

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA**

PROGRAMA ACADEMICO ESCUELA DE GRADUADOS



**MEDICION DEL TIEMPO DE GENERACION DE NEUTRONES  
PRONTOS POR LOS METODOS DE FEYNMAN Y BENNETT**

**TESIS**

PARA OPTAR EL GRADO DE MAGISTER EN CIENCIAS

CON MENCION EN ENERGIA NUCLEAR

PRESENTADA POR:

**CARLOS JOB FIESTAS URBINA**

LIMA - PERU - 1982

## CONTENIDO

	Pag .
INTRODUCCION	1
CAPITULO I: DESARROLLO DE LAS ECUACIONES CINETICAS MODELO PUNTUAL	3
1.1. Conceptos Previos.	4
1.2. Ecuación de Transporte Neutrónico	9
1.3. Formulación Rigurosa de las Ecuaciones Cinéticas Modelo Puntual.	16
1.4. Solución de las Ecuaciones Cinéticas Puntuales, en el Dominio del Tiempo.	22
1.5. Ecuación Inhour.	27
1.6. Vida Media de Neutrones Prontos.	29
1.7. Tasa Promedio de Producción Total de Neutrones y Tasa de Generación de Neutrones de Fisión.	31
CAPITULO II: MEDICION DEL TIEMPO MUERTO DE LAS CADENAS DE ARRANQUE DEL REACTOR RP-0	34
2.1. Pérdida de una cadena de contaje Neutrónico.	35
2.2. Medición del Tiempo Muerto de una Cadena de Medición de Flujo Neutrónico, por evolución Supercrítica.	37
2.3. Programa de Cálculo para el Ajuste de una Función de la Forma	39
2.4. Descripción del Experimento.	44
2.4.1. Descripción del Equipo Experimental	44
2.4.2. Procedimiento Experimental	45
2.5. Procesamiento y Análisis de los Resultados experimentales.	46
CAPITULO III: MEDICION DE LOS PARAMETROS CINETICOS $\alpha_p$ , E, $\Lambda/\beta$ .	51
3.1. Modelo Estadístico Matemático de Feynman para la Razón Varianza a Media.	52

	Pag.
3.2. Descripción del Programa de Cómputo para Analizar los Datos Experimentales según el Modelo de Feynman.	58
3.3. Modelo Estadístico Matemático de Bennett para la Razón Varianza a Media.	63
3.4. Estrategia para Obtener los Parámetros $\alpha_p$ , $E$ y $\Lambda/\beta$ según el Modelo de Bennett.	73
3.5. Descripción General del Programa de Cálculo para Analizar los Datos Experimentales según el Modelo de Bennett.	74
3.6. Descripción del Experimento.	77
3.6.1. Descripción del Equipo Experimental.	77
3.6.2. Procedimiento Experimental.	83
3.7. Análisis de los Resultados Experimentales.	84
3.7.1. Obtención de los Datos de Razón Varianza a Media y Reactividad.	84
3.7.2. Obtención de la Reactividad.	85
3.7.3. Obtención de los Parámetros $\alpha_p$ , $\Lambda/\beta$ , $E$ .	85
CONCLUSIONES	104
OBSERVACIONES Y SUGERENCIAS	107
BIBLIOGRAFIA	108
APENDICES	112
A. Instrucciones de Uso y Listado del Programa de Cómputo para Calcular Período y Tiempo Muerto de Cadenas de Medición de Flujo Neutrónico.	112
B.1 Instrucciones de Uso y Listado del Programa de Cómputo para calcular valores del Apartamiento.	116

B.2	Intrucciones de Uso y Listado del Programa de Cómputo para Calcular la Reactividad de un Sistema Crítico por el Método del Período Negativo.	118
C.1	Instrucciones de Uso y Listado del Programa de Cómputo para procesar Datos Experimentales del Apartamiento según el Modelo de Feynman.	120
C.2	Listado e Instrucciones de Uso del Programa de Cálculo para Procesar Datos Experimentales de Apartamiento según el modelo de Bennett.	124
D	Determinación de errores de Parámetros de Ajuste para Funciones No Lineales.	130

## INTRODUCCION

Uno de los problemas fundamentales de la Tecnología de Reactores Nucleares es la determinación del valor de parámetros empleados en las ecuaciones que describen la evolución de la población neutrónica en el núcleo del reactor, para determinar las condiciones bajo las cuales la reacción nuclear puede ser controlada en forma segura y útil.

- Por otro lado es necesario relacionar el flujo neutrónico con el nivel de potencia del reactor (Calibración de potencia).

El método común para determinar parámetros dinámicos es introducir una perturbación en la reactividad o en el nivel de la fuente de neutrones del sistema y medir la respuesta del sistema. De este resultado se infieren los parámetros cinéticos.

También es posible determinar parámetros dinámicos sin introducir perturbaciones, observando las fluctuaciones que ocurren en la población neutrónica. En este caso la población neutrónica es muestreada estadísticamente como una función del tiempo y analizada en términos de un modelo estadístico.

El propósito principal del presente trabajo es determinar el tiempo de generación de neutrones pronto reducidos ( $\Lambda / \bar{\beta}$ ), la constante de decaimiento de los neutrones pronto,  $\alpha_p$ , correspondientes a una reactividad  $\rho$  ( $\rho$ ), la eficiencia del detector de neutrones de la segunda cadena de arranque, para el reactor de potencia cero con la configuración nuclear # 52; haciendo un análisis estadístico del conteo de neutrones mediante los modelos de Feynman y Bennett. La diferencia de estos métodos radica en que el primero no contempla la contribución de neutrones retardados (ref. 16, 17, 27) en el modelo estadístico matemático de la razón varianza a media de la población neutrónica de un reactor en estado estacionario con fuente neutrónica introducida.

El presente trabajo ha sido dividido en tres Capítulos. El primero, es un desarrollo teórico riguroso de las ecuaciones cinéticas modelo puntual y de ciertas relaciones de utilidad para el desarrollo de los Capítulos posteriores.

En el Segundo Capítulo se describe el experimento para determinar el tiempo muerto del detector de neutrones de la segunda cadena de arranque del RP-Ø. Dato que permitirá hacer las correcciones adecuadas a la estadística de conteo.

En el tercer Capítulo se describen los modelos estadísticos de Feynman y Bennett, así como el procedimiento experimental y los programas de cómputo para el análisis de los datos experimentales.

El experimento se ha realizado para una reactividad del sistema,  $\rho = -0.0356 \%$ . El método de Feynman resultó ser un tanto incierto, dado que no se observa claramente el rango del tiempo prefijado de conteo a partir del cual la contribución retardada empieza a tener influencia. Por otro lado el método de Bennett no presenta este problema dado que considera la contribución retardada. Los resultados para este método fueron los siguientes

$$\alpha_p = -99.7474 \text{ s}^{-1}$$

$$\Lambda/\bar{\beta} = 1.04267 \times 10^{-2} \text{ s}$$

$$E = 5.26289 \times 10^{-4} \frac{\text{neut. det.}}{\text{neut. prod.}} = 1.299 \times 10^{-3} \frac{\text{neut. Detc.}}{\text{fisión}}$$

$$= 23.3646$$

## CAPÍTULO I

DESARROLLO DE LAS ECUACIONES CINÉTICAS MODELO  
PUNTUAL

En el presente Capítulo se establecerán las ecuaciones cinéticas a partir de la ecuación generalizada de transporte neutrónico, - introduciéndose, a su debido tiempo, las definiciones de los parámetros cinéticos necesarios.

En este Capítulo también se obtendrá una solución en el dominio del tiempo de las ecuaciones cinéticas para un sistema estacionario, con fuente interna, que es el estado en el cual se operará el reactor para las experiencias de Feynman y Bennett.

Además se desarrollarán conceptos tales como vida media de neutrones retardados, tasa promedio de producción de neutrones y tasa promedio de generación de neutrones de fisión, que serán de mucha utilidad para el desarrollo de los modelos estadísticos - de Feynman y Bennet (ref. 16).

### 1.1 CONCEPTOS PREVIOS

Fijado un sistema de referencia, la posición de un neutrón con respecto a dicho sistema se representará por  $\vec{r}$  y su velocidad por  $\vec{v}$ .

Si  $\vec{\Omega}$  representa un vector unitario en la dirección de movimiento del neutrón, la velocidad  $\vec{v}$  puede expresarse como

$$\vec{v} = v \vec{\Omega} \quad 1.1$$

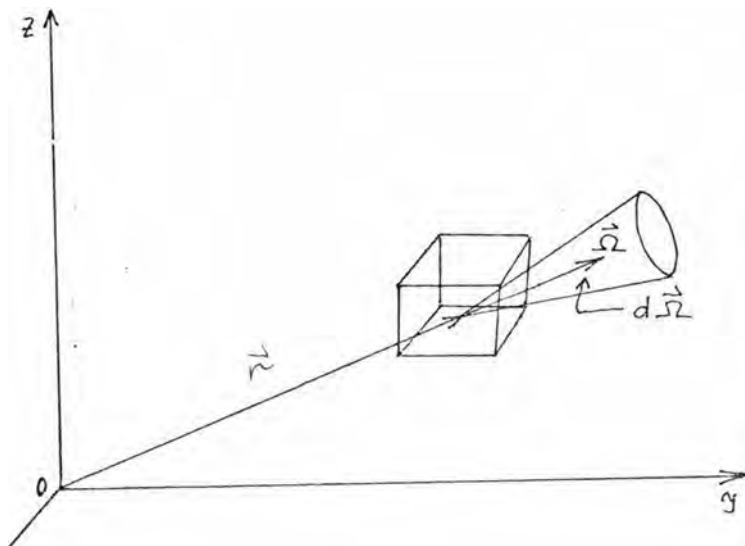


Fig. 1.1



Densidad Angular Neutrónica :

La densidad angular neutrónica se representa por

$$N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \quad \text{tal que :}$$

$N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) dV d\vec{\Omega} dE$ : representa el número de neutrones en el elemento de volumen  $dV$  ubicado en el punto  $\vec{r}$ , que se mueven con una energía entre  $E$  y  $E + dE$  y en dirección  $d\vec{\Omega}$  alrededor de  $\vec{\Omega}$ , en un tiempo dado  $t$  (ref. 5, pág. 4).

### Densidad Neutrónica

Es la densidad angular neutrónica integrada sobre todas las direcciones (ref. 5, pág 4).

$$n(\vec{r}, E, t) = \int_{4\pi} N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) d\vec{\Omega} \quad 1.2$$

Corriente Angular :

La corriente angular (flujo vectorial) se define como el producto de la velocidad neutrónica  $v$  por la densidad angular (ref. 5, pág 6 ; ref. 23 , pág. 39)

$$\text{Flujo vectorial} = \vec{v} N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \quad 1.3$$

Flujo Angular :

El flujo angular  $\phi$  se define como el producto del módulo de la velocidad neutrónica por la densidad angular (ref. 5, pág. 5)

$$\text{Flujo angular} = \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) = v N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \quad 1.4$$

Flujo Total

El flujo total se define como la integral del flujo angular sobre todas las direcciones (ref. 5, pág. 5)

$$\phi(\vec{r}, E, t) = v n(\vec{r}, E, t) = \int_{4\pi} \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) d\vec{\Omega} \quad 1.5$$

El significado físico del flujo total puede interpretarse a partir del significado de flujo angular del siguiente modo.

Dado que el flujo angular representa el número de neutrones que por unidad de tiempo atraviesan perpendicularmente una superficie de  $1 \text{ cm}^2$  y dado que el flujo total es la integral del flujo angular sobre un ángulo sólido  $4\pi$ , puede interpretarse esta integral como el número de neutrones de energía  $E$  que por unidad de tiempo ingresan, provenientes de todas direcciones, a una esfera de  $1 \text{ cm}^2$  de máxima sección, ubicada en el punto  $\vec{r}$ . (ver fig. 1.2).

z

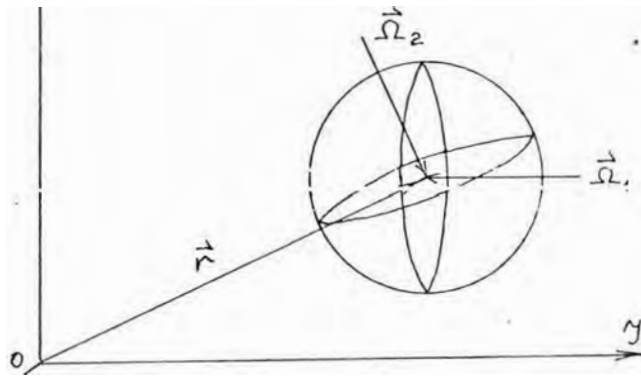


fig. 1.2

### Sección Eficaz Microscópica Neutrónica :

La sección eficaz microscópica de un nucleído es una medida de la probabilidad de interacción de un neutrón con dicho nucleído.

Se mide en barns ( $1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2$ ) y puede visualizarse como al área de la sección transversal de una esfera centrada en el núcleo blanco que debe ser atravesada por el neutrón para que haya interacción entre el neutrón y el nucleido.

Se representa con el símbolo  $\sigma$ . El tipo de interacción se representa con un subíndice característico, por ejemplo  $\sigma_a$  es la sección eficaz microscópica de absorción (ref. 23, pág. 41).

### Sección Eficaz Macroscópica

La sección eficaz macroscópica es una medida de la probabilidad que un neutrón interactúe con un núcleo blanco en la unidad de distancia recorrida. La sección eficaz macroscópica se expresa en  $\text{cm}^{-1}$ , y se representa por el símbolo  $\Sigma_i$ , donde la calidad de la interacción es representada por el subíndice. Por ejemplo,  $\Sigma_s$  representa la sección eficaz macroscópica de dispersión "scattering" (ref. 23, pág. 42).

$$\Sigma_i = \sigma_i n \left( \frac{\text{cm}^2}{\text{Nuc.}} \cdot \frac{\text{Nuc.}}{\text{cm}^3} \right) \quad 1.6$$

donde

$n$  número de nucleidos blanco /  $\text{cm}^3$ .

### Sección Eficaz Diferencial para la Reacción $i$

Es una medida de la probabilidad que un neutrón de energía inicial  $E'$  moviéndose inicialmente en la dirección  $\vec{\Omega}'$ , emerja después de cualquier tipo de interacción con energía en el rango  $dE$  alrededor de  $E$  y en una dirección  $d\vec{\Omega}$  alrededor de  $\vec{\Omega}$ . Todas las reacciones están referidas al sistema de laboratorio.

Esta sección eficaz se representa del siguiente modo

$$\sigma(\vec{r}, \vec{\Omega}', E' \rightarrow \vec{\Omega}, E) = \sum_i \sigma_i(\vec{r}, E') f_i(\vec{r}, \vec{\Omega}', E' \rightarrow \vec{\Omega}, E) \quad 1.7$$

donde :

$\sigma_i(\vec{r}, E')$  Sección eficaz microscópica de tipo  $i$ , en la posición  $\vec{r}$  y para una energía  $E'$  del neutrón.

$f_i(\vec{r}, \vec{\Omega}', E' \rightarrow \vec{\Omega}, E) d\vec{\Omega} dE$  Probabilidad que un neutrón que viaja en la dirección  $\vec{\Omega}'$  con energía  $E'$  emerja después de una interacción tipo  $i$  en la dirección  $d\vec{\Omega}$  alrededor de  $\vec{\Omega}$  y con una energía en el rango  $dE$  alrededor de  $E$ .

Por lo tanto, para la dispersión elástica, la integración sobre todas las direcciones y energías da :

$$\iint f_n(\vec{r}, \vec{\Omega}', E' \rightarrow \vec{\Omega}, E) d\vec{\Omega} dE = 1 \quad 1.8$$

Para, la dispersión inelástica la normalización es similar a la anterior expresión.

Para la fisión la expresión de normalización es la siguiente.

$$\iint f_f(\vec{r}, \vec{\Omega}', E' \rightarrow \vec{\Omega}, E) d\vec{\Omega} dE = \nu(\vec{r}, E') \quad 1.9$$

donde  $\nu(\vec{r}, E')$ , es el número promedio de neutrones, producidos en una fisión, que ocurre en el punto  $\vec{r}$  causada por un neutrón de energía  $E'$

Además es una buena aproximación suponer que los neutrones son emitidos isotrópicamente en el sistema de laboratorio, por lo tanto es posible escribir.

$$f_f(\vec{r}; \vec{\Omega}, E' \rightarrow \vec{\Omega}, E) d\vec{\Omega} dE = \frac{1}{4\pi} \nu(\vec{r}; E' \rightarrow E) d\vec{\Omega} dE \quad 1.10$$

### Tasa de Reacción :

La sección eficaz macroscópica,  $\Sigma_x$ , es la probabilidad que un neutrón experimente una reacción particular  $x$ , en la unidad de distancia. Si  $v$  es la velocidad del neutrón,  $v \Sigma_x$  es la correspondiente probabilidad por unidad de tiempo. Por lo tanto, si  $N$  es la densidad angular de los neutrones considerados, la tasa de reacción en unidades apropiadas es dada por ( ref. 31, pág. 18 )

$$v \Sigma_x N \quad \dots\dots\dots 1.11$$

La tasa de reacción, por unidad de volumen y energía es dada por (ref. 31, pág. 18)

$$v \Sigma_x(\vec{r}, E) n(\vec{r}, E, t) \quad 1.12$$

que da el número de reacciones  $x$  ocurridas entre un núcleo y unos neutrones de velocidad  $v$  (energía correspondiente  $E$ ), en la posición  $\vec{r}$  y el tiempo  $t$ , por unidad de volumen por unidad de energía por unidad de tiempo.

## 1.2 ECUACION DE TRANSPORTE NEUTRONICO

De acuerdo a las definiciones dadas en la sección anterior,  $N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) dV d\vec{\Omega} dE$  es el número probable de neutrones que en el tiempo  $t$  se encuentran en el elemento de volumen  $dV$ , teniendo energías  $dE$  alrededor de  $E$  y direcciones de movimiento  $d\vec{\Omega}$  alrededor de  $\vec{\Omega}$ .

Consideremos ahora que le sucede a este grupo de neutrones en el intervalo de tiempo  $\Delta t$ .

En lo que sigue de la presente sección se supone que las secciones eficaces son funciones continuas de la posición en la vecindad de  $\vec{r}$ .

Puede considerarse que los neutrones de energía  $E$  que sufren una colisión salen del grupo y aquellos que no sufren colisiones permanecen en él.

Dado que la distancia recorrida por un neutrón en el tiempo  $\Delta t$  es  $v \Delta t$ , puede considerarse que la probabilidad que un neutrón interactúe en este intervalo es

$$\sum (\vec{r}, E) v \Delta t,$$

y la probabilidad de que este neutrón no experimente interacción será

$$1 - \sum (\vec{r}, E) v \Delta t$$

De estas consideraciones se sigue que

$$\left( \begin{array}{l} \text{Número de neutrones} \\ \text{que permanecen en el gru.} \\ \text{po.} \end{array} \right) = N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) [1 - \dots$$

$$\sum (\vec{r}, E) v \Delta t] dV d\vec{\Omega} dE$$

Al transcurrir el tiempo  $\Delta t$ , estos neutrones se encontrarán en la posición  $\vec{r} + \vec{\Omega} v \Delta t$ .

Además de los cambios en la población del grupo por neutrones que se pierden por colisión, hay cambios del signo como resultado de colisiones en los grupos vecinos y como nuevos neutrones provenientes de la fuente. Estas contribuciones son dadas por las siguientes expresiones.

$$\left( \begin{array}{l} \text{Número de neutrones que} \\ \text{entran al grupo como re-} \\ \text{sultado de interacciones} \\ \text{diferentes de fisión.} \end{array} \right) = \left[ \iint \sum_s (\vec{r}, E) f(\vec{r}; \vec{\Omega}', E' \rightarrow \vec{\Omega}, E) \times \right.$$

$$\left. \dots \times v' N(\vec{r}, \vec{\Omega}', E', t) d\vec{\Omega}' dE' \right] dv d\vec{\Omega} dE dt \quad 1.14$$

$$\left( \begin{array}{l} \text{Número de neutrones que} \\ \text{entran al grupo prove-} \\ \text{niente de la fuente} \end{array} \right) = Q(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \times \dots$$

$$\dots \times dv d\vec{\Omega} dE dt \quad 1.15$$

Además si consideramos la influencia de los neutrones retardados, debemos definir.

$\Sigma_f(\vec{r}, E)$  : Sección eficaz macroscópica de fisión.

$\beta(\vec{r}, E)$  : Fracción total de neutrones retardados.

$(1 - \beta(\vec{r}, E)) \nu(\vec{r}, E)$  : Número promedio de neutrones pronto por fisión producida en la posición  $\vec{r}$  por un neutrón de energía  $E$ .

$C_i(\vec{r}, t)$  Concentración de precursores del  $i$ -ésimo grupo de neutrones retardados en la posición  $\vec{r}$  y tiempo  $t$ .

$\lambda_i$  Constante de decaimiento del  $i$ -ésimo grupo de neutrones retardados.

$\chi(E)$ : Distribución espectral de energía de neutrones pronto.

$\chi_i(E)$ : Distribución espectral de energía del  $i$ -ésimo grupo de neutrones retardados.

Teniendo en consideración las definiciones anteriores,

$$\left( \begin{array}{l} \text{Número de neutrones que} \\ \text{entran al grupo debido} \\ \text{a neutrones provenientes} \\ \text{de fisión.} \end{array} \right) = \left[ \int \int (1-\beta) \chi(E) \nu \mathcal{V}' \right.$$

$$\left. \dots \times \sum_f (\vec{r}', E') N(\vec{r}', \vec{\Omega}', E', t) d\vec{\Omega}' dE' \right] dV d\vec{\Omega} dE dt \dots \quad 1.16$$

$$\left( \begin{array}{l} \text{Número de neutrones que} \\ \text{entran al grupo prove-} \\ \text{nientes de los grupos de} \\ \text{neutrones retardados.} \end{array} \right) = \left[ \sum_i \lambda_i C_i(\vec{r}, t) \chi_i(E) \right] \times \dots$$

$$\dots \times dV d\vec{\Omega}' dE dt$$

1.17



Sumando las expresiones (1.13), (1.14), (1.15), (1.16) y (1.17) y eliminando  $dV$   $d\Omega$   $dE$ , se encuentra la densidad angular neutrónica en el punto  $\vec{r} + \vec{\Omega} v \Delta t$  y tiempo  $t + \Delta t$ , obteniéndose la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}
 N(\vec{r} + \vec{\Omega} v \Delta t, \vec{\Omega}, E, t + \Delta t) - N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) &= -\Sigma v N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \Delta t \\
 &+ \left[ \int \int \Sigma_s' v' N(\vec{r}, \vec{\Omega}', E', t) d\vec{\Omega}' dE' \right] \Delta t \\
 &+ \left[ \int \int (1 - \beta) \chi(E) v' \Sigma_f(\vec{r}, E') N(\vec{r}, \vec{\Omega}', E', t) d\vec{\Omega}' dE' \right] \Delta t \\
 &+ \left[ \sum \lambda_i C_i(\vec{r}, t) \chi_i(E) \right] \Delta t \\
 &+ Q(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \Delta t
 \end{aligned} \tag{1.18}$$

Dividiendo ambos miembros de la expresión (1.18) entre  $\Delta t$  y llevando al límite cuando  $\Delta t \rightarrow 0$ , el primer miembro queda expresado como:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[ \frac{N(\vec{r} + \vec{\Omega} v \Delta t, \vec{\Omega}, E, t + \Delta t) - N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)}{\Delta t} \right] \tag{1.19}$$

Si la expresión (1.19) le sumamos y restamos  $N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t + \Delta t)$ , ésta podría expresarse como la suma de dos términos.

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[ \frac{N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t + \Delta t) - N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)}{\Delta t} \right] = \frac{\partial N}{\partial t} \quad \dots \quad 1.20$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[ \frac{N(\vec{r} + \vec{v}\Delta t, \vec{\Omega}, E, t + \Delta t) - N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t + \Delta t)}{\Delta t} \right] = \vec{v} \cdot \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} N \quad 1.21$$

Insertando (1.20) y (1.21) en la ecuación (1.19) obtenemos la ecuación de transporte. (ref. 5, pág. 13)

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial t} = & -\vec{v} \cdot \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} N - \Sigma \nu N + \iint \Sigma_s' f \nu' N' d\vec{\Omega}' dE' \\ & + \iint (1-\beta) \chi \nu' \Sigma_f' N' d\vec{\Omega}' dE' \\ & + \sum \lambda_i C_i \chi_i \quad + \end{aligned} \quad 1.22$$

donde :

$$N = N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$$

$$N' = N(\vec{r}, \vec{\Omega}', E', t)$$

$$\nu = \nu(E)$$

$$\nu' = \nu(E')$$

$$X = X(E)$$

$$C_i = C_i(r, t)$$

$$\chi_i = \chi_i(E)$$

$$Q = Q(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$$

$$\gamma = \gamma(\vec{r}, E')$$

La ecuación de transporte (1.22) puede también ser expresada en términos del flujo angular  $\Phi$ , tal que

$$\Phi = vN - \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$$

1.23

$$\Phi' = v'N' - \Phi(\vec{r}', \vec{\Omega}', E', t)$$

Reemplazando las expresiones (1.23) en (1.22) se obtiene la ecuación de transporte para el flujo angular (ref. 5, pág. 19)

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \Phi - \Sigma \Phi + \iint \Sigma_s' f \Phi' d\vec{\Omega}' dE'$$

$$+ \iint (1-\beta) \lambda \nu \Sigma_f' \Phi' d\vec{\Omega}' dE' + \sum_{i=1}^m \lambda_i C_i \chi_i + Q \quad \dots \quad 1.24$$

Los precursores de neutrones retardados satisfacen las ecuaciones

$$\frac{dC_i}{dt} = \beta_i \iint \nu \Sigma_f' \Phi' d\vec{\Omega}' dE' - \lambda_i C_i \quad \dots \quad 1.25$$

donde  $\beta_i$  representa la fracción del  $i$ -ésimo grupo de neutrones retardados.

El significado físico de cada uno de los 6 términos del segundo miembro de la ecuación de transporte (1.24) es el siguiente: (1) representa la pérdida neta de neutrones en el punto de fase  $(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$  por difusión, (2) representa la pérdida de neutrones debido a interacciones nucleares - (fisión, captura, dispersión, etc), (3) representa la ganancia neta de neutrones

debido a dispersiones dentro del punto de fase  $(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$ , (4) representa la contribución de neutrones prontos en el punto de fase  $(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$  debido a fisiones, (5) representa la contribución de neutrones retardados en el punto de fase  $(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$  debido al decaimiento de los precursores, (6) representa la contribución de neutrones en el punto de fase  $(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$  debido a una fuente extraña (ref 17, pág. 163).

### 1.3 FORMULACION RIGUROSA DE LAS ECUACIONES CINETICAS MODELO PUNTUAL

Los tres primeros términos del 2do. miembro de la ecuación (1.24) pueden ser agrupados para formar el operador de destrucción  $L$ .

$$\hat{L} \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) = -\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) - \Sigma \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$$

$$+ \iint \Sigma_s(\vec{r}, \vec{\Omega}', E' \rightarrow \vec{\Omega}, E) \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}', E', t) d\vec{\Omega}' dE' \dots 1.26$$

Además podemos definir el operador de producción  $\hat{M}$  del siguiente modo :

$$\hat{M} \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) = \iint \nu(\vec{r}, E') \Sigma_f(\vec{r}, E') \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}', E', t) d\vec{\Omega}' dE' \dots 1.27$$

Reemplazando las ecuaciones (1.26) y (1.27) en las ecuaciones (1.24) y (1.25), obtenemos.

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)}{\partial t} = [\hat{L} + (1-\beta)\lambda_p \hat{M}] \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$$

$$+ \sum_{i=1} \lambda_i(E) \lambda_i C_i(\vec{r}, t) + Q(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \quad 1.28$$

$$\frac{\partial C_i(\vec{r}, t)}{\partial t} = \beta_i \hat{M} \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) - \lambda_i C_i(\vec{r}, t) \quad \cdot \quad 1.29$$

Definiendo la función de peso  $W(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$  como la función de distribución de los neutrones de un reactor, en las variables  $\vec{\Omega}$ ,  $E$  y  $\vec{r}$ ; se tiene entonces que :

$$\int d\vec{r} \int dE \int_{4\pi} W(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) d\vec{\Omega} = 1 \quad \cdot \quad 1.30$$

$$\langle W(\vec{r}, \vec{\Omega}, E), A(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \rangle = \int_V d\vec{r} \int_E dE \int_{4\pi} W(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) A(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) d\vec{\Omega} \quad \cdot \quad 1.31$$

donde :

$\langle W, A \rangle$  representa el promedio de la magnitud  $A$  en todo el volumen del reactor y para todas las energías y direcciones de movimiento de los neutrones del reactor.

$V$  : Representa el volumen del reactor

Si multiplicamos ambos miembros de las ecuaciones (1.28) y (1.29) por la función de peso  $W$  y realizamos la integración sobre las variables  $\vec{r}$ ,  $\vec{\Omega}$  y  $E$ , obtenemos :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle W(\vec{r}, \vec{\Omega}, E), N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) \rangle &= \langle W(\vec{r}, \vec{\Omega}, E), [\hat{L} + (U - \beta) \chi_p \hat{M}] \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \rangle \\ + \sum_{i=1}^M \lambda_i \langle W(\vec{r}, \vec{\Omega}, E), \chi_i C_i(\vec{r}, t) \rangle &+ \langle W(\vec{r}, \vec{\Omega}, E), Q(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \rangle \quad 1.32 \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt} \langle W(\vec{r}, \vec{s}, E), \chi_i C_i(\vec{r}, t) \rangle = \langle W(\vec{r}, \vec{s}, E), \chi_i \beta_i \hat{M} \Phi(\vec{r}, \vec{s}, E, t) \rangle$$

$$- \lambda_i \langle W(\vec{r}, \vec{s}, E), \chi_i C_i(\vec{r}, t) \rangle$$

Para un reactor de potencia cero en estado estacionario

$$\frac{d}{dt} \langle W(\vec{r}, \vec{s}, E), \chi_i C_i(\vec{r}, t) \rangle \cong 0 \quad \cdot 1.34$$

Por lo tanto, a partir de la ecuación (1.33) se obtiene

$$\lambda_i \langle W(\vec{r}, \vec{s}, E), \chi_i C_i(\vec{r}, t) \rangle = \langle W(\vec{r}, \vec{s}, E), \chi_i \beta_i \Phi(\vec{r}, \vec{s}, E, t) \rangle \quad \cdot 1.35$$

Reemplazando (1.35) en (1.32) obtendremos :

$$\frac{d}{dt} \langle W(\vec{r}, \vec{s}, E), N(\vec{r}, \vec{s}, E, t) \rangle = \langle W(\vec{r}, \vec{s}, E), [\hat{L} + (1 - \beta) \chi_p + \sum_{i=1}^M \chi_i \beta_i \hat{M}] \Phi(\vec{r}, \vec{s}, E, t) \rangle$$

$$+ \langle W(\vec{r}, \vec{s}, E), \varphi(\vec{r}, \vec{s}, E, t) \rangle \quad \cdot 1.36$$

En esta expresión podemos distinguir los siguientes términos

$\langle W(\vec{r}, \vec{s}, E), \hat{L} \Phi(\vec{r}, \vec{s}, E, t) \rangle$  : Representa el promedio de la razón de destrucción de neutrones por  $\text{cm}^3$ .

$$\langle W(\vec{r}, \vec{\Omega}, E), (1-\beta) \chi_p \hat{M} \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \rangle$$

Representa el promedio de la razón de producción de neutrones *prontos* por  $\text{cm}^3$ .

$$\langle W(\vec{r}, \vec{\Omega}, E), \sum_{i=1}^m \chi_i \beta_i \hat{M} \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \rangle$$

Representa el promedio de la razón de producción de neutrones *retardados* por  $\text{cm}^3$ .

$$\langle W(\vec{r}, \vec{\Omega}, E), \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \rangle$$

Representa el promedio de la razón de producción de neutrones *provenientes de la fuente*, por  $\text{cm}^3$ .

Teniendo en cuenta las anteriores interpretaciones podemos definir los siguientes parámetros que se muestran en la tabla a continuación. Tabla 1.1

Reemplazando las definiciones de los parámetros cinéticos dados en la tabla 1.1, en las ecuaciones (1.32) y (1.33), obtenemos las ecuaciones cinéticas puntuales.

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\rho - \bar{\beta}}{\Lambda} N(t) + \sum_{i=1} \lambda_i C_i(t) + Q(t) \quad 1.37$$

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} N(t) - \lambda_i C_i(t), \quad \forall i=1, \dots, 6 \quad 1.38$$

Ecuaciones que serán aplicables en la medida que los parámetros que aparecen en ellas (definidos previamente), sean -- constantes en el tiempo para un reactor determinado.

La función de peso  $W(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$ , comunmente elegida, es la función de importancia (flujo adjunto). (ref. 17, pág. 163).

A continuación mostramos 2 tablas de valores de los parámetros cinéticos más importantes, para combustible U-235.

TABLA 1.2 (\*)

PARAMETROS DE NEUTRONES RETARDADOS PARA U-235			
Vida Media (seg.)	Constante e Decaimiento (se <sup>-1</sup> )	Fraccion e Pro- duccion B <sub>i</sub>	Pro . Rela tiva a <sub>i</sub>
0.258	3.8800	0.000168	0.026
0.715	1.4000	0.000824	0.128
3.22	0.3110	0.002630	0.408
8.65	0.1160	0.001210	0.188
31.15	0.0317	0.001370	0.212
78.7	0.0127	0.000246	0.038
		0.006448	

(\*) ref. 4, pág. 3



TABLA 1.3 (\*)  
 PROBABILIDAD DE PRODUCIR NEUTRONES EN FISION DE U-235

$\nu$	$p(\nu)$	$P(\nu)$	$\nu p(\nu)$	$\nu^2 p(\nu)$
0	0.03	0.03	0	0.00
1	0.16	0.19	0.16	0.16
2	0.33	0.52	0.66	0.32
3	0.30	0.82	0.90	2.70
4	0.15	0.97	0.60	2.40
5	0.03	1.00	0.15	0.75
6	0.00	1.00	0.00	0.00
	1.00	$\sum = 2.47$		$\sum^2 = 7.33$

1.4 SOLUCION DE LAS ECUACIONES CINÉTICAS PUNTUALES, EN EL DOMINIO DEL TIEMPO :

Para resolver las ecuaciones cinéticas puntuales dadas por las expresiones (1.37) y (1.38), en el dominio de las frecuencias, hacemos primeramente las siguientes transformaciones.

$$r = \frac{\rho}{\bar{\beta}} \quad 1.39$$

$$w_i(t) = \frac{\Lambda \lambda_i}{\beta_i} C_i(t) \quad 1.40$$

$$f_i = \frac{\beta_i}{\bar{\beta}} \quad 1.41$$

Reemplazando estas transformaciones en las ecuaciones cinético-puntuales obtenemos :

(\*) ref. 28, pág. 52; datos obtenidos experimentalmente

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\bar{\beta}}{\Lambda} \left[ (r-1)N(t) + \sum_{i=1}^6 f_i w_i(t) \right] + Q \quad 1.42$$

$$\frac{dw_i(t)}{dt} = \lambda_i [N(t) - w_i(t)] \quad 1.43$$

Asumimos las siguientes condiciones iniciales

$$r = r_0, \quad N = N_0, \quad w_i = w_{i0}, \quad \dot{n} = \dot{c}_i = 0$$

que aplicadas a las ecuaciones (1.42) y (1.43), dan como resultado lo siguiente

$$\frac{\bar{\beta}}{\Lambda} \left[ (r_0 - r_1) N_0 + \sum_{i=1}^6 f_i w_{i0} \right] + Q = 0 \quad 1.44$$

$$\lambda_i (N_0 - w_{i0}) = 0 \quad 1.45$$

a partir de la ecuación (1.45) se obtiene

$$N_0 = w_{i0} \quad 1.46$$

Reemplazando (1.46) en (1.44), resulta :

$$Q = \frac{\bar{\beta}}{\Lambda} r_0 N_0 \quad 1.47$$

Tomando transformadas de Laplace de las ecuaciones (1.42) y (1.43), haciendo que "r" represente la reactividad de estado estacionario a continuaci3n de una inserci3n de reactividad tipo escal3n, en  $t=0$ , y reemplazando la expresi3n para Q dada en (1.47), se obtiene :

$$s n(s) - N_0 = \frac{\bar{\beta}}{\Lambda} \left[ (r-1)n(s) + \sum_{i=1}^6 f_i \omega_i(s) \right] - \frac{\bar{\beta} r_0 N_0}{\Lambda s} \quad 1.48$$

$$s \omega_i(s) - \omega_{i0} = \lambda_i [n(s) - \omega_i(s)] \quad 1.49$$

De la ecuación (1.49) tenemos

$$\omega_i(s) = \frac{\lambda_i n(s) + \omega_{i0}}{s + \lambda_i} \quad 1.50$$

Reemplazando las ecuaciones (1.46) y (1.50) en (1.48) obtenemos la siguiente expresión para  $n(s)$ .

$$n(s) = \frac{N_0}{s} + \frac{N_0 (r - r_0)}{s^2 \left[ \frac{\Lambda}{\bar{\beta}} - \frac{r}{s} + \sum_{i=1}^6 \frac{f_i}{s + \lambda_i} \right]} \quad 1.51$$

Si hacemos

$$D(s) = s \Lambda - r + s \sum_{i=1}^6 \frac{f_i}{s + \lambda_i} \quad 1.52$$

La ecuación (1.51) queda expresada del siguiente modo

$$n(s) = \frac{N_0}{s} + \frac{N_0 (r - r_0)}{s D(s)} \quad 1.53$$

Aplicando transformada inversa de Laplace a la ecuación (1.53)

$$N_0 (r - r_0) \sum_{j=1}^7 \frac{e^{\alpha_j t}}{\left[ \frac{d}{ds} (s D(s)) \right]_{s = \alpha_j}} \quad 1.54$$

donde  $\alpha_j$  son las raíces de la ecuación  $SD(s) = 0$

$$N(t) = N_0 + N_0(r-r_0) \sum_{j=0}^7 \frac{e^{\alpha_j t}}{\left[ D(s) + s \frac{d}{ds} D(s) \right]_{s=\alpha_j}} \quad 1.55$$

Dado que la raíz de  $SD(s) = 0$  correspondiente a  $j = 0$  es  $s = 0$  y que

$$D(0) = -r, \quad \left. s \frac{d}{ds} D(s) \right|_{s=0} = 0, \quad D(\alpha_j) = 0, \quad \forall j > 0$$

La expresión (1.55) puede ser expresada como

$$N(t) = \frac{N_0 r_0}{r} + N_0(r-r_0) \sum_{j=1}^7 \frac{e^{\alpha_j t}}{\left[ D(s) + s \frac{d}{ds} D(s) \right]_{s=\alpha_j}} \quad 1.56$$

Empleando la ecuación (1.47) podemos expresar la ecuación (1.56) del siguiente modo

$$N(t) = \frac{\Lambda}{\beta} \left[ \sum_{j=1}^7 \frac{e^{\alpha_j t}}{\left[ s \frac{d}{ds} D(s) \right]_{s=\alpha_j}} - \frac{1}{r} \right] + N_0 r \sum_{j=1}^7 \frac{e^{\alpha_j t}}{\left[ s \frac{d}{ds} D(s) \right]_{s=\alpha_j}} \quad 1.57$$

donde se nota que la densidad neutrónica tiene una contribución debido a la fuente y otra debido a las fisiones.

$$N(t) = \left( \text{Término de fuente} \right) + \left( \text{Término de fisiones} \right) \quad 1.58$$

Desarrollando los denominadores de la ecuación (1.57)

$$\left[ s \frac{d}{ds} D(s) \right]_{s=\alpha_j} = r - \alpha_j^2 \sum_{i=1}^{\infty} (\alpha_j + \lambda_i)^2 \quad 1.59$$

Empleando este resultado, la expresión (1.57) puede expresarse del modo siguiente.

$$N(t) = Q \left[ \sum_{j=1}^7 A_j e^{\alpha_j t} - A_0 \right] + N_0 \sum_{j=1}^7 A_j e^{\alpha_j t} \quad 1.60$$

donde

$$\frac{1}{\beta} \quad 1.61$$

$$r - \sum_{i=1}^6 \frac{\alpha_j^2 f_i}{(\alpha_j + \lambda_i)^2}$$

$$A_j \quad 1.62$$

$$r - \sum_{i=1}^6 \frac{\alpha_j^2 f_i}{(\alpha_j + \lambda_i)^2}$$

$$1.63$$

y las  $\alpha_j \quad \forall j > 0$ , se encuentran resolviendo la ecuación  $D(s) = 0$

1.5 ECUACION INHOUR

La ecuación  $D(S) = 0$ , se denomina ecuación *inhour* cuyas raíces  $\alpha_j$ , dan información de la forma como evoluciona en el tiempo la población neutrónica, cuya expresión general es dada por la ecuación (1.60).

La ecuación *inhour* en función de los parámetros globales del reactor es (ref. 4, pág. 29)

$$r = S \left[ \frac{\Lambda}{\beta} + \sum_{i=1}^6 \frac{f_i}{s + \lambda_i} \right] \quad 1.64$$

Si reemplazamos  $S$  por su período correspondiente  $T = S^{-1}$  obtenemos la siguiente expresión para la ecuación *inhour*.

$$r = \frac{\Lambda}{\beta T} + \sum_{i=1}^6 \frac{f_i}{1 + \lambda_i T} \quad 1.65$$

La gráfica de la ecuación (1.65) se muestra en la figura-3, donde se muestran el período de estado estacionario,  $T = S_{m+1}^{-1}$ , y los seis períodos transitorios,  $T_k = S_k^{-1}$ , como función de la reactividad  $r$  expresada en  $\beta$ , para un combustible de U-235. En esta gráfica se observa que para un estado subcrítico todas las seis raíces de la ecuación (1.65) son negativas, seis de éstas próximas a los períodos  $T_i$  de los neutrones retardados. Para un estado supercrítico, el período de estado estacionario  $T$ , es positivo mientras los restantes  $T_k$  son negativos, y se aproximan a los períodos de los neutrones retardados  $T_i$  a medida que la reactividad positiva crece.

La evolución temporal de la densidad neutrónica se representará por la superposición de estos siete períodos, como se indica en la ecuación (1.60)

## 1.6 VIDA MEDIA DE NEUTRONES RETARDADOS

El concepto de vida media de un neutrón en el sistema define la probabilidad que un neutrón sea perdido en un intervalo de tiempo especificado. La vida media - puede ser asociada a cada componente de decaimiento - de la densidad neutrónica originada por fisiones en un conjunto subcrítico ( ref. 16, pág 41 ).

En la presente sección desarrollaremos primero el concepto de vida media, para un sistema que posee sólamente neutrones prontos, para luego ser extendido al caso general que toma en cuenta la contribución de los neutrones retardados.

Consideremos un medio multiplicativo subcrítico, en el cual se introducen  $N_0$  neutrones por centímetro cúbico y por unidad de tiempo, como resultado de fisiones en el intervalo  $( t_0 , t_0 + dt )$ . Se asume un sistema - simplificado en el cual la fisión produce sólamente neutrones prontos. La rapidez de variación de la población neutrónica para  $t > t_0$  será descrita por la siguiente ecuación.

$$\frac{dN(t)}{dt} = \alpha_p N_0 \quad 1.66$$

donde  $\alpha_p$  es la probabilidad de pérdida de neutrones por unidad de tiempo, pesada con alguna probabilidad que el neutrón perdido sea reemplazado (ref. 16, pág 41).

La probabilidad de reemplazo es simplemente el factor de reproducción  $k_p$ . Si los neutrones retardados son despreciados en las ecuaciones cinéticas - independientes del espacio, se obtiene :

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\rho}{\Lambda} N(t) = \frac{k_p - 1}{k_p \Lambda} N(t) = \frac{k_p - 1}{l} N(t) \quad 1.67$$

Comparando las ecuaciones (1.66) y (1.67) resulta

$$\alpha_p = \frac{k_p - 1}{l} \quad 1.68$$

donde  $1 - k_p$  representa la probabilidad de no reemplazo y " $l$ " es la vida media de los neutrones pronto o el tiempo promedio desde el nacimiento hasta la muerte del neutrón, entendiéndose como nacimiento el tiempo de fisión y como muerte el tiempo de captura - productiva, captura no productiva o fuga. En términos del tiempo promedio de generación de neutrones pronto

$$\alpha_p = \frac{(k_p - 1) / k_p}{\Lambda} \quad 1.69$$

Tratando ahora el caso general de un medio multiplicativo subcrítico que considera los neutrones retardados; y empleando la ecuación inhour obtenemos :



$$\alpha_k = \frac{(k-1)/k}{\Lambda + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta}{(\alpha_k + \lambda_i)}} \quad 1.70$$

que es similar a la ecuación (1.69)

Haciendo una analogía entre las ecuaciones (1.69) y (1.70), es posible definir un tiempo promedio de vida  $\tau_i$ , para cada componente de la densidad neutrónica, del siguiente modo:

$$\alpha_i \frac{(k-1)/k}{\tau_i} = \rho \frac{\beta}{\tau_i} \quad 1.71$$

$$\tau = \frac{\beta}{\alpha_i} \quad 1.72$$

### 1.7 TASA PROMEDIO DE PRODUCCION TOTAL DE NEUTRONES Y TASA DE GENERACION DE NEUTRONES DE FISION

Si consideramos un reactor en estado subcrítico con fuente interna, las "constantes de decaimiento de los neutrones retardados son negativas, lo que da lugar a que la densidad neutrónica, después de un tiempo suficientemente largo, tienda a un valor constante dado por la siguiente ecuación (ver ec. 1.60).

$$N(t) = -\rho A_0$$

Reemplazando  $A_0$  por la expresión 1.63 obtenemos

$$N(t) = \frac{Q \Lambda k}{1 - k} \quad 1.74$$

Si representamos con  $F$  a la tasa total de producción de neutrones (neut/cm<sup>3</sup> x seg.) se tiene :

$kF$  : Tasa total de producción de neutrones de fisión.

$N/\Lambda$  Tasa total de destrucción de neutrones

Una vez que el sistema subcrítico con fuente, haya alcanzado el estado estacionario, la tasa total de producción y la tasa total de destrucción de neutrones se igualan, resultando

$$F = \frac{N}{K \Lambda} \quad 1.75$$

Reemplazando (1.74) en (1.75) obtenemos

$$F = \frac{Q}{1 - k} \quad 1.76$$

Se define la tasa de Generación  $G$ , como el número promedio de neutrones de fisión producidos por unidad de volumen y por unidad de tiempo, que sería igual a la tasa de producción excluyendo la fuente externa o igual a la tasa de producción multiplicada por la constante de multiplicación  $K$  del sistema (ref. 16, pág 7).

Por lo tanto

$$G = KF = \frac{QK}{1 - K} \quad . \quad 1.77$$

## CAPITULO II

MEDICION DEL TIEMPO MUERTO DE LAS CADENAS DE  
ARRANQUE DEL REACTOR RP-0

*En este capítulo se tratará sobre el experimento de medición del tiempo muerto de las tres cadenas de arranque del reactor RP-0.*

*Este experimento es necesario dado que los experimentos posteriores de Feynman y Bennett, emplean como datos, las estadísticas de conteo para diferentes tiempos prefijados de conteo, las cuales hay que corregirlas por efecto del tiempo muerto de la cadena de medición empleada (ref. 11, pág 4; ref. 13, pág 14).*

*Primeramente se hará un breve estudio sobre las causas que originan pérdidas en una cadena de medición y se cuantificará este efecto ; luego se hará la fundamentación teórica del experimento de medición del tiempo muerto de una cadena de medición de flujo neutrónico por evolución supercrítica de un reactor y se describirá el programa de cómputo empleado para tal efecto, reportándose al final las recomendaciones y resultados obtenidos.*

## 2.1 PERDIDA DE UNA CADENA DE CONTAJE NEUTRONICO

Si suponemos que un detector de neutrones está expuesto a un flujo neutrónico y se producen  $N_r$  ionizaciones por unidad de tiempo en el gas del detector, el número de cuentas registradas por unidad de tiempo  $N_m$ , será, por lo general menor que  $N_r$ . En principio, la causa de este efecto, es que los eventos cercanamente espaciados no pueden ser resueltos en el detector, o la parte electrónica de la cadena de medición. (ver fig. 2.1).

Después de ocurrida una descarga, la carga espacial producida afecta al campo eléctrico cercano al electrodo central (ánodo), disminuyendo la intensidad del campo a tal magnitud que hace im posible una multiplicación adicional por colisión.

Si una segunda partícula entra al detector en este instante no producirá pulso alguno.

El tiempo durante el cual el detector no produce multiplicación adicional por colisión, se denomina tiempo Muerto del detector y lo denotaremos por  $\tau_D$

A medida que la carga espacial se moviliza hacia el cátodo, el campo eléctrico incrementa nuevamente hasta alcanzar su valor normal. Si una segunda partícula entra al detector durante este tiempo, produce un pulso más pequeño que el normal.

El tiempo durante el cual el pulso incrementa su altura hasta alcanzar su tamaño normal, se denomina tiempo de Recuperación y lo denotaremos por  $\tau_R$ .

El pulso producido por una segunda partícula, será de tamaño normal, si ésta ingresa después de haber transcurrido  $\tau$  sgs. desde el ingreso de la primera partícula, donde :

$$\tau = \tau_D + \tau_R$$

Para un amplificador sensible,  $\tau$  será muy próximo -- a  $\tau_D$ , por lo cual, con mucha frecuencia a  $\tau$  se le denomina Tiempo Muerto (ref. 7, pág 59).

Asumiendo que todos los pulsos son contados después de un tiempo  $\tau$  de haberse contado el pulso anterior, las pérdidas en el contador pueden ser evaluadas fácilmente.

Sea  $N_m$  el número de eventos contados por unidad de tiempo. El tiempo durante el cual el detector permanece in sensible será  $N_m \tau$ .

Si  $N_r$  es el número de eventos verdaderos por unidad de tiempo, entonces la pérdida será :

$$N_r - N_m = N_r N_m \tau$$

De la ecuación anterior obtenemos

$$N_m = \frac{N_r}{1 + \tau N_r} \quad . \quad 2.2$$

$$N_r = \frac{N_m}{1 - \tau N_m} \quad 2.3$$

Por lo general el tiempo de resolución de la cadena -- electrónica de medición  $\tau_e$  es mucho menor que el tiempo muerto del detector, en tales casos el tiempo muerto de la cadena de medición es determinado por el tiempo - muerto del detector (ref. 7, pág 59)

A continuación se esquematiza una cadena de medición de flujo neutrónico :

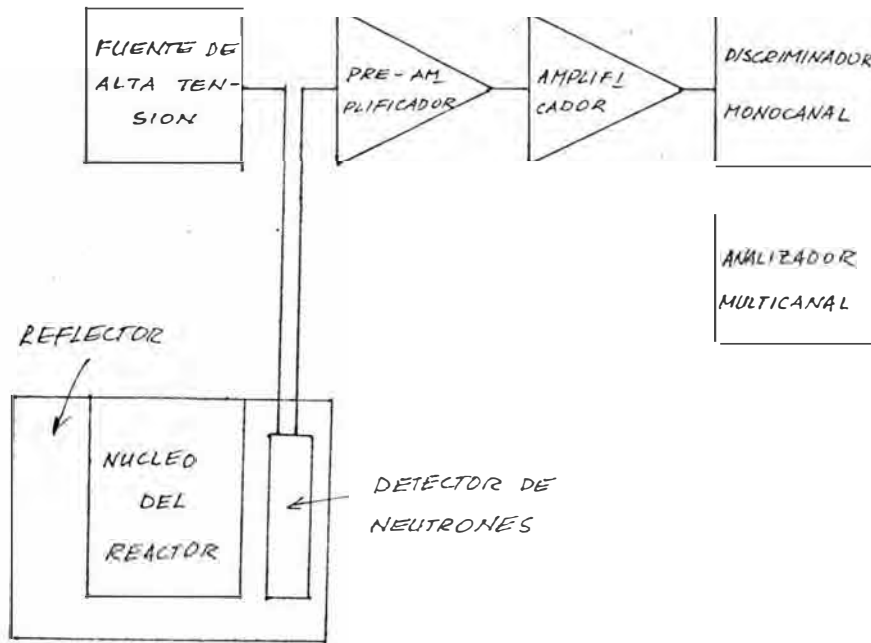


Fig. 2.1

## 2.2 MEDICION DEL TIEMPO MUERTO DE UNA CADENA DE MEDICION DE FLUJO NEUTRONICO POR EVOLUCION SUPERCRITICA

El reactor se lleva a un estado ligeramente supercrítico, con período estable  $T$ .

Después de un tiempo prudencial ( $> 80$ segs) de iniciado el estado supercrítico, la población neutrónica ha alcanzado un comportamiento exponencial puro, de la forma

$$N(t) = N_0 e^{\lambda t / T}$$

2.4

Esta expresión se puede deducir a partir de la expresión 1.60, donde  $\rho = 0$ , y la ayuda de ecuación Inhour que establece que sólo un grupo de neutrones retardados evoluciona con período positivo.

Si el sistema de detección tuviera un comportamiento ideal ( $\gamma = 0$ ), entonces la tasa de conteo  $N_r(t)$  sería proporcional a  $N(t)$ .

$$N_r(t) = C e^{t/T} \quad .2.5$$

donde :

$N_r(t)$	Tasa de conteo real
$C$	Valor inicial de la velocidad de conteo.

Por efecto del tiempo muerto de la cadena de medición, la tasa de conteo medida  $N_m(t)$  será, (ver ecuación 2.2)

$$N_m(t) = \frac{N_r(t)}{1 + \gamma N_r(t)} \quad 2.2'$$

Reemplazando (2.5) en (2.2') obtenemos (ref. 13, pág 1)

$$N_m(t) = \frac{C e^{t/T}}{1 + \gamma C e^{t/T}} \quad 2.6$$

La evolución de la población neutrónica en el tiempo se mide y registra en un analizador multicanal. La cadena de medición empleada es similar a la esquematizada en la figura 2.1.



Los datos obtenidos se emplean para ajustar la función (2.6) por el método de mínimos cuadrados. Como resultado de este ajuste se obtienen los valores de  $C$ ,  $T$  y  $\Upsilon$ .

### 2.3 PROGRAMA DE CALCULO PARA EL AJUSTE DE UNA FUNCION DE LA FORMA $C e^{t/T} / (1 + C \Upsilon e^{t/T})$ :

La función que se va a ajustar es de la forma (2.6), pero para acelerar la convergencia del ajuste se le da la siguiente forma.

$$f(t) = \frac{e^{At}}{B + \Upsilon e^{At}} \quad \cdot 2.7$$

donde

$$B = 1/c \quad \text{y} \quad A = 1/T$$

Llamamos  $\delta_i$  a la desviación del  $i$ -ésimo valor experimental  $N_{mi}$  del valor ajustado  $f(t_i)$ , y sea  $E$  la sumatoria de todas las desviaciones elevadas al cuadrado. El método de mínimos cuadrados consiste en hallar valores de los parámetros  $A$ ,  $B$  y  $\Upsilon$ , que hagan mínimo el valor de  $E$  (la sumatoria de las desviaciones elevadas al cuadrado), (ref. 30, pág. 154).

$$E = \sum \delta_i^2 = \sum (y_i - f(t_i))^2 \quad \cdot 2.8$$

Para que  $E$  sea mínimo es necesario que.

$$\frac{\partial E}{\partial A} = \frac{\partial E}{\partial B} = \frac{\partial E}{\partial \tau} = 0 \quad \dots \quad 2.9$$

Dado que  $f(t)$  no es una función lineal es necesario - expresarla en serie de Taylor alrededor de valores iniciales supuestos  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $\tau_0$  y luego truncarla considerando solamente los términos de primer orden, (ref. 21, pág. 399)

Entonces :

$$\frac{\partial E}{\partial A} \sim \sum_i \left( y_i - f_{i0} - \frac{\partial f_i}{\partial A} \Big|_0 \delta A - \frac{\partial f_i}{\partial B} \Big|_0 \delta B - \frac{\partial f_i}{\partial \tau} \Big|_0 \delta \tau \right) \frac{\partial f_i}{\partial A} \Big|_0 \quad 2.10$$

$$\frac{\partial E}{\partial B} \approx \sum_i \left( y_i - f_{i0} - \frac{\partial f_i}{\partial A} \Big|_0 \delta A - \frac{\partial f_i}{\partial B} \Big|_0 \delta B - \frac{\partial f_i}{\partial \tau} \Big|_0 \delta \tau \right) \frac{\partial f_i}{\partial B} \Big|_0 \quad 2.11$$

$$\frac{\partial E}{\partial \tau} \approx \sum_i \left( y_i - f_{i0} - \frac{\partial f_i}{\partial A} \Big|_0 \delta A - \frac{\partial f_i}{\partial B} \Big|_0 \delta B - \frac{\partial f_i}{\partial \tau} \Big|_0 \delta \tau \right) \frac{\partial f_i}{\partial \tau} \Big|_0 \quad 2.12$$

donde

$$f_{i0} = f(t_i, A_0, B_0, \tau_0) \quad \dots \quad 2.13$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial A} \Big|_0 = \frac{t_i B_0 e^{A_0 t_i}}{B_0 + \tau_0 e^{A_0 t_i}} \quad 2.14$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial B} \Big|_0 = - \frac{e^{A_0 t_i}}{B_0 + \tau_0 e^{A_0 t_i}} \quad 2.15$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial \tau} \Big|_0 = - \frac{e^{2A_0 t_i}}{(B_0 + \tau_0 e^{A_0 t_i})^2} \quad 2.16$$

Si hacemos las siguientes simplificaciones

$$\left. \frac{\partial f_i}{\partial A} \right|_0 = u_i; \quad \left. \frac{\partial f_i}{\partial B} \right|_0 = v_i; \quad \left. \frac{\partial f_i}{\partial T} \right|_0 = \omega_i; \quad y_i - f_{i0} = p_i$$

las ecuaciones (2.10), (2.11) y (2.12) quedan simplificadas del siguiente modo :

$$(u_i u_i) \delta A + (u_i v_i) \delta B + (u_i \omega_i) \delta T = (p_i u_i) \quad 2.17$$

$$(u_i v_i) \delta A + (v_i v_i) \delta B + (v_i \omega_i) \delta T = (p_i v_i) \quad 2.18$$

$$(u_i \omega_i) \delta A + (v_i \omega_i) \delta B + (\omega_i \omega_i) \delta T = (p_i \omega_i) \quad 2.19$$

donde :

$$(x_i y_i) = \sum_i x_i y_i \quad 2.20$$

Resolviendo el sistema anterior de ecuaciones simultáneas se obtienen los siguientes valores para  $\delta A$ ,  $\delta B$  y  $\delta T$ .

$$\delta A = \frac{\begin{vmatrix} (p_i u_i) & (u_i v_i) & (u_i \omega_i) \\ (p_i v_i) & (v_i v_i) & (v_i \omega_i) \\ p_i \omega_i & (v_i \omega_i) & (\omega_i \omega_i) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (u_i u_i) & (u_i v_i) & (u_i \omega_i) \\ (u_i v_i) & (v_i v_i) & (v_i \omega_i) \\ (u_i \omega_i) & (v_i \omega_i) & (\omega_i \omega_i) \end{vmatrix}} \quad 2.21$$

$$\delta B = \frac{\begin{vmatrix} (u_i u_i) & (p_i u_i) & (u_i w_i) \\ (u_i v_i) & (p_i v_i) & (v_i w_i) \\ (u_i w_i) & (p_i w_i) & (w_i w_i) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (u_i u_i) & (u_i v_i) & (u_i w_i) \\ (u_i v_i) & (v_i v_i) & (v_i w_i) \\ (u_i w_i) & (v_i w_i) & (w_i w_i) \end{vmatrix}} \quad 2.22$$

$$\delta \tau = \frac{\begin{vmatrix} (u_i u_i) & (u_i v_i) & (p_i u_i) \\ (u_i v_i) & (v_i v_i) & (p_i v_i) \\ (u_i w_i) & (v_i w_i) & (p_i w_i) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (u_i u_i) & (u_i v_i) & (u_i w_i) \\ (u_i v_i) & (v_i v_i) & (v_i w_i) \\ (u_i w_i) & (v_i w_i) & (w_i w_i) \end{vmatrix}} \quad 2.23$$

Una vez determinados los valores de  $\delta A$ ,  $\delta B$  y  $\delta \tau$  se hallan los nuevos valores de  $A$ ,  $B$  y  $C$ , del siguiente modo :

$$A = A_0 + \delta A \quad 2.24a$$

$$B = B_0 + \delta B \quad 2.24b$$

$$\tau = \tau_0 + \delta \tau \quad 2.24c$$

Luego se hallan las fracciones de corrección de cada parámetro.

$$\left| \frac{\delta A}{A} \right| = u \quad 2.25a$$

$$\left| \frac{\delta B}{B} \right| = v \quad 2.25b$$

$$\left| \frac{\delta \tau}{\tau} \right| = w \quad 2.25c$$

Si estas fracciones son menores que  $10^{-6}$ , los valores asignados a  $A$ ,  $B$  y  $T$  serán los valores finales; en caso contrario, los nuevos valores de  $A$ ,  $B$  y  $T$  serán asignados a los valores iniciales  $A_0$ ,  $B_0$  y  $T_0$ , y se inicia una nueva iteración para hallar mejores valores de  $A$ ,  $B$  y  $T$ . El diagrama de flujo se muestra a continuación en la fig. 2.2, y el listado del programa y sus instrucciones de uso se exponen en el apéndice B (ref. 20, pág 43; refs. 18, 21, 22, 25, 26).

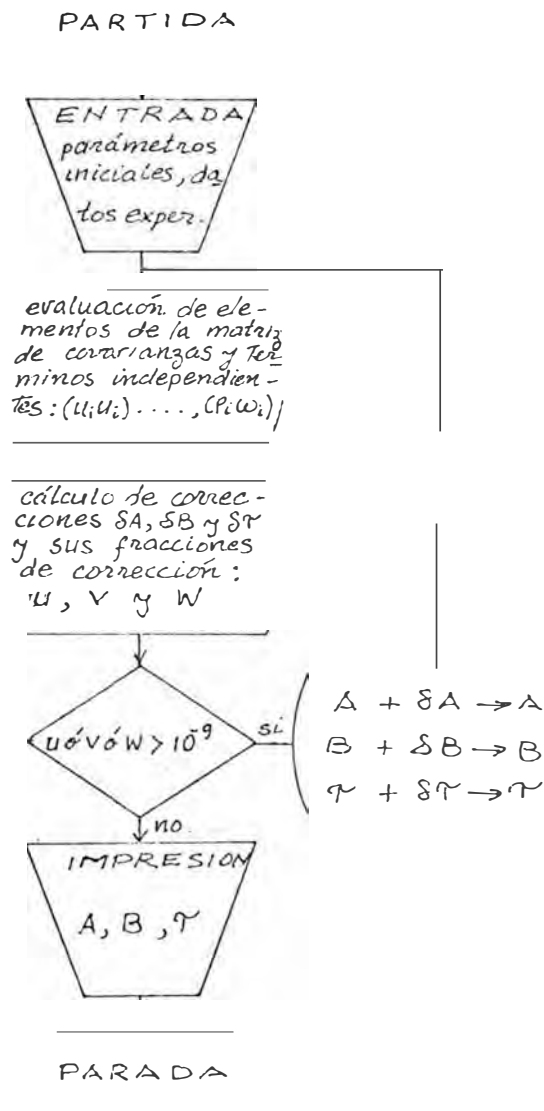


Fig. 2.2

## 2.4 DESCRIPCION DEL EXPERIMENTO

### 2.4.1 DESCRIPCION DEL EQUIPO EXPERIMENTAL

El equipo experimental se instala de la forma mostrada en la figura 2.1. En el reactor de potencia cero existen 3 cadenas de medición similares que funcionan simultáneamente, con todas las cuales se ha realizado el experimento de medición del tiempo muerto.

El equipo experimental empleado consta de los siguientes módulos :

#### 1. DETECTOR DE NEUTRONES

Tipo	Detector de $\text{BF}_3$
Marca	CENTRONIC
Modelo	12EB40
Tensión de trabajo	1700 voltios
Sensibilidad	3 cuentas $\text{S}^{-1}\text{n}^{-1}\text{cm}^{-2}$

#### 2. FUENTE DE ALTA TENSION

Marca	: CNEA
Modelo	: 081
Rango de trabajo	: 0-2.5 Kv

#### 3. PREAMPLIFICADOR DE CARGAS

Marca	CNEA
Modelo	011
Ganancia	x 1 , x5

#### 4. AMPLIFICADOR CONFORMADOR DE PULSOS

Marca	CNEA
Modelo	031
Ganancia	0-5

## 5. DISCRIMINADOR MONOCANAL

Marca : CNEA

Modelo : 041

Modos de operación : independiente, 10%, 10%

Nivel superior : 0-5v

Nivel Inferior : 0-5v

## 6 ANALIZADOR MULTICANAL

Marca : CAMBERRA

Modelo : 30

Nº de Canales: 1024

## 7. MINICOMPUTADORA

Marca : Hewlett Packard

Modelo : 9825A

Capacidad de Memoria : 6 KB

## 8. REACTOR DE POTENCIA CERO

Máxima Potencia : 1 vatio

Estado de trabajo Experimental : Supercrítico

Configuración : 38

2.4.2 PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Para realizar el experimento se siguen los siguientes pasos :

1. Se instala el analizador multicanal en paralelo con el discriminador monocanal de la cadena de arranque motivo de estudio.
2. Se escoge un ancho de canal de 0.9 segs.

3. Se lleva el reactor a un estado crítico cuyo nivel de cuentas por canal sea de - aproximadamente 400c.
4. Se introduce una pequeña, reactividad positiva, correspondiente a un período aproximado de 200 s.
5. Cuando el nivel de contaje llega aproximadamente a 6000 c/seg., se presiona el botón que ordena contar al multiescalímetro.
6. El contaje continúa hasta llegar a un nivel de cuentas del orden de 30,000 c/seg.
7. Los datos almacenados en el analizador multicanal son los datos de entrada al programa de cálculo desarrollado para determinar el tiempo muerto de la cadena de medición.

## 2.5 PROCESAMIENTO Y ANALISIS DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES

Las cuentas son almacenadas en el multiescalímetro en canales cuyo ancho es de 0.9 segs. Para realizar el ajuste se han considerado las cuentas de tres en tres (27 segs), que son los datos de entrada al código de cálculo.

Los resultados del ajuste mediante el código de cálculo para cada una de las 3 cadenas de arranque se muestran en la tabla 2.1.

Las gráficas y datos experimentales se muestran a continuación:



T A B L A 2.1

Cadena	Tiempo Muerto (u seg)	Contaje de Saturación (c/seg)	Características Anómalas
1	16.76	59,666	-----
2	14.56	68,683	-----
3	8.23	121,507	Se observó que el pulso de salida del amplificador era bifurcado en 2 pulsos, uno aproximadamente de la mitad del tamaño del otro

En la tabla 2.1 también se especifica que la cadena 3 presenta una anomalía en la salida del amplificador, consistente en la bifurcación de los pulsos, lo cual explica su tiempo muerto del orden de la mitad del tiempo muerto de las otras cadenas, a pesar de tener características similares.

Por lo tanto para las mediciones experimentales que empleen las cadenas de arranque se recomienda emplear las cadenas 1 ó 2.

## CAPÍTULO III

MEDICION DE LOS PARAMETROS CINETICOS  $\alpha_p$ , E y  $\Lambda/\bar{\beta}$ 

En el presente Capítulo se desarrollarán en forma rigurosa los modelos matemáticos de Feynman y Bennett, así como el procedimiento para obtener los datos experimentales de razón varianza a media y los programas de cómputo necesarios en el análisis de estos datos para obtener la constante de decaimiento pronta,  $\alpha_p$ , eficiencia del detector, E y el tiempo de generación de neutrones pronto reducido,  $\Lambda/\bar{\beta}$ .

Los listados e instrucciones de uso de los programas de cómputo que se describen o mencionan en el presente capítulo se describen en los apéndices B.1, B.2, C.1 y C.2.

### 3.1 MODELO ESTADISTICO MATEMATICO DE FEYNMAN PARA LA RAZON VARIANZA A MEDIA

Para desarrollar el modelo, consideramos un reactor subcrítico en estado estacionario por efecto de una fuente de neutrones. El parámetro observable es la población neutrónica que fluctúa debido a la naturaleza estadística de la producción neutrónica. Una medida adecuada de estas fluctuaciones es la razón varianza a medida, la cual está correlacionada con los parámetros cinéticos que tratamos de medir, como se demostrará en el siguiente desarrollo (ref<sup>1</sup>, pág 39)

- i) La probabilidad que ocurra una fisión en el intervalo de tiempo  $(t_0, t_0 + dt_0)$  es

$$p(t_0)dt_0 = Hdt_0 \quad . \quad 3.1$$

donde  $H$  es la tasa promedio de fisiones del sistema.

- ii) La probabilidad  $p(t_1)dt$ , de detectar un neutrón proveniente de una fisión ocurrida en  $t_0$ , en el intervalo  $(t_1, t_1 + dt_1)$  se calcula como sigue.

Dado que la población neutrónica pronta, en promedio - debe decaer exponencialmente, la probabilidad de detectar un neutrón en  $t_1$ , proveniente de una fisión ocurrida en  $t_0$ , será  $e^{-\alpha_p(t_1-t_0)}$ , donde

$\alpha_p$  es la constante de decaimiento de los neutrones prontos.

Por lo tanto:

$$p(t_1)dt_1 = E' \nu_p \nu \Sigma_f e^{-\lambda_p(t_1-t_0)} dt_1 \quad \cdot \quad 3.2$$

Donde

$E'$  = Eficiencia del detector (neutrones detectados / fisión).

$\nu_p$  = Número de neutrones rápidos emitidos por fisión en  $t_0$ .

= Velocidad de los neutrones térmicos.

$\Sigma_f$  = Sección transversal macroscópica de fisión.

$\nu \Sigma_f$  = Tasa promedio de fisión por unidad de densidad neutrónica.

iii) De manera similar, la probabilidad  $P(t_2)dt_2$  de detectar un neutrón en el intervalo  $(t_2, t_2+dt_2)$ , proveniente de una fisión ocurrida en  $t_0$ , tal que  $t_2 > t_1 > t_0$ , será expresada como sigue

$$p(t_2)dt_2 = E'(\nu_p-1)\nu\Sigma_f e^{-\lambda_p(t_2-t_0)} dt_2 \quad \cdot \quad 3.3$$

donde  $(\nu_p-1)$  tiene en cuenta el hecho que la cadena de neutrones rápidos iniciada en  $t_0$  ha perdido el neutrón detectado anteriormente en  $t_1$ .

Las probabilidades  $Hdt_0$ ,  $P(t_1)dt_1$  y  $P(t_2)dt_2$ , son independientes y pueden ser multiplicadas para darnos una

expresión de la probabilidad de la ocurrencia de una fisión en  $t_0$  seguida por un contaje en el intervalo  $(t_1, t_1 + dt_1)$  y otro contaje en el intervalo  $(t_2, t_2 + dt_2)$  donde los neutrones detectados son parte de la cadena iniciada por la fisión en  $t_0$ . Por lo tanto - la probabilidad de que ocurra un par de cuentas en los intervalos  $(t_1, t_1 + dt_1)$  y  $(t_2, t_2 + dt_2)$  provenientes de un padre comun (cuentas acopladas), es la integral del producto de estas tres probabilidades sobre los tiempos  $t_0$  disponibles para la ocurrencia de la primera fisión, o sea en el intervalo  $-\infty < t_0 < t_1$ .

$$P_c(t_1, t_2) dt_1 dt_2 = \int_{-\infty}^{t_1} P(t_1) dt_1 p(t_2) dt_2 H dt_0$$

$$= \int_{-\infty}^{t_1} H E \frac{\lambda^2}{(\nu \Sigma_f)^2} \lambda_f^2 (\nu_p - 1) e^{-\lambda_p(t_1 + t_2 - 2t_0)} dt_1 dt_2 dt_0$$

$$= H E \frac{\lambda^2}{\nu_p (\nu_p - 1)} \frac{(\nu \Sigma_f)^2}{-2\lambda_p} e^{-\lambda_p(t_2 - t_1)} dt_1 dt_2 \quad . 3.4$$

$\nu_p (\nu_p - 1)$  indica un promedio sobre la distribución de neutrones prontos emitidos por fisión.

La ecuación 3.4 puede ser escrita en forma más adecuada para nuestros propósitos del modo siguiente.

Si aplicamos la expresión para  $\alpha_p$  dada en la ecuación (1.68) y la identidad (ref 17, pág 254).

$$\bar{\nu}_p = k_p \frac{\Sigma_a}{\Sigma_f} \quad k_p / \Sigma_f \nu l \quad 3.5$$

donde

$\Sigma_a$  = Sección eficaz de absorción total

$l$  = Vida media de los neutrones rápidos

$k_p$  = Constante de multiplicación de neutrones rápidos.

Se obtiene

$$\frac{(\nu \Sigma_f)^2}{-2\alpha_p} = \frac{2\nu^2 (1 - k_p) l}{\bar{\nu}_p^2} \quad 3.6$$

Reemplazando (3.6) en la ecuación (3.4), obtenemos la expresión adecuada para la probabilidad de que ocurran un par de cuentas acopladas, en los intervalos  $(t_1, t_1 + dt_1)$  y  $(t_2, t_2 + dt_2)$  respectivamente.

$$P_c(t_1, t_2) dt_1 dt_2 = \frac{H E^1}{2l} \left( \frac{\bar{\nu}_p^2 - \bar{\nu}_p}{\bar{\nu}_p^2} \right) \frac{k_p^2}{(1 - k_p)} e^{-\alpha_p(t_2 - t_1)} dt_1 dt_2 \quad 3.7$$

La probabilidad de que ocurra un par de cuentas alea torias en los intervalos  $(t_1, t_1 + dt_1)$  y  $(t_2, t_2 + dt_2)$  es :

$$P_R(t_1, t_2) dt_1 dt_2 = H^2 E^{1,2} dt_1 dt_2 \quad 3.8$$

Así, la probabilidad total de que ocurra un par de -- cuentas en los intervalos  $(t_1, t_1 + dt_1)$  y  $(t_2, t_2 + dt_2)$  es la suma de las probabilidades aleatoria y -- acoplada (ref 17, pág 254 )

$$P(t_1, t_2) dt_1 dt_2 = H^2 E^{1,2} dt_1 dt_2 + \frac{H E^{1,2} (\bar{V}_p^2 - \bar{V}_p)}{2L \bar{V}_p^2} x.$$

$$\dots x \left( \frac{K_p^2}{1 - K_p} \right) e^{-\alpha_p(t_2 - t_1)} dt_1 dt_2 \quad 3.9$$

El número esperado total de pares de cuentas en un -- tiempo prefijado T, puede ser obtenido integrando la ecuación (3.9) desde 0 a  $t_2$  para  $t_1$ , y desde 0 a T pa -- ra  $t_2$ .

$$\left( \begin{array}{l} \text{Número esperado} \\ \text{de pares de cuen} \\ \text{tas en T.} \end{array} \right) = \int_{t_1=0}^{t_2} \int_{t_2=0}^T \left[ H^2 E^{1,2} - \frac{H E^{1,2} (\bar{V}_p^2 - \bar{V}_p)}{2L \bar{V}_p^2} \right] x$$

$$\dots x \left( \frac{K_p^2}{1 - K_p} \right) e^{-\alpha_p(t_2 - t_1)} \Big] dt_1 dt_2$$

$$\frac{H^2 E^{1,2} T^2}{2} + H E^{1,2} \left( \frac{\bar{V}_p^2 - \bar{V}_p}{\bar{V}_p^2} \right) \left( \frac{K_p}{1 - K_p} \right) \left( 1 + \frac{1 - e^{-\alpha_p T}}{\alpha_p T} \right) \quad 3.10$$

Por otro lado el número esperado de pares en el tiempo prefijado  $T$  es igual al promedio del número de combinaciones de  $C$  cuentas tomadas 2 cada vez; por lo tanto :

$$\left( \begin{array}{l} \text{Número esperado} \\ \text{de pares de cuentas} \\ \text{en } T \end{array} \right) = \frac{\overline{C^2} - \overline{C}^2}{2} \quad 3.11$$

Iguando los segundos miembros de las ecuaciones (3.10) y (3.11) y dado que  $C = HE'T$  obtenemos (ref.2, pág 13)

$$\frac{\overline{C^2} - \overline{C}^2}{\overline{C}} = 1 + \frac{E'D_p}{f_p^2} \left( 1 + \frac{1 - e^{-\alpha_p T}}{\alpha_p T} \right) \quad 3.12$$

donde  $f_p$  es la reactividad pronta y  $D_p$  es el parámetro de Diven, cuyas expresiones se dan a continuación (ref.5, pág 472; ref.27, pág 52)

$$f_p = \frac{K_p - 1}{K_p} \quad 3.13$$

$$D_p = \frac{\gamma^2 - \overline{\nu}}{-2} \quad 3.14$$

Por otro lado, podemos expresar la reactividad pronta  $f_p$  en función de la fracción efectiva de neutrones retardados,  $\beta$ , y de la reactividad total expresada en dólares,  $r$ , del modo siguiente (ref.6, pág 306)

$$\beta(1 - r) \quad 3.15$$



Reemplazando (3.15) en la ecuación (3.12) obtenemos la expresión más usual del modelo de Feynman para la razón varianza a media del número de cuentas acumulado en función del tiempo prefijado de conteo  $T$  (ref. 12 pág. 119; ref. 17, pág. 257)

$$\frac{\overline{C^2} - \bar{C}^2}{\bar{C}} = 1 + \frac{E' D \nu}{\bar{\beta}^2 (1-r)^2} \left( 1 + \frac{1 - e^{-\alpha_p T}}{\alpha_p T} \right) \quad 3.16$$

### 3.2 DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA DE CÁLCULO PARA ANALIZAR LOS DATOS EXPERIMENTALES SEGUN EL MODELO DE FEYNMAN.

El programa de cálculo realiza el ajuste de la función (3.16) al conjunto de datos experimentales de razón varianza a media Vs el tiempo prefijado de conteo.

La expresión (3.16) puede expresarse del siguiente modo :

$$\Psi = A \left( 1 + \frac{1 - e^{-\alpha_p T}}{\alpha_p T} \right) \quad . \quad 3.17$$

donde

$$\Psi = \frac{\overline{C^2} - \bar{C}^2}{\bar{C}} - 1, \text{ es llamado "apartamiento".}$$

Ajustando por mínimos cuadrados la función (3.17) se obtienen los parámetros  $A$  y  $\alpha_p$ , a partir de los cuales se halla la eficiencia  $E'$  del detector y el tiempo entre generaciones de neutrones  $\Lambda / \bar{\beta}$

El programa de ajuste es como sigue

Llamamos  $\Delta_i$  a la desviación del  $i$ -ésimo valor experimental respecto al valor ajustado, y sea  $E$  la sumatoria de todas las desviaciones elevadas al cuadrado. El mé-

todo de ajuste por mínimos cuadrados consiste en hallar los valores de  $A$  y  $\alpha_p$  que hagan mínimo el valor de  $E$ .

$$E = \sum_i \delta_i = \sum_i (y_i - \psi_i)^2 \quad 3.18$$

Para que  $E$  sea mínimo es necesario que

$$\frac{\partial E}{\partial A} = \frac{\partial E}{\partial \alpha_p} = 0 \quad 3.19$$

Dado que  $\psi$  no es una función lineal es necesario expandirla en serie de Taylor alrededor de valores iniciales  $A_0, \alpha_0$ , y truncarla considerando solamente los términos de primer orden. Entonces a partir de las condiciones (3.19) obtenemos

$$\frac{\partial E}{\partial A} \approx \sum_i \left( y_i - \psi_{i0} - \frac{\partial \psi_i}{\partial A} \Big|_0 \delta A - \frac{\partial \psi_i}{\partial \alpha_p} \Big|_0 \delta \alpha_p \right) \frac{\partial \psi_i}{\partial A} \Big|_0 \quad 3.20$$

$$\frac{\partial E}{\partial \alpha_p} \approx \sum_i \left( y_i - \psi_{i0} - \frac{\partial \psi_i}{\partial A} \Big|_0 \delta A - \frac{\partial \psi_i}{\partial \alpha_p} \Big|_0 \delta \alpha_p \right) \frac{\partial \psi_i}{\partial \alpha_p} \Big|_0 \quad 3.21$$

donde

$$\psi_{i0} = \psi(T_i, A_0, \alpha_{p0}) \quad 3.22 a$$

$$\frac{\partial \psi_i}{\partial A} \quad 1 - e^{-\alpha_0 T_i} \quad 3.22 b$$

$$\frac{\partial \psi_i}{\partial \alpha_p} \quad \alpha_0 T_i$$

$$\left. \frac{\partial \psi_i}{\partial \alpha_p} \right|_0 = A_0 \left( (1 - \alpha_0 T_i) e^{\alpha_0 T_i} - 1 \right) / \alpha_0^2 T_i^2 \quad 3.22 c$$

Haciendo las siguientes simplificaciones

$$\left. \frac{\partial \psi_i}{\partial A} \right|_0 = u_i; \quad \left. \frac{\partial \psi_i}{\partial \alpha_p} \right|_0 = v_i; \quad \psi_i - \psi_i = p_i$$

Las ecuaciones (3.20) y (3.21) quedan simplificadas - del siguiente modo

$$(u_i; u_i) \delta A + (u_i v_i) \delta \alpha_p = (p_i; u_i) \quad 3.23$$

$$(u_i; v_i) \delta A + (v_i; v_i) \delta \alpha_p = (p_i; v_i) \quad 3.24$$

donde

$$(x_i; y_i) = \sum x_i y_i \quad 3.25$$

A partir de las ecuaciones (3.23) y (3.24) se obtienen los siguientes valores para  $\delta A$  y  $\delta \alpha_p$ :

$$\delta A = \begin{vmatrix} (p_i; u_i) & (u_i; v_i) \\ (p_i; v_i) & (v_i; v_i) \end{vmatrix} \quad 3.26$$

$$\delta \alpha_p = \frac{\begin{vmatrix} (u_i; u_i) & (p_i; u_i) \\ (u_i; v_i) & (p_i; v_i) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (u_i; u_i) & (u_i; v_i) \\ (u_i; v_i) & (v_i; v_i) \end{vmatrix}} \quad 3.27$$

Una vez determinados los valores de  $\delta A$  y  $\delta \alpha_p$ , se hallan los nuevos valores de  $A$  y  $\alpha_p$ .

$$A_0 + \delta A = A; \quad \alpha_{p0} + \delta \alpha_p = \alpha_p \quad 3.28$$

Luego hallamos las fracciones de corrección de cada parámetro.

$$\left| \frac{\delta A}{A} \right| = \epsilon_1; \quad \left| \frac{\delta \alpha_p}{\alpha_p} \right| = \epsilon_2 \quad 3.29$$

Si estas fracciones son menores que  $10^{-6}$ , los valores asignados a  $A$  y  $\alpha_p$  serán los valores finales en caso contrario, los nuevos valores de  $A$  y  $\alpha_p$  serán asignados a los valores iniciales  $A_0$  y  $\alpha_{p0}$  respectivamente, y se iniciará una nueva iteración para hallar mejores valores de  $A$  y  $\alpha_p$ .

Una vez determinados los parámetros  $A$  y  $\alpha_p$ , se calculan la eficiencia  $E$  y el tiempo de generación de neutrones pronto reducidos,  $\Lambda/\bar{\beta}$ , empleando las siguientes relaciones (ref. 17, pág 189; ref. 28, pág 61)

$$E = \frac{\bar{\beta}^2 (1-r)^2}{D_p} A \quad 3.30$$

$$\Lambda/\bar{\beta} = \frac{r}{\alpha_p} \sum_{i=1}^6 \frac{f_i}{\alpha_p + \lambda_i} \quad 3.31$$

En la fig. 3.1 se muestra el diagrama de flujo del programa de cálculo y en el apéndice D.1 se da el listado y las instrucciones de uso.

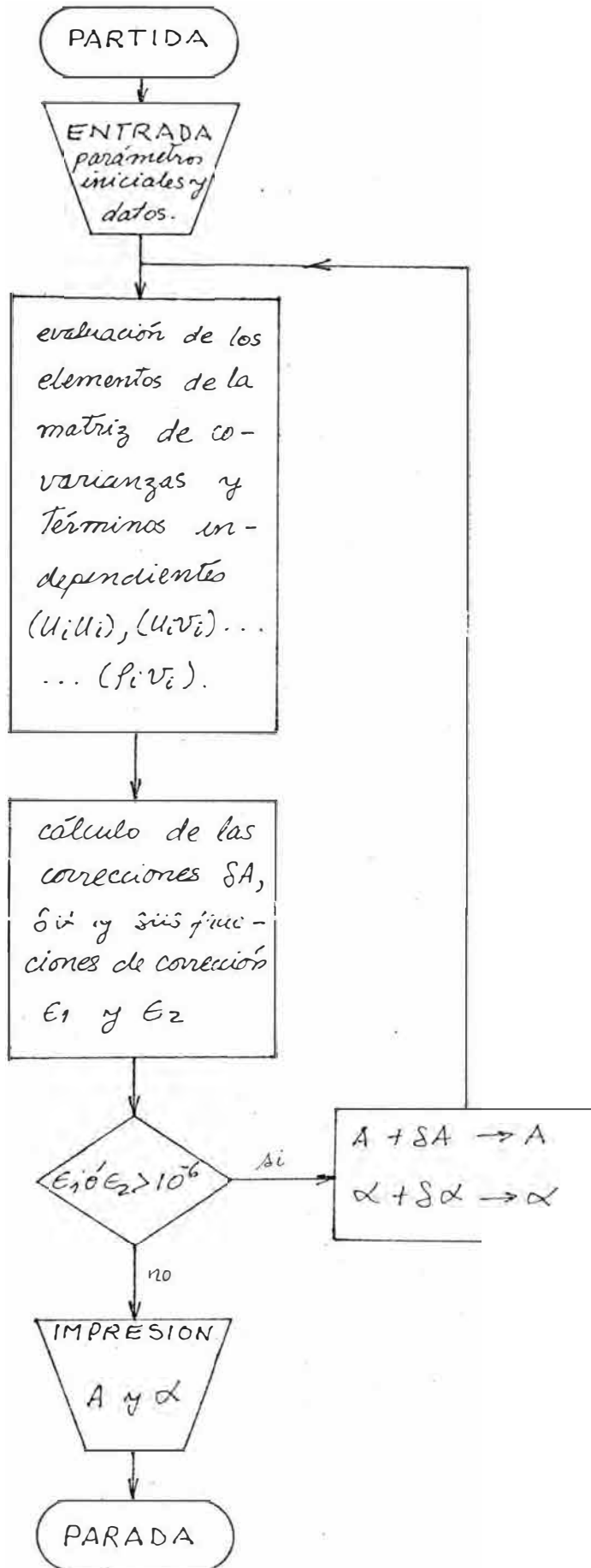


fig 3.1

### 3.3 MODELO ESTADISTICO MATEMATICO DE BENNETT PARA LA RAZON VARIANZA A MEDIA

En el desarrollo del presente modelo se describirá un reactor subcrítico, en estado estacionario por efecto de una fuente de neutrones. La población neutrónica de tal sistema será observada por un detector colocado cerca al medio multiplicativo y su valor fluctuará alrededor de un valor medio.

Estas fluctuaciones son el resultado de la naturaleza discreta y estadística de la producción neutrónica individual y de los procesos de emisión. Si los procesos fueran independientes o de naturaleza aleatoria, las fluctuaciones serían descritas por una distribución de Poisson. Debido a la naturaleza del proceso de fisión en un medio multiplicativo existe sin embargo una correlación entre un neutrón detectado en un instante y un neutrón detectado en otro instante. Una medida conveniente de las fluctuaciones de la población neutrónica que refleja esta correlación es la razón varianza a media correspondiente a un tiempo prefijado de contaje,  $T$ , que para una distribución de Poisson o aleatoria toma el valor 1 y que en el caso de un medio multiplicativo tomará un valor mayor que 1 como resultado de las fluctuaciones correlacionadas en la población neutrónica. Dado que las constantes en el tiempo asociadas con las correlaciones están relacionadas al tiempo promedio de generación de neutrones rápidos y a las vidas medias de los neutrones retardados, la magnitud de la razón varianza a media será una función del tiempo prefijado de contaje  $T$ .

Asumimos que la descripción temporal del sistema se ajusta muy bien a las ecuaciones cinético-puntuales independientes del espacio.

Los neutrones detectados son absorbidos por el detector, creando una perturbación despreciable.

La tasa media de contaje del detector es proporcional a la tasa media de pérdidas de neutrones del sistema que en estado estacionario es igual a la tasa promedio de producción neutrónica

$$\frac{d\bar{c}}{dt} = FE \quad 3.32$$

donde la constante  $F$  es la tasa de producción neutrónica en estado estacionario incluyendo la contribución de la fuente, y  $E$  es la eficiencia del detector definida como el número promedio de neutrones detectados por cada neutrón perdido por el sistema.

El número promedio de cuentas colectado en un tiempo - prefijado de contaje  $T$ , es

$$C = FET \quad 3.33$$

Consideremos dos tiempos arbitrarios, donde  $t_1 > t_2$ . Calcularemos ahora el número esperado de cuentas apareadas, una cuenta en el intervalo  $(t_1, t_1 + dt_1)$  y la otra, en el intervalo  $(t_2, t_2 + dt_2)$ , para tal fin se postularán dos tipos diferentes de pares de cuentas, "accidentales" y "acopladas".

Un par de cuentas accidentales se define como aquel par de cuentas en que los neutrones son independientes, tal es el caso de una cuenta en  $(t_1, t_1 + dt_1)$  causada por un neutrón de una cadena y una cuenta en  $(t_2, t_2 + dt_2)$  causada por un neutrón de otra cadena.

Por otro lado, un par de cuentas acopladas se define como un par de cuentas en que los neutrones pertenecen a una misma cadena, por ejemplo una cuenta en  $(t_1, t_1 + dt_1)$  causada por un neutrón de una cadena y una cuenta en  $(t_2, t_2 + dt_2)$  causada por un neutrón que tiene un padre común con el neutrón contado en  $(t_1, t_1 + dt_1)$ .

Así, los neutrones que causan un par de cuentas acopladas provienen de la misma cadena y al retroceder en el tiempo se puede llegar a una fisión común.

En la figura 3.2 se esquematiza los casos de pares de cuentas "acopladas" y "accidentales", donde el par de cuentas A y D representa un par de cuentas accidentales y el par de cuentas A y C representa un par de -- cuentas acopladas donde X es el padre común (ref. 12, pag. 117)

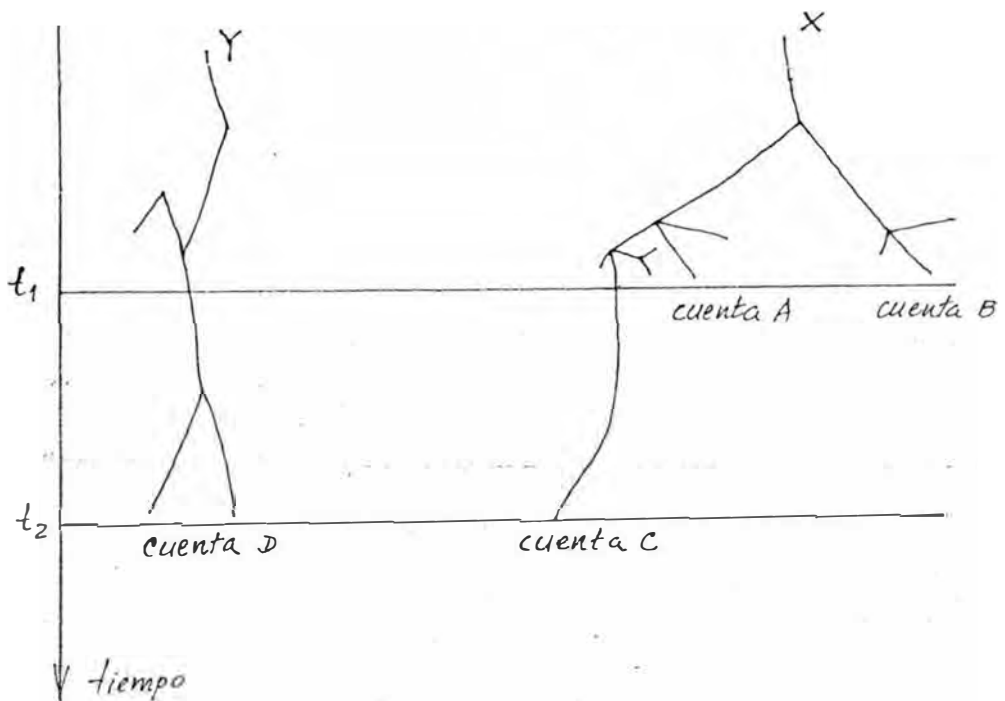


Fig. 3.2



El número esperado de pares accidentales pueden ser expresado como el producto de dos probabilidades independientes :

- a) La probabilidad de contar un neutrón en el intervalo  $(t_1, t_1 + dt_1)$  , o  $FEdt_1$  .
- b) La probabilidad de contar un neutrón en el intervalo  $(t_2, t_2 + dt_2)$  , o  $FEdt_2$  .

Por lo tanto

$$\left( \begin{array}{l} \text{Número esperado de pares} \\ \text{accidentales} \end{array} \right) = F^2 E^2 dt_1 dt_2 \quad 3.34$$

A continuación obtendremos una expresión para calcular el número esperado de pares de cuentas acopladas que ocurren en  $(t_1, t_1 + dt_1)$  y  $(t_2, t_2 + dt_2)$ .

Dado que un par de cuentas acopladas provienen de una fisión común, asumimos que ésta ocurrió en el intervalo de tiempo  $(t, t + dt)$ , donde  $-\infty < t < t_1$ .

La probabilidad que un par de cuentas acopladas sean detectadas en los intervalos  $(t_1, t_1 + dt_1)$  y  $(t_2, t_2 + dt_2)$  puede ser expresada como el producto de las cuatro probabilidades siguientes :

- i) La probabilidad que ocurra una fisión en el intervalo  $(t, t + dt)$ . Esta probabilidad puede ser expresada en términos de la tasa de producción neutrónica por fisión  $G$  y el número promedio de neutrones producidos por fisión.

Se expresa del siguiente modo

$$\frac{FK}{\nu} dt \quad \cdot \quad 3.35$$

- ii) La probabilidad que la fisión ocurrida en  $(t, t+dt)$  produzca  $\nu$  neutrones.

$$P_{\nu} \quad \cdot \quad 3.36$$

- iii) La probabilidad que un neutrón descendiente de una fisión ocurrida en  $(t, t+dt)$  sea detectado en  $(t_1, t_1+dt_1)$ .

El número probable de neutrones presentes en el tiempo  $t_1$  puede ser determinado de la solución de las ecuaciones cinéticas puntuales. Utilizando la ecuación [1.60], notamos que el comportamiento en el tiempo de la densidad neutrónica debido a fisiones es dado por la siguiente expresión.

$$N_f(t) = N_0 \sum_{j=1}^7 A_j e^{\lambda_j t} \quad 3.37$$

de la que se deduce que la probabilidad de que  $\nu$  neutrones producidos por fisión en  $(t, t+dt)$  subsistan en el tiempo  $(t_1, t_1+dt_1)$  es dada por la siguiente expresión

$$\frac{\nu N_f(t_1)}{N_f(t)} = \nu \sum_{j=1}^7 A_j e^{\lambda_j (t_1 - t)} \quad 3.38$$

Esta expresión es equivalente al número probable de neutrones presentes en el tiempo  $t_1$ , como resultado de  $\nu$  neutrones producidos por fisión en el intervalo  $(t, t + dt)$ .

La probabilidad de que un neutrón producido por fisión en  $(t, t+dt)$ , sea perdido en el intervalo  $(t_1, t_1+dt_1)$  será igual al número probable de neutrones de fisión presentes en  $t$ , multiplicado por la probabilidad de pérdida en el intervalo  $(t_1, t_1 + dt_1)$ , o sea igual a

$$\nu \sum_{j=1}^7 A_j e^{\lambda_j(t-t)} \frac{dt_1}{\tau_j} \quad 3.39$$

donde la probabilidad de pérdida es expresada como  $dt_1/\tau_j$ ; siendo  $\tau_j$  la vida media de un neutrón - en el sistema, o el tiempo promedio desde el nacimiento a la muerte del neutrón, en este caso se toma el tiempo de nacimiento como el tiempo de fisión  $t$ , por lo tanto, la vida media de los neutrones - retardados es mucho más grande que la vida media de un neutrón pronto debido al retardo que experimentan los neutrones retardados antes de aparecer en el sistema. El concepto de vida media ha sido ampliamente discutido en la sección 1.6.

Dado que la eficiencia del detector es  $E$  (neutrones detectados/neutrones perdidos por el sistema) entonces la probabilidad que uno de los neutrones perdidos en  $(t_1, t_1+dt_1)$  sea detectado estará dada por.

$$E \nu \sum_{j=1}^7 A_j e^{\lambda_j(t-t)} \frac{dt_1}{\tau_j} \quad 3.40$$

- iv) La probabilidad que otro neutrón descendiente de la fisión ocurrida en  $(t, t+dt)$  sea detectado en el intervalo  $(t_2, t_2+dt_2)$ .

Asumiendo que el detector es absorbente, luego uno de los  $\gamma$  neutrones originales fue perdido por el sistema en el proceso de detección ocurrido en el intervalo de tiempo  $(t_1, t_1+dt_1)$ .

Aplicando los mismos argumentos usados para de terminar la expresión (3.40), obtenemos

$$E(\gamma-1) \sum_{k=1}^{\gamma} A_k e^{-\lambda_k(t_2-t)} \frac{dt_2}{\tau_k} \quad 3.41$$

El producto de las probabilidades i), ii), iii) y iv), es la probabilidad que un par acoplado - sea detectado en los intervalos  $(t_1, t_1+dt_1)$  y  $(t_2, t_2+dt_2)$  procedentes de los neutrones emitidos en la fisión común ocurrida en el intervalo  $(t, t+dt)$ . La expresión resultante es.

$$\frac{FE^2 K P_p \gamma(\gamma-1)}{\bar{P}} \sum_{j,k=1}^{\gamma} \frac{A_j A_k}{\tau_j \tau_k} e^{-\lambda_j(t_1-t)} \dots \times e^{-\lambda_k(t_2-t)} dt, dt_2 dt \quad 3.42$$

El número total de pares de cuentas acopladas - puede ser obtenido integrando la variable  $t$  desde  $-\infty$  hasta  $t_1$  y luego tomando la sumatoria sobre la distribución de neutrones emitidos por fisión, como se muestra a continuación.

$$\left( \begin{array}{l} \text{Número esperado de} \\ \text{pares acoplados} \end{array} \right) = \sum_{\nu} \left\{ \int_{-\infty}^{t_1} \frac{FE^2 K^2 \nu (\nu - 1)}{\bar{\nu}} x \cdot \right.$$

$$\left. \cdot \cdot \times \sum_{j,k=1}^7 \frac{A_j A_k}{\tau_j \tau_k} e^{-\alpha_j(t_1-t)} e^{-\alpha_k(t_2-t)} dt_1 dt_2 dt \right. \quad 3.43$$

- La integración da como resultado la siguiente - expresión.

$$\left( \begin{array}{l} \text{Número esperado de} \\ \text{pares acoplados} \end{array} \right) = FE^2 K \left[ \frac{\bar{\nu}^2 - \bar{\nu}}{\bar{\nu}} \right] x$$

$$\left. \cdot \cdot \times \sum_{j,k=1}^7 \frac{A_j A_k}{-(\alpha_j + \alpha_k) \tau_j \tau_k} e^{-\alpha_k(t_2-t_1)} dt_1 dt_2 \right. \quad 3.44$$

Si efectuamos la sumatoria sobre el índice  $j$  la expresión (3.44) queda del siguiente modo.

$$\left( \begin{array}{l} \text{Número esperado de} \\ \text{pares acoplados} \end{array} \right) = - FE^2 K \left[ \frac{\bar{\nu}^2 - \bar{\nu}}{\bar{\nu}} \right] x \cdot \cdot$$

$$\left. \cdot \cdot \times \sum_{k=1}^7 A_k B_k C e^{-\alpha_k(t_2-t_1)} dt_1 dt_2 \right. \quad 3.45$$

donde

$$B_k = \sum_{j=1}^7 \frac{A_j}{(\alpha_j + \alpha_k) \overline{T}_j \overline{T}_k} \quad 3.46$$

El número total esperado de pares es la suma de los pares accidentales más los pares acoplados.

$$\left( \begin{array}{l} \text{Número total esperado} \\ \text{de pares} \end{array} \right) = F^2 E^2 dt_1 dt_2$$

$$= F^2 E^2 K \left[ \frac{\overline{\nu^2} - \overline{\nu}}{\overline{\nu}} \right] \sum_{k=1}^7 A_k B_k e^{\alpha_k(t_2 - t_1)} dt_1 dt_2 \quad 3.47$$

El número esperado de pares registrados en un tiempo prefijado de contaje,  $T$ , puede ser obtenido integrando la ecuación (3.47) desde 0 a  $t_2$  para la variable  $t_1$  y desde 0 a  $t_1$  para la variable  $t_2$ , obteniéndose.

$$\left( \begin{array}{l} \text{Número de pares} \\ \text{esperado en } T \end{array} \right) = \frac{F^2 E^2 T^2}{2} + F^2 E^2 K \left[ \frac{\overline{\nu^2} - \overline{\nu}}{\overline{\nu}} \right] \times \dots$$

$$\dots \times \sum_{k=1}^7 \frac{A_k B_k}{\alpha_k} \left[ 1 + \frac{1 - e^{-\alpha_k T}}{\alpha_k T} \right] \quad 3.48$$

Por otro lado, el número esperado de pares también puede ser calculado a partir del número de cuentas  $C$  acumulado durante el tiempo prefijado de contaje,  $T$ . El número total de combinaciones de  $C$  cuentas tomando 2 cada vez es :

$$\frac{C(C-1)}{2} \quad 3.49$$

de tal manera que el número esperado de pares en el intervalo de contaje  $T$ , es dado por :

$$\left( \begin{array}{c} \text{Número de pares} \\ \text{esperado en } T \end{array} \right) = \frac{C(C-1)}{2} \quad 3.50$$

igualando los segundos miembros de las ecuaciones (3.48) y (3.50), y teniendo en cuenta que  $C=FET$ , obtenemos

$$\frac{\overline{C^2} - \bar{C}^2}{\bar{C}} \left[ 1 + 2EK \left( \frac{\overline{D^2} - \bar{D}}{\bar{D}} \right) \sum_{k=1}^7 \frac{A_k B_k}{\alpha_k} \times \right. \\ \left. \dots \times \left[ 1 + \frac{1 - e^{-\alpha_k T}}{\alpha_k T} \right] \right] \quad 3.51$$

donde la cantidad  $(C^2 - \bar{C}^2)/\bar{C}$ , es conocida como - la razón varianza a media del contaje en función del tiempo prefijado de contaje,  $T$ , y denotada por  $Var/Media(T)$  (ref. 16, pág. 14).

### 3.4 ESTRATEGIA PARA OBTENER LOS PARAMETROS $\alpha_p$ , $\Lambda/\bar{\beta}$ y E SEGUN EL MODELO DE BENNETT

Para la determinación de la constante de decaimiento de los neutrones pronto  $\alpha_p$ , el tiempo promedio de generación de neutrones pronto reducidos,  $\Lambda/\bar{\beta}$  y la eficiencia del detector, E, relacionamos las medidas experimentales de razón varianza a media en función del tiempo prefijado de contaje, T, a la ecuación (3.51).

El método más directo sería un ajuste de la ecuación (3.51) al conjunto de datos experimentales.

La ecuación (3.51) puede ser escrita en la forma.

$$\left[ \frac{\text{Var}}{\text{Med}}(T) - 1 \right] = \sum_{k=1}^7 C_k \left[ 1 + \frac{1 - e^{-\alpha_k T}}{\alpha_k T} \right] \quad 3.52$$

donde el primer miembro se denomina apartamiento,  $C_k$  - representa una combinación de términos constantes y  $m=6$ .

Si utilizamos como entrada los datos del apartamiento

$\text{Var}/\text{Med}(T)-1$  Vs. T, el procedimiento de ajuste debe predecir un total de 14 únicos coeficientes (7 valores de  $C_k$  y 7 de  $\alpha_k$ ). La constante de decaimiento de los neutrones pronto,  $\alpha_7$  ó  $\alpha_p$ , es la constante  $\alpha$  de mayor magnitud que luego nos permitirá determinar  $\Lambda/\bar{\beta}$  y E.

Sin embargo este no es el método empleado debido a los problemas que se presentan en el ajuste por efecto de la dispersión de los datos experimentales (ref. 16, pág 25).

Dado que el único parámetro necesario para determinar

$\Lambda/\bar{\beta}$ , es  $\alpha_p$ , se ha desarrollado un método que sustrae a los datos experimentales, la contribución de los neutrones retardados.



Los datos modificados que son representativos del comportamiento neutrónico pronto del sistema, son usados para un ajuste por mínimos cuadrados de la contribución pronta de (3.52), dada por la siguiente expresión:

$$\left[ \frac{\text{Var}}{\text{Med}}(\tau) - 1 \right]_p = C_p \left[ 1 + \frac{1 - e^{-\alpha_p T}}{\alpha_p T} \right] \quad 3.53$$

Obteniéndose de tal manera  $\alpha_p$  y  $C_p$ . Dado que los datos iniciales no pueden ser modificados adecuadamente - por no conocerse el parámetro  $\Lambda/\bar{\beta}$ , se ha desarrollado una técnica iterativa para efectuar la modificación de los datos experimentales cuya explicación se realizará en la sección siguiente.

Una vez determinado  $\alpha_p$  para una determinada reactividad, se calcula  $\Lambda/\bar{\beta}$ . De los dos valores de  $C_p$ , uno - obtenido mediante el ajuste y el otro obtenido reemplazando valores en el modelo teórico, se determina la eficiencia  $E$  del detector.

### 3.5 DESCRIPCIÓN GENERAL DEL PROGRAMA DE CÁLCULO PARA ANALIZAR LOS DATOS EXPERIMENTALES SEGUN EL MODELO DE BENNETT

El programa de cálculo que se describe a continuación, realiza la depuración de los datos experimentales iniciales de razón varianza a media en función del período de contaje, restándoles la contribución retardada; para luego, mediante un método ajuste por mínimos cuadrados obtener los valores correspondientes a  $\alpha_p$ ,  $\Lambda/\bar{\beta}$  y  $E$ .

La lógica de cálculo del programa, basada en el diagrama de flujo mostrado en la fig. 3.3, es como sigue:

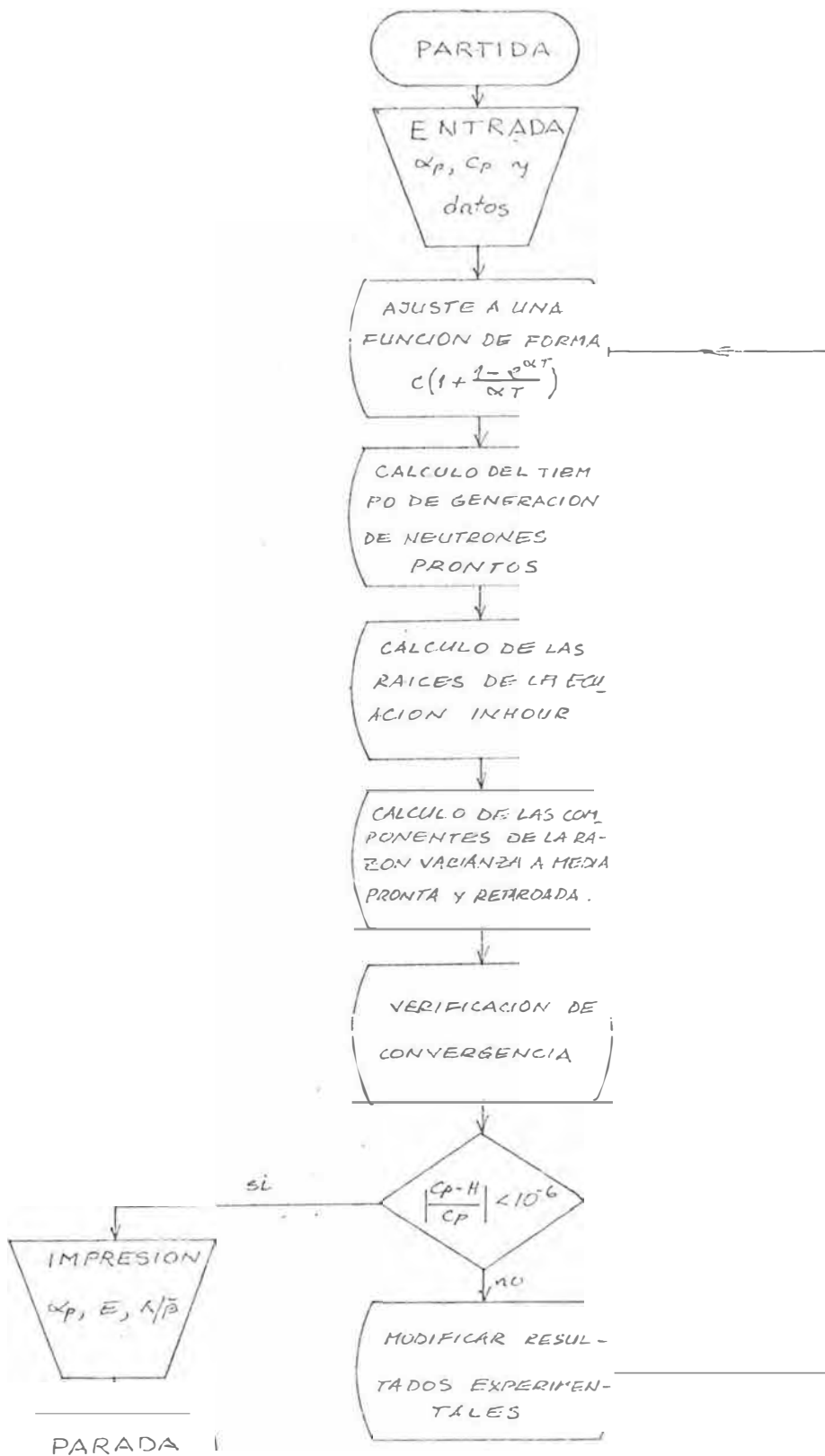


fig 3.3

La entrada consiste en las constantes para neutrones retardados ( $\bar{\beta}, \lambda_i, f_i$ ), valores estimados iniciales para las constantes  $C_p$  y  $\alpha_p$ , los datos experimentales de  $\text{Var}/\text{Med}(T) - 1$  vs.  $T$  y la reactividad  $\rho$  del sistema.

La primera subrutina es un ajuste de mínimos cuadrados de la función (3.53) al conjunto de datos experimentales, la cual usa los valores iniciales estimados de  $\alpha_p$  y  $C_p$ . Esta subrutina proporciona valores ajustados de  $\alpha_p$  y  $C_p$  que tienen un error sistemático por no haberse considerado la influencia de los neutrones retardados.

Con el valor  $\alpha_p$  ajustado y el valor de la reactividad del sistema se obtiene un primer valor tentativo de  $\Lambda / \bar{\beta}$ , empleando la ecuación Inhour (ref. 10, pag. 216; ref. 19, pag. 424).

La siguiente subrutina calcula las raíces de la ecuación Inhour para la reactividad del sistema, a partir de las constantes para neutrones retardados y el valor estimado de  $\Lambda / \bar{\beta}$ . La subrutina proporciona las raíces correspondientes a los seis grupos de neutrones retardados (ref. 9, pág. 171).

La raíz pronta  $\alpha_p$ , las raíces de los seis grupos de neutrones retardados y los constantes conocidos de -- neutrones retardados son usadas para calcular la componente pronta y las seis componentes retardadas de la razón varianza media para cada tiempo de medición  $T$ . Para esto, se emplea la expresión dada en la ecuación (3.51)

También se obtiene en esta subrutina la eficiencia  $E$  del detector de neutrones, y la suma de todas las componentes de razón varianza a media para cada tiempo de medición  $T$ .

La verificación de convergencia se realiza comparando el nuevo valor de  $C_p$  con el anterior  $H$ , de tal manera que cuando  $|(C_p - H)/C_p| < 10^{-6}$  se ha logrado la convergencia, pasando luego a la impresión de los parámetros obtenidos. Si no se logra la convergencia, los datos originales son depurados de la contribución retardada, multiplicando los datos de  $Var/Med(T)-1$ , por la razón de la componente pronta a la suma de todas las componentes. Con estos datos de entrada se pasa nuevamente a la subrutina de ajuste a la función  $C (1 + (1 - e^{-\alpha T}) / \alpha T)$ .

Este proceso se repite hasta lograr la convergencia. El listado del código y las instrucciones de uso se muestran en el apéndice C.2.

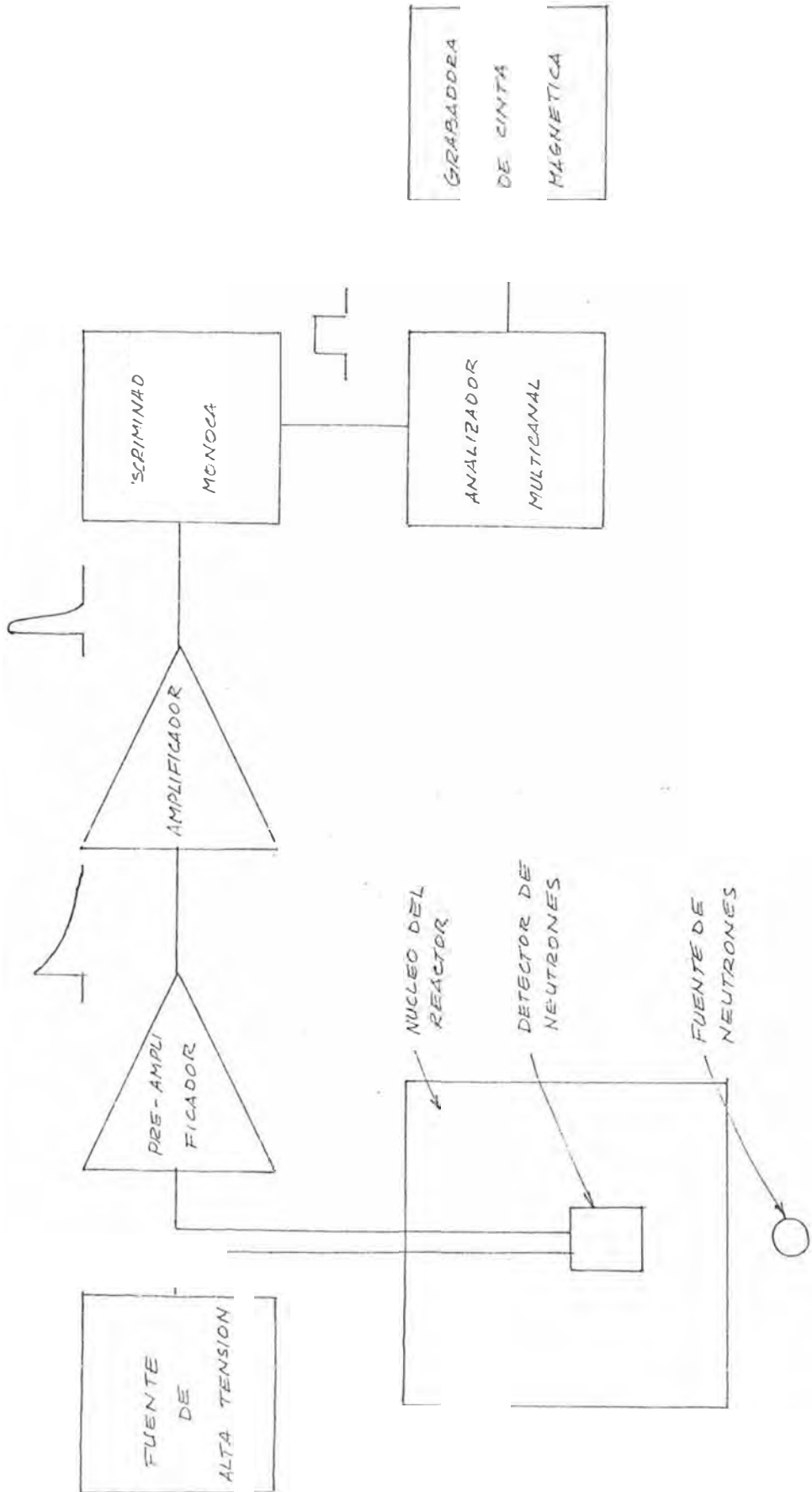
### 3.6 DESCRIPCION DEL EXPERIMENTO

#### 3.6.1 DESCRIPCION DEL EQUIPO EXPERIMENTAL

Para realizar las mediciones correspondientes al presente experimento se montó la cadena de medición que se muestra en la figura 3.4.

El funcionamiento de la cadena de medición es como se describe a continuación :

La fuente de alta tensión proporciona la tensión de operación del detector (1700v). Cada vez que un neutrón es detectado por el detector



de  $\text{BF}_3$ , Este emite un pulso de tensión que es amplificado por el preamplificador y que no tiene una forma gaussiana como se muestra en la figura 3.4.

Luego este pulso entra al amplificador, el cual lo amplifica y le da una forma gaussiana.

Este pulso pasa luego a un discriminador monocanal que selecciona los pulsos cuya altura es mayor que 0.1 voltios con la finalidad de eliminar el ruido electrónico del equipo. Del discriminador monocanal salen pulsos digitales de 2 voltios de altura y 0.8  $\mu\text{s}$ . de ancho, que van a ser contados en el analizador multicanal, operando en el modo MCS. Los resultados del conteo - almacenados en la memoria del multicanal son luego grabados en una cinta magnética para su procesamiento posterior.

A continuación, se dan las características principales de los módulos empleados en la cadena.

#### Fuente de Neutrones

Tipo Fuente de Americio - Berilio  
Referencia de Producción : AMBE-2-C 241AM  
Actividad del emisor : 200mCi, 16DIC1977.  
Intensidad de la fuente :  $4.24 \text{ nS}^{-1} / 211$ .

#### Detector de Neutrones

Tipo Detector de  $\text{BF}_3$   
Marca CENTRONIC  
Modelo 12EB40  
Tensión de trabajo : 1700 voltios  
Sensibilidad : 3 cuentas  $\text{S}^{-1} \text{ n}^{-1} \text{ cm}^{-2}$

Fuente de alta Tensión

Marca CNEA  
 Modelo 081  
 Rango de Trabajo : 0 - 2.5 Kv.

Preamplificador de cargas

Marca CNEA  
 Modelo 011  
 GANANCIA x 1, x5

Amplificador conformador de Pulsos

Marca CNEA  
 Modelo 031  
 Ganancia 3 - 5

Discriminador monocanal

Marca : CNEA  
 Modelo : 041  
 Modos de Operación : Independiente, 100%, 10%  
 Nivel Superior 0 -5v  
 Nivel Inferior : 0 - 5v

Analizador Multicanal

Marca : CAMBERRA  
 Modelo : 30  
 Número de canales : 1024

Grabadora de Cinta Magnética

Marca CAMBERRA  
 Modelo : 54 11

Teletipo

Marca TELETYPE CORPORATION  
 Modelo : 3320

Minicomputadora

Marca Hewlett Packard  
Modelo HP9825A  
Capacidad de Memoria : 23KB

Lectora de Cinta Perforada

Marca Hewlett Packard  
Modelo HP 9825A

Impresora

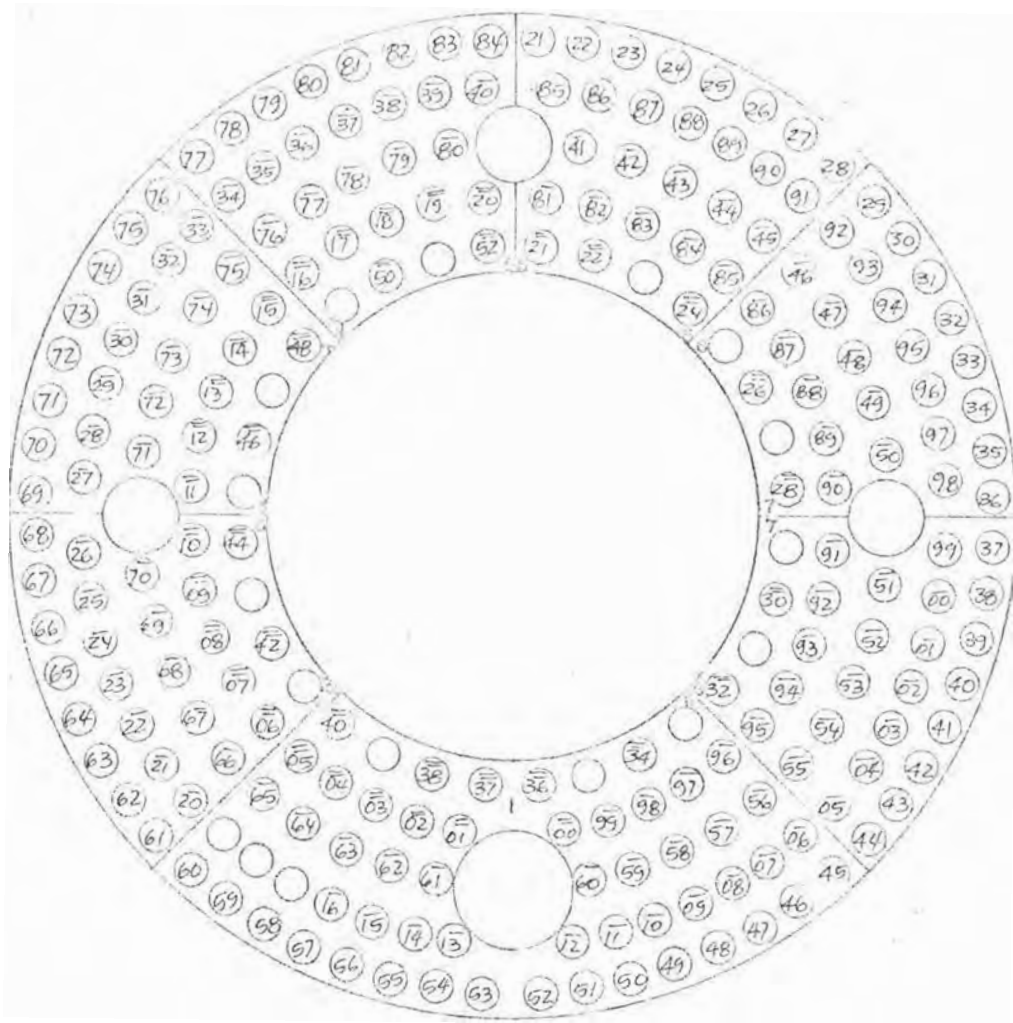
Marca Hewlett Packard  
Modelo 9876A

Reactor de Potencia Cero

Máxima Potencia : 1 vatio  
Estado Subcrítico  
Configuración :52

A continuación se muestra un esquema del núcleo del reactor y la configuración empleada.





R. P. O. INSTITUTO PERUANO DE ENERGIA NUCLEAR

CONFIGURACION DEL NUCLEO

Nº 52	FECHA: 11-11-80	Nº DE ELEMENTOS COMBUSTIBLES: 215
-------	-----------------	---

MASA CRITICA (K=235): 2.751.66 grs.	OBSERVACIONES: Se forma a partir de la configuración Nº 51, para lo cual se extraen del núcleo los E.E. C.C. Nº 317, 318 y 319 H. Se agregan al núcleo los elementos C.C. Nº 287, 290 y 291
EXCESO DE REACTIVIDAD: 144 ¢	

### 3.6.2 PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

1. Se instala la cadena de medición mostrada en la fig. 3.4
2. El reactor se lleva a un estado estacionario con fuente interna y un nivel de cuentas en la 2da. cadena de arranque, del orden de 5,000 a 20,000 cuentas.
3. Se coloca el analizador multicanal en el modo de operación MCS y se toman contajes de 500 canales para cada uno de las sigts. tiempos prefijados de contaje, T.

0.001, 0.002 ..... 0.009

0.010, 0.020 ..... 0.090

0.100, 0.200 ..... 0.900

4. Después de los contajes para cada tiempo prefijado se graban los resultados en cinta magnética.
5. Después de haber culminado con la toma de datos especificadas en 3 y 4, se escoge un tiempo prefijado de 0.9 seg. para cada canal del analizador multicanal y se saca la fuente de neutrones, iniciándose despues de 80sgs. aproximadamente la toma de datos para registrar la evolución de la población -- neutrónica, y poder calcular posteriormente con estos datos la reactividad del sistema. Los datos registrados en la memoria del analizador multicanal son grabados en cinta magnética.

6. Todos los datos almacenados en cinta magnética son perforados en cinta de papel, clasificados en función del tiempo prefijado de conteo, T.
7. Los datos almacenados en cinta perforada se procesan en una minicomputadora con la finalidad de obtener los valores de razón varianza a media en función del tiempo prefijado de contaje y de obtener también - la reactividad del sistema; los programas de cómputo para realizar estos procesos - se describen en los apéndices B.1 y B2 -- respectivamente.

### 3.7 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES

#### 3.7.1 OBTENCIÓN DE LOS DATOS DE RAZÓN VARIANZA A MEDIA Y REACTIVIDAD

Los datos de razón varianza a media se obtienen del procesamiento de los datos almacenados en las cintas perforadas que corresponden a cada tiempo prefijado de contaje, T, empleando una minicomputadora HP-9825A. El listado del programa de cálculo desarrollado para tal efecto se muestra en el apéndice B.1.

Este programa de cálculo hace correcciones a los contajes por efecto de tiempo muerto y luego efectúa los cálculos para determinar el valor promedio del contaje

la desviación standard, y el apartamiento que es el valor de la razón varianza a media menos 1.

### 3.7.2 OBTENCION DE LA REACTIVIDAD

La reactividad del sistema se obtiene - por el método del período negativo. Los datos se obtienen en el paso 5 del procedimiento experimental, a partir del instante en que se saca la fuente. Estos datos que se encuentran almacenados en cintas de papel perforado se procesan empleando una minicomputadora HP9825A.

El listado del programa de cálculo desarrollado para tal efecto se muestra en el apéndice B.2. Este programa de cálculo hace correcciones a los conteos por efecto de tiempo muerto y luego efectúa un ajuste de mínimos cuadrados para determinar el período del reactor, que junto con los parámetros de neutrones retardados sirven para evaluar la reactividad del sistema mediante la ecuación Inhour.

### 3.7.3 OBTENCION DE LOS PARAMETROS $\alpha_{p_2}$ , $\beta_2$ , $E$

Los datos de razón varianza a media en función del tiempo prefijado de conteo, son los datos de entrada para los programas de cómputo que calculan mediante un ajuste de mínimos cuadrados los parámetros  $\alpha_p$ ,  $E$  y  $\beta$ , según los modelos de Feynman y Bennett.

Los valores obtenidos se muestran en la tabla correspondiente al inciso 1 de CONCLUSIONES, donde se observa que la ampliación del rango del tiempo prefijado de contaje,  $T$ , afecta en forma notable el valor de los parámetros  $\alpha_p$ ,  $E$  y  $\Lambda/\bar{\beta}$  cuando se usa el modelo de Feynman, más no así cuando se emplea el modelo de Bennett.

Las curvas ajustadas para la contribución pronta de ambos modelos se muestran al final del capítulo.

En la tabla 3.1 se muestran los parámetros adicionales que se han obtenido mediante el modelo de Bennett.

**T A B L A      3.1**

1	19577.7839	- 0.0025
2	202.8496	- 0.0154
3	99.2883	- 0.0729
4	32.9547	- 0.2010
5	6.3077	- 1.2435
6	1.0882	- 3.7798
7	23.3646	- 99.7474

A partir de los datos de la Tabla 3.1 es posible predecir el tiempo prefijado de contaje, a partir del cual empieza a hacerse notoria la contribución de los neutrones retardados al apartamiento, dando como límite el valor de --- 0.02 sg. Esto explica porqué el método de Feynman que sólo considera la contribución pronta, da buenos resultados para tiempos prefijados de contaje menores o aproximadamente iguales a 0.02 sg. ( $T \leq 0.02$  sg.).

PROG. INV.1980; rnk1,file13

CALCULO DEL APARTAMIENTO

PARAMETROS CALCULADOS

NUMERO DE DATOS= 562

TIEMPO PREF.	MEAN. DATOS	DESV. STAND.	HPHRT.
0.0010	27.3662	8.3493	1.5473
0.0020	55.5973	14.8761	2.9804
0.0030	87.9993	20.5547	3.8011
0.0040	115.7305	25.7233	4.7175
0.0050	137.6415	30.1488	5.6327
0.0060	178.7666	36.9893	6.6536
0.0070	232.4148	41.6743	7.5801
0.0080	220.3590	45.0987	8.2299
0.0090	249.2328	44.8478	7.0701
0.0100	283.8720	43.5008	7.2866
0.0200	577.5197	86.9970	12.1048
0.0300	874.6842	128.8524	17.9816
0.0400	1153.4111	153.3256	19.3819
0.0500	1436.2394	176.9943	20.8118
0.0600	1755.1653	202.3454	22.4430
0.0700	2117.5075	217.6680	21.3751
0.0800	2482.0737	246.1577	23.9144
0.0900	2787.9270	271.0554	26.1318
0.1000	2770.4133	261.7151	23.7237
0.2000	5530.7093	438.4875	33.7646
0.3000	8173.4182	626.2876	46.9892
0.4000	10414.9768	655.7056	40.2819
0.5000	12296.7736	694.2016	34.9759
0.6000	15665.5339	764.1150	36.2711
0.7000	18241.2217	839.9241	33.5361

## AJUSTE DEL APARTAMIENTO POR EL METODO DE FEYNMAN

$$APARTAMIENTO = 0.1 + (1 - \alpha) \exp(BX / ZBY)$$

B= ALFA FEYMAN

X= TIEMPO PREFIJADO

A= CONSTANTE

## DATOS INICIALES

HUMERO DE DATOS= 8.00  
 REACTIVIDAD  $\lambda$ )= -3.5000E 02  
 CONSTANTE A E TIMADA= .1.0000E 01  
 CONSTANTE ALFA ESTIMADA= -1.6000E 02

## PARAMETROS CALCULADOS

CONSTANTE A= 1.9281E 01  
 ALFA FEYMAN= -1.5362E 02  
 TIEM. GEN. NEU. FRONT.= 6.7598E-03  
 EFIC. DEL DETECTOR= 1.6191E-03

## DATOS DE ENTRADA Y AJUSTADOS

1	Ti	Var/Med-1	F(Ti)
	0.0010	1.3455	1.4030
2	0.0020	2.9804	2.6806
3	0.0030	3.8011	4.8224
4	0.0040	4.7175	4.8763
5	0.0050	5.6327	5.8237
	0.0060	6.5526	6.6048
	0.0070	7.5801	7.4685
8	0.0080	8.2299	8.1829

## APARTAMIENTOS AJUSTADOS

0.0090	8.8350
0.0100	9.4311
0.0200	13.2964
0.0300	15.1393
0.0400	16.1503
0.0500	16.7725
0.0600	17.1897
0.0700	17.4884
0.0800	17.7125
0.0900	17.8868
0.1000	18.0262
0.2000	18.6538
0.3000	18.8638
0.4000	18.9676
0.5000	19.0303
0.6000	19.0721
0.7000	19.1026
0.8000	19.1244
0.9000	19.1419



COMPUTACION 1980; track0;file19

## AJUSTE DEL APARTAMIENTO POR EL METODO DE FEYNMAN

$$\text{APARTAMIENTO} = A \cdot [1 + (1 - e^{-p \cdot B \cdot X}) / B \cdot X]$$

B= ALFA FEYNMAN  
 X= TIEMPO PREFIJADO  
 A= CONSTANTE

## DATOS INICIALES

NUMERO DE DATOS= 10.00  
 REACTIVIDAD(\*)= -3.5600E-02  
 CONSTANTE B ESTIMADA= 2.0000E 01  
 CONSTANTE ALFA ESTIMADA= -1.0000E 02

## PARAMETROS CALCULADOS

CONSTANTE A= 1.1201E 01  
 ALFA FEYNMAN= -3.3325E 02  
 TIEM. GEN. NEU. PROMI.= 3.1115E 03  
 EFIC. DEL DETECTOR= 9.4058E-04

## DATOS DE ENTRADA Y AJUSTADOS

I	Ti	Var/Med-1	F(Ti)
	0.0010	1.5455	1.6752
2	0.0020	2.9804	3.0250
3	0.0030	3.8011	4.1198
4	0.0040	4.7175	5.0138
5	0.0050	5.6327	5.7488
6	0.0060	6.6536	6.3575
7	0.0070	7.5801	6.8652
8	0.0080	8.2299	7.2916
9	0.0090	7.0701	7.6524
10	0.0100	7.2866	7.9597

## APARTAMIENTOS AJUSTADOS

0.0200	9.5224
0.0300	10.0805
0.0400	10.3606
0.0500	10.5286
0.0600	10.6406
0.0700	10.7207
0.0800	10.7807
0.0900	10.8274
0.1000	10.8647
0.2000	11.0328
0.3000	11.0888
0.4000	11.1168
0.5000	11.1336
0.6000	11.1448
0.7000	11.1520
0.8000	11.1588
0.9000	11.1635
1.0000	11.1672

AJUSTE DEL APARTAMIENTO POR EL METODO DE FEYNMAN

$$\text{APARTAMIENTO} = A + (1 - \exp(BX)) / BX$$

B= ALFA FEYNMAN  
 X= TIEMPO PREFIJADO  
 A= CONSTANTE

DATOS INICIALES

NUMERO DE DATOS= 11.00  
 REACTIVIDAD(\*)= -3.5400E-02  
 CONSTANTE A E TIMADA= 2.0000E 01  
 CONSTANTE ALFA ESTIMADA= -1.0000E 02

PARAMETROS CALCULADOS

CONSTANTE A= 1.5470E 01  
 ALFA FEYNMAN= -1.9268E 02  
 TIEN. GEN. NEU. PRONT.= 5.3867E 03  
 EFIC. DEL DETECTOR= 1.2990E-03

DATOS DE ENTRADA Y AJUSTADOS

I	Ti	Var / Med-1	F(Ti)
1	0 0010	1 5455	1 3990
2	0 0020	2 9804	2 6320
3	0 0030	3 8011	3 7209
4	0 0040	4 7175	4 6846
5	0 0050	5 6327	5 5396
6	0 0060	6 6500	6 2997
7	0 0070	7 5801	6 9770
8	0 0080	8 2299	7 5821
9	0 0090	7 0701	8 1238
10	0 0100	7 2866	8 6099
11	0 0200	12 1048	11 5403

APARTAMIENTOS AJUSTADOS

X	
0.0300	12.8016
0.0400	13.4633
0.0500	13.8639
0.0600	14.1315
0.0700	14.3226
0.0800	14.4660
0.0900	14.5775
0.1000	14.6667
0.2000	15.0682
0.3000	15.2020
0.4000	15.2689
0.5000	15.3090
0.6000	15.3358
0.7000	15.3549
0.8000	15.3693

## AJUSTE DEL APARTAMIENTO POR EL METODO DE FEYNMAN

$$\text{APARTAMIENTO} = A(1 + C1 - \exp(-C2)) / BX$$

B= ALFA FEYNMAN  
 C1= TIEMPO PREFIJADO  
 A= CONSTANTE

## DATOS INICIALES

NUMERO DE DATOS= 15.00  
 REACTIVIDAD(K)= -3.5600E-02  
 CONSTANTE A ESTIMADA= 2.0000E 01  
 CONSTANTE ALFA ESTIMADA= -1.0000E 02

## PARAMETROS CALCULADOS

CONSTANTE A= 2.7560E 01  
 ALFA FEYNMAN= -8.1767E 01  
 TIEM. GEN. NEU. PRONT.= 1.2732E-02  
 EFIC. DEL DETECTOR= 2.3143E 00

## DATOS DE ENTRADA Y AJUSTADOS

I	Ti	Var/Med-1	F(Ti)
	0 0010	1 5455	1 0966
2	0 0020	2 9804	2 1355
3	0 0030	3 8011	3 1200
4	0 0040	4 7175	4 0532
5	0 0050	5 6327	4 9384
6	0 0060	6 5536	5 7781
7	0 0070	7 5801	6 5752
8	0 0080	8 2299	7 3320
9	0 0090	7 0701	8 0508
10	0 0100	7 2866	8 7339
11	0 0200	12 1048	13 9914
12	0 0300	17 9816	17 2912
13	0 0400	19 3819	19 4533
14	0 0500	20 8118	20 9316
15	0 0600	22 4430	21 9836

## APARTAMIENTOS AJUSTADOS

X	Y
0.0700	22.7603
0.0800	23.3525
0.0900	23.8170
0.1000	24.1900
0.2000	25.8743
0.3000	26.4361
0.4000	26.7170

AJUSTE DEL AJUSTAMIENTO POR EL METODO DE FEYNMAN

$$APARTAMIENTO = A(1 + (1 - \exp(-BX))^B)$$

B= ALFA FEYNMAN  
 X= TIEMPO PREFIJADO  
 A= CONSTANTE

DATOS INICIALES

HUMERO DE DATOS= 20.00  
 REACTIVIDAD(\$)= -3.5600E-02  
 CONSTANTE A ESTIMADA= 2.0000E 01  
 CONSTANTE ALFA ESTIMADA= -1.0000E 02

PARAMETROS CALCULADOS

CONSTANTE A= 3.1530E 01  
 ALFA FEYNMAN= -6.0058E 01  
 TIEM. GEN. NEU. PRONT.= 1.7367E-02  
 EFIC. DEL DETECTOR= 2.6477E-03

DATOS DE ENTRADA Y AJUSTADOS

	Ti	Var/Med-1	F(Ti)
	0.0010	1.5455	0.9281
2	0.0020	2.9804	1.8200
3	0.0030	3.8011	2.6772
4	0.0040	4.7175	3.5013
5	0.0050	5.6527	4.2991
6	0.0060	6.6536	5.0558
7	0.0070	7.5801	5.7888
8	0.0080	8.3299	6.4941
9	0.0090	7.0761	7.1729
10	0.0100	7.2866	7.8262
11	0.0200	12.1048	12.1773
12	0.0300	17.9810	16.9177
13	0.0400	19.3819	19.5929
14	0.0500	20.8118	21.5511
15	0.0600	22.4430	23.0181
16	0.0700	21.3751	24.1418
17	0.0800	23.9144	25.0210
18	0.0900	26.1318	25.7226
19	0.1000	23.7237	26.2926
20	0.2000	33.7646	28.9046

APARTAMIENTOS AJUSTADOS

	Y
0.3000	29.2796
0.4000	30.2171
0.5000	30.4795
0.6000	30.6545
0.7000	30.7795
0.8000	30.8733

COMPUTACION 1986; tract0;file19

## AJUSTE DEL APARTAMIENTO POR EL METODO DE FEYNMAN

$$RPARIAMIENTO = h(1 + (1 - \exp(-BX))^{\alpha})$$

B= ALFA FEYNMAN  
X= TIEMPO PREFIJADO  
h= CONSTANTE

## DATOS INICIALES

NUMERO DE DATOS= 23.00  
REACTIVIDAD(\$)= -3.5e00E-02  
CONSTANTE A ESTIMADA= 2.0000E 01  
CONSTANTE ALFA ESTIMADA= -1.0000E 02

## PARAMETROS CALCULADOS

CONSTANTE A= 4.1749E 01  
ALFA FEYNMAN= -3.1660E 01  
TIEM. GEN. NEU. PRONT.= 3.3168E-02  
EFIC. DEL DETECTOR= 3.5058E-03

## DATOS DE ENTRADA Y AJUSTADOS

I	Ti	Var/Med-1	F(Ti)
	0.0010	1.5455	0.6540
2	0.0020	2.9804	1.2943
3	0.0030	3.8011	1.9213
4	0.0040	4.7175	2.5353
5	0.0050	5.6327	3.1367
6	0.0060	6.6736	3.7256
7	0.0070	7.5801	4.3025
8	0.0080	8.2299	4.8675
9	0.0090	7.0701	5.4210
10	0.0100	7.2866	5.9632
11	0.0200	12.1046	10.8188
12	0.0300	17.9816	14.7960
13	0.0400	19.3819	18.8735
14	0.0500	20.8119	20.7913
15	0.0600	22.4430	23.0593
16	0.0700	21.3751	24.9643
17	0.0800	23.9144	26.5746
18	0.0900	26.1318	27.9447
19	0.1000	23.7237	29.1180
20	0.2000	33.7646	35.1669
21	0.3000	46.9992	37.3533
22	0.4000	40.2819	38.4519
23	0.5000	34.9739	39.1112

## APARTAMIENTOS AJUSTADOS

X	Y
0.6000	39.5508
0.7000	39.1112

training Prg.;trf0;file9

CODIGO AJUSTE DE APARTAMIENTO POR METODO DE BENNETT

DATOS INICIALES

NUMERO DE DATOS= 25  
REACTIVIDAD(%)= -3.5600E-02  
CONSTANTE C ESTIMADA= 2.0000E 01  
CONSTANTE ALFA ESTIMADA= -1.0000E 02

PARAMETROS MEDIDOS

PARAMETRO MEDIDO	VALOR PARAM.	ERROR ABSOLUTO
raiz pronta	-9.97474E 01	6.60992E 00
constante pronta	2.33646E 01	3.73058E-01
Efc. detector	5.26289E-04	1.01406E-04
Tiemp. Gen Pronto	1.04267E-02	2.45247E-03

DATOS DE ENTRADA Y CORREGIDOS

	T[I]	Var/Med-1	R[I]	P <sub>m</sub>	P <sub>i</sub>
	0.0010	1.5455	1.2213	1.4260	1.1275
	0.0020	2.9804	2.3299	2.7918	2.1830
	0.0030	3.8011	3.3201	3.6305	3.1717
4	0.0040	4.7175	4.2740	4.5230	4.0984
5	0.0050	5.6327	5.1809	5.4000	4.9674
6	0.0060	6.6536	6.0523	6.3568	5.7829
7	0.0070	7.5801	6.8396	7.2568	6.5485
8	0.0080	8.2299	7.5983	7.8713	7.2677
9	0.0090	7.0701	8.2995	6.7666	7.9438
10	0.0100	7.2866	8.9973	6.9400	8.5797
11	0.0200	12.1048	14.0398	11.4197	13.2458
12	0.0300	17.9816	17.1155	16.7549	15.9484
13	0.0400	19.3819	19.1751	17.8065	17.6170
14	0.0500	20.8118	20.6613	18.8476	18.7118
15	0.0600	22.4430	21.8047	20.0399	19.4705
16	0.0700	21.3751	22.7441	18.8167	20.0214
17	0.0800	23.9144	23.5429	20.7604	20.4376
18	0.0900	26.1318	24.2512	22.3717	20.7623
19	0.1000	23.7237	24.8940	20.0336	21.0223
20	0.2000	33.7646	29.8589	25.0966	22.1934
21	0.3000	46.9892	33.9802	31.2297	22.5838
22	0.4000	40.2819	37.8519	24.2413	22.7790
23	0.5000	34.9739	41.5996	19.2494	22.8961
24	0.6000	36.2711	45.2671	18.4085	23.9742
25	0.7000	39.5361	48.8769	18.6287	23.0300

PARAMETROS DE AJUSTE

I	C[I]	S[I]
	19577.7830	-0.0025
2	202.8496	-0.0154
3	99.2883	-0.0729
4	32.9547	-0.2010
5	6.3077	-1.2435
6	1.0882	-3.7798
7	23.3646	-99.7474

### CONCLUSIONES

1. Los resultados de la medición de parámetros se muestran en las siguientes tablas.

#### METODO DE FEYNMAN

$r = -0.0356 \text{ \$}$				
Nº de datos ajustados	$\alpha_p$ (S <sup>-1</sup> )	$\Lambda / \bar{\beta}$ (S)	E' (neut. detec. / fisión prod.)	C <sub>p</sub>
8	-153.62	$6.75598 \times 10^{-3}$	$1.619 \times 10^{-3}$	19.281
10	-333.25	$3.1115 \times 10^{-3}$	$9.4058 \times 10^{-4}$	11.201
11	-192.680	$5.3867 \times 10^{-3}$	$1.299 \times 10^{-3}$	15.470
15	- 81.767	$1.2732 \times 10^{-2}$	$2.3143 \times 10^{-3}$	27.560
20	- 60.058	$1.7367 \times 10^{-2}$	$2.6477 \times 10^{-3}$	31.530
23	- 31.660	$3.3168 \times 10^{-2}$	$3.5058 \times 10^{-3}$	41.749
25	---	---	---	---

#### METODO DE BENNETT

Nº de datos ajustados	$\alpha_p$ (S <sup>-1</sup> )	$\Lambda / \bar{\beta}$ (S)	E (neut. detect. / neut. produc.)	C <sub>p</sub>
25	- 99.7474	$1.04267 \times 10^{-2}$	$5.26289 \times 10^{-4}$	23.3646

2. Los cuadros anteriores conjuntamente con las figuras 3.7 . . . 3.13 muestran que en este caso el método de Feynman no resulta apropiado dado que este considera solamente la contribución al apartamiento - debido a neutrones - pronto y en las gráficas no se observa claramente el tiempo prefijado de contaje a partir del cual empiezan a

ser importantes las contribuciones al apartamiento de los neutrones retardados, no siendo posible determinar el número de datos experimentales que intervienen en el ajuste.

Por otro lado, el método de Bennett no tiene problemas en cuanto al número de datos a ajustar; ya que considera todas las -- contribuciones (pronta y retardadas) del apartamiento.

3. La vida media de los neutrones prontos puede ser calculada a partir de la siguiente expresión (ref. 4, pág. 17).

$$\ell = \frac{\bar{\beta} \Lambda^*}{1 - \bar{\beta} \rho} = 6.6715 \times 10^{-5} \text{ seg.}$$

Utilizando la gráfica de período de evolución del reactor versus reactividad en \$, los datos de la configuración #52 del núcleo que nos da una reactividad de la configuración de 1.44\$ y la posición final de barras durante la operación.

BARRA	REACTIVIDAD TOTAL	% DE BARRA EXTRAIDA	REACT. CORRESP. A % EXT.
1	1.725	100%	1.725
2	1.445	100%	1.445
3	1.570	100%	1.570
4	1.568	9.5%	0.11

Podemos observar que es posible insertar una reactividad positiva de 1.44\$. Si vemos en la gráfica de Período Vs. reactividad, concluimos que para esta reactividad positiva y una vida media pronta  $\ell = 6.6715 \times 10^{-5} \text{ s.}$ , el período de evolución de la población neutrónica sería del orden de  $10^{-2} \text{ s.}$ ; lo que produciría una incursión de potencia.



4. La eficiencia obtenida por el método de Bennett puede ser transformada a (neut. detect. / fisión) del siguiente modo

$$E' = 5.26289 \times 10^{-4} \frac{\text{Neut. detect.}}{\text{neut. prod.}} \times \frac{\text{neut. prod.}}{\text{fisión}} = 5.26289 \times 10^{-4} \times 2.47$$

$$E' = 1.29993 \times 10^{-3} \frac{\text{neut. detec.}}{\text{fisión}} \frac{\text{net. detect.}}{\text{fisión}}$$

Una vez transformada, es posible emplearla para estimar la potencia del reactor en función del CR (Tasa de contaje), mediante la siguiente expresión

$$\text{Potencia (Vatios)} = 3.1242 \times 10^{-11} \frac{\text{Vatios} \times \text{S}}{\text{fisión}} \times \frac{\text{CR}}{E'}$$

## OBSERVACIONES Y SUGERENCIAS

1. El sistema de adquisición de datos es muy lento y tiene muchas etapas entre las cuales interviene el experimentador para conectar cada elemento del sistema con el siguiente, lo que hace la labor muy tediosa.

Para aliviar este problema se sugiere adquirir una interfase grabadora-minicomputadora o multicanal-minicomputadora, que ahorraría - varios días/hombre, después de realizado el experimento. El tiempo de procesamiento se reduciría a unos cuantos minutos. Otra manera de hacer veloz el sistema de adquisición de datos, es reemplazarlo por un analizador estocástico de señales, el cual da directamente los datos de razón varianza a media, listos para ser procesados según el modelo de Feynman ó Bennett.

Este analizador sería de mucha utilidad para empleo de otras técnicas de ruido neutrónico.

2. Se sugiere realizar la medición de la eficiencia de un detector de experimentación cuya posición no sea fija y ubicarlo en una posición tal que no se sature cuando el reactor se encuentre a la potencia normal de 1 vatio. Esto nos permitiría calibrar en potencia el reactor, estableciendo una correlación entre el CR del detector de experimentación (modo pulso) y la intensidad de corriente de una cadena de marcha (analógica); como sabemos, de acuerdo al inciso 4 de CONCLUSIONES, CR está vinculado con la potencia expresada en vatios. Esta operación no es de mucha fiabilidad en el caso de trabajar con los detectores de las cadenas de arranque dado que estos se saturan en la primera década de evolución de las cadenas de marcha y la extrapolación hacia corrientes  $10^5$  mayores, como hemos dicho anteriormente, no es muy confiable.
3. Se sugiere hacer un estudio de los parámetros medidos en el presente trabajo, para cada configuración del núcleo del RP-Ø.

## BIBLIOGRAFIA

1. Andersen, E; Berg, J, Døderlein, J. REACTOR PHYSICS STUDIES OF  $H_2O/D_2O$ - MODERATED  $UO_2$  CORES :A NORA PROYECT REPORT. Vienna, International Atomic Energy Agency, 1966. (Technical Reports - Series N°67).
2. Andersen, E.; Babala, D. Berg, J.O. y Asoc. TOPICS IN LIGHT -- WATER REACTOR PHYSICS : FINAL REPORT OF NORA PROYECT. Vienna, International Atomic Energy Agency, 1970. (Technical Reports - series N°113).
3. Argonne National Laboratory REACTOR PHYSICS CONSTANTS 2da. Edic. Washington, U.S. Atomic Energy Commission, 1963. (ANL-5800).
4. Ash, M.S. NUCLEAR REACTOR KINETICS. New York, McGraw-Hill Book Co, 1979.
5. Bell, G.;Glasstone, S. NUCLEAR REACTOR THEORY. New York, Van - Nostrand Reinhold Co., 1970.
6. Blaquière, A. THÉORIE DE LA RÉACTION DE FISSIÒN EN CHAINE. Saclay, Institut National des Sciences et Techniques Nucléaires. 1962.
7. Blewler, E.;Goldsmith, G. J. EXPERIMENTAL NUCLEONICS. New York, Holt. Rinehart and Wiston, 1952.
8. Butkov, E. MATHEMATICAL PHYSICS. Reading Massachusetts, Addison-Wesley Publishing Co, 1968.
9. Carnahan, B.;Luther, H.; Wilkes, J. APPLIED NUMERICAL METHODS. New York, John Wiley & Sons Inc., 1969.
10. Caro, R. FISICA DE REACTORES NUCLEARES. Madrid, Sección de Publicaciones de la Junta de Energía Nuclear de España, 1976.

11. Castro Madero, C.; Corcuera, R.; Schilman, H. CORRECCIONES POR TIEMPO MUERTO EN EXPERIENCIAS DE DETECCION SOBRE ESTADISTICAS-NUCLEARES. Buenos Aires, Comisión de Energía Atómica de Argentina, 1970. (reporte CNEA-262 ).
12. De Hoffman, F. STATISTICAL ASPECTS OF PILE THEORY (en THE --- SCIENCE AND ENGINEERING OF NUCLEAR POWER, Vol II. Cambridge 42, Massachusetts, Addison-Wesley Press Inc. 1949).
13. Di Filippo, F.; Pieroni, N. PROBLEMAS DE TIEMPO MUERTO EN EXPERIENCIAS CON NEUTRONES PULSADOS : Código QFWFQ. Buenos Aires, Comisión Nacional de Energía Atómica de Argentina, 1970. (Reporte CNEA-Re 43).
14. Guillén Zevallos, M. FLUCTUACIONES DE AUTOCORRELACION DEL NUMERO DE NEUTRONES EN UN REACTOR NUCLEAR. 4th Interamerican -- Symposium on the Peaceful Applications of Nuclear Energy. Mexico City, april 9-13, 1962. Washington, Pan American Unión, - 1962. pp. 191-199.
15. Holbrook, J. TRANSFORMADAS DE LAPLACE PARA INGENIEROS ELECTRONICOS. México, Limusa-Wiley S.A., 1972.
16. Johnson, R.L. A STATISTICAL DETERMINATION OF THE REDUCED PROMPT NEUTRON GENERATION TIME,  $\Lambda/\bar{\beta}$  . IN SPERT IV REACTOR. Idaho. Phillips Petroleum Co. Atomic Energy División, August 20, 1963. (IDO-16903).
17. Keepin, G.R. PHYSICS OF NUCLEAR KINETICS. Reading Massachusetts, Addison-Wesley Publishing Co., 1965.
18. Kirch, A.M. ESTADISTICA CON FORTRAN. México, Interamericana S.A. 1975.

19. Lamarsh, J. R. NUCLEAR REACTOR THEORY. Reading Massachusetts, Addison Wesley Publishing. Co, 1972
20. Mc.Cracken, D.; Dorn, W.S. METODOS NUMERICOS Y PROGRAMACION FOR TRAN. México, Limusa-Wiley, 1966.
21. Meyer, S.L. DATA ANALYSIS FOR SCIENTISTS AND ENGINEERS. New - York, John Wiley & Sons Inc. 1975.
22. Pedroso De Lima, E. SOBRE DETERMINAÇÃO DE ERROS DE MEDIDAS FÍSICAS. Sacavém, Junta de Energia Nuclear de Portugal, Laboratorio de Física e Engenharia Nucleares, 1971. (LFEN-NI 64, - 1971).
23. Profio, A.E. EXPERIMENTAL REACTOR PHYSICS. New York, John Wiley & Sons Inc. 1976.
24. Pugh, E.M.; Winslow, G.H. THE ANALYSIS OF PHYSICAL MEASUREMENTS. Reading Massachusetts, Addison-Wesley Publishing, Co, 1966.
25. Sheid, F. ANALISIS NUMERICO. México, McGraw-Hill-Shaum, 1972.
26. Szatmáry, Z. DATA EVALUATION PROBLEMS IN REACTOR PHYSICS THEORY OF PROGRAM RFIT. Budapest, Reactor Physics Department of Central Research Institute for Physics, 1977 (Report RFKI-1977-43).
27. Uhrig, R.E. RANDOM NOISE TECHNIQUES ON NUCLEAR REACTOR SYSTEMS. New York, The Ronald Press Co, 1970.
28. Uhrig, R.E. NOISE ANALYSIS IN NUCLEAR SYSTEMS. Tennessee, U.S., Atomic Energy Commission, Division of Technical Information Extension Oak Ridge, 1964.
29. Valente, F.A. MANUAL OF EXPERIMENTS IN REACTOR PHYSICS. New York, The Macmillan Co, 1963.

30. *Wilie, C. R. ADVANCED ENGINEERING MATHEMATICS. New York, McGraw-Hill Book Co., 1966.*
31. *Zweifel, P.F. REACTOR PHYSICS. New York, McGraw-Hill Book Co, 1973.*

## A P E N D I C E S

## A. INSTRUCCIONES DE USO Y LISTADO DEL PROGRAMA DE COMPUTO PARA CALCULAR PERIODO Y TIEMPO MUERTO DE CADENAS DE MEDICION DE FLUJO NEUTRONICO

Instrucciones de Uso:

1. Inserte en la máquina el "Cassette" "COMPUTACION".
2. Cargue el file.
  - a. Presione : trk  $\emptyset$ ; fdf 14, ldf 14
  - b. Presione : EXECUTE
3. Presione : RUN
4. Cuando aparezca "en la pantalla" "1/T?".
  - a. Introduzca por teclado el valor estimado inicial del inverso del período.
  - b. Presione : CONTINUE
5. Cuando aparezca "1/C?" en la pantalla .
  - a. Introduzca por teclado el inverso del número estimado de cuentas iniciales.
  - b. Presione : CONTINUE
6. Cuando aparezca "TIEMPO MUERTO?" en la pantalla .
  - a. Introduzca por teclado el valor estimado inicial del tiempo muerto de la cadena, expresado en segundos.
  - b. Presione : CONTINUE
7. Cuando aparezca "DELT?" en la pantalla .
  - a. Introduzca por teclado el valor del ancho de canal expresado en segs..
  - b. Presione : CONTINUE
8. Cuando aparezca "N?", en la pantalla .
  - a. Introduzca por teclado el número de datos experimentales
  - b. Presione : CONTINUE
9. Cuando aparezca "contaje marque  $\emptyset$ , tasa de conteo marque 1", en la pantalla.
  - a. Si los datos de entrada son cuantas marque  $\emptyset$  y si son tasa de conteo marque 1.
  - b. Presione : CONTINUE

10. Cada vez que aparezca "archivo de contajes?" en la pantalla .
- Introduzca por teclado el # del file donde se encuentran almacenados los datos de contaje .
  - Presione CONTINUE
11. Cada vez que aparezca "archivo de tasa de contaje" en la pantalla.
- Introduzca por teclado el # del file, donde se encuentran almacenados los datos de tasa de contaje.
  - Presione : CONTINUE

El valor de los parámetros de ajuste aparecerá inmediatamente después de culminadas las operaciones.

Además se tabulan los datos de entrada y ajustados, según los siguientes encabezamientos.

I	Número de orden del dato .
T I	Tiempo expresado en segs.
$N_m(T_i)$	Tasa de contaje medida, correspondiente al tiempo $T_i$ .
$F(T_i)$	Tasa de contaje ajustada, correspondiente al tiempo $T_i$ .
$N_n(t_i)$	Tasa de contaje en caso que no existiera tiempo muerto, correspondiente al tiempo $T_i$ .



B.1 INSTRUCCIONES DE USO Y LISTADO DEL PROGRAMA DE COMPUTO PARA CALCULAR VALORES DEL APARTAMIENTO

*Instrucciones de uso:*

1. Inserte en la máquina el cassette "PROG. INV 1980".
2. Cargue el file.
  - a. Presione :trk 1;fdf 13, ldf 13.
  - b. Presione : EXECUTE
3. Presione : R LIN
4. Cuando aparezca en la pantalla "Número de datos".
  - a. Introduzca por teclado el número de datos experimentales.
  - b. Presione : CONTINUE
5. Cuando aparezca en la pantalla "file de datos".
  - a. Introduzca por teclado el número del file donde se encuentran almacenados los datos experimentales.
  - b. Presione : CONTINUE
6. Cuando aparezca en la pantalla "Tiempo prefijado".
  - a. Introduzca por teclado el tiempo prefijado de contaje en segundos.
  - b. Presione : CONTINUE.

Los resultados del cálculo son tabulados, con los siguientes encabezamientos.

TIEMPO PREF.	Tiempo prefijado de contaje, expresado en segs..
MED. DATOS	Valor promedio de los datos experimentales de la tasa de contaje.
DESV. STAND.	Desviación standard de los datos experimentales de la tasa de contaje.
APART.	Valor de la razón varianza a media menos 1, de los datos experimentales de la tasa de contaje.

**B.2** INSTRUCCIONES DE USO Y LISTADO, DEL PROGRAMA DE COMPUTO PARA CALCULAR LA REACTIVIDAD DE UN SISTEMA CRITICO POR EL METODO DEL PERIODO NEGATIVO

Instrucciones de uso :

1. Inserte en la máquina el Cassette "Computación".
2. Cargue el file .
  - a. Presione : trk 0; fdf 20 ; ldf 20
  - b. Presione : EXECUTE
3. Cuando aparezca en la pantalla "Número de datos".
  - a. Introduzca por teclado el número de datos experimentales.
  - b. Presione : CONTINUE
4. Cuando aparezca en la pantalla "file de datos".
  - a. Introduzca por teclado el # de file donde se encuentran almacenados los datos experimentales.
  - b. Presione : CONTINUE
5. Cuando aparezca en la pantalla "Supuesto valor de VIDA MEDIA".
  - a. Introduzca por teclado el supuesto valor de la vida media de los neutrones promptos.
  - b. Presione : CONTINUE

Los resultados obtenidos en el proceso de cómputo son

- COEFICIENTE DE CORRELACION, del ajuste lineal
- PERIODO DEL REACTOR, expresado en segs.
- REACTIVIDAD, Expresada en \$.

♦

C.1 INSTRUCCIONES DE USO Y LISTADO DEL PROGRAMA DE COMPUTO PARA PROCESAR DATOS EXPERIMENTALES DE APARTAMIENTO SEGUN EL MODELO DE FEYNMAN.

Instrucciones de Uso

1. Inserte en la máquina el cassette "COMPUTACION".
2. Cargue el file correspondiente.
  - a. Presione : Trk 0 ; fdf 19, ldf 19
  - b. Presione : EXECUTE
3. Cuando aparezca en la pantalla "número de datos".
  - a. Introduzca por teclado el número de datos experimentales.
  - b. Presione : CONTINUE
4. Cuando aparezca en la pantalla "Reactividad (\$)".
  - a. Introduzca por teclado el valor de la reactividad expresada en dólares.
  - b. Presione : CONTINUE
5. Cuando aparezca en la pantalla "Constante A estimada".
  - a. Introduzca por teclado el valor estimado de la constante A de la expresión del apartamiento según Feynman.
  - b. Presione : CONTINUE
6. Cuando aparezca en la pantalla "Constante ALFA estimada".
  - a. Introduzca por teclado el valor estimado del parámetro  $\alpha$  - Feynman.
  - b. Presione : CONTINUE
7. Cuando aparezca en la pantalla "X".
  - a. Introduzca por teclado el valor del tiempo prefijado de conteo para el cual desea su correspondiente valor de apartamiento.
  - b. Presione : CONTINUE

Los parámetros calculados en el proceso de cómputo se imprimirán con el siguiente formato :

CONSTANTE A, del modelo de Feynman .

ALFA FEYNMAN, ( $\alpha$  p) .

TIEM. FEN. NEU. PRONT, el tiempo de generación de neutrones prontos reducido ( $\Lambda / \bar{\beta}$ ), expresado en segundos.

EFIC. DEL DETECTOR, eficiencia del detector, expresada en (neut. detectados/fisión producida).

Además se tabulan los datos experimentales y ajustados del apartamiento, con los siguientes encabezamientos.

$I$           Número de orden de dato experimental.

$T_i$         Tiempo prefijado de conteo.

Var/Med.-1 : Apartamientos experimentales correspondientes a cada  $T_i$ .

$F(T_i)$  : Apartamientos ajustados correspondientes a cada  $T_i$ .

C.2 LISTADO E INSTRUCCIONES DE USO DEL PROGRAMA DE CALCULO PARA PROCESAR DATOS EXPERIMENTALES DE APARTAMIENTO SEGUN EL MODELO DE BENNETT

Instrucciones de Uso

1. Inserte en la máquina el cassette "Training Prog."
2. Cargue el file correspondiente.
  - a. Presione : trk 0 ; fdf 9; ldf 9
  - b. Presione : EXECUTE
3. En el file 8 cargue los datos correspondientes a los parámetros de neutrones retardados.
 

L [I]      Constante de tiempo del  $i$ -ésimo grupo de neutrones retardados.

F [I]      Fracción efectiva del  $i$ -ésimo grupo de neutrones retardados.
4. En el file 9 cargue los datos experimentales.
 

T [I]      : Tiempo prefijado de contaje.

Var/Med (T) - 1      : Apartamiento.
5. Presione la tecla RUN.
6. Cuando aparezca en la pantalla "B efectivo".
  - a. Introduzca por teclado el valor de la fracción efectiva de neutrones retardados,  $\bar{\beta}$ .
  - b. Presione : CONTINUE
7. Cuando aparezca en la pantalla "Número de datos".
  - a. Introduzca por teclado el # de datos experimentales.
  - b. Presione : CONTINUE
8. Cuando aparezca en la pantalla "reactividad ( $\rho$ )".
  - a. Introduzca por teclado el valor de la reactividad del sistema expresada en dólares
  - b. Presione : CONTINUE

9. Cuando aparezca en la pantalla "raíz pronta estimada".
  - a. Introduzca por teclado el valor estimado de  $\alpha_p$ .
  - b. Presione : CONTINUE
10. Cuando aparezca en la pantalla "Constante C pronta estimada".
  - a. Introduzca por teclado el valor estimado de la constante  $C_p$  de la ecuación 3.53.
  - b. Presione : CONTINUE

Los parámetros calculados en el proceso de cómputo son impresos según el siguiente formato.

Raíz pronta, parámetro ajustado alfa pronto, expresado en  $\text{segs}^{-1}$

Constante pronta, parámetro ajustado de la constante  $C_p$  de la ecuación 3.53.

Efc. detector, eficiencia del detector expresada en (neutrones detectados/neutrón producido).

Tiemp. Gen. pronto, tiempo de generación de neutrones pronto reducido, expresado en  $\text{segs.}$ .

Además se tabulan los datos experimentales y ajustados del apartamiento, con los siguientes encabezamientos.

I	# de Orden .
T [I]	i-ésimo tiempo prefijado de contaje, expresado en $\text{segs.}$ *
Var/Med.-1	Valor experimental del apartamiento, correspondiente al tiempo prefijado $T_i$ .
A [I]	Valor ajustado del apartamiento correspondiente al tiempo prefijado $T_i$ .
$P_{\text{lim}}^i$	Valor experimental de la componente pronta del apartamiento, obtenida por depuración, correspondiente al tiempo prefijado $T_i$ .

$P_i$  Valor de la componente pronta del apartamiento, obtenida por ajuste de mínimos - cuadrados, correspondiente al tiempo pre fijado  $T_i$ .

También se tabulan los parámetros, correspondientes a los grupos de neutrones retardados, que intervienen en la ecuación (3.51), según los siguientes encabezamientos.

$I$   $i$ -ésimo grupo de neutrones retardados.  
Si  $I = 7$ .

$C[I]$  Valor del parámetro  $C_k$  de la ecuación 3.51 .

$S[I]$  Valor del parámetro  $\lambda_k$  de la ecuación 3.51.

D. DETERMINACION DE ERRORES DE PARAMETROS DE AJUSTE PARA FUNCIONES NO LINEALES

Cuando se trata de ajustar funciones no lineales  $P(X_j, \underline{c})$  se minimiza la función  $\chi^2(\underline{c})$  (ref. 24, pág. 159; ref. 30, pág. 155)

$$\chi^2(\underline{c}) = \sum_{i=1}^n \frac{[y_i - P(x_i, \underline{c})]^2}{\sigma_i^2} \quad D.1$$

El método usual de ataque es partir con un valor aproximado de  $\underline{c}$ , por decir  $\underline{c}^{(1)}$  y minimizar  $\chi^2(\underline{c})$  mediante un proceso iterativo.

En general podemos representar

$$P(\underline{x}, \underline{c}) = f(\underline{c}) \quad D.2$$

El sistema de ecuaciones que minimiza  $\chi^2(\underline{c})$  es

$$G_j(\underline{c}) = \frac{1}{2} \frac{\partial \chi^2}{\partial c_j} \quad D.3$$

$$\forall j = 1, \dots, m$$

$m$  : # de parámetros de ajuste.

El sistema de ecuaciones (D.3) puede representarse como:

$$\underline{G}(\underline{c}) = 0 \quad D.4$$

Desarrollando  $\underline{G}(\underline{c})$  en serie de Taylor alrededor de la  $l$ -ésima aproximación del vector de parámetros de ajuste  $\underline{c}_e$ , obtenemos:

$$\underline{G}(\underline{c}) = \underline{G}(\underline{c}_e) + \underline{D}(\underline{c}_e)(\underline{c} - \underline{c}_e) \quad D.5$$



donde

$C^*$  verdadero vector de parámetros de ajuste

$D_{jk}(C_e)$  : componente (jk) de la matriz simétrica  $\underline{D}(C_e)$

$$D_{jk}(C_e) = \frac{\partial G_j(C_e)}{\partial C_k} = \frac{\partial^2 \chi^2(C_e)}{\partial C_j \partial C_k} \quad D.6$$

Resolviendo la ecuación (D.5) para  $C^*$ , conseguimos  $C_{e+1}$

$$C_{e+1} = C_e - \underline{D}^{-1}(C_e) G(C_e) \quad D.7$$

Si hacemos

$$\underline{D}^{-1}(C_e) = \underline{M}^{-1}(C_e)$$

y lo reemplazamos en la ecuación (D.7) obtenemos

$$C_{e+1} = C_e + \underline{M}^{-1}(C_e) G(C_e) \quad D.9$$

La matriz  $\underline{M}^{-1}(C_e)$  es la denominada matriz de covarianzas o errores del vector de parámetros de ajuste  $C_e$ .

A continuación pasaremos a obtener las expresiones correspondientes a los elementos de matriz  $\underline{M}$  (ref. 26, pag 15).

$$M_{jk}(C_e) = - \frac{\partial G_j(C_e)}{\partial C_k} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2(C_e)}{\partial C_j \partial C_k} \quad D.10$$

A partir de la ecuación (D.1) obtenemos

$$M_{jk}(C_e) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2} \frac{\partial f_i(C_e)}{\partial C_j} \frac{\partial f_i(C_e)}{\partial C_k} = \sum \frac{[y_i - f(C_e)]}{\sigma_i^2} \frac{\partial^2 f(C_e)}{\partial C_j \partial C_k} \quad D.11$$

El segundo término de la expresión (D.11) se anula; por lo tanto

$$M_{jk}(\underline{c}_e) = \sum_{i=1}^m \frac{1}{\sigma_i^2} \frac{\partial f(\underline{c}_e)}{\partial c_j} \frac{\partial f(\underline{c}_e)}{\partial c_k} \quad \text{D.12}$$

donde

$$j, k = 1, 2, \dots, m$$

Los elementos de la diagonal de la matriz  $\underline{M}^{-1}(\underline{c}_e)$  dan los errores de los parámetros de ajuste  $\underline{c}_e$  (ref. 26, pag. 20).

$$\Delta c_{e,k} = \sqrt{\frac{\text{cofactor}(M_{kk})}{\det \underline{M}}} \quad \text{D.13}$$