

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**



**ANALISIS ESTRUCTURAL DE PRESAS
DE ARCO MEDIANTE EL METODO
DE ELEMENTOS FINITOS**

TESIS
Para optar el Título Profesional de
INGENIERO CIVIL

MARIO JESUS PALMA OCHOA

Lima — Perú
1988

A mi madre ETELVINA y a la memoria
de mi padre JULIO ENRIQUE.

A mis hermanos GUIDO, EYNER y TOMAS.

A G R A D E C I M I E N T O

Mi agradecimiento al Dr. Hugo Scaletti F. por sus consejos y colaboración en la realización del presente trabajo.

A mi amigo Gonzalo Vásquez por el apoyo recibido en el desarrollo del presente trabajo.

Al Centro de Cómputo de la Universidad Nacional de Ingeniería en la persona del Sr. Pascual Alegre y el Sr. Luis Rodríguez.

A Graña y Montero S.A. por el apoyo y estímulo recibido para la realización de la presente Tesis. Así mismo al Instituto Nacional de Becas y Crédito Educativo por el importante apoyo recibido.

INDICE

INTRODUCCION	1
--------------	---

CAPITULO 1

CONSIDERACIONES GENERALES DE ANALISIS Y DISEÑO

1.1	Clasificación de Presas.	4
1.2	Exploración, Topografía, Geología e Hidrología.	5
1.3	Tipos de Presas de Arco.	7
1.3.1	Presa de radio constante.	7
1.3.2	Presa de radio variable.	8
1.4	Métodos de Análisis de Presas de Arco.	9
1.4.1	Teoría Cilíndrica.	9
1.4.2	Método de la carga de prueba o tanteo de cargas.	12
1.4.3	Métodos de Elementos Finitos.	13
1.5	Propiedades Físicas del Concreto.	14

CAPITULO 2

ANALISIS ESTÁTICO

2.1	Hipótesis consideradas para el análisis.	17
2.2	Cargas consideradas.	18
2.2.1	Presión Hidrostática.	19
2.2.2	Carga debida a cambios de Temperatura.	20
2.2.3	Peso propio.	23

	Pág.
2.2.4 Presión de sedimentos.	23
2.2.5 Presión de hielo.	24
2.3 Formulación del Modelo de Elementos Fíntos.	24
2.3.1 Discretización de la estructura.	25
2.3.2 Ecuaciones básicas de elasticidad.	26
a) Continuidad Geométrica.	26
b) Constitutivas.	31
c) De equilibrio.	34
d) Ecuaciones de Navier.	38
2.3.3 Principio variacional de la Energía Potencial.	40
2.3.4 Funciones de Aproximación para los desplazamientos.	43
2.3.5 Formulación de las ecuaciones de equilibrio por el Principio variacional de la energía potencial.	46
2.3.6 Elemento Finito utilizado.	49

CAPITULO 3

ANALISIS DINAMICO

3.1 Análisis Modal.	62
3.1.1 Valores y Vectores característicos.	62
3.1.2 Ecuaciones diferenciales desacopladas.	64
3.1.3 Factores de participación modal.	65
3.1.4 Espectros de respuesta.	66
3.1.5 Efectos máximos.	68
3.1.6 Combinación Modal.	69
3.2 Presión Hidrodinámica.	71
3.2.1 Fórmula Generalizada de Westergaard.	73
3.2.2 Proceso de Adosamiento de la masa de agua añadida a la presa.	77

CAPITULO 4

APLICACIONES

4.1	Generalidades.	81
4.2	Aplicaciones del Análisis Estático.	81
4.2.1	Viga en voladizo.	82
4.2.2	Tubo de pared gruesa sometido a presión exterior.	84
4.2.3	Presa de Arco "Coeburn" .	89
4.3	Aplicaciones del Análisis Dinámico.	110
4.3.1	Viga doblemente empotrada.	111
4.3.2	Presa de Gravedad.	115
4.3.3	Presa de Arco.	127
4.3.4	Cargas estáticas equivalentes a sismo.	160

CAPITULO 5

CONCLUSIONES

165

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

170

ANEXO PROGRAMAS DE COMPUTO

- A-1 Diagramas de Flujo.
- A-2 Listado de Ejemplos Resueltos.
- A-3 Listados de los Programas.

INTRODUCCION

OBJETIVOS

Los recursos hídricos constituyen un factor importante para el desarrollo socio-económico de una región porque impulsan la actividad agrícola, la generación de energía eléctrica y el abastecimiento de agua potable. En la actualidad en nuestro país se disponen de innumerables estudios y proyectos de aprovechamientos hídricos, los cuales considerando el régimen irregular de caudales que presentan la mayoría de nuestros ríos, concluyen en la necesidad de construir presas que almacenen y regulen las aguas.

Una alternativa de estas obras de Ingeniería Civil, son las Presas de arco, las cuales resultan adecuadas a valles angostos cuya composición es rocosa; su configuración geométrica las hace eficientes estructuralmente y en consecuencia económicas por el menor volumen de concreto que demandan, de manera que pueden ser adoptados con muchas ventajas en la gran mayoría de nuestros valles.

La importancia de dotárseles de máxima seguridad a este tipo de obras, tanto por su alto costo como por los efectos adversos que podrían resultar de una falla, originados principalmente por fenómenos sísmicos que son muy frecuentes en nuestro país, justifica la dedicación de este trabajo al Análisis Estructural de Presas de Arco.

ALCANCES

El Análisis estructural comprende el análisis estático y el sísmico, los cuales se basan en la técnica de elementos finitos mediante una formulación en desplazamientos. La idealización de la presa de arco está dada por elementos finitos tridimensionales isoparamétricos de 8 a 20 nudos. El material se considera como isotrópico y con un comportamiento linealmente elástico.

El Análisis sísmico utilizado es el de superposición modal espectral; el cálculo de las frecuencias y formas de modo es efectuado por el método de iteración en el sub - espacio. Los efectos del empuje hidrodinámico por sismo son evaluados considerando masas de agua adosadas a la estructura, de acuerdo a la formulación desarrollada por Westergaard.

ORGANIZACION DEL TRABAJO

En el Capítulo 1 se exponen brevemente los factores determinantes en el tipo y ubicación adecuado de la presa como son la topografía, geología e hidrología. Diversos métodos de análisis de presas de arco, tales como la teoría cilíndrica y el método de la carga de tanteo son tratados referencialmente.

En el Capítulo 2, se presentan las cargas estáticas consideradas en el análisis. Se hace referencia a la formulación del método de Elementos Finitos, mediante las ecuaciones básicas de elasticidad y las funciones de aproximación de desplazamientos.

El análisis dinámico por superposición modal espectral es tratado en el Capítulo 3. Asimismo se presenta la formulación de Westergaard para incluir el empuje hidrodinámico del agua.

Mediante los programas de cómputo implementados para el análisis estático y dinámico, se resuelven algunos ejemplos de "verificación" (vigas, tubo de pared gruesa) a fin de comparar resultados con la solución analítica correspondiente. Como ejemplos de aplicación se resuelve la presa de arco "Coeburn" y la presa de gravedad "Pine Flat", para estos ejemplos es posible hacer algunas comparaciones con soluciones obtenidas por otros métodos.

Finalmente se presentan algunas conclusiones del trabajo desarrollado. Se incluyen además los diagramas de flujo y los listados de los programas implementados.

Capítulo 1

CONSIDERACIONES GENERALES DE ANALISIS Y DISEÑO

1.1 CLASIFICACION DE PRESAS

Las presas se suelen clasificar según el tipo de material de construcción en:

Presas de concreto, de tierra y de enrocamiento. Las presas de concreto se subclasifican en función del método utilizado para resistir la presión del agua en: presas de gravedad, de arco y de contrafuertes.

Una presa de gravedad depende de su peso propio para conseguir su estabilidad al volteo y al deslizamiento. El empuje del agua se transmite a la fundación a través de la presa. La presa puede ser recta o ligeramente curvada en planta. Ordinariamente las presas de gravedad tienen un ancho de base de 0.7 a 0.9 veces la altura de la presa. La mejor condición para la cimentación está constituida por la roca sólida, sin embargo muchas presas pequeñas están construidas sobre terrenos semiduros o blandos.

Las presas de arco son adecuadas para cañones angostos, ya sea en forma de V o U. Las paredes del cañón deben ser de roca para

soportar el empuje de agua que es transmitida por la acción del arco a los estribos. Este tipo de presa resiste el empuje de agua principalmente mediante una acción de arco y también por una acción de viga en voladizo. Generalmente el ancho de la base es de 0.1 a 0.3 veces la altura de la presa, la cual la hace más económica en el volumen de concreto. Ordinariamente, la relación longitud de la cresta a altura debe ser menor que 5, aunque relaciones mucho mayor han sido usadas.

Las presas de contrafuertes pueden ser del tipo losa plana, arco múltiple, domo múltiple u otros. La carga de agua es soportada directamente por las losas planas, arcos o domos para luego transmitir el empuje a la fundación a través de contrafuertes.

Los diseños combinados pueden utilizar uno o más de los tipos de presas mencionados.

1.2 EXPLORACION, TOPOGRAFIA, GEOLOGIA E HIDROLOGIA

La ubicación de la presa está determinada por las funciones u objetivos del proyecto.

El lugar adecuado dentro de la ubicación general, para un nivel de estudio preliminar queda determinado por dos factores primarios, la topografía del lugar y las características de soporte del terreno de cimentación.

La exploración inicial puede consistir de unas cuantas calicatas o perforaciones de muestreo en la zona de ubicación tentativa.

La topografía frecuentemente determina el tipo de presa, por ejemplo un valle angosto en forma de V puede sugerirnos una presa de arco. La topografía indica las características de la superficie del valle, sin embargo debe incluirse también en un estudio topográfico la profundidad de la superficie rocosa.

El estudio geológico y de suelos determina la capacidad de soporte, así como las propiedades de filtración del terreno. La ubicación de fallas, contactos, zonas de permeabilidad, fisuras u otras condiciones del subsuelo deben ser cuidadosamente establecidas.

El estudio hidrológico proporciona datos para estimar la factibilidad de proyectos de irrigación, abastecimiento de agua, generación de energía eléctrica o para recreación. Para propósitos de cálculo de la estabilidad de las presas y de la capacidad de los vertederos se debe estimar el caudal de diseño. Para presas de concreto, el caudal de diseño debe determinarse - según la ref. (13) - como el mayor valor de, ya sea, el máximo caudal de descarga que es estimado estadísticamente para un período de retorno de 100 años o el máximo valor observado o valores calculados de caudales pasados. Para presas de tierra o enrocamiento se recomienda, que el caudal de diseño sea calculado con un veinte por ciento más que para las presas de concreto.

1.3 TIPOS DE PRESAS DE ARCO

Las presas de arco son usualmente clasificadas según el espesor, simetría del arco respecto al eje de la presa, características del paramento exterior e interior u otros. Así por ejemplo, puede hacerse referencia a presas de espesor constante o variable (en su sección horizontal), presas de arco simétrica o no simétrica, presas de radio constante o variable, curvatura única o doble curvatura, etc. La clasificación más importante es:

1.3.1 PRESAS DE RADIO CONSTANTE

Una presa de radio constante tiene generalmente el paramento exterior (aguas arriba), vertical. En cambio las curvas del paramento interior pueden o no ser concéntricas respecto a las curvas exteriores y por lo general tienen un decremento en el radio conforme se incrementa la profundidad bajo la corona, incrementándose de esa manera el espesor necesario para soportar la gran presión del agua.

Las presas de arco con radio constante se adoptan particularmente a los cañones tipo U, donde las proporciones relativamente altas de presión en bajas alturas son transmitidas a la cimentación por acción del voladizo.

La forma geométrica de éste tipo de presa se muestra en la figura 1.1.

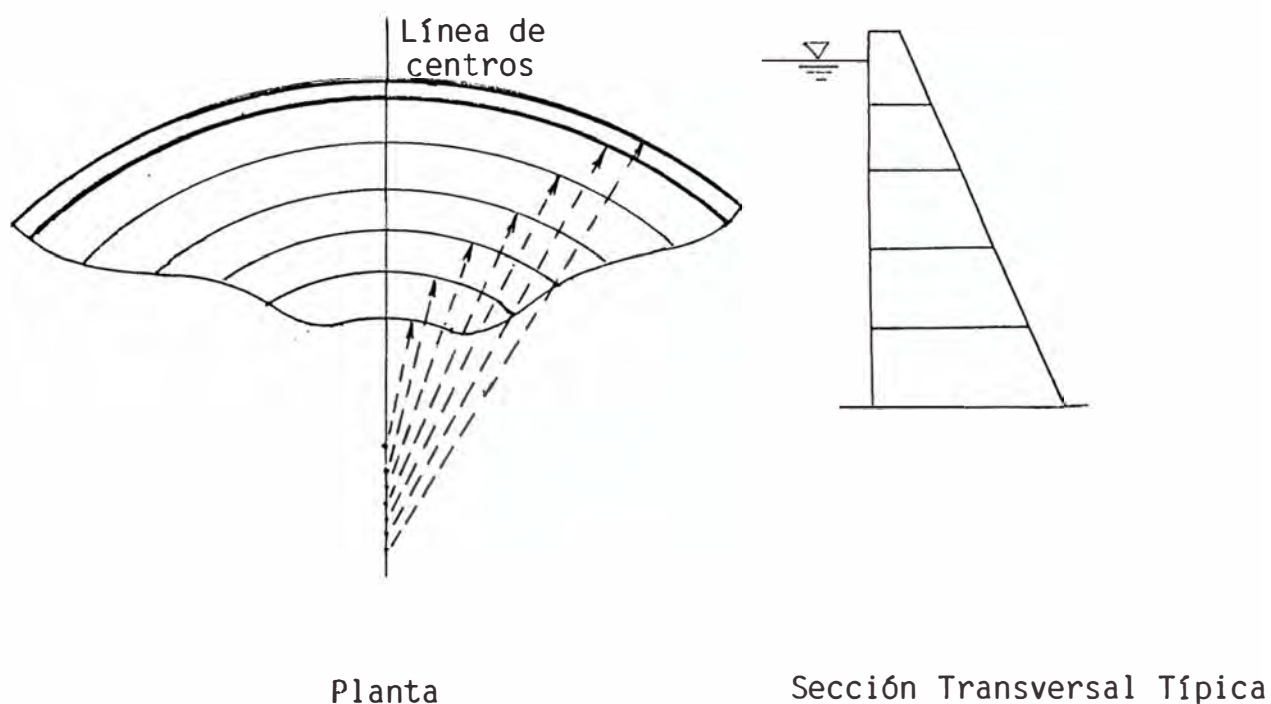


Fig. 1.1: PRESA DE ARCO DE RADIO CONSTANTE

1.3.2 PRESA DE RADIO VARIABLE

Una presa de arco de radio variable, también conocida como de ángulo constante, generalmente tiene en su paramento exterior e interior curvas con decremento gradual del radio conforme se incrementa la profundidad bajo la corona. El mantener el ángulo central tan grande y constante como sea posible (de 100° a 140°) asegura al máximo la eficiencia del arco en toda altura, logrando economizar el volumen de concreto. Las presas de radio variable son frecuentemente doblemente curvadas, esto es tanto en el plano horizontal como en el vertical. La curvatura vertical hace posible que los esfuerzos por flexión en el volado debido al peso propio contrarresten a los producidos por la presión del agua.

Estas presas son frecuentemente adoptadas en cañones angostos en forma de V. La figura 1.2 muestra las características geométricas de ésta.

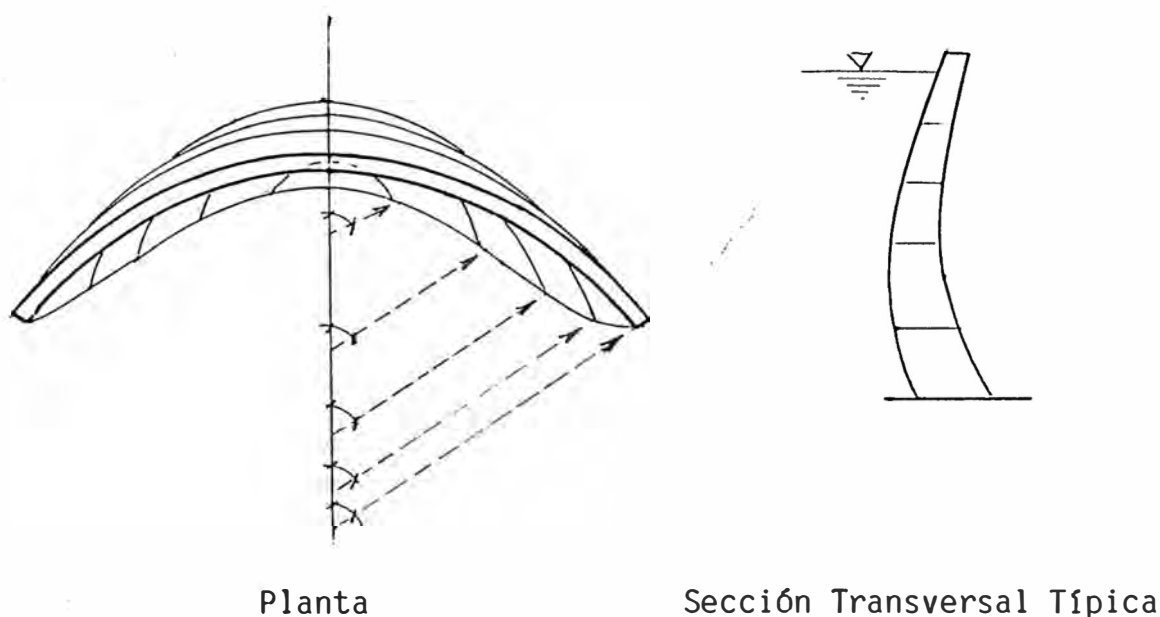


Fig. 1.2: PRESA DE ARCO DE RADIO VARIABLE O ANGULO CONSTANTE

1.4 METODOS DE ANALISIS DE PRESAS DE ARCO

En base a los principios matemáticos, leyes de la mecánica y teoría de elasticidad enunciados hace mucho tiempo, se han puesto en práctica ciertos métodos de análisis de presas de arco:

1.4.1 Teoría Cilíndrica:

Ha sido antiguamente utilizada por algunos diseñadores. En la actualidad aún es usada para análisis de presas pequeñas y/o estudios de factibilidad. Esta teoría supone que toda

la presión de agua es transmitida a los estribos por la acción del arco, cuyo espesor a una profundidad h por debajo del nivel máximo de agua está dado por:

$$t = \frac{P r}{\sigma_c} = \frac{\gamma_w h r}{\sigma_c} \quad \dots (1.1)$$

t = espesor del arco

r = radio del arco

P = $\gamma_w h$ = presión hidrostática que actúa sobre el arco

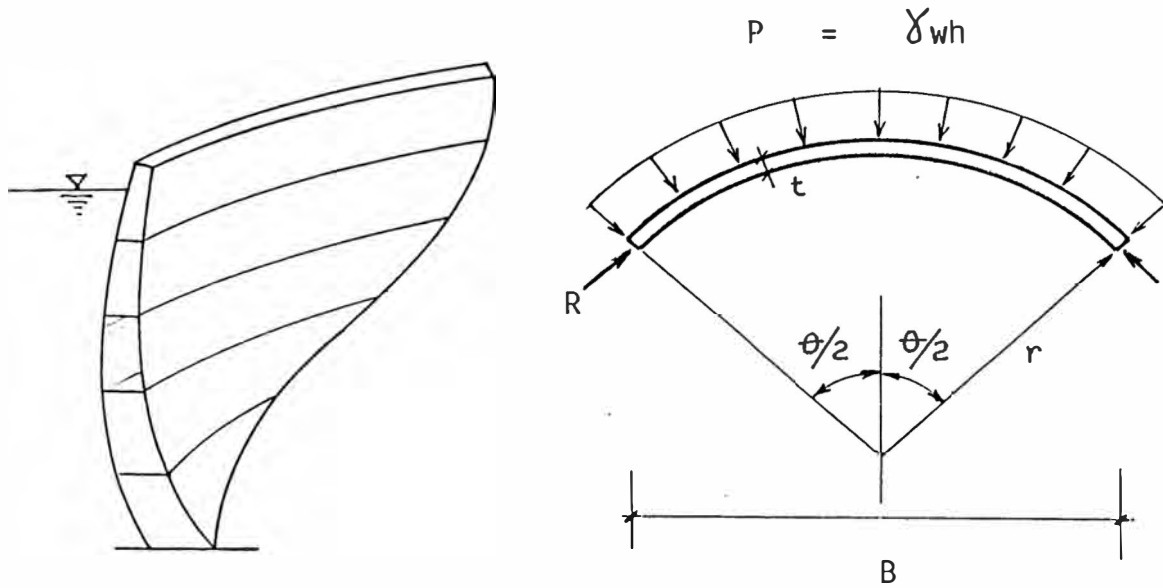
σ_c = esfuerzo permisible del concreto, en compresión.

γ_w = peso unitario del agua.

La ecuación 1.1 indica que el espesor debe aumentarse linealmente con la profundidad h abajo de la superficie de agua. Así mismo a una profundidad determinada h , el espesor necesario es proporcional al radio de curvatura r .

En adelante se presenta una demostración del ángulo óptimo para la dovela de arco a fin de conseguir el espesor mínimo.

La figura 1.3 representa el diagrama de cuerpo libre de las fuerzas horizontales que actúan en un arco.



a) Serie de arcos horizontales.

b) Diagrama de cuerpo Libre de una dovela de arco.

Fig. 1.3: ACCION DE ARCO

El volúmen de concreto necesario para una dovela de arco es:

$$V = r \theta A \quad , \text{ donde}$$

A = Area de la sección transversal de la dovela.

θ = Angulo central en radianes.

Como t es proporcional a r , entonces se tiene:

$$A = Kr$$

$$V = Kr^2\theta$$

Del diagrama de la figura 1.3.b se obtiene la relación trigonométrica siguiente:

$$r = \frac{B}{2 \text{ Sen } \vartheta/2} \quad \dots (1.2)$$

entonces, se obtiene:

$$V = \frac{1}{6} \left(\frac{B}{2 \text{ Sen } \vartheta/2} \right)^2 \vartheta \quad \dots (1.3)$$

Derivando la ecuación 1.3 con respecto a ϑ e igualando a cero se obtiene el valor del ángulo $\vartheta = 133^\circ 34'$, para el cual el volumen de concreto es mínimo. Esta es la razón por la que se prefiere elegir una presa de arco de ángulo constante por requerir menos concreto que una presa de radio constante. En la práctica los ángulos centrales de las presas de arco varían de 100° a 140° .

1.4.2 Método de la carga de prueba o tanteo de cargas:

Fue el método más comúnmente aceptado hasta hace unos 20 años para el análisis de presas de arco. Considera la presa dividida en elementos horizontales de arco y en elementos verticales en voladizo. Así mismo, considera una distribución de la carga entre los arcos y la viga en voladizo, de tal manera que las deflexiones calculada en cualquier punto de intersección sean iguales tanto para el arco como para el volado. Si las deflexiones calculadas no son iguales, se consideran nuevas cargas hasta que se encuentre una distribución que produzca deflexiones iguales.

En éste método, un procedimiento es calcular únicamente el desplazamiento radial sin tener en cuenta la restricción de elementos adyacentes y sin estar sujeto a deformaciones tangenciales o de torsión. Un segundo procedimiento es el considerar los componentes de desplazamiento radial, tangencial y el desplazamiento angular por torsión.

Los elementos en voladizo se suponen empotrados a la fundación y los elementos de arco empotrados en los estribos. Sin embargo, como la naturaleza de la formación rocosa no es infinitamente rígida, es susceptible de sufrir deformaciones, las cuales pueden ser incluídas en el cálculo de deflexiones de los arcos y voladizos.

1.4.3 Métodos de Elementos Finitos

En la actualidad muchos investigadores han desarrollado métodos de análisis que contemplan además la posibilidad de resolver fácilmente problemas dinámicos de estructuras, incluyendo la interacción suelo - fluido - estructura. Estos métodos están basados en una idealización del medio con elementos finitos.

En el capítulo 2 se hará una descripción detallada del método de elementos finitos para una formulación por desplazamientos.

1.5 PROPIEDADES FÍSICAS DEL CONCRETO

Las propiedades físicas del concreto se deberán determinar en base a resultados de ensayos de los materiales y a las proporciones de mezclas que serán utilizadas.

Las constantes físicas del concreto aplicadas al diseño son el peso unitario, módulo de elasticidad, módulo de Poisson y coeficiente de dilatación térmica.

- El módulo de elasticidad del concreto (E_c), el cual varía con las propiedades de los materiales componentes, proporciones de mezcla e intensidad de la carga aplicada, deberá ser obtenido preferentemente mediante ensayos. El módulo E_c varía casi proporcionalmente a la resistencia a compresión. Generalmente el valor de E_c aplicado al diseño se toma en un rango de 250,000 Kg/cm^2 a 390,000 Kg/cm^2 . Según el ACI, el módulo E_c puede ser tomado como $4,270 \gamma_c^{1.55} \sqrt{f'_c}$, para valores de γ_c comprendidos entre 1.4 y 2.5 tn/m^3 . Para concreto de peso normal puede considerarse como $15,000 \sqrt{f'_c}$.
- El módulo de Poisson, μ , es el coeficiente de deformación elástica transversal, el cual varía con las propiedades de materiales, proporciones de mezcla, edad del concreto y la intensidad de carga aplicada. El coeficiente de Poisson del concreto varía dentro de límites bastante estrechos de 0.13 - 0.22 con un incremento ligero cuando se aumenta el tiempo de curado.

El módulo de deformación por corte G en función del módulo de elasticidad longitudinal E_c y el módulo de Poisson está dado por:

$$G = \frac{E_c}{2(1 + \nu_c)}$$

- El coeficiente de expansión térmica del concreto varía principalmente con el tipo y cantidad de agregado grueso. Los cambios volumétricos pueden ser resultado de reacciones químicas entre agregados reactivos y los álcalis (Na_2O y K_2O) en el cemento y también entre sulfatos solubles presentes en el suelo o en el agua que están en contacto con el concreto y el aluminato tricálcico presente en el cemento. Estos cambios de volumen producen deterioro del concreto y deben evitarse. Se recomienda cementos de bajo álcali cuando se encuentran agregados reactivos y un cemento con bajo aluminato tricálcico cuando el concreto estará expuesto a sulfatos del agua.

El coeficiente de dilatación térmica del concreto generalmente utilizado para el diseño es $1 \times 10^{-5}/^{\circ}C$ ($5.6 \times 10^{-6}/^{\circ}F$).

En la tabla 1.1 se presentan algunos valores de esfuerzos de compresión y propiedades elásticas del concreto utilizados en el diseño de algunas presas de arco.

PRESA	TIPO	AÑO DE CULMINACION	ALTURA MAXIMA (mts)	ESFUERZO DE COMPRESION (Kg/cm ²)				MODULO DE ELASTICIDAD, E _c (x 10 ⁶ Kg/cm ²)				MODULO DE POISSON, ν			
				EDAD (días)				EDAD				EDAD			
				28	90	180	365	28	90	180	365	28	90	180	365
HOOVER	Arco Gravedad	1936	223	213	232	-	302	0.39	0.44	-	0.48	0.18	0.20	-	0.21
YELLOWTAIL	Arco Gravedad	1965			322	381	396		0.43	0.38	0.44		0.24	0.26	0.27
MORROW POINT	Arco Delgado	1967		335	419	452	470	0.31	0.35	0.38	0.33	0.22	0.22	0.23	0.20

TABLA 1.1 ESFUERZOS DE COMPRESION Y PROPIEDADES ELASTICAS DEL CONCRETO
(DE LA REF. 1)

Capítulo 2

ANALISIS ESTATICO

En el presente capítulo se describen las cargas estáticas que actúan sobre la presa, así mismo se hace una formulación del método de elementos finitos que incluye el planteamiento de la ecuación de equilibrio, el estudio del elemento isoparamétrico tridimensional utilizado, así como las funciones de aproximación de desplazamientos supuestas.

2.1 HIPOTESIS CONSIDERADAS PARA EL ANALISIS

Las hipótesis básicas para el análisis de presas de arco consideradas en el presente trabajo son:

1. El concreto es isotrópico con comportamiento linealmente elástico, esto es, que los esfuerzos están dentro del límite elástico y la ley de Hooke es aplicable. Sin embargo en el cálculo de la respuesta sísmica de presas de concreto, diversos estudios teóricos y experimentales han identificado causas de comportamiento no lineal, tales como:
 - a) El agrietamiento del concreto.
 - b) Apertura y cierre de juntas; rozamiento entre bloques monolíticos.

2. Las deformaciones y esfuerzos por temperatura son proporcionales a los cambios de temperatura.

$$\epsilon_t = \alpha \Delta t \quad \dots 2.1$$

3. Los efectos de permeabilidad en el concreto y en la fundación rocosa se desprecian.
4. La cimentación de la presa se considera infinitamente rígida, aunque el empleo de elementos finitos tridimensionales (sólidos isotrópicos), permitiría modelar también la cimentación con rigidez finita y poder analizar la interacción suelo - estructura.

2.2 CARGAS CONSIDERADAS

Las cargas estáticas que serán tenidas en consideración para el análisis de presas de arco son principalmente: presión hidrostática, cambios de temperatura y peso propio. Algunas veces puede ser necesario considerar además: presión de sedimentación, presión de hielo y la subpresión. Es posible considerar la fuerza sísmica mediante fuerzas de cuerpo estáticos equivalentes, suponiendo una distribución de aceleraciones sísmicas en la presa. Además se debe considerar la presión hidrodinámica, por lo menos mediante alguna fórmula de aproximación.

En la figura 2.1, se muestran las diversas fuerzas que actúan sobre la presa.

2.2.1 PRESION HIDROSTATICA

La presión hidrostática del reservorio resulta ser la principal carga viva que actúa sobre la presa. Se considera que actúa normal al paramento aguas arriba de la presa y es calculada por:

$$P = \gamma_w h \quad \dots (2.2)$$

donde:

p = presión hidrostática

γ_w = peso unitario del agua (1 tn/m³ ó 62.4 lb/pie³)

h = altura de agua.

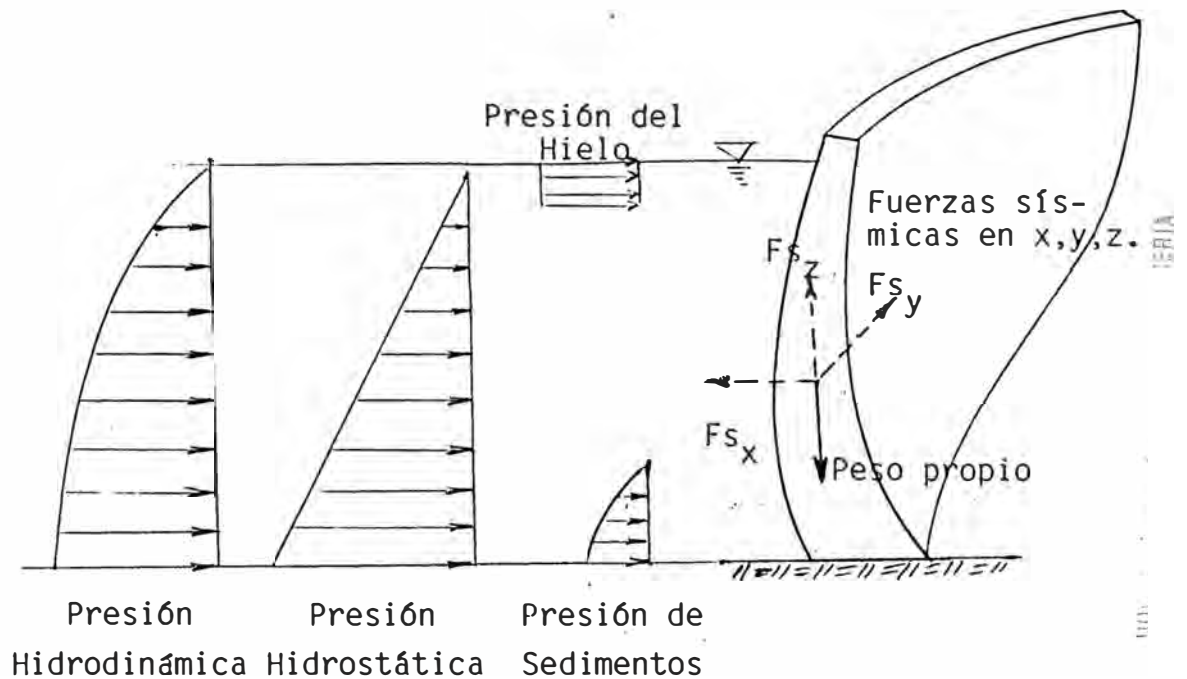


Fig. 2.1: FUERZAS QUE ACTUAN EN UNA PRESA

2.2.2 CARGA DEBIDA A CAMBIOS DE TEMPERATURA

Los cambios de temperatura en el concreto, producidos por la disipación del calor de hidratación del cemento y por las variaciones estacionales en el medio ambiente, son causa importante de deformaciones y esfuerzos en presas de arco, muy particularmente como consecuencia de las restricciones de borde en los estribos.

En el caso de incrementos de temperatura en la presa, ella aumenta de volumen y es forzada aguas arriba por las reacciones en los estribos, esta condición resulta necesaria para el análisis de estabilidad de la fundación ya que produce incremento del empuje del arco sobre los estribos.

La caída de temperatura en el concreto produce contracción en la presa, la cual hace moverla aguas abajo por el acortamiento de los arcos. De un estado de compresión en los arcos producido por la presión hidrostática tiende a pasar a un estado de tracción cuando se produce una caída de temperatura.

El efecto que produce la caída de temperatura sobre el voladizo resulta significativamente importante por cuanto los esfuerzos resultantes son de la misma calidad (signo) que los producidos por la presión hidrostática y en consecuencia los esfuerzos combinados resultan críticos.

Para el cálculo de los esfuerzos por temperatura se pueden considerar las dos siguientes condiciones de distribución de temperatura a través del espesor de los elementos de arco:

1. Temperatura media en todo el espesor del elemento de arco. (Véase figura 2.2).

El cambio de temperatura media en un elemento de arco ejerce considerable influencia sobre la deflexión de la presa, el empuje del arco y los momentos de flexión en el arco y el voladizo.

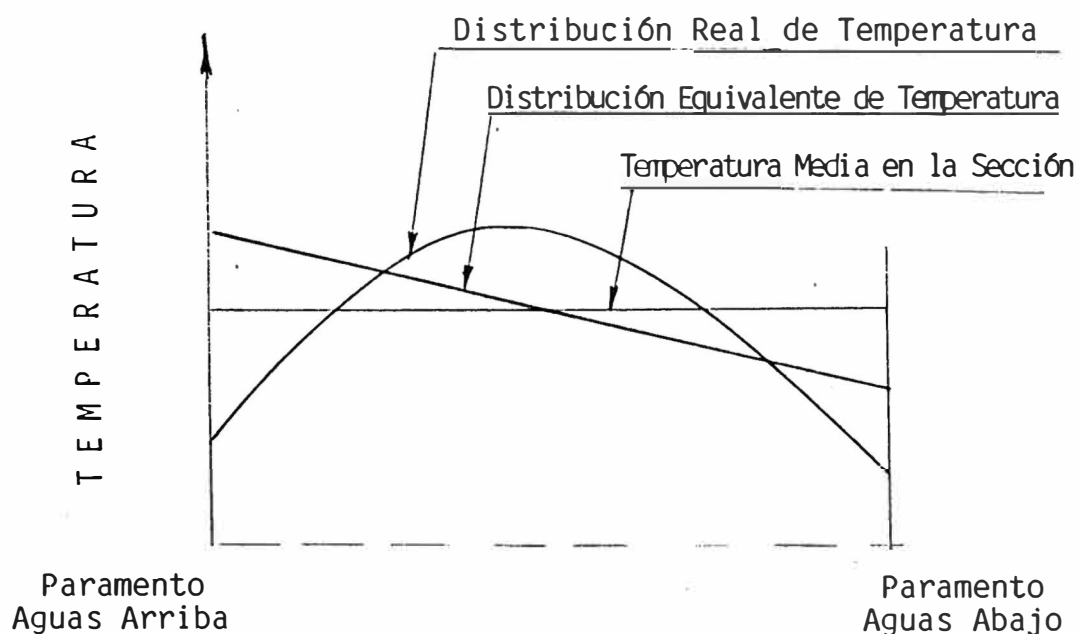


Fig. 2.2: DISTRIBUCION DE TEMPERATURA EN EL ESPESOR DE LOS ELEMENTOS DE ARCO.

2. variación lineal de temperatura a través del espesor del elemento de arco.

Esta distribución interna de temperatura en la dirección aguas arriba - aguas abajo generalmente es una curva, sin embargo puede ser aproximada por una distribución lineal equivalente, tal como puede observarse en la figura 2.2.

Para el diseño de presas de arco, es necesario tomar en cuenta los dos casos de distribución de temperatura transversal.

En el presente trabajo, mediante el uso de elementos isoparamétricos tridimensionales de 20 nudos, 3 de los cuales representan el espesor de la presa, se puede fácilmente considerar la distribución real de temperatura, utilizando una aproximación parabólica de 2do grado.

Las técnicas de construcción pueden atenuar sustancialmente los efectos de cambios de temperatura mediante uso de adecuadas juntas de contracción, dilatación y sistema de enfriamiento.

2.2.3 PESO PROPIO

La principal carga muerta es el peso del concreto. Para presas de gravedad el peso propio es significativamente importante para conseguir su estabilidad, lo que no sucede en presas de arco; sin embargo en las presas con curvatura vertical el efecto de peso propio contrarresta parcialmente el efecto producido por el empuje de agua.

En el presente trabajo el peso propio está considerado como fuerza de cuerpo o fuerza másica actuando en la dirección vertical, hacia abajo. El peso unitario del concreto normal utilizado es 2.4 tn/m^3 .

2.2.4 PRESION DE SEDIMENTOS

La presión causada por la acumulación de sedimentos en la base de la presa, tal como se observa en la figura 2.1, puede calcularse con la teoría de Rankine para el empuje activo, utilizando el peso sumergido de los sedimentos.

Según la Portland Cement Association (ref.14), para presas pequeñas se supone que la fuerza del lodo tiene una presión unitaria equivalente a un fluido con peso específico de 85 lb/pie^3 (1.36 veces el peso unitario del agua) y un peso vertical de 120 lb/pie^3 .

2.2.5 PRESION DE HIELO

En climas muy fríos, el hielo que se forma en la superficie del embalse se expande cuando aumenta la temperatura y ejerce una fuerza sobre la parte superior de la presa, que es soportada por la acción de arco y de voladizo.

Un método para calcular estas fuerzas, expuesto en la referencia (15), da valores que van de 2000 a 10,000 lb/pie² (10 tn/m² - 50 tn/m²), según la rapidez de aumento de temperatura y las condiciones de restricción en el borde del embalse.

2.3 FORMULACION DEL MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

Definida geométrica y mecánicamente una estructura y conocido su estado de sollicitación de cargas, se procede al análisis estructural siguiendo los pasos básicos que se indican (para una formulación en desplazamientos).

1. Discretización de la estructura en "elementos finitos", que son interconectados en "nudos" ubicados en sus contornos. Los desplazamientos nodales son las incógnitas fundamentales en el análisis.
2. Evaluación de las contribuciones de cada elemento a las matrices de masa, rigidez y de cargas de la estructura.

3. Formulación de la ecuación matricial completa que gobierna el problema de equilibrio, en base a la contribución de cada elemento. Para el equilibrio estático, se tiene que:

$$\underline{\underline{K}} \underline{\underline{U}} = \underline{\underline{F}} \quad \dots(2.3)$$

Mientras que la ecuación general de equilibrio dinámico es:

$$\underline{\underline{M}} \ddot{\underline{\underline{U}}} + \underline{\underline{C}} \dot{\underline{\underline{U}}} + \underline{\underline{K}} \underline{\underline{U}} = \underline{\underline{F}} \quad \dots(2.4)$$

4. Aplicación de las condiciones de borde.
5. Obtención de los desplazamientos nodales mediante la solución del sistema de ecuaciones modificado.

2.3.1 DISCRETIZACION DE LA ESTRUCTURA

La "Discretización" de la estructura implica considerar en vez del infinito número de puntos de interconexión entre "elementos" de la estructura real, tan solo un número finito de "nudos" y, en consecuencia, la concentración del comportamiento de la estructura y de las acciones sobre la misma en dichos nudos.

Resulta de esta manera que los desplazamientos nodales son las incógnitas fundamentales en el análisis estructural mediante el método de desplazamientos o de rigideces.

La discretización o formación de una "malla" está condicionada por el grado de exactitud de la solución a obtener y el costo computacional de la misma.

En zonas donde se intuya que hay concentración de esfuerzos, la malla será hecha con mayor refinamiento y en general con elementos de tamaño más pequeños que los de las zonas en que no ocurra tal concentración, procurando que la forma geométrica de los mismos sea lo más regular posible.

En la figura 2.3, se idealiza un modelo de elementos finitos para el análisis de presas de arco en donde se puede incluir la interacción presa - reservorio y la flexibilidad de la fundación.

2.3.2 ECUACIONES BASICAS DE ELASTICIDAD

a. Ecuaciones de Continuidad Geométrica

Estas ecuaciones expresan las relaciones deformación - desplazamiento. Para una situación tridimensional, el estado de desplazamiento queda descrito por las componentes según las direcciones x, y, z.

$$\tilde{u} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad \dots(2.5)$$

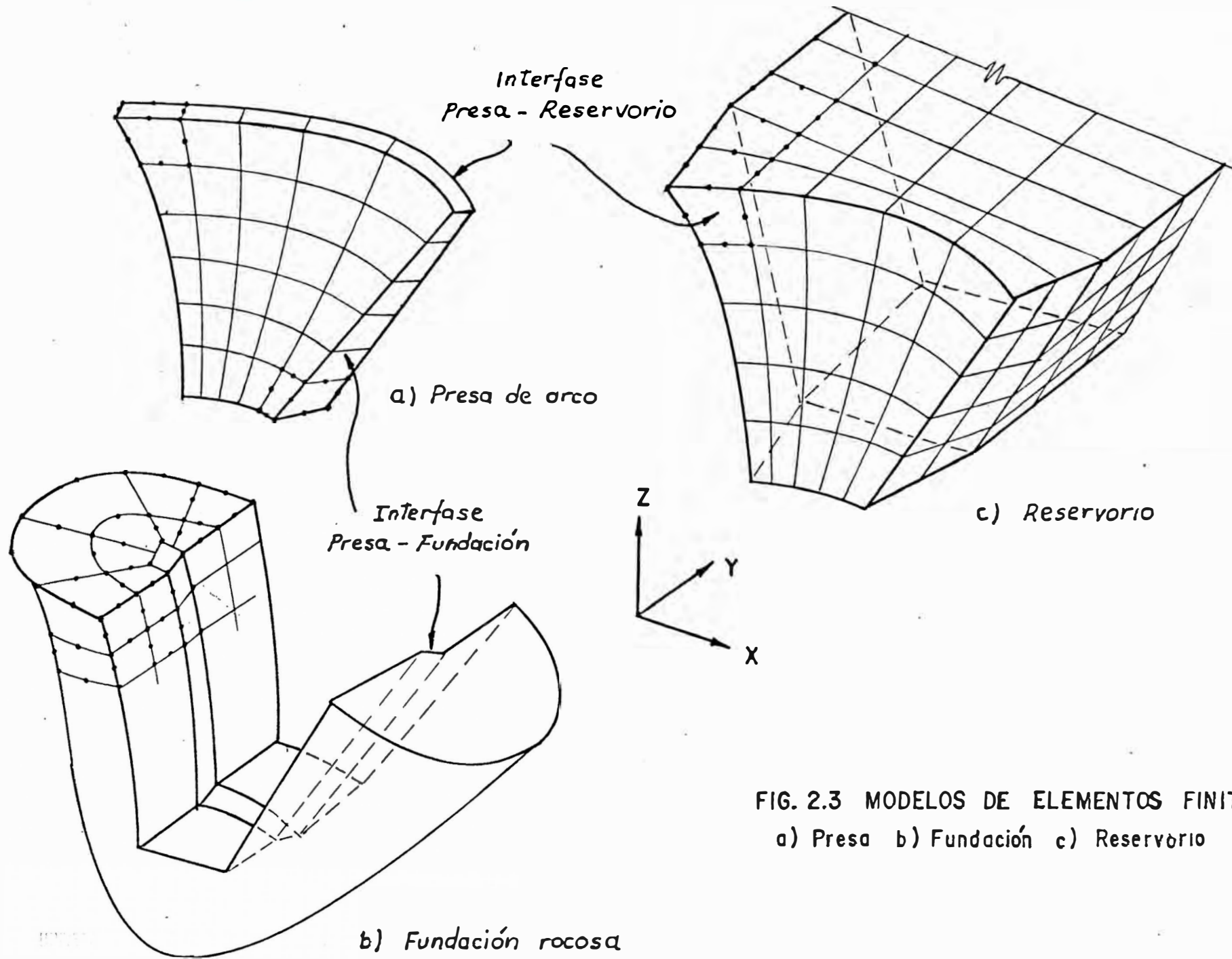


FIG. 2.3 MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS

a) Presa b) Fundación c) Reservorio

Para definir las medidas de deformación apropiadas puede considerarse un elemento infinitamente pequeño de longitud inicial ds y final $d\bar{s}$, tal como se muestra en la figura 2.4.

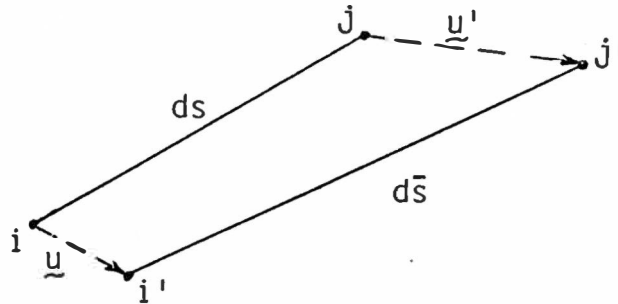


Fig. 2.4: DEFORMACION DE UN ELEMENTO DIFERENCIAL

El desplazamiento del extremo i es $\underline{u} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}$, mientras que el del extremo j es:

$$\underline{u}' = \begin{Bmatrix} u + \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz \\ v + \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz \\ w + \frac{\partial w}{\partial x} dx + \frac{\partial w}{\partial y} dy + \frac{\partial w}{\partial z} dz \end{Bmatrix} \quad \dots(2.6)$$

Relacionando la longitud inicial " ds " con la longitud de formada " $d\bar{s}$ ", obtenemos:

$$d\bar{s}^2 = ds^2 + 2 dx_i \epsilon_{ij} dx_j \quad \dots(2.7)$$

donde:

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i} u_{k,j}) \quad \dots(2.8)$$

definiendo:

$$\begin{aligned} \epsilon_{11} &= \epsilon_x & 2 \epsilon_{12} &= \gamma_{12} = \gamma_{xy} \\ \epsilon_{22} &= \epsilon_y & 2 \epsilon_{23} &= \gamma_{23} = \gamma_{yz} \\ \epsilon_{33} &= \epsilon_z & 2 \epsilon_{13} &= \gamma_{13} = \gamma_{xz} \end{aligned}$$

Para un elemento diferencial tridimensional, se puede escribir las siguientes relaciones $\epsilon - u$:

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right]$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]$$

$$\epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right]$$

$$\gamma_{xy} = \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y}$$

$$\gamma_{yz} = \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\gamma_{zx} = \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x}$$

...(2.9)

Cuando las deformaciones son pequeñas se desprecian los términos de segundo orden, quedando solamente la relación lineal entre deformaciones y desplazamientos. De esta manera, en notación indicial se puede expresar:

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \text{ en } V \quad \dots(2.10)$$

$$y \quad u_i = \bar{u}_i \quad \text{en el borde } Su \quad \dots(2.11)$$

donde \bar{u}_i es un desplazamiento conocido.

La relación deformación - desplazamiento en notación matricial queda expresada como:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad \dots(2.12)$$

o también:

$$\underline{\epsilon} = L \underline{u}$$

donde:

- $\underline{\epsilon}$: es el vector de deformación
- L es el operador diferencial
- \underline{u} : es el vector de desplazamientos

En general el elemento puede estar sujeto a cambios de temperatura, contracción de fragua, crecimiento de cristales, etc, situaciones para las que puede definirse un estado de "deformación inicial" $\underline{\epsilon}_0$, que corresponde a esfuerzos nulos. Puede entonces considerarse un vector de deformaciones $\underline{\epsilon}_0$ tal como:

$$\underline{\epsilon}_0 = \begin{Bmatrix} \epsilon_{x0} \\ \epsilon_{y0} \\ \epsilon_{z0} \\ \gamma_{xy0} \\ \gamma_{yzo} \\ \gamma_{zxo} \end{Bmatrix} \quad \dots(2.13)$$

b. Ecuaciones Constitutivas

Expresan las relaciones esfuerzo - deformación del material. Admitiendo un comportamiento elástico lineal para un material isotrópico, las relaciones esfuerzo - deformación en notación indicial se expresan como:

$$\sigma_{ij} = \lambda (\epsilon_{kk} - \epsilon_{kko}) \delta_{ij} + 2 G (\epsilon_{ij} - \epsilon_{ij0}) \quad \dots(2.14)$$

donde λ y G son propiedades del material.

$$\lambda = \frac{2 G \nu}{(1 - 2 \nu)} \quad : \quad \text{Constante de Lamé}$$

$$G = \frac{E}{2 (1 + \nu)} \quad : \quad \text{Módulo de Corte}$$

E : Módulo de Elasticidad
 ν : Módulo de Poisson

Para el análisis tridimensional las ecuaciones constitutivas se pueden expresar en notación matricial como:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda+2G & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & \lambda+2G & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & & \lambda+2G & 0 & 0 & 0 \\ & & & G & 0 & 0 \\ & \text{sim.} & & & G & 0 \\ & & & & & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x - \epsilon_{x0} \\ \epsilon_y - \epsilon_{y0} \\ \epsilon_z - \epsilon_{z0} \\ \gamma_{xy} - \gamma_{xy0} \\ \gamma_{yz} - \gamma_{yz0} \\ \gamma_{zx} - \gamma_{zx0} \end{bmatrix}$$

...(2.15)

o también:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{D}} (\underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{\epsilon}}_0)$$

donde:

$\underline{\underline{\sigma}}$, $\underline{\underline{\epsilon}}$: componentes de los tensores de esfuerzos y deformaciones, respectivamente.

$\underline{\underline{D}}$: es la matriz de elasticidad del material

La matriz $\underline{\underline{D}}$ puede también representarse de la siguiente forma:

$$\underline{D} = \begin{bmatrix} K + \frac{4}{3} G & K - \frac{2}{3} G & K - \frac{2}{3} G & 0 & 0 & 0 \\ & K + \frac{4}{3} G & K - \frac{2}{3} G & 0 & 0 & 0 \\ & & K + \frac{4}{3} G & 0 & 0 & 0 \\ & & & \text{Simétrica} & G & 0 \\ & & & & & G \\ & & & & & & G \end{bmatrix}$$

... (2.16)

donde:

$$K = \lambda + \frac{2}{3} G \quad \text{ó} \quad K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad \dots (2.17)$$

K : Módulo de Compresibilidad

En la eventualidad de que se incluyera en el análisis la flexibilidad de la cimentación sería necesario determinar G y λ mediante mediciones en el campo; habitualmente esto se hace en forma indirecta, midiendo las velocidades de ondas

de corte (v_s) y compresionales (v_p), las cuales se relacionan con G y λ mediante:

$$v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad ; \quad v_p = \sqrt{\left(\lambda + \frac{2}{3}G\right)/\rho} \quad \dots(2.18)$$

c. Ecuaciones de Equilibrio

En la siguiente figura se plantea el equilibrio para un elemento diferencial.

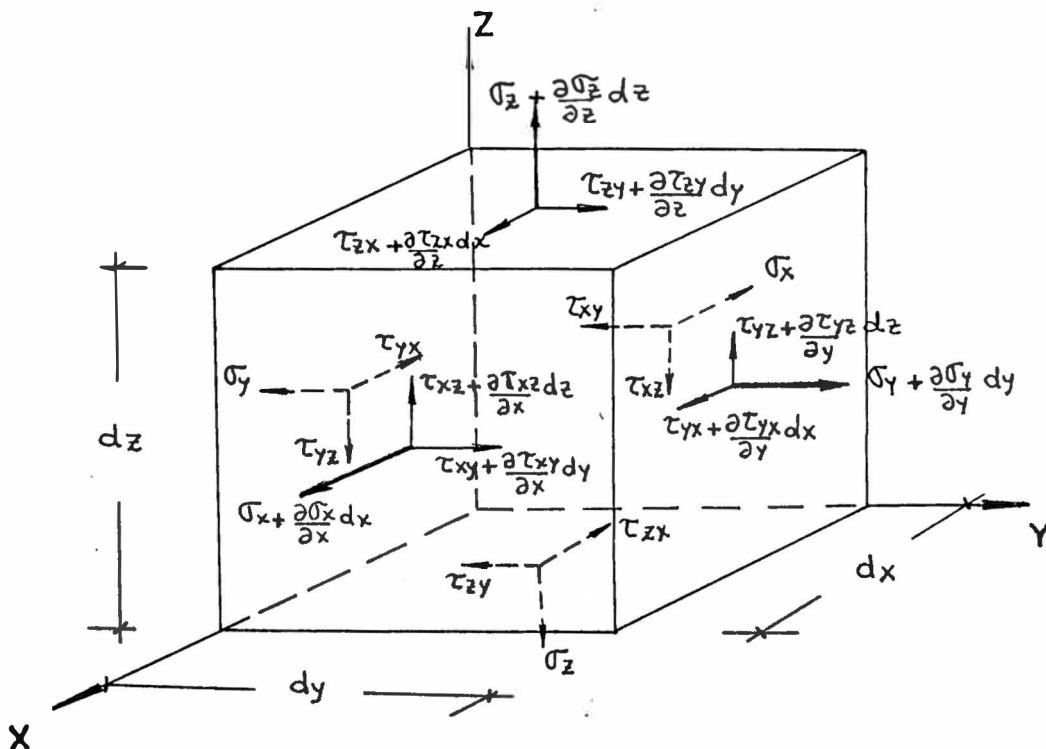


FIG. 2.5 EQUILIBRIO PARA UN ELEMENTO DIFERENCIAL

Considerando el equilibrio según los tres ejes coordenados se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\sum F_x = 0 : \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + b_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 : \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + b_y = 0$$

$$\sum F_z = 0 : \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + b_z = 0$$

$$\sum M_x = 0 : \tau_{yz} = \tau_{zy}$$

$$\sum M_y = 0 : \tau_{xz} = \tau_{zx}$$

$$\sum M_z = 0 : \tau_{xy} = \tau_{yx}$$

...(2.19)

En el interior V

En la región de borde S_σ , donde las tracciones T_i están prescritas, se tienen las siguientes ecuaciones:

$$n_x \sigma_x + n_y \tau_{xy} + n_z \tau_{xz} = T_x$$

$$n_x \tau_{yx} + n_y \sigma_y + n_z \tau_{yz} = T_y \quad \dots(2.20)$$

$$n_x \tau_{zx} + n_y \tau_{zy} + n_z \sigma_z = T_z$$

Expresando las ecuaciones 2.19 y 2.20 en notación matricial se obtiene:

$$\sigma_{ij,j} + b_i = 0 \quad \text{En el interior } V$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad \dots(2.21)$$

y: $n_j \sigma_{ij} = T_i$ En el borde S_σ

Donde:

σ_{ij} se denominan:

- Esfuerzos normales, cuando $i = j$
- Esfuerzos de corte, cuando $i \neq j$

b_i son fuerzas por unidad de volumen (fuerzas de cuerpo o másicas) que corresponderían a las producidas por las aceleraciones gravitacional y/o sísmica.

Las ecuaciones (2.21) se pueden expresar en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} = 0$$

$$\delta \quad \underline{\underline{L}}^T \underline{\underline{\sigma}} + \underline{\underline{b}} = \underline{\underline{0}} \quad \dots(2.22)$$

en el interior V

y en el borde S_σ :

$$\begin{bmatrix} n_x & 0 & 0 & n_y & 0 & n_z \\ 0 & n_y & 0 & n_x & n_z & 0 \\ 0 & 0 & n_z & 0 & n_y & n_x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{Bmatrix}$$

$$\delta \quad \underline{\underline{n}}^T \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{T}} \quad \dots(2.23)$$

Donde:

$\underline{\underline{b}}$: son las fuerzas de cuerpo

$\underline{\underline{n}}$: son cosenos directores

$\underline{\underline{T}}$: tracciones de borde (fuerzas por unidad de superficie)

Para considerar las acciones sísmicas, el vector de fuerzas de cuerpo deberá escribirse como:

$$\underline{\underline{b}} = \underline{\underline{b}} - \rho \underline{\underline{\ddot{u}}}$$

donde:

\underline{b} : vector que incluye la fuerza gravitacional

ρ : es la densidad

$\underline{\ddot{u}}$: es el vector de aceleraciones sísmicas

De manera que las ecuaciones de equilibrio se expresan como:

$$\sigma_{ij,j} + b_i = \rho \ddot{u}_i$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad \text{En el interior } V \quad \dots(2.24)$$

$$y ; \quad n_i \sigma_{ij} = T_i \quad \text{En el borde } S_\sigma$$

d. Ecuaciones de Navier

Las ecuaciones básicas estudiadas se resumen en:

NOTACION INDICIAL:

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad \text{en } V \quad \dots(a)$$

$$u_i = \bar{u}_i \quad \text{en } S_u$$

$$\sigma_{ij} = \lambda (\epsilon_{kk} - \epsilon_{kk0}) \delta_{ij} + 2 G (\epsilon_{ij} - \epsilon_{ij0}) \quad \dots(b)$$

$$\text{en } V \quad \dots(2.25)$$

y

$$\sigma_{ij,j} + b_i = \rho \ddot{u}_i \quad \text{en } V \quad \dots (c)$$

$$n_i \sigma_{ij} = \bar{T}_i \quad \text{en } S_\sigma$$

NOTACION MATRICIAL: ...(2.26)

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{L}} \underline{\underline{u}} \quad \text{en } V \quad \dots (a)$$

$$\underline{\underline{u}} = \underline{\underline{\bar{u}}} \quad \text{en } S_u$$

$$\underline{\underline{g}} = \underline{\underline{D}} (\underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{\epsilon}}_0) \quad \text{en } V \quad \dots (b)$$

y:

$$\underline{\underline{L}}^T \underline{\underline{g}} + \underline{\underline{b}} - \rho \underline{\underline{\ddot{u}}} = \underline{\underline{0}} \quad \text{en } V \quad \dots (c)$$

$$\underline{\underline{n}} \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{T}} \quad \text{en } S_\sigma$$

Reemplazando las ecuaciones (a) en (b) y a su vez la obtenida, en (c), se obtienen las ecuaciones de Navier:

En notación indicial:

$$(\lambda + G) (u_{k,ik} - \epsilon_{kko,i}) + G (u_{i,kk} - \epsilon_{iko,k}) + b_i = \rho \ddot{u}_i \quad \text{en } V$$

$$\lambda (u_{k,k} - \epsilon_{kko}) n_i + G (u_{i,j} + u_{j,i} - \epsilon_{ijo}) n_j = \bar{T}_i \quad \text{en } S_\sigma$$

$$u_i = \bar{u}_i \quad \text{En } S_u \quad \dots(2.27)$$

En notación matricial:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{L}}^T \left\{ \underline{\underline{D}} (\underline{\underline{L}} \underline{\underline{u}} - \underline{\underline{\epsilon}}_0) \right\} + \underline{\underline{B}} - \rho \underline{\underline{u}} &= \underline{\underline{0}} \quad \text{en } V \\ \underline{\underline{n}}^T \left\{ \underline{\underline{D}} (\underline{\underline{L}} \underline{\underline{u}} - \underline{\underline{\epsilon}}_0) \right\} &= \underline{\underline{T}} \quad \text{en } S_\sigma \\ \underline{\underline{u}} &= \underline{\underline{\bar{u}}} \quad \text{en } S_u \end{aligned} \quad \dots(2.28)$$

Estas son las ecuaciones diferenciales que rigen el problema.

2.3.3 Principio variacional de la energía potencial

En problemas de análisis estructural que emplean modelos de desplazamientos, es decir donde los desplazamientos son las incógnitas fundamentales, se puede utilizar el principio variacional de la energía potencial, para lo cual se consideran enteramente satisfechas las relaciones de continuidad geométrica ($\underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{L}} \underline{\underline{u}}$) y constitutivas ($\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{D}} \underline{\underline{\epsilon}}$). Para satisfacer las condiciones de equilibrio, se busca minimizar el funcional de la energía potencia $\pi_p(u)$.

En lo que sigue se planteará el funcional de la energía potencial π_p :

$$\pi_p = W_i + W_e \quad \dots(2.29)$$

donde:

π_p : energía potencial total

W_i : trabajo interno

W_e : trabajo externo

Se sabe que $W_i = U$

donde:

$$U = \int_V \left(\frac{1}{2} \epsilon_{ij} \epsilon_{kl} c_{ijkl} + \epsilon_{ijo} \epsilon_{kl} c_{ijkl} \right) dv \quad \dots(2.30)$$

es la energía de deformación.

El trabajo externo W_e , efectuado por fuerzas de cuerpo, tracciones de borde, interacción entre elementos (concentrados en los nudos) y fuerzas directamente aplicadas en los nudos, puede expresarse como:

$$W_e = - \int_V u_i (b_i - \rho \ddot{u}_i) dv - \int_{s_\sigma} u_i \bar{T}_i ds \quad \dots(2.31)$$

Luego:

$$\begin{aligned} \Pi_p(u_i) = & \int_V \left[\frac{1}{2} \epsilon_{ij} \epsilon_{kl} c_{ijkl} + \epsilon_{ijo} \epsilon_{kl} c_{ijkl} - \right. \\ & \left. - u_i (b_i - \rho \ddot{u}_i) \right] dv - \int_{S_\sigma} u_i \bar{T}_i ds + u_i F_i \\ & \dots(2.32) \end{aligned}$$

Además las funciones u_i admisibles deben satisfacer:

$$u_i = \bar{u}_i \quad \text{en } S_u$$

Por otro lado, como se mencionó anteriormente:

$$\epsilon_{kl} c_{ijkl} = \sigma_{ij}$$

donde las c_{ijkl} son constantes y las ϵ_{ij} deben ser consideradas como funciones de las u_i :

$$\epsilon_{ij} = 1/2 (u_{i,j} + u_{j,i})$$

Escribiendo en forma matricial la expresión del funcional de energía potencial se tiene:

$$\begin{aligned} \Pi_p = & \int_V \left[-\frac{1}{2} \underline{\epsilon}^T \underline{\sigma} - \underline{\epsilon}_0^T \underline{\sigma} + \underline{u}^T (\underline{b} - \rho \underline{\ddot{u}}) \right] dv \\ & + \int_{S_\sigma} \underline{u}^T \underline{\bar{T}} ds + \underline{u}^T \underline{F} \quad \dots(2.33) \\ \underline{u} = & \underline{\bar{u}} \quad \text{en } S_u \end{aligned}$$

2.3.4 Funciones de aproximación para los desplazamientos

El problema continuo definido por las expresiones 2.28 y 2.33 puede ser reducido a un problema discreto introduciendo aproximaciones en los desplazamientos, de la forma:

$$u = N_1 U_1 + N_2 U_2 + \dots + N_m U_m = \sum_{i=1}^m N_i U_i$$

$$v = N_1 V_1 + N_2 V_2 + \dots + N_m U_m = \sum_{i=1}^m N_i V_i$$

$$w = N_1 W_1 + N_2 W_2 + \dots + N_m W_m = \sum_{i=1}^m N_i W_i$$

donde: ...(2.34)

u, v, w , son desplazamientos generalizados.

U_i, V_i, W_i son parámetros indeterminados que en los procesos de elementos finitos son por regla general los valores numéricos de las componentes de desplazamientos en los nudos.

Las ecuaciones 2.34 se escriben en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & \dots & N_m & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & \dots & 0 & N_m & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & \dots & 0 & 0 & N_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \hline u_2 \\ v_2 \\ w_2 \\ \vdots \\ \hline u_m \\ v_m \\ w_m \end{bmatrix} \quad \dots(2.35)$$

$$\underline{\underline{u}} = \underline{\underline{N}} \underline{\underline{U}}$$

donde $\underline{\underline{N}}$ son funciones de forma (y más propiamente de interpolación) de desplazamientos.

Reemplazando esta aproximación en las relaciones deformación - desplazamientos y en las leyes constitutivas se obtienen:

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{L}} \underline{\underline{N}} \underline{\underline{U}} = \underline{\underline{B}} \underline{\underline{U}} \quad \dots(2.36)$$

donde $\underline{\underline{L}}$ es un operador diferencial y $\underline{\underline{B}} = \underline{\underline{L}} \underline{\underline{N}}$ es la matriz deformación - desplazamiento.

La matriz de esfuerzos se expresa como:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{D}} (\underline{\underline{B}} \underline{\underline{U}} - \underline{\underline{\epsilon}}_0) \quad \dots(2.37)$$

También puede utilizarse la misma aproximación \underline{N} para las aceleraciones;

$$\underline{\ddot{u}} = \underline{N} \underline{\ddot{U}}$$

donde, $\underline{\ddot{u}}$ representa las componentes de aceleración generalizadas y $\underline{\ddot{U}}$ representa las componentes de aceleración en los nudos.

REQUISITOS DE LAS FUNCIONES DE APROXIMACION DE DESPLAZAMIENTOS

El método de elementos finitos es un método aproximado, puesto que supone aproximaciones para los desplazamientos y/o esfuerzos, que permiten expresar los infinitos grados de libertad de la estructura en función de un número finito de incógnitas.

Las funciones de aproximación deben poder representar las condiciones reales con tanta mayor precisión cuanto mayor sea el esfuerzo de cómputo realizado. Para asegurar esta convergencia de la solución aproximada hacia la solución exacta, cuando el tamaño de los elementos se hace cada vez menor, han de cumplirse ciertas condiciones:

Consistencia;

Las funciones de aproximación consideradas deben ser tales que se pueda representar exactamente cualquier estado de deformación constante (incluyendo movimientos de cuerpo rígido). Es-

te requisito puede expresarse en forma más general como:

"Si en la formulación se incluyen derivadas de orden m , las aproximaciones deben poder representar exactamente situaciones en las que las derivadas de orden $0, 1, 2, \dots, m$ son constantes".

Continuidad:

Este es un requisito para que los integrandos sean finitos en los bordes entre elementos. Se expresa de manera que:

"Las interpolaciones deben resultar en valores continuos entre elementos para la función y sus derivadas hasta de orden $m-1$ ". (continuidad c_{m-1})

Para el caso considerado en este trabajo, la formulación incluye derivadas hasta de primer orden, por lo que se requiere continuidad de las componentes de desplazamiento u, v, w , mas no de sus derivadas (deformaciones unitarias y esfuerzos).

2.3.5 Formulación de las ecuaciones de equilibrio por el principio variacional de la energía potencial

Al introducir las aproximaciones:

$$\underline{\tilde{u}} = \underline{\tilde{N}} \underline{\tilde{U}} \quad \text{y} \quad \underline{\ddot{u}} = \underline{\tilde{N}} \underline{\ddot{\tilde{U}}} \quad \dots(2.38)$$

y sus consecuencias:

$$\underline{\tilde{\epsilon}} = \underline{\tilde{B}} \underline{\tilde{U}} \quad \text{y} \quad \underline{\tilde{\sigma}} = \underline{\tilde{D}} \underline{\tilde{B}} \underline{\tilde{U}} \quad \dots(2.39)$$

El problema original de determinar las funciones \underline{u} que hacen mínimo el funcional $\Pi_p(\underline{u})$ se convierte en un problema -más simple- de determinar los parámetros \underline{U} que hacen mínima la función $\Pi_p(\underline{U})$:

Si el funcional $\Pi_p(\underline{u})$ se expresa como:

$$\Pi_p(\underline{u}) = \int_V \left[\frac{1}{2} \underline{\epsilon}^T \underline{\sigma} - \underline{\epsilon}_0^T \underline{\sigma} - \underline{u}^T (\underline{b} - \rho \ddot{\underline{u}}) \right] dv - \int_{S_\sigma} \underline{u}^T \underline{T} ds \quad \dots(2.40)$$

Para las aproximaciones consideradas, se obtiene la función $\Pi_p(\underline{U})$.

$$\begin{aligned} \Pi_p(\underline{U}) &= \underline{U}^T \left[\int_V \left(\frac{1}{2} \underline{B}^T \underline{D} \underline{B} \right) dv \right] \underline{U} + \underline{U}^T \left[\int_V \underline{N}^T \rho \underline{N} dv \right] \ddot{\underline{U}} \\ &\quad - \int_V \left(\underline{\epsilon}_0^T \underline{D} \underline{B} \right) dv \underline{U} - \underline{U}^T \int_V \underline{N}^T \underline{b} dv - \\ &\quad - \underline{U}^T \int_{S_\sigma} \underline{N}^T \underline{T} ds \quad \dots(2.41) \end{aligned}$$

o también:

$$\Pi_p(\underline{U}) = \frac{1}{2} \underline{U}^T \underline{K} \underline{U} + \underline{U}^T (\underline{F} \underline{\epsilon}_0 - \underline{F}_b + \underline{M} \ddot{\underline{U}} - \underline{F}_T)$$

$$\Pi_p(\underline{U}) = \frac{1}{2} \underline{U}^T \underline{K} \underline{U} + \underline{U}^T \underline{M} \ddot{\underline{U}} - \underline{U}^T \underline{F} \quad \dots(2.42)$$

Exigiendo. que:

$$\frac{\partial \Pi_p}{\partial \underline{U}} = \underline{0} \quad , \quad \text{se obtiene la}$$

ecuación de equilibrio:

$$\underline{M} \ddot{\underline{U}} + \underline{K} \underline{U} = \underline{F} \quad \dots(2.43)$$

donde se puede identificar:

Matriz de masa:

$$\underline{M} = \int_V \underline{N}^T \rho \underline{N} \, dv$$

Matriz de rigidez:

$$\underline{K} = \int_V \underline{B}^T \underline{D} \underline{B} \, dv$$

Fuerzas de cuerpo:

$$\underline{F}_b = \int_V \underline{N}^T \underline{b} \, dv$$

Fuerzas de superficie:

$$\underline{F}_T = \int_{S_\sigma} \underline{N}^T \underline{T} \, ds$$

Fuerzas debidas a deformaciones iniciales:

$$\tilde{F}_{\epsilon_0} = \int_V \tilde{B}^T \tilde{D} \tilde{\epsilon}_0 dv$$

\tilde{F} incluye las interacciones entre elementos (concentrados en los nudos) y las fuerzas directamente aplicadas en los nudos.

Para el análisis estático se considera que la aceleración es nula, por lo que la ecuación de equilibrio está dada por:

$$\tilde{K} \tilde{U} = \tilde{F} \quad \dots(2.44)$$

Otra forma de obtener las ecuaciones de equilibrio es introducir las aproximaciones (2.35) en las ecuaciones de Navier (2.28) y luego por el método de Galerkin (residuos ponderados), minimizar los errores que se producen al considerar tales aproximaciones.

2.3.6 Elemento finito utilizado

El modelo de la presa está conformado por una serie de elementos finitos tridimensionales isoparamétricos de 8 a 20 nudos. En cada nudo se definen tres componentes de desplazamientos según las direcciones x, y, z.

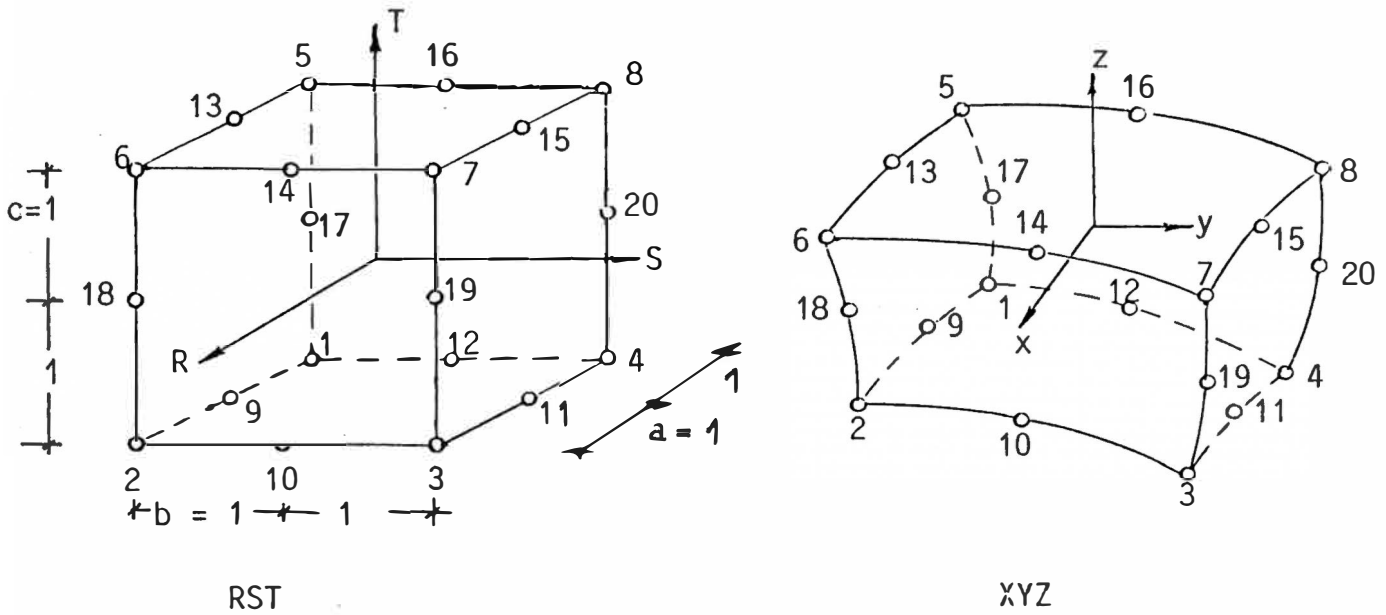


Fig. 2.6: ELEMENTO ISOPARAMETRICO TRIDIMENSIONAL

Mediante una transformación de coordenadas apropiadas, es posible plantear elementos isoparamétricos (distorsionados) en el sistema $X Y Z$, a partir de un elemento cúbico de 20 nudos - del espacio $R S T$.

A cada punto del espacio RST le corresponde un sólo punto del espacio XYZ , es decir se establecen relaciones de la forma:

$$\begin{aligned}
 x &= \sum N_i (r, s, t) x_i \\
 y &= \sum N_i (r, s, t) y_i \\
 z &= \sum N_i (r, s, t) z_i \quad \dots(2.46)
 \end{aligned}$$

Nótese que para establecer la transformación de coordenadas se emplean las mismas funciones de aproximación que las que se usan para los desplazamientos, razón por la que el elemento se denomina isoparamétrico.

Las componentes de desplazamientos generalizados en el espacio RST, están dados por:

$$\begin{aligned} u &= \sum N_i (r, s, t) U_i \\ v &= \sum N_i (r, s, t) V_i \\ w &= \sum N_i (r, s, t) W_i \end{aligned} \quad \dots \quad (2.47)$$

donde las funciones $N_i (r, s, t)$ están relacionadas con el número de nudos del elemento.

Así para un elemento de 8 nudos, se tienen funciones lineales de aproximación:

$$\begin{aligned} \bar{N}_1 &= (1/8) (1 - r) (1 - s) (1 - t) \\ \bar{N}_2 &= (1/8) (1 + r) (1 - s) (1 - t) \\ \bar{N}_3 &= (1/8) (1 + r) (1 + s) (1 - t) \\ \bar{N}_4 &= (1/8) (1 - r) (1 + s) (1 - t) \\ \bar{N}_5 &= (1/8) (1 - r) (1 - s) (1 + t) \\ \bar{N}_6 &= (1/8) (1 + r) (1 - s) (1 + t) \\ \bar{N}_7 &= (1/8) (1 + r) (1 + s) (1 + t) \\ \bar{N}_8 &= (1/8) (1 - r) (1 + s) (1 + t) \end{aligned}$$

Al considerar elementos de 9 a 20 nudos, se hacen correcciones a las 8 primeras funciones:

$$N_1 = \bar{N}_1 - \frac{1}{2} (N_9 + N_{12} + N_{17})$$

$$N_2 = \bar{N}_2 - \frac{1}{2} (N_9 + N_{10} + N_{18})$$

$$N_3 = \bar{N}_3 - \frac{1}{2} (N_{10} + N_{11} + N_{19})$$

$$N_4 = \bar{N}_4 - \frac{1}{2} (N_{11} + N_{12} + N_{20})$$

$$N_5 = \bar{N}_5 - \frac{1}{2} (N_{13} + N_{16} + N_{20})$$

$$N_6 = \bar{N}_6 - \frac{1}{2} (N_{13} + N_{14} + N_{18})$$

$$N_7 = \bar{N}_7 - \frac{1}{2} (N_{14} + N_{15} + N_{19})$$

$$N_8 = \bar{N}_8 - \frac{1}{2} (N_{15} + N_{16} + N_{20})$$

- Para los nudos 9, 11, 13, 15

$$N_i = \frac{1}{4} (1 - r_i^2) (1 + s_i s) (1 + t_i t)$$

- Para los nudos 10, 12, 14, 16

$$N_i = \frac{1}{4} (1 + r_i r) (1 - s^2) (1 - t_i t)$$

- Para los nudos 17, 18, 19, 20

$$N_i = \frac{1}{4} (1 + r_i r) (1 + s_i s) (1 - t^2)$$

Particularizando las funciones para cada nudo se tiene:

$$N_9 = \frac{1}{4} (1 - r^2) (1 - s) (1 - t)$$

$$N_{10} = \frac{1}{4} (1 + r) (1 - s^2) (1 - t)$$

$$N_{10} = \frac{1}{4} (1 + r) (1 - s^2) (1 - t)$$

$$N_{11} = \frac{1}{4} (1 - r^2) (1 + s) (1 - t)$$

$$N_{12} = \frac{1}{4} (1 - r) (1 - s^2) (1 - t)$$

$$N_{13} = \frac{1}{4} (1 - r^2) (1 - s) (1 + t)$$

$$N_{14} = \frac{1}{4} (1 + r) (1 - s^2) (1 + t)$$

$$N_{15} = \frac{1}{4} (1 - r^2) (1 + s) (1 + t)$$

$$N_{16} = \frac{1}{4} (1 - r) (1 - s^2) (1 + t)$$

$$N_{17} = \frac{1}{4} (1 - r) (1 - s) (1 + t^2)$$

$$\begin{aligned}
 N_{18} &= \frac{1}{4} (1 + r) (1 - s) (1 - t^2) \\
 N_{19} &= \frac{1}{4} (1 + r) (1 + s) (1 - t^2) \\
 N_{20} &= \frac{1}{4} (1 - r) (1 + s) (1 - t^2) \quad \dots(2.48)
 \end{aligned}$$

Cualquiera de los nudos 9 al 20 pueden no considerarse para un elemento dado, en cuyo caso la correspondiente función N_i debe considerarse igual a cero.

Dado que en la formulación del problema aparecen derivadas de las funciones $N_i(r, s, t)$ con respecto a x, y, z , puede usarse la relación siguiente:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} \\ \frac{\partial N_i}{\partial s} \\ \frac{\partial N_i}{\partial t} \end{bmatrix} \quad \dots(2.49)$$

Utilizando las expresiones dadas en 2.46 se obtienen relaciones de la forma:

$$\frac{\partial x}{\partial r} = \sum \frac{\partial N_i}{\partial r} x_i$$

$$\frac{\partial x}{\partial s} = \sum \frac{\partial N_i}{\partial s} x_i$$

y otras similares para los términos de la matriz \underline{J} , denominada matriz jacobiana:

$$\underline{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial t} \end{bmatrix} \quad \dots(2.50)$$

Evaluando los coeficientes de la matriz \underline{J} , y las derivadas de las funciones $N_i(r,s,t)$ respecto a r, s, t (coordenadas locales) en cada nudo del elemento, se puede obtener fácilmente las derivadas de las funciones $N_i(r,s,t)$ respecto a x, y, z (coordenadas globales), de la siguiente manera:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix} = \underline{J}^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} \\ \frac{\partial N_i}{\partial s} \\ \frac{\partial N_i}{\partial t} \end{Bmatrix} \quad \dots(2.51)$$

Así mismo en la formulación de problemas de elasticidad y en otras aplicaciones se tienen integrales en volumen, por ejemplo para determinar la matriz de rigidez.

$$\underline{\underline{K}} = \int_V \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{D}} \underline{\underline{B}} dv$$

donde:

$$dv = dx dy dz = |\underline{\underline{J}}| dr ds dt \quad \dots(2.52)$$

Este tipo de transformación permite que la integración se lleve a cabo en el interior del elemento cúbico del sistema RST y no en la complicada forma distorsionada del sistema XYZ.

Las integrales dadas en la formulación pueden evaluarse en forma numérica.

Así para la integral:

$$\underline{\underline{K}} = \int_V \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{D}} \underline{\underline{B}} dv = \int \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{D}} \underline{\underline{B}} |\underline{\underline{J}}| dr ds dt$$

utilizando el método de Gauss-Legendre, con 3 puntos en cada dirección:

$$\underline{\underline{K}} = \sum_{k_1=1}^3 \sum_{k_2=1}^3 \sum_{k_3=1}^3 \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{D}} \underline{\underline{B}} |\underline{\underline{J}}| w_1 w_2 w_3$$

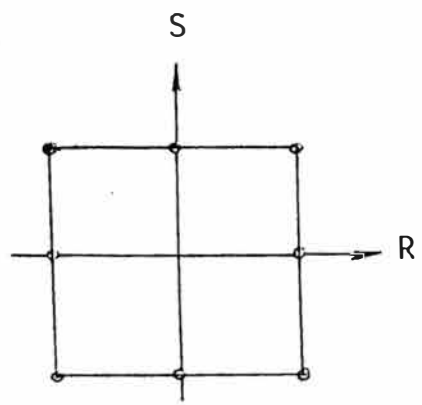
...(2.53)

donde la matriz de deformación es evaluada en las abscisas de integración:

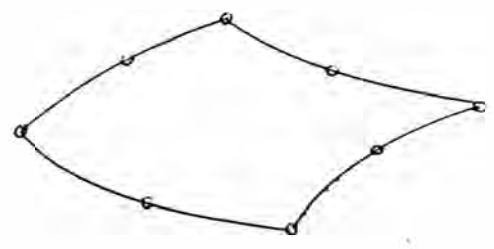
$$\underline{\underline{B}} = \underline{\underline{B}} (r_k, s_k, t_k)$$

Se presentan también con mucha frecuencia las integrales de superficie. Por ejemplo, para calcular la contribución de las fuerzas de superficie al vector de fuerzas nodales equivalentes.

$$f_T = \int_s \underline{\underline{N}}^T \underline{\underline{T}} dA = \int_s \underline{\underline{N}}^T \underline{\underline{T}} \begin{Bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{Bmatrix} dr ds$$



RS T = cte



XYZ

Fig. 2.7: CUADRILÁTERO ISOPARAMETRICO

donde:

$$dA = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} \\ \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial z}{\partial r} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} \\ \frac{\partial y}{\partial s} \\ \frac{\partial z}{\partial s} \end{pmatrix} dr ds$$

$$dA = \begin{pmatrix} \frac{\partial y}{\partial r} \frac{\partial z}{\partial s} - \frac{\partial y}{\partial s} \frac{\partial z}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} \frac{\partial z}{\partial r} - \frac{\partial x}{\partial r} \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial r} \frac{\partial y}{\partial s} - \frac{\partial x}{\partial s} \frac{\partial y}{\partial r} \end{pmatrix} dr ds = \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{pmatrix} dr ds \quad \dots(2.54)$$

Nótese que el vector dA es un vector orientado en la dirección normal a la superficie.

Capítulo 3

ANALISIS DINAMICO

En la actualidad se disponen de varios procedimientos que permiten tratar los problemas dinámicos de presas de arco, cada uno de ellos enmarcado dentro de ciertas hipótesis. Los modelos de elementos finitos, debido a la buena aproximación geométrica que ofrecen, permiten analizar con relativa ventaja la respuesta sísmica de presas acoplado a sistema de fluido y fundación, en la que se incluye el efecto hidrodinámico del reservorio y la flexibilidad de la fundación. Para la hipótesis de comportamiento elástico lineal de la estructura, contemplada en el presente trabajo, resulta ventajoso utilizar el método de superposición modal espectral, por el bajo costo computacional que éste demanda. La fase más significativa y ardua en este método es la obtención de frecuencias y formas de modo vibracionales.

Las ecuaciones diferenciales de equilibrio incluyen derivadas parciales con respecto a las variables en espacio y tiempo; sin embargo al introducir aproximaciones (interpolaciones) en espacio utilizando las técnicas de elementos finitos, éstas ecuaciones se transforman en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, tal como:

$$M \ddot{U} + K U = F \quad \dots(3.1)$$

donde \underline{M} y \underline{K} son matrices de masa y rigidez, $\underline{\ddot{U}}$ y \underline{U} son vectores de aceleración y desplazamientos absolutos de los nudos.

En la expresión (3.1) no se incluyen fuerzas disipativas, que podrían ser aproximadas considerando un término de amortiguamiento viscoso de la forma $C \dot{U}$. El amortiguamiento será en cambio introducido más adelante en los espectros de respuesta.

Los desplazamientos (y aceleraciones) absolutos pueden considerarse como la superposición de un movimiento de cuerpo rígido, en que la estructura se desplaza en conjunto con el terreno sin deformarse, y las distorsiones, es decir desplazamientos que producen deformación y esfuerzos. (Ver fig. 3.1)

En notación matricial:

$$\begin{aligned} \underline{U} &= \underline{U}_s + \underline{x} \\ \underline{\ddot{U}} &= \underline{\ddot{U}}_s + \underline{\ddot{x}} \end{aligned} \quad \dots(3.2)$$

donde \underline{U} y $\underline{\ddot{U}}$ son desplazamientos y aceleraciones absolutas, \underline{U}_s y $\underline{\ddot{U}}_s$ son las fracciones correspondientes a un movimiento de cuerpo rígido, \underline{x} y $\underline{\ddot{x}}$ son valores relativos de desplazamiento y aceleración de la estructura respecto al soporte.

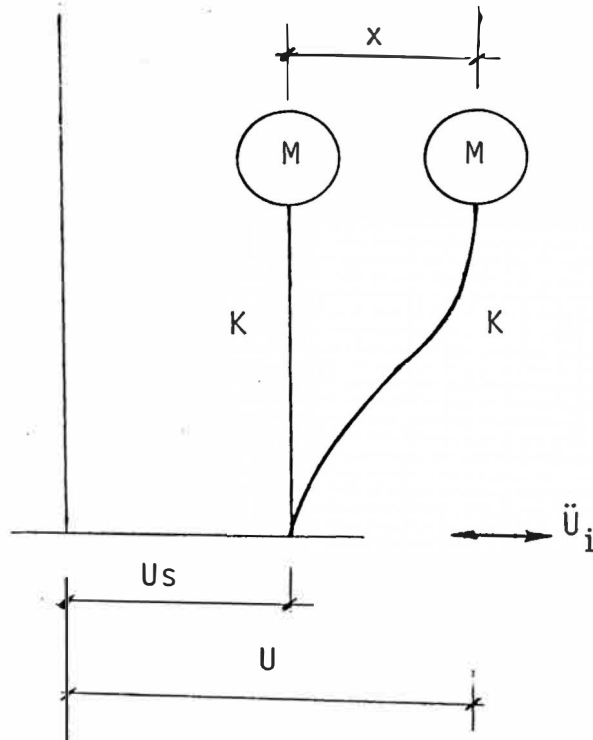


Fig. 3.1: ESTRUCTURA DE UN GRADO DE LIBERTAD CON MOVIMIENTO EN EL TERRENO.

Por definición:

$$\underline{\underline{K}} \underline{\underline{U}}_s = \underline{\underline{0}} \quad \dots(3.3)$$

Sustituyendo (3.2) y (3.3) en (3.1) se tiene:

$$\underline{\underline{M}} \underline{\underline{\ddot{X}}} + \underline{\underline{K}} \underline{\underline{X}} = - \underline{\underline{M}} \underline{\underline{1}} \underline{\underline{\ddot{U}}}_s(t) \quad \dots(3.4)$$

donde $\underline{\underline{\ddot{U}}}_s(t)$ es la aceleración en la base. El vector $\underline{\underline{1}}$ es un vector dirección compuesto de ceros y unos cuya función es escoger los componentes de la matriz de masas $\underline{\underline{M}}$ que están asociadas a $\underline{\underline{\ddot{U}}}_s(t)$. Así por ejemplo, una aceleración vertical, debe solamente asociarse con componentes de masa en la dirección vertical.

Para resolver las ecuaciones (3.4) pueden utilizarse muchos procesos, pero siendo \underline{M} y \underline{K} constantes el método de descomposición modal que se describe a continuación es ciertamente el más eficiente.

3.1 ANÁLISIS MODAL

El método de análisis modal está limitado a sistemas linealmente elásticos. Se determinan separadamente las respuestas de cada uno de los modos y luego se superponen para obtener la respuesta total.

3.1.1 VALORES Y VECTORES CARACTERÍSTICOS

Para la solución de las ecuaciones diferenciales (3.4) se requiere previamente resolver el problema de valores y vectores característicos:

$$\underline{K} \underline{\phi}_i = \omega_i^2 \underline{M} \underline{\phi}_i \quad \dots(3.5)$$

Este problema tiene tantas soluciones distintas ω_i , $\underline{\phi}_i$ como el orden n de las matrices cuadradas \underline{K} y \underline{M} . Siendo \underline{K} y \underline{M} simétricas y definidas positivas, los valores y vectores característicos son reales positivos.

Los valores w_i se denominan frecuencias naturales del sistema y los vectores $\underline{\phi}_i$ son los correspondientes modos o vectores característicos.

Se puede demostrar que los modos satisfacen las propiedades de ortogonalidad:

$$\underline{\phi}_i^T \underline{M} \underline{\phi}_j = \delta_{ij} \quad \dots(a)$$

...(3.6)

$$\underline{\phi}_i^T \underline{K} \underline{\phi}_j = w_i^2 \delta_{ij} \quad \dots(b)$$

Nótese que los modos $\underline{\phi}_i$ que son solución de (3.5) pueden ser arbitrariamente escalados; sin embargo generalmente son normalizados en relación a la matriz de masas, de manera que:

$$\underline{\phi}_i^T \underline{M} \underline{\phi}_i = 1$$

Los vectores $\underline{\phi}_i$ forman una base completa, es decir cualquier otro vector de orden n puede ser expresado como combinación lineal de los vectores característicos, por ejemplo:

$$\underline{x} = \underline{x}(t) = \sum_{i=1}^n c_i(t) \underline{\phi}_i \quad \dots(3.7)$$

La solución del problema de valores y vectores característicos de la ecuación (3.5), puede obtenerse por varios métodos; sin embargo debe aprovecharse que \underline{K} y \underline{M} son matrices

simétricas y tipo banda. En el capítulo 12 de la referencia (3) se describen algunos métodos y en particular el método de "Iteración en un subespacio" utilizado en este trabajo.

3.1.2 ECUACIONES DIFERENCIALES DESACOPLADAS

Sustituyendo la expresión (3.7) en la ecuación (3.4) correspondiente a la ecuación matricial del movimiento se obtiene:

$$\sum_i \ddot{C}_i \underline{M} \underline{\phi}_i + \sum_i C_i \underline{K} \underline{\phi}_i = - \underline{M}^{-1} \ddot{U}_s \quad \dots(3.8)$$

Multiplicando por $\underline{\phi}_j^T$, se tiene:

$$\sum_i \ddot{C}_i (\underline{\phi}_j^T \underline{M} \underline{\phi}_i) + \sum_i C_i (\underline{\phi}_j^T \underline{K} \underline{\phi}_i) = - \underline{\phi}_j^T \underline{M}^{-1} \ddot{U}_s \quad \dots(3.9)$$

Aplicando las propiedades de ortogonalidad 3.6 cuando $i = j$, se obtiene:

$$\ddot{C}_i + \omega_i^2 C_i = \Gamma_i (-\ddot{U}_s) = f_i(t) \quad \dots(3.10)$$

donde Γ_i se denomina factor de participación modal i .

$$\Gamma_i = \underline{\phi}_i^T \underline{M}^{-1} \underline{1} \quad \dots(3.11)$$

Nótese que puede obtenerse una ecuación como la (3.10) para cada modo $\underline{\varphi}_i$. Estas ecuaciones están desacopladas, por lo tanto pueden resolverse en forma independiente.

A este nivel es muy simple introducir un amortiguamiento de tipo viscoso en cada una de las ecuaciones.

$$\ddot{c}_i + 2\beta w_i \dot{c}_i + w_i^2 c_i = \Gamma_i (-\ddot{u}_s) \quad \dots(3.12)$$

donde la matriz de amortiguamiento, satisface también la condición de ortogonalidad:

$$\underline{\varphi}_i^T \underline{C} \underline{\varphi}_j = 2\beta w_i \delta_{ij} \quad \dots(3.13)$$

β expresa una fracción del amortiguamiento crítico.

Obtenidas las $c_i(t)$, pueden determinarse los valores de $\underline{x}(t)$, utilizando la expresión (3.7).

3.1.3 FACTORES DE PARTICIPACION MODAL

El factor de participación modal está dado por:

$$\Gamma_i = \underline{\varphi}_i^T \underline{M} \underline{1}$$

Nótese que existen tres factores de participación para cada modo, según la componente de aceleración sísmica, es decir según el vector $\underline{1}$ que se utilice.

Así por ejemplo para la componente de aceleración según la dirección vertical Z, puede expresarse:

$$\Gamma_{zi} = \underline{\phi}_i^T \underline{M} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 1 \\ \hline \vdots \end{bmatrix}$$

Las ecuaciones del tipo (3.12) pueden también escribirse como:

$$\ddot{X}_i + 2\beta w_i \dot{X}_i + w_i^2 X_i = -\ddot{u}_s(t) \quad \dots(a)$$

$$C_i(t) = \Gamma_i X_i(t) \quad \dots(b) \quad \dots(3.14)$$

donde $X_i(t)$ es la respuesta de un oscilador de un grado de libertad con período $T_i = \frac{2\pi}{w_i}$ y amortiguamiento β .

3.1.4 ESPECTROS DE RESPUESTA

Si bien las ecuaciones del tipo (3.14) permiten obtener $C_i(t)$ y eventualmente utilizando (3.7) obtener $\underline{X}(t)$; en la prácti-

ca son los efectos máximos los que interesan al diseñador. . Para obtener tales máximos en cada modo pueden utilizarse espectros de respuesta.

Nótese que en la ecuación (3.14.a) sólo intervienen w_i y β como características de la estructura. Para cada registro sísmico $\ddot{u}_s(t)$ y cada par de valores, w_i y β , puede resolverse la ecuación, obteniéndose $X(t)$ y en particular su valor máximo:

$$\max (X_i(t)) = S_d (w_i, \beta) \quad \dots(3.15)$$

La función S_d se denomina espectro de desplazamientos.

Análogamente los valores máximos de $\dot{X}_i(t)$ y $X''_i(t)$ pueden obtenerse de:

$$\begin{aligned} S_v (w, \beta) &= w S_d (w, \beta) \\ S_a (w, \beta) &= w^2 S_d (w, \beta) \end{aligned} \quad \dots(3.16)$$

donde S_v y S_a son los espectros de pseudo - velocidades y de pseudo aceleraciones respectivamente. El prefijo pseudo indica que S_v y S_a no son exactamente la velocidad y aceleración máxima (excepto para el caso $\beta=0$)

La figura 3.2 muestra un espectro de pseudo aceleraciones típico:

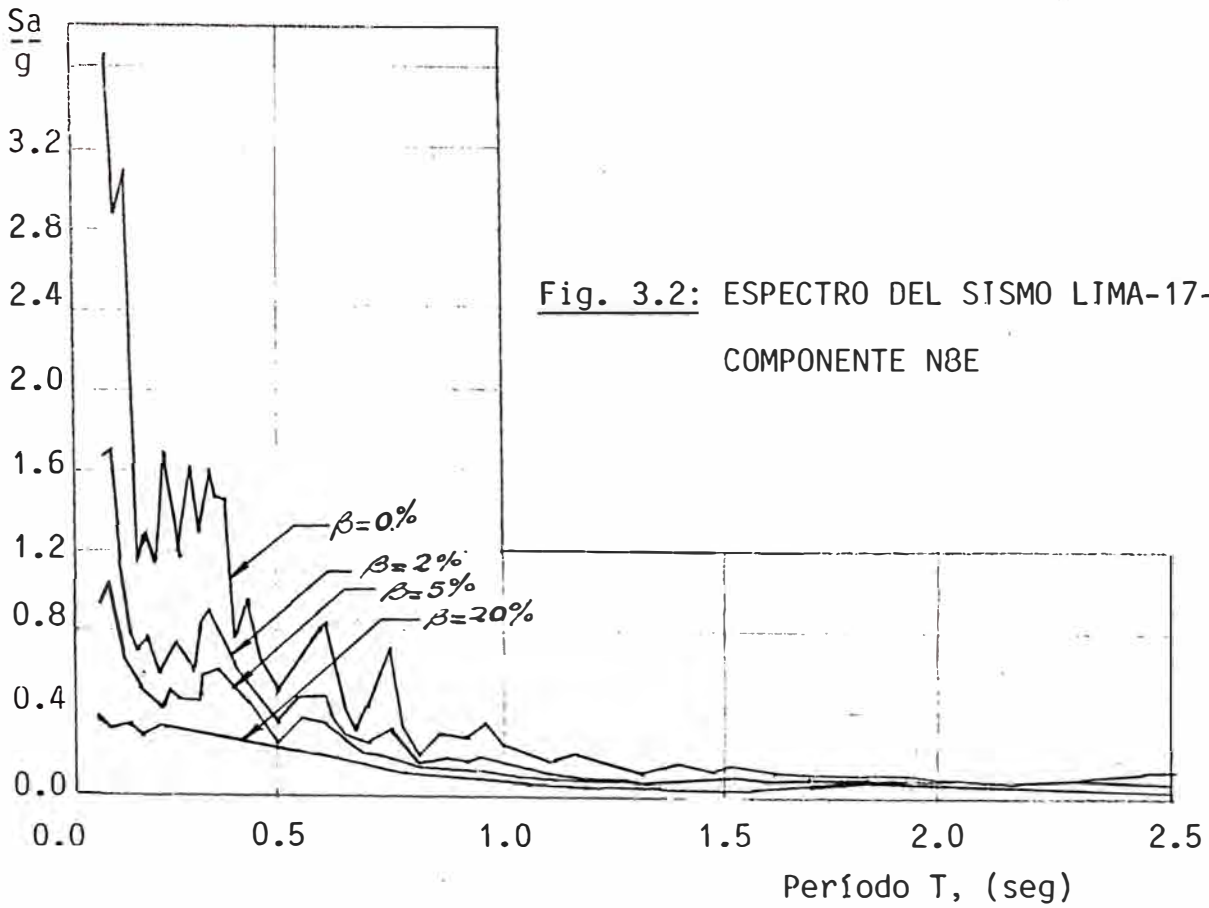


Fig. 3.2: ESPECTRO DEL SISMO LIMA-17-x-1966
COMPONENTE N8E

3.1.5 EFECTOS MAXIMOS

Los máximos desplazamientos para cada modo se obtienen de:

$$\tilde{\chi}_i = \Gamma_i S_d(\omega_i, \beta) \tilde{\phi}_i \quad \dots(3.17)$$

donde $\tilde{\phi}_i$ es la forma de modo normalizada según (3.6.a). ω_i y β son la frecuencia angular y el amortiguamiento. S_d es el desplazamiento espectral (función de ω y β) y Γ_i es el factor de participación.

$$\Gamma_i = \tilde{\phi}_i^T \tilde{M} \tilde{1}$$

En esta última expresión el vector $\tilde{1}$ toma los siguientes valores:

Cuando se considera la
componente:

$$\begin{aligned} \underline{1} &= \left[1 \ 0 \ 0 \mid 1 \ 0 \ 0 \mid \dots \right] && \text{horizontal en X} \\ \underline{1} &= \left[0 \ 1 \ 0 \mid 0 \ 1 \ 0 \mid \dots \right] && \text{horizontal en Y} \\ \underline{1} &= \left[0 \ 0 \ 1 \mid 0 \ 0 \ 1 \mid \dots \right] && \text{vertical en } \end{aligned}$$

A partir de los desplazamientos \underline{X}_i para cada modo pueden calcularse las deformaciones y esfuerzos:

$$\underline{\epsilon}_i = \underline{B} \underline{X}_i \quad \dots(3.18)$$

$$\underline{\sigma}_i = \underline{D} \underline{\epsilon}_i = \underline{D} \underline{B} \underline{X}_i$$

El subíndice i corresponde en este caso al modo.

3.1.6 COMBINACION MODAL

Un estimado muy conservador para la combinación modal está dado por la suma de los valores absolutos de los desplazamientos máximos calculados para cada modo:

$$\underline{X} = \sum_i |\underline{X}_i|$$

Igualmente podría hacerse para los esfuerzos:

$$\underline{\sigma} = \sum_i |\underline{\sigma}_i|$$

Sin embargo, es prácticamente imposible que durante un sismo de duración finita ocurran simultáneamente los máximos de los diversos modos. Un estimado más probable se obtiene de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los máximos correspondientes a cada modo. Por ejemplo, para el esfuerzo σ_x en un punto:

$$\sigma_x = \left(\sum_i \sigma_{x_i}^2 \right)^{1/2}$$

Expresiones análogas pueden plantearse para cada componente de desplazamiento, deformación o esfuerzo.

En las normas peruanas de diseño sismo - resistente se considera el promedio de los dos estimados anteriormente mencionados. Por ejemplo, para el esfuerzo σ_x en un punto:

$$\sigma_x = \frac{1}{2} \left(\sum_i |\sigma_{x_i}| + \left(\sum_i \sigma_{x_i}^2 \right)^{1/2} \right)$$

Independientemente de las expresiones que se utilicen para la combinación modal, es importante anotar que en la respuesta de la estructura solamente los primeros modos (aquellos asociados a los menores valores de w) son significativos.

3.2 PRESION HIDRODINAMICA

La presión hidrodinámica inducida por el líquido almacenado puede tener una influencia muy significativa en la respuesta sísmica de presas.

Muchos investigadores han desarrollado métodos para conocer el efecto hidrodinámico presentado en sistemas con interacción fluido - estructura.

En 1933, H.M. Westergaard (21), estableció un procedimiento para evaluar las cargas hidrodinámicas (por sismo) sobre presas de gravedad. Aunque el caso que él estudio estaba limitada a presas rígidas con paramento aguas arriba vertical, y reservorio de longitud infinita, ignoró los efectos de las olas superficiales y consideró pequeños desplazamientos de las partículas de fluido, su trabajo resultó ser la base para los estudios posteriores. El concepto de masa - añadida el cual Westergaad introdujo para reservorios de fluido incompresible, simplificó el procedimiento de análisis de la respuesta sísmica en presas. Brahtz y Heilbron (5), continuaron el estudio sobre los efectos de reservorio finito, la compresibilidad del agua y la flexibilidad de la presa. En 1952, Zangar (22) mediante uso del método de la analogía eléctrica investigó los efectos sobre paramentos inclinados aguas arriba para presas que pueden ser idealizados como bidimensionales. Zienkiewicz y Nath (25) utilizaron más tarde la misma técnica que usó Zangar para aplicarla en presas de arco tri - dimensionales.

En la actualidad se emplean técnicas de elementos finitos para conocer la respuesta sísmica de presas incluyendo el efecto hidrodinámico y la flexibilidad de la fundación. Estas técnicas utilizan una formulación en desplazamientos para el dominio de la estructura y la fundación. La diferencia entre estos métodos radica en la formulación que se le da al dominio de fluido.

Así por ejemplo ZienKiewicz (24) y Saini (18) utilizaron una formulación escalar para el dominio de fluido, donde la presión hidrodinámica es la incógnita nodal. Sin embargo, las ecuaciones de movimiento del sistema acoplado fluido - estructura no son simétricas y requieren métodos especiales de integración en tiempo para análisis transitorios.

Chopra (9), fue quien inicialmente usó una formulación en desplazamientos para el dominio del fluido. Las mayores ventajas de esta formulación son que los elementos de fluido pueden ser acoplados a los elementos de la estructura usando procedimientos de ensamblaje estandarizados para elementos finitos y que las ecuaciones del movimiento son simétricas.

La desventaja de la formulación en desplazamientos comparada con las formulaciones escalares, es el gran número de componentes de desplazamiento, particularmente, para dominios de fluido tridimensional. Sin embargo para las formulaciones escalares (presión, velocidad) se deben desarrollar elementos especiales de interfase para acoplar los dominios del fluido y la estructura.

Una forma simple de representar el efecto hidrodinámico de un reservorio de fluido incompresible es mediante el uso del concepto de "masa añadida" derivada de la solución clásica de Westergaard. Este método ha sido adoptado en el presente trabajo a fin de considerar el efecto hidrodinámico en presas de arco.

3.2.1 FORMULA GENERALIZADA DE WESTERGAARD

Westergaard, quien inició los estudios sobre la presión hidrodinámica en presas debido a sismos, estableció con bastante criterio ingenieril algunas hipótesis que condujeron a resultados razonables.

Las hipótesis que consideró son:

1. La presa es idealizada como una estructura monolítica rígida con paramento vertical aguas arriba.
2. El reservorio se extiende al infinito en la dirección aguas arriba.
3. Los desplazamientos de las partículas de fluido son pequeñas.
4. Las olas superficiales son ignoradas.
5. Se considera únicamente el movimiento sísmico en la dirección aguas arriba - aguas abajo.

De acuerdo a estas consideraciones, planteó un problema de valor inicial y obtuvo una distribución de presiones sobre el paramento aguas arriba de la presa. Para propósitos de uso práctico en ingeniería, Westergaard aproximó la distribución de presiones (para fluido incompresible) mediante parábolas. Posteriormente, observó que "las presiones obtenidas son iguales a considerar que una cierta región de agua fuera forzada a moverse junto con la presa, mientras que el resto del reservorio permanece en reposo". El volumen de agua considerado fue determinado por la ecuación que relaciona las fuerzas de inercia de esta región de agua y las presiones que se ejercen sobre el paramento de la presa.

De esta manera, Westergaard propuso (fig. 3.3), que la presión dinámica pueda expresarse como:

$$P_z = \frac{7}{8} C \gamma_w \sqrt{H(H-Z)} = \frac{7}{8} \rho \ddot{U} \sqrt{H(H-Z)} \quad \dots(3.19)$$

donde:

C = Coeficiente de aceleración sísmica horizontal

γ_w = peso unitario del agua

\ddot{U} = aceleración sísmica horizontal

ρ = masa unitaria del agua

H = profundidad del reservorio sobre la base de la presa

Z = distancia sobre la base de la presa

P_z = presión hidrodinámica a la altura z sobre la base de la presa, aplicada normal al paramento.

La ecuación 3.19 indica que la presión hidrodinámica es equivalente a la fuerza de inercia de un cuerpo prismático de agua de sección transversal unitaria y longitud $\frac{7}{8} \sqrt{H(H-Z)}$, ligada firmemente a la presa, y moviéndose con ella en la dirección normal al paramento de la presa (esto es, horizontalmente) sin fricción.

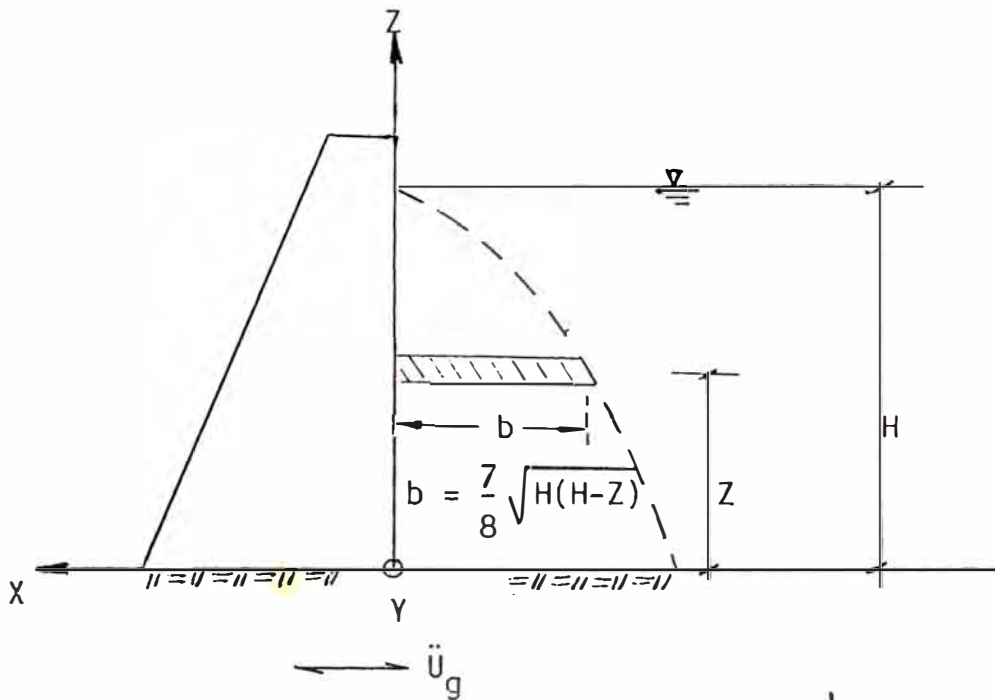


Fig. 3.3: MASA DE AGUA AÑADIDA SOBRE PARAMENTO VERTICAL, SEGUN WESTERGAARD.

Esta masa de agua adosada al paramento de la presa y moviéndose junto con ella, es la "masa añadida", un primer concepto introducido por Westergaard para simplificar grandemente el análisis de la respuesta dinámica de presas incluyendo el efecto hidrodinámico.

De acuerdo con la definición dada por la ecuación (3.19), la "masa añadida" es generalizada y aplicada a la geometría general de paramento aguas arriba de presas de arco.

Para el análisis por elementos finitos, la presa es discretizada en elementos o subregiones. Entonces, la presión hidrodinámica en un cierto nudo "i" sobre el paramento aguas arriba de la presa resulta:

$$P_i = \alpha_i \ddot{U}_{n_i} \quad \dots(3.20)$$

donde:

P_i = presión hidrodinámica en el nudo "i"

\ddot{U}_{n_i} = aceleración normal total en el nudo "i"

α_i = coeficiente de presión de Westergaard

$$\frac{7}{8} \rho \sqrt{H_i (H_i - Z_i)}$$

ρ = densidad del agua

H_i = profundidad de agua en la sección vertical que incluye al nudo "i"

Z_i = altura del nudo "i" sobre la base de la presa.

La aceleración normal \ddot{U}_{n_i} puede ser representada en términos de la aceleración del suelo \ddot{U}_g y la aceleración del nudo "i" relativa a la base \ddot{U}_i .

3.2.2 PROCESO DE ADOSAMIENTO DE LA MASA DE AGUA AÑADIDA A LA PRESA

La ecuación del movimiento de un sistema fluido - estructura utilizando el modelo planteado por Westergaard, se expresa como:

$$\underbrace{\underline{M}} + \underbrace{\underline{M}_a} \underbrace{\ddot{\underline{U}}^t} + \underbrace{\underline{C}} \underbrace{\dot{\underline{U}}} + \underbrace{\underline{K}} \underline{U} = \underline{0} \quad \dots(3.21)$$

donde:

\underline{M} , \underline{C} , \underline{K} = matrices de masa, amortiguamiento y rigidez respectivamente de la presa.

$\dot{\underline{U}}$, \underline{U} = vectores de velocidad y desplazamiento de la presa.

$\ddot{\underline{U}}^t$ = vector de aceleración total de la presa .

\underline{M}_a = matriz de "masa añadida" de agua.

Nota: $\ddot{\underline{U}}^t = \ddot{\underline{U}}_g + \ddot{\underline{U}}$, donde $\ddot{\underline{U}}_g$ es la aceleración del

suelo y $\ddot{\underline{U}}$ representa los componentes de aceleración relativo a la base de la presa.

Resulta conveniente desde el punto de vista numérico obtener una matriz de "masa concentrada" en los nudos, para lo cual se utilizó un procedimiento que consiste en tomar la

matriz de "masa consistente" (masa distribuída) y fraccionar los términos de la diagonal de manera que se mantenga la masa total.

Una forma de obtener la fuerza hidrodinámica nodal equivalente es multiplicar la presión hidrodinámica por el área tributaria asociada con el nudo i:

$$F_{n_i} = - P_i A_i \quad \dots(3.22)$$

donde:

F_{n_i} = fuerza hidrodinámica normal nodal equivalente.

P_i = presión hidrodinámica en el nudo "i"

A_i = área tributaria asociado con el nudo "i".

Reemplazando la expresión (3.20) en (3.22) se obtiene:

$$F_{n_i} = \rho \left(\frac{7}{8} \sqrt{H_i (H_i - Z_i)} \right) A_i \ddot{U}_{n_i}^t \quad \dots(3.23)$$

$$= \rho V_i \ddot{U}_{n_i}^t = m_{a_i} \ddot{U}_{n_i}^t \quad \dots(3.24)$$

donde:

m_{a_i} = masa añadida asociada con el nudo i

V_i = volumen de agua añadida asociado con el nudo i.

A fin de ligar la masa de agua añadida a la presa, es decir concentrar la masa de agua en los nudos del paramento aguas arriba de la presa, se modeló el doble de la masa de agua dada por la expresión (3.24), de manera que sólo la mitad de ella se concentra sobre los nudos del paramento aguas arriba y la otra mitad se concentra sobre el "borde restringido" opuesto al paramento de la presa.

En la figura (3.4) se muestra el modelo de agua utilizado a fin de adosar una masa efectiva sobre el paramento aguas arriba de la presa.

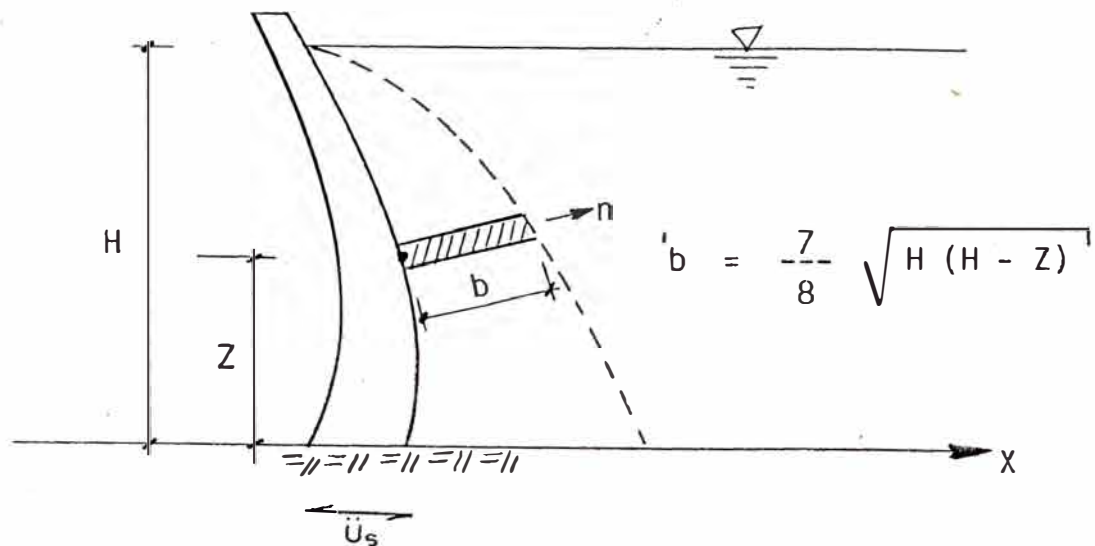


Fig. 3.4.a: MASA DE AGUA AÑADIDA PROPUESTO POR WESTERGAARD.

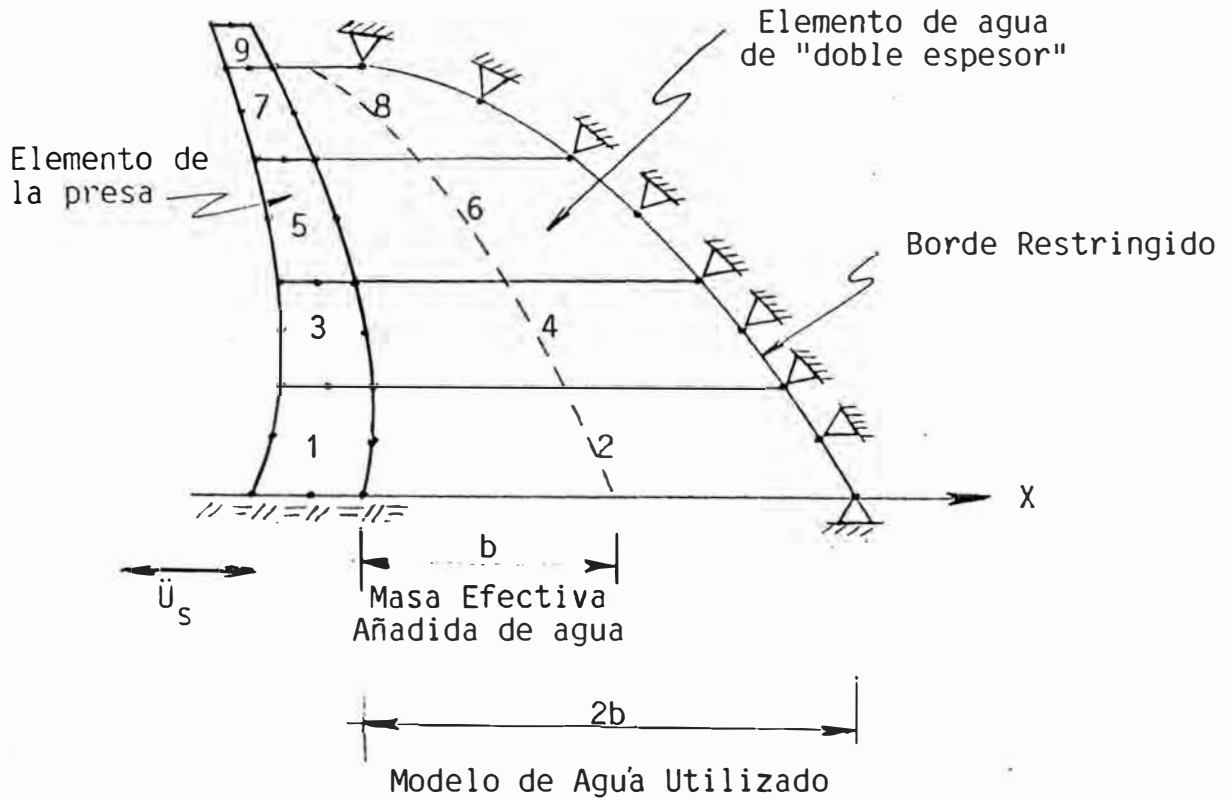


Fig. 3.4.b: MODELO POR ELEMENTOS FINITOS DE LA MASA DE AGUA AÑADIDA PROPUESTO POR WESTERGAARD.

Fig. 3.4: MODELO SIMPLE PARA INCLUIR EL EFECTO HIDRODINAMICO.

Capítulo 4

APLICACIONES

4.1 GENERALIDADES

Para mostrar la aplicabilidad del método de Elementos Finitos y la confiabilidad de los programas de cómputo implementados, se presentan algunos ejemplos cuyos resultados son comparados con soluciones analíticas o con soluciones obtenidas por otros métodos.

4.2 APLICACIONES DEL ANALISIS ESTÁTICO

Con el propósito de verificar el programa de cómputo implementado se resuelven dos ejemplos, los cuales tienen una solución analítica relativamente simple. Estos son, una viga en voladizo sometida a carga uniformemente distribuida y carga concentrada, así mismo se analiza un tubo de pared gruesa sometido a presión exterior.

Como ejemplo de aplicación se resuelve una presa de arco doblemente curvada (presa Coeburn) cuando es sometida a diversos estados de carga. La solución obtenida es comparada con la del método de carga de prueba o tanteo de cargas.

4.2.1 VIGA EN VOLADIZO

La configuración geométrica y la discretización se muestran en la fig. 4.1. Las características consideradas son:

$$L = 3.00 \text{ m}$$

$$b = 0.20 \text{ m}$$

$$h = 1.00 \text{ m}$$

$$E = 3.00 \times 10^7 \text{ tn/m}^2$$

$$I = 0.01667 \text{ m}^4$$

$$\nu = 0.0$$

a) CON CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA:

La carga uniforme aplicada a la viga en voladizo es: $W = 3,300 \text{ Kg/m}$. En la figura 4.2 se grafican los esfuerzos longitudinales σ_{yy} y los desplazamientos transversales w , los cuales resultan ser los más significativos.

Obsérvese que los esfuerzos normales σ_{yy} obtenidos por elementos finitos son muy similares a la solución calculada por la teoría de vigas.

En relación a los desplazamientos transversales, se obtuvieron valores ligeramente mayores (hasta 4%) respecto a los obtenidos por la teoría de vigas; diferencia que se justifica por el hecho de no considerar esta última la deformación por corte.

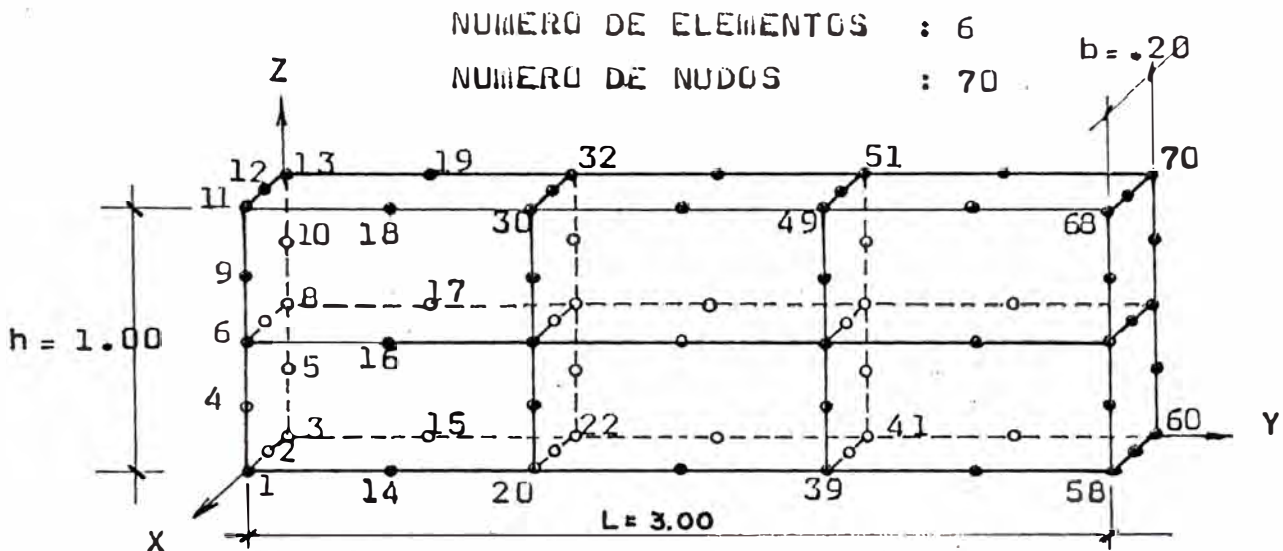


FIG. 4.1 DISCRETIZACION DE VIGA EN VOLADIZO CON RESTRICCIÓN EN EL PLANO DE COORDENADAS X Z.

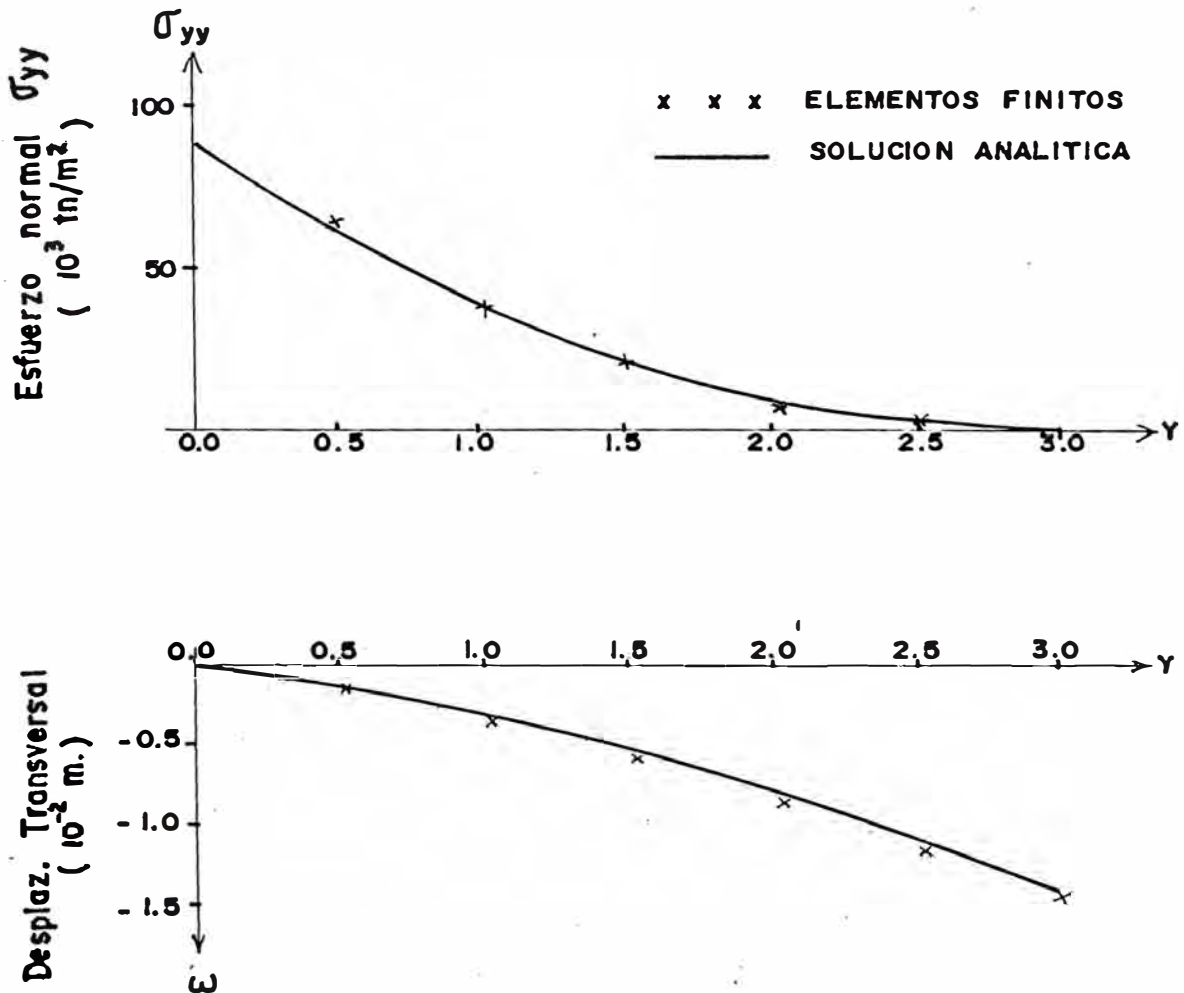


FIG. 4.2 ESFUERZOS LONGITUDINALES MAXIMOS (CARA SUPERIOR) Y DESPLAZAMIENTO TRANSVERSAL EN VIGA CANTILEVER SOMETIDA A CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA $W = 3,333 \text{ Kg/m.}$ $E = 3 \times 10^7$

b) CON CARGA CONCENTRADA EN EL EXTREMO LIBRE

En la misma viga de la figura 4.1 se aplica una carga $P = 1000 \text{ Kg}$. En la fig. 4.3 se grafican las distribuciones de esfuerzos σ_{yy} y desplazamientos transversales.

Las conclusiones son análogas a las del caso anterior, esto es, se obtienen valores de desplazamientos transversales mayores en menos del 5% por el método de Elementos Finitos respecto a los obtenidos por la teoría de vigas, tal como se muestra en la figura 4.3.

4.2.2 TUBO DE PARED GRUESA SOMETIDO A PRESION EXTERIOR

Se aplica una presión externa $P = 9400 \text{ lb/pie}^2$ a un tubo cuyas características (fig. 4.4.a) son:

Radio exterior : 225 pies

Radio interior : 150 pies

$E = 4.32 \times 10^8 \text{ lb/pie}^2$

$\nu = 0.0$

Se ha resuelto el tubo modelando únicamente un cuadrante en razón de la simetría. Se analizan tres casos, según el grado de refinamiento de la malla de elementos finitos; tal como se muestra en la figura 4.4.b.

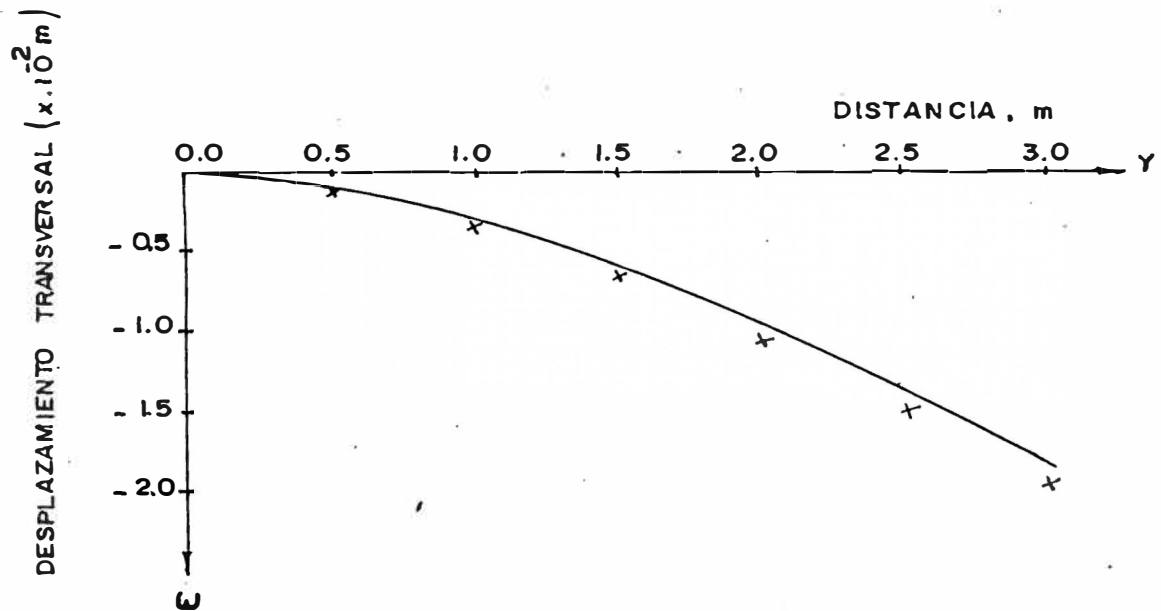
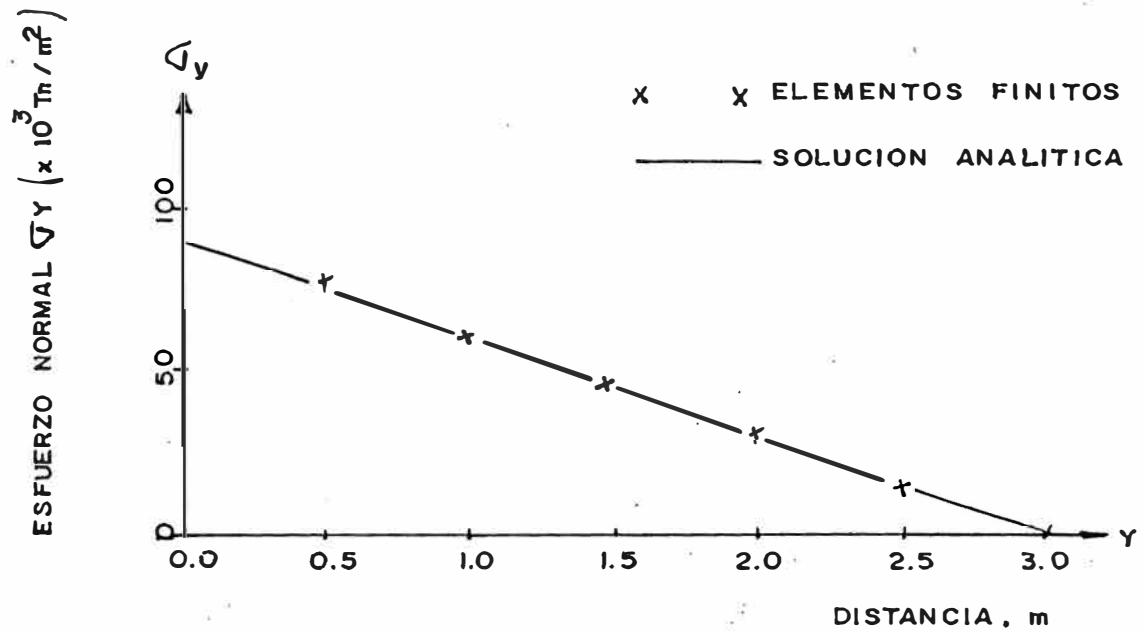


FIG. 4.3 ESFUERZO NORMAL σ_y EN LA CARA SUPERIOR Y DESPLAZAMIENTO TRANSVERSAL EN VIGA EN VOLADIZO SOMETIDA A CARGA CONCENTRADA $P=1000\text{KG}$. EN SU EXTREMO LIBRE.

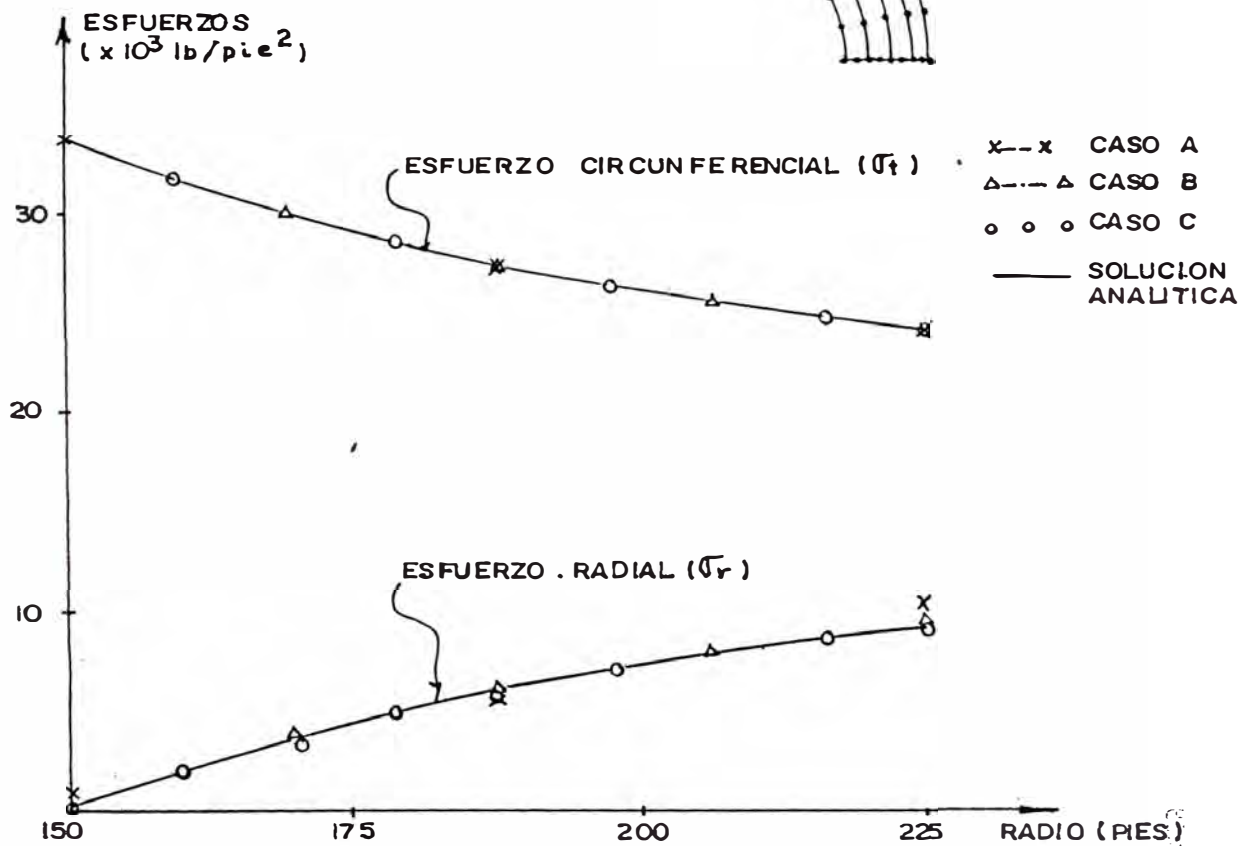
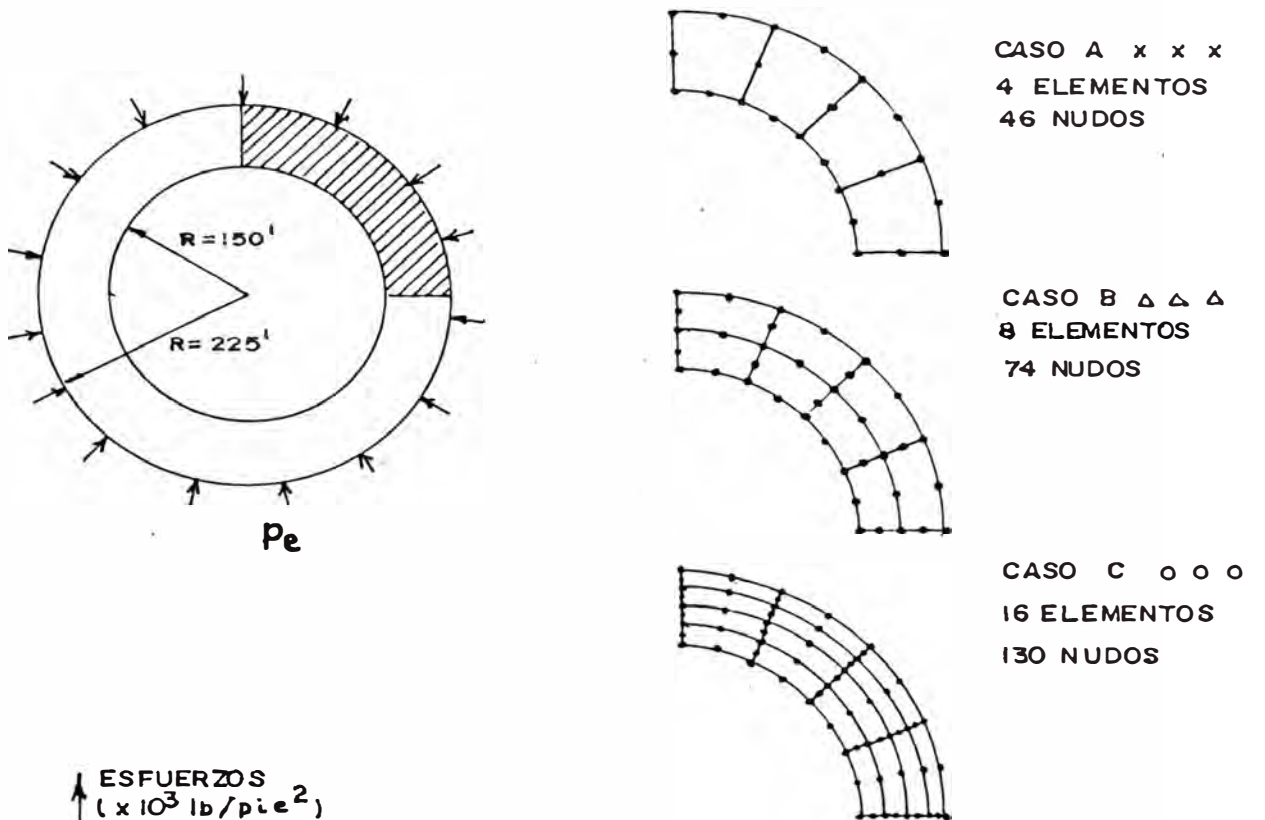
Caso	Elementos	Nudos
A	4	46
B	8	74
C	16	130

En la gráfica 4.4.c se representa la distribución de esfuerzos circunferenciales σ_t y esfuerzos radiales σ_r dentro del espesor del tubo, que como era de esperar resultaron en compresión.

En la superficie interior, el esfuerzo circunferencial σ_t adquiere su máximo valor. El esfuerzo radial σ_r en la superficie exterior es igual a la presión aplicada P y en la superficie interior es cero, ambos valores son independientes del espesor del tubo.

En las tablas 4.1,y 4.2 se aprecia claramente que la solución obtenida por Elementos Finitos converge a la solución exacta en la medida en que se incrementa el número de elementos en la dirección radial.

A) TUBO DE PARED GRUESA SOMETIDO A PRESION EXTERIOR $P_e = 9,400 \text{ LB/PIE}^2$ B) MALLAS DE DISCRETIZACION



C) COMPARACION DE ESFUERZOS OBTENIDOS UTILIZANDO DIVERSOS GRADOS DE REFINAMIENTO DE MALLA

FIG. 4.4 TUBO DE PARED GRUESA

TABLA 4.1 ESFUERZO TANGENCIAL σ_t (lb/pie²) EN TUBO GRUESO SOMETIDO A PRESION EXTERIOR.
 P = 9,400 lb/pie²

RADIO (pies)	CASO A	CASO B	CASO C	SOLUCION TEORICA
150.00	-33,807	-33,834	-33,837	-33,840
187.50	-27,747	-27,745	-27,775	-27,749
225.00	-24,433	-24,437	-24,483	-24,440

TABLA 4.2 : ESFUERZO RADIAL σ_r (lb/pie²) EN TUBO GRUESO SOMETIDO A PRESION EXTERIOR.
 P = 9,400 lb/pie²

RADIO (pies)	CASO A	CASO B	CASO C	SOLUCION TEORICA
150.00	-1,113	-343	-92	0
187.50	-5,646	-6,327	-6,148	-6,091
225.00	-10,178	-9,554	-9,440	-9,400

4.2.3 PRESA DE ARCO COEBURN

Esta presa ha sido tomada como ejemplo de análisis por la Portland Cement Association (PCA) en su publicación "Small Concrete Dams" (14), quienes utilizaron el método de la carga de prueba. En el presente trabajo también se toma como ejemplo de aplicación la misma presa; pero con una ligera variación en su geometría.

La presa Coeburn tiene una configuración no simétrica, cuyas características se indican en la figura 4.5, modelo que fue tomado para el análisis por la PCA.

El modelo geométrico que se consideró en el presente trabajo corresponde a una presa simétrica. Este ligero cambio en la geometría de la presa responde a la necesidad de reducir el tiempo de cómputo, por cuanto sólo se analizó la mitad de la presa. Esta reducción es más importante en el análisis dinámico, que se presenta en la sección 4.3 del presente trabajo.

La malla de elementos finitos utilizado para el análisis de la presa Coeburn se indica en la figura 4.6, en la que los elementos de borde adyacentes a la pared del vaso son de geometría lo más regular posible, a fin de reducir los errores numéricos.

En el modelaje de la presa, se puede lograr una mejor aproximación geométrica de la misma respecto al perfil del terreno,

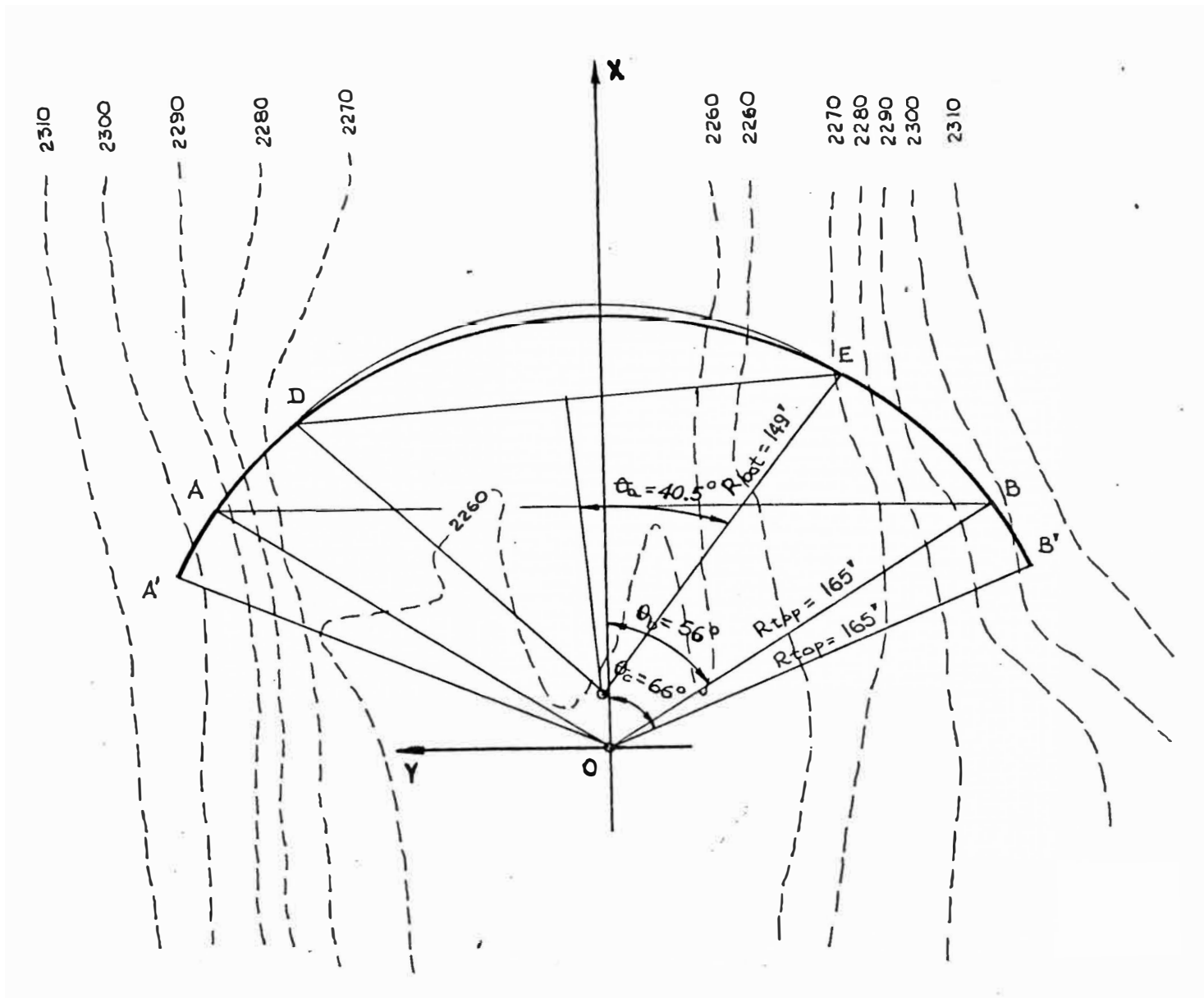


FIG. 4.5 DISTRIBUCION DE LA PRESA DE ARCO
"COEBURN." Ref. (14)

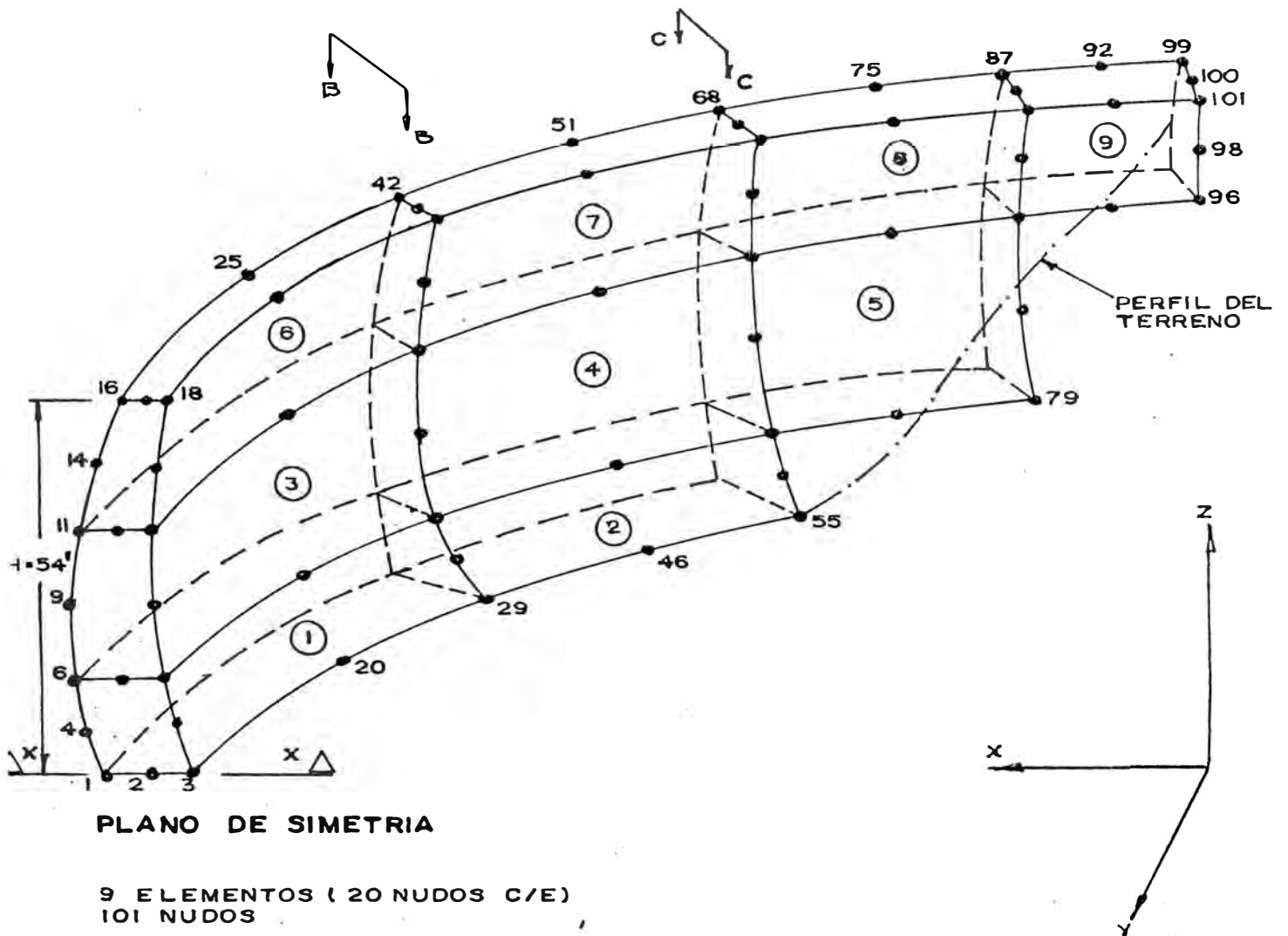


FIG. 4.6 MALLA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADO PARA ANALIZAR LA PRESA SIMETRICA "COEBURN" (*)

* REF. Small Concret Dams : Portland Cement Asociation ILLINOIS, 1971

cuando se haga un refinamiento de la malla de discretización. Sin embargo la malla elegida (fig. 4.6) permite obtener una adecuada distribución de esfuerzos en diversas secciones de la presa, como puede observarse en la figura 4.7.

La cimentación de la presa, se consideró como infinitamente rígida. Las propiedades del concreto utilizadas son:

Módulo de Young	E_c	=	4.32×10^8	lb/pie ²
Módulo de Poisson	ν	=	0.20	
Peso específico	γ_c	=	150	lb/pie ³
Coeficiente de Dilatación Térmica	α	=	5.6×10^{-6}	/°F

El agua se consideró con un peso específico de $\gamma_w = 62.4$ lb/pie³.

Se analizó la presa para los siguientes estados de carga;

- a) CAIDA DE TEMPERATURA, PRESION HIDROSTATICA Y PESO PROPIO, que actúan independientemente entre sí.

A fin de conocer la magnitud de esfuerzos que se presentan en la presa debido a cargas que actúan independientemente entre sí, se procedió a analizar la presa para las siguientes condiciones de carga:

- Caída de temperatura (que puede considerarse equivalente a la contracción de fragua), variable en la altura de la presa, según se muestra en la siguiente figura. (4.8)

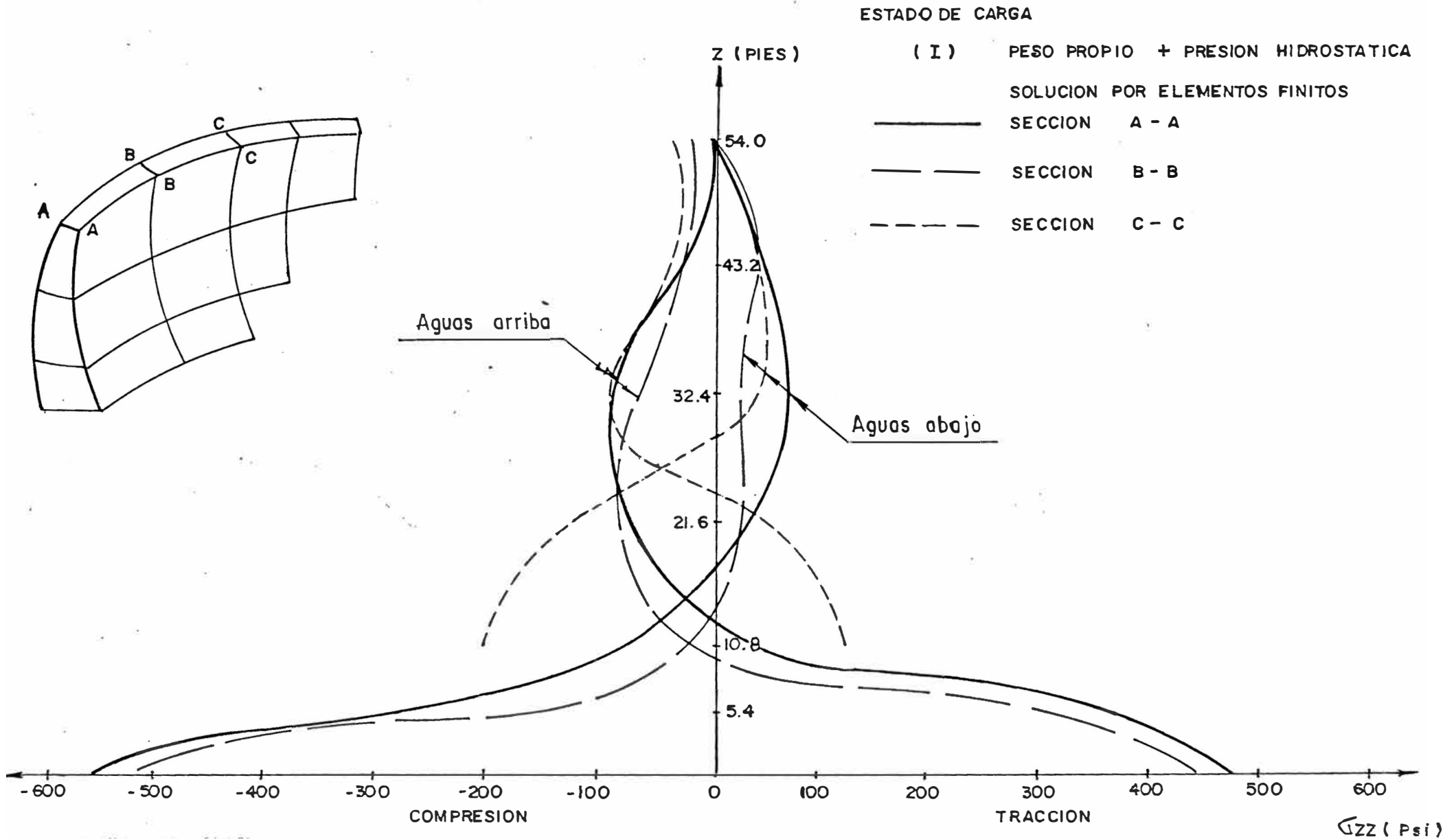


FIG. 4.7

DISTRIBUCION DE ESFUERZOS VERTICALES (σ_{zz}) EN DIVERSAS SECCIONES DE LA PRESA COEBURN

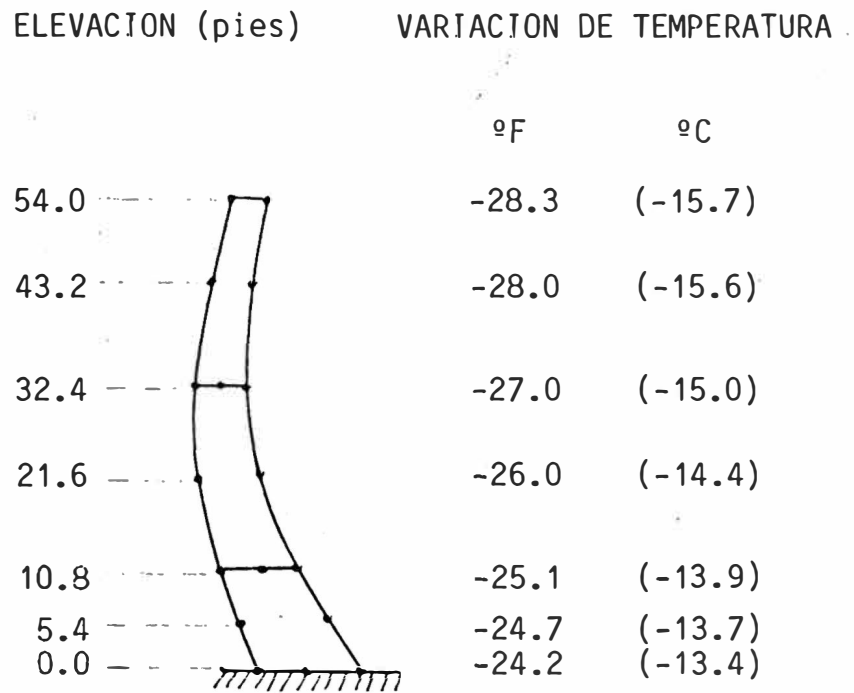


Fig. 4.8: CAIDA DE TEMPERATURA VARIABLE EN LA ALTURA.

- Presión hidrostática para el caso de reservorio lleno, ($\gamma_w = 62.4 \text{ lb/pie}^3$).
- Peso propio de la estructura. Para ello se consideró una fuerza de cuerpo (peso del concreto) $b_z = - 150 \text{ lb/pie}^3$.

Resultados

En las gráficas 4.9 y 4.10 se representan la distribución de esfuerzos verticales σ_{zz} (esfuerzos de vigas en voladizo) y esfuerzos horizontales σ_{yy} (esfuerzos de arco) en la sección central de la presa.

Los esfuerzos verticales producidos por la caída de temperatura indicada son significativamente importantes y podría estimarse en un 25% mayores a los que se producen por presión hidrostática, tal como se observa en la figura 4.9.

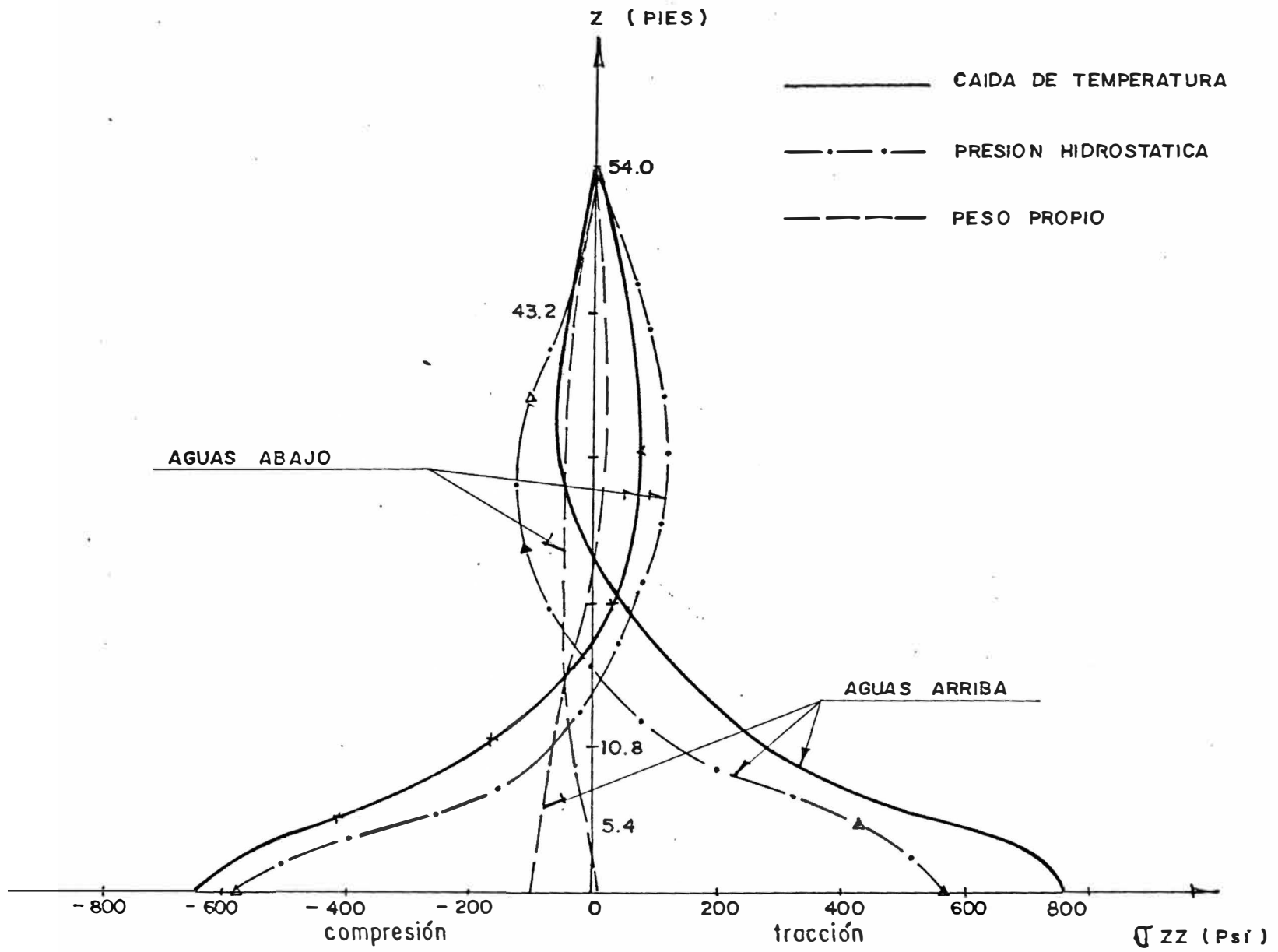


FIG. 4.9 ESFUERZOS VERTICALES (σ_{zz}) EN SECCION CENTRAL DE LA PRESA COEBURN.

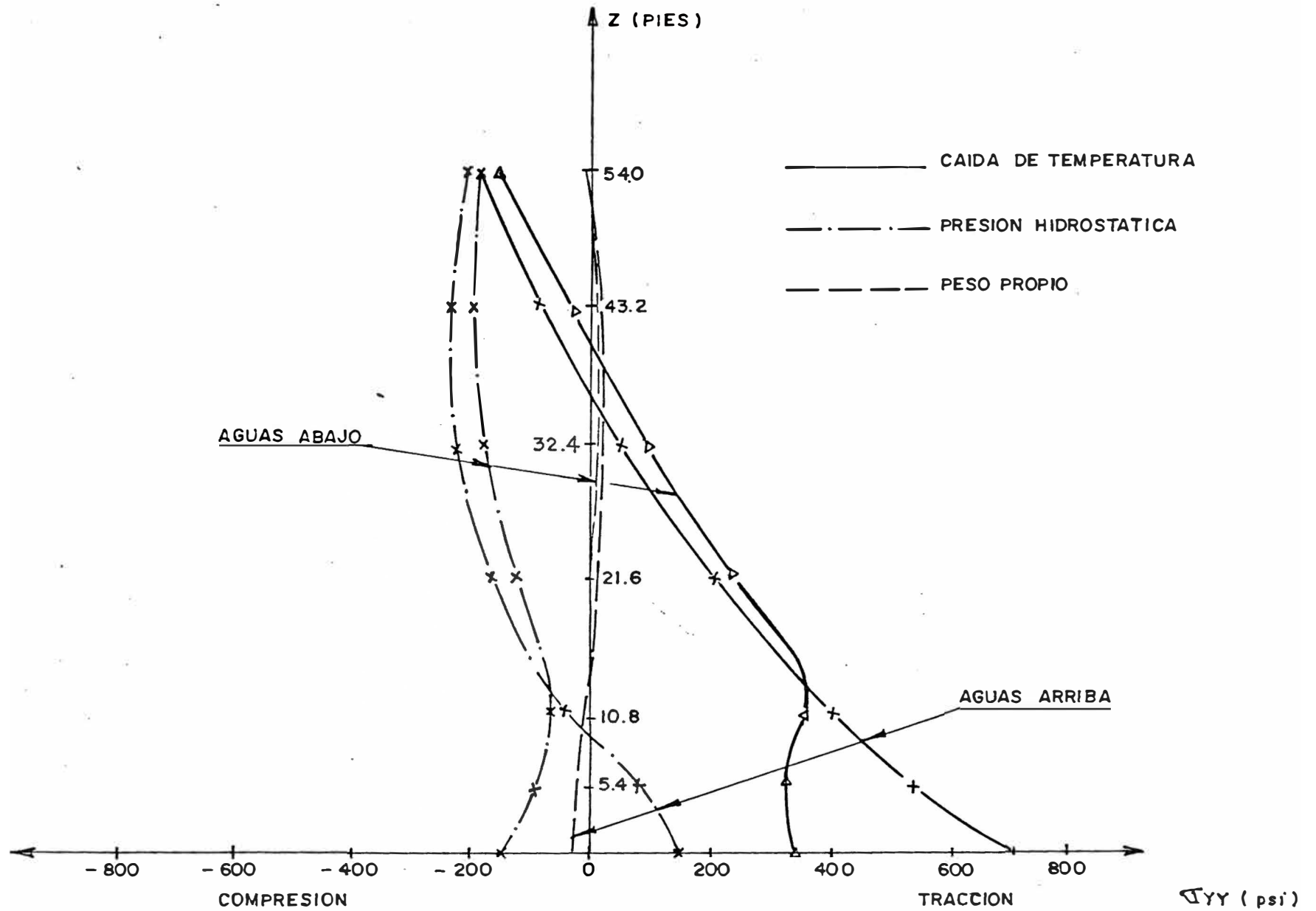


FIG. 4.10 ESFUERZOS HORIZONTALES (σ_{yy}) EN SECCION CENTRAL DE LA PRESA COEBURN

En relación a los esfuerzos producidos por el peso propio, éstos representan aproximadamente el 15% de los producidos por la presión hidrostática y resultan ser contrarios en signo; es decir que por la curvatura vertical que presenta la presa, el empuje hidrostático contraresta la acción del peso propio.

En la figura 4.10 se representan esfuerzos de arco σ_{yy} para la sección central de la presa. Se observa que la caída de temperatura genera elevados esfuerzos de tracción en los arcos inferiores en comparación a los producidos por la presión hidrostática y peso propio; tanto en el paramento aguas arriba como aguas abajo.

b) PRESION HIDROSTATICA, PRESION HIDRODINAMICA Y FUERZA SISMICA (con reservorio vacío).

La presión hidrodinámica actúa por efecto de la aceleración sísmica, puede estimarse mediante la fórmula desarrollada por Westergaard:

$$Pd_i = \frac{7}{8} S_i \gamma_w \sqrt{H_i (H_i - Z_i)}$$

donde:

Pd_i = presión hidrodinámica en el nudo "i" del paramento aguas arriba de la presa.

S_i = coeficiente sísmico de aceleración en el nudo "i".

γ_w = peso específico del agua

H_i = profundidad de agua en la sección vertical que incluye al nudo "i"

Z_i = altura del nudo "i" sobre la base de la presa.

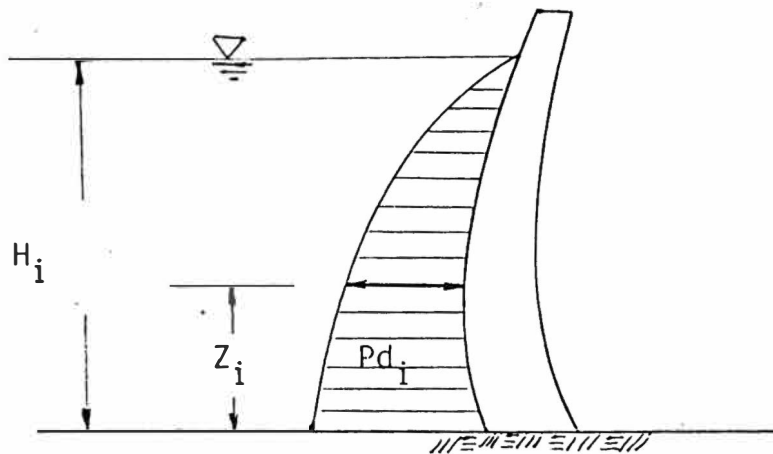


Fig. 4.11: DISTRIBUCION DE LA PRESION HIDRODINAMICA SEGUN WESTERGAARD.

Una forma bastante simple de determinar la presión hidrodinámica es considerar una aceleración sísmica constante en toda la presa. En el presente ejemplo, se ha utilizado los siguientes datos:

$$S_i = 0.12$$

$$\gamma_w = 62.4 \text{ lb/pie}^3$$

$$H_i = 54 \text{ pies}$$

$$Z_i = \text{Variable}$$

El otro estado de carga que actúa sobre la presa con reservorio vacío, es la fuerza sísmica, el cual es considerado en el presente ejemplo, como carga estática equivalente; mediante las fuerzas de cuerpo $b_x = 0.12 \gamma_{\text{concreto}}$, en la dirección del sismo (aguas arriba - aguas abajo).

Resultados

En la gráfica 4.12 se representa la distribución de esfuerzos verticales σ_{zz} que se presenta en el paramento aguas arriba de la sección central de la presa.

- Se puede estimar que los esfuerzos verticales σ_{zz} , debidos a la presión hidrostática son aproximadamente 7 veces más grandes que los correspondientes a la presión hidrodinámica considerada.

Los esfuerzos verticales producidos por la fuerza sísmica equivalente sobre la presa vacía, resultan ser considerablemente pequeños y del orden de 1/10 de los correspondientes a la presión hidrostática.

- Otra observación importante es que los esfuerzos σ_{zz} debidos a la carga estática equivalente a sismo en la presa vacía son aproximadamente la mitad de los correspondientes a la presión hidrodinámica.

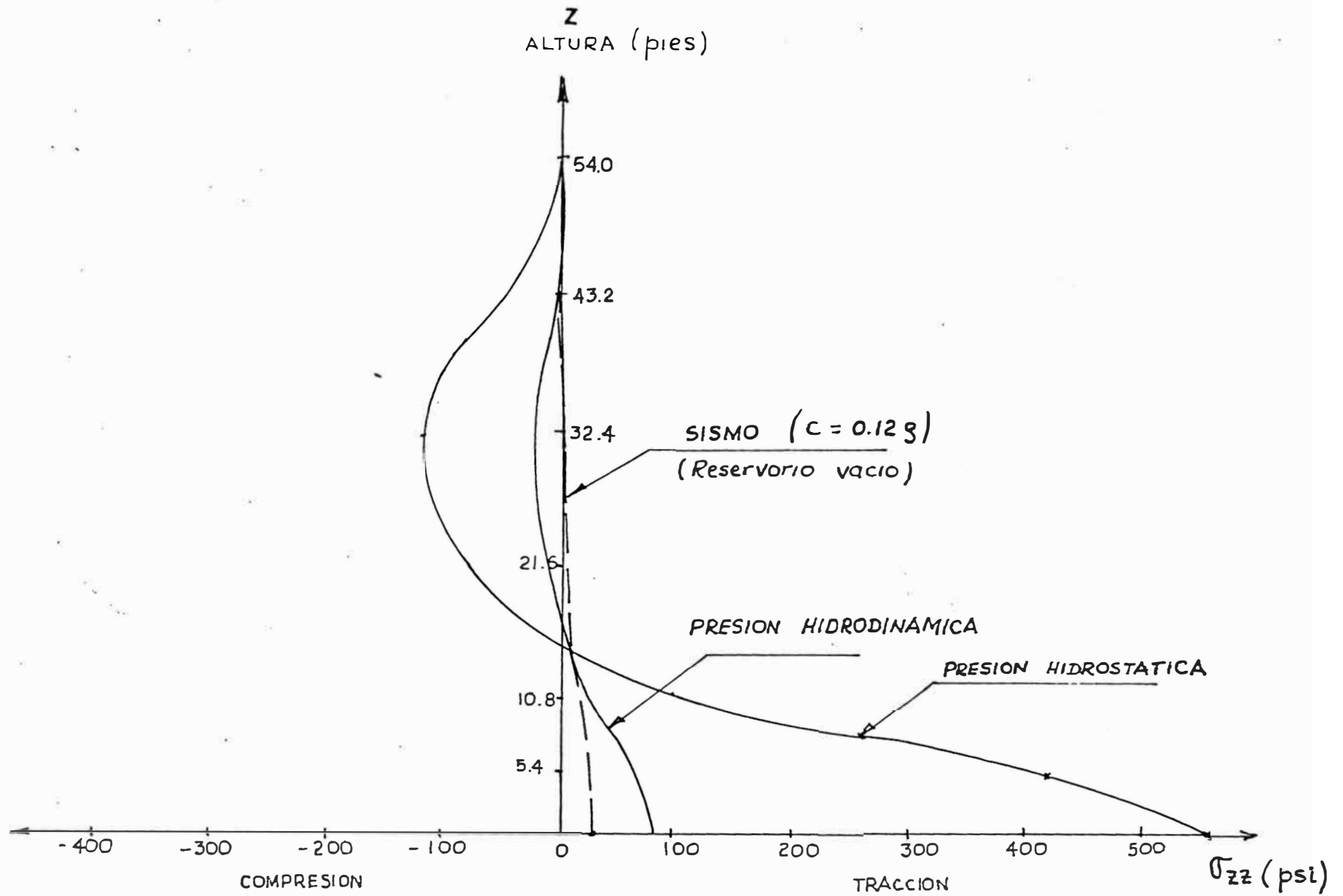


FIG. 4.12 ESFUERZO VERTICAL (σ_{zz}) EN PARAMENTO AGUAS ARRIBA DE SECCION CENTRAL DE LA PRESA COEBURN .

c) COMBINACIONES DE CARGA

Se consideran las siguientes tres combinaciones de carga:

- I. PESO PROPIO + PRESION HIDROSTATICA
- II. PESO PROPIO + PRESION HIDROSTATICA + SISMO
- III. PESO PROPIO + PRESION HIDROSTATICA + CAIDA DE TEMPERATURA

Los datos utilizados son los mismos que se utilizaron anteriormente para los estados de carga a y b.

Resultados

En los siguientes gráficos se comparan esfuerzos obtenidos mediante dos métodos de análisis.

- i) El método de la carga de prueba (MCP) ó "Trial load Method" (descomposición de la presa en arcos y vigas en voladizo), cuyos resultados son presentados por la Portland Cement Association (PCA). Los esfuerzos fueron obtenidos mediante programas de cómputo; la formulación matemática y uso del programa se publica en (14).
- ii) El método de Elementos Finitos (MEF), cuya formulación se pone en el capítulo II del presente trabajo.

ESTADO DE CARGA I PESO PROPIO + PRESION HIDROSTATICA

Corresponden al presente estado de carga, las figuras 4.13, 4.14, que representan la distribución de esfuerzos en la sección central de la presa.

Respecto a los esfuerzos verticales ó esfuerzos de voladizos (fig. 4.13), se observa que en la región central los esfuerzos obtenidos por el MCP llegan a ser hasta 50% mayores a los obtenidos por el MEF. En cambio en esta misma zona los esfuerzos de arco obtenidos por MEF son mayores en aproximadamente 10% de los obtenidos por el MCP. De lo anterior se puede concluir que por el método de la carga de prueba (división de la carga en el arco y viga cantilever), existe -por lo menos para el caso estudiado- una sobreestimación de la acción en voladizo y una ligera subestimación de los efectos de arco.

En relación a los máximos esfuerzos verticales alcanzados en la base de la presa (fig. 4.13); se observa similitud en los obtenidos por el MCP y el MEF.

Para el estado de carga considerado, la base de la presa es la que soporta los mayores esfuerzos verticales, tanto en el paramento aguas arriba tracción de 500 psi (35 Kg/cm^2) como en el paramento aguas abajo compresión de 550 psi (38.5 Kg/cm^2). La otra región de esfuerzos verticales con magnitud considerable es la región central, donde se alcanzan magnitudes hasta del 20% de los obtenidos en la base de la presa (fig. 4.13).

Los esfuerzos de arco máximos (fig. 4.14) se presentan en la cresta de la presa y son de compresión con valores aproximados de 200 psi (15 Kg/cm^2), tanto en el paramento aguas arriba como en el paramento aguas abajo.

ESTADO DE CARGA II

PESO PROPIO + PRESION HIDROSTATICA + FUERZA SISMICA

De los resultados graficados en la fig. 4.15, se observa una similar distribución de esfuerzos verticales que para el estado de carga I (peso propio + presión hidrostática), notándose un incremento de esfuerzos del orden del 20%, en la base de la presa, tanto en el paramento aguas arriba como aguas abajo.

Los esfuerzos horizontales o de arco máximos (fig. 4.16) que se presentan en la cresta de la presa se han incrementado en aproximadamente 10% respecto a los obtenidos para el estado de carga I.

ESTADO DE CARGA III

PESO PROPIO + PRESION HIDROSTATICA + CAIDA DE TEMPERATURA

La caída de temperatura considerada según la figura 4.8, promedio es de 14.4°C , produce importantes incrementos de esfuerzos. Así por ejemplo en relación al estado de carga I (peso propio + presión hidrostática), los esfuerzos verticales en la base

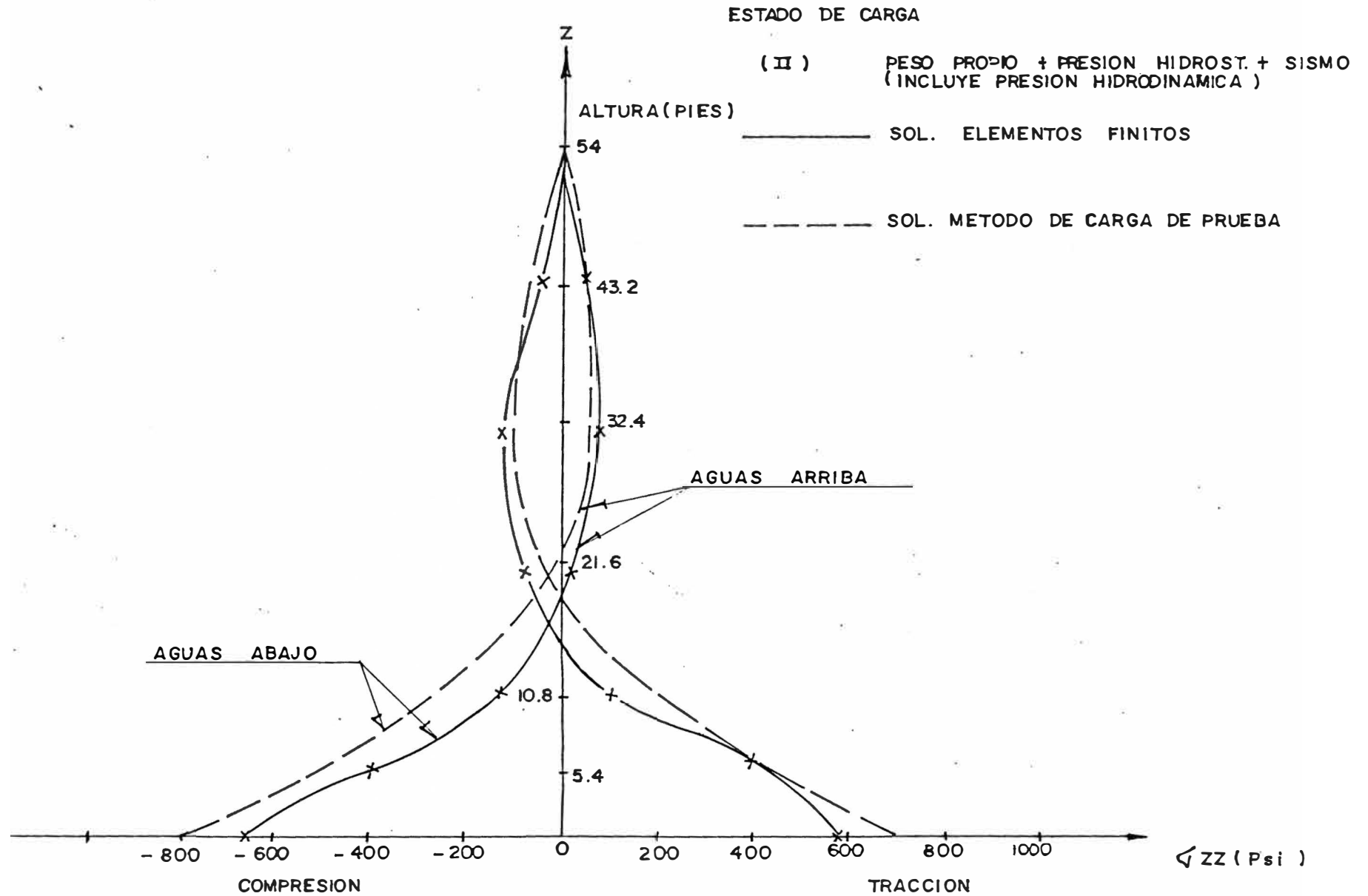


FIG. 4.15 ESFUERZOS VERTICALES (σ_{ZZ}) EN SECCION CENTRAL DE LA PRESA COEBURN

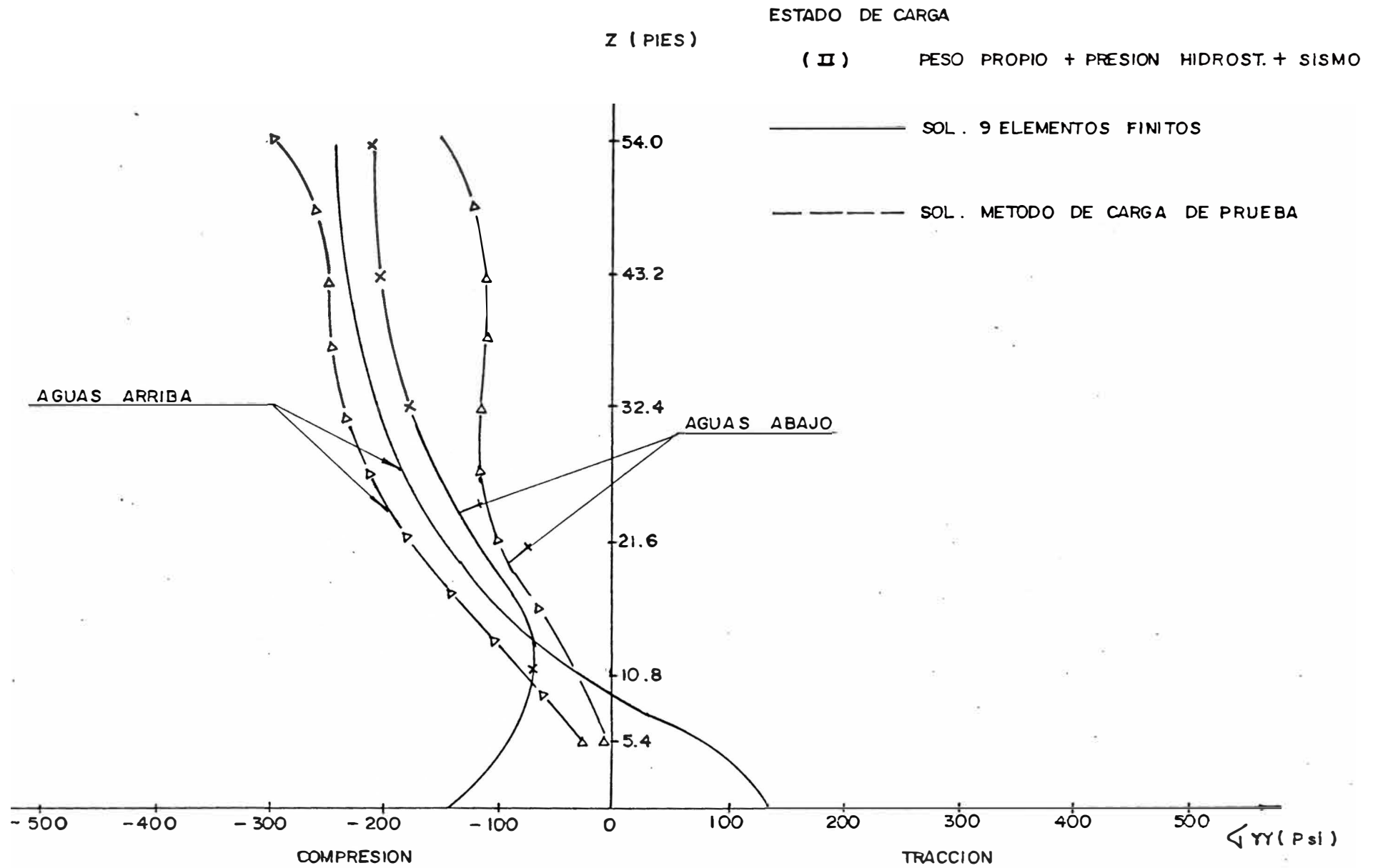


FIG. 4.16 ESFUERZOS HORIZONTALES (σ_{YY}) EN SECCION CENTRAL DE LA PRESA COEBURN

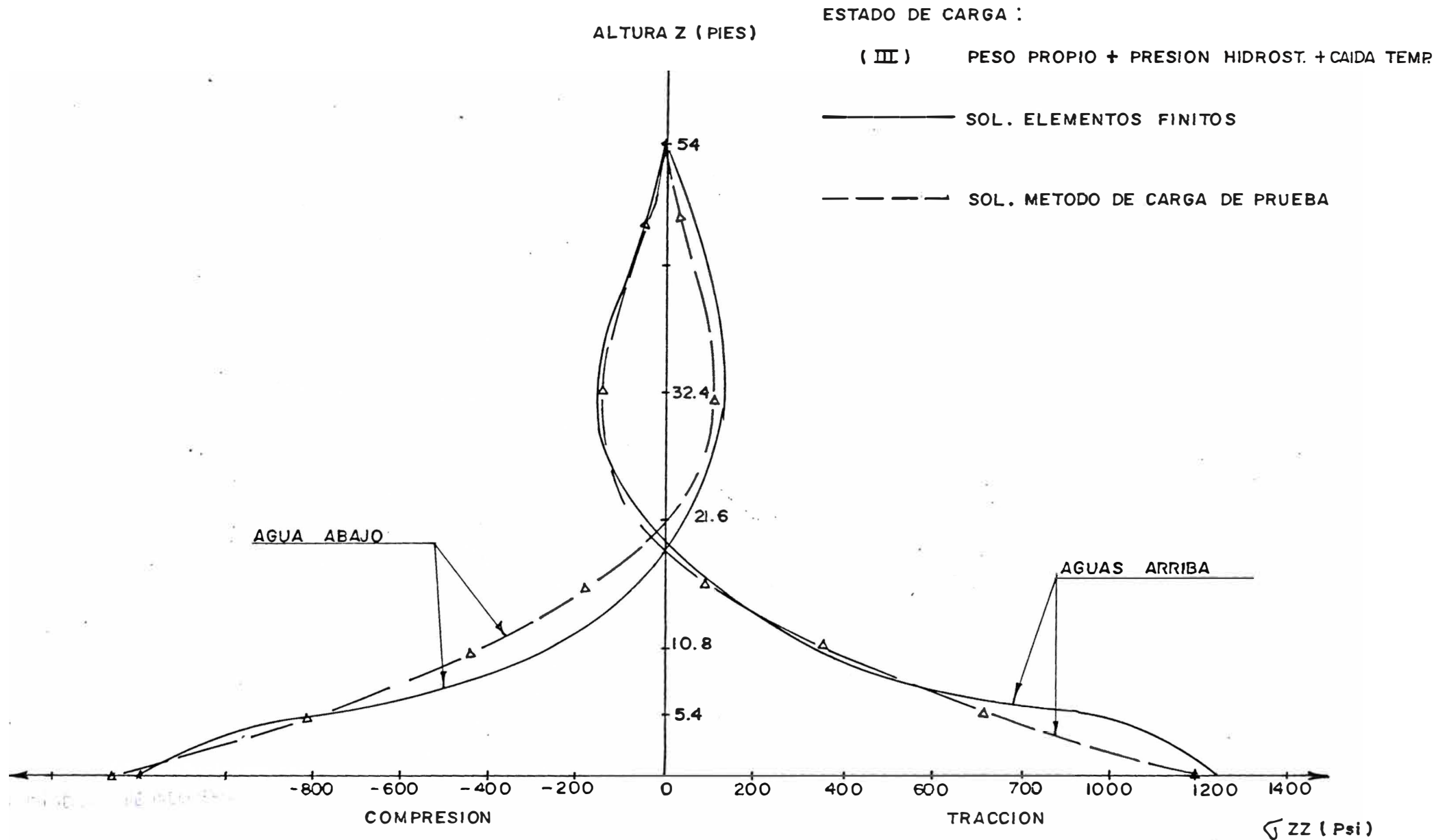


FIG. 4.17 ESFUERZOS VERTICALES (σ_{zz}) EN SECCION CENTRAL DE LA PRESA COEBURN

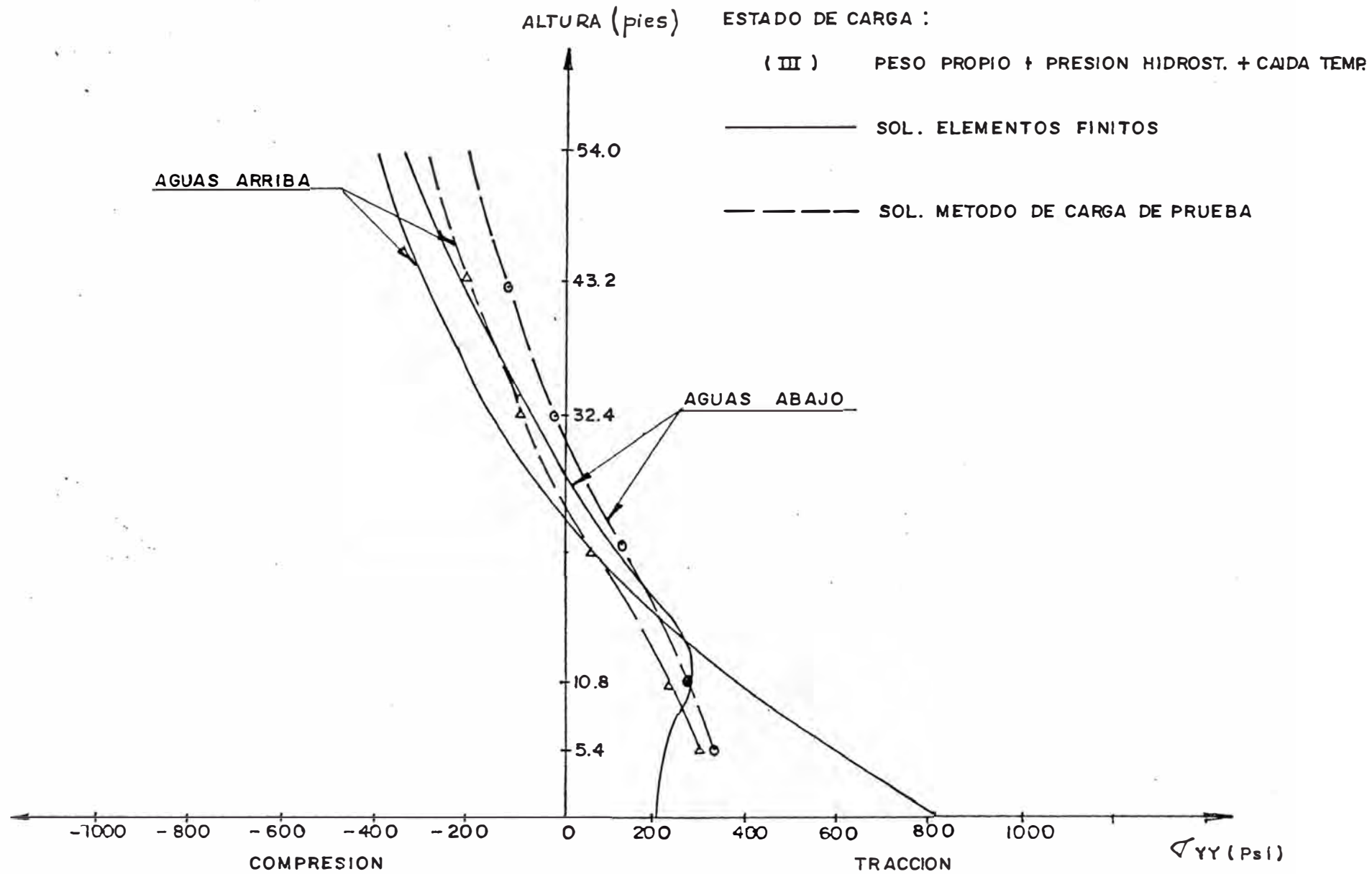


FIG. 4.18 ESFUERZOS HORIZONTALES (σ_{YY}) EN SECCION CENTRAL DE LA PRESA COEBURN

de presa se incrementan desde 500 psi hasta 1200 psi (ver fig. 4.17) mientras que en la región central de la presa no se observa incremento significativo.

En la figura 4.18 se representa la distribución de esfuerzos de arco debido al estado de carga III. La caída de temperatura tiende a cambiar el estado de compresión en la presa producido principalmente por la presión hidrostática hacia un estado de tracción llegando a incrementarse de 125 psi (tracción) a 800 psi (tracción) en el paramento aguas arriba del pie de la presa.

4.3 APLICACIONES DEL ANALISIS DINAMICO

Haciendo uso del programa de cómputo implementado para el análisis sísmico, se resolvió como primer ejemplo una viga doblemente empotrada, con el propósito de comprobar los resultados con una solución analítica simple.

Otro ejemplo considerado es el análisis sísmico de una presa de gravedad (Presa "Pine Flat") que, aunque no corresponde estrictamente al tema de la presente tesis por tratarse de una estructura que puede analizarse con hipótesis de estado plano de deformaciones, permite comparar los resultados obtenidos con el programa de cómputo con otros que han sido presentados en detalle (7).

Finalmente se analizó la presa de arco COEBURN, que fue anteriormente tomada como ejemplo para el análisis estático.

El análisis sísmico de las presas contempló dos casos:

- Reservoirio vacío
- Reservoirio lleno.

Este último caso incluye el efecto hidrodinámico sobre la presa; mediante el concepto de "masa de agua añadida" a la estructura, expuesto en el Capítulo 3.

4.3.1 VIGA DOBLEMENTE EMPOTRADA

La viga resuelta tiene las siguientes características:

$$L = 16 \text{ m}$$

$$b = h = 1 \text{ m}$$

$$I = 0.0833 \text{ m}^4$$

$$E = 2.5 \times 10^6 \text{ tn/m}^2$$

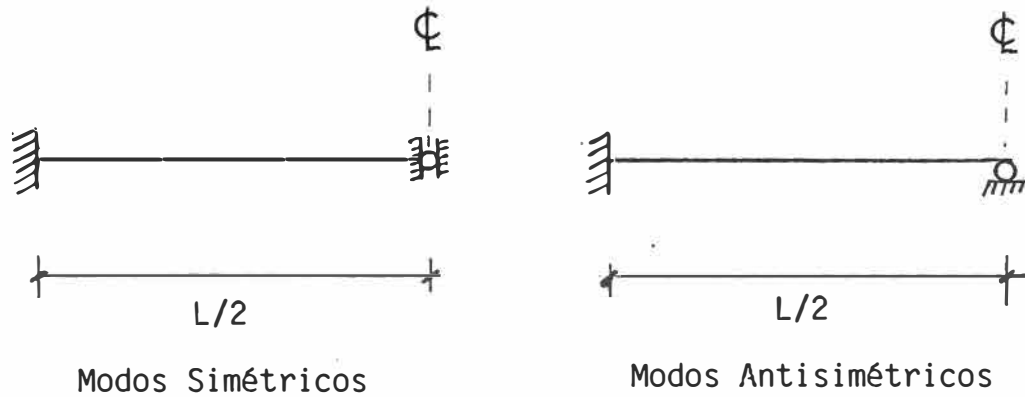
$$\nu = 0.0$$

$$m = 0.24 \text{ tn-seg}^2/\text{m}^4$$

En razón de la simetría que presenta la viga, se modeló sólo la mitad de ella, mediante 8 elementos tridimensionales y 104 nudos.

A fin de comparar los resultados con la solución teórica, se restringió la vibración en un solo plano. Para obtener los modos simétricos, la condición de borde en el centro de la viga es tal que se permite sólo desplazamientos transversa-

les, mientras que para los modos antisimétricos se permite desplazamientos longitudinales y se restringe el desplazamiento transversal, tal como se observa en la figura siguiente:



CONDICIONES DE BORDE PARA VIGA DOBLEMENTE EMPOTRADA

Resultados:

En la fig. 4.19 se representan los primeros tres modos de vibración obtenidos por el método de elementos finitos y por expresiones analíticas encontradas en la referencia (4).

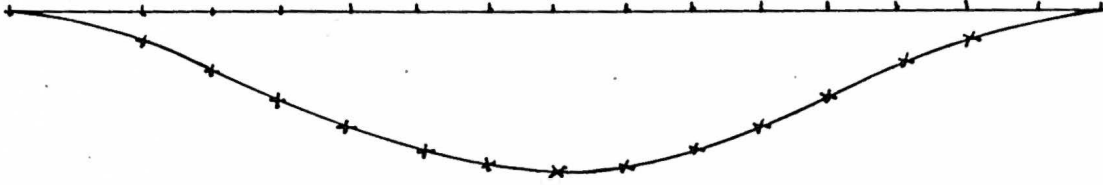
De igual manera en la figura 4.20, se representa la distribución de momentos de flexión debido a los modos simétricos 1ro. y 3ro. Nótese la gran contribución del 1er modo que podría estimarse en más del 90% de la superposición modal.

En la tabla 4.4 se presentan algunos valores numéricos de los esfuerzos máximos por flexión, para el espectro sísmico de aceleraciones LIMA 17-X-1966 N8E, para un amortiguamiento del 5%.

PRIMER MODO

T Teórico = 0.0777 Seg.

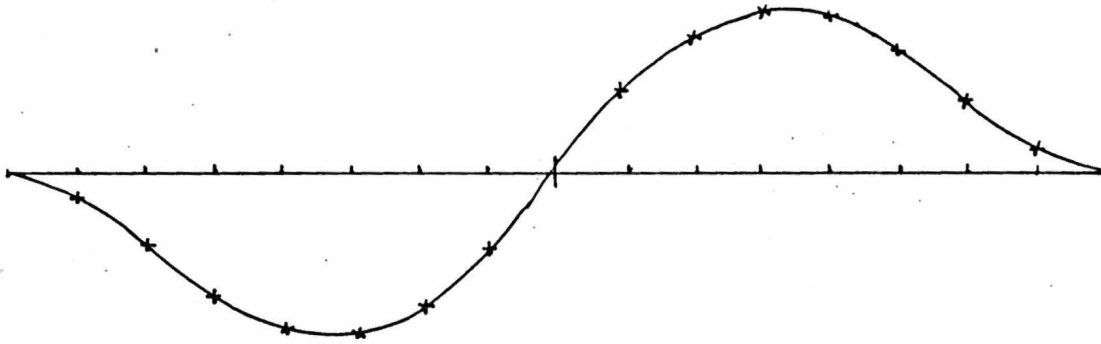
T E. F. = 0.0788 Seg.



SEGUNDO MODO

T Teórico = 0.0280 Seg.

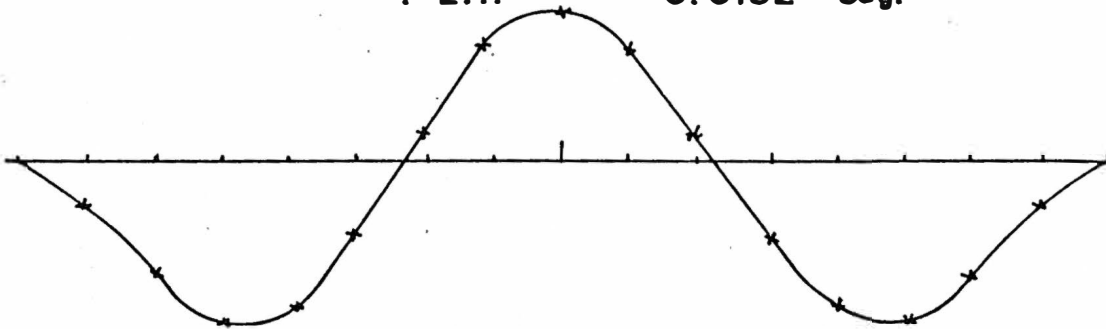
T E. F. = 0.0289 Seg.



TERCER MODO

T Teórico = 0.0143 Seg.

T E. F. = 0.0152 Seg.



———— SOLUCION TEORICA (REF. 4)
x x x SOLUCION E. F.

FIG. 4.19 FORMAS DE MODO NORMALIZADAS PARA LA VIGA DOBLEMENTE EMPOTRADA CON MASA UNIFORME.

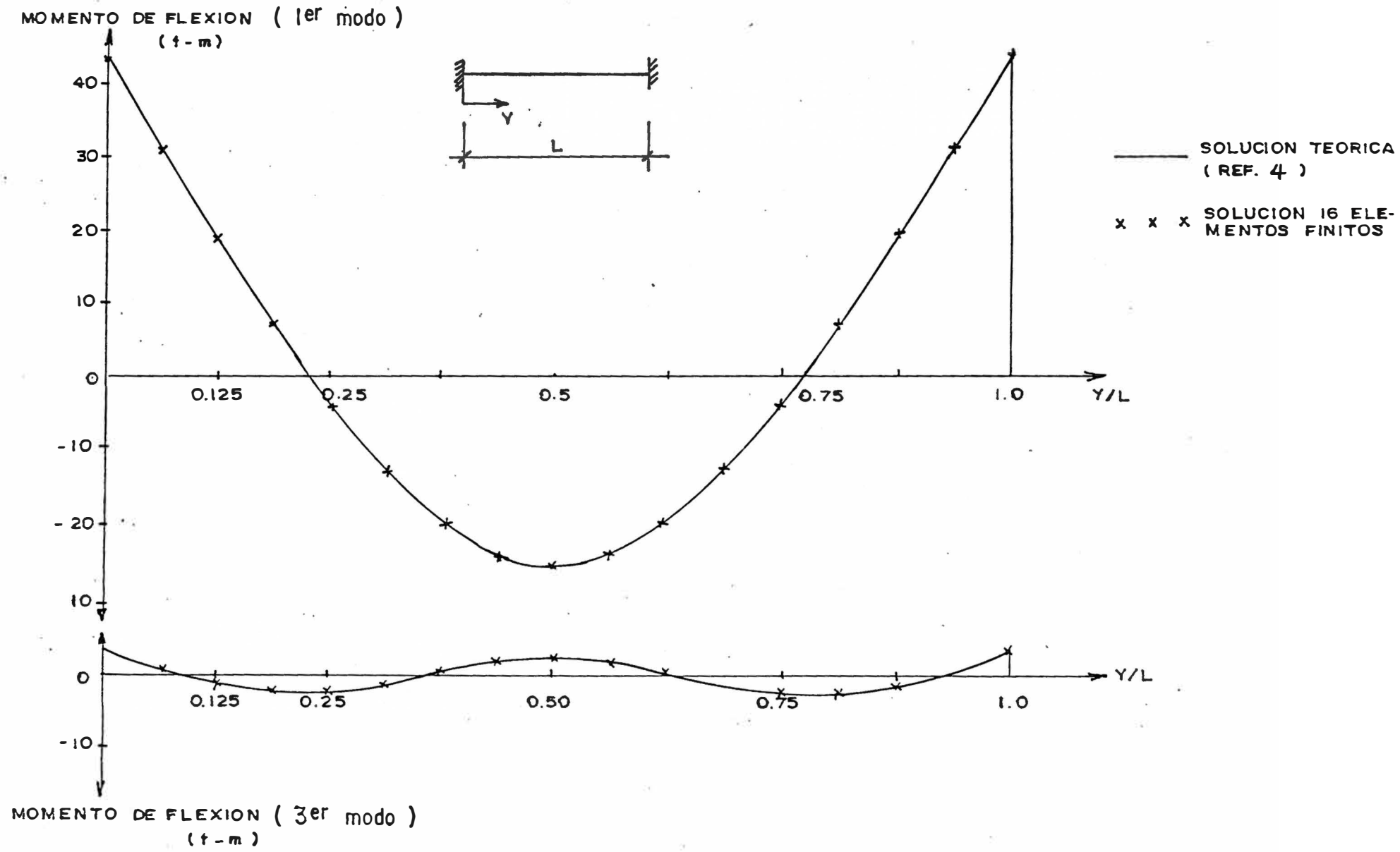


FIG. 4.20 MOMENTO DE FLEXION DEBIDO AL 1º y 3º MODO DE VIBRACION DE LA VIGA DOBLEMENTE EMPOTRADA. ESPECTRO SISMICO LIMA 17-X-66 - COMP. NBE , $C/C_0 = 5\%$

TABLA 4.4 : ESFUERZOS NORMALES σ_{yy} SOBRE LA VIGA DOBLEMENTE EMPOTRADA (Kg/cm^2)

Y/L	MODO 1		MODO 3	
	TEORICO	E.F.	TEORICO	E.F.
0	-25.95	-26.08	-2.09	-2.04
0.125	-11.05	-11.20	0.56	0.63
0.250	2.48	2.68	1.30	1.38
0.500	15.77	16.21	-1.48	-1.61

La contribución de esfuerzos del 2do. modo (antisimétrico) es nula, porque las acciones que originan la vibración son simétricas.

4.3.2 PRESA DE GRAVEDAD

La estructura analizada es la presa de gravedad de concreto armado PINE FLAT, cuya geometría y propiedades del material se presentan en la figura 4.21.

Se hizo el análisis de la presa para dos condiciones:

a) RESERVORIO VACIO:

La estructura está conformada por 36 elementos tridimensionales de 16 nudos cada uno, haciendo un total de 270

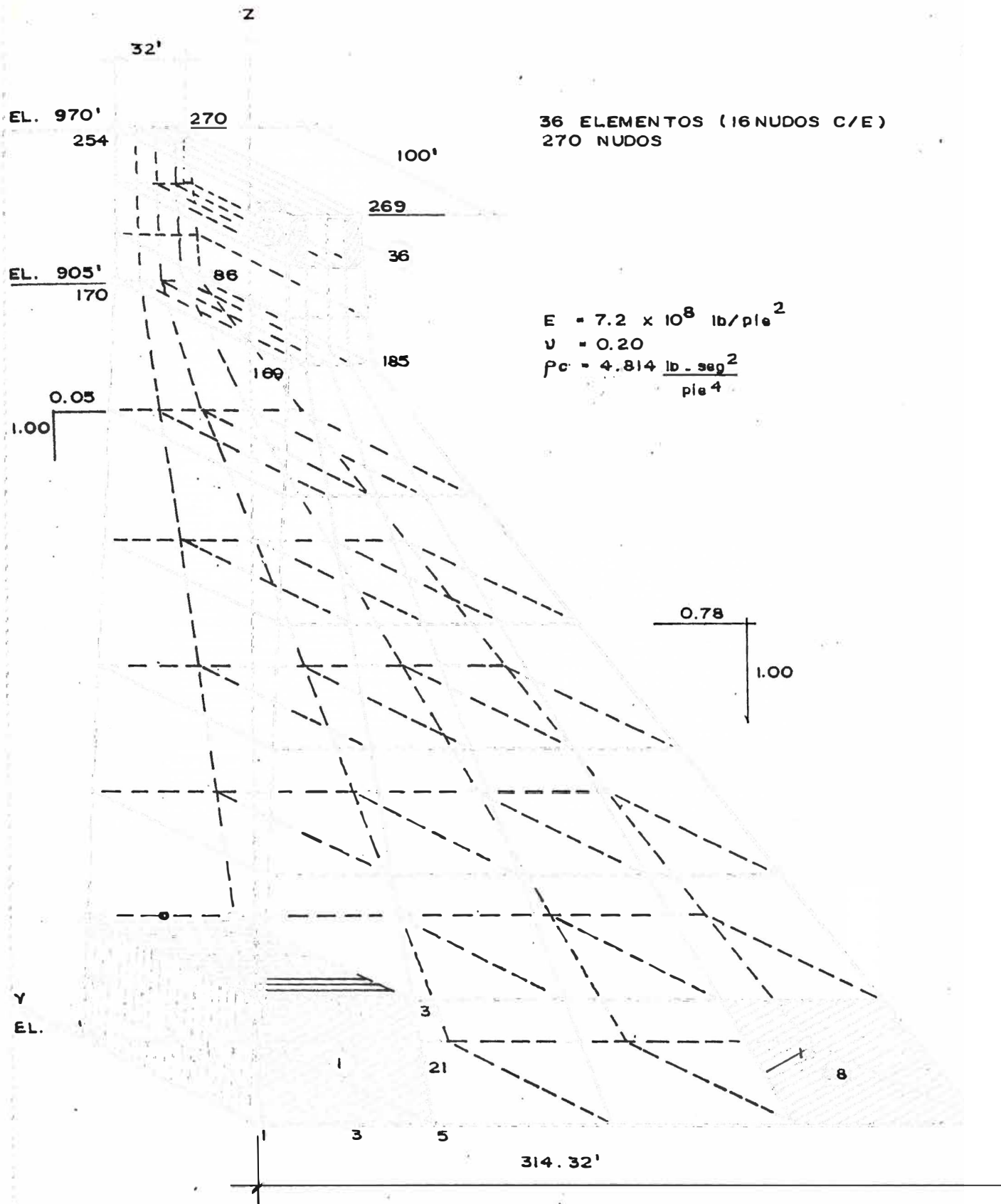


FIG.4.2) IDEALIZACION DE LA PRESA PINE FLAT CON ELEMENTOS FINITOS TRIDIMENSIONALES.

nudos. Se considera restricción total de desplazamientos en la base (plano XY) así como los desplazamientos transversales al curso del río (dirección Y).

b) RESERVORIO LLENO DE AGUA:

Se consideró el efecto hidrodinámico producido por el sismo, mediante el modelaje de una porción de "masa de agua adosada" a la estructura, determinada según la Teoría de Westergaard (Cap. 3). Este modelo utiliza 44 elementos y 304 nudos, de los cuales 8 elementos modelan el agua (fig. 4.22).

Las propiedades del agua utilizadas son:

Módulo de Compresibilidad,	$K = 0$
Módulo de Corte,	$G = 0$
Densidad de masa,	$\rho = 1.944 \text{ lb-seg}^2/\text{pie}^4$

Nótese que la rigidez (función de K y G) del agua añadida es nula y solamente contribuye al sistema con su masa para la determinación de la respuesta sísmica de la presa con reservorio lleno.

El espectro de aceleraciones utilizado corresponde al sismo TAFT, California 21-VII-1952, en su componente N69W para un amortiguamiento del 5% del crítico.

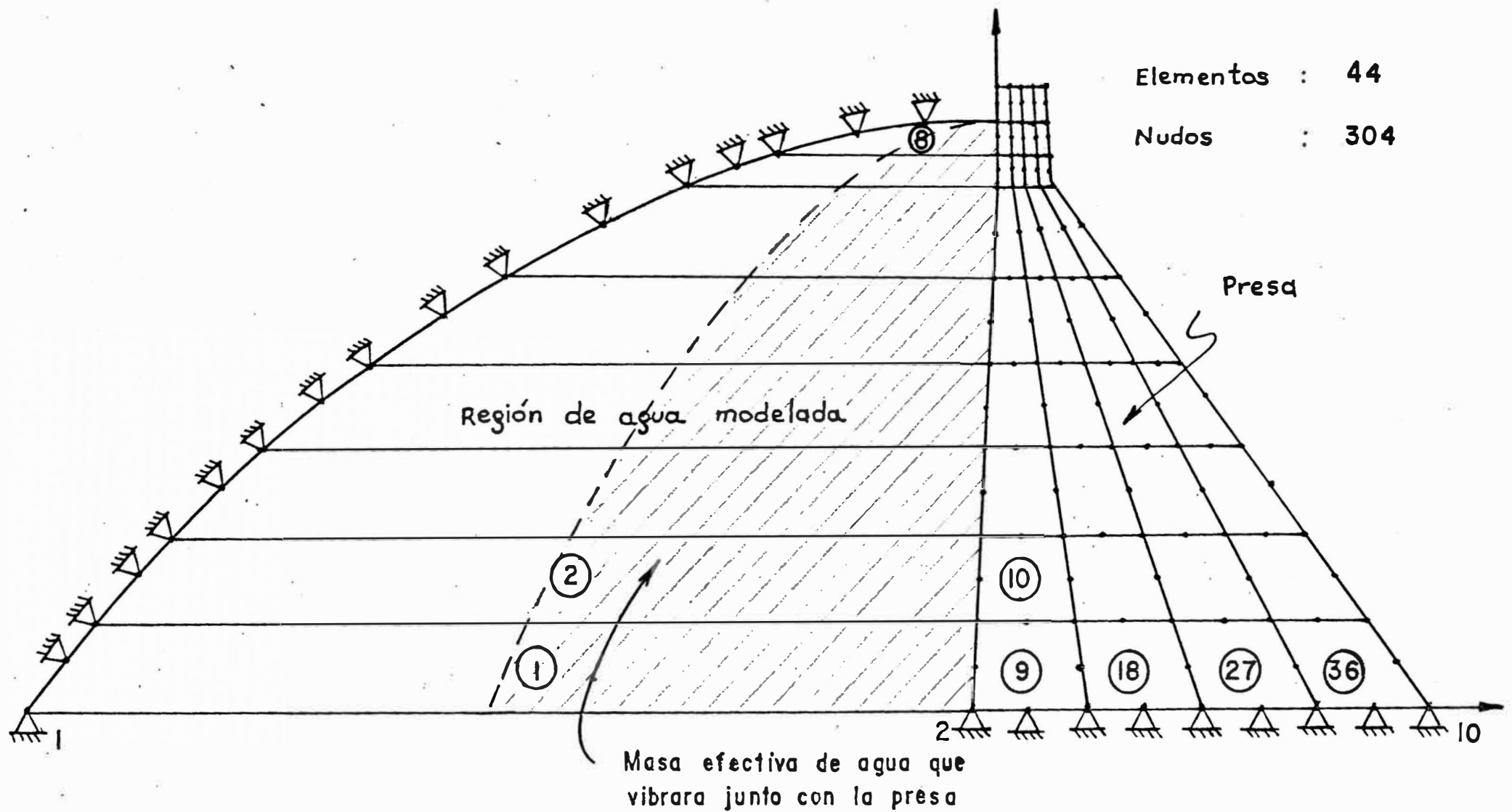


FIG. 4.22 PRESA PINE FLAT INCLUYENDO LA MASA AÑADIDA DE AGUA PARA CONSIDERAR EL EFECTO HIDRODINAMICO

Resultados:

a) PRESA VACIA:

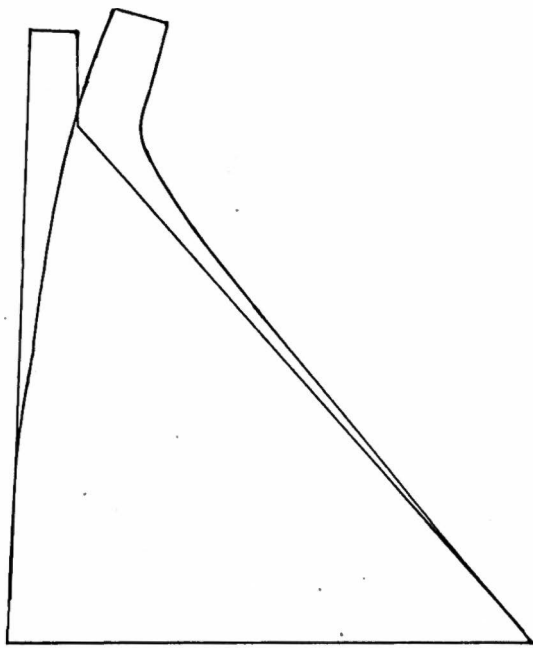
En la tabla 4.5, se comparan períodos de vibración para la presa con reservorio vacío, obtenidos en el presente trabajo y los obtenidos por Chakrabarti y Chopra (7), quienes utilizaron un modelo bidimensional de estado plano de deformación.

TABLA 4.5 : PERIODOS DE VIBRACION DE LA PRESA
PINE FLAT VACIA

MODO	PERIODO T (seg)	
	Resultados obtenidos	Valores de la Referencia
1	0.2597	0.256
2	0.1269	0.125
3	0.0914	0.092
4	0.0725	0.072

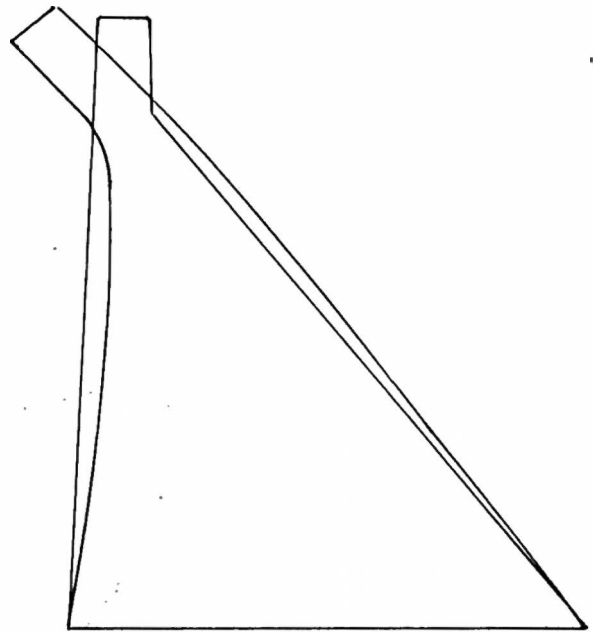
Las formas de modo normalizadas para la presa vacía se muestran en la figura 4.23.

Algunos resultados obtenidos para el caso de la presa vacía se muestran en la tabla 4.6.



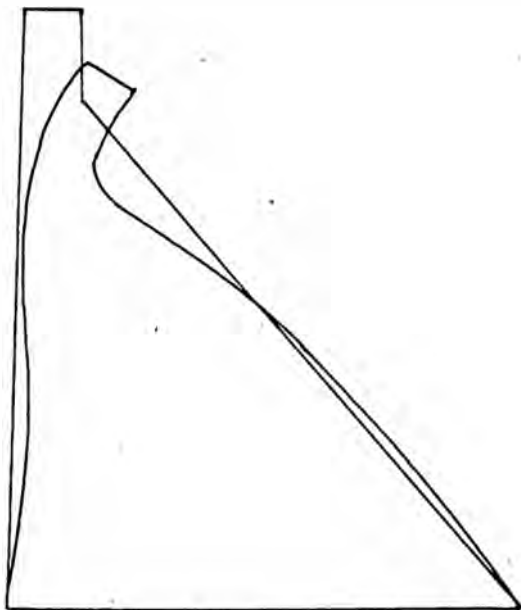
MODO 1

PERIODO : 0.2597 Seg.



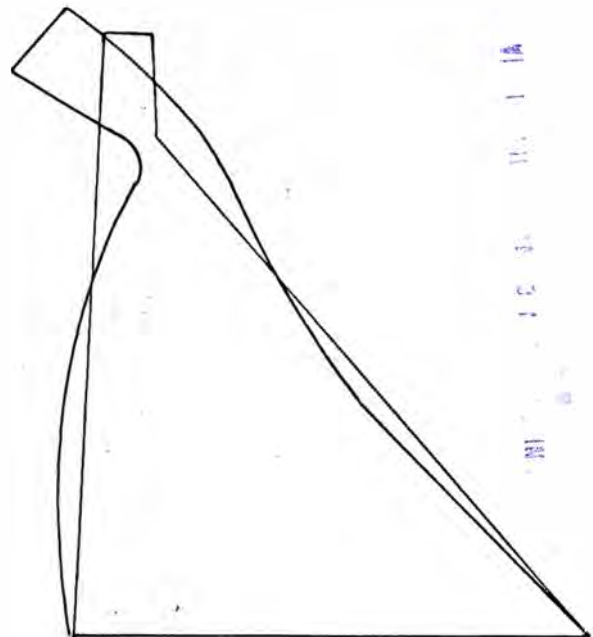
MODO 2

PERIODO : 0.1269 Seg.



MODO 3

PERIODO : 0.0914 Seg.



MODO 4

PERIODO : 0.0725 Seg.

FIG. 4.23 PERIODOS DE VIBRACION Y FORMAS DE MODO DE LA PRESA PINE FLAT CON RESERVORIO VACIO

TABLA 4.6 : PRESA VACIA

Modo	T (seg)	Sa (pie/seg ²)	Sd (x10 ⁻³ pie)	Fx	Fz	Umáx (pie)	Dirección de Umáx
1	0.2597	13.98	23.98	3064.5	678.4	5.8x10 ⁻²	H
2	0.1269	10.22	4.17	2687.0	485.7	-1.1x10 ⁻²	H
3	0.0914	9.33	1.97	1522.8	-3933.0	-1.3x10 ⁻³	V
4	0.0725	8.59	1.14	-1784.2	-1548.2	-1.6x10 ⁻³	H

donde:

- T : Período de vibración
- Sa : Aceleración espectral
- Sd : Desplazamiento espectral
- Fx : Factor de participación horizontal
- Fz : Factor de participación vertical
- Um : Desplazamiento modal máximo.

En la figura 4.24, se representa la distribución de esfuerzos principales sobre la sección central de la presa, debidos al 1er modo de vibración.

Nótese que los esfuerzos máximos ocurren en la zona del cambio brusco de sección, tanto en el paramento aguas arriba como aguas abajo y los mínimos en un plano central perpendicular a la sección, el cual se puede considerar como el "plano neutro" de la presa para esfuerzos normales.

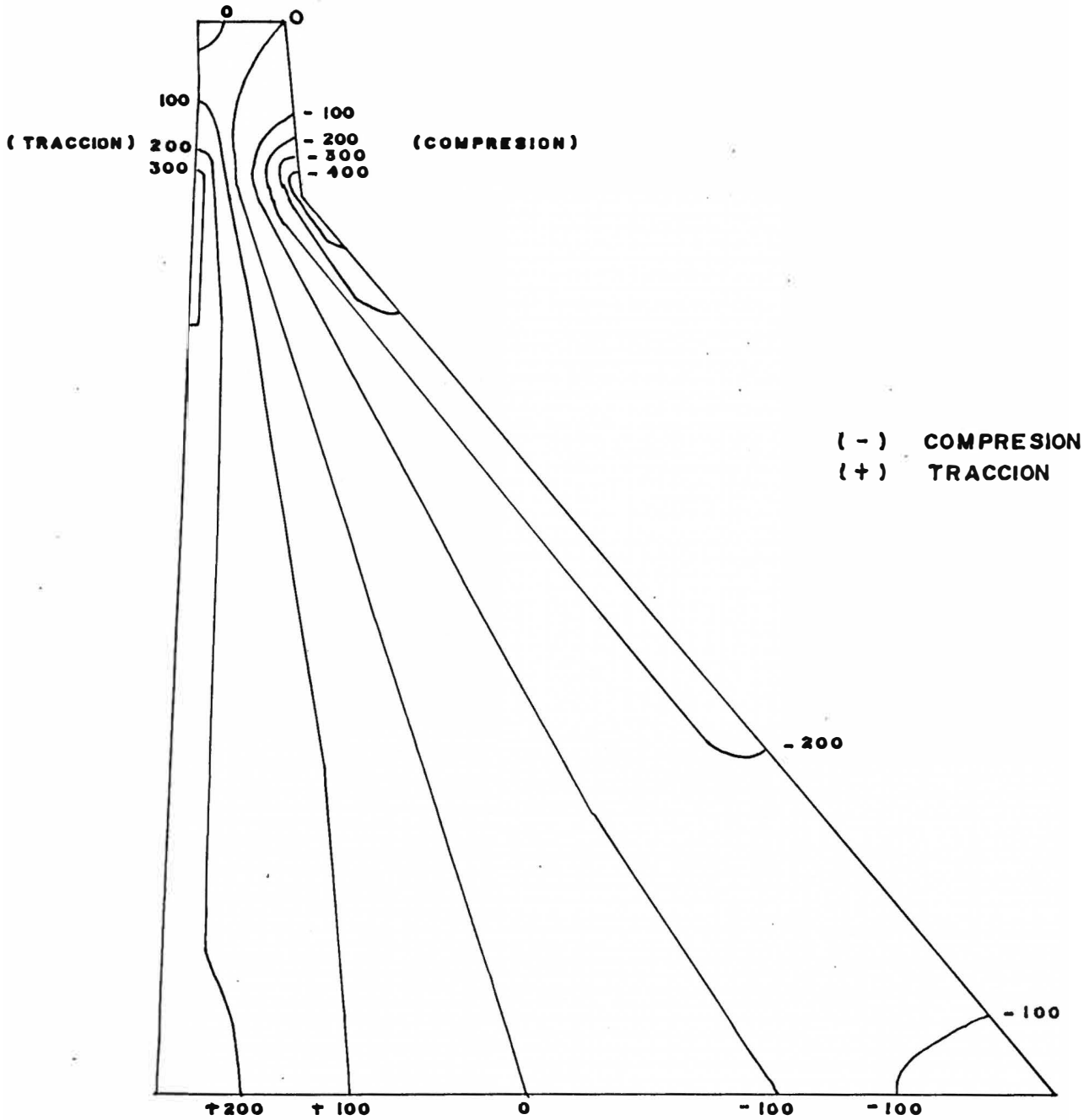


FIG.4.24 ESFUERZOS PRINCIPALES (Psi) DEL PRIMER MODO EN PRESA PINE FLAT CON RESERVORIO VACIO DEBIDO A COMPONENTE SISMICA HORIZONTAL N69W DEL SISMO TAFT.

b) RESERVORIO LLENO:

En la tabla 4.7 se indican resultados de períodos, aceleración y desplazamiento espectral, factores de participación modal y desplazamiento máximo modal, para los primeros 6 modos de vibración de la presa con reservorio lleno de agua.

TABLA 4.7 : RESERVORIO LLENO

Modo	T (seg)	Sa (pie/seg ²)	Sd (x10 ⁻³ pie)	Umáx (pies)	Dirección de Umáx
1	0.3499	23.04	71.46	1.55 x 10 ⁻¹	H
2	0.1618	11.36	7.53	-1.95 x 10 ⁻²	H
3	0.1218	10.11	3.80	3.49 x 10 ⁻³	H
4	0.0948	9.46	2.15	2.69 x 10 ⁻³	H
5	0.0816	8.95	1.51	7.22 x 10 ⁻¹⁰	V
6	0.0752	8.70	1.25	-2.52 x 10 ⁻²	V

En las figuras 4.25 y 4.26 se representan los esfuerzos verticales σ_{zz} en la sección central de presa debido al 1er y 2do modo de vibración.

Se observa que el efecto hidrodinámico incrementa significativamente los esfuerzos respecto a la presa vacía.

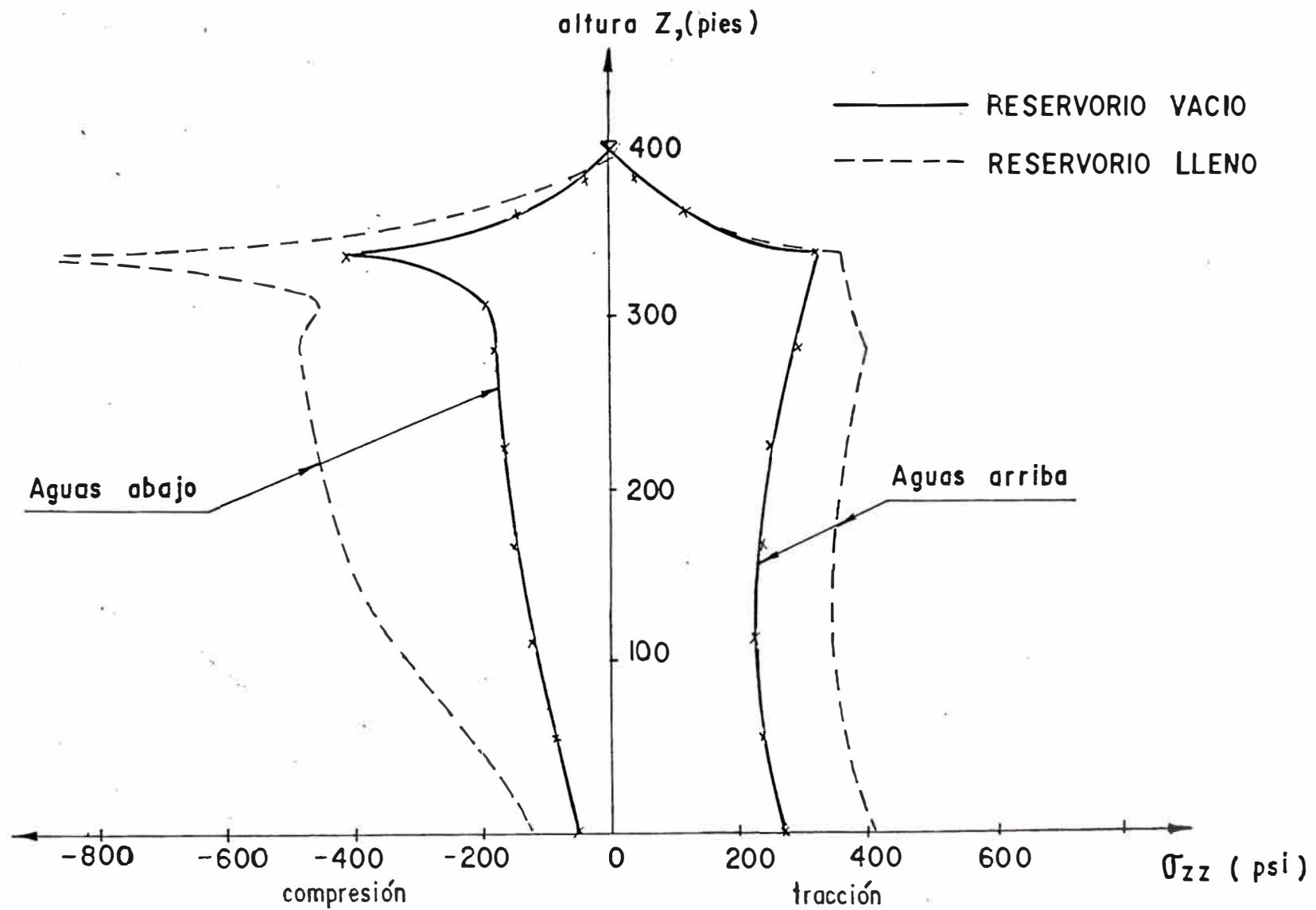


FIG. 4.25 ESFUERZO VERTICAL σ_{zz} EN PRESA PINE FLAT DEBIDO AL PRIMER MODO DE VIBRACION CUANDO ES SOMETIDA A LA COMPONENTE HORIZONTAL N69W DEL SISMO TAFT

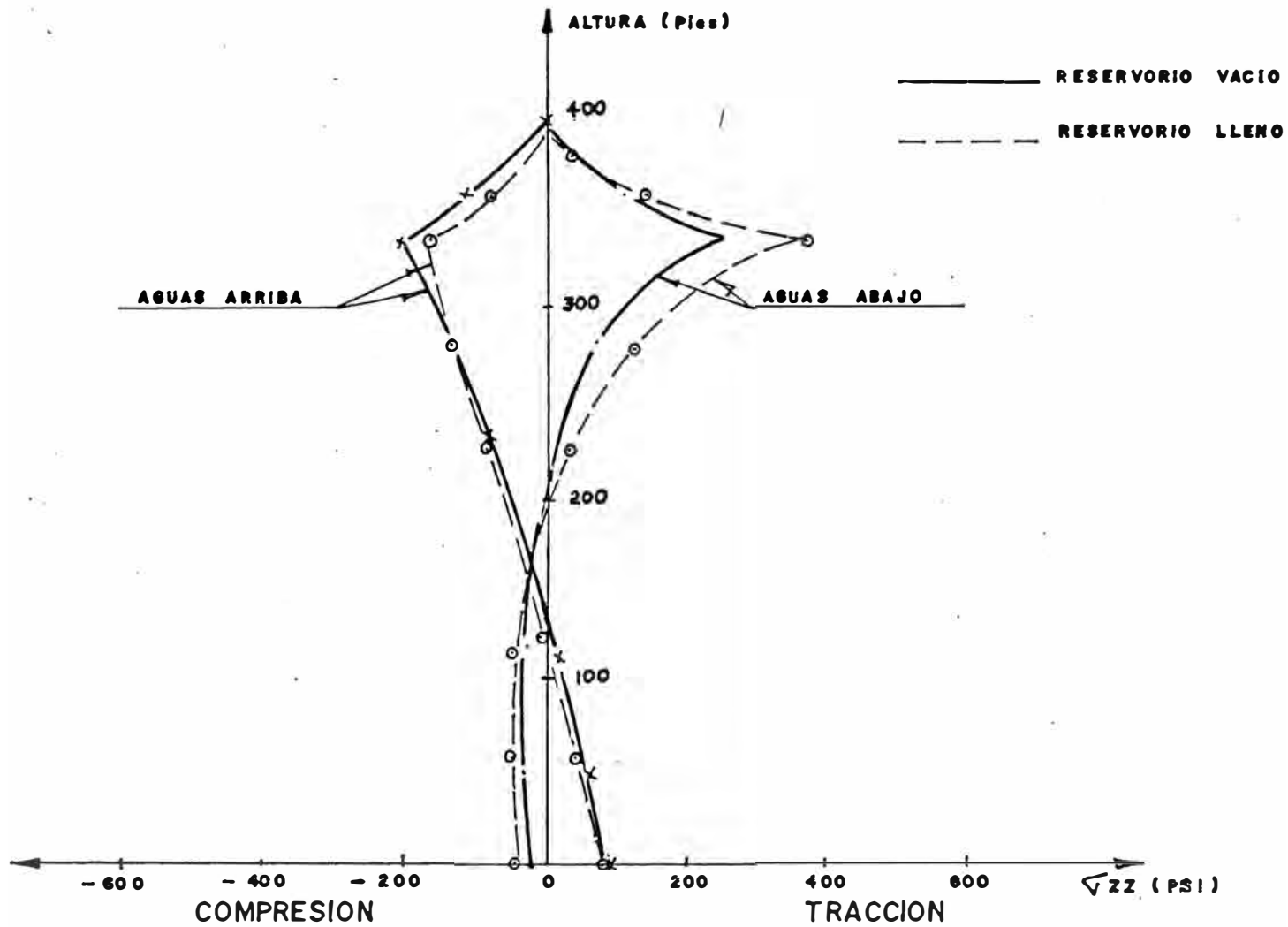


FIG. 4.26 ESFUERZO VERTICAL σ_{zz} EN PRESA PINE FLAT DEBIDO AL SEGUNDO MODO DE VIBRACION CUANDO ES SOMETIDA A LA COMPONENTE HORIZONTAL N69W SISMO TAFT , $c/c_c = 5\%$

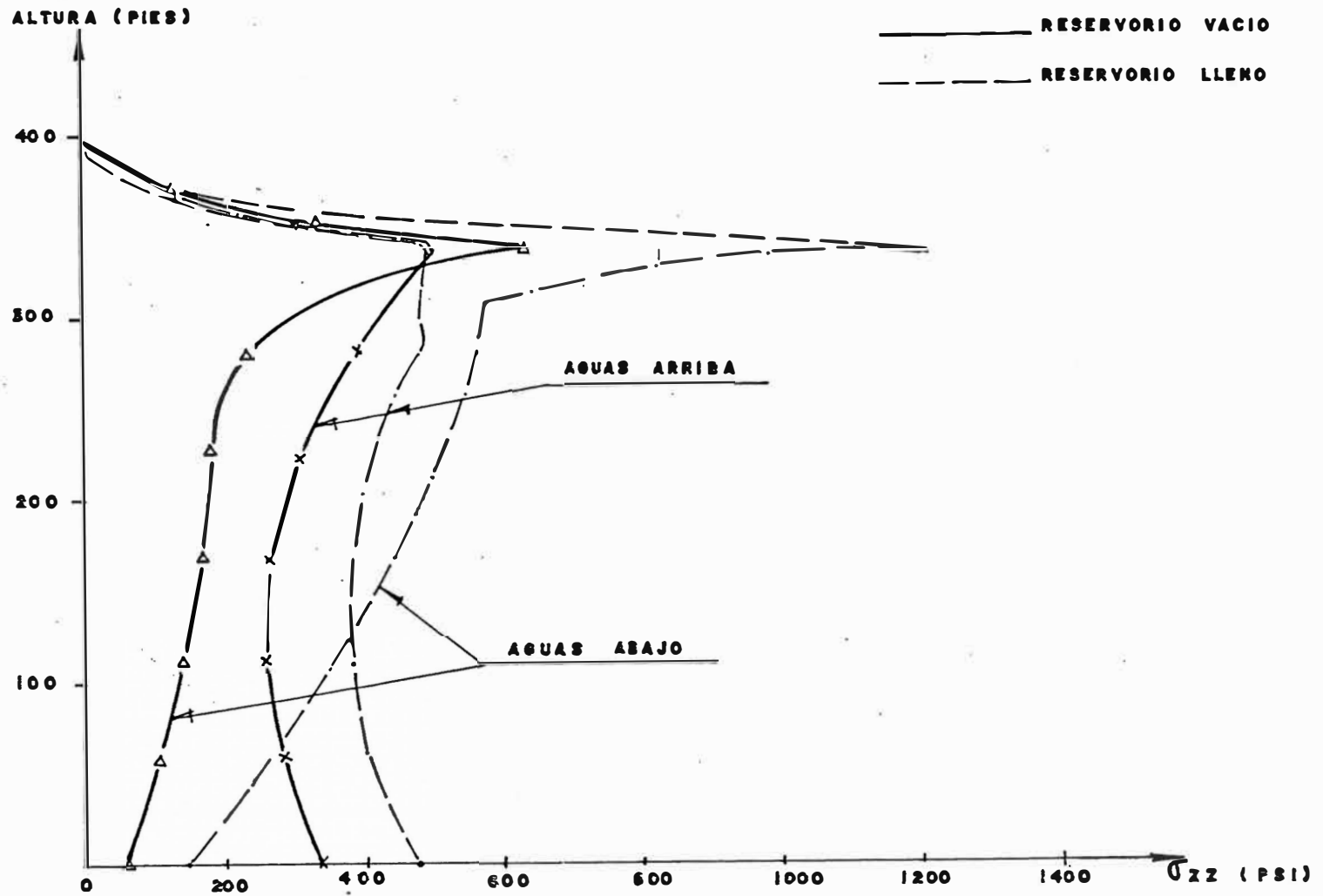


FIG. 4.27 ESFUERZO VERTICAL σ_{zz} EN PRESA "PINE FLAT" PARA LA SUPERPOSICION DE 6 MODOS DE VIBRACION. SISMO TAFT, N69W, C/Cc = 5%

Así por ejemplo para el 1er modo, el incremento varía de un 50% a un 110% como máximo (fig. 4.25).

Para el 2do modo, este incremento de esfuerzos σ_{zz} es a lo más del 55%. (fig. 4.26)

Puede notarse que la zona donde se producen los máximos incrementos es en el cambio brusco de sección (elevación 335 pies).

En la figura 4.27 se representa la superposición de esfuerzos para 6 modos de vibración, los cuales resultaron ser suficientes.

Observando estos últimos gráficos se concluye claramente que el modo fundamental es el predominante y contribuye a la superposición modal de esfuerzos con aproximadamente 65%. El segundo modo contribuye aproximadamente con un 30%.

4.3.3 PRESA DE ARCO

Se ha tomado como ejemplo la misma presa utilizada para el análisis estático (presa Coeburn). Es una presa simétrica, razón por la que se modeló solamente la mitad de ella, mediante un modelo conformado por 9 elementos finitos y 101 nudos, empotrado en su base.

La presa fue analizada para dos condiciones:

- i) Reservorio Vacío
- ii) Reservorio Lleno.

Se consideró al sismo actuando en dos direcciones horizontales:

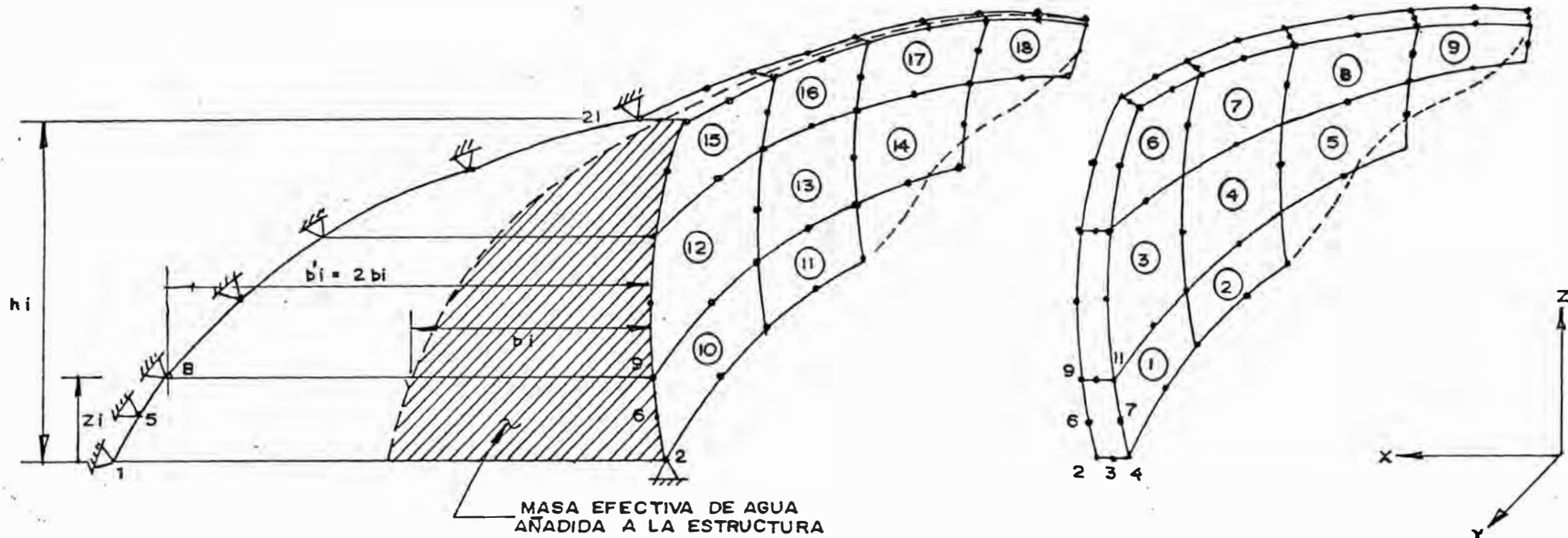
- iii) Aguas arriba - aguas abajo (eje x)
- iv) Transversal a la anterior (eje y).

El espectro de diseño utilizado corresponde al sismo de Lima, 17-X-1966 en su componente N8E, para 5% del amortiguamiento crítico.

Las propiedades del concreto utilizadas fueron:

$$\begin{aligned} E &= 4.32 \times 10^8 \text{ lb/pie}^2 \\ \nu &= 0.2 \\ \rho &= 4.661 \text{ lb-seg}^2/\text{pie}^4 \end{aligned}$$

Para conocer los efectos de la fuerza hidrodinámica causada por el sismo, se utilizó el concepto de "masa de agua añadida", que se presenta en la sección 3.2. Este modelo simplificado consiste en adosar una porción de la masa del agua sobre la presa, junto con la cual vibrará. En las figuras 4.28 y 4.29 se indican las regiones de agua modeladas, de las cuales sólo la mitad de ella contribuye con su masa para ser adosada sobre la presa.



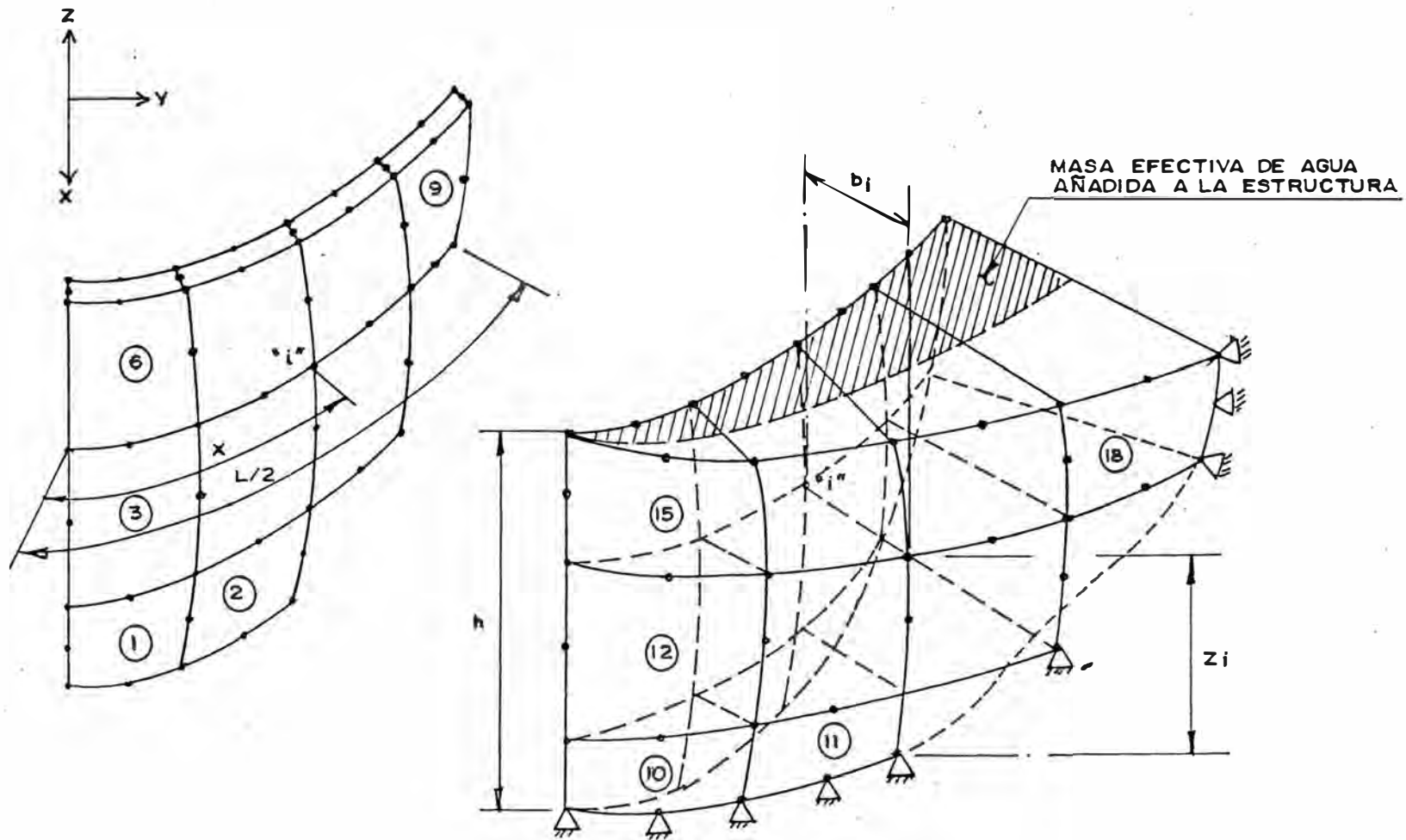
a) MODELO DE LA MASA DE AGUA

b) MODELO DE LA PRESA DE ARCO

$$b_i = \frac{7}{8} \sqrt{h_i (h_i - z_i)}, \text{ donde :}$$

- b_i = PORCIÓN DE AGUA CORRESPONDIENTE AL NUDO "i", QUE VIBRARA JUNTO CON LA PRESA
- h_i = PROFUNDIDAD DE AGUA EN LA SECCIÓN VERTICAL QUE INCLUYE EL NUDO "i"
- z_i = ALTURA DEL NUDO "i" SOBRE LA BASE DE LA PRESA

4.28 MASA DE AGUA AÑADIDA PARA VIBRAR JUNTO CON LA PRESA EN LA DIRECCION AGUAS ARRIBA - AGUAS ABAJO



a) MODELO DE PRESA DE ARCO

b) MODELO DE MASA DE AGUA

$$b_i = \frac{1}{3} \sqrt{h(h-z_i)} \cdot \frac{x_i}{L/2}, \text{ donde :}$$

- b_i = PORCIÓN DE AGUA CORRESPONDIENTE AL NUDO "i", QUE VIBRARA JUNTO CON LA PRESA
- h = PROFUNDIDAD MÁXIMA DEL RESERVORIO
- z_i = ALTURA DEL NUDO "i" SOBRE LA BASE DE LA PRESA
- x_i = DISTANCIA HORIZONTAL MEDIDA DEL CENTRO DEL ARCO Ó DEL PUNTO MITAD DE LA PRESA AL NUDO "i"
- L = LONGITUD DE CONTACTO DEL AGUA CON EL PARAMENTO DE LA PRESA.

FIG. 4.29 MASA DE AGUA AÑADIDA PARA VIBRAR JUNTO CON LA PRESA EN LA DIRECCION TRANSVERSAL AL CAÑON

El modelo utilizado para el sistema presa - agua consiste en 18 elementos (de los cuales 9 modelan el agua) y un total de 138 nudos.

Las propiedades del agua utilizadas son:

Módulo de compresibilidad, $K = 0.0$

Módulo de corte, $G = 0.0$

Densidad de masa, $\rho = 1.944 \text{ lb-seg}^2/\text{pie}^4$

Nótese que el agua contribuye al sistema únicamente con su masa y no con su rigidez.

A) RESULTADOS DE MODOS DE VIBRACION

A.1) Modos Simétricos

Para analizar la presa cuando el sismo actúa en la dirección aguas arriba - aguas abajo, se modeló la presa de manera que se restringió la componente de desplazamientos en la dirección transversal al cañón (eje Y) para los nudos ubicados en la sección de simetría (plano XZ), ver fig. 4.6. Los modos obtenidos de este modelo serán denominados "simétricos".

La presa fue analizada para 12 modos de vibración. En la tabla 4.8 se presentan los períodos aceleraciones y desplazamientos espectrales; desplazamientos modales máximos para cada modo.

TABLA 4.8 : MODOS SIMETRICOS
(Reservorio Vacío)

Modo	T (seg)	Sa (pie/seg ²)	Sd (x10 ⁻³ pie)	Umáx (pie)	Dirección de Umáx
1	0.128	30.31	12.51	-1.6 x 10 ⁻²	X
2	0.103	31.42	8.42	-1.4 x 10 ⁻²	X
3	0.068	30.87	3.63	-1.1 x 10 ⁻³	X
4	0.058	30.87	2.63	2.5 x 10 ⁻³	Z
5	0.049	30.87	1.86	-1.6 x 10 ⁻⁵	X
6	0.044	30.87	1.50	4.6 x 10 ⁻⁴	X
7	0.035	30.87	0.94	-1.6 x 10 ⁻⁴	X
8	0.024	30.87	0.44	-2.5 x 10 ⁻⁴	X
9	0.022	30.87	0.39	1.3 x 10 ⁻⁵	X
10	0.021	30.87	0.35	-1.6 x 10 ⁻⁴	Y
11	0.020	30.87	0.31	-2.4 x 10 ⁻⁵	X
12	0.019	30.87	0.31	-5.4 x 10 ⁻⁵	X

En la figura 4.30 se representan los modos de vibración simétricos (dirección aguas arriba - aguas abajo) en la sección central de la presa.

De igual manera en las figuras 4.31, 4.32 y 4.33 se grafican los tres primeros modos de vibración simétricos sobre arcos ubicados en tres niveles distintos.

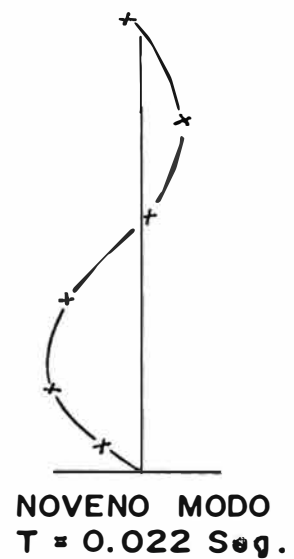
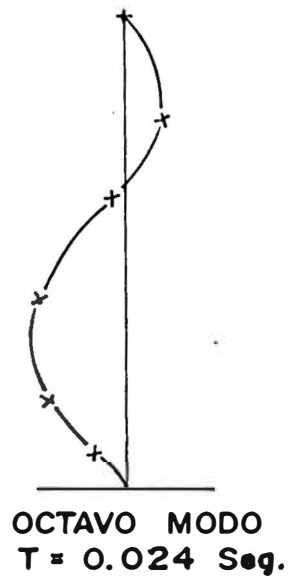
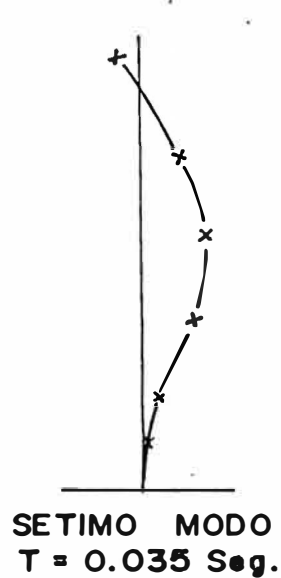
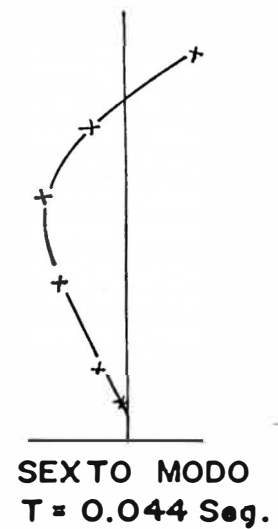
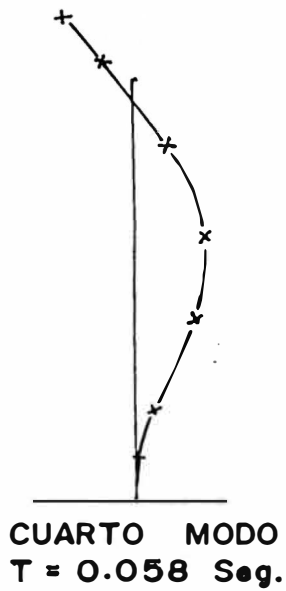
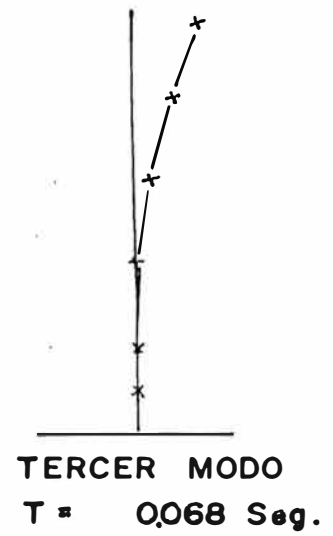
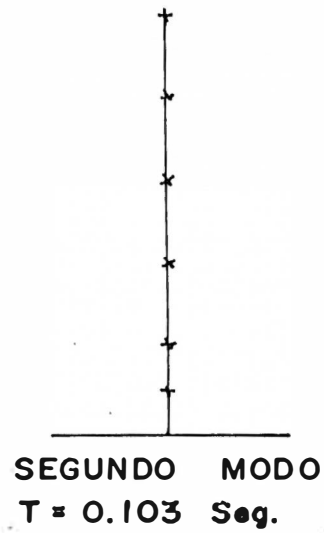
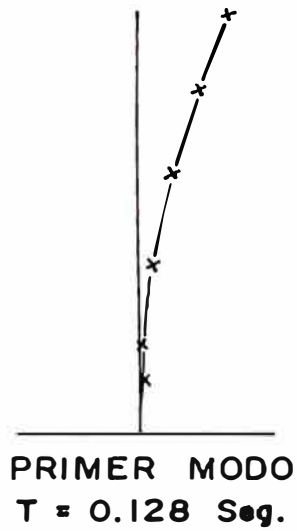
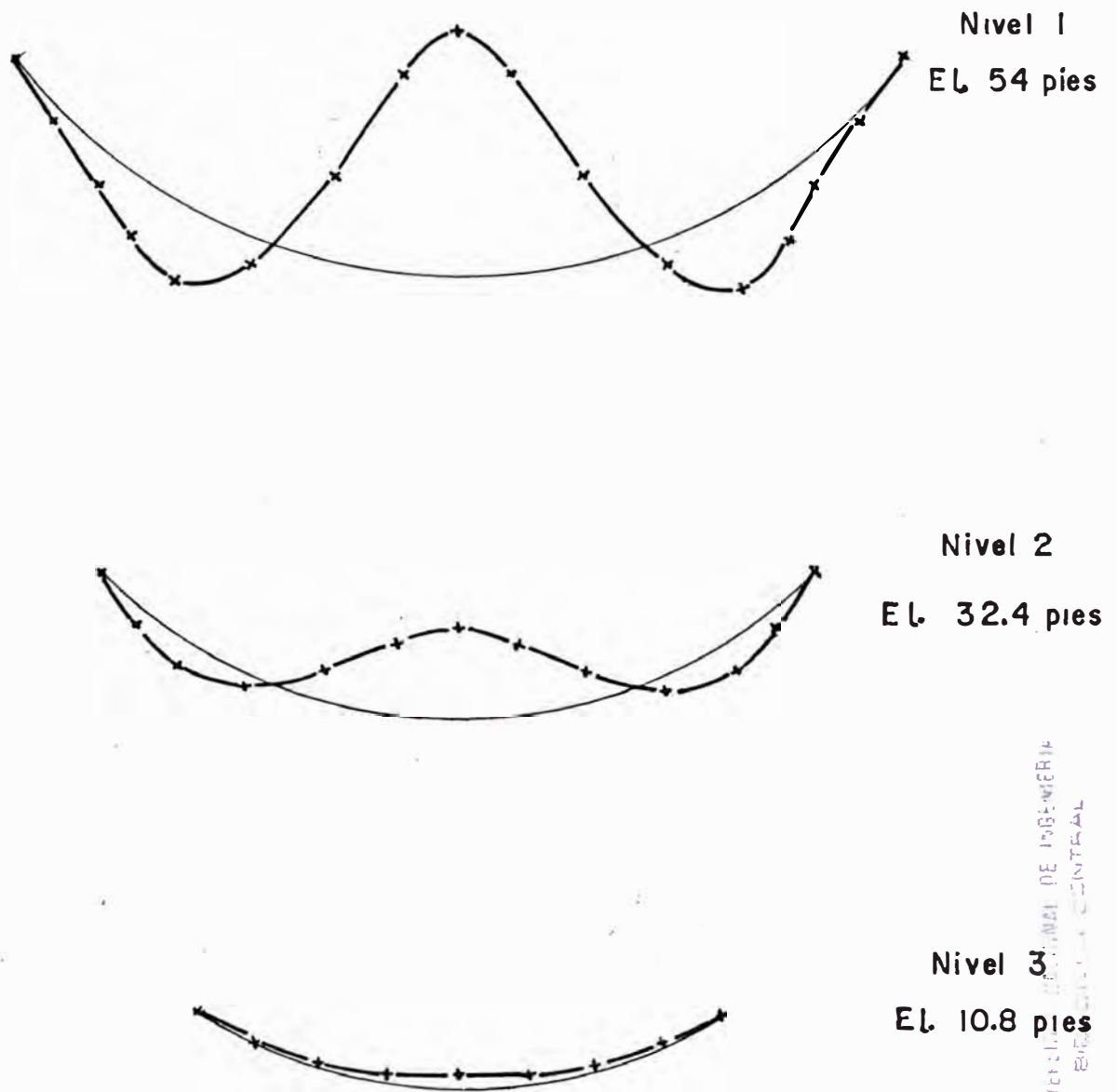


FIG. 4.30 MODOS DE VIBRACION SIMETRICOS (DIRECCION AGUAS ARRIBA - AGUAS ABAJO) EN LA SECCION CENTRAL DE LA PRESA "COEBURN" CON RESERVORIO VACIO.



INSTITUTO VENEZOLANO DE INGENIERIA
 BUREAU CENTRAL

FIG. 4.31 PRIMER MODO DE VIBRACION SIMETRICO EN LA PRESA COEBURN VACIA.

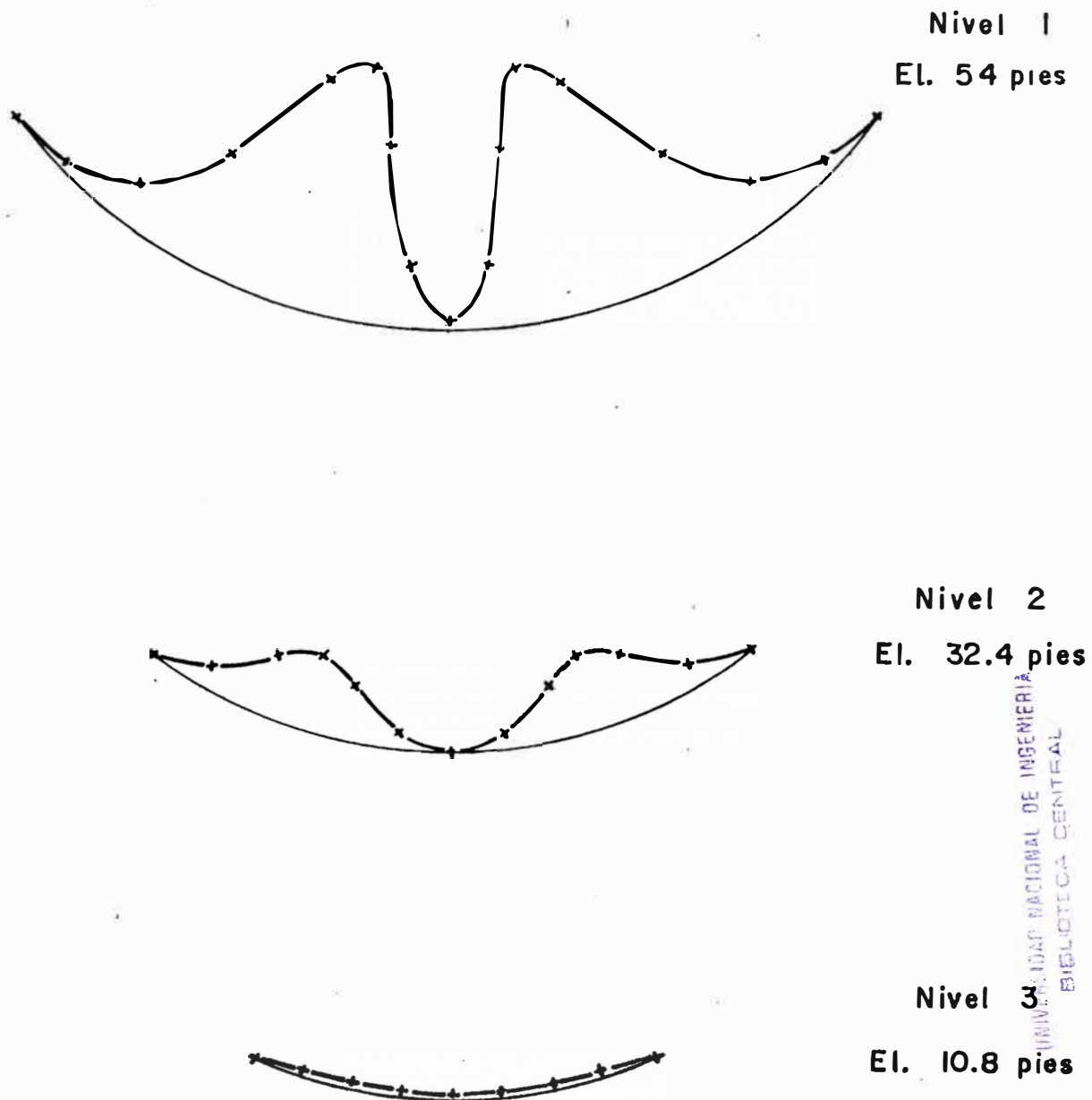
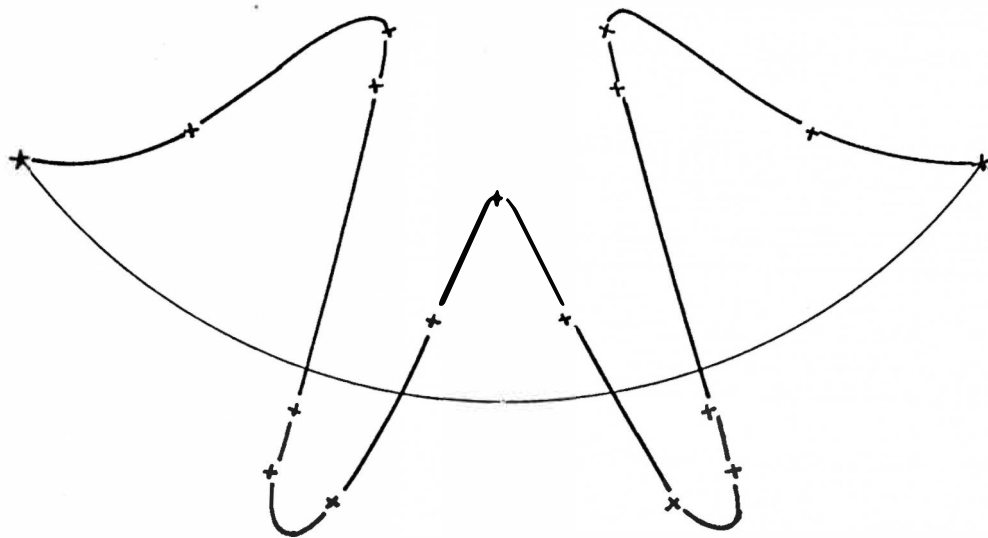


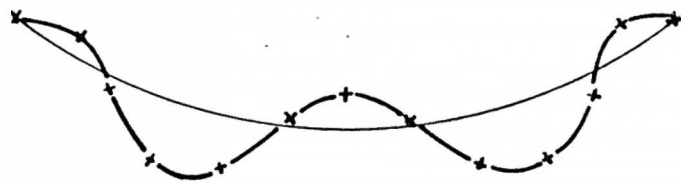
FIG. 4.32 SEGUNDO MODO DE VIBRACION SIMETRICO EN LA PRESA COËBURN VACIA (dirección aguas arriba - aguas abajo)

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
 BIBLIOTECA CENTRAL

JEFATURA



Nivel 1
El. 54 pies



Nivel 2
El. 32.4 pies



Nivel 3
El. 10.8 pies

FIG. 4.33 TERCER MODO DE VIBRACION SIMETRICO EN LA PRESA COEBURN VACIA.

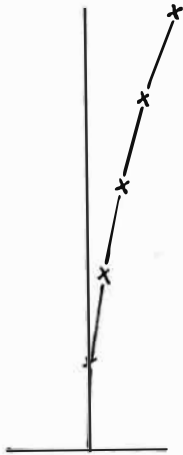
UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

Para el caso de la presa con reservorio lleno, se obtuvieron las formas de modo que se grafican en la figura 4.34.

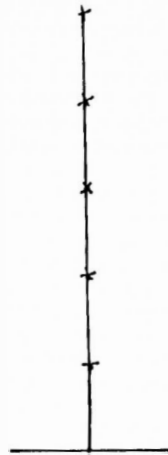
En la tabla 4.9 se tiene valores de períodos, aceleración y desplazamientos espectrales así como los desplazamientos modales máximos para cada modo.

TABLA 4.9 : MODOS SIMETRICOS
(Reservorio Lleno)

Modo	T (seg)	Sa (pie/seg ²)	Sd (x10 ⁻³ pie)	Umáx (pie)	Dirección de Umáx
1	0.235	17.04	23.83	6.1 x 10 ⁻³	X
2	0.187	17.79	15.70	-4.7 x 10 ⁻³	X
3	0.112	33.11	10.46	-4.3 x 10 ⁻³	X
4	0.105	31.79	8.85	-3.4 x 10 ⁻³	Z
5	0.076	30.87	4.51	-4.7 x 10 ⁻³	X
6	0.073	30.87	4.13	-4.0 x 10 ⁻³	Y
7	0.058	30.87	2.65	3.5 x 10 ⁻³	X
8	0.048	30.87	1.83	-4.1 x 10 ⁻³	Z
9	0.042	30.87	1.40	4.0 x 10 ⁻³	X
10	0.041	30.87	1.29	3.4 x 10 ⁻³	X
11	0.040	30.87	1.25	2.2 x 10 ⁻³	Y
12	0.038	30.87	1.12	3.1 x 10 ⁻³	Z



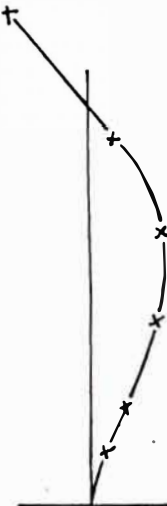
PRIMER MODO
 $T = 0.235$ Seg.



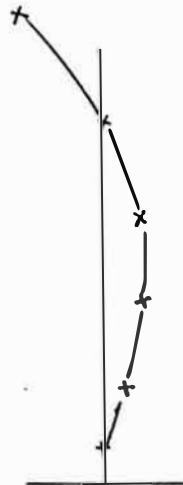
SEGUNDO MODO
 $T = 0.187$ Seg.



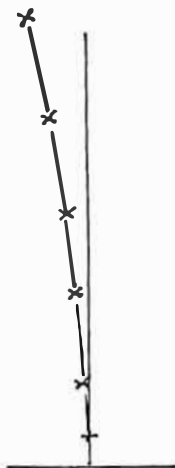
TERCER MODO
 $T = 0.112$ Seg.



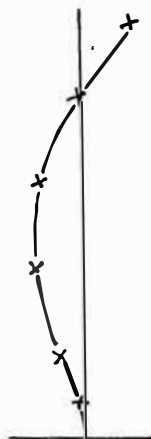
CUARTO MODO
 $T = 0.105$ Seg.



QUINTO MODO
 $T = 0.076$ Seg.



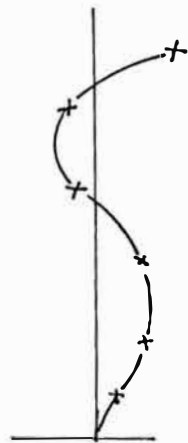
SEXTO MODO
 $T = 0.073$ Seg.



SETIMO MODO
 $T = 0.058$ Seg.



OCTAVO MODO
 $T = 0.048$ Seg.



NOVENO MODO
 $T = 0.042$ Seg.

FIG. 4.34 MODOS DE VIBRACION SIMETRICOS (DIRECCION AGUAS ARRIBA - AGUAS ABAJO) EN LA SECCION CENTRAL DE LA PRESA "COEBURN" CON RESERVO- RIO LLENO.

Se observa que los períodos de vibración para el caso de reservorio lleno se han incrementado aproximadamente entre 65 y 85% respecto a la condición de reservorio vacío. En base a los resultados obtenidos se podría afirmar (para este ejemplo en particular) que la masa de agua añadida es aproximadamente el doble de la masa de la presa (en otras palabras, el volumen de agua añadido es casi 5 veces el volumen de la estructura de concreto).

La afirmación anterior puede demostrarse partiendo de la hipótesis de que la rigidez del agua es nula, por lo tanto la rigidez del sistema presa - agua es igual a la rigidez de la presa. Luego es posible encontrar la siguiente relación de masas:

$$M_{\text{agua}} = \left[\left(\frac{T_{LL}}{T_v} \right)^2 - 1 \right] \times M_{\text{presa}}$$

donde:

M_{agua} , M_{presa} = Masa de agua y de la presa respectivamente

T_{LL} = Período de la presa con reservorio lleno

T_v = Período de la presa con reservorio vacío.

Los resultados de los períodos arrojan una relación aproximada de $T_{LL}/T_v = 1.75$, por consiguiente se obtuvo que la $M_{\text{agua}} \sim 2 M_{\text{presa}}$.

A.2) Modos Antisimétricos

Para el caso del sismo actuando en la dirección transversal al cañón, se modeló la estructura de manera que quedó restringida la componente de desplazamientos en la dirección aguas arriba - aguas abajo (eje x) para los nudos ubicados en la sección de simetría (plano xz). (Ver fig. 4.6). Los modos obtenidos de este modelo serán denominados "antisimétricos".

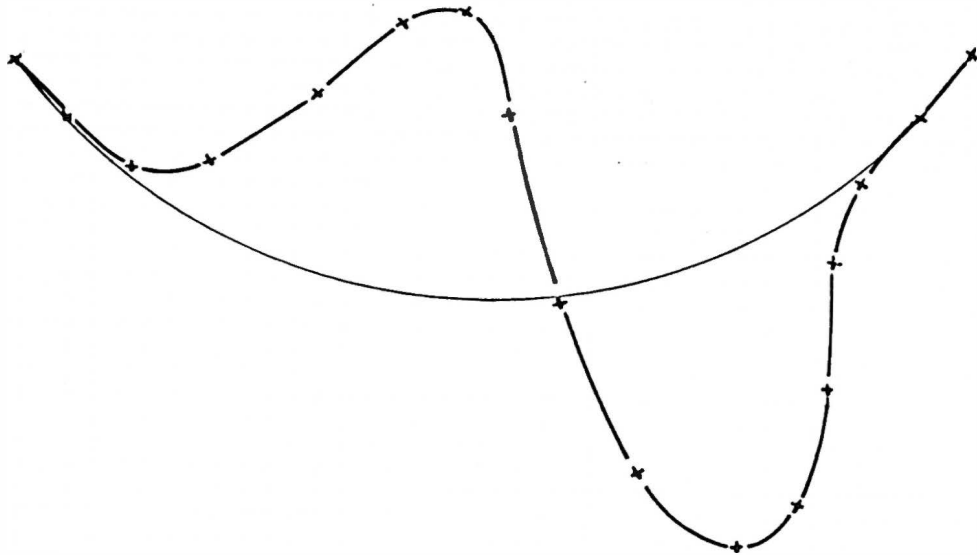
Los modos de vibración antisimétricos representados en el arco de coronamiento, se ilustran en las figuras 4.35 y 4.36.

En la tabla 4.10 se presentan los períodos, aceleraciones y desplazamientos espectrales; así como los desplazamientos modales máximos para cada modo.

TABLA 4.10 : MODO ANTISIMETRICOS
(Reservorio vacío)

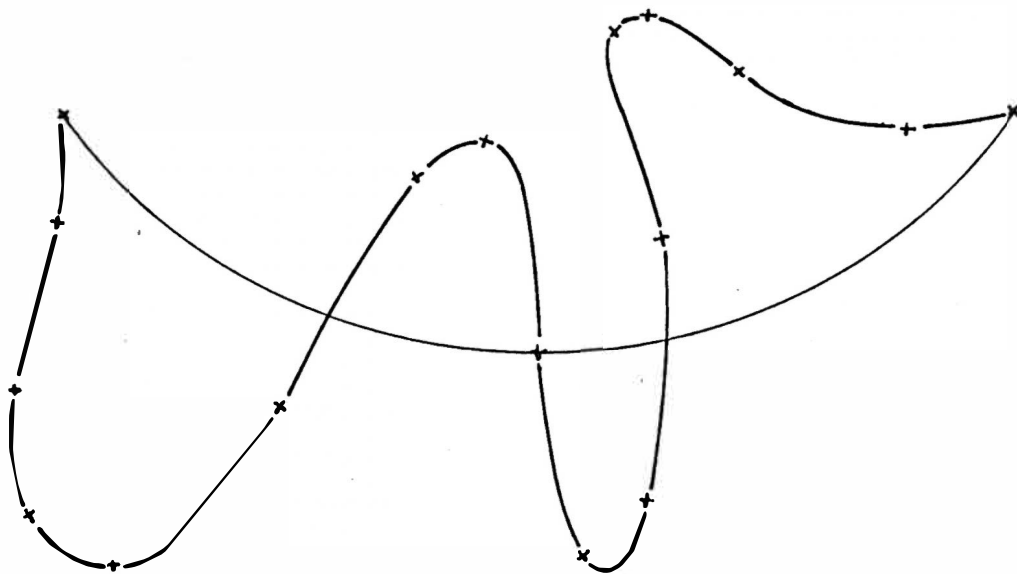
Modo	T (seg)	Sa (pie/seg ²)	Sd (x10 ⁻³ pie)	Umáx (pie)	Dirección de Umáx
1	0.147	22.23	12.19	7.9 x 10 ⁻³	X
2	0.084	30.87	5.53	-7.0 x 10 ⁻³	X
3	0.058	30.87	2.64	7.5 x 10 ⁻³	X
4	0.052	30.87	2.13	5.7 x 10 ⁻³	X
5	0.039	30.87	1.16	-5.7 x 10 ⁻³	X
6	0.032	30.87	0.82	7.7 x 10 ⁻³	Y
7	0.027	30.87	0.56	1.1 x 10 ⁻²	X
8	0.024	30.87	0.45	5.5 x 10 ⁻³	Z

Nivel
El. 54 pies



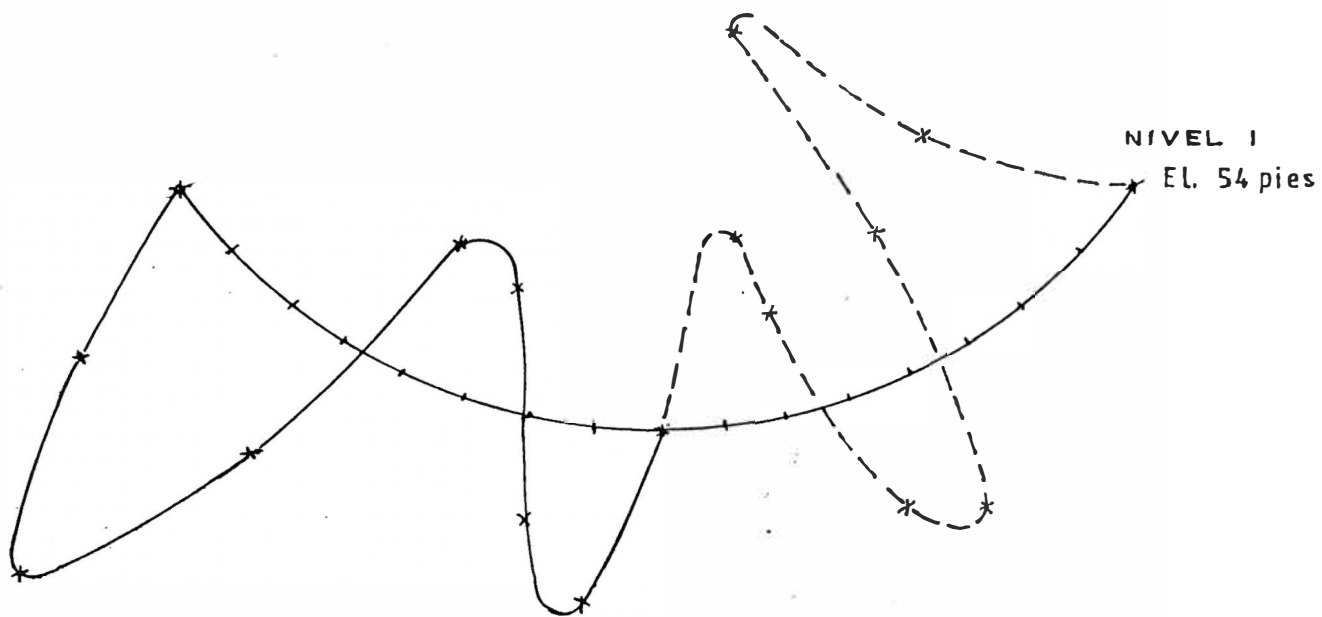
PRIMER MODO ANTISIMETRICO

Nivel

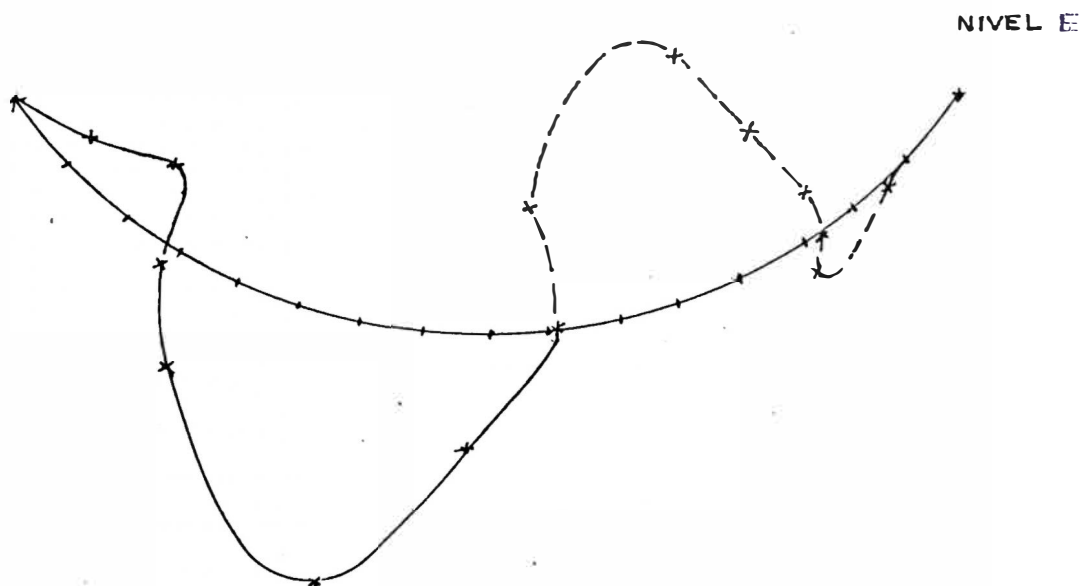


SEGUNDO MODO ANTISIMETRICO

FIG. 4.35 MODOS DE VIBRACION ANTISIMETRICOS EN LA PRESA COEBURN VACIA (dirección transversal al cañón)



TERCER MODO ANTISIMETRICO



CUARTO MODO ANTISIMETRICO

FIG. 4.36 MODOS DE VIBRACION ANTISIMETRICOS
EN LA PRESA COEBURN VACIA
(DIRECCION TRANSVERSAL AL CAÑON)

En la tabla 4.11, se muestran algunos resultados relacionados con los modos de vibración de la presa con reservorio lleno.

TABLA 4.11 : MODOS ANTISIMÉTRICOS
(Reservorio Lleno)

Modo	T (seg)	Sa (pie/seg ²)	Sd (x10 ⁻³ pie)	Umáx (pie)	Dirección de Umáx
1	0.164	20.03	13.69	6.9 x 10 ⁻³	X
2	0.097	30.87	7.33	-5.8 x 10 ⁻³	X
3	0.067	30.87	3.55	-5.9 x 10 ⁻³	X
4	0.058	30.87	2.65	5.5 x 10 ⁻³	X
5	0.044	30.87	1.49	5.5 x 10 ⁻³	X
6	0.036	30.87	0.99	6.7 x 10 ⁻³	Y
7	0.033	30.87	0.85	8.6 x 10 ⁻³	X
8	0.028	30.87	0.59	5.6 x 10 ⁻³	Z

Como era de esperar para el caso del reservorio lleno se obtuvieron períodos mayores que para el caso de reservorio vacío. El incremento promedio encontrado se estima en 15%.

B) RESULTADOS DE ESFUERZOS

Se obtuvieron esfuerzos normales σ_{xx} , σ_{yy} y σ_{zz} y de corte τ_{xy} , τ_{yz} y τ_{zx} para cada nudo y para cada modo, en las condiciones de reservorio vacío y reservorio lleno.

Así mismo se han calculado los esfuerzos para las combinaciones modales siguientes:

$$\text{CM.1} = \sum |u_i| \quad (\text{Suma absoluta})$$

$$\text{CM.2} = \sqrt{\sum u_i^2} \quad (\text{media cuadrática})$$

$$\text{CM.3} = \frac{\sum |u_i| + \sqrt{\sum u_i^2}}{2} \quad (\text{Según NPDS})$$

Considerando que la presa de arco es de espesor relativamente delgado respecto a las otras dimensiones, resultan bastante significativos los esfuerzos normales σ_{yy} (de arco) y σ_{zz} (de cantilever), razón por la que sólo se graficaron dichos esfuerzos.

B.1) Sismo en la dirección aguas arriba - aguas abajo

En la figura 4.37 y 4.38 se representan la distribución de esfuerzos normales σ_{zz} y σ_{yy} en la sección central de la presa, debido al primer modo de vibración para la condición de reservorio vacío y lleno.

- Los máximos σ_{zz} (fig. 4.37) se presentan en el borde empotrado con la cimentación y van disminuyendo conforme aumenta la altura. El empuje hidrodinámico hace incrementar sustancialmente los esfuerzos en el paramento aguas abajo. El incremento máximo registrado es de 175% en el borde empotrado y puede estimarse en 100% como incremento promedio (debido al primer modo).

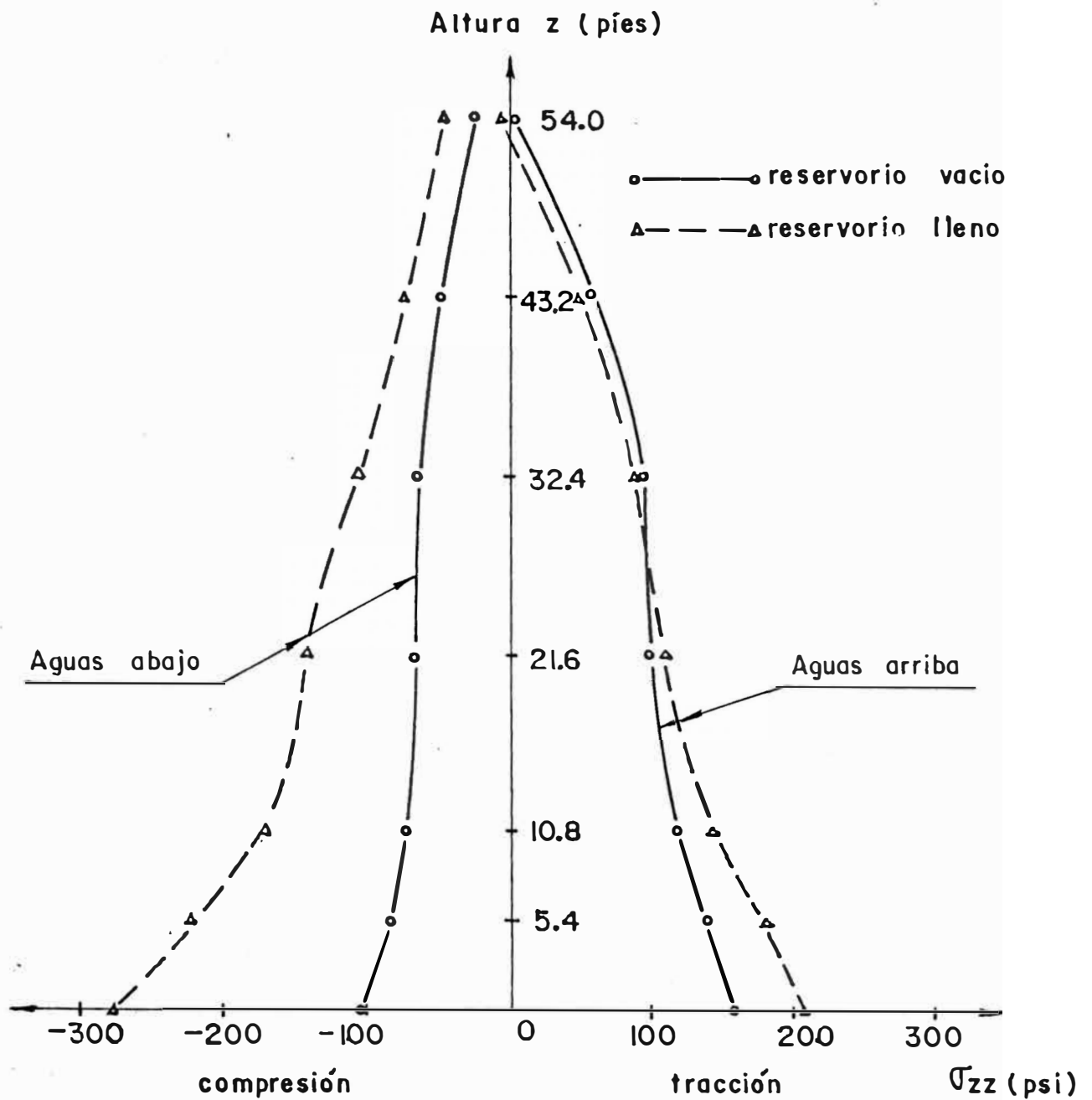


FIG. 4.37 ESFUERZO NORMAL σ_{zz} EN LA SECCION CENTRAL DE LA PRESA COEBURN DEBIDO AL PRIMER MODO SIMETRICO (Aguas arriba - Aguas abajo), SISMO LIMA 17-X-1966, N8 E, $c/c_c = 0.05$

- En la figura 4.38 se grafican los esfuerzos normales σ_{yy} , cuyos máximos se encuentran en el borde superior del paramento aguas arriba y van decreciendo en niveles inferiores. El efecto hidrodinámico incrementa los esfuerzos notablemente en el paramento aguas abajo en la zona central de la presa y este incremento máximo es del orden de 130% respecto al obtenido para reservorio vacío.

En la figura 4.39, se observa la distribución de esfuerzos σ_{zz} en la sección central de la presa, debido al segundo modo de vibración. Nótese que la contribución de tales esfuerzos a la superposición modal no es tan significativa como el 1er modo. Sin embargo para los esfuerzos normales σ_{yy} , el segundo modo contribuye sustancialmente y llega a representar el 65% de los valores de la superposición de los 12 modos considerados, tanto para el caso de reservorio vacío como lleno. (Ver figura 4.40 y 4.41.b).

Por ejemplo, para el caso de reservorio lleno, el valor máximo σ_{yy} encontrado en el paramento aguas abajo correspondiente al 2do modo es de 560 psi (fig. 4.40), mientras que para la combinación modal de 12 modos (fig. 4.41.b) se encontró un σ_{yy} de 880 psi.

Una gráfica muy interesante resulta ser la 4.41 porque representa la combinación modal de esfuerzos según el promedio de la suma absoluta y la media cuadrática, tal como lo establece las normas peruanas de diseño sísmico.

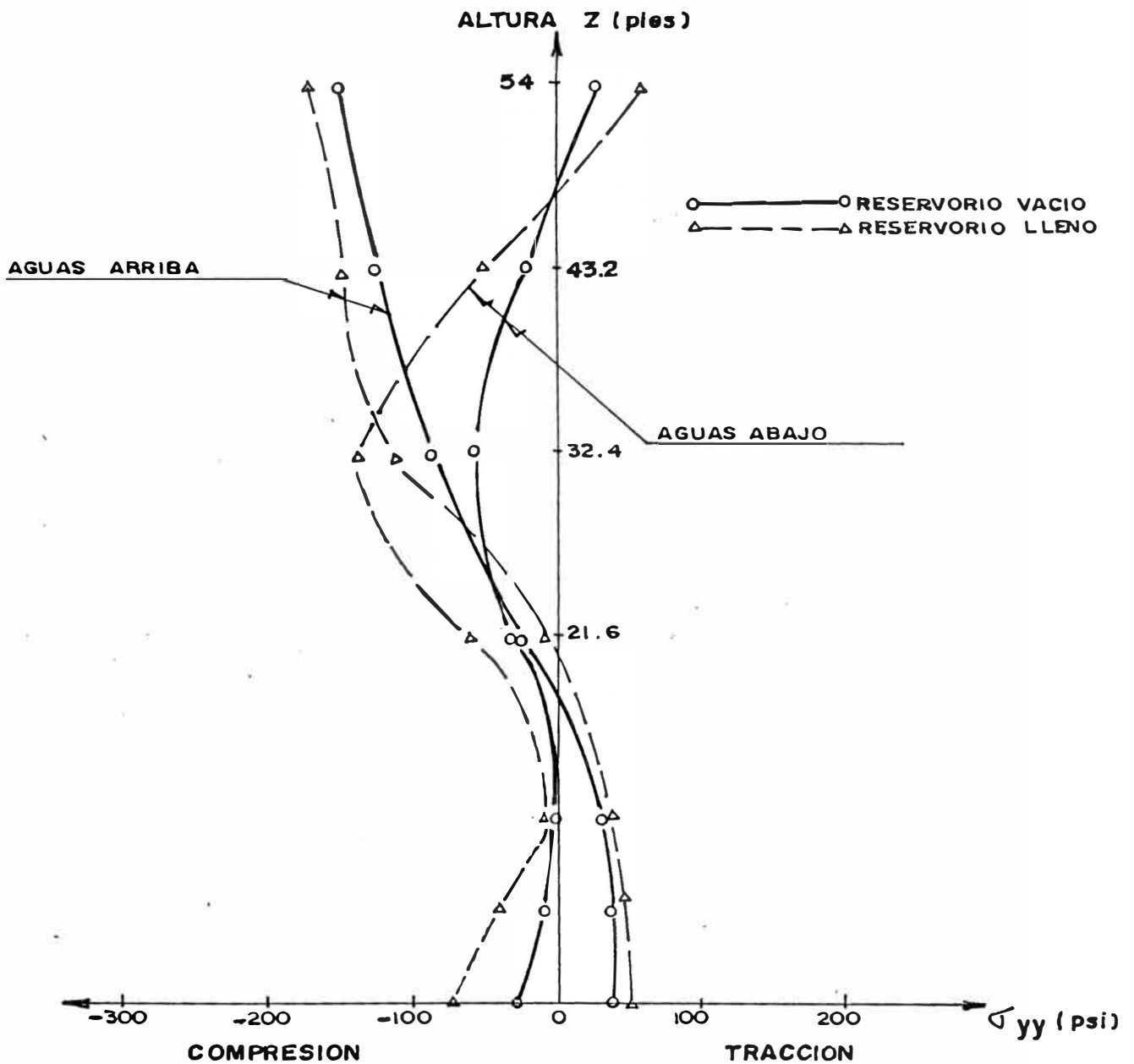


FIG. 4.38 ESFUERZO NORMAL σ_{yy} EN LA SECCION CENTRAL DE LA PRESA COEBURN DEBIDO AL PRIMER MODO SIMETRICO (Aguas Arriba - Aguas Abajo) SISMO LIMA 17-X-1966 NBE $c/c_c = 0.05$

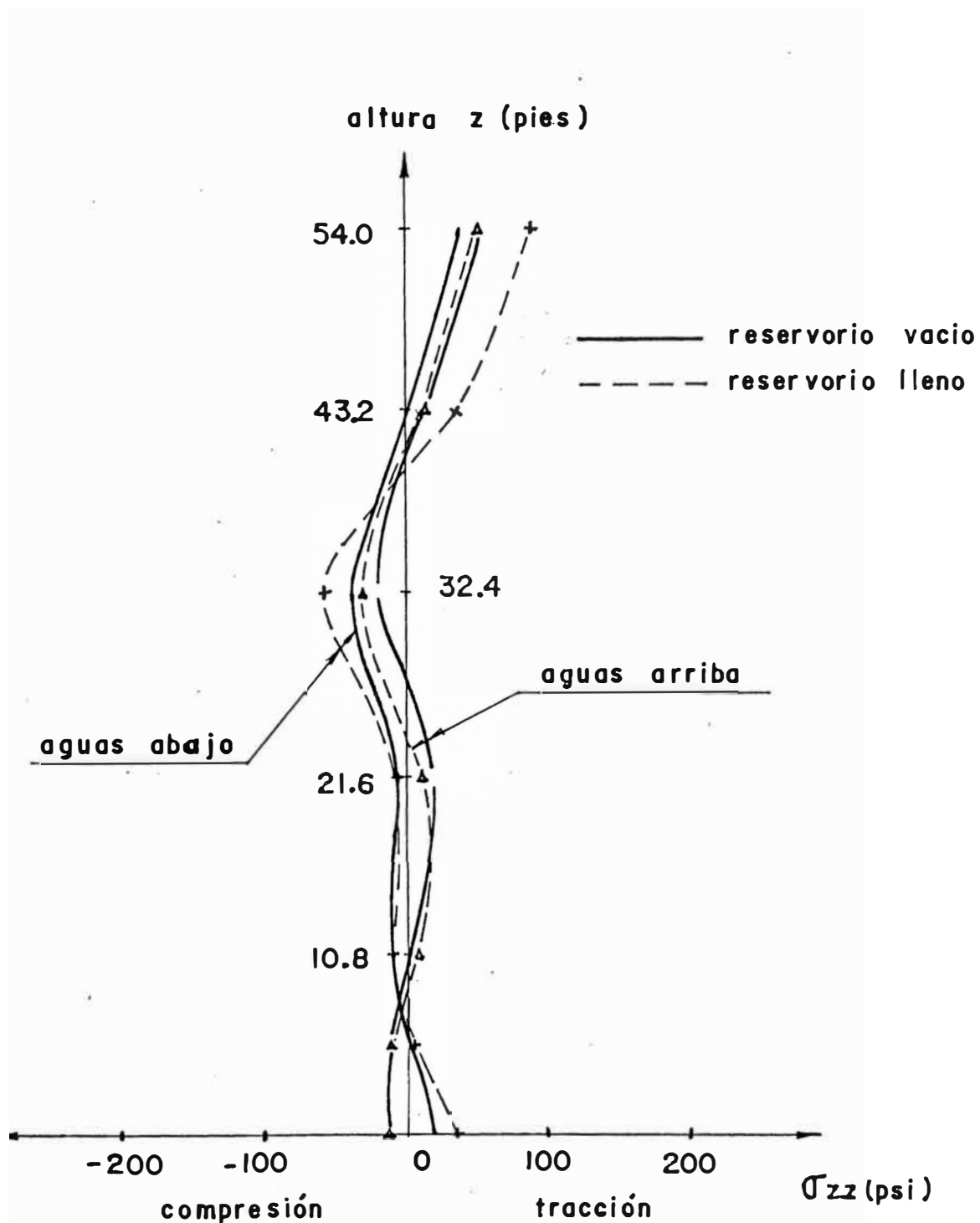


FIG. 4.39 ESFUERZO NORMAL σ_{zz} EN SECCION CENTRAL DE LA PRESA COEBURN DEBIDO AL SEGUNDO MODO SIMETRICO, SISMO LIMA 17-X-1966 NBE, $c/c_c = 0.05$

De la figura 4.41, que representa la distribución de esfuerzos σ_{zz} y σ_{yy} en la sección central de la presa, pueden destacarse las observaciones siguientes:

Esfuerzos σ_{zz} (Fig. 4.41.a)

- La distribución de esfuerzos σ_{zz} (para la superposición modal) adopta aproximadamente la distribución debida al 1er modo de vibración, cuyos valores de esfuerzos σ_{zz} representan alrededor del 50% de la combinación modal. En conclusión, diremos que el 1er modo contribuye significativamente en esfuerzos σ_{zz} a la superposición modal.
- Se aprecia claramente que los máximos esfuerzos σ_{zz} (o de cantilever), se presentan en la zona de contacto con la cimentación (borde empotrado) y alrededor del 60% de la altura (zona de mayor curvatura vertical en la presa).
- El efecto hidrodinámico incrementó notoriamente los esfuerzos en el paramento aguas abajo alcanzando valores del orden de 3 veces los esfuerzos para la presa vacía; mientras que en el paramento aguas arriba sólo se registró un incremento de aproximadamente 1 vez.

Esfuerzos σ_{yy} (Fig. 4.41.b)

- La distribución de esfuerzos σ_{yy} de la combinación modal adopta aproximadamente la distribución debida al 2do modo de vibración.

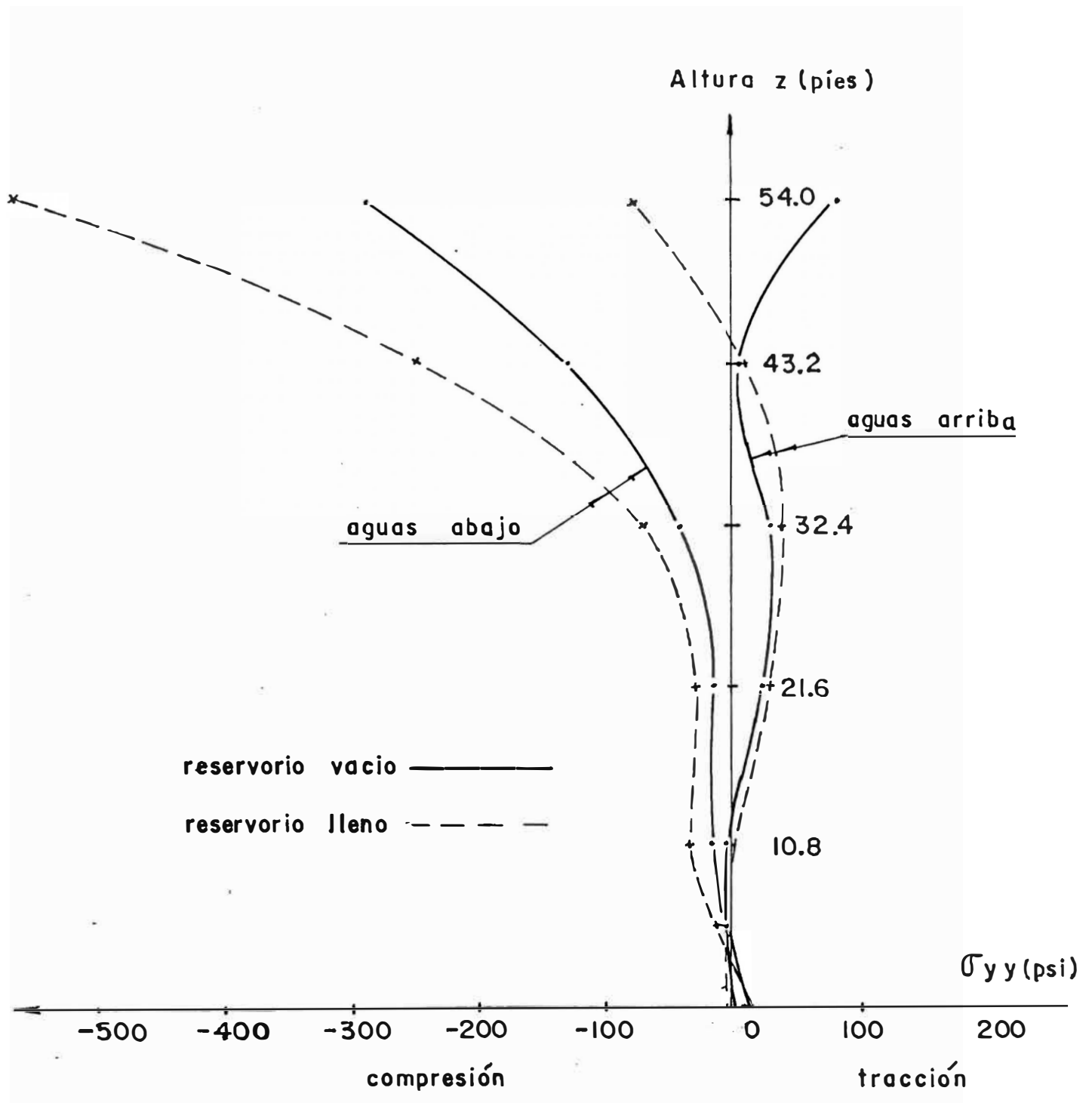


FIG. 4.40 ESFUERZO NORMAL σ_{yy} EN SECCION CENTRAL DE LA PRESA COEBURN DEBIDO AL SEGUNDO MODO SIMETRICO SISMO LIMA 17-X-1966 N8E, $c/c_c = 0.05$

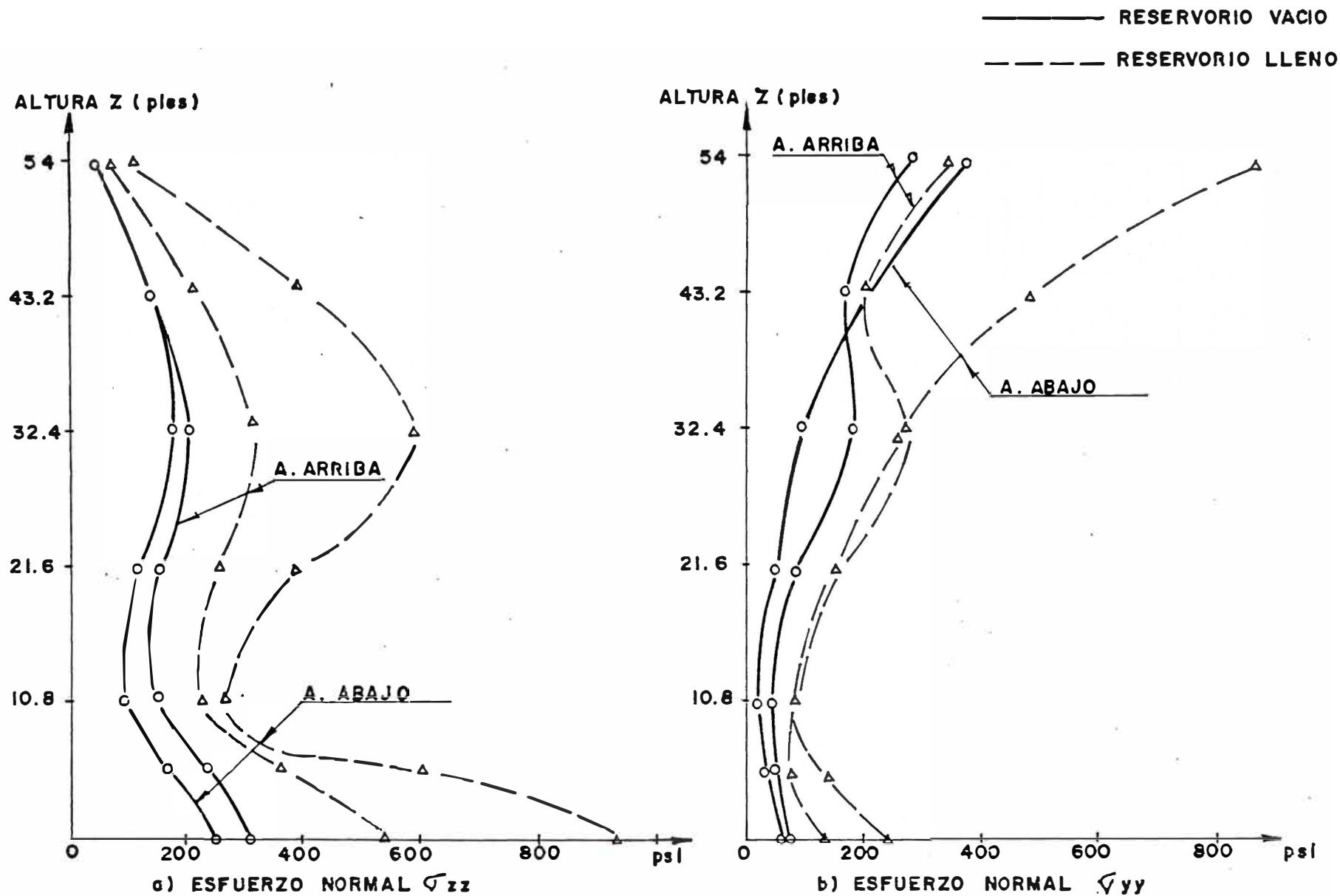


FIG. 4.41 ESFUERZOS PARA COMBINACION DE 12 MODOS DE VIBRACION SIMETRICOS (DIRECCION AGUAS ARRIBA - AGUAS ABAJO) EN LA SECCION CENTRAL DE LA PRESA COEBURN.

- El 2do modo contribuye sustancialmente a los esfuerzos σ_{yy} , representando en promedio el 65% de la combinación modal.
- Los esfuerzos máximos σ_{yy} se presentan en la cresta de la presa.
- El efecto hidrodinámico originó en el paramento aguas abajo (arco superior) esfuerzos hasta de 1.3 veces a los obtenidos para el caso de reservorio vacío mientras que en el paramento aguas arriba el efecto hidrodinámico no es tan significativo.

B.2) Sismo en la Dirección Transversal al Cañón

Se presentan resultados de esfuerzos para la superposición de 12 modos de vibración "antisimétricos" (en la dirección transversal al Cañón) en tres secciones de la presa. Se analizó para dos condiciones de carga:

- Reservorio LLeno y
- Reservorio Vacío.

Resultó suficiente considerar 12 modos de vibración. La contribución de los 3 últimos modos es mucho menor al 10% del obtenido para la combinación de los 9 primeros.

Como era de esperar los máximos esfuerzos normales σ_{zz} (acción de voladizo) se presentan en el borde empotrado de la presa y en la región central, allí donde la presa presenta una mayor curvatura vertical. (Elevación 32.4 pies).

Los esfuerzos normales σ_{yy} (acción de arco) máximos se presentan en los arcos superiores de la presa, particularmente en el paramento aguas abajo.

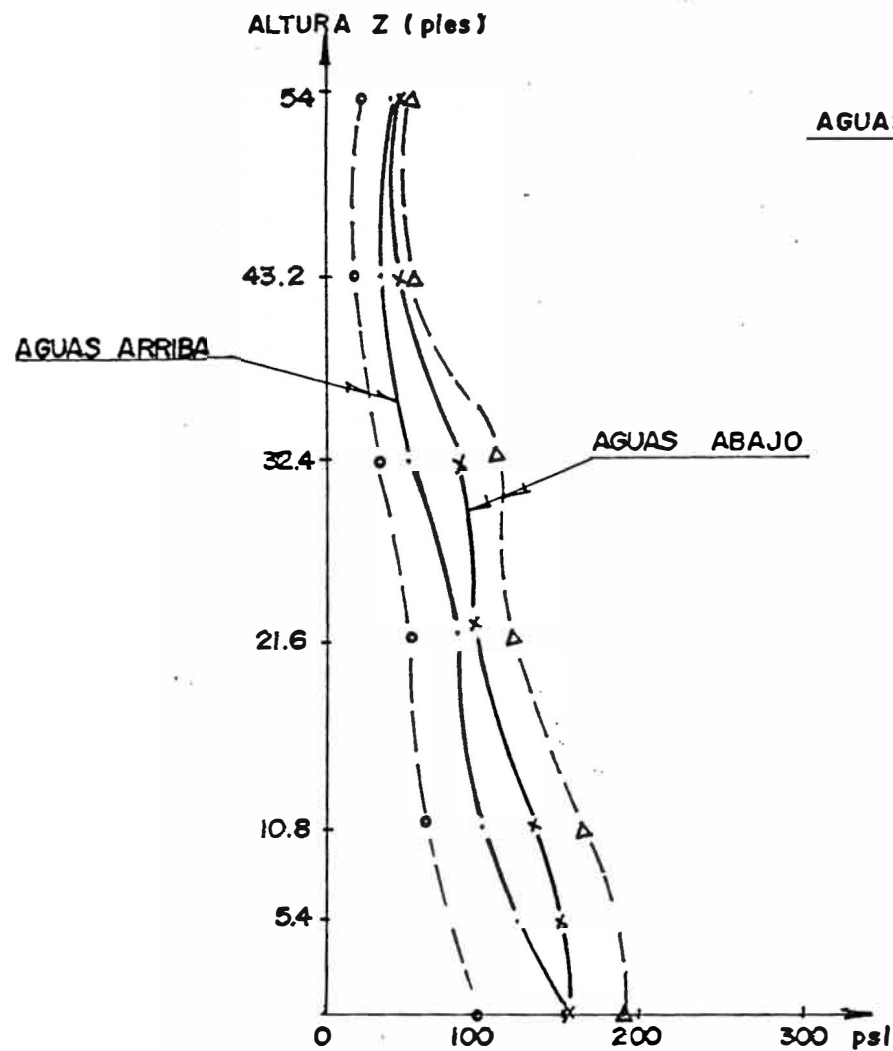
Sección Central de la Presa

En la figura 4.42 se grafican los esfuerzos σ_{zz} y σ_{yy} en la sección central de la presa, para la combinación de 12 modos, de las que pueden extraerse las siguientes observaciones:

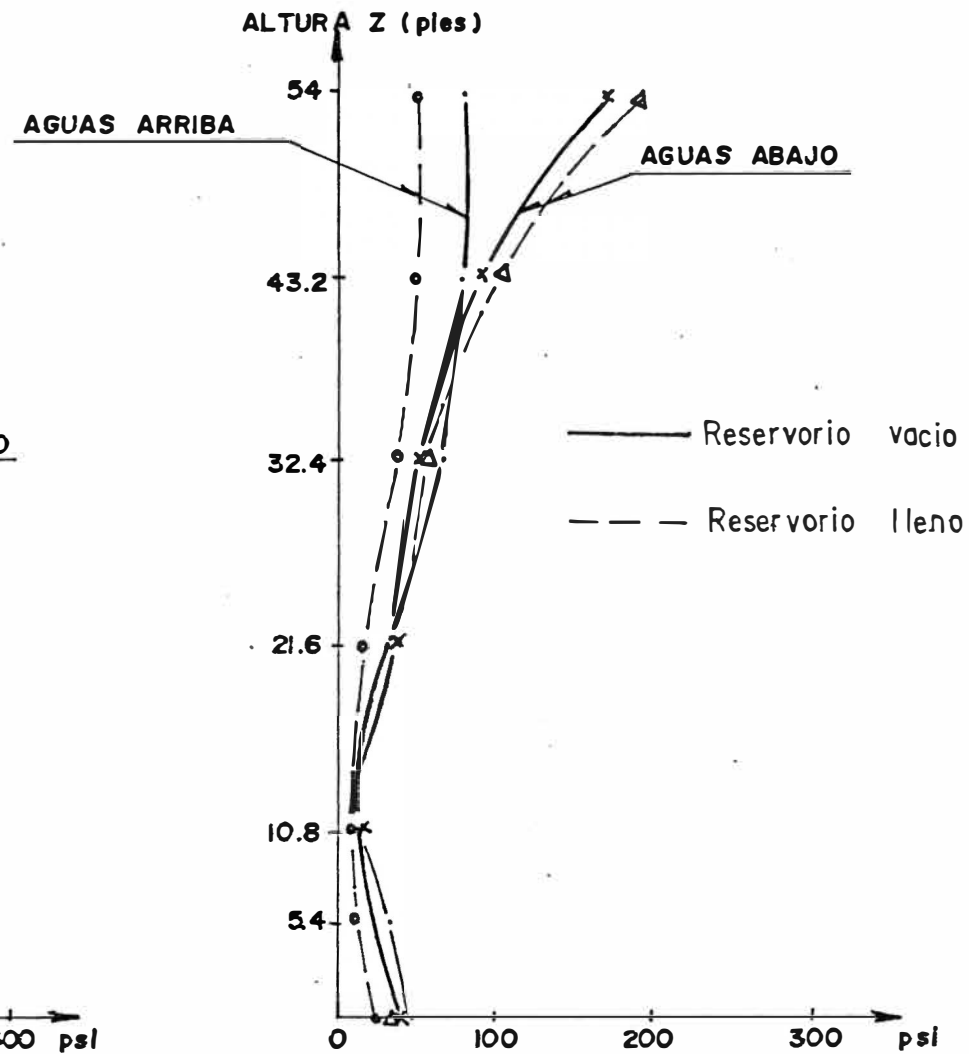
Esfuerzos σ_{zz} (Figura 4.42.a)

- Para el caso de presa vacía, los esfuerzos en el paramento aguas abajo son ligeramente mayores a los alcanzados en el paramento aguas arriba. El esfuerzo máximo alcanzado (en la base) para la presa vacía es aproximadamente 150 psi y va decreciendo conforme se asciende en altura.

El efecto hidrodinámico incrementa los esfuerzos en el paramento aguas abajo en el orden del 30% respecto a la presa vacía.



a.) ESFUERZO NORMAL σ_{zz}



b.) ESFUERZO NORMAL σ_{yy}

FIG. 4.42 ESFUERZOS PARA LA COMBINACION DE 12 MODOS DE VIBRACION ANTI-SIMETRICOS (DIRECCION TRANSVERSAL AL CAÑON) EN LA SECCION CENTRAL DE LA PRESA "COEBURN"

En el paramento aguas arriba se observa un decremento de esfuerzos, debido al efecto hidrodinámico, que podría estimarse en 35%.

Esfuerzos σ_{yy} (Figura 4.42.b)

- Los máximos esfuerzos se presentan en el paramento aguas abajo alcanzando valores de 170 psi para la presa vacía y 200 psi para la presa llena.
- El incremento de esfuerzos en el paramento aguas abajo debido al efecto hidrodinámico es del orden del 20%.

En este caso también se observa disminución de esfuerzos en el paramento aguas arriba debido al efecto hidrodinámico, que puede estimarse en 40% respecto a la presa vacía.

Sección B-B

La sección vertical B-B está ubicada a 13° de la sección central de la presa.

En la figura 4.43 se representan los esfuerzos normales σ_{zz} y σ_{yy} en la sección B-B para la combinación de los 12 modos de vibración. Pueden destacarse las siguientes observaciones:

Esfuerzo σ_{zz} (Figura 4.43.a)

Para la condición de presa vacía, los máximos valores se alcanzaron en el borde empotrado, así se tiene 190 y 295 psi correspondientes al paramento aguas abajo y arriba respectivamente.

- Los esfuerzos σ_{zz} encontrados en la sección B-B son mayores a los correspondientes de la sección central, por lo que se concluye que la sección central no es la crítica para el caso de sismo transversal al cañón.
- El efecto hidrodinámico incrementa los esfuerzos en el paramento aguas abajo en el orden del 25%.
- En el paramento aguas arriba, debido al efecto hidrodinámico se produce una disminución de esfuerzos en el orden del 35%.

Esfuerzos σ_{yy} (Figura 4.43.b)

- El efecto hidrodinámico disminuye los esfuerzos σ_{yy} en el paramento aguas arriba, respecto a la condición de presa vacía. Esta disminución es gradual y llega a ser hasta del 40% en el extremo superior de la presa.

En el paramento aguas abajo, se produce un incremento de esfuerzos debido al efecto hidrodinámico en relación a la presa vacía. El incremento es del orden del 20%.

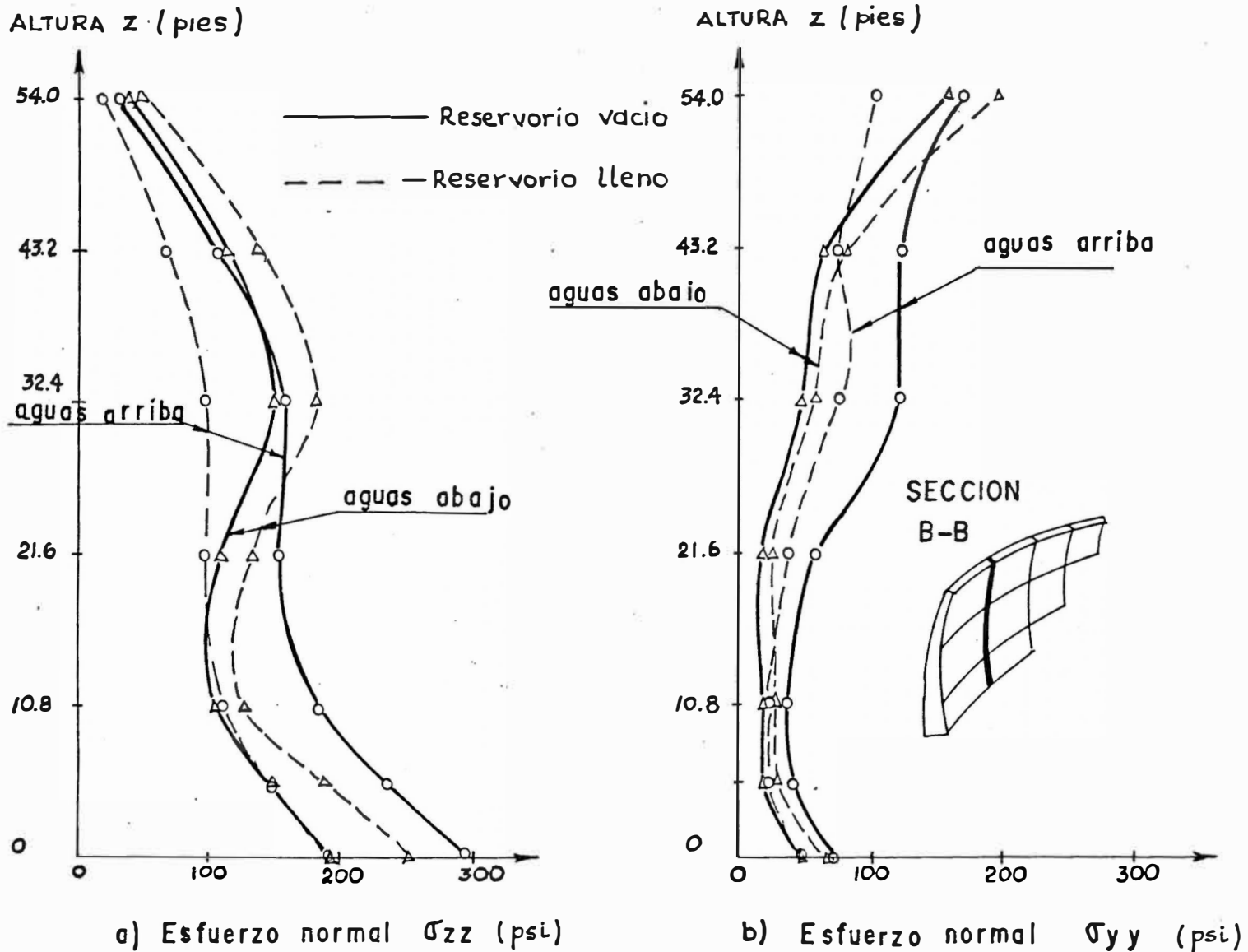


FIG. 4.43 ESFUERZOS PARA LA COMBINACION DE 12 MODOS DE VIBRACION ANTISIMETRICOS (direccion transversal al cañon) EN LA SECCION B-B DE LA PRESA COEBURN.

- Igual que para los esfuerzos σ_{zz} , se concluye que los esfuerzos σ_{yy} encontrados en la sección B-B son ligeramente mayores a los de la sección central.

Sección C-C

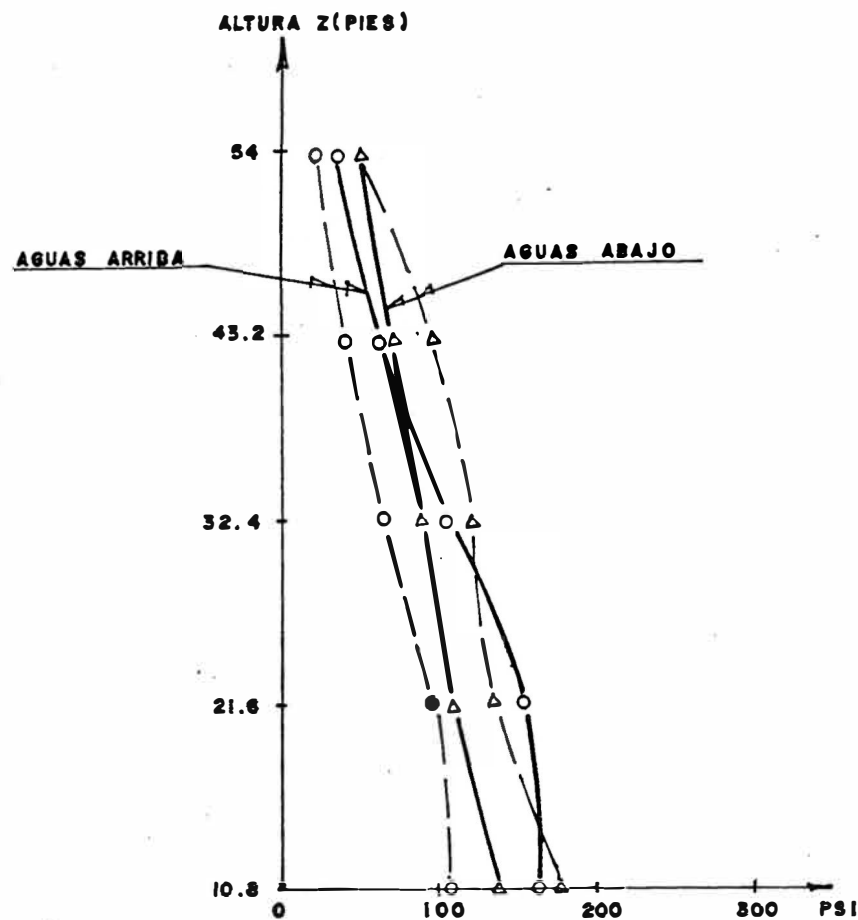
Esta sección vertical se encuentra a 26.4° de la sección central; la altura de presa en esta sección es de 43.2 pies.

En la figura 4.44 se representa la distribución de esfuerzos σ_{zz} y σ_{yy} en la sección C-C para la condición de reservorio lleno y vacío.

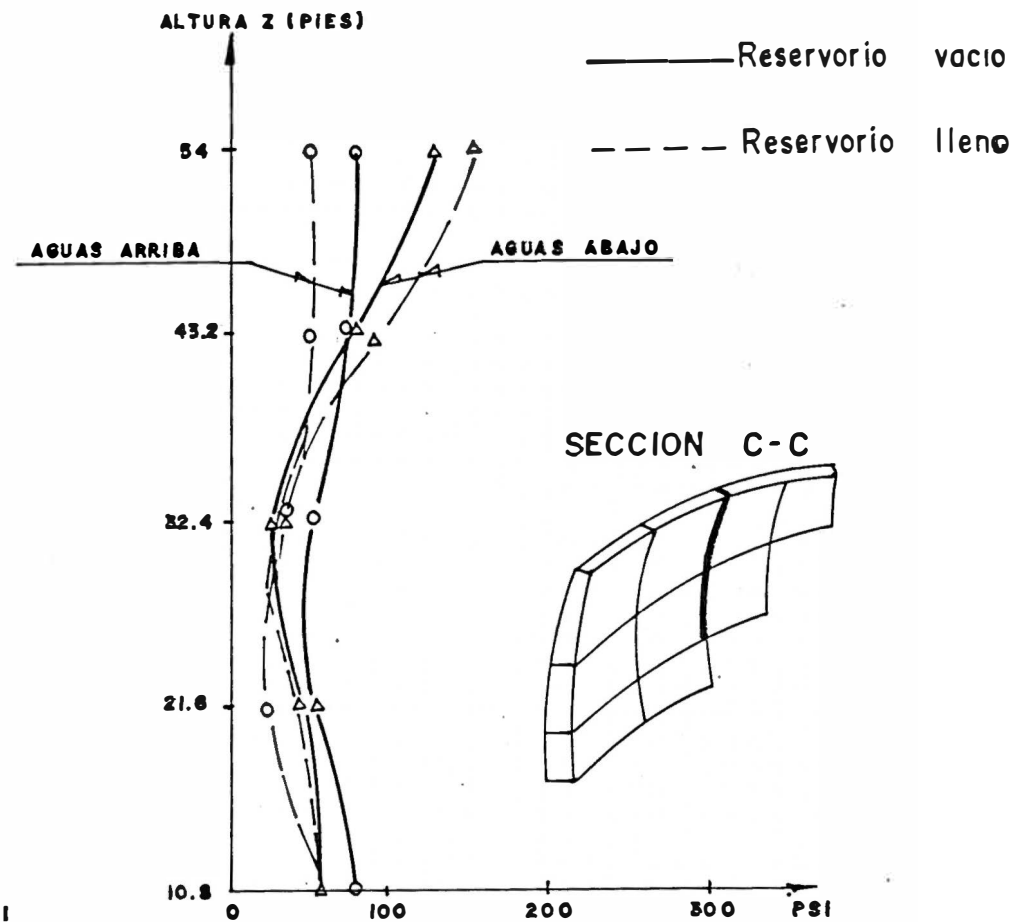
Algunas observaciones importantes extraídas de los gráficos son:

El empuje dinámico del agua hace incrementar aproximadamente en 30% los esfuerzos σ_{zz} y σ_{yy} del paramento aguas abajo respecto a la condición de presa vacía.

- En el paramento aguas arriba, el efecto hidrodinámico disminuye los esfuerzos σ_{zz} y σ_{yy} en aproximadamente 30% respecto a la condición de presa vacía.



a) ESFUERZO NORMAL σ_{zz}



b) ESFUERZO NORMAL σ_{zz}

FIG. 4.44 ESFUERZOS PARA COMBINACION DE 12 MODOS DE VIBRACION ANTISIMETRICOS (DIRECCION TRANSVERSAL AL CAÑON) EN LA SECCION C-C DE LA PRESA "COEBURN" (VER FIG. 4.7)

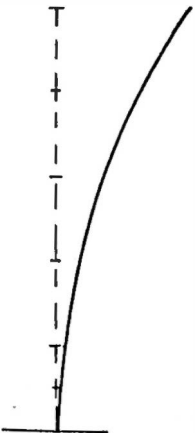
4.3.4 CARGAS ESTATICAS EQUIVALENTES A SISMO

Utilizando el programa de análisis estático, se calculan los esfuerzos sísmicos sobre la presa "Coeburn" vacía, mediante cargas estáticas equivalentes a sismo en la dirección aguas arriba - aguas abajo.

Se trata de encontrar una distribución de carga estática adecuada, de manera que los esfuerzos resultantes sean lo más aproximado posibles a los esfuerzos dinámicos. Se consideran dos formas de distribución de carga:

- 1) Carga variable en la altura, proporcional a la primera forma de modo simétrica.

Los coeficientes de las fuerzas de cuerpo considerados son:

<u>Altura (pies)</u>	<u>Coefficientes, c</u>	<u>Forma de modo</u>
54.0	1.53	
43.2	0.98	
32.4	0.55	
21.6	0.24	
10.8	0.07	
5.4	0.015	
0.0	0.0	

$$b_x = c \cdot \gamma_c$$

donde:

b_x = fuerza de cuerpo en la dirección del sismo

c = coeficiente de distribución de carga

γ_c = peso unitario del concreto

- 2) Carga constante en la altura. El coeficiente considerando es 0.5, de manera que la fuerza de cuerpo es:

$$b_x = 0.5 \cdot \gamma_c \quad (\text{no incluye reducción por ductilidad})$$

La magnitud de los coeficientes indicados son el resultado de la escalar o igualar los valores de esfuerzos verticales σ_{zz} obtenidos en la base del paramento aguas arriba en relación al correspondiente esfuerzo dinámico obtenido por Análisis Modal para el 1er modo de vibración.

Resultados

En las figuras 4.45 y 4.46 se hace una comparación de las distribuciones de esfuerzos normales σ_{zz} y σ_{yy} en la sección central de la presa "Coeburn", obtenidos por Análisis Modal (1er modo) y las cargas estáticas variable y constante.

En la figura 4.45 se observa que los esfuerzos por carga estática variable (según la 1era forma de modo), se aproximan en buena forma a los esfuerzos dinámicos en la zona a

nivel de la fundación; sin embargo en la zona de la mitad de la altura hacia arriba se subestiman los esfuerzos considerablemente.

Por otra parte, la carga estática constante genera aún mucho más grandes diferencias en lo alto de la presa.

La figura 4.46 representan la distribución de esfuerzos horizontales σ_{yy} en la sección de la presa, en la que se observa que tanto los esfuerzos por carga variable como constante se aproximan en cierta medida a los esfuerzos dinámicos.

Sin embargo se observa que en el paramento aguas abajo a partir de la mitad hacia arriba, las cargas estáticas no son capaces de representar la respuesta dinámica de la presa.

Sin un estudio amplio de la distribución adecuada de cargas estáticas equivalentes a sismo, puede darse lugar a resultados erróneos que no consideran algunas particularidades de la respuesta sísmica.

- Análisis modal (1er modo).
- ——— ○ Carga estática variable según 1ª forma de modo.
- x ——— x Carga estática constante.

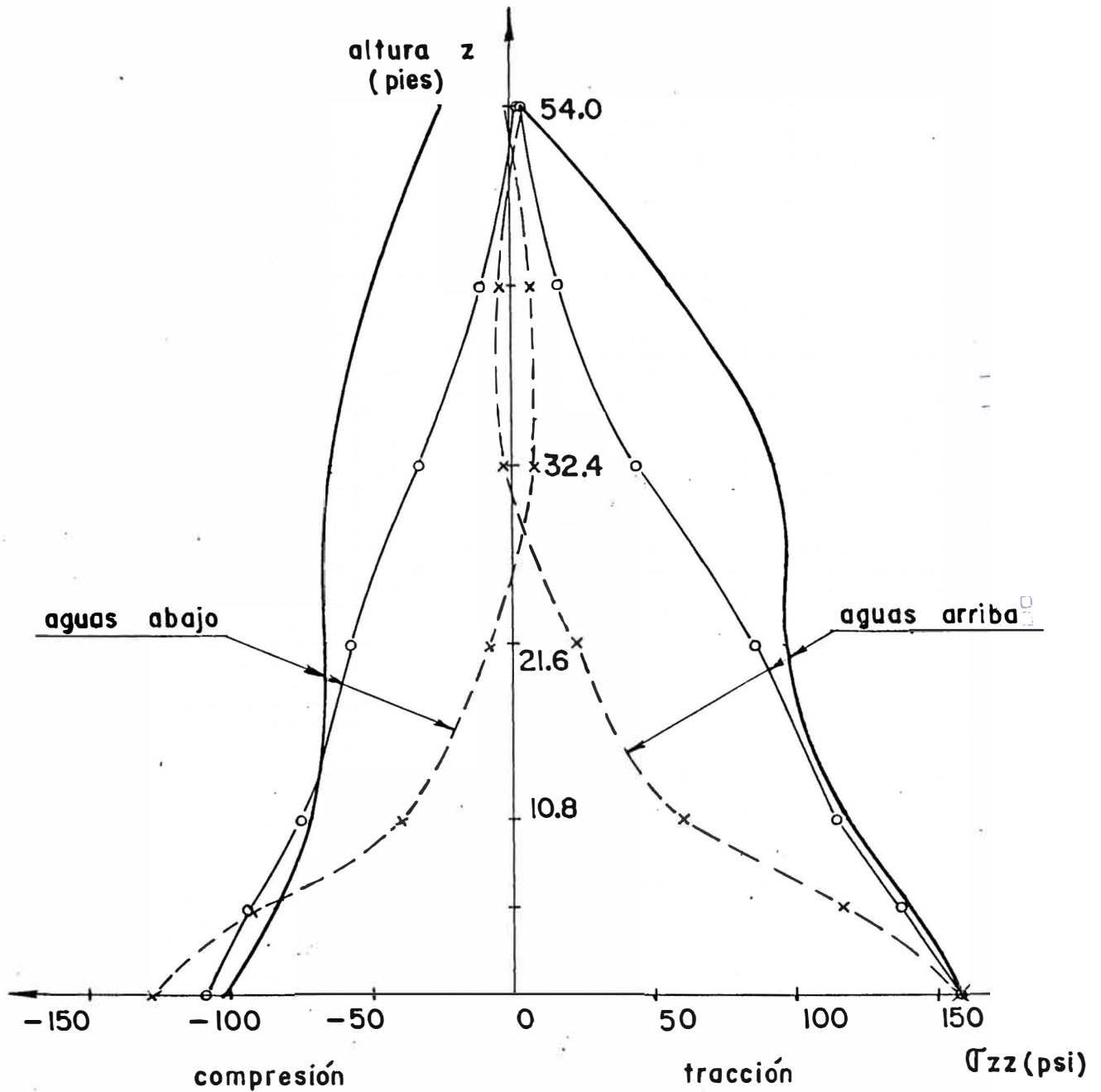


FIG. 4.45 ESFUERZOS NORMALES σ_{zz} EN SECCION CENTRAL DE LA PRESA COEBURN OBTENIDOS POR ANALISIS MODAL (para 1er modo) Y CARGAS ESTATICAS EQUIVALENTES A SISMO.

- > Análisis modal (1er modo)
- Carga estática variable según 1ra forma de modo.
- x—x—x Carga estática constante.

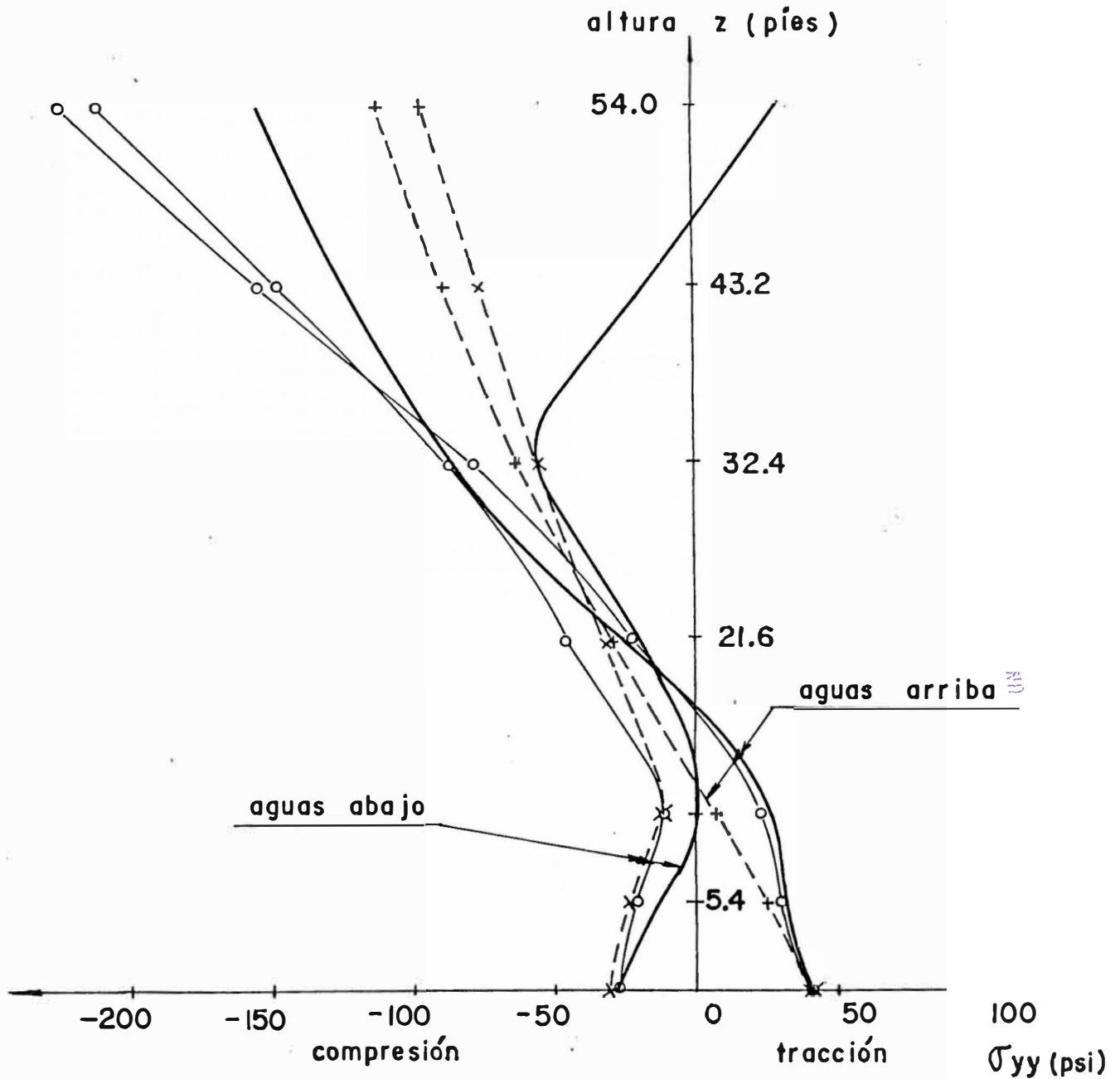


FIG. 4.46 ESFUERZOS NORMALES σ_{yy} EN SECCION CENTRAL DE LA PRESA COEBURN OBTENIDOS POR ANALISIS MODAL (para 1er modo) Y CARGAS ESTATICAS EQUIVALENTES A SISMO.

CAPITULO 5

CONCLUSIONES

1. ANALISIS ESTATICO

1.1 DE LOS EJEMPLOS DE VERIFICACION

Los resultados obtenidos por el Método de Elementos Finitos (MEF) para el caso de la viga en voladizo y el tubo de pared gruesa, los cuales se han comparado con soluciones analíticas simples, confirman que la formulación empleada y el programa de cómputo implementado son correctos, dentro de las hipótesis consideradas.

1.2 DÉ LA PRESA DE ARCO

La contracción de Fragua, que en el presente trabajo se ha considerado como una caída de temperatura equivalente, es significativamente importante, por los elevados esfuerzos verticales σ_{zz} que genera en la zona de empotramiento. Así por ejemplo, para un promedio estimado de $\Delta T = -14.5^{\circ}\text{C}$ se encontró que dichos esfuerzos son mayores hasta en 25% a los producidos por la presión hidrostática de reservorio lleno.

Los esfuerzos verticales σ_{zz} producidos por la presión hidrostática y la contracción tienen similar distribución, y son de la misma calidad (igual signo), de manera que llegan a sumarse generando los máximos esfuerzos en la zona de empotramiento y constituyendo de esta manera una combinación de carga crítica.

Los esfuerzos debidos a la principal carga muerta, que es el peso propio, resultan ser mínimos comparados con los efectos por la presión hidrostática y contracción o temperatura.

El análisis por sismo en la dirección aguas arriba - aguas abajo utilizando cargas estáticas equivalentes, demuestra que una distribución de carga variable según la primera forma de modo simétrica, ofrece mejores resultados que una distribución de carga constante; sin embargo se requiere analizar con mayor amplitud la magnitud y distribución de los coeficientes sísmicos para proponer un método simplificado de análisis sísmico con cargas estáticas equivalentes.

Los resultados obtenidos por el Método de Elementos Finitos son similares en orden de magnitud a la solución por el Método de la carga de tanteo; sin embargo el primero presenta ventajas de precisión por la mejor aproximación geométrica que puede ofrecer. Otra ventaja importante del MEF en relación al Método de la Carga de Tanteo es que con ella se puede modelar además de la presa, la fundación y el reservorio para analizar los efectos de interacción.

2. ANALISIS DINAMICO

2.1 VIGA DOBLEMENTE EMPOTRADA CON MASA UNIFORME

La verificación efectuada para los períodos de vibración, formas de modo y esfuerzos de la viga, nos permite afirmar que el Método y el programa utilizado son correctos.

2.2 PRESA DE GRAVEDAD

Los períodos de vibración de la presa con reservorio lleno se han incrementado aproximadamente en 30% respecto a la condición de reservorio vacío, debido a que se ha adicionado masa de agua a la presa para considerar los efectos del empuje hidrodinámico.

La contribución de esfuerzos del 1er modo se estima 60%, del 2do modo en 30%; de manera que una combinación de los 6 primeros modos resultan suficientes para una buena estimación de la solución.

El empuje hidrodinámico por sismo horizontal en la dirección aguas arriba - aguas abajo, produce un incremento sustancial de esfuerzos, particularmente en el paramento aguas abajo.

2.3 PRESA DE ARCO

Los períodos de vibración simétricos de la presa con reservorio lleno son aproximadamente 75% mayores que los correspondiente a reservorio vacío. En cambio para la vibración transversal los períodos se incrementaron sólo

Para el sismo en la dirección aguas arriba - aguas abajo, el 1er modo de vibración contribuye aproximadamente en 50% a los esfuerzos verticales σ_{zz} ; mientras que para los esfuerzos horizontales σ_{yy} predomina el 2do modo, que contribuye con 65% aproximadamente.

El empuje hidrodinámico por sismo en la dirección aguas arriba aguas abajo produce un incremento excesivo de esfuerzos sobre el paramento aguas abajo (de 1 a 3 veces). En cambio para el sismo transversal el incremento no es tan significativo (estimado en 25%).

La sección vertical central resulta ser crítica para sismo en la dirección aguas arriba aguas abajo; en cambio para sismo transversal la sección crítica está aproximadamente a 15º de la sección central.

El siguiente cuadro muestra los máximos esfuerzos por sismo en diferentes puntos de la presa, los mismos que

han sido obtenidos de promediar los valores del parámetro aguas arriba y aguas abajo.

Condición del Reservorio	Dirección del Sismo			
	Aguas Arriba - Abajo		Transversal	
	σ_{yy} (psi)	σ_{zz}	σ_{yy}	σ_{zz}
Vacío	330	280	165	240
Lleno	600	735	150	220

En general los mayores esfuerzos dinámicos se obtienen para el caso de sismo en la dirección aguas arriba -aguas abajo y reservorio lleno.

Se obtiene también que el empuje hidrodinámico por sismo en la dirección transversal hace disminuir los esfuerzos de la presa con reservorio vacío.

- Una combinación de los 12 primeros modos de vibración resulta suficiente para obtener una buena aproximación en los resultados.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. ACI Committee 207, "Mass Concrete for Dams and other massive structures", ACI journal Nº 67 - 17, April 1970.
2. Back, Casell, Dungan, Gaukroger and Severn, "The Seismic design study of a double curvature arch dam", Proc. Institute of Civil Engineers, 43, 217 - 48, 1969.
3. Bathe K.J. and Wilson E., "Numerical Methods in finite element analysis", Prentice Hall inc., Englewood cliffs, New Jersey, 1976
4. Biggs John, "Introduction to Structural dynamics", Mc Graw-Hill, U.S.A., 1964.
5. Brathz H.A. and Heilbron C.H., Discussion on "Water Pressure on Dams During Earthquakes" by Westergaard H.M., Transactions, ASCE , vol. 98, 1933
6. Bureau of Reclamation, "Design of Arch Dams", Denver, Colorado, U.S.A., 1977
7. Chakrabarti P. and Chopra A. "A Computer program for earthquake analysis of gravity dams including hydrodynamic interaction", Report Nº EERC 73-7, University of California Berkeley, California, May 1973
8. Chopra A.K. and Fok K.L., "Earthquake analysis of arch dams including dam - water interaction, reservoir boundary absorption

- and foundation flexibility", Earthquake engineering structural dynamics, vol. 14, 155 - 184 (1986)
9. Chopra A.K., Wilson E.L. and Farhoomad J., "Earthquake Analysis of Reservoir - Dam Systems", Proc. Fourth World Conference on Earthquake Engineering, Santiago, Chile, 1969.
 10. Davis C.V. and Sorensen K.E. "Handbook of Applied Hydraulics", 3ra edition, Mc. Graw - Hill, NY, 1969
 11. Fenves G. and Vargas - Loli L., "Nonlinear dynamic analysis of fluid - structure systems", University of Texas at Austin, Austin
 12. Husid Raul, "Análisis de los Terremotos Peruanos", Universidad Nacional de Ingeniería, Lima - Perú, 1976
 13. Japanese National Committee on Large Dams, "Design criterio of Dams", April 1976
 14. Portland Cement Association, "Small Concrete Dams", U.S.A., 1971
 15. Rose Edwin, "Thrust Exerted by Expanding Ice", Proceedings of the ASCE, may 1946
 16. Rosenblueth E., "Presión hidrodinámica por sismo en presas. Estado del Arte", Universidad Nacional Autónoma de México, México, 1971
 17. Rosenblueth E. y Newmark N.M., "Fundamentos de Ingeniería Sísmica", Ed. Diana, México, 1982

18. Saini S., Bettess P. and Zienkiewicz O., "Coupled Hydrodynamic Response of Concrete Dams using Finite and Infinite Elements", Earthquake Engineering and Structural Dynamic, vol 6, Nº 4, July - Aug., 1978
19. Scaletti F. Hugo, Apuntes de clases de los cursos de "Métodos Numéricos" y "Elementos Finitos". Sección de Post - Grado. Universidad Nacional de Ingeniería. Lima - Perú, 1987
20. Shaw J. and Kuo H., "Fluid - Structure interactions: Added mass computations for incompressible fluid", Repor Nº UCB/EERC-82/09, University of California, Berkeley, California, August 1982
21. Westergaard H.M., "Water Pressure on Dams During Earthquakes", Transactions, ASCE, vol. 98, 1933
22. Zangar C.N., "Hydrodynamic Pressures on Dams Due to Horizontal Earthquake effects", Engineering Monograph Nº 11, U.S. Bureau of Reclamation, May 1952
23. Zienkiewicz O.C., "El Método de los elementos finitos", Editorial Reverte", 1980
24. Zienkiewicz O.C., and Bettess P., "Fluid - Structure Dynamic Interacion and wave forces. An Introduction to numerical treatment", Internacional Journal for numerical Methods Engineering, vol 13, Nº 1, 1978, pp. 1 - 16
25. Zienkiewicz O.C. and Nath B., "Earthquake Response on Arch Dams - An Electric Analogue Solution", Proceedings, Institute of Civil Engineers, vol. 25, 1963, pp. 165 - 175

A N E X O

PROGRAMAS DE COMPUTO

A-1 Diagramas de Flujo

A-2 Listado de ejemplos resueltos

A-3 Listados de los programas

APENDICE

PROGRAMAS DE COMPUTO

ANALISIS ESTATICO, LINEAL Y ELASTICO DE SOLIDOS ISOTROPICOS

El programa está conformado por 4 bloques:

I.- Ingreso de datos y ensamblaje de la matriz de fuerzas distribuidas.(DATOS)

En esta fase se lee información relacionada con : el modelo, nudos, elementos, propiedades de materiales, fuerzas concentradas, presiones y desplazamientos prescritos no nulos. Se determinan también las fuerzas nodales equivalentes a las acciones distribuidas.

II.- Ensamblaje de la Matriz de rigidez y vector de fuerzas.
(MATRX)

En este bloque se evalúan las funciones de interpolación y sus derivadas para el elemento isoparamétrico de 8 a 20 nudos. Se evalúa la matriz de rigidez y fuerzas de cada elemento. Después de aplicar las condiciones de borde se procede al ensamblaje de la matriz de rigidez y el vector de fuerzas de la estructura.

III.- Solución de las ecuaciones de equilibrio.(SOLVE)

Se resuelve el sistema de ecuaciones de la forma:

$\underline{K} \underline{U} = \underline{F}$, mediante el procedimiento de Gauss.

IV.- Cálculo de esfuerzos e impresión de resultados.
(OUTPT).

ANALISIS SISMICO DE SOLIDOS ISOTROPICOS

El programa está conformado por 4 bloques.

I.- Ingreso de datos.(DATOS)

II.- Ensamblaje de las matrices de rigidez y masas.(MATRX)

III.- Solución del problema de valores y vectores característicos de la forma $\underline{K} \underline{X} = \lambda \underline{M} \underline{X}$. (HSSI)

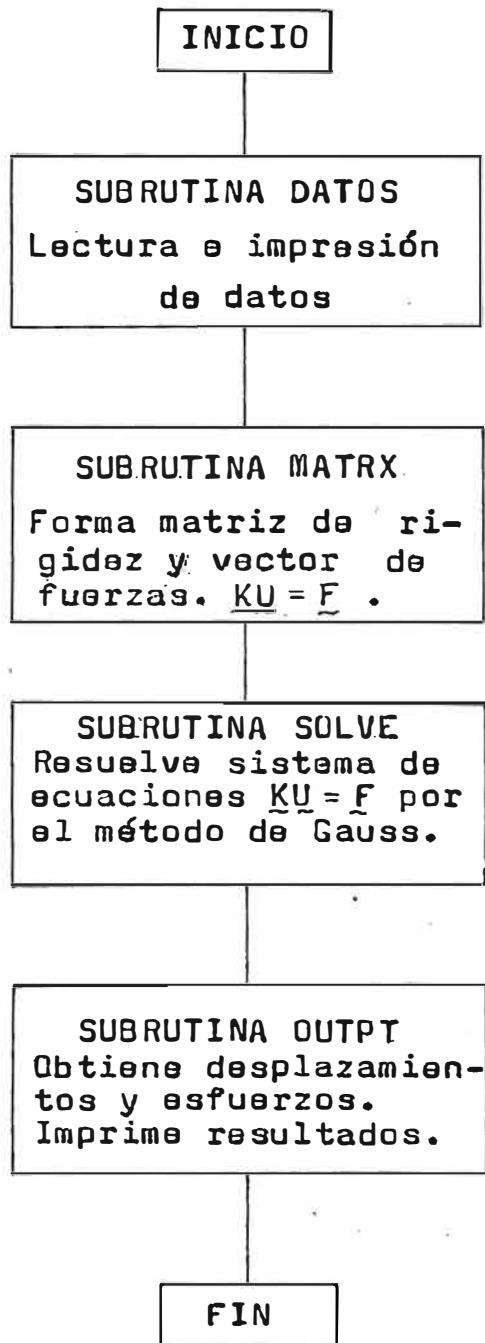
Se utiliza el método de iteración en el subespacio.

IV.- Cálculo de desplazamientos y esfuerzos. Impresión de resultados.(OUTPT)

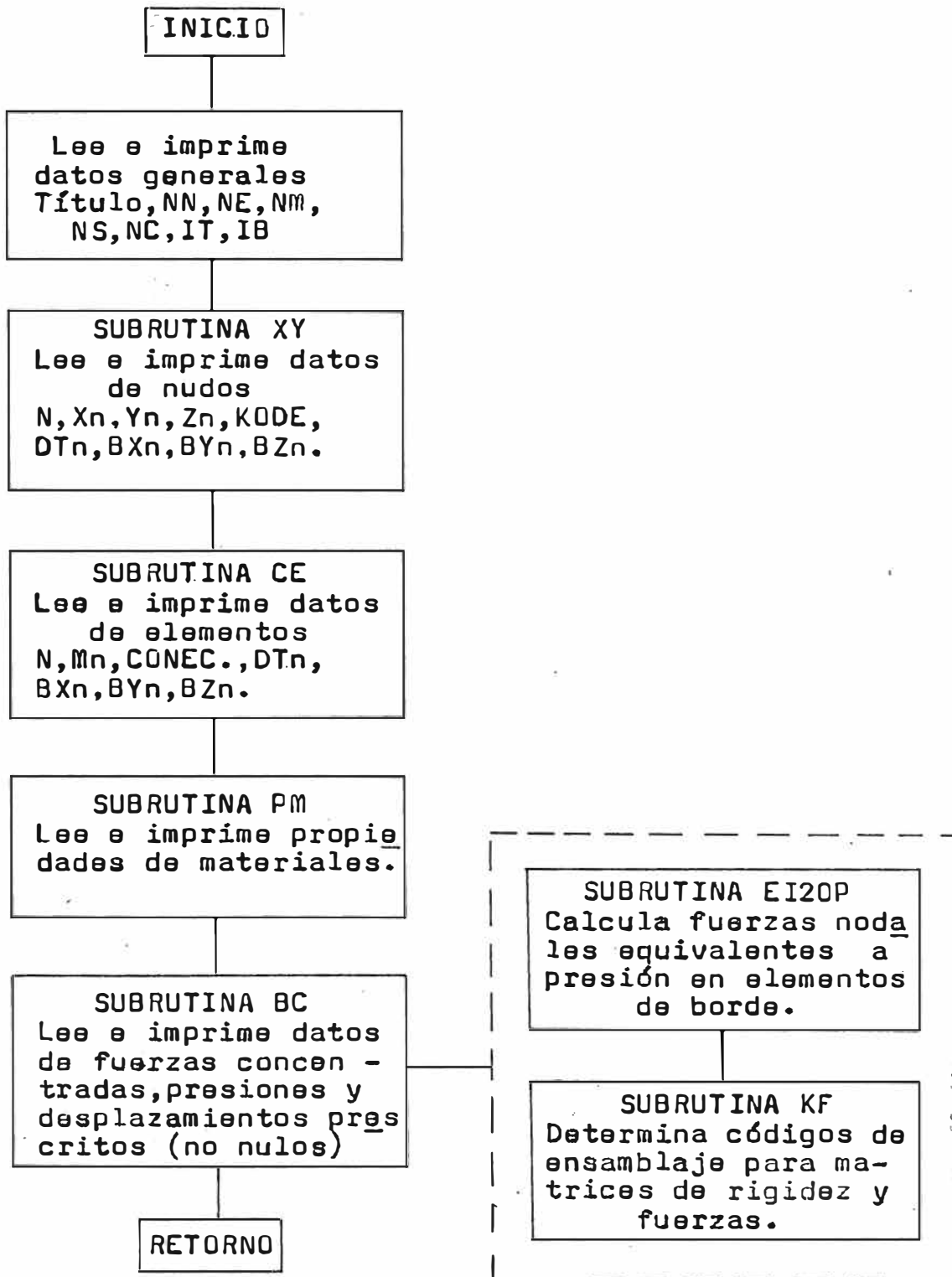
A-1 DIAGRAMAS DE FLUJO.

ANALISIS ESTATICO

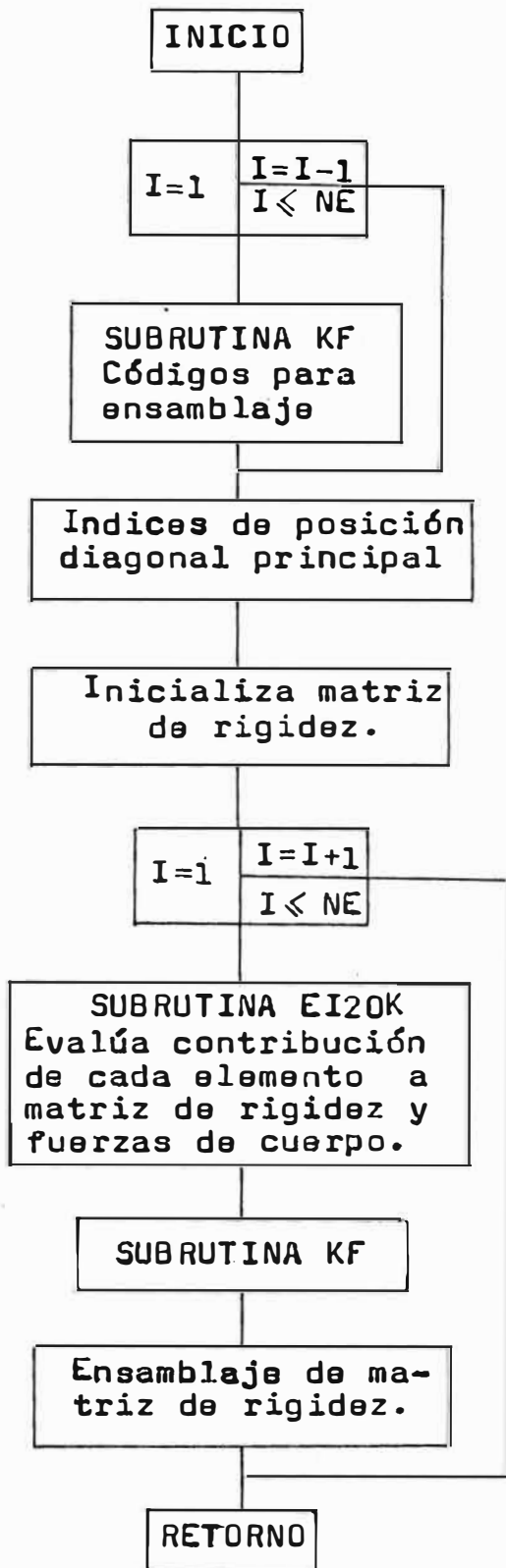
PROGRAMA PRINCIPAL



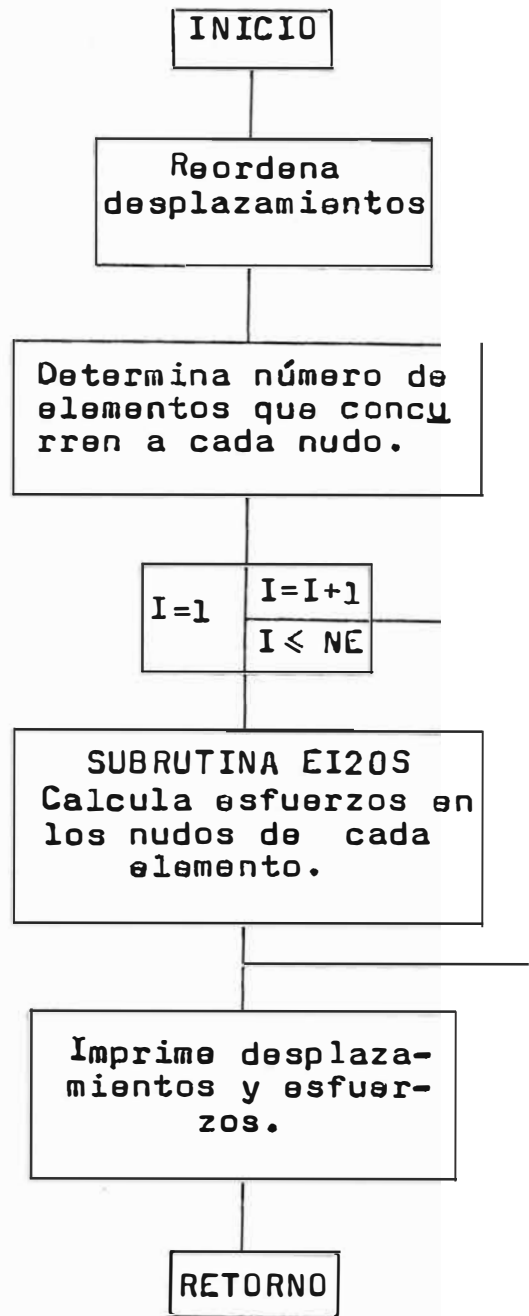
SUBROUTINA DATOS



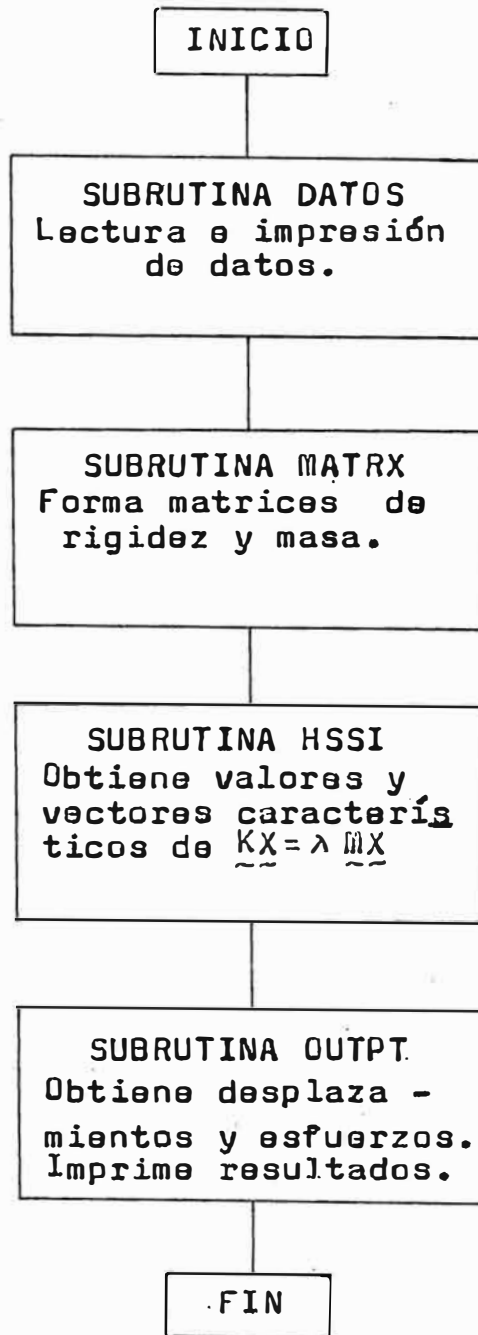
SUBROUTINA MATRX



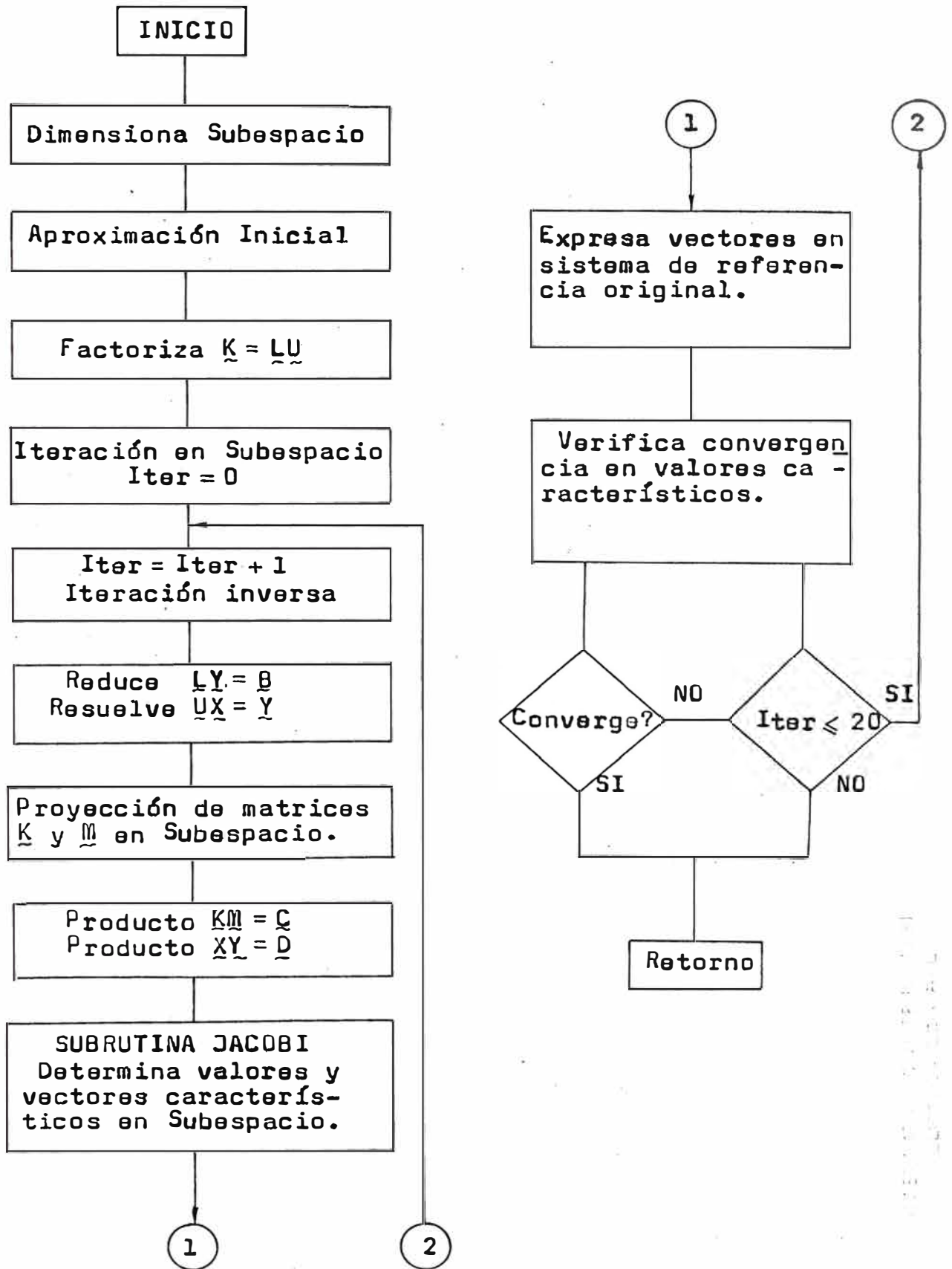
SUBROUTINA OUTPT



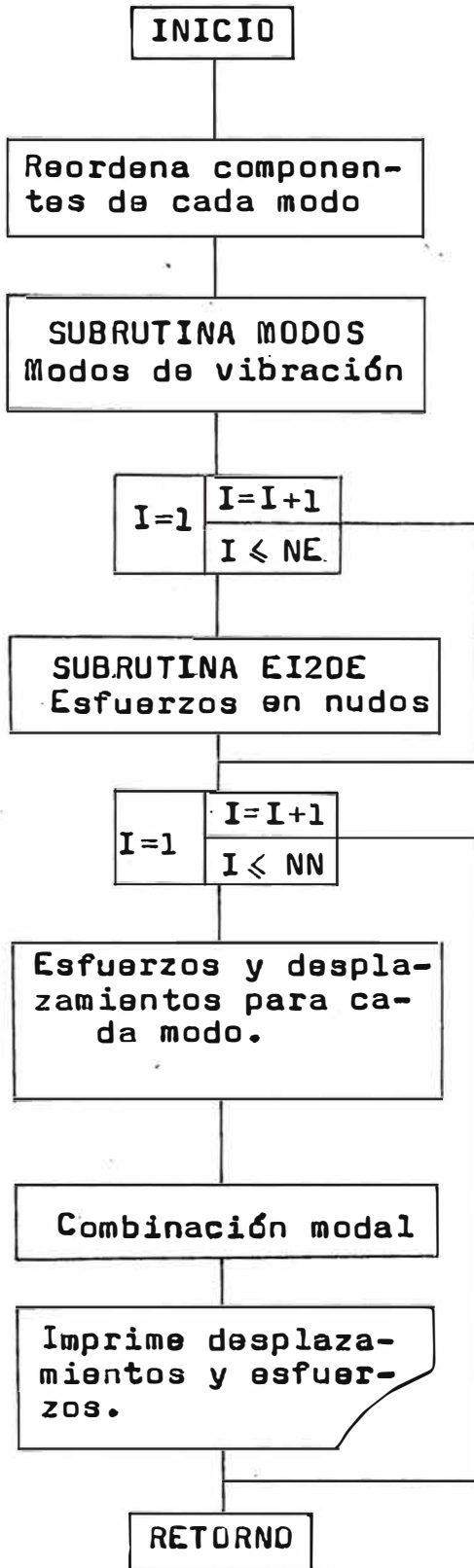
ANALISIS DINAMICO



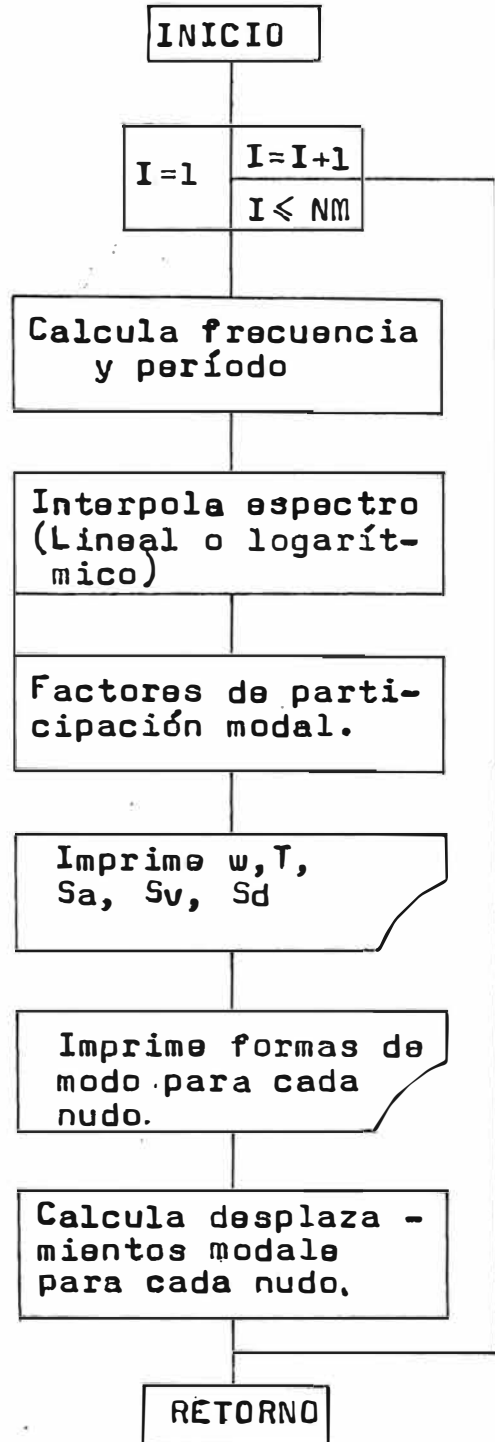
SUBROUTINA HSSI



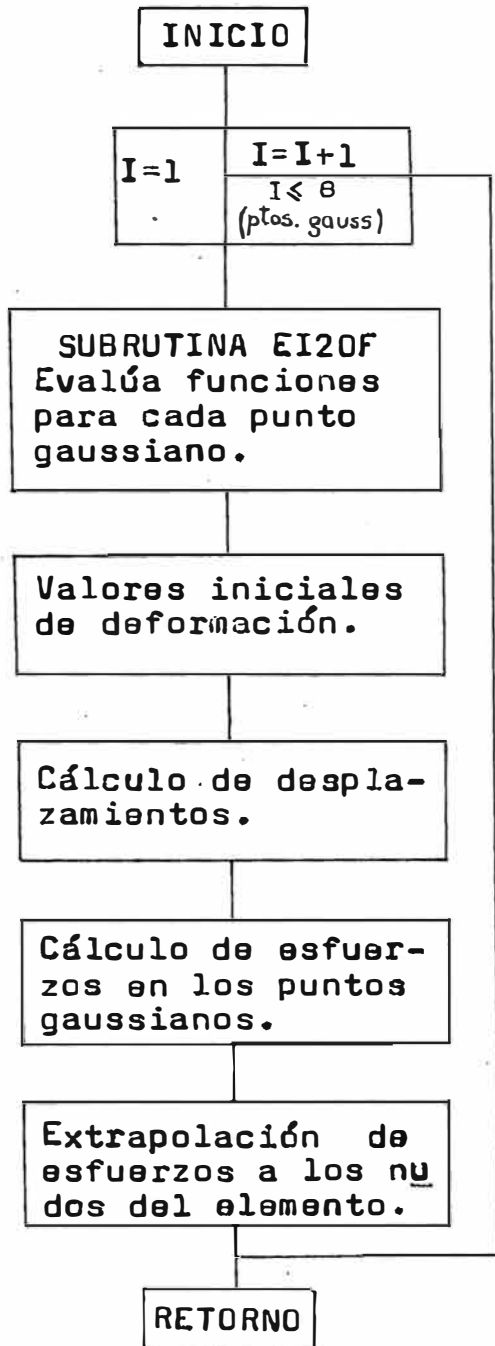
SUBROUTINA OUTPT



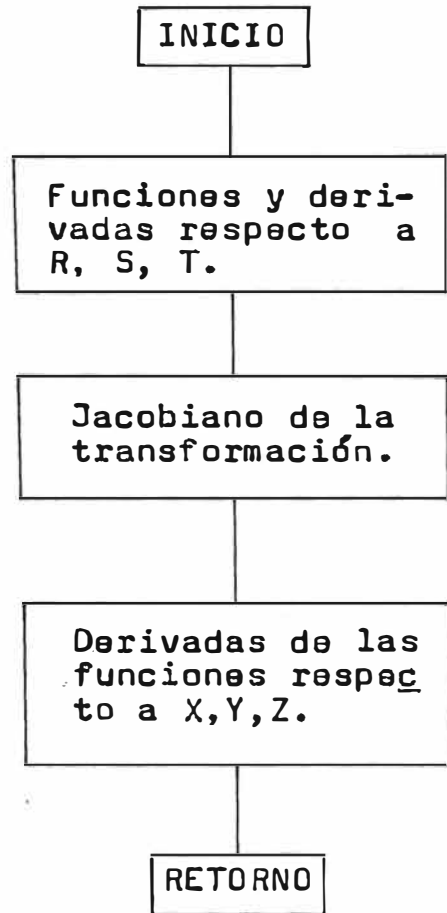
SUBROUTINA MODOS



SUBROUTINA EI20E



SUBROUTINA EI20F



A-2 Listado de ejemplos resueltos

ANALISIS ESTADICO DE LA PRESA COBURN- SIMETRICA-DOBLE CURVATURA

A-3D

VERSION 1.0 (1981)

101 MUDOS
9 ELEMENTOS
1 MATERIALES

3 SISTEMAS DE CARGA
3 COMBINACIONES

EFFECTOS DE TEMPERATURA ASIGNADOS AL SISTEMA 2
FUERZAS DE CUERPO ASIGNADAS AL SISTEMA 1

* COORDENADAS Y OTROS DATOS DE MUDOS *

MUDO	K	X	Y	Z	DT	BX	BY	BZ
1	111	170.800	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	111	167.800	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	111	164.800	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	010	171.000	0.0	5.400	0.0	0.0	0.0	0.0
5	010	165.300	0.0	5.400	0.0	0.0	0.0	0.0
6	010	171.800	0.0	10.800	0.0	0.0	0.0	0.0
7	010	165.050	0.0	10.800	0.0	0.0	0.0	0.0
8	010	166.300	0.0	10.800	0.0	0.0	0.0	0.0
9	010	172.500	0.0	21.600	0.0	0.0	0.0	0.0
10	010	167.400	0.0	21.600	0.0	0.0	0.0	0.0
11	010	173.900	0.0	32.400	0.0	0.0	0.0	0.0
12	010	171.600	0.0	32.400	0.0	0.0	0.0	0.0
13	010	165.300	0.0	32.400	0.0	0.0	0.0	0.0
14	010	171.500	0.0	43.200	0.0	0.0	0.0	0.0
15	010	167.400	0.0	43.200	0.0	0.0	0.0	0.0
16	010	167.000	0.0	54.000	0.0	0.0	0.0	0.0
17	010	165.600	0.0	54.000	0.0	0.0	0.0	0.0
18	010	162.000	0.0	54.000	0.0	0.0	0.0	0.0
19	111	165.170	-19.570	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
20	111	163.210	-10.800	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
21	000	165.970	-19.660	10.800	0.0	0.0	0.0	0.0
22	030	164.500	-19.030	10.800	0.0	0.0	0.0	0.0
23	000	172.150	-15.920	32.400	0.0	0.0	0.0	0.0
24	000	167.580	-15.350	32.400	0.0	0.0	0.0	0.0
25	030	165.890	-15.150	54.000	0.0	0.0	0.0	0.0
26	000	161.920	-10.720	54.000	0.0	0.0	0.0	0.0
27	111	165.310	-38.770	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
28	111	162.390	-38.090	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
29	111	155.470	-37.470	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
30	000	155.210	-30.770	5.400	0.0	0.0	0.0	0.0
31	000	159.070	-37.450	5.400	0.0	0.0	0.0	0.0
32	000	165.900	-38.510	10.800	0.0	0.0	0.0	0.0
33	000	162.220	-38.260	10.800	0.0	0.0	0.0	0.0
34	000	160.540	-37.050	10.800	0.0	0.0	0.0	0.0
35	000	166.500	-35.070	21.600	0.0	0.0	0.0	0.0
36	000	161.610	-37.710	21.600	0.0	0.0	0.0	0.0
37	000	168.140	-35.440	32.400	0.0	0.0	0.0	0.0
38	000	165.900	-38.510	32.400	0.0	0.0	0.0	0.0
39	000	152.600	-30.380	32.400	0.0	0.0	0.0	0.0
40	000	166.480	-35.050	43.200	0.0	0.0	0.0	0.0
41	000	162.390	-38.090	43.200	0.0	0.0	0.0	0.0
42	000	162.550	-38.120	54.000	0.0	0.0	0.0	0.0
43	000	160.640	-37.080	54.000	0.0	0.0	0.0	0.0
44	000	150.640	-37.720	54.000	0.0	0.0	0.0	0.0
45	111	158.170	-57.120	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
46	111	152.120	-55.130	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
47	000	159.000	-57.250	10.800	0.0	0.0	0.0	0.0
48	000	153.880	-55.400	10.800	0.0	0.0	0.0	0.0
49	000	161.310	-58.080	32.400	0.0	0.0	0.0	0.0
50	000	150.490	-56.520	32.400	0.0	0.0	0.0	0.0
51	000	157.120	-50.570	54.000	0.0	0.0	0.0	0.0
52	000	152.300	-55.210	54.000	0.0	0.0	0.0	0.0
53	111	150.210	-74.560	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
54	111	147.530	-73.230	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
55	111	144.840	-71.960	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
56	111	145.850	-74.390	5.400	0.0	0.0	0.0	0.0
57	111	144.750	-71.650	5.400	0.0	0.0	0.0	0.0
58	111	150.120	-74.570	10.800	0.0	0.0	0.0	0.0
59	111	147.700	-72.320	10.800	0.0	0.0	0.0	0.0
60	111	145.280	-72.120	10.800	0.0	0.0	0.0	0.0
61	000	150.750	-74.030	21.600	0.0	0.0	0.0	0.0
62	000	146.180	-72.500	21.600	0.0	0.0	0.0	0.0
63	000	152.450	-75.670	32.400	0.0	0.0	0.0	0.0
64	000	150.350	-74.050	32.400	0.0	0.0	0.0	0.0
65	000	140.220	-72.630	32.400	0.0	0.0	0.0	0.0
66	000	151.910	-75.410	43.200	0.0	0.0	0.0	0.0
67	000	148.240	-73.500	43.200	0.0	0.0	0.0	0.0
68	000	149.580	-74.750	54.000	0.0	0.0	0.0	0.0
69	000	147.750	-73.200	54.000	0.0	0.0	0.0	0.0
70	000	140.000	-72.470	54.000	0.0	0.0	0.0	0.0
71	111	140.980	-91.550	10.800	0.0	0.0	0.0	0.0
72	111	136.370	-88.560	10.800	0.0	0.0	0.0	0.0
73	000	141.220	-91.720	32.400	0.0	0.0	0.0	0.0
74	000	137.420	-85.240	32.400	0.0	0.0	0.0	0.0
75	000	140.000	-90.450	54.000	0.0	0.0	0.0	0.0
76	000	136.700	-80.780	54.000	0.0	0.0	0.0	0.0
77	111	126.130	-104.250	10.800	0.0	0.0	0.0	0.0
78	111	124.120	-102.690	10.800	0.0	0.0	0.0	0.0
79	111	122.130	-101.030	10.800	0.0	0.0	0.0	0.0
80	111	126.600	-104.720	21.600	0.0	0.0	0.0	0.0
81	111	120.820	-101.610	21.600	0.0	0.0	0.0	0.0
82	111	128.370	-100.150	32.400	0.0	0.0	0.0	0.0
83	111	126.640	-104.760	32.400	0.0	0.0	0.0	0.0
84	111	124.900	-103.230	32.400	0.0	0.0	0.0	0.0
85	000	125.140	-100.830	43.200	0.0	0.0	0.0	0.0
86	000	125.900	-104.220	43.200	0.0	0.0	0.0	0.0
87	000	120.000	-100.450	54.000	0.0	0.0	0.0	0.0
88	000	127.140	-105.100	54.000	0.0	0.0	0.0	0.0
89	000	125.590	-103.500	54.000	0.0	0.0	0.0	0.0
90	111	110.470	-122.050	32.400	0.0	0.0	0.0	0.0
91	111	107.800	-115.720	32.400	0.0	0.0	0.0	0.0
92	000	111.740	-124.110	54.000	0.0	0.0	0.0	0.0
93	000	109.070	-121.130	54.000	0.0	0.0	0.0	0.0
94	111	85.870	-135.270	32.400	0.0	0.0	0.0	0.0
95	111	88.600	-133.250	32.400	0.0	0.0	0.0	0.0
96	111	87.320	-131.430	32.400	0.0	0.0	0.0	0.0
97	111	91.360	-137.520	43.200	0.0	0.0	0.0	0.0
98	111	89.150	-134.100	43.200	0.0	0.0	0.0	0.0
99	111	92.420	-139.100	54.000	0.0	0.0	0.0	0.0
100	111	91.310	-137.440	54.000	0.0	0.0	0.0	0.0
101	111	90.200	-135.770	54.000	0.0	0.0	0.0	0.0

* CONECTIVIDAD Y PROPIEDADES DE ELEMENTOS *

ELEM	M	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8	N9	N0	DT	Bx	By	Bz
1	1	1 24	3 15	29 7	27 22	6 33	8 21	34 4	32 5	2 31	20 30	-24.760	0.0	0.0	-150.000
2	1	27 54	29 45	55 33	53 46	32 59	34 47	60 30	58 31	28 57	46 56	-24.700	0.0	0.0	-150.000
3	1	6 33	8 21	34 12	32 24	11 38	13 23	35 5	37 10	7 36	22 35	-26.000	0.0	0.0	-150.000
4	1	32 59	34 47	60 38	58 50	37 64	35 45	65 35	63 36	33 62	48 61	-26.000	0.0	0.0	-150.000
5	1	58 78	60 71	79 64	77 74	63 83	61 73	84 61	82 62	53 61	72 80	-26.000	0.0	0.0	-150.000
6	1	11 30	13 23	35 17	37 26	16 43	18 25	44 14	42 15	12 41	24 40	-27.760	0.0	0.0	-150.000
7	1	37 64	39 49	65 43	63 52	42 65	44 51	70 40	68 41	38 67	50 56	-27.700	0.0	0.0	-150.000
8	1	63 83	65 73	84 69	82 76	68 86	70 73	85 64	83 67	64 86	74 85	-27.700	0.0	0.0	-150.000
9	1	62 55	84 50	96 88	94 53	67 100	85 92	101 85	99 86	83 96	91 77	-27.700	0.0	0.0	-150.000

* PROPIEDADES DE MATERIALES *

M	E	NU	ALFA
1	4.32CE+04	2.000E-01	5.000E-06

* SISTEMA DE CARGAS 1 *

- PESO PROPIO (CONCRETO)

* SISTEMA DE CARGAS 2 *

- CAIDA DE TEMPERATURA (CONTRACCION DE FRAGA)

* SISTEMA DE CARGAS 3 *

- PRESIONES

N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8	Q5	Q6	Q7	Q8
Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12
1	6	32	27	4	21	30	19				
3250.000		2575.000		2575.000		3250.000		2512.500	2575.000	2912.500	3250.000
27	32	54	52	30	47	56	45				
3250.000		2575.000		2575.000		3250.000		2512.500	2575.000	2912.500	3250.000
6	11	37	32	9	23	35	21				
2575.000		1225.000		1225.000		2575.000		1500.000	1225.000	1300.000	2575.000
32	37	63	58	35	49	61	47				
2575.000		1225.000		1225.000		2575.000		1500.000	1225.000	1300.000	2575.000
58	63	82	77	61	73	80	71				
2575.000		1225.000		1225.000		2575.000		1500.000	1225.000	1300.000	2575.000
11	16	42	37	14	25	40	23				
1225.000		0.0		0.0		1225.000		550.000	0.0	550.000	1225.000
37	42	68	63	40	51	66	49				
1225.000		0.0		0.0		1225.000		550.000	0.0	550.000	1225.000
63	68	87	82	66	75	85	73				
1225.000		0.0		0.0		1225.000		550.000	0.0	550.000	1225.000
82	87	55	54	85	92	57	50				
1225.000		0.0		0.0		1225.000		550.000	0.0	550.000	1225.000

* COEFICIENTES PARA COMBINACION DE CARGAS *

PESO PROPIO TEMPERAT. PRESION MICROST.

COMB. 1 :	1.000	1.000	0.0
COMB. 2 :	1.000	0.0	1.000
COMB. 3 :	1.000	1.000	1.000

HEO = 174
DIM = 7755

DESPLAZAMIENTOS (PULG.) Y ESFLEZUS (LB/PULG.2)

NUDO	K	U	V	W	SXX	SYY	SZZ	SXY	SYZ	SZX
1										
SISTEMAS DE CARGA :										
1	0.0		0.0	0.0	-24.43	-24.43	-37.73	0.0	0.0	5.360
2	0.0		0.0	0.0	724.05	724.05	324.61	0.0	0.0	-269.164
3	0.0		0.0	0.0	142.01	142.01	571.65	0.0	0.0	-107.037
COMBINACIONES :										
1	0.0		0.0	0.0	700.42	700.42	726.38	0.0	0.0	-263.264
2	0.0		0.0	0.0	118.48	118.48	473.02	0.0	0.0	-101.157
3	0.0		0.0	0.0	843.33	843.33	1276.53	0.0	0.0	-370.321

2.

1	0.0	C.0	G.0	-11.33	-11.33	-45.20	0.0	C.C	1.251
2	0.0	0.C	C.0	532.57	533.57	59.48	0.0	C.C	-56.090
3	0.0	C.C	C.0	0.35	0.35	1.41	0.0	C.C	-56.321

1	0.0	0.C	P.0	522.24	522.24	14.18	0.C	P.C	-94.140
2	0.0	C.C	P.0	-1C.97	-1C.97	-43.49	3.0	C.0	-94.971
3	0.0	0.C	C.0	522.60	522.60	15.59	C.0	0.C	-191.0C1

3

1	0.0	0.0	C.0	1.88	1.63	7.50	0.0	C.C	-1.559
2	0.0	0.0	C.C	348.55	348.55	-630.60	0.0	0.C	69.505
3	0.0	C.C	C.0	-14C.1J	-140.1J	-500.72	0.C	0.C	-51.376

1	0.0	0.C	0.0	350.43	350.43	-673.10	0.0	C.C	67.905
2	0.0	0.C	C.0	-138.30	-138.30	-553.21	0.C	C.C	-52.675
3	C.C	0.0	C.0	210.25	210.25	-1233.82	0.C	C.C	-25.471

4

1	9.0E5D-C4	0.0	-1.852D-C3	-7.22	-16.06	-91.37	-0.385	0.505	-1.942
2	-7.152D-C2	C.C	3.555D-C2	115.98	519.54	632.50	12.855	-2.804	-60.517
3	-1.2C5D-C2	C.C	1.069D-C2	61.42	8.02	433.85	4.519	-7.319	-22.244

1	-7.061E-C2	0.C	1.5C3E-C3	112.75	523.43	551.13	12.509	-2.265	-68.459
2	-1.114E-C2	0.0	8.84E-C3	54.19	69.90	349.48	4.594	-6.814	-24.186
3	-3.265E-C2	0.C	1.228E-C2	174.17	609.50	941.98	17.489	-5.618	-30.7C3

5

1	6.682D-C4	0.0	-1.6C7D-C4	6.37	0.14	-9.84	-0.271	1.029	-4.259
2	-1.022C-02	0.0	-2.161D-C2	-72.18	318.63	-447.70	1.771	-2.059	1.174
3	-1.156C-C2	0.0	-7.259D-C3	-81.36	-34.73	-310.09	5.17C	-2.55C	-32.433

1	-9.555E-C3	0.0	-7.177E-C2	-65.31	318.77	-457.54	1.500	-1.030	-3.125
2	-1.065E-C2	C.C	-7.419E-C3	-74.49	-94.58	-319.92	4.659	-1.920	-36.731
3	-2.112E-C2	C.C	-2.9C3E-C2	-146.67	224.64	-767.62	6.67C	-3.560	-35.518

6

1	3.024C-C3	C.C	-3.6C8D-C3	1.16	-4.53	-47.64	-0.045	1.2E2	4.734
2	-5.816D-02	0.0	8.250D-C3	35.54	408.01	279.05	6.921	-7.183	-26.764
3	-3.7C5E-C2	0.0	7.054D-C2	-44.43	-38.49	101.55	5.979	-11.801	-62.621

1	-5.514E-C2	C.C	4.642E-C3	36.70	404.28	229.41	6.8E6	-5.503	-22.030
2	-2.4C6E-02	0.C	1.654E-C2	-43.27	-43.01	51.91	5.524	-10.515	-57.887
3	-9.222E-02	0.0	2.515E-C2	-7.73	365.83	330.96	12.865	-17.704	-64.651

7

1	2.912D-03	0.0	-2.279D-C3	-0.71	-4.08	-41.58	-0.009	1.139	5.555
2	-5.214D-02	C.C	-1.290D-C2	56.37	335.51	54.02	3.358	-2.856	-95.218
3	-3.665D-02	C.C	6.497D-C3	-150.06	-50.73	25.29	6.21C	-7.406	-80.691

1	-4.983E-02	0.0	-1.513E-C2	55.55	331.50	12.44	2.347	-1.757	-89.664
2	-3.378E-02	0.0	4.219E-C3	-19.77	-34.00	-16.29	6.201	-6.266	-75.437
3	-6.053E-C2	0.0	-6.685E-C3	36.60	330.77	27.73	8.559	-9.162	-170.655

8

1	2.339D-03	C.0	-5.346D-C4	-2.49	-3.36	-33.30	-0.012	1.032	6.206
2	-4.810D-02	0.0	-3.308D-C2	78.52	361.36	-163.41	-2.523	1.072	-165.745
3	-3.678D-02	0.0	-7.234D-C3	6.18	-64.77	-47.86	6.306	-2.871	-100.234

1	-4.576E-02	0.0	-3.402E-C2	76.03	358.00	-196.72	-2.535	2.104	-159.438
2	-3.354E-C2	0.0	-8.163E-C3	3.69	-69.13	-33.16	6.293	-1.789	-93.928
3	-8.2C4E-C2	C.C	-4.125E-C2	82.21	293.23	-246.53	3.771	-0.717	-259.672

9

1	7.362D-03	0.C	-5.174D-C3	1.51	9.17	-13.71	0.911	0.722	-5.458
2	-1.547E-01	0.0	-1.247D-C3	-45.51	210.52	60.77	-0.442	-8.044	35.268
3	-5.251E-02	0.0	2.455D-C2	-33.65	-158.09	-70.62	4.367	-5.542	21.421

1	-1.465E-C1	0.0	-6.421E-C2	-44.00	219.69	55.06	0.469	-7.222	23.810
2	-8.444E-C2	C.C	1.941E-C2	-32.13	-148.92	-84.23	5.278	-5.220	15.562
3	-2.394E-C1	0.0	1.816E-C2	-77.05	61.61	-15.56	4.836	-13.264	55.221

10

1	7.765C-03	0.0	-2.18C-C3	-0.29	2.49	-37.17	0.332	0.667	-5.714
2	-1.442D-01	C.0	-4.877D-C2	-15.17	227.12	-37.52	-0.782	-10.252	1.308
3	-5.285D-02	0.0	5.872D-C4	12.86	-121.42	58.16	3.789	-7.687	11.165

1	-1.365C-01	C.0	-5.195E-C2	-15.46	229.61	-75.68	0.050	-9.584	-4.406
2	-8.512E-02	0.0	-7.592E-C3	12.53	-118.93	13.99	4.621	-7.020	5.451
3	-2.244E-01	0.C	-5.136E-C2	-2.60	108.19	-19.52	3.840	-17.272	6.759

11

1	1.028C-C2	0.0	-5.791D-C3	-1.20	18.58	18.78	-1.386	0.158	0.221
2	-2.554E-C1	C.C	-6.484D-C2	45.26	46.69	-46.65	0.C60	-7.111	-20.525
3	-1.346D-C1	0.C	2.768D-C2	5.01	-224.61	-123.18	9.568	-0.865	-14.259

1	-2.491E-C1	0.0	-1.227E-C2	48.06	65.25	-27.98	6.654	-8.553	-20.307
2	-1.244E-C1	0.0	2.165E-C2	2.81	-206.03	-101.41	7.583	-0.711	-14.037
3	-3.836E-01	0.0	1.541E-C2	53.07	-159.35	-148.06	15.663	-7.822	-34.566

12

1	1.021C-C2	C.C	-5.668D-C2	0.62	12.80	-13.36	-1.317	0.C80	0.253
2	-2.555D-01	C.C	-2.831D-C3	33.92	88.89	3.21	5.45E	-6.962	-21.458
3	-1.552D-C1	0.0	2.C80C-C2	-4.21	-202.80	-4.96	8.251	-1.CC2	-0.148

1	-2.452E-01	0.0	-3.39EE-C2	34.54	31.60	-3.15	4.141	-6.882	-21.165
2	-1.248E-C1	0.0	1.514E-C2	-3.58	-170.00	-13.32	6.935	-0.421	-5.955
3	-3.8C4E-C1	C.C	-1.317E-C2	20.33	-121.20	-13.11	12.352	-7.884	-27.312

13

1	1.028D-02	C.0	-5.541D-C3	2.14	6.53	-46.56	-1.213	-0.C4E	0.107
2	-2.514C-01	0.0	-5.C27C-C2	17.72	91.63	53.23	2.961	-7.575	-19.527
3	-1.353C-C1	0.0	1.372D-C2	-13.19	-179.77	110.16	7.519	-1.062	3.736

1	-2.412E-C1	0.0	-5.581E-C2	15.85	94.21	11.79	1.624	-6.622	-19.820
2	-1.251E-C1	0.C	8.175E-C3	-11.05	-173.24	93.60	6.241	-1.111	2.843
3	-3.765E-01	C.C	-4.209E-C2	6.66	-31.56	121.06	9.142	-7.C85	-10.C84

90	1	0.0	0.0	0.0	-5.35	-5.35	-21.40	0.0	0.592	2.593
	2	0.0	0.0	0.0	662.76	662.76	328.25	0.0	132.449	-106.346
	3	0.0	0.0	0.0	4.78	4.78	19.12	0.0	1.412	-19.628
	1	0.0	0.0	0.0	652.41	652.41	306.85	0.0	133.042	-103.752
	2	0.0	0.0	0.0	-0.57	-0.57	-2.29	0.0	2.004	-17.035
	3	0.0	0.0	0.0	662.15	662.15	325.97	0.0	134.454	-123.388
91	1	0.0	0.0	0.0	-4.13	-4.13	-18.71	0.0	1.442	3.711
	2	0.0	0.0	0.0	591.35	591.35	38.57	0.0	4.642	-45.105
	3	0.0	0.0	0.0	-3.06	-3.06	-15.45	0.0	-3.775	-25.025
	1	0.0	0.0	0.0	587.17	587.17	21.38	0.0	6.353	-62.294
	2	0.0	0.0	0.0	-8.04	-8.04	-32.16	0.0	-2.113	-22.318
	3	0.0	0.0	0.0	583.31	583.31	6.43	0.0	2.579	-67.423
92	1	5.6340E-04	2.3660E-04	-8.0200E-04	5.97	2.08	0.89	4.482	-0.776	0.824
	2	-3.2750E-02	4.1930E-02	-4.0930E-02	100.21	76.93	-27.04	252.091	-14.573	-64.321
	3	-3.5750E-03	9.1470E-04	2.2800E-04	-40.50	-10.49	-21.79	-20.670	6.352	-7.900
	1	-3.2190E-02	4.2170E-02	-4.1750E-02	112.08	70.98	-26.75	297.173	-15.249	-63.456
	2	-3.0110E-03	1.1510E-03	-6.3400E-04	-34.63	-8.41	-23.91	-16.188	5.576	-6.976
	3	-2.5760E-02	4.3080E-02	-4.1560E-02	71.58	68.49	-48.55	276.503	-8.957	-71.254
93	1	5.8160E-04	1.5450E-04	-8.6520E-04	4.97	0.78	-3.92	4.740	-1.551	0.276
	2	-3.0620E-02	2.8620E-02	-5.3200E-02	130.33	117.27	-5.69	263.630	-44.024	-125.163
	3	-3.5450E-03	9.0840E-04	-4.0550E-04	-33.06	-0.49	8.10	-28.951	8.240	-7.464
	1	-3.0040E-02	2.8820E-02	-5.4120E-02	141.36	113.05	-9.41	268.370	-45.616	-124.887
	2	-3.3870E-03	1.1030E-03	-8.6520E-04	-28.03	0.29	4.18	-24.211	6.649	-7.188
	3	-3.4010E-02	2.9730E-02	-5.4130E-02	108.30	117.55	-1.51	239.419	-37.375	-132.351
94	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	2	0.0	0.0	0.0	775.60	775.60	775.60	0.0	0.0	0.0
	3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	1	0.0	0.0	0.0	775.60	775.60	775.60	0.0	0.0	0.0
	2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	3	0.0	0.0	0.0	775.60	775.60	775.60	0.0	0.0	0.0
95	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	2	0.0	0.0	0.0	775.60	775.60	775.60	0.0	0.0	0.0
	3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	1	0.0	0.0	0.0	775.60	775.60	775.60	0.0	0.0	0.0
	2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	3	0.0	0.0	0.0	775.60	775.60	775.60	0.0	0.0	0.0
96	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	2	0.0	0.0	0.0	775.60	775.60	775.60	0.0	0.0	0.0
	3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	1	0.0	0.0	0.0	775.60	775.60	775.60	0.0	0.0	0.0
	2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	3	0.0	0.0	0.0	775.60	775.60	775.60	0.0	0.0	0.0
97	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	2	0.0	0.0	0.0	775.60	775.60	775.60	0.0	0.0	0.0
	3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
97	1	0.0	0.0	0.0	1.53	0.59	0.42	0.449	-1.622	-2.446
	2	0.0	0.0	0.0	691.93	873.55	779.75	46.136	-68.404	-103.005
	3	0.0	0.0	0.0	-4.71	1.07	-0.73	0.031	0.048	0.074
	1	0.0	0.0	0.0	652.51	890.03	780.17	46.585	-70.027	-105.455
	2	0.0	0.0	0.0	-2.13	1.57	-0.31	3.460	-1.575	-2.372
	3	0.0	0.0	0.0	688.30	831.13	779.44	46.616	-65.975	-105.381
98	1	0.0	0.0	0.0	1.69	0.70	0.48	0.566	-1.454	-2.205
	2	0.0	0.0	0.0	690.44	730.51	762.26	-0.625	-97.142	-136.026
	3	0.0	0.0	0.0	-1.57	0.19	-1.48	-0.745	-1.001	-1.515
	1	0.0	0.0	0.0	700.13	791.21	763.74	-0.055	-51.558	-138.831
	2	0.0	0.0	0.0	-5.38	0.33	-1.00	-0.182	-2.455	-3.720
	3	0.0	0.0	0.0	692.56	791.40	762.26	-0.807	-92.598	-140.346
99	1	0.0	0.0	0.0	3.35	1.38	0.95	1.125	-2.309	-3.443
	2	0.0	0.0	0.0	571.66	1017.59	783.68	103.710	-144.468	-215.070
	3	0.0	0.0	0.0	-8.53	4.70	-0.36	1.705	-1.385	-2.063
	1	0.0	0.0	0.0	575.01	1018.57	784.64	104.839	-146.777	-218.513
	2	0.0	0.0	0.0	-2.18	6.08	9.59	2.839	-3.698	-5.506
	3	0.0	0.0	0.0	568.48	1023.67	784.28	106.545	-148.165	-220.576
100	1	0.0	0.0	0.0	2.34	1.15	0.90	1.009	-2.358	-3.537
	2	0.0	0.0	0.0	567.02	945.35	757.93	66.165	-159.652	-225.421
	3	0.0	0.0	0.0	-7.04	5.51	-0.23	2.323	-0.965	-1.451
	1	0.0	0.0	0.0	570.36	946.51	763.33	67.154	-162.011	-242.965
	2	0.0	0.0	0.0	-3.71	7.07	9.67	3.328	-3.327	-4.989
	3	0.0	0.0	0.0	562.31	952.42	763.00	67.523	-162.979	-244.426
101	1	0.0	0.0	0.0	3.33	0.94	0.85	0.884	-2.339	-3.605
	2	0.0	0.0	0.0	561.63	873.01	752.03	27.959	-175.402	-240.775
	3	0.0	0.0	0.0	-7.33	7.25	-0.12	3.000	-0.569	-0.823
	1	0.0	0.0	0.0	564.96	373.94	752.38	28.943	-177.751	-248.385
	2	0.0	0.0	0.0	-4.51	6.18	0.73	3.882	-2.558	-4.458
	3	0.0	0.0	0.0	557.11	371.19	752.76	31.842	-178.200	-269.247

ANALISIS DINAMICO - EFECTO HIDRODINAMICO
 PRESA COBURN - COBLE CURVATURA - CON MASA VIRTUAL - SISMO LIMA 1946-MBE-9%
 SISMO EN LA DIRECCION AGUAS ARRIBA-AGUAS ABAJO
 R-20 VERTICA L.O. 112261

134 NUDOS
 18 ELEMENTOS
 7 MATERIALES

* COORDENADAS Y CODIGOS DE NUDOS *

NUDO	K	X	Y	Z
1	111	261.800	0.000	0.000
2	111	170.240	0.000	0.000
3	111	167.340	0.000	0.000
4	111	164.560	0.000	0.000
5	111	161.780	0.000	0.000
6	111	159.000	0.000	0.000
7	111	156.220	0.000	0.000
8	111	153.440	0.000	0.000
9	111	150.660	0.000	0.000
10	111	147.880	0.000	0.000
11	111	145.100	0.000	0.000
12	111	142.320	0.000	0.000
13	111	139.540	0.000	0.000
14	111	136.760	0.000	0.000
15	111	133.980	0.000	0.000
16	111	131.200	0.000	0.000
17	111	128.420	0.000	0.000
18	111	125.640	0.000	0.000
19	111	122.860	0.000	0.000
20	111	120.080	0.000	0.000
21	111	117.300	0.000	0.000
22	111	114.520	0.000	0.000
23	111	111.740	0.000	0.000
24	111	108.960	0.000	0.000
25	111	106.180	0.000	0.000
26	111	103.400	0.000	0.000
27	111	100.620	0.000	0.000
28	111	97.840	0.000	0.000
29	111	95.060	0.000	0.000
30	111	92.280	0.000	0.000
31	111	89.500	0.000	0.000
32	111	86.720	0.000	0.000
33	111	83.940	0.000	0.000
34	111	81.160	0.000	0.000
35	111	78.380	0.000	0.000
36	111	75.600	0.000	0.000
37	111	72.820	0.000	0.000
38	111	70.040	0.000	0.000
39	111	67.260	0.000	0.000
40	111	64.480	0.000	0.000
41	111	61.700	0.000	0.000
42	111	58.920	0.000	0.000
43	111	56.140	0.000	0.000
44	111	53.360	0.000	0.000
45	111	50.580	0.000	0.000
46	111	47.800	0.000	0.000
47	111	45.020	0.000	0.000
48	111	42.240	0.000	0.000
49	111	39.460	0.000	0.000
50	111	36.680	0.000	0.000
51	111	33.900	0.000	0.000
52	111	31.120	0.000	0.000
53	111	28.340	0.000	0.000
54	111	25.560	0.000	0.000
55	111	22.780	0.000	0.000
56	111	20.000	0.000	0.000
57	111	17.220	0.000	0.000
58	111	14.440	0.000	0.000
59	111	11.660	0.000	0.000
60	111	8.880	0.000	0.000
61	111	6.100	0.000	0.000
62	111	3.320	0.000	0.000
63	111	0.540	0.000	0.000
64	111	-2.240	0.000	0.000
65	111	-5.020	0.000	0.000
66	111	-7.800	0.000	0.000
67	111	-10.580	0.000	0.000
68	111	-13.360	0.000	0.000
69	111	-16.140	0.000	0.000
70	111	-18.920	0.000	0.000
71	111	-21.700	0.000	0.000
72	111	-24.480	0.000	0.000
73	111	-27.260	0.000	0.000
74	111	-30.040	0.000	0.000
75	111	-32.820	0.000	0.000
76	111	-35.600	0.000	0.000
77	111	-38.380	0.000	0.000
78	111	-41.160	0.000	0.000
79	111	-43.940	0.000	0.000
80	111	-46.720	0.000	0.000
81	111	-49.500	0.000	0.000
82	111	-52.280	0.000	0.000
83	111	-55.060	0.000	0.000
84	111	-57.840	0.000	0.000
85	111	-60.620	0.000	0.000
86	111	-63.400	0.000	0.000
87	111	-66.180	0.000	0.000
88	111	-68.960	0.000	0.000
89	111	-71.740	0.000	0.000
90	111	-74.520	0.000	0.000
91	111	-77.300	0.000	0.000
92	111	-80.080	0.000	0.000
93	111	-82.860	0.000	0.000
94	111	-85.640	0.000	0.000
95	111	-88.420	0.000	0.000
96	111	-91.200	0.000	0.000
97	111	-93.980	0.000	0.000
98	111	-96.760	0.000	0.000
99	111	-99.540	0.000	0.000
100	111	-102.320	0.000	0.000
101	111	-105.100	0.000	0.000
102	111	-107.880	0.000	0.000
103	111	-110.660	0.000	0.000
104	111	-113.440	0.000	0.000
105	111	-116.220	0.000	0.000
106	111	-119.000	0.000	0.000
107	111	-121.780	0.000	0.000
108	111	-124.560	0.000	0.000
109	111	-127.340	0.000	0.000
110	111	-130.120	0.000	0.000
111	111	-132.900	0.000	0.000
112	111	-135.680	0.000	0.000
113	111	-138.460	0.000	0.000
114	111	-141.240	0.000	0.000
115	111	-144.020	0.000	0.000
116	111	-146.800	0.000	0.000
117	111	-149.580	0.000	0.000
118	111	-152.360	0.000	0.000
119	111	-155.140	0.000	0.000
120	111	-157.920	0.000	0.000
121	111	-160.700	0.000	0.000
122	111	-163.480	0.000	0.000
123	111	-166.260	0.000	0.000
124	111	-169.040	0.000	0.000
125	111	-171.820	0.000	0.000
126	111	-174.600	0.000	0.000
127	111	-177.380	0.000	0.000
128	111	-180.160	0.000	0.000
129	111	-182.940	0.000	0.000
130	111	-185.720	0.000	0.000
131	111	-188.500	0.000	0.000
132	111	-191.280	0.000	0.000
133	111	-194.060	0.000	0.000
134	111	-196.840	0.000	0.000
135	111	-199.620	0.000	0.000

51	COO	151.610	-75.411	43.210
52	COO	146.240	-73.580	43.200
53	111	142.250	-72.810	43.200
54	COO	138.260	-72.040	43.200
55	COO	134.270	-71.270	43.200
56	COO	130.280	-70.500	43.200
57	111	126.290	-69.730	43.200
58	111	122.300	-68.960	43.200
59	111	118.310	-68.190	43.200
60	111	114.320	-67.420	43.200
61	COO	110.330	-66.650	43.200
62	COO	106.340	-65.880	43.200
63	COO	102.350	-65.110	43.200
64	COO	98.360	-64.340	43.200
65	111	94.370	-63.570	43.200
66	111	90.380	-62.800	43.200
67	111	86.390	-62.030	43.200
68	111	82.400	-61.260	43.200
69	111	78.410	-60.490	43.200
70	111	74.420	-59.720	43.200
71	111	70.430	-58.950	43.200
72	111	66.440	-58.180	43.200
73	111	62.450	-57.410	43.200
74	111	58.460	-56.640	43.200
75	111	54.470	-55.870	43.200
76	111	50.480	-55.100	43.200
77	111	46.490	-54.330	43.200
78	111	42.500	-53.560	43.200
79	111	38.510	-52.790	43.200
80	111	34.520	-52.020	43.200
81	111	30.530	-51.250	43.200
82	111	26.540	-50.480	43.200
83	111	22.550	-49.710	43.200
84	111	18.560	-48.940	43.200
85	111	14.570	-48.170	43.200
86	111	10.580	-47.400	43.200
87	111	6.590	-46.630	43.200
88	111	2.600	-45.860	43.200
89	111	-1.390	-45.090	43.200
90	111	-5.380	-44.320	43.200
91	111	-9.370	-43.550	43.200
92	111	-13.360	-42.780	43.200
93	111	-17.350	-42.010	43.200
94	111	-21.340	-41.240	43.200
95	111	-25.330	-40.470	43.200
96	111	-29.320	-39.700	43.200
97	111	-33.310	-38.930	43.200
98	111	-37.300	-38.160	43.200
99	111	-41.290	-37.390	43.200
100	111	-45.280	-36.620	43.200
101	111	-49.270	-35.850	43.200
102	111	-53.260	-35.080	43.200
103	111	-57.250	-34.310	43.200
104	111	-61.240	-33.540	43.200
105	111	-65.230	-32.770	43.200
106	111	-69.220	-32.000	43.200
107	111	-73.210	-31.230	43.200
108	111	-77.200	-30.460	43.200
109	111	-81.190	-29.690	43.200
110	111	-85.180	-28.920	43.200
111	111	-89.170	-28.150	43.200
112	111	-93.160	-27.380	43.200
113	111	-97.150	-26.610	43.200
114	111	-101.140	-25.840	43.200
115	111	-105.130	-25.070	43.200
116	111	-109.120	-24.300	43.200
117	111	-113.110	-23.530	43.200
118	111	-117.100	-22.760	43.200
119	111	-121.090	-21.990	43.200
120	111	-125.080	-21.220	43.200
121	111	-129.070	-20.450	43.200
122	111	-133.060	-19.680	43.200
123	111	-137.050	-18.910	43.200
124	111	-141.040	-18.140	43.200
125	111	-145.030	-17.370	43.200
126	111	-149.020	-16.600	43.200
127	111	-153.010	-15.830	43.200
128	111	-157.000	-15.060	43.200
129	111	-160.990	-14.290	43.200
130	111	-164.980	-13.520	43.200
131	111	-168.970	-12.750	43.200
132	111	-172.960	-11.980	43.200
133	111	-176.950	-11.210	43.200
134	111	-180.940	-10.440	43.200
135	111	-184.930	-9.670	43.200

* CONECTIVIDAD Y PROPIEDADES DE ELEMENTOS *

ELEM	K	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8	N9	N10
1		39	76	113	150	187	224	261	298	335	372
2	1	38	40	76	74	43	41	23	21	33	31
3	1	35	62	48	68	82	67	23	21	33	31
4	1										

• PROPIEDADES DE MATERIALES •

MATERIAL 1
 MÓDULO DE ELASTICIDAD E = 5.326E+04
 MÓDULO DE PLISSON NU = 2.600E+04
 DENSIDAD RO = 1.944E+00

MATERIAL 2
 MÓDULO COMPRESIBILIDAD K = C.O
 MÓDULO DE TORSIÓN G = C.O
 DENSIDAD RO = 1.944E+00

• INFORMACION PARA ANALISIS DINAMICO •
 ESPECTRO DE PSEUDO-ACELERACIONES

T SA

0.100	30.876
0.150	33.170
0.200	35.464
0.250	37.758
0.300	40.052
0.350	42.346
0.400	44.640
0.450	46.934
0.500	49.228
0.550	51.522
0.600	53.816
0.650	56.110
0.700	58.404
0.750	60.698
0.800	62.992
0.850	65.286
0.900	67.580
0.950	69.874
1.000	72.168
1.050	74.462
1.100	76.756
1.150	79.050
1.200	81.344
1.250	83.638
1.300	85.932
1.350	88.226
1.400	90.520
1.450	92.814
1.500	95.108
1.550	97.402
1.600	99.696
1.650	101.990
1.700	104.284
1.750	106.578
1.800	108.872
1.850	111.166
1.900	113.460
1.950	115.754
2.000	118.048
2.050	120.342
2.100	122.636
2.150	124.930
2.200	127.224
2.250	129.518
2.300	131.812
2.350	134.106
2.400	136.400
2.450	138.694
2.500	140.988
2.550	143.282
2.600	145.576
2.650	147.870
2.700	150.164
2.750	152.458
2.800	154.752
2.850	157.046
2.900	159.340
2.950	161.634
3.000	163.928
3.050	166.222
3.100	168.516
3.150	170.810
3.200	173.104
3.250	175.398
3.300	177.692
3.350	179.986
3.400	182.280
3.450	184.574
3.500	186.868
3.550	189.162
3.600	191.456
3.650	193.750
3.700	196.044
3.750	198.338
3.800	200.632
3.850	202.926
3.900	205.220
3.950	207.514
4.000	209.808
4.050	212.102
4.100	214.396
4.150	216.690
4.200	218.984
4.250	221.278
4.300	223.572
4.350	225.866
4.400	228.160
4.450	230.454
4.500	232.748
4.550	235.042
4.600	237.336
4.650	239.630
4.700	241.924
4.750	244.218
4.800	246.512
4.850	248.806
4.900	251.100
4.950	253.394
5.000	255.688
5.050	257.982
5.100	260.276
5.150	262.570
5.200	264.864
5.250	267.158
5.300	269.452
5.350	271.746
5.400	274.040
5.450	276.334
5.500	278.628
5.550	280.922
5.600	283.216
5.650	285.510
5.700	287.804
5.750	290.098
5.800	292.392
5.850	294.686
5.900	296.980
5.950	299.274
6.000	301.568
6.050	303.862
6.100	306.156
6.150	308.450
6.200	310.744
6.250	313.038
6.300	315.332
6.350	317.626
6.400	319.920
6.450	322.214
6.500	324.508
6.550	326.802
6.600	329.096
6.650	331.390
6.700	333.684
6.750	335.978
6.800	338.272
6.850	340.566
6.900	342.860
6.950	345.154
7.000	347.448
7.050	349.742
7.100	352.036
7.150	354.330
7.200	356.624
7.250	358.918
7.300	361.212
7.350	363.506
7.400	365.800
7.450	368.094
7.500	370.388
7.550	372.682
7.600	374.976
7.650	377.270
7.700	379.564
7.750	381.858
7.800	384.152
7.850	386.446
7.900	388.740
7.950	391.034
8.000	393.328
8.050	395.622
8.100	397.916
8.150	400.210
8.200	402.504
8.250	404.798
8.300	407.092
8.350	409.386
8.400	411.680
8.450	413.974
8.500	416.268
8.550	418.562
8.600	420.856
8.650	423.150
8.700	425.444
8.750	427.738
8.800	430.032
8.850	432.326
8.900	434.620
8.950	436.914
9.000	439.208
9.050	441.502
9.100	443.796
9.150	446.090
9.200	448.384
9.250	450.678
9.300	452.972
9.350	455.266
9.400	457.560
9.450	459.854
9.500	462.148
9.550	464.442
9.600	466.736
9.650	469.030
9.700	471.324
9.750	473.618
9.800	475.912
9.850	478.206
9.900	480.500
9.950	482.794
10.000	485.088

12 MODOS. FRECUENCIA LIMITE = 1000.00 HERTZ

MS = 174
 FRECUENCIA = 4.252 FORA = 100000

MODE	U	V	M	UN	VN	VM
1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
3	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
4	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
5	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
6	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
7	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
8	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
9	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
10	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
11	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
12	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
13	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
14	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
15	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
16	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
17	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
18	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
19	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
20	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
21	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
22	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
23	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
24	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
25	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
26	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
27	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
28	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
29	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
30	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
31	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
32	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
33	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
34	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
35	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
36	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
37	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
38	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
39	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
40	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
41	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
42	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
43	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
44	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
45	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
46	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
47	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
48	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
49	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
50	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
51	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
52	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
53	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
54	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
55	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
56	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
57	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
58	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
59	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
60	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
61	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
62	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
63	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
64	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
65	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
66	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
67	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
68	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
69	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
70	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
71	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
72	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
73	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
74	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
75	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
76	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
77	0.00000	0.00000	0.00000			

A-3 Listado de los Programas

FILE: STATIC FCRTAN A1 V4/SP RELEASE 4 EXPRFSS PUTB602+ SLU433

```

C *****
C * FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA * STA00010
C * TESIS PARA OPTAR EL TITULO DE INGENIERO CIVIL * STA00020
C * MARIO JESUS PALMA OCHOA * STA00030
C * ANALISIS ESTADICO, LINEAL Y ELASTICO DE SOLIDOS ISOTROPICOS * STA00040
C ***** * STA00050
C * STA00060
C * STA00070
C * STA00080
C * STA00090
C * STA00100
C * STA00110
C * STA00120
C * STA00130
C * STA00140
C * STA00150
C * STA00160
C * STA00170
C * STA00180
C * STA00190
C * STA00200
C * STA00210
C * STA00220
C * STA00230
C * STA00240
C * STA00250
C * STA00260
C * STA00270
C * STA00280
C * STA00290
C * STA00300
C * STA00310
C * STA00320
C * STA00330
C * STA00340
C * STA00350
C * STA00360
C * STA00370
C * STA00380
C * STA00390
C * STA00400
C * STA00410
C * STA00420
C * STA00430
C * STA00440
C * STA00450
C * STA00460
C * STA00470
C * STA00480
C * STA00490
C * STA00500
C * STA00510
C * STA00520
C * STA00530
C * STA00540
C * STA00550

REAL *B A,B
REAL LAMDA
DIMENSION ABC(20)
DIMENSION KODE1(3,101),ID(300),X(101),Y(101),Z(101),DTN(101),
*BXN(101),BYN(101),BZN(101),M(40),NUDC(20,40),DTF(40),BXE(40),
*BYE(40),BZE(40),LAMDA(5),G(5),ALFA(5),A(20000),B(1200),C(40)

COMMON NN,NE,NS,NC, IT,IB, NGL,NEQ

CALL DATOS (ABC,B, X,Y,Z, DTN,BXN,BYN,BZN, DTF,BXF,BYE,BZE,
* LAMDA, G, ALFA,C, KODE1, M, NUDO)

CALL MATRX (A,B, X,Y,Z, DTN,BXN,BYN,BZN, DTF,BXF,BYE,BZE,
* LAMDA, G, ALFA,KODE1, M, NUDO, ID)
CALL SOLVF(A,B,ID)
CALL OUTPT (ABC,A,B, X,Y,Z,DTN,DTF,LAMDA, G,ALFA, C, KODE1,1,1)NUD,
* ID )
GO TO 50

END

SUBROUTINE DATOS (ABC,B, X,Y,Z, DTN,BXN,BYN,BZN, DTF,
* BXF,BYE,BZF, LAMDA, G,ALFA,C,KODE1, M, NUDO )

LECTURA E IMPRESION DE DATOS

DIMENSION ABC(20)
REAL*8 R(1)
REAL LAMDA(1)

DIMENSION KODE1(3,1),X(1),Y(1),Z(1), DTN(1),BXN(1),BYN(1),
* BZN(1), M(1),NUDC(20,1), DTF(1),BXF(1),BYF(1),BZF(1),
* G(1), ALFA(1),C(1)

COMMON NN,NE,NS,NC, IT,IB, NGL,NEQ

CCNTRCL

TITULO
NUMERO DE NUDOS, ELEMENTOS, MATERIALES, SISTEMAS DE CARGA,
COMBINACIONES, INDICADORES DE SISTEMAS DE CARGA A LOS QUE SE
ASIGNAN DT Y BX,BY

READ(5,1) ABC,NN,NE,NM,NS,NC, IT,IB
IF (NM.LE.0) NM=1

IF (NS.LE.0) NS=1
WRITE(6,2) ABC, NN,NE,NM,NS,NC
IF ((IT.GT.0.OR.IB.GT.0) WRITE(6,3)IT,IB
IF (IT.LE.0) IT=1
IF (IB.LE.0) IB=1

COORDENADAS Y CODIGOS DE NUDOS
( INCREMENTO DE TEMPERATURA, FUERZAS DE CUERPO)
CALL XY (X,Y,Z,DTN,BXN,BYN,BZN,NN,KODE1)

CONECTIVIDAD Y PROPIEDADES DE ELEMENTOS
( INCREMENTO DE TEMPERATURA, FUERZAS DE CUERPO)
CALL CE (DTF,BXE,BYE,BZF,NC,M,NUDC)

PROPIEDADES ELASTICAS
CALL PM (LAMDA,G,ALFA,NM)

CONDICIONES DE BORDE, COMBINACIONES
CALL BC (R,X,Y,Z,C, NN,NS,NC,KODE1,NGL,NEQ)

50 RETURN
STOP

1 FCRMAT (2CA4 /715)
2 FCRMAT (7/5X2CA4/75X'A-3D VFRSICA 1.0 (1986)///
*5X15, ' NUDOS' /5X15, ' ELEMENTOS' /5X15, ' MATERIALES' //
*5X15, 'SISTEMA(S) DE CARGA' /5X15, ' COMBINACION(ES)' //)
3 FCRMAT (5X, 'EFECTOS DE TEMPERATURA ASIGNADOS AL SISTEMA',13//
* 5X, 'FUERZAS DE CUERPO ASIGNADAS AL SISTEMA',13//)

END

SUBROUTINE XY (X,Y,Z,DT,BX,BY,BZ,NN,KODE1)

COORDENADAS Y CODIGOS DE NUDOS

DIMENSION X(1),Y(1),Z(1), DT(1), BX(1), BY(1),BZ(1), KODE1(1,1)

NUDC, COORDENADAS X,Y,Z, CODIGOS,
(INCREMENTO DE TEMPERATURA, FUERZAS DE CUERPO POR UNIDAD DE VOLUMEN
( E INFORMACION PARA INTERPOLACION )

50 READ (5,1) N,X(N),Y(N),Z(N), KODE,
* DT(N),BX(N),BY(N),BZ(N), M,1, X2,Y2,Z2, X3,Y3,Z3

KODE1(1,N)=KODE/100
KODE=KODE-100*KODE1(1,N)
KODE1(2,N)=KODE/10
KODE1(3,N)=KODE-10*KODE1(2,N)

GENERACION DE DATOS
IF (M.LE.N) GO TO 53

```

```

IF (J.LE.0) I=1
DN={M-N}/I
DELTA=1./DN
C
IF (X3.EQ.0..AND.Y3.EQ.0.) GO TO 51
X3=X3-.5*(X(N)+X2)
Y3=Y3-.5*(Y(N)+Y2)
C
C
GENERACION DE COORDENADAS
(INCREMENTOS DE TEMPERATURA Y FUERZAS DE CUERPO )
51 H2=0.
DO 52 J=N,M,I
H1=1.-H2
H3=4.*H1*H2
X(J)=H1*X(N)+H2*X2+H3*X3
Y(J)=H1*Y(N)+H2*Y2+H3*Y3
Z(J)=H1*Z(N)+H2*Z2+H3*Z3
DT(J)=DT(N)
BX(J)=BX(N)
BY(J)=BY(N)
BZ(J)=BZ(N)
H2=H2+DELTA
C
COPIA CODIGOS DE APOYO
KODE1(1,J)=KCODE1(1,N)
KODE1(2,J)=KCODE1(2,N)
52 KODE1(3,J)=KODE1(3,N)
N=M
C
FIN DE DATOS ?
53 IF (N.NE.NN) GC TC 50
C
IMPRESION DE CODIGOS Y COORDENADAS
INCREMENTOS DE TEMPERATURA, FUERZAS DE CUERPO
* WRITE (6,2) (N,(KODE1(I,N),I=1,3), X(N),Y(N),Z(N),
* DT(N), BX(N),BY(N),BZ(N), N=1,NN )
C
1 FORMAT (15,3F10.3, 15,4F10.3/, 215,6F10.3)
2 FORMAT (///5X,* COORDENADAS Y OTROS DATOS DE NUDDCS *//
*6X'NUDC',4X'K', 11X'X',11X'Y',11X'Z',12X'CT',12X'BX',
*10X'BY',10X'BZ'//5X15,2X311,2X3F12.3,2XF12.3,2X3F12.3)
C
RETURN
END
C
SUBROUTINE CE (DT,BX,BY,BZ,NE,M,NUDC)
CONNECTIVIDAD Y PROPIEDADES DE ELEMENTOS
DIMENSION DT(1), BX(1), BY(1), BZ(1), M(1),NUDC(20,1), I(20)
L=0
C
LA INFORMACION SIGUIENTE DEBE ESTAR EN ORDEN
ELEMENTO, MATERIAL, CONNECTIVIDAD
(INCREMENTOS DE TEMPERATURA, FUERZAS DE CUERPO)
50 READ (5,1) N, M(N), (NUDC(J,N),J=1,20),DT(N),BX(N),BY(N),BZ(N)
IF (M(N).LE.0) M(N)=1
IF (N.EQ.L+1) GO TO 54
C
GENERACION DE DATOS
K=N-L
DO 51 J=1,20
51 I(J)=(NUDC(J,N)-NUDC(J,L))/K
N1=L+1
N2=N
DO 53 N=N1,N2
M(N)=M(L)
DO 52 J=1,20
52 NUDC(J,N)=NUDC(J,L)+I(J)
DT(N)=DT(L)
BX(N)=BX(L)
BY(N)=BY(L)
BZ(N)=BZ(L)
53 L=N
N=N2
C
ULTIMO ELEMENTO ?
54 L=N
IF (N.NE.NE) GO TO 50
C
IMPRESION DE CONNECTIVIDAD, PROPIEDADES
INCREMENTOS DE TEMPERATURA, FUERZAS DE CUERPO
55 WRITE (6,2)
DO 56 N=1,NE
56 WRITE (6,3) N,M(N), (NUDC(J,N),J=1,20),DT(N),
* BX(N),BY(N),BZ(N), (NUDC(J,N),J=11,20)
C
1 FORMAT (14I5/,8I5,4F10.3)
2 FORMAT (///5X,* CONNECTIVIDAD Y PROPIEDADES DE ELEMENTOS *//6X
* 'ELEM',6X'M', N1 N2 N3 N4 N5 N6 N7 N8 N9 N0',
* '9X'DT',12X'BX',10X'BY',10X'BZ'//)
3 FORMAT (5X15,2X15,2X10I5,F12.3,2X3F12.3/15X10I5/)
RETURN
END
C
SUBROUTINE PM (LAMDA,G,ALFA,NM)
PROPIEDADES DE MATERIALS
REAL NU,LAMDA(1)
DIMENSION G(1),ALFA(1)
C
WRITE (6,1)
GO 50 N=1,NM

```

STA01110
 STA01120
 STA01130
 STA01140
 STA01150
 STA01160
 STA01170
 STA01180
 STA01190
 STA01200
 STA01210
 STA01220
 STA01230
 STA01240
 STA01250
 STA01260
 STA01270
 STA01280
 STA01290
 STA01300
 STA01310
 STA01320
 STA01330
 STA01340
 STA01350
 STA01360
 STA01370
 STA01380
 STA01390
 STA01400
 STA01410
 STA01420
 STA01430
 STA01440
 STA01450
 STA01460
 STA01470
 STA01480
 STA01490
 STA01500
 STA01510
 STA01520
 STA01530
 STA01540
 STA01550
 STA01560
 STA01570
 STA01580
 STA01590
 STA01600
 STA01610
 STA01620
 STA01630
 STA01640
 STA01650
 STA01660
 STA01670
 STA01680
 STA01690
 STA01700
 STA01710
 STA01720
 STA01730
 STA01740
 STA01750
 STA01760
 STA01770
 STA01780
 STA01790
 STA01800
 STA01810
 STA01820
 STA01830
 STA01840
 STA01850
 STA01860
 STA01870
 STA01880
 STA01890
 STA01900
 STA01910
 STA01920
 STA01930
 STA01940
 STA01950
 STA01960
 STA01970
 STA01980
 STA01990
 STA02000
 STA02010
 STA02020
 STA02030
 STA02040
 STA02050
 STA02060
 STA02070
 STA02080
 STA02090
 STA02100
 STA02110
 STA02120
 STA02130
 STA02140
 STA02150
 STA02160
 STA02170
 STA02180
 STA02190
 STA02200

BIBLIOTECA CENTRAL

```

RFAC (5,2) I,E,NU,ALFA(I)
WRITE(6,3) I,E,NU,ALFA(I)
G(I)=.5*E/(1.+NU)
50 LAMDA(I)=G(I)*NU/(.5-NU)
C
1 FORMAT (///5X'* PROPIEDADES DE MATERIALES *///
*          9X,'M',7X'E',10X'NU',10X'ALFA'//)
2 FORMAT (15,3F10.3)
3 FCRMAT (5X15,2X1P3F11.3)
RETURN
END
C
C
C
SUBROUTINE BC (B,X,Y,Z,C,NN,NS,NC,KODE1,NGL,NEQ)
FUERZAS-CONCENTRADAS, PRESIONES Y DESPLAZAMIENTOS PRESCRITOS
COEFICIENTES PARA COMBINACION DE CARGAS
REAL*8 B(1)
DIMENSION KODE1(1),X(1),Y(1),Z(1),C(1)
DIMENSION F(3),NUDC(R),KODE2(24),P(24),Q(8)
C
C
C
CCDIGCS
NGL=3*NN
I1=0
I2=NGL
DO 54 I=1,NGL
IF (KCODE1(I).NE.0) GO TO 53
I1=I1+1
KCODE1(I)=I1
53 KODE1(I)=I2
I2=I2-1
54 CONTINUE
C
C
C
NEQ=I1
INICIALIZA MATRIZ DE FUERZAS
M=NGL*NS
CO 55 I=1,M
55 B(I)=0.00
C
C
C
SISTEMA DE CARGA L
K1=C
DO 66 L=1,NS
WRITE (6,1) L
C
C
C
NUMERO DE NUDCS CON FUERZAS CONCENTRADAS,
NUMERO DE ELEMENTOS DE BORDE CON PRESIONES (NO NULAS)
NUMERO DE NUDCS CON DESPLAZAMIENTOS PRESCRITOS (NO NULOS)
READ (5,2) NP,NQ,NU
C
C
C
FUERZAS CONCENTRADAS
IF (NP.LE.0) GO TO 57
WRITE (6,3)
DO 56 N=1,NP
READ (5,4) J, F
WRITE (6,5) J, F
I=3*(J-1)
DO 56 K=1,3
I=I+1
IF (KCODE1(I).GT.NFQ) GO TO 56
IJ=K1+KODE1(I)
B(IJ)=B(IJ)+F(K)
56 CONTINUE
C
C
C
PRESIONES
IF (NQ.LE.0) GO TO 63
WRITE (6,6)
DO 62 N=1,NQ
READ (5,7) NUDC, Q
WRITE (6,8) NUDC, Q
CALL F120P (X,Y,Z,Q,P,NUDC)
CALL KF (KODE1,8,NUDC,KODE2)
DO 60 K=1,24
I=KCODE2(K)
IF (I.EQ.0.OR.I.GT.NEQ) GO TO 60
IJ=I+K1
B(IJ)=B(IJ)+P(K)
60 CONTINUE
62 CONTINUE
C
C
C
DESPLAZAMIENTOS PRESCRITOS (NO NULOS)
63 IF (NU.LE.0) GO TO 66
WRITE (6,9)
64 N=NU
READ (5,4) J1, F, J2, J3
DO 65 J=J1,J2,J3
WRITE (6,10) J, F
N=N-1
I=3*(J-1)
DO 65 K=1,3
I=I+1
IF (KCODE1(I).LE.NEQ) GO TO 65
IJ=K1+KODE1(I)
B(IJ)=F(K)
65 CONTINUE
IF (N.GT.0) GO TO 64
C
C
C
66 K1=K1+NGL
COEFICIENTES PARA COMBINACION DE CARGAS
IF (NC.LE.0) RETURN
WRITE (6,11)
I2=0
DO 69 M=1,NC
I1=I2+1
I2=I2+NS
READ (5,12) (C(I),I=I1,I2)

```

STA02210
 STA02220
 STA02230
 STA02240
 STA02250
 STA02260
 STA02270
 STA02280
 STA02290
 STA02300
 STA02310
 STA02320
 STA02330
 STA02340
 STA02350
 STA02360
 STA02370
 STA02380
 STA02390
 STA02400
 STA02410
 STA02420
 STA02430
 STA02440
 STA02450
 STA02460
 STA02470
 STA02480
 STA02490
 STA02500
 STA02510
 STA02520
 STA02530
 STA02540
 STA02550
 STA02560
 STA02570
 STA02580
 STA02590
 STA02600
 STA02610
 STA02620
 STA02630
 STA02640
 STA02650
 STA02660
 STA02670
 STA02680
 STA02690
 STA02700
 STA02710
 STA02720
 STA02730
 STA02740
 STA02750
 STA02760
 STA02770
 STA02780
 STA02790
 STA02800
 STA02810
 STA02820
 STA02830
 STA02840
 STA02850
 STA02860
 STA02870
 STA02880
 STA02890
 STA02900
 STA02910
 STA02920
 STA02930
 STA02940
 STA02950
 STA02960
 STA02970
 STA02980
 STA02990
 STA03000
 STA03010
 STA03020
 STA03030
 STA03040
 STA03050
 STA03060
 STA03070
 STA03080
 STA03090
 STA03100
 STA03110
 STA03120
 STA03130
 STA03140
 STA03150
 STA03160
 STA03170
 STA03180
 STA03190
 STA03200
 STA03210
 STA03220
 STA03230
 STA03240
 STA03250
 STA03260
 STA03270
 STA03280
 STA03290
 STA03300


```

68 WRITE(6,13) (C(I),I=11,12)
C
1 FORMAT (///5X'* SISTEMA DE CARGAS',I2,' *')
2 FORMAT (3I5)
3 FORMAT
* (///5X'FUERZAS CONCENTRACAS'//6X'NUDD',10X'FX',10X'FY',10X'FZ'//)
4 FORMAT (I5,3F10.3,2I5)
5 FORMAT (5X'I5,2X'3F12.3)
6 FORMAT (///5X' * PRECISIONES *//)
* 8X'N1, N2, N3, N4, N5, N6, N7, N8//
* 8X'Q1, Q2, Q3, Q4, Q5, Q6, Q7, Q8//
7 FORMAT (8I5,78F10.3)
8 FORMAT (5X8I5,75X8F10.3)
9 FORMAT
* (///5X'DESPLAZAMIENTOS PRESCRITOS'//6X'NUDD',10X'U',14X'V',14X'W',14X'X'//)
10 FORMAT (5X'I5,2X'1P3E15.3)
11 FORMAT (///5X'* COEFICIENTES PARA COMBINACION DE CARGAS *//)
12 FORMAT (10F10.3)
13 FORMAT (5X10F8.3)
RETURN
ENO
C
C
C
C
SUBROUTINE EI2CP (X,Y,Z,Q,P,NUDD)
C
C
C
C
FUERZAS EQUIVALENTES A PRESION Q NORMAL A UNA CARA
DE EXAHEDRO ISOPARAMETRICO COMPATIBLE R A 20 NUDOS
C
C
C
C
DIMENSION NUDD(8),X(1),Y(1),Z(1),Q(8),
* A(3),W(3),F(8),DS(8),DT(8),P(24)
DATA A,W/-.7745567,.7745967,0.,2*.5555556,.0888889/
C
C
C
C
50 DO 50 I=1,24
P(I)=0.
C
C
C
C
DO 60 I1=1,3
S=A(I1)
S1=1.+S
S2=1.-S
S3=.5*S1*S2
DO 60 I2=1,3
T=A(I2)
T1=1.+T
T2=1.-T
T3=.5*T1*T2
C
C
C
C
FUNCIONES DE INTERPOLACION, NUDOS 1 A 4
F(1)=.25*S2*T2
F(2)=.25*S1*T2
F(3)=.25*S1*T1
F(4)=.25*S2*T1
C
C
C
C
DERIVADAS S
DS(1)=-.25*T2
DS(2)=-DS(1)
DS(3)=.25*T1
DS(4)=-DS(3)
C
C
C
C
DERIVADAS T
DT(1)=-.25*S2
DT(2)=-.25*S1
DT(3)=-DT(2)
DT(4)=-DT(1)
C
C
C
C
FUNCIONES Y DERIVADAS PARA OTROS NUDOS
DO 52 J=5,8
F(J)=C.
QS(J)=0.
52 DT(J)=0.
C
C
C
C
IF (NUDD(5).LE.0) GO TO 53
F(5)=S3*T2
DS(5)=-S*T2
DT(5)=-S3
C
C
C
C
53 IF (NUDD(6).LE.0) GO TO 54
F(6)=S1*T3
DS(6)=T3
DT(6)=-S1*T
C
C
C
C
54 IF (NUDD(7).LE.0) GO TO 55
F(7)=S3*T1
QS(7)=-S*T1
DT(7)=S3
C
C
C
C
55 IF (NUDD(8).LE.0) GO TO 56
F(8)=S2*T3
DS(8)=-T3
DT(8)=-S2*T
C
C
C
C
CORRIGE FUNCIONES Y DERIVADAS, NUDOS 5 A 8
56 K=8
DO 57 I=1,4
J=I+4
F(I)=F(I)-.5*(F(K)+F(J))
DS(I)=DS(I)-.5*(DS(K)+DS(J))
DT(I)=DT(I)-.5*(DT(K)+DT(J))
57 K=J
C
C
C
C
AREAS PROYECTADAS
F1=0.
F2=0.
F3=0.
F4=0.
F5=0.
F6=0.
DO 58 I=1,8

```

```

J=NUDC(I)
F1=F1+DS(I)*X(J)
F2=F2+DS(I)*Y(J)
F3=F3+DS(I)*Z(J)
F4=F4+DT(I)*X(J)
F5=F5+DT(I)*Y(J)
53 F6=F6+DT(I)*Z(J)
C
C INTERFOLA PRESIONES
C=0
DO 59 I=1,8
59 C=C+F(I)*Q(I)
C=C+(I1)*W(I2)*C
C
C COMPONENTES
QX=C*(F5*F3-F6*F2)
QY=C*(F1*F6-F3*F4)
QZ=C*(F4*F2-F5*F1)
C
C FUERZAS CONCENTRADAS EQUIVALENTES
K=0
DO 60 I=1,8
P(K+1)=P(K+1)+F(I)*QX
P(K+2)=P(K+2)+F(I)*QY
K=K+3
60 P(K)=P(K)+F(I)*QZ
RETURN
END
C
C
C SUBROUTINE KF (KODE1,NN,NUDC,KODE2)
C
C CODIGOS PARA ENSAMBLAJE
C
C DIMENSION KODE1(1),NUDC(1),KODE2(1)
C
N3=3*NN
DO 50 I=1,N3
50 KODE2(I)=0
DO 51 N=1,NN
IF (NUDC(N).LE.0) GO TO 51
I=3*N
KCODE2(I)=3*NUDC(N)
KCODE2(I-1)=KCODE2(I)-1
KCODE2(I-2)=KCODE2(I)-2
C
51 CONTINUE
C
C
C DO 52 J=1,N3
K=KCODE2(I)
52 IF (K.GT.0) KODE2(I)=KODE1(K)
RETURN
C
C
C END
C
C
C SUBROUTINE MATRX (A,B,X,Y,Z,DTN,BXN,BYN,BZN,
* DTE,EXE,BYE,BZE,LAMDA,G,ALFA,KODE1,M,NUDC,IO)
C
C FORMA SISTEMAS DE ECUACIONES
C
REAL*8 A(1),B(1)
REAL LAMDA(1)
DIMENSION KCODE2(60),H(1830),FI(60),FB(60),
* KODE1(1),ID(1),X(1),Y(1),Z(1),DTN(1),
* BXN(1),BYN(1),BZN(1),M(1),NUDC(20,1),
* DTE(1),XF(1),BYE(1),BZE(1),G(1),ALFA(1)
COMMON NN,NE,NS,NC, IT,IB, NGL,NEQ
C
C
C PERFIL DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ
DO 50 I=1,NEQ
50 ID(I)=1
DO 52 N=1,NE
CALL KF (KODE1,20,NUDC(1,N),KODE2)
K=NEQ
DO 51 I=1,60
J=KCODE2(I)
IF (J.EQ.0.OR.J.GT.NEQ) GO TO 51
IF (J.LT.K) K=J
51 CONTINUE
DO 52 I=1,60
J=KCODE2(I)
IF (J.EQ.0.OR.J.GT.NEQ) GO TO 52
IJ=J-K
IF (IJ.GE.ID(J)) ID(J)=IJ+1
52 CONTINUE
C
C
C INCICES DE POSICION DE COEFICIENTES DE LA DIAGONAL PRINCIPAL
II=1
DO 53 I=1,NEQ
J=ID(I)
ID(I)=IJ
53 II=II+J
ID(NEQ+1)=II
C
C
C INICIALIZA MATRIZ DE RIGIDEZ
L=II-1
WRITE(6,1) NEQ,L
1 FORMAT (//5X,'NEQ=',1,5/5X,'DIM=',1,5/)
DO 54 I=1,L
54 A(I)=G.DO
II=NGL*(II-1)
I2=NGL*(IB-1)

```

STA04410
 TA04420
 TA04430
 TA04440
 TA04450
 TA04460
 TA04470
 TA04480
 TA04490
 TA04500
 TA04510
 TA04520
 TA04530
 TA04540
 TA04550
 TA04560
 TA04570
 TA04580
 TA04590
 TA04600
 TA04610
 TA04620
 TA04630
 TA04640
 TA04650
 TA04660
 TA04670
 TA04680
 TA04690
 TA04700
 TA04710
 TA04720
 TA04730
 TA04740
 TA04750
 TA04760
 TA04770
 TA04780
 TA04790
 TA04800
 TA04810
 TA04820
 TA04830
 TA04840
 TA04850
 TA04860
 TA04870
 TA04880
 TA04890
 TA04900
 TA04910
 TA04920
 TA04930
 TA04940
 TA04950
 TA04960
 TA04970
 TA04980
 TA04990
 TA05000
 TA05010
 TA05020
 TA05030
 TA05040
 TA05050
 TA05060
 TA05070
 TA05080
 TA05090
 TA05100
 TA05110
 TA05120
 TA05130
 TA05140
 TA05150
 TA05160
 TA05170
 TA05180
 TA05190
 TA05200
 TA05210
 TA05220
 TA05230
 TA05240
 TA05250
 TA05260
 TA05270
 TA05280
 TA05290
 TA05300
 TA05310
 TA05320
 TA05330
 TA05340
 TA05350
 TA05360
 TA05370
 TA05380
 TA05390
 TA05400
 TA05410
 TA05420
 TA05430
 TA05440
 TA05450
 TA05460
 TA05470
 TA05480
 TA05490
 TA05500

```

C      CONTRIBUCION DE CADA ELEMENTO
      DO 60 N=1,NE
      MN=M(N)
      * CALL EI20K (X,Y,Z,DTN,BXN,BYN,BZN,DTF(N),EXE(N),BYF(N),BZE(I),
      *           LAMDA(MN),G(MN),ALFA(MN), H,FT,FB, N,NUDC(I,H))
C      CALL KF (KODE1,20,NUDC(I,M),KODE2)
      K=0
      DO 60 I=1,60
      II=KOCF2(I)
      IF (II.EQ.0) GO TO 60
C      IF (II.GT.NEQ) GO TO 61
      DO 56 J=1,I
      JJ=KOCF2(J)
      IF (JJ.EQ.0.OR.JJ.GT.NEQ) GO TO 56
      IJ=II-JJ
      IF (II.GE.JJ) IJ=I(D(II))+IJ
      IF (II.LT.JJ) IJ=I(D(JJ))-IJ
      A(IJ)=A(IJ)+H(K+J)
56  CONTINUE
      J=I+II
      B(J)=B(J)+FT(I)
      J=I2+II
      B(J)=B(J)+FB(I)
C      GO TO 60
61  DO 59 J=1,60
      IF (J.LE.1) JI=K+J
      JL=KOCF2(J)
      IF (JL.EQ.0.OR.JL.GT.NEQ) GO TO 58
      JL=1
      DO 57 L=1,NS
      B(JL)=B(JL)-H(JI)*B(JL)
      JL=JL+NGL
57  JL=JL+NGL
58  IF (J.GE.1) JI=JI+J
59  CONTINUE
C      K=K+I
C      RETURN
C      END
C
C      * SUBROUTINE EI20K (X,Y,Z,DTN,BXN,BYN,BZN, DTF,EXE,BYF,BZE,
      *           LAMDA,G,ALFA, H,FT,FB, N,NUDC)
C      *
C      * MATRIZ DE RIGIDEZ Y FUERZAS DE CUERPO E INCREMENTOS DE TEMPERATURA
C      * EXAHFORD ISCPARAMETRICO COMPATIBLE * B A 20 NUDOS
C      REAL LAMDA
C      DIMENSION NUDC(20),X(1),Y(1),Z(1),BXN(1),BYN(1),BZN(1),DTN(1)
C      DIMENSION A(3),W(3),F(20),D(60),H(180),FE(60),FT(60)
C
C      DATA A,W /-.7745967,.7745967,C.,2*.5555556,.8888889 /
C
C      INICIALIZA
      DO 10 I=1,180
      H(I)=C.
      DO 11 J=1,60
      FB(J)=0.
      FT(I)=0.
11  CD=LAMDA+G
      CT=ALFA*(3.*LAMDA+2.*G)
C      INTEGRACION NUMERICA
      DO 18 I1=1,3
      DO 18 I2=1,3
      DO 18 I3=1,3
C      FUNCIONES DE INTERPOLACION, MATRIZ DE DERIVADAS
      CALL EI20F (A(I1),A(I2),A(I3),X,Y,Z,F,D,DT,N,NUDC)
C      PESCS DE INTEGRACION
      W3=W(I1)*W(I2)*W(I3)*DET
C      K=0
      DO 13 J=1,60
      C=W3*C(J)
      DO 13 I=1,J
      K=K+1
13  H(K)=H(K)+C*D(I)
C      FUERZAS DE CUERPO
      B1=BXE
      B2=BYF
      B3=BZF
      DO 15 J=1,20
      I=NUDC(J)
      B1=B1+F(J)*BXN(I)
      B2=B2+F(J)*BYN(I)
      B3=B3+F(J)*BZN(I)
15  B1=W3*B1
      B2=W3*B2
      B3=W3*B3
      K=0
      DO 16 I=1,20
      FB(K+1)=FB(K+1)+F(I)*B1
      FO(K+2)=FB(K+2)+F(I)*B2
      K=K+3
16  FO(K)=FB(K)+F(I)*B3
C      EFECTOS DE TEMPERATURA
      DT=DTF
      DO 17 J=1,20
      I=NUDC(J)
      DT=DT+F(J)*DTN(I)
      C=CT*DT*W3
17  DO 18 I=1,60

```

BIBLIOTECA CENTRAL

STA05510
 STA05520
 STA05530
 STA05540
 STA05550
 STA05560
 STA05570
 STA05580
 STA05590
 STA05600
 STA05610
 STA05620
 STA05630
 STA05640
 STA05650
 STA05660
 STA05670
 STA05680
 STA05690
 STA05700
 STA05710
 STA05720
 STA05730
 STA05740
 STA05750
 STA05760
 STA05770
 STA05780
 STA05790
 STA05800
 STA05810
 STA05820
 STA05830
 STA05840
 STA05850
 STA05860
 STA05870
 STA05880
 STA05890
 STA05900
 STA06000
 STA06010
 STA06020
 STA06030
 STA06040
 STA06050
 STA06060
 STA06070
 STA06080
 STA06090
 STA06100
 STA06110
 STA06120
 STA06130
 STA06140
 STA06150
 STA06160
 STA06170
 STA06180
 STA06190
 STA06200
 STA06210
 STA06220
 STA06230
 STA06240
 STA06250
 STA06260
 STA06270
 STA06280
 STA06290
 STA06300
 STA06310
 STA06320
 STA06330
 STA06340
 STA06350
 STA06360
 STA06370
 STA06380
 STA06390
 STA06400
 STA06410
 STA06420
 STA06430
 STA06440
 STA06450
 STA06460
 STA06470
 STA06480
 STA06490
 STA06500
 STA06510
 STA06520
 STA06530
 STA06540
 STA06550
 STA06560
 STA06570
 STA06580
 STA06590
 STA06600


```

F(16) = .25*R2*S3*T1
D(46) = -.25*S3*T1
D(47) = -.5*R2*S*T1
D(48) = .25*R2*S3

C 66 IF (NUDD(17).LE.0) GO TO 67
F(17) = .25*R2*S2*T3
D(49) = -.25*S2*T3
D(50) = -.25*R2*T3
C(51) = -.5*R2*S2*T

C 67 IF (NUDD(18).LE.0) GO TO 68
F(18) = .25*R1*S2*T3
D(52) = .25*S2*T3
D(53) = -.25*R1*T3
C(54) = -.5*R1*S2*T

C 68 IF (NUDD(19).LE.0) GO TO 69
F(19) = .25*R1*S1*T3
D(55) = .25*S1*T3
D(56) = .25*R1*T3
D(57) = -.5*R1*S1*T

C 69 IF (NUDD(20).LE.0) GO TO 70
F(20) = .25*R2*S1*T3
D(58) = .25*S1*T3
D(59) = .25*R2*T3
D(60) = -.5*R2*S1*T

```

FUNCIONES Y DERIVADAS, NUDOS 1 A 8

```

C C C C C
70 FUNCIONES DE INTERPOLACION
F(1) = .125*R2*S2*T2-.5*(F(12)+F(9)+F(17))
F(2) = .125*R1*S2*T2-.5*(F(4)+F(10)+F(18))
F(3) = .125*R1*S1*T2-.5*(F(10)+F(11)+F(19))
F(4) = .125*R2*S1*T2-.5*(F(11)+F(12)+F(20))
F(5) = .125*R2*S2*T1-.5*(F(16)+F(13)+F(17))
F(6) = .125*R1*S2*T1-.5*(F(13)+F(14)+F(18))
F(7) = .125*R1*S1*T1-.5*(F(14)+F(15)+F(19))
F(8) = .125*R2*S1*T1-.5*(F(15)+F(16)+F(20))

```

DERIVADAS R

```

D(1) = -.125*S2*T2-.5*(D(34)+D(25)+D(49))
D(4) = .125*S2*T2-.5*(D(25)+D(28)+D(52))
D(7) = .125*S1*T2-.5*(D(28)+D(31)+D(55))
D(10) = -.125*S1*T2-.5*(D(31)+D(34)+D(58))
D(13) = -.125*S2*T1-.5*(D(46)+D(37)+D(49))
D(16) = .125*S2*T1-.5*(D(37)+D(40)+D(52))
D(19) = .125*S1*T1-.5*(D(40)+D(43)+D(55))
D(22) = -.125*S1*T1-.5*(D(43)+D(46)+D(58))

```

DERIVADAS S

```

D(2) = -.125*R2*T2-.5*(D(35)+D(26)+D(50))
D(5) = .125*R1*T2-.5*(D(26)+D(29)+D(53))
D(8) = .125*R1*T2-.5*(D(29)+D(32)+D(56))

```

```

D(11) = .125*R2*T2-.5*(D(32)+D(35)+D(59))
D(14) = -.125*R2*T1-.5*(D(47)+D(28)+D(53))
D(20) = .125*R1*T1-.5*(D(41)+D(44)+D(56))
D(23) = .125*R2*T1-.5*(D(44)+D(47)+D(59))

```

DERIVADAS T

```

D(3) = -.125*R2*S2-.5*(D(36)+D(27)+D(51))
D(6) = .125*R1*S2-.5*(D(27)+D(30)+D(54))
C(2) = .125*R1*S1-.5*(D(30)+D(33)+D(57))
D(12) = -.125*R2*S1-.5*(D(33)+D(36)+D(60))
D(15) = .125*R2*S2-.5*(D(48)+D(39)+D(51))
D(18) = .125*R1*S2-.5*(D(39)+D(42)+D(54))
D(21) = .125*R1*S1-.5*(D(42)+D(45)+D(57))
D(24) = .125*R2*S1-.5*(D(45)+D(48)+D(60))

```

JACOBIANO DE LA TRANSFORMACION

```

F1=0.
F2=C.
F3=C.
F4=C.
F5=0.
F6=C.
F7=0.
F8=0.
F9=0.

```

```

C K=C
C 75 I=1,20
J=NUDD(I)
IF (J.LE.0) GO TO 75
C=C(K+1)
F1=F1+C*X(J)
F2=F2+C*Y(J)
F3=F3+C*Z(J)
C=C(K+2)
F4=F4+C*X(J)
F5=F5+C*Y(J)
F6=F6+C*Z(J)
C=C(K+3)
F7=F7+C*X(J)
F8=F8+C*Y(J)
F9=F9+C*Z(J)
75 K = K+3

```

```

C1 = F5*F9 - F6*F8
C2 = F6*F7 - F4*F9
C3 = F4*F8 - F5*F7
C4 = F3*F8 - F2*F5
C5 = F1*F9 - F3*F7
C6 = F2*F7 - F1*F8
C7 = F2*F6 - F3*F5

```

STA07710
STA07720
STA07730
STA07740
STA07750
STA07760
STA07770
STA07780
STA07790
STA07800
STA07810
STA07820
STA07830
STA07840
STA07850
STA07860
STA07870
STA07880
STA07890
STA07900
STA07910
STA07920
STA07930
STA07940
STA07950
STA07960
STA07970
STA07980
STA07990
STA08000
STA08010
STA08020
STA08030
STA08040
STA08050
STA08060
STA08070
STA08080
STA08090
STA08100
STA08110
STA08120
STA08130
STA08140
STA08150
STA08160
STA08170
STA08180
STA08190
STA08200
STA08210
STA08220
STA08230
STA08240
STA08250

STA08260
STA08270
STA08280
STA08290
STA08300
STA08310
STA08320
STA08330
STA08340
STA08350
STA08360
STA08370
STA08380
STA08390
STA08400
STA08410
STA08420
STA08430
STA08440
STA08450
STA08460
STA08470
STA08480
STA08490
STA08500
STA08510
STA08520
STA08530
STA08540
STA08550
STA08560
STA08570
STA08580
STA08590
STA08600
STA08610
STA08620
STA08630
STA08640
STA08650
STA08660
STA08670
STA08680
STA08690
STA08700
STA08710
STA08720
STA08730
STA08740
STA08750
STA08760
STA08770
STA08780
STA08790
STA08800


```

RETURN
END
C
C
C
SUBROUTINE OUTPT (ABC, A, B, X, Y, Z, DTN, DTE, .LAMDA, G, ALFA, C, K) DE 1, 4,
* IMPRIME DESPLAZAMIENTOS, ESFUERZOS
C
REAL*8 A(1), B(1)
REAL LAMDA(1)
DIMENSION ABC(80), KODE1(1), X(1), Y(1), Z(1), DTN(1), DTE(1), A(1),
* NUDC(20,1), G(1), ALFA(1), C(1), NUM(1)
COMMON NH, NE, NS, NC, J1, J2, NGL, NEQ
C
REORDENA DESPLAZAMIENTOS
J=0
DO 51 K=1, NS
DO 52 I=1, NGL
J1=J+K
J2=KODE1(I)+J
50 A(I1)=R(I2)
51 J=J+NGL
DO 52 I=1, J
52 E(I)=A(I)
C
NUMERO DE ELEMENTOS CONCURRENTES A CADA NUDO
DC 54 N=1, NN
54 NUM(N)=0
DO 55 N=1, NF
DO 55 I=1, 20
J=NUDC(I, N)
55 IF (J.GT.0) NUM(J)=NUM(J)+1
C
COMPUTO DE ESFUERZOS EN LOS NUDOS DE CADA ELEMENTO
JUMP=I*NN
JUNS=JUMP*NS
DO 57 I=1, JUNS
57 A(I)=C.DO
DC 58 N=1, NE
NA=M(N)
CALL E12OS(A, B, X, Y, Z, LAMDA(MN), G(MN), ALFA(MN), NUDO(1, N), DTN,
* DTE(N))
58 CONTINUE
C
IMPRIME DESPLAZAMIENTOS Y ESFUERZOS
WRITE (6, 1)
DC 65 N=1, NN
F=NUM(N)
C
WRITE(6, 2) N
J3=3*N
J6=6*N
DC 61 L=1, NS
I1=J3-2
J1=J6-5
DC 60 J=J1, J6
A(J)=A(J)/F
WRITE (6, 3) L, (B(I), I=J1, J3), (A(J), J=J1, J6)
I3=J3+NGL
61 J6=J6+JUMP
C
IF (NC.LE.0) GO TO 65
WRITE (6, 4)
ML=C
DC 64 K=1, NC
J3=3*N
J6=6*N
U=0.
V=0.
W=0.
SXX=0.
SYY=0.
SZZ=0.
TXY=0.
TYZ=0.
TZX=0.
DO 63 L=1, NS
ML=ML+1
R=C(ML)
U=U+R*B(I3-2)
V=V+R*B(I3-1)
W=W+R*B(I3)
I3=I3+NGL
SXX=SXX+R*A(J6-5)
SYY=SYY+R*A(J6-4)
SZZ=SZZ+R*A(J6-3)
TXY=TXY+R*A(J6-2)
TYZ=TYZ+R*A(J6-1)
TZX=TZX+R*A(J6)
63 J6=J6+JUMP
64 WRITE (6, 3) K, U, V, W, SXX, SYY, SZZ, TXY, TYZ, TZX
C
65 CONTINUE
1 FORMAT (//2X, 'DESPLAZAMIENTOS Y ESFUERZOS'//, 3X'NUDC', 4X'K', 10X'U',
* 11X'V', 11X'W', 12X'SXX', 9X'SYY', 9X'SZZ', 11X'SXY', 9X'SYZ', 9X'SZX')
2 FORMAT (/2X, 15)
3 FORMAT (TR, 15, 2X1P3F12.3, 2XOP3F12.2, 2X3F12.3)
4 FORMAT (/ '....')
RETURN
END
C
C
C
SUBROUTINE E12OS (A, B, X, Y, Z, LAMDA, G, ALFA, NUDC, DTN, DTE)
ESFUERZOS EN LOS NUDOS
REAL*8 A(1), B(1)

```

11/01/70
 11/01/70
 11/01/70

STA09910
 STA09920
 STA09930
 STA09940
 STA09950
 STA09960
 STA09970
 STA09980
 STA09990
 STA10000
 STA10010
 STA10020
 STA10030
 STA10040
 STA10050
 STA10060
 STA10070
 STA10080
 STA10090
 STA10100
 STA10110
 STA10120
 STA10130
 STA10140
 STA10150
 STA10160
 STA10170
 STA10180
 STA10190
 STA10200
 STA10210
 STA10220
 STA10230
 STA10240
 STA10250
 STA10260
 STA10270
 STA10280
 STA10290
 STA10300
 STA10310
 STA10320
 STA10330
 STA10340
 STA10350
 STA10360
 STA10370
 STA10380
 STA10390
 STA10400
 STA10410
 STA10420
 STA10430
 STA10440
 STA10450
 STA10460
 STA10470
 STA10480
 STA10490
 STA10500
 STA10510
 STA10520
 STA10530
 STA10540
 STA10550
 STA10560
 STA10570
 STA10580
 STA10590
 STA10600
 STA10610
 STA10620
 STA10630
 STA10640
 STA10650
 STA10660
 STA10670
 STA10680
 STA10690
 STA10700
 STA10710
 STA10720
 STA10730
 STA10740
 STA10750
 STA10760
 STA10770
 STA10780
 STA10790
 STA10800
 STA10810
 STA10820
 STA10830
 STA10840
 STA10850
 STA10860
 STA10870
 STA10880
 STA10890
 STA10900
 STA10910
 STA10920
 STA10930
 STA10940
 STA10950
 STA10960
 STA10970
 STA10980
 STA10990
 STA11000

```

REAL LAMDA
DIMENSION X(1),Y(1),Z(1),NUDO(20),F(20),C(60),S(3),I(27),JTN(1)
COMMON NN,NE,NS,NC,IT,IB,NGL,NEG
DATA S,I /-1.,0.,1.,1.,17,5,12,0,16,4,20,8,9,0,13,3*0,11,0,15,
* 2,18,6,10,0,14,3,19,7/
G2=2.*G
JUMP=6*NN
C
N=1
DO 55 J1=1,3
DC 55 I2=1,3
DC 55 I3=1,3
J=1(N)
IF (J.NE.0) J=NUDC(J)
IF (J.LF.0) GC TO 55
C
CALL F120F (S(I1),S(I2),S(I3),X,Y,Z,F,D,DET,N,NUDO)
IF (DET.LE.0.) GO TO 55
K1=C
K2=6*(J-1)
C
INCREMENTOS DE TEMPERATURA
DT=DTE+DTN(J)
EO=-ALFA*DT
C
DC 54 L=1,NS
EXX=0.
EYY=0.
EZZ=C.
IF (L.NF.IT) GC TO 52
EXX=EC
EYY=EC
EZZ=EC
52 GXY=0.
GYZ=0.
GZX=0.
IJ=0
DO 53 K=1,20
J=NUDC(K)
C
IF (J.LE.0) GC TO 53
DX=D(IJ+1)
DY=D(IJ+2)
DZ=D(IJ+3)
C
DESPLAZAMIENTOS
N3=K1+3*J
U=B(N3-2)
V=B(N3-1)
W=B(N3)
C
DEFORMACIONES
EXX=EXX+DX*U
EYY=EYY+DY*V
EZZ=EZZ+DZ*W
C
GXY=GXY+DY*U+DX*V
GYZ=GYZ+DZ*V+DY*W
GZX=GZX+DX*W+DZ*U
53 IJ=IJ+3
C
ESFUERZOS
P=LAMDA*(EXX+EYY+EZZ)
A(K2+1)=A(K2+1)+G2*EXX+P
A(K2+2)=A(K2+2)+G2*EYY+P
A(K2+3)=A(K2+3)+G2*EZZ+P
A(K2+4)=A(K2+4)+G*GXY
A(K2+5)=A(K2+5)+G*GYZ
A(K2+6)=A(K2+6)+G*GZX
C
K1=K1+NGL
54 K2=K2+JUMP
55 N=N+1
RETURN
END

```

STA11010
STA11020
STA11030
STA11040
STA11050
STA11060
STA11070
STA11090
STA11090
STA11100
STA11110
STA11120
STA11130
STA11140
STA11150
STA11160
STA11170
STA11180
STA11190
STA11200
STA11210
STA11220
STA11230
STA11240
STA11250
STA11260
STA11270
STA11280
STA11290
STA11300
STA11310
STA11320
STA11330
STA11340
STA11350
STA11360
STA11370
STA11380
STA11390
STA11400
STA11410
STA11420
STA11430
STA11440
STA11450
STA11460
STA11470
STA11480
STA11490
STA11500
STA11510
STA11520
STA11530
STA11540
STA11550
STA11560
STA11570
STA11580
STA11590
STA11600
STA11610
STA11620
STA11630
STA11640
STA11650
STA11660
STA11670
STA11680
STA11690
STA11700
STA11710
STA11720
STA11730
STA11740


```

C *****
C * FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA * DYN00010
C * TESIS PARA OBTENER EL TITULO DE INGENIERO CIVIL * DYN00020
C * MARIO JESUS PALMA OCHOA * DYN00030
C * ANALISIS SISMICO LINEAL DE SOLIDOS ISOTROPICOS * DYN00040
C ***** * DYN00050
C * DYN00060
C * DYN00070
C REAL *8 A,B,U,V,AP,BP,Q,E,W DYN00080
C REAL LAMDA DYN00090
C DIMENSION ABC(20) DYN00100
C DIMENSION KCDF1(3,275),ID(900),X(275),Y(275),Z(275),M(36), DYN00110
C *NUDC(20,36),LAMDA(3),G(3),A(50000),R(1000), DYN00120
C *RO(3),T(30),SP(30), DYN00130
C *U(12000),V(12000),AP(210),BP(210),Q(400),E(20),W(20) DYN00140
C DYN00150
C COMMON NN,NE,NM, KODE,NP,NEQ DYN00160
C DYN00170
C CALL DATOS (ABC, X,Y,Z, LAMDA,G,RC,FMAX,T,SP,KCDE1,M,NUDC) DYN00180
C DYN00190
C CALL MATRX (A,B, X,Y,Z, LAMDA,G,RO,KCDF1,M,NUDC,ID) DYN00200
C DYN00210
C CALL HSSI (A,B,U,V,AP,BP,Q,E,W,NEQ,ID,NM) DYN00220
C DYN00230
C CALL OUTPT (ABC,B,U,V,E,X,Y,Z,LAMDA,G,FMAX,T,SP,KCDE1,M, DYN00240
C *NUDC,ID) DYN00250
C DYN00260
C DYN00270
C DYN00280
C END DYN00290
C DYN00300
C DYN00310
C DYN00320
C DYN00330
C SUBROUTINE DATOS (ABC,X,Y,Z,LAMDA,G,RO,FMAX,T,SP,KCDE1,I,NJJO) DYN00340
C DYN00350
C DYN00360
C LECTURA E IMPRESION DE DATOS DYN00370
C DYN00380
C DIMENSION ABC(20) DYN00390
C REAL LAMDA(1) DYN00400
C DYN00410
C DIMENSION KCDE1(3,1),X(1),Y(1),Z(1), M(1),NUDC(20,1),G(1), DYN00420
C * RC(1),T(1),SP(1) DYN00430
C DYN00440
C DYN00450
C COMMON NN,NE,NM, KODE,NP,NEQ DYN00460
C DYN00470
C DYN00480
C DYN00490
C DYN00500
C DYN00510
C DYN00520
C DYN00530
C DYN00540
C DYN00550
C DYN00560
C WRITE(6,2) ABC, NN,NE,NM DYN00570
C DYN00580
C COORDENADAS Y CODIGOS DE NUDOS DYN00590
C DYN00600
C CALL XY (X,Y,Z,NN,KCDE1,NEQ) DYN00610
C DYN00620
C CCNECTIVIDAD Y PROPIEDADES DE ELEMENTOS DYN00630
C DYN00640
C CALL CE (NE,M,NUDC) DYN00650
C DYN00660
C PROPIEDADES FLASTICAS DYN00670
C CALL PM (LAMDA,G,RC,NM) DYN00680
C DYN00690
C DATOS PARA EL ANALISIS DINAMICO DYN00700
C CALL DD (T,SP,FMAX,NM,KCDF,NP) DYN00710
C DYN00720
C RETURN DYN00730
C DYN00740
C 1 FORMAT (20A4 /4I5) DYN00750
C 2 FORMAT (/5X20A4/5X1B-3D VERSION 1.0 (1986) // DYN00760
C *5X15,' NUDOS'/5X15,' ELEMENTOS'/5X15,' MATERIALES'//) DYN00770
C DYN00780
C DYN00790
C DYN00800
C DYN00810
C DYN00820
C DYN00830
C DYN00840
C DYN00850
C DYN00860
C DYN00870
C DYN00880
C DYN00890
C DYN00900
C DYN00910
C DYN00920
C 50 READ (5,1) N,X(N),Y(N),Z(N), KODE, M,I, X2,Y2,Z2, X3,Y3,Z3 DYN00930
C DYN00940
C DYN00950
C DYN00960
C DYN00970
C DYN00980
C DYN00990
C DYN01000
C DYN01010
C DYN01020
C DYN01030
C DYN01040
C DYN01050
C DYN01060
C DYN01070
C DYN01080
C DYN01090
C DYN01100
C
C GENERACION DE DATOS
C IF(M.LE.N) GO TO 53
C IF(1.LE.0) I=1
C DN=(M-N)/I
C DELTA=1./DN
C
C IF (X3.E.0.AND.Y3.F.0.) GO TO 51
C X3=X3-.5*(X(N)+X2)

```

```

Y3=Y3-.5*(Y(N)+Y2)
GENERACION DE COORDENADAS
51 H2=0,
    DC 52 J=N, M, I
    H1=1.-H2
    H3=4.*H1*H2
    X(J)=H1*X(N)+H2*X2+H3*X3
    Y(J)=H1*Y(N)+H2*Y2+H3*Y3
    Z(J)=H1*Z(N)+H2*Z2+H3*Z3
    H2=H2+DELTA
COPIA CODIGOS DE APOYO
KODE1(1,J)=KODE1(1,N)
KODE1(2,J)=KODE1(2,N)
52 KODE1(3,J)=KODE1(3,N)
    N=M
FIN DE DATOS ?
53 IF (N.NF.NN) GC TC 50
IMPRESION DE CODIGOS Y COORDENADAS
WRITE(6,2) (N,(KODE1(I,N),I=1,3), X(N),Y(N),Z(N), N=1,NN)
MODIFICA CODIGOS
NEQ=0
DO 54 I=1,NN
DO 54 J=1,3
    K=C
    IF(KODE1(J,I).NE.C) GO TO 54
    NEQ=NEQ+1
    K=NEQ
54 KODE1(J,I)=K
1 FORMAT (15,3F10.3,3I5/ 5X, 6F10.3 )
2 FORMAT (///5X,'* COORDENADAS Y CODIGOS DE NUDOS *'//
*6X'NUDO',4X'K', 11X'X',11X'Y',11X'Z'//
*(5X15,2X311,2X3F15.3))
RETURN
END
SUBROUTINE CE (NE,M,NUDC)
CONECTIVIDAD Y PROPIEDADES DE ELEMENTOS
DIMENSION M(1),NUDC(20,1), I(20)
L=C
LA INFORMACION SIGUIENTE DEBE ESTAR EN ORDEN
ELEMENTO, MATERIAL, CONECTIVIDAD
50 READ (5,1) N, M(N), (NUDC(J,N),J=1,20)
    IF(M(N).LE.0) M(N)=1
    IF (N.EQ.L+1) GC TO 54
GENERACION DE DATOS
K=N-L
DC 51 J=1,20
51 I(J)=(NUDC(J,N)-NUDC(J,L))/K
    N1=L+1
    N2=N
    DO 53 N=N1,N2
    M(N)=M(L)
    DO 52 J=1,20
52 NUDC(J,N)=NUDC(J,L)+I(J)
53 L=N
    N=N2
ULTIMO ELEMENTO ?
54 L=N
    IF (N.NE.NF) GO TO 50
IMPRIE CONECTIVIDAD, PROPIEDADES
55 WRITE(6,2)
    DO 56 N=1,NE
56 WRITE(6,3) N,M(N), (NUDC(J,N),J=1,10), (NUDC(J,N),J=11,20)
1 FORMAT (14I5/,9I5)
2 FORMAT (///5X,'* CONECTIVIDAD Y PROPIEDADES DE ELEMENTOS *'//6X
* 'ELEM ',6X'M', N1 N2 N3 N4 N5 N6 N7 N8 N9 NO')
3 FORMAT (5X15,2X15,2X10I5 /19X10I5/)
RETURN
END
SUBROUTINE PM (LAMDA,G,RC,NM)
PROPIEDADES DE MATERIALES
REAL NU,LAMDA(1)
DIMENSION G(1), RC(1)
WRITE (6,1)
LEE DATOS PARA MATERIALES
SI KODI=0 LEE E , NU ; SI KODI=1 LEE K , G
DO 50 M=1,NM
READ (5,2) I,KODI,F,NU,PC(I)

```

DYN01110
DYN01120
DYN01130
DYN01140
DYN01150
DYN01160
DYN01170
DYN01180
DYN01190
DYN01200
DYN01210
DYN01220
DYN01230
DYN01240
DYN01250
DYN01260
DYN01270
DYN01280
DYN01290
DYN01300
DYN01310
DYN01320
DYN01330
DYN01340
DYN01350
DYN01360
DYN01370
DYN01380
DYN01390
DYN01400
DYN01410
DYN01420
DYN01430
DYN01440
DYN01450
DYN01460
DYN01470
DYN01480
DYN01490
DYN01500
DYN01510
DYN01520
DYN01530
DYN01540
DYN01550
DYN01560
DYN01570
DYN01580
DYN01590
DYN01600
DYN01610
DYN01620
DYN01630
DYN01640
DYN01650
DYN01660
DYN01670
DYN01680
DYN01690
DYN01700
DYN01710
DYN01720
DYN01730
DYN01740
DYN01750
DYN01760
DYN01770
DYN01780
DYN01790
DYN01800
DYN01810
DYN01820
DYN01830
DYN01840
DYN01850
DYN01860
DYN01870
DYN01880
DYN01890
DYN01900
DYN01910
DYN01920
DYN01930
DYN01940
DYN01950
DYN01960
DYN01970
DYN01980
DYN01990
DYN02000
DYN02010
DYN02020
DYN02030
DYN02040
DYN02050
DYN02060
DYN02070
DYN02080
DYN02090
DYN02100
DYN02110
DYN02120
DYN02130
DYN02140
DYN02150
DYN02160
DYN02170
DYN02180
DYN02190
DYN02200

```

IF(KOCL.EQ.1) GC TC 60
WRITE(6,3) I,E,NU,RO(1)
G(1)=.5*E/(1.+NU)
LAMDA(1)=G(1)*NU/(.5-NU)
GC TC 50
60 WRITE(5,4) I,E,NU,RO(1)
G(1)=NU
LAMDA(1)= E-2./3.*NU
CONTINUE
C
1 FCRMAT (///5X'* PROPIEDADES DE MATERIALES *'//)
2 FCRMAT (215,3F10.3)
3 FCRMAT (///5X'MATERIAL ',15//
* 5X 'MODULO DE ELASTICIDAD E = ',1PF10.3/
* 5X 'MODULO DE POISSON NU = ',1F10.3/
* 5X 'DENSIDAD RC = ',1F10.3//)
4 FCRMAT (///5X'MATERIAL ',15//
* 5X 'MODULO COMPLEMENTAR K = ',1PF10.3/
* 5X 'MODULO DE CORTE G = ',1PF10.3/
* 5X 'DENSIDAD RC = ',1F10.3//)
C
RETURN
ENC
C
SUBROUTINE DD (T,SP,FMAX,NM,KODE,NP)
C
DATOS PARA ANALISIS DINAMICO
C
DIMENSION T(1),SP(1)
C
CCDIGC,NUMERO DE PUNTOS QUE DEFINEN EL ESPECTRO SP
READ(5,1) KCDE,NP
C
PERIODOS,VALORES DEL ESPECTRO DE SEUDO-ACELERACIONES
IF(NP.LE.0) NP=1
READ(5,2) (T(I),SP(I),I=1,NP)
WRITE(6,3) (T(I),SP(I),I=1,NP)
C
IF (KCDE.EQ.0) WRITE (6,4)
IF (KCDE.NE.0) WRITE (6,5)
C
NUMERO DE MODOS,FRECUENCIA LIMITE
READ(5,6) NM,FMAX
IF (NM.LE.0) NM=1
IF (FMAX.LE.0) FMAX=10
WRITE(6,7) NM,FMAX
C
1 FCRMAT (215)
2 FCRMAT (2F10.3)
3 FCRMAT (///5X'* INFORMACION PARA ANALISIS DINAMICO *'//
* 5X 'ESPECTRO DE PSEUDO-ACELERACIONES'//8X' T',8X' SA'//(2F10.3))
4 FCRMAT (//5X'INTERPOLACION LINEAL')
5 FCRMAT (//5X'INTERPOLACION LOGARITMICA')
6 FCRMAT (15,F10.3)
7 FCRMAT (//2X'15,' MODOS, FRECUENCIA LIMITE = ',F8.2,' HERTZ'//)
RETURN
ENC
C
SUBROUTINE MATRX (A,B,X,Y,Z,LAMDA,G,RO,KCDF1,M,NUDO,IO)
C
FORMA MATRICES DE RIGIDEZ Y MASAS
C
REAL*8 A(1),B(1)
REAL LAMDA(1),H(1830.),ME(60)
DIMENSION KODE2(60),
* KODE1(1),IO(1),X(1),Y(1),Z(1),G(1),RO(1),
* M(1),NUDO(20,1)
COMMON NN,NE,NM,KCDF,NP,NFQ
C
PERFIL DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ
DO 50 I=1,NEQ
50 IO(I)=1
CO 52 N=1,NE
CALL KF (KODE1,20,NUDO(1,N),KODE2)
K=NEQ
DO 51 I=1,60
51 J=KCODE2(I)
IF (J.EQ.0.OR.J.GT.NEQ) GO TO 51
IF (J.LT.K) K=J
DO 52 I=1,60
52 J=KCODE2(I)
IF (J.EQ.0.OR.J.GT.NEQ) GO TO 52
IJ=J-K
IF (IJ.GE.ID(J)) IO(J)=IJ+1
52 CONTINUE
C
INDICES DE POSICION DE COEFICIENTES DE LA DIAGONAL PRINCIPAL
II=1
DO 53 I=1,NEQ
53 J=IO(I)
IO(I)=II
II=II+J
IO(NEQ+1)=II
C
INICIALIZA MATRIZ DE RIGIDEZ Y DE MASAS
L=II-1
WRITE (6,1) NEQ,L
1 FCRMAT (///5X'NEQ = ',15/5X'DIM = ',15//)
DO 54 I=1,L
54 A(I)=0.00
C
DO 55 I=1,NEQ
55 B(I)=0.00

```

DYN02210
DYN02220
DYN02230
DYN02240
DYN02250
DYN02260
DYN02270
DYN02280
DYN02290
DYN02300
DYN02310
DYN02320
DYN02330
DYN02340
DYN02350
DYN02360
DYN02370
DYN02380
DYN02390
DYN02400
DYN02410
DYN02420
DYN02430
DYN02440
DYN02450
DYN02460
DYN02470
DYN02480
DYN02490
DYN02500
DYN02510
DYN02520
DYN02530
DYN02540
DYN02550
DYN02560
DYN02570
DYN02580
DYN02590
DYN02600
DYN02610
DYN02620
DYN02630
DYN02640
DYN02650
DYN02660
DYN02670
DYN02680
DYN02690
DYN02700
DYN02710
DYN02720
DYN02730
DYN02740
DYN02750
DYN02760
DYN02770
DYN02780
DYN02790
DYN02800
DYN02810
DYN02820
DYN02830
DYN02840
DYN02850
DYN02860
DYN02870
DYN02880
DYN02890
DYN02900
DYN02910
DYN02920
DYN02930
DYN02940
DYN02950
DYN02960
DYN02970
DYN02980
DYN02990
DYN03000
DYN03010
DYN03020
DYN03030
DYN03040
DYN03050
DYN03060
DYN03070
DYN03080
DYN03090
DYN03100
DYN03110
DYN03120
DYN03130
DYN03140
DYN03150
DYN03160
DYN03170
DYN03180
DYN03190
DYN03200
DYN03210
DYN03220
DYN03230
DYN03240
DYN03250
DYN03260
DYN03270
DYN03280
DYN03290
DYN03300

```

C      CONTRIBUTION DE CADA ELEMENTO
      DC 58 N=1,60
      MN=M(N)
      CALL EI20KM (X,Y,Z,LAMDA(MN),G(MN),RO(MN), H,ME, N,NUDO(1,1))
C
C      CALL KF (KODE1,20,NUDC(1,N),KCODE2)
C
      K=0
      DC 58 I=1,60
      II=KCODE2(I)
      IF (II.EQ.0) GO TO 58
C
      DO 57 J=1,I
      JJ=KCODE2(J)
C
C      IF (JJ.EQ.0) GO TO 57
      IJ=II-JJ
      IF (II.GE. JJ) IJ=ID(II)+IJ
      IF (II.LE. JJ) IJ=ID(JJ)-IJ
      A(IJ)=A(IJ)+H(K+J)
57  CONTINUE
      B(II)=B(II)+ME(I)
58  K=K+1
C
      RETURN
      END
C
C
C
C
C      SUBROUTINE EI20KM (X,Y,Z,
      *      LAMDA,G,RO, H,ME, N,NUDC)
C
C      MATRIZ DE RIGIDEZ Y MASAS
      EXAHEDRO ISOPARAMETRICO COMPATIBLE * 8 A 20 NUDOS
C
      REAL LAMDA
      REAL ME(60)
      DIMENSION NUDC(20),X(1),Y(1),Z(1)
      DIMENSION A(3),W(3),F(20),D(60),H(1830)
      DATA A,W /-.7745967,.7745967,0.,2*.5555555E-1,.9888889 /
C
C      INICIALIZA
      DC 10 I=1,1830
10  H(I)=0.
      VCL=0.
      DO 11 I=1,60
11  ME(I)=0.
      CD=LAMDA+G
C
C      INTEGRACION NUMERICA
      DC 13 I1=1,3
      DC 13 I2=1,3
      DC 13 I3=1,3
C
C      FUNCIONES DE INTERPOLACION, MATRIZ DE DERIVADAS
      CALL EI20F (A(I1),A(I2),A(I3),X,Y,Z,F,D,DET,N,NUDC)
C
C      PESOS DE INTEGRACION
      W3=W(I1)*W(I2)*W(I3)*DET
      VCL=VCL+W3
C
      K=0
      DC 13 J=1,60
      C=W3*C(J)
      DO 13 I=1,J
      K=K+1
13  H(K)=H(K)+C*D(I)
C
C      18 CONTINUE
      DIAGONAL PRINCIPAL DE MASAS CONSISTENTES
      DC 53 I=1,20
53  ME(I)=ME(I)+W3*F(I)**2
C
C
C
C
C      MATRIZ DE RIGIDEZ
      K=0
      L=0
      DO 25 N1=1,20
      L=L+3
      I=K+1
      J=K+L
      K=J+L
      DO 23 N2=1,N1
      C=G*(H(I)+H(J)+H(K))
      F(I)=CD*H(I)+C
      H(J)=CD*H(J)+C
      H(K)=CD*H(K)+C
      J1=J-1
      K1=K-1
      K2=K-2
      IF (N1.EQ.N2) GO TO 24
      I1=I+1
      C=H(I1)
      H(I1)=LAMDA*C+G*H(J1)
      H(J1)=LAMDA*H(J1)+G*C
      I2=I+2
      C=H(I2)
      H(I2)=LAMDA*C+G*H(K2)
      H(K2)=LAMDA*H(K2)+G*C
      J1=J+1
      C=H(J1)
      H(J1)=LAMDA*C+G*H(K1)
      H(K1)=LAMDA*H(K1)+G*C
      I=I+3
      J=J+3
23  K=K+3
24

```

```

24 H(J1)=CD*H(J1)
F(R2)=CD*F(R2)
25 H(K1)=CD*H(K1)
C
C      MATRIZ DE MASAS CONCENTRADAS
C=0.
DC 59 I=1,20
59 C=C+ME(I)
C=RC*VOL/C
CO 60 K=1,20
I=21-K
I3=3*I
ME(I3)=C*ME(I)
ME(I3-1)=ME(I3)
60 ME(I3-2)=ME(I3)
C
C
C      RETURN
C      END
C
C
C      SUBROUTINE EI20F (R,S,T,X,Y,Z,F,D,DET,N,NLDC)
C      FUNCIONES DE INTERPOLACION * MATRIZ DEFORMACION-DESPLAZAMIENTO
C      EXAHEDRO ISOPARAMETRICO COMPATIBLE * 8 A 20 NUDOS
C      DIMENSION NUDC(20),X(1),Y(1),Z(1),F(20),C(60)
C
C      R1=1.+R
C      R2=1.-R
C      R3=R1*R2
C      S1=1.+S
C      S2=1.-S
C      S3=S1*S2
C      T1=1.+T
C      T2=1.-T
C      T3=T1*T2
C
C      FUNCIONES Y DERIVADAS PARA NUDOS 9 A 20
C
C      INICIALIZA
C      DC 50 I=9,20
50 F(I)=0.
DO 51 I=25,60
51 C(I)=0.
C
C      IF (NUDO(9).LE.0) GO TO 59
F(9)=.25*R3*S2*T2
D(25)=-.5*R*S2*T2
D(26)=-.25*R3*T2
C(27)=-.25*R3*S2
C
C      59 IF (NUDO(10).LE.0) GO TO 60
F(10)=.25*R1*S3*T2
C(28)=.25*S3*T2
C(29)=-.5*R1*S*T2
D(30)=-.25*R1*S3
C
C      60 IF (NUDO(11).LE.0) GO TO 61
F(11)=.25*R3*S1*T2
D(31)=-.5*R*S1*T2
C(32)=.25*R3*T2
C(33)=-.25*R3*S1
C
C      61 IF (NUDO(12).LE.0) GO TO 62
F(12)=.25*R2*S3*T2
U(34)=-.25*S3*T2
D(35)=-.5*R2*S*T2
C(36)=-.25*R2*S3
C
C      62 IF (NUDO(13).LE.0) GO TO 63
F(13)=.25*R3*S2*T1
D(37)=-.5*R*S2*T1
D(38)=-.25*R3*T1
D(39)=.25*R3*S2
C
C      63 IF (NUDO(14).LE.0) GO TO 64
F(14)=.25*R1*S3*T1
D(40)=-.25*S3*T1
D(41)=-.5*R1*S*T1
D(42)=.25*R1*S3
C
C      64 IF (NUDO(15).LE.0) GO TO 65
F(15)=.25*R3*S1*T1
D(43)=-.5*R*S1*T1
C(44)=.25*R3*T1
D(45)=.25*R3*S1
C
C      65 IF (NUDO(16).LE.0) GO TO 66
F(16)=.25*R2*S3*T1
D(46)=-.25*S3*T1
D(47)=-.5*R2*S*T1
D(48)=.25*R2*S3
C
C      66 IF (NUDO(17).LE.0) GO TO 67
F(17)=.25*R2*S2*T3
D(49)=-.25*S2*T3
D(50)=-.25*R2*T3
C(51)=-.5*R2*S2*T
C
C      67 IF (NUDO(18).LE.0) GO TO 68
F(18)=.25*R1*S2*T3
D(52)=-.25*S2*T3
D(53)=-.25*R1*T3
C(54)=-.5*R1*S2*T
C
C      68 IF (NUDO(19).LE.0) GO TO 69
F(19)=.25*R1*S1*T3

```

DYN04410
DYN04420
DYN04430
DYN04440
DYN04450
DYN04460
DYN04470
DYN04480
DYN04490
DYN04500
DYN04510
DYN04520
DYN04530
DYN04540
DYN04550
DYN04560
DYN04570
DYN04580
DYN04590
DYN04600
DYN04610
DYN04620
DYN04630
DYN04640
DYN04650
DYN04660
DYN04670
DYN04680
DYN04690
DYN04700
DYN04710
DYN04720
DYN04730
DYN04740
DYN04750
DYN04760
DYN04770
DYN04780
DYN04790
DYN04800
DYN04810
DYN04820
DYN04830
DYN04840
DYN04850
DYN04860
DYN04870
DYN04880
DYN04890
DYN04900
DYN04910
DYN04920
DYN04930
DYN04940
DYN04950
DYN04960
DYN04970
DYN04980
DYN04990
DYN05000
DYN05010
DYN05020
DYN05030
DYN05040
DYN05050
DYN05060
DYN05070
DYN05080
DYN05090
DYN05100
DYN05110
DYN05120
DYN05130
DYN05140
DYN05150
DYN05160
DYN05170
DYN05180
DYN05190
DYN05200
DYN05210
DYN05220
DYN05230
DYN05240
DYN05250
DYN05260
DYN05270
DYN05280
DYN05290
DYN05300
DYN05310
DYN05320
DYN05330
DYN05340
DYN05350
DYN05360
DYN05370
DYN05380
DYN05390
DYN05400
DYN05410
DYN05420
DYN05430
DYN05440
DYN05450
DYN05460
DYN05470
DYN05480
DYN05490
DYN05500

FEATURE


```

C
14 I=J
D=A(JJ)
DO 15 M=K1,K2
I=I-1
II=ID(I)
C=A(M)/A(II)
D=D-C*A(M)
15 A(M)=C
A(JJ)=D
C
C
C
16 IF (DABS(A(JJ)).GT.0.) GC TC 18
WRITE (6,17) J
17 FORMAT(' ',13,' ')
STCP
18 CONTINUE
C
IF (KCODE.EQ.1) RETURN
C
20 DC 23 I=1,NE
K1=ID(I)+1
K2=ID(I+1)-1
IF (K1.GT.K2) GC TO 23
N=1
CC 22 L=1,NS
J=N
C=B(N)
DC 21 K=K1,K2
J=J-1
21 C=C-A(K)*B(J)
E(N)=C
22 N=N+NE
23 CONTINUE
C
DC 30 I=1,NE
II=ID(I)
N=J
CC 30 L=1,NS
B(N)=E(N)/A(II)
30 N=N+NE
C
I=NE
DC 42 M=2,NE
K1=ID(I)+1
K2=ID(I+1)-1
IF (K1.GT.K2) GC TO 42
N=1
DC 41 L=1,NS
J=N
DC 40 K=K1,K2
J=J-1
40 B(J)=B(J)-A(K)*B(N)
41 N=N+NE
42 I=I-1
RETURN
ENC
C
C
C
SUBROUTINE JACCB1 (A,B,X,E,D,N)
*****
* RESUELVE PROBLEMA DE VALORES CARACTERISTICOS A * X = LA * X * 3
*****
A,B MATRICES REALES, SIMETRICAS, DEFINIDAS POSITIVAS.
SGLO SE ALMACENAN LAS SUBMATRICES TRIANGULARES SUPERIORES
(POR COLUMNAS). A Y B SE ALTERAN DURANTE EL PROCESO.
X VECTORES CARACTERISTICOS
E VALORES CARACTERISTICOS
D ARREGLO DE DIMENSION N UTILIZADO INTERNAMENTE
N CROEN CE A,B
C
IMPLICIT REAL*8 (A-H,C-Z)
DIMENSION A(1),B(1),X(1),E(1),D(1)
TGL=1.E-6
C
GENERA MATRIZ UNITARIA
N2=N*N
DC 10 IJ=1,N2
10 X(IJ)=0.
N1=N+1
DC 11 IJ=1,N2,N1
11 X(IJ)=1.
C
DETERMINA APROXIMACION A VALORES CARACTERISTICOS
II=0
DC 12 I=1,N
II=II+1
IF (D(II).LE.C.) GC TC 32
D(II)=A(II)/B(II)
E(II)=C(II)
12 IF (N.EQ.1) RETURN
C
INICIA ITERACION
ITER=C
13 IFR=ITER+1
IF (IFR.GT.10) GC TC 34
EPS=(.1**IFR)**2
C
VERIFICA SI ELEMENTOS (I,J) DEBEN ANULARSE
II=C
NR1=N-1
DC 24 I=1,NR1
II=II+1
JJ=II
IS1=I+1
DC 24 J=IS1,N

```

```

IJ=JJ+I
JJ=JJ+J
EPSA=(A(IJ)*A(IJ))/(A(II)*A(JJ))
EPSB=(B(IJ)*B(IJ))/(B(II)*B(JJ))
IF (EPSA.LT.EPS.AND.EPSB.LT.EPS) GO TO 24
C
C
CALCULO DE ELEMENTOS DE MATRIZ DE ROTACION
A1=A(JJ)*B(IJ)-B(JJ)*A(IJ)
A2=A(II)*B(IJ)-B(II)*A(IJ)
A3=(A(II)*B(JJ)-A(JJ)*B(II))/2.
R=A3*A3+A1*A2
IF (R.LT.0.) GO TO 32
S=DSQRT(R)
D1=A3+S
D2=A3-S
IF (DABS(D2).GT.DABS(D1)) D1=D2
IF (D1.NE.0.) GO TO 15
ALFA=0.
GAMMA=-A(IJ)/A(JJ)
GO TO 16
15 ALFA=A1/D1
GAMMA=-A2/D1
C
C
TRANSFORMACION DE A,B POR ROTACION
16 IF (N.EQ.2) GO TO 22
C
C
COLUMNS I,J (FILAS I A I-1)
IF (I.EQ.1) GO TO 18
IR1=I-1
DO 17 K=1,IR1
KI=I-1+K
KJ=J-1+K
F=A(KI)
A(KI)=F+GAMMA*A(KJ)
A(KJ)=A(KJ)+ALFA*F
F=B(KI)
B(KI)=F+GAMMA*B(KJ)
17 B(KJ)=B(KJ)+ALFA*F
C
C
FILAS I,J (COLUMNS J+1 A N)
18 IF (J.EQ.N) GO TO 20
JS1=J+1
DO 19 K=JS1,N
KK=K*(K-1)/2
KI=KK+I
KJ=KK+J
F=A(KI)
A(KI)=F+GAMMA*A(KJ)
A(KJ)=A(KJ)+ALFA*F
F=B(KI)
B(KI)=F+GAMMA*B(KJ)
19 B(KJ)=B(KJ)+ALFA*F
C
C
FILAS Y COLUMNAS I+1 A J-1
20 IF (J.EQ.I+1) GO TO 22
IS1=I+1
JR1=J-1
DO 21 K=IS1,JR1
KI=K*(K-1)/2+I
KJ=J-1+K
F=A(KI)
A(KI)=F+GAMMA*A(KJ)
A(KJ)=A(KJ)+ALFA*F
F=B(KI)
B(KI)=F+GAMMA*B(KJ)
21 B(KJ)=B(KJ)+ALFA*F
C
C
ELEMENTOS (I,I), (I,J), (J,J)
22 F=A(JJ)
A(JJ)=F+2.*ALFA*A(IJ)+ALFA*ALFA*A(II)
A(II)=A(II)+2.*GAMMA*A(IJ)+GAMMA*GAMMA*A(JJ)
A(IJ)=0.
F=B(JJ)
B(JJ)=F+2.*ALFA*B(IJ)+ALFA*ALFA*B(II)
B(II)=B(II)+2.*GAMMA*B(IJ)+GAMMA*GAMMA*B(JJ)
B(IJ)=0.
C
C
ACTUALIZA VECTORES CARACTERISTICOS
KI=N*(I-1)
KJ=N*(J-1)
DO 23 K=1,N
KI=KI+1
KJ=KJ+1
F=X(KI)
X(KI)=F+GAMMA*X(KJ)
23 X(KJ)=X(KJ)+ALFA*F
24 CONTINUE
C
C
CCNTRCL DEL ERROR EN LOS VALORES CARACTERISTICOS
II=0
K=0
DO 25 I=1,N
II=II+1
IF (B(II).LE.0.) GO TO 32
E(I)=A(II)/B(II)
IF (DABS(F(I)-O(I)).GT.TOL*F(I)) K=1
25 O(I)=E(I)
IF (K.EQ.1) GO TO 13
C
C
CCNTRCL DE TOLERANCIA EN LA DIAGONALIZACION
EPS=ICL**2
II=0
NR1=N-1
DO 27 I=1,NR1
II=II+1
JJ=II
IS1=I+1
DO 27 J=IS1,N
IJ=JJ+I
JJ=JJ+J

```

DYN07310
DYN09220
DYN09330
DYN09340
DYN09350
DYN09360
DYN09370
DYN09380
DYN09390
DYN10000
DYN10010
DYN10020
DYN10030
DYN10040
DYN10050
DYN10060
DYN10070
DYN10080
DYN10090
DYN10100
DYN10110
DYN10120
DYN10130
DYN10140
DYN10150
DYN10160
DYN10170
DYN10180
DYN10190
DYN10200
DYN10210
DYN10220
DYN10230
DYN10240
DYN10250
DYN10260
DYN10270
DYN10280
DYN10290
DYN10300
DYN10310
DYN10320
DYN10330
DYN10340
DYN10350
DYN10360
DYN10370
DYN10380
DYN10390
DYN10400
DYN10410
DYN10420
DYN10430
DYN10440
DYN10450

DYN10460
DYN10470
DYN10480
DYN10490
DYN10500
DYN10510
DYN10520
DYN10530
DYN10540
DYN10550
DYN10560
DYN10570
DYN10580
DYN10590
DYN10600
DYN10610
DYN10620
DYN10630
DYN10640
DYN10650
DYN10660
DYN10670
DYN10680
DYN10690
DYN10700
DYN10710
DYN10720
DYN10730
DYN10740
DYN10750
DYN10760
DYN10770
DYN10780
DYN10790
DYN10800
DYN10810
DYN10820
DYN10830
DYN10840
DYN10850
DYN10860
DYN10870
DYN10880
DYN10890
DYN10900
DYN10910
DYN10920
DYN10930
DYN10940
DYN10950
DYN10960
DYN10970
DYN10980
DYN10990
DYN11000

```

C      EPSA=(A(IJ)/A(IJ))*A(IJ)/A(JJ)
C      EPSB=(B(IJ)/B(IJ))*B(IJ)/B(JJ)
C      EPSA=(A(IJ)*A(IJ))/(A(IJ)*A(JJ))
C      EPSB=(B(IJ)*B(IJ))/(B(IJ)*B(JJ))
27  IF (EPSA.GT.EPS.OR.EPSB.GT.EPS) GO TO 13
C      CONTINUE
C
C      NORMALIZACION CCN RESPECTO A MATRIZ B
28  II=0
C      JJ=0
C      DC 29 I=1,N
C      JJ=JJ+I
C      F=DSQRT(B(JJ))
C      DC 29 J=1,N
C      JJ=JJ+1
29  X(JI)=X(JI)/F
C
C      ORDENA VALORES CARACTERISTICOS Y VECTORES ASOCIADOS
C      IJ=0
C      DC 31 J=1,N
C      K=J
C      DC 30 I=J,N
30  IF (E(I).LT.E(K)) K=I
C      F=E(K)
C      E(K)=F(J)
C      E(J)=F
C      IK=N*(K-1)
C      DC 31 I=1,N
C      IJ=IJ+1
C      IK=IK+1
C      F=X(IJ)
31  X(IJ)=X(IK)
C      X(IK)=F
C      RETURN
C
C      ERRORES
32  WRITE(6,33)
33  FORMAT ('/ (JACOBI). MATRIZ NO ES DEFINIDA-POSITIVA/')
C      STCP
34  WRITE(6,35)
35  FORMAT ('/ (JACOBI). ITERACION TERMINADA LUEGO DE 10 CICLOS '/')
C      GO TO 2B
C      END
C
C      SUBROUTINE ABC (A,B,C,N1,N2,N3)
C      *****
C      * PRODUCTO A(N1,N2) * B(N2,N3) = C(N1,N3) *
C      * MATRICES A,B,C ALMACENADAS POR COLUMNAS *
C      *****
C      REAL*8 A(1),B(1),C(1),SUMA
C
C      DC 2 I=1,N1
C      IJ=I
C      KJ=1
C      DC 2 J=1,N3
C      IK=1
C      SUMA=0.
C      DC 1 K=1,N2
C      SUMA=SUMA+A(IK)*B(KJ)
C      KJ=KJ+1
1  IK=IK+N1
C      C(IJ)=SUMA
2  IJ=IJ+N1
C      RETURN
C      ENC
C
C      SUBROUTINE ATBS (A,B,C,N1,N2)
C      *****
C      * PRODUCTO A(N1,N2) * B(N1,N2) = C(N2,N2) *
C      * MATRICES A,B, ALMACENADAS POR COLUMNAS *
C      * EL PRODUCTO C ES UNA MATRIZ SIMETRICA *
C      * SE ALMACENA SOLO UNA SUBMATRIZ TRIANGULAR *
C      *****
C      REAL*8 A(1),B(1),C(1),SUMA
C      IJ=0
C      M=C
C      DC 3 J=1,N2
C      KI=1
C      DC 2 I=1,J
C      KJ=M
C      SUMA=0.
C      DC 1 K=1,N1
C      KJ=KJ+1
C      SUMA=SUMA+A(KI)*B(KJ)
1  KI=KI+1
C      IJ=IJ+1
2  C(IJ)=SUMA
3  M=M+N1
C      RETURN
C      ENC
C
C      SUBROUTINE OUTPT(ABC,U,V,E,X,Y,Z,LAMDA,C,FMAX,T,SP,KUDE1,1,
C      *NUCC,NUM)
C      IMPRIME MODOS (DESPLAZAMIENTOS, ESFUERZOS)
C      DIMENSION ABC(20)
C      REAL LAMDA(1)
C      REAL*8 R(1),U(1),V(1), E(1)

```

DY 111010
DY 111020
DY 111030
DY 111040
DY 111050
DY 111060
DY 111070
DY 111080
DY 111090
DY 111100
DY 111110
DY 111120
DY 111130
DY 111140
DY 111150
DY 111160
DY 111170
DY 111180
DY 111190
DY 111200
DY 111210
DY 111220
DY 111230
DY 111240
DY 111250
DY 111260
DY 111270
DY 111280
DY 111290
DY 111300
DY 111310
DY 111320
DY 111330
DY 111340
DY 111350
DY 111360
DY 111370
DY 111380
DY 111390
DY 111400
DY 111410
DY 111420
DY 111430
DY 111440
DY 111450
DY 111460
DY 111470
DY 111480
DY 111490
DY 111500
DY 111510
DY 111520
DY 111530
DY 111540
DY 111550
DY 111560
DY 111570
DY 111580
DY 111590
DY 111600
DY 111610
DY 111620
DY 111630
DY 111640
DY 111650
DY 111660
DY 111670
DY 111680
DY 111690
DY 111700
DY 111710
DY 111720
DY 111730
DY 111740
DY 111750
DY 111760
DY 111770
DY 111780
DY 111790
DY 111800
DY 111810
DY 111820
DY 111830
DY 111840
DY 111850
DY 111860
DY 111870
DY 111880
DY 111890
DY 111900
DY 111910
DY 111920
DY 111930
DY 111940
DY 111950
DY 111960
DY 111970
DY 111980
DY 111990
DY 120000
DY 120010
DY 120020
DY 120030
DY 120040
DY 120050
DY 120060
DY 120070
DY 120080
DY 120090
DY 120100


```

RETURN
END
C
C
RETURN
ENC
C
SUBROUTINE MODOS (X,U,B,E,T,SP,FMAX,NM,KOCF,KODE1,NP,NGL)
C
MODOS DE VIBRACION
C
REAL*8 X(1),B(1),E(1),U(1)
DIMENSION T(1),SP(1),FP(3),KODE1(1)
C
WRITE(6,500)
500 FORMAT('ESTA EN MODOS')
I2=0
J=0
10 W=DSQRT(E(J+1))
F=W/6.2831853
WRITE(6,987) F,FMAX
987 FORMAT(/,'FRECUENCIA =',F10.3,' FMAX =',F10.3)
IF(F.GT.FMAX) GO TO 14
PERI=1./F
SA=SF(T,SP,PERI,NP,KOCF)
SV=SA/W
SD=SV/W
C
DC 12 K=1,3
SUMA=0.
DO 11 I=K,NGL,3
M=I2+I
L=KODE1(I)
11 IF(L.GT.0) SUMA=SUMA+B(L)*X(M)
12 FP(K)=SUMA
FX=FP(1)
FY=FP(2)
FZ=FP(3)
J=J+1
WRITE(6,1) J,PERI,F,W,SA,SV,SD
I1=I2+1
I2=I2+NGL
WRITE(6,2)
C
GRANDE=0.
DC 18 I1=I1,I2
IF(CABS(X(I1)).LT.GRANDE) GO TO 18
GRANDE=DA3S(X(I1))
18 CONTINUE
C
DC 20 I=I1,I2,3
K=(I-I1+3)/3
LN=X(I)/GRANDE
VN=X(I+1)/GRANDE
WN=X(I+2)/GRANDE
20 WRITE(6,3) K,X(I),X(I+1),X(I+2),UN,VN,WN
WRITE(6,4) FP
C
DC 13 I=I1,I2
U(I)=X(I)
13 X(I)=X(I)*SD*FX
IF(J.LT.NM) GO TO 10
14 NM=J
C
1 FORMAT ('1//5X*MODOS',I3,'*//
*5X'T=',F8.4,' SEG'/5X'F=',F8.4,' HERTZ'/5X'W =',F8.4,' RA)/SEG/'
*5X'SA =',F10.3/5X'SV =',F10.3/5X'SD =',F10.2/)
2 FORMAT ('5X'NUDO',10X'U',14X'V',14X'W',20X'UN',14X'VN',14X'WN'//)
3 FORMAT (4X'I5',3F15.6,5X',3F15.6)
4 FORMAT ('5X'FACTORES DE PARTICIPACION'//3F15.6)
RETURN
END
C
C
FUNCTION SF (T,SA,PERI,NP,KOCF)
C
INTERFGLA ESPECTRO
C
DIMENSION T(1),SA(1)
C
SF=SA(1)
IF(PERI.LE.T(1)) RETURN
DO 10 I=2,NP
IF(PERI.LE.T(I)) GO TO 11
10 CONTINUE
SF=SA(NP)
RETURN
C
11 IF(KOCF.NE.0) GO TO 12
A=(T(I)-PERI)/(T(I)-T(I-1))
SF=A*SA(I-1)+(1.-A)*SA(I)
RETURN
C
12 A=ALCG(T(I))
A=(ALCG(PERI)-A)/(ALCG(T(I-1))-A)
A=A*ALCG(SA(I-1))+(1.-A)*ALCG(SA(I))
SF=EXP(A)
RETURN
END
C
C
SUBROUTINE EJ20E(B,A,X,Y,Z,LAMDA,G,N,NUDC)
C
ESFUERZOS EN LOS NUDOS
C
REAL*8 A(1),B(1)

```

```

REAL LAMDA
DIMENSION X(1),Y(1),Z(1),NUDC(20),F(20),D(60)
DIMENSION R(20),S(20),T(20)
COMMON NN,NE,NM,KCODE,NP,NEQ
DATA C,R,S,1 / 1.7320508,
*1.,2*1.,2*-1.,2*1.,-1.,0.,1.,0.,-1.,0.,1.,0.,2*-1.,2*1.,-1.,
*2*-1.,2*1.,2*-1.,2*1.,-1.,0.,1.,0.,-1.,0.,1.,0.,2*-1.,2*1.,
*4*-1.,4*1.,4*-1.,4*1.,4*C./
G2=2.*G
JUMP=6*NN
NGL=3*NN
C
C
ETA1=-1.
CO 58 I1=1,2
ETA2=-1.
CO 57 I2=1,2
ETA3=-1.
DO 56 I3=1,2
C
CALL E120F (ETA1/C,ETA2/C,ETA3/C,X,Y,Z,F,C,DET,N,NUDC )
IF (DET.LF.0.) GO TC 58
C
K1=0
K2=C
DO 55 L=1,NM
C
EXX=0.
EYY=0.
EZZ=0.
GXY=0.
GYZ=0.
GZX=0.
IJ=0
C
DO 53 K=1,20
J=NUDC(K)
IF (J.LE.0) GO TC 53
DX=C(IJ+1)
DY=D(IJ+2)
DZ=D(IJ+3)
C
DESPLAZAMIENTOS
K3=K1+3*J
U =B(K3-2)
V =B(K3-1)
W =B(K3)
DEFERMACIONES
EXX=EXX+DX*U
EYY=EYY+DY*V
EZZ=EZZ+DZ*W
GXY=GXY+DY*U+DX*V
GYZ=GYZ+DZ*V+DY*W
GZX=GZX+DX*W+DZ*U
53 IJ = IJ+3
C
ESFUERZOS
P=LAMDA*(EXX+EYY+EZZ)
SXX=G2*EXX+P
SYY=G2*EYY+P
SZZ=G2*EZZ+P
TXY=G*GXY
TYZ=G*GYZ
TZX=G*GZX
C
EXTRAPOLACION
DO 54 K=1,20
J=NUDC(K)
IF (J.LE.0) GO TO 54
K3=K2+6*J
H=.125*(1.+R(K))*ETA1*C*(1.+S(K))*ETA2*C*(1.+T(K))*ETA3*C)
A(K3-5)=A(K3-5)+H*SXX
A(K3-4)=A(K3-4)+H*SYY
A(K3-3)=A(K3-3)+H*SZZ
A(K3-2)=A(K3-2)+H*TXY
A(K3-1)=A(K3-1)+H*TYZ
A(K3) =A(K3) +H*TZX
C
54 CCNTINUE
K1=K1+NGL
55 K2=K2+JUMP
56 ETA3=1.
57 ETA2=1.
58 ETA1=1.
RETURN
END
C
C
DYN15410
DYN15420
DYN15430
DYN15440
DYN15450
DYN15460
DYN15470
DYN15480
DYN15490
DYN15500
DYN15510
DYN15520
DYN15530
DYN15540
DYN15550
DYN15560
DYN15570
DYN15580
DYN15590
DYN15600
DYN15610
DYN15620
DYN15630
DYN15640
DYN15650
DYN15660
DYN15670
DYN15680
DYN15690
DYN15700
DYN15710
DYN15720
DYN15730
DYN15740
DYN15750
DYN15760
DYN15770
DYN15780
DYN15790
DYN15800
DYN15810
DYN15820
DYN15830
DYN15840
DYN15850
DYN15860
DYN15870
DYN15880
DYN15890
DYN15900
DYN15910
DYN15920
DYN15930
DYN15940
DYN15950
DYN15960
DYN15970
DYN15980
DYN15990
DYN16000
DYN16010
DYN16020
DYN16030
DYN16040
DYN16050
DYN16060
DYN16070
DYN16080
DYN16090
DYN16100
DYN16110
DYN16120
DYN16130
DYN16140
DYN16150
DYN16160
DYN16170
DYN16180
DYN16190
DYN16200
DYN16210
DYN16220
DYN16230
DYN16240
DYN16250
DYN16260
DYN16270
DYN16280

```