UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL SECCIÓN DE POSGRADO



EVALUACIÓN ESTRUCTURAL DE PAVIMENTOS FLEXIBLES DE CARRETERAS DE BAJO VOLUMEN DE TRÁNSITO

T E S I S

PARA OPTAR EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS CON MENCIÓN EN INGENIERÍA DE TRANSPORTES

ELABORADO POR

LEONARDO FLORES GONZÁLEZ

ASESOR

DR. JOSÉ CARLOS MATÍAS LEÓN

LIMA - $\mathrm{PER}\acute{\mathrm{U}}$

2012

EVALUACIÓN ESTRUCTURAL DE PAVIMENTOS FLEXIBLES DE CARRETERAS DE BAJO VOLUMEN DE TRÁNSITO

Ing. Leonardo Flores González

Presentado a la Sección de Posgrado de la Facultad de Ingeniería Civil en cumplimiento parcial de los requerimientos para optar el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS CON MENCIÓN EN INGENIERÍA DE TRANSPORTES DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

2012

Autor	:	Ing. Leonardo Flores González
Recomendado	:	Dr. José Carlos Matías León Asesor de la Tesis
Aceptado por	:	CE. Ing. Francisco Coronado del Aguila Jefe de la Sección de Posgrado

© 2012; Universidad Nacional de Ingeniería, el autor autoriza a la UNI-FIC a reproducir la tesis en su totalidad o en partes.

Dedicatoria:

Dedico este trabajo a mi padre por su amistad y aliento constante durante toda una vida.

Agradecimientos:

Agradezco al Doctor José Carlos Matías León por el apoyo brindado a mi persona durante mis estudios de maestría en transporte, así mismo a todos mis amigos del Departamento Académico de Ciencias Básicas que de una u otra forma colaboraron en la elaboración de esta tesis.

Índice

Re	esum	en		VII
Li	sta d	e Figu	Iras	VIII
Li	sta d	e Tabl	las	Х
Li	sta d	e Sigla	as y Símbolos	XII
1.	Gen	eralid	ades	1
	1.1.	Antec	edentes	1
	1.2.	Estade	o del Arte	3
	1.3.	Plante	eamiento del Problema	6
	1.4.	Justifi	cación	6
	1.5.	Hipóte	esis	6
	1.6.	Objeti	ivos de la Tesis \ldots	7
	1.7.	Metod	lología de Investigación	7
	1.8.	Organ	ización de la Tesis	7
2.	Mai	co Te	órico	9
	2.1.	Anális	sis Elástico de Capas	9
		2.1.1.	Modelos Bicapas	10
		2.1.2.	Modelos Multicapas	10
		2.1.3.	Programas de Análisis Multicapas	11
		2.1.4.	Modelo de Hogg	12
		2.1.5.	Ventajas y Desventajas de los Análisis Elásticos de Capas	14
		2.1.6.	Modelo de Boussinesq	14
		2.1.7.	Modelo Numérico de Boussinesq	15

		2.1.8.	Modelo Analítico de Boussinesq	20
	2.2.	Métod	o de Elementos Finitos 3D	22
		2.2.1.	Modelamiento y Estrategias de Enmallado	23
		2.2.2.	Refinamiento Local de Mallas	24
		2.2.3.	Condiciones de Borde del Modelo $\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .$	24
	2.3.	Métod	o de Elementos Finitos 2D	26
		2.3.1.	Axial Simétrico versus Estado Plano de Deformación	26
		2.3.2.	Elementos Finitos Bidimensionales en Pavimentos Flexibles	27
	2.4.	Teoría	a para Discriminación de Datos	30
		2.4.1.	Herramientas Conceptuales para Discriminación de Datos	31
		2.4.2.	Herramienta Informática para Discriminación de Datos	32
		2.4.3.	Bootstrap	33
	2.5.	Caract	erización del Material	33
	2.6.	Efecto	de la Respuesta no Lineal del Suelo $\hfill \ldots \hfill \hfill \ldots \hfill \ldots \hfill \ldots \hfill \ldots \hfill $	34
	2.7.	Model	o $K - \theta$	36
		2.7.1.	Implementación del Modelo $K-\theta$	37
	2.8.	Ensay	os no Destructivos	38
		2.8.1.	Falling Weight Deflectometer	38
		2.8.2.	Viga Benkelman	38
	2.9.	Cálcul	o Inverso	40
3.	Des	arrollo	de Modelos y Verificación	46
	3.1.	Desarr	ollo del Modelo Analítico de Boussinesq	46
		3.1.1.	Análisis e Interpretación de Resultados	48
	3.2.	Desarı	ollo del Modelo de Hogg	50
		3.2.1.	Procesamiento de Datos de Campo con el Modelo de Hogg	51
		3.2.2.	Análisis e Interpretación de Resultados	56
	3.3.	Desarr	ollo del Modelo FEM 3D	59
		3.3.1.	Inicialización de Valores con Modelo de Hogg	59
		3.3.2.	Análisis e Interpretación de Resultados	61
	3.4.	Model	o FEM 2D y MM	61
		3.4.1.	Conversión de Deflexiones de Viga Benkelman a FWD	62
		3.4.2.	Análisis e Interpretación de Resultados	63

4.	. Comprobación de Hipótesis y Propuesta Metodológica 6					
	4.1.	Evalua	ción Estructural del Suelo con Modelo no Lineal	66		
	4.2.	Cálcul	o Inverso con MM	69		
	4.3.	Metoo	lología de Discriminación de Mediciones	75		
		4.3.1.	Discriminación Estadística de Mediciones	75		
		4.3.2.	Sectorización Inicial	76		
		4.3.3.	Prueba de Normalidad	76		
		4.3.4.	Método Bootstrap	77		
		4.3.5.	Pruebas de Similitud: t-Student y Mann Whitney	77		
		4.3.6.	Sectorización Final	79		
	4.4.	Propue	esta Metodológica	80		
5.	Con	clusior	nes y Recomendaciones	82		
	5.1.	Conclu	siones	82		
	5.2.	Recomendaciones				
Bi	bliog	rafía		84		

Resumen

En el presente trabajo de investigación, se propone una metodología de diagnóstico del estado estructural del pavimento, basada en cálculo inverso o retro cálculo; el proceso comienza con la recolección de datos de campo, con ayuda de la viga Benkelman se efectúan las mediciones deflectométricas, este tipo de ensayo corresponde a uno no destructivo; con los resultados obtenidos en campo se calcula el módulo de elasticidad del pavimento a través de un proceso de simulación numérica, las mediciones de campo sirven para la calibración del modelo numérico basado en formulaciones variacionales sin malla MM; para facilitar trabajos futuros de reparación o mantenimiento, se agrupan los datos con un proceso estadístico de discriminación de datos adaptado a carreteras de bajo volumen de tránsito, de manera que tramos de carretera con la misma deformación característica probablemente tengan el mismo procedimiento de reparación o mantenimiento.

Summary

This research, propose a methodology of the pavement's diagnostic structural condition, based on backcalculation, the process begins with the collection of field data, using the Benkelman beam are made deflections measurements, this type corresponds to nondestructive testing measures, with the results obtained in the road is calculated modulus of the pavement through a numerical simulation process, field measurements are used to calibrate the numerical model based on variational formulations meshless MM, to facilitate future work of repair or maintenance, are grouped data with a statistical process of data discrimination suited to low traffic volume road, so that road sections with the same characteristic deformation probably have the same repair or maintenance procedure.

Lista de Figuras

	4
	10
	11
	14
	17
	19
	19
	19
	20
	20
	21
delo 	21
	22
	23
	23
	24
 	24 25
· · · ·	24 25 25
· · · ·	24252525
· · · ·	 24 25 25 25 26
· · · · · · · · · · · ·	 24 25 25 25 26 27
· · · · · · · · · · · ·	 24 25 25 26 27 27
	 delo

2.23.	Esquematización del continuo con el programa [15]	29
2.24.	Funciones de densidad y de distribución acumulada de la distribución normal	30
2.25.	Procedimiento sistemático de prueba de hipótesis	31
2.26.	Modelos mecánicos para materiales	34
2.27.	Equipo FWD	38
2.28.	Esquema y principio de operación de la Viga Benkelman	39
2.29.	Configuración de carga en ensayos con Viga Benkelman	39
2.30.	Esquematización del proceso de medición con la Viga Benkelman $\ .\ .\ .\ .$	43
2.31.	Diagrama de flujo del cálculo inverso	44
3.1.	Diagrama de flujo para construir nomogramas r vs D_r/D_0	52
3.2.	Diagrama de flujo para construir nomogramas L_0 vs D_r/D_0	54
3.3.	Nomograma D_r/D_0 vs r para $h/L_0 = 15$	55
3.4.	Nomograma L_0 vs D_{40}/D_0 vs $D_0 \times E_0$ para $r = 40 cm$	55
3.5.	Curva de campo v s curva teórica progresiva $71+500$ \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	57
3.6.	Curva de campo v s curva teórica progresiva $71+600$ \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	58
3.7.	Ingreso de datos de la geometría del pavimento	59
3.8.	Desplazamientos producidos por el peso del camión	60
3.9.	Deformación de la malla debido a las cargas aplicadas	60
3.10.	Gráfico desplazamiento v s deformación km 97+800 $\ $	61
3.11.	Módulos de elasticidad de la subrasante en (kg/cm^2) , tramo: km 74+000 km 84+000	65
4.1.	Malla típica de elementos finitos generada por el programa MICHPAVE	67
4.2.	Distancia versus deformación de un pavimento	68
4.3.	Progresiva 74+000, E = 1472.8 kg/cm^2 , tramo representativo del primer sector año 2008	71
4.4.	Progresiva 74+000, $E = 1450 \ kg/cm^2$, tramo representativo del primer sector año 2010	73
4.5.	Deflectogramas de los carriles izquierdo y derecho	74
4.6.	Prueba de normalidad a sector 1	77
4.7.	Aplicación de Bootstrap a sector 1	78

Lista de Tablas

1.1.	Tramos de la carretera Cañete-Chupaca según tipo de rodadura	3
2.1.	Funciones y pruebas del programa Minitab	32
2.2.	Tabla de resumen sector III (Zuñiga-Yauyos) km 68+650 al 100+600	35
2.3.	Cuadro de deflexiones en el carril izquierdo	41
2.4.	Cuadro de deflexiones en el carril derecho	42
3.1.	Clasificación de la subrasante de acuerdo a CBR	46
3.2.	Deflexiones corregidas por relaciones de brazo	48
3.3.	$E_0(kg/cm^2) = 1342,4$ para $r = 20cm$	48
3.4.	$E_0(kg/cm^2) = 1159,4$ para $r = 25cm$	49
3.5.	$E_0(kg/cm^2) = 1013,1$ para $r = 30cm$	49
3.6.	$E_0(kg/cm^2) = 895,7$ para $r = 35cm$	49
3.7.	$E_0(kg/cm^2) = 800,5$ para $r = 40cm$	49
3.8.	Resultado de r, D_r y E_0	50
3.9.	Comparación de módulos de elasticidad en kg/cm^2 entre el modelo Boussinesq Analítico y otros modelos	50
3.10.	Datos tomados en campo	50
3.11.	L_0 promedio para $r=25~{\rm cm}$ en función de D_r/D_0 y diferentes valores de h/L_0	56
3.12.	L_0 promedio para $r=40~{\rm cm}$ en función de D_r/D_0 y diferentes valores de h/L_0	56
3.13.	L_0 promedio para $r=70~{\rm cm}$ en función de D_r/D_0 y diferentes valores de h/L_0	56
3.14.	Resumen de r y D_r/D_0 y L_0 promedio	57
3.15.	D_c vs D_t progresiva 71 + 500	57
3.16.	D_c vs D_t progresiva 71 + 600	58
3.17.	Comparación de módulos de elasticidad en kg/cm^2 del modelo de Hogg con otros modelos	58
3.18.	Módulos de elasticidad E^* y E_0 obtenidos con el modelo de Hogg $\ .\ .\ .\ .$	60

3.19.	Desplazamientos en la progresiva k m $97{+}800$ \ldots	61
3.20.	Módulos de elasticidad en la progresiva k m $97{+}800$ \hdots	62
3.21.	Tabla comparativa de modelo de Hogg, FEM 3D, Boussines q $\operatorname{Numérico}~.~.$	62
3.22.	Módulos iniciales y rangos para el cálculo inverso [17] $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	63
3.23.	Módulos de elasticidad de la subrasante en kg/cm^2 , Cañete-Chupaca, años 2008 y 2010	64
4.1.	Parámetros para incluir comportamiento no lineal en suelos [17]	67
4.2.	Distancia versus número de elementos finitos	67
4.3.	Deflexiones del pavimento	68
4.4.	Tabla final de módulos de resiliencia para cada capa	69
4.5.	Desviación estándar con 6 datos versus desviación estándar con Bootstrap $~$.	75
4.6.	Sectorización inicial del tramo en estudio	76
4.7.	Bootstrap y t-Student carriles izquierdo (a) y derecho (b) $\ldots \ldots \ldots \ldots$	78
4.8.	t-Student	79
4.9.	Mann Whitney	79
4.10.	Sectorización inicial y final del tramo evaluado	79

Lista de Siglas y Símbolos

α	Nivel de significancia			
δ	Deformación del pavimento para el modelo			
	Boussinesq Analítico			
μ_0	Razon de Poisson de la subrasante			
μ_1	Razon de Poisson del pavimento			
w	Deformación del pavimento con el modelo de			
$w\left(0,r ight)$	Hogg Deformación en la superficie del pavimento a una			
\otimes	distancia r del punto de aplicación de carga Producto de Kronecker			
CBR	California Bearing Ratio			
D	Rigidez de la placa en modelo de Hogg			
EFGM	Método de Elementos Libres de Galerkin			
E_0	Módulo de elasticidad de la subrasante			
E^*	Módulo de elasticidad del pavimento			
$FEM \ 2D$	Método de Elementos Finitos en 2D			
$FEM \ 3D$	Método de Elementos Finitos en 3D			
FWD	Falling Weight Deflectometer			
FHWA	Federal Highway Administration			
H^1	Espacio de funciones cuya primera derivada es			
HE	cuadrado integrable Espesor equivalente del pavimento			
K_0	Coeficiente de presión de suelo en reposo			
L_0	Longitud Característica			
MM	Método sin Malla			
MTC	Ministerio de Transportes y Comunicaciones			
RMS	Raíz Media Cuadrática			
WSDOT	Washington State Department of Transportation			
$X(\mu,\sigma)$	Función de distribución normal			

1

Generalidades

1.1. Antecedentes

En el presente trabajo de investigación se propone una metodología para diagnóstico del estado estructural del pavimento de una vía de bajo volumen de tránsito a través de ensayos no destructivos y metodología estadística de discriminación de datos, estos ensayos resultan de una combinación de mediciones de parámetros del pavimento tomados en campo, y la simulación de dichos parámetros con ayuda de un modelo numérico destinado a predecir el módulo de elasticidad del mismo. Los parámetros del pavimento considerados son los esfuerzos y deformaciones producidos por cargas externas como el peso de vehículos pesados, los modelos numéricos pueden ser de diferentes tipos, analíticos como el de Hogg o modelos que emplean formulaciones variacionales como FEM y MM. La metodología propuesta será comprobada con mediciones deflectométricas hechas en el tramo km 74 - km 84 de la carretera entre Cañete - Chupaca, para calibración y verificación de precisión de otros métodos estudiados en este trabajo, se hacen mediciones en sectores representativos del tramo comprendido entre el km 69 - km 100 de la misma carretera.

La carretera antes mencionada fue proyectada y ejecutada por partes. El primer tramo se construyó durante el gobierno de Augusto B. Leguía, entre la década de 1920 a 1930 gracias a la Ley de conscripción vial de 1920. Durante el gobierno del Dr. Manuel Prado Ugarteche, entre los años 1940 y 1944, se terminó el tramo Cañete - Yauyos. Los trabajos se reiniciaron en 1955 y en Mayo de 1957, la carretera llegó al pueblo de Alis. Con la ayuda del gobierno central se continuarían los trabajos hasta concluir la carretera. En 1998, la empresa AYESA - ALPHA CONSULT realiza el estudio de ingeniería e impacto ambiental para la ampliación, construcción y conservación de la carretera Lunahuaná - Huancayo. En el 2003, la Oficina de Planificación y Planeamiento del MTC aprueba el perfil elaborado autorizando así la elaboración del estudio de factibilidad del proyecto del tramo Lunahuaná - Yauyos - Chupaca. Mediante resolución Directoral Nº 815-2004-MTC/20 de fecha 22-11-2004, se aprobó el Estudio de pre inversión a nivel de perfil de la carretera Ruta 22, tramo: Lunahuaná - Yauyos-Chupaca, de 245, 15 kilómetros de longitud. El 09 de Diciembre de 2005 se aprueba el estudio de factibilidad del proyecto.

Evaluación Estructural de Pavimentos Flexibles de Carreteras de Bajo Volumen de Tránsito Autor: Leonardo Flores González

Mediante Resolución Ministerial N° 223-2007-MTC-02 del Ministerio de Transportes y Comunicaciones se creó el programa "Proyecto Perú"; bajo responsabilidad de Provías Nacional. En el marco de programa "Proyecto Perú", el 27 de diciembre del 2007 se realiza la firma del Contrato N° 288-2007-MTC/20, de conservación vial por niveles de servicio de la Carretera Cañete - Lunahuaná - Pacarán - Zúñiga desvío Yauyos - Roncha - Chupaca, con el Consorcio Gestión de Carreteras. El Consorcio Gestión de Carreteras está conformado por ingenieros civiles y contratistas generales S.A. (IC-CGSA), Corporación Mayo S.A.C. y Empresa de Mantenimiento Vial La Marginal S.R.L.

Mediante el convenio realizado UNI-MTC, el cual tuvo el objetivo de mejorar los niveles de serviciabildad y transitabilidad de carreteras de bajo volumen de tránsito de la red vial nacional, el MTC a través de Provías Nacional suscribió un convenio de cooperación inter institucional con la Universidad Nacional de Ingeniería (UNI) en agosto del 2008, denominado: "Acompañamiento y Monitoreo de los Trabajos del Servicio de Conservación Vial por Niveles de Servicio, del Corredor Vial Nº 13: Cañete - Lunahuaná - Pacarán - Chupaca (Rehabilitación del tramo: Zúñiga - Desvío Yauyos - Ronchas)" [29].

Se debe mencionar que la carretera Cañete-Chupaca es parte de la carretera Cañete-Yauyos-Huancayo, la que se proyecta como una ruta alterna, que ayudará a aligerar el tránsito vehicular de carga y pasajeros de la Carretera Central, disminuyendo el tiempo de viaje entre Lima (Cañete) y Huancayo durante temporadas de lluvias.

El presente trabajo sintetiza una metodología que comenzó a ser documentada en diversos informes de suficiencia [1], [5], [25], entre otros, todos asesorados por el autor de la presente tesis, durante la ejecución del convenio UNI-MTC; en estos informes se ha verificado el grado efectividad de métodos analíticos y métodos de elementos finitos, se ha reconstruido el modelo de Hogg propuesto en el trabajo de [18], el cual no tiene la información suficiente para la creación de nuevos nomogramas que se adecúen a diversas condiciones de frontera, es decir en nuestro medio se venía trabajando con el mismo nomograma para todos los problemas; así mismo se ha trabajado con un software estandarizado en temas de pavimentos, [15]. Como comentario acerca de los modelos numéricos que se estudiaron, se puede ver que el método elástico por capas se acerca de manera muy aceptable a los resultados obtenidos mediante análisis no lineal de pavimentos por FEM. Finalmente en este trabajo de investigación se emplea una formulación variacional implementada en [13], que con ayuda de un proceso iterativo del tipo prueba-error, se propone calcular en adelante los esfuerzos y deformaciones de un pavimento, con esta formulación se resuelve el problema de Boussinesq a través de la ecuación elíptica de Poisson.

El pavimento analizado en esta carretera es un pavimento no convencional. El pavimento está conformado por una capa de material granular mejorado o estabilizado con un material bituminoso, el proceso constructivo se realiza en frío.



Figura 1.1: Capas del pavimento

Para un mejor conocimiento de la topografía, geología y clima de la carretera en estudio, se puede ver [1],[33].

Tramo	Longitud	Tipo de superficie de	Tipo de superficie de
	(km)	rodadura (antes)	rodadura (actual)
Cañete - Lunahuaná	40	Carpeta Asfáltica	Carpeta Asfáltica
Lunahuaná - Pacarán	11.9	Tratamiento Superficial	Tratamiento Superficial
Pacarán - Zúñiga	3.7	Afirmado	Slurry Seal
Zúñiga - Desvío Yauyos	70.4	Afirmado	Monocapa
Desvío Yauyos - Roncha	128.2	Afirmado	Monocapa (33 Km.) -
			Afirmado (91.185 Km.)
Roncha - Chupaca	16.5	Afirmado	Afirmado

Tabla 1.1: Tramos de la carretera Cañete-Chupaca según tipo de rodadura

1.2. Estado del Arte

Las primeras representaciones de pavimentos flexibles conformados por capas mediante modelos teóricos surgieron a partir de 1945 con el trabajo de Donald Burmister [4] denominado "Teoría General de Esfuerzos y Deformaciones en Sistemas de Suelos por Capas", la misma que fue aplicada exitosamente a pavimentos, en esta teoría los pavimentos flexibles son representados en tres capas, [32]; estudios posteriores plantearon la generalización del modelo a estructuras multicapa con diferentes condiciones de frontera, entre estos trabajos se encuentran los de Westergard, Palmer y Barber, Odemark, entre otros [32].

Los modelos de esfuerzo lineal vienen siendo implementados con formulaciones variacionales y resueltos en la actualidad con FEM [34] o MM [13].

Las versiones no lineales de FEM son empleadas para resolver el modelo $K - \theta$ [15]; diversos autores destacando entre ellos Yang H. Huang [21], sugieren que un sistema de muchas capas lineal elástico produce resultados similares a un resultado no lineal, dicha aseveración es comprobada en el presente trabajo para una vecindad al rededor de la huella del neumático en el capítulo cuatro.



CORREDOR VIAL: CAÑETE-LUNAHUANA-PACARAN-ZUÑIGA-DV. YAUYOS-RONCHA-CHUPACA

Figura 1.2: Corredor Vial Nº 13. Carretera Cañete - Chupaca

En general los pavimentos se vienen estudiando con métodos mecanísticos empíricos a tal nivel que AASHTO actualizó su norma del año 1993 con la del 2008.

Diversos autores vienen desarrollando modelos cada vez más complejos e incorporando la no linealidad del material [11], incluso en tres dimensiones incorporan la variación espacial de las presiones de contacto del neumático [2].

La tendencia actual es implementar métodos tridimensionales que modelen de manera precisa la distribución espacial de los neumáticos en contacto, que es algo que no pueden hacer los modelos en 2D, pero hoy en día la efectividad en el análisis no lineal de los modelos 2D es mucho mayor a la de los modelos 3D, por lo que estos últimos se encuentran en fase de desarrollo, destacan dentro de estos modelos el de Cho [7] que es un modelo axial simétrico resuelto con teoría elástica, otro modelo es el de Chen [6] donde se documenta el efecto en el pavimento de altas presiones de inflado de neumáticos de vehículos pesados.

Todos estos modelos tienen como objetivo final aplicar el cálculo inverso para obte-

ner el módulo de elasticidad o el módulo de resiliencia de un pavimento, en modelos 2D destacan el programa MICHBACK [17], en el presente trabajo se hace cálculo inverso lineal con MM [13], un programa que marca un hito en cálculo inverso es EVERCALC de Samir N. Shoukry [34], este programa usa el mismo método que EverstressFE [10], se trabaja con este último un tramo de la carretera en estudio (ver capítulo 3).

Para poder calibrar todos los modelos anteriores es necesario medir las deformaciones del terreno producidas por el tránsito de vehículos pesados, si estas mediciones se hacen de manera que no dañen el pavimento, la metodología de calibración se podrá utilizar para ayudar a la gestión y diagnóstico del grado de deterioro de los pavimentos, esta es la razón por la que se quiere trabajar con este tipo de ensayos conocidos como no destructivos. Los equipos para la realización de los mismos son la viga Benkelman, Falling Weight Deflectometer (FWD), Dynaflec, Road Rater, KUAB - FWD todos ellos documentados en [25].

Los modelos matemáticos usualmente empleados para representar el pavimento son los de Burmister, Westergaard y el de Hogg [20], este último plantea:

$$D\nabla^4 w = q - \sigma_z \tag{1.1}$$

El modelo anterior corresponde al problema de plateas delgadas de Lagrange, un concepto que juega un rol preponderante en el cálculo de deformaciones superficiales mediante métodos analíticos como el de Hogg es el de "Longitud Característica", éste indica que profundidad de la subrasante aporta rigidez al pavimento y esta dada por 1.2 [18].

$$L_o = \sqrt[3]{\frac{(1+\mu_o)(3-4\mu_o)E_1}{24(1-\mu_o)E_o}}h_1$$
(1.2)

El método de Hogg evoluciona a otros como el de Pasternak [31], quien propone lo siguiente:

$$q = Kw - G\nabla^2 w \tag{1.3}$$

Donde K representa la rigidez del suelo y G las interacciones de corte del suelo.

Una mejora de este último modelo se encuentra en Liu Wei [26], donde se plantea:

$$D\nabla^4 w - c^2 \nabla^2 (Kw + q) + Kw + q = 0$$
(1.4)

Donde *D* es la rigidez del pavimento y $c^2 = \frac{h^2(2-\mu)}{10(1-\mu)}$, *h* es el espesor del pavimento y μ la razon de Poisson. Un modelo que sirve para representar de manera general los problemas de la teoría de elasticidad lineal, es el modelo con condiciones mixtas de Poisson, la ecuación de este modelo es:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = 0 \tag{1.5}$$
$$\sigma_{ij} n_j = \tau_i$$
$$\mathbf{u} = \mathbf{u_o} \quad en \ \Gamma_{\mathbf{u}}$$

En este trabajo se presenta la solución del pavimento con cálculo inverso a partir de este último modelo, cabe resaltar que el proceso de retro cálculo sirve como herramienta de prueba para introducir una metodología estadística de discriminación de datos.

1.3. Planteamiento del Problema

Si bien es cierto la metodología propuesta por Conrevial para discriminar datos de pavimentos da buenos resultados, se debe notar que está diseñada para tamaños de muestras mayores que 30, en ausencia de una metodología que indique esto, en este trabajo se propone validar una metodología de discriminación de datos que considere muestras de datos de tamaño menor que 30, dicha metodología podrá ser aplicada a carreteras de bajo volumen de tránsito de nuestro medio.

1.4. Justificación

Existen diversas carreteras de bajo volumen de tránsito que conectan diversos puntos de nuestro territorio sobre todo entre la sierra y la costa que en temporadas de verano por ejemplo, podrían ser empleadas como vías alternas a otras de mayor jerarquía, por tanto es necesario contar con una política de diagnóstico del estado estructural de las mismas; dicha política debe incluir una tecnología de predicción y simulación numérica del pavimento y considerar herramientas estadísticas de discriminación de datos, de tal manera que se cuente con un número adecuado de procesos constructivos de reparación.

Para poder desarrollar una metodología de discriminación de datos es necesario simular el comportamiento estructural del pavimento a través de retro cálculo. En nuestro medio se cuenta con procedimientos de diagnóstico del estado estructural del pavimento basados en métodos analíticos de retro cálculo, que generalmente ayudan a calcular la respuesta estructural del pavimento a nivel de la superficie, como alternativa a estos métodos existen procedimientos numéricos basados en formulaciones variacionales que ayudan a calcular la respuesta estructural tanto al interior como en la superficie del pavimento, dentro de estas formulaciones se distinguen dos, las formulaciones con malla como FEM y las sin malla como MM, esta última formulación numérica tiene la ventaja de calcular los esfuerzos de un punto solicitado del medio continuo directamente sin necesidad de un proceso de alisamiento como en FEM, además se puede notar que la malla de elementos de FEM es un artificio numérico que no está presente en la naturaleza, por tal motivo se propone la técnica de solución MM (ver [13]), para llevar a cabo el proceso de retro cálculo.

1.5. Hipótesis

Es posible agrupar los tramos en estudio de la carretera según un proceso estadístico de discriminación de datos de muestras inferiores a 30 por kilómetro; cuyos resultados se consideran aceptables si guardan concordancia con los módulos de elasticidad del pavimento obtenidos con la solución bidimensional de la ecuación elíptica de Poisson con condiciones de frontera mixtas mediante MM.

Evaluación Estructural de Pavimentos Flexibles de Carreteras de Bajo Volumen de Tránsito Autor: Leonardo Flores González

1.6. Objetivos de la Tesis

El objetivo general de la tesis, es proporcionar una metodología numérica que sirva para determinar aproximadamente las condiciones estructurales del pavimento a través de deflexiones obtenidas en campo.

Objetivos específicos:

- Revisión de modelos matemáticos existentes para determinar deflexiones en la superficie del pavimento.
- Hacer cálculo inverso para determinar las propiedades del pavimento.
- Validar los resultados obtenidos con MM por comparación con FEM 2D.
- Reagrupar diferentes tramos de la carretera en estudio, mediante un proceso estadístico de discriminación de datos.

De los métodos revisados tres son los de mayor importancia, a saber: FEM 2D, Hogg y Bousinesq Numérico; este último emplea una formulación numérica sin malla MM, la formulación numérica se resuelve con código implementado en MatLab [27].

1.7. Metodología de Investigación

En el presente trabajo se emplea una metodología de investigación ordenada como se indica a continuación, primero se hace la medición de deflexiones del pavimento mediante la Viga Benkelman (ensayo no destructivo), luego se procede con la simulación numérica de las deflexiones obtenidas con los ensayos, el procedimiento de simulación tiene como base las ecuaciones constitutivas y de equilibrio de la teoría de elasticidad bidimensional y se considera válido cuando reproduce aproximadamente las deflexiones medidas en campo; finalmente se homogenizan los tramos estudiados mediante pruebas de hipótesis estadísticas de discriminación de datos.

1.8. Organización de la Tesis

Esta tesis está organizada en cinco capítulos, en el capítulo 2, se describe brevemente el fundamento teórico de los principales sistemas de análisis de capas de pavimentos, se describe la manera de calcular deflexiones en los mismos así como el empleo de estas mediciones en el cálculo inverso, se comenta acerca del FEM y MM, finalmente se hace una introducción teórica referida a metodologías estadísticas de discriminación de datos, que en combinación con MM formarán parte de la propuesta metodológica en el capítulo 4.

En el capítulo 3 se presentan aplicaciones del cálculo inverso, primero con métodos analíticos como el de Bousinesq Analítico y Hogg, luego con FEM 3D, para finalmente

escoger FEM 2D y MM como herramienta intermedia entre los métodos anteriores, ya que demuestran precisión y son de fácil implementación para rutinas iterativas como el cálculo inverso.

En el capítulo 4 se discute el efecto no lineal del material en el pavimento, se aplica el modelo $K - \theta$ y se justifica una aproximación del mismo a partir de un modelo de varias capas elásticas, se expone y emplea una metodología estadística de discriminación de datos para carreteras de bajo volumen de tránsito, finalmente se hace una propuesta metodológica que consiste en una tramificación en base a la teoría de discriminación estadística de datos expuesta.

En el capítulo 5 se presentan las principales conclusiones y recomendaciones del presente trabajo.

$\mathbf{2}$

Marco Teórico

En EE.UU., los pavimentos bituminosos comenzaron a ser construidos en el siglo XIX, durante el siglo XX se construyeron numerosas autopistas y carreteras basadas en la construcción y diseño de pavimentos flexibles. Debido a la experiencia ganada en esos años se desarrollaron muchos criterios para determinar las fallas críticas del pavimento, el espesor de la superficie de asfalto y otros parámetros que dominan su diseño basados generalmente en métodos empíricos. En el Perú este tipo de pavimentos se empezaron a usar desde la segunda década del siglo pasado.

En la actualidad se vienen usando tres tipos de pavimentos: pavimentos flexibles convencionales, pavimentos asfálticos con espesor sólo de asfalto y pavimentos de asfaltos que contienen agregados granulares. Con el incremento de conocimiento en técnicas constructivas y química del asfalto hoy en día existen variantes como la mezcla asfáltica en caliente (HMA) que tienen características de durabilidad buenas y no dificultan el proceso constructivo de carreteras o pistas. En vías de bajo volumen de tránsito se estabiliza la base del pavimento de manera que se trabaja con un pavimento no convencional que está conformado por una capa de material granular estabilizada con un material bituminoso, el proceso constructivo se realiza en frío. Este tipo de pavimento es conocido como base estabilizada, ver figura (1.1), la superficie del mismo se recubre muchas veces con impermeabilizantes para protegerlo de las inclemencias del tiempo.

Hoy en día se comienzan a emplear con mayor frecuencia métodos mecanísticos los cuales poseen mayor aproximación para la predicción del estado de esfuerzos y deformaciones del pavimento; debido a esto, en la actualidad es más frecuente el uso de técnicas numéricas como FEM y los métodos sin malla.

2.1. Análisis Elástico de Capas

Los pavimentos flexibles son analizados mediante sistemas elásticos de capas como el mostrado en la figura (2.1).

El sistema es dividido en un número arbitrario de capas. El espesor individual de cada capa así como las propiedades del material de las mismas varían gradualmente de capa en capa, el módulo de elasticidad E y la razon de Poisson se consideran constantes



Figura 2.1: Sistema Multicapa de pavimento flexible

en cada capa. Este método se aplica teniendo en cuenta las siguientes suposiciones.

- Cada capa es homogénea y elástica lineal con un espesor finito pequeño.
- No es considerado el peso propio.
- Una presión circular es aplicada en la superficie del pavimento.
- Existe compatibilidad de esfuerzos y deformaciones entre dos capas adyacentes.

2.1.1. Modelos Bicapas

El comportamiento del suelo no es homogéneo, en el caso de los pavimentos es difícil caracterizar la transmisión de esfuerzos del pavimento a la subrasante, por lo que es necesario incluir una capa que representa esta transmisión.

En general se puede decir que en los modelos de dos capas los esfuerzos dependen de la razon de módulos de elasticidad de cada capa E1/E2 y de la razon entre el espesor de la primera capa y el radio del área de carga h1/A. El modelo de dos capas se puede aplicar para pavimentos tipo (HMA), también es aplicable a modelos de pavimentos con base estabilizada, los que se pueden resolver por métodos variacionales o por el modelo de Hogg.

2.1.2. Modelos Multicapas

Estos modelos permiten determinar las grandes tendencias de variación (importancia del espesor, relación del módulo entre capas, radio de carga). Los modelos de ncapas facilitan la esquematización de la estructura del pavimento y la subrasante. Una estructura tradicional se representa mejor mediante un esquema tricapa (suelo, cuerpo granular y capa asfáltica).



Figura 2.2: Modelo Multicapa

Adicionalmente existen fórmulas como las de Odemark, Palmer-Barber que uniformizan en un solo módulo de elasticidad los diferentes módulos de elasticidad de cada capa del pavimento.

$$\widehat{E} = E_1 \left[\frac{h_1 + h_2 \sqrt[3]{\frac{E_2}{E_1}} + h_3 \sqrt[3]{\frac{E_3}{E_1}} + \dots + h_{n-1} \sqrt[3]{\frac{E_{n-1}}{E_1}}}{\sum\limits_{i=1}^{n=i} h_i} \right]$$
(2.1)

La fórmula de Barber generalizada indicada anteriormente en la ecuación (2.1), es empleada en el cálculo inverso de pavimentos.

2.1.3. Programas de Análisis Multicapas

Existe un gran número de programas, por ejemplo el programa CHEV desarrollado por Chevron Research Company que trabaja el problema de multicapas únicamente para casos elásticos; una versión mejorada de Chevron es el programa DAMA que resuelve el problema multicapa para análisis no lineal del material y fue desarrollado por Hwang [22] en 1981; KENLAYER un programa desarrollado por la Universidad de Kentucky [21] en 1985, es un programa que básicamente trabaja sistemas multicapa elásticos bajo cargas circulares, el cual puede modelar cada capa de manera elástica, no lineal del material o viscoelástica, en este programa se dividen a las bases granulares y al suelo en varias capas de manera que las variaciones de las propiedades del material sean progresivas de capa en capa. En 1985 la universidad de California en Berkeley, desarrolla el programa ELSYM5, el cual es mejorado por SRA Technologies Inc. bajo la supervisión de la Federal Highway Administration (FHWA), es similar al programa KENLAYER y desarrolla sus soluciones con modelos multicapa ver [24]. El programa MMPAV, desarrollado en la Universidad Nacional de Ingeniería por [13] y [9] con tecnología numérica sin mallas, incluye matrices de nubes de puntos que modelan el contacto entre capas.

2.1.4. Modelo de Hogg

Este modelo es una extensión del modelo bicapa, matemáticamente el modelo está representado por una ecuación diferencial en derivadas parciales, la que se resuelve de manera analítica con ayuda de la transformada de Hankel y [37], las suposiciones para poder resolver la ecuación de plateas para pavimentos con este método son:

- El plano medio se confunde con la fibra neutra.
- Las secciones planas permanecen planas durante la deformación.
- Los esfuerzos normales que siguen una deformación transversal pueden despreciarse.
- Los desplazamientos verticales de la fibra neutra de la placa satisfacen la ecuación de Lagrange para placas delgadas.

La ecuación que resuelve Hogg es:

$$D\nabla^4 w = \rho - \sigma_z \tag{2.2}$$

Donde:

$$\sigma_z = E_o \frac{dw}{dr} \tag{2.3}$$

 $D = \frac{E_1 H^3}{12(1-\mu_1^2)}$, es la rigidez de la placa.

 $w={\rm desplazamiento}$ vertical de la fibra neutra.

H = espesor del pavimento.

 $E_1 =$ módulo de elasticidad del pavimento.

 $E_0 =$ módulo de elasticidad de la subrasante.

 $\rho =$ suma de presiones verticales $\rho = p - \sigma_z$ ó $\rho = -\sigma_z$ en el exterior del círculo.

p =presion del pavimento.

 $\sigma_z =$ tensión en la superficie para mantener la deflexión w.

En 1926 Terazawa [36] propone la solución por series de Bessel del problema de Boussinesq:

$$w = \int_0^\infty W(k) J_0(kr) dk \tag{2.4}$$

así al reemplazar (2.4) en $\sigma_z = E_0 \frac{dw}{dr}$, se obtiene:

$$\sigma_z = -E_o \int_0^\infty m W(m) J_0(mr) dm \tag{2.5}$$

y en coordenadas polares el término $\nabla^4 w$ se escribe así:

$$\nabla^4 w = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[r \frac{d}{dr} \left\{ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dw}{dr} \right) \right\} \right]$$

al sustituir (2.4) en la expresión anterior se tiene

$$\nabla^4 w = \int_0^\infty m^4 W(m) J_0(mr) dm \tag{2.6}$$

si se reemplaza (2.5) y (2.6) en $p=D\nabla^4 w+\sigma_z$ se tiene

$$p = \int_0^\infty \left(Dm^4 + E_0 m \right) W(m) J_0(mr) dm$$
 (2.7)

Como p es función de a es decir $p = f(a), p = \frac{\text{peso del semieje del camión}}{\pi a^2}$, ésta puede ser representada en series de Bessel

$$p = \int_0^\infty P(m) J_0(ma) dm$$

al comparar la expresión anterior con (2.7) resulta

$$W(m) = \frac{P(m)}{Dm^4 + E_o m}$$

la transformada de Hankel [39] de p produce

$$P(m) = m \int_0^\infty \alpha f(\alpha) J_0(ma) d\alpha$$

al sustituir las dos expresiones anteriores en (2.4) resulta

$$w = \int_0^\infty \frac{m}{Dm^4 + E_o m} \int_0^\infty \alpha f(\alpha) J_0(mr) d\alpha \cdot J_0(ma) dm$$

si la transformada de Hankel [39] es aplicada a la expresión anterior produce

$$w = \int_0^\infty \frac{J_0(mr)J_1(ma)}{Dm^4 + E_o m} dm$$

al introducir a la expresión anterior condiciones de frontera adecuadas [20] se tiene:

$$w(r) = \frac{(1+\mu_0)(3-4\mu_0)pa}{2(1-\mu_0)E_0} \int_0^\infty \frac{J_0(\frac{mr}{L_0})J_1(\frac{ma}{L_0})}{m^4 + m\phi(\frac{mh}{L_0})} dm$$
(2.8)

 ${\rm donde}$

$$\phi(m) = \frac{senhm.coshm + \frac{m}{3-4\mu_0}}{senh^2m - \frac{m^2}{(3-4\mu_0)^2}}$$
(2.9)



Figura 2.3: Modelo de Hogg

2.1.5. Ventajas y Desventajas de los Análisis Elásticos de Capas

Hoy en día estos modelos son ampliamente aceptados y fácilmente implementados numéricamente; aunque presentan el inconveniente de no reproducir el contacto entre dos capas de materiales diferentes por lo que su respuesta no es muy precisa, principalmente se debe tener cuidado con materiales cuyo comportamiento sea no lineal.

2.1.6. Modelo de Boussinesq

Este modelo se puede tratar de dos formas diferentes, la primera es resolver el problema a través de la ecuación elíptica Poisson de la Elastostática, en este caso es recomendable trabajar con formulaciones variacionales ([13]), esta forma será empleada en el capítulo 4 para la determinación de esfuerzos y deformaciones con cálculo inverso, y será llamada en este trabajo como modelo de Boussinesq Numérico. La segunda forma es resolver analíticamente la ecuación del masivo semi infinito de Boussinesq, para esto se supone que el masivo es lineal isotrópico elástico con módulo de Young calculado con la fórmula de Barber generalizada ([32]), las deducciones de las fórmulas para este caso se encuentran en [23], esta forma de solución será conocida como modelo de Boussinesq Analítico. En los dos acápites siguientes se explicará la forma de trabajar con cada método.

2.1.7. Modelo Numérico de Boussinesq

A continuación se expone brevemente el cálculo de esfuerzos mediante un método MM; los resultados calculados a partir de esta formulación serán contrastados con las mediciones obtenidas en campo. Con tal motivo primero se realiza una revisión breve del método propuesto, una explicación completa se puede ver en [13].

Considérese un material elástico e isotrópico definido sobre $\Omega \in \mathbb{R}^n$. Además sea $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ el vector de desplazamientos y $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ el vector de fuerzas de cuerpo. Entonces según la teoría de elasticidad lineal, $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ debe satisfacer la ecuación:

$$\nabla \cdot \sigma(\mathbf{u}) + \mathbf{f} = 0 \qquad en \ \Omega, \tag{2.10}$$

Además, se define:

$$\epsilon(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} (\nabla \otimes \mathbf{v} + (\nabla \otimes \mathbf{v})^T)$$
(2.11)

Sean Γ_1 y Γ_2 dos subconjuntos abiertos de $\partial\Omega$ tal que $\partial\Omega = \overline{\Gamma_1} \cup \overline{\Gamma_2}$ y $\Gamma_1 \cap \Gamma_2 = \emptyset$. Si se imponen las condiciones de Dirichlet no homogéneas (desplazamiento) en la frontera, sobre Γ_1 , como:

 $\mathbf{u}|_{\Gamma_1} = \mathbf{g}$

Y las condiciones de Neumann (tensión) en la frontera, sobre Γ_2 , como:

$$\left. \left(\sigma(\mathbf{u}) \cdot \left. \mathbf{\nu}
ight) \right|_{\Gamma_2} = \mathbf{t}$$

La solución de esta ecuación, luego de un estudio minucioso [13], equivale a su solución en forma débil, es decir:

Encontrar $\mathbf{u} \in H^1(\Omega)$ tal que $\mathbf{u}|_{\Gamma_1} = \mathbf{g}$ y:

$$a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} d\Omega + \int_{\Gamma_2} \mathbf{t} \cdot \mathbf{v} ds \qquad (2.12)$$

Para todo $\mathbf{v} \in V$, donde:

$$\begin{aligned} a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) &:= \int_{\Omega} \left(2\mu \epsilon(\mathbf{u}) : \epsilon(\mathbf{v}) + \lambda(\nabla \cdot \mathbf{u})(\nabla \cdot \mathbf{v}) \right) d\Omega \\ V &:= \{ \mathbf{v} \in H^1(\Omega) : \left. \mathbf{v} \right|_{\Gamma_1} = 0 \} \end{aligned}$$

Esta formulación débil se puede resolver utilizando técnicas de solución mediante métodos sin malla (MM), este tipo de formulación es muy aproximada para el cálculo de esfuerzos de corte; los pasos para su implementación numérica se indican en el siguiente algoritmo:

Rutina genérica de método libre de malla

- 1. Generación de los nodos, es decir, sus coordenadas y factores de ponderación asociados. En cada nodo se debe especificar además:
 - La forma del dominio de influencia (base radial o rectangular).
 - El tamaño del dominio de soporte (por ejemplo el radio).
 - El funcional, con el que se construye las funciones de forma.

- 2. Construcción de los puntos de integración (coordenadas y factores de ponderación) del dominio.
- 3. Integración de los puntos a lo largo de las condiciones de frontera.
- 4. Integración sobre el dominio para cada punto de Gauss (x_{gi}):

 Encontrar los nodos dentro del dominio de soporte de x_{gi}.
 Para cada (x_{gi}), calcular los factores de ponderación, funciones de forma y sus derivadas.
 Construir la matriz B (transformación lineal).
 Ensamblar la matriz K.
- 5. Proceder de la misma manera sobre las condiciones de frontera.
- 6. Resolver el sistema de ecuaciones. El problema que se puede presentar es el de obtener una matriz mal condicionada para lo cual se deben utilizar algoritmos que mejoren el condicionamiento de la matriz o procedimientos que calculen la inversa de la matriz.
- 7. Esta parte sólo es aplicable cuando las funciones de forma sean de aproximación y no de interpolación. En estos casos se debe de calcular los desplazamientos nodales ya que las funciones de aproximación no cumplen con la propiedad de delta de Kronecker.

En la búsqueda de una solución aproximada a un problema gobernado por ecuaciones en derivadas parciales con condiciones de frontera, primero es necesario aproximar la función de campo desconocida utilizando funciones conocidas a las cuales llamamos funciones de forma (polinomios o funciones correspondientes a espacios de Hilbert), antes que cualquier procedimiento de formulación variacional pueda ser aplicado para establecer el sistema de ecuaciones discretas. Estas funciones de forma son localmente definidas, ya que sólo un conjunto de nodos de campo en un pequeño dominio local son utilizados en la construcción, y la función de forma no se utiliza o se considera como cero fuera del dominio local. Como dominio local se entenderá al *dominio de soporte* o *dominio de influencia*.

La formulación que se detalla a continuación corresponde al Método de Elementos Libres de Galerkin (EFGM). Considerando lo expuesto en la parte inicial del presente acápite, donde se pone de manifiesto que la solución del problema de ecuaciones en derivadas parciales resulta de la solución de la formulación variacional y de acuerdo a la formulación desarrollada en [13] y los conceptos allí expuestos, se puede decir que la solución del problema se obtiene de resolver la siguiente funcional:

$$\int_{\Omega} (Lv)^{T} (ELu) d\Omega - \int_{\Omega} v^{T} b d\Omega - \int_{\Gamma_{2}} v^{T} t d\Gamma = 0$$
(2.13)

Donde, para trabajar matricialmente la formulación expuesta, se define la transformación lineal: $L: u \to \epsilon(u)$, que transforma el espacio vectorial de desplazamientos en el espacio vectorial de deformaciones, los cuales están incluidos en \mathbb{R}^2 , la transformación



Figura 2.4: Dominio de soporte local

mencionada se representa matricialmente como:

$$L := \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0\\ 0 & \frac{\partial}{\partial y}\\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}$$

Para resolver el problema mencionado en 2.13 se utiliza la función de forma desarrollada en [13], para aproximar los desplazamientos del nodo de interés se emplea un conjunto de nodos en un dominio de soporte local del nodo de interés. La función de forma puede ser escrita en una sumatoria nodal de la siguiente manera:

$$u_{(2\times1)}^{h} = \sum_{i}^{n} \begin{bmatrix} \phi_{i} & 0\\ 0 & \phi_{i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{i}\\ v_{i} \end{bmatrix} = \sum_{i}^{n} \Phi_{i} u_{i}$$
(2.14)

 Φ_i es la matriz de funciones de forma del nodo *i*, y u_i es el parámetro que representa el desplazamiento nodal, esta matriz se construye con la técnica de mínimos cuadrados móviles, como se indica en [13].

 K_{ij} , es llamada matriz de rigidez nodal o también denominada **Matriz de Rigidez** Local y se define como:

$$K_{ij} = \int_{\Omega} \left(B_i^T \right)_{2 \times 3} E_{3 \times 3} \left(B_j \right)_{3 \times 2} d\Omega$$
(2.15)

Donde B_i es:

$$B_{i} = \begin{bmatrix} \Phi_{i,x} & 0\\ 0 & \Phi_{i,y}\\ \Phi_{i,y} & \Phi_{i,x} \end{bmatrix}$$
(2.16)

Cuando los nodos i y j no están en el mismo dominio de soporte del mismo punto de cuadratura de integración, K_{ij} se anula; el proceso de integración numérica es similar al de FEM. El desarrollo de la formulación lleva a un sistema de la forma:

$$KU = F \tag{2.17}$$

Donde:

 $F = F^{(b)} + F^{(t)}.$ $F^{(b)} =$ Fuerzas de cuerpo. $F^{(t)} =$ Fuerzas de superficie. K = Matriz de rigidez del cuerpo.

Al incorporar las condiciones de frontera variacionalmente se obtiene el sistema de ecuaciones 2.18, con el que se obtienen los desplazamientos de la estructura (deflexiones del pavimento).

$$\begin{bmatrix} K & G \\ G^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ \lambda \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ Q \end{Bmatrix}$$
(2.18)

Donde:

- G = Matriz que relaciona las condiciones de frontera con las funciones de forma.
- Q = Vector que sirve para introducir los desplazamientos prescritos.
- $\lambda =$ Coeficientes de los multiplicadores de Lagrange.

MM encuentra resultados a nivel de esfuerzos y deformaciones como los obtenidos en la progresiva km 74+000, los resultados de la curva de distancia versus deformación se encuentran en milímetros, las gráficas de distancia versus esfuerzos se encuentran en cm y kg/cm^2 respectivamente, como ilustración se muestran los resultados del sector 1 (ver capítulo 4).



Figura 2.5: Deformación de la superficie



Figura 2.6: Esfuerzo de compresión vertical en la sección de terreno



Figura 2.7: Esfuerzos de corte en la sección de terreno

2.1.8. Modelo Analítico de Boussinesq

Con este modelo es posible determinar el desplazamiento o deflexión de un punto debido a cargas distribuidas verticales sobre el pavimento, generadas por dos llantas cuya área de contacto son dos circunferencias de radio "a".



Figura 2.8: Esfuerzos provocados por una carga concentrada

El masivo semi infinito de Boussinesq se supone lineal, isotrópico, elástico, con módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson μ .



Figura 2.9: Representación de un masivo semi infinito

Para ejes gemelos, se determinará una ecuación para calcular el desplazamiento total de un punto en la superficie, producido por dos cargas distribuidas verticales sobre el pavimento. El desplazamiento en la superficie (z=0) producido por una carga puntual se obtiene con la siguiente expresión [23]:

$$\delta = \frac{P}{\pi E_s} (1 + \mu^2) \frac{1}{K}$$
(2.19)

Donde K es la distancia de donde se aplica un diferencial de carga hasta el punto en el suelo donde se mide el esfuerzo.



Figura 2.10: Distribución de presiones sobre el pavimento



Figura 2.11: Esquematización de la carga distribuida de los neumáticos para el modelo Boussinesq Analítico

De la figura (2.11) se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$K^{2} = (x - R)^{2} + (y)^{2}$$
(2.20)

Relación 1 :
$$x^2 + (y - 3\frac{A}{2})^2 = A^2$$
 (2.21)

Relación 2 :
$$x^2 + (y + 3\frac{A}{2})^2 = A^2$$
 (2.22)

El diferencial de desplazamiento para un diferencial de carga puntual es:

$$\Delta \delta = \frac{q_0}{\pi E_s} \frac{(1+\mu^2)}{\sqrt{(x-R)^2 + y^2}} dx dy$$
(2.23)

Integrando (2.23) se obtiene el desplazamiento total producido por todos los diferenciales de presiones provocadas por las dos llantas del camión.

$$w_{R} = \frac{q_{0}}{\pi E_{s}} \left(1 - \mu^{2}\right) \left\{ \int_{-A}^{A} \int_{-\sqrt{A^{2} - x^{2}} + \frac{3A}{2}}^{-\sqrt{A^{2} - x^{2}} + \frac{3A}{2}} \left[\frac{1}{\sqrt{(x - R)^{2} + y^{2}}} \right] dxdy + \int_{-A}^{A} \int_{-\sqrt{A^{2} - x^{2}} - \frac{3A}{2}}^{-\sqrt{A^{2} - x^{2}} - \frac{3A}{2}} \left[\frac{1}{\sqrt{(x - R)^{2} + y^{2}}} \right] dxdy \right\}$$
(2.24)

Despejando el E_0 del Pavimento

$$E_{s} = \frac{q_{0}}{\pi D_{R}} \left(1 + \mu^{2}\right) \left\{ \int_{-A}^{A} \int_{-\sqrt{A^{2} - x^{2}} + \frac{3A}{2}}^{-\sqrt{A^{2} - x^{2}} + \frac{3A}{2}} \left[\frac{1}{\sqrt{(x - R)^{2} + y^{2}}} \right] dxdy + \int_{-A}^{A} \int_{-\sqrt{A^{2} - x^{2}} - \frac{3A}{2}}^{-\sqrt{A^{2} - x^{2}} - \frac{3A}{2}} \left[\frac{1}{\sqrt{(x - R)^{2} + y^{2}}} \right] dxdy \right\}$$
(2.25)

Donde:

- w_R : Deflexión a una distancia R.
- E_s : Módulo de elasticidad del masivo semi infinito de Boussinesq.
- μ : Razon de Poisson.
- A: Radio de la huella circular de contacto.
- q_0 : Presión de inflado.
- R: Distancia a la que se mide la deflexión D_R .



Figura 2.12: Deflexión producida por dos neumáticos

2.2. Método de Elementos Finitos 3D

Este modelo resuelve las ecuaciones constitutivas y de compatibilidad mediante la división del medio continuo en un conjunto de subdominios denominados elementos

finitos, en este método se cumple principalmente las condiciones de frontera en los nodos del sistema que se resuelve.

En los modelos 3D se puede representar mejor que en los modelos 2D el efecto de la presión de inflado de los neumáticos sobre el pavimento, lo desfavorable es que ocupan más memoria en un ordenador personal y aún no realizan el cálculo inverso en problemas no lineales del pavimento de manera adecuada.



Figura 2.13: Modelo de Elementos Finitos

2.2.1. Modelamiento y Estrategias de Enmallado

En los modelos tridimensionales se hacen cuadrículas que asemejan cubos teniendo mayor número de elementos en la vecindad de la región donde se aplica la carga externa al continuo, a medida que se van alejando tanto en distancia horizontal y vertical los elementos finitos presentan cada vez mayores dimensiones y cuando se encuentran alejados lo suficiente del punto de aplicación de la carga, generalmente se colocan elementos intermedios para hacer que la malla tenga menos elementos en las regiones lejanas, esto se puede ver en las siguientes figuras. Las capas de los pavimentos son representados por elementos finitos que tienen diferentes módulos de elasticidad, para una mejor precisión de los resultados se emplean generalmente elementos finitos de varios nodos, uno de los elementos más empleados en el análisis estructural de pavimentos es el elemento de 20 nodos; para hacer un buen modelo de transferencia de esfuerzos entre diferentes capas, se recomienda emplear elementos de contacto. Un procedimiento de generación de mallas empleado frecuentemente se puede encontrar en [38].



Figura 2.14: Elemento de 20 nodos


El pavimento se modela generalmente como se indica en la siguiente figura 2.15.

Figura 2.15: Idealización de las capas del pavimento

2.2.2. Refinamiento Local de Mallas

Las dimensiones de cada bloque (elemento) no son uniformes como podemos ver en las figuras 2.16, 2.17, 2.18. Los esfuerzos máximos y las máximas deflexiones se producen alrededor de las cargas de la rueda, es por eso que se realiza un refinamiento de la malla, pues una mayor cantidad de elementos dará resultados más precisos. Sin embargo los elementos de malla refinados a pesar de dar mejores resultados consumen más tiempo a la hora de procesar datos. Por lo tanto, es eficaz refinar la malla alrededor de la región donde se aplica la carga y aumentar las dimensiones de la misma a medida que se aleja del área de contacto.

Para saber si el método converge, cada región debidamente identificada en el refinamiento inicial se vuelve a subdividir una y otra vez hasta que los esfuerzos y deformaciones sean prácticamente los mismos.

2.2.3. Condiciones de Borde del Modelo

El modelo alrededor de una huella de neumático tiene simetría en la dirección del eje del vehículo y perpendicular a este eje, si se considera como origen de coordenadas el centro geométrico de la huella del neumático, el problema puede partirse en cuatro bloques que presentan los mismos resultados debido a la geometría, los planos verticales comunes a los bloques en contacto sólo presentan desplazamiento vertical, los otros dos planos verticales deben ser considerados empotrados en el infinito. La figura 2.18 indica de manera gráfica la colocación de las condiciones de frontera.

EverstressFE es un programa que sigue la secuencia indicada en los dos acápites anteriores y es empleado de manera oficial por el Departamento de Transportes de



Figura 2.16: Refinamiento del pavimento de la vía en estudio



Figura 2.17: Vista en planta del enmallado de un pavimento



Figura 2.18: Vista en elevación del enmallado de un pavimento

Evaluación Estructural de Pavimentos Flexibles de Carreteras de Bajo Volumen de Tránsito Autor: Leonardo Flores González

Washington (WSDOT), el ingreso de cargas vehiculares se efectúa como se indica en la figura 2.19.

Geometry and Layer Properties Loads Meshing Solver Results
- Load Parameters
Wheel Type: Dual Axle Type: Single
Tire Contact: Circular 💌 Tire Pressure (kPa): 551.6 🚔
Load per Tire (kN): 20.10 😴 Contact Radius (mm): 108 🚎
C/C Tire Spacing (mm): 350 📫
C/C Axle Spacing (mm): 1250 芸
Nonuniform Tire Contact Plotting Options
Perspective: 3D Perspective
Designer View: 1 Tre(s) U Contact Pressures U Tread Designer
Load per Tire (typ.)

Figura 2.19: Ingreso de cargas aplicadas al pavimento

2.3. Método de Elementos Finitos 2D

2.3.1. Axial Simétrico versus Estado Plano de Deformación

Un pavimento flexible puede ser visto como un sistema semi infinito multicapa con diferentes propiedades del material en cada capa. Básicamente se emplean dos modelos diferentes de FEM 2D, uno es axial simétrico y el otro estado plano de deformaciones. En el modelo axial simétrico se asume que el pavimento tiene el mismo material y geometría en los planos verticales y que la carga de tráfico presenta simetría biaxial. Este tipo de modelos no considera el contacto entre dos capas de diferente material del suelo, ni el comportamiento no lineal del material del mismo adecuadamente.

El modelo de estado plano de deformaciones entrega soluciones racionales de las deformaciones verticales de un pavimento, con MM no importa si las capas son o no perfectamente horizontales, los resultados para materiales con comportamiento no lineal son bastante aceptables con este tipo de modelos y hoy en día los programas de cálculo inverso como [16], son desarrollados enteramente con modelos de estado plano de deformaciones.

2.3.2. Elementos Finitos Bidimensionales en Pavimentos Flexibles

La formulación variacional para FEM 3D y FEM 2D es la misma; la forma de enmallamiento vertical FEM 3D se puede aplicar a FEM 2D, como en la figura 2.18; se debe tener las siguientes consideraciones:

a) Material

Se debe considerar un modelo $K-\theta$ del material para considerar un comportamiento no lineal en suelos granulares y cohesivos.



Figura 2.20: Modelo de pavimento de base finita y subrasante infinita



Figura 2.21: Módulo resiliente y esfuerzo invariante

b) Modelo del Pavimento

Cada capa en una sección transversal del pavimento, se supone que se extiende hasta el infinito en la dirección horizontal, y la última capa se supone que es infinitamente profunda.

Todas las capas del pavimento se supone que están plenamente ligadas para que no se produzca deslizamiento, debido a la carga aplicada. Se calculan los desplazamientos, presiones y deformaciones, producidas por la carga a través de la rueda. Por las suposiciones utilizadas, el problema se reduce a uno como el mostrado en la figura 2.22.



Figura 2.22: Discretización del pavimento a estudiar

c) Modelamiento y Enmallado del Pavimento

Si A es el radio de la huella circular, la dirección radial de ancho total 10A se divide en cuatro regiones; la primera región entre [0, A] está dividida en siete elementos, la segunda región entre [A, 3A] está dividida en cuatro elementos, la tercera región entre [3A, 6A] es dividida en tres elementos, y la cuarta región entre [6A, 10A] es dividida en dos elementos.

Se debe considerar en cualquier capa horizontal que todos los elementos tienen la misma dimensión vertical.

El mortero asfáltico (slurry seal) no aporta estructuralmente al pavimento, se ha considerado para el modelo una capa de base granular de espesor equivalente HE.

El número de elementos de cada capa en la dirección vertical depende del espesor de la capa.

La base granular equivalente es subdividida en 10 capas y la subrasante en 7 capas. Estos rangos de intervalos son introducidos al programa [15].

Dentro de cualquier capa horizontal, todos los elementos tienen la misma dimensión vertical. Desplazamientos, deformaciones y tensiones se calculan únicamente en la región modelada.



Figura 2.23: Esquematización del continuo con el programa [15]

Número de capas	:	2,0
Capa 1 (Base granular)	:	19,07cm
Capa 2 (Subrasante)	:	80 <i>cm</i>
Radio de la huella circular de contacto (A)	:	10,77cm
Densidad arena limosa	:	$2080 kg/m^{3}$
Carga (libras)	:	9020lb
Presión de inflado	:	80 psi
Ko=Coeficiente de presión en estado de reposo	:	$Ko = 1 - sen(\phi) = 0,50$
ϕ =Angulo de fricción interna	:	30°
Razon de Poisson (μ)	:	0,30 a 0,50
Cohesión	:	0

2.4. Teoría para Discriminación de Datos

La teoría básica para llevar a cabo un proceso de discriminación de datos está basada en la aplicación de funciones de densidad de probabilidad como la distribución normal y las distribuciones de densidad acumulada de probabilidades.



Figura 2.24: Funciones de densidad y de distribución acumulada de la distribución normal

Se dice que una variable aleatoria continua X sigue una distribución normal de parámetros μ y σ y se denota $X(\mu, \sigma)$ si su función de densidad está dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad x \in \mathbb{R}$$
(2.26)

Se llama distribución normal "estándar" a aquélla en la que sus parámetros toman los valores $\mu = 0$ y $\sigma = 1$. En este caso la función de densidad tiene la siguiente expresión:

$$f(x) = f_{0,1}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} \quad x \in \mathbb{R}$$
(2.27)

La función de distribución acumulativa, también conocida como función de distribución de probabilidad está definida como sigue:

$$\phi_{\mu,\sigma^2}(x) = \int_{\infty}^x \varphi_{\mu,\sigma^2}(u) du \qquad (2.28)$$

ó

$$\phi_{\mu,\sigma^2}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma^2}} du, \quad x \in \mathbb{R}$$
(2.29)

La función de distribución de la normal estándar es:

$$\phi(x) = \phi_{0,1}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{u^2}{2}} du, \quad x \in \mathbb{R}$$
(2.30)

Para más detalles se puede ver [8].

2.4.1. Herramientas Conceptuales para Discriminación de Datos

En esta sub sección se describe brevemente algunos conceptos utilizados en el proceso de discriminación de datos, la explicación detallada de estas herramientas se puede encontrar en [8].

Prueba de Hipótesis

La prueba de hipótesis es un procedimiento basado en evidencia muestral y teoría de probabilidad; se emplea para afirmar o rechazar una aseveración propuesta, los pasos que se siguen para realizar son los siguientes:



Figura 2.25: Procedimiento sistemático de prueba de hipótesis

Esta prueba se emplea en el proceso de discriminación de datos del capítulo 4, para agrupar sectores que presenten similares deflexiones características.

P-valor

Es la probabilidad de obtener un resultado como el que realmente se ha obtenido suponiendo que la hipótesis nula es cierta. Se rechaza la hipótesis nula si el P-valor asociado al resultado es menor o igual que el nivel de significación establecido, convencionalmente 0,05ó0,01.

Nivel de Significancia (α)

Es la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando es verdadera.

Prueba o Test de Normalidad

Prueba que se aplica para determinar si conjuntos distintos presentan el mismo tipo de distribución normal, dentro de este tipo de prueba son empleadas frecuentemente las siguientes:

- La prueba de Kolmogorov-Smirnov, se emplea para muestras de tamaño mayor que 30.
- El test de Shapiro Wilk, se considera como la prueba más recomendable para muestras de tamaño inferior a 30, valores grandes del estadístico de Shapiro-Wilk significan el rechazo de la hipótesis nula.

Prueba o Test de Similitud

Se aplica para homogeneizar diferentes tramos de la carretera en una sola muestra, es decir que estos tramos tengan el mismo tipo de distribución y que sus parámetros estadísticos sean muy similares. La prueba recomendada en [5] para muestras menores que 30 es la de Mann-Whitney.

2.4.2. Herramienta Informática para Discriminación de Datos

Una herramienta recomendable para aplicar la teoría anterior es el programa Minitab [30], en el que se pueden emplear las funciones y pruebas de la tabla 2.1.

Histograma de frecuencias	Graph - Histograma
Series de tiempo	Graph - Time Series Plot
Función de distribución acumulativa (CDF)	Graph - Empirical CDF
Bootstrap	Desde la ventana de sesión
Prueba de Kolmogorov - Smirnov	Stat - Basic Statistics - Normality Test
Prueba de Shapiro - Wilk	Stat - Basic Statistics - Normality Test
Prueba de Mann - Whitney	Stat - Nonparametrics - Mann Whitney

 Tabla 2.1: Funciones y pruebas del programa Minitab

2.4.3. Bootstrap

Es una técnica de remuestreo importante implementada en Minitab, la que se caracteriza por la obtención de sub muestras a partir de datos que constituyen la muestra original, permite evaluar diferentes propiedades de los estimadores estadísticos como la media o la mediana; también da la posibilidad de estudiar el error estadístico, ya sea en cuanto a sesgo, error estándar o tasa de error en una predicción. La estrategia Bootstrap realiza el remuestreo de acuerdo a los siguientes pasos:

- Se selecciona un estadístico de interés por ejemplo la media o mediana.
- Se obtiene una muestra correspondiente al experimento realizado mediante n variables aleatorias del mismo tipo e independientemente distribuidas. Por ejemplo si se midieron 6 deflexiones en un kilómetro, el experimento lo constituyen las mediciones de las deflexiones y la muestra los resultados de la misma $(x_1, x_2, ..., x_6)$.
- Se emplea una técnica de simulación tipo Montecarlo, en esta se debe decidir como se estimará la distribución, esta distribución se puede estimar con Bootstrap no paramétrico, paramétrico o suavizado.
- Mediante la técnica Montecarlo, se obtiene un valor de la variable aleatoria x. Iterando este proceso n veces se obtiene un conjunto de datos que constituyen la denominada muestra Bootstrap, que se representa mediante la notación $(x_1, x_2, ..., x_n)$. Para cada muestra se obtiene el estadístico de interés para diferenciarlo del obtenido mediante el experimento de campo.
- Repetir el ítem anterior un número m de veces a decuado para obtener la estimación del estadístico que se desea.

Una vez generadas las distintas muestras Bootstrap es posible estimar el error cometido en el estadístico y estudiar otros parámetros de interés al experimento; información detallada acerca del método se puede encontrar en [35]. En general se puede resumir lo anterior indicando que este tipo de remuestreo permite simular pruebas de pocos datos, ayuda a identificar el tipo de distribución a la que pertenece la muestra y reagrupar diversas muestras en una sola si fuera el caso.

En el presente trabajo es importante un proceso de simulación de datos debido a que las muestras tomadas en campo son pequeñas, esta cantidad de muestras no permite conocer el valor real de la desviación estándar, pudiendo constituir esto una debilidad en el proceso de cálculo según Conrevial [28] como lo veremos en el capítulo 4.

2.5. Caracterización del Material

La caracterización del material está referida al modelo mecánico que se emplea para representar un material mediante su módulo de elasticidad o resiliencia, razon de Poisson, peso unitario, CBR entre otros.

Para este tipo de representación se cuenta con varios modelos mecánicos [21], como se puede observar en la figura 2.26 existen modelos muy simples como el modelo elástico basado en la ley de Hooke hasta modelos más sofisticados como el modelo generalizado.



Figura 2.26: Modelos mecánicos para materiales

$$\sigma = E\varepsilon \tag{2.31}$$

La figura (2.26f) muestra un modelo generalizado el cual se puede utilizar para caracterizar cualquier material viscoelástico.

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_0} \left(1 + \frac{t}{T_0} \right) + \sum_{i=1}^n \frac{\sigma}{E_i} \left[1 - exp\left(\frac{t}{T_i}\right) \right]$$
(2.32)

Las clasificaciones de suelos como SUCS y AASHTO ayudan a elegir de mejor manera el modelo mecánico del material.

2.6. Efecto de la Respuesta no Lineal del Suelo

Existen varios modelos no lineales del material en pavimentos que presentan un esquema $K - \theta$, por ejemplo el modelo de presión de confinamiento que obtiene el módulo resiliente a partir de la fórmula 2.33.

$$M_R = K_1(\sigma_3)^{K_2} \tag{2.33}$$

34

		D A H H H		Analisis Granulom		etrico
Calicata	Muestra	Profundidad	km	SUCS	AASTHO	% W
C-12	M-1	0.00 - 1.50	68 + 650	SC-SM	A-2-4(0)	3.7
C-13	M-1	0.00 - 1.50	69 + 700	SC-SM	A-2-4 (0)	2.1
C-14	M-1	0.00 - 1.50	70 + 600	SC-SM	A-1-b(0)	3.3
C-15	M-1	0.00 - 1.00	71 + 700	SC-SM	A-1-b(0)	3.2
C-16	M-1	0.00 - 1.50	72 + 600	SC-SM	A-1-b(0)	3
C-17	M-1	0.00 - 1.50	73 + 700	SC-SM	A-1-b(0)	2.1
C-18	M-1	0.00 - 1.50	74 + 600	SC-SM	A-2-4(0)	2.1
C-19	M-1	0.00 - 1.50	75 + 700	SC-SM	A-1-b(0)	2.1
C-20	M-1	0.00 - 1.50	76 + 700	SC-SM	A-1-b(0)	3.3
C-21	M-1	0.00 - 1.50	77 + 800	SC-SM	A-1-b(0)	3.3
C-22	M-1	0.00 - 1.00	78 + 800	GC-GM	A-1-b(0)	2.1
C-23	M-1	0.00 - 1.00	79 + 800	SC-SM	A-2-4(0)	2.1
C-24	M-1	0.00 - 1.00	80+700	SC-SM	A-2-4(0)	2.1
C-25	M-1	0.00 - 1.50	81 + 600	SC-SM	A-1-b(0)	3.4
C-26	M-1	0.00 - 1.50	82+700	SC-SM	A-1-b(0)	3.4
C-27	M-1	0.00 - 1.50	83+600	SC-SM	A-2-4(0)	2.1
C-28	M-1	0.00 - 1.00	84+600	SC-SM	A-2-4(0)	4
C-29	M-1	0.00 - 1.00	85 + 600	SC-SM	A-1-b(0)	3
C-30	M-1	0.00 - 1.50	86+700	GC-GM	A-1-b(0)	3.4
C-31	M-1	0.00 - 1.00	87+600	SC-SM	A-1-b(0)	3
C-32	M-1	0.00 - 1.50	88+600	GC-GM	A-1-b(0)	3
C-33	M-1	0.00 - 1.00	89+600	SC	A-2-6(0)	7
C-34	M-1	0.00 - 1.00	90+700	SC	A-6(1)	6.7
C-35	M-1	0.00 - 1.50	91 + 600	SC-SM	A-2-4(0)	3
C-36	M-1	0.00 - 1.50	92 + 600	GC-GM	A-1-b(0)	3
C-37	M-1	0.00 - 1.00	93 + 600	GC-GM	A-1-b(0)	2.1
C-38	M-1	0.00 - 1.00	94 + 600	GC-GM	A-1-a(0)	2.1
C-39	M-1	0.00 - 1.50	95 + 600	SC-SM	A-1-b(0)	2.1
C-40	M-1	0.00 - 1.00	96+600	GC-GM	A-1-b(0)	2.1
C-41	M-1	0.00 - 1.50	97+600	SC-SM	A-1-b(0)	2.1
C-42	M-1	0.00 - 1.00	98+600	SC-SM	A-1-b(0)	2.1
C-43	M-1	0.00 - 1.00	99+600	SC-SM	A-1-b(0)	2.1
C-44	M-1	0.00 - 1.50	100 + 600	SC-SM	A-1-b(0)	3

Tabla 2.2: Tabla de resumen sector III (Zuñiga-Yauyos) km 68+650 al 100+600

donde:

 σ_3 : Presión de confinamiento. K_1, K_2 : Constantes del análisis de regresión de la data experimental. Este modelo deriva de la relación empírica 2.34.

$$M_R = K_1 (CBR)^{K_2} (2.34)$$

Donde K_1 y K_2 son constantes propuestas por diferentes investigadores y empleada por NCHRP (National Cooperative Highway Research Program (2004)). También existen modelos que consideran una respuesta bilineal si el suelo es un material de fundación fina como las arcillas, donde el esfuerzo desviador vertical juega un papel importante en la determinación del módulo elástico [1].

Todo esto indica que el comportamiento no lineal del material en suelos cohesivos y granulares debe ser considerado, un programa que emplea modelos no lineales de estado plano de esfuerzos es el programa MICHPAVE [15], que emplea el modelo $K - \theta$ para caracterizar el módulo resiliente de materiales granulares como lo son la base, la sub base del pavimento y un modelo bilineal para el cálculo del módulo resiliente de la subrasante.

El modelo $K - \theta$ se puede implementar linealizando la matriz de rigidez del pavimento indicada en el acápite 2.7.1 y resolviendo el sistema resultante por el método de Newton como se hace clásicamente en el análisis no lineal de edificaciones, se puede proponer realizar este tipo de análisis empleando también un modelo de varias capas lineales, esto último constituye el objetivo de la sección 4.1. Sin embargo se debe considerar que la unión de dos suelos diferentes debe ser modelada con elementos de contacto para obtener resultados coherentes en la unión de ambos estratos.

2.7. Modelo $K - \theta$

Un modelo no lineal $K - \theta$ representa una relación entre el módulo elástico y la primera invariante del tensor de esfuerzos [21].

$$E = K_1 \theta^{K_2} \tag{2.35}$$

Donde K_1 y K_2 son constantes obtenidas experimentalmente dependiendo de si el suelo es cohesivo o granular (MICHPAVE) y θ es la primera invariante invariante del tensor de esfuerzos.

 θ : Primera invariante del tensor de esfuerzos.

 K_1, K_2 : Constantes del análisis de regresión de la data experimental.

El esfuerzo invariante *theta*, puede ser la traza del tensor esfuerzos o la suma de los esfuerzos principales.

$$\theta = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

Para considerar el peso de la propia capa de material, el esfuerzo invariante viene dado por la ecuación:

$$\theta = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z + \gamma z (1 + 2K_0) \tag{2.36}$$

donde:

- γ : Peso específico del material sobre la capa analizada.
- $z \quad : \quad {\rm Distancia \ desde \ la \ superficie \ hasta \ la \ capa \ analizada.}$
- K_0 : Coeficiente de presión de suelo en reposo.

En el Tabla 4.1 se muestran valores de las constantes K1 y K2 para diferentes materiales.

2.7.1. Implementación del Modelo $K - \theta$

Generalmente cuando se hace un análisis del material existen muchas técnicas numéricas para relacionar los esfuerzos y las propiedades constitutivas analizadas del material, las formulaciones que se emplean para esto se conocen como formulaciones variacionales o débiles [3]; la metodología numérica para resolver la formulación débil puede ser tratada con elementos finitos [40] o métodos sin malla [13], en ambos casos la matriz del elemento se puede expresar como 2.37.

$$K = \int_{\Omega} B^T D B d\Omega \tag{2.37}$$

Donde B es un operador de un espacio funcional, en general se puede representar como la transformación que relaciona los desplazamientos y las deformaciones, y D (2.38) representa a la matriz del material.

$$D = \frac{E(1-v)}{(1+v)(1-2v)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{v}{1-v} & \frac{v}{1-v} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{v}{1-v} & 1 & \frac{1}{1-v} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{v} & \frac{v}{1-v} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2v}{2(1-v)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2v}{2(1-v)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2v}{2(1-v)} \end{bmatrix}$$
(2.38)

Donde E no es constante, lo que convierte a la matriz del elemento en no lineal.

El algoritmo general que se emplea para resolver un modelo $K - \theta$, considerando U como los desplazamientos del pavimento y P las fuerzas actuantes, es el siguiente:

- 1. Ingresar un módulo elástico inicial E en cada punto o elemento.
- 2. Formar la matriz de rigidez elástica inicial del pavimento K.
- 3. Resolver KU=P.
- 4. Actualizar E en función los desplazamientos obtenidos en 3.
- 5. Mientras la diferencia entre el módulo E inicial y el módulo E final sea mayor que la tolerancia repetir los pasos 2, 3, 4 y 5.
- 6. La respuesta será el último E encontrado.

K es la matriz de rigidez tangente o secante del pavimento dependiendo del método numérico empleado.

2.8. Ensayos no Destructivos

En el presente trabajo se busca dejar en estado operativo el pavimento si este se encuentra en buen estado, por lo que es necesario considerar métodos deflectométricos que cumplan las características mencionadas, este tipo de ensayos se conoce como ensayos no destructivos. Dos son de interés en el presente trabajo, la Viga Benkelman y FWD.

2.8.1. Falling Weight Deflectometer

El Falling Weight Deflectometer (FWD) empleado frecuentemente en los Estados Unidos es el sistema Dynatest modelo 8000. La fuerza de impulso es creada soltando un peso sobre una placa que va a apoyada en el pavimento. Este instrumento permite medir las deflexiones del pavimento producidas por una carga senoidal que impacta sobre una placa de carga, esta última posee 07 transductores de medida.



Figura 2.27: Equipo FWD (Fuente: Internet, {http://training.ce.washington.edu/wsdot/modules/09_pavement_evaluation /09-5_body.htm})

2.8.2. Viga Benkelman

Es un deflectógrafo que funciona mediante el principio de palanca. Dicho instrumento es completamente mecánico y de diseño simple, según se esquematiza en la figura (2.28). La Viga consta principalmente de dos partes: un brazo fijo y un brazo móvil que gira sobre un pivote. Para la toma de medidas de las deflexiones se debe tener presente que el extremo del brazo móvil (D), se desplaza verticalmente debido al movimiento del vehículo. Este desplazamiento es registrado por el extensómetro.



Figura 2.28: Esquema y principio de operación de la Viga Benkelman

Metodología de Medición de Deflexiones con Viga Benkelman

La carga aplicada al pavimento para la realización de ensayos de deflexiones ha sido estandarizada a 8200kg. Previo a la realización de los ensayos deberá verificarse que se cumpla esta condición; así mismo, deberá verificarse que la presión de las llantas sea 80 psi. Una vez ubicado el lugar donde se realizará el ensayo, usualmente los puntos de medición se localizan a la mitad exterior de un carril, se coloca el par de llantas a usarse sobre el punto, de manera tal que este coincida aproximadamente con el eje vertical del centro de gravedad del conjunto (ver figura 2.29 (a)). Situados los neumáticos se inserta entre ellos el extremo del brazo móvil de la Viga, colocándolo sobre el punto de ensayo seleccionado. Tomando como punto de referencia una varilla vertical adosada a la parte trasera del camión (ver figura 2.29 (b)), se hace coincidir las marcas de la Viga con la varilla.



Figura 2.29: Configuración de carga en ensayos con Viga Benkelman

Para la metodología de medición se requiere de por lo menos tres lecturas, sin embargo, se pueden obtener más lecturas con fines de verificación, lo cual es recomendable si se desea tener una idea gráfica del tipo de curva de deflexión que se produce. Se realiza la primera marca adicional a una distancia tal que la deflexión que se obtenga en ese punto sea la mitad de la deflexión máxima, la segunda y tercera marca adicional se realizan a distancias de 40 y 70 cm. Una vez instalada la Viga en el punto de medición, haciendo coincidir con la varilla vertical y la marca inicial (ver 2.30(a)), se verifica que ésta se encuentre alineada longitudinalmente con la dirección del movimiento del camión. Se activará el vibrador y se pondrá el dial del extensómetro en cero, mientras el camión se desplaza muy lentamente se procederá a tomar las lecturas conforme la varilla vertical coincida con las marcas de acuerdo a las figuras (2.30(b)), (2.30(c)) y (2.30(d)).

Para la realización de esta rutina será necesario del concurso de tres operadores, un técnico calificado que lea y dicte las lecturas, un operador que anote las mediciones y un ayudante que coordine con el conductor del camión y a la vez de aviso al técnico que realiza las lecturas. El equipo mínimo para la realización de ensayos de medición de deflexiones es el siguiente:

- 1. Deflectógrafo Viga Benkelman, con relación de brazos 1:4 ó 1:2.
- 2. Extensómetro con dial indicador de divisiones cada 0,01mm.
- 3. Camión cargado, cuyo eje posterior tenga un peso de 18000 libras y un par de llantas duales infladas a una presión de 75 a 85 psi.
- 4. Vehículo auxiliar para transportar al personal y equipo (camioneta).
- 5. Balanza portátil para pesaje del camión, con capacidad de 10 toneladas.
- 6. Accesorios de medición como: cinta métrica de 3m, plumones de punta gruesa, plomada, destornillador, alicates, hojas de campo, lápices, señales de seguridad, termómetro, cincel, martillo, varilla de metal o madera de 2m y alambre de amarre.

2.9. Cálculo Inverso

El cálculo inverso es una evaluación mecanística de las deflexiones de la superficie de un pavimento, que son generadas por una carga estándar y medidas con un instrumento patrón. El cálculo inverso toma una medida de deflexión superficial de pavimento y trata de igualarla (dentro de un error tolerable), con una deflexión superficial generada desde una estructura de pavimento idéntica usando un módulo de elasticidad asumido. Estos módulos de elasticidad asumidos en el cálculo inverso son ajustados en un proceso iterativo hasta que se produzca la deflexión superficial que se aproxime suficientemente a la deflexión medida. De esta manera, una vez que se alcanzó la deflexión deseada, el juego de módulos de elasticidad asumidos en el último paso de la iteración es considerado como el real de campo para cada capa de la estructura. Este proceso iterativo es realizado normalmente con un programa de cómputo.

$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
20 70 100 100 100 100 100 100 100 100 100 100 100
1 - 2 + 1 - 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 +
30 79+800 Izquierdo 0.948 0.53 0.42 0.3 0.19
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
32 = 80+200 Izquierdo 0.955 0.92 0.84 0.69 0.57
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
35 80+800 Izquierdo 0.958 0.46 0.38 0.27 0.19
$36 81\pm000 \text{Izquierdo} 0.951 0.91 0.72 0.57 0.46$
37 $81+200$ Izquierdo 0.947 0.57 0.53 0.42 0.34
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
48 83+400 Izquierdo 0.967 1.2 1.16 1.01 0.89
$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$
50 83+800 Izquierdo 0.96 0.35 0.27 0.15 0.08
$ \begin{vmatrix} 51 \\ 51 \end{vmatrix} 84+000 Izquierdo 0.974 0.97 0.9 0.82 0.74 $

 Tabla 2.3:
 Cuadro de deflexiones en el carril izquierdo

	Ducanceiro			RESULTADOS DEFLECTOMÉTRICOS				
N^{o}	(km)	Carril	F.C.		Deflexi	ones Co	orregidas (mm)	
	(KIII)			0	25	40	70	
1	74 + 000	Derecha	0.977	0.25	0.12	0.08	0.04	
2	74 + 200	Derecha	0.976	0.47	0.31	0.23	0.16	
3	74 + 400	Derecha	0.975	0.19	0.12	0.08	0.04	
4	74 + 600	Derecha	0.974	0.31	0.16	0.08	0.04	
5	74 + 800	Derecha	0.98	0.35	0.24	0.12	0.04	
6	75 + 000	Derecha	0.979	0.35	0.24	0.12	0.04	
7	75 + 200	Derecha	0.979	0.16	0.12	0.08	0.04	
8	75 + 400	Derecha	0.972	0.31	0.23	0.12	0.08	
9	75 + 600	Derecha	0.976	0.23	0.16	0.12	0.08	
10	75 + 800	Derecha	0.972	0.43	0.35	0.16	0.08	
11	76 + 000	Derecha	0.97	0.43	0.31	0.23	0.12	
12	76 + 200	Derecha	0.966	0.19	0.15	0.04	0	
13	76 + 400	Derecha	0.965	0.31	0.23	0.15	0.08	
14	76 + 600	Derecha	0.959	0.35	0.27	0.15	0.12	
15	76 + 800	Derecha	0.961	0.38	0.27	0.15	0.08	
16	77 + 000	Derecha	0.955	0.27	0.23	0.11	0.08	
17	77+200	Derecha	0.957	0.34	0.31	0.23	0.19	
18	77+400	Derecha	0.947	0.42	0.38	0.3	0.27	
19	77+600	Derecha	0.957	0.23	0.19	0.15	0.11	
20	77+800	Derecha	0.948	0.45	0.38	0.3	0.23	
21	78+000	Derecha	0.945	0.42	0.34	0.3	0.19	
22	78+200	Derecha	0.010	0.58	0.01	0.27	0.16	
22	78+200 78+400	Derecha	0.014	0.60	0.46	0.21	0.15	
20	78+600	Derecha	0.000	0.38	0.10	0.23	0.15	
24	78+800	Derecha	0.947	0.50	0.64	0.53	0.10	
20	70+000 70 ± 000	Derecha	0.947	0.70	0.08	0.55	0.04	
20	79+000 79+200	Derecha	0.947	0.25	0.13	0.10	0.00	
21	79 ± 400	Derecha	0.004	0.42	0.21	0.10	0.10	
20	79 ± 600	Derecha	0.940	0.00	0.5	0.25	0.11	
30	79+800	Derecha	0.941	0.3	0.21	0.15	0.10	
31	80+000	Derecha	0.940	0.50	0.54	0.21	0.13	
20	80 200	Derecha	0.055	0.04	0.05	0.42	0.57	
32	80 ± 200	Derecha	0.955	1 10	0.04	0.05	0.57	
24	80 ± 600	Derecha	0.950	1.19	1.06	0.05	0.42	
25	80+000	Derecha	0.944	1.13	1.00	0.91	0.79	
20	80 ± 800	Derecha	0.956	1.05	0.92	0.11	0.05	
30	81+000	Derecha	0.951	0.95	0.91	0.84	0.00	
31	81+200	Derecha	0.947	0.57	0.49	0.42	0.50	
20	81+400	Derecha	0.947	0.07	0.8	0.72	0.00	
39	81+000	Derecha	0.947	0.65	0.70	0.04	0.49	
40	81 + 800	Derecha	0.947	0.72	0.61	0.53	0.45	
41	82+000	Derecha	0.947	0.99	0.8	0.64	0.42	
42	82+200	Derecha	0.952	0.95	0.8	0.57	0.53	
43	82+400	Derecha	0.959	0.77	0.69	0.54	0.5	
44	82+600	Derecha	0.959	0.54	0.46	0.31	0.23	
45	82+800	Derecha	0.959	0.42	0.23	0.15	0.04	
46	83+000	Derecha	0.958	0.38	0.23		0.04	
47	83+200	Derecha	0.96	0.77	0.73	0.58	0.42	
48	83+400	Derecha	0.967	1.12	1.01	0.93	0.85	
49	83+600	Derecha	0.961	0.5	0.42	0.23	0.19	
50	83+800	Derecha	0.96	0.77	0.69	0.61	0.54	
51	84 + 000	Derecha	0.974	0.39	0.27	0.16	0.08	

Tabla 2.4: Cuadro de deflexiones en el carril derecho



(a) Posición inicial (D_0 = Deflexión máxima)



(b) Posición a 25cm $D_{\rm 25}$



(c) Posición a 40cm $D_{\rm 40}$



(d) Posición a 70cm D_{70}

Figura 2.30: Esquematización del proceso de medición con la Viga Benkelman

El diagrama de cálculo incluye, deflexiones superficiales medidas y las asociadas distancias a la carga, espesores de capas y niveles de carga para un ensayo específico; el módulo inicial usado en el programa de cómputo para calcular las deflexiones es estimado de la experiencia o de algunas ecuaciones existentes en la literatura; en el cálculo de deflexiones generalmente se utilizan programas de cómputo de sistemas de capas lineales para determinar el bulbo de deflexiones, el error se procesa comparando las deflexiones medidas y las calculadas. Existen varias medidas del error que pueden ser utilizadas, para la comparación se emplean varios métodos de optimización en



Figura 2.31: Diagrama de flujo del cálculo inverso

diferentes programas de cómputo de cálculo inverso, para converger a un juego de módulos de elasticidad que produzcan un error aceptable entre las deflexiones medidas y calculadas. Con el fin de evitar que el programa sea convergente a valores de módulos no razonables, es necesario definir un rango de valores permisibles para cada capa.

En la presente investigación, se ha recopilado el cálculo inverso realizado por [1] en FEM 2D, para el modelo Analítico de Bousinesq [12], [25] para el modelo de Hogg, los kilómetros 69+000 a 100+000 constituyen el tramo seleccionado para la calibración de los modelos numéricos; se encontró que el método FEM 2D y MM son los que proporcionan mejores resultados, por lo que se emplean los programas MICHBACK y MMPAV en el tramo km 74+000 a km 84+000 (tramo en estudio). El criterio de convergencia tanto para MICHBACK como para MMPAV fue el siguiente:

 La raíz media cuadrática (RMS, por sus siglas en inglés) de los porcentajes de errores entre deflexiones medidas y calculadas es menor que una tolerancia especificada. Este criterio se expresa mediante la ecuación:

$$100\sqrt{\frac{1}{m}\sum_{j=0}^{m-1}\left(\frac{\widehat{w}_j - w_j}{w_j}\right)^2} \le \varepsilon_1 \tag{2.39}$$

ó

$$\sqrt{\sum_{j=0}^{m} \left(\widehat{w}_j - w_j\right)^2} \le \varepsilon_1 \tag{2.40}$$

donde:

- w_i : Deflexión medida a una distancia d_i .
- \widehat{w}_i : Deflexión calculada a la distancia d_i .
- m : Número de mediciones en cada sección.
- ε_1 : Tolerancia, el valor por defecto es de 1 %.
- Se considera que el proceso converge si el porcentaje de error en cada juego de los módulos elásticos estimados en dos iteraciones sucesivas es menor que una

tolerancia especificada. Este criterio es expresado mediante la ecuación:

$$\frac{\widehat{E}_k^{i+1} - \widehat{E}_k^i}{\widehat{E}_k^i} \times 100 \le \varepsilon_2, \quad k = 1, 2, \dots, n$$
(2.41)

Donde:

 $\widehat{E}^i_k ~~:~~ {\rm M} \acute{{\rm o}} {\rm dulo}$ elástico para la capa k en la iteración i.

 ε_2 : Tolerancia, el valor por defecto es 1 %.

3

Desarrollo de Modelos y Verificación

El objetivo del presente capítulo es verificar las diferencias que existen entre las deflexiones calculadas con un método teórico y las deflexiones medidas en campo.

Se considera que se encontró el módulo de elasticidad de la subrasante con un determinado método si las diferencias mencionadas en el párrafo anterior son muy pequeñas, luego se podría calcular el CBR de la subrasante y de esta manera indicar el estado estructural de la misma.

Como tabla general comparativa se toma la siguiente que fue propuesta por MTC.

S0:	SUBRASANTE MUY POBRE	CBR	< 3%
S1:	SUBRASANTE POBRE	CBR	= 3 % 5 %
S2:	SUBRASANTE REGULAR	CBR	=6%-10 $%$
S3:	SUBRASANTE BUENA	CBR	=11 %-19 %
S4:	SUBRASANTE MUY BUENA	CBR	>20%

Tabla 3.1: Clasificación de la subrasante de acuerdo a CBR

La fórmula que relaciona el módulo de elasticidad E_0 de la subrasante y el CBR de la misma es:

 $E_0 = (100 \, a \, 160) CBR$, para E_0 expresado en kg/cm^2 y CBR en porcentaje [18].

Considerando lo mencionado como base, se procede a realizar el cálculo inverso con los modelos de Boussinesq Analítico, Hogg, FEM 3D, FEM 2D y MM.

3.1. Desarrollo del Modelo Analítico de Boussinesq

La carga en el ensayo con la Viga Benkelman proviene del eje trasero simple con llanta doble de un camión. La carga del eje es del orden de las 8,2 toneladas y la presión de inflado es de 80 psi. En el modelo de carga se asume que la presión de inflado es igual a la presión de contacto, donde la huella de contacto de cada llanta es circular de radio A y la distancia entre los ejes de las dos llantas es 3A. Por equilibrio se establece las siguientes relaciones:

$$A = \sqrt{\frac{P}{\pi q_0}} \tag{3.1}$$

- A = Radio de la huella circular de contacto.
- P =Carga sobre una llanta.
- q_0 = Presión de inflado.

Sea r la distancia del centro geométrico de la llanta doble en dirección longitudinal, en la que se obtiene la relación $D_r/D_0 = 0.5$ en la curva de deflexiones, donde D_0 es la máxima deflexión tomada en campo. Para calcular el valor de r se proponen diversas distancias r tal que $D_r/D_0 = 0.5$, cada distancia se encuentra asociada a un módulo de elasticidad E_S . Se toma como módulo de elasticidad al módulo asociado a la curva teórica donde la desviación estándar de los datos simulados y de los datos tomados en campo sea menor.

Para el cálculo de E_0 se determina primero L_0 y luego se emplea la siguiente relación:

$$L_0 = 0,55h_1 \sqrt[3]{\frac{E^*}{E_0}} \tag{3.2}$$

calculada a partir de 1.2 para una razon de Poisson de 0,4.

La relación entre E_0 y E^* viene dada por

$$E_{S} = E^{*} \left[\frac{h_{1} + h_{2} \sqrt[3]{\frac{E^{*}}{E_{0}}}}{h_{1} + h_{2}} \right]^{3}$$
(3.3)

 L_0 se calcula con la metodología de Hogg teniendo en consideración que $H/L_0 = 10$, con las ecuaciones 3.2 y 3.3 se determina E_0 .

Donde:

- $E_S = M$ ódulo de elasticidad equivalente.
- $E_0 = M$ ódulo de elasticidad de la subrasante.
- $E^* = M$ ódulo de elasticidad del pavimento.
- $h_1 = \text{Espesor del pavimento.}$
- $h_2 = \text{Espesor del masivo semi infinito.}$
- $H = h_1 + h_2.$
- $L_0 =$ Longitud Característica.

3.1.1. Análisis e Interpretación de Resultados

El procesamiento de datos se efectuó de acuerdo a [12], de este procesamiento se obtuvo la siguiente tabla:

N ^o Estaca		Estaca Lecturas de Campo				Espesor	Т	Resultados Deflectométricos			
IN	(km)		(10^{-2})	·mm)		(cm)	(^{o}C)	Defle	xiones	$(\times 10^{-2})$	mm)
		L_{25}	L ₄₀	L ₇₀	$L_{máx}$			D ₀	D ₂₅	D ₄₀	D ₇₀
32	84 + 600	6	12	14	18	0.01	54.0	72	48	24	16
33	84 + 700	4	6	8	10	0.01	56.0	32	24	16	8
34	84 + 800	6	8	12	14	0.01	57.0	56	32	24	8
35	84 + 900	8	12	18	20	0.01	60.0	80	48	32	8
36	85 + 000	8	10	14	16	0.01	61.0	64	32	24	8

Tabla 3.2: Deflexiones corregidas por relaciones de brazo

El cálculo inverso se realiza de acuerdo a lo mencionado en el capítulo 2, para esto se calcula el valor de E_0 para cada uno de los siguientes valores de r 20, 25, 30, 35 y 40 cm, con cada E_0 así determinado se calculan las deflexiones teóricas del pavimento a distancias fijas de 0, 25, 40, 70, estas deflexiones teóricas se comparan con las mediciones obtenidas en campo mediante el cuadrado de sus desviaciones estándar, se acepta el valor de E_0 que produzca la menor desviación estándar, como ilustración de lo mencionado se muestra el cálculo para la progresiva km 84+600.

El proceso seguido fue el siguiente:

r = 20cm	$D_r = 0.036cm$	$E_0 = 1342, 4kg/cm^2$
r = 25cm	$D_r = 0.036cm$	$E_0 = 1159,4kg/cm^2$
r = 30cm	$D_r = 0.036cm$	$E_0 = 1013, 1kg/cm^2$
r = 35cm	$D_r = 0.036cm$	$E_0 = 895,7 kg/cm^2$
r = 40cm	$D_r = 0.036cm$	$E_0 = 800,5 kg/cm^2$

y se obtiene la siguiente tabla:

Tabla 3.3: $E_0(kg/cm^2)$) = 1342,4 para $r = 20cm$
----------------------------------	----------------------------

Distancia	r	Deflexiones teóricas D_t	Deflexiones de Campo Dc	$(Dc - Dt)^2$
(cm)		(cm)	(cm)	
0		0.057594	0.072	0.000208
25		0.031213	0.048	0.000282
40		0.02155	0.024	0.000006
70		0.012947	0.016	0.000009
			Deguiación Estándar	0.000505

Desviación Estándar 0.000505

Para este tramo la menor desviación estándar ocurre cuando r es igual a $30 \, cm$, por tanto el resultado es $E_0 = 1013 kg/cm^2$.

De la misma manera para los demás radios se obtiene:

Distancia	r	Deflexiones teóricas D_t	Deflexio	nes de	Campo	Dc	$(Dc - Dt)^2$
(cm)		(cm)		(cm)			
0		0.066664	0.072				0.000028
25		0.036129	0.048				0.000141
40		0.024944	0.024				0.000001
70		0.014986	0.016				0.000001
				Desvia	ción Estái	ndar	0.000171

Tabla 3.4: $E_0(kg/cm^2) = 1159.4$ para r = 25cm

Distancia	r	Deflexiones teóricas D_t	Deflexiones de Campo Dc	$(Dc - Dt)^2$
(cm)		(cm)	(cm)	
0		0.076293	0.072	0.000018
25		0.041347	0.048	0.000044
40		0.028547	0.024	0.000021
70		0.017151	0.016	0.000001
-			Dennis sider Estderden	0.000085

Tabla 3.5: $E_0(kg/cm^2) = 1013,1$ para r = 30cm

Desviación Estándar | 0.000085

Fabla 3.6:	$E_0(kg/$	(cm^2)	= 8	895,7	para	r =	35cm
------------	-----------	----------	-----	-------	------	-----	------

Distancia	r	Deflexiones teóricas D_t	Deflexion	nes de	Campo	Dc	$(Dc - Dt)^2$
(cm)		(cm)		(cm)			
0		0.086296	0.072				0.000204
25		0.046768	0.048				0.000002
40		0.032289	0.024				0.000069
70		0.019399	0.016				0.000012
				Desvia	ción Está	ndar	0.000286

Desviación Estándar | 0.000286

Distancia	r	Deflexiones teóricas D_t	Deflexio	nes de	Campo	Dc	$(Dc - Dt)^2$
(cm)		(cm)		(cm)			
0		0.096556	0.072				0.000603
25		0.052329	0.048				0.000019
40		0.036129	0.024				0.000147
70		0.021706	0.016				0.000033
				Desvia	ción Estái	ndar	0.000801

Tabla 3.7: $E_0(kg/cm^2) = 800.5$ para r = 40cm

Para el cálculo de los valores de E_0 y E^* en el tramo 84+600, se considera el valor de L_0 obtenido mediante el modelo de Hogg. Con este dato y las fórmulas 3.2 y 3.3, considerando un espesor del pavimento $h_1 = 17 \, cm$ se obtiene $E^* = 5406 kg/cm^2$. Si se repite el mismo procedimiento para las otras progresivas se obtiene la tabla 3.8. Lo que indica que el CBR del tramo estudiado se encuentra entre regular y bueno, estos datos fueron medidos durante los meses de invierno del año 2009. En la tabla 3.9 se puede apreciar que los valores de E_0 del modelo de Boussinesq Analítico son siempre mayores que los obtenidos con Hogg y Boussinesq Numérico.

	Lo	Lecturas de Campo				Re	esultad	os			
Estaca	$(10^{-2}mm)$				Defle	ctomét	ricos				
(km)				Deflexiones($\times 10^{-2}mm$)							
	L ₂₅	L ₄₀	L ₇₀	$L_{\text{máx}}$	D ₀	D_{25}	D ₄₀	D ₇₀	R	D_R	E_0
									cm	cm	kg/cm^2
84 + 600	6	12	14	18	72	48	24	16	30.0	0.036	1013
84 + 700	4	6	8	10	40	24	16	8	30.0	0.020	1824
84 + 800	6	8	12	14	56	32	24	8	25.0	0.028	1303
84 + 900	8	12	18	20	80	48	32	8	30.0	0.040	912
85 + 000	8	10	14	16	64	32	24	8	25.0	0.032	1304

Tabla 3.8: Resultado de $r, D_r \ge E_0$

Tabla 3.9: Comparación de módulos de elasticidad en kg/cm^2 entre el modelo Boussinesq Analítico y otros modelos

Progresiva	E_0 Boussinesq	E_0 Boussinesq	E_0 Hogg
	Analítico	Numérico	
84+600	1013	740	791
84+700	1824	1310	1492
84+800	1303	1012	1124
84+900	912	770	746
85+000	1304	1008	1104

3.2. Desarrollo del Modelo de Hogg

La tabla de deflexiones corregida para este modelo se obtiene de la misma forma que para el modelo de Boussinesq Analítico, los datos fueron recolectados en la misma fecha que los del acápite 3.1.

Estaca (km)	L	ecturas o (10^{-2})	de Camp ² mm)	00	$\begin{tabular}{c} Resultados \\ Deflectométricos \\ \hline Deflexiones(\times 10^{-2}mm) \end{tabular}$				
	L_{25}	L ₄₅	L ₇₀	L _{máx}	D_0	D_{25}	D ₄₀	D ₇₀	
71 + 500	6	8	10	12	48	24	16	8	
71 + 600	8	14	16	18	72	40	16	8	
71 + 700	8	12	16	22	88	56	40	24	
71 + 800	6	8	10	12	48	24	16	8	
71 + 900	8	14	18	20	80	48	24	8	

Tabla 3.10: Datos tomados en campo

3.2.1. Procesamiento de Datos de Campo con el Modelo de Hogg

Considerando el mismo modelo de carga y la misma definición de r del modelo de Boussinesq Analítico se calcula el módulo de elasticidad E_0 de la subrasante del pavimento mediante las fórmulas del acápite 2.1.4. Estas fórmulas se pueden combinar de la siguiente manera como estrategia de solución y generación de nomogramas.

$$w(r) = \frac{(1+\mu_0)(3-4\mu_0)pa}{2(1-\mu_0)E_0} \int_0^\infty \frac{J_0(\frac{mr}{L_0})J_1(\frac{ma}{L_0})}{m^4 + m\phi(\frac{mh}{L_0})} dm$$
(3.4)

Donde

$$\phi(\frac{mh}{L_0}) = \frac{senh(\frac{mh}{L_0}).cosh(\frac{mh}{L_0}) + \frac{mh}{L_0(3-4\mu_0)}}{senh^2(\frac{mh}{L_0}) - \frac{(mh)^2}{(L_0(3-4\mu_0))^2}}$$
(3.5)

$$\frac{w(r)}{w(0)} = \frac{\int_0^\infty \frac{J_0(\frac{mr}{L_0})J_1(\frac{ma}{L_0})}{m^4 + m\phi(\frac{mh}{L_0})} dm}{\int_0^\infty \frac{J_0(0)J_1(\frac{ma}{L_0})}{m^4 + m\phi(\frac{mh}{L_0})} dm}$$
(3.6)

Más información al respecto se puede encontrar en [19] y [25].

Como estos nomogramas son en realidad las trazas de la solución de la ecuación 2.2, se puede construir su solución numérica para diferentes condiciones de frontera, para esto se elabora en MatLab un programa que resuelve dicha ecuación para los siguientes parámetros:

$$\frac{h}{L_0} = [5\ 10\ 15\ 20]$$

$$A = 11,5\ cm$$

$$L_0 = [10\ 20\ 30\ 40\ 50\ 60\ 70\ 80\ 90\ 100\ 110]$$

El diagrama de flujo para la construcción de los nomogramas es de la figura 3.1. El código en MatLab para la obtención del nomograma es el siguiente:

Listing 3.1: nomograma1.m

```
1 function []=nomograma_1(cadena,factor)
   2 c=num2str(factor);
3 s=strcat(cadena,'_
                                                                                                                               ',c,'.xls');
    4 xx=0:1:260; xx=xx'; n=length(xx);
    5 for i=1:10
    6 Q=dR d0(0:1:260,10*i,11.5,factor,20,20000);I{i}=-Q';
    7
               end
    8 A = fopen(s, w');
    9 for i=1:n
10 \ y = [xx(i) \ I\{1\}(i) \ I\{2\}(i) \ I\{3\}(i) \ I\{4\}(i) \ I\{5\}(i) \ I\{6\}(i) \ I\{7\}(i) \ I\{8\}(i) \dots
                   ... I \{9\}(i) I \{10\}(i)]; \\ fprintf(A, '\t \%6.7f \t %6.7f \t \%6.7f \t %6.7f \t %6.
11
12
              ... \setminus t \% 6.7 f \setminus t \% 6.7 f \setminus n', y);
13
14 end
15 fclose(A)
```





Listing 3.2: nomograma2.m

```
1 function []=nomograma 2(cadena,r)
2 c=num2str(r);
3 s=strcat(cadena, '', c, '.xls');
4 xx=[50 150 300 500 5000]';LLo=10:1:100;n=length(LLo);
5 for i = 1:5
6
        Q=dR d0(r, LLo, 11.5, xx(i), 5, 8000); I{i}=Q';
7
  end
8 A = fopen(s, 'w');
9 for i=1:n
        y = [LLo(i) I \{1\}(i) I \{2\}(i) I \{3\}(i) I \{4\}(i) I \{5\}(i)];
10
        fprintf(A, '\t \%6.7 f \ t \%6.7 f \ y);
11
12 end
13 fclose(A)
```

Listing 3.3: nomograma3.m

```
1 function []=nomograma_2(cadena,r,factor)
2 c=num2str(factor);
3 s=strcat(cadena,'_',c,'.xls');
4 xx=[50 150 300 500 5000]';LLo=10:1:100;n=length(LLo);
5 for i=1:5
6 Q=dR_d0(r,LLo,11.5,xx(i),5,8000); I{i}=Q';
7 end
8 A = fopen(s,'w');
9 for i=1:n
10 y=[LLo(i) I{1}(i) I{2}(i) I{3}(i) I{4}(i) I{5}(i)];
11 fprintf(A,'\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t%6.7f\t
```

Listing 3.4: grafica1.m

1 function []=grafica(n_graf, factor) 2 [I]=dR d0(0:1:260,10,11.5, factor, 20,20000);

```
3 \quad \text{plot} (0:1:260, -I)
4 hold on
5 grid on
  for i=2:n_graf
[I]=dR_d0(0:1:260,10*i,11.5,factor,20,20000);
6
7
        plot(0:1:260, -I)
8
9 end
```

Listing 3.5: grafica2.m

```
function [] = grafica(n_graf)
1
   c = [50 \ 150 \ 300 \ 500 \ 2000];
 2
3 [I]=dR d0(100,10:1:100,11.5,50,5,8000);
4 semilogx (10:1:100, I)
5 hold on
6 grid on
   for i=2:n\_graf
[I]=dR_d0(100,10:1:100,11.5,c(i),5,8000);
7
8
9
        semilogx (10:1:100, I)
10 end
```

Listing 3.6: grafica3.m

```
1 function [] = grafica(n_graf)
2 c = [50 150 300 500 2000];
3 [I] = dR_{e0}(100, 10:1:100, 11.5, 50, 5, 8000);
4 semilogx(10:1:100,I)
5 hold on
6 grid on
\overline{7}
   for i=2:n_{graf}
       [I]=dR_e0(100,10:1:100,11.5,c(i),5,8000);
8
        semilogx (10:1:100, I)
9
10 end
```

Listing 3.7: integra.m

```
1
  function [I]=integra(r,Lo,a,h,b,n)
```

- dx=b/n; suma=dx*g(dx, r, Lo, a, h); 2
- for i=2:n3
- suma = suma + 0.5 * dx * (g((i 1) * dx, r, Lo, a, h) + g(i * dx, r, Lo, a, h));4
- 5 end
- 6 I=suma;

Listing 3.8: g1.m

```
1 function [I]=g(x,r,Lo,a,factor)
2 fi = (\sinh(factor*x) \cdot (factor*x) + factor*x \cdot (1.4) \cdot ((\sinh(factor*x)) \cdot 2 \dots 
       ... - (factor * x) .^2 / 1.96);
3
4 I=besselj(0,x.*r/Lo).*besselj(1,x*a/Lo)./(x.^4+x.*fi);
```

Listing 3.9: g2-g3.m

```
1 function [I]=g(x,r,Lo,a,h)
```

```
2 factor=x.*h./Lo;
3 fi = (\sinh(factor).*\cosh(factor) + factor./1.4)./((\sinh(factor)).^2 - (factor).^2/1.96);
4 I=besselj (0, x. * r. / Lo). * besselj <math>(1, x*a. / Lo). / (x.^{4}+x. * fi);
```

Listing 3.10: dRd01.m

- 1 function [I]=dR d0(r,Lo,a,factor,b,n)
- 2 I=integra(r,Lo,a, factor,b,n)./integra(0,Lo,a, factor,b,n);



Figura 3.2: Diagrama de flujo para construir nomogramas L_0 vs D_r/D_0

Listing 3.11: nombre de dRd02.m

```
1 function [I]=dR_d0(r,Lo,a,h,b,n)
2 I=integra(r,Lo,a,h,b,n)./integra(0,Lo,a,h,b,n);
```

Listing 3.12: nombre de dRe0.m

```
1 function [I]=dR_e0(r,Lo,a,h,b,n)
2 pll=5.62;
3 I=1.96*pll*a*integra(0,Lo,a,h,b,n)./1.2;
```

El primer nomograma sirve para calcular la Longitud Característica a partir de las deflexiones y distancias r medidas en campo.

El segundo nomograma en realidad trabaja en combinación con el tercer nomograma en una misma gráfica; de manera que con el nomograma 2 se obtiene la profundidad de la subrasante que aporta rigidez al pavimento, el tercer nomograma tiene como objetivo calcular el módulo de elasticidad de la subrasante.

Si bien es cierto los nomogramas son herramientas útiles para el cálculo del módulo de elasticidad de la subrasante, este módulo también se puede obtener directamente como resultado de salida de los programas propuestos.



Figura 3.3: Nomograma D_r/D_0 vs r para $h/L_0 = 15$



Figura 3.4: Nomograma L_0 vs D_{40}/D_0 vs $D_0 \times E_0$ para r = 40cm

La forma de empleo de estos nomogramas se indica en [18]. El proceso consiste en encontrar el $\frac{D_r}{D_0}$ más próximo al valor de 0,5, siguiendo las recomendaciones de FHWA.

3.2.2. Análisis e Interpretación de Resultados

Debido a que no se cuenta con la relación $\frac{h}{L_0}$ se tomarán diferentes valores, los cuales son 5, 10, 15 y 20 [25].

Tabla 3.11: L_0 promedio para r = 25 cm en función de D_r/D_0 y diferentes valores de h/L_0

$r=25~{ m cm}$	71 + 500	71 + 600	71 + 700	71 + 800	71 + 900
Dr/D0=	0.5	0.555	0.636	0.5	0.6
h/L0 = 5	14.766	22.891	19.938	14.766	19.766
h/L0 = 10	12.422	16.328	17.688	12.422	18.203
h/L0 = 15	11.641	14.297	16.938	11.641	15.234
h/L0 = 20	11.641	13.672	16.563	11.641	14.922
PROMEDIO L0	12.6	16.8	17.8	12.6	17.0

Tabla 3.12: L_0 promedio para r = 40 cm en función de D_r/D_0 y diferentes valores de h/L_0

r = 40 cm	71 + 500	71 + 600	71 + 700	71 + 800	71 + 900
Dr/D0=	0.333	0.222	0.454	0.333	0.3
h/L0 = 5	17.9	14.8	21.8	17.9	16.8
h/L0 = 10	15.5	11.6	19.9	15.5	14.1
h/L0 = 15	14.0	10.6	18.8	14.0	13.2
h/L0 = 20	14.0	10.2	18.1	14.0	12.6
PROMEDIO L0	15.4	11.8	19.7	15.4	14.2

Tabla 3.13: L_0 promedio para r = 70 cm en función de D_r/D_0 y diferentes valores de h/L_0

r = 70	71 + 500	71 + 600	71 + 700	71 + 800	71 + 900
Dr/D0=	0.167	0.111	0.272	0.166	0.1
h/L0 = 5	23.4	20.3	29.1	23.4	19.9
h/L0 = 10	18.7	15.8	24.6	18.7	15.1
h/L0 = 15	17.1	13.6	24.6	17.1	12.9
h/L0 = 20	15.5	12.4	24.6	15.5	11.6
PROMEDIO L0	18.7	15.5	25.7	18.7	14.9

A continuación se toman los valores más cercanos de D_r/D_0 a 0.5, así se tiene la tabla 3.14.

Progresiva	$71 {+} 500$	71 + 600	71 + 700	71 + 800	71 + 900
r=	25	25	40	25	25
Dr/D0=	0.5	0.555	0.454	0.5	0.6
PROM TOTAL L0	12.62	16.80	19.66	12.62	17.03

Tabla 3.14: Resumen de $r \ge D_r/D_0 \ge L_0$ promedio

Al comparar las deflexiones medidas en campo (Dc) versus las teóricas (Dt) y calcular E_0 se tiene:

Progresiva 71 + 500

Tabla	3.15:	D_c	vs	D_t	progresiva	71	+500
-------	-------	-------	----	-------	------------	----	------

$E_0(kg/cm^2)$	920.0229	L ₀	12.62		
Distancia (cm)	0	25	40	70	100
$D_c (mm)$	0.048	0.024	0.016	0.008	0
$D_t (mm)$	0.048	0.023703	0.011736	0.002771	0



Figura 3.5: Curva de campo v
s curva teórica progresiva71+500

$\mathbf{Progresiva} \ \mathbf{71} + \mathbf{600}$

$E_0(kg/cm^2)$	492.7189	L ₀	16.80		
Distancia (cm)	0	25	40	70	100
$D_c (mm)$	0.072	0.04	0.016	0.008	0
$D_t (mm)$	0.072	0.043771	0.026219	0.008684	0

Tabla 3.16: D_c vs D_t progresiva 71 + 600



Figura 3.6: Curva de campo vs curva teórica progresiva 71 + 600

Las demás progresivas se obtuvieron de la misma manera que las anteriores, los resultados se indican en la tabla 3.17 .

Tabla 3.17: Comparación de módulos de elasticidad en kg/cm^2 del modelo de Hogg con otros modelos

Progresiva	E_0 Boussinesq	E_0 Boussinesq	E_0 Hogg
	Analítico	Numérico	
71 + 500	1080.17	810.14	920.02
71 + 600	650.24	412.64	492.72
71 + 700	428.71	297.71	339.63
71 + 800	1083.17	851.47	918.21
71 + 900	680.37	370.25	404.36

De acuerdo a los resultados obtenidos, se puede inferir que debido a que no se conoce la relación de h/L_0 se han considerado los valores: 5, 10, 15 y 20 para los valores de D_r/D_0 , se observa que el promedio de los diferentes valores de las tablas 3.11, 3.12, 3.13 son cercanos al valor $h/L_0 = 10$, esta podría ser una explicación por la cual con fines prácticos se utiliza dicho valor, que es además el valor sugerido por [18]. Este método entrega valores de CBR entre pobres y regulares en el tramo estudiado en el presente acápite, los que guardan concordancia con lo visto en campo.

3.3. Desarrollo del Modelo FEM 3D

El pavimento es modelado con un sistema de 2 capas, donde la capa superior (base) tiene un espesor de 13.9 cm. y la capa inferior (sub base) para efectos de cálculo tiene una profundidad de 1 metro, cada una de las cuales presenta valores de entrada de E_0 , E^* , así como sus respectivas razones de Poisson, para efectos de cálculo se analiza una sección de pavimento de 1m. x 1m.



Figura 3.7: Ingreso de datos de la geometría del pavimento

El procesamiento de datos se realiza con el programa EverestressFE. El programa calcula los deflexiones del pavimento como se muestra en la figura 3.8.

3.3.1. Inicialización de Valores con Modelo de Hogg

Los valores indicados en la tabla 3.18, muestran la ubicación de los puntos en los que se realizaron las mediciones con la Viga Benkelman. Se calculan los desplazamientos con FEM 3D a partir de los valores iniciales E^* y E_o indicados en la tabla 3.18, los cálculos se realizan con el programa EverstressFE.

Para cada tramo asignado de la carretera se analizan 5 puntos, los tramos están distanciados 100 metros, los desplazamientos de estos puntos fueron encontrados con EverstressFE, la relación 3.2 planteada en acápites anteriores con $\mu_0 = 0.4$ relaciona el módulo del pavimento y el de la subrasante.


Figura 3.8: Desplazamientos producidos por el peso del camión



Figura 3.9: Deformación de la malla debido a las cargas aplicadas

Tabla 3.18: Módulos de elasticidad E^* y E_0 obtenidos con el modelo de Hogg

	Estaca (km)	Resultados					Parámetros del Modelo de Hogg					
0			Defle	ctométi	ricos							
N		Defl	exiones	$(\times 10^{-2})$	mm)	R_5	L_0	S_0	E_0	E^*		
		D ₀	D_{25}	D ₄₀	D ₇₀	cm	cm	S	kg/cm^2	kq/cm^2		
42	97 + 800	200	120	88	40	35.05	16.78	0.74	249.32	1272.91		
43	97 + 900	88	40	16	8	26.77	11.15	0.58	673.41	156.26		
44	98 + 000	64	32	16	8	30.26	13.62	0.67	867.08	789.47		
45	98 + 100	56	24	16	8	31.97	14.77	0.7	954.31	1925.43		
46	98 + 200	120	64	24	8	26.9	11.25	0.59	492.94	118.1		

Para el cálculo inverso la estrategia del proceso iterativo consiste en hacer variar paulatinamente los valores de E_0 y de E^* , a continuación se muestran resultados de una progresiva representativa.

$km \ 97 + 800$									
Iteració	Des	Desv.std							
Iteracio	11	0	25	40	70	100	σ		
	n)	2.00	1.20	0.88	0.40	0.00			
EVER 1	U.	2.08	1.48	1.04	0.55	0.37	0.091		
EVER 2	j.	2.31	1.64	1.15	0.61	0.41	0.160		
EVER 3	orn	2.59	1.85	1.30	0.69	0.46	0.254		
EVER 4	Def	1.89	1.34	0.94	0.50	0.34	0.055		
EVER 5		1.73	1.23	0.87	0.46	0.31	0.070		

Tabla 3.19: Desplazamientos en la progresiva km 97+800



Figura 3.10: Gráfico desplazamiento v
s deformación km $97{+}800$

3.3.2. Análisis e Interpretación de Resultados

Como resumen de lo obtenido por esta metodología en un proceso iterativo se entrega la tabla 3.20. Los resultados reflejan parcialmente lo visto en campo, de acuerdo a FEM 3D la carretera en este tramo presenta una subrasante muy pobre y luego regular. La tabla 3.21 muestra comparativamente los resultados en este tramo del modelo de Hogg, FEM 3D y Boussinesq Numérico, se puede apreciar que el modelo FEM 3D llega a tener diferencias hasta del 16.7% con el modelo de Hogg y de 35.4% con el modelo Boussinesq Numérico.

3.4. Modelo FEM 2D y MM

Ambos modelos corresponden a formulaciones variacionales descritas en el capítulo 2, resuelven las mismas ecuaciones constitutivas y de equilibrio pero se diferencian en los métodos de interpolación de las funciones de forma, FEM 2D emplea mallas y MM no hace uso de ellas, al ser el segundo método una técnica que evoluciona a partir del

	$\rm km~97{+}800$									
	Ео	Eo	E*	E*	CBR					
Iteración	Mpa	$\rm kg/cm2$	Mpa	kg/cm2	%					
EVER 1	24.45	249.32	258.50	2635.99	2.27					
EVER 2	22.00	224.39	232.65	2732.39	2.04					
EVER 3	19.56	199.45	206.80	2108.79	1.81					
EVER 4	26.89	274.25	284.35	2899.59	2.49					
EVER 5	29.34	299.18	310.20	3163.19	2.72					

Tabla 3.20: Módulos de elasticidad en la progresiva km 97+800

Tabla 3.21: Tabla comparativa de modelo de Hogg, FEM 3D, Boussinesq Numérico

Progresiva	Hogg	FEM 3D	Boussinesq Numérico
	$E_0 \; (kg/cm^2)$	$E_0 \ (kg/cm^2)$	$E_0 \ (kg/cm^2)$
97+800	249.32	274.25	236.22
97+900	673.41	808.09	587.40
98+000	867.08	1040.49	806.25
98+100	954.31	1145.17	740.12
98+200	492.94	591.53	403.36

primero, pero por pertenecer a la misma familia de modelos numéricos tratados en la presente investigación se agrupan ambos dentro de este mismo acápite.

Cabe recalcar que el procedimiento empleado por MICHPAVE para la obtención de E_0 mediante FEM 2D está de acuerdo a lo descrito en 2.3. El procedimiento de MM sigue lo descrito en 2.1.7, una demostración general de la convergencia del modelo numérico MM con funciones de interpolación de mínimos cuadrados móviles se encuentra en [13], una técnica mejorada de MM se encuentra en [9], esta última evoluciona de la anterior y emplea funciones de interpolación de base radial. El criterio iterativo de retro cálculo está de acuerdo al acápite 2.9.

Para la comparación de los resultados obtenidos mediante FEM 2D, MM y Hogg se empleó el mismo criterio de convergencia especificado en la parte final del capítulo 2.

3.4.1. Conversión de Deflexiones de Viga Benkelman a FWD

La mayoría de los programas de cómputo que realizan el procedimiento del cálculo inverso utilizan deflexiones medidas con el FWD, entre ellos el que se utiliza en [1]. Por este motivo, se hace necesario convertir las deflexiones medidas en campo con Viga Benkelman a deflexiones equivalentes medidas con FWD.

Para la determinación de las propiedades elásticas de pavimentos existentes mediante un método mecanístico se emplea el software MICHPAVE que es el que trabaja con un modelo FEM 2D, para su uso se hace la conversión de deflexiones utilizando la ecuación propuesta por [14], la misma que fue obtenida por medio de un análisis de regresión con datos de las carreteras Piura-Paita y Piura-Sullana-Puente Macará.

$$D_{VB} = 0.176 \left(D_{FWD} \right)^{1.382} \tag{3.7}$$

La ecuación utilizada para determinar las deflexiones FWD en función de las correspondientes con Viga Benkelman es:

$$D_{FWD} = 3,5151 \left(D_{VB} \right)^{0,7236} \tag{3.8}$$

En la ecuación anterior los datos de deflexiones para FWD y Viga Benkelman están en centésimas de milímetro. Las tablas transformadas a FWD se encuentran en [1].

3.4.2. Análisis e Interpretación de Resultados

Para realizar el cálculo inverso se toman las mismas consideraciones de los modelos 3.1, 3.2, 3.3. El espesor de la primera capa se ha asumido de 10 centímetros, mientras que la última capa tiene espesor infinito. Dado que se trata de una carretera puesta en servicio hace más de 50 años, la segunda capa presenta cierto grado de compactación por uso, por lo que se le considera como una capa con mejores características estructurales que la subrasante. El trabajo se realiza con MICHBACK empleando los valores iniciales de la tabla 3.22, las correciones por temperatura son hechas automáticamente con el programa mencionado.

N	Nombre de Capa	Modulo de Elasticidad (MPA)					
		Inicial	Mínimo	Máximo			
1	Estabilizada	158.6	15.9	27600			
2	Granular	158.6	15.9	1380			
3	Base	89.7	9	690			
4	Subrasante	34.4	3.4	690			

 Tabla 3.22:
 Módulos iniciales y rangos para el cálculo inverso [17]

		MM	MM	FEM2D	Diferencias	Hogg	Diferencias
N	PROGRESIVA	2008	2010	2010	MM vs FEM2D	2010	MM vs Hogg
1	74+000	1472.8	1450	1511	4.21	1534	5.76
2	74 + 200	390.5	534.7	550	2.86	590	10.34
3	74 + 400	649.7	851	866	1.76	909	6.80
4	74 + 600	662.8	1450	1470	1.38	1221	15.79
5	74 + 800	663.5	432.5	435	0.58	464	7.28
6	75+000	290.4	756.6	792	4.68	633	16.40
7	75+200	613.4	1099.2	1128	2.62	905	17.67
8	75 + 400	358	1146.8	1196	4.29	917	20.07
9	75+600	458.4	997.5	1039	4.16	855	14.29
10	75 + 800	863.6	844	883	4.62	724	14.22
11	76+000	848.1	916.3	951	3.79	882	3.70
12	76+200	795.6	1261.3	1324	4.97	1026	18.69
13	76+400	839.5	1346.3	1358	0.87	1128	16.24
14	76+600	631.4	684.7	706	3.11	762	11.23
15	76+800	682.6	968	977	0.93	1091	12.73
16	77+000	953	754	756	0.27	872	15.64
17	77+200	795.6	1346.3	1351	0.35	1130	16.08
18	77+400	704.3	1261.3	1318	4.50	1006	20.24
19	77+600	952.8	968	1000	3 31	829	14.39
20	77+800	638.8	563.5	582	3.28	658	16.83
20	78+000	595.5	606	609	0.50	689	13.75
21	78+200	418.7	318.9	330	3.48	350	9.80
22	78+400	918.5	497	505	1.61	559	12.55
20	78+600	522.8	508	533	4 92	450	11.40
24	78+770	508.7	306.5	308	0.49	331	7 80
20	79+000	738.8	18/	500	3 31	547	12.03
20	79+200	952	378	389	2.01	306	19.07
21	79 ± 400	577.6	781.3	701	1.24	726	7 10
20	79+400 79+600	623	444.2	453	1.24	529	18.99
30	79+800	590.5	364.3	377	3.49	384	5 42
31	80+000	513.5	145	150	3.45	125	14.01
32	80+200	784.9	103.2	106	2 71	116	12.01
33	80+400	157.2	534.7	552	3.24	435	18.56
34	80+600	160.6	179	184	2.79	212	18.53
35	80+800	158.4	498	501	0.60	434	12.77
36	81+000	197.7	141	145	2.84	169	20.13
37	81+200	601.4	389	391	0.51	446	14 65
38	81+400	225	189.5	190	0.26	198	4.65
39	81+600	183.2	547.3	557	1.77	648	18.44
40	81+800	256.8	801.8	830	3.52	764	4.65
41	82+000	222.8	113.4	116	2.29	137	20.98
42	82+200	237.3	93.3	97	3.97	103	10.02
43	82+400	272.9	151.2	152	0.53	167	10.56
44	82+600	912.3	102.4	107	4 49	120	17.30
45	82+800	795.6	236.1	242	2.50	215	8 94
46	83+000	292.7	200.1	230	3.37	256	14.96
47	83+200	757 7	419.4	499	9.22	487	18.06
48	83+400	645.4	86.1	87	2.55	9/	8 00
40	83+600	70/ 3	108 /	100	0.55	197	16 70
50	83+800	953.8	751.5	789	4.06	877	16.64
51	84+000	952.8	143	150	4 90	169	18 19
01	01,000	002.0	1 1 10	1 100	1.00	100	10.10

Tabla 3.23: Módulos de elasticidad de la subrasante en $kg/cm^2,$ Cañete-Chupaca, años 2008 y 2010

Evaluación Estructural de Pavimentos Flexibles de Carreteras de Bajo Volumen de Tránsito Autor: Leonardo Flores González

Los resultados obtenidos con los modelos variacionales FEM 2D y MM presentan un error relativo entre ellos del 5 % como máximo, mientras que el error relativo entre el modelo de Hogg y MM es hasta de un 20.9 % como máximo.

Se debe recalcar que los modelos variacionales reproducen los resultados dentro de todo el medio continuo, es decir se pueden obtener esfuerzos y deformaciones en cualquier punto del medio continuo, mientras que el modelo de Hogg encuentra las deformaciones a nivel de la superficie y la implementación de las condiciones de frontera resulta limitada, ya que necesita introducir parámetros como h/L_0 para calcular las deformaciones del pavimento.

La aproximación de deformaciones en la superficie de los modelos basados en formulaciones variacionales resulta superior a la de Hogg.

Los resultados obtenidos en la tabla 3.23, indican una carretera en estado de conservación entre regular y bueno entre las progresivas km 74+000 a km 78+000; entre regular, pobre y muy pobre entre las progresivas km 78+200 a km 84+000.



Figura 3.11: Módulos de elasticidad de la subrasante en (kg/cm^2) , tramo: km 74+000 km 84+000

4

Comprobación de Hipótesis y Propuesta Metodológica

Para comenzar el proceso de aceptar o rechazar la hipótesis, primero se justifica el cálculo del suelo con multicapas que aproximen el comportamiento no lineal del suelo; para llevar a cabo un análisis de cálculo inverso rápido, se pueden combinar los módulos de cada capa de acuerdo a un modelo equivalente con fórmulas como 2.1. La validación de este criterio para un tramo de la carretera será tratado en 4.1.

En el apartado 4.2 se inicia la prueba de hipótesis mediante la determinación de los módulos de elasticidad de las progresivas comprendidas entre el km 74+000 y km 84+000 mediante retro cálculo con MM, para la aceptación de los resultados obtenidos se deberá guardar concordancia con los deflectogramas de la carretera medidos el año 2010.

En la sección 4.3 se describirá la metodología estadística de discriminación de datos propuesta a partir de la teoría descrita en el capítulo 2, en esta sección se trabajan criterios de pertenencia o no de los datos medidos en campo a una distribución normal, también se estudia la similitud de muestras de tramos diferentes, para reagrupar estos tramos en el menor número posible de muestras, si estos resultados tienen concordancia con los del acápite 4.2 se acepta la hipótesis.

4.1. Evaluación Estructural del Suelo con Modelo no Lineal

Se efectúa el análisis con elementos finitos del pavimento con un modelo del material conocido como $K - \theta$ en una sección representativa del tramo comprendido entre el kilómetro 76 + 600 al kilómetro 77 + 000, con una carga de peso de 9020 libras, una presión de inflado de 80 psi, un radio del área de contacto del neumático de 5.991 pulgadas, considerando la capa superior de tipo granular tratada y subrasante mejorada, con espesores de 7.6 y 43 pulgadas respectivamente; para considerar el comportamiento cohesivo o granular del suelo se emplea la tabla 4.1.

Capa	K0	K1	K2	PR	Cohesión	Phi	Densidad
		(psi)		(psf)		(°)	(pcf)
Base Tratada	50	1650.0	.60	.30	0.	30.0	152.0
Subrasante	50	1620.0	.62	.40	0.	30.0	150.0

Tabla 4.1: Parámetros para incluir comportamiento no lineal en suelos [17]

Los datos de deformación medidos en campo fueron en promedio de 0.58 mm, la malla para procesar estos datos tiene las características mostradas en la figura 4.1.





Se debe notar que el número de elementos en que se ha dividido depende de su distancia al punto de aplicación de la carga, considerando a el radio de contacto entre la huella y el pavimento, la malla fue discretizada de la siguiente manera:

Distancia	N° de elementos
0-a	7
a-3a	4
3a-6a	3
6a-10a	2

Tabla 4.2: Distancia versus número de elementos finitos

Los resultados de este análisis se indican en la tabla 4.3. Estos datos graficados adecuadamente como en la figura 4.2, nos indican las deformaciones verticales del pavimento.

Un resultado importante es el mostrado en la tabla 4.4, en ella se puede ver que los módulos resilientes calculados a una distancia comprendida entre 0 - a del punto de contacto de la llanta con el suelo varían de acuerdo a la profundidad del pavimento, se puede decir que los elementos del suelo que se encuentran a la misma profundidad, tienen módulos resilientes muy similares, de manera similar a varias capas elásticas lineales paralelas que simulan el pavimento, lo que indica que éste puede ser representado

Distancia (cm)	Deformación vertical (cm)
0	-0.07159
0.4	-0.07149
1.3	-0.07117
2.1	-0.07054
3	-0.06958
3.9	-0.06819
4.7	-0.06626
5.6	-0.06298
7.5	-0.05266
10.5	-0.03954
13.5	-0.03097
16.5	-0.02485
21	-0.01912
27	-0.0141
32.9	-0.01119
41.9	-0.008936
53.9	-0.007484

Tabla 4.3: Deflexiones del pavimento

por varias capas lineales para considerar el efecto no lineal, de esta manera se valida el análisis lineal multicapas para representar un análisis no lineal.



Distancia (cm)

Figura 4.2: Distancia versus deformación de un pavimento

			INTERVALO (0 - a)							
PAVIMET.	CAPAS	1	2	3	4	5	6	7		
	1	2.44E+04	$2.43E{+}04$	2.44E+04	$2.45E{+}04$	$2.44E{+}04$	2.47E+04	$2.07E{+}04$		
BASE	2	2.29E+04	$2.29E{+}04$	2.28E+04	$2.25E{+}04$	$2.22E{+}04$	2.09E+04	$1.72E{+}04$		
	3	$2.16E{+}04$	$2.15E{+}04$	$2.13E{+}04$	$2.09E{+}04$	$2.04E{+}04$	$1.91E{+}04$	$1.61E{+}04$		
	4	$2.06E{+}04$	$2.05E{+}04$	$2.03E{+}04$	$2.00E{+}04$	$1.93E{+}04$	$1.78E{+}04$	$1.52E{+}04$		
SUB	5	1.75E+07	$1.73E{+}04$	$1.69E{+}04$	1.64E + 04	$1.55E{+}04$	1.43E+04	$1.29E{+}04$		
RASANTE	6	$1.69E{+}04$	$1.67E{+}04$	1.64E + 04	$1.58E{+}04$	$1.50E{+}04$	$1.39E{+}04$	$1.27E{+}04$		
	7	2.04E+04	$2.01E{+}04$	$1.95E{+}04$	1.87E + 04	$1.77E{+}04$	$1.65E{+}04$	$1.50E{+}04$		
	8	1.54E+04	$1.54E{+}04$	1.41E+04	$1.21E{+}04$	1.18E + 04	$1.15E{+}04$	1.11E + 04		

Tabla 4.4: Tabla final de módulos de resiliencia para cada capa

4.2. Cálculo Inverso con MM

En el capítulo 3 se muestran en la tabla 3.23 y figura 3.11, los módulos de elasticidad que fueron obtenidos mediante un proceso iterativo como el propuesto en 2.9 y bajo un modelo MM, de todos los tramos procesados con el programa, se indican dos para ilustrar como se procesan los resultados con el modelo Numérico de Boussinesq, estos pueden ser observados en las figuras 4.3 y 4.4; se puede apreciar que la influencia efectiva del eje del camión llega aproximadamente a los 50cm de profundidad en ambas figuras y como también sucede aproximadamente lo mismo en las demás progresivas (existe una variación entre 50cm y 100cm), de acuerdo al modelo de Hogg las longitudes características están entre 10cm y 20cm, entonces es apropiado considerar relaciones h/L_0 de 5 y 10 para estas progresivas. En las figuras 4.3 y 4.4 las deflexiones verticales y las distancias al punto de aplicación de la carga están en milímetros, los esfuerzos en kg/cm^2 .

Los resultados de la tabla y figura del capítulo 3 mencionados en el párrafo anterior, guardan absoluta concordancia con los deflectogramas medidos en campo (ver figura 4.5), ya que los módulos de elasticidad y las deflexiones son inversamente proporcionales y coinciden de acuerdo a la posición de cada progresiva, con lo que concluye la prueba de este acápite.



(b) Deformación de la sección de suelo analizada

Evaluación Estructural de Pavimentos Flexibles de Carreteras de Bajo Volumen de Tránsito Autor: Leonardo Flores González



(c) Esfuerzo de compresión vertical en la sección de terreno



(d) Esfuerzos de corte en la sección de terreno

Figura 4.3: Progresiva 74+000, E = 1472.8 kg/cm^2 , tramo representativo del primer sector año 2008



(b) Deformación de la sección de suelo analizada

Evaluación Estructural de Pavimentos Flexibles de Carreteras de Bajo Volumen de Tránsito Autor: Leonardo Flores González



(c) Esfuerzo de compresión vertical en la sección de terreno



(d) Esfuerzos de corte en la sección de terreno

Figura 4.4: Progresiva 74+000, E = 1450 kg/cm^2 , tramo representativo del primer sector año 2010







Figura 4.5: Deflectogramas de los carriles izquierdo y derecho

4.3. Metodología de Discriminación de Mediciones

Se observa que en el método propuesto por Conrevial para discriminar deflexiones medidas en campo no es el más adecuado para este tipo de vías, estas deflexiones generalmente satisfacen la prueba de normalidad, sin embargo como el tamaño de las muestras es pequeño existe incertidumbre acerca de su desviación estándar, esto ocasiona muchas veces deflexiones características elevadas, incluso superiores a la admisible y erróneamente provoca una rehabilitación pronta a pesar de que la carretera cuente aún con buenas condiciones de serviciabilidad, para superar este problema se sugiere cambiar este procedimento por una simulación de datos como Bootstrap, ya que en esta metodología de remuestreo se supone que se tiene más datos en campo que los tomados, produciendo esto una convergencia a valores de desviación estándar acordes con la realidad.

El ejemplo de [5] expresa como en un tramo con buena serviciabilidad, la metodología propuesta por Conrevial podría inducir a una reparación innecesaria de la carretera, para esto se compara la desviación estándar calculada con 6 datos recogidos de campo y la desviasión estándar calculada con el método Bootstrap para las progresivas comprendidas en los kilómetros 74+000, 78+000 y 84+000. La deflexión admisible se calcula con la siguiente expresión:

$$D_{adm} = \left(\frac{1.15}{N}\right)^{\frac{1}{4}} \tag{4.1}$$

Si se considera un número de ejes equivalentes N=10, un análisis sencillo de esta situación llevaría a la rehabilitación de los kilómetros mencionados contradiciendo lo visto en campo, esto se debe principalmente al error cometido al calcular la desviación estándar con un tamaño de muestra muy pequeña (6 datos por kilómetro).

	Se	ctor 1	See	ctor 5	Sector 10	
Sector	6 datos	Bootstrap	6 datos	Bootstrap	6 datos	Bootstrap
Deflexión máxima media Do (mm)	0,3307	0,2766	0,5028	0,5028	0,7947	0,7947
Número de datos por sector (n)	6	6	6	6	6	6
t (al 95% de confianza)	2,015	2,015	2,015	2,015	2,015	2,015
Desviación estándar (o)	0,1591	0,0582	0,0933	0,0336	0,3116	0,1144
Deflexión característica De (mm)	0,6513	0,3938	0,6907	0,5706	1,4226	1,0252
Número de ejes equivalentes (N)	10	10	10	10	10	10
Deflexión admisible Dadm (mm)	0.582	0.582	0.582	0.582	0.582	0.582

Tabla 4.5: Desviación estándar con 6 datos versus desviación estándar con Bootstrap

Por tal razón se propone el método de Bootstrap para la determinación de las deflexiones características en este trabajo. En las siguientes sub secciones se describe la metodología de discriminación de datos.

4.3.1. Discriminación Estadística de Mediciones

La discriminación de mediciones consiste en realizar un adecuado reagrupamiento de sectores de la vía, de modo que se les pueda aplicar un mismo tratamiento, los pasos a seguir son los siguientes:

- 1. Lectura de datos y determinación de deflexiones con Viga Benkelman o FWD.
- 2. Sectorización inicial por kilómetro y por carril.
- 3. Prueba de normalidad con al menos 6 datos.
- 4. Aplicación del método Bootstrap para la obtención de media y desviación estándar.
- 5. Prueba de normalidad con Shapiro Wilk, prueba de similitud con Mann Whitney y curva de distribución acumulada, en muestras grandes emplear Conrevial.
- 6. Sectorización final.

4.3.2. Sectorización Inicial

El tramo en estudio debe dividirse longitudinalmente en tantos tramos como kilómetros tenga la carretera, dividir transversalmente la carretera en un número igual al número de carriles que tenga la misma; la carretera en estudio fue dividida en 10 tramos longitudinales y dos transversales. Los deflectogramas empleados en la sección 4.2 muestran un comportamiento uniforme en ambos carriles de la misma, sin embargo, considerar dividir en carriles diferentes puede significar ahorro en el costo de mantenimiento y reparación de la carretera.

Para la sectorización inicial se comprobó la homogeneidad de los tramos iniciales tanto en evidencia encontrada en el lugar, como por verificación de sus respectivos deflectogramas, se tuvo énfasis en el tratamiento superficial aplicado, el espesor del afirmado, el tránsito, climas altitudinales y deflexiones promedio.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
km	74 + 000									km	84+000

 Tabla 4.6:
 Sectorización inicial del tramo en estudio

4.3.3. Prueba de Normalidad

Cuando una muestra es menor que 30 datos, se puede emplear como prueba de normalidad la de Shapiro - Wilk. Para el procedimiento de cálculo numérico se explicará el sector 1 o kilómetro 74+000, el resto de los sectores se procesaron de manera similar, para mayores detalles ver [5].

En el sector 1, el P-valor es mayor que 0.1 por lo que se puede afirmar que los datos están distribuidos según una distribución normal ver figura 4.6.



Figura 4.6: Prueba de normalidad a sector 1

4.3.4. Método Bootstrap

Con éste método se hace una simulación que reproduzca los valores medidos en campo, el método calcula la media a partir de la mediana de los datos iniciales, se debe recordar que la media y la mediana en una distribución normal son iguales; con este método es posible ajustar los datos muestrales a distribuciones normales y no normales. El código de Bootstrap se puede ejecutar desde el programa Minitab, a continuación se muestra en la figura 4.7 la simulación realizada sobre el sector 1 o kilómetro 74+000, donde se puede apreciar las diferencias entre los valores de deflexión media y desviación estándar calculados con y sin Bootstrap.

En la tabla 4.7 se comparan valores obtenidos con simulación (Bootstrap) y la prueba t-Student para cálculo de deflexiones características.

4.3.5. Pruebas de Similitud: t-Student y Mann Whitney

En esta etapa se aplican dos métodos de clasificación: la propuesta por Conrevial que generalmente funciona para muestras grandes y la prueba de similitud de Mann Whitney para muestras pequeñas, como es el caso de pavimentos de vías de bajo volumen de tránsito. Adicionalmente se puede emplear como herramienta de comprobación la función de distribución acumulada. Para ilustrar esta etapa del proceso de discriminación de datos se muestra el proceso de similitud de los sectores 1 y 2, los demás

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL COMPROBACIÓN DE HIPÓTESIS Y PROPUESTA METODOLÓGICA



Figura 4.7: Aplicación de Bootstrap a sector 1

Tabla 4.7:	Bootstrap	v t-Student	carriles izo	quierdo (a	1) V	v derecho ((b)
100100 100	Dooostap	, cocación de la como	contracto inc	10101010 (0	~/		\sim /

			(8	a)						
Sector	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Deflexión	0,3333	0,2767	0,2800	0,3033	0,5017	0,5367	0,7617	0,6583	0,8867	0,7983
Máxima Media										
Desviación	0,0598	0,0195	0,0291	0,0388	0,0336	0,0882	0,0874	0,0946	0,0439	0,1144
Estándar										
(Bootstrap)										
n	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
t (al 95 % de	2,015	2,015	2,015	2,015	2,015	2,015	2,015	2,015	2,015	2,015
confianza)										
Deflexión	0,4539	0,3159	0,3387	0,3815	0,5695	0,7143	0,9379	0,8490	0,9752	10,288
característica										

			(1))						
Sector	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Deflexión Máxima Media	0,3117	0,3183	0,3217	0,3550	0,4967	0,4250	10,100	0,8217	0,6750	0,6550
Desviación Estándar (Bootstrap)	0,0399	0,0400	0,0312	0,0325	0,0695	0,0772	0,0500	0,0586	0,1015	0,1084
n	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
t (al 95 % de confianza)	2,015	2,015	2,015	2,015	2,015	2,015	2,015	2,015	2,015	2,015
Deflexión característica	0,3921	0,3988	0,3846	0,4205	0,6367	0,5805	11,108	0,9398	0,8795	0,8734

(h)

sectores se procesan de manera similar, para mayores detalles al respecto se puede consultar [5].

Para los sectores 1 y 2 con t-Student se acepta la similitud como se indica en la tabla 4.8. Por Mann Whitney también se acepta la similitud.

Los dos métodos comprueban la similitud de estos sectores, lo que indica que se consideran como parte de una misma muestra (igual deflexión característica). Si se aplica la prueba de similitud a los kilómetros 74+000 y 78+000, la prueba de t-Student no acepta la similitud pero la de Mann Whitney si, sin embargo las condiciones propias

	1	
Sector	1	2
Media	0,3333	$0,\!2767$
Desviación Estándar	0,0598	0,0195
N	6	6
Varianza	0,0036	0,0004
Varianza/N	0,0006	0,0001
Número de grados de libertad	(5
Variable estadística t'	2,	20
	a = 1%	$\mathrm{a}=5\%$
Valor de distribución t*	3,707	2,447
ACEPTO LA SIMILITUD?	SI	SI

Tabla	4.8:	t-Student
Tasta	1.0.	0 Douadin

Tabla 4.9: Mann Whitney

Point estimate for ETA1-ETA2 is 0.060095.5 Percent CI for ETA1-ETA2 is (-0.1499, 0.2399)W = 42.5 Test of ETA1 = ETA2 vs ETA1 not = ETA2 is significant at 0.6310 The test is significant at 0.6248 (adjusted for ties) Observación: como P-valor= 0.6310 > 0.05, entonces se acepta la similitud.

del lugar y los deflectogramas tomados en campo indican que esta última prueba es la correcta; finalmente si se aplica la prueba de similitud a los kilómetros 74+000 y 84+000, las pruebas de t-Student y Mann Whitney no aceptan la similitud.

4.3.6. Sectorización Final

De acuerdo a los acápites descritos en 4.3, se procede a agrupar aquellos tramos cuya prueba de similitud fue afirmativa, la siguiente tabla muestra los tramos agrupados antes y después del proceso de discriminación de datos; se considera que los datos agrupados tienen la misma deformación característica.

 Tabla 4.10:
 Sectorización inicial y final del tramo evaluado

(a) Sectorization inicial del trano kin 14 ± 000 - kin 64 ± 000										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
(b) Sectorización final del tramo km 74 + 000 - km 84 + 000										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	

(a) Sectorización inicial del tramo km 74 \pm 000 - km 84 \pm 000

La tabla 4.10 guarda concordancia con lo expuesto en 4.2 por lo que se acepta la hipótesis.

4.4. Propuesta Metodológica

Por todo lo mencionado anteriormente para diagnosticar el estado estructural del pavimento en carreteras de bajo volumen de tránsito se propone:

- Realizar mediciones con viga Benkelman o FWD cada 50 o 100 metros, se debe tratar de tener al menos 6 mediciones por kilómetro para tener una simulación robusta del estadístico buscado (desviación estándar), ya que la aceptación de la hipótesis se hizo con 6 o más datos. Se debe tener cuidado en tener adecuadamente calibrados además de los instrumentos de medición (viga Benkelman o FWD, termómetro, cinta métrica) parámetros como la presión de inflado de los neumáticos (generalmente de 75 a 85 psi), el peso de la carga del eje del camión (generalmente 8.2 toneladas), verticalidad de la varilla en la parte posterior del camión si las mediciones se realizan con viga Benkelman.
- Sectorizar la carretera en tramos que tengan una longitud de un kilómetro, se recomienda considerar al kilómetro como la unidad de medida para hacer una clasificación inicial, esta clasificación puede efectuarse por observaciones a priori del estado del pavimento, condiciones climáticas y el deflectograma; un factor muy importante que debe ser tomado en cuenta es el deflectograma del pavimento obtenido con la Viga Benkelman o FWD, ya que el proceso de simulación estadístico debe coincidir con este resultado (en el presente trabajo sirve para aceptar la hipótesis), la no concordancia de estos resultados indica que la simulación estadística fue mal ejecutada o las mediciones no se tomaron de manera correcta, en este caso se debe volver a medir las deflexiones del pavimento verificando la correcta calibración de todos los equipos e instrumentos que intervienen en el proceso de medición.
- Completar las muestras de deflexiones mediante un remuestreo con Bootstrap para obtener la deflexión característica de cada kilómetro; este remuestreo es muy importante ya que corrige el valor de la desviación estándar, se debe tener en cuenta que si el remuestreo no es llevado a cabo, el valor de la desviación estándar será elevado (deflexiones características por kilómetro muy elevadas), con deflexiones características elevadas se puede tomar la decisión de reparar el pavimento a pesar de encontrarse el mismo en estado totalmente operativo.
- Con las muestras deflectométricas completas por kilómetro, realizar pruebas de normalidad con el test de Shapiro Wilk para determinar si las deflexiones pueden ser o no estudiadas con una distribución normal, y con el test de Mann Whitney realizar la prueba de similitud para poder agrupar las deflexiones obtenidas en cada kilómetro en el menor número posible de grupos, cada grupo estará representado por una deflexión característica que indicará si el grupo debe o no ser reparado, en caso de ser reparado todo el grupo debe tener el mismo proceso de reparación.
- Homogeneizados los sectores en el menor número posible, determinar el módulo de elasticidad de la subrasante de cada grupo con FEM 2D o MM, se recomienda

procesos numéricos basados en formulaciones variacionales porque con ellos se puede calcular la respuesta estructural del pavimento tanto en la superficie como debajo de ella, estos procesos numéricos calculan sin problemas esfuerzos y deformaciones debajo de la superficie del pavimento y pueden simular el contacto entre materiales diferentes. Con los módulos de elasticidad así encontrados en cada grupo, se diagnostica el estado estructural del pavimento y se procede a repararlo probablemente con el mismo procedimiento constructivo.

 Opcionalmente si el caso lo requiere, se puede hacer un retro cálculo rápido a la muestra total de datos con el modelo de Hogg, considerando como Longitud Característica de cada grupo, la profundidad de influencia significativa del bulbo de presiones calculado con los métodos propuestos en el ítem anterior. $\mathbf{5}$

Conclusiones y Recomendaciones

5.1. Conclusiones

- 1. El modelo Analítico de Boussinesq, aproxima bien las deformaciones tomadas en campo, mas no es recomendado para determinar el módulo de elasticidad del pavimento, como se puede apreciar en la tabla 3.9 donde existe mayor proximidad entre los valores calculados con MM y Hogg que entre Hogg y el modelo Analítico de Boussinesq; existe incertidumbre en relación a los valores de los módulos de elasticidad de la subrasante calculados con este modelo, no necesariamente representan lo observado en campo.
- 2. El modelo de Hogg es el mejor de los métodos analíticos estudiados en el presente trabajo, sus resultados se pueden emplear como parámetros iniciales para FEM 3D, FEM 2D y MM. El valor sugerido $h/L_0 = 10$ en [18], resulta ser el promedio de otras relaciones h/L_0 , en las figuras 4.3 y 4.4 se observa que los esfuerzos producidos por la carga aplicada son importantes hasta profundidades comprendidas entre 50 cm y 150 cm, las Longitudes Características están comprendidas entre 10 cm y 20 cm, lo que sugiere valores de 5,10 y 15 para h/L_0 en el presente estudio. Las diferencias de los errores relativos de este modelo con modelos variacionales son del orden del 20 por ciento.
- 3. Para considerar el efecto no lineal del suelo en el proceso de retro cálculo con FEM 2D o MM, de acuerdo a 4.1 se puede emplear un modelo multicapa lineal y trabajar con la fórmula 2.1 para tener un módulo de elasticidad equivalente del pavimento, de esta manera se puede considerar en el análisis si se trata de un suelo granular o un suelo cohesivo.
- 4. Para poder emplear con éxito el cálculo inverso con FEM 3D, se deben de medir más parámetros que los que se obtienen en un ensayo deflectométrico tradicional, los resultados mostrados en la tabla 3.21 muestran variaciones de hasta el 35.4 por ciento con MM, esto se debe a que el modelo FEM 3D requiere también mediciones transversales para su calibración [34].
- 5. Los resultados de módulos elasticidad de la tabla 3.23 son corroborados con los

deflectogramas de la vía en estudio, los que se pueden ver en la figura 4.5 ya que estos resultados son inversamente proporcionales, y coinciden con los resultados de tramificación de la tabla 4.10, lo que valida la metodología de discriminación de datos propuesta para tamaño de muestras menores que 30.

- 6. La prueba Bootstrap resuelve el problema de la alta desviación estándar en muestras pequeñas, lo que permite una mejor clasificación de pavimentos de acuerdo a su deflexión característica.
- 7. Las técnicas numéricas MM y FEM 2D dan resultados acordes a lo visto en campo, el error relativo de sus diferencias es máximo de 5 por ciento, sin embargo MM produce los mejores resultados en esfuerzos de corte debido a que su formulación numérica considera el principio de Saint Venant, modela bien las fronteras de estratos diferentes ya que considera en su formulación una matriz de contacto [9].

5.2. Recomendaciones

- 1. Si bien es recomendable utilizar ensayos no destructivos como el empleado en el presente trabajo, se obtendrían mejores mediciones si se emplean técnicas de deflectometría laser o ultrasonido.
- 2. Se recomienda la prueba de similitud de Mann Whitney y la prueba de normalidad de Shapiro Wilk en carreteras de bajo volumen de tránsito.
- 3. Se recomienda emplear al menos muestras de tamaño 6 para realizar la rutina Bootstrap en vías de bajo volumen de tránsito.
- 4. Se recomienda utilizar FEM 2D o MM, para el cálculo inverso. Este tipo de programas consideran análisis lineal y no lineal del pavimento.
- 5. Se debe programar tareas de evaluación de niveles de servicio, mantenimiento rutinario y periódico para garantizar que el pavimento se conserve estructuralmente y funcionalmente eficiente durante su período de vida.

Bibliografía

- Acosta G. "Evaluación Estructural del Pavimento con Viga Benkelman-Modelo Matemático, Carretera Cañete-Chupaca, Modelo de Deterioro y contrastación en Campo". Informe de Suficiencia. Universidad Nacional de Ingeniería. Lima. 2011.
- [2] Bensalem A., Brown A., Nunn M., Merrill D., Wyn G. "Finite Element Modeling of Fully Flexible Pavements: Surface Cracking and Wheel Interaction". Second International Symposium on 3D Finite Element for Pavement Analysis, Design, and Research. 2000.
- [3] Brener S., Scott L. "The Mathematic Theory of Finite Elements Method". Springer-Verlag New York Inc. 1994.
- [4] Burmister D. "The General Theory of Stresses and Displacements in Layered Soil Systems". Journal of Applied Physics. 1945.
- [5] Calizaya F. "Evaluación Estructural del Pavimento con Viga Benkelman-Modelo Matemático, Carretera Cañete-Chupaca, Metodología de Discriminación de Datos". Informe de Suficiencia. Universidad Nacional de Ingeniería. Lima. 2011.
- [6] Chen H., Kurt M., Chhote L. "Effects of Truck Tire Contact Pressure Distribution on the Design of Flexible Pavements: A Three-Dimensional Finite Element Approach". Transportation Research Record. 1990.
- [7] Cho Y., McCullough B., Weissmann J. "Considerations on Finite Element Method Application in Pavement Structural Analysis". Transportation Research Record. 1996.
- [8] Chou Y. "Análisis Estadístico". Mc Graw Hill. México. 1975.
- [9] Córdova R. "Formulación Variacional y Solución de la Ecuación de la Elasticidad Lineal con el Método Radial de Interpolación de Puntos (RPIM)". Tesis en elaboración para optar el título de Ingeniero Civil. Universidad Nacional de Ingeniería. Lima. 2012.
- [10] Davids W. "EverStressFE 1.0 Software for 3D Finite Element Analysis of Flexible Pavement Structures". Washington State Department of Transportation. Junio 2009.

Evaluación Estructural de Pavimentos Flexibles de Carreteras de Bajo Volumen de Tránsito Autor: Leonardo Flores González

- [11] Dehlen G. "The effect of non-linear material response on the behavior of pavements subjected to traffic loads". Institute of Transportation and Traffic Engineering, University of California Berkeley. 1969.
- [12] Dextre G. "Evaluación Estructural de la Carretera Cañete Yauyos Chupaca con Viga Benkelman - Método Matemático Tramo km 84 + 000 - km 89 + 000". Informe de Suficiencia. Universidad Nacional de Ingeniería. Lima. 2009.
- [13] Flores L. "Métodos sin Malla como Alternativa al Método de Elementos Finitos". Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Ingeniería. Lima. 2011.
- [14] Gutiérrez W. "Modelación Geotécnica de Pavimentos Flexibles con Fines de Análisis y Diseño en el Perú". Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Ingeniería. Lima. 2007.
- [15] Harichandran R., Badali G. "MICHPAVE User's Manual, Version 1.2 for DOS". Department of Civil and Environmental Engineering, Michigan State University. Enero 2000.
- [16] Harichandran R., Mahmood T., Badali G. "Backcalculation of Pavement Layer Moduli, Thickness and Stiff Layer Depth Using a Modified Newton Method In Nondestructive Testing of Pavements and Backcalculation of Moduli". Second Volume. American Society for Testing and Materials Philadelphia PA. 1994.
- [17] Harichandran R., Ramon M., Badali G. "MICHBACK User's Manual, Version 1.0 for DOS". Department of Civil and Environmental Engineering, Michigan State University. Marzo 2000.
- [18] Hoffman M., Del Aguila P. "Estudios de Evaluación Estructural de Pavimentos Basados en La Interpretación de Curvas de Deflexiones (Ensayos No Destructivos)". Louis Berger Internacional Inc., Lagesa Ingenieros Consultores. Octubre 1985.
- [19] Hoffman M. "Application of Elasticity Models for the evaluation of flexible Pavements". Transportation Research Institute Technion. Israel. 1977.
- [20] Hogg M. "Equilibrium of a thin plate, symmetrically load, resting on analitic foundation of infinite depth". Philosofical Magazine series 7 pag. 576-582. 1938.
- [21] Huang Y. "Pavement Analysis and Design". Prince-Hall Inc. 1993.
- [22] Hwang D., Witczak M. "Program DAMA (Chevron), User's Manual". Department of Civil Engineering University of Maryland. 1981.
- [23] Juárez E., Rico A. "Mecanica de Suelos". Tomo II Editorial Limusa S.A., Noriega editores. 2004.
- [24] Kopperman. "ELSYM5: Interactive Version User's Guide". FHWA. 1985.
- [25] Legua C. "Evaluación estructural de la carretera Cañete-Yauyos-Chupaca con Viga Benkelman. Método matemático. Tramo km 69+000 - 74+000". Informe de Suficiencia. Universidad Nacional de Ingeniería. Lima. 2009.

- [26] Liu W., Tien F. "Efects of Joint Load Transfer on Concrete Pavement Response". Journal of the Easteam Asia Society for Transportation Studies, Vol 6 pp. 1258-1273. 2005.
- [27] MathWorks Inc. "MatLab R2012b". Natick Massachussetts EE.UU.
- [28] Ministerio de Transportes y Comunicaciones, Consorcio de Rehabilitación Vial-Conrevial. "Estudio de Rehabilitación de carreteras en el País". Volumen C.
- [29] Ministerio de Transportes y Comunicaciones, Provias Nacional. "Servicio de conservación vial de la carretera: Cañete - Lunahuaná - Pacarán - Chupaca y rehabilitación del tramo Zúñiga - dv Yauyos - Ronchas". Términos de Referencia. Septiembre 2007.
- [30] Minitab Inc. "Minitab Statistical Software". State College, Pennsylvania EE.UU.
- [31] Pasternak L. "Fundamentals of a new method of analysis of structures on elastic fundations by means of two subgrades coefficients". Moscú. 1954.
- [32] Reyes F. "Diseño Racional de Pavimentos". Escuela Colombiana de Ingeniería. Bogotá. 2003.
- [33] Samaniego J. "Evaluación Estructural de la Carretera Cañete Yauyos Chupaca con Viga Benkelman. Modelo Matemático Tramo Km 74+000 - Km 79+000". Informe de Suficiencia. Universidad Nacional de Ingeniería. Lima. 2009.
- [34] Shoukry N., Gergis W. "Performance Evaluation of Backcalculation Algorithm Through Three-Dimensional Finite-Element Modeling of Pavement Structures". Transportation Research Record. 1999.
- [35] Solanas A., Sierra V. "Bootstrap, Fundamentos e introducción a sus aplicaciones". Barcelona. 1992.
- [36] Terazawa K. "An the Elastic Equilibrium of a semi-limite solid". Journal Coll Science, Imp. Univ. of Tokyo XXXVII Art. 7. Diciembre de 1926.
- [37] Timoshenko S., Woinowsky S. "Teoría de Placas y Láminas". URMO S.A. España. 1975.
- [38] Wang J. "Three-Dimensional Finite Element Analysis of Flexible Pavements". Tesis de Maestría. University of Maine. 2001.
- [39] Wyle B. "Advanced engineering mathematics". Quinta Ed. McGraw Hill Publisher Company. 1982.
- [40] Zienkiewics O., Taylor R. "El Método de los Elementos Finitos". Mc Graw Hill. 1993.