

**Universidad Nacional de Ingeniería  
Facultad de Ingeniería Civil**



**“ANÁLISIS DINAMICO DE  
ESTRUCTURAS DE ALBAÑILERIA”**

**TESIS**

PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE:  
**INGENIERO CIVIL**

**EDGARDO FRANKLIN ZUÑIGA PACHECO**

**Lima - Perú - 1990**

## CONTENIDO

### Página

|    |  |
|----|--|
| 1  | Capítulo I : Introducción                                |
| 4  | Capítulo II : Comportamiento de Materiales y Componentes |
| 11 | Capítulo III: Hipótesis y Modelos para el Análisis       |
| 29 | Capítulo IV : Estudio de Algunas Estructuras Típicas     |
| 41 | Capítulo V : Conclusiones                                |
| 43 | Bibliografía   |
| 44 | Anexos.  |

## CAPITULO I

# INTRODUCCION

En este trabajo se estudia el comportamiento dinámico de estructuras de albañilería con el fin de mejorar en alguna medida el nivel de conocimientos que se posee en nuestro medio con referencia a este sistema constructivo. Se considera también que, siendo las edificaciones de mampostería las que mejor se ajustan a los requerimientos habitacionales de la población por razones de economía, cualquier aporte que se realice para desarrollar este sistema de construcción servirá para avanzar un poco más en la búsqueda de soluciones a uno de los grandes problemas del país, la vivienda.

Es importante mencionar que si bien la utilización de viviendas de este tipo, de uno o dos niveles, es muy común, la construcción de unidades habitacionales de cuatro o cinco pisos se acerca más a una solución de costo mínimo. Cuando se menciona una opción óptima en términos económicos, ésta no se refiere únicamente a la inversión necesaria para ejecutar la estructura propiamente dicha, sino también a la magnitud de la

infraestructura que se requiere conjuntamente. Es así que este planteamiento conduce a obtener una densidad óptima de habitantes por área de terreno y en función a esto el tipo de edificación que permita satisfacer la concentración demográfica necesaria (edificios de 4-5 niveles).

Se conocen diversos trabajos sobre temas relacionados a las estructuras de mampostería, sin embargo no se han encontrado estudios en los que se haya llevado a cabo una detenida revisión del método de análisis recomendado por el Reglamento Nacional de Construcciones ni una comparación de dicho procedimiento con otros más refinados.

En el presente estudio se analiza el método indicado en el R.N.C., que es usado ampliamente en la actualidad; se revisan sus hipótesis, mediante la comparación de resultados con otros procedimientos más refinados, se intenta determinar algunas restricciones importantes y finalmente se plantea un método alternativo de análisis.

Se ha estructurado este trabajo de modo que en primer lugar se estudien los parámetros que definen el comportamiento de los materiales y componentes; luego se hace una revisión de los métodos de análisis utilizados y finalmente, mediante la comparación de resultados, se presentan algunas conclusiones relevantes.

En el capítulo II se estudia brevemente la resistencia y rigidez de los muros de albañilería. Se hace énfasis en los factores que influyen en la resistencia de dichos elementos y en las expresiones indicadas en algunos códigos para determinar parámetros de diseño.

El tercer capítulo presenta una descripción de los distintos modelos matemáticos que fueron utilizados.

Es el capítulo IV donde se realiza una comparación de resultados del análisis de algunas estructuras consideradas representativas mediante el método tradicional y el de elementos finitos.

Las conclusiones obtenidas como consecuencia de este estudio son presentadas en el quinto capítulo.

Finalmente, en la sección de anexos se muestra el listado del programa de cómputo para el análisis con elementos finitos, el mismo que fue desarrollado como parte de esta tesis.

## SUMARIO

Este trabajo es consecuencia de la necesidad de elevar el nivel de conocimientos que se tiene en nuestro medio con relación al análisis sísmico de estructuras de albañilería.

En el presente estudio se analiza el método indicado en el R.N.C. para el análisis estructural de este tipo de edificaciones, que es usado ampliamente en la actualidad; se revisan sus hipótesis, mediante la comparación de resultados con otros procedimientos más refinados se intenta determinar algunas restricciones importantes y finalmente se plantea un método alternativo de análisis.

Se ha estructurado este trabajo de modo que en primer lugar se estudien los parámetros que definen el comportamiento de los materiales y componentes; luego se hace una revisión de los métodos de análisis utilizados y finalmente, mediante la comparación de resultados, se presentan algunas conclusiones relevantes.

Como principal conclusión de este estudio se puede mencionar que dependiendo de las particularidades de cada edificación, la estructura podría presentar un comportamiento distinto del que considera el método tradicional de análisis y por lo tanto sería necesario la aplicación de algunas correcciones al procedimiento establecido en el código, o mejor aún la utilización de un procedimiento alternativo que considere estos efectos.

CAPITULO II  
**COMPORTAMIENTO DE MATERIALES Y**  
**COMPONENTES**

Los elementos estructurales de una edificación de albañilería son básicamente la cimentación, muros portantes, elementos de refuerzo y techos. En este sistema estructural la acción sísmica es resistida por un mecanismo de muros de corte conectados por diafragmas. El análisis de este tipo de edificaciones se centrará principalmente en suponer determinado comportamiento de la losa o diafragma y calcular así la distribución de los esfuerzos en los muros de los distintos niveles.

Destacada la importancia de los muros en el comportamiento dinámico, se estudiará su resistencia y rigidez. Los muros están conformados por las unidades de albañilería y el mortero; cada componente debe cumplir ciertos requisitos para asegurar una eficiencia estructural en conjunto.

## FACTORES QUE INFLUYEN EN LA RESISTENCIA DEL MURO

- En lo que se refiere a la unidad de albañilería existen dos factores importantes: el primero es la resistencia a la compresión ( $f'b$ ) y el segundo, la succión o Velocidad Inicial de Absorción.

La resistencia a la compresión de la albañilería depende fundamentalmente de la resistencia a la compresión de la unidad, relación que se puede apreciar en el cuadro que seguidamente se muestra.

Valores de  $f'm$  ( $\text{kg/cm}^2$ )

| Resistencia del ladrillo<br>$f'b$ ( $\text{kg/cm}^2$ ) | Tipo de Mortero [RNC] |     |     |
|--|-----------------------|-----|-----|
|  | M-1                   | M-2 | S-1 |
| 140  | 70                    | 55  | 55  |
| 175  | 80                    | 65  | 65  |
| 210  | 90                    | 75  | 75  |

Fuente: Albañilería de ladrillo armada y semi-armada, Hector Gallegos Vargas, Lima 1963.

La relación  $f'm/f'b$  es conocida como "eficiencia" del muro<sup>3</sup>.

La succión de la unidad es indispensable para que exista adhesión con el mortero, sin embargo valores elevados son perjudiciales debido a la excesiva absorción del agua; este problema es muy frecuente en ladrillos de arcilla artesanales ó industriales de baja calidad<sup>6</sup>.

- El mortero le confiere cierta resistencia a tracción a la albañilería; cumplirá su función en la medida que el mortero tenga la resistencia, retentividad y trabajabilidad necesarias. El espesor de juntas, tanto verticales como horizontales debe de ser el mínimo necesario de acuerdo a la variabilidad dimensional de las unidades de albañilería; se ha reportado que



un aumento del espesor de juntas disminuye proporcionalmente la resistencia de la albañilería <sup>3</sup>.

La inclusión de cal en el mortero aumenta la adherencia y por lo tanto la resistencia a la tracción de la albañilería, pero disminuye su resistencia a compresión <sup>7</sup>.

Según un estudio realizado por De Beek y Gallegos <sup>8</sup> el ensayo de compresión diagonal en muros, sería bastante representativo del comportamiento sísmico típico observado en muros de edificaciones sometidos a acciones en su plano, siendo una prueba sencilla, de costo razonable y de coeficientes de variación bastante aceptables.

- Normalmente será necesario colocar armadura en el muro de albañilería, la misma que entra a funcionar sólo una vez que ha ocurrido la fisuración. La armadura de refuerzo es imprescindible para lograr, en primer lugar, resistencia al colapso y, en segundo lugar, ductilidad.
- La calidad de la albañilería es más dependiente de su ejecución que los otros materiales estructurales, por ello es imprescindible un buen control durante la construcción para obtener buenas características de comportamiento. Sería importante controlar las propiedades y especificaciones del mortero, el tratamiento de las unidades de albañilería, la técnica utilizada y el ritmo de construcción <sup>9</sup>.

## ESFUERZOS ADMISIBLES

La mayoría de Códigos de Diseño Sismo-resistente para estructuras de mampostería indican valores bajos de esfuerzos admisibles en comparación con la resistencia obtenida experimentalmente. Se podrá utilizar factores de seguridad menos conservadores en la medida que se mejore el control de calidad de los materiales y la mano de obra.

El método de diseño basado en esfuerzos admisibles es contemplado en la norma peruana, así como en la mayoría de otros países.

En el cuadro que se muestra a continuación se hace una comparación de los esfuerzos cortantes admisibles de las normas de diseño de algunos países para estructuras de albañilería reforzada.

Esfuerzos Cortantes Admisibles Albañilería Reforzada

| PAIS                         | CON INSPECCION   | SIN INSPECCION  |
|------------------------------|--|---|
| Perú<br>kg/cm <sup>2</sup>   |  | <sup>a</sup> $v_m = 1.8 + .18 \cdot f_d < 3.3$ <sup>b</sup><br>$v_m = 1.2 + .18 \cdot f_d < 2.7$ <sup>c</sup> |
| Canadá<br>psi                | $v_m = 1.5 \cdot \sqrt{f'_m} < 150$  |   |
| USA<br>psi                   | $v_m = 1.5 \sqrt{f'_m} < 75$ <sup>d</sup><br>$v_m = 2 \cdot \sqrt{f'_m} < 120$ <sup>e</sup>            | $v_m = 35$ <sup>d</sup><br>$v_m = 60$ <sup>e</sup>  |
| Chile<br>Mpa                 | $v_m = 0.13 \cdot \sqrt{f'_m} < .52$ <sup>d</sup><br>$v_m = 0.17 \cdot \sqrt{f'_m} < .84$ <sup>e</sup> | $v_m = 0.24$ <sup>d</sup><br>$v_m = 0.42$ <sup>e</sup>  |
| Méjico<br>kg/cm <sup>2</sup> | $v_m = 0.45 \cdot v' + .18 \cdot f_d$ <sup>f</sup><br>$< 1.35 \cdot v'$                                |   |

Fuente: Proyecto Optimización de Estructuras de Albañilería 1a.Fase, Convenio UNI-ININVI, Junio 1989.

<sup>a</sup>  $f_d$ : esfuerzo normal por cargas estáticas

<sup>b</sup> Morteros con cal

<sup>c</sup> Morteros sin cal

<sup>d</sup> Para  $M/Vd \neq 1$

<sup>e</sup> Para  $M/Vd = 0$

<sup>f</sup> En este caso  $f_d$  es esfuerzo estático sin factores de carga.  $v'$  es el esfuerzo cortante admisible de la mampostería, el cual se toma de una tabla y se verifica que  $v' < 0.8 \cdot \sqrt{f'_m}$ .

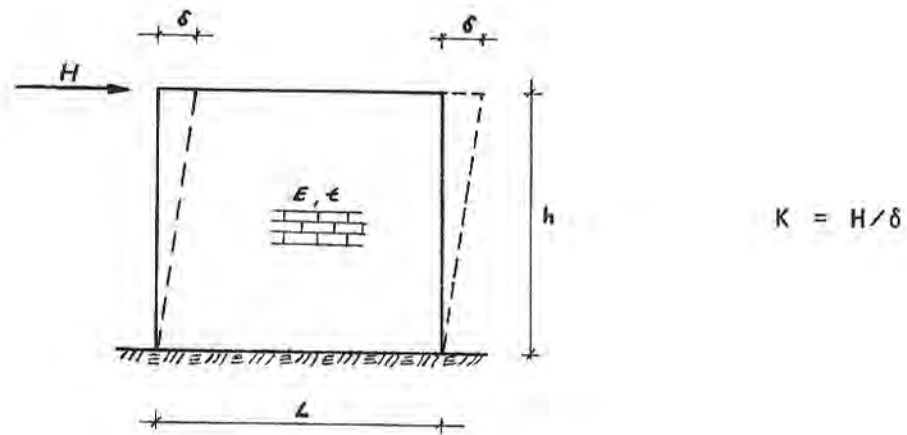
En dicho cuadro se puede observar que el esfuerzo admisible al corte indicado en las normas de Estados Unidos y Canadá no depende del esfuerzo normal por cargas estáticas, lo que si sucede en las normas peruana y mejicana. En dichos códigos se considera la influencia del esfuerzo normal en el comportamiento friccionante mediante la hipótesis de Mohr-Coulomb.

Es importante mencionar que en la norma de Méjico se considera diseño "a rotura" para este tipo de estructuras.

## RIGIDEZ DE LOS MUROS

La resistencia del muro de albañilería es un parámetro determinante de su comportamiento estructural, sin embargo, la rigidez del mismo es de mayor importancia dentro del contexto del análisis lineal.

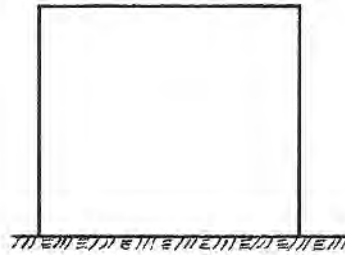
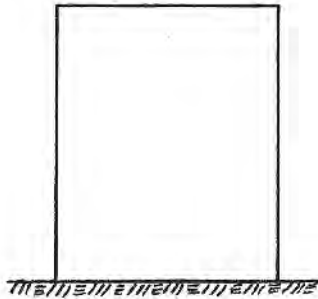
La rigidez de un muro se define como la relación existente entre la fuerza horizontal aplicada en el extremo superior y la deformación producida en el mismo nivel.



De acuerdo a las dimensiones de un muro y a las condiciones en que va a cumplir su función estructural, es posible considerar un determinado efecto predominante en su comportamiento. Por ejemplo, en un muro de una longitud varias veces mayor que su altura, posiblemente la sollicitación por corte será la más importante; de modo similar el efecto de flexión para un muro muy esbelto. A continuación se muestran las expresiones para el cálculo de la rigidez de un muro según el tipo de sollicitación predominante.

Rigidez por Flexión  
 $K_b = (E \cdot t) \cdot (L/h)^3 \div 4$

Rigidez por Corte  
 $K_s = (E \cdot t) \cdot (L/h) \div 3$



Para obtener las expresiones mostradas se consideró el muro en voladizo y con empotramiento perfecto en la base. Se puede apreciar que el valor de rigidez por flexión varía más sensiblemente con respecto a la esbeltez del muro ( $L/h$ ).

Según consideran los códigos de diversos países, basados en resultados experimentales, existe una relación directa entre el esfuerzo de compresión de la albañilería, el módulo de elasticidad y el módulo de rigidez; lo que se puede observar en el cuadro que se muestra en la siguiente página.

## Módulos de Elasticidad y Rigidez de Albañilería

| PAIS                         | MODULO DE ELASTICIDAD<br>$E_m$                                  | MODULO DE RIGIDEZ<br>$E_v$     |
|------------------------------|---|--------------------------------|
| Perú<br>kg/cm <sup>2</sup>   | $500 \cdot f' m$  | $0.4 \cdot E_m$                |
| Canadá<br>psi                | $1000 \cdot f' m$<br><3'000,000                                 | $0.4 \cdot f' m$<br><1'200,000 |
| USA <sup>a</sup><br>psi      | $500 \cdot f' m$<br><1'500,000                                  | $0.4 \cdot f' m$<br><600,000   |
| Chile<br>Mpa                 | $1000 \cdot f' m$ <sup>b</sup><br>$700 \cdot f' m$ <sup>c</sup> | $0.3 \cdot E_m$                |
| Méjico<br>kg/cm <sup>2</sup> | $400 \cdot f' m$  | $0.3 \cdot E_m$                |

Fuente: Proyecto Optimización de Estructuras de Albañilería 1a.Fase, Convenio UNI-ININVI, Junio 1989.

<sup>a</sup> Corresponden a edificaciones construidas sin inspección.

<sup>b</sup> Para el cálculo de propiedades dinámicas

<sup>c</sup> Para efecto de diseño elástico con ladrillos cerámicos.

En la práctica se presenta la necesidad de calcular la rigidez de muros con aberturas; en este caso se efectúa el particionamiento del mismo en elementos menores de geometría más simple. Se calcula la rigidez de cada elemento y luego, teniendo en cuenta el tipo de conexión que existe entre ellos, se obtiene un valor equivalente de rigidez para el muro.

El confinamiento, le provee rigidez adicional a un muro; más no incrementa su resistencia en forma apreciable. Al aumentar la rigidez del muro se reducen las deformaciones en el momento de la fisuración, lo que limita su deterioro y le da reserva de resistencia, tanto para resistir fuerzas horizontales como verticales. La variación en la cuantía de refuerzo longitudinal en los elementos de confinamiento -dentro de rangos normales- no origina aumento de la rigidez en los muros.

### CAPITULO III

## **HIPOTESIS Y MODELOS PARA EL ANALISIS**

En este trabajo se utilizaron modelos matemáticos con distintos grados de refinamiento, los mismos que serán descritos en el presente capítulo, así como las dificultades de su aplicación y otros aspectos relacionados.

#### - ANALISIS IGNORANDO EFECTOS DE TORSION

Dependiendo del tipo de estructura a analizar, ésta podría contar con una distribución aproximadamente uniforme de masas y rigideces. En la medida que se den estas condiciones se podrá suponer que los centros de gravedad y rigidez son puntos muy próximos, y por consiguiente será posible despreciar los efectos de torsión al determinar la distribución de los esfuerzos en los muros.

En las normas japonesas, por ejemplo, existen requerimientos estructurales mínimos para edificaciones de mampostería de hasta tres niveles <sup>4</sup>

entrepiso, sólomente se produce distorsión en ese entrepiso, no produciéndose ninguna distorsión en los otros niveles.

La fuerza directa en cada muro se obtiene distribuyendo el cortante del nivel correspondiente en forma proporcional a las rigideces.

$$V_i = [K_i / (\sum K_i)] \cdot V_n$$

El centro de rigidez se determina en función a la rigidez de cada muro y su ubicación respecto a un sistema de ejes referenciales. Para una edificación con muros paralelos a los ejes X e Y se calculará el centro de rigidez mediante las siguientes expresiones:

$$X_r = \sum [K_y \cdot x] / \sum K_y \qquad Y_r = \sum [K_x \cdot y] / \sum K_x$$

$X_r$  e  $Y_r$  : coordenadas del centro de rigidez en el sistema de referencia considerado.

$x$ : distancia existente entre el muro paralelo al eje Y y el origen del sistema de referencia.

$y$ : distancia existente entre un muro paralelo al eje X y el origen del sistema de referencia.

Será necesario calcular las coordenadas del centro de masas ( $X_g, Y_g$ ) en cada nivel. En estructuras de mampostería las masas de los muros son significativas, es habitual concentrar tales masas en partes iguales en los niveles de losas superior e inferior. Conocidas estas coordenadas y las fuerzas sísmicas, se procede a determinar los centros de aplicación del cortante resultante en los distintos niveles.

$$X_v = \sum [P_i \cdot X_{g_i}] / \sum P_i \qquad Y_v = \sum [P_i \cdot Y_{g_i}] / \sum P_i$$

$P_i$ : fuerza sísmica en el nivel "i".

n : número de niveles.

Estas sumatorias comprenden los niveles por encima y también el considerado.

Los momentos de torsión en un nivel "i", dependiendo del sismo serán el producto de las fuerzas cortantes por las respectivas excentricidades.

$$M_{tx_i} = V_{x_i} \cdot (Y_{v_i} - Y_{r_i}) \qquad M_{ty_i} = V_{y_i} \cdot (X_{v_i} - X_{r_i})$$

Como se mencionó anteriormente, según las normas de algunos países se debe de considerar el efecto de torsión accidental mediante la adición de un valor extra de excentricidad por este concepto. Normalmente este valor será una fracción de la máxima longitud de la edificación en la dirección transversal a la considerada para el sismo. Destacando en este sentido las normas canadienses, en la que para excentricidades superiores a un valor establecido se indica *efectuar un análisis dinámico o de lo contrario duplicar el momento de torsión*. En el código japonés se estipula que para construcciones de mampostería de más de tres pisos, la excentricidad no debe de ser mayor que cierto porcentaje del radio elástico, el mismo que es definido como la raíz cuadrada del cociente de la rigidez torsional entre la rigidez lateral<sup>4</sup>.

Considerando la losa como de rigidez infinita, existirá un único valor " $\theta$ " que definirá su rotación relativa al nivel inferior.

V : centro de aplicación de la fuerza cortante.

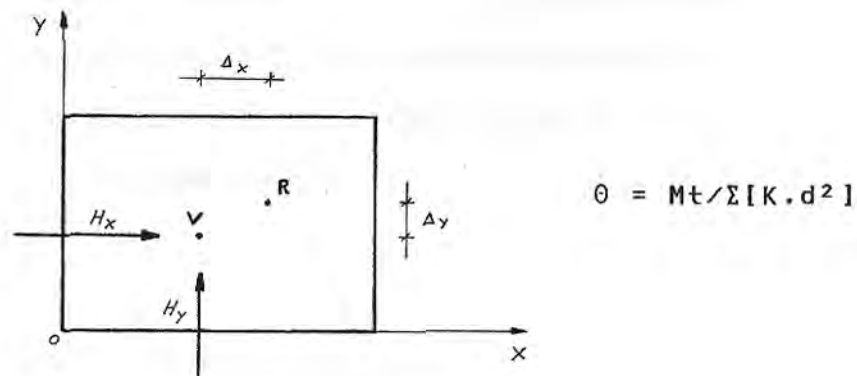
R : centro de rigidez.

$\theta$  : ángulo de rotación de la losa.

$M_t$ : momento de torsión.



$d$  : distancia entre el eje de un muro y el centro de rigidez.



Luego, la fuerza por torsión en un determinado muro será el producto de su rigidez por la distorsión en su plano, es decir:

$$F_{t_x} = K_x \cdot (y \cdot \theta)$$

$$F_{t_y} = K_y \cdot (x \cdot \theta)$$

donde:

$F_{t_x}$  y  $F_{t_y}$  : fuerzas por torsión en muros paralelos a la dirección X e Y respectivamente.

$x$  : distancia existente entre un muro paralelo a la dirección Y y el centro de rigidez.

$y$  : distancia existente entre un muro paralelo a la dirección X y el centro de rigidez.

Finalmente:

$$V_{total} = V_{directo} + V_{torsión}$$

Según las Normas peruanas de Diseño Sismo-resistente se debe de tomar en cuenta el efecto de torsión únicamente en el caso en que sea desfavorable.

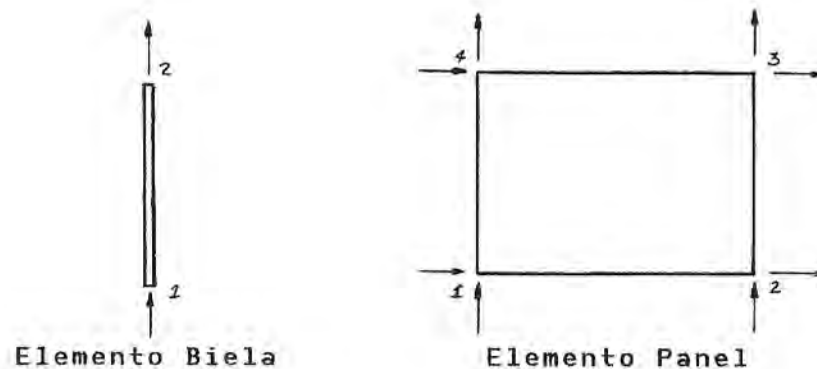
Este modelo de análisis no presenta mayor complicación no solo en sus hipótesis sino también por el reducido número de operaciones necesarias.

Será importante verificar la rigidez y resistencia de los diafragmas para asegurar que se produzca la distribución de esfuerzos supuesta. De no cumplir esas propiedades, su flexibilidad debe de ser tomada en cuenta en la distribución de las fuerzas sísmicas, tal como se indica en la norma chilena y más suscintamente en la peruana<sup>4</sup>.

#### - MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

Con el fin de contar con una herramienta adicional de análisis, se desarrolló un modelo matemático basado en elementos finitos. Como se sabe, éste es un método general de análisis estructural que, idealizando la estructura como un conjunto de elementos interconectados en un número finito de nudos, reduce el análisis a la solución de un sistema de ecuaciones ( en este caso un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales).

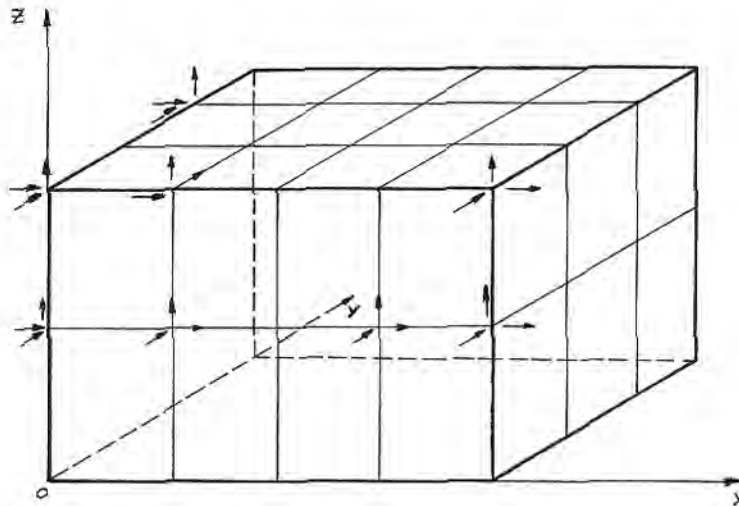
Para definir la estructura se utilizó un sistema de bielas y paneles, las primeras para modelar el comportamiento de columnas y vigas soleras, y las segundas para representar muros, losas de techo y escaleras.



En la figura anterior se muestran los elementos utilizados, indicándose los grados de libertad correspondientes. La biela posee dos grados de libertad, en los nudos y a lo largo de su eje, se considera únicamente deformación axial.

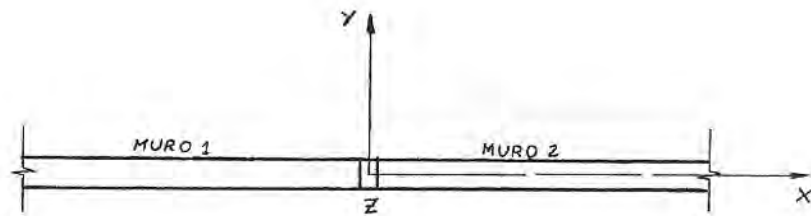
Se despreció la rigidez flexional de columnas y soleras. El panel tiene ocho grados de libertad, dos por nudo. Este elemento posee un comportamiento de "membrana", es decir solo considera efectos de deformación en su plano.

El modelo considera tres grados de libertad por nudo asociados a traslaciones según los ejes X, Y y Z; sin embargo, para evitar la aparición de valores extraños asociados a grados de libertad inactivos, estos se anulan durante el proceso de análisis.



Idealización de la Estructura

En la figura que se muestra en la parte superior de la siguiente página, se puede observar que en el nudo existente entre ambos muros existirán grados de libertad asociados a los ejes X y Z debido justamente a estos dos paneles, sin embargo al no existir ningún elemento en la dirección Y, ese grado de libertad será desactivado..



PLANTA

### Descripción del Proceso

a) Cálculo de las matrices de rigidez de los elementos en el sistema de referencia local, las mismas que mediante una operación de rotación son transformadas al sistema de referencia global. Este paso culmina con el ensamblaje de la matriz de rigidez del conjunto estructural.

Aproximaciones para desplazamientos mediante funciones bilineales para un punto de un elemento panel:

$$\begin{aligned} u &= \alpha_1 + \alpha_2 \cdot x + \alpha_3 \cdot y + \alpha_4 \cdot x \cdot y \\ v &= \beta_1 + \beta_2 \cdot x + \beta_3 \cdot y + \beta_4 \cdot x \cdot y \\ w &= \gamma_1 + \gamma_2 \cdot x + \gamma_3 \cdot y + \gamma_4 \cdot x \cdot y \end{aligned}$$

$x, y$  : desplazamientos de los nudos del panel en ejes locales.

$u, v, w$  : desplazamientos de un punto cualquiera del panel en ejes locales.

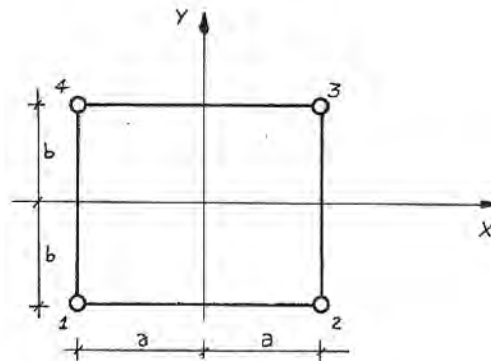
dichas aproximaciones para desplazamientos también se pueden expresar como:

$$\begin{aligned} u &= \sum N_i(x, y) \cdot u_i \\ v &= \sum N_i(x, y) \cdot v_i \\ w &= \sum N_i(x, y) \cdot w_i \end{aligned}$$

donde una expresión general para  $N_i$  sería:

$$N_i = [1 + (x_i/a) \cdot (x/a)] \cdot [1 + (y_i/b) \cdot (y/b)] / 4$$

y de acuerdo a la figura mostrada a continuación se obtendrán los valores de  $N$  para cada nudo:



$$\begin{aligned} N_1 &= (1-x/a) \cdot (1-y/b)/4 \\ N_2 &= (1+x/a) \cdot (1-y/b)/4 \\ N_3 &= (1+x/a) \cdot (1+y/b)/4 \\ N_4 &= (1-x/a) \cdot (1+y/b)/4 \end{aligned}$$

luego, el vector de desplazamientos de un punto cualesquiera del panel también se puede escribir como:

$$\underline{u} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \underline{N} \cdot \underline{U}$$

donde:

$\underline{u}$  : vector desplazamiento de un punto cualquiera del panel en ejes locales.

$\underline{U}$  : desplazamientos de los nudos en ejes locales.

A continuación se enuncia el vector de deformaciones unitarias:

$$\underline{\epsilon} = \begin{bmatrix} \partial u / \partial x \\ \partial v / \partial y \\ \partial u / \partial x + \partial v / \partial y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \underline{B} \cdot \underline{U}$$

Mediante una matriz  $T$  se efectúa la rotación de los grados de libertad de un determinado nudo al sistema de referencia global:

$$\underline{u} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{U}$$

$\underline{u}$  : desplazamientos de los nudos en el sistema de referencia global.

para cada nudo, dicha rotación en función de los cosenos directores será:

$$\begin{bmatrix} \underline{u}_i \\ \underline{v}_i \\ \underline{w}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{bmatrix}$$

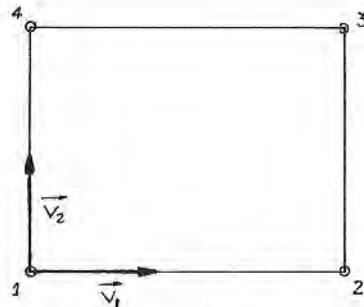
$$\underline{u}_i = \mathbf{R} \cdot u_i$$

donde:

$l, m, n$  : cosenos directores de  $\underline{x}, \underline{y}, \underline{z}$  en sistema  $x, y, z$ .

en forma vectorial también se puede escribir:

$$\begin{aligned} \vec{v}_1 &= l_1 \cdot \vec{i} + m_1 \cdot \vec{j} + n_1 \cdot \vec{k} \\ \vec{v}_2 &= l_2 \cdot \vec{i} + m_2 \cdot \vec{j} + n_2 \cdot \vec{k} \\ \vec{v}_3 &= l_3 \cdot \vec{i} + m_3 \cdot \vec{j} + n_3 \cdot \vec{k} \end{aligned}$$



$$\vec{v}_3 = \vec{v}_1 \times \vec{v}_2$$

Si se considera una matriz de rotación para los cuatro nudos que definen el panel:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{R}} & & & \\ & \underline{\mathbf{R}} & & \\ & & \underline{\mathbf{R}} & \\ & & & \underline{\mathbf{R}} \end{bmatrix}$$

luego, el vector de deformaciones unitarias se puede reescribir así:

$$\underline{\epsilon} = \underline{\mathbf{B}} \cdot \underline{\mathbf{U}} = (\underline{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{T}) \cdot \underline{\mathbf{U}} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{U}$$

$\underline{u}$  : desplazamientos en sistema de referencia global.

$\underline{\epsilon}$  : deformación unitaria

el vector de esfuerzos será:

$$\underline{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \underline{D} \cdot \underline{\epsilon}$$

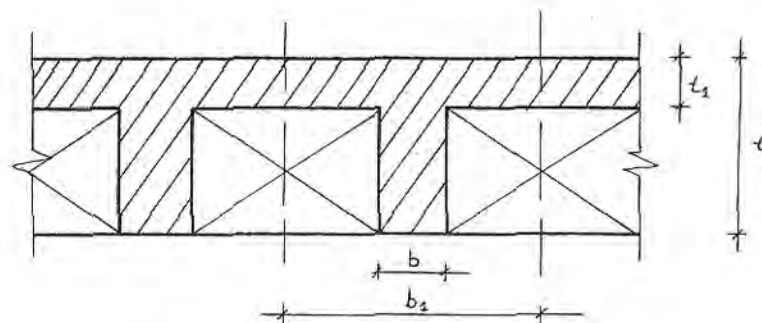
donde  $\underline{D}$  para el caso isotrópico será:

$$\underline{D} = E/(1-\nu^2) \cdot \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \cdot (1-\nu) \end{bmatrix}$$

dicha matriz para el caso anisotrópico, como el panel que representa el comportamiento del techo aligerado es:

$$\underline{D} = E/(1-\nu^2) \cdot \begin{bmatrix} 1+t/t_1 \cdot b/b_1 \cdot (1-\nu^2) & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \cdot (1-\nu) \end{bmatrix}$$

tal matriz considera de acuerdo a lo expresado anteriormente el efecto axial de las viguetas del aligerado.



Detalle Aligerado

La energía de deformación, por lo tanto, se puede expresar como:

$$U = \int_V (1/2 \cdot \underline{\sigma}^t \cdot \underline{\epsilon}) dv = 1/2 \cdot \int_V [(\underline{D} \cdot \underline{B} \cdot \underline{U})^t \cdot (\underline{B} \cdot \underline{U})] dv$$

$$U = 1/2 \cdot \underline{U}^t \cdot \left[ \int_V (\underline{B}^t \cdot \underline{D} \cdot \underline{B}) dv \right] \cdot \underline{U}$$

y como

$$k_{ij} = \partial^2 U / (\partial u_i \cdot \partial u_j)$$

entonces finalmente se tendrá que:

$$\underline{K} = \int_V (\underline{B}^t \cdot \underline{D} \cdot \underline{B}) dv$$

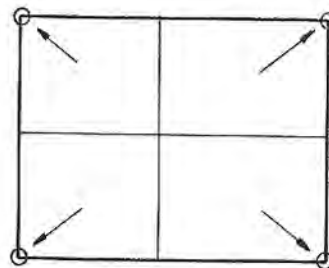
Información adicional sobre este punto se puede encontrar en la referencia 1.

b) Cálculo de la matriz de masas de la estructura. Se realiza mediante la determinación de la masa de cada elemento y su distribución entre nudos asociados.

Se utilizó una matriz de masas concentradas (diagonal), debido a que para un modelo con las características consideradas se obtienen mejores resultados y a que el esfuerzo de cómputo es mucho menor que si se consideraran masas consistentes.



Biela



Panel

Discretización de Masas



c) Solución de la ecuación diferencial del equilibrio. En el caso lineal, la solución más eficiente se basa en una descomposición modal.

Si se considera la ecuación del movimiento como:

$$[\underline{m}].\{\ddot{\underline{u}}\} + [\underline{c}].\{\dot{\underline{u}}\} + [\underline{k}].\{\underline{u}\} = \underline{0} \dots (\infty)$$

donde:

$\underline{m}$ : matriz de masas.

$\underline{c}$ : matriz de amortiguamiento.

$\underline{k}$ : matriz de rigidez.

$\underline{u}$ : vector de desplazamientos.

El vector desplazamientos se puede descomponer como un movimiento de cuerpo rígido y uno relativo al terreno:

$$\underline{u} = \underline{r} \cdot u_s + \underline{x}$$

$\underline{r}$ : representa el movimiento de cuerpo rígido de acuerdo a la dirección del sismo.

$\underline{x}$ : desplazamiento relativo al terreno.

derivando dos veces la expresión anterior y reemplazando en  $(\infty)$ :

$$\underline{m} \cdot \ddot{\underline{x}} + \underline{c} \cdot \dot{\underline{x}} + \underline{k} \cdot \underline{x} = -\underline{m} \cdot \underline{r} \cdot \ddot{u}_s \dots (\infty)$$

luego, la solución será:

$$\underline{x} = \Sigma (\underline{c}_j \cdot \phi_j)$$

si se reemplaza adecuadamente dicha ecuación en ( $\infty$ ), se tendrá:

$$\ddot{c}_i + 2 \cdot \beta \cdot w_i \cdot \dot{c}_i + w_i^2 \cdot c_i = -\Gamma_i \cdot \ddot{u}_s$$

o dividiendo la ecuación por  $\Gamma_i$ :

$$\ddot{a}_i + 2 \cdot \beta \cdot w_i \cdot \dot{a}_i + w_i^2 \cdot a_i = -\ddot{u}_s$$

finalmente como una herramienta de solución, se plantea el problema de vectores y valores propios:

$$[k - w^2 \cdot m] \cdot \phi = 0$$

$\phi$  : modo o vector característico.

$w^2$  : valor propio.

El metodo utilizado en el modelo desarrollado para resolver este problema es el de "Iteración en Sub-espacio", por ser el más apropiado para matrices de orden alto y con anchos de banda elevados<sup>1</sup>.

d) Cálculo de los desplazamientos modales y, en función de éstos, los desplazamientos totales. Se hicieron tres tipos de combinación modal: promedio de las sumas absolutas, media cuadrática y el promedio de ambos (RNC). El número de modos considerados fue determinado de acuerdo a las características de cada estructura.

e) Cálculo de los esfuerzos modales y en función de éstos, los desplazamientos totales. Los tipos de combinación modal así como el número de modos se consideraron igual que para los desplazamientos.

Al ser éste un modelo de cierto refinamiento requiere una minuciosa y detallada información de la estructura.

El grado de subdivisión utilizado para representar una determinada estructura influye directamente en la cantidad de datos a procesar y en la precisión obtenida. Debido justamente a este grado de subdivisión y a la magnitud de la estructura, se procesará una enorme cantidad de información; lo que puede originar situaciones inmanejables aún contando con equipos de cómputo de gran capacidad y alta velocidad de procesamiento.

Conociendo la importancia del nivel de subdivisión de la edificación para realizar el análisis, se modeló la misma estructura con varios grados de particionamiento para determinar el nivel adecuado y así obtener resultados con la precisión necesaria para fines prácticos. La edificación No.1 por ejemplo, se analizó con dos grados de subdivisión; ambos tenían el mismo particionamiento en planta, pero uno de ellos dividía la estructura en dos por medio de un plano horizontal a la altura del alfeizar, de modo que fuese más precisa la definición de las aberturas en los muros. Sin embargo, se notó que en dicho caso las diferencias en la precisión de los resultados eran mínimas y que por lo tanto era suficiente considerar el particionamiento más simple.

La ventaja principal de éste modelo, radica en que representa un comportamiento más real de estas estructuras, permitiendo comprobar hipótesis menos elaboradas establecidas para aplicaciones prácticas.

#### - MODELO DE 6 GRADOS DE LIBERTAD POR PISO

En esta sección se presentarán las hipótesis de un método de análisis que se considera podría representar adecuadamente el comportamiento de algunas

estructuras; fundamentalmente de aquellas en que los efectos de flexión en las losas sean importantes.

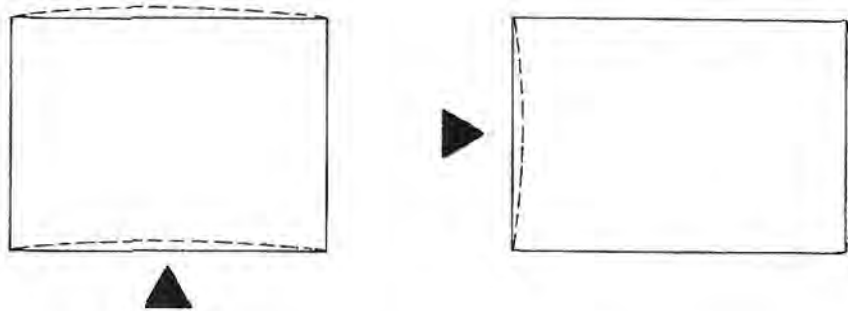
Este modelo es de un grado de refinamiento menor que el de elementos finitos descrito anteriormente.

Se modela el comportamiento dinámico de la estructura mediante seis grados de libertad asociados a cada losa.

En forma independiente para cada nivel se supondrán las siguientes aproximaciones de desplazamientos:

$$\begin{aligned} u &= \alpha_1 + \alpha_2 \cdot y + \alpha_3 \cdot y^2 \\ v &= \beta_1 + \beta_2 \cdot x + \beta_3 \cdot x^2 \end{aligned}$$

dichas ecuaciones representarán el comportamiento de losa que se muestra a continuación:



considerando unicamente deformación por corte, se tendrá:

$$\delta = \partial u / \partial y + \partial v / \partial x = \underline{B} \cdot \underline{\alpha}$$

donde:

$$\underline{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3]^t$$

por consiguiente, mediante Trabajos Virtuales se puede obtener la matriz de rigidez de cada losa:

$$\underline{K}_{losa} = t \cdot \int_A (\underline{B}^t \cdot \underline{G} \cdot \underline{B}) dA$$

las aproximaciones de desplazamientos para un determinado nivel se pueden escribir como:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & y & y^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & x^2 \end{bmatrix} \cdot \underline{\alpha} = \underline{N} \cdot \underline{\alpha}$$

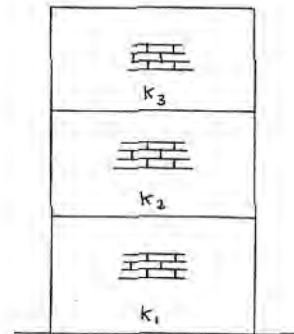
por lo que la matriz de masa para la losa en consideración será:

$$\underline{M} = \int_A (\underline{N}^t \cdot \underline{N} \cdot \delta) dA$$

donde  $\delta$  es la masa por unidad de área.

Para el caso de los muros será necesario calcular las rigideces laterales por ejes. Es así que para los muros de una estructura en un determinado eje se tendrá:

$$\underline{K}_L = \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & \\ -k_2 & k_2+k_3 & -k_3 \\ & -k_3 & k_3 \end{bmatrix}$$



Si se considera que dicho eje sigue la dirección X, su desplazamiento en un determinado nivel será expresado por:

$$u_e = \alpha_1 + \alpha_2 \cdot y_e + \alpha_3 \cdot y_e^2$$

los valores  $\alpha$  son asociados a la losa en consideración.

Luego, los desplazamientos de ese eje en todos sus niveles se podrá escribir como:

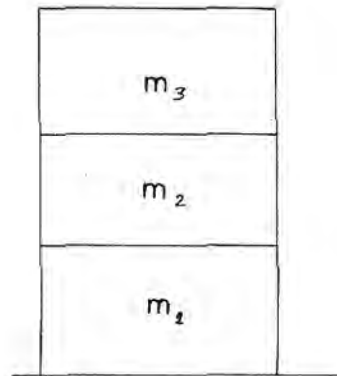
$$\underline{u} = \underline{G} \cdot \underline{\alpha}$$

Por lo tanto, la matriz de rigidez del conjunto de muros de dicho eje será:

$$\underline{k} = \underline{G}^t \cdot \underline{k}_L \cdot \underline{G}$$

y las masas de los muros se calcularán como:

$$\underline{M} = \underline{G}^t \cdot \begin{bmatrix} m_1 & & \\ & m_2 & \\ & & m_3 \end{bmatrix} \cdot \underline{G}$$



Con los cálculos realizados, es posible ensamblar las matrices de masa y rigidez de toda la estructura y proceder con la solución de la ecuación de equilibrio.

## CAPITULO IV

### ESTUDIO DE ALGUNAS ESTRUCTURAS TIPICAS

Las viviendas de albañilería de uno o dos niveles son muy comunes, sin embargo, se sabe que la construcción de unidades habitacionales de cuatro o cinco niveles se acerca más a una solución de costo mínimo.

En éste capítulo, se analizarán algunas estructuras consideradas representativas con el propósito de estudiar su comportamiento dinámico.

Inicialmente se eligieron tres edificaciones de albañilería confinada. La primera, es una pequeña vivienda unifamiliar de un solo nivel. La segunda es de dos pisos con características similares a la anterior; ambas construcciones son de diseño simple y de tipo económico. La tercera estructura es una unidad habitacional multifamiliar de cuatro niveles, en cada piso hay cuatro departamentos ubicados en forma aproximadamente simétrica; salvo algunas pequeñas diferencias, las cuatro plantas son iguales. Esta edificación escogida como modelo presenta una geometría peculiar en planta, como se puede apreciar en la figuras 2a y 2b; de acuerdo a ello se consideraría irregular en algunos códigos de diseño sismo-resistente. Debido a la magnitud de este

edificio, se requería una enorme capacidad de memoria y velocidad de procesamiento del sistema de cómputo ; por lo tanto, no fue posible analizarla como realmente es. Se decidió realizar el análisis de una estructura con las mismas características, pero de tres niveles.

En adelante la edificación #1 será la casa de un piso y la edificación #2 el edificio de tres niveles.

Durante el estudio de las estructuras indicadas inicialmente, se observó que el comportamiento de la edificación de dos pisos no aportaba nuevos criterios en comparación a las demás, razón por la cual no se presenta mayor información al respecto.

## DESCRIPCION DE LAS EDIFICACIONES

### - Edificación #1

Las siguientes son algunas especificaciones técnicas de la casa de un nivel.

Materiales:

Ladrillo Tipo III, unidad de albañilería sólida

Mortero tipo P1-C ( cemento, cal y arena)

Concreto  $f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$

Acero de refuerzo  $f_y = 4,200 \text{ kg/cm}^2$

Albañilería  $f'm = 35 \text{ kg/cm}^2$

Sobrecargas de Diseño:

Planta primer piso  $200 \text{ kg/m}^2$

Azotea  $150 \text{ kg/m}^2$

La cimentación de la edificación es corrida. Posee un sistema de muros portantes de 25cm de espesor a lo largo de la mayor dimensión en planta; en la otra dirección los muros son de 15cm. El techo es una losa aligerada de



20cm de espesor, cuyos refuerzos están orientados como se muestra en la figura No.1.

La estructura presenta una proyección regular en planta. La distribución de muros es aparentemente uniforme; sin embargo existe una cantidad importante de aberturas en tres de los cuatro ejes perimétricos. La rigidez de la estructura en la dirección X es considerablemente mayor que en la dirección Y

#### - Edificación #2

Algunas especificaciones del edificio multi-familiar de tres pisos:

Materiales:

Ladrillo Tipo IV, unidad de albañilería sólida

Mortero Tipo P2-C (cemento, cal y arena)

Concreto  $f'c = 175 \text{ kg/cm}^2$

Acero de refuerzo  $f_y = 4,200 \text{ kg/cm}^2$

Albañilería  $f'm = 40 \text{ kg/cm}^2$

Sobrecargas de Diseño:

Planta típica  $200 \text{ kg/m}^2$

Azotea  $150 \text{ kg/m}^2$

La cimentación de la edificación es de tipo corrido. Como se puede apreciar en la figuras 2a y 2b, posee para cada ala una determinada dirección de los muros portantes. El techo esta conformado por varias losas aligeradas, todas ellas de 20cm de espesor. Este modelo se caracteriza por presentar cierta simetría en planta, lo que permite obtener valores de rigidez similares en ambas direcciones. Presenta una distribución de muros aproximadamente uniforme.

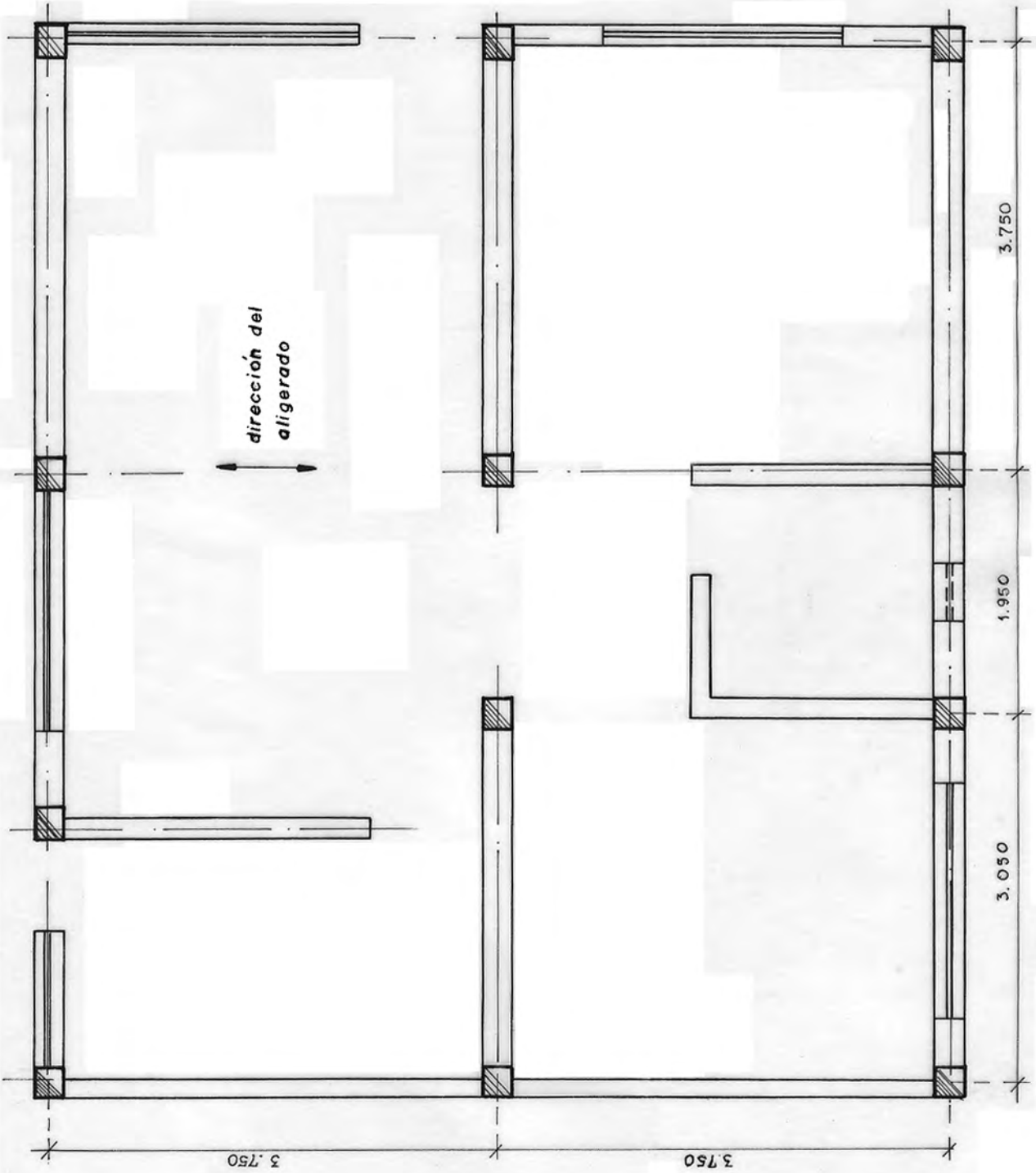
Un aspecto particular y a la vez determinante en el comportamiento dinámico de este modelo es la geometría de su planta.

**FIGURA No.1**

Edificación No.1

Planta

Escala 1:50



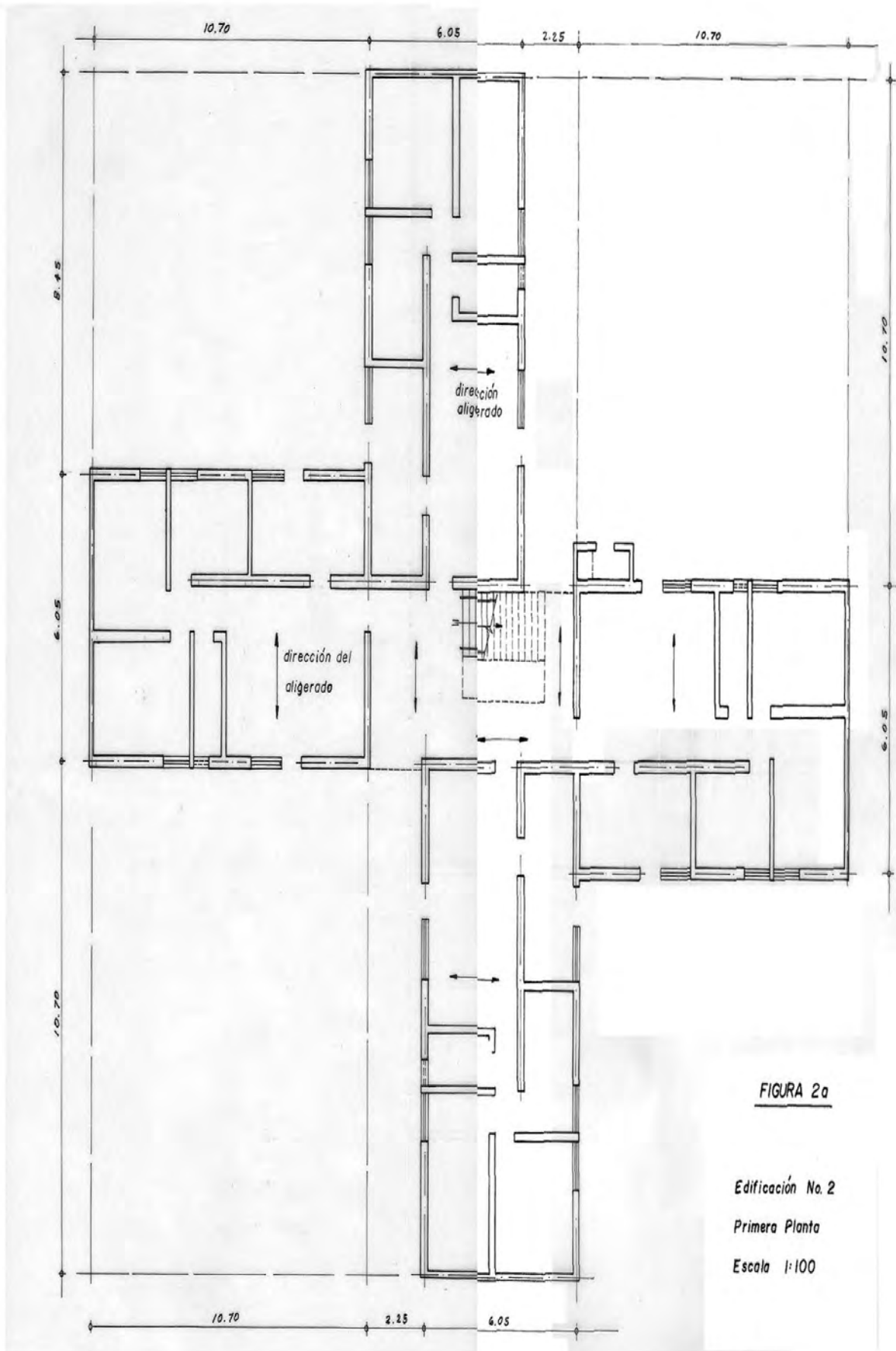
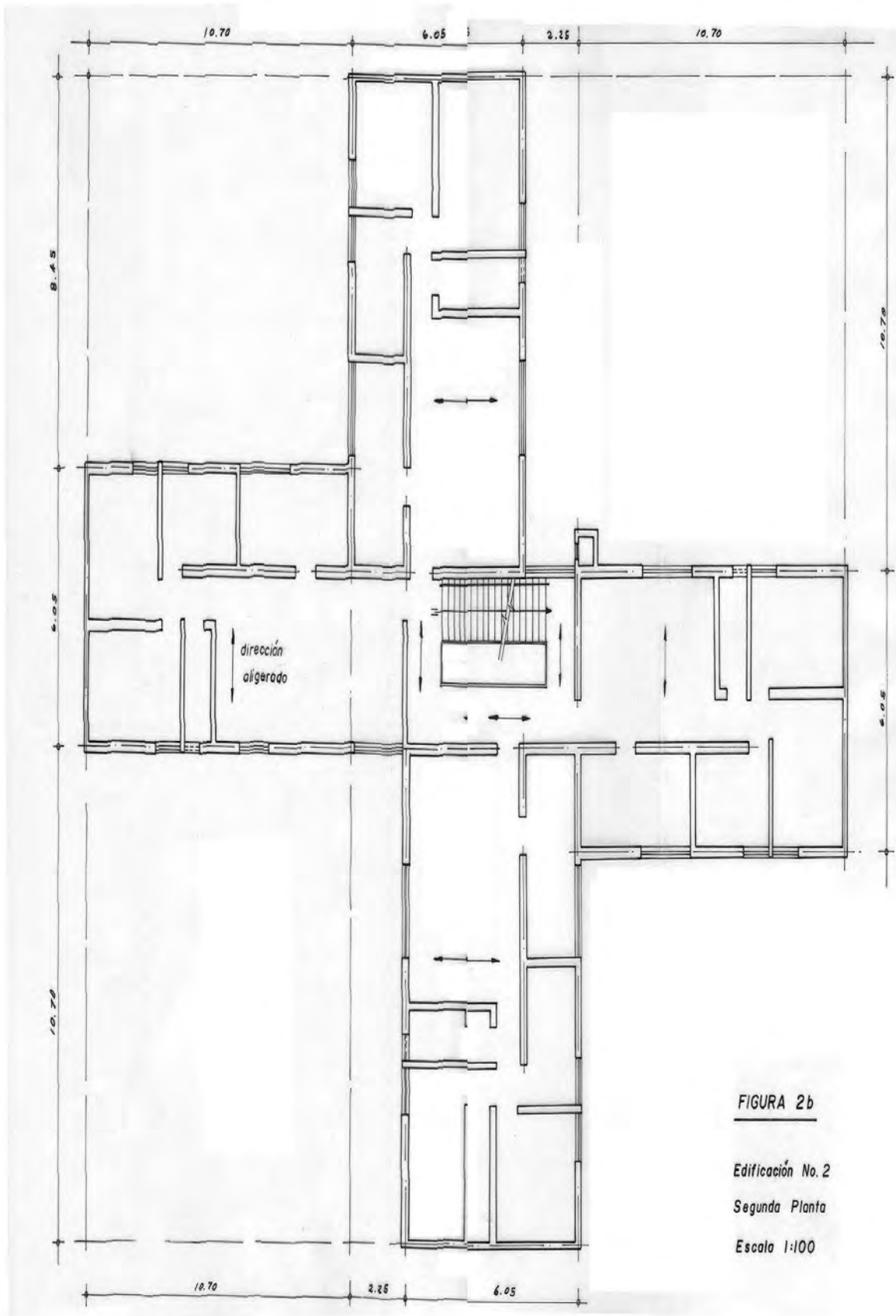


FIGURA 2a

Edificación No. 2

Primera Planta

Escala 1:100



**FIGURA 2b**

Edificación No. 2

Segunda Planta

Escala 1:100

## MODELOS UTILIZADOS

En el capítulo III se describieron los distintos métodos empleados para analizar las estructuras. Tal explicación es suficiente para los modelos matemáticos tradicionales. Por lo tanto, en este acápite solo se exponen los detalles correspondientes a los modelos de elementos finitos.

Debido a las características particulares de cada estructura, será necesario determinar cual es el modelo más apropiado para obtener resultados satisfactorios.

### - Edificación #1

Al ser esta edificación la primera que se modeló con el método de elementos finitos, fue necesario realizar varias pruebas con el fin de establecer el modelo más simple posible y que, al representar adecuadamente el comportamiento de la estructura, permitiese obtener resultados con la precisión necesaria para fines prácticos.

Es así, que determinar el grado de subdivisión a utilizar es uno de los aspectos más importantes en la idealización de una estructura.

A continuación se muestran algunos datos relacionados al modelo.

| EDIFICACION No.1   |     |
|--------------------|-----|
| Número de :        |     |
| Niveles            | 1   |
| Nudos/planta       | 110 |
| Grados de libertad | 267 |
| Elementos          |     |
| Columnas           | 12  |
| Muros              | 42  |
| Soleras            | 57  |
| Losas              | 90  |
| Total              | 201 |

En el esquema No.3 se puede observar el grado de subdivisión.

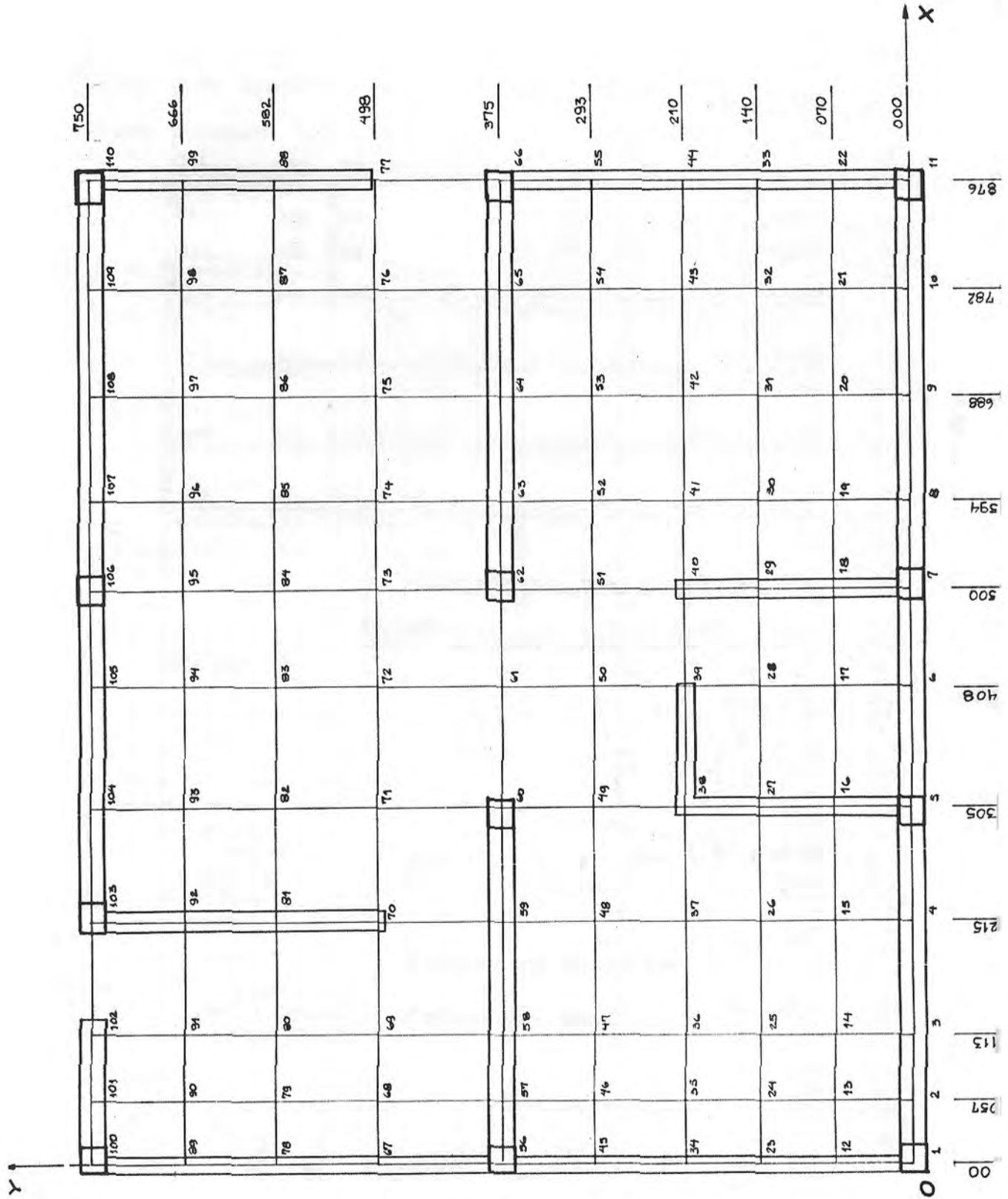
- Edificación #2

Un aspecto adicional que se presentó al modelar esta estructura es que debido a su magnitud, el analizarla representaría procesar una gran cantidad de datos. Para modelar esta edificación fue necesario además de elegir un particionamiento adecuado, determinar una numeración de nudos que permita obtener una matriz de rigidez con un ancho de banda mínimo.

Como se sabe, el nivel de subdivisión determina tanto el número de grados de libertad como la cantidad de elementos. El número de grados de libertad y el ancho de banda influyen directamente en la capacidad y velocidad de procesamiento requeridos en el sistema de cómputo a utilizar.

Teniendo en cuenta todos estos factores, se eligió el modelo mostrado en el esquema No.4. Seguidamente se presentan algunos datos representativos del mismo:

| EDIFICACION No.2    |       |     |     |
|---------------------|-------|-----|-----|
| Número de:          |       |     |     |
| Niveles             | 3     |     |     |
| Nudos/planta        | 296   |     |     |
| Grados de libertad  | 2,332 |     |     |
| Elementos por Nivel | 1     | 2   | 3   |
| Columnas            | 74    | 74  | 74  |
| Muros               | 161   | 163 | 163 |
| Soleras             | 226   | 226 | 226 |
| Losas               | 235   | 235 | 242 |
| Escaleras           | 1     | 1   | 0   |
| Total por nivel     | 697   | 699 | 705 |
| Total               | 2,101 |     |     |



**FIGURA No. 3**

*Edificación No. 1*  
*Esquema de Subdivisión*

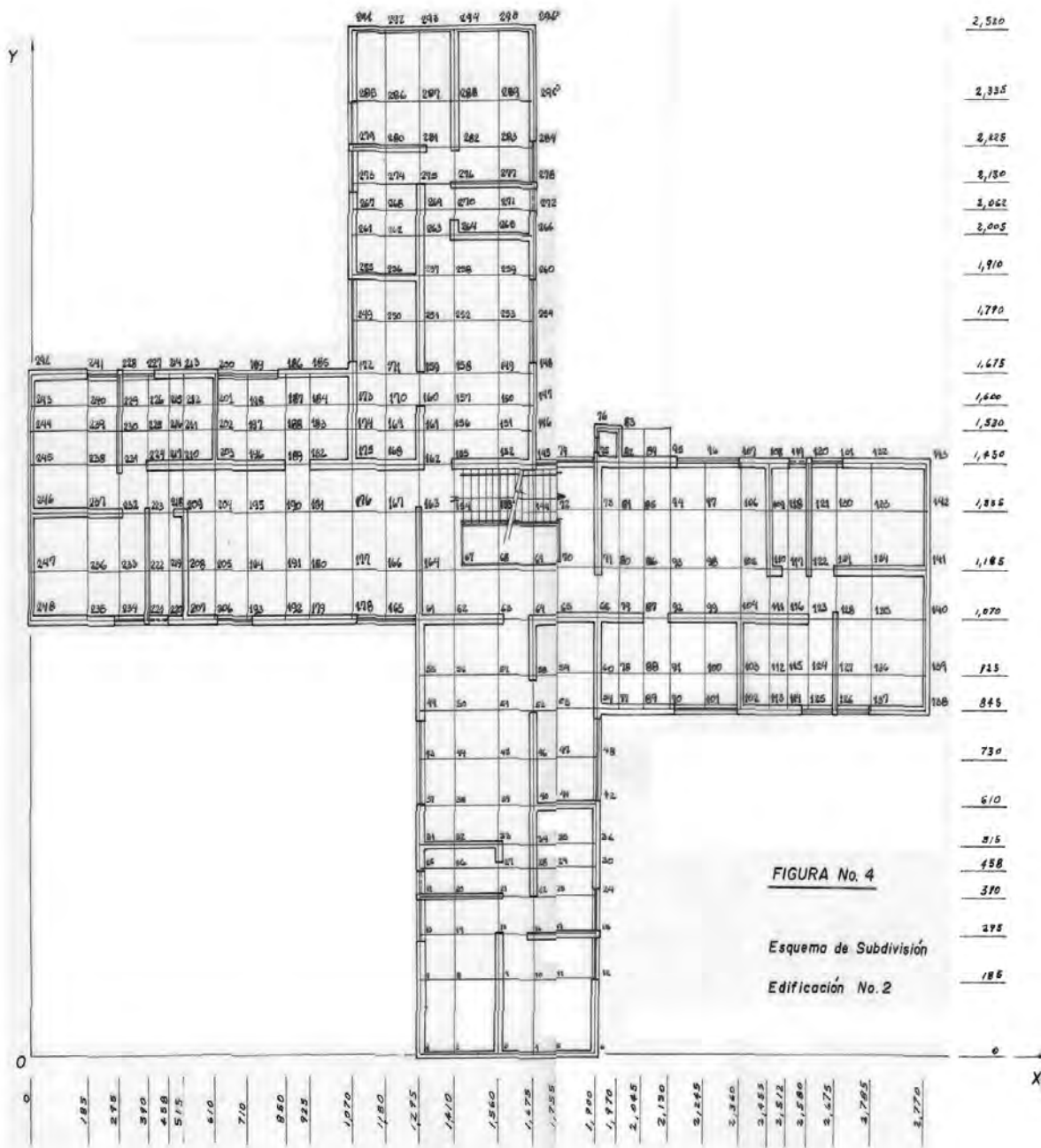


FIGURA No. 4

Esquema de Subdivisión  
Edificación No. 2



## PERIODOS DE VIBRACION

El cálculo de los periodos de vibración es una parte importante del análisis sísmico. El objetivo de esta sección es comparar los periodos obtenidos por distintos medios y se pretende explicar las causas de similitudes o diferencias. Es importante mencionar las notables diferencias que existen entre los modelos utilizados; por ejemplo, mientras que el modelo cortante o desacoplado solo considera la posibilidad de traslación para las masas concentradas por pisos, el modelo de elementos finitos supone una mayor libertad de movimiento a la estructura y la discretización de masas se realiza a nivel de nudos.

A continuación se presenta una tabla comparativa de los periodos de vibración para ambas edificaciones.

| Periodos<br>(seg.)           | Edificación #1 |       | Edificación #2 |       |
|------------------------------|----------------|-------|----------------|-------|
|                              | x              | y     | x              | y     |
| R.N.C *                      | 0.039          | 0.042 | 0.071          | 0.077 |
| UBC-88 **                    | 0.063          | 0.090 | 0.079          | 0.081 |
| Modelo<br>Cortante           | 0.030          | 0.048 | 0.097          | 0.097 |
| Modelo de 6 G.L.<br>por piso | -              | -     | 0.090          | 0.090 |
| Elementos<br>Finitos         | 0.031          | 0.057 | 0.123          | 0.135 |

\* Se utilizó la siguiente expresión:  $T = 0.05 \cdot H/\sqrt{D}$

\*\* La expresión fue tomada del Uniform Building Code del año 1988 y el periodo fue calculado del siguiente modo:

$$T = 0.1/\sqrt{Ac} \cdot h^{0.75}$$

$$A_c = \sum A_e \cdot [0.2 + (D/h)^2] \quad D/h \leq 0.9$$

donde

$h$  : altura (pies)

$A_c$  : área equivalente (pies<sup>2</sup>)

$A_e$  : área mínima del primer nivel en la dirección del sismo (pies<sup>2</sup>).

Se observa que en ambas edificaciones los períodos de vibración obtenidos mediante elementos finitos son mayores que los calculados utilizando el modelo cortante. Esta diferencia se puede atribuir entre otros factores a que el modelo desacoplado considera limitadas posibilidades de movimiento a la estructura, ignorando la eventual distorsión de las losas. Otra razón importante, es que la edificación probablemente sufra ciertas deformaciones por flexión en sus elementos verticales, lo que explicaría porqué la diferencia se acrecienta en el edificio de tres pisos, al ser tomados en cuenta estos efectos por el modelo de elementos finitos.

Los valores obtenidos para la edificación No.2 mediante el modelo de 6 grados de libertad por nivel se encuentran dentro de un rango de variación aceptable.

Los resultados obtenidos de las expresiones del Reglamento Nacional de Construcciones se aproximan un poco más en el caso de la edificación número 1. Al parecer dicha fórmula da mejores resultados con estructuras más rígidas, posiblemente debido a que en realidad es indicada en el RNC para edificaciones de concreto armado (cuyos elementos resistentes son principalmente muros de corte).

Debido a que en ambas edificaciones la rigidez en la dirección X es mayor que en la dirección Y, los períodos asociados a ésta última son mayores. En el edificio número uno esta situación es más notoria por la mayor diferencia existente entre ambas rigideces, además la distribución de rigideces en la

dirección Y sugiere un comportamiento más complejo al estar éstas concentradas en una parte de la estructura.

Si se supone, tal como lo considera el RNC, que se puede estimar el periodo fundamental de vibración de una estructura en una determinada dirección mediante la siguiente fórmula:

$$T = \alpha \cdot H / \sqrt{D}$$

será posible obtener valores de  $\alpha$  considerando los periodos obtenidos mediante elementos finitos como los de mayor aproximación.

| Edificio | Dirección | D<br>(m) | H<br>(m) | T<br>(seg) | $\alpha$ |
|----------|-----------|----------|----------|------------|----------|
| 1        | X         | 8.76     | 2.30     | 0.031      | 0.040    |
|          | Y         | 7.50     | 3.20     | 0.057      | 0.068    |
| 2        | x         | 29.70    | 7.68     | 0.123      | 0.087    |
|          | y         | 25.20    | 7.68     | 0.135      | 0.088    |

De la tabla mostrada se puede inferir que la expresión recomendada por la norma peruana necesitaría contar con un parámetro  $\alpha$  variable y no con un único valor para este tipo de estructuras para así poder realizar mejores estimaciones.

## FORMAS DE MODO

En las siguientes páginas se presentan algunos gráficos de desplazamientos para las formas de modo consideradas de interés, correspondientes a ambas edificaciones.

En dichos gráficos se puede apreciar la deformación de la estructura en líneas continuas.

Para la casa de un piso se muestran los esquemas de la segunda forma de modo para el sismo en la dirección X y la primera forma de modo para el sismo en la dirección Y.

En la primera de las referidas figuras, se observa que existe fundamentalmente un movimiento de traslación paralelo al eje X. Sin embargo para dicha forma de modo la estructura no sufre deformaciones apreciables al considerar la acción sísmica en la otra dirección.

La primera forma de modo (sismo dirección Y) presenta básicamente un movimiento de rotación.

Con relación a la edificación de tres niveles se muestran la primera forma de modo para el sismo en la dirección X y la segunda forma de modo para el sismo en la dirección Y.

Al observar la correspondiente a la losa del primer nivel (primera forma de modo - dirección X) se podría suponer que el movimiento predominante es de traslación en la dirección X, sin embargo en los otros pisos se aprecia cierta combinación de rotación y flexión. Es necesario mencionar que para la misma forma de modo pero con la acción sísmica en la dirección Y la estructura sufre una deformación mínima.

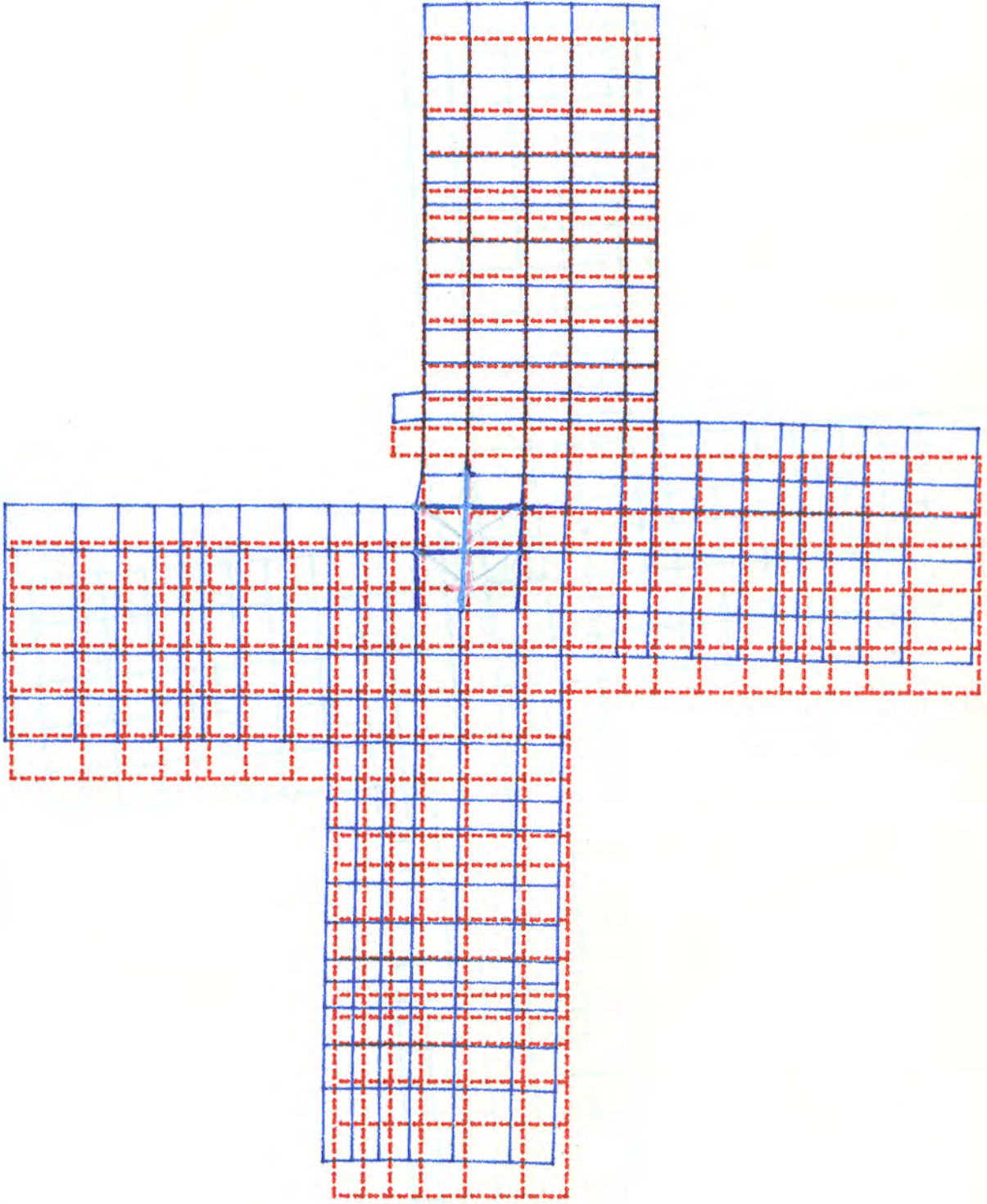
En las gráficas de la segunda forma de modo (sismo en la dirección Y) prácticamente no se presenta movimiento de traslación, manifestándose más

|  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

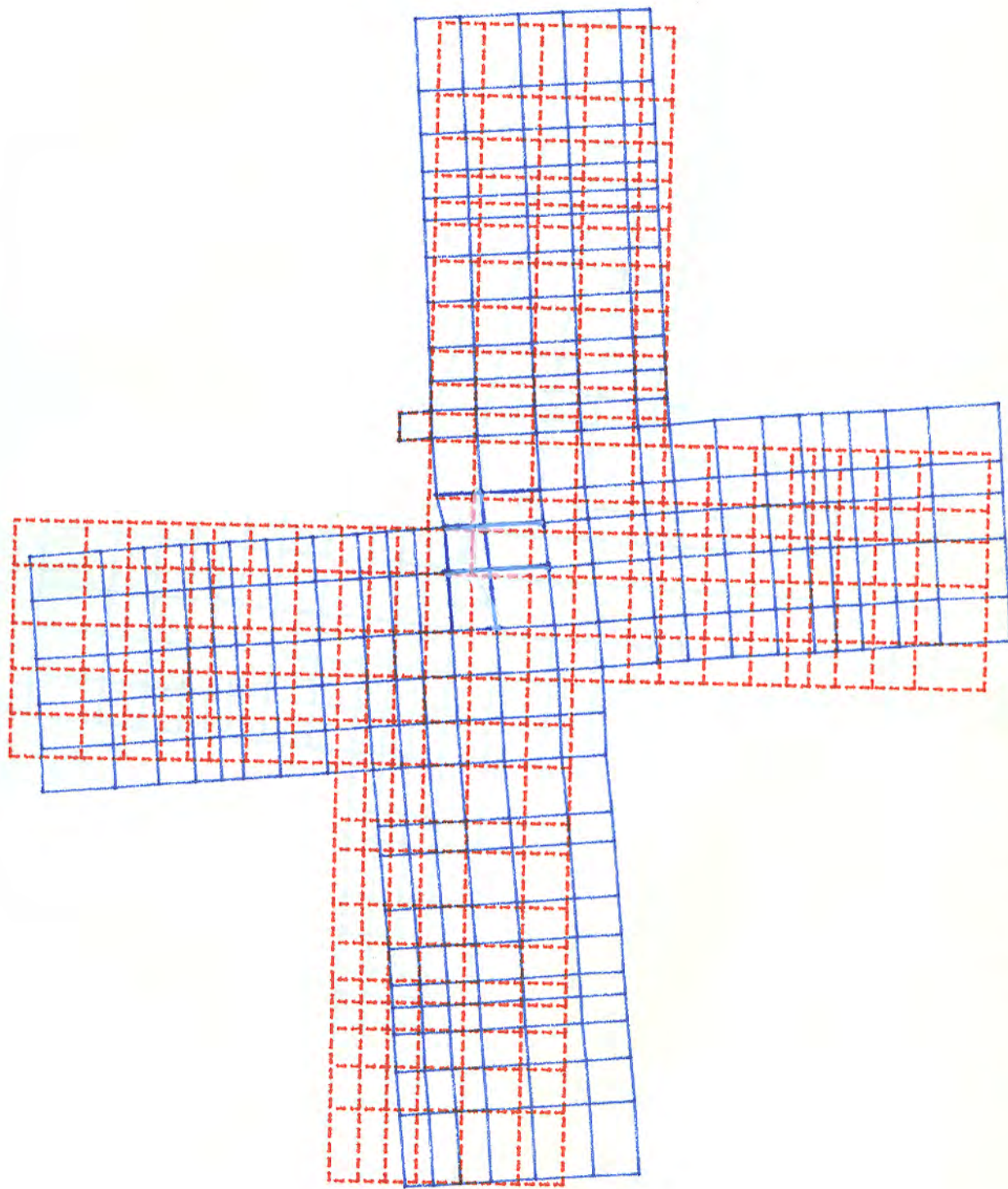
SISMO DIRECCION Y-Y PRIMERA FORMA DE MODO

|  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

SISMO DIRECCION X-X SEGUNDA FORMA DE MODO

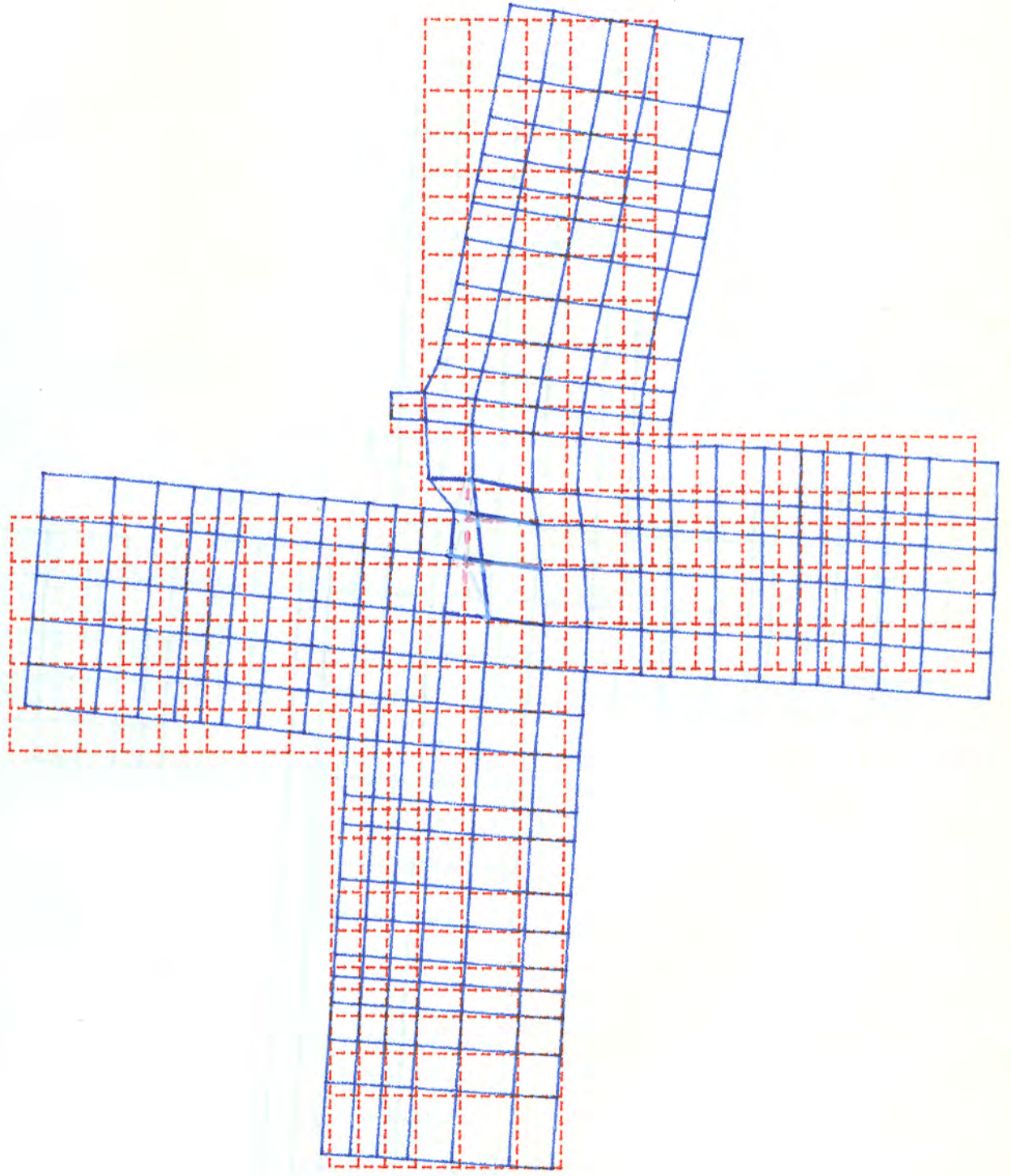


SISMO DIRECCION X-X PRIMERA FORMA DE MODO

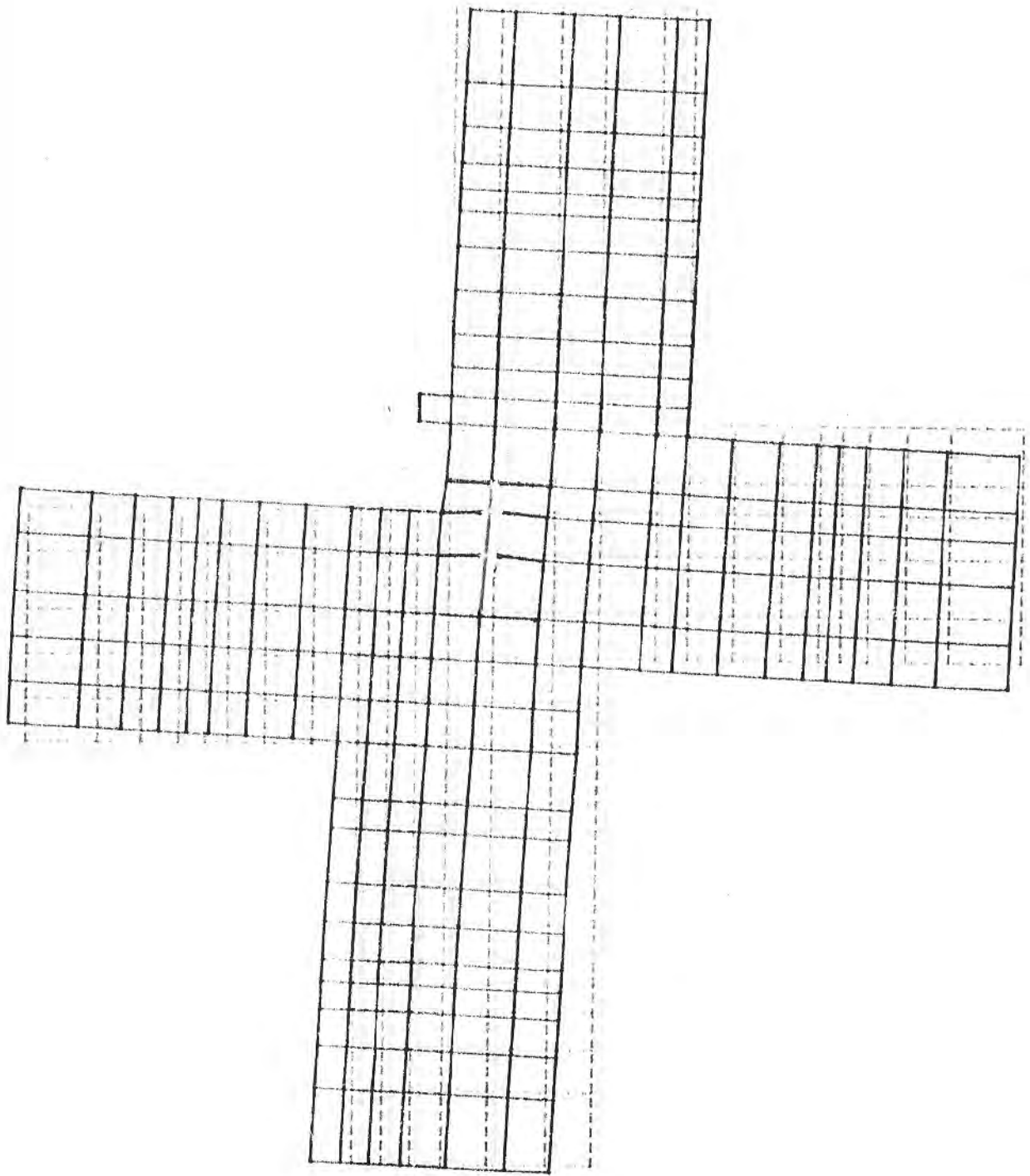


SISMO DIRECCION X-X PRIMERA FORMA DE MODO

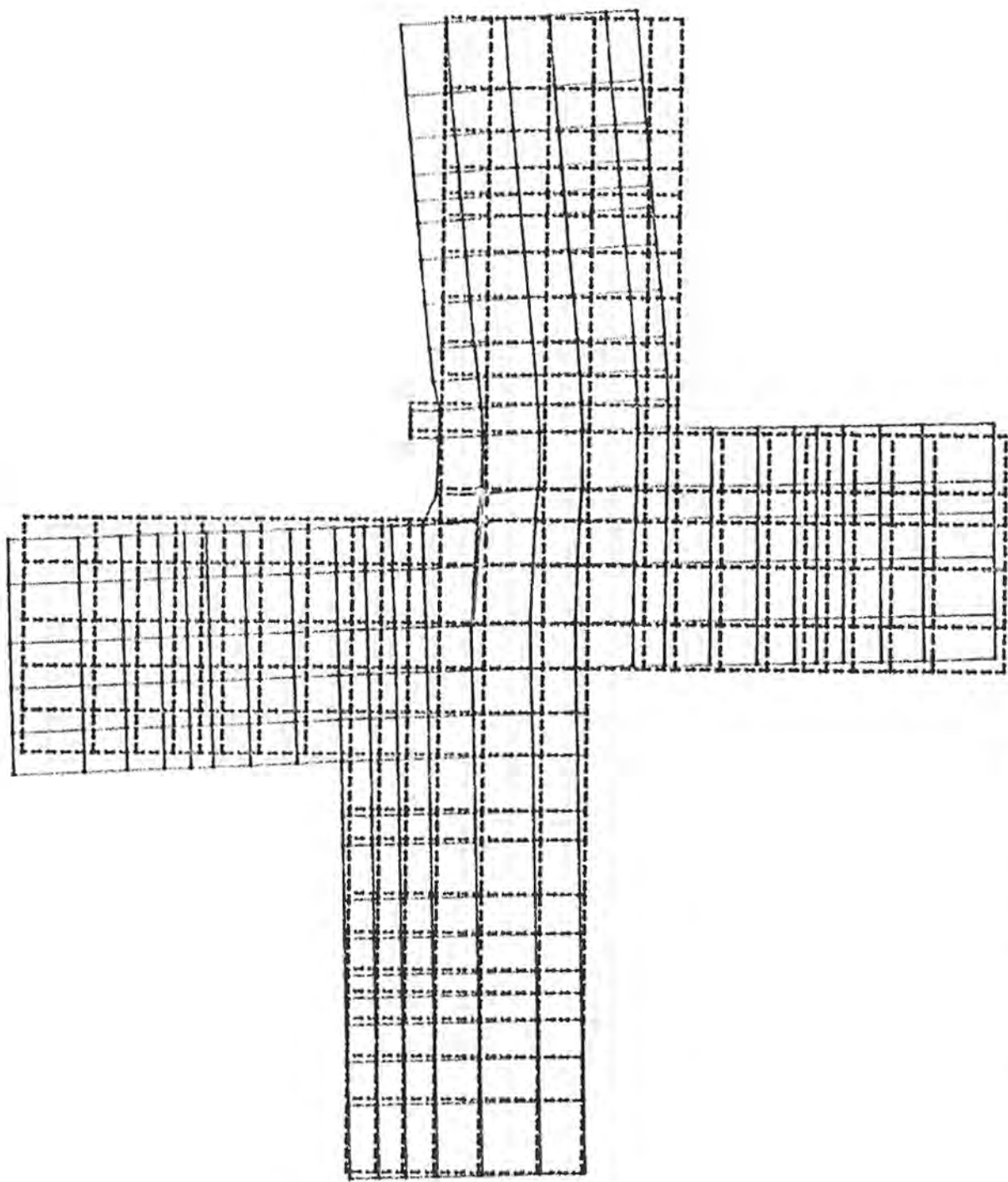




SISMO DIRECCION X-X PRIMERA FORMA DE MODO

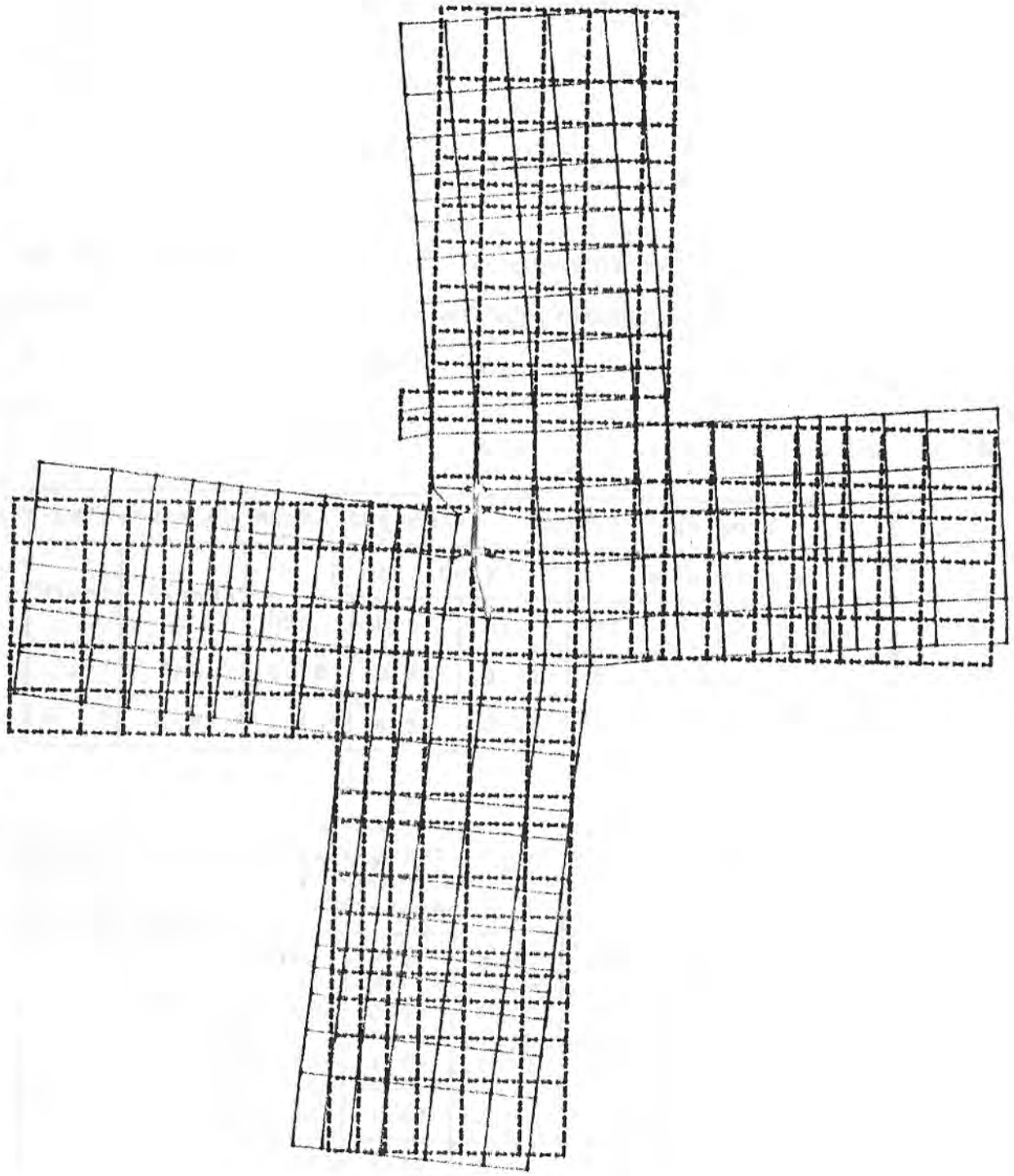


SISMO DIRECCION Y-Y SEGUNDA FORMA DE MODO



SISMO DIRECCION Y-Y SEGUNDA FORMA DE MODO

EDIFICIO DE TRES NIVELES - LOSA TERCER NIVEL



bien efectos de rotación y flexión. En la losa del tercer nivel es donde se aprecia una considerable deformación por flexión.

En el caso de esta edificación se puede apreciar la deformación por flexión, lo que no es posible en las gráficas correspondientes a la casa de un nivel.

## DISTRIBUCION DE ESFUERZOS EN MUROS

En esta sección se hace un análisis comparativo de la distribución de esfuerzos en los muros, entre los resultados obtenidos del modelo de losa infinitamente rígida y el de elementos finitos.

A continuación se muestran dos tablas con los esfuerzos calculados.

| Esfuerzos en Muros (kg/cm <sup>2</sup> ) Edificación No.1 |        |             |      |      |             |      |      |
|---|--------|-------------|------|------|-------------|------|------|
| Nivel   | Método | Dirección X |      |      | Dirección Y |      |      |
|   |        | Min         | Pro  | Max  | Min         | Pro  | Max  |
| 1   | RNC    | 0.30        | 0.35 | 0.41 | 0.57        | 0.71 | 1.10 |
|   | E.F.   | 0.13        | 0.34 | 0.49 | 0.45        | 0.64 | 1.09 |

| Esfuerzos en Muros (kg/cm <sup>2</sup> ) Edificación No.2 |        |             |      |      |             |      |      |
|---|--------|-------------|------|------|-------------|------|------|
| Nivel   | Método | Dirección X |      |      | Dirección Y |      |      |
|   |        | Min         | Pro  | Max  | Min         | Pro  | Max  |
| 1   | RNC    | 2.05        | 2.05 | 2.06 | 2.12        | 2.14 | 2.16 |
|   | E.F.   | 0.73        | 1.70 | 2.99 | 0.17        | 1.24 | 3.35 |
| 2   | RNC    | 1.62        | 1.62 | 1.63 | 1.68        | 1.71 | 1.75 |
|   | E.F.   | 0.10        | 1.39 | 2.86 | 0.10        | 1.04 | 3.12 |
| 3   | RNC    | 0.84        | 0.85 | 0.85 | 0.88        | 0.89 | 0.91 |
|   | E.F.   | 0.03        | 0.75 | 1.87 | 0.05        | 0.81 | 2.11 |

\* En ambas tablas las iniciales E.F. hacen referencia al modelo de elementos finitos.

En los resultados mostrados se pueden observar los rangos de variación de esfuerzos en los muros según cada modelo. Para poder apreciar mejor la distribución de esfuerzos se presentan algunos esquemas. Los valores que se presentan asociados a cada sección de muro son factores con relación al esfuerzo promedio en la dirección considerada. Los esquemas 5a y 5b corresponden a la edificación No.1 y los 6a-6f a la edificación No.2.

En la casa de un nivel se obtienen esfuerzos promedios similares por ambos métodos. En la otra edificación existe una mayor discrepancia entre estos valores.

Los esfuerzos promedios calculados por elementos finitos son mayores que los obtenidos con el método del RNC en todos los casos. Es importante mencionar que con elementos finitos se ha obtenido un mayor rango de variación de esfuerzos. Al parecer, la hipótesis de la rigidez infinita de las losas del otro método hace que la distribución de los esfuerzos sea más uniforme.

Esta situación es trascendente, porque utilizando el método tradicional de análisis se podría en algunos casos diseñar ciertos elementos para resistir esfuerzos menores de los que probablemente genere el sismo.

Debido a la simetría existente en la edificación de tres pisos y a una distribución de muros aproximadamente uniforme, los centros de rigidez casi coinciden con los puntos de aplicación de las fuerzas sísmicas, por lo tanto, según el modelo recomendado por el Reglamento Nacional de Construcciones, el efecto de torsión resulta despreciable.

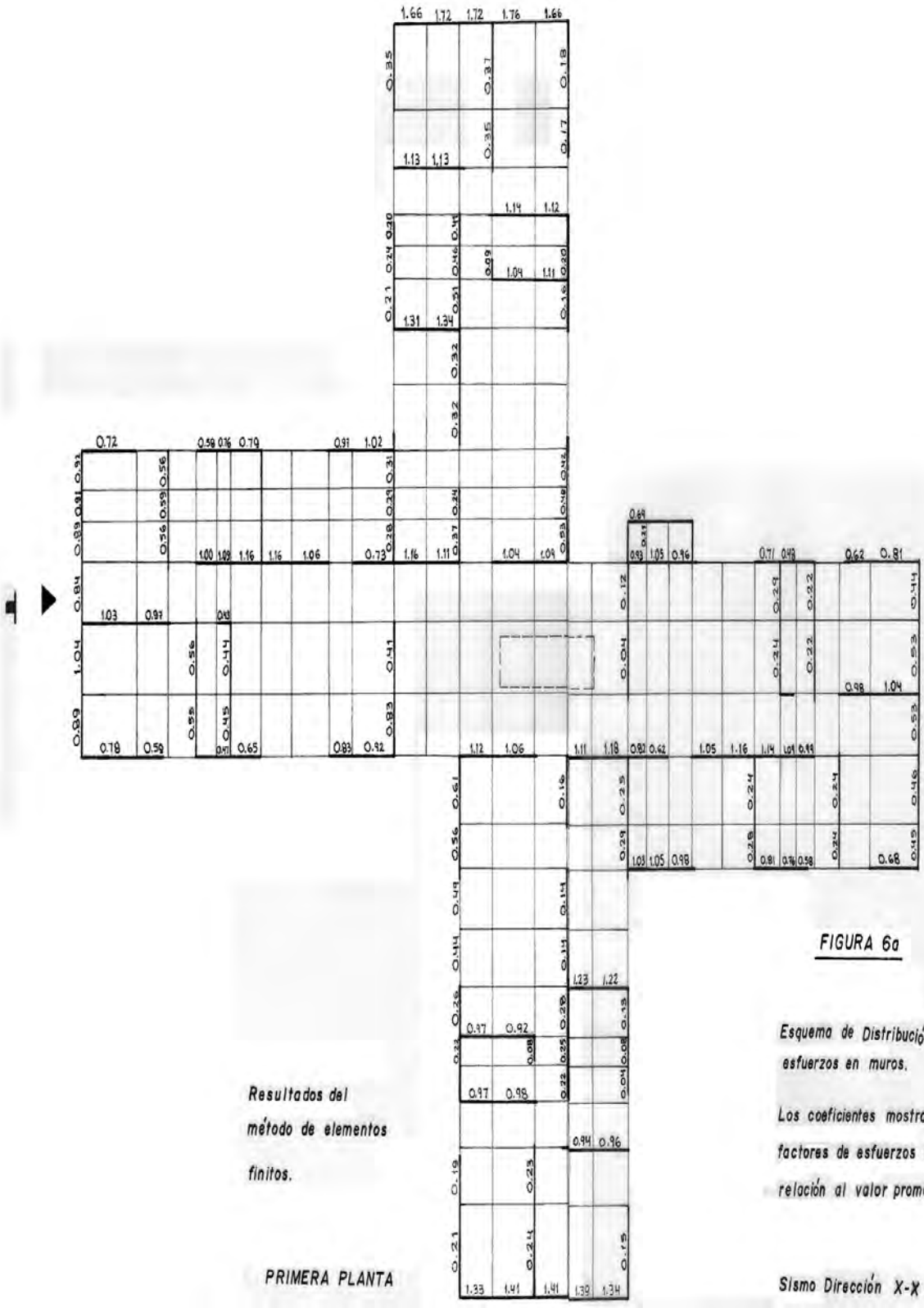
Las particularidades geométricas de esta estructura, de acuerdo a los métodos tradicionales hacen llegar a la conclusión de que el efecto de torsión no es importante. Sin embargo en los resultados del modelo de elementos

finitos se observa que si existe y que en algunos elementos resistentes se generan solicitaciones considerables por este concepto. Si además se considera que debido a su forma en planta se pueden producir importantes deformaciones en la losa, entonces estos valores pueden en ciertos casos verse incrementados aún más.









Resultados del  
método de elementos  
finitos.

PRIMERA PLANTA

FIGURA 6a

Esquema de Distribución de  
esfuerzos en muros.

Los coeficientes mostrados son  
factores de esfuerzos con  
relación al valor promedio.

Sismo Dirección X-X

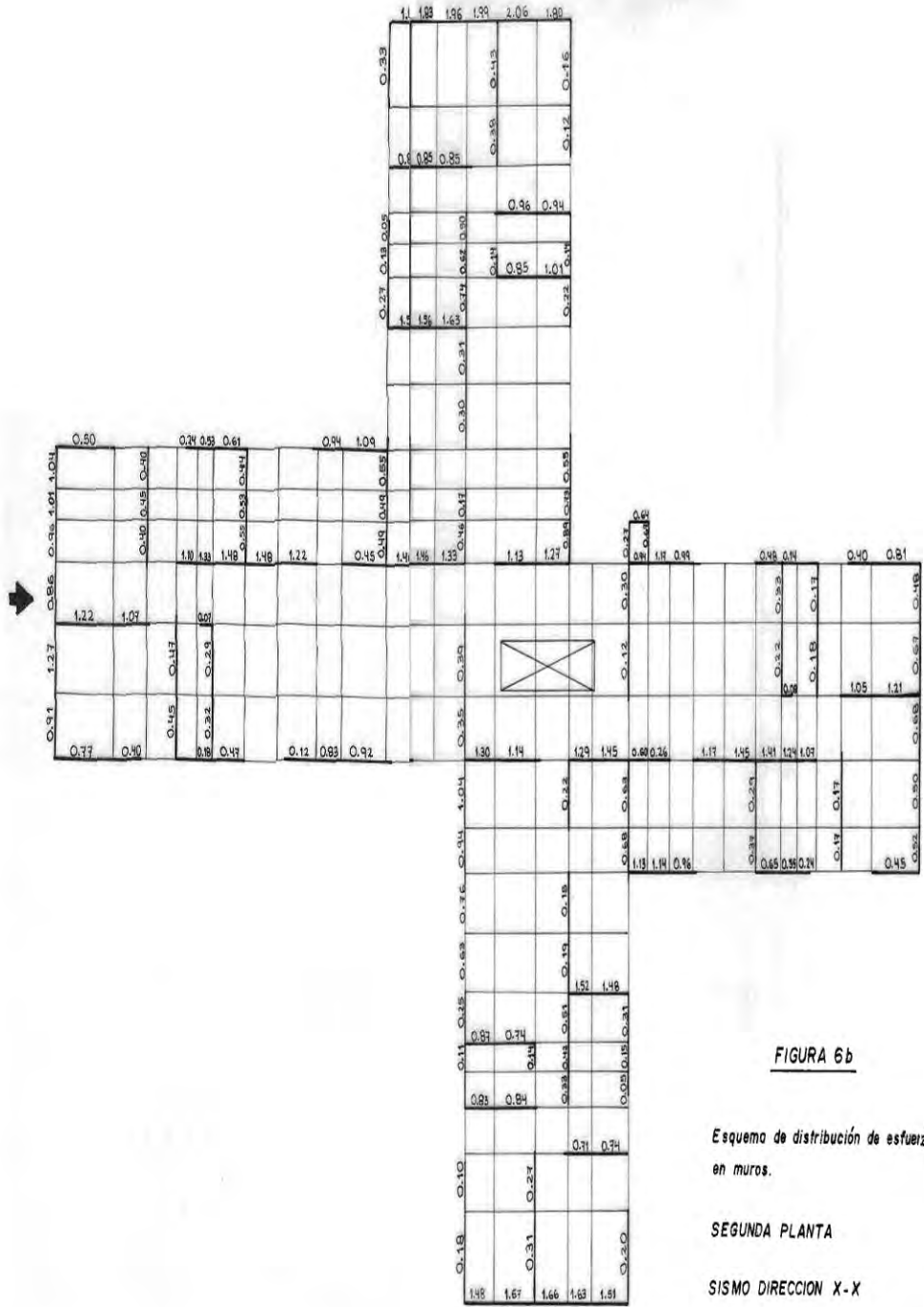
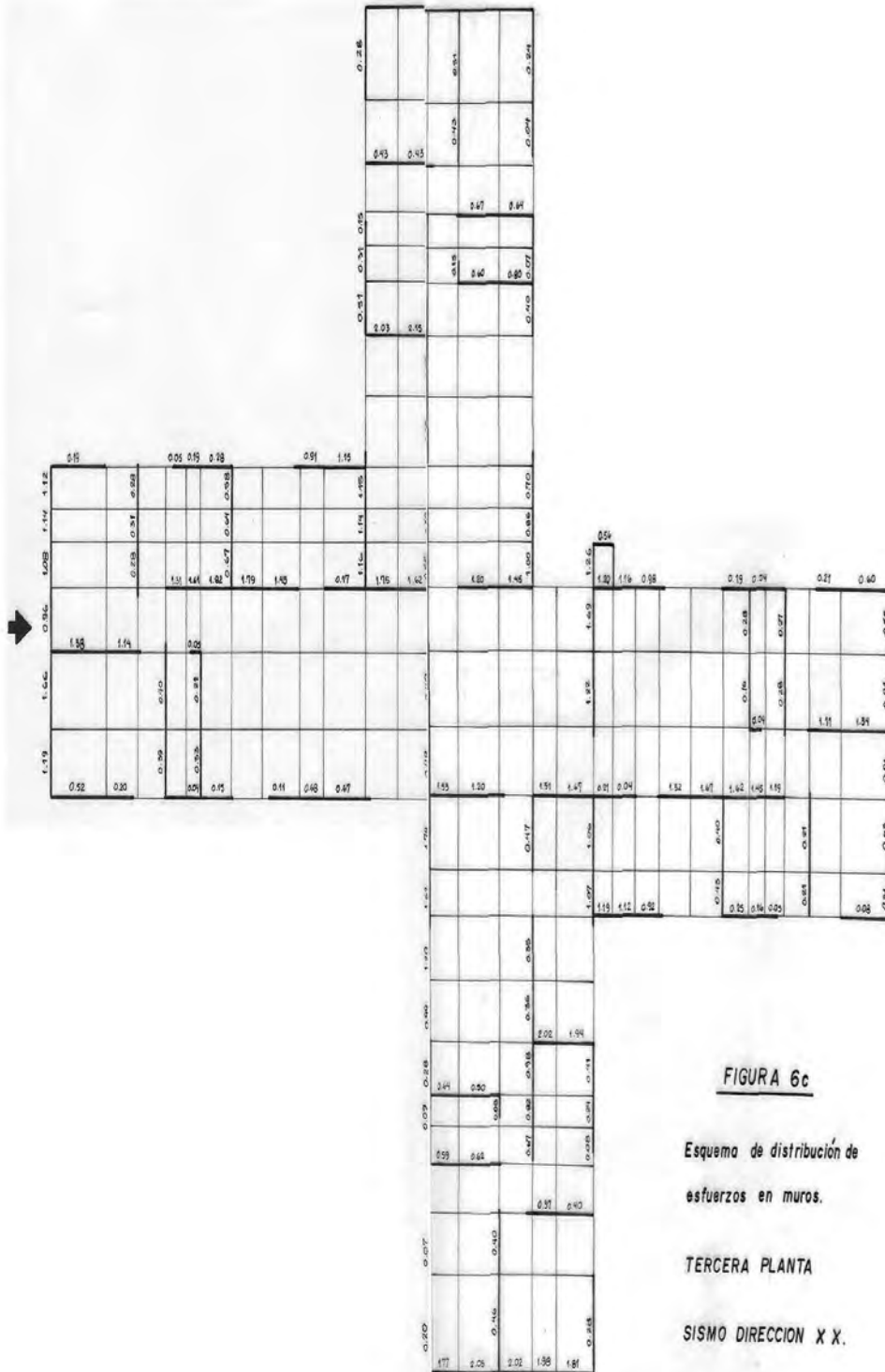


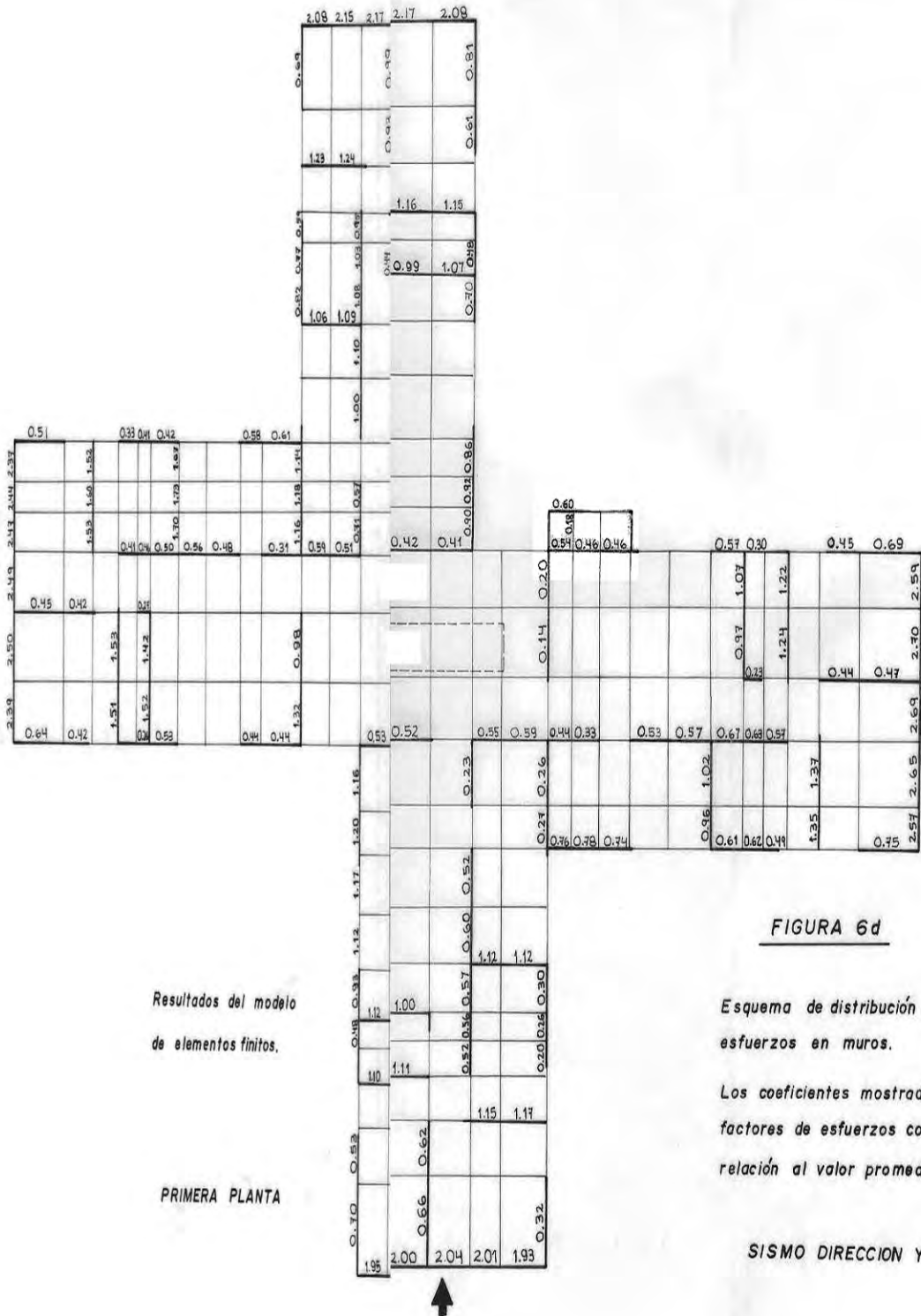
FIGURA 6b

Esquema de distribución de esfuerzos en muros.

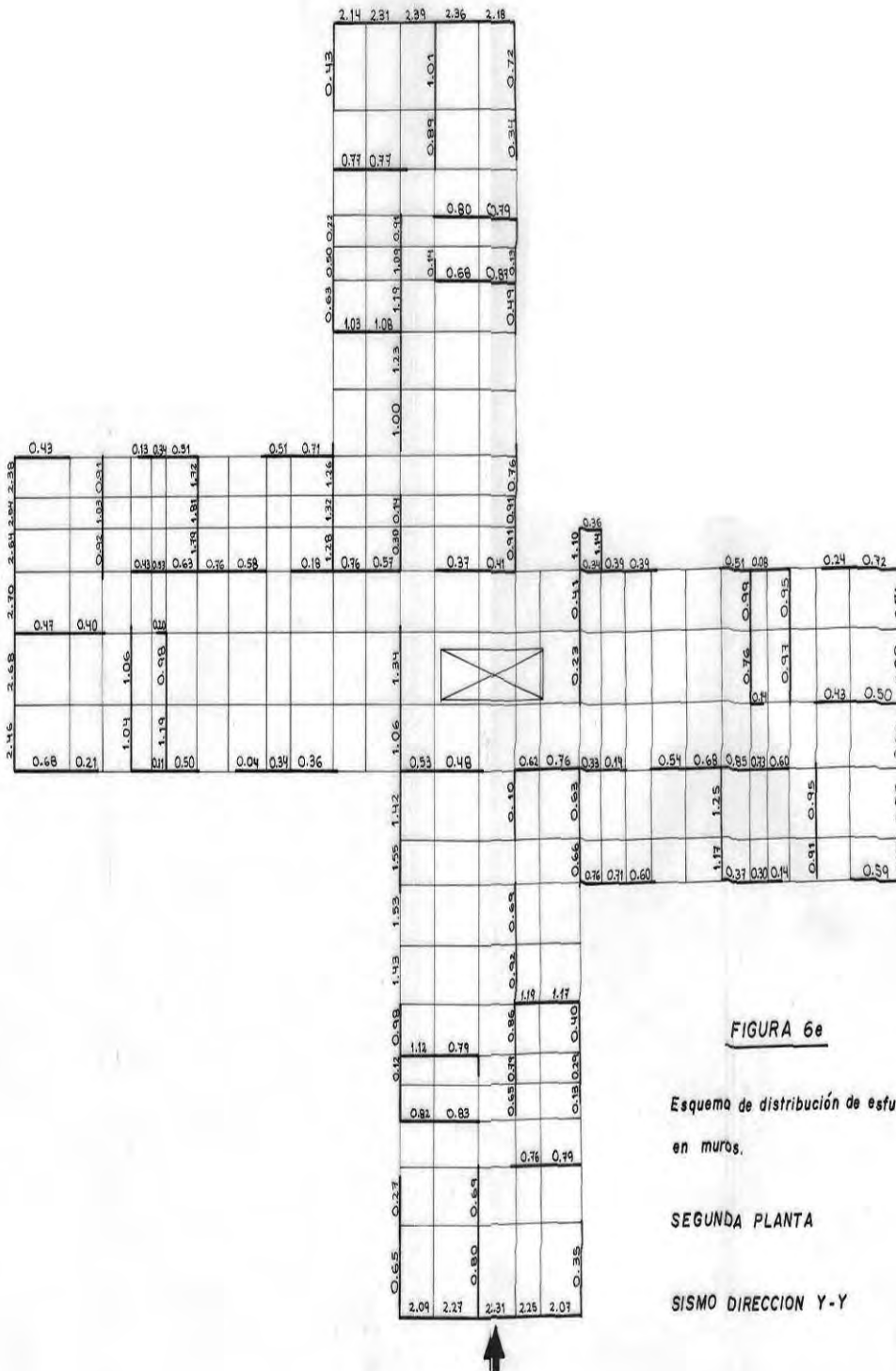
SEGUNDA PLANTA

SISMO DIRECCION X-X





**FIGURA 6d**



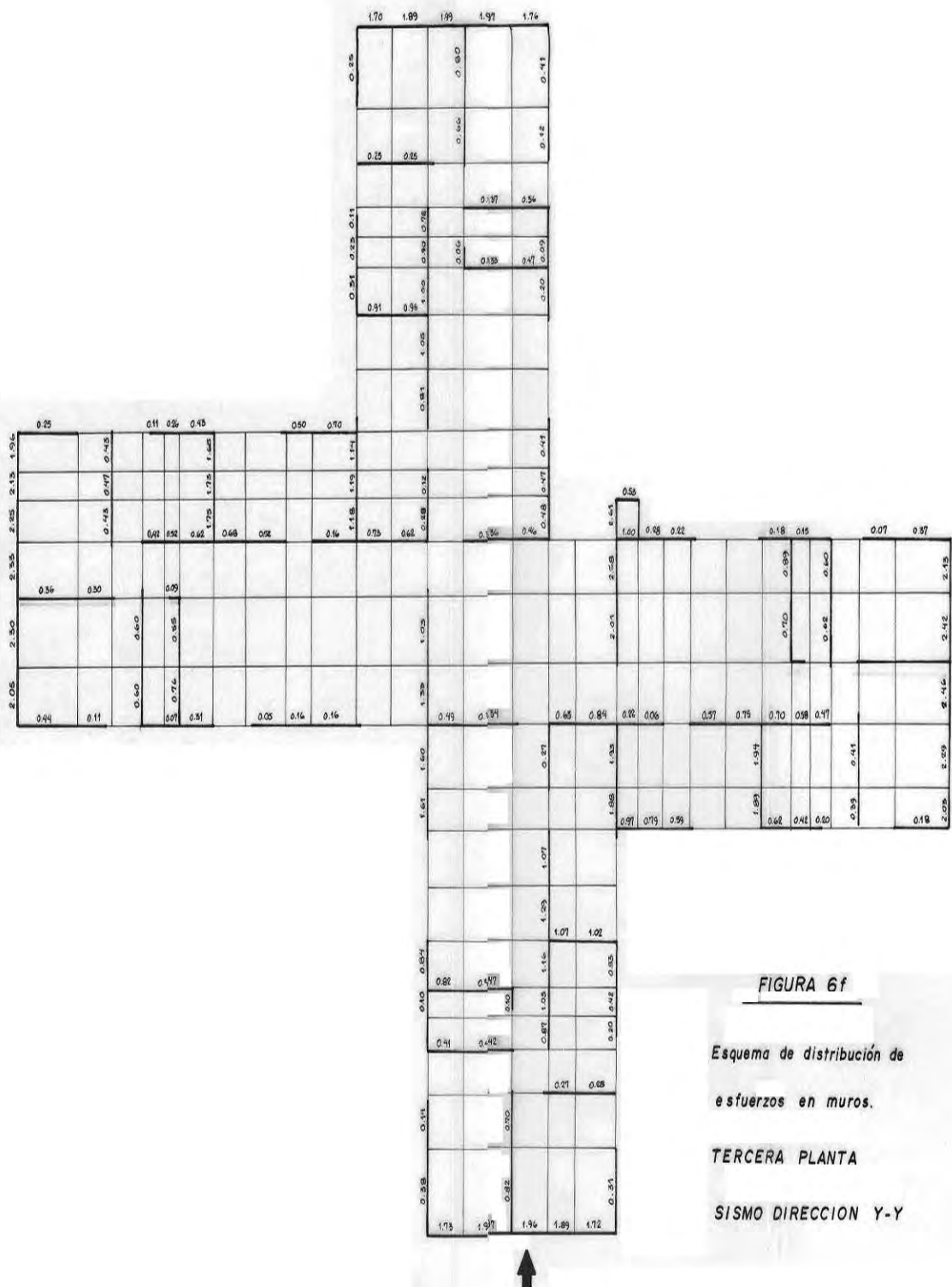


FIGURA 6f

Esquema de distribución de  
esfuerzos en muros.

TERCERA PLANTA

SISMO DIRECCION Y-Y

## CAPITULO V

### CONCLUSIONES

Del análisis de los resultados obtenidos en el capítulo anterior se han obtenido una serie de conclusiones:

En referencia al periodo fundamental de vibración se ha determinado que en general el modelo de elementos finitos da valores mayores que los modelos más simples, lo que evidenciaría que los métodos de menor refinamiento son más conservadores en este aspecto. También se puede concluir que del modelo cortante se obtienen periodos con una buena aproximación, esto conjuntamente con su relativa facilidad de aplicación podría conducir a que este método sea recomendado para fines prácticos.

En lo que respecta al cálculo de esfuerzos promedio en muros, los valores obtenidos con el modelo que considera la rigidez infinita de las losas no presentan, en la mayoría de casos, una apreciable diferencia con relación a los del método de elementos finitos.



Sin embargo, existe una considerable discrepancia en los rangos de variación de los esfuerzos resultantes de ambos modelos. Al parecer debido a la hipótesis de rigidez infinita de losas, el modelo indicado en el R.N.C. genera una distribución más uniforme de esfuerzos. Esta situación puede ser crítica en algunos casos, ya que utilizando este método se podrían diseñar algunos elementos para sollicitaciones menores de las que probablemente genere el sismo.

De la distribución de esfuerzos obtenidos con el modelo de elementos finitos se concluye que para ciertas estructuras "irregulares" la distorsión en la losa puede ser importante y por lo tanto sería necesario por lo menos la aplicación de algunas correcciones al procedimiento establecido en el código, o mejor aún la utilización de un procedimiento alternativo que considere estos efectos.

## **BIBLIOGRAFIA**

- (1) Bathe, K.J. y Wilson, E.L.; Numerical Methods in Finite Element Analysis, Prentice Hall, NJ 1976.
- (2) Clough, R.W. y Penzien, J.; Dynamics of Structures, Mc Graw Hill, U.S.A. 1975.
- (3) Sahlin, Sven; Structural Masonry, Prentice Hall, NJ 1971.
- (4) IAEE; Earthquake Resistant Regulations a World List, Tokyo, Japón, 1984.
- (5) Normas de Diseño Sismo-resistente; RNC, Lima 1977.
- (6) Hector Gallegos; Albañilería Estructural, CEIC-FIC-UNI, Lima 1988.
- (7) Hector Gallegos y Carlos Casabonne; Resistencia a la Tracción de Albañilería de Arcilla y Sílico Calcárea, III Congreso Nacional de Ingeniería Civil, Cuzco, 1980.
- (8) Hector Gallegos; Busqueda experimental de una prueba sencilla y económica para determinar la adhesión mortero-unidad de albañilería.
- (9) Hector Gallegos; Algunos apuntes acerca del efecto de la mano de obra en la calidad de la albañilería, III Congreso Nacional de Ingeniería Civil, Cuzco, 1980.