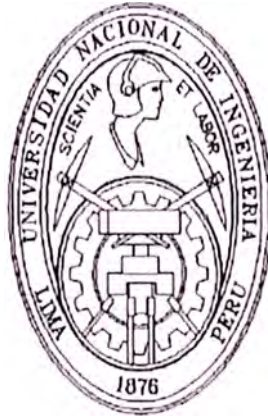


**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA  
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA**



**SISTEMAS DE CONTROL DE SECADO DE  
ARTÍCULOS HÚMEDOS USANDO CONTROL  
AVANZADO**

**INFORME DE SUFICIENCIA**

**PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:  
INGENIERO ELECTRÓNICO**

**PRESENTADO POR:**

**ABRAHAM ROJAS PAREJA**

**PROMOCIÓN  
1996-2**

**LIMA - PERÚ  
2002**

A mis Padres

A mi Esposa

**SISTEMAS DE CONTROL DE SECADO DE  
ARTÍCULOS HÚMEDOS USANDO CONTROL  
AVANZADO**

## SUMARIO

El presente trabajo aborda el problema de el secado de artículos húmedos empleando técnicas de control avanzado como son: control óptimo cuadrático proporcional integral, control predictivo basado en modelos con algoritmo de control escalar, control predictivo basado en modelos con algoritmo de control matricial, y control adaptivo con autosintonización. Este estudio va a determinar que la mejor opción resulta el sistema de control óptimo con observador óptimo de estados, en el sentido de que el comportamiento del sistema no se distorsiona en demasía en presencia de variaciones de lo parámetros críticos, como es el caso del tiempo muerto del sistema.

El secado de los artículos húmedos se basa en el principio de que un artículo puede ser considerado secado si es que pierde una determinada cantidad de humedad por la acción de un agente calefactor. Es importante anotar que la cantidad de humedad que debe contener un artículo para ser considerado secado, depende de la naturaleza y de el destino final del mismo artículo. El elemento de medición del sistema de secado es un sensor de humedad del tipo industrial.

El elemento calefactor es un horno eléctrico, cuya resistencia de calefacción está alimentada por un banco de tiristores. Este banco de tiristores recibe una corriente de control generada por el controlador del sistema de secado.

El sistema de secado trabaja como sigue: los artículos sometidos a secado, son posicionados en una banda transportadora que se desplaza a velocidad constante a través de un horno. Un sensor de humedad ubicado a una determinada distancia del horno detecta la humedad de los artículos y genera un voltaje proporcional a la humedad sensada. Esta voltaje se compara con un voltaje de referencia. Si existe un error, entonces el algoritmo de control procesa este error y genera una señal de corriente que es capaz de activar el banco de los tiristores, para hacer la corrección en la potencia de calefacción.

## ÍNDICE

|   |    |
|---|----|
| <b>PRÓLOGO</b> . . . . .                                | 1  |
| <b>CAPÍTULO I</b>                                       |    |
| <b>EL PROCESO DE SECADO</b>                             | 2  |
| 1.1 Secado de Artículos . . . . .                       | 2  |
| 1.2 Formulación del Problema . . . . .                  | 3  |
| 1.3 Objetivos de este Estudio . . . . .                 | 5  |
| <b>CAPÍTULO II</b>                                      |    |
| <b>MODELADO DEL SISTEMA</b>                             | 7  |
| 2.1 Descripción del Sistema . . . . .                   | 7  |
| 2.2 Modelo Dinámico del Sistema de Secado . . . . .     | 7  |
| 2.3 La Ecuación de Estado del Sistema . . . . .         | 10 |
| <b>CAPÍTULO III</b>                                     |    |
| <b>CONTROL ÓPTIMO DEL SECADO</b>                        | 14 |
| 3.1 Introducción . . . . .                              | 14 |
| 3.2 Solución del Problema de Control Óptimo . . . . .   | 15 |
| 3.3 El Regulador Óptimo Proporcional Integral . . . . . | 17 |
| 3.4 El Observador Óptimo de Estados . . . . .           | 20 |
| 3.5 Simulación . . . . .                                | 20 |
| <b>CAPÍTULO IV</b>                                      |    |
| <b>CONTROL PREDICTIVO DEL SECADO</b>                    | 22 |
| 4.1 Principios del Control Predictivo . . . . .         | 22 |
| 4.2 El Modelo CARIMA del Sistema de Secado . . . . .    | 24 |

|   |    |
|---|----|
| 4.3 El Controlador Predictivo . . . . . | 26 |
|---|----|

## **CAPÍTULO V**

|                                    |           |
|------------------------------------|-----------|
| <b>CONTROL ADAPTIVO DEL SECADO</b> | <b>32</b> |
|------------------------------------|-----------|

|                            |    |
|----------------------------|----|
| 5.1 Introducción . . . . . | 32 |
|----------------------------|----|

|  |    |
|--|----|
| 5.2 Estimación de los Parámetros del Sistema . . . . . | 33 |
|--|----|

|                                     |    |
|-------------------------------------|----|
| 5.3 Estimación de Estados . . . . . | 35 |
|-------------------------------------|----|

|  |    |
|--|----|
| 5.4 Control Adaptivo del Sistema de Secado . . . . . | 36 |
|--|----|

|                     |           |
|---------------------|-----------|
| <b>CONCLUSIONES</b> | <b>37</b> |
|---------------------|-----------|

|  |           |
|--|-----------|
| <b>ANEXO: LISTADO DE PROGRAMAS EN MATLAB</b> | <b>40</b> |
|--|-----------|

|                     |           |
|---------------------|-----------|
| <b>BIBLIOGRAFÍA</b> | <b>52</b> |
|---------------------|-----------|

## PRÓLOGO

El presente trabajo aborda el problema del modelado dinámico del sistema de secado de artículos húmedos (el secado se lleva a cabo reduciendo la humedad de los artículos) y el diseño de sistemas de control avanzado para mantener la humedad de los artículos secados en un nivel determinado. Este trabajo comprende seis (6) capítulos a saber:

El capítulo **I** formula el problema por resolver y describe los objetivos de este trabajo.

El capítulo **II** describe sucintamente el sistema de secado por reducción de humedad; luego se encamina a la determinación del modelo dinámico del sistema de secado y describe la forma en que se obtuvieron los parámetros del sistema. Como las técnicas de control a emplearse son del tipo discreto, este capítulo describe también la transformación del modelo continuo del sistema a su modelo discreto.

El capítulo **III** se ocupa del control de humedad de los artículos sometidos a secado empleando la técnica de control óptimo cuadrático en su versión proporcional–integral.

El capítulo **IV** trata acerca del control de humedad de los artículos sometidos a secado empleando la técnica de control predictivo basado en modelos. El algoritmo de control se presenta en sus dos versiones: escalar y matricial.

El capítulo **V** aborda el control de humedad de los artículos sometidos a secado empleando la técnica de control adaptivo con autosintonización.

A continuación se presentan las conclusiones del presente trabajo. Finalmente en el Anexo se muestran los programas fuentes escritos en MATLAB (archivos con extensión \*.m), empleados en este estudio.

# CAPÍTULO I

## EL PROCESO DE SECADO

### 1.1 Secado de Artículos

El término técnico para el proceso de secado es desecación, sin embargo, nosotros seguiremos usando el término familiar de secado o reducción de humedad en los artículos. También se emplea el término deshidratación, pero su uso se ha limitado casi por entero a la desecación de alimentos. El sistema de secado en estudio también se puede emplear para procesos de deshidratación.

La desecación se emplea para extraer la humedad de los líquidos, soluciones y sustancias sólidas. El grado de desecación de una sustancia depende de su contenido y de la capacidad de adsorción de humedad que poseen los agentes desecantes. En el estudio que nos ocupa, los artículos a desecar son sólidos y el agente desecante es del tipo térmico.

Las razones para desecar artículos son múltiples.: facilitar la manipulación en algún tratamiento posterior, permitir la utilización satisfactoria del producto final, reducir los costos de transporte, conservación de productos, etc. Generalmente la desecación sigue a una filtración o a una centrifugación y precede a un paso de molienda o de empaquetamiento. La desecación se considera como una operación de acabado porque en la mayoría de los casos se verifica cerca del final del proceso.

Es importante mencionar algunos conceptos relacionados con la desecación [5]. Así, la humedad aprisionada se refiere al líquido retenido por un sólido que ejerce una presión de vapor menor que la del líquido pero a la misma temperatura. El período de intensidad constante es el período de desecación durante el cual el gasto o intensidad con que se elimina el agua por unidad de superficie de desecación es constante. Cuando termina el período de intensidad constante, se obtiene el contenido crítico de humedad. El contenido de humedad libre es el líquido que puede eliminarse para una temperatura y una humedad dadas y



puede incluir humedad aprisionada y humedad sin aprisionar.

Los secadores se pueden clasificar en directos e indirectos. Los secadores directos utilizan gases calientes en contacto directo con el sólido húmedo, para suministrar el calor y arrastrar fuera el líquido vaporizado. Los secadores indirectos realizan la desecación transmitiendo calor a través de la pared que contiene al sólido húmedo. eliminándose el líquido vaporizado independientemente del medio calentador empleado.

También, los secadores pueden ser de varios tipos: de bandejas y compartimientos, en donde el aire caliente circula sobre el material húmedo hasta que éste alcance el contenido final de humedad; de circulación intermitente, en donde el aire caliente pasa a través de una capa permeable fija del material húmedo colocado sobre bandejas móviles; de túnel y turbosecadores verticales, que son en esencia varios secadores intermitentes de carretilla en serie; secadores rotativos directos en donde el material húmedo se introduce por un extremo a un cilindro que gira sobre soportes apropiados; secadores por rociado o pulverización en donde se crea un estado líquido muy disperso en una zona gaseosa a temperatura elevada; secadores de congelación en vacío; secadores con bandas transportadoras (que es nuestro caso en estudio); secadores de tambores giratorios calentados, sobre el cual se posicionan capas húmedas de material a secar; secadores de cilindros, denominados también rodillos secadores; y secadores basados en radiación de infrarrojos.

El secador materia de este trabajo es indirecto, emplea calefacción térmica para el secado y es del tipo que usa banda de transporte, tal como será descrito en el capítulo II. El elemento primario de medición es un sensor de humedad que proporciona un voltaje.

## 1.2 Formulación del Problema

Ya ha sido establecido que el sistema de secado de artículos va a realizarse mediante la reducción de humedad de los artículos a un nivel predeterminado, empleando para ello un horno eléctrico accionado por un banco de tiristores. Esto significa que la salida del sistema de secado es el contenido de humedad de los artículos secados, mientras que la entrada al proceso de secado en sí (o lo que es equivalente la señal de salida del regulador) es la corriente de control al banco de tiristores.

Los artículos a ser secados se posicionan sobre una banda transportadora que se desplaza a velocidad  $v$  constante. Esta banda transportadora se desplaza también dentro del horno de secado. Entonces, la velocidad de la banda de transporte debe ser tal que la permanencia de los artículos cuando se desplazan dentro del horno, sea lo suficiente para lograr la reducción de humedad deseada.

El problema principal radica en la ubicación del punto de medición del sensor de humedad. Este punto está ubicado a una distancia  $d$  del horno, lo cual significa que el sistema de control de humedad recibe el contenido de humedad de los artículos  $D = d/v$  segundos después de realizada la medición. Este retardo de tiempo  $D$  recibe el nombre distintivo de tiempo muerto, debido a que durante el tiempo  $D$  no se procesa ninguna acción relacionada con el sistema de control. Lamentablemente no podemos eliminar la presencia de este tiempo, por lo cual debe ser modelado para capturar sus efectos nocivos para el funcionamiento del sistema de control de reducción de humedad.

Es conocido que un sistema de primer orden puede capturar en buena medida la dinámica de un horno de secado que posee una sola cámara. Por otro lado, el sensor de humedad también puede ser descrito mediante un sistema de primer orden. La descripción matemática de los modelos de los componentes del sistema de secado es materia del capítulo **II**.

Como se verá en el capítulo **II**, el modelado del tiempo muerto va a requerir una función de transferencia racional de tercer orden. Esta función de transferencia va a interactuar en cascada con las funciones de transferencia del horno y del sensor, haciendo un sistema de secado de orden cinco. Este hecho implica cinco variables de estado, de las cuales sólo una es medible (la humedad de los artículos secados). Una implementación real del sistema de control, dependiendo de la ley de control que se emplee, puede requerir el empleo de un estimador (u observador) de estados, tal como se explica más adelante.

En resumen, este trabajo enfrenta el problema del control de reducción de humedad (secado) de artículos mediante un horno eléctrico, empleando técnicas de control digital por realimentación para ser implementadas digitalmente (en el dominio discreto). Las técnicas de control a emplearse son: control óptimo proporcional-integral trabajando conjuntamente con un observador de estados, control predictivo con leyes de control escalar y matricial (no requiere un ob-

servador de estados pues trabaja con las señales medidas y sus predicciones), y control adaptivo con autosintonización. La configuración del control adaptivo ya incluye un observador de estados y un estimador de parámetros.

Revisando la literatura correspondiente, no se ha encontrado antecedentes relacionados con este trabajo. La explicación radica en que los sistemas de control realimentados para resolver el problema de secado de artículos emplean controladores en su mayoría del tipo proporcional–integral. Los sistemas de control a diseñar en este estudio, sin que su finalidad primordial sea reemplazar a los sistemas de control existentes, pueden constituirse en una gran alternativa de solución para los casos en que los controladores convencionales fallen en lograr sus especificaciones de diseño.

Puede ocurrir que la complejidad de la planta requiera que sus componentes sean modelados empleando descripciones dinámicas no lineales, debido a que el modelo lineal correspondiente sea incapaz de capturar la dinámica del sistema. También puede acontecer que los parámetros del modelo del sistema de secado varíen dentro de rangos suficientemente grandes. En estos dos casos descritos, los sistemas de control no son tan eficientes, quedando entonces como alternativa el empleo otras técnicas de control.

Las especificaciones de diseño del sistema de control de reducción de humedad son: tiempo de estabilización menor de 30 segundos y porcentaje de sobreimpulso menor del 5 %. La señal de control, en este caso la corriente de control del banco de tiristores, debe variar entre 4 y 20 mA por convención, lo cual siempre se puede lograr empleando convertidores lineales de señal adecuados y de ganancia unitaria. El sensor de humedad empleado posee una ganancia de 20 V/K para un 100 % de contenido de humedad de los artículos. Los artículos que ingresan al horno pueden contener humedad variable, por ejemplo, entre 10 y 20 %. El objetivo de control es reducir la humedad de los artículos al 5 %, lo que significa que la referencia de humedad debe ser de fijada en 1 V/K (voltios por grados Kelvin).

### **1.3 Objetivos de este Estudio**

Por todos los considerandos vertidos con anterioridad, los objetivos de este estudio son:

- 1) Deducir el modelo dinámico del sistema de reducción de humedad para el secado de artículos (capítulo II).

- 2) Diseñar sistemas de control óptimo proporcional–integral, predictivo con leyes de control escalar y matricial, y control adaptivo con autosintonización para estabilizar la humedad de los artículos en un tiempo menor a 30 segundos y con un sobreimpulso menor que el 5 % (capítulos **III–V**).
- 3) Proponer una configuración en tiempo real del sistema diseñado (ver conclusiones).

## CAPÍTULO II

### MODELADO DEL SISTEMA

#### 2.1 Descripción del Sistema

El sistema de secado a desarrollar en este trabajo se basa en el principio de la reducción de la humedad de los artículos sometidos a secado. La configuración de este sistema de secado se muestra en la figura 2.1. Inicialmente los artículos son introducidos continuamente a un horno eléctrico mediante una banda transportadora. Observar en dicha figura que la humedad se detecta a cierta distancia  $d$  de la salida del horno mediante un instrumento de medición de humedad apropiado, cuyo voltaje de salida, que es proporcional a la humedad detectada en los artículos, es procesada mediante una ley de control que proporciona la corriente de control necesaria para disparar un banco de tiristores, con el propósito de regular la reducción de la humedad en los artículos.

#### 2.2 Modelo Dinámico del Sistema de Secado

El sistema reductor de humedades comprende las partes siguientes:

- 1) El horno eléctrico.
- 2) El sensor de humedad.
- 3) El tiempo muerto.
- 4) El controlador.

El horno en consideración y mostrado en la figura 2.2, posee una capacidad térmica  $C$  en J/K encerrada por un aislante que posee una resistencia térmica equivalente  $R$  con unidades K s/J. La temperatura  $\theta$  dentro del horno se asume uniforme. Al horno se le alimenta con un flujo de calor  $q_i(t)$ . Asumamos que los valores nominales de  $q_i$  y  $\theta$  sean  $\bar{q}_i$  y  $\bar{\theta}$  respectivamente. La temperatura ambiente al exterior del horno es  $\theta_a$  y se considera constante. Para el horno es

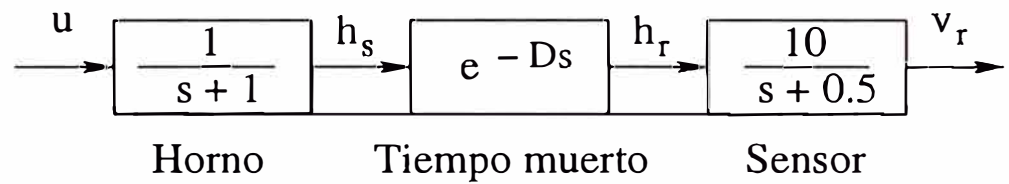
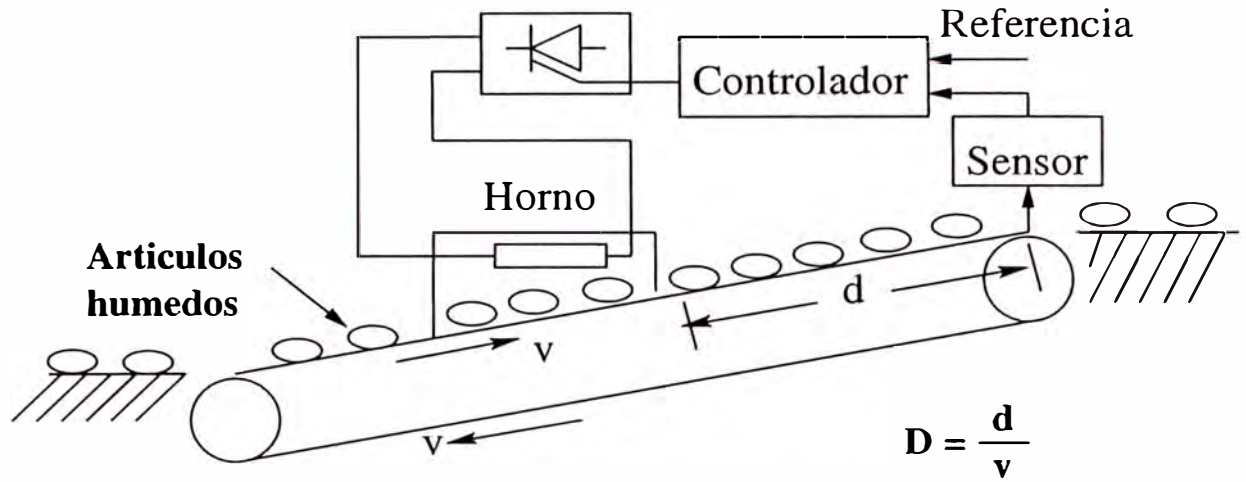


Figura 2.1: Sistema de secado de artículos mediante reducción de la humedad. Vista superior: el secador. Vista inferior: diagrama de bloques del modelo.

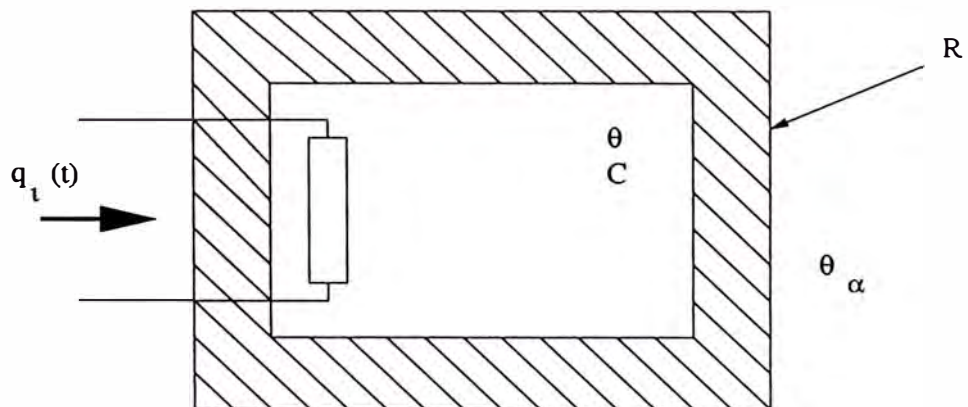


Figura 2.2: Horno eléctrico para el secado de artículos.

válida la siguiente relación:

$$\dot{\theta} = \frac{1}{C}[q_{in} - q_{out}] \quad (2.1)$$

donde:

$$q_{in} = q_i \quad q_{out} = \frac{1}{R}(\theta - \theta_o)$$

Definiendo las variables incrementales:

$$\tilde{\theta} = \theta - \bar{\theta} \quad \tilde{q}_i = q_i - \bar{q}_i$$

y reemplazándolas en (2.1) se obtiene:

$$\dot{\tilde{\theta}} + \frac{1}{RC}\tilde{\theta} = \frac{1}{C}\tilde{q}_i \quad (2.2)$$

Esta última ecuación da lugar a la función de transferencia del horno eléctrico:

$$H(s) = \frac{\tilde{\theta}(s)}{\tilde{q}_i(s)} = \frac{1/C}{s + \frac{1}{RC}} = \frac{K_1}{\tau_1 s + 1} \quad (2.3)$$

Los valores característicos de los parámetros del horno como parte del secador son:  $\tau_1 = RC = 1$  s y  $K_1 = R = 1$  K s/J.

La función de transferencia del sensor de humedad puede considerarse como:

$$h(s) = \frac{K_2}{\tau_2 s + 1} \quad (2.4)$$

donde los parámetros característicos toman los valores siguientes:  $K_2 = 20$  volt/K y  $\tau_2 = 2$  s.

Con la finalidad de obtener una ecuación de estado de la forma  $\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u}$ , entonces resulta necesario modelar al tiempo muerto  $D$  mediante una función racional en  $s$  (el operador Laplaciano). Esta idea no es nueva y ha sido usada otras veces con propósitos de identificación de parámetros y control (este es el caso que nos ocupa). La función de transferencia del tiempo muerto  $D$  que usaremos es la siguiente aproximación de Padé de tercer orden:

$$e^{-Ds} \cong \frac{2 - Ds + \frac{(-Ds)^2}{2!} + \frac{(-Ds)^3}{3!}}{2 + Ds + \frac{(Ds)^2}{2!} + \frac{(Ds)^3}{3!}} = \frac{num}{den} \quad (2.5)$$

donde *num* es el polinomio del numerador mientras que *den* es el polinomio del denominador. Para el presente trabajo  $D$  puede variar de 0.5 a 11 s. Habiendo elegido la función racional para  $D$ , queda aún la interrogante acerca de qué tan efectiva es dicha aproximación para capturar los efectos del tiempo muerto real.

La figura 2.3 ilustra el diagrama de bloques en SIMULINK para comparar las respuestas del sistema de secado a un escalón de entrada empleando un tiempo muerto real  $D = 1$  y su aproximación racional de tercer orden.

El resultado de la simulación puede ser observado en la figura 2.4, de donde constatamos que para  $D = 1$  la función racional suple bastante bien a  $D$ . Sin embargo, se puede demostrar por simulación que conforme aumente  $D$ , la respuesta aproximada se irá distorsionando. Este hecho será analizado en los capítulos III, IV y V.

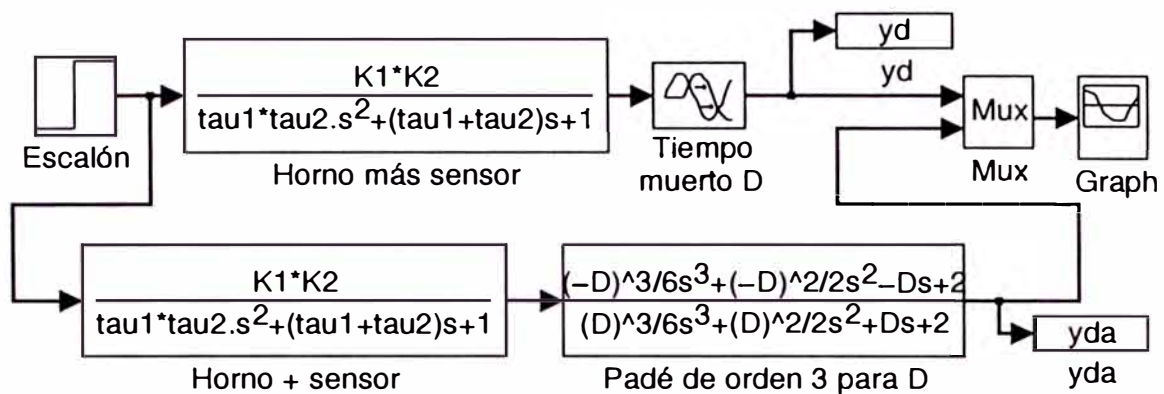


Figura 2.3: Comparación de las respuestas a un escalón del sistema de secado y de su modelo aproximado, en donde se ha empleado una aproximación de Padé de tercer orden para el tiempo muerto  $D$ .

### 2.3 La Ecuación de Estado del Sistema

Para determinar la ecuación de estado del sistema, emplearemos las funciones del paquete MATLAB en la forma siguiente. La función de transferencia conjunta del horno más el sensor tiene la forma:

$$\left(\frac{K_1}{\tau_1 s + 1}\right) \left(\frac{K_2}{\tau_2 s + 1}\right) = \frac{K_1 K_2}{\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2) s + 1} = \frac{num1}{den1}$$

Para hallar la función de transferencia del proceso de secado empleamos:

$$[numc, denc] = series(num1, den1, num, den)$$

donde  $num$  y  $den$  fueron definidos en (2.5). Las matrices de la ecuación de estado y de la ecuación de salida se determinan de:

$$[A, B, C, DD] = tf2ss(numc, denc)$$



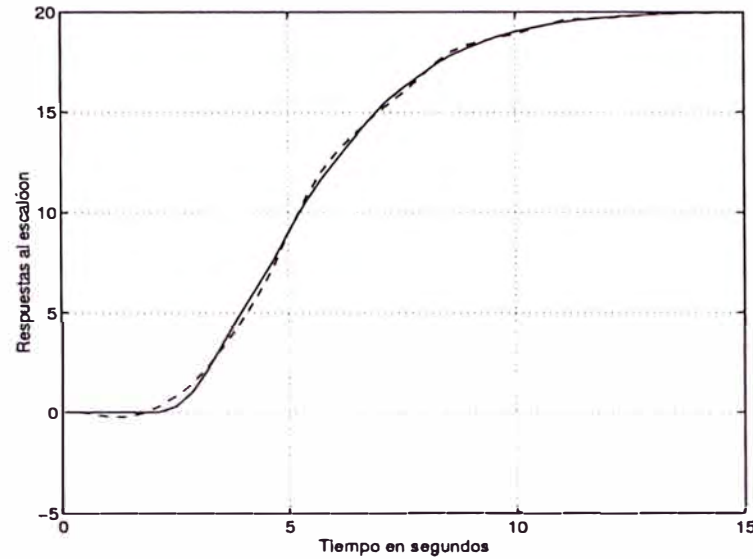


Figura 2.4: Comparación de las respuestas a un escalón del sistema de secado y de su modelo aproximado (en trazos), en donde se ha empleado una aproximación de Padé de tercer orden para el tiempo muerto  $D$ .

mientras que el sistema discreto respectivo resulta de:

$$[G, H, C, DD] = c2dm(A, B, C, DD, T, 'zoh')$$

donde  $T$  es el tiempo de discretización y  $zoh$  es el método de discretización “zero-order hold”. Por consiguiente, las formas matriciales de las ecuaciones de estado y de salida en el dominio continuo son:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \quad y = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (2.6)$$

mientras que en el dominio discreto, tales ecuaciones toman la forma:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{G}\mathbf{x}(k) + \mathbf{H}u(k) \quad y(k) = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (2.7)$$

donde  $k$  es el tiempo discreto definido como  $k = t/T$ . Por ejemplo, las matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $G$  y  $H$  para el sistema de secado con  $D = 2.5$  s toman la forma:

$$A = \begin{bmatrix} -6.30 & -17.30 & -24.48 & -16.32 & -3.84 \\ 1.00 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.00 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.00 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.00 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & -10.00 & 48.00 & -96.00 & 76.80 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} -0.0629 \\ 0.0342 \\ 0.0301 \\ 0.0113 \\ 0.0029 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} -0.1283 & -0.2836 & 0.8660 & 0.8949 & 0.2414 \\ -0.0629 & -0.5243 & -1.3713 & -0.6730 & -0.1311 \\ 0.0342 & 0.1523 & 0.0665 & -0.5352 & -0.1157 \\ 0.0301 & 0.2240 & 0.6736 & 0.8041 & -0.0435 \\ 0.0113 & 0.1015 & 0.4199 & 0.9508 & 0.9889 \end{bmatrix}$$

Es importante anotar que las matrices A, B, C, G y H así computadas, responden a una forma canónica determinada automáticamente por MATLAB. Por eso que la matriz C no posee la forma acostumbrada:  $C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ . Este hecho responde al principio conocido de que el modelo lineal de un proceso puede tener muchas representaciones de estado equivalentes; vale decir, muchas matrices equivalentes.

El programa arconobs.m escrito en código MATLAB, cuyo listado se muestra en el Anexo, sirve para determinar la respuesta del sistema de secado a un escalón de entrada (figura 2.5). Podemos observar en dicha figura que el sistema de secado posee una respuesta estable pero con tiempo muerto.

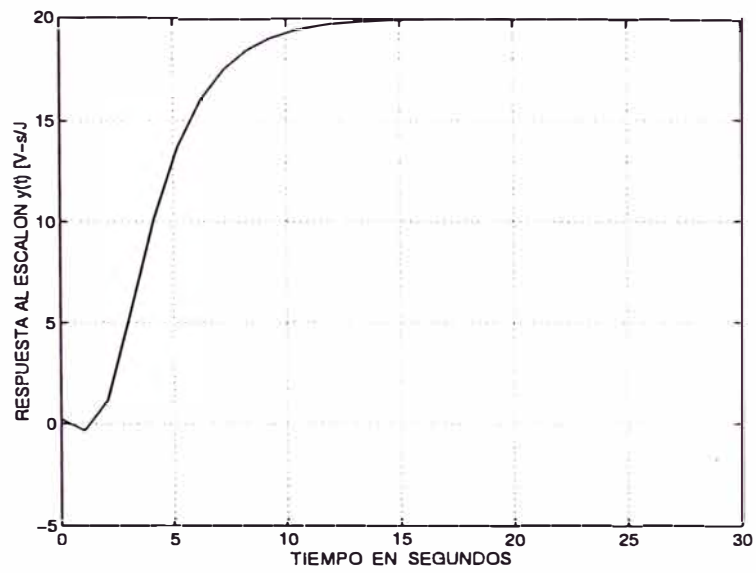


Figura 2.5: Respuesta a un escalón del sistema de secado.

# CAPÍTULO III

## CONTROL OPTIMO DEL SECADO

### 3.1 Introducción

Este capítulo, así como también los capítulos IV y V sigue el procedimiento de diseño de los sistemas de control descritos en libro de la referencia [6]. El control óptimo se ocupa de determinar el “mejor” sistema de control mediante la aplicación de una técnica óptima de diseño. El procedimiento de diseño de un sistema de control óptimo consiste en encontrar un mínimo o un máximo, dado el caso, de una función de costo con el propósito de determinar los parámetros óptimos de una ley de control.

En este estudio el diseño del sistema de control se realiza en el campo discreto. Para sistemas discretos, la función de costo generalmente posee la forma siguiente:

$$J = \sum_{k=0}^N L(\mathbf{x}(k), \mathbf{r}(k), \mathbf{u}(k)) \quad (3.1)$$

donde  $k$  es el tiempo discreto,  $N$  es el tiempo discreto final,  $\mathbf{x}(k)$  es el vector de estado,  $\mathbf{r}(k)$  es el vector de referencia (entrada al sistema de control) y  $\mathbf{u}(k)$  es el vector de control óptimo. Esta ley o fuerza de control es la entrada manipulable del proceso.

Este capítulo desarrolla el procedimiento para diseñar el sistema de control óptimo estacionario, usando una ley de control óptima cuadrática discreta y empleando un observador óptimo para estimar los estados. Sólo la señal medible humedad es disponible para procesamiento. La configuración usada para el diseño del sistema de control de secado es la del regulador óptimo proporcional–integral, la cual añade un integrador al controlador con el propósito de reducir el error en estado estable. El resultado del diseño proporciona una matriz de ganancia que multiplicada por el vector de estado estimado del proceso, resulta en una ley de control óptima cuadrática.

### 3.2 Solución del Problema de Control Óptimo

Resolver el problema del control óptimo cuadrático discreto estacionario significa encontrar una adecuada ley de control óptima que sea capaz de trasladar la dinámica del proceso desde un estado inicial  $\mathbf{x}(0)$  hacia un estado final deseado  $\mathbf{x}(N)$ . La fuerza de control óptima  $\mathbf{u}(k)$  es el resultado de la minimización de una función de costo cuadrática discreta. Esta fuerza de control aplicada al sistema a controlar, provoca que dicho sistema responda en una forma lo más cercano al óptimo. El control óptimo cuadrático discreto estacionario se basa en la siguiente función de costo:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} [\mathbf{x}^T(k)Q\mathbf{x}(k) + \mathbf{u}^T(k)R\mathbf{u}(k)] \quad (3.2)$$

donde  $\mathbf{x}(k)$  es el vector de estado de dimensión  $n$  y  $\mathbf{u}(k)$  es el vector de control de dimensión  $r$ . La matriz simétrica semidefinida positiva  $Q$  (de dimensión  $n \times n$ ) pondera la importancia del vector de estado  $\mathbf{x}(k)$ , y la matriz simétrica definida positiva  $R$  (de dimensión  $r \times r$ ) pondera la importancia de la señal de control  $\mathbf{u}(k)$ . Una matriz es definida positiva cuando todos sus eigenvalores son positivos, mientras que una matriz es definida negativa cuando sus eigenvalores pueden ser positivos o nulos.

La ley del control óptima empleada, es del tipo que emplea la realimentación del vector de estados  $\mathbf{x}(k)$  en su descripción y posee la forma siguiente:

$$\mathbf{u}(k) = -K\mathbf{x}(k) \quad (3.3)$$

donde  $K$  (de dimensión  $r \times n$ ) es la matriz de ganancia del controlador, denominada también matriz de realimentación de estados. Una condición necesaria para poder aplicar el control por realimentación de estados es que el proceso sea completamente controlable. Por consiguiente, será necesario verificar dicha condición en el proceso antes de iniciar el procedimiento de diseño.

La realimentación de estados requiere además que todos los estados sean disponibles ya sea mediante medición o mediante estimación de estados. Esta estimación puede ser realizada empleando la técnica de observación de estados. El requerimiento del observador es que el sistema a controlar sea completamente observable.

Por la ecuación (2.7) sabemos que el sistema puede ser modelado mediante

la siguiente ecuación de estado discreta:

$$\mathbf{x}(k+1) = G\mathbf{x}(k) + H\mathbf{u}(k)$$

donde  $G$  es la matriz de estado de dimensión  $n \times n$  y  $H$  es la matriz de control de dimensión  $n \times r$ . El proceso debe ser de estado completamente controlable; es decir, que en un tiempo finito, sus estados puedan ser transferidos desde un estado inicial arbitrario a cualquier otro estado deseado. La condición necesaria y suficiente que el proceso sea completamente controlable es que la matriz de controlabilidad  $M$  del sistema:

$$M = \begin{bmatrix} H & GH & \dots & G^{n-1}H \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

posea rango completo; es decir, el rango de  $M$  debe ser igual al orden  $n$  del sistema. Por otra parte, un proceso es completamente observable, cuando sus estados se pueden reconstruir completamente usando las observaciones (mediciones del proceso), lo que matemáticamente implica que la siguiente matriz  $N$  de observabilidad:

$$N = \begin{bmatrix} C & CG & \dots & CG^{n-1} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

posea rango completo  $n$ . La matriz de ganancia del controlador que es solución al problema del control óptimo cuadrático estacionario tiene la expresión siguiente:

$$K = [R + H^T P H]^{-1} H^T P G \quad (3.6)$$

donde  $P$  es una matriz simétrica definida positiva de dimensión  $n \times n$ . Dicha matriz es solución de la siguiente ecuación matricial de Riccati:

$$P = Q + G^T P G - G^T P H [R + H^T P H]^{-1} H^T P G \quad (3.7)$$

Mediante la siguiente fórmula recursiva, se puede obtener la matriz  $P$  de la ecuación que es solución de la ecuación de Riccati. La fórmula es:

$$P(k+1) = Q + G^T P(k) G - G^T P(k) H [R + H^T P(k) H]^{-1} H^T P(k) G \quad (3.8)$$

El diagrama de bloques del control óptimo de estado estacionario se representa en la figura 3.1, para el caso en que todos los estados se encuentran disponibles. Para operación satisfactoria del sistema de lazo cerrado mostrada en dicha figura, todos los eigenvalores de su ecuación característica:

$$\det[zI - G + HK] = 0 \quad (3.9)$$

deben poseer valor absoluto menor que uno, es decir, posicionarse dentro del círculo unitario.

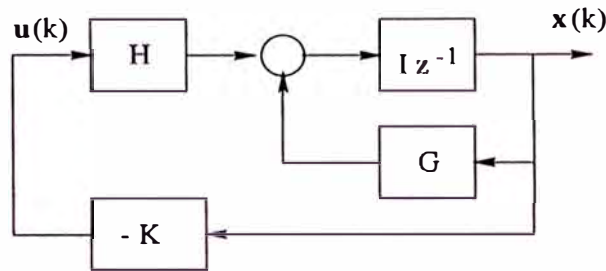


Figura 3.1: Sistema de control óptimo a lazo cerrado.

En el diagrama de bloques de la figura 3.1, no aparece explícitamente la señal de referencia. Es por ello que en aplicaciones prácticas, se prefiere usar la configuración del regulador óptimo proporcional-integral (o sistema de control óptimo proporcional-integral) que se detalla a continuación.

### 3.3 El Regulador Óptimo Proporcional Integral

La figura 3.2 muestra la configuración del regulador óptimo proporcional-integral [4], [6]. Observar que incluye acción integral en el sistema de control vía un integrador con señal de salida  $v(k)$  y una ganancia integral  $K_I$  asociada. Dado

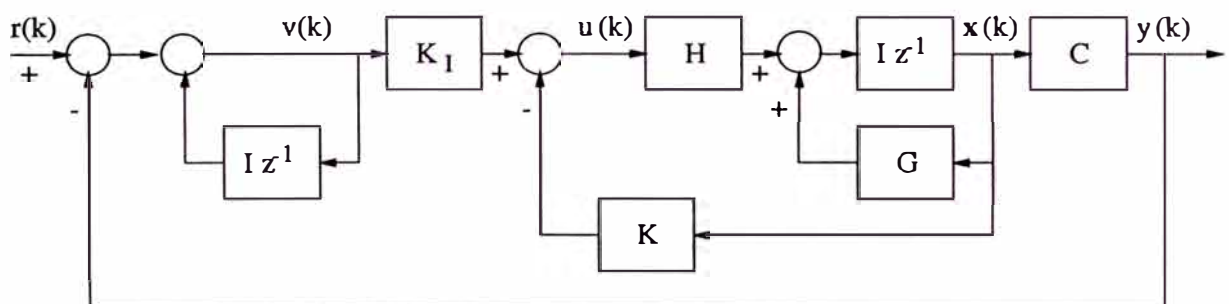


Figura 3.2: El controlador óptimo proporcional integral.

que la señal de referencia  $r(k)$  es un escalón unitario, de la figura 3.2 podemos deducir que las ecuaciones de estado y de salida del proceso son:

$$\mathbf{x}(k+1) = G\mathbf{x}(k) + H\mathbf{u}(k) \quad \mathbf{y}(k) = C\mathbf{x}(k) \quad (3.10)$$

La señal de control  $\mathbf{u}(k)$  tiene la forma:

$$\mathbf{u}(k) = -K\mathbf{x}(k) + K_I v(k) \quad (3.11)$$

donde la matriz de ganancia del controlador viene dada por:

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 & \cdots & K_n \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Notar que la ecuación para el integrador resulta:

$$v(k) = v(k-1) + r(k) - y(k) \quad (3.13)$$

de donde, para el tiempo  $v(k+1)$  se obtiene:

$$\begin{aligned} v(k+1) &= v(k) + r(k+1) - y(k+1) \\ &= v(k) + r(k+1) - C[G\mathbf{x}(k) + Hu(k)] \\ &= (1 - CHK_I)v(k) + (-CG + CHK)\mathbf{x}(k) + r(k+1) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Empleando las ecuaciones (3.10) y (3.11) podemos encontrar que:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= G\mathbf{x}(k) + H[-K\mathbf{x}(k) + K_I v(k)] \\ &= (G - HK)\mathbf{x}(k) + H K_I v(k) \end{aligned} \quad (3.15)$$

y de las ecuaciones (3.14) y (3.15) hallamos:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ v(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G - HK & HK_I \\ -CG + CHK & 1 - CHK_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ v(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(k+1) \quad (3.16)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ v(k) \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

En el estado de equilibrio, es decir, cuando  $k \rightarrow \infty$  y todas las derivadas desaparecen, las variables  $\mathbf{x}(k)$ ,  $u(k)$  y  $v(k)$  toman valores estacionarios  $\mathbf{x}(\infty)$ ,  $u(\infty)$  y  $v(\infty)$ . Así la ecuación (3.16) se convierte en:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}(\infty) \\ v(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G - HK & HK_I \\ -CG + CHK & 1 - CHK_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(\infty) \\ v(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ r \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Definiendo:

$$\mathbf{x}(k) - \mathbf{x}(\infty) = \mathbf{x}_e(k) \quad (3.19)$$

$$v(k) - v(\infty) = v_e(k) \quad (3.20)$$



y restando ahora la ecuación (3.18) de (3.16), y luego usando las relaciones (3.19) y (3.20) se produce:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_e(k+1) \\ v_e(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} G - HK & HK_I \\ -CG + CHK & 1 - CHK_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_e(k) \\ v_e(k) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} G & 0 \\ -CG & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_e(k) \\ v_e(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H \\ -CH \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -K & K_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_e(k) \\ v_e(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.21)$$

Observar que la ecuación (3.21) puede ser escrita como:

$$\xi(k+1) = \tilde{G}\xi(k) + \tilde{H}w(k) \quad w(k) = -\tilde{K}\xi(k) \quad (3.22)$$

donde:

$$\xi(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_e(k) \\ v_e(k) \end{bmatrix} \quad \tilde{G}(k) = \begin{bmatrix} G & 0 \\ -CG & I \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$\tilde{H}(k) = \begin{bmatrix} H \\ -CH \end{bmatrix} \quad \tilde{K}(k) = \begin{bmatrix} K & -K_I \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Es importante anotar que la inclusión de un integrador en el sistema de control aumenta en uno el orden del sistema; es decir, si  $n$  es el orden del sistema original, el nuevo orden del sistema con un integrador es  $(n+1)$ . En otras palabras, el vector de estado  $x(k)$  del sistema original posee dimensión  $n$ , mientras que el vector de estado  $\xi(k)$  del sistema de control proporcional integral posee dimensión  $(n+1)$ .

Como el orden del sistema ha aumentado, las relaciones anteriores requieren que se formule la siguiente función de costo:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \xi(k)^T \tilde{Q} \xi(k) + w^2(k) \tilde{R} \right] \quad (3.25)$$

Entonces, en lugar de calcular  $K$ , debemos de calcular una matriz  $\tilde{K}$  adecuada de forma tal que minimice la función de costo dada en la ecuación (3.25). La ecuación de Riccati y la ecuación de ganancia del controlador  $\tilde{K}$  resultan:

$$\tilde{P} = \tilde{Q} + \tilde{G}^T \tilde{P} \tilde{G} - \tilde{G}^T \tilde{P} \tilde{H} [\tilde{R} + \tilde{H}^T \tilde{P} \tilde{H}]^{-1} \tilde{H}^T \tilde{P} \tilde{G} \quad (3.26)$$

$$\tilde{K} = [\tilde{R} + \tilde{H}^T \tilde{P} \tilde{H}]^{-1} \tilde{H}^T \tilde{P} \tilde{G} \quad (3.27)$$

### 3.4 El Observador Óptimo de Estados

El vector de estado estimado  $\hat{\mathbf{x}}(k)$  puede ser obtenido mediante el siguiente observador óptimo, cuya ecuación de observación es [6]:

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \hat{G}(k)\hat{\mathbf{x}}(k) + \hat{H}(k)u(k) + K_o(k)[y(k) - \hat{C}(k)\hat{\mathbf{x}}(k)] \quad (3.28)$$

En la ecuación (5.8), la matriz de ganancia  $K_o(k)$  se calcula de:

$$K_o(k) = P_o(k)\hat{C}^T(k)[\hat{C}(k)P_o(k)\hat{C}^T(k) + R_o]^{-1} \quad (3.29)$$

donde  $P_o(k)$  es una matriz simétrica definida positiva, solución única de la siguiente ecuación matricial discreta asociada de Riccati:

$$P_o(k+1) = Q_o + \hat{G}^T(k)P_o(k)\hat{G}(k) - \hat{G}^T(k)K_o(k)\hat{C}(k)P_o(k)\hat{G}(k) \quad (3.30)$$

donde  $Q_o$  y  $R_o$  son matrices de covarianza definidas positivas y asociadas a disturbios estocásticos que pueden afectar los estados y la salida del sistema.

### 3.5 Simulación

El programa arconopt.m escrito en código MATLAB [3], cuyo listado se muestra en el Anexo, resuelve el problema del control de la reducción de humedad. Recordar que la señal de referencia de humedad se fija en 1 V/K para que los artículos secados sólo queden con 5 % de humedad (un valor aceptable en nuestro caso). Este programa emplea las ecuaciones deducidas arriba para el caso específico de la dinámica correspondiente al sistema de secado, e incluye un observador para la estimación de los estados del sistema. Dicho programa es auto-explicativo y el resultado del control del sistema se ilustra en la figura 3.3.

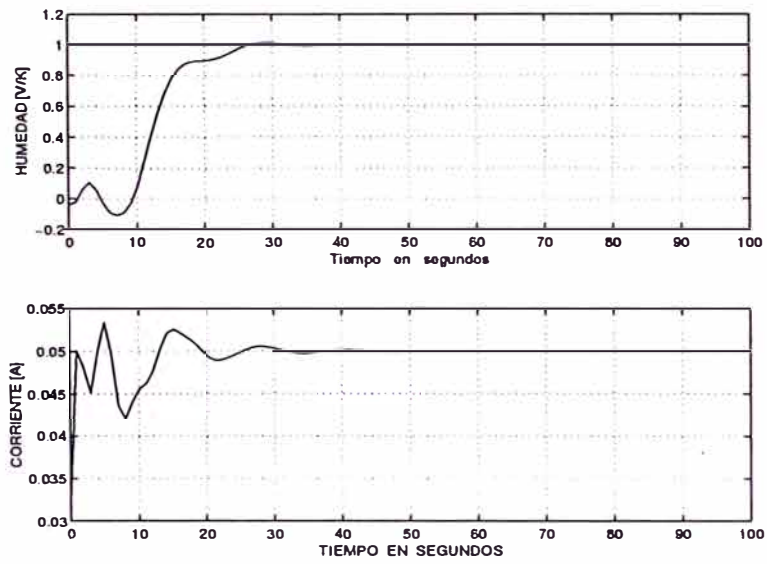


Figura 3.3: Control óptimo del secado por reducción de humedad.

# CAPÍTULO IV

## CONTROL PREDICTIVO DEL SECADO

### 4.1 Principios del Control Predictivo

Este capítulo, así como también los capítulos III y V sigue el procedimiento de diseño de los sistemas de control descritos en libro de la referencia [6]. En este capítulo se desarrolla un procedimiento para diseñar un sistema de control de secado empleando la técnica de control predictivo basado en modelos. El algoritmo de control predictivo empleado es el denotado control matricial dinámico, cuya versión más simple es una ley de control escalar. En el control del sistema de secado emplearemos ambos algoritmos.

El Control Predictivo Basado en Modelos y descrito en las referencias [2], [1] entre otras, es una técnica de control que usa el modelo del sistema para calcular y optimizar las predicciones de las acciones de control y de la salida controlada. Los diferentes tipos de control predictivo basado en modelos difieren principalmente en el modelo usado para representar el proceso con sus perturbaciones si las hubiera, y en las funciones de costo a ser minimizadas (con o sin restricciones).

Es importante recalcar que el control predictivo ya cuenta con muchas contribuciones, tanto en lo académico como también en el mundo industrial. Muchas aplicaciones del control predictivo son usadas hoy en todos los campos de la actividad industrial. El buen rendimiento de tales aplicaciones es muy apreciada; por ello, actualmente ha crecido el interés en esta metodología, no obstante de que el trabajo pionero se inició hace dos décadas y media.

Fundamentalmente, el control predictivo pronostica la salida de la planta en un horizonte de tiempo de duración  $N_2$ . Dicha predicción depende de las salidas y entradas pasadas, pero también del escenario del control futuro. La deducción de un modelo dinámico que capture lo más fielmente posible la dinámica del sistema, es de vital importancia para tener éxito en las aplicaciones.

Es convencional la notación usada en el control predictivo. Así,  $t$  es el

tiempo discreto ( $t = 0, 1, 2, \dots$ );  $u(t)$  es la entrada al proceso y constituye la señal de control;  $y(t)$  es la salida del proceso y es la variable controlada;  $w(t)$  es la trayectoria deseada (o "set point");  $r(t)$  denota la trayectoria referencial;  $u(t+k/t)$  son los valores futuros de la entrada en el tiempo  $t+k$  postulados en el tiempo  $t$ ;  $y(t+k/t)$ , son los valores futuros de la salida basado en las mediciones disponibles en el tiempo  $t$ :

$$\{y(t), y(t-1), \dots, u(t-1), u(t-2), \dots\}$$

y en los valores futuros de la entrada postulados en el tiempo  $t$ :

$$\{u(t/t), u(t+1/t), \dots\}$$

Con relación a la figura 4.1, la estrategia del control predictivo se puede caracterizar como:

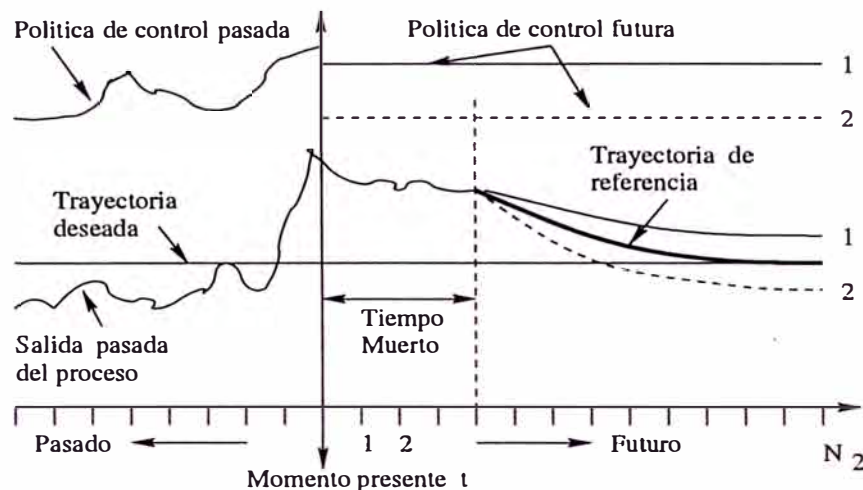


Figura 4.1: Estrategia del control predictivo.

- Para cada tiempo  $t$ , la salida del proceso  $y(t+k)$  se pronostica sobre un horizonte  $k = 1 \dots N_2$ . Los valores pronosticados se denominan  $y(t+k/t)$  y  $N_2$  es el horizonte de predicción. La predicción se realiza usando el modelo del sistema. Dicho pronóstico depende de las entradas y salidas pasadas, pero también del escenario del control futuro  $u(t+k/t)$ ,  $k = 0, \dots, N_2-1$ ; es decir, de las acciones de control que se intentan aplicar a partir del tiempo  $t$ .
- Una trayectoria de referencia  $r(t+k/t)$ ,  $k = 1, \dots, N_2$ , que se inicia en  $r(t/t) = y(t)$  y se define sobre el horizonte de predicción. Esta trayectoria

sirve para guiar la salida del proceso desde su valor actual  $y(t)$  hasta la trayectoria deseada  $w(t)$ .

- c) El vector de control  $\mathbf{u}(t + k/t)$ ,  $k = 0, \dots, N_2 - 1$ , el cual se calcula para minimizar una función de costo específica que depende del error del control predictivo  $r(t + k/t) - y(t + k/t)$ ,  $k = 1, \dots, N_2$ .
- d) Al proceso actual sólo se le aplica el primer elemento del vector de control calculado  $\mathbf{u}(t + k/t)$ ,  $k = 0, \dots, N_2 - 1$ , mientras que los demás elementos se dejan de lado. En el próximo instante de muestreo, todas las secuencias temporales se desplazan para dar cabida a las nuevas mediciones de la salida  $y(t + 1)$  y a las del vector de control  $\mathbf{u}(t + k + 1/t + 1)$ , cuyo primer elemento es generalmente diferente al primer elemento del vector  $\mathbf{u}(t + k/t)$ , previamente calculado. Este principio se denomina estrategia del “horizonte retroactivo”.

En conclusión, la estrategia del control predictivo comprende: el proceso de predicción a través del modelo del proceso, la especificación de una trayectoria de referencia, la estructuración de la futura ley de control, la definición de la función de costo (y sus restricciones) y el cálculo del escenario de control óptimo (ver figura 4.2.)

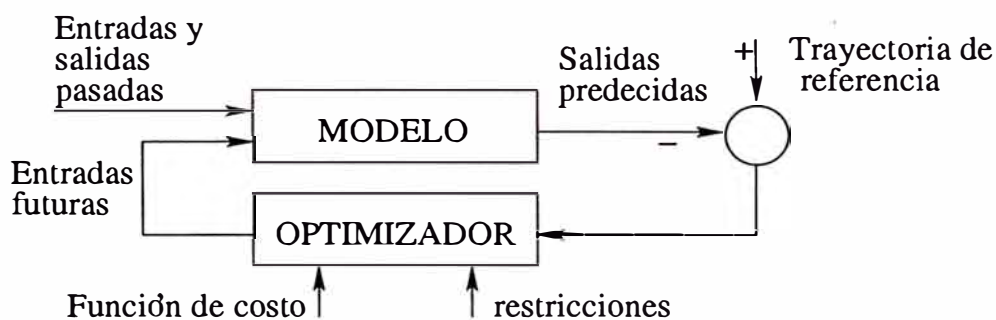


Figura 4.2: Estrategia del Control Predictivo Basado en Modelos

## 4.2 El Modelo CARIMA del Sistema de Secado

El sistema de secado posee una entrada y una salida, y se puede modelar como:

$$y(t) = x(t) + n(t) \quad (4.1)$$

La señal de disturbio  $n(t)$  puede incluir todos los efectos no deseados en la salida  $y(t)$ . Esta señal representa el efecto conjunto de todos los disturbios sobre

el proceso, otras entradas no medibles, ruido de medición, errores de modelado, incertidumbres, etc. En nuestro caso, la señal de disturbio o ruido no está presente.

El modelo CARIMA, del inglés “Controlled Autoregressive Integrated Moving Average”, es un modelo lineal básico y es el que emplearemos en este estudio. El modelo CARIMA del sistema a controlar puede ser representado por:

$$A(z^{-1})y(t) = \frac{B(z^{-1})}{P(z^{-1})}u(t) + \frac{D(z^{-1})}{Q(z^{-1})}e(t) \quad (4.2)$$

donde:

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + \dots + a_{n_a}z^{-n_a} \quad B(z^{-1}) = b_1z^{-1} + \dots + b_{n_b}z^{-n_b}$$

$$Q(z^{-1}) = 1 + q_1z^{-1} + \dots + q_{n_d}z^{-n_d} \quad D(z^{-1}) = 1 + d_1z^{-1} + \dots + d_{n_d}z^{-n_d}$$

$$P(z^{-1}) = 1 + p_1z^{-1} + \dots + d_{n_d}z^{-n_d}$$

Por ejemplo, para el sistema de secado o reducción de humedad (sección 2.3) se determinó que sus ecuaciones de estado y de salida (ecuación 2.6) son:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \quad y = \mathbf{C}\mathbf{x}$$

mientras que su correspondiente representación discreta (ecuación (2.7)) es:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{G}\mathbf{X}(k) + \mathbf{H}u(k) \quad y(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}$$

La representación CARIMA para este sistema toma la forma:

$$\begin{aligned} y(t) &= x(t) + n(t) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u(t) + \frac{D(z^{-1})}{A(z^{-1})}n(t) \\ &= \frac{b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + b_3z^{-3} + b_4z^{-4} + b_5z^{-5}}{1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + a_3z^{-3} + a_4z^{-4} + a_5z^{-5}}u(t) \end{aligned} \quad (4.3)$$

donde  $z$  es el operador de desplazamiento (transformada  $z$ ). La relación anterior conduce a la ecuación de diferencias:

$$\begin{aligned} y(t) &= -a_1y(t-1) - a_2y(t-2) - a_3y(t-3) - a_4y(t-4) - a_5y(t-5) \\ &\quad + b_1u(t-1) + b_2u(t-2) + b_3u(t-3) + b_4u(t-4) + b_5u(t-5) \end{aligned} \quad (4.4)$$

### 4.3 El Controlador Predictivo

La finalidad del controlador predictivo es determinar el vector de control  $u(t + k/t)$ ,  $k = 0, \dots, N_2 - 1$ , que minimice la siguiente función de costo:

$$J = \sum_{k=N_1}^{N_2} [r(t + k/t) - y(t + k/t)]^2 + \lambda \sum_{k=0}^{N_u-1} [\Delta u(t + k/t)]^2 \quad (4.5)$$

en donde, por definición:

$$\Delta u(t + k/t) = u(t + k/t) - u(t + k - 1/t) \quad (4.6)$$

con  $\Delta u(t + k/t) = 0$  para  $k \geq N_u$ . La trayectoria de referencia está representada por la relación:

$$r(t + k/t) = \alpha r(t + k - 1/t) + (1 - \alpha)w(t + k/t) \quad (4.7)$$

evaluada para  $k = 1, \dots, N_2$ , con  $r(t/t) = y(t)$ .

Por consiguiente, los parámetros de diseño son:  $N_1$  horizonte de predicción mínimo;  $N_2$  horizonte de predicción máximo (por defecto podemos considerar  $N_2 = N_1 + 1, \dots, N_1 + 10$ );  $N_u$  horizonte de control (por defecto considerar  $N_u = 1$ );  $N_1, \dots, N_2$  horizonte de coincidencia (por defecto considerar el tiempo muerto  $N_1$ );  $\lambda$ : parámetro de ponderación (por defecto, cero);  $\alpha$ : parámetro de filtraje (por defecto, cero).

Observar que la trayectoria de referencia dada en (4.7) es un filtro de primer orden para  $w(t)$ , de la forma:

$$\frac{r(z)}{w(z)} = \frac{1 - \alpha}{1 - \alpha z^{-1}} = \frac{z(1 - \alpha)}{z - \alpha} \quad (4.8)$$

En su formulación, la ley de control predictiva requiere de las denominadas respuestas libre  $y_{libre}(t + k/t)$  y forzada  $y_{forz}(t + k/t)$ . Dichas respuestas constituyen los componentes de respuesta futura  $y(t + k/t)$ :

$$y(t + k/t) = y_{libre}(t + k/t) + y_{forz}(t + k/t) \quad (4.9)$$

La respuesta libre  $y_{libre}(t + k/t)$  puede ser calculada notando que es la respuesta del sistema asumiendo que las señales de control futuras igualan al control previo  $u(t - 1)$ ; es decir:

$$u(t/t) = u(t - 1), \quad u(t + 1/t) = u(t - 1), \quad u(t + 2/t) = u(t - 1), \dots$$



y que sólo los incrementos antes del instante  $t$ , es decir,  $u\Delta(t-1), u\Delta(t-2), \dots$ , aparecen en dicha respuesta. Esto significa que:

$$\Delta u(t/t) = \Delta u(t+1/t) = \dots = \Delta u(t+N_u-1/t) = 0$$

Como ejemplo, la respuesta libre del sistema de secado se obtiene partiendo de la ecuación (4.4) sin considerar perturbaciones:

$$\begin{aligned} y(t) &= -a_1y(t-1) - a_2y(t-2) - a_3y(t-3) - a_4y(t-4) - a_5y(t-5) \\ &\quad + b_1u(t-1) + b_2u(t-2) + b_3u(t-3) + b_4u(t-4) + b_5u(t-5) \\ y(t+1) &\quad -a_1y(t) - a_2y(t-1) - a_3y(t-2) - a_4y(t-3) - a_5y(t-4) \\ &\quad + b_1u(t) + b_2u(t-1) + b_3u(t-2) + b_4u(t-3) + b_5u(t-4) \\ y(t+1) - y(t-1) &= -a_1y(t) - (a_2 - a_1)y(t-1) - (a_3 - a_2)y(t-2) \\ &\quad - (a_4 - a_3)y(t-3) - (a_5 - a_4)y(t-4) + a_5y(t-5) \\ &\quad + b_1u(t) + (b_2 - b_1)u(t-1) + (b_3 - b_2)u(t-2) \\ &\quad + (b_4 - b_3)u(t-3) + (b_5 - b_4)u(t-4) - b_5u(t-5) \\ y(t+1) &\quad (1 - a_1)y(t) - (a_2 - a_1)y(t-1) - (a_3 - a_2)y(t-2) \\ &\quad - (a_4 - a_3)y(t-3) - (a_5 - a_4)y(t-4) + a_5y(t-5) \\ &\quad + b_1\Delta u(t) + b_2\Delta u(t-1) + b_3\Delta u(t-2) + b_4\Delta u(t-3) + b_5\Delta u(t-4) \end{aligned}$$

En la última ecuación podemos eliminar el término donde aparece  $\Delta u(t)$ . Operando en forma similar, en la ecuación correspondiente a  $y(t+2)$  eliminaremos los términos donde aparecen  $\Delta u(t)$  y  $\Delta u(t+1)$ , y así sucesivamente, tal como se ilustra en los programas en código MATLAB [3] `arconprea.m` y `arconpreb.m` listadas más adelante.

Por otro lado, la componente forzada  $y_{forz}(t+k/t)$  aparece debido al resultado de dos efectos. El primero, causado por la acción del control futuro; es decir, causado por las señales  $\Delta u(t/t), \Delta u(t+1/t), \dots, \Delta u(t+N_u-1/t)$ . El segundo efecto se debe a las respuestas del proceso a una secuencia de entradas escalón. Así, un escalón con amplitud  $\Delta u(t/t)$  aplicado al proceso en el tiempo  $t$ , resulta en una contribución  $g_k\Delta u(t/t)$  en la salida del proceso en el tiempo  $t+k$  (figura 4.3(a)); un escalón con amplitud  $\Delta u(t+1/t)$  aplicado al proceso en el tiempo  $t+1$ , resulta en una contribución  $g_k\Delta u(t+1/t)$  para la salida del proceso en el tiempo  $t+k-1$  (figura 4.3(b)); etc.

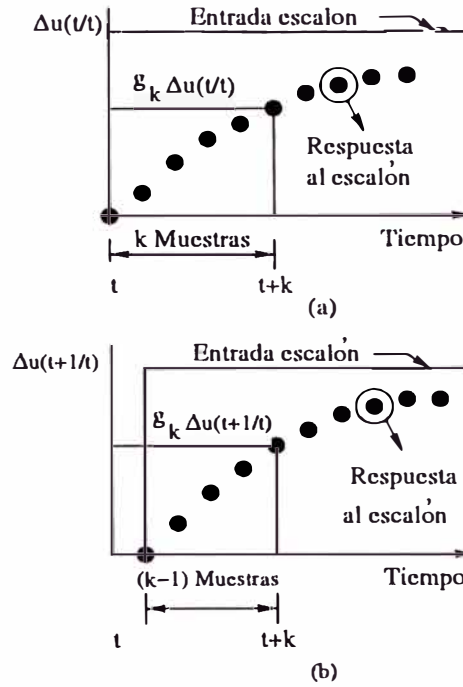


Figura 4.3: El efecto de las entradas tipo escalón en la salida forzada.

De este modo, el efecto acumulativo de todos los escalones es:

$$y_{forz}(t+k/t) = g_k \Delta u(t/t) + g_{k-1} \Delta u(t+1/t) + \dots + g_{k-N_u+1} \Delta u(t+N_u-1/t) \quad (4.10)$$

donde los parámetros  $g_1, \dots, g_{N_2}$  son los coeficientes de la respuesta del sistema al escalón unitario.

Para el sistema de secado, su respuesta forzada se determina como sigue. Partiendo de la ecuación (4.4) sin considerar perturbaciones:

$$\begin{aligned} y(t) = & -a_1 y(t-1) - a_2 y(t-2) - a_3 y(t-3) - a_4 y(t-4) - a_5 y(t-5) \\ & + b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2) + b_3 u(t-3) + b_4 u(t-4) + b_5 u(t-5) \end{aligned}$$

Como por definición la entrada escalón es  $u(t) = 1$  para  $t \geq 0$  y  $u(t) = 0$  para  $t < 0$ , por consiguiente, la ecuación que determina la respuesta al escalón correspondiente a  $y(t)$  resulta:

$$y(t) = -a_1 y(t-1) - a_2 y(t-2) - a_3 y(t-3) - a_4 y(t-4) - a_5 y(t-5) = 0 = g_0$$

Ya que  $y(t-1) = y(t-2) = y(t-3) = y(t-4) = y(t-5) = 0$ . Para el caso  $y(t+1)$ , con  $u(t) = 1$  tenemos:

$$\begin{aligned} y(t+1) = & -a_1 y(t) - a_2 y(t-1) - a_3 y(t-2) - a_4 y(t-3) - a_5 y(t-4) \\ & + b_1 u(t) + b_2 u(t-1) + b_3 u(t-2) + b_4 u(t-3) + b_5 u(t-4) = b_1 = g_1 \end{aligned}$$

y así sucesivamente, tal como se ilustra en los programas escritos en código MATLAB `arconprea.m` y `arconpreb.m`.

Expandiendo la ecuación (4.10) se obtiene la siguiente expresión para la componente forzada:

$$\mathbf{Y}_{forz} = G\mathbf{U} \quad (4.11)$$

donde:

$$\mathbf{Y}_{forz} = \left[ y_{forz}(t + N_1/t) \quad y_{forz}(t + N_1 + 1/t) \quad \cdots \quad y_{forz}(t + N_2/t) \right]^T$$

$$G = \begin{bmatrix} g_{N_1} & g_{N_1-1} & \cdots & \cdots \\ g_{N_1+1} & g_{N_1} & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ g_{N_2} & g_{N_2-1} & \cdots & g_{N_2-N_u+1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U} = \left[ \Delta u(t/t) \quad \Delta u(t + 1/t) \quad \cdots \quad \Delta u(t + N_u - 1/t) \right]^T$$

y empleando la ecuación (4.9), podemos escribir:

$$\mathbf{Y} = \bar{\mathbf{Y}} + G\mathbf{U} \quad (4.12)$$

donde:

$$\mathbf{Y} = [y(t + N_1/t) \dots y(t + N_2/t)]^T; \quad \mathbf{U} = [\Delta u(t/t) \dots \Delta u(t + N_u - 1/t)]^T$$

$$\bar{\mathbf{Y}} = [y_{libre}(t + N_1/t) \dots y_{libre}(t + N_2/t)]^T$$

También:

$$\mathbf{R} = [r(t + N_1/t) \dots r(t + N_2/t)]^T$$

Usando la notación anterior, la función de costo (ecuación (4.5)) produce:

$$(\mathbf{R} - \mathbf{Y})^T(\mathbf{R} - \mathbf{Y}) + \lambda \mathbf{U}^T \mathbf{U} = [(\mathbf{R} - \bar{\mathbf{Y}}) - G\mathbf{U}]^T [(\mathbf{R} - \bar{\mathbf{Y}}) - G\mathbf{U}] + \lambda \mathbf{U}^T \mathbf{U} \quad (4.13)$$

la cual es cuadrática en  $\mathbf{U}$ , y cuya minimización por diferenciación resulta en:

$$\mathbf{U}^* = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (\mathbf{R} - \mathbf{Y}) \quad (4.14)$$

En este punto se debe indicar que solamente el primer elemento  $\Delta u(t/t)$  de  $\mathbf{U}^*$  es necesario para computar la entrada de control actual  $u(t) = u(t - 1) + \Delta u(t/t)$ .

El mismo procedimiento se repite para la nueva medición  $y(t + 1)$  en el próximo instante de tiempo  $t + 1$ . Este procedimiento se denomina el principio del “horizonte retroactivo”.

Por otra parte, la matriz  $[G^T G + \lambda I]$  a ser invertida tiene dimensión  $N_u \times N_u$ . Para el caso por defecto, es decir, para  $N_u = 1$ , se obtiene una ley de control escalar (con muy buenos resultados en muchos casos prácticos) de la forma:

$$\Delta u(t) = \frac{\sum_{k=N_1}^{N_2} g_k [r(t + k/t) - y_{libre}(t + k/t)]}{\sum_{k=N_1}^{N_2} g_k^2 + \lambda} \quad (4.15)$$

Cabe anotar que el problema de control presentado en la subsección anterior fue formulado bajo condiciones de control sin restricciones; es decir, considerando que todas las señales poseen rango ilimitado. Sin embargo, esto no es realista. En la práctica, todos los procesos están sujetos a restricciones. Por ejemplo, en el caso de un servosistema no lineal, si la señal de control  $u(t)$  es demasiado grande, entonces el amplificador del voltaje de armadura se puede saturar produciéndose su deterioro.

En presencia de restricciones no es posible la solución analítica del problema de minimización, debiendo recurrirse a dos posibles soluciones. La primera solución es tratar a todas las variables como si no tuvieran restricciones. Posteriormente, conforme a rangos previamente especificados (las restricciones), proceder mediante software, con el corte o la limitación de las magnitudes de las variables con restricciones. La otra solución requiere el empleo de técnicas numéricas, tales como la programación cuadrática. Nosotros no trataremos estas alternativas porque como veremos más adelante, la señal de control computada, va a estar dentro de rangos permisibles.

El programa en código MATLAB `aconprea.m`, cuyo listado se muestra en el Anexo, resuelve el problema del control de secado usando control predictivo en su versión escalar (ecuación (4.15)). El resultado de la simulación se ilustra en la figura 4.4. Como se explicó en capítulo anterior, la referencia se ha fijado en 1 V/K (correspondiente al 5 % de humedad).

Asimismo, el programa en código MATLAB `arconpreb.m` (ver su listado en el Anexo) resuelve el problema del control de secado usando control predictivo en su versión matricial (ecuación (4.14)). El resultado de la simulación se ilustra en la figura 4.5. La referencia se ha fijado en 1 V/K (correspondiente al 5 % de humedad).

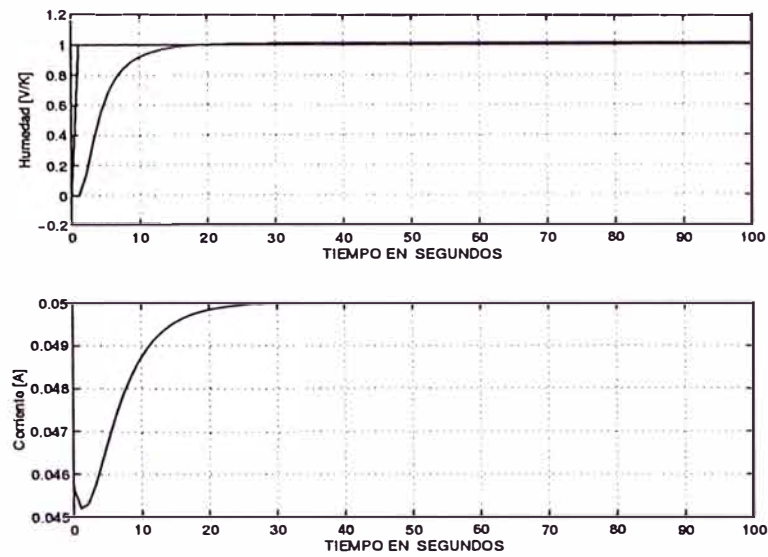


Figura 4.4: Control predictivo del sistema de secado empleando ley de control escalar.

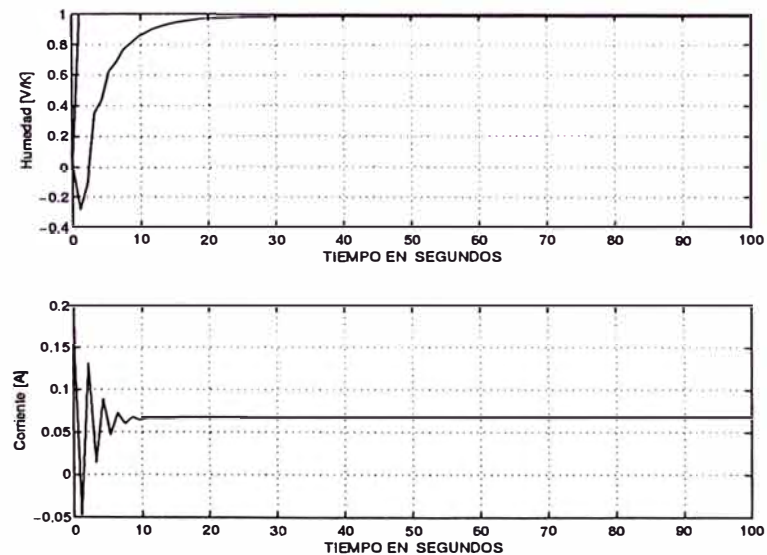


Figura 4.5: Control predictivo del sistema de secado empleando ley de control matricial.

# CAPÍTULO V

## CONTROL ADAPTIVO DEL SECADO

### 5.1 Introducción

Este capítulo, así como también los capítulos III y IV sigue el procedimiento de diseño de los sistemas de control descritos en libro de la referencia [6]. para el caso de los sistemas de control adaptivo, podemos mencionar que tales sistemas ajustan su comportamiento a las cambiantes propiedades del proceso controlado y de las señales que interactúan sobre dicho proceso. Por el contrario, los sistemas de control fijos se caracterizan por la presencia de una ley de control invariable con el tiempo. Existen dos grupos principales sistemas de control adaptivo: controladores adaptivos con un modelo referencial y controladores con autosintonización. En este capítulo se emplea la configuración de un sistema de control adaptivo que posee autosintonización, tal como se muestra en la figura 5.1 [6].

Este sistema combina en su diseño el método de estimación de parámetros de los mínimos cuadrados recursivo mejorado, la técnica de estimación óptima de estados, la representación de estado del modelo del proceso, y una ley de control: el controlador óptimo proporcional-integral. El objetivo del control es determinar una fuerza de control (o ley de control) capaz de minimizar la diferencia entre la salida del sistema de secado y la señal de referencia (humedad de los artículos fijados en un 5 % (equivalente a 1 V/K).

El sistema de control adaptivo con autosintonización mostrado en la figura 5.1 opera como sigue: luego de cada tiempo de muestreo, el vector estimado de parámetros  $\hat{\theta}$  se actualiza empleando los datos proporcionados por la entrada  $u$  del proceso y por la salida  $y$  del mismo. Luego, los elementos de  $\hat{\theta}$  se usan para recuperar el modelo lineal estimado del proceso  $\mathbf{x} = \hat{G}\mathbf{x} + \hat{H}u$  (el sombrero sobre las matrices  $G$  y  $H$  denota estimación), lo cual permite estimar el vector de estado del modelo del proceso  $\hat{\mathbf{x}}$ . Tales resultados se usan luego para computar

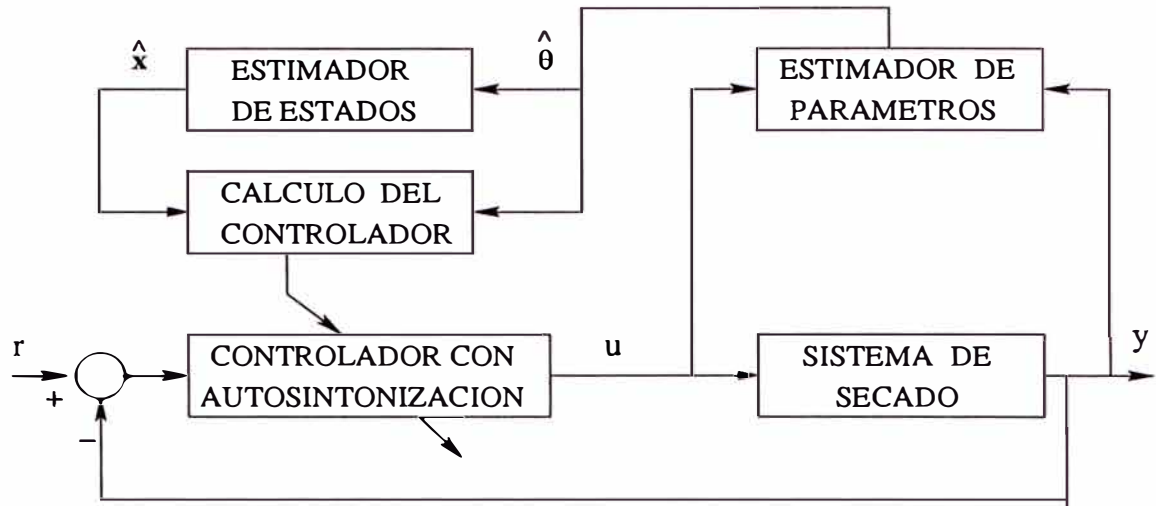


Figura 5.1: Configuración del sistema de control con autosintonización.

la ley de control  $u$ .

El modelo dinámico del sistema de secado está dado por las ecuación (2.7):

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{G}\mathbf{x}(k) + \mathbf{H}u(k) \quad y(k) = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (5.1)$$

y su ecuación de diferencias, de acuerdo a (4.4), es:

$$\begin{aligned} y(t) = & -a_1y(t-1) - a_2y(t-2) - a_3y(t-3) - a_4y(t-4) \\ & + b_1u(t-1) + b_2u(t-2) + b_3u(t-3) + b_4u(t-4) \end{aligned} \quad (5.2)$$

La ecuación polinomial correspondiente (modelo CARIMA) toma la forma:

$$\mathcal{A}(z^{-1})y(z) = \mathcal{B}(z^{-1})u(z) \quad (5.3)$$

donde  $z$  es el operador de desplazamiento, con:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(z^{-1}) &= 1 + a_1z^{-1} + \dots + a_nz^{-n} \\ \mathcal{B}(z^{-1}) &= b_1z^{-1} + \dots + b_nz^{-n} \end{aligned} \quad (5.4)$$

## 5.2 Estimación de los Parámetros del Sistema

La descripción dada en (5.2) tiene que ser reordenada como:

$$y(k) = \psi^T(k)\hat{\theta}(k) \quad (5.5)$$

donde el vector de información (o de medición)  $\psi$  contiene los valores presentes y pasados de la entrada  $u$  y de la salida  $y$ ; es decir:

$$\psi^T(k) = [y(k-1) \dots y(k-n) \quad u(k-1) \dots u(k-n)] \quad (5.6)$$

y el vector  $\hat{\theta}$  contiene los parámetros a ser estimados, a saber:

$$\hat{\theta}(k) = [-\hat{a}_1(k) \dots -\hat{a}_n(k) \quad \hat{b}_1(k) \dots \hat{b}_n(k)]^T \quad (5.7)$$

El algoritmo básico de los mínimos cuadrados recursivo puede emplearse para estimar los parámetros en juego. Sin embargo, tal algoritmo puede presentar problemas potenciales de índole numérico que podrían afectar el diseño final del controlador con autosintonización. Por tal motivo, este capítulo emplea el método de los mínimos cuadrados recursivo mejorado propuesto en [7] y usado satisfactoriamente en [6], el cual puede implementarse en la forma siguiente:

- 1) Obtener el vector de parámetros inicial  $\hat{\theta}(0)$  usando los parámetros valorados del modelo del proceso dadas en la ecuación (5.3).
- 2) La matriz de covarianza inicial  $P$  puede tener la forma  $P = \alpha I$ , donde  $I$  es la matriz identidad y  $\alpha \gg 1$ .
- 3) Tomar nuevas mediciones de  $Y(k)$  y de  $U(k)$  en el proceso, para obtener una nueva ecuación de la forma dada en (5.5).
- 4) Computar:  $\rho(k) = \max(1, \|\psi(k)\|)$ ;  $\psi_n = \psi/\rho(k)$
- 5) Determinar la matriz  $N(k)$  aplicando factorización Cholesky en:

$$N(k)N(k)^T = P(k)$$

- 6) Determinar la matriz diagonal de escalamiento  $S(k)$  con elementos  $s_{jj}$ . Tal matriz minimiza el número condicional del producto  $S(k)N(k)$  siempre que  $s_{jj} = 1/n_{jj}$ , donde cada  $n_{jj}$  se obtiene tomando el valor absoluto de la suma de los elementos de la fila  $j$  de  $N(k)$ .

- 7) Computar:

$$P_S(k) = S(k)P(k)S(k)$$

$$\psi_{nS} = [S(k)]^{-1}\psi_n$$

$$r(k) = 1 + \psi_{nS}^T(k)P_S(k-1)\psi_{nS}(k)$$

$$\lambda(k) = 1 - \frac{1}{2} \left[ r(k) - \sqrt{r^2(k) - \frac{4\|P_S(k-1)\psi_{nS}(k)\|^2}{\text{tr } P_S(k-1)}} \right]$$



$$\begin{aligned}
e_n(k) &= Y(k)/\rho(k) - \psi_n^T(k) \hat{\theta}(k-1) \\
j(k) &= [\psi_{nS}^T(k+1)P_S(k)\psi_{nS}(k+1) + \lambda(k)] \\
\hat{\theta}(k+1) &= \hat{\theta}(k) + S^{-1}(k)P_S(k)\psi_{nS}(k)e_n(k+1)/j(k) \\
H_{nS}(k+1) &= P_S(k)\psi_{nS}(k+1) \times [\psi_{nS}^T(k+1)P_S(k)\psi_{nS}(k+1) + \lambda(k)]^{-1} \\
P_S(k+1) &= [I - H_{nS}(k+1)\psi_{nS}^T(k+1)]P_S(k)/\lambda(k) \\
tt &= \text{abs} \left[ \frac{\max \text{ eig}(P_S)}{\min \text{ eig}(P_S)} \right]
\end{aligned}$$

- 8) Implementar el criterio para parar la estimación y para encontrar la nueva matriz de escalamiento  $N_{new}$  como sigue: sabiendo que  $tt$  es el número condicionante de  $P_S$ , si  $tt \leq \tau$  (cota inferior), parar la estimación; en otro caso, si  $tt \geq \kappa$  (cota superior), determinar  $N_{new}(k)$  (a partir de la relación  $P_S = N_{new}N_{new}^T$ ), calcular los elementos  $n_{newjj}$  (valor absoluto de la suma de los elementos de las filas de  $N_{new}(k)$ ), determinar la matriz diagonal  $S_{new}$  con elementos  $s_{newjj} = 1/n_{newjj}$ , y calcular la matriz  $P_{newS} = S_{new}P_S S_{new}$ . Finalmente, actualizar:  $P = P_{newS}$ .

Ver detalles computacionales de este algoritmo en el programa arconopt.m descrito más adelante.

### 5.3 Estimación de Estados

El procedimiento de estimación descrito en la sección anterior nos proporciona el vector de parámetros estimado del proceso  $\hat{\theta}(k)$ . Usando los elementos de dicho vector de parámetros, podemos reconstruir las matrices estimadas  $\hat{G}(k)$ ,  $\hat{H}(k)$  y  $\hat{C}(k)$ . El vector de estado estimado  $\hat{x}(k)$  puede ser obtenido empleando el observador óptimo descrito en la sección 3.4. La ecuación de observación es está dada por la relación (5.8):

$$\hat{x}(k+1) = \hat{G}(k)\hat{x}(k) + \hat{H}(k)u(k) + K_o(k)[y(k) - \hat{C}(k)\hat{x}(k)] \quad (5.8)$$

En la ecuación (5.8), la matriz de ganancia  $K_o(k)$  se calcula de:

$$K_o(k) = P_o(k)\hat{C}^T(k)[\hat{C}(k)P_o(k)\hat{C}^T(k) + R_o]^{-1}$$

donde  $P_o(k)$  es una matriz simétrica definida positiva, solución única de la siguiente ecuación matricial discreta asociada de Riccati (ver ecuación 3.30):

$$P_o(k+1) = Q_o + \hat{G}^T(k)P_o(k)\hat{G}(k) - \hat{G}^T(k)K_o(k)\hat{C}(k)P_o(k)\hat{G}(k)$$

donde  $Q_o$  y  $R_o$  son matrices de covarianza definidas positivas y asociada a disturbios estocásticos que pueden afectar los estados y la salida del sistema.

#### 5.4 Control Adaptivo del Sistema de Secado

La ley de control proporcional–integral que forma parte de la configuración del sistema de control adaptivo con autosintonización es la misma que fue determinada en la sección 3.3. Esta ley de control está dada por la ecuación (3.21).

El programa `arconadap.m` escrito en código MATLAB [3], cuyo listado se muestra en el Anexo, resuelve el problema del control adaptivo con autosintonización del sistema de secado por reducción de humedad. Esto significa que a pesar que los parámetros del sistema pueden cambiar (por ejemplo, cuando cambia el tiempo muerto  $D$ ), el sistema no va requerir nueva sintonización de las matrices de ponderación  $Q_a$ ,  $R_a$ ,  $Q_o$  y  $R_o$ .

El resultado de la simulación se muestra en la figura 5.2. Notar que la humedad de referencia está fijada en 1 V/K. Este resultado, así como los resultados obtenidos en los capítulos III y IV serán discutidos en las conclusiones de este trabajo.

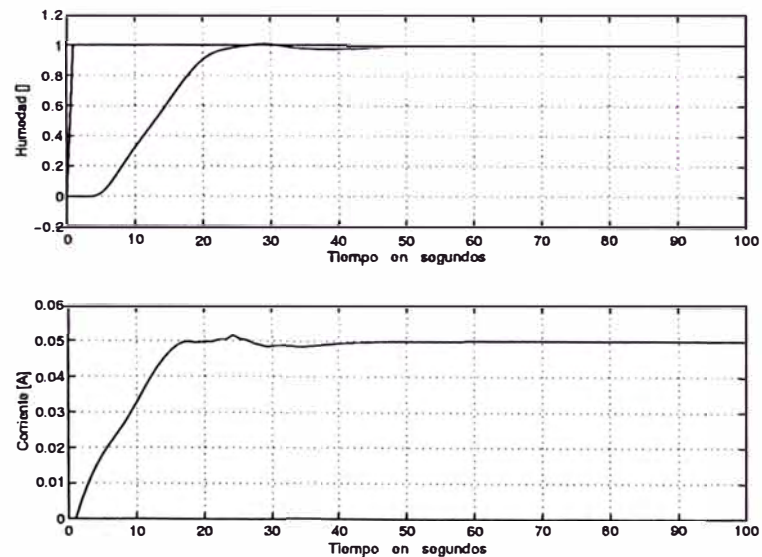


Figura 5.2: Control adaptivo del sistema de secado.

# CONCLUSIONES

## Discusión de los Resultados

La figura 5.3 muestra los resultados obtenidos en este estudio. En todos los casos la salida, la humedad de los artículos, se estabiliza en el valor referencial fijado en 5 % (o su equivalente 1 V/K), cumpliéndose las especificaciones de diseño: la humedad no posee sobreimpulso y se estabiliza en menos de 30 segundos.

Con respecto al período de muestreo, todas técnicas de control avanzado emplean el mismo tiempo:  $T = 1$  s. Este tiempo se muestra adecuado para futuras implementaciones en tiempo real de los algoritmos de control estudiados. Con respecto a la magnitud de corriente de entrada al banco de tiristores (la señal de control), en todos los casos cae dentro de valores permisibles.

El aspecto crítico en los sistemas de control diseñados, es la influencia del tiempo muerto en el comportamiento del sistema. En el caso del sistema de control óptimo, la respuesta es satisfactoria (cumple las especificaciones de diseño) hasta  $D = 11$  s. Para valores mayores, el sistema se torna inestable.

En el caso del sistema de control predictivo con ley de control escalar, la respuesta es satisfactoria hasta  $D = 1$  s. Para valores mayores, el sistema no se torna inestable, pero aparece un error en estado estable que se incrementa con el valor de  $D$ , hasta que el sistema se torna inestable. En el caso del sistema de control adaptivo, la respuesta es satisfactoria hasta  $D = 2.0$  s. Para valores mayores, el sistema se torna inestable.

Por las razones expuestas, este estudio concluye que el uso de la técnica de control óptimo para resolver el problema del control del secado es la más recomendable.

## Implementación del Sistema de Control de Secado

Se pueden sugerir varias configuraciones para la implementación en tiempo real del control del sistema de secado (o reducción de humedad). Todas las configuraciones necesitan desarrollar el software de control ad-hoc para la imple-

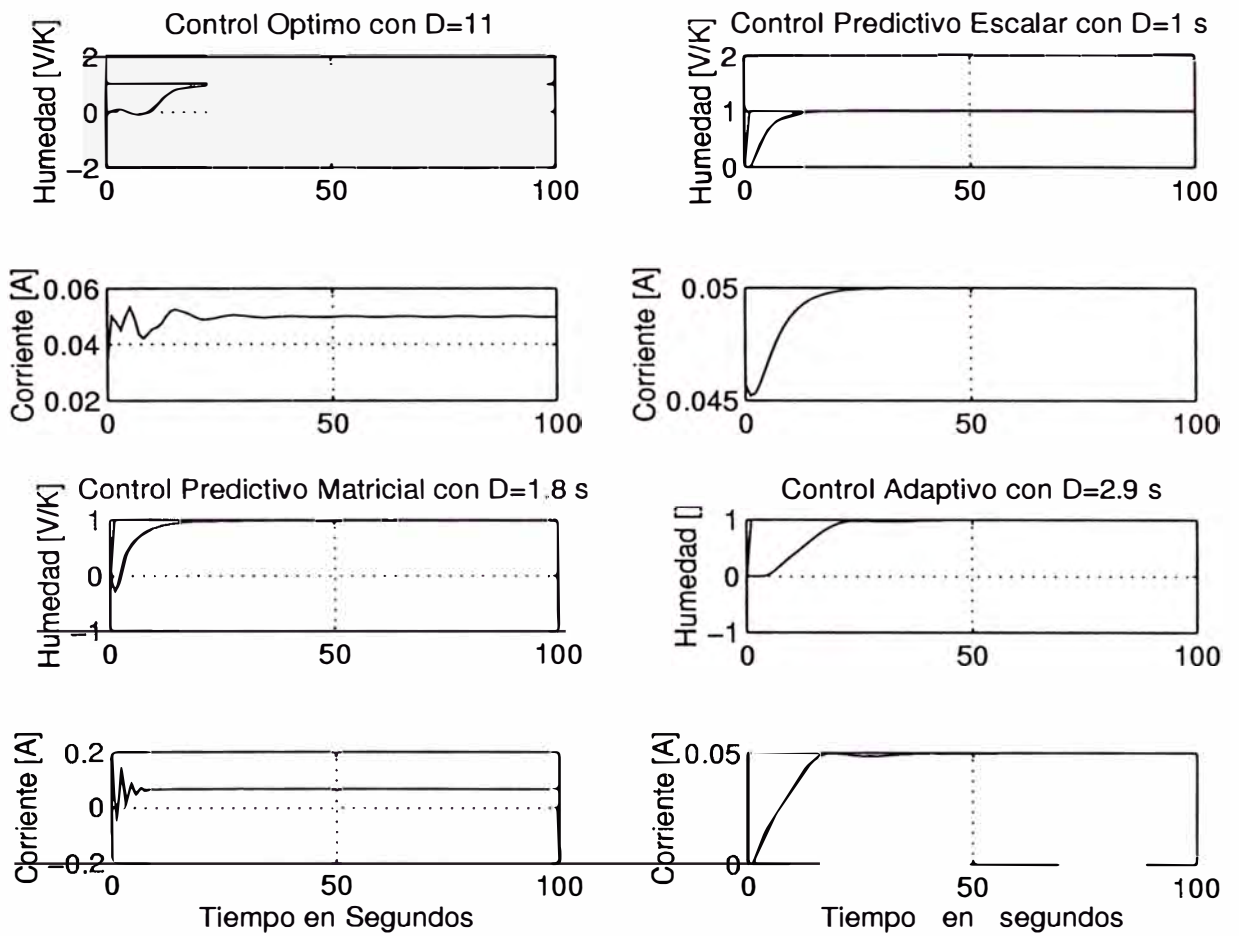


Figura 5.3: Sistemas de control avanzado para el secado.

mentación. Tener presente que las leyes de control (vale decir los algoritmos de control estudiados), aún no están comercializados en masa, como sí lo están los controladores tipo PID.

Actualmente, se puede realizar una solución económica y robusta usando una tarjeta de desarrollo DSP (“Digital Signal Processor”) que trabaje en conjunto con la parte de electrónica de potencia para la amplificación de la señal de control. Dicha tarjeta permite programación en lenguaje de máquina o en C/C++. También permite realizar los acondicionamiento de señal necesarios.

El costo de implementación del sistema de control, que no incluye la planta (el sistema de secado sin controlar), se distribuye en:

Una tarjeta DSP: US \$ 250.00

Un sensor industrial de humedad: US \$ 3000.00

Una etapa de electrónica de potencia: US \$ 800.00

El software de control (desarrollo y pruebas de funcionamiento): US \$ 4000.00

Gran total: US \$ 8050.00

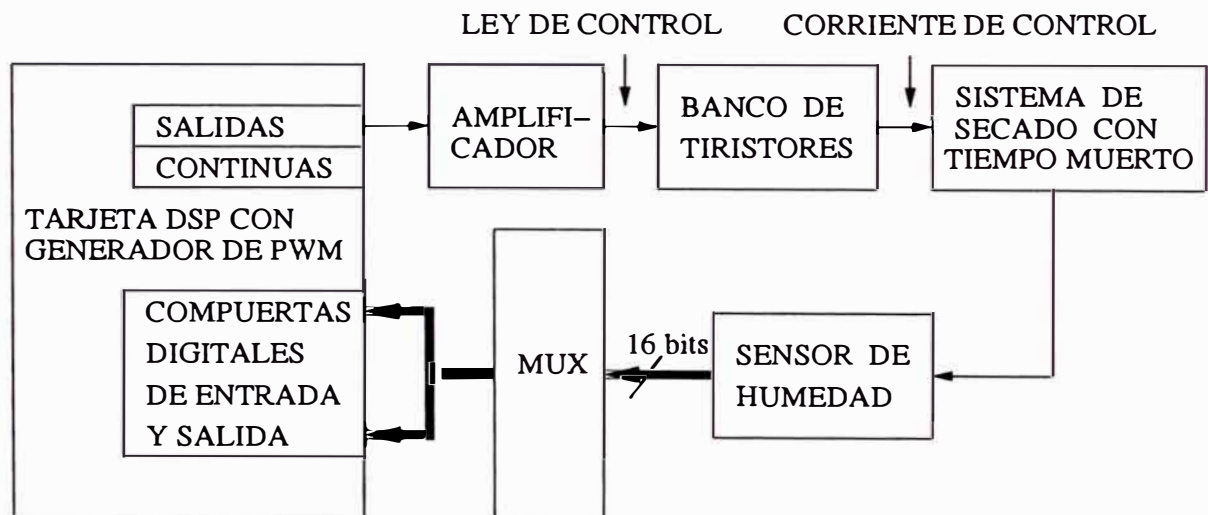


Figura 5.4: Implementación del sistema de secado.

## ANEXO

### LISTADO DE PROGRAMAS EN MATLAB

#### Programa arconobs.m

```
% arconobs.m RESPUESTA AL ESCALON DEL SISTEMA DE SECADO DE ARTICULOS
clear all

% PARAMETROS Y MODELO DEL PROCESO
K1=1; K2=20; tau1=1; tau2=2; D=2.5; n=3;
num1=[K1*K2]; den1=[tau1*tau2 (tau1+tau2) 1];
[num,den] = pade(D,n);
[numc,denc]=series(num1,den1,num,den);
[A,B,C,DD]=tf2ss(numc,denc);

% CONTROLABILIDAD Y OBSERVABILIDAD DEL PROCESO
rmc = rank(ctrb(A,B)); % rmc = 5 => COMPLETAMENTE CONTROLABLE
rmo = rank(observ(A,C)); % rmo = 5 => COMPLETAMENTE OBSERVABLE

% ESTABILIDAD DEL SISTEMA (SISTEMA ESTABLE)
eigA = eig(A); % EIGENVALORES:
% eigA(1) = -1.4711 + 1.4035i; eigA(2) = -1.4711 - 1.4035i;
% eigA(3) = -1.8577; eigA(4) = -1; eigA(5) = -0.5;

% PROCESO DISCRETO
T=1; % TIEMPO DE MUESTREO
% [num1, den1]=ss2tf(A,B,C,DD);
[G,H,C,DD]=c2dm(A,B,C,DD,T,'zoh');

% RESPUESTAS AL ESCALON
x=[0;0;0;0;0]; M = 30;
for k = 1:M
    u(k) = 1;
    x = G*x + H*u(k) ;
    y(k) = C*x;
end
t = linspace(0,size(y,2)*T,size(y,2));
plot(t,y); grid
xlabel('TIEMPO EN SEGUNDOS')
ylabel('RESPUESTA AL ESCALON y(t) [V-s/J')
```

```
print -deps -f arconobs
```

## Programa arconopt.m

```
% arconopt.m CONTROL OPTIMO PROPORCIONAL-INTEGRAL DEL SISTEMA DE SECADO
clear all

% PARAMETROS Y MODELO DEL PROCESO
K1=1; K2=20; tau1=1; tau2=2; D=2.5; n=3;
num1=[K1*K2]; den1=[tau1*tau2 (tau1+tau2) 1];
[num,den] = pade(D,n);
[numc,denc]=series(num1,den1,num,den);
[A,B,C,DD]=tf2ss(numc,denc);

% CONTROLABILIDAD Y OBSERVABILIDAD DEL PROCESO
rmc = rank(ctrb(A,B)); % rmc = 5 => COMPLETAMENTE CONTROLABLE
rmo = rank(observ(A,C)); % rmo = 5 => COMPLETAMENTE OBSERVABLE

% PROCESO DISCRETO
T=1; % TIEMPO DE MUESTREO
% [num1, den1]=ss2tf(A,B,C,DD);
[G,H,C,DD]=c2dm(A,B,C,DD,T,'zoh');

% ADICIONANDO ACCION INTEGRAL
G1 = [G zeros(5,1);-C*G 1];
H1 = [H;-C*H];

% MATRICES DE PONDERACION DEL CONTROLADOR KK
Q = [0 0 0 0 0 0
     0 1 0 0 0 0
     0 0 1 0 0 0
     0 0 0 1 0 0
     0 0 0 0 1 0
     0 0 0 0 0 0.1];
R = [50];

% MATRICES DE PONDERACION DEL OBSERVADOR Ko
Qo = [1 0 0 0 0
     0 1 0 0 0
     0 0 1 0 0
     0 0 0 1 0
     0 0 0 0 1]; Ro = [2]; % Ro = [20];

% EQUACION DE RICATTI PARA EL CONTROLADOR
P = zeros(6,6);
for i = 1:40
    P = Q + G1'*P*G1 - G1'*P*H1*inv(R+H1'*P*H1)*H1'*P*G1;
end
```

```

% CALCULO DE LA GANACIA K DEL CONTROLADOR
KK = inv(R+H1'*P*H1)*H1'*P*G1;
K = [KK(1) KK(2) KK(3) KK(4) KK(5)];
KI = -KK(6);

% ECUACION DE RICATTI PARA EL OBSERVADOR
Po = zeros(5,5);
for i = 1:40
    Po = Qo + G*Po*G' - G'*Po*C'*inv(Ro+C*Po*C')*C*Po*G';
end
% CALCULO DE LA GANACIA Ko DEL OBSERVADOR OPTIMO
Ko = inv(Ro+C*Po*C')*C*Po*G';

% LAZO DE CONTROL
x=[0;0;0;0;0]; xe=[0;0;0;0;0]; % CONDICIONES INICIALES
v=0; Y=0; U=0;
N = 100;
for k=1:N
    r(k)=1; Ref=r(k); % REFERENCIA
    v = v + Ref - Y; % INTEGRADOR
    xe = G*xe + H*U + Ko'*(Y-C*xe); % OBSERVADOR OPTIMO
    U = - K*xe + KI*v; % LEY DE CONTROL
    x = G*x + H*U; % PROCESO
    Y = C*x; % SALIDA
    y(k) = Y; u(k) = U;
end

% GRAFICOS
t=linspace(0,N*T,N);
subplot(2,1,1)
plot(t,y(1:N),t,r), grid
ylabel('HUMEDAD [V/K]')
xlabel('Tiempo en segundos')
subplot(2,1,2)
plot(t,u(1:N)), grid
xlabel('TIEMPO EN SEGUNDOS')
ylabel('CORRIENTE [A]')
print -deps -f arconopt

```

### Programa arconprea.m

```

% arconprea.m SOLUCION AL PROBLEMA DEL CONTROL DE SECADO
% USANDO CONTROL PREDICTIVO CON FUERZA DE CONTROL ESCALAR
clear all

% PARAMETROS Y MODELO DEL PROCESO
K1=1; K2=20; tau1=1; tau2=2; D=0.9; n=3;
num1=[K1*K2]; den1=[tau1*tau2 (tau1+tau2) 1];

```



```

[num,den] = pade(D,n);
[numc,denc]=series(num1,den1,num,den);
[A,B,C,DD]=tf2ss(numc,denc);

% PROCESO EN TIEMPO DISCRETO
tm=1; % TIEMPO DE MUESTREO
[G,H]=c2d(A,B,tm);
[numd,dend]=ss2tf(G,H,C,DD);
a1=dend(2); a2=dend(3); a3=dend(4); a4=dend(5); a5=dend(6);
b1=numd(2); b2=numd(3); b3=numd(4); b4=numd(5); b5=numd(6);

% HORIZONTES
N1 =1; N2 =10; Nu =1;

% RESPUESTA AL ESCALON
g(1) = b1;
g(2) = -a1*b1 + b1 + b2;
g(3) = - a1*g(2)-a2*g(1) + b1 +b2+b3;
g(4) = - a1*g(3)-a2*g(2)-a3*g(1) + b1+b2+b3+b4;
g(5) = - a1*g(4)-a2*g(3)-a3*g(2)-a4*g(1)+ b1+b2+b3+b4 +b5;
for k=6:N2
    g(k) = -a1*g(k-1)-a2*g(k-2)-a3*g(k-3)-a4*g(k-4) ...
           -a5*g(k-5)+b1+b2+b3+b4+b5;
end

% CONDICIONES INICIALES
for k=1:7
    yf(k)=0; y(k)=0; r(k)=0; u(k)=0; du(k)=0;
end
alf =0.8; lambda = 0.1;

% BUCLE DE CONTROL
MM=100;
for t =7:MM+6;
for k=1:N2
    W(t+k)=1;%-3*sign(sin(0.02*t)); % TRAYECTORIA DESEADA
end

% REFERENCIA
r(t+0) = alf*r(t-1) + (1-alf)*W(t+0);
r(t+1) = alf*r(t+0) + (1-alf)*W(t+1);
r(t+2) = alf*r(t+1) + (1-alf)*W(t+2);
r(t+3) = alf*r(t+2) + (1-alf)*W(t+3);
r(t+4) = alf*r(t+3) + (1-alf)*W(t+4);
r(t+5) = alf*r(t+4) + (1-alf)*W(t+5);
r(t+6) = alf*r(t+5) + (1-alf)*W(t+6);
r(t+7) = alf*r(t+6) + (1-alf)*W(t+7);
r(t+8) = alf*r(t+7) + (1-alf)*W(t+8);
r(t+9) = alf*r(t+8) + (1-alf)*W(t+9);

```

```

r(t+10) = alf*r(t+9) + (1-alf)*W(t+10);
R=[r(t+1) r(t+2) r(t+3) r(t+4) r(t+5) r(t+6) r(t+7) r(t+8)...
   r(t+9) r(t+10)]';

% RESPUESTA LIBRE
yf(t) = (1-a1)*yf(t-1)-(a2-a1)*yf(t-2)-(a3-a2)*yf(t-3)...
        -(a4-a3)*yf(t-4)-(a5-a4)*yf(t-5)+a5*yf(t-6)...
        +b1*du(t-1)+b2*du(t-2)+b3*du(t-3)+b4*du(t-4)+b5*du(t-5);

yf(t+1) = (1-a1)*yf(t)-(a2-a1)*yf(t-1)-(a3-a2)*yf(t-2)...
          -(a4-a3)*yf(t-3)-(a5-a4)*yf(t-4)+a5*yf(t-5)...
          +b2*du(t-1)+b3*du(t-2)+b4*du(t-3)+b5*du(t-4);
%
yf(t+2) = (1-a1)*yf(t+1)-(a2-a1)*yf(t)-(a3-a2)*yf(t-1)...
          -(a4-a3)*yf(t-2)-(a5-a4)*yf(t-3)+a5*yf(t-4)...
          +b3*du(t-1)+b4*du(t-2)+b5*du(t-3);

yf(t+3) = (1-a1)*yf(t+2)-(a2-a1)*yf(t+1)-(a3-a2)*yf(t)...
          -(a4-a3)*yf(t-1)-(a5-a4)*yf(t-2)+a5*yf(t-3)...
          +b4*du(t-1)+b5*du(t-2);

yf(t+4) = (1-a1)*yf(t+3)-(a2-a1)*yf(t+2)-(a3-a2)*yf(t+1)...
          -(a4-a3)*yf(t)-(a5-a4)*yf(t-1)+a5*yf(t-2)...
          +b5*du(t-1);

yf(t+5) = (1-a1)*yf(t+4)-(a2-a1)*yf(t+3)-(a3-a2)*yf(t+2)...
          -(a4-a3)*yf(t+1)-(a5-a4)*yf(t)+a5*yf(t-1);

yf(t+6) = (1-a1)*yf(t+5)-(a2-a1)*yf(t+4)-(a3-a2)*yf(t+3)...
          -(a4-a3)*yf(t+2)-(a5-a4)*yf(t+1)+a5*yf(t);

yf(t+7) = (1-a1)*yf(t+6)-(a2-a1)*yf(t+5)-(a3-a2)*yf(t+4)...
          -(a4-a3)*yf(t+3)-(a5-a4)*yf(t+2)+a5*yf(t+1);

yf(t+8) = (1-a1)*yf(t+7)-(a2-a1)*yf(t+6)-(a3-a2)*yf(t+5)...
          -(a4-a3)*yf(t+4)-(a5-a4)*yf(t+3)+a5*yf(t+2);

yf(t+9) = (1-a1)*yf(t+8)-(a2-a1)*yf(t+7)-(a3-a2)*yf(t+6)...
          -(a4-a3)*yf(t+5)-(a5-a4)*yf(t+4)+a5*yf(t+3);

yf(t+10) = (1-a1)*yf(t+9)-(a2-a1)*yf(t+8)-(a3-a2)*yf(t+7)...
           -(a4-a3)*yf(t+6)-(a5-a4)*yf(t+5)+a5*yf(t+4);

YF=[yf(t+1) yf(t+2) yf(t+3) yf(t+4) yf(t+5) ...
    yf(t+6) yf(t+7) yf(t+8) yf(t+9) yf(t+10)]';

% LEY DE CONTROL
du(t)=(g(1)*(r(t+1)-yf(t+1))+g(6)*(r(t+6)-yf(t+6))+
g(2)*(r(t+2) - yf(t+2)) + g(7)*(r(t+7) - yf(t+7)) +

```

```

g(3)*(r(t+3) - yf(t+3)) + g(8)*(r(t+8) - yf(t+8)) + ...
g(4)*(r(t+4) - yf(t+4)) + g(9)*(r(t+9) - yf(t+9)) + ...
g(5)*(r(t+5) - yf(t+5)) +g(10)*(r(t+10)- yf(t+10)))/...
(g(1)^2 + g(2)^2 + g(3)^2 + g(4)^2 + g(5)^2 + g(6)^2 + ...
    g(7)^2 + g(8)^2 + g(9)^2 + g(10)^2 + lambda);
u(t) = u(t-1) + du(t);

% PROCESO
y(t+1)=-a1*y(t)-a2*y(t-1)-a3*y(t-2)-a4*y(t-3)-a5*y(t-4) ...
    +b1*u(t)+b2*u(t-1)+b3*u(t-2)+b4*u(t-3)+b4*u(t-4);
end % FIN DEL BUCLE

% GRAFICOS
ejex=linspace(0,MM*tm,MM-6);
subplot(2,1,1)
plot(ejex,W(7:MM),ejex,y(7:MM)); grid
ylabel('Humedad []')
xlabel('TIEMPO EN SEGUNDOS')
subplot(2,1,2)
plot(ejex,u(7:MM)); grid
xlabel('TIEMPO EN SEGUNDOS')
ylabel('Corriente [A]')
print -deps -f conprea

```

## Programa arconpreb.m

```

% arconpreb.m SOLUCION AL PROBLEMA DEL CONTROL DE SECADO
% USANDO CONTROL PREDICTIVO CON FUERZA DE CONTROL MATRICIAL
clear all

% PARAMETROS Y MODELO DEL PROCESO
K1=1; K2=20; tau1=1; tau2=2; D=1.5; n=3;
num1=[K1*K2]; den1=[tau1*tau2 (tau1+tau2) 1];
[num,den] = pade(D,n);
[numc,denc]=series(num1,den1,num,den);
[A,B,C,DD]=tf2ss(numc,denc);

% PROCESO EN TIEMPO DISCRETO
tm=1;
[G,H]=c2d(A,B,tm);
[numd,dend]=ss2tf(G,H,C,D);
a1=dend(2); a2=dend(3); a3=dend(4); a4=dend(5); a5=dend(6);
b1=numd(2); b2=numd(3); b3=numd(4); b4=numd(5); b5=numd(6);

% HORIZONTES
N1 =1; N2 =10; Nu =5;

% RESPUESTA AL ESCALON

```

```

g(1) = b1;
g(2) = -a1*b1 + b1 + b2;
g(3) = - a1*g(2)-a2*g(1)                + b1 +b2+b3;
g(4) = - a1*g(3)-a2*g(2)-a3*g(1)        + b1+b2+b3+b4;
g(5) = - a1*g(4)-a2*g(3)-a3*g(2)-a4*g(1)+ b1+b2+b3+b4 +b5;
for k=6:N2
    g(k) = -a1*g(k-1)-a2*g(k-2)-a3*g(k-3)-a4*g(k-4) ...
            -a5*g(k-5)+b1+b2+b3+b4+b5;
end

```

```
% MATRIZ DE GANANCIA DE RESPUESTA AL ESCALON
```

```

GG=[g(1)  0    0    0    0
     g(2)  g(1)  0    0    0
     g(3)  g(2)  g(1)  0    0
     g(4)  g(3)  g(2)  g(1)  0
     g(5)  g(4)  g(3)  g(2)  g(1)
     g(6)  g(5)  g(4)  g(3)  g(2)
     g(7)  g(6)  g(5)  g(4)  g(3)
     g(8)  g(7)  g(6)  g(5)  g(4)
     g(9)  g(8)  g(7)  g(6)  g(5)
     g(10) g(9)  g(8)  g(7)  g(6)];

```

```
% CONDICIONES INICIALES
```

```
% CONDICIONES INICIALES
```

```

for k=1:7
    yf(k)=0; y(k)=0; r(k)=0; u(k)=0; du(k)=0;
end
alf =0.8;    lambda = 0.1;
I=eye(5,5);
MM=500;

```

```
% BUCLE DE CONTROL
```

```

for t =7:MM+6;
    for k=1:N2
        W(t+k)=100;%-3*sign(sin(0.02*t)); % TRAYECTORIA DESEADA
    end
end

```

```
% REFERENCIA
```

```

r(t+0) = alf*r(t-1) + (1-alf)*W(t+0);
r(t+1) = alf*r(t+0) + (1-alf)*W(t+1);
r(t+2) = alf*r(t+1) + (1-alf)*W(t+2);
r(t+3) = alf*r(t+2) + (1-alf)*W(t+3);
r(t+4) = alf*r(t+3) + (1-alf)*W(t+4);
r(t+5) = alf*r(t+4) + (1-alf)*W(t+5);
r(t+6) = alf*r(t+5) + (1-alf)*W(t+6);
r(t+7) = alf*r(t+6) + (1-alf)*W(t+7);
r(t+8) = alf*r(t+7) + (1-alf)*W(t+8);
r(t+9) = alf*r(t+8) + (1-alf)*W(t+9);
r(t+10) = alf*r(t+9) + (1-alf)*W(t+10);

```

```
R=[r(t+1) r(t+2) r(t+3) r(t+4) r(t+5) r(t+6)...
    r(t+7) r(t+8) r(t+9) r(t+10)]';
```

```
% RESPUESTA LIBRE
```

```
yf(t) = (1-a1)*yf(t-1)-(a2-a1)*yf(t-2)-(a3-a2)*yf(t-3)...
        -(a4-a3)*yf(t-4)-(a5-a4)*yf(t-5)+a5*yf(t-6)...
        +b1*du(t-1)+b2*du(t-2)+b3*du(t-3)+b4*du(t-4)+b5*du(t-5);
```

```
yf(t+1) = (1-a1)*yf(t)-(a2-a1)*yf(t-1)-(a3-a2)*yf(t-2)...
          -(a4-a3)*yf(t-3)-(a5-a4)*yf(t-4)+a5*yf(t-5)...
          +b2*du(t-1)+b3*du(t-2)+b4*du(t-3)+b5*du(t-4);
```

```
yf(t+2) = (1-a1)*yf(t+1)-(a2-a1)*yf(t)-(a3-a2)*yf(t-1)...
          -(a4-a3)*yf(t-2)-(a5-a4)*yf(t-3)+a5*yf(t-4)...
          +b3*du(t-1)+b4*du(t-2)+b5*du(t-3);
```

```
yf(t+3) = (1-a1)*yf(t+2)-(a2-a1)*yf(t+1)-(a3-a2)*yf(t)...
          -(a4-a3)*yf(t-1)-(a5-a4)*yf(t-2)+a5*yf(t-3)...
          +b4*du(t-1)+b5*du(t-2);
```

```
yf(t+4) = (1-a1)*yf(t+3)-(a2-a1)*yf(t+2)-(a3-a2)*yf(t+1)...
          -(a4-a3)*yf(t)-(a5-a4)*yf(t-1)+a5*yf(t-2)...
          +b5*du(t-1);
```

```
yf(t+5) = (1-a1)*yf(t+4)-(a2-a1)*yf(t+3)-(a3-a2)*yf(t+2)...
          -(a4-a3)*yf(t+1)-(a5-a4)*yf(t)+a5*yf(t-1);
```

```
yf(t+6) = (1-a1)*yf(t+5)-(a2-a1)*yf(t+4)-(a3-a2)*yf(t+3)...
          -(a4-a3)*yf(t+2)-(a5-a4)*yf(t+1)+a5*yf(t);
```

```
yf(t+7) = (1-a1)*yf(t+6)-(a2-a1)*yf(t+5)-(a3-a2)*yf(t+4)...
          -(a4-a3)*yf(t+3)-(a5-a4)*yf(t+2)+a5*yf(t+1);
```

```
yf(t+8) = (1-a1)*yf(t+7)-(a2-a1)*yf(t+6)-(a3-a2)*yf(t+5)...
          -(a4-a3)*yf(t+4)-(a5-a4)*yf(t+3)+a5*yf(t+2);
```

```
yf(t+9) = (1-a1)*yf(t+8)-(a2-a1)*yf(t+7)-(a3-a2)*yf(t+6)...
          -(a4-a3)*yf(t+5)-(a5-a4)*yf(t+4)+a5*yf(t+3);
```

```
yf(t+10) = (1-a1)*yf(t+9)-(a2-a1)*yf(t+8)-(a3-a2)*yf(t+7)...
          -(a4-a3)*yf(t+6)-(a5-a4)*yf(t+5)+a5*yf(t+4);
```

```
YF=[yf(t+1) yf(t+2) yf(t+3) yf(t+4) yf(t+5) ...
    yf(t+6) yf(t+7) yf(t+8) yf(t+9) yf(t+10)]';
```

```
% LEY DE CONTROL
```

```
U=inv(GG'*GG+lambd*I)*GG'*(R-YF);
du(t)=U(1);
u(t) = u(t-1) + du(t);
```

```

% PROCESO
y(t+1)=-a1*y(t)-a2*y(t-1)-a3*y(t-2)-a4*y(t-3)+...
        b1*u(t)+b2*u(t-1)+b3*u(t-2)+b4*u(t-3);
end % FIN DEL BUCLE

% GRAFICOS

% GRAFICOS
ejex=linspace(0,MM*tm,MM-6);
subplot(2,1,1)
plot(ejex,W(7:MM),ejex,y(7:MM)); grid
ylabel('Humedad [ ]')
xlabel('TIEMPO EN SEGUNDOS')
subplot(2,1,2)
plot(ejex,u(7:MM)); grid
xlabel('TIEMPO EN SEGUNDOS')
ylabel('Corriente [A]')
print -deps -f conprea

```

### Programa arconadap.m

```

% arconadap.m CONTROL ADAPTIVO DEL SISTEMA DE SECADO
clear all

% PARAMETROS GENERALES
nn = 5; r=1; % nn: orden del proceso; r: NUMERO DE SALIDAS
NN = 10;      % ORDEN DEL VECTOR ESTIMADO DE PARAMETROS

% MATRICES DE PONDERACION DEL OBSERVADOR Ko
Qo = [1 0 0 0 0
      0 1 0 0 0
      0 0 1 0 0
      0 0 0 1 0
      0 0 0 0 1]; Ro = [20];

% MATRICES DE PONDERACION DEL CONTROLADOR Ke
Qa = [1 0 0 0 0 0
      0 1 0 0 0 0
      0 0 1 0 0 0
      0 0 0 1 0 0
      0 0 0 0 1 0
      0 0 0 0 0 0.01]; Ra = [70];

% PARAMETROS Y MODELO DEL PROCESO
K1=1; K2=20; tau1=1; tau2=2; D=2.5; n=3;
num1=[K1*K2]; den1=[tau1*tau2 (tau1+tau2) 1];
[num,den] = pade(D,n);
[numc,denc]=series(num1,den1,num,den);

```

```

[A,B,C,DD]=tf2ss(numc,denc);

% MODELO DISCRETO
T = 1;
[G,H,C,DD]=c2dm(A,B,C,DD,T,'zoh');
[num,den]=ss2tf(G,H,C,DD);
a1 = den(2); a2 = den(3); a3=den(4); a4=den(5); a5=den(6);
b1 = num(2); b2 = num(3); b3=num(4); b4=num(5); b5=num(6);

% CONDICIONES INICIALES
Ref = 1; % MAGNITUD DE LA SEÑAL DE REFERENCIA
thi = [-a1 -a2 -a3 -a4 -a5 b1 b2 b3 b4 b5]'; % PARAMETROS
alfa = 1000; Pi = alfa*eye(NN); % MATRIZ P INICIAL
lamb=0.98; lamb0 = 0.99; % FACTOR DE MEMORIA
Y(1) = 0; Y(2) = 0; Y(3) = 0; Y(4) = 0; Y(5) = 0;
U(1) = 0; U(2) = 0; U(3) = 0; U(4) = 0; U(5) = 0;
x = [0;0;0;0;0]; % VECTOR DE ESTADO INICIAL
z = 0; % ACCION INTEGRAL INICIAL

% BUCLE DE CONTROL *****
MM = 100;
for t = 1:MM
g(t+5) = Ref; % REFERENCIA

% MODELO DEL PROCESO
Y(t+5)=[Y(t+4) Y(t+3) Y(t+2) Y(t+1) Y(t)
U(t+4) U(t+3) U(t+2) U(t+1) U(t)]*...
[-a1 -a2 -a3 -a4 -a5 b1 b2 b3 b4 b5]';

% ESTIMACION DE PARAMETROS (METODO MCRM)
psi = [Y(t+4) Y(t+3) Y(t+2) Y(t+1) Y(t)
U(t+4) U(t+3) U(t+2) U(t+1) U(t)]';
rho = max(1,norm(psi));
psin = psi/rho;
Nn = chol(Pi'); % Nn'*Nn = Pi => Nn*N' = Pi'
S = inv(diag(Nn*ones(NN,1),0));
Ps = S*Pi*S;
psins = inv(S)*psin;
rt = 1 + psins'*Ps*psins;
lamb = 1 - (rt-sqrt(rt^2-4*norm(Ps*psins)^2/trace(Ps)))/2;
e = Y(t+4)/rho - psin'*thi;
j = psins'*Ps*psins + lamb;
th = thi + e*inv(S)*Ps*psins/j;
Hns = Ps*psins/j;
Ps = (Ps - Hns*psins'*Ps)/lamb;
tt = abs(max(eig(Ps))/min(eig(Ps))) );
cmax = 100; cmin = 15;
if tt <= cmin,
Pi = Ps; thi = th;

```

```

elseif tt >= cmax,
    Nnew = chol(Ps'); % Nnew*Nnew' = Ps'
    Snew = inv(diag(Nnew*ones(NN,1),0));
    Psnew = Snew*Ps*Snew;
    Pi = Psnew; thi = th;
end

% RECUPERACION DE LA ECUACION CANONICA CONTROLABLE
ae1 = -th(1); ae2 = -th(2); ae3 = -th(3); ae4 = -th(4); ae5 = -th(5);
be1 = th(6); be2 = th(7); be3 = th(8); be4 = th(9); be5 = th(10);
nume = [0 be1 be2 be3 be4 be5];
dene = [1 ae1 ae2 ae3 ae4 ae5];
[GE,HE,CE,DE] = tf2ss(nume,dene);

% CALCULO DE LA GANACIA Ko DEL OBSERVADOR
% EQUACION DE RICATTI
Po = zeros(5,5);
for i = 1:40
    Po = Qo + GE*Po*GE' - GE'*Po*CE'*inv(Ro+CE*Po*CE')*CE*Po*GE';
end
Ko = inv(Ro+CE*Po*CE')*CE*Po*GE';

% Ko = dlqe(GE,eye(5),CE,Qo,Ro);

% ESTIMACION DE ESTADOS
% x = GE*x + HE*U(t+4) + Ko*(Y(t+5)-CE*x);
x = GE*x + HE*U(t+4) + Ko*(Y(t+5)-CE*x);

% CALCULO DE LA GANANCIA Ka DEL CONTROLADOR
Ga = [GE zeros(nn,r);-CE*GE eye(r,r)];
Ha = [HE;-CE*HE];

% EQUACION DE RICATTI
Pa = zeros(6,6);
for i = 1:20
    Pa = Qa + Ga'*Pa*Ga - Ga'*Pa*Ha*inv(Ra+Ha'*Pa*Ha)*Ha'*Pa*Ga;
end
Ka = inv(Ra+Ha'*Pa*Ha)*Ha'*Pa*Ga;
% Ka = dlqr(Ga,Ha,Qa,Ra);
K = [Ka(1) Ka(2) Ka(3) Ka(4) Ka(5)];
KI = -Ka(6);

% CALCULO DE LA LEY DE CONTROL
z = z + g(t+5) - Y(t+5); % ACCION INTEGRAL
U(t+5) = - K*x + KI*z;

end % FIN DEL BUCLE *****

% GRAFICOS

```



```
ejex = linspace(0,MM*T,MM);
subplot(2,1,1)
plot(ejex,g(5:MM+4),ejex,Y(5:MM+4)), grid
ylabel('Humedad [ ]')
xlabel('Tiempo en segundos')
subplot(2,1,2), grid
plot(ejex,U(4:MM+3)), grid
xlabel('Tiempo en segundos')
ylabel('Corriente [A]')
print -deps -f conadap
```

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] Camacho, Eduardo F. y Bordons, Carlos. *Model Predictive Control*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1999.
- [2] De Keyser, R. "A Gentle Introduction to Model Based Predictive Control," *IPADI2 Int. Conference on Control Eng. and Signal Processing, Piura, Perú* (1998).
- [3] MathWorks, Inc. *MATLAB Reference Guide*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1996.
- [4] Ogata, Katushito. *Designing Linear Control Systems with MATLAB*. Prentice Hall Englewood Cliffs New Jersey, 1994.
- [5] Perry, John H. *Manual del Ingeniero Químico, Tomo II*. Uteha, 1966.
- [6] Rojas-Moreno, Arturo. *Control Avanzado-Diseño y Aplicaciones en Tiempo Real*. Publicación Independiente, 2001.
- [7] Sripada, N. Rao y Fisher, D. Grant. "Improved Least Squares Identification," *Int. J. Control, vol. 46, no. 6*, 1889–1913 (Dic 1987).