UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

FACULTAD DE INGENIERIA ECONOMICA Y CIENCIAS SOCIALES

APLICACION DE LA TEORIA DE COLAS Y CADENAS DE MARKOV
A UN SISTEMA DE INFORMACION PENAL
CORTE SUPERIOR DEL CONO NORTE DE LIMA

TESIS
Para Optar el Título Profesional de:
Licenciado en Estadística

Ne Quezada Lucio

Lima-Perú
2000

RESUMEN

La Teoría de la información, permite profundizar la Teoría Estadística de transmisión de Información, codificación y elaboración de datos. *Partiendo del principio básico de las probabilidades e Inferencias Estadísticas.*

El trabajo de investigación muestra cómo la Teoría de Colas y Cadenas de Markov intervienen en un Modelo de Sistema de Información Penal, desarrollado en la Corte Superior de Justicia del Cono Norte de Lima. Que consta de dos etapas. Primera; los usuarios llegan en busca de servicio se forma una Cola, esperan su turno, reciben el servicio y luego se marchan. Se probó que las llegadas tienen una función de distribución de Poisson y el tiempo entre llegadas y el tiempo de servicio tienen una distribución de densidad exponencial lo cual permite calcular valores utilizados en el análisis de la cola con uno y varios servidores, tales como probabilidades de los estados, número de clientes, tiempo de respuesta de la cola, costos, entre otros. Segunda Etapa: se identifican los estados del proceso penal, es decir, por donde pasa el usuario con el fin de conseguir el servicio. Se calculan, las probabilidades de pasar de un estado a otro, la matriz de transición, las probabilidades condicionales e incondicionales, los tipos de estados, la matriz de accesibilidad y otros. Para ello presentamos diagramas del Sistema de Información Penal y un Software Cliente/Servidor que actúa como interlocutor fijo y de alto nivel entre el usuario y la Corte Superior.

INDICE

INTRODUCCION.. 1

ANTECEDENTES

1.- Sistemas de Información 3

2.- Procesos Estocàsticos 4

3.- Definición de la Problemática del Proceso Penal 5

4.- Objetivos.. 7

CAPITULO I Marco Teórico y Metodología

1.- Marco Teórico

1.1 El Problema.. 8

1.2 El Modelo... 8

1.3 Teoría de la Información.. 9

1.3.1 Teoría general de Sistemas (TGS) 10

1.3.2 Tendencias de TGS 11

1.3.3 Clasificación Básica de TGS 11

1.3.4 Conceptos Básicos de TGS 11

1.4 Proceso Estocàsticos 12

1.4.1 Tipos de Procesos Estocàsticos... 13

1.5 Teoría de Colas... 14

1.5.1 Proceso de Poisson 16

1.5.2 Colas M/M/1 21

1.5.3 Colas M/M/C.. 24

1.5.4 Formulas Generales Importantes (Teorema de Little) 26
1.5.5 Redes de Colas 32
1.6 Cadenas De Markov 33
1.6.1 Procesos Marcovianos y cadenas de Markov 33
1.6.2 Chapman-Kolmorogov y Matriz de Transición 37
2.- Hipótesis 39
3.- Metodología 40

CAPITULO II Sistema de información Penal
1.- Materiales 44
2.- Métodos 44
3.- Sistema de información Penal 45
Diagrama 1 Sistema de información penal (SIP) 46
Diagrama 2 Flujo de Datos SIP 48
Diagrama 3 Flujo de información del SIF 50
Diagrama 4 Red Informática SIF 52
Diagrama 5 Diseño Arquitectónico del SIP 53
4.- Primera Etapa 56
4.1.- Función de densidad de probabilidad del tiempo entre llegadas 56
4.2.- Función de densidad probabilidad del tiempo de servicio 60
4.3.- Número de Servidores 63
4.4.- Disciplina de ordenamiento en las colas 64
4.5.- Tamaño Máximo de la Colas 64
4.6.- Cola con Un Unica Servidor 64

4.7.- Cola con Múltiples Servidores 65

5.- Segunda Etapa 68

5.1.- Definición del Proceso Estocástico Penal 68

5.2.- Definición de Espacio de Estados Penal 68

5.3.- Definición de Espacio Paramétrico Penal 69

5.4.- Teoría de Grafos (Ilustracion del Sistema Penal) 69

5.5.- Matriz de Transición P 70

5.6.- Periodos de tiempo en los Tipos de Procesos 71

5.7.- Probabilidades Condicionales 71

5.8.- Probabilidades Incondicionales 73

5.9.- Clases de los Estados 75

5.10.- Matriz de Accesibilidad 76

CAPITULO III

RESULTADOS Y DISCUSION 77

CAPITULO IV Conclusiones y Sugerencias

CONCLUSIONES 86

SUGERENCIAS 88

BIBLIOGRAFIA 89

ANEXOS 90

Anexo 1

Selección del Tamaño de Muestra 91

Selección de la Muestra en la Primera Etapa 92

Selección de la Muestra en la Segunda Etapa 92

Prueba de Bondad de Ajuste 95

Anexo 2

Datos para el tiempo de Llegada 98

Anexo 3

Datos para el tiempo de Servicio 99

Anexo 4

Resultados del tiempo de Llegada 102

Anexo 5

Resultados del tiempo de Servicio 103

Anexo 6

Prueba de Ji_Cuadrada del tiempo de Llegada 104

Anexo 7

Prueba de Ji_Cuadrada del tiempo de Servicio 105

Anexo 8

Probabilidades de los estados en las colas con uno o varios servidores 106

Anexo 9

Valores de λ, p, *p*, N *y* T de las Colas con un o varios servidores 107

Anexo10

Probabilidades incondicionales 108

Apéndice 109

Conceptos Básicos de la Teoría General de Sistemas 110

Tipos de Proceso 114

Tipos de Estados 115

INTRODUCCIÓN

Estadística, Ciencia para la toma de decisiones en una situación de incertidumbre, aplicada en todo proceso de una empresa, con el fin de tomar una correcta y oportuna decisión. Uno de los campos en desarrollo es la Teoría de la Información, teoría que puede utilizar en su diseño Probabilidades, Teoría de Decisiones, Procesos etc. que permiten modelar, simular y probar el comportamiento del Sistema. Con el fin de tener una mayor probabilidad de disminuir el riesgo de implantar sistemas cuyos Multivariados. modelos pudiesen tener fallas u omisiones, para luego ser implantado con éxito en la empresa. Estocásticos.

En la actualidad en donde la Calidad es lo más importante, las empresas están sentenciadas a constantes cambios dirigidos a mejorar su producción y servicio. Obligando a las empresas a producir más con la finalidad de satisfacer la demanda de los usuarios mediante productos o servicios de alta calidad y a menor costo, confeccionar estrategias orientadas *al mejoramiento continuo de la calidad.* La estrategia más importante que se puede tomar es implementar Un Sistema de Información como un medio para agilizar los procesos de la empresa, de modo que podamos contar con información real, verídica y oportuna que servirán para la toma de decisiones en los diferentes niveles de la empresa. Dicho proceso juega un papel muy importante en las empresas con el propósito de reestructurar a la misma, en sus procesos de producción y servicio. Para lograr los objetivos de *mejoramiento continuo* *de la calidad,* los sistemas van acompañados de tecnología computacional. Entonces debemos contar con metodología estadísticas que permitan modelar a la empresa para identificar los procesos a ser sistematizados, modelar su estructura de funcionamiento, la relación entre subprocesos, productos, personal, así como el procesamiento e intercambio de información. Esta metodología debe ayudar a transformarse a la empresa en líder en su genero.

Por estas razones nuestro objetivo principal es implantar un Sistema de Información en el área Penal de la Corte Superior de Justicia del Cono Norte de Lima, con la finalidad de mejorar la calidad de servicio en los diferentes niveles de la Corte, es claro que es una aplicación de los modelos existentes, es decir adecuar los modelos de la teoría de Colas y Cadenas de Markov al Sistema de Información Penal, entonces nuestro modelo esta limitado a una teoría simple de los modelos utilizados.

El Sistema de información Penal consta de dos etapas. Primera Etapa, los usuarios van en busca de servicio, se forma una línea de espera, los usuarios llegan, esperan su turno, reciben el servicio *y* luego se marchan, aquí aplicaremos la teoría de colas para medir el tiempo de llegada y el tiempo de atención en la ventanilla. Segunda Etapa, empieza con la tramitación de la denuncia para luego pasar a los demás estados tales como pendiente de sentencia, sentenciado y otros hasta llegar al estado final del proceso, aquí aplicaremos las cadenas de Markov. Utilizamos variables como tiempo, costo. El Software Cliente/Servidor se utilizará para mejorar la información y servicio al usuario.

ANTECEDENTES

Los antecedente, se dividen en las siguientes partes:

1.- Sistemas de Información,

2.- Procesos

3.- Definición de la Problemática del Proceso Penal.

Estocàsticos

4.- Objetivos.

1.- Sistemas de Información:

En Europa, se desarrolla Sistemas de Información con el propósito de contar con métodos para desarrollar y generar modelos de los procesos en las empresas. Definiendo métodos para modelar empresas que permite la separación de diferentes áreas dependiendo del giro de negocio, de forma tal que los sistemas puedan fácilmente ser reconfigurados y extendidos, puedan cumplir funciones generales y específicas. Funciones generales se realizan en cualquier empresa independientemente de su tamaño, organización y giro de negocio como control de flujos, administración de información y comunicaciones, integración de recursos. Funciones específicas dependen del giro y tipo de negocio como diseño y embarque de productos, proceso, planes, programación y control de producción, mantenimiento de equipos. Son realizadas por personas, maquinarias y programas.

En Inteligencia Artificial, define los principios para la construcción de sistemas complejos que involucran a varios elementos, así como los mecanismos para la coordinación del comportamiento de elementos. Un elemento tiene sus propias metas, acciones y dominio de conocimiento, su comportamiento se refiere a la forma en que el elemento actúa.

Aplicado en consultoría, diseño, gestión de redes corporativas y servicios de telecomunicaciones, las actividades pueden centrarse en la implementacion de redes, datos y desarrollo de aplicativos que exploren sus capacidades como en Internet Infranet El objetivo es la perfecta integración entre los diferentes procesos y aplicaciones implantadas.

2.- Procesos Estocàsticos:

Procesos Estocásticos se aplican en diferentes modelos, en especial de Sistemas como en el Modelado de Computadoras y Redes, aplicado sobre sistemas de flujo irregular con aproximación y estimación del comportamiento del sistema a través de modelos de Cadenas de Markov y Teoría de Colas que permiten usar métodos analíticos y de simulación, en el diseño y la construcción de un sistema complejo por ejemplo un ordenador, exige no sólo satisfacer ciertas funciones, sino también determinar de forma cuantitativa el comportamiento y eficiencia del mismo. Para ello debemos construir Modelos que luego se simulará con aplicaciones en el entorno informático. La Teoría de Cadenas de Markov ha sido conocida hace 90 años Sin embargo, no fue sino hasta fines de los años 60 y principios de los 70, que los modelos ocultos de Markov (Hidden Markov Models) comenzaron a ser usados en aplicaciones de reconocimiento automático de voz, y en los últimos años estos modelos tienen un uso extendido tales como reconocimiento de palabras aisladas, reconocimiento de una cadena de palabras conectadas, reconocimiento de voz continua, reconocimiento de dígitos. La teoría de Colas comprende el estudio de colas o líneas de espera, colas son fenómenos naturales que se presenta siempre que la demanda actual de un servicio es mayor que la capacidad actual de proporcionar ese servicio, la meta final cuando esto sucede, es la de lograr un balanceo económico entre el costo de servicio y el costo asociado con la espera de servicio, que luego servirá para la toma de decisiones de este tipo como son: Líneas en Bancos, Servicios de Teléfono, Agua, Luz, Supermercados, Autopartes, etc.

Proceso Markoviano, teoría que enfoca los procesos en los que intervienen estados, acciones y costos con condiciones de pasar a diferentes estados con probabilidades y costos asociados en el tiempo, se está construyendo un Software en Java para la toma decisiones utilizando los métodos mencionados. Algunas aplicaciones son: decisiones en mantenimiento y reparación de equipos. Pronósticos de Clima, Contabilidad y Ventas.

En Hidrobiologia, el desarrollo de un país está ligado al uso, manejo y conservación del agua. Con el tiempo el crecimiento de la población, los servicios, la industria, ha provocado una demanda del vital líquido. El estudio del agua en la naturaleza, su ubicación geográfica, el efecto de la acción del hombre en los sistemas hidrológicos, el respeto a la ecología, son elementos importantes que hay que tomar en cuenta para planear su adecuada explotación y conservación. En los procesos mencionados anteriormente se aplican procesos estocasticos, para modelar y simular los sistemas obteniendo soluciones optimas.

3.- DEFINICION DE LA PROBLEMÁTICA DEL PROCESO PENAL

El proceso penal se inicia con el ingreso de una denuncia escrito u otro tipo de servicio a la Mesa de Partes Unica de los Juzgados Penales, quien designa el Juzgado Penal que tendrá competencia, si el ingreso es una denuncia, el reparto será en forma aleatoria entre las dependencias Penales, luego de recibido el Juzgado dispondrá el trámite procesal que deberá seguir el proceso. Según las normas del Código de Procedimientos Penales, los tipos de proceso pueden ser tres: Proceso Penal Ordinario, Proceso Penal Sumario y Proceso Penal Especial.

Las denuncias ingresadas a la dependencia, se convierte en un expediente, que es calificada por el Juez Penal, iniciándose con ello el *Tramite,* la misma que luego de vencido el plazo de instrucción como la ampliación de haber sido dispuesta, es remitida a *Fiscalía* a fin de que éste emita dictamen sobre su mérito *(Vista fiscal),* una vez ocurrido ello el Juez puede emitir *Informe Final* con lo cual termina la instrucción (proceso) en la dependencia, o quedando *expeditos para expedir Sentencia* (Pendiente de Sentencia) luego será *Sentenciado* de igual modo se concluye el proceso en la dependencia. Al margen de lo establecido precedentemente se debe tener en cuenta que en cualquier estado de la instrucción puede culminar el proceso esto mediante un *Auto Final,* que corresponda a la declaración de procedencia de una excepción de prescripción, de naturaleza de acción, de juicio, cosa juzgada o amnistía, situación que también puede verificarse aún cuando el expediente se encuentre Pendiente de Sentencia, toda vez que en este estado también puede declararse fundada cualquiera de las excepciones señaladas anteriormente. En el caso que fuera un escrito u otro tipo de servicio se consultara a la dependencia penal que sé está encargando del proceso penal.

FACTORES
(Controlables, Incontrolables)

INGRESO
(Denuncias, Escritos

SISTEMA PENAL

SALIDA (Sentencia,
Informe Final, Auto

Tramite,
Vista Fiscal

Fig. N° 1 Sistema de las Dependencias Penales

4.- OBJETIVOS:

Objetivo General:

Implementar Un Sistema de Información Penal con la finalidad de Mejorar la Calidad de Servicio en las Dependencias Penales de la Corte Superior de Justicia del Cono Norte de Lima.

Objetivos Específicos:

- Determinar el tiempo total de servicio del Sistema de Información Penal

Determinar el comportamiento de la Cola del Sistema de Información Penal

Determinar el porcentaje (probabilidades) en los diferentes estados del Sistema de Información Penal.

CAPITULO I

1. MARCO TEORICO

I.1.- EL PROBLEMA

El problema principal es que no existe un buen servicio, entonces si queremos mejorar la calidad de servicio en las dependencias penales debemos implantar un sistema de información penal, que permitirá producir con calidad, en cantidad, a menor costo y en menos tiempo; si bien es cierto que buscamos un cambio en la calidad de servicio, es necesario primero poner a prueba el modelo, por que corremos el riesgo de pérdidas muy grandes en tiempo y dinero que perjudicarían a la Corte Superior de Justicia.

1.2.- EL MODELO:

El modelo es Aditivo.

$$\boxed{T_{Total} = \sum_{i=1} t_i}$$

Donde:

T_{total} es una variable que puede ser Tiempo, Costo, Infraestructura, Personal etc.

: Es el valor de la variable en cada estado del proceso

1.3.- TEORIA DE LA INFORMACION (Sistemas de información)

Según la Teoría de la Comunicación de Shannon permite profundizar la Teoría Estadística de transmisión de Información, codificación y elaboración de datos así como el estudio de los principios generales de sistemas complejos (simplificación y reconstrucción) *partiendo del principio básico de las probabilidades e inferencias estadísticas.* Las diferentes medidas de confianza e incertidumbre como probabilidad, creencia, posibilidad, necesidad, son base de muchos modelos que se emplean, para desarrollar sistemas de ayuda a la toma de decisión. Además permite estudiar los límites físicos de los modelos de cómputo e introducir nuevos modelos biocomputadoras, computación cuántica y computadoras reversibles (no disipan energía) con mayor capacidad de cómputo que los modelos secuenciales.

Sistemas de Información, servicio que agrupa a los procesos desde el diseño de solución, su implementacion, gestión, administración, auditoría y consultoría. Diseñados para compañías que desean poner en funcionamiento un proceso capaz de solucionar los problemas existentes y que piensan sacar el máximo provecho de la información. Ofrecer una visión independiente que permite hallar la mejor y más económica solución a cada planteamiento o dificultad, orientado a empresas que desean innovar o integrar diversos procesos, con el fin de conseguir una visión de calidad de servicio y producción, que propone la solución mas adecuada a un nivel científico y técnico a cada problemática, soluciones completas, integrales, y comprobadas. Contar con alta tecnología y personal especializado en el entorno del trabajo tratando de reducir los costos, ser líder en el sector.

INFORMACION:

Recurso más indispensable e importante de todos los recursos y tiene ciertas características esenciales que la distinguen y lo diferencian de los demás se puede decir que todos los recursos dependen inexorablemente de ella. La Información tiene un comportamiento distinto al de la energía, pues su comunicación no elimina la información del emisor o fuente, "la cantidad de información que permanece en el sistema es igual a la información que existe más la que entra, es decir, hay una agregación neta en la entrada y la salida no elimina la información del sistema".

SISTEMA O PROCESO:

Conjunto de dos o más elementos interrelacionados entre sí que trabajan para lograr uno o más objetivos comunes con el fin de tomar una acertada decisión.

1.3.1.- TEORÍA GENERAL DE SISTEMAS (TGS):

Teoría que describe la estructura y el comportamiento de los procesos. Cubre los procesos, desde los sistemas técnicos (duros) hasta los sistemas conceptuales (suaves), aumentando su nivel de generalización y abstracción. TGS ha sido descrita como una teoría Estadística Matemática convencional, un metalenguaje, un modo de pensar, una jerarquía de sistema con generalidad creciente cuyos objetivos son impulsar el desarrollo de una terminología general que permita describir las características, funciones y comportamientos sistémicos, desarrollar un conjunto de leyes aplicables a todos estos comportamientos y promover una formalización Estadística de estas leyes. Investigar el isomorfismo de conceptos, leyes y modelos en varios campos y facilitar las transferencias entre aquellos. Desarrollar modelos teóricos en campos que carecen de ellos, y reducir la duplicación de los esfuerzos teóricos, promover la unidad de la ciencia a través de principios conceptuales y metodológicos unificadores. La perspectiva de la TGS surge en respuesta al agotamiento e inaplicabilidad de los enfoques analítico-reduccionistas y sus principios mecánico causales.

1.3.2.- TENDENCIAS DE TGS:

Destacan *Teoría de la Información* (C.Shannon y W.Weaver), *Cibernética (N. Wiener)* *y Dinámica de Sistemas* (J.Forrester). Si bien el campo de aplicaciones no reconoce limitaciones, al usarla en fenómenos humanos, sociales y culturales se advierte que sus raíces están en los sistemas naturales (organismos) y los sistemas artificiales (máquinas). Mientras más equivalencias reconozcamos entre organismos, máq0uinas, hombres y formas de organización social, mayor será la posibilidad para aplicar correctamente el enfoque de TGS.

1.3.3.- CLASIFICACIONES BÁSICAS DE TGS: Se pueden clasificar en:

Por su entitividad: Pueden ser agrupados en reales, <u>ideales</u> y <u>modelos.</u> Mientras los primeros presumen una existencia independiente del observador (quien los puede descubrir), los segundos son construcciones simbólicas, como el caso de la lógica y las matemáticas, mientras que el tercer tipo corresponde a abstracciones de la realidad, en donde se combina lo conceptual con las características de los objetos. *Por su origen:* Pueden ser Naturales o artificiales, distinción que apunta a destacar la dependencia o no en su estructura por parte de otros sistemas. *Por el ambiente o grado de aislamiento:* Pueden ser <u>Cerrados</u> o <u>Abiertos,</u> según el tipo de intercambio que establecen con sus ambientes.

1.3.4.- CONCEPTOS BÁSICOS DE LA TEORÍA GENERAL DE SISTEMAS

Los siguientes conceptos importantes se definen en el apéndice:

Ambiente, Atributo, Complejidad, Elemento, Entropía, Equifinalidad Equilibrio, Emergencia, Estructura, Frontera, Input, Output, Modelo, Servicio, Sistemas Dinámica, Sistemas Abiertos, Sistemas Cerrados, Subsistema, Variabilidad, Variedad, Viabilidad

1.4.- PROCESOS ESTOCASTICOS

Sistema que sufre cambios en el tiempo debido al azar, pero las definiciones más formales serían:

Es una familia de Variables Aleatorias que se representa por: { Xt} Tiempo Discreto y{ X(t)} Tiempo Continuo. Que forman valores de un conjunto S, llamado espacio de estados y donde t es un punto en un espacio T, llamado Espacio del Parámetro Indicador. Los valores que puede tomar Xt se conocen como estados y sus cambios de valor se le llaman transición. Es una colección de V.A., digamos { X(t) / t en T }, donde X(t) denota un estado y 't' el instante en que se observa ese estado. Por Ejemplo X(t) # de clientes que han entrado a un Banco en un tiempo t.

Proceso.- Conjunto de fases sucesivas de un fenómeno. Sistema adaptado para lograr llegar a un fin

Estocástico.- Ligado al Azar, relativo al cálculo de probabilidades, se le considera como sinónimo de Probabilistico

Azar: Causa a la que se le atribuyen acontecimientos que consideramos sometidos a la probabilidad.

Variable Aleatoria: Si X es una función de valor real definida sobre un espacio muestral S, de manera que transforme los resultados de S en puntos sobre la recta real se dice entonces que X es una Variable Aleatoria, es decir, una V. A. es una caracterización cuantitativa de los resultados de un espacio muestral

Espacio de Estados: Es el conjunto de valores posibles que puede tomar Xt, y se denota por "S".

Espacio del Parámetro Indicador: Es el conjunto de valores posibles que puede tomar "t" y se denota por "T".

1.4.1.- TIPOS DE PROCESOS ESTOCASTICOS:

Serie Estocástico Discreto: Es un sistema que tiene un espacio de Estados Discreto y un Espacio del Parámetro Indicador también Discreto. Por ejemplo.

Tiempo de espera (minutos exactos) en una fila del t-esimo cliente en cafetería.

$X_t =$

$S = \{0,1,2,\dots,10\}$ Minutos que se pueden tardar los clientes, discreto.

$T = \{1,2,\dots,n\}$ Cantidad de clientes posibles, discreto.

Proceso Estocástico Discreto: Es el sistema en el cual se tiene un espacio de Estados Discreto y un Espacio del Parámetro Indicador continuo. Por Ejemplo

Número de clientes en la fila de la cafetería en el instante t.

$X_t =$

$S = \{0,1,2,\dots M\}$ Cantidad de clientes, discreto.

$T = [0, N]$ Instante de la observación, continuo.

Serie Estocástica Continua: Es el sistema en el cual se tiene un espacio de Estados continuo y un Espacio del Parámetro Indicador Discreto. Por ejemplo

Cantidad de cerveza (en mililitros), del vaso del cliente t.

$X_t =$

$S = [0, Max]$ Agua, continuo.

$T = [0, N]$ Instante, discreto.

Proceso Estocástico Continuo: En este sistema, tanto el Espacio de Estados como el Espacio del Parámetro Indicador son Continuos. Por Ejemplo

Litros de agua en una presa en el instante t.

$X_t =$

$S = [0, 1000]$ Cantidad de cerveza, continuo.

$T = \{1,2,3,\dots, N\}$ Cliente, discreto.

1.5.- TEORIA DE COLAS

Herramienta Estadísticas muy poderosa para realizar análisis cuantitativos en Sistemas Telefónicos, de Información, redes de computadoras, etc.

SISTEMAS DE COLAS:

Utilizado para modelar procesos en los cuales los clientes llegan, esperan su turno, reciben el servicio y luego se marchan. Ejemplo las cajas de los supermercados. Los sistemas de colas se definen mediante Cinco componentes:

1. La función de densidad de probabilidad del tiempo entre llegadas.
2. La función de densidad probabilidad del tiempo de servicio.
3. El número de servidores.
4. La disciplina de ordenamiento en las colas.
5. El tamaño máximo de las colas.

Para analizar un sistema de colas, deben conocerse la función de densidad de probabilidad del *tiempo entre llegadas.* , La función de densidad del *tiempo de servicio. La cantidad de servidores.* Muchos bancos, utilizan una sola cola para todos sus clientes y, cada vez que un cajero se libera, el cliente que se encuentra al frente de la cola se dirige a dicha caja *(cola multiservidor)* En otros bancos, cada caja, tiene su propia cola (colas independientes de un solo servidor). *La disciplina de ordenamiento* de una cola describe el orden según el cual los clientes van siendo tomados de la cola. No todas las colas, *poseen una capacidad infinita* de recepción de clientes. Cuando hay demasiados clientes, pero sólo existe un número finito de lugares en cola, algunos clientes se pierden o son rechazados. Nos centraremos exclusivamente en sistemas de capacidad infinita con un solo servidor y una disciplina de primero en llegar se le despacha primero. Para estos sistemas se utiliza la notación A/13/m, en donde A es la densidad de probabilidad de tiempo entre llegadas, B es la densidad de probabilidad de tiempo de servicio y m es el número de servidores. Las densidades de probabilidad A y B son escogidas a partir del conjunto:

M- Densidad de probabilidad exponencial (M significa Markov)

D- Todos los clientes tienen el mismo valor (D significa determinístico)

G- General (es decir, densidad de probabilidad arbitraria)

La hipótesis de utilizar una probabilidad de tiempo entre llegadas exponencial es totalmente razonable para sistemas que manejan una gran cantidad de clientes independientes. En semejantes condiciones, la probabilidad de que lleguen exactamente n clientes, durante un intervalo t, estará dada por la ley de Poisson

$$no.^{(\lambda t)^{r}} e \qquad (1)$$

Donde I; es la velocidad media de llegadas. Demostraremos que las llegadas de Poisson generan una densidad de probabilidad de tiempo entre llegadas de tipo exponencial. La probabilidad, $p(t)\Delta t$ de que un intervalo entre llegadas se encuentre entre t y $t+\Delta t$ es exactamente la probabilidad de que no existan llegadas durante un tiempo t, multiplicada por la probabilidad de que exista una sola llegada en el intervalo infinitesimal Δt:

$$p(t)\Delta t = P_o(t)P_1(\Delta t)$$

donde

$$P\ (t) = \qquad (\Delta t) =$$

En el limite $\Delta t \to 0$ y el factor exponencial en Pi se acercan a la unidad, por lo tanto

$$p(t)dt = \lambda e^{-\lambda t} dt \qquad (1\text{-}1)$$

La integración de la ecuación 1-1, entre 0 y 00; es igual a 1,

1.5.1.- PROCESO DE POISSON:

Se utilizan tres enunciados básicos para definir el proceso de llegada de Poisson. Considérese un pequeño intervalo de tiempo Δt ($\Delta t \to 0$) separando los tiempos t y $t+\Delta t$ como se muestra en la figura 2.2. Entonces:

1. La probabilidad de una llegada en el intervalo Δt se define como X; $\Delta t << 1$ siendo X; Una constante de proporcionalidad especificada.
2. La probabilidad de cero llegadas en Δt es $1-\lambda\Delta t+0(\Delta t)$
3. Las llegadas son procesos sin memoria: cada llegada (evento) en un intervalo de tiempo es independiente de eventos en intervalos previos o futuros.

Por definición 3, la probabilidad de un evento en el tiempo $t+\Delta t$ depende de la probabilidad en el tiempo de sólo t; Y por los enunciados 1 y 2, queda excluido el caso de más de una llegada u ocurrencia de un evento en el intervalo Δt ($\Delta t \to 0$) al menos a $0(\Delta t)$. Si ahora se toma un intervalo finito T mayor, se encuentra la probabilidad $p(k)$ de k llegadas en T dada como:

$$P(k) = \frac{(\lambda T)^k}{k!} \qquad \textbf{k= 0,1,2,......} \qquad \textbf{(2)}$$

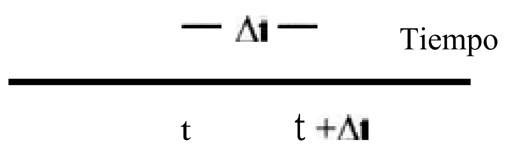


Figura 2.2 Intervalo de tiempo usado en la definición del proceso de Poisson

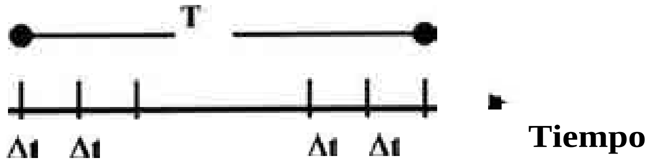


Figura 2.3 Derivación de la distribución de Poisson

Entonces:

$$\sum_{k=0} p(k) = 1$$

El valor esperado es:

$$E(k) = \sum_{k=0} k p(k) = \lambda T \qquad \textbf{(2-1)}$$

La varianza

$$E[k - E(k)]^2 = E(k^2) - E^2(k), \qquad \sigma_k^2 \equiv E(k) = \lambda T \qquad \textbf{(2-2)}$$

X :tasa promedio de llegadas de Poisson $\lambda = E(k)/T$

De las ecuaciones (2-1) y (2-2), E(K) tiende a cero conforme λT aumenta:

Para valores grandes de λT la distribución se encuentra concentrada alrededor

$$\sigma_k / E(k) = 1/\sqrt{\lambda T}$$

del valor promedio λT Si se mide el número de llegadas n en un intervalo T grande (λT>>1,oT>>1/λ;). n/T sería la buena estimación de X. Nótese que $p(0) = e^{-\lambda T}$. Si λT aumenta y la distribución alcanza valores alrededor de $E(k) = \lambda T$, la probabilidad de no llegadas en T se aproxima exponencialmente a cero con T. (2) se deriva de los tres enunciados del proceso de Poisson. En la figura 2.3, considérese m intervalos, Δt. Sea p=λΔt la probabilidad de un evento en cualquier Δt, y la probabilidad de O eventos es q=1-λΔt. Usando el enunciado de independencia, parece entonces que la probabilidad de k eventos en cualquier intervalo T= Δt está dada por la distribución binomial

$$p(k) = \Big)p\ q^{m} \qquad (2\text{-}3) \qquad \text{con} \qquad \Big|\,{m \atop }\Big) \quad (m-k)!\,k!$$

Sea Δt-->0, pero con T=mΔt fijo. Usando la ecuación que define la exponencial,

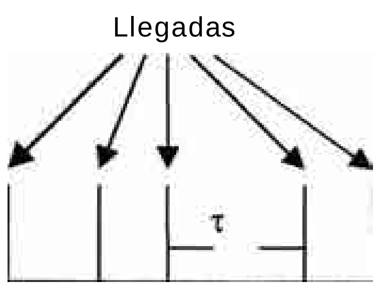
$$lim_{t\to 0} = (1+at)^{k/t} = {}^{-ak} \qquad 0 \qquad (2\text{-}4)$$

Por aproximación de Stirling se obtiene (2). Considérese un intervalo grande de tiempo, y señálense los intervalos en los que ocurre un evento. Se obtiene una secuencia aleatoria de puntos (figura 2.4). El tiempo entre las llegadas sucesivas se representa con el simbolo τ. (t; es una V. A.) positiva con distribución continua. En Poisson t es una V.A. de distribución exponencial (figura 2.5); donde;.

$$f_t(\tau) = {}^{-}e$$

El tiempo entre llegadas es pequeño, la probabilidad entre dos eventos sucesivos disminuye en forma exponencial con el tiempo τ. El valor medio E(τ) es:

$$E(\tau) = \int_0 \tau f_\tau(\tau)\,d\tau = \qquad (2\text{-}5)$$



Tiempo

Figura 2.4 Llegadas de Poisson

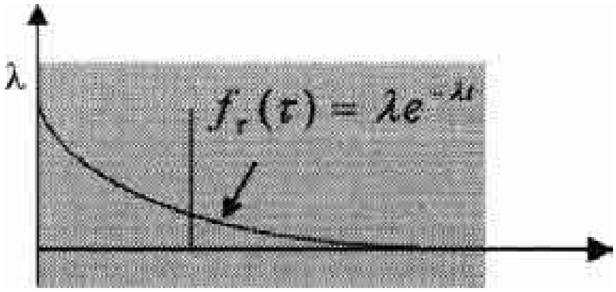


Figura 2.5 Distribución exponencial entre llegadas

La varianza está dada por:

$$\sigma_\tau^2 = 1/\lambda^2 \qquad \text{(2 -6)}$$

El tiempo promedio entre llegadas resulta el esperado, ya que si la tasa de llegadas es X., el tiempo entre ellas debería ser 1/λ. De la figura 2.6, sea t la V.A que representa el tiempo transcurrido desde un origen arbitrario hasta el tiempo de la primera llegada. Tómese cualquier valor x. No ocurren llegadas en el intervalo (0,x) si, y sólo si, $\tau > x$. La probabilidad de que $\tau > x$ es exactamente la probabilidad de que no ocurran llegadas en (0,x), es decir,

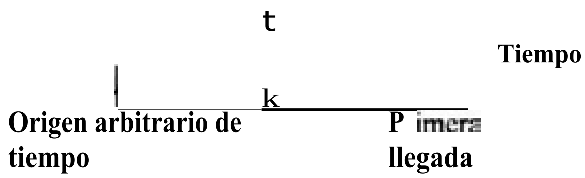


Figura 2.6 Derivación de la distribución exponencial

$P(\tau > x)$ = prob.(número de llegadas en (0,x) = O) = $e^{\lambda x}$ (por 2)

Entonces la probabilidad de que $\tau \leq x$ es

$$P(\tau \leq x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

Que es la distribución acumulativa de probabilidad $F\lambda(x)$ de la V.A T. Por tanto.

$$F(x) = 1 - {}^{\lambda x} \qquad (2\text{-}7)$$

De donde $f\tau = dF\tau(x)/dx = \lambda e^{x}$ La cercana relación entre el proceso de llegadas y el tiempo entre llegadas con distribución exponencial puede aplicarse después de discutir las propiedades de la distribución exponencial del tiempo de servicio. Así, considérese una cola con usuarios en espera de servicio. Céntrese la atención en la salida de la cola y señálese el tiempo en que un usuario completa el servicio (figura 2.7). Sea r, V.A que representa el tiempo entre cumplimiento de servicio. También puede ser el tiempo de servicio si el siguiente usuario es atendido tan pronto como el que está en servicio abandona el sistema. En particular, tómese el caso en que r tiene distribución exponencial, con un valor promedio E(r)=1/μ Entonces

$$(r) = \mu e^{-ur} \qquad r>0 \qquad (2\text{-}8)$$

Pero al comparar las figuras 2.7 y 2.4 es evidente que si r, el tiempo entre cumplimientos de servicio, tiene distribución exponencial, entonces los tiempos de terminación deben representar por sí mismos un proceso de Poisson. El proceso de servicio es completamente análogo al proceso de llegada. Sobre esta base, la probabilidad de un cumplimiento en el intervalo (t, t+Δt)

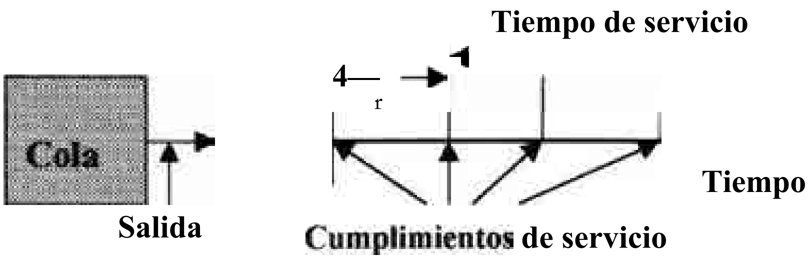


Figura 2.7 Cumplimientos de servicio a la salida de una cola

Es $\mu\Delta t+\hat{O}(\Delta t)$, y la probabilidad de no-cumplimiento en $(t,t+\Delta t)$ es $1-\mu\Delta t+\hat{O}(\Delta t))$, independientemente de los cumplimientos pasados o futuros. El modelo de servicio con distribución exponencial tiene implícita la propiedad de independencia de los enunciados para el proceso de Poisson. Antes de proseguir el proceso de formación de las colas, se incluye una propiedad más al proceso de Poisson. Supóngase que se mezclan m flujos de Poisson independientes, de tasas arbitrarias de llegada, $\lambda 1$, respectivamente. Entonces el flujo compuesto es en sí un flujo de Poisson, con parámetro de llegada. 2 + (1=1 a n). Una prueba sencilla: sea $N^{i}(t,t+\Delta t)$ el número de eventos en un proceso de Poisson i, i=1,2,...m en el intervalo $(t,t+\Delta t)$. Sea $N(t,t+\Delta t)$ el número total de eventos de flujo compuesto.

Entonces.

$$P.[N(t,t+\Delta t)=0]=\prod_{i=1} P[N^{i}(t,t+\Delta t)=0] \tag{2.9}$$

$$=\prod [1-\lambda_i\Delta t+o(\Delta t)]=1-\lambda\Delta t+o(\Delta t)$$

$$=\sum_{=1}^{m}\lambda_i$$

Ya que los procesos individuales son independientes. Un cálculo similar muestra que

$$P[N(t,t+\Delta t)=1]=\lambda\Delta t+o(\Delta t). \tag{2-10}$$

Esto prueba la relación deseada. Las sumas de procesos de Poisson conservan pues la distribución.

1.5.2.- COLAS M/M/1

Una cola infinita donde llegan por término medio 7L Clientes por unidad de tiempo, y son servidos por término medio μ clientes por segundo. La cola puede encontrarse

en los estados {1,2,3,..K}. El número de transiciones K-->K+1 es entonces λp_k y el número de transiciones K-->K-1 es μp_k

$$\cdot\cdot\lambda p_0 \cdots > \quad \cdots\lambda p_1 \cdots > \quad \cdots\lambda p_2 \cdots >$$

0 1 2 ..

$$< \cdot\cdot \mu p_1 \cdots \quad < \cdot\cdot \mu p_2 \cdots \quad < \cdot\cdot \mu p_3 \cdots$$

En el equilibrio, el número de transiciones en uno y otro sentido ha de ser igual, por término medio, so pena de que la cola se encuentre vacía permanentemente o crezca sin límite. Por tanto, si p_k es la probabilidad estacionaria de que el sistema se encuentre en el estado k:

$$\lambda p_0 = \mu p_1$$

$$\lambda p_1 = \mu p_2$$

$$?p^2 = \mu p_3$$

$$\cdots\cdots\cdots \qquad (3)$$

$$\lambda p_{k-1} = \mu p_k$$

Resolviendo la primera p 1 podemos encontrar p2 de la segunda, en la tercera encontramos p3 y así sucesivamente, obteniendo el resultado general:

$$p_k = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k p_o \qquad (4)$$

Falta por encontrar p_0 para lo cual nos servimos de la condición:

$$\sum_{k=0}^{\infty} p_k = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k Po = p_0 \sum_{k=0} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k = 1 \qquad (5)$$

Suponemos que el ritmo medio de servicio es mayor que el ritmo medio de llegada:

$$\sum_{k=0} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k = \frac{1}{1-\frac{\lambda}{\mu}} \qquad (6)$$

Finalmente:

$$p_k = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) = (1-\rho)\rho^k \qquad (7)$$

El número medio de clientes en la cola no es otro que:

$$N = \sum_{k=0} k p_k = (1-\rho)\sum_{k=0} k\rho \qquad (8)$$

Sabemos que:

$$\sum_{k=0} \rho^k = \frac{1}{1-p} \qquad (9)$$

Derivando la expresión anterior y multiplicando ambos lados por p **obtenemos:**

$$\sum_{k=0} k\rho^k = \frac{p}{(1-p)^2} \qquad (10)$$

En definitiva:

$$N = \frac{\;}{-\mu}$$

Obsérvese que cuando el ritmo de llegada se aproxima al ritmo de servicio la cola crece indefinidamente. Si llegan X clientes a la cola por término medio, y esta tiene la longitud que acabamos de encontrar, el tiempo T viene dado.

$$T = \frac{\bar{N}}{A} = \frac{\mu}{\mathbf{1} - p} \qquad (12)$$

1.5.3.- COLAS M/M/Q :

Un modelo de nodo algo más realista, donde llegan de media X tramas por segundo, que pueden ser canalizadas por Q líneas de salida. Si una trama llega en un momento en que todas las líneas de salida se encuentran ocupadas, es descartada. La pregunta es ¿qué número de salidas está ocupadas por término medio?. Una representación de la cadena de estados en este caso es la siguiente:

λp0 ---> λp1 ---> ...λp2 ---->

0 **1** **2**

μp1 ... <-- μ2μp2 ... ...

Obsérvese que el número de transiciones por unidad de tiempo hacia un estado inferior depende del estado actual. Claramente, cuantas más líneas haya ocupadas en un momento dado, mayor es la probabilidad de que alguna quede libre en el instante siguiente. El sistema que hemos de resolver ahora es el siguiente:

$\lambda p_0 =$

$\lambda p_1 = 2\mu p_2$

$\lambda p_2 = 3\mu p_3$

.... **(13)**

$\lambda p_{k-1} = k\mu p_k$

De donde obtenemos la solución general:

$$p_k = \frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k p_0 \qquad \textbf{(14)}$$

Como siempre, la probabilidad de que la cola se encuentre vacía se obtiene de la condición de normalización, es decir, del hecho de que la suma de las probabilidades para todos los estados es la unidad:

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{k=0} (2\backslash^k} \quad \textbf{(15)}$$

En un modelo sencillo, el nodo dispondría de un buffer para almacenar aquellas llamadas que llegasen cuando todas las líneas estuviesen ocupadas. Inmediatamente que queda libre una línea, uno de los paquetes del buffer es tomada y colocado en esa línea. Si este proceso no altera significativamente la operación del nodo, se puede modelar el buffer como una cola de probabilidad de transición hacia estados superiores dada por λpQ y probabilidad de transición hacia estados inferiores dada por 4. Gráficamente:

·λpQ ··λpQ ·> λpC >

0 **1** **2**

<·· μQ <·· μC «—

Llamando X,– =λPQ y μ~=μQ ,e1 número medio de tramas almacenadas en el buffer viene dado por:

$$\frac{\quad}{l - p} \quad \textbf{(16)} \qquad \text{con} \quad P =$$

1.5.4.- FORMULAS GENERALES IMPORTANTES:

TIEMPOS DE ESPERA:

En un proceso de Poisson, el tiempo de arribo del n-ésimo evento, Sn, también llamado *tiempo de espera hasta el evento n-ésimo* está dado por

$S_n =$ **X,** para n 1 Donde X1, X2, Xn son los tiempos de interarribo

Porque Sn es la suma de n variables aleatorias independientes, cada una con distribución exponencial con parámetro X., su distribución es una distribución gama con parámetros (n, cuya función densidad es

$$f(t) = \begin{cases} \dfrac{\lambda e_{-} (\lambda t)^{n}}{(n-1)!} & \textbf{para } t > 0 \\ 0 & \textbf{para } t < 0 \end{cases}$$

PARÁMETROS:

- *Ti:* tiempo total en el sistema del cliente *Ci*
- $\alpha(t)$ = número de arribos hasta el tiempo t.
- 0(t) = número de salidas hasta el tiempo t.
- $N(t) = \alpha(t)$ - RO: número de clientes en el sistema al tiempo *t*.

$y(t) = \int_0^t N(x)\,dx = \sum_{i=1}^{a(t)} T_i =$ tiempo total de todos los clientes que han estado en el sistema hasta el tiempo *t*.

$\bar{N}_t = \frac{y(t)}{t}$ =Número promedio de clientes en el sistema en el intervalo de tiempo(0,t

- $N = \lim N$ = Número promedio de clientes en el estado estable del sistema.

- $2(0 = \alpha(t) / t =$ Tasa promedio de arribo por unidad de tiempo en el intervalo de tiempo (0,t.
- $A = \lim$ = Tasa promedio de arribo en el estado estable del sistema.
- $T_t = \gamma(t) / \alpha(t) =$ Tiempo promedio que un cliente está en el sistema durante *(0,1).*
- $T = \lim T$ = Tiempo promedio que un cliente está en el sistema durante el estado estable del sistema.

TEOREMA DE LITTLE (CASO GENERAL)

Sea la notación siguiente.

X: número promedio de arribos por unidad de tiempo.

L =N número promedio de clientes presentes en el sistema.

Lq número promedio de clientes en la línea de espera.

Ls número promedio de clientes recibiendo servicio.

W= T: tiempo promedio que un cliente está en el sistema.

Wq tiempo promedio que un cliente está en la línea de espera.

Ws tiempo promedio que un cliente está recibiendo servicio.

Nota: Entendemos por promedio, el que se alcanza en el estado estable. Para cualquier sistema de colas el cual tiene una distribución de estado estable, las siguientes relaciones se cumplen

L = W

Lq = X Wq

Ls = X Ws

Estado estable para M/M/1 (Cont...)

$p_o = 1 - p \quad Y \; P = (1 - \rho)\rho$

La probabilidad de que el servidor esté ocupado es igual a la probabilidad de que haya uno o más clientes en el sistema, es decir, es igual a

$p_1 + p_2 + p_3 + \cdots = p$ Por lo que a $p = \frac{\lambda}{\mu}$ se le llama factor de utilización.

Probabilidad de que haya al menos k clientes en el sistema es igual a:

$$\sum_{J \geq k} p = \sum_{J=k} \rho (1 - \rho) = (1 - \rho) \frac{P}{1-P} = \rho$$

Obtención de L, Lq y Ls para M/M/1

$$L = \sum_{J=0} \quad \sum_{1=0} (1 - P) \quad \rho)\sum_{J=0} P \quad \frac{P}{1-p} \quad /2-$$

$$L_q = \sum_{i=1} (j-1)P_j = \sum_{J=1} jP_j - \sum_{J=1} P_j = L - (1 - p_0) = L - p = \frac{P^2}{1-P} \quad \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$L_s = 0P_0 + 1(p_1 + p_2 + \cdots) = 1 - p_0 = p = \frac{\lambda}{\mu} = factor$ de utilización

$L = L_q + L_s$

Obtención de W, Wq y Ws para M/M/1

$$W = \frac{L}{\lambda} = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{1}{\mu}$$

$$W = W_q + W_s$$

Optimización de costos en una cola

Costo total = Costo del servicio + Costo de esperar

Sea

Cs = Costo del servicio por unidad de tiempo

Cw = Costo de esperar por unidad de tiempo

k = Número de servidores

Costo del servicio por unidad de tiempo = k x Cs

Costo de esperar por cliente = Cw x (tiempo promedio esperando)

Costo de esperar por unidad de tiempo = X x Cw x (tiempo promedio esperando)

= Cw x X x Wc si sólo importa esperar en línea

= Cw x x W si importa tiempo en el sistema

Costo total por unidad de tiempo = k x Cs + Cw x x (Wq ó W)

Cola M/M/m (cont...)

En este caso tenemos

$$Po = \frac{1}{\frac{(m\rho)^k}{k!} \quad \frac{(m\rho)^m}{m!} \quad \frac{1}{1-p}}$$

$k=0$

$$\frac{(m\rho)^j}{j!} \quad < m$$

$$Pi = Po \frac{\rho^j m^m}{m!} \quad j > m$$

$$P = \_\_\_\_ < 1$$

Fórmula C de Erlang (Cola M/M/m)

¿Cuál es la probabilidad de que un cliente tenga que esperar antes de ser atendido?

$$P[\text{esperar en la fila}] = \sum_{k=m} p_k = \sum_{k=m} p_0 \frac{(m\rho)^k}{m!} \frac{1}{m^{k-m}}$$

$$\frac{\frac{(m\rho)^m}{m!}\frac{1}{1-p}}{\sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m\rho)^k}{k!} + \frac{(m\rho)^m}{m!}\frac{1}{1-p}} \qquad p = \frac{\lambda}{m\mu} < 1$$

Tiempos de espera para una cola M/M/m

- ***TW***: tiempo total en el sistema de un cliente
- ***Tq***: tiempo en la línea de espera de un cliente

Tiempos de espera para una cola M/M/1

$$T_W = \begin{cases} S_1 + S_2 + \cdots + S_n + S & n \geq 1 \\ S & n = \end{cases}$$

Los Si ($i=1,2,...,n$) son los tiempos de servicio para los clientes que están en el sistema cuando llega el "nuevo" cliente y S es el tiempo de servicio para el cliente en cuestión. Todas estas variables son independientes con una distribución exponencial con parámetro p.

Tiempos de espera para una cola M/M/m

$$T_w = \begin{cases} X_1 + X_2 + \cdots X_{n-m+1} + S & n\ m \\ S & n < m \end{cases}$$

Las Xi $1)$ son independientes con distribución exponencial con parámetro m y S es el tiempo de servicio para el cliente en cuestión que tiene una distribución exponencial con parámetro p.

Tq* = *TW* - *S

Distribuciones de los tiempos de espera para M/M/m

$$F_{t_w}(t) = \Pr(T_w \le t) = 1 - e^{-\mu t}\left\{1 + \left(1 - \pi_c \sum_{j=0}^{m-1}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \times \frac{1}{j!}\right) \frac{1-\exp[-\mu t(m-1-m\rho)]}{m-1-m\rho}\right\}$$

$$F_{t_q}(t) = \Pr(T_q \le t) = 1 - \left[1 - \sum_{j=0}^{m-1}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \times \frac{1}{j!}\right] \times \exp[-m\mu(1-\rho)t]$$

$$para\ t > 0,\ \rho = \frac{\lambda}{m\mu}$$

Caso M/M/1

En el caso de un servidor, se tiene que T_w tiene una distribución exponencial con parámetro $\mu - \lambda$ es decir, su función de distribución y de densidad es:

$$F_{t_w}(t) = 1 - e^{-(\mu-\lambda)t} \quad \text{Y} \quad f(t) = (\mu-\lambda)e^{-(\mu-\lambda)t} \qquad \text{para } t > 0,$$

Respectivamente.

Clientes Rechazados

En muchos sistemas de colas, cuando un cliente llega y encuentra que todos los servidores están ocupados, se retira. En otras palabras, para fines prácticos, este cliente se pierde.

Fórmula de Rechazo de Erlang

Una probabilidad importante es la probabilidad de bloquearle la entrada a un cliente, es decir, la probabilidad de que un cliente, al llegar, encuentre todos los servidores ocupados. Esta probabilidad está dada por p_m y la fórmula que la define es llamada ***Fórmula de Rechazo de Erlang*** ("Erlang's Loss Formula").

$$p_m = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^m / m!}{\sum_{i=0}^{m} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i / i!}$$

1.5.5.- REDES DE COLAS:

Conjunto de nodos interconectados entre sí. Un cliente comienza su camino en un nodo, donde espera su servicio durante un cierto tiempo, y salta a continuación a otro, donde recibirá otro servicio. Las redes pueden ser cerradas, cuando hay un número fijo de clientes circulando, abiertas, cuando los clientes pueden abandonar el sistema y/o otros pueden incorporarse a él, y mixtas, donde hay una población fija y una flotante. La red más sencilla que podemos concebir es una formada por dos nodos en serie, cada uno tiene distribuciones exponenciales para los tiempos entre llegadas y para los tiempos de servicios. El estudio de redes de colas se facilita por el Teorema de Burke Burke demostró que, en régimen estacionario, la salida de un sistema M/M/m con una tasa de entrada gamma independiente del proceso de entrada. Si consideramos todo el sistema como una caja negra donde entran un número determinado de clientes, en el equilibrio forzosamente ha de salir el mismo número de clientes, y que si la entrada es «desordenada» y la operación de los servidores también lo es, la salida ha de ser forzosamente «desordenada». El tiempo medio de respuesta de la red será igual a la suma de los tiempos medios de respuesta en cada uno de los nodos, ya que cada nodo es independiente:

$$T_{red} = \frac{}{1-\rho_1} \quad 1-\rho_2$$

Este resultado puede generalizarse a cualquier número de nodos donde cada uno tiene uno o más servidores exponenciales y todas las entradas son procesos de Poisson Así, en general:

$$T_{red} = \quad \mu_i \quad P \qquad \textit{donde, } A =$$

Si existe realimentación, el Teorema de Burke no es aplicable.

1.6.- CADENAS DE MARKOV

Clasificación de Estados

Estado Transitorio: Estado transitorio de un sistema es aquel por el cual el sistema una vez que pasa y sale de él, no vuelve a regresar jamas. Por Ejemplo, en el estado civil de una persona un estado transitorio es el de Soltero pues una vez que lo dejas ya no puede volver a el, es decir, puede estar Casado, y de ahí pasar a Viudo o divorciado pero nunca a soltero otra vez..

Estado Recurrente: Es un estado en el cual siempre existe la posibilidad de que el sistema vuelva a caer. Por ejemplo en el ejemplo anterior, los estados recurrentes son Casado, Viudo y Divorciado.

Estado Absorbente: Es un caso particular de los estados recurrentes, en estos, cuando el sistema lo alcanza permanece por siempre en él. Por ejemplo en las etapas de la vida La muerte, es un estado absorbente.

1.6.1. - PROCESOS MARKOVIANOS Y CADENAS DE MARKOV:

Procesos Markovianos: Un Proceso Estocástico X_t se le llama Markoviano sí para cualquiera de los tiempos. $t_0 < t_1 < t_2 < \ldots < t_n < t$,

La distribución X_t para valores dados: $X_{t0}, X_{t1}, X_{t2}, X_{t3}, \ldots, X_{tn}$

Depende solamente de X_{tn}, es decir:

$$P(X_t = x / X_{t0} = x_0, \; X_{t1} = x1, \; \ldots, X_{tn} = x_n) = P(X_t = x \; X_{tn} = x_n)$$

Pasado Presente Futuro Presente

$$P(X_t = x / X_{t0} = x_0, \; X_{t1} = x_1, \; \ldots, X_{tn} = x_n) = P(X_t = x / \; = x_n)$$

A estos procesos también se les conoce como procesos sin memoria, pues para pronosticar el futuro solo tomamos en cuenta el presente sin importarnos el pasado en el caso de un sistema con Espacio de Estados y el Espacio Parametrico discretos se les llama Cadenas de Markov.

Matriz de Transición P: La matriz de Transición esta definida de la siguiente manera:

$$P_{ij} = P(X_{t+1} = j \mid X_t = i)$$

Donde el elemento P_{ij} es la probabilidad condicional de que un sistema pase del estado i, al estado j en solo un periodo de tiempo.

Esta matriz es muy importante en el estudio de los Procesos Estocásticos pues de aquí se obtienen datos muy importantes acerca de nuestro sistema

Sean $X_0, X_1, X_2 \ldots$ V.A. donde $X_t = \{0, 1, 2, 3 \ldots M\}$ denota el estado de un sistema en el instante t. Por esto se dice que el sistema esta en i en el momento t sí $X_t = i$.

Una secuencia X_t de V.A. forma una <u>Cadena de</u> Markov si y solo sí cada vez que el sistema esta en el estado i, existe una probabilidad p_{ij} de que el sistema pasará al estado j en el próximo instante o tiempo.

Por ello se puede decir que: para todo $i_0, i_1, i_2, \ldots$

$$P\{X_{t+1} = j \mid X_t = i, X_{t-1} = \quad\quad = i_1, X_0 = i_0\} = p_{ij}$$

Los valores pi son llamados probabilidades de transición de la Cadena de Markov y satisfacen:

p_{ii} 0, $\Sigma_{j=0} p_{ij} = 1$ (i=0, 1,...M).

Una forma conveniente de representar estas probabilidades de transición es la matricial

{PRI VAT E}p_{00}	Poi	p_{02}	..	...	p_{0M}
	P_{11}				p_{1M}
P20					
				pm	.
P_{M0}	P_{M}	p_{M2}	..	..	P_{MM}

Veamos como se calcula la función de densidad de esta V.A conjuntas:

=

= ..., $X_0=i_0$ $P\{X_{t-1}=i_{t-1},..\ X_0=i_0$ =

= * P{ $X_{t-1}=i_{t-1}$ .. , $X_0=i_0$ =

repitiendo el mismo procedimiento tendremos,

= * pi_{t-2},i_{t-1} * * $pi_1 i_2$ * $p_{i_0} i_1$ * P{ X_0 =

Entonces:

i es un estado absorbente: $p_{ii} = 1$.

i es un estado transiente: existe un estado j que es alcanzable desde i pero i no es alcanzable desde j.

Estado recurrente: es un estado que no es transiente

Probabilidad Condicional; **La probabilidad condicional de que un sistema pase del estado "i", al estado "j" en "n" periodos de tiempo se calcula como:**

$P(X_{t+n} = j \mid X_t = i) = P_{ij}^{(n)}$.

Teorema de Chapman-Kolmogorov: **La probabilidad de transición en n etapas viene dada por:**

$p_{ij}^{(n)} = \Sigma_{k=0}\, p_{ik}^{(r)} * p_{kj}^{(n-r)}$ donde $0 < r < n$.

Demostración

$p_{ij}^{(n)} = P\{X_n = j / X_0 = i\} =$

$= \Sigma_{k=0} P\{X_n = j, X_r = k / X_0 = i\} =$

$= \Sigma_{k=0} P\{X_{(n-r)+r} = j \mid X_r = k, X_0 = i\} * P\{X_r = k \mid X_0 = i\} =$

$= \Sigma_{k=0}\, p_{kj}^{(n-r)} * p^{(r)}$

Aun cuando $p_{ij}^{(n)}$ denota una probabilidad condicional es posible bajo condición de un estado inicial usarlas a ella para derivar expresiones de probabilidades incondicionales. Por ejemplo:

$P\{X_n = j\} = \Sigma_{i=0} P\{X_n = j / X_0 = i\}\ P\{X_0 = i\} =$

$= \Sigma_{i=0}\, p_{ij}^{(n)} * P\{X_0 = i\} =$

Para muchas Cadenas de Markov se tiene que $p_{ij}^{(n)}$ converge (cuando $n \to +\infty$) a un valor Π_j que depende solo de j.

1.6.2.- CHAPMAN-KOLMOGOROV Y MATRICES DE TRANSICIÓN

$P^{(m+n)} = P^{(m)} P^{(n)}$

de donde se puede obtener

$P^{(n)} = P^{n}$

Cadena ergódica: todos los estados son recurrentes, aperiódicos y todos se comunican entre sí.

Condición suficiente: Si 3 n>0 tal que $p_{ij}^{(n)}>0$ $\forall i,j=0,1,..,M$ la Cadena de Markov, con esta propiedad, se llama ergódica.

Entonces, $p_{ij} = \Sigma_{k=0}\, p_{ik} * p_{kj}$ luego $\Pi_j = \Sigma_{k=0}\Pi_k * p_{kj}$

y como 4, $p_{ij}^{(n)} = 1$, entonces 4=on; = 1.

Teorema: Para una Cadena de Markov ergodica Π_j = lmn→∞pij(n) existe y Π_j (j e {0,..,M}) es la única solución no negativa de:

$\Pi_j = \Sigma_{k=0}\Pi_k * p_{kj}$ y $\Sigma_{j=0}\Pi_j = 1.$

ESTADO ESTABLE

Sea P la matriz de transición de un paso de una cadena de Markov ergódica con "s" estados. Entonces existe un vector π = tal que

$$\lim_{n \to \infty} P^n = \begin{matrix} \pi_1 & \pi_2 & \cdots & \pi_s \\ \pi_1 & \pi_2 & \cdots & \pi_s \\ \vdots & & & \\ \pi_1 & \pi_2 & \cdots & \pi_s \end{matrix}$$

Es decir, $\lim_{n \to \infty} P_{ij}^{n} = \pi_j$, independientemente del estado inicial i.

Al vector n = $[\pi 1, \pi 2, \ldots, \pi s]$ se le llama *distribución de probabilidades del estado estable* de la cadena y satisface $\pi = \pi P$ es decir

$$\pi_j = \sum_{k=1} \pi_k p_{kj}\ j = 1, 2, \ldots, s$$

Esto nos da s ecuaciones con s incógnitas. Sin embargo, es un sistema linealmente dependiente. Para resolverlo, se reemplaza cualquiera de estas s ecuaciones por

$$\pi 1 + \pi 2 + \ldots + \pi s =$$

***INTERPRETACIÓN INTUITIVA DE** ir*

De la igualdad en una de las láminas anteriores, obtenemos

$$\pi (1 - p\ ) = \sum_{k \neq j} k\ P_{kj}$$

Esta ecuación dice que en el estado estable,

Probabilidad de que se salga del estado j= Probabilidad de que se entre al estado j En otras palabras, el "flujo" de probabilidad que entra a un estado es igual al "flujo" de probabilidad que sale de ese estado.

El comportamiento de un proceso de Markov antes de alcanzar el estado estable se le llama *comportamiento transiente o de corto plazo.*

Matriz de Accesibilidad: Es una matriz A que contiene los indicadores de comunicación entre los estados, cada elemento se define como:

A_{ij} = + si el estado " i " va a " j "

= O Si el estado " i "no va al estado " j "

2.- HIPOTESIS

Las hipótesis planteadas son:

1.- El proceso penal en su primera Etapa se comporta como una Línea de Espera de Poisson

1.1.- La función de densidad del tiempo entre llegadas es del tipo exponencial

1.2.- La función de densidad de probabilidad del tiempo de servicio es del tipo exponencial.

1.3.- En el Sistema de Información Penal los usuarios son independientes entre sí uno del otro.

2.- Los estados del proceso penal en la segunda etapa actúan como estados de una Cadena de Markov Es decir existen probabilidades de entrada y probabilidades de salida de un estado a otro.

3.- METODOLOGÍA

Es necesario contar con herramientas estadísticas como la Teoría de Colas y Cadenas de Markov que permitan modelar, simular y probar el comportamiento del Sistema de Información Penal para luego ser implantado. Con el propósito de tener una *mayor probabilidad de disminuir el riesgo* a la hora de implantar el Sistema.

La aplicación fue realizada en la Corte Superior del Cono Norte de Lima. Se modelo un Sistema de Información en el área Penal. Primeramente definiremos, las características importantes el Sistema Información Penal, que consta de dos etapas bien definidas:

Primera Etapa:

Se aplica la Teoría de Colas, consideraremos el Sistema con un número infinito de usuarios, hallaremos *La densidad de probabilidad del tiempo entre llegadas,* que describe el intervalo de tiempo entre llegadas consecutivas, para este cálculo las observaciones de llegada de los usuarios serán registradas y clasificadas. Todo usuario requiere de cierta cantidad de *tiempo de servicio* que varía de un usuario a otro. Para analizar un sistema de colas, deben conocerse la función de densidad de probabilidad del tiempo de servicio, como la función de densidad del tiempo entre llegadas. *La cantidad de servidores* se utilizará una sola cola larga para todos los usuarios y, cada vez que un servidor se libera, el usuario que se encuentra al frente de la cola se dirige a dicho servidor (sistema de cola multiservidor). *La disciplina de ordenamiento* utilizaremos el método del primero en llegar es el primero en ser servido. *Capacidad infinita de recepción de clientes.* El Sistema será de capacidad infinita con un sólo servidor la notación utilizada es A/B/m. en donde A es la densidad de probabilidad de tiempo entre llegadas, B es la densidad de probabilidad de tiempo de servicio y m es el número de servidores. Las densidades de probabilidad A y B será del tipo M: Densidad de probabilidad exponencial (M significa Markov). La densidad exponencial es por que el sistema maneja una gran cantidad de clientes independientes. Entonces demostraremos que las llegadas de Poisson generan una densidad de probabilidad de tiempo entre llegadas de tipo exponencial. La probabilidad de los tiempos de servicio será también de tipo exponencial. , La selección de la muestra en esta etapa se realizara por el método del muestreo aleatorio simple. (Anexo 1), los datos se muestran en el Anexo 2

Segunda Etapa:

Se aplicará Las Cadenas de Markov. En primer lugar se definirá el Proceso Estocástico (X_t que representa la situación de un usuario en la dependencia penal), El Espacio de Estados está definido por: S ={Vista Fiscal, Tramite, Pendiente de Sentencia, Sentencia, Informe final, Auto Final. El Espacio Paramétrico es: P = { 0,1,2,3, .. ,MAX} se utiliza la Teoría de Grafos para ilustrar la situación de los estados del proceso: Hallaremos la {PRIVADC "TYPE=PICT;ALT=G"}*Matriz de Transición P* donde se ilustra las probabilidades de nuestro sistema penal, $\{P_{ij}=p(X_{t+1}=j / X_t= i$. La probabilidad condicional de que un sistema pase del estado "i", al estado "j" en "n" periodos de tiempo se calcula como: P (X_{t+n} = j 1 X_t = i) = P_i) Deduciremos las probabilidades del estado donde se encuentra el expediente(usuario) en un determinado tiempo, de este modo conocer la situación de nuestro usuario(expediente) en los siguientes periodos de tiempo, para esto utilizaremos la Ecuación Recursiva de la Cadena de Markov Π^{n} = Π_n P ó = Π_0 * P^{n+1} ayudado por un programa de cómputo. Clasificaremos los Estados tales como transitorios, recurrentes y absorbentes, utilizamos la Matriz de Accesibilidad (A: matriz de Accesibilidad). Para poder analizar los estados del proceso el estudio se realizó directamente en las dependencias penales en donde se tomó las muestras de expedientes para poder calcular las variables necesarias para el estudio (Anexo 1. Se utilizaron los programas como Excel, SPSS, SQL, Power Builder y otros. Los Datos se muestran en el Anexo 3

Simular y probar estos modelos estadísticos, consiste en desarrollar la teoría de colas, cadenas de Markov en cada etapa del proceso de forma tal que la metodología pueda ser aplicada y conocida, en la institución y en las diferentes empresas, las características más importantes permitirán que los modelos generados con ésta puedan ser representados en términos de ecuaciones estadísticas, programas computacionales, para poder ser probadas y simulados. El Sistema de Información de las Dependencias Penal (Diagrama N° 1, N° 2, N° 3, N° 4, N° 5), teniendo como modelo principal.

$$T = T_{N1} + T_{N2}$$

$$T_{N1} = T_{1} + T_{ser}$$

$$T_{N2} = T_{est(1)} + T_{est(2)} + T_{est(3)} + T_{est(n)}$$

Donde: T es una variable que puede ser Tiempo, Costo, Infraestructura, Personal etc. para esta aplicación utilizaremos el Tiempo.

Entonces:

T Tiempo Total del Proceso

T_N Tiempo en el Primer Etapa

T_{N2} Tiempo en el Segundo Etapa

T11 Tiempo de Llegada

T Tiempo de Servicio

Testo) : Tiempo del Estado Uno

$T_{est(2)}$ Tiempo del Estado Dos

$T_{est(n)}$: Tiempo del Estado n-esimo

Utilizando el siguiente Modelo Estadística

$$\boxed{T = \sum t_i}$$

Nuestro Universo seria: de acuerdo a las investigaciones realizadas, las dependencias penales. Nuestra Unidad de Estudio seria toda persona (expediente) o cosa que participe en el proceso de servicio que brinda la dependencia penal. Las técnicas usadas serán: La Teoría de Colas; el Proceso de Poisson, las Colas MM1, Colas MM1. Colas MMQ Redes de Colas La Teoría de las Cadenas de Markov; Los Procesos Markovianos. Matriz de Transición, Matriz de Accesibilidad, Teorema de Chapman-Kolmogorov y otros.

CAPITULO II

SISTEMA DE INFORMACION PENAL

En el Sistema de información Penal se tomaran los puntos más importantes que a continuación se desarrollaran.

1.- MATERIALES METODOS:

Materiales:

Los Materiales utilizados son:

Software:

SSPS, POWER BUILDER, VISIO Y POWER POINT, ACCESS, EXCEL, WORD y Otros,

2.- METODOS:

- Teoría de la Información
- Procesos de Poisson

Cadenas de Markov

3.- SISTEMA DE INFORMACION PENAL:

El proceso, se inicia con el ingreso de una denuncia, escrito u otro tipo de servicio dicho ingreso es recepcionado por la Mesa de Partes Unica de los Juzgados Penales, quien designa el Juzgado que tendrá competencia del proceso, si el ingreso es una denuncia el reparto es en forma aleatoria entre las dependencias existentes, luego de ser recibido por el Juzgado, este dispondrá el trámite procesal que debe seguir, según las normas del Código de Procedimientos Penales y de acuerdo al tipo de proceso (Sumario, Ordinario y Especial). En cada dependencia penal, el recorrido o estados del proceso por donde debe pasar los expedientes o procesos son los mismos. En el Diagrama que se muestra (Diagrama Nª 1) se apreciar la estructura del Sistema de Información Penal.

La representación especifica del Sistema de Información Penal está representado por la figura N° 1. Resumida de la siguiente manera, ingresa la información que será procesada, luego esta información es procesada, es aquí en donde intervienen los diferentes factores controlables y no controlables, además en este lugar se desarrollan los diferentes estados del proceso, para luego terminar el proceso con una salida de información,

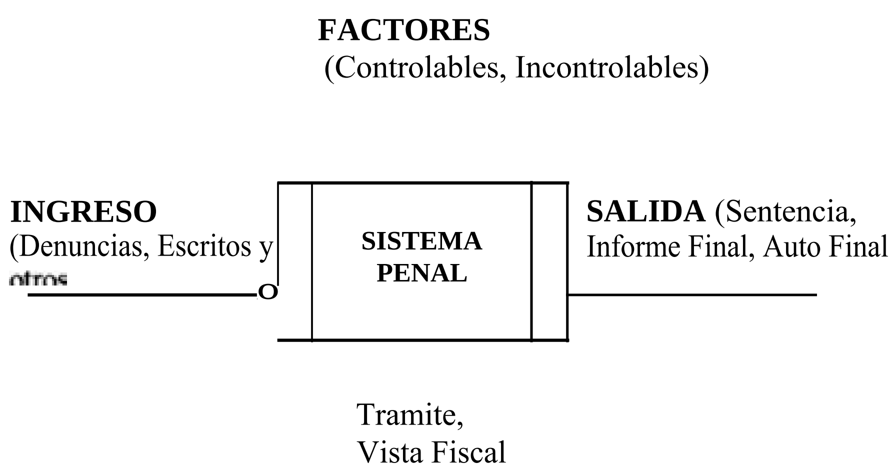
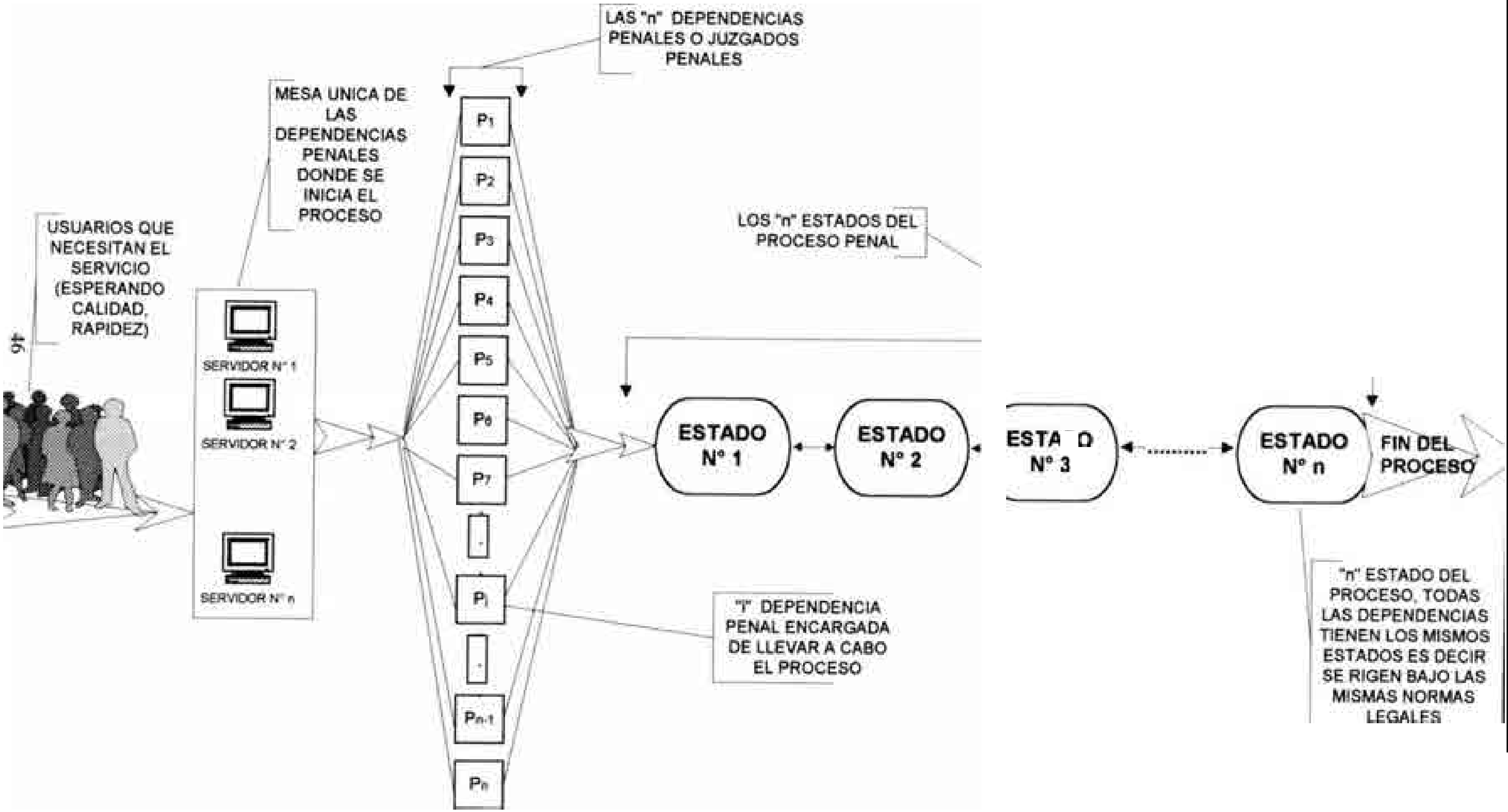


Figura N° 1

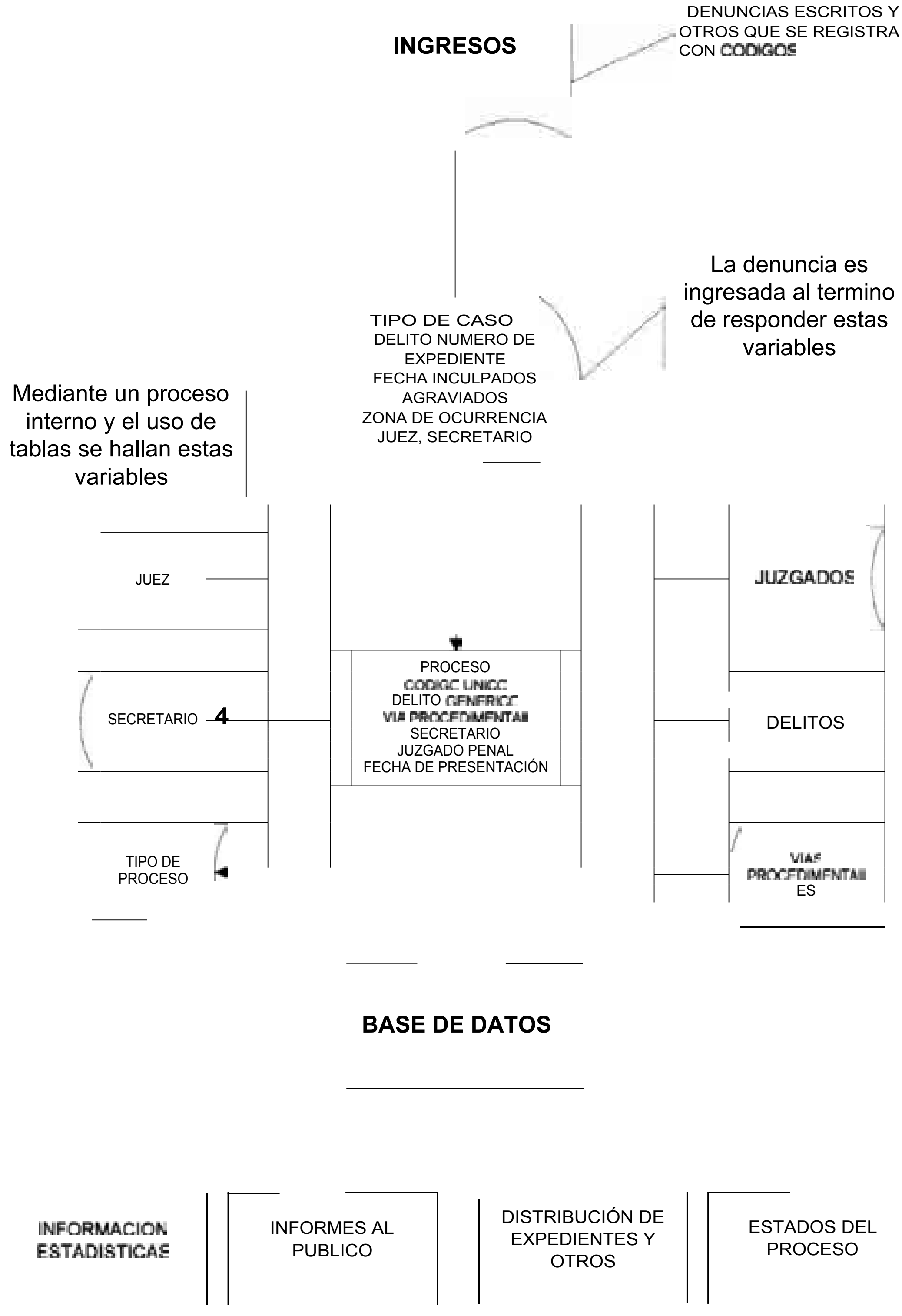
DIAGRAMA N° 1: SISTEMA DE INFORMACION PENAL



En el Diagrama número Uno, se puede observar que el proceso penal consta de dos etapas o nodos: la primera etapa consiste en que los usuarios llegan en busca de servicio y se forma una línea de espera, cada usuario espera ser atendido, luego se retira, recibiendo la información en que dependencia se tramitará su proceso, entonces la primera etapa esta concluida, en esta parte se aplicará la teoría de colas para medir el tiempo de llegada y el tiempo de servicio en la ventanilla y otras variables. La Segunda Etapa o Nodo comienza con la tramitación del expediente penal, para luego pasar a los demás estados como pendiente de sentencia, sentenciado y otros estados hasta llegar al estado final del proceso llamado Resuelto, en cada uno de los estados mediremos el tiempo probable de permanencia. Dicho sistema permitirá medir otras variables como costos, de este modo se mejora la calidad de Servicio (menor tiempo, menor costo), y la calidad de la información. Llevando a tomar una acertada y oportuna decisión en la institución, facilitando la comunicación entre el usuario y la dependencias que brindan el Servicio.

Los recursos más importantes que actúan en el Proceso Penal son los Elementos y los diferentes Entes, los elementos esta representados por los Datos (Información) y los entes esta representado por los Juzgados, Juez, Secretarios y otros. Entonces podemos representar un Flujo de Datos del Sistema de Información Penal que a continuación se muestra en el Diagrama N°. Dos.

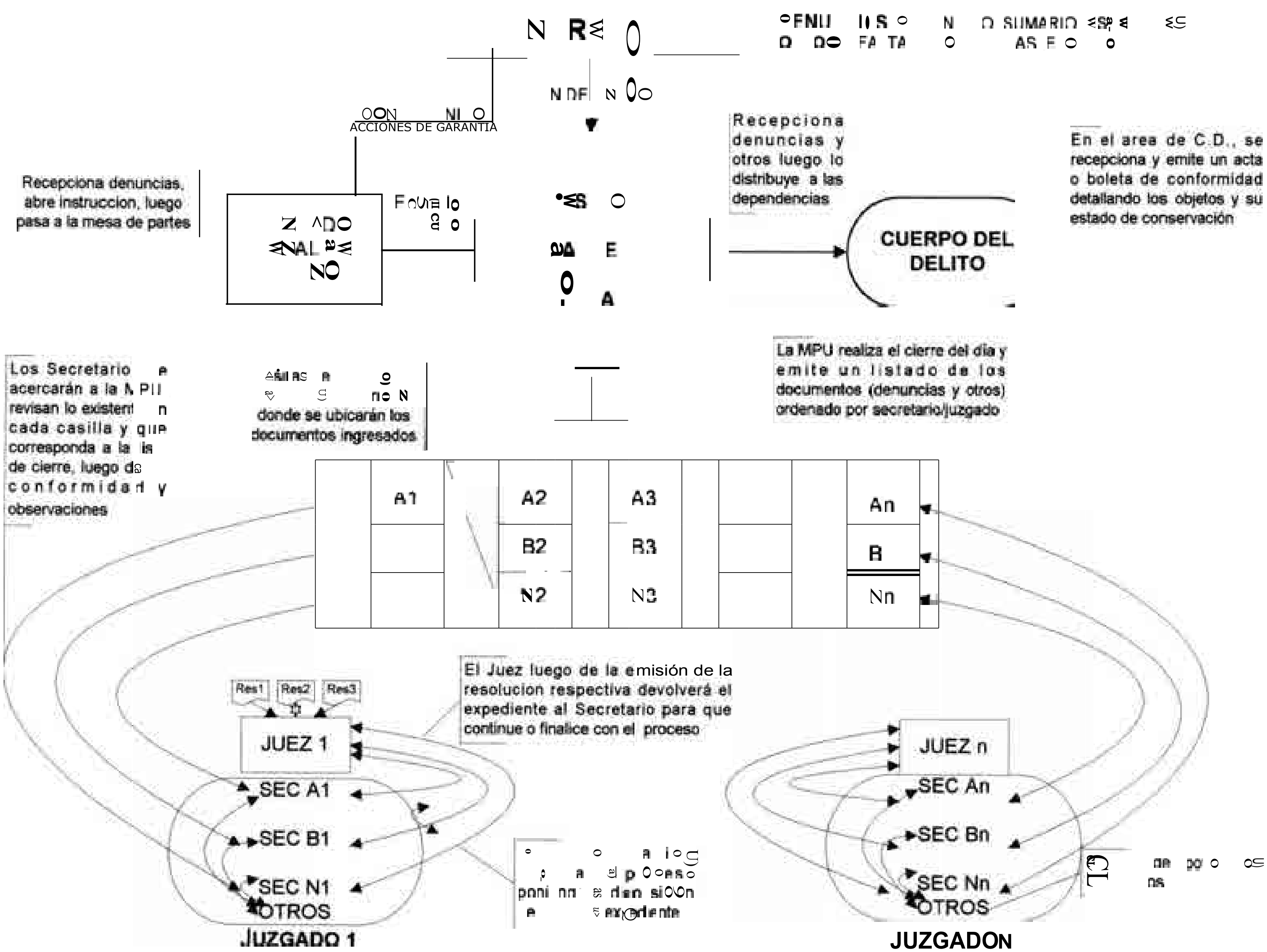
DIAGRAMA N° 2; FLUJO DE DATOS DEL SISTEMA DE INFORMACION PENAL



De lo expuesto el Sistema de Información Penal, presenta las siguientes características importantes:

Según su entitividad se clasifica en Modelo, **El Sistema Penal corresponde a una abstracción de la realidad, en donde se combina lo conceptual con las características de los objetos existentes en las dependencias de la Corte Superior del Cono Norte de** *Lima. Según su origen es Artificial,* **por que el sistema penal es independiente en cuanto a su estructura de los otros sistemas existentes en la Corte Superior, todo es creado de acuerdo a las características y necesidades del medio donde se desarrollará el proceso.** *Con relación al ambiente o grado de aislamiento es Abierto,* **por que tiene una entrada y una salida (tiene principio y fin aparente). Es decir importan y procesan información (elemento) de su ambiente. , Que determinan su equilibrio, capacidad reproductiva o continuidad, es decir, su** *viabilidad,* **el** *ambiente* **esta representado por todas las dependencias Penales de la Corte Superior del cono Norte de Lima y su** *frontera* **esta limitado por las dependencias penales que los separan de las demás dependencias, ingresa información** *(Input)* **y sale información** *(Output, y el servicio* **es la información que brinda a los usuarios. Estas características permiten diseñar el Diagrama de Flujo de la Información (Elemento) del Sistema de Información Penal, que se observa en el Diagrama Nª Tres:**

DIAGRAMA N° 3 FLUJO DE INFORMACION DEL SISTEMA PENAL



Contar con alta tecnología y personal especializado en el entorno del trabajo en la empresa tratando de reducir los costos y ser líder en el sector, es de vital importancia que todo Sistema de Información vaya siempre acompañado de la tecnología computacional de punta que permite tener una socio tecnológico que actúe como interlocutor fijo y de alto nivel entre el usuario y la empresa, esto obliga a construir los diagramas siguientes: Diagrama de Flujo de la Red Informática del Sistema de información Penal, que se observa en el Diagrama Nª Cuatro, por otro lado, con la finalidad de tener una mejor visión del Sistema Penal se construyó el Diseño arquitectónico de cada dependencia penal, que se muestra en el Diagrama Nª Cinco Los diagramas mencionados permiten tener una mayor perspectiva de mejor información, mejor calidad de servicio y mejor producción en la Corte Superior del Cono Norte De Lima.

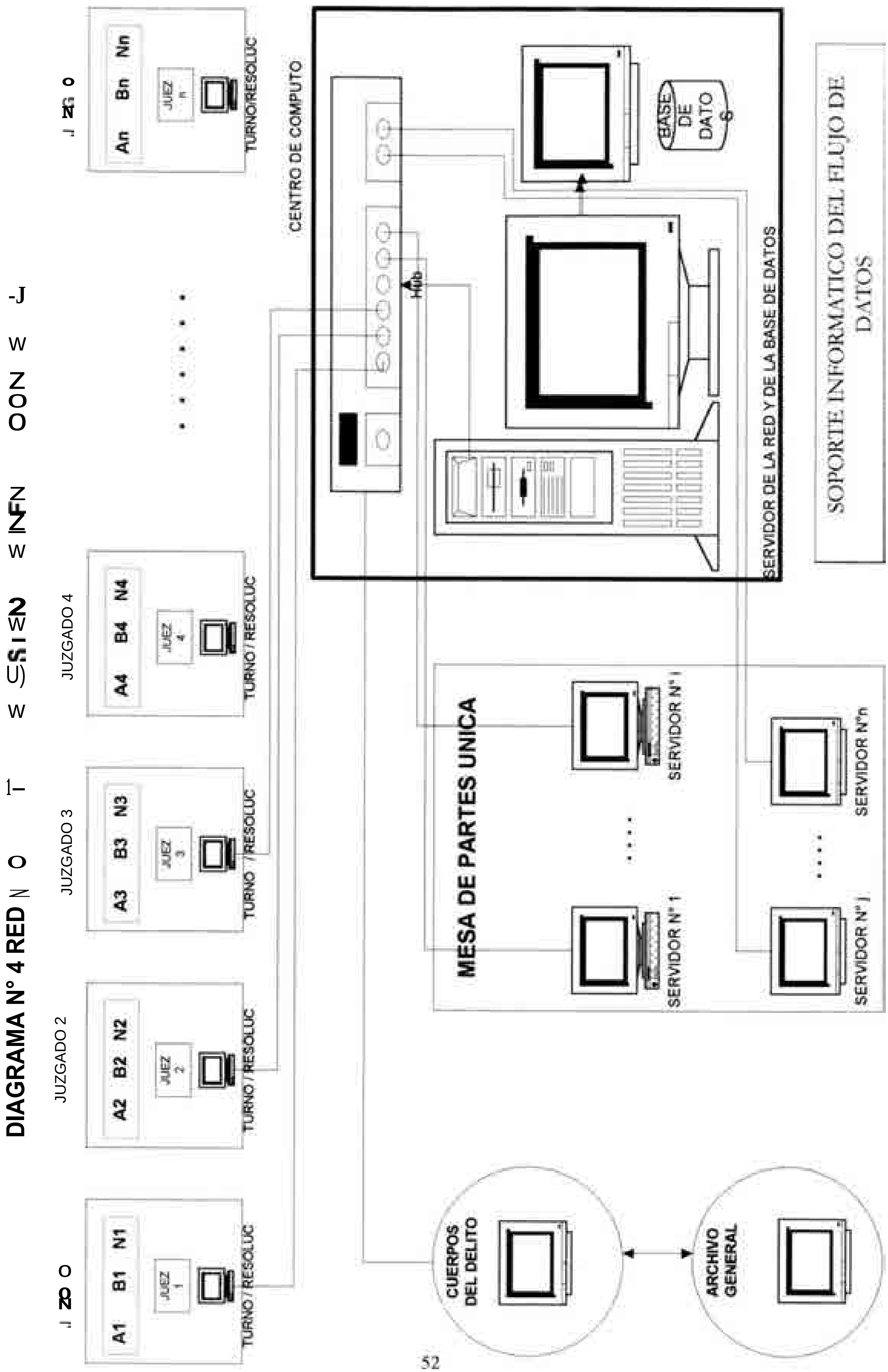
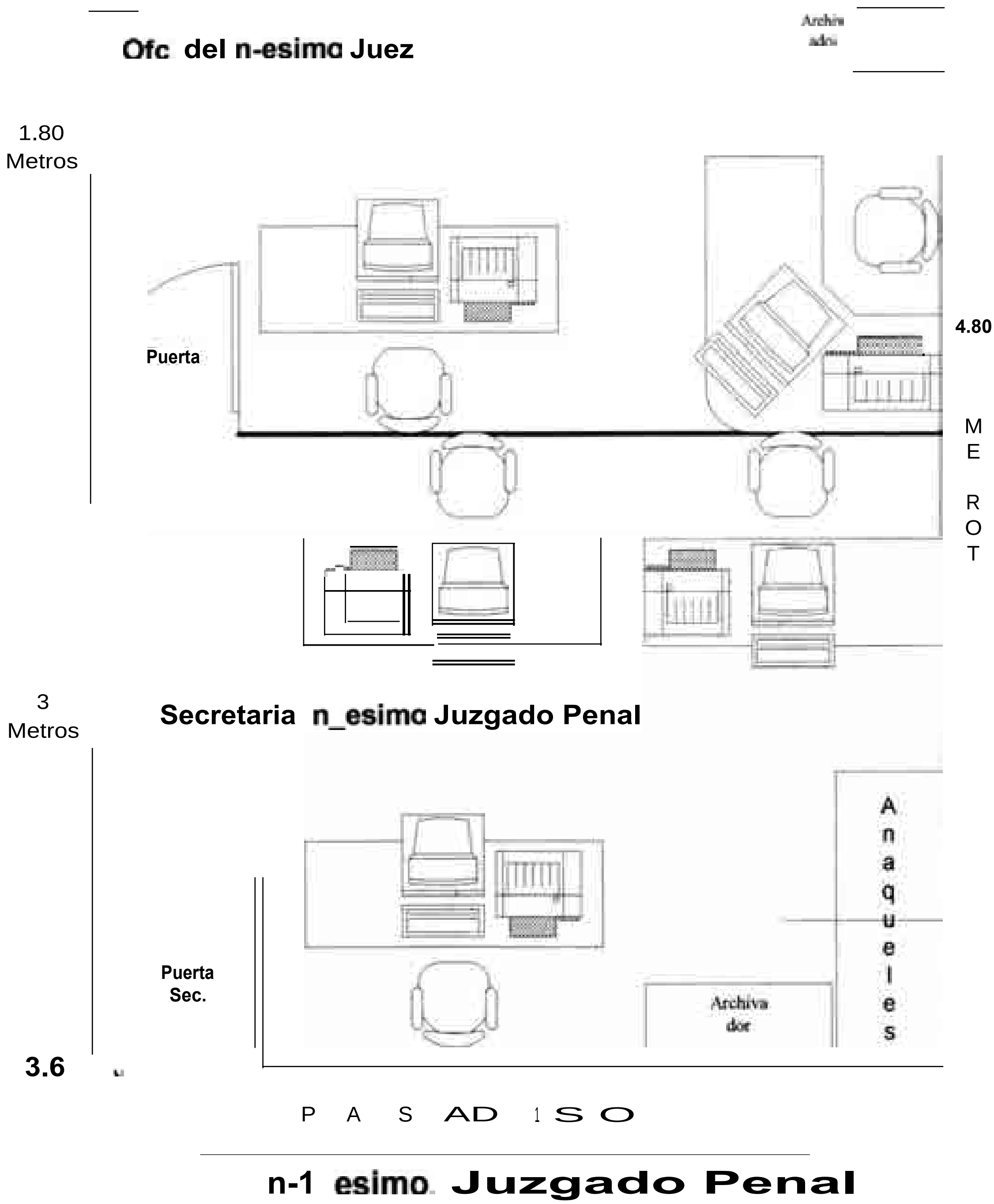


DIAGRAMA N° 4 RED
JUZGADO 2
JUZGADO 3
JUZGADO 4
A1 B1 N1
JUEZ 1
TURNO / RESOLUC
A2 B2 N2
JUEZ 2
TURNO / RESOLUC
A3 B3 N3
JUEZ 3
TURNO / RESOLUC
A4 B4 N4
JUEZ 4
TURNO / RESOLUC
An Bn Nn
JUEZ n
TURNO/RESOLUC
CENTRO DE COMPUTO
Hub
BASE DE DATOS
SERVIDOR DE LA RED Y DE LA BASE DE DATOS
SOPORTE INFORMATICO DEL FLUJO DE DATOS
MESA DE PARTES UNICA
SERVIDOR N° 1
SERVIDOR N° i
SERVIDOR N° j
SERVIDOR N°n
CUERPOS DEL DELITO
ARCHIVO GENERAL

DIAGRAMA N° 5: DISEÑO ARQUITECTONICO DEL N-ESIMO JUZGADO PENAL



De lo expuesto podemos definir nuestro modelo que consiste en medir tiempos tanto de atención como de servicio; se puede apreciar que es un modelo aditivo, una sumatoria en la primera etapa y segundo etapa, podemos proponer el siguiente modelo cuya fórmula general es:

$$T_{Total} = \sum_{i=1}^{n} t_i$$

$$T = TN1 + TN2$$

$$TN1 = Tll + Tser$$

$$TN2 = Test(1) + Test(2) + Test(3) \ldots + Test(n)$$

Donde: T es una variable que puede ser Tiempo, Costo, Infraestructura, Personal etc. para esta aplicación utilizaremos el Tiempo.

Entonces:

T	**Tiempo Total del Proceso**
TN1	**Tiempo en el Primer Nodo**
TN2	**Tiempo en el Segundo Nodo**
Tll	**Tiempo de Llegada**
Tser	**Tiempo de Servicio**
Test(1)	**Tiempo del Estado Uno**

Test(2) **Tiempo del Estado Dos**

Test(n) **Tiempo del Estado n-esimo**

Utilizando la siguiente formula Estadística

$$\boxed{T_{Total} = \sum_i \frac{\frac{1}{\mu_i}}{1-\rho_i}}$$

Donde $Pi = \frac{}{\mu}$

La fórmula se aplica en la primera etapa, y **en la segunda etapa se utiliza tiempos asociados a las probabilidades que se desean utilizar, también podemos calcular costos, número de usuarios en la cola, número de personas servidas, etc.**

4.- PRIMERA ETAPA:

Tendremos presente las siguientes características importantes, como son los componentes de los sistemas de colas de espera que están definidas mediante las siguientes componentes:

4.1.- Función de densidad de probabilidad del tiempo entre llegadas:

Por las mediciones realizadas en la Corte Superior del Cono Norte de Lima, sobre el comportamiento del tiempo de llegadas en el Sistema Penal. La hipótesis a utilizar una probabilidad de tiempo entre llegadas del tipo exponencial por ser un sistema que maneja una gran cantidad de usuarios independientes es muy razonable como lo comprobaremos enseguida (cada usuario es independiente de los demás en el sistema penal, Además tomaremos valores discretos). En consecuencia la probabilidad de que lleguen exactamente n clientes, durante un intervalo de longitud t, estará dada por la ley de Poisson

$$P_n(t) = (\;) \; e^{-u}$$

Los datos fueron recopilados con el propósito de que se describa el intervalo de tiempo entre llegadas consecutivas. Se observó las llegadas de los usuarios. A cada llegada se registraría el tiempo transcurrido desde que ocurrió la llegada previa, (Anexo 2. La recolección de la muestra se realizó durante dos meses (Anexo 1) Transcurrido este tiempo de registrar las muestras, la lista se clasificó y agrupo en tantos tiempos entre llegadas de O min., Tantos de 1 min., Tantos de 2 min. etc. Obteniendo los siguientes resultados (Anexo 4). Esta densidad de probabilidad caracteriza el proceso de llegadas.

Donde t es el tiempo entre llegadas, (t en minutos) y X el número de llegadas en cada tiempo, P(X) la Probabilidad en cada tiempo.

CUADRO N° 1 : DATOS DE LA DISTRIBUCION DEL TIEMPO ENTRE LLEGADAS

t:Tiempo (Minutos)	X_i: N° de Llegadas	$P(X_i)$: Probabilidad	$X_iP(X_i)$: Esperanza	t:Tiempo (Minutos)	X_i: N° de Llegadas	$P(X_i)$: Probabilidad	$X_iP(X_i)$: Esperanza
0	21	0,0172	0,00	30	8	0,0065	0,20
1	118	0,0966	0,10	31	6	0,0049	0,15
2	221	0,1809	0,36	32	6	0,0049	0,16
3	170	0,1391	0,42	33	0	0,0000	0,00
4	139	0,1137	0,45	34	4	0,0033	0,11
5	74	0,0606	0,30	35	4	0,0033	0,11
6	63	0,0516	0,31	36	3	0,0025	0,09
7	46	0,0376	0,26	37	5	0,0041	0,15
8	43	0,0352	0,28	38	4	0,0033	0,12
9	30	0,0245	0,22	39	2	0,0016	0,06
10	23	0,0188	0,19	40	3	0,0025	0,10
11	15	0,0123	0,14	41	1	0,0008	0,03
12	21	0,0172	0,21	42	4	0,0033	0,14
13	20	0,0164	0,21	43	1	0,0008	0,04
14	19	0,0155	0,22	44	1	0,0008	0,04
15	10	0,0082	0,12	45	4	0,0033	0,15
16	10	0,0082	0,13	46	3	0,0025	0,11
17	12	0,0098	0,17	47	2	0,0016	0,08
18	9	0,0074	0,13	48	2	0,0016	0,08
19	11	0,0090	0,17	49	1	0,0008	0,04
20	8	0,0065	0,13	50	2	0,0016	0,08
21	10	0,0082	0,17	51	6	0,0049	0,25
22	2	0,0016	0,04	52	8	0,0065	0,34
23	5	0,0041	0,09	53	2	0,0016	0,09
24	5	0,0041	0,10	54	2	0,0016	0,09
25	7	0,0057	0,14	55	4	0,0033	0,18
26	2	0,0016	0,04	56	4	0,0033	0,18
27	3	0,0025	0,07	57	3	0,0025	0,14
28	4	0,0033	0,09	58	2	0,0016	0,09
29	4	0,0033	0,09	59	0	0,0000	0,00

Del cuadro se obtiene los resultados siguientes.

$$\sum_{t=0}^{59} P(X_i)=1 \qquad \textbf{1.1}$$

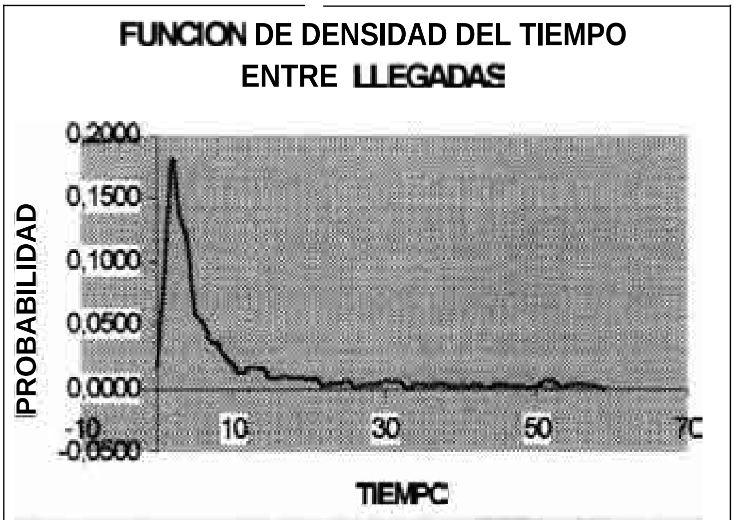
$$E(X) = \sum_{i=0}^{59} X_i P(X_i) = 8.7643 \qquad \textbf{1.2}$$

Se puede verificar que es una función de densidad cuya esperanza es 8.7643

Partiendo de la hipótesis, probaremos que las llegadas del sistema penal generan una densidad de probabilidad de tiempo entre llegadas de tipo exponencial,

a).- Si gratificamos la función de probabilidad del tiempo de llegada tenemos el gráfico siguiente, es decir se nota claramente que tiende a una función probabilidad exponencial (para t>0).

GRÁFICO N° I DENSIDAD DE PROBABILIDAD DEL TIEMPO ENTRE LLEGADAS



b).- Utilizando la prueba estadística de la Chi-Cuadrada (anexo 1) se comparan las distribuciones del modelo y el observado para detectar si los datos observados provienen de una distribución Exponencial, con parámetro X= 0.1140 se calculan los valores (ver Anexo 6) entonces el valor de la Chi-Cuadrado con 58 grados de libertad es

$$\chi^2_{(gl-1)} = \sum_{i=1}^{n} \frac{(Po - Pe)^2}{Pc} = 0.6274$$

Consultando la tabla de Chi-cuadrado, con g1-1=58 grados de libertad se encuentra que este número es menor que el indicado en los niveles de significancia. En consecuencia, puede concluirse que, si se acepta la hipótesis de que el parámetro X = 0.1140 de la distribución exponencial, los datos observados no difieren significativamente de los valores obtenidos a partir de la distribución exponencial ajustada. Si el valor calculado excediese del valor dado por la tabla se rechazaría el ajuste de la curva al nivel de significancia correspondiente.

Entonces podemos afirmar que la función de densidad del tiempo entre llegada tiene una densidad de probabilidad exponencial cuya función de densidad es.

$$f_t(\tau)=\lambda e^{-\lambda\tau} \qquad \textbf{1.3}$$

Esto quiere decir que el tiempo entre llegadas es más bien pequeño, y la

$$E(\tau)=\int_0^{\infty}\tau f_{\tau}(\tau)d\tau = 1/\lambda$$

probabilidad entre dos eventos sucesivos disminuye en forma exponencial con el tiempo T. El valor medio $E(\tau)$ es representado por la siguiente función:

1.4

De la ecuación 1.2 y 1.4 se obtiene $1/\lambda=$ 8.7643 de donde resulta que el valor de es $\lambda=0.1140$ y la varianza es:

$$\sigma_{\tau} = 1/\lambda = 76.8133 \qquad \textbf{1.5}$$

4.2.- Función de densidad de Probabilidad del Tiempo de Servicio:

Cada cliente requiere de cierta cantidad de *tiempo de servicio* **que varía de un cliente a otro, un usuario puede llegar con un expediente o con un grupo de expedientes a la mesa de partes donde puede haber una o más ventanillas de atención al usuario. A cada usuario se le registrará el tiempo transcurrido desde que empezó hasta que terminó el servicio. (Anexo 3). La recolección de la muestra se realizó durante dos meses (Anexo 1) Transcurrido este tiempo de registrar las muestras, la lista se clasificó y agrupó: tantos tiempos entre llegadas de 0 min., Tantos de 1 min., Tantos de 2 min. etc. Obteniendo los siguientes resultados (Cuadro N° 5). Esta densidad de probabilidad caracteriza el proceso de servicio. Donde t es el tiempo Servicio, (t en minutos) y X el número de llegadas en cada tiempo, P(X) la probabilidad en cada tiempo.**

CUADRO N° 2: DATOS DE LA DISTRIBUCION DEL TIEMPO DE SERVICIO

t:Tiempo (Minutos)	X_t: N° de Servicios	$P(X_t)$: Probabilidad	$X_tP(X_t)$: Esperanza	t:Tiempo (Minutos)	X_t: N° de Servicios	$P(X_t)$: Probabilidad	$X_tP(X_t)$: Esperanza
0	**524**	**0,1146**	**0,0000**	**30**	**2**	**0,0004**	**0,0131**
1	**1192**	**0,2607**	**0,2607**	**31**	**3**	**0,0007**	**0,0203**
2	**952**	**0,2082**	**0,4164**	**32**	**2**	**0,0004**	**0,0140**
3	**517**	**0,1131**	**0,3392**	**33**	**2**	**0,0004**	**0,0144**
4	**334**	**0,0730**	**0,2921**	**34**	**2**	**0,0004**	**0,0149**
5	**229**	**0,0501**	**0,2504**	**35**	**1**	**0,0002**	**0,0077**
6	**174**	**0,0380**	**0,2283**	**36**	**1**	**0,0002**	**0,0079**
7	**132**	**0,0289**	**0,2021**	**37**	**2**	**0,0004**	**0,0162**
8	**76**	**0,0166**	**0,1330**	**38**	**0**	**0,0000**	**0,0000**
9	**61**	**0,0133**	**0,1201**	**39**	**1**	**0,0002**	**0,0085**
10	**63**	**0,0138**	**0,1378**	**40**	**0**	**0,0000**	**0,0000**
11	**42**	**0,0092**	**0,1010**	**41**	**0**	**0,0000**	**0,0000**
12	**45**	**0,0098**	**0,1181**	**42**	**2**	**0,0004**	**0,0184**
13	**34**	**0,0074**	**0,0967**	**43**	**3**	**0,0007**	**0,0282**
14	**22**	**0,0048**	**0,0874**	**44**	**1**	**0,0002**	**0,0096**
15	**26**	**0,0057**	**0,0853**	**45**	**1**	**0,0002**	**0,0098**
16	**16**	**0,0035**	**0,0560**	**46**	**1**	**0,0002**	**0,0101**
17	**13**	**0,0028**	**0,0483**	**47**	**2**	**0,0004**	**0,0206**
18	**9**	**0,0020**	**0,0354**	**48**	**1**	**0,0002**	**0,0105**
19	**15**	**0,0033**	**0,0623**	**49**	**2**	**0,0004**	**0,0214**
20	**11**	**0,0024**	**0,0481**	**50**	**1**	**0,0002**	**0,0109**
21	**4**	**0,0009**	**0,0184**	**51**	**2**	**0,0004**	**0,0223**
22	**7**	**0,0015**	**0,0337**	**52**	**0**	**0,0000**	**0,0000**
23	**4**	**0,0009**	**0,0201**	**53**	**0**	**0,0000**	**0,0000**
24	**8**	**0,0017**	**0,0420**	**54**	**4**	**0,0009**	**0,0472**
25	**3**	**0,0007**	**0,0164**	**55**	**3**	**0,0007**	**0,0361**
26	**5**	**0,0011**	**0,0284**	**56**	**1**	**0,0002**	**0,0122**
27	**4**	**0,0009**	**0,0236**	**57**	**2**	**0,0004**	**0,0249**
28	**3**	**0,0007**	**0,0184**	**58**	**1**	**0,0002**	**0,0127**
29	**4**	**0,0009**	**0,0254**	**59**	**1**	**0,0002**	**0,0129**

Del cuadro N°2 se obtiene los siguientes resultados sobre el Tiempo de Servicio:

$$\underset{t=0}{P(X_t)} = 1 \qquad \textbf{2.1}$$

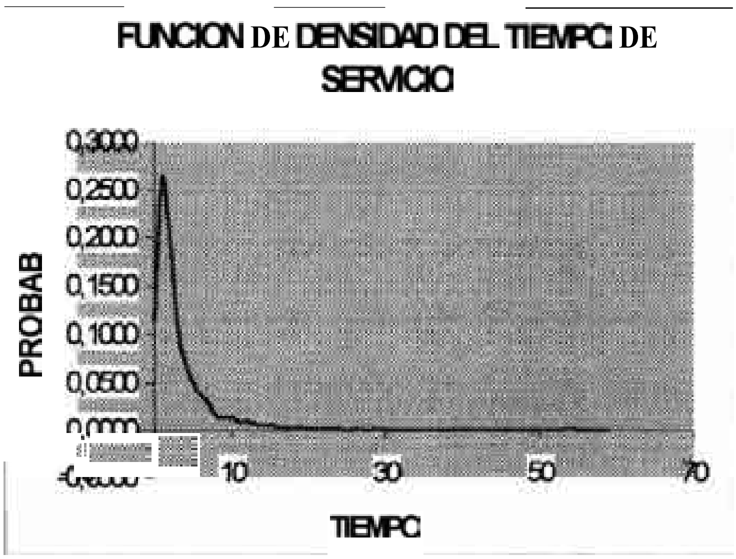
$$E(X) = \sum_{t=0}^{59} X_t P(X_t) = 3.7496 \qquad \textbf{2.2}$$

Se puede verificar que el tiempo de servicio es una función de densidad, cuya esperanza es 3.7496

Partiendo de la hipótesis, probaremos que el tiempo de servicio del sistema penal generan una densidad de probabilidad de tiempo de servicio de tipo exponencial,

a).- Si gratificamos la función de probabilidad del tiempo de servicio tenemos el gráfico siguiente, es decir, la función tiende a una función probabilidad exponencial (Para t>0).

GRÁFICA N° 2: DENSIDAD DE PROBABILIDAD DEL TIEMPO DE SERVICIO



b).- Utilizando la prueba estadística de la Chi-Cuadrada (Anexo 1) se comparan las distribuciones del modelo y el observado para detectar si los datos observados provienen de una distribución Exponencial, con parámetro $\mu = 0.2666$ se calculan los valores (Anexo 7), entonces, el valor de la Chi-Cuadrado con 58 grados de libertad es.

$$X^2_{(gl-1)} = \sum_{i=1} \frac{(Po_i - Pc_i)^2}{Pc_i} = 16.1432$$

Consultando la tabla de Chi-cuadrado, con g1-1=58 grados de libertad se encuentra que este número es menor que el indicado en los niveles de significancia En consecuencia, puede concluirse que, si se acepta la hipótesis de que el parámetro l = 0.2666 de la distribución exponencial, los datos observados no difieren significativamente de los valores obtenidos a partir de la distribución exponencial ajustada. Si el valor calculado excediese del valor dado por la tabla se rechazaría el ajuste de la curva al nivel de significancia correspondiente.

De la gráfica Para valores del Tiempo mayor de Cero Podemos afirmar que la función de densidad del tiempo entre llegada tiene una densidad de probabilidad exponencial cuya función de densidad es.

$$f_t(\tau) = \mu e^{-\mu\tau} \qquad 2.3$$

Esto es, el tiempo de servicio es más bien pequeño, y la probabilidad entre dos eventos sucesivos disminuye en forma exponencial con el tiempo τ El valor medio

$$E(\tau) = \int_0^\infty \tau f_t(\tau) d\tau = 1/\mu \qquad 2.4$$

$E(\tau)$ es representado por la siguiente función:

De las ecuaciones 2.1 y 2.4 resulta que: $1/\mu = 3.7496$, entonces, el valor obtenido es μ .2666 y la varianza es:

$$\sigma^2 = 1/\mu^2 = 14.0595 \qquad 2.5$$

4.3.- Número de Servidores:

Utilizaremos una sola cola larga para todos los usuarios y, cada vez que un servidor de la Mesa de Partes Penal se libera, el usuario que se encuentra al frente de la cola se dirige a dicho Servidor es decir utilizaremos un sistema de cola multiservidor (m

servidores). Cada ingresa se distribuye en forma aleatoria a las dependencias penales, el usuario termina su primer servicio con la respuesta en que juzgado este su expediente, el estado de su expediente o cuando deja un escrito a su expediente. Luego, pasa a la segunda etapa donde espera la respuesta, sobre el fin de su proceso.

4.4.- Disciplina de Ordenamiento en las Colas:

Describe el orden según el cual los usuarios van siendo tomados de la cola en nuestra aplicación utilizaremos el método el primero en llegar es el primero en ser servido.

4.5.- Tamaño Máximo de la Colas:

Aquí nos centraremos exclusivamente en el sistema de capacidad infinita.

4.6.- COLA CON UN UNICO SERVIDOR:

Que pasaría con nuestro Sistema si tiene Un Unica Servidor

Como se demostró anteriormente la cola tiene una función de densidad del tiempo entre llegadas de tipo exponencial y la función de densidad del tiempo de servicio del tipo exponencial una cola infinita donde llegan por término medio $\lambda=0.1140$ Clientes por unidad de tiempo, y son servidos por término medio $\mu=0.2666$ clientes Donde: p_i es la probabilidad de que el sistema se encuentre en el estado i

$$p_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) = (1-\rho)\rho^n \qquad \rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0.1140}{0.2666} = \mathbf{0.4276}$$

Además el número medio de clientes en la cola es:

$$\frac{p}{-p} \quad \frac{0.4276}{1-0.4276} \quad 0.7470$$

Si llegan X, clientes a la cola por término medio, y ésta tiene la longitud que acabamos de encontrar, el tiempo $\bar{T}$ viene dado.

$$\bar{T} = \frac{}{A} = \frac{}{1-p} \quad \frac{0.7470}{0.1140} = 6.5526$$

Si la cola es finita.

4.7.- COLA CON VARIOS (MULTIPLES) SERVIDORES:

Que pasaría con nuestro Sistema si tiene Varios Servidores

Un modelo de nodo algo más realista, donde llegan de media X=0.1140 Clientes por unidad de tiempo, y son servidos por término medio μ=0.2666 (Q servidores) clientes por segundo, que puede ser canalizadas por Q líneas de salida. Entonces, p_k es la probabilidad estacionaria de que el sistema se encuentre en el estado k

$$P_k = \frac{1}{k!} r^k \, Po \qquad Po = \frac{1}{\sum_{k=O}^{Q} \frac{p^k}{k!}}$$

Además el número medio de clientes en la cola es:

$$N \quad \frac{}{1-} \qquad \rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

Hallando los Valores de las probabilidades de los diferentes estados "p_k" con Uno, Dos, Tres, Cuatro y Cinco Servidores los valores encontrados se muestran a continuación (Anexo 8).

CUADRO N° 3: PROBABILIDADES DE LOS DIFERENTES ESTADOS

i	pi	1 Servidor	2 Servidor	3 Servidor	4 Servidor	5 Servidor
o	p0	0,5724	0,6583	0,6527	0,6521	0,6521
1	p1	0,2448	0,2815	0,2791	0,2788	0,2788
2	p2	0,1047	0,0602	0,0597	0,0596	0,0596
3	p3	0,0448	0,0086	0,0085	0,0085	0,0085
4	p4	0,0191	0,0009	0,0009	0,0009	0,0009
5	p5	0,0082	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
6	p6	0,0035	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
7	p7	0,0015	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
8	p8	0,0006	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
9	p9	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
10	p10	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
11	p11	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
12	p12	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
13	p13	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
14	p14	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
15	p15	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
16	p16	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
17	p17	0,0000	0.0000	0,0000	0,0000	0,0000
18	p18	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
19	p19	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
20	p20	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
21	p21	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
22	p22	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
23	p23	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
24	p24	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
25	p25	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
26	p26	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
27	p27	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
28	p28	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
29	p29	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
30	p30	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Se puede notar que en cada tipo de servidores (1,2,3,4 y 5 servidores) las probabilidades de cada Estado del proceso disminuye siempre que crece el número de estados de la Cola.

Si calculamos los valores de X, μ N¯ y T en los sistemas con diferentes números de servidores se tienen los siguientes valores (Anexo N° 9):

CUADRO N° 4: NUMERO PROMEDIO DE CLIENTES Y TIEMPO PROMEDIO DE CLIENTES

	1 Servidor	2 Servidor	3 Servidor	4 Servidor	5 Servidor
Landa	0,1140	0,1140	0,1140	0,1140	0,1140
ML	0,2666	0,5332	0,7998	1,0664	1,3330
ρ	0,4276	0,2138	0,1425	0,1069	0,0855
N¯-L	0,7471	0,2719	0,1662	0,1197	0,0935
T=W	6,5531	2,3855	1,4582	1,0500	0,8203

Se puede Observar los diferentes valores para cada número de servidores.

5.- SEGUNDO ETAPA:

Tratamos de mostrar la aplicación de los conceptos básicos y esenciales de las Cadenas de Markov a un Sistema de Información.

Se trata de las diferentes situaciones (estados procesales) en que se puede encontrar un expediente en los juzgados penales, a través de los meses desde el momento que se presenta la denuncia (Trámite: Estado inicial del Sistema) hasta concluir el proceso. La simulación y recopilación de datos estadísticos se realizo en la Corte Superior del Cono Norte de Lima (Poder Judicial)

5.1.- Definición del Proceso Estocástico Penal:

Sea X_t el Proceso Estocástico que representa la situación en que se puede encontrar un expediente en los juzgados penales, en el mes t.

5.2.- Definición del Espacio de Estados Penal:

S = {Vista Fiscal, Trámite, Informe Final, Pendiente de Sentencias, Sentenciado, Auto final)

En cada uno de los estados antes mencionados se utilizarán las siguientes abreviaciones:

CUADRO 5: ESTADOS DEL PROCESO PENAL

Vista Fiscal =Fis	Pendiente de Sentencia = Ped
Tramite = Tra	Sentencia = Sen
Informe Final = Inf	Auto Final = Aut.

5.3.- Definición del Espacio del Parámetro Indicador Penal:

P = (0,1,2, , MAX}

5.4.- Ilustración del Sistema Penal (Teoría de Grafos):

Para el cálculo de las probabilidades en cada estado se utilizó un método llamado Muestreo Aleatorio Simple. La población bajo estudio está representado por los expedientes de las dependencias penales de la Corte Superior de Justicia del Cono Norte de Lima (a Octubre de 1999), como se calcula el tamaño de muestra (Anexo 1) obteniendo los siguientes resultados:

CUADRO N° 6: RESULTADOS DE LOS EXPEDIENTES EN TRAMITE

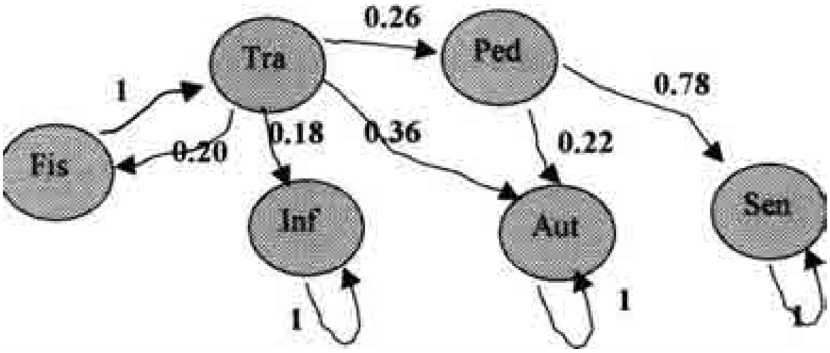
ESTADOS DEL PROCESO	TRAMITE	
	FRECUENCIA	PORCENTAJE
FISCALIA	67	20,49%
INFORME FINAL	58	17,74%
PENDIENTE DE SENTENCIA	85	25,99%
AUTO FINAL	117	35,78%
TOTAL	**327**	100,00%

CUADRO N° 7: RESULTADOS DE LOS EXPEDIENTES PEND DE SEN

ESTADOS DEL PROCESO	TRAMITE	
	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SENTENCIA	30	78,95%
AUTO FINAL	8	21,05%
TOTAL	**38**	**100,00%**

Entonces, utilizando la Teoría de Grafos, ilustraremos la situación.

GRÁFICO N° 3: ESTADOS DEL SISTEMA (RECORRIDO)



5.5.- Matriz de Transición P:

En la matriz se ilustran todas las probabilidades de nuestro sistema, esta matriz está definida por:

$$P_{ij} = p\,(X_{t+1} = j \mid X_t = i)$$

CUADRO N° 8: MATRIZ DE TRANSICION DEL PROCESO (SEGUNDA ETAPA)

{PRIVATE}	Fiscalía	Trámite	Informe Final	Pendiente Sentencia	Sentenciado	Auto Final
Fiscalía	**0**	1	**0**	0	0	0
Trámite	0.20	0	0.18	0.26	0	0.36
Informe Final	**0**	0	1	0	0	0
Pendiente de Sentencia	0	**0**	0	0	0.78	0.22
Sentenciado	0	0	0	**0**	1	0
Auto Final	0	0	0	**0**	0	1

5.6.-Periodos de tiempo en los tipos de Proceso Penal

De acuerdo al código de procedimientos penales y el Decreto Legislativo 124 sobre los Plazos y Prórroga de los Procesos Penales se define el tiempo de duración de proceso en los siguientes cuadros (Proceso Penal "Antecedentes").

CUADRO N° 9 PLAZOS DE LOS PROCESOS PENALES

PROCESO PENAL	PLAZO (MESES)	PRORROGA
ORDINARIO	4	2
SUMARIO	2	1
En el proceso Sumario un mes es igual a 30 días		

PROCESO PENAL	PLAZO (DIAS)	PRORROGA
ESPECIAL	15	3

Podemos decir que un proceso Penal Ordinario permanece durante seis meses en trámite, es decir, su estado inicial es seis meses. Mientras que un proceso Penal Sumario permanece durante tres meses en trámite, es decir, su estado inicial es tres meses. Además, el proceso penal especial permanece durante 18 días en trámite, es decir, su estado inicial es 18 días. Estas definiciones serán utilizadas para calcular el tiempo de pasar de un estado a otro y el tiempo en que termina el proceso, todo basado en probabilidades.

5.7.-Probabilidad de pasar de un estado a otro en N períodos de tiempo (Probabilidad Condicional):

La probabilidad condicional de que un sistema pase del estado i al estado j en n periodos de tiempo se calcula como:

$P_{ij}^{(n)} = P(X_{t+n} = j \; X_t =$

Nos gustaría saber la probabilidad de que el expediente en cuestión llegue a su fin (en la dependencia Penal) en el menor tiempo posible, como podemos ver en nuestra gráfica se trata en un periodo y en dos periodos de tiempo.

En un periodo de tiempo, esto es, pasar del estado " Trámite " y llegar al estado "Informe Final" o "Auto Final" y se describe de la siguiente manera:

Trámite Informe Final:

$$P(X_{t+1} = In / X_t = Tra) = P(Tra, Inf)$$

$$P(X_{t+1} = Inf / X_t = Tra) = 0.18$$

Trámite Auto Final:

$$P(X_{t+1} = Aut / X_t = Tra) = P(Tra, Aut)$$

$$P(X_{t+1} = Aut / X_t = Tra) = 0.36$$

En Dos periodos de tiempo, esto es pasar del estado "Trámite" y llegar al estado "Pendiente de Sentencia" luego llegar a "Sentenciado" o "Auto Final". En este caso, como no hay una línea directa se tiene que hacer un "transbordo", es decir salir de " Trámite ", pasar por "Pendiente de Sentencia " y de ahí? Finalmente a "Sentencia" o "Auto Final". Esto se puede describe de la siguiente manera:

Trámite Sentencia:

$$P(X_{t+2} = Sen / X_t = Tra) = P(Tra, Pen) * P(Pen, Sen)$$

$$P(X_{t+2} = Sen / X_t = Tra) = (0.26)*(0.78)$$

$$P(X_{t+2} = Sen / X_t = Tra) = 0.2028$$

Trámite Auto Final:

$P(X_{t+1} = Aut/X_t = Tra] = P(Tra. Pen)^* P(Pen. Aut]$

$P(X_{t+1} = Aut/ X_t = Tra] = (0.26)^*(0.22]$

$P(X_{t+1} = Aut/ X_t = Tra] = 0.0572$

Y así podemos encontrar la probabilidad de casos particulares mediante este proceso.

5.8.-Probabilidad Incondicional

También es interesante el calcular las probabilidades incondicionales de que el sistema se encuentre en el estado " j " en el tiempo " n "

$P (X_n = j) = \square\square_n (j]$

Sabemos que el estado inicial de nuestro expediente es trámite, por lo tanto:

CUADRO N° 10 : VECTOR DE PROBABILIDAD DEL ESTADO INICIAL DEL TIEMPO

{PRIVATE □0 (Fis] =0	□t (Pen] =0
□0 (Tra] =1	□a (Sen] =0
no(Inf] =0	□0 (Aut] =0

Estas probabilidades pueden manejarse en el vector □0 así:

= **{O, 1, 0, 0, 0, 0)**

Deducimos de la gráfica la probabilidad de donde se encuentre el sujeto después del primer periodo:

E 1 = { **0.20, 0.00, 0.18, 0.26, 0.00, 0.36**]

Para conocer la situación de nuestro expediente en los siguientes periodos, bastará utilizar la Ecuación Recursiva de la Cadena de Markov

$\square_{n+} = \mathbf{n} * P$

$¶_{n+1} = ¶_C * P_{n+1}$

Con un programa de cómputo se calcula los valores (Anexo 10)

Como ejemplo; Supongamos que el expediente en Trámite tiene 3 periodos de tiempo (Proceso Sumario) desde iniciado el proceso, y quisiéramos saber su situación al llegar a los 6 periodos de tiempo.

Entonces con los datos que tenemos (❑o y P) podemos obtener el vector ❑3, que nos determina las probabilidades de nuestro expediente 3 periodos de tiempo después de que llega a trámite

Con el programa de cómputo, obtenemos los valores siguientes :

CUADRO N° 11 VECTOR DE PROBABILIDAD DE ESTADOS EN LOS PERIODOS DE TIEMPO

V: (	Fis.	Tra.	Inf	Pen.	Sen	Aut)
□c	0,00000;	1,00000;	0,00000;	0,00000;	0,00000;	0,00000
❑1;	0,20000;	0,00000;	0,18000;	0,26000;	0,00000;	0,36000
❑2;	0,00000;	0,20000;	0,18000;	0,00000;	0,20280;	0,41720
□3	0,04000;	0,00000;	0,21600;	0,05200;	0,20280;	0,48920
□4	0,00000;	0,04000;	0,21600;	0,00000;	0,24336;	0,50064
❑5;	0,00800;	0,00000;	0,22320;	0,01040;	0,24336;	0,51504
□6	0,00000;	0,00800;	0,22320;	0,00000;	0,25147;	0,51733
❑7,	0,00160;	0,00000;	0,22464;	0,00208;	0,25147;	0,52021
□8	0,00000;	0,00160;	0,22464;	0,00000;	0,25309;	0,52067
□9	0,00032;	0,00000;	0,22493;	0,00042;	0,25309;	0,52124
❑10;	0,00000;	0,00032;	0,22493;	0,00000;	0,25342;	0,52133
□11	0,00006;	0,00000;	0,22499;	0,00008;	0,25342;	0,52145
□12	0,00000;	0,00006;	0,22499;	0,00000;	0,25348;	0,52147
□13,	0,00001;	0,00000;	0,22500;	0,00002;	0,25348;	0,52149
□14,	0,00000;	0,00001;	0,22500;	0,00000;	0,25350;	0,52149
□16	0,00000;	0,00000;	0,22500;	0,00000;	0,25350;	0,52150
□17	0,00000;	0,00000;	0,22500;	0,00000;	0,25350;	0,52150
[118;	0,00000;	0,00000;	0,22500;	0,00000;	0,25350;	0,52150

O bien podríamos, en caso extremo decir que demora 18 periodos.

Entonces calcularíamos $\square_{15}$

$\square_{15}$ **0,00000; 0,00000; 0,22500; 0,00000; 0,25350; 0,52150**

Como podemos observar en un proceso sumario en dos casos el expediente tiene más probabilidades de quedar en los estados Sentenciado y en Auto Final. Viendo sus probabilidades de nuestro expediente, convendrá advertir que hay una fuerte probabilidad de que se demore meses más de lo que manda la ley, pero sin embargo queda la otra probabilidad, que vendrá representando la esperanza de obtener una respuesta satisfactoria con el fin del proceso. Podríamos concluir que estas probabilidades resumen la situación de la mayoría de los expedientes de la Corte Superior del Cono Norte de Lima; por un lado existe una demora real para terminar el proceso, y por otro lado resulta altamente atractivo por la solución del problema penal.

5.9.- Clases de los Estados:

Podemos Clasificar los estados del Proceso Penal.

CUADRO N° 12 CLASES DE ESTADO DEL PROCESO

Estados Transitorios	Estados Recurrentes	Estados Absorbentes
Pen	Tra	Inf
	Fis	Aut
		Sen

Esto resulta obvio por el tema que estamos tratando, ya que usualmente se trata de estados que pueden repetirse continuamente. Por ejemplo: un expediente puede estar en

vista fiscal, regresa a trámite,

Este punto nos lleva a investigar, si al llegar a un estado determinado puede regresar o dar marcha atrás- es decir, queremos saber a que estados puede llegar ubicándose en un determinado estado.

5.10.- Matriz de Accesibilidad:

Para poder llegar a ubicar en un determinado estado el proceso se utilizará la <u>Matriz de Accesibilidad</u> Sea A la matriz de Accesibilidad de la red en cuestión.

CUADRO N° 13: MATRIZ DE ACCESIBILIDAD DE LOS ESTADOS DEL PROCESO

	Fiscalía	Tramite	Pendiente Sentencia	Sentenciado	Informe Final	Auto Final
Fiscalía	+	+	+	+	+	+
Tramite	+	+	+	+	+	+
Pendiente Sentencia	0	0	+	+	0	+
Sentenciado	0	0	0	+	0	0
Informe Final	0	0	0	0	+	0
Auto Final	0	0	0	0	0	+

Podemos interpretar esta matriz en los puntos siguientes. El expediente puede pasar de cualquier estado a cualquier otro, salvo en los tres estados absorbentes y en estado transitorio

Los renglones en donde hay solamente un cero, (i = j) indican que en esos estados nuestro expediente no podrá permanecer durante un periodo de tiempo.

Y los estados donde solo existe un signo +, (i = j) son estados absorbentes.

CAPITULO III

RESULTADOS Y DISCUSION: A continuación presentamos los principales resultados:

a.- El número de clientes que llegan a la mesa de partes del Sistema de Información Penal en busca de servicio, durante un minuto. Tienen una *distribución de Poisson con parámetro A =0.1140, y* su función de masa de probabilidad está dada por:

$$p(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!} & \text{para } x = 0,1,2,3,\ldots \\ 0 & \text{para cualquier otro valor de } x \end{cases} \qquad E[X] = Var[X] = 0.1140$$

TABLA N° 1: PROBABILIDAD PARA EL NUMERO DE CLIENTES QUE LLEGAN AL SISTEMA

# Usuarios (Min)	p(x) Probabilidad	p(x) Probabilidad Acumulada	# Usuarios (hora)	p(x) Probabilidad	p(x) Probabilidad Acumulada
0	0,892258	0,892258	0	0,001070	0,001070
1	0,101717	0,993975	1	0,007320	0,008390
2	0,005798	0,999773	2	0,025033	0,033422
3	0,000220	0,999994	3	0,057075	0,090497
4	0,000006	1,000000	4	0,097598	0,188094
5	0,000000	1,000000	5	0,133513	0,321608
6	0,000000	1,000000	6	0,152205	0,473813
7	0,000000	1,000000	7	0,148726	0,622540
8	0,000000	1,000000	8	0,127161	0,749701
9	0,000000	1,000000	9	0,096642	0,846343
10	0,000000	1,000000	10	0,066103	0,912446
11	0,000000	1,000000	11	0,041104	0,953551
12	0,000000	1,000000	12	0,023429	0,976980
13	0,000000	1,000000	13	0,012327	0,989308
14	0,000000	1,000000	14	0,006023	0,995330
15	0,000000	1,000000	15	0,002746	0,998077

Podemos notar que la mayor probabilidad es que llegue Cero usuarios al sistema en un minuto seguido por una baja probabilidad que llegue un usuario. Pero también se aprecia que la mayor probabilidad se concentra en que lleguen de 5 a 8 usuarios por hora en busca de servicio, la mayor probabilidad se centra en que llegan 6 usuarios por hora a la mesa única, entonces es más probable que el promedio de usuarios es 40 a 64 por día.

b.-E1 tiempo entre llegadas en el Sistema de información penal tiene una *distribución exponencial con parámetro 2=0.1140,* cuya función densidad está dada por.

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{para x O} \\ 0 & \text{para x < O} \end{cases}$$

$E[X] = 8.7643$, $Var[X] = 76.8133$

por lo tanto el tiempo promedio intercambio es 1/X.=8.7643

TABLA N° 2: PROBABILIDAD PARA EL TIEMPO ENTRE LLEGADAS

# Tiempo (Min	p(x) Probabilidad	p(x) Probabilidad Acumulada	# tiempo (hora)	p(x) Probabilidad	p(x) Probabilidad Acumulada
1	0,101717	0,107742	1	0,007320	0,998930
2	0,090758	0,203876	2	0 000008	0,999999
3	0,080980	0,289652	3	0,000000	1,000000
4	0,072255	0,366186	4	0,000000	1,000000
5	0,064470	0,434475	5	0,000000	1,000000
6	0,057524	0,495405	6	0,000000	1,000000
7	0,051326	0,549771	7	0,000000	1,000000
8	0,045796	0,598280	8	0,000000	1,000000
9	0,040862	0,641562	9	0,000000	1,000000
10	0,036459	0,680181	10	0,000000	1,000000
11	0,032531	0,714639	11	0,000000	1,000000
12	0,029026	0,745384	12	0,000000	1,000000
13	0,025899	0,772817	13	0,000000	1,000000
14	0,023108	0,797294	14	0,000000	1,000000
15	0,020619	0,819134	15	0,000000	1,000000

La probabilidad del tiempo entre llegadas decrece según el intervalo de tiempo crece, y la probabilidad de que tiempo entre llegadas sea una hora es poco probable casi imposible.

c.- El tiempo de servicio en el Sistema Penal tienen ***distribución exponencial con parámetro μ=0.2666***, si su función densidad está dada por

$$f(x) \begin{cases} \mu e^{-\mu x} & \text{para } x \geq 0 \\ 0 & \text{para } x < 0 \end{cases}$$

$E[X] = 3.7496$, $Var[X] = 14.0595$

TABLA N° 3 PROBABILIDAD PARA EL TIEMPO DE SERVICIO

# Tiempo (Min)	p(x) Probabilidad	p(x) Probabilidad Acumulada	# tiempo (hora)	p(x) Probabilidad	p(x) Probabilidad Acumulada
1	0,204210	0,234021	1	0,000002	1,000000
2	0,156421	0,413276	2	0,000000	1,000000
3	0,119815	0,550581	3	0,000000	1,000000
4	0,091776	0,655754	4	0,000000	1,000000
5	0,070298	0,736315	5	0,000000	1,000000
6	0,053847	0,798023	6	0,000000	1,000000
7	0,041246	0,845290	7	0,000000	1,000000
8	0,031593	0,881495	8	0,000000	1,000000
9	0,024200	0,909228	9	0,000000	1,000000
10	0,018537	0,930470	10	0,000000	1,000000
11	0,014199	0,946742	11	0,000000	1,000000
12	0,010876	0,959205	12	0,000000	1,000000
13	0,008331	0,968752	13	0,000000	1,000000
14	0,006381	0,976065	14	0,000000	1,000000
15	0,004888	0,981666	15	0,000000	1,000000

La probabilidad del tiempo servicio decrece según el intervalo de tiempo crece y la probabilidad de que tiempo servicio sea una hora es casi imposible por que la probabilidad es aproximadamente cero.

d.- El proceso de contec {N(0} es un *proceso de Poisson* por que N(0)=0, El proceso tiene incrementos independientes, el número de usuarios que llegan en un intervalo de tiempo de longitud t tiene una distribución de Poisson con parámetro λt es decir,

$$\begin{cases} \dfrac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^x}{x!} & \text{para } x = 0,1,2,... \\ 0 & \text{para otros valores de x} \end{cases}$$

El número esperado de usuarios que llegan un intervalo de tiempo de longitud t es λt

TABLA N° 4: PROBABILIDAD PARA ÉL # DE USUARIOS EN UN INTERVALO DE TIEMPO

# Usuarios	p(x) Probabilidad (5 Minutos)	p(x) Probabilidad (15 minutos)	p(x) Probabilidad (1/2 Hora)	p(x) Probabilidad (3/4 Hora)	p(x) Probabilidad (1Hora
0	0,565525	0,180866	0,032712	0,005917	0,001070
1	0,322350	0,309281	0,111877	0,030352	0,007320
2	0,091870	0,264435	0,191309	0,077853	0,025033
3	0,017455	0,150728	0,218092	0,133128	0,057075
4	0,002487	0,064436	0,186469	0,170737	0,097598
5	0,000284	0,022037	0,127545	0,175176	0,133513
6	0,000027	0,006281	0,072700	0,149776	0,152205
7	0,000002	0,001534	0,035519	0,109764	0,148726
8	0,000000	0,000328	0,015185	0,070386	0,127161
9	0,000000	0,000062	0,005770	0,040120	0,096642
10	0,000000	0,000011	0,001973	0,020582	0,066103
11	0,000000	0,000002	0,000614	0,009599	0,041104
12	0,000000	0,000000	0,000175	0,004103	0,023429
13	0,000000	0 000000	0,000046	0,001619	0,012327
14	0,000000	0,000000	0,000011	0,000593	0,006023
15	0,000000	0,000000	0,000003	0,000203	0,002746

El número de usuarios que llegan en un intervalo de tiempo de 5 minutos es O o 1, mientras que en el intervalo de tiempo de 15 minutos es 1 o 2, en un intervalo de media hora es de 3 usuarios y en un intervalo de Una hora es de 6 a 7 usuarios.

e.- El tiempo de espera en el Sistema Penal es un proceso de Poisson, el tiempo de arribo del n-ésimo usuario, Sn *(tiempo de espera hasta el usuario n-ésimo)*, entonces Sn tiene una distribución gama con parámetros (n, X) cuya función densidad es:

$$f(t) = \frac{\lambda e\_(^{\lambda t}}{(n-1)!} \quad \text{para } t \quad 0$$
$$\text{para } t < 0$$

TABLA N° 5: PROBABILIDAD PARA EL TIEMPO DE ESPERA

# Tiempo (Min	p(x) Probabilidad (5 usuario)	p(x) Probabilidad (10 usuario)	p(x) Probabilidad (20 usuario)	p(x) Probabilidad (30 usuario)	p(x) Probabilidad (40 usuario)
1	0,082137	0 083878	0,081479	0,079106	0,077195
2	0,036389	0 041068	0,041939	0,041402	0,040740
3	0,020801	0,025946	0,027854	0,027959	0,027742
4	0,013199	0,018194	0,020534	0,020958	0,020970
5	0,008868	0,013510	0,016029	0,016635	0,016783
6	0,006177	0,010401	0,012973	0,013689	0,013927
7	0,004412	0,008210	0,010765	0,011550	0,011849
8	0,003209	0,006599	0,009097	0,009925	0,010267
9	0,002367	0,005380	0,007796	0,008649	0,009021
10	0,001765	0,004434	0,006755	0,007619	0,008014
11	0,001328	0,003687	0,005905	0,006773	0,007184
12	0,001007	0,003089	0,005200	0,006065	0,006486
13	0,000768	0,002603	0,004608	0,005464	0,005893
14	0,000589	0,002206	0,004105	0,004949	0,005382
15	0,000453	0,001878	0,003673	0,004503	0,004938

Se nota que las probabilidades del tiempo de espera están compartidas en todos los tiempos, entonces los tiempos de espera son variados.

f.- Para el cálculo de los diferentes valores como los tiempos, número de usuarios en cada uno de los servidores. Utilizaremos las siguientes fórmulas. Se sabe que:

L = X W; Lc = X; Wc Ls = X Ws

TABLA N° 6: PROMEDIO DE TIEMPOS Y NUMERO PROMEDIO DE USUARIOS

	1 Servidor	2 Servidor	3 Servidor	4 Servidor	5 Servidor
Landa	0,1140	0,1140	0,1140	0,1140	0,1140
u	0,2666	0,5332	0,7998	1,0664	1,3330
W=T-	6,5531	2,3855	1,4582	1,0500	0,8203
Wq	2,8021	0,5100	0,2078	0,1122	0,0702
Ws	3,7509	1,8755	1,2503	0,9377	0,7502
L=n_	0,7471	0,2719	0,1662	0,1197	0,0935
Lc	0,3194	0,0581	0,0237	0,0128	0,0080
Ls	0,4276	0,2138	0,1425	0,1069	0,0855

Se observa que el número promedio de arribos por minuto es *0.1140* sea para uno o varios servidores (1 a 5 servidores) por que es un solo Cola, el número promedio de servicio crece de acuerdo si crece el número de servidores, El número promedio de clientes presentes en el sistema *(L)* decrece cuando aumenta el número de servidores. El número promedio de clientes en la línea de espera *(Lq)* decrece cuando aumenta él numero de servidores. El número promedio de clientes recibiendo servicio *(L s)* decrece sí él número de servidores aumenta. El tiempo promedio que un cliente está en el sistema (W) decrece si el número de servidores crece, del mismo modo sucede para el tiempo promedio que un cliente está en la línea de espera. *(Wq)* y el tiempo promedio que un cliente está recibiendo servicio **(Ws)** en forma general los tiempos de servicios y el número de usuarios decrecen de acuerdo al número de servidores.

g.- La probabilidad de que el servidor esté ocupado es igual a la probabilidad de que haya uno o más usuarios en el sistema, entonces la Probabilidad de que haya al menos "k" usuarios en el sistema es igual a:

$$\sum_{j=k}^{\infty} p_j = \rho^k$$

TABLA N° 7: PROBABILIDAD DE ALMENOS "K" USUARIOS EN LA COLA

# Usuarios(k)	p(x) Probabilidad	# Usuarios(Min	p(x) Probabilidad	# Usuarios(Min	p(x) Probabilidad
1	0,427607	6	0,006113	7	0,002614
2	0,182848	7	0,002614	8	0,001118
3	0,078187	8	0,001118	9	0 000478
4	0,033433	9	0,000478	10	0,000204
5	0,014296	10	0,000204	11	0 000087

La probabilidad de que exista al menos k usuarios en el sistema se centra de 1 a 5 usuarios, es decir la cola siempre existirá Cola.

h.- *Optimización de costos en una cola*

Se sabe: Costo total = Costo del servicio + Costo de esperar, para nuestro sistema suponemos que Cs=5 y Cw=3.

TABLA N° 8: COSTOS PARA UNO O MÁS SERVIDORES

	1 Servidor	2 Servidor	3 Servidor	4 Servidor	5 Servidor
Landa	**0,1140**	**0,1140**	**0,1140**	0,1140	0,1140
Csl	5	10	15	20	25
Cwl	0,9583	0,1744	0,0711	0,0384	0,0240
Cwql	1,2828	0,6414	0,4276	0,3207	0,2566
Total wl	5,9583	10,1744	15,0711	20,0384	25,0240
Total wql	6,2828	10,6414	15,4276	20,3207	25,2566

Se puede notar que el costo se incrementa de acuerdo al número de servidores, más servidores mayor costo pero mejor servicio, entonces se debe encontrar el número óptimo de servidores.

i .- El tiempo de servicio de la segunda etapa dependerá del tipo de proceso y la probabilidad que deseamos asociar y el tipo de estado en que termina el proceso. Del mismo modo, el costo de servicio en la segunda etapa dependerá del tipo de proceso y la probabilidad que deseamos asociar y el tipo de estado en que termina el proceso penal. El cuadro muestra las probabilidades asociados al tiempo que termina el proceso.

TABLA N° 9: PROBABILIDADES EN CADA ESTADO DEL PROCESO EN EL TIEMPO

PROCESOS			ESTADOS DEL PROCESO					
Especial Días	Sumario Mes	Ordinario Mes	Fiscalia	Tramite	Int Final	Pend Sen	Senten	Auto Final
18	3	6	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
19	4	7	0,2000	0,0000	0,1800	0,2600	0,0000	0,3600
20	5	8	0,0000	0,2000	0,1800	0,0000	0,2028	0,4172
21	6	9	0,0400	0,0000	0,2160	0,0520	0,2028	0,4892
22	7	10	0,0000	0,0400	0,2160	0,0000	0,2434	0,5006
23	8	11	0,0080	0,0000	0,2232	0,0104	0,2434	0,5150
24	9	12	0,0000	0,0080	0,2232	0,0000	0,2515	0,5173
25	10	13	0,0016	0,0000	0,2246	0,0021	0,2515	0,5202
26	11	14	0,0000	0,0016	0,2246	0,0000	0,2531	0.5207
27	12	15	0.0003	0,0000	0,2249	0,0004	0,2531	0,5212
28	13	16	0 0000	0,0003	0,2249	0,0000	0,2534	0,5213
29	14	17	0.0001	0,0000	0,2250	0,0001	0,2534	0,5214
30	15	18	0,0000	0,0001	0,2250	0,0000	0,2535	0,5215
31	16	19	0,0000	0,0000	0,2250	0,0000	0,2535	0,5215
32	17	20	0,0000	0,0000	0,2250	0 0000	0,2535	0,5215
33	18	21	0,0000	0,0000	0,2250	0,0000	0,2535	0,5215
34	19	22	0,0000	0.0000	0,2250	0,0000	0,2535	0,5215
35	20	23	0,0000	0,0000	0,2250	0 0000	0 2535	0 5215
36	21	24	0,0000	0,0000	0,2250	0 0000	0 2535	0 5215

El resultado final sera la suma de Tiempos o Costos u otra variable:

Ejemplo:

$$T = \sum_{=1}^{n} t_i$$

Supongamos que el proceso es sumario y es sentencia la probabilidad que termine el proceso es 0.2434 el tiempo que termina el proceso será de 8 meses. Entonces, el tiempo total será.

$$T - T_N + T_{N2}$$

$$T_N = T11 + T.$$

$$T_{N2} = T_{est(1)} + T_{est(2)} + T_{est(3)} \ldots + T_{est(n)}$$

Donde

T = 8 meses con 6.55 minutos :Tiempo Total del Proceso

T_N = 6.55 Minutos :Tiempo en el Primer Etapa

T_{N2} = 8 Meses :Tiempo en el Segundo Etapa

T11= 2.80 Min :Tiempo de Llegada

T_{ser}= 3.75 Min :Tiempo de Servicio

CAPITULO IV

CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS:

1. CONCLUSIONES

1. El tiempo de Servicio del Sistema de información Penal, está representado por la suma de los tiempos de servicio de la Primera y Segunda Etapa. El tiempo promedio que un usuario permanece en la primera etapa decrece si él numero de servidores crece, por ejemplo para Un servidor es de 6.55 minutos por cada usuario, 2.39 minutos con dos servidores, 1.46 minutos con Tres Servidores, etc. El tiempo de servicio de la Segunda etapa dependerá de la probabilidad y el tipo de proceso que deseamos asociar, la probabilidad que termine un proceso Sumario en 5 meses es de 18% por Informe Final, 20% por Sentencia y 42% por Auto Final, la probabilidad que termine el proceso crece según pasan los meses.

   De otro lado, el número promedio de usuarios en la cola disminuye si el número de servidores aumenta, además el Costo de Servicio aumenta si el número de servidores y el tiempo de servicio crece. Entonces, el tiempo de servicio depende de la persona encargada de tomar las decisiones.

2. El número de llegadas del Sistema de Información Penal tiene una distribución de Poisson, por que la distribución exponencial es exitósamente utilizada para modelar el tiempo de llegadas y el tiempo de servicio de los usuarios. Además, los usuarios son

independientes entre sí, debido a que el tiempo entre llegadas se distribuye exponencialmente.

3. **Los estados del Sistema de Información Penal actúan como estados de una Cadena de Markov por que existen probabilidades de ingreso (flujo ingreso) y probabilidades de salida (flujo de salida) de un estado del Proceso Penal.**

4. **La Matriz de Transición no alcanza un estado estable (Matriz No-Ergodica) por que tiene estados absorbentes, es decir, la Probabilidad de que salga del estado "j" es diferente a la probabilidad de que entre al estado j En otras palabras, el "flujo" de probabilidad que entra a un estado es diferente al "flujo" de probabilidad que sale de ese estado.**

5. **Por último el tiempo de servicio en la Primera Etapa es muy corto comparado con el tiempo de servicio de la Segunda Etapa pero tiene la misma importancia por que el usuario dispone de tiempo muy corto para la primera etapa, mientras que para la segunda etapa dispone de mayor tiempo.**

2.- SUGERENCIAS:

1. **Para medir el tiempo de respuesta del Sistema de Información Penal también se puede utilizar los tiempos medios de respuesta en cada uno de las etapas o nodos, como se aprecia en la primera etapa, es decir utilizar el Teorema de Burque que es igual a la suma de los tiempos medios de respuesta en cada uno de las etapas.**

2. **En la segunda etapa es más recomendable aplicar Cadenas de Markov que teoría de colas por que si aplicamos teoría de colas tendríamos muchas ecuaciones incompatibles que son difíciles de resolver llevándonos a construir programas de cómputo que no es el propósito de nuestra tesis, esto debido a que la cola tiene $\lambda > \mu$**

3. **Las muestras tomadas deben ser relativamente grandes con la finalidad que se ajusten mejor los datos observados, en el supuesto caso que un proceso no tiene distribución exponencial bien definida, es recomendable aplicar otro tipo de proceso o en todo caso aproximar a otro tipo de distribución conocida y sencilla.**

4. **El modelo de colas que fue aplicado en la primera etapa se puede modelar por un proceso de Nacimiento y Muerte donde la tasa de nacimiento y la tasa de muerte es constante, excepto la tasa inicial que es cero, esto debido a que tiene distribución exponencial**

5. **La recopilación y procesamiento de datos debe tener la máxima importancia, por que depende de ello para lograr resultados satisfactorios, también es necesario contar con mayores recursos económicos que permita mejorar la aplicación del proceso Penal con la finalidad de no tener dificultades.**

BIBLIOGRAFIA

- Probability, Random Variables and Stochastic Processes. Papoulis, A. McGraw-Hill.

- Introductory Mathematical Statistics. Principies and Methods. Kreyszig, E. Wiley and Sons

- "Mathematical Assessment of Synthetic Hydrology", Journal of Water Resources Research, V. 3, No. 4, 1967.

- Lecciones de Cálculo de Probabilidades. Quesada, V. Diaz de Santos, 1988.

- Cramer, H. (1970). Métodos Matemáticos de Estadística. Ed. Aguilar.

- Feller, W. (1973). Introducción a la Teoría de Probabilidades y sus Aplicaciones. Ed. Limusa-Wiley.

- Halmos, P.R. (1974). Measure Theory. Ed. Springer Verlag

- Ibarrola, P., Pardo, L. Y Quesada V. (1997). Teoría de la Probabilidad. Ed. Sintesis.

- Papoulis. Probability, Random Variables, and Stochastic Processes, 2' ed., Nueva York, McGraw-Hill, 1984.

- [COX] D.R. Cox y H.D. Miller, The Theory of Stochastic Processes, Londres, Methuen, 1965.

- Parzen. Procesos Estocasticos.

APENDICE

CONCEPTOS BÁSICOS DE LA TEORÍA GENERAL DE SISTEMAS

Ambiente: **Area de sucesos y condiciones que influyen sobre el comportamiento de un sistema. En lo que a complejidad se refiere, nunca un sistema puede igualarse con el ambiente y seguir conservando su identidad como sistema. La única posibilidad de relación entre un sistema y su ambiente implica que el primero debe absorber selectivamente aspectos de éste. Sin embargo, esta estrategia tiene la desventaja de especializar la selectividad del sistema respecto a su ambiente, lo que disminuye su capacidad de reacción frente a los cambios externos.**

Atributo: **Son las características y propiedades estructurales o funcionales que caracterizan las partes o componentes de un sistema.**

Complejidad: **Indica la cantidad de elementos de un sistema (cuantitativa), sus potenciales interacciones (conectividad) y el número de estados posibles que se producen a través de éstos (variedad, variabilidad). La complejidad sistémica está en directa proporción con su variedad y variabilidad, por lo tanto, es siempre una medida comparativa.**

Elemento: **Son las partes o componentes que lo constituyen. Estas pueden referirse a objetos o procesos. Una vez identificados los elementos pueden ser organizados en un modelo.**

Entropia: La **máxima probabilidad de los sistemas es su progresiva desorganización y, finalmente, su homogeneización con el ambiente. Los sistemas cerrados están irremediablemente condenados a la desorganización. No obstante hay sistemas que, al menos temporalmente, revierten esta tendencia al aumentar sus estados de organización (negentropia, información).**

Equifinalidad: **Un sistema vivo a partir de distintas condiciones iniciales y por distintos caminos llega a un mismo estado final. El fin se refiere a la mantención de un estado** de equilibrio fluyente. "Puede alcanzarse el mismo estado final, la misma meta, partiendo de diferentes condiciones iniciales y siguiendo distintos itinerarios en los procesos organismicos El proceso inverso se denomina multifinalidad. es decir, "condiciones iniciales similares pueden llevar a estados finales diferentes".

Equilibrio: Los estados de equilibrios pueden ser alcanzados en los sistemas abiertos por diversos caminos, esto se denomina equifinalidad y multifinalidad La mantención del equilibrio en sistemas abiertos implica necesariamente la importación de recursos provenientes del ambiente. Estos recursos pueden consistir en flujos energéticos, materiales o informativos.

Emergencia: Se refiere a que la descomposición de sistemas en unidades menores avanza hasta el límite en el que surge un nuevo nivel de emergencia correspondiente a otro sistema cualitativamente diferente. La emergencia de un sistema indica la posesión de cualidades y atributos que no se sustentan en las partes aisladas y que, por otro lado, los elementos o partes de un sistema actualizan propiedades y cualidades que sólo son posibles en el contexto de un sistema dado..

Estructura: Las interrelaciones más o menos estables entre las partes o componentes de un sistema, que pueden ser verificadas (identificadas) en un momento dado, constituyen la estructura del sistema. Las clases particulares de interrelaciones más o menos estables de los componentes que se verifican en un momento dado constituyen la estructura particular del sistema en ese momento, alcanzando de tal modo una suerte de "totalidad" dotada de cierto grado de continuidad y de limitación. En algunos casos es preferible distinguir entre una estructura primaria (referida a las relaciones internas) y una hiperestructura (referida a las relaciones externas).

Frontera: En algunos sistemas sus fronteras o límites coinciden con discontinuidades estructurales entre estos y sus ambientes, pero corrientemente la demarcación de los límites sistémicos queda en manos de un observador (modelo). Puede decirse que la frontera del sistema es aquella línea que separa al sistema de su entorno y que define lo que le pertenece y lo que queda fuera de él.

Input: Todo sistema abierto requiere de recursos de su ambiente. Se denomina input a la importación de los recursos (energía, materia, información) que se requieren para dar inicio al ciclo de actividades del sistema.

Output: Se denomina así a las corrientes de salidas de un sistema. Los outputs pueden diferenciarse según su destino en servicios, funciones y retroinputs.

Modelo: Los modelos son constructos diseñados por un observador que persigue identificar y mensurar relaciones sistémicas complejas. Todo sistema real tiene la posibilidad de ser representado en más de un modelo. La decisión, en este punto, depende tanto de los objetivos del modelador como de su capacidad para distinguir las relaciones relevantes con relación a tales objetivos. La esencia de la modelística sistémica es la simplificación.

Servicio: Son los outputs de un sistema que van a servir de inputs a otros sistemas o subsistemas equivalentes.

Sistemas dinámica: Comprende una metodología para la construcción de modelos de sistemas sociales, que establece procedimientos y técnicas para el uso de lenguajes formalizados, considerando en esta clase a sistemas socioeconómicos, sociológicos y psicológicos, aplicandoce también sus técnicas a sistemas ecológicos.

Sistemas Abiertos: Sistemas que importan y procesan elementos (energía, materia, información) de sus ambientes y esta es una característica propia de todos los

sistemas vivos. Un sistema abierto significa que establece intercambios permanentes con su ambiente, intercambios que determinan su equilibrio, capacidad reproductiva o continuidad, es decir, su viabilidad (entropia *negativa).*

Sistemas Cerrados: **Un sistema es cerrado cuando ningún elemento de afuera entra y ninguno sale fuera del sistema. Estos alcanzan su estado máximo de equilibrio al igualarse con el medio (entropia, equilibrio). En ocasiones el término sistema cerrado es también aplicado a sistemas que se comportan de una manera fija, rítmica o sin variaciones, como sería el caso de los circuitos cerrados.**

Subsistema: **Conjuntos de elementos y relaciones que responden a estructuras y funciones especializadas dentro de un sistema mayor. En términos generales, los subsistemas tienen las mismas propiedades que los sistemas (sinergia)** *y* **su delimitación es relativa a la posición del observador de sistemas y al modelo que tenga de éstos. Desde este ángulo se puede hablar de subsistemas, sistemas o supersistemas, en tanto éstos posean las características sistémicas (sinergia)-**

Variabilidad: **Indica el máximo de relaciones (hipotéticamente) posibles (n!).**

Variedad: **Comprende el número de elementos discretos en un sistema**

Viabilidad: **Indica una medida de la capacidad de sobrevivencia y adaptación morfostásis, morfogénesis] de un sistema a un medio en cambio.**

TIPOS DE PROCESOS EN LAS DEPENDENCIAS PENALES:

Proceso Penal Ordinario: El procedimiento Ordinario se rige bajo las normas del Código de Procedimientos Penales. El plazo de instrucción ante el Juez Penal es de *04 meses,* plazo que puede ser ampliado por *60 días* más, cumplido ello serán remitidos al Fiscal Provincial para que dictamine sobre su mérito, quien puede solicitar se amplíe la instrucción de advertir no haberse actuado diligencias sustanciales para completar la investigación, si creyera que la instrucción ha llenado su objeto, expresará su opinión sobre el delito y la responsabilidad o inocencia del inculpado. Expedido el dictamen, el juez termina el proceso con el informe Final.

Proceso Penal Sumario: El procedimiento sumario se rige bajo las normas del Decreto Legislativo 124, que los delitos que se tramitarán bajo las normas de dicho dispositivo legal, se sujetan bajo las normas del proceso ordinario ya comentado, siendo su plazo de *60 días,* este plazo podrá prorrogarse por no más de *30 días.* Vencido dicho plazo el Fiscal Provincial emitirá el pronunciamiento de ley. Con dicho pronunciamiento los autos se ponen de manifiesto en el Juzgado por el término de 10 días plazo para que los abogados defensores presenten los informes escritos que correspondan. Vencido éste último plazo el Juez deberá emitir la resolución de fin del proceso que corresponda en el plazo de *15 días.*

Proceso Penal Especial: (Calumnia, Difamación, Injuria y Contra el Honor Sexual) La Dependencia Penal una vez recibida la querella formulado por el agraviado citará al querellado, para la diligencia de comparendo la que no podrá ser antes del *Sto* día ni para después del *décimo* de la notificación. De no concurrir a la diligencia serán citados para una segunda diligencia de comparendo, **la que** una vez realizada el Juez invitará a una conciliación de realizarse ésta se sentará el acta respectiva. Si no la hay previo al examen del Juez formalizará acta con las firmas de los **intervinientes** y emitirá sentencia. Si la calumnia, difamación, injurias, perpetrado por medio de impresos, publicaciones, prensa, escritos, cinema, radio, televisión y otro medio análogo de publicidad, se realizara en el término de *8 días,* una sumaria investigación y fallarán dentro del término de *5 días,* bajo responsabilidad.

TIPOS DE ESTADOS EN LAS DEPENDENCIAS PENALES.

Sentencia: Resolución final dictada en el proceso penal que resuelve la situación jurídica del procesado, ya sea imponiendo sanción penal o absolviéndolo de la denuncia fiscal formulado en contra del mismo.

Auto Final: Resolución dictada en el proceso penal que sin tener la calidad de sentencia concluye el proceso, sin pronunciarse respecto de la responsabilidad penal del procesado, al declarar fundada una excepción de naturaleza de acción o de juicio, prescripción, cosa juzgada o amnistía.

Informe Final: Aquel que realiza el Juez Penal al final de la instrucción, opinando por la responsabilidad o no del procesado respecto de los cargos imputados en su contra, quedando así expeditos para realizar el juicio oral. (Proceso Ordinario).

Tramite: Comúnmente es aquel que se utiliza para referirse al proceso cuando se encuentra en trámite de instrucción esto es antes de que los actuados judiciales se hayan dejado en despacho para resolver.

Pendiente de Sentencia: Cuando la causa judicial se encuentra en despacho del Juzgado para que se dicte resolución final (Sentencia).

Vista Fiscal: Trámite procesal denominado al que se realiza cuando el juzgado remite el expediente judicial al Ministerio Público para que éste emita dictamen de ley, opinando por la responsabilidad penal o no del procesado del delito que se le imputa.