

Universidad Nacional de Ingeniería
FACULTAD DE INGENIERIA
GEOLOGICA, MINERA y METALURGICA



**Análisis de Estabilidad
de Pendientes en la
Minería a Cielo Abierto**

TOMO I

TESIS

PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE:

INGENIERO DE MINAS

OCTAVIO SATURNINO ROJAS ARROYO

Promoción 1970

Lima - Perú - 1990

A MI MADRE

"CARMEN"

CON INFINITA GRATITUD

PROLOGO

Nuestro país se viene desarrollando con la introducción de nuevas tecnologías provenientes de países desarrollados, principalmente de Norte América y Europa, que nos crean dependencia de orden técnico-científico, económico, social y administrativo, estableciéndose una gran brecha que cada vez se incrementa; pese a nuestros vanos esfuerzos por reducirla, reducción que al final será sólo una quimera mientras no desarrollemos técnicas propias que nos lleven a saber, con el mayor acercamiento posible el cómo, por qué y para qué efectuamos un análisis; además de determinar hasta que nivel de elaboración y tal vez sofisticación debemos de llegar sin pecar de caer en la investigación por la investigación misma; que no quiere decir que no debe hacerse, sino que atendiendo al orden de prioridad de la evaluación de nuestras alternativas, nuestro objetivo debe estar encaminado a resolver problemas inmediatos, como es la explotación de nuestros recursos en la forma más óptima, segura y rentable posible, y de lo cual estaremos únicamente seguros si tenemos el dominio técnico suficiente.

Por esta razón, se pretende hacer un esfuerzo por exponer los principios técnicos que pueden tener aplicación inmediata en nuestros yacimientos, sobre todo, considerando que nuestro potencial minero es posible que se desarrolle, grandemente, durante la década de 1990, haciendo factibles y poniendo en práctica los proyectos planteados; para entonces el ANALISIS DE ESTABILIDAD DE PENDIENTES tendrá un rol decisivo en todo diseño de minas y el control operativo de las mismas durante su etapa productiva.

Considerando que cada proyecto es diferente, y se presentan una serie de factores que es necesario calificar, dándoles la ponderación más adecuada para cada caso nunca se presentarán casos iguales. Si se consigue, entonces, poner a disposición los conceptos y, o criterios de decisión se cumplirá con el objeto del desarrollo de este tema, desterrándose los casos restringidos que sólo muestran un aspecto, que lejos de ayudar a resolver problemas sirven para confundir y dar la impresión de utilizar técnicas refinadas para resolver problemas que deben ser de dominio de todo técnico minero que se dedique a estos problemas.

Es frecuente entre nosotros, dentro del campo de la administración técnica, encontrar desconfianza de la capacidad de nuestros técnicos y buscar el respaldo de extranjeros que ofician de consultores, actitud que se explica por el conocimiento demasiado superficial, relativamente poca o ninguna experiencia en este tipo de problemas, falta de suficientes conocimientos teóricos que permitan elaborar modelos matemáticos y buscar la solución integral de problemas planteados; buscar la adopción de una técnica sin haber analizado las disponibles, con el consiguiente vacío y suficiente respaldo teórico y práctico. Las Universidades y Entidades Técnico-científicas nacionales deben entonces de analizar y difundir las técnicas en las Empresas Mineras, y éstas a su vez deben prestar las facilidades económicas suficientes para desarrollar trabajos en conjunto, tratando de este modo de alcanzar el objetivo de transmitir tecnología, para ser aplicada por los Ingenieros que explotan los yacimientos, por ser los más indicados toda vez que conocen los problemas por su trato directo y diario con los mismos.

Por otro lado, al menos en este tema, creo que debemos de desterrar el hecho de que por falta de solidez tengamos que comprar conocimientos para tomar conciencia de los principios teóricos o que tengamos que contratar técnicos dependientes de escuelas más desarrolladas, produciéndose el fenómeno de "sub-consultoría" para obtener la solvencia y seguridad que da el respaldo técnico.

Si algo se consigue, con el esfuerzo por tratar de superar estos defectos y dificultades, se cumplirá con el cometido de esta tesis, y la satisfacción de haber contribuido de alguna manera a mejorar nuestra realidad.

Octavio Rojas A.
Julio 1990

AGRADECIMIENTO

Mi agradecimiento sincero:

A los profesores de mi alma mater, la Universidad Nacional de Ingeniería, que con gran voluntad me enseñaron la luz de la Ingeniería de Minas.

A quienes me orientaron en la elaboración de esta Tesis, me estimularon en todo momento y con quienes pude intercambiar ideas para plasmar el tema.

INTRODUCCION

La naturaleza de la Estabilidad de Pendientes y su compleja estructura, requiere del uso de conocimientos cada vez más especializados, con técnicas experimentales más refinadas y la aplicación de modernos métodos auxiliares, basados en computadoras que sirven para procesar el registro de los factores concurrentes al análisis en forma sistemática, con la correspondiente finalidad de su uso estadístico y analítico.

Como el comportamiento de la masa rocosa no es único no hay soluciones estándar que garanticen una respuesta correcta; y habrá que recurrir entonces, cada vez que se ensaye una solución práctica, a la información básica por esta razón se inicia el análisis describiendo casos históricos que servirán de información referencial, es el primer paso empírico para suponer cual es el posible comportamiento como primera aproximación. Luego en el Capítulo Dos, se describe el tipo de pendientes según su forma y su incidencia en la estabilidad.

En el Capítulo Tres, se describe la influencia de los tipos de roca, las consideraciones generales de suelos y rocas, las idealizaciones hechas para efectuar el análisis y las relaciones de elementos estructurales en relación a las caras de las pendientes.

En el Capítulo Cuatro, se incide en la importancia y trascendencia de las discontinuidades geológicas en la estabilidad.

En el Capítulo Cinco, se exponen los principios básicos de análisis como son las ecuaciones de elasticidad lineal, desplazamiento-deformación, equilibrio, esfuerzo-deformación y propiedades elásticas.

A continuación en los Capítulos Seis a Ocho, se analiza la influencia de los factores reológicos, dinámicos, de agua subterránea y físico-químicos, ambientales que intervienen en el análisis de estabilidad.

En el Capítulo Nueve, se exponen los mecanismos de falla encontrados en relación a los fenómenos naturales con los métodos de análisis de estabilidad propuestos.

Los métodos de análisis expuestos en el Capítulo Diez, se basan en el principio del límite de equilibrio, evaluado en forma comparativa a través de un factor de seguridad; y la teoría de esfuerzos y deformaciones, expuesta en el método de elementos finitos.

En el Capítulo Once, se hace referencia general al campo de instrumentación de la estabilidad de pendientes para controlar desplazamientos y establecer sistemas de control.

Finalmente en el Capítulo Doce, se plantea el problema, tan de nuestro tiempo, del aspecto administrativo de este tipo de trabajos, problema al cual tenemos que enfrentarnos y dejar claramente establecido que la coordinación debe estar a cargo de una persona que conozca y domine la materia, pero que la puesta en práctica debe hacerse en equipo a fin de aprovechar la experiencia y evitar la parcialidad inherente al conocimiento local de cual-

quier campo de especialización. Y la legislación que debe obligar a que se justifique con una explicación clara de estabilidad cualquier diseño de explotación.

En esta Tesis, se muestran también herramientas técnicas en los Apéndices Uno y Dos y como caso práctico la aplicación de la Mina Cinco de Marcona, con la finalidad de exponer metodología y ayudar a agudizar la percepción que se desarrolla a lo largo del trato con el medio ambiente en que se encuentre la pendiente, que se manifiesta con la intuición respecto a su comportamiento.

Se cuida además de guardar coherencia a lo largo del desarrollo, entre las fuentes complementarias que contribuyen a que se entienda el comportamiento del medio suelo o roca como son la experiencia, información e interpretación científica.

CONTENIDO GENERAL

<i>PROLOGO</i>	Pág. II
<i>INTRODUCCION</i>	VI
<i>LISTA DE SIMBOLOS</i>	XXXIV

TOMO I

<i>CAPITULO UNO: ANTECEDENTES HISTORICOS</i>	2
1.1 Breve reseña histórica del análisis de estabilidad de pendientes	3
1.2 Algunos casos históricos	5
1.3 La estabilidad de pendientes en la minería a cielo abierto peruana	11
<i>CAPITULO DOS: CONSIDERACIONES GENERALES</i>	19
2.1 La masa de roca: Propiedades y factores de comportamiento general	21
2.1.1 Comparación con una masa de suelo	21
2.1.2 Propiedades de una masa de roca	22
2.2 Alternativas de análisis de las pendientes	

	X
en roca	22
2.3 Proposiciones geológicas para la teoría de cálculo de estabilidad de pendientes en roca	23
2.4 Consideraciones de mecánica de suelos	24
2.5 Clasificación y descripción de tipo de pendientes según su geometría	25
2.5.1 Por la definición espacial del cuerpo mineralizado	25
2.5.2 Por la superficie de la pendiente	25
2.5.3 Por los factores técnicos económicos que determinan la geometría de la mina.	28
CAPITULO TRES: INFLUENCIA DE LA ESTRUCTURA DE LA ROCA SOBRE LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES	30
3.1 Consideraciones fundamentales para diferentes tipos de roca	31
3.2 Aspectos litológicos que se deben tener en cuenta	33
3.2.1 Petrología estructural	33

3.2.2	Mecánica de orientación de los minerales	34
3.3	Técnicas de campo y laboratorio	35
3.4	Relación entre los elementos estructurales y el plano de la pendiente	36
CAPITULO CUATRO: FACTORES GEOLOGICOS QUE INTERVIENEN EN LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES		37
4.1	Discontinuidades geológicas	39
4.1.1	Naturaleza de su ocurrencia	39
4.1.2	Orientación en el espacio y posición respecto a las pendientes	39
4.1.3	Continuidad	44
4.1.4	Intensidad	45
4.1.5	Asperezas de superficie	46
4.1.6	Tipo genético	46
4.1.7	Panizo (Gouge)	47
4.2	Toma de información geológica para el uso en teoría de pendientes	48

4.2.1	Consideraciones que deben tenerse en cuenta en la elaboración de un programa de información geológica	49
4.2.2	Errores en la toma de información	51
4.2.3	Aspectos de información geológica	51
4.2.3.1	Información e investigación de la geología regional	51
4.2.3.2	Mapeo y medida de estructuras	52
4.2.4	Técnica de medida de discontinuidades	53
4.2.5	Información requerida	54
CAPITULO CINCO: ESFUERZOS DEFORMACIONES Y PROPIEDADES ELASTICAS QUE INTERVIENEN EN LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES		58
5.1	Esfuerzos	60
5.1.1	Estado de esfuerzos y condición de simetría	60
5.1.2	Variación de esfuerzos a través de un cuerpo-ecuaciones de equilibrio	65

5.1.3	Superposición de sistemas de esfuerzos	71
5.2	Deformaciones	73
5.2.1	Criterios de deformación	73
5.2.2	Deformación finita e infinitesimal	75
5.2.3	Componentes de desplazamiento y de deformación su interdependencia	77
5.2.4	Ecuaciones de compatibilidad	87
5.3	Ecuaciones esfuerzo-deformación	91
5.4	Esfuerzo plano - deformación plana	93
5.5	Distribución de esfuerzos en las pendientes del pit causados por el minado	97
5.5.1	Caso bidimensional	97
5.5.1.1	Aproximaciones fotoelásticas	97
5.5.1.2	Aproximaciones por elementos finitos	97
5.5.2	Caso tridimensional	101
5.6	Propiedades elásticas	106

5.7 Resistencia de la roca	108
CAPITULO SEIS: FACTORES REOLOGICOS QUE INTER- VIENEN EN LA ESTABILIDAD DE PEN- DIENTES	109
6.1 Modelos reológicos	110
6.2 Flujo en rocas	110
6.3 Creep como factor de diseño en rocas	111
CAPITULO SIETE: INFLUENCIA DE FACTORES DINAMI- COS EN LA ESTABILIDAD DE PEN- DIENTES	114
7.1 Efectos de la voladura en la estabilidad de pendientes	116
7.1.1 Efectos de movimiento de rocas en la estabilidad de pendientes	117
7.1.2 Implicancia práctica de la voladura en el análisis de estabilidad	122
7.2 Influencia de los temblores en la estabili- dad de pendientes	124
7.2.1 Comportamiento de los suelos y ro- cas durante los temblores	124

7.2.2	Análisis del comportamiento dinámico de pendientes frente a la acción de temblores	126
7.2.3	Implicancia práctica de los temblores en el análisis de estabilidad de pendientes	128
7.2.3.1	Pendientes en arena y arcilla estratificada	128
7.2.3.2	Pendiente en roca	129
7.2.4	Tratamiento de temblores	130
CAPITULO OCHO: <i>INFLUENCIA DEL AGUA SUBTERRANEA EN LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES</i>		131
8.1	Formas de presentación del agua	132
8.2	Fluido de agua subterránea en masas de roca	132
8.3	Definición de permeabilidad	133
8.4	Permeabilidad de rocas con discontinuidades	133
CAPITULO NUEVE: <i>TIPOS Y MECANISMOS DE FALLA EN PENDIENTES</i>		143

9.1	Clasificación general	145
9.2	Clasificación por la mecánica de deslizamiento (falla)	145
9.2.1	Clasificación preliminar	145
9.2.2	Desprendimiento de rocas	146
9.2.3	Falla por corte plano	152
9.2.4	Falla por corte rotacional	154
9.2.5	Falla por flujo de bloques	157
9.3	Clasificación por la orientación de las características geológicas en relación a las caras de la mina	159
9.3.1	Por su inclinación o buzamiento en relación a las caras de la mina	159
9.3.2	Por su rumbo en relación a las caras de la mina	163
9.3.3	Por su inclinación y rumbo en relación a las caras de la mina	166
9.4	Formas compuestas	166
9.4.1	Falla en dos bloques	166
9.4.2	Falla en más de dos bloques	166

9.5	Clasificación por el tamaño del cuerpo de falla en relación a la mina	169
9.5.1	Fallas en pequeña escala	169
9.5.2	Fallas en mediana escala	169
9.5.3	Fallas en gran escala	171
CAPITULO DIEZ: METÓDOS DE ANALISIS DE LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES		174
10.1	Consideraciones generales del análisis de pendientes	178
10.1.1	Modelos de escala física	178
10.1.2	Modelos matemáticos	178
10.1.2.1	Análisis de límite de equilibrio	179
10.1.2.2	Análisis de esfuerzo-deformación	180
10.1.2.3	Desarrollo de métodos o modelos matemáticos	180
10.2	Modelos básicos	182
10.2.1	Deslizamiento en un plano debido a la fuerza de gravedad	187

10.2.2	Influencia de la resistencia cortante de la presión de agua	189
10.2.3	Efecto de la presión de agua en una fractura de tensión	192
10.2.4	Reforzamiento para prevenir el deslizamiento	194
10.2.5	Falla de pendiente debida al volteo o basculamiento (Toppling)	196
10.3	Factor de seguridad	197
10.4	Falla plana o plano de falla	198
10.4.1	Condiciones geométricas para una falla plana	198
10.4.2	Análisis del plano de falla	200
10.4.3	Influencia del agua subterránea en la estabilidad	208
10.4.4	Fractura de tensión como un indicador de inestabilidad	210
10.5	Falla en cuña inclinada o deslizamiento sobre dos planos	211
10.6	Falla de superficie circular	219
10.6.1	Método del círculo de fricción	219

10.6.2	Método de rebanadas	223
10.6.3	Características comunes de los métodos aproximados	226
10.7	Método de elementos finitos	228
10.7.1	Características de un elemento finito	229
10.7.2	Principio de trabajos virtuales	232
10.7.3	Elementos en los bordes de la estructura	234
10.7.4	Matriz de rigidez para un elemento bi-dimensional	235
CAPITULO ONCE: INSTRUMENTACION PARA PENDIENTES EN ROCA		245
11.1	Péndulos en taladro	246
11.2	Extensómetros en taladro	250
11.3	Extensómetros de superficie	253
11.4	Clinómetros	256
CAPITULO DOCE: ASPECTO ADMINISTRATIVO DEL ANALISIS DE ESTABILIDAD DE PENDIENTES		258

12.1	Aspecto micro-administrativo	259
12.1.1	Rol de la estabilidad de pendientes en la operación de una mina	259
12.1.2	Personal que debe efectuar el trabajo	263
12.2	Aspecto macro-administrativo	266
12.2.1	Rol de la estabilidad de pendientes en la minería a cielo abierto	266
12.2.2	Personal, investigación y legislación	269
12.3	Sistema de análisis de estabilidad de pendientes	269
	OBSERVACIONES	276
	CONCLUSIONES	278
	RECOMENDACIONES	285
	BIBLIOGRAFIA	289

TOMO II

(APENDICES)

APENDICE I: REGISTRO DE INFORMACION GEOLOGICA	1
1. Método de la línea de detalle	3
2. Descripción de las técnicas de registro	3
APENDICE II: REPRESENTACIONES ESTEREOGRAFICAS	14
1. Conceptos básicos	16
2. Análisis estereográfico	28
3. Evaluación de problemas potenciales de falla	28
3.1 Concepto del cono de fricción	28
3.2 Extensión del concepto de cono de fricción a la cohesión	33
3.3 Determinación gráfica del factor de seguridad	36
4. Programa computarizado para el análisis estereográfico de discontinuidades geológicas	39
4.1 Generalidades del programa	39

4.2	Aplicación	39
4.3	Conceptos tenidos en cuenta en la elaboración del programa	40
4.3.1	Símbolos usados en la elaboración del programa	40
4.3.2	Relaciones matemáticas	43
APENDICE III: ANALISIS PRELIMINAR DE ESTABILIDAD DE PENDIENTES EN LAS MINAS DE MARCONA - MINA 5		46
1.	Ubicación	48
1.1	Situación geográfica	48
1.2	Clima	48
1.3	Sismología	50
1.4	Hidrología	53
2.	Geología	53
2.1	Geología general	53
2.2	Litología	55
2.2.1	Estratigrafía	55

2.2.2	Rocas intrusivas	58
2.2.3	Metamorfismo	60
2.3	Geología estructural	61
2.3.1	Fallamiento	61
2.4	Cuerpos de mineral	62
3.	Forma y métodos de información	63
3.1	Metodología aplicada	64
3.1.1	Método de campo	65
3.1.1.1	Levantamiento topográfico	65
3.1.1.2	Medición de estructuras	66
3.1.1.3	Muestreo de rocas	66
3.1.2	Método de gabinete	68
3.1.2.1	Graficación de estructuras	68
3.1.2.2	Proyecciones estereográficas - Análisis gráfico de estabilidad de taludes.	68

4.	Análisis preliminar de Mina 5	73
4.1	Presentación general	73
4.2	Estabilidad de los taludes	77
4.2.1	Talud N.O. - Techo	78
4.2.2	Talud S.E. - Piso	79
4.2.3	Talud O. - Terminación S.O.	79
4.2.4	Talud E. - Terminación N.E.	79
4.2.5	Conclusiones	86
5.	Resultados del análisis	87
6.	Conclusiones generales	89
7.	Recomendaciones generales	92

TABLA DE FIGURAS

FIGURA	DESCRIPCION	PAG.
CAPITULO DOS		
2-1	Tipo de pendiente por la definición <u>es</u> pacial del cuerpo mineralizado: (A) Mina de geometría troncocónica in vertida (B) Mina de geometría compleja	26
2-2	Tipo de pendiente según su superficie: (A) Pendiente cóncava (B) Pendiente convexa (C) Pendiente plana	27
2-3	Tipo de pendientes según factores eco nómicos de explotación (Pendientes tí picas)	29
CAPITULO CUATRO		
4-1	Mina en roca con dos sistemas regiona les de discontinuidades	41
4-2	Comparación de los defectos de la pen diente en las partes superior e infe rior de la pendiente	43

FIGURA	DESCRIPCION	PAG.
CAPITULO CINCO		
5-1	Método de corte para un cuerpo	61
5-2	Componentes de esfuerzos	62
5-3	Estado de esfuerzos en un cuerpo	64
5-4	Variación del estado de esfuerzos entre dos puntos	66
5-5	Parámetros usados para medir la deformación	76
5-6	Corrimientos	78
5-7	Paralelepípedo en su estado original	80
5-8	Componentes de desplazamiento y deformación	82
5-9	Aproximaciones fotoelásticas (A) Esfuerzos debidos a la gravedad (B) Esfuerzos debidos a fuerzas horizontales residuales	98
5-10	Aproximaciones fotoelásticas zonas de tracción y compresión	100
5-11	Influencia de la forma tridimensional	

FIGURA	DESCRIPCION	PAG.
	de la mina sobre la estabilidad:	
	(A) Talud cóncavo.- Favorable para la estabilidad	
	(B) Talud convexo.- Desfavorable para la estabilidad	102
5-12	Influencia de la forma tridimensional de la mina sobre la estabilidad: Forma troncocónica	104
 CAPITULO SEIS		
6-1	Creep en rocas: Curva generalizada de creep y curva de recuperación para rocas	112
 CAPITULO SIETE		
7-1	Fuerzas que actúan sobre una masa de roca: (A) En un campo gravitacional (B) En un campo de aceleración de la gravedad y la voladura	119
7-2	Fuerzas que actúan sobre una rebanada de pendiente: (A) En un campo gravitacional de esas fuerzas (B) En un campo de aceleración de la	

FIGURA	DESCRIPCION	PAG.
	gravedad y la voladura	121
7-3	Movimiento de un bloque en un plano inclinado: (a) Diagrama del cuerpo libre (b) Sistema de fuerzas	127
 CAPITULO OCHO		
8-1	Definición de permeabilidad	134
8-2	Fluido dentro y fuera de un elemento	138
 CAPITULO NUEVE		
9-1A	Tipos de falla de pendientes	147
9-1B	Tipos de falla de pendientes	148
9-1C	Tipos de falla de pendientes	149
9-2	Falla por desprendimiento de rocas	151
9-3	Falla por corte plano	153
9-4	Falla por corte rotacional	155
9-5	Tipo de falla por flujo de bloques	158

FIGURA	DESCRIPCION	PAG.
9-6A	Agrupación por la posición de los <u>es</u> tratos en relación a las caras de la mina	160
9-6B	Agrupación por la posición de los <u>es</u> tratos en relación a las caras de la mina	161
9-6C	Agrupación por la posición de los <u>es</u> tratos en relación a las caras de la mina	162
9-7	Estructuras con orientaciones <u>favora</u> bles y desfavorables en una pendiente en roca	164
9-8	Falla plana	165
9-9	Posición de cuñas en relación a las caras de las pendientes	167
9-10	Falla en dos bloques	168
9-11	Falla en más de dos bloques	168
9-12	Falla en pequeña escala: Falla local (a) Desprendimiento de rocas (b) Talud de escombros (c) Cuña	170

FIGURA	DESCRIPCION	PAG.
9-13	Falla en mediana escala: Falla en cuña	170
9-14	Falla en gran escala: Flujo en bloques	172
CAPITULO DIEZ		
10-1	Mecanismo de fricción y curvas típicas de falla: (A) Mecanismo de fricción (B) Curvas típicas de falla	183
10-2	Deslizamiento en un plano	186
10-3	Resistencia cortante de la presión de agua	190
10-4	Ley de esfuerzos efectivos	193
10-5	Efectos de la presión de agua en una fractura de tensión	193
10-6	Reforzamiento para prevenir el deslizamiento	195
10-7	Falla de pendientes debido al volteo (Toppling)	195

FIGURA	DESCRIPCION	PAG.
10-8	Condición geométrica de deslizamiento	199
10-9	Rebanada de espesor unitario	201
10-10A	Geometría de pendiente con fractura de tensión sobre la pendiente	205
10-10B	Geometría de pendiente con fractura de tensión en la cara de la pendiente	206
10-11	Falla en cuña inclinada: Intersección de dos planos y sus relaciones angulares	212
10-12	Falla en cuña inclinada: Componentes de cuerpo que descansa sobre el plano "B"	214
10-13	Falla en cuña inclinada: Resolución de fuerzas en dirección a la línea de intersección	214
10-14A	Falla en cuña inclinada: Fuerzas sobre el plano "A", cuando $\omega = 90^\circ$	216
10-14B	Falla en cuña inclinada: Fuerzas sobre el plano "A", cuando $\omega < 90^\circ$	216
10-14C	Falla en cuña inclinada: Fuerzas sobre el plano "A", cuando $\omega > 90^\circ$	218

FIGURA	DESCRIPCION	PAG.
10-15	Superficie circular de falla: (A) Distribución de esfuerzos normal y cortante (B) Fuerzas resultantes	221
10-16	Sistema de fuerzas que actúan sobre una rebanada	224
10-17	Elemento plano laminar	230
10-18	Esfuerzo plano: Elemento triangular	236
10-19	Esfuerzo plano: Elemento triangular	236
 CAPITULO ONCE		
11-1	Péndulo en taladro	247
11-2	Esquema del péndulo inverso	249
11-3A	Extensómetro con hilo tenso	252
11-3B	Extensómetro con barra empotrada	252
11-4	Auscultación con un extensómetro de superficie	254
11-5	Auscultación de un banco con un ex- tensómetro de superficie	255

FIGURA	DESCRIPCION	PAG.
11-6	Clinómetro con potenciómetro (A) Principio de auscultación (B) Principio del equipo	257
CAPITULO DOCE		
12-1	Sistema de análisis de pendientes	274

LISTA DE SIMBOLOS

La lista mostrada a continuación incluye sólo los símbolos más importantes que aparecen en el desarrollo de esta Tesis. Se tiene algunos casos de uso de símbolos de poca importancia que se explican en el capítulo en que se emplean y que generalmente no se encuentran incluidos en esta lista.

En raras ocasiones el mismo símbolo es usado para representar dos o más cantidades completamente diferentes. En general estas cantidades de naturaleza diferente no aparecen en el mismo capítulo y se procura usar alguna señal que las diferencie.

Los símbolos se muestran según orden de aparición y por capítulos:

CAP. CUATRO : FACTORES GEOLOGICOS QUE INTERVIENEN EN LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES

α	inclinación de discontinuidad
θ_r	ángulo residual de resistencia al deslizamiento
k	coeficiente de continuidad

CAP. CINCO : ESFUERZOS DEFORMACIONES Y PROPIEDADES ELASTICAS QUE INTERVIENEN EN LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES

A	área
-----	------

ΔA	área elemental
F	fuerza
ΔF	fuerza elemental
$\Delta F / \Delta A$	tensión media
$\dot{\rho}$	esfuerzo
$Oxyz$	sistema de coordenadas rectangulares
σ	esfuerzo
σ_{ij}	matriz de esfuerzos
$\sigma_{ij(i=j)} = \sigma$	esfuerzo normal
$\sigma_{ij(i \neq j)} = \tau$	esfuerzo cortante
i	dirección u orden i
j	dirección orden j
ρ	densidad
t	tiempo
e	extensión = deformación
e_i	deformación principal (en general: e_{11} , e_{22} , e_{33})
e_{ij}	matriz de deformación
$e_{ij(i=j)} = e$	deformación normal = alargamiento relativo o específico
$e_{ij(i \neq j)} = \gamma$	deformación tangencial o cortante, distorsión
l	longitud
l_0	longitud inicial
l_t	longitud de l , después de deformación
λ	elongación cuadrática

ϵ	deformación logarítmica, natural o verdadera
ψ	deformación angular
u	vector desplazamiento
u_1, u_2, u_3	proyección de corrimientos sobre los ejes coordenados x_1, x_2, \dots, x_i
$\alpha_{ij} (i \neq j)$	ángulo de giro ($\alpha_{12}, \alpha_{21}, \dots$ etc.)
$J = \left \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right $	determinante jacobiano de deformación o gradiente de deformación
ν	coeficiente de Poisson
E	módulo de Young
$[D]$	matriz de elasticidad
r	radio
f	factor de estabilidad

CAP. SIETE : INFLUENCIA DE FACTORES DINAMICOS EN LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES

w	peso de cuerpo
β	ángulo de inclinación del plano de deslizamiento
ϕ	ángulo de fricción
c	cohesión, entre dos superficies en contacto
g	aceleración de la gravedad
L	longitud de arco
F	factor de seguridad

CAP. OCHO : INFLUENCIA DEL AGUA SUBTERRANEA EN LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES

k	coeficiente de permeabilidad
Q	flujo
v	velocidad de descarga
p	presión
ν	coeficiente de viscosidad cinemática

CAP. DIEZ : METODOS DE ANALISIS DE LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES

N	fuerza normal
ϕ_i	ángulo inicial de fricción
c_i	cohesión inicial
ϕ_r	ángulo residual de fricción
R	resistencia de fricción
u	presión de agua
\mathcal{U}	fuerza de levantamiento
ψ_f	buzamiento de la pendiente
ψ_p	buzamiento del plano de falla
θ	ángulo de fricción
α, β, ω	medidas angulares
R	fuerza de resistencia
R_c	resultante de cohesión
\bar{N}	esfuerzo normal efectivo

M	momento
M_R	momento de resistencia
M_0	momento del peso
$[\epsilon]$	matriz de deformaciones
$[\epsilon^*]$	matriz de deformaciones virtuales
$\{\delta\}$	matriz de desplazamientos
$\{\delta^*\}$	matriz de desplazamientos virtuales
$\{F\}$	matriz de fuerzas
$\{P\}$	matriz de cargas distribuidas
$[K]$	matriz de rigidez
$[S]^e$	matriz de esfuerzos

C A P I T U L O U N O

ANTECEDENTES HISTORICOS

1.1 BREVE RESEÑA HISTORICA DEL ANALISIS DE ESTA
 BILIDAD DE PENDIENTES

1.2 ALGUNOS CASOS HISTORICOS

1.3 LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES EN LA MINERIA A
 CIELO ABIERTO PERUANA (PRINCIPALES CASOS)

1.3.1 MINAS DE MARCONA

1.3.2 MINA AZULCOCHA

1.3.3 MINA CERRO VERDE

1.3.4 MINA TOQUEPALA

1.3.5 MINA TINTAYA

1.1 BREVE RESEÑA HISTORICA DEL ANALISIS DE ESTABILIDAD DE PENDIENTES

La preocupación del hombre por el comportamiento de las pendientes nace desde muy antiguo, el hombre primitivo para asegurar su supervivencia, por instinto de conservación escogía como habitat, lugares y parajes seguros donde podría sentirse libre de deslizamientos, deduciendo principios empíricos que le sirvieron para establecer reglas generales en su relación con el medio ambiente y su trato con los materiales predominantes: suelos y rocas.

El análisis racional, analítico, nace con el establecimiento del plano inclinado, al analizar como un bloque partiendo de la posición natural de equilibrio, llega un momento en que sale del estado estático de acuerdo al ángulo de inclinación del plano inclinado, venciendo todas las fuerzas de resistencia y adquiriendo energía cinética, como consecuencia de su peso y demás fuerzas que interactúan en el cuerpo y la naturaleza de las superficies en contacto.

Con el principio del plano inclinado se desarrollan muchos criterios y principios físico-mecánicos estableciendo modelos de análisis y teorías que explican el comportamiento del deslizamiento de cuerpos; sin embargo, el desarrollo de la mecánica de masas naturales como la mecánica de suelos y rocas toma gran impulso recién en el siglo presente, constituyendo las hoy llamadas Geociencias con sus correspondientes aplicaciones Geotécnicas.

Es así que en la década de 1,920 Karl Terzagui desarrolla los principios de la Mecánica de Suelos, y desde

aqueí entonces los principios y teorías han sido probados y evaluados, resultando esta experiencia en el desarrollo de conceptos teóricos, técnicas de trabajo y métodos de análisis de gran aplicación en Ingeniería Civil sobre todo para la construcción de caminos y represas, alcanzando la tecnología de mecánica de suelos un alto grado que la Ingeniería de Minas no puede ignorar, es así que por razones económicas y de seguridad añadidas a que el material de mayor incidencia es la roca, se le está dando gran impulso al *análisis de estabilidad de pendientes*, mediante la Mecánica de Rocas por ser más serios que los de mecánica de suelos en la minería a cielo abierto y por las profundidades alcanzadas actualmente en las minas.

Hoy la mecánica de rocas, como su aplicación a la estabilidad de pendientes, se encuentran en el mismo nivel en que se encontraba la mecánica de suelos hace 60 años. Sorprendentemente varias teorías significativas de mecánica de rocas en pendientes fueron establecidas recién en la década de 1,960. Es así que mientras la primera conferencia internacional de suelos fué realizada en 1,936, la primera conferencia internacional de Mecánica de Rocas fué llevada a cabo recién en 1,966.

Son varias las razones que explican el posterior desarrollo de la Mecánica de Rocas en relación a la Minería Superficial, tales como por ejemplo: Antes de los últimos 40 años la mayoría de las minas han sido subterráneas, los cursos y la preparación de la mecánica de rocas han sido establecidos recién en los años recientes y por último la resistencia a gastar dinero en mecánica de rocas por la falta de confianza en los resultados obtenidos.

De este modo en los últimos 30 años se han producido avances significativos en los conocimientos de estabilidad de pendientes, pero desafortunadamente las aplicaciones son limitadas y restringidas dificultando la asimilación de información y el avance en la experiencia mostrada.

1.2 ALGUNOS CASOS HISTORICOS

Dentro de las grandes preocupaciones del diseño en minas se encuentra obtener las pendientes más empinadas posibles para una operación segura y eficiente; pudiéndose se probar la seriedad e importancia de estos problemas con varios ejemplos.

BINGHAM CANYON (U.S.A.)

En Noviembre de 1,930, en la mina de cobre de Bingham Canyon Utah, se deslizó de los niveles superiores una enorme masa de material estéril, llenando a lo largo de una considerable longitud más o menos la mitad de la mina. El volumen de la masa deslizada fué de aproximadamente 10 millones de metros cúbicos que perjudicaron grandemente las operaciones y la economía de la Empresa.

MINA BAKAL (U.R.S.S.)

En la Unión Soviética un típico ejemplo fué el gran deslizamiento de las paredes del tajo de la Mina Bakal. El

deslizamiento cubrió completamente la excavadora y un tren de carros que esperaban ser cargados. Afortunadamente el movimiento del deslizamiento fué detectado lo suficientemente temprano para evacuar a todo el personal que trabajaba en el área de peligro.

MINA UNITED VERDE (U.S.A.)

Ocurrió un deslizamiento en 1,931 en la Mina United Verde con un volumen de 380,000 m³ y para evitar futuros deslizamientos se tuvieron que remover 3'800,000 m³ de roca, para dar a las paredes una pendiente segura de 45° de acuerdo a las condiciones existentes en los estratos del tajo.

MINA BATURIN (U.R.S.S.)

La operación de los depósitos de carbón por los métodos de minería a cielo abierto también comprenden grandes movimientos de masa al azar. Por ejemplo, un gran deslizamiento que ocurrió en 1,946 en la Mina Baturin de la Kor kinugol Trust, tuvo un ancho de 500 Mts. a través de la caja piso y un volumen de más de un millón de metros cúbicos.

ROBINSON MINING DISTRICT (KENECOTT COPPER CORP.)

En el Robinson Mining District, al Este de Nevada Central, la Kenecott Copper-Corp. tiene 5 minas a tajo

abierto, produciendo con estas minas cerca de 40,000 Tons. de cobre por año.

40° es la pendiente normalmente usada en el diseño de las minas del distrito, pero estas pendientes relativamente echadas no previenen completamente la ocurrencia de fallas en algunos lugares, razón por la que tuvo que elaborarse un proyecto que comprende tres fases: la primera fase de diseño, la segunda de prueba y diseño final y la tercera fase de control; que comprende el mantenimiento adecuado del sistema de control de fallas de progreso. Este proyecto ha permitido elaborar programas y aplicar teorías que permiten controlar hasta hoy la estabilidad de las pendientes.

SHIRLEY BASIN MINE (U.S.A.)

La Mina Shirley Basin de la Utah International está localizada en la parte alta de Wyoming con una elevación de 7,100 pies, situada en una ladera semi-árida. La zona de uranio se encuentra en una profundidad de 270 a 350 pies debajo de la superficie con un encapado de arenisca consolidada, Siltstone y arcilla.

Las operaciones subterráneas se iniciaron en 1,960 en condiciones difíciles por la gran cantidad de agua subterránea y problemas de soporte. Debido al desarrollo las operaciones subterráneas fueron abandonadas en 1,964 y en Enero de 1,969 se inició el desarrollo de la mina en gran escala.

El mayor problema en el desarrollo de la mina ha si-

do la ocurrencia de una serie de fallas de pendientes que ponen en peligro las operaciones, esto permitió iniciar un programa extensivo de trabajos de estabilidad de pendientes.

En el proyecto de factibilidad original, se observaron los alrededores de la mina y se analizaron las características de estabilidad de las formaciones en que se encuentra el yacimiento y las formaciones aledañas.

Los planes de desarrollo para el área designada asignaron a la mina ángulos de pendiente de 45° y desde que empezaron las excavaciones en Enero de 1,969 han ocurrido 7 deslizamientos principales:

1. El 30 de Enero de 1,970 tuvo lugar el primer deslizamiento en la cara Oeste, moviéndose cerca de medio millón de yardas cúbicas de material dentro de la mina y hasta una profundidad de 190 pies de la superficie.
2. El 14 de Febrero de 1,970, la cara Sur empezó a deslizarse y 400,000 yd^3 adicionales de material se movieron dentro de la mina.
3. En Agosto de 1,970 la cara Norte mostró signos de inestabilidad, y una serie de pequeñas fallas progresaron dentro de la mina comprendiendo 400,000 yd^3 de material.
4. El 4 de Abril de 1,971, ocurrió una falla masiva al Sur-Este de la mina, interrumpiéndose completamente las operaciones de extracción con un deslizamiento de

1'400,000 yd³.

5. En Setiembre de 1,971 falló la pendiente en la pared Este, resultando un deslizamiento de 200,000 yd³ de material dentro de la mina.
6. El próximo deslizamiento fué progresivo y de 300,000 yd³.
7. El mayor y más reciente deslizamiento ocurrió el 20 de Octubre de 1,972 donde se movieron aproximadamente 1'600,000 yd³ al lado Oeste de las paredes de la mina.

CHUQUICAMATA (CHILE)

En Chuquicamata la altura total de la pendiente en la región de falla fué de 248 Mts. y el ángulo total de la pendiente aproximadamente de 43°. El tipo principal de roca en el área de deslizamiento es una granodiorita porfirítica inalterada.

Las fracturas de tensión fueron las primeras notadas en esta pendiente, en Agosto de 1,966 y por esta razón se estableció un sistema de control. Los movimientos fueron pequeños y cesaron eventualmente de modo que el control fué descontinuado, un temblor que ocurrió el 20 de Diciembre de 1,967 de magnitud 5 en la escala de Richter fué aparentemente responsable de reactivar el movimiento. Incidentalmente es una área desértica con bajas precipitaciones anuales y por consiguiente el agua subterránea no es un factor que haya que tener en cuenta en el desliza

miento.

Los desplazamientos de control empezaron en Junio de 1,968 haciendo evidente el peligro de la estabilidad de la pendiente, los sistemas de control definidos por Kenne dy y Niermeyer fueron básicamente muy simples; se efectuaron medidas de tensión y medidas de campo con extensómetros y se instalaron también sismógrafos. Aunque los resultados obtenidos por estos instrumentos no fueron usados en la predicción del deslizamiento, fueron interesantes para compararlos con el record de desplazamiento.

Con el propósito de estabilizar la pendiente se inició un programa de descarga, en Agosto de 1,968, moviéndose un total de 4.5 millones de toneladas de material desde la cima de la pendiente y a la derecha de la ubicación de las plantas. Aunque la cantidad de material depositada por el deslizamiento fué probablemente reducida por este programa, es discutible que la descarga de la pendiente haya tenido influencia significativa en el deslizamiento, puesto que parece que la falla de la pendiente fué inevitable y por esta razón se tomaron todas las precauciones posibles y se reorientó el sistema de transporte y almacenaje de material.

En Enero de 1,969 se proyectó el deslizamiento que ocurrió por sí mismo el 18 de Febrero a las 6:58 p.m. y que comprendió aproximadamente 12 millones de toneladas, y que con espectacular aproximación fué predecido con la debida anticipación evitándose de este modo serias consecuencias, gracias al uso adecuado de la información disponible hasta ese momento.

1.3 LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES EN LA MINERÍA A CIELO ABIERTO PERUANA (PRINCIPALES CASOS)*

A continuación se exponen los principales casos que muestran el avance histórico del análisis de estabilidad de pendientes y su situación en la minería peruana:

1.3.1 MINAS DE MARCONA

En el Perú se han iniciado los estudios y análisis de estabilidad de pendientes en las minas de hierro de Marcona de propiedad de la Empresa Minera del Perú "Hierro-Perú".

Por los años 1,974, las minas de Marcona en aquel entonces propiedad de la Marcona Mining Company, y en particular la Mina 5 iban alcanzando profundidades mayores a 150 Mts. que ya ponían en peligro la estabilidad de sus pendientes, apareciendo por esta razón, los factores locales y técnicas de explotación, grandes fracturas de tensión al Norte de la Mina 5 y Sur de la Mina 4, que era necesario controlar y buscar la relación de los sistemas de esfuerzos inducidos en aquel entonces por la explotación, el diseño de las minas y los factores geológicos locales y regionales.

* NOTA: Información obtenida principalmente de las publicaciones del Ingeniero de Minas David Córdova Rojas, Director de Tecnología Minera del INGEMMET y Profesor de Mecánica de Rocas de la Facultad de Ingeniería Geológica Minera y Metalúrgica de la Universidad Nacional de Ingeniería (Junio 1990).

Por esta razón el Gobierno Peruano exigió a la Marcona Mining Company que presentara un estudio de estabilidad de taludes que justificara la explotación racional y segura, que durante los años 1,973 y 1,974 había alcanzado su máxima producción.

De este modo la A. Bauer Associates, consultora de la Marcona Mining Company efectuó un examen preliminar, estableciendo las bases y pautas necesarias para efectuar el Análisis de Estabilidad de Pendientes en las minas de Marcona, y poco después el Ministerio de Energía y Minas contrató los servicios de la Bureau de Recherches Geologiques et Minieres (BRGM) de Francia para reexaminar las minas y constatar las recomendaciones de Bauer.

El 26 de Julio de 1,975 el Gobierno Revolucionario de la Fuerza Armada, nacionalizó el Complejo Minera de Marcona y el 15 de Setiembre del mismo año el ex-Instituto Científico y Tecnológico Minero (INCITEMI) inició el mapeo litoestructural de los taludes que duró 7 meses. Actualmente en Hierro Perú se continúa el mapeo y se efectúan análisis de estabilidad de acuerdo a necesidades prácticas de operación.

1.3.2 MINA AZULCOCHA

En la Mina de zinc Azulcocha de la Sociedad Minera Gran Bretaña S.R.L., ubicada en el departamento de Junín, técnicos de la empresa, especialistas del ex-INCITEMI y de Ibérica de Especialidades Geotécnicas S.A. (IBERGESA) participaron en la solución de un problema de inestabilidad de la pendiente natural adyacente a la zona minerali-

zada, que surgió en 1,975 por efecto de la explotación tanto subterránea como a cielo abierto en condiciones geomecánicas desfavorables de la masa rocosa. A fines de 1,976 la inestabilidad llegó a ser alarmante, apareció en superficie un sistema de grietas de tracción, siendo su máxima expresión una de aproximadamente 250 Mts. de longitud y un movimiento relativo transversal de 3 a 4 Mts. Se registraron velocidades de agrietamiento máximo de hasta 5 cm/día. El movimiento del conjunto rocoso alcanzó a ciertos niveles superiores de la mina subterránea, percibiendo su influencia a través de la deformación de los elementos de sostenimiento y de las líneas de rieles.

La decisión final fué el cambio del método de explotación hacia el Mitchel Modificado utilizando relleno de concreto ciclopeo a manera de puentes y pilares.

En este caso fueron importantes también dos aspectos: uno relacionado al control instrumental de las deformaciones en que se utilizaron métodos topográficos, extensométricos y fotográficos, para medir la velocidad de agrietamientos superficiales y la convergencia de las excavaciones subterráneas; y el otro referente al control de la influencia del agua subterránea, de la cantidad de extracción de materiales o crecimiento del volumen de las excavaciones y de la introducción de la cantidad de relleno cementado, formulándose modelos de correlación con las deformaciones. El control instrumental continuó aproximadamente dos años. En 1,986 la mina cerró por agotamiento de reservas.

1.3.3 MINA CERRO VERDE

En la mina de cobre de Cerro Verde de propiedad de Minero Perú S.A., ubicada a 14 Km. de la ciudad de Arequipa, el INCITEMI efectuó entre 1,976 y 1,977 investigaciones de estabilidad de pendientes, contribuyendo de este modo a establecer definitivamente en el Perú, su importancia en la economía, diseño y operación de las minas a cielo abierto, sentándose así las bases de una metodología propiamente nacional, así como los procedimientos y técnicas a utilizarse en el diseño o evaluación de la estabilidad de pendientes en las minas.

El estudio comprendió la caracterización geomecánica del maciso rocoso y el diseño de los taludes. En cuanto al primer aspecto se estableció el modelo estructural basándose en un estudio lito-estructural detallado, utilizándose técnicas de proyección estereográfica con el proceso computarizado de la información obtenida. Se determinaron las propiedades físico-mecánicas de las rocas y de las discontinuidades estructurales mediante ensayos de laboratorio y aplicando técnicas de análisis retrospectivo (back analysis). Se establecieron las características del agua subterránea y de los sismos como factores de influencia en la estabilidad.

Respecto al diseño de los taludes, en una etapa inicial se evaluaron los problemas potenciales de inestabilidad en las diferentes caras de la mina, permitiendo detectar zonas críticas e identificar los modos de falla. En la etapa final se determinó el grado de estabilidad de los taludes partiendo del factor de seguridad, recomendando como resultado los ángulos apropiados de los taludes.

1.3.4 MINA TOQUEPALA

Respecto a la mina de cobre Toquepala de la Southern Perú Cooper Corporation (SPCC), ubicada en el departamento de Tacna, se desconoce los estudios de estabilidad de pendientes realizados por SPCC para el planeamiento y diseño inicial de la mina, pero por la profundidad alcanzada (aproximadamente 310 Mts.), en 1,983 y 1,984 la firma Call & Nicholas Inc. de U.S.A. apoyados por técnicos de SPCC efectuó un estudio, recomendando los ángulos finales de diseño, complementado por un nuevo diseño del tajo efectuado en Tucson por ASARCO así como con la determinación de las propiedades mecánicas de las rocas en los laboratorios de mecánica de rocas de la Universidad de Arizona.

Según técnicos de SPCC el mapeo lito-estructural duró aproximadamente 10 meses, se mapeó también en profundidad utilizándose endoscopios con cámaras de televisión y video tape a través de taladros perforados. Estos taladros sirvieron también para medir las características del agua subterránea mediante instalaciones piezométricas. Por otro lado también se hicieron mediciones de esfuerzos in situ.

A fines de 1,985 en el sector S.O. de la mina se produjo un deslizamiento comprometiendo aproximadamente 6'800,000 Tons. de materiales. Técnicos de la SPCC conjuntamente con CENTROMIN PERU evaluaron el problema y recomendaron: drenar la zona; implementar un programa de instrumentación de campo para el control de deformaciones y remover 1'170,000 Tons. de materiales para descargar parcialmente el talud, e implementar técnicas de voladura controlada. La División de Mecánica de Rocas del INGEMMET opinó favorablemen

te sobre esta evaluación.

1.3.5 MINA TINTAYA

En la mina de cobre Tintaya de la Empresa Minera Especial Tintaya S.A., ubicada en la provincia de Yauli, departamento del Cusco, el INGEMMET, a solicitud de la Empresa efectuó un estudio de pendientes con el fin de encarar su problemática con los avances de la explotación en que se encontraba la mina entre 1,987 y 1,988.

En una primera etapa el estudio se orientó a establecer el modelo geológico y determinar los parámetros geomecánicos para los cálculos de diseño, basándose en aproximadamente 15,000 registros de datos lito-estructurales, que fueron procesados por computadora, utilizándose técnicas estereográficas y métodos sugeridos por la Sociedad Internacional de Mecánica de Rocas (ISRM).

Las investigaciones realizadas fueron: Determinación de las propiedades físico-mecánicas de los materiales mediante ensayos de laboratorio, según normas de la ISRM; e in-situ con el martillo de Schmidt de dureza para evaluar indirectamente la resistencia compresiva. Clasificación geomecánica del maciso rocoso, para lo cual se utilizó el criterio de clasificación de Bieniawski, el estudio del consultor Peter Calder y las perforaciones diamantinas de la Serie T efectuadas por EMATINSA en 1,981. Determinación de las propiedades mecánicas del maciso rocoso a partir de la información precedente y utilizando el criterio empírico de falla de Hoek E. & Brown, que introduce el factor de reducción (efecto escala) de la re-

sistencia de la roca intacta. Determinación de la resistencia al corte asociado a discontinuidades, aplicando principalmente los criterios de falla de Coulomb y Barton, ponderando los resultados obtenidos por los procedimientos de ensayos de corte directo sobre discontinuidades en el laboratorio, ensayos tipo "Tilt Test" utilizando testigos de perforación y técnicas de análisis pericial retroactivo (Back Analysis) de estructuras deslizadas. Evaluación de los esfuerzos in-situ, estimándose que los posibles esfuerzos tectónicos residuales no tenían mayor significado en la estabilidad y por último la evaluación de las condiciones de agua subterránea que no tuvo mayor importancia.

Con la información precedente se delimitaron dominios estructurales, en los que se estimó que la estructura es prácticamente homogénea en su comportamiento, lo que llevó a sectorizar la mina, en base a la cual se desarrollaron los estudios de análisis de estabilidad, que comprendió: Evaluación de los problemas potenciales de estabilidad, mediante análisis cinemáticos, detectándose así zonas de riesgo. Identificación de los modos de falla dando como resultado general un modelo de falla circular para las pendientes finales, presentando un comportamiento similar al de un medio compacto o suelto. A nivel de bancos la ocurrencia de algún deslizamiento sería solo local, pudiendo perjudicar a las operaciones. Se identificaron posibilidades de fallas de tipo circular, por vuelco y por cuña. Finalmente un caso especial fueron los taludes en material morrénico de recubrimiento, que por constituir un suelo típico el modo de falla asumido fue circular.

En cuanto a los métodos de cálculo se utilizaron mo

delos matemáticos de equilibrio límite, basados en el criterio de falla Mohr-Coulomb. Para la falla circular, se utilizó el método Jambu modificado, adaptable a cualquier geometría de superficie potencial de falla. Alternativamente para fallas en cuña, se utilizaron técnicas estereográficas y métodos analíticos tridimensionales. Los cálculos generalmente fueron procesados mediante programas computarizados.

Los resultados obtenidos permitieron efectuar principalmente las siguientes recomendaciones: Adoptar factores de seguridad de 1.25 a 1.4 para taludes finales y de más o menos 1.1 para taludes de banco. Dar importancia a los estudios hidrológicos. Implementar técnicas de voladura controlada. Efectuar mayor investigaciones de mecánica de suelos sobre el material morrénico para precisar sus características de resistencia. Implementar programas de control de estabilidad conforme avance la explotación.

Como sabemos en el Perú se proyectan atrir minas utilizándose métodos de minería en superficie, es necesario entonces que tengamos la suficiente solidez y nivel adecuado para diseñar y planear a corto, mediano y largo plazo las operaciones mineras, en la mejor forma posible, esto nos obliga, como es evidente a que nuestros Estudios de Estabilidad de Pendientes sean implementados íntegral y sistemáticamente, desarrollando una tecnología propia, consolidando los conocimientos y experiencias existentes a la fecha, y efectuar en forma decidida estudios que redunden en la práctica para dar solidez y confianza a los resultados obtenidos.

C A P I T U L O D O S

CONSIDERACIONES GENERALES

2.1 LA MASA DE ROCA: PROPIEDADES Y FACTORES DE COMPORTAMIENTO GENERAL

2.1.1 COMPARACION CON UNA MASA DE SUELO

2.1.2 PROPIEDADES DE UNA MASA DE ROCA

2.2 ALTERNATIVAS DE ANALISIS DE LAS PENDIENTES EN ROCA

2.3 PROPOSICIONES GEOLOGICAS PARA LA TEORIA DE CALCULO DE ESTABILIDAD DE PENDIENTES EN ROCA

2.4 CONSIDERACIONES DE MECANICA DE SUELOS

2.5 CLASIFICACION Y DESCRIPCION DE TIPO DE PENDIENTES SEGUN SU GEOMETRIA

2.5.1 POR LA DEFINICION ESPACIAL DEL CUERPO MINERALIZADO

2.5.2 POR LA SUPERFICIE DE LA PENDIENTE

2.5.3 POR LOS FACTORES TECNICOS ECONOMICOS QUE DETERMINAN LA GEOMETRIA DE LA MINA

2.1 LA MASA DE ROCA: PROPIEDADES Y FACTORES DE COMPORTAMIENTO GENERAL

2.1.1 COMPARACION CON UNA MASA DE SUELO

Una masa de suelo consta de un buen ensamblaje entre sus partes, el tamaño de los granos es reducido en comparación con la escala de la pendiente y los planos de debilidad.

La geometría de los espacios entre los materiales que relacionan sus componentes básicos son completamente diferentes.

En consecuencia se pueden resaltar las siguientes diferencias importantes:

- a. En los suelos existe la tendencia a que ocurra la falla dentro de la masa del suelo por sí sola, mientras que en la roca la falla seguirá los planos preexistentes de debilidad.
- b. La resistencia al corte en la roca está determinada por la resistencia al corte sobre las discontinuidades y no sobre la misma masa de roca, lo cual resulta en una anisotropía en la resistencia al corte, se infiere entonces que la falla al corte en rocas tendrá que seguir planos particulares de baja resistencia, mientras que en suelos la falla ocurrirá dentro de la masa misma, la superficie de falla puede ser curva y la resistencia al corte puede aceptarse como independiente de la dirección.

- c. El fluído de agua es diferente en las masas de roca y suelo.

2.1.2 PROPIEDADES DE UNA MASA DE ROCA

Para el propósito de análisis de comportamiento de una masa de roca es necesario apreciar las siguientes propiedades:

- a. La falla tenderá a confinar las discontinuidades estructurales.
- b. La resistencia y las propiedades de deformación son direccionales y dependen de la distribución espacial de los defectos estructurales (la roca es *anisótropa* en la naturaleza).
- c. Las propiedades físicas y litológicas de las rocas son variables (la roca es *heterogénea* en la naturaleza)
- d. Es análoga si se divide el cuerpo en bloques (la masa de roca es un medio *discontinuo*).

2.2 ALTERNATIVAS DE ANALISIS DE LAS PENDIENTES EN ROCA

Se han propuesto tres alternativas para analizar las pendientes en roca:

- a. Los métodos convencionales de mecánica de suelos pueden ser aplicados a los cálculos de estabilidad.

- b. Se puede aplicar por extensión la teoría de Coulomb, de modo que las propiedades de resistencia son precisadas, se miden las discontinuidades sistemáticamente y se valoran los parámetros de resistencia, lo que permite calcular el factor de seguridad de la pendiente.
- c. Acercamiento empírico a base de observaciones y cambios en las propiedades naturales de la pendiente, no considera el tiempo y por consiguiente el efecto de Creep.

2.3 PROPOSICIONES GEOLOGICAS PARA LA TEORIA DE CALCULO DE ESTABILIDAD DE PENDIENTES EN ROCA

El análisis racional de la estabilidad de pendientes requiere definir las siguientes proposiciones geológicas:

- a. Las discontinuidades estructurales son detectables y sus características físicas pueden describirse cuantitativamente.
- b. Dentro de la masa de roca es posible definir masas más pequeñas.
- c. Se puede construir un modelo que represente las discontinuidades de una masa de roca.
- d. La superficie de falla puede ser plana o combinaciones de planos.

Teniendo en cuenta el factor de seguridad son postulados

cuatro modelos básicos de falla: tres de los cuales se refieren a condiciones bidimensionales, los cuales son:

- a. Plano de falla
- b. Zona de falla (planos conjugados)
- c. Bloque de falla (planos conjugados)

El cuarto es tridimensional

- d. Falla en cuña

2.4 CONSIDERACIONES DE MECANICA DE SUELOS

Se puede asumir que dentro de formaciones de rocas sumamente fracturadas, es posible aplicar principios técnicos de mecánica de suelos, asumiendo que las minas son grandes en comparación con el tamaño de partículas más grandes de la roca, salvo que estas sean de varias pulgadas o pies en tamaño, se infiere que la estabilidad es independiente del tamaño de las partículas de roca, de modo que se puede suponer que la masa de roca deslizante posee propiedades físicas similares a los suelos.

Tratar de llegar a la relación tamaño de grano a pendiente requiere de un análisis sofisticado donde concurren muchos factores geotécnicos.

Por lo expuesto, teniendo en cuenta el factor de seguridad se postulan básicamente modelos circulares de falla y sus variantes según la forma de la superficie de falla.

2.5 CLASIFICACION Y DESCRIPCION DE TIPO DE PENDIENTES SEGUN SU GEOMETRIA

Atendiendo a su geometría, las pendientes se pueden agrupar o clasificar del siguiente modo:

2.5.1 POR LA DEFINICION ESPACIAL DEL CUERPO MINERALIZADO

Es decir, por la forma, tamaño y posición que generalmente determinan la geometría total de la mina, se distinguen principalmente dos formas:

MINA DE GEOMETRIA TRONCOCONICA INVERTIDA DE SUPERFICIE VARIABLE.- Es la que comúnmente se obtiene de las operaciones mineras.

b. **MINA DE GEOMETRIA COMPLEJA.-** Resulta del minado de una ramificación del cuerpo mineralizado o de la unión de dos minas adyacentes.

2.5.2 POR LA SUPERFICIE DE LA PENDIENTE

a. **PENDIENTE PLANA.-** La que se obtiene generalmente en los flancos longitudinales de la mina.

b. **PENDIENTE CONCAVA.-** La que se obtiene generalmente en los flancos transversales de la mina.

c. **PENDIENTE CONVEXA.-** Cuando se presenta alguna anomalía en el cuerpo mineralizado.

TESIS INGENIERO
DE MINAS
CAPITULO 2

TIPO DE PENDIENTE POR LA DEFINICION
ESPACIAL DEL CUERPO MINERALIZADO

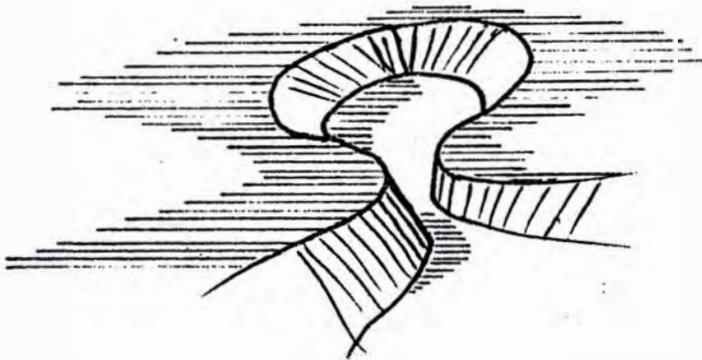
Figura (2-1)

(A)

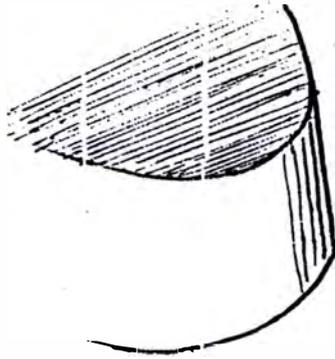
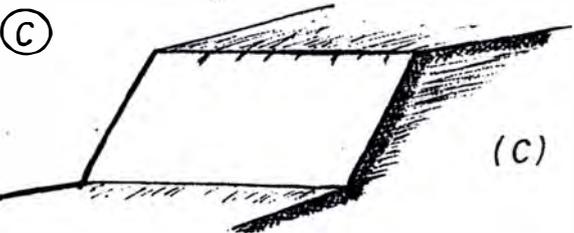


(A) Mina de geometría troncocónica invertida

(B)



(B) Mina de geometría compleja

TESIS INGENIERO DE MINAS CAPITULO 2	TIPO DE PENDIENTE SEGUN SU SUPERFICIE	Figura (2-2)
<p>(A)</p> 	<p>(A) <i>Pendiente cóncava</i></p>	
	<p>(B)</p> 	
<p>(C)</p> 	<p>(C) <i>Pendiente plana</i></p>	

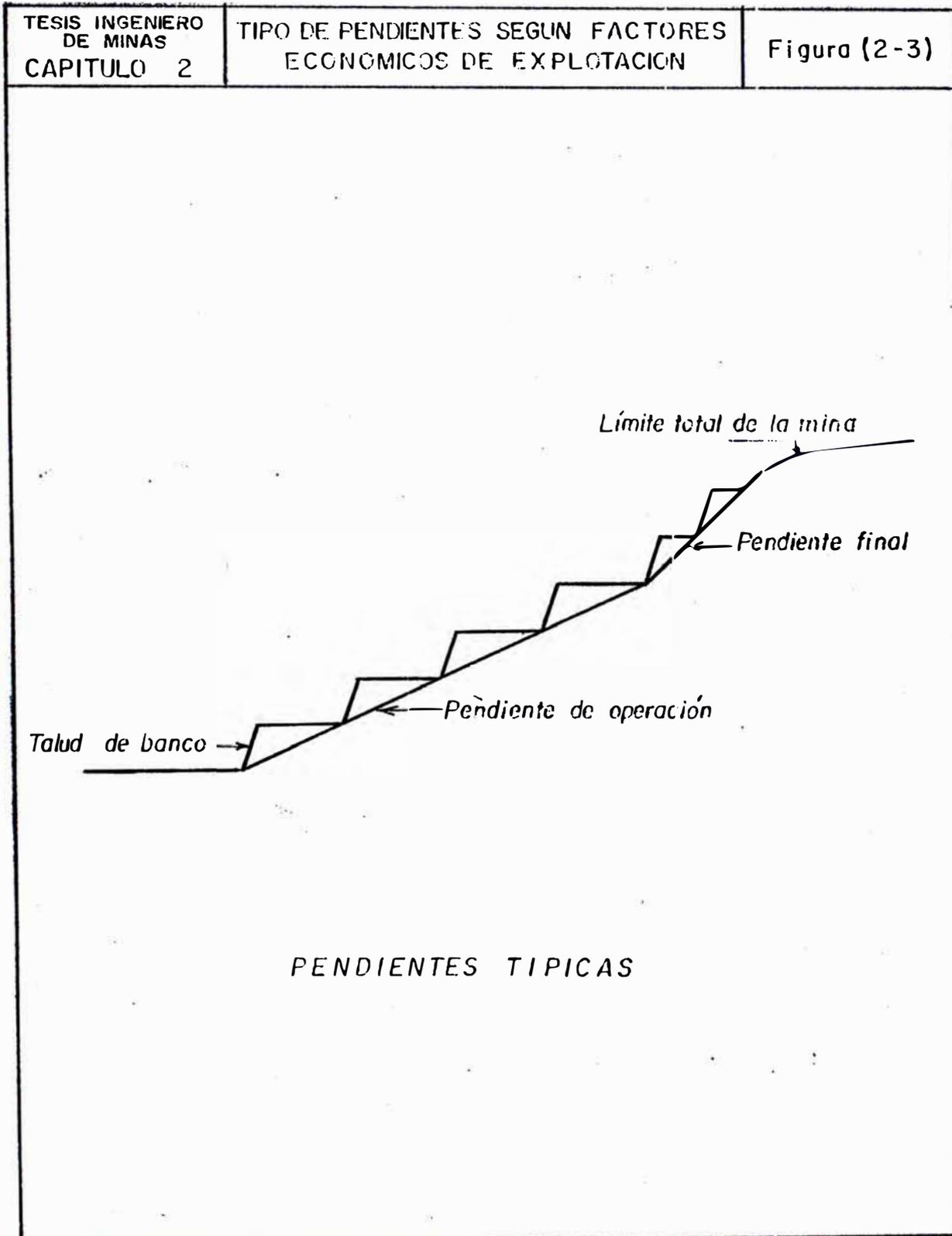
Esta clasificación es determinante en el tipo de análisis de estabilidad de pendientes por que la distribución de esfuerzos y su concentración depende de la geometría de la mina.

2.5.3 POR LOS FACTORES TECNICOS ECONOMICOS QUE DETERMINAN LA GEOMETRIA DE LA MINA

Durante la explotación de la mina se distinguen tres fases que son: la mina total, los niveles de operación y los frentes o caras de avance de extracción, cada una de las cuales tiene su propia pendiente que cae dentro de las tres categorías siguientes:

- a. GEOMETRIA TOTAL DE LA MINA.- Que depende del concepto ficticio del precio de los minerales en el mercado mundial - Pendiente Final.
- b. GEOMETRIA DE OPERACION DE LA MINA.- Que está definida por los costos de operación - Pendiente de Operación.
- c. GEOMETRIA DE LOS BANCOS.- Controlada parcialmente por las condiciones de operación - Talud de Bancos.

Con este discernimiento el análisis de estabilidad de pendientes es de gran importancia por que contribuye a determinar la pendiente óptima y segura.



C A P I T U L O T R E S

INFLUENCIA DE LA ESTRUCTURA DE LA ROCA SOBRE LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES

3.1 CONSIDERACIONES FUNDAMENTALES PARA DIFEREN TES TIPOS DE ROCA

3.2 ASPECTOS LITOLOGICOS QUE SE DEBEN TENER EN CUENTA

3.2.1 PETROLOGIA ESTRUCTURAL

3.2.2 MECANICA DE ORIENTACION DE LOS MINERA LES

3.3 TECNICAS DE CAMPO Y LABORATORIO

3.4 RELACION ENTRE LOS ELEMENTOS ESTRUCTURALES Y EL PLANO DE LA PENDIENTE

La pendiente de una mina rara vez presenta un solo cuerpo litológico con una unidad genética y física, generalmente presenta una litología compleja de origen geológico diverso, y en consecuencia con propiedades mecánicas también diferentes, de modo que el efecto de cada unidad componente es importante a fin de tener la resultante más apropiada en el análisis, puesto que el comportamiento mecánico total puede diferir considerablemente de la litología individual de las unidades componentes; sin embargo muchas veces se recurre a la simplificación de considerar al todo como una sola unidad homogénea a fin de facilitar la aplicación de teorías y principios matemáticos.

3.1 CONSIDERACIONES FUNDAMENTALES PARA DIFERENTES TIPOS DE ROCA

Los diferentes cuerpos de roca y sus alteraciones tienen diferentes características mecánicas de debilidad y resistencia resultantes de su formación diferente y su historia consecuente; por ejemplo, una unidad litológica sedimentaria es marcadamente diferente de una unidad ígnea o metamórfica; cada unidad litológica se caracteriza por su textura, fábrica, resistencia, micro y macro estructura.

Las propiedades más importantes de las rocas son: la naturaleza de ensamblaje y la resistencia de sus minerales constituyentes; así por ejemplo, puede presentarse el caso que mientras los minerales constituyentes son fuertes la roca puede ser débil, si tiene una fábrica desfavorable, luego se puede afirmar que los enlaces de los minerales componentes son los principales responsa

bles de las propiedades mecánicas de las rocas intactas.

Los minerales de las rocas *ígneas* son duros e isotropos, pero la presencia de xenolitos amígdaloides ó concentración de fenocristales y la estructura fluída y otras orientaciones de minerales pueden darle cierta anisotropía.

Los minerales de las rocas *sedimentarias* son más sueltos y generalmente con un ensamblaje más débil que el de las rocas ígneas. En estas rocas los minerales están cementados en una matriz. Las rocas sedimentarias generalmente presentan laminaciones y otras estructuras de sedimentación, por consiguiente, pueden exhibir una fuerte anisotropía en las propiedades mecánicas dependiendo de su grado de desarrollo. En este grupo las arcillitas y las areniscas son generalmente las más anisótropas.

Las rocas *metamórficas* particularmente los esquistos micáceos y cloríticos son probablemente los más anisótropos.

Las presiones y temperaturas intensas de metamorfismo han producido minerales más duros en la mayoría de los casos, sin embargo la orientación de los minerales en movimiento constante ha producido diferentes propiedades mecánicas en diferentes direcciones, como los esquistos y pizarras.

Las rocas que difieren en composición, tamaño del grano o forma, porosidad, cementación, consolidación, textura, anisotropía se puede esperar que tengan diferentes propiedades de resistencia y deformación.

3.2 ASPECTOS LITOLÓGICOS QUE SE DEBEN TENER EN CUENTA

Es evidente que las propiedades de las diferentes rocas y los materiales que rellenan las discontinuidades pueden variar ampliamente cambiando las condiciones de estabilidad. Examinando los factores de influencia sobre la resistencia al corte a lo largo de las juntas encontramos que los minerales constituyentes tienen marcada influencia sobre:

- a. Las propiedades de las superficies de las discontinuidades.
- b. La aspereza de los planos de discontinuidad.
- c. La resistencia cortante de los materiales de la roca que conforman las paredes de la discontinuidad.
- d. La intensidad del movimiento cortante que ha ocurrido al producirse la discontinuidad.
- e. La distribución espesor y naturaleza de los materiales que rellenan una discontinuidad fallada (panizo o gouge).
- f. La presencia o ausencia de agua en los materiales donde se encuentra la discontinuidad.

3.2.1 PETROLOGIA ESTRUCTURAL

Se debe hacer un análisis petrofábrico a fín de investigación la deformación de las rocas, así como también su génesis, determinando el arreglo o distribución de unida

des que componen cualquier clase de forma interna pudiendo ser las unidades átomos, granos de mineral, pliegues ó unidades aún mayores, teniendo siempre presente que la aplicación de las definiciones y conceptos teóricos es la misma cualquiera que sea el orden de las estructuras tratadas.

Si las unidades están orientadas en una dirección particular la fábrica muestra una orientación preferida, lo contrario sería una orientación al azar con todas las transiciones de un extremo a otro. El grado de orientación preferido se determina aplicando la técnica estadística al análisis petrofábrico.

Finalmente el objeto de aplicar el análisis petrotectónico es determinar la naturaleza de los movimientos diferenciales durante la deformación y el número de periodos de deformación.

3.2.2 MECANICA DE ORIENTACION DE LOS MINERALES

Es un hecho que los minerales presentan una orientación preferida, pero las causas de esa orientación se comprenden sólo parcialmente. La hipótesis más aceptada es que la deformación está controlada por los planos de deslizamiento en la roca, y por deslizamiento de retículos en el mineral.

La roca sometida a deformación se caracteriza por uno o más juegos de planos de deslizamiento, es decir su superficies a lo largo de las cuales se pueden producir movimientos diferenciales.

Los minerales que se han analizado más petrológicamente son cuarzo, calcita, biotita y muscovita, la dolomita y olivina se han analizado en menor grado y se han hecho pocos estudios en anhidrita y feldespato.

La resistencia al deslizamiento de la roca es una propiedad compleja y al efectuar un análisis de estabilidad es importante tener en cuenta los siguientes factores estructurales:

- a. La forma de las partículas individuales.
- b. La densidad o grado de compactación de la masa.
- c. Los minerales constituyentes de las rocas.

En general la compactación de la masa y la angulosidad de los granos influyen sobre la resistencia al deslizamiento de la masa.

3.3 TECNICAS DE CAMPO Y LABORATORIO

Siempre se debe tratar de relacionar la estructura interna de las rocas con los rasgos estructurales principales, por eso se deben registrar o mapear rasgos tales como: lineación, foliación, fallas, diaclasas, etc. para complementar los métodos de campo con análisis estructurales que comprendan el uso de microscopio, en consecuencia es esencial coleccionar muestras orientadas que posteriormente servirán para preparar secciones delgadas que permitirán confeccionar diagramas petrofabricos para cada especie de mineral según su importancia.

3.4 RELACION ENTRE LOS ELEMENTOS ESTRUCTURALES Y EL PLANO DE LA PENDIENTE

Para un mismo tipo de roca la estabilidad de las paredes de la mina será diferente, dependiendo la estructura de la roca, así por ejemplo: es un hecho conocido que las paredes de la caja piso de un depósito serán menos estables que aquellas que se encuentran sobre la caja techo, para un mismo tipo de roca. De acuerdo a esto la pendiente de la pared debe ser menor en el lado de la caja piso de un depósito que sobre el lado de la caja techo, si el diseño nos lleva a ese extremo.

En la práctica tenemos que tratar con medios rocosos no uniformes, haciendo abstracciones y pasando por alto factores que no son tomados en cuenta por las ecuaciones de los principios teóricos aplicados.

C A P I T U L O C U A T R O

FACTORES GEOLOGICOS QUE INTERVIENEN EN LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES

4.1 DISCONTINUIDADES GEOLOGICAS

4.1.1 NATURALEZA DE SU OCURRENCIA

4.1.2 ORIENTACION EN EL ESPACIO Y POSICION
RESPECTO A LAS PENDIENTES

4.1.3 CONTINUIDAD

4.1.4 INTENSIDAD

4.1.5 ASPEREZAS DE SUPERFICIE

4.1.6 TIPO GENETICO

4.1.7 PANIZO (GOUGE)

**4.2 TOMA DE INFORMACION GEOLOGICA PARA EL USO EN
TEORIA DE PENDIENTES**

**4.2.1 CONSIDERACIONES QUE DEBEN TENERSE EN
CUENTA EN LA ELABORACION DE UN PROGRAMA
DE INFORMACION GEOLOGICA**

4.2.2 ERRORES EN LA TOMA DE INFORMACION

4.2.3 ASPECTOS DE INFORMACION GEOLOGICA

**4.2.3.1 INFORMACION E INVESTIGACION
DE LA GEOLOGIA REGIONAL**

**4.2.3.2 MAPEO Y MEDIDA DE ESTRUCTURA
RAS**

4.2.4 TECNICA DE MEDIDA DE DISCONTINUIDADES

4.2.5 INFORMACION REQUERIDA

4.1 DISCONTINUIDADES GEOLOGICAS

La estabilidad de pendientes en roca, a diferencia de los suelos, está determinada por las discontinuidades estructurales que presenta y no por la resistencia de la roca misma, en consecuencia es necesario definir estas discontinuidades en el espacio, es decir, precisar su posición, geometría, distribución y frecuencia.

4.1.1 NATURALEZA DE SU OCURRENCIA

Las discontinuidades, que en una extensión localizada las más comunes son las diaclasas, siguen direcciones preferenciales. Si estas direcciones son más o menos paralelas el grupo de discontinuidades es llamado *juego de discontinuidades*. Cuando estas discontinuidades son casi uniformes, es decir presentan un diseño característico, reciben el nombre de *sistema de discontinuidades*, y si esta tendencia persiste en un área extensa reciben el nombre de *sistema regional de discontinuidades*.

En la presentación de las discontinuidades hay que tener mucho cuidado por que si dos o más juegos se presentan simultáneamente o se superponen dan la apariencia de presentarse al azar, cuando en realidad siguen una tendencia definida característica.

4.1.2 ORIENTACION EN EL ESPACIO Y POSICIÓN RESPECTO A LAS PENDIENTES

La definición de las discontinuidades en el espacio es de trascendental importancia, toda vez que al relacio

nar su orientación respecto a las caras de una pendiente se obtendrán criterios primarios de estabilidad que permitirán elaborar posteriores métodos de análisis.

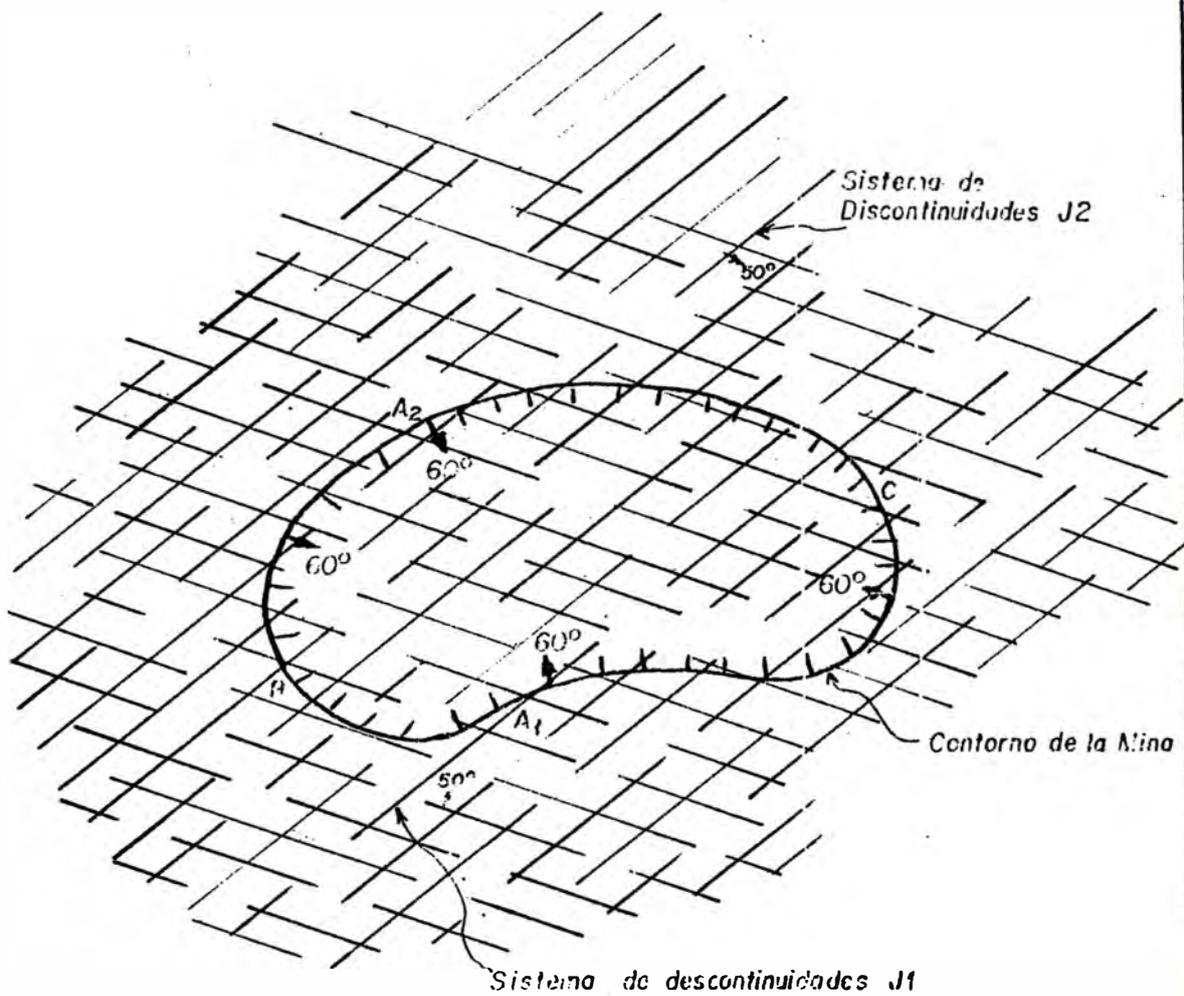
En toda pendiente los planos que buzan hacia el interior de la masa de roca, tienen pequeños efectos sobre la estabilidad de la pendiente, mientras que el efecto será adverso a la estabilidad tanto como las discontinuidades sean paralelas a la pendiente, ya que la dirección de movimiento es más favorable a la discontinuidad a medida que su buzamiento se aproxima al de la pendiente; por eso se recomienda que las caras de las pendientes sean favorablemente orientadas respecto a las discontinuidades.

Desde que los sistemas regionales de discontinuidades se extienden sobre grandes áreas, el grado de estabilidad de las pendientes de una mina variará según que la orientación de las caras sean favorables o desfavorables en relación a la orientación de los sistemas regionales de discontinuidades. Así por ejemplo: en una mina Fig. (4-1) donde las pendientes buzan 60° y se encuentra en un sistema regional de discontinuidades que consta de dos juegos de discontinuidades, buzando ambos 50° , las condiciones de estabilidad son diferentes para los diferentes lugares de la mina. En las áreas A_1 y A_2 las fallas pueden ocurrir a lo largo de los juegos de discontinuidades J_1 y J_2 respectivamente, y ambos pueden tener un efecto combinado de modo que la falla ocurra en la dirección de la intersección de los planos de ambos juegos de discontinuidades, área B. En el área C, sin embargo, las condiciones potenciales de falla no existen puesto que las direcciones favorables de movimiento de J_1 y J_2 están en contra de la pendiente de la mina.

TESIS INGENIERO
DE MINAS
CAPITULO 4

MINA EN ROCA CON DOS SISTEMAS
REGIONALES DE DISCONTINUIDADES

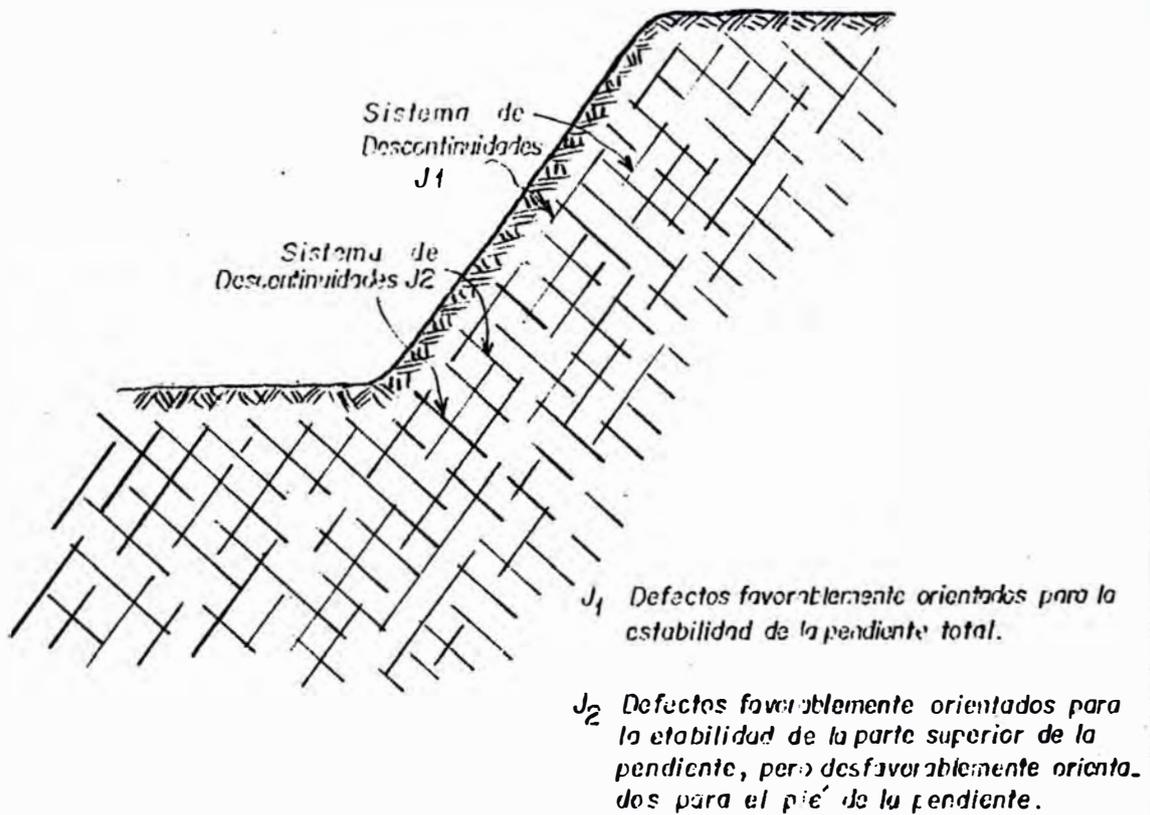
Figura (4-1)



El grado de estabilidad varía también con la altura de la pendiente. Un sistema regional de discontinuidades que puede proveer una condición estable en la parte superior de la pendiente, puede tener efectos diferentes en la parte inferior y viceversa. En la Fig.(4-2) el juego de discontinuidades J_1 está favorablemente orientado para la estabilidad de la pendiente; pero el juego de discontinuidades J_2 está desfavorablemente orientado para la estabilidad de la parte superior de la pendiente, aunque adversamente orientada para la estabilidad del pie. Con respecto a J_2 la condición desfavorable a lo largo de estas discontinuidades es que el pie puede ser considerablemente reducido si la pendiente es cóncava con relativamente pequeño radio de curvatura debido al confinamiento lateral.

Investigaciones de más de 300 pendientes en Rocky Mountains, efectuadas por Patton, han demostrado que las pendientes son estables donde la inclinación de las discontinuidades (α) son menores que el ángulo residual de resistencia al deslizamiento (θ_r) y que las pendientes son inestables donde los valores de α están sobre los 45° a 50° y son mucho mayores que θ_r ($\alpha \gg \theta_r$). También demostró que las asperezas o rugosidades a lo largo de las discontinuidades pueden proveer una resistencia cortante adicional en contra de la ocurrencia del deslizamiento, para condiciones en que α es mayor que θ_r .

La orientación de las discontinuidades también tiene influencia significativa en relación a aguas subterráneas



4.1.3 CONTINUIDAD

Es la propiedad más difícil de determinar, pero es esencial su evaluación, desde que la reducción de la resistencia en una superficie de falla, que contenga discontinuidades, es una función de las superficies en contacto a lo largo de la discontinuidad.

La continuidad de una *juntura** o un juego de juntas o combinaciones de juegos de juntas es referido a un plano de falla, luego el coeficiente de continuidad (K) para una superficie potencial de falla es definida como la razón de la suma de las juntas proyectadas dentro de la superficie al área total de la superficie.

El promedio de la continuidad de un juego de juntas indicará la extensión en que el material de roca y las juntas están separadas de los efectos de las propiedades mecánicas de la masa rocosa.

La continuidad en las juntas representa la debilidad de la masa rocosa y la magnitud de esfuerzos en la rotura será más bajo que el que se hubiera requerido para cortar la roca intacta por sí misma.

La mayoría de las juntas, tales como: fallas, fracturas, diques, etc. tienen un coeficiente de continuidad igual a 1 ($K=1$). En características estructurales meno-

* NOTA: En esta parte se utiliza la expresión de *juntura* para denominar a la *discontinuidad*, a fin de no entrar en redundancia de lenguaje.

res tales como las producidas por efectos tectónicos o en friamiento $k < 1$ y son consideradas como no capaces de producir fallas, pero pueden producirlas en combinación con otros juegos de juntas.

Antes de determinar la resistencia a lo largo de cualquier plano en que pueda desarrollarse la falla es necesario describir cualitativamente la naturaleza y características de las superficies en contacto susceptibles de falla.

La continuidad absoluta no puede ser determinada, puesto que la superficie total de las juntas nunca puede ser observada íntegramente, de allí que es de necesidad aplicar métodos estadísticos y estereográficos para determinarla con mayor precisión y obtener mejores conclusiones de los análisis.

4.1.4 INTENSIDAD

La intensidad que es definida como el número de juntas por unidad de distancia normal al rumbo del juego, indican la extensión en que la roca intacta y la que contiene las discontinuidades tienen efectos diferentes en relación a las propiedades mecánicas de la masa de roca. Así en lugares donde el espaciamiento es cerrado serán indudablemente más débiles y más propensas a fallas que en lugares donde las discontinuidades están olgadamente espaciadas.

La intensidad depende de la naturaleza de desarrollo o formación de las juntas, así como del tipo de roca.

Las discontinuidades rara vez se desarrollan al azar, pero si no se les puede identificar alguna tendencia de dirección requieren un análisis cuidadoso.

4.1.5 ASPEREZAS DE SUPERFICIE

Se distinguen dos tipos u órdenes de asperezas de su superficie:

- a.- ASPEREZAS DE PRIMER ORDEN.- Mayores o principales son reconocidas como ondulaciones de la superficie principal de las discontinuidades.
- b.- ASPEREZAS DE SEGUNDO ORDEN.- Son las rugosidades lo suficientemente pequeñas para causar dificultades en los análisis de fallas. No cambian con los desplazamientos a lo largo de las superficies de las discontinuidades.

En los análisis de estabilidad los efectos de las ondulaciones son considerados como que influyen en la dirección del movimiento cortante del bloque deslizante. Se ha demostrado también que el incremento de las ondulaciones en las paredes de las discontinuidades incrementan el ángulo de fricción a lo largo de las mismas, pero hay que tener en cuenta que estos efectos disminuyen notablemente en presencia de panizo (gouge)

4.1.6 TIPO GENETICO

Es importante que en los análisis las diferentes características estructurales sean reconocidas de acuerdo a

su tipo genético y tener esto presente cuando se efectúan tanto reconocimientos como estudios geológicos detallados. El tipo genético debe estar de acuerdo con el lugar y con cordante con los detalles de medida.

Diferentes tipos de estructuras geológicas, tales como: fallas, diques, estratos, fracturas de tensión, etc. tienen orígenes completamente diferentes y de acuerdo a esto tienen diferente geometría y distribución espacial. Luego estas características tienen diferente significado en ingeniería. La rugosidad, naturaleza de contacto, grado y naturaleza de intemperismo, tipo y cantidad de panizo y la susceptibilidad al flujo de agua varían notablemente de un tipo estructural a otro desde que la edad e historia de desarrollo de las características estructurales son fundamentalmente diferentes.

4.1.7 PANIZO (GOUGE)

Como panizo se puede considerar cualquier material que ocurre entre dos planos estructurales.

La resistencia al deslizamiento a lo largo del plano de discontinuidad puede incrementar o disminuir dependiendo de la naturaleza (tipo y dureza), espesor del panizo y las características de las paredes de las discontinuidades.

La potencia o espesor del panizo son importantes en los análisis de estabilidad y se pueden distinguir cuatro casos en relación al plano de deslizamiento:

- a. *El plano de deslizamiento pasa enteramente a través del panizo:* La resistencia al corte depende solamente del material del panizo.
- b. *El plano de deslizamiento pasa parcialmente a través del panizo y parcialmente a través de las paredes de la discontinuidad:* La resistencia al corte será más compleja y contribuirán a ella tanto el panizo como la roca de sus paredes encajonantes.
- c. *El panizo se presenta en capas muy delgadas:* En este caso modifica en menor magnitud el ángulo de fricción de la roca de la discontinuidad.
- d. *Ausencia de panizo:* El plano de deslizamiento pasa enteramente a través de las paredes de la roca de la discontinuidad, aquí la resistencia al corte depende únicamente de las propiedades de las paredes de la roca.

4.2 TOMA DE INFORMACION GEOLOGICA PARA EL USO EN TEORIA DE PENDIENTES

Una gran cantidad del tiempo en la investigación y análisis de pendientes es dedicado a la colección e interpretación de los datos geológicos, por consiguiente es indispensable determinar previamente cual es la información más importante y con que métodos debe de tomarse, para ello el ingeniero responsable, debe elaborar un programa de como recoger e interpretar los datos geológicos, elaborar su propio sistema de identificación y asignación de prioridades, procurando llegar a tablas de secuencias de

importancia y desiciones de alternativas en caso de que se presenten dificultades. El programa debe ser explicado a todo el personal técnico relacionado con el estudio y cerciorarse que todos tomen la información desde el mismo punto de vista.

Normalmente durante los estudios de factibilidad de cualquier proyecto minero se identifica información estructural que sirve para ayudar a definir el cuerpo mineralizado, esta información es importante y de hecho sirve para los análisis pero hay que tener presente que muchas veces nos daremos cuenta que falta información, esto se explica por que la información geológica requerida para la evaluación difiere de la información para el diseño de pendientes, puesto que los puntos de vista y los objetivos son diferentes. Por eso se recomienda que en el estudio de factibilidad de cualquier mina, el diseño de la pendiente sea parte integral del planeamiento de la mina.

4.2.1 CONSIDERACIONES QUE DEBEN TENERSE EN CUENTA EN LA ELABORACION DE UN PROGRAMA DE INFORMACION GEOLOGICA

Todo análisis de estabilidad nos conduce a adoptar un factor numérico de seguridad, para lo cual es necesario evaluar la influencia de las características estructurales de la roca en forma cuantitativa y tratando de llegar a índices o clasificaciones relativas cuando no se puedan cuantificar estas características. Con este fin es necesario que el programa de información geológica descanse en las alternativas siguientes:

- a. INFORMACION DE CAMPO A GRAN ESCALA.- Cuando se toma toda la información geológica posible. El registro y evaluación de las discontinuidades geológicas es exhaustivo. Se obtiene un análisis bastante riguroso y detallado para toda la mina, pero es casi im practicable y extremadamente cara.
- b. INFORMACION DE CAMPO A PEQUEÑA ESCALA.- Cubre una in formación limitada, generalmente localizada en áreas de interés susceptibles de analizar por su importan cia. Depende mucho de la habilidad y experiencia del ingeniero, de su capacidad interpretativa y de inferencia para obtener conclusiones generales. Es menos costosa.
- c. INFORMACION SISTEMATICA DE CAMPO.- Cubre toda la extensión de la mina efectuando un muestreo sistemático. Requiere de un ingeniero que conozca la geología de la mina y las propiedades de su estructura. Se puede recurrir al geólogo local para tomar la in formación. El costo depende del sistema de muestreo adoptado.

Las muestras deben ser lo suficientemente extensas para asegurar que la información a obtenerse sea la más completa y representativa posible. La selección del lugar de muestreo e identificación de las estructuras más importantes y determinantes en el análisis, pueden reducir grandemente el volumen de datos, pero todo esto depende de la técnica y experiencia del ingeniero. Siempre existe el peligro de pasar por alto algo importante, pero este ries go es generalmente reducido si se cruzan las líneas de mues treo, hecho que simplifica muchas veces el análisis.

4.2.2 ERRORES EN LA TOMA DE INFORMACION

Los errores en la recolección de datos se deben a dos causas:

- a. ERRORES EN LA MEDIDA DE LAS PROPIEDADES.- Los errores de medida más significativos son aquellos asociados con las medidas angulares de rumbo y buzamiento, generalmente estos errores varían de 5° a 10°.
- b. ERRORES EN LA SELECCION DE LA MUESTRÁ.- Algunos de los errores más frecuentes son: pequeñas junturas no son tenidas en cuenta, superficies extensas de junturas pueden ser medidas más de una vez, fracturas paralelas a la foliación o estratificación pueden ser pasadas por alto.

Todos estos errores son humanos y evitarlos depende de la experiencia de la persona que tome la información.

4.2.3 ASPECTOS DE INFORMACION GEOLOGICA

4.2.3.1 INFORMACION E INVESTIGACION DE LA GEOLOGIA REGIONAL

Un error frecuente es comenzar la investigación, investigando la geología local, si bien es cierto que esta provee la información esencial es de necesidad analizar la información de toda la geología regional, puesto que las discontinuidades expuestas localmente, pueden estar referidas o tener una explicación más racional de su ocu-

rrencia en la geología regional.

Fotografías aéreas y mapas topográficos están disponibles en la mayoría de las partes del mundo y estas son fuentes importantes primarias de información que deben de obtenerse antes de iniciar cualquier investigación.

En adición a la información anterior y en forma complementaria la inspección geológica de campo de los lugares adyacentes, como: minas, canteras, cortes de caminos, lechos de ríos, etc. son excelentes fuentes de información geológica estructural.

4.2.3.2 MAPEO Y MEDIDA DE ESTRUCTURAS

El acceso físico a todas las discontinuidades de la roca es claramente imposible y se tiene que extraer la máxima información de todos los puntos donde el acceso es posible, luego la descripción de la población de las discontinuidades estructurales debe hacerse al muestreo y estimar cuales son las discontinuidades representativas susceptibles de análisis.

Las estaciones de muestreo en que se toman las medidas deben estar situadas en lugares determinados sistemáticamente, para que sean representativas y se puedan generalizar a toda el área las deducciones obtenidas.

El mapeo de las características estructurales desafortunadamente es un proceso lento y tedioso para lo cual se recomienda contar con los servicios de un geólogo que haga uso de las técnicas más adecuadas del momento. Además es necesario describir el método utilizado y la se

cuencia técnica, con las recomendaciones necesarias, para no variar el punto de vista metodológico en toda el área de mapeo, y asegurar la continuidad con el menor cambio posible en caso que el desarrollo de la toma de información sea interrumpido, hayan cambios ó sea más de una persona quienes efectúan el trabajo.

4.2.4 TECNICA DE MEDIDA DE DISCONTINUIDADES

Es importante, como primer paso, considerar que información será requerida para el análisis y diseñar la forma en que esta información será tomada e implementada. Las técnicas de mapeo geológico standard no son suficientes para este fin. Hay que determinar la información necesaria y suficiente de las características geológicas significativas en la estabilidad de pendientes de modo que éstas puedan definir cualquier mecanismo de falla a fin de establecer el modelo físico-mecánico que con la solución matemática correspondiente permita determinar los parámetros (y su magnitud) que controlan la estabilidad de la pendiente.

Los métodos sistemáticos para determinar cuantitativamente las propiedades de las juntas en la masa se vienen mejorando día a día, según los avances tecnológicos de los instrumentos de medición, teniéndose ya ciertos estándares establecidos, como por ejemplo los de la Sociedad Internacional de Mecánica de Rocas (ISRM).

Antes de entrar al análisis de pendientes se debe establecer una base científica, de modo que con los ensayos de laboratorio de las propiedades mecánicas de las rocas,

se tenga una información geológica y mecánica total que explique el comportamiento de la zona frente a la pendiente estudiada.

Cualquiera que sea el método empleado proporcionará sólo una idea de la superficie expuesta al tener acceso a ella, sin embargo todos los métodos son útiles para ciertos propósitos específicos y servirán para definir y hacer análisis de correlación, interpolación y extrapolación para los puntos a los cuales no se tiene acceso.

Debe tenerse cuidado en lugares donde se pueden inducir fracturas por acción de la perforación y disparos y las resultantes por los gases de explosivos. En general no es difícil diferenciar las características inducidas de las naturales.

Antes de iniciar la medida de las discontinuidades el mapeo geológico convencional debe conducir a determinar los tipos de roca y a delinear las estructuras geológicas principales, tales como: fallas, diques, contactos litológicos y cualquier otra característica que represente discontinuidades en la masa de roca.

Solamente después de estar completamente familiarizado con la geología se puede pretender hacer un análisis de los diferentes factores que determinan la estabilidad de una pendiente.

4.2.5 INFORMACION REQUERIDA

Idealmente la siguiente información es requerida pa

ra cada discontinuidad significativa:

- a. Localización en relación con el mapa de referencia.
- b. Tipo de estructura.
- c. Posición en el espacio: rumbo y buzamiento.
- d. Orientación.
- e. Intensidad o frecuencia de espaciamiento entre dos discontinuidades adyacentes.
- f. Continuidad o extensión de la discontinuidad.
- g. Ancho o abertura de las discontinuidades.
- h. Relleno o gouge entre las dos caras de la discontinuidad.
- i. Dureza (o resistencia) de las paredes de la discontinuidad.
- j. Asperezas de las caras de la discontinuidad.
- k. Ondulaciones de las superficies de la discontinuidad.
- l. Descripción y propiedades de la roca intacta entre discontinuidades, en caso de presentarse.

Mucha de esta información no es usada cuantitativamente en los cálculos de estabilidad, però toda, asiste al ingeniero para fundamentar y argumentar su criterio de

falla, consecuentemente es importante presentar el máximo de información y con el mayor cuidado.

Como es de suponer la gran cantidad de información requiere el uso de sistemas mecanizados de computación para lo cual se han desarrollado particularmente los siguientes programas:

a. PROGRAMA DE REGISTRO Y TABULACION DE INFORMACION GEOLOGICA.- Que permite:

- Almacenar ordenadamente la gran cantidad de información geológica recogida.

Efectuar análisis estadísticos de comparación, tendencias, correlación, interpolación, extrapolación que nos permitirá identificar los factores determinantes en estudio.

Los detalles de este programa son expuestos en el APENDICE UNO.

b. PROGRAMA DE ESTEREOGRAFIA MECANIZADA.- Que permite:

Registrar y mostrar en forma gráfica la posición de las estructuras en el espacio.

Determinar tendencias, con el objeto de identificar, juegos y sistemas regionales estructurales de discontinuidades geológicas predominantes y su relación entre ellas.

- Determinar formas geométricas de cuerpos de falla.

- Calcular factores de seguridad; y
- Efectuar análisis preliminares de estabilidad, en muchos casos suficientes.

Los detalles de este programa son expuestos en el APENDICE DOS.

C A P I T U L O C I N C O

ESFUERZOS DEFORMACIONES Y PROPIEDADES ELASTICAS QUE INTERVIENEN EN LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES

5.1 ESFUERZOS

5.1.1 ESTADO DE ESFUERZOS Y CONDICION DE SI
METRIA

5.1.2 VARIACION DE ESFUERZOS A TRAVES DE UN
CUERPO - ECUACIONES DE EQUILIBRIO

5.1.3 SUPERPOSICION DE SISTEMAS DE ESFUER
ZOS

5.2 DEFORMACIONES

5.2.1 CRITERIOS DE DEFORMACION

5.2.2 DEFORMACION FINITA E INFINITESIMAL

5.2.3 COMPONENTES DE DESPLAZAMIENTO Y DE DEFORMACION - SU INTERDEPENDENCIA

5.2.4 ECUACIONES DE COMPATIBILIDAD

5.3 ECUACIONES ESFUERZO-DEFORMACION

5.4 ESFUERZO PLANO - DEFORMACION PLANA

5.5. DISTRIBUCION DE ESFUERZOS EN LAS PENDIENTES DE MINA CAUSADOS POR EL MINADO

5.5.1 CASO BIDIMENSIONAL

5.5.1.1 APROXIMACIONES FOTOELASTICAS

5.5.1.2 APROXIMACIONES POR ELEMENTOS FINITOS

5.5.2 CASO TRIDIMENSIONAL

5.6 PROPIEDADES ELASTICAS

5.1 ESFUERZOS

5.1.1 ESTADO DE ESFUERZOS Y CONDICION DE SIMETRIA

Iniciemos el estudio físico-matemático del comportamiento mecánico de un cuerpo estructural, en nuestro caso la roca, suponiendo que está constituido por una distribución continua de materia.

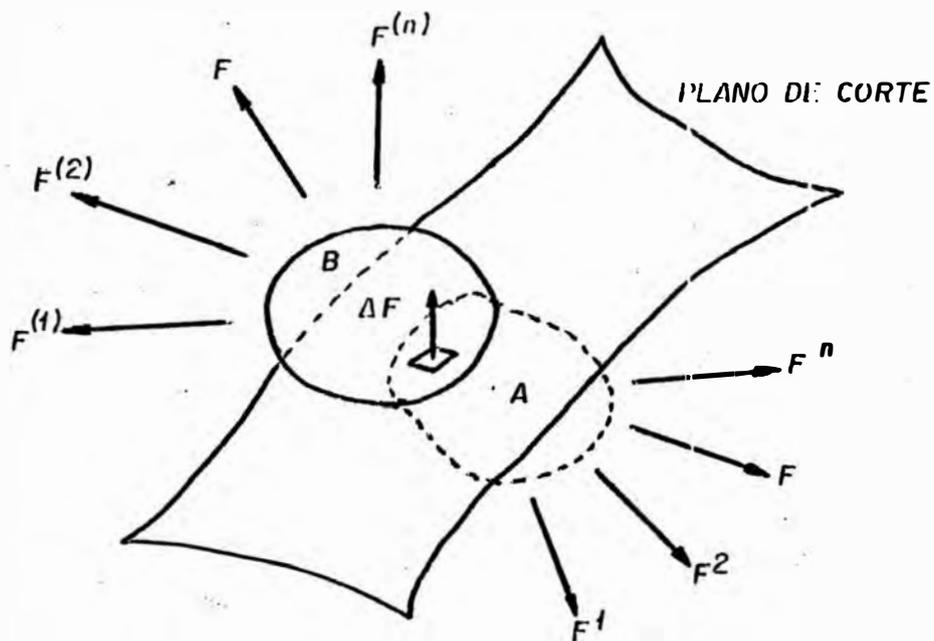
Empleando el *método de corte*, tomemos un área elemental ΔA sobre el plano de corte, Fig.(5-1), de modo que sobre él actúe una fuerza elemental ΔF , que reemplaza a los esfuerzos internos, sólo por comodidad de análisis, de este modo la tensión media será $\Delta F / \Delta A$ y llevando esta expresión al límite tendremos la tensión de fuerzas internas que define el concepto de esfuerzo:

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \rho$$

que es una cantidad vectorial.

Para definir las propiedades matemáticas del cuerpo (tamaño, forma y posición) adoptemos un sistema derecho de coordenadas rectangulares $Oxyz$, dentro de él tomemos un punto O de modo que la normal de un δA coincida con el eje Ox , luego el δA estará en el plano yz y el vector $\rho \delta A$ puede ser resuelto en tres componentes:

$$\sigma_x = \sigma_{11} = \text{Esfuerzo normal o directo de esfuerzos}$$

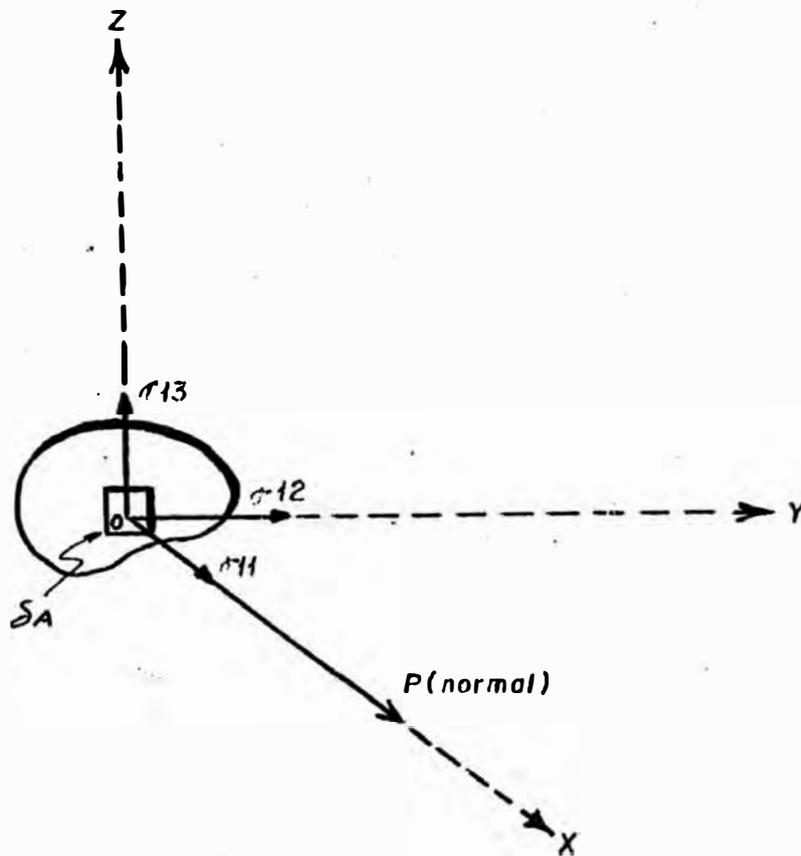


Método de Corte para el Cuerpo AB

TESIS INGENIERO
DE MINAS
CAPITULO 5

COMPONENTE DE ESFUERZOS

Figura (5-2)



$\sigma_{xy} = \sigma_{12}$ = Esfuerzo transversal o cortante en la dirección y

$\sigma_{xz} = \sigma_{13}$ = Esfuerzo transversal o cortante en la dirección z

Considerando que el elemento de masa es perfectamente homogéneo y se encuentra en equilibrio se tendrán tres componentes para cada dirección, de modo que espacialmente llegaremos a nueve cantidades llamadas esfuerzos componentes o *componentes de esfuerzos* en el punto O que llamaremos *tensor de esfuerzos*, que adoptando la notación de sub-índices numéricos, tiene la siguiente expresión:

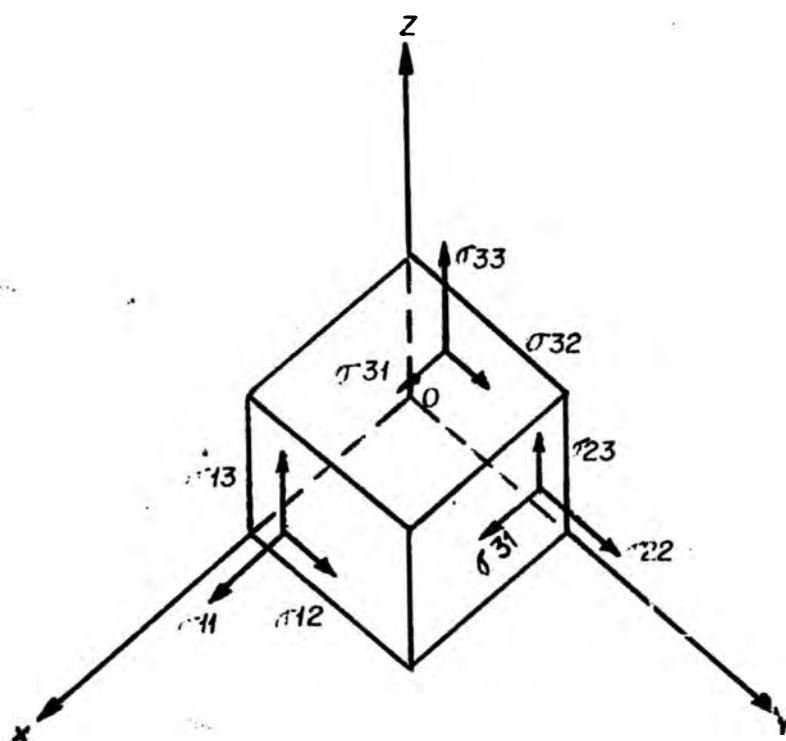
$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} = \sigma_{ij}$$

donde:

i = Indica la dirección de la normal o cara del cubo.

j = Indica la dirección de los esfuerzos cortantes.

Como el elemento está en equilibrio, no hay rotación y la suma de momentos respecto a un eje central debe ser cero, luego llegamos a la conclusión de que de los nueve esfuerzos componentes, sólo seis son independientes, en consecuencia:



Estado de esfuerzos en el punto O

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$$

Que es la *condición de simetría* que indica que el sistema de estado de esfuerzos en un punto se expresa en términos de seis parámetros independientes de esfuerzos.

5.1.2 VARIACION DE ESFUERZOS A TRAVES DE UN CUERPO ECUACIONES DE EQUILIBRIO

El estado de esfuerzos en cualquier punto (x_1, x_2, x_3) puede ser definido en términos de nueve componentes de las cuales sólo seis son independientes, si el cuerpo es tá en equilibrio.

$\sigma_{11} \quad \sigma_{21} \quad \sigma_{31}$ que actúan en la dirección x_1

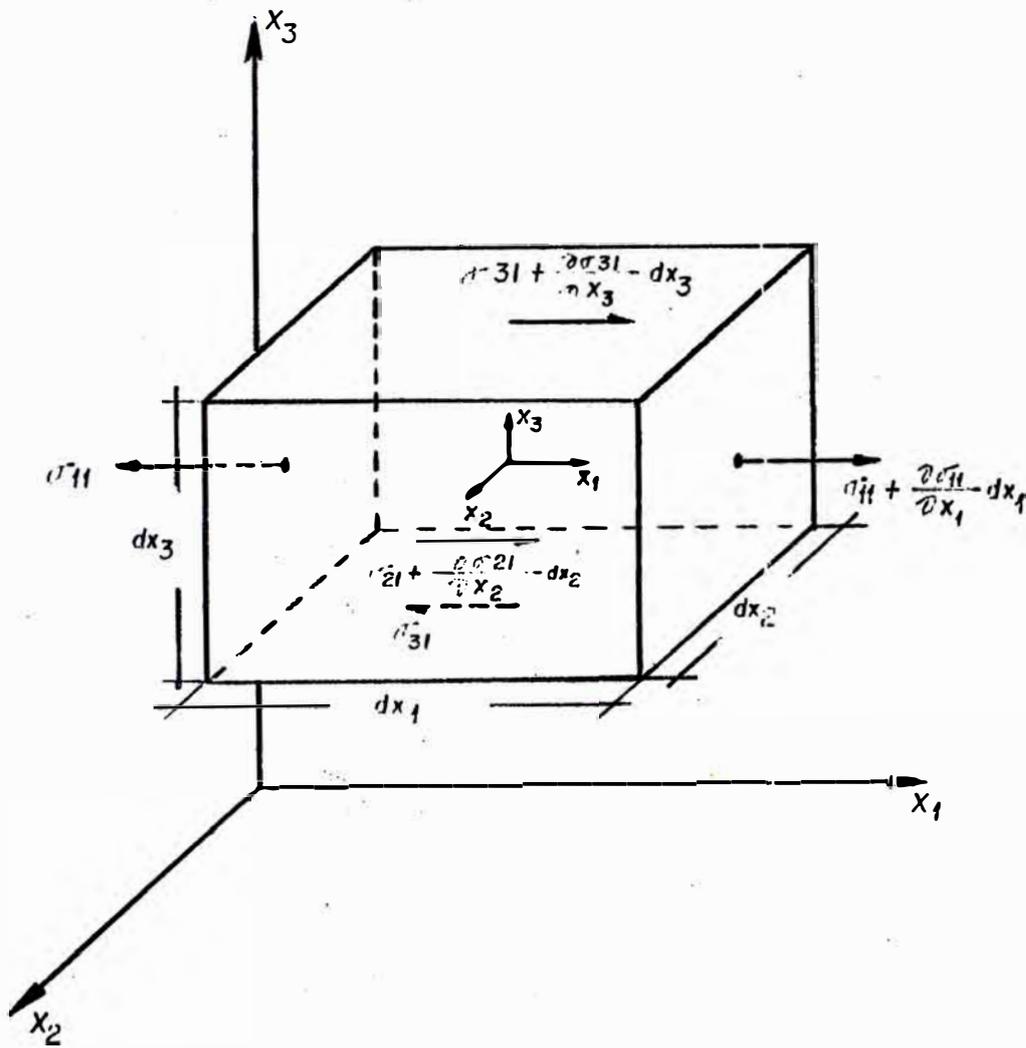
$\sigma_{12} \quad \sigma_{22} \quad \sigma_{32}$ que actúan en la dirección x_2

$\sigma_{13} \quad \sigma_{23} \quad \sigma_{33}$ que actúan en la dirección x_3

En general el estado de esfuerzos varía a través del cuerpo, entonces estas componentes varían de punto en punto, Fig.(5-4). En otra posición del cuerpo, con coordenadas $(x_1 + dx_1, x_2 + dx_2, x_3 + dx_3)$, las componentes de esfuerzos estarán dadas por:

$(\sigma_{11} + d\sigma_{11}) (\sigma_{21} + d\sigma_{21}) (\sigma_{31} + d\sigma_{31})$ que actúan en la dirección x_1

<p>TESIS INGENIERO DE MINAS CAPITULO 5</p>	<p>VARIACION DEL ESTADO DE ESFUERZOS ENTRE DOS PUNTOS</p>	<p>Figura (5-4)</p>
--	---	---------------------



Variación del estado de esfuerzos del punto (X_1, X_2, X_3) al punto $(X_1 + dX_1, X_2 + dX_2, X_3 + dX_3)$

$(\sigma_{12} + d\sigma_{12}) (\sigma_{22} + d\sigma_{22}) (\sigma_{32} + d\sigma_{32})$ que actúan en la dirección x_2

$(\sigma_{13} + d\sigma_{13}) (\sigma_{23} + d\sigma_{23}) (\sigma_{33} + d\sigma_{33})$ que actúan en la dirección x_3

Si dx_1 , dx_2 y dx_3 son pequeños, entonces estos cambios en los esfuerzos $d\sigma_{ij}$ pueden ser considerados como variaciones lineales que dependen de las razones de cambio de esfuerzos, esto es:

$$d\sigma_{11} = \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} dx_1 \quad (5-1)$$

$$d\sigma_{31} = \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_3} dx_3 \quad (5-2)$$

Determinemos ahora la fuerza resultante en el cuerpo que tiende a causarle una aceleración en la dirección X_1 . Si las fuerzas de un cuerpo son X_1 , X_2 , X_3 en la dirección x_1 , x_2 , x_3 entonces las fuerzas de aceleración en la dirección X_1 son dadas por:

$$\Sigma F_{x_1} = (\sigma_{11} + \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} dx_1) dx_2 dx_3 - \sigma_{11} dx_2 dx_3$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\sigma_{21} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_2} dx_2 \right) dx_3 dx_1 - \sigma_{21} dx_3 dx_1 \\
& + \left(\sigma_{31} + \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_3} dx_3 \right) dx_1 dx_2 - \sigma_{31} dx_1 dx_2 \\
& + X_1 dx_1 dx_2 dx_3 \\
& = \text{aceleración} \times \text{masa} \\
& = \frac{\partial u_1}{\partial t^2} \rho dx_1 dx_2 dx_3
\end{aligned}$$

donde:

ρ = Densidad del material

u_1 = Desplazamiento en la dirección x_1

t = Tiempo

Dividiendo por el volumen del cuerpo = $dx_1 dx_2 dx_3$

tenemos:

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_3} + X_1 = \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \rho \quad (5-3a)$$

Razonando del mismo modo, obtenemos ecuaciones similares

para las direcciones x_2 y x_3 respectivamente:

$$\frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial x_3} + \chi_2 = \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} \rho \quad (5-3b)$$

$$\frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} + \chi_3 = \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \rho \quad (5-3c)$$

En general:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \chi_i = \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \rho$$

Estas ecuaciones son conocidas como *ecuaciones de esfuerzos* para pequeños desplazamientos.

Si los elementos están en equilibrio estático, entonces

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = 0$$

y obtenemos las ecuaciones de equilibrio de esfuerzos que son muy importantes en la solución de problemas de distribución de esfuerzos en cuerpos estáticos

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_3} + X_1 = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial x_3} + X_2 = 0 \quad (5-4)$$

$$\frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} + X_3 = 0$$

En general:

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial x_j} + \chi_i = 0$$

La integración de estas ecuaciones diferenciales originan la introducción de ciertas constantes arbitrarias. Antes de encontrar una solución específica al problema, es esencial tener los estados de esfuerzos en ciertas partes del cuerpo analizado. Estas condiciones esenciales son conocidas como *condiciones de frontera*; en general son necesarias tres condiciones para cada coordenada de frontera para tener una solución completa.

5.1.3 SUPERPOSICION DE SISTEMAS DE ESFUERZOS

El sistema de esfuerzos que existe en la corteza terrestre en cualquier tiempo es generalmente la resultante de la interacción de esfuerzos producidos por la influencia de la gravedad y esfuerzos tectónicos suplementarios. Algunas veces esto complica el análisis por la superposición de dos o más sistemas suplementarios. El efecto de la superposición de campos de esfuerzos es cambiar la dirección y los valores de los esfuerzos principales en cualquier punto. Estos cambios pueden ser encontrados fácilmente determinando los cambios en los esfuerzos componentes. Por ejemplo, si dos sistemas de esfuerzos tienen sus componentes actuando en un punto cualquiera con refe

rencia al mismo sistema de ejes coordenados y son dados por:

$$\sigma_{ij}^{(1)} = \begin{vmatrix} \sigma_{11}^{(1)} & \sigma_{12}^{(1)} & \sigma_{13}^{(1)} \\ \sigma_{21}^{(1)} & \sigma_{22}^{(1)} & \sigma_{23}^{(1)} \\ \sigma_{31}^{(1)} & \sigma_{32}^{(1)} & \sigma_{33}^{(1)} \end{vmatrix} \quad \text{y} \quad \sigma_{ij}^{(2)} = \begin{vmatrix} \sigma_{11}^{(2)} & \sigma_{12}^{(2)} & \sigma_{13}^{(2)} \\ \sigma_{21}^{(2)} & \sigma_{22}^{(2)} & \sigma_{23}^{(2)} \\ \sigma_{31}^{(2)} & \sigma_{32}^{(2)} & \sigma_{33}^{(2)} \end{vmatrix}$$

entonces los esfuerzos componentes de los sistemas combinados son dados por:

$$\sigma_{ij}^{(1)} + \sigma_{ij}^{(2)} = \begin{vmatrix} (\sigma_{11}^{(1)} + \sigma_{11}^{(2)}) & (\sigma_{12}^{(1)} + \sigma_{12}^{(2)}) & (\sigma_{13}^{(1)} + \sigma_{13}^{(2)}) \\ (\sigma_{21}^{(1)} + \sigma_{21}^{(2)}) & (\sigma_{22}^{(1)} + \sigma_{22}^{(2)}) & (\sigma_{23}^{(1)} + \sigma_{23}^{(2)}) \\ (\sigma_{31}^{(1)} + \sigma_{31}^{(2)}) & (\sigma_{32}^{(1)} + \sigma_{32}^{(2)}) & (\sigma_{33}^{(1)} + \sigma_{33}^{(2)}) \end{vmatrix}$$

Con estas cantidades se pueden calcular los esfuerzos principales resultantes y sus orientaciones.

Debe tenerse siempre presente que la superposición es posible si la distancia de los puntos considerados es muy pequeña comparada con el cuerpo estructural que se analiza.

5.2 DEFORMACIONES

5.2.1 CRITERIOS DE DEFORMACION

Las relaciones entre esfuerzos y deformaciones en sustancias no homogéneas como las rocas son extremadamente complejas. En la práctica el problema de determinar todas las deformaciones producidas por los esfuerzos es generalmente insoluble.

Considerando una sola dirección hay varios modos de registrar los cambios de longitud en el análisis de deformaciones, según la utilidad de los parámetros en la solución numérica de los problemas, estos modos son los que definen los siguientes criterios:

- a. *Extensión* (e): Cambio por unidad de longitud:

$$e = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{dl}{l_0}$$

donde:

l_0 = Longitud inicial

l = Longitud de línea distorsionada

- b. *Elongación cuadrática* (λ): Cuadrado de la longitud de la línea deformada por unidad de longitud ini

cial:

$$\lambda = \left(\frac{l_f}{l_0} \right)^2 = (1 + e)^2$$

- c. *Deformación logarítmica, natural o verdadera (ϵ)*:
 Cuando la deformación longitudinal es considerada como la suma de pequeños incrementos progresivos de ex tensión:

$$\epsilon = \sum_{l_0}^{l_f} \frac{dl}{l} \quad \text{si } dl \text{ es infinitamente pequeño}$$

Entonces:

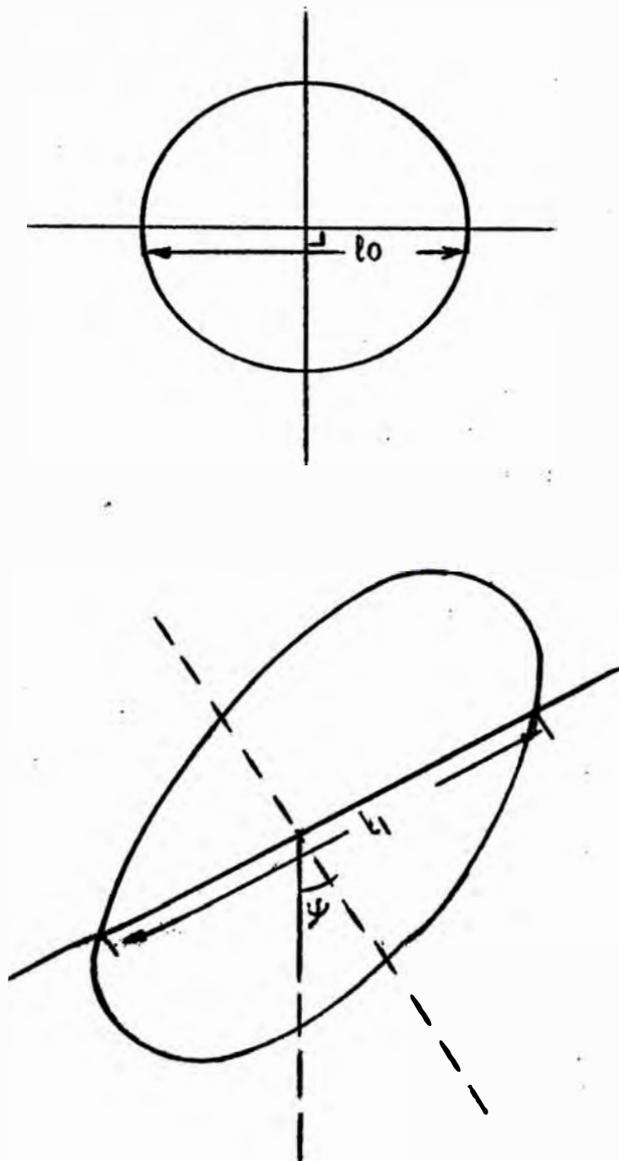
$$\epsilon = \int_{l_0}^{l_f} \frac{dl}{l} = \log_e (1 + e)$$

Durante la deformación generalmente tiene lugar un cambio en el ángulo comprendido entre dos líneas que se intersectan, el ángulo generalmente tomado es el de 90° y cualquier deflexión para este ángulo es definida como deformación angular, Fig.(5-5) y la deformación cortante $[C_{ij}(i \neq j) = \gamma]$ como $\tan \psi$, si la deformación angular es pequeña, entonces $\tan \psi = \psi$ en radianes y $\gamma = \psi$.

5.2.2 DEFORMACION FINITA E INFINITESIMAL

Cualquier sustancia deformada tiene su propia historia, parte de una condición inicial y pasa por una serie de estados de deformación antes de llegar, eventualmente, al estado final de deformación. Este proceso es conocido como deformación progresiva. En nuestro caso analizamos las rocas deformadas por procesos naturales o por alteraciones mecánicas producidas como consecuencia de la apertura de una mina, y se tiene en cuenta solamente el producto final de los procesos de deformación conocido como el estado finito de deformación del material que constituye las pendientes de la mina.

Para cualquier análisis de ingeniería tratemos con la deformación infinitesimal, que es la producida por desplazamientos muy pequeños, pero en una pendiente se desarrollan comúnmente deformaciones finitas, luego para salvar esta dificultad asumamos que toda deformación finita puede ser considerada como el producto de un gran número de deformaciones infinitesimales que se superponen o suceden unas a otras; así en cualquier momento durante la historia de deformación, aunque la deformación finita puede



El círculo originalmente no deformado con un diámetro de longitud l_0 es distorsionado de modo que tendrá una longitud l_1 , después de la deformación y el ángulo (90°) que originalmente formaba con el diámetro perpendicular es deformado a otro ángulo ψ .

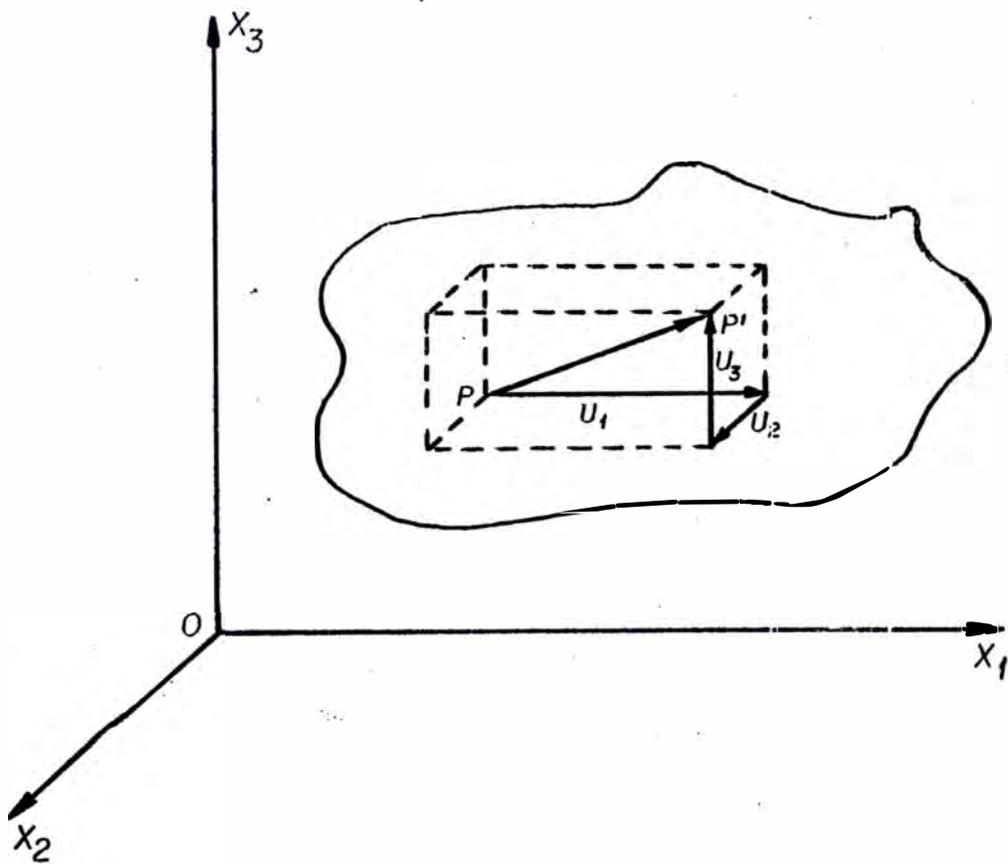
ser grande, los cambios que realmente se producen dependen de la deformación infinitesimal en aquel instante.

5.2.3 COMPONENTES DE DESPLAZAMIENTO Y DE DEFORMACION - SU INTERDEPENDENCIA

En un cuerpo elástico, como el sólido de la Fig. (5-6) para simplificar, tomemos un punto $P(x_1, x_2, x_3)$. Luego al deformarse el cuerpo, el punto P se desplaza a la posición P' , si llamamos a las proyecciones de los corrimientos $\overline{PP'}$ sobre los ejes coordenados: u_1 , u_2 y u_3 , puesto que los corrimientos de los puntos son distintos, sus proyecciones son funciones de las coordenadas del punto:

$$\begin{aligned} u_1 &= f_1(x_1, x_2, x_3) ; \\ u_2 &= f_2(x_1, x_2, x_3) ; \\ u_3 &= f_3(x_1, x_2, x_3) . \end{aligned} \quad (5-5)$$

Si separamos en el cuerpo elástico un paralelepípedo infinitésimo de aristas dx_1 , dx_2 y dx_3 , la deformación del cuerpo estará definida por la deformación de estas aristas y las variaciones angulares $\angle P_2$, $\angle P_3$ y $\angle P_1$. Consideremos para tal efecto las proyecciones del paralelepípedo sobre los planos coordenados; es evidente que por la deformación de esas tres proyecciones podemos for



Proyecciones del corrimiento $\overline{PP'}$ sobre los ejes coordenados

marnos un juicio sobre la deformación del paralelepípedo mismo.

Tomemos por ejemplo la proyección del elemento P_{123} sobre el plano Ox_1x_2 . Antes de la deformación las longitudes de las aristas eran, Fig.(5-8), $AB = dx_1$, $AC = dx_2$. Después de la deformación han pasado a la posición $A'B'$ y $A'C'$. Ocupémonos de la proyección AB . Sea u_1 el corrimiento del punto A a lo largo del eje Ox_1 , entonces el corrimiento correspondiente del punto B es:

$$u_1 + \delta u_1 = u_1 + \frac{\partial u_1}{\partial x_1} dx_1$$

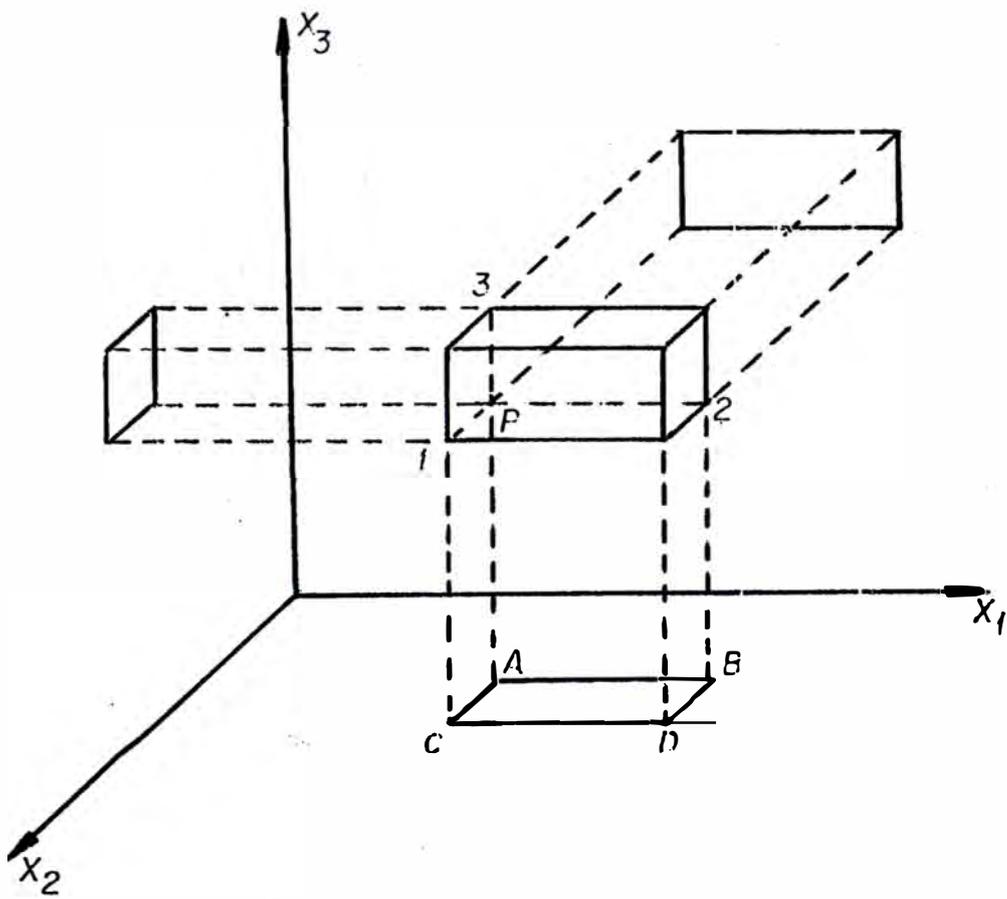
donde δu_1 es el incremento, como el punto B sólo difiere del punto A por las coordenadas x_1 , hemos reemplazado en la última expresión, con la aproximación de un infinitésimo de segundo orden el pequeño incremento δu_1 por la diferencial parcial de la función u_1 respecto de x_1 . Análogamente si el corrimiento del punto A a lo largo del eje Ox_2 es u_2 , el corrimiento del punto B a lo largo del mismo eje se expresará

$$u_2 + \delta u_2 = u_2 + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} dx_1 ;$$

TESIS INGENIERO
DE MINAS
CAPITULO 5

PARALELEPIPEDO EN SU ESTADO ORIGINAL

Figura (5-7)



De la Fig.(5-8), la longitud del segmento de línea $A'B''$ es:

$$\overline{BB'} = \frac{\partial u_2}{\partial x_1} dx_1$$

Luego la longitud del segmento $A'B'$ está dado por:

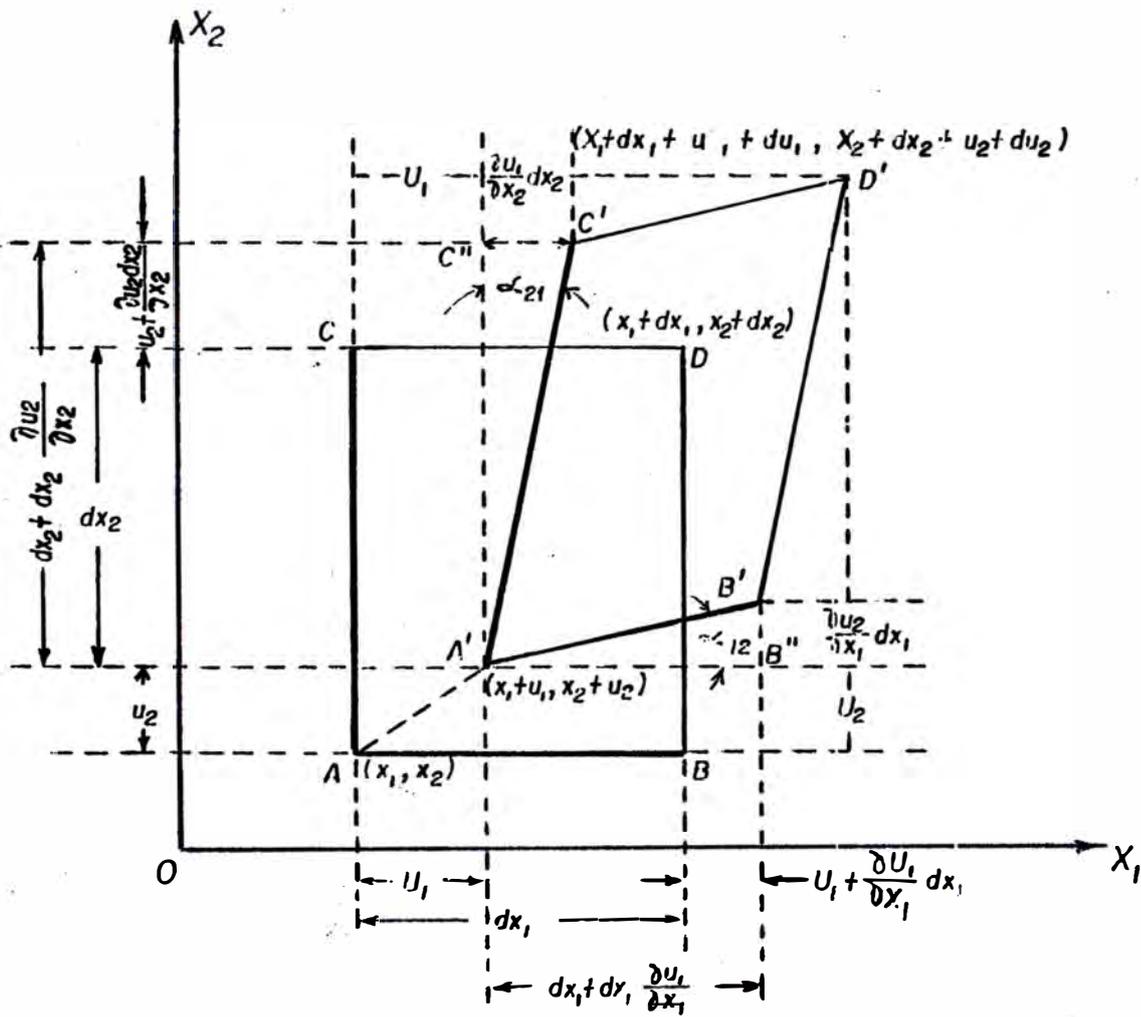
$$A'B' = dx_1 \sqrt{1 + 2 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right)^2}$$

despreciando el último término del radical por ser de segundo orden:

$$A'B' = dx_1 \left(1 + \frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)$$

luego el cambio de longitud del segmento de línea AB es:

$$\delta x_1 = O'A' - OA = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} dx_1$$



y el alargamiento relativo o específico de la arista será por definición:

$$e_{11} = \frac{O'A' - OA}{OA} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} dx_1$$

$$\therefore e_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1}$$

Razonando del mismo modo, para el alargamiento relativo de la arista AC dirigido según el eje Ox_2

$$e_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2}$$

y para la arista paralela al eje Ox_3 (arista P_3 en la Fig.(5-7)) :

$$e_{33} = \frac{\partial u_3}{\partial x_3}$$

que son las expresiones de las deformaciones lineales en el punto M del cuerpo en las direcciones de los tres ejes coordenados.

Analicemos ahora las deformaciones angulares o cor-
tantes. Hallaremos el ángulo de giro α_{12} de la arista
 $AB = dx_1$, en el plano Ox_1x_2 . Refiriéndonos a la
Fig.(5-8) y recordando que el ángulo α_{12} es pequeño y que
la deformación es también pequeña, comparada con la uni-
dad se puede escribir

$$\alpha_{12} \approx \operatorname{tg} \alpha_{12} = \frac{B'B''}{A'B''} = \frac{\frac{\partial u_2}{\partial x_1} dx_1}{dx_1 + \frac{\partial u_1}{\partial x_1} dx_1} = \frac{\frac{\partial u_2}{\partial x_1}}{1 + \frac{\partial u_1}{\partial x_1}}$$

Como estamos considerando deformaciones muy pequeñas, de-
sechamos en el denominador de la última expresión:

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} = e_{11}, \text{ y tendremos:}$$

$$\alpha_{12} = \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \quad (5-6)$$

Análogamente, tendremos el ángulo de giro de la arista $AC = dx_2$ en el plano Ox_1x_2

$$\alpha_{21} \approx \operatorname{tg} \alpha_{21} = \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \quad (5-7)$$

con esto tendremos finalmente el *resbalamiento específico, deformación cortante o distorsión* del ángulo recto BAC

$$e_{12} = \alpha_{12} + \alpha_{21} = \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \quad (5-8)$$

Análogamente, podemos obtener las expresiones de los resbalamientos en los otros dos planos coordenados.

Resumiendo los resultados obtenidos, se tienen seis relaciones fundamentales que caracterizan a la deformación llamadas *componentes de deformación*.

a. *Alargamientos relativos o específicos:*

$$e_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1},$$

$$e_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \quad , \quad (5-9a)$$

$$e_{33} = \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \quad .$$

b. Resbalamientos o distorsiones específicas:

$$e_{12} = \frac{\partial u_2}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \quad ,$$

$$e_{23} = \frac{\partial u_3}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \quad , \quad (5-9b)$$

$$e_{31} = \frac{\partial u_1}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \quad .$$

Estas expresiones muestran que las seis funciones e_{11} , e_{22} , e_{33} , e_{12} , e_{23} , e_{31} se expresan linealmente mediante nueve derivadas parciales de las componentes.

tes de los corrimientos $u_1, u_2, u_3,$

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} & \frac{\partial u_1}{\partial x_2} & \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_1} & \frac{\partial u_2}{\partial x_2} & \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial u_3}{\partial x_1} & \frac{\partial u_3}{\partial x_2} & \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} e_{11} & \alpha_{21} & \alpha_{31} \\ \alpha_{12} & e_{22} & \alpha_{32} \\ \alpha_{13} & \alpha_{23} & e_{33} \end{vmatrix} = \left| \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right| = J \quad (5-10)$$

5.2.4 ECUACIONES DE COMPATIBILIDAD

Las ecuaciones (5-9) muestran que dadas las funciones u_1, u_2 y u_3 quedan determinadas las seis componentes de deformación, que se expresan en función de las primeras derivadas de las funciones u_1, u_2 y u_3 , de aquí que las seis componentes de deformación $e_{11}, e_{22}, e_{33}, e_{12}, e_{23}, e_{31}$ no pueden ser fijadas arbitrariamente, entre ellas debe existir ciertas relaciones de dependencia, estas dependencias las veremos en dos grupos:

PRIMER GRUPO: Considerando las dos primeras ecuaciones de (5-9) a las cuales tomamos las segundas derivadas parciales de e_{11} y e_{22} respecto a x_1 y x_2 respectivamente:

$$\frac{\partial^2 e_{11}}{\partial x_2^2} = \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_2^2} ; \quad \frac{\partial^2 e_{22}}{\partial x_1^2} = \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2 \partial x_1^2}$$

Sumando miembro a miembro y teniendo en cuenta que

$$e_{12} = \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} , \text{ se tiene:}$$

$$\frac{\partial^2 e_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 e_{22}}{\partial x_1^2} = \frac{\partial^2 e_{12}}{\partial x_1 \partial x_2}$$

Que es una de las relaciones buscadas entre las deformaciones, completando el primer grupo de dependencias, tenemos:

$$\frac{\partial^2 e_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 e_{22}}{\partial x_1^2} = \frac{\partial^2 e_{12}}{\partial x_1 \partial x_2} ;$$

$$\frac{\partial^2 e_{22}}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2 e_{33}}{\partial x_2^2} = \frac{\partial^2 e_{23}}{\partial x_2 \partial x_3} \quad (5-11)$$

$$\frac{\partial^2 e_{33}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 e_{11}}{\partial x_3^2} = \frac{\partial^2 e_{31}}{\partial x_3 \partial x_1}$$

SEGUNDO GRUPO: Derivando las tres últimas ecuaciones (5-9) como sigue:

$$\begin{array}{l} \frac{\partial e_{23}}{\partial x_1} = \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2 \partial x_1} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_3 \partial x_1} \quad + \\ \frac{\partial e_{31}}{\partial x_2} = \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3 \partial x_2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1 \partial x_2} \quad + \\ \frac{\partial e_{12}}{\partial x_3} = \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_3} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2 \partial x_3} \quad - \end{array}$$

Cambiando de signo a la última expresión y sumando miembro a miembro:

$$\frac{\partial e_{23}}{\partial x_1} + \frac{\partial e_{31}}{\partial x_2} - \frac{\partial e_{12}}{\partial x_3} = 2 \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1 \partial x_2}$$

derivando otra vez respecto a x_3 y teniendo en cuenta que:

$$\frac{\partial^3 u_3}{\partial x_1 \partial x_2 \partial x_3} = \frac{\partial^2 e_{33}}{\partial x_1 \partial x_2}$$

se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial x_3} \left(\frac{\partial e_{23}}{\partial x_1} + \frac{\partial e_{31}}{\partial x_2} - \frac{\partial e_{12}}{\partial x_3} \right) = \frac{\partial^2 e_{33}}{\partial x_1 \partial x_2} \quad (5-12)$$

Que es una de las ecuaciones buscadas, completando el grupo y agregando las (5-11), se tiene el siguiente sistema:

$$\frac{\partial^2 e_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 e_{22}}{\partial x_1^2} = \frac{\partial^2 e_{12}}{\partial x_1 \partial x_2}$$

$$\frac{\partial^2 e_{22}}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2 e_{33}}{\partial x_2^2} = \frac{\partial^2 e_{23}}{\partial x_2 \partial x_3}$$

$$\frac{\partial^2 e_{33}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 e_{11}}{\partial x_3^2} = \frac{\partial^2 e_{31}}{\partial x_3 \partial x_1}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_3} \left(\frac{\partial e_{23}}{\partial x_1} + \frac{\partial e_{31}}{\partial x_2} - \frac{\partial e_{13}}{\partial x_3} \right) = 2 \frac{\partial^2 e_{23}}{\partial x_1 \partial x_3} \quad (5-13)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial e_{31}}{\partial x_2} + \frac{\partial e_{12}}{\partial x_3} - \frac{\partial e_{23}}{\partial x_1} \right) = 2 \frac{\partial^2 e_{11}}{\partial x_2 \partial x_3}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{\partial e_{12}}{\partial x_3} + \frac{\partial e_{23}}{\partial x_1} - \frac{\partial e_{31}}{\partial x_2} \right) = 2 \frac{\partial^2 e_{22}}{\partial x_3 \partial x_1}$$

Que son las ecuaciones de *compatibilidad* de las deformaciones.

5.3 ECUACIONES ESFUERZO-DEFORMACION

Para efectuar el análisis del medio en que se encuentra una pendiente se deben tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- a. Que la pendiente está compuesta de una distribución continua de material.
- b. Que la deformación sea pequeña comparada con la unidad de deformación.
- c. Que los esfuerzos y deformaciones son funciones continuas.

y se podrán determinar sus propiedades si las rocas satisfacen aproximadamente las siguientes propiedades elásticas:

- a. Linealidad entre esfuerzos y deformaciones
- b. Homogeneidad
- c. Isotropía
- d. Elasticidad

Teniendo en cuenta estas consideraciones la forma generalizada de la Ley de Hooke para la roca en términos del módulo de Young (E) y el coeficiente de Poisson (ν), no considerando las deformaciones por temperatura son:

$$e_{11} = \frac{1}{E} [\sigma_{11} - \nu(\sigma_{22} + \sigma_{33})] \quad e_{12} = \frac{2}{E} (1 + \nu) \sigma_{12}$$

$$\begin{aligned}
 e_{22} &= \frac{1}{E} [\sigma_{22} - \nu(\sigma_{11} + \sigma_{33})] & e_{23} &= \frac{2}{E} (1 + \nu) \sigma_{23} \\
 e_{33} &= \frac{1}{E} [\sigma_{33} - \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22})] & e_{31} &= \frac{2}{E} (1 + \nu) \sigma_{31}
 \end{aligned}
 \tag{5-14}$$

$$\sigma_{11} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)e_{11} + \nu(e_{22} + e_{33})] \quad \sigma_{12} = \frac{E}{2(1+\nu)} e_{12}$$

$$\sigma_{22} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)e_{22} + \nu(e_{11} + e_{33})] \quad \sigma_{23} = \frac{E}{2(1+\nu)} e_{23}$$

$$\sigma_{33} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)e_{33} + \nu(e_{11} + e_{22})] \quad \sigma_{31} = \frac{E}{2(1+\nu)} e_{31}$$

(5-14a)

5.4 ESFUERZO PLANO - DEFORMACION PLANA

Las condiciones de esfuerzos planos se obtienen cuando σ_{33} , σ_{23} , σ_{31} y todas las derivadas con respecto a x_3 son cero. Luego las relaciones esfuerzo-deformación para esfuerzos planos deducidas de las ecuaciones (5-14) son:

$$e_{11} = \frac{1}{E} (\sigma_{11} - \nu\sigma_{22})$$

$$e_{22} = \frac{1}{E} (\sigma_{22} - \nu \sigma_{11}) \quad (5-15)$$

$$e_{12} = \frac{2(1+\nu)}{E} \sigma_{12}$$

También las condiciones de equilibrio de las ecuaciones (5-4), las relaciones esfuerzo-deformación en las ecuaciones (5-9) y las condiciones de compatibilidad en las ecuaciones (5-13) son respectivamente:

Ecuación de Equilibrio:

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \chi_1 = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \chi_2 = 0 \quad (5-16)$$

Ecuación de deformación:

$$e_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1}, \quad e_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2}, \quad e_{12} = \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \quad (5-17)$$

Compatibilidad:

$$\frac{\partial^2 e_{11}}{\partial x_2^2} - \frac{\partial^2 e_{22}}{\partial x_1^2} = \frac{\partial^2 e_{12}}{\partial x_1 \partial x_2} \quad (5-18)$$

En forma matricial las relaciones de esfuerzo-deformación se pueden expresar:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} e_{11} \\ e_{22} \\ e_{12} \end{Bmatrix} \quad (5-19)$$

$$\{\sigma\} = [D] \{e\}$$

Donde $[D]$ es la llamada *matriz de elasticidad*.

DEFORMACION PLANA

Para el caso de $e_{11} = e_{13} = e_{23} = 0$ y

$$\frac{\partial}{\partial x_3} \cdot \{e_{11}, e_{22}, e_{12}\} = 0$$

Expresando los esfuerzos en forma matricial:

$$\begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{22} \\ e_{12} \end{pmatrix} = \frac{1+\nu}{E} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ -\nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} \quad (5-20a)$$

Efectuando la inversión encontramos la *matriz elasticidad*

$$[D] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \quad (5-20b)$$

5.5 DISTRIBUCION DE ESFUERZOS EN LAS PENDIENTES DE LA MINA CAUSADOS POR EL MINADO

5.5.1 CASO BIDIMENSIONAL

5.5.1.1 APROXIMACIONES FOTOELASTICAS

Aproximaciones más prácticas se han conseguido utilizando modelos fotoelásticos:

Según Long, si el ángulo de la pendiente es superior a 55° se desarrolla un esfuerzo cortante a lo largo de una línea que hace un ángulo de 55° con la horizontal en la intersección del pie del talud. Creciendo este esfuerzo cortante con la altura del talud, pero no el ángulo de esta línea con la horizontal.

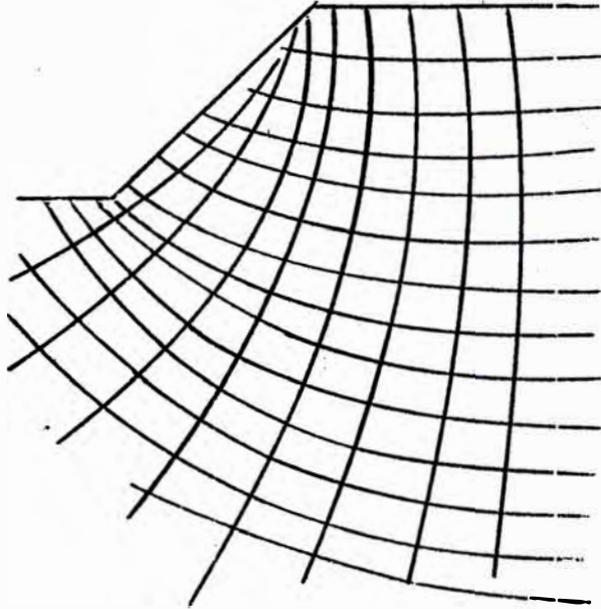
Muller, mostró los efectos de un talud bajo los efectos de la gravedad y el de los esfuerzos horizontales residuales, Fig.(5-9) y el de las zonas de tracción y compresión que se desarrollan en el talud, Fig.(5-10).

5.5.1.2 APROXIMACIONES POR ELEMENTOS FINITOS

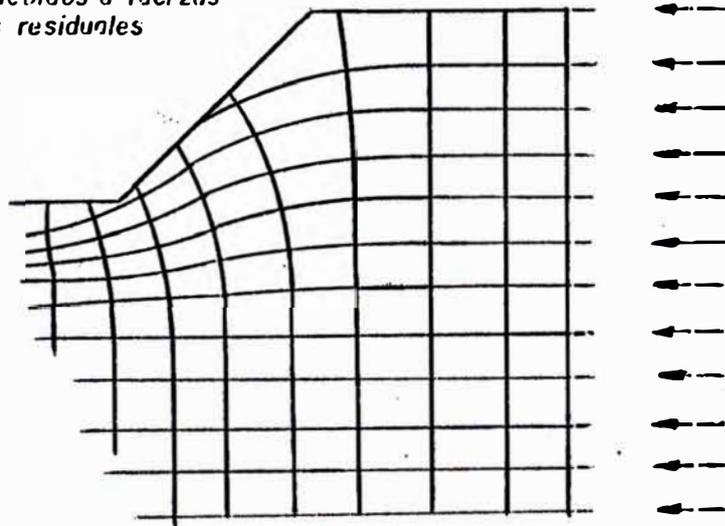
Blake, por el método de elementos finitos mostró cómo es el comportamiento general de una mina bajo los efectos de la gravedad o un campo horizontal de esfuerzos. Las conclusiones que se deducen son:

- a. En una mina, bajo los efectos de la gravedad, no hay grandes valores de esfuerzos pero si fuertes concentraciones de esfuerzos locales y de pequeña exten

(A) *Esfuerzos debidos a la gravedad*



(B) *Esfuerzos debidos a fuerzas horizontales residuales*



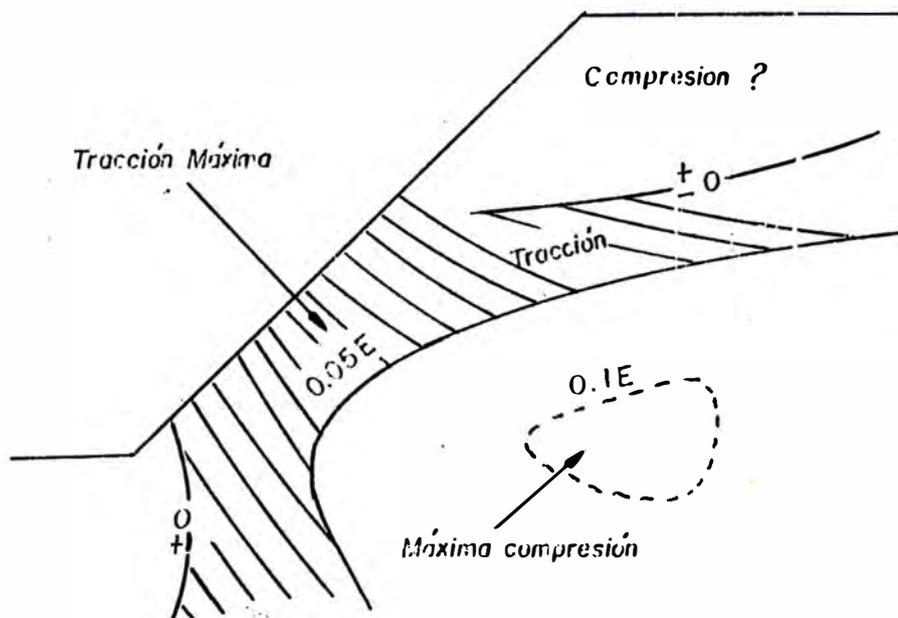
sión causados por las irregularidades de la mina. Existirá un valor de esfuerzos de magnitud significativa en el contorno o en la roca en que está la mina, si existe un fuerte campo de esfuerzos horizontales o el talud es muy profundo o tiene mucha inclinación en forma de V.

- b. Si se compara la distribución de esfuerzos de un hueco semicircular bajo los efectos de la gravedad y el de una mina en una formación homogénea, se observan pocas diferencias.
- c. Las rocas con mayores módulos elásticos soportan mayores esfuerzos, luego los contornos de esfuerzos máximos de cortes son sensibles a los cambios del módulo de elasticidad.
- d. La suma de un pequeño cambio de esfuerzos horizontal a una roca, bajo los efectos de la gravedad, que contiene una mina, dá lugar a un aumento significativo de las magnitudes y concentraciones de esfuerzos en la base de la mina. Los desplazamientos se dirigen hacia arriba y hacia afuera (hacia el hueco) y los desplazamientos de la superficie libre son hacia abajo.
- e. Las direcciones de los esfuerzos máximos principales a lo largo del contorno de la mina son aproximadamente paralelos a su perfil. Por debajo de la base son sólo paralelos cuando existe un campo horizontal de esfuerzos.
- f. Los resultados indican que en un medio elástico continuo, la explotación de una mina bajo los efectos de

TESIS INGENIERO
DE MINAS
CAPITULO 5

APROXIMACION FOTOELASTICA
ZONAS DE TRACCION Y COMPRESION

Figura (5 - 10)



la gravedad no crea esfuerzos significativamente grandes cerca de su contorno, y por lo tanto, los esfuerzos en una mina de roca competente y continua, no son la causa principal de la rotura de las pendientes.

5.5.2 CASO TRIDIMENSIONAL

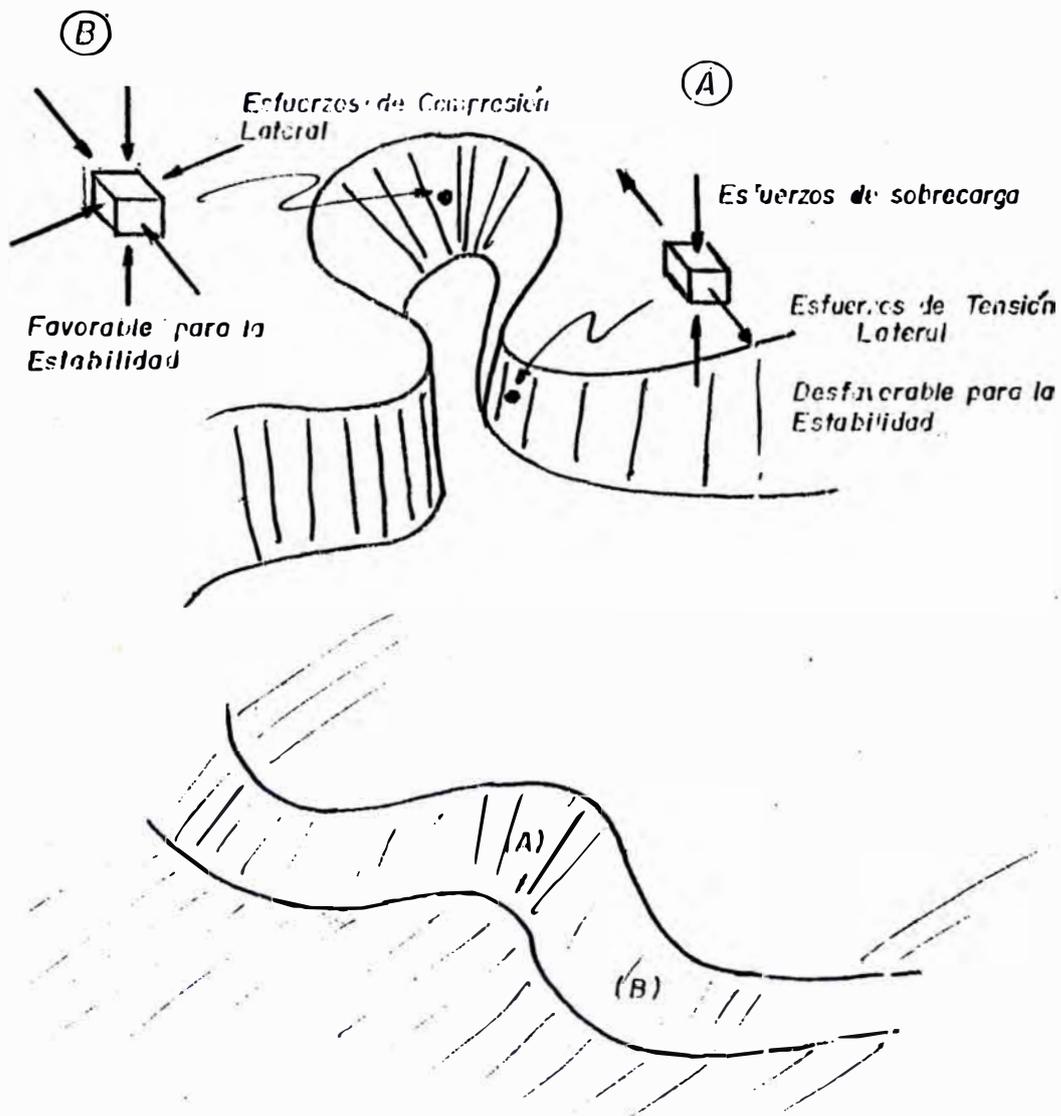
La distribución de esfuerzos depende de la geometría de la mina y las características de la roca.

Desde que el planeamiento de una mina es determinado por la geometría del cuerpo, y ésta, por lo general es rara vez regular, es necesario considerar la geometría tridimensional de la mina y analizar su influencia en la estabilidad de sus pendientes.

Hay dos aspectos en este problema:

- a. La influencia de la curvatura de la pendiente sobre los esfuerzos laterales en el material que conforma la pendiente; y
- b. La relación entre la forma tridimensional de la mina y la orientación e inclinación de las características estructurales.

En la Fig.(5-11) se ilustra la situación en que la porción convexa de la mina generalmente es inestable, y una de las razones puede ser la diferencia de las condiciones de esfuerzos inducidos en las pendientes cóncava y convexa. En una pendiente cóncava, la forma arqueada de la



Durante la excavación, la descompresión depende del confinamiento lateral, variando de la misma manera que el grado de libertad del frente.

(A) Tolud cóncavo... Favorable para la estabilidad.

(B) Tolud convexo... Desfavorable para la estabilidad.

pendiente tiende a inducir esfuerzos laterales compresivos con el incremento de esfuerzos normales a través de los planos potenciales de falla y, luego incrementa la resistencia friccional de estos planos al deslizamiento. Por otro lado la relajación de esfuerzos laterales en el caso de una pendiente convexa aumenta la reducción del esfuerzo normal a través de los planos potenciales de falla y, en casos extremos pueden ocurrir la inducción de fracturas verticales por acción de los esfuerzos laterales de tensión.

Basándose en los trabajos teóricos efectuados, en las mediciones de esfuerzos y las observaciones de campo, se recomienda, para casos límites o críticos de peligro, echar la pendiente 5° cuando es convexa la superficie de curvatura para asegurar la estabilidad.

La redistribución de esfuerzos, como consecuencia de haberse practicado la abertura de una mina, en tres direcciones se observa en la Fig.(5-12) que muestra una mina en forma de cono truncado en un terreno homogéneo.

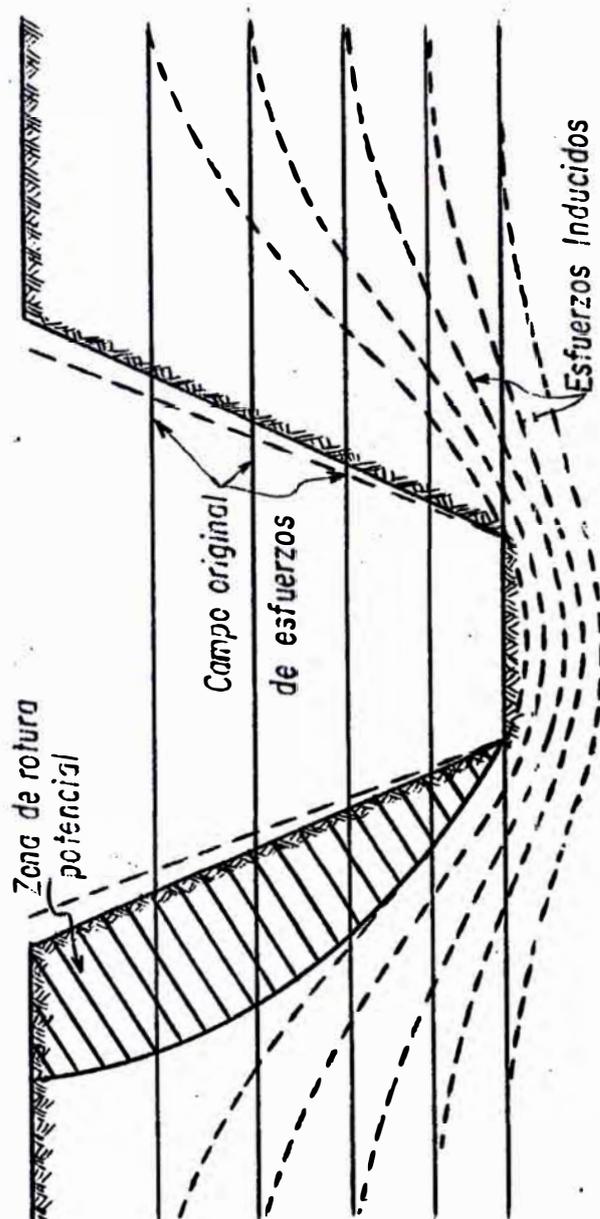
Las líneas de esfuerzos originalmente horizontales se distorsionarán pasando por debajo de la base de la mina. La roca en la proximidad de las pendientes estará sujeta a una disminución de esfuerzos horizontales y si la relación inicial de estos esfuerzos era muy grande se producirán concentraciones de esfuerzos y posiblemente fracturas locales en la base de la pendiente, particularmente en las esquinas agudas.

De la solución matemática de Eubanks para este tipo de problemas se pueden sacar las siguientes conclusiones:

TESIS INGENIERO
DE MINAS
CAPITULO 5

INFLUENCIA DE LA FORMA TRIDIMENSIONAL
DE LAS LAMINAS SOBRE LA ESTABILIDAD: FORMA
TRONCOCONICA

Figura (5 -12)



- a. Las fuerzas de compresión que se desarrollan debido al campo regional de esfuerzos horizontales, son favorables a la estabilidad de la pendiente. Los esfuerzos de compresión tangenciales superficiales que pueden ser de dos a tres veces el valor del campo regional de esfuerzos horizontales tendrá una componente que actuará radicalmente hacia afuera en cualquier cuña de ruptura potencial aumentando en consecuencia la estabilidad.
- b. La forma de la mina, su concavidad y su orientación en el campo regional de esfuerzos tiene una considerable influencia en las condiciones de esfuerzos desarrollados detrás de la pendiente, pero a menos que las componentes principales horizontales del campo regional de esfuerzos difieran en dos o tres veces o en caso de concavidad de la mina, no es probable que se induzcan esfuerzos de tracción en la proximidad de la mina, (que producirían condiciones desfavorables).

Hoek ha obtenido una regla práctica de que según la zona sea cóncava o convexa, el talud puede aumentarse ó disminuirse en 5° sobre el calculado en casc plano y por Lorente de No mediante las relaciones teóricas:

$$f = 4 + \frac{2}{3r + 1} \quad \text{para taludes cóncavos y}$$

$$f = 4 - \frac{2}{3r-1} \quad \text{para taludes convexos}$$

donde:

$$r = \frac{\text{radio de curvatura del talud}}{\text{altura del talud}}$$

$$f = \gamma \frac{H}{C} = \text{factor de estabilidad}$$

Finalmente podemos concluir, que en un medio, elástico continuo el desarrollo de minado en una masa de roca cargada por la gravedad no crea esfuerzos significativamente grandes a lo largo de los bordes de la mina. Por lo tanto, los esfuerzos en una roca competente continua cargada por la gravedad en una mina no son causa primaria de la falla de la pendiente.

5.6 PROPIEDADES ELASTICAS

En la práctica de ingeniería, particularmente la de pendientes, las rocas no son verdaderamente elásticas, pero algunas propiedades de deformación se aproximan a la forma cuasi-elástica, particularmente algunas rocas cohesivas de grano fino y rocas masivas de bajos niveles de esfuerzos. Otras veces esto se debe a que en la naturaleza las rocas son normalmente discontinuas presentando ca

racterísticas estructurales, todas las cuales pueden contener agua en cantidades variables, este aspecto puede ser mayor cerca a la superficie que puede inducir a un error considerable en el análisis. Por otro lado, en profundidad habrá una tendencia para que las discontinuidades sean cerradas debido a la presión y presencia de agua.

Todas estas dificultades determinan que una decisión real de los límites de elasticidad sea extremadamente difícil y debe tomarse siempre con precaución teniendo en mente factores fuera de la estructura interna de la roca, generalmente sin embargo, las siguientes reglas serán una guía útil:

- a. La estructura de la roca, cercana a la superficie no debe ser tratada como medio continuo elástico. Sin embargo, puede ser considerada como tal si sus propiedades se aproximan a la elástica, a menos que esto pueda ser demostrado como que contiene un mínimo de discontinuidades.
- b. Las discontinuidades no deben ser tratadas como un medio continuo y elástico.
- c. Las rocas con módulos de elasticidad menores que $5 \times 10^5 \text{ Kg/cm}^2$ no deben ser consideradas como elásticas, excepto con extrema precaución.
- d. Las rocas que no son inducidas a fluir elásticamente, no deben ser tratadas como tales.

En cuanto a las constantes elásticas, una vez que se ha definido claramente el grado de elasticidad, se procede

a determinarse en el laboratorio E , ν y las propiedades índices.

5.7 RESISTENCIA DE LA ROCA

La resistencia de la roca es una de las componentes de las fuerzas resistentes que caracteriza a cada porción de roca en particular.

La resistencia es medida en el laboratorio por la resistencia a la tracción, compresión simple y triaxial y corte. El comportamiento de la pendiente será tratado por los métodos convencionales de la mecánica de suelos si la resistencia de la roca es muy débil. La relación entre la resistencia al corte de la roca y la resistencia a la fricción a través de la superficie de debilidad definirá, de acuerdo con el sistema de esfuerzos existentes en el punto, la forma de ruptura de la pendiente.

La rotura de pendientes en materiales rígidos se inicia en un punto en que los esfuerzos cortantes son iguales a la resistencia cortante. Al producirse la rotura la cohesión baja a cero y en consecuencia los esfuerzos de la roca adyacente aumenta y se rompe bajo las mismas condiciones, así la rotura se extiende en cadena, hasta llegar a superficie y colapsar. Ese proceso es conocido como *ruptura progresiva*.

C A P I T U L O S E I S

FACTORES REOLOGICOS QUE INTERVIENEN EN LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES

6.1 MODELOS REOLOGICOS

6.2 FLUJO EN ROCAS

6.3 CREEP COMO FACTOR DE DISEÑO EN ROCAS

6.1 MODELOS REOLOGICOS

Un modo de analizar en el laboratorio, el comportamiento de los materiales bajo esfuerzos que componen la estructura de una pendiente, sería usando modelos mecánicos, con las abstracciones idealizadas, para simplificar el análisis de un sólido ideal, un líquido perfecto y un esfuerzo de cedencia.

La desventaja de estos modelos es que sólo ofrecen una descripción fenomenológica, cualitativa del comportamiento del material bajo esfuerzos, por que la deformación elástica de un cuerpo no sólo se puede deber a la migración del agua de poros, por ejemplo, sino también a la dislocación de cristales y traslaciones internas, por movimiento de los granos de contorno o por recristalización que son imposibles de identificar en un modelo.

6.2 FLUJO EN ROCAS

Considerando que la deformación en rocas depende del tiempo, el flujo o creep tendrá inicialmente una relación uni-axial esfuerzo-fenómeno inducido. Esto es basándose en la consideración de que bajo niveles de esfuerzos normales en ingeniería el flujo o creep no es afectado por los esfuerzos de confinamiento sino solamente por diferencia de esfuerzos. Esta consideración que es base de la mayoría de estudios de creep en rocas es difícil de justificar, pero sin ella, empíricamente o con cualquier otro tratamiento de los fenómenos complejos comprendidos, aumentaría normemente la dificultad.

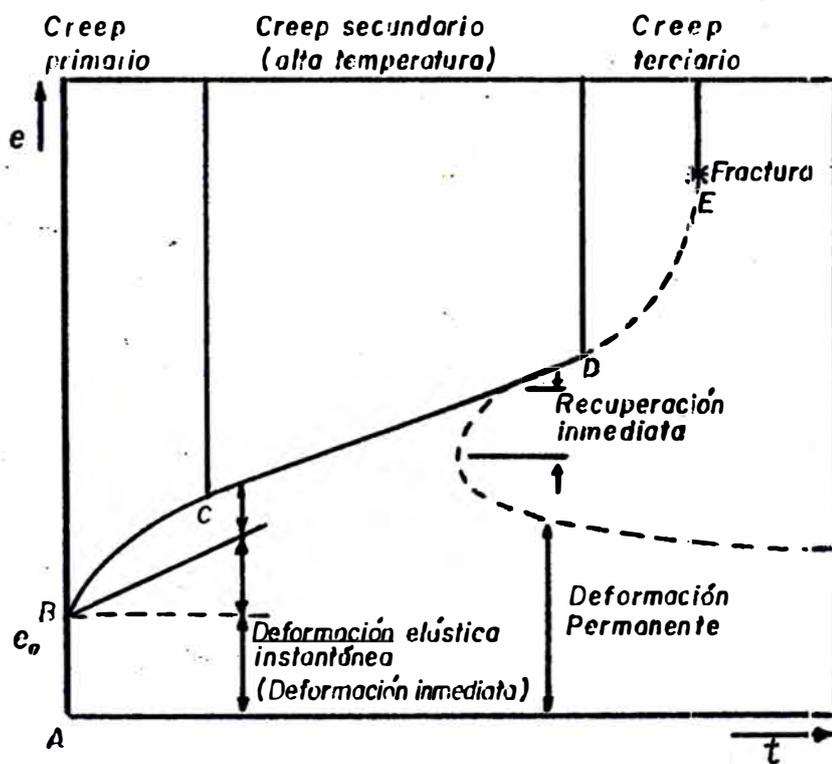
La deformación, dependiente del tiempo, de una roca sujeta a condiciones de esfuerzos cortantes puede ser generalizada en tres etapas básicas: b, c y d, Fig.(6-1):

- a. Deformación elástica instantánea.
- b. *Creep primario*, en una rápida pero desacelerada razón de deformación.
- c. *Creep secundario*, en una baja o cercanamente constante razón de deformación o cualquiera de las dos.
- d. *Creep terciario*, con posible aceleración de las fracturas.
- e. Recuperación parcial una vez que se han suprimido los esfuerzos de deformación.

6.3 CREEP COMO FACTOR DE DISEÑO EN ROCAS

Si las reacciones de una roca son completamente elásticas, sus propiedades estructurales pueden ser analizadas únicamente en términos de esfuerzos, que en un instante determinado pueden traer como consecuencia la fractura.

Cuando la relación tiempo-deformación pasa del nivel máximo, sin fallas, el nivel de esfuerzos que produce la deformación pierde importancia, haciéndose más importante el hecho físico de la deformación misma, de modo que eventualmente esta situación puede ser más deseable, puesto que permitiría expresar las propiedades de las rocas en términos de sus características de deformación.



Curva generalizada de creep y curva de recuperación para rocas

Este razonamiento requiere un reajuste radical de los criterios de diseño en rocas, puesto que el nivel de esfuerzos que produce una falla es instantáneo, mientras que una fractura que tiene lugar después de una deformación prolongada tendrá un nivel variable de esfuerzos, en este caso la solución sería, buscar alguna forma de reforzar la estructura y alternativamente, si es posible, se pueden reducir los niveles de esfuerzos suficientemente para eliminar los serios efectos de la relación tiempo-deformación.

En conclusión, las consideraciones geológicas que nos relacionan las propiedades elástico-mecánicas de las rocas mediante analogías mecánicas de modelos combinados para tratar de encontrar relaciones que expliquen el comportamiento de las rocas en relación a propiedades variables, tales como: temperatura, tiempo, por ejemplo no son en la actualidad de utilidad práctica en el análisis de estabilidad de pendiente, aunque sí son de gran importancia, por que cuando las investigaciones provean valores confiables y de algún modo se pueda relacionar cuantitativamente el efecto de estos factores con la falla, se tendrá una explicación del ciclo completo de la deformación de las rocas en relación al tiempo que nos permitiría resolver el problema de determinar en que momento se va a producir el deslizamiento, controlando las distintas etapas del creep.

C A P I T U L O S I E T E

INFLUENCIA DE FACTORES DINAMICOS EN LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES

7.1 EFECTOS DE LA VOLADURA EN LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES

7.1.1 EFECTOS DE MOVIMIENTO DE ROCAS EN LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES

7.1.2 IMPLICANCIA PRACTICA DE LA VOLADURA EN EL ANALISIS DE ESTABILIDAD

7.2 INFLUENCIA DE LOS TEMBLORES EN LA ESTABI LIDAD DE PENDIENTES

7.2.1 COMPORTAMIENTO DE LOS SUELOS Y ROCAS DURANTE LOS TEMBLORES

7.2.2 ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE PENDIENTES FRENTE A LA ACCION DE TEMBLORES

**7.2.3 IMPLICANCIA PRACTICA DE LOS TEMBLORES
EN EL ANALISIS DE ESTABILIDAD DE PEN
DIENTES**

**7.2.3.1 PENDIENTES EN ARENA Y ARCI
LLA ESTRATIFICADA**

7.2.3.2 PENDIENTES EN ROCA

7.2.4 TRATAMIENTO DE TEMBLORES

7.1 EFECTOS DE LA VOLADURA EN LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES

Los efectos de voladura en la estabilidad de pendientes de la minería a cielo abierto se encuentran en plena evaluación. Estos efectos comprenden:

- a. Los efectos de movimiento de tierras asociados con las ondas producidas por la voladura.
- b. El fracturamiento de las rocas en los alrededores de las pendientes, causadas por las ondas de la voladura.

En los últimos años, por razones económicas, la tendencia es efectuar grandes disparos, usando diámetros de barrenos de 9 7/8" a 12 1/2" que son empleados en máquinas grandes y más eficientes al permitir obtener un menor costo por tonelada. De este modo al incrementarse el tamaño de los barrenos, también aumentan otros factores asociados con la voladura. La altura de los bancos se incrementa y la carga de explosivos en toneladas por pie de cada hueco también se incrementa significativamente, y como es de esperar el radio de la influencia de rotura para un disparo se ha incrementado con el nivel de vibraciones producidas.

Las operaciones de voladura pueden provocar dos tipos de daños:

- a. Daños en la estructura de las pendientes, producidos por las vibraciones iniciadas por la voladura y que fracturan la roca.

- b. Fracturamiento de la roca más allá de los límites de explotación planeados.

7.1.1 EFECTOS DE MOVIMIENTO DE ROCAS EN LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES

La fuerza principal que tiende a producir el deslizamiento de una masa de roca es la componente de su propio peso que actúa en la dirección del ángulo de inclinación sobre la cual es posible el deslizamiento.

La fuerza normal que genera la resistencia de fricción del deslizamiento es también función del peso de la masa de roca. El peso de un bloque de roca es, por supuesto, proporcional a su masa y aceleración. Supóngase que el campo de aceleración cambia y el bloque no es lo suficientemente actuado por el tirón vertical de la corteza terrestre. El sistema entero de fuerzas de estabilidad cambia drásticamente. Esto es lo que pasa en una masa de roca durante la superposición de las pulsaciones de la aceleración de una voladura en el campo gravitacional de la tierra.

Considerando el caso de un bloque que descansa en un plano, sin deslizamiento, el factor de seguridad está dado por:

$$F = \frac{W \cos \beta \tan \phi + cA}{W \sin \beta} \quad (7-1)$$

donde:

- W = Peso del bloque.
 β = Angulo de inclinación del plano de deslizamiento.
 ϕ = Angulo de fricción entre el bloque y el plano.
 C = Cohesión entre el bloque y el plano.
 A = Area de contacto.

Las fuerzas que actúan sobre la masa de roca son representadas en la Fig.(7-1A). Si el bloque fuera actuado por una pulsación de aceleración de magnitud uniforme con una componente horizontal igual a a_H con componentes no verticales, el sistema de fuerzas podría ser mostrado como el de la Fig.(7-1B). El peso acelerado sería:

$$W_A = W / \cos \theta_A \quad (7-2)$$

donde:

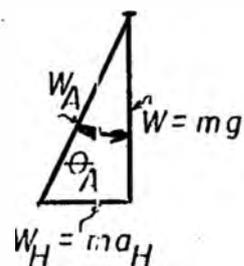
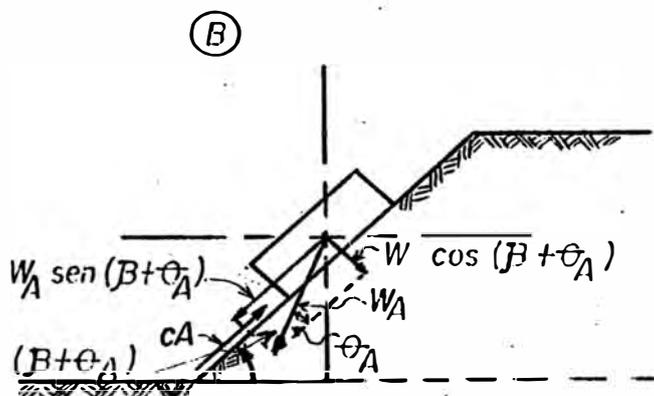
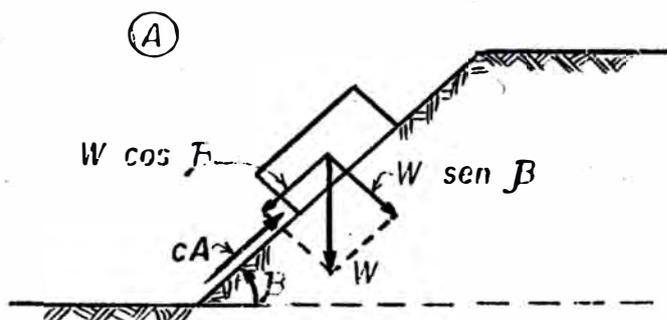
$$\theta_A = \tan^{-1} a_H / g$$

$$g = \text{aceleración de la gravedad}$$

Como en este campo de aceleración, la fuerza de movimiento es: $W_A \sin(\beta + \theta_A) \tan \phi$ y la fuerza normal $W_A \cos(\beta + \theta_A)$, Fig.(7-2) el factor de seguridad se convierte en:

$$F = \frac{W_A (\cos \beta + \theta_A) \tan \phi + CA}{W_A \sin(\beta + \theta_A)} \quad (7-3)$$

<p>TESIS INGENIERO DE MINAS CAPITULO 7</p>	<p>FUERZAS QUE ACTUAN SOBRE UNA MASA DE ROCA</p>	<p>Figura (7-1)</p>
--	--	---------------------



(A) En un campo gravitacional

(B) En un campo de aceleración de la gravedad y la voladura

Considerando el caso para el cual $c = 0$, como a menudo es asumido en la práctica:

$$F = \frac{tg \phi}{tg(\beta + \theta_A)} \quad (7-4)$$

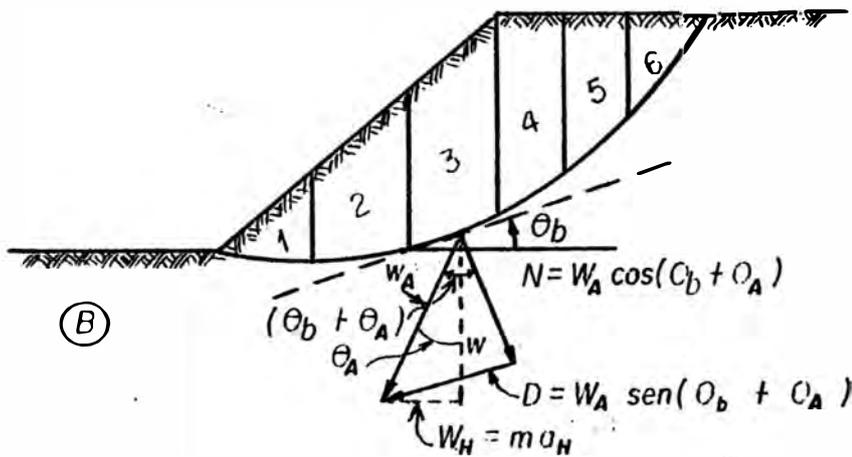
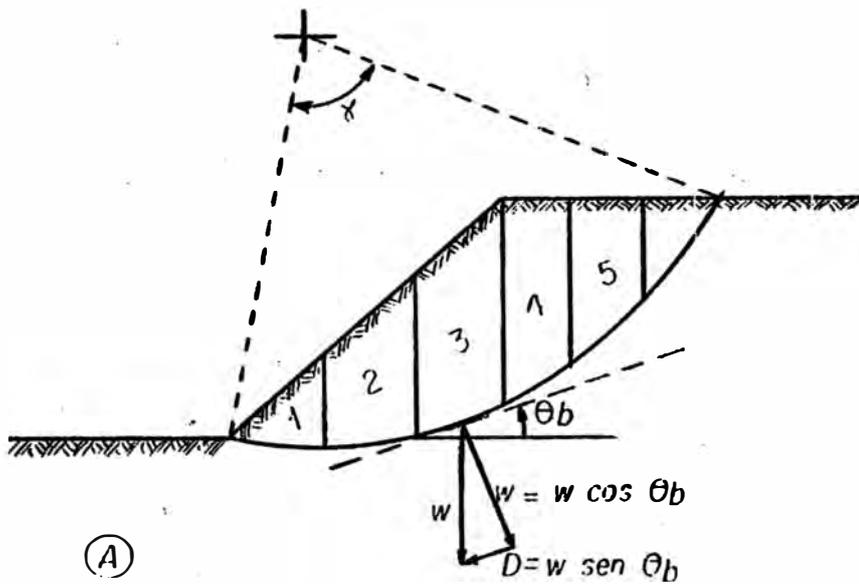
Lo que significa que cualquier cambio en la dirección del vector peso de la vertical es equivalente a un cambio similar en el ángulo de la pendiente.

Consideremos ahora el efecto de los disparos sobre la estabilidad de una pendiente. Si consideramos el pie del círculo de falla en la Fig.(7-2A), el procedimiento normal de cálculo es dividir la pendiente en un número determinado de rebanadas como se muestra. La longitud de arco L es determinada del radio (r) y el ángulo subtendido γ en radianes, como $L = r\gamma$. Ignorando los efectos laterales entre cuñas y asumiendo que no hay presión de agua, el factor de seguridad, estimado, para el círculo posible de falla es:

$$F = \frac{cL + \sum W \cos \theta_b \cdot tg \phi}{\sum W \sin \theta_b} \quad (7-5)$$

En la Fig.(7-2B) se muestra la misma pendiente, pero actuando esta vez uniformemente la aceleración de la roca a_H en forma horizontal, el factor de seguridad será entonces:

$$F = \frac{cL + \sum W_A \cos(\theta_b + \theta_A) \cdot tg \phi}{\sum W_A \sin(\theta_b + \theta_A)} \quad (7-6)$$



- (A) En un campo gravitacional de esfuerzos
- (B) En un campo de aceleración de la gravedad y la velocidad

y

$$W_A = W / \cos \theta_A$$

De esta ecuación y el diagrama de fuerzas de la Fig. (7-2B) se deduce que la fuerza que produce el movimiento se incrementa notablemente, mientras que es reducida la fuerza de resistencia. El efecto es una gran reducción en el factor de seguridad bajo estas condiciones.

7.1.2 IMPLICANCIA PRACTICA DE LA VOLADURA EN EL ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

En el análisis de estabilidad anterior, se asumió que sobre la masa potencialmente inestable actuaba una aceleración de magnitud uniforme; en realidad la propagación de la onda transmite movimientos transversales de magnitudes positivas y negativas, es decir movimientos de aumento y disminución aproximadamente sinusoidales.

De medidas efectuadas en roca, se ha obtenido que típicamente la duración de la pulsación de la aceleración positiva principal es aproximadamente 0.2 milisegundos. Considerando que la velocidad de compresión de la onda de una roca competente es más o menos 20,000 pies/seg., la longitud de la pulsación es solamente 4 pies. Podemos asumir entonces que una masa es actuada por una aceleración positiva uniforme a aplicarse solamente en bloques menores a 2 pies en la dirección perpendicular a la onda.

Desde el punto de vista de la estabilidad de pendientes en roca es afortunado que estas pulsaciones tengan

una frecuencia alta, así por ejemplo, una carga de 10,000 Lbs. detona 1,000 pies que resultarían en una aceleración de 10 g's, es obvio que del análisis de estabilidad anterior concluimos que la pendiente podría no resistir una aceleración uniforme de esa magnitud.

En conclusión, las ondas de aceleración de disparos en roca pueden tener una frecuencia alta y aceleración uniforme de la masa de roca, causándoles deslizamientos. Solamente serán afectadas porciones de roca de menos de 2-3 pies de espesor. En sobrecarga, debido a la baja frecuencia comprendida será posible, una aceleración uniforme de masas por encima de 50 pies de espesor.

Se han sugerido varias relaciones empíricas relacionando la velocidad de las partículas con el daño producido. Langefors sugiere que la roca falla en aberturas subterráneas a velocidades aproximadas de 12 pulg/seg. y las rocas fracturadas a 24 pulg/seg. Oriard sugiere que el rango de los valores para pendientes en suelos y rocas es:

2 a 4 pulg/seg. - Seguridad moderada.

25 pulg/seg. - Daño a la masa de roca.

La velocidad de 25 pulg/seg. corresponde a un nivel de esfuerzos de 2,500 p.s.i. en una roca altamente frágil.

A. Bauer y P. Calder dan las siguientes velocidades de partículas que causan daño para una masa de roca que es afectada por las vibraciones de voladura:

- 10 pulg/seg. - No fracturamiento en roca intacta.
- 10-25 pulg/seg. - Pueden ocurrir planchones menores por tensión.
- 25-100 pulg/seg. - Fuerte tensión y algunas fracturas radiales.
- 100 pulg/seg. - Rotura completa de la masa de roca.

7.2 INFLUENCIA DE LOS TEMBLORES EN LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES

Analizar la influencia de los temblores en la estabilidad de pendientes, se hace muy difícil, por la poca precisión y medidas referenciales que se usan para determinar la magnitud de los sismos. De modo que se requiere hacer un estudio histórico de los sismos y determinar cual ha sido su efecto y sacar conclusiones que puedan ser útiles; sin embargo, se pueden mencionar algunas.

7.2.1 COMPORTAMIENTO DE LOS SUELOS Y ROCAS DURANTE LOS TEMBLORES

Algunos de los riesgos de estabilidad de pendientes durante los sismos se pueden agrupar en las siguientes dos categorías:

- a. Aquellos en los cuales la presión de poros dentro de

los suelos y rocas se incrementa uniformemente con los ciclos de movimientos de los temblores.

- b. Aquellos en los cuales hay un pequeño incremento o no hay incremento en la presión de poros.

La primera de estas categorías da lugar a fallas espectaculares durante los temblores.

La predicción de si tal pérdida de resistencia puede o no ocurrir es a menudo vital en la evaluación racional de la estabilidad de pendientes durante un sismo. Tal predicción comprende dos pasos:

- a. Predicción de la magnitud y número de ciclos de los esfuerzos dinámicos que ocurrirán en el suelo durante el sismo.
- b. Pruebas para determinar si estos esfuerzos (tanto magnitud como número de ciclos) causan grandes re fuerzas de la presión de poros y pérdida de resistencia.

En el primer paso se utiliza análisis matemático. Mientras hay incertidumbre en este análisis se pueden hacer razonables estimados para los esfuerzos dinámicos asociados con un movimiento subterráneo. Sin embargo, actualmente hay una gran incertidumbre y controversia respecto a los procedimientos de las pruebas que se han desarrollado en el segundo caso.

7.2.2 ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE PENDIENTES FRENTE A LA ACCION DE TEMBLORES

Si ocurre una licuefacción los movimientos de la pendiente pueden ser extremadamente grandes, la licuefacción para un temblor dado es afectada por muchos detalles de las circunstancias y por lo tanto es difícil de predecirlas, si se consigue esto la predicción de que ocurran movimientos catastróficos es evidente.

Si el suelo, o roca, de una pendiente no experimenta pérdida de resistencia, es posible estimar la magnitud de los movimientos por los cuales pasará la pendiente si es sobreesforzada durante un temblor.

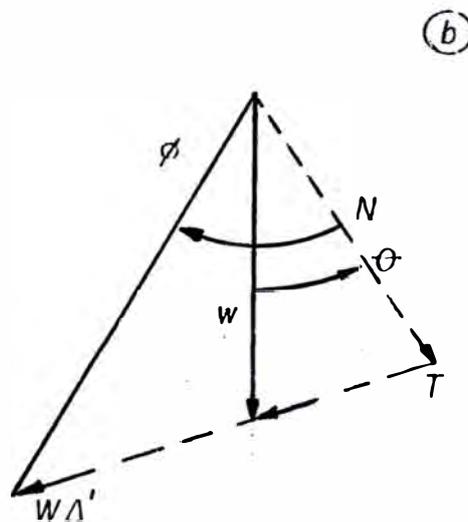
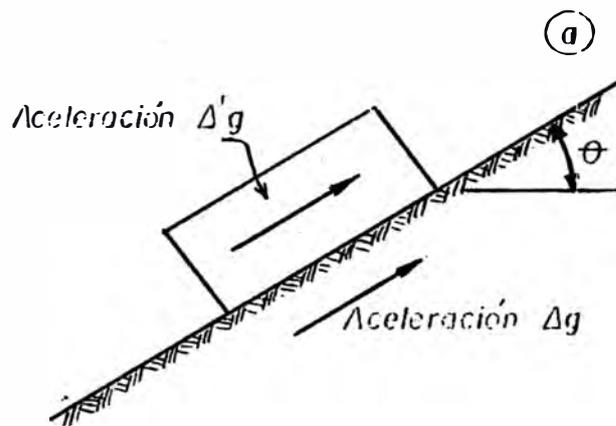
Consideremos un bloque descansando sobre un plano inclinado, Fig.(7-3), si el bloque es acelerado en una dirección paralela a la pendiente, la fuerza cortante entre el bloque y la pendiente debe ser diferente a la fuerza cortante requerida para el equilibrio estático (T). Desde que la fuerza cortante está limitada (no puede exceder a $N \tan \theta$, donde N es la fuerza normal y θ el ángulo de fricción), la aceleración del bloque es limitada:

Máxima aceleración hacia arriba de la pendiente:

$$\frac{W}{g} A' = W \cos \theta \tan \phi - W \sin \theta$$

o

$$A' = \cos \theta \tan \phi - \sin \theta$$



(a) Diagrama del cuerpo libre

(b) Sistema de fuerzas

Máxima aceleración hacia abajo de la pendiente:

$$A = \text{Cos} \theta \tan \phi + \text{Sen} \theta$$

Si:

- a. $A < A'$ el bloque y la pendiente se moverán juntos sin deslizamiento relativos.
- b. $A > A'$ se desarrollará el desplazamiento relativo.

Durante la aceleración hacia abajo el bloque y la pendiente son capaces de moverse juntos, ya que $A' > A$, en este caso, el movimiento total hacia abajo como un resultado del movimiento del temblor con una serie de pulsaciones de aceleración, es obtenido por la suma de los movimientos durante las pulsaciones individuales. Este método puede ser aplicado a condiciones de falla en pendientes, incluyendo fallas de tipo rotacional. Siendo aplicable la teoría cuando los movimientos son pequeños.

7.2.3 IMPLICANCIA PRACTICA DE LOS TEMBLORES EN EL ANALISIS DE ESTABILIDAD DE PENDIENTES

7.2.3.1 PENDIENTES EN ARENA Y ARCILLA ESTRATIFICADA

Estos materiales representan un importante pero frustrante problema. Arenas, limos y arcillas de origen geológico relativamente recientes y depósitos con inter-estratificaciones de este tipo de suelos son muy comunes en

Las áreas mineras, por esta razón se han desarrollado con considerables investigaciones probando el comportamiento de estos suelos en las pendientes.

Los resultados históricos indican que las pendientes en este tipo de suelos fallan cuando la intensidad en la escala de Mercalli es de grado VII. Con temblores de esta intensidad, pero de corta duración las fallas son poco frecuentes, y la máxima aceleración debe aumentar $0.2 g'$ o $0.3 g'$ para causar fallas. Por otro lado pueden ocurrir fallas masivas si la intensidad es VII pero de larga duración. Si la duración es muy larga un pico en la aceleración de solo $0.1 g'$ puede causar falla.

7.2.3.2 PENDIENTES EN ROCA

La investigación de este tipo de problemas en rocas es muy pobre se puede afirmar que si la intensidad del temblor llega a VII en la escala de Mercalli la caída de rocas es evidente, siendo mayor a medida que aumenta la intensidad, indudablemente que esto ocurre cuando el factor estático de seguridad es igual a uno.

En consecuencia, la habilidad para predecir la falla durante un temblor no puede ser mejor que la habilidad para determinar el factor estático de seguridad. Si las consecuencias de las fallas son serias, si el equilibrio bajo condiciones estáticas es precario y si la intensidad de los sismos de grado VII son frecuentes, entonces se puede decir que el problema de sismicidad es serio.

7.2.4 TRATAMIENTO DE TEMBLORES

En forma breve podemos indicar las siguientes consideraciones para el tratamiento de temblores:

- a. El trato a los sismos puede efectuarse aproximadamente por los siguientes pasos:
 - Determinar la intensidad de los movimientos con una base probabilística.
 - Evaluar la probabilidad de falla para diferentes niveles de movimiento.
 - Analizar los costos potenciales futuros asociados con los posibles sismos.
 - Averiguar los costos de las acciones preventivas para prevenir posibles costos futuros.
- b. El primer paso es el más difícil. Se puede efectuar un estimado rápido para el análisis preliminar. Sólo se justifica un análisis más elaborado en aquellos casos en que los costos potenciales futuros y los costos de la acción preventiva sean muy altos.
- c. Excepto en casos donde el tipo de licuefacción haga perder la resistencia al material de la pendiente durante los sismos puede ocurrir la falla, cuando el factor estático de seguridad es bajo. Si el factor estático de seguridad puede ser determinado, entonces se puede hacer una evaluación racional de la probabilidad de falla por efecto del sismo.

C A P I T U L O O C H O

INFLUENCIA DEL AGUA SUBTERRANEA EN LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES

8.1 FORMAS DE PRESENTACION DEL AGUA

8.2 FLUIDO DE AGUA SUBTERRANEA EN MASAS DE ROCA

8.3 DEFINICION DE PERMEABILIDAD

8.4 PERMEABILIDAD DE ROCAS CON DISCONTINUIDADES

8.1 FORMAS DE PRESENTACION DEL AGUA

La presencia de agua subterránea en la masa de roca que conforma la pendiente puede afectar su estabilidad en las formas siguientes:

- a. *Presión de agua:* Reduce la estabilidad de la pendiente, reduciendo la resistencia cortante de la superficie potencial de falla.
- b. *Contenido de humedad:* Aumenta el peso de la roca. Los cambios de humedad en algunas rocas pueden acelerar el intemperismo y afectar la estabilidad.
- c. *El congelamiento del agua subterránea:* Puede causar rotura en las fisuras de la roca rellenas de agua por el cambio de volumen y afectar la estabilidad.
- d. *La erosión:* Puede afectar la velocidad de flujo del agua subterránea y afectar la estabilidad.
- e. *La licuefacción:* Puede afectar la estabilidad cuando las fuerzas de levantamiento producidas exceden el peso del material del empacado.

El efecto más importante es el de la presión de agua que se encuentra entre las discontinuidades.

8.2 FLUIDO DE AGUA SUBTERRANEA EN MASAS DE ROCA

Hay dos formas de obtener información de la distribución de la presión de agua dentro de una masa de roca, por:

- a. Deducción de toda la red del fluido de agua subterránea por la consideración de permeabilidad de la masa de roca y fuentes de agua subterránea.
- b. Medida directa de los niveles de agua mediante piezómetros.

8.3 DEFINICION DE PERMEABILIDAD

Consideremos el gráfico de la Fig.(8-1) donde se considera la sección transversal de un cilindro de área A y longitud l , siendo el flujo Q , de acuerdo a la Ley de Darcy el coeficiente de permeabilidad está definido por:

$$k = \frac{Ql}{A(h_1 - h_2)} = \frac{vl}{(h_1 - h_2)} \quad (8-1)$$

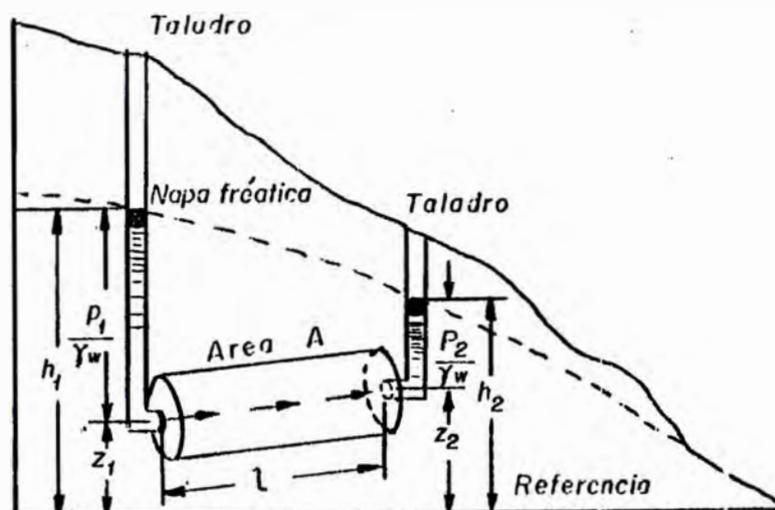
donde:

v = Velocidad de descarga
y la altura total h , expresada en términos de la presión p y la altura z , será:

$$h = \frac{p}{\gamma_w} + z \quad (8-2)$$

8.4 PERMEABILIDAD DE ROCAS CON DISCONTINUIDADES

La Tab.(8-1) muestra que la permeabilidad de las rocas intactas es muy baja, mientras que en las rocas con



Definición de permeabilidad en términos de la Ley de Darcy :

$$Q = KA \cdot \frac{(h_1 - h_2)}{l}$$

Donde :

Q - Cantidad de agua que fluye a través de la muestra por unidad de tiempo.

K - Coeficiente de permeabilidad.

A - Área de la sección transversal de la muestra

$(h_1 - h_2)$ - Diferencia relativa de elevación de la napa y la muestra.

l - Longitud de la muestra.

COEFICIENTE DE PERMEABILIDAD PARA ROCAS Y SUELOS TÍPICOS				
	K-cm/sec	ROCA INTACTA	ROCA FRACTURADA	SUELOS
FLUJO ALTO DRENAJE LIBRE	10			
	1.0		Roca con diaclasas abiertas	Arena limpia, mezclas de arena limpia y grava
	0.1		Roca fuertemente fracturada	Grava limpia
FLUJO LENTO DRENAJE POBRE	10			
	10 ⁻¹		Roca con diaclasas	
	10 ⁻²			Arenas muy finas, limos orgánicos e inorgánicos, mezclas de arena y arcilla, depósitos de arcilla estratificada.
PRACTICAMENTE IMPERMEABLE	10 ⁻³			
	10 ⁻⁴		Diaclasas rellenas con arcilla	
	10 ⁻⁵			
		Caliza		
		Arenisca		
		Granito		
		Dolomita		
		Pizarra		Arcilla homogénea bajo zona de intemperismo

discontinuidades la permeabilidad puede ser muy alta por que las mismas actúan como canales de drenaje.

Para simplificar supongamos un arreglo paralelo de fracturas planas donde la permeabilidad paralela a este arreglo estará dado por:

$$K = \frac{g e^3}{12 \nu b} \quad (8-3)$$

donde:

- g = Aceleración de la gravedad (981 cm/seg).
- e = Abertura de las discontinuidades.
- b = Espaciado entre fracturas.
- ν = Coeficiente de viscosidad cinemática (0.0101 cm /seg para el agua pura a 20°C).

Esta expresión se aplica solamente a un fluido laminar a través de fisuras paralelas y de un error significativo, si el fluido es turbulento; si las fisuras son rugosas ó están rellenas, entonces se usa el coeficiente de permeabilidad más bajo, que está dado por:

$$K = \frac{e}{b} \cdot K_f + K_r \quad (8-4)$$

donde:

- K_f = Coeficiente de permeabilidad del material de relleno.
- K_r = Coeficiente de permeabilidad de la roca in-

tacta.

Para completar la formulación del problema de encontrar la distribución de la presión es necesario considerar la conservación de masa que, junto con las condiciones de estado estacionario significa que no hay flujo neto dentro ó fuera de un elemento de medio poroso. Consideremos el elemento mostrado en la Fig.(8-2), que por simplicidad está sujeto a flujo en solo dos direcciones. El flujo neto en la dirección x está dado por:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

y en la dirección y por:

$$\frac{\partial v_y}{\partial y} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

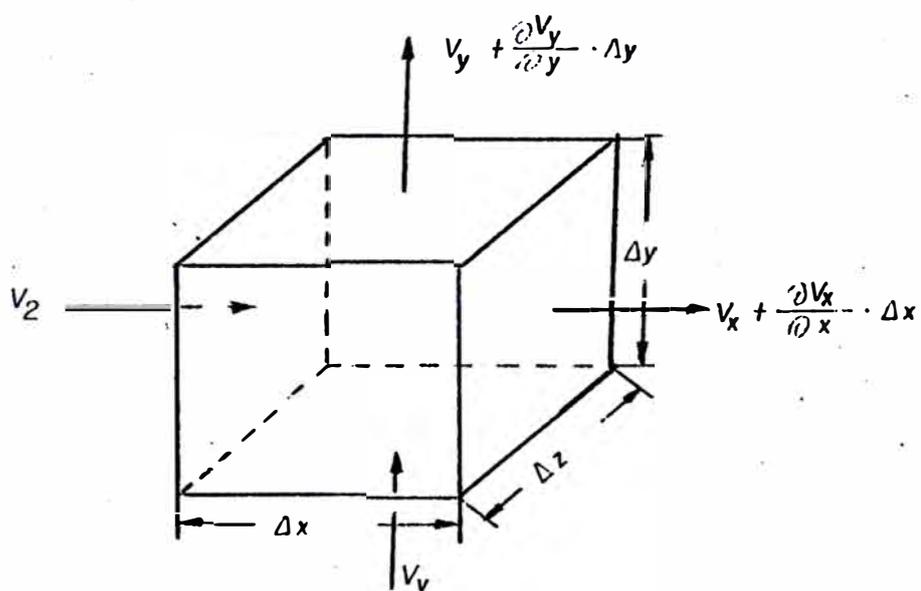
De la condición de continuidad:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad (8-5)$$

Si el medio es isotrópico, la Ley de Darcy toma la siguiente forma:

$$v_x = -k \frac{dh}{dx} \quad ; \quad v_y = -k \frac{dh}{dy} \quad (8-6)$$

y de las ecuaciones (8-5) y (8-6):



$$\frac{\delta^2 h}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 h}{\delta y^2} = 0 \quad (8-7)$$

Esta ecuación es conocida como ecuación de Laplace que gobierna la distribución de agua en un medio isótropo.

Si el medio es anisótropo:

$$V_x = k_x \frac{dh}{dx} \quad V_y = -k_y dh \quad (8-8)$$

y la ecuación (8-5) se convierte en:

$$k_x \frac{\delta^2 h}{\delta x^2} - k_y \frac{\delta^2 h}{\delta y^2} = 0 \quad (8-9)$$

De las ecuaciones (8-7) y (8-9) se pueden inferir las ecuaciones para las tres dimensiones:

En conclusión, se puede decir que la presión de agua reduce el esfuerzo normal efectivo y por consiguiente la resistencia al corte cae. Drenando una masa de roca se reducirá la presión de agua y se incrementará la resistencia cortante. Luego todo análisis racional de estabilidad, donde se note la presencia de agua (esto debe comprobarse exhaustivamente, porque muchas veces el aspecto superficial seco puede inducir a error) por su efecto adicional negativo, requiere de una evaluación de las características, tanto de la permeabilidad del medio, como del origen de las aguas, así como también determinar el nivel y flujo de la mapa freática, mediante la instalación de

piezómetros.

EFFECTOS DEL AGUA SOBRE LA ESTABILIDAD

La distribución de esfuerzos inducidos en el maciso rocoso, por la acción de las fuerzas activas es afectada negativamente por las presiones de agua y las fuerzas de filtración en una proporción aproximada, que partiendo de la idealización de las fuerzas motrices que actúan sobre un bloque tetraédrico que se desliza por haber fallado, da los siguientes porcentajes: 13% por la disminución de la presión normal sobre los planos de deslizamiento por efecto del agua y 15% por las fuerzas debidas a la presión de agua sobre las fisuras de tracción.

El agua tiene entonces un fuerte efecto negativo sobre la estabilidad de las pendientes:

1. Aumentando el porcentaje de humedad de la roca y por lo tanto disminuyendo su resistencia mecánica.
2. Aumentando la meteorización de la roca.
3. Lavando el relleno de las juntas de la roca.
4. Disminuyendo el esfuerzo normal a través de las juntas y creando una presión intersticial de agua en la roca y por consiguiente disminuyendo la resistencia a la fricción.
5. Produciendo empuje hacia la cara libre cuando la permeabilidad hacia ella es baja o nula, produciendo una

fuerza hidrodinámica o hidrostática.

Por lo tanto es muy importante determinar la presencia de las aguas subterráneas, la cual se puede hacer mediante las mediciones de:

1. Las filtraciones a través de las caras de la mina.
2. La columna de agua a través de sondajes.
3. La presión de agua dentro de un sistema de juntas.

Para esto es importante también conocer complementariamente la fuente de agua (origen), las rutas y cantidad de agua que ingresa a la mina: todas las aguas empiezan en las lluvias y el resto proviene de los acuíferos, la na pa freática define el nivel del agua del acuífero, su altura depende de la permeabilidad de la roca, de los canales de drenaje, de la cantidad de agua que entra al acuífero y otros factores. En cuanto a las rutas el agua pue de ingresar a la mina de la superficie o subterráneamente, lo mejor para obtener esta información es recurrir al hi drólogo y a los datos y records meteorológicos. Lo más difícil es determinar la cantidad de agua subterránea, como primera aproximación se trata de medir la evaporación y la cantidad de precipitaciones, sustrayéndola de la cantidad total de agua, si la variación es de unos cuantos pies en tonces se tiene un problema serio que es necesario analí zar durante varios ciclos estacionales completos.

La permeabilidad puede estimarse usando sondajes, po zos o galerías; todas las mediciones se basan en el prin cipio de variar las condiciones de presión dentro de una

zona del maciso rocoso y medir los resultados del fluído. La determinación de estas pruebas depende de la comparación de los costos con la aproximación de los resultados obtenidos. Si no se pueden efectuar las pruebas los estimados se basan en la información existente para distintos tipos de roca.

La presión de agua puede medirse con un piezómetro en un sondaje, o puede recurrirse a records metereológicos y por último al sentido común.

Con los datos de presión y permeabilidad se calcula el fluído de agua subterránea para determinar las condiciones de control que puede ser un drenaje para cambiar las condiciones del fluído y mejorar la estabilidad. De cualquier manera el cálculo analítico y los efectos de los cambios es dificultoso, requiere utilizar el método de elementos finitos y computadoras para su proceso, por lo que es conveniente recurrir a un especialista.

Como regla general, entonces, para atacar los efectos negativos del agua sobre la estabilidad de pendientes es indispensable un estudio hidrogeológico que permita llegar a conocer la magnitud del problema para prevenir sus efectos y tomar a tiempo las medidas necesarias.

C A P I T U L O N U E V E

TIPOS Y MECANISMOS DE FALLA EN PENDIENTES

9.1 CLASIFICACION GENERAL

9.2 CLASIFICACION POR LA MECANICA DE DESLIZAMIENTO (FALLA)

9.2.1 CLASIFICACION PRELIMINAR

9.2.2 DESPRENDIMIENTO DE ROCAS

9.2.3 FALLA POR CORTE PLANO

9.2.4 FALLA POR CORTE ROTACIONAL

9.2.5 FALLA POR FLUJO DE BLOQUES

9.3 CLASIFICACION POR LA ORIENTACION DE LAS CARACTERISTICAS GEOLOGICAS EN RELACION A LAS

CARAS DE LA MINA

9.3.1 POR SU INCLINACION O BUZAMIENTO EN RELACION A LAS CARAS DE LA MINA

9.3.2 POR SU RUMBO EN RELACION A LAS CARAS DE LA MINA

9.3.3 POR SU INCLINACION Y RUMBO EN RELACION A LAS CARAS DE LA MINA

9.4 FORMAS COMPUESTAS

9.4.1 FALLA EN DOS BLOQUES

9.4.2 FALLA EN MAS DE DOS BLOQUES

9.5 CLASIFICACION POR EL TAMAÑO DEL CUERPO DE FALLA EN RELACION A LA MINA

9.5.1 FALLAS EN PEQUEÑA ESCALA

9.5.2 FALLAS EN MEDIANA ESCALA

9.5.3 FALLAS EN GRAN ESCALA

9.1 CLASIFICACION GENERAL

Los tipos y mecanismos de falla de las pendientes de la minería a cielo abierto, atendiendo a las características predominantes se pueden clasificar ó agrupar de varias formas, entre ellas las principales son:

- a. Por la mecánica de deslizamiento (por el tipo de falla)
- b. Por la orientación de las características geológicas en relación a las caras de la mina.
- c. Por el tamaño del cuerpo de falla en relación a la mina.

Teniendo cada una de ellas efectos apreciables en mayor ó menor escala en las operaciones y el diseño de la mina.

9.2 CLASIFICACION POR LA MECANICA DE DESLIZAMIENTO (FALLA)

9.2.1 CLASIFICACION PRELIMINAR

Los tipos de falla de pendientes se pueden clasificar ó agrupar de diferentes maneras: según la característica peculiar de referencia; considerando a la mecánica de deslizamiento, como esta característica, se tienen los siguientes tipos:

- a. Caída ó desprendimiento general o local de rocas.

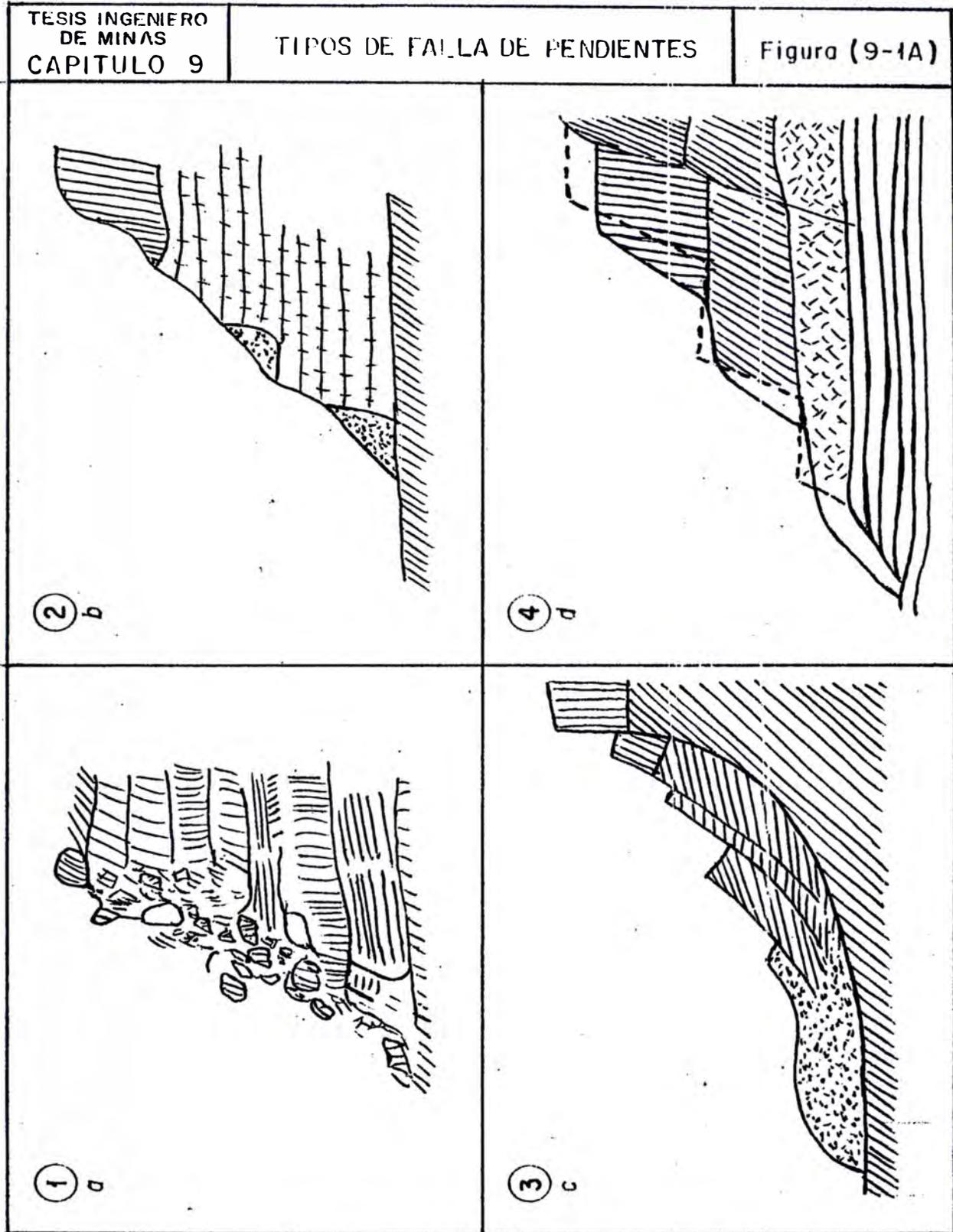
- b. Acumulación de pequeños escombros.
- c. Caída de rocas con trituración y volteo.
- d. Movimiento de las superficies de contacto.
- e. Deslizamiento de bloques de roca con rotura de estratos.
- f. Deslizamiento de pequeños bloques de rocas sin rotura de estratos.
- g. Aluviones.
- h. Hundimiento debido a la caída en trabajos subterráneos y cavidades.
- i. Hundimiento debido a la subsidencia.

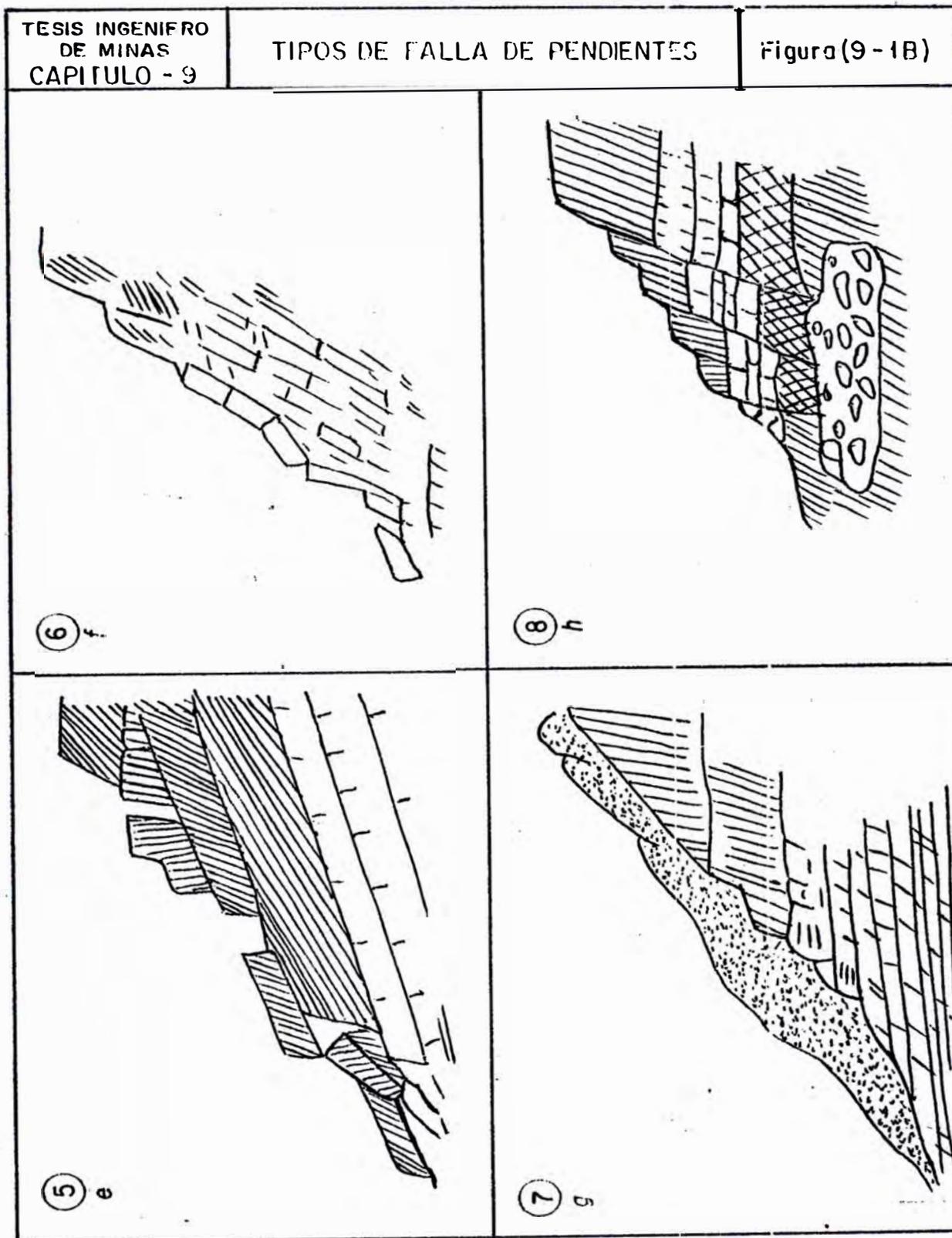
Las formas de estos tipos de falla se muestran en el gráfico de la Fig.(9-1) y sus características, velocidad y condiciones de fallamiento en la Tabla (9-1).

Que a su vez se pueden agrupar de una forma más general en los siguientes tipos:

9.2.2 DESPRENDIMIENTO DE ROCAS

Es el material suelto que cae al pie de la pendiente, cuando el ángulo de la pendiente es mayor que el ángulo de reposo del bloque. La causa puede ser considerada co-

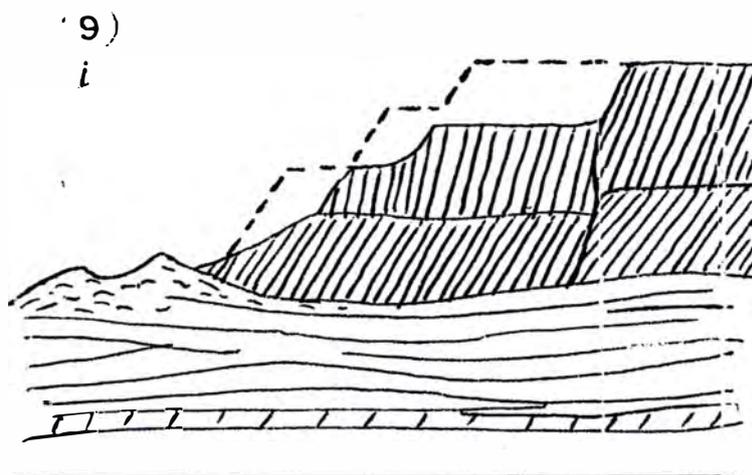




TESIS INGENIERO
DE MINAS
CAPITULO - 9

TIPOS DE FALLA DE PENDIENTES

Figura (9-1C)

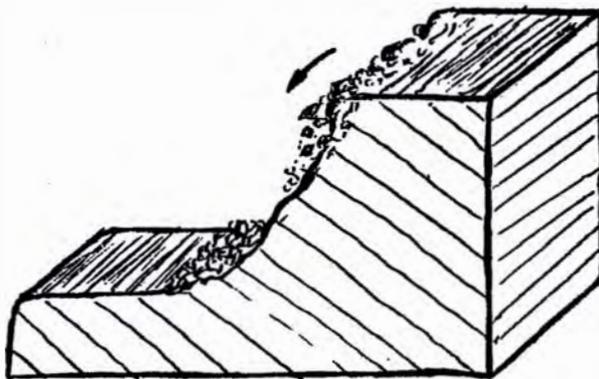


TESIS INGENIERO DE MINAS CAPITULO 9	CARACTERISTICAS Y CONDICIONES DE TIPOS DE FALLA		TABLA (9-1)
TIPO DE FALLA	CARACTERISTICA DE DEFORMACION	VELOCIDAD DE DEFORMACION	CONDICIONES CARACTERISTICAS
1. CAIDA DE ROCAS GENERAL Y LOCAL	Separación, segmentos inestables de gran tamaño.	Súbita (catastrófica).	Excesiva pendiente de la estructura de roca. Bermas de seguridad muy estrechas.
2. ACUMULACION DE PEQUEROS ESCOMBROS	Deslizamiento de pequeños fragmentos, generalmente dentro de los límites de separación de un banco.	Desde muy lenta a catastrófica.	El ángulo de la pendiente excede al ángulo de reposo en roca intemperizada, síntes, arenas y conglomerados.
3. CAIDA DE ROCA CON TRITURACION	Movimiento de masa a lo largo de una superficie curvilínea.	Alcanza valores muy altos.	Excesiva superficie separada de falla principalmente en estratos homogéneos sueltos.
4. MOVIMIENTO DE LAS SUPERFICIES DE CONTACTO	Predominantemente horizontal de la masa en movimiento, parcial o completamente toma el lugar de las zonas de debilidad.	Muy baja.	Principalmente en estratos sueltos sufriendo fuertes pérdidas de la resistencia al corte con las superficies en contacto de arcillas.
5. DESLIZAMIENTO DE BLOQUES DE ROCA CON ROTURA DE ESTRATOS.	Deslizamiento de masas cortadas en el lugar de las caras.	Alcanza relativamente valores altos.	Rotura de slates y rocas estratificadas o bloques libres.
6. DESLIZAMIENTO DE PEQUEÑOS BLOQUES DE ROCA SIN ROTURA DE ESTRATOS	Deslizamiento a lo largo de los estratos, pandeo de lechos.	Alcanza relativamente valores altos.	Excesiva altura de las paredes sin suficiente longitud de las bermas, material estratificado (arcillas, talco, clorita, etc.).
7. ALUVION	Deslizamiento del material que yace sobre el lecho de roca.	Relativamente bajo valor.	El material que está sobre el lecho de roca cae en la dirección del pit.
8. HUNDIMIENTO DEBIDO A LA CAIDA EN TRABAJOS SUBTERRANEOS Y CAVIDADES	Súbita caída con movimiento oblicuo.	Catastrófico.	Presencia de viejos trabajos subterráneos o cavidades bajo o cerca del pit.
9. HUNDIMIENTO DEBIDO A LA SUBSIDENCIA	Hundimiento gradual con movimiento oblicuo.	Alcanza valores muy altos.	Presencia de estratos subyacentes débiles.

TESIS INGENIERO
DE MINAS
CAPITULO - 9

FALLA POR DEPRENDIMIENTO DE ROCAS

Figura (9-2)



- Condición:** Cresta sobresaliente
- Fuerzas:** Falla por tensión del comentante entre los bloques.
- Resultado:** Caída de material suelto. La masa en movimiento viaja la mayor parte de la distancia a través del aire.
- Frecuencia y Localización:** Pueden localizarse colapsos menores de bermas, padrones y planchones.
- Prevención:** Acciones comunes de localización y condiciones preventivos.
- Análisis:** Volteo de bloques, equilibrio inestable - Toppling.

mo falla por tensión de la roca ó el cemento entre bloques de la roca, luego para disminuir este tipo de fallas se debe preservar la resistencia a la tensión de la roca.

La falla por tensión puede deberse a:

- La deteorización de las superficies de roca por acción del agua o del intemperismo en las discontinuidades del material.
- Congelación y deshielo del agua de modo que produzca contracción, expansión y contracción de los materiales en exposición.
- Los disparos de los bancos, posiblemente sean los más importantes.

En casos especiales y necesarios para prevenir la caída de rocas se puede emplear:

- El drenaje de la cresta de la pendiente.
- Cables y pernos de roca.
- Grouting.

para reforzar la estabilidad.

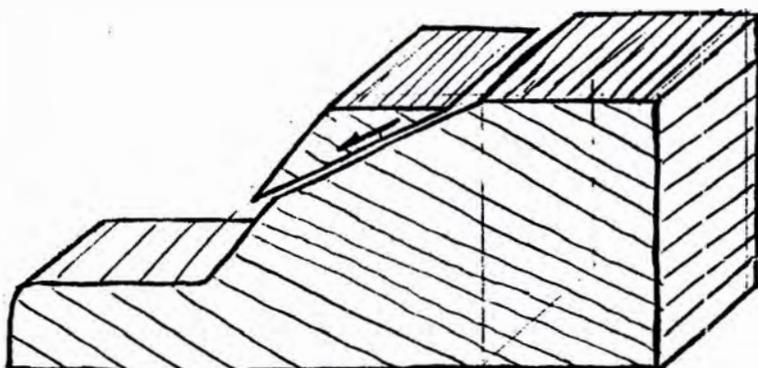
9.2.3 FALLA POR CORTE PLANO .

Se produce cuando existe dentro de la pendiente, una superficie geológica de debilidad, con una orientación

TESIS INGENIERO
DE MINAS
CAPITULO - 9

FALLA POR CORTE PLANO

Figura (9-3)



Condición : Planos geológicos de discontinuidad, Inestabilidad del ángulo de reposo.

Fuerzas : Los esfuerzos cortantes exceden a la resistencia cortante a lo largo del plano de debilidad.

Resultado : Segmentos de la pendiente se mueven a lo largo de la superficie plana de falla -- Deslizamiento de rocas.

Frecuencia y Localización : Deslizamiento normal de las bermas por el completo colapso de las caras causadas por el diseño de pendientes muy empinadas, sobre excavaciones, por acciones del tiempo.

Prevención : Diseño, control y planeamiento a largo plazo.

Análisis : Por el método de plano de falla.

tal que provee un camino preferencial de falla.

La causa de esta falla se debe a la insuficiente resistencia al corte del plano de debilidad como consecuencia de la geometría del talud.

En este caso, si se cuenta con la suficiente información de las características y propiedades de los materiales, el análisis de estabilidad es fácil de efectuar, sin embargo, la dificultad estriba en identificar todas las características geológicas que producen planos de debilidad y la relación que existe entre ellos, así como también la máxima presión de agua de poros.

9.2.4 FALLA POR CORTE ROTACIONAL

Se produce por movimiento rotacional de un segmento de talud casi no disturbado a lo largo de una superficie más ó menos circular.

La causa es la insuficiencia instantánea de la resistencia al corte para la geometría del talud.

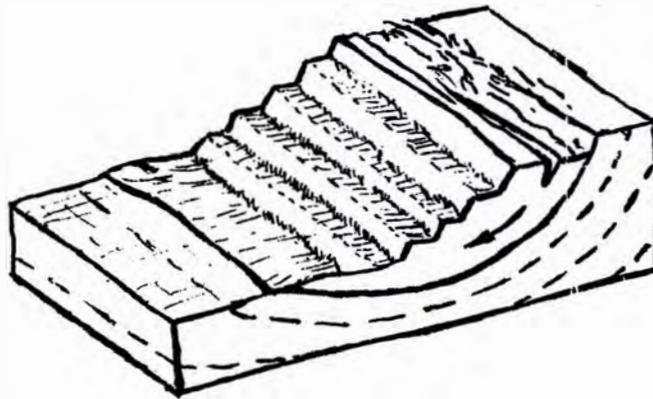
En este caso el material que conforma la pendiente es más ó menos uniforme, no contiene bloques, no presenta discontinuidades de debilidad, típicamente este material es un suelo ya sea cohesivo, granular ó ligeramente consolidado, ó una roca continua similar en propiedades físicas a los suelos cohesivos.

El análisis de estabilidad para este tipo de fallas es relativamente fácil de efectuar.

TESIS INGENIERO
DE MINAS
CAPITULO- 9

FALLA POR CORTE ROTACIONAL

Figura (9-4)



- Condición** : Inestabilidad en pendientes de material generalmente descompuesto.
- Fuerzas** : Los esfuerzos cortantes exceden a la resistencia cortante
- Resultado** : Falla por rotación de la masa con una forma mas o menos de arco circular.
- Frecuencia y Localización** : Depende mucho de las condiciones de humedad, compromete generalmente toda la pendiente de la mina.
- Prevención** : Examen del comportamiento del material con su estado y el contenido de humedad.
- Análisis** : Por el método del arco circular de falla.

Las fallas pueden ocurrir ya sea por incremento de los esfuerzos cortantes ó decremento de la resistencia cortante del material. Los esfuerzos cortantes pueden incrementarse por:

- a. Remoción de la roca del pie de la pendiente.
- b. Por acción de la presión de las filtraciones de agua actuando paralelamente a la pendiente.
- c. Por la acción hidrostática que actúa en las fracturas de tensión.

La resistencia cortante puede decrecer por:

- a. Descomposición del material de la pendiente por acción del intemperismo.
- b. Expansión de los materiales después de remover el material suprayacente.
- c. Acción de los efectos de vibración.

Las fallas por corte rotacional en materiales granulares pueden ser drásticas cuando la pendiente está saturada con agua subterránea, ésto puede producir una brecha fragmentada donde la matriz ha sufrido filtraciones sustanciales, y también puede presentarse en pendientes de arena y grava.

9.2.5 FALLA POR FLUJO DE BLOQUES

Para entender la naturaleza de este tipo de fallas es necesario distinguir claramente la diferencia entre rocas y rocas descompuestas ó suelos, en lo que se refiere a resistencia, cohesión y continuidad.

Las rocas pueden presentar características estructurales que las dividen en sistemas de bloques que pueden ó no estar cementados, siendo la resistencia de este cemento normalmente menor que la de las rocas mismas. Consecuentemente entonces, la falla puede ocurrir cuando una masa típica de roca sin características estructurales complicadas es sometida a esfuerzos cortantes suficientes para romper la resistencia del cementante ó triturar los bloques.

Como el fluido es caracterizado por deformaciones internas, el término *flujo de bloques* se explica porque al producirse la falla en el seno del material, tiene lugar un gran flujo de bloques y material pulverizado que se mueve rápidamente a la parte inferior de la pendiente ó se acomoda en la posición más estable de la misma.

En este tipo de fallas es probable que en los puntos de concentración de las tensiones se destruya la cohesión y se pierda, se transfiere entonces, un incremento de carga a la roca contigua cuya resistencia a su vez es superada, continuando esta acción progresivamente hasta producir un derrumbamiento general de la masa rocosa.

Este tipo de fallas no da lugar al movimiento de un sector delimitado de la pendiente, sino que más bien se

TESIS INGENIERO DE MINAS CAPITULO 9	TIPO DE FALLA POR FLUJO DE BLOQUES	Figura (9-5)
<p> <i>Buzamiento del bedding</i> <i>Cresta</i> <i>Buzamiento original de la pendiente</i> <i>Superficie original</i> <i>Escarpa principal</i> <i>Flanco derecho</i> <i>Fracturas transversales</i> <i>Escarpa menor</i> <i>Línea de toe original</i> <i>Buzamiento total posterior a la falla</i> <i>Superficie de rotura</i> <i>Toe después de la falla</i> </p>		
<p> Condición : Deformaciones internas por flujo de rocas descompuestas o suelos. </p> <p> Fuerzas : Esfuerzos cortantes exceden la resistencia cortante del cementante o trituran los bloques de roca. </p> <p> Resultado : Flujo interno de bloques de roca y material pulverizado. </p> <p> Frecuencia y Localización : Abarca grandes extensiones de la pendiente de la mina depende de la humedad, agua de poros y filtraciones. </p> <p> Prevención: Medida de la humedad y drenaje. </p> <p> Análisis : Superficie circular o variable y mecánica de suelos. </p>		

caracteriza por las deformaciones internas asociadas con la mayor parte de los tipos de flujo. Su forma es imprevisible aunque inicialmente puede ser plana ó circular.

La causa de la falla puede deberse a la combinación de incrementos y decrementos de la resistencia cortante debidos posiblemente a:

Las variaciones bruscas de temperatura que ocasionan congelamientos y fusión del agua en superficies y en las discontinuidades, durante el día y la noche.

Al efecto de temblores.

9.3 CLASIFICACION POR LA ORIENTACION DE LAS CARACTERISTICAS GEOLOGICAS EN RELACION A LAS CARAS DE LA MINA

Según la posición de las estructuras geológicas en relación a la mina se pueden clasificar del siguiente modo:

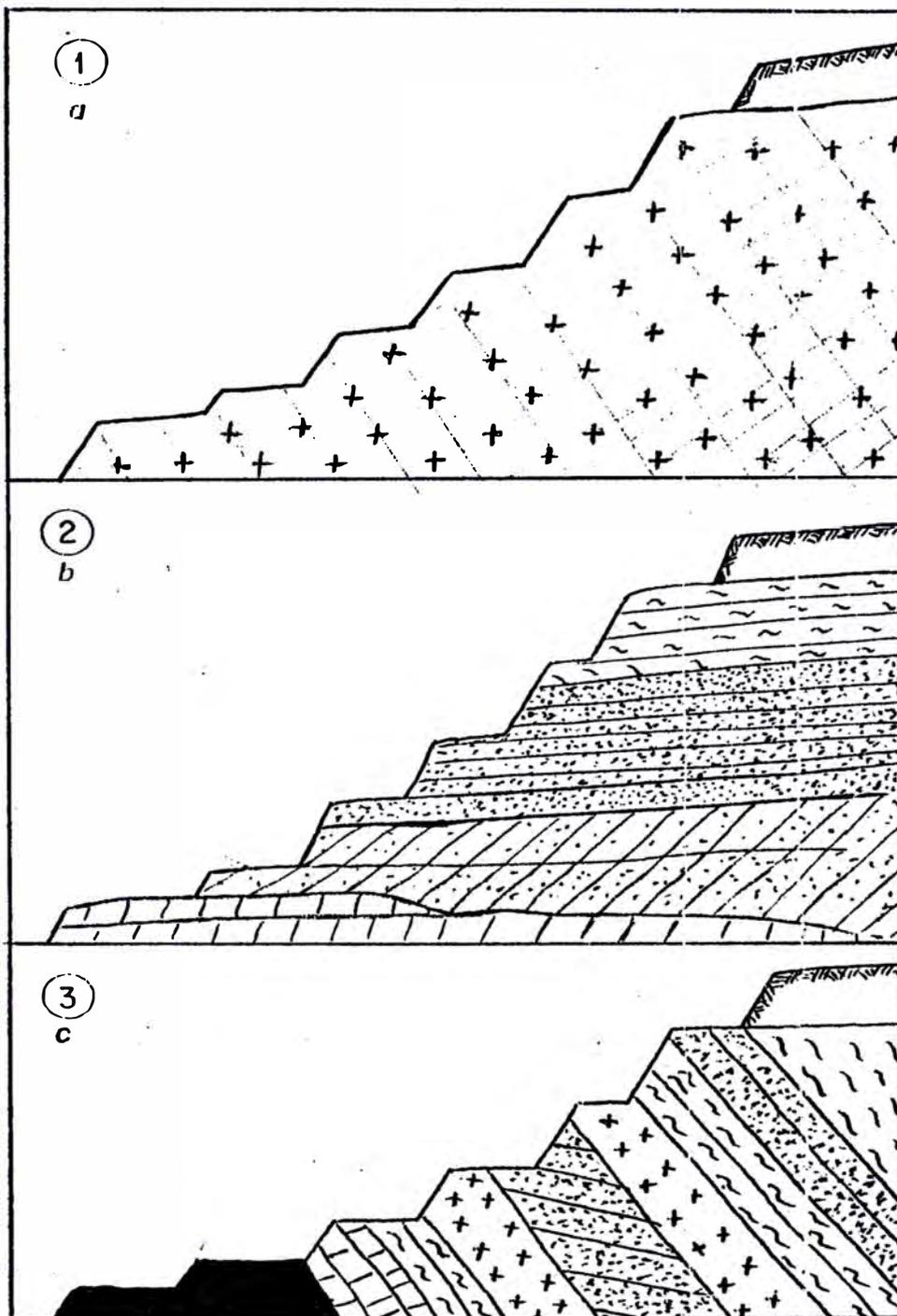
- a. Por su inclinación ó buzamiento en relación a las caras de la mina.
- b. Por su rumbo en relación a las caras de la mina.
- c. Por su inclinación y rumbo en relación a las caras de la mina.

9.3.1 POR SU INCLINACION O BUZAMIENTO EN RELACION A LAS CARAS DE LA MINA

TESIS INGENIERO
DE MINAS
CAPITULO - 9

AGRUPACION POR LA POSICION DE LOS
ESTRATOS EN RELACION A LAS CARAS
DE LA MINA

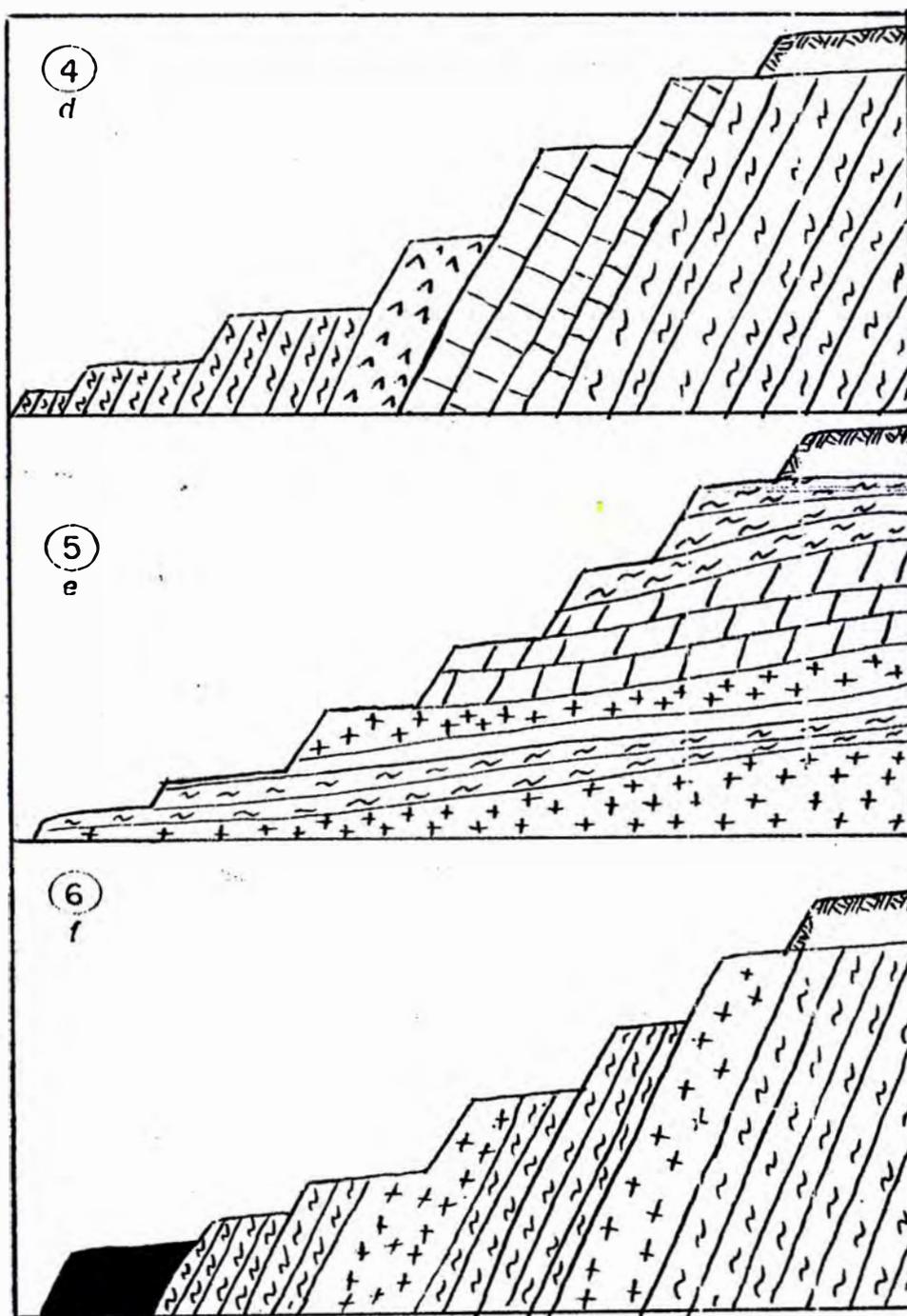
Figura (9-6A)



TESIS INGENIERO
DE MINAS
CAPITULO - 9

AGRUPACION POR LA POSICION DE LOS
ESTRATOS EN RELACION A LAS CARAS
DE LA MINA

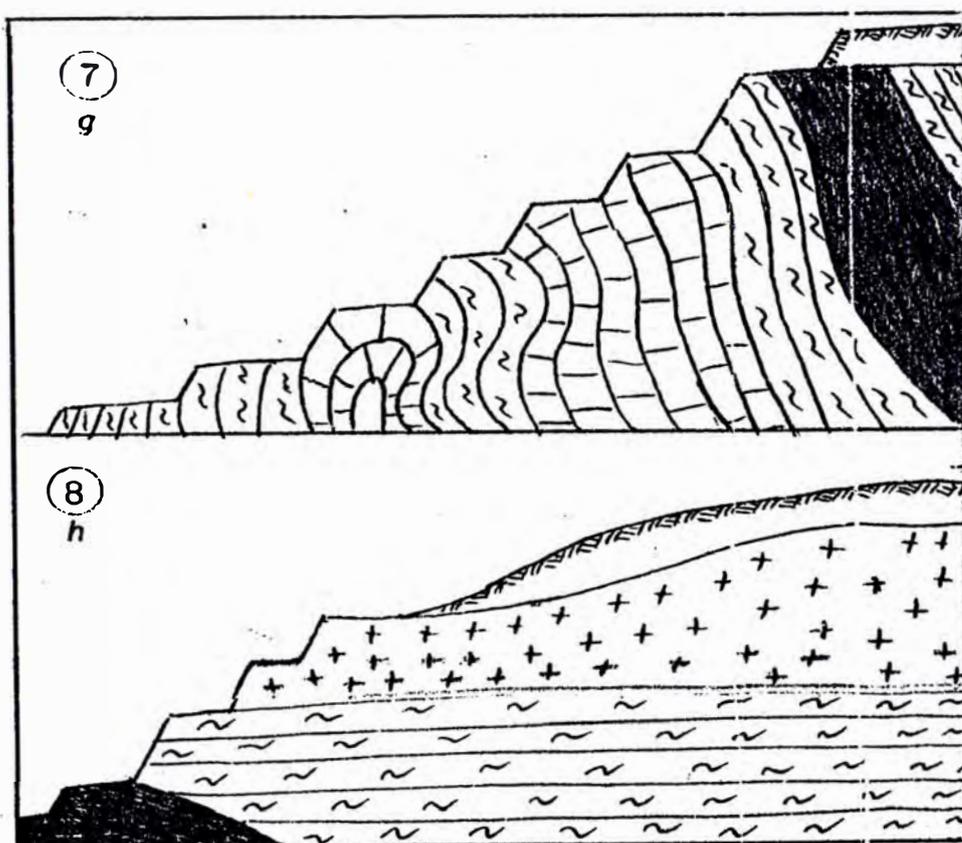
Figura (9-6B)



TESIS INGENIERO
DE MINAS
CAPITULO 9

AGRUPACION POR LA POSICION DE LOS
ESTRATOS EN RELACION A LAS CARAS
DE LA MINA

5
Figura (9-6C)



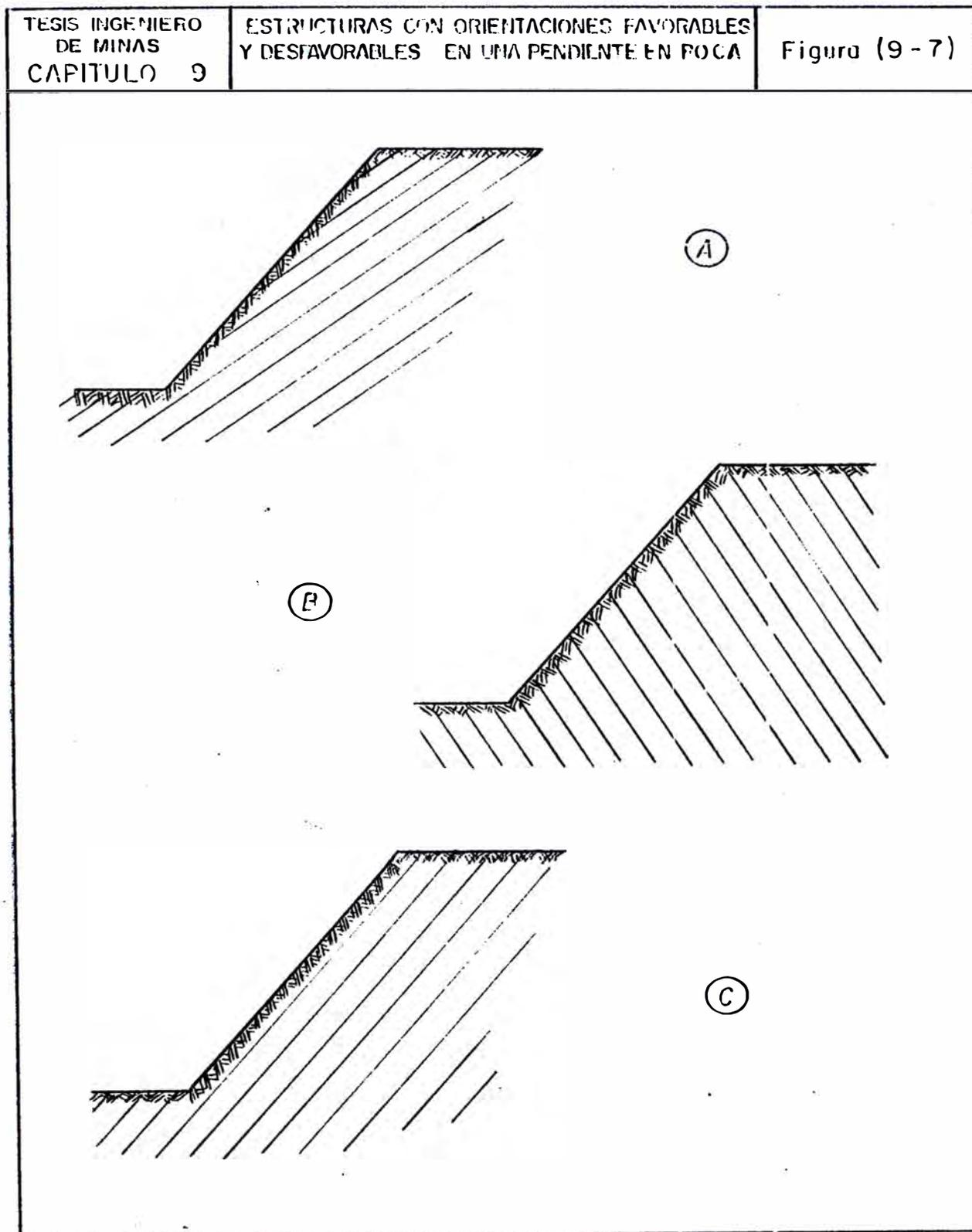
De acuerdo a la posición de los estratos en relación a la cara de la mina, Yu N. Malyushitsky divide las paredes dentro de las siguientes formas estructurales, Fig. (9-6):

- a. Paredes en estratos homogéneos.
- b. Paredes en estratos horizontales.
- c. Paredes en la caja techo del depósito.
- d. Paredes en la caja piso del depósito.
- e. Paredes con cortes del sill
- f. Paredes en estratos de fuerte buzamiento.
- g. Paredes en estratos con pliegues.
- h. Paredes en una pendiente con fuerte encapado.

Que a su vez, en forma más general, se pueden agrupar en tres tipos de orientaciones favorables y desfavorables en una pendiente en roca, como se muestra en la Fig. (9-7).

9.3.2 POR SU RUMBO EN RELACION A LAS CARAS DE LA MINA

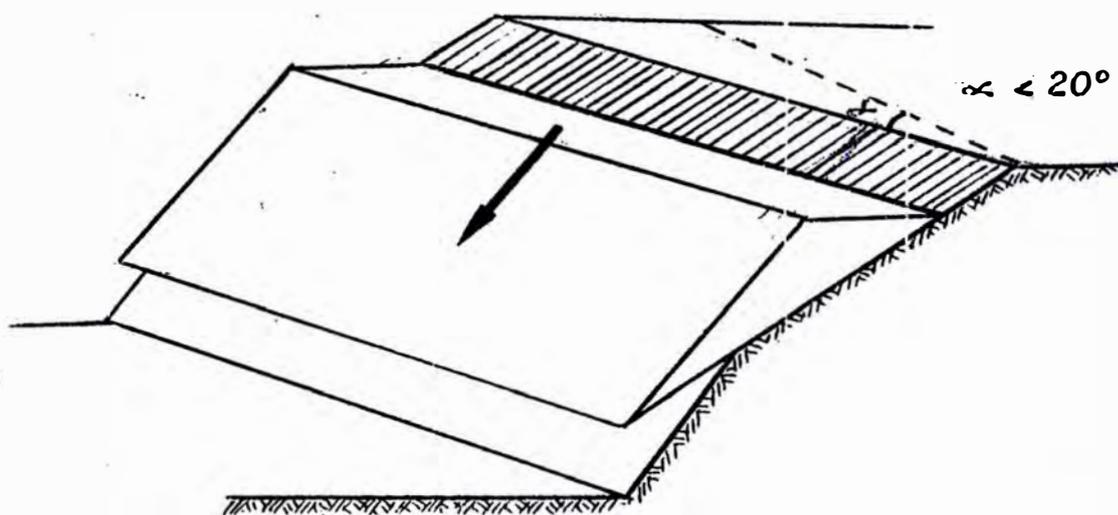
En este caso que rara vez se presenta en pendientes en roca, la discontinuidad geológica no debe diferir en más de 20° en relación a la cara de la mina, Fig.(9-8).



TESIS INGENIERO
DE MINAS
CAPITULO - 9

FALLA PLANA

Figura (9-8)



Tipo de falla por su rumbo en relación a
los coras de la mina.

9.3.3 POR SU INCLINACION Y RUMBO EN RELACION A LAS CARAS DE LA MINA

Con la combinación del rumbo y buzamiento de dos ó más planos se obtienen cuerpos geométricos de falla, siendo las más comunes las *cuñas* cuya posición en relación a las caras de la pendiente es mostrada en la Fig.(9-9) dependiendo de esta posición y de su inclinación, la mayor ó menor posibilidad de falla.

9.4 FORMAS COMPUESTAS

Se producen por la combinación de dos ó más formas geométricas:

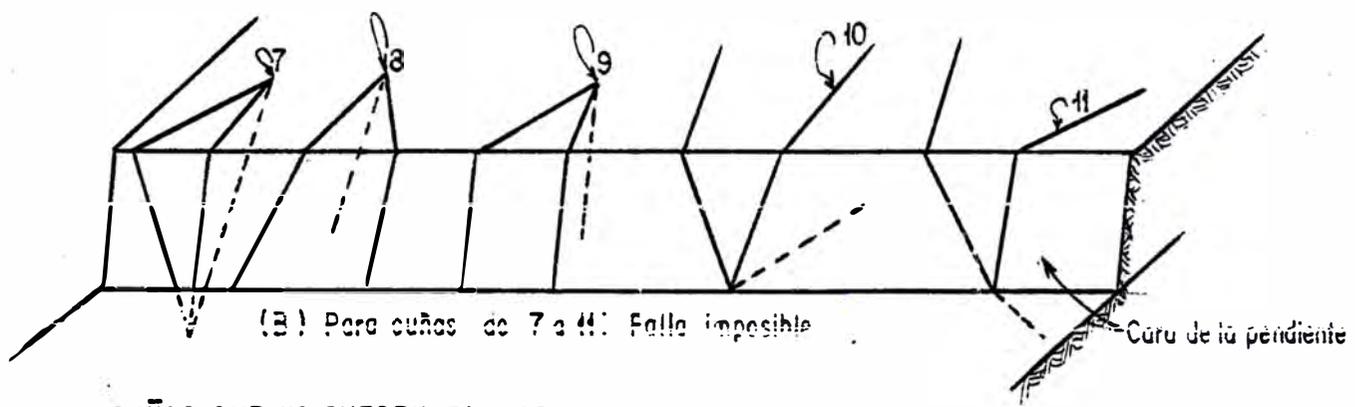
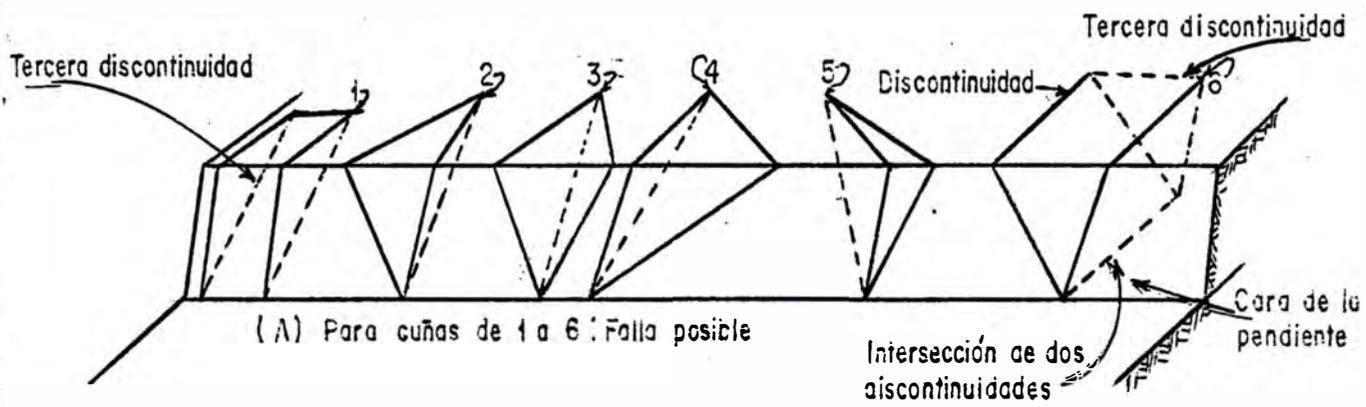
9.4.1 FALLA EN DOS BLOQUES

Ocurre cuando una cuña inestable de roca produce una fuerza activa sobre una segunda cuña que yace por debajo de la primera y que es inestable, resultando la falla de las dos cuñas. Esto ocurre en pendientes con discontinuidades principales con varias orientaciones de cuñas activas y pasivas. La cuña pasiva debe descansar en este caso, sobre un ángulo pequeño de discontinuidad para ser inestable por sí misma, Fig.(9-10).

9.4.2 FALLA EN MAS DE DOS BLOQUES

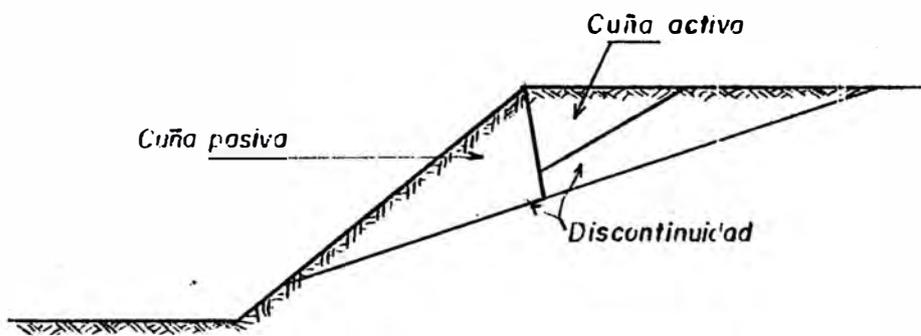
Generalmente se producen por la combinación de estructuras cuyos planos de discontinuidad se cortan de dos

CUÑAS QUE PUEDEN FALLAR SI LA RESISTENCIA ES SOBREPASADA

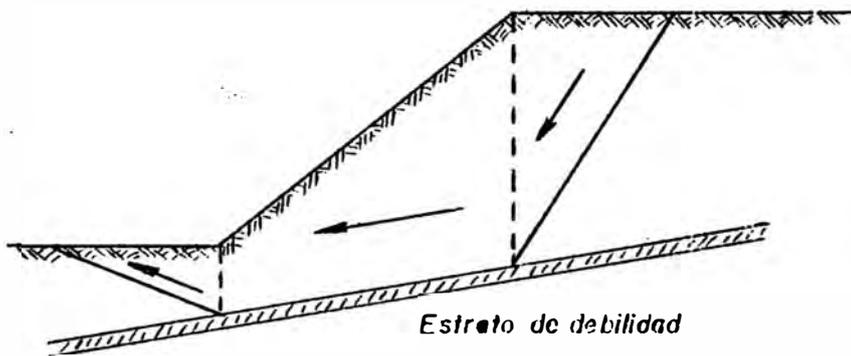


CUÑAS QUE NO PUEDEN FALLAR
(Presión de agua no considerada)

<p>TESIS INGENIERO DE MINAS CAPITULO 9</p>	<p>FALLA EN DOS BLOQUES</p>	<p>Figura (9-10)</p>
--	-----------------------------	----------------------



<p>TESIS INGENIERO DE MINAS CAPITULO 9</p>	<p>FALLA EN MAS DE DOS BLOQUES</p>	<p>Figura (9-11)</p>
--	------------------------------------	----------------------



en dos además de facilitar el posible deslizamiento, es tratos horizontales ó casi horizontales bastante débiles comparados con la masa de la roca predominante, Fig.(9-11).

9.5 CLASIFICACION POR EL TAMAÑO DEL CUERPO DE FALLA EN RELACION A LA MINA

Por la extensión del área afectada de la mina se pueden agrupar en fallas de pequeña, mediana y gran escala.

9.5.1 FALLAS EN PEQUEÑA ESCALA

Son fallas locales que comprenden un solo banco, son afectados los frentes de operación. Las formas comunes son el desprendimiento de rocas y la acumulación de escombros.

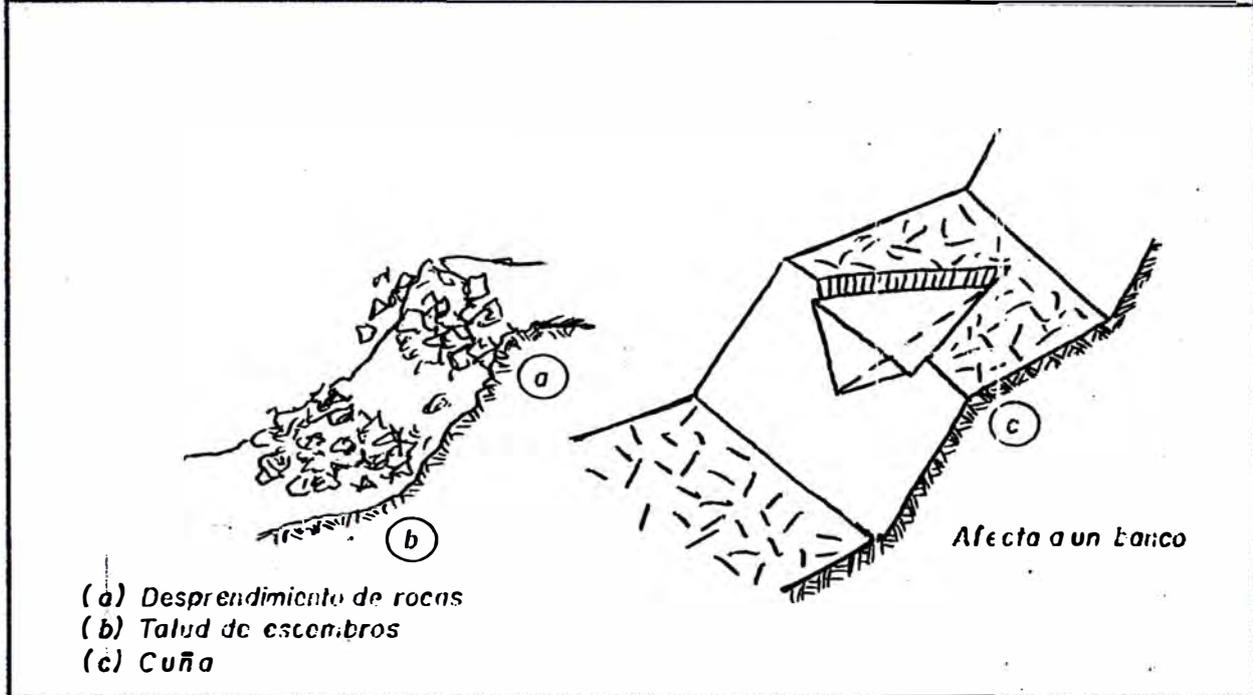
Este tipo de fallas es imposible de eliminarlas totalmente sino se inclinan más las pendientes ó se usan sistemas de soporte.

La dificultad estriba en las condiciones de seguridad para el personal y equipo, pero felizmente su duración es sólo de unos cuantos días de operación.

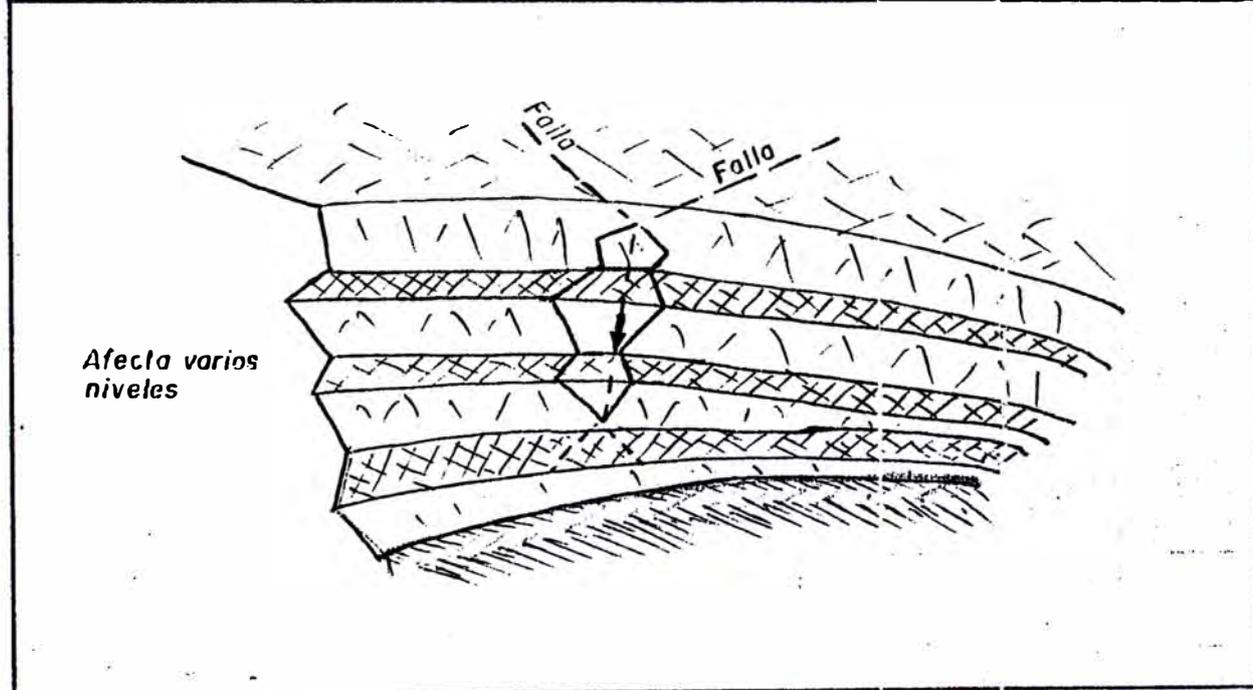
9.5.2 FALLAS EN MEDIANA ESCALA

Son fallas que comprenden varios niveles, generalmente los de operación y están caracterizadas por las fallas en cuña, por la combinación de dos discontinuidades

<p>TESIS INGENIERO DE MINAS CAPITULO 9</p>	<p>FALLA EN PEQUEÑA ESCALA FALLA LOCAL</p>	<p>Figura (9-12)</p>
--	--	----------------------



<p>TESIS INGENIERO DE MINAS CAPITULO 9</p>	<p>FALLA EN MEDIANA ESCALA FALLA EN CUÑA</p>	<p>Figura 9-13</p>
--	--	--------------------



que se intersectan:

La posibilidad de ocurrencia tiene un grado de azar mayor que la falla local porque:

- a. Puede estar comprendida una gran masa de roca en el deslizamiento.
- b. Las condiciones geológicas son a menudo diferentes para detectar el avance, luego hay menor posibilidad de prevenir la falla.

La dificultad es evidente cuando dos estructuras geológicas adversas están separadas por cientos de pies en la superficie y la influencia de rocas intemperizadas ó el material suprayacente hacen difícil detectarlas.

Este tipo de fallas tienen gran importancia en las proyecciones de diseño de la mina y puede interrumpir las operaciones por meses y causar cambios económicos considerables en la operación total de la mina, por esto es obligación primaria localizar estas estructuras y prevenir tales fallas antes de que ocurran.

9.5.3 FALLAS EN GRAN ESCALA

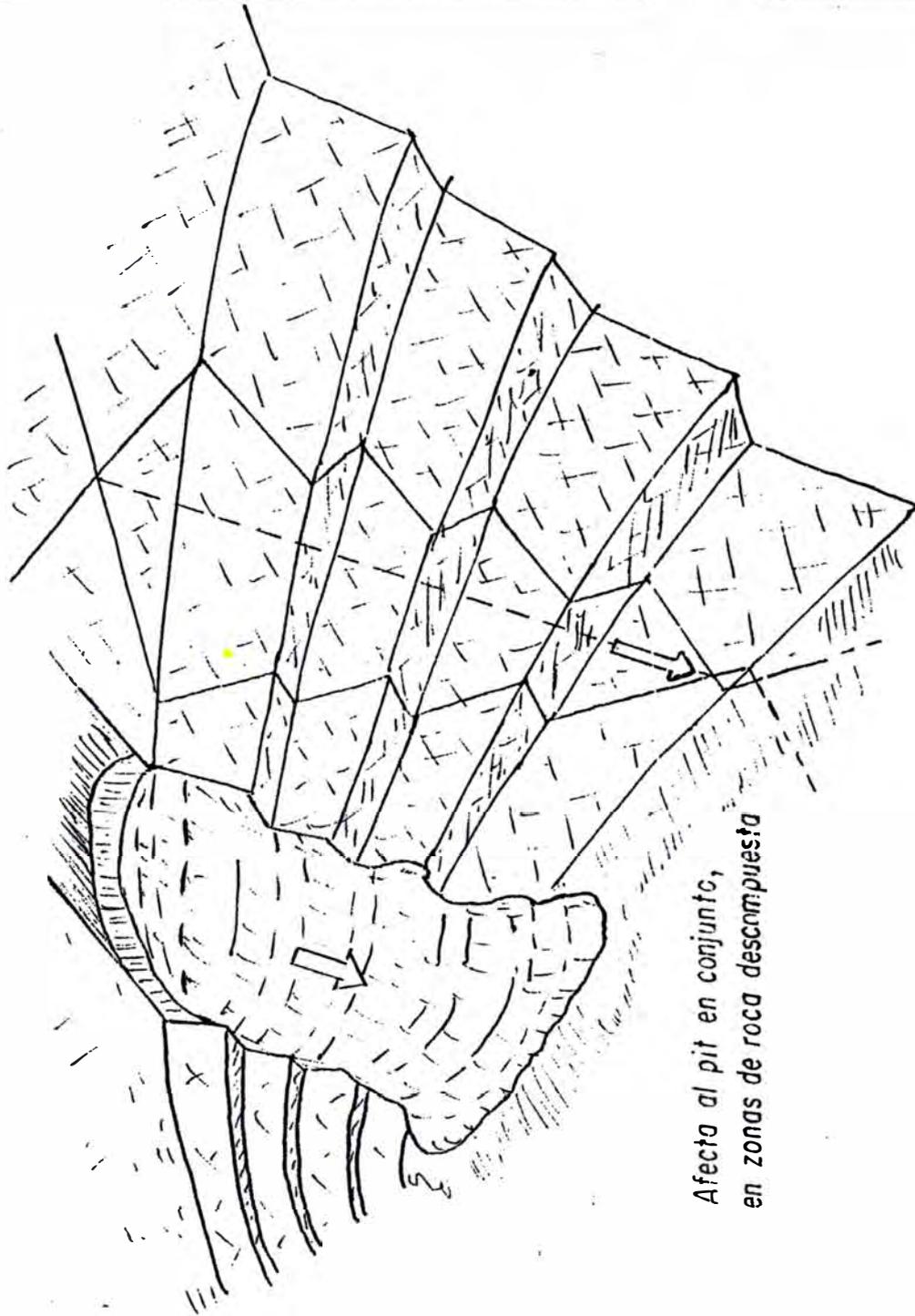
Son fallas que comprenden toda la extensión de la pendiente de la mina y están tipificadas por fallas en rocas descompuestas con mecanismos de flujo de bloques.

Las características geológicas que evidencian los materiales descompuestos son más fáciles de detectar que en

TESIS INGENIERO
DE MINAS
CAPITULO 9

FALLA EN GRAN ESCALA: FLUJO EN
BLOQUES

Figura (9-14)



los casos anteriores.

Este tipo catastrófico de fallas pueden interrumpir definitivamente las operaciones de la mina y originar pérdidas económicas de gran magnitud.

C A P I T U L O D I E Z

METODOS DE ANALISIS DE LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES

10.1 CONSIDERACIONES GENERALES DEL ANALISIS DE PENDIENTES

10.1.1 MODELOS DE ESCALA FISICA

10.1.2 MODELOS MATEMATICOS

10.1.2.1 ANALISIS DE LIMITE DE EQUILIBRIO

10.1.2.2 ANALISIS DE ESFUERZO-DE FORMACION

10.1.2.3 DESARROLLO DE METODOS O MODELOS MATEMATICOS

10.2 MODELOS BASICOS

10.2.1 DESLIZAMIENTO EN UN PLANO DEBIDO A LA FUERZA DE LA GRAVEDAD

10.2.2 INFLUENCIA DE LA RESISTENCIA CORTANTE DE LA PRESION DE AGUA

10.2.3 EFECTO DE LA PRESION DE AGUA EN UNA FRACTURA DE TENSION

10.2.4 REFORZAMIENTO PARA PREVENIR EL DESLIZAMIENTO

10.2.5 FALLA DE PENDIENTE DEBIDA AL VOLTEO O BASCULAMIENTO (TOPPLING)

10.3 FACTOR DE SEGURIDAD

10.4 FALLA PLANA O PLANO DE FALLA

10.4.1 CONDICIONES GEOMETRICAS PARA UNA FALLA PLANA

10.4.2 ANALISIS DEL PLANO DE FALLA

10.4.3 INFLUENCIA DEL AGUA SUBTERRANEA EN

LA ESTABILIDAD

10.4.4 FRACTURA DE TENSION COMO UN INDICADOR DE INESTABILIDAD

10.5 FALLA EN CUÑA INCLINADA O DESLIZAMIENTO SOBRE DOS PLANOS

10.6 FALLA DE SUPERFICIE CIRCULAR

10.6.1 METODO DEL CIRCULO DE FRICCION

10.6.2 METODO DE REBANADAS

10.6.3 CARACTERISTICAS COMUNES DE LOS METODOS APROXIMADOS

10.7 METODO DE ELEMENTOS FINITOS

10.7.1 CARACTERISTICAS DE UN ELEMENTO FINITO

10.7.2 PRINCIPIO DE TRABAJOS VIRTUALES

**10.7.3 ELEMENTOS EN LOS BORDES DE LA ES
TRUCTURA**

**10.7.4 MATRIZ DE RIGIDEZ PARA UN ELEMENTO
BI-DIMENSIONAL**

10.1 CONSIDERACIONES GENERALES DEL ANALISIS DE PENDIENTES

Una vez que se han identificado todos los factores que intervienen en el problema de estabilidad de pendientes, determinando los parámetros que la gobiernan con sus correspondientes evaluaciones se hace necesario desarrollar un modelo que represente las condiciones particulares encontradas dentro de la mina y que en adelante será nuestro sistema; ahora bien, para este cometido tenemos dos alternativas ó fases complementarias que son los modelos de escala física y los modelos matemáticos:

10.1.1 MODELOS DE ESCALA FISICA

Son representaciones que simulan el sistema con magnitudes proporcionales a las reales, la construcción de estos modelos consumen a la vez tiempo y dinero, lo que determina muchas veces que el análisis de configuraciones alternativas posibles de pendientes no sea práctico efectuar, razón por la que en general es llevada adelante por Centros de Investigación y Universidades, en consecuencia, los principios y técnica de los modelos a escala física no serán desarrollados aquí, además de escapar al presente tema.

Posteriormente estos modelos sirven de base ó son incorporados a modelos matemáticos.

10.1.2 MODELOS MATEMATICOS

Son herramientas analíticas prácticas, que representan masas de rocas formando pendientes, son de alto grado

de flexibilidad y relativamente bajos costos, según el tipo de análisis se pueden agrupar en dos categorías generales:

- a. Análisis de límite de equilibrio
- b. Análisis de esfuerzo-deformación

10.1.2.1 ANALISIS DE LIMITE DE EQUILIBRIO

En este tipo de análisis se asumen las siguientes consideraciones:

- Que una superficie de falla tendrá una forma geométrica que permitirá un deslizamiento *cinemáticamente posible*.

Que la distribución de esfuerzos en equilibrio en las superficies potenciales de falla puede ser determinado utilizando factores estáticos y dinámicos, como densidad, presión de agua y cargas sísmicas, etc.

Luego se calcula la resistencia cortante a lo largo de la falla potencial que sería necesaria para que la falla sea evidente. Esta condición es conocida como *límite de equilibrio*.

Luego se compara la resistencia cortante calculada con la resistencia cortante medida, mediante un factor de seguridad. Luego la superficie que provea el menor factor de seguridad, al cual se ha introducido, aún aspectos impon

derables de riesgo que dan márgenes de seguridad, será la superficie escogida para el diseño de la pendiente.

10.1.2.2 ANALISIS DE ESFUERZO-DEFORMACION

Este tipo de análisis tiene su mejor aplicación para condiciones en que las propiedades del material y su comportamiento se pueden asumir como uniformes.

El análisis del modelo es más versátil, puesto que con las técnicas de análisis numérico y el apoyo de computadoras digitales se obtiene flexibilidad en su aplicación.

De preferencia, es recomendable cuando se quiere determinar la localización de equipos o instrumentos de exploración o comprobación.

10.1.2.3 DESARROLLO DE METODOS O MODELOS MATEMATICOS

Ningún modelo matemático representa totalmente todas las condiciones encontradas en el medio donde se encuentran las pendientes. Luego en el siguiente acápite, se desarrollan modelos matemáticos para casos particulares de aplicación que se suponen podrían ser los más frecuentes de presentarse. Cada uno de ellos, es presentado en la forma idealizada más simple, y la complejidad de su desarrollo dependerá de la aplicación que se le quiera dar, ya que los factores y parámetros introducidos producirán variantes alternativas de análisis cuya solución dependerá del objetivo del análisis.

Los modelos ó métodos que se desarrollarán son:

a. LIMITE DE EQUILIBRIO

- Modelos básicos

- . Deslizamiento en un plano debido a la fuerza de la gravedad.

Influencia de la resistencia cortante de la presión de agua.

- . Efecto de la presión de agua sobre una fractura de tensión.

Reforzamiento por prevenir deslizamiento.

- . Falla de pendiente por volteo ó basculamiento.

- Falla en un plano ó falla plana.

Falla en cuña inclinada.

Falla circular.

- Falla en superficies de curvatura variable.

b. ESFUERZO-DEFORMACION

- Elementos finitos.

10.2 MODELOS BASICOS

Aplicando una fuerza normal (N) sobre la placa de carga que descansa sobre rodillos, para asegurarse que la carga se distribuye uniformemente normal al bloque en análisis, cuya superficie de contactos representa idealmente a una discontinuidad y midiendo la fuerza (D) capaz de producir movimiento, obtenemos un punto del desarrollo de la falla. Una serie de pruebas en discontinuidades con cohesión permite encontrar la envolvente inicial de falla ploteando los pares obtenidos para cada observación, como se muestra en la Fig.(10-1B). De donde deducimos que la ecuación que controla estos movimientos es:

$$\tau = C_i + \sigma \tan \phi_i \quad (10-1)$$

donde:

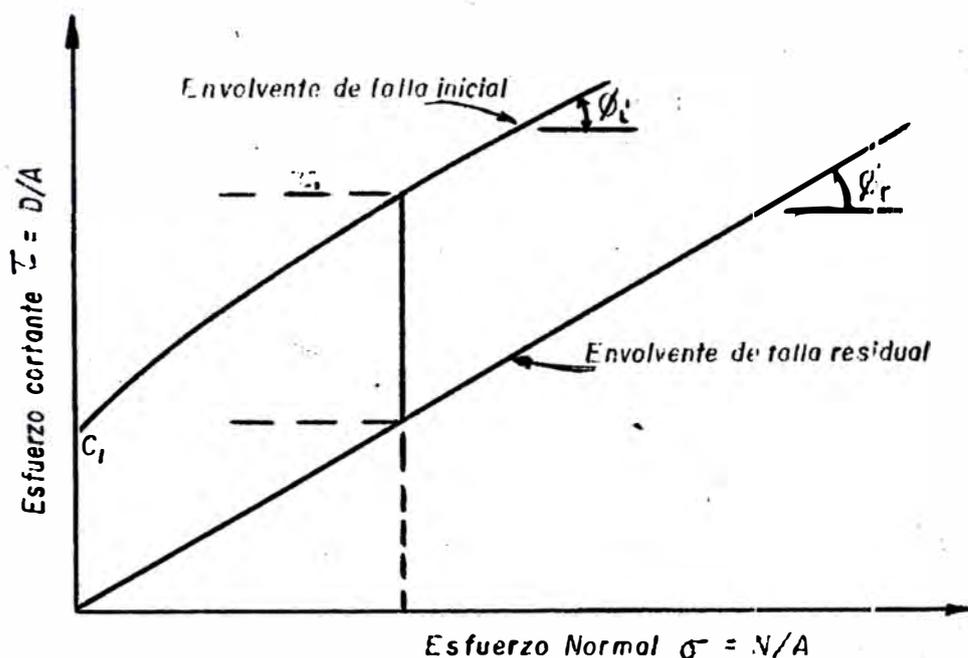
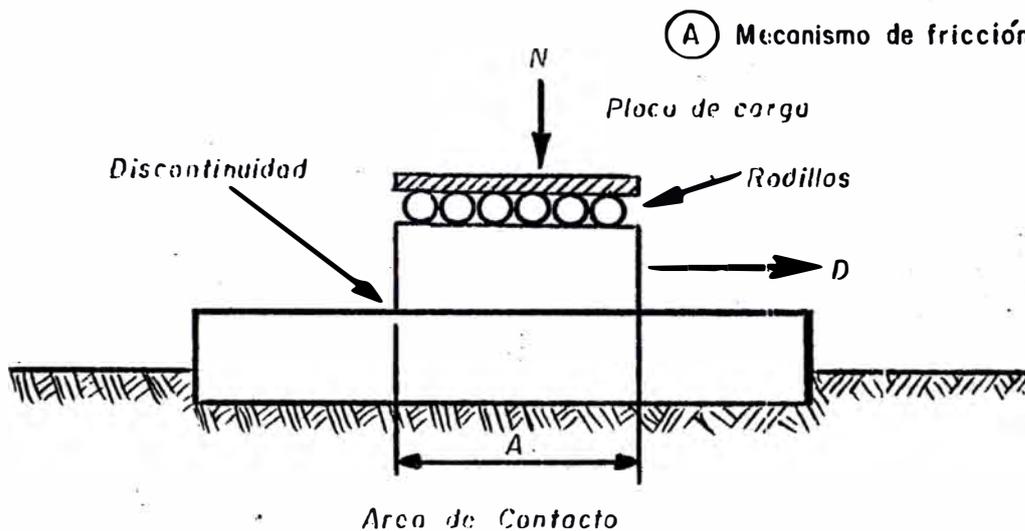
$$\tau = \text{Esfuerzo cortante promedio a lo largo de la discontinuidad} = D / A \dots \text{psi} \quad (10-1a)$$

$$\phi_i = \text{Angulo inicial de fricción}$$

$$\sigma = \text{Esfuerzo normal promedio a través de la discontinuidad} = N / A \dots \text{psi} \quad (10-1b)$$

$$C_i = \text{Cohesión inicial} \dots \text{psi}$$

Cualquier valor de τ que cae fuera de la envolvente representa una condición inestable en que puede ocurrir el deslizamiento a lo largo de la discontinuidad. Una vez



(B) Curvas Típicas de Falla:
Relación entre el esfuerzo cortante τ , requerido para causar deslizamiento a lo largo de una discontinuidad, al esfuerzo normal σ que actúa a través de él.

que el movimiento ha ocurrido a lo largo de la discontinuidad, la cohesión será irreversiblemente destruída, ($C = 0$) y cualquier resistencia remanente al deslizamiento será debida puramente a la resistencia *residual* de la fricción. Refiriéndonos a la Fig.(10-1B), para un esfuerzo normal de σ_1 , el esfuerzo cortante para producir movimiento decrecerá de τ_1 a τ_2 , cuando ocurra esto la envolvente residual de falla estará representada por:

$$\tau = \sigma \tan \phi_r \quad (10-2)$$

donde:

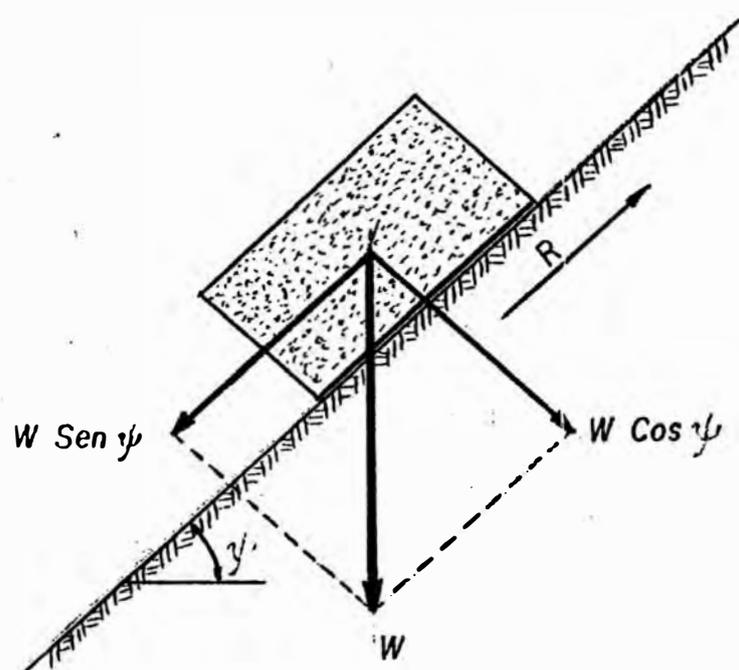
ϕ_r = Angulo residual de la fricción normal

Cuando la cohesión se presenta en una juntura que afecta a una pendiente, y cuando esta cohesión es una parte necesaria de la fuerza total requerida para prevenir el deslizamiento, tendremos un proceso conocido como *falla progresiva*. En este proceso, la cohesión falla localmente en áreas de alta concentración de esfuerzos, incrementando la carga en otros puntos, resultando eventualmente una completa pérdida de la cohesión, por esta razón se asume que la cohesión es cero.

Valores típicos para ángulos de fricción y cohesión que se han encontrado para el rango de suelos y rocas se muestran en la Tabla (10-1) (dada por Hoek) acompañados por la densidad de los materiales.

Los valores mostrados en la Tabla (10-1) son sólo pa

TIPO	MATERIAL	DENSIDAD		ÁNGULO DE FRICCIÓN φ		MATERIAL	COHESIÓN c			
		Kg/m ³	Lb/ft ³	MATERIAL	GRADOS		Kg/m ²	Lb/ft ²		
CONCRECIÓN	ARENA	Arena gruesa seca	1440	90	Compactada, uniforme	40-45				
		Arena fina seca	1600	100	Uniforme, gruesa, arena de medio fino o sedimentada	35-40				
		Arena húmeda	1840	115						
		Arena muy húmeda	1920	120	Arena suelta	35-40				
					Arena seca fina	30-35				
	GRAVA	Concreto macizado	1760	110	Concreto macizado	35-45				
		Grava de río	2240	140	Cascajo	40				
		Cascajo suelta	1840	115	Arenisca compacta	40-45				
		Arenisca gruesa	1920	120	Arenisca suelta	35-40				
	ROCA DE BELEN	Granito	1600-2000	100-125	Roca triturada o rota	35-45				
		Sasolito y dolerita	1760-2240	110-140	Grava o margo roca	35-45				
		Caliza y arenisca	1280-1920	80-120	Arcilla esquistosa desagregada	30-35				
Grava o margo		1000-1280	62-80							
Arcilla esquistosa		1600-2000	100-125							
CONCRECIÓN	ARCILLA	Arcilla seca	1760	110	Arcilla rodada y seca	30	Arcilla rodada muy dura	17600	3600	
		Arcilla drenada	1840	115	Arcilla drenada y rodada	40	Arcilla esquistosa dura	14600	3000	
		Arcilla blanda	1920	120	Arcilla dura	10-20	Arcilla dura	9800	2000	
		Marga	1760	110	Arcilla suelta	5-7	Arcilla firme	4900	1000	
		Arcilla arenosa	2000	125	Pastizo de arcilla	10-20	Arcilla suelta	2400	500	
				Calicita como material en zona cortante	20-27					
				Arcilla esquistosa como en cortos fallados	14-22					
	CONCRECIÓN	ENCAPADO	Suelo de superficie	1360	85					
			Suelo seco	1440	90	Suelo de encajado	20-35	Suelo de encajado	4900-6900	100-1000
			Suelo húmedo	1600	100					
Suelo saturado			1680	105						
MASA DE ROCA	Granito	2614	166	Granito	30-50	Roca dura	9800-30000	2000-6400		
		Cuarcita	2614	166	Cuarcita	30-45	Masa (granito, porfirita, etc.)			
	Arenisca	1950	122	Arenisca	30-45	Masa de arenisca o caliza	4900-14600	1000-3000		
		Caliza	3169	190	Caliza	30-50				
		Porfirita	2580	160	Porfirita	30-40	Arcilla esquistosa o masa de roca suelta	2400-3300	500-2000	
		Arcilla esquistosa	2400	150	Arcilla esquistosa	27-45				
	Grava o margo	1760	110	Grava o margo	30-40					



Deslizamiento en una superficie plana
debido a la fuerza de la gravedad

ra dar una idea de la magnitud y pueden usarse para estimados preliminares de estabilidad de pendientes.

10.2.1 DESLIZAMIENTO EN UN PLANO DEBIDO A LA FUERZA DE LA GRAVEDAD

Consideremos un bloque de peso W que descansa sobre una superficie plana que está inclinada en un ángulo ψ respecto a la horizontal, sobre el bloque actúa únicamente la gravedad, luego el peso W que actúa verticalmente hacia abajo, como se muestra en el diagrama del cuerpo libre de la Fig.(10-2), puede ser resuelto en dos componentes:

- Una normal al plano inclinado que tiende a estabilizar el movimiento:

$$N = W \text{ Sen } \psi \quad (10-3a)$$

- Y otra paralela al plano que tiende a producir el movimiento:

$$D = W \text{ Cos } \psi \quad (10-3b)$$

Dividiendo estas expresiones por el área (A) de la base del block, se tiene:

$$N/A = \sigma = \frac{W \cos \psi}{A} = \text{esfuerzo normal} \quad (10-4a)$$

y

$$D/A = \tau = \frac{W \sin \psi}{A} = \text{esfuerzo cortante} \quad (10-4b)$$

Considerando que la fuerza cortante (D) de la superficie es igual y opuesta a la resistencia de fricción total (R) que se opone al deslizamiento del cuerpo ($-D = R$), estará definida por la ecuación (10-1). Se tendrá, reemplazando valores y multiplicando por A :

$$W \sin \psi = cA + W \cos \psi \tan \phi \quad (10-5)$$

y en el límite de equilibrio estático cuando el movimiento es eminente la cohesión $c = 0$, entonces la ecuación (10-5) quedará simplificada a:

$$\psi = \phi \quad (10-6)$$

10.2.2 INFLUENCIA DE LA RESISTENCIA CORTANTE DE LA PRESION DE AGUA

Imaginémonos que a un vaso con un líquido cualquiera lo rellenos con un poco de agua reemplazando el líquido original y que este vaso descansa sobre un plano inclinado, las fuerzas que actúan son las mismas que actúan sobre el bloque de la Fig.(10-2), pero para simplificar, asumamos que la cohesión entre la base del vaso y el plano inclinado es cero ($c = 0$). De acuerdo a la ecuación (10-6) el vaso con el agua se desplazará hacia abajo cuando

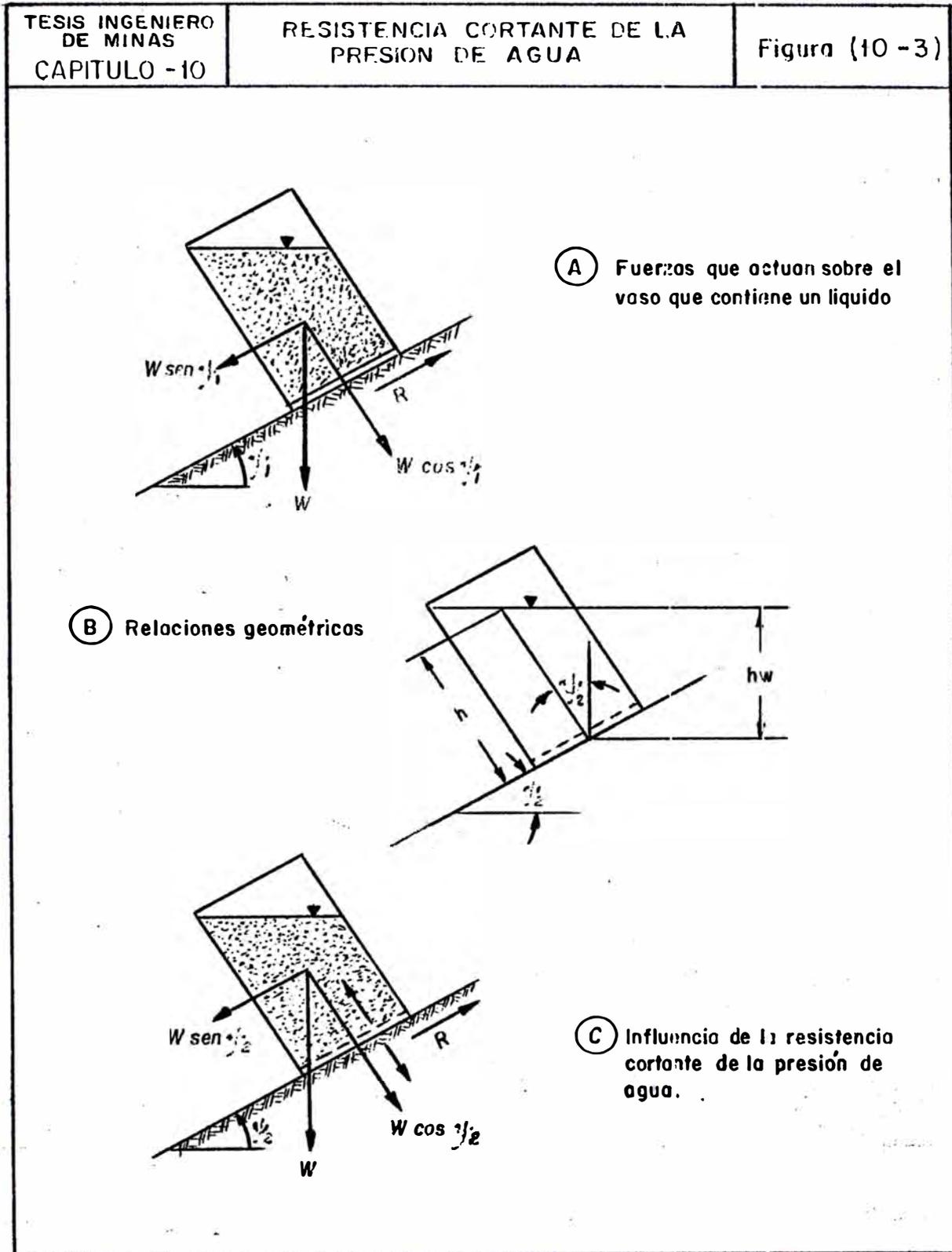
$$\psi_1 = 0$$

Perforemos ahora la base del vaso de modo que el agua pueda entrar a la abertura entre la base y el plano inclinado, aumentando con una presión de agua u ó una fuerza de levantamiento $U = uA$, donde A es el área de la base del vaso.

La fuerza normal $W \cos \psi_2$ es ahora reducida por esta fuerza de levantamiento U , de modo que la resistencia al deslizamiento es:

$$R = (W \cos \psi_2 - U) \operatorname{tg} \phi \quad (10-7)$$

Calculando los pesos de acuerdo a la Fig.(10-3C) tenemos:



$$\text{Peso del vaso más el agua} = W = \gamma_t \cdot h \cdot A \quad (10-8a)$$

$$\text{Peso del agua} = U = \gamma_w \cdot h_w \cdot A \quad (10-8b)$$

$$\text{Y como } h_w = h \cos \psi_2 \text{ según la Fig. (10-3B)}$$

Tenemos que: reemplazando en (10-8b)

$$U = \frac{\gamma_w}{\gamma_t} W \cos \psi_2 \quad (10-9)$$

Reemplazando en (10-7)

$$R = W \cos \psi_2 (1 - \gamma_w / \gamma_t) \tan \phi \quad (10-10)$$

Y la condición para el límite de equilibrio definido por la ecuación (10-5) será

$$\tan \psi_2 = (1 - \gamma_w / \gamma_t) \tan \phi \quad (10-11)$$

Nótese que el vaso perforado se deslizará con una inclinación menor que la de condiciones normales, por que la fuerza de levantamiento U ha reducido la fuerza normal, y en consecuencia, ha reducido también la resistencia friccional al deslizamiento.

LA LEY DE ESFUERZO EFECTIVO

El efecto de la presión de agua sobre la base perforada del vaso anterior es la misma que la presión de agua que actúa en las superficies del espécimen cortado como se muestra en la Fig.(10-4). El esfuerzo normal σ que actúa a través de la superficie de falla es reducido al *esfuerzo efectivo* $(\sigma - u)$ por la presión de agua u . La relación entre la resistencia cortante y la resistencia normal definida por la ecuación (10-1) es entonces

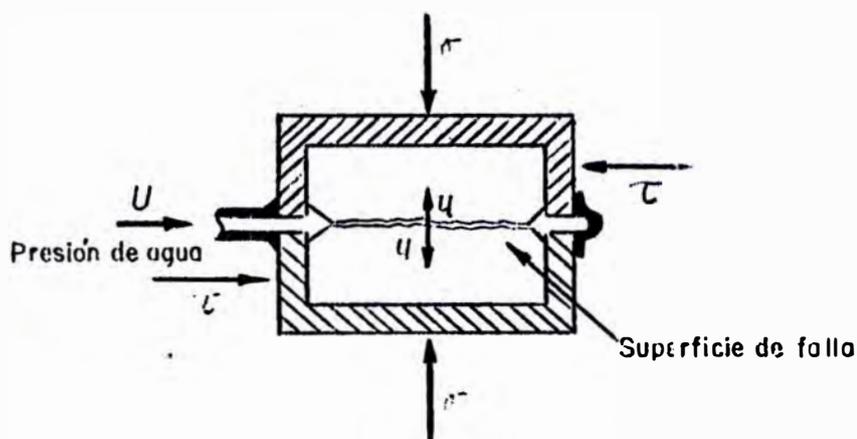
$$\tau = c + (\sigma - u) \operatorname{tg} \phi \quad (10-12)$$

En la mayoría de las rocas duras y muchos suelos arenosos y gravosos las propiedades de cohesión y fricción (c y ϕ) de los materiales no son significativamente alteradas por el agua, luego la reducción de la resistencia cortante de estos materiales es debida, casi enteramente a la reducción del esfuerzo normal sobre la superficie de falla. Consecuentemente, la presión de agua, más que el contenido de humedad, es importante en la definición de las características de las rocas duras, arenas y gravas.

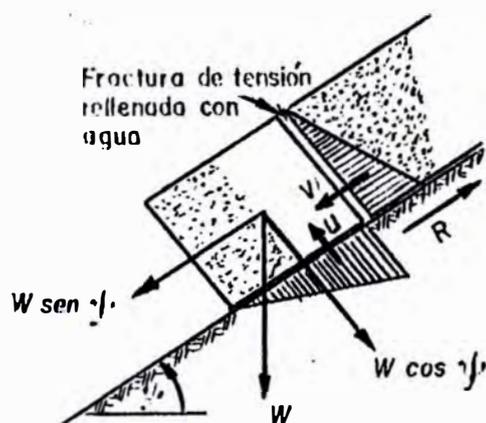
10.2.3 EFECTO DE LA PRESION DE AGUA EN UNA FRACTURA DE TENSION

Consideremos el caso del bloque que descansa sobre el plano inclinado, pero en este caso asumamos que el bloque es afectado por una fractura de tensión que es rellenada con agua. La presión de agua en la fractura de ten

<p>TESIS INGENIERO DE MINAS CAPITULO -10</p>	<p>LEY DE ESFUERZOS EFECTIVOS</p>	<p>Figura (10 - 4)</p>
--	-----------------------------------	------------------------



<p>TESIS INGENIERO DE MINAS CAPITULO -10</p>	<p>EFECTOS DE LA PRESION DE AGUA EN UNA FRACTURA DE TENSION</p>	<p>Figura (10-5)</p>
--	---	----------------------



si3n se incrementa linealmente con la profundidad y una fuerza total V , debida a la presi3n de agua, actúa en la cara posterior del bloque y hacia abajo del plano inclinado. Asumiendo que la presi3n de agua es transmitida a trav3s de la intersecci3n de la fractura de tensi3n y la base del bloque la distribuci3n de la presi3n de agua ilustrada en la Fig.(10-5) ocurre a lo largo de la base del bloque. Esta distribuci3n de la presi3n resulta en una fuerza de levantamiento U que reduce la fuerza normal que actúa a trav3s de la superficie.

La condici3n del l3mite de equilibrio para este caso de un bloque sobre el que actúan las fuerzas de agua V y U en adici3n a su propio peso W es definida por:

$$W \text{ Sen } \psi + V = cA + (W \text{ Cos } \psi - U) \text{tg } \phi \quad (10-13)$$

De esta ecuaci3n se ve que la fuerza disturbadora tendiente a inducir el deslizamiento es incrementada y la fuerza friccional que resiste el deslizamiento decrece, luego V y U resultan decreciendo la estabilidad.

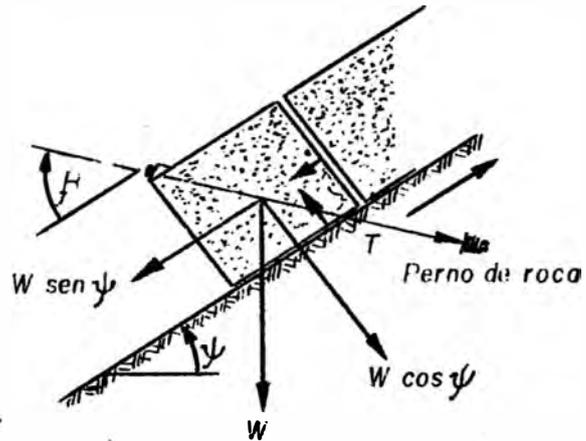
10.2.4 REFORZAMIENTO PARA PREVENIR EL DESLIZAMIENTO

Consideremos el bloque descansando sobre el plano inclinado y actuado por la fuerza de levantamiento U y la fuerza V debida a la presi3n de agua en la fractura de tensi3n. Un perno (3 cable), tensionado a una carga T es instalado en un ángulo β al plano, tal como se muestra en la Fig.(10-6).

TESIS INGENIERO
DE MINAS
CAPITULO - 10

REFORZAMIENTO PARA PREVENIR
EL DESLIZAMIENTO

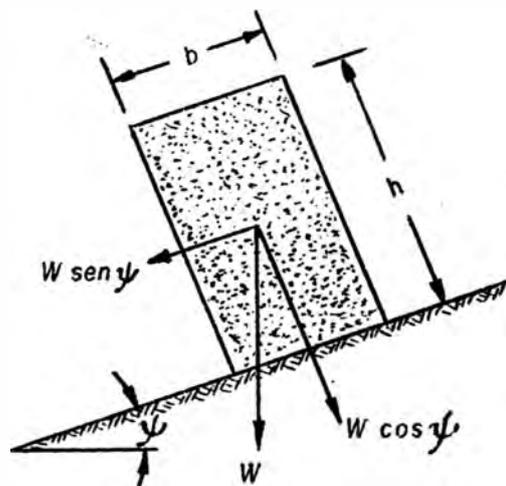
Figura (10-6)



TESIS INGENIERO
DE MINAS
CAPITULO - 10

FALLA DE PENDIENTES DEBIDO AL VOLTEO
(TOPPLING)

Figura (10-7)



Relaciones Geométricas de un bloque que descansa sobre un plano inclinado.

La componente de la tensión del perno T que actúa paralelamente al plano es $T \cos \beta$ mientras que la componente que actúa a través de la superficie sobre la cual descansa el bloque es $T \sin \beta$. La condición del límite de equilibrio para este caso está definida por:

$$W \sin \psi + V - T \cos \beta = cA + (W \cos \psi - U + T \sin \beta) \tan \phi \quad (10-14)$$

Esta ecuación muestra que la tensión del perno reduce la fuerza que tiende a producir el movimiento hacia abajo e incrementa la fuerza normal y por consiguiente la resistencia friccional entre la base del bloque y el plano.

La mínima tensión del perno requerida para estabilizar el bloque, es obtenida diferenciando la ecuación (10-14) con respecto al ángulo β y esto muestra que la óptima inclinación del perno está dada por

$$\beta = \phi \quad (10-15)$$

10.2.5 FALLA DE PENDIENTE DEBIDA AL VOLTEO O BASCULAMIENTO (TOPPLING)

Una de las limitaciones del factor de seguridad definido bajo la condición de límite de equilibrio es que no considera la falla por rotación ó volteo.

Retornemos al modelo del bloque que descansa sobre el plano inclinado. En este caso la forma del bloque así como su peso son importantes. La forma está definida por la altura h y el ancho b , como se muestra en Fig(10-7).

La condición para el volteo está definida por la posición del vector peso en relación a la base del bloque. Si el vector peso que pasa por el centro de gravedad del bloque cae fuera de la base del bloque, ocurre el volteo (Toppling).

10.3 FACTOR DE SEGURIDAD

Todas las ecuaciones que definen la estabilidad de un bloque sobre un plano inclinado han sido presentadas por la condición de *límite de equilibrio*. Que es la condición: en que las fuerzas que tienden a inducir el deslizamiento son exactamente balanceadas por aquellas que resisten el deslizamiento.

Para comparar la estabilidad de pendientes bajo otras condiciones que no sean el límite de equilibrio, se requiere algún índice, y el índice comúnmente usado es el *factor de seguridad*, que puede ser definido como la razón de la fuerza total disponible para resistir el deslizamiento a la fuerza total tendiente a inducir el deslizamiento.

La condición de equilibrio está representada por un factor de seguridad $F = 1$, luego las pendientes estables tienen un factor de seguridad mayor a 1, $F > 1$, luego ¿qué factor de seguridad debe usarse para propósitos

de diseño?. La seguridad de la respuesta dando un valor numérico, dependerá de la certeza y confianza que se tenga en los datos de entrada (variables que intervienen en la ecuación de equilibrio), y entonces se puede recurrir a una aproximación *probabilística* asociada a la variación de cada uno de los factores que controlan la estabilidad y esto en mecánica de rocas no es muy práctico, entonces se tienen que comparar un número determinado de alternativas de diseño de pendientes ó evaluar la estabilidad de una pendiente existente.

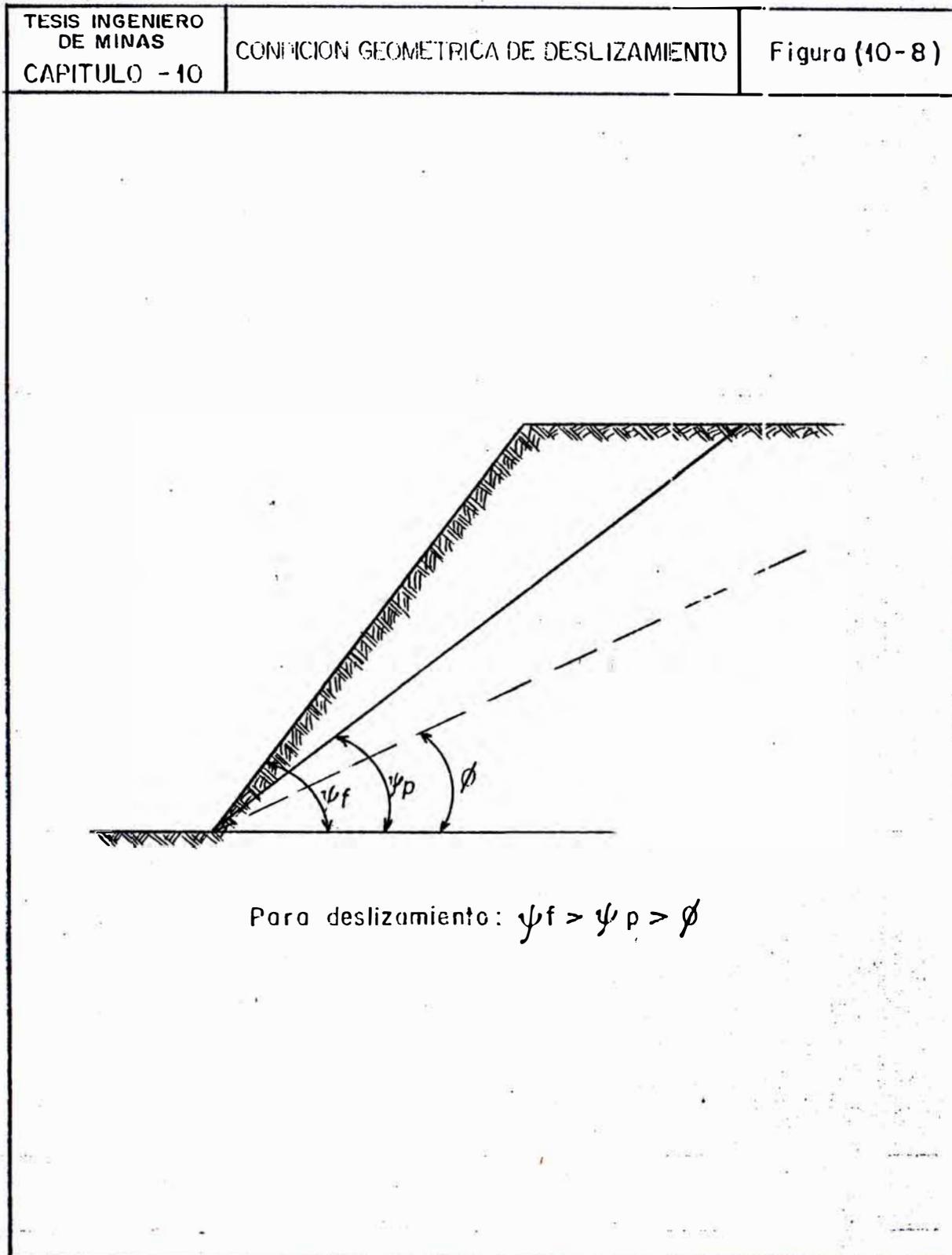
La solución más satisfactoria para este problema es efectuar un *análisis de sensibilidad* de la influencia de cada variable sobre la estabilidad de la pendiente y usar los resultados de este análisis como una base para la decisión de ingeniería; se recomienda graficar los resultados del análisis de sensibilidad.

10.4 FALLA PLANA O PLANO DE FALLA

10.4.1 CONDICIONES GEOMETRICAS PARA UNA FALLA PLANA

Para que tenga lugar el análisis de deslizamiento de falla sobre una superficie plana se deben satisfacer las siguientes condiciones geométricas:

- a. El plano de deslizamiento ó falla debe tener un rumbo paralelo ó aproximadamente paralelo a la cara de la pendiente (no deben diferir en más de 20°).
- b. El buzamiento del plano de falla debe ser menor que



el buzamiento de la cara de la pendiente

$$\psi_f > \psi_p$$

- c. El buzamiento del plano de falla debe ser mayor que el ángulo de fricción de este plano.

$$\psi > \theta$$

- d. No se consideran superficies que ofrecen resistencias insignificantes, como por ejemplo, las de los bordes laterales.

Para simplificar, el análisis bidimensional se efectúa considerando una rebanada de espesor unitario, perpendicular a la cara de la pendiente, Fig.(10-9).

10.4.2 ANALISIS DEL PLANO DE FALLA

La geometría de la pendiente considerada está definida en la Fig.(10-8).

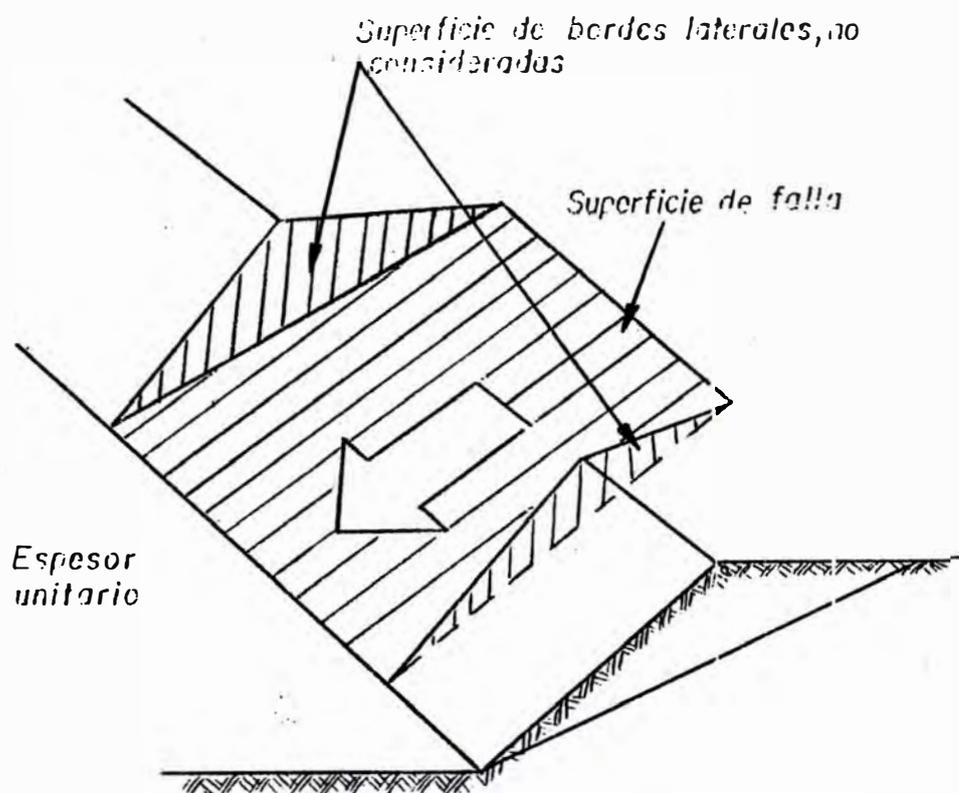
Consideraremos dos casos:

- a. Una pendiente con fractura de tensión sobre la cara de la pendiente.
- b. Una pendiente con rotura de tensión en la misma cara.

TESIS INGENIERO
DE MINAS
CAPITULO 10

REBANADA DE ESPESOR
UNITARIO

Figura (10 -9)



La transición de un caso a otro ocurre cuando la rotura de tensión coincide con la cresta de la pendiente, entonces (Fig.10-10):

$$z/H = 1 - \operatorname{ctg} \psi_f \cdot \operatorname{tg} \psi_p \quad (10-16)$$

En este análisis se asumen las siguientes consideraciones:

- a. Tanto la superficie de deslizamiento como la rotura de tensión tienen un rumbo paralelo al de la cara de la pendiente.
- b. La rotura de tensión es vertical y es rellenada con agua a una profundidad de z_w
- c. El agua entra a la superficie de deslizamiento por la base de la rotura de tensión y se eleva a lo largo de la superficie de deslizamiento, escapando con la presión atmosférica cuando la superficie de deslizamiento aparece en la cara de la pendiente.
- d. Las fuerzas:
 - W = Peso del bloque a deslizarse.
 - U = Fuerza de levantamiento debida a la presión de agua en la superficie a deslizarse.
 - V = Fuerza debida a la presión de agua en la rotura de tensión.

Actúan en el centroide de la masa a deslizarse; es decir, no se consideran momentos capaces de producir rotación.

- e. La resistencia cortante de la superficie de deslizamiento está definida por la ecuación:

$$\tau = c + t_{\phi} \phi$$

donde:

c = Cohesión

ϕ = Angulo de fricción

- f. Se considera una rebanada de espesor unitario, sin resistencias laterales.

El factor de seguridad, calculado del mismo modo que el modelo general, es:

$$F = \frac{cA + (W \cos \psi_p - u - v \sin \psi_p) t_{\phi}}{W \sin \psi_p + v \cos \psi_p} \quad (10-17)$$

donde, de la Fig.(10-10)

$$A = (H - z) \operatorname{Cosec} \psi_p \quad (10-18)$$

$$u = (1/2)\gamma_w z_w (H-z) \operatorname{Cosec} \psi_p \quad (10-19)$$

$$v = (1/2)\gamma_w z_w^2 \quad (10-20)$$

Para la fractura de tensión en la parte superior de la su perficie, Fig.(10-10A):

$$w = (1/2)\gamma H^2 [(1-(z/H)^2) \operatorname{ctg} \psi_p - \operatorname{ctg} \psi_f] \quad (10-21)$$

Y para la fractura de tensión en la cara de la pendiente, Fig.(10-10B):

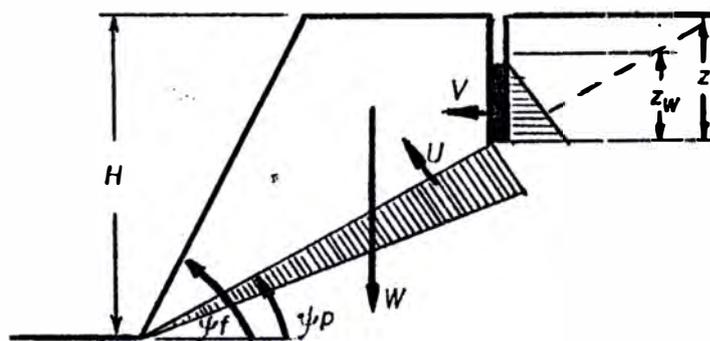
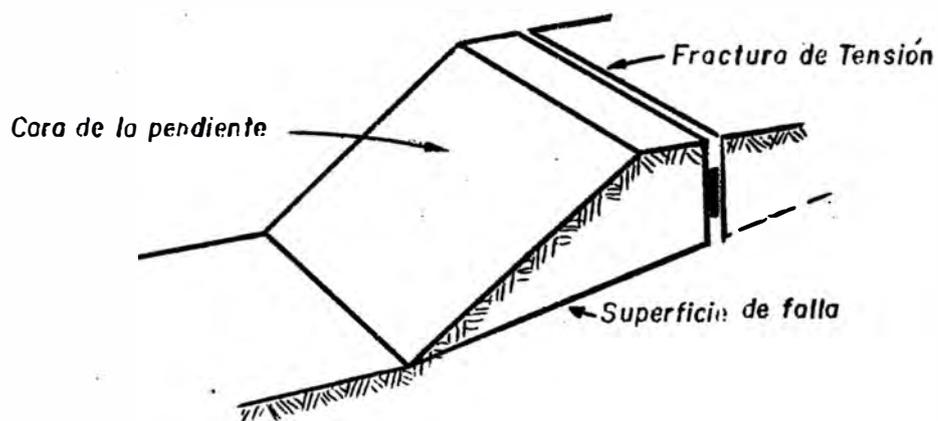
$$w = (1/2)\gamma H^2 [(1-z/H)^2 \operatorname{ctg} \psi_p (\operatorname{ctg} \psi_p \operatorname{tg} \psi_f - 1)] \quad (10-22)$$

Cuando la geometría de la pendiente y la profundidad del agua, en la fractura de tensión son conocidas, el cálculo del factor de seguridad es simple. Sin embargo, a veces es necesario comparar valores de la geometría de la pendiente, la profundidad del agua y la influencia de diferentes resistencias cortantes; entonces, las soluciones de las ecuaciones (10-17) a (10-22) se hacen tediosas. Para simplificar los cálculos la ecuación (10-17) puede ser expresada en la siguiente forma:

TESIS INGENIERO
DE MINAS
CAPITULO - 10

GEOMETRIA DE PENDIENTE CON FRACTURA
DE TENSION SOBRE LA PENDIENTE

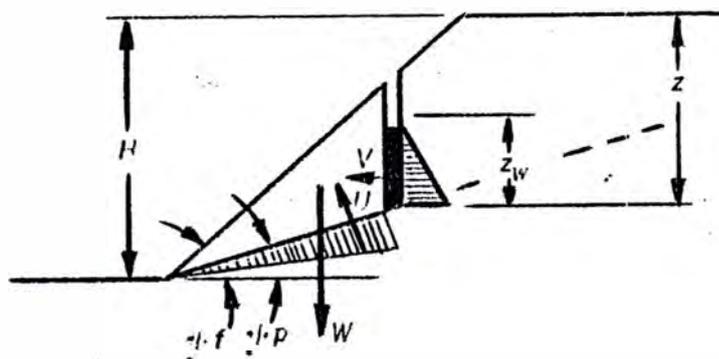
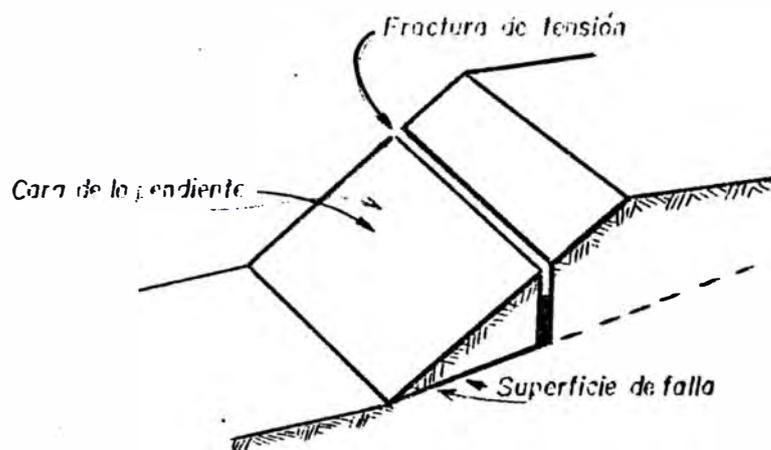
Figura (10-10A)



TESIS INGENIERO
DE MINAS
CAPITULO - 10

GEOMETRIA DE PENDIENTE CON FRACTURA
DE TENSION EN LA CARA DE LA PENDIENTE

Figura (10-10B)



$$F = \frac{(2c/\gamma H)P + [Q \operatorname{ctg} \psi_p - R(P + S)] \tau_f \phi}{Q + R S \operatorname{ctg} \psi_p} \quad (10-23)$$

donde:

$$P = (1 - z/H) \operatorname{cosec} \psi_p \quad (10-24)$$

Cuando la fractura de tensión está en la parte superior de la superficie de la pendiente:

$$Q = [(1 - (z/H)^2) \operatorname{ctg} \psi_p - \operatorname{ctg} \psi_f] \operatorname{Sen} \psi_p \quad (10-25)$$

Cuando la fractura de tensión está en la cara de la pendiente:

$$Q = [(1 - z/H)^2 \operatorname{Cos} \psi_p (\operatorname{ctg} \psi_p \operatorname{tg} \psi_f - 1)] \quad (10-26)$$

$$R = (\gamma_w/\gamma)(z_w/z)(z/H) \quad (10-27)$$

$$S = (z_w/z)(z/H) \operatorname{Sen} \psi_p \quad (10-28)$$

Las razones P , Q , R y S son todas adimensionales, lo que significa que dependen de la geometría, pero no del tamaño de la pendiente. Luego, en casos donde la cohesión $C = 0$ el factor de seguridad es independiente del tamaño de la pendiente.

10.4.3 INFLUENCIA DEL AGUA SUBTERRANEA EN LA ESTABILIDAD

En el análisis efectuado se considera que el agua que está presente en las fracturas de tensión y a lo largo de la superficie de falla es la única que influencia la estabilidad de la pendiente. Esto equivale a asumir que el resto de la masa de roca es impermeable, lo que no siempre es cierto, consideremos entonces la distribución de presión de agua.

El estado actual de los conocimientos de ingeniería de rocas es tal, que no permite definir las redes de flujo de agua subterránea en una masa de roca, entonces la única posibilidad para el diseñador es considerar casos extremos y efectuar un análisis de sensibilidad para diferentes condiciones, a fin de determinar el factor de seguridad. Consideremos dos de ellos:

- a. PENDIENTES DRENADAS.- Se asume la pendiente completamente drenada, lo que significa que no hay presión de agua en la fractura de tensión a lo largo de la superficie de deslizamiento. Nótese que hay humedad pero no presión.

Bajo estas consideraciones: $V = U = 0$ y la ecuación (10-17) se reduce a:

$$F = (cA/W \operatorname{Sen} \psi_p) + c \operatorname{tg} \psi_p \operatorname{tg} \phi \quad (10-29)$$

Alternativamente la ecuación (10-23) se reduce a:

$$F = (2c/\gamma H)(P/Q) + c \operatorname{tg} \psi_p \operatorname{tg} \phi \quad (10-30)$$

- b. **AGUA EN LAS FRACTURAS DE TENSION.**.. Una fuerte lluvia después de un período de sequía puede rellenar las fracturas de tensión y ejercer presión. Asumiendo que la masa de roca es relativamente impermeable, entonces solamente la presión de agua será la única que actuará sobre las fracturas de tensión. En otras palabras: $U = 0$

Se tiene este efecto, por ejemplo, en el caso de relleno de arcilla.

En ambos casos el factor de seguridad está dado por:

$$F = \frac{cA + (W \cos \psi_p - V \sin \psi_p) t_g \phi}{W \sin \psi_p + V \cos \psi_p} \quad (10-31)$$

ó alternativamente:

$$F = \frac{2c/\gamma HP + (Q \cos \psi_p - RS) t_g \phi}{Q + RS \cos \psi_p} \quad (10-32)$$

10.4.4 FRACTURA DE TENSION COMO UN INDICADOR DE INESTABILIDAD

Al examinar pendientes muchas veces encontramos fracturas de tensión en la parte superior de las superficies. Algunas de estas fracturas son visibles por decenas de años y a veces parecen no ejercer influencia adversa en la estabilidad, por esto es importante considerar como se han formado estas fracturas y si son indicadores de inestabilidad.

Es evidente que las fracturas de tensión son generadas como resultado de pequeños movimientos cortantes dentro de la masa. Aunque estos movimientos individuales son muy pequeños, sus efectos acumulados producen un desplazamiento significativo en la superficie de la pendiente, suficientes para causar la separación de las junturas.

ras verticales detrás de la cresta de la pendiente. El hecho de que las fracturas de tensión sean causadas por movimientos cortantes en la pendiente es importante, porque sugiere que cuando una fractura de tensión se hace visible en la superficie, se debe asumir que la falla se ha iniciado dentro de la masa de roca.

Es imposible de cuantificar la seriedad de esta falla desde que es solamente el comienzo de un proceso progresivo de falla muy complejo.

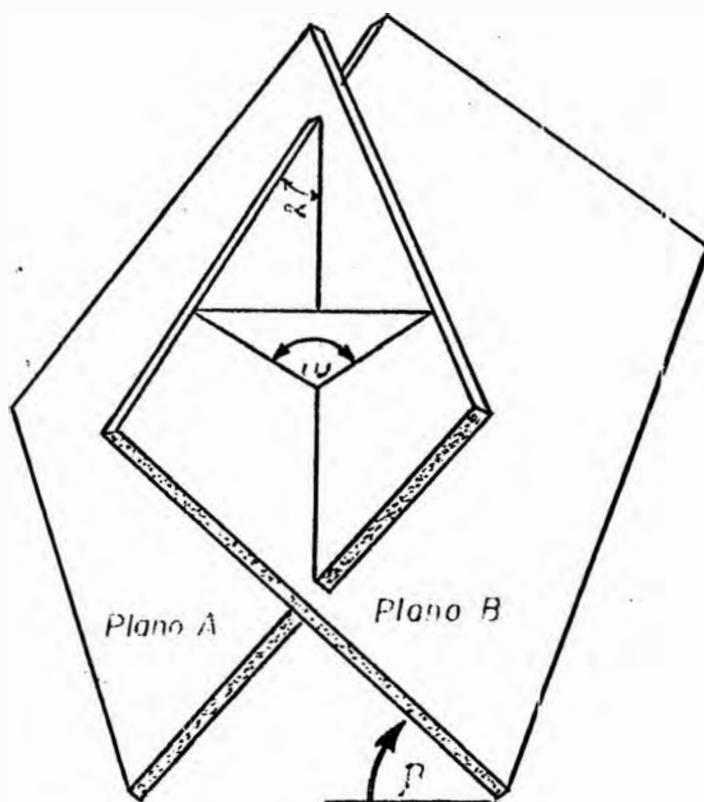
En conclusión, la presencia de fracturas de tensión debe ser tomada como indicador de una inestabilidad potencial.

10.5 FALLA EN CUNA INCLINADA O DESLIZAMIENTO SOBRE DOS PLANOS

Si la línea de intersección de dos discontinuidades estructurales es socavada por excavación durante la operación, hay posibilidad de deslizamiento y el grado de estabilidad puede ser calculado empleando un análisis tridimensional, considerando para el caso la abstracción de dos planos que se intersectan como se muestra en la Fig. (10-11), los planos a usarse en el análisis son:

β = Buzamiento de uno de los planos, designándolo plano B

α = Angulo medido en el plano B entre el rumbo del plano B y la línea de intersección.



Intersección de planos y sus relaciones angulares

ω = Angulo medido en un plano perpendicular a la línea de intersección entre el plano A y el plano B.

Asumiendo que el peso del material de la cuña actúa totalmente sobre el plano B, Fig.(10-12), la fuerza normal será $W \cos \beta$ y la fuerza que actúa en la dirección del buzamiento $W \sin \beta$. Esta última fuerza puede ser resuelta en dos componentes, F_{α} y F_d como se muestra en la Fig.(10-13). F_d es la componente actuando en la dirección de la línea de intersección y es, por consiguiente, la fuerza motriz. F_{α} actúa paralelamente al plano B perpendicular a la línea de intersección, y representa la parte del peso total que actúa sobre el plano A.

$$F_d = W \sin \beta \sin \alpha \quad (10-33)$$

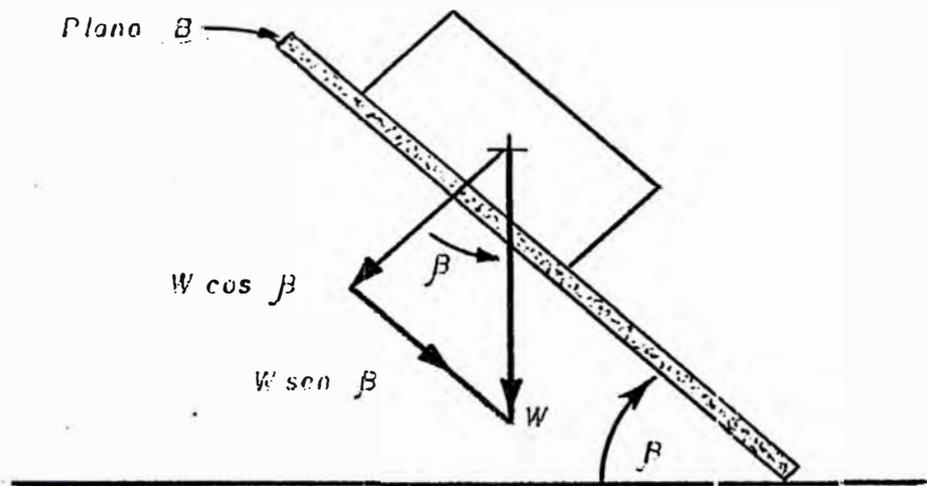
$$F_{\alpha} = W \sin \beta \cos \alpha$$

Para efectos de análisis mostraremos tres casos, según que $\omega = 90^\circ$, $\omega < 90^\circ$ y $\omega > 90^\circ$:

PRIMER CASO: EN QUE LA INTERSECCION DE LOS DOS PLANOS FORMEN UN ANGULO RECTO ($\omega = 90^\circ$)

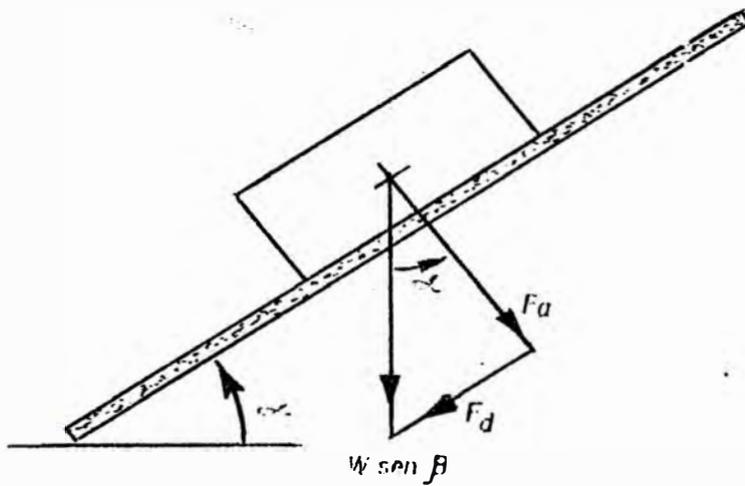
F_{α} es una fuerza normal al plano A. De la relación de fricción ya desarrollada, esta causará una fuerza resistente (R_a), opuesta al movimiento e igual a:

TESIS INGENIERO DE MINAS CAPITULO -10	FALLA EN CUÑA INCLINADA	Figura(10-12)
--	-------------------------	---------------



Componentes de cuerpo que descansa sobre el plano "B"

TESIS INGENIERO DE MINAS CAPITULO -10	FALLA EN CUÑA INCLINADA	Figura (10-13)
--	-------------------------	----------------



Resolución de fuerzas en dirección a la línea de intersección

$$R_a = F_a \tan \phi$$

$$R_a = W \sin \beta \cos \alpha \tan \phi_r \quad (10-34)$$

Teniendo en cuenta que la fuerza normal sobre el plano B es $W \cos \beta$ y la resistencia ofrecida será

$$R_b = W \cos \beta \tan \phi_r \quad (10-35)$$

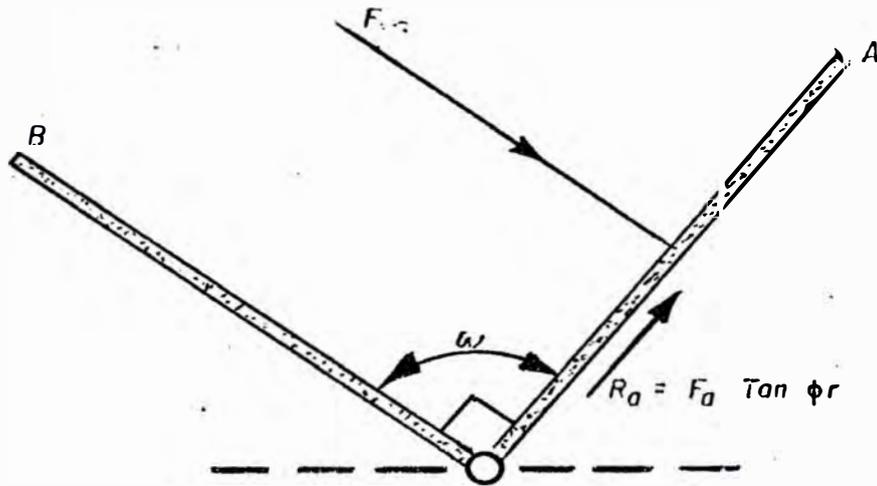
El factor de seguridad es:

$$F = (R_a + R_b) / F_d \quad (10-36)$$

ó reemplazando términos y simplificando:

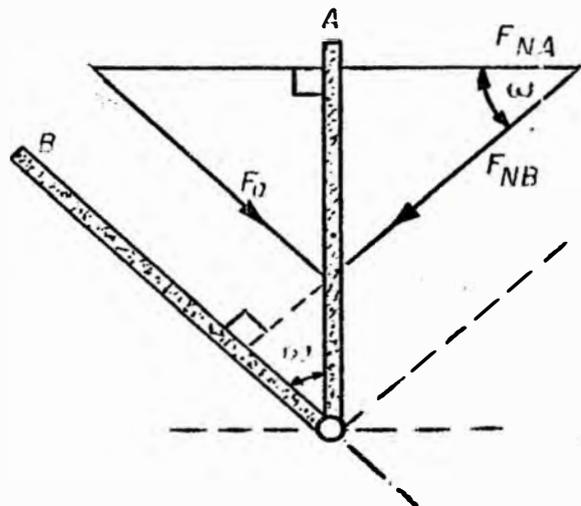
$$F = \frac{(\sin \beta \cos \alpha + \cos \beta) \tan \phi_r}{\sin \beta \tan \alpha} \quad (10-37)$$

TESIS INGENIERO DE MINAS CAPITULO - 10	FALLA EN CUÑA INCLINADA	Figura (10-14A)
---	-------------------------	-----------------



Fuerzas sobre el plano "A" cuando $\omega = 90^\circ$

TESIS INGENIERO DE MINAS CAPITULO - 10	FALLA EN CUÑA INCLINADA	Figura (10-14B)
---	-------------------------	-----------------



Fuerzas sobre el plano "A" cuando $\omega < 90^\circ$

SEGUNDO CASO: CUANDO LA INTERSECCION DE LOS DOS PLANOS FORMA UN ANGULO MENOR QUE UN RECTO ($\omega < 90^\circ$)

En este caso F_α no actúa normalmente al plano A, y de acuerdo a la Fig.(10-14B), F_α es resuelta en dos componentes: F_{n_a} , normal al plano A y F_{n_b} , normal al plano B, luego:

$$F_{n_a} = F_\alpha / \text{Sen } \omega = W \text{ Sen } \beta \text{ Cos } \alpha / \text{Sen } \omega \quad (10-38)$$

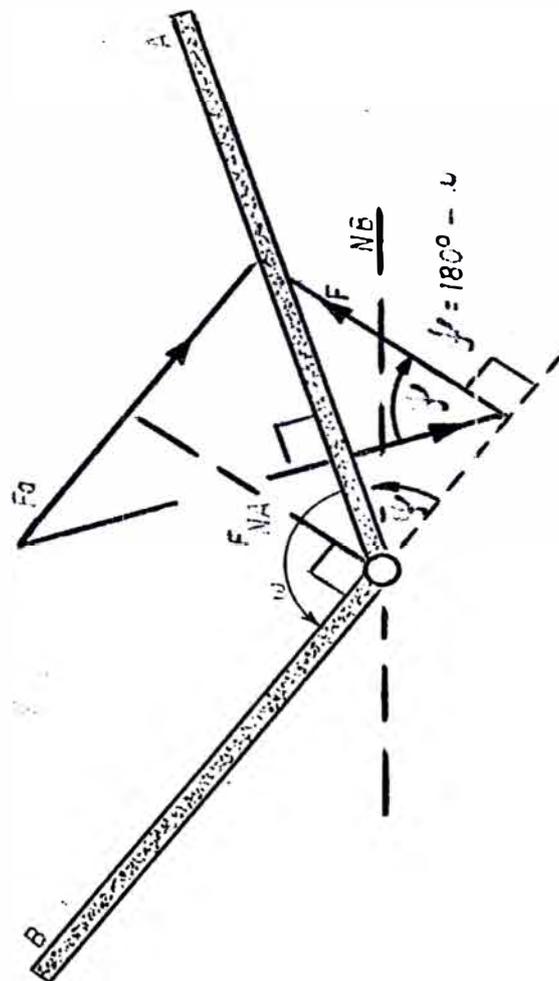
$$F_{n_b} = F_\alpha / \text{tg } \omega = W \text{ Sen } \beta \text{ Cos } \alpha / \text{tg } \omega \quad (10-39)$$

Como el factor de seguridad está dado por la expresión (10-36) se tiene que, reemplazando términos y eliminando la expresión de peso:

$$F = \frac{\text{Sen } \beta \text{ Cos } \alpha \text{ tg } \phi_r (1/\text{tg } \omega + 1/\text{Sen } \omega) + \text{Cos } \beta \text{ tg } \phi_r}{\text{Sen } \beta \text{ Sen } \alpha} \quad (10-40)$$

TERCER CASO: CUANDO LA INTERSECCION DE LOS DOS PLANOS FORMA UN ANGULO MAYOR QUE UN RECTO ($\omega > 90^\circ$)

Para este caso, como se muestra en la Fig.(10-14C)



Fuerzas sobre el plano "A" cuando $\alpha > 90^\circ$

$$F_{na} = F_{\alpha} / \text{Sen} \psi$$

$$F_{nb} = F_{\alpha} / \text{tg} \psi$$

Puesto que : $\psi = 180^{\circ}$

Se tiene que : $\text{Sen} \psi = \text{Sen} \omega$

Y : $\text{tg} \psi = -\text{tg} \omega$

lo que indica que en la expresión (10-40) habrá que tener cuidado con el valor negativo de $\text{tg} \omega$ cuando $\omega < 90^{\circ}$, pues to que la fuerza F_{nb} actúa hacia arriba del plano β .

Luego la expresión (10-40) es general para los tres casos teniendo cuidado con el valor del ángulo ω según sea igual, mayor ó menor que un ángulo recto.

10.6 FALLA DE SUPERFICIE CIRCULAR

10.6.1 METODO DEL CIRCULO DE FRICCIÓN

Ocasionalmente se tiene que tratar con problemas de materiales sueltos, tales como suelos sobrecargados ó botaderos (canchas de almacenamiento), en estos casos, como hemos visto se tienen que utilizar métodos de superficies circulares de falla.

Iniciando el análisis diremos que en una pendiente, que se asume tiene una falla de forma circular, actúan:

- a. El peso gravitacional de la masa del cuerpo a deslizarse.
- b. La presión de agua de poros distribuida a lo largo de toda la porción de los límites del cuerpo a deslizarse.
- c. El esfuerzo normal efectivo distribuido a lo largo de la superficie de falla asumida.

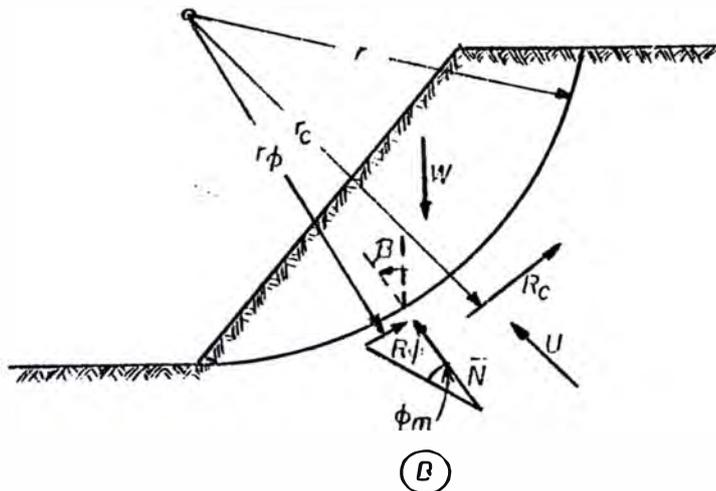
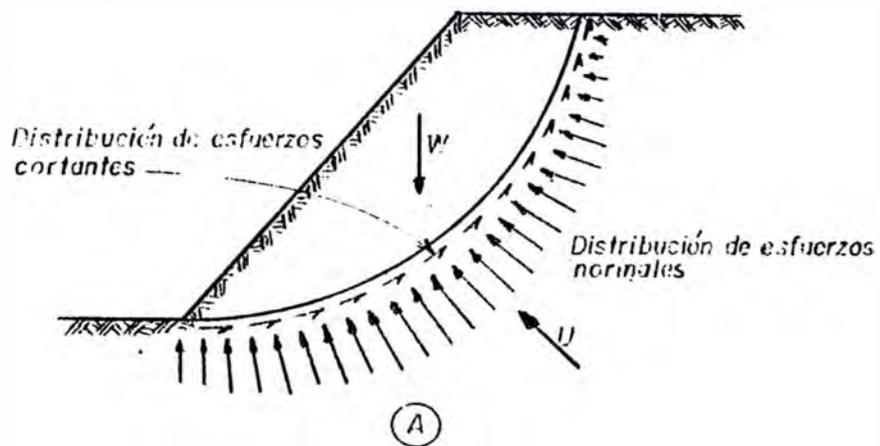
Para un material homogéneo el peso del cuerpo libre W es el área del cuerpo multiplicado por el peso específico. La fuerza del agua es la suma de las presiones de agua que se obtienen de la red de flujo.

Usando la definición de factor de seguridad tenemos que en cada punto de la superficie de falla la resistencia cortante es:

$$\tau_m = \bar{c}/F + \bar{\sigma} \tan \bar{\phi}/F \quad (10-41)$$

Luego la distribución de esfuerzos a lo largo de la superficie de falla puede ser reemplazada por las siguientes tres fuerzas resultantes, como se muestra en la Fig. (10-15B)

- a. La resultante de la cohesión R_c , cuya línea de acción es completamente determinada por la variación



Fuerzas que actúan sobre una pendiente libre con superficie circular de falla :

- A) Distribución de esfuerzos normal y cortante
B) Fuerzas resultantes

de la cohesión \bar{c} a lo largo de la superficie de falla y su magnitud puede expresarse en términos de c y la incógnita. F .

- b. La resultante del esfuerzo normal efectivo \bar{N} , aunque tanto la magnitud como la línea de acción de \bar{N} son desconocidas debe ser por definición normal al arco de falla.
- c. La resultante de la fricción $R\phi$. $R\phi$ debe ser normal a \bar{N} y $R = \bar{N}t\phi$. Sin embargo, la línea de acción de $R\phi$ es desconocida y entonces distribuciones diferentes del esfuerzo normal que dan la misma \bar{N} y el mismo β , darán en general diferente $r\phi$.

Luego hay cuatro cantidades desconocidas F , \bar{N} , β y $r\phi$ y sólo tres ecuaciones de equilibrio estático, lo que indica que el problema es estáticamente indeterminado, y una solución única es imposible, sin la consideración de las características de deformación del material. Se podrá encontrar un rango de soluciones que satisfagan estáticamente asumiendo el valor de una de las cuatro incógnitas.

Si la pendiente es heterogénea, es decir está constituida por más de un tipo de material ó si la red de flujo de agua no es la normal, entonces habría dificultad para determinar la distribución de esfuerzos a lo largo de la superficie de falla, por esta razón y por tratar de desterrar el método de tanteos por su incomodidad se han desarrollado otros métodos de análisis.

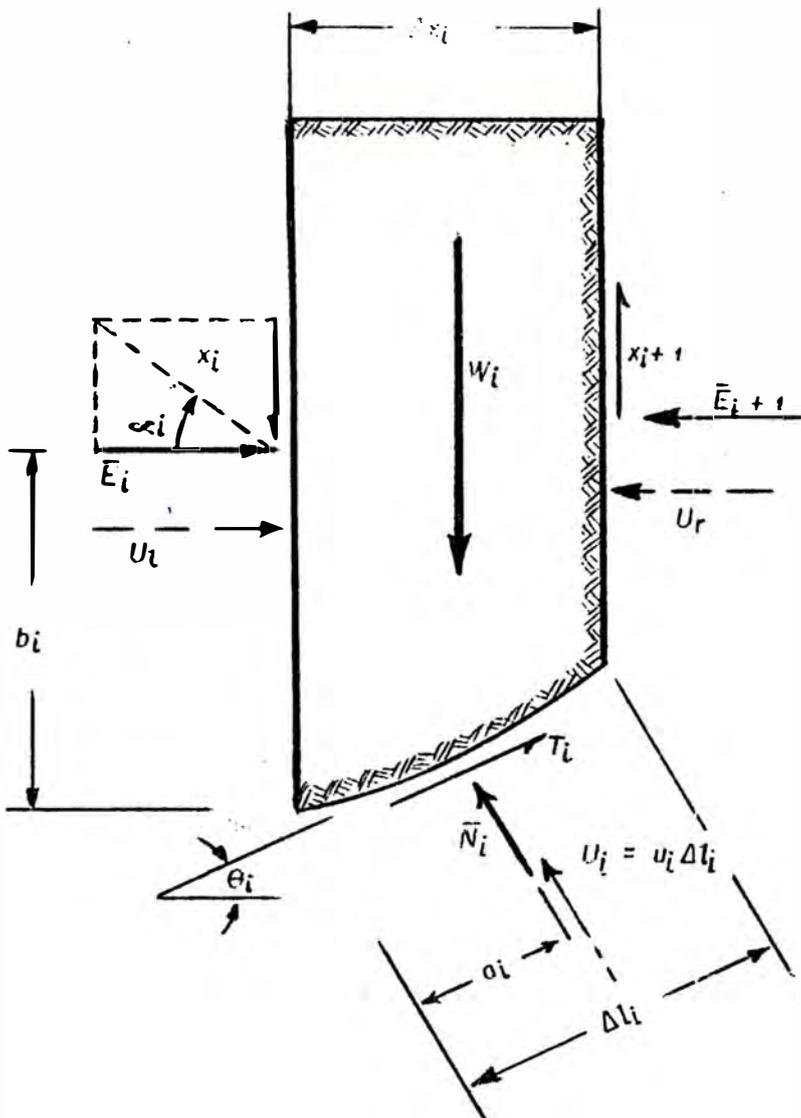
10.6.2 METODO DE REBANADAS

El esfuerzo normal que actúa en un punto del arco de falla debe ser influenciado, principalmente, por el peso del material que yace sobre el punto. Este razonable criterio es la base del *método de rebanadas*.

En este método la masa de falla es dividida en una serie de rebanadas verticales, analizando en cada rebanada su condición de equilibrio.

La Fig.(10-16) muestra una rebanada con las fuerzas desconocidas que actúan sobre ella. Estas fuerzas incluyen las resultantes X_i y E_i de los esfuerzos efectivos cortante y normal a lo largo de los lados laterales de la rebanada, así como también las resultantes H_i y N_i de los esfuerzos efectivos cortante y normal que actúan a lo largo del arco de falla, también actúan sobre esta rebanada las resultantes u_i y u_i de las presiones de agua de poros en los costados de la rebanada; se asume que estas presiones son conocidas.

La Tabla (10-2) muestra una lista de las fuerzas y localizaciones desconocidas para una masa de falla que es dividida en n rebanadas verticales. Si las rebanadas son tan delgadas, que las coordenadas α_i (que determinan la localización de las resultantes N_i a lo largo de los segmentos del arco de falla) pueden ser tomados como cero, entonces hay $(4n - 2)$ incógnitas versus $3n$ ecuaciones ó $(n - 2)$ incógnitas extras. Luego para obtener valores del factor de seguridad es necesario hacer asunciones para levantar la incógnita extra.



TESIS INGENIERO DE MINAS CAPITULO 10	ECUACIONES E INCOGNITAS PARA n REBANADAS	TABLA (10-2)
INCOGNITAS RELACIONADAS CON FUERZAS DE EQUILIBRIO		
n	Fuerzas normales resultantes \bar{N}_j en la base de cada rebanada o cuña.	
1	Factor de seguridad, que permite expresar las fuerzas cortantes T_j en la base de cada rebanada, en términos de \bar{N}_j .	
$n-1$	Fuerzas normales resultantes \bar{E}_j , en cada superficie de contacto entre rebanadas o cuñas.	
$n-1$	Angulos ϕ_j , que expresan la relación entre la fuerza cortante X_j y la fuerza normal E_j en cada superficie de contacto.	
$3n-1$	Incógnitas, versus $2n$ ecuaciones.	
INCOGNITAS RELACIONADAS CON MOMENTOS DE EQUILIBRIO		
n	Coordenadas a_j , que localizan la resultante \bar{N}_j en la base de cada rebanada o cuña.	
$n-1$	Coordenadas b_j , que localizan la resultante \bar{E}_j en cada superficie de contacto entre rebanadas o cuñas.	
$2n-1$	Incógnitas, versus n ecuaciones.	
TOTAL DE INCOGNITAS		
$5n-2$	Incógnitas, versus $3n$ ecuaciones.	

Para que el problema sea estáticamente determinado deben hacerse $(n-2)$ asunciones. Efectuando cuidadosos análisis se encuentra que hay severas limitaciones en el modo en que se pueden hacer estas asunciones. Las fuerzas cortantes que actúan sobre el lado de las rebanadas no pueden exceder la resistencia cortante de los suelos, y las fuerzas laterales E_i deben caer sobre el arco de falla entre un tercio y la mitad de la altura de la rebanada. Luego aunque un gran rango de factores de seguridad puede ser computado, basándose en esta asunción, hay solamente un rango estrecho de factores de seguridad correspondientes a una razonable distribución de esfuerzos a lo largo del arco de falla y dentro de la masa de falla.

Este método es considerablemente complejo, y se recomienda usarlo para análisis de superficies no circulares de falla, para muchos problemas es suficiente usar métodos aproximados que dan respuestas razonablemente correctas.

10.6.3 CARACTERISTICAS COMUNES DE LOS METODOS APROXIMADOS

En todos estos momentos, el factor de seguridad es definido en términos de los momentos con respecto al centro del arco de falla.

$$F = \frac{M_R}{M_D} = \frac{\text{Momento de la resistencia cortante a lo largo del arco de falla}}{\text{Momento del peso de la masa de falla}}$$

(10-42)

El denominador es el momento de deslizamiento susceptible de ser evaluado. Si consideramos que el brazo de momento para el peso de cualquier rebanada es igual a $r \text{ Sen } \theta_i$, podemos afirmar que:

$$M_D = r \sum_{i=1}^{i=n} W_i \text{ Sen } \theta_i$$

Donde r es el radio del arco de falla, n es el número de rebanadas, y W_i y θ_i son definidas en la Fig.(10-16) Simultáneamente los momentos resistentes pueden ser escritos como:

$$M_R = r \sum_{i=1}^{i=n} (\bar{c} + \bar{\sigma}_i \tan \bar{\phi}) \Delta l_i = r(\bar{c}L + \tan \bar{\phi} \sum_{i=1}^{i=n} \bar{N}_i)$$

Donde Δl_i es la longitud del arco de falla cortado por la i ma. rebanada y L es la longitud total del arco de falla. De donde la ecuación (10-42) se convierte en:

$$F = \frac{(\bar{c}L + \tan \bar{\phi} \sum_{i=1}^{i=n} \bar{N}_i)}{\sum_{i=1}^{i=n} W_i \text{ Sen } \theta_i} \quad (10-43)$$

Que es una ecuación perfectamente exacta, entonces resultará un valor exacto de F .

10.7 METODO DE ELEMENTOS FINITOS

Para efectuar el análisis por este método que se basa en la representación de un medio continuo por medio de una red de elementos unidos unos con otros por sus vértices llamados nudos, seguiremos los siguientes pasos:

- a. El medio continuo es separado por medio de superficies imaginarias en un número finito de elementos.
- b. Los elementos se asumen interconectados por nudos en sus extremos. Los desplazamientos en los nudos son los parámetros desconocidos.
- c. Una ó varias funciones son elegidas para definir el estado de desplazamientos en cada elemento en función de los desplazamientos en los nudos.
- d. Usando las ecuaciones desplazamiento-deformación, las deformaciones en cada elemento quedarán definidas en función de los desplazamientos en los nudos. Por medio de la matriz de elasticidad, el estado de esfuerzos en el elemento y en sus bordes puede ser determinado.
- e. Asumir fuerzas en los nudos que equilibren los esfuerzos en los extremos del elemento y cualquier tipo de carga exterior que actúe en el mismo; quedando

determinada de esta forma la relación básica de rigidez del elemento (matriz de rigidez).

- f. Usando cualquier procedimiento válido de análisis estructural se pueden llegar a determinar los desplazamientos de nudos desconocidos.

10.7.1 CARACTERISTICAS DE UN ELEMENTO FINITO

A fin de visualizar objetivamente el método se usará durante la deducción un elemento plano laminar Fig(10-17)

FUNCION DE DESPLAZAMIENTO

El elemento finito se encuentra definido por los nudos i , j , k y las líneas de borde ij , ik y jk . Para definir los desplazamientos usaremos un vector columna

$$\{f\} = [N]\{\delta\}^e = [N_i, N_j, N_k, \dots] \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \\ \delta_k \\ \dots \\ \dots \end{Bmatrix}$$

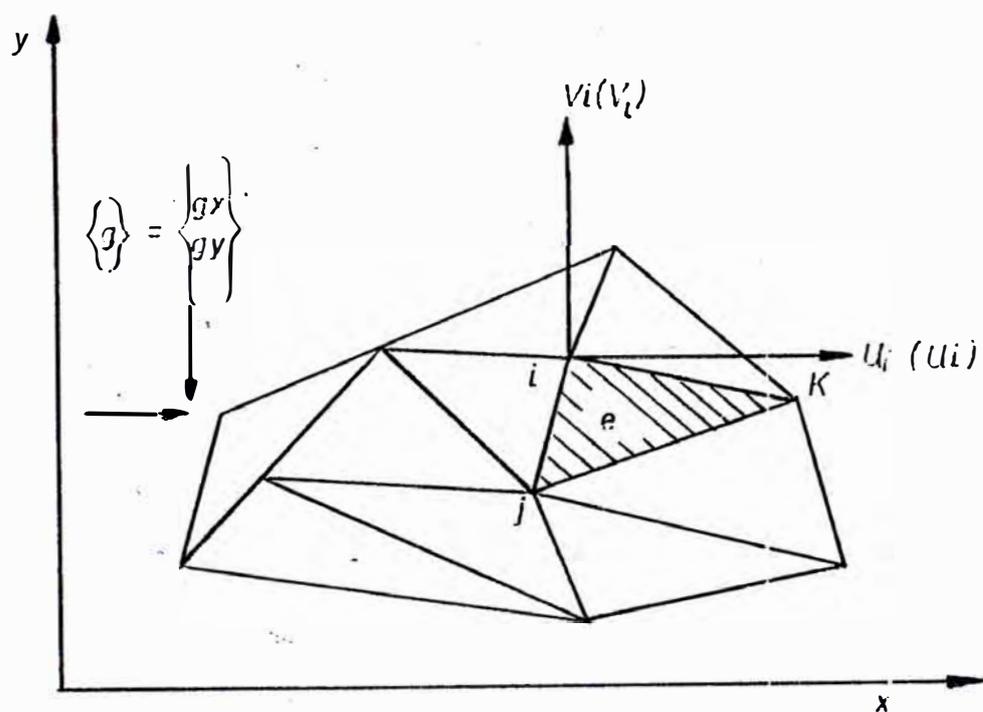
(10-44)

En general las componentes de la matriz $[N]$ son funciones de desplazamiento y la matriz $\{\delta\}^e$ representa los desplazamientos en los nudos de un elemento en particular

TESIS INGENIERO
DE MINAS
CAPITULO 10

ELEMENTO PLANO LAMINAR

Figura (10-17)



$$\{f\} = \begin{Bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{Bmatrix} \quad \{\delta_i\} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix}$$

DEFORMACIONES

Definiendo los desplazamientos en los nudos del elemento, podemos definir ahora las deformaciones en función de estos desplazamientos

$$\{\epsilon\} = [B] \{\delta\}^e \quad (10-45)$$

ESFUERZOS

No considerando deformaciones por gradiente de temperatura los esfuerzos en un cuerpo elástico pueden definirse como:

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\} \quad (10-46)$$

donde $[D]$ es la matriz de elasticidad. En el caso de esfuerzo plano

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

FUERZAS EQUIVALENTES EN LOS NUDOS

Definamos estas fuerzas como estáticamente equivalentes a los esfuerzos en las fronteras del elemento y a cualquier carga distribuida actuando en el elemento.

$$\{F\}^e = \begin{pmatrix} F_i \\ F_j \\ F_k \\ - \\ - \end{pmatrix}$$

Cada elemento de la matriz $\{F_i\}$ debe constar del mismo número de componentes de la matriz $\{\delta_i\}$ y deben ser ordenados en sus correspondientes direcciones.

La matriz de cargas distribuidas $\{P\}$ queda definida por las cargas que actúan sobre una unidad de volumen en el elemento en las direcciones correspondientes a los desplazamientos en cada punto.

10.7.2 PRINCIPIO DE TRABAJOS VIRTUALES

Con el objeto de establecer equivalencia entre las fuerzas de los nudos, las cargas distribuidas y los esfuerzos de frontera; impondremos desplazamientos virtuales en los nudos, de tal modo que se cumpla que el trabajo interno de energía elástica sea igual al trabajo externo de las fuerzas.

Usaremos un asterisco para referirnos a los desplaz

mientos virtuales.

$$[f^*] = [N] \{\delta^*\}^e \quad [e^*] = [e] \{\delta^*\}^e \quad (10-47)$$

donde $\{\delta^*\}$ es la matriz de desplazamientos virtuales en el elemento y $\{e^*\}$ la matriz de deformaciones virtuales.

La energía elástica por unidad de volumen, causada por los esfuerzos y fuerzas distribuidas queda definida:

$$\{\epsilon^*\}^T \{\sigma\} - \{f^*\}^T \{P\} = (\{\delta^*\}^e)^T ([B]^T \{\sigma\} - [N]^T \{P\}) \quad (10-48)$$

El trabajo externo queda definido por:

$$W_{ext} = (\{\delta^*\}^e)^T \{F\}^e \quad (10-48a)$$

Iguando $W_{ext} = W_{int}$

$$(\{\delta^*\}^e)^T \{F\}^e = (\{\delta^*\}^e)^T \left(\int_V [B]^T \{\sigma\} dV - \int_V [N]^T \{P\} dV \right) \quad (10-49)$$

Esta relación es válida para cualquiera que fuera el valor del desplazamiento virtual. Además sabemos que:

$$\{\epsilon\} = [B] \{\delta\}^e \quad \text{y} \quad \{\sigma\} = [D] \{\epsilon\}$$

Reemplazando en (10-49) y simplificando:

$$\begin{aligned} \{F\}^e &= \int_V [B]^T [D] [B] dv \{\delta\}^e - \int_V [N]^T \{P\} dv \\ &= [k] \{\delta\}^e + \{F\}_p \end{aligned} \quad (10-50)$$

Por consiguiente, la matriz de rigidez queda definida:

$$[k] = \int_V [B]^T [D] [B] dv \quad (10-51)$$

las fuerzas en los nudos:

$$\{F\}_p = - \int_V [N]^T \{P\} dv \quad (10-52)$$

10.7.3 ELEMENTOS EN LOS BORDES DE LA ESTRUCTURA

En el caso que se especificaran los desplazamientos en los bordes, como condición, la solución sería sencilla y directa; sin embargo, en el caso de existir una matriz de cargas exteriores $\{g\}$ por unidad de área, Fig.(10-17), tendríamos que considerar un término adicional en los nudos.

$$\{F\}^e = - \int_A [N]^T \{q\} dA \quad (10-53)$$

Nótese que la integración es realizada sobre el área del elemento en que actúan las cargas.

ESFUERZOS INTERNOS

Una vez que los desplazamientos en los nudos han quedado definidos, los esfuerzos internos en la estructura pueden ser determinados.

$$\{\sigma\} = [D][B]\{\delta\}^e = [S]^e \{\delta\}^e$$

donde $[S]^e = [D][B]$ será llamada *matriz de esfuerzos*.

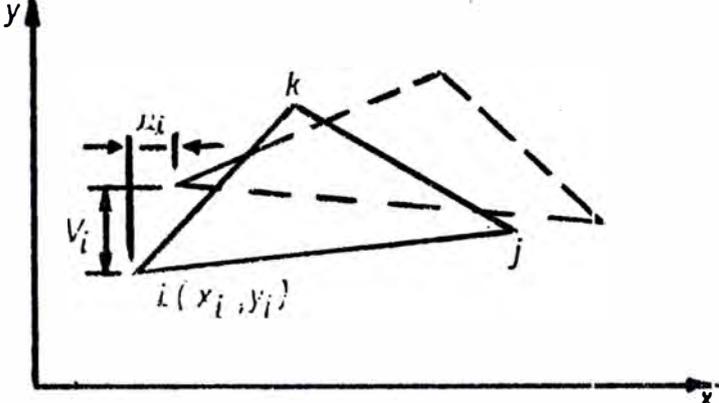
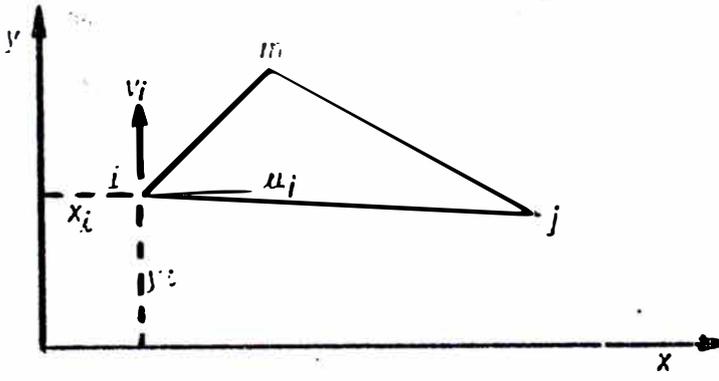
10.7.4 MATRIZ DE RIGIDEZ PARA UN ELEMENTO BI-DIMENSIONAL

CASO: ESFUERZO PLANO

Por comodidad escojamos un elemento triangular, Fig. (10-18), sujeto a fuerzas de membrana.

CRITERIO DE CONVERGENCIA

Para asegurar la convergencia en el análisis deben

TESIS INGENIERO DE MINAS CAPITULO - 10	ESFUERZO PLANO ELEMENTO TRIANGULAR	Figura (10-18)
		
TESIS INGENIERO DE MINAS CAPITULO - 10	ESFUERZO PLANO ELEMENTO TRIANGULAR	Figura (10-19)
		

existir las siguientes condiciones:

- a. El cuerpo debe poder desplazarse en forma rígida sin producir esfuerzos.
- b. En el límite la condición de deformación constante debe existir en cada elemento.
- c. Debe haber compatibilidad de desplazamientos entre los nudos comunes de elementos adyacentes.

PASOS A SEGUIR

- a. Teniendo en cuenta el criterio de convergencia antes establecido los desplazamientos que debemos incluir son tres:
 - Desplazamiento rígido de traslación en la dirección del eje x .
 - Desplazamiento rígido de traslación en la dirección del eje y .
 - Rotación rígida alrededor del eje z .

Escogeremos el polinomio mínimo de expansión para dos dimensiones:

$$\begin{aligned}
 u &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \\
 v &= \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y
 \end{aligned}
 \tag{10-54}$$

Las funciones arriba mencionadas son continuas para el elemento puesto que generan una familia de líneas rectas para diferentes valores de x e y . Los desplazamientos varían consiguientemente en forma lineal a lo largo de los bordes del elemento. Así pues asegurando la compatibilidad entre desplazamientos impuestos a los nudos se garantiza la compatibilidad de los elementos.

(10-54) en forma matricial queda como:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{Bmatrix} \quad (10-55)$$

o en forma más concisa $\{f\} = [P] \{\alpha\}$ (10-56)

- b. Conviene ahora evaluar los términos α_i en función de los desplazamientos en los nudos previo a la relación desplazamiento-deformación. Substituyendo los desplazamientos en los nudos y sus coordenadas en la ecuación (10-55) obtenemos:

$$\begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_k \\ v_k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_k & y_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{Bmatrix} \quad (10-57)$$

$$\text{ó simplemente } \{\delta\}^e = [c] \{\alpha\} \quad (10-58)$$

donde la matriz $[c]$ es una matriz cuadrada cuyos elementos son valores numéricos independientes de x e y . Resolviendo para α :

$$\{\alpha\} = [c^{-1}] \{\delta\}^e \quad (10-59)$$

En caso de no existir los valores de la inversa c , los α son linealmente dependientes y debe elegirse una nueva función de desplazamientos. Reemplazando (10-59) en (10-56)

$$\{f\} = [P][c^{-1}]\{\delta\}^e = [N]\{\delta\}^e \quad (10-60)$$

- c. Las deformaciones del elemento para el caso de esfuerzo plano se obtienen diferenciando las expresiones (10-54) en la forma siguiente:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \partial u / \partial x = \alpha_2 \\ \epsilon_y &= \partial v / \partial y = \alpha_4 \\ \gamma_{xy} &= \partial v / \partial x + \partial u / \partial y = \alpha_5 + \alpha_3 \end{aligned} \quad (10-61)$$

Todas las deformaciones arriba mencionadas son constantes para todo el elemento. En forma matricial sería:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{Bmatrix} \quad (10-62)$$

o en forma más concisa $\{\epsilon\} = [Q] \{\alpha\}$ (10-63)

Substituyendo la ecuación (10-59) en la (10-63), obtenemos la relación entre las deformaciones del elemento y los desplazamientos en los nudos.

$$\{\epsilon\} = [Q][c^{-1}] \{\delta\}^e = [B] \{\delta\}^e \quad (10-64)$$

En este caso, ambas matrices $[Q]$ y $[c]$ son independientes de x e y .

- d. Formulamos las componentes de esfuerzo-deformación para las tres componentes de esfuerzos en el plano. (material isotrópico)

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_x + \mu \epsilon_y) \\
 \sigma_y &= \frac{E}{1-\mu^2} (\mu \epsilon_x + \epsilon_y) \\
 \tau_{xy} &= G \gamma_{xy} = \frac{E}{2(1+\mu)} \gamma_{xy}
 \end{aligned}
 \tag{10-65}$$

que en forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}
 \tag{10-66}$$

$$\text{ó simplemente } \{\sigma\} = [D] \{\epsilon\}
 \tag{10-67}$$

donde la matriz $[D]$ es la matriz de elasticidad.

- e. Como vimos anteriormente la matriz de rigidez del elemento es determinada evaluando la integral de volumen del triple producto matricial:

$$[K]^e = \int_V [B]^T [D] [B] dv
 \tag{10-68}$$

Para los efectos del elemento triangular considerado, donde las deformaciones son constantes a través de todo el elemento, las matrices $[B]$ y $[D]$ no varían con respecto al volumen y por lo tanto pueden quedar fuera de la integral. Aún más el elemento tiene espesor constante (t) de manera que la integración debe efectuarse sobre el área del triángulo.

$$[K]^e = [B]^T [D] [B] t \int dA \quad (10-69)$$

Sabemos que

$$\int dA = A = \frac{1}{2} [x_i(y_j - y_k) + x_j(y_k - y_i) + x_k(y_i - y_j)] \quad (10-70)$$

$$[K]^e = tA [B]^T [D] [B] \quad (10-71)$$

Es preferible no evaluar una expresión explícita para la matriz de rigidez del elemento porque no resulta práctico, preferiblemente debe ser desarrollada la expresión por la computadora en forma numérica usando la secuencia de operaciones con matrices descritas anteriormente en forma consecutiva para cada elemento.

- f. La deducción expuesta anteriormente ha sido hecha en un sistema de coordenadas globales. Por consiguiente, en este caso no es necesario transformar la ma

triz de rigidez del elemento antes de ensamblar la matriz de rigidez total de la estructura.

Requeseamos a las ecuaciones (10-54)

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 y + \alpha_3 y^2$$

$$v = \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y$$

Los coeficientes α_i aún desconocidos pueden ser de terminados al conocerse las condiciones de frontera en los nudos, como lo veremos más adelante numéricamente en un ejemplo.

Asumimos conocidas las condiciones de borde μ_i , μ_j y μ_m .

$$\mu_i = \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i$$

$$\mu_j = \alpha_1 + \alpha_2 x_j + \alpha_3 y_j \quad (10-72)$$

$$\mu_m = \alpha_1 + \alpha_2 x_m + \alpha_3 y_m$$

o en forma matricial

$$\begin{Bmatrix} \mu_i \\ \mu_j \\ \mu_m \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_m & y_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{Bmatrix} \quad (10-73)$$

Aplicando la Regla de Cramer:

$$\alpha_i = \frac{\mu_i(x_j y_m - x_m y_j) - x_i(\mu_j y_m - \mu_m y_j) + y_i(\mu_j x_m - \mu_m x_j)}{(x_j y_m - x_m y_j) - (x_i y_m - x_m y_i) + (x_i y_j - x_j y_i)} \quad (10-74)$$

donde el denominador representa el doble del área del elemento triangular (ver ecuación (10-70))

∴

$$\alpha_i = \frac{[(x_j y_m - x_m y_j)\mu_i + (x_m y_i - x_i y_m)\mu_j + (x_i y_j - y_j y_i)\mu_m]}{2A} \quad (10-75)$$

C A P I T U L O O N C E

INSTRUMENTACION PARA PENDIENTES EN ROCA

11.1 PENDULOS EN TALADRO

11.2 EXTENSOMETROS EN TALADRO

11.3 EXTENSOMETROS DE SUPERFICIE

11.4 CLINOMETROS

Como se ha visto en los análisis de estabilidad se consideran la influencia de parámetros geológicos, mecánicos, etc. a los cuales es necesario dar valores numéricos que para obtenerlos, lógicamente, hay que recurrir a la observación y medición.

El propósito de la instrumentación en pendientes es entonces:

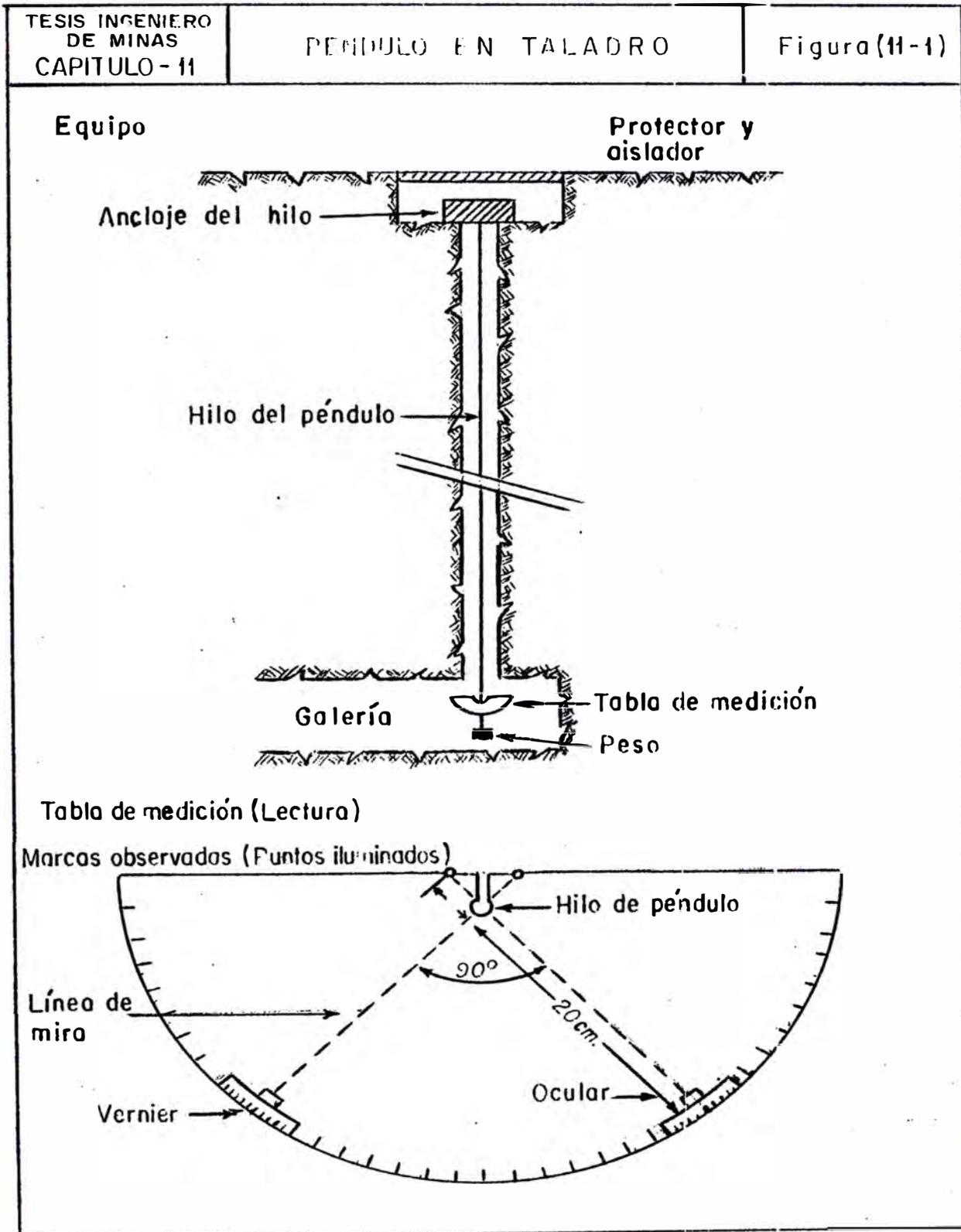
- a. Obtener información básica del lugar y asistir en el diseño de la excavación, y
- b. Proveer información para el control y asistir a la seguridad durante la excavación.

A continuación se muestran algunos instrumentos y técnicas de medición de desplazamientos que pueden usarse en forma práctica en nuestra minería sin entrar a detalles, discutir su aplicación, ni pretender siquiera que sea un muestrario.

11.1 PENDULOS EN TALADRO

Son basados en el principio de la plomada e indican la vertical. Se distinguen los péndulos directos y los péndulos inversos.

Los péndulos directos son constituidos por un hilo de acero fijado en la parte superior de un taladro vertical. Un peso situado en la extremidad inferior del hilo mantiene éste en una tensión constante, Fig.(11-1).



En la parte inferior el hilo tenso pasa a través de una tabla de medición horizontal. Esta tabla semicircular comprende un hueco para permitir el pasaje del hilo, dos marcas observadas fijas y dos verniers. Estos verniers provistos con un ocular pueden desplazarse sobre el perímetro graduado de la tabla. La operación consiste en alinear la marca, el hilo del péndulo y el ocular del vernier. Dos alineamientos en direcciones aproximadamente perpendiculares se realizan así. Esta operación permite medir las dos componentes horizontales del desplazamiento relativo entre el punto de fijación del hilo, materializado en el plano de medición por el hilo, y el punto de fijación de la tabla misma. Estas dos componentes proporcionan el desplazamiento horizontal relativo. Si el punto está supuesto fijo (caso de las minas a tajo abierto), la medición proporciona luego, el desplazamiento horizontal del punto alto. Si el diámetro de la tabla de medición es de 20 cm. y si el hilo pasa a más ó menos 2 cm. de la marca, el factor de amplificación del desplazamiento al nivel del vernier es igual a 10.

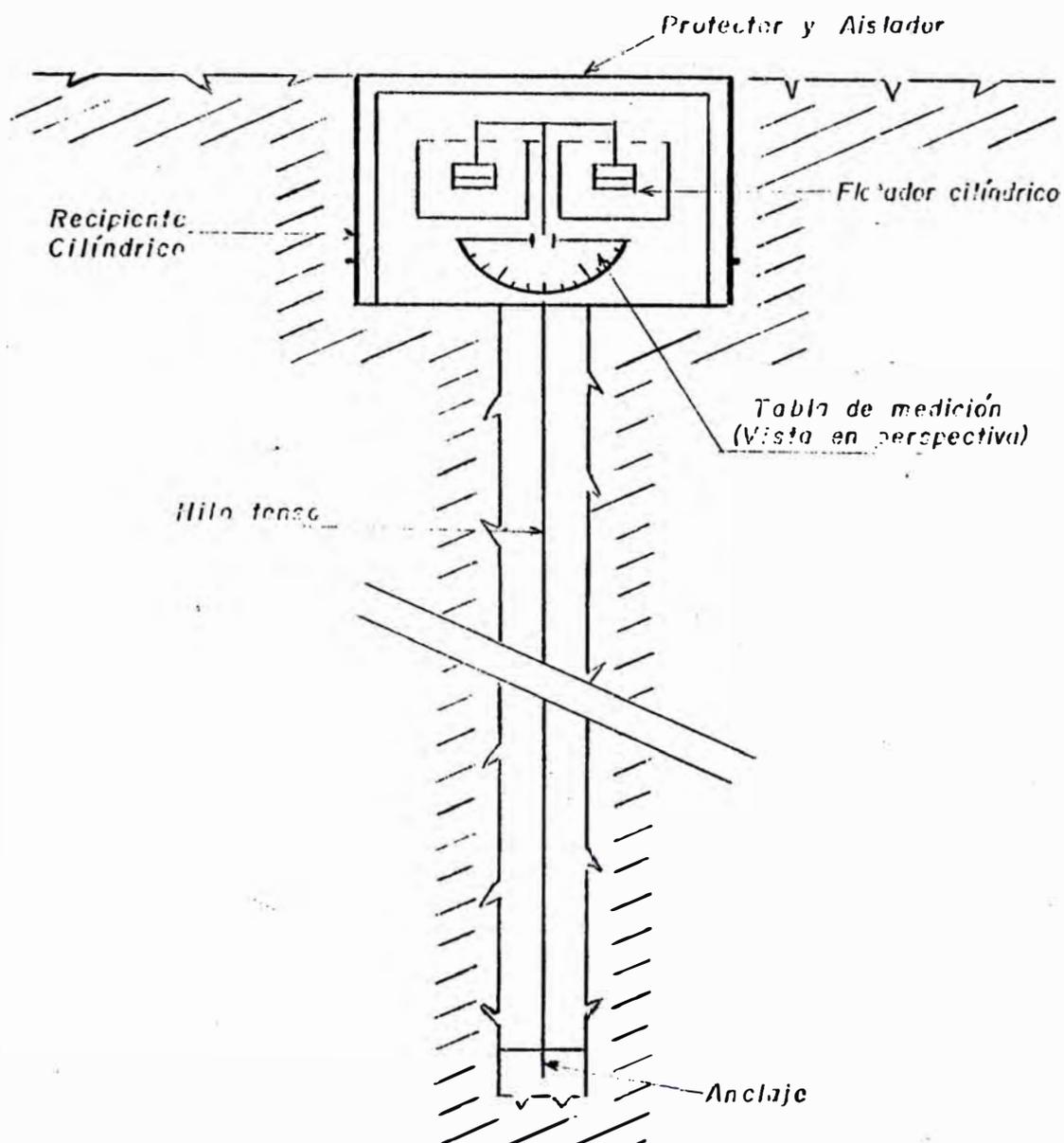
Con vernier al $1/20$ mm. el aparato es luego sensible a un desplazamiento de $1/200$ mm. o sea 5 micrones. El péndulo en taladro constituye un aparato muy sensible.

Los péndulos inversos están basados en el mismo principio, pero el hilo está anclado en el fondo de un taladro vertical y la tensión del hilo está asegurada por la fuerza de empuje de Arquímedes, ejercida sobre un flotador puesto en la cabeza del taladro, Fig.(11-2). Al observar los movimientos de la extremidad superior del hilo, se mide el desplazamiento relativo de las dos extremidades del taladro.

TESIS INGENIERO
DE MINAS
CAPITULO II

ESQUEMA DEL PENDULO INVERSO

Figura (11-2)



Estos dos tipos de aparatos permiten medir el desplazamiento absoluto de una de las dos extremidades del péndulo, si la otra está supuesta fija, en particular si la tabla de medición en galería (caso del péndulo directo) ó al anclaje del hilo (caso del péndulo inverso) son suficientemente profundos.

Las mayores ventajas de estos aparatos pueden resumirse así:

- Exactitud muy grande si la perforación es perfectamente vertical.
- Precisión muy grande.
- Alta sensibilidad.
- Gran confiabilidad.

En lo que se refiere a desventajas se deben quizás mencionar el precio ó costo elevado y las dificultades de instalación de estos aparatos.

11.2 EXTENSOMETROS EN TALADRO

Los extensómetros con hilos permiten medir el desplazamiento relativo tangencial ó longitudinal de algunos puntos de un taladro. Están constituidos por uno ó varios hilos de acero anclados en el fondo y en varios puntos del taladro y mantenidos bajo tensión constante por un peso ubicado en la cabeza del taladro, Fig.(11-3).

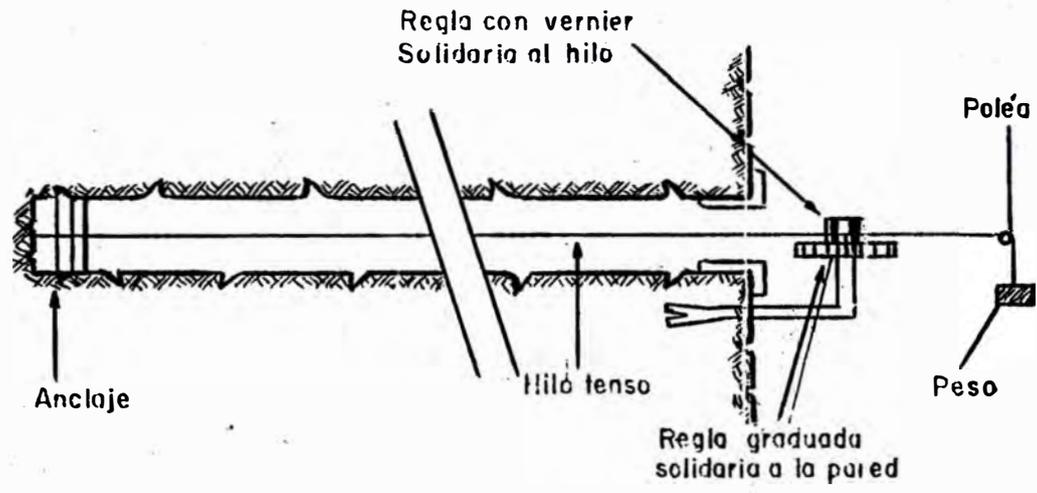
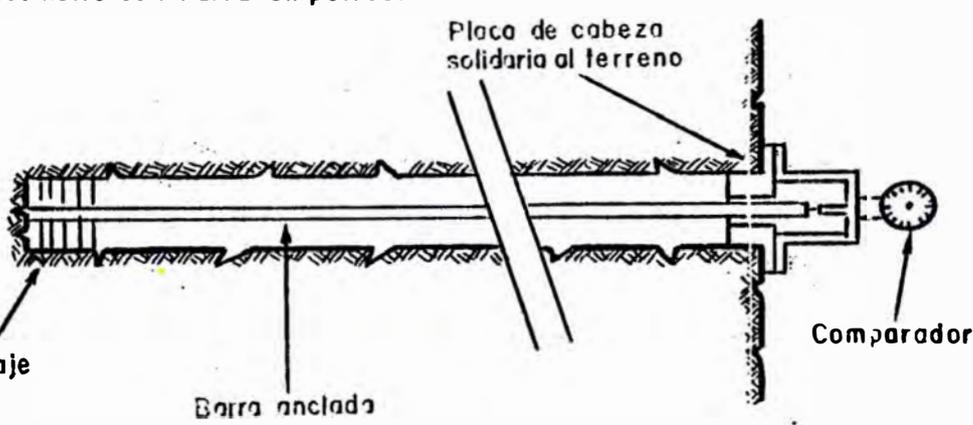
La medición consiste en observar el desplazamiento longitudinal relativo de una marca solidaria al hilo, sobre una tabla de medición anclada a la cabeza del taladro.

En el sistema representado en la Fig.(11-3A) el movimiento del peso se efectúa con rozamiento por polea. Otros sistemas se han inventado para evitar el rozamiento en particular con movimiento del peso por balance. En cuanto al sistema de lectura, puede ser muy variado. El más sencillo está presentado aquí. La medición se puede hacer también por comparador, cuerdas vibrantes, strain gauges, captadores de desplazamientos con transformador diferencial, etc..

El mismo taladro puede contener varios hilos fijados en puntos diferentes. Así han sido ya realizados extensómetros con 10 hilos. Es necesario para eso que cada hilo sea instalado en un tubo individual de plástico, para permitir el anclaje de los demás hilos.

Una técnica variante consiste en reemplazar los hilos tensos por barras rígidas ancladas en el taladro, quedándose sin cambio el principio de la medición (se utiliza en este caso un comparador), Fig.(11-3B).

Estos aparatos igualmente sencillos y de uso relativamente fácil, son particularmente interesantes para la medición de la abertura de las discontinuidades del macizo y particularmente de las fisuras de tracción en la cima de la mina.

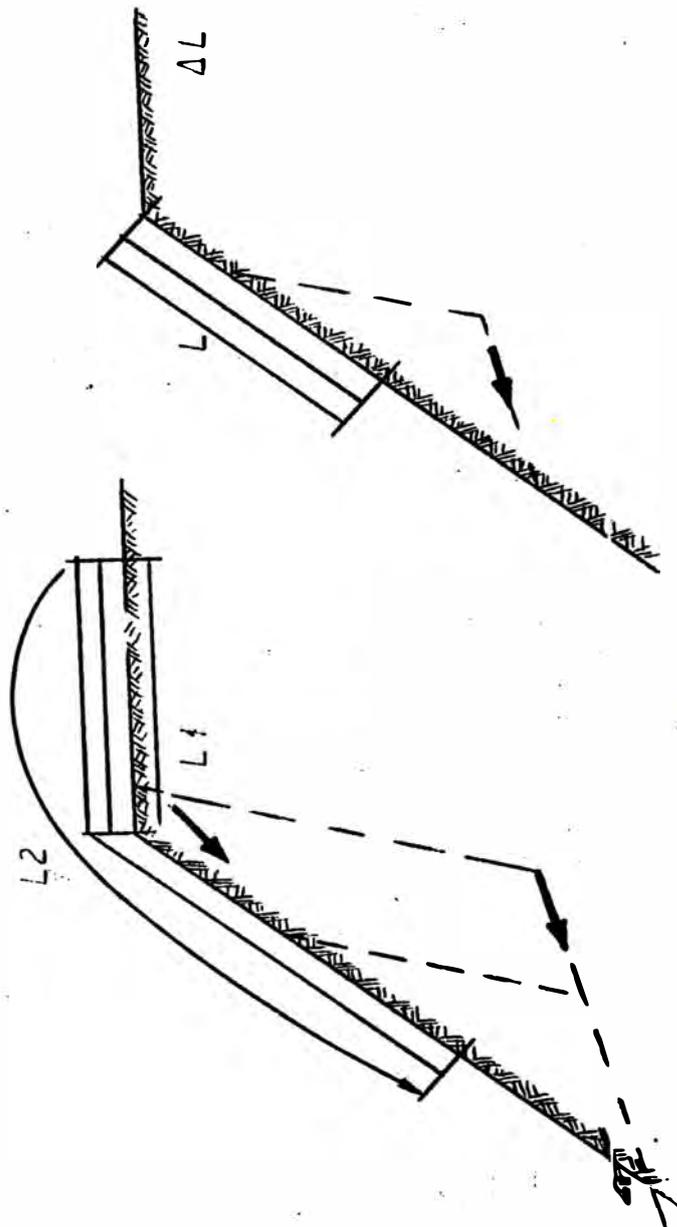
TESIS INGENIERO DE MINAS CAPITULO - 11	EXTENSOMETRO CON HILO TENSO	Figura (11-3A)
<p>Extensómetro con hilo tenso</p>  <p>Labels in diagram:</p> <ul style="list-style-type: none"> Anclaje Regla con vernier Solidaria al hilo Hilo tenso Regla graduada solidaria a la pared Poléa Peso 		
TESIS INGENIERO DE MINAS CAPITULO - 11	EXTENSOMETRO CON BARRA EMPOTRADA	Figura 11-3B
<p>Extensómetro con barra empotrada</p>  <p>Labels in diagram:</p> <ul style="list-style-type: none"> Anclaje Barra anclada Placa de cabeza solidaria al terreno Comparador 		

11.3 EXTENSOMETROS DE SUPERFICIE

El principio de los extensómetros de superficie, es semejante al de los extensómetros en taladro. Hilos ó cintas tensas ó barras ancladas a una de sus extremidades, permiten medir variaciones de distancia entre dos puntos. La cinta tensa ó convergenciómetro (por ejemplo tipo interfils) es un aparato de medición móvil, que el operador tiende entre dos barras ancladas en la roca, Fig.(11-4). El número de barras no está limitado, la longitud de la base de medición es arbitraria; un solo convergenciómetro permite hacer un número limitado de mediciones extensométricas, en el mismo sitio ó en sitios diferentes. Las mediciones son muy rápidas y dan una precisión del 1/10 mm.

Un tipo particular de extensómetros de superficies es frecuentemente utilizado para controlar la evolución de una fractura con el tiempo. Dos marcas solidarias a las dos paredes de la fractura permiten medir con la ayuda de un pie de rey ó con un simple centímetro las variaciones de la abertura de la fractura y los desplazamientos tangenciales de sus paredes, Fig.(11-5).

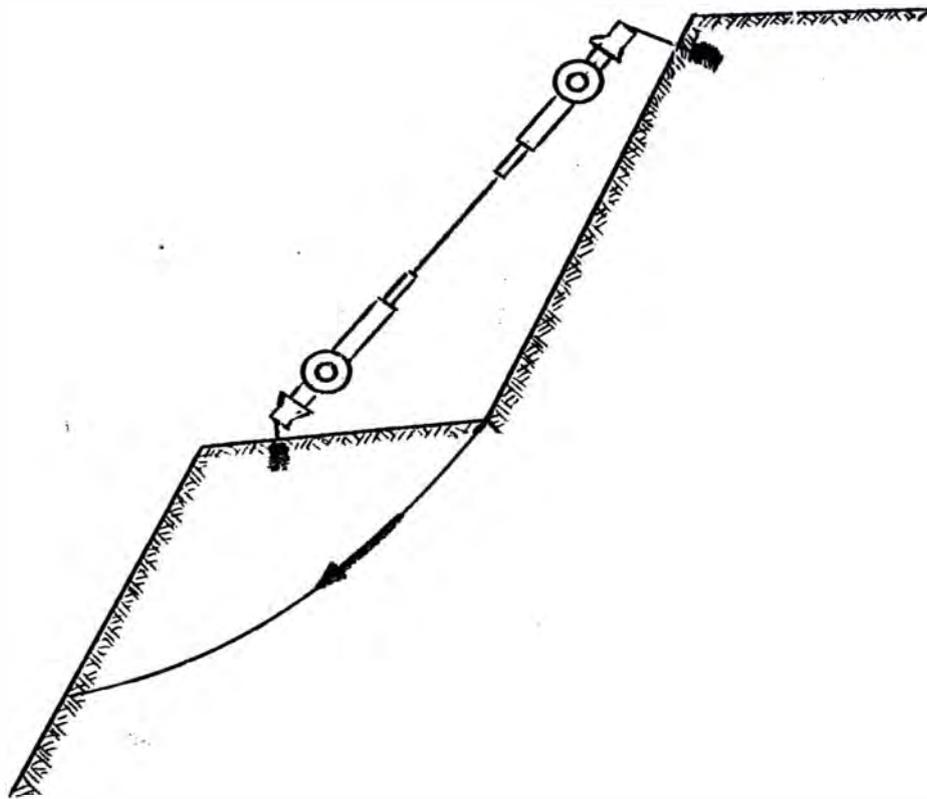
El desplazamiento relativo de las dos masas rocosas separadas por la fractura es conocido así en tres dimensiones, gracias al conocimiento de las tres componentes: X_1 , X_2 y X_3 .

Medidas de ΔL Medidas de ΔL_1 y ΔL_2

TESIS INGENIERO
DE MINAS
CAPITULO - II

AUSCULTACION DE UN BANCO CON
UN EXTENSOMETRO DE SUPERFICIE

Figura (11-5)



11.4 CLINOMETROS

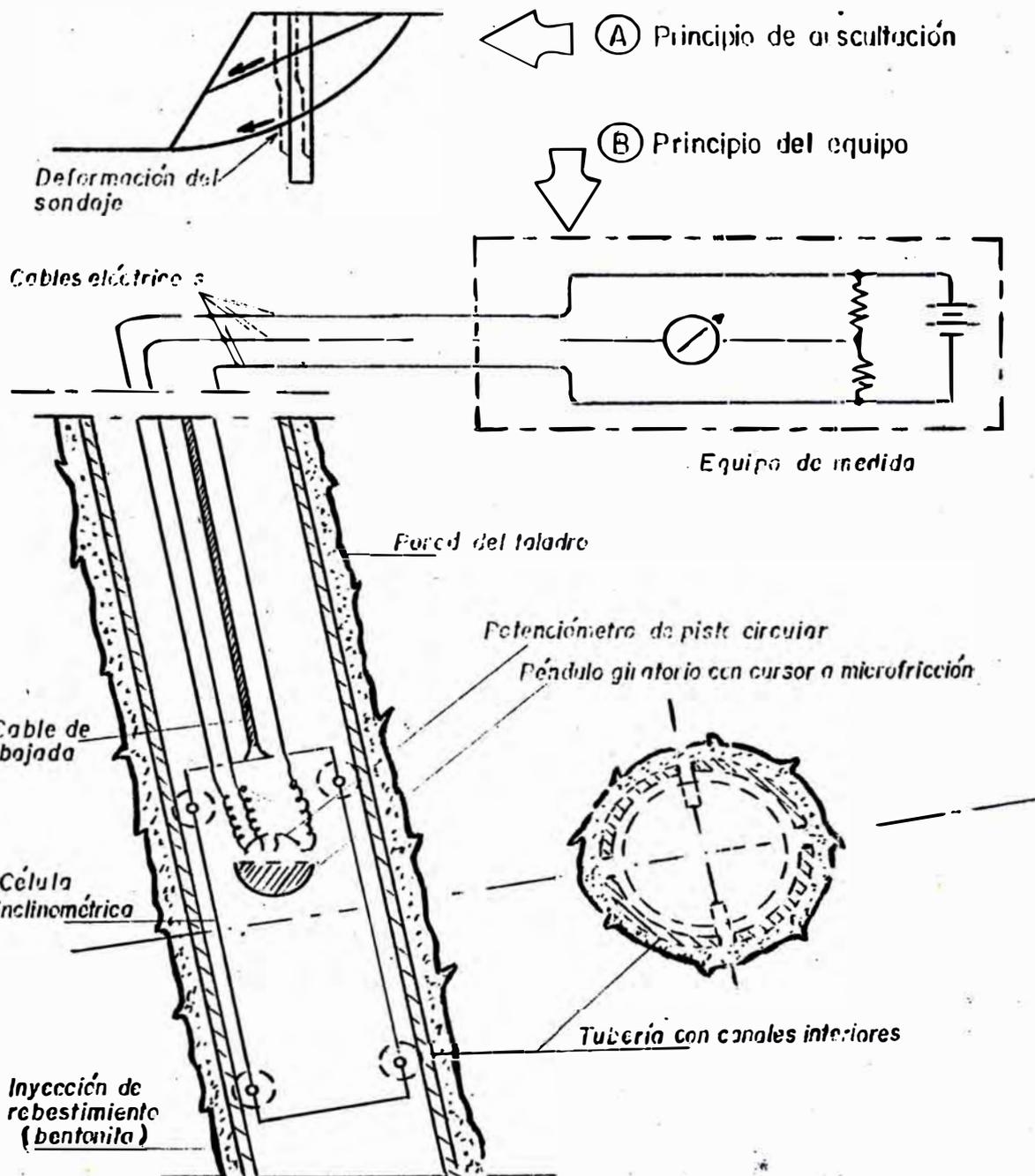
La auscultación de un medio rocoso con la ayuda de un clinómetro está basada en la observación de la deformación de los taladros, con la ayuda de una sonda móvil provista de un péndulo introducido sucesivamente en los taladros. La Fig.(11-6) proporciona el esquema del principio del *clinómetro con potenciómetro*, este clinómetro permite determinar en el espacio y en cualquier punto la inclinación de un taladro según dos azimutes perpendiculares. El taladro está equipado con una tubería con canales interiores.

La precisión de las mediciones es de 1/10 de grado.

TESIS INGENIERO
DE MINAS
CAPITULO - II

CLINOMETRO CON POTENCIOMETRO

Figura (II-6)



C A P I T U L O D O C E

ASPECTO ADMINISTRATIVO DEL ANALISIS DE ESTABILIDAD DE PENDIENTES

12.1 ASPECTO MICRO-ADMINISTRATIVO

12.1.1 ROL DE LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES
EN LA OPERACION DE UNA MINA

12.1.2 PERSONAL QUE DEBE EFECTUAR EL TRABA-
JO

12.2 ASPECTO MACRO-ADMINISTRATIVO

12.2.1 ROL DE LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES
EN LA MINERIA A CIELO ABIERTO

12.2.2 PERSONAL, INVESTIGACION Y LEGISLA-
CION

12.3 SISTEMA DE ANALISIS DE ESTABILIDAD DE PEN- DIENTES

12.1 ASPECTO MICRO-ADMINISTRATIVO

12.1.1 ROL DE LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES EN LA OPERACION DE UNA MINA

Tradicionalmente al producirse las operaciones de excavación durante el laboreo de una mina, estas se efectuaban basándose en el comportamiento de rocas similares y se diseñaba la mina según la geometría del cuerpo mineralizado y la experiencia recogida de datos históricos y el diseño de minas similares. Como es de esperar no se tenía entonces la seguridad de trabajar en la forma más económica posible ó se corría un alto riesgo por temor a que fálle la estructura de la pendiente. Hoy en día esta práctica, por los principios ya expuestos, debe ser desterrada y efectuarse análisis particulares para cada mina.

Hablando técnicamente hay un gran número de tipos de falla de pendientes, pero en lo que concierne a operaciones sólo hay dos tipos:

- a. **FALLA CATASTROFICA.**- Es la más dañina en la operación de mina. La falla da un pequeño aviso de su evidencia y luego se produce el colapso a gran velocidad.
- b. **FALLA PROGRESIVA.**- Da grandes avisos y falla por de crepitaciones graduales de las caras de las pendientes y la cresta de la mina.

La falla progresiva en sus estados posteriores de desarrollo puede ser catastrófica sobre todo cuando se tra

ta de grandes volúmenes.

Por estas razones es importante que en la operación de una mina se cuente con un ingeniero encargado de revisar y observar los signos de una posible inestabilidad. En caso de registrarse estos signos se pueden tomar los siguientes cursos de acción:

a. IGNORAR LA FALLA

Esta es la posición más simple y dañina, hoy en día con las técnicas expuestas sería inexplicable no prestarle atención y efectuar el análisis de estabilidad correspondiente; sus consecuencias son graves, pueden ocasionar grandes pérdidas y hasta el cierre de la mina.

b. REMOCION DE LA ZONA DE FALLA

En este caso se procedería a remover la zona afectada inmediatamente, sin embargo, esta acción debe ser analizada muy cuidadosamente, tanto desde el punto de vista operativo como del económico. Además es imperativo proveer una información suficiente sobre los mecanismos de falla y los volúmenes comprendidos, incluyendo algún estimado y la forma en que se va a producir el deslizamiento, se admite que esto es difícil, pero con los resultados del análisis es posible estimar. Esta información es importante para que la Gerencia pueda decidir y los operadores tengan un curso de acción y planear la acción a tomar.

En este caso el análisis es crucial, puesto que se dispone de un lapso corto de tiempo antes de que la falla ocurra.

Si se autoriza la remoción, el plan a seguirse debe contemplar el hecho de que no es necesario remover toda el área afectada y que por cada porción de descarga se está demorando el colapso en días, semanas ó meses. Poner el equipo a trabajar en el área afectada trae por lo general una caída de producción, caída del Stripping ratio si el área es minable y está contemplada en los futuros planes de producción. Si el área no es minable es mejor en contrar algún modo de vivir con la falla.

Si se decide que ocurra el deslizamiento se debe examinar lo siguiente:

1. La nueva pendiente debe ser diseñada racionalmente y asegurar su estabilidad.
2. Los efectos de remover el material en relación al resto del perímetro de la pendiente.

Si se detectan esfuerzos tangenciales, tal vez sea mejor buscar otra orientación ó una nueva forma geométrica.

c. CONTROLAR O DESCARGAR LA ZONA DE FALLA

Para tomar este curso de acción se debe tener una buena información del comportamiento de la masa de falla, su tamaño, forma y control estructural. Debe hacerse un análisis cuidadoso de los posibles mecanismos de falla indicando direcciones y magnitudes de movimiento para determinar que áreas deben ser removidas, con que prioridad y cuales son los tonelajes comprendidos.

Por lo general, se sigue esta alternativa cuando la zona afectada no está incluida en los planes originales de minado y donde hay instalaciones importantes que tienen que ser protegidas, como el caso anterior altera la Relación de desbroce y el flujo de caja, pero en menor escala. En este caso se puede parar el equipo ó también se puede trabajar a la vez. Se pueden usar mecanismos artificiales de control y soporte como: pernos de roca, cables, etc. según el tipo de material, si se tiene la certeza que la inversión requerida resuelve el problema.

d. VIVIR CON LA FALLA

Muchas minas se encuentran en la situación de que la falla se encuentra en una zona que se considera límite final del tajo, de modo que avanzar más allá no es económicamente justificable. En este caso el análisis de la posible falla debe ser muy cuidadoso, se recomienda un buen programa, y la preocupación estará dirigida a indicar la fecha en que ocurrirá la falla. Normalmente este tipo de fallas cubrirán las reservas ó interferirán una zona activa. En este caso la acción a tomar es minar la zona que se encuentra al pie de la falla ó aumentar su velocidad de minado, para tomar esta decisión hay que determinar los costos de operación y evaluar el mineral que se extraería del pie de la pendiente y el riesgo que se corre. Se acelera el deslizamiento, pero también se acelera la velocidad de minado y por consiguiente, la velocidad de retorno de Capital.

12.1.2 PERSONAL QUE DEBE EFECTUAR EL TRABAJO

Hay tres alternativas que se pueden seguir para llevar adelante el trabajo:

- a. El trabajo efectuado por el personal de la empresa.
- b. El empleo de consultores locales y extranjeros.
- c. La combinación de ambas alternativas.

En todos los casos será un equipo de trabajo, el responsable de su ejecución, bajo la coordinación y dirección de un solo ingeniero, que se recomienda sea el ingeniero de mina más entendido técnicamente, no es recomendable que sea un alto administrativo por la cantidad de tiempo que se requiere y la atención que se tiene que prestar al trabajo.

El equipo puede estar constituido básicamente por:

- Un Geólogo Estructural.
- Un Hidrólogo.
- Un Analista de Sistemas.
- Un Ingeniero de Minas.
- Un Ingeniero de Diseño o Estabilidad especialista en Mecánica de Rocas.

Los requerimientos y responsabilidades de cada uno de los componentes del grupo, así como el porcentaje estimado de la información proporcionada por cada uno de ellos son mostrados en la Tabla (12-1).

La *primera alternativa* es un poco difícil de alcanzar, así como también costosa, porque es difícil encontrar un ingeniero de minas con conocimientos de mecánica de suelos y mecánica de rocas suficientemente entrenado en problemas de estabilidad, además de contar con los otros especialistas, que tienen que tener la misma orientación no siendo recomendable su permanencia ó exclusividad para estos trabajos.

La *segunda alternativa* también es cara y adolece de serios problemas, el estudio de estabilidad de pendientes debe ser un proyecto continuo y a largo plazo; la intervención exclusiva de consultores ocasiona problemas de interrupción al haberse resuelto parcial ó instantaneamente el problema, dejando una secuela de inseguridad, por disponer estos grupos de lapsos limitados de tiempo y no estar en contacto íntimo con la mina, ni hacer comprobaciones.

La *tercera alternativa* es la más recomendable, desde que se emplea la considerable capacidad del personal de la empresa aprovechando la familiaridad que ellos tienen con los problemas particulares de la mina, comprendiendo y poniendo a disposición de los consultores, problemas específicos en que el personal de la empresa no tiene capacidad suficiente para afrontar y resolver.

Si la mina se encuentra en operación, no es necesario que el personal inicie la recolección primaria de informa

REQUERIMIENTO	GEOLOGO ESTRUCTURAL	HIDROLOGO	ANALISTA DE COMPUTACION	INGENIERO DE MINAS	INGENIERO DE ESTABILIDAD
HISTORIA				X	X
REVISION GENERAL DEL LUGAR					
- TOPOGRAFIA					X
- HIDROLOGIA		X			
- CLIMA		X			
- GEOLOGIA LOCAL Y REGIONAL	X				
INVESTIGACION DEL LUGAR					
- GEOLOGIA ESTRUCTURAL	X				
- PRUEBAS DE AGUA SUBTERRANEA		X			
- BACK ANALYSIS					X
ESTUDIOS DE LABORATORIO					
- PRUEBAS DE RESISTENCIA					X
ANALISIS DE ESTABILIDAD					X
INFLUENCIA DE LA VOLADURA				X	
GEOMETRIA DE LA MINA Y TECTONISMO	X				X
ESTUDIOS DE COMPUTACION	X		X		X
DISEÑO				X	X
ANALISIS DE COSTOS Y OPERACION				X	
CONTROL DE PENDIENTE					X
% TOTAL DE INPUTS (Estimado)	20	5	5	10	60

Nota: Para que sea efectivo el diseño de pendientes debe ser realizado por un equipo con el personal que se muestra en el cuadro. El Ing° de Minas, asegura que el diseño sea práctico. La coordinación debe estar a cargo del Especialista en estabilidad quien proveerá respuestas específicas.

ción. Una gran cantidad de la información básica, requerida para el análisis de estabilidad se encuentra disponible en los registros de Geología e Ingeniería, aunque no necesariamente en la forma deseada, se tendrá entonces que instruir a los Departamentos de Geología, Ingeniería y Operaciones, para que presten atención a los problemas de estabilidad y proporcionen la información en la forma esperada.

12.2 ASPECTO MACRO-ADMINISTRATIVO

12.2.1 ROL DE LA ESTABILIDAD DE PENDIENTES EN LA MINERÍA A CIELO ABIERTO

La razón principal del análisis de estabilidad de pendientes es diseñar pendientes para optimizar la economía de una mina, conmensurándolas con la capacidad de la roca a permanecer estable, minimizando las posibilidades de falla y los consecuentes peligros de personal, equipos y áreas de operación.

Con los equipos de movimiento de mineral cada vez más grandes se bajan los costos de producción, cuerpos mineralizados que antes eran marginales se están convirtiendo hoy en proyectos factibles. Por otro lado la demanda creciente de minerales hace aceptables grados de Cut-off y Relaciones de desbroce cada vez más bajos. Consecuente la minería a cielo abierto está yendo a tajos, más grandes y profundos en los que es importante diseñar pendientes con los mayores ángulos de operación y seguridad que básica

mente deben satisfacer los aspectos generales de la Tabla (12-2).

Una empresa que tiene un solo depósito en explotación, de acuerdo a su disponibilidad financiera, puede decidirse por un rápido minado para maximizar el retorno de su inversión ó por una inversión baja que prolongue la vida de la mina y finalmente se maximicen las ganancias totales. Pero esta decisión depende de las condiciones económicas del yacimiento y la operación del mismo, cuya eficiencia ó rendimiento está determinado por la relación de desbroce que según el caso y la etapa de operación puede ser la relación de desbroce económica, la del límite económico o la instantánea.

Pero la relación de desbroce depende del mayor ó menor ángulo de inclinación que tenga la pendiente de la mina, el cual además de depender de otros factores económicos como son:

- a. El precio actual de mercado de los productos de venta.
- b. Los pronósticos de mercado.
- c. Los precios de mercado de los productos finales.
- d. Los costos de producción y
- e. Las reservas de mineral;

dependerá de la estabilidad de la mina.

TESIS INGENIERO DE MINAS CAPITULO 12	ASPECTOS GENERALES DE ANALISIS DE ESTABILIDAD DE PENDIENTES		TABLA (12-2)
E S T A B I L I D A D D E P E N D I E N T E S	DISENO	ECONOMIA	<ul style="list-style-type: none"> -- Reducción de relación de desbroce. -- Reducción de costos incurridos debido a desbroce diferido. -- Posible incremento de reservas.
		SEGURIDAD	<ul style="list-style-type: none"> -- Mejor información de las condiciones de estabilidad. -- Diseño de sistemas de soporte, si son requeridos y económicamente justificados. -- Control de agua de superficie y subterránea.
	EXCAVACION	ECONOMIA	<ul style="list-style-type: none"> -- Reducción de daños a las pendientes y mejoramiento de la fragmentación de mejores técnicas de voladura.
		SEGURIDAD	<ul style="list-style-type: none"> -- Bermas seguras.
	PREDICION DE FALLA	ECONOMIA	<ul style="list-style-type: none"> -- Reducción de pérdidas debido a las fallas. -- Habilidad para vivir con la falla.
		SEGURIDAD	<ul style="list-style-type: none"> -- Prevención de peligros al personal y al equipo.

12.2.2 PERSONAL, INVESTIGACION Y LEGISLACION

En estos momentos hay carencia de personal suficientemente capacitado para afrontar los problemas de diseño y estabilidad de pendientes. Los profesionales que se dediquen a esta actividad deben recibir una nueva orientación de sus conocimientos teóricos y su experiencia práctica, siendo esto muy difícil de alcanzar en el medio empresarial nacional, luego las entidades de investigación nacional y los centros universitarios deben prestar especial atención a esta especialidad dando lugar a profesionales que quieran desarrollarse en esta actividad e implementar laboratorios que les permita dar servicios de consultoría a las empresas que lo requieran.

Por otro lado, urge la necesidad de una pronta legislación al respecto, que obligue a las empresas a incluir dentro de la justificación de sus proyectos análisis de estabilidad de pendientes que aseguren un óptimo diseño y el mejor ángulo de pendiente, por las razones técnicas de seguridad y económicas expuestas.

12.3 SISTEMA DE ANALISIS DE ESTABILIDAD DE PENDIENTES

Todos los conceptos expuestos pueden ser usados, valiéndose de la tecnología correspondiente con distinto grado de profundidad, según el alcance que se le quiera dar al análisis de estabilidad de acuerdo al objetivo que se quiera alcanzar, todo esto requiere de especialistas que integren sus conocimientos técnicos, conformando así un *sistema de análisis de pendientes* que comprenderá, en forma articulada, todos los pasos necesarios que de mane

ra general se exponen a continuación y cuya articulación es mostrada en la Fig.(12-1):

1. INFORMACION GENERAL DEL LUGAR

- Antecedentes Históricos
- Datos de ubicación
- Condiciones climáticas
- Condiciones topográficas
- Hidrogeología e hidrología
- Geología Local y Regional

2. INVESTIGACION GENERAL DEL LUGAR

- Litología
- Geología Estructural
- Pruebas de agua subterránea

3. INFORMACION Y RECONOCIMIENTO DE LA GEOMETRIA DE LAS MINAS

- Forma, tamaño y posición de la mina
- Diseño de pendientes

- Tipo de taludes
4. INFORMACION DE PLANEAMIENTO, OPERACIONES Y PRO
DUCCION (si es Mina en operación)
- Relación de desbroce (relación desmonte/mineral)
 - Programas de minado
5. ANALISIS PRELIMINAR DE INFORMACION
- Tabulación de información
 - Evaluación de información
 - Comprobación de información
 - Formulación de criterios de análisis
 - Recomendaciones
6. DETERMINACION DE ZONAS FAVORABLES
7. DETERMINACION DE ZONAS DESFAVORABLES
8. INVESTIGACION GEOLOGICA Y GECMECANICA DETALLADA
- PRIMERA ETAPA: FACTORES DETERMINANTES

- Tipos de roca
- Estructura de la roca
- Estructuras geológicas (discontinuidades)
- Geometría de esfuerzos y deformaciones
- Propiedades mecánicas de las rocas
- Influencia de agua subterránea
- Vibraciones por voladura y temblores

SEGUNDA ETAPA: PROCESAMIENTO DE DATOS

TERCERA ETAPA: ESPECIFICACION DE PARAMETROS DE TERMINANTES QUE GOBIERNAN LA ESTABILIDAD E IDEN
TIFICACION DE ZONAS CRITICAS

CUARTA ETAPA: AUSCULTACION Y COMPROBACION

9. ANALISIS DE ESTABILIDAD

- Modelo Físico
- Métodos Matemáticos
 - . Análisis por Límite de equilibrio
 - . Análisis por Esfuerzo / Deformación

10. CONDICIONES DE ESTABILIDAD

11. COMPROBACION Y COMPARACION CON CONDICIONES REALES

12. OPERACIONES MINERAS

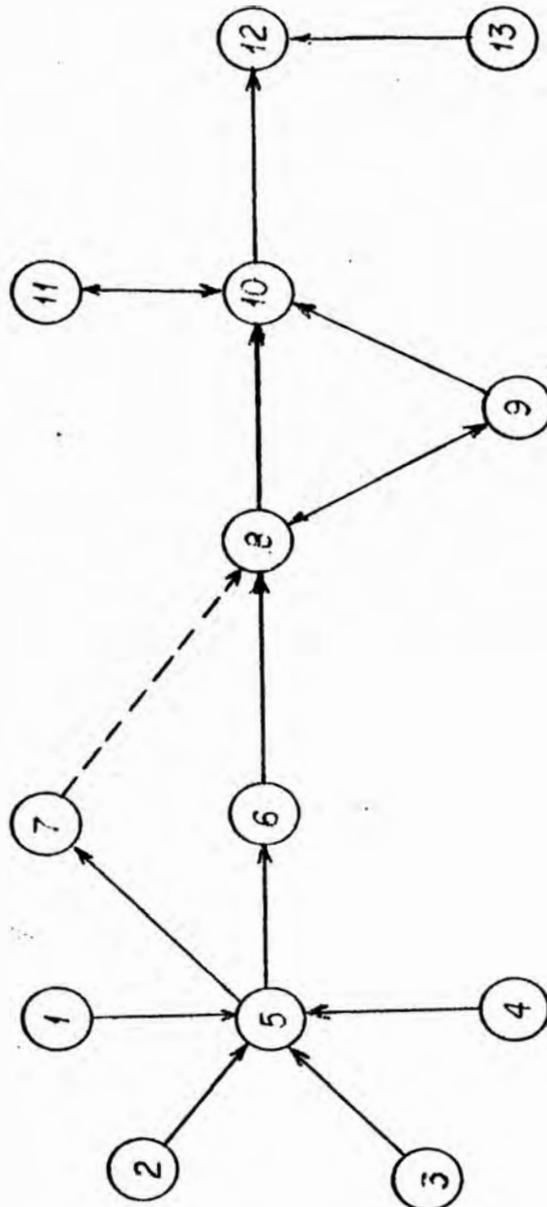
13. CONTROL

Este sistema combina en sus pasos:

- Investigación de campo
- Estudio de laboratorio
- Evaluaciones técnicas de gabinete

en conjunción con un programa de control.

La implementación del sistema y la interpretación de sus resultados debe estar a cargo de un grupo de ingenieros, suficientemente entrenados, cuidando que las decisiones deben estar siempre dirigidas a mantener operaciones eficientes y seguras.



OBSERVACIONES

Y

CONCLUSIONES

OBSERVACIONES

1. En cuanto a las aplicaciones cualitativas y cuantitativas de los Análisis de Estabilidad de Pendientes, estas no tienen la precisión encontrada en otros análisis de ingeniería, es por eso que la estimación del probable comportamiento se convierte en una fase importante de dicho análisis.
2. Las aplicaciones cualitativas explicadas se asemejan grandemente a las explicaciones prácticas de la Geología que consiste en un complemento de valiosa ayuda para el completo entendimiento del comportamiento de la pendiente o sus características inherentes.
3. Los principios expuestos constituyen hipótesis que generalmente son verdaderas dentro de ciertos límites, y por lo mismo, cualquier aplicación podría contener puntos objetables que no serían descartados hasta después de haber sido probados bajo condiciones reales, pudiéndose llegar sólo hasta un punto determinado por medio de pruebas de laboratorio, pero a menudo la única verificación final y satisfactoria requiere observaciones bajo condiciones reales.
4. En todo momento será necesario que entre en juego la experiencia y razonamiento del Ingeniero a cargo del análisis, para determinar los factores que los estudios efectuados no puedan proporcionar o sean proporcionados en forma vaga.
5. Durante los análisis, muchos factores que tienen rela

ción con el problema pueden ser reflejados correctamente en los resultados del análisis, aún cuando otros factores no sean considerados correctamente.

6. El análisis de estabilidad de pendientes no es exacto, para tomar decisiones racionales con estos análisis, se debe asumir una actitud escéptica sobre el uso de procedimientos de rutina y del hecho de que el mayor objetivo es el desarrollo de juicio propio y firme.
7. Los pasos mencionados en el acápite correspondiente al sistema de análisis, no quiere decir que sean un "recetario", es sólo una guía para afrontar, en forma general, cualquier estudio.
8. Dentro del análisis no se trata de llegar a un agotamiento exhaustivo o refinamientos sofisticados para explicar analíticamente el comportamiento de las pendientes, sino de mostrar solamente las posibles formas de análisis, para elegir dentro de las alternativas posibles, la más recomendable, según el caso y requerimientos.

CONCLUSIONES

1. A pesar de haberse preocupado el hombre desde muy antiguo, de la estabilidad de pendientes, se viene desarrollando el análisis racional durante el presente siglo, produciéndose los avances más significativos sólo en los últimos 30 años. En el Perú se han iniciado los estudios y *Análisis de Estabilidad de Pendientes* en las minas de Marcona de propiedad de la Empresa Minera del Hierro del Perú, "Hierro-Perú".
2. La estabilidad de pendientes es independiente del tamaño de las partículas de la roca.
3. En los suelos existe la tendencia a que la falla ocurra dentro de la misma masa por sí sola, mientras que en la roca seguirá los planos pre-existentes de debilidad, luego las propiedades mecánicas y elásticas dependerán de la distribución espacial de los defectos estructurales y no de la resistencia de la roca misma. Para facilitar la aplicación de teorías y principios matemáticos se asume que la roca es elástica, homogénea e isotrópica.
4. Los tipos de roca difieren en sus propiedades mecánicas y elásticas, que son determinantes en la estabilidad, por consiguiente es recomendable efectuar un análisis petrofábrico preliminar.
5. El grado de estabilidad de las pendientes de una mina, variará según que la orientación de las caras sea favorable o desfavorable, en relación a la orien

tación de los sistemas locales y regionales de discontinuidades.

6. El grado de estabilidad varía también con las magnitudes geométricas de la mina en operación: tamaño, forma y posición.
7. El mapeo de las características estructurales es un proceso lento y tedioso que debe tener continuidad y ser de metodología uniforme; de preferencia debe ser efectuado por una sola persona.
8. Antes de efectuar el análisis de pendientes, debe establecerse una base técnica que explique el comportamiento de la zona estudiada, los otros factores tales como: tipo de roca, estado particular de esfuerzos, geología histórica y características naturales de formación, deben ser evaluados y completamente entendidos, en un estudio completo.
9. Es indispensable que en la recolección de información de campo, el tipo de discontinuidades, la población y las características de las mismas sean perfectamente determinados.
10. Se debe examinar la geología regional y local, siendo importante la selección de las regiones, el método de recolectar la información, las técnicas empleadas, el modo de presentación, la interpretación, la comprobación y el control; para después seleccionar el mecanismo de falla según el tipo de la misma y la forma de presentación estereográfica para su análisis posterior.

11. Las características mecánicas y elásticas de los elementos que predominan en la formación rocosa deben ser bien estimadas, las principales son: el ángulo de fricción, la resistencia a la cohesión y la densidad y/o estado de esfuerzos y deformaciones.
12. La interpretación de factores geológicos, con una cantidad suficiente de pruebas de laboratorio deben proveer la suficiente información para determinar regiones y superficies posibles de inestabilidad, que determinen regiones o sectores que deben ser intensamente investigados con principios y modelos apropiados.
13. Actualmente, las técnicas para la recolección de datos de estructuras de roca se está estandarizando y hay gran comunicación entre los Ingenieros especialistas y los Geólogos, para definir que información y en que forma es necesaria; lo que es muy importante porque el desarrollo de los métodos de análisis depende de la adecuada información sistemática e interpretación proporcionadas por el geólogo para su posterior proceso mecanizado y análisis de resultados.
14. El factor más importante que afecta la resistencia a lo largo de los planos potenciales de falla es la continuidad de las estructuras geológicas. El mejoramiento de las técnicas para determinar las propiedades de las estructuras que influyen el valor calculado de la continuidad y modelos matemáticos más precisos para representar planos potenciales de falla, incrementarán grandemente los valores de estas técnicas de análisis.

15. Cualquier sustancia deformada tiene su propia historia, parte de una condición inicial, pasa por una serie de estados intermedios hasta llegar eventualmente al estado final, relativo de deformación, que corresponderá a un estado particular de esfuerzos.
16. La distribución de esfuerzos y deformaciones depende de la geometría de la mina y las características de la roca, luego la forma geométrica de la mina y su orientación en el campo regional de esfuerzos son de terminantes en la estabilidad de la mina.
17. En la actualidad las consideraciones reológicas no son de utilidad práctica en el análisis de estabilidad, aunque si son de importancia porque permitirán más adelante, resolver el problema de determinar en que momento se producirá el deslizamiento.
18. El efecto de la voladura influye en la estabilidad según la magnitud de la componente que actúe en la dirección de los esfuerzos que determinan el deslizamiento.
19. La influencia de los sismos es difícil de precisar en la actualidad, por la poca precisión y medidas referenciales de los mismos, aunque si son de capital importancia instantánea.
20. Las variaciones de clima también influyen en la estabilidad de pendientes, en áreas donde cae nieve o intensa lluvia, se rellenan las fracturas de tensión aumentando los problemas de estabilidad.

21. La presión de agua reduce el esfuerzo normal efectivo y por consiguiente reduce también la resistencia cortante, luego en todo análisis de estabilidad es necesario conocer la distribución de la presión de agua en la masa de roca.
22. La teoría para calcular la estabilidad de pendientes en roca es básicamente una extensión de la teoría de deslizamiento de un cuerpo sobre un plano inclinado (Teoría de Coulomb), particularmente una cuña. Su complicación yace en el hecho de que la roca es un material anisótropo, de modo que ciertas direcciones de planos potenciales de falla tienen mucho más baja resistencia que otros.
23. La falla de una pendiente en un material cohesivo es generalmente precedida por fracturas de tensión, el estudio de modelos indica que estas fracturas no penetran a profundidades mayores que la mitad de la altura de la pendiente. La curva que resulta del deslizamiento se acerca a un arco de elipse y generalmente es aproximada a un arco de círculo ó a una espiral logarítmica.
24. El análisis del *Límite de Equilibrio*, que es el de mayor uso práctico en los análisis de estabilidad y el más económico, usa como índice para medir la estabilidad el *Factor de Seguridad* que involucra la *incertidumbre* expresada mediante el concepto *probabilístico*, que con la ayuda del análisis estadístico permite encontrar la solución más satisfactoria, mediante un *análisis de sensibilidad* para determinar la incidencia de cada variable en el resultado final, que

servirá como base para la decisión de Ingeniería. Lo que pone en evidencia que no existe un factor de seguridad *absoluto* sino que el concepto de estabilidad es relativo y variará según las diferentes condiciones.

25. El valor numérico del factor de seguridad, que normalmente se usa, varía dentro de un rango bastante amplio que va de 1 a 2, aunque los valores mayormente usados están alrededor de 1.5.
26. La falla plana es comparativamente rara que se produzca porque sólo ocasionalmente se pueden dar las condiciones geométricas para que se efectúe.

En la falla en cuña el mecanismo es muy simple, pero por el gran número de variables comprendidas, el tratamiento matemático puede ser muy complejo a menos que se siga una estricta secuencia en el largo desarrollo de las ecuaciones y cálculos.

En los problemas que comprenden materiales sueltos tales como: suelos y roca bastante fracturada, el mecanismo más apropiado es el de superficies que se asemejan a la forma circular.

27. El propósito de la instrumentación en pendientes es obtener información del lugar para efectos de control y seguridad durante la excavación.
28. La razón principal del Análisis de Estabilidad de Pendientes es diseñar para optimizar la economía de una mina, conmensurándolo con la capacidad de la roca a

permanecer estable, minimizando las posibilidades de falla y los consecuentes peligros de personal, equipo y áreas de operación.

29. En estos momentos hay carencia de personal suficiente capacitado para afrontar los problemas de diseño y estabilidad de pendientes. Los profesionales que se dediquen a esta actividad deben recibir una nueva orientación de sus conocimientos teóricos y su experiencia práctica.
30. Urge la necesidad de una pronta legislación al respecto, que obligue a las empresas a incluir dentro de la justificación de sus proyectos, análisis de estabilidad de taludes, que aseguren un óptimo diseño.
31. Finalmente, poniendo en práctica lo expuesto se puede constatar que el análisis de estabilidad de pendientes necesita de un estudio largo y laborioso, pero los resultados obtenidos justificarán plenamente el esfuerzo y la inversión efectuados, porque conducirán, sin duda, a la mejor decisión técnica de diseño y operación de una mina, desde el punto de vista de las características, propiedades y condiciones de los materiales con los cuales se va o está trabajando.

RECOMENDACIONES

RECOMENDACIONES

1. Intensificar los Análisis de Estabilidad de Pendientes en Minería a Cielo Abierto, con el propósito de desarrollar técnicas propias que permitan la explotación más eficiente y segura posible.
2. Aprovechar la experiencia obtenida en diferentes minas del Perú y el INGEMMET, y propender a que se mantengan los programas ya establecidos o se establezcan en las minas que todavía no los tienen.
3. En el estudio de factibilidad y durante la operación de cualquier mina, el análisis de estabilidad debe ser parte integral del planeamiento de la mina.
4. Propiciar la comunicación entre ingenieros especialistas y afines para el intercambio de experiencias y criterios de análisis y diseño.
5. Establecer una base técnica que explique el comportamiento de la pendiente estudiada y permita determinar el mecanismo de falla más apropiado.
6. Si se requiere un análisis riguroso, se debe determinar el estado de esfuerzos y deformaciones para cada punto componente de la pendiente.
7. Deben intensificarse los estudios reológicos porque permitirán determinar en que momento se producirá la falla de la pendiente.

8. Todo criterio de diseño debe combinar investigación de campo, pruebas de laboratorio y evaluaciones teóricas en conjunción con un programa de control.
9. Se deben desterrar definitivamente los métodos empíricos e ir abandonando los métodos de similitud de yacimientos parecidos e informaciones históricas, para pasar definitivamente a métodos analíticos para cada caso particular.
10. Usar el método de línea de detalle para mapear las estructuras geológicas.
11. Usar sistemas mecanizados para el registro de las estructuras geológicas con fines estadísticos de determinar concentraciones, tendencias y sus correspondientes ponderaciones y correlaciones.
12. Usar las representaciones estereográficas para registrar gráficamente las estructuras y facilitar el análisis, que en la medida de lo posible debe efectuarse gráficamente, por ser de más fácil uso que los métodos analíticos.
13. Usar sistemas mecanizados para la tabulación, análisis y resultados, por la gran cantidad de información y la forma iterativa del proceso de la misma.
14. El trabajo de análisis de estabilidad debe ser efectuado por un equipo de profesionales, bajo la dirección de un sólo Ingeniero, que se recomienda sea el Ingeniero de Mina más entendido técnicamente. Además debe ser continuo y con metodología uniforme.

15. La experiencia tiende a sugerir que aproximadamente el 1% del total del capital invertido es necesario para recolectar información a fin de proveer un diseño seguro.
16. Los profesionales que se dediquen a esta actividad deben recibir una nueva orientación en sus conocimientos teóricos y su experiencia práctica.
17. Debe legislarse, a la brevedad posible, obligando a las empresas a incluir dentro de la justificación de sus proyectos, Análisis de Estabilidad de Pendientes, que aseguren un óptimo diseño, y aseguren taludes seguros y adecuadamente controlados durante la operación de las minas.

B I B L I O G R A F I A

BIBLIOGRAFIA

1. ADRIAN JR., E.M. (1958) THE GEOLOGY AND IRON OREBODIES OF THE MARCONA DISTRICT - PERU - Reporte Privado - July 1958.
2. BAUER, A. (1974) PIT SLOPE DESIGN FOR MARCONA - Kingston, Ontario, Canada - Reporte Privado.
3. BILLINGS, M.P. (1954) ESTRUCTURAL GEOLOGY - Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs - N.J. 1954.
4. BORG, S.F. (1963) MATRIX TENSOR METHODS IN CONTINUUM MECHANICS Princeton, Van Nostrand.
5. BRAWNER, C.O. (1972) ENGINEERING OF STABLE SLOPES IN OPEN PIT MINING - The B.C. Professional Engineer - March 1972.
6. BRAWNER, C.O. (1966) SLOPE STABILITY IN OPEN PIT MINES - Golder Brawner & Associates Ltd. - Western Miner - October 1966.
7. BRAWNER, C.O. (1970) STABILITY INVESTIGATIONS OF ROCK SLOPES IN CANADIAN MINING PROJECTS - Golder

Brawner & Associates Ltd. -
Vancouver, B.C. - Western Mi-
ner - September 1970.

8. BRAWNER, C.O. (1969) THREE BIG FACTORS IN STABLE SLOPE DESIGN - Golder Brawner & Associates Ltd. - Vancouver, B.C. Canada September 1968 - Mining Engineers.
9. BROADBENT, C.D. (1969) SLOPE STABILITY PROGRAM OF KENNECOTT COPPER CORPORATION - Society of Mining Engineers, AIME Transactions Vol. 144 - June 1969.
10. CALDER, N.P. (1969) SLOPE STABILITY IN JOINTED ROCK Queen's University Kingston, Ontario April 1969.
11. CAMPBELL, D.B. y BRAWNER, C.O. (1971) THE TAILINGS DAM AN ENGINEERED STRUCTURE - Western Miner - Canada.
12. CLARK, G.B. (1961) INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON MINING RESEARCH - Vol. I y II University of Missouri - February 1961.
13. COATES, D.F., MC. RORIE, K.L. y (1963) ANALYSIS OF PIT SLIDES IN SOME INCOMPETENT ROCKS -

- STUBBINS, J.B. Society of Mining Engineers
- December 1963.
14. COATES, D.F. (1973) FUNDAMENTOS DE MECANICA DE ROCAS - Dirección de Minas, Ministerio de Energía, Minas y Recursos Naturales - Canada 1970.
15. DANA-HURLBUT (1960) MANUAL DE MINERALOGIA Editorial Reverté - S.A. Argentina.
16. FAIRHURST, Ch. (1966) FAILURE AND BREAKAGE OF ROCK - Eighth Symposium on Rock Mechanics University of Minnesota - The American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers, Inc. - New York 1967.
17. FILONENKO-BORODICH, M.M. (1963) TEORIA DE ELASTICIDAD Editorial Platina - Argentina
18. FREYMAN, A. (1961) A BROAD OUTLINE OF THE PRINCIPLES INVOLVED AND WORK BEING PERFORMED IN BANK STABILITY STUDIES - I.O.C. Engineering Department. - May 1961.
19. FRIEDMAN, M. (1964) PETROFABRIC TECHNIQUES FOR THE DETERMINATION OF PRINCIPAL STRESS DIRECTIONS IN

ROCKS - Proc. Conference Sta
te of Stress in the Earth's
Crust. - Santa Mónica 1963,
Elsevier, New York 1964.

20. FUNG, Y.C.

(1969) A FIRST COURSE IN CON
TINUUM MECHANICS - New Jersey
Englewood Cliffs.

21. HARTMAN, H.L.

(1969) CASE STUDIES OF SURFA
CE MINING - II International
Surface Mining Conference Min
neapolis, Minnesota, Septem
ber 1968 - The American Insti
tute of Mining, Metallurgical
and Petroleum Engineers, Inc.
New York 1969.

22. HOEK, E.

(1970) ESTIMATING THE STABILI
TY OF EXCAVATED SLOPES IN
OPENCAST MINES - Institution
of Mining and Metallurgy - Oc
tober 1970.

23. HOEK, E. y
BRAY, J.

(1974) ROCK SLOPE ENGINEERING
Imperial College of Science
and Technology, London, En
gland - The Institution of Mi
ning and Metallurgy.

24. JAEGER, J.C.

(1969) ELASTICITY, FRACTURE
AND FLOW - Methuen & C. Ltd.

25. JENNINGS, J.E. (1970) A MATHEMATICAL THEORY FOR THE CALCULATION OF THE STABILITY OF SLOPES IN OPEN CAST MINES - Planning Open Pit Mines, Johannesburg Symposium 1970, Published by A.A. Balkema - Amsterdam 1971.
26. JENNINGS, J.E. y
BLACK, R.A.L. (1963) FACTORS AFFECTING THE ANGLE OF SLOPE IN OPEN CAST MINES - Society of Mining Engineers - March 1963.
27. JERAN, P.W. y
HARNEY, J.R. (1970) A COMPUTER PROGRAM FOR THE STEREOGRAPHIC ANALYSIS OF COAL FRACTURES AND CLEATS - U.S. Dept. of Interior, Bureau of Mines - Information Circular 8454 - March 1970.
28. JOHN, K.W. (1968) GRAPHICAL STABILITY ANALYSIS OF SLOPES IN JOINTED ROCK - Soil Mechanics and Foundations Division - American Society of Civil Engineers (ASCE).
29. JOHN, K.W. (1970) THREE DIMENSIONAL STABILITY ANALYSIS OF SLOPES IN JOINTED ROCK - Planning Open Pit Mines, South African Inst Min. Met. Johannesburg.

30. KENNEDY, B.A. y
NIERMEYER, K.E. (1971) SLOPE MONITORING SYSTEMS USED IN THE PREDICTION OF A MAJOR SLOPE FAILURE AT THE CHUQUICAMATA MINE, CHILE Planning Open Pit Mines, Johannesburg Symposium 1970, Published by A.A. Balkema - Amsterdam 1971.
31. KENNEDY, B.A.,
NIERMEYER, K.E.,
FAHM, B.A. y
BRATT, S.A. (1970) A CASE STUDY OF SLOPE STABILITY AT THE CHUQUICAMATA MINE, CHILE - Society of Mining Engineers of AIME.
32. LAMA, R.D. y
VUTUKURI, U.S. (1978) HANDBOOK ON MECHANICAL PROPERTIES OF ROCKS TESTING TECHNIQUES AND RESULTS - Vol. IV - Trans. Tech Publications Clausthal, Germany.
33. LAMBE, T.W. y
WIHTMAN, R.V. (1969) SOIL MECHANICS - Massachusetts Institute of Technology, John Wiley & Sons, Inc. Toronto, New York - London.
34. LARNACH, W.J. (1969) THE ANALYSIS OF THE STABILITY OF SLOPES IN SOILS AND ROCKS - The Bristol Symposium on Rocks and Quarring - Set. 1968 - The Quarry Managers' Journal, Institute of Quarring Transactions - April 1969.

35. LEWIS, R.S. y
CLARK, G.B. (1964) ELEMENTS OF MINING
John Wiley & Sons, Inc., Third
Edition - New York - London -
Sydney.
36. LOVE, A.E.H. (1944) A TREATISE ON THE MA-
THEMATICAL THEORY OF ELASTICI
TY - Dover Publications - New
York.
37. MELNIKOV, N. y
CHESNOKOV, M. (1969) SAFETY IN OPENCAST MI
NING - Mir Publishers - Moscow
38. OBERT, L. y
DUVALL, W. (1967) ROCK MECHANICS AND THE
DESIGN OF STRUCTURES IN ROCK
John Wiley & Sons, Inc.
39. PATTON, F.D. y
DEERE, D.U. (1970) SIGNIFICANT GEOLOGICAL
FACTORS IN ROCK SLOPE STABILI
TY - Proc. Symposium on Plan
ning Open Pit Mines, Johannes
burg 1970, Published by A.A.
Balkema, Amsterdam.
40. PFLEIDER, E.P. (1968) SURFACE MINING Mud
Series - The American Institu
te of Mining, Metallurgical
and Petroleum Engineers, Inc.
41. PHILLIPS, F.C. (1973) THE USE OF STEREOGRA-
PHIC PROJECTION IN STRUCTURAL
GEOLOGY - Edward Arnold, Ltd.
London - England 1954.

42. PITEAU, D.R. (1970) GEOLOGICAL FACTORS SIGNIFICANT TO THE STABILITY OF SLOPES CUT IN ROCK - Planning Open Pit Mines, Johannesburg Symposium 1970, Published by A.A. Balkema, Amsterdam 1971.
43. RAMSAY, J.G. (1967) FOLDING AND FRACTURING OF ROCKS - Imperial College of Science and Technology-London.
44. ROBERTSON, A.MacG. (1970) THE INTERPRETATION OF GEOLOGICAL FACTORS FOR USE IN SLOPE THEORY - Planning Open Pit Mines, Johannesburg Symposium 1970, Published by A.A. Balkema, Amsterdam 1971.
45. ROJAS, O. (1971) ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO MECANICO DE LAS ROCAS Tesis de Bachiller en Ciencias con Mención en Minería - UNI - Perú.
46. SEEGHILLER, B.L. (1976) HOW TO CUR RISK OF SLOPE FAILURE IN DESIGNING OPTIMUM PIT SLOPES E/MJ Operating Handbook of Surface Mining - Salt Lake City, Utah.
47. SMITH, G.N. (1974) ELEMENTS OF SOIL MECHANICS FOR CIVIL AND MINING EN

- GINEERS - Crosby Lockwood Sta
ple - London 1968.
48. STAGG, K.G. y
ZIENKIEWICZ, O.C. (1969) ROCK MECHANICS IN ENGI
NEERING PRACTICE - John Wiley
& Sons, Inc. - London 1968.
49. STEFFEN, O.K.H. y
KLINGMAN, H.L. (1966) SLOPE STABILITY IN
OPEN PITS - South African Ins
titute of Mining & Metallurgy
Mining Magazine - January 1967
Vol. 116, N° 1.
50. SUKLJE, L. (1969) RHEOLOGICAL ASPECTS
OF SOIL MECHANICS - Wiley In
terciense - Division de John
Wiley & Sons, Ltd. - Yugo^sla
via.
51. TAYLOR, D.W. (1960) FUNDAMENTALS OF SOIL
MECHANICS - John Wiley & Sons
Inc. - New York - March 1960.
52. TERZAGHI, K. y
PECK, R.B. (1971) SOIL MECHANICS IN ENGI
NEERING PRACTICE - John Wiley
& Sons, Inc. - New York Ja
nuary 1955.
53. TERZAGHI, R.D. (1963) SOURCES OF ERROR IN
JOINT SURVEYS - Harrard Uni-
versity.

54. TIMOSHENKO, S. y
GOODIER, J.N. (1968) TEORIA DE ELASTICIDAD
Ediciones Urmo Bilbao, Es
paña.
55. WANG, FD. y
SUN, MCH. (1970) SLOPE STABILITY ANALY
SIS BY FINITE ELEMENT STRESS
ANALYSIS AND LIMITING EQUILI-
BRIUM METHOD - U.S. Dept. of
Interior, Bureau of Mines - Re
port of Investigations 7341 -
January 1970.