

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA**  
**FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA Y**  
**ELECTRONICA**



**“Control de Temperatura de un Horno ventilado  
usando estrategias de Control por Realimentación de  
Estados, Optimo y Adaptivo”**

**INFORME DE SUFICIENCIA**

**PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE:**

**INGENIERO ELECTRÓNICO**

**Presentado por:**

**Isaac Rómulo Meléndrez Fernández**

**Promoción 1987-I**

**LIMA - PERU**

**2002**

**A mis padres, esposa e hijos.**

## **Agradecimiento**

Quisiera expresar mi agradecimiento a los docentes del primer programa de actualización de conocimientos de la Universidad Nacional de Ingeniería por los interesantes temas desarrollados, en especial al apoyo brindado en el desarrollo de este informe de suficiencia, por mi asesor el M. Sc. Raúl Benites Saravia, por su constante guía y aliento.

**“CONTROL DE TEMPERATURA DE UN  
HORNO VENTILADO USANDO  
ESTRATEGIAS DE CONTROL POR  
REALIMENTACIÓN DE ESTADOS,  
OPTIMO Y ADAPTIVO”**

## SUMARIO

En la última década estamos presenciando, permanente desarrollo de los dispositivos electrónicos y equipos basados en tecnología digital, como los microcontroladores, tarjetas de desarrollo para procesamiento digital de señales, sistemas encapsulados, computadoras industriales, sistemas de adquisición de datos, entre otros. Igualmente se han desarrollado poderosos lenguajes de programación y simulación; tal combinación de software y dispositivos de menor tamaño y precio; pero de gran potencia de cálculo y procesamiento, permiten llevar acabo complejos algoritmos de control.

La teoría de control clásica contrasta con la teoría de control moderna, en que esta última se aplica en sistema de múltiples entradas y múltiples salidas MIMO, salidas que pueden ser lineales o no lineales, invariantes o variantes en tiempo y también en sistemas de única entrada y única salida FIFO.

La teoría de control moderna es esencialmente un método en el dominio del tiempo, mientras que la teoría clásica es en el dominio de la frecuencia compleja.

El diseño de sistemas en la teoría de control moderno o avanzado permite al ingeniero proyectar sistemas de control óptimos con respectos a índices de

comportamientos dados. Los métodos de control óptimo, adaptivo, predictivo, robusto y no lineal son métodos de control avanzado.

El presente informe trata sobre el control de Temperatura de un Horno ventilado usando métodos de localización de polos en tiempo Continuo y Discreto, Control Optimo Proporcional Integral y Control Adaptivo Auto Sintonizado; en este ultimo caso se emplea el método Cuadrático Recursivo Mejorado MCMR para estimar los parámetros y para estimar los estado se emplea el Filtro de Kalman.

## TABLA DE CONTENIDO

|  |           |
|--|-----------|
| <b>INTRODUCCIÓN</b>  | <b>2</b>  |
| <b>CÁPITULO I</b>  |           |
| <b>Formulación del problema</b>  | <b>4</b>  |
| <b>CAPÍTULO II</b>   |           |
| <b>Modelado del proceso</b>  | <b>7</b>  |
| 2.1 Modelo del proceso   | 8         |
| 2.2 Respuesta al escalón del modelo en tiempo continuo                                 | 11        |
| 2.2.1 Simulación   | 12        |
| <b>CAPITULO III</b>  |           |
| <b>Discretización del Modelo del Proceso</b>   | <b>15</b> |
| 3.1 Sistemas de tiempo discreto  | 15        |
| 3.2 Ventajas de los controladores digitales sobre los analógicos                       | 16        |
| 3.3 Representación en espacio de estado del horno                                      | 17        |
| 3.3.1 Definición de estado   | 17        |
| 3.3.2 Definición de variables de estado  | 18        |
| 3.3.3 Definición de vector de estado   | 18        |
| 3.3.4 Definición de espacio de estado  | 19        |
| 3.3.5 Representación del modelo del horno ventilado en espacio de estado               | 19        |
| 3.3.6 Representación discreta del horno  | 21        |
| <b>CAPITULO IV</b>   |           |
| <b>Diseño y simulación del sistema de control</b>                                      | <b>23</b> |
| 4.1 Método de localización de polos en tiempo continuo para el proceso sin integrador. | 24        |

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 4.1.1 | Diseño de servo sistema tipo 1 para una planta sin integrador                               | 24 |
| 4.1.2 | Cálculo de K usando la fórmula de Ackerman  | 29 |
| 4.1.3 | Simulación del sistema de control por localización polos en tiempo continuo                 | 31 |
| 4.2   | Método de localización de polos en tiempo discreto para el proceso sin integrador           | 41 |
| 4.2.1 | Simulación del sistema de control por el método de localización de polos en tiempo discreto | 48 |
| 4.3   | Método de control optimo proporcional   | 53 |
| 4.3.1 | Sistemas de control óptimo  | 53 |
| 4.3.2 | Simulación del sistema de control óptimo proporcional integral                              | 53 |
| 4.4   | Método de control adaptivo con autosintonización  | 58 |
| 4.4.1 | Sistema control adaptivo  | 58 |
| 4.4.2 | Simulación del sistema de control adaptivo con autosintonizacion                            | 59 |
|       | <b>OBSERVACIONES Y CONCLUSIONES</b>   | 66 |
|       | <b>APÉNDICE</b>   | 71 |
|       | <b>Listado de Programas</b>   | 71 |
|       | <b>REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS</b>   | 81 |



## **PROLOGO**

En el Capítulo I se hace una introducción al presente trabajo, formulándose el problema y planteándose claramente el objetivo. En el Capítulo II se determina el modelo matemático de la planta. En el Capítulo III se hace la discretización del proceso, considerando que es un proceso lento. El diseño de los sistemas de control se discute en el Capítulo IV. En este Capítulo se validan las técnicas aplicadas con las simulaciones respectivas. Finalmente se presentan las observaciones y conclusiones relevantes de este informe.

El objetivo de este informe es demostrar la validez de los métodos de control empleados para el control de la temperatura del horno a una referencia dada, que en general, puede ser constante o variable. En tal sentido, se diseñan los sistemas de control por realimentación de estados, óptimo y adaptivo, cuyos resultados serán mostrados y comentados, permitiendo así observar el rendimiento de cada una de las estrategias de control moderno.

## INTRODUCCIÓN

El control automático moderno utiliza técnicas de diseño no tradicionales, empleando generalmente técnicas digitales debido al desarrollo y comercialización de computadores digitales de alta velocidad y capacidad, así como de bajo costo. Las innovadoras y cada vez más crecientes técnicas de control avanzado se han convertido en herramientas de diseño de alto rendimiento, tal es así que son muy necesarios en aplicaciones de sistemas sofisticados de navegación, control de vehículos espaciales, guiado de proyectiles, pilotaje de aviones, fabricación de equipos y procesos industriales en general. Dentro de estas aplicaciones podemos considerar el control de temperatura.

En el presente Informe de Suficiencia se diseñan varios controladores aplicando las técnicas modernas para controlar la temperatura de un Horno Ventilado, usando como herramienta principal de diseño el software Matlab 5.3, ampliamente usado en la industria, en la investigación y en la enseñanza universitaria, gracias a su simplicidad y gran potencia de cálculo y visualización gráfica. Como una herramienta auxiliar de simulación se usa Simulink, el cual usa bloques de representación gráfica, cubriendo aplicaciones de sistemas lineales y no lineales, modelados en tiempo continuo, y / o discreto.

Las técnicas de control usados en este informe son: Localización de polos en tiempo continuo y discreto, control óptimo proporcional integral y control adaptivo autosintonizado. Los resultados de las simulaciones usando las diferentes técnicas de control, nos indican el rendimiento de cada uno de ellos, y por consiguiente sugerir la técnica adecuada para el proceso, materia del presente informe.

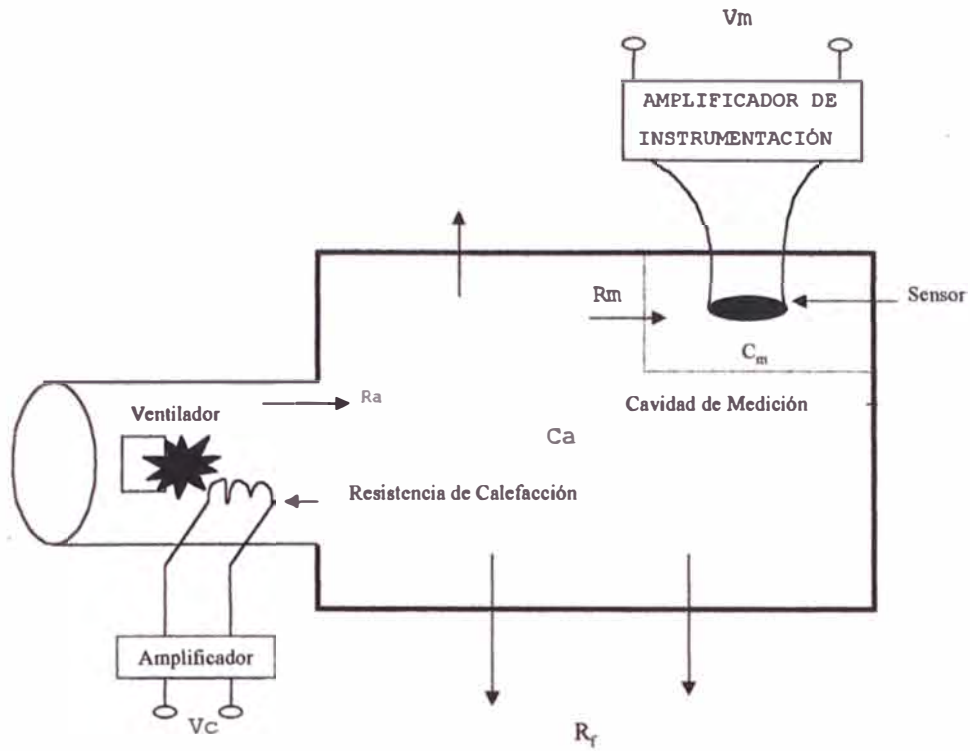
## **CAPITULO I**

### **FORMULACION DEL PROBLEMA**

El flujo de aire que ingresa al horno que se muestra en la Fig. 1.1 es generado por el ventilador, que se calienta a su paso por el calentador resistivo, controlado por voltaje  $V_c$  a través de un amplificador de potencia.

La temperatura del horno se mide empleando una termocupla ubicada en la cavidad de medición, el voltaje de salida de la termocupla es aplicado a un amplificador de instrumentación generando un voltaje  $V_m$ , el cual es la imagen de  $\theta_m$ .

Se supone que el sensor de temperatura y el amplificador de potencia trabajan en la zona lineal para el rango de temperatura de trabajo del horno.



**Figura 1.1** Horno Ventilado

Los parámetros del proceso son:

- $Q = K_1 V_c$  : Cantidad de calor producido
- $R_a$  : Resistencia térmica que reduce la circulación del calor generado hacia el horno.
- $C_a$  : Capacidad Calorífica del Horno.
- $R_m$  : Resistencia térmica que reduce la circulación del calor del horno hacia la cavidad de medición
- $C_m$  : Capacidad calorífica de la cavidad de medición.
- $R_f$  : Resistencia de pérdida de calor hacia el exterior del horno.

- $C_e$  : Capacidad calorífica de la parte exterior del horno  
considerado como infinito
- $\theta_a, \theta_m, \theta_e$  : Temperaturas del horno, de la cavidad de medición y de la  
parte exterior, respectivamente.
- $\theta_m$  : Voltaje  $V_c$  , imagen de la temperatura ( $V_c = K_2 \theta_m$ )

## **CAPITULO II**

### **MODELADO DEL PROCESO**

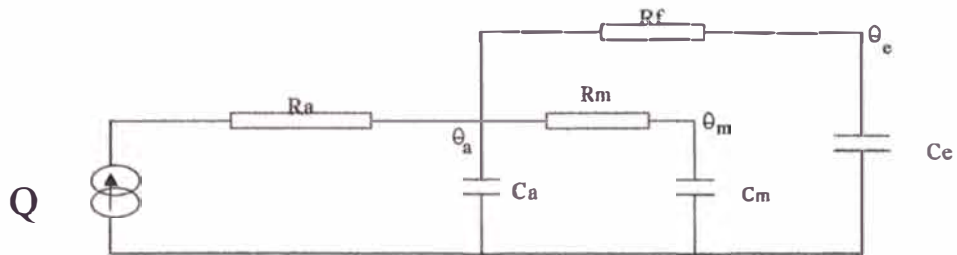
La descripción matemática de las características dinámicas de un sistema se denomina *modelo matemático*. El primer paso en el análisis de un sistema dinámico, es elaborar su modelo. Hay que tener siempre presente que el desarrollo de un modelo matemático es la parte mas importante en el análisis del proceso, el cual permitirá un adecuado diseño del controlador.

Una vez obtenido el modelo matemático de un sistema se pueden usar diversas herramientas analíticas y computacionales con el objeto de un adecuado análisis y síntesis.

Según el sistema particular que se trate y las condiciones de funcionamiento, una representación matemática puede ser mas adecuada que otras representaciones. Con tal propósito, las herramientas matemáticas usadas en el método de espacio de estado usados en las diferentes estrategias de control, permiten la optimización de los resultados en comparación a estrategias de control clásico.

## 2.1 Modelo del proceso

El diagrama eléctrico equivalente del proceso se muestra en la Fig. 2.1



**Figura 2.1** Modelo eléctrico equivalente

Por lo tanto el sistema termodinámico puede ser descrito por las siguientes ecuaciones:

$$Q = C_a \frac{d\theta_a}{dt} + C_m \frac{d\theta_m}{dt} + \frac{\theta_a - \theta_e}{R_f} \quad (2.1)$$

donde:

$$\theta_m = \theta_a - R_m C_m \frac{d\theta_m}{dt} \quad (2.2)$$

ó:

Calor total producido = Calor con el Horno + Calor de la cavidad + Calor que se pierde por las paredes del horno.

Aplicando transformada de Laplace a la ecuación (2.2), considerando condiciones iniciales igual a cero.

$$\theta_m(s) = \theta_a(s) - R_m C_m S \theta_m(s)$$



Luego:

$$\frac{\theta_m(s)}{\theta_a(s)} = \frac{1}{1 + R_m C_m S} \quad (2.3)$$

Aplicando transformada de Laplace a la ecuación (2.1)

$$Q = C_a S \theta_a + C_m S \theta_m + \frac{\theta_a - \theta_e}{R_f}$$

$$Q R_f + \theta_e = C_a \theta_a R_f S + R_f C_m \theta_m S + \theta_a \quad (2.4)$$

Reemplazando la ecuación. (2.3) en la ecuación. (2.4)

$$Q R_f + \theta_e = C_a \theta_a R_f S + C_m R_f \frac{\theta_a}{1 + R_m C_m S} S + \theta_a$$

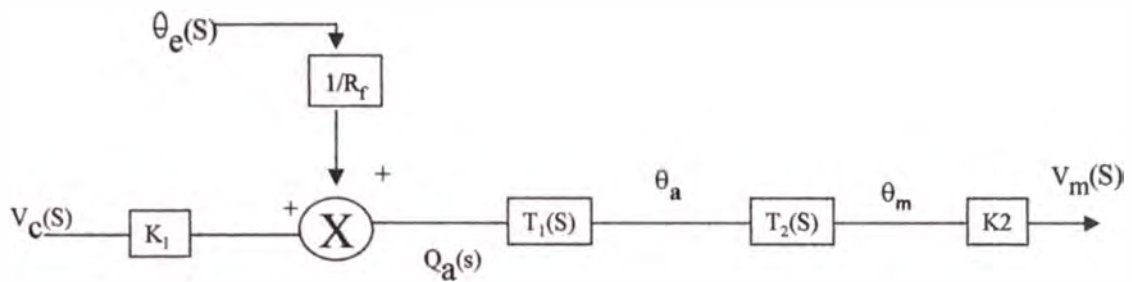
$$Q R_f + \theta_e = \frac{C_a \theta_a R_f S + C_a R_f R_m C_m \theta_a S^2 + R_f C_m \theta_a S + \theta_a + R_m C_m S \theta_a}{1 + R_m C_m S}$$

$$Q R_f + \theta_e = \frac{\theta_a \left[ 1 + S(R_f C_a + R_f C_m + R_m C_m) + R_f C_a R_m C_m S^2 \right]}{1 + R_m C_m S}$$

Luego:

$$\theta_a = \left( Q + \frac{\theta_e}{R_f} \right) \frac{R_f(1 + R_m C_m S)}{1 + (R_f C_a + R_f C_m + R_m C_m)S + R_f C_a R_m C_m S^2} \quad (2.5)$$

De acuerdo con estas ecuaciones, el proceso puede ser representado por el diagrama de bloques que se muestra en la figura 2.2



**Figura 2.2** Diagrama de Bloques del Horno

Donde:

$$T1(S) = \frac{R_f(1 + R_m C_m S)}{1 + (R_f C_a + R C_m + R_m C_m)S + R_f C_a R_m C_m S^2} \quad (2.6)$$

$$T2(S) = \frac{1}{1 + R_m C_m S} \quad (2.7)$$

Los parámetros del horno son:

$$R_a = 0.01 \text{ } ^\circ\text{C/W}$$

$$R_m = 3 \text{ } ^\circ\text{C/W}$$

$$R_f = 0.1 \text{ } ^\circ\text{C/W}$$

$$Q_{\max} = 5000 \text{ W}$$

$$C_a = 5000 \text{ J/W}$$

$$C_e = \infty$$

$$\theta_e = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$K_1 = 100 \text{ W/V}$$

$$K_2 = 0.1 \text{ V/}^\circ\text{C}$$

Reemplazando dichos parámetros en las ecuaciones (2.6) y (2.7) obtenemos las siguientes funciones de transferencia:

$$T_1(s) = \frac{0.1 + 3S}{1 + 531S + 1500S^2} \quad (2.8)$$

$$T_2(s) = \frac{1}{1 + 30S} \quad (2.9)$$

## 2.2 Respuesta al escalón del proceso en tiempo continuo

Las señales de prueba típicas mas comúnmente usadas son las funciones escalón, rampa, impulso, senoidales, etc. Con estas señales se pueden realizar pruebas de simulación y pruebas experimentales de la respuesta del proceso a dichas señales, las mismas que pueden ser usadas como referencias en el diseño de los sistemas de



```
%Programa en Matlab para la simulación (archivo: Señal_Horno1.m)

% Respuesta al escalón del modelo en tiempo continuo

% Potencia Entrada = 3000 Watts.

load Horno.mat

t = senal(1,:);

teta_a = senal(2,:);

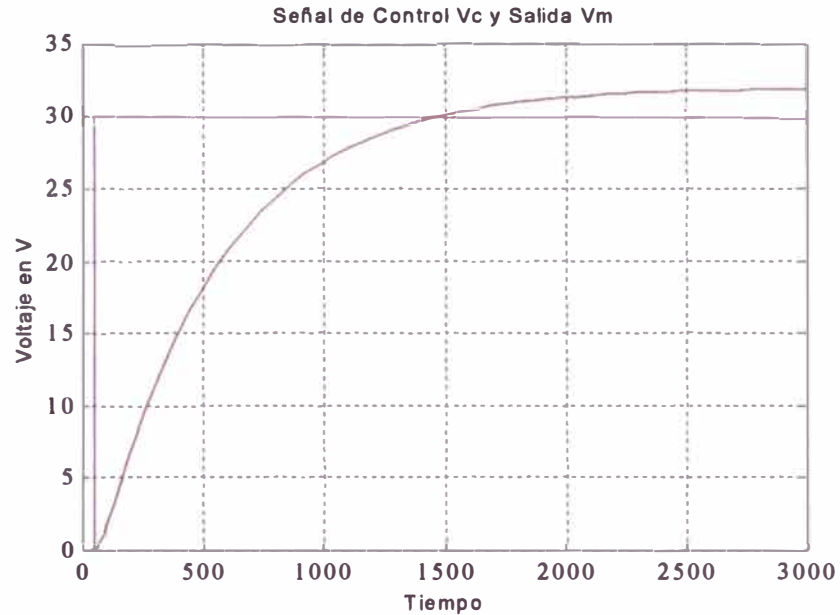
teta_m = senal(4,:);

Vm = senal(3,:);

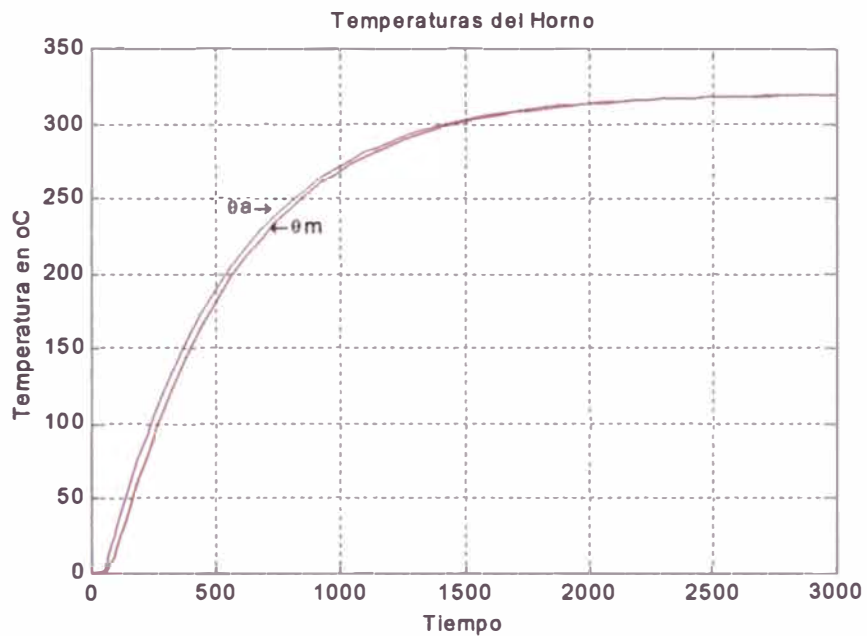
Vc = senal(5,:);

figure(1)
plot(t, Vc), hold on
plot(t, Vm,'r'), hold off, grid
title(' Señal de Control Vc y Salida Vm ')
xlabel('Tiempo'), ylabel('Voltaje en V')

figure(2)
plot(t, teta_a), hold on
plot(t, teta_m, 'r'), hold off, grid
title(' Temperaturas del Horno ')
xlabel('Tiempo'), ylabel('Temperatura en °C')
gtext('\thetaa\rightarrow')
gtext('\leftarrow\thetam')
```



**Figura 2.4** Voltajes de control  $V_c$  y medido  $V_m$



**Figura 2.5** Temperaturas en el horno

Se puede observar que el horno actúa como un proceso de primer orden de constante de tiempo igual a 500 segundos. De la figura 2.5 se puede observar que la temperatura medida  $\theta_m$  es muy cercano a la temperatura del horno  $\theta_a$  durante el estado transitorio. En estado estable naturalmente son idénticos.

## CAPITULO III

### DISCRETIZACIÓN DEL MODELO DEL PROCESO

#### 3.1 Sistemas de tiempo discreto

*Los sistemas de tiempo discreto* o sistemas de datos muestreados, son sistemas dinámicos en los cuales una o más variables pueden variar solamente en ciertos instantes. Estos instantes que se han de indicar por  $kT$  ó  $t_k$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ), pueden especificar el momento en el cual se realiza alguna medición física o el tiempo en el cual se lee la memoria de una computadora digital, etc. Se toma el intervalo de tiempo entre dos instantes suficientemente pequeños, de manera que los datos de tiempo entre estos dos instantes puedan ser aproximados por interpolación simple.

En la práctica, se presentan los sistemas de tiempo discreto, cuando se obtienen las mediciones necesarias para el control en forma intermitente o cuando se comparte un proyecto de gran envergadura o en la interconexión de la computadora con diversas plantas, de manera que se envía una señal de control a cada planta solo periódicamente o cuando se requiera realizar los cálculos necesarios para el control. Muchos sistemas de control en la industria moderna, son sistemas de tiempo discreto porque invariablemente influyen algunos elementos cuyas entradas y/o salidas son discretas en el tiempo. Sin embargo a veces la discretización con operación de

muestreo, puede ser enteramente ficticia e introducida únicamente para simplificar el análisis de un sistema de control que en realidad solo contiene elementos continuos.

### **3.2 Ventajas de los controladores digitales sobre los analógicos**

A continuación se presentan algunas ventajas de los controles digitales sobre los controles analógicos:

- Los controles digitales pueden realizar complejos cálculos con alta exactitud y velocidad. Las computadoras digitales pueden realizar cálculos complejos, con un incremento de costo relativamente pequeño. Comparativamente el costo de las computadoras analógicas son muy altos.
- Los controles digitales son extremadamente versátiles. Simplemente usando un nuevo programa se puede cambiar totalmente las operaciones a efectuar. Esta característica es particularmente importante si el sistema de control ha de recibir información operativa o instrucciones desde algún centro de cómputo, en los que se realizan estudios de optimización y análisis económico.

Se puede realizar fácilmente el análisis de sistemas de tiempo discreto con el método de la transformada  $Z$  ó el de espacio de estado.

Para discretizar el proceso, motivo del informe, tenemos que tener en cuenta que el proceso es lento, por eso se utiliza como tiempo de muestreo 1 segundo.



### **3.3 Representación del modelo en espacio de estado**

La teoría de control clásica contrasta con la teoría de control moderna, en que esta última se aplica a sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO), así como a sistemas de una entrada y una salida (SISO), que pueden ser lineales o no lineales, invariantes o variables en el tiempo, mientras que la primera se aplica únicamente a sistemas lineales invariantes en el tiempo y de única entrada y única salida. La teoría de control moderna también es esencialmente un método en el dominio del tiempo, mientras que la teoría de control convencional lo es en el dominio de la frecuencia compleja.

A continuación algunos conceptos muy importantes.

#### **3.3.1 Definición de estado**

El estado de un sistema dinámico es el conjunto más pequeño de variables (denominadas variables de estado) tales que el conocimiento de esas variables en  $t = t_0$  juntamente con la entrada para  $t \geq t_0$ , determinan totalmente el comportamiento del sistema para cualquier tiempo  $t \geq t_0$ .

Entonces, el estado de un sistema dinámico en el tiempo  $t \geq t_0$  queda determinado unívocamente por el estado en el tiempo  $t_0$  y la entrada para  $t \geq t_0$ , es independiente del estado y la entrada antes de  $t_0$ . Se hace notar que, al tratar con sistemas lineales invariantes en el tiempo, generalmente se elige el tiempo de referencia  $t_0$  igual a cero.

### **3.3.2 Definición de variables de estado**

Las variables de estado de un sistema dinámico son el conjunto mas pequeño de variables que representan el estado de un sistema dinámico.

Para describir totalmente el comportamiento de un sistema dinámico de orden  $n$  se necesitan al menos  $n$  variables  $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$  (tal que, una vez dada la entrada para  $t \geq t_0$  y el estado inicial en  $t_0$  está especificada, el estado futuro del sistema queda totalmente determinado), las cuales constituyen el conjunto de variables de estado.

Nótese que las variables de estado no necesariamente han de ser magnitudes físicamente medibles u observables. Sin embargo, en la práctica es conveniente elegir para las variables de estado magnitudes fácilmente medibles, porque las leyes de control óptimo exigirán la realimentación de todas las variables de estado con adecuada ponderación.

### **3.3.3 Definición de vector de estado**

Si se necesitan  $n$  variables de estado para describir totalmente el comportamiento de un sistema dado, se pueden considerar a esas  $n$  variables de estado, como las  $n$  componentes de un vector  $x(t)$ . Este vector se denomina vector de estado.

Por lo tanto un vector de estado es un vector que determina unívocamente el estado del sistema  $x(t)$ , para cualquier  $t \geq t_0$ , una vez especificada la entrada  $u(t)$  para  $t \geq t_0$ .

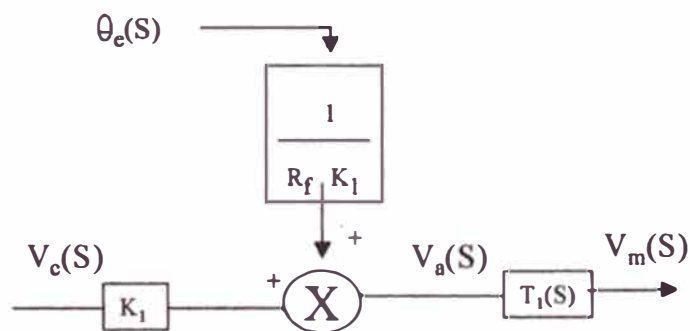
### 3.3.4 Definición de espacio de estado

El espacio n-dimensional, cuyos ejes de coordenadas consisten en el eje  $x_1$ , eje  $x_2$ , ....., eje  $x_n$ , se denomina espacio de estado. Se puede representar cualquier estado por un punto en el espacio de estado.

### 3.3.5 Representación del modelo del horno ventilado en espacio de estado

Modificando el diagrama de bloques de la Fig. 2.2 para conseguir la representación en espacio de estado de la función:

$$T(s) = \frac{V_m(s)}{V_a(s)}, \quad \text{Donde } V_a(s) \text{ es la imagen de la temperatura en el horno cerrado.}$$



**Figura 3.1** Diagrama de bloques modificado del horno

donde:

$$T(s) = \frac{K_1 K_2 R_f}{1 + (R_m C_m + R_f C_m + R_f C_a)S + R_f R_m C_m C_a S^2}$$

Como  $T(s)$  es una ecuación de orden (2), será necesario definir dos variables de estado.

$$X_1(t) = V_m(t) \quad (3.1)$$

$$X_2(t) = \dot{X}_1(t) \rightarrow X_2(t) = \dot{V}_m(t) \quad (3.2)$$

Modificando  $T(s)$  puede tomar la siguiente forma:

$$T(s) = \frac{b_0}{S^2 + a_1S + a_0} = \frac{Vm(s)}{Va(s)} \quad (3.3)$$

de la ecuación (3.3) :

$$b_0V_a(s) = s^2V_m(s) + a_1sV_m(s) + a_0V_m(s) \quad (3.4)$$

Usando las ecuaciones (3.1) y (3.2) tenemos:

$$b_0V_a(t) = \dot{V}_m(t) + a_1\dot{V}_m(t) + a_0V_m(t) \quad (3.5)$$

$$b_0V_a(t) = \dot{X}_2(t) + a_1X_2(t) + a_0X_1(t) \quad (3.6)$$

De (3.1) (3.2) y (3.6) se puede escribir matricialmente así:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_0 \end{bmatrix} V_a \quad (3.7)$$

$$y = Vm = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$$

### 3.3.6 Representación discreta del horno

Los cálculos de las matrices A, B, C y D lo obtenemos por Matlab, cuyo programa es el siguiente:

% Programa en Matlab (archivo: Discreto.m)

% Parámetros del proceso

Rm = 3;

Rf = 0.1;

Ca = 5000;

Cm = 10;

k2 = 0.1;

k1 = 100;

Qe = 20;

b0 = k1\*k2\*Rf/(Rf\*Rm\*Cm\*Ca);

a0 = 1/(Rf\*Rm\*Cm\*Ca);

a1 = (Rm\*Cm+Rf\*Cm+Rf\*Ca)/(Rm\*Cm\*Rf\*Ca);

%Las matrices en espacio de estado de tiempo continuo son:

A = [0 1 ; -a0 -a1];

B = [0 ;b0 ];

C = [1 0];

D = 0;

% Discretizando con T=1 seg.

T = 1;

[G, H, Cd, Dd] = c2dm(A,B,C,D,T,'zoh');

Al ejecutarse el programa se pueden obtener las matrices A, B, C , D, G, H, Cd, Dd, así:

>> A

A =

0 1.0000

-0.0001 -0.0354

```
>> B
```

```
B =
```

```
1.0e-004 *
```

```
0
```

```
0.6667
```

```
>> C
```

```
C =
```

```
1 0
```

```
>> D
```

```
D = 0
```

```
>> G
```

```
G =
```

```
1.0000 0.9825
```

```
-0.0001 0.9652
```

```
>> H
```

```
H =
```

```
1.0e-004 *
```

```
0.3294
```

```
0.6550
```

```
>> Cd
```

```
Cd =
```

```
1 0
```

```
>> Dd
```

```
Dd = 0
```

## **CAPITULO IV**

### **DISEÑO Y SIMULACIÓN DEL SISTEMA DE CONTROL**

El *control automático* ha jugado un papel importante en el avance de la ingeniería y de la ciencia. Además de su gran importancia en vehículos espaciales, en guiado de proyectiles, sistemas de pilotajes de aviones, equipos electrodomésticos etc., el control automático se ha convertido en parte importante e integral de los procesos de manufactura y de la industria modernas. Por ejemplo, el control automático resulta esencial en operaciones industriales como el control de presión, temperatura, humedad, viscosidad y flujo en las industrias de fabricación, entre muchos otros.

Con respecto a las técnicas empleadas actualmente en el diseño de sistemas de control automático, podemos observar en la industria que cada vez son mas las aplicaciones basadas en técnicas no convencionales, denominadas técnicas de control avanzado, que básicamente son técnicas digitales modernas.

Las técnicas de control avanzado que han logrado mayor aceptación en la industria en general son: control predictivo, control no lineal, control adaptivo, control óptimo ,etc.

En el presente informe se van a emplear las estrategias de control por realimentación de estados o localización de polos, control óptimo y control adaptivo, que se tratan a continuación.

#### **4.1 Método de Localización de Polos en Tiempo Continuo para el Proceso Sin Integrador**

El diseño por realimentación de estado es más versátil que el diseño de controladores de configuración fija convencionales ya que se controla directamente la ecuación característica del sistema de lazo cerrado.

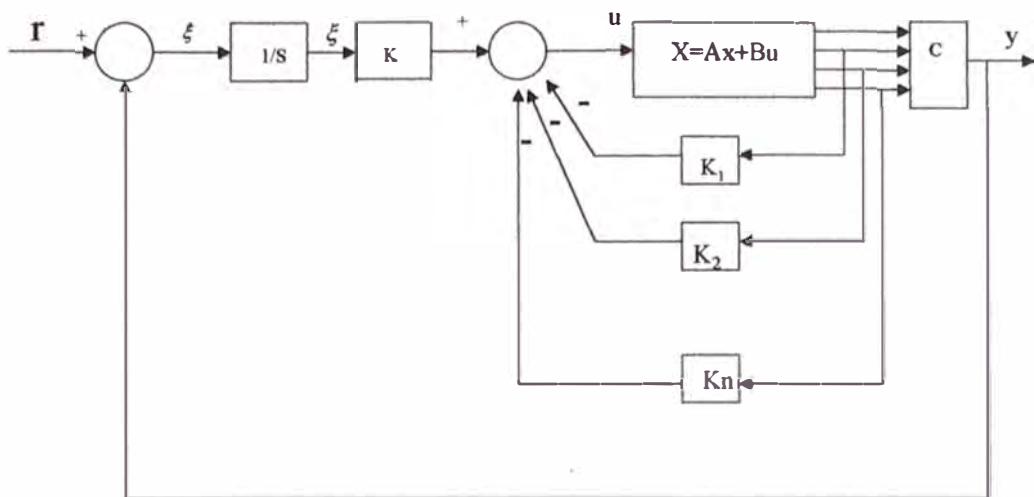
Un sistema inestable que es controlable, siempre se puede estabilizar mediante control por realimentación de estado.

A continuación se desarrollará el diseño de un servo sistema Tipo 1 aplicando el método de localización de polos.

##### **4.1.1 Diseño de servo sistema tipo 1 para una planta sin integrador**

En este caso la planta es de tipo 0, por consiguiente el diseño del servo sistema de tipo 1 implica insertar un integrador en la trayectoria directa entre el comparador de error y la planta, según se puede observar en la Fig. 4.1





**Figura 4.1** Diagrama de bloques del sistema de control

De la figura 4.1 se obtiene:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (4.1)$$

cuya salida es:

$$y = Cx \quad (4.2)$$

La ley de control es:

$$u = -kx + k_i \xi \quad (4.3)$$

$$\dot{\xi} = r - y = r - Cx \quad (4.4)$$

Suponiendo que la planta es de estado completamente controlable, y conociendo que la matriz  $D = [0]$ , entonces la función de transferencia de la planta es:

$$G_p(s) = C(sI - A^{-1})B \quad (4.5)$$

Ordenando matricialmente las ecuaciones (4.1) (4.4) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t) \quad (4.6)$$

⇒ en estado estacionario:

$$x(\infty) \rightarrow cte.; \quad \xi(\infty) \rightarrow cte.; \quad u(\infty) \rightarrow cte.$$

$$\dot{\xi}(t) = 0; \quad y(\infty) = r$$

Luego:

$$\begin{bmatrix} x(\infty) \\ \xi(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(\infty) \\ \xi(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(\infty) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(\infty) \quad (4.7)$$

Si se supone que  $r(t)$  es escalón  $\rightarrow r(\infty) = r(t) = r$  (cte.) Restando la ecuación (4.7) de la ecuación (4.6) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_e(\infty) \\ \dot{\xi}_e(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(\infty) \\ \xi_e(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u_e(\infty) \quad (4.8)$$

con

$$x(t) - x(\infty) = x_e(t); \quad \xi(t) - \xi(\infty) = \xi_e(t); \quad u(t) - u(\infty) = u_e(t).$$

Considerando

$$e(t) = \begin{bmatrix} x_e(t) \\ \xi_e(t) \end{bmatrix} ; \hat{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} ; \hat{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$$

Entonces:

$$u_e(t) = -kx_e(t) + k_I \xi_e(t) \quad (4.9)$$

La ecuación (4.8) puede describirse así:

$$e(t) = \hat{A}e(t) + \hat{B}u_e(t) \quad (4.10)$$

La ecuación (4.9) puede describirse así:

$$u_e(t) = -\begin{bmatrix} k & -k_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(t) \\ \xi_e(t) \end{bmatrix}$$

$$u_e = -\hat{k} e(t) \quad (4.11)$$

con:

$$\hat{k} = \begin{bmatrix} k & -k_I \end{bmatrix}$$

La matriz de realimentación total  $\hat{K}$  se puede obtener por medio de la técnica de localización de polos.

En estado estable:

$$x(\infty) = 0 = Ax(\infty) + Bu(\infty)$$

$$\dot{\xi}(\infty) = 0 = r - Cx(\infty)$$

Que reordenándolo matricialmente se obtiene:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(\infty) \\ u(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ r \end{bmatrix}$$

Si se efectúa la siguiente asignación:

$$P = \begin{bmatrix} A & B \\ -C & 0 \end{bmatrix}$$

y si considera que su rango es  $n+1 \Rightarrow \exists P^{-1}$

Luego:

$$\begin{bmatrix} x(\infty) \\ u(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ -C & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ -r \end{bmatrix}$$

y la ecuación (4.3) resulta en:

$$u(\infty) = -kx(\infty) + k_f \xi(\infty)$$

luego despejamos  $\xi(\infty)$ , así:

$$\xi(\infty) = \frac{1}{k_f} (u(\infty) + kx(\infty))$$

Reemplazando la ecuación (4.11) en la (4.10) se obtiene la ecuación del error de estado siguiente:

$$e = \left( \hat{A} - \hat{B} \hat{K} \right) e \quad (4.12)$$

Finalmente, si se seleccionan los valores propios deseados de la matriz  $\hat{A} - \hat{B}\hat{K}$  ( $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ )  $\Rightarrow$  se puede determinar la matriz  $k$  y la constante de ganancia integral  $k_I$ .

#### 4.1.2 Cálculo de K usando la fórmula de Ackerman

La ecuación característica puede ser escrita como:

$$|SI - A + BK| = S^N + \alpha_{n-1} S^{n-1} + \dots + \alpha_0$$

Notar que :  $\phi(A) = A^n + \alpha_{n-1} A^{n-1} + \dots + \alpha_0 I$

$$\hat{A} = A - BK$$

El teorema de Cayley-Hamilton demuestra la siguiente igualdad:

$$\phi(\hat{A}) = \hat{A}^n + \alpha_{n-1} \hat{A}^{n-1} + \dots + \alpha_0 I = 0$$

Para hallar la formula de Ackerman para nuestro proceso de segundo orden (n=2)

Con :

$$\hat{A} = A - BK$$

$$\hat{A}^2 = (A - BK)^2 = A^2 - ABK - BKA + (BK)^2 = A^2 - ABK - BK\hat{A}$$

Reemplazando en la fórmula de Cayley-Hamilton

$$\phi(\hat{A}) = \alpha_0 I + \alpha_1 (A - BK)^2 + A^2 - ABK - BK \hat{A} = 0$$

$$\phi(\hat{A}) = \phi(A) + \alpha_1 BK - ABK - BK \hat{A} = 0$$

Luego:

$$\phi(A) = B(\alpha_1 K + K \hat{A}) + ABK$$

Esta expresión se puede escribir así:

$$\phi(A) = \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 K + K \hat{A} \\ K \end{bmatrix}$$

De esta ecuación se puede despejar K:

$$\Rightarrow K = [0 \ 1] \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix}^{-1} \phi(A)$$

Se puede observar que la matriz  $\begin{bmatrix} B & BA \end{bmatrix}$  es la matriz de controlabilidad  $Com$  del proceso, que después de reemplazar nos da la fórmula de Ackerman, generalizando para un proceso de orden n.

$$K = [0 \ 1] com^{-1} \phi(A)$$

### 4.1.3 Simulación del sistema de control por localización de polos en tiempo continuo

Para la simulación será necesario resolver la ecuación de espacio de estado del sistema ampliado, debido a que se introduce un integrador en el controlador.

$$\dot{\hat{x}} = \hat{A} \hat{x} + \hat{B} u + r \quad (4.13)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{\zeta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -a_0 & -a_1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \zeta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_0 \\ \zeta \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (4.14)$$

$$u = - \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + k_1 \zeta \quad (4.15)$$

de las ecuaciones 4.14 y 4.15 obtenemos:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (4.16)$$

$$\dot{x}_2 = -a_0 x_1 - a_1 x_2 + b_0 u \quad (4.17)$$

$$\dot{\zeta} = -x_1 + r \quad (4.18)$$

$$u = -k_1 x_1 - k_2 x_2 + k_1 \zeta \quad (4.19)$$

Aplicando transformada de Laplace a las ecuaciones anteriores y considerando condiciones iniciales nulas, se obtiene

De la ecuación (4.18 )

$$s\zeta(s) = -x_1(s) + r(s)$$

luego:

$$\zeta(s) = -\frac{x_1(s)}{s} + \frac{r(s)}{s} \quad (4.20)$$

de la ecuación (4.17)

$$sx_2(s) = -a_0x_1(s) - a_1x_2(s) + b_0u(s)$$

luego:

$$x_2(s) = -\frac{a_0}{s+a_1}x_1(s) + \frac{b_0}{s+a_1}u(s) \quad (4.21)$$

de la ecuación (4.16)

$$x_1(s) = \frac{x_2(s)}{s} \quad (4.22)$$

de (4.21) y (4.22) obtenemos

$$\left(1 + \frac{a_0}{s+a_1} \frac{1}{s}\right)x_2(s) = \frac{b_0u(s)}{s+a_1}$$

luego

$$x_2(s) = \frac{b_0s}{s^2 + a_1s + a_0}u(s) \quad (4.23)$$

de la ecuación (4.19)

$$u(s) = -k_1x_1(s) - k_2x_2(s) + k_i\zeta(s)$$

reemplazando los valores de  $\zeta$  y  $x_1$



$$u(s) = -k_1 \frac{x_2(s)}{s} - k_2 x_2(s) + k_i \left( -\frac{x_1(s)}{s} + \frac{r(s)}{s} \right)$$

$$u(s) = x_2(s) \left( -\frac{k_1}{s} - k_2 - \frac{k_i}{s^2} \right) + k_i \frac{r(s)}{s}$$

reemplazando el valor de  $x_2$

$$u(s) = -\frac{b_0 s}{s^2 + a_1 s + a_0} u(s) \left( \frac{k_1}{s} + k_2 + \frac{k_i}{s^2} \right) + k_i \frac{r(s)}{s}$$

operando obtenemos el valor de  $u(s)$

$$u(s) = \frac{r(s) k_i (s^2 + a_1 s + a_0)}{s^3 + (a_1 + b_0 k_2) s^2 + (a_0 + b_0 k_1) s + k_i b_0}$$

como la referencia  $r$  es un valor constante entonces  $r(s) = \frac{R}{s}$ , reemplazando en la ecuación anterior tenemos:

$$u(s) = k_i R \frac{(s^2 + s a_1 + a_0)}{(s^4 + s^3 (a_1 + b_0 k_2) + s^2 (a_0 + b_0 k_1) + s b_0 k_i)} \quad (4.24)$$

ahora calculamos el valor de  $x_1$

$$x_1(s) = \frac{x_2(s)}{s} = \frac{b_0 u(s)}{s^2 + s a_1 + a_0} \Rightarrow$$

$$x_1(s) = \frac{R b_0 k_i}{s^4 + s^3 (a_1 + b_0 k_2) + s^2 (a_0 + b_0 k_1) + s b_0 k_i} \quad (4.25)$$

Para poder resolver estas ecuaciones necesitamos conocer los valores de  $k_1, k_2$  y  $k_i$ , para esto tenemos que escoger los polos deseados. Luego de varias pruebas y considerando que el voltaje de control no debe ser demasiado grande se han escogido los siguientes polos:

$$p_1 = -0.002 + 0.002i$$

$$p_2 = -0.002 - 0.002i$$

$$p_3 = -0.01$$

con estos valores, la formula de Ackerman, Matlab y los datos del proceso, obtenemos:

$$a_0 = b_0 = 6.6667e - 5$$

$$a_1 = 0.0354$$

$$k_1 = -0.28$$

$$k_2 = -321$$

$$k_i = 0.0012$$

$$a_1 + b_0 k_2 = 0.014$$

$$a_0 + b_0 k_1 = 4.8e - 5$$

$$b_0 k_i = 8e - 8$$

reemplazando estos valores en las ecuaciones (4.24) y (4.25) obtenemos:

$$u(s) = k_1 R \frac{(s^2 + 0.0354s + 6.6667e - 5)}{(s^4 + 0.014s^3 + 4.8e - 5s^2 + 8e - 8s)}$$

y

$$x_1(s) = \frac{Rb_0k_1}{s^4 + 0.014s^3 + 4.8e - 5s^2 + 8e - 8s}$$

Para resolver estas ecuaciones aplicamos la transformada de Laplace inversa a cada una de ellas. Previamente debemos descomponer en fracciones parciales. Con la ayuda de Matlab obtenemos:

$$\frac{u(s)}{k_1 R} = \frac{8.3334e + 2}{s} + \frac{2.7549e + 2}{s + 0.01} + \frac{-5.5441e + 2 - 3.8431e + 2i}{s + 0.002 - 0.002i} + \frac{-5.5441e + 2 + 3.8431e + 2i}{s + 0.002 + 0.002i}$$

$$\frac{x_1(s)}{b_0 k_1 R} = \frac{1.25e + 7}{s} + \frac{-0.1471e + 7}{s + 0.01} + \frac{-0.5515e + 7 + 0.9191e + 7i}{s + 0.002 - 0.002i} + \frac{-0.5515e + 7 - 0.9191e + 7i}{s + 0.002 + 0.002i}$$

Para resolver estas ecuaciones debemos tener en cuenta lo siguiente:

Luego de efectuar las operaciones algebraicas correspondientes se demuestra que:

$$\frac{a+bi}{s+c-di} + \frac{a-bi}{s+c+di} = 2a \frac{s}{s^2 + 2\rho\omega_n s + \omega_n^2} + \frac{a}{c} \frac{1}{s^2 + 2\rho\omega_n s + \omega_n^2}$$

donde  $\omega_n = \sqrt{c^2 + d^2}$  y  $\omega\rho = c$

como  $c = d$ , entonces aplicando transformada de Laplace inversa a la ecuación anterior, se obtiene:

$$l^{-1} \left\{ \frac{a+bi}{s+c-di} + \frac{a-bi}{s+c+di} \right\} = -2\sqrt{2}ae^{-ct} \text{sen}(ct - \pi/4) + 2ae^{-ct} \text{sen}(ct + \pi/4)$$

Luego, reemplazando valores tenemos:

$$x_1(t) = Rb_0k_1(1.25e + 7 - 0.147e + 7e^{-0.01t} + 2\sqrt{2} * 0.5515e + 7e^{-0.002t} \text{sen}(0.002t - \pi/4) - 2 * 0.551e + 7e^{-0.002t} \text{sen}(0.002t + \pi/4))$$

$$u(t) = Rk (8.3334e + 2.7549e + 2e^{-0.01t} + 2\sqrt{2} * 5.5441e + 2e^{-0.002t} \text{sen}(0.002t - \pi/4) - 2 * 5.5441e + 2e^{-0.002t} \text{sen}(0.002t + \pi/4))$$

Como  $x_1(t) = V_m(t)$ , que es el voltaje medido a la salida del amplificador de instrumentación, entonces, para graficar la temperatura aplicamos el factor de conversión igual a  $0.1 \text{ V}/^\circ\text{C}$ , obteniéndose:

$$T(t) = T_r * 0.1 * b_0 k_i * \\ (1.25e + 7 - 0.147e + 7e^{-0.01t} + 2\sqrt{2} * 0.5515e + 7e^{-0.002t} \text{sen}(0.002t - \pi/4) - \\ 2 * 0.551e + 7e^{-0.002t} \text{sen}(0.002t + \pi/4))$$

Finalmente, con estas ecuaciones se realiza la simulación:

% Programa de simulación del método de localización de polos en tiempo  
%continuo (Archivo: Loc\_PolosC.m), representación del proceso en espacio % de  
estado a lazo abierto.

Rm = 3;

Rf = 0.1;

Ca = 5000;

Cm = 10;

k2 = 0.1;

k1 = 100;

b0 = k1\*k2\*Rf/(Rf\*Rm\*Cm\*Ca);

a0 = 1/(Rf\*Rm\*Cm\*Ca);

a1 = (Rm\*Cm+Rf\*Cm+Rf\*Ca)/(Rm\*Cm\*Rf\*Ca);

A = [0 1 ; -a0 -a1];

B = [0 ;b0 ];

C = [1 0];

D = 0;

% Luego de acuerdo al diagrama de bloques aumentado será necesario conocer las  
matrices aumentadas

%[x;e]=[A 0 ;-C 0][X;e] + [B;0]u + [0;1] r

% Representación del proceso en espacio de estado a lazo cerrado usando el %  
método de localización de polos para el proceso que no tiene integrador

Ac = [A zeros(2,1);-C 0];

Bc = [B ; 0];

Cc = [1 0];

Dc = [0];

% Con Matriz de Controlabilidad

Con = ctrb(Ac,Bc);

Rango = rank(Con);

% Rango = 3

% El sistema es por lo tanto completamente controlable rango =3.

% Para el caso escogemos 2 polos conjugados y un polo simple

p1=-0.002+j\*0.002;

p2=-0.002-j\*0.002;

p3=-0.01;

Con=ctrb(Ac,Bc);

p = poly([p1,p2,p3]);

fi = polyvalm(p,Ac);

k0 = [ 0 0 1]\*(inv(Con))\*fi; % Calculo de K mediante la formula de %Ackerman

% k0 =

% -0.2800 -321.0000 -0.0012

% k1=-0.28 k2=-321 kI=0.0012

% a0 =

% 6.6667e-005

% b0 =

% 6.6667e-005

% a1 =

% 0.0354

num = [0 0 1 0.0354 6.6667e-5];

den = [1 0.014 4.8e-5 8e-8 0];

[r,p,k]=residue(num,den);

% Descomposición en fracciones parciales de u(s)

% r =

% 1.0e+002 \*

% 2.7549

% -5.5441 - 3.8431i

% -5.5441 + 3.8431i

% 8.3334

```

% p =
% -0.0100
% -0.0020 + 0.0020i
% -0.0020 - 0.0020i
% 0
% k =
% []
num = [0 0 0 0 1];
den = [1 0.014 4.8e-5 8e-8 0];
[r1,p1,k1]=residue(num,den);
% descomposición en fracciones parciales de x1(s)
% r1 =
% 1.0e+007 *
% -0.1471
% -0.5515 + 0.9191i
% -0.5515 - 0.9191i
% 1.2500
% p1 =
% -0.0100
% -0.0020 + 0.0020i
% -0.0020 - 0.0020i
% 0
% k1 =
% []
% Simulación
Tr=300; %Temperatura de Referencia
Ki=0.0012;
m=8.3334e+2;
n=2.7549e+2;
p=0.01;
a=-5.5441e+2;
c=0.002;

```

```

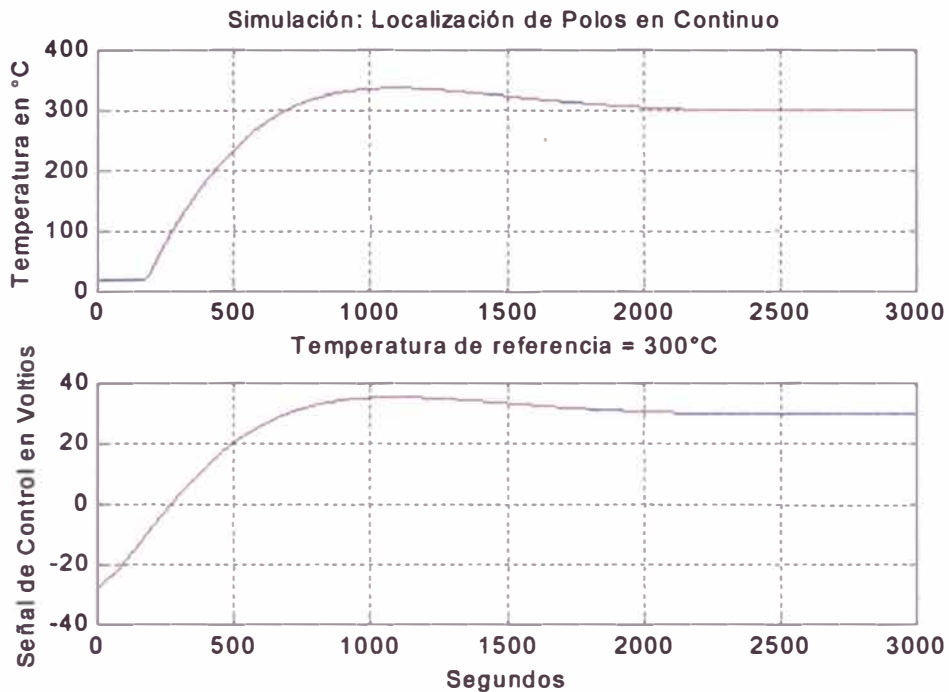
b0=6.667e-5;
m1=1.25e+7;
n1=-0.1471e+7;
p1=0.01;
a1=-0.5515e+7;
c1=0.002;
for t=1:3000
Vm(t)=b0*Ki*Tr*0.1*(m1+n1*exp(-p1*t)-2*sqrt(2)*a1*exp(-c1*t).*(sin(c1*t-
pi/4))+...
    2*a1*exp(-c1*t).*(sin(c1*t+pi/4)));
T(t)=Vm(t)/0.1;% Relación de Voltaje y Temperatura del Horno
U(t)=Ki*Tr*0.1*(m+n*exp(-p*t)-2*sqrt(2)*a*exp(-c*t).*(sin(c*t-pi/4))+...
    2*a*exp(-c*t).*(sin(c*t+pi/4)));
if (T(t)<20)    %Restricciones de la temperatura y el Voltaje de control
    T(t)=20;    %la temperatura mínima debe ser 20°C y el voltaje máximo
end            %es 50 voltios puesto que la potencia máxima a disipar
if (U(t)>50)    % es de 5000 watts.
    U(t)=50;
elseif (U(t)<-50)
    U(t)=-50;
end
end
ejex= linspace(0,3000,3000);
subplot(2,1,1)
plot(ejex,T);
grid
title('Simulacion: Localizacion de Polos en Continuo');
ylabel('Temperatura en °C');
xlabel('Temperatura de referencia = 300°C');
subplot(2,1,2)
plot(ejex,U);
grid

```



```
ylabel('Señal de Control en Voltios');
xlabel('Segundos');
```

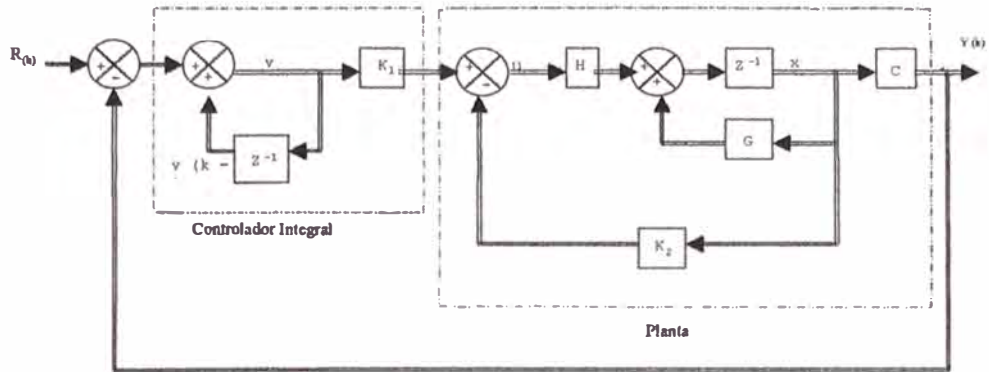
Las gráficas resultantes de la temperatura controlada y la señal de control, se muestran en la figura 4.2.



**Figura 4.2** Señales de salida y control por el método de localización de polos en continuo.

#### **4.2 Método de Localización de Polos en Tiempo Discreto para el Sistema sin Integrador:**

Considere el sistema mostrado en la Fig. 4.3. Se supone que la planta es de estado completamente controlable, completamente observable y que no tiene integrador. La ecuación de estado de la planta y su ecuación de salida son:



**Figura 4.3** Sistema con realimentación de estado y control integral en tiempo discreto

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k) \quad (4.26)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (4.27)$$

donde:

$x(k)$  = vector de estado de la planta (de dimensión  $n$ )

$u(k)$  = Vector de control (de dimensión  $r$ )

$y(k)$  = Vector de salida (de dimensión  $m$ )

$G$  = matriz de  $n \times n$

$H$  = matriz de  $n \times m$

$C$  = matriz de  $m \times n$

(Observe que en el análisis presente suponemos que las dimensiones del vector de salida y del vector de control son iguales; ambos son vectores de dimensión  $m$ ). La ecuación de estado del integrador es:

$$v(k) = v(k-1) + r(k-1) - y(k) \quad (4.28)$$

donde

$v(k)$  = vector de error de actuación (dimensión  $m$ )

$r(k)$  = vector de entrada de comando (dimensión  $m$ )

la ecuación (4.28) puede volverse a escribir como sigue:

$$\begin{aligned}
 v(k+1) &= v(k) + r(k+1) - y(k+1) \\
 &= v(k) + r(k+1) - C[Gx(k) + Hu(k)] \\
 &= -CGx(k) + v(k) - CHu(k) + r(k+1)
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

El vector de control  $u(k)$  está dado por:

$$u(k) = -k_2 x(k) + k_1 v(k) \tag{4.30}$$

En nuestro sistema de seguimiento, la configuración del sistema queda especificada en la Fig. 4.3. Los parámetros de diseño son las matrices  $k_1$  y  $k_2$ . A continuación analizaremos el procedimiento para determinar las matrices  $k_1$  y  $k_2$ , de forma que el sistema tenga los polos de lazo cerrado deseados. De las ecuaciones (4.26), (4.27) y (4.30), obtenemos

$$\begin{aligned}
 u(k+1) &= -k_2 x(k+1) + k_1 v(k+1) \\
 &= (k_2 - k_2 G - k_1 C G)x(k) \\
 &\quad + (I_m - k_2 H - k_1 C H)u(k) + k_1 r(k+1)
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

Si observamos que  $u(k)$  es una combinación lineal de los vectores de estado  $x(k)$  y  $v(k)$ , podemos definir un nuevo vector de estado formado por  $x(k)$  y  $u(k)$  [en vez de  $x(k)$  y  $v(k)$ ]. De las ecuaciones (4.26) y (4.31) obtenemos la siguiente ecuación de estado:

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ u(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & H \\ k_2 - k_2G - k_1CG & I_m - k_2H - k_1CH \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ k_1 \end{bmatrix} r(k+1) \quad (4.32)$$

La ecuación de salida, ecuación (4.27), puede escribirse como sigue:

$$y(k) = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k+1) \\ u(k+1) \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

Observe que los polos en lazo cerrado del sistema están determinados por el sistema mismo, y no dependen de la entrada de comando  $r(k)$ . En la ecuación (4.32), los valores característicos de la matriz de estado determinan los polos en lazo cerrado del sistema.

Para aplicar en forma directa la técnica de la ubicación de polos, considerar que el vector de comando  $r(k)$  es un vector constante (entrada escalón), de forma que:

$$r(k) = r$$

Entonces, la ecuación (4.32) se convierte en

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ u(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & H \\ k_2 - k_2G - k_1CG & I_m - k_2H - k_1CH \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ k_1r \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Observe que para la entrada escalón,  $x(k)$ ,  $u(k)$  y  $v(k)$  tienden a los valores constantes  $x(\infty)$ ,  $y(\infty)$  y  $v(\infty)$ , respectivamente. Por lo tanto, de la ecuación (4.28), obtenemos la ecuación siguiente en estado permanente:

$$v(\infty) = v(\infty) + r - y(\infty)$$

es decir,

$$y(\infty) = r$$

En la salida no hay error en estado permanente cuando la entrada de comando es un vector escalón. Asimismo, en estado permanente, la ecuación (4.34) se convierte en

$$\begin{bmatrix} x(\infty) \\ u(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & H \\ k_2 - k_2G - k_1CG & I_m - k_2H - k_1CH \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(\infty) \\ u(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ k_1r \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

Definamos los vectores de error por:

$$\begin{aligned} x_e(k) &= x(k) - x(\infty) \\ u_e(k) &= u(k) - u(\infty) \end{aligned}$$

las ecuaciones (4.37) y (4.38) se convierten respectivamente en:

$$\xi(k+1) = \hat{G}\xi(k) + \hat{H}w(k) \quad (4.40)$$

$$w(k) = -\hat{K}\xi(k) \quad (4.41)$$

Una vez especificados los polos en lazo cerrado deseados, es posible determinar la matriz  $\hat{K}$  mediante la técnica de ubicación de polos. Utilizando la matriz  $\hat{K}$  así determinada, podemos obtener las matrices  $k_1$  y  $k_2$ , como sigue:

Primero, obsérvese que:

$$[k_2 \quad k_1] \begin{bmatrix} G - I_m & H \\ CG & CH \end{bmatrix} = [k_2G - k_2 + k_1CG \quad k_2H + k_1CH] \quad (4.42)$$

Entonces, de las ecuaciones (4.39) y (4.42), tenemos que:

$$\begin{aligned} \hat{K} &= [k_2G - k_2 + k_1CG \quad k_2H + k_1CH] \\ &= [k_2 \quad k_1] \begin{bmatrix} G - I_m & H \\ CG & CH \end{bmatrix} = \hat{K} + [0 \quad I_m] \end{aligned} \quad (4.43)$$

Por lo tanto,

$$[k_2 \quad k_1] = [\hat{K} + [0 \quad I_m]] \begin{bmatrix} G - I_m & H \\ CG & CH \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.44)$$

A continuación, restando la ecuación (4.35) de la ecuación (4.34), obtenemos

$$\begin{bmatrix} x_e(k+1) \\ u_e(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & H \\ k_2 - k_2G - k_1CG & I_m - k_2H - k_1CH \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(k) \\ u_e(k) \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

La dinámica del sistema queda determinada por los valores característicos de la matriz de estado, que aparecen en la ecuación (4.36). La ecuación (4.36) puede modificarse a:

$$\begin{bmatrix} x_e(k+1) \\ u_e(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & H \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(k) \\ u_e(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I_m \end{bmatrix} w(k) \quad (4.37)$$

donde:

$$w(k) = \begin{bmatrix} k_2 - k_2G - k_1CG & I_m - k_2H - k_1CH \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(k) \\ u_e(k) \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

Si definimos

$$\begin{aligned} \xi(k) &= \begin{bmatrix} x_e(k) \\ u_e(k) \end{bmatrix} = (n+m) \text{ vector} \\ \hat{G} &= \begin{bmatrix} G & H \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = (n+m) \times (n+m) \text{ matriz} \\ \hat{H} &= \begin{bmatrix} 0 \\ I_m \end{bmatrix} = (n+m) \times m \text{ matriz} \\ \hat{K} &= -\begin{bmatrix} k_2 - k_2G - k_1CG & I_m - k_2H - k_1CH \end{bmatrix} \\ &= m \times (n+m) \text{ matriz} \end{aligned} \quad (4.39)$$

#### 4.2.1 Simulación del sistema de control por localización de polos en tiempo

##### discreto

% Programa Loc\_PolosD.m

% Programa en Mat Lab para Simular el control por localización de polos en % tiempo discreto representación del proceso en espacio de estado discreto a % lazo abierto.

% Parámetros del proceso:

Rm = 3;

Rf = 0.1;

Ca = 5000;

Cm = 10;

k2 = 0.1;

k1 = 100;

Qe = 20;

b0 = k1\*k2\*Rf/(Rf\*Rm\*Cm\*Ca);

a0 = 1/(Rf\*Rm\*Cm\*Ca);

a1 = (Rm\*Cm+Rf\*Cm+Rf\*Ca)/(Rm\*Cm\*Rf\*Ca);

% Las matrices de espacio de estado en continuo son:

A = [0 1 ; -a0 -a1];

B = [0 ;b0 ];

C = [1 0];

D = 0;

% A =

% 0 1.0000

% -0.0001 -0.0354

% B =

% 1.0e-004 \*

% 0

% 0.6667

% C = 1 0

% D = 0



% Para discretizar se usa T=1 seg. por ser un proceso lento

T = 1;

[G, H, Cd, Dd] = c2dm(A,B,C,D,T,'zoh');

% G =

% 1.0000 0.9825

% -0.0001 0.9652

% H =

% 1.0e-004 \*

% 0.3294

% 0.6550

% Cd = 1 0

% Dd = 0

% Con Matriz de Controlabilidad

Con = ctrb(G,H);

% Con =

% 1.0e-004 \*

% 0.3294 0.9730

% 0.6550 0.6322

Rango = rank(Con);

% Rango = 2

% Luego el proceso es completamente controlable, para aplicar el

% método de ubicación de polos en tiempo discreto, necesitamos calcular las

% matrices ampliadas  $G^*$ ,  $H^*$  y  $K^*$ .

G1=[G H ;zeros(1,2) 0];

H1=[zeros(1,2)1]';

% G1 =

% 1.0000 0.9825 0.0000

% -0.0001 0.9652 0.0001

% 0 0 0

% H1 =

% 0

% 0

```

% 1
Con1 = ctrb(G1,H1); %[H1^ G1^H1^ G1^2H1]
% Con1 =
%    0  0.0000  0.0001
%    0  0.0001  0.0001
%   1.0000    0    0
Rango1 = rank(Con1);
% Rango1 = 3
%Luego el sistema con realimentación de estado y control integral es
%completamente controlable,y por lo tanto es aplicable el método de %localización
de polos en tiempo discreto, escogiendo  $\omega_n=1/170$ rd/s. y un %factor de
amortiguamiento  $m=0.707$ 
m=0.707;
wn=1/170;
p1=-2*exp(-m*wn*T)*cos(wn*T*sqrt(1-m^2));
p2=exp(-2*m*wn*T);
% wn = 0.0556
% p1 =-1.8999
% p2 = 0.9028
p=[1 p1 p2 0];
% p =  1.0000 -1.9929  0.9930
phi=polyvalm(p,G1);
% phi =
% -0.0000 -0.0273  0.0000
%  0.0000  0.0009 -0.0001
%    0    0  0.9930
% Calculo de K usando la Formula de Ackerman
K=[0 0 1]*inv(Con1)*phi;
% K = -0.5919 -409.5961 -0.0278
% Para hallar las constantes de ganancia de realimentación y la constante de %
ganancia integral aplicamos.
k21=[K+[0 0 1]]*inv([G-eye(2) H;C*G C*H]);

```

```

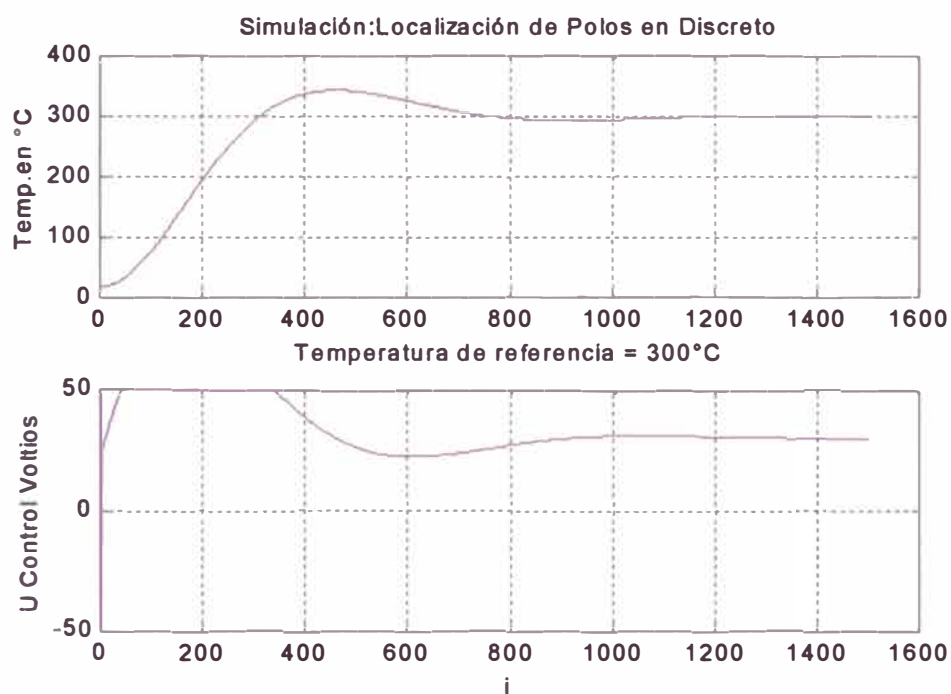
% 1.0e+004 *
% 0.0126  1.4799  0.0001
k1 =1; % ganancia integral
k2 =1.0e+004*[0.0126 1.4799]; % ganancia de realimentación de estado.
% Para hallar la salida calculamos la siguiente matriz
S=[G-H*k2 H*k1;-C*G+C*H*k2 1-C*H*k1];
% Simulación
% S =
% 0.9789 -0.0128  0.0000
% -0.0419 -1.0138  0.0001
% -0.9789  0.0128  1.0000
% Condiciones Iniciales Temp=20°C, esto es Vm=X1=2 voltios.
x1(1)=2;x2(1)=0;v(1)=0;u(1)=0;t(1)=20;
tr=300;%Temperatura Referencia 300 °c.
N=1500;
for i=1:N
    x1(i+1) =S(1,1)*x1(i)+S(1,2)*x2(i)+S(1,3)*v(i);
    x2(i+1) =S(2,1)*x1(i)+S(2,2)*x2(i)+S(2,3)*v(i);
    v(i+1) =S(3,1)*x1(i)+S(3,2)*x2(i)+S(3,3)*v(i)+0.1*tr;
    u(i+1) = -k2*[x1(i) x2(i)]'+k1*v(i);
    t(i+1)=10*x1(i+1); % Relación voltaje temperatura
    U(i+1)=u(i+1);
    if(t(i+1)<20) % Restricciones de la temperatura y el Voltaje de control
        t(i+1)=20; % la temperatura mínima debe ser 20°C y el voltaje máximo
    end          % es 50 voltios puesto que la potencia máxima a disipar
    if(u(i+1)>50) % es de 5000 watts.
        u(i+1)=50;
    elseif (u(i+1)<-50)
        u(i+1)=-50;
    end
end
end
ejex= linspace(0,1501,1501);

```

```

subplot(2,1,1)
%stem(ejex,t);
plot(ejex,t);
title('Simulación: Localización de Polos en Discreto')
grid
ylabel('Temp.en °C');
xlabel('Temperatura de referencia = 300°C');
subplot(2,1,2)
plot(ejex,u),grid;
ylabel('U Control Voltios');
xlabel('i');

```



**Figura 4.4** Gráficas resultantes empleando el método de localización de polos en tiempo discreto.

### **4.3 Método de Control Óptimo Proporcional Integral**

#### **4.3.1 Sistemas de control óptimo**

En las últimas décadas los problemas de control óptimo han recibido gran atención debido a la creciente demanda de sistemas de alta eficiencia y a la fácil disponibilidad de la computadora digital.

El concepto de optimización abarca una selección de índices de funcionamiento o funciones de costo y un diseño que brinda el sistema de control óptimo dentro de los límites impuestos por las restricciones físicas.

El procedimiento de diseño del sistema de control óptimo trata de encontrar un extremo (máximo o mínimo, según el caso) de una función de costo con el propósito de determinar una ley de control óptima.

En el diseño, se usa el Regulador Óptimo Proporcional Integral Discreto con el propósito de reducir el error en estado estable.

El resultado del diseño proporciona una matriz de ganancia  $K$  que multiplicada por el vector de estado del proceso, resulta en una ley de control óptima cuadrática.

#### **4.3.2 Simulación del sistema de control óptimo proporcional integral**

% Programa en Matlab para la simulación del método de control óptimo  
%proporcional integral (Archivo: OptimoProInt.m) representación del %proceso en  
espacio de estado discreto a Lazo Abierto

$R_m = 3;$

$R_f = 0.1;$

$C_a = 5000;$

$C_m = 10;$

$k_2 = 0.1;$

```

k1 = 100;
Qe = 20;
b0 = k1*k2*Rf/(Rf*Rm*Cm*Ca);
a0 = 1/(Rf*Rm*Cm*Ca);
a1 = (Rm*Cm+Rf*Cm+Rf*Ca)/(Rm*Cm*Rf*Ca);
A = [0 1 ; -a0 -a1];
B = [0 ;b0 ];
C = [1 0];
D = 0;
%A =
%      0  1.0000
% -0.0001 -0.0354
%B =
% 1.0e-004 *
%      0
% 0.6667
%C = 1  0
%D = 0
% Discretizando con T=1 seg.
T = 1;
[G, H, Cd, Dd] = c2dm(A,B,C,D,T,'zoh');
%G =
% 1.0000  0.9825
% -0.0001  0.9652
%H =
% 1.0e-004 *
% 0.3294
% 0.6550
%Cd = 1  0
%Dd = 0
% Con Matriz de Controlabilidad
Con = ctrb(G,H);

```

```

Rango = rank(Con);
%Con =
% 1.0e-004 *
% 0.3294 0.9730
% 0.6550 0.6322
% Rango = 2
% El proceso es por lo tanto completamente controlable.
% Para aplicar el método de control óptimo proporcional integral se necesita %
conocer las matrices aumentadas.
G1 = [G zeros(2,1); -C*G 1];
H1 = [H; -C*H];
%G1 =
% 1.0000 0.9825 0
% -0.0001 0.9652 0
% -1.0000 -0.9825 1.0000
%H1 =
% 1.0e-004 *
% 0.3294
% 0.6550
% -0.3294
Con1 = ctrb(G1,H1); %Matriz de controlabilidad
Rango1 = rank(Con1);
%Con1 =
% 1.0e-003 *
% 0.0329 0.0973 0.1594
% 0.0655 0.0632 0.0610
% -0.0329 -0.1302 -0.2896
%Rango1 = 3
%Por lo tanto el sistema es completamente controlable
% Seleccionamos las siguientes matrices de ponderación:

R = [100]; Q = [200 0 0;

```

```

0 100 0;
0 0 0.01];
P = zeros (3,3);
for i = 1:1000
    P=Q+G1'*P*G1-G1'*P*H1*inv(R+H1'*P*H1)*H1'*P*G1;% Riccatti
end
Ka= inv(R+H1'*P*H1)*H1'*P*G1;
%P =
%1.0e+008 *
% 0.0017  0.0432  -0.0000
% 0.0432  1.1412  -0.0001
% -0.0000  -0.0001  0.0000
%Ka =
% 2.8768  75.9875  -0.0100
[kk,pp]=dlqr(G1,H1,Q,R);% kk=Ka, pp=P
K=[Ka(1) Ka(2)];
KI=-[Ka(3)];
% Simulación
%Condiciones iniciales;temperatura ambiente 20 °C
Vm=2; X=[2;0];
N=2500; v=0;tr=300; % Temperatura de Referencia
for i=1:N
    v=v+tr*0.1-Vm
    u(i)=-K*X + KI*v;
    X=G*X+H*u(i);
    Y(i)=X(1);
    Vm=Y(i);
    Tt(i)=Y(i)/0.1; %Vm/0.1 es igual a la temperatura
    if (Tt(i)<20) %restricciones a la temperatura y el voltaje de control
        Tt(i)=20; %la temperatura mínima debe ser 20°C y el Vm máximo es
        end %de 50 voltios puesto que potencia máxima a disipar es
    if (u(i)>50) %5000 watts.

```

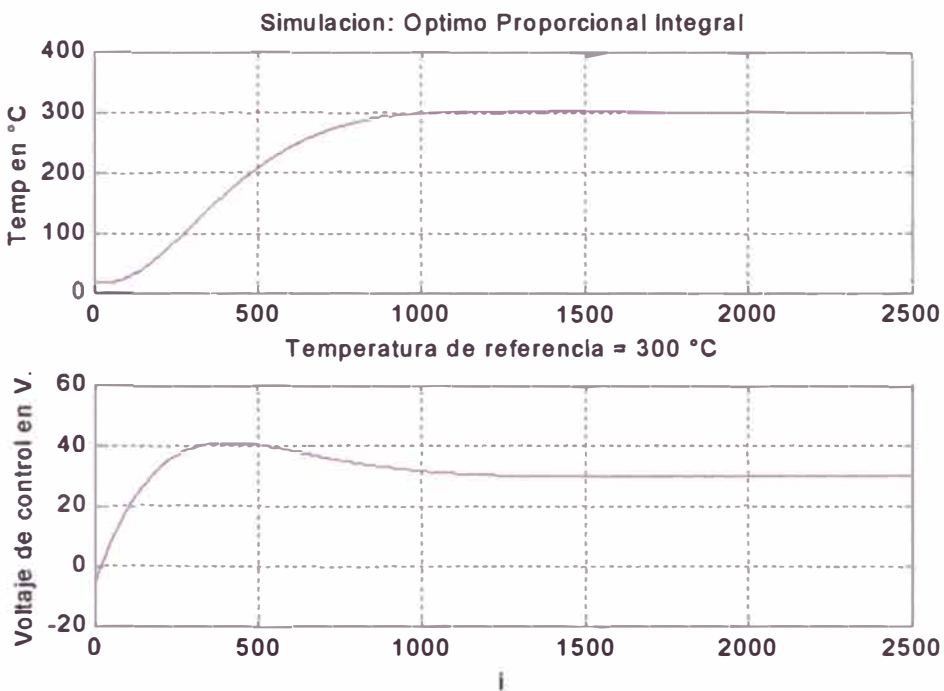


```

u(i)=50;
elseif (u(i)<-50)
    u(i)=-50;
end
end
% Gráficos
t= linspace(0,T*N,N);
subplot(2,1,1)
plot (t,Tt); ylabel('Temp en °C'); grid;
title('Simulacion: Optimo Proporcional Integral');
xlabel('Temperatura de referencia = 300 °C');
subplot(2,1,2)
plot (t,u); ylabel('Voltaje de control en V. '); grid;
xlabel ('i');

```

Los resultados gráficos del programa, se observan en la figura 4.5.

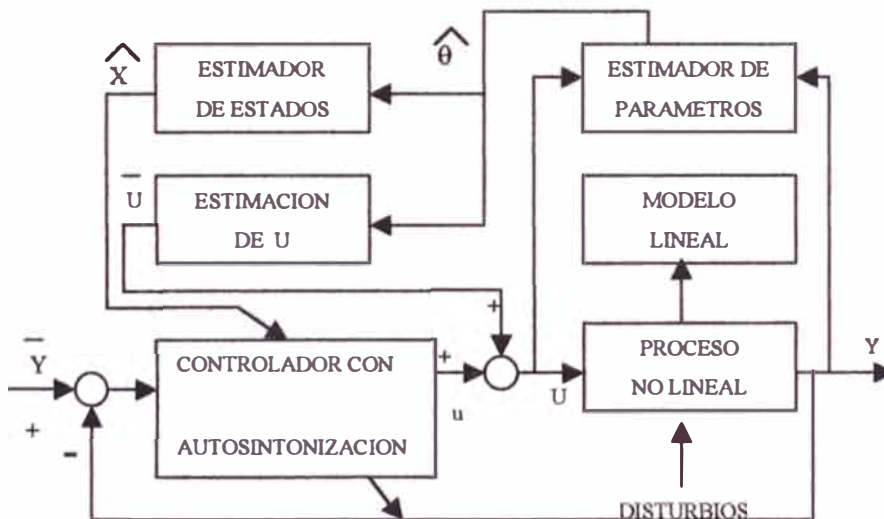


**Figura 4.5** Señales de salida y de control por el método de control óptimo proporcional integral.

## 4.4 Método de Control Adaptivo con Autosintonización

### 4.4.1 Sistemas de control adaptivo

Un sistema de control adaptivo es un sistema que continua y automáticamente mide las características dinámicas (como la función de transferencia) de la planta, las compara con las características dinámicas deseadas, y usa la diferencia o error para ajustar los parámetros del sistema (generalmente, los parámetros del controlador) o para generar una señal de accionamiento, de modo que se pueda mantener el funcionamiento óptimo con independencia de las variaciones ambientales; alternativamente este sistema puede medir continuamente su propio funcionamiento de acuerdo con un índice de comportamiento dado y modificar en caso de ser necesario, sus propios parámetros para mantener el funcionamiento óptimo con independencia de los cambios ambientales, moderados errores de diseño o incertidumbre de ingeniería y también compensaría las fallas de los componentes menores del sistema, aumentado de este modo la confiabilidad del sistema.



**Figura 4.6** Configuración del sistema de control con Autosintonización.

Hay 2 tipos de controladores adaptivos: controladores adaptivos con modelo referencia y controladores con autosintonización.

En el presente informe se emplea la configuración del controlador adaptivo con autosintonización mostrado en la Fig. 4.6. Tal sistema combina en su diseño un método de estimación de parámetros (el de los mínimos cuadrados recursivo mejorado MCRM), una técnica de estimación de estados (el filtro de Kalman), una representación lineal del modelo del proceso y una ley de control (el controlador proporcional integral óptimo cuadrático con realimentación de estados).

El objetivo del control es determinar una señal de control capaz de minimizar la diferencia entre la señal de salida y la señal de referencia.

#### **4.4.2 Simulación del sistema de control adaptivo con autosintonización**

El diseño y simulación del sistema de control adaptivo con autosintonización se obtiene mediante el siguiente programa:

```
% Programa en Matlab para la simulación del método de control adaptivo
% con Autosintonización (Archivo:Adaptivo.m)
% Parámetros del Proceso
Rm = 3;
Rf = 0.1;
Ca = 5000;
Cm = 10;
k2 = 0.1;
k1 = 100;
Qe = 20;
beta = k1*k2*Rf/(Rf*Rm*Cm*Ca);
alfa0 = 1/(Rf*Rm*Cm*Ca);
alfa1 = (Rm*Cm+Rf*Cm+Rf*Ca)/(Rm*Cm*Rf*Ca);
%beta = 6.6667e-005
```

```

%alfa0 = 6.6667e-005
%alfa1 = 0.0354
%Modelo lineal del proceso continuo de segundo orden
Ac = [0 1 ; -alfa0 -alfa1];
Bc = [0 ;beta ];
Cc = [1 0];
Dc = [0];
%Ac =
%      0  1.0000
% -0.0001 -0.0354
%Bc =
% 1.0e-004 *
%      0
%  0.6667
%Cc = 1  0
%Dc = 0
% Modelo lineal discreto de segundo orden
% Discretizando con T=1 seg.
T = 1;
[G, H, C, D] =c2dm(Ac,Bc,Cc,Dc,T,'zoh');
%G =
%  1.0000  0.9825
% -0.0001  0.9652
%H =
% 1.0e-004 *
%  0.3294
%  0.6550
%C = 1  0
%D = 0
[num,den]=ss2tf(G,H,C,D);
a1 = den(2); a2 = den(3);
b1 = num(2); b2 = num(3);

```

```

%a1 = -1.9652
%a2 = 0.9652
%b1 = 3.2943e-005
%b2 = 3.2557e-005
% Gcc,Hcc,Ccc,Dcc: Representación Canónica Controlable
a11 = 0; a12 = 1; a21 = -a2; a22 = -a1;
b11 = b1; b21 = b2-a1*b1;
c11 = 1; c12 = 0;
Gcc = [a11 a12;a21 a22]; Hcc = [b11;b21];
Ccc = [c11 c12]; Dcc = [0];
%Gcc =
%      0  1.0000
% -0.9652  1.9652
%Hcc =
% 1.0e-004 *
%  0.3294
%  0.9730
%Ccc = 1   0
%Dcc = 0
% Condiciones Iniciales
Y(1) = 0; Y(2) = 0; Y(3) = 0; % Salida actual
y(1) = 0; y(2) = 0;          % Salida residual
U(1) = 0; U(2) = 0; U(3) = 0; % Señal de control actual
u(1) = 0; u(2) = 0;          % Señal de control residual
xmenos = zeros(2,1);         % Vector de observación inicial
z = 0;                        % Acción integral inicial
X1 = 0; X2 = 0;              % Estados actuales
% Condiciones iniciales de los parámetros
Ref = 30;                     % Referencia de 300°C
frec = 0.0015;                % Frecuencia de la referencia variable
Ce = (1+a1+a2)*Ref;           % Valor inicial de Ce
thi = [-a1 -a2 b1 b2 Ce]';    % Vector inicial de parametros

```

```

alfa = 1000; Pi = alfa*eye(5); % Matriz de covarianza inicial
lamb = 0.98; lamb0 = 0.99; % Factor de memoria
cmax = 100; cmin = 15; % Umbrales de estimacion
% Parametros de optimización
Q0 = 0.01; R0 = 0.04; % Para el filtro Kalman
R = 0.45; Qa = [0.05 0 0;0 0.1 0;0 0 1]; % Para la ganancia Ka
%***** Lazo del Sistema de Control Adaptivo *****
%Mm = 12000;% para la señal variable
Mm = 5000;
for r = 1:Mm
    t = r+2;
%Señal de Referencia
%Y0(t) = 20+15*sign(sin(frec*(t-2))); %referencia variable
Y0(t)=30; %referencia constante T=300 °C.
%Estimacion de parametros por el método de Mínimos Cuadrático Recursivo
mejorado (RLS)
    psi = [Y(t-1) Y(t-2) U(t-1) U(t-2) 1]';
    rho = max(1,norm(psi));
    psin = psi/rho;
    Nn = chol(Pi'); % Nn'*Nn=Pi ... Nn*Nn'=Pi'
    S = inv(diag(Nn*ones(5,1),0));
    Ps = S*Pi*S;
    psins = inv(S)*psin;
    rt = 1+psins'*Ps*psins;
    lamb = 1-(rt-sqrt(rt^2-4*norm(Ps*psins)^2/trace(Ps)))/2;
    e = Y(t)/rho - thi'*psin;
    j = psins'*Ps*psins+lamb;
    th = thi + e*inv(S)*Ps*psins/j;
    Hns = Ps*psins/j;
    Ps = (Ps-Hns*psins'*Ps)/lamb;
    tt = abs(max(eig(Ps))/min(eig(Ps)));
    if tt <= cmin,

```

```

    Pi=Ps; thi = th;
else tt >= cmax,
    Nnew = chol(Ps'); % Nnew*Nnew'=Ps'
    Snew = inv(diag(Nnew*ones(5,1),0));
    Psnew = Snew*Ps*Snew;
    Pi = Psnew; thi = th;
end
% Recuperación de la ecuación canónica controlable
ae1 = -th(1); ae2 = -th(2);
be1 = th(3); be2 = th(4); Ce = th(5);
ae11 = 0; ae12 = 1; ae21 = -ae2; ae22 = -ae1;
GE = [ae11 ae12;ae21 ae22];
be11 = 0; be21 = 1; HE = [be11;be21];
ce11 = be2; ce12 = be1; CE = [ce11 ce12]; DE = [0];
% Salida residual (desviación)
y(t) = Y(t)-Y0(t);
% Calculo de la ganancia K0 del estimador de Kalman
K0 = dlqe (GE,HE,CE,Q0,R0);
xmas = xmenos+ K0*(y(t)-CE*xmenos); % Observación
z = z-CE*xmas; % Accion Integral
% Calculo de la ganancia Ka del controlador optimo
Ga = [GE zeros(2,1); -CE 1];
Ha = [HE;0];
Ca = [CE 0];
Ka = dlqr(Ga,Ha,Qa,R);
%Calculo de la ley de control residual
u(t) = -Ka*[xmas;z];
%Actualizando estados
xmenos = GE*xmas+HE*u(t);
% Calculo de Uin (valor D.C. de U(t))
AE = 1+ae1+ae2; BE = be1+be2;
Uin = inv(BE)*(AE*Y0(t)-Ce);

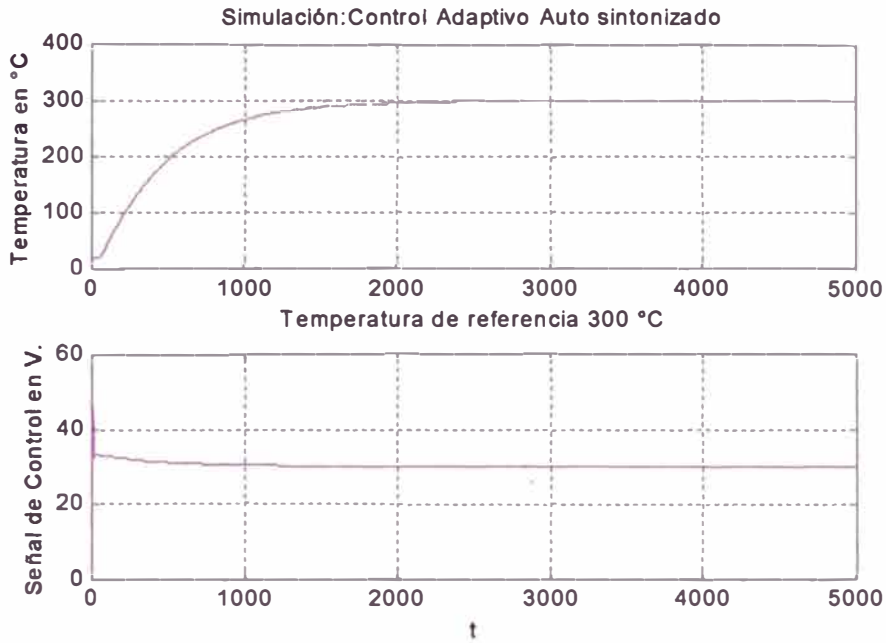
```

```

%Calculo de la señal de control U(t)
U(t) = u(t)+Uin;
%Limitando la señal de control U(t)
if (U(t)> 50)
    U(t) = 50;
elseif(U(t) < -50)
    U(t) = -50;
end
% Modelo lineal de segundo orden
X1 = X1 + T*X2;
X2 = X2 + T*((-alfa0*X1-alfal *X2)+beta*U(t));
Y(t+1) = X1;
Temp(t+1)=10*X1; %relación de Voltaje y temperatura medido 0.1*T=Vm
if (Temp(t+1)<20) %temperatura mínima es de 20°C
    Temp(t+1)=20;
end
end
%***** Fin De Lazo De Control (aprox. 12 minutos)*****
ejex = linspace (0,Mm*T,Mm);
subplot(2,1,1)
%plot(ejex,10*Y0(1:Mm),ejex,10*Y(1:Mm)); grid %referencia variable
plot(ejex,Temp(1:Mm)); grid
%ylabel ('Tref y Medido') %referencia variable
title('Simulación:Control Adaptivo Auto sintonizado')
xlabel('Temperatura de referencia 300 °C')
ylabel ('Temperatura en °C')
subplot(2,1,2)
plot(ejex,U(1:Mm)); grid
ylabel('Señal de Control en V.')
xlabel('t')

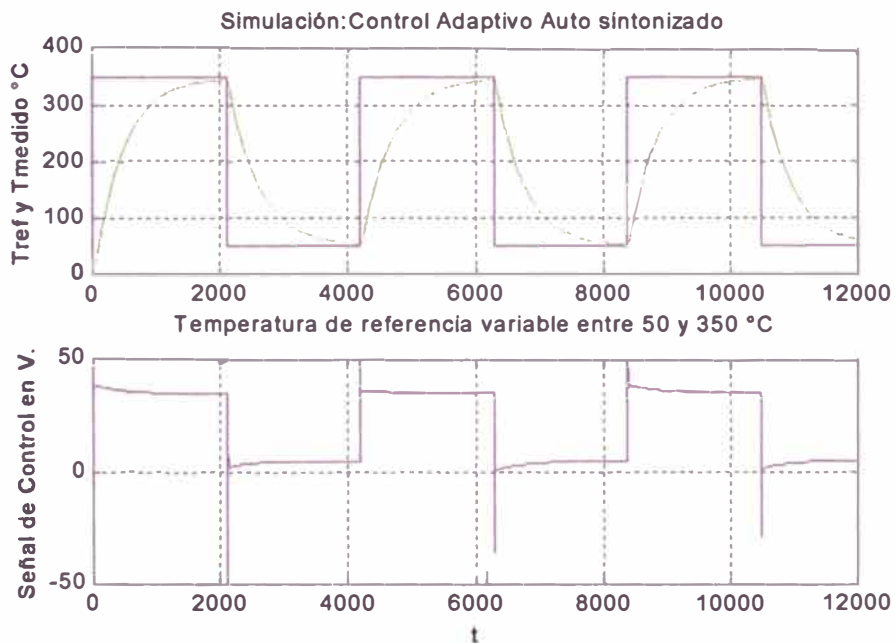
```





**Figura 4.7** Señales de la simulación del control adaptivo con auto sintonización

Cuando se emplea una señal de referencia variable entre los 50 y 350°C se puede observar el siguiente comportamiento dinámico del control adaptivo.



**Figura 4.8** Señales de la simulación del control adaptivo con Autosintonización con señal variable.

## **OBSERVACIONES Y CONCLUSIONES**

- De acuerdo con la respuesta al escalón del sistema de lazo abierto se puede decir que el Horno actúa como un proceso de primer orden de constante de tiempo aproximadamente a 500 ms. (proceso lento ).
- El valor medido en la cavidad es ligeramente diferente al valor de la temperatura en el horno durante el estado transitorio, en el estado estable ambos valores son iguales.
- Para las simulaciones se debe considerar que la potencia máxima a disipar es de 5000 Watts; esto es; que el voltaje de control no debe ser mayor que 50 voltios debido a que el factor de conversión del amplificador de potencia es de 100w/ . Igualmente la relación entre el voltaje medido y la temperatura medida está dada por un factor igual a 0.1 V/°C. En todos los casos se considera como temperatura referencia 300°C.
- Para discretizar se usa un periodo de muestreo  $T= 1$  seg.

### **Método de Localización de Polos.**

- En el método de localización de polos en tiempo continuo, como su nombre lo indica, se escogieron varias ternas de polos; observándose que mientras los polos están mas alejados del origen, el voltaje de control se eleva considerablemente (del orden de  $10e+005$  voltios) y el tiempo de establecimiento se hace más pequeño.

Finalmente se escogieron los polos  $p_1 = -0.002 + 0.002i$ ,  $p_2 = -0.002 - 0.002i$  y  $p_3 = -0.01$ , con lo que se consigue que el voltaje de control esté por los 50 voltios, y el tiempo de establecimiento es de aproximadamente 2200 segundos (36 minutos), un error en estado estable nulo debido a la acción integral, un factor de amortiguamiento igual a 0.707 y un sobre impulso máximo de 12.6 %

- En el método de localización de polos en tiempo discreto, igualmente luego de varias pruebas con factor de amortiguamiento igual a 0.707 y  $\omega_n = 1/170$  rad/seg. Se consigue un impulso máximo de 14.3 % y un tiempo de establecimiento de 1200 segundo (20 minutos), error en estado estable nulo.
- Se puede decir que el método de localización de polos en tiempo discreto es mas efectivo.

### **Métodos de Control Optimo y Adaptivo**

- Cuando se aplica el método de control optimo proporcional integral se observa que el proceso se estabiliza en 1000 segundos (16.6 minutos) y un error en estado estable igual a cero, esto ultimo efecto de la acción integral, también se puede observar que ya no hay sobre impulso y que la señal de control es manejable (menor a 50 voltios)
- Con el método de control adaptivo con auto sintonización se logra un tiempo de establecimiento de 2200 segundo (36.6 minutos), error en estado estable nulo y un voltaje de control bajo.
- Para observar la performance del control adaptivo se emplea como señal de referencia una señal cuadrada que varia entre 50 ° C y 350 °C de frecuencia baja, por ser un proceso lento.

Se usan 12000 iteraciones que demoran aproximadamente 18 minutos en una Pentium II, para poder visualizar 2 periodos de onda. Se puede observar que la acción de control sigue permanentemente a la señal de referencia, es decir se adapta a las variaciones.

- Luego se puede decir que con los dos métodos de localización polos se obtienen respuestas amortiguadas, mientras que con los otros métodos (optimo y adaptivo) , las respuestas no son amortiguadas
- Finalmente podemos decir que los cuatro métodos empleados para la acción de control son eficientes en la medida que el error en estado estacionario se anula, como efecto de la acción integral
- Para el caso del control de temperatura del horno; motivo del informe; cualesquiera de los métodos es aplicable, la elección dependerá de la precisión que se requiera y del presupuesto económico que se disponga para su implementación.

Evidentemente la performance del control adaptivo con autosintonización es mejor, como resultado del algoritmo mas sofisticado que maneja.

## APENDICE

### LISTADO DE LOS PROGRAMAS

#### 1. Simulación del modelo del proceso a un escalón

```
% Programa en Mat Lab para simulacion(archivo Senal_Horno1.m)
% Respuesta al escalon del modelo en tiempo continuo
% Potencia Entrada = 3000 Watts.
load Horno.mat
t = senal(1,:);
teta_a = senal(2,:);
teta_m = senal(4,:);
Vm = senal(3,:);
Vc = senal(5,:);
figure(1)
plot(t, Vc), hold on
plot(t, Vm, 'r'), hold off, grid
title(' Señal de Control Vc y Salida Vm ')
xlabel('Tiempo'), ylabel('Voltaje en V')
figure(2)
plot(t, teta_a), hold on
plot(t, teta_m, 'r'), hold off, grid
title(' Temperaturas del Horno ')
xlabel('Tiempo'), ylabel('Temperatura en oC')
gtext('\thetaa\rightarrow')
gtext('\leftarrow\thetam')
```

#### 2. Simulación del istema de control por Localización de Polos en Tiempo Continuo

```
% Programa de simulacion del metodo de localizacion de polos en
% tiempo continuo (Archivo: Loc_PolosC.m
% representacion del proceso en Espacio Estado a Lazo Abierto
Rm = 3;
Rf = 0.1;
Ca = 5000;
Cm = 10;
k2 = 0.1;
k1 = 100;

b0 = k1*k2*Rf/(Rf*Rm*Cm*Ca);
a0 = 1/(Rf*Rm*Cm*Ca);
a1 = (Rm*Cm+Rf*Cm+Rf*Ca)/(Rm*Cm*Rf*Ca);

A = [0 1 ; -a0 -a1];
B = [0 ;b0 ];
C = [1 0];
```

```

D = 0;
% Luego de acuerdo al diagrama de bloques aumentado sera se necesita
% conocer las matrices aumentadas
% [x;e]=[A 0 ; -C 0][X;e]+[B;0]u+[0;1]r
% Representacion del proceso en Espacio Estado a Lazo Cerrado
% usando el metodo de localizacion de polos para el proceso que
% no tiene Integrador

Ac = [A zeros(2,1);-C 0];
Bc = [B ; 0];
Cc = [1 0];
Dc = [0];

% Con Matriz de Controlabilidad

Con = ctrb(Ac,Bc);
Rango = rank(Con);
% Rango = 3
% El sistema es por lo tanto completamente controlable rango =3.
% Para el caso escojemos 2 polos conjugados y un polo simple

p1=-0.002+j*0.002;
p2=-0.002-j*0.002;
p3=-0.01;
Con=ctrb(Ac,Bc);
p = poly([p1,p2,p3]);
fi = polyvalm(p,Ac);
k0 = [ 0 0 1]*(inv(Con))*fi; % Calculo de K mediante la formula de
Ackerman
% k0 =
% -0.2800 -321.0000 -0.0012
% k1=-0.28 k2=-321 kI=0.0012
% a0 =
% 6.6667e-005
% b0 =
% 6.6667e-005
% a1 =
% 0.0354

num = [0 0 1 0.0354 6.6667e-5];
den = [1 0.014 4.8e-5 8e-8 0];
[r,p,k]=residue(num,den);
% Descomposicion en fracciones parciales de u(s)
% r =
% 1.0e+002 *
% 2.7549
% -5.5441 - 3.8431i
% -5.5441 + 3.8431i
% 8.3334
% p =
% -0.0100
% -0.0020 + 0.0020i
% -0.0020 - 0.0020i
% 0
% k =
% []
num = [0 0 0 0 1];
den = [1 0.014 4.8e-5 8e-8 0];
[r1,p1,k1]=residue(num,den);

```

```

% descomposicion en fracciones parciales de x1(s)
% r1 =
% 1.0e+007 *
% -0.1471
% -0.5515 + 0.9191i
% -0.5515 - 0.9191i
% 1.2500
% p1 =
% -0.0100
% -0.0020 + 0.0020i
% -0.0020 - 0.0020i
% 0
% k1 =
% []
% Simulacion
Tr=300; %Temperatura de Referencia
Ki=0.0012;
m=8.3334e+2;
n=2.7549e+2;
p=0.01;
a=-5.5441e+2;
c=0.002;
b0=6.667e-5;
m1=1.25e+7;
n1=-0.1471e+7;
p1=0.01;
a1=-0.5515e+7;
c1=0.002;
for t=1:3000
Vm(t)=b0*Ki*Tr*0.1*(m1+n1*exp(-p1*t)-2*sqrt(2)*a1*exp(-
c1*t).*(sin(c1*t-pi/4))+...
2*a1*exp(-c1*t).*(sin(c1*t+pi/4)));
T(t)=Vm(t)/0.1;% Relacion de Voltaje y Temperatura del Horno
U(t)=Ki*Tr*0.1*(m+n*exp(-p*t)-2*sqrt(2)*a*exp(-c*t).*(sin(c*t-
pi/4))+...
2*a*exp(-c*t).*(sin(c*t+pi/4)));
if (T(t)<20) %Restricciones de la temperatura y el Voltaje de
control
T(t)=20; %la temperatura minima debe ser 20°C y el voltaje
maximo
end %es 50 voltios puesto que la potencia maxima a
disipar
if (U(t)>50) % es de 5000 watts.
U(t)=50;
elseif (U(t)<-50)
U(t)=-50;
end
end
ejex= linspace(0,3000,3000);
subplot(2,1,1)
plot(ejex,T);
grid
title('Simulación: Localización de Polos en Continuo');
ylabel('Temperatura en °C');
xlabel('Temperatura de referencia = 300°C');
subplot(2,1,2)
plot(ejex,U);
grid
ylabel('Señal de Control en Voltios');

```

```
xlabel('Segundos');
```

### 3. Simulación del Sistema de Control por Localización de Polos en Tiempo Discreto

```
% Programa Loc_PolosD.m
% Programa en Mat Lab para Simular el control por localizacion
% de polos en tiempo discreto
% representacion del proceso en espacio de estado discreto
% a lazo abierto.
% Parametros del proceso:
Rm = 3;
Rf = 0.1;
Ca = 5000;
Cm = 10;
k2 = 0.1;
k1 = 100;
Qe = 20;
b0 = k1*k2*Rf/(Rf*Rm*Cm*Ca);
a0 = 1/(Rf*Rm*Cm*Ca);
a1 = (Rm*Cm+Rf*Cm+Rf*Ca)/(Rm*Cm*Rf*Ca);
% Las matrices de espacio de estado en continuo son:
A = [0 1 ; -a0 -a1];
B = [0 ; b0 ];
C = [1 0];
D = 0;
% A =
%      0      1.0000
% -0.0001  -0.0354
% B =
% 1.0e-004 *
%      0
%      0.6667
% C =
%      1      0
% D =
%      0
% Para discretizar se usa T=1 seg. por ser un proceso lento
T = 1;
[G, H, Cd, Dd] = c2dm(A,B,C,D,T,'zoh');
% G =
%      1.0000      0.9825
% -0.0001      0.9652
% H =
% 1.0e-004 *
%      0.3294
%      0.6550
% Cd =
%      1      0
% Dd =
%      0
% Con Matriz de Controlabilidad
Con = ctrb(G,H);
% Con =
% 1.0e-004 *
%      0.3294      0.9730
```



```

%      0.6550      0.6322
Rango = rank(Con);
% Rango =
%      2
% Luego el proceso es por lo tanto completamente controlable
% para aplicar el metodo de ubicacion de polos en discreto
% necesitamos calcular las matrices ampliadas G^,H^y K^ .
G1=[G H ;zeros(1,2) 0];
H1=[zeros(1,2)1]';
% G1 =
%      1.0000      0.9825      0.0000
%     -0.0001      0.9652      0.0001
%           0           0           0
% H1 =
%      0
%      0
%      1
Con1 = ctrb(G1,H1); %[H1^ G1^H1^ G1^2H1]
% Con1 =
%           0      0.0000      0.0001
%           0      0.0001      0.0001
%      1.0000           0           0
Rangol=rank(Con1);
% Rangol = 3
% Luego el sistema con realimentacion de estado y control integral
% es completamente controlable,y por lo tanto es aplicable el metodo
% de localizacion de polos en tiempo discreto.
% escogiendo Wn=1/170rd/s. y un factor de amortiguamiento m=0.707
m=0.707;
wn=1/170;
p1=-2*exp(-m*wn*T)*cos(wn*T*sqrt(1-m^2));
p2=exp(-2*m*wn*T);
% wn = 0.0556
% p1 =-1.8999
% p2 = 0.9028
p=[1 p1 p2 0];
% p =      1.0000     -1.9929      0.9930
phi=polyvalm(p,G1);
% phi =
%     -0.0000     -0.0273      0.0000
%      0.0000      0.0009     -0.0001
%           0           0      0.9930
% Calculo de K usando la Formula de Ackerman
K=[0 0 1]*inv(Con1)*phi;
% K = -0.5919 -409.5961     -0.0278
% Para hallar las constantes de ganacia de realimentacion y la
% constante de ganacia integral aplicamos.
k21=[K+[0 0 1]]*inv([G-eye(2) H;C*G C*H]);
%      1.0e+004 *
%      0.0126      1.4799      0.0001
k1 =1; % ganancia integral
k2 =1.0e+004*[0.0126 1.4799];% ganancia de realimentacion de estado.
% Para hallar la salida calculamos la siguiente matriz
S=[G-H*k2 H*k1;-C*G+C*H*k2 1-C*H*k1];
% Simulacion
% S =
%      0.9789     -0.0128      0.0000
%     -0.0419     -1.0138      0.0001
%     -0.9789      0.0128      1.0000

```

```

% Condiciones Iniciales Temp=20°C, esto es Vm=X1=2 voltios.
x1(1)=2;x2(1)=0;v(1)=0;u(1)=0;t(1)=20;
tr=300;%Temperatura Referencia 300 °c.
N=1500;
for i=1:N
    x1(i+1) =S(1,1)*x1(i)+S(1,2)*x2(i)+S(1,3)*v(i);
    x2(i+1) =S(2,1)*x1(i)+S(2,2)*x2(i)+S(2,3)*v(i);
    v(i+1)  =S(3,1)*x1(i)+S(3,2)*x2(i)+S(3,3)*v(i)+0.1*tr;
    u(i+1)  = -k2*[x1(i) x2(i)]'+k1*v(i);
    t(i+1)=10*x1(i+1);% Relacion voltaje temperatura
    U(i+1)=u(i+1);
if(t(i+1)<20)% Restricciones de la temperatura y el Voltaje de
control
    t(i+1)=20;% la temperatura minima debe ser 20°C y el voltaje
maximo
end        % es 50 voltios puesto que la potencia maxima a disipar
if(u(i+1)>50)% es de 5000 watts.
    u(i+1)=50;
elseif (u(i+1)<-50)
    u(i+1)=-50;
end
end
ejex= linspace(0,1501,1501);
subplot(2,1,1)
%stem(ejex,t);
plot(ejex,t);
title('Simulación:Localización de Polos en Discreto')
grid
ylabel('Temp.en °C');
xlabel('Temperatura de referencia = 300°C');
subplot(2,1,2)
plot(ejex,u),grid;
ylabel('U Control Voltios');
xlabel('i');

```

#### 4. Discretización del proceso

```

% Programa en Mat Lab (archivo: Discreto.m)
% Parametros del proceso
Rm = 3;
Rf = 0.1;
Ca = 5000;
Cm = 10;
k2 = 0.1;
k1 = 100;
Qe = 20;
b0 = k1*k2*Rf/(Rf*Rm*Cm*Ca);
a0 = 1/(Rf*Rm*Cm*Ca);
a1 = (Rm*Cm+Rf*Cm+Rf*Ca)/(Rm*Cm*Rf*Ca);
%Las matrices de espacio de estado en continuo son:
A = [0 1 ; -a0 -a1];
B = [0 ;b0 ];
C = [1 0];
D = 0;
%A =
%      0      1.0000
% -0.0001  -0.0354
%B =

```

```

% 1.0e-004 *
%      0
%      0.6667
%C =
%      1      0
%D =
%      0
% Discretizando con T=1 seg.
T = 1;
[G, H, Cd, Dd] = c2dm(A,B,C,D,T,'zoh');
%G =
%      1.0000      0.9825
%     -0.0001      0.9652
%H =
% 1.0e-004 *
%      0.3294
%      0.6550
%Cd =
%      1      0
%Dd =
%      0

```

## 5. Simulación del Sistema de Control Proporcional Integral en Espacio de Estado Discreto

```

% Programa en MatLab para la simulacion del metodo de control
% optimo proporcional integral (Archivo: OptimoProInt.m)
% representacion del proceso en Espacio Estado Discreto
% a Lazo Abierto
Rm = 3;
Rf = 0.1;
Ca = 5000;
Cm = 10;
k2 = 0.1;
k1 = 100;
Qe = 20;
b0 = k1*k2*Rf/(Rf*Rm*Cm*Ca);
a0 = 1/(Rf*Rm*Cm*Ca);
a1 = (Rm*Cm+Rf*Cm+Rf*Ca)/(Rm*Cm*Rf*Ca);
A = [0 1 ; -a0 -a1];
B = [0 ;b0 ];
C = [1 0];
D = 0;
%A =
%      0      1.0000
%     -0.0001     -0.0354
%B =
% 1.0e-004 *
%      0
%      0.6667
%C = 1      0
%D = 0
% Discretizando con T=1 seg.
T = 1;
[G, H, Cd, Dd] = c2dm(A,B,C,D,T,'zoh');
%G =
%      1.0000      0.9825

```

```

% -0.0001    0.9652
%H =
% 1.0e-004 *
% 0.3294
% 0.6550
%Cd = 1      0
%Dd = 0
% Con Matriz de Controlabilidad
Con = ctrb(G,H);
Rango = rank(Con);
%Con =
% 1.0e-004 *
% 0.3294    0.9730
% 0.6550    0.6322
%Rango = 2
% El proceso es por lo tanto completamente controlable .
% para aplicar el metodo de control optimo proporcional integral
% se necesita cococer las matrices aumentadas
G1 = [G zeros(2,1); -C*G 1];
H1 = [H; -C*H];
%G1 =
% 1.0000    0.9825         0
% -0.0001    0.9652         0
% -1.0000   -0.9825    1.0000
%H1 =
% 1.0e-004 *
% 0.3294
% 0.6550
% -0.3294
Con1 = ctrb(G1,H1);      %Matriz de controlabilidad
Rangol = rank(Con1);
%Con1 =
% 1.0e-003 *
% 0.0329    0.0973    0.1594
% 0.0655    0.0632    0.0610
% -0.0329   -0.1302   -0.2896
%Rangol = 3
%Por lo tanto el sistema es completamente controlable
%seleccionamos las mtrices de ponderacion.

R = [100];          Q = [200 0 0;
    0 100 0;
    0 0 0.01];
P = zeros (3,3);
for i = 1:1000
    P=Q+G1'*P*G1-G1'*P*H1*inv(R+H1'*P*H1)*H1'*P*G1;% Riccatti
end
Ka= inv(R+H1'*P*H1)*H1'*P*G1;
%P =
%1.0e+008 *
% 0.0017    0.0432   -0.0000
% 0.0432    1.1412   -0.0001
% -0.0000   -0.0001    0.0000
%Ka =
% 2.8768    75.9875   -0.0100

[kk,pp]=dlqr(G1,H1,Q,R);% kk=Ka, pp=P
K=[Ka(1) Ka(2)];
KI=-[Ka(3)];

```

```

% Simulacion
%Condiciones iniciales;temperatura ambiente 20 °C
Vm=2; X=[2;0];
N=2500; v=0;tr=300; % Temperatura de Referencia
for i=1:N
    v=v+tr*0.1-Vm
    u(i)=-K*X + KI*v;
    X=G*X+H*u(i);
    Y(i)=X(1);
    Vm=Y(i);
    Tt(i)=Y(i)/0.1;%Vm/0.1 es igual a la temperatura
    if (Tt(i)<20) %restricciones a la temperatura y el voltaje de
control
        Tt(i)=20; %la temperatura minima debe ser 20°C y el Vm
maximo es
    end %de 50 voltios puesto que potencia maxima a
disipar es
    if (u(i)>50) %5000 watts.
        u(i)=50;
    elseif (u(i)<-50)
        u(i)=-50;
    end
end
% Graficos
t= linspace(0,T*N,N);
subplot(2,1,1)
plot (t,Tt); ylabel('Temp en °C'); grid;
title('Simulacion: Optimo Proporcional Integral');
xlabel('Temperatura de referencia = 300 °C');
subplot(2,1,2)
plot (t,u); ylabel('Voltaje de control en V. '); grid;
xlabel ('i');

```

## 6. Simulación del sistema de control Adaptivo Autosintonizado

```

% Programa en Mat Lab para la simulacion del metodo de control
% adaptivo con autosintonizacion (Archivo:Adapativo.m)
%Parametros del Proceso
Rm = 3;
Rf = 0.1;
Ca = 5000;
Cm = 10;
k2 = 0.1;
k1 = 100;
Qe = 20;
beta = k1*k2*Rf/(Rf*Rm*Cm*Ca);
alfa0 = 1/(Rf*Rm*Cm*Ca);
alfal = (Rm*Cm+Rf*Cm+Rf*Ca)/(Rm*Cm*Rf*Ca);
%beta = 6.6667e-005
%alfa0 = 6.6667e-005
%alfal = 0.0354
%Modelo lineal del proceso continuo de segundo orden
Ac = [0 1 ; -alfa0 -alfal];
Bc = [0 ;beta ];
Cc = [1 0];
Dc = [0];
%Ac =

```

```

%          0      1.0000
%   -0.0001   -0.0354
%Bc =
%   1.0e-004 *
%          0
%          0.6667
%Cc = 1      0
%Dc = 0
% Modelo lineal discreto de segundo orden
% Discretizando con T=1 seg.
T = 1;
[G, H, C, D] = c2dm(Ac, Bc, Cc, Dc, T, 'zoh');
%G =
%   1.0000      0.9825
%  -0.0001      0.9652
%H =
%   1.0e-004 *
%   0.3294
%   0.6550
%C = 1      0
%D = 0
[num, den] = ss2tf(G, H, C, D);
a1 = den(2); a2 = den(3);
b1 = num(2); b2 = num(3);
%a1 = -1.9652
%a2 = 0.9652
%b1 = 3.2943e-005
%b2 = 3.2557e-005
% Gcc, Hcc, Ccc, Dcc: Representacion Canonica Controlable
a11 = 0; a12 = 1; a21 = -a2; a22 = -a1;
b11 = b1; b21 = b2 - a1*b1;
c11 = 1; c12 = 0;
Gcc = [a11 a12; a21 a22]; Hcc = [b11; b21];
Ccc = [c11 c12]; Dcc = [0];
%Gcc =
%          0      1.0000
%  -0.9652      1.9652
%Hcc =
%   1.0e-004 *
%   0.3294
%   0.9730
%Ccc = 1      0
%Dcc = 0
% Condiciones Iniciales
Y(1) = 0; Y(2) = 0; Y(3) = 0; % Salida actual
y(1) = 0; y(2) = 0;          % Salida residual
U(1) = 0; U(2) = 0; U(3) = 0; % Señal de control actual
u(1) = 0; u(2) = 0;          % Señal de control residual
xmenos = zeros(2,1);         % Vector de observacion inicial
z = 0;                         % Accion integral inicial
X1 = 0; X2 = 0;               % Estados actuales
% Condiciones iniciales de los parametros
Ref = 30;                       % Referencia de 300°C
frec = 0.0015;                   % Frecuencia de la referencia variable
Ce = (1+a1+a2)*Ref;               % Valor inicial de Ce
thi = [-a1 -a2 b1 b2 Ce]';       % Vector inicial de parametros
alfa = 1000; Pi = alfa*eye(5); % Matriz de covarianza inicial
lamb = 0.98; lamb0 = 0.99;      % Factor de memoria
cmax = 100; cmin = 15;          % Umbrales de estimacion

```

```

% Parametros de optimizacion
Q0 = 0.01; R0 = 0.04;           % Para el filtro Kalman
R = 0.45; Qa = [0.05 0 0;0 0.1 0;0 0 1]; % Para la ganancia Ka

%***** Lazo del Sistema de Control Adaptivo *****
Mm = 12000;% para la señal variable
%Mm = 5000; % para la señal fija
for r = 1:Mm
    t = r+2;
%Señal de Referencia
Y0(t) = 20+15*sign(sin(frec*(t-2))); %referencia variable
%Y0(t)=30; %referencia constante T=300
°C.
%Estimacion de parametros metodo: Minimo cuadratico recursivo
mejorado
    psi = [Y(t-1) Y(t-2) U(t-1) U(t-2) 1]';
    rho = max(1,norm(psi));
    psin = psi/rho;
    Nn = chol(Pi'); % Nn'*Nn=Pi ... Nn*Nn'=Pi'
    S = inv(diag(Nn*ones(5,1),0));
    Ps = S*Pi*S;
    psins = inv(S)*psin;
    rt = 1+psins'*Ps*psins;
    lamb = 1-(rt-sqrt(rt^2-4*norm(Ps*psins)^2/trace(Ps)))/2;
    e = Y(t)/rho - thi'*psin;
    j = psins'*Ps*psins+lamb;
    th = thi + e*inv(S)*Ps*psins/j;
    Hns = Ps*psins/j;
    Ps = (Ps-Hns*psins'*Ps)/lamb;
    tt = abs(max(eig(Ps))/min(eig(Ps)));
    if tt <= cmin,
        Pi=Ps; thi = th;
    else tt >= cmax,
        Nnew = chol(Ps'); % Nnew*Nnew'=Ps'
        Snew = inv(diag(Nnew*ones(5,1),0));
        Psnew = Snew*Ps*Snew;
        Pi = Psnew; thi = th;
    end
% Recuperacion de la ecuacion canonica controlable
ae1 = -th(1); ae2 = -th(2);
be1 = th(3); be2 = th(4); Ce = th(5);
ae11 = 0; ae12 = 1; ae21 = -ae2; ae22 = -ae1;
GE = [ae11 ae12;ae21 ae22];
be11 = 0; be21 = 1; HE = [be11;be21];
ce11 = be2; ce12 = be1; CE = [ce11 ce12]; DE = [0];
% Salida residual (desviacion)
y(t) = Y(t)-Y0(t);
% Calculo de la ganancia K0 del estimador de Kalman
K0 = dlqe (GE,HE,CE,Q0,R0);
xmas = xmenos+ K0*(y(t)-CE*xmenos); % Observacion
z = z-CE*xmas; % Accion Integral
% Calculo de la ganancia Ka del controlador optimo
Ga = [GE zeros(2,1); -CE 1];
Ha = [HE;0];
Ca = [CE 0];
Ka = dlqr(Ga,Ha,Qa,R);
%Calculo de la ley de control residual
u(t) = -Ka*[xmas;z];
%Actualizando estados

```

```

xmenos = GE*xmas+HE*u(t);
% Calculo de Uin (valor D.C. de U(t))
AE = 1+ae1+ae2; BE = be1+be2;
Uin = inv(BE)*(AE*Y0(t)-Ce);
%Calculo de la señal de contro U(t)
U(t) = u(t)+Uin;
%Limitando la señal de control U(t)
if (U(t)> 50)
    U(t) = 50;
elseif(U(t) < -50)
    U(t) = -50;
end
% Modelo lineal de segundo orden
X1 = X1 + T*X2;
X2 = X2 +T*((-alfa0*X1-alfal*X2)+beta*U(t));
Y(t+1) = X1;
Temp(t+1)=10*X1;%relacion de Voltaje y temperatura medido
0.1*T=Vm
if (Temp(t+1)<20) %temperatura minima es de 20°C
    Temp(t+1)=20;
end
end
%***** Fin De Lazo De Control (aprox 12 minutos)*****
ejex = linspace (0,Mm*T,Mm);
subplot(2,1,1)
plot(ejex,10*Y0(1:Mm),ejex,Temp(1:Mm)); grid %referencia variable
%plot(ejex,Temp(1:Mm)); grid
ylabel ('Tref y Tmedido °C') %referencia variable
title('Simulación:Control Adaptivo Auto sintonizado')
xlabel('Temperatura de referencia 300 °C')
xlabel('Temperatura de referencia variable entre 50 y 350
°C')%Variable
ylabel ('Temperatura en °C')
subplot(2,1,2)
plot(ejex,U(1:Mm)); grid
ylabel('Señal de Control en V.')
xlabel('t')

```



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Rojas Moreno Arturo, Ph.D., Control Avanzado, Diseño y Aplicaciones en Tiempo Real, Edición Independiente, Universidad Nacional de Ingeniería, Perú, 2001.
2. Benites Saravia Raúl, MSc., Control Automático, Sección de Postgrado y Segunda Especialización, UNI, Perú, 2001.
3. Katsuhiko Ogata, Ingeniería de Control Moderna, 2da. Edición, Prentice Hall Hispanoamericana, 1993.
4. Katsuhiko Ogata, Sistemas de Control en Tiempo Discreto, 2da. Edición, Prentice Hall Hispanoamericana, 1996.
5. Katsuhiko Ogata, Problemas de Ingeniería de Control Utilizando Matlab, 1era. Edición, Prentice Hall, 1999.
6. Apuntes de clase de Control Avanzado, Primer Programa de Actualización de Conocimientos – FIEE – UNI – Perú, 2001.
7. Brian D. O. Anderson, John B. Moore, Optimal Control, Linear Quadratic Methods, Prentice Hall International, Inc, 1989.
8. Karl J. Astron, Björn Wittenmark, Computer Controlled Systems, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1997.
9. Chi-Tsong Chen, Analog and Digital, Control System Design, Transfer-Function, State Space And Algebraic Methods, Sundeus College Publishing, 1993.
10. Kumpati S. Narendra, Stable Adaptive Systems, Prentice Hall 1989.
11. Graham C. Goowing And Kwai Sang Sin, Adaptive Filtering, Prediction And Control, Prentice Hall, Inc, 1984.
12. Katsuhiko Ogata, Solving Control Engineering Problems With Matlab, Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1994.

13. Alberto Cavallo, Roberto Setola, Francisco Vasca, Using Matlab, Simulink And Control Systems Toolbox, Prentice Hall, 1996.