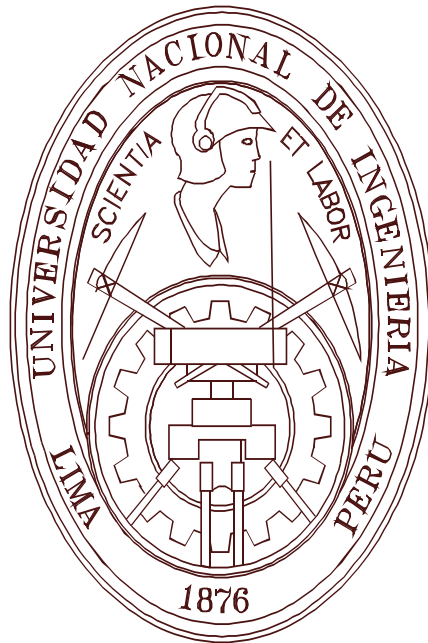


**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA  
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL  
SECCION DE POSGRADO**



**COMPORTAMIENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO  
REFORZADAS EXTERNAMENTE CON PLATINAS DE FIBRAS DE  
CARBONO**

**TESIS**

**Para optar el Grado de Maestro en Ciencias**

**con mención en**

**INGENIERIA ESTRUCTURAL**

**Ing<sup>o</sup> Luis Ricardo Proaño Tataje**

**Lima-Perú**

**2012**

COMPORTAMIENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO  
REFORZADAS EXTERNAMENTE CON PLATINAS DE FIBRAS DE  
CARBONO

Ing<sup>o</sup> Luis Ricardo Proaño Tataje

Presentado a la Sección de Posgrado de la Facultad de Ingeniería Civil en  
cumplimiento parcial de los requerimiento para el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS CON MENCION EN INGENIERIA ESTRUCTURAL  
DE LA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

2011

Autor : Ing<sup>o</sup> Luis Ricardo Proaño Tataje

Recomendado : PhD. Ing<sup>o</sup> Hugo Scaletti Farina  
Asesor de la Tesis

Aceptado por : CE. Ing. Francisco Coronado del Aguila  
Jefe de la Sección de Posgrado

@ 2012; Universidad Nacional de Ingeniería, todos los derechos reservados ó el  
autor autoriza a la UNI-FIC a reproducir la tesis en su totalidad o en partes.

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco al Dr. Ing. Andreas Maurial, Decano de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad de Ciencias Aplicadas de Regensburg - Alemania por su apoyo incondicional, a través de sus múltiples viajes al Perú, para el desarrollo de la presente tesis.

Agradezco al Ing. Sebastian Schmidt de la Universidad de Ciencias Aplicadas de Regensburg – Alemania, compañero en el desarrollo de los ensayos experimentales de laboratorio en las instalaciones del CISMID, el cual utilizó los resultados experimentales para la obtención del grado de ingeniero civil en Alemania. También agradezco la participación del Ing. Mathias Wild de la Universidad de Ciencias Aplicadas de Regensburg – Alemania por su colaboración en el desarrollo de los ensayos.

Del mismo, modo agradezco a las empresas SIKA Perú y UNICON por la donación de platinas de fibras de carbono SIKA CARBODUR y mantas de fibra de carbono MBrace respectivamente, para el desarrollo de los ensayos.

Agradezco al Dr. Ing. Carlos Alberto Zavala Toledo, director del CISMID UNI por su valiosa participación y ayuda en el desarrollo de los ensayos experimentales.

Finalmente, agradezco al Dr. Ing. Hugo Scaletti Farina, asesor del presente trabajo de investigación, por su colaboración e insistencia para la finalización de la presente tesis.

**A LA NATURALEZA Y MI ESPOSA.....**

## RESUMEN

La necesidad de refuerzo estructural en una infraestructura existente puede venir motivada por la aparición de nuevos condicionantes de uso o por la degradación de los materiales. Desde finales de los años sesenta, la técnica del refuerzo mediante la adhesión de platabandas metálicas se ha llevado a la práctica como alternativa a otros métodos de refuerzo tradicionales. Sin embargo, las platabandas metálicas presentan algunas desventajas, como son su peso y su posible corrosión por agentes atmosféricos, que pueden solventarse sustituyéndolas por laminados de polímeros reforzados con fibras de carbono (FRP). Estos materiales poseen relaciones resistencia/peso y rigidez/peso mayores que el acero, facilitando su colocación, reduciendo costos y plazos de ejecución. Por ello, desde su aparición en los años noventa, se ha observado un uso creciente de los laminados FRP en el campo del refuerzo estructural.

En numerosos estudios empíricos se observa como la aplicación de laminados FRP adheridos al concreto puede resultar en una rotura frágil que conduce al desprendimiento prematuro del refuerzo externo antes de alcanzar la carga última. Este desprendimiento del laminado FRP suele iniciarse en el recubrimiento, es decir, en el punto más débil de la interfase entre concreto y la platina o lamina de fibra de carbono, bien sea por tensiones excesivas en sus extremos, bien sea por el efecto de las fisuras de flexión o cortante en zonas alejadas al anclaje.

El presente estudio pretende explicar el comportamiento de la interfase entre el concreto y la platina FRP de modo de intentar entender este tipo de falla prematura por desprendimiento de la platina. Se ha prestado especial atención a la transferencia de tensiones de la platina ó lamina FRP al concreto.

En el Capítulo 1, estará dirigido establecer de manera introductoria los fundamentos para el reforzamiento a flexión de vigas con platinas de fibra de carbono, las propiedades mecánicas de los adhesivos epóxicos, las platinas y láminas de fibras de carbono. Del mismo modo, se han catalogado los tipos de falla observados en vigas de concreto reforzadas externamente con platinas de fibra de carbono y se plantearán los fundamentos teóricos elásticos para el reforzamiento de vigas sujetas a flexión.

En el capítulo 2, se estudian mecanismos no lineales de fractura para analizar el comportamiento de la interfase sujeta a cortante puro. Se establecerán las ecuaciones



que gobiernan la interfase y se determinarán las relaciones entre el esfuerzo cortante – desplazamiento relativo en la interfase. Así mismo, se analizará el comportamiento de la interfase a través de los distintos estados lineales y no lineales en la interfase hasta la falla por pérdida de adherencia o desprendimiento de la platina. Se establecerán criterios de energía para el cálculo de la fuerza de transferencia.

En el capítulo 3, se estudiará el comportamiento de la interfase en vigas. Se plantearán las ecuaciones que gobiernan en la interfase y la distribución de esfuerzos cortantes y esfuerzos axiales en la platina para los distintos estados en tramos entre grietas y entre el extremo de la platina y la grieta más cercana.

En el capítulo 4, se presenta el programa experimental de ensayos para elementos de concreto con platinas o láminas de fibras de carbono adheridas. Se prepararon dos especímenes de concreto con platinas y láminas FRP sujetos a cortante simple y ocho vigas de concreto armado reforzadas a flexión con platinas y láminas de fibras de carbono sujetos a flexión y cortante por carga última. Se hacen algunas comparaciones entre los resultados.

En el capítulo 5, se comenta de forma breve el estado del arte para los códigos alemán y estadounidense.

El estudio mostrado en la presente tesis fue desarrollado bajo el convenio marco de cooperación, de fecha 07 de Noviembre de 2005, entre la Universidad Nacional de Ingeniería de Perú, la Universidad de Ciencias Aplicadas de Regensburg de Alemania y la Universidad Autónoma Metropolitana, unidad Azcapotzalco de México que tuvo por finalidad el desarrollo e Implementación de Módulos de Enseñanza sobre la Rehabilitación y el Reforzamiento de Construcciones Existentes.

Los trabajos relacionados con el desarrollo de formulaciones de la presente tesis comenzaron en la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad de Ciencias Aplicadas de Regensburg – Alemania en el año de 2006. Los trabajos relacionados con los ensayos experimentales se desarrollaron en el Laboratorio de Estructuras del Centro Peruano Japonés de Investigaciones Sísmicas y Mitigación de Desastres CISMID de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de Ingeniería del Perú en el año de 2007.

## ABSTRACT

The strengthening of aging infrastructures is in most cases required because of the necessity for increased levels of service loads or because of the degradation of structural materials. The technique of strengthening by externally bonding steel plates has been in practice as an alternative to other traditional methods since the late 1960's. However, steel plates present some disadvantages in terms of weight and corrosion that can be solved by replacing them with fiber reinforced polymer (FRP) laminates. FRP laminates provide benefits such as high strength-to-weight and stiffness-to-weight ratios, corrosion resistance as well as reduced installation costs due to their easy-handling. As a result, FRP laminates have been used extensively to strengthen reinforced concrete structures in many parts of the world since the 1990's.

Existing experimental work has shown that the application of externally bonded laminates FRP can result in a catastrophic brittle failure in the form of a premature debonding of the laminate before reaching the design load. Since the weakest point in the bond between the concrete and the external reinforcement is the concrete layer near the surface, the most common laminate debonding occurs in the concrete cover along a weakened layer or along the embedded steel reinforcement. Laminate debonding can initiate in areas far from the anchorage zone due to the effects of flexural or shear cracks, or can initiate at the laminate end due to a high stress concentration at the cut-off point.

This study aims to explain the behavior of the interface between concrete and FRP plate in order to understand this type of premature failure by debonding of the plate. Special attention has been drawn on to transfer of stresses from laminate to concrete through the interface.

In Chapter 1, is leaded to establish in an introduction way the basis for flexural strengthening beams with carbon fiber plates, the mechanical properties of epoxy adhesives, and carbon fiber sheets and laminates. Similarly, we have listed the types of failure observed in externally reinforced concrete beams with carbon fiber plates and raise the theoretical foundations for the reinforcement of elastic beams subjected to bending.

In chapter 2, we study nonlinear fracture mechanisms to analyze the behavior of the interface subjected to pure shear. We will establish the equations governing the

interface and determine the relationship between the shear stress - relative displacement at the interface. Also, we will analyze the behavior of the interface through different linear and nonlinear states at the interface until failure by debonding or cover lamination. Energy criteria will be established for the calculation of the transference force.

In chapter 3, we study the behavior of the interface beams. It will identify the governing equations at the interface and the distribution of shear forces in the interface and axial forces on the bonded laminate for different states in sections between cracks and between the end of the laminate and the nearest crack.

Chapter 4 presents the experimental program of tests for concrete elements with plates or sheets of carbon fibers bonded. Two specimens were prepared concrete with FRP plates and sheets subject to simple shear force and eight reinforced concrete beams strengthened in bending with plates and sheets of carbon fibers subjected to bending and shear ultimate load. Some comparisons are made between the results.

In chapter 5, we discuss briefly discusses the state of the art for the German and U.S. codes.

The study of this thesis was developed under the cooperation framework agreement, dated November 7, 2005, between the National Engineering University of Peru, the University of Applied Sciences in Regensburg in Germany and the Autonomous Metropolitan University, Azcapotzalco of Mexico was aimed at the development and implementation of Teaching Modules on Rehabilitation and Strengthening of Existing Buildings.

The work on the development of formulations of this thesis began in the Faculty of Civil Engineering at the University of Applied Sciences in Regensburg - Germany in 2006. The work on the experimental tests was carried out in the Structures Laboratory of the Japanese Peruvian Center for Earthquake Research and Mitigation CISMID of Civil Engineering Faculty of Engineering University of Peru in 2007.

## INDICE

<i>Resumen</i> .....	<i>i</i>
<i>Abstract</i> .....	<i>iii</i>
<i>Índice</i> .....	<i>v</i>
<i>Índice de figuras</i> .....	<i>ix</i>
<i>Índice de tablas</i> .....	<i>xviii</i>
<i>Índice de fotografías</i> .....	<i>xix</i>
<i>Índice de variables y símbolos</i> .....	<i>xxi</i>

### **CAPITULO I**

#### **FUNDAMENTO TEÓRICO – REFORZAMIENTO DE VIGAS DE CONCRETO POR FLEXIÓN CON PLATINAS DE FIBRAS DE CARBONO**

1.1 Introducción.....	1
1.2 Objetivo del estudio.....	2
1.3 Reforzamiento a flexión de vigas con platinas de fibra de carbón.....	3
1.3.1 Filosofía del diseño del reforzamiento de vigas de concreto armado con platinas de fibras de carbono.....	3
1.3.2 Método de aplicación.....	5
1.3.2.1 Preparación del sustrato de concreto .....	5
1.3.2.2 Verificación de las condiciones de humedad y temperatura .....	6
1.3.2.3 Prueba de adherencia .....	6
1.3.2.4 Aplicación del refuerzo externo sobre la viga de concreto .....	6
1.4 Propiedades mecánicas de los adhesivos y las platinas o láminas de fibras de carbono .....	8
1.4.1 Adhesivos .....	8
1.4.2 En los productos de fibra de carbono para uso como refuerzo externo de los elementos de concreto armado existen dos tipos.....	9
1.5 Tipos de falla en vigas de concreto reforzadas externamente con platinas de fibra de carbono .....	10
1.5.1 Acción compuesta completa entre el concreto y la platina FRP.....	11
1.5.2 Pérdida de la acción compuesta entre el concreto y la platina FRP.....	12

1.6	Fundamento teórico para el reforzamiento de vigas a flexión.....	15
1.6.1	Análisis lineal elástico en el extremo de la platina .....	15
1.6.1.1	Distribución del esfuerzo cortante .....	16
1.6.1.2	Distribución del esfuerzo normal .....	18
1.6.2	Análisis lineal elástico para un tramo de viga entre dos grietas .....	22
1.6.3	Análisis lineal elástico para una viga pre-agrietada .....	24

## **CAPITULO 2**

### **ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LA INTERFASE SUJETO A CORTANTE PURO A TRAVÉS DE MECANISMOS NO LINEALES DE FRACTURA**

2.1	Introducción.....	27
2.2	Introducción al mecanismo No-Lineal de fractura .....	27
2.2.1	Aplicación a platinas adheridas - Mecanismos de falla No lineales .....	29
2.3	Ecuaciones que gobiernan en la interfase .....	33
2.3.1	La ecuación de Volkersen.....	33
2.3.2	Relaciones de Esfuerzo – Deformación para el esfuerzo cortante por adherencia y desplazamiento relativo o deslizamiento .....	35
2.3.3	Relación bilineal de esfuerzo – deformación para el esfuerzo cortante por adherencia y desplazamiento relativo o deslizamiento .....	38
2.3.4	Ecuación de Volkersen para cortante puro en una junta cargada .....	39
2.4	Comportamiento de la Interfase de Unión previo a la iniciación del proceso de pérdida de adherencia .....	41
2.4.1	Estado 1 .....	41
2.4.2	Estado 2 .....	43
2.4.3	Longitudes de adherencia largas y cortas .....	46
2.4.4	Estado 2 para largas longitudes de adherencia .....	47
2.4.5	Estado 2 para longitudes de adherencia cortas .....	54
2.4.5.1	Estado 2a.....	54
2.4.5.2	Estado 2b.....	56
2.5	Proceso de Pérdida de Adherencia.....	58
2.5.1	Longitudes de adherencia largas .....	59
2.5.1.1	Estado 3a .....	59
2.5.1.2	Estado 3b .....	63
2.6	Alcance Lineal Simplificado .....	66
2.7	Parámetros del modelo .....	68

2.7.1 Determinación de $\tau_{LM}$ .....	68
2.7.2 Determinación de la energía de fractura $G_F$ .....	71
2.7.3 Determinación de $s_{LM}$ .....	72
2.7.4 Determinación de $S_{L0}$ .....	73
2.8 Aplicación de la formulación propuesta a un espécimen sujeto a cortante puro .....	74
2.8.1 Ejemplo de un espécimen con una platina adherida con longitud de adherencia larga (L=600mm) .....	75
2.8.2 Ejemplo de un espécimen con una platina adherida en una longitud de adherencia corta (L=200mm).....	81

### **CAPITULO 3**

#### **ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LA INTERFASE EN VIGAS**

3.1 Introducción.....	87
3.2 Ecuaciones que gobiernan la interfase entre el concreto y la platina de fibra de Carbono .....	87
3.3 Distribución de esfuerzos y deformaciones en un elemento entre dos grietas en una viga.....	93
3.3.1 Estado 1.....	94
3.3.2 Estado 2 .....	96
3.3.2.1 Estado 2a.1 .....	96
3.3.2.2 Estado 2a.2 .....	99
3.3.2.3 Estado 2b.....	102
3.3.2.4 Longitudes cortas y largas entre grietas .....	109
3.3.3 Estado 3.....	111
3.3.3.1 Estado 3a .....	112
3.3.3.2 Estado 3b.....	114
3.3.3.3 Estado 3c.....	117
3.4 Distribución de esfuerzos y deformaciones entre el extremo libre de la platina de refuerzo FRP y la grieta más próxima en una viga .....	120
3.4.1 Estado 1 .....	122
3.4.2 Estado 2.....	124
3.4.2.1 Estado 2a .....	124
3.4.2.2 Estado 2b .....	126
3.4.2.3 Longitudes límite entre longitudes de adherencia cortas y largas entre el extremo de la platina FRP y la grieta más cercana .....	128

3.4.3 Estado 3 .....	130
3.4.3.1 Estado 3a .....	130
3.4.3.2 Estado 3b .....	132
3.5 Fuerza de transferencia .....	135
3.5.1 Para el caso de un elemento entre dos grietas intermedias en una viga externamente reforzada con una platina FRP .....	135
3.5.2 Para el caso de un elemento entre el extremo de la platina y la grieta más cercana en una viga externamente reforzada con una platina FRP .....	138
3.6 Análisis de una viga .....	140
3.6.1 Análisis de un elemento de viga entre dos grietas sujeto a flexión pura .....	140
3.6.2 Análisis de un elemento de viga entre el extremo de la platina de refuerzo FRP y la grieta más cercana .....	145

## **CAPITULO 4**

### **ENSAYOS EXPERIMENTALES**

4.1 Introducción .....	153
4.2 Programa experimental de ensayos .....	153
4.3 Ensayo de materiales .....	158
4.3.1 Concreto .....	158
4.3.2 Acero .....	160
4.3.3 Fibras de Carbono .....	161
4.4 Ensayos de especímenes a cortante puro .....	162
4.4.1 Ensayo a cortante puro de sistema SIKA Carbodur .....	163
4.4.2 Ensayo a cortante puro de sistema MBrace .....	163
4.5 Ensayos de vigas a flexión .....	165
4.5.1 Viga de control .....	165
4.5.2 Viga 1A .....	168
4.5.3 Viga 1B .....	173
4.5.4 Viga 2A .....	177
4.5.5 Viga 2B .....	184
4.5.6 Viga 3A .....	190
4.5.7 Viga 3B .....	194
4.5.8 Viga 3C .....	198
4.6 Algunos comentarios sobre los resultados de los ensayos a flexión .....	203

## CAPITULO 5

### FILOSOFIAS DE DISEÑO DE VIGAS A FLEXIÓN SEGÚN LOS CÓDIGOS DE ESTADO UNIDOS Y ALEMANIA

5.1	Introducción .....	213
5.2	Filosofías de diseño para el diseño de reforzamientos externos de estructuras de concreto a través de sistemas de fibras de carbono FRP Programa experimental de.... ensayos .....	213
5.3	Modos de Falla .....	214
5.4	Consideraciones para el reforzamiento de vigas de concreto con platinas FRP .....	215
5.5	ACI 440-08 – Lineamientos para el Diseño y Construcción de reforzamientos externos de estructuras de concreto a través de sistemas de fibras de carbono FRP – Código de Estados Unidos .....	214
5.5.1	Límites para el reforzamiento externo con platinas de fibras de carbono .....	216
5.5.2	Propiedades de los materiales para el diseño .....	216
5.5.3	Resistencia nominal .....	217
5.5.4	Consideraciones para establecer la falla por desprendimiento de la platina (debonding) .....	218
5.5.5	Resistencia al cortante .....	219
5.5.6	Deformaciones existentes en el sustrato de concreto .....	219
5.5.7	Nivel de deformación en la platina externa de refuerzo FRP .....	219
5.5.8	Nivel de esfuerzos en la platina de refuerzo FRP .....	220
5.5.9	Factor de reducción de la resistencia .....	220
5.5.10	Resistencia a las cargas de servicio .....	220
5.5.11	Capacidad última de una viga reforzada externamente con platinas de fibras de carbono FRP .....	221
5.5.12	Longitud de anclaje en extremo de vigas y desprendimiento del extremo de la platina .....	223
5.5.13	Diagrama de flujo para el reforzamiento de una viga reforzada externamente con platinas de fibras de carbono, según ACI-440-08 .....	224
5.6	DAfStb – Lineamientos para el reforzamiento de estructuras de concreto reforzado con refuerzo externamente adherido de fibras de carbono – Código Alemán .....	226
5.6.1	Límites para el reforzamiento con platinas de fibras de carbono .....	226
5.6.2	Propiedades de los materiales para el diseño .....	226
5.6.3	Límite para la deformación unitaria en la platina FRP .....	227



5.6.4 Fuerza de transferencia en el extremo de la platina y la longitud de anclaje en el extremo de la platina .....	228
5.6.5 Diagrama de Flujo para el reforzamiento de una viga reforzada externamente con platinas de fibras de carbono .....	229
5.6.6 Otras consideraciones del código alemán .....	232

## **CAPITULO 6**

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	233
6.1. Conclusiones .....	233
6.2. Recomendaciones .....	245

## **BIBLIOGRAFIA**

.....	247
-------	-----

## INDICE DE FIGURAS

### CAPITULO I

#### FUNDAMENTO TEÓRICO – REFORZAMIENTO DE VIGAS DE CONCRETO POR FLEXIÓN CON PLATINAS DE FIBRAS DE CARBONO

Figura 1.1	Diagrama general de momento curvatura de vigas reforzadas con Platinas FRP .....	1
Figura 1.2	Fallas por rotura del concreto de la viga.....	11
Figura 1.3	Ruptura de la platina FRP.....	11
Figura 1.4	Falla por cortante en la viga de concreto.....	11
Figura 1.5	Fallas en el adhesivo entre la viga y la platina FRP .....	12
Figura 1.6	Fallas en extremo de la platina .....	13
Figura 1.7	Falla por cortante en extremo de la platina.....	14
Figura 1.8	Falla por cortante en extremo de la platina.....	14
Figura 1.9	Falla por cortante en extremo de la platina.....	15
Figura 1.10	Fuerzas actuantes en un elemento diferencial .....	16
Figura 1.11	Fuerzas verticales actuantes en un elemento diferencial .....	18
Figura 1.12	Viga de concreto utilizada para el cálculo del esfuerzo cortante y normal en la interfase y el esfuerzo axial en la platina FRP de fibra de carbono .....	20
Figura 1.13	Modelo matemático de viga utilizado para el cálculo del esfuerzo cortante y normal en la interfase, y el esfuerzo axial en la platina FRP de fibra de carbono. ....	21
Figura 1.14	Esfuerzo cortante en la interfase .....	21
Figura 1.15	Esfuerzo normal en la interfase .....	22
Figura 1.16	Esfuerzo axial en la platina FRP de fibra de carbono.....	22
Figura 1.17	Fuerzas actuantes en un tramo de viga entre dos grietas.....	23
Figura 1.18	Distribución de esfuerzos cortantes en un tramo de viga entre grietas .....	24
Figura 1.19	Distribución del esfuerzos cortantes a lo largo de la interfase de una viga pre-agrietada .....	25

### CAPITULO 2

#### ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LA INTERFASE SUJETO A CORTANTE PURO A TRAVÉS DE MECANISMOS NO LINEALES DE FRACTURA

Figura 2.1	Movimiento de propagación de la grieta.....	29
Figura 2.2	Junta de adherencia entre una platina lineal elástica y un soporte lineal elástico .....	30

Figura 2.3	Relaciones de esfuerzo cortante por adherencia – desplazamiento relativo	30
Figura 2.4	Energía almacenada en un punto.....	31
Figura 2.5	Energía de fractura GF .....	32
Figura 2.6	Incremento de la fractura.....	32
Figura 2.7	Modelo para ensayo de cortante puro .....	34
Figura 2.8	Junta de adherencia sujeta a cortante puro. ....	34
Figura 2.9	Relaciones esfuerzo cortante por adherencia $\tau$ vs. Desplazamiento relativo o adherencia s.....	36
Figura 2.10	Relación bilineal de esfuerzo cortante ( $\tau$ ) – deformación (s).....	39
Figura 2.11	Distribución del esfuerzo cortante y axial en la platina en el estado 1 .....	41
Figura 2.12	Distribución del esfuerzo cortante y axial en la platina en el estado 2 .....	43
Figura 2.13	Longitudes de adherencia largas y cortas en el estado 2 .....	46
Figura 2.14	Distribución del esfuerzo cortante durante el estado 2b .....	56
Figura 2.15	Distribución de esfuerzos en el estado 3a.....	59
Figura 2.16	Distribución de esfuerzos al comienzo del estado 3b .....	64
Figura 2.17	Evolución del esfuerzo cortante durante el estado 3b.....	65
Figura 2.18	Relación lineal de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo simplificada .....	67
Figura 2.18a	Círculo de Mohr.....	69
Figura 2.19	Izquierda: Longitud de adherencia larga. Derecha: longitud de adherencia corta .....	75
Figura 2.20	Distribución de esfuerzos cortantes en los estados 1 y 2a.....	76
Figura 2.21	Distribución de esfuerzos cortantes en el estado 3a .....	77
Figura 2.22	Distribución de esfuerzos cortantes en el estado 3b .....	77
Figura 2.23	Fuerza de transferencia vs. desplazamiento relativo en el extremo cargado de la platina .....	78
Figura 2.24	Distribución de esfuerzos cortantes a lo largo de la longitud adherida durante los estados 1 y 2a. ....	79
Figura 2.25	Distribución de esfuerzos cortantes a lo largo de la longitud adherida durante el estado 3a.....	80
Figura 2.26	Distribución de esfuerzos cortantes a lo largo de la longitud adherida durante el estado 3b.....	80
Figura 2.27	Distribución de esfuerzos cortantes a lo largo de la longitud adherida durante los estados 1 y 2a. ....	81
Figura 2.28	Distribución de esfuerzos cortantes a lo largo de la longitud adherida durante el estado 2b.....	82
Figura 2.28	Distribución de esfuerzos de tensión en la platina a lo largo de la longitud	

	adherida durante los estados 1 y 2a. ....	83
Figura 2.29	Distribución de esfuerzos de tensión en la platina a lo largo de la longitud adherida durante el estado 2b. ....	83
Figura 2.30	Fuerza de transferencia en la platina para una longitud de adherencia de 250mm. ....	84
Figura 2.31	Comparación de las fuerzas de transferencia para una longitud de adherencia larga L=600mm) y corta (L=250mm) ....	85

### CAPITULO 3

#### ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LA INTERFASE EN VIGAS

Figura 3.1	Fuerzas actuando en una sección diferencial “dx” de una viga reforzada externamente con una platina de fibra de carbono FRP.....	88
Figura 3.2	Fuerzas actuando en una sección diferencial de un elemento entre dos grietas existentes. ....	90
Figura 3.3	Fuerzas actuando en un elemento entre dos grietas existentes. ....	94
Figura 3.4	Distribución del esfuerzo cortante intersticial y esfuerzo axial en la platina FRP en un elemento entre grietas en el estado 1.....	95
Figura 3.5	Distribución del esfuerzo cortante intersticial, y esfuerzo axial en la platina en un elemento entre grietas en el estado 2a.1.....	97
Figura 3.6	Distribución del esfuerzo cortante intersticial, y esfuerzo axial en la platina en un elemento entre grietas en el estado 2a.2.....	100
Figura 3.6a	Distribución del esfuerzo cortante, cuando el máximo esfuerzo cortante $\tau_{LM}$ llega a la grieta “i” en un elemento entre grietas en el estado 2b. ....	103
Figura 3.7	Relación entre los esfuerzos de tensión en la platina de refuerzo en las grietas i y j en un tramo sujeto a flexión y cortante ( $M_i \neq M_j$ ).....	105
Figura 3.7	Esfuerzo de tensión límite en el desarrollo del estado 2b.....	108
Figura 3.8	Esfuerzo de tensión límite en el desarrollo del estado 2b con el desarrollo del esfuerzo de tensión de la platina en la grieta j. ....	108
Figura 3.9	Distribución del esfuerzo cortante para una distancia entre grietas igual al límite entre las longitudes de adherencia largas y cortas.....	110
Figura 3.10	Distribución del esfuerzo cortante y de la tensión axial en la platina en un elemento entre grietas en el estado 3a.....	112
Figura 3.11	Distribución del esfuerzo cortante y tensión axial en un elemento entre grietas en el estado 3b.....	116
Figura 3.12	Distribución del esfuerzo cortante y tensión axial en un elemento entre grietas en el estado 3c. ....	118

Figura 3.13	Distribución del esfuerzo de tracción del concreto asumida. ....	121
Figura 3.14	Distribución del esfuerzo cortante en un elemento de viga ubicado entre el extremo de la platina FRP y la grieta j más cercana, en el estado 1.....	123
Figura 3.15	Distribución del esfuerzo cortante en un elemento de viga ubicado entre el extremo de la platina FRP y la grieta j más cercana, en el estado 2a.....	124
Figura 3.16	Distribución del esfuerzo cortante en un elemento de viga ubicado entre el extremo de la platina FRP y la grieta j más cercana, en el estado 2b.....	127
Figura 3.17	Distribución del esfuerzo cortante en un elemento de viga ubicado entre el extremo de la platina FRP y la grieta j más cercana, en el estado 3a.....	130
Figura 3.18	Distribución del esfuerzo cortante en un elemento de viga ubicado entre el extremo de la platina FRP y la grieta j más cercana, en el estado 3a.....	132
Figura 3.19	Elemento de viga entre dos grietas sujeto a flexión pura .....	140
Figura 3.20	Distribución del esfuerzo cortante en un elemento de viga entre dos grietas sujeto a flexión pura.....	141
Figura 3.21	Diagrama de momento curvatura de sección reforzada y no reforzada con platina FRP.....	141
Figura 3.22	Diagrama momento curvatura de sección reforzada y no reforzada con platina FRP.....	143
Figura 3.23	Fuerza de transferencia entre una grieta extrema y el punto medio del tramo de esfuerzo cortante nulo.....	144
Figura 3.24	Elemento de viga entre dos grietas sujeto a flexión pura .....	146
Figura 3.25	Distribución del esfuerzo cortante en un elemento de viga entre el extremo de la platina FRP de refuerzo y la grieta más cercana durante los estados 1 y 2a – se considera la resistencia a la tracción del concreto. ....	146
Figura 3.26	Distribución del esfuerzo cortante en un elemento de viga entre el extremo de la platina FRP de refuerzo y la grieta más cercana durante los estados 1 y 2a – no se considera la resistencia a tracción del concreto. ....	147
Figura 3.27	Distribución del esfuerzo cortante en un elemento de viga entre el extremo de la platina FRP de refuerzo y la grieta más cercana en el estado 2b. ....	148
Figura 3.28	Distribución del esfuerzo de tensión en la platina FRP de refuerzo entre el extremo de la platina y la grieta más cercana en los estado 1 y 2a.....	149
Figura 3.29	Distribución del esfuerzo de tensión en la platina FRP de refuerzo entre el extremo de la platina y la grieta más cercana en el estado 2b. ....	150
Figura 3.30	Fuerza máxima de transferencia en un elemento ubicado entre el extremo de la platina y la grieta más cercana. ....	151

## CAPITULO 4

### ENSAYOS EXPERIMENTALES

Figura 4.1	Especímenes de concreto con platinas y láminas FRP adheridas para ensayo a cortante.....	152
Figura 4.2	Vigas de concreto con platinas y/o láminas FRP adheridas para ensayo a flexión pura sometidas a carga última.....	155
Figura 4.3	Disposición de transductores en los ensayo de vigas a flexión.....	156
Figura 4.4	Secciones de viga a ser ensayadas a flexión con diferente refuerzo interno de acero y refuerzo externo con FRP .....	157
Figura 4.5	Curva teórica de Kent & Park Modificado 1982 .....	159
Figura 4.6	Curva de concreto confinado (Kent& Park, 1982) basada en ensayos .....	160
Figura 4.7	Curva experimentales de varillas de acero corrugado en tracción .....	161
Figura 4.8	Esquema del patrón de agrietamiento de viga de control.....	166
Figura 4.9	Carga vs. Deflexión al medio del claro de la viga .....	166
Figura 4.10	Momento curvatura de la sección de la viga de control.....	167
Figura 4.11	Esquema del patrón de agrietamiento de viga 1A. ....	168
Figura 4.12	Grafica de carga aplicada a la viga Vs. deflexión al centro de la viga .....	169
Figura 4.13	Deformaciones unitarias en la platina FRP.....	170
Figura 4.14	Esfuerzos axiales de la platina FRP en dos tramos entre grietas .....	170
Figura 4.15	Esfuerzos cortantes entre grietas .....	171
Figura 4.16	Esquema del patrón de agrietamiento de viga 1A durante el ensayo por carga última. ....	171
Figura 4.17	Diagrama de momento curvatura de viga 1 <sup>a</sup> .....	173
Figura 4.18	Esquema del patrón de agrietamiento de viga 1B. ....	174
Figura 4.19	Grafica de carga aplicada a la viga Vs. Deflexión al centro de la viga .....	175
Figura 4.20	Esquema del patrón de agrietamiento de viga 1B durante el ensayo por carga última. ....	175
Figura 4.21	Diagrama de momento curvatura de viga 1B .....	176
Figura 4.22	Esquema del patrón de agrietamiento de viga 2A. ....	177
Figura 4.23	Grafica de carga aplicada a la viga Vs. deflexión al centro de la viga .....	179
Figura 4.24	Deformaciones unitarias en la platina FRP en dos tramos entre grietas .....	179
Figura 4.25	Deformaciones unitarias de la platina en toda la longitud del refuerzo externo. ....	180
Figura 4.26	Esfuerzos axiales en la lámina en dos tramos entre grietas.....	180
Figura 4.27	Deformaciones unitarias de la platina en toda la longitud del refuerzo externo.....	181
Figura 4.28	Esfuerzos cortantes en dos tramos entre grietas .....	181

Figura 4.28b Esquema del patrón de agrietamiento de la viga 2A durante el ensayo por carga ultima. ....	182
Figura 4.29 Diagrama de momento curvatura de viga 2A.....	184
Figura 4.30 Esquema del patrón de preagrietamiento de viga 2B. ....	185
Figura 4.31 Grafica de carga aplicada Vs. Deflexión al centro de la viga 2B. ....	186
Figura 4.32 Deformaciones unitarias en dos tramos entre grietas de la viga 2B.....	187
Figura 4.33 Deformaciones unitarias en toda la lámina adherida a la viga 2B. ....	187
Figura 4.34 Esfuerzos axiales en dos tramos entre grietas en viga 2B. ....	188
Figura 4.35 Esfuerzos axiales en toda la lamina FRP adherida a la viga 2B.....	188
Figura 4.36 Esfuerzos cortantes en dos tramos entre grietas en viga 2B.....	189
Figura 4.37 Esquema del patrón de agrietamiento de la viga 2B durante el ensayo por carga ultima. ....	189
Figura 4.38 Diagrama de momento curvatura de viga 2B.....	191
Figura 4.39 Esquema del patrón de preagrietamiento de viga 3A. ....	192
Figura 4.40 Grafica de carga aplicada Vs. Deflexión al centro de la viga 3A. ....	193
Figura 4.41 Esquema del patrón de agrietamiento de la viga 3A durante el ensayo por carga ultima. ....	193
Figura 4.42 Diagrama de momento curvatura de viga 3A.....	195
Figura 4.43 Grafica de carga aplicada Vs. Deflexión al centro de la viga 3A. ....	196
Figura 4.44 Esquema del patrón de agrietamiento de la viga 3B durante el ensayo por carga ultima. ....	197
Figura 4.45 Diagrama de momento curvatura de viga 3B.....	199
Figura 4.46 Esquema del patrón de preagrietamiento de viga 3C.....	200
Figura 4.47 Esquema del patrón de preagrietamiento de viga 3C.....	201
Figura 4.48 Esquema del patrón de agrietamiento de la viga 3C durante el ensayo por carga ultima. ....	201
Figura 4.49 Diagrama de momento curvatura de viga 3C .....	203
Figura 4.50 Diagrama de momento curvatura de viga 3C .....	204
Figura 4.51 Diagrama de momento curvatura de viga 3C .....	206
Figura 4.52 Diagrama de momento curvatura de viga 3C .....	207
Figura 4.53 Diagrama de momento curvatura de viga 3C .....	209
Figura 4.54 Diagrama de momento curvatura de viga 3C .....	210

## **CAPITULO 5**

### **FILOSOFÍAS DE DISEÑO DE VIGAS A FLEXIÓN SEGÚN LOS CODIGOS DE ESTADOS UNIDOS Y ALEMANIA**

Figura 5.1 Distribución de fuerzas internas y deformaciones para una sección rectangular

sometida a flexión para el estado último .....	221
Figura 5.2 Diagrama de flujo para el diseño del reforzamiento de una viga – ACI440 -08 de los estados unidos.....	221
Figura 5.3 Diagrama de flujo para el diseño del reforzamiento de una viga – DafStb de Alemania .....	230
Figura 5.4 Refuerzo transversal para el incremento de la adherencia entre la platina FRP y el sustrato de concreto.....	232
Figura 5.5 Anclaje transversal para el incremento del anclaje en los extremos de la platina FRP en una viga reforzada.....	232



## INDICE DE TABLAS

Tabla 3.1	Secuencias posibles de esfuerzos en una lámina adherida en un tramo de viga ubicado entre dos grietas intermedias. ....	120
Tabla 3.2	Secuencias posibles de estados de esfuerzos en una lámina adherida al concreto en un tramo de viga ubicado extremo entre la última grieta y el extremo de la lámina. ....	135
Tabla 4.1	Coordenadas de ubicación de transductores en ensayos de vigas a flexión..	156
Tabla 4.2	Resultado de ensayo a compresión de núcleos de concreto endurecido .....	159
Tabla 4.3	Resultados promedio de ensayo de varillas de acero.....	161
Tabla 4.4	Distribución de dispositivos Strain Gauges de medición en viga de control ...	165
Tabla 4.5	Distribución de dispositivos Strain Gauges de medición en viga 1A.....	168
Tabla 4.6	Distribución de dispositivos Strain Gauges de medición en viga 2A.....	178
Tabla 4.7	Distribución de dispositivos Strain Gauges de medición en viga 2B.....	185

## INDICE DE FOTOGRAFIAS

Foto 1.1	Preparación de la superficie de concreto .....	7
Foto 1.2	Colocación de Adhesivo en la lámina de fibra de carbono.....	7
Foto 1.3	Control de Humedad en la superficie de concreto. ....	8
Foto 1.4	Testigo adherido al concreto mediante adhesivo para el test de adherencia. ....	8
Foto 1.5	Colocación en obra de la platina de fibra de carbono .....	8
Foto 1.6	Colocación de una capa de acabado sobre platina para protección.....	8
Foto 1.7	Platinas de fibra de carbono FRP.....	10
Foto 1.8	Láminas o tejidos de fibras de carbono FRP.....	10
Foto 4.1	Disposición del espécimen para el ensayo de corte puro.....	154
Foto 4.2	Gata hidráulica y plato de carga de 196kN para ensayo de corte puro .....	154
Foto 4.3	Disposición del viga para ensayo a flexión pura. ....	154
Foto 4.4.	Ensayo de compresión de concreto de viga 1A .....	158
Foto 4.5.	Ensayo de compresión de concreto de viga 2B .....	158
Foto 4.7	Muestras de platinas de fibras de carbono SIKA Carbodur. ....	162
Foto 4.8	Muestra de tejido de fibra de carbono Sistema MBrace.....	162
Foto 4.9	Disposición del Strain Gauge en ensayo de corte puro de sistema SIKA Carbodur.....	163
Foto 4.10	Falla prematura del sistema SIKA Carbodur en uno de los lado del espécimen de concreto .....	163
Foto 4.11	Lamina de fibra de carbono con adhesivo en la longitud libre endurecida (por una mala colocación) que genero un desbalance en la fuerza durante el ensayo. ....	164
Foto 4.12	Fibras de carbono endurecidas rotas durante el inicio del ensayo .....	164
Foto 4.13	Vista de la cara frontal de la viga de control.....	167
Foto 4.14	Vista de la cara posterior de la viga de control.....	167
Foto 4.15	Vista de la cara inferior de la viga de control.....	167
Foto 4.16	Vista de la cara superior de la viga de control.....	167
Foto 4.17	Vista de la frontal de la viga 1A.....	172
Foto 4.18	Vista posterior de viga 1A.....	172
Foto 4.19	Vista de inferior de viga 1A.....	172
Foto 4.20	Vista superior de la viga 1A.....	172
Foto 4.21	Vista de la frontal de la viga 1B.....	176
Foto 4.22	Vista posterior de viga 1B.....	176

Foto 4.23	Vista de inferior de viga 1B.....	176
Foto 4.24	Acercamiento de viga 1B - desprendimiento de la lámina FRP. ....	176
Foto 4.23	Vista de la frontal de la viga 2A.....	183
Foto 4.24	Vista posterior de viga 2A.....	183
Foto 4.25	Vista de inferior de viga 2A.....	183
Foto 4.26	Vista de superior de viga 2A.....	183
Foto 4.27	Vista de la frontal de la viga 2B.....	190
Foto 4.28	Vista posterior de viga 2B.....	190
Foto 4.29	Vista de inferior de viga 2B.....	190
Foto 4.30	Vista de superior de viga 2B.....	190
Foto 4.31	Vista del tipo de falla de viga 2B.....	191
Foto 4.32	Vista de la frontal de la viga 3A.....	194
Foto 4.33	Vista posterior de viga 3A.....	194
Foto 4.34	Vista de inferior de viga 3A.....	194
Foto 4.35	Vista de superior de viga 3A.....	194
Foto 4.36	Acercamiento al tipo de falla de viga 3A.....	194
Foto 4.37	Acercamiento al tipo de falla de viga 3A.....	194
Foto 4.38	Vista de la frontal de la viga 3B.....	198
Foto 4.39	Vista posterior de viga 3B.....	198
Foto 4.42	Acercamiento al tipo de falla de viga 3B.....	198
Foto 4.41	Vista de superior de viga 3B.....	198
Foto 4.40	Vista de inferior de viga 3B.....	198
Foto 4.43	Vista frontal de pre agrietamiento de la viga 3C.....	202
Foto 4.44	Vista Frontal del a viga de la viga 3C.....	202
Foto 4.45	Vista posterior de la viga 3C.....	202
Foto 4.46	Vista inferior de la viga 3C.....	202
Foto 4.47	Vista superior de la viga 3C.....	202
Foto 4.48	Vista de la falla de la viga 3C.....	202
Foto 4.49	Acercamiento a la falla de la viga 3C.....	203

## INDICE DE VARIABLES Y SIMBOLOS

Las variables y símbolos son explicadas en la primera ocurrencia dentro del texto principal de la tesis. A continuación se presenta el listado de las mismas con su correspondiente unidad entre paréntesis.

### Letras mayúsculas

$A_{tr,c}$	Área de la sección reforzada transformada en concreto ( $mm^2$ )
$A_e$	Área del concreto en tensión ( $mm^2$ )
$A_L$	Área de la sección transversal de la viga externamente reforzada ( $mm^2$ )
$A_s$	Área de refuerzo de acero interno en tensión ( $mm^2$ )
$A_s'$	Área del refuerzo interno de acero en compresión ( $mm^2$ )
$A_w$	Área de Acero por cortante ( $mm^2$ )
$C_c$	Fuerza de compresión en el concreto (N)
$C_F$	Constante empírica en la definición de la energía de fractura
$C_i$	Constante de integración
COV	Coefficiente de Variación
$E_a$	Módulo de elasticidad de la capa del Adhesivo (MPa)
$E_c$	Módulo de elasticidad del concreto (MPa)
$E_L$	Módulo de elasticidad del refuerzo externo (MPa)
$E_s$	Módulo de Elasticidad del Acero interno de refuerzo (MPa)
$F$	Fuerza Aplicada (kN)
$F_{cr}$	Carga de Agrietamiento (kN)
$F_s$	Carga de Servicio (kN)
$F_u$	Carga última (kN)
$F_{u,exp}$	Carga última de falla experimental (kN)
$F_y$	Carga de fluencia (kN)
$\Delta F$	Incremento de la carga externa aplicada (kN)
$G$	Energía del sistema (MPa * mm)
$G_a$	Modulo de elasticidad del adhesivo (MPa)
$G_c$	Modulo de corte del concreto (MPa)

$G_C$	Energía requerida para incrementar una grieta existente (MPa mm)
$G_F$	Energía de fractura por unidad de área (MPa mm)
$G_{FI}$	Energía de fractura de la zona I de la curva de esfuerzo deformación (MPa mm)
$G_{FII}$	Energía de fractura de la zona II de la curva de esfuerzo deformación (MPa mm)
$G_r$	Modulo de corte del adhesivo (MPa)
$I_c$	Segundo momento de inercia de la sección de concreto ( $\text{mm}^4$ )
$I_L$	Segundo momento de inercia de la sección de la platina FRP ( $\text{mm}^4$ )
$I_{tr,c^*}$	Segundo momento de inercia de la sección externamente reforzada transformada en concreto ( $\text{mm}^4$ )
$I_{tr,L^*}$	Segundo momento de inercia de la sección reforzada transformada en platina FRP ( $\text{mm}^4$ )
$K$	Constante en las definiciones existentes de la máxima fuerza de transferencia
$L$	Longitud de la platina o manta FRP adherida (mm)
$L_b$	Longitud adherida remanente (mm)
$L_{b,end}$	Longitud adherida en el extremo de la platina (mm)
$L_{crack,crit}$	Ubicación de la grieta diagonal crítica (mm)
$L_{L,1}$	Longitud de platina calculada para el modelo dentado de concreto (mm)
$L_{L,eff}$	Longitud efectiva de platinas de acero en el tramo sujeto a cortante puro (mm)
$L_{mcrack}$	Longitud de la macrogrieta (mm)
$L_{mcrack,left}$	Longitud de la macrogrieta iniciada en el extremo I del tramo entre grietas (mm)
$L_{mcrack,right}$	Longitud de la macrogrieta iniciada en el extremo J del tramo entre grietas (mm)
$L_{lim}$	Longitud límite entre longitudes de adherencia cortas y largas (mm)
$L_{shear}$	Longitud sujeta a cortante puro (mm)
$L_{shear crack}$	Ubicación de la grieta por cortante crítico para una viga de concreto convencionalmente reforzada (mm)

$L_{\text{shear mod}}$	Tramo a cortante puro ficticio (mm)
$M(x)$	Momento flector actuante en la coordenada x (N-mm)
$M_{\text{cr}}$	Momento de agrietamiento (kN-m)
$M_c$	Momento actuante en la sección de concreto (N-mm)
$M_d$	Momento flector de diseño de la sección reforzada (N-mm)
$M_{d,0}$	Momento flector de diseño de la sección no reforzada (N-mm)
$M_I$	Momento flector actuante en la grieta I (N-mm)
$M_J$	Momento flector actuante en la grieta J (N-mm)
$M_{\text{lim}}$	Momento flector límite (kN-m)
$M_y$	Momento flector de fluencia de la sección reforzada (N-mm)
$M_{y,0}$	Momento flector de fluencia de la sección no reforzada (N-mm)
$M_u$	Momento flector último de la sección reforzada (N-mm)
$M_{u,0}$	Momento flector último de la sección no reforzada (N-mm)
$M_{u,\text{exp}}$	Momento flector en el momento de la falla (kN-m)
$\Delta M_{IJ}$	Incremento de momento flector entre las grietas I y J (N-mm)
$N_c$	Fuerza axial en la sección de concreto (N)
$P$	Fuerza de transferencia (N)
$P_{\text{exp}}$	Máxima fuerza de transferencia experimental en un espécimen sujeto a cortante puro (N)
$P_{\text{max}}$	Máxima fuerza de transferencia (N)
$P_{\text{max},L=L_b}$	Máxima fuerza de transferencia para un espécimen sujeto a cortante puro cuya longitud de adherencia sea $L_b$ (N)
$P_{\text{max},L=L_{b,\text{end}}}$	Máxima fuerza de transferencia para un espécimen sujeto a cortante puro cuya longitud de adherencia en el extremo de la platina sea $L_{b,\text{end}}$ (N)
$P_{\text{max},L=\text{scr}}$	Máxima fuerza de transferencia para un espécimen sujeto a cortante puro cuya longitud es la distancia entre grietas (N)
$P_{\text{max},L=\text{scr lim}}$	Máxima fuerza de transferencia para un espécimen sujeto a cortante puro cuya longitud es la distancia límite entre grietas (N)
$P_{\text{max},L=\text{scr}-L_{\text{mcrack}}}$	Máxima fuerza de transferencia para un espécimen sujeto a cortante puro cuya longitud es la longitud de adherencia remanente a lo largo de la distancia entre grietas (N)
$\Delta P_{\text{scr}}$	Fuerza de transferencia entre las grietas I y J (N)

$\Delta_{Pscr,end}$	Fuerza de transferencia entre el extreme de la platina y la grieta más cercana (N)
$\Delta_{Pmax,scr}$	Máxima fuerza de transferencia entre dos grietas consecutivas I y J (N)
$\Delta_{Pmax,K-I}$	Máxima fuerza de transferencia entre la grieta I y el punto de esfuerzo cortante nulo (N)
$T_L$	Fuerza de tensión en la platina FRP (N)
$T_s$	Fuerza de tensión en las varillas de acero de refuerzo interno (N)
$U$	Energía de deformación interna (MPa-mm)
$U_L$	Energía almacenada en la platina (MPa-mm)
$U_y$	Esfuerzo de adherencia según Colotti and Spadea (2001) (N-mm)
$V(x)$	Fuerza cortante actuante en la coordenada x (N)
$V_{cr}$	Fuerza cortante que causa el agrietamiento diagonal (kN)
$\Delta V_{cr}$	Componente del cortante resistido por la platina (kN)
$V_{cu}$	Capacidad a cortante del concreto sin considera la contribución de los estribos de acero (KN)
$V_{end}$	Fuerza cortante que previene la falla por peeling en el extreme de la platina (kN)
$V_I$	fuerza cortante actuando en la grieta I (N)
$V_J$	Fuerza cortante actuante en la grieta J (N)
$V_{J,max}$	Máxima fuerza cortante actuante en la grieta J (N)
$V_{J,max(i)}$	Máxima fuerza cortante asociada al punto (i) de la relación de peeling límite (N)
$V_u$	Fuerza cortante que causa la falla a lo largo de la sección agrietada (kN)
$V_{u,exp}$	Fuerza cortante experimental en la falla (kN)
$V_{y,0}$	Fuerza cortante asociada al momento flector de fluencia de la sección no reforzada (N)
$W$	Energía liberada cuando la fractura se incrementa en una unidad de longitud (MPa mm)
$X_{exp}$	Valor experimental para un parámetro
$X_u$	Valor teórico último esperado para un cierto parámetro

## Letras Minúsculas

a	Longitud no adherida entre el soporte de concreto y el extremo de la platina (mm)
b	ancho de la sección de concreto (mm)
b <sub>L</sub>	ancho de la platina ó lamina de fibra de carbono (mm)
b <sub>L0</sub>	ancho de referencia de acuerdo a Brosens (2001) (mm)
c <sub>1</sub>	Constante de la energía de fractura o máximo esfuerzo cortante de la ecuación definida por el FIB Task Group 9.3 FRP (2001)
c <sub>2</sub>	Constante para la definición del máximo desplazamiento relativo definido por el FIB Task Group 9.3 FRP (2001)
c <sub>F</sub>	Constante determinada por análisis de regresión lineal de los resultados de esfuerzos cortantes
d	Peralte efectivo de la sección de concreto (mm)
d <sub>a</sub>	Diferencial de longitud agrietada (mm)
dx	Diferencial de longitud (mm)
f <sub>c</sub>	Máximo esfuerzo de compresión del concreto (MPa)
f <sub>cd</sub>	Valor de diseño para el esfuerzo de compresión del concreto (MPa)
f <sub>ck</sub>	Esfuerzo característico en cilindros de concreto sometidos a compresión (MPa)
f <sub>cm</sub>	Valor promedio del esfuerzo de compresión del concreto (MPa)
f <sub>cm,cylinder</sub>	Valor promedio del esfuerzo de compresión en cilindros de concreto (MPa)
f <sub>cm,cube</sub>	Valor promedio del esfuerzo de compresión en cubos de concreto (MPa)
f <sub>ctm</sub>	Valor promedio del valor de esfuerzo axial en tensión del concreto (MPa)
f <sub>ctm,eff</sub>	Esfuerzo de tensión efectiva del concreto dada por Zhang, 1997 (MPa)
f <sub>Ly</sub>	Esfuerzo de fluencia del refuerzo externamente adherido (MPa)
f <sub>v</sub>	Esfuerzo formal cortante del concreto (MPa)
f <sub>y</sub>	Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo interno (MPa)



$f_{yd}$	Esfuerzo de fluencia de diseño del acero de refuerzo interno (MPa)
$f_{ym}$	Valor promedio del esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo interno (MPa)
$h$	Peralte total de la sección de concreto (mm)
$k$	Factor de intensidad del esfuerzo
$k_e$	Constante empírica en el factor de influencia del ancho
$k_b$	Factor de influencia del ancho
$k_c$	Factor de influencia de la superficie de concreto
$n$	capas de platinas o lamina de FRP compuestas
$q$	Carga transversal distribuida (N/mm)
$r$	Recubrimiento del concreto (mm)
$s$	Desplazamiento relativo entre el concreto y la platina FRP (mm)
$s_{LM}$	Desplazamiento relativo asociado con el máximo esfuerzo cortante (mm)
$s_{LO}$	Desplazamiento relativo máximo asociado con el desprendimiento de la platina del soporte de concreto (mm)
$s_{cr}$	Distancia entre grietas I y J (mm)
$s_{cr,lim}$	Distancia límite entre longitudes de adherencia cortas y largas (mm)
$s_{cr,lim(i)}$	Distancia límite entre longitudes de adherencia cortas y largas en el punto "I" de la relación límite del Peeling(mm)
$s_{cr,lim end}$	Distancia Límite entre longitudes de adherencia cortas y largas en el extreme de la platina FRP (mm)
$s_{cr,min}$	Mínima distancia entre grietas estabilizada (mm)
$s_{cr,min Stage 3c}$	Mínima distancia entre grietas para el desarrollo del estado 3c (mm)
$s_{cr,max}$	Máxima distancia entre grietas estabilizada (mm)
$(s_{cr} - L_{mcrack})_{lim}$	Longitud límite de la macrogrieta en un tramo entre grietas (mm)
$s_w$	Espaciamiento entre los estribos de refuerzo por corte (mm)
$t_a$	Espesor de la capa del adhesivo (mm)
$t_{c,ref}$	Espesor del concreto donde el esfuerzo es influido por el refuerzo externo (mm)
$t_L$	Espesor de la platina FRP (mm)

$t_r$	Espesor de la resina (mm)
$u$	Desplazamiento en la dirección longitudinal (mm)
$u_s$	Esfuerzo de adherencia promedio entre el acero interno de refuerzo y el concreto (MPa)
$u_L$	Desplazamiento de la platina en la dirección longitudinal (mm)
$v$	Desplazamiento en la dirección vertical (mm)
$w_k$	Espesor de grieta (mm)
$x$	Coordenada longitudinal (mm)
$x$	Profundidad del eje neutro (mm)
$x_0$	Profundidad del eje neutro de la sección no reforzada (mm)
$x_I$	Ubicación de la grieta I (mm)
$x_J$	Ubicación de la grieta J (mm)
$x_K$	Ubicación del punto de esfuerzo cortante nulo (mm)
$x_{LM}$	Ubicación del punto de máximo esfuerzo cortante (mm)
$x_{LM,left}$	Ubicación del punto de máximo esfuerzo cortante cercano a la grieta I (mm)
$x_{LM,máx}$	Máximo valor de longitud para la zona II en un espécimen a cortante puro (mm)
$x_{LM,P}$	Ubicación del esfuerzo cortante máximo para la máxima fuerza de transferencia (mm)
$x_{LM,right}$	Ubicación del máximo esfuerzo cortante cercana a la grieta J (mm)
$x_{L0}$	Ubicación del punto en donde se abre la macrogrieta (mm)
$x_{L0,left}$	Ubicación de la macrogrieta iniciada en la grieta I (mm)
$x_{L0,right}$	Ubicación de la macrogrieta iniciada en la grieta J (mm)
$y_0$	Altura del bloque en compresión de la sección no reforzada (mm)
$y_c$	Posición del centro de gravedad en la sección de concreto (mm)
$y_{G^*}$	Distancia desde la fibra inferior de la sección de concreto al centro de gravedad de la sección reforzada (mm)
$y_L$	Posición del centro de gravedad de la platina desde la fibra superior de la platina (mm)
$\Delta_y$	Incremento de la altura del bloque en compresión de la sección de concreto (mm)

$\Delta_{yu}$  Incremento ultimo del bloque en compresión de la sección de concreto (mm)

### Letras Griegas mayúsculas

$\Omega_1$  Constante definida para la solución de la ecuación diferencial que gobierna el esfuerzo de tensión en la platina en la zona I de la curva de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo (1/mm)

$\Omega_2$  Constante definida para la solución de la ecuación diferencial que gobierna el esfuerzo de tensión en la platina en la zona II de la curva de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo (1/mm)

$\Omega_{1*}$  Constante definida en la aproximación lineal simplificada para resolver la ecuación diferencial que gobierna el esfuerzo de tensión de la platina en la zona I de la curva de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo (1/mm) (1/mm)

### Letras Griegas minúsculas

$\alpha$  Factor definido como el primer momento estático de la platina dividido por el ancho de la platina y el momento de inercia de la sección (1/mm<sup>2</sup>)

$\beta$  Fracción del esfuerzo de tracción del concreto

$\varepsilon_{cu}$  Deformación última del concreto ( $\mu\varepsilon$ )

$\varepsilon_L$  Deformación unitaria de la platina FRP ( $\mu\varepsilon$ )

$\varepsilon_{L,m\acute{a}x}$  Deformación unitaria máxima experimental de la platina FRP ( $\mu\varepsilon$ )

$\varepsilon_{L,pure\ flexure}$  Deformación unitaria asociada con la falla por peeling en un caso de flexión pura ( $\mu\varepsilon$ )

$\varepsilon_{Lu}$  Deformación unitaria ultima de la platina de refuerzo externo ( $\mu\varepsilon$ )

$\varepsilon_{Lu,k}$  Valor característico de la deformación unitaria de la platina de acuerdo al fabricante ( $\mu\varepsilon$ )

$\varepsilon_{sy}$  Deformación unitaria de fluencia del acero de refuerzo interno ( $\mu\varepsilon$ )

$\phi_s$  Diámetro de las varillas de refuerzo en tensión (mm)

$\phi_w$  Diámetro de la varillas de refuerzo por corte (mm)

$\gamma$	Deformación por cortante
$\eta$	Constante experimental de la capacidad a cortante basada en los modelos de Ali et al. (2001) que depende del tipo de carga iguales a 1.6 para cargas puntuales
$\kappa$	Constante dada por el producto de $\mu$ por el cuadrado de la distancia entre grietas (MPa)
$\lambda$	Parámetro en la solución de la ecuación diferencial para el esfuerzo cortante en modelos dado en la ecuación (2.9) (1/mm)
$\mu$	Constante que depende de la fracción del concreto $\beta$ y la distancia entre grietas (MPa/mm <sup>2</sup> )
$\theta$	Arco tangente del cociente entre el momento flector y la fuerza cortante (rad)
$\theta_{(i)}$	Arco tangente de la fracción del momento flector y el esfuerzo cortante para el punto (i) de la relación límite para el Peeling (rad)
$\theta_{exp}$	$\theta$ asociado a la carga experimental de falla (rad)
$\rho_L$	porcentaje del refuerzo externo
$\rho_s$	porcentaje de refuerzo interno de refuerzo en tensión
$\rho_{s'}$	Porcentaje del refuerzo interno en compresión
$\rho_w$	Porcentaje de refuerzo por cortante
$\sigma$	Esfuerzo normal (MPa)
$\sigma_c$	Esfuerzo del concreto en la dirección longitudinal (MPa)
$\sigma_{c,b}$	Esfuerzo de tensión en el concreto en la fibra inferior de la sección (MPa)
$\sigma_I$	Esfuerzo principal máximo en el extreme de la platina FRP (MPa)
$\sigma_{I,Máx}$	Máximo esfuerzo principal experimental en el extreme de la platina (MPa)
$\sigma_{lu}$	Máximo esfuerzo principal en el extreme de la platina en la falla (MPa)
$\sigma_{II}$	Esfuerzo principal mínimo en el extreme de la platina (MPa)
$\sigma_{II,Máx}$	Esfuerzo principal mínimo experimental en el extremo de la platina (MPa)

$\sigma_{llu}$	Esfuerzo principal mínimo en el extreme de la platina en la falla (MPa)
$\sigma_L$	Esfuerzo de tensión en la platina FRP (MPa)
$\sigma_{LI}$	Esfuerzo de tensión de la platina en la zona I de la curva de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo (MPa)
$\sigma_{LII}$	Esfuerzo de tensión en la platina en la zona II de la curva de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo (MPa)
$\sigma_{L,I}$	Esfuerzo de tensión en la platina en la grieta I (MPa)
$\Delta\sigma_{L,IJ}$	Incremento del esfuerzo de tensión entre las grietas I y J (MPa)
$\Delta\sigma_{L,IJm\acute{a}x}$	Máximo incremento del esfuerzo en tensión de la platina entre las grietas I y J (MPa)
$\sigma_{L,j}$	Esfuerzo de tensión en la platina en la grieta J (MPa)
$\sigma_{L,J\ end}$	Esfuerzo de tensión en la platina en la grieta más cercana (grieta J) al extreme de la platina (MPa)
$\sigma_{L,H\ (H-J)}$	Esfuerzo de tensión en la platina en la grieta H, la segunda grieta cercana al extreme de la platina( MPa)
$\sigma_{L,m\acute{i}n}$	Mínimo esfuerzo de tensión en la platina FRP (MPa)
$\sigma_{L,m\acute{a}x}$	Máximo esfuerzo de tensión en la platina (MPa)
$\sigma_s$	Esfuerzo de tensión en el acero de refuerzo interno (MPa)
$\sigma_{s,I}$	Esfuerzo de tensión en el acero de refuerzo interno en la grieta I (MPa)
$\sigma_{s,J}$	Esfuerzo de tensión en el acero de refuerzo interno en la grieta J (MPa)
$\Delta\sigma_{s,IJ}$	Incremento del esfuerzo de tensión del acero interno de refuerzo entre las grietas I y J (MPa)
$\sigma_x$	Esfuerzo de tensión en la fibra inferior de concreto en el extremo de la platina (MPa)
$\sigma_y$	Esfuerzo normal intersticial (MPa)
$\sigma_{y,m\acute{a}x}$	Máximo esfuerzo normal analítico en el extreme de la platina FRP sometido a la carga de falla (MPa)
$\sigma_{y,u}$	Esfuerzo normal intersticial último en el extremo de la platina FRP (MPa)

$\tau$	Esfuerzo cortante intersticial (MPa)
$\tau_{FES}$	Esfuerzo cortante en la fibra extrema (MPa)
$\tau_{LM}$	Esfuerzo cortante máximo intersticial (MPa)
$\tau_{Min}$	Mínimo esfuerzo cortante (MPa)
$\tau_{Máx}$	Máximo esfuerzo cortante analítico en el extreme de la platina sujeto a la caga de falla (MPa)
$\tau_{Máx,exp}$	Máximo esfuerzo cortante experimental en el extreme de la platina sujeto a la carga de falla (MPa)
$\tau_{Máx,FEM}$	Máximo esfuerzo cortante numérico en el extreme de la platina sujeto a la carga de falla calculada por el método de los elementos finitos (MPa)
$\tau_{PES}$	Esfuerzo cortante en el extreme de la platina que causa la falla en el extreme de la platina (MPa)
$\tau_u$	Esfuerzo cortante último en el extreme de la platina de acuerdo al creiterio de Mohr- Coulomb (MPa)
$\Delta\tau_{mod}$	Factor de Modificación (MPa)
$\upsilon$	Relación entre el esfuerzo de tensión en las grietas I y J
$\xi$	Parámetro dado por la ecuación (2.5)
$\xi_b$	Parámetro de adherencia dado por la ecuación (2.49)
$\xi_1$	Constante definida para resolver la ecuación diferencial que gobierna el esfuerzo de tensión de la platina en un tramo entre grietas en la zona I de la curva de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo cuando se asume las leyes de Navier-Bernouilli (1/mm)
$\xi_2$	Constante definida para resolver la ecuación diferencial que gobierna el esfuerzo de tensión de la platina en un tramo entre grietas en la zona II de la curva de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo cuando se asume las leyes de Navier-Bernouilli (1/mm)
$\varphi$	Constante definida para resolver la ecuación diferencial que gobierna el esfuerzo de tensión en la platina en un tramo entre grietas en las zonas I y II de la curva esfuerzo cortante –

desplazamiento relativo cuando se asume las leyes de Navier-Bernouilli (1/mm)

ζ

Parámetro en la solución de la ecuación diferencial para el esfuerzo normal intersticial en la solución de modelos elásticos dados en la ecuación (2.20) (1/mm)

**CAPITULO 1**

**FUNDAMENTO TEÓRICO – REFORZAMIENTO DE VIGAS DE CONCRETO POR FLEXIÓN CON PLATINAS DE FIBRAS DE CARBONO**

**1.1 Introducción**

Desde inicios de la década de 1990, varias investigaciones relacionadas con el comportamiento de vigas externamente reforzadas a flexión con platinas o láminas de fibras de carbono FRP (por sus siglas en inglés, Fiber Reinforced Polymer), han mostrado que este tipo de refuerzos conducen a significativos incrementos en la capacidad de los elementos de concreto armado. Sin embargo, estas investigaciones también han mostrado un tipo de falla prematura (que involucra el desprendimiento de la platina adherida con parte del sustrato de concreto de la viga, ver Fig. 1.1) que puede limitar este incremento en la capacidad. Como resultado de la aplicación del refuerzo externo con platinas o láminas de fibras de carbono, el modo de falla de la viga externamente reforzada puede cambiar de dúctil a frágil.

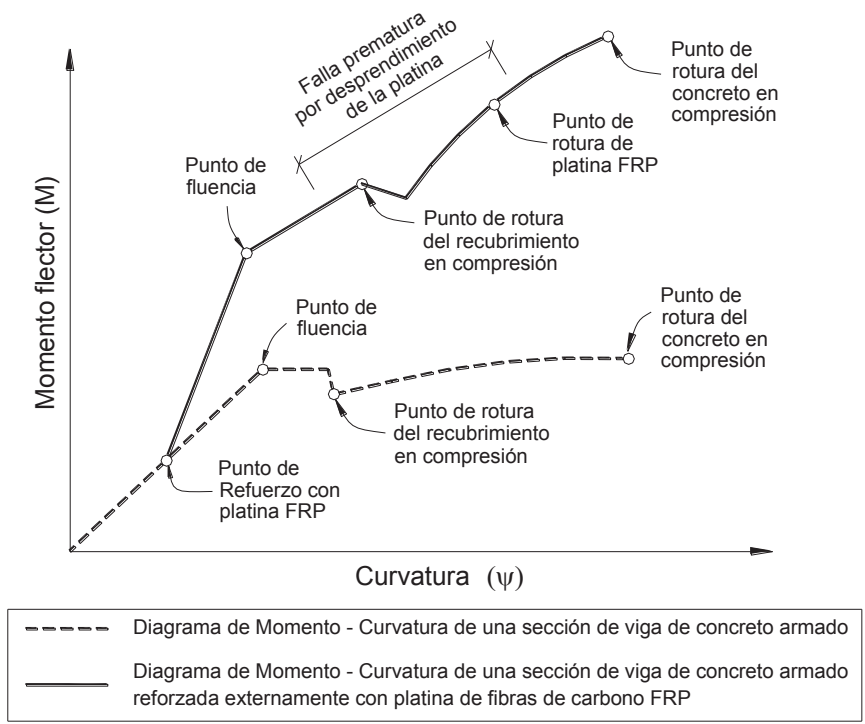


Fig. 1.1 Diagrama general de momento-curvatura de vigas reforzadas con Platinas FRP



El mecanismo que involucra el desprendimiento de la platina FRP de la viga de concreto se produce debido a la aparición de concentraciones de esfuerzos en el concreto en el extremo de la platina o en la vecindad de grietas existentes en la viga. Este desprendimiento generalmente se inicia en el sustrato de concreto o recubrimiento de la viga existente entre la platina adherida a la viga y el refuerzo de acero interno de la misma. Por lo tanto, la confiabilidad de los reforzamientos con platinas de fibras de carbono depende mayormente en una buena transferencia del concreto a la platina a través de la interfase.

Desde que estos tipos de falla prematura limitan la capacidad última teórica de estos elementos externamente reforzados también implican una reducción de su ductilidad. Mucho del trabajo de investigación desarrollado desde 1990, ha estado enfocado en el estudio de la distribución de esfuerzos en el extremo de la platina. Sin embargo, otros estudios experimentales han mostrado fallas prematuras relacionadas con el desprendimiento de la platina que empiezan en tramos entre grietas debidas a flexión y cortante. En este sentido, hay una necesidad de profundizar el conocimiento del proceso de desprendimiento de las platinas del sustrato de concreto en estas zonas para poder ser capaces de predecir estas fallas prematuras.

## **1.2 Objetivo del estudio**

El objetivo de este estudio es el contribuir al conocimiento del comportamiento de vigas externamente reforzadas con platinas o láminas de fibras de carbono enfocándonos especialmente en la transferencia de esfuerzos de la platina al concreto a través de la interfase.

Para alcanzar el objetivo anteriormente descrito los siguientes objetivos específicos son perseguidos.

- 1) Revisar los fundamentos teóricos de la adherencia de las platinas o láminas de fibras de carbono a vigas de concreto armado simple de modo de entender la factibilidad de reforzamiento de este tipo de elementos estructurales.
- 2) Estudiar los esfuerzos de transferencia en un espécimen sujeto a cortante puro donde solo esfuerzos cortantes actúan en la interfase entre la platina y el espécimen de concreto.

- 3) Extender la formulación existente al caso general de una viga sujeta a cargas transversales, donde la platina se desprende repentinamente en tramos de viga ubicados entre grietas por flexión, grietas por cortante y el extremo de la platina.
- 4) Desarrollo de un programa experimental de vigas externamente reforzadas con platinas o láminas de fibras de carbono.
- 5) Comentar los alcances de algunos códigos existentes relacionados con el reforzamiento de vigas de concreto con platinas o láminas de fibras de carbono FRP.

### **1.3 Reforzamiento a flexión de vigas con platinas de fibra de carbono**

La aplicación de refuerzo externo adherido a vigas de concreto armado existentes ha tomado una especial significancia en los últimos años, debido a su gran facilidad de colocación, limpieza y al hecho de que no implica dañar el elemento de concreto durante su aplicación.

El aumento de la capacidad a flexión de los elementos de concreto por la aplicación externa de platinas o láminas de fibra de carbono FRP adheridas a su superficie se muestra como una alternativa atractiva para muchos ingenieros estructurales relacionados con la reparación y reforzamiento de estructuras. Así mismo, en muchos casos este aumento en la capacidad de las vigas en flexión está limitado inicialmente por la capacidad del concreto en compresión para tomar los esfuerzos originados por la adición de refuerzo a tracción externo.

La primera aplicación de una platina de fibra de carbono en un elemento de concreto armado data de 1991, sobre el puente Ibach, cerca de la ciudad de Lucerna en Suiza.

#### **1.3.1 Filosofía del diseño del reforzamiento de vigas de concreto armado con platinas de fibras de carbono**

El diseño del refuerzo de las vigas de concreto armado con platinas de fibra de carbono ha venido haciéndose en los últimos años siguiendo las recomendaciones estipuladas en el ACI 440, las cuales están basadas en el diseño tradicional de concreto armado según el ACI-318 y en un conocimiento específico del comportamiento de la platina FRP de refuerzo.

Para tal fin, las platinas de fibras de carbono deben de ser diseñadas para resistir la fuerza de tensión mientras se mantiene la compatibilidad de deformaciones entre la platina o lámina de refuerzo y el sustrato de concreto. Por lo tanto en la mayoría de los casos el diseño está relacionado con la compatibilidad de deformaciones y el equilibrio interno de fuerzas en el elemento.

Según la filosofía de diseño, el diseño para estados límites es aplicable a estos casos, estableciéndose niveles aceptables de seguridad para estado límites de serviciabilidad (deflexión excesiva o agrietamiento) y estados límites últimos (fractura del concreto, esfuerzos de rotura y fatiga). El diseño del refuerzo debe ser realizado en concordancia con los requerimientos de resistencia y serviciabilidad usando los factores de carga indicados en la norma de concreto. Adicionalmente, deben considerarse factores de reducción aplicados a la contribución de las platinas de fibras de carbono. Estos factores de reducción se basan en una variación estadística de la variabilidad de las propiedades del material.

Así mismo, la filosofía de diseño recomienda poner especial cuidado en la determinación de estados límite razonables, ya que estos límites impuestos para evitar el colapso del sistema de refuerzo deben cubrir, ocasionalmente otros tipos de falla como los son daño casual, vandalismo y otros.

Según el ACI 440, la viga de concreto no reforzada externamente debe tener suficiente resistencia para resistir un nivel de carga determinada. Ya que, en el caso de falla del sistema de refuerzo externo, el elemento estructural debe de ser capaz de resistir cierto nivel de carga sin colapsar. En ese sentido, recomiendan específicamente que la viga no reforzada debe ser capaz de soportar el 110% de la carga muerta más el 75% de la carga viva.

Por otro lado, la resistencia de diseño de un miembro reforzado externamente con platinas de fibras de carbono debe exceder la demanda última factorada.

$$\phi \cdot M_n \geq M_u \quad (1.1)$$

Adicionalmente, se denotan varios factores de reducción  $\psi_f$  para la contribución de la platina o lámina de fibra de carbono FRP en el sistema que están relacionados con la confiabilidad en la predicción del reforzamiento y límites para las deformaciones unitarias en la platina o lámina  $\varepsilon_{Lu}$  que están relacionados con los modos de falla observados, en los últimos años, en miembros de concreto que se describen en la sección 1.5.

En el presente estudio, se entiende que la sección de una viga comprende el diseño inicial de una viga de concreto reforzada externamente con platinas de concreto armado considerando la compatibilidad de deformaciones y el equilibrio de fuerzas en la sección; sin embargo, se tiene claro que la capacidad última está determinada por los tipos de falla que se estudiarán en la sección 1.5, los cuales están relacionados con la transferencia de esfuerzos en el sustrato de concreto entre la platina FRP y la viga, que se estudiarán en detenimiento en los la sección 1.6 y los capítulos 2 y 3.

### 1.3.2 Metodo de aplicación

La mayor parte de los fabricantes de platinas o láminas de fibras de carbono FRP especifican que el sistema funciona bien solo cuando se asegura una adecuada adherencia a la cara de concreto. Así mismo, indican que bajo condiciones ambientales severas, la superficie del concreto puede representar un contacto muy débil en el proceso de reforzamiento y hay que tener un especial cuidado en esto.

Dos factores importantes en el proceso de reforzamiento son: 1) la mano de obra especializada en su uso y aplicación y 2) el control de calidad de la superficie a reparar.

La aplicación de las platinas o láminas de fibras de carbono en vigas de concreto armado involucran los siguientes pasos:

#### 1.3.2.1 Preparación del sustrato de concreto

Se debe preparar la superficie a reforzar tratando grietas o cangrejeras, imperfecciones y limpiando o arenando las barras de refuerzo si estas

presentan óxido. Es importante mencionar en esta parte que el sistema FRP no está diseñado para resistir grandes fuerzas expansivas generadas por la corrosión del refuerzo.

#### 1.3.2.2 Verificación de las condiciones de humedad y temperatura

Mediante termómetro de contacto y humidímetro se verificará que la superficie de concreto esté seca con un porcentaje máximo de humedad no mayor del 5%; así mismo, la temperatura del concreto esté entre los +8°C y 35°C.

#### 1.3.2.3 Prueba de adherencia

Ensayada mediante tracción directa aplicada con dinamómetro de lectura digital hasta el arrancamiento de un disco dispuesto a tal fin. Los fabricantes recomiendan que la prueba de tracción directa en el arrancamiento de un sustrato de concreto no debe de ser menor que 1.4MPa.

#### 1.3.2.4 Aplicación del refuerzo externo sobre la viga de concreto

La mayoría de los fabricantes de platinas o láminas de fibras de carbono recomiendan seguir las recomendaciones que a continuación de detallan:

- a) Preparación de la superficie de adherencia del concreto, en la cual se aplica una capa de imprimante epóxico usando un rodillo especial. Usualmente, este primer producto epóxico tiene baja viscosidad, lo que facilita la penetración en el concreto. La función de esta primera capa es proveer a la superficie del concreto una adecuada adherencia.
- b) Aplicación de una capa de másilla o pasta epóxica para rellenar cualquier defecto en la superficie que pueda quedar mayor de ¼" de profundidad (Cualquier cangrejera o hueco profundo debe ser rellenado con mortero durante la preparación de la superficie de concreto, no en esta etapa).
- c) Se cubre la superficie con un saturante epóxico para impregnar las fibras secas. Este saturante mantiene las fibras en su

adecuada dirección y posición. El objetivo de esta capa de saturante es rápidamente empapar las fibras y mantenerlas en su ubicación mientras se inicia el proceso de curado del sistema de reforzamiento. Debido a su alta viscosidad, permite el fácil manejo de la fibra y su correcta aplicación. Este saturante también distribuye los esfuerzos en las fibras y ayuda a protegerlas de las condiciones ambientales y la abrasión.

- d) Se corta y prepara a medida la lámina de fibras de carbono de acuerdo al diseño del proyecto y se colocan en su lugar, permitiendo que comience a absorber el saturante.
- e) Luego de un tiempo de espera determinado que permite que la lámina absorba la primera capa de saturante, se aplica una segunda capa de saturante para cubrirla.
- f) Finalmente, se aplica una capa de acabado que cubre totalmente el sistema FRP, logrando una apariencia similar a un concreto común. Esta capa también protege a la fibra de los rayos ultravioletas, ataques químicos, abrasión, severas condiciones climáticas, etc.

A continuación se muestran algunas fotografías que explican visualmente cuál es la metodología de aplicación de las platinas o láminas de fibras de carbono FRP sobre vigas de concreto armado.



Foto 1.1 Preparación de la superficie de concreto



Foto 1.2 Colocación de Adhesivo en la lámina de fibra de carbono.



Foto 1.3 Control de Humedad en la superficie de concreto.



Foto 1.4 Testigo adherido al concreto mediante adhesivo para el test de adherencia.



Foto 1.5 Colocación en obra de la platina de fibra de carbono.



Foto 1.6 Colocación de una capa de acabado sobre platina para protección.

## 1.4 Propiedades mecánicas de los adhesivos y las platinas o láminas de fibras de carbono

### 1.4.1 Adhesivos

Los adhesivos poliméricos tienen una gran variedad de aplicaciones en la construcción, entre ellos los adhesivos para la colocación de fibras de carbono como refuerzo externo. Son compuestos por lo general hechos en base a resinas epóxicas tixotrópicas.

Este adhesivo es usado para unir las fibras de carbono al elemento estructural y para sellar el sustrato, previniendo las pérdidas del epóxico desde el tejido



saturado. A continuación se muestran los rangos para las propiedades mecánicas del adhesivo existentes en el mercado.

Esfuerzo máximo a la compresión 75 MPa a 100 MPa

Esfuerzo de adherencia a la tracción con el concreto 4MPa a 14MPa

Módulo de Elasticidad 9000 MPa a 128000 MPa

**1.4.2** En los productos de fibras de carbono para uso como refuerzo externo en elementos de concreto armado existen dos tipos.

Platinas de fibra de carbono FRP: son una combinación de fibras de carbono y una matriz de resina epóxica (ver foto 2.7). En la dirección de la fibra tiene una resistencia y rigidez muy altas, así como un comportamiento excepcional a la fatiga, mejor que la del acero y además su densidad es muy baja. Las fibras están colocadas en dirección longitudinal correspondiendo a la dirección de la sollicitación, de esta forma la platina tiene una dirección unidireccional. Las fibras son los elementos con capacidad de carga y la matriz epóxica sirve para unir entre sí las fibras, permite la transferencia de carga entre las fibras y las protege del medio ambiente.

Las propiedades mecánicas de las platinas de fibra de carbono comerciales varían entre los siguientes valores:

Resistencia a la rotura en tracción 1450MPa a 3050MPa

Módulo de Elasticidad 165GPa a 300GPa

Deformación máxima de rotura 0.45% a 1.7%

Densidad > 1.5 g/cm<sup>3</sup>

Espesor 1.2mm – 1.4mm

Láminas de fibras de carbono FRP: son tejidos de fibras de carbono las cuales están unidas entre sí. Del mismo modo que en las platinas, las láminas de fibra de carbono tienen una resistencia y rigidez muy altas en la dirección de las fibras. Las fibras deben de ser colocadas en la dirección de la



solicitud. Como se ve en la foto 2.8, las fibras están unidas a través de un hilo que le da la forma de tejido de fácil manipulación y poco peso.

Las propiedades mecánicas comerciales de las mantas o láminas de fibras de carbono promedian los siguientes valores:

Resistencia a la rotura en tracción  $\approx 3800\text{MPa}$

Módulo de Elasticidad  $>227\text{GPa}$

Deformación máxima de rotura  $>1.67\%$

Densidad  $> 1.7 \text{ g/cm}^3$

Espesor = 0.13mm



Foto 1.7 Platinas de fibra de carbono FRP.



Foto 1.8 Láminas o tejidos de fibras de carbono FRP.

### 1.5 Tipos de falla en vigas de concreto reforzadas externamente con platinas de fibra de carbono

La identificación de los tipos de falla es fundamental para el entendimiento del comportamiento de las vigas reforzadas externamente con platinas de fibras de carbono. Varios reportes de identificación del tipo de falla en vigas reforzadas han sido presentadas por Kaiser (1989), Deuring (1993) y Meier (1995) en una primera etapa; más adelante, autores tales como Oelhers (1990, 1992), Arduini y Nanni (1997), Buyurskosturk y Hearing (1998), Róstasy (1998), Juvandes (1999) y Neubauer (2000) no solo estudiaron el problema sino que empezaron a clasificar los diferentes tipos de fallas observadas en los ensayos.

A continuación se describen algunos de los más comunes tipos de falla en vigas externamente reforzadas con fibras de carbono.

### 1.5.1 Acción compuesta completa entre el concreto y la platina FRP

Este tipo de falla está relacionado al hecho de que la capacidad última de las vigas se alcanzan sin que las secciones externamente hallan dejado de trabajar en conjunto. Entre este tipo de fallas podemos mencionar las siguientes:

- a) Rotura del concreto: el concreto estalla en la zona en compresión mientras que la platina permanece completamente adherida al concreto.

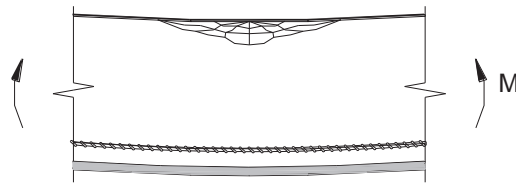


Figura 1.2 Fallas por rotura del concreto de la viga

- b) Ruptura de la platina FRP: La ruptura de la platina FRP debido a esfuerzos o deformaciones que sobrepasan su capacidad.



Figura 1.3 Ruptura de la platina FRP

- c) Falla por cortante: La viga de concreto reforzada puede llegar a su capacidad máxima al cortante antes de que ocurran fallas debido a la flexión.

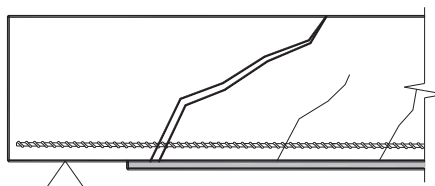


Figura 1.4 Falla por cortante en la viga de concreto

### 1.5.2 Pérdida de la acción compuesta entre el concreto y la platina FRP

Estas fallas están relacionadas al hecho de que se alcanza la capacidad última de las vigas cuando las secciones han dejado de trabajar en conjunto con el refuerzo externo. En estos casos el tipo de falla es frágil y conduce al desprendimiento de la platina de fibra de carbono de la viga. Por lo general, este tipo de fallas suele ocurrir antes que las fallas descritas en la sección 1.5.1.

En ese sentido, el desprendimiento de la platina puede ocurrir en diferentes planos de interfase:

- a) En el adhesivo entre las platinas y el sustrato de concreto.

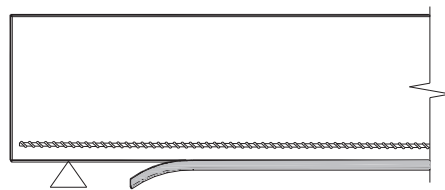


Figura 1.5 Fallas en el adhesivo entre la viga y la platina FRP.

- b) Dentro de la misma platina de fibra de carbono comunmente llamada falla interláminar por cortante de la matriz de la platina.
- c) Entre el concreto y el adhesivo o entre el adhesivo y la platina de fibra de carbono.
- d) En el concreto cerca de la superficie a lo largo de una capa más débil o a lo largo de refuerzo interno de acero.

Sin embargo, hoy en día, los adhesivos y platinas de fibra de carbono son manufacturadas para evitar los dos primeros tipos de falla (a) y (b) descritos en esta sección.

Por otro lado, una insuficiente preparación de la superficie de concreto durante la aplicación del refuerzo externo puede devenir en el desprendimiento por delaminación entre el concreto y el adhesivo o entre el adhesivo y la platina de fibra de carbono descrito en el ítem (c). Sin embargo, cuando la aplicación del

refuerzo externo sobre la viga cumple con los estándares del fabricante puede suponerse que la viga no puede fallar por este concepto.

Finalmente, desde que el punto más débil entre el concreto y la platina de refuerzo externo es la capa de concreto cerca de la superficie, el último tipo de falla es el más común. Esta es comúnmente llamada falla por desprendimiento de la platina (debonding o cover delaminación en inglés según sea el caso). En estos casos, luego del desprendimiento de la platina, se puede observar que se ha arrancado parte del sustrato de recubrimiento de la viga de concreto. A continuación, se hace énfasis en estos tipos de falla por desprendimiento de la platina, dentro de los cuales se pueden distinguir algunos casos que dependen del punto de iniciación de este desprendimiento de la platina del concreto.

#### d.1) Desprendimiento en el extremo de la platina (cover delamination)

d.1.1) Las fallas en el extremo de la platina, adherida a una viga no agrietada, por desprendimiento en el extremo de la platina se dan como resultado de la fractura del concreto debido al esfuerzo cortante por adherencia. Este tipo de fallas ocurre en platinas de corta longitud. En estos casos, el máximo esfuerzo cortante ocurre en el extremo de la platina a causa de la discontinuidad geométrica entre el concreto y la platina en su extremo.

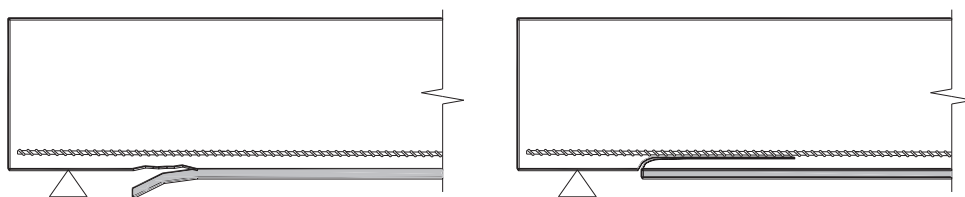


Figura 1.6 Fallas en extremo de la platina

En algunos casos, en ensayos realizados sobre vigas con suficiente refuerzo por corte, se ha observado el desarrollo de una grieta en la capa de concreto cerca al refuerzo interior de acero. Este agrietamiento comienza en el extremo de la platina en dirección hacia el punto medio del paño de la viga.

d.1.2) Falla en el extremo de la platina debido a una falla por cortante en la viga. Comúnmente esto ocurre cuando la viga de concreto reforzada no tiene suficiente refuerzo por corte. Esta grieta por cortante comienza en el extremo de la platina y crece de forma inclinada hacia el punto de aplicación de la carga.

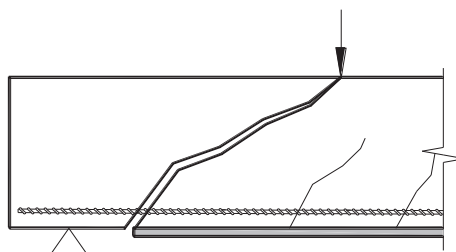


Figura 1.7 Falla por cortante en extremo de la platina

d.2) Desprendimiento de la platina en grietas por flexión o cortante (Debonding).

d.2.1) Desprendimiento de la platina en grietas por flexión. Las grietas por flexión pueden propagarse horizontalmente y causar la pérdida de adherencia de la platina en regiones alejadas del extremo de la platina (Boyukosturk y Hearing, 1998; Juvandes 1999). Este tipo de fallas se inicia usualmente cerca del centro de la viga y continúa hacia el extremo de la platina. Estas fallas son más dúctiles que las anteriores.

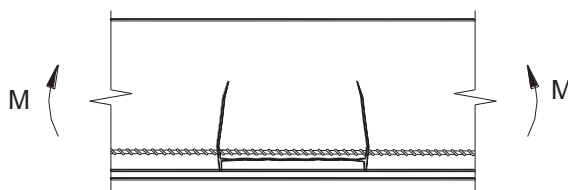


Figura 1.8 Falla por cortante en extremo de la platina

d.2.2) Desprendimiento de la platina en grietas por cortante. El desplazamiento relativo entre las dos caras de la grieta causa una desviación del esfuerzo de tensión de la platina. En el estado de falla, estas fuerzas causan una falla a tensión en el recubrimiento del concreto, conduce a un desprendimiento de la platina. En elementos

con suficiente refuerzo por corte, el efecto de la grieta vertical es casi despreciable.

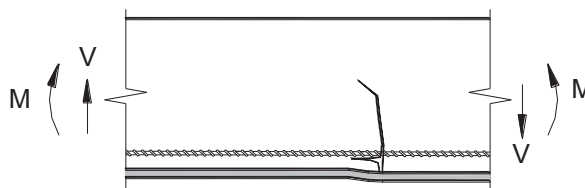


Figura 1.9 Falla por cortante en extremo de la platina

d.3) Desprendimiento causado por irregularidades de la superficie de concreto. La platina de fibra de carbono debe estar derecha después de su aplicación en una viga de concreto. Una superficie cóncava puede conducir al desprendimiento de la platina. Este modo de falla puede ser evitado con una buena ejecución y aplicando medidas de control de calidad. Para lograr una superficie de concreto completamente plana por lo general se aplican morteros epóxicos. Esto debe de ser realizado de acuerdo a las especificaciones del fabricante.

En el presente trabajo de investigación nos concentraremos en el estudio del fenómeno que causa este último tipo de fallas.

## 1.6 Fundamento teórico para el reforzamiento de vigas a flexión

Desde que algunos alcances iniciales fueron dados para el reforzamiento de vigas de concreto con platinas o láminas de fibras de carbono, el comportamiento de la interfase ha sido estudiado con el fin de desarrollar modelos teóricos que prevengan las fallas prematuras de estos elementos. Los primeros métodos analíticos fueron desarrollados especialmente para platinas de acero adheridas al concreto; más tarde se aplicaron algunas modificaciones a estos métodos para adaptarlos a las platinas o láminas FRP de fibra de carbono.

### 1.6.1 Análisis lineal elástico en el extremo de la platina

Suponiendo la homogeneidad de materiales, isotropía, el comportamiento lineal y una completa interacción de la sección compuesta entre la platina y la viga de concreto (sin considerar el desplazamiento relativo entre ellos), y esfuerzos

normales y de corte constantes a lo largo del espesor del adhesivo, es posible desarrollar un modelo de la interfase que ayude a definir un criterio aceptable de diseño que intente evitar el dsprendimiento al final de la platina.

Malek et al (1996, 1998) y Saadatmanesh y Malek (1998) estudiaron la falla local en vigas externamente reforzadas con fibras de carbono debida a una concentración de esfuerzos en el extremo de la platina y debida al efecto del agrietamiento. El modelo desarrollado está basado en un comportamiento lineal de los materiales y en la compatibilidad de deformaciones. Al mismo tiempo Täljsten (1997) desarrolló un modelo similar en el extremo de una platina sujeto a una carga simple. En 2001, Brosens desarrolló el mismo análisis lineal elástico, pero particularizándolo para tres tipos diferente de carga. Smith y Teng (2001 y 2002) revisaron los modelos previos y desarrollaron una solución más exacta la cual, de un lado evalúa la significancia de varios términos que habían sido omitidos en las soluciones existentes, y por otro lado permite la aplicación de esta formulación no solo a vigas de concreto reforzadas con platinas de fibras de carbono sino también a situaciones en donde la rigidez flexionante de la viga es más comparable a la de la platina.

1.6.1.1 Distribución del esfuerzo cortante

El esfuerzo cortante en la zona entre la fibra de carbono y el adhesivo epóxico  $\tau(x)$  es calculado considerando el equilibrio de un elemento infinitesimal de la platina de fibra de carbono.

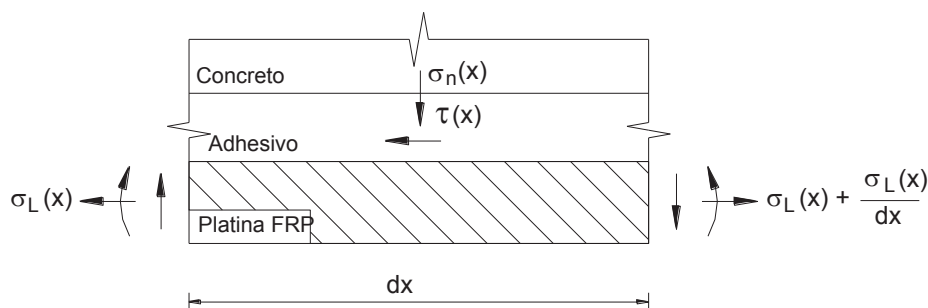


Fig. 1.10 Fuerzas acutantes en un elemento diferencial

$$\tau(x) = t_L \cdot \frac{d}{dx} \sigma_L(x) \tag{1.1}$$

En donde  $\sigma_L(x)$  es el esfuerzo de tension en la fibra y  $t_L$  es el espesor de la platina de fibra de carbono. Del mismo modo, se puede plantear la ecuación del esfuerzo axial en función de los desplazamientos horizontal y vertical  $\mu$  y  $v$ .

$$\frac{d}{dx}\sigma_L(x) = \frac{G_a}{t_L} \cdot \left( \frac{d}{dy}\mu + \frac{d}{dx}v \right) \quad (1.2)$$

Donde  $\mu$  y  $v$  son los desplazamientos horizontal y vertical en la capa del adhesivo, respectivamente, y  $G_a$  es el módulo elástico de cortante del adhesivo,  $x$  e  $y$  son las direcciones de Análisis ( $x$  paralelo al eje de la platina de fibras de carbono y perpendicular a ésta).

Del mismo modo, la ecuación diferencial para el cortante podría ser escrita como se muestra en la ecuación (1.3).

$$\tau(x) = G_a \cdot \left( \frac{d}{dy}\mu + \frac{d}{dx}v \right) \quad (1.3)$$

Para la solución de la ecuación diferencial (1.2) no se han considerado deformaciones por cortante en el adhesivo, por lo tanto la ecuación que gobierna el esfuerzo cortante puede ser fácilmente obtenida ya que el cortante intersticial y el esfuerzo normal están desacoplados. En adición a esto, para simplificar la ecuación no se ha considerado la rigidez flexionante de la platina, que es despreciable en comparación a la rigidez de la viga. Finalmente, la solución general de la ecuación diferencial ordinaria mostrada en la ecuación (1.2) puede ser reescrita como se muestra en la ecuación (1.4).

$$\sigma_L(x) = C1 \cdot \sinh(\sqrt{A} \cdot x) + C2 \cdot \cosh(\sqrt{A} \cdot x) + b1 \cdot x^2 + b2 \cdot x + b3 \quad (1.4)$$

Donde:

$$A = \frac{G_a}{t_L \cdot t_a \cdot E_L} \quad b1 = \frac{a1 \cdot Y \cdot E_L}{E_c \cdot l_{tr}} \quad b2 = \frac{Y \cdot E_L}{E_c \cdot l_{tr}} \cdot (2 \cdot a1 \cdot Lo + a2)$$

$$b3 = \frac{E_L \cdot Y}{E_c \cdot l_{tr}} \cdot (a1 \cdot Lo^2 + a2 \cdot Lo + a3) + 2 \cdot b1 \cdot \frac{t_L \cdot t_a \cdot E_p}{G_a}$$



Del mismo modo la ecuación para el esfuerzo cortante podría ser escrita como se muestra en la ecuación (1.5)

$$\tau(x) = t_L \cdot (C1 \cdot \sqrt{A} \cdot \cosh(\sqrt{A} \cdot x) + C2 \cdot \sqrt{A} \cdot \sinh(\sqrt{A} \cdot x) + 2 \cdot b1 \cdot x + b2) \quad (1.5)$$

El calculo de las constantes C1 y C2 podrá realizarse colocando apropiadas condiciones de borde según sea caso. Por ejemplo, para el caso particular de una viga con carga distribuida reforzada con una platina de fibra de carbono, el esfuerzo axial en la platina es igual a cero ( $\sigma_L=0$ ) y el punto en donde el cortante en la viga es nulo el esfuerzo cortante intersticial es igual a cero ( $\tau=0$ ).

1.6.1.2 Distribución del esfuerzo normal

El esfuerzo normal intersticial  $\sigma_n(x)$  puede ser obtenido suponiendo compatibilidad de deformaciones entre el concreto y la platina de refuerzo externo. Cuando se aplica cierto estado de carga a la viga ocurre, un desplazamiento vertical entre el concreto y la platina. Este desplazamiento vertical origina un esfuerzo normal en la capa de adhesivo.

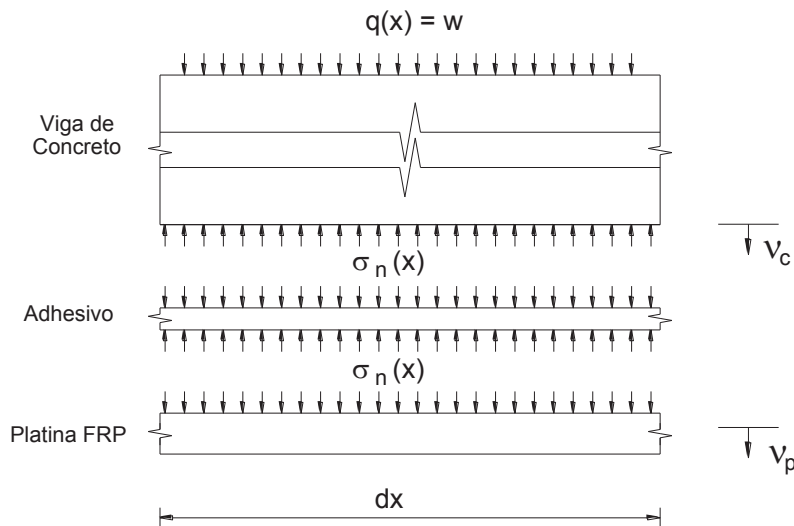


Fig. 1.11 Fuerzas verticales acutantes en un elemento diferencial

Para el planteamiento del problema se ha considerado la viga de concreto y la platina como dos vigas aisladas y conectadas entre si por la capa del adhesivo en un elemento diferencial en donde la sobrecarga

uniformemente distribuida de la viga actua. De este modo se pueden plantear las ecuaciones (1.6) y (1.7).

$$-E_c \cdot I_c \cdot \frac{d^4}{dx^4} v_c = q - b_L \cdot \sigma_n(x) \quad (1.6)$$

$$-E_L \cdot I_L \cdot \frac{d^4}{dx^4} v_p = b_L \cdot \sigma_n(x) \quad (1.7)$$

Donde  $v_c$  y  $v_p$  son las deflexiones de la viga de concreto y de la platina de fibra de carbono respectivamente,  $I_c$  e  $I_p$  son los momentos de inercia de la viga de concreto y de la platina de fibra de carbono,  $E_c$  y  $E_L$  son los módulos de elasticidad del concreto y la platina de fibra de carbono,  $b_L$  es el ancho de la platina de fibra de carbono,  $q$  es la carga uniformemente distribuida sobre la viga de concreto y  $\sigma_n(x)$  es el esfuerzo normal en el epóxico.

Aplicando el equilibrio y la compatibilidad de deformaciones resulta la ecuación diferencial que gobierna el esfuerzo normal intersticial mostrada en la ecuación (1.8).

$$\frac{d^4}{dx^4} \sigma_n(x) + \left[ \frac{E_a}{T_a} \cdot b_L \cdot \left( \frac{1}{E_L \cdot I_L} + \frac{1}{E_c \cdot I_c} \right) \right] \cdot \sigma_n(x) = \frac{E_a}{t_a \cdot E_c \cdot I_c} \cdot q \quad (1.8)$$

La solución de la ecuación diferencial (1.8) se indica en la ecuación (1.9)

$$\sigma_n(x) = e^{-\beta \cdot x} \cdot (D1 \cdot \cos(\beta \cdot x) + D2 \cdot \sin(\beta \cdot x)) + \frac{q}{E_c \cdot I_c \cdot \left[ b_L \cdot \left( \frac{1}{E_L \cdot I_L} + \frac{1}{E_c \cdot I_c} \right) \right]} \quad (1.9)$$

En donde:

$$\beta^4 = \frac{E_a \cdot b_L}{4 \cdot t_a} \cdot \left( \frac{1}{E_L \cdot I_L} + \frac{1}{E_c \cdot I_c} \right) \quad D1 = \frac{E_a}{t_a \cdot E_L \cdot I_L} \cdot \frac{V_p}{2 \cdot \beta^3} - \frac{E_a}{t_a \cdot E_c \cdot I_c} \cdot \frac{V_c + \beta \cdot M_c}{(2 \cdot \beta^3)}$$

$$D2 = \frac{E_a}{t_a \cdot E_c \cdot I_c} \cdot \frac{M_c}{2 \cdot \beta^2}$$

De donde se obtiene que como la función  $e^{-\beta}$  es máxima para  $x=0$ , el esfuerzo normal máximo ocurrirá en esa posición y su valor máximo será el indicado en la ecuación (1.10)

$$\sigma_{n\_m\acute{a}x(x)} = \left[ \frac{E_a}{t_a \cdot E_L \cdot I_L} \cdot \frac{V_p}{2 \cdot \beta^3} - \frac{E_a}{t_a \cdot E_c \cdot I_c} \cdot \frac{V_c + \beta \cdot M_c}{(2 \cdot \beta^3)} \right] + \frac{q \cdot E_L \cdot I_L}{E_c \cdot I_c \cdot b_L} \quad (1.10)$$

Se ha analizado a modo de ejemplo una viga de concreto, como se muestra en figura 1.12, sometida a una carga distribuida de  $q = 30\text{kN/m}$  a la cual se le ha aplicado las formulaciones descritas en las secciones 1.6.1.1 y 1.6.1.2,.

Del mismo modo se ha realizado un análisis con un modelo de elementos finitos sobre la misma viga a fin de comprobar los esfuerzos cortantes y normales en la interfase entre el concreto y el adhesivo y el esfuerzo axial en la platina.

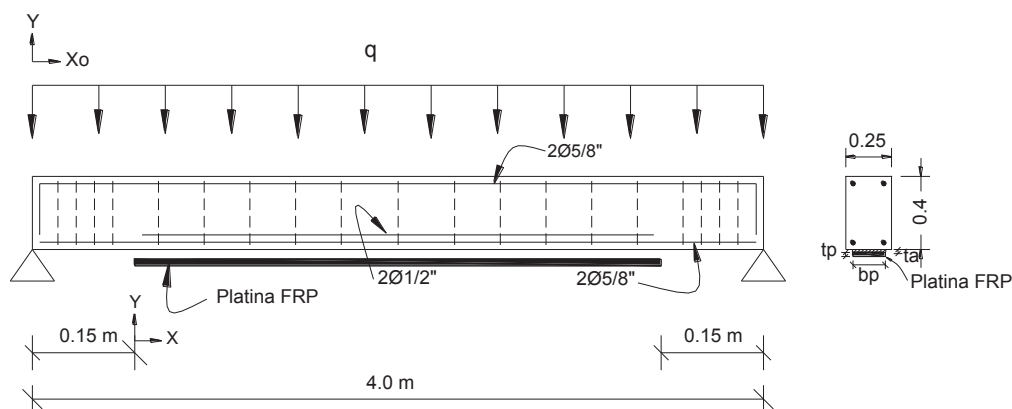


Fig. 1.12 Viga de concreto considerada para el cálculo de los esfuerzos cortante y normal en la interfase y el esfuerzo axial en la platina FRP

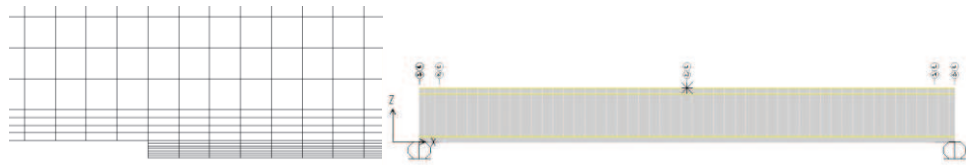


Fig. 1.13 Modelo matemático utilizado para el cálculo de los esfuerzos cortante y normal en la interfase y el esfuerzo axial en la platina FRP.

La figura 1.14 muestra el resultado del esfuerzo cortante en la interfase. Se puede observar que este esfuerzo cortante es máximo en el extremo libre de la platina ( $18\text{kgf/cm}^2$ ) y decrece en forma exponencial hasta cero antes de los 10cm medidos desde ese extremo. Los resultados con el modelo matemático ratifican las expresiones antes planteadas.

La figura 1.15 muestra el esfuerzo normal en la interfase. En esta gráfica se muestra que los esfuerzos son máximos en el extremo y decrecen hasta cero de forma exponencial en una corta distancia.

La figura 1.16 muestra el esfuerzo axial en la platina para el caso analítico y numérico. Este esfuerzo, como era de esperarse, es nulo en el extremo de la platina y crece a medida que se acerca al centro de la viga.

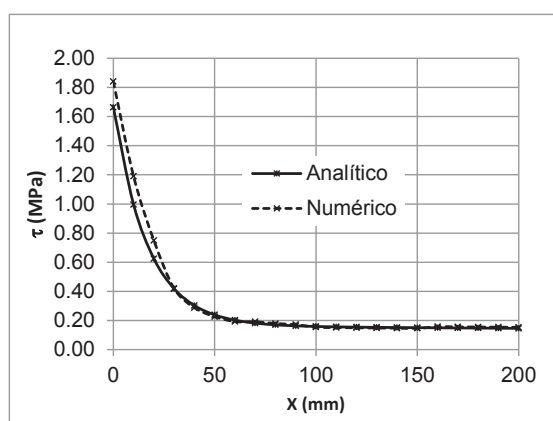


Fig. 1.14 Esfuerzo cortante en la interfase.

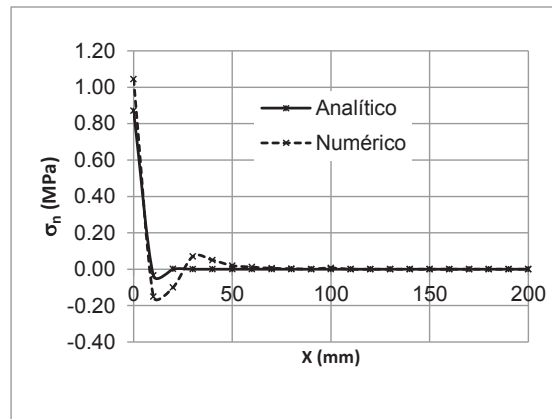


Fig. 1.15 Esfuerzo normal en la interfase.

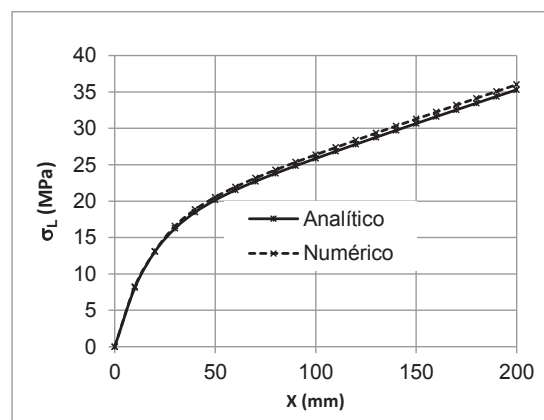


Fig. 1.16 Esfuerzo axial en la platina FRP de fibra de carbono.

Es importante decir en estos casos que, una vez conocidos el cortante intersticial y normal de considerarse un adecuado criterio de falla. La falla podría ocurrir si se superan los valores para el máximo esfuerzo cortante o para el esfuerzo de tensión del concreto, o la combinación de ambos. Según el criterio de Mohr Coulumb, para el esfuerzo principal supera el esfuerzo de tracción del concreto.

### 1.6.2 Análisis lineal elástico para un tramo de viga entre dos grietas

Experimentalmente se ha comprobado que durante la fase de agrietamiento del concreto en una viga sometida a cargas verticales la distribución del esfuerzo cortante y normal a lo largo de la interfase entre el concreto y la platina FRP cambia dramáticamente en comparación con la distribución en la fase elástica. Alrededor de cada grieta, se desarrollan altas concentraciones de esfuerzo debido a la presencia de refuerzo externo (Platina FRP). La estimación y

predicción de esos esfuerzos es muy importante y debe de ser tomado en cuenta para consideraciones de diseño.

Malek et al (1998) fueron los primeros en estudiar analíticamente este efecto en grietas por flexión. El significativo rol que desempeñan las grietas en la distribución del esfuerzo cortante ha sido tomado en cuenta en la aplicación del mismo procedimiento lineal elástico, descrito en la sección 1.6.1, para el calculo del esfuerzo cortante.

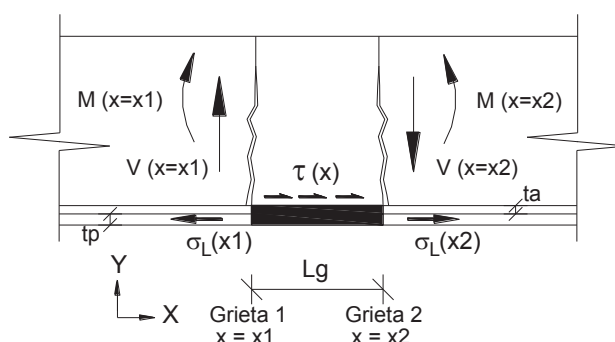


Fig. 1.17 Fuerzas actuantes en un tramo de viga entre dos grietas

De las ecuaciones descritas en la sección 1.6.1.1, en particular las ecuaciones (1.11) y (1.12), se debe determinar el esfuerzo cortante, para un tramo de viga ubicado entre dos grietas, como se muestra en la figura 1.17.

$$\tau(x) = t_L \cdot (C1 \cdot \sqrt{A} \cdot \cosh(\sqrt{A} \cdot x) + C2 \cdot \sqrt{A} \cdot \sinh(\sqrt{A} \cdot x) + 2 \cdot b1 \cdot x + b2) \quad (1.11)$$

$$\sigma_L(x) = C1 \cdot \operatorname{senh}(\sqrt{A} \cdot x) + C2 \cdot \cosh(\sqrt{A} \cdot x) + b1 \cdot x^2 + b2 \cdot x + b3 \quad (1.12)$$

Las constantes C1 y C2 deben obtenerse con nuevas condiciones de borde y el resultado se muestra en las ecuaciones (1.13) y (1.14).

$$C1 = \frac{\cosh(\sqrt{A} \cdot x1) \cdot (b1 \cdot x2^2 + b2 \cdot x2 + b3 - \sigma_L(x2)) - \cosh(\sqrt{A} \cdot x2) \cdot (b1 \cdot x1^2 + b2 \cdot x1 + b3 - \sigma_L(x1))}{\sinh(\sqrt{A} \cdot x1) \cdot \cosh(\sqrt{A} \cdot x2) - \sinh(\sqrt{A} \cdot x2) \cdot \cosh(\sqrt{A} \cdot x1)} \quad (1.13)$$

$$C2 = \frac{-C1 \cdot \sinh(\sqrt{A} \cdot x2) - (b1 \cdot x2^2 + b2 \cdot x2 + b3 - \sigma_L(x2))}{\cosh(\sqrt{A} \cdot x2)} \quad (1.14)$$

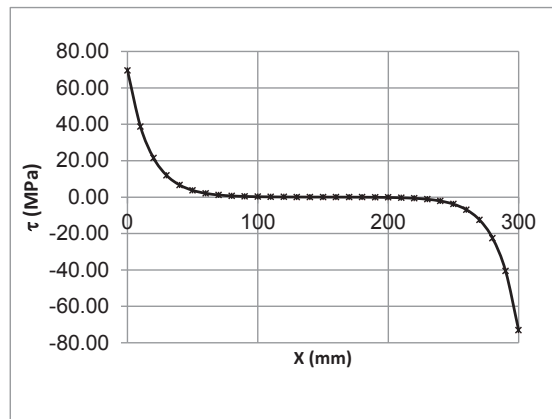


Fig. 1.18 Distribución de esfuerzos cortantes en un tramo de viga entre grietas

### 1.6.3 Análisis lineal elástico para una viga pre-agrietada

La formulación aplicada en las secciones 1.6.1 y 1.6.2, en el tramo extremo de la platina y en un tramo ubicado entre dos grietas, puede ser aplicada de forma general a un caso de una viga pre-agrietada sometida a la acción de una carga vertical distribuida, con la finalidad de ver como se distribuye el esfuerzo cortante a lo largo de toda la viga.

La figura 1.19 muestra la distribución del esfuerzo cortante en un tramo de viga ubicado entre dos grietas, donde se puede observar como éste cambia de signo, ya que la platina tiene fuerzas en direcciones opuestas a ambos lados del elemento de concreto. Dependiendo de las magnitudes de la fuerza axial en cada extremo de la platina, el punto de esfuerzo cortante nulo se moverá hacia el extremo más cargado. En la figura 1.19, se puede observar también que el esfuerzo cortante decrece en forma exponencial.

La fuerza de tracción en la platina ha sido calculada en cada posición de las grietas, para una carga distribuida aplicada de 39.8kN/m. La distribución del

esfuerzo cortante ha sido calculada siguiendo lo estipulado en la ecuación (1.11).

Como se puede observar en la figura 1.19, los esfuerzos cortantes en los extremos de las grietas parecen ser demasiado altos, con valores entre los 10MPa y los 15MPa en los 4/6 centrales de la viga y en los extremos de la viga con valores de hasta 2MPa.

El modelo de elementos finitos desarrollado por Malek et al. (1998) para estudiar el efecto de las grietas por flexión, confirma la existencia de un esfuerzo normal combinado con un esfuerzo cortante en la interfase en los extremos de la platina. Sin embargo, este esfuerzo normal no presenta altas concentraciones en la vecindad de las grietas por flexión como se observó en el extremo de la platina. De este modo se supondrá de aquí en adelante que la contribución del esfuerzo normal en la vecindad de las grietas es nula.

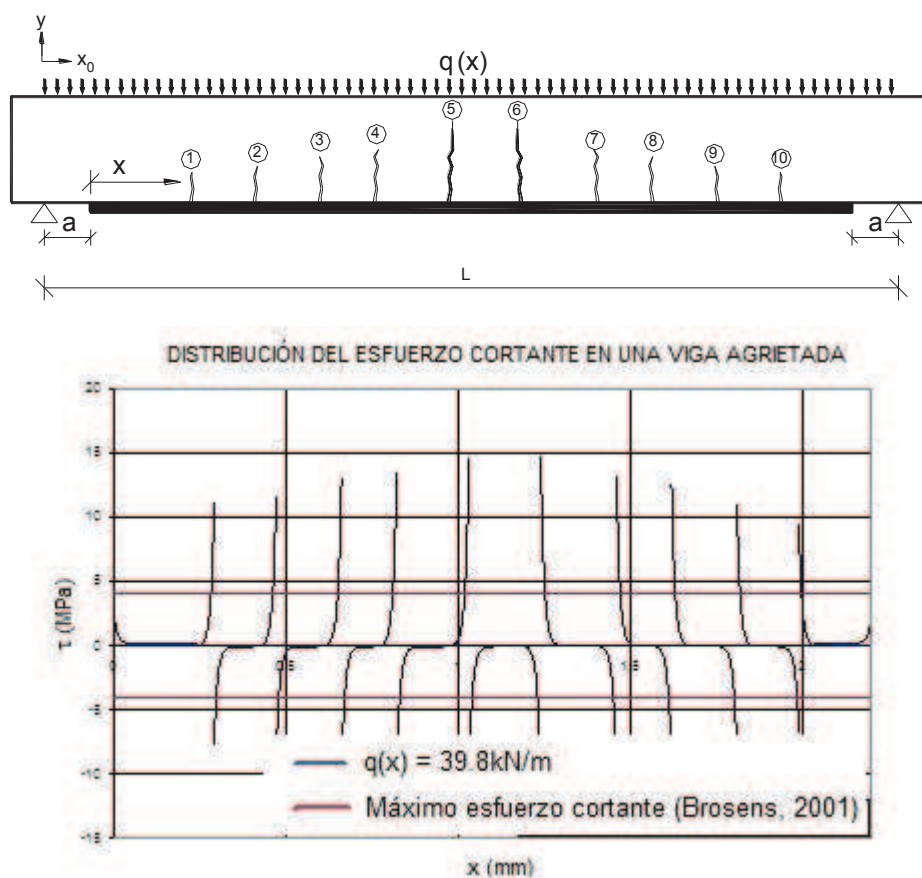


Fig. 1.19 Distribución del esfuerzos cortantes a lo largo de la interfase de una viga pre-agrietada



Por lo tanto, en la vecindad de las grietas por flexión, el esfuerzo principal será casi igual al esfuerzo cortante; y cuando, usando un criterio como el de Mohr Coulumb, el esfuerzo principal en la vecindad de las grietas sea mayor que el esfuerzo en tracción del concreto, se producirá la rotura del concreto y por consecuencia la separación de la platina de la viga.

De los ensayos desarrollados por Brosens (2001) para vigas con cargas las habituales se ha obtenido que el nivel de esfuerzos cortantes calculados a partir de esta teoría elástica, son mucho mayores que el esfuerzo en tracción del concreto; sin embargo, estos valores no han reflejado la falla del sustrato de concreto. Por lo tanto se concluye, como muchos investigadores ya lo han hecho, que este análisis lineal elástico no es adecuado para simular la distribución del esfuerzo cortante a lo largo de un tramo entre grietas, y que debe de desarrollarse un método más apropiado para reemplazar al presentado en esta sección.

## **CAPITULO 2**

### **ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LA INTERFASE SUJETO A CORTANTE PURO A TRAVÉS DE MECANISMOS NO LINEALES DE FRACTURA**

#### **2.1 Introducción**

En el presente capítulo se estudiará el comportamiento de una platina de fibra de carbono (FRP) adherida a un espécimen de concreto sujeto a cortante puro.

En la sección 2.2 se hará una breve introducción al mecanismo no lineal. En la sección 2.3 se muestran las ecuaciones que gobiernan la interfase. En la sección 2.4 se estudia el comportamiento de la interfase entre el concreto y la platina FRP adherida previo a la iniciación del proceso de pérdida de adherencia. En la sección 2.5 se estudia el proceso de la pérdida de adherencia y en la sección 2.6 se establece un alcance simplificado para el cálculo de la fuerza máxima de transferencia. En la sección 2.7 se aplican, a modo de ejemplo, las formulaciones antes descritas a un espécimen sujeto a cortante puro.

#### **2.2 Introducción al mecanismo No-Lineal de fractura**

La transferencia del cortante del concreto a las platinas FRP de fibras de carbono es crucial para el buen comportamiento de las vigas reforzadas externamente con fibras de carbono. Las fallas en esta zona de transferencia pueden darse de forma repentina y deben de tomarse en cuenta en el diseño del reforzamiento. La aplicación de teorías de mecanismos de fractura en esta área es una herramienta útil para modelar el comportamiento de la interfase y su modo de falla.

El mecanismo de fractura está relacionado con la descripción del fenómeno mecánico de propagación de la grieta en el medio continuo. Su origen se encuentra en el trabajo realizado por Griffith, (publicado en 1920) en el cual se aplicó el análisis de esfuerzos de un hueco elíptico a una inestable propagación de la grieta. El mecanismo de fractura pasó de ser una simple curiosidad científica a una disciplina ingenieril durante la segunda guerra mundial. En 1956, Irwin desarrolló el concepto de la tasa de energía liberada, el cual fue relacionado con la teoría de Griffith en una forma muy útil para resolver problemas de ingeniería. El agrietamiento plástico se tornó en un

concepto muy importante hacia 1960. El mecanismo de fractura hoy en día es una teoría muy bien establecida como fue establecida por Anderson en 1991.

Antes de implementar el mecanismo de fractura en la interfase de transferencia entre el concreto y la platina FRP de refuerzo externo, se presentarán algunos conceptos del mecanismo de fractura.

Pueden definirse los mecanismos lineales elásticos de fractura (por sus siglas en inglés, Linear Elastic Fracture Mechanism-LEFM,), como los proceso mecánicos que se desarrollan durante la formación de una grieta sin la activación de mecanismos plásticos. Dentro de este proceso el material se comporta de una manera lineal elástica. El LEFM se aplica a materiales elásticos frágiles (tales como el vidrio). Dos alcances pueden ser usados para describir la propagación de la grieta. En el campo de los esfuerzos, suponiendo una grieta existente, la teoría de elasticidad determina los esfuerzos en la vecindad de la grieta como una ecuación (2.1). La fractura ocurrirá cuando  $k$  alcance el valor característico  $K_c$ , conocido como fractura flexible.

$$\sigma(x) = \frac{k}{\sqrt{x}} \quad (2.1)$$

Donde:

$K$  es el factor de intensidad de esfuerzos.

Alternativamente, en el campo energético, si una grieta existente de longitud  $a$  incrementa su longitud en  $da$ , la energía de deformación interna variará como se muestra en la ecuación (2.2)

$$\frac{d}{da}(U) \cdot da = -G \cdot da \quad (2.2)$$

La energía de deformación para hacer crecer una grieta de longitud  $da$  estará dado por la ecuación (2.3)

$$\frac{d}{da}(W) \cdot da = G_c \cdot da \quad (2.3)$$

La propagación de una grieta es posible si la energía en el sistema decrece durante su extensión ficticia, en otras palabras, si la ecuación (2.4) es completada por:

$$G \geq G_c \quad (2.4)$$

Irwin introdujo en 1957 la identificación de los diferentes movimientos de propagación de las grietas los cuales son categorizados en tres grupos, como se muestra en la figura 2.1.



Figura 2.1 Movimientos de propagación de grietas

Modo 1 – Abertura: Las superficies de la grieta se separan de forma casi paralela la una a la otra y los desplazamientos de los puntos son perpendiculares al plano de la grieta. Se supone que solo esfuerzos de tensión son desarrollados en este modo de fractura.

Modo 2 – Corte Axial: Las superficies de la grieta se desplazan la una de la otra en el plano de la grieta. Se supone que solo se generan esfuerzos de corte en este tipo de fractura.

Modo 3 – Corte lateral: Las superficies de la grieta se mueven lateralmente la una de la otra. Se supone que solo se generan esfuerzos de corte en este tipo de fractura.

### 2.2.1 Aplicación a platinas adheridas - Mecanismos de falla No lineales

La fractura es no lineal cuando la plasticidad u otro mecanismo inelástico implica grandes deformaciones después de la falla. Por esta razón los mecanismos de fractura lineal elástica no pueden ser usados en materiales dúctiles (con una pronunciada zona de fluencia) o en materiales frágiles (que tienen una pronunciada zona de descenso en la curva carga deflexión). Este último grupo de materiales tales como el concreto, es de interés en este trabajo. Un mecanismo de fractura no lineal debe de ser desarrollado en base a relaciones esfuerzo deformación.

Un objetivo de este trabajo es el análisis de la junta de adherencia entre una platina lineal elástica y un soporte elástico lineal a través de un adhesivo intermedio.

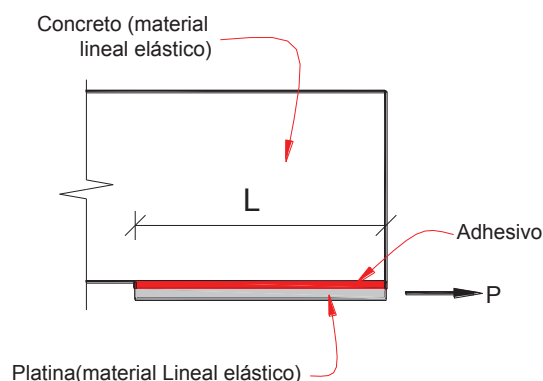


Figura 2.2 Junta de adherencia entre una platina lineal elástica y un soporte lineal elástico.

El proceso de pérdida de adherencia de una platina puede ser analizado como la formación y propagación de una grieta en la interfase. La línea de adherencia se sipe como un medio en cortante puro. El esfuerzo cortante que es transferido localmente entre el concreto y la platina FRP externa de refuerzo está relacionado con el desplazamiento relativo entre ambos materiales a través de un comportamiento constitutivo de la interfase usando una función de esfuerzo cortante de adherencia vs desplazamiento relativo en lo que sigue denominaremos curva de esfuerzo – deformación.

La figura 2.3 muestra una típica relación entre el esfuerzo cortante por adherencia y el desplazamiento relativo para una interfase o junta de adherencia. En esta curva de esfuerzo cortante por adherencia – desplazamiento relativo o esfuerzo - deformación se distinguen dos zonas:

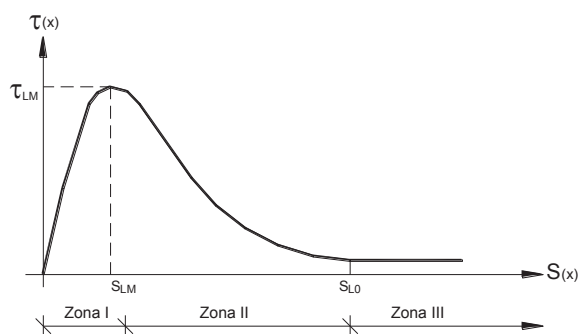


Figura 2.3 Relaciones de esfuerzo cortante por adherencia – desplazamiento relativo.

- 1) Cuando el desplazamiento relativo es menor que el valor  $s_{LM}$ , el esfuerzo cortante es una función creciente, representando la deformación del adhesivo. La junta de adherencia o zona de interfase está en la zona I. El máximo esfuerzo de corte para un desplazamiento relativo  $s_{LM}$  es  $\tau_{LM}$ .
- 2) Para valores de desplazamiento relativo mayores que  $s_{LM}$  el esfuerzo cortante es una función decreciente que representa el comportamiento posterior al máximo. La junta de adherencia o zona de interfase está en la zona II. Mientras que en la zona I el material se supone sin daño, en la zona II se desarrollan microgrietas en la interfase o junta de adherencia. La transferencia del esfuerzo cortante es todavía posible por la rugosidad del agregado. La función es todavía válida hasta que el desplazamiento relativo alcanza el valor  $s_{L0}$ . En este punto se supone que la junta por adherencia está localmente rota, con una abertura de una macrogrieta intersticial.

El área encerrada por la curva de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo hasta un valor  $s_L$  en particular, es la energía de deformación almacenada en la junta de adherencia (por unidad de área adherida). Cuando una grieta se abre, la energía almacenada es liberada. En este punto la energía liberada, que es el área bajo la curva, es llamada energía de fractura  $G_F$  (por unidad de área adherida). La energía de fractura es definida como la energía requerida para desarrollar una fractura completa en la interfase de adherencia en una cierta área.

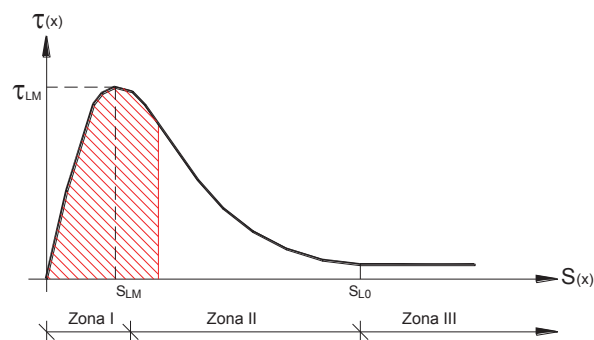


Figura 2.4 Energía almacenada en un punto

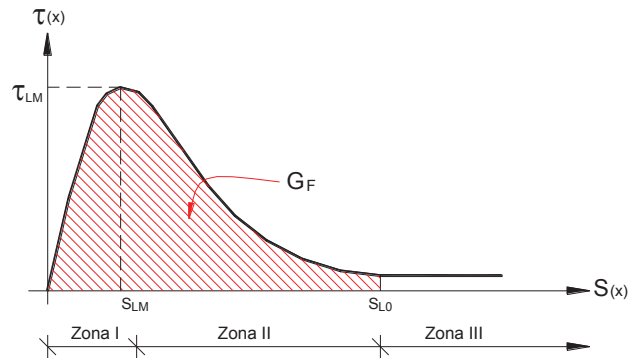


Figura 2.5 Energía de fractura GF

Mirando atrás en la figura 2.2, el trabajo externo hecho por una fuerza particular de valor  $P$  puede ser almacenado como energía de deformación en la platina FRP en el soporte y en la junta. El crecimiento de la fractura es causado por un valor crítico de la fuerza aplicada  $P_{Máx}$  que genera una energía de deformación liberada (energía de fractura) compatible con una energía igual al incremento de energía en la platina.

Para el caso particular de una platina muy larga, la fuerza máxima  $P_{Máx}$  se obtienen fácilmente como se muestra a continuación.

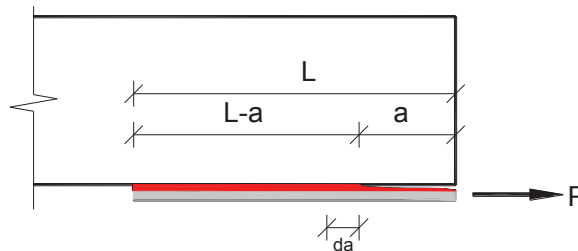


Figura 2.6 Incremento de la fractura

Si la grieta crece en una longitud  $da$ , la energía almacenada en la platina varía un cierto valor dado por la ecuación (2.5).

$$d(U_L) = d(U_{L,a}) + d(U_{L,L-a}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{P^2}{E_L \cdot t_L \cdot b_L} \cdot da + 0 \quad (2.5)$$

La energía liberada, cuando la fractura se incrementa un diferencial  $da$ , es escrito como:

$$d(W) = G_F \cdot b_L \cdot da \quad (2.6)$$

Entonces, el crecimiento de la fractura es posible cuando la energía liberada iguala a la energía almacenada, como es mostrada en la ecuación (2.7). De esta ecuación se obtiene la máxima fuerza aplicada. (ver ecuación (2.8)).

$$G.F \cdot b.L \cdot da = \frac{1}{2} \cdot \frac{P^2}{E.L \cdot t.L \cdot b.L} \cdot da \quad (2.7)$$

$$P.Máx = b.L \cdot \sqrt{2 \cdot G.F \cdot E.L \cdot t.L} \quad (2.8)$$

Este análisis está basado principalmente en el trabajo de Täljsten (1994). Tiene la ventaja de ser muy simple, intuitivo y teóricamente más exacto en la descripción de la física de la pérdida de adherencia de las platinas de fibras de carbono (FRP). Adicionalmente, no depende de la forma de curva esfuerzo – desplazamiento. Sin embargo, no da una idea clara de cuál es el proceso involucrado en la formación y propagación de una grieta. Además, es difícil de extender a platinas de longitud finita.

Por esto, con el propósito de describir el proceso de propagación de una grieta, se presentará en este capítulo, un alcance en esfuerzos (más allá del alcance en términos de la energía) para relaciones bilineales de esfuerzo – desplazamiento relativo.

## 2.3 Ecuaciones que gobiernan en la interfase

### 2.3.1 La ecuación de Volkersen

Con la finalidad de describir la distribución de esfuerzos y deformaciones entre el soporte y la platina en una viga sometida a cargas transversales, es necesario estudiar un caso simplificado. Para evitar la presencia de esfuerzos normales en la interfase se estudia el caso de cortante puro es estudiado. (Ver figura 2.7)



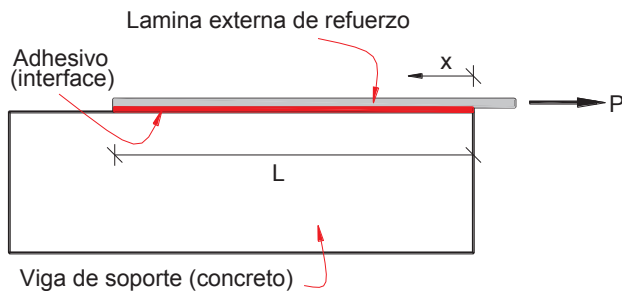


Figura 2.7 Modelo para ensayo de cortante puro.

La ecuación que describe el esfuerzo en una conexión por adherencia puede ser derivada suponiendo lo siguiente.

- 1) El adhesivo solo está expuesto a esfuerzos cortantes.
- 2) El espesor y ancho de los materiales adherentes y el adhesivo son constantes a lo largo de la longitud de adherencia.
- 3) No se consideran los efectos de flexión en los materiales adherentes.
- 4) La rigidez axial del concreto es mucho mayor que la rigidez axial de la platina; por lo tanto, las deformaciones axiales del concreto son despreciadas.
- 5) El esfuerzo axial en la platina está uniformemente distribuido en la sección transversal de la platina.

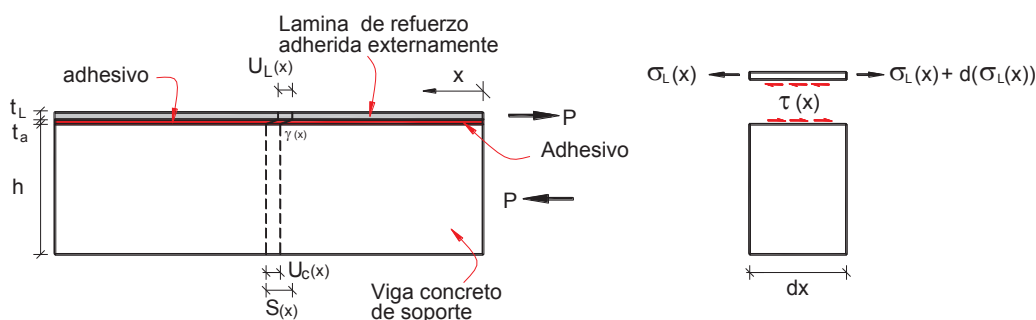


Figura 2.8 Junta de adherencia sujeta a cortante puro.

La figura 2.8, muestra un elemento diferencial  $dx$ , de una junta adherida. Al aplicar el equilibrio a este elemento, el esfuerzo de tensión de la platina de refuerzo  $\sigma_L$ , puede ser obtenido a través del esfuerzo cortante como se muestra en la ecuación (2.9).

$$\tau(x) = t_L \cdot \left( \frac{d}{dx} \sigma_L(x) \right) \quad (2.9)$$

El desplazamiento relativo de la platina FRP con respecto a la base de soporte de concreto puede ser llamado deslizamiento de la platina,  $s$ . Como la deformación axial del concreto no ha sido considerada, la primera derivada del deslizamiento de la platina llega a ser igual a la deformación unitaria de la platina la cual puede ser expresada como una función del esfuerzo de tensión.

$$\frac{d}{dx}s(x) = \varepsilon_L(x) = \frac{\sigma_L(x)}{E_L} \quad (2.10)$$

Luego incorporando la ecuación (2.9) en la derivada de la ecuación (2.10) se puede obtener la ecuación (2.11). Esta ecuación es expresada en términos del desplazamiento relativo o deslizamiento  $s$  entre el soporte de concreto y la platina de refuerzo externo y el esfuerzo cortante que es función del deslizamiento,  $\tau = f(s)$

$$\frac{d^2}{dx^2}s(x) - \frac{1}{E_L \cdot t_L} \cdot \tau(x) = 0 \quad (2.11)$$

La ecuación diferencial de segundo orden (2.11) que describe el comportamiento de una junta por adherencia fue derivada por Volkersen en 1938. Esta ecuación puede ser resuelta suponiendo relaciones constitutivas entre el esfuerzo cortante y el desplazamiento relativo o deslizamiento,  $\tau = f(s)$ . Esta ecuación fue originalmente propuesta para relaciones esfuerzo deformación elásticas, pero también puede ser extendida para otras relaciones no lineales a través de la teoría de mecanismos de fractura no lineales.

### 2.3.2 Relaciones de Esfuerzo – Deformación para el esfuerzo cortante por adherencia y desplazamiento relativo o deslizamiento

Se consideran aquí las formás posibles para las relaciones esfuerzo cortante por adherencia  $\tau_L$  vs. Desplazamiento relativo o deslizamiento  $s$ . Originalmente una simple función lineal fue usada por Volkersen (ver figura 2.9a). Más adelante esta función fue tomada por otros invertigadores como Bresson 1971, Ladner&Weder 1981, Kaiser 1989 y Täljsten 1994. La ventaja de la función lineal fue la fácil solución de la ecuación 2.11. Se observa una buena concordancia con la realidad para el comportamiento previo a alcanzar el esfuerzo cortante máximo.

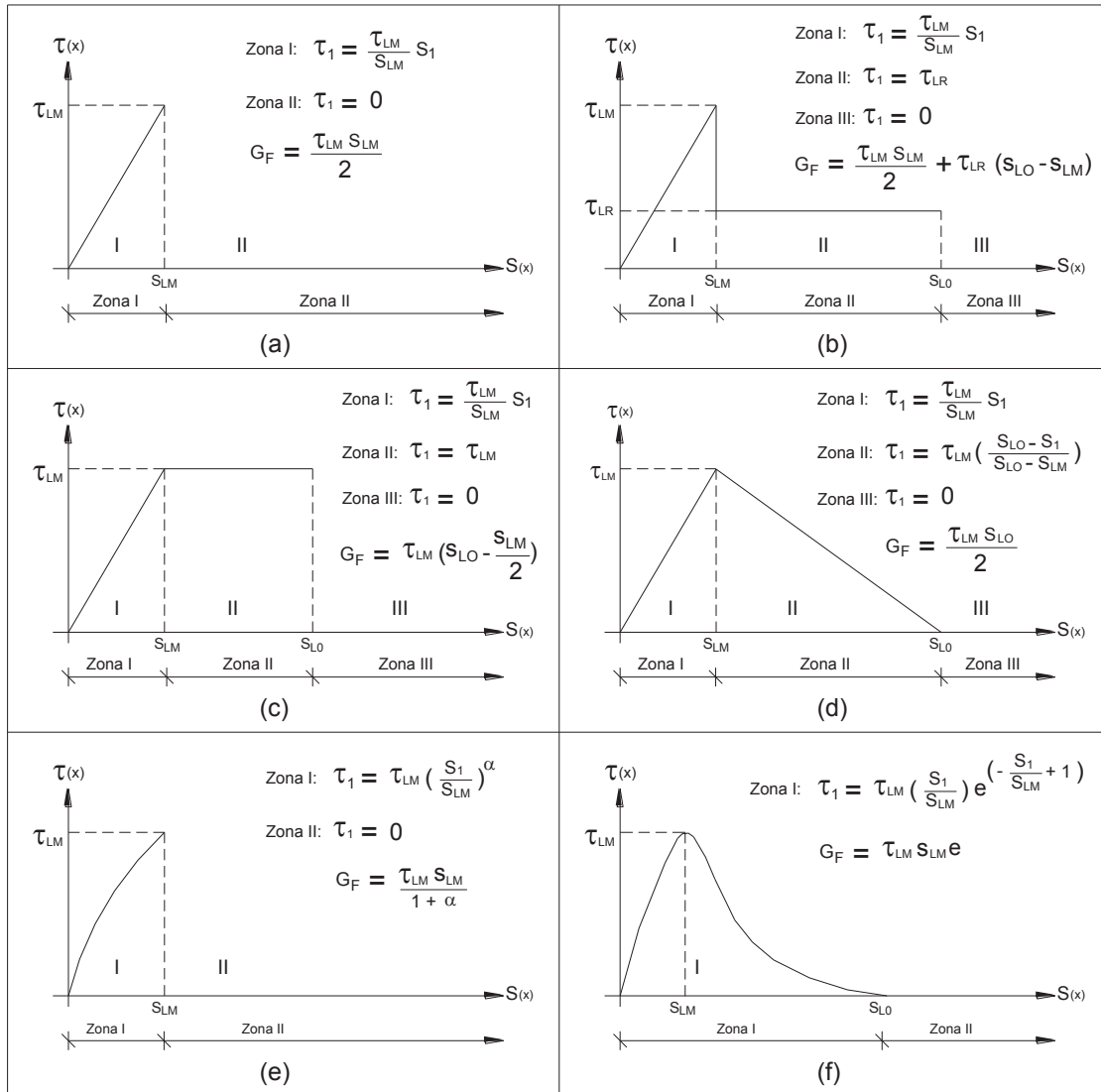


Figura 2.9 Relaciones esfuerzo cortante por adherencia  $\tau$  vs. Desplazamiento relativo o adherencia  $s$ .

Sin embargo, desde el desarrollo de las teorías de concreto no lineal y la introducción de los mecanismos de falla no lineal el comportamiento posterior al esfuerzo cortante máximo ha tomado mayor importancia. La idea es que, una vez alcanzado el esfuerzo cortante por adherencia, es posible todavía transferir esfuerzos a través de la unión con el agregado cuando la falla es gobernada por deformaciones. Al incrementarse las deformaciones se inicia la formación de microgrietas. Solo cuando el esfuerzo de corte por adherencia alcance el valor de cero, se formarán macrogrietas y la transferencia de la fuerza ya no será posible. El comportamiento luego de alcanzado el máximo esfuerzo de corte por adherencia está descrito por la rama descendente en la curva esfuerzo - deformación. Según esto ambos, el comportamiento pre y post pico en la curva

de esfuerzo deformación pueden ser descritos acuciosamente. Diferentes funciones con ramás descendentes han sido propuestas.

La figura 2.9b, muestra la curva de esfuerzo - deformación en la fibra reforzada de concreto. Esta función se comporta linealmente hasta que se alcanza el máximo esfuerzo de corte por adherencia  $\tau_{LM}$  (zona I). Luego el esfuerzo cortante cae súbitamente hasta el valor de  $\tau_{LR}$  y permanece constante hasta el desplazamiento relativo o deslizamiento  $s_{LO}$  (zona II). Esta función es muy apropiada para describir el comportamiento de fibras de acero en concreto reforzado pero es poco apropiada para conexiones por adherencia.

La figura 2.9c, representa una relación de esfuerzo - deformación perfectamente elastoplástica, similar a la curva de esfuerzo – deformación del acero. Sin embargo esta relación es poco apropiada para describir materiales de comportamiento frágil y por lo tanto no es tratada en la presente tesis.

La figura 2.9d, muestra una función bilineal. El esfuerzo cortante se incrementa linealmente hasta el esfuerzo máximo  $\tau_{LM}$  (zona I) y luego decrece linealmente hasta que el desplazamiento relativo o deslizamiento alcanza el valor  $s_{LO}$  (zona II). Esta opción da mayores concordancias que con la función lineal de la figura 2.9a.

Otra posibilidad es escoger una función exponencial como la mostrada en la figura 2.9e. Debe de notarse en esta ecuación que si  $\alpha=1$ , se tendría la función lineal simple. Si es deseado se puede combinar esta función con una rama descendente.

La última opción es la función exponencial mostrada en la figura 2.9f. La ventaja es que solo una función describe el comportamiento antes y después de alcanzado el esfuerzo de corte por adherencia máximo. Debido a esto solo dos parámetros deben de ser conocidos ( $\tau_{LM}$  y  $s_{LM}$ ) en vez de los tres parámetros ( $\tau_{LM}$ ,  $s_{LM}$  y  $s_{LO}$ ) para todas las otras funciones no lineales que describen el comportamiento posterior al máximo esfuerzo cortante. Sin embargo un problema se puede avisar del hecho que el esfuerzo cortante  $\tau$  solo llega a ser cero cuando el desplazamiento relativo o deslizamiento es infinito. En este sentido las macro grietas nunca se formarán y como consecuencia el sistema

nunca fallará. En realidad no queda claro el caso y debería introducirse un tercer parámetro para especificar el punto en donde aparecen las macro grietas y la transferencia de la fuerza se vuelve imposible.

Para el desarrollo del presente trabajo de investigación se verá con más detalle la función bilineal.

### 2.3.3 Relación bilineal de esfuerzo – deformación para el esfuerzo cortante por adherencia y desplazamiento relativo o deslizamiento

De todas las relaciones de esfuerzos cortantes por adherencia y deformación por deslizamiento, ha sido demostrado por Brosens 2001 que la función bilineal da mejor correspondencia con los datos experimentales que las funciones lineales o elastoplásticas. La función lineal solo concuerda con la realidad cuando se describe el comportamiento previo a que se alcance el máximo esfuerzo cortante por adherencia. La función elastoplástica es poco aplicable a materiales frágiles.

La función bilineal de esfuerzo deformación puede ser matemáticamente expresada como se muestra en la ecuación 2.12.

$$s(x) = \begin{cases} \frac{S_{LM}}{\tau_{LM}} \cdot \tau(x) & \text{(Zona I)} \\ S_{LM} + \frac{(S_{L0} - S_{LM})}{\tau_{LM}} \cdot (\tau_{LM} - \tau(x)) & \text{(Zona II)} \end{cases} \quad (2.12)$$

Cuando se supone una relación bilineal de esfuerzo cortante vs. Desplazamiento relativo, la energía de fractura  $G_F$  puede ser dividida en dos términos:  $G_F^I$  que es el área bajo la rama ascendente de la curva  $\tau - s$ , y  $G_F^{II}$  que es el área encerrada por la parte descendente de la curva  $\tau - s$ .

$$G_F = G_F^I + G_F^{II} \quad (2.13)$$

Como se explicará luego, el desplazamiento relativo o deslizamiento asociado con el máximo esfuerzo cortante por adherencia  $s_{LM}$  es siempre mucho menor que el máximo desplazamiento relativo o deslizamiento  $s_{L0}$ . Por lo tanto, el valor

de  $G_F^I$  es mucho menor que  $G_F^{II}$ . De los experimentos llevados a cabo se ha obtenido que por lo menos el 98.1% de la energía total es producida en la rama descendente de la curva  $\tau - s$  lo cual confirma la importancia de realizar un análisis no lineal tomando en cuenta la rama descendente de la curva  $\tau - s$ .

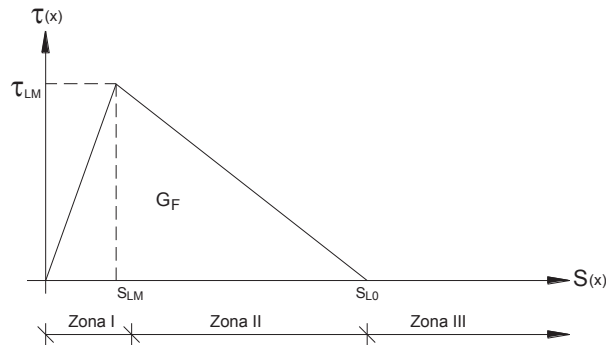


Figura 2.10 Relación bilineal de esfuerzo cortante ( $\tau$ )– deformación ( $s$ ).

### 2.3.4 Ecuación de Volkersen para cortante puro en una junta cargada

Particularizando la ecuación de Volkersen (2.11) para una relación bilineal de esfuerzo – deformación, se pueden distinguir diferentes estados que dependen de la fuerza aplicada en el extremo de la platina. La relación bilineal de esfuerzo – deformación puede ser dividida en tres áreas, dependiendo del valor del desplazamiento relativo  $s$  entre el soporte de concreto y la platina externa de refuerzo: zona I (rama ascendente), zona II (rama descendente) y zona III (rama horizontal).

Al incorporar la ecuación 2.12 en la ecuación 2.11, se puede resolver la ecuación para las zonas I y II. Para facilitar las condiciones de borde, la ecuación resultante es expresada en términos del esfuerzo de tensión en la platina (por uso de la ecuación 2.9).

La ecuación diferencial resultante en la rama ascendente de la curva esfuerzo deformación (zona I) está dada por la ecuación 2.14.

$$\frac{d^2}{dx^2}\sigma(x) - (\Omega_1)^2 \cdot \sigma(x) = 0 \quad (2.14)$$

Dónde:

$$(\Omega_1)^2 = \frac{\tau_{LM}}{S_{LM}} \cdot \frac{1}{E_L \cdot t_L} = \frac{1}{E_L \cdot t_L} \cdot \frac{2 \cdot G_{F_1}}{(S_{LM})^2} = \frac{1}{E_L \cdot t_L} \cdot \frac{(\tau_{LM})^2}{2 \cdot G_{F_1}} \quad (2.15)$$

Debe notarse que para la zona I, las ecuaciones son obviamente las mismas que las presentadas para el rango elástico en el capítulo 1, obteniendo que:

$$\frac{G_a}{t_a} = \frac{\tau_{LM}}{S_{LM}} \quad (2.16)$$

Mientras que, en la rama descendente de la curva de esfuerzo – deformación (zona II), la expresión general para el esfuerzo de tensión en la platina de refuerzo puede ser obtenida resolviendo la ecuación general homogénea

$$\frac{d^2}{dx^2} \sigma(x) + (\Omega_2)^2 \cdot \sigma(x) = 0 \quad (2.17)$$

Dónde:

$$(\Omega_2)^2 = \frac{\tau_{LM}}{(S_{L0} - S_{LM})} \cdot \frac{1}{E_L \cdot t_L} = \frac{1}{E_L \cdot t_L} \cdot \frac{2 \cdot G_{F_2}}{(S_{L0} - S_{LM})^2} = \frac{1}{E_L \cdot t_L} \cdot \frac{(\tau_{LM})^2}{2 \cdot G_{F_2}} \quad (2.18)$$

Como se mencionó anteriormente, en general la deformación por deslizamiento asociada con el esfuerzo cortante máximo  $s_{LM}$  es mucho menor que el valor de la deformación  $s_{L0}$ ; por lo tanto, comparando las ecuaciones 2.15 y 2.18 se puede ver que  $\Omega_2$  es mucho menor que  $\Omega_1$  y la razón entre  $\Omega_2/\Omega_1$  descritas en la ecuación 2.19 tiende a cero.

$$\frac{\Omega_2}{\Omega_1} = \sqrt{\frac{S_{LM}}{S_{L0} - S_{LM}}} = \sqrt{\frac{G_{F_1}}{G_{F_2}}} \quad (2.19)$$

Al resolver las ecuaciones 2.14 y 2.17 con las apropiadas condiciones de borde, puede obtenerse el esfuerzo de la platina de refuerzo. Por diferenciación en la expresión y multiplicando por el espesor del refuerzo externo se determina fácilmente, la distribución del esfuerzo cortante por adherencia  $\tau$  actuando en la interfase (como se muestra en la ecuación 2.9). Finalmente, la deformación relativa o deslizamiento  $s$  entre el soporte de concreto y la platina de refuerzo

externa está dada por la relación de esfuerzo deformación como función del esfuerzo cortante como se muestra en la ecuación 2.12.

## 2.4 Comportamiento de la Interfase de Unión previo a la iniciación del proceso de pérdida de adherencia

A continuación se describe el proceso de propagación del agrietamiento a través de las ecuaciones de esfuerzo desarrolladas durante este proceso.

Las ecuaciones (2.14) y (2.17) pueden ser resueltas para el caso particular de la figura 2.7 como una función de la fuerza aplicada en  $x=0$ , o alternativamente, como una función del desplazamiento prescrito o del esfuerzo cortante en el extremo cargado de la platinas( $x=0$ ) o  $\tau(x=0)$ .

Por incrementos del valor del desplazamiento prescrito pueden ser considerados muchos estados de carga.

### 2.4.1 Estado 1

Inicialmente (ver figura 2.11) la interfase completa está en el estado elástico, es decir que la interfase está en la rama ascendente de la curva de esfuerzo – deformación  $\tau - s$  (zona I). Por lo tanto, no se habrá desarrollado agrietamiento en el espécimen.

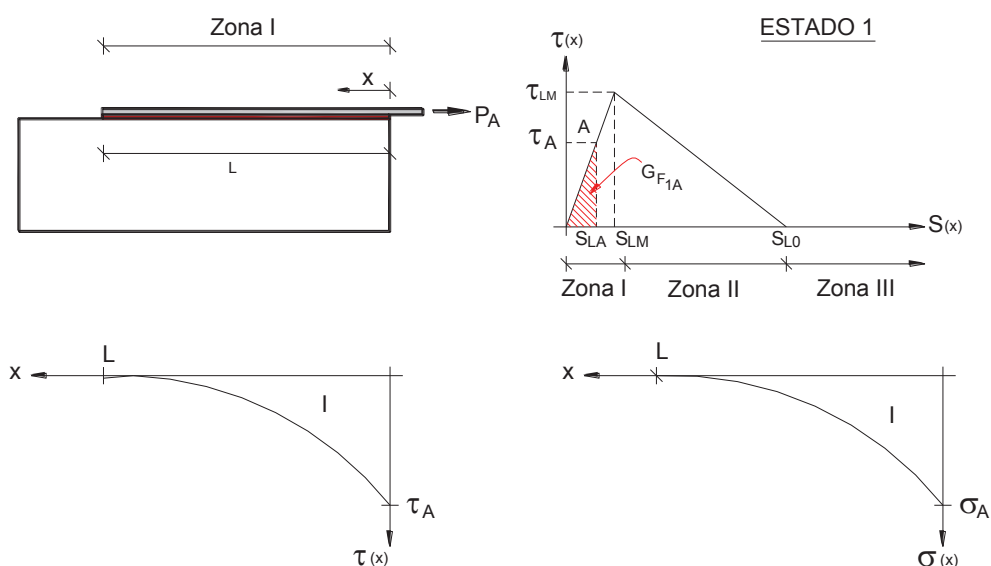


Figura 2.11 Distribución del esfuerzo cortante y axial en la platina en el estado 1.



A través de las ecuaciones (2.11) y (2.14) y considerando las condiciones de borde para el  $\tau(x=0) = \tau_A$  y  $\sigma(x=L)=0$ , se puede obtener las expresiones (mostradas en las ecuaciones (2.20) y (2.21)) para la distribución del esfuerzo de tensión axial de la platina  $\sigma$  y el esfuerzo cortante en la interfase  $\tau$ .

Zona I:  $0 \leq x \leq L$

$$\sigma(x) = \frac{\tau_A}{t_L \cdot \Omega_1} \cdot \frac{\sinh[\Omega_1 \cdot (L - x)]}{\cosh(\Omega_1 \cdot L)} \quad (2.20)$$

$$\tau(x) = \tau_A \cdot \frac{\cosh[\Omega_1 \cdot (L - x)]}{\cosh(\Omega_1 \cdot L)} \quad (2.21)$$

La ecuación 2.21 muestra un perfil para la distribución del esfuerzo cortante a lo largo de la platina. El esfuerzo cortante disminuye en la vecindad del extremo libre de la platina de refuerzo. En esta ubicación el valor del esfuerzo cortante se aproxima a cero así como la longitud de adherencia se hace más larga.

$$\tau(x = L) = \frac{\tau_A}{\cosh(\Omega_1 \cdot L)} \quad (2.22)$$

Por la particularización de la ecuación (2.20) para  $x=0$ , la fuerza aplicada en el extremo de la platina puede ser relacionada con el esfuerzo cortante en el mismo extremo. Mientras que el esfuerzo cortante en el extremo cargado se incrementa hasta su máximo valor, la fuerza de transferencia se incrementa también.

$$P_A = \frac{\tau_A \cdot bL}{\Omega_1} \cdot \tanh(\Omega_1 \cdot L) \quad (2.23)$$

Por el uso de la ecuación (2.23), el esfuerzo cortante y axial de tensión (ecuaciones (2.20) y (2.21)), pueden ser expresados como una función de la carga aplicada en el extremo de la platina.

$$\sigma(x) = -\frac{1}{P_A \cdot t_L \cdot b_L} \cdot \tanh(\Omega_1 \cdot L) \cdot \frac{\sinh[\Omega_1 \cdot (L - x)]}{\cosh(\Omega_1 \cdot L)} \quad (2.20a)$$

$$\tau(x) = \frac{\Omega_1}{P_A \cdot b_L} \cdot \tanh(\Omega_1 \cdot L) \cdot \frac{\cosh[\Omega_1 \cdot (L - x)]}{\cosh(\Omega_1 \cdot L)} \quad (2.21a)$$

Esta fuerza aplicada en el extremo es también expresada como función de la energía de fractura desarrollada hasta ese momento.

$$P_A = b_L \cdot \sqrt{2 \cdot G_{F1A} \cdot E_L \cdot t_L} \cdot \tanh(\Omega_1 \cdot L) \quad (2.24)$$

Estas ecuaciones son válidas en tanto  $\tau_A$  es menor que  $\tau_{LM}$ . En ese momento la fuerza transferida, que está dada por la ecuación (2.25), alcanza su máximo valor para el estado I.

$$P_A = \frac{\tau_{LM} \cdot b_L}{\Omega_1} \cdot \tanh(\Omega_1 \cdot L) = b_L \cdot \sqrt{2 \cdot G_{F1} \cdot E_L \cdot t_L} \cdot \tanh(\Omega_1 \cdot L) \quad (2.25)$$

### 2.4.2 Estado 2

Cuando se alcanza el máximo esfuerzo cortante por adherencia  $\tau_{LM}$  en el extremo cargado de la platina, se dice que la interfase está en el estado 2.

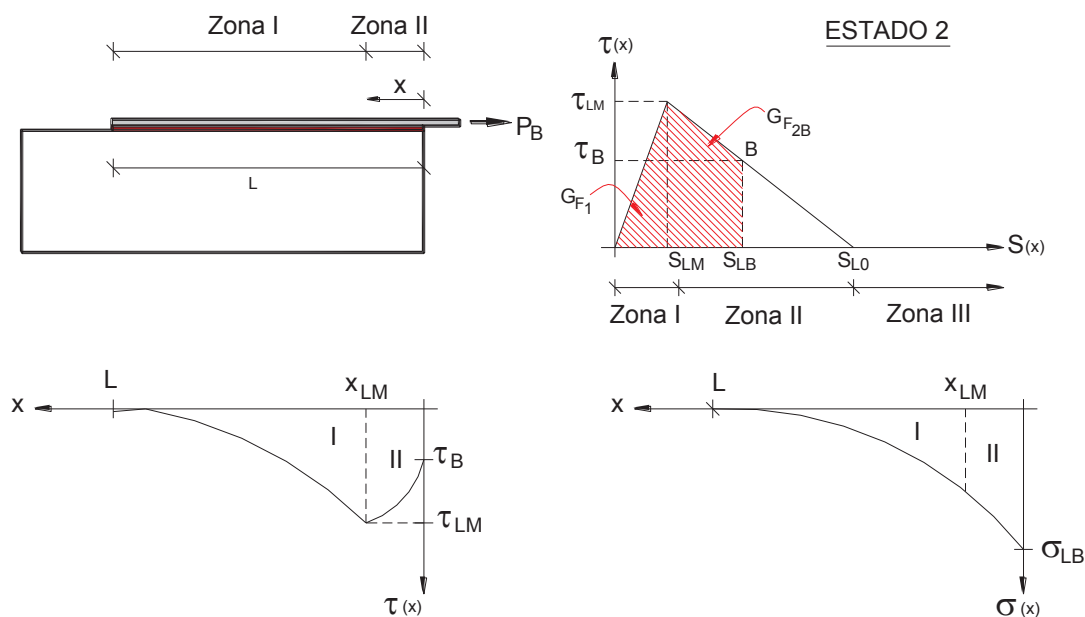


Figura 2.12 Distribución del esfuerzo cortante y axial en la platina en el estado 2.

En la interfase pueden distinguirse dos regiones. En la primera región (zona I), a medida que el esfuerzo cortante se incrementa con el desplazamiento relativo, el concreto no presenta agrietamiento. En la segunda región (zona II) (ver figura 2.12) algunas fisuras aparecen en la interfase, la cual todavía es capaz de transferir fuerza. En este caso, así como se incrementa la fuerza la zona II incrementará su longitud y el máximo esfuerzo cortante  $\tau_{LM}$  se moverá hacia el extremo libre de la platina. El punto donde se produce el máximo esfuerzo cortante por adherencia está dado por la coordenada  $x_{LM}$ .

Para la zona I: la distribución del esfuerzo de tensión axial de la platina  $\sigma$  y el esfuerzo cortante en la interfase  $\tau$  pueden ser halladas a través de las ecuaciones (2.11) y (2.14) y considerando las condiciones de borde para  $\tau(x=X_{LM}) = \tau_{LM}$  y  $\tau(x=0) = \tau_b$ .

Zona I:  $x_{LM} \leq x \leq L$

$$\sigma(x) = -\frac{\tau_{LM}}{t_p \cdot \Omega_1} \cdot \frac{\sinh[\Omega_1 \cdot (L - x)]}{\cosh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LM})]} \quad (2.26)$$

$$\tau(x) = \tau_{LM} \cdot \frac{\cosh[\Omega_1 \cdot (L - x)]}{\cosh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LM})]} \quad (2.27)$$

Para la zona II: la distribución del esfuerzo de tensión axial de la platina  $\sigma$  y el esfuerzo cortante en la interfase  $\tau$  pueden ser halladas a través de las ecuaciones (2.11) y (2.17) y considerando las condiciones de borde para  $\tau(x=X_{LM}) = \tau_{LM}$  y  $\sigma(x=L) = 0$ .

Zona II:  $0 \leq x \leq x_{LM}$

$$\sigma(x) = \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_2} \cdot \frac{1}{\sin(\Omega_2 \cdot x_{LM})} \cdot \left[ \frac{\tau_B}{\tau_{LM}} \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (x_{LM} - x)] - \cos(\Omega_2 \cdot x) \right] \quad (2.28)$$

$$\tau(x) = \frac{\tau_{LM}}{\sin(\Omega_2 \cdot x_{LM})} \cdot \left[ \frac{\tau_B}{\tau_{LM}} \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x_{LM} - x)] + \sin(\Omega_2 \cdot x) \right] \quad (2.29)$$

En donde el valor de  $x_{LM}$  es obtenido al igualar el esfuerzo axial en la platina entre las zonas I y II, lo que se muestra en la ecuación (2.30).

$$-\frac{\tau_B}{\tau_{LM}} = \left( \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \right) \cdot \tanh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LM})] \cdot \sin(\Omega_2 \cdot x_{LM}) - \cos(\Omega_2 \cdot x_{LM}) \quad (2.30)$$

El perfil de la distribución del esfuerzo cortante intersticial dado por las ecuaciones (2.27) y (2.29) es cualitativamente mostrado en la figura 2.12. A lo largo de la zona II, el esfuerzo cortante se incrementa desde el punto de aplicación de la carga hasta el punto donde ocurre el máximo esfuerzo cortante el cual está en el límite entre las dos zonas I y II. En el estado 1, el esfuerzo cortante disminuye a lo largo de la zona I desde su valor máximo hasta su extremo libre (ver ecuación (2.31)).

$$\tau(x = L) = \frac{\tau_{LM}}{\cosh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LM})]} \quad (2.31)$$

Debe notarse que el esfuerzo cortante en el extremo libre de la platina ( $x=L$ ) se aproxima a cero para largas longitudes de adherencia (desde que  $x_{LM}$  tiene un límite superior).

Particularizando la ecuación (2.28) para  $x=0$  o integrando el esfuerzo cortante a lo largo de la interfase, puede detenerse la fuerza transferida entre el concreto y la platina de FRP como función del esfuerzo cortante  $\tau_B$ .

$$P_B = b_L \cdot \left[ \frac{\tau_{LM}}{\Omega_2} \cdot \frac{1}{\sin(\Omega_2 \cdot x_{LM})} \cdot \left[ 1 - \frac{\tau_B}{\tau_{LM}} \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (x_{LM})] \right] \right] \quad (2.32)$$

La fuerza aplicada puede ser expresada como función de la energía de fractura en ese momento, como se indica en la ecuación (2.33).

$$P_B = b_L \cdot \left[ \sqrt{2 \cdot G_{F1} \cdot E_L \cdot t_L} \cdot \tanh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LM})] \cdot \cos(\Omega_2 \cdot x_{LM}) + \sqrt{2 \cdot G_{F2B} \cdot E_L \cdot t_L} \cdot \sin(\Omega_2 \cdot x_{LM}) \right] \quad (2.33)$$

### 2.4.3 Longitudes de adherencia largas y cortas

Durante el desarrollo del estado 2 de distribución de esfuerzos, cuando se incrementa el desplazamiento relativo (o se reduce el esfuerzo cortante) en el extremo cargado de la platina ( $x=0$ ), la localización del máximo esfuerzo cortante  $x_{LM}$  se mueve hacia el extremo libre de la platina. Esto se observa al resolver la ecuación (2.30).

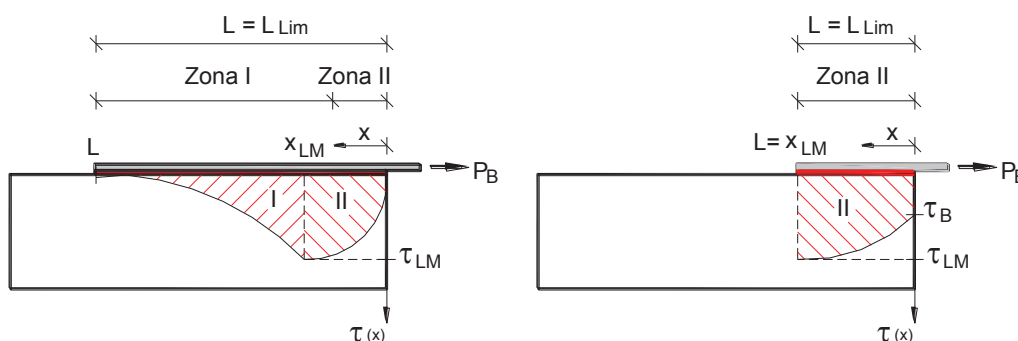


Figura 2.13 Largas y Cortas longitudes de adherencia en el estado 2.

En un ensayo de un espécimen a cortante puro, pueden dos posibles situaciones encontrarse. En la primera, la cual es llamada longitud de adherencia larga, el esfuerzo cortante en el extremo cargado alcanza un valor de cero ( $\tau=0$ ) el cual es también el final del estado 2. Mientras que  $x_{LM}$  es menor que la longitud de la platina. En oposición a esta situación está la longitud de adherencia corta donde toda la longitud de la platina está en la zona II de la curva de esfuerzo cortante – desplazamiento,  $x_{LM}$  a lo más alcanza el extremo libre de la platina; mientras que el esfuerzo cortante  $\tau_B$  en el extremo cargado es mayor que cero (el desplazamiento relativo en B es menor que el máximo valor  $s_{LO}$ ). Ambas situaciones son mostradas en la figura 2.13. Las típicas situaciones para: a) longitud de adherencia larga y b) longitud de adherencia corta. Para una longitud adherida larga al final del estado 2, la longitud de la platina es suficientemente larga para desarrollar el perfil completo del esfuerzo cortante con las zonas I y II. Por el contrario, para una longitud de adherencia corta la zona I ha casi desaparecido antes que el esfuerzo cortante en la zona II se haya desarrollado completamente.

En el límite entre las longitudes de adherencia largas y cortas, el máximo esfuerzo cortante alcanza el extremo libre de la platina ( $x_{LM}=L$ ), mientras que, el esfuerzo cortante en el extremo cargado ha decrecido hasta el valor de cero ( $\tau_B=0$ ). Al introducir ambas condiciones en la ecuación (2.30), la longitud de la platina que da la transición entre las longitudes de adherencia larga y corta es expresada en la ecuación 2.34.

$$0 = \cos(\Omega_2 \cdot L_{Lim}) \quad \text{entonces :} \quad L_{Lim} = \frac{\pi}{2 \cdot \Omega_2} \quad (2.34)$$

En lo que sigue, la denominación de longitudes de adherencia largas comprenderá a aquellas platinas cuyas longitudes de adherencia sean mayores que el límite  $L_{Lim}$ . Por el contrario, longitudes de adherencia cortas comprenderá las platinas cuyas longitudes de adherencia sean menores que el límite  $L_{Lim}$ .

$$L \leq \frac{\pi}{2 \cdot \Omega_2} \quad \text{Longitud de adherencia corta (o platinas cortas)} \quad (2.35)$$

$$L \geq \frac{\pi}{2 \cdot \Omega_2} \quad \text{Longitud de adherencia larga (o platinas largas)} \quad (2.36)$$

Para el caso específico en que una platina tenga una longitud igual al límite entre las longitudes de adherencia largas y cortas, la fuerza transferida  $P_B$  de la ecuación (2.32) puede simplificarse como la ecuación (2.37).

$$P_B = b_L \cdot \frac{\tau_{LM}}{\Omega_2} \quad (2.37)$$

#### 2.4.4 Estado 2 para largas longitudes de adherencia

En esta sección se presenta algunas observaciones hechas en especímenes a cortante puro con longitudes de adherencia largas durante el progreso del Estado 2.

### Longitud de la Zona 2

- 1) El final del estado 2 se alcanza cuando el cortante en el extremo cargado de la platina es cero  $\tau_B=0$ . En este punto la longitud de la zona II está dada por la incorporación de este valor de esfuerzo en la ecuación (2.30) como se muestra en la ecuación (2.38).

$$\left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1}\right) \cdot \tanh\left[\Omega_1 \cdot (L - x_{LM})\right] \cdot \sin(\Omega_2 \cdot x_{LM}) - \cos(\Omega_2 \cdot x_{LM}) = 0 \quad (2.38)$$

Con esta condición es posible establecer un límite superior para la longitud de la zona II que corresponda a la longitud límite entre longitudes de platinas cortas y largas.

$$x_{LM}(\tau_B = 0) \leq \frac{\pi}{2 \cdot \Omega_2} \leq L \quad (2.39)$$

- 2) Si el cociente entre  $\Omega_2$  y  $\Omega_1$  se aproxima a cero (como se ve en la ecuación (2.19)), usando la ecuación (2.38), la longitud de la zona II cuando  $\tau_B=0$  va a tender al límite superior, sin importar de la longitud de la platina.

$$x_{LM}(\tau_B = 0) = \left(\frac{\pi}{2 \cdot \Omega_2}\right) \quad (2.40)$$

- 3) Como se mencionó en la sección previa, la longitud de la zona II se incrementa como estado 2 con decrementos en los valores del esfuerzo cortante e incrementos de los valores del desplazamiento relativo o deslizamiento en el extremo cargado de la platina. Esto puede ser justificado en la derivada de la ecuación (2.30) con respecto a  $x_{LM}$ , que se muestra en la ecuación 2.41, es negativa para cualquier longitud de platina.

$$\frac{d}{dx_{LM}}(\tau_B) = -\tau_{LM} \cdot \Omega_2 \cdot \left[ \tanh\left[\Omega_1 \cdot (L - x_{LM})\right] \right] \cdot \left[ \tanh\left[\Omega_1 \cdot (L - x_{LM})\right] \cdot \sin(\Omega_2 \cdot x_{LM}) + \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1}\right) \cdot \cos(\Omega_2 \cdot x_{LM}) \right] \leq 0 \quad (2.41)$$

- 4) Desde que en la longitud de la zona II  $x_{LM}$  es una función creciente con valores decrecientes de  $\tau_B$ , éste tiene un límite superior el que está dado por la ecuación (2.39) donde las longitudes máximas de la zona II  $x_{LMmáx}$  se alcanzan al final del estado 2. El máximo valor de  $x_{LMmáx}$  será obtenido al resolver la ecuación (2.38).
- 5) De la ecuación (2.38), la longitud máxima de la zona II debe de ser mayor o igual a la de la ecuación (2.42), ya que la tangente hiperbólica de la longitud de la zona I,  $L - x_{LM}$  cuando sea multiplicado por  $\Omega_1$  siempre será menor o igual que 1.0.

$$x_{LMmáx} \geq \frac{1}{\Omega_2} \cdot \text{atan}\left(\frac{\Omega_1}{\Omega_2}\right) \quad (2.42)$$

- 6) En el caso en que la longitud de la platina sea mucho mayor que la longitud límite entre la longitud de adherencia larga y corta ( $L > \pi/2$ ), la platina será conocida como “sustancialmente larga”. En estas circunstancias, la longitud de la zona I será suficientemente larga para aproximar el valor de la tangente hiperbólica de  $\Omega_1(L - x_{LM})$  como 1.0. Así mismo, incorporando esto en la ecuación (2.38) para  $\tau_B = 0$ , la inecuación (2.42) se transforma en la ecuación (2.43).

$$x_{LMmáx} = \frac{1}{\Omega_2} \cdot \text{atan}\left(\frac{\Omega_1}{\Omega_2}\right) \quad (2.43)$$

- 7) Un factor crítico es la determinación de la longitud límite de adherencia entre una longitud larga y sustancialmente larga de la platina. Este límite es la suma de la longitud de la zona II, dada por la ecuación (2.43), más la longitud de la zona I. La longitud mínima de la zona I depende del valor de  $\Omega_1(L - x_{LM})$  cuya tangente hiperbólica es considerada igual a 1.0.

$$L = \frac{1}{\Omega_2} \cdot \text{atan}\left(\frac{\Omega_1}{\Omega_2}\right) + \frac{n}{\Omega_1} \quad (2.44)$$



- 8) Tomando un valor razonable de  $n$ , tal como  $n=2$ , que da un valor para  $\tanh(\Omega_1(L-x_{LM})) = 0.96$ , la ecuación (2.44) puede ser aproximada por la ecuación (2.45).

$$L = \frac{\pi}{2 \cdot \Omega_2} + \frac{n}{\Omega_1} \quad (2.45)$$

- 9) En un ejemplo general, con un valor típico de  $\Omega_1 = 0.0325$  y  $\Omega_2 = 0.00396$ , y suponiendo  $n=2$ , la longitud límite entre una longitud de adherencia larga o corta es de 441mm, y el límite para una longitud sustancialmente larga de adherencia de la platina es de 471mm. Para el último límite, la componente que representa la longitud de la zona II, la cual es 410mm (ecuación (2.43)), es más larga que la longitud de la zona I, la cual es 61mm.
- 10) El rango de la máxima longitud de la zona II va desde el valor dado por la ecuación (2.43), que al está asociado con la longitud de adherencia sustancialmente larga, hasta  $\pi/2\Omega_2$  el cual corresponde a el límite en entre las longitudes de adherencia largas y cortas. Nótese que la longitud máxima de la zona II decrece así como la longitud total de la platina decrece.

$$\frac{1}{\Omega_2} \cdot \text{atan}\left(\frac{\Omega_1}{\Omega_2}\right) \leq x_{LM\max} \leq \frac{\pi}{2 \cdot \Omega_2} \quad (2.46)$$

### Fuerza de Transferencia

- 1) Para el caso particular de un espécimen de cortante puro con una platina de longitud de 600mm, la tendencia general incremental de la fuerza de transferencia  $P_B$  (dada por la ecuación (2.32)) a medida  $\tau_B$  decrece y la longitud de la zona II crece. Para clarificar esta tendencia, la ecuación (2.47) muestra la derivada de  $P_B$  con respecto a  $x_{LM}$ .

$$\frac{d}{dx_{LM}}(P_B) = b_L \cdot \tau_{LM} \cdot \tanh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LM})] \cdot \left[ \tanh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LM})] \cdot \cos(\Omega_2 \cdot x_{LM}) - \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1}\right) \cdot \sin(\Omega_2 \cdot x_{LM}) \right] \quad (2.47)$$

- 2) La máxima fuerza de transferencia  $P_{M\acute{a}x}$  se determina al hacer la derivación (2.47) igual a cero; de este modo se obtiene la ecuación (2.48). Esta ecuación es verificada para una longitud particular de la zona II llamada  $x_{LMP}$ .

$$b_L \cdot \tau_{LM} \cdot \tanh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LMP})] \cdot \left[ \tanh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LMP})] \cdot \cos(\Omega_2 \cdot x_{LMP}) - \left( \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \right) \cdot \sin(\Omega_2 \cdot x_{LMP}) \right] = 0 \quad (2.48)$$

La ecuación (2.48) es equivalente a cumplir cualquiera de las siguientes ecuaciones:

$$b_L \cdot \tau_{LM} \cdot \tanh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LMP})] = 0 \quad (2.49)$$

$$\tanh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LMP})] \cdot \cos(\Omega_2 \cdot x_{LMP}) - \left( \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \right) \cdot \sin(\Omega_2 \cdot x_{LMP}) = 0 \quad (2.50)$$

- 3) La ecuación (2.49) solo se cumple si el punto de esfuerzo cortante máximo está localizado al extremo libre de la platina; esto es,  $L = x_{LMP}$ . Esta situación solo será posible en el límite entre las longitudes de adherencia largas y cortas, cuando la longitud de la platina sea  $\pi/2\Omega_2$ . Si es así la fuerza de transferencia puede ser expresada como:

$$P_{m\acute{a}x} = b_L \cdot \frac{\tau_{LM}}{\Omega_2} = b_L \cdot \sqrt{E_L \cdot t_L \cdot (2 \cdot G_{F2})} \text{ si } \left( L = \frac{\pi}{2 \cdot \Omega_2} \right) \quad (2.51)$$

- 4) Para una longitud de adherencia larga, el valor de  $x_{LMP}$  que da una máxima fuerza de adherencia  $P_{M\acute{a}x}$  será el que satisfaga la ecuación (2.50). Incorporando  $x_{LMP}$  en la ecuación (2.32), la máxima fuerza que se aplica a la platina es expresada a través de la ecuación (2.52).

$$P_{m\acute{a}x} = b_L \cdot \frac{\tau_{LM}}{\Omega_2} \cdot \left[ \left( \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \right)^2 + 1 \right] \cdot \sin(\Omega_2 \cdot x_{LMP}) \quad (2.52)$$

- 5) Teniendo en cuenta que la tangente hiperbólica es menor o igual que 1.0, y de la comparación de las ecuaciones (2.38) y la ecuación (2.50), que son reescritas como las ecuaciones (2.53) y (2.54) respectivamente, la longitud de la zona II asociada a la máxima fuerza de transferencia,  $x_{LMP}$ . siempre será menor que la máxima longitud de la zona II,  $x_{LMmáx}$ .

$$\tan(\Omega_2 \cdot x_{LMmáx}) = \left(\frac{\Omega_1}{\Omega_2}\right) \cdot \frac{1}{\tanh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LMmáx})]} \quad (2.53)$$

$$\tan(\Omega_2 \cdot x_{LMP}) = \left(\frac{\Omega_1}{\Omega_2}\right) \cdot \tanh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LMP})] \quad (2.54)$$

Sabiendo que:

$$x_{LMP} \leq x_{LMmáx} \leq \frac{\pi}{2 \cdot \Omega_2} = L \quad (2.55)$$

- 6) La ecuación (2.56) muestra el esfuerzo cortante en el extremo cargado de la platina ( $x=0$ ) donde la fuerza de transferencia es máxima. Dado que  $\tau_B$  no es cero, se muestra que, en general, la máxima fuerza de transferencia no se ha alcanzado al final del estado 2.

$$\tau_B = \tau(x=0) = \tau_{LM} \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (x_{LMP})] \cdot \left[1 - \tanh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LMP})]\right]^2 \quad (2.56)$$

- 7) Para longitudes de platina sustancialmente largas ( $L \gg \pi / 2\Omega_2$ ) ambas longitudes  $x_{LMP}$  y  $x_{LMmáx}$  son casi iguales, desde que la  $\tanh(\Omega_1(L-x_{LM})) \approx 1$ . De este modo, la máxima fuerza transferida se alcanza cuando la longitud de la zona II es máxima. En otras palabras, casi al final del estado 2 ( $\tau_B=0$ ). Incorporando la longitud máxima de la zona II dada por la ecuación (2.43) en la ecuación (2.53), la máxima fuerza de transferencia para una platina sustancialmente larga puede ser expresada en la ecuación (2.57). Como se puede observar, ésta no depende de la longitud de la platina.

$$P_{máx} = b_L \cdot \frac{\tau_{LM}}{\Omega_2} \cdot \left[ \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1}\right)^2 + 1 \right] \cdot \sin\left(\text{atan}\left(\frac{\Omega_1}{\Omega_2}\right)\right) \quad (2.57)$$

- 8) Del mismo modo la fuerza máxima de transferencia puede ser descrita en función de la energía de fractura  $G_F$ ; aplicando algo de trigonometría y conociendo que la energía total de fractura es la suma de las energías de fractura de las zonas I y II. La ecuación (2.57) puede reescribirse como la ecuación (2.58).

$$P_{\text{máx}} = b_L \cdot \sqrt{2 \cdot G_{F_2} \cdot E_L \cdot t_L} \cdot \left( \frac{G_{F_1}}{G_{F_2}} + 1 \right) \cdot \left( \sqrt{\frac{G_{F_2}}{G_{F_1} + G_{F_2}}} \right) = b_L \cdot \sqrt{2 \cdot G_F \cdot E_L \cdot t_L} \quad (2.58)$$

- 9) La consecuencia directa del comentario anterior es que la máxima fuerza de transferencia para una longitud de platina sustancialmente larga puede ser escrita como la ecuación (2.59). Como se puede observar, la máxima fuerza de transferencia dada por la ecuación (2.59) coincide con la expresión derivada usando el concepto energético del mecanismo de fractura de la ecuación (2.8).

$$P_{\text{máx}} = b_L \cdot \sqrt{2 \cdot G_F \cdot E_L \cdot t_L} \quad (2.59)$$

- 10) Como consecuencia del comentario anterior, una platina sustancialmente larga puede ser definida como una longitud de platina donde un incremento en la longitud de platina no implica un incremento en la fuerza de transferencia.
- 11) La máxima fuerza de transferencia se incrementa con la longitud de la platina, desde un valor correspondiente al límite entre las longitudes de adherencia cortas y largas hasta el corresponde a una longitud de platina sustancialmente larga.

$$b_L \cdot \sqrt{2 \cdot G_{F_2} \cdot E_L \cdot t_L} \leq P_{\text{Máx}} \leq b_L \cdot \sqrt{2 \cdot G_F \cdot E_L \cdot t_L} \quad (2.60)$$

- 12) Frecuentemente, el desplazamiento relativo asociado al máximo esfuerzo cortante ( $s_{LM}$ ) es muy pequeño comparado con el máximo desplazamiento relativo ( $s_{LO}$ ). Como consecuencia la energía de fractura de la zona II es similar a la energía total de fractura ( $G_{F_2} \approx G_F$ ) y la inecuación (2.60) puede ser aproximada por la ecuación (2.59).

### 2.4.5 Estado 2 para longitudes de adherencia cortas

Para longitudes de adherencia cortas, el estado 2 puede ser dividido en dos estados: 2a y 2b, dependiendo del desplazamiento relativo en el extremo libre de la platina.

#### 2.4.5.1 Estado 2a: $s(x=L) \leq s_{LM}$

El estado 2a ha sido ya descrito en el ítem 2.3.2 como estado 2. Su formulación es la misma que para longitudes de adherencia cortas y largas. El estado 2a se inicia cuando el esfuerzo cortante alcanza su máximo valor  $\tau_{LM}$  en el extremo cargado de la platina. ( $x=0$ ). Además, éste termina cuando  $\tau_{LM}$  se alcanza en el extremo opuesto de la platina FRP ( $x=L$ ). Algunas observaciones relacionadas con este estado pero particularizando para longitudes de adherencia cortas son descritas a continuación.

- 1) Similar a las longitudes de adherencia largas, la longitud de la zona II,  $x_{LM}$  incrementa mientras el esfuerzo cortante en el extremo cargado  $\tau_B$  decrece (o el desplazamiento relativo se incrementa).
- 2) El máximo valor de  $x_{LM}$  es alcanzado al final del estado 2a, cuando se alcanza el máximo esfuerzo cortante en el extremo libre de la platina. En este punto  $x_{LMmáx}=L$ .
- 3) Así como para las longitudes de adherencia largas, la fuerza de transferencia se incrementa a medida que el estado 2a se desarrolla.
- 4) La máxima fuerza de transferencia puede obtenerse para una longitud de la zona II  $x_{LMP}$  que resuelve la ecuación (2.48), la cual es válida para ambas longitudes de adherencia largas y cortas. De la solución de cualquiera de las condiciones (2.49) y (2.50) se obtiene, la longitud de la zona II relacionada con la máxima fuerza de transferencia.
- 5) En particular, la ecuación (2.49) será satisfecha si el punto del máximo esfuerzo cortante está localizado en el extremo libre de la platina, que es  $x_{LMP} = L$ . Incorporando esta condición en las ecuaciones (2.30) y (2.32), la máxima fuerza de transferencia es entonces expresada en la ecuación (2.61) y será transferida al final

del estado 2a, cuando el máximo esfuerzo cortante alcanza el extremo libre de la platina.

$$P_{\text{máx}} = b_L \cdot \frac{\tau_{LM}}{\Omega_2} \cdot (\sin(\Omega_2 \cdot L)) \quad (2.61)$$

- 6) En este caso, la máxima longitud de la zona II es igual a la longitud de la zona II que está asociada a la máxima fuerza de transferencia a lo largo de este estado.
- 7) Para longitudes de adherencia cortas ( $L \ll \pi / 2\Omega_2$ ), la ecuación (2.61) es una función creciente de la longitud de la platina ya que la derivada con respecto de L es positiva para este rango de valores de L.

$$\frac{d}{dL} P_{\text{máx}} = b_L \cdot \tau_{LM} \cdot (\cos(\Omega_2 \cdot L)) \geq 0 \quad (2.62)$$

- 8) Además, la fuerza de transferencia es máxima para la L que resulta al hacer la ecuación (2.62) igual a cero. La longitud de la platina está asociada a la transición entre las longitudes las longitudes de transferencia cortas y largas ( $L = \pi / 2\Omega_2$ ). Para esta longitud de platina, la fuerza de transferencia está dada por la ecuación (2.63).

$$P_{\text{máx}} = b_L \cdot \frac{\tau_{LM}}{\Omega_2} \quad (2.63)$$

- 9) Considerando  $x_{LM\text{máx}} = L$  en la ecuación (2.30), el esfuerzo cortante en el extremo cargado de la platina está dado por la ecuación (2.64). Como se mencionó previamente, en longitudes de adherencia cortas, este valor de esfuerzo cortante en el extremo cargado corresponde al final del estado 2a y el comienzo del estado 2b. En este punto, el máximo esfuerzo cortante alcanza el extremo libre de la platina ( $x=L$ ). el valor de  $\tau_B$  decrece así como la longitud de la platina se incrementa. En el límite entre la longitud corta y larga de adherencia,  $\tau_B$  es igual a cero.

$$\tau_B = \tau_{LM} \cdot \cos(\Omega_2 \cdot L) \quad (2.64)$$

**2.4.5.2 Estado 2b:**  $s(x=L) > s_{LM}$

Una vez que el máximo esfuerzo cortante  $\tau_{LM}$  alcanza el extremo libre de la platina en una longitud de adherencia corta, las ecuaciones desarrolladas para el estado 2a no son válidas. La interfase completa está en la zona II de la relación esfuerzo cortante vs. desplazamiento relativo y las microgrietas pueden haber ya aparecido a lo largo de toda la longitud adherida. Desde este punto el comportamiento de la interfase se llamará 2b. Las ecuaciones (2.65) y (2.66) representan el esfuerzo de tensión y el esfuerzo cortante a lo largo de la longitud adherida. Ambas ecuaciones son solo validas hasta el punto cuando el esfuerzo cortante nulo alcanza el extremo cargado de la platina ( $\tau_B=0$ ). Las condiciones iniciales para la obtención de las ecuaciones son  $\sigma(x=L)=0$  y  $\tau(x=0)=\tau_B$ .

Zona II: Para  $0 \leq x \leq L$

$$\sigma(x) = -\left(\frac{\tau_B}{t \cdot L \cdot \Omega_2 \cdot \cos(\Omega_2 \cdot L)}\right) \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (L - x)] \quad (2.65)$$

$$\tau(x) = \frac{\tau_B}{\cos(\Omega_2 \cdot L)} \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (L - x)] \quad (2.66)$$

Algunos comentarios sobre el estado 2b se listan a continuación:

- 1) Como se muestra en la figura 2.14, durante el estado 2b, el esfuerzo cortante decrece desde el extremo libre de la platina hasta el extremo cargado de la misma porque la interfase completa está en la zona II de la curva de esfuerzo cortante vs. Deformación relativa.

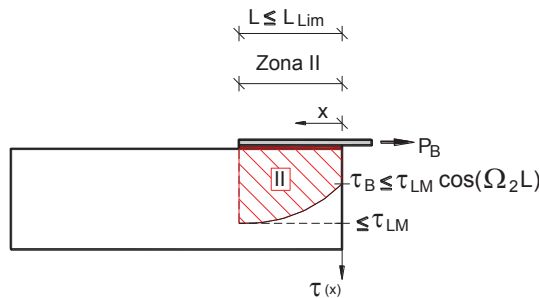


Figura 2.14 Distribución del esfuerzo cortante durante el estado 2b.

- 2) Como el esfuerzo cortante en el extremo libre de la platina durante el estado 2b debe ser menor o igual que el máximo valor  $\tau_{LM}$ , el esfuerzo cortante del extremo cargado debe satisfacer la condición dada en la ecuación (2.67).

$$\tau_B \leq \tau_{LM} \cdot \cos(\Omega_2 \cdot L) \quad (2.67)$$

- 3) Particularizando la ecuación (2.65) para  $x=0$ , la fuerza transferida entre el concreto y la platina puede ser obtenida como una función del esfuerzo cortante en el extremo cargado.

$$P_B = b_L \cdot \frac{\tau_B}{\Omega_2} \cdot \tan(\Omega_2 \cdot L) \quad (2.68)$$

- 4) Durante la evolución del estado 2b, desde que la longitud adherida completa está en la zona II, el esfuerzo cortante decrece (o alternativamente, el desplazamiento relativo aumenta) en cualquier punto. Desde que  $\tau_B$  decrece con el progreso del estado 2b, la fuerza transferida dada por la ecuación (2.68) disminuye también. Al final del estado 2b ( $\tau_B = 0$ ), la fuerza transferida alcanza el valor cero. Por lo tanto, la máxima fuerza transferida se desarrolla cuando el estado 2b comienza.

$$P_{B\text{máx}} = b_L \cdot \frac{\tau_{LM}}{\Omega_2} \cdot \sin(\Omega_2 \cdot L) \quad (2.69)$$

- 5) La evolución del estado 2b es solo posible en circunstancias en que el desplazamiento relativo en el extremo cargado, en vez de la fuerza aplicada, es controlado. El incremento de la carga aplicada conducirá al desprendimiento de la platina del concreto sin el desarrollo del estado 2b.
- 6) Por lo tanto, cuando se haga un ensayo a corte puro bajo carga controlada, el desprendimiento de la platina se inicia inmediatamente al final del estado 2a, no siendo ya posible incrementar la fuerza de transferencia.



- 7) La máxima fuerza de transferencia dada por la ecuación (2.69) es una función creciente de la longitud de la platina, como se observa en la derivada de la ecuación (2.69) con respecto a la longitud de la misma, la cual tiene un valor positivo (ecuación (2.70)). La máxima fuerza de transferencia, dada por la ecuación (2.70), corresponde a una longitud  $\pi/2\Omega_2$ , que corresponde al límite entre la a longitud de adherencia corta y larga.

$$\frac{d}{dL}P_{Bm\acute{a}x} = b_L \cdot \tau_{LM} \cdot \cos(\Omega_2 \cdot L) \geq 0 \quad (2.70)$$

$$P_{Bm\acute{a}x}\left(L = \frac{\pi}{2 \cdot \Omega_2}\right) = b_L \cdot \frac{\tau_{LM}}{\Omega_2} \quad (2.71)$$

- 8) El estado 2b termina cuando se llega al máximo desplazamiento relativo en el extremo cargado de la platina y  $\tau_B$  ha decrecido hasta cero. Desde este punto ya no será posible desarrollar el esfuerzo de transferencia entre la platina y el soporte ( $\tau(x)=0$ ). Esto es mostrado por la incorporación de  $\tau_B=0$  en las ecuaciones (2.65) y (2.66).
- 9) En el mismo instante, se alcanza el máximo desplazamiento relativo no solo en el extremo cargado de la platina, sino en toda la longitud adherida. Una macrogrieta se abre y repentinamente la platina se desprende del soporte de concreto con parte del sustrato del mismo concreto. En este punto, el proceso conocido como desprendimiento (o Debonding, en inglés) de una longitud de adherencia corta ha llegado a su fin.

## 2.5 Proceso de Desprendimiento de la platina (Debonding)

Una vez que el desplazamiento relativo en el extremo cargado de la platina ( $x=0$ ) alcanza su máximo valor  $s_{L0}$  el esfuerzo cortante en ese punto es nulo. En ese momento las microgrietas se convierten en macrogrietas y el proceso de desprendimiento de la platina (o debonding, en inglés) empieza.

En la siguiente sección se describe la evolución del comportamiento de la interfase para longitudes de adherencia largas. Como se explicó en la sección 2.4.5, para longitudes de adherencia cortas, la platina se desprende del soporte de concreto al final del estado 2b.

## 2.5.1 Longitudes de adherencia largas

### 2.5.1.1 Estado 3a:

El estado 3a se inicia con la abertura de una macrogrieta en la interfase, cuando el desplazamiento relativo en el extremo cargado de la platina ( $x=0$ ) alcanza el valor  $s_{L0}$ . La platina puede ser dividida en tres regiones relacionadas con su estado: Zona I, II y III (ver figura 2.15).

El comportamiento en la interfase de las zonas I y II es similar a los estados previos. En la zona III, el esfuerzo cortante es cero y el esfuerzo de tensión en la platina es constante. Por lo tanto, no se puede transmitir más fuerza desde la platina hacia el soporte de concreto en la longitud de la grieta real  $x_{L0}$ . El estado de esfuerzos en las diferentes partes de la platina adherida puede ser descrito por las ecuaciones (2.79) a la (2.85).

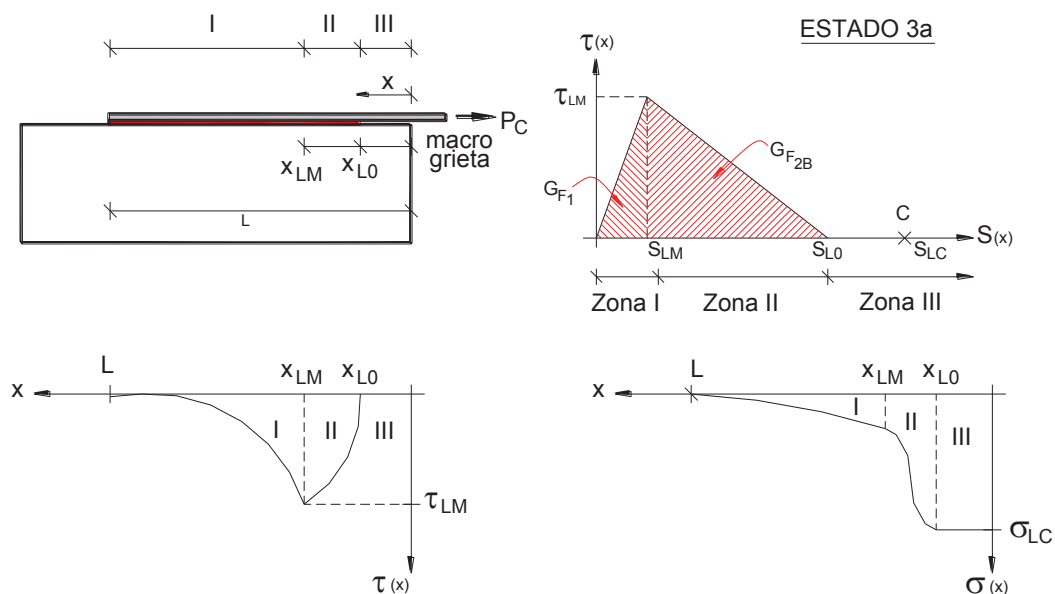


Figura 2.15 Distribución de esfuerzos en el estado 3a.

Para la zona I:  $x_{LM} \leq x \leq L$

$$\sigma(x) = -\frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_1} \cdot \frac{\sinh[\Omega_1 \cdot (L - x)]}{\cosh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LM})]} \quad (2.72)$$

$$\tau(x) = \tau_{LM} \cdot \frac{\cosh[\Omega_1 \cdot (L - x)]}{\cosh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LM})]} \quad (2.73)$$

Para la zona II:  $x_{L0} \leq x \leq x_{LM}$

$$\sigma(x) = -\frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_2} \cdot \frac{\cos[\Omega_2 \cdot (x - x_{L0})]}{\sin[\Omega_2 \cdot (x_{LM} - x_{L0})]} \quad (2.74)$$

$$\tau(x) = \tau_{LM} \cdot \frac{\sin[\Omega_2 \cdot (x - x_{L0})]}{\sin[\Omega_2 \cdot (x_{LM} - x_{L0})]} \quad (2.75)$$

Para la zona III:  $0 \leq x \leq x_{L0}$

$$\sigma(x) = -\frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_2} \cdot \frac{1}{\sin[\Omega_2 \cdot (x_{LM} - x_{L0})]} \quad (2.76)$$

$$\tau(x) = 0 \quad (2.77)$$

Donde la longitud de la zona II,  $x_{LM} - x_{L0}$  se obtiene al resolver la ecuación (2.78)

$$\cos[\Omega_2 \cdot (x_{LM} - x_{L0})] \cdot \left[ -\cos[\Omega_2 \cdot (x_{LM} - x_{L0})] + \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \cdot [\sin[\Omega_2 \cdot (x_{LM} - x_{L0})]] \cdot \right. \\ \left. \cdot \tanh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LM})] \right] = 0 \quad (2.78)$$

Esta ecuación se verifica si se satisface una de las siguientes condiciones:

- a)  $\cos[\Omega_2 \cdot (x_{LM} - x_{L0})] = 0$
- b)  $-\cos[\Omega_2 \cdot (x_{LM} - x_{L0})] + \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \cdot [\sin[\Omega_2 \cdot (x_{LM} - x_{L0})]] \cdot \tanh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LM})] = 0$

(2.79) y (2.80)

La condición (2.79) es satisfecha cuando  $(x_{LM} - x_{L0}) = \pi / 2\Omega_2$ . Esta situación solo es posible cuando la longitud adherida remanente  $(L-x_{L0})$  está dentro del límite entre las longitudes de adherencia cortas y largas, en otras palabras, cuando se llega al máximo esfuerzo cortante en el extremo libre de la platina.

Para longitudes sustancialmente largas  $(L-x_{L0})$ , la tangente hiperbólica de  $\Omega_1(L-x_{LM})$  puede ser aproximada a la unidad,  $\tanh(\Omega_1(L-x_{LM})) \approx 1$ . Al hacer esta aproximación en la ecuación (2.80), la longitud de la zona II puede ser calculada por la ecuación (2.81).

$$(x_{LM} - x_{L0}) = \frac{1}{\Omega_2} \cdot \arctan\left(\frac{\Omega_1}{\Omega_2}\right) \quad (2.81)$$

En el estado 3a, la longitud de la zona II estará en un rango entre el valor dado por la ecuación (2.81) y un máximo de  $\pi/2\Omega_2$ .

$$\frac{1}{\Omega_2} \cdot \arctan\left(\frac{\Omega_1}{\Omega_2}\right) \leq x_{LM} - x_{L0} \leq \frac{\pi}{2 \cdot \Omega_2} \quad (2.81-a)$$

Para longitudes de platina sustancialmente largas, la zona II se incrementa así como se incrementa la macrogrieta. Este tramo incremental es insignificante solo hasta que la longitud adherida remanente se iguala a la mínima longitud para una longitud sustancialmente larga de platina, porque el valor de la tangente hiperbólica de  $\Omega_1/(L-x_{LM})$  es todavía aproximadamente igual a uno. Una vez que la longitud adherida remanente llega a ser menor que el valor de la longitud sustancialmente larga, la macrogrieta continua creciendo; mientras que la longitud de la zona II se incrementa desde el valor dado por la ecuación (2.81) al valor  $\pi/2\Omega_2$ , el cual corresponde al final del estado 3a. Nótese que el estado 3a termina cuando el máximo esfuerzo cortante alcanza el extremo libre de la platina.

Desde que el esfuerzo de tensión en la platina es constante a lo largo de la macrogrieta, se obtiene la fuerza de transferencia a lo largo de la interfase en el estado 3a, multiplicando el valor dado por la ecuación (2.76) por el área de la platina.

$$P_c = b_L \cdot \frac{\tau_{LM}}{\Omega_2 \cdot \sin\left[\Omega_2 \cdot (x_{LM} - x_{L0})\right]} \quad (2.82)$$

También en este caso la fuerza aplicada en el extremo cargado de la platina puede ser escrita en función de la energía de fractura.

$$P_C = b_L \cdot \left[ \sqrt{E_L \cdot t_L \cdot 2 \cdot G_{F1}} \cdot \left[ \tanh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LM})] \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (x_{LM} - x_{L0})] \right] + \sqrt{E_L \cdot t_L \cdot 2 \cdot G_{F2}} \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x_{LM} - x_{L0})] \right] \quad (2.83)$$

La fuerza de transferencia depende de la longitud de la zona II, que es obtenida de la ecuación (2.80). La derivada de la ecuación (2.82) con respecto a  $x_{LM}$  está dada por la ecuación (2.84). Desde que la longitud de la zona II para una longitud de adherencia larga debe de ser menor que el límite entre una longitud corta y larga de la platina,  $\pi/2\Omega_2$ , la derivada de la ecuación (2.84) debe de ser negativa. Por lo tanto la fuerza de transferencia es una función decreciente con un incremento de la zona II.

$$\frac{d}{dx_{LM}}(P_C) = -b_L \cdot \frac{\tau_{LM}}{\Omega_2 \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x_{LM} - x_{L0})] \cdot \tan[\Omega_2 \cdot (x_{LM} - x_{L0})]} \quad (2.84)$$

Como consecuencia, la fuerza de transferencia del estado 3a será menor o igual que el valor de la fuerza de transferencia al final del estado 2 (dado por la ecuación (2.52)).

Finalmente, cuando la longitud adherida remanente es igual al límite entre las longitudes de adherencia corta y larga ( $L - x_{L0} = \pi/2\Omega_2$ ), es cuando el máximo esfuerzo cortante alcanza el extremo libre de la platina y la fuerza de transferencia puede ser escrita como la ecuación (2.85). Desde este punto en adelante se inicia el estado 3b.

$$P_C = b_L \cdot \frac{\tau_{LM}}{\Omega_2} \quad (2.85)$$

De manera similar al estado 2b para longitudes de adherencia cortas, en este caso, ya que la fuerza de transferencia es una función decreciente de  $x_{LM}$ , la evolución del estado 3a solo será posible cuando el desplazamiento relativo, y no la fuerza aplicada, sea controlada en el extremo cargado de la platina. Si se intenta incrementar la fuerza aplicada

al final del estado 2, la pérdida de adherencia a lo largo de la platina ocurrirá inmediatamente y el estado 3a no ocurrirá.

El deslizamiento a lo largo de la microgrieta (zona III) puede ser calculado como la suma del máximo deslizamiento actuando en la macrogrieta  $s_{L0}$ , más la elongación de la platina.

Para la zona III: para  $0 \leq x \leq x_{L0}$

$$s(x) = s_{L0} + \varepsilon_L(x) \cdot (x - x_{L0}) \quad (2.86)$$

El estado 3a es válido hasta que se alcanza el máximo esfuerzo cortante en el extremo libre de la platina  $\tau(x=L) = \tau_{LM}$ . Por lo tanto, la zona I siempre está presente durante el estado 3a.

### 2.5.1.2 Estado 3b:

Cuando el máximo valor del esfuerzo cortante alcanza el extremo libre de la platina, se inicia el estado 3b. La longitud adherida estará completamente en la zona II de la curva de esfuerzo cortante vs. desplazamiento relativo (ver figura 2.16). Por lo tanto, las microgrietas aparecerán a lo largo de la longitud todavía adherida. Al comienzo de este estado, la longitud adherida remanente esta en el límite entre las longitudes de adherencia corta y larga. Desde este punto, la formulación que gobierna este estado está en función de la fuerza de tensión en el extremo cargado de la platina  $P_D$ , como se describe a continuación.

Para la zona II:  $x_{L0} \leq x \leq L$

$$\sigma(x) = \frac{P_D}{b_L \cdot t_L \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (L - x_{L0})]} \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (L - x)] \quad (2.87)$$

$$\tau(x) = \frac{P_D}{b_L \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (L - x_{L0})]} \cdot \Omega_2 \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (L - x)] \quad (2.88)$$

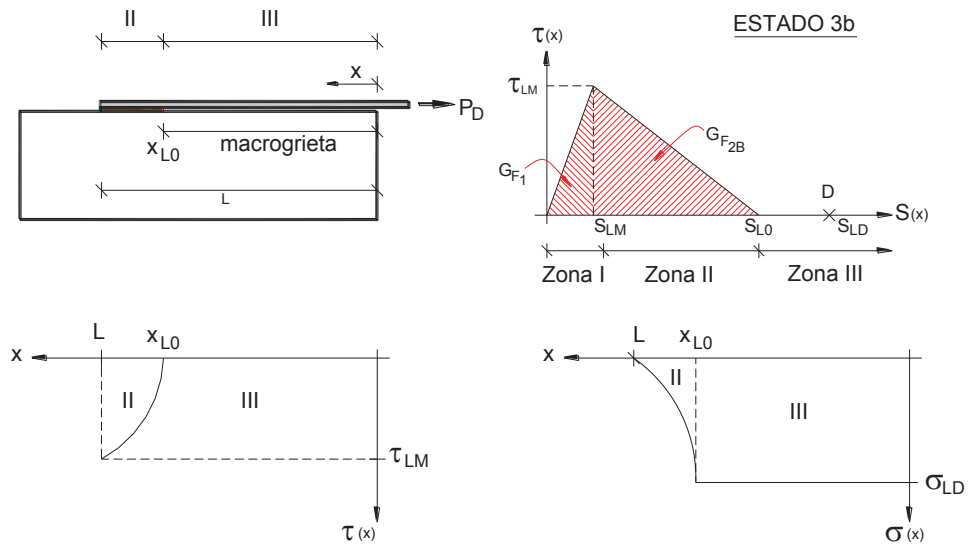


Figura 2.16 Distribución de esfuerzos al comienzo del estado 3b.

Para la zona III:  $0 \leq x \leq x_{L0}$

$$\sigma(x) = -\frac{P_D}{b_L \cdot t_L} \quad (2.89)$$

$$\tau(x) = 0 \quad (2.90)$$

En la macrogrieta  $x=x_{L0}$ , el desplazamiento relativo es  $s_{L0}$ , así es que el esfuerzo cortante es cero. Por lo tanto, la ecuación (2.91) debe cumplirse.

$$\tau(x = x_{L0}) = \frac{P_D}{b_L \cdot \tan[\Omega_2 \cdot (L - x_{L0})]} \cdot \Omega_2 = 0 \quad (2.91)$$

La ecuación (2.91) solo es posible si se cumple una de las condiciones (2.92) o (2.93). En otras palabras, si la fuerza en el extremo cargado  $P_D$  es cero o alternatively, si la longitud adherida remanente es igual a  $\pi/2\Omega_2$ :

$$P_D = 0 \quad (2.92)$$

$$\tan[\Omega_2 \cdot (L - x_{L0})] = \infty \rightarrow L - x_{L0} = \frac{\pi}{2 \cdot \Omega_2} \quad (2.93)$$

Dado que la transferencia de la fuerza cortante solo es posible cuando la fuerza de transferencia es diferente de cero, la macrogrieta no debe de crecer más a medida que el estado 3b evoluciona, esto es, la longitud adherida remanente debe permanecer constante e igual al límite entre una longitud de adherencia corta y larga.

Para la longitud adherida remanente (en la zona II de la curva de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo), el esfuerzo cortante decrece conforme el estado 3b se desarrolla (ver figura 3.17). Además, la fuerza de transferencia, que es la suma de los esfuerzos cortantes, disminuye de la misma forma. En relación al desplazamiento relativo, éste decrece a lo largo de la macrogrieta porque la elongación elástica de la platina muestra la misma tendencia decreciente que la fuerza de transferencia. A lo largo de la longitud remanente adherida, el desplazamiento relativo se incrementa hasta su máximo valor  $s_{L0}$ . El máximo desplazamiento relativo se alcanza en el mismo instante en cualquier posición de la longitud remanente adherida. En este punto, la macrogrieta, que ha permanecido constante a lo largo del estado 3b crece instantáneamente desde  $x_{L0}$  hasta  $L$ , en otras palabras, la platina se desprende completamente del concreto de forma frágil y de una manera repentina y el desprendimiento del concreto llega a su fin.

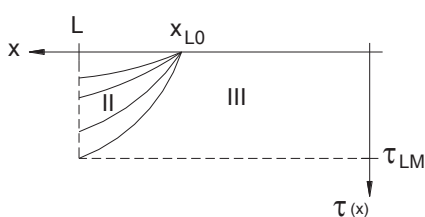


Figura 2.17 Evolución del esfuerzo cortante durante el estado 3b.

El estado 3b es solo posible cuando se controla el desplazamiento relativo en el extremo de la platina y no la fuerza de transferencia. Un incremento en la fuerza de transferencia implica una repentina pérdida de la adherencia. Se debe notar que el máximo esfuerzo cortante se alcanza en el extremo libre de la platina en una longitud de adherencia larga. El desplazamiento relativo en el punto de aplicación debe decrecer para permitir la evolución del estado 3b. Esto es lo opuesto al comportamiento observado en longitudes de adherencia cortas, donde el estado 2b



evoluciona mientras que el desplazamiento relativo en el extremo cargado de la platina se incrementa.

La tabla 2.1, muestra en forma resumida la secuencia de los posibles estados que se pueden alcanzar durante el proceso de pérdida de adherencia para longitudes de la platina cortas y largas.

Tabla 2.1

SECUENCIA DE POSIBLES ESTADOS LAMINA ADHERIDA A ESPÉCIMEN SUJETO A CORTANTE PURO				
LONGITUDES ADHERIDAS LARGAS	Estado 1	Estado 2a	Estado 3a	Estado 3b
LONGITUDES ADHERIDAS CORTAS	Estado 1	Estado 2a	Estado 2b	---

Leyenda:  Perdida de adherencia

## 2.6 Alcance Lineal Simplificado

Algunos autores (Täljsten, 1994; Brosens and Van Gemert, 1998; Neubauer, 2000) obtuvieron la máxima fuerza de transferencia entre el concreto y la platina a través de la expresión (2.94). Para longitudes de adherencia largas, la ecuación (2.94) da los mismos resultados que la ecuación (2.59).

$$P_{\text{máx}} = b_L \cdot \sqrt{2 \cdot G_F \cdot E_L \cdot t_L} \quad (2.94)$$

La expresión anterior está basada en la energía de fractura (Neubauer, 2000). La energía de fractura total fue previamente definida como el área encerrada en la curva esfuerzo cortante - deformación. La energía de fractura de la función bilineal de esfuerzo –deformación; es la misma que la energía de fractura de una función lineal de esfuerzo – deformación mostrada en la figura 2.18 con el mismo valor de esfuerzo cortante máximo  $\tau_{LM}$  y con el desplazamiento relativo  $s_{LM}$  igual al máximo desplazamiento relativo  $s_{L0}$ . Con la adopción de una relación lineal de esfuerzo deformación y la solución de la ecuación diferencial en el estado 1, la máxima fuerza de transferencia estará dada por la ecuación (2.25) reemplazando la energía de fractura de la zona 1  $G_{F1}$  por la energía total de fractura  $G_F$  y  $s_{LM}$  por el máximo desplazamiento relativo  $s_{L0}$  antes de la ocurrencia del desprendimiento de la platina del concreto.

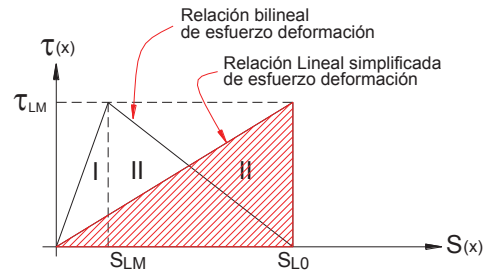


Figura 2.18 Relación lineal de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo simplificada

$$P_{\text{máx}} = b_L \cdot \sqrt{2 \cdot G_F \cdot E_L \cdot t_L} \cdot \tanh(\Omega_1 \cdot L) \quad (2.95)$$

Donde:

$$(\Omega_1)^2 = \frac{1}{E_L \cdot t_L} \cdot \frac{\tau_{LM}}{s_{L0}} \quad (2.96)$$

Para longitudes de adherencia largas  $\tanh(\Omega_1 L) \approx 1$ , y la ecuación (2.95) puede ser simplificada por la ecuación (2.94). Sin embargo, para longitudes de adherencia cortas el valor dado por la ecuación (2.94) es solo un límite superior y no una buena aproximación para la máxima carga aplicada.

Finalmente, la tangente hiperbólica de la ecuación (2.95) puede ser aproximada por una función parabólica, dependiendo del límite entre longitudes de adherencia corta y larga, como se muestra en la ecuación (2.97).

$$P_{\text{máx}} = b_L \cdot \sqrt{2 \cdot G_F \cdot E_L \cdot t_L} \cdot \begin{cases} \left[ \frac{L}{L_{L\text{ím}}} \cdot \left( 2 - \frac{L}{L_{L\text{ím}}} \right) \right] & \text{if } (L \leq L_{L\text{ím}}) \\ (1) & \text{if } (L \geq L_{L\text{ím}}) \end{cases} \quad (2.97)$$

Cuando se adopta la energía de fractura basada en la relación lineal de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo, la distribución de esfuerzos cortantes en la platina y la distribución de esfuerzos de tensión derivados en el estado 1 no serán correctas. Este alcance solo es válido para encontrar la máxima fuerza de transferencia.

## 2.7 Parámetros del modelo

Suponiendo una relación bilineal de esfuerzo cortante deformación entre el concreto y la platina FRP, la aplicación del modelo como ha sido descrita en las secciones 2.4 y 2.5 requiere la definición de algunos parámetros. Toda la formulación de las secciones 2.4 y 2.5 está en función del máximo esfuerzo cortante  $\tau_{LM}$  y de las constantes  $\Omega_1$  y  $\Omega_2$ . Ambas constantes son función del máximo esfuerzo cortante  $\tau_{LM}$ , el desplazamiento relativo asociado al máximo esfuerzo cortante  $s_{LM}$  y el máximo desplazamiento relativo  $s_{L0}$ . Como se muestra en las ecuaciones (2.15) y (2.18), como una alternativa para los valores de desplazamiento relativo, pueden usarse las energías de fractura de la zona I,  $G_F^I$ , y II,  $G_F^{II}$ , pueden ser usadas. Todas ellas son función de las propiedades del concreto y el adhesivo.

Como el desplazamiento relativo asociado al máximo esfuerzo cortante  $s_{LM}$  es mucho menor que el máximo desplazamiento  $s_{L0}$ , la energía de fractura de la zona I es casi cero. Por lo tanto, la energía total es muy similar a la energía de fractura de la zona II. En este caso, si se adopta la máxima fuerza de transferencia sin la obtención de la distribución del esfuerzo cortante, ésta puede ser calculada como se muestra en la ecuación (2.98), que es función solo de dos parámetros del modelo (en vez de tres), el máximo esfuerzo cortante y la energía total de fractura  $G_F$ .

$$P_{\text{máx}} = b_L \cdot \sqrt{2 \cdot G_F \cdot E_L \cdot t_L} \cdot \begin{cases} \sin(\Omega_2 \cdot L) & \text{if } L \leq \frac{\pi}{2 \cdot \Omega_2} \\ 1 & \text{if } L > \frac{\pi}{2 \cdot \Omega_2} \end{cases} \quad (2.98)$$

### 2.7.1 Determinación de $\tau_{LM}$

El máximo esfuerzo cortante en la relación esfuerzo deformación,  $\tau_{LM}$  es el máximo valor de esfuerzo que puede ser transferido en un caso de cortante puro. Por lo general en especímenes sujetos a cortante puro se ha observado fallas debido a la fractura del concreto. Esto significa que de todos los materiales componentes de la interfase el concreto es el más débil. Según esto, el máximo esfuerzo cortante  $\tau_{LM}$  depende del concreto. Por lo tanto, se debe aplicar un

criterio de falla en el concreto para determinar el valor del máximo esfuerzo cortante  $\tau_{LM}$ .

Aplicando el criterio de Kupfer y Gerstle (1973) en un caso de cortante puro, el máximo esfuerzo cortante está dado por la ecuación (2.99), donde  $f_{cm}$  representa el esfuerzo en compresión del concreto.

$$\tau_{LM} = f_{cm} \quad (2.99)$$

Sin embargo, algunos autores (Holzenkämpfer, 1994; Brosens, 2001) han escogido el modelo de fractura lineal de Mohr-Coulumb para encontrar expresiones más exactas. La línea de Mohr- Coulumb es la tangente del círculo de Mohr para tensión pura y para compresión pura (ver figura 2.18a). La ecuación de la línea de Mohr – Coulumb puede ser escrita como una función de los esfuerzos de compresión y tracción del concreto.

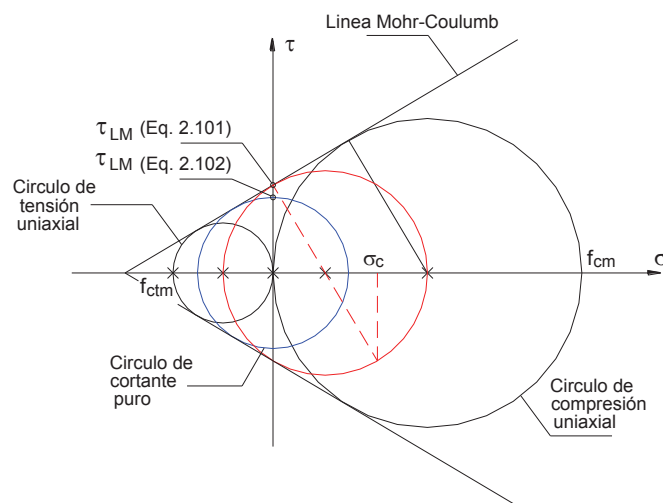


Figura 2.18a Círculo de Mohr

$$\tau = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{f_{cm} \cdot f_{ctm}} \left[ 1 + \left( \frac{f_{cm}}{f_{ctm}} - 1 \right) \cdot \frac{\sigma_y}{f_{cm}} \right] \quad (2.100)$$

Donde:  $\sigma_y$  es el esfuerzo normal intersticial.

$f_{cm}$  es la resistencia en compresión del concreto.

$f_{ctm}$  es la resistencia en tracción del concreto.

Todos los círculos de Mohr tangentes a la línea de Mohr- Coulumb son círculos críticos y representan una situación de falla. Holzenkämpfer (1994) determinó que el máximo esfuerzo cortante usando el la linea de Mohr- Coulumb está dado por la ecuación (2.100) y suponiendo que en un estado de cortante puro el esfuerzo normal intersticial es cero, la expresión para el esfuerzo cortante puede ser escrita como la ecuación (2.101).

$$\tau_{LM} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{f_{cm} \cdot f_{ctr}} \quad (2.101)$$

Como se muestra en la figura 2.18a, si  $\tau_{LM}$  se define como se indica en las ecuaciones (2.100) y (2.101), el esfuerzo de compresión del concreto en la dirección longitudinal  $\sigma_c$  tendrá un valor fijo dado por la línea de Mohr- Colulumb en  $\tau_{LM}$ . Desde que la rigidez axial del concreto en la dirección longitudinal se supone como mucho mayor que que la rigidez axial de la platina, el esfuerzo del concreto en la dirección longitudinal prácticamente es cero ( $\sigma_c = 0$ ). Adicionalmente, en un caso de carga en cortante puro, el centro del circulo los esfuerzos principales son  $\pm \tau$ . En ese caso, como se muestra en la figura 2.18a, la tangente al circulo de Mohr- Coulumb relacionada al valor de  $\tau_{LM}$  obtenido de la ecuación (2.101) no corresponde a cortante puro. Como consecuencia, la ecuación (2.101) no es el máximo esfuerzo cortante.

En un caso de cortante puro, el valor correcto del máximo esfuerzo cortante es ligeramente menor que el valor obtenido a través de la ecuación (2.101) y esta dado por el radio de un circulo tangente a la línea de MohrCoulumb.

$$\tau_{LM} = \left( \frac{1}{f_{ctm}} + \frac{1}{f_{cm}} \right)^{-1} \quad (2.102)$$

Cuando se compara la inversa de la resistencia en tensión, con la inversa de la resistencia en compresión, esta última puede ser despreciada, asi es que la (2.102) se convierte en (2.99). Esta es una buena simplificación, especialmente en casos prácticos, porque el esfuerzo en tracción del concreto puede ser fácilmente medido.

Algunos autores (Neubauer, 2000; Brosens, 2001) modificaron el máximo esfuerzo cortante dado por la ecuación (2.102) multiplicándolo por dos factores: el primero,  $k_c$ , es un factor de influencia del concreto que depende del grado de preparación de la superficie y  $k_b$ , que representa el factor de influencia del ancho, que representa el efecto de tamaño para materiales frágiles. Los valores de  $k_b \cdot k_c$  varían de 0.36 a 1.71 de acuerdo a los estudios realizados por Brosens (2001). Esta nueva expresión para el cálculo del esfuerzo cortante se muestra en la ecuación (2.103).

$$\tau_{LM} = k_b \cdot k_c \cdot \left( \frac{1}{f_{ctm}} + \frac{1}{f_{cm}} \right)^{-1} \quad (2.103)$$

Tabla 2.2 – Rango de esfuerzos cortantes máximos  $\tau_{LM}$  en MPa para distintos tipos de concreto

f'c (kgf/cm <sup>2</sup> )	f'c (MPa)	$\tau_{LM} = \left( \frac{1}{f_{ctm}} + \frac{1}{f_{cm}} \right)^{-1}$	$\tau_{LM} = k_b \cdot k_c \cdot \left( \frac{1}{f_{ctm}} + \frac{1}{f_{cm}} \right)^{-1}$	
			$k_b \cdot k_c = 0.36$	$k_b \cdot k_c = 1.71$
175	17.16	1.56	0.56	2.67
210	20.59	1.87	0.67	3.20
245	24.03	2.19	0.79	3.74
280	27.46	2.50	0.90	4.27
315	30.89	2.81	1.01	4.80
350	34.32	3.12	1.12	5.34
385	37.76	3.43	1.24	5.87
420	41.19	3.75	1.35	6.40

### 2.7.2 Determinación de la energía de fractura $G_F$

La energía de fractura  $G_F$  se obtiene del área bajo la curva  $\tau$ -s. Como se mencionó en 2.1, la energía de fractura  $G_F$  es la energía necesaria para separar una unidad de área de la platina del soporte de concreto. Como el concreto es la parte más débil en la conexión, la energía de fractura debe estar relacionada a las propiedades del concreto. Hay algunas discrepancias en la definición de este parámetro. Muchas formulaciones se basan en ajustes hechos en ensayos de especímenes sujetos a cortante puro. Barroz et al (2000) hace un resumen de las expresiones de la energía de fractura dadas por distintos autores. Entre las fórmulas más conocidas esta la de Holzenkämpfer (1994), que ha sido modificada en distintas ocasiones. La energía de fractura depende del esfuerzo

de tensión del concreto  $f_{ctm}$  y de una constante  $c_F$ . La constante  $c_F$  es conocida como el valor óptimo con la menor desviación estándar cuando la máxima fuerza predecida es igual a la fuerza máxima experimental aplicada en la platina en un ensayo simple a cortante puro. Un valor recomendado para  $C_F$  es 0.092mm.

$$G_F = C_F \cdot f_{ctm} \quad (2.103)$$

También en este caso se consideran factores de influencia del ancho de la platina  $k_b$  y de preparación de la superficie del concreto  $k_c$ , como se muestra en la ecuación (2.104). De la revisión de ensayos realizados por diversos autores como Holzenkämpfer (1994), Neubauer (2000) y Brosens (2001), se ha encontrado que el valor del cuadrado de  $k_b \cdot k_c$  esta en el rango de 0.13 hasta 2.94.

$$G_F = k_b^2 \cdot k_c^2 \cdot C_F \cdot f_{ctm} \quad (2.104)$$

Otros autores, tales como Chen & Teng (2001) han introducido ambos factores  $k_b$  y  $k_c$  directamente en una expresión para el cálculo de la máxima fuerza de transferencia, en vez de aplicarla a la expresión de la energía de fractura. También se debe indicar que la energía de fractura ha sido definida, por el grupo de trabajo 9.3 FRP del 2001 del FIB (Federación Internacional del Concreto Estructural), como el área bajo la curva  $\tau - s$ . El valor  $G_F$  está definido por la ecuación (2.105) en la que el valor de  $c_2$  es 0.230.

$$G_F = \frac{1}{2} \cdot c_2^2 \cdot \sqrt{f_{ctm} \cdot f_{ctm}} \quad (2.105)$$

Para determinar el esfuerzo cortante máximo  $\tau_{LM}$ , en el presente estudio, se ha utilizado la ecuación (2.104), habiéndose obtenido valores que van desde 0.132MPa\*mm hasta 3.368MPa\*mm.

### 2.7.3 Determinación de $s_{LM}$

El desplazamiento relativo máximo  $s_{LM}$  relacionado con el máximo esfuerzo cortante  $\tau_{LM}$  puede ser hallado usando la teoría de elasticidad para materiales isotrópicos. Se puede suponer que el máximo desplazamiento en el estado elástico es la suma de los desplazamientos relativos de cada capa, que puede

determinarse a partir del esfuerzo cortante  $\tau_{LM}$ , el espesor y el módulo de corte de los elementos que conforman la interfase los cuales son: parte del recubrimiento del concreto,  $t_{rec\_conc}$ , el adhesivo,  $t_a$ , y la resina,  $t_r$ , entre las  $n$  capas de platinas. El problema en esta ecuación es la determinación exacta del espesor del adhesivo ( $t_a$ ) y la resina de la lámina ( $t_r$ ) (Brosens, 2001). Los valores típicos para el módulo de rigidez cortante del adhesivo,  $G_a$ , normalmente están entre 468MPa y 3692MPa. En general el módulo transversal de rigidez cortante,  $G_r$  es muy similar al del adhesivo.

$$s_{LM} = \tau_{LM} \cdot \left( n \cdot \frac{t_r}{G_r} + \frac{t_a}{G_a} + \frac{t_{rec\_conc}}{G_c} \right) \quad (2.106)$$

Otra fórmula para el calculo de  $s_{LM}$ , fue propuesta por Neubauer (2000) en la que no considera la influencia del adhesivo y la resina.

$$s_{LM} = 4.5 \cdot k_b \cdot f_{cm} \cdot \frac{t_{rec\_conc}}{E_c} \quad (2.107)$$

En las siguientes secciones de este estudio se ha utilizado la ecuación (2.106) para el cálculo del desplazamiento relacionado con el máximo esfuerzo cortante habiéndose obtenido valores que van desde 0.004mm hasta los 0.057mm.

#### 2.7.4 Determinación de $s_{L0}$

Finalmente, el desplazamiento relativo asociado con un valor nulo del esfuerzo cortante  $s_{L0}$ , se deriva de la curva de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo, como se muestra en la ecuación (2.108).

$$s_{L0} = \frac{2 \cdot G_F}{\tau_{LM}} \quad (2.108)$$

Por definición de la energía de fractura mostrada en la ecuación (2.104), el máximo desplazamiento relativo  $s_{L0}$ , está dado por la ecuación (2.109)

$$s_{L0} = 2 \cdot k_b \cdot k_c \cdot C_F \cdot \left( 1 + \frac{f_{ctm}}{f_{cm}} \right) \quad (2.109)$$



El desplazamiento cuando ocurre el desprendimiento de la platina,  $s_{L0}$ , según el FIB task Group 9.3 FRP (2001), es una constante obtenida por calibración cuando el modelo de adherencia usado es calibrado con ensayos de adherencia. En la siguiente expresión la constante  $c_1$  es 0.285 y  $c_2$  es 0.230.

$$s_{L0} := \frac{c_2^2}{c_1} = 0.186\text{mm} \quad (2.110)$$

Si el desplazamiento relativo cuando ocurre el desprendimiento es calculado usando el criterio de Kupfer & Gerstle para el máximo esfuerzo cortante y la formula original de Holzenkämpfer para la energía de fractura, el valor de  $s_{L0}$  llega a ser constante y la expresión se muestra en la ecuación (2.111).

$$s_{L0} = 2 \cdot C_F \quad (2.111)$$

En las siguientes secciones se ha utilizado la fórmula (2.109) para el cálculo del valor del desplazamiento máximo  $s_{L0}$ , habiéndose obtenido valores que van desde 0.241mm hasta 1.746mm.

## 2.8 Aplicación de la formulación propuesta a un espécimen sujeto a cortante puro.

Para un mejor entendimiento de la formulación descrita en las secciones previas, se presnetan a continuación dos ejemplos con especímenes sujetos a cortante puro con platinas FRP.

Los casos estudiados consisten en especímenes de concreto con una resistencia a la compresión de  $f'c=30\text{MPa}$  con una platina FRP adherida el concreto de 100mm x 1.4mm para la que se ha supuesto un módulo de elasticidad de 170GMPa.

Se ha supuesto una relación bilineal entre el esfuerzo cortante y el desplazamiento relativo. Los parámetros del modelo son  $\tau_{LM} = 2.46\text{MPa}$ ,  $S_{LM}=0.008\text{mm}$  y  $S_{L0}=0.764\text{mm}$ . Con estos parámetros, el límite entre las longitudes de adherencia cortas y largas ha sido calculado como 424.8mm. El límite entre una longitud de

adherencia larga y una de adherencia sustancialmente larga para la platina es de 452.6mm.

Se estudian dos diferentes longitudes de platinas. El primer espécimen tendrá una longitud de 200mm, el cual corresponde a una longitud de adherencia corta. Para el otro se ha considerado 600mm el cual corresponde a una longitud de adherencia sustancialmente larga.

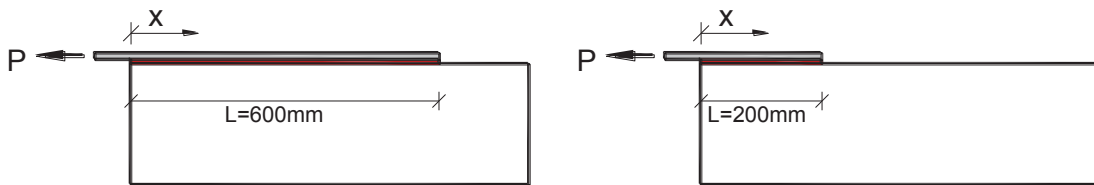


Figura 2.19 Izquierda: Longitud de adherencia larga.  
 Derecha: Longitud de adherencia corta.

### 2.8.1 Ejemplo de un espécimen con una platina adherida con longitud de adherencia larga (L=600mm)

En la figura 2.20 se puede observar la distribución del esfuerzo cortante en los estados 1 y 2a, a lo largo de toda la longitud adherida externamente al espécimen de concreto como una función de la carga aplicada y del desplazamiento relativo del extremo cargado de la platina  $s(x=0)$ . Para bajos niveles de carga, durante el estado 1, el esfuerzo cortante está concentrado cerca del punto de aplicación de la carga que crece desde 0.0kN hasta 6.84kN, y el desplazamiento relativo del extremo cargado de la platina aumenta desde 0.00mm hasta 0.008mm. Desde ese momento comienza el estado 2a, en el cual para incrementos de carga la ubicación del máximo esfuerzo cortante  $x_{LM}$  se mueve hacia el extremo libre de la platina (como se observa en la figura 2.20) hasta que el esfuerzo cortante en el extremo cargado de la platina decrece hasta los 0.0MPa, lo cual da por fin al estado 2a, con una carga aplicada de 66.88kN y un desplazamiento relativo en el extremo cargado de la platina de 0.764mm. En este ejemplo existe longitud adherida suficiente para el desarrollo completo de la zona II, de 397mm, en toda la longitud adherida de la platina, antes que la ubicación del máximo esfuerzo cortante  $x_{LM}$  alcance el extremo libre de la platina.

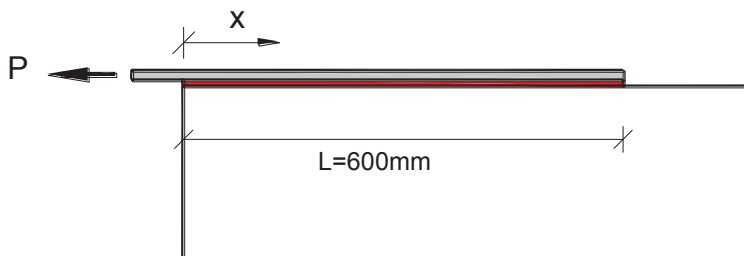
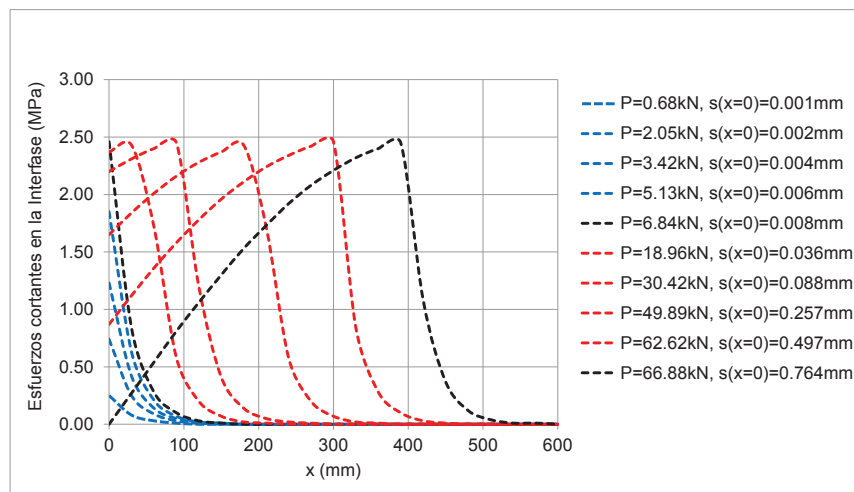


Figura 2.20 Distribución de esfuerzos cortantes en los estados 1 y 2a.

En la figura 2.21, se muestra el desarrollo del estado 3a, que comienza una vez que la ubicación del esfuerzo cortante máximo alcanza el extremo final de la platina. En ese momento comienza el proceso de pérdida de adherencia y una macrogrieta comienza a propagarse en tanto que cada punto, con incrementos de carga, alcance el máximo desplazamiento relativo  $s_{L0}$ . En toda la zona de la macrogrieta el esfuerzo cortante es nulo. El estado 3a termina cuando el esfuerzo máximo  $\tau_{LM}$  alcanza el extremo libre de la platina. El desplazamiento relativo del punto  $x=0$  al final del estado 3a es  $s(x=0)=1.334\text{mm}$  y es calculado como la deformación en el extremo derecho de la macrogrieta  $s_{L0}$  más la deformación axial de la platina al aplicarle una carga de 68.88kN.

Para longitudes de adherencia largas, la distancia  $x_{LM} - x_{L0}$  es la longitud de la macrogrieta generada por la pérdida de adherencia durante el estado 3a observado en la figura 2.21. Sin embargo, una vez que la longitud remanente adherida decrece para longitudes sustancialmente largas, la longitud que está en la zona II se incrementa significativamente. En este caso, la longitud de la zona II se incrementa desde 397mm al comienzo del estado 3a hasta los 424mm al final del estado 3a, el cual es el límite de longitud entre las longitudes de

adherencia cortas y largas. Durante el estado 3a la longitud de la macrogrieta crece desde cero hasta una longitud igual a la diferencia entre la longitud de la platina menos la longitud limite entre las longitudes de adherencia cortas y largas. es decir  $600\text{mm} - 424\text{mm} = 176\text{mm}$ .

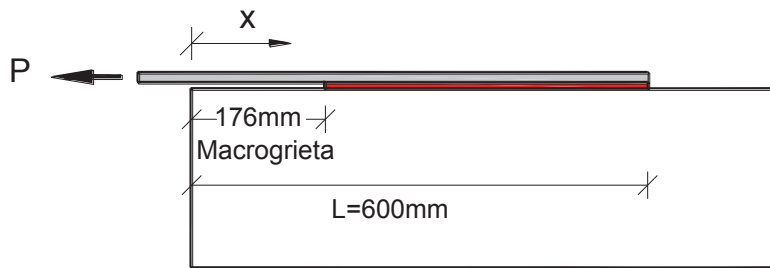
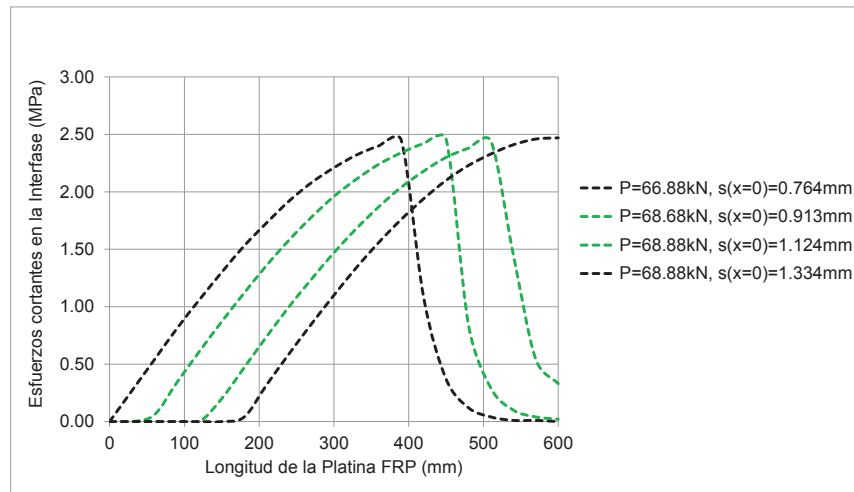


Figura 2.21 Distribución de esfuerzos cortantes en el estado 3a

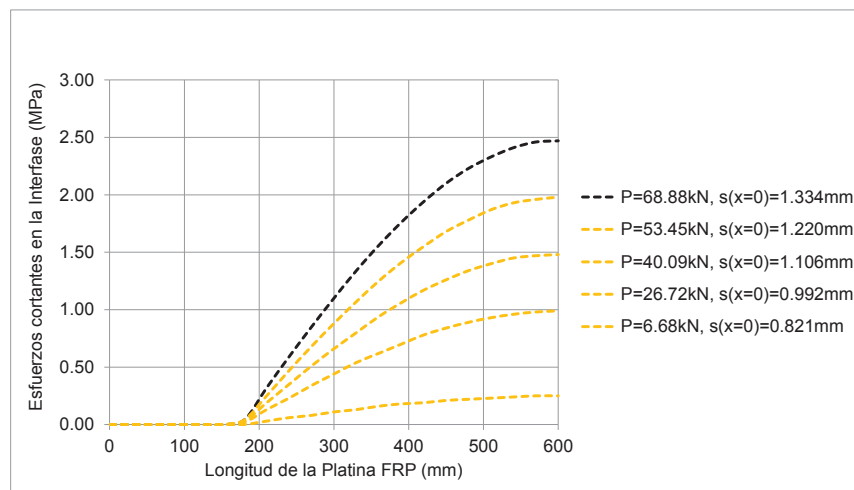


Figura 2.22 Distribución de esfuerzos cortantes en el estado 3b

El estado 3a termina cuando el máximo esfuerzo cortante alcanza el extremo libre de la platina, y es en ese punto cuando el estado 3b se inicia. Desde este

punto en adelante la longitud de la macrogrieta no se incrementa y el esfuerzo cortante máximo empieza a decrecer hasta cero en toda la longitud adherida a medida que se desarrolla el estado 3b tal y como se muestra en la figura 2.22. Cuando el esfuerzo cortante alcanza un valor nulo en todos los puntos se desprende la platina del concreto de forma súbita o simultánea debido a la pérdida de adherencia. En este punto, la longitud de la macrogrieta se incrementa desde el valor obtenido al comienzo del estado 3b hasta la longitud completa de la platina.

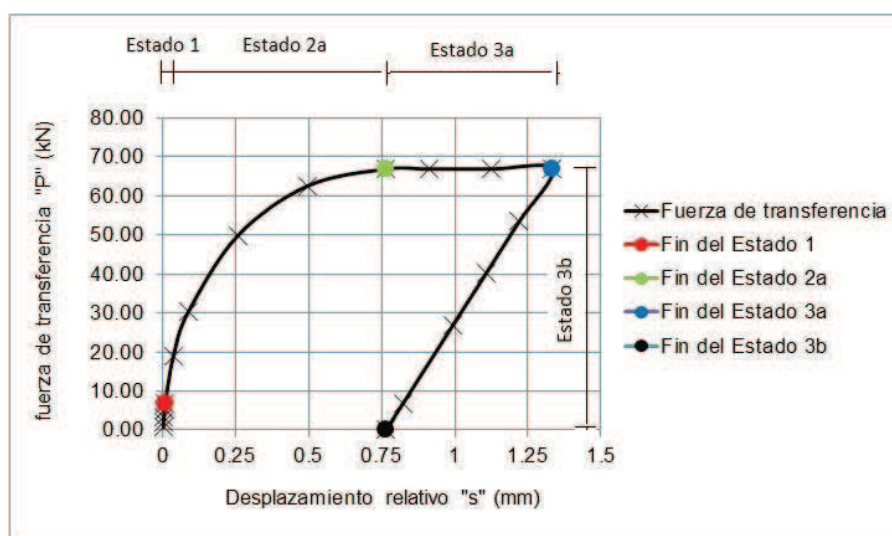


Figura 2.23 Fuerza de transferencia vs. Desplazamiento relativo en el extremo cargado de la platina.

La fuerza de transferencia entre el concreto y la platina FRP se muestra en la figura 2.23 para diferentes valores de desplazamiento relativo en el extremo cargado de la platina. Esto puede ser calculado evaluando el esfuerzo de tensión en la platina o por integración directa del esfuerzo cortante a lo largo de la longitud adherida. La máxima fuerza de transferencia (68.8kN) se obtiene en la transición desde el estado 2a al 3a, justo antes que el extremo cargado de la platina alcance el máximo desplazamiento relativo  $s_{L0}$ . Cuando el extremo cargado de la platina alcanza el desplazamiento relativo máximo  $s_{L0}$ , comienza el estado 3a y una macrogrieta se abre. Como se observa en la figura 2.23, durante el estado 3a la fuerza de transferencia se mantiene casi constante hasta que la longitud adherida alcanza el valor límite entre las longitudes de adherencia cortas y largas y el resto de la longitud de la platina lo constituye la macrogrieta. Desde ese punto, al final del estado 3a y comienzo del estado 3b,

la fuerza de transferencia decrece hasta cero cuando el esfuerzo cortante en el extremo libre de la platina alcanza un valor nulo.

La figura 2.24 muestra la distribución de los esfuerzos de tensión en la platina durante los estados 1 y 2a. El esfuerzo de tensión máximo está siempre localizado en el extremo cargado de la platina. El valor máximo alcanzado es de 477.2MPa, el cual ocurre al final del estado 2a. Este valor de esfuerzo de tensión está asociado con una deformación unitaria (según  $\varepsilon = \sigma_L / E_L$ ) de  $2810\mu\varepsilon$  o 0.28%, que es mucho menor que la máxima deformación unitaria de la platina  $\varepsilon_{Lu} = 0.017 = 1.7\% = 17000 \mu\varepsilon$ .

La figura 2.25 muestra la distribución de esfuerzos cortantes durante el estado 3a. En este gráfico se puede observar que mientras el desplazamiento relativo aumenta en el extremo cargado de la platina, la distribución del esfuerzo de tensión a lo largo de la longitud de la macrogrieta permanece constante. Sin embargo, no puede apreciarse claramente que el esfuerzo de tensión en el extremo cargado de la platina decrezca durante el progreso del estado 3a.

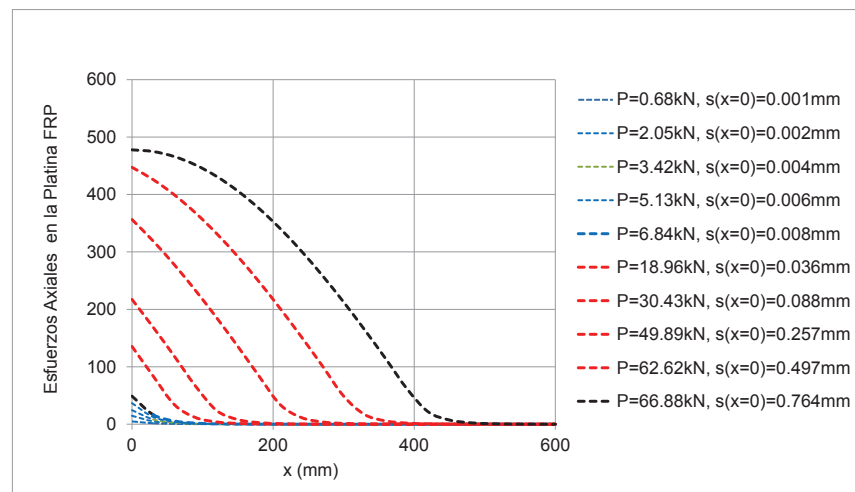


Figura 2.24 Distribución de esfuerzos cortantes a lo largo de la longitud adherida durante los estados 1 y 2a.

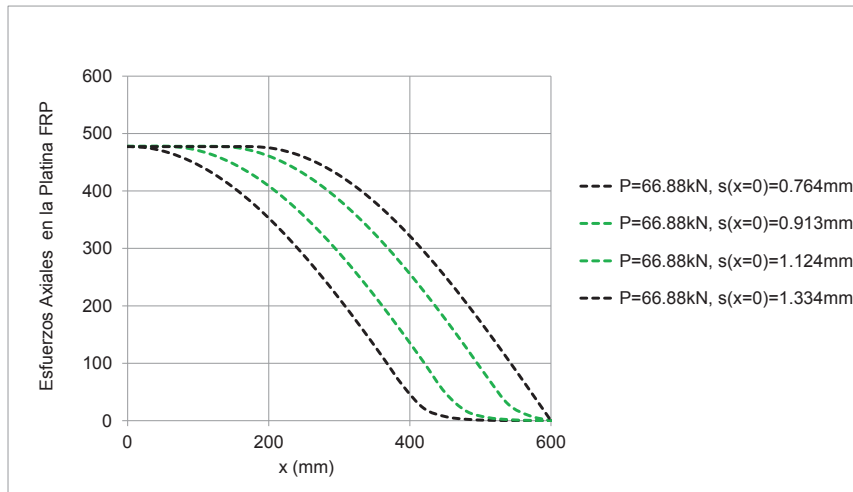


Figura 2.25 Distribución de esfuerzos cortantes a lo largo de la longitud adherida durante el estado 3a.

En la figura 2.26 se puede ver que la distribución del esfuerzo de tensión en la platina decrece en el extremo cargado de ésta durante el estado 3b. Así mismo, durante este estado, el esfuerzo de tensión disminuye en todos los puntos de la longitud adherida. Para cualquier nivel de carga el esfuerzo axial se mantiene constante a lo largo de toda la longitud de la macrogrieta y empieza a disminuir hacia el extremo libre de la platina.

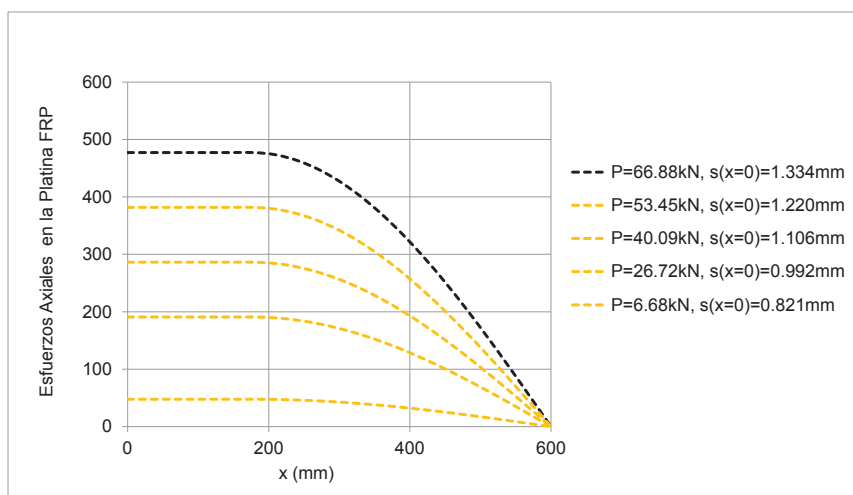


Figura 2.26 Distribución de esfuerzos cortantes a lo largo de la longitud adherida durante el estado 3b.

### 2.8.2 Ejemplo de un espécimen con una platina adherida en una longitud de adherencia corta ( $L=200\text{mm}$ )

La figura 2.27 muestra la distribución del esfuerzo cortante durante los estados 1 y 2a del proceso de pérdida de la adherencia. Primero la interfase se comporta de manera lineal y elástica con cargas aplicadas en la platina que van desde los 0kN hasta los 6.88kN, que corresponde al nivel de carga que pone fin al estado 1. Luego, el estado 2a comienza con el desarrollo de microgrietas lo largo de la zona II de la longitud adherida. Observando la distribución del esfuerzo cortante de la figura 2.26 se puede apreciar que la gran diferencia con el ejemplo anterior, que considera una longitud de adherencia larga, es que en este caso no existe longitud suficiente para que se desarrolle por completo la zona II de la curva de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo. Durante el estado 2a, el punto correspondiente al máximo esfuerzo cortante  $x_{LM}$  se mueve desde el extremo cargado hacia el extremo libre de la platina. Este estado llega a su fin cuando el esfuerzo cortante máximo  $\tau_{LM}$  alcanza el extremo libre de la platina, a un nivel de fuerza de 53.11kN y con un desplazamiento relativo en el extremo libre de la platina de 0.718mm.

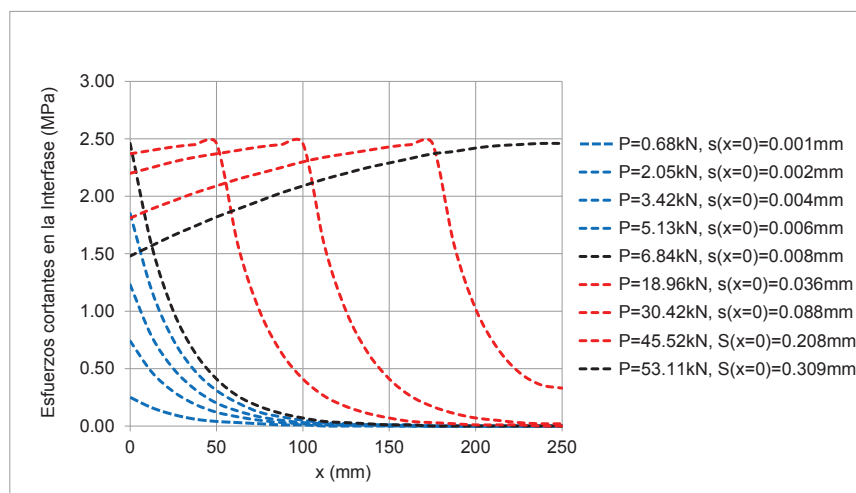


Figura 2.27 Distribución de esfuerzos cortantes a lo largo de la longitud adherida durante los estados 1 y 2a.

Una vez que el máximo esfuerzo cortante alcanza el extremo libre de la platina comienza el estado 2b, en el cual toda la longitud adherida de la platina está en la zona II de la curva de esfuerzo – deformación. En este estado toda la longitud adherida de la platina presenta microgrietas. Así mismo, durante el desarrollo



de este estado las curvas de esfuerzo cortante decrecen a medida que aumenta el desplazamiento relativo en el extremo cargado de la platina (ver figura 2.28). En ese sentido el esfuerzo cortante en el extremo cargado de la platina siempre es menor que el máximo esfuerzo cortante  $\tau_{LM}$ . Este fenómeno puede ser explicado por el hecho que en la rama descendente de la curva de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo (zona II), con incrementos del desplazamiento relativo el esfuerzo cortante decrece hasta cero cuando el mismo alcanza el valor  $s_{L0}=0.764\text{mm}$ .

En el desarrollo del estado 2b, la microgrietas crecen en longitud y número hasta que se convierten en una macrogrieta al final de este estado, cuando el esfuerzo cortante ha decrecido hasta cero, y es entonces cuando toda la longitud de platina adherida al concreto se desprende o pierde la adherencia de forma repentina.

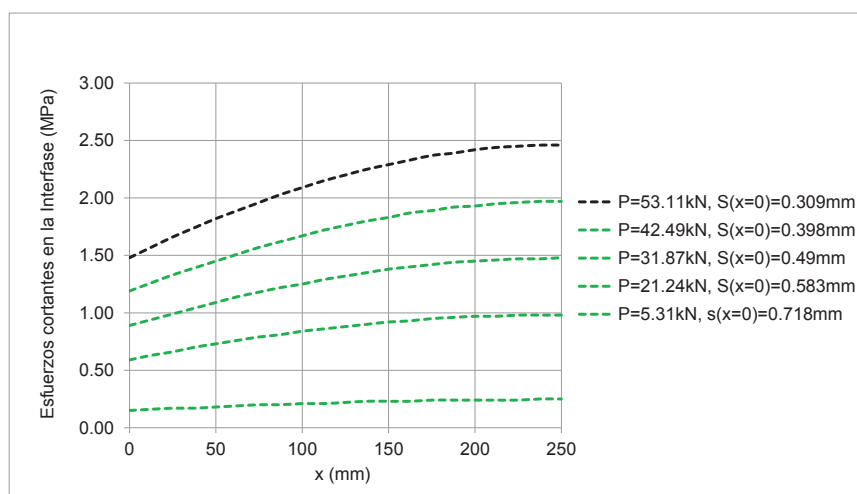


Figura 2.28 Distribución de esfuerzos cortantes a lo largo de la longitud adherida durante el estado 2b.

La distribución del esfuerzo de tensión en la platina, como se ve en la figura 2.29, durante los estados 1 y 2a tiene la misma tendencia que la observada en las platinas con longitudes de adherencia largas. El máximo esfuerzo de tensión observado es de 379.3MPa y es alcanzado cuando el estado 2a termina y comienza el estado 2b.

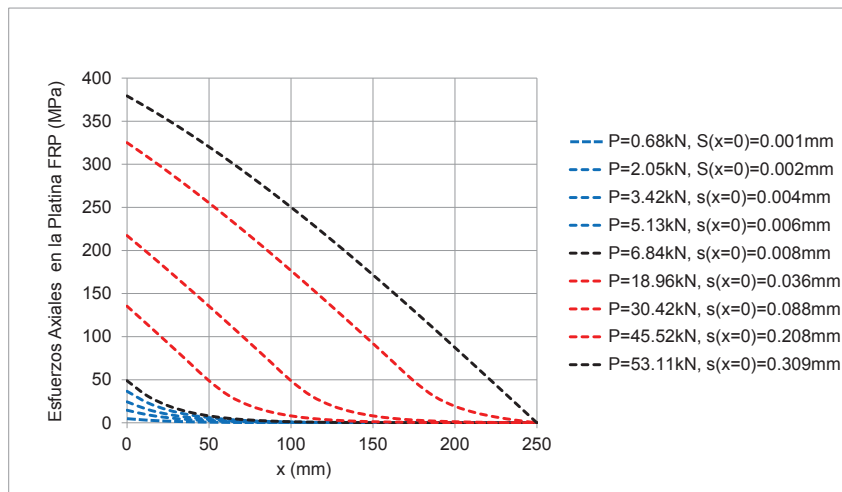


Figura 2.28 Distribución de esfuerzos de tensión en la platina a lo largo de la longitud adherida durante los estados 1 y 2a.

La figura 2.29 muestra el esfuerzo de tensión de la platina durante el estado 2b. Durante el desarrollo de este estado, el esfuerzo de tensión, la carga aplicada y la fuerza de transferencia decrecen.

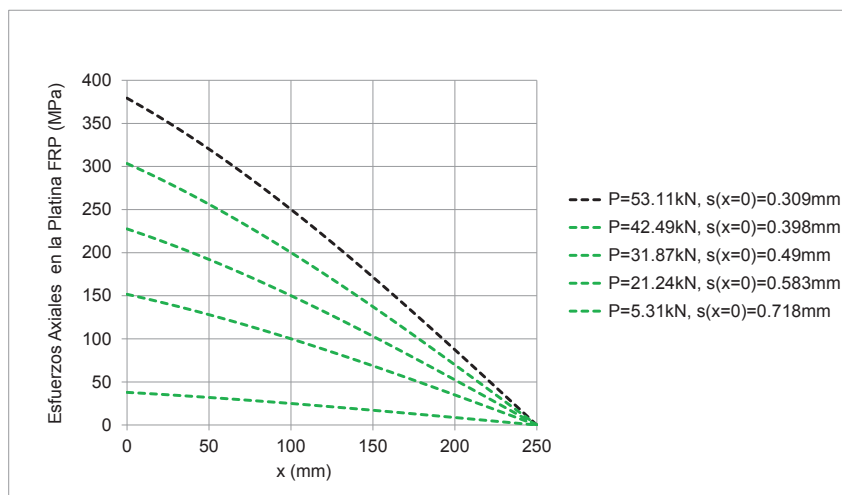


Figura 2.29 Distribución de esfuerzos de tensión en la platina a lo largo de la longitud adherida durante el estado 2b.

En este caso el esfuerzo máximo en la platina es del orden de 379.34MPa al final del estado 2a. Este valor de esfuerzo de tensión está asociado con una deformación unitaria (según  $\epsilon = \sigma_L / E_L$ ) de  $2231 \mu\epsilon$  o 0.22%, que es mucho menor, al igual que en el caso de una longitud de adherencia larga, que la máxima deformación unitaria de la platina  $\epsilon_{Lu} = 0.017 = 1.7\% = 17000 \mu\epsilon$ .

La fuerza de transferencia en este caso es, al igual que en el caso anterior, igual a la fuerza de tensión de la platina. En la figura 2.30 se puede observar que la fuerza de transferencia es una función creciente hasta el final del estado 2a, llegando a un valor de 53.11kN. Luego del estado 2a, durante el estado 2b decrece hasta cero cuando el desplazamiento relativo en el extremo cargado de la platina alcanza un valor de  $s(x=0)=0.764\text{mm}$ .

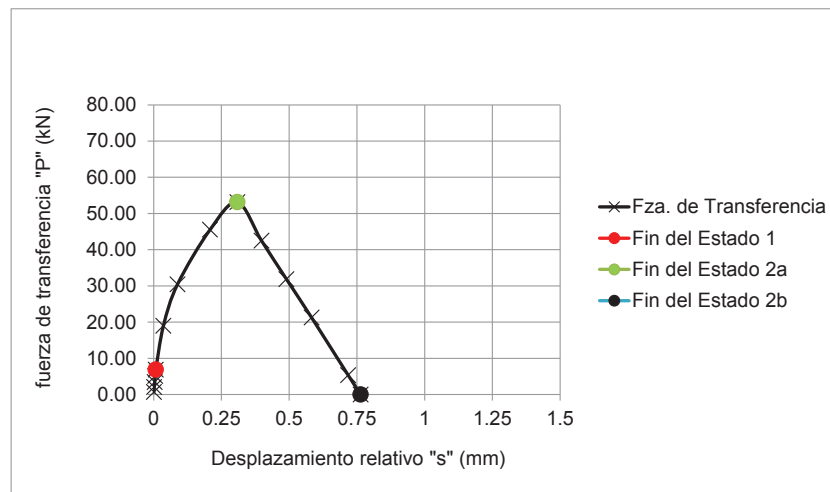


Figura 2.30 Fuerza de transferencia en la platina para una longitud de adherencia de 250mm.

La figura 2.31, hace una comparación entre las curvas de fuerzas de transferencia para longitudes de adherencia larga ( $L=600\text{mm}$ ) y corta ( $L=250\text{mm}$ ). Ambos perfiles son muy similares hasta el punto en donde el máximo esfuerzo cortante, en el caso de la longitud de adherencia corta ( $L=250\text{mm}$ ), alcanza el extremo libre de la platina. En este caso la fuerza de transferencia empieza a decrecer de forma casi lineal hasta cero. Por otro lado, esta fuerza de transferencia es del orden de 66.88kN en el caso de la longitud de adherencia larga; mientras que, en el caso de la corta longitud de adherencia la fuerza de transferencia tiene un valor máximo de 53.11kN.

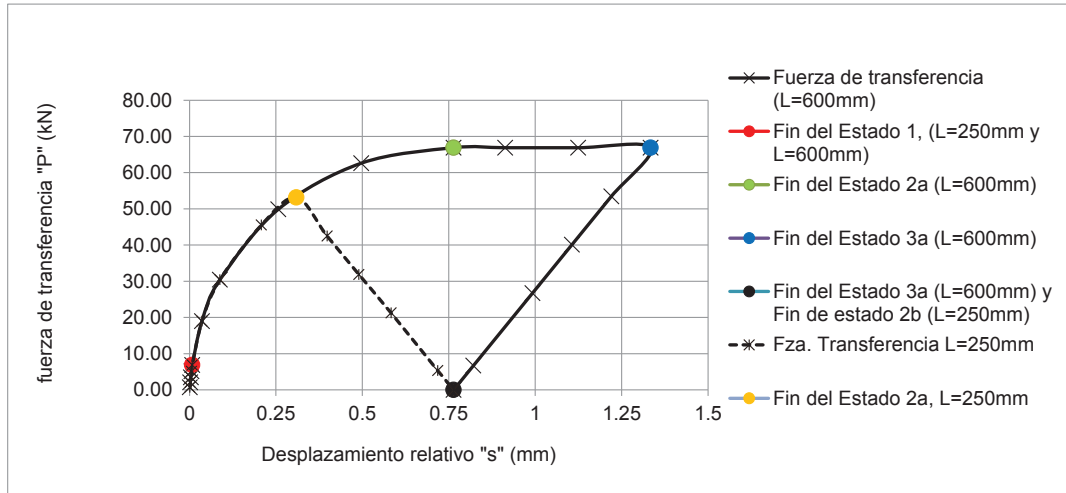


Figura 2.31 Comparación de las fuerzas de transferencia para una longitud de adherencia larga (L=600mm) y corta (L=250mm)



## **CAPITULO 3**

### **ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LA INTERFASE EN VIGAS**

#### **3.1 Introducción**

En esta sección, la formulación previamente encontrada en el capítulo 2 para un elemento o espécimen sometido a cortante puro aplicando la mecánica de fractura no lineal (MFNL) será extendida al caso general de una viga sometida a fuerzas cortantes y momentos flectores.

En la sección 3.2 se analizan las ecuaciones que gobiernan la interfase entre el concreto y la platina de fibra de carbono FRP en un elemento diferencial de una viga sometida a cargas verticales. Se supone una relación bilineal entre esfuerzo cortante y deformación.

En la sección 3.3 se estudia la distribución de esfuerzos cortantes en la interfase y los esfuerzos axiales en la platina FRP para un elemento ubicado entre dos grietas interiores de una viga sujeta a flexión pura, o a flexión y corte.

La sección 3.4 estudia la distribución de esfuerzos cortantes en la interfase y los esfuerzos axiales en la platina FRP entre el extremo libre de la platina de refuerzo externo y la grieta más próxima a ese extremo, en una viga sujeta a flexión y cortante.

En la sección 3.5 se aplica la formulación general al caso de una viga sujeta a cargas transversales, con la finalidad de hallar la distribución de esfuerzos y deformaciones a lo largo de la platina de refuerzo y de la interfase de concreto

#### **3.2 Ecuaciones que gobiernan la interfase entre el concreto y la platina de fibra de carbono**

Aplicando el equilibrio y las relaciones de compatibilidad a un elemento diferencial  $dx$  (Figura 3.1), es posible derivar las ecuaciones diferenciales para el cortante intersticial

en un punto donde una platina ha sido adherida a la superficie inferior de una viga sujeta a una cierta configuración de cargas.

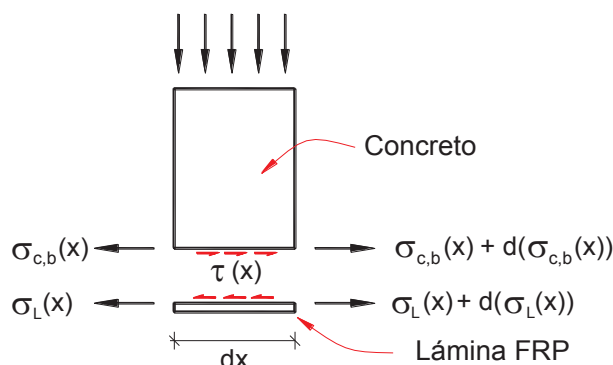


Figura 3.1 Fuerzas actuando en una sección diferencial “dx” de una viga reforzada externamente con una platina de fibra de carbono FRP

Para la derivación de las ecuaciones que gobiernan la interfase se hacen las siguientes hipótesis:

- 1) El espesor y ancho de los elementos adheridos son constantes a lo largo de la longitud adherida.
- 2) No se consideran deformaciones por corte. Por lo tanto, el esfuerzo cortante y el esfuerzo normal (Peeling) se suponen desacoplados.
- 3) La rigidez flexionante de la platina de carbono es desestimada, ya que las ecuaciones son derivadas para platinas de fibras de carbono FRP de poco espesor.
- 4) La relación entre el esfuerzo cortante y el desplazamiento relativo entre el concreto y la platina de fibra de carbono FRP es una función bilineal.

Como se mencionó en el capítulo 2, cuando la interfase es gobernada por una función esfuerzo deformación bilineal, pueden tenerse dos estados, dependiendo del valor del desplazamiento relativo entre el sustrato de concreto y la platina FRP en cada punto.

En el primer estado (zona 1), la rama ascendente de la curva  $\tau$ - $s$ , el comportamiento de la interfase es lineal y elástico. Siguiendo el mismo procedimiento del capítulo 2, es decir, estableciendo el equilibrio horizontal y la relación de esfuerzo deformación de la zona I, se obtiene la ecuación diferencial (3.1). Nótese que esta ecuación es

expresada en términos del esfuerzo de tensión en la platina, para facilitar la aplicación de las condiciones de borde.

$$\frac{d^2}{dx^2}\sigma_L(x) - (\Omega_1)^2 \cdot \sigma_L(x) = -(\Omega_1)^2 \cdot \frac{E_L}{E_c} \cdot \sigma_{cb}(x) \quad (3.1)$$

Donde:

$\sigma_{c,b}(x)$  : Esfuerzo de tensión en la fibra inferior de la sección de concreto.

$\Omega_1$  : Constante dada por la ecuación (3.2), que es igual a la ecuación (2.15) para un espécimen a cortante puro.

$$(\Omega_1)^2 = \frac{\tau_{LM}}{S_{LM}} \cdot \frac{1}{E_L \cdot t_L} = \frac{1}{E_L \cdot t_L} \cdot \frac{2 \cdot G_{F_1}}{(S_{LM})^2} = \frac{1}{E_L \cdot t_L} \cdot \frac{(\tau_{LM})^2}{2 \cdot G_{F_1}} \quad (3.2)$$

La solución de la ecuación diferencial (3.1) da una expresión general para el esfuerzo de tensión de la platina en la zona I.

Cuando se alcanza el máximo esfuerzo cortante  $\tau_{LM}$ , un segundo estado comienza, en el cual se inicia la formación de una grieta con la aparición de microgrietas, y la interfase tiene un comportamiento acorde con la rama descendente de la curva esfuerzo deformación (Zona II). Siguiendo el mismo procedimiento que para la zona I, se obtiene la ecuación diferencial (3.3), que gobierna el esfuerzo cortante en la platina:

$$\frac{d^2}{dx^2}\sigma_L(x) + (\Omega_2)^2 \cdot \sigma_L(x) = (\Omega_2)^2 \cdot \frac{E_L}{E_c} \cdot \sigma_{cb}(x) \quad (3.3)$$

Donde:  $\Omega_2$ : es una constante dada por la ecuación (3.4), que es igual a la constante calculada en la ecuación (2.18) para el espécimen a cortante puro.

$$(\Omega_2)^2 = \frac{\tau_{LM}}{(S_{L0} - S_{LM})} \cdot \frac{1}{E_L \cdot t_L} = \frac{1}{E_L \cdot t_L} \cdot \frac{2 \cdot G_{F_2}}{(S_{L0} - S_{LM})^2} = \frac{1}{E_L \cdot t_L} \cdot \frac{(\tau_{LM})^2}{2 \cdot G_{F_2}} \quad (3.4)$$

La solución de la ecuación diferencial de la ecuación (3.3) determina el esfuerzo de tensión en la platina a lo largo de la zona II de la curva de esfuerzo deformación.



Se debe tener en cuenta que en las ecuaciones (3.1) y (3.3) el término de la derecha depende del esfuerzo en la fibra inferior de la sección de concreto no reforzada externamente. El significado de este término está relacionado con la reducción del desplazamiento relativo por la deformación del soporte. Así mismo, si la rigidez flexionante de la viga es muy alta (o el esfuerzo del concreto es muy bajo), ambas ecuaciones (3.1) y (3.3) son similares a las ecuaciones (2.14) y (2.17), que fueron derivadas para el caso de un espécimen sujeto a cortante puro. Por otro lado, la ecuación (3.1), asociada a la zona I, puede ser similar a la solución de la ecuación que gobierna y describe el comportamiento de la platina en el caso lineal elástico, presentada en el capítulo 1.

Para encontrar las expresiones generales para el esfuerzo de tensión en la platina, debe definirse la distribución del esfuerzo en la fibra inferior de la sección de concreto.

Con la hipótesis de Bernoulli, es decir, que una sección originalmente plana seguirá siendo plana y perpendicular al eje de la deformada de la viga, y determinando la distribución de esfuerzos en el concreto con las hipótesis habituales de resistencia de materiales, se obtiene la ecuación (3.7), que determina el esfuerzo de tensión de la fibra inferior de la sección de la viga de concreto como una función del esfuerzo de tensión de la platina y del momento flector aplicado.

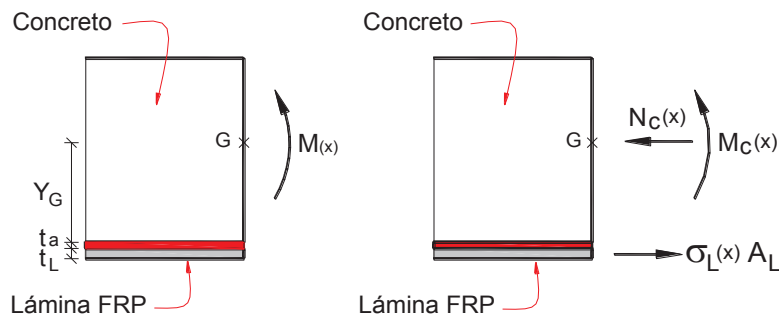


Figura 3.2 Fuerzas actuando en una sección diferencial de un elemento entre dos grietas existentes.

$$N_C(x) = A_L \cdot \sigma_L(x) \quad (3.5)$$

$$M_C(x) = M(x) - A_L \cdot \sigma_L(x) \cdot \left( Y_G + T_a + \frac{T_L}{2} \right) \quad (3.6)$$

$$\sigma_{cb}(x) = \frac{M(x)}{I_{trc}} \cdot Y_G - \sigma_L(x) \cdot \left[ \frac{A_L}{A_{trc}} + \frac{A_L}{I_{trc}} \cdot Y_G \cdot \left( Y_G + T_a + \frac{T_L}{2} \right) \right] \quad (3.7)$$

Donde:

$N_c$ : Fuerza axial actuando en la sección de concreto

$M_c$ : Momento flector actuando en la sección de concreto

$Y_G$ : Distancia desde la fibra inferior de concreto al centro de gravedad de la sección externamente reforzada.

$A_{trc}$ : Área de la sección externamente reforzada transformada a concreto.

$I_{trc}$ : Momento de inercia de la sección externamente reforzada transformada a concreto.

En general, el espesor de la platina y del adhesivo son mucho menores que la distancia entre el centro de gravedad de la sección externamente reforzada transformada a concreto y la fibra inferior de concreto  $Y_G$ ; por lo tanto, por lo que la ecuación (3.7) puede simplificarse como la ecuación (3.8).

$$\sigma_{cb}(x) = \frac{M(x)}{I_{trc}} \cdot Y_G - \sigma_L(x) \cdot A_L \cdot \left[ \frac{1}{A_{trc}} + \frac{(Y_G)^2}{I_{trc}} \right] \quad (3.8)$$

Incorporando la expresión (3.8) en la ecuación (3.1), la ecuación diferencial que gobierna la interfase puede ser transformada en la ecuación (3.9). Resolviendo esta última, se determina la distribución del esfuerzo de tensión en la platina en la zona I, como se indica en la ecuación (3.11). Las constantes de integración  $C_1$  y  $C_2$  se obtienen aplicando apropiadas condiciones de borde.

$$\frac{d^2}{dx^2} \sigma_L(x) - (\xi_1)^2 \cdot \sigma_L(x) = -(\Omega_1)^2 \cdot \frac{E_L}{E_c \cdot I_{trc}} \cdot Y_G \cdot M(x) \quad (3.9)$$

$$(\xi_1)^2 = (\Omega_1)^2 \cdot \left[ 1 + \frac{E_L \cdot A_L}{E_c \cdot A_{trc}} + \frac{E_L \cdot A_L}{E_c \cdot I_{trc}} \cdot (Y_G)^2 \right] \quad (3.10)$$

$$\sigma_L(x) = C_1 \cdot \cosh(\xi_1 \cdot x) + C_2 \cdot \sinh(\xi_1 \cdot x) + \psi \cdot \left[ M(x) + \frac{1}{(\xi_1)^2} \cdot \left( \frac{d}{dx} V(x) \right) \right] \quad (3.11)$$

$$\psi = \frac{E_L}{E_c \cdot I_{trc}} \cdot Y_G \cdot \frac{(\Omega_1)^2}{(\xi_1)^2} = \frac{E_L}{E_c \cdot I_{trc}} \cdot Y_G \cdot \left[ 1 + \frac{E_L \cdot A_L}{E_c \cdot A_{trc}} + \frac{E_L \cdot A_L}{E_c \cdot I_{trc}} \cdot (Y_G)^2 \right] \quad (3.12)$$

Aplicando el mismo procedimiento en la zona II, la ecuación diferencial (3.3) se convierte en la ecuación (3.13). Así mismo, al resolver la ecuación, se determina la expresión general para el esfuerzo de tensión, ecuación (3.15), donde C3 y C4 son constantes de integración y  $\psi$  coincide con la constante definida por la ecuación (3.12).

$$\frac{d^2}{dx^2}\sigma_L(x) + (\xi_2)^2 \cdot \sigma_L(x) = (\Omega_2)^2 \cdot \frac{E_L}{E_C \cdot I_{trc}} \cdot Y_G \cdot M(x) \quad (3.13)$$

$$(\xi_2)^2 = (\Omega_2)^2 \cdot \left[ 1 + \frac{E_L \cdot A_L}{E_C \cdot A_{trc}} + \frac{E_L \cdot A_L}{E_C \cdot I_{trc}} \cdot (Y_G)^2 \right] \quad (3.14)$$

$$\sigma_L(x) = C_3 \cdot \cos(\xi_2 \cdot x) + C_4 \cdot \sin(\xi_2 \cdot x) + \psi \cdot \left[ M(x) + \frac{1}{(\xi_2)^2} \cdot \left( \frac{d}{dx} V(x) \right) \right] \quad (3.15)$$

Desde que la rigidez axial de la platina es usualmente mucho menor que la de la viga de concreto, las ecuaciones (3.10) y (3.14) pueden simplificarse como se indica en (3.16) y (3.17), respectivamente. Con esta simplificación, las ecuaciones diferenciales (3.9) y (3.13) pueden ser aproximadas por las ecuaciones (3.18) y (3.19) respectivamente.

$$\xi_1^2 = \Omega_1^2 \quad (3.16)$$

$$\xi_2^2 = \Omega_2^2 \quad (3.17)$$

Para la zona I, la ecuación para el esfuerzo axial de la platina es:

$$\frac{d^2}{dx^2}\sigma_L(x) - (\Omega_1)^2 \cdot \sigma_L(x) = -(\Omega_1)^2 \cdot \frac{E_L}{E_C \cdot I_{trc}} \cdot Y_G \cdot M(x) \quad (3.18)$$

Para la zona II, la ecuación para el esfuerzo axial de la platina es:

$$\frac{d^2}{dx^2}\sigma_L(x) + (\Omega_2)^2 \cdot \sigma_L(x) = (\Omega_2)^2 \cdot \frac{E_L}{E_C \cdot I_{trc}} \cdot Y_G \cdot M(x) \quad (3.19)$$

El esfuerzo cortante a lo largo de la longitud adherida puede ser obtenido al derivar las expresiones para el esfuerzo de tensión (3.11) y (3.15), multiplicando luego el resultado por el espesor del refuerzo externo (ver ecuación (2.9) del capítulo 2). Adicionalmente, el desplazamiento relativo entre la platina y el soporte de concreto se obtiene de la distribución del esfuerzo cortante al aplicar la relación esfuerzo deformación bilineal dada por la ecuación (2.12) del capítulo 2.

Para obtener las constantes de integración  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  y  $C_4$  deben aplicarse algunas condiciones de borde que dependen de cada caso particular.

Para las ecuaciones desde (3.9) hasta la ecuación (3.19) solo serán válidas si el esfuerzo de tensión del concreto se calcula suponiendo comportamiento lineal y elástico. Como normalmente una viga de concreto reforzada presentará agrietamiento en algunas secciones, la aplicación directa de las ecuaciones (3.11) y (3.15) es de poco interés. En las siguientes secciones las ecuaciones (3.1) y (3.3) serán modificadas para referirse a una porción entre dos grietas en una viga de concreto externamente reforzada.

### **3.3 Distribución de esfuerzos y deformaciones en un elemento entre dos grietas en una viga**

En la sección anterior se determinaron las ecuaciones que gobiernan el esfuerzo cortante en las ramas ascendente y descendente de la curva esfuerzo deformación. En el caso de un elemento de viga entre dos grietas (grietas “i” y “j”), la distribución de esfuerzos y deformaciones no puede determinarse de las ecuaciones (3.11) y (3.15) porque, obviamente, en una sección agrietada no son válidas. El esfuerzo de tensión en el concreto en la fibra inferior debe de ser definido de una manera diferente, y las ecuaciones (3.1) y (3.4) deben de ser resueltas considerando la distribución del esfuerzo de tensión en el concreto entre dos grietas.

Para entender el comportamiento de la interfase entre dos grietas, en esta sección se hace una descripción conceptual del proceso de propagación de la grieta con el incremento de la carga aplicada. En las siguientes líneas y con fines didácticos, el momento flector será mayor en la grieta “j” que en la grieta “i” y como consecuencia, la grieta “j” será siempre la grieta con mayor esfuerzo de tensión.

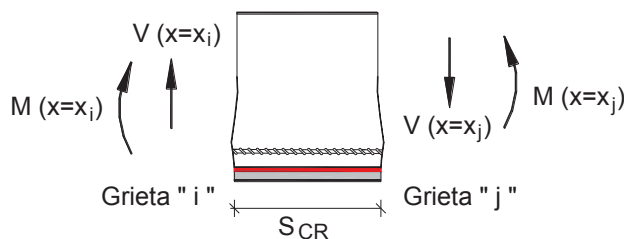


Figura 3.3 Fuerzas actuando en un elemento entre dos grietas existentes.

Hay un incremento en el esfuerzo de tensión de la platina debido a un incremento del momento flector, que es causado por la fuerza cortante. Para alcanzar el equilibrio en la platina, aparecen unos esfuerzos cortantes que compensan el incremento de la fuerza de tensión en la platina. Además, el concreto entre estas dos grietas contribuye a la transferencia del esfuerzo de tensión entre el refuerzo externo y el concreto mismo.

En este caso, similar al caso estudiado en el capítulo 2 para un espécimen sujeto a cortante puro, se muestran a continuación los diferentes estados que pueden distinguirse en la fuerza de tensión del refuerzo externo en cada grieta.

### 3.3.1 Estado 1

En el estado 1, la longitud completa de la interfase entre las dos grietas "i" y "j" está en un estado lineal elástico. Para que se alcance el equilibrio, el esfuerzo cortante debe de ser contrario al esfuerzo de tensión de la platina en cada grieta. El esfuerzo cortante sigue una distribución exponencial, el cual tiene un valor máximo en cada extremo del elemento entre grietas. El esfuerzo cortante intersticial siempre será menor que el valor máximo para el esfuerzo cortante  $\tau_{LM}$ . Durante el estado 1, siempre hay una posición entre las grietas "i" y "j" en donde el esfuerzo cortante es nulo ( $x_k$ ) el cual corresponde al valor mínimo del esfuerzo de tensión de la platina. A medida que se desarrolla el estado 1, la posición del esfuerzo cortante nulo se mueve hacia la grieta "i".

De acuerdo con la ecuación (2.9) del capítulo 2, el esfuerzo de tensión en la platina se obtiene de la integración del esfuerzo cortante. Así mismo, conociendo la distribución del esfuerzo cortante puede ser inferido que el esfuerzo de tensión en la platina disminuye desde cada grieta hasta la posición del esfuerzo cortante nulo, el cual siempre estará localizado más cerca de la grieta "i" (en el entendido que el esfuerzo de tensión es mayor en la grieta "j" que en la grieta "i").

Adicionalmente, conforme la carga en la platina crece, la platina se desplaza sobre el soporte de concreto desde la posición en que el esfuerzo cortante es nulo hasta los extremos en las grietas “i” y “j”. El desplazamiento relativo entre el concreto y la platina es siempre menor que  $s_{LM}$ .

La figura 3.4 muestra el perfil del esfuerzo cortante intersticial y el esfuerzo de tensión en la platina en el tramo de la viga ubicado entre las grietas “i” y “j”.

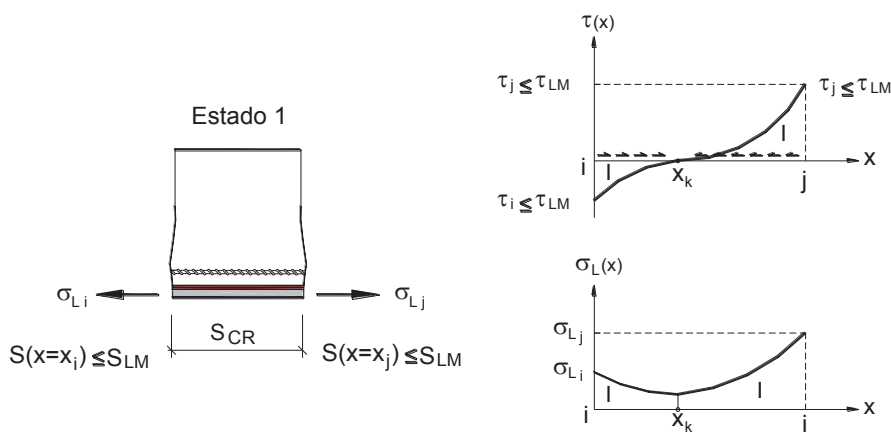


Figura 3.4 Distribución del esfuerzo cortante intersticial y esfuerzo axial en la platina FRP en un elemento entre grietas en el estado 1.

Las ecuaciones (3.20) y (3.21) permiten determinar la fuerza axial y el esfuerzo cortante en este estado. Una vez que el esfuerzo cortante es conocido se puede encontrar fácilmente el desplazamiento relativo entre el concreto y la platina FRP, de acuerdo con la relación de adherencia bilineal de la ecuación (2.11).

Para  $x_i \leq x \leq x_j$  (zona I)

$$\sigma_L(x) = \frac{1}{\sinh(\Omega_1 \cdot s_{cr})} \cdot \left[ \left( \sigma_{Li} - \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_1^2} \right) \cdot \sinh[\Omega_1 \cdot (x_j - x)] + \left( \sigma_{Lj} - \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_1^2} \right) \cdot \sinh[\Omega_1 \cdot (x - x_i)] \right] + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_1^2} + \mu \cdot [(x - x_i)^2 - s_{cr} \cdot (x - x_i)] \quad (3.20)$$

$$\tau(x) = t_L \cdot \left[ \frac{\Omega_1}{\sinh(\Omega_1 \cdot s_{cr})} \cdot \left[ - \left( \sigma_{Li} - \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_1^2} \right) \cdot \cosh[\Omega_1 \cdot (x_j - x)] + \left( \sigma_{Lj} - \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_1^2} \right) \cdot \cosh[\Omega_1 \cdot (x - x_i)] \right] + \mu \cdot [2 \cdot (x - x_i) - s_{cr}] \right] \quad (3.21)$$

### 3.3.2 Estado 2

El estado 2 es caracterizado por tener una parte de la platina adherida al concreto en la zona II de la relación bilineal de esfuerzo cortante vs desplazamiento relativo. Al terminar el estado 1, el estado 2a.1 comienza, El desarrollo del estado 2a.1 conduce al estado 2a.2. Dependiendo de la distancia entre las grietas “i” y “j” los estados 2a.1 ó 2a.2 pueden conducir a un estado 2b. Los estados 2a.1, 2a.2 y 2b se explican a continuación.

#### 3.3.2.1 Estado 2a.1

El estado 2a.1 se inicia después de alcanzar el máximo esfuerzo cortante  $\tau_{LM}$  en la grieta “j”. Aquí una parte entre esta grieta y cierto punto asociado con el máximo esfuerzo cortante  $x_{LM}$  está situada en la rama descendente de la relación de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo (Zona II). Aparecen microgrietas a lo largo de la longitud adherida entre la grieta “j” y la coordenada  $x_{LM}$ . Sin embargo, en esta área la interfase todavía es capaz de transferir fuerza y todavía no se desarrolla una macrogrieta. Adicionalmente, el comportamiento de la interfase entre la coordenada  $x_{LM}$  y la grieta “i”, que pasa por el punto de esfuerzo cortante nulo ( $x_k$ ), permanece en la zona lineal elástica (zona I). Del mismo modo, a medida que el estado 2a.1 se desarrolla, la posición del máximo esfuerzo cortante se aproxima a la posición del esfuerzo cortante nulo ( $x_k$ ), la cual simultáneamente se mueve hacia la grieta menos cargada.

Tal como en el estado 1, la distribución del esfuerzo de tensión en la platina alcanza su máximo valor en cada grieta y un valor mínimo en la posición del esfuerzo cortante nulo. La gradiente del esfuerzo de tensión en la platina FRP es más pronunciada en la zona II que en la zona I.

La figura 3.5 muestra el perfil del esfuerzo cortante intersticial y el esfuerzo de tensión en la platina FRP en el tramo ubicado entre las grietas “i” y “j” para el estado 2a.1.

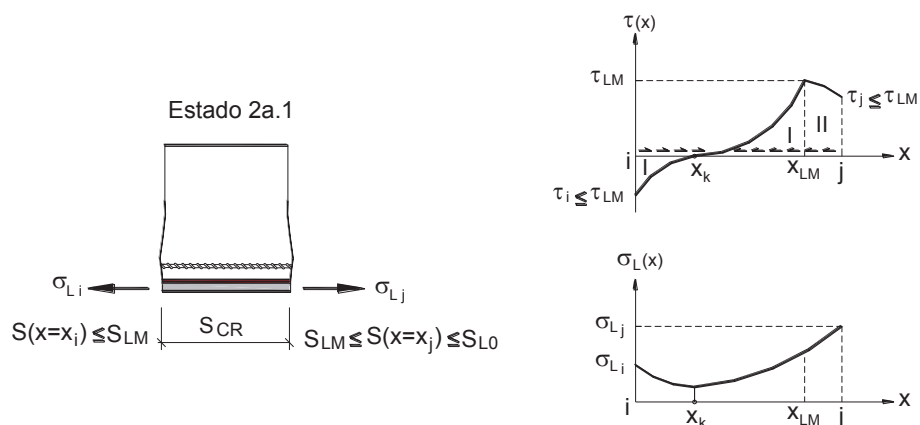


Figura 3.5 Distribución del esfuerzo cortante intersticial y esfuerzo axial en la platina en un elemento entre grietas en el estado 2a.1.

El desplazamiento relativo entre la platina FRP y el concreto es cero en el punto de esfuerzo cortante nulo y se incrementa hacia ambas grietas. En la grieta "j", el desplazamiento relativo es siempre mayor que  $s_{LM}$ . Sin embargo, no se ha alcanzado el valor de  $s_{LM}$  en la otra grieta.

Las expresiones para la tensión axial de la platina FRP y el esfuerzo cortante intersticial se muestran a continuación; así como la posición del punto  $x_k$  de esfuerzo cortante nulo en cada uno de los siguientes casos:

Estado 2a.1:  $s(x=x_j) > s_{LM}$  y  $s(x=x_i) \leq s_{LM}$

Para  $x_i \leq x \leq x_k$  (zona I)

$$\sigma_L(x) = \frac{1}{\cosh[\Omega_1 \cdot (x_k - x_i)]} \cdot \left[ \left( \sigma_{Li} - \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_1^2} \right) \cdot \cosh[\Omega_1 \cdot (x_k - x)] - \left( \frac{\mu}{\Omega_1} \right) \cdot [2 \cdot (x_k - x_i) - s_{cr}] \cdot \sinh[\Omega_1 \cdot (x - x_i)] \right] + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_1^2} + \mu \cdot [(x - x_i)^2 - s_{cr} \cdot (x - x_i)] \quad (3.22)$$

$$\tau(x) = t_L \cdot \left[ \frac{(-\Omega_1)}{\cosh[\Omega_1 \cdot (x_k - x_i)]} \cdot \left[ \left( \sigma_{Li} - \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_1^2} \right) \cdot \sinh[\Omega_1 \cdot (x_k - x)] + \left( \frac{\mu}{\Omega_1} \right) \cdot [2 \cdot (x_k - x_i) - s_{cr}] \cdot \cosh[\Omega_1 \cdot (x - x_i)] \right] + \mu \cdot [2 \cdot (x - x_i) - s_{cr}] \right] \quad (3.23)$$



Para  $x_k \leq x \leq x_{LM}$  (zona I)

$$\sigma_L(x) = \frac{1}{\sinh[\Omega_1 \cdot (x_{LM} - x_k)]} \cdot \left[ \left[ \left( \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_1} \right) - \left( \frac{\mu}{\Omega_1} \right) \cdot [2 \cdot (x_{LM} - x_i) - s_{cr}] \right] \cdot \cosh[\Omega_1 \cdot (x - x_k)] + \left[ \left( \frac{\mu}{\Omega_1} \right) \cdot [2 \cdot (x_k - x_i) - s_{cr}] \right] \cdot \cosh[\Omega_1 \cdot (x_{LM} - x)] \right] + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_1^2} + \mu \cdot [(x - x_i)^2 - s_{cr} \cdot (x - x_i)] \quad (3.24)$$

$$\tau(x) = t_L \cdot \left[ \frac{\Omega_1}{\sinh[\Omega_1 \cdot (x_{LM} - x_k)]} \cdot \left[ \left( \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_1} \right) - \left( \frac{\mu}{\Omega_1} \right) \cdot [2 \cdot (x_{LM} - x_i) - s_{cr}] \right] \cdot \sinh[\Omega_1 \cdot (x - x_k)] - \left[ \left( \frac{\mu}{\Omega_1} \right) \cdot [2 \cdot (x_k - x_i) - s_{cr}] \right] \cdot \sinh[\Omega_1 \cdot (x_{LM} - x)] \right] + \mu \cdot [2 \cdot (x - x_i) - s_{cr}] \quad (3.25)$$

Para  $x_{LM} \leq x \leq x_j$  (zona II)

$$\sigma_L(x) = \frac{1}{\cos[\Omega_2 \cdot (x_j - x_{LM})]} \cdot \left[ \left( \sigma_{Lj} + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \right) \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (x - x_{LM})] - \left[ \left( \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_2} \right) - \left( \frac{\mu}{\Omega_2} \right) \cdot [2 \cdot (x_{LM} - x_i) - s_{cr}] \right] \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x_j - x)] \right] - \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} + \mu \cdot [(x - x_i)^2 - s_{cr} \cdot (x - x_i)] \quad (3.26)$$

$$\tau(x) = t_L \cdot \left[ \frac{\Omega_2}{\cos[\Omega_2 \cdot (x_j - x_{LM})]} \cdot \left[ - \left( \sigma_{Lj} + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \right) \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x - x_{LM})] + \left[ \left( \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_2} \right) - \left( \frac{\mu}{\Omega_2} \right) \cdot [2 \cdot (x_{LM} - x_i) - s_{cr}] \right] \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (x_j - x)] \right] + \mu \cdot [2 \cdot (x - x_i) - s_{cr}] \right] \quad (3.27)$$

En este estado, la localización del punto de esfuerzo nulo  $x_k$  y del esfuerzo cortante máximo  $x_{LM}$  pueden ser encontradas al resolver el sistema de ecuaciones (3.28) y (3.29).

$$\left[ \frac{1}{\cosh[\Omega_1 \cdot (x_k - x_i)]} \cdot \left[ \left( \sigma_{Li} - \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_1^2} \right) - \left( \frac{\mu}{\Omega_1} \right) \cdot [2 \cdot (x_k - x_i) - s_{cr}] \cdot \sinh[\Omega_1 \cdot (x_k - x_i)] \right] \right] = \left[ \frac{1}{\sinh[\Omega_1 \cdot (x_{LM} - x_k)]} \cdot \left[ \left( \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_1} \right) - \left( \frac{\mu}{\Omega_1} \right) \cdot [2 \cdot (x_{LM} - x_i) - s_{cr}] \right] + \left[ \left( \frac{\mu}{\Omega_1} \right) \cdot [2 \cdot (x_k - x_i) - s_{cr}] \right] \cdot \cosh[\Omega_1 \cdot (x_{LM} - x_k)] \right] \quad (3.28)$$

$$\left[ \frac{1}{\sinh[\Omega_1 \cdot (x_{LM} - x_k)]} \cdot \left[ \left( \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_1} \right) - \left( \frac{\mu}{\Omega_1} \right) \cdot [2 \cdot (x_{LM} - x_i) - s_{cr}] \right] \cdot \cosh[\Omega_1 \cdot (x_{LM} - x_k)] + \left[ \left( \frac{\mu}{\Omega_1} \right) \cdot [2 \cdot (x_k - x_i) - s_{cr}] \right] + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_1^2} \right] = \left[ \frac{1}{\cos[\Omega_2 \cdot (x_j - x_{LM})]} \cdot \left( \sigma_{Lj} + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \right) - \left[ \left( \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_2} \right) - \left( \frac{\mu}{\Omega_2} \right) \cdot [2 \cdot (x_{LM} - x_i) - s_{cr}] \right] \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x_j - x_{LM})] \right] - \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \quad (3.29)$$

### 3.3.2.2 Estado 2a.2

El estado 2a.2 comienza cuando se alcanza el máximo esfuerzo cortante no solo en la grieta “j” sino también en la grieta “i”. Entonces entre ambas grietas “i” y “j” la platina puede ser dividida en cuatro partes, como se muestra en la figura 3.6. Esta división depende de la ubicación de cada punto en la curva de esfuerzo – desplazamiento relativo.

Las regiones entre cada grieta y los puntos en donde se alcanzan los máximos esfuerzos de corte,  $x_{LM-izq}$  y  $x_{LM-der}$ , estarán localizadas en la rama descendente de la relación de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo (zona II). Consecuentemente, a lo largo de esas regiones aparecen microgrietas en el concreto; sin embargo, todavía es posible transferir fuerza de tensión desde la platina al soporte de concreto. Entre las posiciones de los máximos esfuerzos cortantes  $x_{LM-izq}$  y  $x_{LM-der}$  la interfase se comporta como un material lineal elástico en la rama ascendente de la relación de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo (zona I).

La figura 3.6 muestra un esquema del esfuerzo cortante intersticial y del esfuerzo de tensión en la platina entre dos grietas.

A medida que las deformaciones se incrementan, los puntos de máximo esfuerzo cortante se mueven hacia la posición de esfuerzo cortante nulo ( $x_k$ ). Por lo tanto la longitud de las dos áreas de la zona II se incrementa y la longitud de la zona I decrece. Al mismo tiempo, en un caso general, cuando la carga se incrementa, la posición de esfuerzo cortante nulo,  $x_k$ , situada entre  $x_{LM-izq}$  y  $x_{LM-der}$  se mueve hacia la grieta “i”. Los puntos  $x_{LM-izq}$  y

$x_{LM-der}$  se mueven juntos con el punto de esfuerzo cortante nulo  $x_k$  hacia la grieta menos cargada, “i”. Debe mencionarse que en el caso de flexión pura; cuando la carga aplicada se incrementa el punto de esfuerzo cortante nulo  $x_k$  está fijo al centro de la distancia entre grietas.

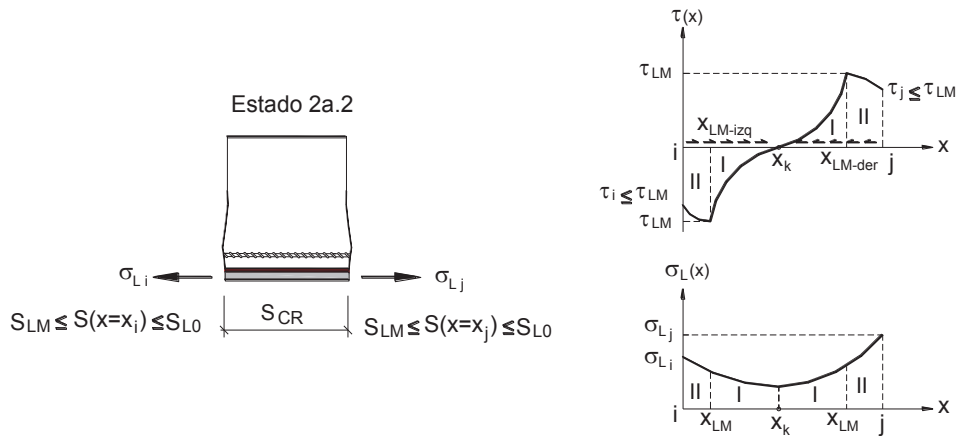


Figura 3.6 Distribución del esfuerzo cortante intersticial y esfuerzo axial en la platina en un elemento entre grietas en el estado 2a.2.

La forma del diagrama de esfuerzos de tensión es muy similar a la de los estados 1 y 2a.1, con un punto de esfuerzo cortante nulo. En este estado la carga máxima aplicada, el esfuerzo de tensión máxima en la platina y la máxima deformación unitaria se desarrollan en cada grieta y entre ellas.

Del mismo modo, la distribución de los desplazamientos relativos es similar al de los estados anteriores. El desplazamiento relativo tiene un valor nulo en el punto  $x_k$  y se incrementa en ambas direcciones en dirección a las grietas “i” y “j”. La gradiente de los desplazamientos relativos en la zona II es más pronunciada que en la zona I.

Para  $x_i \leq x \leq x_{LM\_izq}$  (zona II)

$$\sigma_L(x) = \frac{1}{\cos[\Omega_2 \cdot (x_{LM\_izq} - x_i)]} \cdot \left[ \left( \sigma_{Li} + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \right) \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (x_{LM\_izq} - x)] - \left[ \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_2} + \left( \frac{\mu}{\Omega_2} \right) \cdot [2 \cdot (x_{LM\_izq} - x_i) - s_{cr}] \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x - x_i)] \right] - \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} + \mu \cdot [(x - x_i)^2 - s_{cr} \cdot (x - x_i)] \right] \quad (3.30)$$

$$\tau(x) = t_L \cdot \left[ \frac{\Omega_2}{\cos[\Omega_2 \cdot (x_{LM\_izq} - x_i)]} \cdot \left[ \left( \sigma_{Li} + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \right) \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x_{LM\_izq} - x)] - \left[ \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_2} + \left( \frac{\mu}{\Omega_2} \right) \cdot [2 \cdot (x_{LM\_izq} - x_i) - s_{cr}] \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (x - x_i)] + \mu \cdot [2 \cdot (x - x_i) - s_{cr}] \right] \right] \right] \quad (3.31)$$

Para  $x_{LM\_izq} \leq x \leq x_k$  (zona I)

$$\sigma_L(x) = \frac{1}{\sinh[\Omega_1 \cdot (x_k - x_{LM\_izq})]} \cdot \left[ \left[ \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_1} + \left( \frac{\mu}{\Omega_1} \right) \cdot [2 \cdot (x_{LM\_izq} - x_i) - s_{cr}] \right] \cdot \cosh[\Omega_1 \cdot (x_k - x)] - \left[ \frac{\mu}{\Omega_1} \cdot [2 \cdot (x_k - x_i) - s_{cr}] \cdot \cosh[\Omega_1 \cdot (x - x_{LM\_izq})] + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_1^2} + \mu \cdot [(x - x_i)^2 - s_{cr} \cdot (x - x_i)] \right] \right] \quad (3.32)$$

$$\tau(x) = t_L \cdot \left[ \frac{\Omega_1}{\sinh[\Omega_1 \cdot (x_k - x_{LM\_izq})]} \cdot \left[ \left[ \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_1} + \left( \frac{\mu}{\Omega_1} \right) \cdot [2 \cdot (x_{LM\_izq} - x_i) - s_{cr}] \right] \cdot \sinh[\Omega_1 \cdot (x_k - x)] - \left[ \frac{\mu}{\Omega_1} \cdot [2 \cdot (x_k - x_i) - s_{cr}] \cdot \sinh[\Omega_1 \cdot (x - x_{LM\_izq})] + \mu \cdot [2 \cdot (x - x_i) - s_{cr}] \right] \right] \right] \quad (3.33)$$

Para  $x_k \leq x \leq x_{LM\_der}$  (zona I)

$$\sigma_L(x) = \frac{1}{\sinh[\Omega_1 \cdot (x_{LM\_der} - x_k)]} \cdot \left[ \left[ \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_1} - \left( \frac{\mu}{\Omega_1} \right) \cdot [2 \cdot (x_{LM\_der} - x_i) - s_{cr}] \right] \cdot \cosh[\Omega_1 \cdot (x - x_k)] + \left[ \frac{\mu}{\Omega_1} \cdot [2 \cdot (x_k - x_i) - s_{cr}] \cdot \cosh[\Omega_1 \cdot (x_{LM\_der} - x)] + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_1^2} + \mu \cdot [(x - x_i)^2 - s_{cr} \cdot (x - x_i)] \right] \right] \quad (3.34)$$

$$\tau(x) = t_L \cdot \left[ \frac{\Omega_1}{\sinh[\Omega_1 \cdot (x_{LM\_der} - x_k)]} \cdot \left[ \left[ \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_1} - \left( \frac{\mu}{\Omega_1} \right) \cdot [2 \cdot (x_{LM\_der} - x_i) - s_{cr}] \right] \cdot \sinh[\Omega_1 \cdot (x - x_k)] - \left[ \frac{\mu}{\Omega_1} \cdot [2 \cdot (x_k - x_i) - s_{cr}] \cdot \sinh[\Omega_1 \cdot (x_{LM\_der} - x)] + \mu \cdot [2 \cdot (x - x_i) - s_{cr}] \right] \right] \right] \quad (3.35)$$

Para  $x_{LM\_der} \leq x \leq x_j$  (zona II)

$$\begin{aligned} \sigma_L(x) = & \frac{1}{\cos[\Omega_2 \cdot (x_j - x_{LM\_der})]} \cdot \left[ \left( \sigma_{Lj} + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \right) \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (x - x_{LM\_der})] - \left[ \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_2} \right. \right. \\ & - \left. \left. \left( \frac{\mu}{\Omega_2} \right) \cdot [2 \cdot (x_{LM\_der} - x_i) - s_{cr}] \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x_j - x)] \right] - \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} + \mu \cdot [(x - x_i)^2 \right. \\ & \left. - s_{cr} \cdot (x - x_i)] \right] \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$\begin{aligned} \tau(x) = & t_L \cdot \left[ \frac{\Omega_2}{\cos[\Omega_2 \cdot (x_j - x_{LM\_der})]} \cdot \left[ - \left( \sigma_{Lj} + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \right) \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x - x_{LM\_der})] \right. \right. \\ & \left. \left. + \left[ \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_2} - \left( \frac{\mu}{\Omega_2} \right) \cdot [2 \cdot (x_{LM\_der} - x_i) - s_{cr}] \right] \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (x_j - x)] \right] + \mu \cdot [2 \cdot (x - x_i) \right. \\ & \left. - s_{cr}] \right] \end{aligned} \quad (3.37)$$

Las ecuaciones (3.30), (3.32), (3.34) y (3.36) dependen de la localización de tres puntos: dos de ellos,  $x_{LM\_izq}$  y  $x_{LM\_der}$ , son los puntos donde el esfuerzo cortante entre las grietas “i” y “j” alcanza su máximo  $\tau_{LM}$  y el tercer punto está localizado entre  $x_{LM\_izq}$  y  $x_{LM\_der}$  y corresponde a la ubicación del esfuerzo cortante nulo  $x_k$ . Los tres puntos antes descritos podrán ser determinados al resolver el sistema de tres ecuaciones obtenidas al igualar el esfuerzo axial en las cuatro regiones antes descritas  $\sigma(x_i \leq x \leq x_{LM\_izq}) = \sigma(x_{LM\_izq} \leq x \leq x_k)$ ,  $\sigma(x_{LM\_izq} \leq x \leq x_k) = \sigma(x_k \leq x \leq x_{LM\_der})$  y  $\sigma(x_k \leq x \leq x_{LM\_der}) = \sigma(x_{LM\_der} \leq x \leq x_j)$ .

### 3.3.2.3 Estado 2b

En el rango típico de distancia entre grietas y con altos niveles de cargas (durante el estado 2a.1 ó 2a.2), el esfuerzo cortante máximo se aleja de la grieta “j” ( $x_{LM\_der}$ ) y puede alcanzar la grieta menos cargada (ver figura 3.6a). Cuando el esfuerzo cortante máximo  $\tau_{LM}$  llega a la grieta “i”, se observa que:

- 1) La fuerza de transferencia entre las grietas alcanza su máximo valor.
- 2) Toda la longitud adherida está en la zona II de la curva esfuerzo cortante – desplazamiento relativo. Por lo tanto, se ya se han empezado

- a formar microgrietas a lo largo de toda la longitud del tramo entre las grietas “i” y “j”.
- 3) No hay punto de esfuerzo cortante nulo y todo el esfuerzo cortante tiene el mismo signo algebraico.
  - 4) El esfuerzo de tensión en la platina tiene su máximo en la grieta “j” y su mínimo en la grieta “i”.
  - 5) Toda la longitud adherida del tramo entre las grietas “i” y “j” se está deslizando en relación al soporte de concreto desde la grieta “i” hasta la grieta “j”.

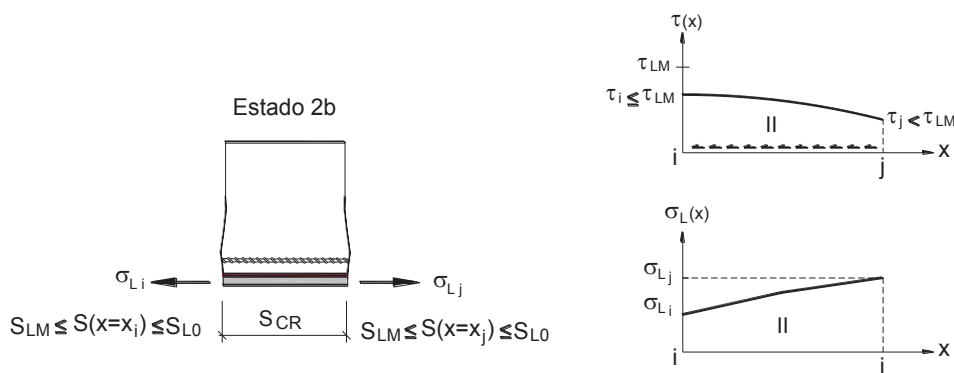


Figura 3.6a Distribución del esfuerzo cortante cuando el máximo esfuerzo cortante  $\tau_{LM}$  llega a la grieta “i” en un elemento entre grietas en el estado 2b.

Desde este punto el estado 2a.1 o el estado 2a.2 se vuelven lo que se llamará el estado 2b. El comportamiento de la interfase durante el estado 2b es descrito a continuación:

- 1) El esfuerzo cortante entre las dos grietas “i” y “j” se reduce progresivamente a medida que el estado 2b se desarrolla, ya que el desplazamiento relativo se incrementa.
- 2) Como consecuencia, la fuerza de transferencia entre dos grietas, que es producto del esfuerzo cortante, también decrece.
- 3) La tendencia a la disminución de la fuerza de transferencia indica que, en el caso de una carga controlada, la platina pierde la adherencia de forma repentina en el límite entre los estados 2a1 ó 2a.2 y el estado 2b.
- 4) Por lo tanto, más allá de ese punto la descripción del fenómeno solo tiene un interés académico.
- 5) Si el acero de refuerzo al interior de la viga no ha fluido en ambas grietas, el estado 2b terminará después de alcanzar el máximo

desplazamiento a lo largo de toda la longitud adherida. En este punto la platina estará completamente separada del soporte de concreto. Por otro lado, si el acero interno de refuerzo ha fluido en la grieta “j” durante el presente o los estados anteriores, el fin del estado 2b ocurrirá cuando se alcance el máximo desplazamiento en la grieta “j”. En estas circunstancias, la platina estará todavía adherida en el tramo entre las grietas y se iniciará el estado 3b (y no el 3a).

El estado 2b ocurre como resultado de una fuerza cortante actuando entre las grietas por flexión. No ocurrirá si el segmento de la viga entre dos grietas subsiguientes está localizado en la zona de flexión pura.

Además, si la longitud adherida entre dos grietas es muy larga, el estado 3a se iniciará antes que la localización del punto de esfuerzo cortante nulo  $x_{LM-der}$  llegue a la grieta “i”.

Durante el estado 2b, el esfuerzo de tensión en la platina podrá determinarse con la ecuación (3.38) y el esfuerzo cortante intersticial con la ecuación (3.39).

$$\sigma_L(x) = \frac{1}{\sin(\Omega_2 \cdot s_{cr})} \cdot \left[ \left( \sigma_{Lj} + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \right) \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x - x_i)] + \left( \sigma_{Li} + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \right) \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x_j - x)] \right] - \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} + \mu \cdot [(x - x_i)^2 - s_{cr} \cdot (x - x_i)] \quad (3.38)$$

$$\tau(x) = t_L \cdot \left[ \frac{\Omega_2}{\sin(\Omega_2 \cdot s_{cr})} \cdot \left[ \left( \sigma_{Lj} + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \right) \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (x - x_i)] - \left( \sigma_{Li} + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \right) \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (x_j - x)] \right] + \mu \cdot [2 \cdot (x - x_i) - s_{cr}] \right] \quad (3.39)$$

Por otro lado, desde que la superficie completa entre las grietas i y j está en la zona II de la curva de adherencia, la distribución del esfuerzo cortante decrecerá durante el estado 2b. Consecuentemente, para el estado 2b, el esfuerzo cortante en la grieta “i” debe de ser menor que el máximo valor  $\tau_{LM}$ , como se muestra en la ecuación (3.40)

$$\tau(x = x_i) = t_L \cdot \left[ \frac{\Omega_2}{\sin(\Omega_2 \cdot s_{cr})} \cdot \left[ \left( \sigma_{Lj} + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \right) - \left( \sigma_{Li} + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \right) \cdot \cos(\Omega_2 \cdot s_{cr}) \right] - \mu \cdot s_{cr} \right] \leq \tau_{LM} \quad (3.40)$$

Así mismo, los esfuerzos de tensión  $\sigma_j$  y  $\sigma_i$  pueden estar relacionados a través de la función  $v$  que depende del momento flector que actúa en cada grieta, lo cual es equivalente que  $v$  depende del momento flector y el cortante que actúa en la grieta "j".

$$\sigma_{Li} = v \cdot \sigma_{Lj} \quad (3.41)$$

Donde:

$$v = \begin{cases} \frac{M(x = x_i)}{M(x = x_j)} & \text{if } (M(x = x_j) \leq M_y \wedge M(x = x_i) \leq M_y) \\ \frac{M(x = x_i) \cdot \left( 1 - \frac{f_y \cdot A_s \cdot z_s}{M_y} \right)}{M(x = x_j) - f_y \cdot A_s \cdot z_s} & \text{if } (M(x = x_j) > M_y \wedge M(x = x_i) \leq M_y) \\ \frac{M(x = x_i) - f_y \cdot A_s \cdot z_s}{M(x = x_j) - f_y \cdot A_s \cdot z_s} & \text{if } (M(x = x_j) > M_y \wedge M(x = x_i) > M_y) \end{cases} \quad (3.42)$$

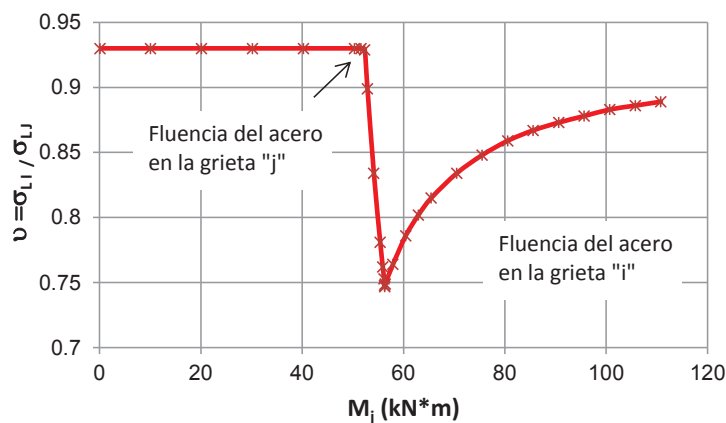


Figura 3.7 Relación entre los esfuerzos de tensión en la platina de refuerzo en las grietas i y j en un tramo sujeto a flexión y cortante ( $M_i \neq M_j$ )

En la figura 3.7 se muestran los valores de la razón de esfuerzos en ambas grietas,  $v$ , obtenidos con las ecuaciones (3.42). Una vez que el acero interno de refuerzo entra en fluencia y no es capaz de incrementar su esfuerzo de tensión, cualquier incremento de carga es asumido por la



platina FRP externa de refuerzo. Como consecuencia, la fuerza de tensión en la platina de refuerzo externo se incrementará y el proceso de pérdida de adherencia se acelerará.

Al de introducir la ecuación (3.41) en la ecuación (3.40) puede obtenerse un valor límite para el esfuerzo de tensión de la platina, en la grieta “j”, en el estado 2b, como función de la razón entre las fuerzas de tensión en las grietas “i” y “j”.

$$\sigma_{Lj} \leq \frac{1}{1 - \nu \cdot \cos(\Omega_2 \cdot s_{cr})} \cdot \left[ \left( \frac{\tau_{LM} \cdot \sin(\Omega_2 \cdot s_{cr})}{\Omega_2 \cdot t_L} \right) - \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \cdot (1 - \cos(\Omega_2 \cdot s_{cr})) + \frac{\mu \cdot s_{cr}}{\Omega_2} \cdot (\sin(\Omega_2 \cdot s_{cr})) \right] \quad (3.42)$$

Por otro, mediante la ecuación (3.43) se obtiene la máxima fuerza de transferencia, derivada para un espécimen sujeto a corte puro en el capítulo 2, pero particularizada para una longitud de platina igual a la distancia entre las grietas “i” y “j”. Debe notarse que si la distancia entre las grietas se supone menor o igual que el límite entre las longitudes de adherencia cortas y largas,  $\pi/2\Omega_2$ , la fuerza máxima de transferencia estará dada por la ecuación (3.43)

$$P_{\max}(L = s_{cr}) = b_L \cdot \frac{\tau_{LM}}{\Omega_2} \cdot \sin(\Omega_2 \cdot s_{cr}) \quad (3.43)$$

Al incorporar la ecuación (3.43) en la ecuación (3.42), la condición para el desarrollo del estado 2b en términos del esfuerzo en la platina en la grieta “j” es expresada en la ecuación (3.44).

$$\sigma_{Lj} \leq \frac{1}{1 - \nu \cdot \cos(\Omega_2 \cdot s_{cr})} \cdot \left[ \left( \frac{P_{\max}(L = s_{cr})}{\Omega_2 \cdot t_L \cdot b_L} \right) - \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \cdot (1 - \cos(\Omega_2 \cdot s_{cr})) + \frac{\mu \cdot s_{cr}}{\Omega_2} \cdot (\sin(\Omega_2 \cdot s_{cr})) \right] \quad (3.44)$$

Si no se considera la contribución de la tensión del concreto, la ecuación (3.44) se simplifica como la ecuación (3.45)

$$\sigma_{Lj} \leq \frac{P_{\max}(L = S_{cr})}{b_L \cdot t_L \cdot (1 - \nu \cdot \cos(\Omega_2 \cdot S_{cr}))} \quad (3.45)$$

El desarrollo del estado 2b depende en gran medida de la fluencia del acero interno de refuerzo, el cual influye directamente en el esfuerzo de tensión en la platina FRP.

En el siguiente párrafo, la condición límite para el estado 2b es descrita de acuerdo a la fluencia del acero interno de refuerzo y de los momentos flectores obtenidos en un elemento entre grietas en el caso de una viga simplemente apoyada sometida a flexión.

- 1) En el caso que el acero no haya fluido una vez que el estado 2b se ha iniciado ( $M(x=x_i) \leq M_y$  y  $M(x=x_j) \leq M_y$ ),  $\nu$  de la ecuación (3.42) tendrá un valor constante, que depende solo de la ubicación de las grietas  $i$  y  $j$ , como se puede observar en la figura 3.7. En ese caso el valor límite para el desarrollo del estado 2b está dado por las ecuaciones (3.44) o (3.45). Así mismo, este valor de  $\nu$  es constante hasta que la fuerza aplicada se incrementa y el refuerzo interno en la grieta  $j$  alcanza la fluencia.
- 2) Si el acero interno de refuerzo ha fluido en la grieta  $j$  pero no en la grieta  $i$  ( $M(x=x_i) \leq M_y$  y  $M(x=x_j) > M_y$ ), el valor de  $\nu$  de la ecuación (3.42) decrece a medida que la fuerza aplicada crece (ver figura 3.7). El esfuerzo límite de la platina está dado por la ecuación (3.44) el cual decrece a medida que la carga aplicada aumenta, siempre y cuando el acero interno de refuerzo no haya llegado a la fluencia en la grieta  $i$ .
- 3) En el caso en que el acero interno de refuerzo llegue a la fluencia en las grietas  $i$  y  $j$  ( $M(x=x_i) > M_y$  y  $M(x=x_j) > M_y$ ),  $\nu$  se incrementa a medida que la carga se incrementa (ver figura 3.7). Como consecuencia, el límite para el esfuerzo de tensión en la platina se incrementará.

La figura 3.8 muestra la tendencia de la condición límite de la ecuación (3.44) en términos del esfuerzo de tensión en la platina en la grieta j en el proceso de desarrollo de la pérdida de adherencia. Como se mencionó anteriormente, la condición límite para el desarrollo del estado 2b es caracterizada por una línea horizontal (el acero de refuerzo no ha fluído en ambas grietas), una rama descendente (el acero de refuerzo ha fluído en la grieta j) y una rama ascendente (el acero de refuerzo ha fluído en ambas grietas).

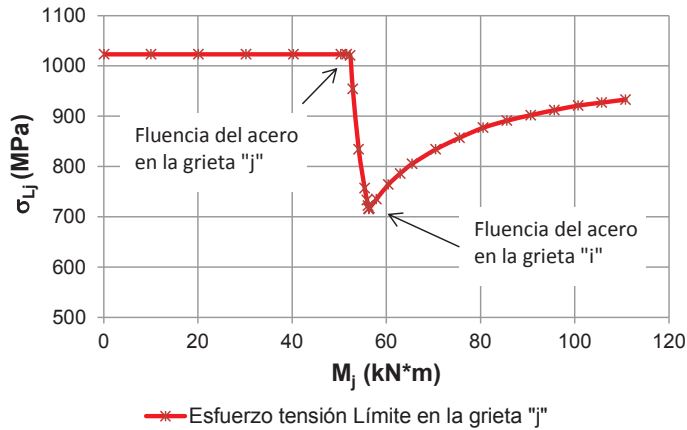


Figura 3.7 Esfuerzo de tensión límite en el desarrollo del estado 2b.

Dependiendo de la configuración de cargas y del estado del refuerzo, el esfuerzo de tensión de la platina en la grieta j tiene un comportamiento bilineal, con una pendiente que crece cuando el acero interno de refuerzo entra en fluencia, y se intersecta con una de las ramas de la línea límite en el inicio del estado 2b. En otras palabras, si el esfuerzo de tensión excede este límite, la ecuación (3.44) no será válida y la platina se desprenderá del soporte de concreto (ver figura 3.8).

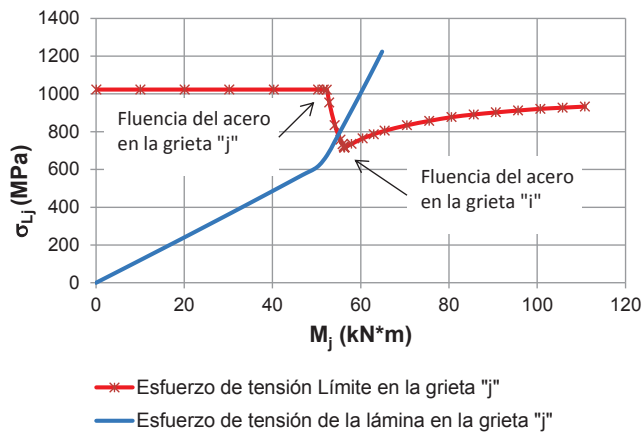


Figura 3.8 Esfuerzo de tensión límite en el desarrollo del estado 2b con el desarrollo del esfuerzo de tensión de la platina en la grieta j.

Por lo tanto, para el desarrollo del estado 2b, puede inferirse que el esfuerzo de tensión en la grieta  $j$ , junto con el momento aplicado en la grieta  $j$ , deben decrecer sin tener en cuenta el estado del refuerzo interno. Un incremento en el esfuerzo de tensión de la platina puede producir una pérdida de adherencia prematura de la platina.

En concordancia con esto y conociendo que toda la superficie está en la zona II de la curva de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo, el cortante debe disminuir en todos los puntos a lo largo del desarrollo del estado 2b. La fuerza de transferencia, que es la suma del esfuerzo cortante, debe decrecer del mismo modo. Además, desde que el esfuerzo de tensión en la platina de refuerzo en la grieta  $i$  está relacionado con el de la grieta  $j$  a través de la ecuación (3.41), la condición límite de la figura 3.8 también da un valor máximo para la fuerza de transferencia para estas longitudes de platina donde el estado 2b se desarrolla.

#### 3.3.2.4 Longitudes cortas y largas entre grietas

Como se describió anteriormente, durante el desarrollo del estado 2a.2 son posibles dos situaciones. En la primera situación el máximo desplazamiento relativo  $s_{L0}$  puede alcanzar la grieta “ $j$ ” antes de que la ubicación del máximo esfuerzo cortante  $x_{LM\_der}$  llegue a la grieta “ $i$ ”. Desde ese momento en adelante una macrogrieta se abre y el estado 3a se iniciará. Sin embargo, esta situación nunca ocurrirá para distancias cortas entre grietas, ya que la ubicación del máximo cortante  $x_{LM\_der}$  alcanza la grieta “ $i$ ” antes que la macrogrieta de empiece a abrir (durante los estados 2a.1 Y 2a.2). En ese caso se inicia el estado 2b. En el límite entre ambas situaciones, la ubicación del máximo esfuerzo cortante  $x_{LM\_der}$  llega a la grieta “ $i$ ” mientras el esfuerzo cortante decrece hasta cero en la grieta “ $j$ ”. Ver figura (3.9)

Ambas condiciones pueden ser introducidas en la distribución del esfuerzo cortante en el estado 2b (3.38). Si ese es el caso, se obtienen las ecuaciones (3.46) y (3.48). De la ecuación (3.48) se obtiene la fuerza de transferencia entre las grietas “ $i$ ” y “ $j$ ” como una función de la máxima fuerza de transferencia de un espécimen sujeto a cortante puro cuya

longitud sea  $s_{cr\_Lim}$  (ver ecuación (2.76) del capítulo 2). La solución de la ecuación (3.48) da la distancia límite entre grietas  $s_{cr}$  para la que se desarrolla el estado 2b.

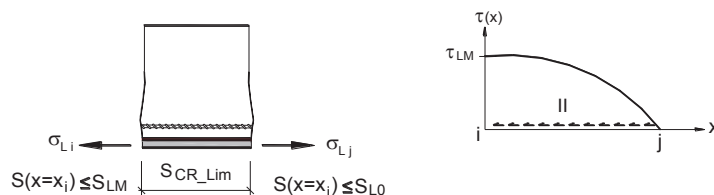


Figura 3.9 Distribución del esfuerzo cortante para una distancia entre grietas igual al límite entre las longitudes de adherencia largas y cortas.

$$\Delta\sigma_{Lij} \cdot b_L \cdot t_L = \frac{P_{\max}(L = s_{cr\_lim})}{1 + \cos(\Omega_2 \cdot s_{cr\_lim})} \quad (3.46)$$

Donde:

$$P_{\max}(L = s_{cr\_lim}) = b_L \cdot \frac{\tau_{LM}}{\Omega_2} \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (s_{cr\_lim})] \quad (3.47)$$

$$\sigma_{Lj} \cdot \cos(\Omega_2 \cdot s_{cr\_lim}) - \sigma_{Li} = \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \cdot (1 - \cos(\Omega_2 \cdot s_{cr\_lim})) - \frac{\mu}{\Omega_2} \cdot s_{cr\_lim} \cdot (\sin(\Omega_2 \cdot s_{cr\_lim})) \quad (3.48)$$

Como se muestra en la ecuación (3.48), la longitud límite  $s_{cr\_Lim}$  depende del esfuerzo de tensión actuante en la platina en ambas grietas, “i” y “j”. Así mismo, incorporando la ecuación (3.41) en la ecuación (3.48), puede obtenerse la longitud límite  $s_{cr\_Lim}$  como función de  $\nu$  (3.49). Del mismo modo si se desestima la contribución del concreto en tensión, puede obtenerse una expresión explícita para la distancia entre grietas  $s_{cr\_Lim}$ , como se muestra en la ecuación (3.50).

$$s_{cr\_lim} = \frac{1}{\Omega_2} \cdot \arccos(\nu) \quad (3.50)$$

Debe anotarse que cuando el esfuerzo de tensión en la platina “i” es cero, entonces  $\nu=0$ , y la ecuación (3.50) se convierte en la longitud límite entre longitudes de adherencia cortas y largas para un espécimen sometido a

cortante puro, según lo estudiado en el capítulo 2, que se indica en la ecuación (3.51).

$$s_{cr\_lim} = \frac{\pi}{2 \cdot \Omega_2} \quad (3.51)$$

En tal caso, la fuerza de transferencia entre las grietas,  $\Delta P_{scr}$ , está relacionada con la distancia límite entre grietas  $s_{cr\_Lim}$  mediante la ecuación (3.54).

$$\Delta P_{scr\_Lim} = \Delta \sigma_{Lij} \cdot b_L \cdot t_L = \frac{P_{max}(L = s_{cr\_lim})}{(1 + \nu)} \quad (3.54)$$

La mayor diferencia al respecto a la distancia límite entre grietas cuando se considera la contribución del concreto en tensión es que el brazo horizontal asociado con el acero que no ha fluido en ambas grietas tiene una pequeña pendiente.

En lo que sigue, se consideran como distancias cortas entre grietas aquellas distancias menores que el límite  $s_{cr\_Lim}$ ; y en caso contrario se definen como distancias largas.

$$\begin{aligned} s_{cr} &\leq s_{cr\_Lim} && \text{Distancia corta entre grietas} \\ s_{cr} &\geq s_{cr\_Lim} && \text{Distancia larga entre grietas} \end{aligned} \quad (3.56)$$

### 3.3.3 Estado 3

El estado 3 describe el proceso de pérdida de adherencia. Éste se inicia cuando se alcanza el máximo desplazamiento relativo  $s_{L0}$  en la grieta “j”. A partir de ese punto, se abre una macrogrieta entre la platina y el soporte de concreto y comienza su propagación.

En cada una de las formas del Estado 3, una macrogrieta horizontal se abre en el nudo “j” y se propaga hacia la grieta “i”. Parte de la platina está despegada de la superficie de concreto y la longitud adherida restante está en la zona I o II de la curva esfuerzo cortante – desplazamiento relativo. El estado 3a comienza al final del estado 2a.2 si no ha ocurrido el estado 2b. El estado 3b puede aparecer

al final del estado 3a o alternativamente en algún caso particular después del estado 2b. La evolución del proceso de pérdida de adherencia durante los estados 3a y 3b se describe a continuación

### 3.3.3.1 Estado 3a

Mirando hacia atrás la figura 3.6 (estado 2a.2), un incremento en la carga aplicada causa un incremento en el desplazamiento relativo en la grieta “j” y un decrecimiento en el esfuerzo cortante. Alternativamente, si en el estado 2b la longitud entre grietas es lo suficientemente larga, el desplazamiento relativo en la grieta “j” puede, eventualmente, alcanzar el máximo valor  $s_{L0}$ . En este punto se inicia el estado 3a y se abre una macrogrieta entre la platina y el concreto. El incremento de carga sobre la viga aumenta la extensión de la macrogrieta entre la posición del máximo desplazamiento relativo  $x_{L0}$  y la grieta “j”, que se propaga desde la grieta “j” hasta la grieta “i”. De este modo, la longitud adherida entre la posición del máximo desplazamiento relativo y la grieta “i” disminuye.

La figura 3.10, muestra la distribución del esfuerzo cortante durante el estado 3a. Se puede observar que el esfuerzo cortante intersticial a lo largo de la macrogrieta es nulo, porque la platina está despegada. Del mismo modo, no es posible la transferencia de carga en esa región. En relación al esfuerzo de tensión en la platina, se debe puntualizar que éste es constante a lo largo de la longitud de la macrogrieta.

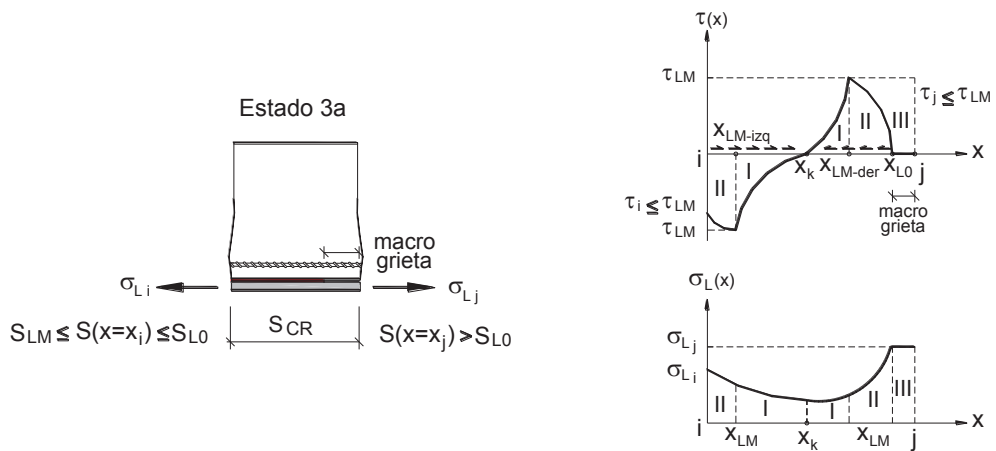


Figura 3.10 Distribución del esfuerzo cortante y de la tensión axial en la platina en un elemento entre grietas en el estado 3a.

Como en los estados anteriores, el desplazamiento relativo se calcula a partir del esfuerzo cortante a través de la curva de adherencia. Sin embargo, a lo largo de la longitud en donde se ha perdido la adherencia éste es calculado como el máximo desplazamiento relativo  $s_{L0}$  más la elongación elástica en la platina sobre la longitud de la macrogrieta.

Por definición, la ubicación de la macrogrieta intersticial es  $x_{L0}$  (donde el desplazamiento relativo es el máximo valor para la zona II,  $s_{L0}$ ). La longitud de la platina adherida entre las dos grietas  $s_{cr}$  se reduce durante el estado 3a por el incremento de la longitud de la macrogrieta  $L_{mcrack}$  a  $s_{cr} - L_{mcrack}$  (ó  $x_{L0} - x_i$ ).

El estado 3a se inicia cuando el esfuerzo de tensión en la grieta j alcanza el valor dado por la ecuación (3.57), que está asociado a un desplazamiento igual a  $s_{L0}$  en la referida grieta.

$$\sigma_{Lj} = \frac{1}{\sin[\Omega_2 \cdot (x_j - x_{LM\_der})]} \cdot \left[ \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_2} - \left( \frac{\mu}{\Omega_2} \right) \cdot [2 \cdot (x_{LM\_der} - x_i) - s_{cr}] \right] + \frac{\mu \cdot s_{cr}}{\Omega_2 \cdot \tan[\Omega_2 \cdot (x_j - x_{LM\_der})]} - \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \quad (3.57)$$

Si no se toma en cuenta la contribución del concreto en tensión, la ecuación (3.57) se convierte en la ecuación (3.58).

$$\sigma_{Lj} = \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_2} \cdot \frac{\mu \cdot s_{cr}}{\sin[\Omega_2 \cdot (x_j - x_{LM\_der})]} = \frac{P_{max}(L = x_j - x_k)}{b_L \cdot t_L} \quad (3.58)$$

Dado que  $x_j - x_{LM\_der}$  es la longitud de la zona II, la fuerza de tensión en la platina en la grieta j de la ecuación (3.58) multiplicada por el área de la platina FRP es similar a la fuerza transferida para un espécimen a cortante puro en donde el esfuerzo cortante es nulo en el extremo cargado de la platina.

La formulación para el esfuerzo axial en la platina en el estado 3a es similar a la del estado 2a.2 cuando se sustituye la distancia entre grietas  $s_{cr}$  por la longitud adherida remanente  $s_{cr} - L_{mcrack}$  y  $x_j$  por  $x_{L0}$ . Nótese que la



longitud de la macrogrieta es  $x_j - x_{L0}$ . Se debe tener en cuenta que estas modificaciones también afectan la constante  $\mu$ .

La ubicación de la macrogrieta intersticial puede obtenerse al suponer un esfuerzo cortante nulo en esa posición, mediante la solución de la ecuación (3.59).

$$\frac{t_L \cdot \Omega_2}{\cos[\Omega_2 \cdot (x_{L0} - x_{LM\_der})]} \cdot \left[ -\left( \sigma_{Lj} + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \right) \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x_{L0} - x_{LM\_der})] + \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_2} - \left( \frac{\mu}{\Omega_2} \right) \cdot [2 \cdot (x_{LM\_der} - x_i) - (s_{cr} - L_{Mcrack})] \right] + \mu \cdot t_L \cdot (s_{cr} - L_{Mcrack}) = 0 \quad (3.59)$$

Si se desprecia la contribución de la tensión del concreto, la ubicación de la macrogrieta  $x_{L0}$  está dada por la ecuación (3.60).

$$x_{L0} = x_{LM\_der} + \frac{1}{\Omega_2} \cdot \text{asin} \left( \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_2 \cdot \sigma_{Lj}} \right) \quad (3.60)$$

Como se mencionó anteriormente, al propagarse el proceso de pérdida de adherencia la ubicación del máximo esfuerzo cortante  $x_{LM\_der}$  se mueve hacia la grieta  $i$ .

### 3.3.3.2 Estado 3b

El estado 3b aparece en dos diferentes situaciones, que son descritas a continuación. La mayor diferencia entre ellas es el esfuerzo cortante en la grieta “i” al comienzo del estado. En la primera situación el esfuerzo cortante estará en su máximo valor  $\tau_{LMi}$ , mientras que en la segunda situación será menor que ese máximo.

- 1) En el caso en que la longitud de la platina entre grietas sea lo suficientemente larga para la no ocurrencia del estado 2b, durante el estado 3a (de manera similar que para una longitud de adherencia corta durante los estados 2a.1 o 2a2), la posición del máximo esfuerzo cortante  $x_{LM\_der}$  puede alcanzar la grieta “i”. Entonces la máxima fuerza

de transferencia entre las dos grietas alcanzará su máximo valor. Desde ese punto en adelante comenzará el estado 3b y las mismas observaciones hechas para el estado 2b para la longitud completamente adherida pueden ser hechas para la longitud adherida de la interfase.

- 2) Debe mencionarse que un caso particular del estado 3b se iniciará al final del estado 2b en el caso en que el refuerzo de acero interno haya fluido solo en la grieta “j”. La macrogrieta solo se abre y empieza a propagarse en el estado 3b. En ese punto la interfase completa está en la zona II de la curva de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo y el esfuerzo cortante en la grieta “i” será menor que el esfuerzo cortante máximo  $\tau_{LM}$ , porque  $x_{LM-der}$  ha alcanzado la grieta “i” en el estado previo 2b.

El estado 3b se muestra en la figura 3.11. La platina entera entre las dos grietas está completamente en la zona II o en la zona III de la curva de adherencia – deslizamiento. Las mismas observaciones del estado 2b en términos del esfuerzo de tensión en la platina y de la fuerza de transferencia pueden aplicarse aquí para la longitud adherida remanente.

En caso la distancia entre grietas sea demasiado larga no se desarrollará el estado 2b y se abrirá una macrogrieta cuando se alcance el máximo desplazamiento relativo en la grieta “j”. Durante el crecimiento de la macrogrieta puede llegarse al máximo esfuerzo cortante en la grieta “i”. Desde ese punto en adelante, en un caso de carga controlada, cualquier intento de incrementar la carga puede devenir en una pérdida de adherencia repentina. Si fuera posible un control de desplazamiento, se podrá observar el proceso de propagación de la macrogrieta. Por lo tanto, el estado 3b, se desarrollará de manera similar a los previamente mencionados para distancias de adherencia cortas. Los estados 2b y 3b solo aparecerán si el desplazamiento es controlado.

En este estado la ubicación del máximo esfuerzo cortante  $x_{LM-der}$  puede alcanzar la grieta i durante el estado 3a antes de que el estado 3c se inicie. Esto significa que la macrogrieta se abre cerca de la grieta i. Esta situación

ocurre cuando la longitud remanente adherida  $s_{cr} - L_{Mcrack}$  es menor que cierto límite, aquí denominado  $(s_{cr} - L_{Mcrack})_{Lim}$ .

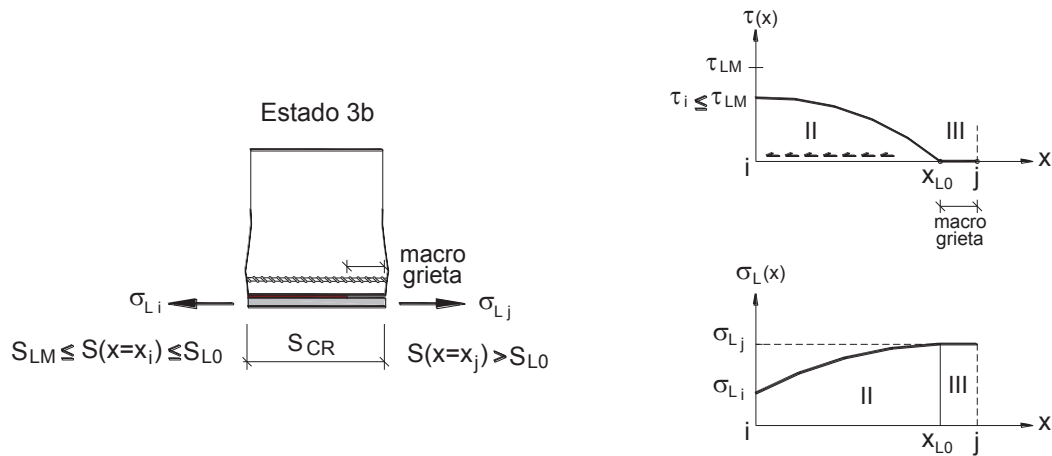


Figura 3.11 Distribución del esfuerzo cortante y tensión axial en un elemento entre grietas en el estado 3b.

Para este límite de longitud, se alcanza el máximo esfuerzo cortante  $\tau_{LM}$  en la grieta i mientras que el esfuerzo cortante es nulo en la macrogrieta. En forma similar al estado 2b, el límite para la distancia adherida remanente puede obtenerse de la ecuación (3.61), en la que no se considera la contribución en tensión del concreto. Si la longitud adherida remanente es mayor que la longitud obtenida de la ecuación (3.61) el estado 3b nunca ocurrirá.

$$\text{Lim}(s_{cr} - L_{Mcrack}) = \frac{1}{\Omega_2} \cdot \text{acos}(v) \quad (3.61)$$

Durante el estado 3b el esfuerzo axial en la platina FRP está dado por la ecuación (3.62), el cual es similar a la del estado 2b cuando se sustituye la distancia entre grietas  $s_{cr}$  por la longitud adherida remanente  $s_{cr} - L_{Mcrack}$  y la ubicación de la grieta j,  $x_j$ , por la ubicación de la macrogrieta  $x_{L0}$ .

$$\sigma_L(x) = \frac{1}{\sin[\Omega_2 \cdot (s_{cr} - L_{Mcrack})]} \cdot \left[ \left( \sigma_{Lj} + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \right) \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x - x_i)] + \left( \sigma_{Li} + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \right) \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x_{L0} - x)] \right] - \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} + \mu \cdot \left[ (x - x_i)^2 - (s_{cr} - L_{Mcrack}) \cdot (x - x_i) \right] \quad (3.62)$$

La ubicación de la grieta  $x_{L0}$  o alternatively la longitud de la macrogrieta  $L_{Mcrack}$  se obtiene de la ecuación (3.63).

$$\frac{\Omega_2 \cdot t_L}{\sin[\Omega_2 \cdot (s_{cr} - L_{Mcrack})]} \cdot \left[ \left( \sigma_{Lj} + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \right) \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x - x_i)] + \left( \sigma_{Li} + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \right) \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x_{L0} - x)] \right] + \mu \cdot t_L \cdot (s_{cr} - L_{Mcrack}) = 0 \quad (3.63)$$

Cuando la contribución del concreto no se toma en cuenta, la longitud remanente adherida puede ser explícitamente escrita como la ecuación (3.64).

$$s_{cr} - L_{Mcrack} = \frac{1}{\Omega_2} \cdot \arccos\left(1 - \frac{\Delta\sigma_{Lj}}{\sigma_{Lj}}\right) = \frac{1}{\Omega_2} \cdot \arccos(v) \quad (3.64)$$

Adicionalmente, como la longitud de la macrogrieta, mostrada en la ecuación (3.64), es una función de  $v$ , el desarrollo del estado 3b solo será posible cuando el momento flector sea menor que un valor que cause la fluencia del acero en ambas grietas  $i$  y  $j$ . Antes de la fluencia del acero en la grieta  $j$ , la longitud de la macrogrieta permanecerá constante e igual al valor obtenido al final del estado 3a. Una vez que el acero fluya en la grieta  $j$ , la macrogrieta empezará a crecer, mientras decrece el esfuerzo axial en la platina en la grieta en  $j$ .

### 3.3.3.3 Estado 3c

Si la longitud adherida entre grietas es suficientemente larga, la macrogrieta puede iniciarse en las dos grietas “ $i$ ” y “ $j$ ” de la viga. Primero se iniciará la macrogrieta en “ $j$ ” al inicio del estado 3a, y luego se iniciará otra macrogrieta en “ $i$ ” después que el máximo desplazamiento relativo  $s_{L0}$  alcance esa posición (ver figura 3.12). No es posible transmitir fuerza por adherencia en toda la longitud de las macrogrietas. En las longitudes adheridas remanentes se observará el mismo comportamiento del estado 2a.2. Al incrementar la carga, crecerá la longitud de las macrogrietas y la longitud adherida disminuirá. Al mismo tiempo, el punto de esfuerzo cortante nulo se moverá hacia la grieta “ $i$ ” y ambas localizaciones del máximo esfuerzo cortante se moverán hacia el punto de esfuerzo cortante

nulo  $x_k$ . Esta situación no será muy frecuente, ya que la distancia típica entre grietas es suficientemente corta como para que no se desarrolle este estado.

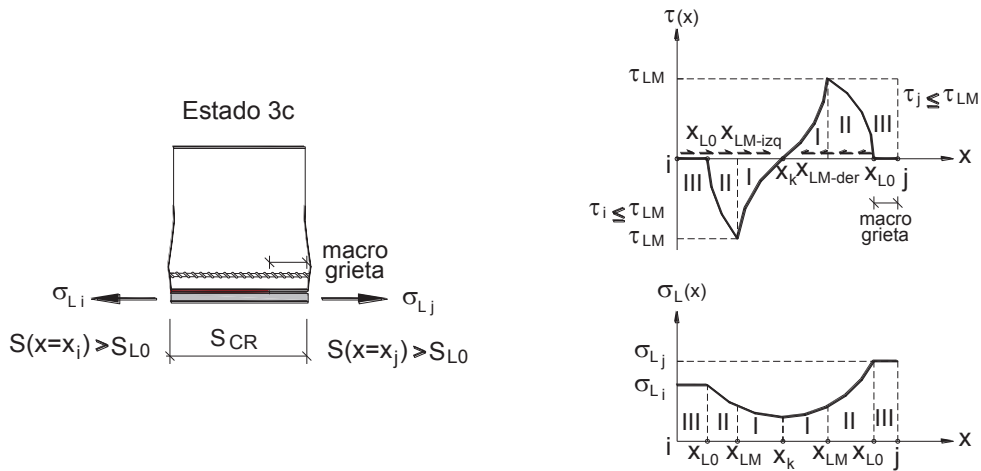


Figura 3.12 Distribución del esfuerzo cortante y tensión axial en un elemento entre grietas en el estado 3c.

En el caso de flexión pura el estado 3a nunca existirá y se iniciarán simultáneamente macrogrietas bajo las grietas “i” y “j”. Para distancias típicas entre grietas, el estado 3c comenzará cuando los esfuerzos cortantes máximos casi alcancen la posición del esfuerzo cortante nulo.

Para encontrar la distribución del esfuerzo de tensión en la platina FRP y el esfuerzo cortante intersticial en el estado 3c se calculan las ubicaciones de los puntos  $x_{LM\_der}$  y  $x_{LM\_izq}$  con las ecuaciones (3.65) y (3.66), respectivamente. Las longitudes de las macrogrietas cerca de las grietas i y j pueden ser obtenidas como  $L_{Mcrack\_der} = x_j - x_{L0\_der}$  y  $L_{Mcrack\_izq} = x_{L0\_izq} - x_i$ . Del mismo modo que en estado 3a, la formulación del estado 3c será similar al del estado 2a.2, cuando se sustituya la distancia entre grietas  $s_{cr}$  por la longitud remanente adherida  $s_{cr} - L_{Mcrack\_izq} - L_{Mcrack\_der}$ ,  $x_j$  por  $x_{L0\_der}$  y  $x_i$  por  $x_{L0\_izq}$ .

$$\frac{t_L \cdot \Omega_2}{\cos[\Omega_2 \cdot (x_{L0\_der} - x_{LM\_der})]} \cdot \left[ - \left( \sigma_{Lj} + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \right) \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x_{L0\_der} - x_{LM\_der})] + \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_2} - \left( \frac{\mu}{\Omega_2} \right) \cdot \left[ 2 \cdot (x_{LM\_der} - x_i) - (s_{cr} - L_{Mcrack\_izq} - L_{Mcrack\_der}) \right] + \mu \cdot t_L \cdot \right]$$

$$\therefore (s_{cr} - L_{Mcrack\_izq} - L_{Mcrack\_der}) = 0 \tag{3.65}$$

$$\frac{t_L \cdot \Omega_2}{\cos[\Omega_2 \cdot (x_{LM\_izq} - x_{L0\_izq})]} \cdot \left[ \left( \sigma_{Lj} + \frac{2 \cdot \mu}{\Omega_2^2} \right) \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x_{LM\_izq} - x_{L0\_izq})] - \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_2} - \left( \frac{\mu}{\Omega_2} \right) \cdot \left[ 2 \cdot (x_{LM\_izq} - x_i) - (s_{cr} - L_{Mcrack\_izq} - L_{Mcrack\_der}) \right] \right] + \mu \cdot t_L \cdot (s_{cr} - L_{Mcrack\_izq} - L_{Mcrack\_der}) = 0 \quad (3.66)$$

Si no se considera la contribución del concreto en tensión, ambas ubicaciones de las macrogrietas pueden ser rescritas de acuerdo a las ecuaciones (3.67) y (3.68).

$$s_{cr} - L_{Mcrack\_der} = \frac{1}{\Omega_2} \cdot \arccos\left(\frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_2 \cdot \sigma_{Lj}}\right) \quad (3.67)$$

$$s_{cr} - L_{Mcrack\_izq} = \frac{1}{\Omega_2} \cdot \arccos\left(\frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_2 \cdot \sigma_{Li}}\right) \quad (3.68)$$

La distancia mínima entre grietas  $s_{cr}$  para el desarrollo del estado 3c,  $s_{cr\_mín\_estado3c}$ , no considerando la contribución del concreto en tensión, está dada por la ecuación (3.69)

$$s_{cr\_mín\_estado3c} = \frac{1}{\Omega_2} \cdot \left( \arcsin\left(\frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_2 \cdot \sigma_{Lj}}\right) + \arcsin\left(\frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_2 \cdot \sigma_{Li}}\right) \right) \quad (3.69)$$

Después de la descripción y desarrollo de la formulación de cada estado, se muestra en la tabla 3.1 la evolución de todos los posibles estados que pueden presentarse durante el proceso de pérdida de adherencia. En este cuadro se hace una distinción entre longitudes de adherencia cortas y largas. Cada fila representa la secuencia de los diferentes estados que pueden aparecer dependiendo de la distancia entre grietas y de la configuración de la carga.

**Tabla 3.1**

SECUENCIA DE POSIBLES ESTADOS DE ESFUERZOS EN UNA LÁMINA ADHERIDA AL CONCRETO EN UN TRAMO DE VIGA UBICADO ENTRE DOS GRIETAS INTERMEDIAS					
LONGITUDES DE ADHERENCIA LARGAS					
Flexión y Cortante	Estado 1	Estado 2a.1	Estado 2a.2	Estado 3a	Estado 3b
					Estado 3c
Flexión Pura	Estado 1	Estado 2a.2	Estado 3c	---	---
LONGITUDES DE ADHERENCIA CORTAS					
Flexión y Cortante	Estado 1	Estado 2a.1	Estado 2a.2	Estado 2b	---
					Estado 3b
			Estado 2b	---	---
			Estado 3b	---	---
flexión Pura	Estado 1	Estado 2a.2	Estado 3c		

Leyenda:  Perdida de adherencia

### 3.4 Distribución de esfuerzos y deformaciones entre el extremo libre de la platina de refuerzo FRP y la grieta más próxima en una viga

El caso de la distribución de esfuerzos en un elemento entre el extremo libre de la platina FRP y la grieta más próxima es muy similar al caso de un elemento ubicado entre dos grietas. La gran diferencia radica en que no hay ninguna fuerza aplicada en el extremo de la platina FRP.

Del mismo modo que en el ítem 3.3, las expresiones para el esfuerzo de tensión en la platina FRP se basan en una relación bilineal de esfuerzo cortante intersticial – desplazamiento relativo, mostrada en la ecuación (2.12) del capítulo anterior.

La distribución de esfuerzos puede obtenerse resolviendo las ecuaciones (3.1) y (3.3) derivadas en la sección 3.2. Si bien en la grieta el esfuerzo de tracción del concreto es nulo, en la mayoría de los casos, el concreto en el extremo de la platina FRP no está agrietado. En tal caso, puede aplicarse la hipótesis de que las secciones planas antes de la deformación permanecen planas y perpendiculares al eje de la deformada. Entre las dos secciones consideradas, la distribución de esfuerzos en el concreto se ha aproximado como una función parabólica, con el eje de simetría en el extremo de la platina, como en la ecuación (3.70).

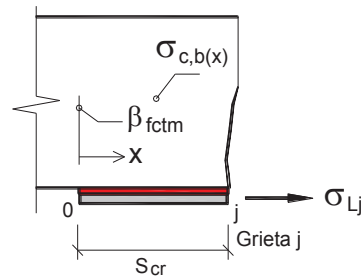


Figura 3.13 Distribución del esfuerzo de tracción del concreto asumida.

$$\sigma_{cb}(x) = \frac{-1}{s_{cr}^2} \cdot \sigma_{cb}(x=0) \cdot (x^2 - s_{cr}^2) \quad (3.70)$$

Donde:

$\sigma_{cb}(x=0)$  es obtenido con la expresión habitual para una viga homogénea e isotrópica

$$\sigma_{cb}(x) = \frac{M(x=0)}{I_{trc}} \cdot y_G \quad (3.71)$$

Para derivar las fórmulas de esfuerzos en el extremo de la platina, similares a las de la sección 3.2, se postula que el esfuerzo del concreto en tracción es una fracción  $\beta$  de su resistencia en tracción.

$$\sigma_{cb}(x=0) = \frac{M(x=0)}{I_{trc}} \cdot y_G = \beta \cdot f_{ctm} \quad (3.72)$$

El parámetro  $\beta$  para  $x=0$  puede ser definido, como se muestra en la ecuación (3.73), como la relación entre el esfuerzo elástico lineal del concreto debido a la aplicación de un momento y la resistencia del concreto a la tracción. El factor  $\beta$  debe de ser menor que 1.0, puesto que el esfuerzo del concreto debe de ser menor que su resistencia a la tracción en toda la longitud entre el extremo de la platina y la primera grieta.

$$\beta = \frac{1}{f_{ctm}} \cdot \left( \frac{M(x=0)}{I_{trc}} \cdot y_G \right) \leq 1 \quad (3.73)$$

La función parabólica que aproxima la distribución del esfuerzo del concreto está dada por la ecuación (3.74), que depende del parámetro  $\beta$ .

$$\sigma_{cb}(x) = \frac{1}{s_{cr}^2} \cdot \beta \cdot f_{ctm} \cdot (x^2 - s_{cr}^2) \quad (3.74)$$



Al incorporar la ecuación (3.74) en las ecuaciones que gobiernan para las zonas I y II, la solución general para ambas zonas es fácilmente derivada, dependiendo de cuatro constantes de integración  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  y  $C_4$ , indicadas en las ecuaciones (3.75) y (3.76).

Para la zona I:

$$\sigma_L(x) = C_1 \cdot \cosh(\Omega_1 \cdot x) + C_2 \cdot \sinh(\Omega_1 \cdot x) + \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_1^2} + \frac{\mu}{4} \cdot ((x^2 - s_{cr}^2)) \quad (3.75)$$

Para la zona II:

$$\sigma_L(x) = (C_3 \cdot \cosh(\Omega_1 \cdot x) + C_4 \cdot \sinh(\Omega_1 \cdot x)) - \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_1^2} + \frac{\mu}{4} \cdot ((x^2 - s_{cr}^2)) \quad (3.76)$$

Donde:

$\Omega_1$ : constante dada por la ecuación (3.2)

$\Omega_2$ : constante dada por la ecuación (3.4)

$$\mu = -\frac{4}{s_{cr}} \cdot \beta \cdot f_{ctm} \frac{E_L}{E_c} \quad (3.77)$$

$E_L$ : módulo de elasticidad de la platina FRP

$E_c$ : módulo de elasticidad del concreto

Para cada caso de los estados 1, 2 y 3 tratados a continuación las constantes de integración son obtenidas aplicando las apropiadas condiciones de borde, que están definidas en términos del esfuerzo de tensión de la platina FRP y del esfuerzo cortante en la interfase.

### 3.4.1 Estado 1

En este estado los esfuerzos de tensión en la platina FRP causan un desplazamiento relativo menor que el asociado al máximo esfuerzo cortante  $s_{LM}$ . La interfase completa entre el extremo libre de la platina y la grieta más cercana j están en un estado elástico (zona I). La solución general para el esfuerzo de tensión en la platina en la zona I puede determinarse al aplicar las condiciones apropiadas de contorno; con lo que puede obtenerse la distribución del esfuerzo cortante. La figura 3.14 muestra esquemáticamente la distribución de esfuerzos

entre el extremo de la platina FRP de refuerzo externo y la grieta más cercana  $j$  en el estado 1. El esfuerzo cortante decrece en forma exponencial desde la grieta  $j$ , donde se tiene el máximo esfuerzo cortante, hasta el extremo mismo de la platina. En el estado 1, el esfuerzo cortante máximo en la grieta  $j$  es menor que el máximo esfuerzo cortante  $\tau_{LM}$ .

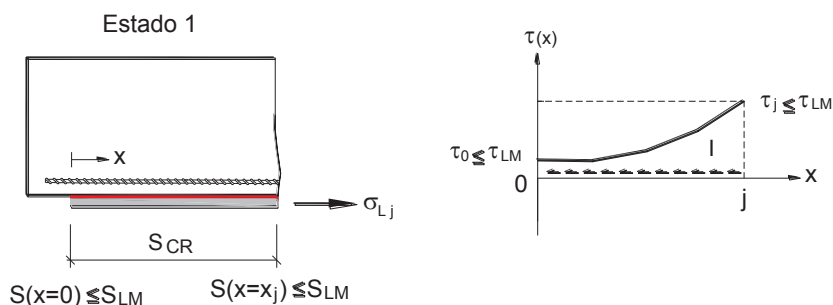


Figura 3.14 Distribución del esfuerzo cortante en un elemento de viga ubicado entre el extremo de la platina FRP y la grieta  $j$  más cercana, en el estado 1.

Las ecuaciones (3.78) y (3.79) muestran el esfuerzo cortante en la platina FRP y el esfuerzo cortante intersticial.

Estado 1:  $s(x = x_j) \leq s_{LM}$

Para :  $0 \leq x \leq x_j$

$$\sigma_L(x) = \frac{1}{\sinh(\Omega_1 \cdot s_{cr})} \cdot \left[ -\left(\frac{\mu}{4}\right) \cdot \left(\frac{2}{\Omega_1^2} - s_{cr}^2\right) \cdot \sinh[\Omega_1 \cdot (s_{cr} - x)] + \left(\sigma_{Lj} - \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_1^2}\right) \cdot \sinh(\Omega_1 \cdot x) \right] + \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_1^2} + \frac{\mu}{4} \cdot (x^2 - s_{cr}^2) \quad (3.78)$$

$$\tau_L(x) = t_L \cdot \left[ \frac{1}{\sinh(\Omega_1 \cdot s_{cr})} \cdot \left[ \left(\frac{\mu \cdot \Omega_1}{4}\right) \cdot \left(\frac{2}{\Omega_1^2} - s_{cr}^2\right) \cdot \cosh[\Omega_1 \cdot (s_{cr} - x)] + \Omega_1 \cdot \left(\sigma_{Lj} - \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_1^2}\right) \cdot \cosh(\Omega_1 \cdot x) \right] + \frac{\mu}{2} \cdot (x) \right] \quad (3.79)$$

El esfuerzo cortante en el extremo de la platina está dado por la ecuación (3.80).

$$\tau_L(x = 0) = t_L \cdot \left[ \frac{\Omega_1}{\sinh(\Omega_1 \cdot s_{cr})} \cdot \left[ \frac{\mu}{4} \cdot \left(\frac{2}{\Omega_1^2} - s_{cr}^2\right) \cdot \cosh[\Omega_1 \cdot (s_{cr})] + \left(\sigma_{Lj} - \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_1^2}\right) \right] \right] \quad (3.80)$$

3.4.2 Estado 2

El estado 2 se caracteriza por tener una parte adherida en la zona II de la curva de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo. El estado 2 puede ser dividido en el estado 2a y el estado 2b, los cuales se desarrollan bajo determinadas circunstancias, dependiendo de la distancia entre el extremo libre de la platina FRP y la grieta más cercana.

3.4.2.1 Estado 2a

Cuando el máximo esfuerzo cortante  $\tau_{LM}$  alcanza la grieta  $j$ , se inicia la formación de microgrietas. Desde este punto en adelante la interfase se comporta en el estado 2a. La longitud adherida se dividirá en dos regiones (zonas I y II) dependiendo del valor de desplazamiento relativo en cada punto. La región cercana al extremo cargado de la platina estará en la zona II y se comportará de un modo no lineal. El desplazamiento relativo entre el concreto y la platina en la zona II será mayor que  $s_{LM}$  y estará posicionado en la rama descendente de la curva de esfuerzo deformación – desplazamiento relativo. El resto de la platina estará en zona I y tendrá un comportamiento lineal elástico. A medida que la fuerza aplicada se incremente, el punto de máximo valor del esfuerzo cortante se moverá hacia el extremo libre de la platina. La distribución de esfuerzos es mostrada en la figura 3.15.

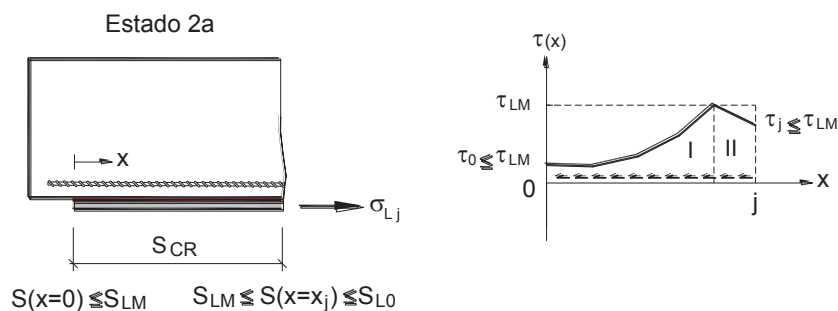


Figura 3.15 Distribución del esfuerzo cortante en un elemento de viga ubicado entre el extremo de la platina FRP y la grieta  $j$  más cercana, en el estado 2a.

Como se mencionó, la distribución de esfuerzos de tensión en la platina decrece desde la grieta hasta el extremo libre. La gradiente del esfuerzo de tensión es más pronunciada a lo largo de la zona II que en la zona I.

Estado 2a:  $s(x = x_j) \leq s_{LM}$

Para :  $0 \leq x \leq x_{LM}$

$$\sigma_L(x) = \frac{1}{\cosh(\Omega_1 \cdot x_{LM})} \cdot \left[ -\left(\frac{\mu}{4}\right) \cdot \left(\frac{2}{\Omega_1^2} - s_{cr}^2\right) \cdot \cosh[\Omega_1 \cdot (x_{LM} - x)] + \left(\frac{\tau_{LM}}{\Omega_1 \cdot t_L} - \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_1} \cdot x_{LM}\right) \cdot \sinh(\Omega_1 \cdot x) \right] + \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_1^2} + \frac{\mu}{4} \cdot (x^2 - s_{cr}^2) \quad (3.81)$$

$$\tau(x) = t_L \cdot \left[ \frac{1}{\cosh(\Omega_1 \cdot x_{LM})} \cdot \left[ \Omega_1 \cdot \left(\frac{\mu}{4}\right) \cdot \left(\frac{2}{\Omega_1^2} - s_{cr}^2\right) \cdot \sinh[\Omega_1 \cdot (x_{LM} - x)] + \Omega_1 \cdot \left(\frac{\tau_{LM}}{\Omega_1 \cdot t_L} - \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_1} \cdot x_{LM}\right) \cdot \cosh(\Omega_1 \cdot x) \right] + \frac{\mu}{2} \cdot (x) \right] \quad (3.82)$$

Para :  $x_{LM} \leq x \leq x_j$

$$\sigma_L(x) = \frac{1}{\cos[\Omega_2 \cdot (s_{cr} - x_{LM})]} \cdot \left[ \left(\sigma_{Lj} + \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_2^2}\right) \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (x - x_{LM})] - \left(\frac{\tau_{LM}}{\Omega_2 \cdot t_L} - \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_2} \cdot x_{LM}\right) \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (s_{cr} - x)] \right] - \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_2^2} + \frac{\mu}{4} \cdot (x^2 - s_{cr}^2) \quad (3.83)$$

$$\tau(x) = t_L \cdot \left[ \frac{1}{\cos[\Omega_2 \cdot (s_{cr} - x_{LM})]} \cdot \left[ -\Omega_2 \cdot \left(\sigma_{Lj} + \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_2^2}\right) \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x - x_{LM})] + \Omega_2 \cdot \left(\frac{\tau_{LM}}{\Omega_2 \cdot t_L} - \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_2} \cdot x_{LM}\right) \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (s_{cr} - x)] \right] + \frac{\mu}{2} \cdot (x) \right] \quad (3.84)$$

La ubicación del punto de máximo esfuerzo cortante  $x_{LM}$ , se determina fácilmente al resolver la ecuación (3.85)

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\cosh(\Omega_1 \cdot x_{LM})} \cdot \left[ -\left(\frac{\mu}{4}\right) \cdot \left(\frac{2}{\Omega_1^2} - s_{cr}^2\right) + \left(\frac{\tau_{LM}}{\Omega_1 \cdot t_L} - \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_1} \cdot x_{LM}\right) \cdot \sinh(\Omega_1 \cdot x_{LM}) \right] + \\ & \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_1^2} = \frac{1}{\cos[\Omega_2 \cdot (s_{cr} - x_{LM})]} \cdot \left[ \left(\sigma_{Lj} + \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_2^2}\right) - \left(\frac{\tau_{LM}}{\Omega_2 \cdot t_L} - \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_2} \cdot x_{LM}\right) \cdot \right. \\ & \left. \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x_j - x_{LM})] \right] - \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_2^2} \end{aligned} \quad (3.85)$$

El esfuerzo cortante en el extremo libre de la platina puede obtenerse con la ecuación (3.86). Nótese que el esfuerzo cortante en esa ubicación se incrementa a medida que el estado 2a se desarrolla solo cuando el máximo esfuerzo cortante  $\tau_{LM}$  alcanza el extremo libre de la platina y toda la interfase está en la zona II.

$$\begin{aligned} \tau_L(x=0) = t_L \cdot & \left[ \frac{\Omega_1}{\cosh(\Omega_1 \cdot x_{LM})} \cdot \left[ \frac{\mu}{4} \cdot \left(\frac{2}{\Omega_1^2} - s_{cr}^2\right) \cdot \sinh[\Omega_1 \cdot (x_{LM})] + \right. \right. \\ & \left. \left. \left(\frac{\tau_{LM}}{\Omega_1 \cdot t_L} - \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_1} \cdot x_{LM}\right) \right] \right] \end{aligned} \quad (3.86)$$

### 3.4.2.2 Estado 2b

Si la distancia entre la grieta j y el extremo libre de la platina es mayor que un cierto límite, habrá suficiente longitud para que se desarrolle la distribución del esfuerzo cortante. Por otro lado, si la longitud no es suficiente para que se alcance el esfuerzo cortante en el extremo de la platina FRP antes del desarrollo completo de la zona II; en otras palabras antes de que el máximo desplazamiento relativo alcance la grieta j, se iniciará el estado 2b.

Durante el estado 2b, la longitud completa estará en la rama descendente de la curva de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo (zona II). Por lo tanto, el esfuerzo cortante decrece a medida que el desplazamiento

relativo se incrementa (ver figura 3.16). Las microgrietas se propagarán a lo largo de la distancia entre la grieta  $j$  y el extremo libre de la platina FRP.

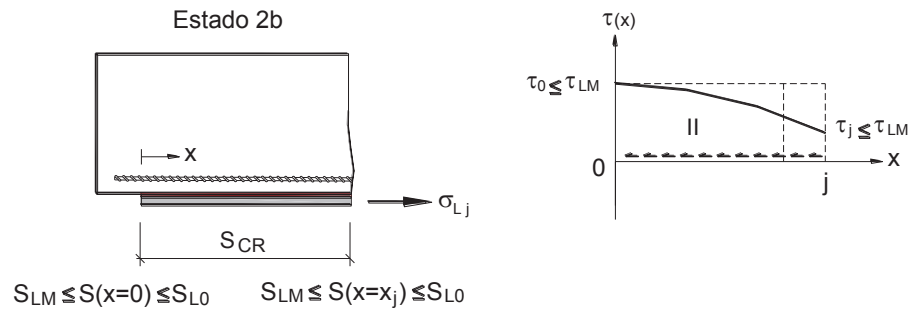


Figura 3.16 Distribución del esfuerzo cortante en un elemento de viga ubicado entre el extremo de la platina FRP y la grieta  $j$  más cercana, en el estado 2b.

El desarrollo del estado 2b solo es posible si el esfuerzo cortante en el extremo de la platina decrece desde su máximo valor. El final del estado 2b está sujeto a la ocurrencia del máximo desplazamiento relativo en la grieta  $j$ .

Como conclusión, el proceso de pérdida de adherencia para longitudes de adherencia cortas entre la platina y el extremo libre finaliza con el estado 2b. Las fórmulas para el esfuerzo en la platina FRP y el cortante en la interfase se muestran en las ecuaciones (3.87) y (3.88)

Para :  $0 \leq x \leq x_j$

$$\sigma_L(x) = \frac{1}{\sin[\Omega_2 \cdot (s_{cr})]} \cdot \left[ \left( \sigma_{Lj} + \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_2^2} \right) \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x)] + \frac{\mu}{4} \cdot \left( \frac{2}{\Omega_2^2} + s_{cr}^2 \right) \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x_j - x)] \right] - \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_2^2} + \frac{\mu}{4} \cdot (x^2 - s_{cr}^2) \quad (3.87)$$

$$\tau(x) = t_L \cdot \left[ \frac{1}{\sin[\Omega_2 \cdot (s_{cr})]} \cdot \left[ \Omega_2 \cdot \left( \sigma_{Lj} + \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_2^2} \right) \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (x)] - \frac{\Omega_2 \cdot \mu}{4} \cdot \left( \frac{2}{\Omega_2^2} + s_{cr}^2 \right) \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x_j - x)] \right] + \frac{\mu}{2} \cdot (x) \right] \quad (3.88)$$

Para el desarrollo del estado 2b, el esfuerzo cortante en el extremo de la platina debe de ser menor que el valor máximo  $\tau_{LM}$ . Por lo tanto, después de incorporar la ecuación (3.43) en derivada de la ecuación (3.87) la se obtiene la siguiente condición para el esfuerzo de tensión en la grieta j.

$$\sigma_{Lj} \leq \frac{P_{m\acute{a}xLScr}}{b_L \cdot t_L} - \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_2^2} \cdot (1 - \cos(\Omega_2 \cdot s_{cr})) + \frac{\mu}{4} \cdot (s_{cr}^2) \cdot \cos(\Omega_2 \cdot s_{cr}) \quad (3.89)$$

Si no se considera la contribución del concreto en tracción, la ecuación (3.89) se simplifica según se muestra en la fórmula (3.90).

$$\sigma_{Lj} \leq \frac{P_{m\acute{a}xLScr}}{b_L \cdot t_L} \quad (3.90)$$

La ecuación (3.90) es un caso particular de la ecuación (3.45) entre dos grietas cuando se supone un esfuerzo de tensión en la grieta i ( $v=0$ ). Además, la ecuación (3.90) muestra que la fuerza de tensión de la platina durante el estado 2b tiene un límite superior, que es la máxima fuerza transferida para un espécimen a cortante puro. Por lo tanto, la máxima fuerza de transferencia entre el extremo de la platina y la grieta j para el estado 2b se obtiene cuando ese estado se inicia y es igual al máximo valor de la inecuación (3.90).

#### 3.4.2.3 Longitudes límite entre longitudes de adherencia cortas y largas entre el extremo de la platina FRP y la grieta más cercana

Como se mencionó previamente, dependiendo de la distancia entre el extremo de la platina FRP y la grieta más cercana durante el estado 2a, el máximo esfuerzo cortante  $\tau_{LM}$  puede alcanzar el extremo de la platina. La longitud límite para que no se desarrolle el estado 2b se considera en esta sección.

En una situación límite, el máximo esfuerzo cortante alcanza el extremo libre de la platina cuando el esfuerzo cortante disminuye simultáneamente hasta cero en la grieta j. Imponiendo las dos condiciones en la ecuación

(3.87) y resolviendo la ecuación (3.91), se obtiene la longitud que corresponde a la transición entre longitudes de adherencia corta y larga en el extremo de la platina. La ecuación (3.92) da el valor del esfuerzo de tensión en la platina en la grieta j para este caso.

$$\sigma_{Lj} \cdot \cos(\Omega_2 \cdot s_{cr\_Lím\_end}) - \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_2} \left[ \frac{(1 - \cos(\Omega_2 \cdot s_{cr\_Lím\_end}))}{\Omega_2} - \frac{\Omega_2 \cdot (s_{cr\_Lím\_end})^2}{2} + (s_{cr\_Lím\_end}) \cdot \sin(\Omega_2 \cdot s_{cr\_Lím\_end}) \right] = 0 \quad (3.91)$$

$$\sigma_{Lj} = \frac{P_{máxLScr}}{b_L \cdot t_L \cdot (1 + \cos(\Omega_2 \cdot s_{cr\_Lím\_end}))} - \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_2} \left[ \frac{\Omega_2 \cdot (s_{cr\_Lím\_end})^2}{2} + (s_{cr\_Lím\_end}) \cdot \frac{\sin(\Omega_2 \cdot s_{cr\_Lím\_end})}{(1 + \cos(\Omega_2 \cdot s_{cr\_Lím\_end}))} \right] \quad (3.92)$$

Después de incorporar la ecuación (3.92) en la ecuación (3.91), la ecuación resultante deberá de ser satisfecha con una de las dos siguientes condiciones:

a)

$$\cos(\Omega_2 \cdot s_{cr\_Lím\_end}) = 0 \quad (3.93)$$

b)

$$\frac{P_{máxLScr}}{b_L \cdot t_L} + \frac{\mu}{4} \left[ (s_{cr\_Lím\_end})^2 + \frac{2}{\Omega_2^2} \right] \cdot \sin(\Omega_2 \cdot s_{cr\_Lím\_end})^2 - \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_2} \cdot \sin(\Omega_2 \cdot s_{cr\_Lím\_end}) = 0 \quad (3.94)$$

Desde que la ecuación (3.94) siempre es diferente de cero, especialmente cuando  $\mu=0$ , la ecuación (3.93) brinda el límite de la longitud para la distancia en el extremo de la platina, la cual es expresada como la ecuación (3.95). Este es el límite entre las longitudes de adherencia cortas y largas en un espécimen sujeto a cortante puro, como se observó en el capítulo 2.

$$s_{cr\_Lím\_end} = \frac{\pi}{2 \cdot \Omega_2} \quad (3.95)$$



De ahora en adelante se entenderá que una longitud de adherencia corta para el tramo entre el extremo de una platina y la grieta más cercana es aquella que es menor que  $s_{cr\_Lim\_end}$  y, por el contrario, las longitudes de adherencia largas son mayores que  $s_{cr\_Lim\_end}$ .

Longitud de adherencia Corta en el extremo de la platina

$$s_{cr} \leq s_{cr\_Lim\_end} \tag{3.96}$$

Longitud de adherencia larga en el extremo de la platina

$$s_{cr} \geq s_{cr\_Lim\_end} \tag{3.97}$$

### 3.4.3 Estado 3

Una vez que el desplazamiento relativo en el extremo de la platina FRP ( $x=0$ ) alcanza el máximo valor  $s_{L0}$ , las microgrietas se convierten en macrogrietas y se inicia el proceso de pérdida de adherencia. En esta sección se revisan las ecuaciones para el esfuerzo de tensión en la platina durante los estados 3a y 3b para longitudes de adherencia largas entre el extremo libre de la platina y la grieta más cercana. Como se explicó en el ítem 3.4.2.2, para longitudes de adherencia cortas la platina pierde la adherencia al final del estado 2b.

#### 3.4.3.1 Estado 3a

El estado 3a se inicia cuando el esfuerzo de tensión en la grieta  $j$  alcanza el valor dado por la ecuación (3.98). En este punto, una macrogrieta se abre en la grieta  $j$  y comienza a crecer hacia el extremo libre de la platina (ver figura 3.17).

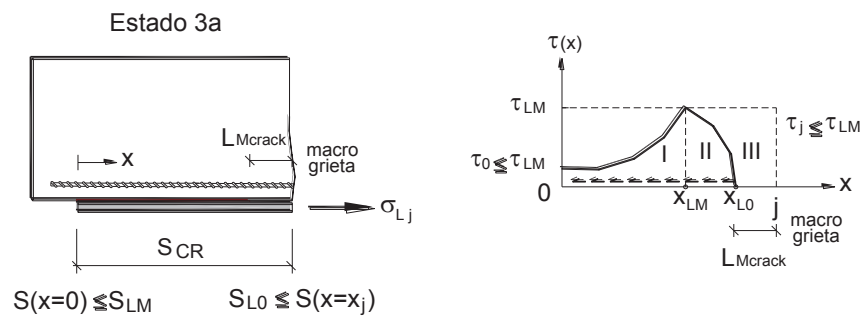


Figura 3.17 Distribución del esfuerzo cortante en un elemento de viga ubicado entre el extremo de la platina FRP y la grieta  $j$  más cercana, en el estado 3a.

$$\sigma_{Lj} = \frac{1}{\sin[\Omega_2 \cdot (x_j - x_{LM\_der})]} \cdot \left( \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_2} - \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_2} \cdot x_{LM\_der} \right) + \frac{\mu \cdot s_{cr}}{2 \cdot \Omega_2 \cdot \tan[\Omega_2 \cdot (x_j - x_{LM\_der})]} - \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_2^2} \quad (3.98)$$

En caso no se considere la contribución del concreto, la ecuación (3.98) se simplifica a la ecuación (3.58), la cual coincide con la condición para el desarrollo del estado 3a en un elemento entre grietas.

Cuando la macrogrieta en la interfase aparece en la vecindad de la grieta j, la longitud de la platina adherida se reduce a  $s_{cr} - L_{Mcrack}$ . Las formulaciones del estado 3a son similares a las del estado 2a cuando el origen de coordenadas se mueve desde la grieta j hacia la  $x_{L0}$ . Para continuar con el mismo sistema de coordenadas de referencia, las fórmulas del estado 3a serán iguales a las ecuaciones (3.81), (3.82), (3.84), (3.85) y (3.86) pero referidas todas las distancias a la ubicación del punto con máximo desplazamiento relativo  $x_{L0}$ . Por ejemplo, la distancia entre el extremo libre de la platina y la grieta j es sustituida por  $s_{cr} - L_{Mcrack}$ .

Adicionalmente, debe notarse que si la contribución del concreto en tracción no se toma en cuenta en las ecuaciones (3.81) a (3.86), esto es  $\mu=0$ , la ecuación para el esfuerzo de la platina será la misma que para el caso del espécimen sujeto a cortante puro.

La longitud de la macrogrieta puede ser obtenida para cualquier nivel de carga suponiendo un esfuerzo cortante nulo en  $x_{L0}$ .

$$\frac{1}{\cos[\Omega_2 \cdot (s_{cr} - L_{Mcrack} - x_{LM})]} \cdot \left[ - \left( \sigma_{Lj} + \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_2^2} \right) \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (s_{cr} - L_{Mcrack} - x_{LM})] + \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_2} - \frac{\mu}{\Omega_2} \cdot x_{LM} \right] + \frac{\mu \cdot t_L}{2} \cdot (s_{cr} - L_{Mcrack}) = 0 \quad (3.99)$$

Del mismo modo, si la contribución del concreto es desestimada, la longitud de la macrogrieta  $L_{Mcrack}$  puede ser escrita como la ecuación (3.100).

$$L_{Mcrack} = s_{cr} - \left( x_{LM} - \frac{1}{\Omega_2} \cdot \text{asin} \left( \frac{\tau_{LM}}{t_L \cdot \Omega_2 \cdot \sigma_{Lj}} \right) \right) \quad (3.100)$$

Como se puede observar en la ecuación anterior, la longitud de la macrogrieta se incrementa durante el estado 3a desde que  $x_{LM}$  y la función del arco seno decrecen a medida que se desarrolla este estado.

### 3.4.3.2 Estado 3b

Mientras la macrogrieta se propaga en el estado 3a, el máximo esfuerzo cortante  $\tau_{LM}$  eventualmente alcanzará el extremo libre de la platina. La longitud adherida remanente entre el extremo de la platina y el punto  $x_{L0}$  estará en la zona II de la curva de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo (ver figura 3.18).

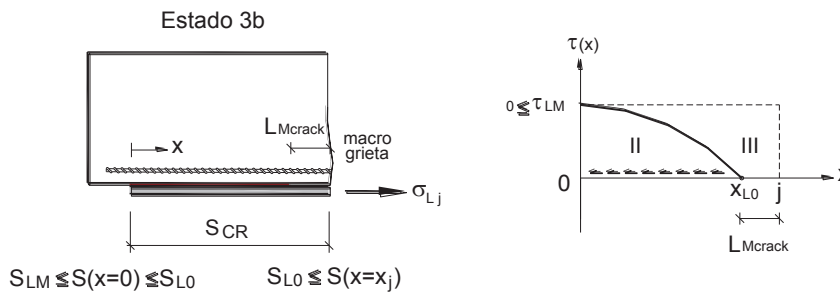


Figura 3.18 Distribución del esfuerzo cortante en un elemento de viga ubicado entre el extremo de la platina FRP y la grieta j más cercana, en el estado 3a

Esta situación solo ocurrirá hasta que la longitud adherida remanente alcance el límite entre longitudes de adherencia cortas y largas en el extremo de la platina, lo cual es expresado como la ecuación (3.101) si no se considera el esfuerzo en tensión del concreto.

$$\text{Lim}(s_{cr} - L_{Mcrack}) = \frac{\pi}{2 \cdot \Omega_2} \quad (3.101)$$

Las formulaciones de los estados previos no son válidas desde que la interfase adherida remanente está en la rama descendente de la curva esfuerzo cortante – desplazamiento relativo. El esfuerzo de tensión en la platina FRP está dado por la ecuación (3.102) y es similar al del estado 2b, en el cual la distancia desde el extremo libre de la platina a la grieta j es reemplazada por la longitud adherida remanente.

$$\sigma_L(x) = \frac{1}{\sin[\Omega_2 \cdot (s_{cr} - L_{Mcrack})]} \cdot \left[ \left( \sigma_{Lj} + \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_2^2} \right) \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x)] + \frac{\mu}{4} \cdot \left[ \frac{2}{\Omega_2^2} + (s_{cr} - L_{Mcrack})^2 \right] \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x_j - x)] \right] - \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_2^2} + \frac{\mu}{4} \cdot [x^2 - (s_{cr} - L_{Mcrack})^2] \quad (3.102)$$

La longitud de la macrogrieta o alternatively la ubicación de  $x_{L0}$  pueden obtenerse resolviendo la ecuación (3.103), la cual es derivada al imponer un esfuerzo cortante nulo en  $x=x_{L0}$ .

$$\frac{1}{\sin[\Omega_2 \cdot (s_{cr} - L_{Mcrack})]} \cdot \left[ \left( \sigma_{Lj} + \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_2^2} \right) \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (s_{cr} - L_{Mcrack})] - \frac{\mu}{4} \cdot \left[ \frac{2}{\Omega_2^2} + (s_{cr} - L_{Mcrack})^2 \right] \right] + \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_2^2} \cdot (s_{cr} - L_{Mcrack}) = 0 \quad (3.103)$$

Si la contribución del concreto en tensión no se considera, la longitud de la macrogrieta permanece constante e igual al límite entre las longitudes de adherencia corta y larga para el extremo de la platina, como se muestra en la ecuación (3.104).

$$s_{cr} - L_{Mcrack} = \frac{\pi}{2 \cdot \Omega_2} \quad (3.104)$$

La longitud de la macrogrieta crece durante el estado 3a hasta que el máximo esfuerzo cortante alcanza el extremo libre de la platina y el estado 3b se inicia. Durante el desarrollo del estado 3b, el desplazamiento relativo

en la longitud adherida remanente se incrementa sin que la longitud de la macrogrieta aumente (cuando se desestima la contribución del concreto en tensión). Una vez que el esfuerzo cortante disminuye hasta cero la platina se desprenderá del soporte de concreto. En ese punto, la macrogrieta crece desde el valor dado por la ecuación (3.101) al valor dado por la distancia entre el extremo libre de la platina y la grieta más cercana. Este comportamiento es similar al observado en un espécimen sujeto a cortante puro, estudiado en el capítulo 2. Por el contrario, en el caso entre dos grietas la macrogrieta crece pero no depende de la fluencia del acero.

Para el desarrollo del estado 3b, el esfuerzo cortante en el extremo libre de la platina debe de ser menor que el máximo valor  $\tau_{LM}$ . Por lo tanto la ecuación (3.105):

$$\sigma_{Lj} \leq \frac{P_{Am\acute{a}x}(L = s_{Cr} - L_{Mcrack})}{b_L \cdot t_L} - \frac{\mu}{2 \cdot \Omega_2^2} \cdot [1 - \cos[\Omega_2 \cdot (s_{Cr} - L_{Mcrack})]] + \frac{\mu}{4} \cdot (s_{Cr} - L_{Mcrack})^2 \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (s_{Cr} - L_{Mcrack})] \quad (3.105)$$

De esta ecuación puede inferirse que la fuerza de tensión en la grieta  $j$  debe de ser menor que la máxima fuerza transferida en un espécimen a cortante puro cuya longitud sea la longitud adherida remanente entre el extremo de la platina y el punto  $x_{L0}$ . Para el caso de  $\mu=0$  la condición es exactamente igual al caso del espécimen a cortante puro del capítulo 2.

Desde que longitud adherida remanente es menor que la distancia límite entre una longitud de adherencia corta y larga, la fuerza transferida durante el estado 3b, derivada de la ecuación (3.105), es siempre menor que la fuerza transferida en el estado 2a. La tendencia de la fuerza de transferencia a decrecer implica un decrecimiento en la elongación y por lo tanto un decrecimiento en el desplazamiento relativo a lo largo de la longitud no adherida.

En esta sección se presenta un cuadro resumen de la secuencia de estados que se pueden alcanzar durante el proceso de la pérdida de adherencia. La tabla 3.2 resume

este proceso y hace la distinción entre longitudes de adherencia cortas y largas entre el extremo de la platina y la grieta más cercana.

**Tabla 3.2**

SECUENCIA DE POSIBLES ESTADOS DE ESFUERZOS EN UNA LAMINA ADHERIDA AL CONCRETO EN UN TRAMO DE VIGA UBICADO EXTREMO ENTRE LA ULTIMA GRIETA Y EL EXTREMO DE LA LÁMINA				
<b>LONGITUDES DE ADHERENCIA LARGAS</b>				
Flexión y Cortante	Estado 1	Estado 2a	Estado 3a	Estado 3b
<b>LONGITUDES DE ADHERENCIA CORTAS</b>				
Flexión y Cortante	Estado 1	Estado 2a	Estado 2b	---

Leyenda:  Perdida de adherencia

### 3.5 Fuerza de transferencia

A continuación se presentan algunos comentarios relativos a la fuerza de transferencia durante el proceso de pérdida de adherencia descrito en las secciones 3.3 y 3.4:

3.5.1 Para el caso de un elemento entre dos grietas intermedias en una viga externamente reforzada con una platina FRP

- 1) La fuerza de transferencia entre dos grietas consecutivas puede ser obtenida como la diferencia entre las fuerzas de tensión de la platina de refuerzo en cada grieta. Dado que el esfuerzo de tensión en la grieta  $i$  puede ser expresado en función del esfuerzo de tensión en la grieta  $j$ , la fuerza de transferencia puede ser expresada como la ecuación (3.106).

$$\Delta P_{scr} = \Delta \sigma_{Lij} \cdot A_L = \sigma_{Lj} \cdot A_L \cdot (1 - \nu) \quad (3.106)$$

- 2) De la ecuación (3.106) y como se muestra en la figura 3.19, la pendiente de la función de la fuerza de transferencia con respecto a la carga aplicada en una viga depende mayormente del estado del acero de refuerzo.
- 3) La carga aplicada se incrementará gradualmente con una pendiente constante en tanto el acero interno de refuerzo no llegue a la fluencia en ambas grietas. Una vez que el acero interno de refuerzo alcance la

fluencia en la grieta j, la pendiente aumentará significativamente porque la platina externa de refuerzo toma el incremento en la fuerza de tensión. Finalmente, cuando el acero interno de refuerzo alcance la fluencia en ambas grietas i y j, la pendiente de la fuerza de transferencia será significativamente reducida a un valor mayor que la pendiente inicial. En la última situación, la platina sola soporta el incremento en la fuerza de tensión debido a un aumento de la carga aplicada sobre la viga.

- 4) La fuerza de transferencia puede ser calculada por integración del esfuerzo cortante a lo largo del elemento de viga entre las grietas i y j.
- 5) Para longitudes de adherencia largas y cortas, la fuerza de transferencia es una función incremental de la carga aplicada hasta que la localización de la posición del máximo esfuerzo cortante  $X_{LM\_der}$  alcanza la grieta i, esto es hasta el comienzo de los estados 2b y 3b. Desde ese punto el desarrollo de estos estados solo es posible cuando la fuerza de transferencia empieza a decrecer. El tramo incremental de la fuerza de transferencia para longitudes de adherencia cortas y largas es limitado por la condición dada por la ecuación (3.44) en el estado 2b y 3b, que es una restricción para el máximo esfuerzo de tensión en la grieta j.
- 6) Para distancias de adherencia cortas, la máxima fuerza de transferencia tendrá lugar cuando el estado 2b se inicie, esto es cuando la ubicación del máximo esfuerzo cortante alcance la grieta i. Esta máxima fuerza de transferencia puede obtenerse al incorporar la ecuación (3.44) en la ecuación (3.106), lo que se muestra en la ecuación (3.107)

$$P_{\max\_scr} = \Delta\sigma_{Lij} \cdot A_L = \frac{1 - \nu}{(1 - \nu \cdot \cos(\Omega_2 \cdot s_{cr}))} \cdot \left[ b_L \cdot \frac{\tau_{LM}}{\Omega_2} \cdot \sin(\Omega_2 \cdot s_{cr}) - \frac{2 \cdot \mu \cdot A_L}{\Omega_2^2} \cdot \right. \\ \left. \cdot (1 - \cos(\Omega_2 \cdot s_{cr})) + \frac{\mu \cdot s_{cr} \cdot A_L}{\Omega_2} \cdot \sin(\Omega_2 \cdot s_{cr}) \right] \quad (3.107)$$

- 7) Cuando la contribución del concreto en tensión no se considera ( $\mu=0$ ), la máxima fuerza de transferencia puede ser expresada por la ecuación (3.108).

$$\Delta P_{\text{máx\_scr}} = \Delta\sigma_{Lij} \cdot A_L = \frac{(1 - \nu)}{(1 - \nu \cdot \cos(\Omega_2 \cdot s_{cr}))} \cdot \left( b_L \cdot \frac{\tau_{LM}}{\Omega_2} \cdot \sin(\Omega_2 \cdot s_{cr}) \right) \quad (3.108)$$

- 8) En el caso particular de un elemento entre grietas sujeto a flexión pura, donde el momento es constante e igual en las grietas i y j ( $M(x=x_i) = M(x=x_j)$ ),  $\nu$  es igual a 1, y la fuerza de transferencia se reduce a cero.

$$\nu = 1 \rightarrow \Delta P_{\text{máx\_scr}} = 0 \quad (3.109)$$

$$\nu = 0 \rightarrow \Delta P_{\text{máx\_scr}} = P_{\text{max}}(L = s_{cr}) = b_L \cdot \frac{\tau_{LM}}{\Omega_2} \cdot \sin(\Omega_2 \cdot s_{cr}) \quad (3.110)$$

- 9) Para distancia mayores que el límite dado por la ecuación (3.51)  $s_{cr\_lim} = \pi/(2\Omega_2)$  pero no sustancialmente larga para desarrollar el estado 3c ( $s_{cr\_min\_estado3c}$ , de la ecuación (3.69)), la máxima fuerza de transferencia se alcanza cuando el estado 3b se inicia. En ese punto, el esfuerzo cortante máximo está en la grieta i y el máximo desplazamiento relativo se produce en  $x_{L0\_izq}$ . En otras palabras, la longitud adherida remanente es igual a la distancia límite entre una longitud de adherencia corta y larga. La máxima fuerza puede ser obtenida de la ecuación (3.111).

$$P_{\text{max\_scr}} = \Delta\sigma_{Lij} \cdot A_L = \frac{1 - \nu}{[1 - \nu \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (s_{cr\_lim})]]} \cdot \left[ P_{\text{max}}(L = s_{cr\_lim}) - \frac{2 \cdot \mu \cdot A_L}{\Omega_2^2} \cdot (1 - \cos(\Omega_2 \cdot s_{cr\_lim})) + \frac{\mu \cdot s_{cr\_lim} \cdot A_L}{\Omega_2} \cdot \sin(\Omega_2 \cdot s_{cr\_lim}) \right] \quad (3.111)$$

- 10) La ecuación (3.111) puede ser simplificada según la ecuación (2.54), como se muestra en la ecuación (3.112)

$$\Delta P_{\text{scr\_Lim}} = \Delta\sigma_{Lij} \cdot b_L \cdot t_L = \frac{P_{\text{max}}(L = s_{cr\_lim})}{(1 + \nu)} \quad (3.112)$$



- 11) El máximo valor de la fuerza de transferencia se alcanza cuando el acero de refuerzo interno llega a la fluencia en la grieta  $i$ . Si esta situación ocurre justo al comienzo del estado 2b o 3b (dependiendo de la distancia entre grietas), la fuerza de transferencia alcanza su máximo valor posible.

### 3.5.2 Para el caso de un elemento entre el extremo de la platina y la grieta más cercana en una viga externamente reforzada con una platina FRP

- 1) Desde que la fuerza de tensión en el extremo de la platina es cero cuando no hay fuerza externa o ningún dispositivo de anclaje ha sido colocado en esa posición, la fuerza de transferencia en un elemento entre el extremo de la platina y la grieta más cercana es igual a la fuerza de tensión en la platina que se requiere en la grieta  $j$  para alcanzar el equilibrio.
- 2) Cuando la contribución del concreto no se considere, la fuerza de transferencia es igual al caso de un espécimen sujeto a cortante puro. Por lo tanto, las mismas tendencias las descritas en la sección 2.3.4 en relación a la máxima fuerza de transferencia son válidas en este caso.
- 3) Para longitudes de adherencia largas, la fuerza máxima de transferencia se obtiene durante el estado 2a, antes que el esfuerzo cortante en la grieta  $j$  sea cero. Para longitudes de adherencia cortas, la máxima fuerza de transferencia ocurre al comienzo del estado 2b, cuando el máximo esfuerzo cortante alcanza el extremo de la platina. Las ecuaciones (3.113), calculadas en el capítulo 2, permiten calcular la máxima fuerza de transferencia en función de la energía de fractura.

$$P_{\text{máx}} = b_L \cdot \sqrt{2 \cdot G_F \cdot E_L \cdot t_L} \cdot \begin{cases} \sin(\Omega_2 \cdot L) & \text{if } L \leq \frac{\pi}{2 \cdot \Omega_2} \\ 1 & \text{if } L > \frac{\pi}{2 \cdot \Omega_2} \end{cases} \quad (3.113)$$

- 4) En general cuando se considera la contribución del concreto, la máxima fuerza de transferencia para longitudes de adherencia largas se alcanza durante el estado 2a. de la ecuación (3.85). La fuerza de transferencia en el estado 2a puede ser rescrita como función de la longitud de la zona II,  $x_{LM}$  como se muestra en la ecuación (3.114).

$$\begin{aligned} \Delta P_{scr\_end} = & \left( \frac{\tau_{LM} \cdot b_L}{\Omega_2} - \frac{\mu \cdot A_L}{2 \cdot \Omega_2} \cdot x_{LM} \right) \cdot \left[ \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \cdot \tanh(\Omega_1 \cdot x_{LM}) \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (x_j - x_{LM})] \right. \\ & \left. + \sin[\Omega_2 \cdot (x_j - x_{LM})] \right] + \frac{\mu \cdot A_L}{2 \cdot \Omega_1^2} \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (x_j - x_{LM})] \cdot \left( 1 - \frac{1}{\cosh(\Omega_1 \cdot x_{LM})} \right) - \frac{\mu \cdot A_L}{2 \cdot \Omega_2^2} \cdot \\ & \cdot \left[ 1 - \cos[\Omega_2 \cdot (x_j - x_{LM})] \right] + \frac{\mu \cdot A_L}{4} \cdot (s_{cr}^2) \cdot \frac{\cos[\Omega_2 \cdot (x_j - x_{LM})]}{\cosh(\Omega_1 \cdot x_{LM})} \end{aligned} \quad (3.114)$$

- 5) La máxima fuerza de transferencia para longitudes de adherencia largas entre el extremo de la platina y la grieta más cercana está asociada con la longitud de la zona II,  $x_{LMP}$ , la derivada de la fuerza de transferencia está dada por la ecuación (3.115).

$$\begin{aligned} & \left( \tau_{LM} \cdot b_L - \frac{\mu \cdot A_L \cdot x_{LMP}}{2} \right) \cdot \tanh(\Omega_1 \cdot x_{LMP}) \cdot \left[ \tanh(\Omega_1 \cdot x_{LMP}) \cdot \cos \Omega_2 \cdot (x_j - x_{LMP}) + \right. \\ & \left. + \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x_j - x_{LMP})] \right] - \frac{\mu \cdot A_L}{2} \cdot \left[ \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x_j - x_{LMP})] \right] \cdot \\ & \cdot \left[ \frac{\Omega_2}{\Omega_1} + \left( \frac{s_{cr}}{2} \cdot \Omega_1 - 1 \right) \cdot \left( \frac{1}{\cosh(\Omega_1 \cdot x_{LMP})} \right) \right] - \frac{\Omega_1}{\Omega_2} \cdot \frac{s_{cr}^2}{2} \cdot \tanh(\Omega_1 \cdot x_{LMP}) \\ & \cdot \tan(\Omega_2 \cdot x_{LMP}) \Big] = 0 \end{aligned} \quad (3.115)$$

Así mismo, incorporando el valor  $x_{LMP}$  que resuelve la ecuación (3.114) en la ecuación (3.113) se obtiene la máxima fuerza de transferencia.

- 6) Para distancias de adherencia cortas entre la platina y la grieta más cercana, la fuerza máxima de transferencia ocurre cuando acaba el estado 2a y empieza el estado 2b. En ese punto la máxima fuerza de

transferencia está dada por la ecuación (3.115), que coincide con la condición límite para el desarrollo del estado 2b

En términos de la fuerza de transferencia, la diferencia entre un elemento ubicado entre el extremo de la platina y la grieta más cercana, y un elemento ubicado entre dos grietas es la dependencia (no directa) de la fluencia del acero interno de refuerzo.

### 3.6 Análisis de una viga.

#### 3.6.1 Análisis de un elemento de viga entre dos grietas sujeto a flexión pura

Para clarificar la formulación mostrada en las secciones previas se analizará un segmento de viga entre dos grietas. La distancia entre grietas es fijada en 200mm. Las dimensiones de la sección y las propiedades de los materiales se muestran en la figura 3.19. Los parámetros del modelo en este ejemplo son  $\tau_{LM} = 2.46\text{MPa}$ ,  $s_{LM} = 0.00\text{mm}$  y  $s_{L0} = 0.764\text{mm}$ .

En este ejemplo la viga en estudio se somete a momentos flectores que van desde los 2.5kN-m hasta los 80.60kN-m (que corresponde a la rotura del concreto confinado en compresión). El momento de fluencia de la sección es del orden de 50.52kN-m.

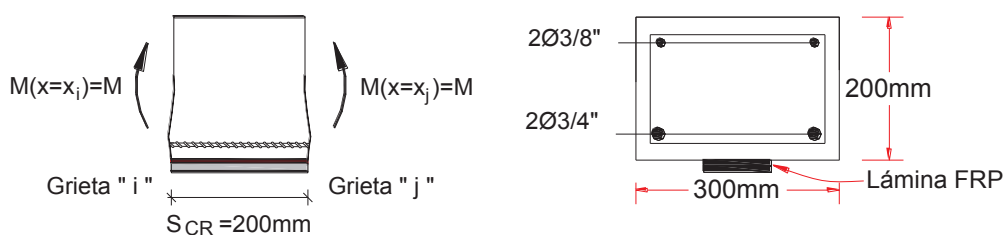


Figura 3.19 Elemento de viga entre dos grietas sujeto a flexión pura

La figura 3.20, muestra la evolución de la distribución del esfuerzo cortante en función del incremento del momento flector en el elemento. A continuación se hacen una serie de observaciones que se deducen de la figura 3.20.

- 1) Si el segmento de viga está sujeto a momentos flectores iguales, la distribución del esfuerzo cortante es simétrica con respecto al punto medio del elemento entre grietas.

- 2) La simetría implica que el estado 2a.1 nunca ocurrirá. Como consecuencia, después del estado 1 cuando el esfuerzo cortante máximo alcanza la posición de las grietas (para un momento  $M=3.83\text{kN}\cdot\text{m}$ ) se inicia el estado 2a.2.

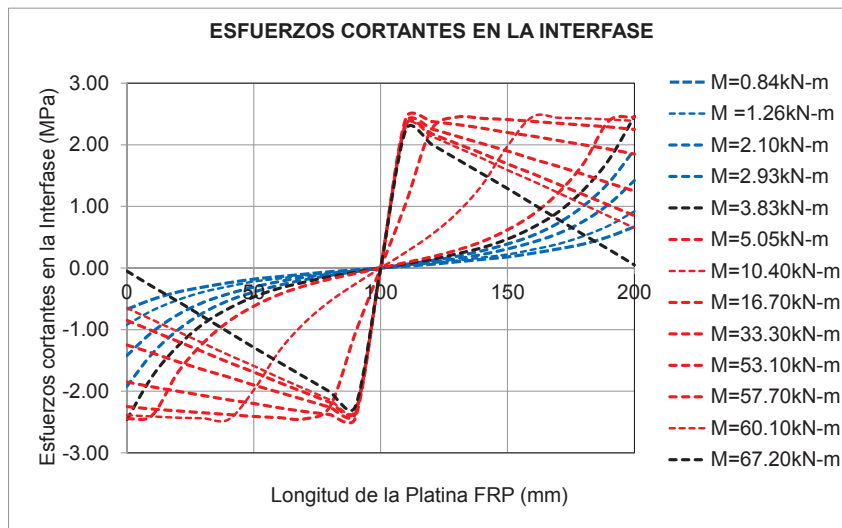


Figura 3.20 distribución del esfuerzo cortante en un elemento de viga entre dos grietas sujeto a flexión pura

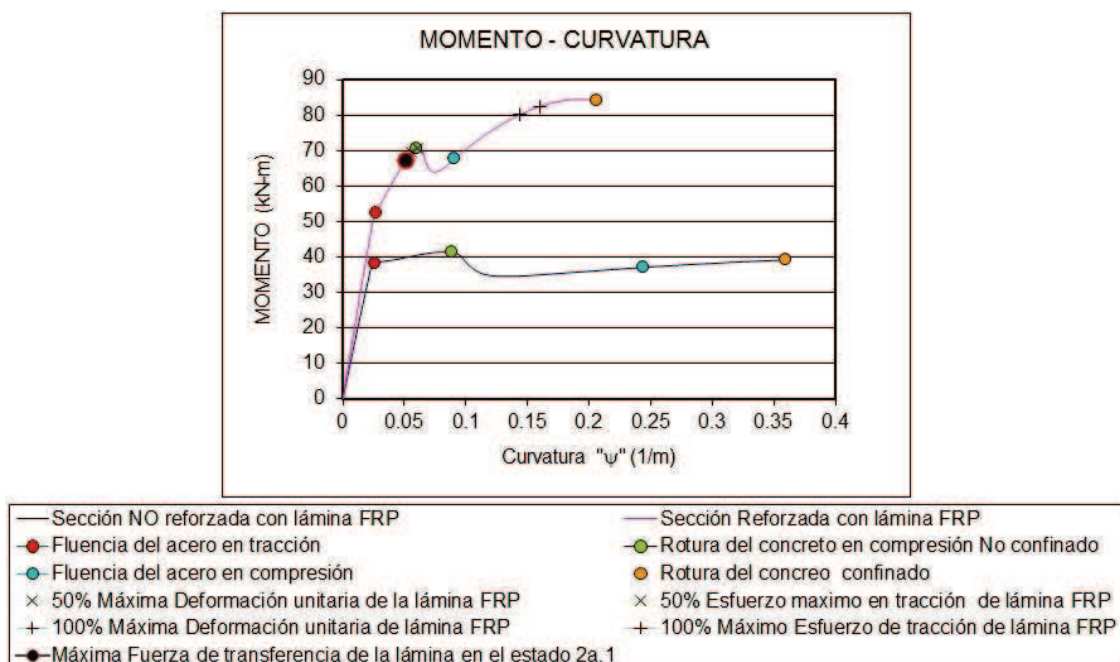


Fig. 3.21 Diagrama de momento curvatura de sección reforzada y no reforzada con platina FRP.

- 3) Durante el estado 2a.2 el momento aplicado se incrementa y los puntos  $x_{LM\_der}$  y  $x_{LM\_izq}$  entre las zonas I y II se desplazan hacia el centro del elemento.
- 4) Debido a que los momentos flectores son iguales en los extremos del elemento entre grietas, el punto de esfuerzo cortante nulo  $x_k$  estará ubicado en el centro.
- 5) La máxima fuerza de transferencia entre una grieta y el punto de esfuerzo cortante nulo  $x_k$  se alcanza cuando el área bajo la curva de esfuerzo cortante es máxima. Desde ese punto en adelante, el movimiento de  $x_{LM\_der}$  y  $x_{LM\_izq}$  hacia  $x_k$  es mucho más lento.
- 6) De acuerdo al diagrama momento curvatura de la sección reforzada (Fig. 3.21), el acero fluye cuando el momento aplicado es de 50.52kN-m. Una vez que el acero alcanza la fluencia, la fuerza en la platina FRP se incrementa mucho más rápido y el proceso de pérdida de adherencia se adelanta con cada incremento del momento.
- 7) De acuerdo a la gráfica de esfuerzos cortantes, para el ejemplo estudiado, el momento correspondiente a la fuerza de transferencia máxima de 180kN, es del orden de 67.20kN-m. Sin embargo, debido a que antes de ese punto el acero de refuerzo ha alcanzado la fluencia, el estado 2a.1 terminará antes, el estado 3c se iniciará y una macrogrieta en la interfase aparecerá en ambos extremos.
- 8) Durante el estado 3c, el esfuerzo cortante decrecerá desde su máximo valor cerca al punto de esfuerzo cortante nulo a cero en los puntos  $x_{L0\_izq}$  y  $x_{L0\_der}$  donde se ubican las macrogrietas en la interfase.
- 9) Como se indicó anteriormente los estados 2b y 3b no ocurrirán, debido a la simetría de los esfuerzos.

En relación con la distribución del esfuerzo de tensión en la platina FRP se hacen algunas observaciones referidas a la figura 3.22.

- 1) La distribución del esfuerzo de tensión axial en la platina es simétrico con respecto al punto  $x_k$ , donde el esfuerzo cortante es nulo.
- 2) Como se muestra en la figura 3.22, el esfuerzo de tensión tiene un valor mínimo en el punto de esfuerzo cortante nulo  $x=x_k$ .

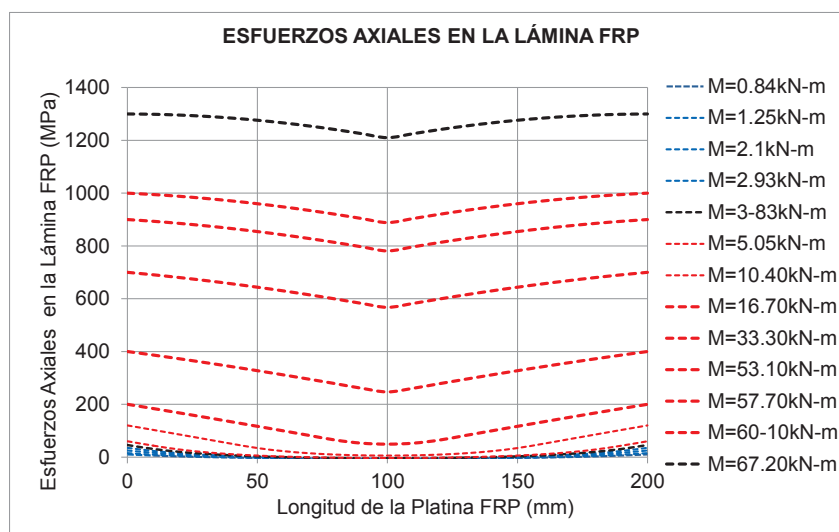


Fig. 3.22 Diagrama momento curvatura de sección reforzada y no reforzada con platina FRP.

- 3) Se observa un incremento notable en el esfuerzo de tensión de la platina desde  $M=33.30\text{kN}\cdot\text{m}$  hasta  $M=67.20\text{kN}\cdot\text{m}$ . Como se mencionó anteriormente, el acero de refuerzo alcanza la fluencia con el momento de  $50.52\text{kN}\cdot\text{m}$ . Una vez que el acero alcanza la fluencia y no puede incrementar su esfuerzo, la platina de refuerzo debe tomar sola el incremento de tensión debido al incremento de la carga aplicada. Por lo tanto, después de la fluencia, el incremento de tensión en la platina es más acelerado.

La fuerza de transferencia entre la grieta  $i$  y  $j$  es el incremento de la fuerza de tensión entre las secciones  $i$  y  $j$ . En el presente caso de un elemento entre grietas sujeto a flexión pura, la fuerza de transferencia en todo el tramo es cero, ya que las fuerzas de tensión en ambas grietas son iguales.

La fuerza transferida a lo largo de la longitud adherida entre una de las grietas por flexión y el punto de esfuerzo cortante nulo  $x_k$  ubicada al centro del tramo puede ser obtenida como el área encerrada del esfuerzo cortante  $\tau(x)$  entre estos puntos. De esta manera, la máxima fuerza de transferencia será el área máxima del esfuerzo cortante en la mitad de la distancia entre grietas.

El incremento de la fuerza de transferencia entre una de las grietas y el punto medio del tramo es planteado en la figura 3.23. Son pertinentes los siguientes comentarios:

- 1) Se alcanza un máximo valor, luego del cual un incremento del momento en las grietas no implica un incremento de la fuerza de transferencia entre la platina y el soporte de concreto. En este ejemplo la máxima fuerza de transferencia fue 21.75kN, correspondiente a un momento flector aplicado de 33.30kN-m.
- 2) Para mayores momentos flectores, hay un decremento en la fuerza de transferencia, aunque con poca pendiente inicial. Una vez que el acero de refuerzo alcanza la fluencia la pendiente de la curva es significativamente más pronunciada.

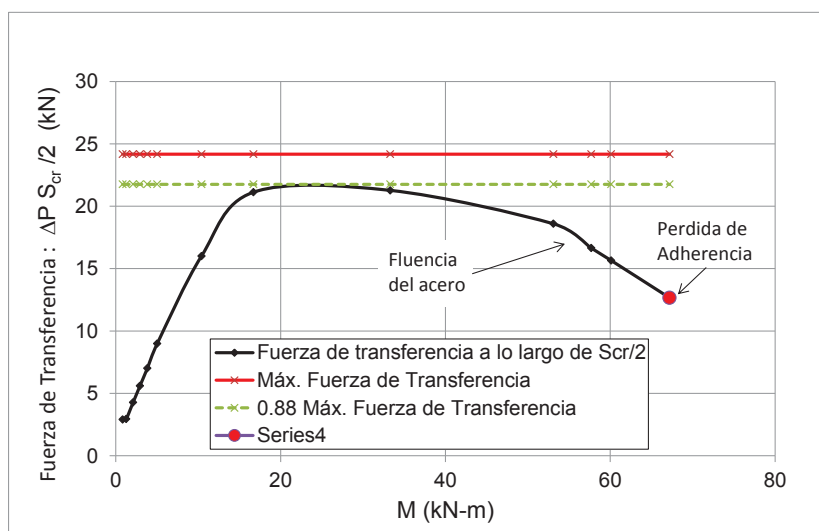


Fig. 3.23 Fuerza de transferencia entre una grieta extrema y el punto de esfuerzo cortante nulo ubicado en medio del tramo entre grietas.

- 3) Después de alcanzar su máximo valor, la fuerza de transferencia decrece a pesar que la fuerza de tensión en la platina FRP de refuerzo en ambas grietas aumenta. Este hecho puede ser explicado como la pendiente del esfuerzo de tensión entre la grieta  $j$  y el punto de esfuerzo cortante nulo  $x_k$  decrece ligeramente desde este punto.
- 4) Adicionalmente, en la figura 3.23 el valor teórico de la fuerza de transferencia para un espécimen sujeto a cortante puro fue calculado y planteado para una longitud adherida  $S_{cr}/2=100\text{mm}$ , igual a la mitad de la distancia entre grietas, y es del orden de 24.75kN. En este caso, la fuerza

máxima de transferencia es 88% del valor teórico. Esto puede ser explicado por la no consideración de la contribución del concreto en tensión para el cálculo del valor teórico.

Finalmente, se presentan algunos comentarios respecto al desplazamiento relativo entre el concreto y la platina FRP de refuerzo externo, en el elemento entre grietas sometido a flexión pura:

- 1) Debido a la flexión pura, el desplazamiento relativo es simétrico con respecto al centro del tramo.
- 2) La pendiente del perfil de desplazamientos relativos se incrementa con incrementos del momento aplicado.
- 3) Si se alcanza el máximo desplazamiento relativo  $s_{L0}$  en ambas grietas i y j, se inicia el estado 3c. Así, dos macrogrietas en la interfase se abren en la vecindad de las grietas i y j. Desde ese punto, teóricamente tendrá lugar la completa pérdida de adherencia de la platina cuando el punto de esfuerzo cortante nulo  $x_k$  alcance el máximo desplazamiento relativo  $s_{L0}$ .
- 4) En este ejemplo, se llega al máximo desplazamiento relativo  $s_{L0} = 0.764\text{mm}$  en la grietas i y j para un momento aplicado de 67.20kN-m.

Haciendo un resumen para la sección de 300mmx200mm: La viga sin refuerzo externo tenía un momento de fluencia de 38kN-m. Sin embargo, al colocarle una platina de refuerzo FRP se obtuvo del análisis que el nuevo momento de fluencia para la sección es 52.50kN-m y la rotura del concreto no confinado en compresión ocurre para un momento de 70.60kN-m. Sin embargo, el momento correspondiente a la pérdida de adherencia de la platina de refuerzo externo es 67.3kN-m. Es en este nivel de momento 67.3kN-m que se inicia el estado 3c.

### 3.6.2 Análisis de un elemento de viga entre el extremo de la platina de refuerzo FRP y la grieta más cercana

Para clarificar la formulación mostrada en las secciones previas se analizará un segmento ubicado entre el extremo libre de la platina FRP de refuerzo y la grieta más cercana. La distancia entre el extremo de la platina y la grieta más cercana es 200mm. Las dimensiones de la sección y las propiedades de los materiales se muestran en la figura 3.24. Los parámetros del modelo en este ejemplo son de  $\tau_{LM} = 2.46\text{MPa}$ ,  $s_{LM} = 0.00\text{mm}$  y  $s_{L0} = 0.764\text{mm}$ .



En este ejemplo la viga en estudio se somete a momentos flectores que van desde 2.5kN-m hasta 37.60kN-m. El momento de fluencia de la sección es del orden de 50.52kN.

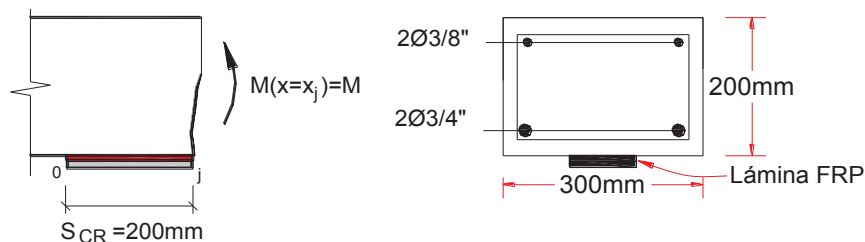


Figura 3.24 elemento de viga entre dos grietas sujeto a flexión pura

La figura 3.25 muestra la distribución del esfuerzo cortante entre el extremo libre de la platina de refuerzo y la grieta más cercana, a lo largo de los estados 1 y 2a. La forma es muy similar a la del espécimen sujeto a cortante puro desarrollado en el capítulo 2. La única diferencia en este caso es que se ha incluido la contribución del concreto en tracción. A continuación se dan una serie de comentarios:

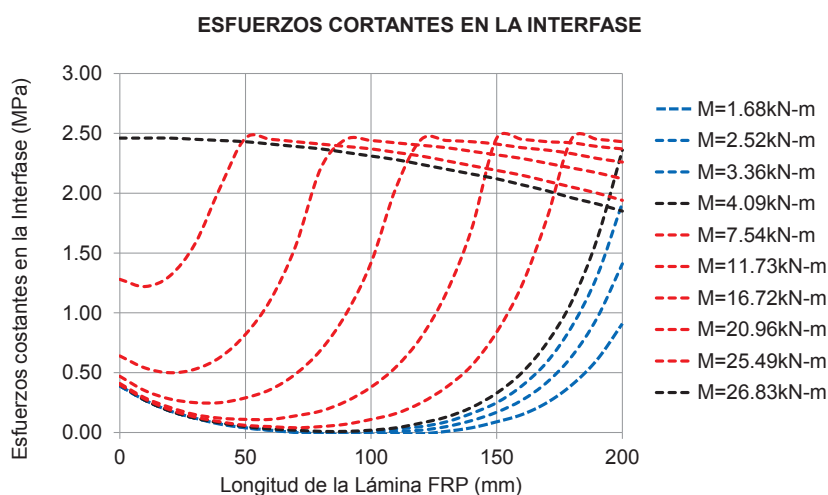


Figura 3.25 Distribución del esfuerzo cortante en un elemento de viga entre el extremo de la platina FRP de refuerzo y la grieta más cercana durante los estados 1 y 2a – se considera la resistencia a la tracción del concreto.

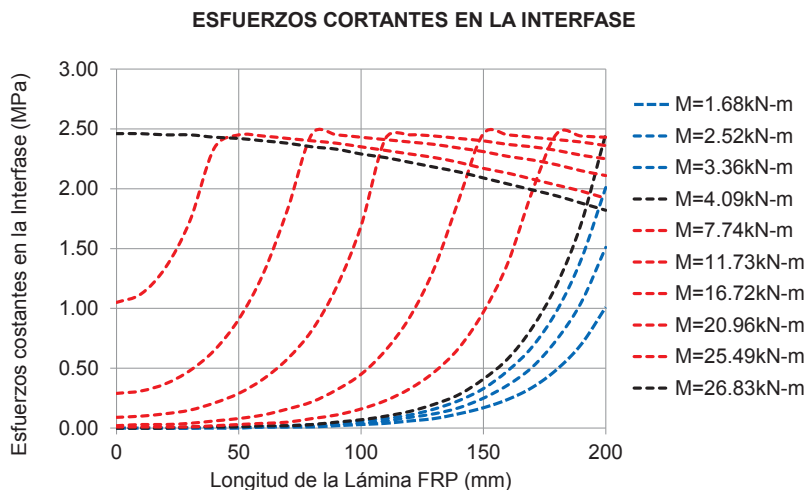


Figura 3.26 distribución del esfuerzo cortante en un elemento de viga entre el extremo de la platina FRP de refuerzo y la grieta más cercana durante los estado 1 y 2a – no se considera la resistencia a tracción del concreto.

- 1) El esfuerzo cortante a lo largo de la longitud adherida en el extremo de la platina actúa en dirección opuesta al esfuerzo de tensión de la platina en la grieta  $j$ . No hay punto de esfuerzo cortante nulo. Por lo tanto, el desplazamiento relativo entre el concreto y la platina de refuerzo está en la misma dirección que los esfuerzos cortantes de la figura 3.25.
- 2) El final del estado 1 ocurre cuando se aplica un momento algo mayor a 4.09kN-m. En este punto, el máximo esfuerzo cortante  $\tau_{LM}$  aparece en la grieta  $j$  y empieza el estado 2a.
- 3) Al incrementarse el momento flector, la ubicación del punto de máximo esfuerzo cortante  $x_{LM}$  se mueve hacia el extremo libre de la platina de refuerzo.
- 4) Desde que la distancia entre el extremo libre de la platina y la grieta más cercana  $j$  es clasificada como una longitud de adherencia corta, el máximo esfuerzo cortante  $\tau_{LM}$  alcanza el extremo libre de la platina al final del estado 2a. En este ejemplo esto ocurre para un momento flector del orden de 26.83kN-m. En ese punto termina el estado 2a y se inicia el estado 2b.
- 5) En algunos programas experimentales de vigas reforzadas externamente con platinas FRP, se ha evidenciado la concentración del esfuerzo cortante en el extremo libre de la platina. Este fenómeno puede ser observado en la figura 3.25; donde para incrementos del momento flector el esfuerzo cortante en el extremo de la platina aumenta.

- 6) Considerar la resistencia a tensión del concreto influye no solo en el esfuerzo cortante en el extremo libre de la platina sino también en la distribución del mismo en la longitud adherida de la platina. De las figuras 3.25 y 3.26 se puede observar que cuando no se considera la contribución de la resistencia a la tracción del concreto ( $\beta=0$ ) el progreso de la zona II en la longitud adherida de la platina es más acelerado. Como consecuencia, la ubicación del punto de esfuerzo cortante máximo está más cerca del extremo de la platina de refuerzo cuando no se considera la contribución de la resistencia a la tracción del concreto.

La figura 3.27 muestra la distribución del esfuerzo cortante durante el estado 2b entre el extremo libre de la platina de refuerzo y la grieta más próxima. Algunas observaciones se hacen a continuación:

- 1) Durante el estado 2b solo es posible un decrecimiento de los valores de esfuerzo cortante y de la fuerza de tensión en la platina y por lo tanto el momento flector resistente también decrecerá.
- 2) Durante este estado, la distribución del esfuerzo cortante está en la zona II de la curva de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo. Por lo tanto, a medida que el estado se desarrolla la distribución del esfuerzo cortante decrecerá en toda la longitud adherida y los desplazamientos relativos se incrementarán hasta su valor máximo  $s_{L0}$ , después de los cual se producirá el desprendimiento repentino de la platina del soporte de concreto.

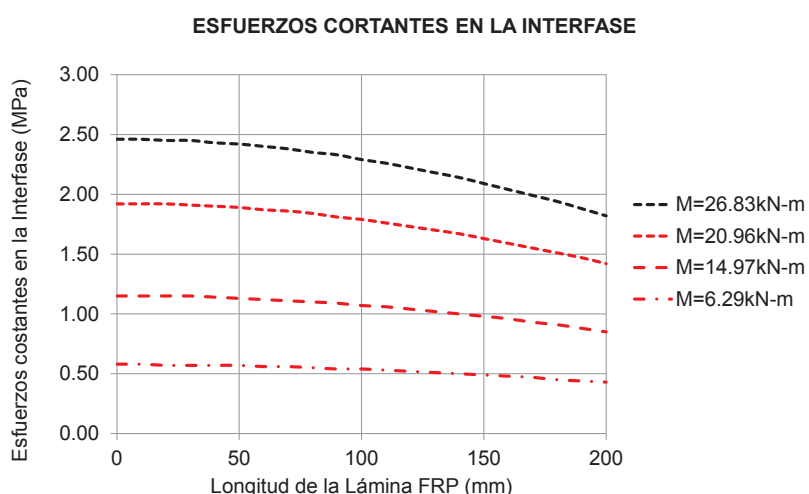


Figura 3.27 distribución del esfuerzo cortante en un elemento de viga entre el extremo de la platina FRP de refuerzo y la grieta más cercana en el estado 2b.

- 3) La pendiente del diagrama del esfuerzo cortante decrece con el progreso de estado 2b. Esta tendencia es más acentuada cerca del extremo libre de la platina de refuerzo que en la vecindad de la grieta j.
- 4) La falla debido a la aparición de una macrogrieta en la interfase comenzará cuando el esfuerzo cortante haya decrecido hasta cero a lo largo de la longitud adherida de la platina de refuerzo. El desprendimiento de la platina ocurrirá de manera repentina y frágil de forma simultánea desde el extremo de la platina y la grieta j.
- 5) Si solo se considera el esfuerzo cortante intersticial, la pérdida de adherencia de la platina ocurrirá como se ha descrito en los ítems anteriores. Sin embargo, se debe tener especial cuidado en el extremo libre de la platina, por que el esfuerzo cortante intersticial combinado con el esfuerzo normal en la interfase (Peeling, descrito en el capítulo 1) puede conducir a una falla prematura. Si el esfuerzo principal en la interfase en el extremo de la platina de refuerzo excede el esfuerzo de tracción del concreto puede dar inicio a la deplatinación (separación) de la platina de refuerzo de la viga de concreto o se puede desprender el recubrimiento de la viga, originándose de ese modo un inicio prematuro de la falla. En cualquiera de estos casos la falla ocurre en el extremo de la platina de refuerzo y termina en la grieta más cercana j.

La figura 3.28 muestra la distribución del esfuerzo de tensión en la platina de refuerzo durante los estados 1 y 2a. Diversas observaciones son pertinentes:

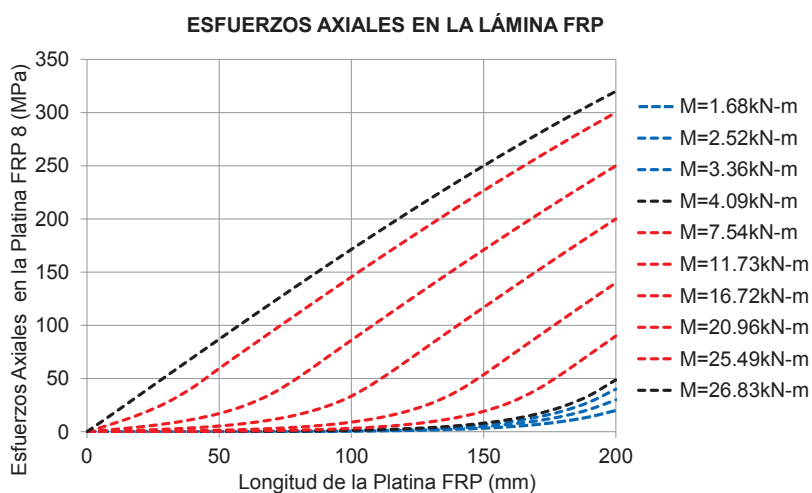


Figura 3.28 Distribución del esfuerzo de tensión en la platina FRP de refuerzo entre el extremo de la platina y la grieta más cercana en los estado 1 y 2a.

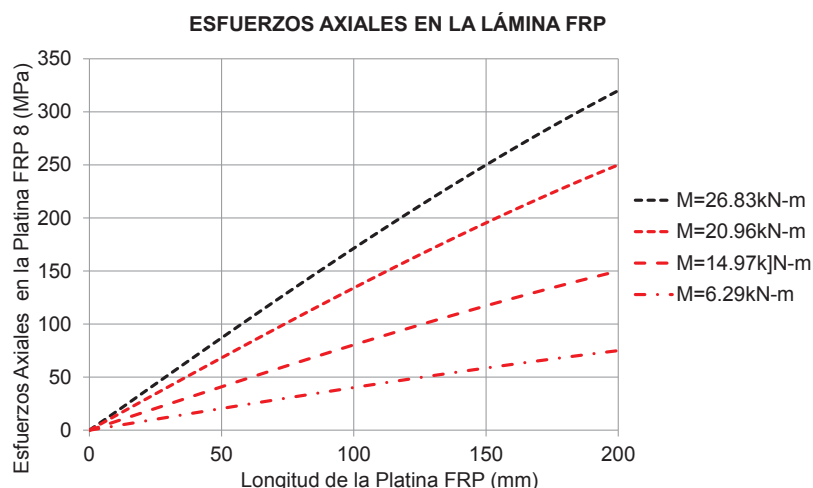


Figura 3.29 Distribución del esfuerzo de tensión en la platina FRP de refuerzo entre el extremo de la platina y la grieta más cercana en el estado 2b.

- 1) El perfil de esfuerzos de tensión se incrementa con incrementos del momento flector en la grieta  $j$ .
- 2) Durante el estado 1, la distribución del esfuerzo de tensión en la platina de refuerzo es una función decreciente, con suave pendiente, más pronunciada en la vecindad de la grieta más cercana  $j$ ; mientras que en el extremo libre de la platina se tiene una pendiente menor.
- 3) A medida que el momento flector en la grieta  $j$  aumenta y el punto de esfuerzo máximo se acerca el extremo libre de la platina en el estado 2a, la pendiente de la curva en la vecindad de la grieta  $j$  decrece.
- 4) Cuando el punto de esfuerzo cortante máximo  $x_{LM}$  alcanza el extremo libre de la platina y finaliza el estado 2a, la pendiente de la curva de tensión de la platina es constante.
- 5) El punto de la platina con mayor esfuerzo de tensión está ubicado en la grieta  $j$ , mientras que en el extremo libre de la platina el esfuerzo de tensión es nulo.
- 6) Durante el estado 2b, la curva de tensión en la platina tiene pendiente constante y decrece con menores momentos aplicados en la grieta  $j$ . (ver figura 3.29)

La máxima fuerza de transferencia entre el extremo de la platina y la grieta más cercana es igual a la fuerza de tensión de la platina en la grieta  $j$ , ya que no hay esfuerzo de tensión en el extremo de la misma. La máxima fuerza de

transferencia de 45.07kN se alcanza al final del estado 2a (ver figura 3.30), esto es cuando el esfuerzo cortante máximo alcanza el extremo de la platina de refuerzo. Esta fuerza máxima de transferencia ocurre cuando el momento aplicado en la grieta  $j$  es 26.83kN-m y el acero de refuerzo interno no ha alcanzado la fluencia ( $M_y=50.52\text{kN-m}$ ). Por otro lado, durante el estado 2b, el esfuerzo de tensión de la platina en la grieta  $j$  decrece, como se observó en la figura 3.28, y por lo tanto la fuerza de transferencia decrece también. Así mismo, si no se considera la contribución de la resistencia del concreto en tracción, la máxima fuerza de transferencia será igual a la de un espécimen sujeto a cortante puro, como se describió en el capítulo 2 la cual resulta 44.50kN. Cuando se comparan estos números, se podría decir que la contribución de la resistencia del concreto en tracción es casi despreciable en términos de la fuerza de transferencia.

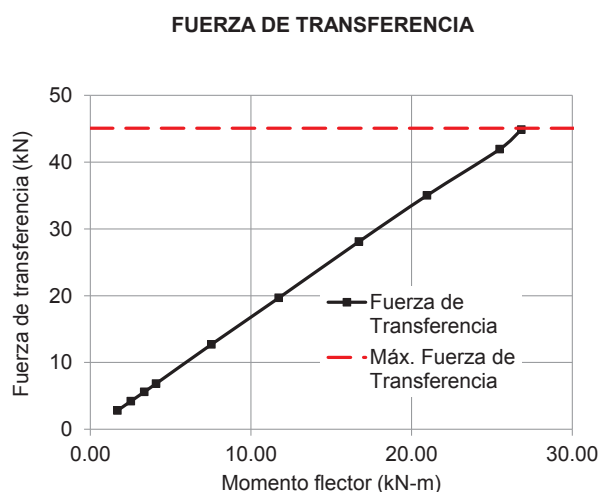


Figura 3.30 Fuerza máxima de transferencia en un elemento ubicado entre el extremo de la platina y la grieta más cercana.

En relación a los desplazamientos relativos entre la platina y el soporte de concreto, los perfiles de estas curvas son muy similares a los del caso de un espécimen sometido a cortante puro. Los valores de los desplazamientos relativos durante los estado 1 y 2a son mucho menores que los máximos  $s_{L0}$ . Por ejemplo, al aplicar un momento de 26.83kN-m el desplazamiento relativo en la grieta  $j$  es de 0.203mm, el cual es 25.4% del desplazamiento máximo  $s_{L0}$ .



## **CAPITULO 4**

### **ENSAYOS EXPERIMENTALES**

#### **4.1 Introducción**

Para una mejor comprensión del comportamiento a flexión de vigas reforzadas externamente con platinas de fibras de carbono se preparo un programa experimental compuesto por 02 especímenes para ensayos a cortante puro y 08 vigas de concreto para ensayos a flexión. Estos ensayos fueron realizados por el Ing. Sebastian Schmidt (Universidad de ciencias Aplicadas de Regensburg – Alemania) y el autor del presente estudio en el Laboratorio de Estructuras del Centro Peruano Japonés de Investigaciones Sísmicas y Mitigación de Desastres CISMID de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de Ingeniería, con la colaboración del Dr. Ing. Carlos Zavala Toledo.

En las siguientes secciones se describe con detalle la geometría, propiedades de los materiales, instrumentación, el procedimiento de ensayo, resultados y algunos comentarios de los resultados experimentales.

#### **4.2 Programa experimental de ensayos**

Se prepararon para ensayo 02 especímenes de concreto armado de 800mm x 200mm x 150mm con fibras de carbono adheridas para ensayos de cortante simple (ver fig. 4.1) y 08 vigas de concreto armado de 2800mm x 300mm x 200mm con refuerzo externo de fibras de carbono en la parte inferior para ensayos a flexión sometidos a carga última (ver figura 4.2). En todos los ensayos se han usado dos materiales de fibra de carbono, el primer de los materiales corresponde a platinas de fibra de carbono fabricados por SIKA y distribuidos en el Perú por SIKA-PERU y el segundo de los materiales son láminas tejida a modo de manta de fibra de carbono fabricado por MBrace y distribuidos en el Perú por UNICON. S.A.

Se debe de indicar aquí que para la realización de los ensayos de las vigas de concreto, estas han sido preagrietadas con la finalidad de estudiar los esfuerzos en los tramos de viga entre grietas existentes.



**Especímenes de concreto para ensayo a cortante simple:**

Se prepararon dos especímenes de concreto de 800mm x 150mm x 200mm a los cuales se les adhirieron platinas y láminas de fibras de carbono. A uno de los especímenes se le adhirió dos platinas de fibras de carbono de 1300mm x 100mm x 1.2mm, al segundo espécimen se le adhirieron dos laminas tejidas o mantas de fibra de carbono de 1300mm x 100mm x 0.33mm. En ambos especímenes la longitud de adherencia fue de 400mm

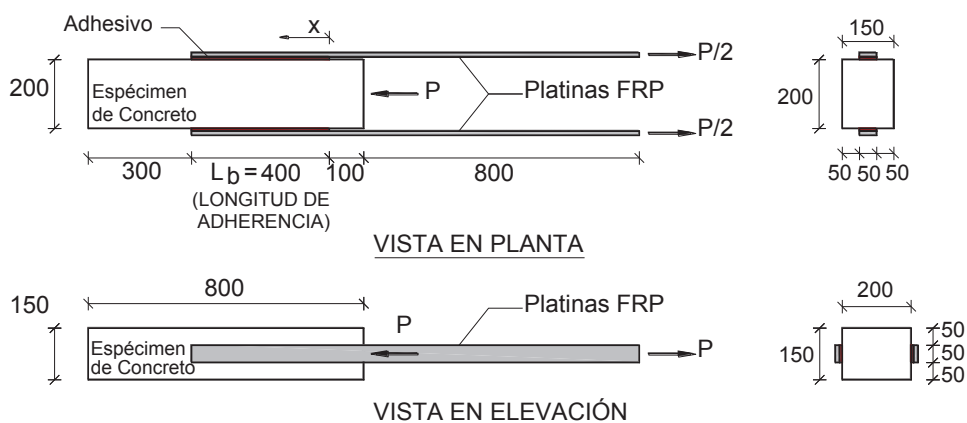
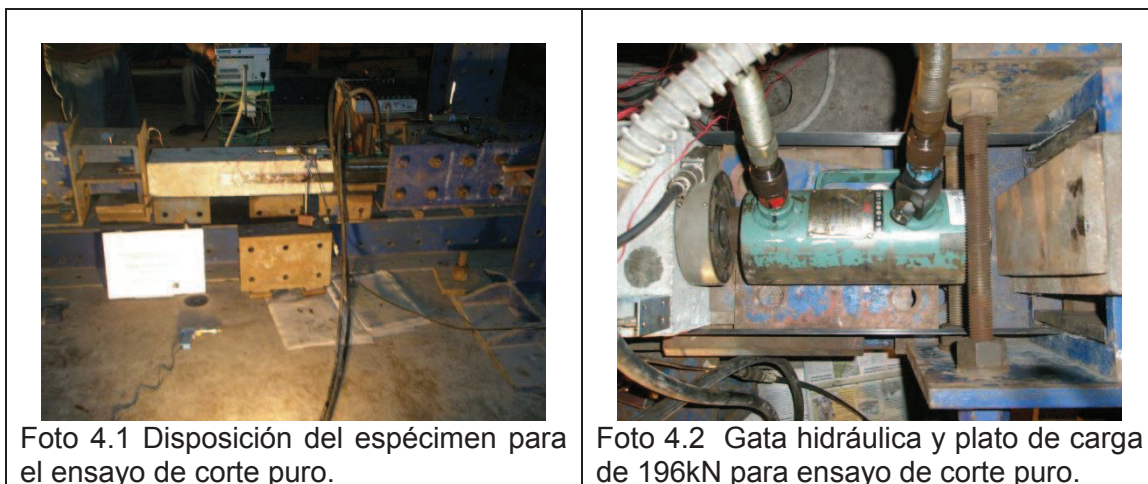


Fig. 4.1 Especímenes de concreto con platinas y láminas FRP adheridas para ensayo a cortante.



El objetivo para la realización de los ensayos a cortante simple es el establecer los valores del esfuerzo cortante máximo ( $\tau_{LM}$ ) y los desplazamientos relativos entre el concreto y la platina o lamina de fibras de carbono correspondientes al desplazamiento relativo relacionado con el cortante máximo ( $s_{LM}$ ) y el desplazamiento

relativorelacionado con el desprendimiento de la platina del concreto ( $s_{Lo}$ ) para el sistema de platinas de fibras de carbono SIKA carbodur y las mantas de tejido de fibra de carbono de MBrace.

Se ha preformado en el laboratorio de estructuras del CISMID, la disposición de elementos estructurales para ensayos a flexión pura como se muestra en la foto 4.1. se ha utilizado un gato hidráulico y una celda de carga de 196 kN (20 toneladas-fuerza) para la realización del ensayo (ver foto 4.2).

### Especímenes para ensayo a flexión:

Se prepararon ocho vigas de concreto armado para su ensayo a flexión con dimensiones de 2800mm x 300mm x 200mm. Se ha dispuesto que una de las vigas sea para control por lo que no se le adherirá ningún refuerzo externo a la misma. Por otro lado, dos de otras siete vigas han sido reforzadas con platinas de fibras de carbono de dimensiones 2100mm x 100mm x 1.2mm y las otras cinco restantes han sido reforzadas a través de láminas tejidas de fibra de carbono de dimensiones 2100mm x 250mm x 0.33mm.

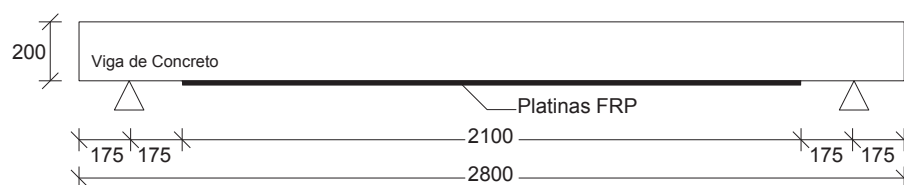


Fig. 4.2 Vigas de concreto con platinas y/o láminas FRP adheridas para ensayo a flexión purasometidas a carga última.

La configuración de cargas para el ensayo a carga última es de flexión pura con dos cargas de igual magnitud ubicadas aproximadamente a los tercios del tramo (ver figura 4.3).

Se han colocado sobre todas las vigas a ensayar una serie de dispositivos de medición de deformaciones llamados transductores (TD), los cuales miden la deformación a través de deformaciones de un resorte interno, y que están dispuestos

sobre la viga como se muestra en la figura 4.3. Las coordenadas de la ubicación de estos transductores están indicadas en la tabla 4.1.

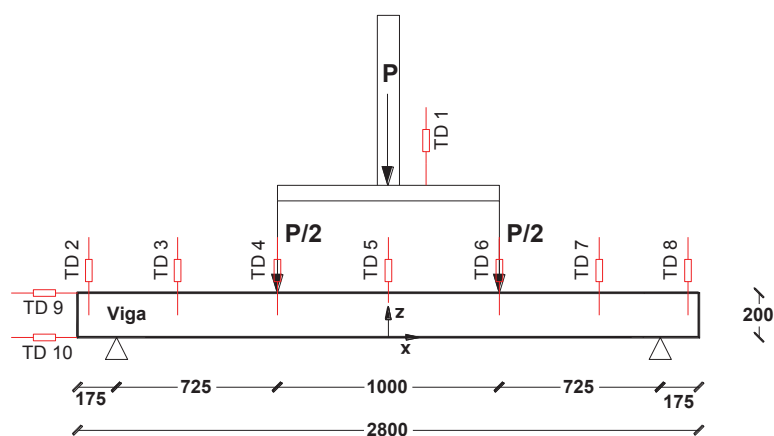


Fig. 4.3 disposición de transductores en los ensayo de vigas a flexión.

Tabla 4.1 Coordenadas de ubicación de transductores en ensayos de vigas a flexión

Dispositivo / Canal	AMP 2	AMP 3	AMP 4	AMP 5	AMP 6	AMP 7	AMP 8	AMP 9
Transductor : (TD)	1	2	3	4	5	6	7	8
Numero de Serie	YB7890001	YA6350003	YB7890032	YB7890017	YB7890003	YB7890026	YB7890034	YA6350038
Groesse [mm]	100	50	100	100	100	100	100	50
x [mm]		-1350	-950	-500	0	500	950	1350
y [mm]		150	150	150	150	150	150	150
z [mm]		100	100	100	100	100	100	100
Dispositivo / Canal	AMP 10	AMP 11						
Transductor : (TD)	9	10						
Numero de Serie	EM7840080	EM7840081						
Groesse [mm]	30	30						
x [mm]	-1400	-1400						
y [mm]	150	150						
z [mm]	200	0						

La figura 4.4 muestra el programa experimental de vigas a ser ensayadas a flexión sometidas a carga última. La viga de control, sin refuerzo externo de fibra de carbono, tiene una cuantía de acero en tracción de 0.0095 y está destinada a conocer de manera experimental la capacidad última de la misma. Las vigas 1A y 1B tienen una cuantía de acero en tracción de 0.0095 compuesto por dos varillas de diámetro 3/4”; mientras que, las vigas 2A y 2B tienen la misma cuantía en tracción de 0.0095 pero compuesto por ocho varillas de diámetro 3/8”. Por otro lado, las vigas las vigas 1A y 2A han sido reforzadas externamente con platinas de fibras de carbono del sistema SIKA Carbodur; mientras que las vigas, 1B y 2B han sido reforzadas externamente con lámina tejida de fibra de carbono del sistema MBrace. Las vigas 3A, 3B y 3C tienen una cuantía de acero en tracción de 0.00422 compuesto por dos varillas de 1/2” de

diámetro y el mismo refuerzo externo compuesto por una lámina tejida de fibra de carbono del sistema MBrace. Sin embargo, la viga 3C tiene adicionado unos anclajes hechos con las mismas láminas tejidas de fibras de carbono. Las dimensiones de las secciones de las vigas y la disposición del refuerzo interno y externo con fibras de carbono pueden ser observadas en la figura 4.4.

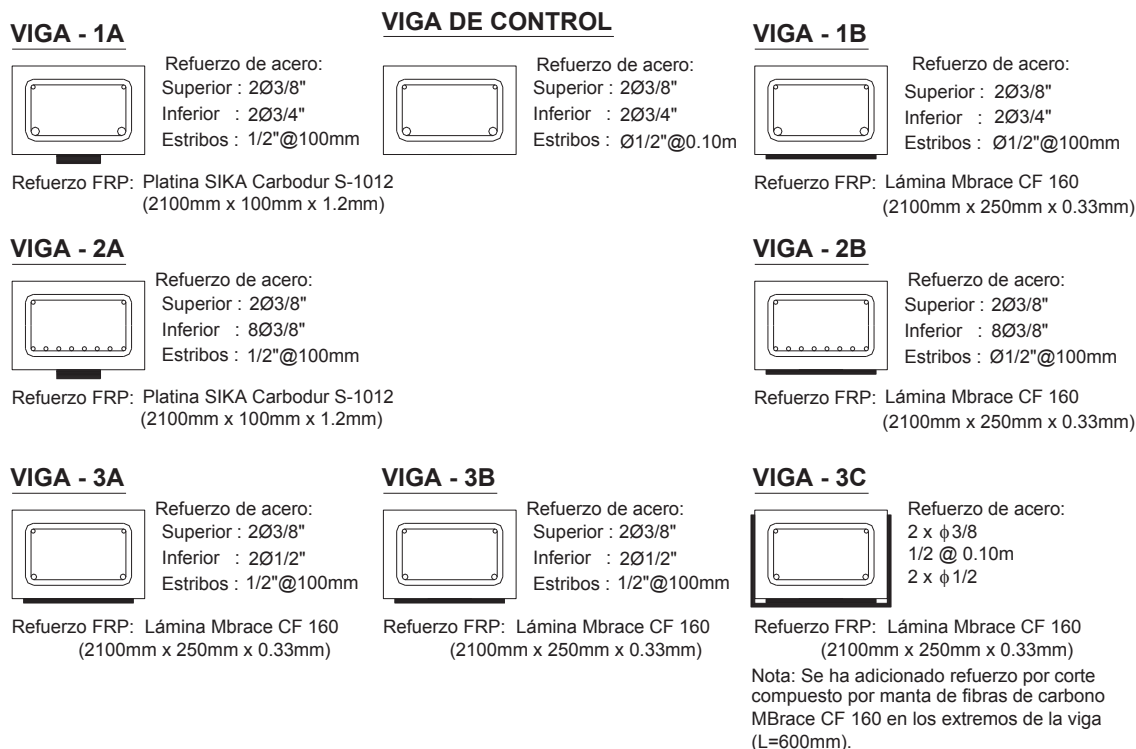


Fig. 4.4 Secciones de viga a ser ensayadas a flexión con diferente refuerzo interno de acero y refuerzo externo con FRP

La foto 4.3 muestra la disposición de los ensayos a flexión de las vigas en las instalaciones del laboratorio de estructuras del CISMID.



El objetivo de los presentes ensayos es el de estudiar el cortante en la interfase, los esfuerzos y deformaciones en la platina o láminas de fibras de carbono, identificar diferentes los tipos de falla y la capacidad ultima de carga de las vigas.

La celda de carga utilizada para el ensayo fue de 490kN (50 toneladas-fuerza).

### 4.3 Ensayo de Materiales

#### 4.3.1 Concreto

Se prepararon 03 de núcleoscilíndricos de concreto para cada espécimen de concreto. Las fotos 4.4 y 4.5 muestran los núcleos de concreto endurecido durante los ensayos.



Foto 4.4. Ensayo de compresión de concreto de viga 1A



Foto 4.5. Ensayo de compresión de concreto de viga 2B

La tabla 4.2 muestra los resultados de los ensayos en compresión para núcleos de concreto endurecido luego de los 28 días de colocado en los especímenes para ensayo a cortante puro y las vigas.

Los resultados de los ensayos mostraron una resistencia a la compresión del concreto promedio de 44.63MPa. La tracción del concreto fue calculada como el 9.5% de la resistencia en compresión según la recomendación del ACI-224, 2003. La deformación  $\epsilon_0$  promedio para el máximo esfuerzo en compresión fue de 0.0022.

Se ha considerado la curva de Kent & Park modificado (1982) para el establecimiento de la curva de concreto confinado calculada a partir de los datos del ensayo a compresión del concreto no confinado a través de la formula expresada en la ecuación (4.1).

Tabla 4.2 Resultado de ensayo a compresión de núcleos de concreto endurecido

Especimen	E - Módulo de elasticidad (Mpa)	f <sub>c</sub> (Mpa)	ε <sub>0</sub>	f <sub>cu</sub> (Mpa)	ε <sub>cu</sub>
Viga de control	28388.5	42.21	0.00198	41.88	0.00196
Viga 1A	28986.6	44.59	0.00220	40.91	0.00243
Viga 1B	28080.4	45.72	0.00214	40.46	0.00238
Viga 2A	30047.1	44.53	0.00220	44.37	0.00230
Viga 2B		43.50			
Viga 3A	28832.3	47.76	0.00231	47.36	0.00239
Viga 3B		37.20			
Viga 3C	28599.8	52.23	0.00249	50.53	0.00258
Especimen cortante puro Sika -1012	27321.5	44.64	0.00217	44.42	0.00220
Especimen Cortante Puro Mbrace CF160	27934.4	43.91	0.00230	43.68	0.00241
Promedio	28523.825	44.63	0.00222	44.20	0.00233

$$f_c(\epsilon_c) = \begin{cases} k \cdot f_c \cdot \left[ 2 \cdot \frac{\epsilon_c}{k \cdot \epsilon_0} - \left( \frac{\epsilon_c}{k \cdot \epsilon_0} \right)^2 \right] & \text{if } \epsilon_c \leq k \cdot \epsilon_0 \\ k \cdot f_c \cdot [1 - Z_c \cdot (\epsilon_c - k \cdot \epsilon_0)] & \text{if } k \cdot \epsilon_0 < \epsilon_c < \epsilon_{20c} \\ 0.2 \cdot k \cdot f_c & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.1)$$

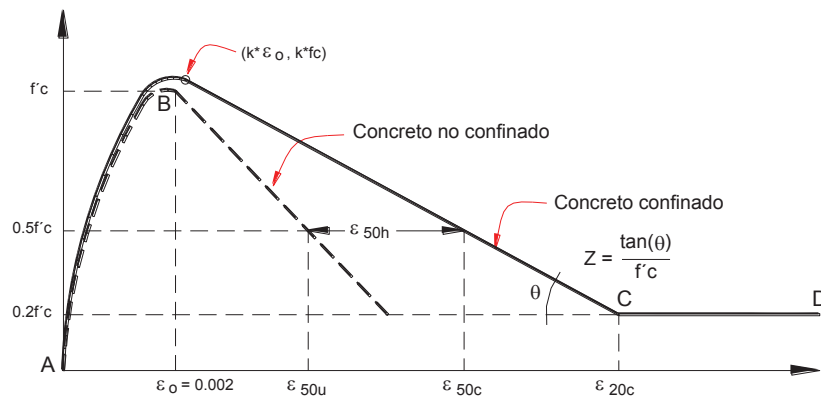


Fig. 4.5 Curva teórica de Kent & Park Modificado 1982

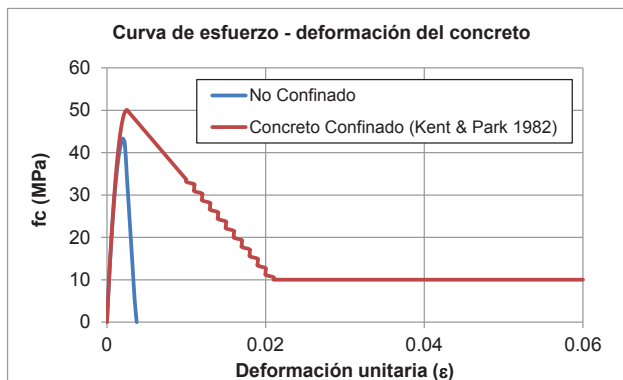


Fig. 4.6 Curva de concreto confinada (Kent& Park, 1982) basada en ensayos

### 4.3.2 Acero

Se ensayaron las varillas corrugadas de acero procedente de Aceros Arequipa, de diámetros 3/8", 1/2" y 3/4" a tracción directa de modo de obtener sus características mecánicas.

Para la realización del ensayo a tracción se tuvo que acondicionar los equipos en la forma indicada en la foto 4.6, ya que no se contaba con un equipo universal en funcionamiento en el momento de los ensayos. Estos ensayos fueron realizados con una celda de carga de 196kN (20 toneladas-fuerza). La tabla 4.3 muestra los resultados promedio de los ensayos a tracción directa de las varillas de acero.



Foto 4.6. Ensayo de tracción de varilla de acero ( $\phi=1/2''$ )



Tabla 4.3 Resultados promedio de ensayo de varillas de acero

Esfuerzo de Fluencia del Acero [MPa]	478
Esfuerzo de Endurecimiento por Deformación [MPa]	489
Esfuerzo en deformación Ultima [MPa]	621
Deformación de Fluencia	0.0026
Deformación de endurecimiento por deformación	0.0052
Deformación Ultima	0.0379
Mudolo de Elasticidad [MPa]	184838

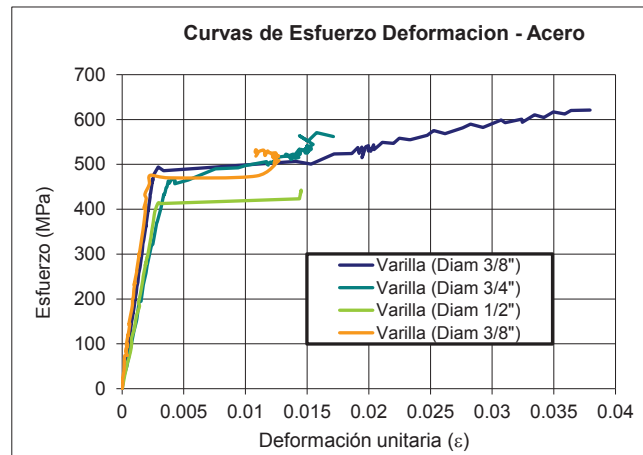


Fig. 4.7 Curva experimentales de varillas de acero corrugado en tracción

### 4.3.3 Fibras de Carbono

Se ensayaron a tracción directa los refuerzos externos compuestos por Platinas de fibras de carbono -SIKA CARBODUR y láminas tejidas de fibras de carbono - MBrace, (ver fotos 4.7 y 4.8).

Se debe de indicar que los valores, debido a que en el CISMID no se conto con una maquina universal disponible para ensayos en tracción de las platinas de fibras de carbono y láminas tejidasAbrace, por lo tanto estos ensayos de tracción fueron realizados en el laboratorio de ensayo de materiales de la Universidad de Ciencias aplicadas de Regensburg, Alemania en diciembre de 2007.

#### SISTEMA SIKA CARBODUR

##### Platina SIKA CARBODUR

Modulo de Elasticidad:  $E_L = 170\text{GPa}$

Esfuerzo de Rotura:  $f_{Lu} = 3.1\text{GPa}$

Deformación Máxima:  $\epsilon_{Lu} = 0.017$



Adhesivo: Sikadur 30

Modulo de Elasticidad:  $E_a = 12.8\text{GPa}$

Resistencia a la tracción:  $f_{a,u} = 33\text{MPa}$

#### SISTEMA MBrace

Manta ó Tejido MBrace

Modulo de Elasticidad:  $E_L = 227\text{GPa}$

Esfuerzo de Rotura:  $f_{Lu} = 3.8\text{GPa}$

Deformación Máxima:  $\varepsilon_{Lu} = 0.0167$

Adhesivo:PRIMER, PUTTY &SATURANT

Modulo de Elasticidad:  $E_a = 10.8\text{GPa}$

Resistencia a la tracción:  $f_{a,u} = 29.2\text{MPa}$



Foto 4.7 Muestras de platinas de fibras de carbono SIKA Carbodur.

Foto 4.8 Muestra de tejido de fibra de carbono Sistema MBrace.

#### 4.4 Ensayos de especímenes a cortante puro

En el presente estudio solo se performaron dos ensayos a corte puro con la finalidad de obtener curvas modelo de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo entre el concreto y las platinas o láminas de fibras de carbono.

Los ensayos a cortante puro para las platinas y láminas tejidas de fibras de carbono fueron dispuestas tal y como se mostró en la foto 4.1. Se tomaron todas las medidas

preventivas; sin embargo, en ambos casos, los ensayos fallaron por motivos que escaparon a la disposición de los equipos y que a continuación pasamos a explicar.

#### 4.4.1 Ensayo a cortante puro de sistema SIKA Carbodur

En el ensayo de las platinas de fibra de carbono de SIKA carbodur, una de las dos láminas adheridas al concreto fallo, se desprendió antes de tiempo a una fuerza escasa de 15kN no alcanzando la carga para la cual fue performado, de entre los 60kN y 70kN.

Por motivos de cantidad de strain gauges disponibles, se decidió solo colocar estos solo en una de las platinas laterales adheridas al espécimen de concreto. La Foto 4.9 muestra la disposición de strain gauges en solo una de las platinas de fibras de carbono. La foto 4.10 muestra el desprendimiento prematuro de la platina que tenia adherido a ella los 10 strain gauges dispuestos para este ensayo.

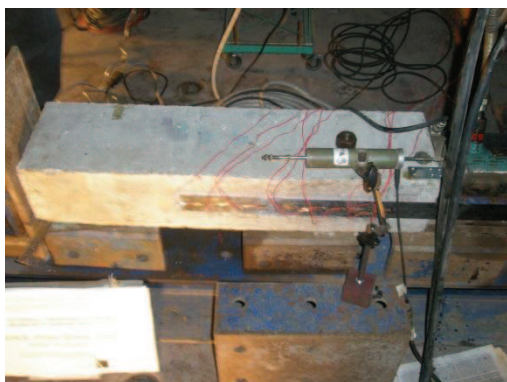


Foto 4.9 disposición del Strain Gauge en ensayo de corte puro de sistema SIKA Carbodur



Foto 4.10 Falla prematura del sistema SIKA Carbodur en uno de los lado del espécimen de concreto

#### 4.4.2 Ensayo a cortante puro de sistema MBrace

El ensayo de corte puro de la lámina de MBrace, fue performado de la misma manera que el ensayo anterior con 10 strain gauges adheridos a una de las láminas del sistema MBrace.

Durante el colocado de las laminas de fibras de carbono se cometió un error al adherir una de las platinas por parte del personal técnico de MBrace, ya que esta fue adherida en una longitud total de 500mm, siendo la longitud especificada para el ensayo de 400mm (ver figura 4.1). Se intento a continuación despegar la platina en los 100mm iniciales; sin embargo, el tramo despegado de la lámina tejida fibra de carbono quedo endurecido y deformado.

Durante el ensayo se observo que el tramo endurecido de lámina de fibra de carbono se empezó a romper a niveles de carga de 5kN esperándose para cada fibra una fuerza de tensión máxima de 70kN-80kN según los cálculos previos al ensayo.

La foto 4.11 muestra la forma deformada de una de las láminas tejidas de fibras de carbono endurecido. La foto 4.12 muestra la forma como se empezó a romper para bajos niveles de carga.



Foto 4.11 Lámina de fibra de carbono con adhesivo en la longitud libre endurecida (por una mala colocación) que genero un desbalance en la fuerza durante el ensayo.



Foto 4.12 Fibras de carbono endurecidas rotas durante el inicio del ensayo-

Debido a que los dos ensayos resultaron fallidos, no se ha podido establecer un valor del esfuerzo cortante máximo y por lo tanto no existe una curva experimental de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo experimental que sirva de base para estudiar el esfuerzo cortante intersticial en los ensayos a flexión de vigas externamente reforzadas con platinas y laminas de fibras de carbono.

Debido a que no se ha tenido éxito en el establecimiento de una curva de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo para los sistemas SIKa Carbodur y MBrace, es que los resultados de los ensayos de vigas de concreto armado externamente reforzado con platinas y láminas tejidas de fibras de carbono, que se muestran en la sección 4.5 tendrán un carácter más cualitativo que cuantitativo.

## 4.5 Ensayos de vigas a flexión

### 4.5.1 VIGA DE CONTROL

#### Trabajos preliminares:

Se colocaron 03 strain gauges (numerados del 3 al 5), adheridos a los aceros de refuerzo en tracción de la viga colocados tal y como se indica en la tabla 4.4 de coordenadas de ubicación de dispositivos de medición de deformaciones unitarias.

Tabla 4.4 Distribución de dispositivos Strain Gauges de medición en viga de control

Dispositivo / Canal								
Strain Gauge (SG)	1	2	3	4	5			
Gauge Factor	2.09	2.09	2.09	2.09	2.09			
Typ			HBM 10	HBM 10	HBM 10			
Start - Last [ton]	0	0	0	0	0			
x [mm]			-250	0	250			
y [mm]			0	0	0			
z [mm]	0	0	48	48	48			

#### Observaciones durante el ensayo a carga última:

Tipo de Falla: Rotura del recubrimiento superior en compresión del concreto de la viga.

El patrón de grietas durante el ensayo extendió a lo largo de la viga y el espesor de las mismas se incremento. La distancia entre grietas en la zona de flexión pura varía de 60mm a 230mm. Fuera del tercio central el espaciamiento de

grietas se incremento hasta valores de entre los 100mm a 280mm. La figura 4.8 muestra el patrón de agrietamiento en la viga durante el ensayo.

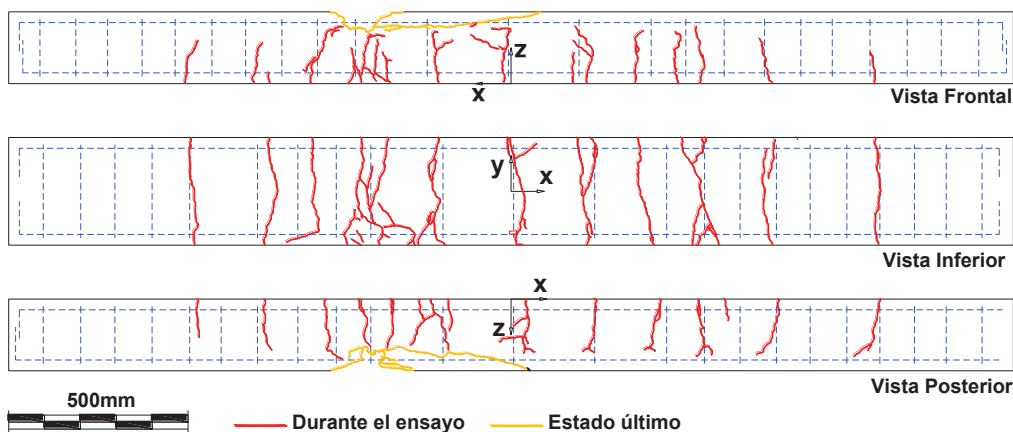


Figura 4.8. Esquema del patrón de agrietamiento de viga de control.

La viga de control mostró un comportamiento dúctil típico de vigas de concreto reforzado. El primer agrietamiento ocurrió a un nivel de carga de 18.9 kN (o un momento flector en el centro de la viga de 6.9kN-m). La fluencia del acero en tracción ocurrió a un nivel de carga de 83.6kN (o un momento flector al medio del claro de 30.7kN-m). La falla última de la viga, debido a la rotura del concreto confinado en compresión, ocurrió a los 117.4kN de carga aplicada con un momento último en el centro del claro de 42.84kN-m. Ver figuras 4.9 y 4.10.

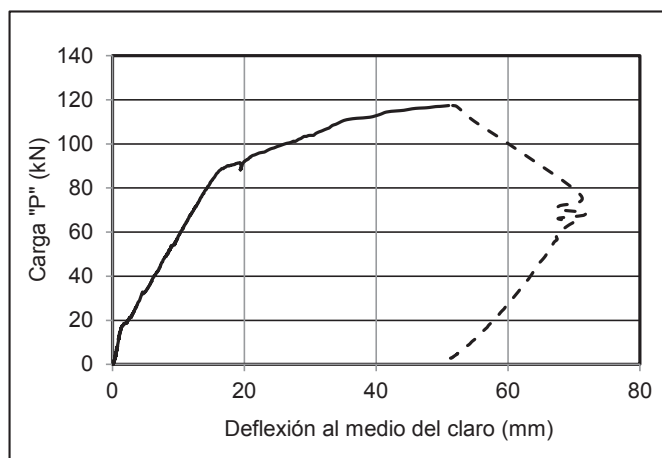


Figura 4.9. Carga vs. Deflexión al medio del claro de la viga



Las fotos 4.13, 4.14, 4.15 y 4.16 muestran el estado de la viga después del ensayo.

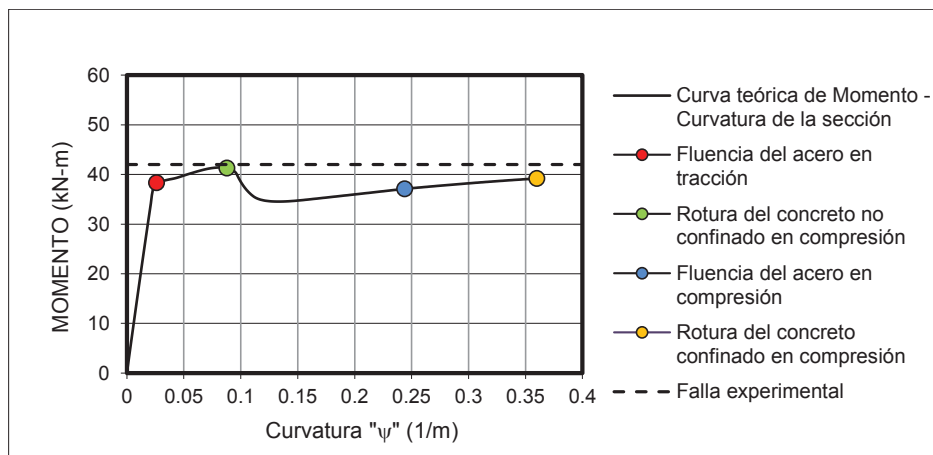


Figura 4.10. Momento curvatura de la sección de la viga de control.

La figura muestra la curva de momento curvatura teórico para la sección de máximo momento de la viga de concreto, en ella se puede observar que el momento último experimental fue de 42.8kN-m correspondiente a una carga de 117.4kN

### 4.5.2 VIGA 1A

#### Trabajos preliminares:

La viga 1A fue agrietada previamente para una carga de servicio de 77kN. El patrón de agrietamiento es mostrado en la figura 4.11. Las distancias entre las grietas fueron del orden de 150mm a 250mm en la zona a flexión pura; mientras que, en los extremos las distancias entre grietas estuvieron comprendidas entre los 100mm a 150mm.

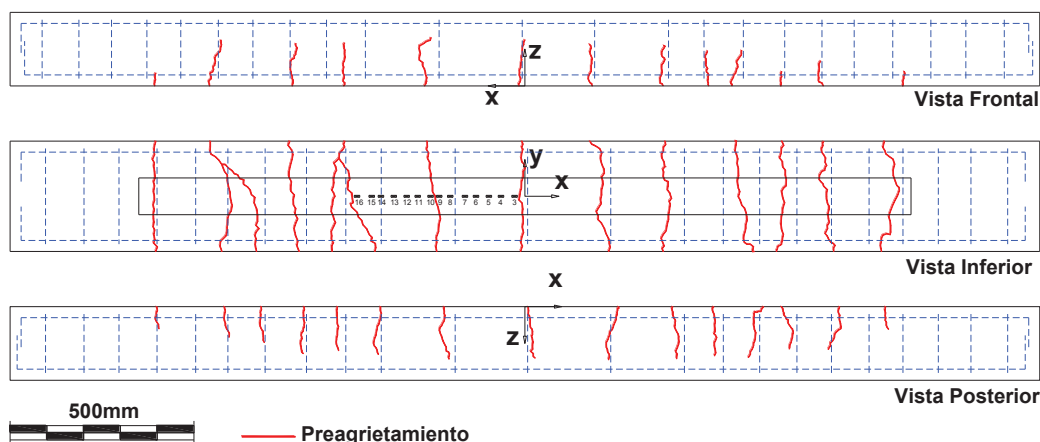


Figura 4.11. Esquema del patrón de agrietamiento de viga 1A.

Tabla 4.5 Distribución de dispositivos Strain Gauges de medición en viga 1<sup>a</sup>

Dispositivo / Canal									
Strain Gauge	1	2	3	4	5	6	7	8	
Gauge Factor	2.08	2.08	2.09	2.09	2.09	2.09	2.09	2.09	2.09
Typ	KFC-30	KFC-30	HBM 10	HBM 10	HBM 10	HBM 10	HBM 10	HBM 10	HBM 10
x [mm]	0	0	0	0	0	0	0	0	0
y [mm]	110	-110	-15	-52	-85	-120	-150	-190	-190
z [mm]	49	49	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
Dispositivo / Canal									
Strain Gauge	9	10	11	12	13	14	15	16	
Gauge Factor	2.09	2.09	2.09	2.09	2.09	2.09	2.09	2.09	2.09
Typ	HBM 10	HBM 10	HBM 10	HBM 10	HBM 10	HBM 10	HBM 10	HBM 10	HBM 10
x [mm]	0	0	0	0	0	0	0	0	0
y [mm]	-220	-240	-275	-305	-340	-375	-400	-440	-440
z [mm]	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3

Luego del preagrietamiento se colocó el refuerzo externo compuesto por una platina de fibra de carbono del sistema SIKA Carbodur de 210mm x 100 x 12mm.

Finalmente se procedió a colocar 16 strain gauges, 02 strain gauges adheridos a las varillas de acero y 14 strain gauges adheridos a la platina de fibra de carbono, tal y como se muestra en la tabla 4.5 de coordenadas de ubicación de dispositivos de medición de deformaciones y la figura 4.11.

#### Observaciones durante el ensayo a carga última:

Tipo de Falla: Desprendimiento de la platina FRP del sustrato de concreto al centro del claro de la viga que se propago hacia los extremos (a este tipo de fallas son denominadas en inglés como Debonding). La platina de fibra de carbono tenia adherida un pequeño sustrato de concreto de 2.5mm de espesor en promedio.

La resistencia última de la viga ocurrió para una carga aplicada de 148.9kN correspondiente a un momento máximo al centro de la viga de 53.9kN-m. La deflexión máxima al centro de la viga en la falla fue de 23mm.

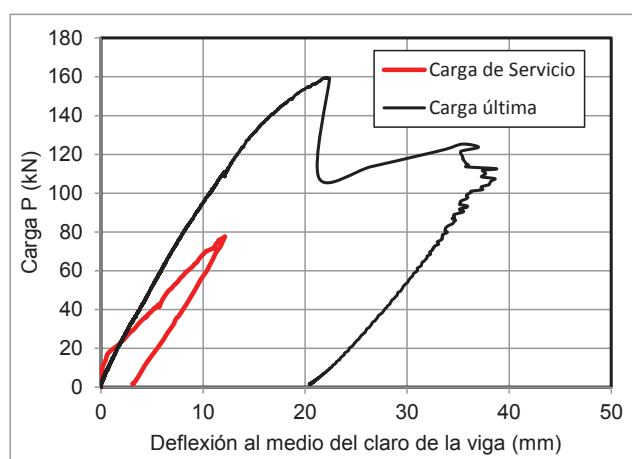


Figura 4.12. Grafica de carga aplicada a la viga Vs. Deflexión al centro de la viga

En la figura 4.12, se puede visualizar que cuando se aplica la carga ultima esta sufre una disminución en la resistencia de la carga de 148.9kN hasta los 110kN



aproximadamente, luego de lo cual todavía aumenta su resistencia probablemente por el endurecimiento del acero de refuerzo ya que este ha fluido justo antes de alcanzar la carga ultima. Finalmente la viga falla por segunda vez a los 125kN de carga aplicada cuando falla el concreto en compresión al centro del claro de la viga.

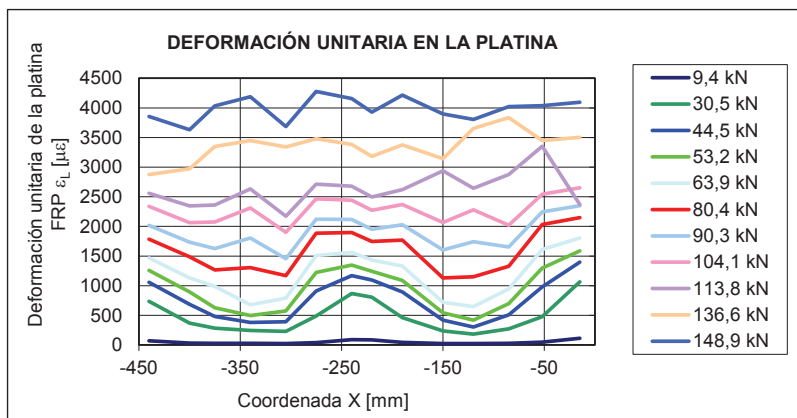


Figura 4.13. Deformaciones unitarias en la platina FRP.

Como se muestra en la figura 4.13, las deformaciones unitarias en el tramo ubicado entre los -450mm y el centro de la viga (que es donde sucede el desprendimiento de la platina) aumentan proporcionalmente con la carga aplicada. Sin embargo, para cuando se ha aplicado la carga ultima en la viga, las deformaciones unitarias de la platina de fibra de carbono son del orden de 0.0045, lo cual está muy por debajo de la deformación máxima de la misma de la platina que es del orden de  $\epsilon_{Lu} = 0.017$ .

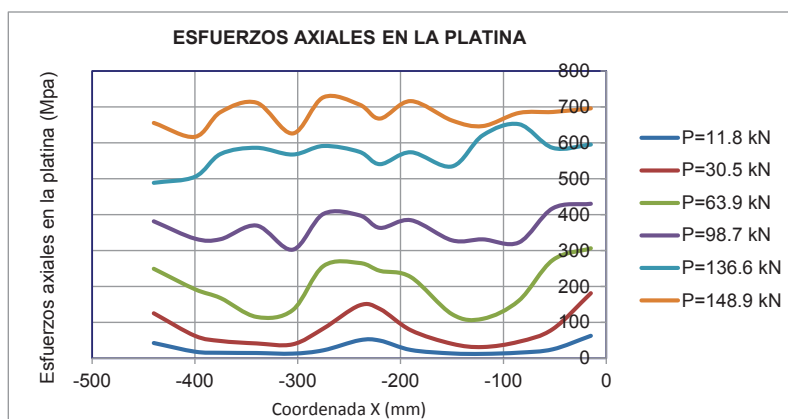


Figura 4.14. Esfuerzos axiales de la platina FRP en dos tramos entre grietas

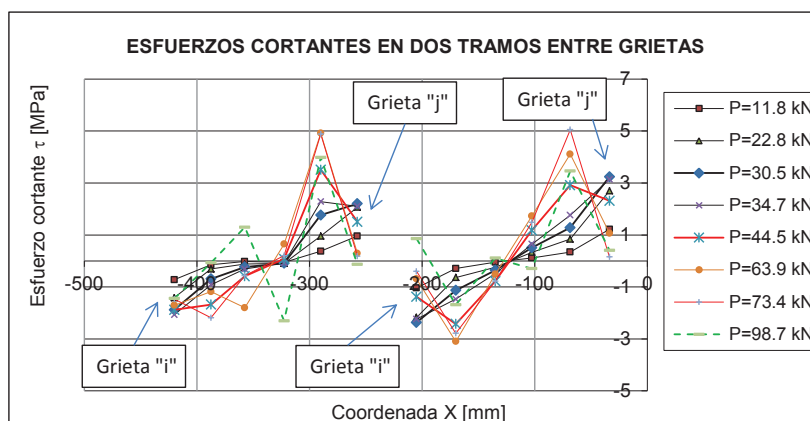


Figura 4.15. Esfuerzos cortantes entre grietas

Del mismo modo, los esfuerzos axiales en la platina durante la falla son del orden de los 700MPa, lo cual está muy por debajo del esfuerzo máximo de rotura que es del orden de 3100MPa.

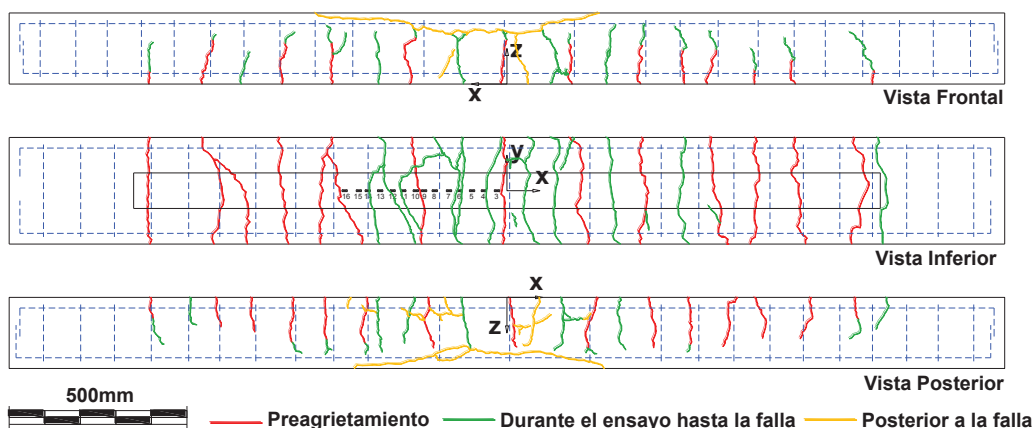


Figura 4.16. Esquema del patrón de agrietamiento de viga 1A durante el ensayo por carga última.

Los esfuerzos cortantes en el tramo analizado ubicado entre dos tramos entre grietas, ubicados a 450mm a la izquierda del centro de la viga muestran, como se puede observar en la figura 4.15, que estos aumentan con un aumento de la carga aplicada hasta que llegan a un máximo de entre los 3.2 y 5.0 MPa, luego de lo cual el punto del esfuerzo máximo  $\tau_{LM}$  se mueve hacia el centro de los tramos ubicado entre grietas. Solo se han graficado los esfuerzos cortantes hasta un nivel de cargas para los cuales los puntos de esfuerzo cortante máximo

se mueven hacia el centro de los tramos entre grietas. Para cargas mayores a los 73.4kN de carga se producen nuevos agrietamientos, como se puede observar en la curva de color verde correspondiente a una carga de 98.7kN. En la figura 4.15 se ha observado valores de esfuerzo cortante máximo de has 5.1MPa.

El patrón de agrietamiento durante el ensayo de carga última muestra que se han generado nuevos agrietamientos a medida que se incrementa la carga (ver figura 4.16). Estos nuevos agrietamientos se producen en los tramos entre grietas existentes y tienen un distanciamiento de entre los 60mm y 100mm. Como se manifestó anteriormente, cuando una nueva grieta aparece en un tramo entre grietas existentes la distribución de los esfuerzos cortantes cambia de forma repentina.

Las fotos 4.17, 4.18, 4.19 y 4.20 muestran el estado de la viga 1A, luego del ensayo por carga ultima.



La viga 1A reforzada, por flexión, con una platina de fibra de carbono ha aumentado su capacidad de carga para momentos desde 42.84kN-m (P= 117.4kN) hasta los 53.9kN-m (P= 148.9kN). Así mismo, se sabe que la falla se inicio en la zona de máximo momento de demanda por flexión, sin embargo el punto de inicio de la falla no coincide con el centro de la viga. En la figura 4.17 se muestra de forma solo referencial el nivel del momento flector de demanda al centro de la viga, en la falla de la platina por desprendimiento de la misma del sustrato de concreto, sobre las curvas teóricas de momento curvatura de la sección. En esa figura se puede observar que la falla limita la capacidad de la sección de máxima demanda al centro de la viga a un nivel inferior al de la fluencia del acero interno de refuerzo.

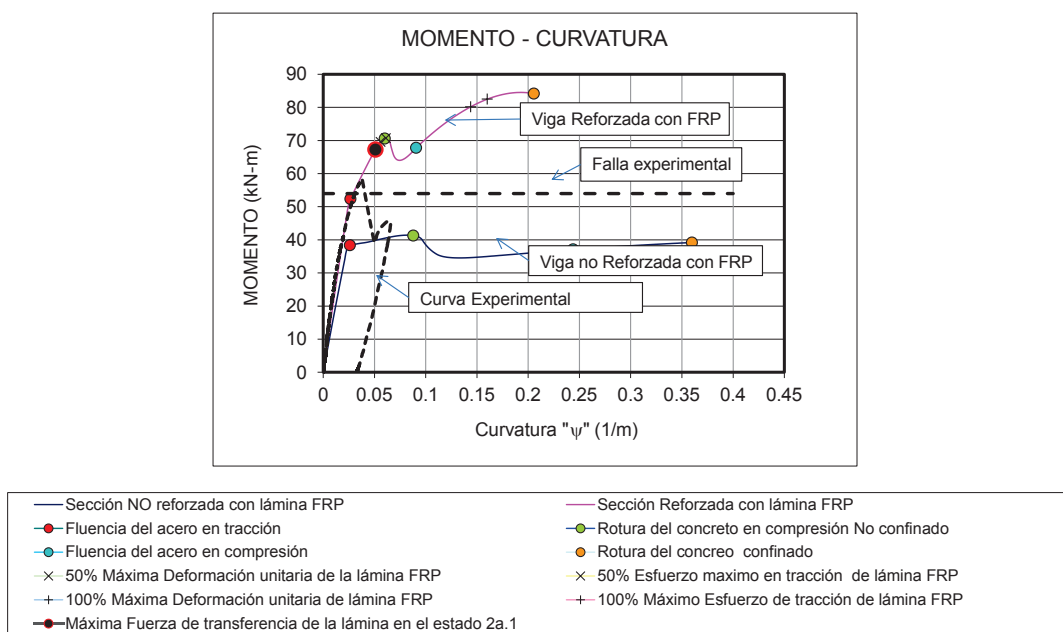


Figura 4.17. Diagrama de momento curvatura de viga 1A

### 4.5.3 VIGA 1B

#### Trabajos preliminares:

La viga 1B, fue agrietada previamente al ensayo de carga última, para una carga de servicio de 70kN. El patrón de agrietamiento es mostrado en la figura 4.18.

Las distancias entre las grietas fueron del orden de 130mm a 200mm en la zona a flexión pura; mientras que, en los extremos de la viga las distancias entre grietas estuvieron comprendidas entre los 170mm a 300mm. Luego del preagrietamiento se colocó el refuerzo externo compuesto por una lámina tejida de fibra de carbono del sistema MBrace de 210mm x 250mm x 0.33mm.

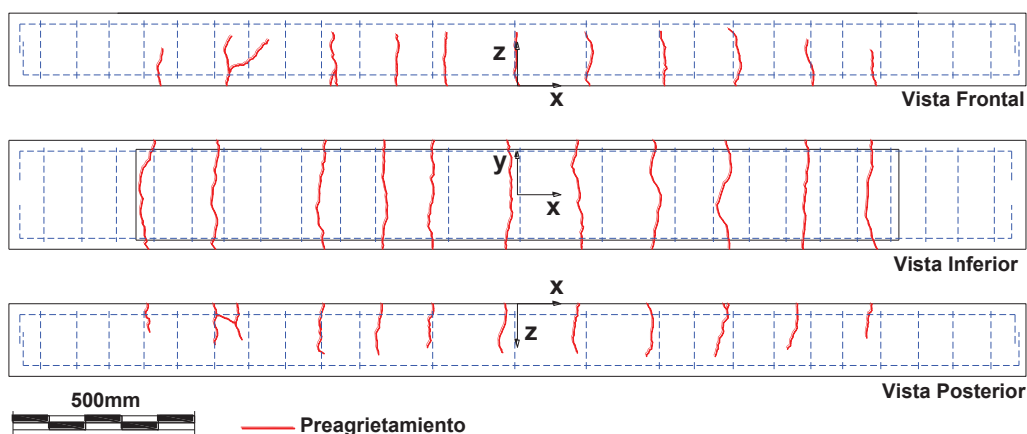


Figura 4.18. Esquema del patrón de agrietamiento de viga 1B.

En este ensayo no conto con una disposición de dispositivos Strain Gauges para medir deformaciones unitarias en la lámina de fibra de carbono. Por lo tanto como resultados solo se mostrará la curva de carga aplicada vs. Deflexión al centro de la viga y la interpretación de los resultados.

#### Observaciones durante el ensayo a carga última:

Tipo de Falla: Desprendimiento de la lámina FRP del sustrato de concreto en uno de los extremos de la lámina de fibra de carbono, la cual se propago hacia el centro del claro de la viga (a este tipo de fallas se les denomina en ingles Cover Delamination). Este desprendimiento se inició por la aparición de una nueva grieta, ubicada fuera de la longitud adherida con la lámina, a 30mm del extremo de la lámina de fibra de carbono. El desprendimiento de la lámina con el recubrimiento de concreto adherido dejó al descubierto el refuerzo de acero interno de la viga.

La carga última de la viga fue a los 196kN, con un momento máximo al centro de la viga de 71.05kN-m, la deflexión máxima al centro de la viga en la falla fue de 35.2mm. De la figura 2.12, se puede visualizar que cuando se aplica la carga

ultima esta sufre una disminución en la resistencia de la carga de 148.9kN hasta los 116kN aproximadamente, luego de lo cual la razón de decrecimiento de la carga de la viga disminuye.

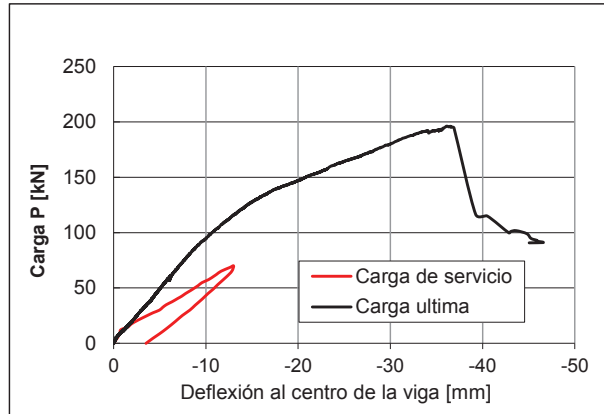


Figura 4.19. Grafica de carga aplicada a la viga Vs. Deflexión al centro de la viga

El patrón de agrietamiento durante el ensayo de carga última muestra que, también en este caso, se han generado nuevos agrietamientos a medida que se incrementa la carga (ver figura 4.20). Estos nuevos agrietamientos se producen entre los tramos entre grietas existentes y tienen un distanciamiento de entre los 60mm y 100mm.

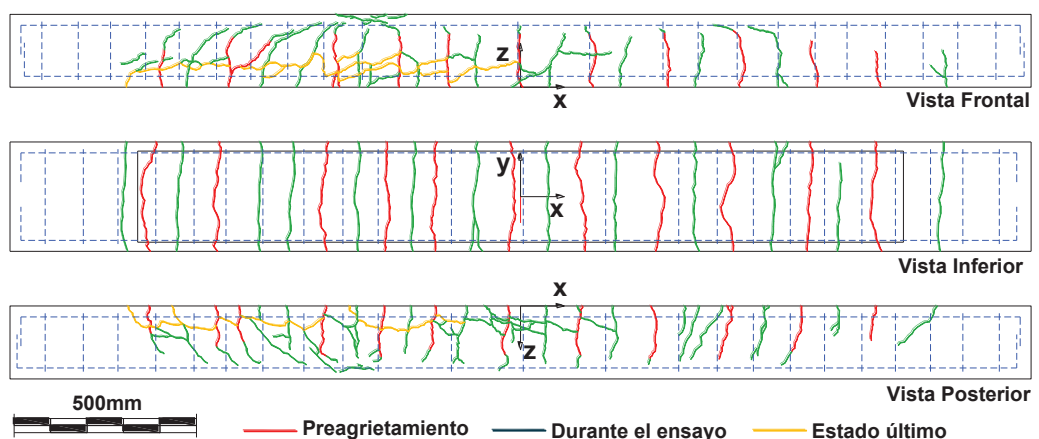


Figura 4.20. Esquema del patrón de agrietamiento de viga 1B durante el ensayo por carga última.



Las fotos 4.21, 4.22, 4.23 y 4.24 muestran el estado de la viga 1B, luego del ensayo por carga última.

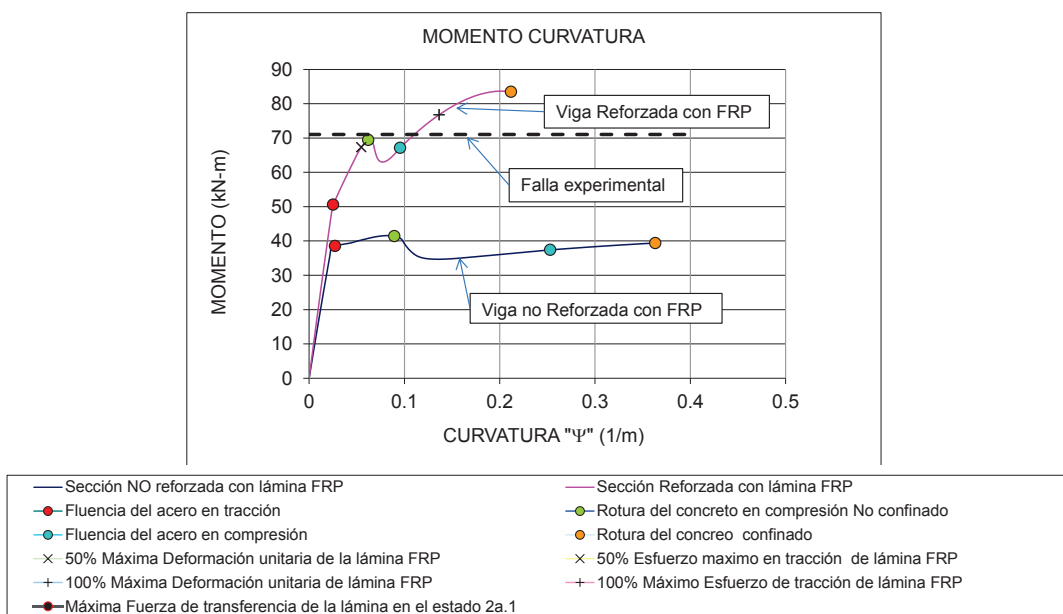
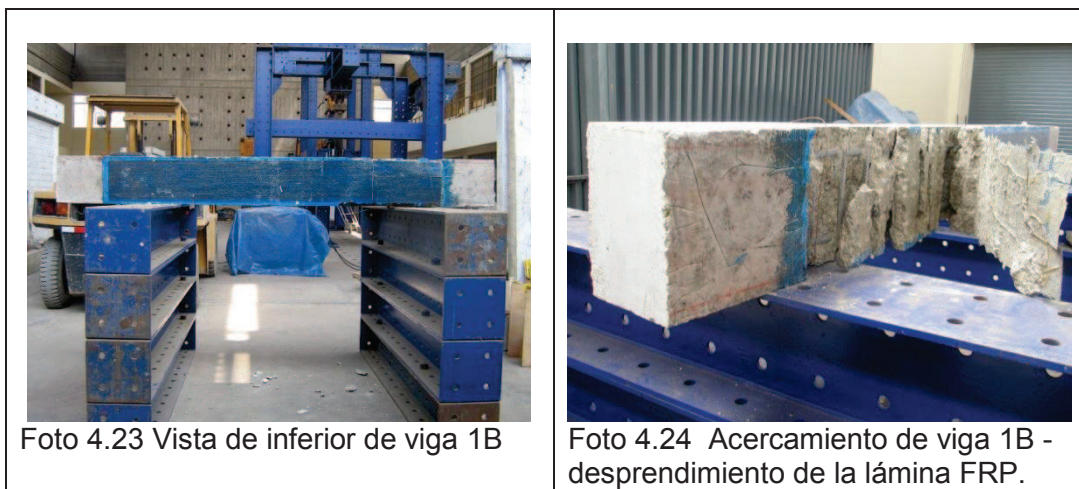


Figura 4.21. Diagrama de momento curvatura de viga 1B

El ensayo experimental de la viga 1B muestra como la viga 1B reforzada con una lámina tejida de fibra de carbono ha aumentado su capacidad de carga para momentos flectores al centro del claro de la viga desde 42.84kN-m( $P=117.4$ kN) hasta los 70.05kN-m( $P= 196$ kN). Así mismo se ha podido corroborar que la falla por desprendimiento de la lámina FRP no ocurre en la sección de máxima demanda por flexión. La figura 4.21 muestra de forma referencial el nivel de momento flector de demanda al centro de la viga sobre las curvas teóricas de momento curvatura de la sección con refuerzo externo FRP y en ella se puede ver como la capacidad de momentos al centro de la viga se ve limitada por esta falla prematura en el extremo de la lámina.

#### 4.5.4 VIGA 2A

##### Trabajos preliminares:

La viga 2A fue agrietada previamente para una carga de servicio de 65kN. El patrón de agrietamiento es mostrado en la figura 4.22. Las distancias entre las grietas fueron del orden de 110mm a 200mm en la zona a flexión pura; mientras que, en los extremos las distancias entre grietas estuvieron comprendidas entre los 90mm a 150mm.

Luego del preagrietamiento se colocó el refuerzo externo compuesto por una platina de fibra de carbono del sistema SIKA Carbodur de 210mm x 100 x 12mm.

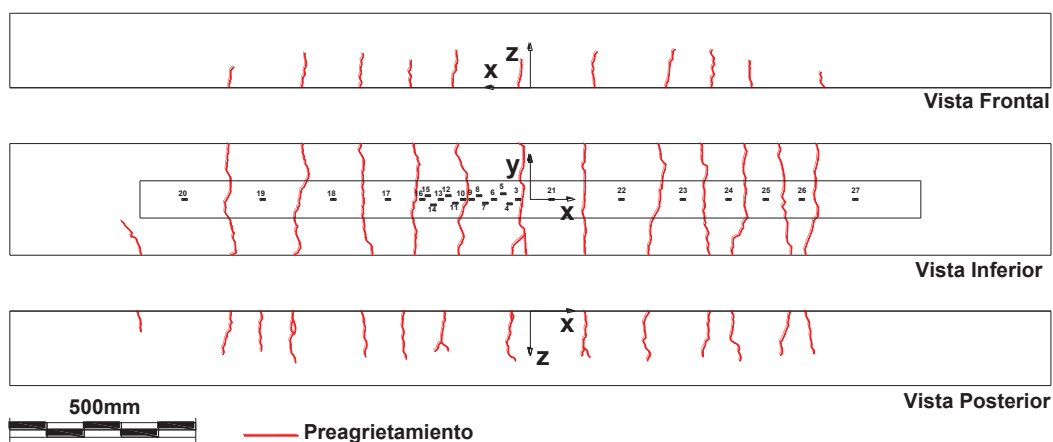


Figura 4.22. Esquema del patrón de agrietamiento de viga 2A.



Finalmente se procedió a colocar 27 strain gauges, 02 strain gauges adheridos a las varillas de acero y 25 strain gauges adheridos a la platina de fibra de carbono, tal y como se muestra en la tabla 4.6 de coordenadas de ubicación de dispositivos de medición de deformaciones y la figura 4.22.

Tabla 4.6 Distribución de dispositivos Strain Gauges de medición en viga 2ª

Dispositivo / Canal	UCAM 102	UCAM 103	UCAM 104	UCAM 105	UCAM 106	UCAM 107	UCAM 108	UCAM 109
Strain Gauge	1	2	3	4	5	6	7	8
Gauge Factor	2.08	2.08	2.09	2.09	2.09	2.09	2.09	2.09
Typ	KFC-30	KFC-30	HBM 10	HBM 10	HBM 10	HBM 10	HBM 10	HBM 10
x [mm]	0	0	-50	-73	-90	-115	-138	-155
y [mm]	110	-110	0	-12	15	0	-10	10
z [mm]	49	49	-3	-3	-3	-3	-3	-3
Dispositivo / Canal	UCAM 110	UCAM 111	UCAM 112	UCAM 113	UCAM 114	UCAM 115	UCAM 116	UCAM 117
Strain Gauge	9	10	11	12	13	14	15	16
Gauge Factor	2.09	2.09	2.09	2.09	2.09	2.09	2.09	2.09
Typ	HBM 10	HBM 10	HBM 10	HBM 10	HBM 10	HBM 10	HBM 10	HBM 10
x [mm]	-175	-195	-216	-235	-255	-275	-290	-305
y [mm]	0	0	-10	10	0	-15	10	0
z [mm]	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
Dispositivo / Canal	UCAM 118	UCAM 119	UCAM 120	UCAM 121	UCAM 122	UCAM 123	UCAM 124	UCAM 125
Strain Gauge	17	18	19	20	21	22	23	24
Gauge Factor	2.09	2.09	2.09	2.09	2.09	2.09	2.09	2.09
Typ	HBM 10	HBM 10	HBM 10	HBM 10	HBM 10	HBM 10	HBM 10	HBM 10
x [mm]	-383	-530	-720	-930	57	245	410	533
y [mm]	0	0	0	0	0	0	0	0
z [mm]	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
Dispositivo / Canal	UCAM 126	UCAM 127	UCAM 128					
Strain Gauge	25	26	27					
Gauge Factor	2.09	2.09	2.09					
Typ	HBM 10	HBM 10	HBM 10					
x [mm]	633	730	874					
y [mm]	0	0	0					
z [mm]	-3	-3	-3					

#### Observaciones durante el ensayo a carga última:

Tipo de Falla: Desprendimiento de la platina FRP del sustrato de concreto al centro del claro de la viga que se propago hacia los extremos. La platina de fibra de carbono tenia adherida un pequeño sustrato de concreto de 1.5mm de espesor en promedio.

La carga última de la viga fue a los 152.8kN correspondiente a un momento máximo al centro de la viga de 55.4kN-m, la deflexión máxima al centro de la viga en la falla fue de 23mm. De la figura 2.23, se puede visualizar que cuando se aplica la carga ultima esta sufre una disminución en la resistencia de la carga de 152.8kN hasta los 110kN aproximadamente, luego de lo cual todavía

aumenta su resistencia probablemente por el endurecimiento del acero de refuerzo ya que este ha fluido al alcanzar la carga ultima. Finalmente la viga falla por segunda vez a los 120kN de carga aplicada cuando falla el concreto en compresión al centro del claro de la viga.

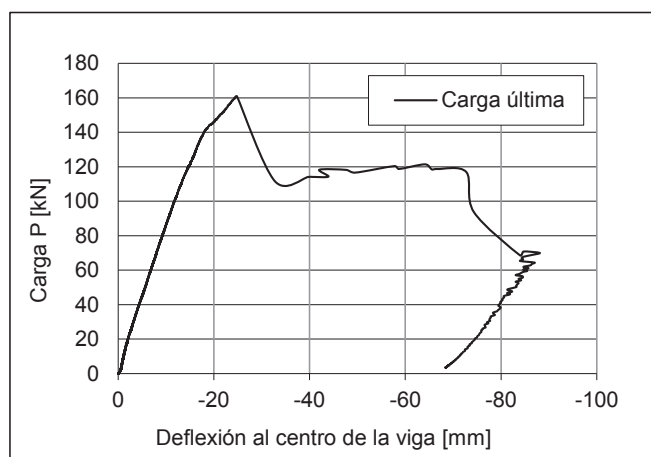


Figura 4.23. Grafica de carga aplicada a la viga Vs. Deflexión al centro de la viga

La figura 4.24 muestra las deformaciones unitarias en dos tramos ubicados entre grietas cerca del centro de la viga, en ella se puede ver que las deformaciones máximas se dan en la zona de grietas mientras que al centro de cada tramo entre grietas es menor.

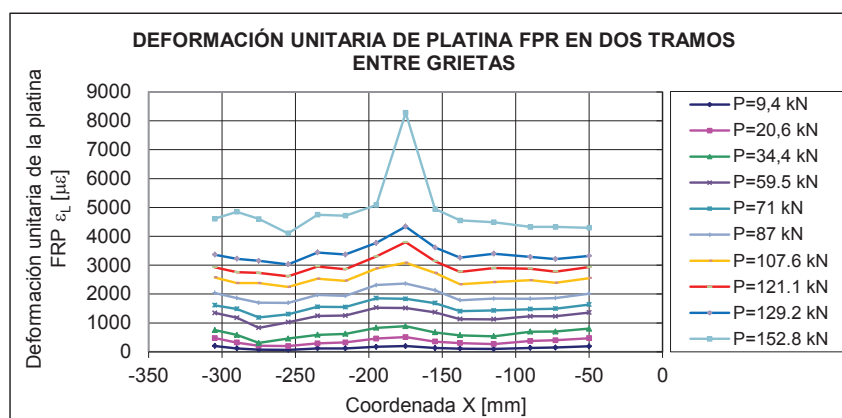


Figura 4.24. Deformaciones unitarias en la platina FRP en dos tramos entre grietas

La figura 4.25, muestra las deformaciones unitarias en toda la longitud de la lámina de refuerzo externo. En ella se puede observar que las máximas

deformaciones unitarias están ubicadas al centro de la viga. En ella se puede ver que toda la zona a flexión pura está experimentando en promedio deformaciones unitarias, justo antes de la falla, del orden de entre 0.004 a 0.005.

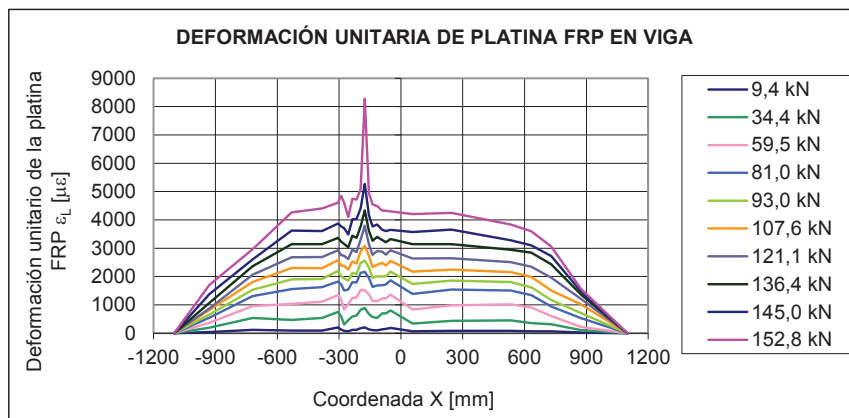


Figura 4.25. Deformaciones unitarias de la platina en toda la longitud del refuerzo externo.

La figura 4.26 muestra los esfuerzos en la platina en dos tramos entre grietas. Aquí también se comprueba que los esfuerzos axiales en la platina son máximos en los extremos de cada tramo, justo en las grietas.

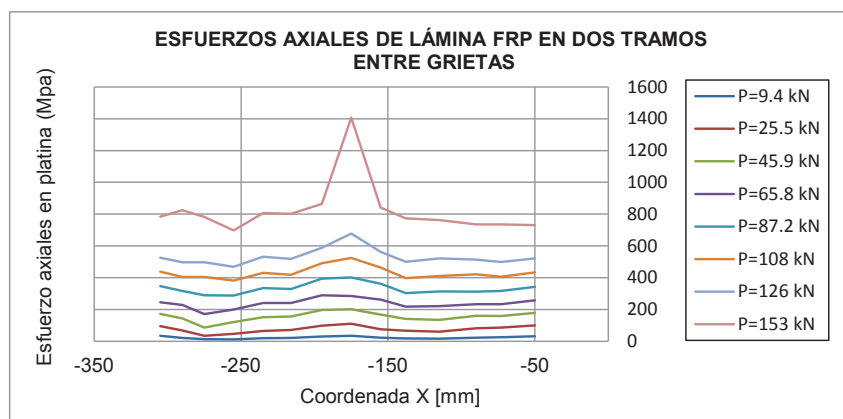


Figura 4.26. Esfuerzos axiales en la lámina en dos tramos entre grietas

La figura 4.27 muestra la distribución de esfuerzos axiales de la platina en toda su longitud adherida a la viga, en ella se puede ver que las máximas deformaciones se dan en las zonas de la viga de máximo momento. La falla de

la viga por desprendimiento de la platina del sustrato de concreto corresponde esfuerzos promedio de 800MPa.

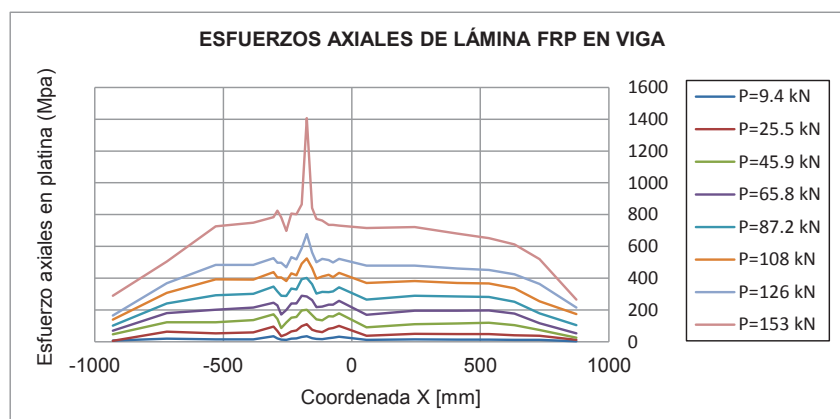


Figura 4.27. Deformaciones unitarias de la platina en toda la longitud del refuerzo externo.

Los esfuerzos cortantes en dos tramos analizados ubicados entre el centro de la viga y un punto ubicado a 300mm a la izquierda, como se puede ver en la figura 4.28, muestran que estos esfuerzos cortantes aumentan en las grietas a medida que la carga aplicada aumenta. En el punto ubicado con coordenada  $x=-300\text{mm}$  se puede observar que el esfuerzo cortante llega a tener un valor máximo de 3MPa, luego de lo cual este esfuerzo máximo se mueve hacia la derecha. En esta misma figura se pueden ver que para una carga aplicada de  $P=100\text{kN}$  la forma de las curvas de esfuerzos cortantes ha cambiado súbitamente por la aparición de otras grietas en cada tramo entre grietas. En la figura se han observado valores de esfuerzo cortante máximo del orden de 4.5MPa.

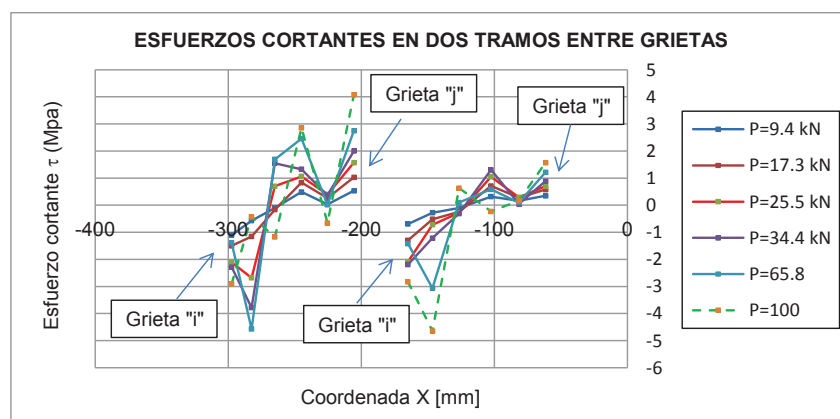


Figura 4.28. Esfuerzos cortantes en dos tramos entre grietas

El patrón de agrietamiento durante el ensayo por carga última muestra que también en este caso se ha generado nuevo agrietamiento (ver figura 4.29). Estos nuevos agrietamientos se han producido en los tramos comprendidos entre grietas existentes y tienen un espaciamiento de 50mm a 100mm en la zona a flexión pura y de 80mm a 140mm en las zonas sujetas a cortante y flexión de la viga.

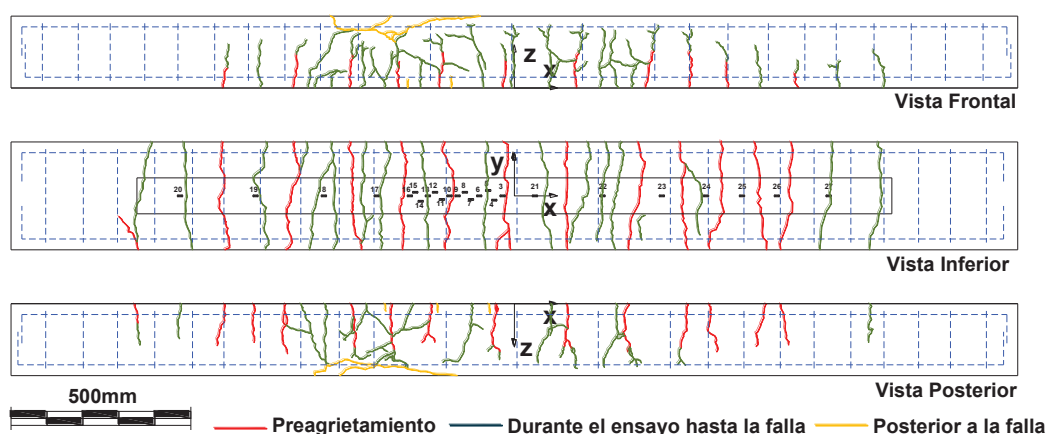


Figura 4.28. Esquema del patrón de agrietamiento de la viga 2A durante el ensayo por carga última.

Los resultados experimentales han mostrado que la capacidad a flexión en el centro de la viga de la viga 2A ha aumentado desde 38kN-m( $P=126\text{kN}$ ) hasta los 55kN-m( $P=153\text{kN}$ ) y que el tipo de falla de la viga ha sido por desprendimiento de la platina de fibra de carbono en el tercio central de la viga. Así mismo, se sabe que la falla se inició en la zona de máximo momento de demanda por flexión, sin embargo el punto de inicio de la falla no coincide con el centro de la viga. Por otro lado, la figura 4.29 muestra de forma referencial en nivel de momento flector de demanda en el centro de la viga en la falla sobre las curvas teóricas de momento curvatura de la sección reforzada y en ellas se puede observar que la falla a ocurrido a un nivel ligeramente menor que el de la fluencia del acero interno de refuerzo de la sección. También se desprende de la curva de momento curvatura que este tipo de falla limita el desarrollo de esfuerzos en la sección como se hace comúnmente en la práctica diaria del diseño.

Las fotos 4.23, 4.24, 4.25 y 4.26 muestran el estado de la viga luego del ensayo.



Foto 4.23 Vista de la frontal de la viga 2A



Foto 4.24 Vista posterior de viga 2A



Foto 4.25 Vista de inferior de viga 2A



Foto 4.26 Vista de superior de viga 2A

Los resultados experimentales han mostrado que la capacidad a flexión en el centro de la viga de la viga 2A ha aumentado desde  $38\text{kN}\cdot\text{m}$  ( $P=126\text{kN}$ ) hasta los  $55\text{kN}\cdot\text{m}$  ( $P=153\text{kN}$ ) y que el tipo de falla de la viga ha sido por desprendimiento de la platina de fibra de carbono en el tercio central de la viga. Así mismo, se sabe que la falla se inicio en la zona de máximo momento de demanda por flexión, sin embargo el punto de inicio de la falla no coincide con el centro de la viga.

Por otro lado, la figura 4.29 muestra de forma referencial en nivel de momento flector de demanda en el centro de la viga en la falla sobre las curvas teóricas de momento curvatura de la sección reforzada y en ellas se puede observar que la falla a ocurrido a un nivel ligeramente menor que el de la fluencia del acero interno de refuerzo de la sección. También se desprende de la curva de momento-curvatura que este tipo de falla limita el desarrollo de esfuerzos en la sección como se hace comúnmente en la práctica diaria del diseño.

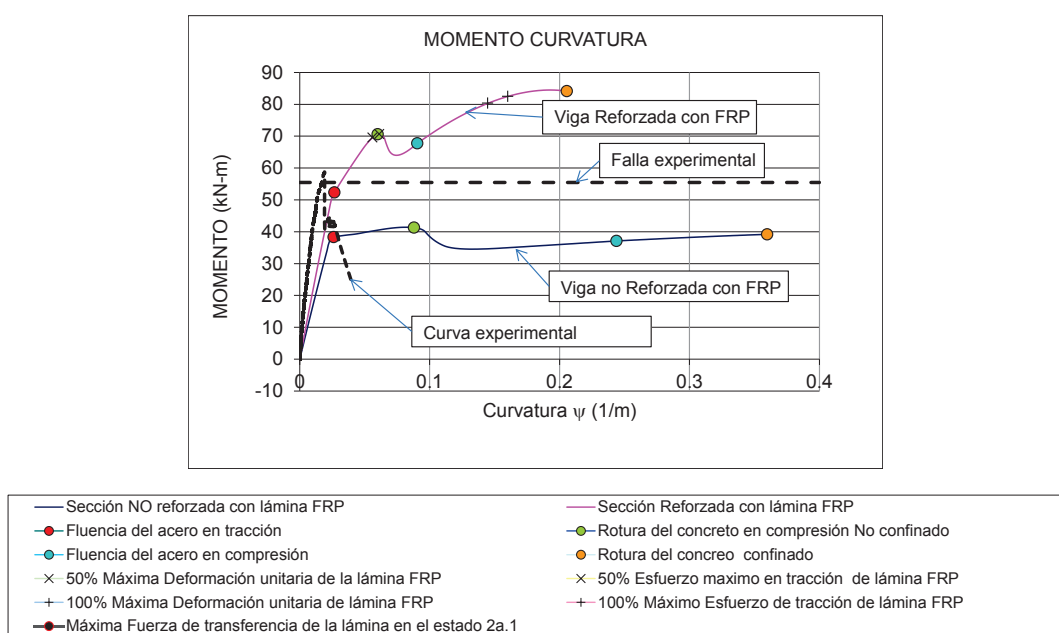


Figura 4.29. Diagrama de momento curvatura de viga 2A

#### 4.5.5 VIGA 2B

##### Trabajos preliminares:

La viga 2B, fue agrietada para una carga de servicio de 82kN. El patrón de agrietamiento es mostrado en la figura 4.30. La distancias entre las grietas fueron del orden de 90mm a 220mm en la zona a flexión pura; mientras que, en los extremos de la viga las distancias entre grietas estuvieron comprendidas entre los 80mm a 240mm.

Luego del preagrietamiento se colocó el refuerzo externo compuesto por una lámina tejida de fibra de carbono del sistema MBrace de 210mm x 250mm x 0.33mm.

Finalmente se procedió a colocar 23 strain gauges, 02 strain gauges adheridos a las varillas de acero y 21 strain gauges adheridos a la platina de fibra de carbono, tal y como se muestra en la tabla 4.6 de coordenadas de ubicación de dispositivos de medición de deformaciones y la figura 4.30.

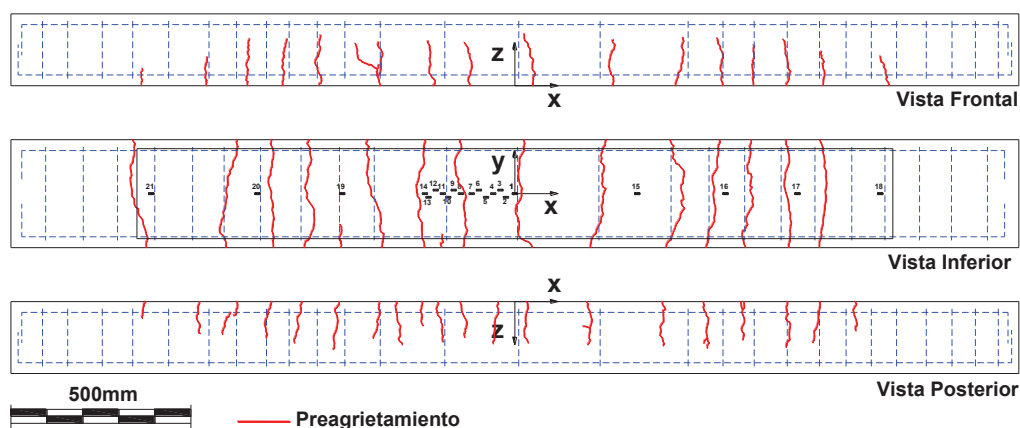


Figura 4.30. Esquema del patrón de preagrietamiento de viga 2B.

Tabla 4.7 Distribución de dispositivos Strain Gauges de medición en viga 2B

Dispositivo / Canal	UCAM 102	UCAM 103	UCAM 104	UCAM 105	UCAM 106	UCAM 107	UCAM 108	UCAM 109
Strain Gauge	1	2	3	4	5	6	7	8
Gauge Factor	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1
Typ	HBM 20	HBM 20	HBM 20	HBM 20	HBM 20	HBM 20	HBM 20	HBM 20
x [mm]	0	-25	-40	-60	-80	-100	-120	-150
y [mm]	0	-10	10	0	-10	10	0	0
z [mm]	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
Konstante	0.952	0.952	0.952	0.952	0.952	0.952	0.952	0.952
Dispositivo / Canal	UCAM 110	UCAM 111	UCAM 112	UCAM 113	UCAM 114	UCAM 115	UCAM 116	UCAM 117
Strain Gauge	9	10	11	12	13	14	15	16
Gauge Factor	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1
Typ	HBM 20	HBM 20	HBM 20	HBM 20	HBM 20	HBM 20	HBM 20	HBM 20
x [mm]	-170	-185	-200	-220	-240	-250	340	585
y [mm]	10	-10	0	10	-10	0	0	0
z [mm]	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
Konstante	0.952	0.952	0.952	0.952	0.952	0.952	0.952	0.952
Dispositivo / Canal	UCAM 118	UCAM 119	UCAM 120	UCAM 121	UCAM 122			
Strain Gauge	17	18	19	20	21			
Gauge Factor	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1			
Typ	HBM 20	HBM 20	HBM 20	HBM 20	HBM 20			
x [mm]	785	1015	-480	-715	-1010			
y [mm]	0	0	0	0	0			
z [mm]	-1	-1	-1	-1	-1			
Konstante	0.952	0.952	0.952	0.952	0.952			



### Observaciones durante el ensayo a carga última:

Tipo de Falla: Desprendimiento de la lámina tejida FRP del sustrato de concreto en el extremo de la lámina, luego de lo cual la falla se propago hacia el centro de la viga (este tipo de fallas son conocidas en el idioma inglés como cover delamination). En la falla el desprendimiento de la lámina se ha generado un nuevo agrietamiento que empieza en las grietas existentes en la falla las cuales se propagan hasta el refuerzo de acero interno de la viga provocando el desmembramiento del recubrimiento de la viga dejando al descubierto el acero interno de refuerzo.

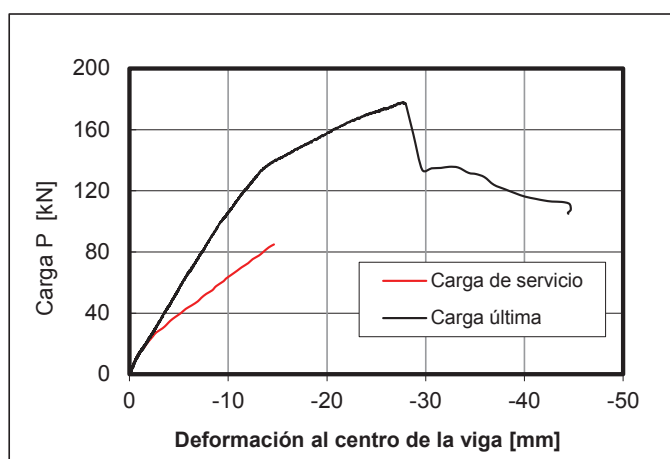


Figura 4.31. Grafica de carga aplicada Vs. Deflexión al centro de la viga 2B.

La figura 4.31, muestra la historia de cargas aplicada a la viga durante el ensayo, en ella se puede ver que la carga última fue de 178kN, luego de lo cual la resistencia de la viga bajo hasta los 110kN y posteriormente la deflexión aumento considerablemente.

Las figura 4.32 muestra las deformaciones unitarias en dos tramos entre grietas ubicadas entre el centro de la viga y un punto a 250mm a la izquierda del centro. En ella se puede ver que las deformaciones máximas se dan en la zona de grietas mientras que al centro de cada tramo entre grietas es menor. Estas deformaciones unitarias para el estado de la carga última han llegado a tener valores de hasta 0.007.

La figura 4.33, muestra las deformaciones unitarias en toda la longitud de la lámina de refuerzo externo. En ella se puede observar que las máximas deformaciones unitarias están ubicadas al centro de la viga. En ella se puede ver que toda la zona a flexión pura está experimentando en promedio deformaciones unitarias, justo antes de la falla, del orden de entre 0.006 a 0.008.

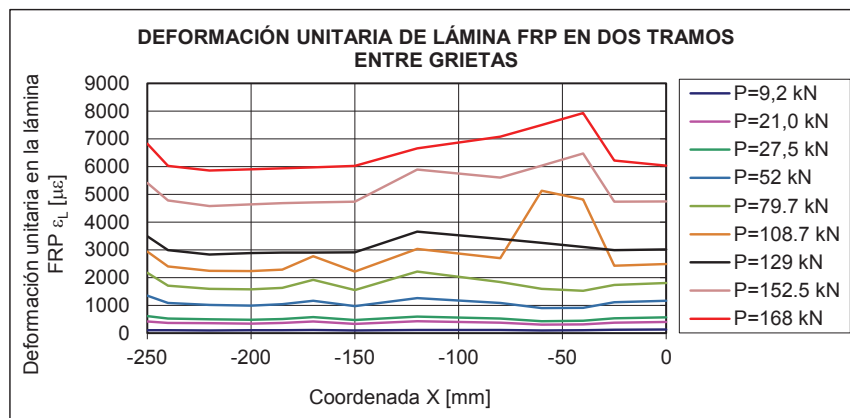


Figura 4.32. Deformaciones unitarias en dos tramos entre grietas de la viga 2B.

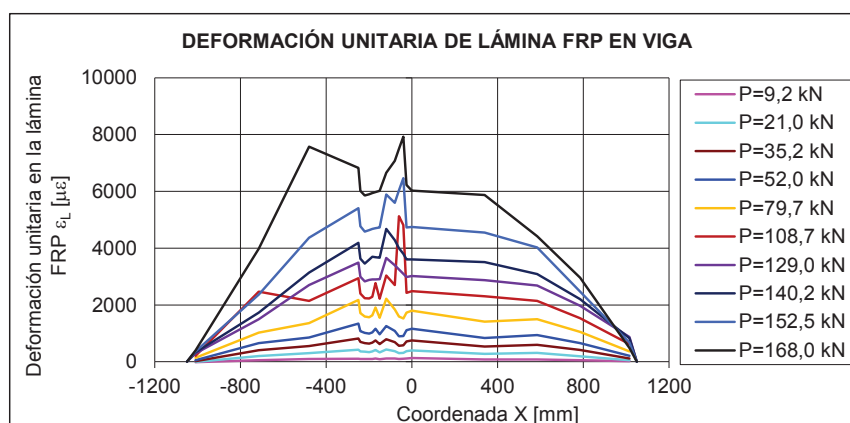


Figura 4.33. Deformaciones unitarias en toda la lámina adherida a la viga 2B.

Las figura 4.34 muestra los esfuerzos en la platina en dos tramos entre grietas ubicadas cerca del centro de la viga. Aquí se comprueba que los esfuerzos axiales en la platina son máximos en los extremos de cada tramo entre grietas.

La figura 4.35 muestra la distribución de esfuerzos axiales de la platina en toda su longitud adherida a la viga, en ella se puede ver que las máximas deformaciones se dan en las zonas de la viga de máximo momento. La falla de la viga por desprendimiento de la platina del sustrato de concreto corresponde esfuerzos promedio de 1700MPa.

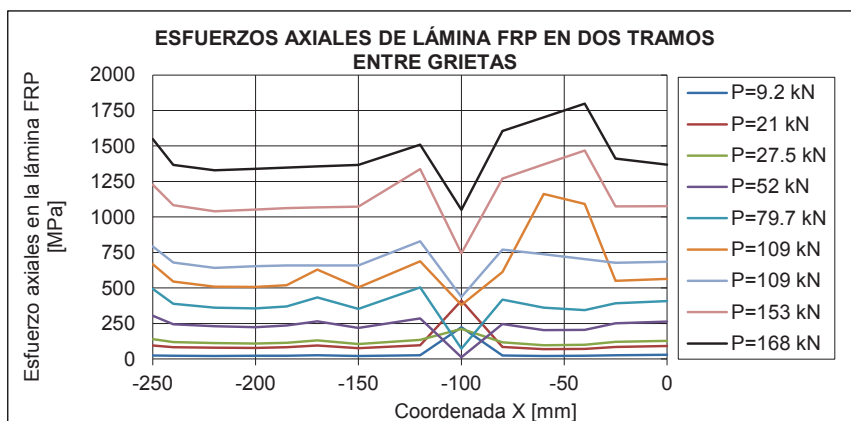


Figura 4.34. Esfuerzos axiales en dos tramos entre grietas en viga 2B.

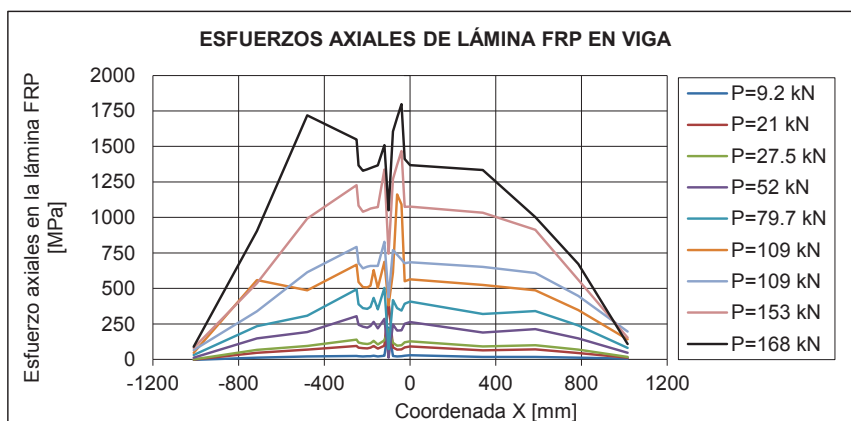


Figura 4.35. Esfuerzos axiales en toda la lamina FRP adherida a la viga 2B.

En la figura 4.36, se puede observar la distribución de esfuerzos cortantes en dos tramos entre grietas. En ella se puede apreciar el aumento de los niveles de esfuerzo cortante para bajos niveles de carga. Sin embargo, en este caso no es posible observar que una vez alcanzado el esfuerzo cortante máximo en una grieta el punto de esfuerzo máximo se mueve hacia el centro del tramo entre grietas. También se puede observar que para un nivel de carga de 95.2kN en el

tramo de la derecha se ha formado otra grieta que ha hecho cambiar súbitamente la distribución del esfuerzo cortante. En esta grafica se han observado valores de esfuerzo cortante máximo del orden de los 3.2MPa.

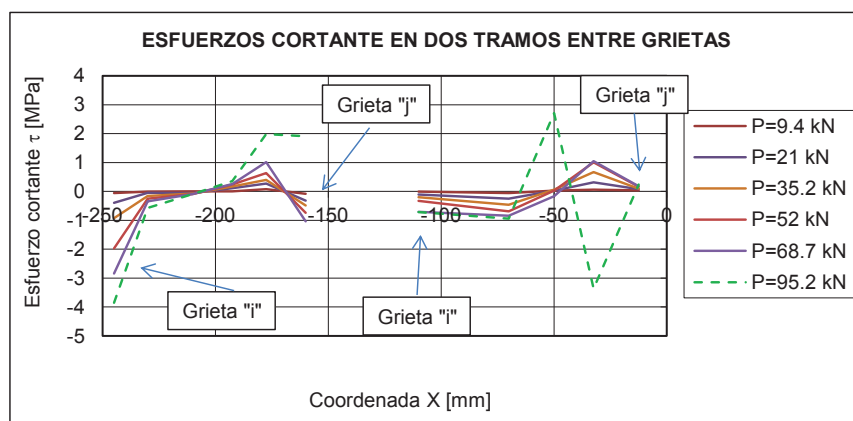


Figura 4.36. Esfuerzos cortantes en dos tramos entre grietas en viga 2B.

El patrón de agrietamiento durante el ensayo por carga última muestra que también en este caso se ha generado nuevo agrietamiento (ver figura 4.37). Estos nuevos agrietamientos se han producido en los tramos comprendidos entre grietas existentes y tienen un espaciamiento de 60mm a 150mm en la zona a flexión pura y de 60mm a 260mm en las zonas sujetas a cortante y flexión de la viga.

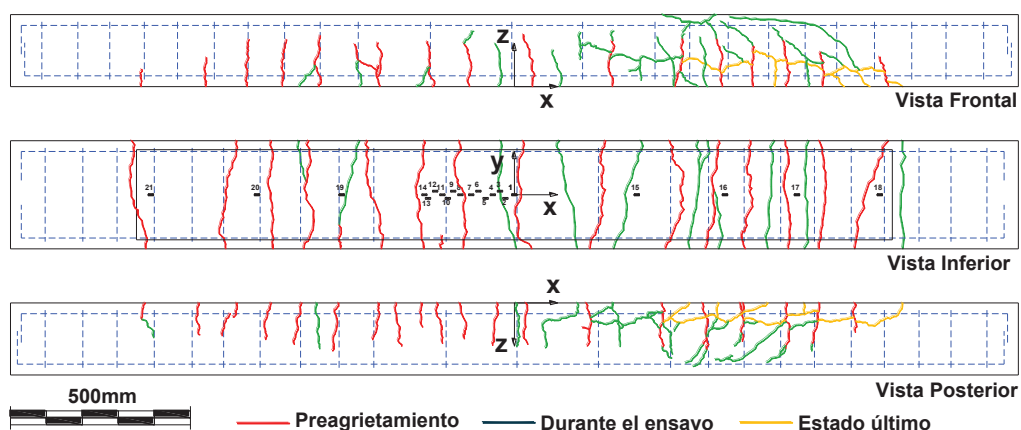
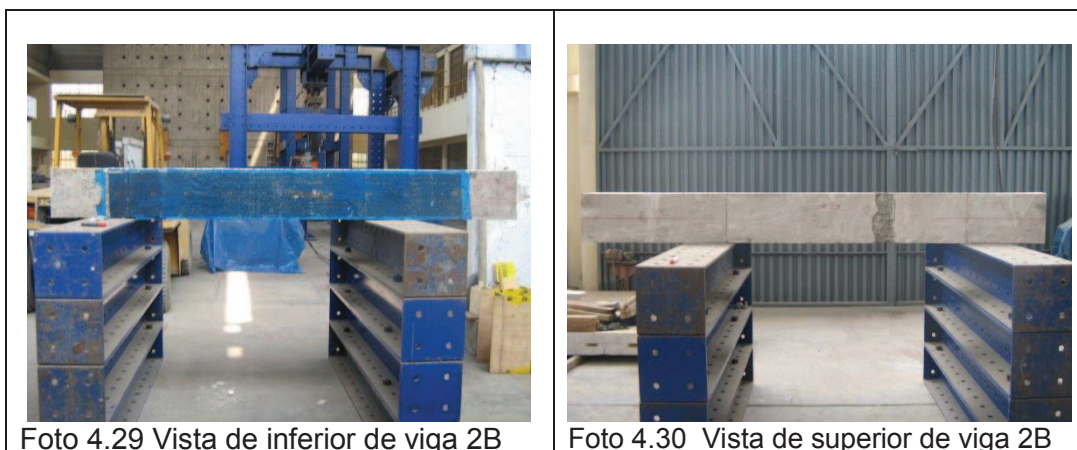


Figura 4.37. Esquema del patrón de agrietamiento de la viga 2B durante el ensayo por carga ultima.

El ensayo experimental de la viga 2B muestra como la viga reforzada con una lámina tejida de fibra de carbono ha aumentado su capacidad de carga para momentos flectores al centro del claro de la viga desde 38kN-m ( $P=110\text{kN}$ ) hasta los 63 kN-m ( $P=168\text{kN}$ ). Así mismo se ha podido corroborar que la falla por desprendimiento de la lámina FRP no ocurre en la sección de máxima demanda por flexión. La figura 4.38 muestra de forma referencial el nivel de momento flector de demanda al centro de la viga sobre las curvas teóricas de momento curvatura de la sección con refuerzo externo FRP y en ella se puede ver como la capacidad de momentos al centro de la viga se ve limitada, por esta falla prematura en el extremo de la lámina, a un nivel cercano al de la fluencia del acero interno de refuerzo al centro de la viga.

Las fotos 4.27, 4.28, 4.29, 4.30 y 4.31 muestran el estado de la viga luego del ensayo.



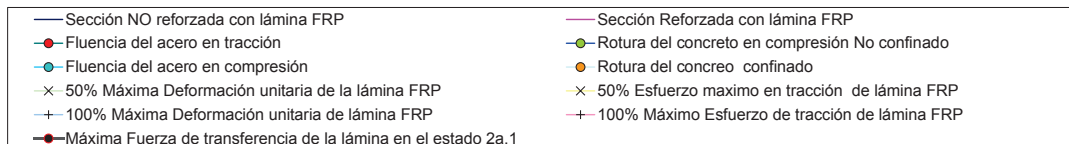
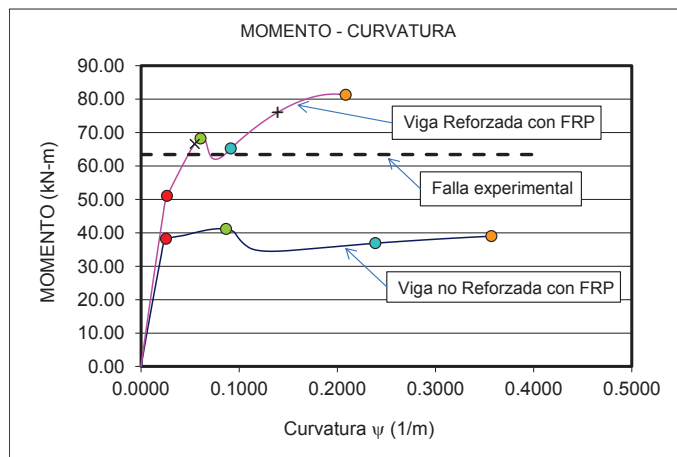
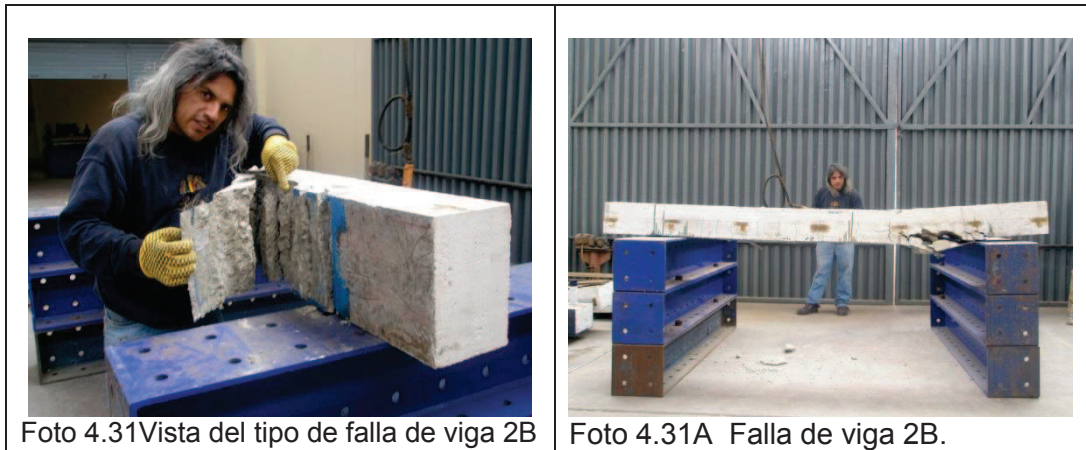


Figura 4.38. Diagrama de momento curvatura de viga 2B

### 4.5.6 VIGA 3A

#### Trabajos preliminares:

La viga 3A, fue agrietada para una carga de servicio de 38kN. El patrón de agrietamiento es mostrado en la figura 4.39. Las distancias entre las grietas fueron del orden de 90mm a 220mm en la zona a flexión pura; mientras que, en los extremos de la viga las distancias entre grietas estuvieron comprendidas entre los 80mm a 240mm.



Luego del preagrietamiento se colocó el refuerzo externo compuesto por una lámina tejida de fibra de carbono del sistema MBrace de 210mm x 250mm x 0.33mm.

En este ensayo no conto con una disposición de dispositivos, Strain Gauges, para medir deformaciones unitarias en la lámina de fibra de carbono. Por lo tanto como resultados solo se mostrará la curva de carga aplicada vs. Deflexión al centro de la viga y la interpretación de los resultados.

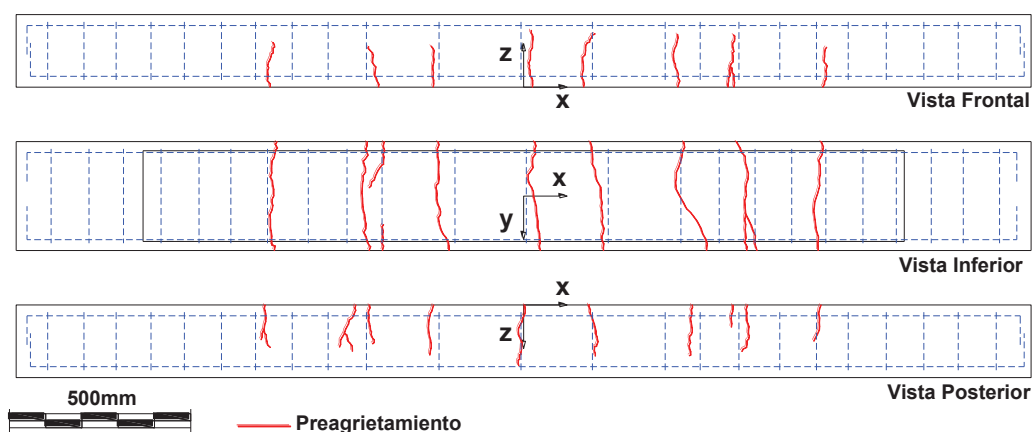


Figura 4.39. Esquema del patrón de preagrietamiento de viga 3A.

#### Observaciones durante el ensayo a carga última:

Tipo de Falla: Desprendimiento de la lámina FRP del sustrato de concreto en uno de los extremos de la lámina de fibra de carbono, la cual se propago hacia el centro del claro de la viga. Este desprendimiento se inició por la aparición de una nueva grieta, ubicada dentro de la longitud adherida con la lámina, a 40mm del extremo de la lámina de fibra de carbono. El desprendimiento de la lámina conllevó el recubrimiento de concreto adherido a la misma, dejando al descubierto el refuerzo de acero interno de la viga.

La carga última de la viga fue a los 170kN, el momento máximo al centro de la viga de 61.6kN-m, la deflexión máxima al centro de la viga en la falla fue de 39.0mm. De la figura 2.12, se puede visualizar que cuando se aplica la carga última esta sufre una disminución en la resistencia de la carga de 170kN hasta

los 135kN aproximadamente, luego de lo cual la razón de decrecimiento de la carga de la viga no disminuirá rápidamente.

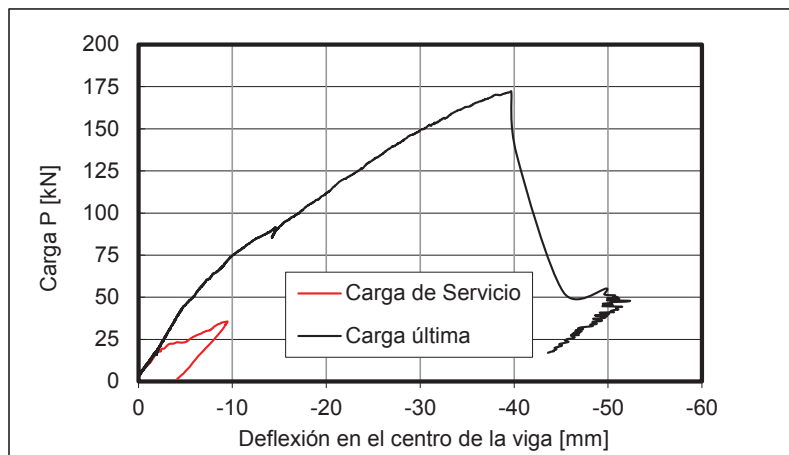


Figura 4.40. Grafica de carga aplicada Vs. Deflexión al centro de la viga 3A.

El patrón de agrietamiento durante el ensayo por carga última muestra que, también en este caso, se han generado nuevos agrietamientos a medida que se incrementa la carga (ver figura 4.41). Estos nuevos agrietamientos se producen entre los tramos entre grietas existentes y tienen un distanciamiento de entre los 60mm y 200mm.

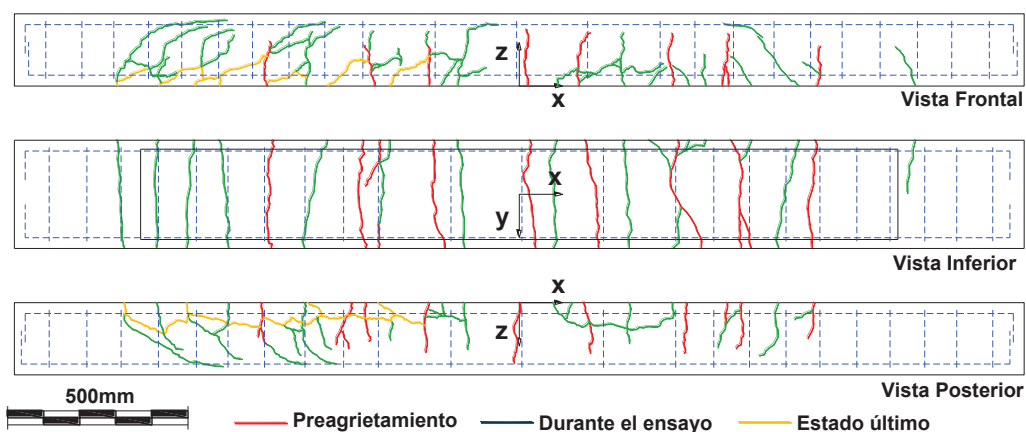


Figura 4.41. Esquema del patrón de agrietamiento de la viga 3A durante el ensayo por carga última.



Las fotos 4.32, 4.33, 4.34, 4.35, 4.36 y 4.37 muestran el estado de la viga después del ensayo por carga última.



En ensayo experimental de la viga 3A ha mostrado que la capacidad de momentos de la viga a aumentado desde 17.8kN-m ( $P=50\text{kN}$ ) hasta los 61kN-m ( $P=170\text{kN}$ ) y que la falla por desprendimiento de la lámina no ocurre en la sección de máxima demanda por flexión. La figura 4.42 muestra de forma referencial el nivel de momento flector de demanda al centro de la viga en la falla sobre las curvas teóricas de momento curvatura de la sección de concreto, en ellas se puede observar que este tipo de falla en el extremo de la lámina limita la capacidad de la sección al centro de la viga a un nivel cercano al de la fluencia del acero.

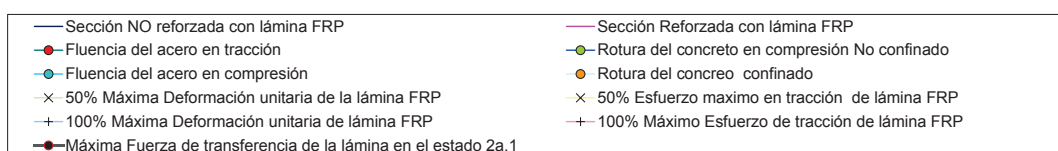
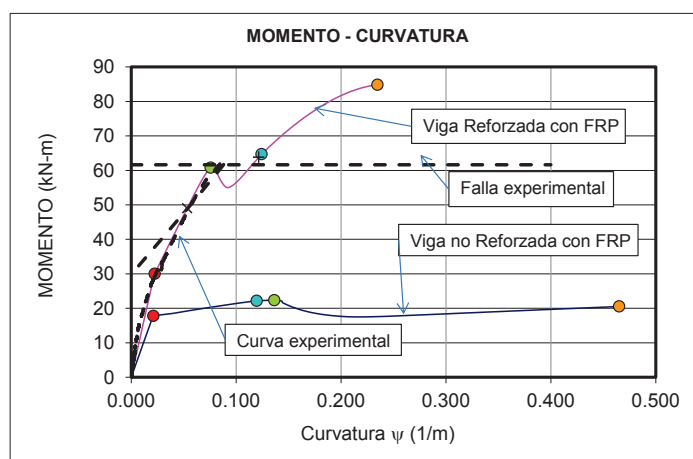


Figura 4.42. Diagrama de momento curvatura de viga 3A

#### 4.5.7 VIGA 3B

##### Trabajos preliminares:

La viga 3A, **no fue agrietada previamente**, por lo tanto después de tratar la superficie de concreto se colocó el refuerzo externo compuesto por una lámina tejida de fibra de carbono del sistema MBrace de 210mm x 250mm x 0.33mm.

En este ensayo tampoco se conto con dispositivos, Strain Gauges, para medir deformaciones unitarias en la lámina de fibra de carbono. Por lo tanto como resultados solo se mostrará la curva de carga aplicada vs. Deflexión al centro de la viga y la interpretación de los resultados.

Observaciones durante el ensayo a carga última:

Tipo de Falla: Desprendimiento de la lámina FRP de la viga de concreto no preagrietada ocurre como consecuencia de la aparición de una grieta por cortante que va desde uno de los puntos de aplicación de la carga hasta el extremo más cercano de la lámina de fibra de carbono. Con el crecimiento de esta grieta por cortante a medida que se incrementa la carga ocurre el desprendimiento de la lámina del concreto en el extremo de la misma y luego se propaga hacia el centro de la viga. El desprendimiento de la lámina conlleva el recubrimiento de la viga dejando el acero interno de refuerzo expuesto. Finalmente luego del desprendimiento de la lámina se produce una segunda falla la cual corresponde a la rotura del concreto en compresión.

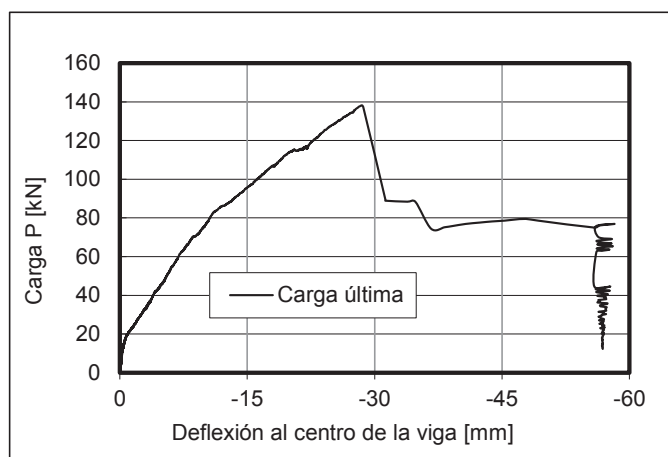


Figura 4.43. Grafica de carga aplicada Vs. Deflexión al centro de la viga 3A.

La carga última de la viga fue a los 138kN y un momento máximo al centro de la viga de 50kN-m, la deflexión máxima al centro de la viga en la falla fue de 28.0mm. De la figura 4.43, se puede visualizar que cuando se aplica la carga

última esta sufre una disminución en la resistencia de la carga de 138kN hasta los 85kN aproximadamente, luego de lo cual la razón de decrecimiento de la carga de la viga disminuye rápidamente hasta la falla de concreto en compresión para una carga de 75kN.

El patrón de agrietamiento durante el ensayo por carga última muestra que, también en este caso, se han generado agrietamientos a medida que se incrementa la carga (ver figura 4.44). Estos nuevos agrietamientos se producen entre los tramos entre grietas existentes y tienen un distanciamiento de entre los 60mm y 200mm.

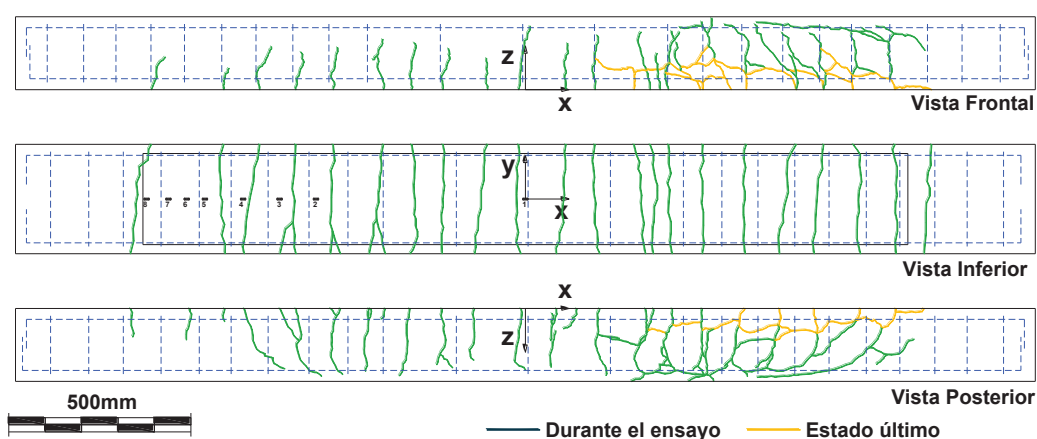


Figura 4.44. Esquema del patrón de agrietamiento de la viga 3B durante el ensayo por carga última.

El ensayo experimental de la viga 3B muestra como la viga reforzada con una lámina tejida de fibra de carbono ha aumentado su capacidad de carga para momentos flectores al centro del claro de la viga desde 17.8kN-m ( $P=50\text{kN}$ ) hasta los 48 kN-m ( $P=138\text{kN}$ ). Así mismo se ha podido corroborar que la falla por desprendimiento de la lámina FRP no ocurre en la sección de máxima demanda por flexión.



Las fotos 4.38, 4.39, 4.40, 4.41 y 4.42 muestran el estado de la viga después del ensayo por carga última.



La figura 4.45 muestra de forma referencial el nivel de momento flector de demanda al centro de la viga sobre las curvas teóricas de momento curvatura de la sección con refuerzo externo FRP y en ella se puede ver como la capacidad de momentos al centro de la viga se ve limitada, por esta falla prematura en el extremo de la lámina, a un nivel inferior al de la fluencia del acero interno de refuerzo al centro de la viga.

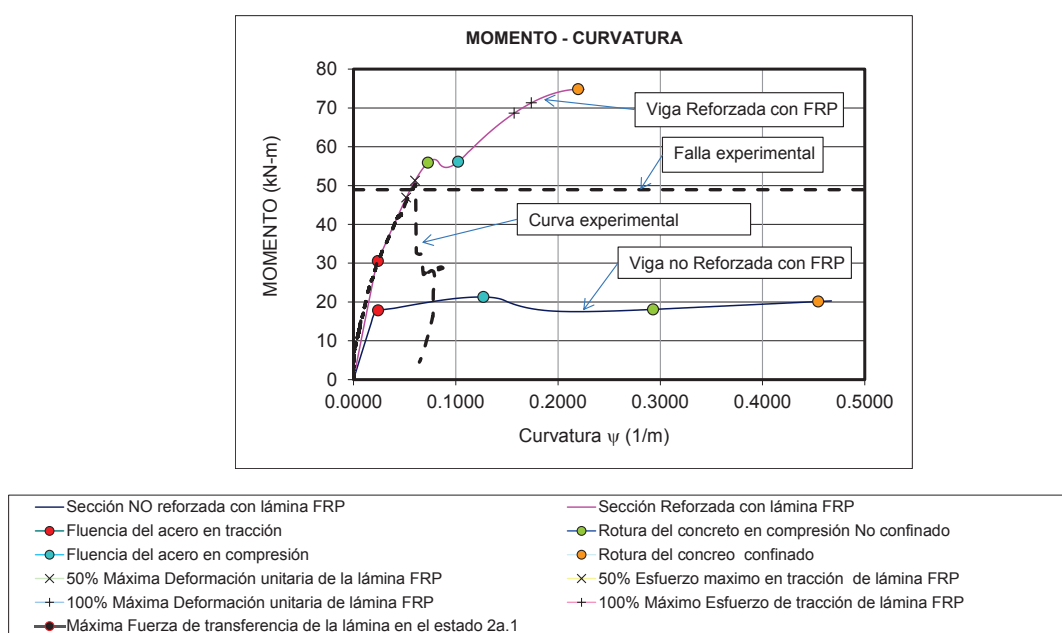


Figura 4.45. Diagrama de momento curvatura de viga 3B

#### 4.5.8 VIGA 3C

##### Trabajos preliminares:

La viga 3C, fue agrietada para una carga de servicio de 60kN. El patrón de agrietamiento es mostrado en la figura 4.46. Las distancias entre las grietas fueron del orden de 160mm a 220mm en toda la longitud de la viga a partir de los 600mm desde cada extremo.

Este ensayo no conto con dispositivos Strain Gauges para medir deformaciones unitarias en la lámina de fibra de carbono.

Luego del preagrietamiento se colocó el refuerzo externo, en la parte inferior de la viga, compuesto por una lámina tejida de fibra de carbono del sistema MBrace de 210mm x 250mm x 0.33mm.

En este ensayo también se adiciono otro refuerzo extra, a modo de anclaje en una longitud de 1000mm en ambos extremos de la viga. Este refuerzo estaba compuesto por la misma lámina tejida de fibra de carbono orientada en dirección perpendicular al refuerzo FRP por flexión colocado en la parte inferior de la viga. Este refuerzo de anclaje fue adherido en la superficie inferior y a ambos los lados de la viga como se indicó en la figura 4.4.

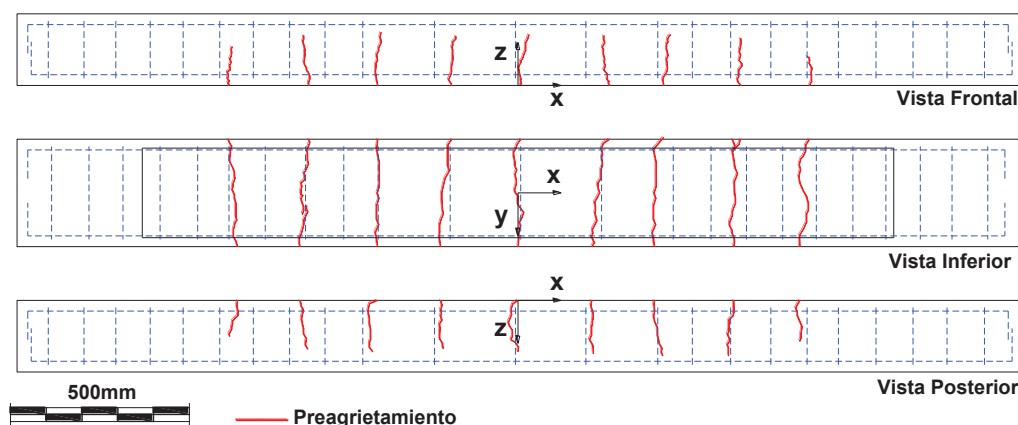


Figura 4.46. Esquema del patrón de preagrietamiento de viga 3C.

#### Observaciones durante el ensayo a carga última:

Tipo de Falla: Desprendimiento de la lámina FRP ubicada a los lados de la viga como de anclaje. El desprendimiento de la lámina de concreto conllevó el concreto de recubrimiento lateral de la viga dejando el acero interno de refuerzo expuesto. Casi inmediatamente después de la falla de la lámina de fibra de carbono ocurrió la falla por compresión del recubrimiento superior, en compresión, del concreto.

La carga última de la viga fue a los 178.7kN y un momento máximo al centro de la viga de 64.8kN-m, la deflexión máxima al centro de la viga en la falla fue de

42mm. De la figura 4.47, se puede visualizar que cuando se aplica la carga última esta sufre una disminución en la resistencia hasta los 90kN producto del desprendimiento de la lámina de fibra de carbono ubicada en los lados de la viga y seguida por la falla por rotura del recubrimiento en compresión de la viga.

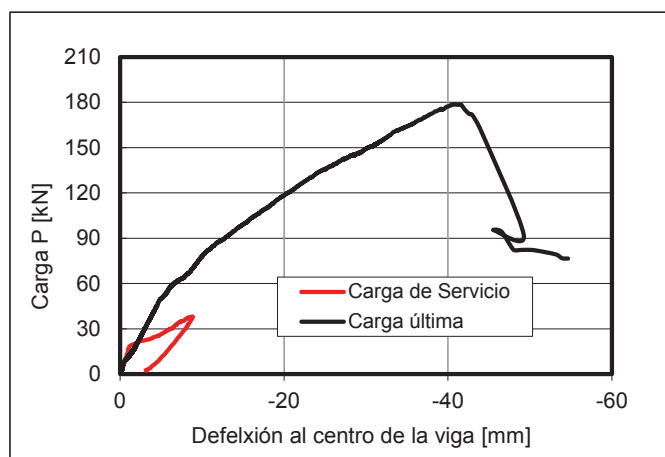


Figura 4.47. Esquema del patrón de preagrietamiento de viga 3C.

El patrón de agrietamiento por flexión durante el ensayo por carga última muestra que, también en este caso, se han generado agrietamientos a medida que se incrementa la carga (ver figura 4.48). Estos nuevos agrietamientos se producen al centro de la viga y tienen un distanciamiento de entre los 100mm y 220mm.

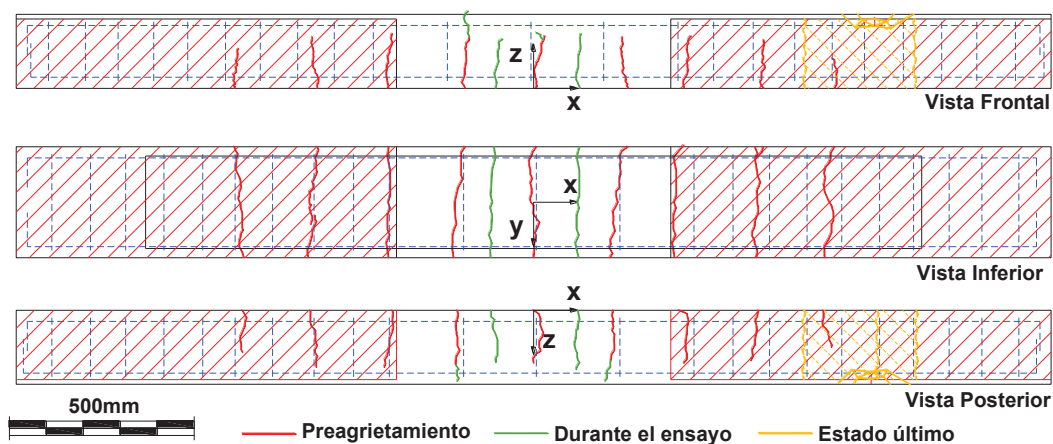


Figura 4.48. Esquema del patrón de agrietamiento de la viga 3C durante el ensayo por carga última.



Las fotos 4.44 a la 4.49 muestran el estado de la viga luego del ensayo.



Foto 4.43 Vista frontal de pre-agrietamiento de la viga 3C



Foto 4.44 Vista Frontal del a viga de la viga 3C



Foto 4.45 Vista posterior de la viga 3C



Foto 4.46 Vista inferior de la viga 3C



Foto 4.47 Vista superior de la viga 3C



Foto 4.48 Vista de la falla de la viga 3C



En ensayo experimental de la viga 3C ha mostrado que la capacidad de momentos de la viga a aumentado desde 17.8kN-m ( $P=50\text{kN}$ ) hasta los 64.8kN-m ( $P=178.8\text{kN}$ ) y que el tipo de falla fue por desprendimiento del recubrimiento lateral de concreto adherido a la lámina FRP de anclaje a ambos lados de la viga, el cual ha dejado el acero interno de refuerzo expuesto. Otra vez, la falla por desprendimiento del recubrimiento no ocurre en la sección de máxima demanda por flexión.

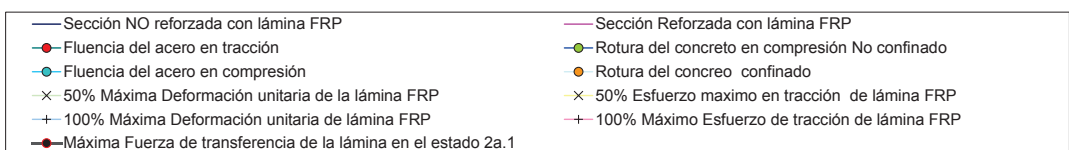
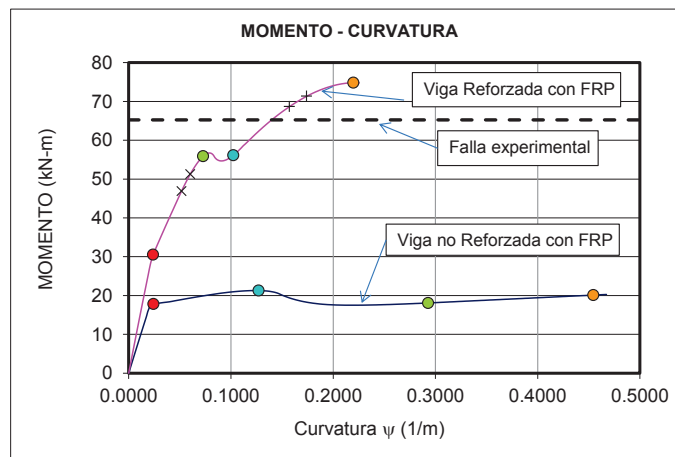


Figura 4.49. Diagrama de momento curvatura de viga 3C

La figura 4.49 muestra de forma referencial el nivel de momento flector al centro de la viga en la falla sobre las curvas teóricas de momento curvatura de la sección de concreto, en ellas se puede observar que este tipo de falla en el extremo de la lámina limita la capacidad de la sección al centro de la viga a un nivel superior al de la fluencia del acero interno de refuerzo.

## 4.6 Algunos comentarios sobre los resultados de los ensayos a flexión

### 4.6.1 Viga control Vs. Viga 1A Vs. Viga 2A

- Las vigas de Control, 1A y 2A tenían lamisma cuantía de acero en tracción de 0.0095. Las vigas 1A y 2A fueron reforzadas externamente con una platina de fibra de carbono de 2100mm x 100mm x 1.2mm del sistema Sika Carbodur. El agrietamiento previo de la viga 1A mostro 11 tramos entre grietas del orden de 100mm a 220mm; mientras que, en la viga 2A el agrietamiento previo genero 11 tramos entre grietas con distancias desde 80mm hasta los 200mm.
- La viga de control tenía una capacidad de carga del orden de 83.6kN en la primera fluencia y una capacidad ultima de carga de 117kN. La viga de control tenía una ductilidad del orden de 11.

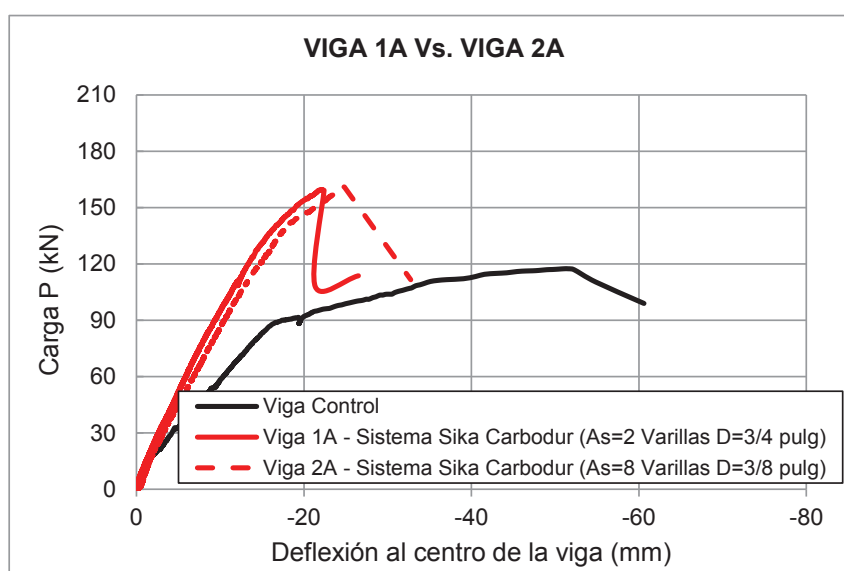


Figura 4.50. Diagrama de momento curvatura de viga 3C

- Ambas vigas experimentaron el mismo tipo de falla por desprendimiento (debonding) en la zona de flexión de máxima demanda la cual se propago hacia uno de los extremos. En ambos casos las longitudes entre grietas al inicio del ensayo fueron mucho menores que la longitud límite entre las longitudes de adherencia cortas y largas que fue del orden de 420mm.
- Las vigas 1A y 2A alcanzaron una capacidad máxima de 153kN y 158kN respectivamente después de lo cual no mostraron capacidad para tomar deformaciones.
- En ambos casos aparecieron, durante el incremento de carga, nuevos agrietamientos por lo general a la mitad de los tramos de grietas al inicio del ensayo.
- Las deformaciones unitarias promedio máximas al centro del claro de la viga en la falla fueron del orden de 0.0045 para la viga 1A y de 0.005 para la viga 2A.

#### 4.6.2 Viga de Control Vs. Viga 1B Vs. Viga 2B

Antecedentes:

- Las vigas de Control, 1B y 2B tenían la misma cuantía de acero en tracción de 0.0095; Sin embargo, la viga de control tenía  $2\phi 3/4$ " un acero en tracción, mientras que, la viga 1B tenía  $2\phi 3/4$ " y la viga 2B tenía  $8\phi 3/8$ ". Las vigas 1B y 2B fueron reforzadas externamente con una lámina de fibra de carbono de 2100mm x 250mm x 0.33mm del sistema MBrace. En el agrietamiento previo de la viga 1B se generaron 10 tramos entre grietas con distancias entre ellas desde los 170mm hasta los 290mm; mientras que, en la viga 2B se generaron 13 tramos entre grietas con distancias entre ellas desde 110mm a 260mm.
- La viga de control tenía capacidad última de carga de 117kN. La viga de control tenía una ductilidad del orden de 11.
- Ambas vigas experimentaron el mismo tipo de falla por desprendimiento de la lámina en el extremo de la misma (Cover delamination) la cual se propago hacia el centro.

- Las vigas 1B y 2B alcanzaron una capacidad máxima de 168kN y 196kN respectivamente después de lo cual no mostraron capacidad para tomar deformaciones.
- La viga 2B ha mostrado mayor capacidad de carga, que la viga 1B, debido a que los tramos entre grietas han sido mayor en número al inicio de los ensayos.
- En ambos casos las longitudes entre grietas, al inicio del ensayo por carga última, fueron mucho menores que la longitud límite entre las longitudes de adherencia cortas y largas que fue del orden de 420mm.
- En ambos casos aparecieron, durante el incremento de carga, nuevos agrietamientos por lo general a la mitad de los tramos de grietas al inicio del ensayo.
- Las deformaciones unitarias promedio máximas al centro del claro de la viga 2B en falla por desprendimiento del extremo de la lámina fue del orden de 0.006.

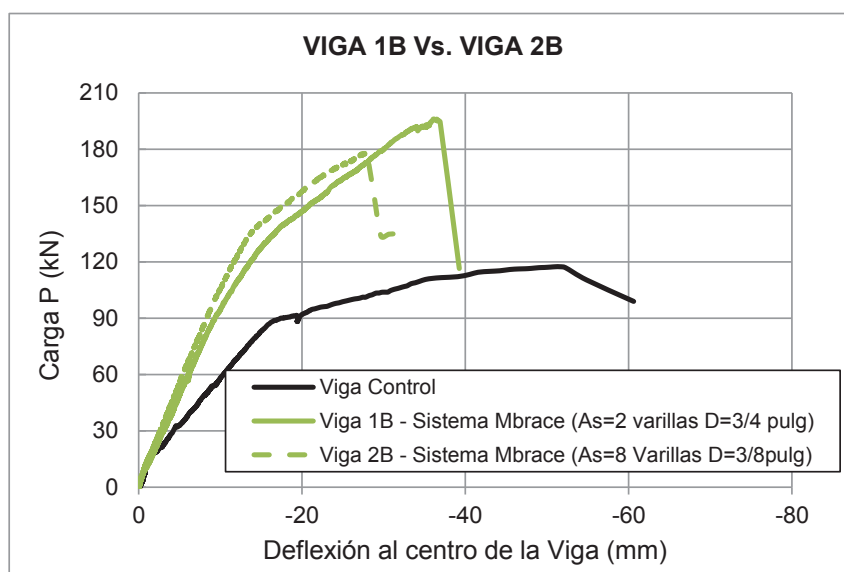


Figura 4.51. Diagrama de momento curvatura de viga 3C

#### 4.6.3 Viga 1A Vs. Viga 1B

- Las vigas de Control, 1A y 1B tenían el mismo acero interno de refuerzo en tracción ( $\rho = 0.0095$ ; Sin embargo, la viga de control tenía  $2\phi 3/4$  un



acero en tracción, mientras que, la viga 1B tenía  $2\phi 3/4"$  y la viga 2B tenía  $8\phi 3/8"$ . La viga 1A fue reforzada externamente con una platina de fibra de carbono del sistema Sika Carbodur de 2100mm x 100mm x 1.2mm, mientras que la viga 1B fue reforzada externamente con una lámina de fibra de carbono de 2100mm x 250mm x 0.33mm del sistema MBrace. El agrietamiento previo de la viga 1A mostró 11 tramos entre grietas del orden de 100mm a 220mm; mientras que en el agrietamiento previo de la viga 1B se generaron 10 tramos entre grietas con distancias entre ellas desde los 170mm hasta los 290mm.

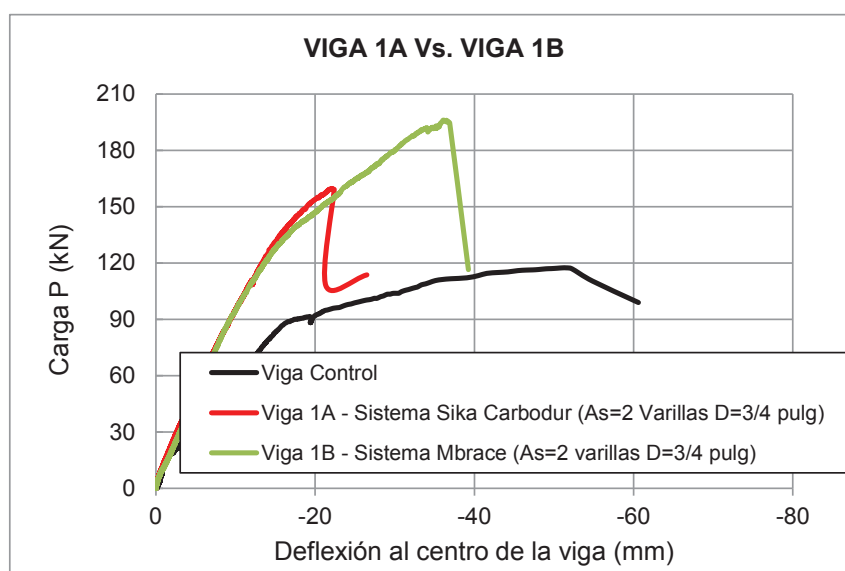


Figura 4.52. Diagrama de momento curvatura de viga 3C

- La viga 1A experimentó un tipo de falla por desprendimiento (debonding) en la zona de flexión de máxima demanda la cual se propago hacia uno de los extremos. Mientras que, la viga 1B experimentó un tipo de falla por desprendimiento de la lámina en el extremo de la misma (cover delamination) la cual se propago luego hacia el centro de la viga.
- Las vigas 1A y 1B alcanzaron una capacidad máxima de 153kN y 168K respectivamente después de lo cual no mostraron capacidad para tomar más deformaciones.
- La viga 1B ha mostrado mayor capacidad de carga, que la viga 1A. aunque la viga 1A tenía mayor número de tramos entre grietas al inicio

de los ensayos. Esto es claramente explicable debido a que la viga 1B ha tenido mayor área de adherencia.

- En ambos casos las longitudes entre grietas, al inicio del ensayo por carga última, fueron mucho menores que la longitud límite entre las longitudes de adherencia cortas y largas que fue del orden de 420mm.
- En ambos casos aparecieron, durante el incremento de carga, nuevos agrietamientos por lo general a la mitad de los tramos de grietas al inicio del ensayo.
- Las deformaciones unitarias promedio máximas al centro del claro de la viga 1A en falla por desprendimiento de la platina del concreto en la zona de flexión fue del orden de 0.0045.

#### 4.6.4 Viga 2A Vs. Viga 2B

- Las vigas de Control, 2A y 2B tenían la misma cuantía de acero en tracción de 0.0095 compuesto por  $8\phi 3/8$ ". La viga 2A fue reforzada por una platina de fibra de carbono de 2100mm x 100mm x 1.2mm del sistema Sika Carbodur y; mientras que la viga 2B fue reforzada externamente con una lámina de fibra de carbono de 2100mm x 250mm x 0.33mm del sistema MBrace. En el agrietamiento previo de la viga 2A se generaron 11 tramos entre grietas con distancias entre ellas desde los 80mm hasta los 200mm; mientras que, en la viga 2B se generaron 13 tramos entre grietas con distancias entre ellas desde 110mm a 260mm.
- La viga de control tenía capacidad última de carga de 117kN. La viga de control tenía una ductilidad del orden de 11.
- La viga 2A experimentó un tipo de falla por desprendimiento (debonding) en la zona de flexión de máxima demanda la cual se propago hacia uno de los extremos. Mientras que, la viga 2B experimentó un tipo de falla por desprendimiento de la lámina en el extremo de la misma (cover delamination) la cual se propago luego hacia el centro de la viga.
- Las vigas 2A y 2B alcanzaron una capacidad máxima de 158kN y 168kN respectivamente después de lo cual no mostraron capacidad para tomar deformaciones.

- La viga 2B ha mostrado mayor capacidad de carga, que la viga 2A debido a que la viga 2B ha mostrado mayor número de tramos entre grietas que la viga 2A, y a que la viga 2B ha tenido mayor área de adherencia por tener un ancho de 250mm de la lámina MBrace contra los 100mm de la platina Sika Carbodur.
- En ambos casos las longitudes entre grietas, al inicio del ensayo por carga última, fueron mucho menores que la longitud límite entre las longitudes de adherencia cortas y largas que fue del orden de 420mm.
- En ambos casos aparecieron, durante el incremento de carga, nuevos agrietamientos por lo general a la mitad de los tramos de grietas al inicio del ensayo.
- Las deformaciones unitarias promedio máximas al centro del claro de la viga 2A ha sido de 0.005 en la falla por desprendimiento de la platina en la zona de máxima demanda por flexión; mientras que, en la viga 2B las máximas deformaciones al centro del claro de la viga han sido del orden de 0.006 en la falla por desprendimiento en el extremo de la lámina.

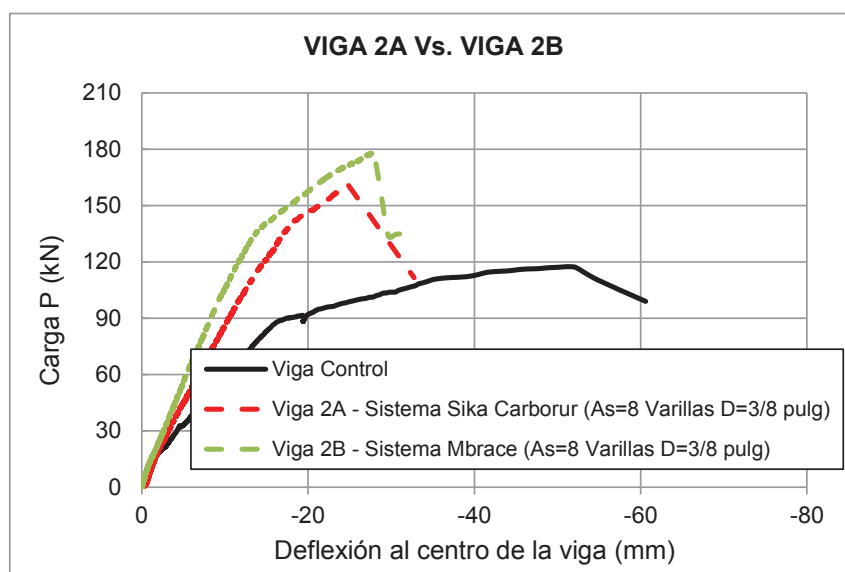


Figura 4.53. Diagrama de momento curvatura de viga 3C

#### 4.6.5 Viga 3A Vs. Viga 3B Vs. Viga 3C

- Las vigas 3A 3B y 3C tenían la misma cuantía de acero en tracción de 0.0042 compuesto por  $2\phi 1/2"$ . Lastres vigas fueron reforzadas



externamente con una lámina de fibra de carbono de 2100mm x 250mm x 0.33mm del sistema MBrace. La viga 3B no fue agrietada previamente. En el agrietamiento previo sobre la viga 3A se generaron 07 tramos entre grietas con distancias entre ellas desde los 160mm hasta los 260mm; mientras que, en la viga 3C se generaron 08 tramos entre grietas con distancias entre ellas desde 170mm a 220mm. A la viga 3C se le colocó un refuerzo extra a modo de anclaje para evitar la falla por desprendimiento del recubrimiento del concreto en el extremo de la lámina adherida al concreto.

- Las vigas 3A y 3B experimentaron fallas en la zona del extremo de la lámina adherida a la viga por desprendimiento de la lámina del sustrato de concreto. Sin embargo, la viga 3C experimento un tipo de falla relacionada con el desprendimiento del concreto de recubrimiento en la zona de anclaje, a ambos lados de la viga.
- Las vigas 3B, que no fue preagrietada, alcanzo una capacidad máxima de carga 138kN; Mientras que la viga 3A alcanzó una capacidad máxima de carga del orden de de 168kN. Por otro lado, la viga 3C con refuerzo extra a modo de anclaje alcanzó una una capacidad máxima de carga de 178kN. En los tres casos una vez alcanzado la capacidad máxima de carga las vigas no mostraron capacidad para tomar deformaciones.

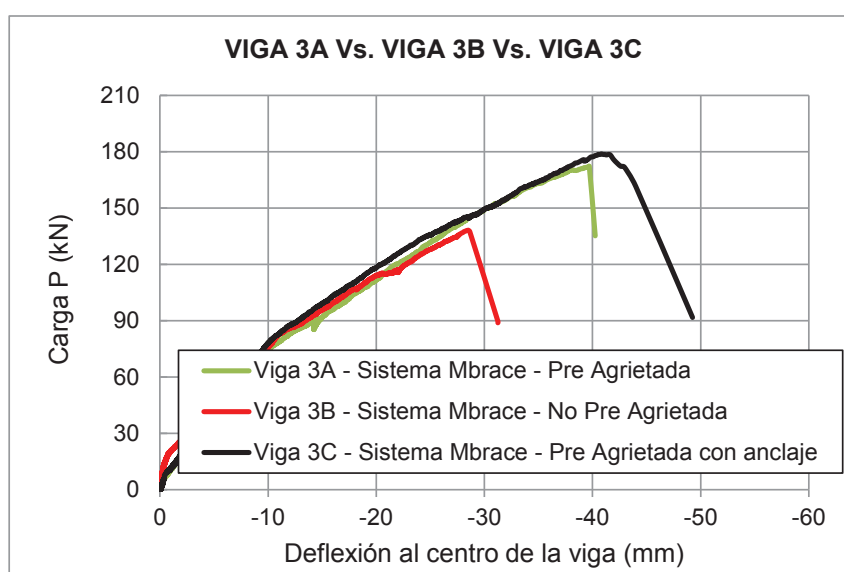


Figura 4.54. Diagrama de momento curvatura de viga 3C

- En los tres casos aparecieron, durante el incremento de carga, nuevos agrietamientos por lo general a la mitad de los tramos de grietas al inicio del ensayo.
- En los tres casos las longitudes entre grietas, al inicio del ensayo por carga última, fueron mucho menores que la longitud límite entre las longitudes de adherencia cortas y largas que fue del orden de 420mm.



## **CAPITULO 5**

### **FILOSOFÍAS DE DISEÑO DE VIGAS A FLEXIÓN SEGÚN LOS CÓDIGOS DE ESTADO UNIDOS Y ALEMANIA**

#### **5.1 Introducción**

En este capítulo se resumen las filosofías de diseño de las vigas reforzadas externamente con platinas de fibras de carbono FRP según los códigos: 1) ACI-440-08 – “Lineamientos para el diseño y construcción del reforzamiento externo de estructuras de concreto armado a través de sistemas de fibras de carbono FRP (Guide for the Design and Construction of externally Bonded FRP systems for Strengthening Concrete Structures) de los Estados Unidos, y 2) DAfStb, Comité de Concreto Estructural – Lineamientos para el reforzamiento de estructuras de concreto con refuerzo externamente adherido de fibras de carbono CFK - parte 1: diseño y Construcción (DAfStb, Deutscher Ausschuss für Stahlbetonbau - Richtlinie: Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung - Teil 1: Bemessung und Konstruktion) de Alemania que complementará la norma DIN de 1992-1-1 y que entrará en vigencia a mediados del 2012.

#### **5.2 Filosofías de diseño para el diseño de reforzamientos externos de estructuras de concreto a través de sistemas de fibras de carbono FRP.**

Las filosofías de diseño de estos códigos están basadas en los principios de diseño de los estados límite. Este alcance se hace a niveles aceptables de seguridad ante la ocurrencia de estados límites de serviciabilidad (excesivas deflexiones y agrietamiento) y estados límites últimos (falla, esfuerzos últimos o fatiga).

Así mismo, en estos códigos se especifica que los reforzamientos con platinas FRP en vigas a flexión, no son aplicables a miembros en donde se espera la formación de rotulas plásticas de pórticos dúctiles resistente a momentos en zonas sísmicas. Si se usa el diseño de estas aplicaciones, se debe examinar el comportamiento del elemento reforzado, considerando que las secciones reforzadas tienen muchas menos capacidades de rotación y curvaturas. En este caso, el efecto de la carga cíclica reversiva en las platinas FRP de refuerzo debe de ser investigado.

La adhesión de refuerzo externo, en base a platinas FRP en la cara de tensión de las vigas de concreto reforzado provee un incremento en la resistencia a flexión. Los incrementos por lo general son del orden de 10% hasta 160%, y han sido documentados por Meier and Kaiser 1991; Ritchie et al, 1991; Sharif et al, 1994.

### 5.3 Modos de Falla

Según estos códigos, el reforzamiento externo a flexión de una viga está en función del control del modo de falla. Los siguientes modos de falla a flexión deben de ser analizadas para una viga reforzada externamente con platinas FRP.

- Rotura del concreto en compresión antes de la fluencia del acero interno de refuerzo.
- Fluencia del acero en tracción seguido de la ruptura de la platina FRP.
- Fluencia del acero en tensión seguida de la rotura del concreto en compresión.
- Delaminación por cortante/tracción del recubrimiento del concreto (desprendimiento del recubrimiento).
- Debonding de la platina FRP del sustrato de concreto.

Se asume que la rotura del concreto en compresión ocurre si la deformación unitaria del concreto alcanza su máximo valor  $\epsilon_{cu}$ . La rotura de la platina FRP ocurre cuando la deformación unitaria de la platina alcanza su valor de ruptura  $\epsilon_p = \epsilon_{pu}$  antes de que el concreto alcance la deformación máxima en compresión  $\epsilon_{cu}$ .

El desprendimiento de la platina, o el desprendimiento del sustrato de concreto, ocurren si la fuerza en la platina no puede ser sostenida por el sustrato. En los dos códigos este comportamiento es generalmente referido como debonding sin importar por donde se propague el plano de falla dentro de la región platina FRP – adhesivo – sustrato de concreto.

En las regiones de la viga exteriores a los extremos de la platina FRP de refuerzo externo, las fallas controladas por el desprendimiento (debonding) de las platinas son las que gobiernan. Para prevenir este desprendimiento producido por las grietas

intermedias, la deformación unitaria efectiva en las platinas FRP deben de ser limitadas a un nivel en el cual el desprendimiento puede ocurrir, este limite para la deformación unitaria esta dado por  $\epsilon_{pd}$ .

#### **5.4 Consideraciones para el reforzamiento de vigas de concreto con platinas FRP**

Las siguientes consideraciones, en ambos códigos, son asumidas para el cálculo de la resistencia a tracción de una sección de concreto reforzado externamente con platinas FRP.

- Los cálculos de diseño están basados en las dimensiones, disposición de las varillas de acero interno de refuerzo, y las propiedades de los materiales existentes en el elemento a ser reforzado.
- Las deformaciones unitarias en las varillas de acero de refuerzo y en el concreto son directamente proporcionales a la distancia al eje neutral. Esto significa que las secciones transversales de la viga son planas antes y permanecen planas después de la aplicación de las cargas.
- No hay deslizamiento entre la platina FRP de refuerzo externo y el concreto.
- Las deformaciones por corte dentro de la capa de adhesivo no son consideradas por que el espesor de la capa del adhesivo es muy delgada.
- La deformación máxima en compresión del concreto es  $\epsilon_{cu}$ .
- La resistencia en tracción del concreto es despreciada.
- La relación entre el esfuerzo y la deformación unitaria de las platinas FRP es lineal y elástica hasta la falla.

Aunque algunas de estas consideraciones son necesarias para un cálculo simplificado, estas no necesariamente reflejan el verdadero comportamiento de las platina de refuerzo. Por ejemplo, existe una deformación por cortante relativo entre el concreto y la platina FRP que origina un desplazamiento relativo entre el concreto y la platina

FRP y que han sido estudiadas en los capítulo 2, 3 y 4 del presente estudio. Sin embargo la inexactitud de estas consideraciones no afecta el cálculo de la resistencia a flexión de una viga reforzada con platinas FRP. Un factor de reducción de la resistencia a flexión adicional es tomado por los códigos, el que intenta compensar cualquier discrepancia de forma conservativa.

## 5.5 ACI 440-08 – Lineamientos para el Diseño y Construcción de reforzamientos externos de estructuras de concreto a través de sistemas de fibras de carbono FRP – Código de Estados Unidos.

### 5.5.1 Límites para el reforzamiento externo con platinas de fibras de carbono

Los límites del reforzamiento son impuestos para salvaguardar el elemento reforzado contra el colapso por desprendimiento, delaminación (debonding) u otro tipo de falla de la platina FRP debido a vandalismo, daño u otras causas. El miembro estructural sin el refuerzo externo de platina FRP debe de tener suficiente resistencia para soportar cierto nivel de carga. En el caso en el que el sistema FRP sea dañado, la estructura será capaz de resistir un razonable nivel de carga sin colapsar tal y como se indica en la ecuación (5.1)

$$(\phi R_n)_{\text{existente}} \geq (1.1 \text{ SDL} + 0.75 \text{ SLL})_{\text{nuevo}} \quad (5.1)$$

### 5.5.2 Propiedades para el diseño de los materiales

Debido a la exposición al medio ambiente varios agentes atmosféricos pueden reducir las propiedades de tensión, ruptura por creep y endurecimiento por fatiga de las platinas FRP. De este modo las propiedades del material usadas en las ecuaciones de diseño deben de ser reducidas basadas en la condición por exposición al medio ambiente.

Tabla 5.1 coeficientes de Reducción para Diseño

Condición de Exposición	Coeficiente de reducción $C_E$
interior (edificios)	0.95
exterior (puentes, pilares)	0.85

Las ecuaciones (5.2), (5.3) y (5.4) muestran las propiedades en tensión que deben de ser consideradas en las ecuaciones de diseño. El esfuerzo de tensión último de diseño debe de ser determinado usando los coeficientes de reducción por exposición al medio ambiente  $C_E$  dados en la tabla 5.1.

$$f_{pu} = C_E \times f_{pu}^* \quad (5.2)$$

$$\varepsilon_{pu} = C_E \times \varepsilon_{pu}^* \quad (5.3)$$

Donde:

$f_{pu}$  : Esfuerzo de rotura de la platina FRP en el diseño

$f_{pu}^*$  : Esfuerzo de rotura de la platina de fibra de carbono estipulada por el fabricante.

$\varepsilon_{pu}$  : Deformación última de rotura de la platina en el diseño

$\varepsilon_{pu}^*$  : Deformación última de rotura de la platina de fibra de carbono estipulada por el fabricante.

Debido a que los materiales de fibra de carbono son básicamente linealmente elásticos hasta la rotura, el modulo de elasticidad del material de diseño puede ser determinado a través de la ley de Hooke. La ecuación (5.4), reconoce de que el modulo de elasticidad en el diseño no es afectado por las condiciones ambientales. De este modo el modulo de elasticidad puede ser el mismo reportado por el fabricante.

$$E_p = f_{pu} / \varepsilon_{pu} \quad (5.4)$$

### 5.5.3 Resistencia Nominal

Los alcances del diseño del refuerzo requieren que el reforzamiento de diseño a flexión exceda el momento último como se indica en la ecuación (5.5). La resistencia de diseño a flexión  $\phi Mn$  se refiere al reforzamiento nominal multiplicado por un factor de reducción, y el momento último  $M_u$  se refiere al momento de demanda factorada obtenido a través de cargas factoradas.

$$\phi Mn \geq M_u \quad (5.5)$$



En adición a esto se debe de aplicar una reducción al refuerzo adicional debido solamente a la platina FRP a través del factor  $\psi_p$  solo aplicado a  $M_{np}$ . Este factor adicional de reducción  $\psi_p$  es usado para tomar en cuenta la confiabilidad en la predicción de la resistencia y tomar en cuenta los diferentes modos de falla observados en vigas reforzadas externamente con platinas FRP.

#### 5.5.4 Consideración para establecer la falla por desprendimiento de la platina (debonding)

La consideración para establecer el tipo de falla por desprendimiento de la platina del sustrato de concreto que controlará el diseño del reforzamiento toma en cuenta la deformación unitaria de la platina  $\varepsilon_{pd}$  a la cual el sustrato de concreto no puede sostener la fuerza de la platina FRP. El ACI-440 sugiere usar el valor de  $\varepsilon_{pd}$  indicado en la ecuación (5.6).

$$\varepsilon_{pd} = 0.41 \cdot \sqrt{\frac{f_c}{n \cdot E_p \cdot t_p}} \leq 0.9 \cdot \varepsilon_{pu} \quad (5.6)$$

Donde:

$\varepsilon_{pd}$ : Nivel de deformación unitaria en la platina en el momento de la falla por desprendimiento de la platina FRP del sustrato de concreto.

$f_c$ : Resistencia ultima del concreto

$n$ : Número de platinas de refuerzo

$E_p$ : Módulo de elasticidad de la platina FRP

$t_p$ : Espesor de la platina FRP

Sin embargo, se debe indicar aquí que la colocación de mantas de fibra de carbono en forma de U mejora el comportamiento de adherencia relativo indicado en la ecuación (5.6). La provisión de anclajes en forma de U con mantas FRP a lo largo de la viga reforzada incrementa la deformación unitaria en la falla. En múltiples ensayos de vigas a flexión se han observado incrementos de hasta el 30% en la deformación unitaria de la platina en la falla por desprendimiento de la platina (debonding).

Más estudios deben de ser realizados en este campo para un adecuado entendimiento de la influencia de las mantas FRP orientadas en dirección transversal y colocadas en forma de U.

### 5.5.5 Resistencia al cortante

Cuando se utilice refuerzo con platinas FRP para incrementar la capacidad a flexión de un miembro, el miembro debe de ser capaz de resistir las fuerzas cortantes las fuerzas cortantes asociadas con el incremento de las cargas.

### 5.5.6 Deformaciones existentes en el sustrato de concreto

Aunque las cargas vivas y muertas de una viga sean removidas antes de la instalación de refuerzo adicional con platinas FRP, se debe de considerar que el sustrato de concreto en tensión tiene deformaciones debido a la carga de peso propio. Estas deformaciones deben de ser consideradas como deformaciones iniciales y deben de ser excluidas de las deformaciones en la platina FRP. El nivel de la deformación inicial del sustrato en tensión  $\varepsilon_{bi}$  adherido a la platina FRP puede ser determinado de un análisis elástico agrietado inicial de la viga existente considerando todas las cargas que estén sobre la viga durante la instalación de la platina FRP.

### 5.5.7 Nivel de deformación en la platina externa de refuerzo FRP

El máximo nivel de deformación de la platina FRP está gobernado por la máxima deformación del concreto en compresión, la deformación última de la platina FRP o en nivel de deformación al cual ocurre el desprendimiento de la platina.

$$\varepsilon_{pe} = \varepsilon_{cu} \cdot \frac{(d_p - c)}{c} - \varepsilon_{bi} \leq \varepsilon_{pd} \quad (5.7)$$

Donde:

- $\varepsilon_{pe}$ : Deformación unitaria efectiva en la falla
- $\varepsilon_{cu}$ : Deformación unitaria de rotura del concreto en compresión
- $\varepsilon_{bi}$ : Nivel de deformación del sustrato de concreto en tracción en el momento de la instalación de la platina FRP.
- $d_p$ : Peralte efectivo de la platina FRP
- $c$ : Distancia de la fibra extrema en compresión al eje neutro.

### 5.5.8 Nivel de esfuerzos en la platina de refuerzo FRP

El esfuerzo efectivo de la platina FRP de refuerzo es máximo cuando es el máximo nivel de esfuerzos que pueda ser desarrollado antes de la falla de la sección.

$$f_{pe} = E_P \cdot \varepsilon_{pe} \quad (5.8)$$

### 5.5.9 Factor de reducción de la resistencia

La ecuación (5.9) define un factor de reducción de 0.90 para secciones dúctiles y 0.65 para secciones con falla frágil en donde el acero de refuerzo no ha fluido y provee una transición lineal para el factor de reducción entre estos dos extremos.

$$\phi = \begin{cases} 0.90 & \text{if } \varepsilon_s \geq 0.005 \\ 0.65 + \frac{0.25 \cdot (\varepsilon_s - \varepsilon_{sy})}{0.005 - \varepsilon_{sy}} & \text{if } \varepsilon_{sy} \leq \varepsilon_s \leq 0.005 \\ 0.65 & \text{if } \varepsilon_s \geq \varepsilon_{sy} \end{cases} \quad (5.9)$$

### 5.5.10 Resistencia a las cargas de servicio

La serviciabilidad de un miembro (deflexiones y espesores de grietas) bajo cargas de servicio debe de satisfacer las recomendaciones del ACI-318-05. El efecto del refuerzo externo FRP en la serviciabilidad puede ser aplicado usando un análisis de la sección transformada.

Para evitar las deformaciones inelásticas de vigas de concreto reforzadas externamente con platinas FRP, las varillas de acero de refuerzo no deben de llegar a la fluencia bajo cargas de servicio. El esfuerzo en las varillas de refuerzo deben de limitarse al 80% del esfuerzo de fluencia. En adición a esto el esfuerzo en compresión del concreto bajo cargas de servicio deben de limitarse al 45% de esfuerzo de compresión máximo de rotura.

$$f_{ss} \leq 0.80 \cdot f_y \quad (5.10)$$

$$f_{cs} \leq 0.80 \cdot f_c \quad (5.11)$$

### 5.5.11 Capacidad última de una viga reforzada externamente con platinas de fibras de carbono FRP

El procedimiento de cálculo usado para encontrar la capacidad última debe de satisfacer la compatibilidad de deformaciones y el equilibrio de fuerzas y debe de considerar el modo que gobierna la falla. A continuación se presenta un procedimiento para el cálculo de la capacidad ultima está basado en el método de prueba y error.

El procedimiento de prueba y error, presume una profundidad del eje neutro  $c$ , calculando el nivel de esfuerzos y deformaciones en cada material, usando la compatibilidad de deformaciones y revisando el equilibrio de fuerzas en la sección. Si el equilibrio de fuerzas no se satisface y se debe asumir otra profundidad del eje neutro  $c$  y se repite el procedimiento.

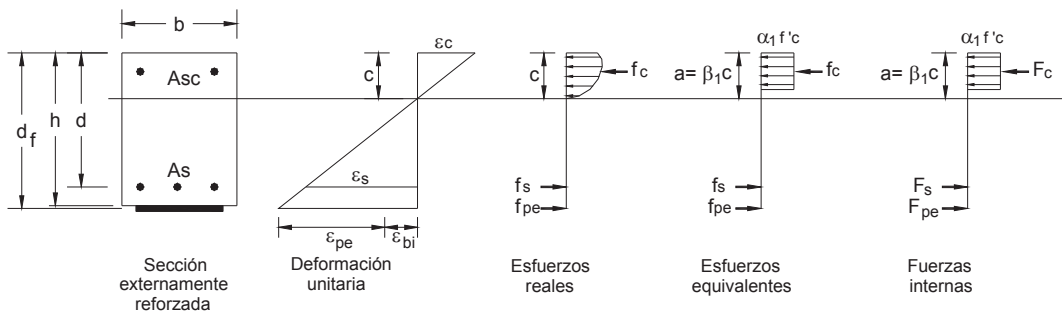


Figura 5.1 Distribución de Fuerzas internas y deformaciones para una sección rectangular sometida a flexión para estado límite último

Para cada profundidad del eje neutro se debe de calcular el nivel de deformación de la platina FRP a través de la ecuación (5.12)

$$\varepsilon_{pe} = \varepsilon_{cu} \cdot \frac{(d_p - c)}{c} - \varepsilon_{bi} \leq \varepsilon_{pd} \quad (5.12)$$

El nivel efectivo de esfuerzo en la platina FRP puede ser hallada a través de la deformación unitaria en la misma asumiendo un comportamiento lineal.

$$f_{pe} = E_P \cdot \varepsilon_{pe} \quad (5.13)$$

Basado en el nivel de deformación unitaria de la platina FRP, el nivel de deformación en las varillas de acero de refuerzo interno usando compatibilidad de deformaciones.

$$\varepsilon_s = (\varepsilon_{pe} + \varepsilon_{bi}) \cdot \left( \frac{d - c}{d_f - c} \right) \quad (5.14)$$

La deformación unitaria en las varillas de acero es determinada a través de las deformaciones de las mismas, usando la curva de esfuerzo deformación para el acero.

$$f_s = E_s \cdot \varepsilon_s \leq f_y \quad (5.15)$$

Con estos niveles de deformación y esfuerzos en las varillas de acero y la platina FRP, determinados a través de la presunción de la profundidad del eje neutro, se puede verificar el equilibrio de fuerzas.

$$c = \frac{A_s \cdot f_s + A_p \cdot f_{pe}}{\alpha_1 \cdot f_c \cdot \beta_1 \cdot b} \quad (5.16)$$

Los términos de  $\alpha_1$  y  $\beta_1$  de la ecuación (5.13) son parámetros que definen el bloque rectangular de esfuerzos equivalentes. Si el concreto alcanza su máximo valor, éste controla el modo de falla previo a la fluencia del acero,  $\alpha_1$  y  $\beta_1$  pueden ser tomados como los valores asociados al bloque de whitney ( $\alpha_1 = 0.85$  y  $\beta_1$  del ACI-318-05). Si ocurre primero la ruptura de la platina FRP, el delaminamiento de la platina o el desprendimiento del sustrato de concreto ocurrirá, y el bloque equivalente de whitney dará un resultado razonablemente exacto.

Si el valor de C asumido no satisface el equilibrio, se procederá de manera iterativa hasta que el equilibrio sea satisfecho.

La resistencia nominal de la sección externamente reforzada con platinas FRP puede ser calculada a través de la ecuación (5.17) y un factor adicional de reducción  $\psi_p$  es aplicado a la contribución de la resistencia a flexión de la platina FRP. Se recomienda un valor para  $\psi_p = 0.85$ . Este factor de reducción para la contribución del refuerzo externo FRP está basado en el análisis de las

propiedades del material de refuerzo estadísticamente calibrado a través de ensayos.

$$M_n = A_s \cdot f_s \cdot d \cdot \left( \frac{\beta_1 \cdot c}{2} \right) + \psi_1 \cdot A_p \cdot f_{pe} \cdot \left( h \cdot \frac{\beta_1 \cdot c}{2} \right) \quad (5.17)$$

### 5.5.12 Longitud de Anclaje en extremo de vigas y Delaminación del extremo de la platina

El código ACI-440-08 especifica una longitud de anclaje mínima para la platina externa de refuerzo con la finalidad de evitar el tipo de fallas por desprendimiento de la platina en el extremo de la misma.

Para vigas simplemente apoyadas, se especifica que esta longitud mínima de anclaje, debe de extenderse mas allá de la grieta más cercana a los extremos apoyados de la viga en una longitud  $L_{dp}$ . Del mismo modo se indica que la ubicación de la grieta mas cercana a los apoyos se puede encontrar identificando el momento de demanda que tiene un valor igual al momento de agrietamiento de la sección de la viga.

Tambien se especifica en esta sección que:

- Cuando el cortante último en el extremo de la platina es menor o igual que  $2/3$  ( $V_u \leq 0.67V_c$ ) la platina deberá anclarse solo en el sustrato de concreto en una longitud  $L_{dp}$  mas allá de la ultima grieta. Así mismo, se indica que la longitud de anclaje  $L_{dp}$  debe calcularse según la expresión (5.18)

$$L_{dp} = \sqrt{\frac{n \cdot E_p \cdot t_p}{\sqrt{f_c}}} \quad (5.18)$$

- Cuando el cortante último en el extremo de la platina es mayor que  $2/3$  ( $V_u > 0.67V_c$ ) la platina a parte de anclarse una longitud  $L_{pd}$  en el sustrato de concreto, deberá tener un anclaje extra con un refuerzo transversal en forma de U, hecho con platinas o mantas de fibra de carbono FRP.

Así mismo, se especifica que el área del refuerzo transversal ( $A_{anclaje}$ ), puede ser determinada a través de la ecuación (5.19).

El área que podrá ser anclada con mantas de fibras de carbono FRP será  $A_{pAnclaje}$  puede ser determinado por:

$$A_{p\_Anclaje} = (A_p \cdot f_{pu})_{Longitudinal} / (E_p \cdot \kappa_v \cdot \varepsilon_{pu})_{Anclaje}$$

$$\kappa_v = \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot L_e}{11900 \cdot \varepsilon_{pu}} \quad L_e = \frac{2550}{(\eta_p \cdot t_p \cdot E_p)^{0.58}} \quad k_1 = \left(\frac{f_c}{27}\right)^{\frac{2}{3}} \quad k_2 = \frac{d_{fv} - 2 \cdot L_e}{d_{fv}}$$

Donde:

$A_p$ : Área del refuerzo externo de platina FRP de refuerzo longitudinal.

$f_{pu}$ : Esfuerzo último de la platina FRP de refuerzo longitudinal.

$E_p$ : Modulo de elasticidad de la manta FRP de anclaje.

$\varepsilon_{pu}$ : Deformación unitaria ultima de la manta FRP de anclaje.

$\kappa_v$  : coeficiente de reducción de adherencia, que es una función de la resistencia ultima del concreto, rigidez de la platina y tipo de manta usada para el anclaje.

$L_e$ : Longitud de adherencia mantenida, longitud en donde la adherencia es mantenida a través del anclaje con mantas FRP.

$\eta_p$ : Número de platinas a ser ancladas.

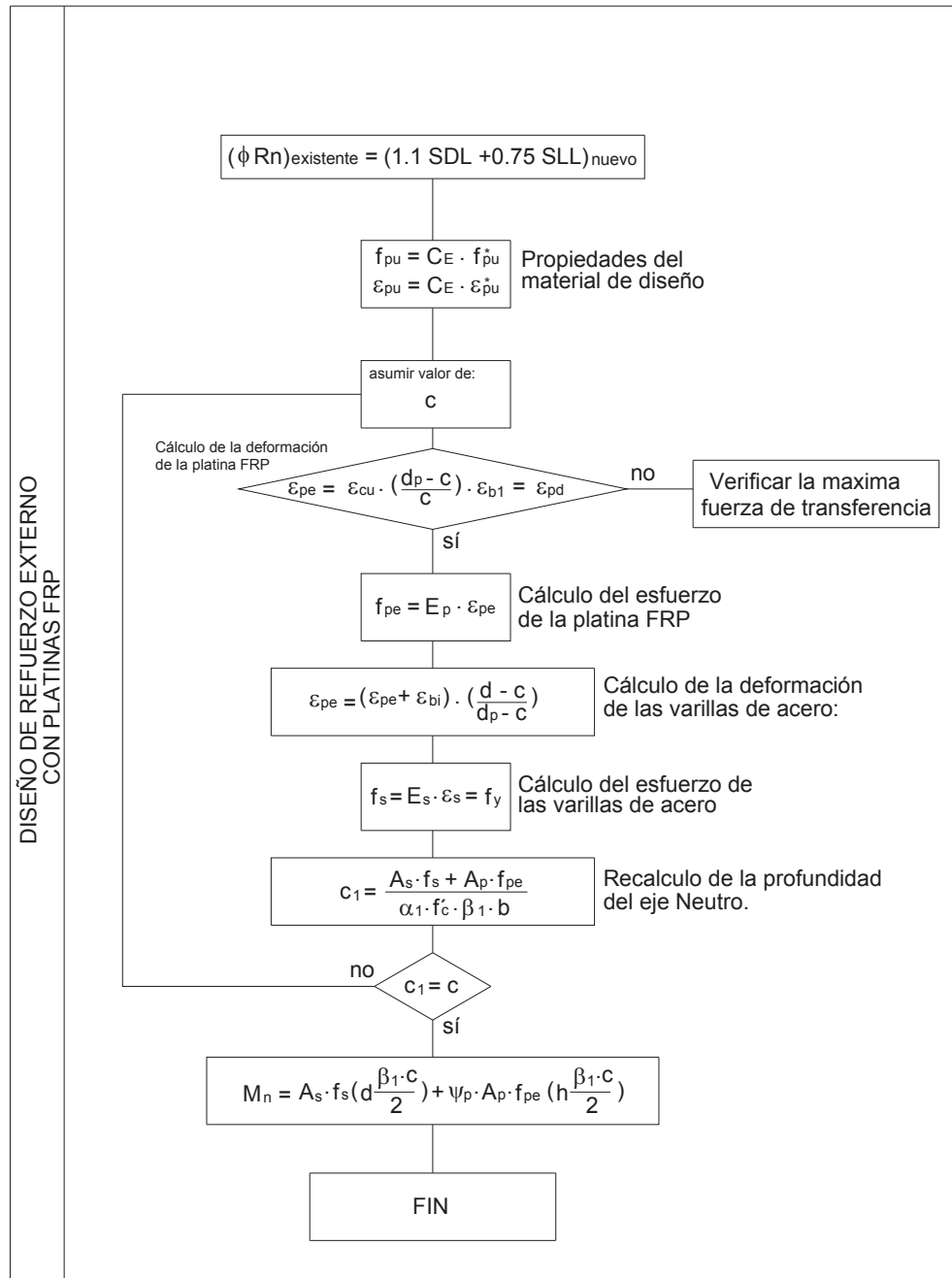
$f_c$ : Esfuerzo máximo en compresión del concreto

$d_{fv}$ : Peralte efectivo con refuerzo a corte proporcionado por el anclaje.

Para vigas continuas los extremos de la platina deben de extenderse  $d/2$  o 150mm más allá que el punto de inflexión de momentos (punto en el cual el momento flector es nulo). Para múltiples capas los puntos de terminación de las platinas debe de ser gradualmente con no más de 150mm entre los extremos de las platinas; del mismo modo la platina exterior deberá terminar a una distancia no menor que 150mm del punto de inflexión.

### 5.5.13 Metodología del reforzamiento de una viga reforzada externamente con platinas de fibra de carbono, según ACI-440-08

Figura 5.2 DIAGRAMA DE FLUJO PARA EL DISEÑO DEL REFORZAMIENTO DE UNA VIGA ACI-400-08





## 5.6 DAsfStb, Lineamientos para el reforzamiento de estructuras de concreto reforzado, con refuerzo externamente adherido de fibras de carbono – Código Alemán

### 5.6.1 Limites para el reforzamiento externo con platinas de fibras de carbono

En el código alemán, el límite del reforzamiento está en función de la capacidad a flexión de la sección antes del reforzamiento y de la sección reforzada. La capacidad de la sección reforzada no podrá ser mayor que dos veces la capacidad de la sección no reforzada.

$$\eta_B = \frac{M_{EdV}}{M_{Rd0}} \leq 2 \quad (5.19)$$

Donde:

$M_{EdV}$  : Momento de la sección Reforzada

$M_{Rd0}$ : Momento de la sección no reforzada

### 5.6.2 Propiedades para el diseño de los materiales

Debido a la exposición al medio ambiente varios agentes atmosféricos pueden reducir las propiedades de tensión, ruptura por creep y endurecimiento por fatiga de las platinas FRP. De este modo, se especifican valores de reducción para la resistencia de los materiales de las platinas FRP de fibras de carbono y el adhesivo.

$$\gamma_B = 1.5 \quad (5.20)$$

$$\gamma_L := 1.2 \quad (5.21)$$

Donde:

$\gamma_B$  : Factor de reducción en el adhesivo

$\gamma_L$  : Factor de reducción de la platina FRP

### 5.6.3 Límite para la deformación unitaria en la platina FRP

La consideración para establecer el tipo de falla por desprendimiento de la platina del sustrato de concreto que controlará el diseño del reforzamiento toma en cuenta la deformación unitaria de la platina  $\varepsilon_{Lk}$  a la cual el sustrato de concreto no puede sostener la fuerza de la platina FRP. El código alemán establece los valores para la máxima deformación unitaria en la platina en el reforzamiento.

Para  $\eta_B \leq 1.75$

$$\varepsilon_{Lk} = \min\left(5 \cdot \frac{f_{yk}}{E_s}, \frac{\varepsilon_{Luk}}{2}\right) \quad (5.22)$$

Para  $\eta_B > 1.75$

$$\varepsilon_{Lk} \leq \varepsilon_{yk} \cdot \frac{\gamma_L}{\gamma_s} \cdot \left[ \frac{k_s \cdot (1 - \beta)}{\frac{\eta_B}{\gamma E \cdot \gamma_s} + 1} \right] \cdot (\eta_B - 1) \quad (5.23)$$

Donde:

$\varepsilon_{Lk}$ : Deformación de la platina que controla la falla por desprendimiento de la platina.

$\varepsilon_{yk}$ : Deformación de fluencia del acero de refuerzo en la viga.

$f_{yk}$ : Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo.

$E_s$ : Modulo de elasticidad del acero de refuerzo

$\gamma_L$ : Factor de reducción de la resistencia de la platina.

$\gamma_s$ : Factor de reducción de la resistencia del acero de refuerzo.

$k_z$ : Relación de los brazos de palanca del refuerzo externo de platina FRP y el acero interno de refuerzo.  $K_z = z_L$  y  $z_s$ .

$z_L$ : Brazo de palanca de la platina externa de refuerzo FRP

$z_s$ : Brazo de palanca del acero interno de refuerzo.

$\beta$ :  $\beta = \varepsilon_{s0} / \varepsilon_{sy}$ , grado de deformación del acero de refuerzo que va mas allá de la fluencia para la condición de la sección reforzada.

$\varepsilon_{s0}$ : Deformación unitaria del acero interno de refuerzo en el reforzamiento.

$\varepsilon_{sy}$ : Deformación unitaria del acero interno del refuerzo en la fluencia.

$\varepsilon_{Luk}$ : Deformación última de la platina FRP de refuerzo externo.

Dentro del estado límite se asume la plena cooperación del acero interno y las platinas de refuerzo externo. El estado de deformación del acero y la platina FRP deberá de ser calculado suponiendo que la sección está agrietada.

Así mismo, el código alemán especifica dentro de sus lineamientos de que cuando las deformaciones unitarias no cumplan con los máximos permitidos por las formulas (5.22) y (5.23) se podrán determinar las fuerzas de transferencia de la platina en los tramos entre grietas de acuerdo a los estudiado en los capítulos 2 y 3 del presente trabajo de investigación.

#### 5.6.4 Fuerza de transferencia en el extremo de la platina y la longitud de anclaje en el extremo de la platina.

Las longitudes de anclaje en los extremos de la platina son las longitudes que van más allá de las grietas más cercanas a los apoyos de la viga y las fuerzas de transferencia en los anclajes,  $F_{Ed}$ , son las fuerzas en la platina en esas grietas. Así mismo, la ubicación de la grietas más cercanas a los apoyos serán determinadas al igualar los momentos de agrietamiento  $M_{cr}$  con los momentos de demanda.

Las fuerzas de transferencia  $T_k$  de diseño son determinadas por las ecuaciones (5.24) y (5.25) las cuales están en función de la fuerza de tracción en la platina  $F_{Ed}$ .

$$\text{En vigas:} \quad T_k \geq 1.5 F_{Ed} \quad (5.24)$$

$$\text{En losas:} \quad T_k \geq 1.5 F_{Ed} \quad (5.25)$$

Por otro lado especifican que la longitud de anclaje  $L_k$  y la fuerza de transferencia  $T_k$  y serán determinadas a través de las ecuaciones (5.26) y (5.27).

$$L_L = L_{Lm\acute{a}x} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{T_k}{T_{km\acute{a}x}}} \right) \quad (5.26)$$

$$(5.27)$$

$$T_k = T_{km\acute{a}x} \cdot \frac{L_L}{L_{Lm\acute{a}x}} \cdot \left( 2 - \frac{L_L}{L_{Lm\acute{a}x}} \right)$$

Donde:

$L_L$ : Longitud de anclaje que resista una fuerza de transferencia  $T_k$ .

$T_k$ : Fuerza de transferencia en el anclaje

$L_{Lm\acute{a}x}$ : Máxima longitud de anclaje.

$T_{km\acute{a}x}$ : Máxima fuerza de transferencia.

Así mismo, el código alemán especifica las formulaciones (5.28) y (5.29) para la determinación de la máxima fuerza de transferencia y la máxima longitud de anclaje  $L_{Lm\acute{a}x}$ , las cuales están en función de las propiedades de los materiales y dimensiones de los mismos.

$$T_{km\acute{a}x} = 0.24 \cdot b_L \cdot \sqrt{E_{Lk} \cdot t_L} \cdot \sqrt{f_{cm} \cdot f_{ctm}} \quad (5.28)$$

$$L_{Lm\acute{a}x} = 1.4 \cdot \sqrt{\frac{(E_{Lk} \cdot t_L)}{\sqrt{f_{cm} \cdot f_{ctm}}}} \quad (5.29)$$

Donde:

$T_{kmax}$ : Fuerza máxima de transferencia de en el extremo de la platina.

$E_{Lk}$ : Módulo de elasticidad de la platina

$b_L$ : ancho de la platina de concreto.

$t_L$ : espesor de la platina

$f_{cm}$ : Esfuerzo de rotura de concreto en compresión

$f_{ctm}$ : Esfuerzo de tracción del concreto.

$L_{Lmax}$ : Longitud máxima de transferencia de la platina en el sustrato de concreto.

El código alemán, así mismo, especifica que el uso de anclajes transversales en los extremos de la platina, aumenta la fuerza de transferencia en este tramo ya que se brinda un incremento de la resistencia a tracción del concreto. Estos anclajes transversales pueden ser hechos con mantas o platinas FRP en forma de U en los extremos de la platina externa de refuerzo.

**5.6.5 Metodología del reforzamiento de una viga reforzada externamente con platinas de fibra de carbono según código Alemán.**

Figura 5.3 DIAGRAMA DE FLUJO PARA EL DISEÑO DEL REFORZAMIENTO DE UNA VIGA – DasfStb

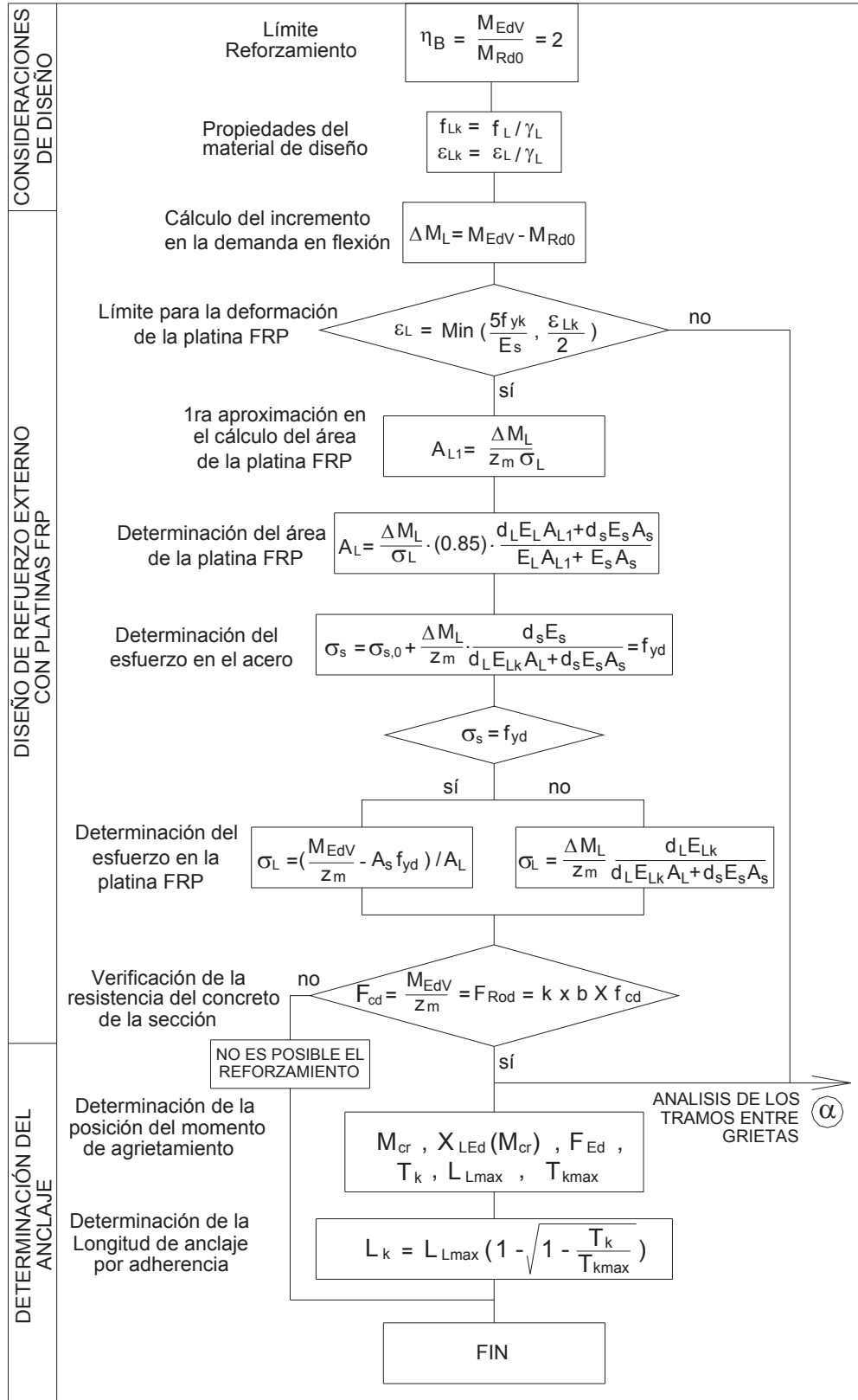
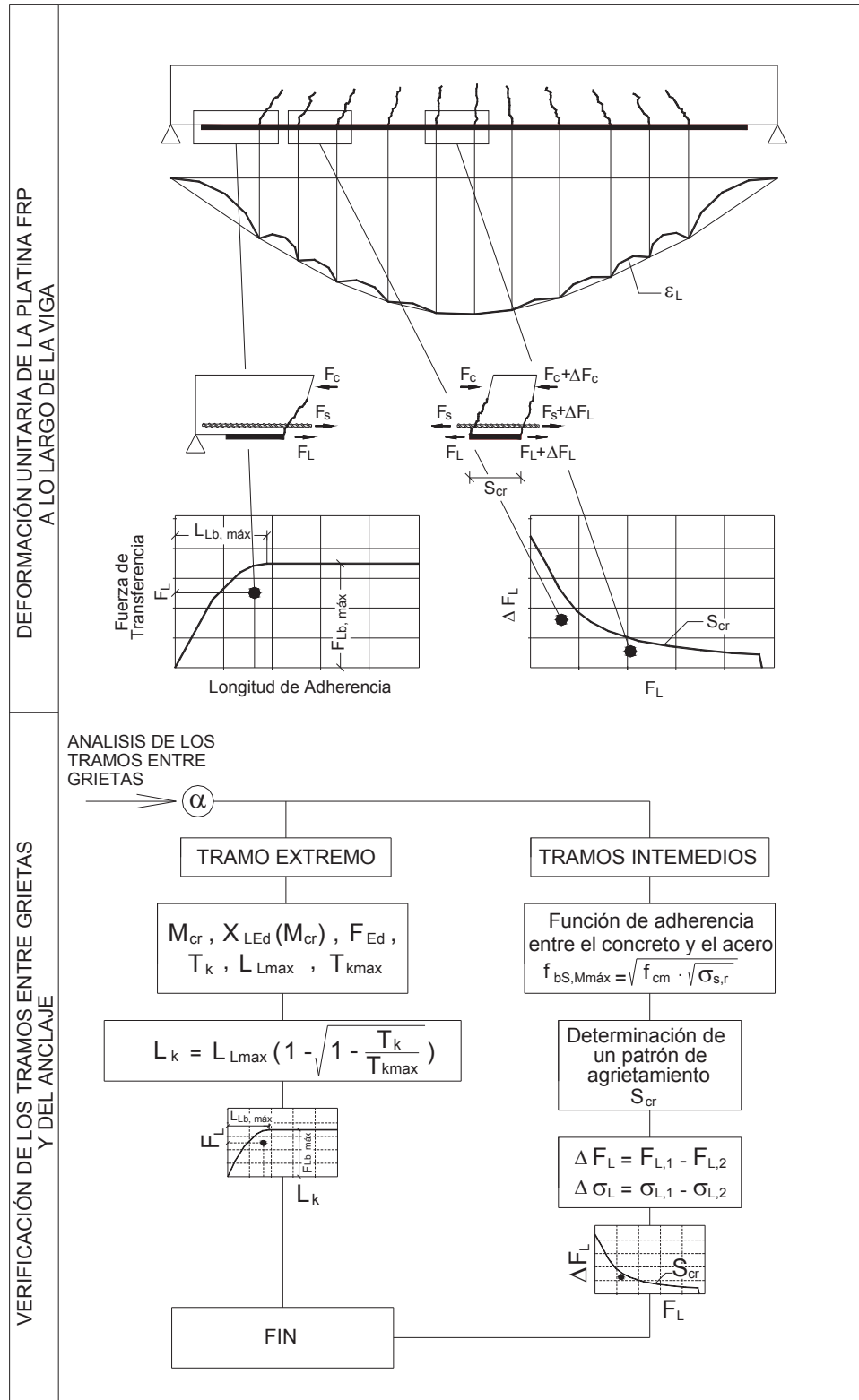


DIAGRAMA DE FLUJO PARA EL DISEÑO DEL REFORZAMIENTO DE UNA VIGA – DasfStb



### 5.6.6 Otras consideraciones del código alemán

El código alemán, considera que para el mejoramiento del refuerzo externo con platinas de fibra de carbono se puede usar, como se indico anteriormente, refuerzo transversal hecho con mantas o refuerzo transversal de fibra de carbono FRP. Este refuerzo puede ser colocado en los tramos entre grietas de modo de incrementar la fuerza de transferencia en los tramos entre grietas a través del incremento del desplazamiento relativo entre la platina FRP y el sustrato de concreto.

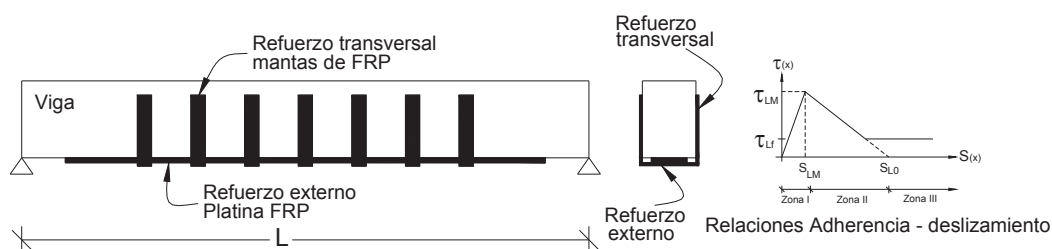


Figura 5.4 Refuerzo transversal para el incremento de la adherencia entre la platina FRP y el sustrato de concreto.

Del mismo modo, este código recomienda como se manifestó anteriormente, que el uso de refuerzo transversal de anclaje mejora el comportamiento ya que contrarresta el esfuerzo normal en los extremos de la platina de fibra carbono FRP.

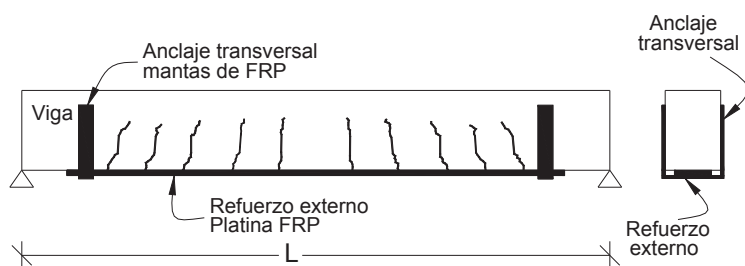


Figura 5.5 Anclaje transversal para el incremento del anclaje en los extremos de la platina FRP en una viga reforzada.

Estas formas de reforzamiento transversal aumentan la adherencia entre la platina de refuerzo externo y el sustrato de concreto en los tramos entre grietas; así mismo, previenen la falla en los extremos de la platina. Sin embargo, mas investigación debe de ser realizada en este sentido para evitar el tipo de falla por desprendimiento del refuerzo externo del sustrato de concreto (debonding) en vigas reforzadas externamente con platinas de fibras de carbono FRP.

## CAPITULO 6

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El uso de platinas o láminas de fibra de carbono FRP para el reforzamiento o rehabilitación de estructuras de concreto armado ha ganado una aceptación generalizada, gracias a las investigaciones que se vienen realizando en esa materia en los últimos años alrededor del mundo; sin embargo el aumento significativo de la resistencia que puede ser alcanzada por la aplicación por adherencia de estos materiales es limitado por algunas fallas prematuras que involucran el desprendimiento de este refuerzo externo del sustrato de concreto.

El principal objetivo del presente estudio ha sido el análisis de la transferencia de esfuerzos entre el concreto y las platinas o laminas de fibras de carbono utilizados como refuerzo externo en vigas de concreto armado y la comprobación de los tipos de falla de forma experimental.

#### 6.1 CONCLUSIONES

##### 6.1.1 Conclusiones del análisis de la comportamiento de la interfase en un espécimen sujeto a cortante puro.

1. Ha sido posible obtener la distribución del esfuerzo cortante en la interfase y esfuerzo axial en la platina o lámina FRP a través de un modelo de esfuerzo cortante – deslizamiento o desplazamiento relativo en la solución de la ecuación diferencial de Volkersen (1938).
2. El proceso de desprendimiento de la platina o lamina FRP comienza en el extremo cargado de la platina y se propaga hacia el extremo libre de la platina. Al inicio, mientras se incrementa la carga aplicada la interfase tiene un comportamiento lineal elástico.
3. Una vez que el esfuerzo cortante máximo  $\tau_{LM}$  alcanza el extremo cargado de la platina, aparecen microgrietas entre el punto de aplicación de la carga y el punto correspondiente al esfuerzo cortante



máximo (estado 2). En esta área el esfuerzo de transferencia todavía es posible.

4. Con el incremento de la carga aplicada, el punto de máximo esfuerzo cortante  $\tau_{LM}$  se mueve hacia el extremo libre de la platina. En longitudes de adherencia largas el máximo desplazamiento relativo  $s_{LO}$  es alcanzado en el extremo cargado de la platina antes de que el punto de máximo esfuerzo cortante  $s_{LM}$  alcance el extremo libre de la platina. Por el contrario, en una longitud de adherencia corta, el máximo esfuerzo cortante  $\tau_{LM}$  alcanza el extremo libre de la platina antes el extremo cargado alcance el desplazamiento máximo relativo  $s_{LO}$ . La distancia para cuando el esfuerzo cortante máximo alcance el extremo libre de la platina mientras el extremo cargado alcance el máximo desplazamiento relativo  $s_{LO}$  se le denomina la longitud límite entre las longitudes de adherencia cortas y largas. En adición a esto, la longitud límite entre las longitudes de adherencia cortas y largas se le puede definir como la longitud desde la cual en aumento en la carga aplicada no implica un aumento en la fuerza de transferencia.
5. En una longitud de adherencia larga, una macrogrieta aparece cuando el máximo desplazamiento relativo  $s_{LO}$  alcance el extremo cargado de la platina (estado 3a). A medida que el desprendimiento de la platina se desarrolla, una macrogrieta se propaga desde el extremo cargado hacia el extremo libre de la platina y la fuerza de transferencia decrece. Cuando el punto de máximo esfuerzo cortante  $s_{LM}$  alcance el extremo libre de la platina el estado 3b se inicia. La longitud de la macrogrieta permanece constante e igual a la longitud límite entre las longitudes de adherencia cortas y largas. Luego la distribución del esfuerzo cortante empieza a decrecer hasta cero en toda la longitud adherida remanente. Finalmente el esfuerzo cortante cero es alcanzado en todos los puntos en el mismo instante y en ese punto toda la longitud adherida se desprende de forma repentina.
6. En una longitud de adherencia corta, una vez que el punto de máximo esfuerzo cortante  $s_{LM}$  alcance el extremo libre de la platina el estado 2b comienza. La distribución del esfuerzo cortante empieza a decrecer a lo largo de toda la longitud adherida remanente hasta

alcanzar un valor de cero en el mismo instante. En este instante la platina se desprende del concreto de forma repentina. Desde que la fuerza de transferencia es la integral de los esfuerzos cortantes en toda la longitud adherida, este disminuye del mismo modo.

7. Para longitudes de adherencia largas, la máxima fuerza de transferencia ocurre justo antes de que la macrogrieta se desarrolle en la interfase. Esto se da en el límite entre los estados 2 y 3a. Para longitudes de adherencia cortas, la máxima fuerza de transferencia ocurre cuando el punto de máximo esfuerzo cortante  $s_{LM}$  alcance el extremo libre de la platina (al comienzo del estado 2b).
8. Para longitudes de adherencia largas y longitudes de adherencia cortas la máxima fuerza de transferencia puede ser escrita en función de la energía de fractura, dado por el área debajo de la curva de esfuerzo cortante-desplazamiento relativo.
9. La aplicación de desarrollo de modelos requiere una definición de tres parámetros los cuales son el máximo esfuerzo cortante y las energías de fractura de las zonas I y II de la curva de esfuerzo cortante-desplazamiento relativo. Todas estas variables son función mayormente de las propiedades del concreto y del adhesivo.

### **6.1.2 Conclusiones del análisis de la comportamiento de la interfase en una viga agrietada sujeta a cargas transversales.**

10. La solución de la ecuación diferencial en el tramo elástico lineal de la curva de esfuerzo cortante - desplazamiento relativo es similar a la desarrollada por Malek et al (1992) y mostrada en el capítulo I.
11. Según lo desarrollado en el capítulo 3, aplicando apropiadas condiciones de borde, se pueden calcular las distribuciones del cortante intersticial, esfuerzo axial en la platina, así como el desplazamiento relativo entre la platina y el soporte de concreto a lo largo de toda la viga para diferentes niveles de carga.

12. Así mismo, el desarrollo de la formulación del capítulo 3 ayuda a entender la propagación de la grieta intersticial. Sin embargo, un simple procedimiento para predecir la falla por desprendimiento de la platina en la debe de ser derivado con propósitos de diseño.
13. En el caso de flexión pura, el esfuerzo cortante entre dos grietas consecutivas no son requeridas para establecer el equilibrio, el cual es generadao exclusivamente por la tensión de la platina. La distribución del esfuerzo cortante intersticial es simétrica con respecto al punto medio del tramo entre grietas. Desde que no hay diferencia en el esfuerzo axial en la platina entre los extremos del tramo entre grietas, la fuerza de transferencia entre estos puntos es cero; siendo aun, diferente de cero entre un extremo de tramo entre grietas y el punto medio del mismo tramo.
14. Cuando hay fuerzas transversales anctuando en el tramo entre grietas, el esfuerzo cortante es necesario para el equilibrio y la compatibilidad de deformaciones. Del mismo modo, no se observa simetría en las distribuciones del esfuerzo cortante en la interfase y esfuerzo axial en la platina.
15. En el tramo entre dos grietas consecutivas, el proceso de desprendimiento de la platina se propaga desde los extremos de los tramos entre grietas hacia el punto de esfuerzo cortante nulo el cual esta posicionado al interior del tramo entre grietas. Inicialmente, la interfase en el tramo entre grietas por flexión o cortante tiene un comportamiento lineal elástico (estado 1). Una vez que el esfuerzo cortante máximo es alcanzado en uno de los extremos del tramo, parte de la interfase estará en la rama descendente de la curva de esfuerzo cortante – desplazamiento relativo (zona II) y microgrietas aparecerán entre el máximo esfuerzo cortante y la grieta mas cercana (estado 2a.1 y 2a.2); mientras que la longitud la longitud adherida remanente se comportará de forma elástica y lineal.
16. A medida que la fuerza aplicada aumenta, el esfuerzo cortante máximo se moverá hacia la grieta menos cargada y la longitud de la interfase en la zona II crecerá.

17. En un caso general, el desprendimiento de la platina en un tramo entre dos grietas  $i$  y  $j$  es iniciado cuando el máximo desplazamiento relativo  $s_{L0}$  es alcanzado en la grieta mas cargada, grieta  $j$ . Luego una macrogrieta se abrirá en la interfase y se propagará hacia la grieta menos cargada, grieta  $i$  (estado 3A). El desprendimiento no ocurrirá hasta que el máximo desplazamiento  $s_{L0}$  alcance la grieta menos cargada.
18. Si el máximo esfuerzo cortante alcanza la grieta menos cargada antes de que el máximo desplazamiento alcance la grieta  $j$ , la distancia entre grietas es conocida como una distancia de adherencia corta entre grietas. En una usual situación de carga controlada, cuando el máximo esfuerzo cortante alcance la grieta menos cargada la platina repentinamente se desprenderá del soporte de concreto (estado 2b).
19. Mientras la macrogrieta este creciendo durante el estado 3a en una longitud de adherencia larga, el máximo esfuerzo cortante puede alcanzar la grieta  $i$ .
20. Para distancias de adherencia cortas entre grietas, la máxima fuerza de transferencia es alcanzada cuando el máximo esfuerzo cortante alcanza la grieta  $i$ . en este punto, en este punto el esfuerzo cortante es transferido a largo de toda la distancia entre grietas.
21. Para distancias de adherencia largas entre grietas, la máxima fuerza de transferencia es alcanzada cuando la máxima fuerza de transferencia alcanza la grieta  $i$ , lo cual ocurre comúnmente al inicio del estado 3b. En este caso, una macrogrieta ya ha aparecido y se ha propagado durante el estado 3a. De este modo, la transferencia del esfuerzo cortante solo es posible a lo largo de la longitud adherida remanente igual a la longitud limite entre la distancias entre grietas cortas y largas.
22. La descripción del proceso de desprendimiento a lo largo de la distancia entre el extremo de la platina y la grieta mas cercana es similar al del caso del espécimen sujeto a cortante puro.

### 6.1.3 Conclusiones de los resultados experimentales de los ensayos en especímenes sujetos a cortante puro.

23. El resultado del espécimen de concreto, con dos platinas adheridas de fibra de carbono FRP del sistema Sika Carbodur, sujeto a cortante puro fue fallido debido a un desprendimiento prematuro de una de las platinas a una nivel del 20% de la calculada como fuerza máxima de transferencia del espécimen. De este ensayo no fue posible establecer valores para el esfuerzo cortante máximo  $\tau_{LM}$ , ni para los desplazamientos relativos necesarios,  $s_{LM}$  y  $s_{LO}$ , para establecer alguna curva de esfuerzo cortante-desplazamiento relativo.
24. El resultado del ensayo de un espécimen con dos láminas de fibras de carbono FRP del sistema MBrace sujeto a cortante puro fue fallido debido a una mala colocación de una de las láminas FRP. Se colocó adhesivo fuera del área de adherencia lo cual condujo a un endurecimiento de la lámina de fibra de carbono y la consecuente falla para valores de carga muy por debajo de la calculada para este ensayo. De este ensayo tampoco se pudo obtener los parámetros para establecer alguna curva de esfuerzo cortante-desplazamiento relativo.

### 6.1.4 Conclusiones de los resultados experimentales de los ensayos en vigas de concreto armado sujetas a cargas transversales.

25. La viga de control destinada para conocer la capacidad máxima de carga de las vigas tipo 1, con una cuantía en tracción del orden de 0.9% compuesto por dos varillas de 3/4", mostro una capacidad de carga del orden de 117kN-m y un momento último en el centro del claro de la viga del orden de 42.8kN-m. el tipo de falla que experimento fue por rotura del recubrimiento en compresión del concreto. Esta viga se comporto de forma ductil luego de la fluencia del acero.

26. Las vigas 1A y 1B con el mismo refuerzo en tracción que la viga de control fueron agrietadas previamente al ensayo por carga ultima.
27. La viga 1A, reforzada externamente con una platina de carbono del sistema Sika Carbodur, mostro una capacidad de carga del orden de 148.9kN correspondiente a un momento máximo al centro del claro de la viga del orden de 53.9kN-m.

La viga 1A presento la formación de nuevo agrietamiento durante el incremento de carga durante el ensayo a carga ultima.

La falla que experimento esta viga fue de desprendimiento de la platina en el tercio central de la viga, la cual se extendió hacia el extremo del platina adherida a la viga.

Del ensayo se ha podido observar que las deformaciones unitarias y esfuerzos axiales de la platina son mayores en los extremos de los tramos entre grietas y disminuyen hacia el centro del tramo, tal y como se ha estimado teóricamente en el capítulo 3. Sin embargo, es importante recalcar que para niveles inferiores a la falla, el nuevo agrietamiento ocasionó variaciones en la distribución de los esfuerzos axiales. Las deformaciones unitarias en la falla han sido del orden de 0.0045.

El esfuerzo cortante en los dos tramos estudiados han mostrado los estados 1 y 2a estudiados en el capítulo 3. El esfuerzo máximo calculado de las curvas de esfuerzo cortante es del orden entre los 3.5MPa y 5.0MPa. Sin embargo, es importante aquí también recalcar, que debido al nuevo agrietamiento para niveles inferiores a la falla se origina una nueva redistribución de los esfuerzos cortantes una vez que la nueva grieta alcanza la superficie inferior del concreto.

28. La viga 1B, reforzada externamente con una lámina de fibra de carbono del sistema MBrace, mostro una capacidad de carga del orden de 196kN correspondiente a un momento máximo al centro del claro de la viga del orden de 71.05kN-m.

Esta viga no conto con una disposición de dispositivos, strain gauges, para medir la deformación unitaria, por lo cual no se ha podido observar la distribución de esfuerzos cortantes ni esfuerzos axiales en la platina de fibra de carbono.

El tipo de falla que experimento esta viga fue por el desprendimiento de la platina en uno de los extremos de la misma (conocido en el idioma inglés como cover delamination). Este desprendimiento de la lámina conllevó el recubrimiento inferior de la viga dejando el acero interno de refuerzo expuesto.

- 29.** De los resultados de la viga de control y las vigas 1A y 1B con el mismo refuerzo en tracción se ha observado que el reforzamiento es efectivo ya que se ha conseguido aumentar la capacidad de carga en un 26.5% desde los 117kN hasta los 148kN en el sistema de Sika Carbodur, y un 67.5% desde los 117kN hasta los 196kN en el sistema Mbrace.

Es importante recalcar que en ambas vigas el área de refuerzo externo ha sido similar desde que la platina del sistema Sika Carbodur de 100m de ancho tenía un espesor del 1.2mm; mientras que la lámina del sistema Mbrace de 25cm de ancho tenía un espesor de 0.33mm. De aquí se puede denotar que el área de adherencia juega un papel importante a la hora de reforzar ya que como se ha podido observar en la falla de ambas vigas lo que ha fallado es el concreto y no el adhesivo ni la platina o lamina de fibra de carbono.

- 30.** La viga 2A, reforzada externamente con una platina de carbono del sistema Sika Carbodur, mostro una capacidad de carga del orden de 152.8kN correspondiente a un momento máximo al centro del claro de la viga del orden de 55.4kN-m.

La viga 2A, presento, también, la formación de nuevo agrietamiento durante el incremento de carga durante el ensayo a carga ultima.

La falla que experimento esta viga, al igual que la viga 1A, fue de desprendimiento de la platina en la zona cercana a la aplicación de la carga (debonding en el tercio central de la viga), la cual se extendió hacia el extremo del platina adherida a la viga.

Del ensayo se ha podido observar que la distribución de la deformación unitaria y esfuerzos axiales en la platina son mayores al centro de la viga y disminuye en dirección hacia los extremos de la viga. Así mismo, en los dos tramos entre grietas estudiados las deformaciones unitarias y esfuerzos axiales de la platina han sido mayores en los extremos de los tramos entre grietas y disminuyen hacia los centros de los tramos. Sin embargo, en este ensayo se ha podido corroborar que para niveles inferiores a la falla el nuevo agrietamiento ocasionó variaciones en la distribución de los esfuerzos axiales. Las deformaciones unitarias en la falla han sido del orden de 0.005.

El esfuerzo cortante en los dos tramos estudiados han mostrado los estados 1 y 2a estudiados en el capítulo 3. El esfuerzo máximo calculado de las curvas de esfuerzo cortante es del orden entre los 3.2MPa y 5.0MPa. Aquí también, se ha podido corroborar que, debido al nuevo agrietamiento para niveles inferiores a la falla, se ha presentado una nueva redistribución de los esfuerzos cortantes una vez que la nueva grieta alcanza la superficie inferior del concreto.

31. La viga 2B, reforzada externamente con una lámina de carbono del sistema Mbrace, mostró una capacidad de carga del orden de 168kN correspondiente a un momento máximo al centro del claro de la viga del orden de 63kN-m.

La viga 2B, presentó, también, la formación de nuevo agrietamiento durante el incremento de carga durante el ensayo a carga ultima.

El tipo de falla que experimento esta viga fue de desprendimiento de la platina en uno de los extremos de la misma del mismo modo que la viga 1B. Este desprendimiento de la lámina conllevó el



recubrimiento inferior de la viga dejando el acero interno de refuerzo expuesto.

Del procesamiento de la información del ensayo se ha podido observar que la distribución de la deformación unitaria y esfuerzos axiales en la platina son mayores al centro de la viga y disminuye en dirección hacia los extremos de la viga al igual que en los casos de las vigas 1A y 2A. Así mismo, en los dos tramos entre grietas estudiados las deformaciones unitarias y esfuerzos axiales de la platina han sido mayores en los extremos de los tramos entre grietas y disminuyen hacia el centro del tramo. Las deformaciones unitarias en la falla han sido del orden de 0.006.

El esfuerzo cortante en los dos tramos estudiados han mostrado los estados 1 y 2a estudiados en el capítulo 3 en solo uno de ellos; mientras que en el otro tramo se muestra confuso. El esfuerzo máximo calculado de las curvas de esfuerzo cortante es del orden entre los 3.2MPa. Aquí también se ha podido corroborar que, debido al nuevo agrietamiento para niveles inferiores a la falla, se ha presentado una nueva redistribución de los esfuerzos cortantes una vez que la nueva grieta alcanza la superficie inferior del concreto.

- 32.** En los casos de las vigas 1A, 2A y 2B , una de las cuales han experimentado un tipo de falla en el extremo de la lámina FRP y las otras dos experimentaron fallas en el tercio central de la viga tuvieron deformaciones unitarias al centro del claro del orden de entre 0.0045 y 0.006 mucho menores que la deformación última del refuerzo externo del orden de 0.016 y 0.017 obtenidas de los ensayos y corroboradas por los fabricantes.
- 33.** Las vigas 3A, 3B y 3C ensayadas tuvieron el mismo refuerzo de acero en tracción y el mismo refuerzo externo compuesto por una lamina FRP de fibra de carbono. Sin embargo; las vigas 3A y 3C fueron preagrietadas mientras que la viga 3B no tuvo agrietamiento previo. Adicionalmente solo la viga 3C tubo un refuerzo extra a modo de anclaje con fibra de carbono en los extremos de la viga. También

se debe de indicar que para estas tres vigas no se dispusieron dispositivos de medición de deformaciones unitarias strain gauges.

34. Los resultados de los ensayos mostraron que la viga 3A, preagrietada, mostro una capacidad de carga del orden de 170kN. Mientras que la viga 3B sin agrietamiento previo alcanzo una carga ultima de 138kN. De este modo queda determinado que el esfuerzo cortante por adherencia se distribuye en los tramos entre grietas dando mayor capacidad de carga a la viga.

En ambos casos la falla fue por desprendimiento de la lámina de fibra de carbono en los extremos de la lámina de igual forma que en los casos de las vigas 1B y 2B.

35. Por otro lado, los resultados experimentales del ensayo de la viga 3C, mostraron que esta alcanzo una carga máxima de 178.7Kn . De este ensayo se ha podido visualizar que el anclaje externo dotó a esta viga de 8.7kN mas de carga que en el caso de la viga 3A con el mismo refuerzo interno y externo por flexión.

Este caso la falla ocurrio en el extremo de la viga como en los otras vigas de este grupo 3; sin embargo debido a que el refuerzo del anclaje envolvía la superficie inferior y laterales de la viga esta experimento el desprendimiento de los lados laterales del anclaje con el recubrimiento lateral de la viga. Este desprendimiento del anclaje de la viga, otra vez conllevo el recubrimiento lateral de la viga dejando el refuerzo interno de la viga al descubierto. Del mismo modo que en las vigas 3A y 3B, la falla del elemento estructural se debio al concreto y no al adhesivo ni la lámina de fibra de carbono.

36. En todos los ensayos, salvo la viga de control, se ha presentado nuevo agrietamiento durante la aplicación de la carga ultima que origina un cambio en la distribución del esfuerzo cortante en la interfase y por ende la fuerza de transferencia. Este nuevo agrietamiento es producto de deslizamientos relativos entre el acero interno de refuerzo y el concreto los cuales no han sido considerados en la formulaciones hechas en los capítulos 2 y 3.

### 6.1.5 Conclusiones la revisión de los códigos ACI-440-80 de Estados Unidos y DAfStb del comité de concreto estructural de Alemania

37. El código ACI de los estados unidos, plantea los lineamientos para el reforzamiento externo de vigas con platinas de fibras de carbono FRP, asumiendo las consideraciones tradicionales para vigas de concreto armado; Sin embargo, estos reforzamientos son limitados por las nuevas cargas de demanda. En este sentido la resistencia a flexión de la sección antes del reforzamiento podrá soportar el 130% de la nueva carga muerta y el 75% de la nueva carga viva. Del mismo modo, se limitan las deformaciones unitarias en la platina con la finalidad de evitar el desprendimiento de la platina del sustrato de concreto.

En esta guía para el diseño se especifican las formulaciones para la distancia y la fuerza en los extremos anclados de las platinas.

Así mismo, estas guías recomiendan el uso de anclaje transversal en los extremos del refuerzo externo una vez que el cortante ultimo de demanda es mayor de 0.67 veces el cortante del concreto en la viga.

38. El DAfStb del comité de concreto estructura de Alemania, plantea los lineamientos para el reforzamiento externo con platinas de fibras de carbono FRP, asumiendo las consideraciones tradicionales para el diseño de vigas de concreto; sin embargo estos reforzamientos son limitados por el momento ultimo de demanda, el cual no deberá de ser mayor que dos veces el momento de demanda de la sección antes del reforzamiento. Del mismo modo, se limitan las deformaciones unitarias de la platina con la finalidad de evitar el desprendimiento de la platina del sustrato de concreto.

En estas guías de diseño se especifican las distancias y fuerzas de anclaje en los extremos de la viga.

El comité alemán de concreto estructural, también indica que para el diseño de vigas externamente reforzadas con platinas FRP también

se puede considerar que existe un desplazamiento relativo entre la platina de fibra de carbono FRP y el sustrato de concreto, esto quiere decir que se puede considerar la teoría desarrollada en los capítulos 2 y 3. De este modo, se recomienda asumir un patrón de agrietamiento en la viga reforzada y analizar las fuerzas de transferencia máximas transmitidas en la interfase en los tramos entre grietas y en el tramo extremo entre la última grieta y el extremo de la platina.

Este comité, también sugiere el uso de refuerzo transversal para incrementar la adherencia entre el concreto y la platina de refuerzo.

## 6.2 RECOMENDACIONES

El autor de la presente tesis cree que la teoría desarrollada en el presente estudio nos acerca al real comportamiento de las vigas de concreto reforzado extremadamente con platinas de fibras de carbono; sin embargo, todavía quedan muchas preguntas por responder, e investigaciones futuras en este campo deberían focalizarse en los que a continuación se describe:

1. La clave está en el continuo soporte científico de la mecánica de materiales relacionada con el fenómeno de desprendimiento de las platinas o láminas del soporte de concreto de modo encontrar una solución que prevenga este tipo de fallas prematuras para poder tomar ventaja de las altas resistencias de estos materiales de fibras de carbono.
2. Más investigaciones deben de ser realizadas en el cálculo de la fuerza de transferencia en tramos entre grietas debido a que los nuevos agrietamientos observados durante los ensayos por carga última cambian de forma súbita la distribución de esfuerzos cortantes en la interfase.
3. La introducción de la adherencia entre el acero interno de refuerzo y el concreto debe de ser estudiada para su posterior consideración en la

descripción del fenómeno de desprendimiento de las platinas o laminas de fibras de carbono.

4. Ensayos como el de la viga 3C del presente estudio han mostrado que el uso de anclajes externos retrasan la aparición del fenómeno de desprendimiento de la platina en los extremos; sin embargo, el efecto de estos dispositivos en la formulación descrita en los capítulos 2 y 3 debe de ser realizada.
5. El uso de anclajes transversales en los reforzamientos de vigas han mostrado ser efectivas y los códigos de estados unidos y Alemania lo tienen entre sus recomendaciones debido a que evitan las fallas por desprendimiento de la platina en los extremos. En ese sentido más investigaciones deben de ser realizadas con la finalidad de entender como este refuerzo transversal ejerce un empuje vertical que contrarresta el efecto de Peeling en la platina.
6. El código alemán DAfStb del comité de concreto estructural, recomienda el uso de refuerzo transversal en los tramos entre grietas ya que aumenta la adherencia entre la platina y el sustrato de concreto durante la aplicación de las cargas. En ese sentido mas estudios deben de ser realizado.

## BIBLIOGRAFÍA

ACI Committee 440, (2008), Guide for the Design and Construction of externally Bonded FRP systems for Strengthening Concrete Structures,” American Concrete Institute, Detroit, Michigan, 68 pp.

Ahmed, O., Van Gemert, D., Vandewalle, L. (2001). “Improved model for plate-end shear of CFRP strengthened RC beams”, Cement & Concrete Composites, Vol. 23 (2001), pp. 3-19.

Alarcón, A. (2002). “Estudio teórico-experimental sobre la reparación y refuerzo de puentes de dovelas con fibras de carbono”, Thesis, Departament Enginyeria de la Construcció, Universitat Politècnica de Catalunya, Spain, 2002.

Ali, M., Oelhers, D. J., Bradford, M., A. (2001). “Shear Peeling of Steel Plates Bonded to Tension Faces of RC Beams”, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 127 (12), pp. 1453-1459.

Almusallam, T. H., Al-Salloum, Y. A. (2001). “Ultimate strength prediction for RC beams externally strengthened by composite materials”, Composites Part B: engineering, Vol. 32 (2001), pp. 609-619.

Anderson, T. L. (1991). Fracture Mechanics. Fundamentals and applications, CRC, USA, pp. 793.

Arduini, M., Nanni, A. (1997). “Behavior of Precracked RC Beams Strengthened with Carbon FRP Sheets”, Journal of Composites for Construction, ASCE, Vol. 1 (2), pp. 63-70.

Arduini, M., Tommaso A. D., Nanni, A. (1997). “Brittle Failure in FRP Plate and Sheet Bonded Beams”, ACI Structural Journal, Vol. 94 (4), pp. 363-370.

Beber, A. J., Filho, A. C., Campagnolo, J. L. (1999). “Flexural Strengthening of R/C Beams with CFRP Sheets”, Proceedings of the Conference Structural Faults and Repair 99, London, England.

Bizindavyi, L., Neale, K. W. (1999). “Transfer Lengths and Bond Strengths for Composites Bonded to Concrete”, Journal of Composites for Construction, ASCE, Vol. 3 (4), pp. 153-160.

Breña, S. F., Bramblett, R. M., Wood, S. L., Kreger, M. E. (2003). “Increasing Flexural Capacity of Reinforced Concrete Beams Using Carbon Fiber-Reinforced Polymer Composites”, ACI Structural Journal, Vol. 100 (1), pp. 36-46.

Brosens, K., Van Gemert, D. (1997). “Anchoring stresses between concrete and carbon fibre reinforced laminates”, Proceedings 3rd International Symposium of Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures, edited by Japan Concrete Institute, Sapporo, Japan, pp. 271-278.

Brosens, K., Van Gemert, D. (1998). “Plate end shear design for external CFRP laminates”, Proceedings of the Conference Fracture Mechanics of Concrete Structures FRAMCOS-3, edited by Aedificatio Publishers, Freiburg, Germany, pp. 1793-1804.

Brosens, K. (2001). "Anchorage of externally bonded steel plates and CFRP laminates for the strengthening of concrete elements", Thesis, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium, 2001.

Buyukozturk, O., Hearing, B. (1998). "Failure Behavior of Precracked Concrete Beams Retrofitted with FRP", *Journal of Composites for Construction*, ASCE, Vol. 2 (3), pp. 138-144. *References R-3*.

CEB-FIP (1990). "Código Modelo CEB-FIP 1990 para hormigón estructural", (E-4), Traducción Española de GEHO, Colegio de Ingenieros de Caminos, C. y P./GEHO/ATEP, 1995.

Ceroni, F., Prota, A., Pecce, M. (2001). "Experimental Behavior of RC Beams Strengthened by FRP sheets", *Proceedings of Composites in Constructions 2001*, edited by J. Figueiras et al., Balkema, Porto, Portugal, pp. 499-504.

Chajes, M. J., Finch, W. W., Januszka, T. F., Thomson, T. A. (1996b). "Bond and Force Transfer of Composite Material Plates Bonded to Concrete", *ACI Structural Journal*, Vol. 93 (2), pp. 208-217.

Chen, J. F., Yang, Z. J., Pan, X. M., Holt, G. D. (2001). "Effect of Test Methods on Plate-to-Concrete Bond Strength", *Proceedings of the Fifth International Conference on Fibre-reinforced Plastics for Reinforced Concrete Structures*, edited by C. J. Burgoyne, Cambridge, UK, pp. 429-438.

Chen, J. F., Teng, J. G. (2001). "Anchorage Strength Models for FRP and Steel Plates Bonded to Concrete", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 127 (7), pp. 784-791. *References R-4*.

Colotti, V., Spadea, G. (2001). "Shear Strength of RC Beams Strengthened with Bonded Steel or FRP Plates", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 127 (4), pp. 367-373.

Colotti, V., Spadea, G., Swamy, R. N. (2004). "Structural Model to Predict the Failure Behavior of Plated Reinforced Concrete Beams", *Journal of Composites for Construction*, ASCE, Vol. 8 (2), pp. 104-122.

DAfStb, Deutscher Ausschuss für Stahlbetonbau - Richtlinie: Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung - Teil 1: Bemessung und Konstruktion.

De Lorenzis, L., Miller, B., Nanni, A. (2001). "Bond of Fiber-Reinforced Polymer Laminates to Concrete", *ACI Materials Journal*, Vol. 98 (3), pp. 256-264.

Dias, S. J. E., Juvandes, L. F. P., Figueiras, J. A. (2000). "Comportamento de Faixas de Laje Reforçadas com Sistemas Compósitos de CFRP Unidireccional", *Proceedings of REPAR 2000*, LNEC, Lisboa, Portugal.

Dias, S. J. E., Juvandes, L. F. P., Figueiras, J. A. (2000). "Eficiencia do reforço de vigas de betão armado com sistemas compósitos de CFRP unidireccionais", *Proceedings of Betão Estructural 2000*, FEUP, Porto, Portugal *References R-5*.



El-Refaie, S. A., Ashour, A. F., Garrity, S. W. (2002). "Premature failure of RC continuous beams strengthened with CFRP laminates", Proceedings of the Advanced Composites in Construction 2002, edited by Thomas Telford, London, Paper 2.12., pp. 164-175.

Fanning, P. J., Kelly, O. (2001). "Ultimate Response of RC Beams Strengthened with CFRP Plates", Journal of Composites for Construction, ASCE, Vol. 5 (2), pp. 122-127.

Ferrir, E., Hamelin, P. (2002). "Long-time concrete-composite interface characterization for reliability prediction of RC beam strengthened with FRP", Materials and Structures, Vol. 35, pp. 564-572.

FIB Task Group 9.3 FRP Reinforcement for Concrete Structures. (2001). "Externally bonded FRP reinforcement for RC structures", Technical report on the Design and use of externally bonded fibre reinforced polymer reinforcement (FRP EBR) for reinforced concrete structures, pp 130.

Garden, H. N., Hollaway, L. C. (1998). "An experimental study of the failure modes of reinforced concrete beams strengthened with prestressed carbon composite plates", Composites Part B, Vol. 29B (1998), pp. 411-424.

GangaRao, H., Vijay, P. V. (1998). "Bending Behavior of Concrete Beams Wrapped with Carbon Fabric", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 124 (1), pp. 3-10.

Gómez Pulido, M. D., Sobrino, J. (1998). "Refuerzo de estructuras de hormigón con materiales compuestos con fibra de carbono. Aplicación al Puente de Can Dragó, Barcelona", Hormigón y acero nº 210, pp. 55-72.

Hassanen, M. A. H., Raouf, M. (2001). "Design against premature peeling failure of RC beams with externally bonded steel or FRP plates", Magazine of Concrete Research, Vol. 53 (4), pp. 251-262.

Hefferman, P. J., Erki, M. A. (1996). "Equivalent capacity and efficiency of reinforced concrete beams strengthened with carbon fiber reinforced concrete beams strengthened with carbon fiber reinforced plastic sheets", Canadian Journal of Civil Engineering, Ottawa, Vol. 23, pp. 21-29.

Hiroyuki, Y., Wu, Z. (1997). "Analysis of debonding fracture properties of CFS strengthened member subject to tension", Proceedings of the 3rd International Symposium on Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures, Japan Concrete Institute, Sapporo, pp. 287-294.

Horiguchi, T., Saeki, N. (1997). "Effect of test methods and quality of concrete on bond strength of CFRP sheet", Proceedings of the 3rd International Symposium on Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures, Japan Concrete Institute, Sapporo, pp. 265-270.

Hussain, M., Sharif, A., Basunbul, I. A., Baluch, M. H., Al-Sulaimani, G. J. (1995). "Flexural behaviour of precracked concrete beams strengthened externally by steel plates", ACI Structural Journal, Vol. 92 (1), pp. 14-22.

Irwin, G. R. (1957). "Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate", Journal of Applied Mechanics, ASME, pp. 361-364.



Jansze W. (1997), "Strengthening of reinforced concrete members in bending by externally bonded steel plates. Design for beam shear and plate anchorage", Thesis, T.U. Delft, The Netherlands, 1997.

Jones, R., Swamy, R. N., Charif, A. (1988). "Plate separation and anchorage of reinforced concrete beams strengthened with epoxy-bonded external reinforcement", *The Structural Engineer*, Vol. 66 (5), pp. 85-94.

Juvandes, L. F. P. (1999). "Reforço e Reabilitação de estruturas de betão usando materiais compósitos de CFRP", Thesis, Universidad do Porto. Faculdade de Engenharia, Porto, Portugal, 1999.

Karbhari, V. (2001). SE142. Design of Composite Structures, Notes, University of California San Diego, USA. Kaw, A.K. (1997). Mechanics of Composite Materials, CRC, USA, pp. 329.

Kim, W., White, R. N. (1991). "Initiation of shear cracking in reinforced concrete beams with no web reinforcement", *ACI Structural Journal*, Vol. 88 (3), pp. 301-308.

Kim, D., Sebastian, W. M. (2002). "Parametric study of bond failure in concrete beams externally strengthened with fibre reinforced polymer plates", *Magazine of Concrete Research*, Vol. 54 (1), pp. 47-59.

Kupfer, H. B., Gerstle, K. H. (1973). "Behavior of concrete under biaxial stresses", *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 99 (4), pp. 853-866.

Kuriger, R. J., Sargand, S. M., Ball, R., Alam, M. K. (?). "Analysis of Composite Reinforced Concrete Beams", Russ College of Engineering and Technology, Ohio University, Athens. *References*R-8.

Lamanna, A. J., Bank, L. C., Scott, D. W. (2001). "Flexural Strengthening of Reinforced Concrete Beams Using Fasteners and Fiber-Reinforced Polymer Strips", *ACI Structural Journal*, Vol. 98 (3), pp. 368-376.

Landa, G. (2002). "Estudio experimental sobre el refuerzo a cortante de estructuras de hormigón mediante materiales compuestos", Thesis, Departament Enginyeria de la Construcció, Universitat Politècnica de Catalunya, Spain, 2002.

Luk, H. C. Y., Leung, C. K. Y. (2002). "Effect of flexural cracking on plate end shear stress in FRP-strengthened beams", *Proceedings of the Advanced Composites in Construction 2002*, edited by Thomas Telford, London, Paper 2.5., pp. 101-108.

Maalej, M., Bian, Y. (2001). "Interfacial shear stress concentration in FRP-strengthened beams", *Composite Structures*, Vol. 54 (2001), pp. 417-426.

Maeda, T., Asano, Y., Sato, Y., Ueda, T., Kakuta, Y. (1997). "A study on bond mechanism of carbon fiber sheet", *Proceedings of the 3rd International Symposium on Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures*, Japan Concrete Institute, Sapporo, pp. 279-286.

Malek, A. M; Saadatmanesh, H., Ehsani, M. R. (1996). "Shear and normal stress concentrations in RC beams strengthened with FRP plates", *Proceedings of the Second International Conference of Advanced Composite Materials in Bridges and Structures*, edited by El-Badry MM, Quebec, Canada, pp. 629-637.

Malek, A. M., Saadatmantesh, H. (1998). "Ultimate Shear Capacity of Reinforced Concrete Beams Strengthened with Web-Bonded Fiber-Reinforced Plastic", *ACI Structural Journal*, Vol. 95 (4), pp. 391-399.

Malek, A. M., Saadatmantesh, H., Ehsani M. R. (1998). "Prediction of Failure Load of R/C Beams Strengthened with FRP Plate Due to Stress Concentration at the Plate End", *ACI Structural Journal*, Vol. 95 (1), pp. 142-152.

Meier, U. (1995). "Strengthening of Structures using Carbon Fibre Epoxy Composites", *Construction and Building Materials*, Vol. 9 (6), pp. 341-351.

Miller, B., Nanni, A. (1999). "Bond between CFRP Sheets and Concrete", *Proceedings of the Fifth Materials Congress ASCE*, edited by L. C. Bank, Cincinnati, USA, pp. 240-247. *ReferencesR-9*.

Mukhopadhyaya, P., Swamy, N. (2001). "Interface Shear Stress: A New Design Criterion for Plate Debonding", *Journal of Composites for Construction*, ASCE, Vol. 5 (1), pp. 35-43.

Mukhopadhyaya, P., Swamy, N., Lyndsale, C. (1998). "Optimizing Structural Response of Beams Strengthened with GFRP Plates", *Journal of Composites for Construction*, ASCE, Vol. 2 (2), pp. 87-95.

Nakaba, K., Kanakubo, T., Furuta, T., Yoshizawa, H. (2001). "Bond Behavior between Fiber-Reinforced Polymer Laminates and Concrete", *ACI Structural Journal*, Vol. 98 (3), pp. 359-367.

Nanni, A. (1993). "Flexural Behavior and Design of RC members Using FRP Reinforcement", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 119 (11), pp. 3344-3359.

Neubauer, U., Rostásy, F. S. (1997) "Design aspects of concrete structures strengthened with externally bonded CFRP-plates", *Proceedings of the 7th International Conference on Structural Faults and Repair*, Edinburgh, United Kingdom, pp. 191-196.

Neubauer, U. (2000). "Verbundtragverhalten geklebter Lamellen aus Kohlenstoffaser-Verbundwerkstoff zur Verstärkung von Betonbauteilen", Thesis, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, TU Braunschweig, Germany, 2000.

Norris, T., Saadatmanesh, H., Ehsani, M. (1997). "Shear and Flexural Strengthening of R/C Beams with Carbon Fiber Sheets", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 123 (7), pp. 903-911.

Nguyen, D. M., Chan, T. K., Cheong, H. K. (2001). "Brittle Failure and Bond Development Length of CFRP-Concrete Beams", *Journal of Composites for Construction*, ASCE, Vol. 5 (1), pp. 12-17.

Oelhers, D. J., Moran, J. P. (1990). "Premature Failure of Externally Plated Reinforced Concrete Beams", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 116 (4), pp. 978-995.

Oelhers, D. J. (1992). "Reinforced Concrete Beams with Plated Glued to their Soffits", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 118 (8), pp. 2023-2038.

Oller, E., Salcedo, J., Cobo, D., Marí, A. R. (2001). "Flexural Strengthening of reinforced concrete beams with externally bonded CFRP laminates", Proceedings of Composites in Constructions 2001, edited by J. Figueiras et al., Balkema, Porto, Portugal, pp. 487-491.

Oller, E., Cobo, D., Marí, A. R. (2002). "Refuerzo a flexion de vigas de hormigón armado con laminados CFRP", II Congreso de ACHE Puentes y Estructuras de edificación, Madrid, pp. 561-570.

Oller, E., Cobo, D., Marí, A. R. (2004) "Refuerzo a flexión de vigas de hormigón armado con materiales compuestos. Estudio de la zona de anclaje". Revista Hormigón y Acero núm. 234 (2004 trimestre 2), pp 97-112. *References* R-10.

Oller, S. (2001). Fractura Mecánica. Un enfoque global, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, Barcelona, España, pp. 288.

Podolka, L. (2001). "Strengthening beams by means of CFK strips", Proceedings of Composites in Constructions 2001, edited by J. Figueiras et al., Balkema, Porto, Portugal, pp. 487-491.

Poulsen, E., Bendtsen, L., Mortensen, J., Ottosen, N. (2001). "Anchorage and laps of CFRP strips for the strengthening of RC structural components", Proceedings of Composites in Constructions 2001, edited by J. Figueiras et al., Balkema, Porto, Portugal, pp. 205-209.

Quantrill, R. J., Hollaway, L. C., Thorne, A. M. (1996a). "Predictions of the Maximum Plate End Stresses of FRP Strengthened Beams: Part II", Magazine of Concrete Research, Vol. 48 (177), pp. 343-351.

Quantrill, R. J., Hollaway, L. C., Thorne, A. M. (1996b). "Experimental and Analytical Investigation of FRP Strengthened Beam Response: Part I", Magazine of Concrete Research, Vol. 48 (177), pp. 331-342.

Raghu, A., Mettemeyer, M., Myers, J. J., Nanni, A. (2000). "An Assessment of In-Situ FRP Shear and Flexural Strengthening of Reinforced Concrete Joists", Proceedings of the ASCE Structures Congress 2000, edited by M. Elgaaly, Philadelphia, pp. 1-8.

Rahimi, H., Hutchinson, A. (2001). "Concrete Beams Strengthened with Externally Bonded FRP Plates", Journal of Composites for Construction, ASCE, Vol. 5 (1), pp. 44-56.

Raouf, M., El-Rimawi, J. A., Hassanen, M. A. H. (2000a). "Theoretical and experimental study on externally plated R.C. beams", Engineering Structures, Vol. 22 (2000), pp. 85-101.

Raouf, M., Hassanen, M. A. H. (2000b). "Peeling failure of reinforced concrete beams with fibre-reinforced plastic or steel plates glued to their soffits", Proceedings Institution of Civil Engineers. Structures and Buildings, Vol. 140, pp. 291-305. *References* R-11.

Ritchie, P. A., Thomas, D. A., Lu, L., Connelly, G. (1991). "External Reinforcement of Concrete Beams Using Fiber Reinforced Plastics", ACI Structural Journal, Vol. 88 (4), pp. 491-500.

Roberts, T.M., Haji-Kazemi, H. (1989). "Theoretical study of the behaviour of reinforced concrete beams strengthened by externally bonded steel plates", Proceedings Institution of Civil Engineers, Vol. 87, Part 2, pp. 39-55.

Ross, A., Jerome, D. M., Tedesco, J. W., Hughes, M. L. (1999). "Strengthening of Reinforced Concrete Beams with Externally Bonded Composite Laminates", ACI Structural Journal, Vol. 96 (2), pp. 212-220.

Rostásy, F.S., Neubauer, U. (1997a). "Bond behaviour of CFRP laminates for the strengthening of concrete members", Composite Construction - Conventional and Innovative, IABSE International Conference, Innsbruck, Austria, pp. 717-722.

Róstasy, F.S. (1998). "Assessment of the suitability of CFRP Plates from the S&P CFRP system for use as adhesive-bonded reinforcement to strengthen concrete constructional elements, and bases of assessment for their general approval by the construction supervisory authorities", Expert opinion n°98/0322, S&P Clever Reinforcement.

S&P (2000). "Design Guide of FRP Fibre Reinforcement Polymer for S&P products", S&P Clever Reinforcement.

Saadatmanesh, H., Ehsani, M. (1990) "Fiber composite plates can strengthen beams", Concrete International, Vol. 12 (3), pp. 65-71. *References* R-12.

Saadatmanesh, H., Ehsani, M. (1991a) "RC Beams strengthened with GFRP plates: I: experimental studies", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 117 (1), pp. 3417-3433.

Saadatmanesh, H., Ehsani, M. (1991b), "RC Beams strengthened with GFRP plates: II: analysis and parametric study", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 117 (1), pp. 3434-3455.

Saadatmanesh, H., Malek, A. M. (1998), "Design Guidelines for Flexural Strengthening of RC Beams with FRP Plates", Journal of Composites for Construction, ASCE, Vol. 2 (4), pp. 158-164.

Salaverría, J. (2002). "Utilización de nuevos materiales para la reparación y refuerzo de puentes", Thesis, Departament Enginyeria de la Construcció, Universitat Politècnica de Catalunya, Spain, 2002.

Sato, Y., Vecchio, F. J. (2003). "Tension Stiffening and Crack Formation in Reinforced Concrete Members with Fiber-Reinforced Polymer Sheets", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 129 (6), pp. 717-724.

Sebastian, W. (2001). "Significance of midspan debonding failure in FRP-plated concrete beams", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 127 (7), pp. 792-798.

Seim, W., Karbhari, V., Seible, F. (1999a). "Post-Strengthening of Concrete Slabs with Externally Bonded Fiber Reinforced Polymer (FRP) Strips - Analytical Approach and Design Recommendations", Report of the Division of Structural Engineering Systems Research Project, University of California San Diego.

Seim, W., Karbhari, V., Seible, F., Vasquez, A. (1999b). "Post-Strengthening of Concrete Slabs with Externally Bonded Fiber Reinforced Polymer (FRP) Strips – Test

on Full Scale Slabs”, Report of the Division of Structural Engineering Systems Research Project, University of California San Diego.

Seim, W., Hörmann, M., Karbhari, V., Seible, F. (2001). “External FRP Poststrengthening of scaled concrete slabs”, *Journal of Composites for Construction*, ASCE, Vol. 5 (2), pp. 67-75.

Shahawy, M. A., Arockiasamy, M., Beitelman, T., Sowrirajan, R. (1996). “Reinforced concrete rectangular beams strengthened with CFRP laminates”, *Composites Part B: engineering*, Vol. 27 (1996), pp. 225-233.

Shahawy, M., Chaallal, O., Beitelman, T., El-Saad, A. (2001). “Flexural Strengthening with Carbon Fiber-Reinforced Polymer Composites of Preloaded Full-Scale Girders”, *ACI Structural Journal*, Vol. 98 (5), pp. 735-742. *References*R-13.

Shen, H., Teng, J. G., Yang, J. (2001). “Interfacial Stresses in Beams and Slabs Bonded with Thin Plate”, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 127 (4), pp. 399-406.

Smith, S.T., Teng, J.G. (2001a). “Interfacial stresses in plated beams”, *Engineering Structures*, Vol. 23, pp. 857-871.

Smith, S.T., Teng, J.G. (2001b). “Strength Models for Plate End Debonding in RPS Strengthened RC Beams”, *Proceedings of the Fifth International Conference on Fiber Reinforced Plastics for Reinforced Concrete Structures*, edited by C. J. Burgoyne, Cambridge, UK, pp. 419-428.

Smith, S. T., Teng, J. G., (2002a). “FRP-Strengthened RC beams. I: review of debonding strength models”, *Engineering Structures*, Vol. 24 (2002), pp. 385-395.

Smith, S. T., Teng, J. G., (2002b). “FRP-Strengthened RC beams. II: assessment of debonding strength models”, *Engineering Structures*, Vol. 24 (2002), pp. 397-417.

Spadea, G., Bencardino, F., Swamy, R. N. (1998). “Structural Behavior of Composite RC Beams with Externally Bonded CFRP”, *Journal of Composites for Construction*, ASCE, Vol. 2 (3), pp. 132-137.

Stallings, J. M., Tedesco, J. W., El-Mihilmy, M., McCauley, M. (2000). “Field Performance of FRP Bridge Repairs”, *Journal of Bridge Engineering*, ASCE, Vol. 5 (2), pp. 107-113.

Swamy, R. N., Jones, R., Charif, A. (1986). “Shear adhesion properties of epoxy resin adhesives”, *Proceedings of the International Symposium on Adhesion between Polymers and Concrete*, edited by Chapman and Hall, London, UK, pp. 741-755.

Swamy, R. N., Jones, R., Charif, A. (1989). “The Effect of External Plate Reinforcement on the Strengthening of Structurally Damaged RC Beams”, *Structural Engineer*, Vol. 67 (3/7), pp. 45-46.

Swamy, R. N., Mukhopadhyaya, P. (1999). “Debonding of carbon-fibre-reinforced polymer plate from concrete beams”, *Proceedings Institution of Civil Engineers. Structures and Buildings*, Vol. 134, pp. 301-317.

Täljsten, B. (1994). “Plate Bonding. Strengthening of Existing Concrete Structures with Epoxy Bonded Plates of Steel or Fibre Reinforced Plastics”, Thesis, Luleå University of



Technology, Sweden, 1994. *References R-14.*

Täljsten, B. (1997). "Strengthening of Beams by Plate Bonding", *Journal of Materials in Civil Engineering*, ASCE, Vol. 9 (4), pp. 206-212.

Täljsten, B. (1999). "Strengthening of existing concrete structures with glued steel plates", *Proceedings of the International RILEM Workshop Analysis of Concrete Structures by Fracture Mechanics*, London. (O es 1989?)

Täljsten, B., Elfgrén, L. (2000), "Strengthening concrete beams for shear using CFRP materials: evaluation of different application methods", *Composites part B: Engineering*, Vol. 31 (2000), pp. 87-96.

Tumialan, G., Serra, P., Nanni, A., Belarbi, A. (1999). "Concrete cover delamination in RC beams strengthened in flexure with FRP sheets", *Proceedings of the 4th Symposium on FRP for Reinforced Concrete Structures*, American Concrete Institute, Detroit, pp. 725-735.

Ueda, T., Yamaguchi, R., Shoji, K. (2002). "Study on Behavior in Tension of Reinforced Concrete Members Strengthened by Carbon Fiber Sheet", *Journal of Composites for Construction*, ASCE, Vol. 6 (3), pp. 168-174.

Ulaga, T., Vogel, T., Meier, U. (2002). "The premature failure of CFRP laminate strengthened concrete structures: experimental and theoretical findings, and conclusions *References R-15.*

Varastehpour, H. (1996). "Analysis and study of failure mechanism of RC beam strengthened with FRP plate", *Proceedings of the Second International Conference of Advanced Composite Materials in Bridges and Structures*, edited by El-Badry MM, Quebec, Canada, pp. 527-536.

White, T. W., Soudki, K. A., Erki, M. A. (2001). "Response of RC Beams Strengthened with CFRP Laminates and Subjected to a High Rate of Loading", *Journal of Composites for Construction*, ASCE, Vol. 5 (3), pp. 153-162.

Wight, R. G., Green, M. F., Erki, M. A. (2001). "Prestressed FRP Sheets for Poststrengthening Reinforced Concrete Beams", *Journal of Composites for Construction*, ASCE, Vol. 5 (4), pp. 214-220.

Yang, J., Chen, J. F., Teng, J. G. (2002). "Interfacial stresses in plated RC Beams under arbitrary symmetric loads: a high-order closed-form solution", *Proceedings of the Advanced Composites in Construction 2002*, edited by Thomas Telford, London, Paper 2.11., pp. 153-163.

Yang, J., Ye, J. (2002). "Interfacial stresses in plated beams with cracks", *Composite Structures*, Vol. 57 (2002), pp. 125-134.

Yang, J., Teng, J. G., Chen, J. F. (2004). "Interfacial stresses in soffit-plated reinforced concrete beams", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers. Structures and Buildings* Vol. 157, pp. 77-89.

Zhang, S., Raoof, M., Wood, L. A. (1995). "Prediction of peeling failure of reinforced concrete beams with externally bonded steel plates", *Proceedings Institution of Civil Engineers. Structures and Buildings*, Vol. 110, pp. 257-268.

Zhang, J. P. (1997). "Diagonal cracking and shear strength of reinforced concrete beams", Magazine of Concrete Research, Vol. 49 (178), pp. 55-65.

Ziraba, Y. N., Baluch, M. H., Basunbul, I. A., Sharif, A. M., Azad, A. K., Al-Sulaimani, G. J. (1994). "Guidelines towards the design of reinforced concrete beams with external plates", ACI Structural Journal, Vol. 91 (6), pp. 639-646.