

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA



**CONTROL DE UN INTERCAMBIADOR DE CALOR
DE DOBLE TUBO EN CONTRACORRIENTE**

INFORME DE SUFICIENCIA

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:

INGENIERO ELECTRÓNICO

PRESENTADO POR:

CARLOS ALFREDO BAILÓN BUSTAMANTE

PROMOCIÓN

1988- I

LIMA – PERÚ

2004

***Dedico este trabajo a:
Mis padres, inspiración plena de lucha y
sacrificio,
Y a mis hijos fuente de esperanza de
superación.***

**CONTROL DE UN INTERCAMBIADOR DE CALOR DE
DOBLE TUBO EN CONTRACORRIENTE**

SUMARIO

El presente trabajo abarca el modelado del sistema dinámico de un intercambiador de calor de doble tubo, donde participan dos corrientes en el proceso, una actúa como fuente de calor y la otra actúa como receptora del calor, el cual se transfiere a través de las paredes metálicas de los tubos que conforman el equipo (contacto indirecto). Los equipos utilizados para calentar fluidos emplean generalmente vapor de agua como fuente de calentamiento, los equipos utilizados para enfriar fluidos emplean usualmente agua como fluido de enfriamiento. Cuando existe una diferencia de temperatura entre un tubo y el fluido que circula por él, se transfiere calor entre la pared del tubo y el fluido. De acuerdo con la transferencia de calor, debemos de controlar la temperatura T_p del proceso cuando está operando en contracorriente para así mantener un balance energético del sistema. Para este estudio, se ha organizado el trabajo en cuatro capítulos de la siguiente forma:

En el capítulo **I** se formula el problema a resolver, explicando el tipo de intercambiador de doble tubo fluido-fluido para realizar las prácticas sobre transferencia de calor. Se presenta los tipos básicos de intercambiadores de calor y se mencionan sus principales características de operación.

En el capítulo **II** se realiza el modelamiento del proceso considerando datos experimentales, cuyas temperaturas son procesadas hasta alcanzar el estado estacionario.

En el capítulo **III** se hace un estudio y diseño del algoritmo PID discreto. Se realizan las simulaciones desarrolladas en Simulink de MATLAB, comparando con la respuesta de un controlador en tiempo continuo.

En el capítulo **IV** se hace un estudio y diseño de un controlador óptimo cuadrático estacionario. Se realizan las simulaciones para el caso de respuesta al escalón y otra simulación en respuesta a una trayectoria escalonada variable.

Finalmente, se presentan las conclusiones del presente trabajo indicando el rendimiento de las técnicas de control desarrolladas en los capítulos **III** y **IV**, y en el Apéndice A se presentan los programas escritos en código MATLAB.

ÍNDICE

TABLA DE ILUSTRACIONES

PRÓLOGO	3
CAPÍTULO I	
GENERALIDADES Y FORMULACION DEL PROBLEMA	4
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	4
1.2 TIPOS BÁSICOS DE INTERCAMBIADOR DE CALOR	5
1.3 CARACTERÍSTICAS DEL INTERCAMBIADOR	6
CAPÍTULO II	
MODELADO DEL PROCESO	
2.1 DIAGRAMA DEL SISTEMA DE CONTROL	8
2.2 MODELAMIENTO DEL PROCESO	9
2.3 COMPROBACIÓN DEL MODELO	13
2.4 SIMULACIÓN DEL PROCESO	14
2.5 FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DEL PROCESO	16
2.6 RESPUESTA ESCALÓN EN LAZO ABIERTO	19
CAPÍTULO III	
DISEÑO DEL CONTROLADOR PID	
3.1 INTRODUCCIÓN	20
3.2 CONTROLADOR PID DISCRETO	20
3.3 OPTIMIZACIÓN DE PARÁMETROS DE ALGORITMO DE CONTROL DISCRETO	21

3.4 ALGORITMO DE CONTROL DE SEGUNDO ORDEN	23
3.5 IMPLEMENTACIÓN Y SIMULACIONES	25
CAPÍTULO IV	
DISEÑO DEL CONTROL ÓPTIMO	
4.1 INTRODUCCIÓN	33
4.2 RESOLVIENDO EL PROBLEMA DEL CONTROL ÓPTIMO	34
4.3 EL REGULADOR ÓPTIMO PROPORCIONAL INTEGRAL	36
4.4 SIMULACIONES DEL ALGORITMO DE CONTROL ÓPTIMO	39
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	43
ANEXO A: PROGRAMAS EN MATLAB	45
BIBLIOGRAFÍA	53

PRÓLOGO

El presente trabajo abarca el modelado del sistema dinámico de un intercambiador de calor de doble tubo, donde participan dos corrientes en el proceso, una actúa como fuente de calor y la otra actúa como receptora del calor, el cual se transfiere a través de las paredes metálicas de los tubos que conforman el equipo (contacto indirecto). Los equipos utilizados para calentar fluidos emplean generalmente vapor de agua como fuente de calentamiento, los equipos utilizados para enfriar fluidos emplean usualmente agua como fluido de enfriamiento.

Cuando existe una diferencia de temperatura entre un tubo y el fluido que circula por él, se transfiere calor entre la pared del tubo y el fluido. De acuerdo con la transferencia de calor, debemos de controlar la temperatura T_p del proceso cuando está operando en contracorriente para así mantener un balance energético del sistema. Para este estudio, se ha organizado el trabajo en cuatro capítulos de la siguiente forma:

En el capítulo **I** se formula el problema a resolver, explicando el tipo de intercambiador de doble tubo fluido-fluido para realizar las prácticas sobre transferencia de calor. Se presenta los tipos básicos de intercambiadores de calor y se mencionan sus principales características de operación.

En el capítulo **II** se realiza el modelamiento del proceso considerando datos experimentales, cuyas temperaturas son procesadas hasta alcanzar el estado estacionario.

En el capítulo **III** se hace un estudio y diseño del algoritmo PID discreto. Se realizan las simulaciones desarrolladas en Simulink de MATLAB, comparando con la respuesta de un controlador en tiempo continuo.

En el capítulo **IV** se hace un estudio y diseño del un controlador óptimo cuadrático estacionario. Se realizan las simulaciones para el caso de respuesta al escalón y otra simulación en respuesta a una trayectoria escalonada variable.

Finalmente, se presentan las conclusiones del presente trabajo indicando el rendimiento de las técnica de control desarrolladas en los capítulos **III** y **IV**, y en el Apéndice **A** se presentan los programas escritos en código MATLAB.

CAPÍTULO I GENERALIDADES Y FORMULACION DEL PROBLEMA

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En un proyecto de ingeniería de equipamiento térmico son importantes no sólo las características de eficiencia térmica, sino también las referentes a la economía del sistema y que habrá que conjugar adecuadamente. El papel de los intercambiadores de calor ha adquirido una gran importancia ante la necesidad de ahorrar energía y disponer de equipos óptimos no sólo en función de su análisis térmico y del rendimiento económico de la instalación, sino también en función de otros factores como el aprovechamiento energético del sistema y la disponibilidad y cantidad de energía y de materias primas necesarias para cumplir una determinada función.

Desde el momento en que un intercambiador de calor se instala y pone en funcionamiento dentro de un proceso de transferencia térmica, se precisa un determinado gradiente de temperatura para que se pueda efectuar la transmisión del calor; la magnitud de este gradiente se puede reducir utilizando un intercambiador mayor, pero ésto a su vez implica un mayor costo, tanto de tipo económico, como energético. Consideraremos como parte del conjunto de los intercambiadores de calor, no sólo los clásicos formados por la carcasa y tubos, sino también otros, como los fluídos, o los que aprovechan la energía solar, o las tuberías de calor o calefacción, etc.

Los intercambiadores de calor son tan importantes y tan ampliamente utilizados en la industria, que su diseño ha experimentado un gran desarrollo, existiendo en la actualidad normas ideadas y aceptadas por TEMA que especifican con detalle los materiales, métodos de construcción, técnicas de diseño y sus dimensiones [1].

1.2. TIPOS BÁSICOS DE INTERCAMBIADORES DE CALOR

El intercambiador de calor más sencillo se compone de un tubo dentro de otro tubo como se muestra en la figura 1.1 [2]. Este montaje de corrientes paralelas funciona, tanto en contracorriente como en equicorriente, circulando el fluido caliente o el frío a través del espacio tubular, mientras que el otro fluido circula por la tubería interior.

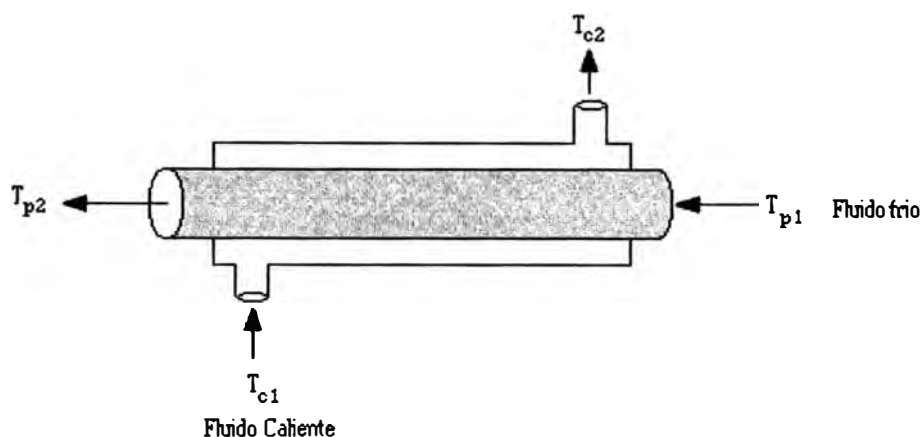


Figura 1.1: Intercambiador simple de tubos concéntricos.

En el presente trabajo utilizaremos un intercambiador de calor de doble tubo fluido-fluido el cual se usa para realizar las prácticas sobre transferencia de calor. En este tipo de intercambiador, uno de los fluidos circula por el interior de los tubos, mientras que el otro fluido se ve forzado a circular entre la carcasa y la parte exterior de los tubos (operación normal). Cuando las temperaturas T_c del fluido del lado caliente y T_p del fluido del lado frío son variables de un punto a otro, a medida que el calor va pasando del fluido más caliente al más frío, la velocidad de intercambio térmico entre los fluidos también variará a lo largo del intercambiador, porque su valor depende, en cada sección, de la diferencia de temperaturas entre los fluidos caliente y frío. En un flujo paralelo en equicorriente, la temperatura final del fluido más frío nunca puede llegar a ser igual a la temperatura de salida del fluido más caliente. Sin embargo, en un flujo en contracorriente, la temperatura final del fluido más frío (que es el que se calienta) puede superar la temperatura de salida del fluido más caliente (que se enfría), puesto que existe un gradiente de temperaturas.

En un intercambiador en contracorriente, los coeficientes de transmisión de calor del lado de la carcasa y del lado de los tubos deben ser del mismo orden de magnitud y ser grandes para obtener un coeficiente global satisfactorio. La velocidad y turbulencia del líquido del lado de la carcasa son tan importantes como las del líquido del lado de los tubos. Para evitar el debilitamiento de las placas tubulares es preciso mantener una distancia mínima entre los tubos, por lo que no resulta práctico colocar los tubos tan juntos que la sección libre para el flujo del fluido por el exterior de los tubos sea tan pequeña, como la del interior de los mismos.

1.3. CARACTERÍSTICAS DEL INTERCAMBIADOR

El intercambiador que se ha usado para el presente estudio, es un intercambiador de calor de doble tubo de cobre operando en contracorriente. La operación del intercambiador con fines de estudio consiste en hacer circular al fluido caliente por el espacio tubular y al fluido frío (al cual hemos denominado fluido de proceso) por el tubo interior. La figura 1.2 muestra el diagrama del intercambiador de calor de doble tubo que será el proceso a controlar [1][3].

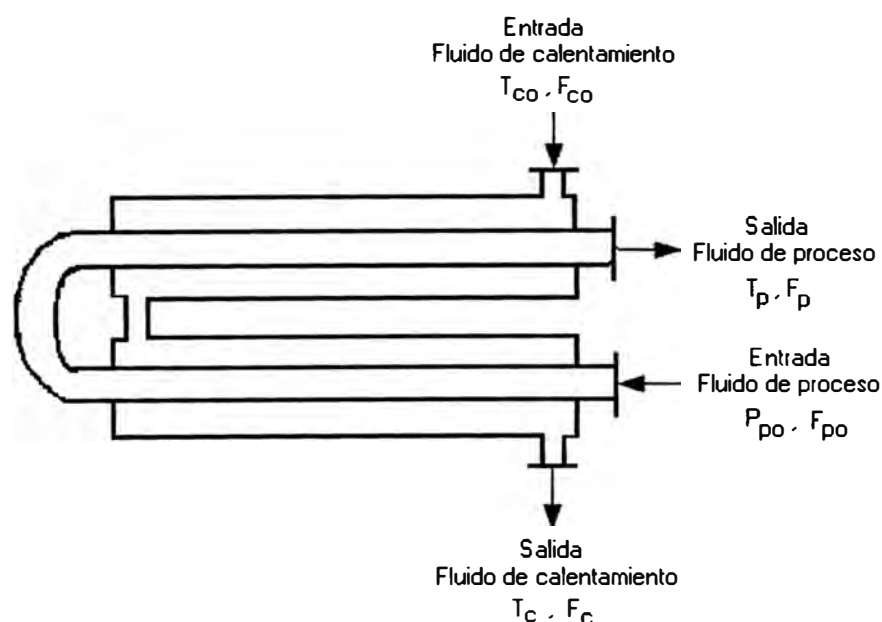


Figura 1.2: Intercambiador de doble tubo.

El intercambiador de calor de doble tubo, requiere de determinadas dimensiones para la operación en contracorriente. La tabla 1.1 nos muestra los val-

ores nominales del tubo, diámetro, áreas de sección transversal, longitud, área de transferencia de calor y volumen.

Tabla 1.1: Intercambiador de calor doble tubo.

Diámetro nominal del tubo interior	$D_1=1.27$ cm
Diámetro nominal del tubo exterior	$D_2=1.905$ cm
Area de sección transversal del tubo interior	$A_t=1.266$ cm ²
Area de sección transversal del anillo	$A_a=1.58$ cm ²
Longitud	$L=3.65$ m
Area de transferencia de calor	$A=0.1239$ m ²
Volumen vacío en el lado del tubo interior	$V_t=462.09$ cm ³
Volumen vacío en el lado del anillo	$V_a=576.7$ cm ³

CAPÍTULO II

MODELADO DEL SISTEMA

2.1. DIAGRAMA DEL SISTEMA DE CONTROL

En el diagrama del sistema del intercambiador de calor de doble tubo que se muestra en la figura 2.1, se quiere controlar la variable temperatura de salida del fluido de proceso y la variable manipulada es el caudal del fluido de calentamiento.

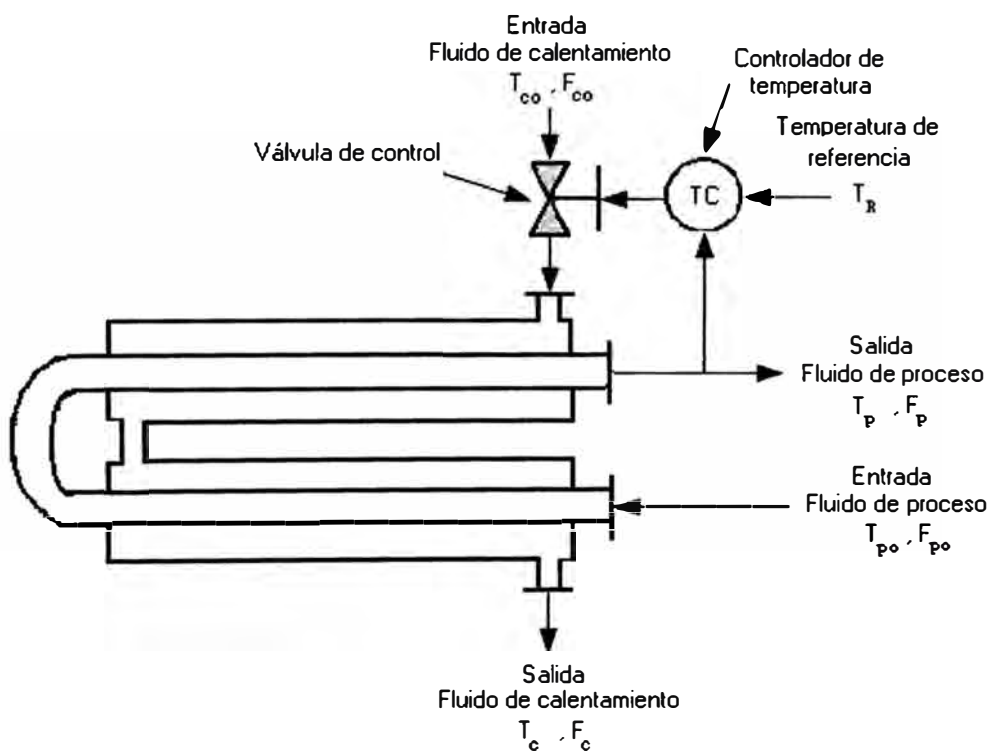


Figura 2.1: Diagrama del sistema de control.

El proceso de la figura 2.1, es un sistema de control de lazo cerrado con retroalimentación en el cual se mide la variable controlada (salida) para compararlo con el valor deseado de esta variable (valor de referencia), esto se hace en el comparador y debido a que en la comparación la variable medida entra con signo

negativo, este sistema se conoce como “feedback negativo”. Si hay diferencia se produce una señal de error la cual va al controlador para accionar la válvula de control y regular el flujo del fluido de calentamiento según lo requerido por el proceso como se muestra en la figura 2.2 [1].

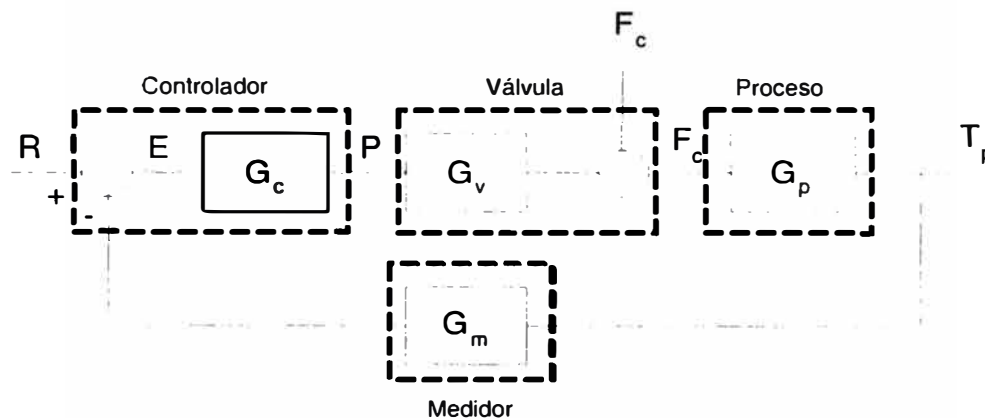


Figura 2.2: Diagrama de bloques del sistema de control.

2.2. MODELAMIENTO DEL PROCESO

El modelamiento del proceso consiste en aplicar la primera ley de la termodinámica que lleva adelante el principio de conservación de energía. Escribiendo para un sistema abierto (donde puede ocurrir entrada y salida de flujo de material) es decir.

$$[\Delta CES] = [FEIE] - [FEIS] + [CAS] - [WS] \quad (2.1)$$

donde.

- ΔCES : cambio en el tiempo de la energía interna, cinética y potencial dentro del sistema.
- $FEIE$: flujo de energía interna cinética y potencial entrando al sistema por convección y difusión.
- $FEIS$: flujo de energía interna potencial y cinética saliendo del sistema por convección y difusión.
- CAS : calor adicionado al sistema por conducción, radiación y reacción.

- WS: trabajo realizado por el sistema sobre los alrededores (trabajo de eje y cambio de volumen PV).

Aplicando en la ecuación (2.1) para una corriente cualquiera en el intercambiador de calor dado en la figura 2.1, se tiene.

$$\frac{d}{dt}[(U + K + \phi)V'\rho] = V_o\rho_o(U_o + K_o + \phi_o) - V\rho(U + K + \phi) \dots + (Q_G + Q) - (W + VP - V_oP_o) \quad (2.2)$$

la tabla 2.1 muestra las variables del proceso que ha sido descrito en la ecuación (2.2), donde.

Tabla 2.1: Variables del proceso.

U	energía interna (energía por unidad de masa)
K	energía cinética (energía por unidad de masa)
ϕ	energía potencial (energía por unidad de masa)
W	trabajo de eje realizado por el sistema (energía/tiempo)
P	presión del sistema
P_o	presión de la corriente de alimentación
V	caudal volumétrico (volumen / tiempo)
V'	volumen del sistema ocupado por el fluido
ρ	densidad (masa/volumen)
Q_G	calor generado por reacción
Q	calor transferido (saliendo o entrando a la corriente)
t	tiempo

Note que el subíndice “o” para los términos de la ecuación (2.2), hacen referencia a la entrada al sistema. Además, todos los términos en la ecuación (2.2) deben tener las mismas unidades (energía por tiempo), así los términos VP deben usar el factor de conversión apropiado (778 pies.lbf/Btu en el sistema inglés de unidades).

En el intercambiador en estudio no se genera calor por lo que $Q_G = 0$, y no se hace ningún trabajo de eje, así $W = 0$. Si las velocidades de flujo de entrada y salida no son muy altas, el término de energía cinética es despreciable. Si la elevación de los flujos de entrada y salida están mas o menos al mismo nivel, el término de energía potencial es pequeño. entonces la ecuación (2.2) queda reducida en la siguiente ecuación.

$$\begin{aligned}\frac{d(\rho V'U)}{dt} &= V_o\rho_o U_o - V\rho U + Q - V\rho\frac{P}{\rho} + V_o\rho_o\frac{P_o}{\rho_o} \\ &= V_o\rho_o(U_o + P_o\bar{V}_o) - V\rho(U + P\bar{V}) + Q\end{aligned}\quad (2.3)$$

donde \bar{V} es el volumen específico (pies³/lbm o m³/kg), el recíproco de la densidad. La entalpía h , se define.

$$h = U + P\bar{V}\quad (2.4)$$

Nosotros usaremos h para la entalpía de una corriente líquida y H para la entalpía de una corriente de gas o vapor. Luego, para una corriente cualquiera del intercambiador tenemos.

$$\frac{d(\rho V'h)}{dt} = V_o\rho_o h_o - V\rho h + Q\quad (2.5)$$

Para líquidos el término P es despreciable comparado con el término U , y podemos usar la velocidad de cambio de la entalpía del sistema en lugar de la energía interna del sistema.

$$\frac{d(\rho V'h)}{dt} = V_o\rho_o h_o - V\rho h + Q\quad (2.6)$$

Las entalpías son funciones de la composición, temperatura, y presión, pero principalmente de la temperatura. A partir de la termodinámica, la capacidad calorífica a presión constante, C_p , y a volumen constante C_v , son.

$$C_p = \left[\frac{\partial H}{\partial T} \right]_p \quad C_v = \left[\frac{\partial U}{\partial T} \right]_v\quad (2.7)$$

Para demostrar que la energía es primeramente influenciada por la temperatura, haremos una simplificación del problema asumiendo que la entalpía del líquido puede ser expresada como un producto de la temperatura absoluta y una capacidad calorífica promedio C_p , (Btu/lbm^oR o kJ/kgK) que es constante.

$$H = C_p T\quad (2.8)$$

También asumiremos que las densidades de todas las corrientes líquidas son constantes. Con estas simplificaciones la ecuación (2.6) será.

$$\rho C_p \frac{dV'T_c}{dt} = \rho C_p (V_o T_o - VT) + Q \quad (2.9)$$

De la ecuación de Fourier, para el calor transferido se tiene:

$$Q = UA\Delta T \quad (2.10)$$

donde U es el coeficiente total de transferencia de calor y A es el área de transferencia de calor.

Reemplazando la ecuación (2.10) y considerando que el volumen ocupado por la corriente es constante, la ecuación (2.9) será.

$$\rho V' C_p \frac{dT_c}{dt} = \rho C_p (V_o T_o - VT) + UA\Delta T \quad (2.11)$$

Considerando que: $\rho V' = M$ es la masa de fluido dentro del sistema, $\rho V_o = \rho V = F(t)$ es el flujo de masa entrando y saliendo del sistema, el cual varía con el tiempo de acuerdo a las condiciones de operación del intercambiador, y si los flujos de masa varían, también variará el coeficiente total de transferencia de calor. Por lo tanto $U = U(t)$. Con estas simplificaciones y asunciones la ecuación (2.11) será.

$$MC_p \frac{dT_c}{dt} = C_p F(t)(T_o - T) + U(t)A\Delta T \quad (2.12)$$

Tomando la temperatura T_c de la corriente como el promedio entre las temperaturas de entrada T_o y salida T .

$$T_c = \frac{T_o + T}{2} \quad (2.13)$$

Reemplazando la ecuación (2.13) en (2.12) y considerando que la temperatura de entrada es constante, se tiene.

$$\frac{dT}{dt} = \frac{2[F(t)(T_o - T) + U(t)A\Delta T(T)/C_p]}{M} \quad (2.14)$$

Aplicando la ecuación (2.14) tanto para el fluido de calentamiento como para el fluido de proceso del intercambiador, y considerando que el fluido de calentamiento cede calor y el fluido de proceso absorbe calor, se tiene.

$$\frac{dT_p}{dt} = \frac{2[F_p(t)(T_{po} - T_p) - U(t)A\Delta T(T)/C_{pp}]}{M_p} \quad (2.15)$$

y

$$\frac{dT_c}{dt} = \frac{2[F_c(t)(T_{co} - T_c) + U(t)A\Delta T(T)/C_{pc}]}{M_c} \quad (2.16)$$

Donde $T = (T_{co}, T_{po}, T_c, T_p)$ es un vector de temperaturas de los fluidos de entrada y salida respectivamente, $\Delta T(T)$ es la diferencia media efectiva de temperaturas, la cual puede ser la diferencia media aritmética de temperaturas (DMAT).

$$\Delta T(T) = \frac{(T_p - T_{co}) + (T_{po} - T_c)}{2} \quad (2.17)$$

o como en la mayoría de los casos prácticos, la diferencia media logarítmica de temperaturas (DMLT).

$$\Delta T(T) = \frac{(T_{co} - T_p) - (T_c - T_{po})}{\ln(T_{co} - T_p) - \ln(T_c - T_{po})} \quad (2.18)$$

La dependencia del tiempo del coeficiente de transferencia de calor es importante para variaciones en el área de transferencia de calor. En este caso asumimos que $U(t) \neq 0$, $U(t) \geq 0$ y $T_{co} > T_{po}$ ó $(T_{co} < T_{po})$ respectivamente). Las asunciones precedentes implican que bajo condiciones normales de operación, $T_{co} > T_c$ o $(T_{co} < T_c)$ respectivamente), de modo que el sistema de control está bien definido para todo $t > 0$.

2.3. COMPROBACIÓN DEL MODELO

Se toma datos del proceso Para el efecto se ha considerado una operación en contracorriente fluido-fluido en la cual tanto el fluido caliente como el fluido frío es agua, cuyas propiedades físicas son:

Densidad del fluido caliente	ρ_c	980 kg/m ³
Densidad del fluido frío	ρ_p	1000 kg/m ³
Capacidades caloríficas	$C_{pc} = C_{pp}$	4184 J/kg°C
Masa de liquido dentro del tubo	M_p	0,462 kg
Masa de liquido dentro del anillo	M_c	0,576 kg

La siguiente tabla 2.2 muestra los datos experimentales del proceso.

Tabla 2.2: Datos experimentales.

Tiempo: min.	T_c (°C)	T_p (°C)
0.00	46.11	24.00
0.05	38.12	36.09
0.10	33.47	42.11
0.15	32.61	42.81
0.20	32.25	43.62
0.25	32.00	43.71
0.30	31.73	43.82
0.35	31.72	43.83
0.40	31.72	43.83

Tomamos los siguientes datos experimentales cuando el sistema alcanza el sistema estacionario, para luego ingresarlos a la dinámica del sistema.

$$F_c = 4.69 \text{ kg /min. (constante)}$$

$$F_p = 5.01 \text{ kg/min. (constante)}$$

$$T_{co} = 46.11 \text{ °C (constante)}$$

$$T_{po} = 24 \text{ °C (constante)}$$

$$T_c = 31.72 \text{ °C (al alcanzar el estado estacionario)}$$

$$T_p = 43.83 \text{ °C (al alcanzar el estado estacionario)}$$

2.4. SIMULACIÓN DEL PROCESO

El modelo de las ecuaciones (2.15) y (2.16) deducidas para el proceso de transferencia de calor en el intercambiador de doble tubo del Laboratorio de Operaciones Unitarias (LOU), es similar a los modelos reportados para otros intercambiadores, para tener la seguridad de que el modelo propuesto se ajusta al proceso en estudio, se debe simular la operación del intercambiador usando el modelo propuesto y comparar con los datos experimentales.

Reemplazando los valores numéricos y usando los datos dados en la tabla 2.2, las ecuaciones (2.15) y (2.16) se escribirán como.

$$\frac{dT_p}{dt} = -16,1T_p + 1,30T_c + 446,14U \quad (2.19)$$

$$\frac{dT_c}{dt} = 1,62T_p - 21,92T_c + 900,46U \quad (2.20)$$

las Ecuaciones (2.19) y (2.20) constituyen un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias. Este sistema se puede escribir como.

$$\dot{y} = My + Su \quad (2.21)$$

donde.

$$y = \begin{bmatrix} T_p \\ T_c \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} -16,1 & 1,30 \\ 1,62 & -21,92 \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} 446,14 \\ 900,46 \end{bmatrix}$$

El modelo matemático obtenido para el intercambiador de calor, es igual al modelo reportado en [1]. La simulación llevada a cabo para el intercambiador de calor es según dos aspectos. El primero es de acuerdo con los datos experimentales de la tabla 2.2, cuya respuesta se muestra en la figura 2.3. El segundo, es obtenido del modelo del intercambiador de calor, cuyo resultado se muestra en la figura 2.4. En consecuencia podemos concluir que el modelo matemático describe exactamente al proceso de transferencia de calor llevado a cabo en el intercambiador de doble tubo del LOU. Este mismo modelo puede generalizarse para cualquier intercambiador incluyendo los hervidores.

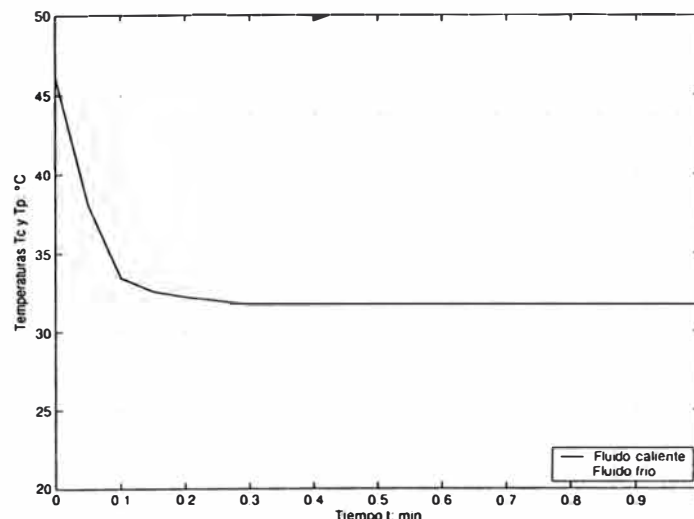


Figura 2.3: Datos experimentales de temperaturas vs. tiempo.

Los programas de simulación para las figuras 2.3 y 2.4 se encuentra listados en el apéndice A con el nombre de “cic2tpl.m”.

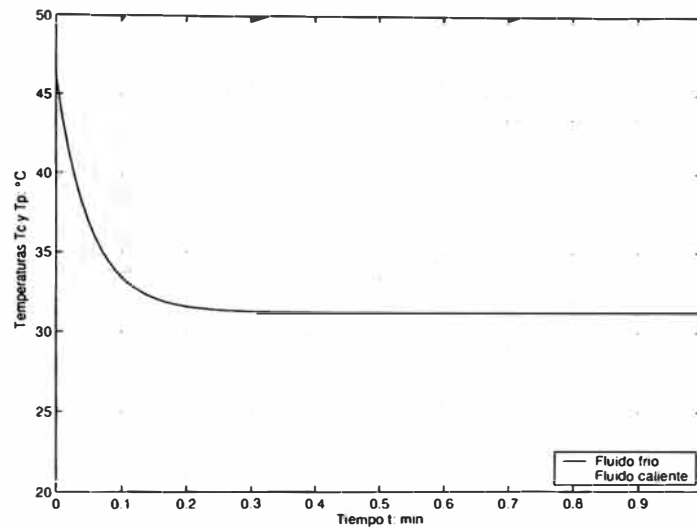


Figura 2.4: Simulación del intercambiador de calor.

2.5. FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DEL PROCESO

La función de transferencia para el proceso controlado llevado a cabo en el intercambiador de calor debe relacionar en el dominio del tiempo usando la herramienta matemática como es la transformada de Lapace a la variable de salida (controlada) T_p a la variable de entrada (regulada) F_c . De la ecuación (2.12), para el fluido de proceso, y si consideramos constante el flujo de entrada.

$$\frac{M_p}{2F_p} \frac{dT_p}{dt} = (T_{po} - T_p) + \frac{A\Delta T(T)}{F_p C \rho_p} U(t) \quad (2.22)$$

si.

$$\tau_p = \frac{M_p}{2F_p} \quad y \quad k_p = \frac{A\Delta T(T)}{F_p C \rho_p}$$

La ecuación (2.22) se puede escribir como.

$$\tau_p \frac{dT_p}{dt} + T_p = T_{po} + k_p U \quad (2.23)$$

En el estado estacionario, la ecuación (2.23) queda expresada como.

$$\tau_p \frac{dT_{ps}}{dt} + T_{ps} = T_{pos} + k_p U_s = 0 \quad (2.24)$$

Donde el subíndice s indica al estado estacionario.

Restando las ecuaciones (2.24) de la ecuación (2.23) se tiene.

$$\tau_p \frac{d(T_p - T_{ps})}{dt} + (T_p - T_{ps}) = (T_{po} - T_{pos}) + k_p(U - U_s) \quad (2.25)$$

Definiendo las variables de desviación.

$$(T_p - T_{ps}) = \mathbf{T}_p \quad (U - U_s) = \mathbf{U}$$

Además, $T_{po} = T_{pos}$ la temperatura de entrada es la misma en cualquier instante. Con lo cual la ecuación (2.25) será.

$$\tau_p \frac{d\mathbf{T}_p}{dt} + \mathbf{T}_p = k_p \mathbf{U} \quad (2.26)$$

Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación (2.26) se tiene.

$$\tau_p [s\mathbf{T}_p(s) - \mathbf{T}_p(0) + \mathbf{T}_p(s)] = k_p \mathbf{U}(s) \quad (2.27)$$

Donde $\mathbf{T}_p(0) = 0$, ya que en el tiempo cero recién se inicia el proceso y no hay variación del estado estacionario. Simplificando la ecuación (2.27) se tiene.

$$\frac{T_p(s)}{U(s)} = \frac{k_p}{\tau_p s + 1} \quad (2.28)$$

Usando el mismo procedimiento para la ecuación (2.11) (fluído de calentamiento) y aplicando la propiedad de traslación de la transformada de Laplace, para lo cual se sabe que.

$$Q = F_c(T_c - T_{co}) = UA\Delta T \quad (2.29)$$

en forma análoga a la ecuación (2.26) se tiene:

$$\tau_c \frac{d\mathbf{U}}{dt} + \mathbf{U} = k_c \mathbf{F}_c \quad (2.30)$$

luego obtenemos la función de transferencia para el fluído de calentamiento.

$$\frac{U(s)}{F_c(s)} = \frac{k_c}{\tau_c s + 1} \quad (2.31)$$

Considerando que los dos procesos se llevan a cabo en serie, por lo cual la función de transferencia del proceso total será el producto de las funciones de transferencia individuales, y haciendo $k_p k_c = K_p$, $\tau_c = \tau_1$ y $\tau_p = \tau_2$, se tiene.

$$G_p = \frac{T_p(s)}{F_c(s)} = \frac{K_p}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad (2.32)$$

La ecuación (2.32), relaciona la variable de salida T_p (variable controlada) a la variable regulada F_c (entrada o carga), donde τ_1 y τ_2 son las constantes características de tiempo del proceso. Esta función de transferencia es de segundo orden (el orden está dado por el mayor exponente al que esta elevado el parámetro s en el denominador); por lo que este proceso es de segundo orden. Por conveniencia, a T_p denominaremos X y a F_c como F , con lo cual la ecuación (2.32) se escribe.

$$G_p = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K_p}{\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2)s + 1} \quad (2.33)$$

Tomando los valores experimentales para el estado estacionario se tiene.

$$K_P = 0,07^\circ\text{C}/\text{kg seg}$$

Así mismo para las constantes de tiempo se tiene.

$$\tau_1 = 3\text{seg} \quad \tau_2 = 3,45\text{seg}$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación (2.33), obtenemos la función de transferencia de nuestra planta para el intercambiador de calor de doble tubo.

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{145,5s^2 + 91s + 14,8} \quad (2.34)$$

Ahora con la planta del proceso determinada, nuestro problema es encontrar a un controlador cuyo objetivo será el de controlar la temperatura del intercambiador de calor con las especificaciones siguientes:

- Un error en régimen permanente nulo.
- Un sobrepaso máximo menor que el 10%.
- Un tiempo de establecimiento menor que 20 segundos.

Para esto, emplearemos dos técnicas de control; una de ellas es el control PID discreto y la otra es el control óptimo cuadrático estacionario con integrador, controladores que describiremos en los Capítulos 3 y 4 respectivamente.

2.6. RESPUESTA ESCALÓN EN LAZO ABIERTO

Veamos, en primer lugar, la respuesta en bucle abierto del sistema ante una entrada escalón que se muestra en la figura 2.5. El programa de simulación para la respuesta en lazo abierto se encuentra listados en el apéndice A con el nombre de “cic2tla.m”.

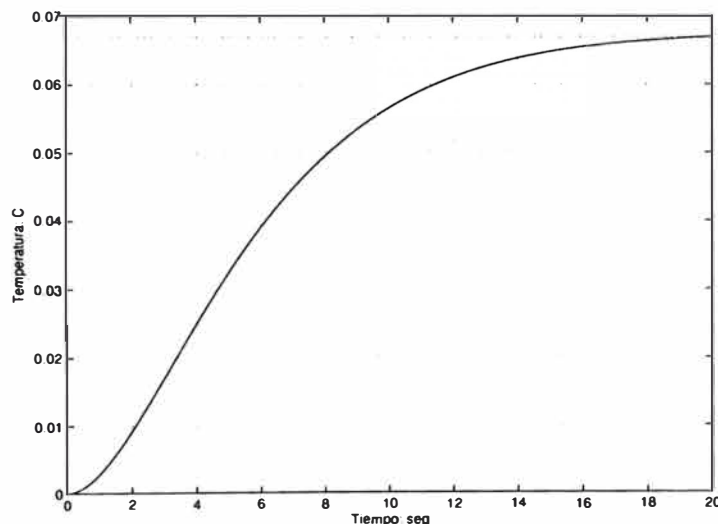


Figura 2.5: Respuesta de lazo abierto del intercambiador a un escalón.

Observamos de la figura 2.5, que la ganancia de la función de transferencia de la planta es $1/14,8$, Así, el valor final de la salida ante un escalón unitario es $0,068$, lo que corresponde a un error en régimen permanente de $0,932$, En efecto, bastante grande. Más aún, el tiempo de subida es de alrededor de 15 segundos y el tiempo de establecimiento es de aproximadamente 20 segundos. En el siguiente capítulo, diseñaremos un controlador que reduzca el tiempo de subida y el tiempo de establecimiento y elimine el error en régimen permanente.

CAPÍTULO III CONTROLADOR PID

3.1. INTRODUCCIÓN

Un controlador PID presenta la combinación de tres efectos de controladores: Proporcional (P), Integral (I) y Derivativo (D), los que son necesarios para sintonizar al controlador PID. En este trabajo, presentamos a un controlador PID que tienen parámetros optimizados que son elaborados a partir de las ecuaciones en tiempo continuo para luego ser transferidas en ecuaciones de datos muestreados en forma discreta. Vamos a usar la experiencia establecida con controladores en tiempo continuo, su principio y sus reglas de sintonía muy conocidas que pueden aplicarse a los controladores discretos.

3.2. CONTROLADOR PID DISCRETO

Para obtener la ley de control discreta, planteamos la ecuación del controlador PID en tiempo continuo no interactivo, dado por la ecuación (3.1).

$$u(t) = K[e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \frac{de(t)}{dt}] \quad (3.1)$$

donde, K es la ganancia proporcional, T_I es la constante de tiempo de integración y T_D es la constante de tiempo derivativo.

Para tiempo de muestreo pequeño T_s esta ecuación puede convertirse en una ecuación de diferencia para la discretización. El término derivativo es reemplazado por una expresión de diferencia de primer orden y la integral por la sumatoria. La integración continua puede ser aproximada cualquier método de integración trapezoidal o rectangular.

Aplicando la integración rectangular tenemos.

$$u(k) = K[e(k) + \frac{T_s}{T_I} \sum_{i=0}^{k-1} e(i) + \frac{T_D}{T_s} (e(k) - e(k-1))] \quad (3.2)$$

Este es un algoritmo de control no recursivo (cuando la salida puede expresarse directamente en función de su entrada). Para formar los errores pasados $e(k)$ estos deben de ser almacenados. Entonces el valor de $u(k)$ de la variable manipulada produce un algoritmo llamado “algoritmo de posición”.

Los algoritmos recursivos son más convenientes para programar. Estos algoritmos se caracterizan por el cálculo de manipular $u(k)$ basado en las manipulaciones pasadas de la variable $u(k - 1)$. Para derivar el algoritmo recursivo se tiene que abstraer de la ecuación (3.2) y generar la ecuación recursiva $u(k - 1)$.

$$u(k - 1) = K[e(k - 1) + \frac{T_s}{T_I} \sum_{i=0}^{k-2} e(i) + \frac{T_D}{T_s}(e(k - 1) - e(k - 2))] \quad (3.3)$$

Obtenemos el algoritmo recursivo del controlador PID.

$$u(k) = u(k - 1) + q_0 e(k) + q_1 e(k - 1) + q_2 e(k - 2) \quad (3.4)$$

donde los parámetros de sintonía son:

$$q_0 = K(1 + \frac{T_D}{T_s}); \quad q_1 = -K(1 + 2\frac{T_D}{T_s} - \frac{T_s}{T_I}); \quad q_2 = K\frac{T_D}{T_s}$$

3.3. OPTIMIZACIÓN DE PARÁMETROS DE ALGORITMO DE CONTROL DISCRETO

Durante tiempos de muestreo T_s más grandes las aproximaciones del controlador continuo usadas en la sección anterior no son válidas. En consecuencia adicionar en forma directa la transformada Z en las ecuaciones del controlador en tiempo continuo no es posible debido al término derivativo [5].

La figura 3.1 muestra el simple lazo cerrado de control. La función de la transformada Z para el proceso controlado incluyendo el retenedor de orden cero es la siguiente:

$$G_p(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} z^{-d} \quad (3.5)$$

(En algunos casos el orden del numerador y denominador del polinomio son asumidos ambos como “m”)

La función de transferencia general del controlador lineal es:

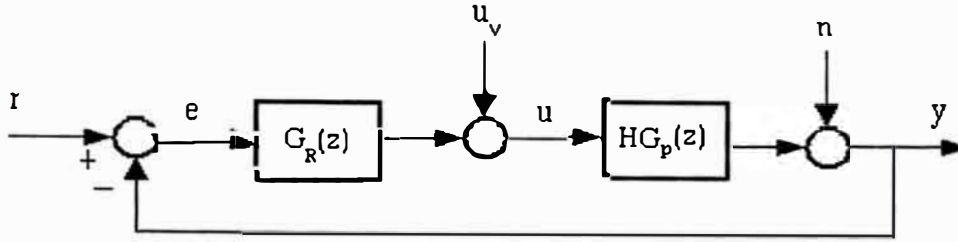


Figura 3.1: Simple lazo cerrado.

$$G_R(z) = \frac{u(z)}{e(z)} = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + \dots + q_\nu z^{-\nu}}{p_0 + p_1 z^{-1} + \dots + p_\mu z^{-\mu}} \quad (3.6)$$

Este algoritmo puede ser realizado si $p_0 \neq 0$. Sin embargo, $\nu \leq \mu$ o $\nu > \mu$. Usualmente son escogidos $q_0 \neq 0$ y $p_1 = 1$.

Para optimizar la estructura del controlador ν y μ son funciones del orden del proceso. Por ejemplo, en el controlador deadbeat $\nu = \mu$ y $\mu = m + d$ [5]. Asimismo, para optimizar los parámetros del controlador, el orden del controlador puede ser pequeño o menor que el modelo del proceso, es decir $\nu \leq m$ y $\mu \leq m + d$.

Cuando definimos la estructura de un controlador de parámetros optimizados uno debe de asegurar el cambio de la referencia $r(k)$ y de los disturbios $u_\nu(k)$ y $n(k)$ como se muestra en la figura 3.1 no lleva la desviación en el control del offset. Del teorema de valor final de la transformada Z, el controlador debe de tener un polo en $z=1$. El algoritmo de control para una estructura ν -ésimo es el siguiente.

$$G_R(z) = \frac{u(z)}{e(z)} = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + \dots + q_\nu z^{-\nu}}{1 - z^{-1}} \quad (3.7)$$

Para $\nu=1$ uno obtiene, parámetros apropiados para el controlador de tipo 1, para $\nu=2$ se tiene el controlador de tipo 2.

$$u(k) = u(k-1) + q_0 e(k) + \dots + q_\nu e(k-\nu) \quad (3.8)$$

Los parámetros q_0, q_1, \dots, q_ν deben de hallarse en el proceso para obtener un buen rendimiento. Para esto hay diversos métodos para calcularlos, en nuestro caso describiremos el algoritmo de control de segundo orden para optimizar al controlador del sistema intercambiador de calor de doble tubo, precisamente nuestra planta es de segundo orden.

3.4. ALGORITMO DE CONTROL DE SEGUNDO ORDEN

Para analizar el algoritmo de control PID, usaremos la ecuación (3.7) cuando $\nu = 2$.

$$G_R(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}} \quad (3.9)$$

Usando la ecuación (3.8).

$$u(k) = u(k-1) + q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) \quad (3.10)$$

Asumimos la entrada escalón.

$$e(k) = 1(k) = \begin{cases} 1 & \text{si } k \geq 0 \\ 0 & \text{si } k < 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

obtenemos la respuesta del controlador.

$$\begin{aligned} u(0) &= q_0 \\ u(1) &= u(0) + q_0 + q_1 = 2q_0 + q_1 \\ u(2) &= u(1) + q_0 + q_1 + q_2 = 3q_0 + 2q_1 + q_2 \\ &\vdots = \vdots \\ u(k) &= u(k-1) + q_0 + q_1 + q_2 = (k+1)q_0 + kq_1 + (k-1)q_2 \end{aligned} \quad (3.12)$$

Si $u(1) < u(0)$ y $u(k) > u(k-1)$ obtenemos el controlador en tiempo discreto similar al controlador en tiempo continuo con un retardo adicional de primer orden como se muestra en la figura 3.2.

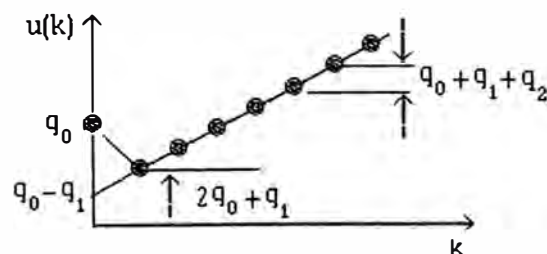


Figura 3.2: Respuesta al escalón para un sistema de segundo orden con el algoritmo del control PID de segundo orden.

Para los parámetros del controlador con $q_0 > 0$ se tiene:

- de $u(1) < u(0)$:

$$q_0 + q_1 < 0 \quad \text{o} \quad q_1 < -q_0$$

- de $u(k) > u(k-1)$ para $k \geq 2$:

$$q_0 + q_1 + q_2 > 0 \quad \text{o} \quad q_2 > -(q_0 + q_1)$$

Para valores de ganancia positiva para el controlador $q_0 > q_2$, vemos en la ecuación (3.13) que los coeficientes pueden ser definidos como:

$$\begin{aligned} K &= q_0 - q_2 \\ c_D &= \frac{q_2}{K} \\ c_I &= \frac{q_0 + q_1 + q_2}{K} \end{aligned} \quad (3.13)$$

donde, K es la ganancia, c_D es el coeficiente de adelanto, c_I es el coeficiente de integración.

Estas características de los coeficientes con respuesta al escalón se muestra en la figura 3.3.

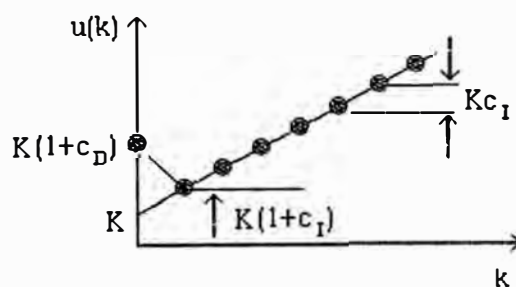


Figura 3.3: Respuesta al escalón para un sistema de segundo orden con ganancia K , coeficiente c_D y coeficiente de integración c_I .

Para tiempos de muestreo pequeño, ellos se relacionan a los parámetros K' , T'_D y T'_I del algoritmo del control PID en tiempo continuo, seguidamente discretizamos a través de la integración rectangular que mostraremos seguidamente.

$$K = K'; \quad c_D = \frac{T'_D}{T_s}; \quad c_I = \frac{T_s}{T'_I} \quad (3.14)$$

Durante tiempos de muestreo pequeños las ganancias concordan exactamente; c_D es la relación de tiempo de adelanto y c_I es la relación de tiempo de muestreo de la integración. Aplicando el siguiente criterio de variación de rangos tenemos:

$$c_D > 0; \quad c_I > 0; \quad c_I < c_D \quad (3.15)$$

con estas características sustituimos en la ecuación (3.9) la función en transformada Z es la siguiente:

$$\begin{aligned} G_R(z) &= \frac{K[(1 + c_D) + (c_I - 2c_D - 1)z^{-1} + c_D z^{-2}]}{1 - z^{-1}} \\ &= K\left[1 + c_I \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}} + c_D(1 - z^{-1})\right] \end{aligned} \quad (3.16)$$

Así, de una manera similar al controlador PID paralelo en tiempo continuo, podemos realizar el algoritmo.

$$\begin{aligned} u_P(k) &= Ke(k) \\ u_I(k) &= u_I(k-1) + Kc_I e(k-1) \\ u_D(k) &= Kc_D e(k) - Kc_D e(k-1) \\ u(k) &= u_P + u_I(k) + u_D(k) \end{aligned} \quad (3.17)$$

3.5. IMPLEMENTACIÓN Y SIMULACIONES

Para implementar el controlador PID discreto, en primer lugar, es necesario sintonizar los parámetros del controlador PID en tiempo continuo. Para el control del sistema, requerimos plantear consideraciones de diseño que hagan la salida controlable. El diseño del controlador debe de satisfacer las especificaciones planteadas en el capítulo anterior, como es, un error en estado estacionario cero, un sobrepaso máximo menor que el 10% y un tiempo de establecimiento menor que 20 segundos.

Usaremos para nuestro diseño, el controlador PID continuo ideal tipo paralelo que se define como sigue.

$$G_c(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s \quad (3.18)$$

Para nuestro diseño del controlador PID continuo. Usamos la condición de diseño $K_D \leq 60$.

La función de transferencia en lazo cerrado es dada por.

$$G_{LC}(s) = \frac{G_p(s)G_c(s)}{1 + G_p(s)G_c(s)} \quad (3.19)$$

Reemplazamos la función de transferencia de la planta hallada en la ecuación (2.34), y la función de transferencia del controlador PID paralelo dado en (3.18) en la ecuación (3.19), obtenemos.

$$G_{LC}(s) = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{145,5s^3 + (91 + K_D)s^2 + (14,8 + K_P)s + K_I} \quad (3.20)$$

Elegimos $K_D=57$, como el valor de la ganancia derivativa, reescribiendo la ecuación característica, tenemos.

$$145,5s^3 + 148s^2 + 14,8s + K_P s + K_I = 0 \quad (3.21)$$

o

$$1 + \frac{K_P(s + K_I/K_P)}{s(145,5s^2 + 148s + 14,8)} = 0 \quad (3.22)$$

por las especificaciones, nosotros intentamos poner los polos dominantes en la región definida por $\sigma = -\zeta w_n$, donde ζ es el factor de amortiguamiento y w_n es la frecuencia natural no amortiguada. Para un tiempo de establecimiento $t_s=20$, entonces según la relación del tiempo de establecimiento.

$$t_s = \frac{4}{\sigma} \quad (3.23)$$

Los polos dominantes se ubican a la izquierda del valor $\zeta w_n \geq 0.2$, siendo un factor de amortiguamiento adecuado $\zeta \geq 0.6$.

Nosotros necesitamos seleccionar un valor de $\tau = K_I/K_P$, entonces podemos plotear el lugar de las raíces, (el programa se lista el Apéndice A con el nombre "cic2tpid1.m"), con la ganancia K_P como el parámetro variante. Es conveniente escoger un valor razonable para τ . En nuestro caso el valor de τ elegido es 0.205.

Usando la función *rlocfind*, seleccionamos el punto en $-0.2252+0.0870i$, luego determinamos que el valor de la ganancia proporcional es $K_P \approx 30$, representan

una selección válida porque las raíces quedan dentro de la región deseada tal como se observa en la figura 3.4.

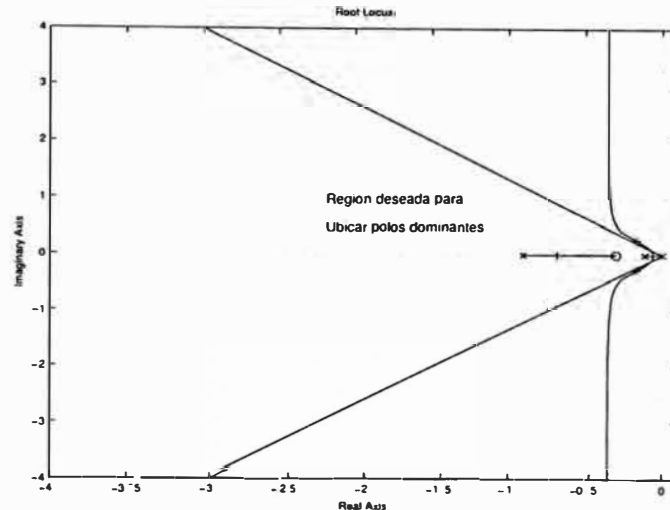


Figura 3.4: Lugar geométrico de las raíces para la elección de K_P .

Con el valor de $K_P=30$ podemos determinar el valor de la ganancia integradora K_I , siendo su valor.

$$K_I = \tau K_P = 6,15 \rightarrow K_I \approx 6$$

Entonces el controlador PID tipo paralelo se escribe como.

$$G_c(s) = 30 + \frac{6}{s} + 57s$$

El sistema del intercambiador de calor, presenta una respuesta lenta, debido a la transmisión de los fluidos frío y caliente. La figura 3.5 muestra la salida de nuestro sistema intercambiador de calor es la temperatura controlada con un valor de consigna estacionario de 43°C (según datos experimentales). El programa de esta simulación se lista en el Apéndice A con el nombre de "cic2tpid2.m".

Nuestro objetivo es cubrir los requerimientos de diseño en la medida que se desea un tiempo de respuesta más rápido que tenga un tiempo de establecimiento menor que 20 segundos.

Podemos lograr este objetivo si proponemos el diseño de un controlador PID discreto desarrollado en Simulink de MATLAB [7][8]. Para esto debemos de

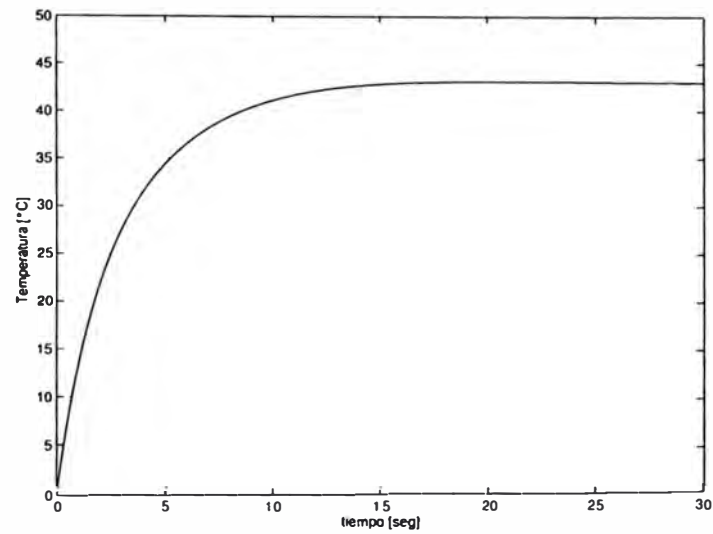


Figura 3.5: Control PID continuo en lazo cerrado para el intercambiador de calor.

encontrar los parámetros del controlador PID discreto de acuerdo con la ecuación (3.14). Las relaciones son las siguientes:

$$K = K'; \quad c_D = \frac{T'_D}{T_s} = \frac{K_D/K}{T_s}; \quad c_I = \frac{T_s}{T'_I} = \frac{T_s}{K/K_I} \quad (3.24)$$

De acuerdo con la ecuación (3.24) nosotros vamos a setear el tiempo de muestreo a un valor de $T_s=0.08$ que será ingresado al subsistema (enmascarado) del bloque del controlador que se encuentra en la figura 3.6.

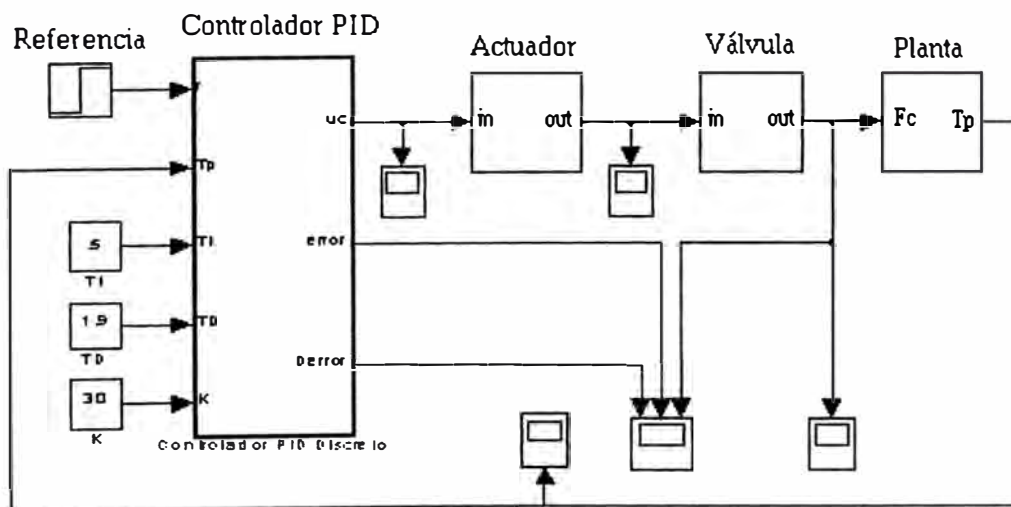


Figura 3.6: Diagrama de bloques realimentado del proceso intercambiador.

hacemos uso de la ecuación (3.16) para implementar los bloques polo-cero discreto e integrador discreto seteados con el tiempo de muestreo T_s respectivamente.

El diagrama de la figura 3.8 modela a un subsistema actuador que acciona la válvula, comprende las siguientes partes: una función de transferencia típica del sistema actuador, un bloque de retardo “transport delay” seteadado a un tiempo de retardo de $T_d=0.1$ segundos, una ganancia “gain” de valor la unidad, un bloque compensador de zona muerta “backlash” puesto a cero y un bloque “saturation” para limitar la salida hacia la válvula con límite superior puesto a 1000.

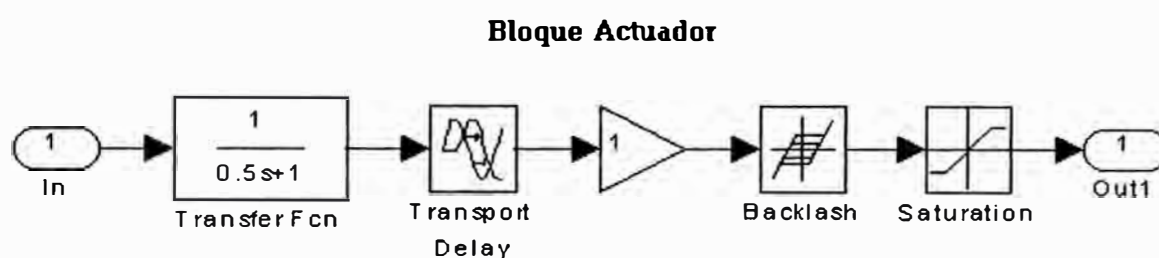


Figura 3.8: Bloque actuador.

El diagrama de la figura 3.9 representa al subsistema bloque actuador que modela al comportamiento de una válvula, esta compuesto por un bloque “saturation” para limitar la salida hacia la válvula con límite superior puesto a 1000.

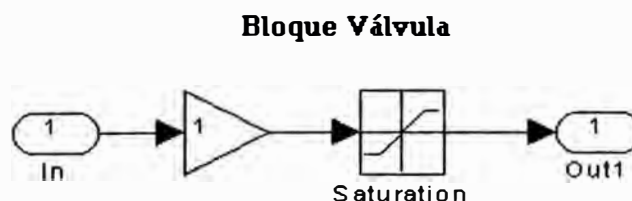


Figura 3.9: Bloque válvula.

En la simulación de la figura 3.10 se observan los resultados del sistema del intercambiador de calor controlado en tiempo continuo y discreto. Observamos que el controlador PID discreto presenta un sobrepaso inferior al 10%, el tiempo de subida es bastante rápido, con un tiempo de establecimiento por debajo de los 20 segundos y sin error en estado estacionario. Por lo que satisface nuestras especificaciones de diseño.

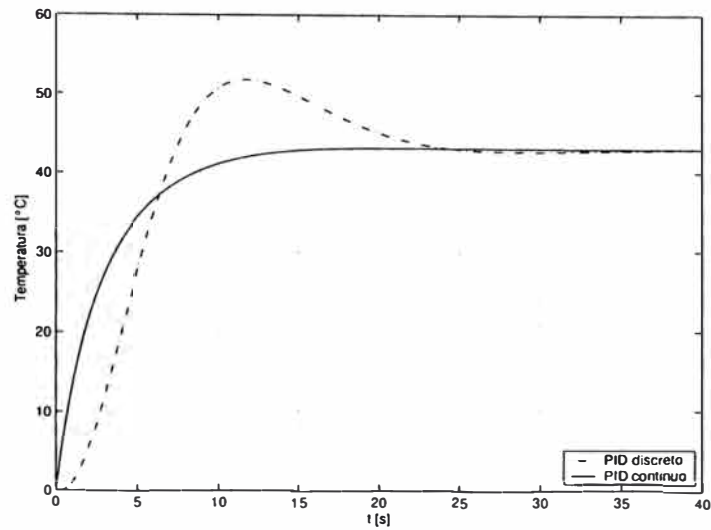


Figura 3.10: Salidas controladas en tiempo continuo y discreto debido al escalón.

Podemos decir que el diseño del controlador PID discreto es óptimo y nos permite una vez controlado el sistema, manipular el parámetro del tiempo de muestreo T_s para tiempos en el rango de $[0.1-0.09]$, según se indican en nuestro análisis desarrollado en las secciones anteriores. Por otro lado podemos buscar una mejor selección del cero de la ecuación característica dado en (3.22), de modo que podamos obtener un tiempo integrativo $T_I' = 9$, parámetro que disminuirá el valor del tiempo de establecimiento y un error en estado estacionario nulo como muestra la figura 3.11.

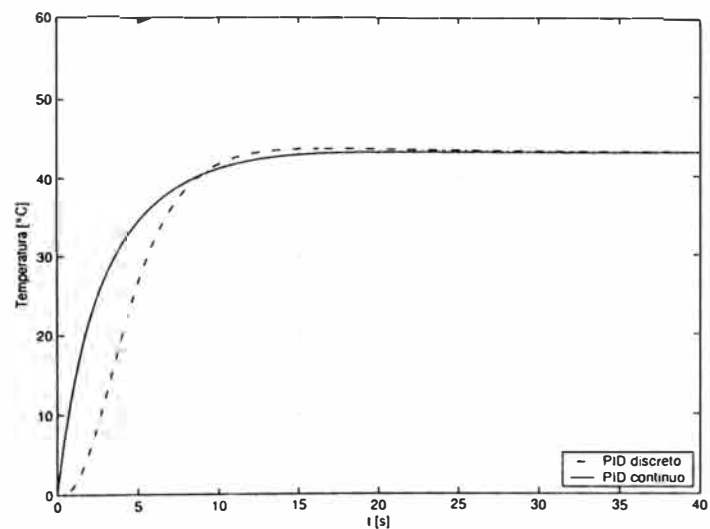


Figura 3.11: Salidas controladas en tiempo continuo y discreto debido al escalón para un $T_I' = 9$.

En la figura 3.12 se muestra la acción de control sobre el sistema actuador. La señal de control se encarga de operar al actuador para que haya una distribución uniforme del flujo en el intercambiador de calor.

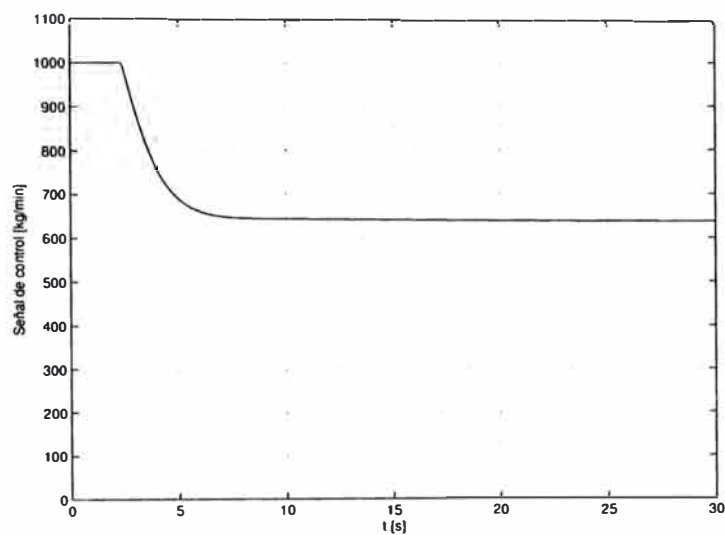


Figura 3.12: Señal de control para el accionamiento de la válvula.

En la figura 3.13 se muestra la salida de la válvula, es la llave para regular la señal de control que proviene del actuador.

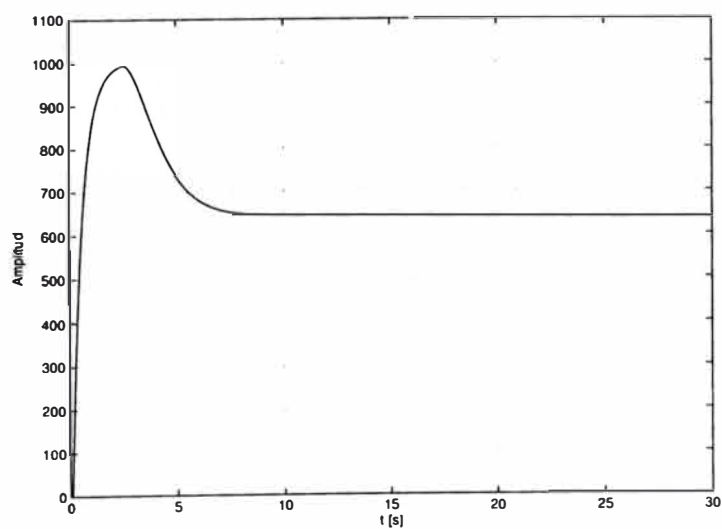


Figura 3.13: Señal de salida de la válvula.

CAPÍTULO IV

CONTROL ÓPTIMO

4.1. INTRODUCCIÓN

Este capítulo desarrolla el procedimientos para diseñar el sistema de control óptimo cuadrático estacionario. Usaremos una ley de control óptima cuadrática discreta que emplea las señales del proceso medidas directamente. Nuestro sistema de control del intercambiador de calor de doble tubo se le añade un regulador óptimo proporcional–integral. Esta configuración adiciona un integrador al controlador con el propósito de reducir el error en estado estable. El resultado del diseño proporciona una matriz de ganancia que multiplicada por el vector de estado (real o estimado) del proceso, resulta en una ley de control óptima cuadrática.

El objetivo del control óptimo es encontrar una ley de control u que minimice la función de costo J . En la mayoría de los casos, sin embargo, la búsqueda de la función de costo involucra procedimientos de error y corrección; esto significa que no siempre se puede estar seguros acerca de la forma exacta que debe de tener la función de costo.

Para sistemas de control discretos, la función de costo generalmente tiene la siguiente forma.

$$J = \sum_{k=0}^N L(\mathbf{x}(k), \mathbf{r}(k), \mathbf{u}(k)) \quad (4.1)$$

donde k es el tiempo discreto, N es el tiempo discreto final, $\mathbf{x}(k)$ es el vector de estado, $\mathbf{r}(k)$ es el vector de referencia (entrada al sistema de control) y $\mathbf{u}(k)$ es el vector de control óptimo. Esta ley de control (denominada también fuerza o señal de control) constituye la entrada al proceso a controlar.

4.2. RESOLVIENDO EL PROBLEMA DEL CONTROL ÓPTIMO

El problema del control óptimo cuadrático discreto estacionario consiste en encontrar una adecuada ley de control óptima que sea capaz de trasladar la dinámica del proceso desde un estado inicial $\mathbf{x}(0)$ hacia un estado final deseado $\mathbf{x}(N)$. La fuerza de control óptima $\mathbf{u}(k)$ se determina a partir de la minimización de una función de costo cuadrática discreta. Esta fuerza de control aplicada al proceso a controlar, provoca que dicho proceso responda en forma óptima (o lo más cercano al óptimo). El control óptimo cuadrático discreto estacionario se basa en la siguiente función de costo:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} [\mathbf{x}^T(k)Q\mathbf{x}(k) + \mathbf{u}^T(k)R\mathbf{u}(k)] \quad (4.2)$$

donde $\mathbf{x}(k)$ es el vector de estado de dimensión n y $\mathbf{u}(k)$ es el vector de control de dimensión r . La matriz simétrica semidefinida positiva Q (de dimensión $n \times n$) pondera la importancia del vector de estado $\mathbf{x}(k)$, y la matriz simétrica definida positiva R (de dimensión $r \times r$) pondera la importancia de la señal de control $\mathbf{u}(k)$. Una matriz es definida positiva cuando todos sus valores propios son positivos, mientras que una matriz es definida negativa cuando sus valores propios pueden ser positivos o nulos.

La ley del control óptima a usar emplea la realimentación del vector de estado $\mathbf{x}(k)$ en su formulación y posee la forma siguiente:

$$\mathbf{u}(k) = -K\mathbf{x}(k) \quad (4.3)$$

donde K (de dimensión $r \times n$) es la matriz de ganancia del controlador, denominada también matriz de realimentación de estados. Una condición necesaria para poder aplicar el control por realimentación de estados es que el proceso sea completamente controlable. Por consiguiente, será necesario verificar dicha condición en el proceso antes de iniciar el procedimiento de diseño.

La realimentación de estados requiere además que todos los estados sean disponibles y medibles. Si en el sistema a controlar existieran estados que no pudieran ser medidos directamente, será necesario estimarlos. Esta estimación puede ser realizada empleando la técnica de observación de estados. El requerimiento en esta parte es que el proceso sea completamente observable.

Sabemos por la ecuación (4.2) que el proceso puede ser modelado mediante

la siguiente ecuación de estado discreta:

$$\mathbf{x}(k+1) = G\mathbf{x}(k) + H\mathbf{u}(k)$$

donde G es la matriz de estado de dimensión $n \times n$ y H es la matriz de control de dimensión $n \times r$. El proceso debe ser de estado completamente controlable; es decir, que en un tiempo finito, sus estados puedan ser transferidos desde un estado inicial arbitrario a cualquier otro estado deseado. La condición necesaria y suficiente que el proceso sea completamente controlable es que siguiente matriz de controlabilidad M :

$$M = \begin{bmatrix} H & GH & \dots & G^{n-1}H \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

posea rango completo; es decir, el rango de M debe ser igual al orden n del sistema. Del mismo modo, un proceso es completamente observable, cuando sus estados se pueden reconstruir completamente usando las observaciones (mediciones del proceso), lo que matemáticamente implica que la siguiente matriz N de observabilidad:

$$M = \begin{bmatrix} C & CG & \dots & CG^{n-1} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

posea rango completo. La solución al problema del control óptimo cuadrático estacionario está dada por la siguiente matriz de ganancia del controlador:

$$K = [R + H^T P H]^{-1} H^T P G \quad (4.6)$$

donde P es una matriz simétrica definida positiva de dimensión $n \times n$. Dicha matriz es solución de la siguiente ecuación matricial de Riccati:

$$P = Q + G^T P G - G^T P H [R + H^T P H]^{-1} H^T P G \quad (4.7)$$

Una forma de obtener la matriz P de la ecuación matricial anterior es mediante la siguiente fórmula recursiva:

$$P(k+1) = Q + G^T P(k) G - G^T P(k) H [R + H^T P(k) H]^{-1} H^T P(k) G \quad (4.8)$$

El diagrama de bloques del control óptimo de estado estacionario se representa en la figura 4.1, en donde se asume que todos los estados se encuentran disponibles. Para operación satisfactoria del sistema de lazo cerrado mostrada en dicha figura, todos los valores propios de su ecuación característica:

$$\det[zI - G + HK] = 0 \quad (4.9)$$

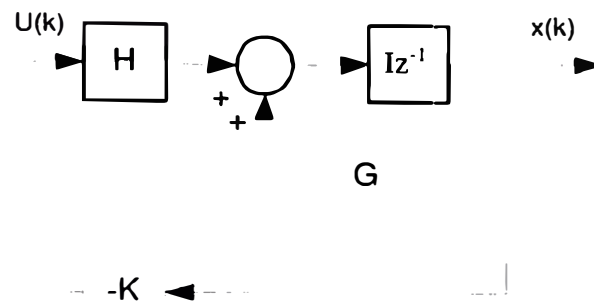


Figura 4.1: Sistema de control óptimo a lazo cerrado.

deben posicionarse dentro del círculo unitario.

Observar que en el diagrama de bloques de la figura 4.1, no aparece explícitamente la señal de referencia. Es por ello que en aplicaciones prácticas, se prefiere usar la configuración del regulador óptimo proporcional-integral (o sistema de control óptimo proporcional-integral) que describiremos en la siguiente sección de este trabajo.

4.3. EL REGULADOR ÓPTIMO PROPORCIONAL INTEGRAL

La figura 4.2 ilustra la configuración del regulador óptimo proporcional-integral [6], [4] que incluye acción integral en el sistema de control mediante un integrador con señal de salida $v(k)$ y una ganancia integral K_I asociada.

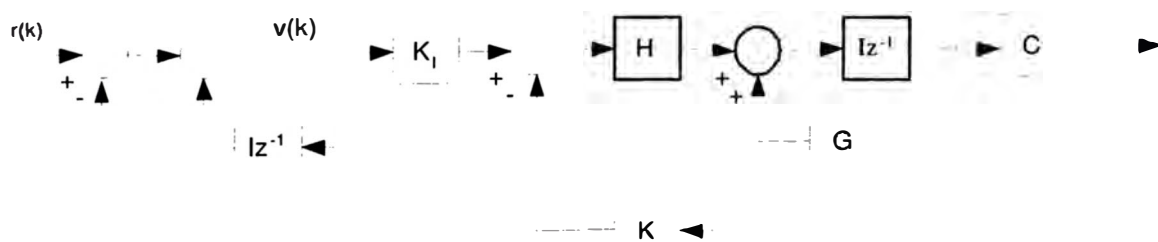


Figura 4.2: Regulador SISO óptimo proporcional-integral.

Siendo la señal de referencia $r(k)$ un escalón unitario, de la figura 4.2 podemos deducir que las ecuaciones de estado y de salida del proceso son:

$$\mathbf{x}(k+1) = G\mathbf{x}(k) + Hu(k)$$

$$y(k) = C\mathbf{x}(k) \quad (4.10)$$

La señal de control $u(k)$ tiene la forma:

$$u(k) = -K\mathbf{x}(k) + K_I v(k) \quad (4.11)$$

donde la matriz de ganancia del controlador viene dada por:

$$K = [K_1 \quad K_2 \quad \dots \quad K_n] \quad (4.12)$$

Podemos observar que la ecuación para el integrador resulta:

$$v(k) = v(k-1) + r(k) - y(k) \quad (4.13)$$

de donde se puede obtener:

$$\begin{aligned} v(k+1) &= v(k) + r(k+1) - y(k+1) \\ &= v(k) + r(k+1) - C[G\mathbf{x}(k) + H u(k)] \\ &= (1 - CHK_I)v(k) + (-CG + CHK)\mathbf{x}(k) + r(k+1) \end{aligned} \quad (4.14)$$

Empleando las ecuaciones (4.10) y (4.11) deducimos que:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= G\mathbf{x}(k) + H[-K\mathbf{x}(k) + K_I v(k)] \\ &= (G - HK)\mathbf{x}(k) + H K_I v(k) \end{aligned} \quad (4.15)$$

y de las ecuaciones (4.14) y (4.15) determinamos:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ v(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G - HK & HK_I \\ -CG + CHK & 1 - CHK_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ v(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(k+1) \quad (4.16)$$

$$y(k) = [C \quad 0] \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ v(k) \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

En el estado de equilibrio, es decir, cuando $k \rightarrow \infty$, las variables $\mathbf{x}(k)$, $u(k)$ y $v(k)$ toman valores estacionarios $\mathbf{x}(\infty)$, $u(\infty)$ y $v(\infty)$. Así la ecuación (4.16) toma la forma siguiente:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}(\infty) \\ v(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G - HK & HK_I \\ -CG + CHK & 1 - CHK_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(\infty) \\ v(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ r \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Definiendo:

$$\mathbf{x}(k) - \mathbf{x}(\infty) = \mathbf{x}_e(k) \quad (4.19)$$

$$v(k) - v(\infty) = v_e(k) \quad (4.20)$$

y restando ahora la ecuación (4.18) de (4.16), y luego usando las relaciones (4.19) y (4.20) podemos obtener:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_e(k+1) \\ v_e(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} G - HK & HK_I \\ -CG + CHK & 1 - CHK_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_e(k) \\ v_e(k) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} G & 0 \\ -CG & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_e(k) \\ v_e(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H \\ -CH \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -K & K_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_e(k) \\ v_e(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.21)$$

Notar que la ecuación (4.21) puede ser escrita como:

$$\xi(k+1) = \tilde{G}\xi(k) + \tilde{H}w(k) \quad w(k) = -\tilde{K}\xi(k) \quad (4.22)$$

donde:

$$\xi(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_e(k) \\ v_e(k) \end{bmatrix} \quad \tilde{G}(k) = \begin{bmatrix} G & 0 \\ -CG & I \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$$\tilde{H}(k) = \begin{bmatrix} H \\ -CH \end{bmatrix} \quad \tilde{K}(k) = \begin{bmatrix} K & -K_I \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Observar que la inclusión de un integrador en el sistema de control aumenta en uno el orden del sistema; es decir, si n es el orden del sistema original, el nuevo orden del sistema con un integrador es $(n+1)$. En otras palabras, el vector de estado $x(k)$ del sistema original posee dimensión n , mientras que el vector de estado $\xi(k)$ del regulador proporcional integral posee dimensión $(n+1)$.

Las relaciones anteriores requieren que se formule la siguiente función de costo:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} [\xi(k)^T \tilde{Q}\xi(k) + w^2(k)\tilde{R}] \quad (4.25)$$

Debemos entonces calcular una matriz \tilde{K} adecuada de forma tal que minimice la función de costo dada en la ecuación (4.2). La ecuación de Riccati y la ecuación de ganancia del controlador \tilde{K} se formulan como sigue:

$$\tilde{P} = \tilde{Q} + \tilde{G}^T \tilde{P} \tilde{G} - \tilde{G}^T \tilde{P} \tilde{H} [\tilde{R} + \tilde{H}^T \tilde{P} \tilde{H}]^{-1} \tilde{H}^T \tilde{P} \tilde{G} \quad (4.26)$$

$$\tilde{K} = [\tilde{R} + \tilde{H}^T \tilde{P} \tilde{H}]^{-1} \tilde{H}^T \tilde{P} \tilde{G} \quad (4.27)$$

4.4. SIMULACIONES DEL ALGORITMO DE CONTROL ÓPTIMO

En esta sección se presentan los resultados de simulación para el sistema del intercambiador de calor de doble tubo. Las simulaciones han sido realizadas usando el programa MATLAB y cuyos programas se encuentran listados en el Apéndice A con los nombres “cic2topt.m” y “cic2toptrack.m” referidos a la primera y segunda prueba respectivamente.

Se han realizado dos pruebas.

- La primera prueba se ha realizado para una entrada de referencia constante, en este caso se empleó a la temperatura de 43°C como entrada de referencia al proceso. El resultado de la prueba de control de la temperatura es mostrada en la figura 4.3. Las matrices de ponderación empleadas en esta prueba son:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} \quad R = 0,1$$

el tiempo de muestreo es $T_s=0.08$ (el mismo que empleamos en el control PID discreto).

- La segunda prueba se ha realizado cuando se tiene una entrada arbitraria de característica escalonada y variable. Esto se hizo con la finalidad de observar como un proceso de característica lenta puede ser controlado en forma conveniente. En primer termino se ha mantenido las matrices de ponderacion Q y R de la primera prueba, de modo que podemos observar en la figura 4.5 que el seguimiento no es tan exacto. Es posible obtener una respuesta rápida con la finalidad de obtener mayor exactitud en el control, para esto mantenemos en valor de la matriz de ponderación R igual que la primera prueba, pero hacemos que q_{33} sea lo suficientemente grande comparado con q_{11} y q_{22} . Este efecto se observa en el seguimiento a la trayectoria escalona de la figura 4.7. El tiempo de simulación se ha mantenido al valor de $T_s=0.08$.

La figura 4.3 muestra al sistema controlado con error estacionario de valor cero, no existe sobrepaso máximo y el tiempo de establecimiento de 5 segundos.

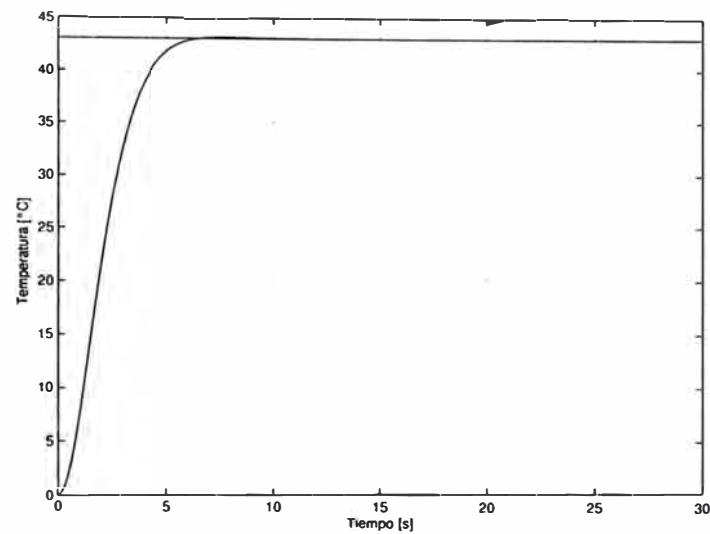


Figura 4.3: Temperatura controlada en el intercambiador de calor debido a una referencia escálon.

La figura 4.4 muestra la señal de control, inicialmente presenta un sobrepico de amplitud grande, que es posible disminuirlo si adicionamos un saturador lineal como en el caso del control PID discreto.

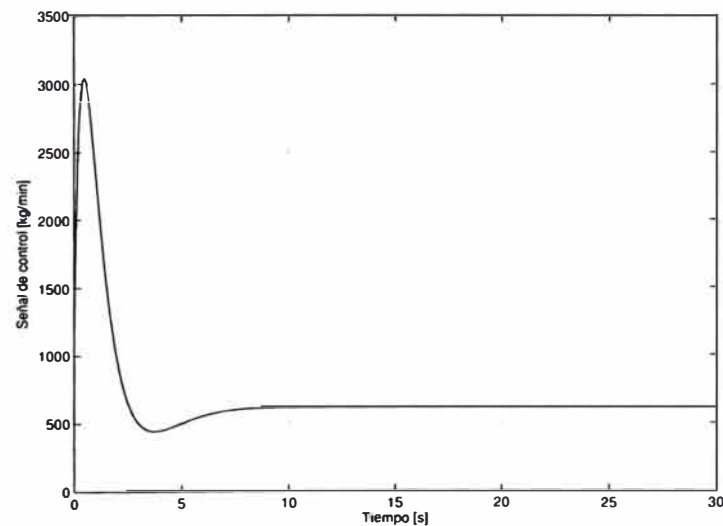


Figura 4.4: Señal de control para el accionamiento de la válvula.

La figura 4.5 muestra al sistema controlado que no sigue exactamente una trayectoria variable. La salida presenta retardo del 50% al momento de cambio abrupto del flujo calorífico del sistema.

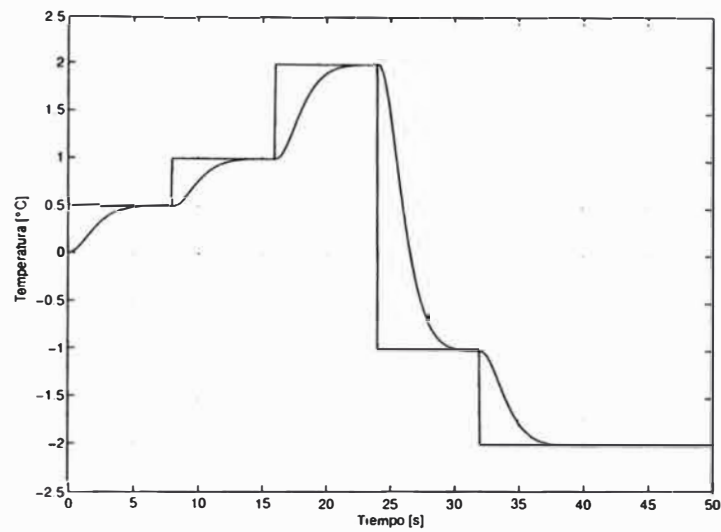


Figura 4.5: Temperatura controlada en el intercambiador de calor debido a una trayectoria escalonada.

La figura 4.6 muestra la señal de control de naturaleza discontinua como es normal en este caso.

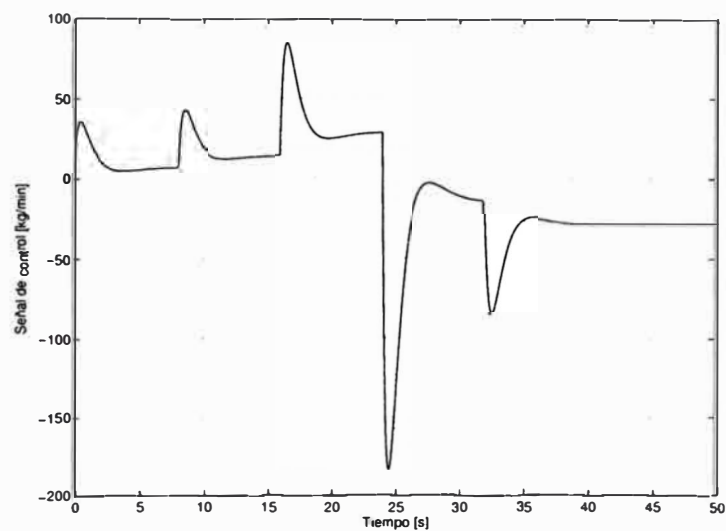


Figura 4.6: Señal de control para el accionamiento de la válvula.

La figura 4.7 muestra al sistema controlado que sigue a la trayectoria variable. Si comparamos esta respuesta con la respuesta de la figura 4.5, nos damos cuenta que el control óptimo puede mejorar la performance del sistema tan sólo modificando las matrices de ponderación.

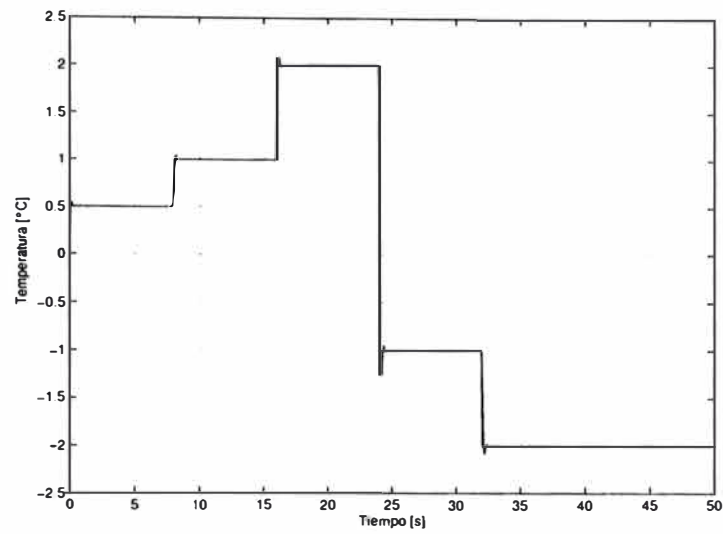


Figura 4.7: Temperatura controlada en el intercambiador de calor debido a una trayectoria escalonada con variación de la matriz de ponderación Q .

La figura 4.8 muestra la señal de control de naturaleza discontinua con amplitudes pequeñas cuando el sistema hace la transición a otro nivel.

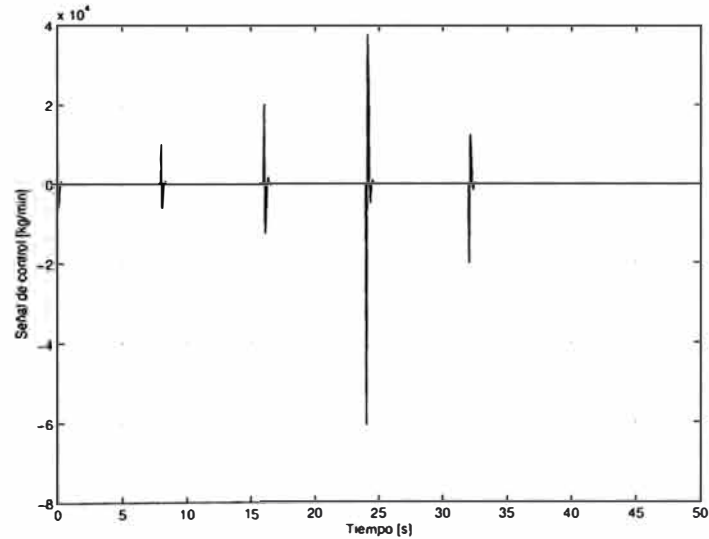


Figura 4.8: Señal de control para el accionamiento de la válvula.

CONCLUSIONES

Concluimos el informe de suficiencia con un resumen corto de las contribuciones y algunas recomendaciones para investigaciones del futuro que son principalmente los problemas que no han sido resueltos en el presente informe.

Conclusiones

Las conclusiones de este informe de suficiencia son:

1. Se ha modelado al proceso intercambiador de calor de doble tubo, con el propósito de hacer pruebas relacionadas con los sistemas de control PID discreto y control óptimo estacionario con integrador.
2. El problema planteado para controlar la temperatura de salida del fluido del proceso sigan trayectorias arbitrarias usando controladores digitales. Las simulaciones realizadas en los capítulos 3 y 4 han demostrado que el modelo derivado en el capítulo 2 es válido y cumple con las exigencias de diseño. Del mismo modo, tales simulaciones también han demostrado que los sistemas de control empleados cumplen con las condiciones de diseño impuestas previamente: seguimiento de las salidas controladas con respecto a señales arbitrarias de referencia con mínimo sobreimpulso, mínimo tiempo de estabilización y error en estado estable nulo.
3. Para el diseño del sistema de control se requiere tener el modelo del proceso porque hemos probado las técnicas de control anteriormente mencionadas, siendo ambas técnicas de control de buen rendimiento, sin embargo para un proceso de respuesta rápida, es mejor utilizar el control óptimo, este efecto podemos apreciar cuando comparamos ambas técnicas como se muestra en la figura 4.9.

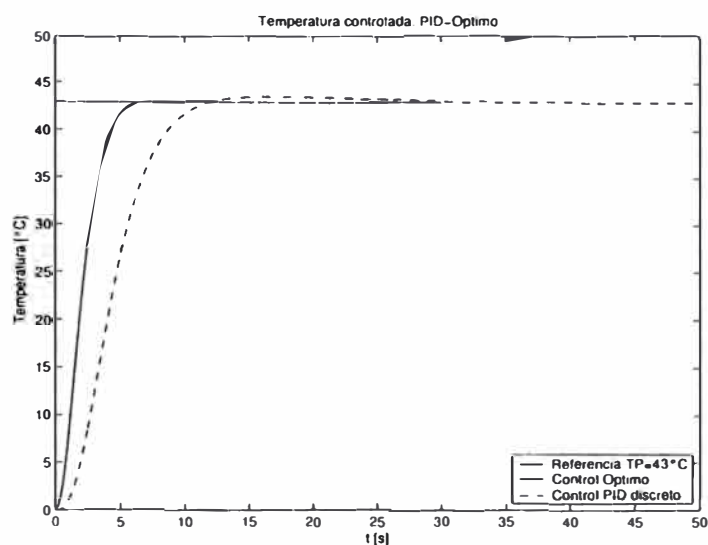


Figura 4.9: Rendimiento de los controladores PID discreto versus control óptimo.

Recomendaciones para Trabajos Futuros

Algunas de las áreas que necesitan investigarse, partiendo del proceso del intercambiador de calor de doble tubo se listan a continuación.

- Diseño de un controlador que trabaje expuesto a cambios dinámicos desconocidos (disturbios) y que exijan al controlador afrontar con éxito el problema de seguimiento de trayectorias ante la presencia de dichos disturbios.
- El proceso modelado puede ser usado para futuros trabajos de tesis en el área de inteligencia artificial, realizando el estudio de controladores basados en lógica difusa.

ANEXO A

PROGRAMAS EN MATLAB

Las simulaciones efectuadas en este trabajo de Tesis, corresponden a programas desarrollados en código MATLAB. La siguiente tabla hace referencia a los programas utilizados para el control del proceso intercambiador de calor.

Nombre del Archivo	Descripción
cic2tpl.m	Programa que simula al proceso intercambiador de calor
cic2tla.m	Programa que simula la respuesta del proceso en lazo abierto
cic2tpid.m	Programa que compara control PID discreto y continuo.
cic2tpidsim.mdl	Implementación del control PID discreto con Simulink.
cic2tpid1.m	Programa de trazado del LGR
cic2tpid2.m	Programa del control PID continuo
grafcic2tpid.m	Programa que grafica ventanas de Simulink.
cic2topt.m	Programa del control óptimo para el proceso
cic2topttack.m	Programa de control óptimo para una trayectoria variable tipo escalonada
gate.m	Programa soporte de cic2topttack.m
compidopt.m	Programa que compara técnicas de control óptimo versus PID discreto

Los programas arriba mencionados son listados a continuación (con excepción del programa “cic2tpidsim.mdl” que ha sido objeto de estudio en el capítulo III y ha sido desarrollado en Simulink de MATLAB).

⇒ cic2tpl.m

```
clear all, close all, clc
vexp=[0 46.11 24.00;
      0.05 38.12 36.09;
      0.10 33.47 42.11;
      0.15 32.61 42.81;
      0.20 32.25 43.62;
      0.25 32.00 43.71;
```

```

    0.30 31.73 43.82;
    0.35 31.72 43.83;
    0.40 31.72 43.83
    1.00 31.72 43.83];
figure(1)
plot(vexp(:,1),vexp(:,2),'k',vexp(:,1),vexp(:,3),'m:')
xlabel('Tiempo t: min')
ylabel('Temperaturas Tc y Tp: °C')
grid
legend('Fluido caliente','Fluido frio',4)
n=1;
h=0.01;
t(1)=0;
y(:,1)=[46.11; 24];
M=[-16.1 1.30; 1.62 -21.92];
S=[446.14; 900.46];
while n<101
    y(:,n+1)=y(:,n)+h*(M*y(:,n)+S);
    t(n+1)=n*h;
    n=n+1;
end
figure(2)
plot(t,y(1,:), 'k',t,y(2:,:), 'm:')
xlabel('Tiempo t: min')
ylabel('Temperaturas Tc y Tp: °C')
grid
legend('Fluido frio','Fluido caliente',4)

```

⇒ cic2tla.m

```

clear all, close all, clc
\% control del intercambiador doble tubo lazo abierto
t=0:0.1:20;
num=[0 0 1];
den=[145.5 91 14.8];
[y,x,t]=step(num,den,t);
plot(t,y,'m') hold
plot([0 20],[0.0669 0.0669], 'b:')
grid
xlabel('Tiempo: seg')
ylabel('Temperatura: C')

```

⇒ cic2tpid.m

```

clear all, close all, clc
Kp=30;
Kd=57;
Ki=5;

```

```

\% Función de transferencia en lazo cerrado
n=[Kd Kp Ki];
d=[145.5 91+Kd 14.8+Kp Ki];
figure(1)
t=0:0.01:40;
TP=43;
[y]=step(TP*n,d,t);
plot(t,y,'k')
ylabel('Temperatura [°C]')
xlabel('t [s]')
grid
sim('cic2tpidsim',40)
figure(2)
plot(pidout(:,1),pidout(:,2),'k-.')
xlabel('t [s]')
ylabel('Temperatura [°C]')
hold
t=0:0.01:40;
TP=43;
[y]=step(TP*n,d,t);
plot(t,y,'b')
grid
axis([0 40 0 60])
legend('PID discreto','PID continuo',4)

```

⇒ cic2tpid1.m

```

clear all, close all, clc
\% Hallando la ganancia K por LGR
tau=0.3;
n=[1 tau];
d=[145.5 148 14.8 0];
rlocus(n,d)
hold
theta=asin(0.6)
plot([0 -5*sin(theta)], [0 5*cos(theta)], [0 -5*sin(theta)],...
[0 -5*cos(theta)])
axis([-6 0.1 -4 4])
rlocfind(n,d)

```

⇒ cic2tpid2.m

```

t=[0:0.01:30];
ng=[1];
dg=[145.5 91 14.8];
KP=30;
KI=5;
KD=57;

```

```

nc=[KD KP KI];
dc=[0 1 0];
[n,d]=series(nc,dc,ng,dg);
[num,den]=feedback(n,d,1,1);
TP=43;
[y]=step(TP*num,den,t);
plot(t,y)
xlabel('tiempo [seg]')
ylabel('Temperatura [°C]')
grid
axis([0 30 0 50])

```

⇒ gracic2tpid.m

```

clear all close all clc
sim('cic2tpidsim',30)
figure(1) plot(pidout(:,1),pidout(:,2))
grid
title('Salida controlada de la temperatura')
xlabel('t [s]')
ylabel('Temperatura [°C]')
figure(2)
plot(pidu(:,1),pidu(:,2))
grid
xlabel('t [s]')
ylabel('Señal de control [kg/min]')
axis([0 30 0 1100])
figure(3)
plot(pidinval(:,1),pidinval(:,2))
grid
xlabel('t [s]')
ylabel('Amplitud')
axis([0 30 0 1100])
figure(4)
plot(outval(:,1),outval(:,2))
grid
xlabel('t [s]')
ylabel('Amplitud')
axis([0 30 0 1100])

```

⇒ cic2topt.m

```

clear all, close all, clc

\% Parametros del proceso
Kp=0.07;
tau1=3;
tau2=3.45;

```

```

tau3=tau1*tau2;
tau4=tau1+tau2;

% Planta en lazo abierto
np=Kp;
dp=[tau3 tau4 1];
[A,B,C,D]=tf2ss(np,dp);
[y,x,t]=step(A,B,C,D,1,[0:0.1:30]);
plot(t,y,'m')
hold
plot([0 20],[0.0669 0.0669], 'b:')
grid
xlabel('Tiempo: seg')
ylabel('Temperatura: C')

\% Controlabilidad y Observabilidad
rAB = rank(ctrb(A,B)); % rAB = 2 => completamente controlable
rAC = rank(observ(A,C)); % rAC = 2 => completamente observable

\% Proceso discreto
Ts=0.08;
[G,H]=c2d(A,B,Ts);

\% Adicionando ceros a la accion integral
G1 = [G zeros(2,1);-C*G 1];
H1 = [H;-C*H];

\% Matrices de ponderacion
Q=[1 0 0;
   0 1 0;
   0 0 100];
R=[0.1];

\% Ecuacion de Riccati
P=diag(0,2);
for i=1:40
    P=Q+G1'*P*G1-G1'*P*H1*inv(R+H1'*P*H1)*H1'*P*G1;
end

\% Calculo de la ganacia K del controlador
KK=inv(R+H1'*P*H1)*H1'*P*G1;
K=[KK(1) KK(2)];
KI=-KK(3);

\% Condiciones iniciales
x=[0;0];
v=0;
Y=0;

```

```

\% Lazo de control
N=375;
for k=1:N
    r(k)= 43;
    Ref = r(k);
    v = v+Ref-Y;
    U = -K*x+KI*v;
    x = G*x+H*U;
    Y = C*x;
    y(k)= Y;
    u(k)= U;
end

\% Graficos
figure(2)
t=linspace(0,N*Ts,N);
subplot(2,1,1)
plot(t,y(1:N),t,r)
grid
ylabel('Temperatura [°C]')
xlabel('Tiempo [s]')
subplot(2,1,2)
plot(t,u(1:N))
grid
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel('Señal de control [kg/min]')

⇒ cic2toptrack.m

clear all, close all, clc

\% Parametros del proceso
Kp=0.07;
tau1=3;
tau2=3.45;
tau3=tau1*tau2;
tau4=tau1+tau2;

\% Planta
np=Kp;
dp=[tau3 tau4 1];
[A,B,C,D]=tf2ss(np,dp);

\% Controlabilidad y Observabilidad
rAB = rank(ctrb(A,B)); % rAB = 2 => completamente controlable
rAC = rank(observ(A,C)); % rAC = 2 => completamente observable

\% Proceso discreto
Ts=0.08;

```

```

[G,H]=c2d(A,B,Ts);

\% Adicionando ceros a la accion integral
G1 = [G zeros(2,1);-C*G 1];
H1 = [H;-C*H];

\% Matrices de ponderacion
Q=[1 0 0;
    0 1 0;
    0 0 100]; \% Cambio a 1e9
R=[0.1];

\% Ecuacion de Riccati
P=diag(0,2);
for i=1:40
    P=Q+G1'*P*G1-G1'*P*H1*inv(R+H1'*P*H1)*H1'*P*G1;
end

\% Calculo de la ganacia K del controlador
KK=inv(R+H1'*P*H1)*H1'*P*G1;
K=[KK(1) KK(2)];
KI=-KK(3);

\% Condiciones iniciales
x=[0;0];
v=0;
Y=0;

\% Señales Referenciales (Pulsos y exponencial)
ti=0;
tf=100;
t=ti:Ts:tf;
t=t';
tsz=size(t);
ts=tsz(1,1);
g=0.5*gate(ti,0,ts-1)+0.5*gate(ti,100,ts-1)+gate(ti,200,ts-1)-...
    3*gate(ti,300,ts-1)-1*gate(ti,400,ts-1);

\% Lazo de control
N=625;
for k=1:N
    r(k)= g(k);
    Ref = r(k);
    v = v+Ref-Y;
    U = -K*x+KI*v;
    x = G*x+H*U;
    Y = C*x;
    y(k)= Y;
    u(k)= U;
end

```

```

end

\% Graficos
figure(2)
t=linspace(0,N*Ts,N);
plot(t,y(1:N),t,r)
grid
ylabel('Temperatura [°C]')
xlabel('Tiempo [s]')
figure(3)
plot(t,u(1:N))
grid
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel('Señal de control [kg/min]')

```

⇒ gate.m

```

function [xa]=gate(nmin,n,nmax)
xa=[zeros(1,n-nmin) ones(1,nmax-n+1)];

```

⇒ compidopt.m

```

cic2topt \% Programa invocado
hold
sim('cic2tpidsim',50)
plot(pidout(:,1),pidout(:,2),'k--')
grid
title('Temperatura controlada: PID-Optimo')
xlabel('t [s]')
ylabel('Temperatura [°C]')
grid
legend('Referencia TP=43°C','Control Optimo','Control PID discreto',4)
axis([0 50 0 50])

```


BIBLIOGRAFÍA

- [1] Fazlu-Rahman, M. H. R. y Devenathan, *Heat Transfer in Counterflow, Parallel Flow and Cross Flow.*, McGraw Hill, 1983.
- [2] Chapman A.J, *Transferencia de Calor.*, Ed. Irwin, 1995.
- [3] Biegler L.T. Grossmann I.E. Westerberg A.W. *Systematic Methods of Chemical Process Design.*, Prentice Hall PTR, 1997.
- [4] Rojas Moreno, Arturo, *Control Avanzado Diseño y Aplicaciones en Tiempo Real*, Publicación Independiente, 2001.
- [5] Rolf Isermann, *Digital Control System*, Springer, Verlag, 1989.
- [6] Katsuhiko Ogata, *Ingeniería de Control Moderna*, Prentice Hall, 1990.
- [7] Robert H. Bishop, *Modern Control System Analysis and Design Using Matlab*, Addison Wesley, 1997.
- [8] Simon, A. Schuster Company, *The Student Edudent of Simulink*, The Math Works Inc, 1996.
- [9] MathWorks, Inc. *MATLAB Reference Guide*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1996.