

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA GEOLOGICA, MINERA Y METALURGICA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA DE MINAS



**“HOMOGENIZACIÓN DE LA LEY DE CABEZA DEL
MINERAL APLICANDO PROGRAMACIÓN LINEAL”**

**INFORME DE SUFICIENCIA
PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE**

INGENIERO DE MINAS

PRESENTADO POR:

DEMETRIO DARÍO TÚPAC YUPANQUI

Lima – Perú

2012

DEDICATORIA

A mis queridos padres.

AGRADECIMIENTO

Al Dr. Carlos Ágreda, catedrático del curso de programación lineal.

Al Ing. Pedro Hugo Tumialán, gran motivador e incentivador.

Al Ing. Julio Hidalgo Mendieta, maestro y guía.

Al Ing. Augusto Tévez Rojas.

RESUMEN

Durante la operación minera, se establece una ley de planeamiento, que está en relación a la recuperación metalúrgica para la que ha sido diseñado el circuito de molienda o el proceso metalúrgico que se aplica.

Esta ley de cabeza se establece mediante un rango [a,b]. De la experiencia de los expertos en planta metalúrgica, Se sabe que : Si la ley de cabeza es menor que “a” o es mayor que “b” la recuperación metalúrgica decrece.

Por otro lado se conoce la siguiente relación matemática que establece la ley de corte:

$$\text{Cutoff grade} = \frac{\text{Costo}}{\text{Precio} \times \text{Recuperación}}$$

Es evidente que si la recuperación disminuye, el cut off grade o ley de corte aumenta. Esto implica que se pierde reservas y la vida de la mina se acorta.

De ahí la importancia de contribuir como equipo de trabajo para que la recuperación metalúrgica se mantenga en los niveles altos; Y una manera de contribuir indirectamente en mantener estos niveles de recuperación altos es mediante la Homogenización de la ley de cabeza del mineral aplicando el blending y la técnica de programación Lineal a corto plazo; Diario y/o por guardias.

ABSTRACT

During the mining operation, a planning law settles down, that is in relation to the metallurgical recovery for which the circuit of milling has been designed or the metallurgical process that is applied.

This law of head settles down by means of a rank [a, b]. Of the experience of the experts in metallurgical plant, one knows that: If the head law is less than “a” or is greater than “b” the metallurgical recovery decreases.

On the other hand the following mathematical relation is known that establishes the law of cuts:

$$\text{Cutoff grade} = \frac{\text{Cost}}{\text{Price} \times \text{Recovery}}$$

It is evident that if the recovery falls, cut off clay or law of cuts increases. This implies that it loses reserves and the life of the mine is used excessive respect.

Of there the importance of contributing like work party so that the metallurgical recovery stays in the high levels; And a way to contribute indirectly in maintaining these levels of recovery high is by means of the Homogenization of the law of head of the mineral applying blending and the technique of linear programming in the short term; every day and/or by guards.

Keywords: Cut-Off grade Blending Linear Programming

INDICE

DEDICATORIA	II
AGRADECIMIENTO	III
RESUMEN	IV
ABSTRACT	VI
INDICE	VIII
RELACION DE FIGURAS	XI
RELACION DE TABLAS	XII
INTRODUCCION	1
CAPÍTULO 1 GENERALIDADES	3
1.1. OBJETIVOS	3
1.2. ANTECEDENTES.....	3
1.3. MARCO TEÓRICO.....	4

1.4.	FUNDAMENTACIÓN DE LA TESIS	7
1.5.	ALCANCES	8
CAPÍTULO 2 LA PROGRAMACIÓN LINEAL.....		10
2.1.	LA PROGRAMACIÓN LINEAL.....	10
2.2.	FORMULACIÓN MATEMÁTICA	15
2.2.1.	<i>Funcion objetivo</i>	16
2.2.2.	<i>Restricciones</i>	16
2.2.3.	<i>Condiciones de no negatividad</i>	17
2.2.4.	<i>FORMULACION MATEMATICA DEL PROBLEMA</i>	17
2.3.	ALGORITMOS DE SOLUCIÓN.....	18
2.3.1.	<i>Método Gráfico</i>	18
2.3.2.	<i>Aplicación de Solver</i>	19
CAPÍTULO 3 BLENDING U HOMOGENIZACIÓN		23
3.1.	ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE MEZCLAS DE MINERAL	23
3.2.	ESTABILIDAD DE LAS LEYES DE CABEZA VS RECUPERACIÓN METALÚRGICA.	23
3.3.	LEY DE PLANEAMIENTO	26
CAPÍTULO 4 APLICACIÓN DE LA PROGRAMACIÓN LINEAL AL BLENDING DEL MINERAL DE CABEZA.....		27
4.1.	FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	27
4.2.	FORMULACIÓN MATEMÁTICA	31
4.3.	SOLUCIÓN APLICANDO SOLVER	33
4.4.	PRESENTACIÓN DE RESULTADOS	34

CAPÍTULO 5 ANÁLISIS Y EVALUACIÓN DE RESULTADOS	35
CONCLUSIONES	37
RECOMENDACIONES.....	38
BIBLIOGRAFÍA.....	39

RELACION DE FIGURAS

ILUSTRACIÓN 1 VARIACIÓN DE LA PROPORCIÓN DE MINERAL VS CUTOFF X_c	5
ILUSTRACIÓN 2 EJEMPLO DE SOLUCIÓN GRÁFICA.....	18
ILUSTRACIÓN 3 INGRESANDO EL MODELO EN EXCEL	19
ILUSTRACIÓN 4 SOLUCIONANDO EL PROBLEMA EN EXCEL USANDO SOLVER.....	20
ILUSTRACIÓN 5 SOLUCIÓN AL PROBLEMA EN EXCEL USANDO SOLVER	21
ILUSTRACIÓN 6 EJEMPLO DE ESTABILIDAD DE TENDENCIA LEY/RECUPERACIÓN PARA ZN	24
ILUSTRACIÓN 7 EJEMPLO DE ESTABILIDAD DE TENDENCIA LEY/RECUPERACIÓN PARA PB.....	25
ILUSTRACIÓN 8 EJEMPLO DE PLAN DE PRODUCCIÓN	26
ILUSTRACIÓN 9 INGRESANDO EL MODELO DEL CASO EN EXCEL	32
ILUSTRACIÓN 10 SOLUCIÓN AL CASO EN EXCEL USANDO SOLVER.....	33

RELACION DE TABLAS

TABLA 1 EJEMPLO DE COEFICIENTES TÉCNICOS	15
TABLA 2 AREAS, PRODUCCIÓN Y RECUPERACIÓN DEL CASO	27
TABLA 3 DETALLE DE REQUERIMIENTOS DE BLENDING DEL CASO.....	28
TABLA 4 INFORMACIÓN ADICIONAL DE LAS ÁREAS DE EXPLOTACIÓN	29
TABLA 5 RESULTADOS DEL CASO	35

INTRODUCCION

El objetivo del trabajo minero es extraer el mineral de la naturaleza y llevarlo hasta la planta concentradora para su procesamiento metalúrgico, lugar donde se tiene que recuperar el metal y concentrar dicho metal.

La recuperación metalúrgica en el proceso de concentración tiene muchos factores que tomar en cuenta y uno de ellos es la ley de cabeza. Muchos Ingenieros piensan que cuando se envía el mineral de cabeza con leyes altas se debe obtener alta recuperación metalúrgica. La realidad nos muestra que estamos ante una apreciación equivocada, porque las leyes altas y leyes bajas del rango establecido como ley de cabeza, perjudican la recuperación metalúrgica.

Por otro lado, cuando la recuperación metalúrgica disminuye, se incrementa el cut off, las reservas disminuyen y por consiguiente la vida de la mina se acorta. En otras palabras estamos "matando mina"

El problema para los operadores de mina es programar la producción del mineral de modo de entregar a planta concentradora un mineral de cabeza que tenga una ley en el rango establecido por los operadores de la planta metalúrgica y de ese modo contribuir con la recuperación metalúrgica. Esto significa que la entrega de mineral en la tolva de gruesos debe tener una ley “ homogénea” durante períodos de recuperación en la planta de concentrados.

La herramienta matemática que ayuda al minero es la aplicación del blending mediante la técnica de investigación de operaciones. Esta técnica nos ayuda a optimizar (maximizar utilidades y/o minimizar costos) condicionados a restricciones de capacidad de producción, leyes y otros que tengan un comportamiento lineal.

Capítulo 1. **GENERALIDADES**

1.1. **OBJETIVOS**

- Reconocer la importancia de la recuperación metalúrgica y su implicancia en la programación de la producción minera
- Fomentar la unidad de equipo de trabajo entre Operación Mina, Planeamiento y planta de procesamiento

1.2. **ANTECEDENTES**

En muchas ocasiones se ha encontrado una falta de comunicación entre las áreas de producción mina, y planta concentradora. El personal de operación mina, cumple con la cuota de producción y leyes mensual; pero entrega a planta durante la primera quincena mineral de alta ley y poco tonelaje. Y para la segunda quincena entrega a planta mineral de baja ley y gran tonelaje. La sumatoria ponderada y aritmética hace que mina cumpla con la meta propuesta. En

cambio planta, en ambos casos tiene problema de recuperación.

El problema aquí planteado es como coordinar los trabajos de modo que las leyes y tonelajes entregados por mina sean controlados a diario, las leyes estén dentro de un rango de tolerancia y el tonelaje dentro de lo programado.

Dentro de todas las técnicas de programación de la producción, se cuenta con la programación lineal que nos ayuda a la realización del blending de mineral y asignar recursos para lograr los objetivos. Y la manera de validar esta actividad es mediante un análisis de variabilidad de las leyes muestreadas en la faja transportadoras o circuitos de chancado primario. Este análisis de variabilidad se realiza mediante el variograma de leyes muestreadas cada hora.

1.3. MARCO TEÓRICO

El cut-off grade definida como la ley mínima que paga su costo se puede expresar mediante la siguiente relación simple. Según Hartman & Mutmansky (2002)

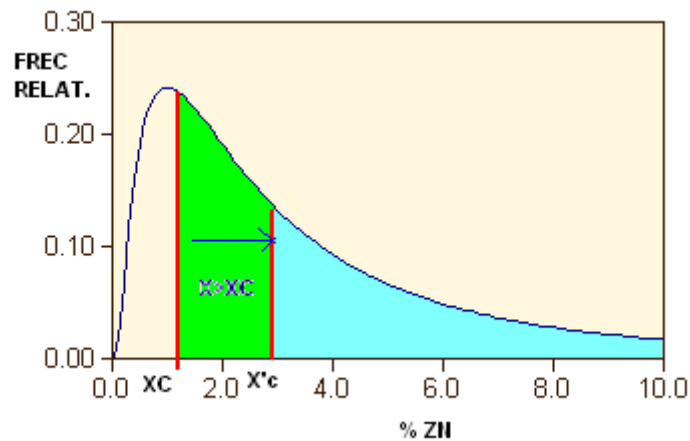
$$Cutoff\ grade = \frac{Costo}{Precio \times Recuperación}$$

De esta fórmula se puede apreciar que la ley de corte o cutoff grade es sensible a la recuperación metalúrgica en una relación inversamente proporcional. Lo que significa que

cuando la recuperación metalúrgica disminuye, el cut off grade aumenta de X_c a X'_c y por consiguiente las reservas disminuyen; el hecho de perder reservas hace que la vida de la mina se acorte. En otras palabras se estaría matando a nuestra mina.

Ilustración 1 Variación de la proporción de mineral Vs cutoff X_c

Fuente: Apuntes de Geoestadística. Dr Alfredo Marín Curso de Actualización UNI- 2011



De estas tres variables influyentes sobre el cut off, como operadores de mina podemos controlar al costo y la recuperación metalúrgica; el precio del metal es una variable no controlable por nosotros.

En el presente trabajo, nos esforzaremos, desde el punto de vista minero, contribuir con mantener la recuperación metalúrgica para evitar tropezar con los problemas mencionados líneas arriba.

Por otro lado, se ha demostrado que la recuperación metalúrgica para un “circuito” metalúrgico diseñado, disminuye cuando la ley mineral de cabeza es menor que la ley de planeamiento programado; del mismo modo cuando la ley de mineral de cabeza es superior a la ley programada. Una manera de comprobar esta afirmación se procede de la siguiente manera:

Sea F , C y T los tonelajes de Mineral de cabeza, Tonelaje de concentrado, y tonelaje de relave respectivamente. Sea f , c y t las leyes de Mineral de cabeza, ley de concentrado, y ley de relave respectivamente.

$$\text{Balance de material: } F = C + T \quad \text{Ec. (1)}$$

$$\text{Balance metálico } Ff = Cc + Tt \quad \text{Ec (2)}$$

$$\text{Ec (1) } \times t \quad Ft = Ct + Tt \quad \text{Ec (3)}$$

$$\text{Ec (2) } - \text{Ec (3)} \quad F(f - t) = C(c - t)$$

$$\frac{C}{F} = \frac{(f-t)}{(c-t)} \quad \text{Ec (4)}$$

$$\text{Recuperación metalúrgica } RM = \frac{Cc}{Ff} = \frac{(f-t)c}{(c-t)f} \quad \text{Ec (5)}$$

Con la Ec (5) se verifica que la ley de cabeza del mineral influye en la recuperación metalúrgica; por lo que se amerita un control de las leyes de cabeza mediante el blending de mineral y una homogenización de la mezcla de mineral.

1.4. FUNDAMENTACIÓN DE LA TESIS

Los ingenieros de minas han trabajado activamente para encontrar modelos matemáticos que puedan ser utilizados para resolver problemas de mezcla en las operaciones mineras, de tal manera que arroje una respuesta óptima en término de máximo rendimiento bien sea en la maximización del beneficio económico o minimización de la cantidad de desmonte a remover en la excavación. Es aquí donde la Programación Lineal da un aporte importante a este tipo de problemas.

Es común observar que en muchas operaciones, la planificación de la mezcla de mineral de varios frentes o labores de excavación se realiza de forma manual a través de análisis de diferentes combinaciones de mezcla por ensayo y error en una hoja electrónica de cálculo, dónde a cada frente de mineral se le asigna manualmente su aporte y se sigue el proceso interactivo manual hasta que se logran los objetivos en término de volumen y calidad. Es una práctica generalizada y fácil de implementar; sin embargo, ¿Corresponde éste a la solución óptima?

La programación lineal es una técnica matemática empleada para optimizar los recursos sujetos a ciertas restricciones de calidad y cantidad; por lo tanto, esta poderosa herramienta sirve para determinar el óptimo plan de minado

sujeto a restricciones impuestas por las especificaciones de los productos a extraer.

Una vez determinado la combinación óptima de los tonelajes en los frentes de extracción; la integración del cálculo del número de equipos de carguío y acarreo es un proceso importante que debe ser considerado en el plan de minado.

En una operación minera típica se dispone de varios frentes o labores dónde cada uno tiene un volumen y una calidad determinada (ley de mineral). El problema de mezcla se resume en determinar cuánto hay que extraer de cada frente de manera que la mezcla de todos los frentes cumpla con las restricciones cualitativas y cuantitativas establecidas para la tolva de gruesos o para la pila que se va a formar.

1.5. **ALCANCES**

En el presente trabajo se fundamenta una forma de contribuir con mantener la recuperación metalúrgica en sus niveles establecidos, cuidando que no disminuyan para evitar que aumente el cut off y la consiguiente pérdida de reservas de mineral.

Esto se logrará obteniendo una homogenización de la mezcla de mineral o blending durante la etapa de extracción de mineral. Esta homogenización se comprobará mediante la

aplicación de un parámetro de la herramienta geoestadística que es el alcance del variograma.

Capítulo 2. LA PROGRAMACIÓN LINEAL

2.1. LA PROGRAMACIÓN LINEAL

“La Investigación de Operaciones (IO) es la aplicación del método científico al estudio de los problemas de toma de decisión en situaciones determinísticas o probabilísticas al interior de sistemas complejos, considerando la formulación de un modelo generalmente matemático que permita estudiar el problema y desarrollar una solución que indique el mejor u óptimo curso de acción posible, coherente con los objetivos globales del sistema”.

Las dos características esenciales, que distinguen a la IO de otras disciplinas o actividades que podrían asimilarse a la anterior definición, son:

- El modelamiento – generalmente matemático – de los problemas de decisión.

- La búsqueda de la mejor o la óptima solución de los problemas de decisión.

Otras características de la IO, aunque no necesariamente esenciales, son la casi ineludible participación de grupos interdisciplinarios y de los computadores en su aplicación. Lo primero proviene del hecho de que los problemas a resolver son habitualmente muy complejos y con consecuencias sobre distintas partes del sistema. Lo segundo proviene del hecho que la resolución de un problema, mediante la IO, requiere habitualmente procesar gran cantidad de datos numéricos.

EL MODELO GENERAL DE PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA

La Programación Matemática (PM) provee modelos matemáticos asociados con situaciones-problema que involucran decisiones de corto o mediano plazo, en que se intenta optimizar (maximizar o minimizar) un determinado objetivo, pudiendo existir restricciones a las decisiones posibles para lograrlo.

Una aplicación típica de la PM corresponde a situaciones en que se debe asignar un conjunto de recursos limitados entre actividades que compiten por su utilización, existiendo la intención de realizar la asignación de recursos en una forma tal que se maximicen utilidades o se minimicen costos.

Considerando “n” variables de decisión X_j , el modelo general de Programación Matemática multidimensional restringida está compuesto por una “función objetivo” (FO), sujeta a “m” restricciones propias de la situación problema.

$$OPT(Z) = f(X_1, X_2, X_3, X_4, \dots, X_n)$$

s. a.

$$g(X_1, X_2, X_3, X_4, \dots, X_n) \leq 0 \geq b_1$$

$$i = 1, 2, 3, 4, \dots, m$$

La función objetivo es una representación matemática de la meta total de optimización establecida en términos de las variables de decisión.

El conjunto de las “m” restricciones, expresado en términos de las variables de decisión, es una representación matemática de las condiciones simultáneas que se deben cumplir al establecer los valores para las variables de decisión, como consecuencia de las limitaciones existentes en la situación-problema para el logro del objetivo.

En general, los modelos más relevantes de la Programación Matemática son:

- Modelos de programación lineal
- Modelos de programación no lineal

- Modelos de programación entera

Un modelo matemático de optimización lineal típico es el siguiente:

Minimizar Variable V_k (por ejemplo, V_k puede ser valor monetario, contenido de un parámetro físico-químico o distancia de acarreo).

$$\text{Min} = \sum X_i - V_k$$

Sujeto a:

$$1) X_i \leq T\text{MoMax}_i$$

$$2) X_i \geq T\text{MoMin}_i$$

$$3) \sum (V_{k_i} - l_k) - X_i \geq 0$$

$$4) \sum (m_k - V_{k_i}) - X_i \geq 0$$

$$5) \sum X_i \leq T\text{Max}$$

$$6) \sum X_i \geq T\text{Min}$$

Maximizar Variable V_k (por ejemplo, V_k puede ser valor monetario o contenido de un parámetro físico-químico).

Donde:

- X_i : Tonelaje o Volumen del frente i .
- T_{MoMaxi} : Cantidad máxima disponible (Tonelaje o Volumen) de mineral a extraer del frente i .
- T_{MoMini} : Cantidad mínima de mineral (Tonelaje o Volumen) a extraer del frente i .
- k : Subíndice que denota un parámetro físico-químico; por ejemplo: ley, malla-100 u otro.
- V_{ki} : Proporción (%) del parámetro o variable k de la i -ésima unidad de producción o frente.
- m_k : Máxima proporción (%) del parámetro k que puede ser tolerado en la tolva o stock pile.
- l_k : Mínima proporción (%) del parámetro k que puede ser tolerado en la tolva o stock pile.
- T_{Max} : Tonelaje o Volumen máximo de la mezcla.
- T_{Min} : Tonelaje o Volumen mínimo de la mezcla.

2.2. FORMULACIÓN MATEMÁTICA

Para el próximo mes, una empresa desea saber cuántas toneladas de mineral debe producir de cada una de sus dos tajos principales (A y B). Si se cuenta con los siguientes coeficientes técnicos:

Tabla 1 Ejemplo de Coeficientes técnicos

TAJO	%Zn	TON	UTILIDAD \$/TON
A	5%	5000	40
B	12%	8000	70

La producción planeada y según requerimientos de la planta metalúrgica es que el mineral de cabeza tenga una ley que esté en un rango de 6% a 9% de Zn, y 10000 ton de mineral por día.

La Compañía desea realizar un plan de minado el cual maximice las ganancias por esta operación, formular el problema como un programa lineal. Defina claramente sus variables de decisión y restricciones.

Solución:

Variables de decisión:

- X_1 : Toneladas de mineral a producirse del Tajo A,

- X_2 : Toneladas de mineral a producirse del Tajo B

2.2.1. FUNCION OBJETIVO

Maximizar la utilidad

$$Z \text{ MAX} = 40X_1 + 70X_2$$

Maximizar las Utilidades que aporta cada tajo manteniendo las leyes en un rango

2.2.2. RESTRICCIONES

Restricciones de capacidad de Producción de los tajeos:

$$X_1 \leq 5000 \quad \text{TAJEO A}$$

$$X_2 \leq 8000 \quad \text{TAJEO B}$$

Restricciones de Ley de cabeza mínima:

$$\frac{0.05X_1 + 0.12 X_2}{X_1 + X_2} \geq 0.06$$

$$-0.01X_1 + 0.06X_2 \geq 0$$

Restricciones de Ley de cabeza máxima:

$$\frac{0.05X_1 + 0.12 X_2}{X_1 + X_2} \leq 0.09$$

$$-0.04X_1 + 0.03X_2 \leq 0$$

Restricciones de Producción requerida:

$$X_1 + X_2 \leq 10000$$

2.2.3. CONDICIONES DE NO NEGATIVIDAD

$$X_1, X_2 \geq 0$$

2.2.4. FORMULACION MATEMATICA DEL PROBLEMA

$$Z \text{ MAX} = 40X_1 + 70X_2$$

s.a.

$$X_1 \leq 5000$$

$$X_2 \leq 8000$$

$$-0.01X_1 + 0.06X_2 \geq 0$$

$$-0.04X_1 + 0.03X_2 \leq 0$$

$$X_1 + X_2 \leq 10000$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

2.3. ALGORITMOS DE SOLUCIÓN

2.3.1. MÉTODO GRÁFICO

Se grafican las rectas dadas por las ecuaciones

$$X_1 = 5000 \text{ Toneladas del tajeo A}$$

$$X_2 = 8000 \text{ Toneladas del tajeo B}$$

$$-0.01X_1 + 0.06X_2 = 0 \quad \text{ó} \quad X_2 = 0.167X_1 \text{ Ley Mínima}$$

$$-0.04X_1 + 0.03X_2 = 0 \quad \text{ó} \quad X_2 = 1.333X_1 \text{ Ley Máxima}$$

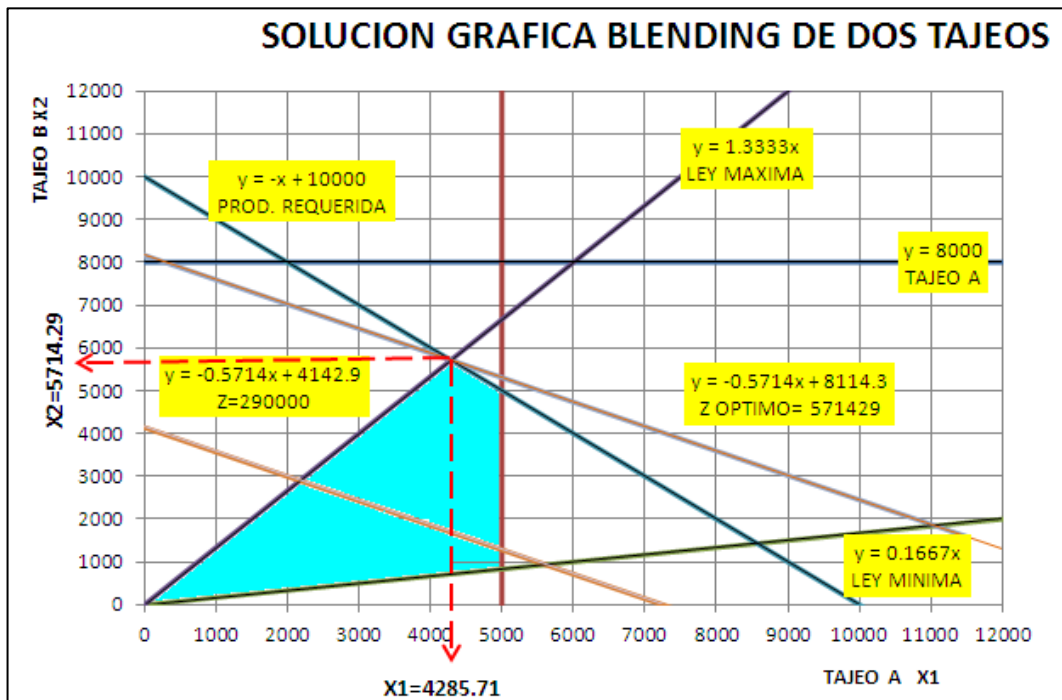
$$X_1 + X_2 = 10000; \quad \text{ó} \quad X_2 = 10000 - X_1 \text{ Producción requerida}$$

$$\text{Para } Z=0 \quad X_2 = -\frac{40}{70}X_1$$

$$\text{Para } Z=290000 \quad X_2 = -\frac{40}{70}X_1 + \frac{290000}{70}$$

$$\text{Para } Z \text{ optimo} \quad X_1 = 4285.71, \quad X_2 = 5714.29 \quad Z = 571,429$$

Ilustración 2 Ejemplo de Solución gráfica



2.3.2. APLICACIÓN DE SOLVER

PREPARACIÓN DE DATOS PARA EL SOLVER

En un cuadro Excel se escribe el modelo lineal mediante la siguiente forma:

PLAN DE PRODUCCION DE BLENDING						
TAJEO	X1	X2				
CANT PRODUCCION	0.00	0.00	GANANCIA			
UTIL \$/TON	\$40	\$70	\$0			
<u>RESTRICCIONES</u>	<u>Recurso Usado</u>	-	<u>Total LHS</u>		<u>RHS</u>	<u>Slack</u>
Tajeo A	1	0	0	<	5000	5000
Tajeo B	0	1	0	<	8000	8000
ley de cabeza maxima	-0.04	0.03	0	<	0	0
Requerimiento de prod	1	1	0	<	10000	10000
ley de cabeza minima	-0.01	0.06	0	>	0	0

Y se obtiene tal como se muestra en la siguiente figura :

Ilustración 3 Ingresando el Modelo en EXCEL

PLAN DE PRODUCCION DE BLENDING						
TAJEO	X1	X2				
CANT PRODUCCION	0.00	0.00	GANANCIA			
UTIL \$/TON	\$40	\$70	\$0			
<u>RESTRICCIONES</u>	<u>Recurso Usado</u>		<u>Total LHS</u>		<u>RHS</u>	<u>Slack</u>
Tajeo A	1	0	0.00	≤	5000	5000.00
Tajeo B	0	1	0.00	≤	8000	8000.00
ley de cabeza maxima	-0.04	0.03	0.00	≤	0	0.00
Requerimiento de prod	1	1	0	≤	10000	-10000
ley de cabeza minima	-0.01	0.06	0	≥	0	0

Ilustración 5 Solución al Problema en EXCEL usando SOLVER

		SOLUCION APLICANDO SOLVER			
Tiempo de la solución: 0 segundos.					
Iteraciones: 3 Subproblemas: 0					
Opciones de Solver					
Tiempo máximo Ilimitado, Iteraciones Ilimitado, Precision 0.000001					
Tiempo de la solución: 0 segundos.					
Iteraciones: 3 Subproblemas: 0					
Opciones de Solver					
Tiempo máximo Ilimitado, Iteraciones Ilimitado, Precision 0.000001					
Máximo de subproblemas Ilimitado, Máximo de soluciones de enteros Ilimitado,					
Tolerancia de enteros 1%					
Celda objetivo (Máx.)					
Celda	Nombre	Valor original	Valor final		
\$D\$4	WBMAX	S/. 550,000	S/. 571,429		
Celdas de variables					
Celda	Nombre	Valor original	Valor final	Entero	
\$B\$3	CANT PRODUCCION X1	5000.00	4285.71	Continuar	
\$C\$3	CANT PRODUCCION X2	8000.00	5714.29	Continuar	
Restricciones					
Celda	Nombre	Valor de la celda	Fórmula	Estado	Demora
\$D\$10	ley de cabeza mínima Total LHS	300	\$D\$10>=\$F\$10	No vinculante	300
\$D\$6	Tajeo A Total LHS	4285.71	\$D\$6<=\$F\$6	No vinculante	714.28
\$D\$7	Tajeo B Total LHS	5714.29	\$D\$7<=\$F\$7	No vinculante	2285.716
\$D\$8	ley de cabeza máxima Total LHS	2.84217E-14	\$D\$8<=\$F\$8	Vinculante	0
\$D\$9	Requerimiento de prod Total LHS	10000	\$D\$9<=\$F\$9	Vinculante	0

Ambas soluciones, la del método gráfico y la del método usando EXCEL, coinciden

Se debe producir del tajeo A $X_1 = 4285.71$ ton de mineral

Se debe producir del tajeo B $X_2 = 5714.29$ ton de mineral

QUE HACEN UN TOTAL DE 10000 ton/día

Con una ley promedio de 9% de Zinc, que está dentro de los límites de ley que necesita la planta para obtener una recuperación metalúrgica esperada.

Capítulo 3. **BLENDING U HOMOGENIZACIÓN**

3.1. ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE MEZCLAS DE MINERAL

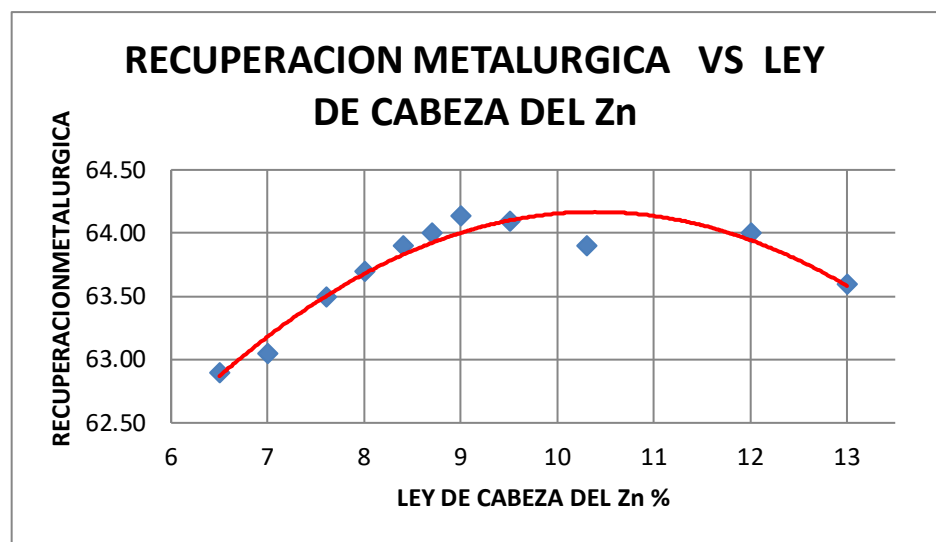
Un reporte del análisis estadístico de las mezclas de mineral Se analiza y se observa que la recuperación metalúrgica tiene una sensibilidad a la variación de las leyes de cabeza, como se mostrará en los párrafos siguientes.

3.2. ESTABILIDAD DE LAS LEYES DE CABEZA VS RECUPERACIÓN METALÚRGICA

La recuperación metalúrgica, del Zn, es sensible a la variación de la ley de cabeza. El comportamiento se muestra en el cuadro y figuras siguientes: Valores bajos de la ley de cabeza del mineral y valores altos implican una disminución en la recuperación metalúrgica del Zn. Igual comportamiento presenta la recuperación metalúrgica del Pb Como puede apreciarse en los siguientes cuadros y gráficos.

LEY DE CABEZA Pb %	8.0	8.7	9.5	7.6	13.0	8.4	7.0	9.0	12.0	10.3	6.5
RECUPERACION METALURGICA %	63.7	64.0	64.1	63.5	63.6	63.9	63.0	64.1	64.0	63.9	62.9

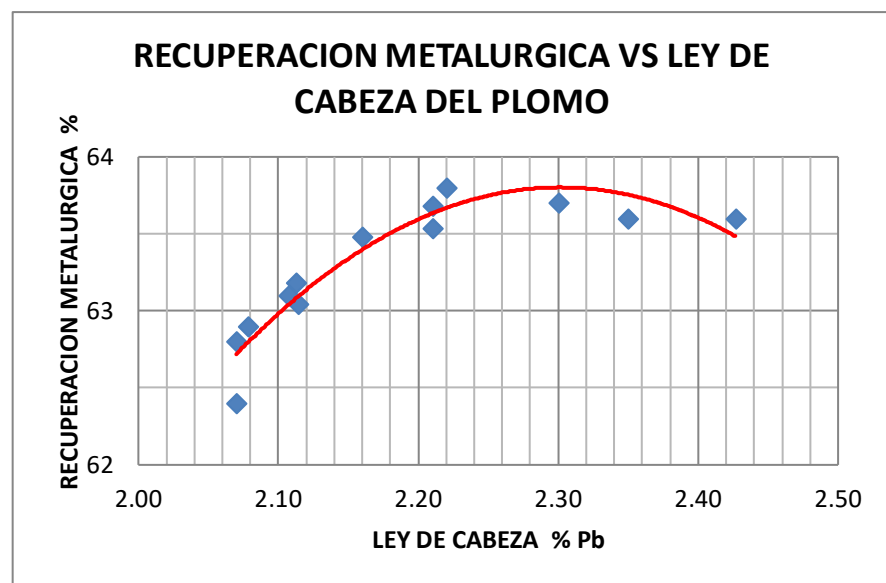
Ilustración 6 Ejemplo de Estabilidad de Tendencia Ley/Recuperación para Zn



Fuente: Reporte diario planta Mina Atacocha 2010. Elaboración propia

LEY CABEZA %	2.43	2.22	2.11	2.11	2.11	2.35	2.08	2.07	2.16	2.30	2.21	2.21
REC. MET %	63.60	63.80	63.05	63.18	63.10	63.60	62.90	62.8	63.48	63.70	63.54	63.68

Ilustración 7 Ejemplo de Estabilidad de Tendencia Ley/Recuperación para Pb



Fuente: Reporte diario planta Mina Atacocha 2010. Elaboración propia

En ambos casos se verifica la tendencia de la recuperación metalúrgica establecida en la ecuación matemática de la recuperación metalúrgica formulada anteriormente.

$$\text{Recuperación metalúrgica } RM = \frac{Cc}{Ff} = \frac{(f-t)c}{(c-t)f} \quad \text{Ec (5)}$$

3.3. LEY DE PLANEAMIENTO

La ley de Planeamiento de mina es lo que se establece en la planta de tratamiento como ley de cabeza tal como se muestra en el siguiente cuadro:

Ilustración 8 Ejemplo de Plan de Producción

Fuente: Departamento de Planeamiento Mina Atacocha

Plan de producción de la planta concentradora						
		Días Op	358	358	358	358
		Presupuesto TPD	4,500	5,000	5,000	5,000
		US\$/ton	54.68	54.68	54.68	54.68
Periodos			2012	2013	2014	2015
			Total	Total	Total	Total
Mineral Tratado						
TMS			1,611,000	1,790,000	1,790,000	1,790,000
Leyes						
Zinc	%		3.94	3.94	3.94	3.94
Plomo	%		0.52	0.52	0.52	0.52
Cobre	%		0.27	0.27	0.27	0.27
Plata	oz/TM		1.07	1.07	1.07	1.07
Oro	oz/TM		0.008	0.008	0.008	0.008
Bismuto	%		0.021	0.021	0.021	0.021
Concentrado Producido						
TMS						
Zinc			108,384	119,761	119,761	119,761
Plomo			11,261	12,411	12,411	12,411
Cobre			7,164	8,119	8,119	8,119
Total			126,809	140,291	140,291	140,291
Leyes						
Zinc	Zn	%	53.00	53.00	53.00	53.00
	Ag	oz/TM	1.40	1.40	1.40	1.40
Plomo	Pb	%	61.00	60.00	60.00	60.00
	Ag	oz/TM	65.00	65.00	65.00	65.00
	Au	oz/TM	0.11	0.11	0.11	0.11
	Bi	%	1.50	1.50	1.50	1.50
Cobre	Cu	%	25.50	25.00	25.00	25.00
	Ag	oz/TM	48.00	48.00	48.00	48.00
	Au	oz/TM	0.25	0.25	0.25	0.25
	Bi	%	0.75	0.75	0.75	0.75
Contenido Fino Producido						
Zinc	TMS		57,443	63,473	63,473	63,473
Plomo	TMS		6,869	7,446	7,446	7,446
Cobre	TMS		1,827	2,030	2,030	2,030
Plata	Onz		1,075,857	1,196,426	1,196,426	1,196,426
Oro	Onz		3,030	3,395	3,395	3,395
Recuperaciones						
Zn	%		90.50	90.00	90.00	90.00
Pb	%		82.00	80.00	80.00	80.00
Cu	%		42.00	42.00	42.00	42.00
Ag	%		62.41	62.47	62.47	62.47
Au	%		23.51	23.71	23.71	23.71

Capítulo 4. APLICACIÓN DE LA PROGRAMACIÓN LINEAL AL BLENDING DEL MINERAL DE CABEZA

4.1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

En la Mina se tiene tres zonas habilitadas para la extracción de mineral. La información de reserva, leyes utilidad de cada zona se muestra en el siguiente gráfico.

Tabla 2 Areas, Producción y Recuperación del Caso

Fuente: Departamento de Planeamiento Mina Atacocha

	RESERVA PROBADA					UTILIDAD
	TON	Oz/TON Ag	%Pb	%Zn	% Cu	\$/TON
AREA 2	440551.00	1.87	0.94	6.46	0.43	22.48
AREA 3	129858.00	1.77	1.60	2.22	0.13	16.46
AREA 4	700934.00	0.30	0.10	4.25	0.25	13.16
PROD REQUERIDA	5000 TPD	1.07	0.52	3.94	0.27	
%RECUPERACION		62.47	80.00	90.00	42.00	

Si se desea contribuir con la Empresa, Facilitando a la planta el mineral de cabeza con las características requeridas, tendremos que programar la producción de modo de cumplir con los requerimientos de la planta Concentradora para que obtenga la recuperación metalúrgica esperada.

El enunciado del problema sería de la siguiente manera:

Programar la extracción del mineral para realizar un blending del mismo, de modo que se produzca 5000 TPD mineral de cabeza con las siguientes leyes:

Tabla 3 Detalle de Requerimientos de Blending del Caso

Fuente: Departamento de Planeamiento Mina Atacocha

PROD REQUERIDA	5000 TPD	1.07 Oz/TM Ag	0.52% Pb	3.94% Zn	0.27% Cu
----------------	----------	------------------	-------------	-------------	-------------

El radio de concentración metalúrgica es 13.45 y la información adicional se muestra en el siguiente cuadro:

Tabla 4 Información Adicional de las Áreas de explotación

Fuente: Departamento de Planeamiento Mina Atacocha

Elaboración: propia

	RESERVA PROBADA					UTILIDAD
	TON	Oz/TON Ag	%Pb	%Zn	% Cu	\$/TON
AREA 2	440551.00	1.87	0.94	6.46	0.43	22.48
AREA 3	129858.00	1.77	1.60	2.22	0.13	16.46
AREA 4	700934.00	0.30	0.10	4.25	0.25	13.16
PROD REQUERIDA	5000 TPD	1.07	0.52	3.94	0.27	
%RECUPERACION		62.47	80.00	90.00	42.00	

Formular un modelo de programación lineal para maximizar la utilidad y favorecer con la recuperación metalúrgica esperada.

Solución:

VARIABLES DE DECISION

- XAREA2=Toneladas a producirse por día dela zona 2
- XAREA3=Toneladas a producirse por día dela zona 3
- XAREA4=Toneladas a producirse por día dela zona 4

FUNCION OBJETIVO

- Maximizar la utilidad de la Empresa

- $\text{MAX}(Z) = 22.48 * X_{\text{AREA}2} + 16.46 * X_{\text{AREA}3} + 13.16 * X_{\text{AREA}4}$

SUJETO A LAS SIGUIENTES RESTRICCIONES:

- RESTRICCION DE PRODUCCION REQUERIDA

$$1 X_{\text{AREA}2} - 1 X_{\text{AREA}3} + 1 X_{\text{AREA}4} = 5000$$

- RESTRICCION DE LEY DE Zn MINIMA

$$\frac{0.0646 X_{\text{AREA}2} + 0.0222 X_{\text{AREA}3} + 0.0425 X_{\text{AREA}4}}{X_{\text{AREA}2} + X_{\text{AREA}3} + X_{\text{AREA}4}} \geq 0.0380$$

$$0.027 X_{\text{AREA}2} - 0.0160 X_{\text{AREA}3} + 0.005 X_{\text{AREA}4} \geq 0$$

- RESTRICCION DE LEY DE Zn MAXIMA

$$\frac{0.0646 X_{\text{AREA}2} + 0.0222 X_{\text{AREA}3} + 0.0425 X_{\text{AREA}4}}{X_{\text{AREA}2} + X_{\text{AREA}3} + X_{\text{AREA}4}} \leq 0.0410$$

$$0.024 X_{\text{AREA}2} - 0.0190 X_{\text{AREA}3} + 0.0015 X_{\text{AREA}4} \leq 0$$

- RESTRICCION DE LEY DE Cu MINIMA

$$\frac{0.0043 X_{\text{AREA}2} + 0.0013 X_{\text{AREA}3} + 0.0025 X_{\text{AREA}4}}{X_{\text{AREA}2} + X_{\text{AREA}3} + X_{\text{AREA}4}} \geq 0.0022$$

$$0.0021 X_{\text{AREA}2} - 0.0009 X_{\text{AREA}3} + 0.0003 X_{\text{AREA}4} \geq 0$$

- RESTRICCION DE LEY DE Cu MAXIMA

$$\frac{0.0043 X_{\text{AREA}2} + 0.0013 X_{\text{AREA}3} + 0.0025 X_{\text{AREA}4}}{X_{\text{AREA}2} + X_{\text{AREA}3} + X_{\text{AREA}4}} \leq 0.0032$$

$$0.0011 X_{\text{AREA}2} - 0.00190 X_{\text{AREA}3} - 0.0007 X_{\text{AREA}4} \leq 0$$

4.2. FORMULACIÓN MATEMÁTICA

$$\text{MAX}(Z) = 22.48 *XAREA2 + 16.46*XAREA3 + 13.16* \\ XAREA4$$

SUJETO A:

$$0.027XAREA2 - 0.0160XAREA3 + 0.005XAREA4 \geq 0$$

$$0.024XAREA2 - 0.0190XAREA3 + 0.0015XAREA4 \leq 0$$

$$0.0021XAREA2 - 0.0009XAREA3 + 0.0003XAREA4 \geq 0$$

$$0.0011XAREA2 - 0.00190XAREA3 - 0.0007XAREA4 \leq 0$$

$$XAREA2 \geq 0$$

$$XAREA3 \geq 0$$

$$XAREA4 \geq 0$$

PLAN DE PRODUCCION DE BLENDING							
ZONA	XAREA2	XAREA3	XAREA4				
CANT PRODUCCION	2216.98	2783.02	0.00	GANANCIA			
UTIL \$/TON	\$22.48	\$16.46	\$13.16	\$95,646			
RESTRICCIONES	Recurso Usado	-	-	Total LHS		RHS	Slack
PRODUCCION	1	1	1	5000.00	<	5000	0.00
%ZN MIN	0.027	-0.016	0.005	15.00	≥	0	-15.00
%ZN MAX	0.024	-0.019	0.00150	0.00	≤	0	0.00
%CU MIN	0.0021	-0.0009	0.0003	2.15	≥	0	-2.15
%CU MAX	0.0011	-0.0019	-0.0007	-2.85	≤	0	2.85
	1	0	0	2216.98	≥	0	-2216.98
	0	1	0	2783.02	≥	0	-2783.02
	0	0	1	0.00	≥	0	0.00
	%	%	%	MIN		MAX	
ZINC	6.46	2.22	4.25	3.80		4.10	
COBRE	0.43	0.13	0.25	0.22		0.32	

Ilustración 9 Ingresando el Modelo del Caso en EXCEL

PLAN DE PRODUCCION DE BLENDING							
ZONA	XAREA2	XAREA3	XAREA4				
CANT PRODUCCION	2216.98	2783.02	0.00	GANANCIA			
UTIL \$/TON	\$22.48	\$16.46	\$13.16	\$95,646			
RESTRICCIONES	Recurso Usado			Total LHS		RHS	Slack
PRODUCCION	1	1	1	5000.00	≤	5000	0.00
%ZN MIN	0.027	-0.016	0.005	15.00	≥	0	-15.00
%ZN MAX	0.024	-0.019	0.00150	0.00	≤	0	0.00
%CU MIN	0.0021	-0.0009	0.0003	2.15	≥	0	-2.15
%CU MAX	0.0011	-0.0019	-0.0007	-2.85	≤	0	2.85
	1	0	0	2216.98	≥	0	-2216.98
	0	1	0	2783.02	≥	0	-2783.02
	0	0	1	0.00	≥	0	0.00
	%	%	%	MIN		MAX	
ZINC	6.46	2.22	4.25	3.80		4.10	
COBRE	0.43	0.13	0.25	0.22		0.32	

4.3. SOLUCIÓN APLICANDO SOLVER

Ilustración 10 Solución al Caso en EXCEL usando SOLVER

Microsoft Excel 14.0 Informe de respuestas					
Hoja de cálculo:		[PROBLEMA TESIS.xlsx]BLENDING			
Informe creado: 16/01/2012 04:17:33 a.m.					
Resultado: Solver encontró una solución. Se cumplen todas las restricciones y condiciones óptimas.					
Motor de Solver					
Motor: Simplex LP					
Tiempo de la solución: 0.016 segundos.					
Iteraciones: 12 Subproblemas: 0					
Opciones de Solver					
Tiempo máximo Ilimitado, Iteraciones Ilimitado, Precision 0.000001					
Máximo de subproblemas Ilimitado, Máximo de soluciones de enteros Ilimitado, Tolerancia de enteros 1%					
Celda objetivo (Máx.)					
Celda	Nombre	Valor original	Valor final		
\$E\$4	WBMAX	S/. 95,646	S/. 95,646		
Celdas de variables					
Celda	Nombre	Valor original	Valor final	Entero	
\$B\$3	CANT PRODUCCION XAREA2	2216.98	2216.98	Continuar	
\$C\$3	CANT PRODUCCION XAREA3	2783.02	2783.02	Continuar	
\$D\$3	CANT PRODUCCION XAREA4	0.00	0.00	Continuar	
Restricciones					
Celda	Nombre	Valor de la celda	Fórmula	Estado	Demora
\$E\$10	%CU MAX Total LHS	-2.85	\$E\$10<=\$G\$10	No vinculante	2.849056604
\$E\$11	Total LHS	2216.98	\$E\$11>=\$G\$11	No vinculante	2216.98
\$E\$12	Total LHS	2783.02	\$E\$12>=\$G\$12	No vinculante	2783.02
\$E\$13	Total LHS	0.00	\$E\$13>=\$G\$13	Vinculante	0.00
\$E\$6	PRODUCCION Total LHS	5000.00	\$E\$6=\$G\$6	Vinculante	0
\$E\$7	%ZN MIN Total LHS	15.00	\$E\$7>=\$G\$7	No vinculante	15.00
\$E\$8	%ZN MAX Total LHS	0.00	\$E\$8<=\$G\$8	Vinculante	0
\$E\$9	%CU MIN Total LHS	2.15	\$E\$9>=\$G\$9	No vinculante	2.15

4.4. PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

XAREA2= 2216.98 TPD

XAREA3 =2783.02 TPD

XAREA4 =0.00 TPD

Que da una ganancia diaria de \$ S/. 95,646 por día .
Esta solución matemática da como resultado que del área 4 no se debe extraer nada.

Tal vez desde el punto de vista operativo, se debe extraer algo del área 4 pero para cumplir las restricciones asumidas el resultado es el mostrado.

Capítulo 5. ANÁLISIS Y EVALUACIÓN DE RESULTADOS

El resultado de la ley de cabeza obtenida durante los primeros días del mes de Diciembre se muestra en la siguiente tabla por turno

Tabla 5 Resultados del Caso

Leyes de Cabeza																Fech		12/12/2011					
																Hora		06:43 a.m.					
																Pág.		1 de 1					
Conc. Zn																							
																Ag (oz troy)		Pb (%)		Zn (%)		Cu (%)	
Día	0:00	8:00	16:00	Prom	0:00	8:00	16:00	Prom	0:00	8:00	16:00	Prom	0:00	8:00	16:00	Prom							
1	1.11	1.11	0.77	1	0.28	0.53	0.39	0.4	3.72	4.35	4.42	4.16	0.33	0.25	0.23	0.27							
2	0.78	0.98	0.74	0.83	0.53	0.55	0.49	0.52	6.22	4.88	3.58	4.89	0.16	0.26	0.25	0.22							
3	0.73	0.99	0.89	0.87	0.41	0.47	0.7	0.53	3.77	2.59	3.77	3.38	0.23	0.29	0.24	0.25							
4	0.63	0.98	0.7	0.77	0.56	1.12	0.63	0.77	3.41	4.9	6.97	5.09	0.27	0.33	0.17	0.26							
5	0.69	0.83	0.86	0.79	0.73	0.61	0.4	0.58	7.18	3.48	3.08	4.58	0.15	0.25	0.24	0.21							
6	0.74	0.77	1.45	0.98	0.15	0.31	0.5	0.32	2.43	3	2.91	2.78	0.42	0.33	0.35	0.37							
7	1.76	1.38	1.32	1.48	0.49	0.44	0.31	0.41	3.34	3.05	4.2	3.53	0.3	0.35	0.27	0.31							
8	1.74	1.74	1.27	1.59	0.71	0.48	0.32	0.5	5.09	4.06	3.84	4.33	0.34	0.28	0.29	0.3							
9	0.91	0.77	1.14	0.94	0.25	0.31	0.43	0.33	3.82	3.53	3.29	3.55	0.31	0.28	0.29	0.29							
10	1.02	1.07	1.39	1.16	0.39	0.5	0.78	0.55	4.32	3.82	3.44	3.86	0.23	0.2	0.27	0.24							
11	1.35			1.35	0.86	0.87	0.69	0.81	3.51	3.17	2.79	3.16	0.24	0.24	0.28	0.25							
PROM	1.04	1.06	1.05	1.07	0.49	0.56	0.51	0.52	4.26	3.71	3.84	3.94	0.27	0.28	0.26	0.27							
MIN	0.63	0.77	0.7	0.77	0.15	0.31	0.31	0.32	2.43	2.59	2.79	2.78	0.15	0.2	0.17	0.21							
MAX	1.76	1.74	1.45	1.59	0.86	1.12	0.78	0.81	7.18	4.9	6.97	5.09	0.42	0.35	0.35	0.37							

	PROGRAMADO		OBTENIDO	
	MIN	MAX	MIN	MAX
% Zn	3.81	4.1	2.78	5.09
% Cu	0.22	0.32	0.21	0.37

CONCLUSIONES

- La recuperación metalúrgica y el costo son las variables que podemos controlar para que las reservas no disminuyan, es decir para que la vida de lamina se prolongue
- La homogenización del mineral de cabeza es una de las prácticas que ayudan a mantener la recuperación metalúrgica en sus niveles programados.
- El variograma es una herramienta poderosa para medir variabilidad de variables regionalizadas en el tiempo
- La programación de la producción que toma en cuenta la recuperación metalúrgica es la más adecuada en una explotación minera

RECOMENDACIONES

- Se debe fomentar la programación de la producción teniendo en cuenta las dos variables importantes costo de producción recuperación metalúrgica
- El área 4 se debe analizar con un estudio más minucioso para que pueda ser viable su extracción

BIBLIOGRAFÍA

1. Marín Suárez Alfredo. Notas de clase Curso de Simulación. Segundo Curso de Actualización de Conocimientos, UNI FIGMM, 2011.
2. Taha Handy . Introducción a la Investigación de Operaciones. Pearson, México 2002
3. Quiroz Ivan. Ingeniería Metalúrgica, Lima, 1984.