

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL



ANALISIS ESTATICO Y DINAMICO DE UNA PRESA DE ARCO

TESIS

PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE:

INGENIERO CIVIL

PERCY URTEAGA CROVETTO

LIMA - PERU

1992

A mis padres
Luz y Luis
con infinita gratitud
y profundo cariño

A Karina
mi compañera de siempre

AGRADECIMIENTO

Mi agradecimiento para el Dr. Hugo Scaletti por su asesoría en la realización de la presente tesis y por haberme permitido conocer, durante el tiempo que me tomó en realizar este trabajo, a un profesional excepcional y a un maestro universitario generoso por todo lo enseñado a lo largo de innumerables reuniones.

Así mismo deseo manifestar mi agradecimiento al Ing. Mario Talavera por la información técnica proporcionada para el desarrollo de este estudio.

Al Dr. Javier Piqué por las facilidades brindadas para el uso de los equipos del Centro de Cómputo del CISMID.

Finalmente a mis amigos del Centro de Cómputo del CISMID, en especial a Víctor Rojas, David Peralta y Gonzalo Vásquez por la invaluable ayuda.

INDICE

Indice	I
Lista de gráficos	V
Lista de tablas	VII
Sumario	VIII

CAPITULO I INTRODUCCION

1.1 Antecedentes	1
1.2 Objetivos	2
1.3 Organización de la tesis	2

CAPITULO II LOCALIZACION Y GEOMETRIA DE LA PRESA

2.1 Introducción	4
2.1.1 Selección y descripción del sitio	4
2.1.2 Condiciones Locales	6
2.1.3 Configuración de la presa	9
2.2 Criterios generales para el dimensionamiento de una presa de arco	10
2.2.1 Procedimiento	10
2.2.2 Nivel de diseño	11
2.2.3 Datos Requeridos	12
2.2.4 Dimensionamiento	12
2.2.5 Factores adicionales a ser considerados al definir la geometría	16
2.2.6 Análisis, evaluación y modificación del diseño	20

CAPITULO III CRITERIOS DE DISEÑO

3.1 Materiales	24
3.2 Cimentación	26
3.3 Cargas	28
3.4 Combinaciones de carga	30

CAPITULO IV APLICACION DEL METODO DE ELEMENTOS FINITOS

PARA EL ANALISIS DE PRESAS DE ARCO

4.1 Introducción	32
4.2 Método de elementos finitos	33
4.3 Ecuaciones básicas de elasticidad	35
4.3.1 Ecuaciones de continuidad geométrica	35
4.3.2 Ecuaciones constitutivas	37
4.3.3 Ecuaciones de equilibrio	38
4.3.4 Ecuaciones de Navier	40
4.4 Principio variacional de la energía potencial	40
4.5 Formulación del modelo discreto	42
4.6 Elemento finito utilizado	44
4.7 Convergencia	49

CAPITULO V EFECTOS DE TEMPERATURA Y CONTROL DE FRAGUA

5.1 Control de temperatura en el concreto	52
5.1.1 Objetivos	52
5.1.2 Cambios volumétricos	53

5.1.3 Datos para el diseño	54
5.2 Estudios de temperatura	55
5.2.1 Alcance general de los estudios	55
5.2.2 Rango de la temperatura del concreto	56
5.3 Consideraciones para el diseño	58
5.3.1 Temperatura de colocación	58
5.3.2 Temperatura de cierre	59
5.3.3 Tamaño de los bloques de concreto	59
5.4 Métodos de control de temperatura	60
5.4.1 Pre-enfriamiento	60
5.4.2 Post-enfriamiento	61
5.4.3 Cantidad y tipo de cemento	62
5.4.4 Uso de puzolanas	62

CAPITULO VI ANALISIS SISMICO DE SUPERPOSICION MODAL ESPECTRAL

6.1 Introducción	65
6.2 Ecuaciones diferenciales de equilibrio	65
6.3 Frecuencias naturales y modos de vibración	67
6.4 Análisis modal	69
6.4.1 Ecuaciones diferenciales desacopladas	69
6.4.2 Espectros de respuesta	71
6.4.3 Efectos máximos	71
6.4.4 Combinación modal	72
6.5 Presión hidrodinámica	73

CAPITULO VII DIMENSIONAMIENTO Y ANALISIS DE LA PRESA

CHADIN 2

7.1 Geometría de la presa	79
7.2 Propiedades de los materiales	81
7.3 Cargas consideradas	82
7.4 Combinaciones	83
7.5 Análisis por temperatura	85
7.6 Espectro de diseño	87
7.7 Modelo de elementos finitos	87

CAPITULO VIII RESULTADOS DEL ANALISIS

8.1 Introducción	94
8.2 Cargas estáticas	95
8.3 Cargas dinámicas	97
8.4 Combinaciones de carga	99
8.5 Influencia de la flexibilidad de la cimentación	102

CAPITULO IX CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES 125

BIBLIOGRAFIA	128
------------------------	-----

LISTA DE GRAFICOS

- [2-1] Ubicación del proyecto
- [2-2] Voladizo central y línea de centros
- [2-3] Vista en planta para un diseño preliminar
- [2-4] Tipos de arranques de arco
- [4-1] Elemento isoparamétrico tridimensional
- [5-1] Variación de temperatura para losas planas
- [5-2] Incremento de temperaturas para diferentes tipos de cementos
- [6-1] Modelo de masas adosadas propuesto por Westergaard
- [6-2] Modelo utilizado para el análisis por Elementos Finitos
- [7-1] Sección del cañón para Chadín 2
- [7-2] Alternativas de línea de centros y voladizo para Chadín 2
- [7-3] Vista en planta para la alternativa final en Chadín 2
- [7-4] Espectro de respuesta horizontal de diseño
- [7-5] Espectro de respuesta vertical de diseño
- [7-6] Vista frontal de la presa Chadín 2
- [7-7] Componentes del modelo considerados para el análisis
- [8-1] Comparaciones de esfuerzos entre el primer diseño y el diseño final
- [8-2] Comparaciones de esfuerzos entre el segundo diseño y el diseño final
- [8-3] Esfuerzos verticales en el voladizo central
- [8-4] Esfuerzos verticales en un voladizo intermedio
- [8-5] Esfuerzos tangenciales en el arco superior
- [8-6] Esfuerzos tangenciales en un arco intermedio

- [8-7] Esfuerzos por cargas dinámicas en el voladizo central
- [8-8] Esfuerzos por cargas dinámicas en un voladizo intermedio
- [8-9] Esfuerzos por cargas dinámicas en el arco superior
- [8-10] Esfuerzos por cargas dinámicas en un arco intermedio
- [8-11] Deformada correspondiente a la primera forma de modo
- [8-12] Deformada correspondiente a la segunda forma de modo
- [8-13] Esfuerzos combinados en el paramento aguas arriba para el voladizo central
- [8-14] Esfuerzos combinados en el paramento aguas abajo para el voladizo central
- [8-15] Esfuerzos combinados en el paramento aguas arriba para un voladizo intermedio
- [8-16] Esfuerzos combinados en el paramento aguas abajo para un voladizo intermedio
- [8-17] Esfuerzos combinados en el paramento aguas arriba para el arco superior
- [8-18] Esfuerzos combinados en el paramento aguas abajo para el arco superior
- [8-19] Esfuerzos combinados en el paramento aguas arriba para un arco intermedio
- [8-20] Esfuerzos combinados en el paramento aguas abajo para un arco intermedio
- [8-21] Comparación de esfuerzos de un modelo con cimentación contra un modelo con
cimentación rígida

LISTA DE TABLAS

[2-1] Proyecciones de los espesores de la presa

[7-1] Combinaciones de cargas

[7-2] Rangos de variación anual y diaria de la temperatura ambiental

[7-3] Temperaturas máximas y mínimas en la presa Chadín 2

[8-1] Períodos predominantes para la presa Chadín 2

SUMARIO

Este estudio trata sobre la aplicación de los conceptos teóricos en el diseño de presas de arco a un caso real.

Se presenta una síntesis de los pasos a seguir para el predimensionamiento; así mismo se definen las cargas más importantes a las que estará sometida la estructura.

Los análisis estático y dinámico están hechos utilizando la técnica de los elementos finitos. Se presenta una alternativa para estudiar los efectos producidos por la variación de temperatura.

Los resultados obtenidos del análisis se muestran en gráficas para secciones representativas. Se comparan los esfuerzos obtenidos para sucesivos diseños con el fin de determinar los cambios requeridos para alcanzar el diseño óptimo. También se presenta una comparación de los esfuerzos obtenidos al considerar a la cimentación flexible en vez de suponer una rigidez infinita.

Finalmente se presentan algunas conclusiones y recomendaciones obtenidas como consecuencia de este trabajo.

CAPITULO I

INTRODUCCION

1.1 Antecedentes

Como parte del plan de ampliación de la frontera eléctrica, ELECTROPERU ha desarrollado un proyecto para el aprovechamiento hidroeléctrico del tramo medio del río Marañón. Este proyecto consiste en la construcción de tres presas llamadas Balsas, Chadín y Cumba, las que en su conjunto generarán 2340 MW. Estudios de factibilidad realizados por ELECTROPERU alcanzan a señalar el tipo de presa y obras hidráulicas adicionales para cada uno de estos proyectos. Dentro de estos documentos se menciona que en la zona de Chadín la presa más apropiada por razones económicas y constructivas, sería una presa de arco.

Esta tesis trata sobre el dimensionamiento, análisis y diseño final de una alternativa de presa de arco para la zona de Chadín. Con tal fin se han considerado los datos topográficos, hidrológicos y geológicos proporcionados por el estudio de factibilidad de ELECTROPERU.

En el sitio de Chadín el río fluye en un cañón angosto, conservando en general un curso rectilíneo. La sección del valle es casi simétrica y los taludes de los flancos tienen una pendiente de aproximadamente 40°. El estudio recomienda que el nivel de embalse máximo esté a la elevación de 830 m.s.n.m., considera además un borde libre de 5 m., lo que significa que la cota de la cresta de la presa deberá ubicarse en la elevación 835 m.s.n.m.

1.2 Objetivos

El presente trabajo intenta hacer una aplicación de los conceptos teóricos a un caso práctico en el diseño de una presa de arco, considerando todas las dificultades que el desarrollo de un proyecto de este tipo presenta. Una de las consecuencias del desarrollo de esta tesis será contribuir con ELECTROPERU en este ambicioso proyecto de ampliación de la frontera eléctrica, puesto que finalmente se presenta una alternativa de presa para la zona de Chadín 2.

1.3 Organización de la tesis

El capítulo II trata sobre la localización y geometría de la presa, del mismo modo se incluyen aspectos relacionados con el predimensionamiento de presas de arco en general.

En el capítulo III se comentan criterios de diseño relacionados con los materiales, la cimentación y las cargas.

En el capítulo IV se hace un resumen de la teoría de elementos finitos y se la relaciona con el análisis de presas de arco.

El capítulo V trata sobre los efectos ocasionados por cambios de temperatura en presas de arco. Se comentan algunas consideraciones para el diseño y los métodos más comunes de control de temperatura.

En el capítulo VI se tratan los aspectos relacionados con el análisis dinámico, y en particular aquellos relacionados con el método de superposición modal espectral. También se estudia la presión hidrodinámica y los métodos utilizados para incluirla en el análisis por elementos finitos.

El capítulo VII trata sobre el diseño de la presa de arco para la zona de Chadín

2. Se detallan los pasos seguidos en el proceso de diseño y análisis, también se muestra la alternativa final y se comentan los problemas surgidos durante el diseño.

En el capítulo VIII se muestran los esfuerzos calculados para el análisis estático, dinámico y para las combinaciones de carga. Se muestran también los esfuerzos obtenidos para los diseños previos y se comparan esfuerzos obtenidos para modelos en los que se considera una cimentación rígida y una cimentación flexible.

El capítulo IX presenta conclusiones y algunas recomendaciones recogidas de la experiencia de este trabajo.

CAPITULO II

LOCALIZACION Y GEOMETRIA DE LA PRESA

2.1 Introducción

2.1.1 Selección y descripción del sitio

Un proyecto de desarrollo de recursos hídricos está diseñado para realizar una función específica y para servir a un área particular. Una vez que el propósito y el área a servir son definidas, puede ser hecha una selección de sitio preliminar.

Las dos consideraciones más importantes en la selección del sitio de presa son:(1) El sitio debe ser adecuado para soportar la presa y sus estructuras complementarias, y (2) El área aguas arriba debe ser apropiada para un reservorio. Frecuentemente se presentan varios sitios a lo largo del río donde la presa puede ser ubicada. El sitio finalmente seleccionado debe ser aquel donde la presa y el reservorio puedan ser construidos de la manera más económica y con un mínimo de interferencia con las condiciones locales.

En la selección de un sitio de presa, los siguientes factores deberán ser considerados:

(a) Topografía. Un sitio angosto será favorable para una presa de arco; sin embargo, los apoyos deberán ser suficientemente masivos para resistir las cargas de arco. Adicionalmente la topografía debe ser tal que las líneas de empuje estén dirigidas dentro de los apoyos en ángulos favorables.

(b) Geología. La cimentación de una presa deberá estar relativamente libre de fallas y fracturas importantes, si éstas se presentaran, podrían requerir costosos tratamientos de

fundación para asegurar una adecuada cimentación.

(c) Condiciones locales. Algunos sitios pueden tener caminos, líneas de tren, líneas de tensión, canales, etc. los que tendrán que ser relocalizados, incrementando de este modo el costo total.

(d) Accesos. El acceso al sitio tiene un efecto definitivo en el costo total. Dificultades en el acceso requerirán la construcción de caminos costosos. Un área ubicable para la planta y equipos del contratista cerca del sitio, reducirán sus costos de construcción.

En el caso particular aquí tratado fueron identificados tres sitios en el área de Chadín denominados Chadín 1, 2 y 3. Luego de hacer una evaluación se seleccionó el sitio de Chadín 2 por ser el más económico. Las coordenadas de ubicación son: Latitud sur 6°25'26", Longitud oeste 78°13'24" (Figura [2-1]).

Las condiciones del medio ambiente responden al clima característico de la zona de Selva Alta; en lo referido a accesos no existe actualmente ninguno por carretera al sitio de presa. La carretera de acceso más corta sería desde Cajamarca. Existe una carretera descubierta, en buenas condiciones, desde Cajamarca hasta Bambamarca; sin embargo habría necesidad de construir una carretera de aproximadamente 140 Km de longitud para unir Bambamarca con Chadín.

No se han identificado poblaciones o áreas de cultivo notables u otras obras de infraestructura que serían afectadas con la construcción de la presa y la zona de inundación del reservorio.

2.1.2 Condiciones Locales

Las presas de arco están empotradas dentro de la cimentación de tal forma que ésta será normalmente adecuada si tiene la suficiente capacidad de soporte para resistir las cargas transmitidas desde la presa. Sin embargo, una cimentación puede presentar fallas, fracturas, grietas, juntas o zonas inferiores de roca que pueden resultar inestables al aplicarse las cargas de la presa y el reservorio.

Las investigaciones geológicas varían en precisión dependiendo del nivel de estudio que se esté realizando. Para este proyecto la descripción geológica está basada principalmente en estudios geológicos anteriores y en el estudio de fotografías aéreas.

Reservorio

(a) Geomorfología

El reservorio de Chadín ocupará un cañón relativamente angosto. Las aguas se extenderán unos 50 Km aguas arriba. Todos los tipos de roca han sufrido algún grado de laterización. Depósitos cuaternarios de material coluvial y aluvial derivados de la erosión se encuentran en forma de terrazas, abanicos aluviales o en riberas de río. La presencia de terrazas de variable elevación es una indicación de que el curso del río ha ocupado varios niveles durante su desarrollo. El sistema de drenaje dentro de la cuenca está controlado por numerosos valles con sección en forma de V que desembocan en el río Marañón.

Una delgada capa de material coluvial cubre casi todos los flancos del valle excepto en las áreas de escarpas abruptas. El material coluvial

consiste principalmente de fragmentos de roca alterada redistribuida por aguas superficiales.

(b) Taludes

Los depósitos potentes de material suelto con taludes empinados que se encuentran en las laderas del valle se presentan generalmente inestables. Al nivel del río, las escarpas en la roca se presentan generalmente estables en el flanco izquierdo pero en el flanco derecho grandes planchones de roca amenazan con deslizarse debido al buzamiento suave de los estratos.

(c) Roca de base

El reservorio propuesto de Chadín inundará formaciones geológicas de rocas sedimentario-metamórficas de edad Precámbrica en el flanco derecho y rocas estratificadas Cretácicas en el flanco izquierdo. La roca Precámbrica consiste en esquistos, filitas, cuarcitas y gneis; la roca Cretácica consiste principalmente en arenisca, lutitas conglomerado, mármol y caliza.

La mayor parte de las formaciones rocosas en el área del reservorio son estratificadas, presentan dirección nor-oeste y buzamiento de 20° al sur. El sistema principal de fallas en el área del proyecto tienen una orientación hacia el nor-oeste, las fallas son en general paralelas a la dirección del río y se concentran principalmente en el flanco izquierdo.

Sitio de presa

(a) Geomorfología

La sección del valle en el sitio del eje propuesto tiene forma de V y se presenta casi simétrico. Los taludes en los estribos varían entre 25° y 40° y están profundamente disectados por la erosión. Al nivel del río el valle tiene un ancho aproximado de 50 m y está a una elevación de 660 m.s.n.m.

Ambos estribos presentan escaso material de cobertura y poca vegetación. A nivel del río el material aluvial consiste de arenas y gravas de profundidad no determinada. Las partes altas de los estribos se tornan de pendientes suaves formada por amplias terrazas coluviales cuya profundidad y composición no se ha determinado.

(b) Roca de base

Todo el eje propuesto de Chadín 2 está situado en roca base. En el área de la presa se presenta roca metamórfica de edad Precámbrica consistente en gneis, esquistos, lutitas y filitas. Muchos de los elementos estructurales lineales observados en fotografías aéreas se cree que corresponden a fallas.

Las fallas principales tienen dirección e inclinación concordante con la estructura geológica regional. Se ha observado una discontinuidad en el estribo izquierdo que podría representar algún tipo de asentamiento. Ambos estribos se presentan ampliamente fracturados y con escarpas de roca muy intemperizada. Aunque la roca se presenta altamente fracturada

e intemperizada en superficie esta tiende a mejorar en profundidad. debajo de la zona de intemperismo, la roca será lo suficientemente competente como para soportar una presa y también túneles de gran diámetro. Se estima que la fundación de la presa es relativamente impermeable, sin embargo se recomienda un sistema combinado de cortina de inyecciones y drenaje para controlar las filtraciones y las subpresiones debajo del cuerpo de la presa.

2.1.3 Configuración de la presa

La forma y curvatura de una presa y su contacto con la cimentación son extremadamente importantes para darle estabilidad y lograr una condición favorable de esfuerzos. Aunque la estabilidad puede ser mejorada y se puede lograr una reducción de esfuerzos incrementando el espesor de la presa, esto no es generalmente económico. Los resultados deseados pueden ser alcanzados dándole una apropiada forma y con el uso de curvaturas tanto horizontales como verticales. Un arco, por ejemplo, transfiere su carga a los apoyos por empuje y corte, de este modo reduce los esfuerzos de flexión y se le añade capacidad de carga si lo comparamos con una viga plana.

Para una presa de arco en un cañón relativamente angosto es ventajoso el uso de un alto grado de curvatura horizontal, consistente con los requerimientos de topografía del lugar y la forma vertical. Una distribución de esfuerzos más equitativa puede ser obtenida en presas diseñadas para sitios más anchos con el uso de arcos de forma elíptica. La curvatura vertical puede ser usada para mejorar la distribución de esfuerzos aprovechando los efectos del peso propio. En los casos en que sea necesario

reducir los esfuerzos en la roca, puede ser incrementado el espesor de la presa cerca de la cimentación, considerándose presas de sección variable.

Como norma general, deberán ser evitados los cambios abruptos en el contacto entre la presa y el perfil del cañón. Tales irregularidades inducirían concentraciones de esfuerzos.

2.2 Criterios generales para el dimensionamiento de una presa de arco

2.2.1 Procedimiento.

El objetivo inicial al hacer el dimensionamiento de una presa de arco en un sitio particular es determinar los arcos que se adaptarán a las condiciones topográficas y geológicas de la manera más ventajosa posible, distribuyendo las cargas con el uso más económico de material dentro de las limitaciones de los esfuerzos admisibles.

La distribución de cargas y los esfuerzos resultantes de tal distribución dependen básicamente de la forma del cañón, longitud y altura de la presa, forma y espesor de la presa y las condiciones de carga.

Para producir un diseño satisfactorio, el ingeniero concibe y elabora un dimensionamiento inicial, hace un análisis de esfuerzos para el diseño propuesto, revisa los resultados para determinar los cambios apropiados en la forma de la presa de modo que se mejore la distribución de esfuerzos y propone un nuevo diseño incorporando los cambios. El proceso es repetido hasta que el diseño es perfeccionado de tal forma que se cumplan los siguientes criterios:

- (1) Una distribución de esfuerzos uniformemente variada.
- (2) Un nivel de esfuerzos tan cercanamente igual como sea posible a los límites

tolerables.

(3) Un mínimo volumen de concreto.

En la práctica es muy difícil diseñar una presa de arco que tenga esfuerzos de compresión en todos los puntos que estén cerca a los máximos tolerables y que aún sean económicos.

2.2.2 Nivel de diseño.

Hay tres niveles de diseño para los cuales se hacen predimensionamientos: prefactibilidad, factibilidad y final. El nivel de diseño determina su grado de refinamiento. Un diseño a nivel de prefactibilidad es hecho conjuntamente con investigaciones de campo durante la planificación del proyecto para estimar el volumen de concreto requerido.

Los diseños a nivel del estudio de factibilidad son usados en la selección de la localización y el diseño final como una base para determinar el flujo de inversiones para la construcción. El análisis debe ser hecho para las condiciones de carga usuales y las más severas que se presentarán durante el período que prestará servicio la presa. La distribución de temperatura aplicada durante el diseño final es determinada usando un análisis detallado. El diseño final será aquel que mejor satisfaga los requisitos de esfuerzos admisibles del modo más económico posible.

2.2.3 Datos requeridos

Los principales datos de los que debe disponerse antes de preparar el proyecto son:

- (1) Mapa topográfico de la localización propuesta.
- (2) Datos geológicos del tipo de roca y sus características
- (3) Nivel máximo de agua en el reservorio
- (4) Estimación del volumen de sedimentación
- (5) Tamaño y ubicación de las aberturas en la presa requeridas para aliviaderos, etc.

Estos datos deben complementarse con:

- (1) Registros climatológicos de variación de temperatura en la zona de la presa.
- (2) Ensayos in-situ y en el laboratorio para determinar los esfuerzos y propiedades elásticas de la roca y el concreto.

2.2.4 Dimensionamiento

Debido a que la forma de la presa gobierna los esfuerzos en el cuerpo de la misma, la dirección de los empujes y el estado de esfuerzos en la roca base, los ángulos centrales y el espesor de la presa deben ser apropiadamente seleccionados de tal forma que se tenga una balanceada distribución de esfuerzos en la presa y al mismo tiempo se asegure la estabilidad de la roca base.

Para la discusión del procedimiento de diseño se hará referencia a una presa de centro simple con arcos de espesor variable. El procedimiento para dimensionamiento de otros tipos de presas de arco difiere solo en la forma en que se definen los arcos. Las dimensiones siguientes son parámetros utilizados en fórmulas empíricas para determinar

valores iniciales del eje de radios y espesores del voladizo central:

H, altura estructural en metros (distancia vertical desde la cresta de la presa hasta el punto más bajo asumido de la cimentación).

L1, distancia en línea recta en metros en la elevación de la cresta entre apoyos excavados hasta la roca competente.

L2, distancia en línea recta en metros entre apoyos excavados hasta alcanzar la roca competente y medida a una elevación $0.15H$ sobre la base.

(a) Determinación del radio en la coronación y el ángulo central.- El primer paso al hacer el dimensionamiento es dibujar un eje tentativo para la presa en planta en papel transparente. Este papel es sobrepuesto en la topografía del sitio y desplazando hasta encontrar una óptima orientación del eje. El radio de coronación de la presa (R) depende básicamente de la distancia entre los apoyos superiores; debido a esto puede utilizarse la siguiente fórmula como una guía para seleccionar un radio tentativo

$$R = 0.6 \times L1 \quad [2-1]$$

Las fórmulas empíricas son sólo una guía para seleccionar R; el diseñador debe hacer ajustes apropiados de tal forma que el ángulo central en el arco superior y la intersección del eje con la topografía sean satisfactorios. La magnitud del ángulo central en el arco superior es un valor de control, el cual influye en la curvatura de la presa. En arcos de insuficiente curvatura se desarrollaran esfuerzos de tracción críticos; tal condición es común en arcos inferiores de presas con sección de cañón en forma de V. Debe utilizarse el mayor ángulo central, aunque considerando que la topografía de la roca puede estar mapeada sin mucha precisión y los apoyos de los arcos pueden

necesitar extenderse a puntos más profundos que los originalmente planeados. Considerando las limitaciones impuestas por las condiciones topográficas y los requisitos de cimentación, se ha observado que, para muchos diseños, el ángulo central mayormente usado para el arco superior varía entre 90° y 110°.

(b) Definición del plano de referencia y el voladizo central.- El siguiente paso una vez que el eje ha sido ubicado es definir el plano de referencia y la sección del voladizo central. Este es habitualmente localizado en el punto de máxima profundidad. El plano de referencia para una presa de centro simple es un plano vertical que pasa a través del voladizo central y por la línea de centros, a la que se hace referencia más adelante. Idealmente, el plano de referencia debe estar en el punto medio del eje. Esto rara vez ocurre, dado que muchos cañones no son simétricos. Luego que el voladizo central y el plano de referencia han sido ubicados, deben determinarse el espesor y la forma del voladizo central. El dimensionamiento de este voladizo es facilitado debido a que se estima separadamente el espesor en el borde superior, inferior e intermedio. La estimación de los espesores en estas diferentes secciones se hace utilizando ecuaciones empíricas. Estas ecuaciones deben ser usadas como guía y sólo para el dimensionamiento inicial:

(1) Espesor de la cresta, en metros,

$$T_c = 0.01x(H+1.2L) \quad [2-2]$$

(2) Espesor en la base, en metros,

$$T_b = \sqrt[3]{0.0027 H L_1 L_2 \left(\frac{H}{400}\right)^{\frac{H}{400}}} \quad [2-3]$$

(3) Espesor en el nivel 0.45H, en metros,

$$T_{0.45H} = 0.95T_b \quad [2-4]$$

Luego que los valores para los espesores han sido determinados, ellos pueden ser divididos en proyecciones aguas arriba y aguas abajo de acuerdo con los siguientes criterios:

Espesor	Proyección aguas arriba	Proyección aguas abajo
En la cresta	0.0	T_c
A 0.45H	$0.95T_b$	0.0
En la base	$0.67T_b$	$0.33T_b$

Tabla [2-1] Proyecciones de los espesores de una presa

(c) Determinación de los arcos.- El siguiente paso es dibujar los arcos en planta a elevaciones convenientes para los análisis de esfuerzos. Generalmente son seleccionadas de 5 a 10 diferentes elevaciones de arcos para representar la presa completa mediante un sistema de elementos horizontales igualmente espaciados sobre la altura de la presa. Estos intervalos son habitualmente menores que 30 metros y mayores que 6 metros. Los centros de radios que definen el intrados y extrados para cada elevación de arcos son ploteados a lo largo del plano de referencia de la presa. La localización de los centros de radios depende del ancho del cañón en una elevación particular, la altura requerida para la presa y el espesor de los apoyos. Los centros de radios son determinados

seleccionando diferentes posiciones. Para asegurar que la presa tenga una superficie sin variaciones bruscas en las direcciones vertical y horizontal, los centros de radios de arcos deben ubicarse a lo largo del plano de referencia en planta y deben estar conectados por una línea curva suave y continua en elevación, llamada línea de centros. Las fig 2-2 y 2-3 muestran ejemplos de como son definidos los centros de radios de arcos. El plano es complementado con el dibujo de los apoyos de los arcos y el contacto perimétrico de la presa y la cimentación.

2.2.5 Factores adicionales a ser considerados al definir la geometría

(a) Relación largo-alto.- La razón entre el largo (L1) y la altura (H) de la presa puede ser usada como una base para comparar diseños propuestos con diseños existentes. Tales comparaciones deben ser hechas considerando conjuntamente efectos relativos de otros factores de control, tales como el ángulo central, la forma del voladizo, el tipo de diseño. La razón largo-alto también da una gruesa indicación del límite económico de una presa de arco comparada con el diseño de una presa de gravedad. Generalmente el límite económico de una presa de arco corresponde a una razón largo-alto máxima entre 4:1 y 6:1, dependiendo entre otras variables de la altura de la presa y de las condiciones locales.

(b) Simetría.- Aún cuando no es absolutamente necesario, un perfil simétrico o casi simétrico es conveniente desde el punto de vista de la distribución de esfuerzos. Una región de concentración de esfuerzos está comúnmente presente en perfiles no simétricos, una condición que conlleva a secciones no económicas comparada con presas

simétricas. En algunos casos se puede mejorar diseños no simétricos por la combinación de los siguientes métodos: Excavando en lugares apropiados, construyendo apoyos artificiales, reorientando o relocalizando la presa.

Cuando se tiene un cañón no simétrico y un arco de centro simple no puede encajar en el sitio satisfactoriamente, puede desarrollarse un proyecto de doble centro para la presa. Este tipo de diseño considera dos líneas de centros separadas, una para cada lado de la presa. Para mantener la continuidad, cada par de líneas debe coincidir a lo largo del plano de referencia. En algunos casos el radio del eje (R) puede ser diferente en cada lado y los arcos pueden ser de espesor variable.

(c) Forma del cañón.- En presas construidas en cañones en forma de U, los arcos inferiores tienen longitud de cuerdas tan grandes como aquellos que están cerca de la cresta. En tales casos, el uso de arcos de espesor variable dará una distribución de esfuerzos relativamente uniforme.

En presas con perfiles angostos en forma de V, los arcos inferiores son más cortos y la mayor parte de la carga es resistida por la acción de arco. Desde el punto de vista de evitar excesivos esfuerzos de tensión en los arcos, el diseño deberá ser hecho de modo que los arcos tengan tanta curvatura como sea posible. Esto debe ir acompañado con el uso de arcos de ancho variable, con una variación en la ubicación de los centros para producir la mayor curvatura en los arcos inferiores.

Suponiendo que factores tales como ángulo central, altura de la presa y perfil del cañón son iguales, los arcos de presas diseñados para cañones más anchos serán más flexibles (en relación con la rigidez del voladizo) que aquellos de presas ubicadas en cañones angostos. En presas de cañones anchos, donde existe la tendencia de los

esfuerzos del voladizo a ser mayores que los esfuerzos del arco, es recomendable obtener la máxima ventaja posible de la carga muerta mediante el uso de una sección central con ambas caras curvadas.

(d) Forma de los arcos.- En muchos casos pueden ser usados arcos de espesor uniforme en la parte superior de la presa. Los arcos más largos son más flexibles y no soportan tanta carga como aquellos ubicados en la zona inferior de la presa. La necesidad de espesor adicional en los apoyos varía con cada diseño, pero normalmente no se requiere un espesor extra en los arcos superiores.

En arcos de espesor variable resulta una distribución de esfuerzos mucho más uniforme que en arcos con filetes, puesto que el espesor varía gradualmente sin ningún cambio de curvatura. Variando el espesor de los arcos también se varía de modo favorable el espesor de aquellos voladizos con bases cercanas a la altura media de la presa. El ángulo de intersección entre el intrados y una línea generalmente paralela a la superficie del contorno correspondiente no deberá ser menor que 30° para asegurar la estabilidad de los apoyos de los arcos. Si el ángulo de intersección es menor que 30° , deberá hacerse un estudio especial para evaluar la estabilidad de los apoyos.

Cuando son utilizados arcos de espesor uniforme y es recomendable aumentar el espesor de los apoyos, se pueden añadir a la cara aguas abajo filetes de radios cortos. El radio del filete debe tener suficiente longitud para asegurar que la resultante de las fuerzas de arco estén dirigidas hacia el apoyo de la roca.

Eventualmente podrían ser usados ventajosamente arcos de triple centro o elípticos en cañones anchos en forma de U o V.

(e) Apoyos de los arcos.- Debe tenerse mucho cuidado en asegurarse que los apoyos de los arcos están bien enclavados dentro de la roca competente y que haya suficiente masa de roca para soportar las cargas aplicadas. Debe dársele mucha atención a la dirección de los sistemas de contacto de las rocas al momento de hacer el diseño, de modo que se asegure la estabilidad de los apoyos bajo cualquier condición de carga. Los apoyos de arcos de radios completos (normales al eje) son ventajosos para un buen apoyo contra la roca, pero donde resulte excesiva excavación en el extrados debido al uso de apoyos de radios completos y la roca posea la requerida resistencia y estabilidad, los apoyos pueden ser reducidos a semiradiales como se muestra en la figura 2-4. En tales casos la resistencia al corte deberá ser minuciosamente investigada. Donde no puedan ser usados apoyos de arcos de radios completos y resulte una excavación excesiva del uso de cualquiera de las formas mencionadas, podrán ser hechos estudios especiales para determinar otras posibles formas que signifiquen menor excavación. Para ciertos diseños pueden recomendarse apoyos artificiales como bloques de empujes para darle una forma simétrica al perfil o para reducir la luz de los arcos hacia la parte superior de la presa.

(f) Roca base.- El sitio de la presa debe estar básicamente en un lugar tal que los bancos de las riberas sean de roca resistente con los mínimos defectos estructurales comprobados como resultado de estudios geológicos detallados llevados a cabo tanto en el sitio como alrededor y el sitio de presa debe ser finalmente ubicado en el sitio que brinde la mayor seguridad. Si alguna parte de los apoyos es aún insegura, deberán tenerse en cuenta ciertas consideraciones para hacer mejoras prácticas y efectivas y paralelamente se deberá modificar la forma de la presa. En casos como estos los siguientes métodos son adoptados: reducir el ángulo central y mejorar la dirección del

empuje de los arcos, incrementar el área de soporte de los apoyos, hacer uso de estructuras complementarias.

2.2.6 Análisis, evaluación y modificación del diseño

Una vez definido el diseño de la presa, ésta es analizada para todas las condiciones de carga. Los resultados de los análisis sirven para dos propósitos. El diseñador puede evaluar la calidad del diseño y, si es requerida alguna modificación, puede utilizar este análisis para introducir los cambios más apropiados. La evaluación requiere una completa revisión de los resultados de los análisis. La siguiente lista indica el tipo de información a ser revisada: descripción del voladizo central, líneas de centros del intrados y extrados, esfuerzos por carga muerta y estabilidad de los bloques durante la construcción, deflexiones radiales, tangenciales y angulares, distribuciones de carga, esfuerzos de arcos y voladizos y esfuerzos principales. Si algún aspecto del diseño es incorrecto o no cumple con el criterio establecido, deberán hacerse modificaciones para mejorar el diseño. El principal medio de efectuar cambios en el comportamiento de la presa es ajustando la forma de la estructura. Aunque los esfuerzos máximos en la estructura estén debajo de los límites permitidos, el volumen de concreto puede ser reducido utilizando el concreto remanente más eficientemente y mejorando la economía.

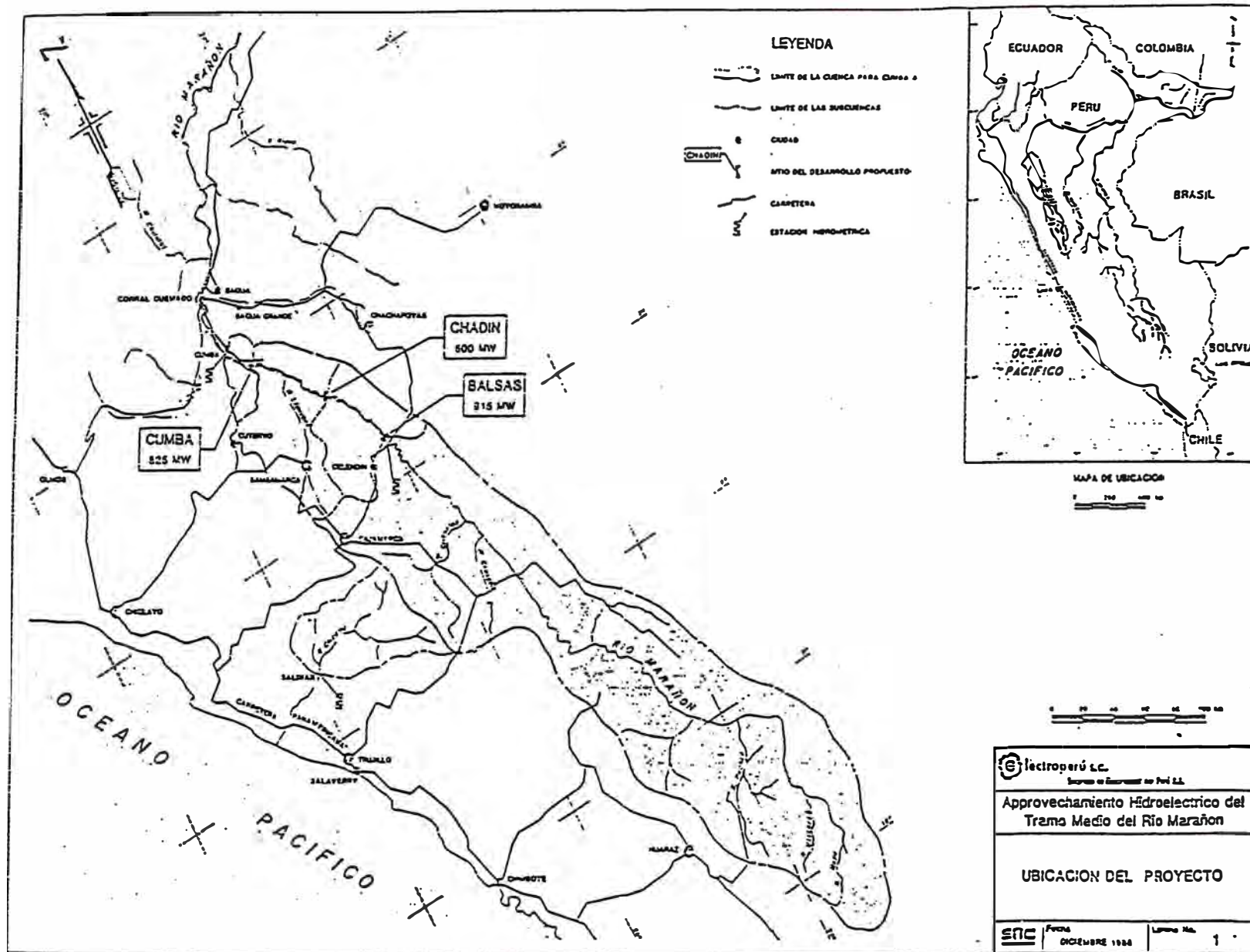


Figura [2-1] Ubicación del proyecto en estudio

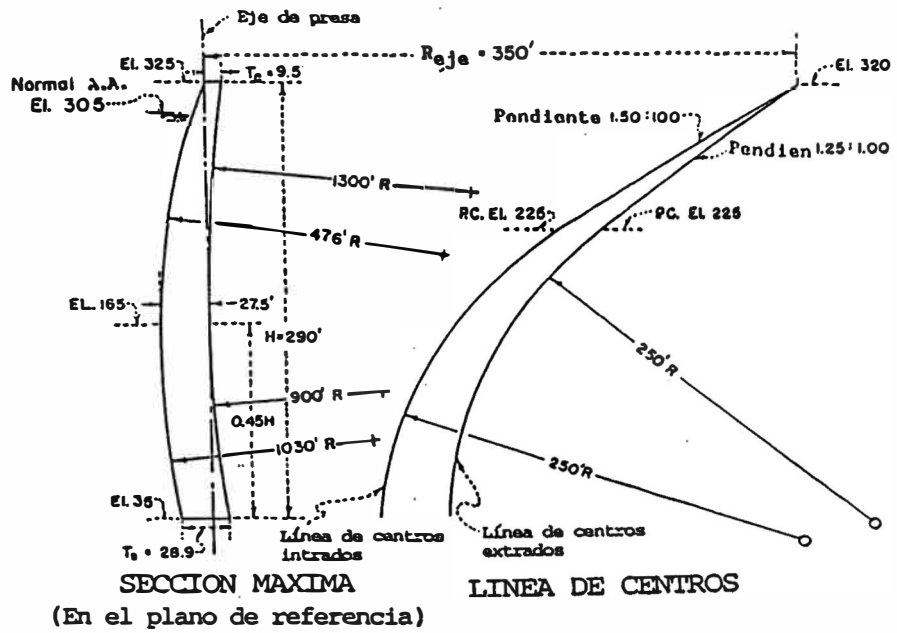


Figura [2-2] Voladizo central y línea de centros para un diseño preliminar [4]

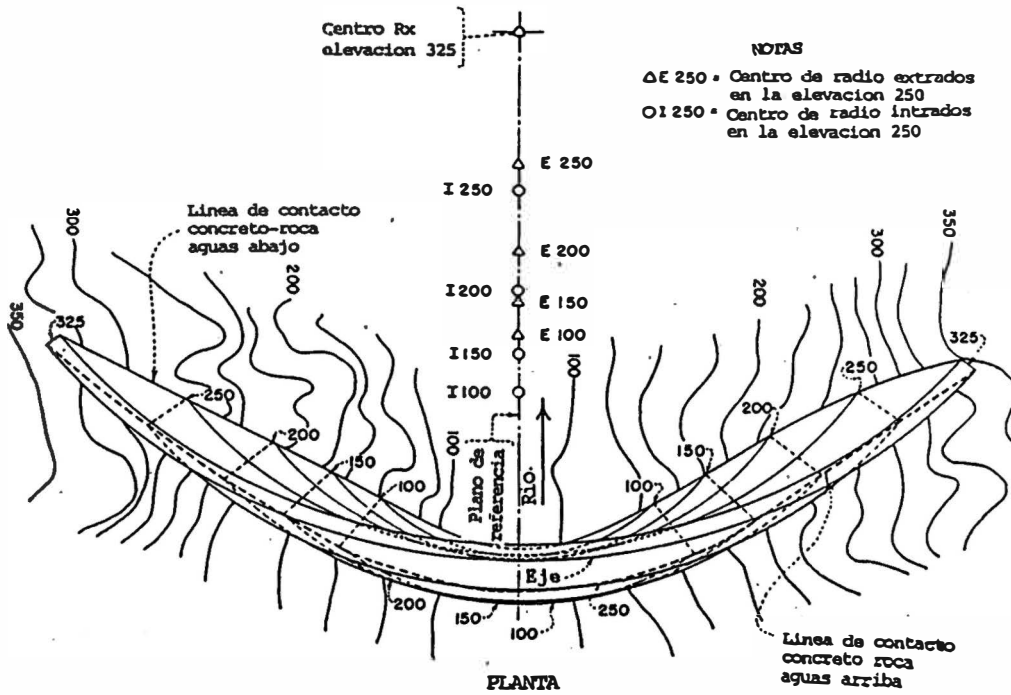


Figura [2-3] Planta para un diseño preliminar en un arco de centro simple y en un cañón casi simétrico [4]

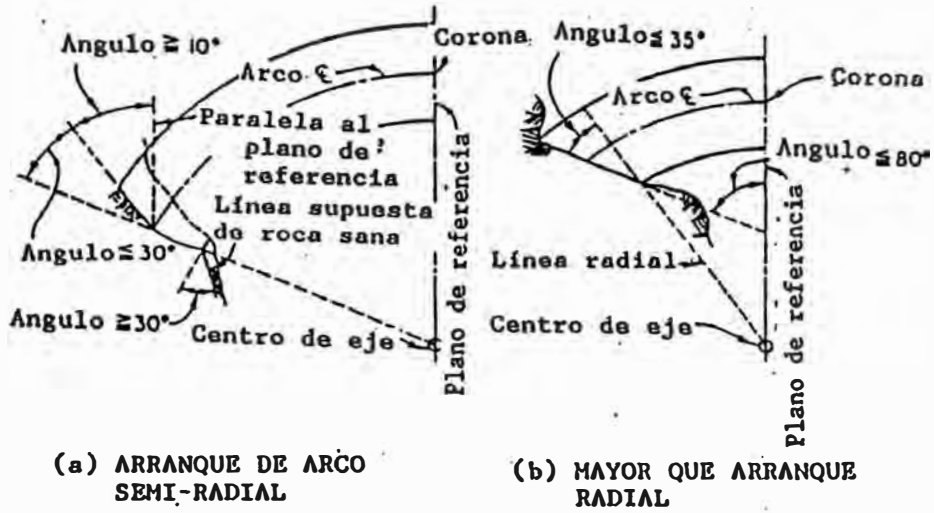


Figura [2-4] Tipos de arranque de arcos [4]

CAPITULO III

CRITERIOS DE DISENO

3.1 Materiales

El concreto a ser utilizado en la construcción de una presa de arco debe cumplir requisitos de resistencia, durabilidad, permeabilidad, entre otras propiedades. Aunque las proporciones de mezcla se determinan usualmente considerando aspectos de resistencia y de durabilidad, en el caso de una presa de arco el contenido de cemento debe ser restringido a un mínimo aceptable para reducir el calor de hidratación. Las propiedades del concreto varían con la edad y con las proporciones y componentes de la mezcla y deberán ser determinadas con ensayos de laboratorio hechos a especímenes con suficiente edad para evaluarlas adecuadamente.

Entre las características del concreto más importantes en el análisis y diseño de una presa de arco se tienen:

(a) Resistencia. La resistencia del concreto debe ser suficiente para soportar las cargas originadas tanto durante la construcción, como al encontrarse la presa en servicio

(b) Propiedades elásticas. El concreto no es estrictamente un material elástico lineal, aunque en la mayor parte de los análisis se supone como tal. Cuando es sometido a una carga prolongada, la deformación resultante por esta carga puede ser dividida en dos partes, una deformación inicial, la que ocurre inmediatamente (y puede determinarse considerando un módulo de elasticidad instantáneo) y una deformación diferida, que se desarrolla gradualmente por un tiempo de varios años. Para considerar los efectos de la deformación diferida el análisis y diseño de una presa de concreto deberían hacerse

considerando propiedades elásticas apropiadamente reducidas. El rango común del módulo de elasticidad instantáneo para concretos de 28 días está entre 150,000 kg/cm² y 400,000 kg/cm².

(c) Propiedades térmicas. Los efectos de cambio de temperatura en una presa de arco dependen en gran medida de las propiedades térmicas del concreto. Las propiedades térmicas necesarias para la evaluación de tales efectos son el coeficiente de expansión térmica, la conductividad térmica, la difusividad y el calor específico.

(d) Otras propiedades. Adicionalmente al esfuerzo, módulo de elasticidad y propiedades térmicas, deben evaluarse otras propiedades del concreto con ensayos de laboratorio. Por ejemplo, para cálculos de deformaciones y esfuerzos en las estructuras de concreto, se requieren el módulo de Poisson y el peso unitario.

Valores promedios para propiedades del concreto

Para estudios preliminares y hasta que los datos de los ensayos de laboratorio estén disponibles, los valores requeridos pueden ser estimados de datos obtenidos en situaciones similares. En caso de no disponer de datos publicados, pueden suponerse los siguientes valores para estudios preliminares:

Peso unitario del concreto: 2400 kg/m³

Esfuerzo de compresión: 210 a 350 kg/cm²

Esfuerzo de tensión : 4% a 6% del esfuerzo a compresión

Esfuerzo de corte:

Cohesión: 10% esfuerzo a compresión

Coefficiente de fricción interna: 1.0

Módulo de elasticidad instantáneo: 350,000 kg/cm²

Módulo de elasticidad reducido: 210,000 kg/cm²

Módulo de Poisson: 0.15 a 0.20

Coefficiente de expansión térmica: 0.00001 /°C

3.2 Cimentación

(a) Deformación de la cimentación. El análisis de la interacción entre la presa y la cimentación requiere un conocimiento de las características de deformación de la cimentación. Mientras la presa es considerada homogénea, elástica e isotrópica, su cimentación es en general heterogénea, inelástica y anisotrópica. La variación en las propiedades puede afectar la distribución de cargas en la presa y en la propia cimentación. Es por ello que las características de deformación de la cimentación deben ser evaluadas sobre toda la extensión del contacto de la presa. El diseño de la presa y de cualquier tratamiento para mejorar las propiedades de la cimentación son considerados problemas separados. Si se piensa en aplicarle un tratamiento a la cimentación, el dato usado para el diseño de la presa debe estar basado en las propiedades de la cimentación luego de ser tratada. Las propiedades de deformación de la cimentación usadas en el análisis de la presa debe representar la acción compuesta de todos los materiales presentes en la cimentación. La variación de los materiales y sus propiedades de deformación a lo largo del contacto de la cimentación son requeridas para el análisis de la presa. Las investigaciones de campo deben proporcionar información de las propiedades correspondientes a deformaciones pequeñas, así como otras propiedades tales como cohesión y fricción interna, que permitan plantear un

modelo matemático apropiado para predecir los esfuerzos en función del estado de deformación.

(b) Esfuerzos en la cimentación. Los esfuerzos de compresión de la roca de cimentación pueden ser un factor importante en la determinación de los requerimientos de espesor para una presa y su contacto con la cimentación. En lugares donde la roca de cimentación no sea homogénea, deberá hacerse un suficiente número de ensayos para obtener valores de resistencia a la compresión para cada tipo de roca. La resistencia a la tracción en la roca rara vez se requiere para el análisis debido a que las discontinuidades son incapaces de transmitir esfuerzos de tracción dentro de la cimentación. La resistencia al corte dentro de la cimentación y entre la presa y la cimentación se debe a la cohesión y a la fricción interna inherente en los materiales de la cimentación y en el contacto del concreto y la roca. Estas propiedades son halladas de ensayos de laboratorio e in-situ. Los resultados de ensayos triaxial y de corte directo de laboratorio, tanto como ensayos de corte in-situ, pueden ser presentados en la forma de la ecuación de Coulomb,

$$R = C \times A + N \times \tan \phi \quad [3-1]$$

Donde:

R : Resistencia al corte

C : Cohesión unitaria.

A : Area de la sección.

N : Fuerza normal.

$\tan \phi$: Tangente del ángulo de fricción.

que define una relación lineal entre la resistencia al corte y el esfuerzo normal. Para otros materiales, la relación puede ser no lineal, una curva de esfuerzo de corte versus esfuerzo normal puede usarse para estudiar la condición de una unión existente.

Cuando una cimentación no es homogénea, la superficie potencial de deslizamiento puede estar compuesta de diferentes materiales. La resistencia total puede ser determinada por la suma de la resistencia al corte de varios materiales, como se muestra en la siguiente ecuación:

$$R_t = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n \quad [3-2]$$

donde:

R_t : Resistencia total

$R_1, R_2, \text{ etc.}$: Resistencia al corte de varios materiales

La resistencia al corte dada por la ecuación de Coulomb o las curvas de resistencia al corte versus esfuerzo normal son usualmente las máximas para el espécimen ensayado, sin consideración de la deformación. Algunos materiales alcanzan sus máximas resistencias con menos deformación que otros. Por lo tanto, cuando se calcula la resistencia al corte ofrecida por varios materiales, deberá ser considerado el efecto de la deformación.

3.3 Cargas

Las diferentes cargas a las que estará sometida una presa durante su operación incluyen: Presión hidrostática, peso propio, temperatura, fuerzas sísmicas y presión hidrodinámica. En ciertas circunstancias son consideradas además de las cargas mencionadas la presión del hielo, presión de sedimentos y la subpresión.

(a) Presión hidrostática. La presión hidrostática es producida por la masa de agua almacenada, actúa en la presa y en la cimentación como presiones internas en poros, rajaduras, uniones. La distribución de presión a través de una sección horizontal de una presa se supone que varía de la presión hidrostática total en el paramento aguas arriba a cero en el paramento aguas abajo. La presión hidrostática en el paramento aguas arriba actúa en la dirección perpendicular al plano del paramento y su magnitud es igual a la altura hidrostática total.

(b) Peso propio. La magnitud del peso propio es considerada igual al peso del concreto más aquel de las estructuras complementarias como accesos y puentes. Debe anotarse que en el caso de presas de arco el efecto del peso propio puede servir para contrarrestar el efecto de las presiones hidrostáticas.

(c) Acciones de temperatura. Los efectos de temperatura se presentan en una presa de arco cuando el concreto soporta un cambio de temperatura y los cambios volumétricos son restringidos. La magnitud de los cambios de temperatura está relacionada con la temperatura a la cual la presa empieza a trabajar monolíticamente (temperatura de cierre), con el coeficiente de expansión térmica del concreto y con la diferencia entre la temperatura anteriormente mencionada y las temperaturas de operación. Puede suceder que la temperatura de cierre no sea la misma a través de toda la estructura, en ese caso se supondrá que cada arco tendrá su propia temperatura de cierre. Podría utilizarse algún sistema artificial de enfriamiento para controlar esta temperatura de modo que se obtenga una distribución de esfuerzos deseada.

Las temperaturas de operación son obtenidas de estudios usando temperaturas anticipadas del aire, temperaturas del agua almacenada y radiación solar. Al momento

de hacer estudios para determinar los efectos de variación de temperatura en el concreto y los gradientes de temperatura, pueden ser aplicadas condiciones climáticas variables. Del mismo modo, un nivel de aguas ampliamente variable afectará las temperaturas del concreto.

(d) Fuerzas sísmicas. Las presas de concreto son estructuras pesadas, que al ser excitadas por movimientos sísmicos desarrollan esfuerzos de magnitudes considerables. Son dos los pasos en la estimación de estos esfuerzos.

El primero de ellos consiste en hacer una estimación de la magnitud del sismo al cual estará sometida la presa y los movimientos de cimentación en el sitio determinado. El segundo paso es el análisis de la respuesta de la presa al sismo ya sea por el método del espectro de respuesta o por el método de tiempo-historia. En el capítulo relativo al análisis sísmico se hace una explicación más detallada del método empleado en esta tesis.

(e) Presión hidrodinámica. El efecto hidrodinámico generado por el agua almacenada puede tener una influencia muy significativa en presas sujetas a movimientos sísmicos. Hasta la fecha se han realizados numerosas investigaciones para estudiar la influencia de los efectos hidrodinámicos en la respuesta de presas.

3.4 Combinaciones de carga

El diseño de una presa de arco debe considerar tanto las combinaciones de carga usuales como las más severas. Cuando se prevean amplias fluctuaciones en el nivel de agua el diseño deberá estar dado para un balance de esfuerzos para varias combinaciones de carga. La presa debe ser diseñada para las combinaciones de carga siguientes usando los

correspondientes factores de seguridad:

Combinaciones de carga usuales

- (1) Efectos de la mínima temperatura del concreto con la máxima elevación del reservorio ocurriendo simultáneamente, incluyendo las cargas muertas apropiadas.
- (2) Efectos de máxima temperatura del concreto con la máxima elevación del reservorio ocurriendo simultáneamente, incluyendo cargas muertas apropiadas.
- (3) Elevación del reservorio normal y los efectos de temperatura usuales ocurriendo simultáneamente, incluyendo cargas muertas apropiadas.
- (4) Elevación mínima del reservorio y los efectos de temperatura usuales ocurriendo simultáneamente, incluyendo cargas muerta apropiadas.

Combinaciones de carga extremas

- (1) Cualquiera de las combinaciones de carga usuales más el efecto de las fuerzas sísmicas.
- (2) Cualquiera de las combinaciones de carga usuales más el efecto de las fuerzas hidrodinámicas.

CAPITULO IV

APLICACION DEL METODO DE ELEMENTOS FINITOS PARA EL ANALISIS DE PRESAS DE ARCO

4.1 Introducción

El método a emplearse en el análisis de presas debe ser lo suficientemente flexible como para admitir los diversos estados de carga a los que estará sometida la estructura. En el caso de una presa de arco estos son principalmente el empuje hidrostático (incluyendo presión de sedimentos y la eventual presión de hielo), las subpresiones, el peso propio, las contracciones de fragua, las variaciones de temperatura y las acciones de sismo (incluyendo la presión hidrodinámica).

Hasta hace unos 30 años, diversos métodos iterativos eran utilizados para el análisis de esfuerzos en presas. El principio fundamental de estos métodos era la repartición de carga entre arcos y voladizos; sin embargo, el costoso trabajo requerido por estos procedimientos y el desarrollo de las computadoras digitales han relegado estas técnicas, permitiendo el uso de métodos más eficientes.

Para el caso específico de presas de arco, el uso del método de elementos finitos es muy apropiado, debido a que permite trabajar con geometrías muy complejas en las que se pueden incluir aberturas y aliviaderos. El modelo permite incluir también la cimentación con sus correspondientes propiedades, puesto que pueden analizarse con facilidad medios no homogéneos e incluso anisotrópicos.

4.2 Método de Elementos Finitos

Los métodos de elementos finitos son técnicas para la solución de ecuaciones diferenciales que pueden interpretarse como una extensión de los procesos clásicos de residuos ponderados. En estos métodos se aproximan las funciones desconocidas por funciones de la forma:

$$\mathbf{u}=\mathbf{N}\cdot\mathbf{U} \quad [4-1]$$

donde \mathbf{u} son las funciones incógnita (para el caso aquí considerado éstas son las tres componentes del vector desplazamiento), la matriz \mathbf{N} agrupa diversas funciones de aproximación pre-establecidas y el vector \mathbf{U} incluye otros tantos parámetros por determinarse. Uno de los aspectos más importantes en la aplicación de métodos de residuos ponderados es la selección apropiada de las funciones \mathbf{N} . En los procesos clásicos las aproximaciones se plantean como funciones únicas para todo el medio estudiado; esto es factible sólo para situaciones en que el medio es homogéneo y la geometría es sencilla. En los métodos de elementos finitos este problema se resuelve con la consideración de funciones de aproximación locales, pero a costa de considerar un número de parámetros comparativamente grande. Frecuentemente los parámetros \mathbf{U} son los valores numéricos de las incógnitas en ciertos puntos o "nudos" del modelo y las funciones \mathbf{N} son entonces propiamente funciones de interpolación.

La formulación más empleada para el análisis estructural consiste en suponer aproximaciones para los desplazamientos y en base a ellas escribir expresiones para las deformaciones unitarias y los esfuerzos. Esto último implica que se cumplan exactamente las condiciones de continuidad y las relaciones esfuerzo-deformación. De otro lado, la solución debe satisfacer las ecuaciones diferenciales de equilibrio y las

correspondientes condiciones de borde. Sin embargo cuando son sustituidas las aproximaciones para los desplazamientos en las condiciones de equilibrio se obtienen ciertos errores o residuos.

El proceso se puede entonces plantear como la determinación de los parámetros U para los que los residuos son mínimos en un cierto sentido. El criterio más frecuente empleado es el de Galerkin [Crandal,1969]. En aplicaciones de análisis estructural esto no es otra cosa que el principio de trabajos virtuales. Los mismos resultados se obtienen por el método de Rayleigh-Ritz al considerar las aproximaciones $u=NU$ en el funcional de energía potencial (que es equivalente a las condiciones de equilibrio). La aproximación de desplazamientos permite convertir las ecuaciones diferenciales de equilibrio en un sistema de ecuaciones algebraicas o en ecuaciones diferenciales ordinarias. Para un problema estático (y en general para cualquier caso que corresponda a una situación estacionaria) se obtiene:

$$K.U=F \quad [4-2]$$

Tratándose de un análisis dinámico, las ecuaciones diferenciales parciales se convierten en un sistema de ecuaciones ordinarias:

$$M \ddot{U} + C \dot{U} + K U = F \quad [4-3]$$

cuya solución puede lograrse por métodos numéricos muy simples.

4.3 Ecuaciones básicas de elasticidad

4.3.1 Ecuaciones de continuidad geométrica

En este grupo pueden incluirse las ecuaciones que relacionan las deformaciones con los desplazamientos. En el caso tridimensional, el estado de desplazamiento queda definido por las componentes según las direcciones x,y,z

$$\vec{U} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad [4-4]$$

Para definir las medidas de deformación apropiadas puede considerarse un elemento infinitamente pequeño de longitud inicial ds y final $d\bar{s}$.

relacionando la longitud inicial " ds " con la longitud deformada " $d\bar{s}$ ", se tiene:

$$d\bar{s}^2 = ds^2 + 2 dx_i \varepsilon_{ij} dx_j \quad [4-5]$$

Donde:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i} \cdot u_{k,j}) \quad [4-6]$$

Sin embargo cuando las deformaciones son pequeñas pueden despreciarse los términos de segundo orden, quedando solamente la relación lineal entre deformaciones y desplazamientos. De esta manera, en notación indicial se tiene:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \text{ en } V \quad [4-7]$$

La misma ecuación en notación matricial quedará expresada como:

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{L}} \underline{U} \quad [4-8]$$

Siendo

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{L}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}$$

Definiendo $\gamma_{ij} = 2 \epsilon_{ij}$ si $i \neq j$

donde

$\underline{\underline{\epsilon}}$: Es un vector conteniendo las componentes del tensor de deformación.

$\underline{\underline{L}}$: Es el operador diferencial.

\underline{U} : Es el vector de desplazamiento.

La solución del problema debe también satisfacer condiciones de continuidad geométrica en el borde, típicamente:

$$u_i = \bar{u}_i \text{ en su borde } S_u \quad [4-9]$$

donde \bar{u} es un desplazamiento conocido.

4.3.2 Ecuaciones Constitutivas

Son aquellas que relacionan esfuerzos y deformaciones en cada punto. Si se supone un comportamiento elástico lineal para un material isotrópico, las relaciones en notación indicial son:

$$\sigma_{ij} = \lambda (\epsilon_{kk} - \epsilon_{kko}) \delta_{ij} + 2 G (\epsilon_{ij} - \epsilon_{ijo}) \quad [4-10]$$

$$\lambda = \frac{2 \nu G}{1 - 2\nu} : \text{Constante de Lamé}$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} : \text{Módulo de corte}$$

E : Módulo de elasticidad

ν : Módulo de Poisson

En general pueden tenerse cambios de temperatura, contracción de fragua, etc., situaciones para las que puede definirse un estado de "deformaciones iniciales" ϵ_0 ,

que corresponde a esfuerzos nulos.

En notación matricial

$$\underline{\sigma} = \underline{D} \left(\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_o \right) \quad [4-11]$$

Siendo

$$\underline{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} \quad \underline{D} = \begin{bmatrix} \lambda+2G & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & \lambda+2G & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & & \lambda+2G & 0 & 0 & 0 \\ & & & G & 0 & 0 \\ & \text{SIMET} & & & G & 0 \\ & & & & & G \end{bmatrix}$$

Donde

$\underline{\sigma}$, $\underline{\varepsilon}$ Componentes de los tensores de esfuerzo y deformación

\underline{D} Matriz de elasticidad del material

4.3.3 Ecuaciones de equilibrio

Considerando el equilibrio de un elemento diferencial se obtienen las siguientes ecuaciones [Timoshenko,1970], en notación indicial:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,j} + b_i &= 0 \\ \sigma_{ij} &= \sigma_{ji} \end{aligned} \quad \text{En el interior V} \quad [4-12]$$

y análogamente, del equilibrio de un elemento en el borde

$$n_j \sigma_{ij} = T_i \quad \text{en el borde } S_\sigma \quad [4-13]$$

en las que σ_{ij} se denomina:

Esfuerzo normal si $i = j$

Esfuerzo de corte si $i \neq j$

b_i : Son fuerzas de cuerpo (por unidad de volumen) que pueden corresponder a las acciones de la gravedad, sismo, etc.

En notación matricial se tendría:

$$\underline{L}^t \underline{\sigma} + \underline{b} = \underline{o} \quad \text{en el interior } V \quad [4-14]$$

Si se consideran las acciones sísmicas, el vector de fuerzas de cuerpo deberá escribirse como:

$$\underline{b} = \underline{\bar{b}} - \rho \underline{\ddot{U}} \quad [4-15]$$

donde

$\underline{\bar{b}}$ vector que incluye las fuerzas gravitatorias

ρ densidad

$\underline{\ddot{U}}$ vector de aceleraciones sísmicas

finalmente las ecuaciones de equilibrio se expresan como:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,j} + \bar{b}_i &= \rho \ddot{U}_i && \text{En el interior } V && [4-16] \\ \sigma_{ij} &= \sigma_{ji} \end{aligned}$$

y

$$n_j \sigma_{ij} = T_i \quad \text{en el borde } S_\sigma \quad [4-17]$$

4.3.4 Ecuaciones de Navier

Combinando las ecuaciones [4-8], [4-11] y [4-16] formuladas anteriormente pueden escribirse las ecuaciones de equilibrio en términos de desplazamientos (ecuaciones de Navier), en notación indicial

$$(\lambda + G) (u_{k,ik} - \varepsilon_{kko,i}) + G (u_{i,kk} - \varepsilon_{iko,k}) + \bar{b}_i = \rho \ddot{U}_i \quad \text{en } V \quad [4-18]$$

adicionalmente deben considerarse las condiciones de borde:

$$\lambda (u_{k,k} - \varepsilon_{kko}) n_i + G (u_{i,j} + u_{j,i} - \varepsilon_{ijo}) n_j = \bar{T}_i \quad \text{en } S_\sigma \quad [4-19]$$

$$u_i = \bar{u}_i \quad \text{en } S_u \quad [4-20]$$

4.4 Principio variacional de la energía potencial

Un principio variacional especifica una cantidad escalar (funcional) Π , definida por una expresión integral en la que se involucra una función incógnita y operadores conocidos. La solución para el problema es hallar la función que haga estacionario el funcional con respecto a pequeñas variaciones de esta función.

El principio variacional más utilizado en el análisis estructural es el de Energía

Potencial:

$$\Pi_p(u) = W_e + W_i$$

$$\begin{aligned} \Pi_p(u) & \text{ energía potencial total} \\ W_e & \text{ potencial de las cargas aplicadas} \\ W_i & \text{ energía de deformación} \end{aligned} \quad [4-21]$$

W_i es la energía de deformación

$$W_i = \int \left(\frac{1}{2} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} C_{ijkl} + \varepsilon_{ij0} \varepsilon_{kl} C_{ijkl} \right) dv \quad [4-22]$$

W_e es el trabajo externo, involucra las fuerzas de cuerpo y las tracciones de borde

$$W_e = - \int_V u_i (\bar{b}_i - \rho \ddot{u}_i) dv - \int_{S_\sigma} U_i \bar{T}_i ds \quad [4-23]$$

Expresándolo matricialmente se tiene:

$$\begin{aligned} \Pi_p = \int \left[-\frac{1}{2} \varepsilon^t \sigma - \varepsilon^t \sigma + u^t \left(\bar{b} - \rho \ddot{u} \right) \right] dv + \\ + \int_{S_\sigma} U^t \bar{T} ds + U^t F \end{aligned} \quad [4-24]$$

Puede probarse que el estado de desplazamiento que hace estacionaria (mínima) la energía potencial es aquel que satisface las ecuaciones de equilibrio.

4.5 Formulación del modelo discreto

Los desplazamientos en cualquier punto, \underline{u} , pueden aproximarse mediante funciones de forma (o de interpolación) y valores numéricos de las componentes de desplazamientos en los nudos \underline{U} :

$$\underline{u} = \underline{N} \underline{U} \quad [4-25]$$

y en forma consistente:

$$\underline{\dot{u}} = \underline{N} \underline{\dot{U}} \quad [4-26]$$

luego, por derivación:

$$\underline{\varepsilon} = \underline{B} \underline{U} \quad \text{y} \quad \underline{B} = \underline{L} \underline{N} \quad [4-27]$$

y utilizando las relaciones de esfuerzo deformación:

$$\underline{\sigma} = \underline{D} \left(\underline{B} \underline{U} - \underline{\varepsilon}_o \right) \quad [4-28]$$

Al considerar la aproximación $\underline{u} = \underline{N} \underline{U}$

el problema de tener que determinar las funciones \underline{u} que hacen mínimo el funcional $\Pi_p(\underline{u})$

se convierte en un problema de tener que determinar los parámetros \underline{U} que

minimizan la función $\Pi_p(\underline{U})$

El funcional:

$$\Pi_p(\underline{U}) = \int \left[\frac{1}{2} \underline{\varepsilon}'^T \underline{\sigma} - \underline{\varepsilon}'_o^T \underline{\sigma} - \underline{U}'^T \left(\underline{b} - \rho \underline{\ddot{U}} \right) \right] dv \quad [4-29]$$

$$- \int_{\mathcal{S}_\sigma} \underline{U}'^T \underline{\bar{T}} ds$$

se transforma entonces en la función:

$$\Pi_p(\underline{U}) = \frac{1}{2} \underline{U}^T \underline{K} \underline{U} + \underline{U}^T \left(\underline{F}_{\varepsilon_o} - \underline{F}_b + \underline{M} \underline{\ddot{U}} - \underline{F}_{\bar{T}} \right) \quad [4-30]$$

o:

$$\Pi_p(\underline{U}) = \frac{1}{2} \underline{U}^T \underline{K} \underline{U} + \underline{U}^T \underline{M} \underline{\ddot{U}} - \underline{U}^T \underline{F} \quad [4-31]$$

donde:

$$\underline{M} = \int \underline{N}^T \rho \underline{N} dv \quad \text{Matriz de masas consistentes}$$

$$\underline{K} = \int \underline{B}^T \underline{D} \underline{B} dv \quad \text{Matriz de rigidez}$$

$$\underline{F}_b = \int \underline{N}^T \underline{b} dv \quad \text{Fuerzas de cuerpo}$$

$$\underline{F}_{\bar{T}} = \int_{\mathcal{S}_\sigma} \underline{N}^T \underline{\bar{T}} ds \quad \text{Fuerzas de superficie}$$

$$\underline{F}_{\underline{\varepsilon}_o} = \int \underline{B}^T \underline{D} \underline{\varepsilon}_o dv \quad \text{Fuerzas equivalentes a las deform. iniciales}$$

$$\underline{F} = \underline{F}_{\underline{\varepsilon}_o} + \underline{F}_b + \underline{F}_T$$

Finalmente haciendo mínima la función $\Pi_p(U)$:

$$\frac{\partial \Pi_p}{\partial U} = 0$$

se obtiene:

$$\underline{M} \ddot{\underline{U}} + \underline{K} \underline{U} = \underline{F} \quad [4-32]$$

para el caso estático $\ddot{\underline{U}} = \underline{0}$ y en consecuencia:

$$\underline{K} \underline{U} = \underline{F} \quad [4-33]$$

4.6 Elemento Finito Utilizado

En el caso específico de esta presa de arco el modelo utilizado consiste en elementos isoparamétricos de 8 a 20 nudos (figura[4-1]). Cada nudo tiene componentes de desplazamiento en X,Y,Z.

Mediante una transformación de coordenadas apropiada es posible definir un elemento isoparamétrico (distorsionado) en el sistema XYZ asociado a un elemento

cúbico de 20 nudos en las coordenadas RST, de tal forma que a cada punto RST le corresponde un único punto en el espacio XYZ. Las transformaciones utilizadas son:

$$x = \sum N_i (r,s,t) X_i \quad [4-34]$$

$$y = \sum N_i (r,s,t) Y_i$$

$$z = \sum N_i (r,s,t) Z_i$$

Similarmente, las componentes de desplazamientos están dadas por:

$$u = \sum N_i (r,s,t) U_i \quad [4-35]$$

$$v = \sum N_i (r,s,t) V_i$$

$$w = \sum N_i (r,s,t) W_i$$

Lo que explica la denominación del elemento como "isoparamétrico".

Para un elemento de 8 nudos las funciones de aproximación son de la forma:

$$N_i = 1/8 (1+r_i r) (1+s_i s) (1+t_i t) \quad [4-36]$$

Si se consideran los nudos interiores, es decir del 9^{no} al 20^{vo} nudo, deberán hacerse correcciones a las 8 primeras funciones:

$$N_i = N_i - 1/2 (N_k + N_l + N_m) \quad [4-37]$$

Donde k,l,m son nudos interiores de tres aristas que concurren al nudo i. Además,

Para los nudos 9,11,13,15

$$N_i = 1/4 (1-r^2) (1+s_i s) (1+t_i t)$$

Para los nudos 10,12,14,16

$$N_i = 1/4 (1+r_i r) (1-s^2) (1+t_i t)$$

Para los nudos 17,18,19,20

$$N_i = 1/4 (1+r_i r) (1+s_i s) (1-t^2)$$

Eventualmente podrían no considerarse algunos de los nudos entre las posiciones 9^{no} al 20^{vo} en cuyo caso las correspondientes funciones N_i deberán igualarse a cero.

Se ha observado en la formulación de las ecuaciones que aparecen derivadas de las funciones de forma respecto de x, y, z . Para obtener éstas, se podría utilizar la siguiente relación:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial t} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} \\ \frac{\partial N_i}{\partial s} \\ \frac{\partial N_i}{\partial t} \end{bmatrix} \quad [4-38]$$

Se deduce por las ecuaciones anteriormente planteadas que:

$$\frac{\partial x}{\partial r} = \sum \frac{\partial N_i}{\partial r} X_i \quad \frac{\partial z}{\partial t} = \sum \frac{\partial N_i}{\partial t} Z_i$$

Definiendo a la matriz Jacobiana \underline{J} :

$$\underline{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial t} \end{bmatrix} \quad [4-39]$$

Finalmente:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{bmatrix} = \underline{J}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} \\ \frac{\partial N_i}{\partial s} \\ \frac{\partial N_i}{\partial t} \end{bmatrix} \quad [4-40]$$

Por otro lado, al formular problemas de elasticidad se presentan integrales de volumen.

Por ejemplo, en el caso de determinar la matriz de rigidez se tiene:

$$\underline{K} = \int_{\underline{v}} \underline{B}^T \underline{D} \underline{B} \, d\underline{v} \quad [4-41]$$

El cambio de variables

$$d\underline{v} = dx \, dy \, dz = | \underline{J} | \, dr \, ds \, dt \quad [4-42]$$

permite realizar la integración en el interior del elemento cúbico del sistema RST en lugar que en el elemento distorsionado XYZ.

Las integrales planteadas en la formulación pueden evaluarse en forma numérica, en el caso de la matriz de rigidez

$$\underline{K} = \int \underline{B}^T \underline{D} \underline{B} dv = \int \underline{B}^T \underline{D} \underline{B} | \underline{J} | dr ds dt \quad [4-43]$$

y utilizando el método de Gauss-Legendre, con tres puntos en cada dirección

$$\underline{K} = \sum_{k_1=1}^3 \sum_{k_2=1}^3 \sum_{k_3=1}^3 \underline{B}^T \underline{D} \underline{B} | \underline{J} | W_1 W_2 W_3 \quad [4-44]$$

en la que la matriz de deformación-desplazamiento es evaluada en las coordenadas r,s,t de cada punto de integración.

$$\underline{B} = \underline{B} (r_k , s_k , t_k)$$

En el caso de trabajar con integrales de superficie

$$f \underline{\bar{T}} = \int \underline{N}^T \underline{\bar{T}} da = \int \underline{N}^T \underline{\bar{T}} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} dr ds \quad [4-45]$$

$$da = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} \\ \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial z}{\partial r} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} \\ \frac{\partial y}{\partial s} \\ \frac{\partial z}{\partial s} \end{bmatrix} dr ds = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} dr ds \quad [4-46]$$

da en un vector orientado en la dirección normal a la superficie.

4.7 Convergencia

El uso de los métodos de elementos finitos proporciona soluciones aproximadas. Dos preguntas que surgen luego de conocer estas aproximaciones son el grado de bondad que tendrán y el modo que podría mejorarse la solución para aproximarse más a la exacta.

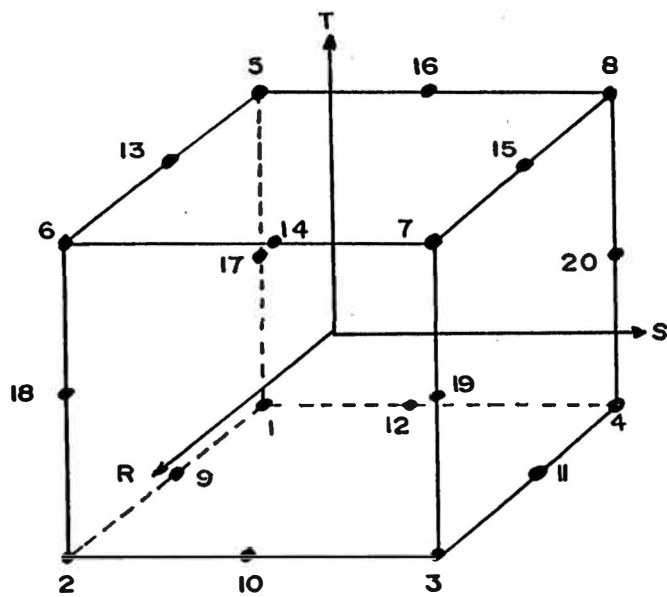
Aunque la primera pregunta sólo podría responderse si se conociera la solución exacta, la magnitud de los errores puede apreciarse en las discrepancias de los esfuerzos calculados en distintos elementos que concurren a un nudo y en los errores en las condiciones de equilibrio en los bordes. Por otro lado, puede demostrarse que la aproximación converge a la solución exacta al aumentar el número de términos o parámetros nodales U y por consiguiente al disminuir el tamaño de los elementos.

El orden de convergencia puede asociarse al grado p , de los polinomios de interpolación utilizados para cada elemento [Zienkiewicz,1980]. Para este caso particular las funciones para aproximar los desplazamientos son funciones de interpolación que incluyen términos completos hasta de 2^{do} grado, $p=2$. Si la dimensión característica de los elementos fuera " h " puede esperarse para los desplazamientos un error del orden $h^{p+1}=h^3$. Las deformaciones unitarias y los esfuerzos corresponden a derivadas primeras de los desplazamientos, el orden de convergencia para estos resultados será $h^p=h^2$. Esto significa que si para el mismo modelo se duplica el número de elementos, lo que significa reducir la dimensión característica a la mitad, los errores en los esfuerzos quedarían divididos entre cuatro.

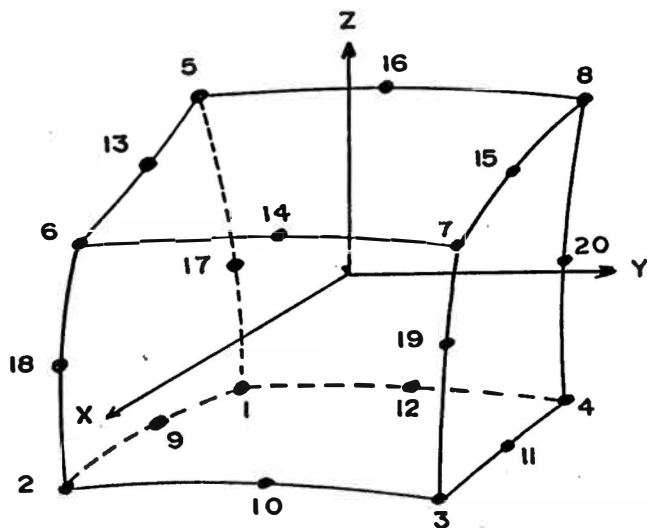
La disyuntiva surge ahora relacionada con el grado de refinamiento que debe

buscar el ingeniero, pues el trabajar con una estructura más refinada implica una mejor aproximación a los esfuerzos reales, sin embargo esto se consigue a cambio de un mayor esfuerzo de cómputo. El problema es justamente definir un grado de refinamiento tal que proporcione resultados satisfactorios en el menor tiempo posible.

Debe tenerse en cuenta que el número de operaciones requeridas para la solución de las ecuaciones de un análisis estático es aproximadamente proporcional al cubo del número de incógnitas. Sin embargo, el número de operaciones requeridas para ensamblar las ecuaciones aumenta sólo en proporción al número de elementos. Para un análisis dinámico espectral, el tiempo de cómputo crece más rápidamente, puesto que debe considerarse un mayor número de modos al utilizar modelos más refinados.



RST



XYZ

Figura [4-1] Elemento Isoparamétrico Tridimensional

CAPITULO V

EFFECTOS DE TEMPERATURA Y CONTROL DE FRAGUA

5.1 Control de temperatura en el concreto

5.1.1 Objetivos

Se requiere controlar la temperatura en el concreto masivo para: (1) Facilitar la construcción de la estructura; y (2) Minimizar y/o controlar el tamaño y espaciamiento de las fisuras en el concreto.

La medida y el grado del control de la temperatura se determinan por estudios de la estructura, su método de construcción y la temperatura del medio ambiente.

El fisuramiento en estructuras de concreto masivo afecta su impermeabilidad, esfuerzos internos, durabilidad y apariencia. El fisuramiento ocurre cuando los esfuerzos de tracción desarrollados exceden la capacidad máxima del concreto. Estas tensiones ocurren debido a la presencia de cargas externas en la estructura, pero más frecuentemente debido a las restricciones en el cambio volumétrico. Los cambios volumétricos de mayor consideración en concretos masivos son ocasionados por cambio de temperatura. Esta tendencia al fisuramiento que ocurre como resultado de los cambios de temperatura y diferenciales de temperatura puede reducirse a niveles aceptables, mediante el uso de diseños y procedimientos constructivos apropiados.

Algunos de los tratamientos de temperatura utilizados en estructuras masivas son: el uso de métodos de pre-enfriamiento, uso de sistemas de enfriamiento mediante tuberías embebidas, reducción de la cantidad de cemento utilizado, uso de cementos de bajo calor de hidratación y el reemplazo de parte del cemento por puzolanas.

5.1.2 Cambios volumétricos

Los cambios en el volumen debido a cambios de temperatura en concretos de corta edad pueden ser controlados dentro de límites razonables e incorporados dentro del diseño de la estructura. El estado final de la temperatura de equilibrio depende principalmente de las condiciones climáticas del sitio. La condición ideal sería simplemente eliminar cualquier caída de temperatura, esto podría ser conseguido vaciando el concreto a una temperatura lo suficientemente baja de tal forma que el incremento de temperatura debido a la hidratación del cemento alcance exactamente la temperatura del concreto en su condición estable final. Los cambios volumétricos de consideración son aquellos causados por la caída de temperatura desde la temperatura máxima, la cual ocurre inmediatamente después del vaciado, hasta la temperatura estable final de la estructura.

Se puede ejercer un control de la temperatura máxima limitando la temperatura del concreto fresco y minimizando el incremento de temperatura luego del vaciado. La temperatura del concreto fresco se controla utilizando métodos de pre-enfriamiento de los componentes de la mezcla. El incremento de temperatura luego del vaciado puede ser controlado por un sistema de enfriamiento consistente en tuberías embebidas, vaciando el concreto en capas poco profundas o usando un diseño de mezcla que incluya cementos de bajo calor de hidratación. Para cada estructura de concreto masivo pueden considerarse diversos métodos de control de temperatura. En el caso de presas de arco, la estructura se construye por bloques, los que al final deben trabajar como arcos monolíticos que transmitan la carga del reservorio a los apoyos por acción de los arcos. Estas juntas deberán ser llenadas con mortero en los meses más fríos del año.

5.1.3 Datos para el diseño

Los datos necesarios para el diseño en relación con el control de temperatura incluyen: Temperaturas ambientales del aire, temperaturas del agua del río y temperaturas anticipadas del reservorio, así como las propiedades térmicas del concreto a ser usado en la estructura.

El estimado de la temperatura ambiental que ocurrirá en el futuro en un sitio específico está basado en las temperaturas ocurridas observadas en el pasado en alguna estación climatológica cercana.

La temperatura del río puede obtenerse de informes hidrometeorológicos. Un buen estimado de la futura temperatura del agua almacenada podrá obtenerse de registros de temperaturas de reservorios similares. En los casos en que no se disponga de este tipo de registros se puede usar el principio de continuidad térmica para estimar la temperatura del reservorio.

Las propiedades térmicas del concreto son importantes debido a que están relacionadas directamente con los cambios volumétricos y la transferencia de calor. Estas propiedades son el calor específico, la conductividad y la difusividad. Esta última es la que se usa directamente en los cálculos, y es un índice de la facilidad con la que el concreto puede resistir cambios. La ecuación que relaciona estas propiedades es:

$$h^2 = \frac{k}{C \rho} \quad [5-1]$$

h^2 Difusividad en pies²/seg

k Conductividad BTU/pie.hr.°F

C Calor específico BTU/lb.°F

ρ Densidad lb/pie³

El principal factor que afecta las características térmicas del concreto es la composición mineralógica del agregado grueso.

5.2 Estudios de temperatura

5.2.1 Alcance general de los estudios

Los procedimientos requeridos para obtener una estructura monolítica y las medidas necesarias para reducir los fisuramientos se determinan por los estudios de control de temperatura. Adicionalmente a las condiciones climáticas del sitio, las condiciones de diseño de la estructura y los procedimientos constructivos requieren de un estudio para determinar los métodos y el grado de control de temperatura para la estructura. La temperatura ambiental y la temperatura probable del concreto se relacionan con la dimensión de la estructura, las condiciones constructivas y los esfuerzos admisibles. Como resultado de estos estudios, se debe determinar una temperatura máxima de colocación del concreto, las medidas que deben tomarse para limitar el incremento inicial de temperatura del concreto y las medidas de protección para aliviar las condiciones de fisuramiento durante el período de construcción.

5.2.2 Rango de la temperatura del concreto

En los análisis de esfuerzos de presas de arco se requiere determinar el rango de la temperatura media del concreto para cada arco de la presa. Este rango se determina a partir de la temperatura local del aire y del agua y eventualmente puede ser modificado por efecto de la radiación solar. Para estudios preliminares el rango de la temperatura media del concreto puede ser obtenido en un cálculo corto considerando para las temperaturas del aire y agua funciones sinusoidales con períodos de un día, 1 ó 2 semanas y un año, dependiendo de la severidad del clima.

En el cálculo de la temperatura media se utiliza usualmente un espesor constante de presa de apoyo a apoyo. Para arcos de espesor variable, la temperatura media debe ser calculada cada cuarto de presa.

(a) Temperatura ambiental del aire. Cuando se evalúa el rango de la temperatura media del concreto se utiliza la temperatura media diaria, media mensual y media anual. La teoría define a las temperaturas diarias y anual como variaciones sinusoidales de temperatura, aun cuando los ciclos sean verdaderamente ondas seno. Luego se supone un tercer ciclo definido por los registros máximos y mínimos. Se asigna valores numéricos (para condiciones climáticas extremas) a las amplitudes de este tercer ciclo y se suma a los ciclos diarios y anuales, con lo que finalmente se tendrá los registros reales de máximas y mínimas temperaturas del aire.

(b) Temperatura del agua del reservorio. La temperatura que será útil en estos estudios será aquella obtenida cuando el reservorio entra en funcionamiento. Esta temperatura del agua del reservorio varía con la profundidad y para todos los propósitos prácticos puede ser considerada que sólo tiene un ciclo anual. Para estudios preliminares, el rango

de temperatura media del concreto con el reservorio lleno será la condición normal. Se necesitarán estudios adicionales cuando el reservorio deba ser llenado o parcialmente llenado antes de que el concreto alcance su estado final de temperatura de equilibrio.

(c) Amplitudes de la temperatura del concreto. El rango de la temperatura del concreto se determina aplicando las temperaturas del aire y el agua a una losa plana teórica, siendo el ancho de la losa igual al espesor de la presa.

Para aplicar el flujo de calor teórico de modo práctico, se suponen valores unitarios para diversas variables y se grafica una curva adimensional para mostrar la relación de la variación de la temperatura media de la losa a la variación de la temperatura extrema. En la figura [5-1] se muestra la relación obtenida en losas planas expuestas a variaciones sinusoidales para $h^2=1.00$ pies² /día, un período de un día y un espesor de presa de L1. Se da una ecuación de correlación que relaciona el real espesor de la presa, la constante de difusividad y el período.

Para un espesor real de la presa de L2 se calcula un valor de L1 de la siguiente ecuación:

$$L_1 = \frac{L_2}{\sqrt{h_2^2 \gamma}} \quad [5-2]$$

L1 : Espesor de la losa teórica

L2 : Espesor de la losa real

h_2^2 : Difusividad del material

γ : Período de variación de temperatura

Nótese que el valor L1 depende, entre otros factores, del período de variación de la temperatura y que para períodos muy cortos la razón de la variación de la

temperatura media de la losa entre la variación externa de temperatura dará valores muy pequeños, lo cual indica que períodos de variación cortos no influyen de modo significativo en la temperatura del concreto. Es así que pueden calcularse diversos valores de L1 dependiendo de los períodos de variación de temperatura que se desee considerar.

Para cada valor de L1 se obtiene una relación de la variación de la temperatura media del concreto a la variación de la temperatura externa. Estas relaciones se multiplican por las amplitudes (calculadas previamente) para los respectivos períodos de variación. Finalmente estos resultados se adicionan o sustraen de la temperatura media anual del aire para obtenerla temperatura media del concreto para la condición en que exista aire en ambas caras o, dicho en otras palabras, cuando el reservorio este vacío. La temperatura media del concreto se obtiene del mismo modo para una condición ficticia de agua en ambas caras y finalmente las dos condiciones son promediadas para obtener la condición de aire en una cara y agua en la otra.

5.3 Consideraciones para el diseño

5.3.1 Temperatura de colocación

La máxima temperatura alcanzada en una masa de concreto está muy relacionada con la temperatura al momento de su colocación. Esto lleva a tener muy en consideración esta temperatura debido a que: (1) Temperaturas bajas de colocación del concreto minimizarán los gradientes de temperatura cerca a la superficie, (2) Podrá realizarse un control sobre la caída de temperatura desde la máxima a la temperatura estable final.

La temperatura real de la mezcla depende de la temperatura y calor específico de cada uno de los componentes de la mezcla. La temperatura de colocación del concreto puede disminuirse si se aplica algún procedimiento de enfriamiento a alguno de los componentes.

5.3.2 Temperatura de cierre

Se define a la temperatura de cierre de una presa de arco como la temperatura media del concreto en el momento en que la presa empieza a comportarse como una estructura monolítica. Esto sucede generalmente cuando se llenan las juntas de construcción.

Desde el punto de vista de los esfuerzos se busca que la temperatura de cierre sea la más baja posible cuando se trabaja con la condición de reservorio lleno y temperaturas ambientales mínimas. De este modo se busca reducir los esfuerzos de tracción en los arcos y voladizos. Normalmente esta temperatura de cierre se condiciona a un análisis de esfuerzos en el que se puede obtener la situación más favorable desde el punto de vista de tensiones, sin embargo esta temperatura puede estar condicionada por consideraciones prácticas o económicas.

5.3.3 Tamaño de los bloques de concreto

La temperatura de fisuramiento en estructuras masivas de concreto está relacionada con las dimensiones y formas de los bloques de construcción y las condiciones climáticas que se presentan durante el período de construcción. Pueden construirse bloques de hasta 60 metros con medidas de control de temperaturas normales, no teniéndose más que fisuras nominales. Cuando el espesor de la presa sea demasiado ancho, este puede

ser dividido en dos o más bloques separados por juntas longitudinales o puede construirse un bloque compacto aplicándole estrictas medidas de control de temperatura. La longitud de un bloque está relacionada con los esfuerzos en tracción que tiendan a desarrollarse dentro de ellos entre el momento en que el concreto es vaciado al bloque hasta el momento en que alcanza su temperatura final. Una consideración respecto de la relación máxima longitud/ancho de los bloques que se tendrán en la presa es que si la relación de la dimensión más larga respecto a la más corta es mayor que $2\frac{1}{2}$, podrían esperarse fisuras en los tercios de los bloques, por lo que se recomienda relaciones de 2 a 1 ó menores.

5.4 Métodos de control de temperatura

5.4.1 Pre-enfriamiento

Uno de los métodos más efectivos y que mejores resultados ha dado es aquel que reduce la temperatura del concreto al momento del vaciado. Los métodos utilizados de pre-enfriamiento pueden variar desde restringir la colocación en los meses más cálidos o durante las horas más cálidas del día hasta un sistema de enfriamiento total de los componentes de la mezcla.

El agua para la mezcla puede ser enfriada, usualmente entre 0° y 5°C . Eventualmente puede adicionarse hielo picado a la mezcla como un método efectivo de enfriamiento debido al calor latente de fusión del hielo, sin embargo la adición de grandes cantidades de hielo puede ser en muchos casos poco práctica.

El enfriamiento del agregado grueso a temperaturas cercanas a 2°C puede ser alcanzado por varios métodos. Uno de los métodos empleados es colocar el agregado

en grandes tanques de agua refrigerada por un período dado de tiempo. Alternativamente puede usarse aire refrigerado o rociarse el agregado con agua helada.

La arena puede ser enfriada cuando se pasa a través de tubos extractores de calor. También suelen aplicarse chorros de aire frío mientras la arena es transportada por medio de fajas. Rara vez se enfría el cemento.

Estas técnicas descritas permiten alcanzar temperaturas del concreto al momento del vaciado de 10°C. Podrían alcanzarse menores temperaturas, sin embargo esto sólo puede lograrse con un considerable incremento de costo.

5.4.2 Post-enfriamiento

El post-enfriamiento de masas de concreto en presas de arco es usado principalmente para reducir la temperatura del concreto de modo que puedan llenarse las juntas de contracción durante el período de construcción. También es usado como un medio efectivo de control de fisuras.

El enfriamiento artificial de masas de concreto mediante un proceso de circulación de agua helada a través de un sistema de tuberías embebido en la parte superior de cada bloque de construcción reducirá la temperatura pico del concreto a niveles seguros. El uso de este sistema permite bastante flexibilidad, ya que, al menos en teoría, se puede alcanzar prácticamente cualquier temperatura en cualquier momento y en cualquier punto de la presa.

5.4.3 Cantidad y tipo de cemento

Dado que el calor generado por el concreto es directamente proporcional a la cantidad de cemento utilizado por metro cúbico, el diseño de mezcla debe ser tal que alcance el esfuerzo requerido y la durabilidad con el menor contenido de cemento. La cantidad de cemento contenido en el concreto de este tipo de estructuras ha variado en el pasado de 5 a 8 bolsas por metro cúbico, pero en presas de construcción reciente se han usado contenidos tan bajos como tres bolsas de cemento más la adición de otros materiales cementantes.

El calor producido por el cemento juega un papel importante en el incremento de temperatura. A pesar de que los cementos son clasificados por tipos, la generación de calor dentro de cada tipo suele variar con su composición química. Cementos del tipo II y IV fueron desarrollados para usarse en concretos masivos. Se clasifica al cemento tipo II como un cemento modificado y se recomienda usarse donde sea requerido un calor de hidratación relativamente bajo. El cemento tipo IV es un cemento de bajo calor de hidratación, caracterizado por la baja generación de calor durante los primeros días. En la figura [5-2] puede apreciarse la generación de calor de los diferentes tipos de cementos.

5.4.4 Uso de puzolanas

Las puzolanas son usadas en el concreto por varias razones, una de ellas es reducir la temperatura pico debida al calor de hidratación de los materiales cementantes en la mezcla. Esto es posible debido a que las puzolanas generan un calor de hidratación mucho más bajo que los cementos portland. También pueden ser usadas como

reemplazo de parte del cemento portland para mejorar la trabajabilidad, la economía y obtener un concreto de mejor calidad. El tipo de puzolana a ser utilizado es determinado por el costo y disponibilidad.

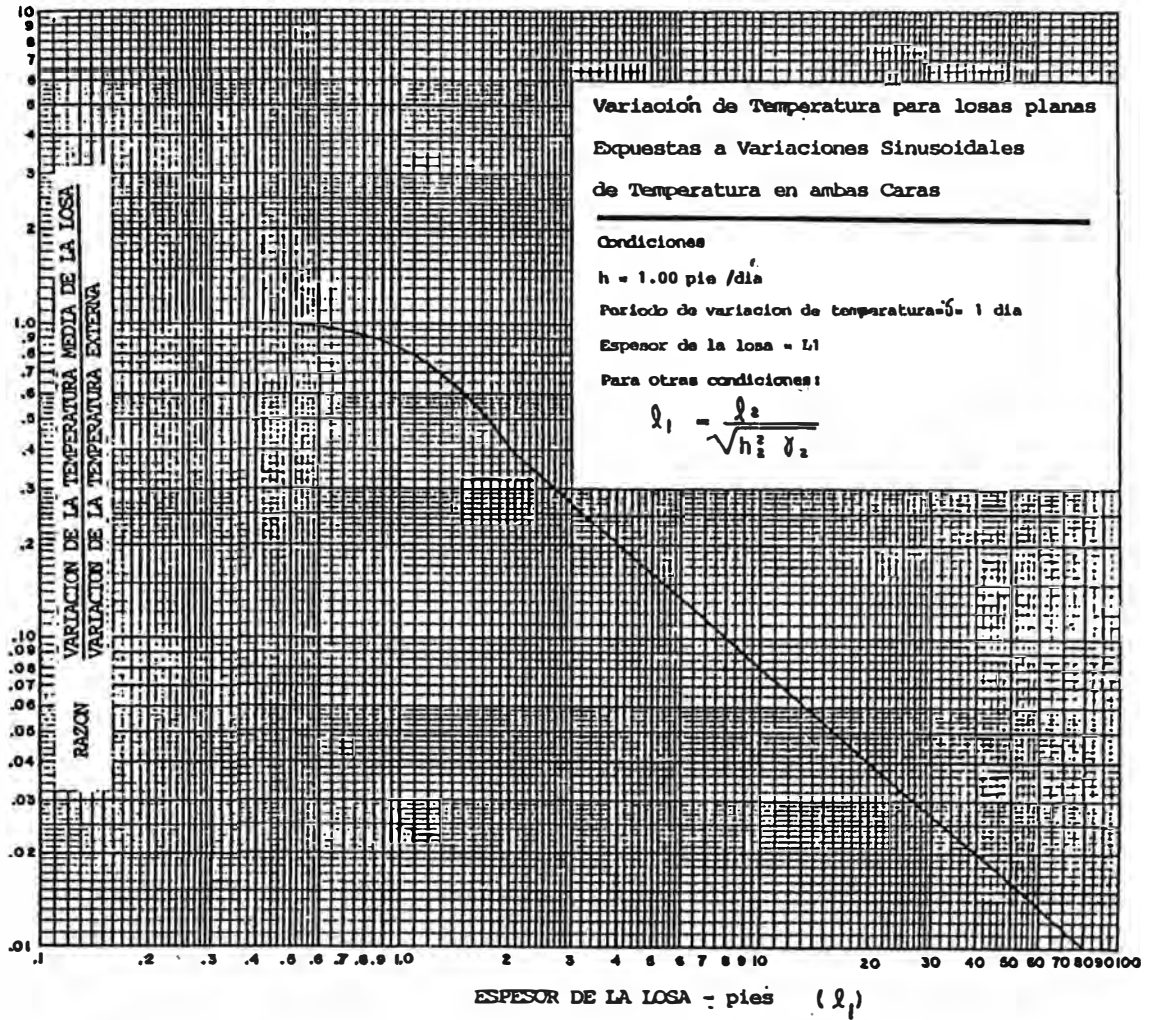


Figura [5-1] Variación de temperatura para losas planas expuestas a variaciones de temperatura sinusoidales en ambas caras [4]

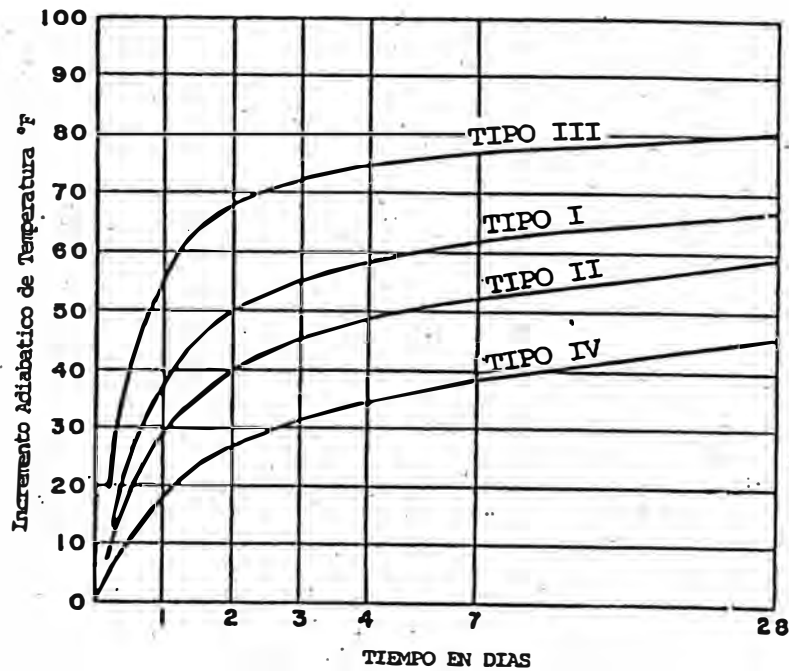


Figura [5-2] Incremento de temperatura de masas de concreto con un contenido de cemento de 225 kg/m³ [2]

CAPITULO VI

ANALISIS SISMICO POR SUPERPOSICION MODAL ESPECTRAL

6.1 Introducción

Las condiciones de equilibrio pueden expresarse como ecuaciones en derivadas parciales. Las aproximaciones (en espacio) de elementos finitos permiten reducir el problema a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias en tiempo.

Con las hipótesis de análisis lineal resulta un sistema de ecuaciones diferenciales lineales, cuya solución puede hacerse eficientemente por superposición modal. El proceso consiste en determinar primero los modos y frecuencias naturales, para luego resolver las ecuaciones diferenciales desacopladas o realizar un análisis modal espectral. La operación más costosa es la determinación de los modos y las frecuencias naturales.

6.2 Ecuaciones diferenciales de equilibrio

Para el modelo discreto las ecuaciones diferenciales de equilibrio pueden escribirse en la forma:

$$\underset{\sim}{M} \ddot{\underset{\sim}{U}} + \underset{\sim}{C} \dot{\underset{\sim}{U}} + \underset{\sim}{K} \underset{\sim}{U} = \underset{\sim}{0} \quad [6-1]$$

Donde $\underset{\sim}{M}$, $\underset{\sim}{C}$, $\underset{\sim}{K}$ son matrices de masa, amortiguamiento y rigidez respectivamente

y $\ddot{\underline{U}}$, $\dot{\underline{U}}$, \underline{U} son vectores de aceleración, velocidad y desplazamientos absolutos.

En la expresión [6-1] se incluyen fuerzas disipativas. Este término podría ser excluido puesto que tiene poca relación con la forma real de disipación, a cambio de ser introducido más adelante en los espectros de respuesta.

Los desplazamientos y aceleraciones absolutos pueden considerarse como la composición de un movimiento de cuerpo rígido, en el que la estructura se desplaza en su conjunto sin sufrir deformaciones, y las distorsiones, que son aquellos desplazamientos que producen deformaciones y esfuerzos. Así:

$$\begin{aligned}\underline{U} &= \underline{X} + \underline{1} U_s \\ \ddot{\underline{U}} &= \ddot{\underline{X}} + \underline{1} \ddot{U}_s\end{aligned}\quad [6-2]$$

donde:

\underline{X} y $\ddot{\underline{X}}$ son los vectores de desplazamientos y aceleraciones relativos

U_s y \ddot{U}_s denotan el desplazamiento y aceleración del terreno

Por definición:

$$\underline{K} \underline{1} U_s = \underline{0}\quad [6-3]$$

Sustituyendo [6-2] y [6-3] en [6-1] y excluyendo las fuerzas disipativas:

En la que $\underline{1}$ es un vector compuesto de ceros y unos que permite considerar

$$\underline{M} \ddot{\underline{X}} + \underline{K} \underline{X} = -\underline{M} \underline{1} \ddot{U}_S \quad (6-4) \quad [6-4]$$

solamente las componentes de la matriz de masa \underline{M} que están asociadas a \ddot{U}_S . De

este modo si, por ejemplo, en el caso que se trabajara con la componente de aceleración según la dirección vertical Z, se podría definir:

$$\underline{1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ - \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ - \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}$$

6.3 Frecuencias naturales y modos de vibración

El problema de la determinación de frecuencias naturales y modos de vibración (llamado también de valores y vectores característicos) se puede plantear del siguiente modo:

$$\underline{K} \underline{\phi}_i = \omega_i^2 \underline{M} \underline{\phi}_i \quad [6-5]$$

Los valores ω_i son las frecuencias naturales del sistema y los vectores $\underline{\phi}_i$ son

los modos de vibración.

El número de soluciones distintas ω_i, ϕ_i es igual al orden n de las matrices

cuadradas \underline{K} y \underline{M}

Debido a que las matrices \underline{K} y \underline{M} son simétricas y definidas positivas, todos los

valores y vectores característicos son reales y positivos [Bathe y Wilson, 1976].

Los modos satisfacen las siguientes propiedades de ortogonalidad:

$$\begin{aligned} \underline{\Phi}^T \underline{M} \underline{\Phi} &= \underline{I} \\ \underline{\Phi}^T \underline{K} \underline{\Phi} &= \underline{\Lambda} \end{aligned} \quad [6-6]$$

\underline{I} Matriz de identidad

$\underline{\Lambda}$ Matriz diagonal que representa los valores propios (frecuencias naturales al

cuadrado)

$$\underline{\Phi} = \begin{pmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \dots & \phi_n \\ \sim & \sim & & \sim \end{pmatrix}$$

Los vectores ϕ_i forman una base completa, es decir cualquier vector de orden n

puede ser expresado como una combinación lineal de los vectores característicos.

Así se tiene que:

$$\underline{\underline{x}} = \underline{\underline{x}}(t) = \sum_{i=1}^n C_i(t) \underline{\underline{\phi}}_i \quad [6-7]$$

La solución del problema de valores y vectores característicos planteado por la ecuación [6-5] puede obtenerse por varios métodos. En este trabajo se utilizó el método de "iteración en el subespacio" [Bathe y Wilson,1976].

6.4 Análisis Modal

6.4.1 Ecuaciones diferenciales desacopladas

Si se reemplaza [6-7] en la ecuación [6-4] se tiene:

$$\sum \ddot{C}_i \underline{\underline{M}} \underline{\underline{\phi}}_i + \sum C_i \underline{\underline{K}} \underline{\underline{\phi}}_i = -\underline{\underline{M}}^{-1} \ddot{U}_S \quad [6-8]$$

multiplicando por $\underline{\underline{\phi}}_j^T$:

$$\sum \dot{C}_i \left(\underline{\underline{\phi}}_j^T \underline{\underline{M}} \underline{\underline{\phi}}_i \right) + \sum C_i \left(\underline{\underline{\phi}}_j^T \underline{\underline{K}} \underline{\underline{\phi}}_i \right) = -\underline{\underline{\phi}}_j^T \underline{\underline{M}}^{-1} \ddot{U}_S \quad [6-9]$$

y utilizando las propiedades enunciadas en [6-6], cuando $i=j$, se obtiene:

$$\ddot{c}_i + c_i \omega_i^2 = \Gamma_i(-\ddot{U}_S) \quad [6-10]$$

Γ_i se denomina factor de participación modal i

$$\Gamma_i = \frac{\phi_i^T M \mathbf{1}}{\phi_i^T \phi_i} \quad [6-11]$$

Es importante señalar que existen tres factores de participación modal para cada modo, dependiendo de la componente de aceleración sísmica, es decir según el vector $\mathbf{1}$ que se utilice.

Puede plantearse una ecuación de la forma [6-10] para cada modo ϕ_i . Debido a que estas ecuaciones están desacopladas, ellas pueden resolverse en forma independiente. Podría incluirse un amortiguamiento del tipo viscoso en cada una de las ecuaciones:

$$\ddot{c}_i + 2 \beta w_i \dot{c}_i + w_i^2 c_i = \Gamma_i (-\ddot{U}_s) \quad [6-12]$$

En la que implícitamente se supone la existencia de una matriz de amortiguamiento que satisface la siguiente condición de ortogonalidad:

$$\phi_i^T C \phi_j = 2 \beta w_i \delta_{ij} \quad [6-13]$$

β : Fracción del amortiguamiento crítico

6.4.2 Espectros de respuesta

Se ha observado que las ecuaciones del tipo [6-12] permiten obtener $C_i(t)$ y consecuentemente utilizando [6-7] $X(t)$; sin embargo lo que busca el ingeniero es

conocer los efectos máximos. Esto se logra utilizando espectros de respuesta. En la ecuación [6-12] sólo intervienen w_i y β como características de la estructura. Para cada registro sísmico $\ddot{U}_s(t)$ y cada par de valores w_i y β , puede resolverse la ecuación, obteniéndose $C_i(t)$ y en particular su valor máximo.

$$\text{maxim}((C_i(t))=Sd(w_i,\beta)$$

El valor Sd será obtenido de un espectro de desplazamiento. Análogamente los valores máximos $\dot{C}_i(t)$ y $\ddot{C}_i(t)$ pueden obtenerse del siguiente modo:

$$Sv(w_i,\beta) = w Sd(w_i,\beta) \quad [6-14]$$

$$Sa(w_i,\beta) = w^2 Sd(w_i,\beta) \quad [6-15]$$

En los que Sv y Sa son los espectros de pseudo-velocidades y de pseudo-aceleraciones respectivamente. El prefijo pseudo indica que Sv y Sa no son exactamente la velocidad y aceleración máxima (excepto para el caso $\beta=0$).

6.4.3 Efectos máximos

Luego de haberse obtenido los valores Sd y Sa de los espectros de desplazamientos y pseudo-aceleraciones correspondientes a cada período T_i , se calculan las contribuciones de cada modo a los desplazamientos y esfuerzos para cada modo; por ejemplo:

$$\tilde{X}_i = \Gamma_i S_d \tilde{\phi}_i \quad [6-16]$$

A partir de los desplazamientos \tilde{X}_i se pueden estimar las correspondientes deformaciones y esfuerzos

$$\tilde{\varepsilon}_i = \tilde{B} \tilde{X}_i \quad [6-17]$$

$$\tilde{\sigma}_i = \tilde{D} \tilde{\varepsilon}_i = \tilde{D} \tilde{B} \tilde{X}_i \quad [6-18]$$

6.4.4 Combinación Modal

Los efectos máximos obtenidos para cada modo no ocurren simultáneamente y por regla general no se tiene información sobre la diferencia de fase entre los modos. Es por ello que los resultados previamente obtenidos deben combinarse con hipótesis conservadoras para estimar los máximos efectos de cada tipo. Para la combinación modal el criterio más frecuente es el de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los valores modales. Por ejemplo, para el esfuerzo τ_{xy} en un punto

$$\tilde{\tau}_{xy} = \left(\sum_i \tau_{xy_i}^2 \right)^{1/2} \quad [6-19]$$

La norma de diseño sismo-resistente especifica que se considere el promedio de la suma de los valores absolutos y la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los valores modales; sin embargo la norma referida es para edificios, en el caso de presas no existe

una norma de diseño.

Finalmente cabe resaltar el hecho de que en la respuesta final de la estructura los modos que intervienen de manera más significativa son los primeros, es decir aquellos asociados a los menores valores w .

6.5 Presión hidrodinámica

El pionero de estos trabajos fue H.M. Westergaard, quien estableció un procedimiento racional para considerar las cargas hidrodinámicas en presas de gravedad durante la ocurrencia de sismos. Aunque el caso estudiado se limitó a presas rígidas con paramento aguas arriba vertical y reservorios de longitud infinita, ignorando las olas superficiales y considerando sólo pequeños desplazamientos en las partículas del fluido, este trabajo es considerado como un punto de partida muy importante.

Fórmula generalizada de Westergaard

El estudio de Westergaard no trató de incluir todos los efectos posibles; más aún, planteó hipótesis simples para el caso que estudiaba y en base a ellos obtuvo soluciones razonables desde el punto de vista ingenieril. Las hipótesis consideradas fueron:

- 1) La presa es idealizada como una estructura monolítica con paramento vertical aguas arriba.
- 2) El reservorio se extiende al infinito en la dirección aguas arriba.
- 3) Los desplazamientos de las partículas de fluido son pequeños.
- 4) Las olas superficiales son ignoradas.

5) Sólo se considera el movimiento del terreno en la dirección aguas arriba - aguas abajo.

De acuerdo con estas hipótesis planteó un problema de valor inicial y obtuvo distribuciones en la cara aguas arriba de la presa. Para fines prácticos en ingeniería se aproxima la distribución de presiones (para un fluido incompresible) por una parábola. Westergaard observó que "las presiones eran las mismas si una cierta masa de agua era forzada a moverse con la presa mientras el resto del reservorio se mantenía quieto". La cantidad de agua incluida fue determinada igualando la inercia de este cuerpo de agua a las presiones que actuaban sobre el paramento de la presa bajo el mismo movimiento de la presa.

De esta forma Westergaard propuso (figura [6-1]) que la presión dinámica podía ser expresada así:

$$P_z = \frac{7}{8} C \gamma_w \sqrt{H(H-Z)} = \frac{7}{8} \rho \ddot{U} \sqrt{H(H-Z)} \quad [6-20]$$

C : Coeficiente de aceleración sísmica horizontal

γ_w : Peso unitario del agua

\ddot{U} : Aceleración sísmica horizontal

ρ : Masa unitaria del agua

H : profundidad del reservorio sobre la base de la presa

Z : Distancia desde la base

P_z : Presión hidrodinámica a la altura Z desde la base de la presa

La ecuación [6-20] indica que la presión hidrodinámica actúa normal al paramento aguas arriba de la presa y que es equivalente a una fuerza de inercia de un cuerpo prismático de agua de área transversal unitaria y longitud $7/8x[H(H-Z)]^{(1/2)}$ conectada firmemente a la presa y moviéndose con ella en la dirección aguas arriba - aguas abajo, sin fricción. Esta masa de agua acoplada a la presa y moviéndose con ella es la "masa adosada", un primer concepto introducido por Westergard que simplificó considerablemente el análisis dinámico con efectos hidrodinámicos.

De acuerdo con esta definición, el concepto de masa adosada puede ser generalizado y aplicado a la geometría del paramento aguas arriba de presas de arco.

En el análisis por elementos finitos, si se discretiza la presa en pequeños elementos, la presión hidrodinámica será:

$$P_i = \alpha_i \ddot{U}n_i^t \quad [6-21]$$

P_i : Presión hidrodinámica en el nudo i

$\ddot{U}n_i^t$: Aceleración normal total en el nudo i

α_i : Coeficiente de presión de Westergaard

$$\frac{7}{8} \rho \sqrt{H_i (H_i - Z_i)}$$

ρ : Densidad del agua

H_i : Profundidad del agua en la sección vertical que incluye al nudo i

Z_i : Altura del nudo i sobre la base de la presa.

Una vez calculada la presión en cualquier punto i de la presa, la fuerza hidrodinámica se obtendrá multiplicando la presión hidrodinámica (ecuación [6-21]) por el área tributaria de cada nudo i .

$$F_{n_i} = P_i A_i \quad [6-22]$$

donde:

F_{n_i} : Fuerza hidrodinámica normal modal

P_i : Presión hidrodinámica en el nudo i

A_i : Área tributaria asociada al nudo i

Usando simultáneamente las ecuaciones [6-21] y [6-22]

$$F_{n_i} = \rho \left(\frac{7}{8} \sqrt{H_i (H_i - Z_i)} \right) A_i \ddot{U}_{n_i}^t \quad [6-23]$$

$$= \rho V_i \ddot{U}_{n_i}^t = M a_i \ddot{U}_{n_i}^t \quad [6-24]$$

donde:

$M a_i$: Masa añadida asociada al nudo i

V_i : Volumen de agua añadido asociado al nudo i

Deseando concentrar la masa de agua en los nudos del paramento aguas arriba de la presa, se modeló el doble de la masa de agua dada por la ecuación [6-24], de modo que sólo la mitad de ella se concentrará sobre los nudos del paramento aguas arriba y la otra mitad se concentra sobre el "borde restringido" opuesto al paramento de la presa.

En la figura [6-2] se muestra el modelo de agua utilizado a fin de adosar la masa efectiva sobre el paramento aguas arriba de la presa.

Finalmente la ecuación de movimiento del sistema fluido-estructura utilizando el modelo planteado por Westergaard será:

$$\left(\begin{matrix} M \\ \sim \end{matrix} + \begin{matrix} Ma \\ \sim \end{matrix} \right) \ddot{U}' + \begin{matrix} C \\ \sim \end{matrix} \dot{U} + \begin{matrix} K \\ \sim \end{matrix} U = \begin{matrix} 0 \\ \sim \end{matrix} \quad [6-25]$$

$\begin{matrix} M \\ \sim \end{matrix}$, $\begin{matrix} C \\ \sim \end{matrix}$, $\begin{matrix} K \\ \sim \end{matrix}$ Matrices de masa, amortiguamiento y rigidez respectivamente de la presa

$\begin{matrix} \dot{U} \\ \sim \end{matrix}$, $\begin{matrix} U \\ \sim \end{matrix}$ Vectores de velocidad y desplazamiento de la presa

$\begin{matrix} \ddot{U}' \\ \sim \end{matrix}$ Vector de aceleración total de la presa

$\begin{matrix} Ma \\ \sim \end{matrix}$ Matriz de masa adosada de agua

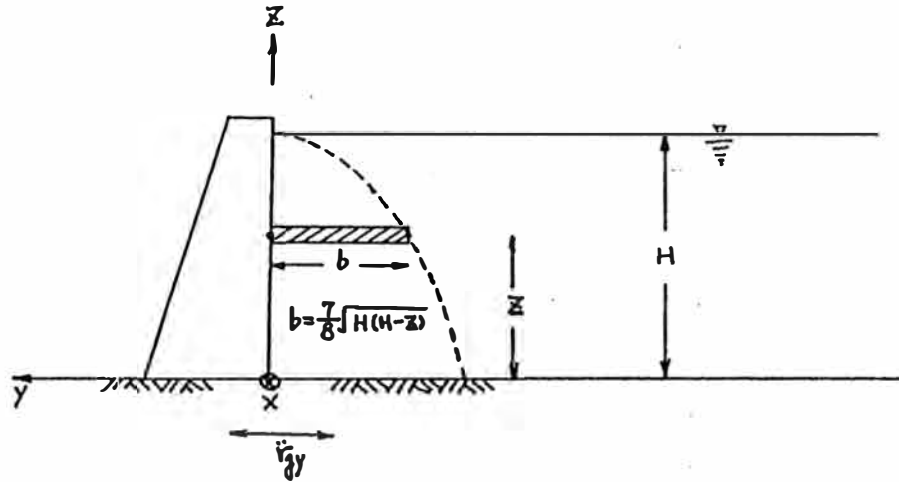


Figura [6-1] Modelo de masa adosada de agua propuesto por Westergaard [15]

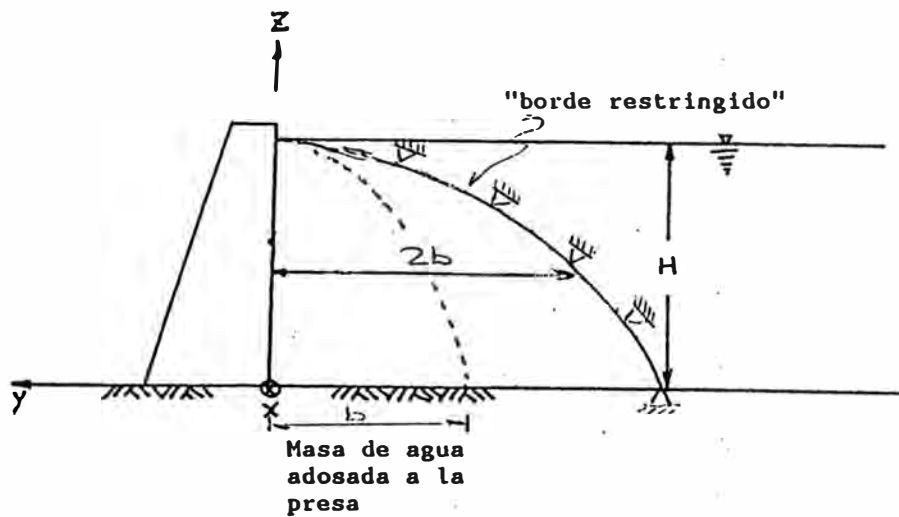


Figura [6-2] Modelo utilizado para el análisis por elementos finitos

CAPITULO VII

DIMENSIONAMIENTO Y ANALISIS DE LA PRESA

CHADIN 2

7.1 Geometría de la presa

Considerando los criterios mencionados en los capítulos anteriores sobre el dimensionamiento de presas de arco, el diseño empezó por la recolección de los datos necesarios, tales como información geológica, planos topográficos y características generales de la presa.

ELECTROPERU proporcionó un levantamiento topográfico a escala 1:2000, en él se ubica la posición propuesta para la presa. Para predimensionar la presa fue necesario determinar algunas dimensiones básicas:

Altura de la presa:	175 m. (H)
Longitud en la cresta:	320 m. (L1)
Longitud en el nivel 0.15H:	65 m. (L2)
Espesor en la cresta:	5.5 m. (T_c)
Espesor en la base:	19.5 m. (T_b)

Para el dimensionamiento inicial del voladizo central se siguieron las pautas indicadas en la tabla [2-1] respecto a las proyecciones aguas arriba y aguas abajo de esta sección con referencia del eje.

El siguiente paso fue definir las líneas de centros, lo que depende básicamente del perfil del cañón. Haciendo una sección a la zona de la presa se observó que el

cañón presentaba una garganta en forma de V con cierta asimetría (figura [7-1]), debido a esto se decidió hacer un diseño con dos líneas de centros diferentes para ambos lados de la presa.

El estribo derecho, según el sentido aguas arriba-aguas abajo, presenta taludes con menor inclinación, por lo que se diseñó la línea de centros para este estribo de modo que los respectivos arcos tuvieran menor curvatura que los arcos correspondientes al otro estribo (figura [7-2]).

Posteriormente se trazaron los arcos para elevaciones cada 25 m, controlando el ángulo de intersección entre el intradós y las curvas de nivel correspondientes.

Dado que el análisis sería hecho utilizando el método de elementos finitos, luego de definirse la geometría de los arcos y su intersección con los taludes, se procedió a discretizar la estructura en elementos más pequeños, incluyendo a la cimentación como parte del modelo. Diversos autores [U.S. Bureau of Reclamation, 1977], [The Institution of Civil Engineers, 1968] recomiendan que el número de arcos a definir deberá ser mayor que cinco y afirman que se obtendrá una aproximación en los resultados suficientemente buena con un número de arcos cercano a diez.

Seguidamente se calcularon las coordenadas de los nudos y otros valores requeridos para el análisis. Luego del primer análisis se vió la necesidad de hacer ciertas modificaciones en la forma del voladizo central y en las líneas de centros.

Dado que en el análisis con la geometría inicialmente propuesta se presentaron esfuerzos de tracción en los arcos mayores que los admisibles, el rediseño consistió básicamente en darles mayor curvatura considerando siempre el ángulo de intersección de los arcos con los apoyos. Luego se procedió a realizar un nuevo análisis y los

resultados mostraron un buen comportamiento para cargas estáticas; sin embargo los esfuerzos generados por sollicitaciones sísmicas excedían los límites admisibles, por lo que hubo la necesidad de modificar por tercera vez la geometría de la presa. Se requería darle mayor rigidez a los arcos superiores por lo que se disminuyeron los radios y se modificó la línea de centros acercándola hacia el voladizo central, para de esta forma darle mayor curvatura a los arcos. El tercer análisis mostró resultados muy apropiados para las combinaciones de carga consideradas. En las figuras [7-2] y [7-3] se muestra una vista en planta con el diseño final, el voladizo central y las líneas de centros definitivas.

El ángulo central final resultó igual a 111° y el radio superior igual a 180 m. Los niveles para los cuales fueron definidos los arcos (referidos respecto al nivel del mar) son: 660, 675, 700, 725, 750, 775, 800 y 830.

7.2 Propiedades de los materiales

Para efectos de este estudio se consideraron propiedades típicas, sobre la base de información disponible para presas de arco ya construidas

Concreto

Peso unitario : 2400 kg/m^3

Esfuerzo en compresión : 280 kg/cm^2

Esfuerzo en tracción : 20 kg/cm^2

Módulo de elasticidad : 280000 kg/cm^2

Módulo de Poisson : 0.15

Coefficiente de dilatación : $1 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$

Coefficiente de difusividad : $0.004645 \text{ m}^2/\text{hr}$

Roca base (metamórfica)

Peso unitario : 2600 kg/m^3

Módulo de elasticidad : 380000 kg/cm^2

Módulo de Poisson : 0.15

Esfuerzo en compresión : 1600 kg/cm^2

7.3 Cargas consideradas

Los estados de carga considerados para el análisis fueron:

Presión hidrostática. Correspondiente al nivel de embalse máximo (830 m.s.n.m.), con un peso específico del agua de 1 Tn/m^3 .

Fuerzas de gravedad. Calculadas directamente de la geometría y el peso unitario del material.

Acciones de temperatura. Se hizo un análisis para las condiciones extremas máximas y mínimas. Una explicación más detallada de este estudio podrá encontrarse más adelante.

Fuerzas sísmicas. Se hicieron análisis para sismos en las direcciones X, Y y Z, es decir en dirección del eje de la presa, transversal y vertical. Los espectros utilizados para estos estudios son tratados posteriormente.

Fuerzas hidrodinámicas. Se consideró conveniente hacer un análisis por cargas hidrodinámicas en previsión de que estas cargas ocasionaran esfuerzos en la estructura de mayor magnitud que los esfuerzos obtenidos del análisis sísmico con la presa vacía.

7.4 Combinaciones

Los estados de carga analizados fueron:

- (1) Presión Hidrostática
- (2) Peso Propio
- (3) Variación de temperatura N°1 (Máxima extrema)
- (4) Variación de temperatura N°2 (Mínima extrema)
- (5) Presión Hidrodinámica
- (6) Sismo dirección X
- (7) Sismo dirección Y
- (8) Sismo dirección Z

Las combinaciones consideradas para los diferentes estados de carga se muestran en la siguiente tabla.

		Estados de carga							
		1	2	3	4	5	6	7	8
PRESA LLENA	Estático	X	X	X					
		X	X		X				
	Dinámico	X	X	X		X			
		X	X	X				X	
		X	X	X					X
		X	X	X	X	X			
		X	X		X			X	
		X	X		X				X
PRESA VACIA	Estático		X	X					
			X		X				
	Dinámico		X	X			X		
			X	X				X	
			X	X					X
			X		X		X		
			X		X			X	
			X		X				X

Tabla [7-1] Combinaciones de carga

Los esfuerzos admisibles para el concreto para cargas estáticas han sido señaladas dentro de las propiedades de los materiales. Los esfuerzos admisibles en el caso de solicitaciones de carga dinámica han sido incrementados en un 33% respecto a los esfuerzos admisibles para cargas estáticas, así se tendrá:

Resistencia en compresión : 370 kg/cm^2

Resistencia en tracción : 27 kg/cm^2

7.5 Análisis por temperatura

Para iniciar con el proceso de análisis por variación de temperatura, debió previamente recopilarse información de temperaturas proporcionadas por el SENAMHI para la zona de la presa. Las mediciones disponibles fueron registradas en la estación de Bambamarca CO-362 y consistieron en:

Temperatura media mensual entre los años 1962 - 1985

Temperatura mínima media entre los años 1962 - 1985

Temperatura máxima media entre los años 1962 - 1985

Temperatura mínima diaria para un mes típico

Temperatura máxima diaria para un mes típico

Con todos estos datos se procedió a calcular la temperatura ambiental anual promedio y su rango de variación anual y diario para condiciones climáticas usuales y extremas, las cuales se muestran en la tabla [7-2].

Un paso previo al proceso de cálculo de temperaturas del concreto fue determinar la relación entre L_1 y L_2 definidas por la ecuación [5-2]

$$\text{Para variaciones anuales } L_1=0.0478L_2 \quad [7-1]$$

$$\text{Para variaciones diarias } L_1=0.9172L_2 \quad [7-2]$$

El siguiente paso consistió en calcular las temperaturas del concreto para las condiciones de operación en las que el reservorio se encuentre lleno o vacío. Se consideraron espesores de arco para diferentes niveles (cada 12.5 m de altura aproximadamente) y en cada cuarto de presa; sin embargo debido a la poca variación entre los espesores para los diferentes voladizos se trabajó sólo con el voladizo central. El proceso de cálculo y los valores obtenidos se detallan en el capítulo 5. Los datos

obtenidos se muestran en la tabla [7-3] y representan las temperaturas máximas y mínimas a las que estará sometida la presa.

Las columnas L1 anual y L1 diarios de la tabla [7-3] se calculan multiplicando las relaciones [7-1] y [7-2] respectivamente por la columna L2. Las columnas de amplitud tanto para condiciones extremas como para condiciones usuales se obtienen de la suma algebraica del producto de los valores obtenidos de la figura [5-1] por sus correspondientes rangos dados en la tabla [7-2]. Las temperaturas máximas y mínimas se obtendrán sumando y restando las amplitudes anteriormente calculadas de la temperatura ambiental promedio.

Con el mismo procedimiento se calcula la temperatura del concreto cuando ambas caras están sumergidas en agua y finalmente para la condición en la que el reservorio esté en operación se promediarán las dos condiciones anteriormente consideradas.

Para efectos del análisis de variación de temperatura fue necesario calcular la variación de las temperaturas anteriormente mencionadas respecto a la temperatura de cierre. En este estudio se ha supuesto como temperatura de cierre la temperatura anual promedio (14.3°C).

Dado que las variaciones para las condiciones usuales son menores pero muy cercanas a las variaciones para las condiciones extremas, para efectos de este estudio sólo se consideraron las variaciones extremas. Adicionalmente a la variación de temperatura estimada que será asignada al cuerpo de la presa, se estimó una variación de temperatura entre la cara expuesta al sol (paramento aguas abajo) y la cara sumergida (paramento aguas arriba), la cual varía con la altura.

7.6 Espectro de diseño

Los estudios de sismicidad de la zona, basados en la evaluación de los criterios geológicos, la información sísmica y el análisis de riesgo sísmico, concluyen en la estimación de un sismo de diseño cuya magnitud sería de 9.5 en la escala de Richter, el mismo que podría causar una aceleración sísmica horizontal máxima de 0.38 g. Para la aceleración vertical se consideró un máximo de 0.25 g, es decir, aproximadamente $2/3$ de la aceleración horizontal máxima.

La característica del sismo de diseño esta basada en estimaciones puramente estadísticas, sin embargo se considera que la aproximación para la aceleración máxima es preliminar y conservadora. Estos estudios no especifican ningún espectro de diseño. La forma de los espectros corresponde a los propuestos por Newmark, Blume y Kapur, 1973. Las figuras [7-4] y [7-5] muestran los espectros de diseño para movimientos horizontales y verticales respectivamente. Al comparar el espectro de diseño utilizado con el propuesto por el RNC se observó que se esta trabajando con un espectro bastante conservador.

7.7 Modelo de elementos finitos

El modelo utilizado para el análisis estático incluye a la cimentación como parte del modelo. La presa de arco propiamente dicha consta de 372 nudos y 53 elementos, sin embargo al incluir la cimentación el número de nudos aumenta a 626 y el número de elementos a 113.

Para el análisis hidrodinámico se debió incluir masas de agua como parte del modelo por lo que el número de elementos aumentó a 809 y los elementos a 165.

Los elementos discretizados son por lo general de 25 m de ancho y 25 m de alto, el espesor es variable siendo para los elementos del arco superior igual a 5.5 m y del arco inferior 20 m. Los elementos cercanos a la cimentación presentan geometría variable puesto que completan el espacio libre dejado por el último elemento generado con las características ya señaladas y la roca base.

El número de grados de libertad para el análisis resultó igual a 1098. Al incluir a la cimentación como parte del modelo se incrementó el número de grados de libertad a 1374.

Los programas de análisis se corrieron en el Centro de Cómputo del CISMID. La computadora utilizada corresponde al modelo IBM 9370. El tiempo empleado para hacer el análisis estático para un estado de carga fue de aproximadamente nueve minutos. En el caso del análisis dinámico el tiempo fue aproximadamente 25 minutos y para el análisis hidrodinámico 29 minutos.

Los programas utilizados para el análisis estático y dinámico mostraban los resultados de esfuerzos referidos a los ejes X, Y y Z, por lo que fue necesario utilizar otro programa para calcular los esfuerzos principales. En la figura [7-6] se muestra una vista frontal de la presa y los elementos discretizados que la conforman. La figura [7-7] muestra los elementos componentes del modelo analizado.

TEMPERATURA AMBIENTAL ANUAL PROMEDIO 57.8 F	CONDIC. CLIMATICA EXTREMAS		CONDIC. CLIMATICA USUALES	
	SOBRE LA MEDIA	BAJO LA MEDIA	SOBRE LA MEDIA	BAJO LA MEDIA
ANUAL F	2.16	2.9	0.68	1.93
DIARIA F	10.19	10.19	8.53	8.53

Tabla [7-2] Rangos de variacion de temperatura ambiental anual y diaria

ELEVACION m.s.n.m.	ESPESOR L2 (Pies)	CONDICIONES EXTREMAS DE TEMPERATURA				CONDICIONES USUALES DE TEMPERATURA							
		RANGOS ANUALES		RANGOS DIARIOS		AMPLITUD		TEMPERATURA		AMPLITUD		TEMPERATURA	
		L1	DE CURVA	L1	DE CURVA	SOBRE LA MEDIA	BAJO LA MEDIA	MAXIMA (F)	MINIMA (F)	SOBRE LA MEDIA	BAJO LA MEDIA	MAXIMA (F)	MINIMA (F)
830.0	18.0	0.86	0.90	16.43	0.048	2.4	3.1	60.2	54.7	1.0	2.1	58.8	55.7
815.0	32.8	1.57	0.58	29.94	0.027	1.5	2.0	59.3	55.8	0.6	1.3	58.4	56.5
800.0	41.7	1.99	0.40	38.07	0.022	1.1	1.4	58.9	56.4	0.5	1.0	58.3	56.8
787.5	49.5	2.37	0.34	45.19	0.018	0.9	1.2	58.7	56.6	0.4	0.8	58.2	57.0
775.0	56.8	2.72	0.30	51.85	0.015	0.8	1.0	58.6	56.8	0.3	0.7	58.1	57.1
762.5	60.4	2.89	0.28	55.14	0.015	0.8	1.0	58.6	56.8	0.3	0.7	58.1	57.1
750.0	60.4	2.89	0.28	55.14	0.015	0.8	1.0	58.6	56.8	0.3	0.7	58.1	57.1
737.5	65.0	3.11	0.25	59.34	0.013	0.7	0.9	58.5	56.9	0.3	0.6	58.1	57.2
725.0	63.0	3.01	0.27	57.51	0.014	0.7	0.9	58.5	56.9	0.3	0.6	58.1	57.2
712.5	64.6	3.09	0.25	58.97	0.013	0.7	0.9	58.5	56.9	0.3	0.6	58.1	57.2
700.0	63.6	3.04	0.26	58.06	0.014	0.7	0.9	58.5	56.9	0.3	0.6	58.1	57.2
687.5	61.0	2.92	0.29	55.69	0.015	0.8	1.0	58.6	56.8	0.3	0.7	58.1	57.1
675.0	61.4	2.93	0.29	56.05	0.014	0.8	1.0	58.6	56.8	0.3	0.7	58.1	57.1
667.5	63.0	3.01	0.27	57.51	0.014	0.7	0.9	58.5	56.9	0.3	0.6	58.1	57.2
660.0	64.0	3.06	0.26	58.43	0.014	0.7	0.9	58.5	56.9	0.3	0.6	58.1	57.2

TEMPERATURA DEL AGUA				TEMPERATURA DEL CONCRETO EXPUERTO AL AGUA EN AMBAS CARAS			CONDIC. CLIMAT. EXTREMAS		CONDIC. CLIMAT. USUALES	
MAXIMA (F)	MINIMA (F)	PROMEDIO (F)	AMPLITUD (F)	AMPLITUD (F)	MAXIMA (F)	MINIMA (F)	MAXIMA (F)	MINIMA (F)	MAXIMA (F)	MINIMA (F)
59.9	54.3	57.1	2.8	2.5	59.6	54.6	59.9	54.7	59.2	55.2
59.4	54.1	56.8	2.7	1.6	58.4	55.2	58.9	55.5	58.4	55.9
58.9	54.0	56.5	2.5	1.0	57.5	55.5	58.2	56.0	57.9	56.2
58.5	53.8	56.2	2.4	0.8	57.0	55.4	57.9	56.0	57.6	56.2
58.0	53.7	55.9	2.2	0.7	56.6	55.2	57.6	56.0	57.4	56.2
57.5	53.5	55.5	2.0	0.6	56.1	54.9	57.4	55.9	57.1	56.0
57.5	53.5	55.5	2.0	0.6	56.1	54.9	57.4	55.9	57.1	56.0
57.5	53.5	55.5	2.0	0.5	56.0	55.0	57.3	56.0	57.1	56.1
57.5	53.5	55.5	2.0	0.5	56.0	55.0	57.3	56.0	57.1	56.1
57.5	53.5	55.5	2.0	0.5	56.0	55.0	57.3	56.0	57.1	56.1
57.5	53.5	55.5	2.0	0.5	56.0	55.0	57.3	56.0	57.1	56.1
57.5	53.5	55.5	2.0	0.6	56.1	54.9	57.4	55.9	57.1	56.0
57.5	53.5	55.5	2.0	0.6	56.1	54.9	57.4	55.9	57.1	56.0
57.5	53.5	55.5	2.0	0.5	56.0	55.0	57.3	56.0	57.1	56.1
57.5	53.5	55.5	2.0	0.5	56.0	55.0	57.3	56.0	57.1	56.1

Tabla [7-3] Temperaturas maximas y minimas en la presa Chadin 2

PRESA CHADIN 2
Sección Transversal

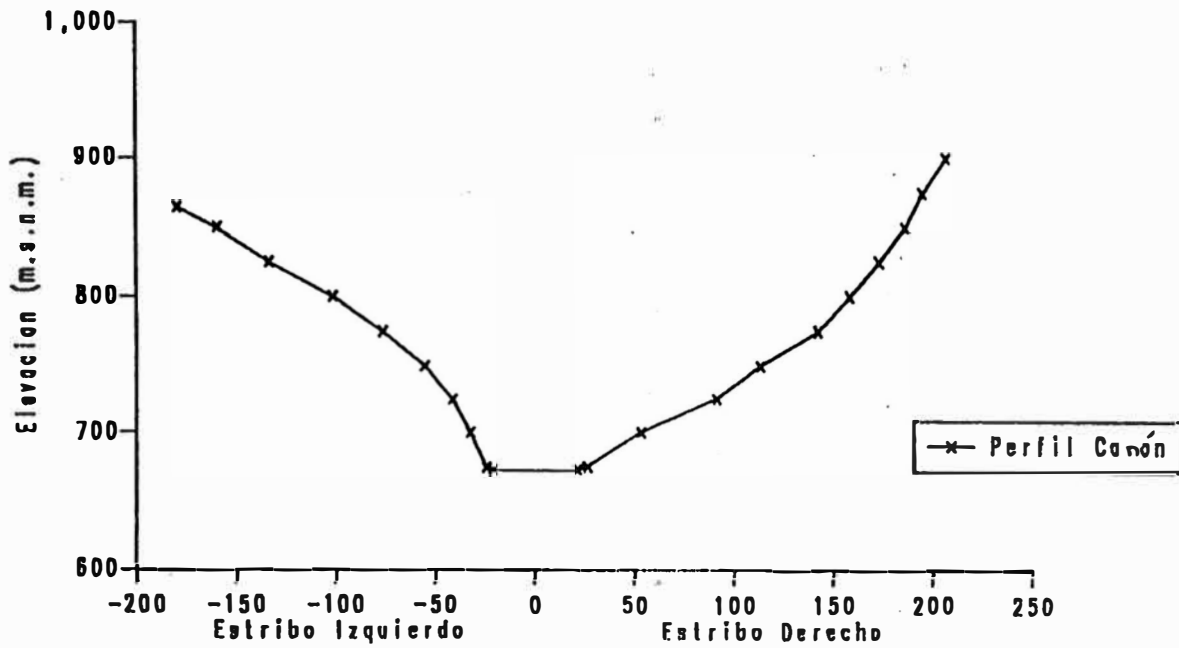


Figura [7-1] Sección del cañón en la zona de la presa Chadín 2

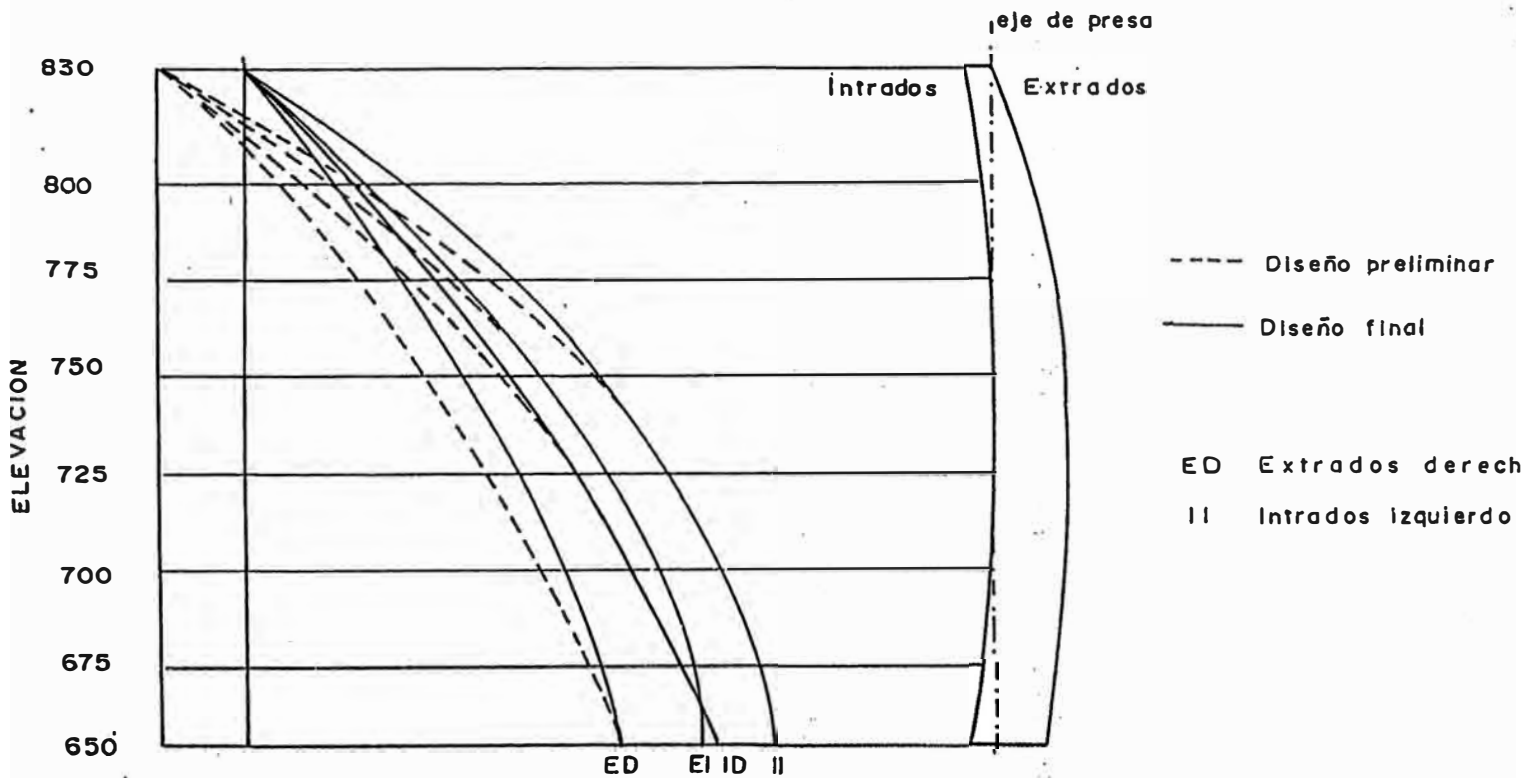


Figura [7-2] Línea de centros y voladizo central

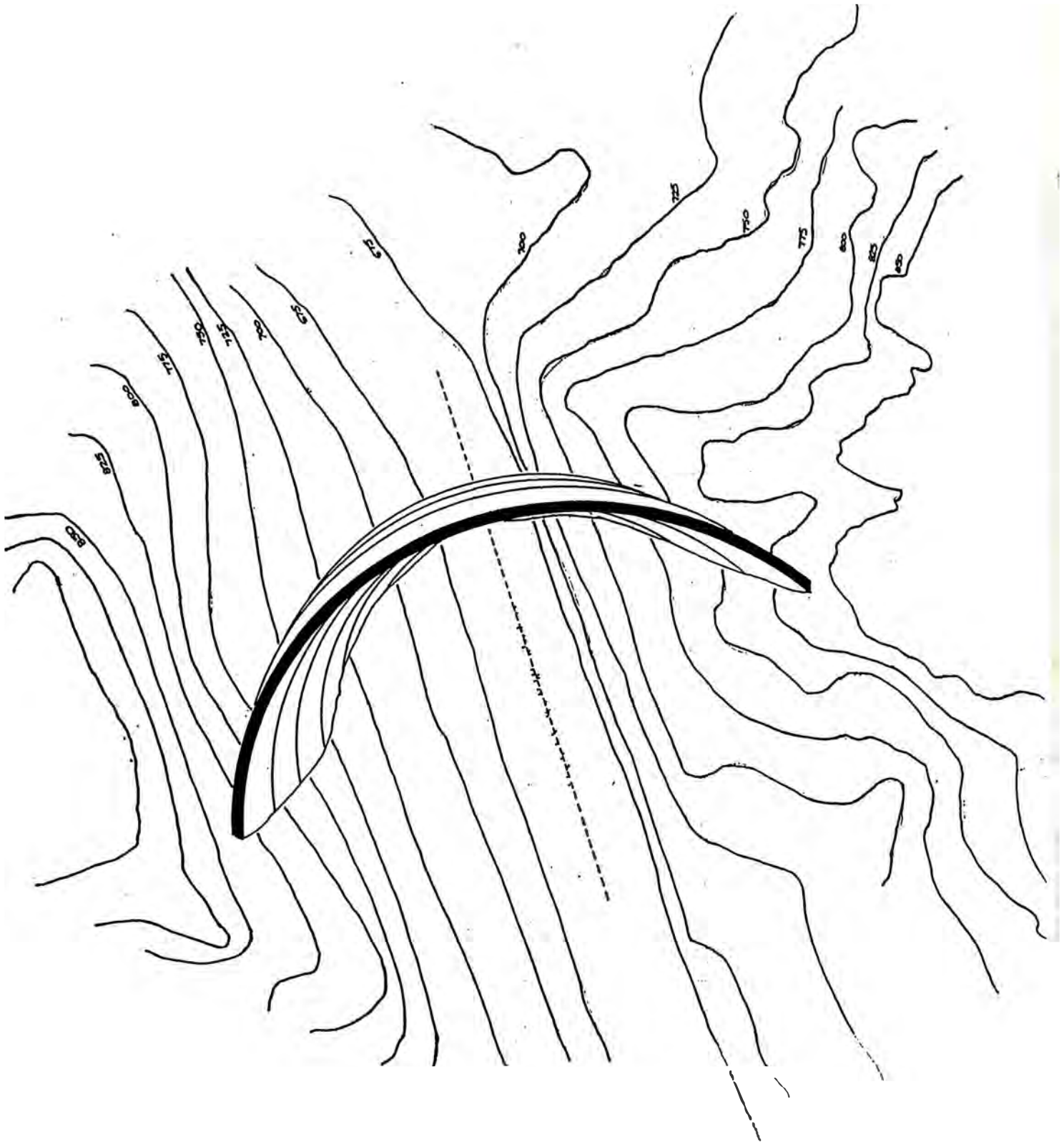


Figura [7-3] Planta para la alternativa final de la presa Chadín 2

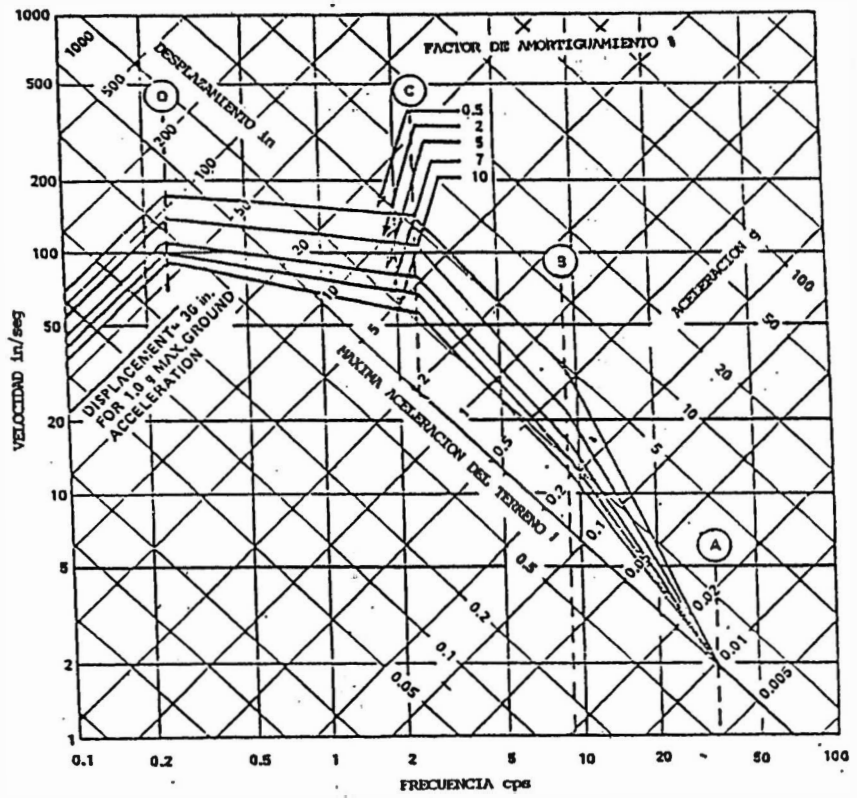


Figura [7-4] Espectro de Respuesta Horizontal de Diseño factorado a 1g de Aceleración Horizontal del Terreno

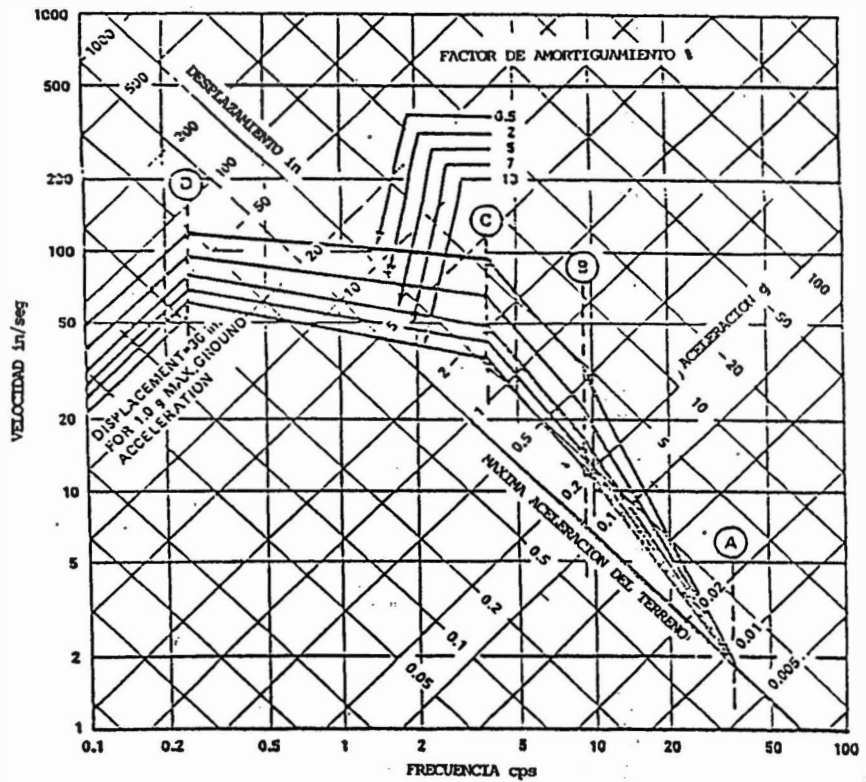


Figura [7-5] Espectro de Respuesta Vertical de Diseño Factorado a 1g de Aceleración Horizontal del Terreno (11)

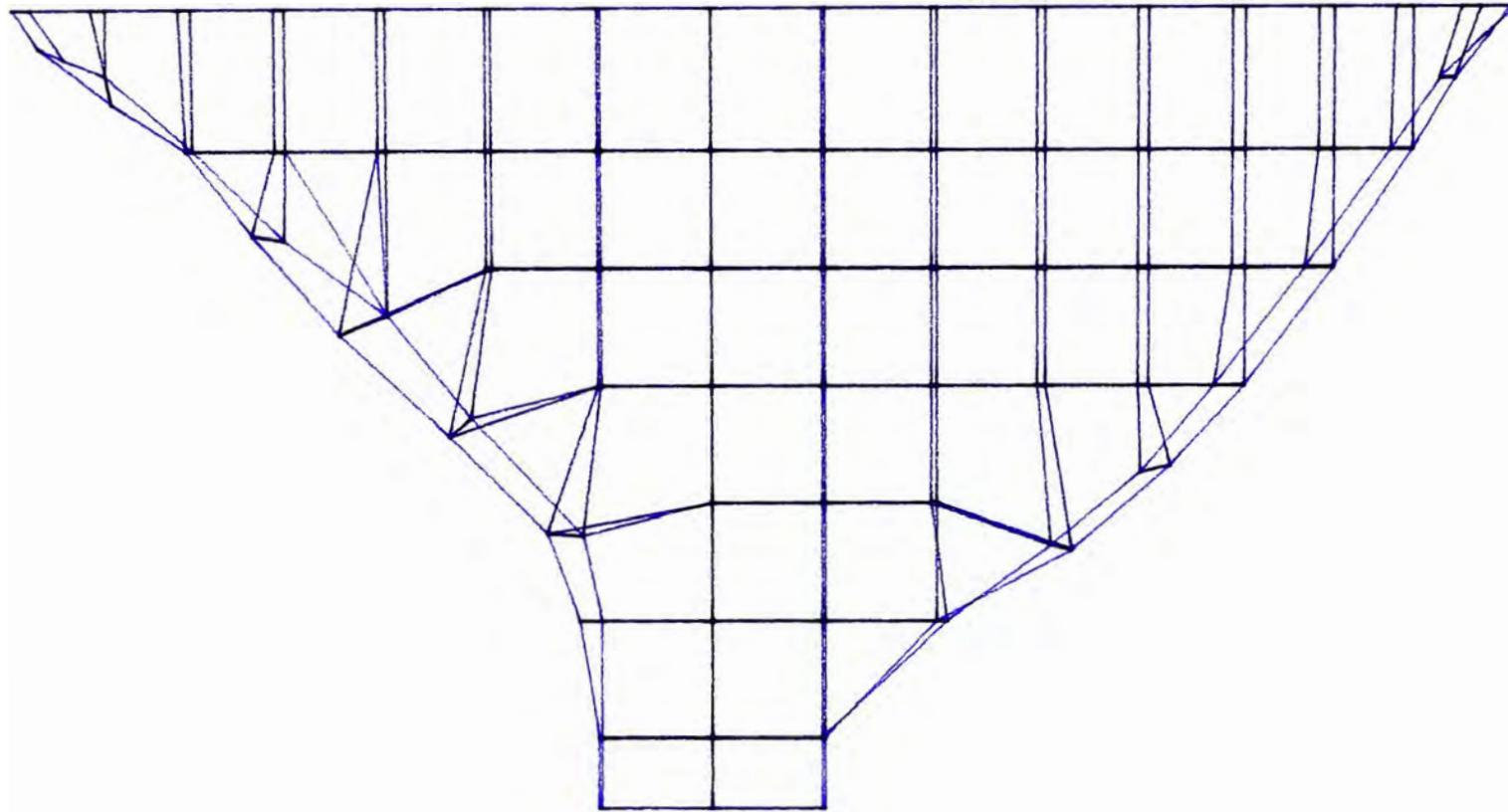
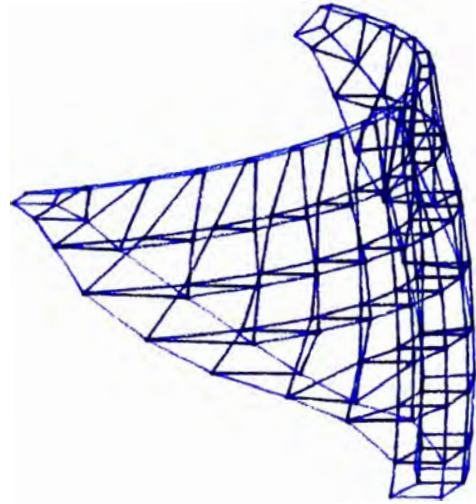
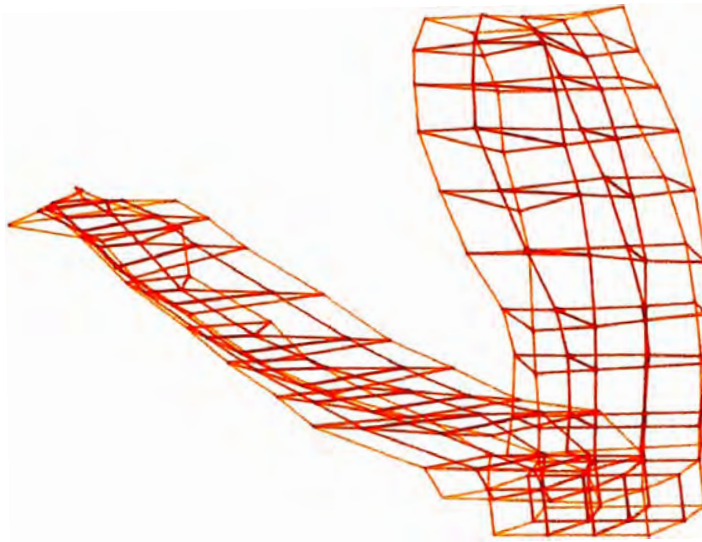


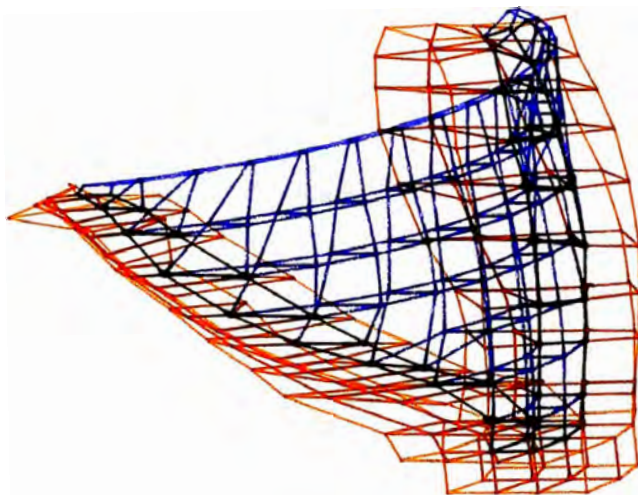
Figura [7-6] Vista frontal del modelo utilizado para el análisis por elementos finitos



(a) Presa



(b) Cimentación



(c) Presa +
Cimentación

Figura [7-7] Componentes del modelo analizado

CAPITULO VIII

RESULTADOS DEL ANALISIS

8.1 Introducción

Como ya se ha comentado en capítulos anteriores, el análisis estructural de la presa fue hecho para tres configuraciones distintas debido a que en las dos primeras los esfuerzos resultantes fueron superiores a los máximos tolerables.

El primer análisis mostró esfuerzos de tracción de gran magnitud para cargas hidrostáticas, tanto en los voladizos como en los arcos. En vista de los resultados obtenidos para cargas estáticas, no se hicieron análisis para cargas dinámicas puesto que las tensiones en la cara aguas arriba se incrementarían al considerar las acciones sísmicas. Estos resultados indujeron a cambiar la forma de la línea de centros intentando darle mayor curvatura horizontal a los arcos y mayor curvatura vertical a los voladizos contrarrestando con los esfuerzos de peso propio los esfuerzos de tracción generados por la presión hidrostática.

En el segundo análisis las cargas dinámicas produjeron esfuerzos de tracción superiores a las compresiones ocasionadas por las cargas estáticas, lo cual producía ante la presencia de un sismo esfuerzos de tracción en el cuerpo de la presa que excedían los límites tolerables.

Debido a que la diferencia entre el primer diseño y el diseño final está relacionada con la magnitud de los esfuerzos producidos por la presión hidrostática, las gráficas que comparan ambos diseños se refirieron exclusivamente a este estado de carga. En el caso del segundo diseño los esfuerzos producidos por cargas estáticas son

muy similares a los obtenidos en el diseño final, por lo que solo se consideran en los gráficos las cargas para las que se observaron diferencias significativas de esfuerzos, es decir las cargas dinámicas. Sin embargo debe anotarse que las diferencias entre los períodos de vibración del segundo diseño respecto al final no son significativas.

La figura [8-1] compara resultados entre el primer diseño (1° Dis.) y el tercer diseño (3° Dis.) para el voladizo central y el arco superior. En la figura [8-1a) se observa que el paramento aguas arriba está sometido a altos esfuerzos verticales de tracción en la zona inferior llegando hasta (48 kg/cm^2) , muy superior a los 11.5 kg/cm^2 que muestra el diseño final. La figura [8-1b] compara los esfuerzos tangenciales para el arco superior. Para este caso se observa esfuerzos de tracción altos en la zona central del paramento aguas abajo. Con el diseño inicial se obtuvo 25 kg/cm^2 , mientras que el diseño final dió un valor de 12.5 kg/cm^2 . Para el análisis dinámico también se mejoraron los resultados entre el segundo diseño (2° Dis.) y el tercer diseño (3° Dis.), siendo esto más notorio en los esfuerzos verticales del voladizo central (figura [8-2]).

Los resultados que se comentan en los siguientes items de este capítulo se refieren al diseño final de la presa en estudio.

8.2 Cargas Estáticas

Los resultados de los análisis son mostrados para dos voladizos, uno ubicado en el plano de referencia y el otro en el centro del semiarco derecho, y para dos arcos, uno es el arco superior (nivel 830) y el otro es el arco ubicado en el nivel 775. Se seleccionaron estas secciones ya que los esfuerzos que en ellas ocurren son representativos de los

esfuerzos en otras zonas de la presa.

Los esfuerzos de compresión tienen signo negativo según la convención de resistencia de resistencia de materiales.

Dentro de las cargas estáticas los esfuerzos mostrados corresponden a las sollicitaciones generadas por la presión hidrostática y el peso propio.

Las figuras [8-3a] y [8-4a] muestran los esfuerzos verticales generados por la presión hidrostática en los voladizos descritos. Puede observarse que en ambos el comportamiento de los esfuerzos es similar, sin embargo las magnitudes varían significativamente.

Las figuras [8-3b] y [8-4b] muestran los esfuerzos verticales generados por el peso propio. En estas gráficas se puede apreciar que los esfuerzos son de compresión en todos los casos, lo que era de esperarse debido a la curvatura vertical a la presa. Estos esfuerzos contribuirán a disminuir los esfuerzos de tracción ocasionados por la presión hidrostática.

Los esfuerzos tangenciales producidos en los arcos se muestran en las figuras [8-5] y [8-6]. El arco inferior está soportando esfuerzos de mayor magnitud que el arco superior, lo que era previsible puesto que la presión hidrostática aumenta con la profundidad. Los esfuerzos generados por el peso propio tienen la misma característica que en el caso de los voladizos, es decir disminuyen los esfuerzos de tracción ocasionados por la presión hidrostática.

No se presentan gráficas de los esfuerzos generados por variaciones de temperatura debido a que sus magnitudes no son significativas, sin embargo en las combinaciones de carga si se incluyen sus efectos.

8.3 Cargas Dinámicas

Los análisis dinámicos fueron hechos considerando la ocurrencia de un sismo cuando el reservorio se encuentre vacío en las siguientes direcciones:

Aguas arriba - aguas abajo (Sismo X-X)

Transversal al eje de la presa (Sismo Y-Y)

Vertical (Sismo Z-Z)

adicionalmente se analizó los efectos ocasionados por la fuerza hidrodinámica en la dirección aguas arriba - aguas abajo.

La tabla [8-1] muestra los períodos para trece formas de modo de la presa con masas adosadas, es decir considerando el efecto hidrodinámico y para el sismo en la dirección X-X con la presa vacía.

	Efecto Hidrodinámico.	Sismo X-X (Presa vacía)
1° Forma de modo	0.589	0.361
2° Forma de modo	0.548	0.353
3° Forma de modo	0.368	0.252
4° Forma de modo	0.346	0.210
5° Forma de modo	0.287	0.202
6° Forma de modo	0.279	0.174
7° Forma de modo	0.273	0.170
8° Forma de modo	0.247	0.161
9° Forma de modo	0.237	0.153
10° Forma de modo	0.229	0.146
11° Forma de modo	0.198	0.142
12° Forma de modo	0.194	0.130
13° Forma de modo	0.191	0.125

Tabla 8-1 Períodos Predominantes para la presa Chadín 2

Era de esperarse que los períodos para el análisis hidrodinámico fueran mayores que los correspondientes para la condición de la presa vacía con el sismo actuando en la dirección X, puesto que al adicionarle masas de agua se incrementa el peso de la estructura, sin alterar la rigidez del sistema.

Los valores espectrales resultan apreciablemente menores al considerarse los mayores períodos del sistema con las masas adosadas. Sin embargo, como se aprecia en los gráficos mostrados más adelante, los esfuerzos sísmicos incluyendo el efecto hidrodinámico son de mayor magnitud que aquellos que se originan con la presa vacía.

Las figuras [8-7] y [8-8] muestran los esfuerzos verticales en los voladizos en

estudio. De las cuatro condiciones de carga analizadas se observa que la presión hidrodinámica gobierna los esfuerzos en todos los casos. Un detalle común de ambos voladizos es que en los niveles superiores los esfuerzos generados en el paramento aguas abajo son aproximadamente 90% superiores a los esfuerzos generados en el paramento aguas arriba.

Respecto a los esfuerzos tangenciales presentados en las figuras [8-9] y [8-10], también se aprecia el predominio de la presión hidrodinámica sobre las demás sollicitaciones sísmicas.

Las figuras [8-11] y [8-12] muestran las deformadas para la primera y segunda forma de modo del sismo actuando en la dirección X, con el reservorio lleno.

8.4 Combinaciones de Carga

Los gráficos presentados en esta sección muestran los efectos máximos para todas las combinaciones de carga consideradas. Cada figura muestra una sección en particular y los esfuerzos máximos que en ella se presentarán.

La figura [8-13a] muestra los esfuerzos verticales máximos del voladizo central en el paramento aguas arriba cuando el reservorio se encuentra vacío. Todos los esfuerzos son de compresión y el mayor valor es de 28 kg/cm^2 . Cuando el reservorio se encuentra lleno [8-13b] cambia la forma de la envolvente, sin embargo se mantiene la presencia exclusiva de esfuerzos de compresión. La disminución de los esfuerzos de compresión en la zona de contacto con la cimentación es ocasionada por los esfuerzos de tracción generados por la presión hidrostática.

La figura [8-14a] muestra los esfuerzos verticales máximos del voladizo central en el

paramento aguas abajo cuando el reservorio se encuentra vacío. Puede observarse que se presentan algunos esfuerzos de tracción pero de magnitudes cercanas a cero. En lo referido a los esfuerzos de compresión el mayor valor es de 27 kg/cm^2 . Cuando el reservorio se encuentra lleno [8-14b] se presentan esfuerzos de tracción importantes en la zona superior debido a que la presión hidrodinámica produce esfuerzos que son aproximadamente 100% mayores a los que produce el sismo en la misma dirección con la presa vacía, sin embargo su magnitud (17 kg/cm^2) está por debajo del máximo tolerable.

Las figuras [8-15a] y [8-15b] muestran los esfuerzos verticales del voladizo intermedio en el paramento aguas arriba. Ambas envolventes son muy similares, presentando esfuerzos de tracción cercanos a cero y esfuerzos de compresión de 54 kg/cm^2 en el caso más crítico. En el paramento aguas abajo las envolventes presentan las mismas características, como se aprecia en las figuras [8-16a] y [8-16b], sin embargo los esfuerzos de compresión son de menor magnitud.

En la figura [8-17a] se muestra los esfuerzos tangenciales para el arco superior en el paramento aguas arriba. En la zona central se aprecian esfuerzos de compresión de considerable magnitud (84 kg/cm^2), sin embargo estos se ubican debajo del límite tolerable. En los arranques del arco se presentan esfuerzos de tracción de magnitudes mayores pero muy cercanas al límite máximo.

La figura [8-17b] presenta esfuerzos de compresión de menor magnitud en la zona central, debido a que corresponde a la condición de reservorio vacío. Los esfuerzos de tracción en los arranques son de las mismas características que los mostrados en el gráfico anterior.

La figura [8-18a] muestra los esfuerzos tangenciales en el arco superior en el paramento aguas abajo cuando el reservorio se encuentra lleno. La condición más crítica la presenta la zona central cuyo esfuerzo en tracción corresponde a 25.1 kg/cm^2 , los demás esfuerzos no presentan ningún problema pues tanto las tracciones como las compresiones se encuentran debajo del valor máximo tolerable.

La figura [8-18b] muestra los esfuerzos tangenciales en el arco superior en el paramento aguas abajo cuando el reservorio se encuentra vacío. Los esfuerzos en tracción en los arranques están muy cercanos al límite máximo y los esfuerzos en compresión en la zona central son de magnitudes muy inferiores a los límites establecidos.

En la figura [8-19a] se muestra los esfuerzos tangenciales para el arco inferior en el paramento aguas arriba. La envolvente es del mismo tipo que la correspondiente para el arco superior, mostrando esfuerzos de compresión de menor magnitud y esfuerzos de tracción similares.

La figura [8-19b] muestra los esfuerzos para la condición del reservorio vacío. Los esfuerzos de tracción y compresión están por debajo de sus correspondientes esfuerzos tolerables.

La figura [8-20a] muestra los esfuerzos tangenciales para el arco inferior en el paramento aguas abajo. Presenta esfuerzos de compresión altos en la zona de los arranques y esfuerzos de tracción altos en la zona central.

La figura [8-20b] presenta una envolvente de esfuerzos similar a la correspondiente al arco superior, esfuerzos de tracción en los arranques y esfuerzos de compresión en la zona central.

8.5 Influencia de la Flexibilidad de la Cimentación

La estructura analizada incluyó a la cimentación como parte del modelo esperando que de esta forma se obtuvieran esfuerzos de menor magnitud comparado con un modelo que suponga una cimentación infinitamente rígida.

Con el fin de observar las diferencias en los resultados entre un modelo y otro, se analizó la presa Chadín 2 modelando sólo al cuerpo de la presa, sin incluir la cimentación.

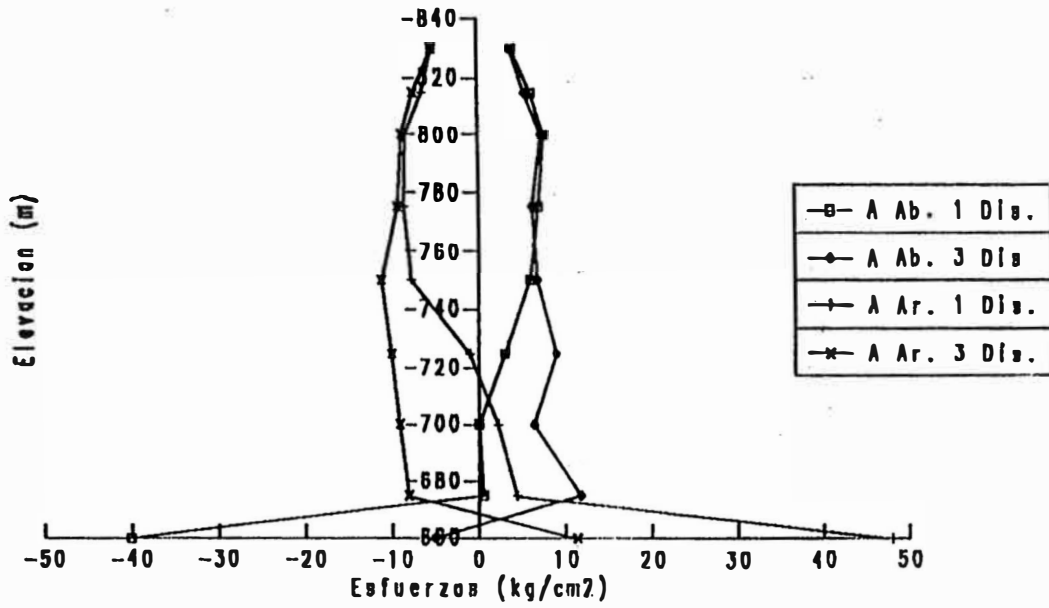
Algunos los resultados se muestran en las figuras [8-21a] y [8-21b], en las que se comparan los esfuerzos generados al considerar una cimentación flexible (CF) y una cimentación rígida (CR).

La figura [8-21a] muestra los esfuerzos verticales en el voladizo central debido a cargas hidrostáticas. Se observa que el paramento aguas arriba no muestra diferencias significativas entre un modelo y otro, mientras que en el paramento aguas abajo los esfuerzos generados por el modelo de CR llegan en algunos puntos incluso a triplicar los valores obtenidos por el modelo de CF. La figura [8-21b] muestra los esfuerzos tangenciales en el voladizo central generados en ambos modelos. En este caso ambos paramentos muestran discrepancias similares.

Un detalle común a ambas gráficas es que la diferencia entre los esfuerzos en ambos modelos se hace más notoria en las zonas más cercanas a la cimentación, mientras que en la parte superior de la presa los esfuerzos son muy similares. Para este caso en particular el módulo de elasticidad de la roca tiene un valor alto, a medida que este valor disminuya serán más significativas las diferencias entre ambos modelos pero el hecho de tener una roca con un módulo de elasticidad muy bajo disminuye

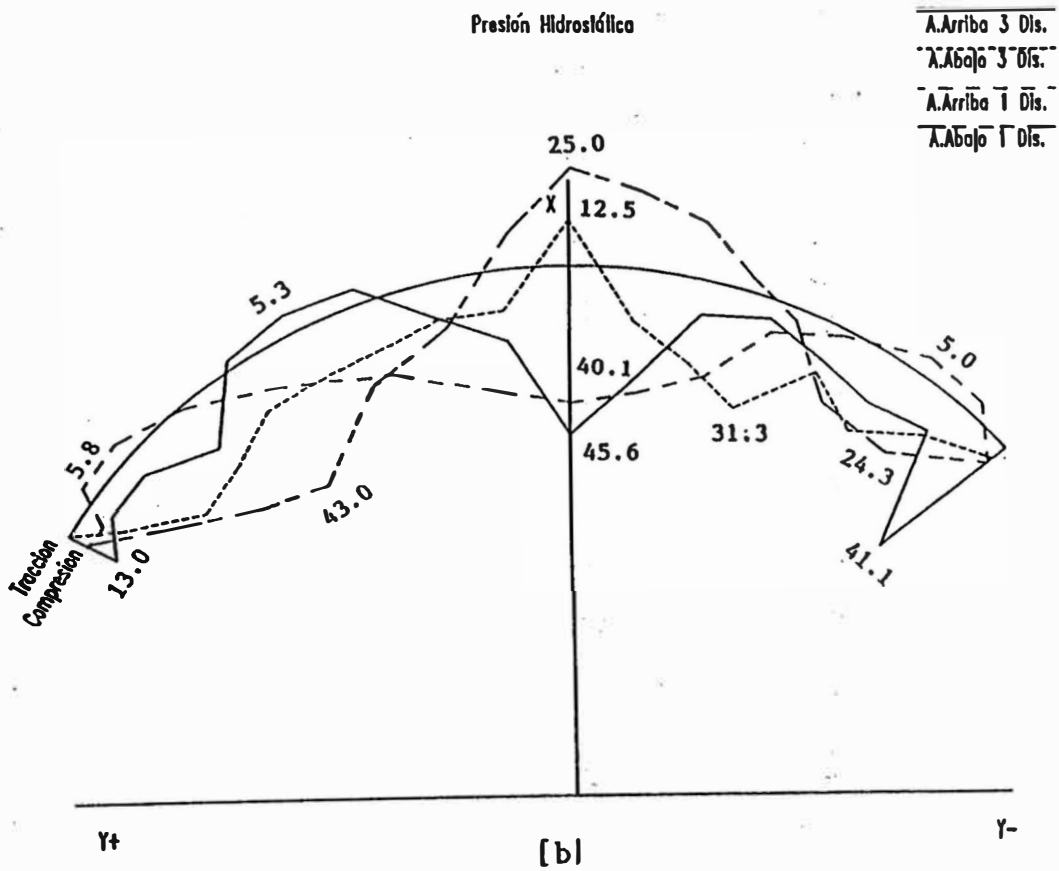
considerablemente la capacidad de soporte de la cimentación, pudiendo llegar incluso a tener que plantear otro tipo de presa.

ESFUERZOS VERTICALES VOLADIZO CENTRAL
Presión Hidrostática



[a]

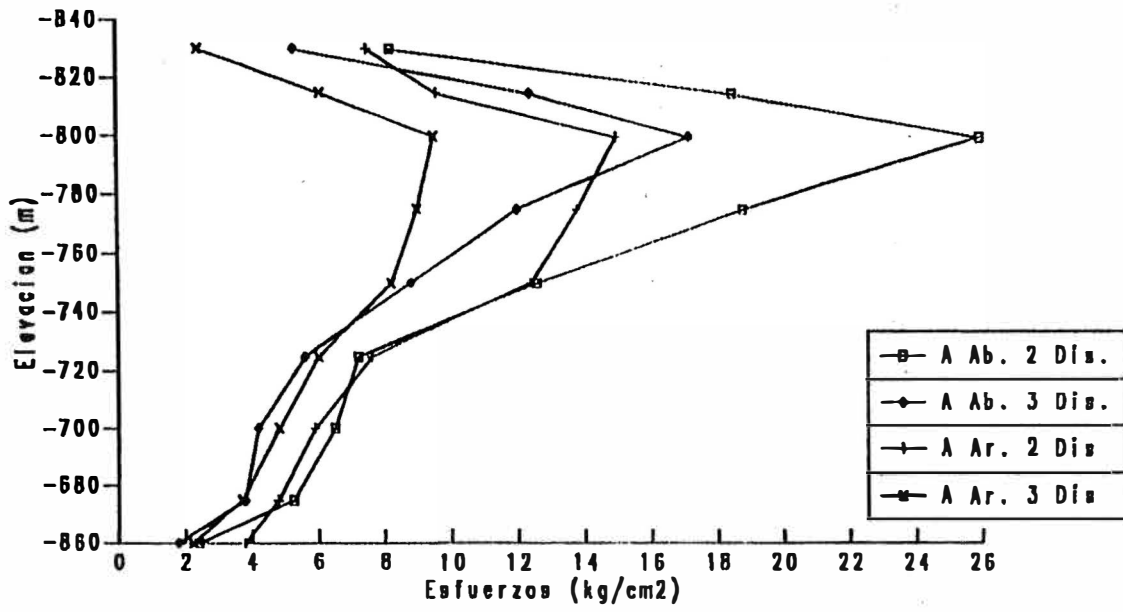
ESFUERZOS TANGENCIALES ARCO SUPERIOR
Presión Hidrostática



[b]

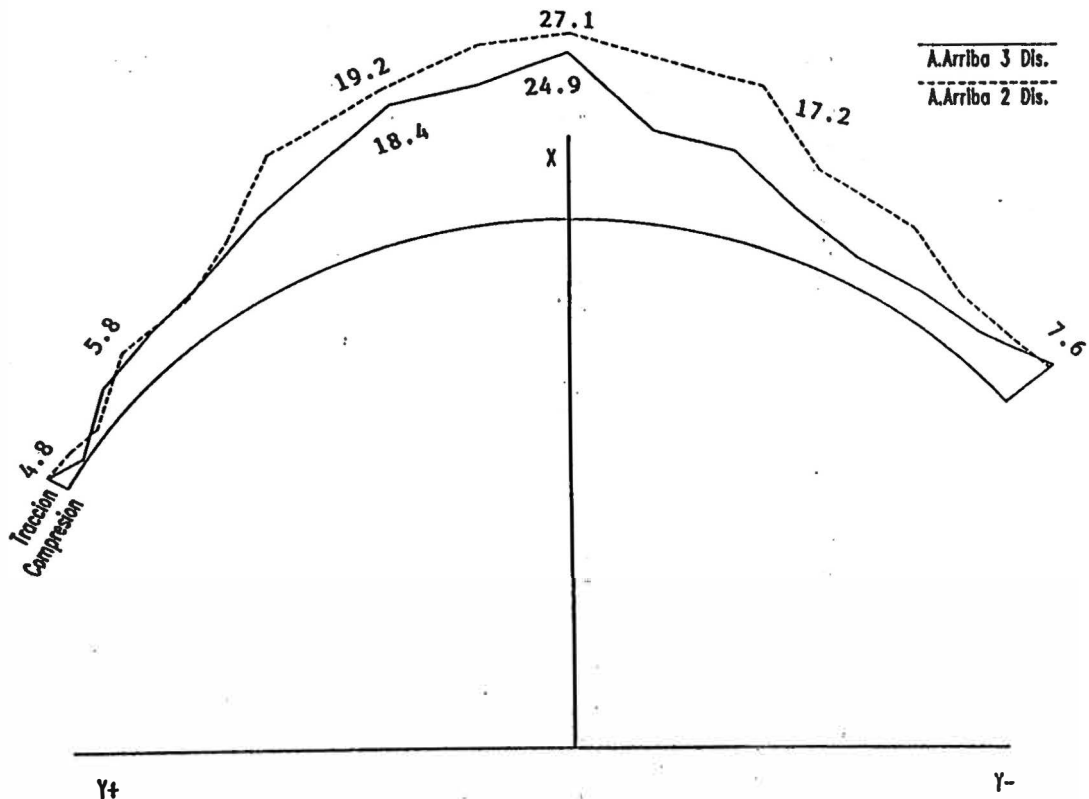
Figura [8-1]

ESFUERZOS VERTICALES VOLADIZO CENTRAL
Presión Hidrodinámica



[a]

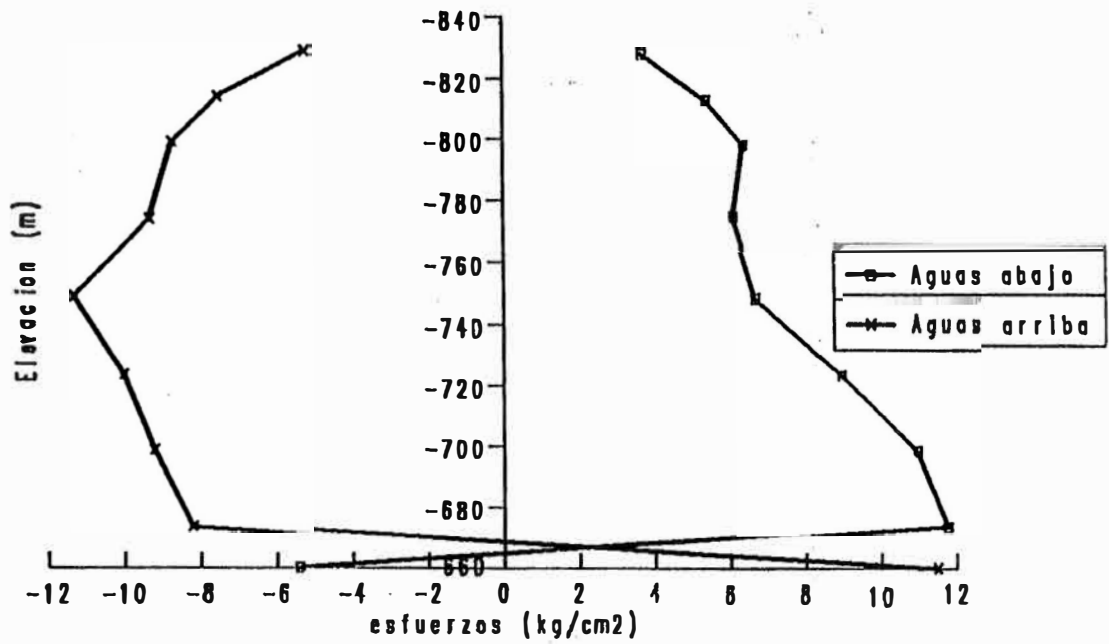
ESFUERZOS TANGENCIALES ARCO SUPERIOR
Presión Hidrodinámica



[b]

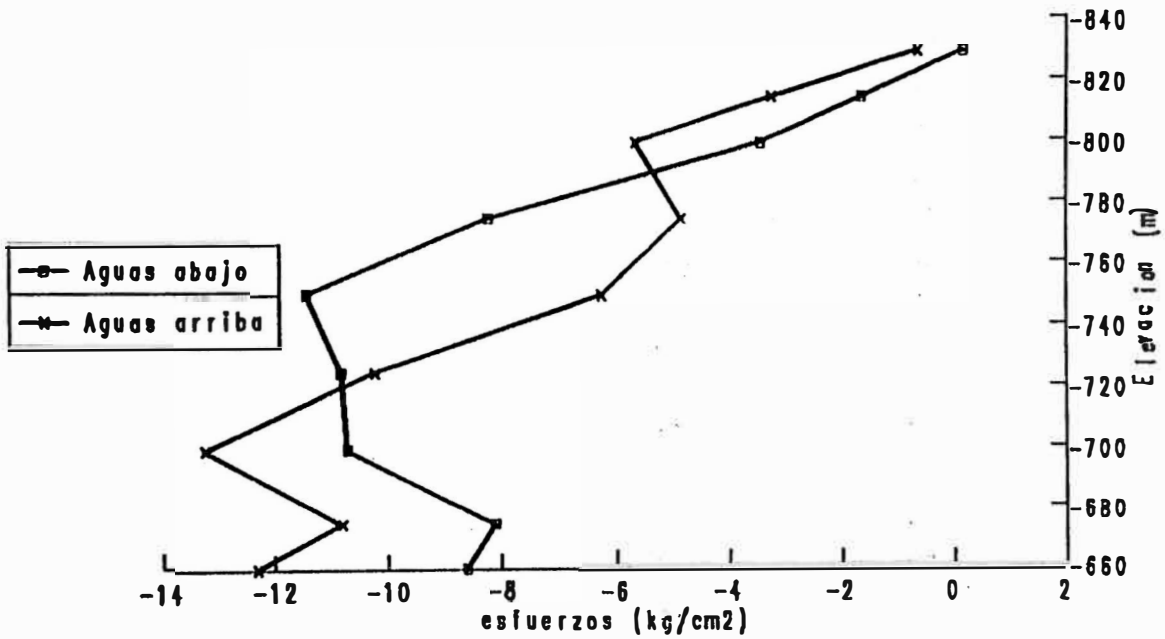
Figura [8-2]

ESFUERZOS VERTICALES VOLADIZO CENTRAL
Presión Hidrostática



[a]

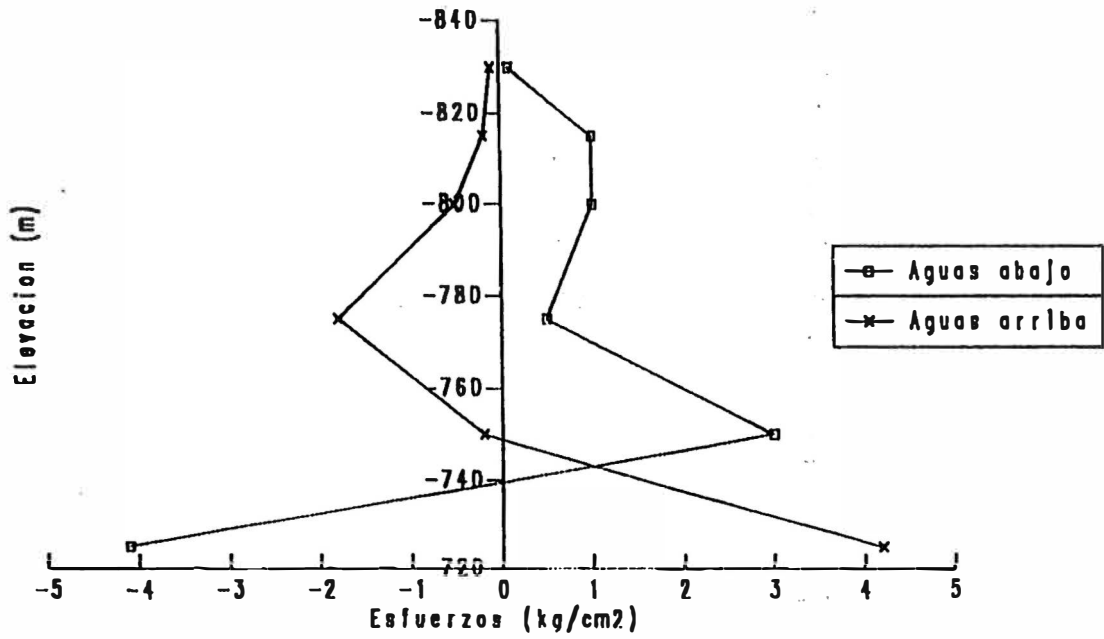
ESFUERZOS VERTICALES VOLADIZO CENTRAL
Peso Propio



[b]

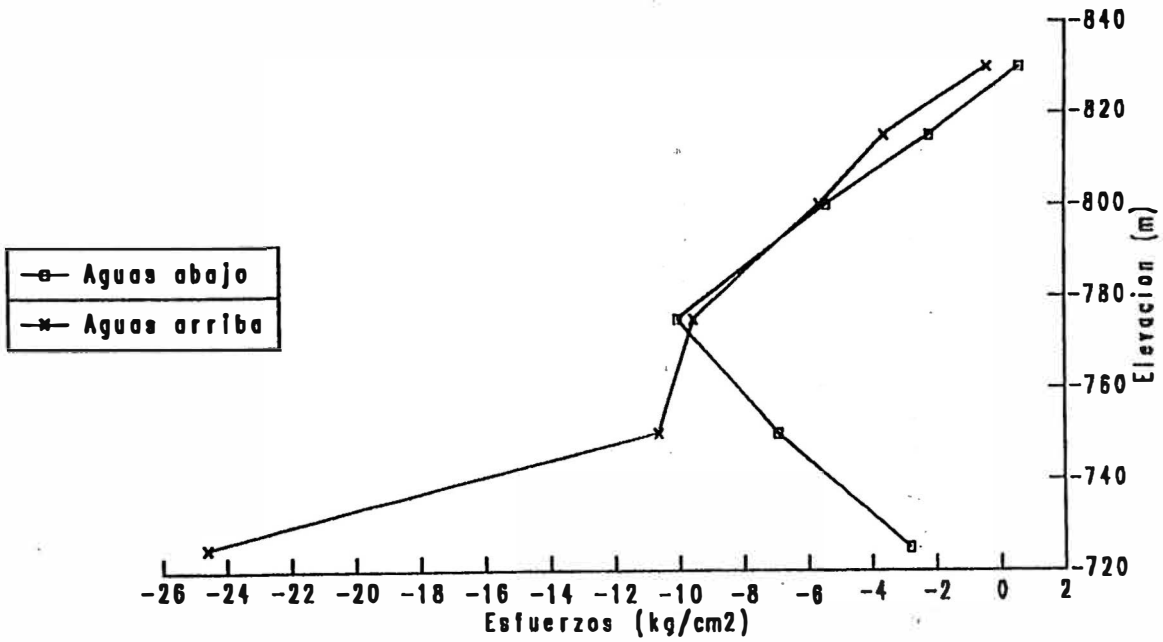
Figura [8-3]

ESFUERZOS VERTICALES VOLADIZO INTERMEDIO
Presión Hidrostática



[a]

ESFUERZOS VERTICALES VOLADIZO INTERMEDIO
Peso Propio



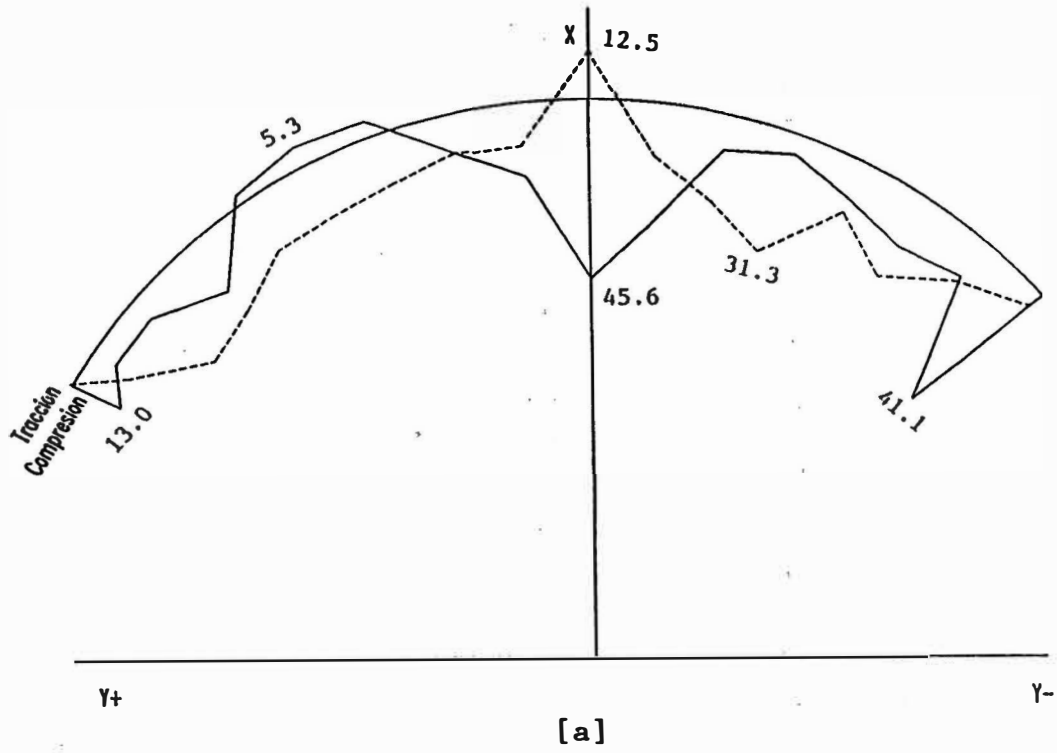
[b]

Figura [8-4]

ESFUERZOS TANGENCIALES ARCO SUPERIOR

Presión Hidrostática

— Aguas arriba
- - - Aguas abajo



ESFUERZOS TANGENCIALES ARCO SUPERIOR

Peso Propio

— Aguas arriba
- - - Aguas abajo

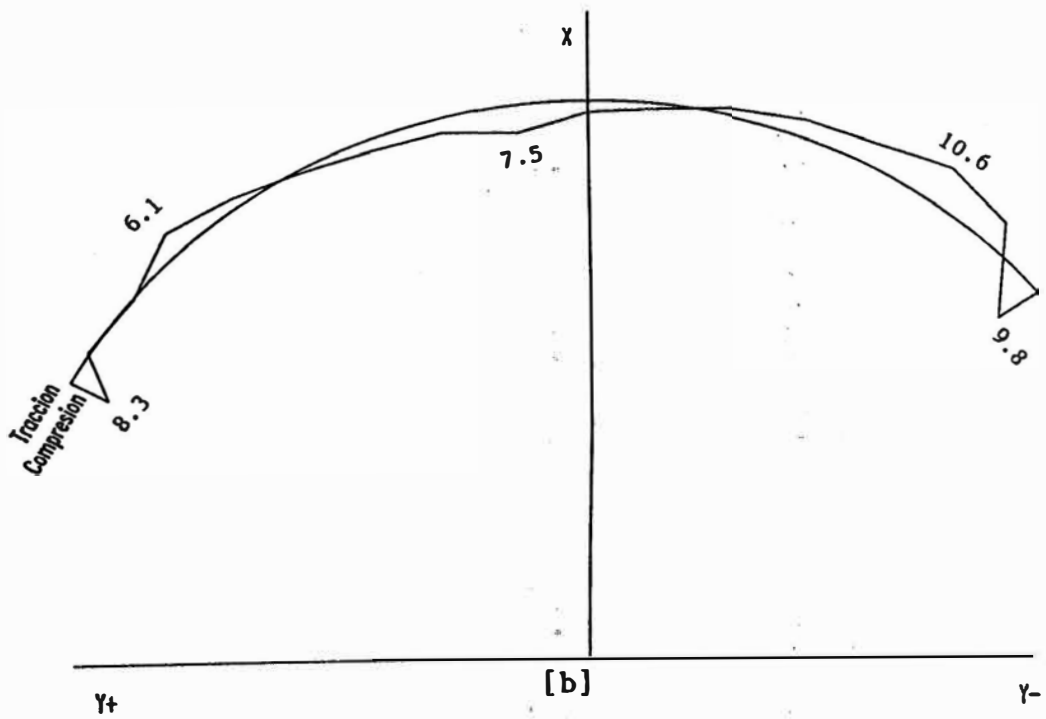


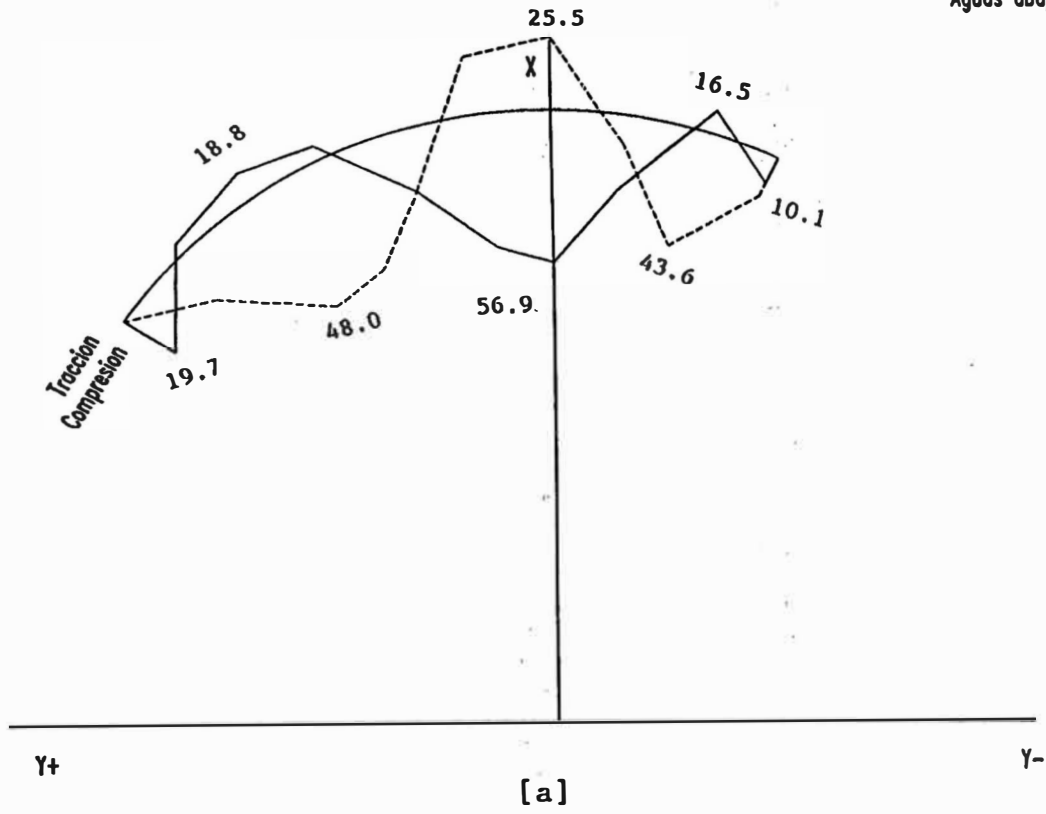
Figura [8-5]

ESFUERZOS TANGENCIALES ARCO NIVEL 775 m.s.n.m.

Presión Hidrostática

— Aguas arriba

- - - Aguas abajo



ESFUERZOS TANGENCIALES ARCO NIVEL 775 m.s.n.m.

Peso Propio

— Aguas arriba

- - - Aguas abajo

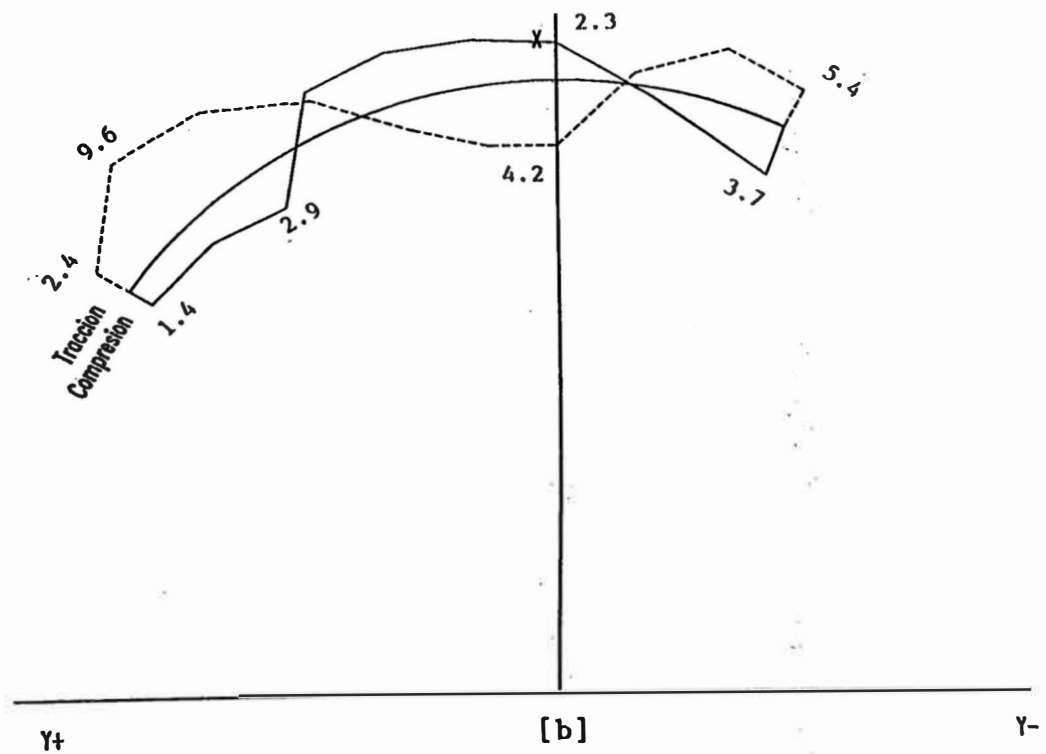
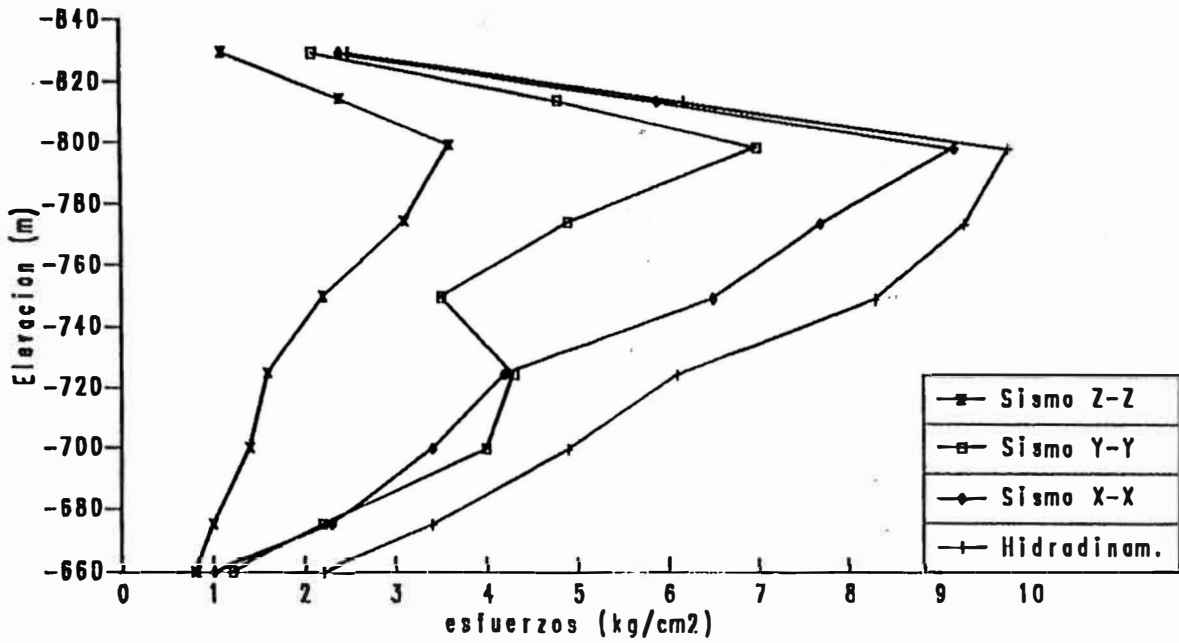


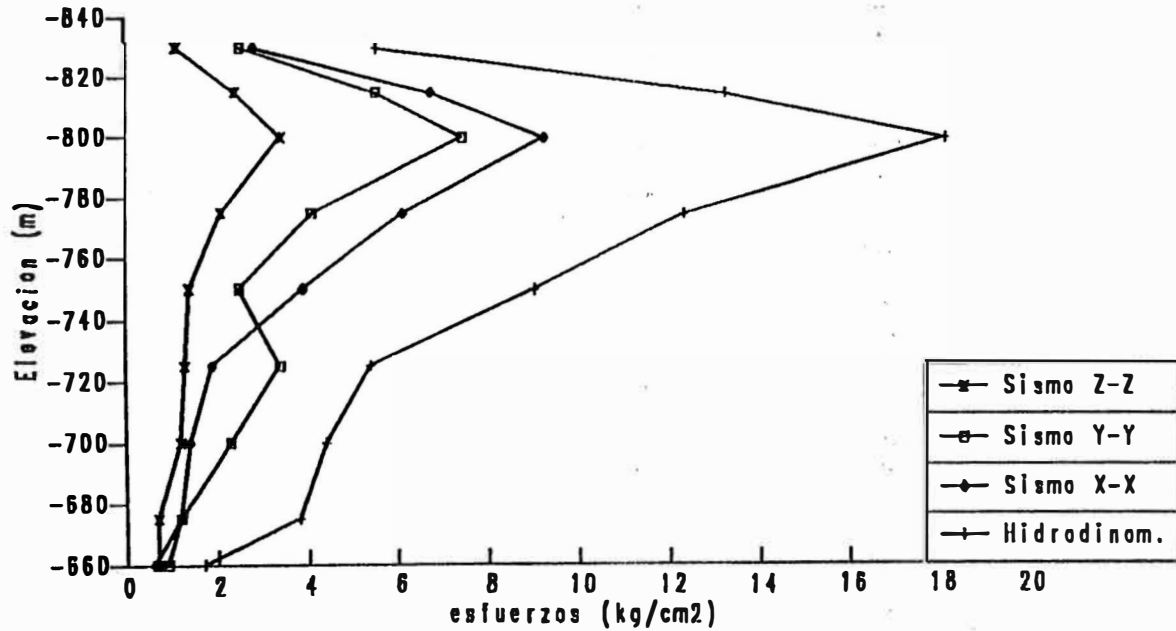
Figura [8-6]

ESFUERZOS VERTICALES VOLADIZO CENTRAL
Fuerzas Dinámicas
Paramento aguas arriba



[a]

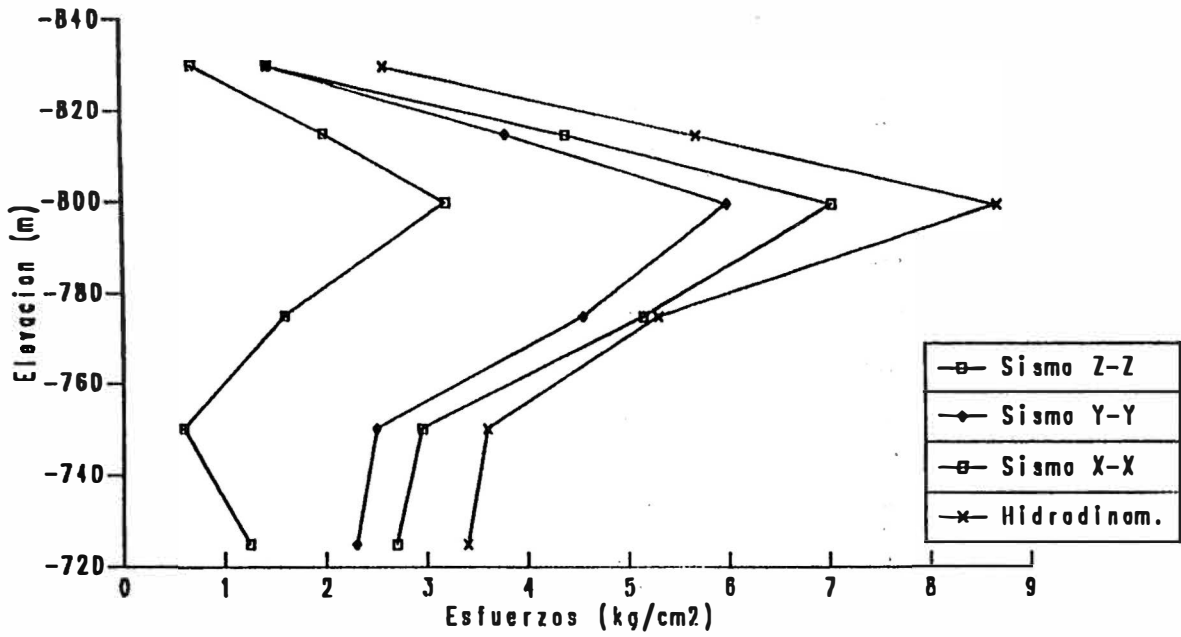
ESFUERZOS VERTICALES VOLADIZO CENTRAL
Fuerzas Dinámicas
Paramento aguas abajo



[b]

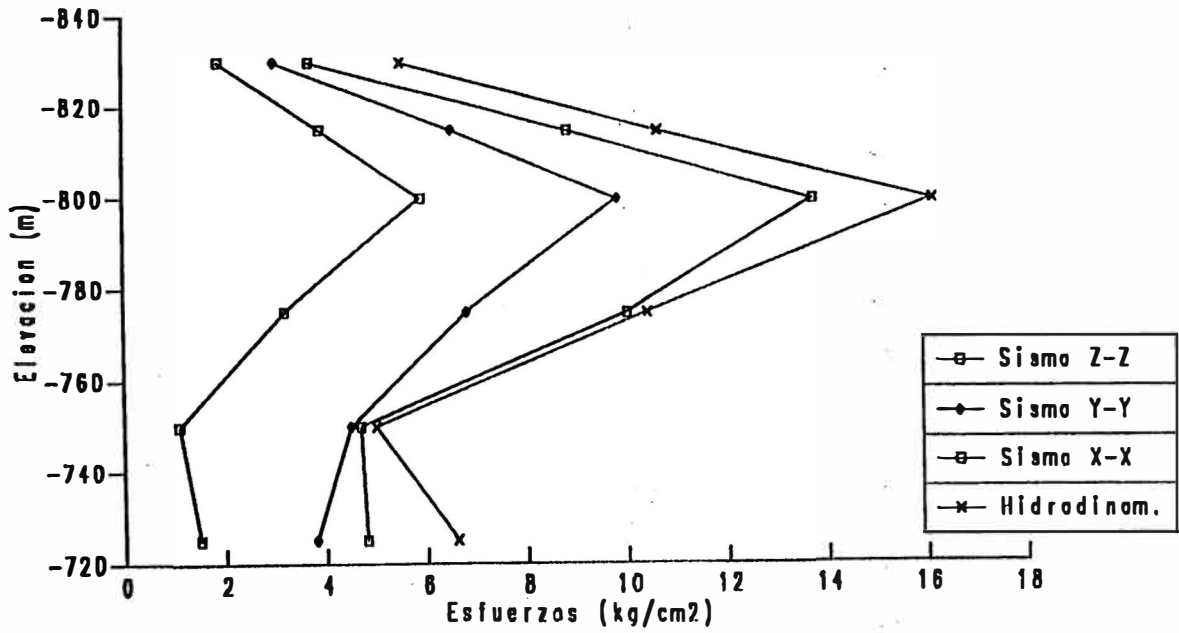
Figura [8-7]

ESFUERZOS VERTICALES VOLADIZO INTERMEDIO
Fuerzas Dinámicas
Paramento aguas arriba



[a]

ESFUERZOS VERTICALES VOLADIZO INTERMEDIO
Fuerzas Dinámicas
Paramento aguas abajo



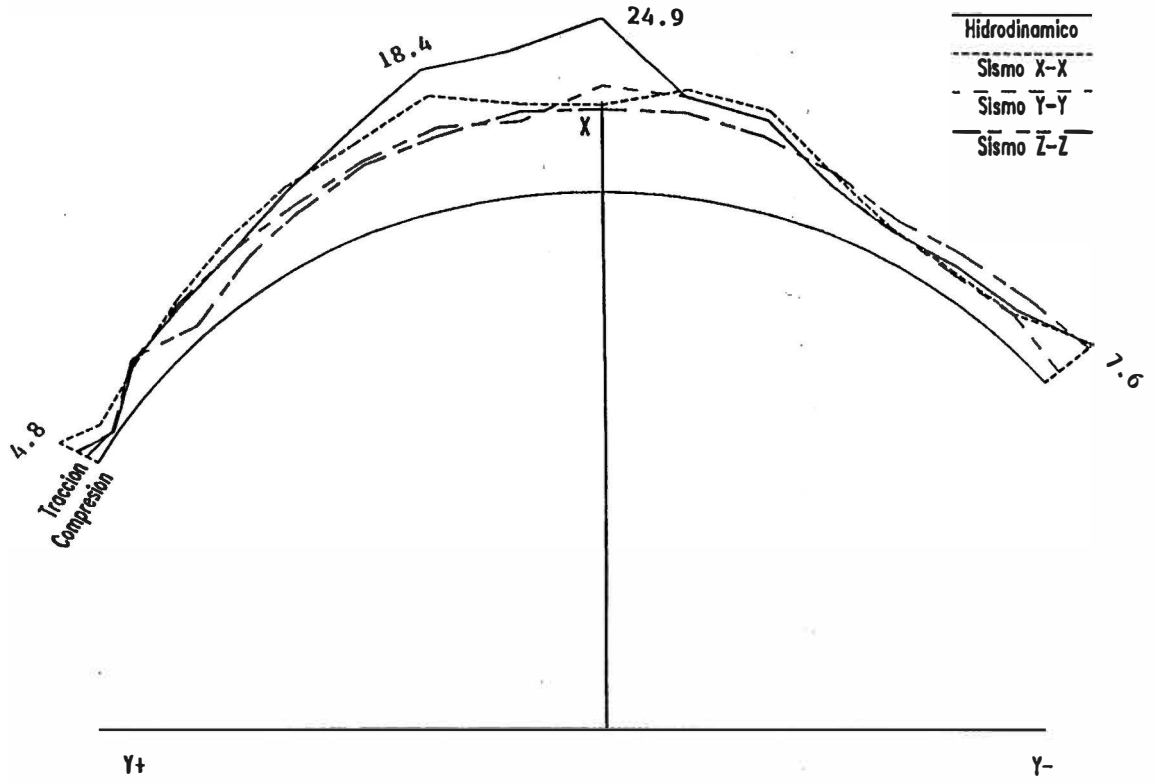
[b]

Figura [8-8]

ESFUERZOS TANGENCIALES ARCO SUPERIOR

Fuerzas Dinámicas

Paramento aguas arriba

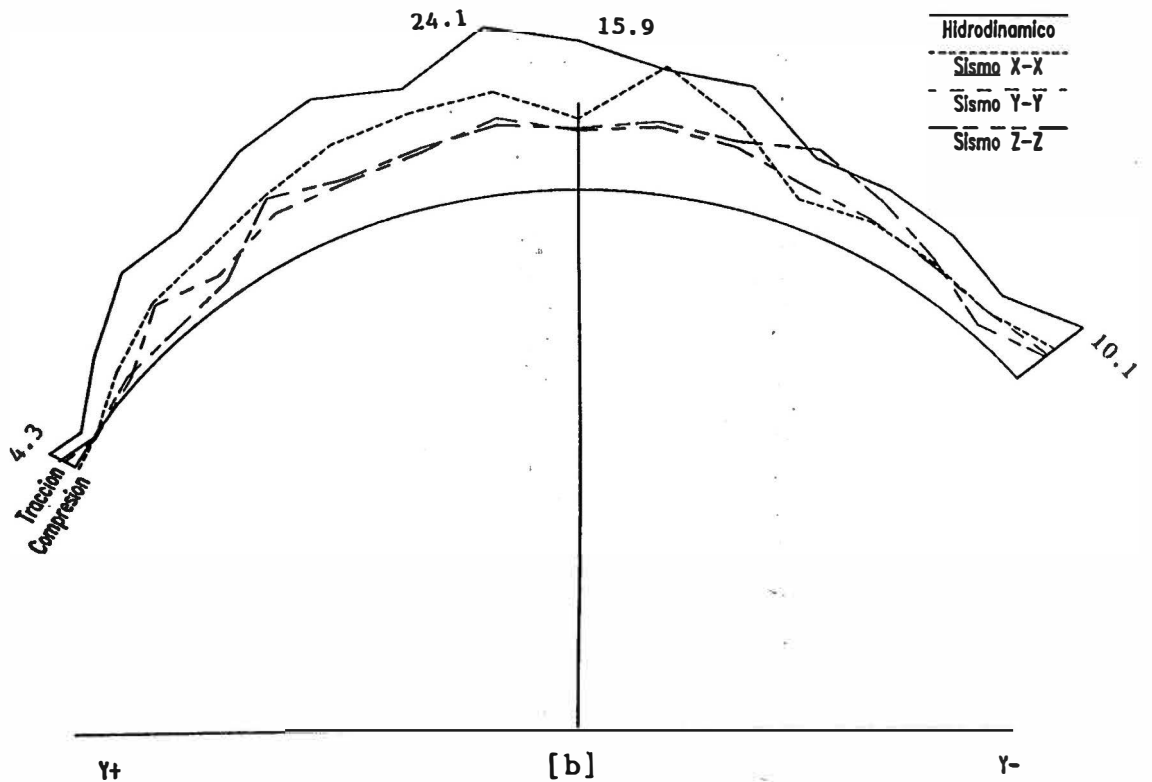


[a]

ESFUERZOS TANGENCIALES ARCO SUPERIOR

Fuerzas Dinámicas

Paramento aguas abajo

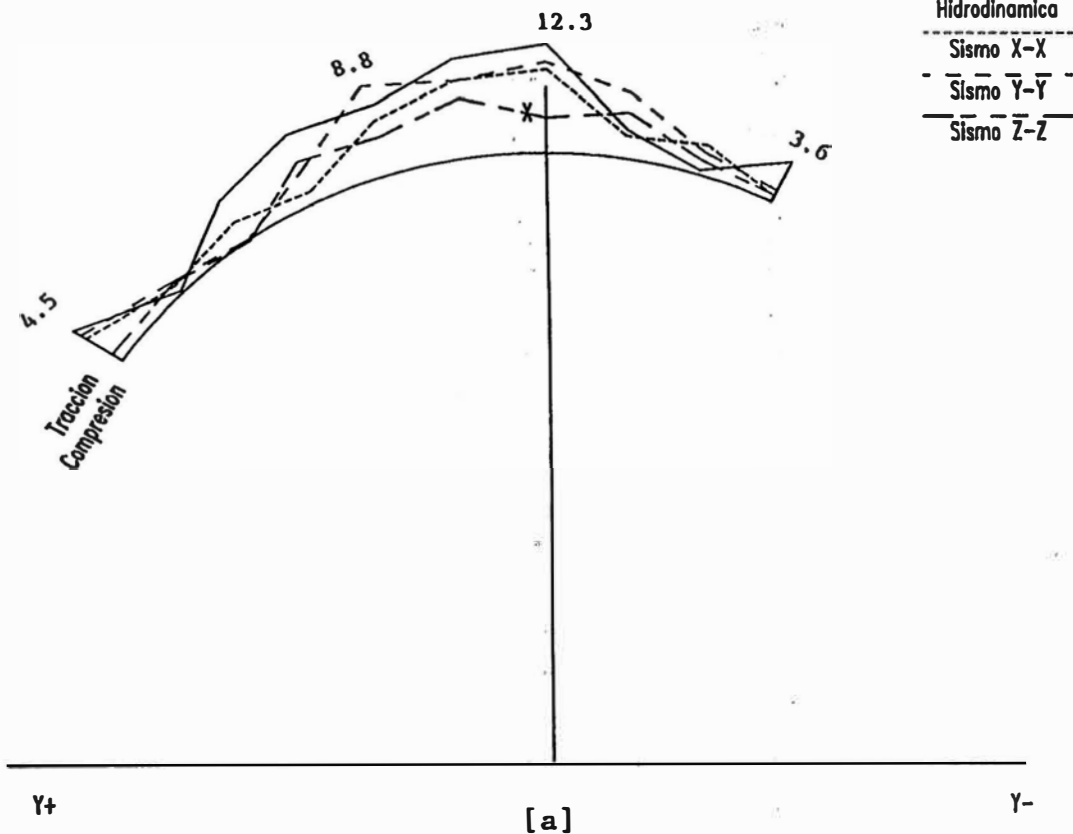


[b]

Figura [8-9]

ESFUERZOS TANGENCIALES ARCO NIVEL 775 m.s.n.m.

Fuerzas Dinámicas
Paramento aguas arriba



ESFUERZOS TANGENCIALES ARCO NIVEL 775 m.s.n.m.

Fuerzas Dinámicas
Paramento aguas abajo

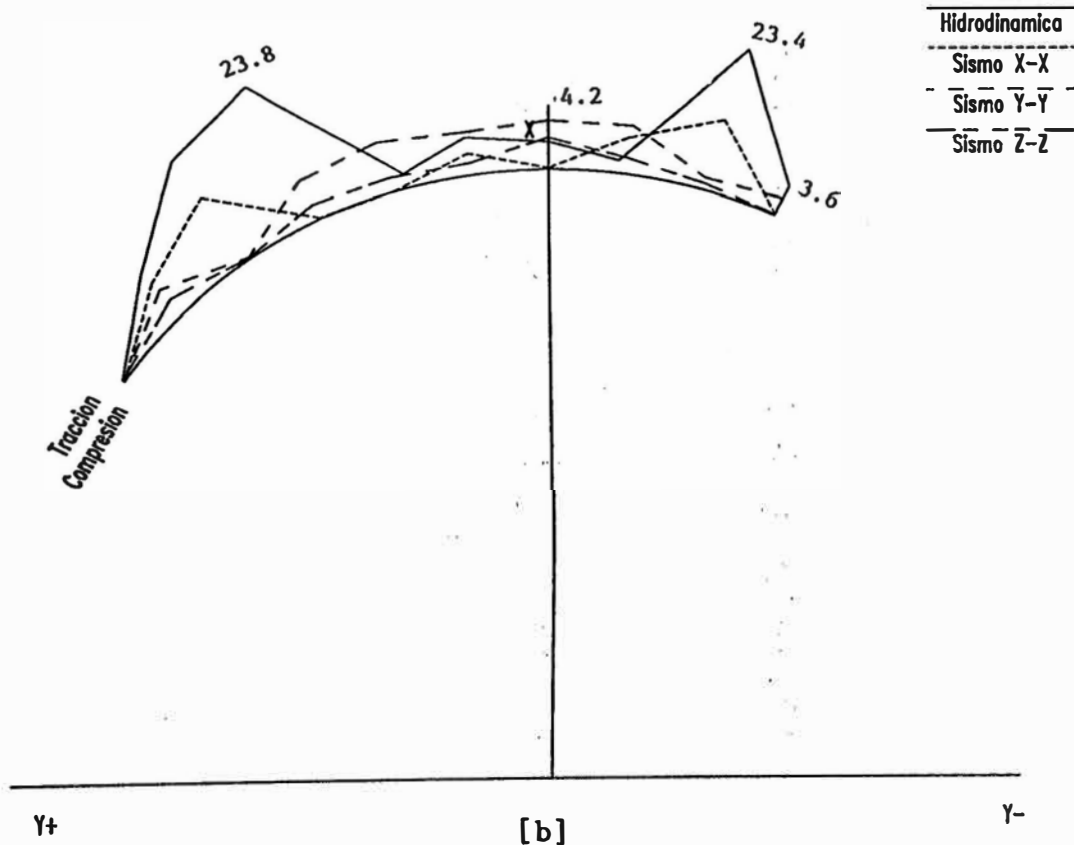
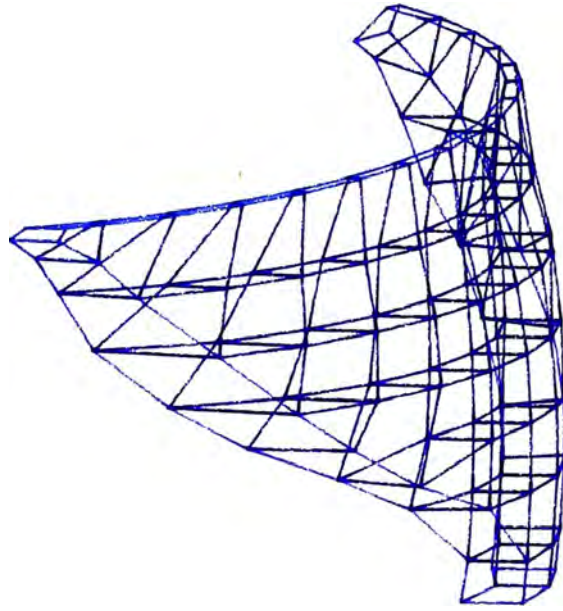
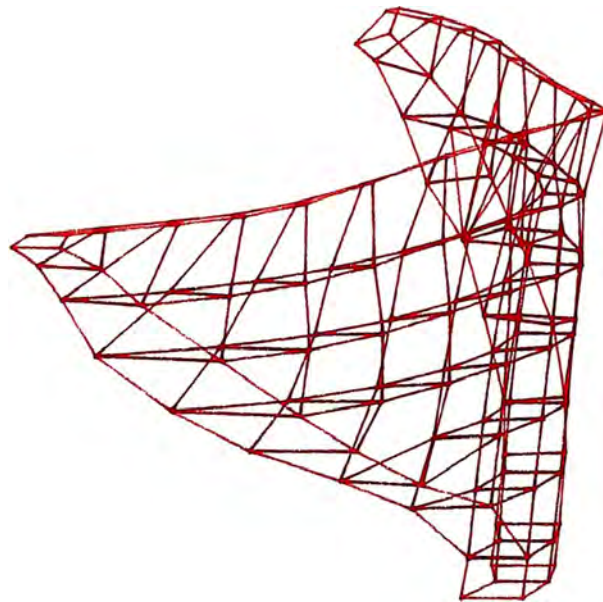


Figura [8-10]

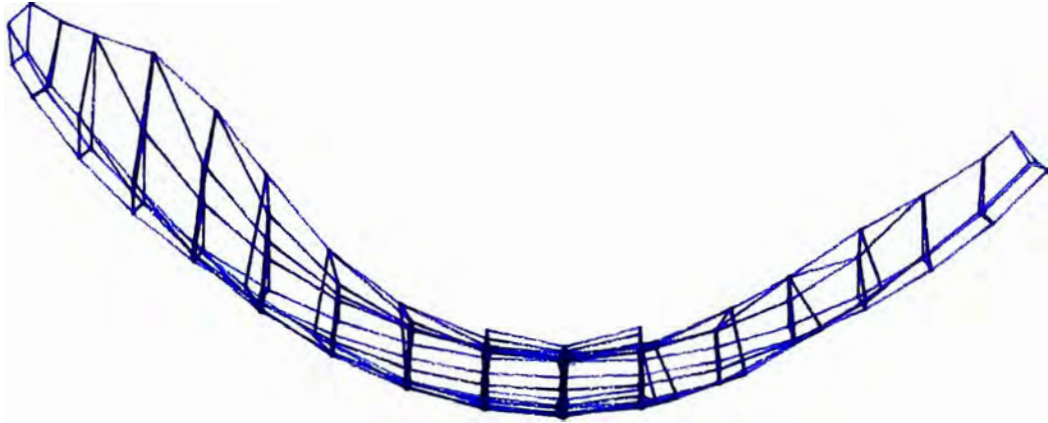


[a] Posición inicial

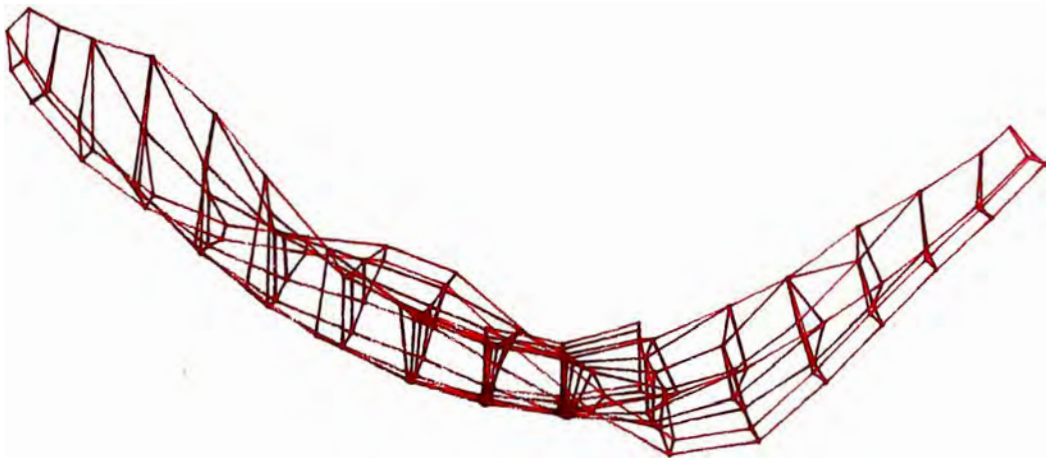


[b] Posición deformada

Figura [8-11] Deformada correspondiente a la primera forma de modo



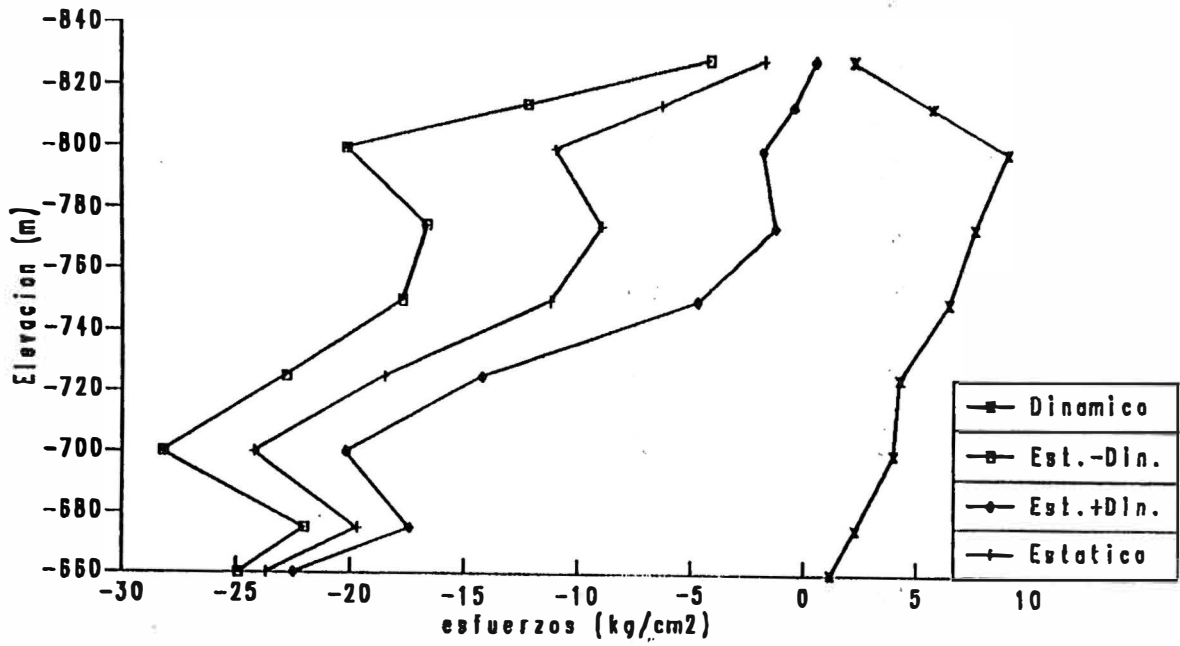
[a] Posición inicial



[b] Posición deformada

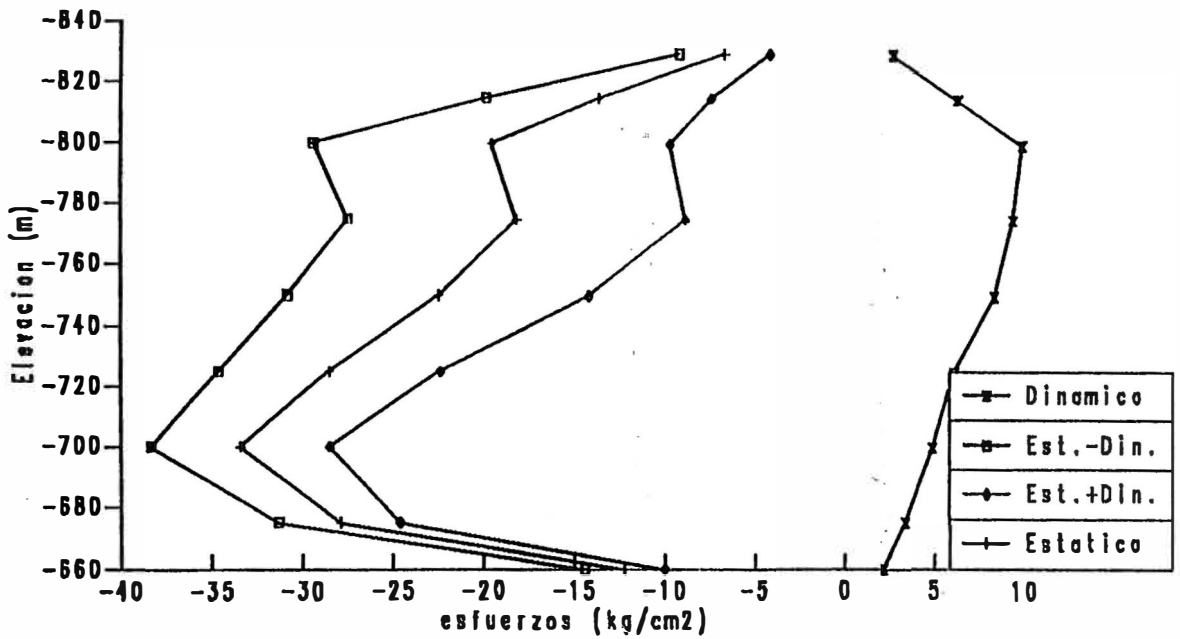
Figura [8-12] Deformada correspondiente a la segunda forma de modo. Vista en planta

ESFUERZOS VERTICALES VOLADIZO CENTRAL
Reservorio Vacío
Paramento aguas arriba



[a]

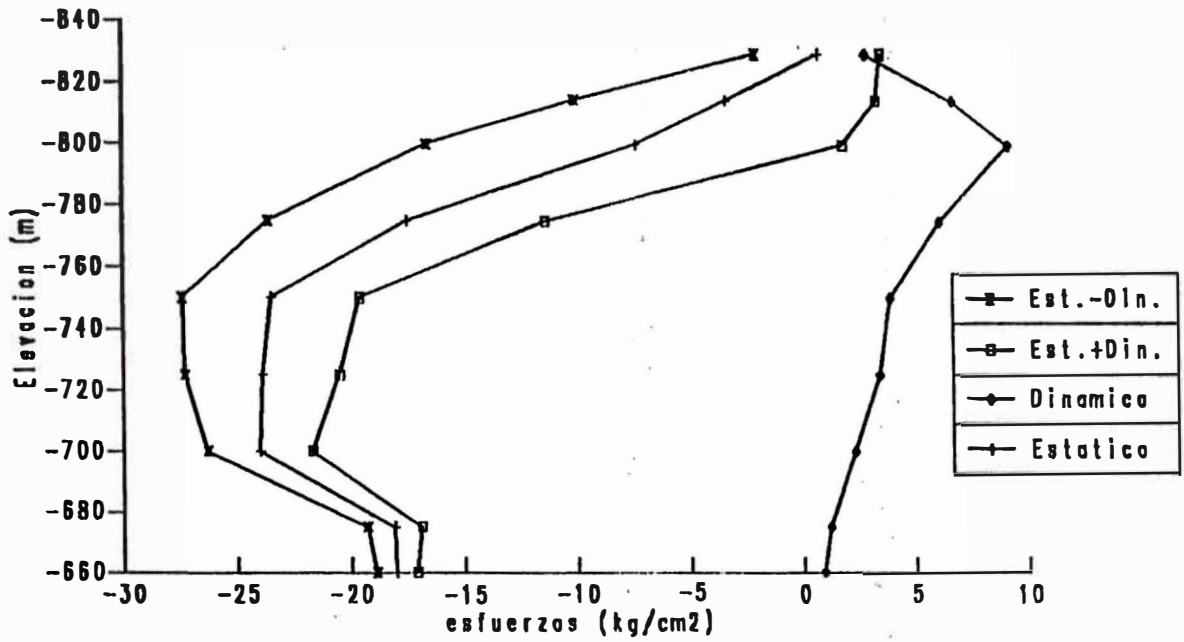
ESFUERZOS VERTICALES VOLADIZO CENTRAL
Reservorio Lleno
Paramento aguas arriba



[b]

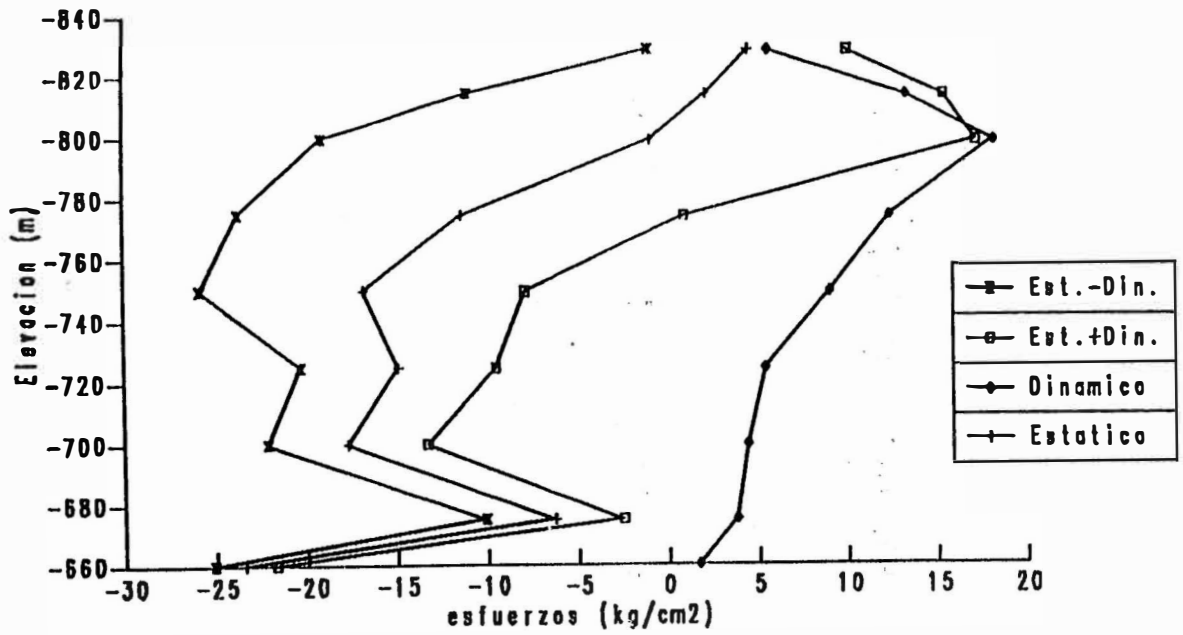
Figura [8-13]

ESFUERZOS VERTICALES VOLADIZO CENTRAL
Reservorio Vacío
Paramento aguas abajo



[a]

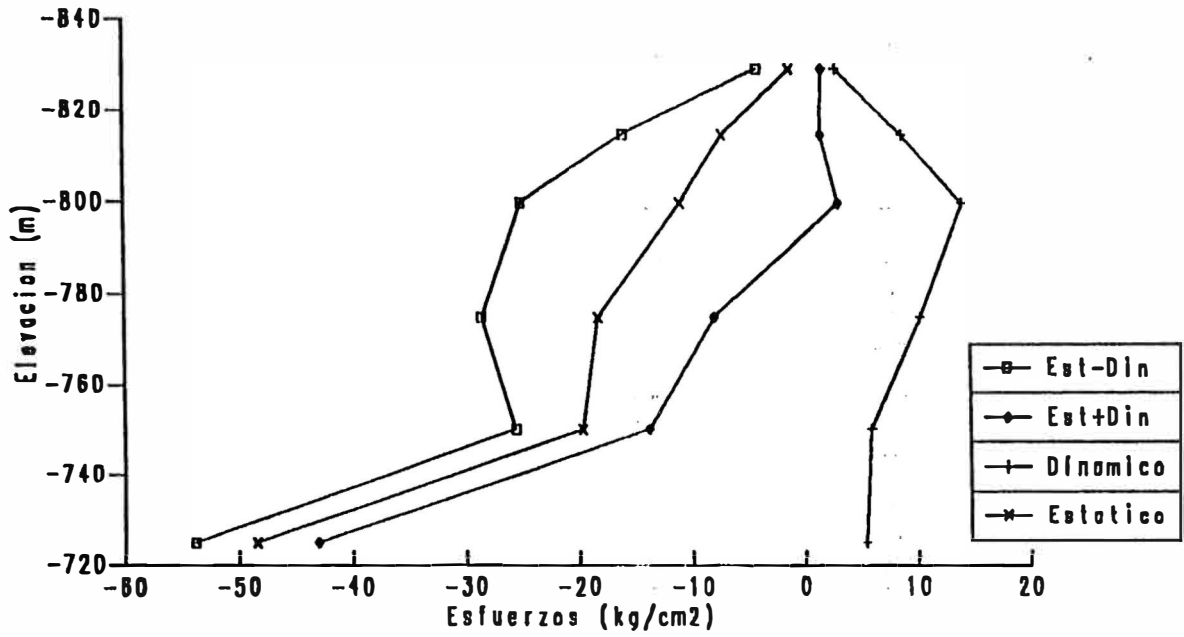
ESFUERZOS VERTICALES VOLADIZO CENTRAL
Reservorio Lleno
Paramento aguas abajo



[b]

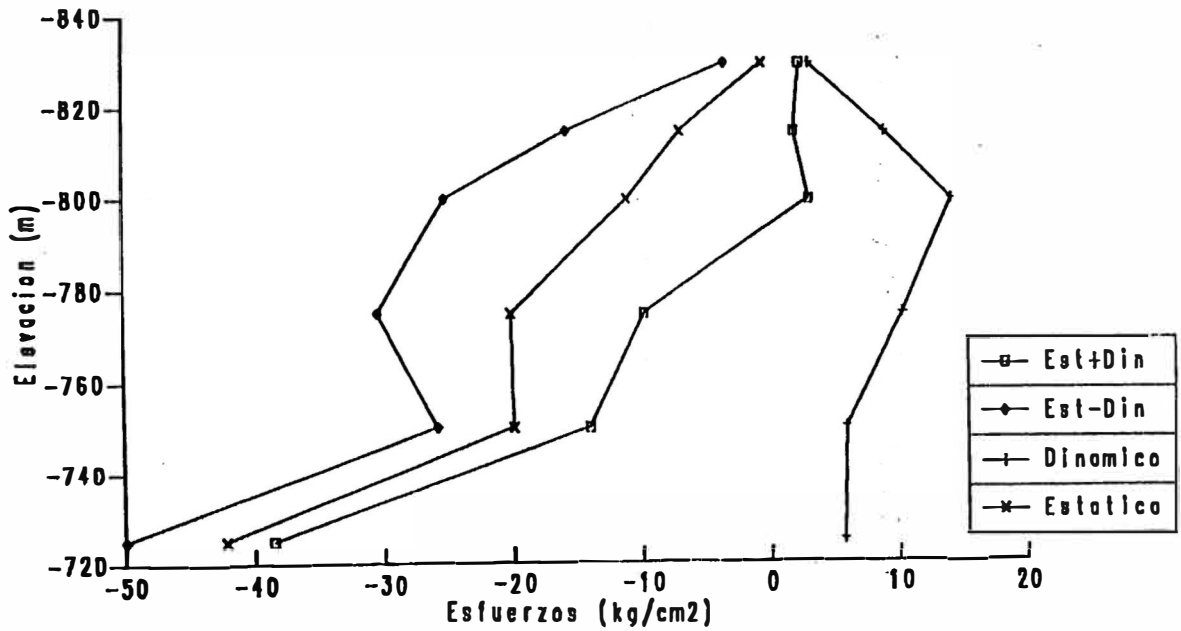
Figura]8-14]

ESFUERZOS VERTICALES VOLADIZO INTERMEDIO
Reservorio Vacío
Paramento aguas arriba



[a]

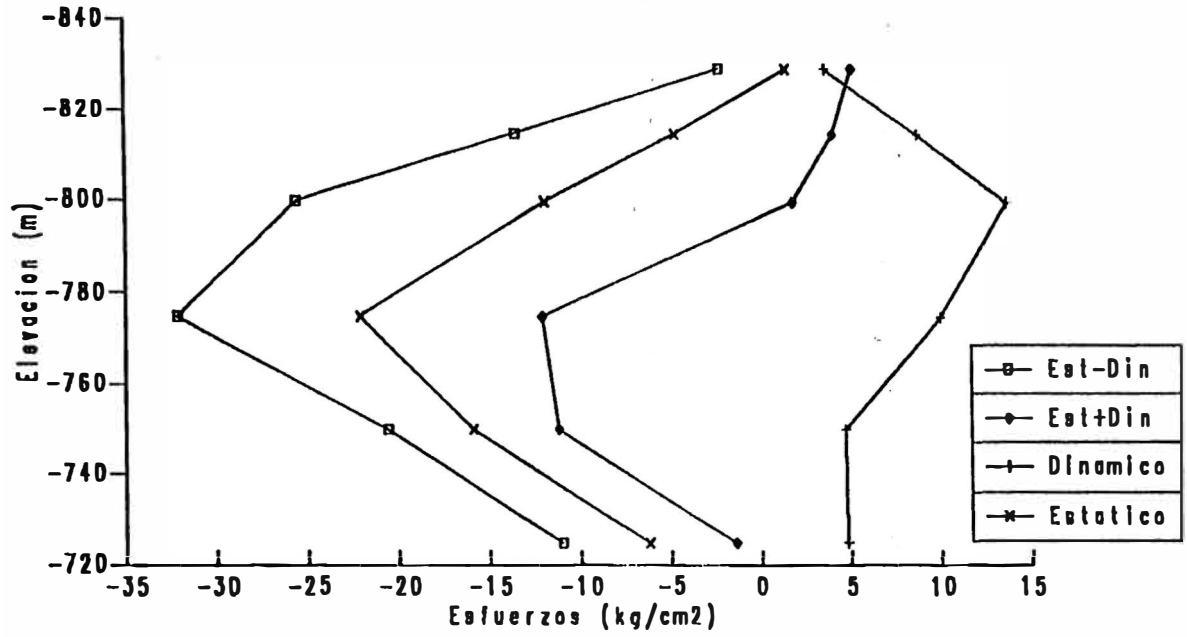
ESFUERZOS VERTICALES VOLADIZO INTERMEDIO
Reservorio Lleno
Paramento aguas arriba



[b]

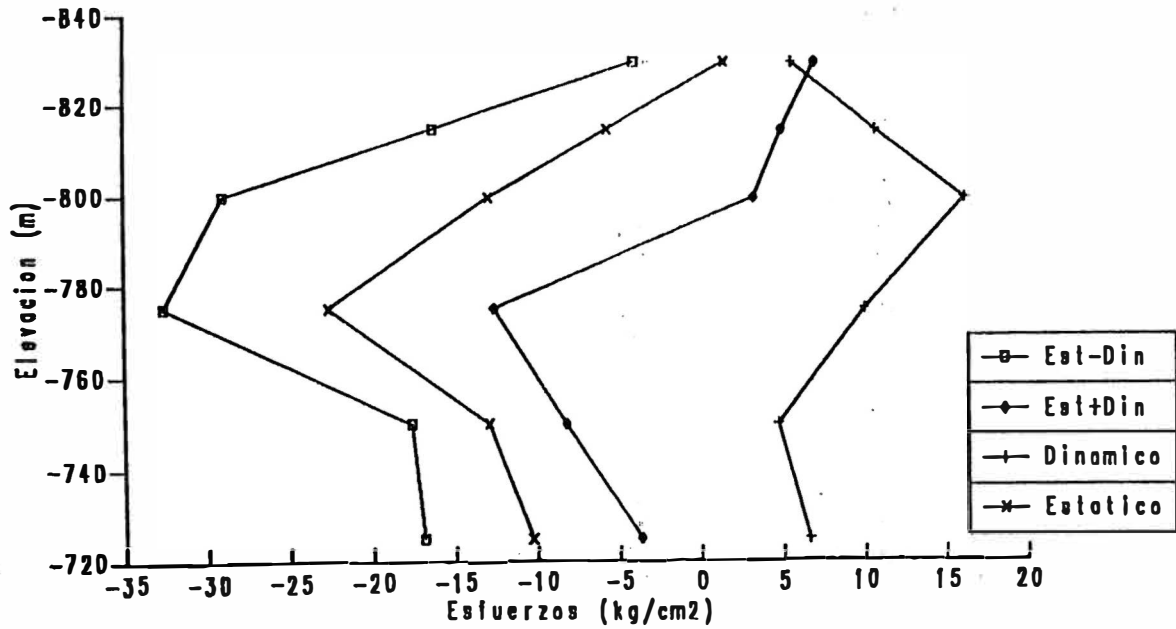
Figura [8-15]

ESFUERZOS VERTICALES VOLADIZO INTERMEDIO
Reservorio Vacío
Paramento aguas abajo



[a]

ESFUERZOS VERTICALES VOLADIZO INTERMEDIO
Reservorio Lleno
Paramento aguas abajo



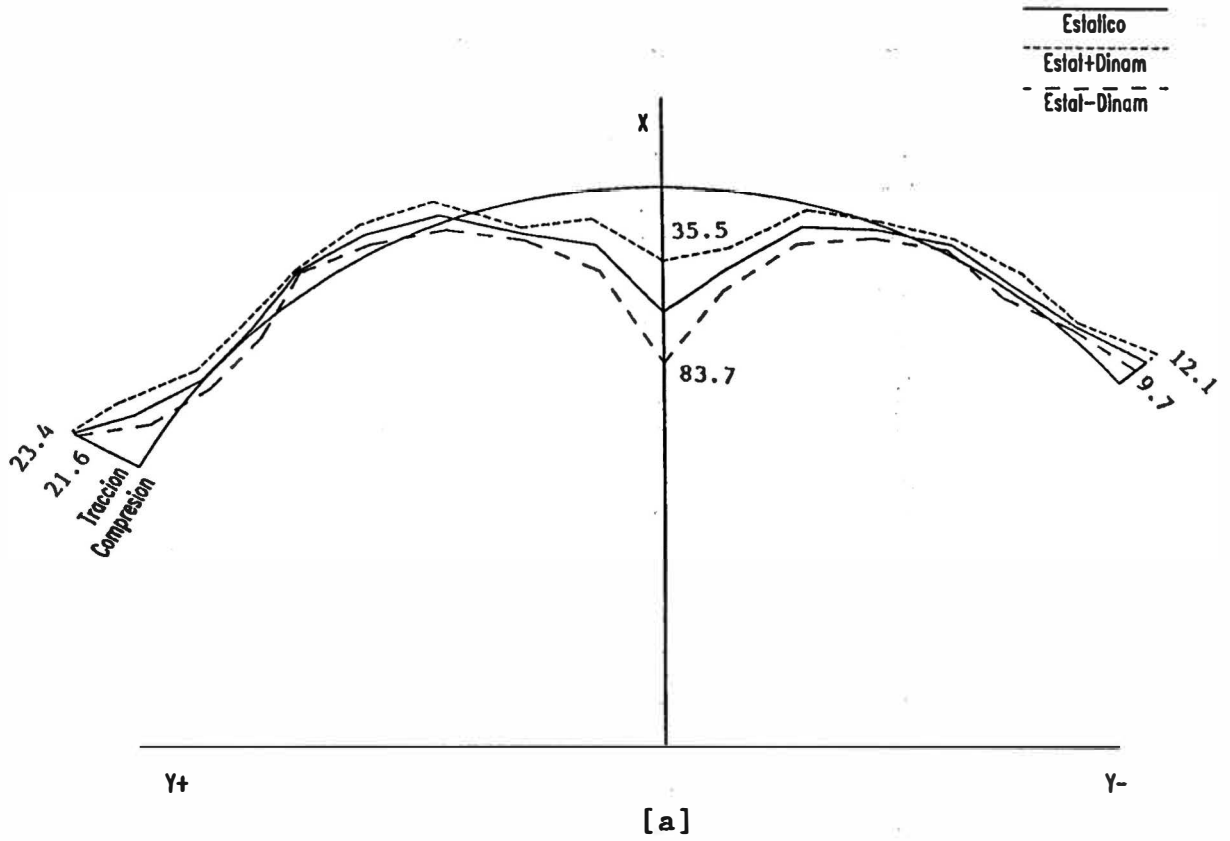
[b]

Figura [8-16]

ESFUERZOS TANGENCIALES ARCO SUPERIOR

Reservorio Lleno

Paramento aguas arriba



ESFUERZOS TANGENCIALES ARCO SUPERIOR

Reservorio Vacio

Paramento aguas arriba

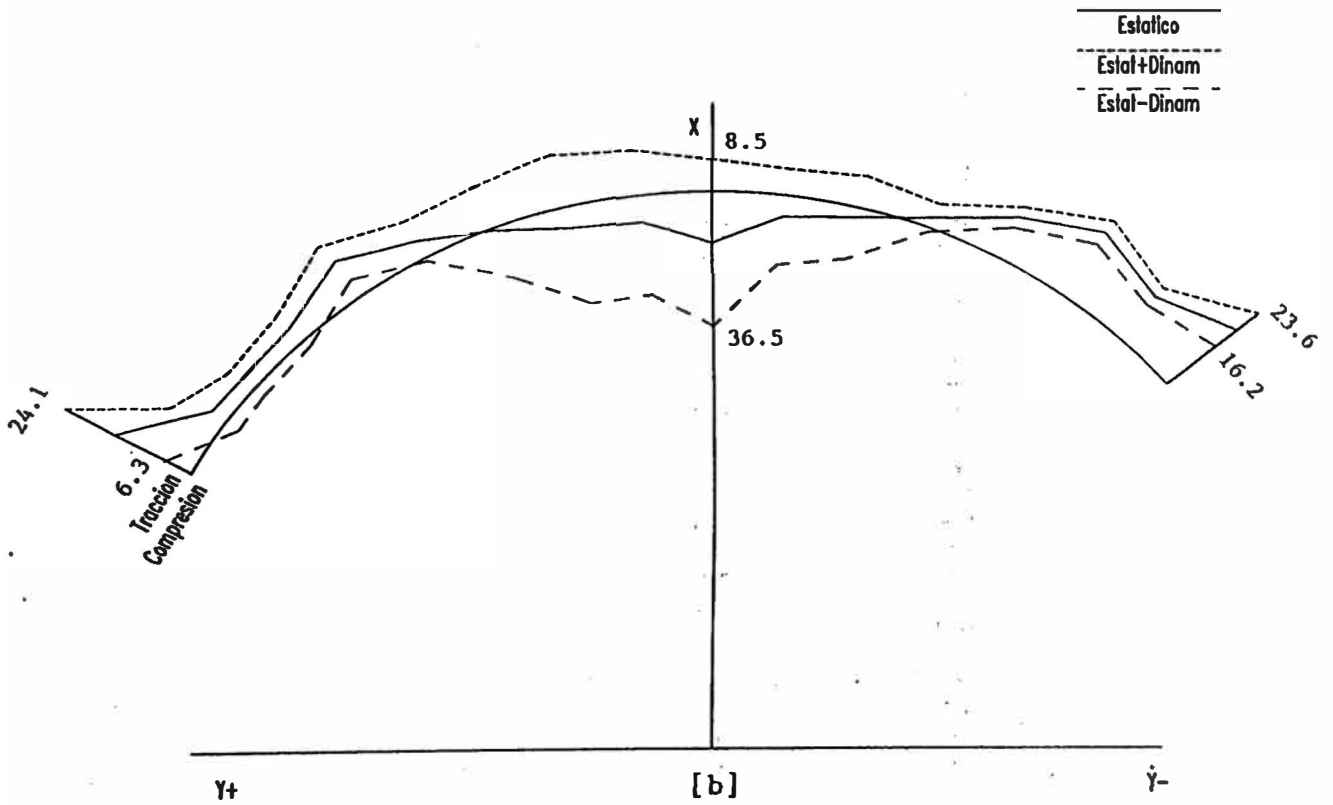
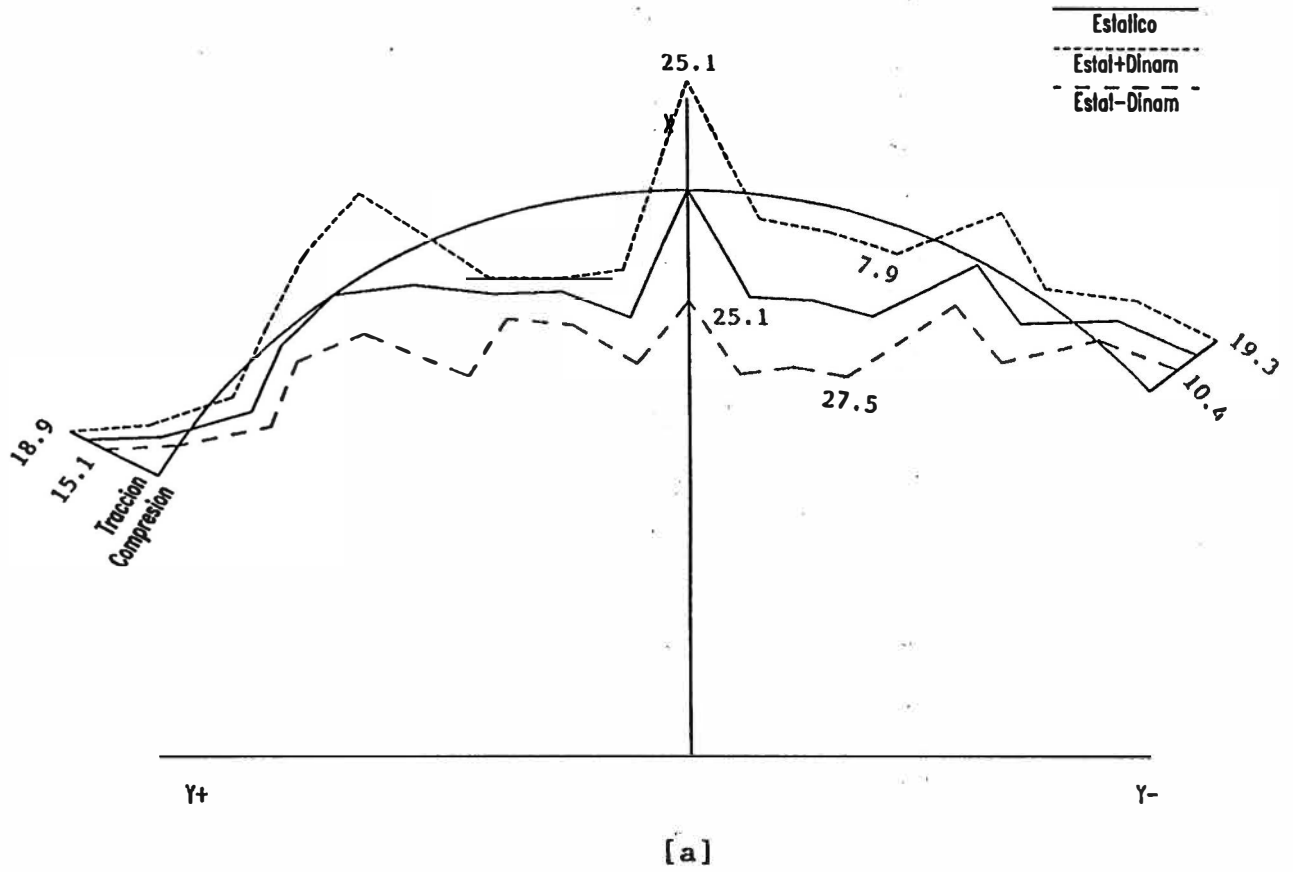


Figura [817]

ESFUERZOS TANGENCIALES ARCO SUPERIOR

Reservorio Lleno

Paramento aguas abajo



ESFUERZOS TANGENCIALES ARCO SUPERIOR

Reservorio Vacío

Paramento aguas abajo

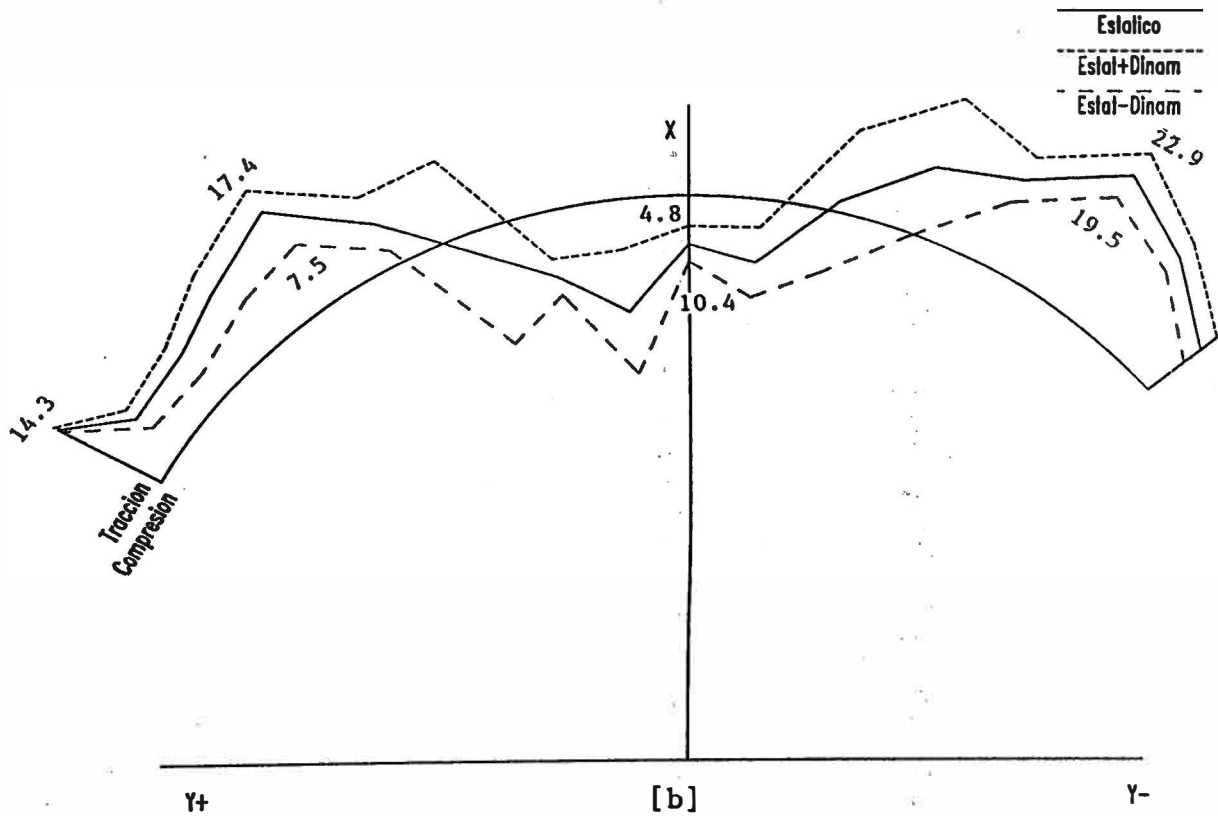
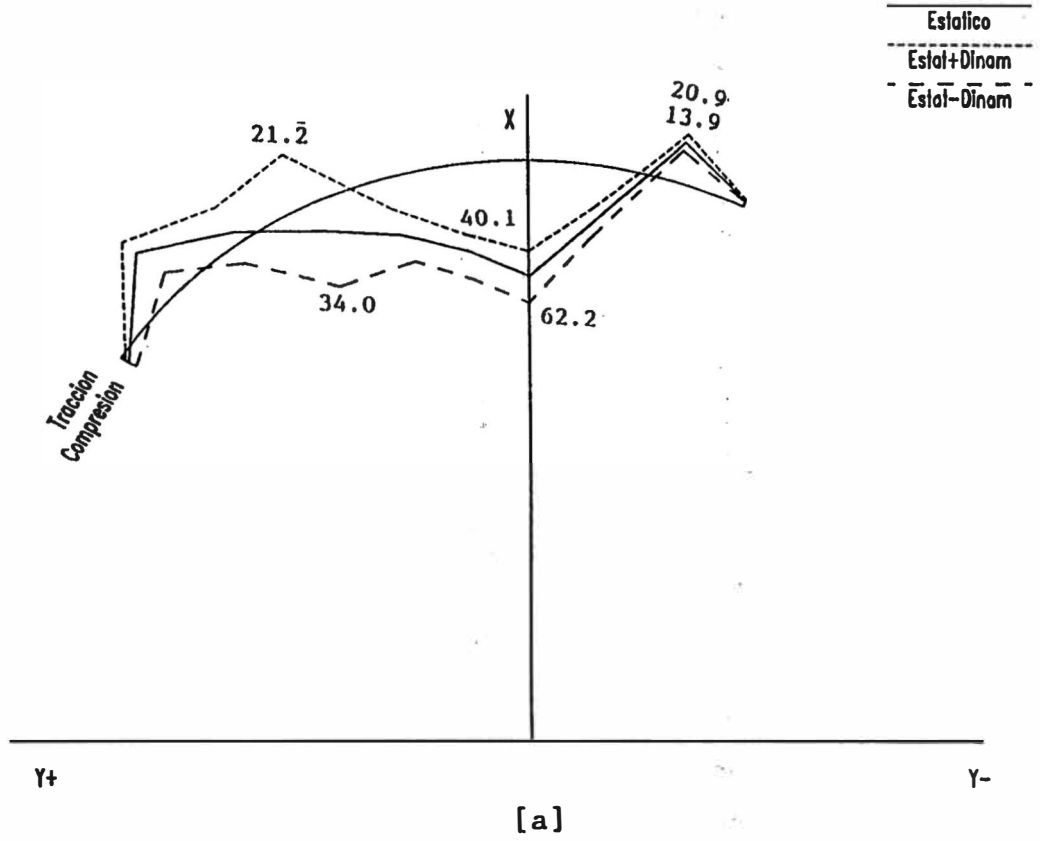


Figura [8-18]

ESFUERZOS TANGENCIALES ARCO NIVEL 775 m.s.n.m.

Reservorio Lleno

Paramento aguas arriba



ESFUERZOS TANGENCIALES ARCO NIVEL 775 m.s.n.m.

Reservorio Vacío

Paramento aguas arriba

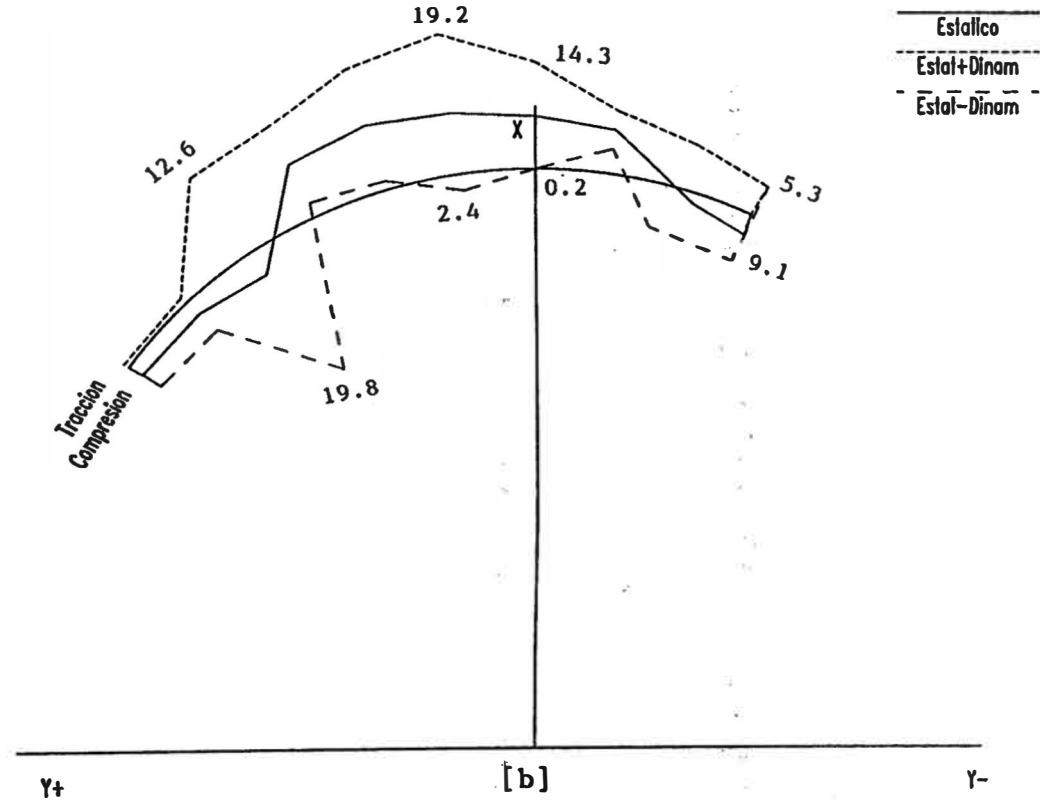
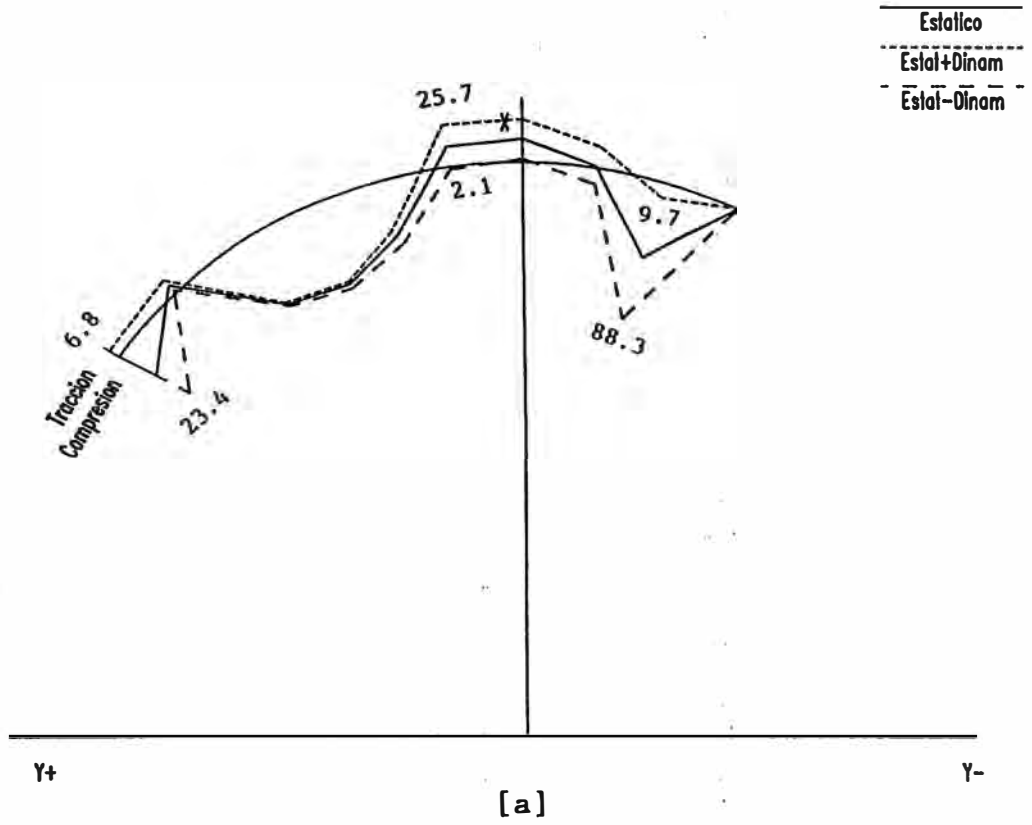


Figura [8-19]

ESFUERZOS TANGENCIALES ARCO NIVEL 775 m.s.n.m.

Reservorio Lleno
Paramento aguas abajo



ESFUERZOS TANGENCIALES ARCO NIVEL 775 m.s.n.m.

Reservorio Vacío
Paramento aguas abajo

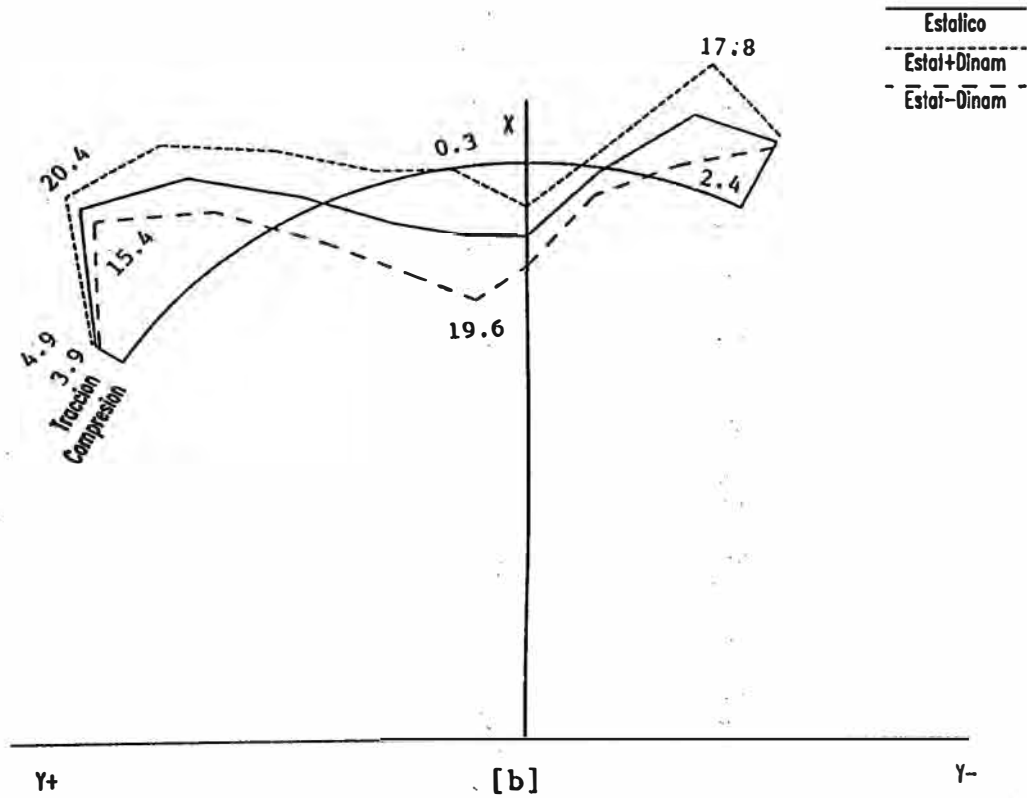
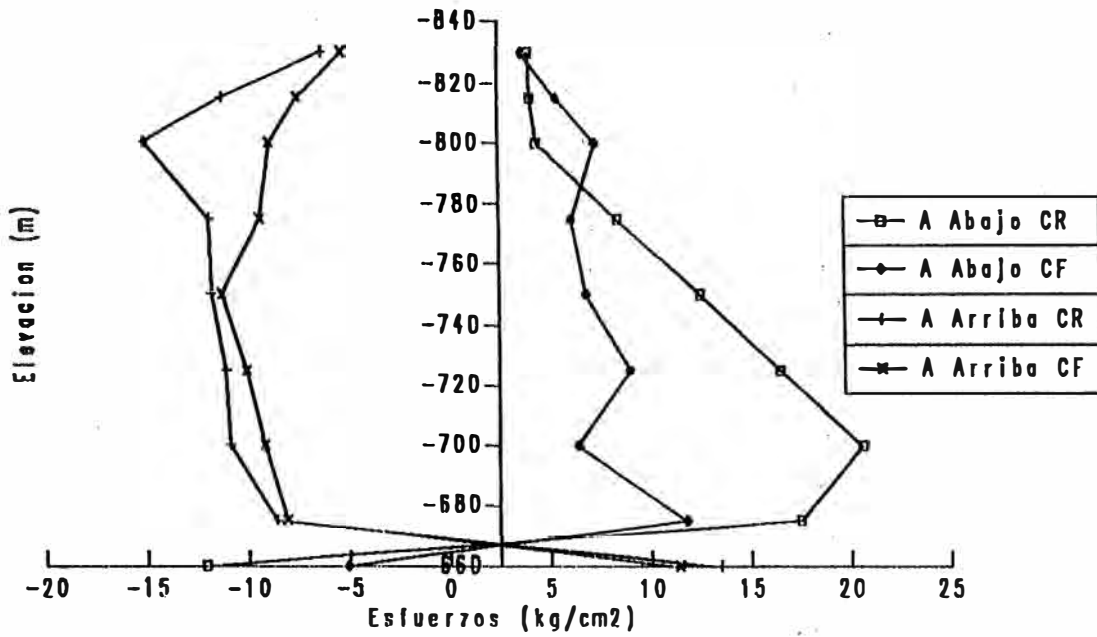


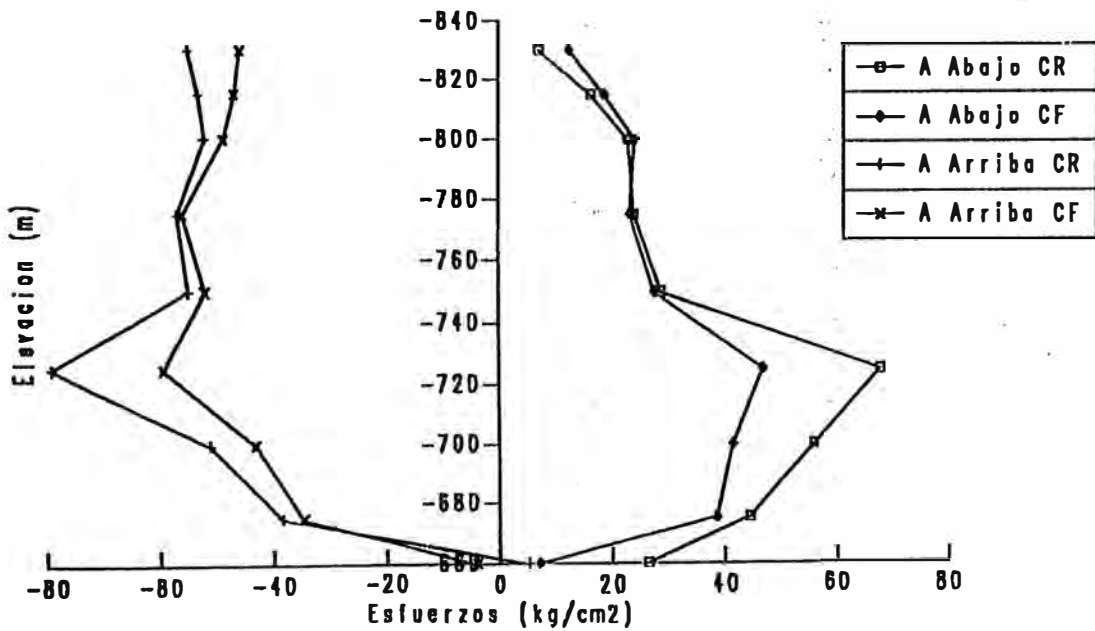
Figura [8-20]

ESFUERZOS VERTICALES VOLADIZO CENTRAL
Presion Hidrostatica



[a]

ESFUERZOS TANGENCIALES VOLADIZO CENTRAL
Presion Hidrostatica



[b]

Figura[8-21]

CAPITULO IX

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La forma de la presa determina finalmente la magnitud y el sentido de los esfuerzos a los que estará sometida la estructura debido a los diversos estados de carga. En particular la curvatura vertical tiene un papel importante dado que disminuye las fuerzas de tensión producidas por la presión hidrostática en el cuerpo de la presa, mientras que la curvatura horizontal permite la acción de los arcos disminuyendo o eliminando los esfuerzos de tracción que pudieran presentarse en ellos.

De los estados de carga analizados se ha podido observar que dentro de las cargas estáticas el empuje hidrostático es el que originó los esfuerzos más críticos. En lo que respecta a las cargas dinámicas, cuando el reservorio se encuentre lleno la presión hidrodinámica generará los esfuerzos de mayor magnitud y cuando la presa se encuentre vacía el sismo en la dirección aguas arriba - aguas abajo producirá los mayores esfuerzos.

Sobre la base de la información disponible se puede concluir que es factible diseñar una presa de arco en la zona de Chadín 2, con magnitudes de esfuerzos dentro de límites aceptables.

La calidad de los resultados obtenidos con técnicas de elementos finitos esta relacionada directamente con el grado de discretización de la estructura. Una división de la presa en ocho arcos muestra resultados bastante satisfactorios, sin embargo es conveniente dimensionar los elementos más cercanos a la cimentación de menor tamaño que el resto de ellos puesto que en esas zonas se presentan variaciones más pronunciadas de los esfuerzos.

Un estudio más minucioso de los efectos producidos por la variación de temperatura puede hacerse aplicando el método de Elementos Finitos al principio de transferencia de calor por conducción y convección en una presa de arco, en el que podría incluirse gradientes de temperatura no lineales. En este caso no se justifica hacer un estudio de esta naturaleza porque las condiciones climáticas no son severas, lo que puede apreciarse en la magnitud de los esfuerzos producidos por estos efectos.

Los períodos de vibración de la presa para un sismo en la dirección aguas arriba- aguas abajo con las masas adosadas son superiores aproximadamente en un 55% a los períodos correspondientes al reservorio vacío, así mismo puede observarse que en la mayoría de las gráficas de fuerzas dinámicas mostradas el empuje hidrodinámico produce mayores esfuerzos comparado con las fuerzas dinámicas correspondientes al reservorio vacío.

La zona vertical central soporta esfuerzos finales de mayor magnitud que otras zonas verticales. Del mismo modo, comparando arcos a diferentes niveles, se puede observar que los arcos inferiores están sometidos a esfuerzos finales de tracción más críticos que

los superiores.

Estos esfuerzos de tracción indican que podría dársele mayor curvatura a estos arcos hasta llegar a tener esfuerzos de compresión, sin embargo los esfuerzos obtenidos para el diseño final propuesto están por debajo de los límites tolerables. La alternativa finalmente propuesta deberá ser aquella que satisfaga los requisitos de esfuerzos con el menor volumen de concreto.

BIBLIOGRAFIA

1. ACI committee 207, 1970 "Mass Concrete for Dams and other Massive Structures", title N° 67-17, ACI journal.
2. ACI committee 207, 1990 "Effect of Restreint, Volume Change, and Reinforcement on Cracking of Mass Concrete", title N° 87-M31, ACI materials journal.
3. Bathe, K.J. y Wilson, E. L., 1976 "Numerical Methods in Finite Element Analysis", Prentice Hall Inc, Englewood Cliffs, NJ.
4. Bureau of Reclamation,U.S. Department of Interior, 1977 "Design of Arch Dams", Denver, Colorado.
5. Clough, R.W. y Penzien, J., 1975 "Dynamics of Structures", MC Graw Hill Book Company, New York, N.Y.
6. Crandal, S., 1969 "Engineering Analysis", Mc Graw Hill Book Company, New York.
7. Davis, C.V. y Soresen, K.E., 1969 "Handbook of Applied Hydraulics", Mc Graw Hill Book Company, New York.

8. Ghanaat, Y. y Clough R.W., 1989 "Enhanced Arch Dam Analysis Program", Report No. UCB/EERC-89/07 Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley.
9. The Institution of Civil Engineers, 1968 "Arch Dams", London.
10. Japanese National Committee on large Dams, 1976 "Design criteria for Dams", Tokyo.
11. Newmark, N.M., Blume J.A. y Kapur, K.K., April 1973 "Design Response Spectra for Nuclear Power Plants", ASCE Structural Engineering meeting, San Francisco.
12. Palma, M., 1988 "Análisis Estructural de Presas de Arco Mediante el Método de los Elementos Finitos". Tesis de Grado, Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Ingeniería, Lima.
13. Scaletti H. y Palma M., 1988 "Análisis Estructural de Presas de Arco por el Método de Elementos Finitos", Séptimo Congreso Nacional de Ingeniería Civil, Huaraz.
14. Segerlind, L.J., 1984 "Applied Finite Element Analysis", Second Edition, John Wiley and sons, New York.

15. Shaw-Han J., 1982 "Fluid - Structure interactions: Added mass computations for incompressible fluid", Report N° UBC/EERC - 82/09 Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley.
16. Stagg K.G. y Zienkiewicz O.C., 1979 "Rock Mechanics in Engineering Practice", John Wiley and Sons, London.
17. Thurston S.J., Priestley M.J.N. y Cooke N., September-October, 1980 "Thermal Analysis of Thick Concrete Sections" title N° 77-38 ACI journal.
18. Timoshenko S.P. y Goddier J.N., 1970 "Theory of Elasticity", Mc Graw Hill Book Company, Third Edition, New York.
19. Zienkiewicz, O.C., 1980 "El Método de los Elementos Finitos", Editorial Reverté, España.