

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA Y ELECTRONICA



**ECUACIONES PARA EL CALCULO DE
LA TENSION DE CORTOCIRCUITO EN
TRANSFORMADORES DE POTENCIA**

TESIS

**PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE
INGENIERO ELECTRICISTA**

**PRESENTADO POR:
ALFREDO ROCHA JARA
PROMOCION 1988-I**

**LIMA-PERU
1998**

***El agradecimiento
eterno a mi querida
Belanchita y a mi
Florrita, motivaciones
de mi vida, que siempre
estarán presentes en
mí.***

**ECUACIONES PARA EL CALCULO DE LA
TENSION DE CORTOCIRCUITO EN
TRANSFORMADORES DE POTENCIA**

SUMARIO

Debido a la gran aplicación e importancia que tienen los transformadores en el sector industrial, en las empresas de generación, transmisión y distribución de energía eléctrica es necesario conocer los aspectos constructivos de estos utilizando técnicas de punta.

Es de gran importancia reducir también las pérdidas en el núcleo, devanados y partes constructivas del transformador debido al flujo de dispersión de tal manera que sean más eficientes.- Se evalúa la tensión de cortocircuito, parámetro muy importante en el transformador, en base a las dimensiones de los devanados del transformador y se obtienen fórmulas, por el método deductivo para diferentes clases de arrollamientos.

Los resultados utilizando estas fórmulas deducidas para obtener la tensión de cortocircuito en forma analítica son comparados con los valores de transformadores reales, obteniendo óptimos resultados.

INDICE

PROLOGO	1
CAPITULO I	
ASPECTOS CONSTRUCTIVOS DE LOS TRANSFORMADORES	
DE POTENCIA	3
1.1 Núcleo	3
1.2 Devanados	8
1.3 Accesorios	13
CAPITULO II	
REACTANCIA DE DISPERSION EN TRANSFORMADORES DE	
POTENCIA	26
2.1 Campo de dispersión	26
2.2 Reactancia de dispersión de los devanados	28
2.2.1 Reactancia de dispersión en un transformador de dos devanados con devanados concéntricos de igual altura y con distribución uniforme de F.M.M.	28
2.2.2 Reactancia de dispersión en devanados concéntricos de varias capas	36
2.2.3 Reactancia de dispersión en devanados tipo disco (alternado)	43
2.2.4 Reactancia de dispersión de un transformador con distribución asimétrica de fuerza magnetomotriz	55

CAPITULO III

PERDIDAS EN LOS DEVANADOS DE UN TRANSFORMADOR

DE POTENCIA DEBIDO AL CAMPO DE DISPERSION	66
3.1 Introducción	66
3.2 Pérdidas de Foucault (corrientes parásitas) en los devanados concéntricos de un transformador de dos devanados	71
3.3 Pérdidas de Foucault en los devanados multicapas	83
3.4 Pérdidas de Foucault en los devanados de los transformadores con tres o más devanados	88
3.5 Pérdidas por el campo de dispersión en transformadores con devanados alternados	99
3.6 Pérdidas en un transformador con devanados sin transposición	103
3.6.1 Introducción	103
3.6.2 Método de cálculo de las pérdidas por corrientes circulantes en los devanados	106
3.7 Métodos usados para la disminución de pérdidas debido al campo de dispersión en los transformadores	117

CAPITULO IV

ECUACIONES PARA EL CALCULO DE LAS TENSIONES DE

CORTOCIRCUITO	125
4.1 Conceptos generales	125
4.2 Tensión de corto circuito de los devanados con distribución simétrica de F.M.M.	127

4.3	Tensión de corto circuito en devanados con varias capas concéntricas	129
4.4	Tensión de corto circuito en devanados con distribución asimétrica de F.M.M.	132
CAPITULO V		
APLICACIONES		139
5.1	Cálculo de la tensión de corto circuito en un transformador y comparación con valores recomendados por normas	139
OBSERVACIONES Y CONCLUSIONES		147
BIBLIOGRAFIA		152

PROLOGO

Al escribir el presente trabajo hemos procurado ajustarnos integralmente a la sencillez de los métodos y desarrollos empleados.

Los fundamentos eléctricos y magnéticos requieren de un conocimiento elemental de las leyes fundamentales de la teoría de campos electromagnéticos.

Este trabajo esta orientado al desarrollo de conclusiones de aplicación industrial relacionado con transformadores de potencia, con el fin de hallar el valor de la tensión de cortocircuito de estos en base a sus dimensiones físicas.- Se da también una serie de pautas para reducir las pérdidas en los devanados de los tranformadores debido al campo de dispersión.

Esta tesis constituye un tratado relacionado a los transformadores de potencia de tal manera que pueda ser utilizada por técnicos en el diseño de transformadores.

Abarca un estudio de los aspectos constructivos de los transformadores, desde el núcleo, circuito magnético, devanados, accesorios y ensamble de núcleos y bobinas.

Agradezco a las empresas ABB S.A., DELCROSA, ELKO por las facilidades que me brindaron para obtener datos y dimensiones de transformadores con diferentes devanados y poder asi completar esta tesis.

Agradezco el apoyo invaluable de los Ings. Rubén Aquize Palacios y Domingo Lazo Ochoa, quienes con su buen criterio y apoyo moral lograron que este trabajo se culmine.

Agradezco particularmente el apoyo constante de mi asesor Ing. Luis Rojas Miranda.

CAPITULO I

ASPECTOS CONSTRUCTIVOS DE LOS TRANSFORMADORES DE POTENCIA

1.1 Núcleo

En las industrias se fabrican actualmente dos tipos de Transformadores de potencia, que son el tipo **acorazado** y el tipo **columnas**.

Una de las razones de ofrecer ambos tipos de construcción, es la de responder a las demandas del Mercado Nacional e Internacional, debido a la gran diversidad de aplicaciones del transformador en los sistemas eléctricos de potencia.

Transformador tipo acorazado:

Consiste de un sistema de bobinas tipo galleta Interconectadas en serie. Las bobinas y el ensamble de aislamientos son montados verticalmente en el tanque inferior. El núcleo se coloca alrededor de los devanados. La sección superior del tanque se ajusta sobre el núcleo y bobinas para formar una unidad integral mecánicamente. El calor generado por el núcleo y bobinas se disipa por la circulación de aceite, el aceite pasa a través de los intercambiadores de calor donde se enfría antes de reingresar a la parte inferior del tanque. El sistema de aislamiento consiste de hojas de cartón de alta rigidez dieléctrica, formando ductos de aceite entre bobinas diseñados específicamente para controlar la concentración de esfuerzos dieléctricos.

Transformador tipo columna:

En este tipo de transformador se utiliza en su construcción diferentes tipos de bobinas concéntricas colocadas alrededor del núcleo. Los devanados son soportados lateralmente, en dirección radial, por el tubo de material aislante y por la propia

característica de tensión mecánica del conductor. El soporte vertical de las bobinas se realiza por medio de un anillo de presión y las placas seguro, limitadas por los bastidores. El enfriamiento del núcleo y bobinas se hace a través de ductos verticales. Las vueltas de las bobinas están aisladas con papel de alta densidad y cada sección o disco están separadas por espaciadores radiales de cartón aislante pre-comprimido, formando ductos de aceite. La combinación del papel aislante entre vueltas y los ductos de aceite, le dan las características dieléctricas a este tipo de construcción.

Diseño mecánico:

Los diseños mecánicos de los tanques para los transformadores de potencia en ambos tipos, acorazados y columnas, se realizan de acuerdo a los requerimientos particulares de cada cliente.

Se calculan para resistir, las presiones de operación y se refuerzan para resistir vacío completo.

Fabricación de tanques:

La fabricación de los tanques empieza con el trazo y corte a tamaño de las placas de acero. A continuación se procede con el barrenado, doblado y rolado de las placas. Una vez conformado el tanque, se procede a soldarlo.

Después de haber soldado y dependiendo del número y tipo de cordones que se solicite por diseño, las soldaduras se limpian y se procede a soldar los refuerzos, orejas de levantamiento y empuje, así como piezas maquinadas tales como asientos de boquillas e instrumentos de medición y protección.

Una vez formadas y soldadas las secciones del tanque y cubierta, se someten a pruebas para verificar la rigidez del diseño y detectar fugas.

Después de estas pruebas los tanques y cubiertas son llevados al proceso de limpieza de chorro a presión de perdigón (SHOT-BLAST) antes del proceso de pintura.

Diseño del circuito magnético:

El diseño del circuito magnético para ambos tipos de construcción depende de ciertos requerimientos tales como: altura de embarque, impedancia, corriente de excitación, pérdidas de vacío, limitaciones de peso y por supuesto el costo.

TIPO DE NUCLEO	NUMERO DE FASES	NUMERO DE PIERNAS
COLUMNAS	1	2
	1	3
	1	4
	3	3
	3	5
ACORAZADO	1	3
	3	3
	3	7

Tabla N° 1. Diferentes configuraciones de núcleos

Los tipos más comunes en los transformadores tipo columnas son 3 piernas para unidades trifásicas y 2 para unidades monofásicas. Ver figura (1.1).

Para los transformadores tipo acorazado lo más común son 3 piernas para unidades monofásicas y 4 para unidades trifásicas. Ver figura (1.2).

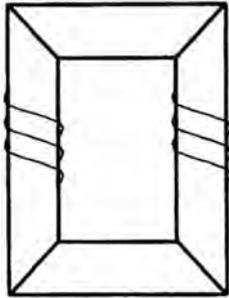
Aunque ahora se tiene disponible el núcleo de 7 piernas en el diseño tipo acorazado para unidades trifásicas, esta alternativa se recomienda en unidades de gran capacidad cuando se requiere el menor peso posible y bajas pérdidas de vacío.

Corte de la laminación del núcleo:

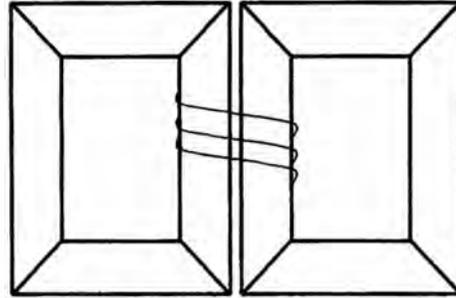
El acero eléctrico al silicio de grano orientado utilizado en la fabricación de los núcleos, se recibe en rollos debidamente protegidos.

La primera operación es la de corte de los rollos a los anchos requeridos, según el diseño del núcleo.

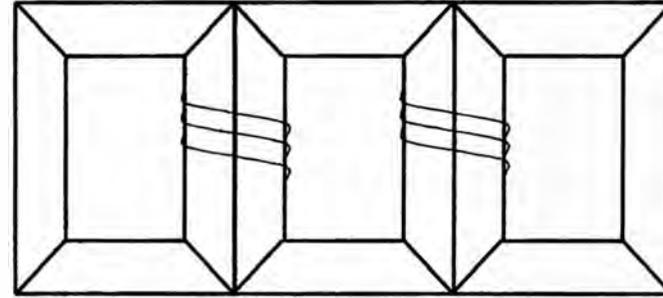
Posteriormente a esta operación, se realiza el corte a tamaño y forma en una



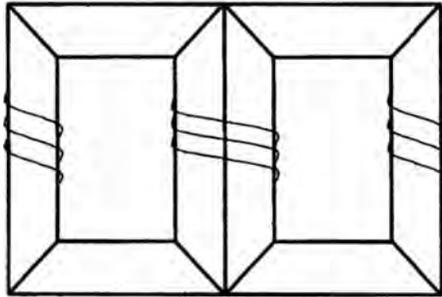
UNA FASE
DOS PIERNAS



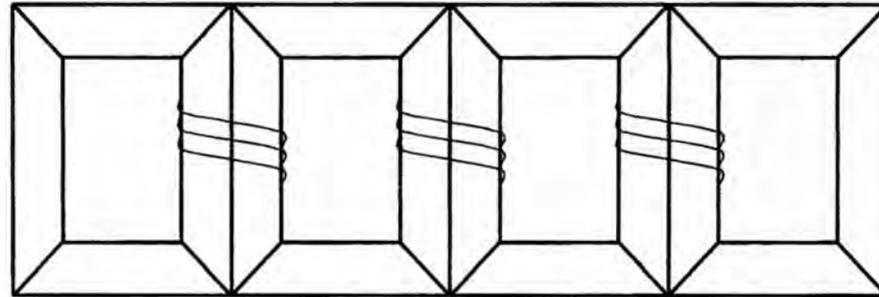
UNA FASE TRES PIERNAS



UNA FASE CUATRO PIERNAS

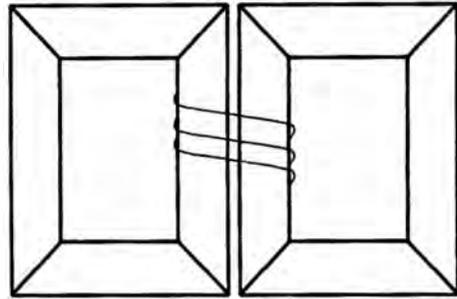


TRES FASES TRES PIERNAS

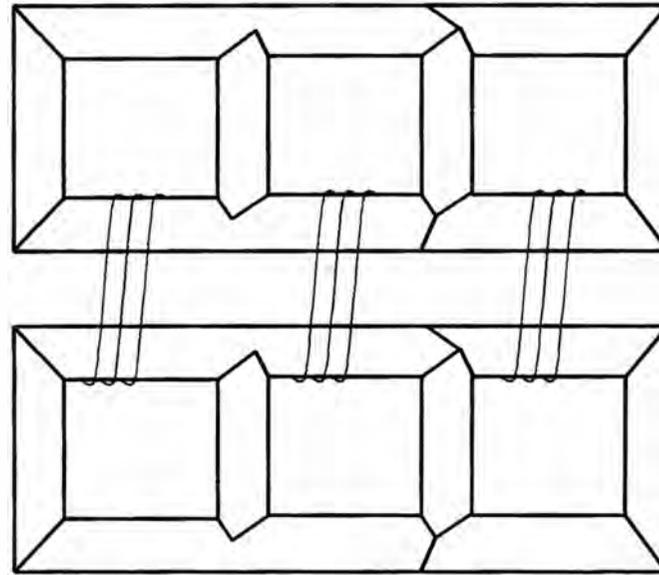


TRES FASES CINCO PIERNAS

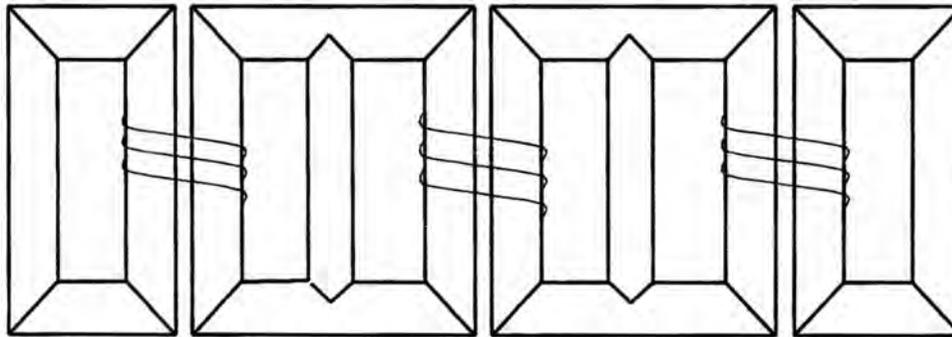
Fig. 1.1.- Diferentes tipos de nucleos aplicables a Transformadores Tipo columnas.



UNA FASE TRES PIERNAS



TRES FASE NUCLEO " D "



TRES FASES
SIETE PIERNAS

Fig. 1.2.- Diferentes tipos de nucleos aplicables a Transformadores Tipo Acorazado.

máquina automática de proceso continuo, realizando el apilamiento de las laminaciones sobre plataformas especiales para transportarlas a las áreas de ensamble.

1.2 Devanados

Diseño del circuito eléctrico:

Transformadores tipo acorazado:

Este tipo de unidades se diseña con una serie de bobinas tipo galleta, formadas por varios conductores por capa y varias capas por vuelta, forrados con papel aislante de alta densidad y algunas veces se les incorpora cartón comprimido de alta densidad entre vueltas para contrarestar los esfuerzos dieléctricos.

Dependiendo de la aplicación en particular del transformador, se diseña la configuración del arreglo y número de bobinas el cual puede estar compuesto de varios grupos de alta-baja. Por ejemplo en una unidad para generación 1425 KV BIL y mayor de 300 MVA, se recomienda usar un arreglo "Hourglass" compuesto de 4 grupos alta-baja. Ver figura (1.3).

Para el caso de autotransformador comunmente requerido con baja impedancia y equipado con cambiador de derivaciones bajo carga, se puede diseñar con un arreglo de 2.4 grupos alta-baja convencional.

Las fuerzas entre los devanados de un transformador resultantes de los esfuerzos a los que están sometidos en operación, varía con los ampers por vuelta al cuadrado por grupo.

En el diseño de los devanados tipo acorazado se puede reducir los ampers por vuelta incrementando el número de grupos de ellos o espacios alta baja: las fuerzas resultantes entre varios grupos de devanados se manifiestan en dirección opuesta perpendicularmente a las caras de las bobinas por lo cual tienden a cancelarse entre

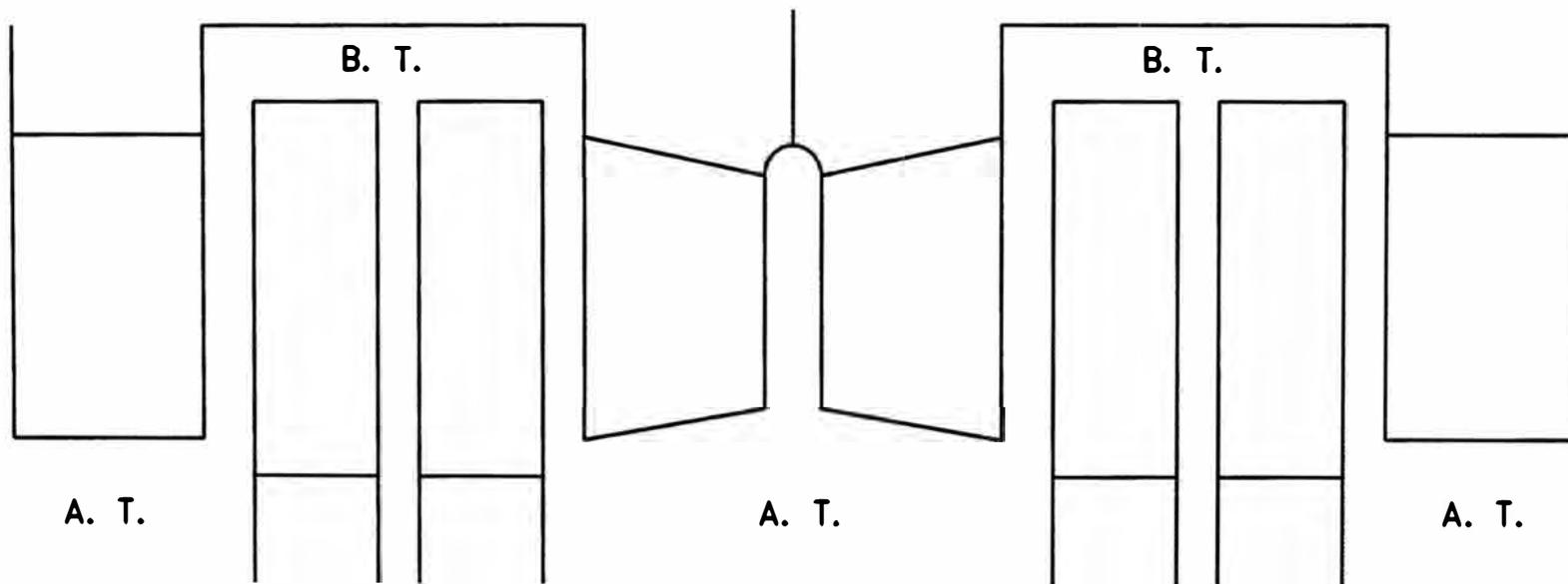


Fig. 1.3.- Arreglo típico de un devanado Tipo "Hourglass" con 4 espacios alta-baja. Transformador Tipo Acorazado.

ellas. Ver figura (1.4).

Para cada unidad se diseña particularmente el sistema de aislamiento entre bobina y bobina, las cuales están soportadas por blocks espaciadores y roldanas de cartón pre-comprimido de alta densidad, los grupos de devanados están soportados por el núcleo y los refuerzos de acero estructural, los cuales están soldados internamente al tanque del transformador formando una unidad integral de núcleo bobinas y tanque.

Transformadores tipo columnas:

Esta clase de unidades se diseña con distintos tipos de devanados los cuales son el tipo helicoidal, el tipo de disco y el tipo de capa.

Devanado tipo helicoidal:

La aplicación más común de este tipo prevalece en devanados con un nivel básico de impulso (BIL) menor de 200 KV BIL y alta densidad de corriente.

Devanado ~~tipo disco~~:

Este tipo de devanado se emplea en unidades en donde las helicoidales dejan de ser eficientes, porque la tensión se incrementa y la corriente se reduce.

Devanado tipo capa:

Este tipo de devanado, se utiliza en unidades de extra alta tensión debido a que tienen un comportamiento excelente en la distribución de tensión al impulso.

Fabricación de bobinas

La fabricación de una bobina se inicia con el forrado del conductor, con varias capas de papel aislante dependiendo del esfuerzo dieléctrico a que vaya a ser sometida cada una de las vueltas.

El conductor ya forrado es enrollado en carretes, los cuales posteriormente, se colocarán sobre plataformas con tensores, con el objeto de obtener bobinas dentro de

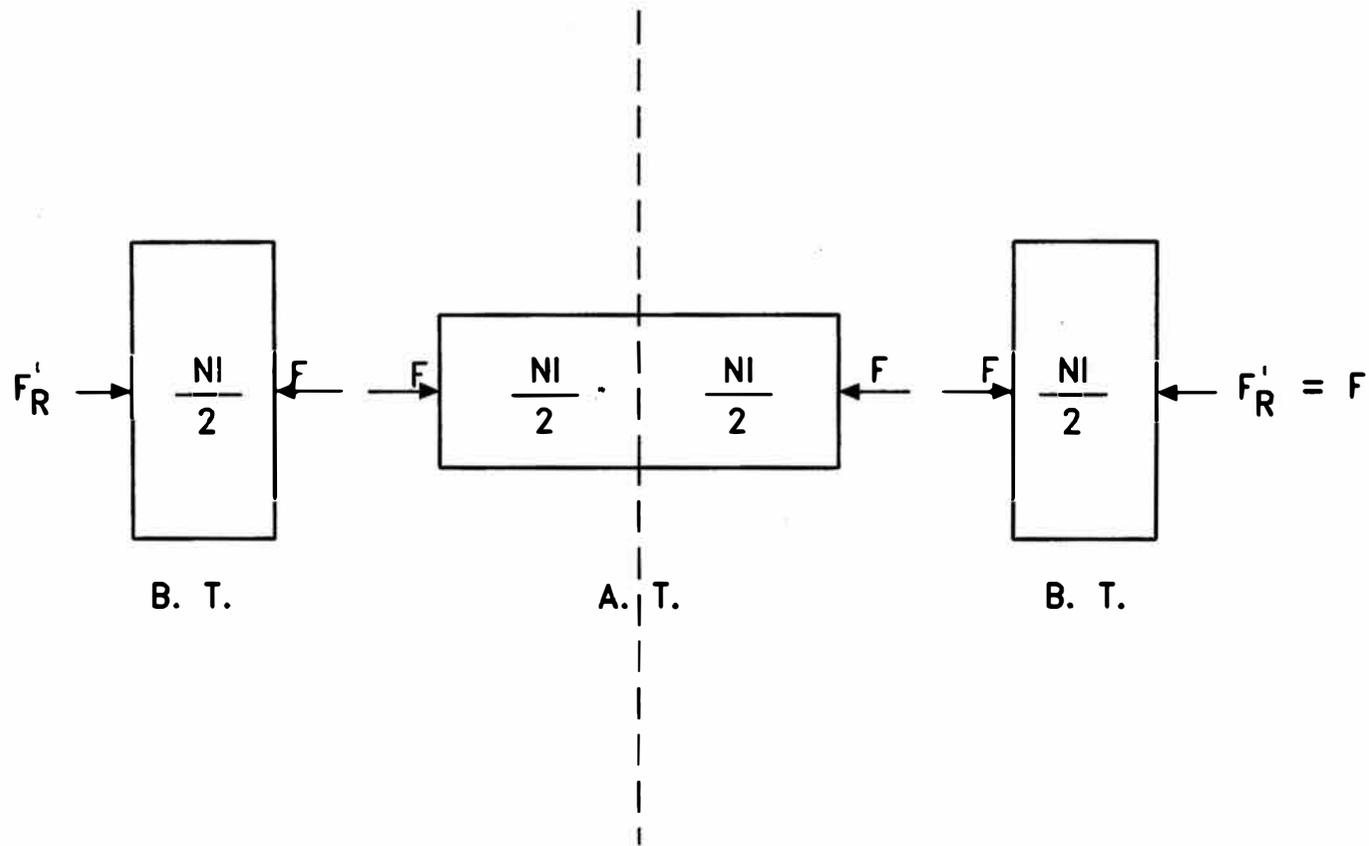


Fig. 1.4.- Fuerza mecánica resultante en la sección de un devanado Tipo Acorazado con 2 espacios alta-baja.

las dimensiones especificadas por el diseño.

Forrados los conductores ya sea de solera sencilla o de cable continuamente transpuesto, se devanan dependiendo del tipo de construcción, en mesas giratorias para bobinas tipo galleta y en devanadoras horizontales o verticales para bobinas aplicables a transformadores tipo columna.

A) Tipo helicoidal:

Estas bobinas se devanan en forma de hélice de diámetro constante directamente sobre un cilindro aislante con espaciadores verticales, los cuales proporcionan un ducto de enfriamiento axial. Estos ductos son mantenidos por espaciadores radiales de cartón aislante pre-comprimido, este tipo de bobina utiliza varios conductores los cuales se requiere transponer para mantener bajas pérdidas de Eddy.

Existen diferentes tipos de transposiciones que dependen de la tecnología desarrollada.

B) Tipo disco:

Mientras las bobinas tipo helicoidal tienen una vuelta por sección, las tipo disco tiene dos o más vueltas por sección. Estas bobinas se construyen devanando un conjunto de vueltas, una sobre otra como una galleta vista de canto, sin cortar los conductores se invierte esta sección colocando el traslape entre secciones en la parte interna y las guías de salida en la parte externa. La segunda sección se devana de adentro hacia afuera y las demás secciones se devanan en esta secuencia alternadamente, manteniendo los ductos entre ellas por espaciadores radiales de cartón pre-comprimido.

En este tipo de bobinas se han desarrollado diferentes formas de construcciones especiales con pantallas electrostáticas e interconexiones, siempre con la idea de mejorar la distribución de tensión al impulso.

Una vez terminadas las bobinas, estas se comprimen a una fuerza determinada por diseño, se flejan y quedan listas para el proceso de secado e impregnación.

C) Tipo capas de alta tensión:

Cada capa se devana en la misma forma que una bobina helicoidal, excepto que los aislamientos y las pantallas eléctricas se conforman como se muestra en la figura (1.5). En este tipo de construcción, los aislamientos entre capas pueden ser inclinados para optimizar el espacio en transformadores de alta tensión, además de contar con una mejor distribución de tensión al impulso.

D) Tipo Galleta

Para la construcción de estas bobinas se instala el molde de las dimensiones requeridas sobre la mesa giratoria, se sujetan los conductores donde se va a empezar la bobina.

Los conductores deberán asentar perfectamente sobre la mesa y además estar perpendiculares a ésta conservando la tensión mecánica adecuada al par propio de la mesa.

En todas las vueltas se va prensando la bobina en sus costados para darle la forma correcta. Adicionalmente, en la especificación de Ingeniería se indica toda la información necesaria de dimensiones, conductores y espesores de aislamiento adicional entre vueltas.

Terminadas las bobinas se flejan y prensan y se introduce cada una de ellas a un homo donde se cura el adhesivo epóxico que contiene la última capa de papel aislante, quedando después de este proceso lista para el ensamble de la fase.

1.3 Accesorios

Fabricación de aislamientos:

En los transformadores de potencia existen dos tipos de aislamientos: los

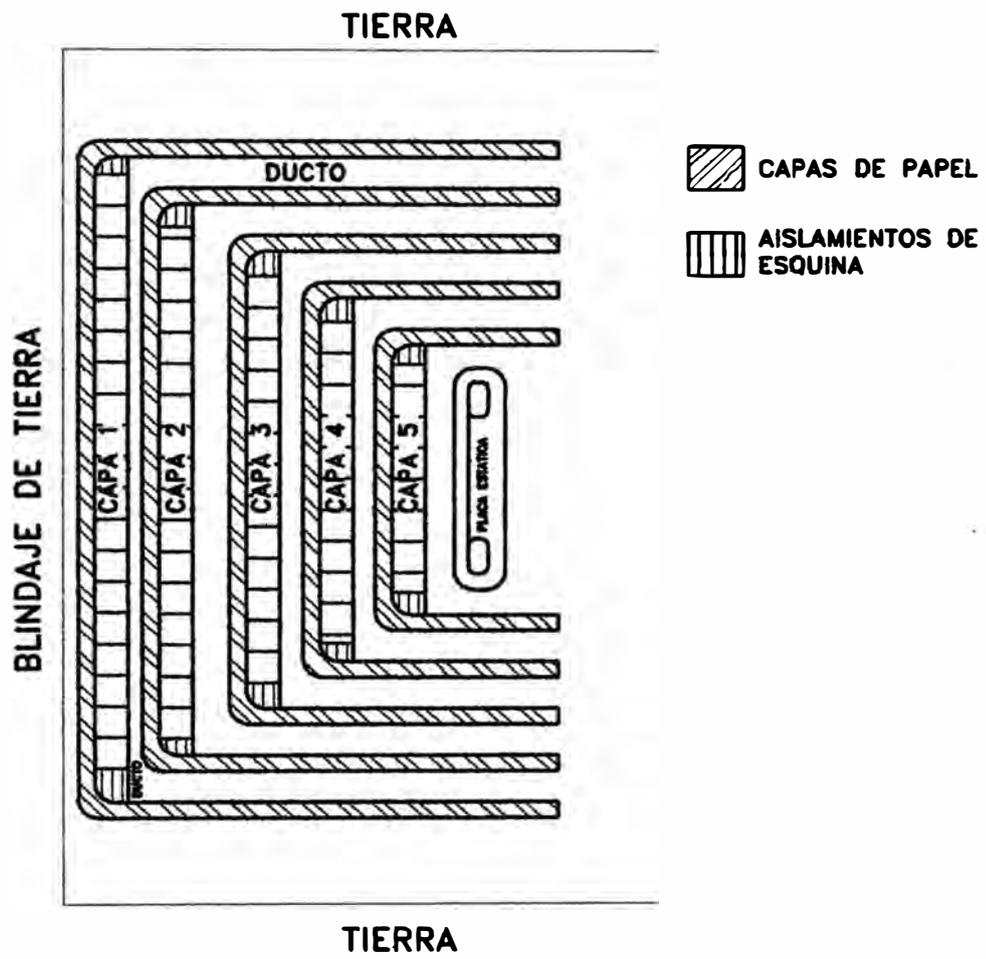


Fig. 1.5.— Bobina Tipo Capa de alta tensión.

mayores, los cuales se utilizan entre las bobinas y tierra o entre fases, y los menores que básicamente son el aislamiento entre vueltas.

El aislamiento entre vueltas es un papel fabricado de celulosa, pura, al cual se le aplica un proceso de estabilización térmica para soportar los 65°C de elevación. Este papel además tiene características mecánicas especiales para poder ser encintado en las máquinas forradoras.

Los demás aislamientos utilizados en los transformadores de potencia generalmente están elaborados con cartón dieléctrico y dependiendo del tipo de construcción tienen formas y características especiales. En la figura (1.6) se muestran los aislamientos de la construcción tipo columnas y en la figura (1.7) los del tipo acorazado.

La operación inicial en la fabricación de cualquier pieza aislante es el trazo, seguido del corte por sierra o troquel, luego el bicelado para efectuar uniones intercaladas uniformes. Para las piezas de cartón que requieren proceso de formado, el cartón se rocía con agua antes de meterlo a la prensa para evitar que se quiebre, y se facilite su formado, las prensas se calientan eléctricamente con una temperatura regulada dependiendo del espesor del material, con el objeto de obtener las piezas de las dimensiones ordenadas por diseño.

Una vez que se tiene todas las piezas aislantes, se envían a la sección de ensamble correspondiente.

Diseño del sistema de aislamiento y los efectos de sobrevoltaje

Los efectos de los sobrevoltajes transitorios a los que están sometidas los sistemas eléctricos de potencia y a su vez los devanados y el sistema aislante de un transformador, están determinados por las características inductiva y capacitiva de dicho devanados.

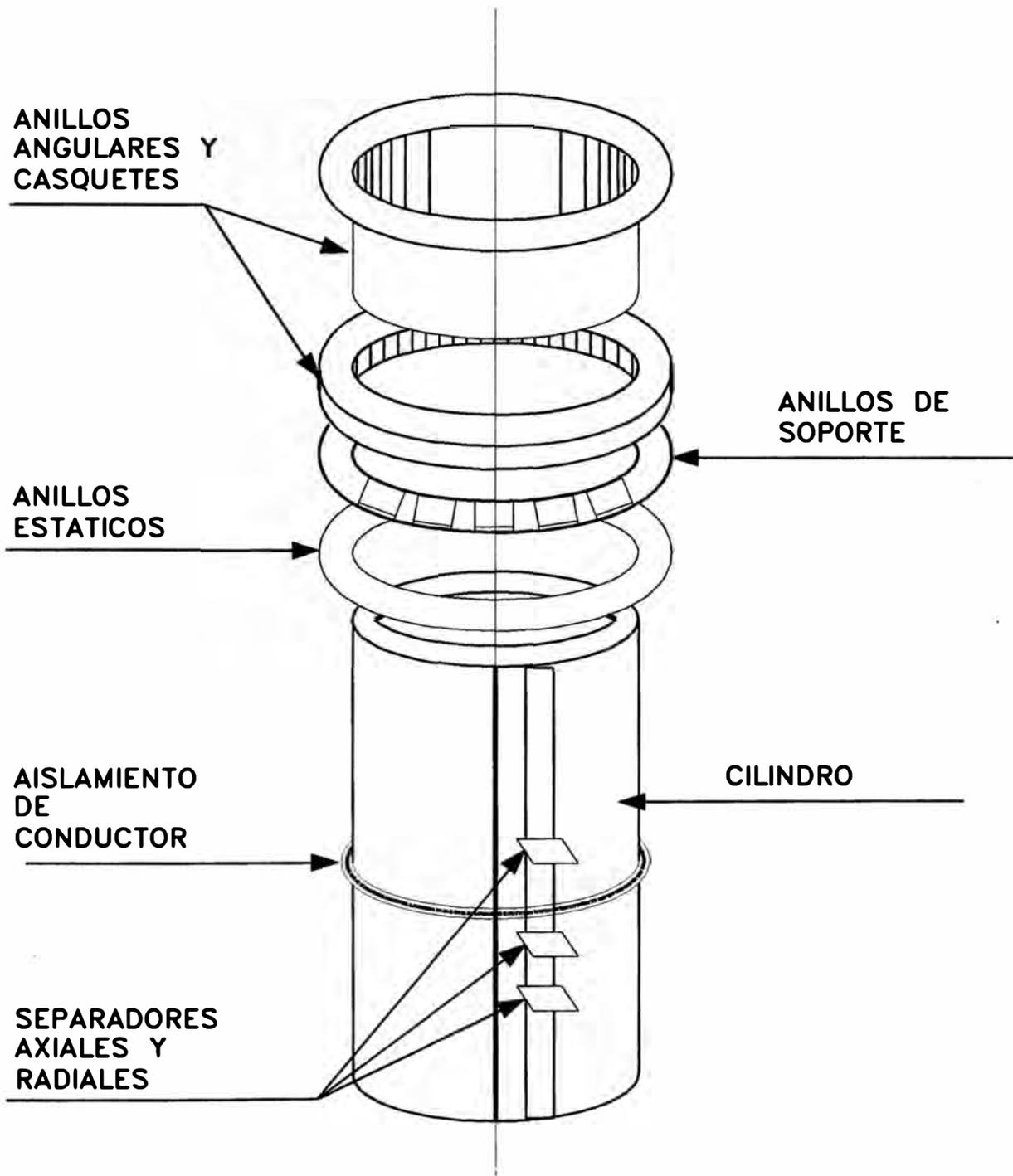


Fig. 1.6.— Aislamientos Transformador Tipo Columna.

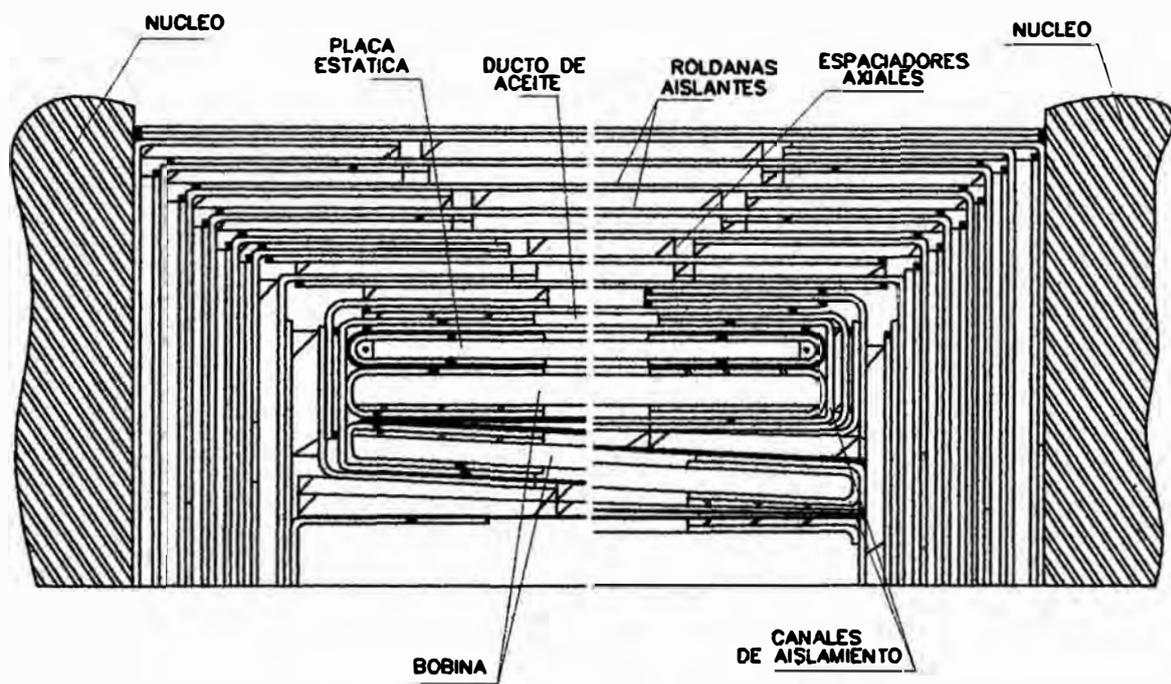


Fig. (1.7): Aislamientos Transformador Tipo Acorazado

La distribución inicial de la tensión a través del devanado está determinada por la red de capacitancias del mismo. A medida que la tensión al impulso se adentra en el devanado, ésta se redistribuye en la red inductiva equivalente formada por los devanados del transformador.

En algunos casos existen oscilaciones entre inductancias y capacitancias hasta que el voltaje al impulso llega a cero.

Ver figura (1.8) y (1.9) en las cuales se muestra el comportamiento típico de la distribución de voltaje al impulso en los devanados de transformadores tipo acorazado y tipo columnas respectivamente.

Ensamble de la fase

Esta sección de manufactura sólo se considera en los transformadores tipo acorazado, debido a que la fase, conjunto de bobinas tipo galleta y aislamientos, se ensamblan entre ellos antes de pasar al proceso de secado e impregnación.

El ensamble de cada fase se realiza por grupos, lo cual consiste en conectar eléctricamente todas aquellas bobinas que asociadas, darán los devanados de alta y baja tensión y un terciario cuando sea requerido.

La operación se inicia sobre una plataforma sobre la cual se empieza a poner las primeras piezas del aislamiento (roldanas), según el dibujo y especificación del diseño. En esta secuencia se tiene cuidado que los espaciadores queden uno sobre el otro en roldanas consecutivas, ya que ellos son los transmisores de las fuerzas de corto circuito hacia el núcleo y bastidores. A continuación se coloca la primera bobina y sus aislamientos propios a la roldana entre ésta y la siguiente bobina, luego se posiciona la segunda bobina, en esta secuencia las dos bobina se conectan soldando los conductores de inicio de ellas, este proceso se repite alternadamente hasta completar un grupo de bobinas o devanado.

CARACTERISTICAS DIELECTRICAS

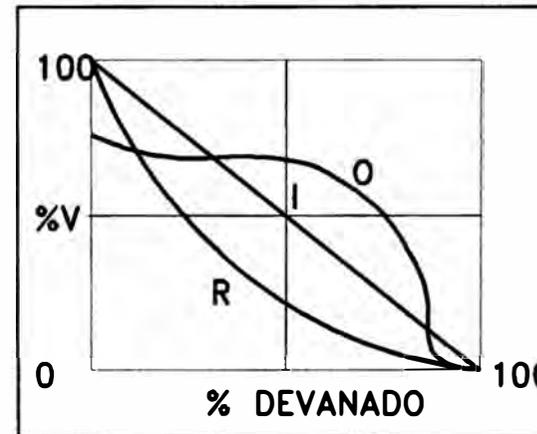
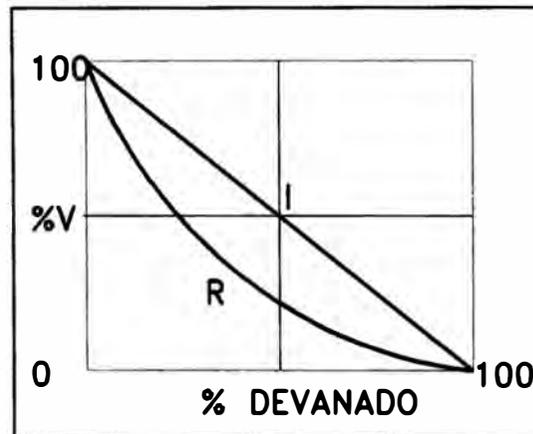


FIG. 1.8

CURVA DE LA DISTRIBUCION INICIAL DE VOLTAJE AL IMPULSO EN EL DEVANADO DE UN TRANSFORMADOR TIPO ACORAZADO DONDE "I" ES LA CONDICION IDEAL Y "R" ES LA REAL.

ONDA DE LA DISTRIBUCION DEL VOLTAJE DE IMPULSO DE UNA SECCION DE DEVANADO DEL TRANSFORMADOR TIPO ACORAZADO, LA CUAL ILUSTRA LA "O" OSCILACION QUE PUEDE ALCANZAR UN VOLTAJE TRANSITORIO.

CARACTERISTICAS DIELECTRICAS

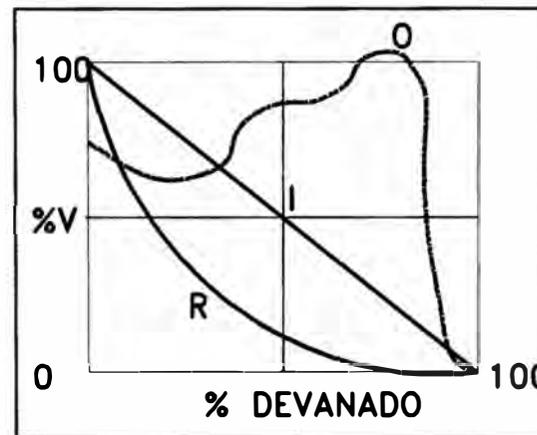
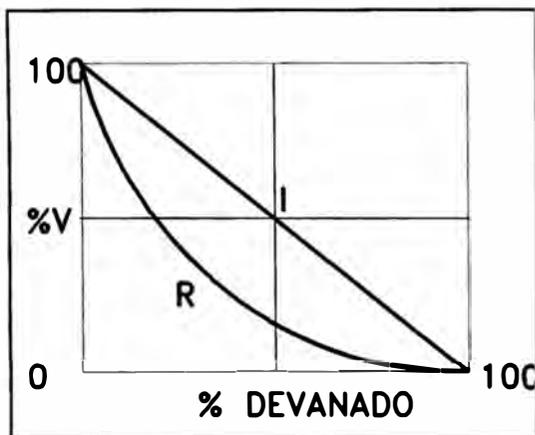


FIG. 1.9

CURVA DE LA DISTRIBUCION INICIAL DE VOLTAJE AL IMPULSO EN EL DEVANADO DE UN TRANSFORMADOR TIPO COLUMNAS DONDE "I" ES LA CONDICION IDEAL Y "R" ES LA REAL.

ONDA DE LA DISTRIBUCION DEL VOLTAJE DE IMPULSO DE UNA SECCION DE DEVANADO DEL TRANSFORMADOR TIPO COLUMNAS, LA CUAL ILUSTR LA "O" OSCILACION Y AMPLIFICACION QUE PUEDE ALCANZAR UN VOLTAJE TRANSITORIO.

Terminada la etapa de ensamble de fase, los grupos de bobinas son prensados rígidamente, hasta alcanzar la dimensión requerida, quedando así la fase lista para el proceso de secado e impregnación.

Ensamble núcleo-bobinas

Para el caso de los transformadores de potencia tipo acorazado, esta etapa de fabricación se inicia con el traslado del tanque inferior al área de ensamble final.

El ensamble completo de las fases provenientes del proceso de secado e impregnación, se transporta en plataformas especiales y se coloca dentro del tanque auxiliándose de una grúa, se colocan además los soportes estructurales y los bloques de madera para colocación de la laminación del núcleo.

Posteriormente, se inicia la laminación del núcleo alrededor de cada una de las piemas de las bobinas colocándose sobre el tanque inferior y sobre una viga "T" de soporte mecánico.

La laminación externa se mantiene en su posición por medio de refuerzos que se encuentran colocados en la parte inferior del tanque superior. Ver figura (1.10).

Las láminas del núcleo rodean completamente a todo el ensamble de las fases y forman una estructura mecánica.

Al terminar el ensamble del núcleo, se procede a formar el ensamble de guías y barreras aislantes. Así mismo, se ensambla el cambiador de derivaciones y se hacen todas las conexiones entre los diversos componentes del transformador.

Para el caso de los transformadores de potencia tipo columnas, es posible iniciar el ensamble del núcleo una vez terminada el corte de las laminaciones. Para ello, los elementos estructurales de soporte se colocan sobre una plataforma en posición horizontal y se procede a formar los diferentes pasos del núcleo, apilando las laminaciones en la cantidad y anchos de acuerdo a lo especificado por diseño.

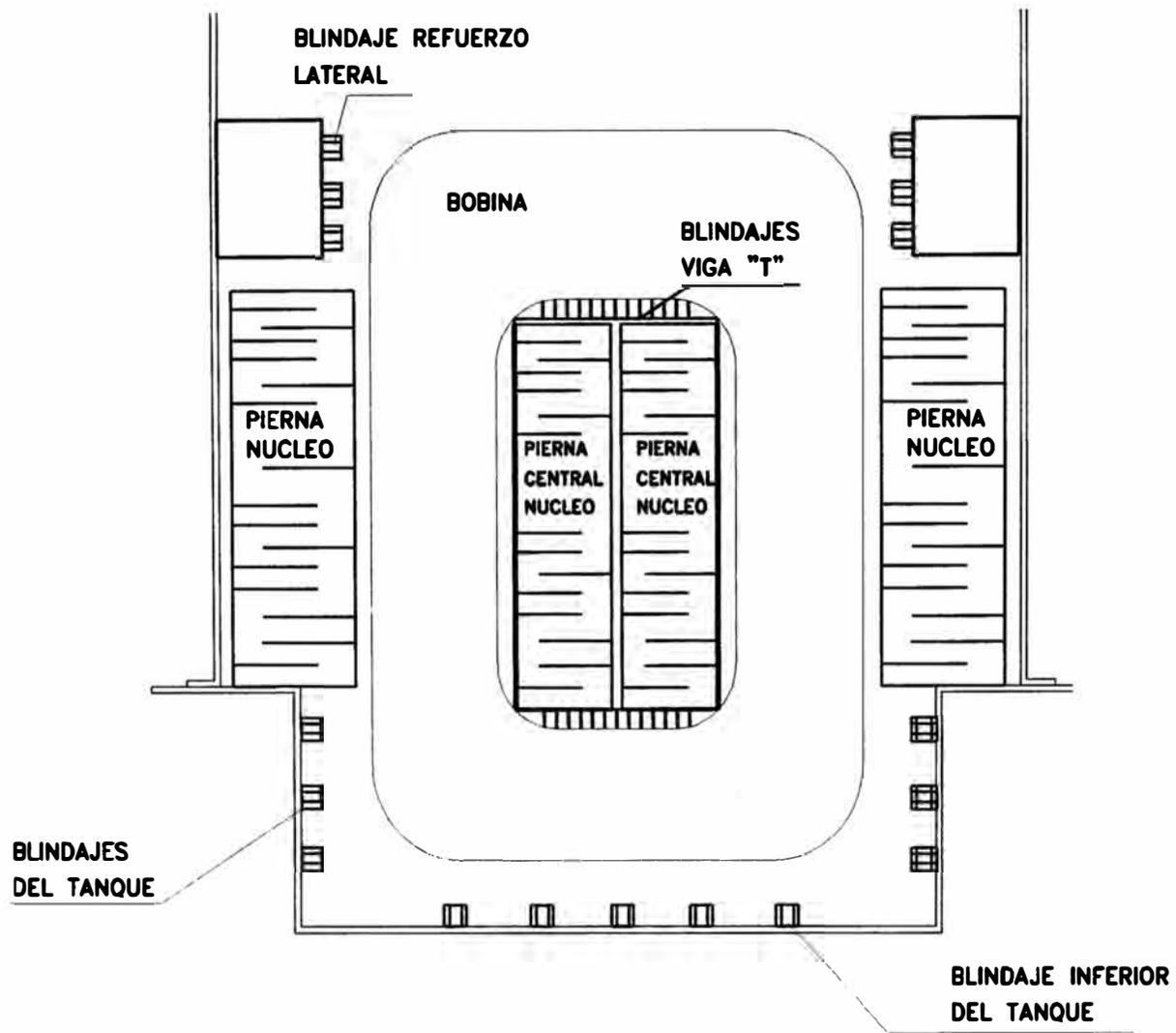


Fig. 1.10.- Sección transversal de un Transformador Tipo Acorazado.

Una vez completado el núcleo, se realiza un bandeado de las piemas y mediante el auxilio de una grúa, se procede a colocarlo en posición vertical.

Para el ensamble núcleo-bobinas, las bobinas provenientes del proceso de secado e impregnación se ensamblan en el arreglo requerido (alta tensión, baja tensión, terciarios y reguladoras) incluyendo aislamiento entre bobinas y de bobinas a núcleo y se colocan en cada piema del núcleo, que en este momento se encuentra sin yugo superior.

Posteriormente se ensambla el yugo superior y se procede a formar el ensamble de guías y barreras aislantes. Así mismo, se ensambla el cambiador de derivaciones y se hacen todas las conexiones entre los diversos componentes del transformador.

Ensamble final transformador tipo acorazado

Una vez terminado el ensamble núcleo-bobinas, el conjunto ésta listo para recibir la sección superior del tanque.

A continuación se sueldan los tanques superior e inferior, procediéndose a colocar las cuñas entre fases y entre las fases y los bastidores internos, para dar el ajuste final requerido por diseño.

Ensamblado el tanque, se procede a instalar todos los componenetes interiores y exteriores requeridos para la operación de la unidad, los cuales se listan en la tabla (1.2).

Ensamble final transformador tipo columnas:

Una vez colocado el núcleo-bobinas dentro del tanque, se sujeta a él según lo ordena la información de diseño. A continuación se coloca la cubierta ya sea que ésta se suelde o atomille. Después se instalan los elementos de conexión, enfriamiento, medición y protección que se indican en la tabla (1.2).

TABLA N. 1.2

Ensamble Interno.

1. Acoplamiento de las flechas de los cambiadores sin carga.
2. Terminar las conexiones internas requeridas.
3. Montaje del cambiador de derivaciones y sus guías de conexión.
4. Montaje de los transformadores de corriente y cableado de sus guías hacia su caja de conexiones.
5. Montaje de boquillas y sus conexiones.
6. Verificación de las distancias dieléctricas del ensamble de guías.
7. Limpieza general interna.
8. Cierre de la unidad.

Ensamble Externo

1. Radiadores de aleta.
2. Intercambiadores de calor.
3. Moto-ventiladores.
4. Moto-bomba.
5. Tanque de expansión.
6. Equipo de inyección regulada de N₂.
7. Indicador de temperatura de aceite.
8. Indicador de nivel de aceite.
9. Indicador de temperatura de los devanados.
10. Indicadores de flujo de aceite.
11. Indicadores de flujo de agua de enfriamiento.
12. Válvula de sobrepresión mecánica.
13. Relevador de sobreprotección súbita.

14. Relevador detector de gases.
15. Gabinete de control de enfriamiento y alarma.
16. Tuberías para el cableado de control y fuerza.
17. Válvulas para radiadores y enfriadores.
18. Válvulas de drenaje y muestreo.
19. Válvulas para filtro de prensa.
20. Válvulas de llenado.
21. Conector a tierra.

CAPITULO II REACTANCIA DE DISPERSION EN TRANSFORMADORES DE POTENCIA

2.1 Campo de dispersión

Según la definición del profesor Rogovski, campo de dispersión en un transformador, se denomina al campo originado por la FMM, cuya suma es igual a cero. Dicha definición en un primer instante puede resultar paradójico sin embargo al referimos a la ecuación de FMM del transformador queda entendible.

La ecuación de fuerza magnetomotriz (FMM) de un transformador con dos devanados tiene la forma:

$$\overset{\circ}{F}_1 + \overset{\circ}{F}_2 = \overset{\circ}{F}_M \quad \text{ó}$$

$$\overset{\circ}{I}_1 N_1 + \overset{\circ}{I}_2 N_2 = \overset{\circ}{I}_M N_1$$

La FMM resultante, $\overset{\circ}{I}_M N_1$, se denomina FMM, Magnetizante o FMM de excitación y origina el flujo magnético fundamental el cual se concatena totalmente con ambos devanados. En los transformadores con núcleo ferromagnético este flujo practicamente circula a través de este.

La ecuación puede ser transcrita en la forma:

$$\overset{\circ}{I}_1 = \overset{\circ}{I}_M - \overset{\circ}{I}_2 \frac{N_2}{N_1} = \overset{\circ}{I}_M + \overset{\circ}{I}_{1CAR}$$

De donde se nota que la corriente primaria resulta siendo la suma geométrica de la corriente de excitación y la componente de carga de la corriente primaria I_{1CAR} , la cual es igual a la corriente secundaria reducida al primario tomado con el signo opuesto o sea:

$$\overset{\circ}{I}_{1CAR} = -I_2 \frac{N_2}{N_1} = -\overset{\circ}{I}_2^1$$

De esta forma, todo el campo existente en el transformador se puede considerar que es originado por la FMM de excitación $F_M^{\circ} = \overset{\circ}{I}_M N_1$ y resultando igual a cero la suma de las FMMs creadas por la corriente secundaria y la componente de carga de la corriente primaria.

$$\overset{\circ}{I}_2 N_2 + \overset{\circ}{I}_{1CAR} N_1 = 0$$

El campo magnético, creado por la suma de estas FMMs según la ley de corrientes total (Amper), no puede contener líneas magnéticas concatenadas totalmente con ambos devanados del transformador, y solo existirán líneas que parcialmente o totalmente se concatenen con uno de los devanados. A este tipo de campo se le denomina, campo de dispersión de un transformador.

La distribución de la FMM de un transformador en FMM fundamental y FMM que crea el campo de dispersión, es especialmente adecuado para un transformador con núcleo ferromagnético, ya que cada una de estas FMMs crea un campo que se propaga en un medio homogéneo: El campo fundamental en un medio ferromagnético y el campo de dispersión en un medio amagnético (aire, aceite, etc.).

La ecuación de FMM para los transformadores de varios devanados tiene la forma:

$$\sum_{j=1}^n \overset{\circ}{I}_j N_j = \overset{\circ}{I}_M N_1$$

De donde:

$$\overset{\circ}{I}_1 = \overset{\circ}{I}_M - \sum_{j=2}^n \overset{\circ}{I}_j \frac{N_j}{N_1} = \overset{\circ}{I}_M + \overset{\circ}{I}_{1CAR}$$

Para este caso, el campo de dispersión es originado por la suma de las FMMs.

$$\overset{\circ}{F}_{ICAR} = \sum_{j=2}^n \overset{\circ}{F}_j = \overset{\circ}{I}_{ICAR} N_1 + \sum_{J=2}^n \overset{\circ}{I}_J N_J = 0$$

El campo de dispersión tiene un efecto considerable sobre las características y parámetros del transformador por cuanto la magnitud y la configuración de este campo determina la resistencia inductiva (Reactancia) de los devanados del transformador, las pérdidas adicionales (super óhmicas) en los mismos devanados, así mismo, las pérdidas en elementos constructivos metálicos del transformador. El campo de dispersión determina las fuerzas electromagnéticas que actúan sobre los devanados del transformador en régimen normal y de falla, así mismo determina en gran medida el calentamiento de los devanados y otras partes del transformador.

Las incógnitas relacionadas con el campo de dispersión en un transformador, resultan muy complicadas y hasta el momento no se encuentran totalmente desarrolladas, en el presente trabajo se consideran las soluciones sobre los cálculos, de las reactancias de dispersión.

2.2 Reactancia de dispersión de los devanados

Inicialmente, la solución se toma en forma aproximada, sin considerar el campo magnético creado por la propia corriente parásita (Focault); para luego considerar el efecto desmagnetizante de estas corrientes parásitas en los devanados.

2.2.1 Reactancia de dispersión en un transformador de dos devanados, con devanados concéntricos de igual altura y con distribución uniforme de FMM

Se analiza el campo de dispersión en un transformador con dos devanados concéntricos, cuyo esquema se presenta en la Fig. (2.1).

Por cuanto aquí nos interesa sólo el campo de dispersión, consideramos que las FMMs de los devanados son iguales pero de signos contrarios. Las líneas de campo se dirigen paralelas al núcleo, casi por toda la altura de los devanados, a excepción de

las partes finales en donde se encorvan. Gran porcentaje de la FMM del campo de dispersión se pierde en parte del camino de la altura de la columna ya que saliendo de sus límites, los tubos magnéticos se ensanchan y la resistencia magnética (reluctancia) decae. La reluctancia al camino del flujo de dispersión en el núcleo ferromagnético normalmente se desprecian. Para los transformadores cuya altura "h" es notablemente mayor que las dimensiones radiales $\tau_1 = b_1 + b_2 + \delta_{12}$, se puede, sin mucho error, calcular la reactancia de dispersión de los devanados considerando que el campo está compuesto por tubos magnéticos paralelos al eje de las columnas (campo axial), cuyas longitudes son iguales a las alturas de los devanados. Si la altura del devanado "h" es del mismo orden que sus dimensiones radiales τ_1 , es necesario introducir un coeficiente de corrección que considere la reluctancia por el circuito fuera de los devanados. Estos coeficientes de corrección para devanados concéntricos y de discos alternados simétricos fue obtenido por el profesor B. Rogovski basado en la solución de las ecuaciones del campo electromagnético, por lo que lleva su nombre. Estos coeficientes permiten, durante el cálculo de las reactancias de dispersión del transformador, reemplazar el mapa real del campo por otro ficticio o teórico, compuesto por tubos magnéticos paralelos cuyas longitudes son similares e iguales a:

$$l_p = \frac{h}{\rho_1}$$

Donde:

h : Altura de devanados

ρ_1 : Coeficiente de Rogovski, $\rho_1 < 1$

La curva de distribución de la FMM del campo de dispersión en cualquier sección transversal tiene la forma trapezoidal como se muestra en la parte inferior de la Fig. (2.1.b). Esto es como resultado, de que la FMM en cualquier punto de la sección es igual a la corriente total dentro del contorno formado por los tubos magnéticos, que

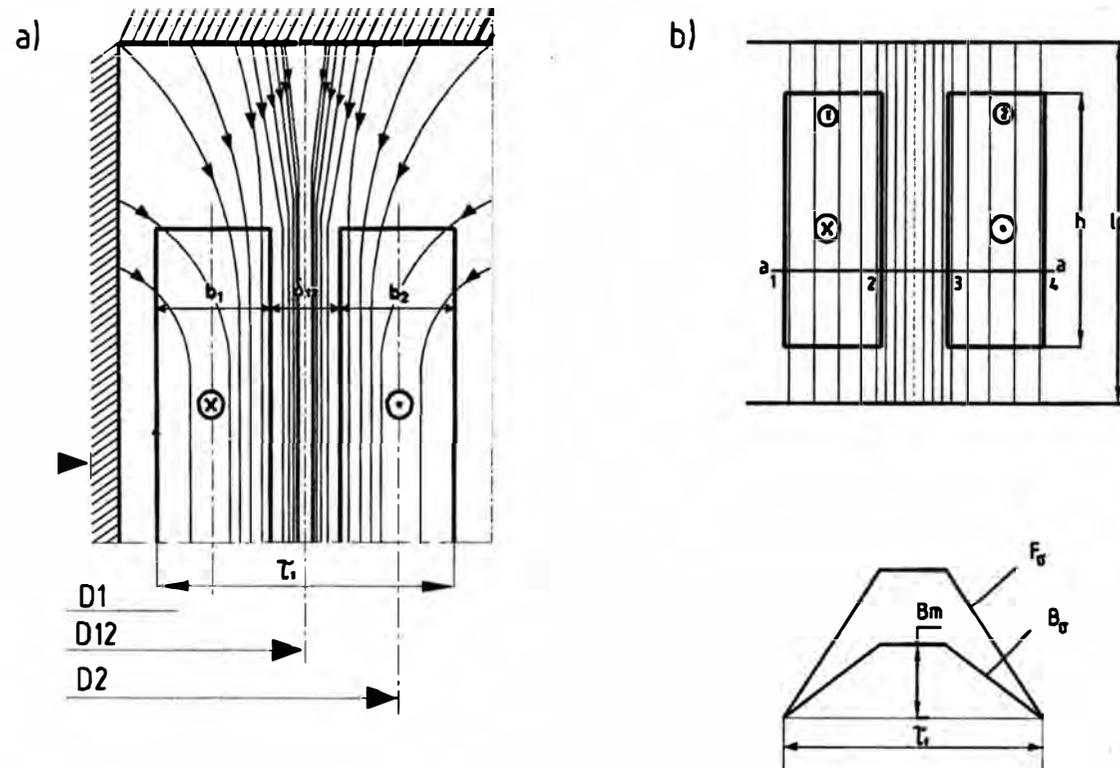


Fig. 2-1 Campo de dispersion de un transformador que tiene dos devanados concéntricos con una F.M.M. uniformemente distribuidas por la altura.

- a.- Mapa del campo real.
- b.- Esquema teorico.

pasan a través de dicho punto. En el punto 1 de la sección del corte a-a, la FMM es igual a cero, luego en la dirección de izquierda a derecha ella crece linealmente, ya que la corriente encerrada por el contorno se incrementa proporcionalmente a la distancia del punto 1.

Entre los puntos 2 y 3, la FMM, permanece constante, ya que cualquier contorno en este tramo abarca completamente el devanado primario o secundario. A partir del punto 3 la FMM comienza a disminuir en concordancia a que la corriente en el segundo devanado es de signo contrario, y que llega hasta cero en el punto 4.

La curva de distribución de la inducción magnética del campo de dispersión tiene la misma forma que la curva de FMM, ya que para el contorno formado por cualquier tubo magnético se cumple:

$$\frac{B_x}{\mu_o} l_p = (iN)_x$$

ó

$$B_x = \frac{\mu_o}{l_p} (iN)_x \equiv (iN)_x$$

O sea la inducción magnética del campo de dispersión en cualquier punto de la sección es proporcional a la corriente total $(iN)_x$, encerrado por el tubo magnético que pasa por dicho punto. La inducción máxima del campo de dispersión es:

$$B_{max} = \frac{\mu_o I_{max} N \rho l}{h}$$

(2.1)

Donde:

$I_{m\acute{a}x}$: Corriente máxima en el devanado.

N : Número de espiras en el devanado.

Para determinar las inductancias de dispersión de los devanados primario y secundario ($L_{\sigma_1} + L_{\sigma_2}$) por separado, es necesario encontrar la línea divisoria (frontera) entre los flujos magnéticos que se concatenan con cada uno de los devanados. Este problema presenta una solución dificultosa, ya que la posición de las líneas divisorias dependen de la dimensiones geométricas de los devanados. Resulta notablemente simple determinar la inductancia total de ambos devanados $L_{cc} = (L_{\sigma_1} + L_{\sigma_2})$, sin tomar en cuenta que parte del campo de dispersión total se concatena con cada uno de los devanados. La inductancia L_{cc} es denominada como: inductancia de corto circuito. Tomemos en consideración de que ambos devanados tienen el mismo número de espiras: $N_1 = N_2 = N$, esta suposición es equivalente a la reducción de un devanado a un número común de espiras.

La energía del campo magnético de dispersión esta relacionado con la inductancia de corto circuito por la expresión:

$$w = 0,5 L_{cc} i^2$$

De donde:

$$L_{cc} = 2 \frac{W}{i^2} = \frac{2 w_{max}}{I_{max}^2} = \frac{W_{max}}{I^2}$$

ó

$$X_{cc} = 2\pi f L_{cc} = \frac{2\pi f W_{max}}{I^2}$$

(2.2)

Donde:

$W_{m\acute{a}x}$: Energía del campo correspondiente a la corriente máxima.

$I_{m\acute{a}x}$: Corriente máxima en uno de los devanados.

: Corriente eficaz de uno de los devanados.

Por otro lado se tiene:

$$w = \frac{1}{2} \int_v BH dv = \frac{1}{2 \mu_o} \int_v B^2 dv$$

Donde:

$$B = \mu_o H$$

Por cuanto el campo de dispersión de un transformador atraviesa fundamentalmente un medio amagnético.

Para un canal vertical entre devanados $B = B_{\max}$ en el momento de la corriente máxima, y el volúmen ocupado por el campo de dispersión, en correspondencia con el mapa teórico del campo es:

$$V = \pi D_{12} \delta_{12} \frac{h}{\rho_1}$$

Por lo tanto la energía del campo magnético en el entrehierro entre los devanados es:

$$W_{\max 12} = \frac{B_{\max}^2}{2 \mu_o} V$$

Reemplazando:

$$B_{\max} = \mu_o H_{\max} = \mu_o \frac{I_{\max} N}{h / \rho_1}$$

y la expresión del volúmen V obtendremos:

$$W_{\max 12} = \frac{\mu_o (I_{\max} N)^2 \rho_1 \pi D_{12} \delta_{12}}{2h}$$

considerando

$$I_{\max} = \sqrt{2} I$$

Entonces

$$W_{\max 12} = \frac{\mu_o (IN)^2 \rho_1 \pi D_{12} \delta_{12}}{h} \quad (2.3)$$

Para la determinación de la energía del campo en el espacio ocupado por el devanado 1, tomamos un tubo magnético de un ancho de dx , ubicado a una distancia x del límite interior del devanado.

Entonces la inducción en el punto x será

$$B_x = B_{max} \frac{x}{b_1} = \frac{\mu_o I_{max} N \rho_1 x}{h b_1}$$

y el elemento de volumen

$$dV = \frac{\pi(D_1 - b_1 + 2x)h}{\rho_1} dx$$

En consecuencia la energía del campo será

$$W_{max1} = \frac{1}{2\mu_o} \int B_x^2 dv = \frac{1}{2\mu_o} \int_0^{b_1} \frac{\pi(D_1 - b_1 + 2X) \mu_o^2 I_{max}^2 N^2 \rho_1^2 X^2 h}{\rho_1 h^2 b_1^2} dx$$

$$W_{max1} = \frac{\mu_o \pi (IN)^2 \rho_1 b_1}{3h} \left(D_1 + \frac{b_1}{2} \right) = \frac{\mu_o \pi (IN)^2 \rho_1 b_1 D_1}{3h} \quad (2.4)$$

En forma análoga determinamos la energía del campo en el espacio, ocupado por el devanado 2

$$W_{max2} = \frac{\mu_o \pi (IN)^2 \rho_1 b_2}{3h} \left(D_2 + \frac{b_2}{2} \right) = \frac{\mu_o \pi (IN)^2 \rho_1 b_2 D_2}{3h} \quad (2.5)$$

sumando las expresiones (2.3), (2.4), (2.5), obtenemos

$$W_{max} = W_{max1} + W_{max2}$$

$$W_{max} \approx \frac{\mu_o \pi (IN)^2 \rho_1}{h} \left(D_{12} \delta_{12} + \frac{b_1 D_1 + b_2 D_2}{3} \right) \quad (2.6)$$

Para los transformadores de gran potencia, en los cuales el diámetro de los devanados son notablemente mayores que su dimensiones radiales ($D_1 \gg b_1$, $D_2 \gg b_2$), entonces se puede aproximar.

$$D_{12} \delta_{12} + \frac{b_1 D_1 + b_2 D_2}{3} \approx D_{12} \left(\delta_{12} + \frac{b_1 + b_2}{3} \right) = D_{12} \delta' \quad (2.7)$$

En consecuencia, la expresión (2.6) se transcribe en la forma:

$$W_{max} = \frac{\mu_o \pi (IN)^2 \rho_1 D_{12} \delta'}{h} \quad (2.8)$$

Reemplazando (2.8) en (2.2) obtenemos la expresión para la reactancia de dispersión del transformador:

$$X_{cc} = \frac{2\pi f \mu_o N^2 \rho_1 \pi D_{12} \delta'}{h} \quad (2.9)$$

Donde

$$\delta' = \delta_{12} + \frac{b_1 + b_2}{3}$$

Es el ancho reducido del canal principal de dispersión.

Normalmente la reactancia de cortocircuito es expresado en por unidad o porcentaje.

$$\frac{X_{cc}}{V_1} = \frac{X_{cc} I_1}{V_1} \times 100 = \frac{X_{cc} S_1}{V_1^2} \times 100 \quad (2.10)$$

Donde:

$$S_1 = V_1 I_1$$

V_1 : Tensión

I_1 : Corriente

S_1 : Potencia nominal aparente de una columna (por fase) del transformador.

La ecuación (2.10) usualmente se denomina componente inductiva de la tensión de corto circuito y se representa por los símbolos de u_{ccx} ó e_{ccx} .

La resistencia total (impedancia) de corto circuito es:

$$\frac{Z_{cc}}{V_1} = \frac{Z_{cc} I_1}{V_1} \times 100 = \frac{Z_{cc} S_1}{V_1^2} \times 100$$

Frecuentemente se le denomina tensión de corto circuito y se simboliza v_{cc} ó e_{cc} .

En consecuencia en lo sucesivo, algunas veces, utilizaremos esta terminología, pero siempre la resistencia expresada en ohmios, en por unidad o en porcentaje, representaremos por un mismo símbolo.

De las expresiones (2.9) y (2.10), reemplazando así mismo:

$$V_1 = E_o N$$

Donde:

E_o - FEM por espira obtenemos:

$$\underline{X_{cc}} = \frac{2\pi f \mu_o S_1 \rho_1 \pi D_{12} \delta'}{E_o^2 h} \times 100 \quad (2.11)$$

La igualdad (2.11) esta expresada en el sistema: SI, donde:

S_1 : En volt-ampers

E_o : En voltios

Dimensiones lineales: En metros

Reemplazando

$$\mu_o = 4 \pi \times 10^{-7} \text{ H / M}$$

Y expresando S_1 en Kilovolt-amp y las dimensiones lineales en centímetros, obtenemos:

$$\underline{X_{cc}} = \frac{2,48f S_1 \rho_1 D_{12} \delta'}{E_o^2 h} \times 10^{-2} (\%) \quad (2.12)$$

2.2.2 Reactancia de dispersión en devanados concéntricos de varias capas

En la actualidad en calidad de devanados para tensiones de 110-550 kV, se utilizan devanados compuestos por varias capas concéntricas verticales, separadas por canales de aceite. Este tipo de construcción permite disminuir las dimensiones radiales de los devanados lo que conlleva a disminuir el consumo de materiales activos por unidad de potencia, disminuir la tensión de corto circuito, así mismo permite aplicar el método muy efectivo de refrigeración circulatoria dirigida, y lo más importante, le proporciona al transformador una alta rigidez al impulso inclusive sin la utilización de

una protección especial capacitiva de un costo considerable. Algunas veces para mejorar las condiciones de refrigeración de los devanados de tensiones muchos menores que los indicados también se utilizan devanados en forma de varias capas concéntricas.

En la fig. (2.2), se muestra esquemáticamente los devanados de un transformador, uno de los cuales está compuesto por dos, y el otro por cuatro capas. En la parte inferior de la figura se gráfica el diagrama de distribución de la FMM del campo de dispersión en la sección transversal del devanado. Este mismo diagrama en otra escala reproduce el mapa de distribución de la inducción del campo de dispersión. Las FMMs de las capas del devanado se representan por $(IN)_1, (IN)_2, (IN)_3, \dots$

Los valores de FMM en los entrehierros entre las capas de los devanados, expresados en fracción de la FMM total (en P.U.) de uno de los devanados, se puede representar a través de $\alpha_{12}, \alpha_{23}, \alpha_{34}, \dots$ o sea.

$$\alpha_{12} = \frac{(IN)_1}{IN}; \alpha_{23} = \frac{(IN)_1 + (IN)_2}{IN}; \alpha_{34} = \frac{(IN)_1 + (IN)_2 + (IN)_3}{IN} \dots$$

Supongamos que el diámetro medio de los entredevanados (canales de dispersión) son iguales a D_{12}, D_{23}, \dots , y los diámetros medios de las capas de los devanados iguales a D_1, D_2, D_3, \dots

La energía electromagnética del campo de dispersión en el medio entre cualquier par de devanados, queda determinada por la fórmula (2.3). En consecuencia la energía total del campo en todos los entre devanados será:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^s W_{max} \delta &= \frac{\mu_o (IN)^2 \rho_1 \pi}{h} (\alpha_{12}^2 D_{12} \delta_{12} + \alpha_{23}^2 D_{23} \delta_{23} + \dots) \\ &= \frac{\mu_o (IN)^2 \rho_1 \pi}{h} \sum_{k=2}^s \alpha_{(k-1)k}^2 D_{(k-1)k} \delta_{(k-1)k} \end{aligned} \quad (2.13)$$

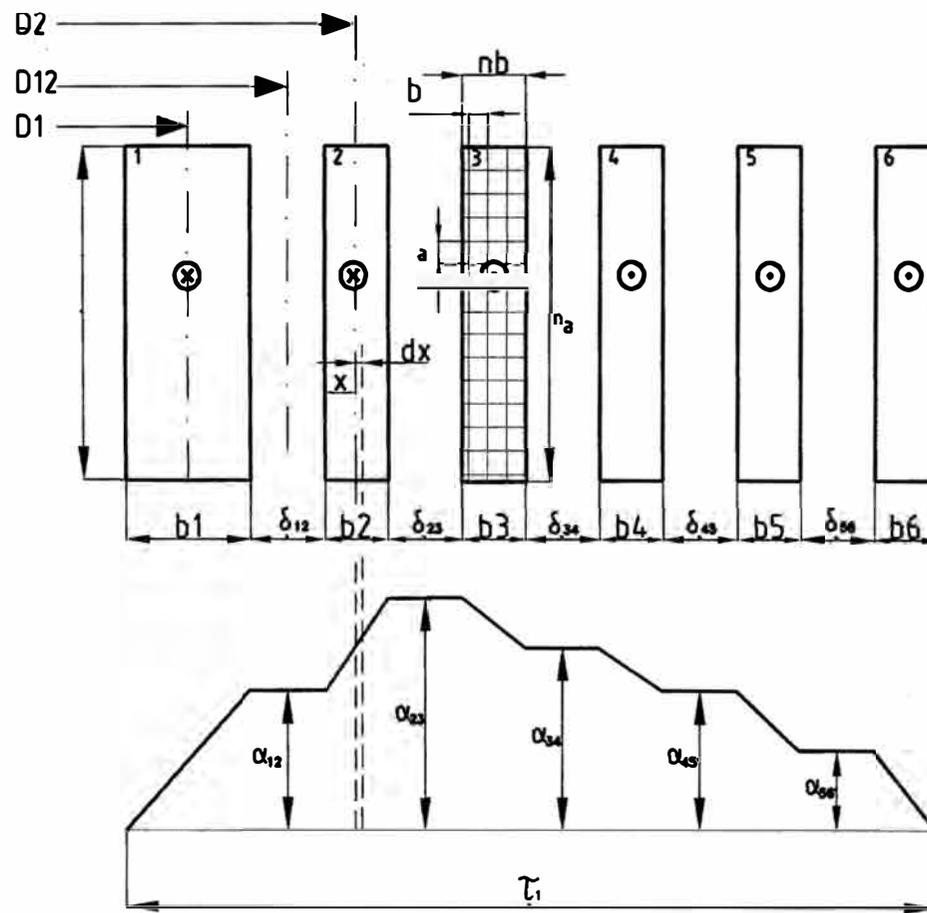


Fig. 2-2 Devanado Concentrico multicapa

Ahora calculamos la energía del campo, correspondiente al espacio ocupado por los devanados. La FMM en el punto x (Fig. 2.2) es:

$$F_x = I_{max} N \left(\alpha_{12} + \frac{\alpha_{23} - \alpha_{12}}{b_2} X \right)$$

Donde:

$I_{max} N$ = Valor máximo de FMM resultante de todos los devanados.

α_{12}, α_{23} = Valores relativos de FMM en los canales por ambos lados de la capa 2.

La inducción en el punto x será:

$$B(x) = \frac{\mu_o \rho_1 F_x}{h} = \frac{\mu_o I_{max} N \rho_1 \left(\alpha_{12} + \frac{\alpha_{23} - \alpha_{12}}{b_2} x \right)}{h}$$

El elemento de volumen de la capa con un espesor elemental dx es igual

$$dV = \frac{\pi(D_2 - b_2 + 2x)h dx}{\rho_1}$$

En consecuencia, la energía del campo en el espacio, ocupado por la capa del segundo devanado es:

$$\begin{aligned} W_{max2} &= \frac{1}{2\mu_o} \int_v B_x^2 d_v \\ &= \frac{1}{2\mu_o} \int_0^{b_2} \frac{\mu_o^2 (IN)^2 \rho_1^2 \left(\alpha_{12} + \frac{\alpha_{23} - \alpha_{12}}{b_2} X \right)^2}{h^2 \rho_1} \pi(D_2 - b_2 + 2x)h dx \\ W_{max2} &= \frac{\mu_o \rho_1 (IN)^2 \pi D_2 b_2}{3h} (\alpha_{12}^2 + \alpha_{12} \alpha_{23} + \alpha_{23}^2) \end{aligned} \quad (2.14)$$

En forma análoga para cualquier k-énima capa de devanado.

$$W_{max} = \frac{\mu_o \rho_1 (IN)^2 \pi D_k b_k}{3h} \left[\alpha_{(k-1)k}^2 + \alpha_{(k-1)k} \alpha_{k(k+1)} + \alpha_{k(k+1)}^2 \right] \quad (2.15)$$

La energía del campo en el espacio, ocupado por las "S" capas de ambos devanados es:

$$\sum_{k=1}^S W_{max} = \frac{\mu_o \rho_1 (IN)^2 \pi}{h} \sum_{k=1}^S D_k \frac{b_k}{3} \left[\alpha_{(k-1)k}^2 + \alpha_{(k-1)k} \alpha_{k(k+1)} + \alpha_{k(k+1)}^2 \right] \quad (2.16)$$

Sumando las expresiones (2.13) y (2.16), encontramos la energía del campo de dispersión del transformador para una columna (fase):

$$W_{max} = \frac{\mu_o \rho_1 (IN)^2 \pi}{h} \left\{ \sum_{k=1}^S D_k \frac{b_k}{3} \left[\alpha_{(k-1)k}^2 + \alpha_{(k-1)k} \alpha_{k(k+1)} + \alpha_{k(k+1)}^2 \right] + \sum_{k=2}^S \alpha_{(k-1)k}^2 D_{(k-1)k} \delta_{(k-1)k} \right\} \quad (2.17)$$

De esta manera, la reactancia de dispersión de un transformador de dos devanados tipo concéntrico, de varias capas ver fig. (2.3) queda expresada de la siguiente manera.

$$X_{cc} = \frac{2\pi f \mu_o \rho_1 N^2 \pi}{h} \left\{ \sum_{k=1}^S \frac{D_k b_k}{3} \left[\alpha_{(k-1)k}^2 + \alpha_{(k-1)k} \alpha_{k(k+1)} + \alpha_{k(k+1)}^2 \right] + \sum_{k=2}^S \alpha_{(k-1)k}^2 D_{(k-1)k} \delta_{(k-1)k} \right\} \quad (2.18)$$

Donde:

$$\alpha_{01} = 0$$

Expresando la potencia por columna o fase en kilovoltamperios y las dimensiones lineales en centímetros, y pasando a la expresión de la reactancia en por unidad o en porcentaje, obtenemos:

$$\underline{X_{cc}} = \frac{2.48f S_1 \rho_1 10^{-2}}{E_o^2 h} \left\{ \sum_{k=1}^S \frac{D_k b_k}{3} \left[\alpha_{(k-1)k}^2 + \alpha_{(k-1)k} \alpha_{k(k+1)} + \alpha_{k(k+1)}^2 \right] + \right.$$

$$+ \left. \sum_{k=2}^s \alpha_{(k-1)k}^2 D_{(k-1)k} \delta_{(k-1)k} \right\} (\%) \quad (2.19)$$

El coeficiente de Rogovski para devanados concéntricos considerados en las fórmulas (2.9), (2.12), (2.18), (2.19), queda expresada por la siguiente fórmula:

$$\rho_1 = 1 - \frac{1}{\pi u} (1 - e^{-\pi u}) \quad (2.20)$$

Donde:

$$u = \frac{h}{\tau_1}$$

$$\tau_1 = b_1 + b_2 + \dots + \delta_{12} + \delta_{23} + \dots$$

Representa la suma total del espesor de todas las capas de los devanados y los canales entre ellos.

En la tabla 2.1 se dan los valores que toma el coeficiente ρ_1 , calculados por la fórmula (2.20).

h/τ_1	0.5	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.5
ρ_1	0.5	0.55	0.64	0.69	0.74	0.77	0.8	0.82	0.84	0.87
c/τ_1 mayor que	0.25	0.245	0.226	0.225	0.21	0.208	0.2	0.198	0.19	0.187

h/τ_1	3.0	3.5	4.0	5.0	6.0	8.0	10	20	30
ρ_1	0.89	0.91	0.93	0.94	0.95	0.96	0.97	0.984	0.99
c/τ_1 mayor que	0.184	0.175	0.166	0.164	0.162	0.16	0.155	0.152	0.15

Tabla 2.1 Valores del coeficiente de Rogovski para devanados concéntricos.

Para devanados de gran altura y pequeños espesores, cuando $\pi u = \left(\frac{\pi h}{\tau_1} \right) > 3$, la expresión $e^{-\pi u}$ es despreciado en comparación con la unidad y se utiliza la fórmula simplificada.

$$\rho_1 = 1 - \frac{l}{\pi u} = 1 - \frac{\tau_1}{\pi h} \quad (2-21 a)$$

En muchos casos, la utilización del coeficiente de Rogovski para el cálculo de la reactancia de dispersión de los devanados concéntricos, arroja buenos resultados. Sin embargo, en algunos casos los resultados son sensiblemente incongruentes con los resultados experimentales; por lo tanto, es necesario evaluar los límites de la aplicación de este coeficiente.

La fórmula (2.20) fué deducida con la suposición de que el devanado se encuentra notoriamente alejado de la superficie ferromagnética; para lo cual se tomó en cuenta la distancia hasta la viga en el caso de devanados concéntricos y hasta la columna para devanados tipo disco. Simbolizando con C_1 la distancia a la cual las líneas magnéticas ficticias aparecen fuera de los límites por ambos lados de los devanados, obtenemos:

$$C_1 = \frac{l_p - h}{2} = \frac{h}{2} \left(\frac{l}{\rho_1} - 1 \right)$$

Donde:

l_p = longitud ficticia de los tubos magnéticos

h = altura de los devanados.

Se nota claramente, que la verdadera distancia C desde la superficie del devanado hasta la superficie ferromagnética, medida a lo largo de los tubos magnéticos reales de dispersión; debe ser mayor que el alargamiento ficticio C_1 , o sea:

$$C \geq C_1$$

$$\text{ó} \quad \frac{c}{\tau_1} \geq \frac{h}{2\tau_1} \left(\frac{1}{\rho_1} - 1 \right)$$

por cuanto ρ_1 esta en función de $\frac{h}{\tau_1}$,

entonces esta fórmula posibilita determinar la distancia mínima del devanado hasta la viga, para el cual el coeficiente de Rogovski, calculado por la fórmula (2.20) si tiene sentido.

Los resultados de cálculo C/τ_1 se dan en la tabla (2.1). De esta tabla se aprecia, que un amplio rango de valores h/τ_1 , la distancia desde el devanado hasta la viga debe ser mayor o igual a $(0.2 - 0.25)\tau_1$. Esta condición normalmente se cumple; sin embargo en devanados relativamente amplios y de poca altura puede salirse del rango, por lo tanto el cálculo con ayuda del coeficiente de Rogovski puede ocasionar cierto error.

2.2.3 Reactancia de dispersión en devanados tipo disco (alternado)

El devanado alternado se utiliza fundamentalmente en los transformadores del tipo acorazado. Sin embargo algunas veces, también es utilizado en los transformadores del tipo columna. Las bobinas de alta y baja tensión en estos devanados se alternan uno con otro Fig. (2.4).

La mayor aplicación corresponde al devanado alternado simétrico el cual, con relación al mapa del campo magnético de dispersión, puede ser dividido en una serie de secciones iguales, compuesto por la mitad de bobinas de alta y baja tensión. Una de la bobinas de baja tensión se arrolla en forma de dos semibobinas las cuales van ubicadas cerca a las vigas superior e inferior. A simple vista pareciera, que el campo de dispersión de las secciones laterales se diferencian notablemente del campo de dispersión en las demás secciones. Sin embargo, si se considera, que el acero de las vigas posee una permeabilidad magnética infinita entonces será posible aplicar el método de mapeo conforme y reemplazar el acero de la viga por la imagen de un

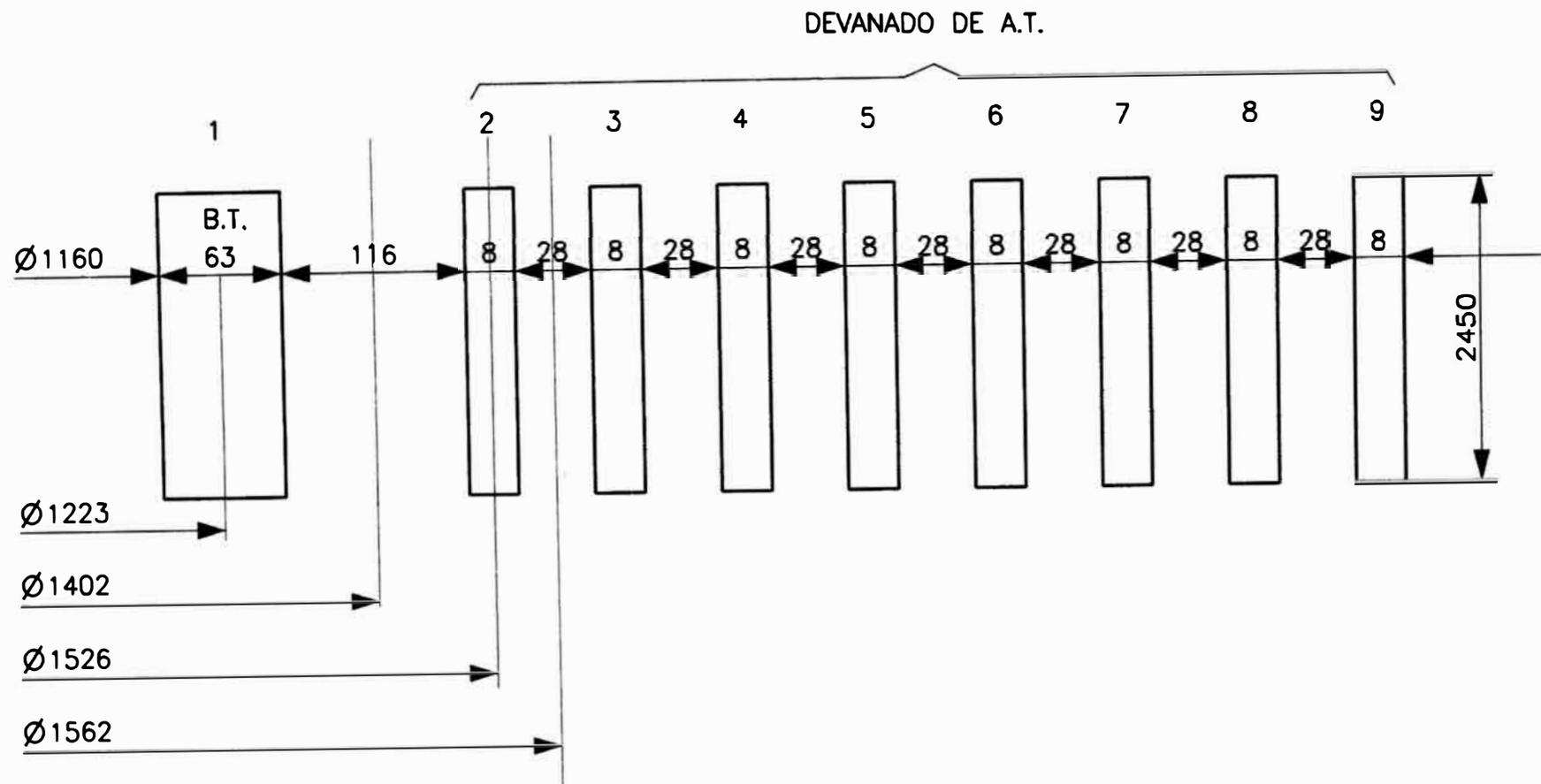


Fig:2.3 Dimensiones de un devanado multicapa de un transformador

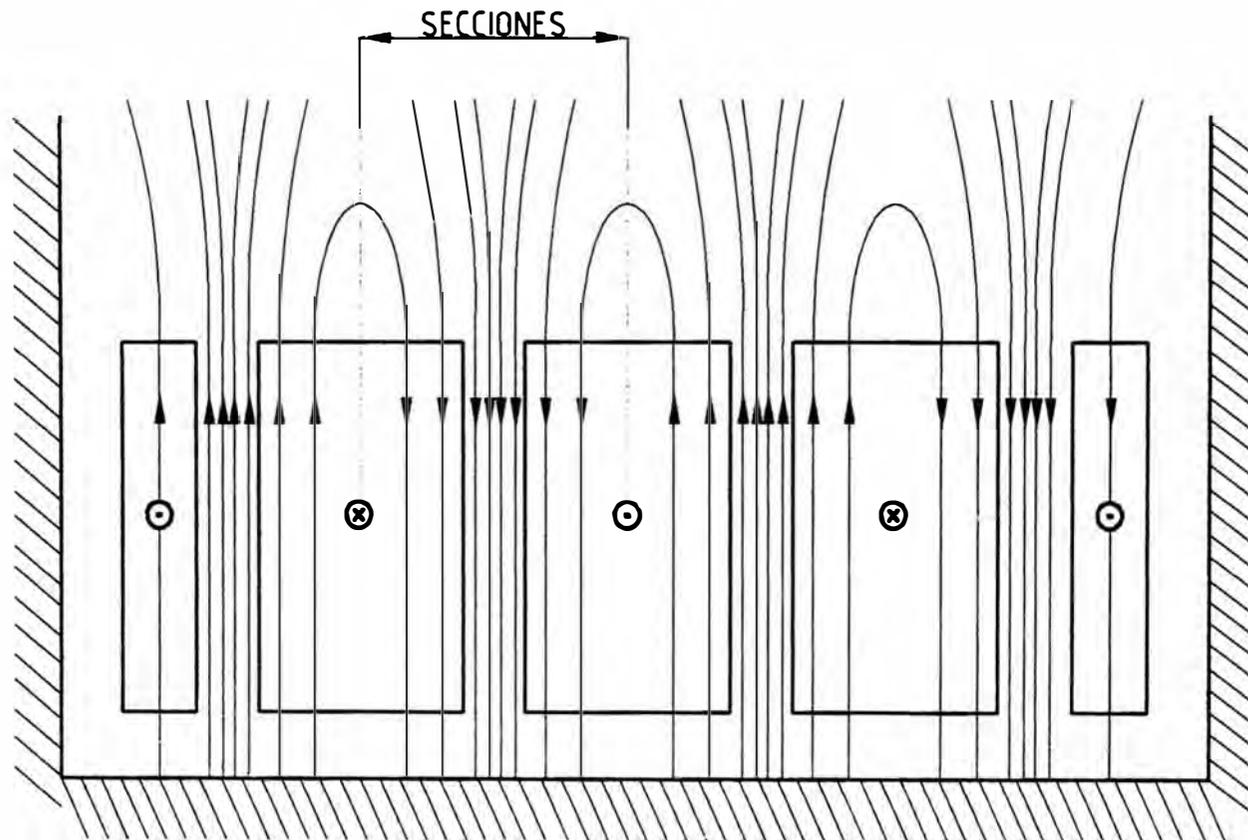


Fig. 2-4 Devanado Tipo Disco (Alternado) Simetrico

devanado fig. (2.5). En este caso todas las secciones, incluyendo los laterales, resultan iguales. En nuestro estudio solo veremos el devanado alternado simétrico.

El campo de dispersión, originado por un devanado alternado, se denomina transversal o radial, ya que los tubos magnéticos van dirigidos perpendicularmente a la superficie de la columna (suponiendo que $\mu_{fe} = \infty$).

Supongamos que el número de espiras de alta y baja tensión son iguales a N, y el número de secciones en uno de los devanados es igual a n, entonces el número de espiras en una sección será igual a N/n. La reactancia de una sección puede ser determinada, utilizando la analogía entre el campo de dispersión de un par de devandos concéntricos (Fig. 2.1) y las secciones de un devanado alternado simétrico (Fig. 2.5). En la última figura se ilustra el mapa teórico del campo de dispersión, compuesta por tubos magnéticos paralelos de longitudes.

$$l_p = \frac{h}{\rho_2}$$

Donde:

ρ_2 : Es el coeficiente de Rogovski para un devanado alternado.

La FMM y la inducción del campo de dispersión en cualquier área longitudinal de la sección está distribuida trapezoidalmente, sin embargo a diferencia del devanado concéntrico aquí la inducción en las diferentes áreas resultan diferentes, pues, al incrementarse el diámetro de la sección longitudinal, esta disminuye. Además en los transformadores de potencia la dimensión radial del devanado es generalmente pequeña en comparación al diámetro medio (D) y debido a esto se puede considerar con un grado de seguridad suficiente que la inducción a lo largo del canal de dispersión, es constante e igual a la inducción en la sección media. Si hay necesidad, se puede considerar la no constancia de la inducción.

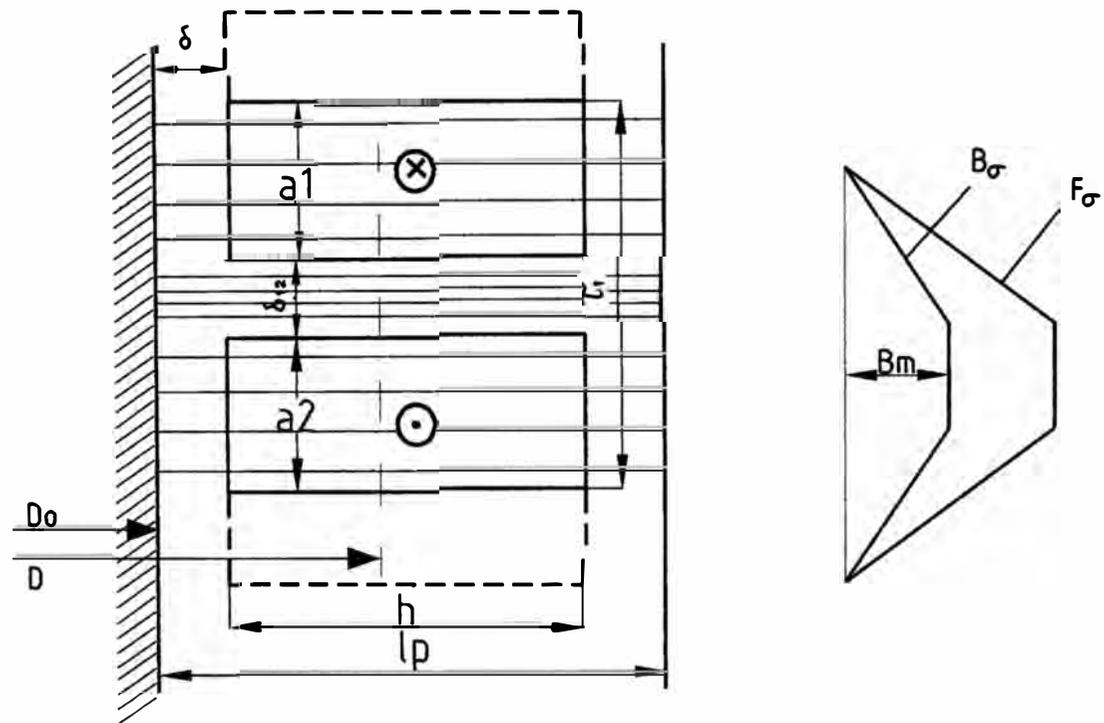


Fig. 2-5 Seccion de un Devanado Alternado Simetrico

Simbolicemos la inducción en la sección media del canal de dispersión por B_{med} ; entonces reemplazando N por N/n , D_{12} por D , ρ_1 por ρ_2 , en (2.9), obtenemos la reactancia en una sección.

Donde:

$$X_s = \frac{2\pi f \mu_o N^2 \rho_2 \pi D \delta'}{n^2 h} \quad (2.22)$$

Donde:

$$\delta' = \delta_{12} + \frac{a_1 + a_2}{3}$$

La reactancia de dispersión de un devanado, compuesto por n secciones conectadas en serie, será en n veces mayor, o sea:

Donde:

$$X_{cc} = \frac{2\pi f \mu_o N^2 \rho_2 \pi D (\delta_{12} + \frac{a_1 + a_2}{3})}{nh} \quad (2.23)$$

Esta expresión también es aplicable para secciones conectadas en paralelo. Para este caso el número de espiras en una sección será N , por conectarse ella a plena tensión y la resistencia de todo el devanado será en n veces menor. La expresión (2.23) en porcentaje será:

$$\underline{X_{cc}} = \frac{2,48f S_1 \rho_2 D (\delta_{12} + \frac{a_1 + a_2}{3})}{E_o^2 hn} \times 10^{-2}\% \quad (2.24)$$

El coeficiente de Rogovski ρ_2 para devanados alternados despreciando la presencia del acero o considerando que el acero se encuentra muy alejado del devanado, puede ser calculado por la misma fórmula utilizada para el devanado concéntrico (2.20). Sin embargo el efecto del acero de la columnas y las vigas, para este caso, es más

apreciable que en los devanados concéntricos; debido a esto el no considerar la presencia de este puede ocasionar errores considerables.

El coeficiente de Rogovski para los devanados alternados, considerando el efecto del acero, es diferente para los transformadores tipo columna y tipo acorazado, ya que en el transformador acorazado una parte de cada bobina tiene acero por ambos lados mientras que la parte restante solo por un lado, y en el transformador de columnas por todo el perímetro de las bobinas el acero solo está presente por un lado.

Para los transformadores de columna con devanados alternados o de discos se tiene. (Fig. 2.5)

$$\rho_2 = 1 - \frac{l}{\pi u} (1 - e^{-\pi u}) [1 - 0,5 e^{-2\pi v} (1 - e^{-\pi u})] \quad (2.25)$$

$$u = \frac{h}{\tau_2}; \quad v = \frac{\delta}{\tau_2}$$

τ_2 : Ancho de la semionda FMM del campo transversal ver. Fig. (2.9).

δ : Distancia entre el devanado y el núcleo

Para $\delta \rightarrow \infty$ la fórmula (2.25) se transforma en (2.20).

Para acelerar el cálculo, en las figuras (2.6) y (2.7) se dan las curvas $\rho_2 = f(u)$ para diferentes valores v , obtenidos de acuerdo a la fórmula (2.25).

Para los transformadores acorazados con devanados alternados el coeficiente de Rogovski es:

$$\rho_2 = 1 - \frac{1}{\pi u} (1 - e^{-\pi u}) \left\{ 1 - 0,5 e^{-2\pi v} (1 - e^{-\pi u}) \left[\frac{l_2}{l} + \frac{l_1}{l} (1 + e^{-\pi(v'-v)}) \right] - \frac{l_1}{l} e^{-\pi(u+2v+2v')} \right\} \quad (2.26)$$

Donde:

l : Es el perímetro medio de la bobina

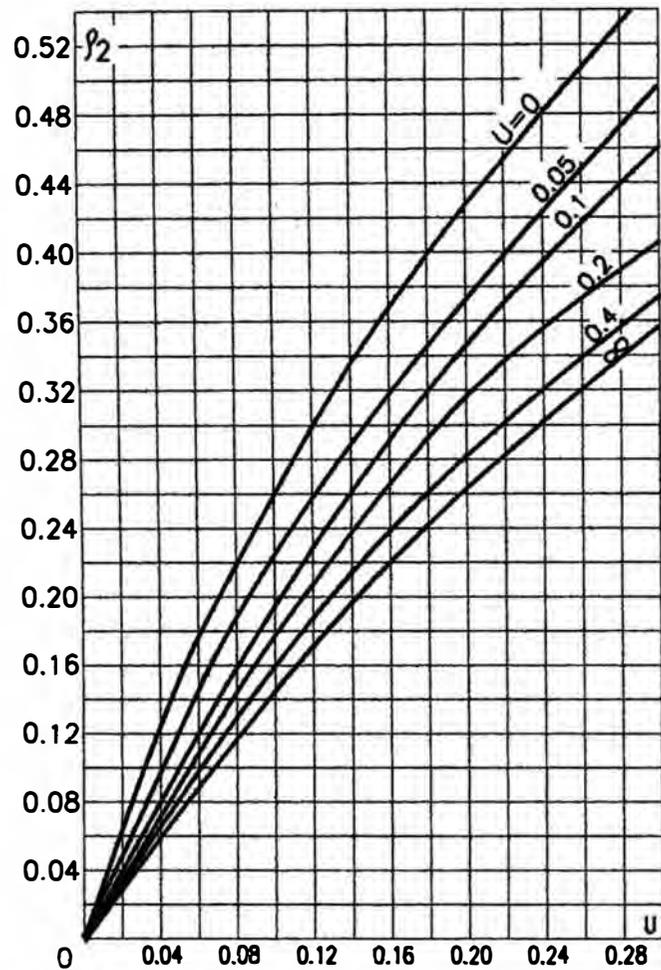


Fig:2.6 Curva para la determinacion del coeficiente de Rogovsky, para transformadores tipo columna con devanados alternados o de discos para valores pequeños de u .

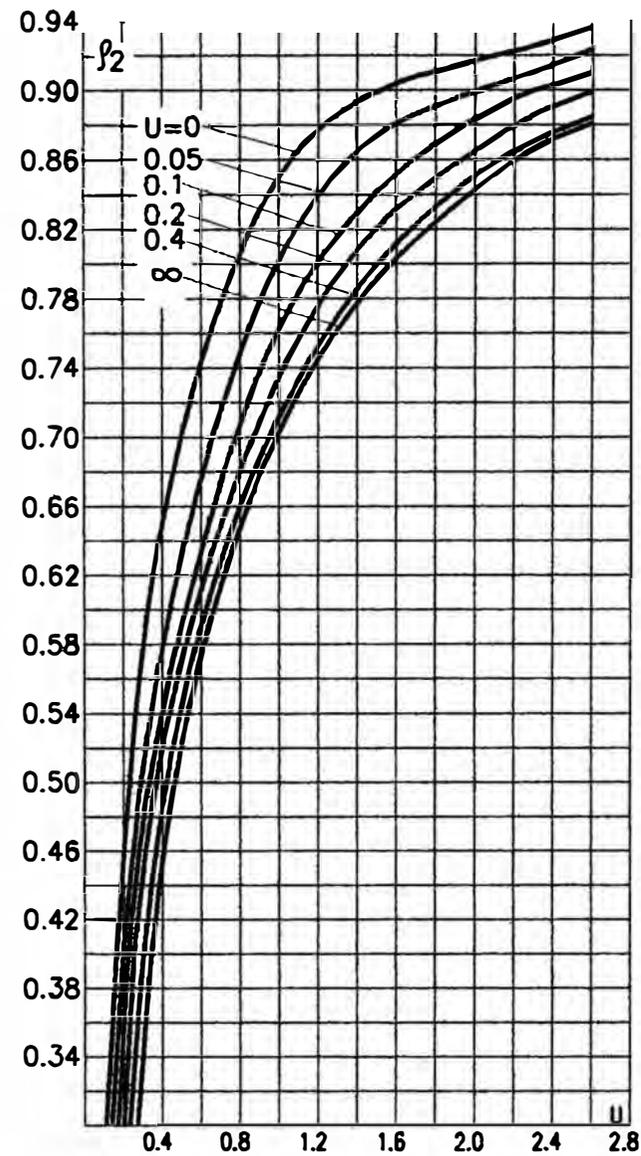


Fig:2.7 Curva para la determinacion del coeficiente de Rogovsky, para transformadores tipo acorazado con devanados alternados o de discos para valores grandes de u .

l_1 : Es la parte del perímetro de la bobina, que tiene acero por ambos lados

l_2 : Es la parte restante del perímetro de la bobina

$$v = \frac{\delta}{\tau_2}; \quad v' = \frac{\delta'}{\tau_2}$$

δ y δ' son las distancias desde la bobina hasta el núcleo por los 2 lados del devanado

Fig. (2.8).

En los transformadores de gran potencia con bobinas de devanados alternados, para elevar la superficie de refrigeración se dividen en varias capas, divididos por canales de aceite (Fig. 2.9).

El número de capas en las bobinas de alta y baja tensión pueden ser diferentes e inclusive fraccionarias. El ancho de la sección se determina por el ancho de la semionda de FMM, indicado en la parte derecha de la Fig. (2.9).

Representando la FMM de las diferentes capas de cada sección como $(IN)_1$, $(IN)_2$, $(IN)_3$, y la FMM en los canales entre las capas de cada sección, expresadas en p.u. en función de la FMM total de una sección, a través de:

$$\alpha_{12} = \frac{(IN)_1}{IN}; \quad \alpha_{23} = \frac{(IN)_1 + (IN)_2}{IN}$$

Donde:

n: Es el número de secciones en el devanado

La energía total del campo magnético de todos los canales entre las capas de una sección puede ser calculado por la fórmula analoga a (2.13). En vista de que todas las capas de un devanado simétrico alternado tienen igual diámetro, entonces este puede ser factorizado del signo Σ ; de esta forma obtenemos:

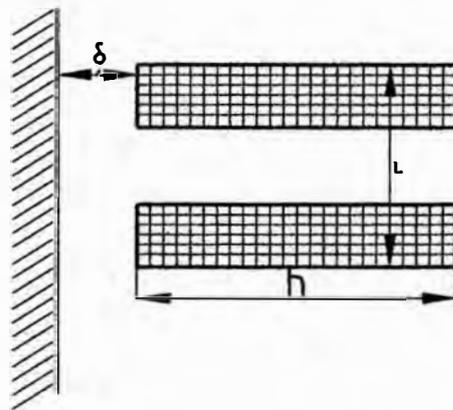
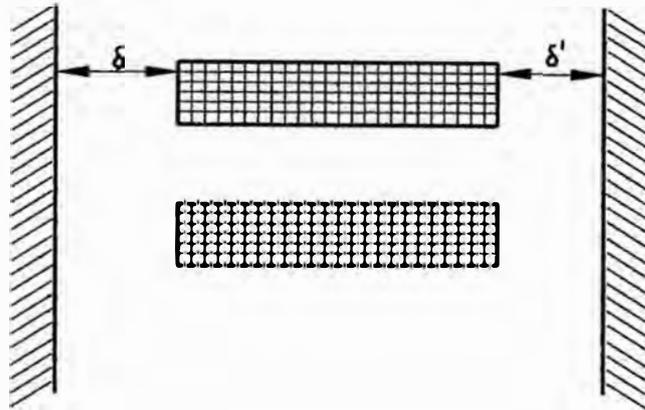


Fig. 2-8 Parte de la seccion de un devanado que tiene acero por ambos lados y por un lado.

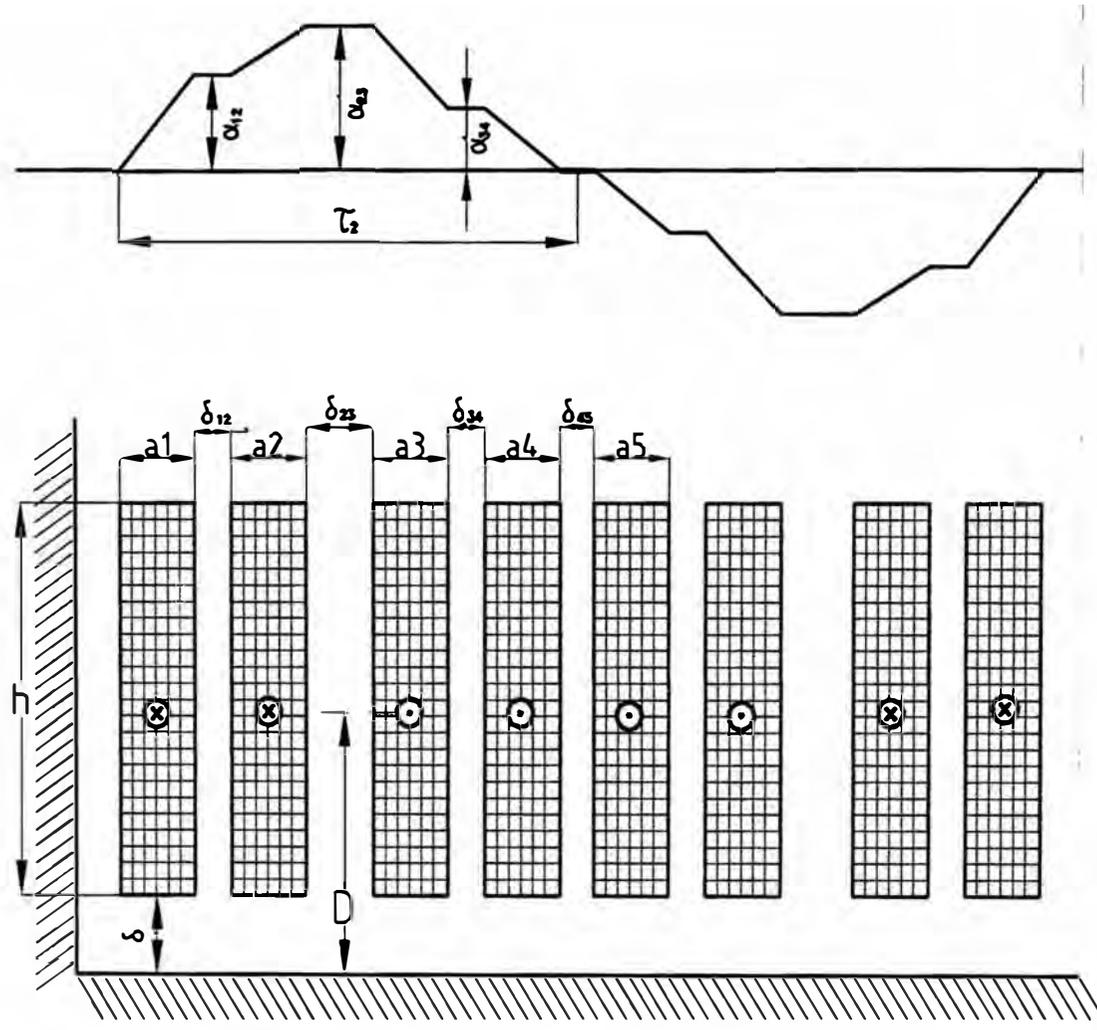


Fig. 2-9 Devanado alternado simetrico con bobinas de varias capas.

$$\sum_{k=2}^s W_{m\delta} = \frac{\mu_o (IN)^2 \rho_2 \pi D}{n^2 h} [\alpha_{12}^2 \delta_{12} + \alpha_{23}^2 \delta_{23} + \dots] = \frac{\mu_o (IN)^2 \rho_2 \pi D}{n^2 h} \sum_{k=2}^s \alpha_{(k-1)k} \delta_{(k-1)k} \quad (2.27)$$

Donde:

n : Es el número de secciones

s : El número de capas en la sección

IN: Es la FMM total del devanado

La energía de todas las capas de una sección por analogía con (2.17) se tiene:

$$\sum_{k=1}^s W_{mk} = \frac{\mu_o (IN)^2 \rho_2 \pi D}{n^2 h} \sum_{k=1}^s \frac{a_k}{3} [\alpha_{(k-1)k}^2 + \alpha_{(k-1)k} \alpha_{k(k+1)} + \alpha_{k(k+1)}^2] \quad (2.28)$$

Donde:

Sumando las expresiones (2.27) y (2.28) y multiplicando por el número de secciones n, obtenemos la expresión para la energía del campo de dispersión de todo el devanado.

$$W_m = \frac{\mu_o \rho_2 (IN)^2 \pi D}{n h} \left\{ \sum_{k=2}^s \alpha_{(k-1)k}^2 \delta_{(k-1)k} + \sum_{k=1}^s \frac{a_k}{3} [\alpha_{(k-1)k}^2 + \alpha_{(k-1)k} \alpha_{k(k+1)} + \alpha_{k(k+1)}^2] \right\} \quad (2.29)$$

La reactancia de corto circuito del devanado (ver (2.2)) será:

$$X_{cc} = 2\pi f \frac{W_m}{I^2}$$

$$X_{cc} = \frac{2\pi f \mu_o \rho_2 N^2 \pi D}{n h} \left\{ \sum_{k=2}^s \alpha_{(k-1)k}^2 \delta_{(k-1)k} + \sum_{k=1}^s \frac{a_k}{3} [\alpha_{(k-1)k}^2 + \alpha_{(k-1)k} \alpha_{k(k+1)} + \alpha_{k(k+1)}^2] \right\} \quad (2.30)$$

La reactancia de corto circuito expresada en porcentaje será:

$$X_{cc\%} = \frac{2.48 f S_1 \rho_2 D}{E_g^2 h n} \left\{ \sum_{k=2}^s \alpha_{(k-1)k}^2 \delta_{(k-1)k} + \sum_{k=1}^s \frac{a_k}{3} \left[\alpha_{(k-1)k}^2 + \alpha_{(k-1)k} \alpha_{k(k+1)} + \alpha_{k(k+1)}^2 \right] \right\} \times 10^{-2}$$

(2.31)

Donde:

S_1 : es la potencia por columna en KVA (todas las dimensiones lineales son expresadas en cm).

2.2.4 Reactancia de dispersión de un transformador con distribución asimétrica de fuerza magnetomotriz

En los capítulos anteriores se estudió que en los devanados concéntricos de igual altura con distribución uniforme de FMM, el campo de dispersión es solo axial por toda la altura del devanado, a excepción de sus partes finales (superior e inferior).

Asimismo se señaló que el cálculo de la reactancia y las pérdidas en los conductores, en este caso no presentaba dificultad; sin embargo muchas veces la distribución de FMM resulta asimétrica (no uniforme) debido a la presencia de las derivaciones de regulación, del aislamiento desigual a lo alto del devanado, etc; en estos casos el campo de dispersión deja de ser solo axial y si este efecto no se considera puede inducir errores apreciables.

En la fig. (2.10) se muestran 2 devanados concéntricos de diferentes alturas debido a la presencia de las derivaciones de regulación al final del devanado externo, en la parte final de un devanado.

Para una regulación de tensión en los límites de $\pm \beta/2$ % la zona de regulación ocupa aproximadamente $\beta\%$ de toda la altura, por lo tanto el devanado externo puede resultar en

$$\frac{\beta}{100} h_1 = h_1 - h_2$$

más corta que el devanado interno. Descomponemos la FMM del campo de dispersión del devanado en dos componentes: longitudinal, creado por el campo axial y transversal, creado por el campo radial. Para este fin reemplazamos los dos devanados por otros 3 devanados, de los cuales el devanado «A» tiene distribución uniforme de FMM que origina el campo axial y el devanado «B» con un ancho de $\tau_1 = b_1 + b_2 + \delta_{12}$ tiene una distribución de FMM tal que conjuntamente con el devanado A se origine la distribución asimétrica de FMM. De la fig. (2.10) se observa que el devanado «B» representa a una sección de un devanado alternado con número de espiras igual a $N\beta / 100$ y que originan el campo de dispersión transversal. La distribución de FMM de este campo se muestra en la parte derecha de la figura (2.10).

La reactancia de dispersión del devanado «A» de acuerdo a (2.9) es

$$X_1 = \frac{2\pi f \mu_o N^2 \rho_1 \pi D_{12} \delta'}{h_1}$$

Donde:

$$\delta' = \delta_{12} + \frac{b_1 + b_2}{3}$$

La reactancia del devanado «B» puede ser calculado por la fórmula (2.22) si en esta se reemplaza

$$\frac{N}{n} \text{ por } \frac{N\beta}{100}, \quad \delta' \text{ por } \frac{h_1}{3} \quad \text{y} \quad h \text{ por } \tau_1;$$

entonces se obtiene:

$$X_2 = \frac{2\pi f \mu_o N^2 \beta^2 \rho_2 \pi D_{12} h_1}{3 \tau_1 10^4} \quad (2.32)$$

Las reactancias X_1 y X_2 determinan la característica del campo de dispersión originados por una misma corriente, y debido a esto deben ser sumados algebraicamente. De este modo, la reactancia de cortocircuito del transformador será:

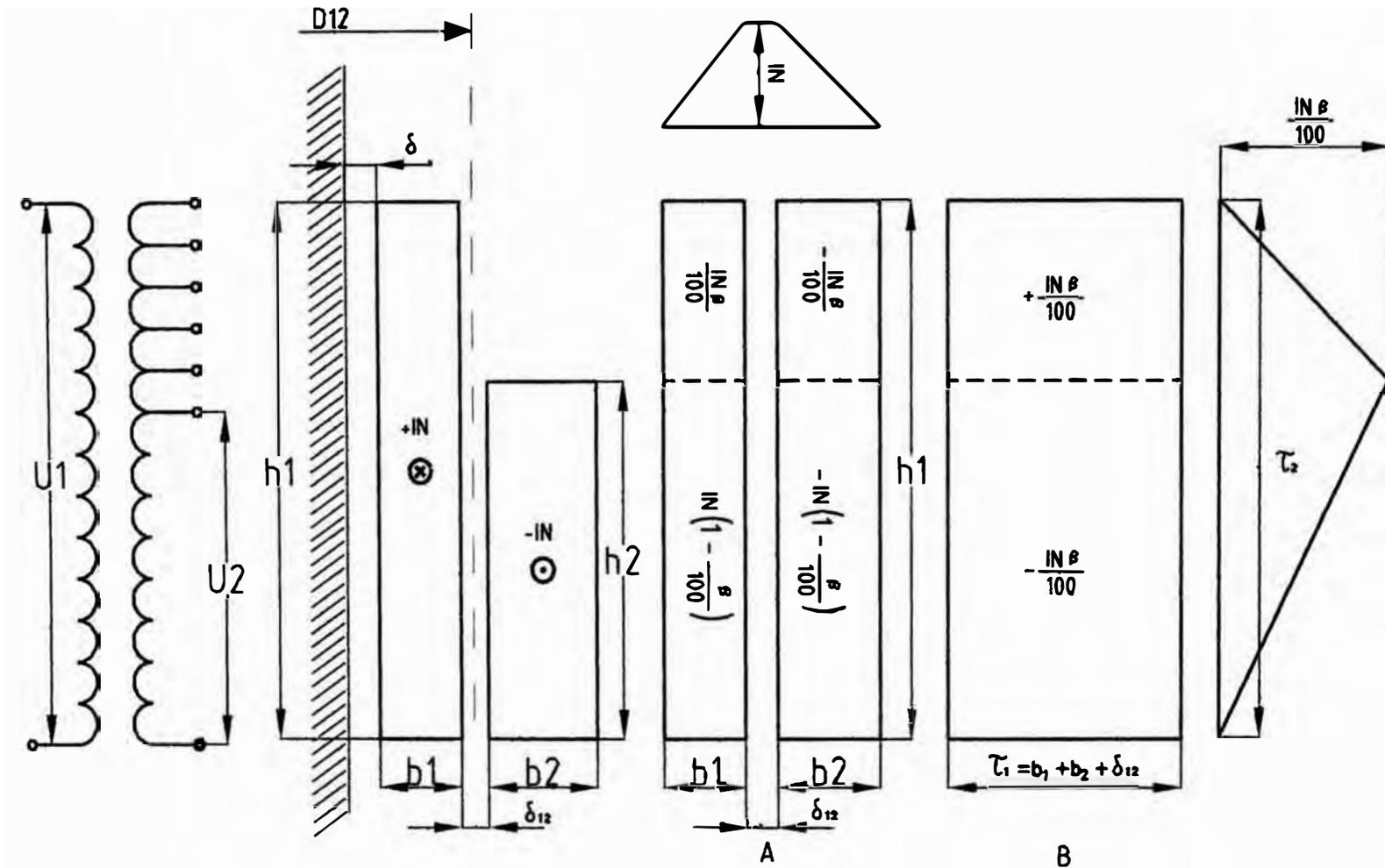


Fig. 2-10 Distribucion de la F.M.M. de dispersion del devanado en sus componentes longitudinal(axial) y transversal(radial) por la presencia de una zona de regulacion ubicado en la parte final de un devanado.

$$X_{cc} = X_1 + X_2 = \frac{2\pi f \mu_o N^2 \rho_1 \pi D_{12} \delta'}{h_1} \left(1 + \frac{\beta^2 \rho_2 h_1^2}{3 \rho_1 \tau_1 \delta' 10^4} \right) = X_1 k_q \quad (2.33)$$

Donde:

K_q : Es el coeficiente que considera la elevación de la reactancia de dispersión en los devanados del transformador debido a la distribución asimétrica de FMM:

$$K_q = 1 + \frac{\beta^2 \rho_2 h_1^2}{3 \rho_1 \tau_1 \delta' 10^4} \quad (2.34)$$

El coeficiente de Rogovski ρ_2 para devanados alternados puede ser determinado por la fórmula (2.25) ó por las curvas de la fig. (2.6) y (2.7), pero considerando que

$$u = \frac{\tau_1}{h_1} \quad \text{y} \quad v = \frac{\delta}{h_1}$$

puesto que la dimensión tomada para un devanado alternado se representó como h , en este caso es igual al ancho total de los devanados y el entrehierro entre ellos τ_1 y la dimensión representada como τ_2 en este caso es igual a la altura del devanado (h_1).

En la fig. (2.11) se muestra el caso, cuando la zona de regulación con el mismo límite de regulación ($\pm\beta/2$ %) son ubicados por ambos finales del devanado. En este caso el devanado «B» estará compuesto por dos secciones de un devanado alternado con número de espiras en cada una de ellas de $((\beta N)/200)$ y con dimensión axial de la sección de

$$\tau_2 = \frac{h_1}{2},$$

en consecuencia reemplazando en la fórmula (2.32)

$$\frac{\beta x N}{100} \quad \text{por} \quad \frac{\beta x N}{200}; \quad \frac{h_1}{3} \quad \text{por} \quad \frac{h_1}{6},$$

se obtendrá la fórmula

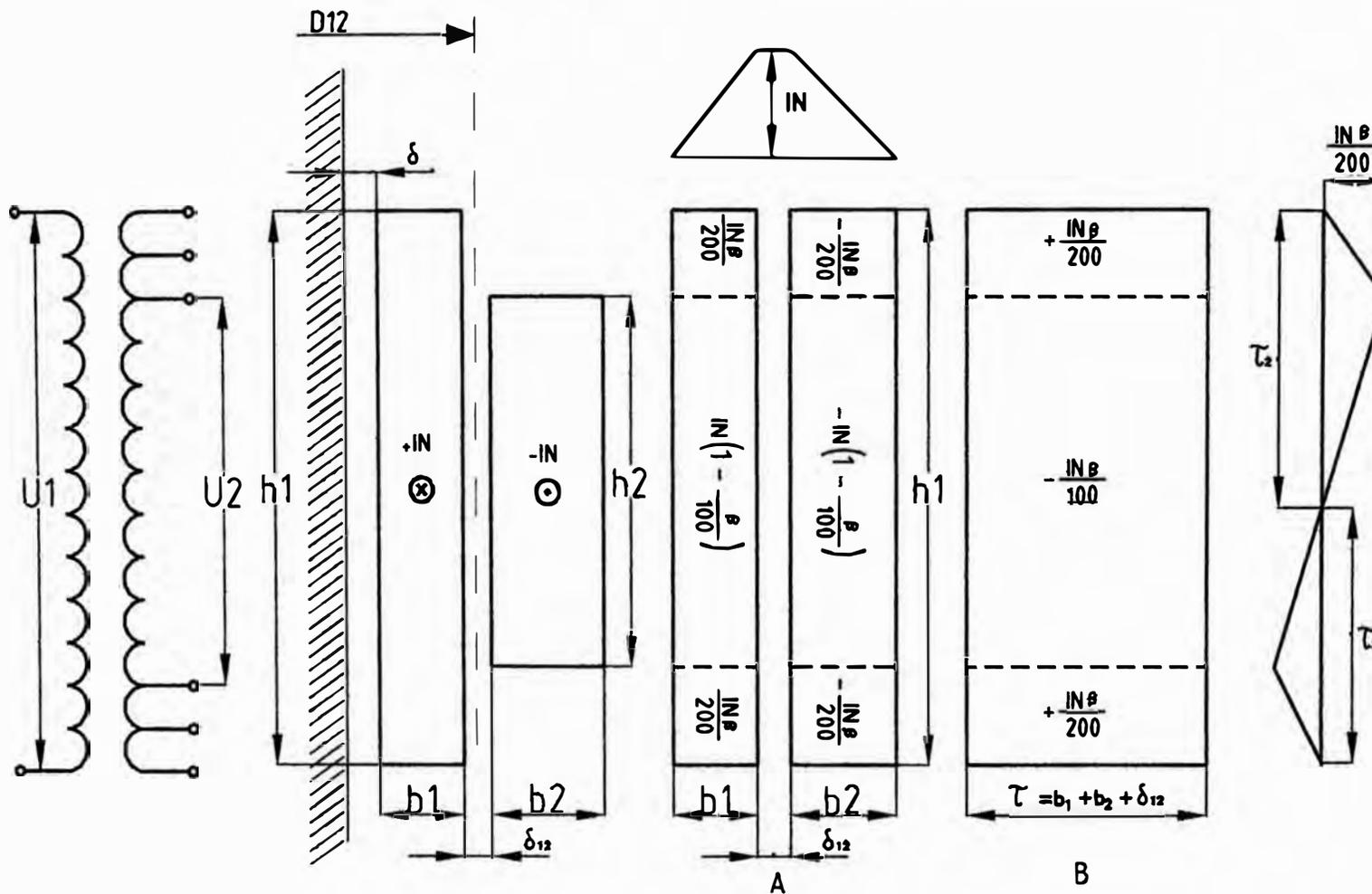


Fig. 2-11 Distribucion de la F.M.M. de dispersion de devanados en sus componentes longitudinal y transversal cuando la zona de regulacion es ubicado a ambos extremos del devanado.

$$X_2 = 2 \frac{2\pi f \mu_o N^2 \beta^2 \rho_2 \pi D_{12} h_1}{4 \times 10^4 \times 6 \tau_1}$$

$$X_2 = \frac{2\pi f \mu_o N^2 \beta^2 \rho_2 \pi D_{12} h_1}{12 \tau_1 10^4}$$

$$K_q = 1 + \frac{\beta^2 \rho_2 h_1^2}{12 \rho_1 \tau_1 \delta' 10^4} \quad (2.35)$$

Con frecuencia la zona de regulación es ubicada en la parte media de la altura del devanado, la distribución de FMM del campo de dispersión en sus componentes longitudinal y transversal, para este caso, son mostrados en la fig. (2.12).

La distribución del diagrama de FMM del campo transversal en este caso es la misma que cuando la zona de regulación es ubicada por las 2 partes finales del devanado; en consecuencia debido a esto la elevación de la reactancia de dispersión por la presencia del campo transversal puede ser calculado por la fórmula (2.35). El coeficiente de Rogovski ρ_2 para los casos mostrados en la fig. (2.11) y (2.12) son calculados por la fórmula (2.25) o por las curvas, sin embargo se debe considerar que:

$$u = \frac{\tau_1}{0,5 h_1} \quad y \quad v = \frac{\delta}{0,5 h_1}$$

Si la zona de regulación es ubicado en ambos lugares (partes finales y parte media del devanado), como se muestra en la fig. (2.13), entonces el devanado B estará compuesto por 4 secciones de un devanado simétrico alternando con número de espiras en cada una de ellas por

$$\frac{Nx\beta}{400}$$

la dimensión axial de la sección será:

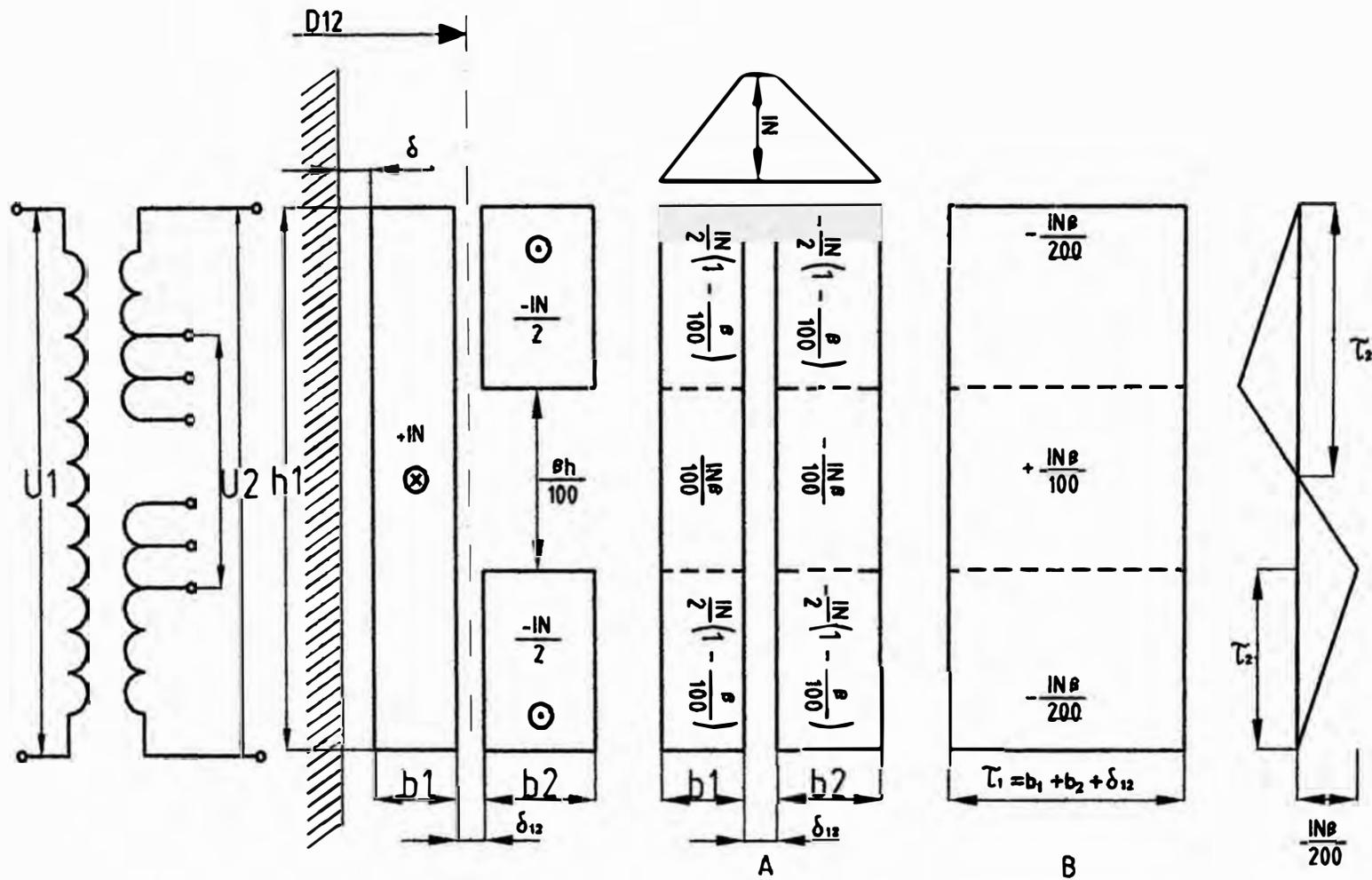


Fig. 2-12 Distribucion de la F.M.M. de dispersion de devanados en sus componentes longitudinal y transversal cuando la zona de regulacion es ubicada en la parte media de la altura del devanado.

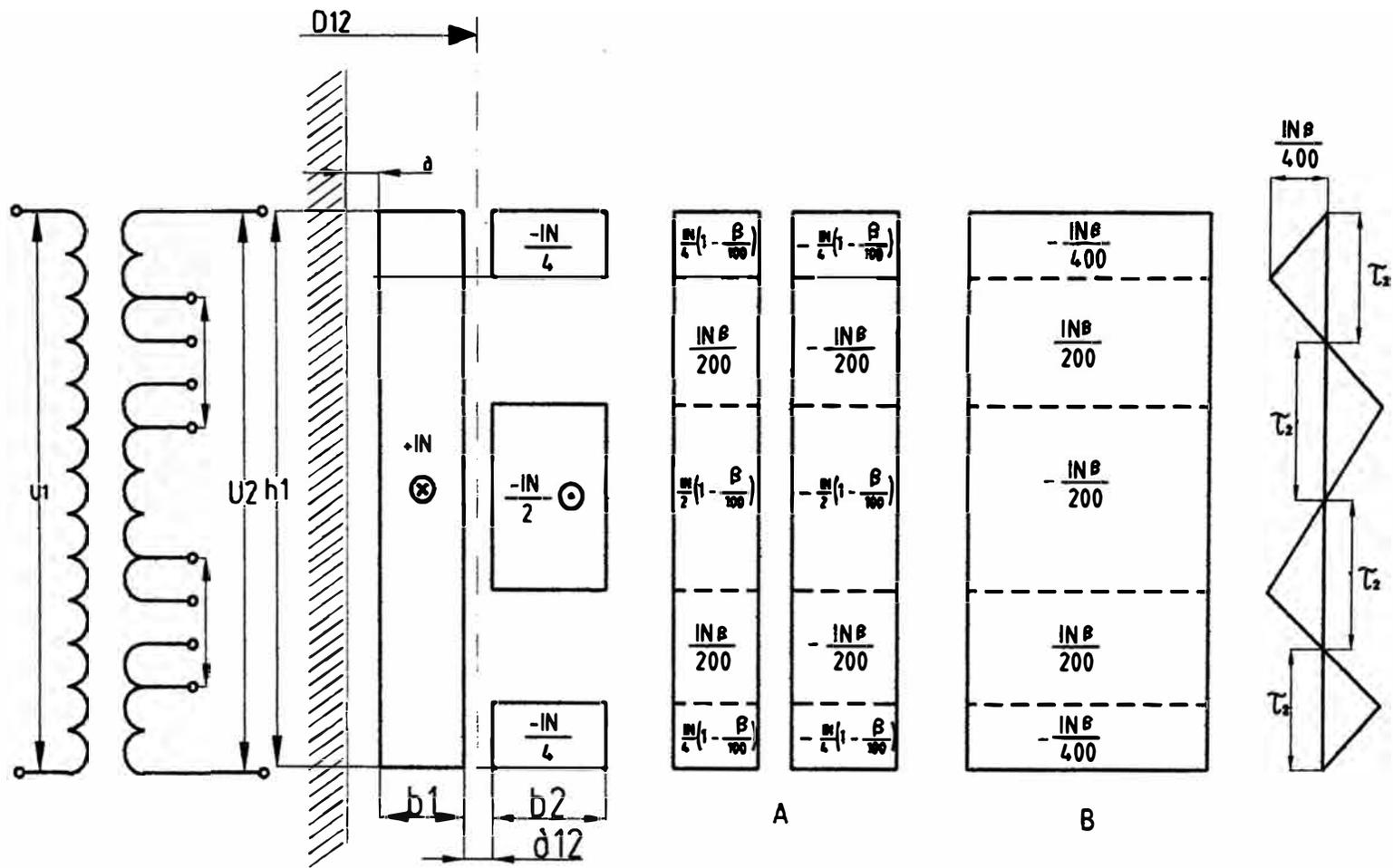


Fig. 2-13 Distribucion de la F.M.M. de dispersion de devanados en sus componentes longitudinal y transversal considerando la ubicacion simetrica de las zonas de regulacion.

$$\tau_2 = \frac{h_1}{4}$$

por lo tanto la reactancia debido al campo de dispersión transversal será:

$$X_2 = 4 \frac{2\pi f \mu_o N^2 \beta^2 \rho_2 \pi D_{12} h_1}{16 \times 10^4 \times 12 \tau_1}$$

$$X_2 = \frac{2\pi f \mu_o N^2 \beta^2 \rho_2 \pi D_{12} h_1}{48 \tau_1 10^4}$$

$$K_q = 1 + \frac{\beta^2 \rho_2 h_1^2}{48 \rho_1 \tau_1 \delta' 10^4} \quad (2.36)$$

El coeficiente de Rogovski ρ_2 , para este caso, también se calcula por la fórmula (2.25); considerando que

$$u = \frac{\tau_1}{0.25 h_1} \quad \text{y} \quad v = \frac{\delta}{0.25 h_1}$$

Las expresiones (2.34) como (2.35) y (2.36) se diferencian solamente por un coeficiente en el denominador de la fracción; representando este número por m_1 , obtenemos la expresión común para el coeficiente K_q , válido para cualquier forma de ubicación de las zonas de regulación:

$$K_q = 1 + \frac{\beta^2 \rho_2 h_1^2}{m_1 \rho_1 \tau_1 \delta' 10^4} \quad (2.37)$$

y

$$X_{\infty} = X_1 K_q \quad (2.38)$$

Donde:

X_1 : Es la reactancia de dispersión de un par de devanados concéntricos con distribución uniforme de FMM. (ver 2.9).

El coeficiente de Rogovski ρ_2 en todos los casos se calcula por la fórmula (2.25), sin embargo en los denominadores de la expresión para u y v deberán ir las dimensiones iguales al ancho de la semionda de FMM del campo transversal.

En conclusión se puede decir que, para los límites dados de regulación, se obtiene el campo de dispersión transversal de mayor amplitud cuando las derivaciones de regulación se encuentra en una de las partes finales del devanado. La disminución de este campo se puede alcanzar colocando las derivaciones por ambas partes finales del devanado (Fig. 2.11) ó en la parte media de la altura Fig. (2.12) y finalmente en los dos lugares de acuerdo a la fig. (2.13).

El campo magnético transversal, además de elevar la reactancia de dispersión, también puede ocasionar la elevación considerable de las pérdidas debido a las corrientes de Foucault, en los conductores del devanado, en las paredes de la cuba y otros elementos metálicos constructivos del transformador.

Para disminuir el campo de dispersión transversal para una determinada ubicación de las derivaciones de regulación, se aplica el método denominado "redistribución de espiras"; este método consiste: que en las partes del devanado sin regulación situado frente a la zona de regulación del otro devanado se incrementan los canales entre bobinas con la finalidad de disminuir la distribución asimétrica de la FMM del devanado.

Para explicar tomaremos el ejemplo de la fig. (2.12); para una regulación en los límites de:

$$\pm \frac{\beta}{2} \%$$

las bobinas con derivación (zona de regulación) ocupan aproximadamente $\beta\%$ de la altura del devanado. Si todo el devanado interno fuera bobinado uniformemente, entonces frente a la zona de regulación del devanado externo se colocan

aproximadamente $\beta\%$ de espiras del devanado sin regulación. Las espiras de regulación pueden ser parcialmente o totalmente retiradas y cortadas en función de las derivaciones en operación. Si la zona de regulación es totalmente retirada entonces el desbalance de la FMM del devanado será aproximadamente $\beta\%$. Si en la zona de redistribución se ubica solo $(\beta/2)\%$ de espiras del devanado sin regulación, entonces al operar en cualquier escalón de regulación el desbalance de fuerza magnemotriz será menor que $(\beta/2)\%$ y la amplitud de FMM del campo transversal disminuye en la mitad.

CAPITULO III

PERDIDAS EN LOS DEVANADOS DE UN TRANSFORMADOR DE POTENCIA DEBIDO AL CAMPO DE DISPERSION

3.1 Introducción

El campo de dispersión en los transformadores induce en los devanados una Fuerza ElectroMotriz (FEM), por cuya acción circulan corrientes por estos.

Estas corrientes cierran su circuito en el interior de los conductores y entre ramas paralelas del devanado, a diferencia de la corriente de carga no salen de los límites del devanado.- La existencia en los conductores del devanado de la corriente de carga y las corrientes inducidas por el campo de dispersión, son causantes de que la distribución de la densidad de corriente por la sección de los conductores y las ramificaciones entre ramas paralelas, no sea uniforme, presentándose el efecto superficial (Desplazamiento de corriente hacia la superficie). Este efecto puede presentarse en forma diferente en función de la distribución del campo, en la cual se encuentra el conductor. Algunos ejemplos típicos pueden ser, por ejemplo en un conductor circular la corriente se desplaza hacia su superficie (Efecto Superficial), lo cual se explica porque la capa central del conductor tiene un mayor flujo concatenado que la capa exterior fig. (3.1 a), por lo tanto tendrá una mayor reactancia. Otro ejemplo es el de dos barras paralelas con corrientes de sentido contrario fig. (3.1.b), donde las corrientes se desplazan de las capas alejadas hacia las capas que forman el entrehierro entre ellas (efecto de cercanía), la cual también puede ser explicado porque estas capas se concatenan con un flujo menor que las capas alejadas. Asimismo en tres barras

de las cuales la central se denomina conductor directo y las laterales inversas (Fig. 3.1 c), la mayor densidad de corriente en todas las barras resulta en las capas que colinda hacia el entrehierro entre barras, etc.

La distribución de la densidad de corriente en los transformadores de 2 devanados, cuando los conductores son enseriados y existe el efecto de desplazamiento de corriente se muestra en la fig. (3.1 d).- Aquí la mayor densidad de corriente se encontrará en las partes de los conductores colindantes al devanado vecino.

La distribución no uniforme de la corriente alterna por la sección del conductor y entre ramas paralelas, es equivalente a la elevación de la resistencia activa del devanado en comparación con la resistencia a la corriente continua, a la cual se denomina resistencia óhmica.

Durante el cálculo de las pérdidas en los conductores del devanado del transformador, la corriente real en el devanado cuya distribución no es uniforme entre ramas paralelas y la sección del conductor, se puede visualizar como la suma de 3 corrientes:

- 1.- Corriente de carga, la cual se distribuye uniformemente por la sección del conductor y entre ramas paralelas.
- 2.- Corriente circulante la cual se cierra entre ramas paralelas y se distribuye uniformemente por la sección de los conductores.
- 3.- Corrientes torbellinas, las cuales se cierran en los límites de un conductor.

Por lo tanto la suma de las pérdidas debido a las tres corrientes mencionadas, es igual a las pérdidas por la corriente real. Asimismo debido al campo de dispersión, a parte de las pérdidas adicionales en los devanados, también aparecen pérdidas en las paredes de la cuba del trafo, anillos de presión, en las

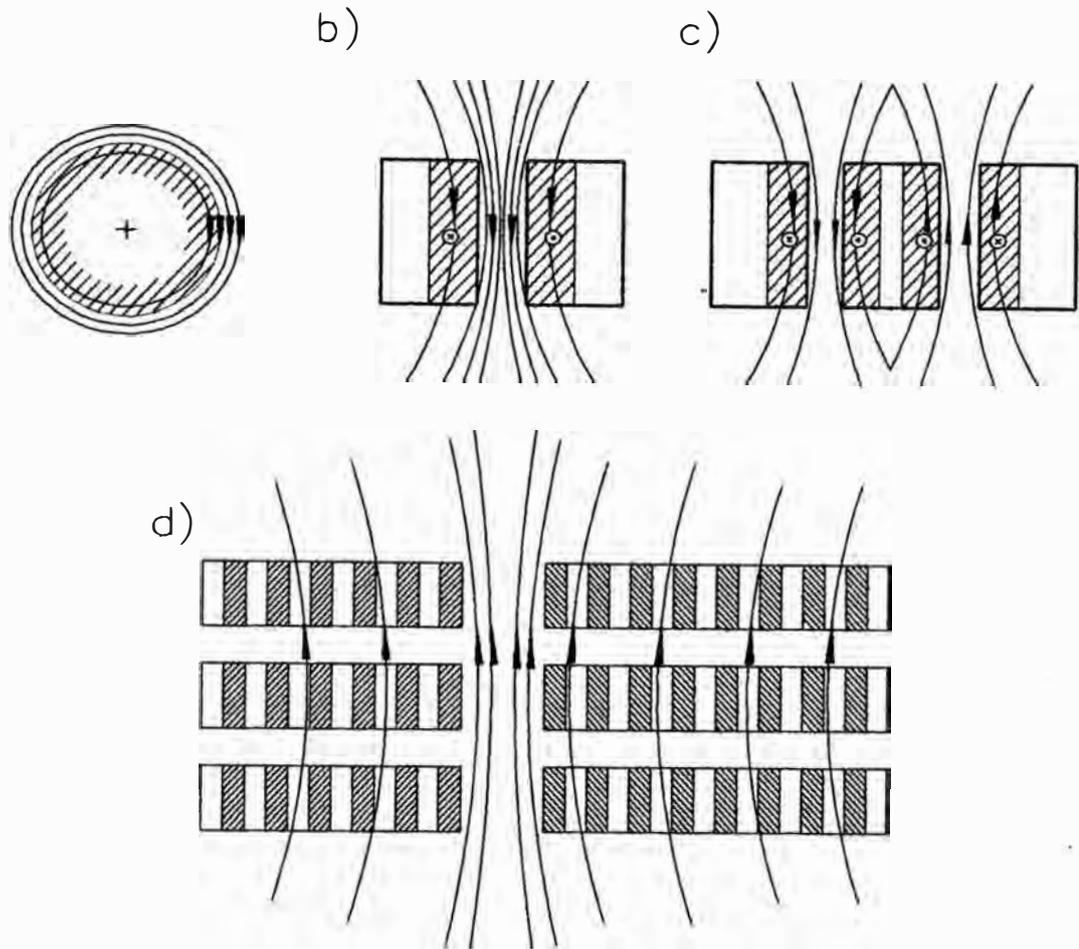


Fig. (3.1): Aparición del efecto piel (Superficial)

a) En un conductor circular aislado

b) En barras paralelas con corrientes en sentido contrario

c) Entre barras con corrientes

d) En devanados de un transformador

vigas del núcleo y otros elementos constructivos del transformador. Esto se ilustra en la fig. (3.2), donde en forma esquemática se muestra el camino por donde se cierra el campo de dispersión para una distribución no uniforme o asimétrica de la F.M.M. a lo largo de la altura del devanado del transformador.

Para una distribución uniforme de F.M.M., el flujo de dispersión se dirige a lo largo de los devanados, alcanzando el anillo de presión y la consola inferior de la viga del núcleo para luego cerrarse a través del núcleo y a través de la pared de la cuba.

En todos los detalles o elementos macizos ferromagnéticos, por donde pasa el flujo de dispersión, existen pérdidas por focault debido a las corrientes torbellinas y por histéresis, sin embargo los primeros tienen mayor importancia. En los transformadores de 3 columnas cuya conexión de devanados es Y/Y-N ó (estrella, estrella neutro) y bajo carga asimétrica, aparecen pérdidas notables en las paredes de la cuba y elementos constructivos metálicos.

En este caso en las columnas del núcleo surgen flujos de secuencia cero que van a masa (Asimetría de la carga) las cuales se cierran de viga a viga. Estos flujos se denominan flujos de dispersión de viga.

Las pérdidas debido al flujo de dispersión de viga (En porcentaje de la potencia nominal del transformador) puede ser calculada por la fórmula.

$$P_{\sigma} \% = (1.3 \text{ o } 3.1) \left(\frac{I_{CN} \times f}{I_N 50} \right)^2$$

Donde:

I_{CN} = Corriente en el conductor neutro

I_N = Corriente nominal del transformador

f = Frecuencia

La cifra menor (1.3) se refiere a los transformadores de baja potencia con cubas

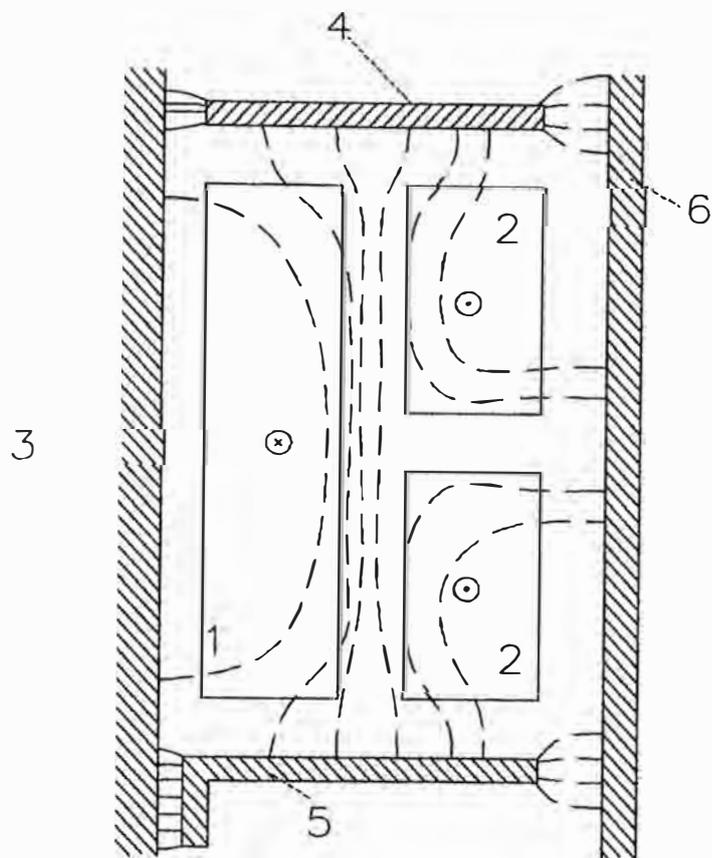


Fig. (3.2): Campo de dispersion de un transformador

- 1.-Devanado de B.T.
- 2.-Devanado de A.T.
- 3.-Columnas
- 4.-Anillo de presion
- 5.-Consola de viga
- 6.-Pared de cuba

onduladas, y la cifra mayor (3.1) a los transformadores de gran potencia con cubas lisas.

Según normas para una conexión de devanados Y/Y-O, la corriente en el neutro no debe superar el 25% de la corriente nominal. Debido a esto por ejemplo para un transformador de 2,500 KVA y 60 Hz las pérdidas adicionales debido al campo de dispersión de viga (en Kwatts) puede alcanzar.

$$P_{ov} = 3.1(0.3)^2 \times \frac{2500}{100} = 6.975$$

La suma de las pérdidas nominales en vacío y cortocircuito de dicho transformador, según normas (ver normas) es igual a 29 kwatts o sea las pérdidas adicionales debida al campo de dispersión de viga resulta 24% de las pérdidas totales. La eliminación de las pérdidas adicionales llevaría a que la eficiencia suba de 99 hasta 99.15%.

Como se sabe al magnetizar un transformador de 3 columnas, cuyo devanado esta conectado Y/Y, en el núcleo de las columnas surgen flujos de tercer armónico los cuales se cierran por el mismo camino que el flujo de secuencia cero, causados por la carga asimétrica. El flujo de tercer armónico también origina pérdidas adicionales en las paredes de la cuba y metales constructivos.

3.2 Pérdidas de Foucault (Corrientes parásitas) en los devanados concéntricos de un transformador de dos devanados

Se considera un conductor de sección rectangular el cual se encuentra dentro del campo de dispersión del transformador. En el conductor se induce una F.E.M. Y circula la corriente torbellina. Estas corrientes crean su propio campo magnético el cual afecta el campo de dispersión del transformador (efecto desmagnetizante de las corrientes torbellinas). Este efecto se incrementa con el incremento de la frecuencia y las dimensiones del conductor en dirección perpendicular al sentido

de la inducción de dispersión. Normalmente en los transformadores de potencia que operan una frecuencia de 50-100 Hz y además poseen conductores de dimensiones normales, el efecto desmagnetizante de las corrientes torbellinas no es apreciable, debido a esto este efecto será despreciable.

La no consideración del campo magnético debido a las corrientes torbellinas durante los cálculos, está relacionado a que se desprecian las reactancias para estas corrientes, considerando que las corrientes torbellinas están en fase con sus fuerzas electromotrices que las producen.

En la fig. (3.3), se muestra uno de los devanados concéntricos de un transformador de 2 devanados, así como la distribución de la inducción del campo de dispersión en dirección transversal. Uno de los conductores de este devanado se muestra en la fig. (3.4), donde también se ilustra la distribución de la inducción del campo de dispersión.

Se analiza una lámina elemental del conductor con un ancho dx , el cual se encuentra a una distancia X del eje del conductor. Se representa con J_x la densidad de corriente en el punto X mientras que el punto $x+dx$ con

$$J_x + \frac{\partial J_x}{\partial x} dx$$

la diferencia de F.E.M. en las mallas cortocircuitadas de las corrientes torbellinas, las cuales pasan a través del punto x y $x + dx$, será:

$$\frac{\partial \phi_x}{\partial t} = - \frac{\partial B_x}{\partial t} l dx$$

Donde:

ϕ_x : Es el flujo que pasa a través de la lámina de ancho dx ;

B_x : Inducción en el punto x .

l : Longitud del camino de la corriente

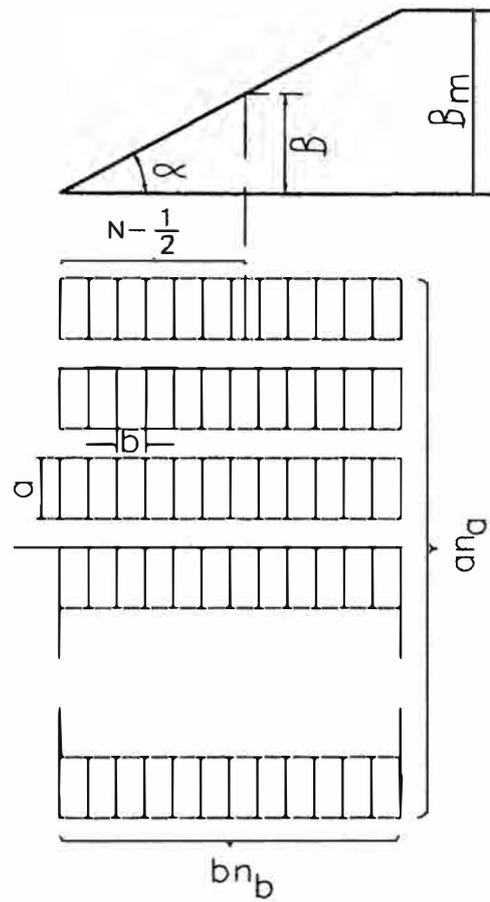


Fig. (3.3): Sección longitudinal del devanado
y distribución del campo de dispersión
en la sección transversal

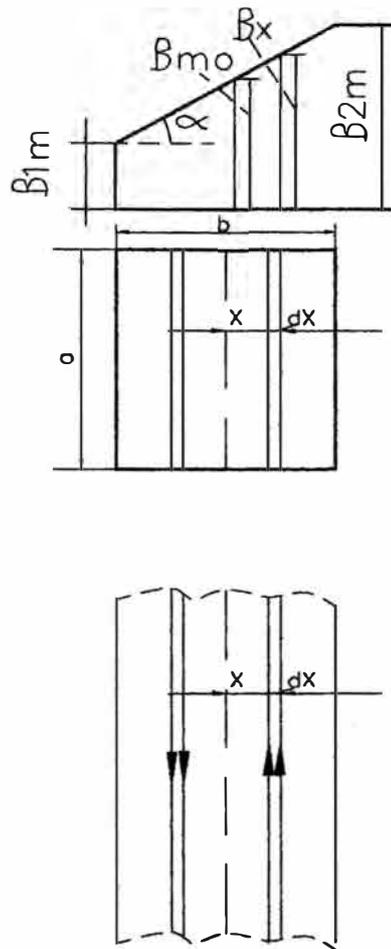


Fig. (3.4): Distribucion trapezoidal de la induccion en los conductores de un devanado

Los circuitos de las corrientes torbellinas resultan cortocircuitadas, por eso la diferencia de F.E.M. en las mallas ó circuitos analizados es igual a la diferencia de caídas de tensión en ellos, o sea:

$$-\frac{\partial B_x}{\partial t} l dx = (J_x + \frac{\partial J_x}{\partial x} dx) a dx \frac{l}{\gamma a dx} - j_x a dx \frac{l}{\gamma a dx}$$

ó

$$-\frac{\partial B_x}{\partial t} dx = \frac{1}{\gamma} \frac{\partial J_x}{\partial x} dx \quad (3.1)$$

Donde:

γ : Es la conductancia específica del material;

a : Altura del conductor.

Se considera que la inducción representa a una función sinusoidal del tiempo.

$$B_x = B_{mx} \text{ Sen } \omega t$$

Reemplazando esta expresión en (3.1) obtenemos:

$$\frac{1}{\gamma} \frac{\partial j_x}{\partial x} dx = - \omega B_{mx} \text{ Cos } \omega t dx$$

Se considera que la corriente activa es pura resistiva (se desprecia la reactancia) debido a esto estas corrientes se retrasan en fase, de la inducción del del campo de dispersión en $\pi/2$ y alcanzan su máximo valor en el momento de $\omega t = \pi$, cuando la inducción pasa por cero.- Representando el valor máximo de la densidad de corriente torbellina en el punto x por J_{mx} y suponiendo $\omega t = \pi$, obtenemos:

$$\frac{1}{\gamma} \frac{\partial j_{mx}}{\partial x} dx = \omega B_{mx}$$

En la Fig. 3.4

$$B_{mx} = B_{m0} + KX \quad (3.2)$$

Donde

B_{mo} : Es el valor máximo de la inducción por el eje del conductor

K : Tangente de α (tg α)

Por eso se tiene:

$$\frac{\partial j_{mx}}{\partial x} dx = \gamma w (B_{mo} + KX) dx$$

Integrando esta expresión se obtiene:

$$J_{mx} = \gamma w (B_{mo} X + \frac{KX^2}{2}) + C \quad (3.3)$$

La constante de integración "C" se puede hallar por la condición de que la suma de todas las corrientes torbellinas en la sección transversal del conductor es igual a cero, ya que las corrientes torbellinas se cierran dentro del conductor.

$$\int_{-b/2}^{+b/2} J_{mx} dx = \int_{-b/2}^{+b/2} \left[\gamma w (B_{mo} X + \frac{KX^2}{2}) + C \right] dx = 0$$

Donde obtenemos:

$$C = \frac{-\gamma W K b^2}{24}$$

Reemplazando este resultado en (3.3) y dividiendo entre $\sqrt{2}$, se halla el valor eficaz de la densidad de corriente en el punto X del conductor.

$$J_x = \frac{\gamma w}{\sqrt{2}} \left(\frac{KX^2}{2} + B_{mo} X - \frac{Kb^2}{24} \right) \quad (3.4)$$

Las pérdidas por unidad de volumen son iguales al cuadrado del valor eficaz de la densidad de corriente dividido entre la conductancia específica del material del conductor.

Suponiendo que la distribución de las corrientes torbellinas son iguales en cualquier sección, perpendicular al sentido de la inducción magnética del campo

de dispersión, se encuentra las pérdidas en un paralelepípedo elemental de longitud de un metro, altura a y ancho dx , para este caso se tendrá.

$$\frac{l}{\gamma} a j_x^2 dx$$

Las pérdidas en el conductor cuya longitud es πD , donde D es el diámetro medio del devanado, será:

$$\begin{aligned} P_{lf} &= \frac{\pi D a}{\gamma} \int_{-b/2}^{+b/2} J_x^2 dx = \frac{\pi D a \gamma w^2}{2} \int_{-b/2}^{+b/2} \left(\frac{kx^2}{2} + B_{mo} X - \frac{kb^2}{24} \right)^2 dx \\ &= \frac{\pi D a b^3 w^2 \gamma}{24} \left(B_{mo}^2 + \frac{K^2 b^2}{60} \right) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Seguidamente se calcula las pérdidas por focoult en todo el devanado fig. (3.3), el devanado tiene n_a capas de conductores en dirección axial y n_b filas de conductores en dirección radial. Se analiza para un momento de tiempo cuando la corriente de carga, y en consecuencia el flujo de dispersión alcanzan su valor máximo.

Por cuanto la inducción en cualquier fila vertical de conductores es la misma, entonces las pérdidas por focoult en todo el devanado será:

$$P_f = n_a \sum_1^{n_b} P_{lf} = \frac{\pi D n_a a b^3 w^2 \gamma}{24} \sum_1^{n_b} \left(B_{mo}^2 + \frac{K^2 b^2}{60} \right) \quad (1')$$

En vista de que el coeficiente

$$k = tg\alpha = \frac{B_m}{bn_b} = Const. \quad (3.6)$$

Entonces sacando la constante fuera de la sumatoria obtenemos:

$$P_f = \frac{\pi D n_a a b^3 w^2 \gamma}{24} \left(\frac{k^2 b^2 n_b}{60} + \sum_1^{n_b} B_{mo}^2 \right) \quad (3.7)$$

El valor máximo de inducción por el eje del enésimo conductor es:

$$B_{mo} = (N - \frac{1}{2})b \frac{B_m}{bn_b} = (N - \frac{1}{2}) \frac{B_m}{n_b} \quad (2')$$

Donde N, es el número del conductor, considerado desde el borde del devanado en donde la inducción es igual a cero, por eso se obtiene:

$$\sum_1^{n_b} B_{mo}^2 = \frac{B_m^2}{n_b^2} \sum_1^{n_b} (N - \frac{1}{2})^2 = \frac{B_m^2 (4n_b^2 - 1)}{n_b \cdot 12} \quad (3')$$

Reemplazando esta expresión en (3.7) y considerando (3.6) obtenemos:

$$P_f = \frac{\pi D n_a a b^3 w^2 \gamma B_m^2}{72 n_b} (n_b^2 - 0.2)$$

Despreciando 0.2 comparado con n_b^2 , finalmente obtenemos

$$P_f = \frac{\pi D n_a n_b a b^3 w^2 \gamma B_m^2}{72} \quad (3.8)$$

Cuando por el devanado circula la corriente de carga, entonces se tendrá en él las pérdidas por esta corriente y por las corrientes focault. Como ya se indicó la corriente de carga se distribuye uniformemente por la sección de los conductores, debido a esto las pérdidas que causan será:

$$P_o = \pi D \frac{I}{\gamma} J_c^2 a b n_a n_b \quad (3.9)$$

Donde

Jc: Es el valor eficaz de la densidad de corriente de carga.

Dividiendo (3.8) entre (3.9). Obtenemos el valor de las pérdidas por focault en p.u.

$$\underline{P}_f = 0.548 \left(\frac{B_m \gamma f b}{J_c} \right)^2 \quad (3.10)$$

Donde

$$f = \frac{w}{2\pi}$$

Siendo

f : Frecuencia de la corriente alterna

De esta manera, las pérdidas relativas por corrientes focoult son proporcionales al cuadrado de la inducción del campo de dispersión, conductancia del material del devanado, la frecuencia y las dimensiones del conductor en dirección perpendicular al sentido de la inducción del campo de dispersión; y al mismo tiempo es inversamente proporcional al cuadrado de la densidad de corriente nominal.

La inducción máxima del campo de dispersión puede ser aproximada a la expresión:

$$B_m \approx \mu_o \sqrt{2} \frac{IN}{h} \quad (3.11)$$

Para el caso analizado el número de espiras $N = n_a n_b$, y la corriente en el devanado $I = J_c ab$, en consecuencia se tiene:

$$B_m = \sqrt{2} \mu_o J_c b n_b \beta \quad (3.12)$$

Donde:

$$\beta = \frac{an_a}{h};$$

Es la relación entre las alturas del conductor y el devanado. Se sobreentiende que $\beta < 1$. Reemplazando este valor en (3.10) obtenemos:

$$P_f = 1.095 \mu_o^2 f^2 \gamma^2 b^4 n_b^2 \beta^2 \quad (3.13)$$

Si reemplazamos $\mu_o = 4 \pi \times 10^{-7}$ H/m y $\gamma = 47.5 \times 10^6$ siemens/m. (cobre) entonces obtendremos:

$$P_f = 3.92 f^2 b^4 n_b^2 \beta^2 10^3 \quad (3.14)$$

De la fórmula (3.14) se aprecia, que el valor relativo de las pérdidas por corrientes focault para un número dado de conductores por bobina n_b es proporcional a la cuarta potencia del ancho del conductor (b) en dirección perpendicular al sentido de la inducción del campo de dispersión. Las expresiones obtenidas resultan aceptables, mientras sea posible despreciar el efecto desmagnetizante de las corrientes de focault. Con el aumento de la frecuencia y/o las dimensiones radiales de los conductores este efecto resulta apreciable y la dependencia cambia de tendencia.

Con frecuencia para considerar las pérdidas por corriente focault se utiliza el coeficiente de desplazamiento de corriente (coeficiente Skin), el cual es igual a la relación de la resistencia en corriente alterna y la resistencia óhmica. Este coeficiente puede ser determinado de la siguiente manera.

Las pérdidas totales en el devanado del transformador son iguales a la suma de las pérdidas óhmicas y las pérdidas por corriente focault.

$$P_{dev} = P_o + P_f = P_o \left(1 + \frac{P_f}{P_o}\right) = \pi D J_c^2 \frac{l}{\gamma} n_a n_b a b$$

$$\left(1 + \frac{b^2 w^2 B_m^2 \gamma^2}{72 J_c^2}\right) = I^2 K_r r_o \quad (4')$$

Donde:

r_o : Es la resistencia óhmica del devanado

K_r : Es el coeficiente Skin, este coeficiente es igual

$$K_r = \left(1 + \frac{w^2 b^2 \gamma^2 B_m^2}{72 J_c^2}\right) \quad (3.15)$$

Reemplazando la inducción B_m de (3.12), así mismo $\mu_o = 4 \times \pi \times 10^{-7}$ H/m y $w =$

$2\pi f$ obtenemos:

$$K_r = 1 + 1.73 (f b^2 n_b \gamma \beta)^2 \times 10^{-12} \quad (3.16)$$

Todas las fórmulas obtenidas se han deducido para un devanado con conductores de sección rectangular. Las pérdidas en los devanados con conductores de sección circular resultarán un poco menor. El coeficiente Skin para este caso queda determinado por:

$$K_r = 1 + 0.8(f d^2 n_b \gamma \beta)^2 \times 10^{-12} \quad (3.17)$$

Donde:

d = Es el diámetro del conductor y

$$\beta = \frac{d n_a}{h}$$

De esta manera las pérdidas por focoult en el devanado con sección circular resulta casi en dos veces menor que las pérdidas en el devanado con conductores de sección rectangular, esto se cumple cuando las dimensiones de ambos conductores son b = d. (ancho igual al diámetro).

Con la finalidad de disminuir las pérdidas en el cobre del devanado, generalmente se disminuye la densidad de corriente, incrementado la sección de los conductores, se puede demostrar, que por este camino las pérdidas pueden ser disminuídas solo hasta límites conocidos, ya que con el aumento de la sección del conductor disminuyen las pérdidas óhmicas pero aumentan las pérdidas por corrientes Focoult.

Supongamos que se incrementa la dimensiones del conductor rectangular en dirección perpendicular al sentido de la inducción del campo de dispersión, sin que varíe el número de conductores en esta dirección, ya que:

$$K_r = \frac{r}{r_o}$$

Donde

r: Es la resistencia activa óhmica del devanado, entonces de (3.16) resulta:

$$r = r_o [1 + 1.73 (fb^2 n_b \gamma \beta)^2 10^{-12}] \quad (5')$$

La resistencia óhmica por unidad de longitud es:

$$r_o = \frac{1}{\gamma ab} \quad (6')$$

La resistencia específica para el cobre (En ohmios/m) es:

$$\frac{1}{\gamma} = 0.0175 \frac{(235 + \theta)}{255} 10^{-6} \quad (7')$$

Por eso

$$r = \frac{6.86}{ab} (235 + \theta) 10^{-11} + \frac{2.52 f^2 b^3 n_b^2 \beta^2}{a(235 + \theta)} 10^{-2} \quad (8')$$

Tomando la derivada de esta expresión respecto de b e igualando a cero, encontramos el valor crítico del ancho del conductor b_{cr} , que corresponde a las pérdidas mínimas en el cobre del devanado.

$$b_{cr} = 0.547 \times 10^{-2} \sqrt{\frac{235 + \theta}{f n_b \beta}} \quad (9')$$

Si $\theta = 75^\circ\text{C}$ entonces:

$$b_{cr} = 9.65 \times 10^{-2} \sqrt{\frac{I}{f n_b \beta}} \quad (10')$$

Así por ejemplo si $f = 60 \text{ Hz}$, $n_b = 14$, $\beta = 0.7$

$$b_{cr} = 9.65 \times 10^{-2} \sqrt{\frac{I}{60 \times 14 \times 0.7}} = 0.397 \times 10^{-2} \quad (11')$$

El incremento del ancho del conductor por encima de este valor provoca ya no

la disminución, sino la elevación de las pérdidas totales en el devanado (o sea las pérdidas óhmicas y las pérdidas por foucault).

Reemplazando la expresión del ancho crítico del conductor en la fórmula (3.14), obtenemos el valor en p.u. (valor relativo) de las pérdidas por foucault, que corresponde al ancho crítico del conductor.

$$\underline{P}_f = 0.33 \quad (12')$$

De esta manera las pérdidas en el cobre de los devanados concéntricos para las condiciones asumidas será la mínima, cuando las pérdidas por foucault representen el 33% de las pérdidas óhmicas.

Se debe prestar atención a que, el valor relativo de las pérdidas por foucault es proporcional al cuadrado de la conductancia del material del conductor γ (ver 3.13) por lo tanto, para las mismas condiciones dadas, las pérdidas relativas por foucault en un devanado de cobre será mayor que en el devanado con conductor de aluminio.

3.3 Pérdidas por Foucault en los devanados multicapas

Se determinará las pérdidas por foucault en un devanado multicapa de un transformador de 2 devanados (Fig. 3.5), las pérdidas en un conductor se determina por la fórmula (3.5), pero el coeficiente K para este caso debe ser calculado de la siguiente manera.

$$K = \operatorname{tg} \alpha = \frac{B_{mk(k+1)} - B_{m(k-1)k}}{b n_b} \\ \frac{B_m [\alpha_{k(k+1)} - \alpha_{(k-1)k}]}{b n_b} \quad (13')$$

Donde:

$$B_{m(k-1)k} \quad \text{y} \quad B_{mk(k+1)}$$

Son las inducciones del campo de dispersión en los canales, colindantes a la k-ésima capa;

B_m : Es la inducción máxima en el canal principal de dispersión entre el devanado primario y secundario;

n_b : Es el número de conductores en una capa en dirección radial.

La inducción máxima en el eje del N-ésimo conductor de la K-ésima capa, considerado desde la capa lateral, debe ser:

$$\begin{aligned}
 B_{m0} &= B_{m(k-1)k} + (N - \frac{1}{2}) b \operatorname{tg} \alpha \\
 &= B_{m(k-1)k} + (N - \frac{1}{2}) \left[\frac{B_{mk(k+1)} - B_{m(k-1)k}}{n_b} \right] \\
 &= B_m \alpha_{(k-1)k} + (N - \frac{1}{2}) \left[\frac{B_m (\alpha_{k(k+1)} - \alpha_{(k-1)k})}{n_b} \right] \quad (14')
 \end{aligned}$$

Las pérdidas por focoult y la k-ésima capa será:

$$\begin{aligned}
 P_{fk} &= \frac{\pi D_k a b^3 n_a w^2 \gamma}{24} \sum_1^{n_b} (B_{m0}^2 + \frac{K^2 b^2}{60}) \\
 &= \frac{\pi D_k a b^3 n_a w^2 \gamma}{24} \left\{ \frac{B_m^2 [\alpha_{k(k+1)} - \alpha_{(k-1)k}]^2}{60 n_b} + \sum_1^{n_b} B_{m0}^2 \right\} \quad (3.18)
 \end{aligned}$$

Donde:

D_k : Es el diámetro medio de la k-ésima capa;

n_a : Es el número de conductores en la capa en dirección axial.

a, b: Dimensiones axial y radial del conductor.

Asi mismo la sumatoria de (3.18) será:

$$\sum_1^{n_b} B_{m0}^2 = B_m^2 \sum_1^{n_b} \left[\alpha_{(k-1)k} + (N - \frac{1}{2}) \frac{\alpha_{k(k+1)} - \alpha_{(k-1)k}}{n_b} \right]^2$$

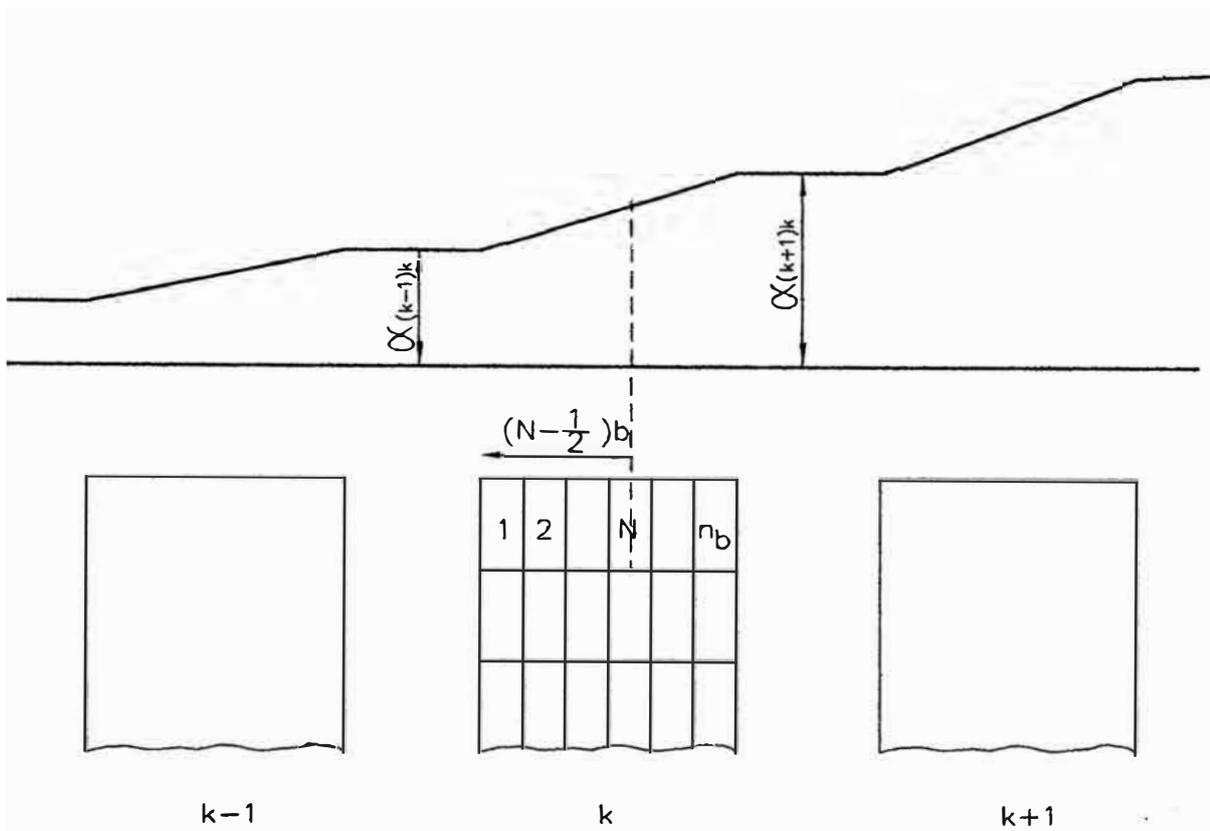


Fig. (3.5): Esquema para el calculo de las perdidas por Foucault en un devanado multicapa

$$= \frac{B_m^2 n_b}{3} \left\{ \alpha_{(k-1)k}^2 + \alpha_{(k-1)k} \alpha_{(k+1)k} + \alpha_{k(k+1)}^2 - \frac{[\alpha_{k(k+1)} - \alpha_{(k-1)k}]^2}{4n_b^2} \right\} \quad (15')$$

Reemplazando esta expresión en (3.18), determinamos las pérdidas por focoult en la k-ésima capa.

Las pérdidas por focoult en la k-ésima capa será:

$$P_{fk} = \frac{\pi D_k a b^3 n_a n_b w^2 \gamma B_m^2}{72} \times \left\{ \alpha_{(k-1)k}^2 + \alpha_{(k-1)k} \alpha_{(k+1)k} + \alpha_{k(k+1)}^2 - \frac{[\alpha_{k(k+1)} - \alpha_{(k-1)k}]^2}{5n_b^2} \right\} \quad (3.19)$$

Las pérdidas por focoult en un devanado compuesto por S_1 capas, es igual a la suma de las pérdidas en todas las capas. Reemplazando en la fórmula 3.19.

$$B_m \approx \mu_o \frac{\sqrt{2} IN}{h} \quad (16')$$

Donde IN: es la FMM de todo el devanado de alta o baja tensión, se obtendrá en watts.

$$P_f = \sum_{k=1}^{s_1} P_{fk} = \frac{\pi \mu_o^2 w^2 \gamma (IN)^2}{36 h^2} \sum_{k=1}^{s_1} D_k a b^3 n_a n_b \left\{ \alpha_{(k-1)k}^2 + \alpha_{(k-1)k} \alpha_{(k+1)k} + \alpha_{k(k+1)}^2 - \frac{[\alpha_{k(k+1)} - \alpha_{(k-1)k}]^2}{5n_b^2} \right\} \quad (3.20)$$

Cuando el número de conductores por capa en dirección radial es $n_b > 1$, se puede despreciar el último miembro entre llaves. Considerando esto, así como suponiendo, que todas las capas del devanado han sido arrollados con un mismo

conductor y que además tienen el mismo número de conductores en dirección axial y radial, encontramos:

$$P_f = \frac{\pi \mu_o^2 w^2 \gamma (IN)^2 ab^3 n_a n_b}{36h^2} \sum_{k=1}^{s_1} D_k \{ \alpha_{(k-1)k}^2 + \alpha_{(k-1)k} \alpha_{(k+1)k} + \alpha_{k(k+1)}^2 \} \quad (3.21)$$

Dividiendo esta expresión entre las pérdidas óhmicas, que para el devanado de capas, arrollados con un mismo conductor con valores constantes de n_a , n_b , es igual a:

$$P_o = \frac{\pi}{\gamma} J_c^2 ab n_a n_b \sum_{k=1}^{s_1} D_k \quad (17')$$

Obtenemos el valor relativo de las pérdidas por Focoult

$$\frac{P_f}{P_o} = \frac{P_f}{P_o} = \frac{\mu_o^2 w^2 \gamma^2 b^4 (n_b s_1)^2 \beta^2 \sum_{k=1}^{s_1} D_k [\alpha_{(k-1)k}^2 + \alpha_{(k-1)k} \alpha_{k(k+1)} + \alpha_{k(k+1)}^2]}{\sum_{k=1}^{s_1} D_k} \quad (36) \quad (3.22)$$

En donde se reemplazó

$$IN = J_c ab n_a n_b s_1$$

Donde

S_1 : Es el número de capas del devanado para el cual se calculan las pérdidas y

$$\beta = \frac{a n_a}{h}$$

Reemplazando en (3.22):

$$\mu_o = 4\pi 10^{-7} \frac{H}{m} \quad y \quad \gamma = 47.5 \times 10^{+6} \text{ siemens / m}$$

Obtenemos:

$$\frac{P_f}{P_o} = \frac{P_f}{P_o} = 3.92 f^2 b^4 (n_b s_1)^2 \beta^2 10^3 \frac{\sum_{k=1}^{s_1} D_k \{ \alpha_{(k-1)k}^2 + \alpha_{(k-1)k} \alpha_{(k+1)k} + \alpha_{k(k+1)}^2 \}}{\sum_{k=1}^{s_1} D_k} \quad (3.23)$$

3.4 Pérdidas de Foucault en los devanados de los transformadores con tres o más devanados

Es fácil notar, que los devanados laterales de los transformadores de tres ó más devanados se encuentran en el mismo campo de dispersión, que un devanado de un transformador de dos capas, mientras que el devanado central se encuentra en otras condiciones magnéticas, y la tarea sobre el cálculo de las pérdidas por foucault en él debe analizarse en forma especial.

El diagrama de distribución de la F.M.M. y la inducción del campo de dispersión de estos transformadores dependen de la distribución de corriente en los devanados. Se analizará un transformador de varias capas y se tomará como diagrama de cálculo la distribución de la inducción mostrado en la figura (3.6).

La deducción obtenida abajo tiene caracter general y es válido para cualquier distribución de corriente. Se analiza una capa elemental de conductor del devanado 2 con un ancho de dx , el cual se encuentra a una distancia x del eje del conductor. Fig. (3.4).

La dependencia entre la inducción en el punto X y la densidad de la corriente foucault se determina por la ecuación (3.1).

$$-\frac{\partial B_x}{\partial t} dx = \frac{I}{\gamma} \frac{\partial j_x}{\partial x} dx; \quad (18')$$

Sin embargo el valor de la inducción en el punto x es igual:

$$B_x = B_1 + B_{2x} \quad (19')$$

Donde:

B_1 : Es el valor eficaz de la inducción en el borde del devanado.

B_{2x} : Es la inducción adicional en el punto x que corresponde a la corriente del devanado 2.

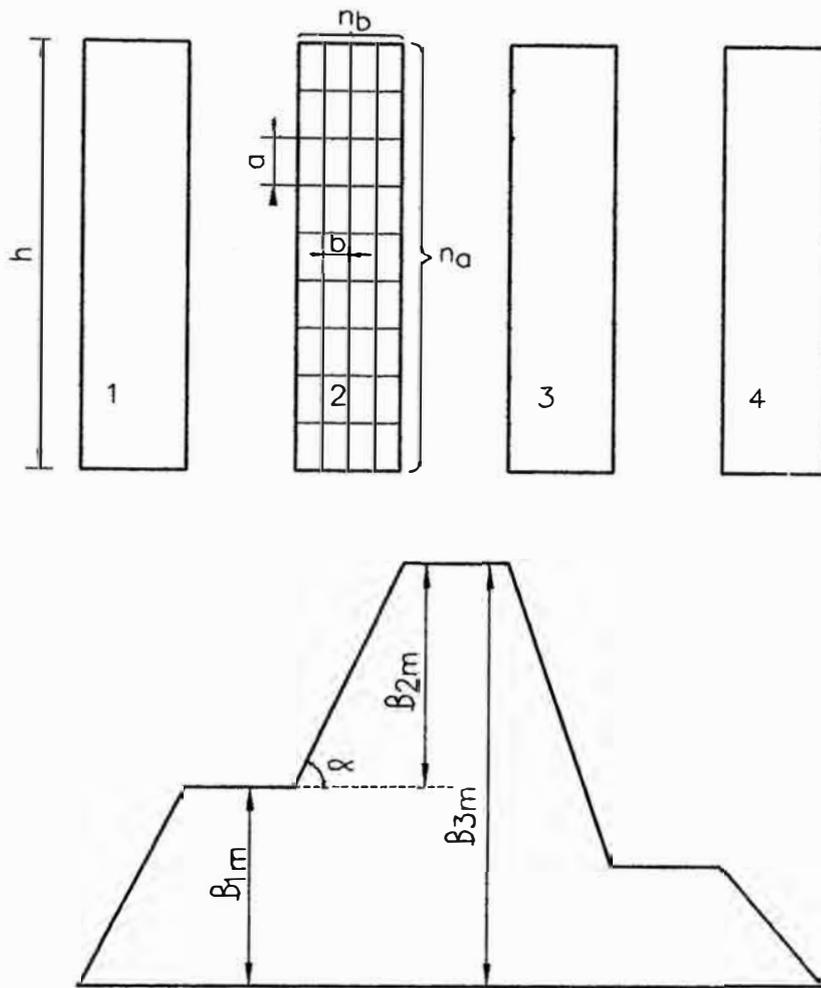


Fig. (3.6): Seccion longitudinal de un transformador de varios devanados y su diagrama de distribucion del campo de dispersion en la seccion transversal

Las inducciones B_1 y B_2 , pueden estar desfasados en vista de que, las corrientes en los devanados de un transformador de varias capas pueden ser desplazados en el tiempo a cualquier ángulo. Representando por el ángulo Ψ la diferencia de fases entre las inducciones B_1 y B_2 , se tendrá:

$$B_1 = B_{1m} \text{Sen}(wt + \psi)$$

$$B_{2x} = B_{2mx} \text{Sen}wt = (B_{mo} + Kx) \text{Sen}wt \quad (20')$$

Donde:

B_{mo} : Es el valor máximo de la inducción por el eje del conductor y $K = \text{tg } \alpha$, así se obtiene

$$B_x = B_{1m} \text{Sen}(wt + \psi) + (B_{mo} + KX) \text{Sen}wt \quad (21')$$

Derivando esta expresión respecto de t y remplazando en (3.1) ó (18') se obtiene:

$$\frac{\partial j_x}{\partial x} dx = -\gamma w [B_{1m} \text{Cos}(wt + \psi) - (B_{mo} + KX) \text{Cos}wt] dx \quad (22')$$

Integrando esta expresión respecto a x , se encuentra la densidad de corriente en el punto x .

$$j_x = -\gamma w [B_{1m} X \text{Cos}(wt + \psi) + (B_{mo} X + \frac{kx^2}{2} \text{Cos}wt)] + C \quad (3.24)$$

La constante de integración queda determinada por la condición de que todas las corrientes por focoult son iguales a cero a través de la sección transversal del conductor.

$$\int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} j_x dx = -\gamma w \left[B_{1m} \frac{x^2}{2} \cos(\omega t + \psi) + \left(B_{m0} \frac{x^2}{2} + \frac{kx^3}{6} \right) \cos \omega t \right] + Cx \Big|_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} = 0 \quad (23')$$

De donde:

$$C = \frac{w \gamma k b^2}{24} \cos \omega t$$

Reemplazando esta expresión en (3.24) se obtiene:

$$\begin{aligned} j_x &= -\gamma w \left[B_{1m} x \cos(\omega t + \psi) + \left[B_{m0} x + \frac{kx^2}{2} - \frac{kb^2}{24} \right] \cos \omega t \right] \\ &= j_{1x} + j_{2x} \end{aligned} \quad (3.25)$$

En consecuencia la densidad de las corrientes por focault en el devanado central de un transformador de varias capas tiene dos componentes que dependen de los valores de inducción B_1 y B_2 .

El valor máximo de inducción por el eje del conductor es

$$B_{m0} = \left(N - \frac{1}{2} \right) b \frac{B_{2m}}{bn_b} = \left(N - \frac{1}{2} \right) \frac{B_{2m}}{n_b} \quad (24')$$

Donde:

N : Es el número del conductor (ver figura 3.3).

n_b : Es el número de conductores del devanado central en dirección radial.

Reemplazando esta expresión así como la expresión:

$$k = \frac{B_{2m}}{bn_b}$$

en la ecuación (3.25) se obtiene:

$$j_x = -B_{1m} \gamma w x \cos(\omega t + \psi) - \frac{B_{2m}}{n_b} \gamma w \left[\left(N - \frac{1}{2} \right) x + \frac{x^2}{2b} - \frac{b}{24} \right] \cos \omega t = j_{1x} + j_{2x} \quad (3.26)$$

El valor eficaz de la densidad de corriente en el punto x queda determinado por

$$\begin{aligned}
 J_x^2 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (J_{1x} + J_{2x})^2 dwt = \frac{w^2 \gamma^2}{2\pi} \left(B_{1m}^2 X^2 \left[\frac{wt}{2} + \frac{\text{Sen}2(wt + \psi)}{4} \right] \right. \\
 &\quad \left. + \frac{B_{2m}^2}{n_b^2} \left[\left(N - \frac{1}{2} \right) x + \frac{x^2}{2b} - \frac{b}{24} \right]^2 \left[\frac{wt}{2} + \frac{\text{Sen}2wt}{4} \right] + \frac{2 B_{1m} B_{2m} X}{n_b} \right. \\
 &\quad \left. \left[\left(N - \frac{1}{2} \right) x + \frac{x^2}{2b} - \frac{b}{24} \right] \left[\frac{wt}{2} \text{Cos} \psi + \frac{\text{Sen}(2wt + \psi)}{4} \right] \right\} = \\
 &\quad \frac{w^2 \gamma^2}{2} \left\{ B_{1m}^2 x^2 + \frac{B_{2m}^2}{n_b^2} \left[\left(N - \frac{1}{2} \right) x + \frac{x^2}{2b} - \frac{b}{24} \right]^2 + \frac{2 B_{1m} B_{2m}}{n_b} \right. \\
 &\quad \left. \text{Cos} \psi \left[\left(N - \frac{1}{2} \right) X^2 + \frac{X^3}{2b} - b \frac{x}{24} \right] \right\}
 \end{aligned}
 \tag{3.27}$$

Las pérdidas en un elemento de conductor con longitud de un metro, altura a y ancho dx, es igual:

$$\frac{1}{\gamma} a J_x^2 dx$$

Mientras que las pérdidas en un conductor con longitud πD , donde D, es el diámetro medio del devanado será:

$$P_{1f} = \frac{\pi D a}{\gamma} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} J_x^2 dx = \frac{\pi D a b^3 \gamma w^2}{24} \left\{ B_{1m}^2 + \frac{B_{2m}^2}{n_b^2} \left[\left(N - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{60} \right] + \frac{2 B_{1m} B_{2m} \text{Cos} \psi}{n_b} \left(N - \frac{1}{2} \right) \right\}
 \tag{3.28}$$

Las pérdidas por focault en todo el devanado se encuentra sumando las pérdidas en todos los conductores.

$$P_f = n_a \sum_1^{n_s} P_{1f} = \frac{\pi D a b^3 \gamma w^2 n_a}{24} \left\{ n_b B_{1m}^2 + \frac{B_{2m}^2}{n_b^2} \sum_1^{n_s} \left[\left(N - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{60} \right] + \right.$$

$$\frac{2 B_{1m} B_{2m} \text{Cos} \psi}{n_b} \sum_1^{n_b} (N - \frac{1}{2}) \} = \frac{\pi D a b^3 \gamma w^2 n_a n_b}{72} [3 B_{1m}^2 + \frac{B_{2m}^2}{n_b^2} (n_b^2 - 0.2) + 3 B_{1m} B_{2m} \text{Cos} \psi] \quad (25')$$

Despreciando 0.2 con relación a n_b^2 obtenemos:

$$P_f = \frac{\pi D a b^3 \gamma w^2 n_a n_b}{72} (3 B_{1m}^2 + B_{2m}^2 + 3 B_{1m} B_{2m} \text{Cos} \psi) \quad (3.29)$$

La expresión entre paréntesis de (3.29) puede ser transformada del diagrama vectorial de la inducción del campo de dispersión fig (3.7).

Se tiene:

$$B_{3m}^2 = B_{1m}^2 + B_{2m}^2 + 2 B_{1m} B_{2m} \text{Cos} \psi$$

$$B_{2m}^2 = B_{1m}^2 + B_{3m}^2 - 2 B_{1m} B_{3m} \text{Cos} \varphi \quad (26')$$

De donde:

$$3 B_{1m}^2 + B_{2m}^2 + 3 B_{1m} B_{2m} \text{Cos} \psi =$$

$$= B_{1m}^2 + B_{3m}^2 + B_{1m} B_{3m} \text{Cos} \varphi \quad (27')$$

Por lo tanto:

$$P_f = \frac{\pi D a b^3 \gamma w^2 n_a n_b}{72} (B_{1m}^2 + B_{3m}^2 + B_{1m} B_{3m} \text{Cos} \varphi) \quad (3.30)$$

Donde:

B_{1m} y B_{3m} : Son las inducciones máximas reales del campo de dispersión en los devanados laterales interior y exterior;

ϕ : Es el ángulo de desfasaje entre los vectores B_{1m} y B_{3m} .

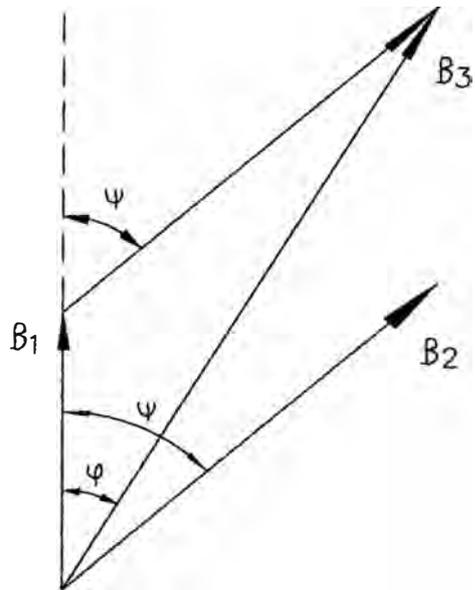


Fig. (3.7): Diagrama vectorial de la induccion del campo de dispersion para el devanado de un transformador de varios devanados

La fórmula (3.30) es universal para determinar las pérdidas por focoult en cualquier devanado de un transformador de varios devanados. Para los devanados laterales se debe considerar una de las inducciones (B_{1m} ó B_{3m}) igual a cero, entonces la fórmula tomará la forma de la ecuación (3.8) para un transformador de 2 devanados.

Dividiendo la ecuación (3.30) entre (3.9), se obtiene el valor relativo (p.u.) de las pérdidas por focoult.

$$\frac{P_f}{P_o} = \frac{P_f}{P_o} = \frac{w^2 \gamma^2 b^2}{72 J_c^2} (B_{1m}^2 + B_{3m}^2 + B_{1m} B_{3m} \cos \varphi) \quad (3.31)$$

y el coeficiente de Skin será:

$$K_r = 1 + \frac{P_f}{P_o} \quad (28')$$

Las mayores pérdidas por focoult en el devanado central será cuando esta sea retirada (sin corriente). En este caso B_{1m} es igual a B_{3m} y $\cos \varphi = 1$, debido a esto las pérdidas por focoult para iguales condiciones, resultan en tres veces mayor que en los devanados laterales alimentados con corriente.

La fórmula (3.31), puede ser transformada, especialmente para el transformador de tres devanados en una expresión más simple. se considera que las corrientes en todos los devanados son reducidos al número de espiras del devanado central; las expresiones de la inducción en función de sus corrientes es:

$$B_{1m} \approx \mu_o \frac{\sqrt{2} I_1 N}{h} = \frac{\mu_o \sqrt{2} I_1 n_a n_b}{h};$$

$$B_{3m} \approx \mu_o \frac{\sqrt{2} I_3 N}{h} = \frac{\mu_o \sqrt{2} I_3 n_a n_b}{h}; \quad (29')$$

Reemplazando estas expresiones en (3.31) así como J_c por:

$$\frac{I_2}{ab}$$

se obtiene:

$$\underline{P}_f = \frac{2 \mu_o^2 w^2 \gamma^2 a^2 b^4 n_a^2 n_b^2}{72 I_2^2 h^2} (I_1^2 + I_3^2 + I_1 I_3 \text{Cos} \varphi) \quad (30')$$

Reemplazando las corrientes por sus valores relativos (p.u.)

$$\underline{I}_1 = \frac{I_1}{I_N}, \underline{I}_2 = \frac{I_2}{I_N} \text{ y } \underline{I}_3 = \frac{I_3}{I_N},$$

donde:

I_N : Es la corriente nominal del transformador, asimismo considerando $w = 2 \pi f$, se

obtiene:

$$\underline{P}_f = 1.095 \frac{\mu_o^2 f^2 \gamma^2 b^4 n_b^2 \beta^2}{I_2^2} (\underline{I}_1^2 + \underline{I}_3^2 + \underline{I}_1 \underline{I}_3 \text{Cos} \varphi) \quad (3.32)$$

Donde:

$$\beta = \frac{n_a a}{h}$$

Si se desprecia la corriente magnetizante del transformador, entonces del triángulo de corrientes, fig. (3.8), se tendrá:

$$\underline{I}_1 \underline{I}_3 \text{Cos} \varphi = \frac{I}{2} (\underline{I}_1^2 - \underline{I}_2^2 + \underline{I}_3^2) \quad (31')$$

$$\underline{P}_f = 1.095 \mu_o^2 f^2 \gamma^2 b^4 n_b^2 \beta^2 \frac{I}{2 I_2^2} (3 \underline{I}_1^2 - \underline{I}_2^2 + 3 \underline{I}_3^2) \quad (3.33)$$

Comparemos las pérdidas por focoult en el devanado central en dos regímenes de operación, o sea con tres devanados y dos devanados, cuando por el devanado circula una corriente igual a la corriente primaria.

En el primer caso las pérdidas serán:

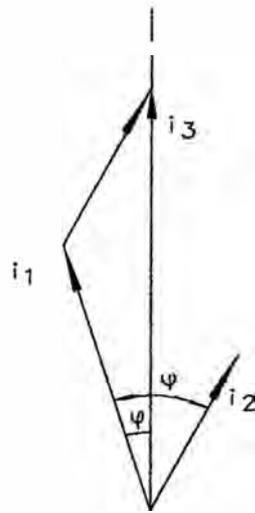


Fig. (3.8): Diagrama vectorial de corrientes para un transformador de tres devanados.

$$\text{Primer caso: } \underline{P}_{2(3)} \underline{I}_2^2 (I_c^2 r) \tag{32'}$$

$$\text{Segundo caso: } \underline{P}_{2(2)} \underline{I}_3^2 (I_c^2 r)$$

Donde:

$\underline{P}_{2(3)}$ y $\underline{P}_{2(2)}$: Son los valores relativos de las pérdidas por focoult en el devanado central en régimen de tres y dos devanados respectivamente; los cuales fueron calculados por las fórmulas (3.33) y (3.13).

\underline{I}_2 y \underline{I}_3 : Valores relativos de corrientes en los mismos regímenes

Por lo tanto la relación de las pérdidas por focoult en el devanado central entre las pérdidas por focoult en el devanado lateral de un transformador de 3 devanados será:

$$C = \frac{\underline{I}_2^2 \underline{P}_{2(3)}}{\underline{I}_3^2 \underline{P}_{3(3)}} = \frac{I}{2\underline{I}_3^2} (3\underline{I}_1^2 - \underline{I}_2^2 + 3\underline{I}_3^2) \tag{3.34}$$

De la fórmula se puede apreciar, que las mayores pérdidas por focoult en el devanado central tiene lugar, cuando este se encuentra sin carga y por los devanados laterales si fluyen corrientes. En este caso $I_2 = 0$, $I_1 = I_3$ y $C = 3$. En régimen de dos devanados $I_2 = I_3$ y $I_1 = 0$ por lo tanto $C = 1$.

Notemos que la fórmula (3.34) es válido solo para el caso cuando la máxima corriente circula en uno de los devanados laterales.

En esta fórmula la máxima corriente se representa por I_3 .- Cuando la corriente máxima circula en el devanado central, por ejemplo cuando este es el primario, entonces la corriente en este devanado en régimen de tres devanados es igual a la corriente en régimen de dos devanados, en consecuencia la fórmula (3-34) toma la forma de (3-35).

$$C = \frac{P_{2(3)}}{P_{3(3)}} = \frac{I}{2I_2^2} (3I_1^2 - I_2^2 + 3I_3^2) \quad (3.35)$$

En la fig. (3.9) se ilustra el valor del coeficiente C para diferentes casos de distribución de corriente en los devanados de un transformador de tres devanados. Los casos 1-4 son calculados por la fórmula (3.34).

El caso 5 y 6 por la fórmula (3.35).

En el caso 4 el desfase entre las corrientes I_1 e I_2 es igual a 120° .

En el caso 6 el desfase entre las corrientes I_1 e I_3 es igual a 90° .

3.5 Pérdidas por el campo de dispersión en transformadores con devanados alternados

En la fig. (3.10) se muestra una sección de un devanado alternado simétrico. Como la dimensión radial del devanado es (bn_b) pequeña con relación al diámetro (D), entonces se puede aproximar la inducción del campo de dispersión que en cualquier sección longitudinal del devanado son idénticos e iguales a la inducción en la sección central. Debido a esto el mapa teórico del campo de dispersión para un par de devanados concéntricos fig. (2.1) será igual, sin embargo las dimensiones y el número de conductores con relación al sentido de la inducción del campo de dispersión cambian de posición. En consecuencia las pérdidas por Focoult en la sección de un devanado alternado simétrico (Ver. Ec. 3.8), queda determinado por la ecuación (3.36).

$$P_{if} = \frac{\pi D \alpha^3 b n_a n_b w^2 \gamma B_m^2}{72} \quad (3.36)$$

Y las pérdidas totales en un devanado que tiene "n" secciones, será "n" veces mayor.

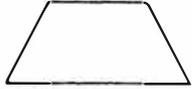
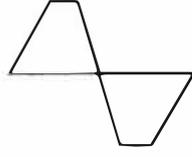
CASO analizado	Diagrama de inducción del campo de dispersión	Valores de las corrientes en por unidad	Valor del coeficiente C
			
1		$I_1 = I_3; I_2 = 0$	3
2		$I_1 = 0,5; I_2 = 0,5;$ $I_3 = 1,0$	1.75
3		$I_1 = 0; I_2 = I_3$	1.0
4	—	$I_1 = 1,0; I_2 = 1,0;$ $I_3 = 1,0$	2.5
5		$I_1 = 0,5; I_2 = 1,0;$ $I_3 = 0,5$	0.25
6	—	$I_1 = 0,707; I_2 = 1,0;$ $I_3 = 0,707$	1.0

Fig. (3.9): Relación de pérdidas en el devanado central de un transformador de tres devanados en régimen de tres y dos devanados

- 1.-Devanado central separado aislado
- 2.-Régimen de 3 devanados con corrientes máximas
- 3.-Régimen de dos devanados
- 4.-Régimen de 3 devanados con corrientes nominales en todos los devanados $\phi = 120^\circ$
- 5.-Régimen de 3 devanados con corrientes máximas en el devanado dos.
- 6.-Régimen de 3 devanados $\phi = 90^\circ$

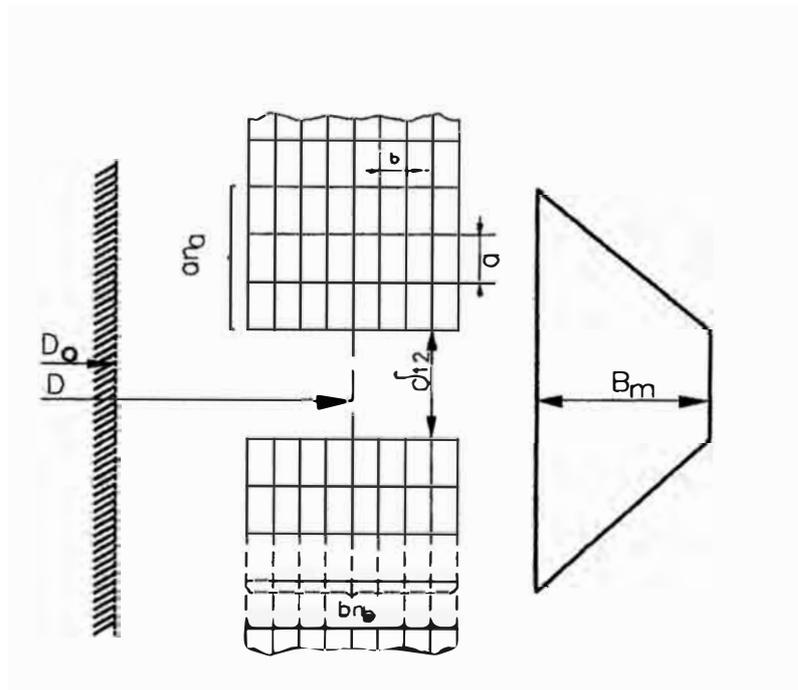


Fig. (3.10): Una seccion de un devanado alternado simetrico

$$P_f = \frac{\pi D n a^3 b n_a n_b w^2 \gamma B_m^2}{72} \quad (3.37)$$

Si el total de conductores de la sección es conectado en serie, entonces las pérdidas óhmicas en este devanado será:

$$P_o = \frac{I}{\gamma} J_c^2 \pi D n_a n_b a b n \quad (33')$$

Por lo tanto el valor relativo de las pérdidas por focoult en el devanado será:

$$\underline{P}_f = 0.548 \left(\frac{B_m \gamma f a}{J_c} \right)^2 \quad (3.38)$$

De la ecuación (3.38) se puede apreciar, que las pérdidas por focoult en un devanado alternado, cuando los conductores son arrollados en posición lateral, o sea la parte más ancha y en paralelo a la columna del núcleo, serán sensiblemente mayores que las pérdidas en los devanados concéntricos, por cuanto las pérdidas por focoult son proporcionales al cuadrado de la dimensión del conductor en dirección perpendicular a la inducción del campo de dispersión.

Si las secciones del devanado alternado son divididas en capas (ver Fig. 2.9), entonces las pérdidas por focoult en los conductores pueden ser determinados por el método utilizado en el estudio de los devanados concéntricos de varias capas.

En los devanados alternados simétricos el diámetro de todas las capas son iguales, por lo tanto el diámetro se factoriza fuera del signo de sumatoria.

Si todas las capas de la sección son arrolladas con el mismo conductor y tienen el mismo número de filas en dirección axial y radial respectivamente, entonces las pérdidas por focoult en una sección de S_1 capas será.

$$P_{1f} = \frac{\pi D a^3 b n_a n_b w^2 \gamma B_m^2}{72} \sum_{k=1}^{S_1} (\alpha_{(k-1)k}^2 + \alpha_{(k-1)k} \alpha_{k(k+1)} + \alpha_{k(k-1)}^2) \quad (34')$$

Dividiendo esta expresión entre la pérdida óhmica en la sección.

$$P_o = \frac{I}{\gamma} J_c^2 \pi D n_a n_b a b s_l \quad (35')$$

Obtenemos el valor relativo de las pérdidas por focoult en un devanado alterado.

$$\frac{P_f}{P_o} = 0.548 \left(\frac{\alpha \gamma f B_m}{J_c} \right)^2 \frac{I}{S_l} \sum_{k=1}^{s_l} (\alpha_{(k-1)k}^2 + \alpha_{(k-1)k} \alpha_{k(k+1)} + \alpha_{k(k+1)}^2) \quad (3.39)$$

Debemos notar que en las fórmulas (3.36) y (3.37).

n_a : Es el número de capas de la sección, o sea el número de capas de la bobina dividido entre dos.

3.6 Pérdidas en un transformador con devanados sin transposición

3.6.1 Introducción

Cuando las corrientes son grandes en los devanados de un transformador, estos son arrollados con varios conductores paralelos. En los devanados tipo espiral continuo y de algunos otros, los conductores conectados en paralelo son ubicados en fila en dirección perpendicular a la inducción del campo de dispersión. Si en este caso no se toma medidas especiales las corrientes en los conductores son distribuidas en forma no uniforme, muy similar a lo que se obtendría en un conductor, cuyas dimensiones serían iguales a la suma de las dimensiones de los conductores paralelos en la dirección indicada. Debido a esto las pérdidas en el cobre del devanado superarían sensiblemente las pérdidas óhmicas. La distribución no uniforme de las corrientes se explica fundamentalmente por la desigualdad de las reactancias en las diferentes ramas, debido a que el flujo de dispersión concatenado con ellas no son iguales.

Con la finalidad de mejorar la distribución de las corrientes en las ramas paralelas se ejecuta una transposición, o sea el reordenamiento de los

conductores uno con otro durante el proceso del arrollado. La ejecución de una transposición concreta depende del tipo de devanado y el número de ramas paralelas.

En la fig. (3.11), se muestra las transposiciones de mayor uso.

En la fig (3.11 a), no existe transposición.

En la fig. (3.11 b), se muestra una transposición común, aquí los conductores permutan de posición con respecto al centro: El conductor superior resulta abajo, el segundo arriba; etc. Una transposición común es aplicado en los devanados tipo espiral con un pequeño número de conductores en paralelo (normalmente $m \leq 4$) y se ejecuta en la parte media de la altura del devanado. Esta transposición es aplicada en devanados tipo bobina continua en cada colocación de conductor. Esta transposición resulta satisfactoria, o sea iguala totalmente las reactancias de los conductores paralelos cuando $m = 2$ ($m =$ número de conductores en paralelo).

En la Fig. (3.11 c), se muestra una transposición, compuesta por una común y dos grupales. Esta transposición es aplicada en devanados espirales cuando el número de conductores paralelos normalmente no sobrepasan A 16, para lo cual la transposición común se ubica a media altura del devanado, y las grupales en forma simétrica a una distancia, de los laterales de bobina, de 25% de la altura. En las transposiciones grupales se cambian mutuamente de lugar dos mitades de los conductores; la mitad exterior queda como interior y la mitad interior como exterior. Esta transposición resulta satisfactoria para $m = 4$.

En la fig.(3.11d), se muestra una transposición que es aplicada cuando el número de conductores paralelos es grande ($m > 16$) y resulta satisfactorio para $m=8$.

En la Fig. (3.11 e), se muestra una transposición distribuida total, en esta transposición el conductor cambia de posición continuamente a lo largo del

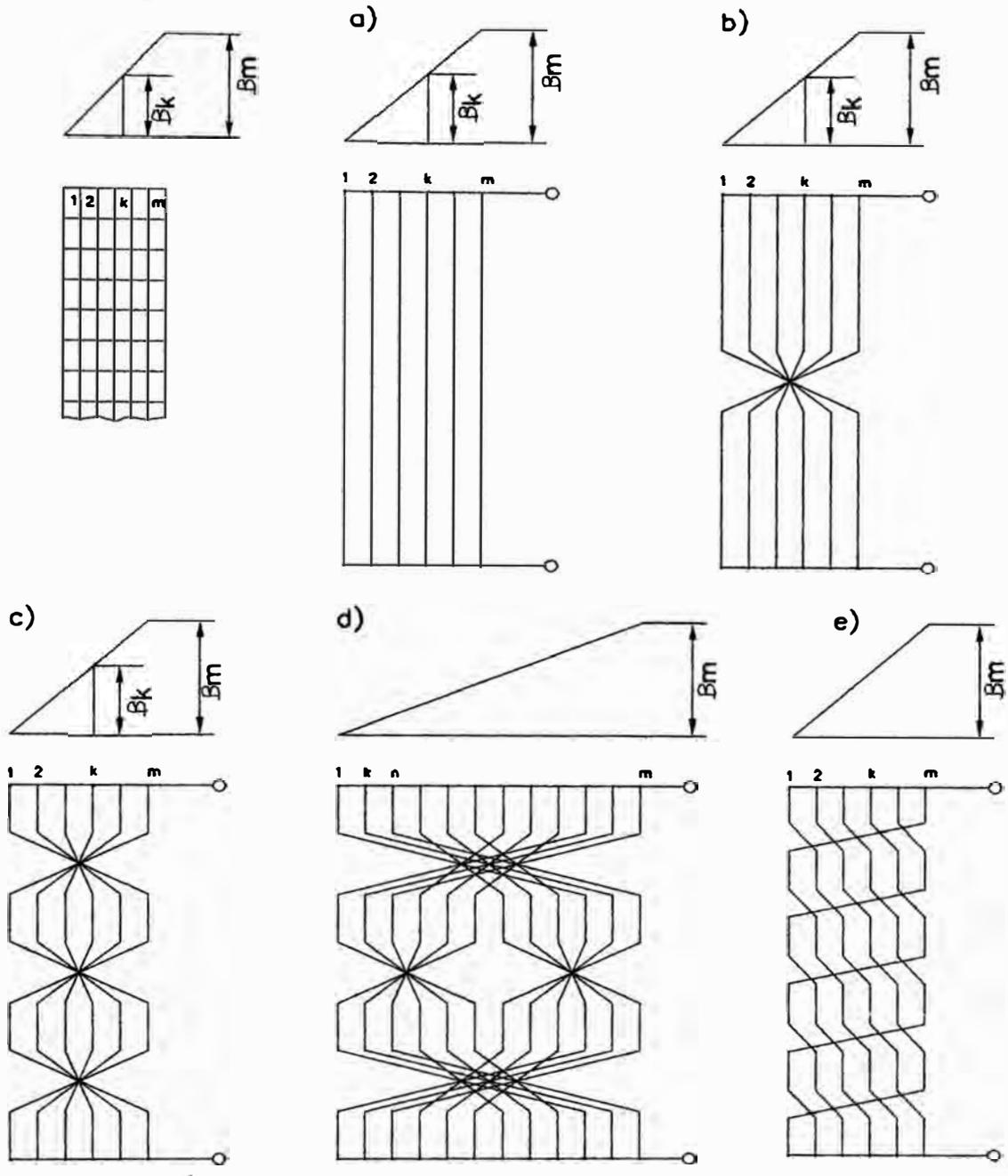


Fig. (3.11): Tipos de transposiciones en los devanados de un transformador

- a.-No existe transposicion de conductores
- b.-Con una transposicion comun
- c.-Con una transposicion comun y 2 grupales
- d.-Transposicion de biuda o total
- e.-Transposicion distribuida total

devanado. Normalmente para una igualación buena de reactancia de los conductores, el cambio de posición total de conductores se repite en el devanado dos veces (en la fig. se muestra un solo cambio de posición total).

Solo la transposición distribuida total permite igualar las reactancias de todas las ramas paralelas para cualquier número de ellas por lo tanto, no existirán corrientes circulantes entre ellas.

Si el número de conductores paralelos sobrepasa los indicados, entonces todas las demás transposiciones resultan no satisfactorias y entre las ramas paralelas existirán corrientes circulantes, causantes de las pérdidas por transposición no balanceada.

3.6.2 Método de cálculo de las pérdidas por corrientes circulantes en los devanados

Supongamos que un devanado es arrollado con "m" conductores en paralelo. Para simplificar consideremos que todos los conductores paralelos tienen la misma resistencia óhmica. Como ya se consideró, la corriente de carga se distribuye uniformemente entre todas las ramas paralelas, por eso la corriente real de la k-ésima rama paralela es:

$$I_k = \frac{I_c}{m} + I_{kc} \quad (3.40)$$

Donde:

I_c : Es la corriente de carga y

I_{kc} : Es la corriente circulante en la k-ésima rama paralela.

Por lo tanto la suma de la corriente circulante en todas las ramas paralelas es igual a cero.

$$\sum_{k=1}^m I_{kc} = 0 \quad (3.41)$$

Las pérdidas por corrientes circulantes en el devanado son:

$$P_c = \sum_{k=1}^m I_{kc}^2 r \quad (3.42)$$

Donde:

r: Es la resistencia óhmica de una rama paralela.

La F.E.M. E_o inducida por el campo fundamental en todas las ramas paralelas del devanado son iguales y la F.E.M. E_σ debido al campo de dispersión son diferentes, cada una de las cuales corresponden a diferentes flujos de dispersión que se concatenan con cada una de las ramas.

Las tensiones en los bornes de cada rama son iguales a \dot{U}

Despreciando el campo magnético originado por las corrientes circulantes, ya que ella es de segundo orden, y considerando que la inducción del campo de dispersión esta distribuida por la ley triangular, entonces la F.E.M. para las ramas paralelas toma la forma:

$$\begin{aligned} \dot{E}_o + \dot{E}_{\sigma 1} - \dot{I}_1 r &= \dot{U} \\ \dot{E}_o + \dot{E}_{\sigma 2} - \dot{I}_2 r &= \dot{U} \\ &----- \\ \dot{E}_o + \dot{E}_{\sigma k} - \dot{I}_k r &= \dot{U} \\ &----- \\ \dot{E}_o + \dot{E}_{\sigma m} - \dot{I}_m r &= \dot{U} \end{aligned} \quad (3.43)$$

La magnitud de la F.E.M. de dispersión en la k-ésima rama es:

$$E_{\sigma k} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N \phi_{\sigma k} \quad (3.44)$$

Donde:

$\phi_{\sigma k}$ = Es el flujo de dispersión concatenado con la k-ésima rama del devanado.

Sumando y dividiendo entre "m" la ecuación (3.43), así mismo considerando (3.40) y (3.41) obtenemos:

$$\overset{\circ}{U} - \overset{\circ}{E}_o = -\frac{\overset{\circ}{I}_c}{m} r + \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m E_{\sigma k} = -\frac{\overset{\circ}{I}_c}{m} r + \overset{\circ}{E}_{\sigma m} \quad (3.45)$$

Comparando esta ecuación con el sistema (3.43), obtenemos la F.E.M. de dispersión para la k-ésima rama paralela.

$$\overset{\circ}{E}_{\sigma k} - \left(\frac{\overset{\circ}{I}_c}{m} + \overset{\circ}{I}_{kc}\right) r = \overset{\circ}{E}_{\sigma m} - \frac{\overset{\circ}{I}_c}{m} r \quad (36')$$

Ya que la F.E.M. de dispersión de todas las ramas paralelas coinciden en fase entonces simplificamos borrando el símbolo fasor (o), por cuanto lo que nos interesa es la magnitud de la corriente circulante; entonces se tendrá:

$$I_{kc} = \frac{E_{\sigma k} - E_{\sigma m}}{r} \quad (3.46)$$

Donde:

$E_{\sigma m}$ = Es el valor medio de la F.E.M de dispersión de todas las ramas paralelas.

Las fórmulas obtenidas posibilitan calcular las pérdidas por corrientes circulantes en presencia o no de transposición de conductores paralelos.

Veamos un caso concreto para un devanado tipo espiral, para la deducción de las siguientes fórmulas se utilizan las sumatorias de números naturales elevados a una potencia recordaremos las siguientes expresiones:

$$\sum_{k=1}^m A = mA \quad (A = const.)$$

$$\sum_{k=1}^m k = \frac{m(m+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^m k^2 = \frac{m(m+1)(2m+1)}{6} \quad (37')$$

$$\sum_{k=1}^m k^3 = \frac{m^2 (m+1)^2}{4}$$

$$\sum_{k=1}^m k^4 = \frac{m(m+1)(2m+1)(3m^2+3m-1)}{30}$$

Sin transposición, (Fig. 3.11 a), la inducción del campo de dispersión en el lugar de ubicación de la k-ésima rama será:

$$B_k = B_m \frac{k}{m} \quad (38')$$

Esta rama del devanado se concatena con los tubos de campo magnético, ubicados a la derecha de la k-ésima rama, sin embargo para hallar las corrientes circulantes solamente es necesario considerar el flujo en el espacio donde esta ubicado el devanado, ya que el flujo en el canal principal de dispersión se concatena igual con todas las ramas paralelas del devanado y por eso no origina corrientes circulantes. Reemplacemos el conductor real por un hilo delgado, ubicado en el centro de la sección de los conductores. Para estas condiciones el flujo concatenado con la k-ésima rama será:

$$\phi_{\sigma k} N = \frac{I}{2} \pi DNb(m-k) \left(B_m + B_m \frac{k}{m} \right) = \frac{\pi DNb B_m}{2m} (m^2 - k^2) \quad (3.47)$$

Donde:

D: Es el diámetro medio del devanado

N: Número de espiras del devanado

b: Es la dimensión del conductor en dirección perpendicular al sentido de la inducción del campo de dispersión.

Reemplazando el flujo concatenado en la expresión (3.44) se obtiene:

$$E_{\alpha k} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{\pi DNbf B_m}{m} (m^2 - k^2) \quad (39')$$

El valor medio de la F.E.M. de dispersión de las m ramas es:

$$\begin{aligned} E_{om} &= \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m E_{\alpha k} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{\pi DNbf B_m}{m^2} \sum_{k=1}^m (m^2 - k^2) = \\ &= \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{\pi DNbf B_m}{m} \left(\frac{2m^2}{3} - \frac{m}{2} - \frac{1}{6} \right) \end{aligned} \quad (40')$$

Por la expresión (3.46), la corriente circulante en la k-ésima rama es:

$$I_{kc} = \frac{E_{\alpha k} - E_{om}}{r} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{\pi DNbf B_m}{rm} \left(\frac{m^2}{3} + \frac{m}{2} + \frac{1}{6} - K^2 \right) \quad (41')$$

Las pérdidas por corrientes circulantes será:

$$\begin{aligned} P_c &= \sum_{k=1}^m I_{kc}^2 r = \frac{\pi^2}{2r} \left(\frac{\pi DNbf B_m}{m} \right)^2 \sum_{k=1}^m \left(\frac{m^2}{3} + \frac{m}{2} + \frac{1}{6} - K^2 \right)^2 = \\ &= \frac{\pi^2}{360rm} (\pi DNbf B_m)^2 (16m^4 + 30m^3 - 5m^2 - 30m - 11) \end{aligned} \quad (3.48)$$

reemplazando aquí el valor de B_m de (3.11) y $\mu_0 = 4 \pi \times 10^{-7}$ H/m, obtenemos:

$$P_c = \frac{8.53 \times 10^{-13} D^2 N^4 b^2 f^2 I^2}{rmh^2} (16m^4 + 30m^3 - 5m^2 - 30m - 11) \quad (3.49)$$

Dividiendo esta expresión entre la pérdida óhmica

$$P_o = \frac{I^2 r}{m} \quad (42')$$

y reemplazando en el:

$$r = \frac{\pi DN}{\gamma ab},$$

Así mismo $N = n_a$ (Devanado en espiral), obtenemos el valor relativo de las pérdidas por corrientes circulantes:

$$\frac{P_c}{P_o} = \frac{P_c}{P_o} = 8.63 \times 10^{-14} (f\gamma b^2 \beta)^2 (16m^4 + 30m^3 - 5m^2 - 30m - 11) \quad (3.50)$$

Donde:

$$\beta = \frac{n_a a}{h}$$

Es el coeficiente de llenado por su altura (factor de ventana en sentido axial).

Con una transposición común.- En el caso de una transposición común en una rama paralela, que ocupa el k-ésimo lugar de la mitad superior del devanado, en la mitad inferior del devanado ocupará el (m-k+1)-ésimo lugar fig. (3.11.b). En consecuencia el flujo concatenado con la k-ésima rama será:

$$\begin{aligned} \phi_{\alpha k} N &= \frac{\pi DN}{2} \left[\frac{b(m-k)}{2} (B_m + B_m \frac{K}{m}) + \frac{b(k-1)}{2} (B_m + B_m \frac{(m-k+1)}{m}) \right] \\ &= \frac{\pi DNb B_m}{4m} [m^2 - 2m - 1 - 2K^2 + 2k(m+1)] \end{aligned} \quad (43')$$

reemplazando esta expresión en (3.44), encontramos la F.E.M. de dispersión de la k-ésima rama

$$E_{\alpha k} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \frac{\pi DNb B_m}{m} f[m^2 - 2m - 1 - 2K^2 + 2k(m+1)] \quad (44')$$

El valor de la F.E.M. media será:

$$E_{\sigma m} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m E_{\alpha k} = \frac{\pi^2 DNbf B_m}{2\sqrt{2}m} \left(\frac{4m^2}{3} - m - \frac{1}{3} \right) \quad (45')$$

En consecuencia la corriente circulante en la k-ésima rama será:

$$I_{kc} = \frac{E_{ck} - E_{cm}}{r} = \frac{\pi^2 DNbf B_m}{2\sqrt{2}r m} \left[2k(m+1) - 2k^2 - \frac{m^2}{3} - m - \frac{2}{3} \right] \quad (46')$$

y las pérdidas por corrientes circulantes es

$$P_c = \sum_{k=1}^m I_{kc}^2 r = \frac{\pi^2}{360mr} (\pi DNbf B_m)^2 (m^4 - 5m^2 + 4) \quad (3.51)$$

El valor relativo de estas pérdidas lo obtenemos en forma análogo al caso anterior

$$\underline{P}_c = \frac{P_c}{I_r^2/m} = 8.63 \times 10^{-14} (f\gamma b^2 \beta)^2 (m^4 - 5m^2 + 4) \quad (3.52)$$

De esta expresión se nota, que para una transposición común las pérdidas por corrientes circulantes es igual a cero cuando el número de conductores paralelo es $m=2$.

Con una transposición común y dos grupales.- Es necesario resaltar, que cualquiera de dos ramas paralelas, ubicados simétricamente con relación a los bornes del devanado, por ejemplo el primero y m-ésimo, el segundo y (m-1)-ésimo etc, ocupan en el camino del devanado posiciones iguales.- Reemplacemos $m/2 = n$, entonces las pérdidas por corrientes circulantes en el devanado serán:

$$P_c = 2 \sum_{k=1}^n I_{kc}^2 r \quad (3.53)$$

La rama paralela que ocupa el k-ésimo lugar en la primera cuarta parte, de la altura del devanado (antes de la transposición), ocupará el (k+n)-ésimo lugar en la segunda cuarta parte. En la tercera cuarta parte (después de la transposición

común) ocupa (n+1-k)-ésimo lugar.- En la cuarta parte (Después de la segunda transposición grupal) ocupará (2n-k+1)-ésimo lugar.

El flujo concatenado con la k-ésima rama paralela es:

$$\begin{aligned}
 N \phi_{\alpha k} &= \frac{\pi D N b}{8} \left[(2n-k) \left(B_m + B_m \frac{K}{2n} \right) + (n-k) \left(B_m + B_m \frac{(k+n)}{2n} \right) + \right. \\
 &\quad \left. (n+k-1) \left(B_m + B_m \frac{(n-k+1)}{2n} \right) + (k-1) \left(B_m + B_m \left(\frac{2n-k+1}{2n} \right) \right) \right] = \\
 &= \frac{\pi D N b B_m}{8n} [5n^2 - 3n - 1 + 2K(n+1) - 2k^2]
 \end{aligned} \tag{47'}$$

La F.E.M. de dispersión de la k-ésima rama es:

$$E_{\alpha k} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{\pi D N b f B_m}{4n} [5n^2 - 3n - 1 + 2K(n+1) - 2k^2] \tag{48'}$$

El valor medio de la F.E.M. de dispersión de las n ramas es:

$$\begin{aligned}
 E_{\alpha m} &= \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{\pi D N b f B_m}{4n^2} \sum_{k=1}^n [5n^2 - 3n - 1 + 2K(n+1) - 2k^2] \\
 &= \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{\pi D N b f B_m}{4n} \left(\frac{16n^2}{3} - 2n - \frac{1}{3} \right)
 \end{aligned} \tag{49'}$$

La corriente circulante en la k-ésima rama

$$I_{kc} = \frac{E_{\alpha k} - E_{\alpha m}}{r} = \frac{\pi^2 D N b f B_m}{4\sqrt{2}nr} \left[\frac{n^2}{3} - n - \frac{2}{3} + 2K(n+1) - 2k^2 \right] \tag{50'}$$

En consecuencia las pérdidas por corrientes circulantes será:

$$P_c = 2 \sum_{k=1}^n I_{kc}^2 r = \frac{\pi^2}{720 r n} (\pi D N b f B_m)^2 (n^4 - 5n^2 + 4) \tag{51'}$$

reemplazando $n = m/2$, obtenemos:

$$P_c = \frac{\pi^2}{16 \times 360 r m} (\pi D N b f B_m)^2 (m^4 - 20 m^2 - 64) \quad (3.54)$$

De la fórmula se puede apreciar que la transposición utilizada resulta satisfactoria cuando el número de ramas paralelas $m=4$.

Comparando las fórmulas (3.51) y (3.54), podemos notar que para una gran cantidad de ramas paralelas, la utilización de una transposición común y dos grupales, o lo que es equivalente a una transposición grupal y dos comunes, originan la disminución de las pérdidas por corrientes circulantes en dieciséis veces en comparación cuando fue utilizada una transposición común.

Dividiendo la ecuación (3.54) entre las pérdidas óhmicas y reemplazando B_m de (3.12) obtenemos:

$$\frac{P_c}{I^2 r/m} = 0.54 \times 10^{-14} (f \gamma b^2 \beta)^2 (m^4 - 20 m^2 + 64) \quad (3.55)$$

Con transposición de biuda, En este caso como en los anteriores se tiene tres permutaciones de conductores ubicados a iguales distancias uno con otro. Todos los conductores paralelos se dividen en cuatro grupos, cada uno de los cuales en diferentes secuencias ocupan posiciones iguales en el campo magnético de dispersión.

En consecuencia las pérdidas por corrientes circulantes en todos estos grupos son iguales.

Reemplacemos $\frac{m}{4} = n$, entonces las pérdidas por corrientes circulantes en el devanado será:

$$P_c = 4 \sum_{k=1}^n I_{kc}^2 r \quad (3.53 a)$$

Veamos uno de los grupos de conductores paralelos, por ejemplo compuesto por 1, 2, 3,, k,, n conductores fig. (3.11 d).- El conductor que ocupaba el k-ésimo lugar antes de la transposición, luego de la primera permutación ocupará el (3n+k)-ésimo lugar, después de la segunda permutación el (3n-k+1)-ésimo lugar, y después de la tercera el (2n-k+1)-ésimo lugar.

El flujo concatenado con la k-ésima rama paralela será:

$$\begin{aligned}
 N \phi_{\alpha} &= \frac{\pi DN}{4} \left[\frac{(4n-k)b}{2} \left(B_m + B_m \frac{k}{4n} \right) + \frac{(n-k)b}{2} \left(B_m + B_m \frac{(3n+k)}{4n} \right) \right. \\
 &+ \left. \frac{(n+k-1)b}{2} \left(B_m + B_m \frac{(3n-k+1)}{4n} \right) + \frac{(2n+k-1)b}{2} \left(B_m + B_m \frac{(2n-k+1)}{4n} \right) \right] \\
 &= \frac{\pi DN b B_m}{16n} [21n^2 - 5n - 1 + 2k(n+1) - 2K^2]
 \end{aligned} \tag{52'}$$

La F.E.M. de dispersión de la k-ésima rama será:

$$E_{\alpha} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{\pi DN b f B_m}{8n} [21n^2 - 5n - 1 + 2k(n+1) - 2K^2] \tag{53'}$$

El valor medio de la F.E.M. de dispersión para las "n" ramas paralelas es:

$$\begin{aligned}
 E_{\alpha} &= \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{\pi DN b f B_m}{8 n^2} \sum_{k=1}^n [21n^2 - 5n - 1 + 2k(n+1) - 2K^2] \\
 &= \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{\pi DN b f B_m}{24n} [64n^2 - 12n - 1]
 \end{aligned} \tag{54'}$$

La corriente circulante en esta k-ésima rama

$$I_{kc} = \frac{E_{\alpha} - E_{\alpha m}}{r} = \frac{\pi^2 DN b f B_m}{8\sqrt{2}nr} \left[-\frac{n^2}{3} - n - \frac{2}{3} + 2k(n+1) - 2k^2 \right] \tag{55'}$$

Las pérdidas por corrientes circulantes en el devanado

$$P_c = 4 \sum_{k=1}^n I_{kc}^2 r = \frac{\pi^2}{1440nr} (\pi DNbf B_m)^2 (n^4 - 5n^2 + 4)$$

(56')

Reemplazando $n = m/4$, obtenemos las pérdidas por corrientes circulantes en el devanado

$$P_c = \frac{\pi^2}{256 \times 360 r m} (\pi DNbf B_m)^2 (m^4 - 80m^2 + 1024)$$

(3.54 a)

De la fórmula se puede notar que la transposición analizada es satisfactoria para $m = 8$.- Comparando las expresiones (3.54) y (3.54 a) podemos notar, que para un mismo número suficientemente grande de conductores en paralelo la transposición de-biuda arroja pérdidas por corrientes circulantes en 16 veces menor que cuando se utiliza una transposición común, y dos grupales ó una grupal y dos comunes.

Dividiendo (3.54 a) entre las pérdidas óhmicas, y considerando (3.12) obtenemos el valor relativo (p.u.).

$$\frac{P_c}{I^2 r / m} = 0.338 \times 10^{-15} (f \gamma b^2 \beta)^2 (m^4 - 80m^2 + 1024)$$

(3.55 a)

Si la expresión de las pérdidas por corrientes circulantes con diferentes tipos de transposición, se divide entre la expresión de las pérdidas por corrientes de focault en los conductores (3.13) y reemplazando en ella, para un devanado tipo espiral $n_b = m$ y $\mu_o = 4 \pi \times 10^{-7}$ H/m, entonces obtenemos una magnitud que dependerá solamente del número paralelo de conductores y no así de las

dimensiones y la conductancia del conductor, altura del devanado y la frecuencia de la corriente alterna.

Si no existe transposición se tiene:

$$\frac{P_c}{P_f} = 0.8(m^2 + 1.84m - 0.312 - \frac{1.87}{m} - \frac{0.687}{m^2}) \quad (57')$$

Para una transposición común se tiene:

$$\frac{P_c}{P_f} = 5.10^{-2}(m^2 - 5 + \frac{4}{m^2}) \quad (58')$$

Para una transposición común y dos grupales se tiene:

$$\frac{P_c}{P_f} = 3.12 \times 10^{-3}(m^2 - 20 + \frac{64}{m^2}) \quad (59')$$

Para una transposición de-biuda o total, se tiene:

$$\frac{P_c}{P_f} = 1.95 \times 10^{-4}(m^2 - 80 + \frac{1024}{m^2}) \quad (60')$$

Mediante estas fórmulas se obtuvieron las curvas de la figura (3.12), las cuales pueden ser utilizadas para el cálculo de las pérdidas por corrientes circulantes en el devanado tipo espiral.

3.7 Métodos usados para la disminución de pérdidas debido al campo de dispersión en los transformadores

Las pérdidas ocasionadas por el campo de dispersión disminuyen el rendimiento o eficiencia del transformador, ocasionando además el sobrecalentamiento de algunas partes como son:

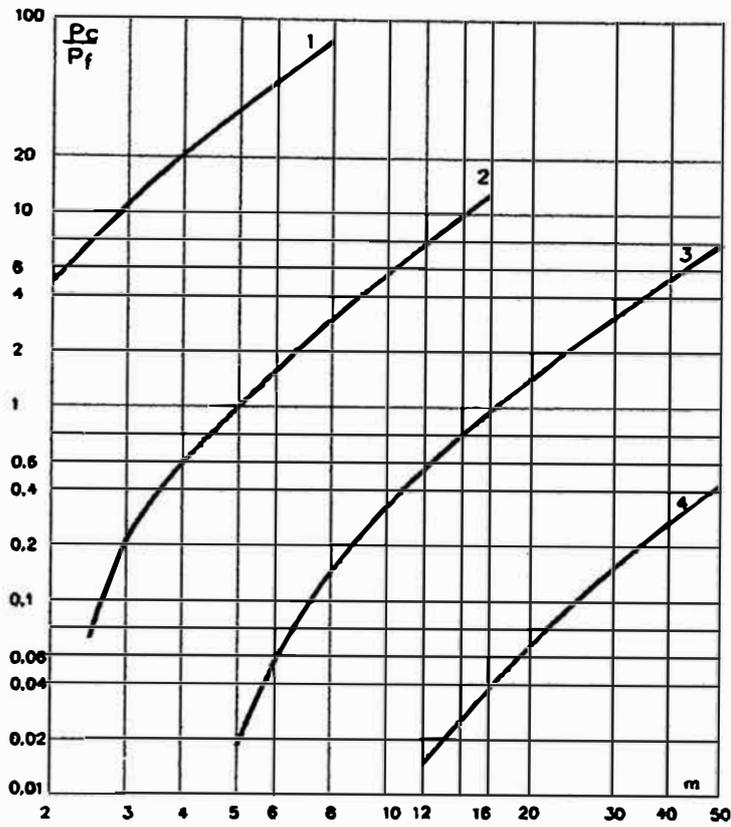


Fig. (3.12): Curvas características de la relación $\frac{P_c}{P_f}$

- 1.-Sin transposicion
- 2.-Con una transposicion comun
- 3.-Con una transposicion
- 4.-Con transposicion de biuda o total

Espiras del devanado las cuales se encuentran especialmente dentro del campo concentrado, así mismo en las arandelas de presión y elementos de ajuste.

Con el aumento de la potencia de los transformadores el valor de estas pérdidas por dispersión son elevadas no solo en valor absoluto sino también en valor relativo haciéndose de esta manera más dificultosa la disipación del calor.- Debido a esto se debe considerar medidas especiales para disminuir estas pérdidas.

Una de las formas más efectivas de disminuir las pérdidas de dispersión sería disminuyendo el mismo campo de dispersión; sin embargo esta medida conlleva al aumento de la corriente de cortocircuito y la limitación del valor de la tensión de cortocircuito recomendado por normas.

Por lo tanto conociendo la magnitud del campo de dispersión, las pérdidas pueden ser disminuidas:

- 1.- Dirigiendo el flujo del campo de dispersión por rutas donde ellos ocasionen menores pérdidas.
- 2.- Seleccionando correctamente la configuración y las dimensiones de los distintos elementos del transformador.
- 3.- Construyendo algunos elementos con materiales no conductores y amagnéticos.

Analicemos los tres casos:

- 1.- Como ya fue demostrando la existencia de un campo transversal (radial) en los devanados concéntricos ocasiona, la elevación de pérdidas en los conductores del devanado.- Este campo transversal produce también grandes pérdidas en las paredes de la cuba.- De lo expuesto se deduce, que de la distribución de la F.M.M. en todos los devanados es pertinente lograr que el campo transversal sea lo mínimo.- Hasta hace poco se consideraba que el

caso óptimo relacionado con las pérdidas era obtener el mínimo desbalance de F.M.M. por la altura del devanado; sin embargo se demostró que esta forma no siempre corresponde a la realidad, ya que el mapa de distribución de la inducción puede resultar sensiblemente diferente a la distribución de la F.M.M.- La determinación de la distribución óptima de FMM de los devanados puede ser obtenido mediante cálculos y comparando algunas variantes de distribución de la inducción. Cuando en los laterales del devanado se tiene un campo radial elevado, por ejemplo para un devanado concéntrico de dos capas, algunas veces se utilizan Shunts magnéticos del mismo acero del transformador, y estos van ubicados en los laterales de los devanados. Estos Shunts tienen la finalidad de enderezar el campo haciendo que las líneas magnéticas sean más rectilíneas.

Las pérdidas por dispersión pueden, ser disminuidas notablemente dirigiendo el flujo en aquellos elementos donde las pérdidas sean mayores. Esto también se consigue principalmente con la ayuda de Shunts magnéticos.- Gran parte del flujo de dispersión que ingresa a la viga inferior cae al núcleo magnético y este flujo magnético entra por el paquete lateral de la columna del núcleo, perpendicular a la superficie de las láminas.- La disminución de estas pérdidas se puede alcanzar utilizando Shunts magnéticos de acero ferromagnético ubicados sobre las vigas como se muestra en la fig. (3.13).

Con esto gran parte del flujo que entra a la superficie de la viga de una fase, con ayuda del Shunt magnético longitudinal (04) se dirigen hacia la fase adyacente.- La disminución de las pérdidas en las paredes de la cuba se puede alcanzar colocando Shunts magnéticos a lo largo de la pared, de tal forma que por él pase gran parte del flujo. En lugar de los Shunts magnéticos suele utilizarse pantallas de material amagnético en forma de cintas de cobre

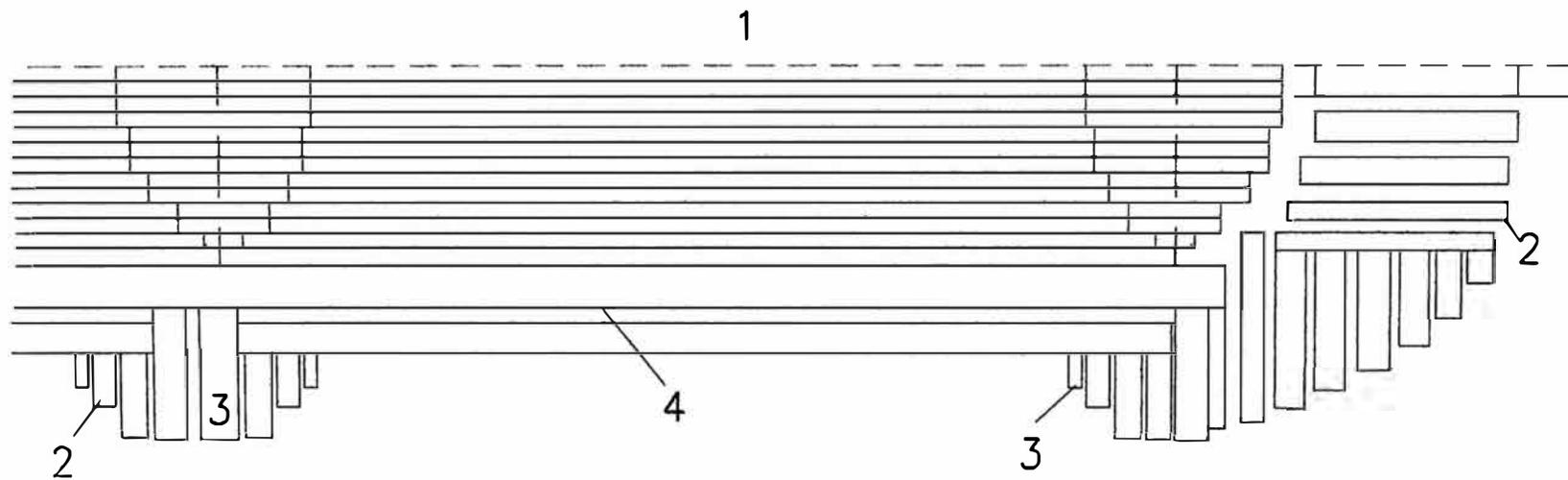


Fig. (3.13): Sección transversal del núcleo de un transformador con shunts magnéticos ubicados sobre la superficie de la viga del yugo inferior.

- 1.-Núcleo
- 2.-Viga inferior
- 3.-Shunt magnético sobre la viga para una fase
- 4.-Shunt magnético longitudinal entre fase

o aluminio colocados a lo largo de la pared de la cuba.- Las corrientes por Foucault generadas en estas cintas apantallan la cuba del campo de dispersión con lo cual disminuyen las pérdidas.

- 2.- El segundo método está relacionado a la selección de los conductores con secciones pequeñas, especialmente en la dirección perpendicular a la inducción del campo de dispersión, asimismo la utilización de la transposición de los conductores paralelos, utilización de cables transpuestos.- En este segundo grupo también se considera la disminución de las dimensiones de la viga, la utilización de anillos de presión separados para cada devanado, etc.
- 3.- Otro de los medios eficaces para disminuir las pérdidas por el campo de dispersión es la utilización de materiales nuevos (no tradicionales) para los diferentes elementos constructivos.- Esto va relacionado con la fabricación de anillos de presión, arandelas de ajuste y otros detalles de materiales aislantes: fibra de vidrio, plástico, etc, asimismo la fabricación de las cubas con materiales amagnéticos, por ejemplo de aluminio en los transformadores de gran potencia el flujo magnético suele cerrarse a través de los bornes; por lo que en la tapa de la cuba sufren considerables pérdidas de potencia.- La disminución de estas pérdidas se consigue con algunas formas constructivas que son mostradas en la figura (3.14).

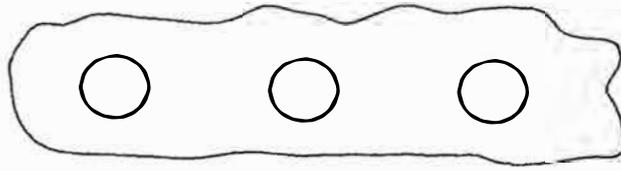
En la fig. (3.14 a) los bornes son fijados independientemente y salen hacia la tapa por orificios separados.- El flujo magnético formado por los bornes se cierra a través de la tapa ferromagnética por lo que las pérdidas resultan sensiblemente grandes.

En la fig. (3.14 b) se muestra el caso cuando para los tres bornes (de un transformador trifásico) ó para dos bornes de un transformador monofásico, se ha fresado una salida común sobre la tapa en donde, se coloca la plancha de material

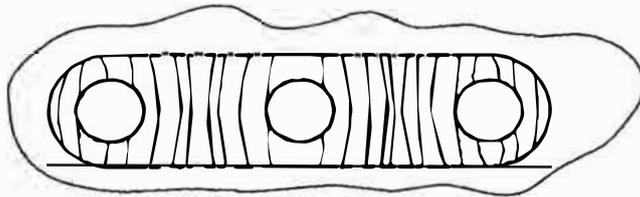
amagnético en cuyos orificios se fijan los bornes.- El flujo magnético creado por los bornes serán cerrados alrededor de cada borne o sea por el circuito con mayor reluctancia o mayor resistencia magnética, ya que la suma de las fuerzas magnetomotrices por el contorno que abarca los tres bornes es igual a cero.- Debido a esto el flujo será sensiblemente debilitado.

Resultados similares se puede alcanzar utilizando en lugar de la plancha de material amagnético, fresando sobre la tapa de la cuba y llenando éste espacio con material amagnético como se muestra en la fig. (3.14 c).

a)



b)



c)

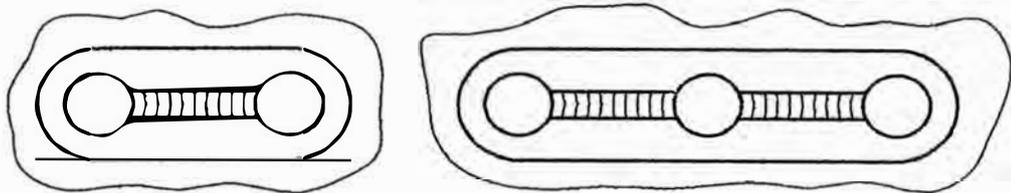


Fig:3.14 Fijacion de bornes sobre la tapa de la cuba:

- a – En forma independiente.
- b – Sobre una placa comun de material amagnetico.
- c – Con cavidad en la tapa rellenado de material amagnetico.

CAPITULO IV ECUACIONES PARA EL CALCULO DE LAS TENSIONES DE CORTOCIRCUITO

4.1 Conceptos generales

La tensión de cortocircuito de un par de devanados, es entendido, como la tensión de línea, corregida a una temperatura teórica, cuya magnitud es necesario aplicar (a frecuencia nominal) a los bornes de línea de uno de los devanados y estando cortocircuitado el segundo devanado y a circuito abierto los restantes devanados principales, de tal forma que en el primer devanado se obtenga la corriente correspondiente a la menor potencia nominal del par de devanados.

Para los transformadores de 2 devanados cuya potencia nominal por devanado siempre son iguales, durante el tiempo de la prueba de cortocircuito, la corriente nominal circulará en ambos devanados (despreciando la corriente de vacío, que en este ensayo resulta insignificante).

Para los transformadores de 3 devanados, por tensión de cortocircuito se entiende como los 3 valores de tensión de cortocircuito para los 3 pares de devanados: Alta tensión y baja tensión, Alta tensión y media tensión, media tensión y baja tensión.

Por la necesidad de comparar las tensiones de cortocircuito de los transformadores, conviene expresar la tensión de cortocircuito en % a la tensión nominal, o sea

$$v_{cc} \% = \frac{V_{cc}}{V_N} \times 100$$

Donde:

V_{cc} : Tensión de cortocircuito en voltios

V_N : Tensión nominal en voltios.

$v_{cc} \%$: Tensión de cortocircuito en porcentaje.

Como:

$$V_{cc} = I_N Z_{cc}$$

Donde :

Z_{cc} : Impedancia de cortocircuito

I_N : Corriente nominal del transformador en amperios.

Entonces se puede expresar como:

$$z_{cc} \% = \frac{Z_{cc}}{Z_N} 100 = \frac{I_N Z_{cc}}{V_N} \times 100 = v_{cc} \% \quad (4.1)$$

Donde:

$z_{cc} \%$: Es la impedancia de cortocircuito expresada en porcentaje.

De esta manera, la tensión y la impedancia de cortocircuito del transformador expresado en p.u. son iguales entre si. Esto permite, cuando sea necesario representar la tensión de cortocircuito a través de $z_{cc} \%$.

La tensión de cortocircuito es un parámetro muy importante para el transformador, de él dependen las condiciones de operación en paralelo, la variación de la tensión bajo carga y el valor de la corriente de cortocircuito por lo tanto las fuerzas electrodinámicas que actúan sobre el devanado durante el cortocircuito. El valor de la tensión de cortocircuito viene señalado en las normas, catálogos así como en la placa del transformador.

Las desviaciones admisibles de la tensión de cortocircuito en la derivación principal, de los valores fijados por las normas para transformadores de diferentes clases de tensión, se detallan en la tabla (4.1).

Durante el cálculo del transformador luego de haber determinado $v_{cc} \%$ es necesario comprobar el error entre el valor calculado y el exigido por las normas. Si la tolerancia no es la suficiente, entonces será necesario recalcular los devanados del

transformador.

4.2 Tensión de cortocircuito de los devanados con distribución simétrica de FMM

En los transformadores de clases de tensión de 35-150 Kv, la fuerza magnetizante (F.M.) se puede asumir en una primera aproximación como una distribución uniforme a lo alto del devanado, si en ellos no existe zona de regulación ó zona de redistribución de espiras.

Para un par de devanados de estos transformadores, la componente inductiva de la tensión de cortocircuito expresada en porcentaje y para una frecuencia de 60 Hz se determina según la fórmula (2.12), expresando las dimensiones lineales en metros.

$$v_{cc\%} = x_{cc\%} = \frac{0.1488 S_{N1} \rho_{1d}}{E_o^2 h} \sum D\delta \quad (4.2)$$

$$\sum D\delta = D_{12} \delta_{12} + \frac{1}{3} (D_1 b_1 + D_2 b_2) \quad (4.3)$$

Donde:

D_1 y b_1 : Son el diámetro medio y la dimensión radial del devanado interno.

D_2 y b_2 : Son el diámetro medio y la dimensión radial del devanado externo.

D_{12} y δ_{12} : Son el diámetro medio y la dimensión radial de los canales entre los devanados.

S_{N1} : Es la potencia nominal por columna del transformador.

E_o : Es la fuerza electromotriz por espira

h : Altura media de los devanados

ρ_{1d} : Es el coeficiente de Rogovski para el campo de dispersión axial.

$$\rho_{1d} = 1 - \frac{1}{\pi u} (1 - e^{-\pi u}) \quad (4.4)$$

Donde:

$$u = \frac{h}{\tau} \quad y \quad \tau = b_1 + \delta_{12} + b_2 \quad (4.5)$$

Cuando se cumple que: $u > 1.5$ el segundo miembro entre parentesis (4.4) puede ser despreciado si se compara con el primero y de esta manera reducir el cálculo a la fórmula:

$$\rho_{1d} \approx 1 - \frac{1}{\pi u} \approx 1 - \frac{0.3183}{u} \quad (4.4a)$$

La componente activa de la tensión de cortocircuito expresada en porcentaje es igual:

$$v_{cca} \% = r_{cc} \% = \frac{P_{ccN}}{S_N} \times 100 \quad (4.6)$$

Donde:

P_{ccN} : Es la pérdida nominal de cortocircuito de un par de devanados a una temperatura teórica de (75°C).

S_N : Es la potencia nominal del transformador.

La tensión de cortocircuito total será:

$$v_{cc} \% = z_{cc} \% = \sqrt{v_{cca}^2 + v_{ccx}^2} \quad (4.7)$$

En los transformadores a partir de los 100 KVA aproximadamente, se cumple que $v_{cc} \% \approx v_{ccx} \%$, por eso la comprobación del valor de la tensión de cortocircuito se efectúa según (4.2).

Por ejemplo el valor de $v_{cc} \%$ resultó en $\pm 25\%$ que el valor exigido por las normas. Para poder obtener la magnitud necesaria de $v_{cc} \%$ es necesario elevar si es mayor o disminuir si es menor la altura inicial del devanado (con la cual se calculó $v_{ccx} \%$), ya que al variar la altura del devanado también variarán sus dimensiones radiales; luego

de esto es necesario repetir la colocación de los devanados y nuevamente comprobar la tensión de cortocircuito según (4.2) y (4.7).

Para el cálculo de la tensión de cortocircuito total $v_{cc} \%$ por la fórmula (4.7) se puede, para determinar $v_{cca} \%$ según (4.6), tomar P_{ccN} : El valor indicado por las normas, si este aún no ha sido calculado.

4.3 Tensión de cortocircuito en devanados con varias capas concéntricas

En los transformadores con regulación bajo carga y cuyo devanado de regulación no forma parte del devanado principal resulta enseriado con el devanado de baja tensión, una o varias capas concéntricas de devanados de regulación (D.R).

En los esquemas con inversión durante la operación en el escalón principal, el devanado de regulación se encuentra sin corriente y la componente reactiva de la tensión de cortocircuito se calcula según (4.2).

Durante la operación en los escalones superior e inferior, el devanado de regulación que puede estar compuesto por una o dos capas se encuentra bajo corriente que origina una FMM del mismo signo o contrario a la FMM del devanado de baja tensión (B.T).

Si el esquema posee un escalón de regulación brusca, entonces al operar en el escalón principal se encontrarán bajo corriente el devanado principal y el devanado de regulación brusca, el cual generalmente tiene una o dos capas.

Al operar en el escalón superior de tensión, la corriente fluye por el devanado principal y por el devanado de regulación brusca y fina originando una FMM de igual signo.

Al operar en el escalón inferior circulará corriente sólo por el devanado principal (baja tensión y alta tensión).

Seguidamente se dan las fórmulas para el cálculo de la tensión de cortocircuito en

los casos indicados.- Para su deducción cada uno de los devanados (baja tensión, alta tensión y devanado de regulación) se analiza como capas independientes.

Suponiendo que el número total de capas del devanado de B.T., A.T y D.R. es igual a S: representemos por $\alpha_{12}, \alpha_{23}, \alpha_{34}, \dots$ Fig (4.3). Como los valores relativos de FMM en los canales verticales entre las capas uno y dos, dos y tres, etc.

Por lo tanto de la fig. (4.3a) se tendrá que:

$$\alpha_{12} = \frac{(IN)_1}{IN}; \alpha_{23} = \frac{(IN)_1 - (IN)_2}{IN}; \alpha_{34} = \frac{(IN)_1 - (IN)_2 - (IN)_3}{IN} \quad (4.12)$$

Donde: $(IN)_1, (IN)_2, (IN)_3$, son las FMM de las capas 1, 2 y 3;

IN: Es el valor máximo de F.M.M. indicada en la fig; en el caso de la fig. (4.3), $IN = (IN)_1$.- El coeficiente α en forma general puede tomar valores positivos y negativos.

La componente reactiva de la tensión de cortocircuito del devanado con un número de capas mayor que dos y para una frecuencia de 60 Hz se determina por la fórmula.

$$v_{ccx} \% = \frac{0.1488 S_{NI} \rho_{1d}}{E_o^2 h} \sum D \delta$$

Donde:

$$\sum D \delta = \sum_{i=1}^s \frac{D_i b_i}{3} [\alpha_{(i-1)i}^2 + \alpha_{(i-1)i} \alpha_{i(i+1)} + \alpha_{i(i+1)}^2] + \sum_{i=2}^s \alpha_{(i-1)i}^2 D_{(i-1)i} \delta_{(i-1)i} \quad (4.13)$$

D_i y b_i : Son el diámetro medio y el ancho de la i-ésima capa

.

$D_{(i-1)i}$ y $\delta_{(i-1)i}$: Son el diámetro medio y el intervalo de aislamiento entre (i-1) ésima y i-ésima capas;

ρ_{1d} : Coeficiente de Rogovski para un campo axial, que se determina por la fórmula (4.4) o (4.4.a); considerando las magnitudes

$$u = \frac{h}{\tau}$$

h : Es la altura media del devanado de B.T. y A.T.

τ : Es la dimensión radial total de todas las capas, incluyendo los canales entre ellos;

S : Es el número de capas.

Para un caso concreto la fórmula (4.13) puede ser simplificado. Si el devanado de regulación de una capa es conectado aditivamente con el devanado de A.T. por el esquema reversivo, entonces el coeficiente α tendrá los siguientes valores:

$$\alpha_{01} = 0; \alpha_{12} = 1.0; \alpha_{23} = \beta_{DR}; \alpha_{34} = 0$$

Donde:

$$\beta_{DR} = \frac{N_{DR}}{N_N}$$

Es la relación del número de espiras conectadas del D.R. sobre el número de espiras en el escalón nominal (en el lado de B.T).

Reemplazando estos valores en (4.13), obtenemos

$$v_{ccx} \% = \frac{0.1488 S_{N1} \rho_{1d}}{E_o^2 h} \sum D \delta$$

Donde:

$$\sum D \delta = D_{12} \delta_{12} + \beta_{DR} D_{23} \delta_{23} + \frac{1}{3} [D_1 b_1 + D_2 b_2 (1 + \beta_{DR} + \beta_{DR}^2) + D_3 b_3 \beta_{DR}^2] \quad (4.14)$$

Si por D_3 se entiende como el diámetro medio de todas las capas del devanado de regulación y por b_3 como su ancho, incluyendo los canales entre ellos, entonces la fórmula (4.14) también puede ser utilizada para un devanado de regulación multicapa con esquema reversivo y con esquema de escalón con regulación brusca.

Para una conexión sustractiva del D.R. con esquema reversivo fig. (4.3 c) considerando que según normas para una baja tensión, la corriente en cualquier escalón debe ser menor que $1.05 I_N$, obtenemos de la fórmula (4.12)

$$\alpha_{10} = 0; \alpha_{12} = 1.05 - \beta_{DR}; \alpha_{23} = -\beta_{DR}; \alpha_{34} = 0$$

Reemplazando estos valores en (4.13) encontramos:

$$v_{cax} \% = \frac{0.1488 S_{N1} \rho_{1d}}{E_o^2 h} \sum D\delta$$

Donde:

$$\begin{aligned} \sum D\delta = & D_{12} \delta_{12} (1.05 - \beta_{DR}) - D_{23} \delta_{23} \beta_{DR} + \frac{1}{3} [D_1 b_1 \\ & (1.05 - \beta_{DR}^2) + D_2 b_2 (1.102 - 3.15 \beta_{DR} + 3 \beta_{DR}^2) + D_3 b_3 \beta_{DR}^2] \end{aligned} \quad (4.15)$$

4.4 Tensión de cortocircuito en devanados con distribución asimétrica de FMM

La causa fundamental para que la distribución espacial de la FMM de un devanado sea asimétrica (no uniforme) es la desconexión de una parte de las espiras en la zona de regulación, durante la regulación de tensión. Con la finalidad de disminuir esta asimetría en el devanado sin regulación (generalmente el devanado B.T.), que corresponde a la parte ubicada frente a la zona de regulación, se disminuye el número de espiras, realizando una "redistribución", o sea se debe aumentar los canales de aceite entre espiras o bobinas.

Para el cálculo de la tensión de cortocircuito de este tipo de devanados se utiliza el método de la superposición para lo cual los dos devanados reales 1 y 2 son reemplazados por 3 devanados ficticios 1', 2' y 3, de los cuales los devanados 1' y 2' originan solo una FMM axial F_y y asimismo el flujo axial, y el devanado 3 origina solo la FMM radial F_x asimismo el flujo radial (Fig. 4.1).

Cada uno de los flujos axial y radial mutuamente perpendiculares, están compuestos de tubos paralelos ficticios. La longitud del tubo del flujo axial y radial son iguales, respectivamente a:

$$\frac{h}{\rho_{1d}}, \quad \frac{\tau}{\rho_{1q}} \quad (\text{Fig 4.1b y 4.1c})$$

Donde:

ρ_{1d} y ρ_{1q} : Son los coeficientes de Rogovski para los campos axial y radial respectivamente.

La determinación del coeficiente ρ_{1q} se indica más abajo.

La componente reactiva de la tensión de cortocircuito de un par de devanados con distribución asimétrica de FMM a lo alto, de los devanados (dirección axial), para 60 Hz y en % se determina por la expresión.

$$v_{ccx} \% = x_{cc} \% = \frac{0.1488 S_{NI} \rho_{1d} k_q \sum D \delta}{E_o^2 h} \quad (4.8)$$

La cual se diferencia de la fórmula (4.2) solo en el factor K_q que se determina según:

$$K_q = 1 + \frac{\beta_r^2 h^2 \rho_{1q} 10^{-4}}{m_1 \delta' \tau \rho_d} \quad (4.9)$$

Donde:

$$\delta' = \delta_{12} + \frac{1}{3}(b_1 + b_2) \quad (4.9 a)$$

Donde:

β_r : Es la magnitud absoluta de la diferencia de FMM de la zona de redistribución β_1 y la de regulación β_2 , la cual esta expresada en % de la FMM total de uno de los devanados.

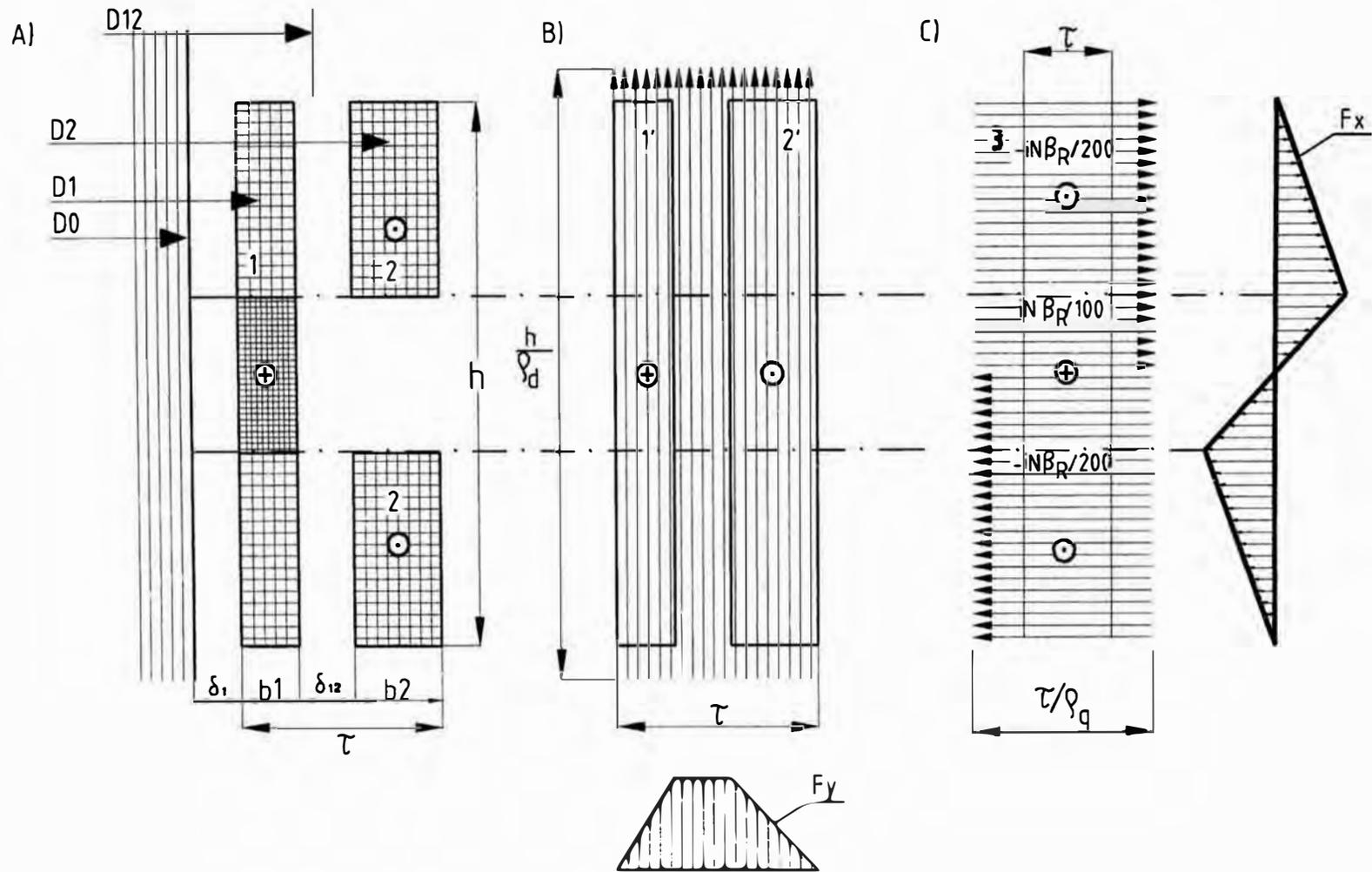


Fig. 4-1 Descomposicion de la F.M.M. de los devanados en sus componentes axial y radial:
a.- Devanados reales.
b.- Devanados ficticios que originan la F.M.M. axial F_y .
c.- Devanados ficticios que originan la F.M.M. radial F_x .

ρ_{1q} : Es el coeficiente de Rogovski para el campo radial;

m_1 : Es el coeficiente que esta en función del lugar de ubicación de la zona de regulación con el devanado.

Cuando esta zona esta ubicada en la parte media de la altura del devanado entonces $m_1 = 12$; si esta zona esta ubicado por los extremos del devanado entonces $m_1 = 3$.

El coeficiente de Rogovski para el campo radial en un transformador de columnas es igual a:

$$\rho_{1q} = 1 - \frac{1}{\pi u_1} (1 - e^{-\pi u_1}) [1 - 0.5 e^{-2\pi v} (1 - e^{-\pi u_1})] \quad (4.10)$$

Donde: para el caso de ubicación de la zona de regulación en la parte media de la altura del devanado.

$$u_1 = \frac{2\tau}{h} = \frac{2}{u} \quad \text{y} \quad v = \frac{2\delta_1}{h} \quad (4.11)$$

Donde:

δ_1 : Es la distancia del devanado 1 hasta la columna del núcleo ver fig.(4.1).

Con la finalidad de acelerar y facilitar la determinación de ρ_{1q} se da la fig. (4.2).

$\rho_{1q} = f(u_1)$ cuyas curvas fueron obtenidas por la fórmula (4.10) para diferentes valores de v .

La altura h del devanado en las fórmulas (4.2) y (4.10) se deben tomar como el valor medio de la altura de un par de devanados.

La fórmula (4.8) puede ser utilizada para los transformadores con regulación en vacío (R.E.V) y regulación bajo carga (R.B.C), en donde sus devanados de regulación tengan una ubicación arbitraria de espiras en la zona de regulación.

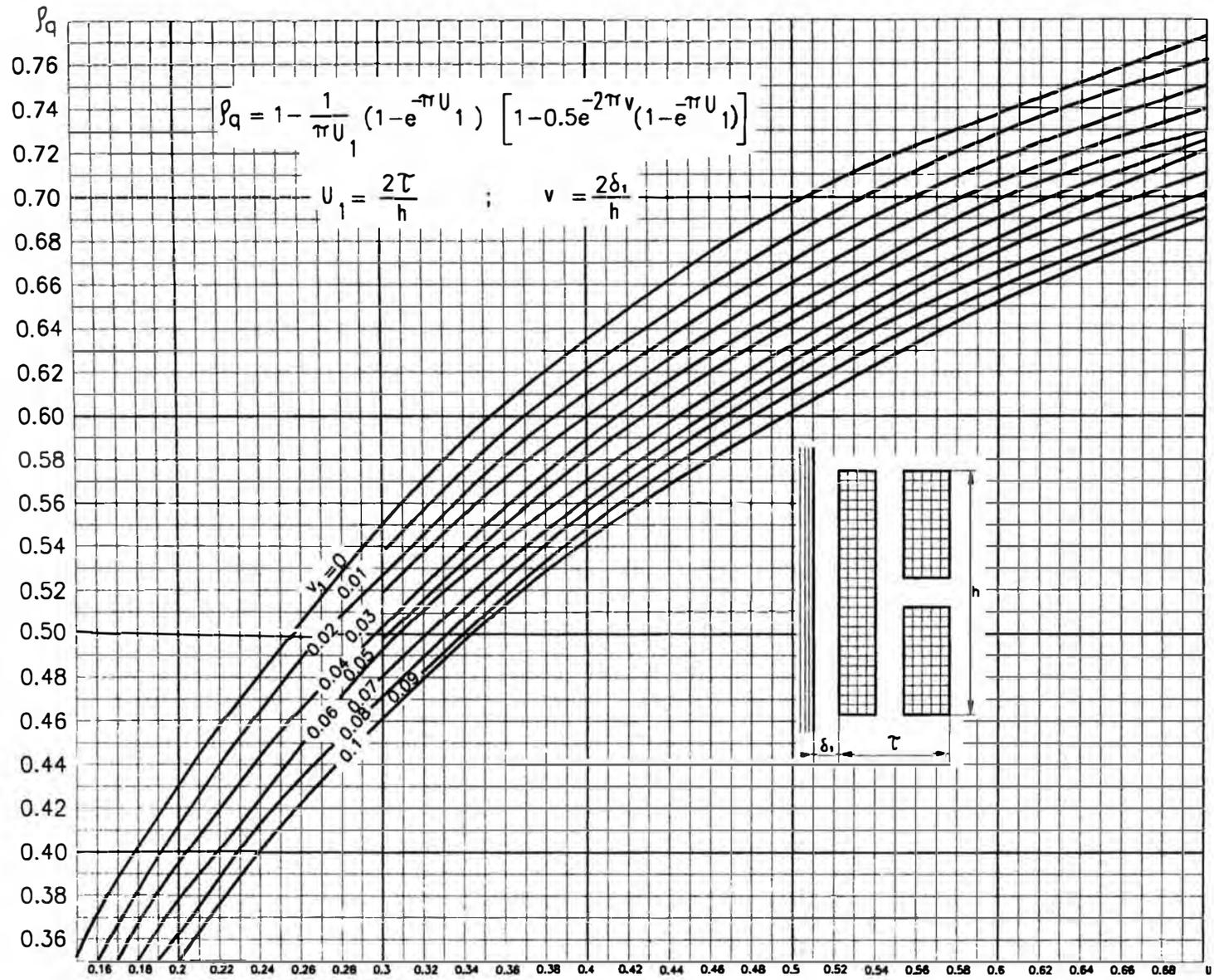


Fig 4.2 Curvas para determinar el coeficiente de ROGOVSKI para el campo radial.

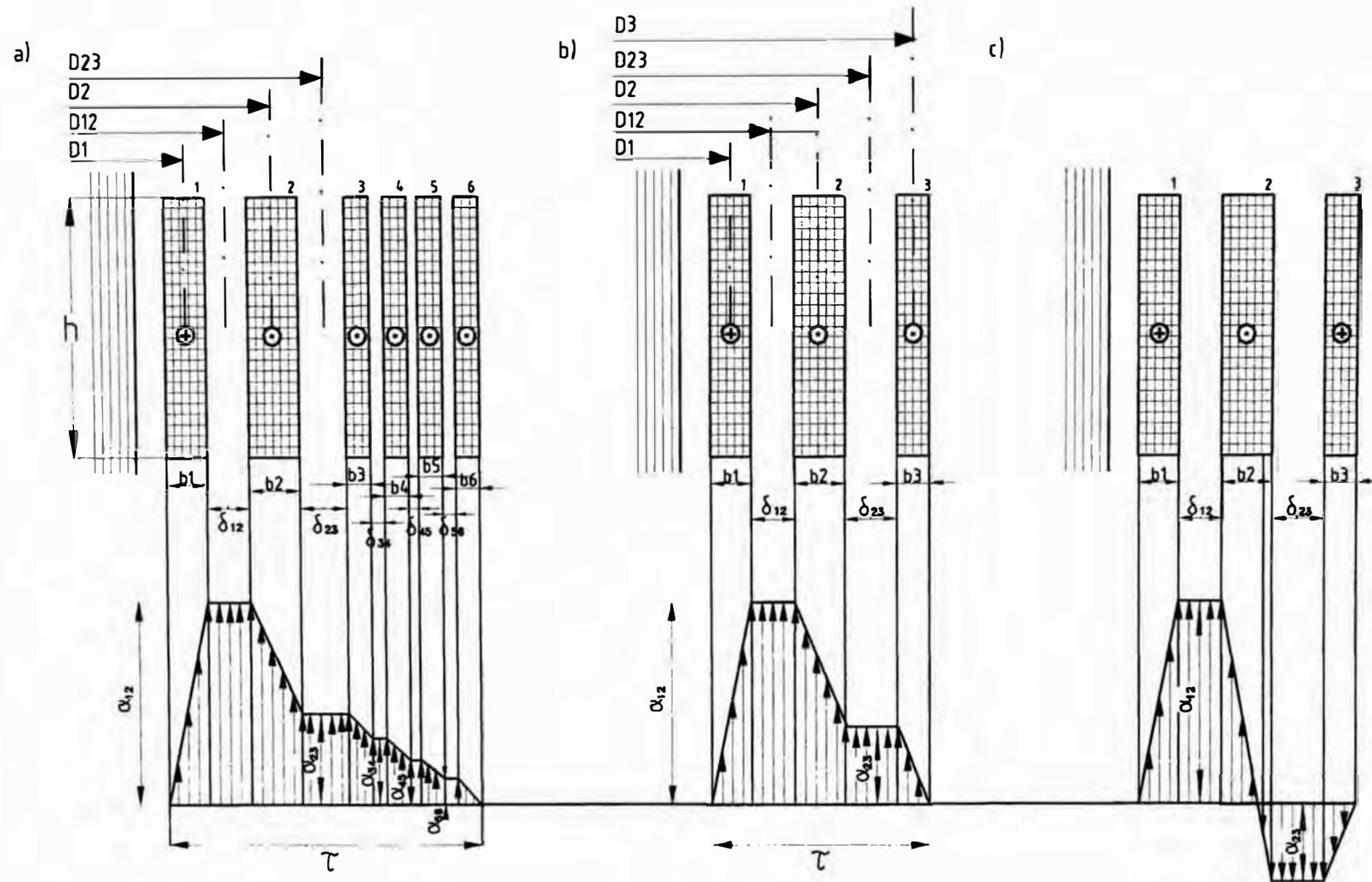


Fig. 4-3 Disposicion de los dev. en las columnas del nucleo y distrib. de la F.M.M. axial a traves de la seccion del dev del trafo. o regulacion bajo carga y dev. de reg. extraido.
a.- Esquema con escalon de regulacion brusca y dev. de reg. de 2 capas.
b.- Esquema en reverso de conexion aditiva de A.T. y devanado de regulacion fina de una capa.
c.- Esquema en reverso pero en conexion sustractiva de A.T. y D.R.

Potencia Nominal MVA	Pérdidas Kw			Tensión de cortocircuito %	Corriente de Vacío %
	En vacío		en cortocircuito		
	Nivel A	Nivel B			
2,5	5,5	6,5	22	10,5	1,5
6,3	10	13	49	10,5	0,9
10	14	18	60	10,5	0,85
16	21	26	90	10,5	0,8
25	29	36	120	10,5	0,75
32	35	44	145	10,5	0,70
40	42	52	175	10,5	0,65
63	59	73	245	10,5	0,60
80	70	89	310	10,5	0,55

Tabla N° 4.1 : Características de vacío y cortocircuito para transformadores trifásicos de dos devanados con nivel de tensión de 110 KV

CAPITULO V APLICACIONES

5.1 Cálculo de la tensión de cortocircuito en un transformador y comparación con valores recomendados por normas

Transformador N° 01

Datos: Transformador trifásico tipo ONAN -5,000KVA/35 KV.

Regulación en vacío (sin excitación)

Rango de regulación $\pm 2 \times 2.5\%$

Alta tensión = 35 kV

Pérdidas de cortocircuito: $P_{cc} = 39 \text{ KW}$

Tensión por espira = $E_o = 35.8$ voltios

Zona de regulación (B.T): se utiliza 6.25% del total de espiras y esta ubicado en la parte media de la altura del devanado.

Dimensiones: Diámetro de la columna : $D_o = 38 \text{ cm}$, fig. 5.1 (fig. 4.1.a)

Diámetro medio del devanado interno: $D_1 = 48.2 \text{ cm}$

Diámetro medio del canal entre devanados: $D_{12} = 57.1 \text{ cm}$

Diámetro medio del devanado exterior: $D_2 = 65.2 \text{ cm}$.

Dimensión radial del devanado interno: $b_1 = 6.2 \text{ cm}$

Dimensión radial del canal : $\delta_{12} = 2.7 \text{ cm}$.

Dimensión radial del devanado externo: $b_2 = 5.4 \text{ cm}$

Altura media de los devanados : $h = 64 \text{ cm}$

utilizando la fórmula (4.3) se obtiene:

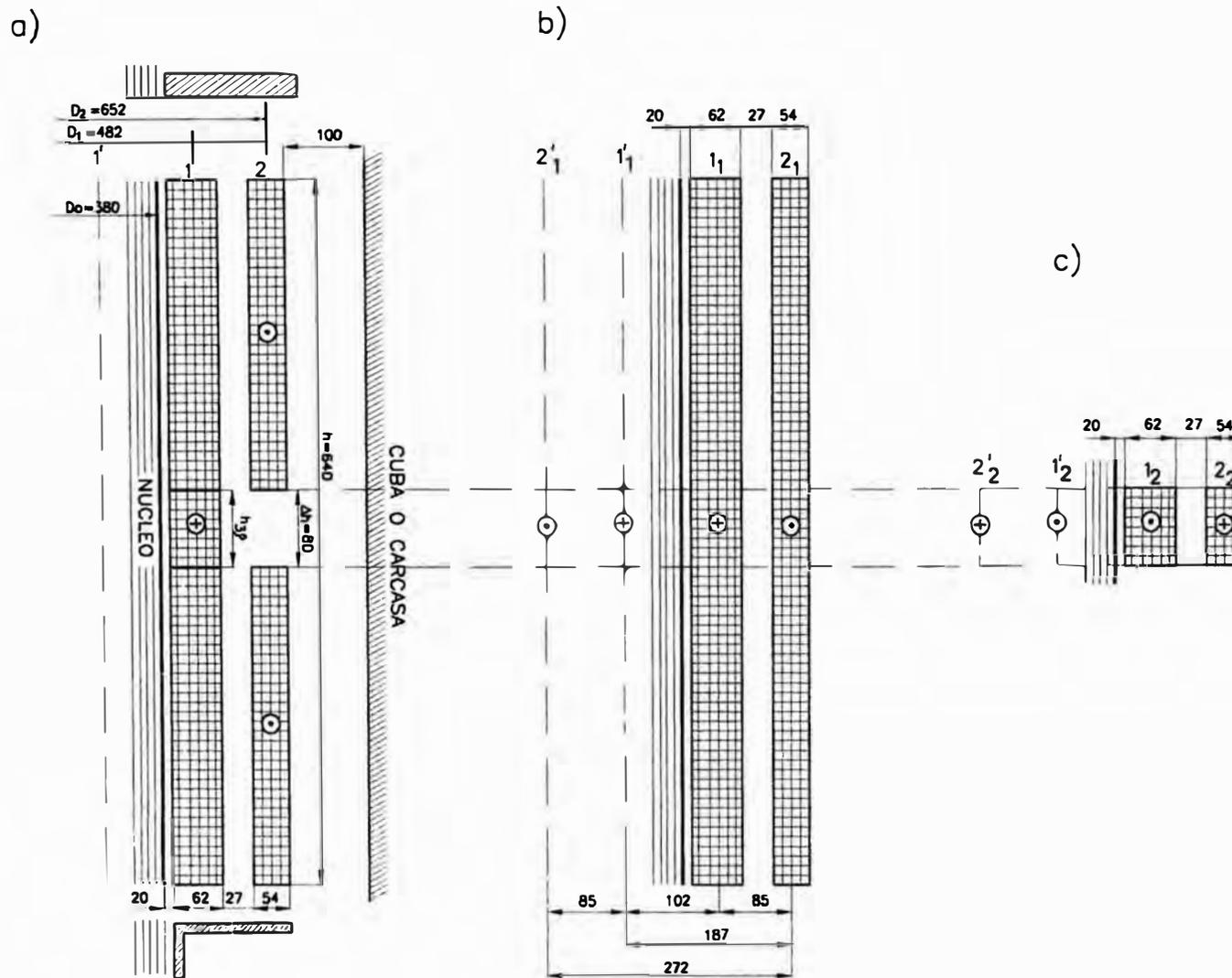


Fig:5.1 Asimetría de F.M.M. por su altura, por un devanado ficticio con distribución uniforme de F.M.M. devanado del transformador trifasico tipo ONAN-5000KVA/35KV

- a) Davanado real
- b) Primer devanado ficticio
- c) segundo devanado ficticio

$$\sum D\delta = D_{12}\delta_{12} + \frac{1}{3}(D_1b_1 + D_2b_2) = 57.1 \times 2.7 + \frac{1}{3}(48.2 \times 6.2 + 65.2 \times 5.4) = 0.0371m^2$$

$$\sum D\delta = 0.0371m^2$$

Como es un transformador con regulación, el campo tiene dos componentes uno axial y otro radial.

El coeficiente de Rogovski para el campo axial se determina según (4.4 a)

$$\rho_{1d} = 1 - \frac{1}{\pi u} \approx 1 - \frac{0.3183}{u}$$

$$\tau = b_1 + \delta_{12} + b_2$$

$$\tau = 6.2 + 2.7 + 5.4$$

$$\tau = 14.3 \text{ cm}$$

$$u = \frac{h}{\tau} = \frac{64}{14.3} = 4.4755$$

$$u = 4.4755$$

$$\rho_{1d} = 1 - \frac{0.3183}{4.4755} = 0.9288$$

$$\rho_{1d} = 0.9288$$

El coeficiente de Rogovski para el campo radial se determina según (4.10).

$$u_1 = \frac{2\tau}{h} = \frac{2}{u} = \frac{2}{4.4755} = 0.4468$$

$$v = \frac{2\delta_1}{h} = \frac{2 \times 2}{64} = 0.0625 \quad v = 0.0625$$

$$\rho_{1q} = 1 - \frac{1}{\pi u_1} (1 - e^{-\pi u_1}) \left[1 - 0.5e^{-2\pi v} (1 - e^{-\pi u_1}) \right]$$

$$\rho_{1q} = 1 - \frac{1}{\pi \times 0.4468} (1 - e^{-\pi \times 0.4468}) \left[1 - 0.5e^{-2\pi \times 0.0625} (1 - e^{-\pi \times 0.4468}) \right]$$

$$\rho_{1q} = 0.59946$$

ρ_{1q} también se puede evaluar por las curvas obtenidas de $\rho_{1q} = f(u_1)$ para diferentes valores de ν .

Valor porcentual de la F.M.M. correspondiente a la zona de regulación en régimen nominal.

β_r = Es la magnitud absoluta de la diferencia de F.M.M. de la zona de regulación β_2 en % y el rango de regulación β_1 en %.

$$\beta_r = \beta_2 - \beta_1 = 6.25\% - 2 \times 2.5\% = 1.25$$

$$\beta_r = 1.25$$

El coeficiente de Rogovski que considera el campo radial queda determinado por (4.9):

$$K_{1q} = 1 + \frac{\beta_r^2 h^2 \rho_{1q} 10^{-4}}{m_1 \delta' \tau \rho_{1d}} = 1 + \frac{1.25^2 \times 0.64^2 \times 0.59946 \times 10^{-4}}{12 \times 0.0657 \times 0.143 \times 0.9288} = 1$$

$$K_{1q} = 1$$

$$\delta' = \delta_{12} + \frac{1}{3}(b_1 + b_2) = 2.7 + \frac{1}{3}(6.2 + 5.4) = 6.57 \text{ cm}$$

$$\delta' = 0.0657 \text{ m}$$

$m_1 = 12$ (Regulación en la parte central)

Componente reactiva de la tensión de cortocircuito según (4.8)

$$v_{ccx} \% = x_{cc} \% = \frac{0.1488 S_{N1} \rho_{1d} k_{1q} \sum D \delta}{E_a^2 h}$$

$$v_{ccx} \% = \frac{0.1488 S_{N1} \rho_{1d} k_{1q} \sum D \delta}{E_a^2 h}$$

$$v_{ccx} \% = \frac{0.1488 \times 5 \times 10^6 \times 0.9288 \times 1 \times 0.0371}{3 \times 35.8^2 \times 0.64}$$

$$v_{ccx} \% = 10.41\%$$

Componente activa de la tensión de cortocircuito según (4.6)

$$v_{cca} \% = r_{cc} \% = \frac{P_{ccN}}{S_N} \times 100 = \frac{39 \times 10^3 \times 100}{5 \times 10^6}$$
$$v_{cca} \% = r_{cc} \% = 0.78\%$$

Finalmente la tensión de cortocircuito según (4.7)

$$v_{cc} \% = z_{cc} \% = \sqrt{v_{ccx}^2 + v_{cca}^2} = \sqrt{10.41^2 + 0.78^2}$$
$$v_{cc} \% = 10.43$$

Hallando el error con el valor dado en la tabla 4.1

$$\varepsilon \% = \frac{(10.5 - 10.43)}{10.5} \times 100$$
$$\varepsilon \% = 0.66\%$$

Transformador N° 02

Datos: Transformador trifásico tipo ONAF- 40,000 KVA/110KV

Regulación bajo carga con escalones de regulación brusca

Tensión de alta tensión = $115 \pm 9 \times 1.78\%$ kV

Pérdidas de cortocircuito: $P_{cc} = 175$ KW

Tensión por espira = $E_o = 99.06$ voltios

Número de espiras en el lado de alta tensión: $N=670$

Número de espiras del devanado de regulación brusca: $N_{DR} = 120$

De varias capas concéntricas

Dimensiones fig. 5.2 (fig. 4.3.b)

$h = 170$ cm	$D_o = 63.0$ cm	$b_3 = 1.1$ cm
$D_2 = 98.2$ cm.	$D_1 = 73.7$ cm	$D_{12} = 85.4$ cm
$b_1 = 6.7$ cm	$D_{23} = 111.8$ cm	$D_3 = 118.7$ cm
$\delta_{23} = 5.8$ cm.	$\delta_{12} = 5$ cm.	$b_2 = 7.8$ cm

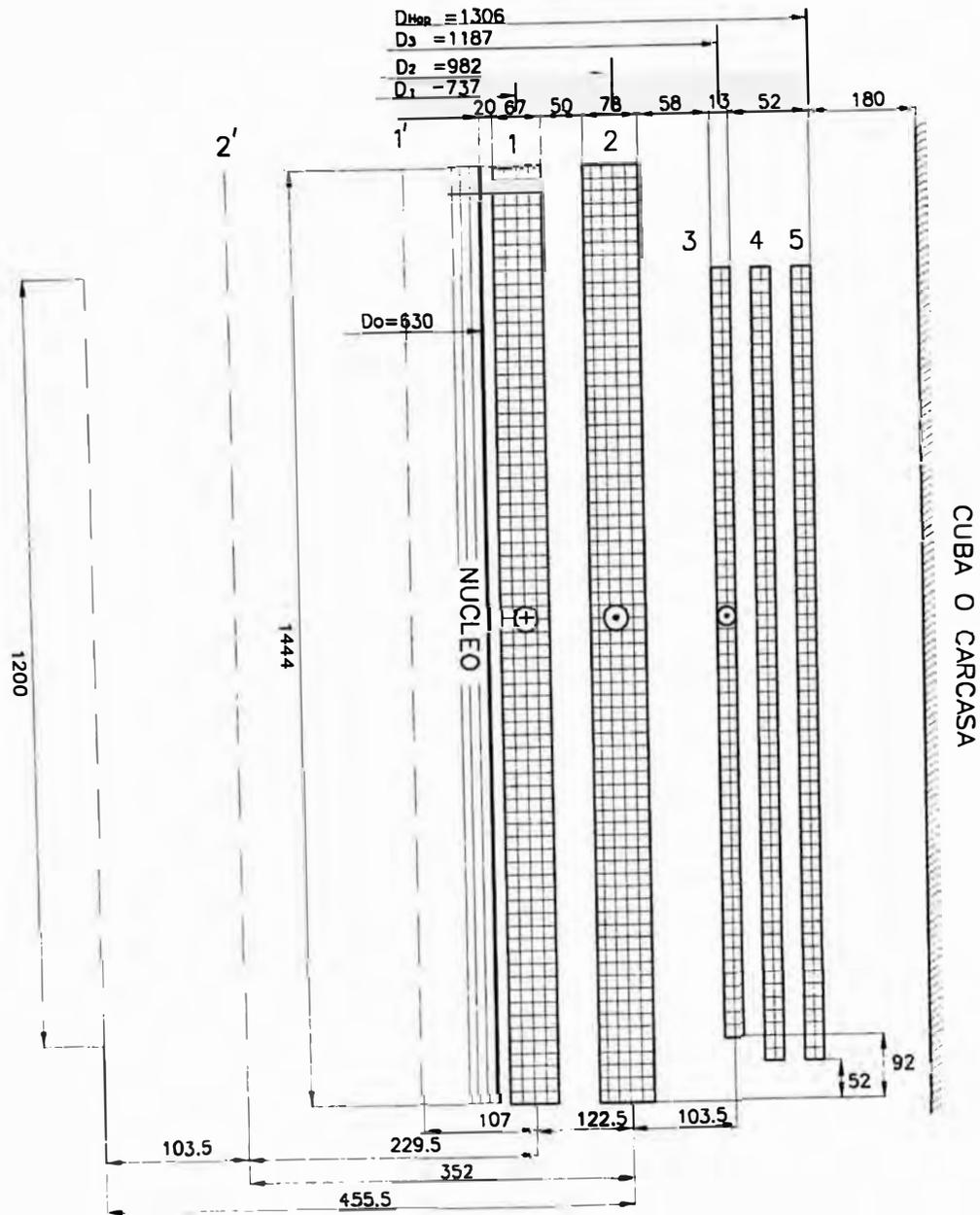


Fig:5.2 Dimensiones de los devanados del transformador ONAF-40000KVA/110KV

El coeficiente de Rogovski para el campo longitudinal (axial) queda determinado por (4a).

$$\tau = b_1 + \delta_{12} + b_2 + \delta_{23} + b_3 = 6.7 + 5 + 7.8 + 5.8 + 1.1$$

$$\tau = 26.4 \text{ cm}$$

$$u = \frac{h}{\tau} = \frac{170}{26.4} = 6.439$$

$$u = 6.439$$

$$\rho_{1d} = 1 - \frac{0.3183}{u} = 1 - \frac{0.3183}{6.439} = 0.9505$$

$$\rho_{1d} = 0.9505$$

La componente reactiva de la tensión de cortocircuito queda determinada según (14) en donde la relación del número de espiras conectadas del devanado de regulación entre el número de espiras del escalón nominal (lado de alta).

$$\beta_{DR} = \frac{N_{DR}}{N_{AT}} = \frac{120}{670} = 0.179$$

$$\beta_{DR} = 0.179$$

$$\beta_{DR}^2 = 0.032$$

Por lo tanto:

$$\sum D\delta = D_{12}\delta_{12} + \beta_{DR}D_{23}\delta_{23} + \frac{1}{3}[D_1b_1 + D_2b_2(1 + \beta_{DR} + \beta_{DR}^2) + D_3b_3\beta_{DR}^2]$$

$$\sum D\delta = 85.4 \times 5 + 0.179 \times 111.8 \times 5.8 + \frac{1}{3}[73.7 \times 6.7 + 98.2 \times 7.8(1 + 0.179 + 0.179^2) + 118.7 \times 1.1 \times 0.179^2]$$

$$\sum D\delta = 1,018 \text{ cm}^2 = 0.1018 \text{ m}^2$$

El coeficiente en consecuencia se tendrá:

$$v_{ccx} \% = \frac{0.1488 x S_{N1} x \rho_{1d} x \sum D\delta}{E_o^2 h}$$

$$v_{ccx} \% = \frac{0.1488 x 40 x 10^6 x 0.9505 x 0.1018}{99.06^2 x 3 x 1.7}$$

$$v_{ccx} \% = 11.5$$

La componente activa de la tensión de cortocircuito según (6) será:

$$v_{ccr} \% = \frac{\Delta P_{CCN}}{S_N} x 100 = \frac{175 X 10^3 X 100}{40 x 10^6} = 0.44\%$$

$$v_{ccr} = 0.44\%$$

Finalmente la tensión de cortocircuito según (7)

$$v_{cc} \% = \sqrt{v_{ccx}^2 + v_{ccr}^2} = \sqrt{11.5^2 + 0.44^2} = 11.5$$

$$v_{cc} \% = 11.5$$

$$\varepsilon \% = \frac{(11.5 - 10.5)}{10.5} \times 100$$

$$\varepsilon \% = 9.52\%$$

OBSERVACIONES Y CONCLUSIONES

- 1.- El núcleo de 7 piernas en el transformador tipo acorazado para unidades trifásicas se recomienda en unidades de gran capacidad cuando se requiere el menor peso posible y bajas pérdidas de vacío.
- 2.- El devanado tipo helicoidal se aplica en devanados con nivel básico de impulso menor de 200 KV bil y alta densidad de corriente, los conductores se pueden transponer.
- 3.- El devanado tipo disco se utiliza en unidades donde las helicoidales dejan de ser eficientes porque la tensión se incrementa y la corriente se reduce.
- 4.- El devanado tipo capa se utiliza en unidades de extra alta tensión debido a que tiene un comportamiento excelente en la distribución de tensión al impulso.
- 5.- En transformadores de tensiones de 110-550 KV se usan devanados compuestos por varias capas concéntricas verticales separadas por canales de aceite, esto permite disminuir la tensión de cortocircuito asimismo permite aplicar el método de refrigeración circulatoria dirigida y proporciona al transformador una alta rigidez al impulso inclusive sin la utilización de una protección especial, capacitiva de un costo considerable.
- 6.- Se debe verificar que:
$$\frac{c}{\tau_1} \geq \frac{h}{2\tau_1} \left(\frac{1}{\rho_1} - 1 \right)$$

Relación que normalmente se cumple, pero que en devanados relativamente amplios y de poca altura puede salirse del rango, por lo tanto el cálculo con

ayuda del coeficiente de Rogovski puede ocasionar cierto error.

- 7.- En los devanados alternados el efecto de acero de las columnas y vigas es mas apreciable que en los devanados concéntricos. Asimismo dentro de los devanados alternados el efecto del acero es diferente para los transformadores tipo columna y tipo acorazado ya que en el acorazado una parte de cada bobina tiene acero por ambos lados mientras que en la parte restante solo por un lado y en el transformador de columnas de todo el perímetro de la bobina, el acero esta presente por un lado.
- 8.- El campo magnético transversal debido a zonas de regulación en el devanado del transformador puede ocasionar la elevación considerable de las pérdidas debido a las corrientes de foucault, en los conductores del devanado, en las paredes de la cuba y otros elementos metálicos constructivos del transformador.
- 9.- Con el fin de disminuir el campo de dispersión transversal para una determinada ubicación de las derivaciones de regulación, se aplica el método denominado de "redistribución de espiras" que consiste en que las partes del devanado sin regulación situado frente a la zona de regulación del otro devanado se incrementan los canales entre bobinas con la finalidad de disminuir la distribución asimétrica de F.M.M del devanado.
- 10.- Las pérdidas por Foucault en el devanado del transformador con sección circular resulta casi en dos veces menor que la pérdidas en el devanado con conductores de sección rectangular, esto se cumple cuando las dimensiones de ambos conductores son $b=d$ (ancho igual al diámetro).
- 11.- Con la finalidad de disminuir las pérdidas en el cobre del devanado del transformador, generalmente se disminuye la densidad de corriente, incrementando la sección de los conductores, pero estas pueden ser

disminuídas sólo hasta límites conocidos ya que con el aumento de la sección del conductor disminuyen las pérdidas óhmicas pero aumentan las pérdidas por corrientes foucault.

- 12.- En los transformadores con devanados, concéntricos las pérdidas en el cobre serán las mínimas cuando las pérdidas por foucault representen el 33% de las pérdidas óhmicas.
- 13.- Como el valor relativo de las pérdidas por foucault en los devanados son proporcionales al cuadrado de la conductancia del material del conductor, las pérdidas relativas por foucault en un devanado de cobre será mayor que en el devanado con conductor de aluminio.
- 14.- Las mayores pérdidas por foucault en un transformador de 3 devanados tiene lugar en el devanado central cuando este se encuentra sin carga y por los devanados laterales fluye corriente.
- 15.- Las pérdidas por foucault en devanados alternados, cuando los conductores son arrollados en posición lateral, o sea la parte más ancha y en paralelo a la columna del núcleo serán sensiblemente mayores que las pérdidas en los devanados concéntricos, porque las pérdidas por foucault son proporcionales al cuadrado de la dimensión del conductor en dirección perpendicular a la inducción del campo de dispersión.
- 16.- Cuando las corrientes son grandes en los devanados de un transformador estos son arrollados con varios conductores paralelos, pero la corriente que circula por ellos no será la misma debido a la desigualdad de las reactancias en las diferentes ramas debido a que el flujo de dispersión concatenado con ellas no son iguales, con la finalidad de mejorar la distribución de las corrientes en las ramas paralelas se ejecuta un transposición, durante el proceso de enrollado.

- 17.- Una transposición común es aplicado en devanados de tipo espiral con un pequeño número de conductores en paralelo ($m \leq 4$) y se ejecuta en la parte media de la altura del devanado. Esta transposición iguala totalmente las reactancias de los conductores paralelos cuando $m = 2$ ($m =$ número de conductores en paralelo).
- 18.- Las pérdidas ocasionada por el campo de dispersión disminuyen el rendimiento o eficiencia del transformador ocasionando el sobrecalentamiento de espiras, arandelas de presión y elementos de ajuste, una de las formas de disminuir las pérdidas de dispersión sería disminuir el mismo campo dispersión, sin embargo esta medida con lleva al aumento de la corriente de cortocircuito y la limitación de tensión de cortocircuito recomendado por normas.
- 19.- Una de las formas de reducir las pérdidas ocasionadas por el campo de dispersión es dirigiendo este flujo por rutas donde ocasione menores pérdidas, por ejemplo el campo radial ocasiona grandes pérdidas en los conductores y paredes de la cuba, se usan shunts magnéticos del mismo acero del transformado ubicados en los laterales de los devanados. Para disminuir las pérdidas en la cuba se utiliza pantallas de material amagnético en forma de cintas de cobre de aluminio colocadas a lo largo de la pared de la cuba, las corrientes por foucault generadas en estas cintas, apantallan la cuba del campo de dispersión con lo cual disminuyen las pérdidas.
- 20.- Otra forma de disminuir las pérdidas por el campo de dispersión es utilizando materiales nuevos (no tradicionales) para los anillos de presión, arandelas de ajuste, usando fibra de vidrio, plásticos, etc.
- Asimismo, la fabricación de la cuba con materiales amagnéticos por ejemplo aluminio.

21.- Durante el cálculo del transformador luego de haber terminado $v_{cc}\%$ es necesario comprobar el error entre el valor calculado y el exigido por normas, si la tolerancia no es la suficiente entonces será necesario recalcular los devanados del transformador.

22.- Si el valor de $v_{cc}\%$ resultó en $\pm 25\%$ que el valor exigido por las normas. Para obtener la magnitud necesaria de $v_{cc}\%$ es necesario elevar si es mayor o disminuir si es menor la altura inicial del devanado (con lo cual se cálculo $v_{cc}\%$) ya que al variar la altura del devanado también variarán sus dimensiones radiales.

BIBLIOGRAFIA

1. **S.B.Vasutinsky**
Teoría y cálculo de transformadores
2. **S.B.Vasutinsky-A.D. Kracilnikov**
Cálculo y diseño de transformadores
3. **M.P.Kostenko-L.M.Piotrosvski**
Máquinas eléctricas I
4. **Enriquez Harper**
El ABC de las máquinas eléctricas-transformadores
5. **A.I.Voldek**
Máquinas eléctricas
6. **Juan Corrales Martín**
Teoría cálculo y construcción de Transformadores
7. **Amilcar Bedoya Castillo**
Análisis y pruebas de transformadores de potencia sometidos a las tensiones de impulso.
8. **Normas I.E.C. publicación 76-5**