

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA  
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL**



**OPTIMIZACIÓN DE LA DISPOSICIÓN DE LAS PÉNDOLAS DE  
UN PUENTE TIPO ARCO ENMALLADO DE 92 METROS**

**TESIS**

**PARA OPTAR EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS CON  
MENCIÓN EN INGENIERÍA ESTRUCTURAL**

ELABORADO POR

**Ing. ESTEBAN ALFREDO ORTIZ BOSMANS**

ASESOR

**Dr. VÍCTOR SÁNCHEZ MOYA**

LIMA – PERÚ  
2012

# OPTIMIZACIÓN DE LA DISPOSICIÓN DE LAS PÉNDOLAS DE UN PUENTE TIPO ARCO ENMALLADO DE 92 METROS

Ing. Esteban Alfredo Ortiz Bosmans

Presentado a la Sección de Posgrado de la Facultad de Ingeniería Civil  
en cumplimiento parcial de los requerimientos para el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS CON MENCIÓN EN INGENIERÍA ESTRUCTURAL

DE LA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

2012

Autor : Ing. Esteban Alfredo Ortiz Bosmans

Recomendado : Dr. Víctor Sánchez Moya  
Asesor de la Tesis

Aceptado por : Dr. Jorge Elías Alva Hurtado  
Jefe de la Sección de Posgrado

El autor autoriza a la UNI-FIC a reproducir la tesis en su totalidad o en partes

---

## RESUMEN

---

Un arco enmallado es una alternativa muy competitiva en comparación con arcos atirantados y reticulados ya que aprovecha las cualidades de ambas estructuras. Se propone un puente tipo arco enmallado como solución para salvar un claro de 92 metros. A partir de un diseño previo, se estudia la influencia que puede ejercer modificar el número e inclinación de las péndolas en el comportamiento del arco enmallado, para así obtener una mejor solución. Con este estudio se ponen en evidencia algunas de las ventajas de este tipo de puente.

Para reducir el esfuerzo computacional del análisis estructural se realiza previamente una simplificación de los modelos estructurales del puente a utilizar, mediante la transformación de un modelo tridimensional a uno bidimensional. Seguidamente, mediante el uso del modelo simplificado, se realiza la búsqueda de una mejor solución para la disposición de las péndolas del arco enmallado, de acuerdo a un patrón específico. Se comparan los costos que resultan del análisis y diseño de varios casos estudiados, hasta que la reducción de dicho costo tenga poca variación. Finalmente, se verifica si el resultado obtenido es válido y cumple con las principales condiciones de diseño.

---

## ABSTRACT

---

A network arch is a very competitive alternative in comparison with tied arches and trusses, because it combines the advantages of both structures. A network arch bridge is proposed as a solution to span 92 meters. Starting from a preliminary design, the influence of modifications in the number of hangers and their slopes in the behavior of the network arch is studied to obtain a better solution. This investigation shows some advantages of this class of bridge.

A simplification of the structural models of the bridge that will be used is previously made in order to reduce the computational effort, transforming from a 3D model into a 2D model. Right after that, by using the simplified model, the search of a better solution for the arrangement of the hangers of the network arch is carried out following a specific pattern. The costs of the various solutions obtained from the analysis and design are compared, until the reduction of such costs has little variation. Finally, the validity of the results and the complying with the design standards are verified.

---

# ÍNDICE

---

<b>Lista de Figuras .....</b>	<b>13</b>
<b>Lista de Tablas.....</b>	<b>19</b>
<b>Lista de Símbolos.....</b>	<b>21</b>
<b>Introducción.....</b>	<b>25</b>
<b>Capítulo 1: Estado del Arte.....</b>	<b>27</b>
1.1. Antecedentes .....	27
1.2. Discusión sobre los Puentes tipo Arco Enmallado .....	28
1.2.1 <i>Cordón Superior o Arco</i> .....	30
1.2.2 <i>Cordón Inferior o Tirante</i> .....	30
1.2.3 <i>Péndolas</i> .....	31
1.3. Explicación de la Eficiencia.....	32
1.4. Proceso Constructivo .....	35
1.4.1 <i>Elementos de Sostenimiento</i> .....	35
1.4.2 <i>Construcción por Etapas</i> .....	35
1.4.3 <i>Métodos de Traslado</i> .....	36
<b>Capítulo 2: Metodología .....</b>	<b>39</b>
2.1. Hipótesis y Objetivos .....	39
2.1.1 <i>Hipótesis</i> .....	39
2.1.2 <i>Objetivo General</i> .....	39
2.1.3 <i>Objetivos Específicos</i> .....	39
2.2. Descripción General del Estudio.....	39
2.3. Área Equivalente del Tirante .....	39
2.4. Inercia Equivalente del Tirante .....	42
2.5. Distribución de la Carga Viva.....	42
2.6. Tipos de Análisis.....	42
2.7. Diseño y Cargas .....	42
<b>Capítulo 3: Diseño Básico .....</b>	<b>45</b>
3.1. Descripción del Puente.....	45
3.1.1 <i>Geometría del Diseño Original</i> .....	45
3.1.2 <i>Discusión sobre el Diseño Original</i> .....	47

3.1.3	<i>Diseño Alternativo de la Losa</i> .....	48
3.2.	Simplificación del Modelo Estructural .....	48
3.3.	Área Equivalente del Tirante .....	49
3.3.1	<i>Modelamiento</i> .....	49
3.3.2	<i>Cargas</i> .....	51
3.3.3	<i>Análisis Estructural</i> .....	52
3.3.4	<i>Cálculos y Resultados</i> .....	52
3.4.	Inercia Equivalente del Tirante .....	60
3.4.1	<i>Modelamiento</i> .....	60
3.4.2	<i>Cargas</i> .....	61
3.4.3	<i>Análisis Estructural</i> .....	61
3.4.4	<i>Cálculos y Resultados</i> .....	62
3.4.5	<i>Comparación por Cargas Muertas</i> .....	63
3.5.	Distribución de la Carga Viva .....	64
3.5.1	<i>Modelamiento</i> .....	64
3.5.2	<i>Cargas</i> .....	65
3.5.3	<i>Análisis Estructural</i> .....	66
3.5.4	<i>Cálculos y Resultados</i> .....	66
3.6.	Discusión sobre el Modelo Simplificado.....	68
 <b>Capítulo 4: Optimización.....</b>		<b>69</b>
4.1.	Casos de Estudio .....	69
4.2.	Análisis Estructural en el Plano del Arco .....	71
4.2.1	<i>Modelamiento</i> .....	71
4.2.2	<i>Cargas</i> .....	71
4.2.3	<i>Tipo de Análisis</i> .....	73
4.2.4	<i>Resultados para el Caso de Estudio de 46 Péndolas a 32°</i> .....	74
4.2.5	<i>Comparación de Resultados</i> .....	84
4.3.	Análisis Estructural de Pandeo y Flexión Fuera del Plano del Arco .....	89
4.3.1	<i>Modelamiento</i> .....	89
4.3.2	<i>Cargas</i> .....	90
4.3.3	<i>Tipos de Análisis</i> .....	91
4.3.4	<i>Cálculos y Resultados</i> .....	91
4.4.	Diseño y Verificación .....	92
4.4.1	<i>Casos de Diseño</i> .....	92
4.4.2	<i>Diseño de las Péndolas</i> .....	93
4.4.3	<i>Diseño del Arco</i> .....	94
4.4.4	<i>Diseño del Tirante</i> .....	96
4.5.	Búsqueda y Selección de la Mejor Solución .....	98
4.5.1	<i>Parámetros de Control</i> .....	98
4.5.2	<i>Comparación de Costos Parciales de cada Elemento Estructural</i> .....	99
4.5.3	<i>Selección de la Mejor Solución</i> .....	104

**Conclusiones ..... 105**

**Recomendaciones ..... 107**

**Bibliografía..... 109**

**Anexos 111**

Anexo A. Ejemplo de Proceso Constructivo usando Grúa Flotante ..... 111

Anexo B. Diseño Alternativo de la Losa ..... 112

Anexo C. Sugerencia del Arreglo de las Péndolas..... 114

Anexo D. Fuerzas Longitudinales en el Tirante por Efectos del Caso de Carga LL+IM, Modelo Tridimensional ..... 115

Anexo E. Ajuste Triangular como Distribución de la Carga del Camión de Diseño sobre el Tirante ..... 126

Anexo F. Deformaciones en el Tirante para las Distintas Distribuciones del Caso de Carga LL+IM y para cada una de las Posiciones del Camión de Diseño ..... 134

Anexo G. Resultados de Fuerzas para el Caso de Estudio de 52 péndolas a 32° ..... 144

Anexo H. Resultados de las Fuerzas en los Elementos del Caso de Estudio de 46 Péndolas a 32°, para los distintos Casos de Carga..... 146

Anexo I. Comparación de Resultados de las Fuerzas en los Elementos entre todos los Casos de Estudio ..... 152

Anexo J. Cálculos para el Diseño de los Elementos Estructurales para el Caso de Estudio de 46 Péndolas a 32° ..... 153

Anexo K. Longitudes de Péndolas ..... 161

---

## LISTA DE FIGURAS

---

Figura 1-1: Puente tipo arco atirantado .....	27
Figura 1-2: Puente de la patente de Nielsen, 1925 Fuente: Tveit [13] .....	27
Figura 1-3: Puente en arco enmallado Fuente: Tveit [13] .....	28
Figura 1-4: Cantidad de acero para diferentes tipos de puente Fuente: Tveit [14] .....	28
Figura 1-5: Puente Bolstadstraumen (84 m), Noruega, 1963 Fuente: Tveit [13] .....	29
Figura 1-6: Puente Bechyne (42 m), República Checa, 2004 Fuente: Tveit [13] .....	29
Figura 1-7: Orientación recomendada de la sección del arco Fuente: Tveit [13] .....	30
Figura 1-8: Esquema de la sección transversal del tirante del puente Fuente: Tveit [13] .....	30
Figura 1-9: Detalle del refuerzo en la viga de borde de la losa Fuente: Tveit [14] .....	31
Figura 1-10: Espesores recomendados de la losa en función de la luz Fuente: Tveit [13] .....	31
Figura 1-11: Péndola extrema de un puente en arco atirantado Fuente: Tveit [13] .....	32
Figura 1-12: Puente Bolognesi (130 m), Piura, Perú, 2000 .....	32
Figura 1-13: Puente Castelmoron (145 m), Francia, 1933 Fuente: Tveit [13] .....	33
Figura 1-14: Destensado de péndolas debido a una carga aplicada a un lado Fuente: Tveit [14] .....	33
Figura 1-15: Aumentar el espaciamiento entre las péndolas reduce la tendencia de su destensado Fuente: Tveit [14] .....	33
Figura 1-16: Arco atirantado con dos series de péndolas entrecruzadas Fuente: Tveit [14] .....	34
Figura 1-17: Puente Rieza Saxoni, Alemania, 1878 Fuente: Tveit [13] .....	34
Figura 1-18: Puente Bechyně, República Checa, 2004 Fuente: Tveit [14] .....	34
Figura 1-19: Esqueleto de acero con refuerzo y encofrado Fuente: Tveit [13] .....	36
Figura 2-1: Diagrama de flujo de la investigación .....	40
Figura 2-2: Distribución transversal de los esfuerzos longitudinales en la losa .....	41
Figura 3-1: Geometría y elementos del arco enmallado, elevación lateral .....	45
Figura 3-2: Sección transversal del arco en el diseño original .....	46
Figura 3-3: Geometría del tirante .....	46
Figura 3-4: Sección transversal de los arriostres .....	47
Figura 3-5: Reducción a un modelo simplificado .....	49
Figura 3-6: Modelo estructural tridimensional para el cálculo del área equivalente del tirante .....	50
Figura 3-7: Distribución longitudinal de las fuerzas longitudinales en la losa por efectos del caso de carga DC .....	53
Figura 3-8: Distribución transversal de las fuerzas longitudinales en la losa por efectos del caso de carga DC .....	53
Figura 3-9: Distribución longitudinal de las fuerzas longitudinales en la losa por efectos del caso de carga DW .....	54
Figura 3-10: Distribución transversal de las fuerzas longitudinales en la losa por efectos del caso de carga DW .....	54
Figura 3-11: Distribución longitudinal de las fuerzas longitudinales en la losa por efectos del caso de carga LL+IM, donde el camión se ubica a unos 26 m del apoyo .....	55
Figura 3-12: Fuerzas longitudinales en los componentes del tirante por efectos del caso de carga DC .....	56
Figura 3-13: Fuerzas longitudinales en los componentes del tirante por efectos del caso de carga DW .....	56
Figura 3-14: Fuerzas longitudinales en los componentes del tirante por efectos del caso de carga LL+IM, donde el camión se ubica a unos 26 m del apoyo .....	57
Figura 3-15: Área equivalente del tirante para las cargas muertas DC y DW .....	58



Figura 3-16: Área equivalente del tirante para las distintas posiciones de la carga viva vehicular (LL+IM).....	58
Figura 3-17: Área equivalente del tirante.....	59
Figura 3-18: Ancho efectivo de los componentes del tirante para fuerzas axiales.....	60
Figura 3-19: Modelo estructural bidimensional para el cálculo de la inercia equivalente del tirante.....	61
Figura 3-20: Giros por flexión en el tirante debido a la aplicación de una carga unitaria en el centro del puente.....	62
Figura 3-21: Desplazamientos verticales en el tirante debido a la aplicación de una carga unitaria en el centro del puente.....	62
Figura 3-22: Dimensiones efectivas del tirante para la rigidez a la flexión.....	63
Figura 3-23: Giros del tirante por cargas muertas.....	63
Figura 3-24: Desplazamiento vertical del tirante por cargas muertas.....	64
Figura 3-25: Desplazamiento horizontal del tirante por cargas muertas.....	64
Figura 3-26: Configuraciones analizadas de la distribución longitudinal de la carga del camión de diseño (LL+IM) sobre el tirante.....	65
Figura 3-27: Giros por flexión en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 33 m del apoyo.....	66
Figura 3-28: Desplazamientos verticales en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 33 m del apoyo.....	67
Figura 4-1: Representación gráfica del ángulo de las péndolas.....	69
Figura 4-2: Semielevación de los casos estudiados en la primera aproximación.....	70
Figura 4-3: Semielevación de los casos estudiados en la segunda aproximación.....	70
Figura 4-4: Fuerzas de tracción en las péndolas que descienden desde el apoyo izquierdo, del modelo de 46 péndolas a 32° del radio del arco.....	75
Figura 4-5: Fuerzas axiales y de flexión en el arco, del modelo de 46 péndolas a 32° del radio del arco.....	76
Figura 4-6: Fuerzas axiales y de flexión en el tirante, del modelo de 46 péndolas a 32° del radio del arco.....	77
Figura 4-7: Fuerzas de tracción en las péndolas que descienden desde el apoyo izquierdo durante el estado límite de Resistencia I y para diferentes posiciones del camión de diseño, del modelo de 46 péndolas a 32° del radio del arco Superior: en la combinación 1.25DC+1.5DW+1.75(LL+IM) con la carga de carril en el 100% de la luz Inferior: en la combinación 0.9DC+0.65DW+1.75(LL+IM) con la carga de carril en el 25% de la luz.....	79
Figura 4-8: Fuerzas axiales en el arco (superior) y el tirante (inferior) durante el estado límite de Resistencia I en la combinación 1.25DC+1.5DW+1.75(LL+IM), con la carga de carril en el 100% de la luz y para diferentes posiciones del camión de diseño, del modelo de 46 péndolas a 32° del radio del arco.....	81
Figura 4-9: Momentos flectores en el arco (superior) y el tirante (inferior) durante el estado límite de Resistencia I en la combinación 0.9DC+0.65DW+1.75(LL+IM), con la carga de carril en el 25% de la luz y para diferentes posiciones del camión de diseño, del modelo de 46 péndolas a 32° del radio del arco.....	82
Figura 4-10: Comparación de los efectos máximos en los elementos estructurales durante el estado límite de Resistencia I, del modelo de 46 péndolas a 32° del radio del arco.....	83
Figura 4-11: Fuerza axial de tracción en la péndola más esforzada, en el estado límite de Servicio I, para cada caso de estudio.....	84
Figura 4-12: Fuerza axial de compresión máxima en el arco, en el estado límite de Resistencia I, para cada caso de estudio.....	85
Figura 4-13: Momento flector vertical máximo en el arco, en el estado límite de Resistencia I, para cada caso de estudio.....	86
Figura 4-14: Fuerza axial de tracción máxima en el tirante, en el estado límite de Servicio III, para cada caso de estudio.....	87

Figura 4-15: Momento flector vertical máximo en el tirante, en el estado límite de Servicio III, para cada caso de estudio.....	88
Figura 4-16: Modelo estructural tridimensional para el cálculo del pandeo y flexión fuera del plano .....	89
Figura 4-17: Momentos flectores transversales del arco para cada caso de análisis.....	92
Figura 4-18: Sección transversal del arco luego del diseño .....	95
Figura 4-19: Costo parcial de un solo plano de péndolas, para cada caso de estudio .....	100
Figura 4-20: Costo parcial de un solo arco, para cada caso de estudio .....	101
Figura 4-21: Costo parcial del postensado en un solo plano de arco, para cada caso de estudio....	102
Figura 4-22: Porcentajes de los costos de los elementos respecto a su total, para la segunda aproximación .....	103
Figura 4-23: Costo parcial <i>CP</i> del puente en un solo plano de arco, para cada caso de estudio de la segunda aproximación.....	103
Figura A-1: Procedimiento de erección de un arco enmallado en el lugar del puente Straubing. Fuente: Tveit [12].....	111
Figura C-1: Sugerencia preliminar para encontrar un arreglo apropiado de péndolas para un Arco Enmallado ferroviario de una y dos vías Fuente: Brunn y Schanack [3].....	114
Figura D-1: Distribución longitudinal de las fuerzas en la losa para el camión ubicado a unos 5 m del apoyo .....	115
Figura D-2: Fuerzas en los componentes del tirante para el camión ubicado a unos 5 m del apoyo .....	115
Figura D-3: Distribución longitudinal de las fuerzas en la losa para el camión ubicado a unos 9 m del apoyo .....	116
Figura D-4: Fuerzas en los componentes del tirante para el camión ubicado a unos 9 m del apoyo .....	116
Figura D-5: Distribución longitudinal de las fuerzas en la losa para el camión ubicado a unos 13 m del apoyo .....	117
Figura D-6: Fuerzas en los componentes del tirante para el camión ubicado a unos 13 m del apoyo .....	117
Figura D-7: Distribución longitudinal de las fuerzas en la losa para el camión ubicado a unos 18 m del apoyo .....	118
Figura D-8: Fuerzas en los componentes del tirante para el camión ubicado a unos 18 m del apoyo .....	118
Figura D-9: Distribución longitudinal de las fuerzas en la losa para el camión ubicado a unos 22 m del apoyo .....	119
Figura D-10: Fuerzas en los componentes del tirante para el camión ubicado a unos 22 m del apoyo .....	119
Figura D-11: Distribución longitudinal de las fuerzas en la losa para el camión ubicado a unos 26 m del apoyo .....	120
Figura D-12: Fuerzas en los componentes del tirante para el camión ubicado a unos 26 m del apoyo .....	120
Figura D-13: Distribución longitudinal de las fuerzas en la losa para el camión ubicado a unos 30 m del apoyo .....	121
Figura D-14: Fuerzas en los componentes del tirante para el camión ubicado a unos 30 m del apoyo .....	121
Figura D-15: Distribución longitudinal de las fuerzas en la losa para el camión ubicado a unos 34 m del apoyo .....	122
Figura D-16: Fuerzas en los componentes del tirante para el camión ubicado a unos 34 m del apoyo .....	122
Figura D-17: Distribución longitudinal de las fuerzas en la losa para el camión ubicado a unos 38 m del apoyo .....	123
Figura D-18: Fuerzas en los componentes del tirante para el camión ubicado a unos 38 m del apoyo .....	123

Figura D-19: Distribución longitudinal de las fuerzas en la losa para el camión ubicado a unos 42 m del apoyo .....	124
Figura D-20: Fuerzas en los componentes del tirante para el camión ubicado a unos 42 m del apoyo.....	124
Figura D-21: Distribución longitudinal de las fuerzas en la losa para el camión ubicado a unos 46 m del apoyo .....	125
Figura D-22: Fuerzas en los componentes del tirante para el camión ubicado a unos 46 m del apoyo.....	125
Figura E-1: Fuerza cortante a lo largo de la viga de borde debido al camión ubicado a unos 4 m del apoyo.....	126
Figura E-2: Fuerza cortante a lo largo de la viga de borde debido al camión ubicado a unos 8 m del apoyo.....	126
Figura E-3: Fuerza cortante a lo largo de la viga de borde debido al camión ubicado a unos 12 m del apoyo.....	127
Figura E-4: Fuerza cortante a lo largo de la viga de borde debido al camión ubicado a unos 17 m del apoyo.....	127
Figura E-5: Fuerza cortante a lo largo de la viga de borde debido al camión ubicado a unos 21 m del apoyo.....	128
Figura E-6: Fuerza cortante a lo largo de la viga de borde debido al camión ubicado a unos 25 m del apoyo.....	128
Figura E-7: Fuerza cortante a lo largo de la viga de borde debido al camión ubicado a unos 29 m del apoyo.....	129
Figura E-8: Fuerza cortante a lo largo de la viga de borde debido al camión ubicado a unos 33 m del apoyo.....	129
Figura E-9: Fuerza cortante a lo largo de la viga de borde debido al camión ubicado a unos 37 m del apoyo.....	130
Figura E-10: Fuerza cortante a lo largo de la viga de borde debido al camión ubicado a unos 41 m del apoyo.....	130
Figura E-11: Fuerza cortante a lo largo de la viga de borde debido al camión ubicado a unos 46 m del apoyo.....	131
Figura E-12: Fuerza cortante a lo largo de la viga tirante a 150 mm del plano del arco.....	131
Figura E-13: Fuerza cortante a lo largo de la viga tirante a 300 mm del plano del arco.....	132
Figura E-14: Fuerza cortante a lo largo de la viga tirante a 450 mm del plano del arco.....	132
Figura E-15: Fuerza cortante a lo largo de la viga tirante a 600 mm del plano del arco.....	133
Figura E-16: Ajuste triangular de las fuerzas cortantes.....	133
Figura F-1: Giros por flexión en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 17 m del apoyo .....	134
Figura F-2: Giros por flexión en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 21 m del apoyo .....	134
Figura F-3: Giros por flexión en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 25 m del apoyo .....	135
Figura F-4: Giros por flexión en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 29 m del apoyo .....	135
Figura F-5: Giros por flexión en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 37 m del apoyo .....	136
Figura F-6: Giros por flexión en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 41 m del apoyo .....	136
Figura F-7: Giros por flexión en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 46 m del apoyo .....	137
Figura F-8: Desplazamientos verticales en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 17 m del apoyo.....	137
Figura F-9: Desplazamientos verticales en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 21 m del apoyo.....	138

Figura F-10: Desplazamientos verticales en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 25 m del apoyo.....	138
Figura F-11: Desplazamientos verticales en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 29 m del apoyo.....	139
Figura F-12: Desplazamientos verticales en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 37 m del apoyo.....	139
Figura F-13: Desplazamientos verticales en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 41 m del apoyo.....	140
Figura F-14: Desplazamientos verticales en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 46 m del apoyo.....	140
Figura F-15: Desplazamientos horizontales en el tirante desde el centro debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 17 m del apoyo .....	141
Figura F-16: Desplazamientos horizontales en el tirante desde el centro debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 21 m del apoyo .....	141
Figura F-17: Desplazamientos horizontales en el tirante desde el centro debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 25 m del apoyo .....	142
Figura F-18: Desplazamientos horizontales en el tirante desde el centro debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 29 m del apoyo .....	142
Figura F-19: Desplazamientos horizontales en el tirante desde el centro debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 37 m del apoyo .....	143
Figura F-20: Desplazamientos horizontales en el tirante desde el centro debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 41 m del apoyo .....	143
Figura F-21: Desplazamientos horizontales en el tirante desde el centro debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 46 m del apoyo .....	144
Figura G-1: Fuerzas de tracción en las péndolas que descienden desde el apoyo izquierdo del modelo de 52 péndolas a 32° .....	144
Figura G-2: Fuerzas axiales y de flexión en el arco del modelo de 52 péndolas a 32° .....	145
Figura G-3: Fuerzas axiales y de flexión en el tirante del modelo de 52 péndolas a 32° .....	146
Figura H-1: Fuerzas de tracción en las péndolas que descienden desde el apoyo izquierdo durante el estado límite de Resistencia I según las diferentes configuraciones de la carga móvil, del modelo de 46 péndolas a 32° del radio del arco.....	147
Figura H-2: Fuerzas axiales en el arco durante el estado límite de Resistencia I según las diferentes configuraciones de la carga móvil, del modelo de 46 péndolas a 32° del radio del arco .....	148
Figura H-3: Momentos flectores en el arco durante el estado límite de Resistencia I según las diferentes configuraciones de la carga móvil, del modelo de 46 péndolas a 32° del radio del arco .....	149
Figura H-4: Fuerzas axiales en el tirante durante el estado límite de Resistencia I según las diferentes configuraciones de la carga móvil, del modelo de 46 péndolas a 32° del radio del arco .....	150
Figura H-5: Momentos flectores en el tirante durante el estado límite de Resistencia I según las diferentes configuraciones de la carga móvil, del modelo de 46 péndolas a 32° del radio del arco .....	151



---

## LISTA DE TABLAS

---

Tabla 2-1: Combinaciones de carga .....	43
Tabla 3-1: Cargas muertas DC del diseño original .....	51
Tabla 3-2: Errores relativos de las deformaciones por cargas muertas .....	64
Tabla 3-3: Errores relativos máximos de las deformaciones por cargas vehiculares .....	68
Tabla 4-1: Ángulo y número de péndolas de los distintos casos estudiados .....	70
Tabla 4-2: Diferencias entre la primera y la segunda aproximación en la búsqueda de la mejor solución .....	71
Tabla 4-3: Cargas muertas DC para los casos de estudio.....	72
Tabla 4-4: Casos de análisis por pandeo .....	90
Tabla 4-5: Factores del análisis de pandeo (izquierda) y Factores de longitud efectiva de pandeo (derecha).....	91
Tabla 4-6: Casos de Diseño.....	93
Tabla 4-7: Esfuerzo máximo de la péndola más esforzada, relativo a su resistencia $f_{pu}$ , en el estado límite de Servicio I .....	94
Tabla 4-8: Área de de la sección transversal del arco ( $\text{mm}^2$ ) obtenida del diseño .....	95
Tabla 4-9: Factores de interacción máximos por flexocompresión en el arranque del arco, en el estado límite de Resistencia I.....	96
Tabla 4-10: Factores de interacción máximos por flexocompresión en las zonas de mayor momento flector vertical del arco, en el estado límite de Resistencia I.....	96
Tabla 4-11: Esfuerzo resistente requerido ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ) del concreto del tirante .....	97
Tabla 4-12: Fuerza máxima de tracción (kN) por arco en el acero de postensado, en el estado límite de Servicio I.....	98
Tabla 4-13: Peso de acero de refuerzo longitudinal requerido (kg) en ancho efectivo del tirante por arco, en el estado límite de Resistencia I .....	98
Tabla 4-14: Porcentaje de variación del costo parcial del puente $CP$ respecto al menor obtenido en la segunda aproximación.....	104
Tabla I-1: Fuerza axial de tracción en la péndola más esforzada (kN), en el estado límite de Servicio I, para cada caso de estudio .....	152
Tabla I-2: Rango de fuerza axial en la péndola más fatigada (kN), en el estado límite de Fatiga I, para cada caso de estudio .....	152
Tabla I-3: Fuerza axial de compresión máxima en el arco (kN), en el estado límite de Resistencia I, para cada caso de estudio .....	152
Tabla I-4: Momento flector vertical máximo en el arco (kN-m), en el estado límite de Resistencia I, para cada caso de estudio .....	153
Tabla I-5: Fuerza axial de tracción máxima en el tirante (kN), en el estado límite de Servicio III, para cada caso de estudio.....	153
Tabla I-6: Momento flector vertical máximo en el tirante (kN-m), en el estado límite de Servicio III, para cada caso de estudio .....	153
Tabla K-1: Longitud total de las péndolas por arco (m), para cada caso de estudio .....	161



---

# LISTA DE SÍMBOLOS

---

Variables:

- $a$  = Longitud de aplicación de la carga concentrada de un eje del camión de diseño (mm)
- $A_0$  = Área de la sección de concreto durante el tensado, considerando el acero de refuerzo, pero sin considerar el acero de postensado (mm<sup>2</sup>)
- $A_A$  = Área de la sección transversal del arco (mm<sup>2</sup>)
- $A_{barra}$  = Área de la sección transversal del elemento tipo barra que modela al tirante (mm<sup>2</sup>)
- $A_{equiv}$  = Área equivalente de la sección transversal de medio tirante (mm<sup>2</sup>)
- $A_{serv}$  = Área de la sección de concreto en el estado límite de Servicio, considerando el acero de refuerzo y de postensado (mm<sup>2</sup>)
- $B$  = Longitud de aplicación de la carga del camión de diseño como carga triangular (mm)
- $CP$  = Costo parcial del puente (Nuevos Soles)
- $CU_A$  = Costo unitario del arco (Nuevos Soles/t)
- $CU_P$  = Costo unitario de las péndolas (Nuevos Soles/m)
- $CU_R$  = Costo unitario del acero de refuerzo (Nuevos Soles/kg)
- $CU_T$  = Costo unitario del postensado (Nuevos Soles/t-m)
- $dA$  = Diferencial de área (mm<sup>2</sup>)
- $e$  = Espesor del alma del arco (mm)
- $E$  = Módulo de elasticidad del acero (MPa)
- $E_c$  = Módulo de elasticidad del concreto (MPa)
- $\varepsilon_{barra}$  = Deformación unitaria en el elemento tipo barra que modela al tirante
- $\varepsilon_{real,0}$  = Deformación unitaria real en la intersección del plano del arco con el plano del tirante
- $f$  = Porcentaje de aporte de la carga de un eje del camión de diseño a un ancho S
- $f_{c,c}$  = Esfuerzo admisible a la compresión del concreto (MPa)
- $f_{c,t}$  = Esfuerzo admisible a la tracción del concreto (MPa)
- $f_{pe,c}$  = Esfuerzo de compresión aplicado a la sección de concreto, debido al postensado efectivo (MPa)
- $f_{pu}$  = Esfuerzo último resistente del acero de la péndola o cable de postensado (MPa)
- $f_{py}$  = Esfuerzo de fluencia del acero de la péndola o cable de postensado (MPa)
- $f_{s1,t}$  = Esfuerzo de tracción aplicado en la fibra menos esforzada del concreto, en el estado límite de Servicio I (MPa)
- $f_{s3,t}$  = Esfuerzo de tracción aplicado en la fibra más esforzada del concreto, en el estado límite de Servicio III (MPa)
- $f'_c$  = Esfuerzo resistente a la compresión del concreto utilizado en el diseño (MPa)



- $f_y$  = Esfuerzo de fluencia del acero estructural o del acero de refuerzo (MPa)
- $F_{barra}$  = Fuerza en el elemento tipo barra que modela al tirante (N)
- $F_{real}$  = Fuerza real en la mitad de una sección del tirante (N)
- $F_T$  = Fuerza máxima en el acero de postensado (kN)
- $\phi$  = Factor de resistencia: un multiplicador estático aplicado a la resistencia nominal
- $\gamma_i$  = Factor de carga: un multiplicador estático aplicado a los efectos de las fuerzas
- $\eta_i$  = Modificador de carga relativo a la ductilidad, redundancia y clasificación operacional, considerado igual a 1.00
- $I$  = momento de inercia de la sección del arco (kN-m)
- $K$  = Factor de longitud efectiva de pandeo
- $L$  = Longitud total del arco (mm)
- $L_A$  = Longitud de un arco (m)
- $L_P$  = Longitud total de las péndolas en un plano del arco (m)
- $L_T$  = Longitud del tirante (m)
- $M_{rx}$  = Resistencia a la flexión factorada alrededor del eje  $x$  (kN-m)
- $M_{ry}$  = Resistencia a la flexión factorada alrededor del eje  $y$  (kN-m)
- $M_{ux}$  = Momento flector factorado aplicado alrededor del eje  $x$ , correspondiente a  $P_u$  (kN-m)
- $M_{uy}$  = Momento flector factorado aplicado alrededor del eje  $y$ , correspondiente a  $P_u$  (kN-m)
- $M_{s1,max}$  = Momento flector máximo aplicado a la sección, en el estado límite de Servicio I (kN-m)
- $M_{s3,max}$  = Momento flector máximo aplicado a la sección, en el estado límite de Servicio III (kN-m)
- $n$  = Número de péndolas en un plano de arco atirantado
- $P$  = Carga debida a un eje del camión de diseño (kN)
- $P_{cr}$  = Carga crítica de pandeo de los elementos del arco (kN)
- $P_r$  = Resistencia a la compresión factorada (kN)
- $P_R$  = Peso del acero de refuerzo (kg)
- $P_{s1,min}$  = Fuerza de tracción mínima aplicada a la sección, en el estado límite de Servicio I (kN)
- $P_{s3,max}$  = Fuerza de tracción máxima aplicada a la sección, en el estado límite de Servicio III (kN)
- $P_u$  = Carga axial de compresión factorada aplicada (kN)
- $Q_i$  = Efecto de la fuerza
- $\theta$  = Ángulo de las péndolas con el radio del arco ( $^\circ$ )
- $R_n$  = Resistencia nominal
- $R_r$  = Resistencia factorada:  $\phi R_n$
- $S$  = Espaciamiento mínimo de los eje del camión de diseño (mm)
- $S_{serv}$  = Módulo de sección de concreto en el estado límite de Servicio III, considerando el acero de refuerzo y de postensado ( $\text{mm}^3$ )
- $\sigma_{barra}$  = Esfuerzo en el elemento tipo barra que modela al tirante (MPa)
- $\sigma_{real,0}$  = Esfuerzo real en la intersección del plano del arco con el plano del tirante (MPa)

$teta$  = Ángulo de las péndolas con el radio del arco ( $^{\circ}$ )

$T_{pe}$  = Fuerza de tracción efectiva del postensado, incluyendo pérdidas (kN)

Casos de Carga:

DC = Cargas muertas por componentes estructurales y accesorios no estructurales

DW = Cargas muertas de la superficie de desgaste

LL = Carga viva vehicular

IM = Carga de incremento dinámico vehicular

---

# INTRODUCCIÓN

---

El propósito de un puente es de hacer pasar tráfico por sobre un obstáculo. Un arco enmallado puede ser una alternativa más que cumpla con este propósito. De acuerdo a investigaciones previas, esta alternativa puede ser muy competitiva en comparación con arcos atirantados o reticulados ya que aprovecha las cualidades de ambas estructuras.

En la presente investigación se propone un puente tipo arco enmallado como solución para salvar un claro de 92 metros. A partir de un diseño previo, se estudia más de cerca la influencia que puede ejercer modificar algunas de sus características en el comportamiento del arco enmallado, para así obtener una mejor solución, dejando fijos otros parámetros. Este estudio pone en evidencia algunas de sus ventajas.

En el primer capítulo se define al puente tipo arco enmallado y se presenta un resumen histórico de los puentes de este tipo en el mundo y su relación con el Perú. Así mismo, se recopila las características más destacadas de las investigaciones relacionadas al tema.

En el segundo capítulo se presentan las hipótesis y objetivos de la investigación, así como la metodología seguida. Además se hace una breve reseña teórica y aplicativa de los métodos empleados.

En el tercer capítulo, se presenta las características principales de un puente tipo arco enmallado desde la cual se inicia la investigación. Para reducir el esfuerzo computacional del análisis estructural que se requiere para la búsqueda de una mejor solución, se ha realizado además una simplificación de los modelos estructurales a utilizar, mediante la transformación de un modelo tridimensional a uno bidimensional, investigando la geometría que debería adoptar el cordón inferior del puente del modelo bidimensional, para representar adecuadamente los resultados del modelo tridimensional.

El cuarto y último capítulo es la parte principal de la investigación. Mediante el uso del modelo simplificado, se realiza la búsqueda de una mejor solución para la disposición de las péndolas del arco enmallado, de acuerdo a un patrón específico. Se comparan los costos que resultan del análisis y diseño de varios casos estudiados, hasta que la reducción de dicho costo tenga poca variación. Finalmente, se verifica si el resultado obtenido es válido y cumple con las principales condiciones de diseño.

## ESTADO DEL ARTE

### 1.1. Antecedentes

En luces entre los 80 y 150 metros, tanto los puentes en arco como los reticulados suelen ser eficientes. No obstante, si el costo es el mismo, o sólo ligeramente mayor para el arco que para el reticulado, suele elegirse el primero por razones de estética. Para luces mayores a 275 metros, los puentes atirantados suelen ser más económicos que los puentes en arco y los reticulados. [4]

El puente en arco de tablero inferior tiene al tablero colgado mediante perfiles de acero, barras o cables que son llamados péndolas y que se sostienen del arco. En un puente en arco, los extremos del arco deben estar apoyados de tal manera que los elementos de fundación sean capaces de resistir las fuerzas horizontales que se producen. Para eliminar estas fuerzas horizontales sobre el terreno puede utilizarse una viga tirante que une los extremos del arco en el nivel del tablero y que es sostenida por péndolas. A este tipo de puente se lo llama “arco atirantado” y también es un tipo de puente de tablero inferior. Las péndolas suelen ser verticales (Figura 1-1a), pero también se pueden utilizar péndolas inclinadas (Figura 1-1b).

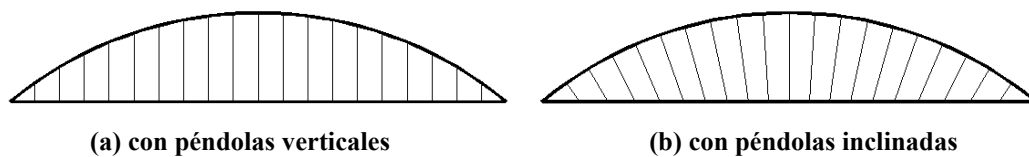


Figura 1-1: Puente tipo arco atirantado

Las péndolas pueden estar, incluso, dispuestas en zigzag, o cruzadas como es el caso de los puentes tipo Nielsen<sup>1</sup> (Figura 1-2), cuyas péndolas se cruzan una vez, como máximo.

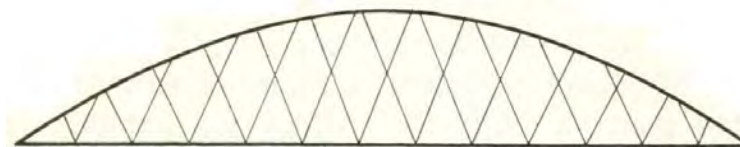


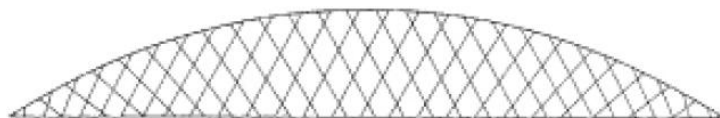
Figura 1-2: Puente de la patente de Nielsen, 1925  
Fuente: Tveit [13]

Cuando el puente en arco tiene a una viga tirante que une sus extremos y está sostenida por péndolas inclinadas donde algunas de ellas se cruzan al menos dos veces, lleva el nombre de “arco enmallado”<sup>2</sup> (Figura 1-3). Este tipo puente fue inventado por Tveit<sup>3</sup> a finales de los 50’s, quien construyó el primero en Noruega, en 1963, luego de 8 años de estudio.

<sup>1</sup> Son los precursores del arco enmallado. Fueron desarrollados por Octavius F. Nielsen. Se construyeron cerca de 60 de estos puentes entre las dos Guerras Mundiales. [13]

<sup>2</sup> Nombre original: *network arch*. Traducción del autor.

<sup>3</sup> Per Tveit, doctor en Ingeniería, profesor emérito de la Universidad de Agder, en Grimstad, Noruega



**Figura 1-3: Puente en arco enmallado**  
Fuente: Tveit [13]

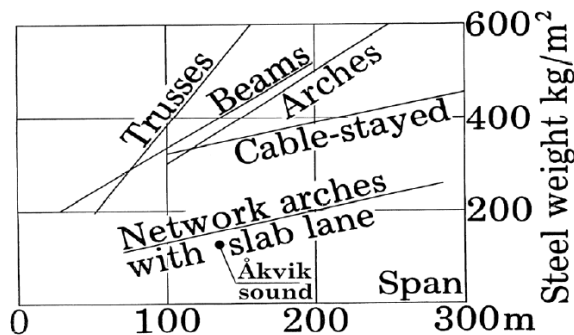
Se construyeron varios puentes tipo arco enmallado en países como Noruega, República Checa, Alemania, Estados Unidos, Polonia, España y Nueva Zelanda. Naruoka<sup>4</sup> tomó esta idea y la popularizó en Asia, donde se ha desarrollado otra versión del puente que tiene la misma concepción estructural y que ha sido construido en países como Japón, Taiwán y Filipinas.

En el Perú, si bien no se ha construido un puente tipo arco enmallado, se desarrollaron dos proyectos de este tipo: el puente Raither, que no se llegó a construir porque el estudio quedó inconcluso, y el puente Carbón, que tampoco se construyó por problemas de constructibilidad. Ambos fueron calculados por el ingeniero peruano Hennings en el año 2006 [6] [7] [8].

## 1.2. Discusión sobre los Puentes tipo Arco Enmallado

El arco enmallado tiene un comportamiento muy parecido al de varios reticulados, uno sobre otro, que comparten el mismo arco y tirante; con la diferencia de que las diagonales se cruzan varias veces y que los cables pueden dejar de estar en tracción. Resulta ser una estructura muy rígida, lo cual es importante cuando se usa en vías de ferrocarril, especialmente en las de alta velocidad. Es entonces una solución que combina las ventajas del arco y del reticulado en una estructura que resulta ser más eficiente. [13]

Se ajusta mejor en luces entre 80 y 170 metros (Tveit [14]) y ahorra normalmente más de la mitad de peso del acero comparado con un puente convencional (Tveit [13]). La siguiente figura muestra una comparación entre las cantidades de acero que requieren distintos tipos de puente en función de la luz del puente.



**Figura 1-4: Cantidad de acero para diferentes tipos de puente**  
Fuente: Tveit [14]

El puente tipo arco enmallado tiende a ser el puente en arco más esbelto del mundo. La esbeltez de este tipo de puente puede ser tomada como la relación obtenida al dividir la luz del puente con la suma de los peraltes del arco y el tirante. Con esta definición, un puente que ha sido el más esbelto durante 40 años es el puente Bolstadstraumen de 84 metros de luz construido en Noruega en 1963, el cual tiene una esbeltez de 91 y se muestra en la Figura 1-5. Otro puente que tiene mayor esbeltez es el calculado para el congreso IABSE en Viena en 1980 que tiene una esbeltez de 115. Otro es el

<sup>4</sup> Masao Narouka, ingeniero Civil, profesor de la universidad de Kyoto, Japón

diseñado para el Åkvik Sound en el Norte de Noruega que alcanza el valor de 150 y otra propuesta para el mismo puente tiene una esbeltez de 155. [14]



**Figura 1-5: Puente Bolstadstraumen (84 m), Noruega, 1963**  
Fuente: Tveit [13]

Una ventaja estética es que este tipo de puente no oculta el paisaje detrás de él como se puede apreciar en la siguiente figura. Esto se debe a que el poco material que se requiere para su construcción hace que los elementos sean delgados y por tanto que sea amigable con el medio ambiente. [14]

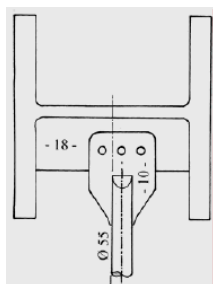


**Figura 1-6: Puente Bechyne (42 m), República Checa, 2004**  
Fuente: Tveit [13]

Otra ventaja de este tipo de puente es que los detalles son simples y muy repetitivos. Lo cual facilita la construcción y reduce el costo de fabricación. A continuación se presentan las características más resaltantes de sus elementos constituyentes.

### 1.2.1 Cordón Superior o Arco

Mientras más alta está la clave del arco, menores serán las cargas axiales en el arco y el tirante, pero se suele utilizar pequeñas alturas del arco por razones de estética. En su forma óptima, el arco está compuesto por un perfil de acero de sección I dispuesto usualmente con el alma en la dirección transversal [13], como se aprecia en la siguiente figura. La razón por la que el perfil de acero está orientado en la dirección mostrada es porque suele haber muy poco pandeo en el plano del arco debido al reducido espaciamiento entre las péndolas de este tipo de puente en comparación con los arriostres transversales del arco.



**Figura 1-7: Orientación recomendada de la sección del arco**

**Fuente: Tveit [13]**

### 1.2.2 Cordón Inferior o Tirante

Generalmente, un reticulado o un arco de tablero inferior tienen a la losa de concreto apoyada sobre vigas transversales, que unen a los cordones inferiores que trabajan bajo fuerzas de tracción. La losa no aporta estructuralmente al puente completo, ya que el concreto armado no es eficiente frente a fuerzas de tracción. Su aporte es sólo de manera local, siendo su peso un factor desfavorable.

El tirante óptimo en un arco enmallado es cuando está conformado por una losa de concreto con postensado parcial, es decir, postensada en la dirección longitudinal al puente, pero sólo en las vigas de borde ubicadas en el plano del arco; haciendo que las fuerzas de tracción del tirante sean tomadas por cables de postensado (Tveit [13]).

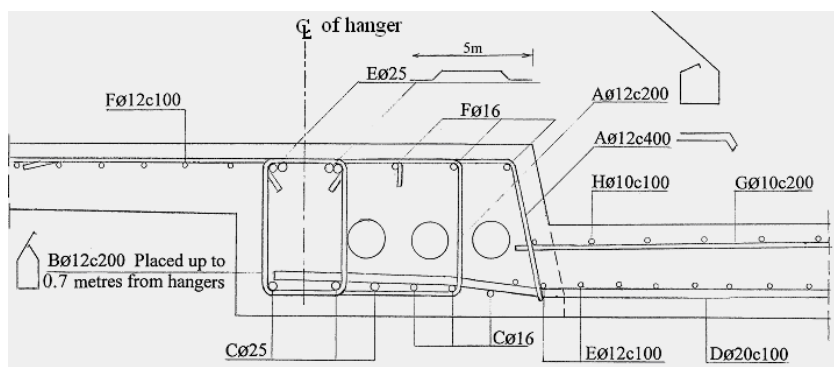


**Figura 1-8: Esquema de la sección transversal del tirante del puente**

**Fuente: Tveit [13]**

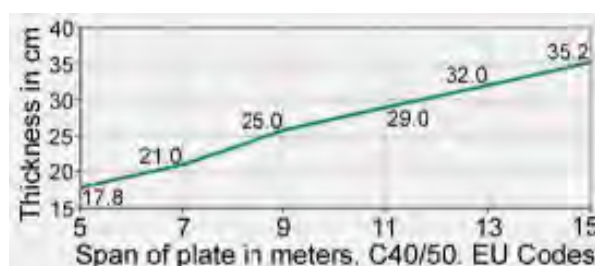
Las ventajas de utilizar concreto postensado se debe a que un tirante de concreto es más rígido que uno de acero y, debido a su monolitismo con la losa, ésta también aporta estructuralmente al conjunto. A pesar de que el módulo de elasticidad del concreto es menor que el del acero, el área de la sección de concreto es mucho mayor que la del acero, incrementando así considerablemente la rigidez. Si los apoyos del arco fueran móviles, el arco trabajaría como una viga simplemente apoyada, obteniéndose una gran flexión en el centro; entonces, la mayor rigidez axial mejora el comportamiento del arco, reduciendo su flexión.

La flexión en la losa es usualmente mucho mayor en la dirección transversal que en la longitudinal. Entonces, la función principal de las vigas de borde es la de distribuir apropiadamente las fuerzas de las péndolas y de los cables de postensado. La figura siguiente muestra un detalle del refuerzo de una viga de borde de una losa, donde se aprecia que los ductos del postensado están cercanos al eje de las péndolas y se observa que se está aprovechando el aumento del peralte de la viga de borde para realizar la transición entre la vía vehicular y la peatonal.



**Figura 1-9: Detalle del refuerzo en la viga de borde de la losa**  
Fuente: Tveit [14]

Debido a que la flexión principal se produce en la dirección transversal de la losa, su espesor depende de las cargas y de la distancia que tengan los arcos entre sí. La siguiente figura muestra los espesores que se pueden utilizar para dimensionar la losa. Para distancias mayores de 10 metros se debe considerarse postensar la losa en la dirección transversal (Tveit [13]). El utilizar postensado longitudinal parcial y, en algunos casos, postensado transversal reduce el agrietamiento en la losa lo que aumenta el tiempo de vida de la losa y reduce los costos de mantenimiento.



**Figura 1-10: Espesores recomendados de la losa en función de la luz**  
Fuente: Tveit [13]

### 1.2.3 Péndolas

Las péndolas actúan como el alma muy liviana de una gran viga de peralte variable. La mayor parte del cortante del puente es tomado por la componente vertical de la fuerza del arco. Sin embargo, son las péndolas las que toman la mayor parte de las variaciones de la fuerza cortante. Lo óptimo para las péndolas es que todas tengan la misma sección y casi la misma carga máxima. De esta manera se reduce la cantidad de detalles en la construcción y se hace trabajar al acero a su máxima capacidad. Los nudos superiores deben ubicarse con un mismo espaciamiento a lo largo del arco para que las cargas se distribuyan lo más uniformemente posible e incluso para que se reduzca la cantidad de detalles para la construcción. [13] [14] La siguiente figura muestra el detalle de una péndola extrema de un puente cuya sección del arco es triangular.





**Figura 1-11: Péndola extrema de un puente en arco atirantado**  
Fuente: Tveit [13]

### 1.3. Explicación de la Eficiencia

La eficiencia del arco enmallado se debe más a la disposición de las péndolas, por lo que a continuación se comparan entre los distintos arreglos de las mismas y se explican sus ventajas y desventajas principales.

#### a) Péndolas Verticales

Un puente tipo arco atirantado con péndolas verticales es muy bueno para sostener cargas distribuidas casi uniformes, debido a que la fuerza en todas sus péndolas son de tracción y la carga se distribuye también casi uniformemente hacia el arco. Sin embargo, para el caso de cargas concentradas como las de los vehículos de transporte, su distribución hacia el arco es también concentrada, lo cual produce una gran flexión en él. Un ejemplo de este tipo de puente es el mostrado en la Figura 1-12 que aunque sus péndolas no sean realmente verticales, su comportamiento es el mismo que el descrito.



**Figura 1-12: Puente Bolognesi (130 m), Piura, Perú, 2000**

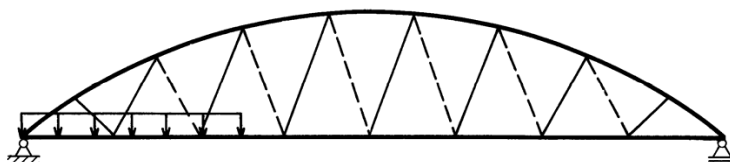
b) Péndolas Inclinadas

Una forma de reducir considerablemente la flexión en el arco es la de inclinar las péndolas en dos direcciones desde el mismo punto, para así repartir las cargas hacia el arco en varias posiciones separadas entre sí y así reducir la concentración de las mismas. Un ejemplo de esto es el puente tipo Nielsen mostrado en la Figura 1-13, que es el puente más largo de su tipo.



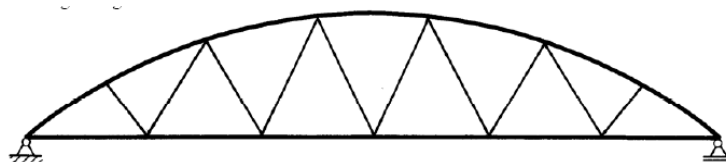
**Figura 1-13: Puente Castelmoron (145 m), Francia, 1933**  
Fuente: Tveit [13]

La deficiencia de inclinar las péndolas es que bajo cierta distribución de cargas, puede producirse que algunas péndolas pasen desde estado de tensión hacia el estado de pandeo de las péndolas, debido a su incapacidad de admitir compresiones. Por ejemplo, bajo una carga distribuida aplicada a un lado de un puente como el de la Figura 1-14, se produciría el destensado de las péndolas dibujadas con líneas discontinuas.



**Figura 1-14: Destensado de péndolas debido a una carga aplicada a un lado**  
Fuente: Tveit [14]

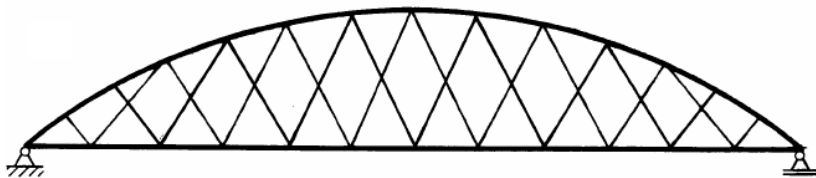
Es mejor aumentar el espaciamiento de las péndolas para así reducir la tendencia a que las péndolas se destensen, tal y como se muestra en la Figura 1-15. Sin embargo, un mayor espaciamiento entre las péndolas aumenta concentración de las cargas hacia unos cuantos puntos en el arco y por lo tanto aumenta la flexión en el arco y el tirante y reduce la resistencia del arco por pandeo. En el caso de que las péndolas no dejen de estar en tracción, el puente Nielsen trabaja como si fuera un puente reticulado.



**Figura 1-15: Aumentar el espaciamiento entre las péndolas reduce la tendencia de su destensado**  
Fuente: Tveit [14]

c) Péndolas Cruzadas

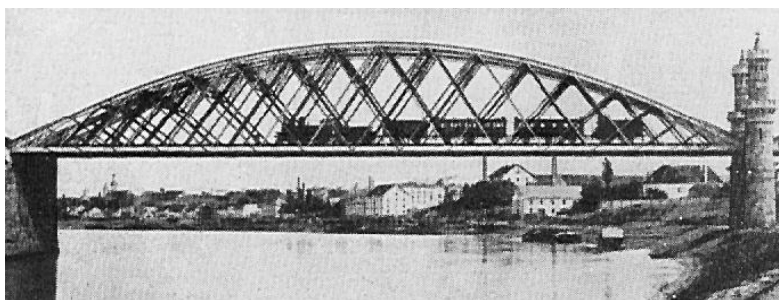
La forma ideada por Tveit para reducir el espaciamiento de los puntos de aplicación de las cargas de las péndolas sobre el arco sin reducir el espaciamiento de las péndolas en zig-zag mostrada en la figura anterior es la de cruzar entre sí dos o más series de péndolas, como se muestra en la Figura 1-16. De esta manera se reduce la tendencia al destensado de las péndolas así como el pandeo en el arco, presentándose así muy poca flexión en el arco y el tirante.



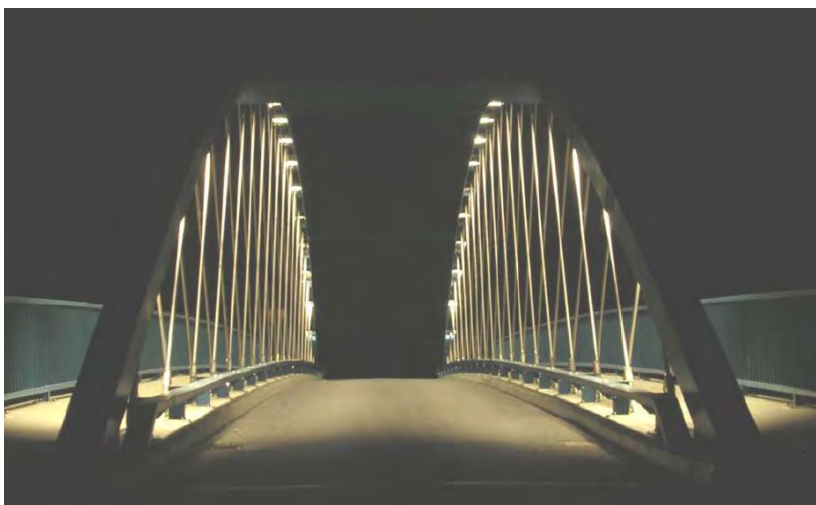
**Figura 1-16: Arco atirantado con dos series de péndolas entrecruzadas**  
Fuente: Tveit [14]

Como se definió al inicio del presente trabajo, se considera un puente tipo arco enmallado cuando algunas péndolas se cruzan entre sí al menos dos veces, por lo que habría que entrecruzar tres a más series de péndolas y así incluirla en dicha categoría. En el caso en que las péndolas no dejen de estar en tracción, este tipo de arreglo de péndolas trabaja como varios reticulados en uno sólo.

El puente que muestra la Figura 1-17 puede ser considerado el puente tipo arco enmallado más antiguo del mundo. La diferencia es que las péndolas de dicho puente están conformadas por barras de acero en lugar de cables. La Figura 1-18 muestra la belleza de una vista nocturna de un puente en República Checa construido en el 2004.



**Figura 1-17: Puente Rieza Saxoni, Alemania, 1878**  
Fuente: Tveit [13]



**Figura 1-18: Puente Bechyně, República Checa, 2004**  
Fuente: Tveit [14]

## 1.4. Proceso Constructivo

Aunque el costo del arco atirantado suele ser bajo, se debe tomar especial atención a su proceso constructivo, debido a que puede elevar el costo del mismo. Las condiciones locales donde se ubicará el puente son el factor más importante que influye en el proceso constructivo que se adoptará. Se proponen a continuación algunos procesos constructivos recomendados.

### 1.4.1 Elementos de Sostenimiento

#### a) Terreno bajo la posición final

Si la luz que se desea salvar con el puente es un río de poco caudal o una vía poco transitada, puede desviarse el flujo normal o encauzarse mediante alcantarillas, para construir parcial o totalmente el puente sobre el cauce o vía previamente nivelada para luego trasladarlo a su posición final. Este caso puede ser una solución muy económica, pero su viabilidad es poco común ya que sólo es aplicable para casos en que el río suela tener un régimen poco variable.

#### b) Andamio

Bajo las mismas condiciones que en el caso anterior, en la posición final del puente se puede construir un andamio temporal que permita sostener la estructura parcial o total del puente. Este caso puede ser también una solución muy económica, pero poco viable.

#### c) Falso Puente

En el caso en que el cauce del río o vía no pueda ser interrumpido temporalmente durante la construcción o no es viable la construcción bajo el puente por lo abrupto de la topografía, la estructura parcial o total del puente podrá ser sostenida en lo que en nuestro medio se conoce como falso puente, que atraviesa parcial o totalmente la luz que se desea salvar. Este es el elemento de sostenimiento que suele tener el mayor costo de construcción.

#### d) Terreno fuera de la posición final

También puede realizarse la construcción parcial o total fuera y luego trasladarlo hasta su posición final. Aunque es una solución económica, el método de traslado puede encarecer el proceso.

#### e) Estructura propia del puente

El puente puede ser construido parcialmente mediante algún método descrito anteriormente, de tal manera que pueda autosostenerse durante el traslado a la posición final (si se requiere) y que pueda soportar en la posición final las cargas de los elementos del puente que aún no hayan sido construidos. Puede realizarse mediante el uso de un tirante y/o arriostres temporales, a modo de un esqueleto de acero. Esto permite reducir el tiempo de construcción cuando se usen los métodos anteriores, y luego se puede completar la construcción sin interrumpir el cauce o la vía. Inclusive, los elementos llamados temporales pueden ser elementos que aporten a la resistencia de la estructura final, eliminando la necesidad de removerlos. En este caso se requiere un análisis estructural detallado del proceso constructivo.

### 1.4.2 Construcción por Etapas

#### a) Construcción total en la posición final del puente

Este caso se aplica sólo si los elementos de sostenimiento se ubican en la posición final del puente. Se inicia con la construcción de la losa del tablero. Se realiza el montaje de la estructura de acero. Luego se aplica el postensado de los cables de la losa, y de ser necesario, el tensado de las péndolas, para así concluir con el retiro de los elementos de sostenimiento con menor dificultad. Este método interrumpe el cauce o la vía durante todo el proceso de construcción.

b) Construcción parcial autosostenible en la posición final y posterior conclusión

Se construye parcialmente la estructura en la posición final y se eliminan sus elementos de sostenimiento. La estructura parcial deberá ser capaz de sostener su propio peso y las cargas de trabajo para luego concluir con la construcción. Este método tiene por objetivo reducir el tiempo de interrupción del cauce o vía o reducir los requerimientos de resistencia de la estructura temporal de sostenimiento.

c) Construcción total fuera de la posición final y posterior traslado

Aunque es una solución cómoda y económica mientras se está fuera de la posición final, el método de traslado puede encarecer la construcción debido al gran peso de la estructura total que se trasladará.

d) Construcción parcial autosostenible fuera de la posición final, traslado y finalización de la construcción

Uno de los métodos más prometedores es el construir parcialmente a la estructura para así reducir el peso que de transporte. Dicha estructura parcial deberá ser de tal manera que pueda resistir su propio peso durante el traslado, además del peso de los elementos restantes del puente durante su construcción en su posición final. Para esto deberán utilizarse elementos temporales de arriostre.

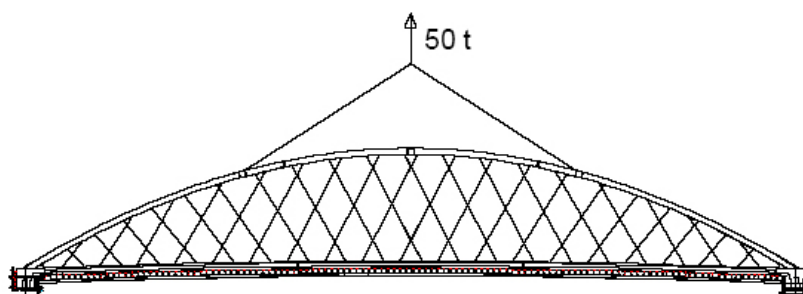
### 1.4.3 Métodos de Traslado

a) Gateo

En el caso que la estructura parcial o total haya sido construida en el cauce o la vía bajo su posición final, puede ser elevado a ésta desde sus apoyos mediante gatos.

b) Izado

Se puede levantar la estructura desde sus extremos con dos o cuatro grúas y llevarla hasta que tome su posición definitiva antes o después del vaciado de la losa. Este método tiene el inconveniente de que las grúas disponibles en nuestro país no soportan un peso tan grande y por lo tanto esta opción estará limitada a luces pequeñas o donde el peso parcial o total de la estructura puente sea baja. Si el puente es suficientemente pequeño, puede ser incluso levantado desde los arcos como se muestra en la siguiente figura.



**Figura 1-19: Esqueleto de acero con refuerzo y encofrado**  
Fuente: Tveit [13]

c) Lanzado

El puente puede ser empujado desde su extremo exterior hacia el cauce del río de tal manera que vuele sobre él hasta alcanzar un apoyo temporal tras otro, mediante la ayuda de una nariz de lanzamiento. Este método haría que la estructura trabajar temporalmente de una manera diferente a la que ha sido concebida, requiriéndose de arriostres durante el traslado para mejorar su comportamiento.

d) Desplazado por grúas flotantes

Un extremo del puente puede ser apoyado sobre una plataforma o grúa flotante que se desplazará desde un extremo al otro del cauce del río y el otro extremo podrá moverse sobre la superficie del terreno, haciendo trabajar al puente con su comportamiento natural. Esta opción solo es posible si el río es navegable o en zonas costeras. En nuestro país, la mayor parte de ríos no son navegables, con excepción de los ríos de la selva donde se requiere puentes de mayores luces que los recomendados para este tipo de puente. Véase un ejemplo de este método en la Figura A-1 de los Anexos.

---

# METODOLOGÍA

---

## 2.1. Hipótesis y Objetivos

### 2.1.1 Hipótesis

Las péndolas de un puente tipo arco enmallado tienen una disposición óptima tal que mejora el comportamiento de la estructura, reduciendo las flexiones en los cordones superior e inferior, pero sin aumentar de manera antieconómica la longitud total de péndolas.

### 2.1.2 Objetivo General

Obtener una mejor disposición de las péndolas en un puente tipo arco enmallado de 92 metros, bajo ciertas condiciones propuestas.

### 2.1.3 Objetivos Específicos

- Analizar la viabilidad de construcción del puente tipo arco enmallado.
- Conocer el aporte de la losa a la rigidez del cordón inferior mediante la obtención de áreas e inercias efectivas, para poder proponer un modelo simplificado y reducir el esfuerzo computacional en el análisis estructural de las investigaciones que le suceden.
- Obtener una mejor combinación entre número de péndolas del puente y su inclinación.

## 2.2. Descripción General del Estudio

En la Figura 2-1 se presenta un diagrama de flujo que representa los pasos seguidos para realizar la presente investigación.

## 2.3. Área Equivalente del Tirante

La sección transversal del puente está conformada por un tirante inferior de concreto unido a los arcos mediante péndolas. Si imaginamos al puente como una viga de alma llena simplemente apoyada podríamos suponer que el tirante hace las veces de ala inferior; los arcos, de alas superiores; y las péndolas, del alma de la viga. Si a la viga simplemente apoyada se le aplican cargas de gravedad, se producirán momentos flectores positivos, donde del tirante estará sujeto a tracciones longitudinales. Aunque el material del tirante es concreto, el cual es prácticamente incapaz de resistir tracciones, la aplicación de una fuerza de postensado que supere a las tracciones le permite resistir tracciones sin que se agriete.

Cuando el espaciamiento entre los arcos es grande, es evidente que no todo el tirante trabajará efectivamente, debido a que los esfuerzos de tracción longitudinales variarán de acuerdo a la distancia al plano de las péndolas, estando el máximo esfuerzo concentrado sobre ese plano. A este fenómeno se le denomina “*shear lag*” y se refiere a la transmisión de los esfuerzos de compresión del concreto al concreto circundante a través de las fuerzas cortantes entre ellos.

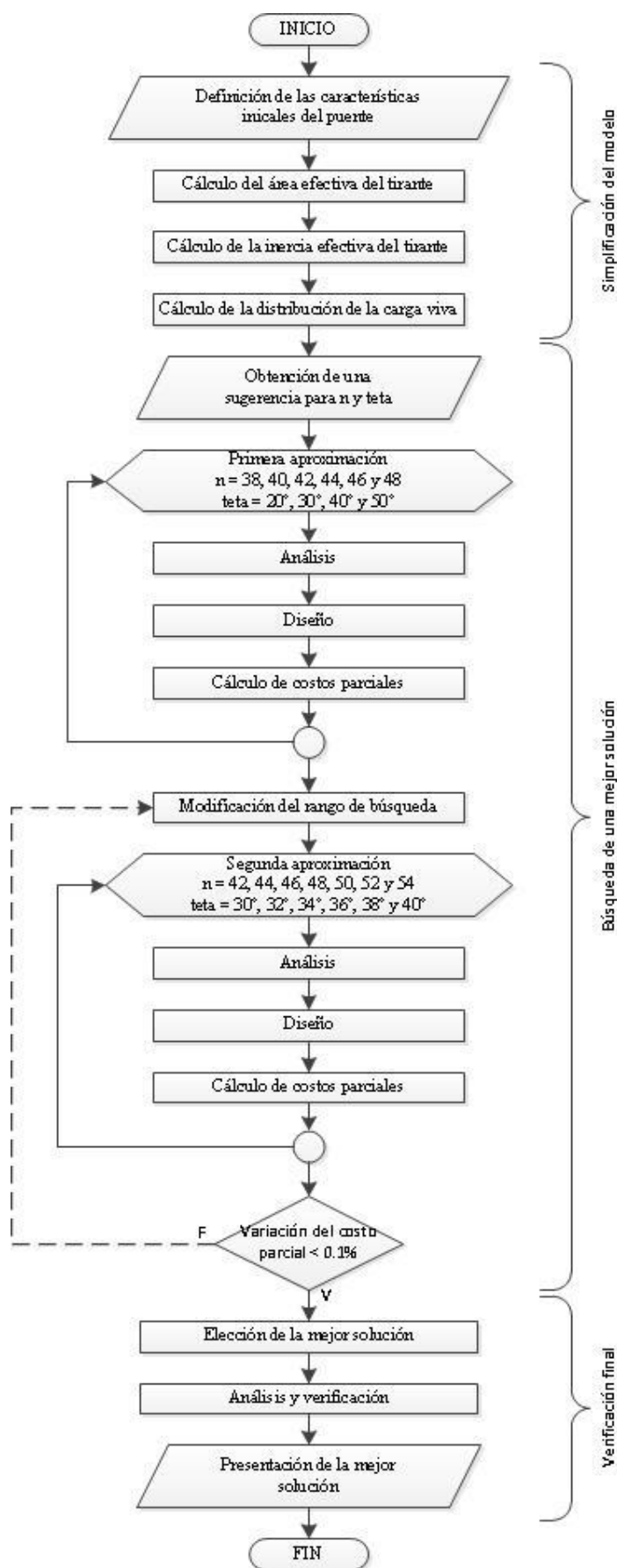


Figura 2-1: Diagrama de flujo de la investigación



Para propósitos de diseño, se suele utilizar el concepto de ancho efectivo del ala en las especificaciones de diseño nacionales e internacionales, donde se utilizan fórmulas para su determinación que están basadas en diferentes resultados analíticos y experimentales. La deducción teórica se basa principalmente en una distribución plana de los esfuerzos en la fibra central del concreto. Se está aplicando esta misma teoría para determinar el área equivalente del tablero.

El puente a investigar tiene la particularidad de que la mayor parte de las fuerzas axiales en el tirante aparecen en los extremos de manera puntual y, en menor magnitud, aparecen fuerzas puntuales, distribuidas a lo largo del tirante según la posición de las péndolas, las cuales no tiene un comportamiento tan rígido como el de una viga de alma llena. Las concentraciones se deben a las fuerzas de postensado y también a los arranques del arco. La siguiente figura muestra una distribución aproximada de las fuerzas que el postensado produce a lo largo del tablero.

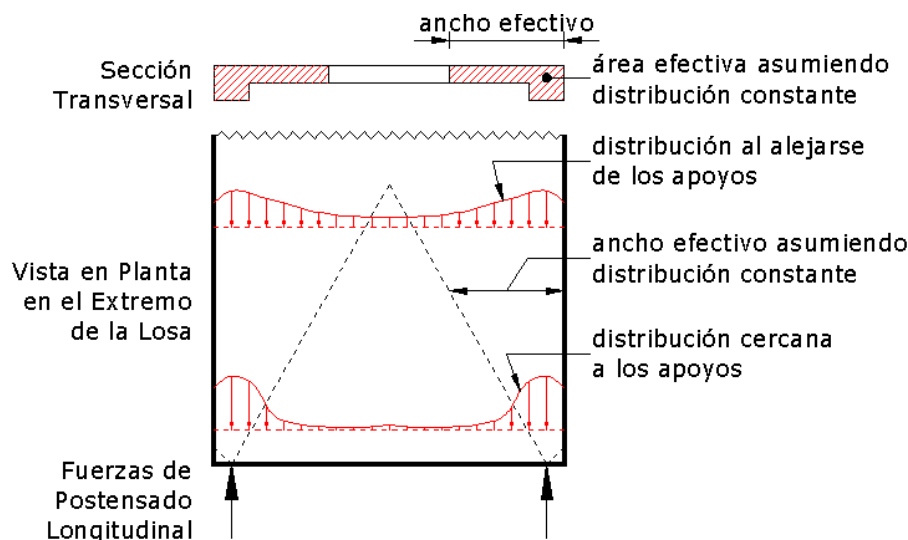


Figura 2-2: Distribución transversal de los esfuerzos longitudinales en la losa

Se desea modelar el comportamiento del tirante mediante el uso de unos elementos tipo barra ubicados en la intersección del plano del arco con el plano del tirante, tal que en cada punto de dicha línea se produzcan las mismas deformaciones,  $\varepsilon_{barra}$ , que las reales,  $\varepsilon_{real,0}$ . Como las deformaciones son directamente proporcionales al esfuerzo según el módulo de elasticidad,  $E_c$ , bastará con utilizar un elemento que permita obtener los mismos esfuerzos,  $\sigma_{barra}$ , que los reales,  $\sigma_{real,0}$ , en cada punto de dicha línea.

$$\varepsilon_{real,0} = \frac{\sigma_{real,0}}{E_c}, \varepsilon_{barra} = \frac{\sigma_{barra}}{E_c}, \varepsilon_{real,0} = \varepsilon_{barra} \Rightarrow \sigma_{real,0} = \sigma_{barra}$$

Tanto en el modelo como en la realidad, las fuerzas totales que actúan en el tirante deberán ser iguales. Por lo tanto, la integral de los esfuerzos que ocurren en la mitad del ancho del tirante real deberá tener el mismo valor que la fuerza axial en la barra del modelo. Debido a que la fuerza obtenida en un elemento tipo barra es directamente proporcional al esfuerzo y al área de su sección transversal, el área equivalente del tirante para medio puente será el siguiente:

$$F_{real} = \int \sigma_{real} dA = F_{barra} = \sigma_{barra} A_{barra} \Rightarrow A_{equiv} = A_{barra} = \frac{\int \sigma_{real} dA}{\sigma_{barra}} \Rightarrow A_{equiv} = \frac{\int \sigma_{real} dA}{\sigma_{real,0}}$$

Entonces, para una sección dada de medio tirante, se puede obtener el área equivalente del elemento tipo barra, realizando la integración numérica de los esfuerzos reales en la sección, obteniendo así una fuerza que luego será dividida entre el esfuerzo real en punto de intersección del

plano del arco con el plano del tirante. Realizando el mismo procedimiento en otras secciones del tirante, se obtienen el área efectiva en cada una de ellas.

Se ha representado al puente real usando un modelo tridimensional donde el tirante ha sido modelado utilizando elementos bidimensionales, tanto para la losa como para la viga de borde. Para este caso, los esfuerzos de la ecuación anterior estarán representados como fuerzas longitudinales en el tirante por unidad de ancho, de modo similar a lo mostrado en la figura anterior. Aunque, esta simplificación ignora el hecho de que los esfuerzos varían a través del espesor del concreto, se lo considerará aceptable debido a la gran distancia del tablero al arco en la mayor parte de la longitud del puente.

## 2.4. Inercia Equivalente del Tirante

Para conocer la inercia efectiva del tirante, simplemente se han planteado varios valores con los cuales se han realizado comparaciones entre los resultados obtenidos del modelo bidimensional y tridimensional. El modelo tridimensional es el mismo que el mencionado en el acápite anterior. Cada modelo bidimensional tiene como tirante a elementos tipo barra cuya sección coincide con el área efectiva variable obtenida mediante el método anterior y tiene una inercia constante a lo largo de toda la longitud del tirante. Se ha tomado que la inercia efectiva del tirante es aquella que, entre los varios valores analizados, produce los giros y deformaciones verticales más cercanos en ambos modelos, para tres sistemas de cargas propuestos. De esta manera, ya se tiene un modelo simplificado que simule los efectos del modelo tridimensional.

## 2.5. Distribución de la Carga Viva

Se ha considerado que la carga de carril distribuida por unidad de superficie sobre el tirante, se transmite también como distribuida por unidad de longitud del elemento tipo barra que representa al tirante en el modelo bidimensional. No obstante, considerar que las cargas puntuales del camión de diseño aplicadas sobre la losa también se transmiten de manera puntual en el elemento tipo barra, produciría flexiones concentradas que no reflejan lo que ocurre en la realidad. Las cargas puntuales producen fuerzas cortantes que, conforme se acercan al plano del arco, se distribuyen en un ancho cada vez mayor, debido también al fenómeno del *shear lag*. Se han propuesto entonces varias configuraciones de la carga viva, que han sido aplicadas al modelo bidimensional, para comparar sus efectos con los obtenidos con el tridimensional. En esta ocasión también se ha realizado la comparación de las deflexiones y giros obtenidos, seleccionando la configuración que más se acerca en resultados.

## 2.6. Tipos de Análisis

Los análisis estructurales han sido realizados empleando el programa informático especializado SAP2000 [5]. Este programa ha permitido realizar los siguientes tipos de análisis:

- a) Lineal Estático
- b) No lineal Estático
- c) Pandeo

## 2.7. Diseño y Cargas

El diseño de los elementos estructurales principales ha sido realizado siguiendo los lineamientos de la norma AASHTO 2010 [1]. De acuerdo al artículo 1.3.2.1 de dicha norma, cada componente estructural del puente deberá cumplir con la siguiente ecuación:

$$\sum \eta_i \gamma_i Q_i \leq \phi R_n = R_r$$

donde:

- $\gamma_i$  = Factor de carga del caso de carga  $i$ : un multiplicador estático aplicado a los efectos de las fuerzas
- $\phi$  = Factor de resistencia: un multiplicador estático aplicado a la resistencia nominal
- $\eta_i$  = Modificador de carga del caso de carga  $i$ ; relativo a la ductilidad, redundancia y clasificación operacional, considerado igual a 1.00
- $Q_i$  = Efecto de la fuerza del caso de carga  $i$
- $R_n$  = Resistencia nominal
- $R_r = \phi R_n$  = Resistencia factorada

Para el diseño de los elementos estructurales, se han utilizado las siguientes combinaciones de carga, de acuerdo al artículo 3.4.1 de la norma AASHTO 2010 [1]:

**Tabla 2-1: Combinaciones de carga**

Estado Límite	Factores de Carga $\gamma$		
	DC	DW	LL+IM
Servicio I	1.00	1.00	1.00
Servicio III	1.00	1.00	0.80
Resistencia I	1.25	1.50	1.75
	0.90	0.65	1.75

El arco ha sido diseñado y verificado para el estado límite de Resistencia I. Las péndolas han sido diseñadas y verificadas para el estado límite de Servicio I. El tirante ha sido diseñado y verificado para los estados límite de Servicio I, Servicio III y Resistencia I.

Las secciones del arco sometidas a flexocompresión biaxial han sido verificadas haciendo cumplir las inecuaciones de los factores de interacción del artículo 6.9.2.2 de la norma AASHTO que se muestran a continuación:

$$\text{Si } \frac{P_u}{P_r} < 0.2, \text{ entonces } \frac{P_u}{2.0P_r} + \left( \frac{M_{ux}}{M_{rx}} + \frac{M_{uy}}{M_{ry}} \right) \leq 1.0$$

$$\text{Si } \frac{P_u}{P_r} \geq 0.2, \text{ entonces } \frac{P_u}{P_r} + \frac{8.0}{9.0} \left( \frac{M_{ux}}{M_{rx}} + \frac{M_{uy}}{M_{ry}} \right) \leq 1.0$$

donde:

- $M_{rx}$  = Resistencia a la flexión factorada alrededor del eje  $x$  (kN-m)
- $M_{ry}$  = Resistencia a la flexión factorada alrededor del eje  $y$  (kN-m)
- $M_{ux}$  = Momento flector factorado aplicado alrededor del eje  $x$ , correspondiente a  $P_u$  (kN-m)
- $M_{uy}$  = Momento flector factorado aplicado alrededor del eje  $y$ , correspondiente a  $P_u$  (kN-m)
- $P_r$  = Resistencia a la compresión factorada (kN)
- $P_u$  = Carga axial de compresión factorada aplicada (kN)

Las secciones del tirante sometidas a flexotracción han sido diseñadas contrarrestando los esfuerzos máximos de tracción por flexotracción causados por las cargas aplicadas en el estado límite de Servicio III, con los esfuerzos de compresión producidos por el postensado efectivo del tirante, de tal manera que no se supere el esfuerzo máximo del concreto en tracción.

$$f_{c,t} \geq f_{s3,t} - f_{pe,c}$$

donde:

$$f_{c,t} = 0.5\sqrt{f'c} = \text{Esfuerzo admisible a la tracción del concreto (MPa)}$$

$$f_{s3,t} = \frac{P_{s3,max} \cdot 1000}{A_{serv}} + \frac{|M_{s3,max}| \cdot 1000^2}{S_{serv}} = \text{Esfuerzo de tracción aplicado en la fibra más esforzada del concreto, en el estado límite de Servicio III (MPa)}$$

$f_{pe,c} = \frac{T_{pe} \cdot 1000}{A_0}$  = Esfuerzo de compresión aplicado a la sección de concreto, debido al postensado efectivo (MPa)

$f'_c$  = Esfuerzo resistente a la compresión del concreto utilizado en el diseño (MPa)

$P_{s3,max}$  = Fuerza de tracción máxima aplicada a la sección, en el estado límite de Servicio III (kN)

$M_{s3,max}$  = Momento flector máximo aplicado a la sección, en el estado límite de Servicio III (kN-m)

$T_{pe}$  = Fuerza de tracción efectiva del postensado, incluyendo pérdidas (kN)

$A_0$  = Área de la sección de concreto durante el tensado, considerando el acero de refuerzo, pero sin considerar el acero de postensado (mm<sup>2</sup>)

$A_{serv}$  = Área de la sección de concreto en el estado límite de Servicio, considerando el acero de refuerzo y de postensado (mm<sup>2</sup>)

$S_{serv}$  = Módulo de sección de concreto en el estado límite de Servicio III, considerando el acero de refuerzo y de postensado (mm<sup>3</sup>)

De aquí se obtiene que la fuerza de tracción efectiva de postensado debería cumplir que:

$$T_{pe} \geq \left[ \frac{P_{s3,max} \cdot 1000}{A_{serv}} + \frac{|M_{s3,max}| \cdot 1000^2}{S_{serv}} - 0.5\sqrt{f'_c} \right] \cdot A_0$$

De igual manera, las secciones del tirante sometidas a flexotracción han sido verificadas de tal manera que los esfuerzos mínimos de tracción por flexotracción causados por las cargas aplicadas en el estado límite de Servicio I, incrementados con los esfuerzos de compresión producidos por el postensado efectivo del tirante, no superen al esfuerzo máximo del concreto en compresión.

$$f_{c,c} \geq -f_{s1,t} + f_{pe,c}$$

$$T_{pe} \leq \left[ \frac{P_{s1,min} \cdot 1000}{A_{serv}} - \frac{|M_{s1,max}| \cdot 1000^2}{S_{serv}} + 0.45f'_c \right] \cdot A_0$$

donde:

$f_{c,c} = 0.45f'_c$  = Esfuerzo admisible a la compresión del concreto (MPa)

$f_{s1,t} = \frac{P_{s1,min} \cdot 1000}{A_{serv}} - \frac{|M_{s1,max}| \cdot 1000^2}{S_{serv}}$  = Esfuerzo de tracción aplicado en la fibra menos esforzada del concreto, en el estado límite de Servicio I (MPa)

$P_{s1,min}$  = Fuerza de tracción mínima aplicada a la sección, en el estado límite de Servicio I (kN)

$M_{s1,max}$  = Momento flector máximo aplicado a la sección, en el estado límite de Servicio I (kN-m)

Mediante el diseño en el estado límite de Servicio, se ha determinado la fuerza de postensado mínima requerida. Conociendo de aquí la cantidad de acero de postensado, se ha realizado el diseño en el estado límite de Resistencia I, con el que se obtuvo las cantidades de acero de refuerzo convencional adicionales. Para el diseño por flexotracción del tirante en el estado límite de Resistencia I, conservadoramente se ha hecho cumplir con la siguiente inecuación:

$$\frac{P_u}{P_r} + \frac{M_u}{M_r} \leq 1.0$$

donde:

$M_r$  = Resistencia a la flexión factorada (kN-m)

$M_u$  = Momento flector factorado aplicado, correspondiente a  $P_u$  (kN-m)

$P_r$  = Resistencia a la tracción factorada (kN)

$P_u$  = Carga axial de tracción factorada aplicada (kN)

## DISEÑO BÁSICO

En el presente capítulo se presentan las características generales del puente que se desea mejorar. Se presenta la geometría de los elementos principales de la estructura: el cordón superior, el cordón inferior y el alma y las secciones de cada uno. Esta geometría será desde la cual se partirá para realizar la investigación. También, en el presente capítulo, previamente a realizar los análisis posteriores, se proponen simplificaciones al modelamiento matemático del puente para proceder, de una manera más sencilla a su análisis y a la búsqueda de una mejor solución.

### 3.1. Descripción del Puente

El predimensionamiento de un puente se suele realizar empleando fórmulas aproximadas que permiten dar una primera aproximación a la geometría de los elementos que lo constituyen. En algunos casos se suele recurrir a la geometría de otros proyectos similares en tipo, geometría y cargas para luego adaptarlos a las características del proyecto a diseñar. En este caso se ha tomado como dimensionamiento preliminar el del diseño de un puente tipo arco enmallado realizado en el 2006 [7] [8]. A este puente lo denominaremos en adelante como el puente del “diseño original”. A continuación se describe las características principales de este puente y se hacen algunos comentarios al respecto.

#### 3.1.1 Geometría del Diseño Original

El puente a investigar es un arco de tablero inferior de 92 metros de luz, donde sus elementos estructurales principales son dos arcos enmallados ubicados en dos planos verticales laterales espaciados 8.4 metros, que están unidos inferiormente en toda su longitud por una losa de concreto que hace las veces de tablero y superiormente por elementos de arriostre. Cada arco enmallado está conformado por un cordón superior, que en adelante llamaremos “arco”, por un cordón inferior, que en adelante llamaremos “tirante”, y por péndolas (Figura 3-1) que conformaban el “alma” del puente. El arco tiene un trazo curvo en forma de arco de circunferencia y su eje, en la clave, se eleva 13.8 metros desde el eje horizontal del tirante.

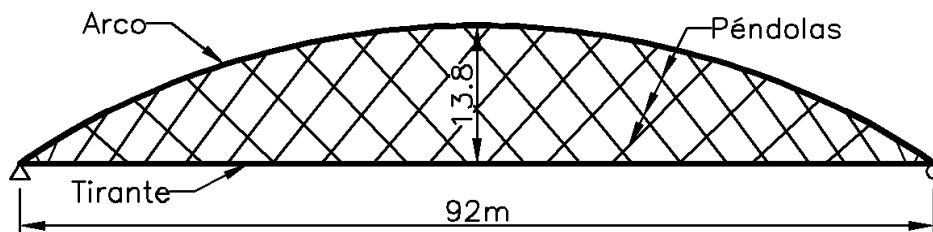


Figura 3-1: Geometría y elementos del arco enmallado, elevación lateral

El arco es de acero estructural y tiene sección cajón. Su sección no es constante a lo largo de todos los 97.49 metros de longitud del arco, sino que tiene una sección como la de la Figura 3-2a en los 68.24 metros centrales y una sección más rígida como la de la Figura 3-2b en cada uno de los dos 14.62 metros restantes de sus extremos.

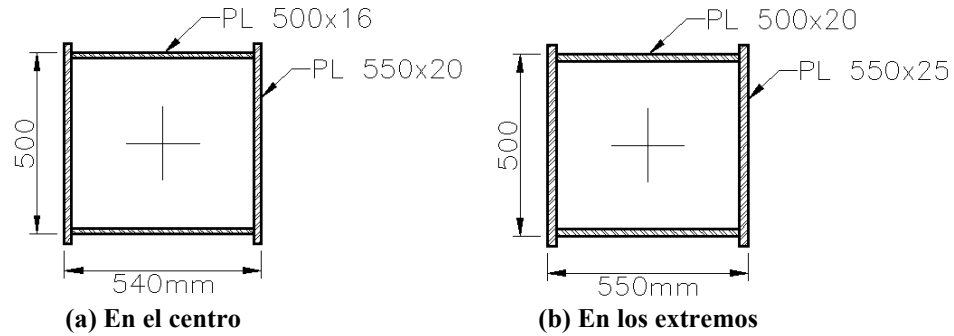


Figura 3-2: Sección transversal del arco en el diseño original

El tirante es de concreto y está compuesto por dos vigas de borde en cada plano de los arcos y por una losa de concreto que une a las vigas de borde de manera monolítica y continua. La losa es de espesor variable (entre 216 y 270 mm) y tiene un ancho de 7.2 m, que equivale al ancho de la calzada por donde transitan los vehículos motorizados en dos carriles. Luego, hay un aumento del espesor a cada lado a un valor de 400 mm y un con un ancho variable (entre 900 y 1400 mm) conformado así la viga de borde. En cada viga de borde se encuentra el anclaje inferior de las péndolas y la acera peatonal que se extiende hacia el exterior como un voladizo. Sus dimensiones se muestran en la siguiente figura.

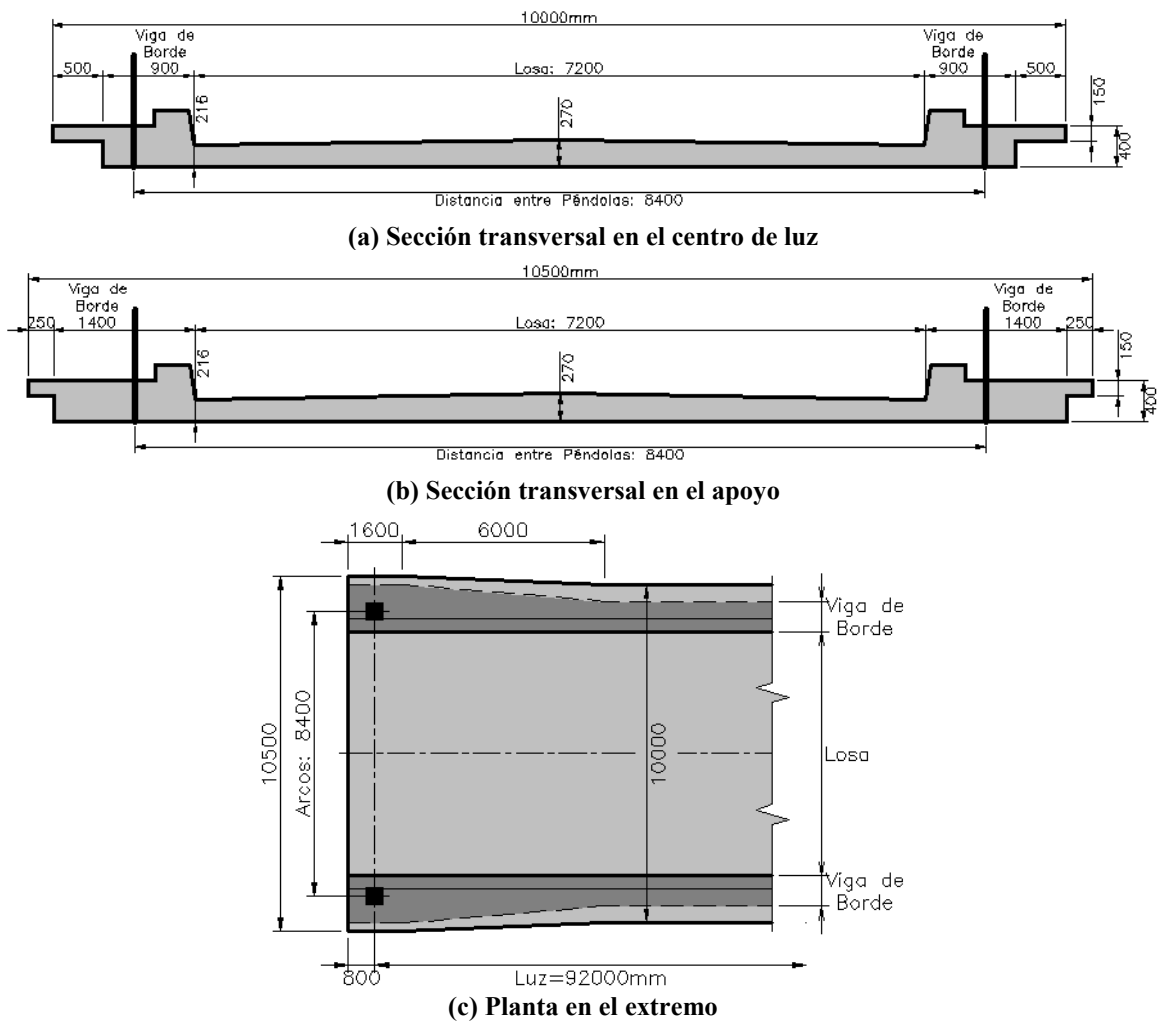


Figura 3-3: Geometría del tirante

Las vigas de borde presentan cables de postensado en la dirección longitudinal del puente, además de acero de refuerzo convencional longitudinal y transversal. Los cables están ubicados al centro del espesor de la viga de borde. La fuerza de postensado final (luego de las pérdidas) especificada en los planos para todo el puente al centro de luz es de 15 000 kN, valor que será recalculado en el capítulo siguiente de la presente investigación. La losa cuenta con acero de refuerzo convencional en ambas direcciones. La losa no presenta acero de postensado longitudinal ni transversal.

Las péndolas son barras de 36 mm de diámetro. Son un número total de 68 (34 por plano) y están entrecruzadas haciendo una malla, como se muestra en la Figura 3-1. Sus extremos superiores están a un espaciamiento constante a lo largo del eje del arco. Los anclajes, tanto en el arco como en el tirante, atraviesan dichos elementos estructurales.

Los arriostres del arco son de dos tipos: transversales e inclinados y están dispuestos en forma de K. Los arriostres transversales unen ambos arcos y son 18. Los arriostres inclinados son 32 y unen los extremos con el centro de dos arriostres transversales contiguos (Figura 3-5). Sus secciones transversales se muestran en la siguiente figura.

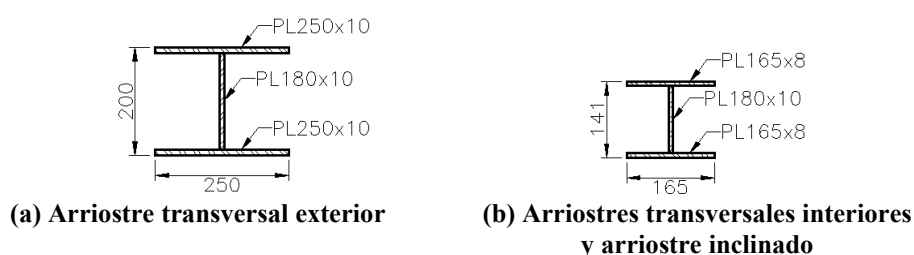


Figura 3-4: Sección transversal de los arriostres

### 3.1.2 Discusión sobre el Diseño Original

El diseño original se realizó utilizando un modelo bidimensional conformado por los elementos estructurales del plano de un arco enmallado, simulados mediante elementos tipo barra, cada uno: el arco, las péndolas y el tirante, con su respectiva sección transversal. En el caso tirante, se modeló empleando una sección transversal que corresponde a la de la viga de borde, sin incluir el aporte de la losa a la rigidez del tirante. [10]

Como los cables del postensado están ubicados en el interior de la viga de borde, se espera que estos sean los elementos que reciban la mayor compresión, pero sólo en los puntos de aplicación de la fuerza de postensado, es decir, en los extremos del tirante. Como la viga de borde es monolítica con la losa, las compresiones debidas al postensado también serán transmitidas a la losa. Esto se debe a los efectos denominados como *shear lag*, que se refieren a la transmisión de los esfuerzos de compresión del concreto al concreto circundante a través de las fuerzas cortantes entre ellos.

Si se desea modelar a un arco enmallado de manera bidimensional, será necesario entonces considerar como parte de la rigidez del elemento del tirante el aporte que brinda la losa, siendo poco apropiado considerar que es solo la viga de borde la que aporta rigidez al tirante. Si incrementamos la rigidez (área) del tirante al incluir el aporte de la losa, el centro elástico de la sección transversal del puente en el centro de luz se ubicará en una posición más baja en comparación con si se considerara sólo la rigidez de la viga de borde.

Si consideramos al arco enmallado como una viga de alma llena simplemente apoyada y le aplicamos cargas de gravedad, el momento flector en el centro de luz producirá compresiones en el arco y tracciones en el tirante. Si incrementamos la rigidez del tirante al incluir el aporte de la losa, aumentará la fuerza de compresión en el arco y se reducirá la tracción en el tirante, comparada con los resultados que se obtendrían al no considerar el aporte de la losa. Esto se debe a la traslación del centro elástico a una posición más baja. Será necesario entonces tomar en cuenta estos efectos al analizar el puente utilizando un área equivalente del tirante.

El análisis del diseño original se realizó utilizando los resultados que producen las cargas de gravedad aplicadas sobre la estructura (DC, DW, LL e IM) por separado. Estos resultados no produjeron ausencia de tracción en las péndolas en el estado límite de Servicio, por lo que fue posible realizar una suma directa (lineal) de cada efecto para obtener el total [10]. Sin embargo, en el estado límite de Resistencia, algunas péndolas dejaban de estar en tracción debido a que la carga viva (LL+IM) producía descompresiones en las péndolas que, al estar factoradas, superaban las cargas factoradas producidas por las cargas permanentes (DC y DW). Debido a que las péndolas no son efectivas cuando están sujetas a esfuerzos de compresión, el aporte de aquellas péndolas sometidas a compresión a la rigidez de la estructura debió haber sido eliminado para el resto de las cargas aplicadas. Esto implica que no es correcto realizar una suma directa factorada de los efectos obtenidos de cada caso de carga por separado, siendo necesario realizar un análisis no lineal.

En el diseño original del puente se ha obtenido un acero de refuerzo por flexión transversal en la cara inferior de la losa de un área del orden del 1.6% en relación al área bruta de la sección de concreto al centro. Este porcentaje resulta ser un valor alto y poco convencional ya que lo usual es obtener un porcentaje del orden del 0.7%; sin embargo, la norma de diseño AASHTO 2010 [1] no limita la cantidad de acero máxima por flexión en secciones de concreto armado, por lo que se considera satisfactorio. La alta cantidad de acero transversal se debió a que se optó por utilizar un espesor bajo de la losa de concreto, para así obtener una baja carga debida a su peso propio y reducir los efectos en los demás elementos del puente con el objetivo de aminorar costos. En el acápite 3.1.3 se presenta una alternativa de diseño de la losa utilizando postensado transversal.

Se ha tomado a las dimensiones del diseño original como una primera aproximación para obtener una mejor solución en la configuración de las péndolas. En el proceso del mejoramiento, se ha tomado como invariante al trazo geométrico del puente, a la sección de la losa y los arriostres y al refuerzo de la losa. Durante el avance de la investigación se realizan modificaciones en la sección del arco, la disposición y sección de las péndolas y la fuerza de postensado.

### 3.1.3 *Diseño Alternativo de la Losa*

Aunque utilizar acero de refuerzo convencional suele ser una solución más económica, se ha optado por proponer una solución alternativa con postensado, ya que usar postensado permite reducir los agrietamientos en el concreto debido a la contracción, con lo que se aumenta la durabilidad del concreto.

Se ha modelado transversalmente a la losa como un elemento lineal simplemente apoyado sobre la línea de péndolas a un espaciamiento de 8400 mm. Se le ha aplicado las cargas debidas al peso propio de la losa, las del asfalto y la de un eje camión de diseño (145 kN) en un ancho efectivo de 4300 mm (espaciamiento mínimo longitudinal entre ejes del camión), sin considerar la carga de carril, de acuerdo al artículo 3.6.1.3.3 de la norma AASHTO 2010 [1]. Se ha analizado utilizando un factor de presencia múltiple de 1.2 para un solo carril cargado y de 1.0 para dos carriles cargados, colocando las cargas en varias posiciones transversales al puente mediante el uso de líneas de influencia. Los resultados obtenidos son ligeramente mayores que los obtenidos en el diseño original, ya que en el diseño original se ha modelado localmente utilizando elementos bidimensionales tipo cáscara, que permiten incluir el aporte de la losa que se encuentra fuera del ancho efectivo considera en el análisis como simplemente apoyado. En el Anexo B se presenta el cálculo del refuerzo transversal de la losa empleando postensado. Para esto, se han seguido los lineamientos de la sección 5 de la norma AASHTO 2010 [1].

## 3.2. **Simplificación del Modelo Estructural**

Un modelo estructural apropiado para representar el comportamiento del puente sería uno tridimensional que incluya elementos unidimensionales para los elementos cuya longitud es considerablemente mayor que sus otras dos dimensiones (arco, péndolas y arriostres) y elementos



bidimensionales para elementos cuyo espesor es considerablemente menor que sus otras dos dimensiones (tirante). Dicho modelo resultaría ser como el ilustrado en la Figura 3-5a.

Usar un modelo tridimensional para la presente investigación implicaría un considerable tiempo y esfuerzo computacional debido al tipo de elementos, a la cantidad de grados de libertad y de casos a analizar. Se ha optado entonces por simplificar el modelo a uno bidimensional que simule con buena precisión el comportamiento de la mitad del modelo tridimensional. Este modelo bidimensional estará conformado solamente por elementos unidimensionales e incluirán solo los elementos estructurales que se encuentran en el plano de un arco enmallado del puente (Figura 3-5b).

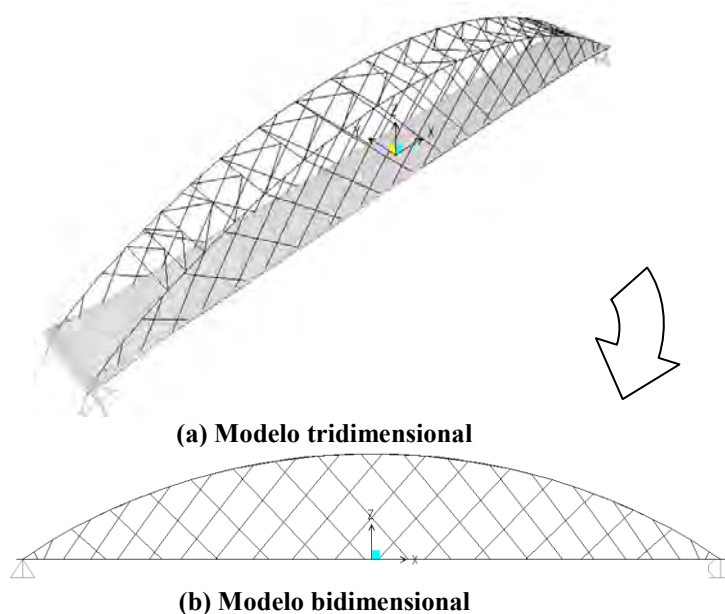


Figura 3-5: Reducción a un modelo simplificado

Es necesario entonces que el elemento unidimensional que reemplaza al tirante en el modelo bidimensional represente adecuadamente el comportamiento de la mitad del tirante en el modelo tridimensional. Para esto, las fuerzas (axiales y de flexión) que ocurran en cada punto del modelo bidimensional deberán ser similares a las obtenidas en el modelo tridimensional. De la misma manera, las deformaciones (desplazamientos y giros) en un punto deberán ser similares en ambos modelos. Esto se logra haciendo que la rigidez (axial y de flexión) de los elementos que representan al tirante sea la misma para ambos modelos.

En adelante se determinarán las rigideces equivalentes a lo largo del tirante, específicamente se calcularán las propiedades axiales y de flexión equivalentes (áreas e inercias) a lo largo del mismo. Esto puede ser representado entonces como la obtención de un ancho efectivo de la losa que aporta a la viga de borde, uno para fuerzas axiales y otro para momentos flectores.

### 3.3. Área Equivalente del Tirante

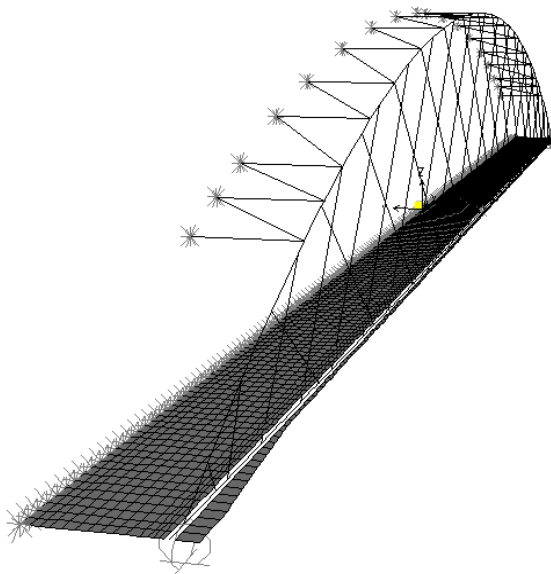
A continuación se describe el análisis estructural realizado, se presentan sus resultados y los de los cálculos efectuados para obtener las áreas equivalentes a lo largo del tirante y así obtener su rigidez equivalente para efectos del cálculo de las fuerzas y deformaciones axiales del elemento que simulen, en el modelo bidimensional, las respuestas del modelo tridimensional.

#### 3.3.1 Modelamiento

- Generalidades: Es un modelo tridimensional conformado tanto por elementos unidimensionales como por bidimensionales (Figura 3-6). Representa sólo la mitad del

puente debido a la simetría de cargas considerada, que ocurre a cada lado de un plano vertical que lo corta en el sentido longitudinal a lo largo de su eje.

- b) Elementos unidimensionales: son elementos finitos tipo barra (*frame*) y han sido utilizados para modelar el arco, las péndolas, los arriostres y parte de la viga de borde del tirante. En los extremos de las péndolas se han liberado los grados de libertad rotacionales alrededor de sus ejes transversales para simular la incapacidad de las mismas a resistir flexiones. Se ha considerado que las péndolas no están en contacto en sus puntos de cruce.
- c) Elementos bidimensionales: son elementos finitos tipo cáscara (*shell*) y han sido utilizados para modelar la losa y parte de la viga de borde del tirante, cada uno con su correspondiente espesor (variable para la losa). El modelo considera una longitud adicional a la luz del puente de 0.8 m en cada extremo del tirante para considerar las dimensiones reales de la estructura analizada. Las dimensiones de los elementos bidimensionales son tales que la relación de aspecto (longitud/ancho) máxima utilizada es de 1.625.
- d) Restricciones: Para representar a los puntos de apoyo del puente se ha restringido sólo el desplazamiento vertical al pie de los extremos de los arcos. Para limitar el movimiento longitudinal del puente se ha restringido sólo el desplazamiento longitudinal en el centro de la longitud de la viga de borde y así obtener desplazamientos simétricos respecto al centro de luz del puente. Para representar la simetría de desplazamientos y continuidad del puente completo respecto al plano mencionado en el ítem a, se han restringido los desplazamientos transversales al puente y los giros alrededor del eje vertical y longitudinal al puente de los puntos contenidos en dicho plano. Esta condición de simetría ha permitido reducir considerablemente el tiempo de ejecución de los análisis realizados.
- e) Vínculos: Parte de la viga de borde del tirante ha sido modelada utilizando elementos tipo barra con el objetivo de dispersar los efectos de las fuerzas puntuales que provienen de las péndolas. Una fuerza puntual aplicada desde fuera del plano de un elemento tipo cáscara suele concentrar momentos flectores y fuerzas cortantes en él, cuyos valores están alejados de la realidad. Para reducir los efectos de este problema numérico se ha considerado un ancho de 300 mm como elemento tipo barra y luego de 150 mm a cada lado de su eje se han utilizado elementos tipo cáscara. Para mantener la continuidad entre ambos tipos elementos (barra y cáscara) se los ha unido transversalmente mediante vínculos del tipo cuerpo rígido en los 6 grados de libertad (*body constraint*). Los elementos tipo barra y tipo cáscara no han compartido los mismos nudos para no duplicar la rigidez del tirante por superposición.



**Figura 3-6: Modelo estructural tridimensional para el cálculo del área equivalente del tirante**

### 3.3.2 Cargas

#### a) Cargas muertas por componentes estructurales y accesorios no estructurales (DC)

El peso propio de los elementos estructurales del puente (arco, tirante, péndolas y arriostres) ha sido determinado de manera automática por el programa SAP2000 [5] a partir de sus dimensiones. La carga del parapeto en la viga de borde ha sido aplicada como carga distribuida sobre su correspondiente área en los elementos bidimensionales. La vereda y la baranda han sido aplicadas como cargas puntuales en los nudos del extremo de la viga de borde. A continuación se presenta un cuadro resumen de las cargas consideradas para la mitad del puente (un solo arco enmallado).

**Tabla 3-1: Cargas muertas DC del diseño original**

Elemento	Carga distribuida equivalente (kN/m/arco) a lo largo del puente
Arco	3.33
Tirante	29.56
Péndolas	0.35
Arriostres	0.56
Parapeto	1.24
Vereda	1.69
Baranda	0.49
<b>Total</b>	<b>37.22</b>

A pesar de que la norma AASHTO 2010 [1] no considera a las fuerzas de postensado como una fuerza aplicada a la estructura, sino como una resistencia, es necesario considerar los esfuerzos que resultan de esta fuerza para la determinación del área equivalente del tirante. Se ha utilizado una fuerza de tensado de 7500 kN en el tirante, que representan los 15 000 kN para el puente completo del diseño original. Esta fuerza ha sido aplicada en la dirección longitudinal del puente (hacia el interior) como dos fuerzas que comprimen, desde sus extremos, a los elementos que conforman la viga de borde. Para el propósito de analizar las cargas de servicio, se ha considerado a esta carga incluida dentro del grupo de las cargas muertas (DC).

#### b) Cargas muertas de la superficie de desgaste (DW)

Esta carga se debe a la colocación de una carpeta asfáltica de 50 mm de espesor en un ancho de calzada de 7200 mm, que resulta en una carga distribuida de 1.03 kN/m<sup>2</sup> aplicada sobre los elementos bidimensionales que conforman la losa en el modelo. Esta carga equivale a 3.71 kN/m a lo largo de la longitud del puente (medio ancho del puente).

#### c) Carga viva vehicular (LL)

Esta carga corresponde a la estipulada en el artículo 3.6.1.2 de la norma AASHTO (2010). Para efectos de la determinación del modelo simplificado, solo se ha considerado la aplicación de la carga de carril (*design lane load*) en conjunto con la carga del camión de diseño (*design truck*). No se ha tomado en cuenta la carga del tándem de diseño (*design tandem*).

En el modelo estructural, la carga de carril de 9.3 kN/m ha sido aplicada sobre los elementos bidimensionales de la losa como uniformemente distribuida en un ancho de 3.04 m y a todo lo largo del puente (3.06 kN/m<sup>2</sup>) para todos los casos analizados.

El camión de diseño ha sido ubicado a 600 mm del borde de la calzada y solo en 11 posiciones distintas a lo largo de la mitad de la luz del puente. El espaciamiento de sus ejes ha sido considerado como constante con un valor de 4.14 m. La carga de cada rueda ha sido aplicada sobre un área de 460 mm de longitud y 720 mm de ancho, resultando en un valor de 52.84 kN/m<sup>2</sup> para las ruedas del eje delantero y de 218.90 kN/m<sup>2</sup> para las de los ejes posteriores. Esta área ha sido determinada utilizando el área de contacto de la llanta considerada en el artículo 3.6.1.2.5 de la

norma AASHTO 2010 [1] y ha sido extendida en cada uno de sus cuatro lados por un valor cercano al del semiespesor promedio de la losa bajo los puntos de aplicación.

Se ha aplicado un factor de presencia múltiple igual a 1.0 de acuerdo a lo estipulado en la tabla 3.6.1.1.2-1 de la norma AASHTO 2010 [1], valor que se utiliza cuando el puente tiene dos carriles cargados a la vez, condición que se cumple en el modelo adoptado debido a la característica de simetría supuesta.

#### d) Carga de incremento dinámico vehicular (IM)

De acuerdo al artículo 3.6.2 de la norma AASHTO 2010 [1], se ha considerado que el incremento dinámico de la carga viva del camión de diseño es de 33%. No se ha aplicado dicho incremento a la carga de carril.

### 3.3.3 *Análisis Estructural*

Para todos los casos de carga se ha realizado un análisis estructural donde se incluye los 6 grados de libertad de cada nudo del modelo estructural (3 desplazamientos y 3 giros). Las fuerzas en los elementos debidas a las cargas muertas DC han sido obtenidas mediante un análisis no lineal estático en el cual se incluyen los efectos P-delta con grandes desplazamientos. Las fuerzas en los elementos debidas a las cargas del asfalto y vehiculares (DW, LL+IM) han sido obtenidas mediante un análisis lineal estático.

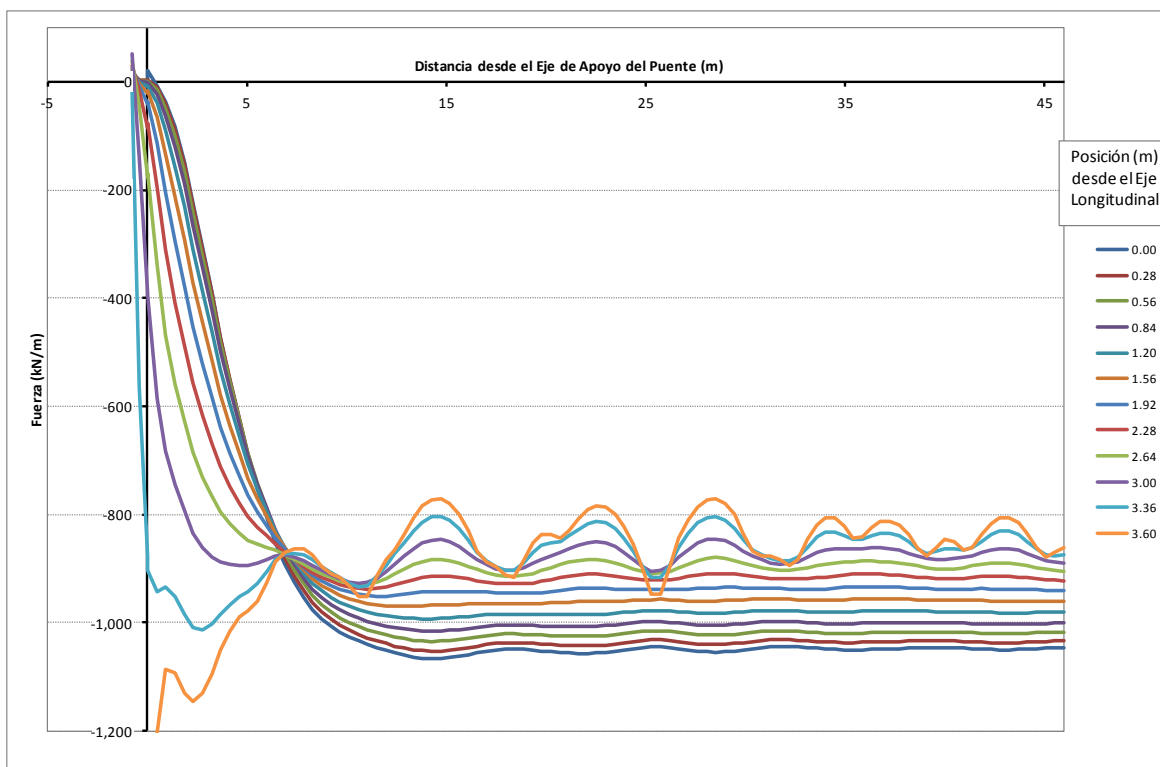
El análisis no lineal de las cargas muertas DC solo ha sido aplicado para tomar en cuenta los efectos adicionales debido a las grandes deformaciones que se pudiera obtenerse debido a la poca sección de las péndolas. No se ha tomado en cuenta la no linealidad para las cargas muertas DW, tomando en cuenta la poca influencia de los efectos de segundo orden en la magnitud de los resultados. Con el objeto de reducir el tiempo de cálculo, tampoco se ha tomado en cuenta la no linealidad de la estructura para las cargas móviles (LL+IM) dado que no se ha obtenido ausencia de tensión en las péndolas en el diseño original bajo cargas de servicio. No es el objetivo de la presente investigación estudiar el efecto de la posible ausencia de tensión en las péndolas para el estudio del aporte de la losa a la rigidez del tirante, pero dicho efecto sí será incluido en el análisis y diseño que conllevarán a la obtención de una mejor solución para varias disposiciones de péndolas diferentes a las del diseño original presentadas en el siguiente capítulo.

### 3.3.4 *Cálculos y Resultados*

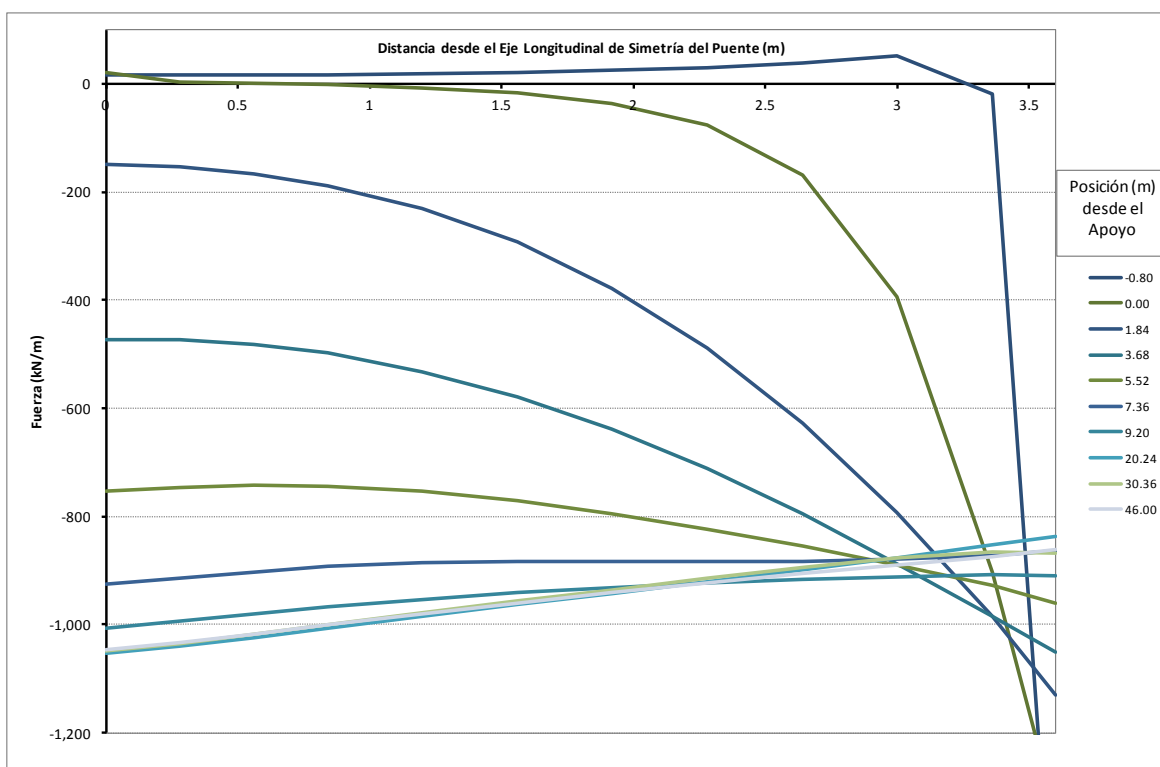
#### 3.3.4.1. Fuerzas Resultantes

Las fuerzas distribuidas en la dirección longitudinal por unidad de longitud transversal en la losa del tirante del puente, que se obtuvieron del análisis estructural, se pueden representar mediante una superficie. Desde la Figura 3-7 hasta la Figura 3-11 se muestran las fuerzas (en kN/m) que resultan al realizar un corte longitudinal o transversal a la superficie antes mencionada, para los casos de carga analizados. Sólo se presenta los resultados de una de las 11 posiciones analizadas del camión de diseño para el caso de carga vehicular. Véanse los resultados de las demás posiciones en el Anexo D.

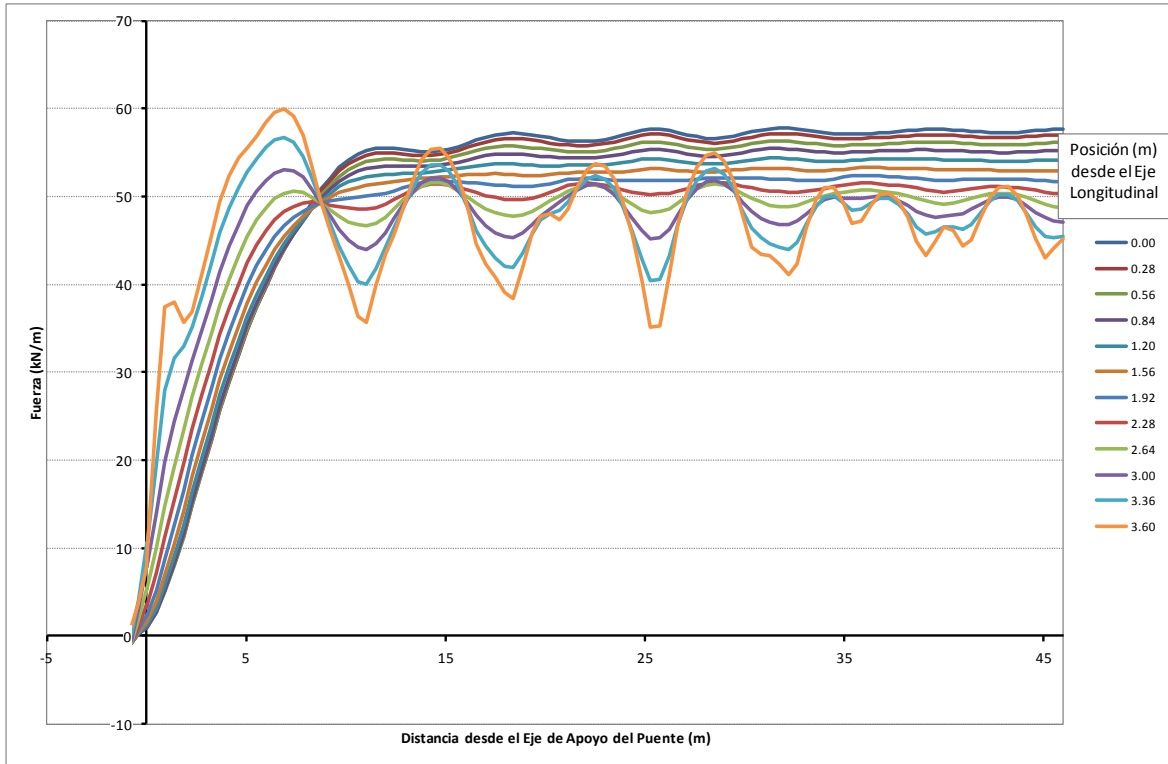
El tirante del puente está conformado por la losa y la viga de borde. Se ha realizado una integración numérica de las fuerzas distribuidas que resultan en cada uno de estos componentes para obtener una fuerza total en la dirección longitudinal del puente. Las fuerzas totales en estos dos componentes se aprecian desde la Figura 3-12 a la Figura 3-14.



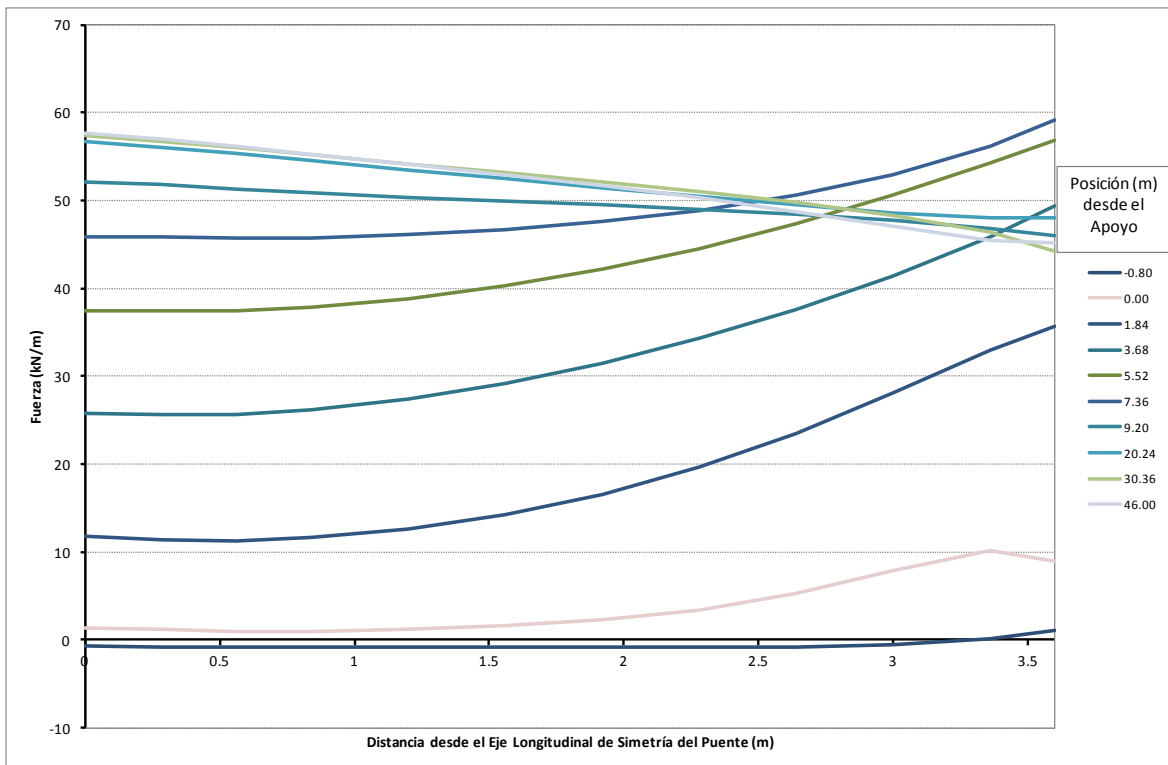
**Figura 3-7: Distribución longitudinal de las fuerzas longitudinales en la losa por efectos del caso de carga DC**



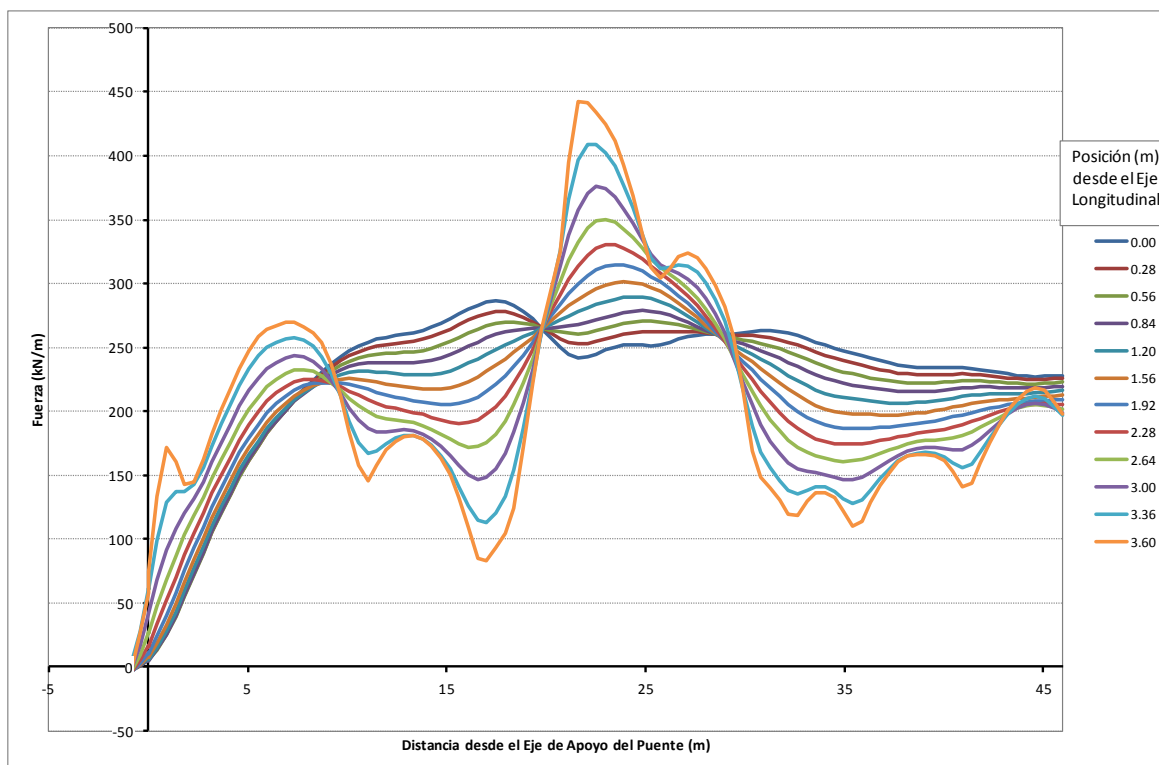
**Figura 3-8: Distribución transversal de las fuerzas longitudinales en la losa por efectos del caso de carga DC**



**Figura 3-9: Distribución longitudinal de las fuerzas longitudinales en la losa por efectos del caso de carga DW**



**Figura 3-10: Distribución transversal de las fuerzas longitudinales en la losa por efectos del caso de carga DW**



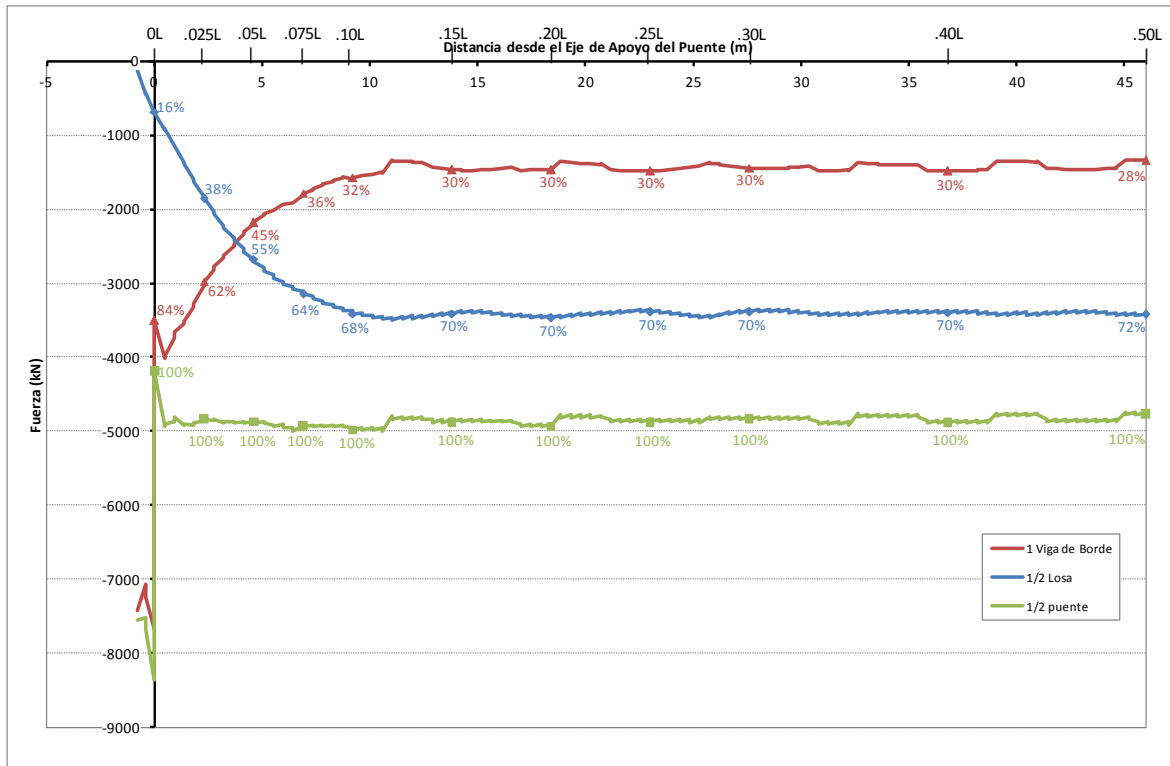
**Figura 3-11: Distribución longitudinal de las fuerzas longitudinales en la losa por efectos del caso de carga LL+IM, donde el camión se ubica a unos 26 m del apoyo**

En la Figura 3-7 se observa que la losa está sometida en toda su longitud a fuerzas longitudinales de compresión, efecto que no sucede en los casos de carga DW y LL+IM. Esto se debe a la fuerza de postensado, que produce una gran compresión, que luego es mermada por la presencia de las cargas de gravedad, ya que la flexión en el arco enmallado produce tracciones en el tirante y compresiones en el arco.

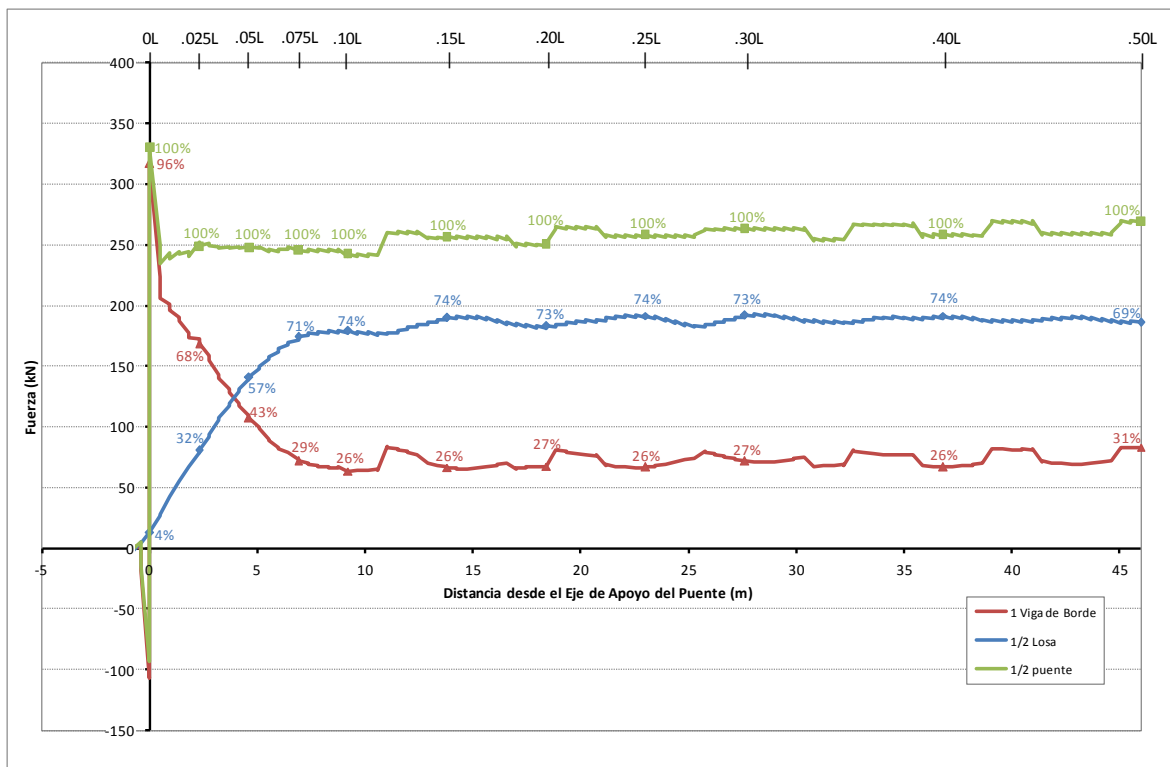
En el extremo del puente, las fuerzas longitudinales de la losa se inician en cero en todo su ancho, con excepción del nudo que limita con la viga de borde, donde aparecen fuerzas de compresión debido a su cercanía con la zona de aplicación de la fuerza de postensado (para DC) y con la zona de transmisión de las fuerzas desde el arranque del arco (para DW y LL+IM).

En los cortes longitudinales de las fuerzas longitudinales, se observa que mientras más lejos se está de la viga de borde, los esfuerzos se tornan más homogéneos y que mientras más cerca se está, aparecen concentraciones a modo de picos y valles. Esto se debe a la cercana presencia de las péndolas que absorben parte de las fuerzas longitudinales y las transmiten al arco. Algo similar ocurre para LL+IM alrededor de las zonas de aplicación de la carga del camión de diseño (Figura 3-11), ya que alrededor de los 26 metros existe una gran fuerza axial en la losa que luego se reduce rápidamente en las cercanías de la viga de borde.

Tanto en los cortes longitudinales como en los cortes transversales se observa que las fuerzas longitudinales en la losa aumentan rápidamente conforme se alejan del apoyo, en una longitud aproximada de 10 m y luego se tornan relativamente constante en los 36 m restantes. Esto indica que conforme se aleja del apoyo, la losa absorbe más fuerza longitudinal y ayuda a la viga de borde en la resistencia axial del tirante.

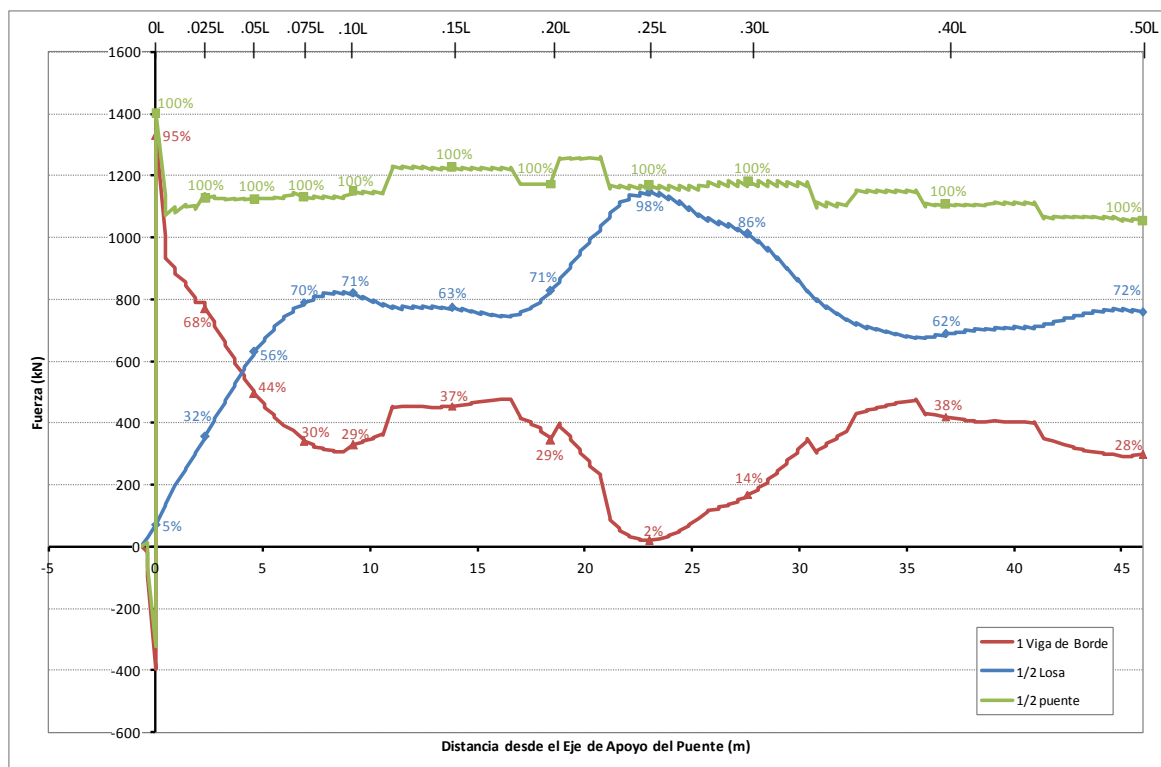


**Figura 3-12: Fuerzas longitudinales en los componentes del tirante por efectos del caso de carga DC**



**Figura 3-13: Fuerzas longitudinales en los componentes del tirante por efectos del caso de carga DW**





**Figura 3-14: Fuerzas longitudinales en los componentes del tirante por efectos del caso de carga LL+IM, donde el camión se ubica a unos 26 m del apoyo**

En la Figura 3-12 se aprecia que la fuerza longitudinal en el extremo del puente es igual a 7500 kN tanto en la viga de borde como en todo el tirante, valor que coincide con la fuerza de postensado aplicada.

Se aprecia también en las 3 figuras anteriores un gran salto en las fuerzas axiales en la posición del arranque del arco (abscisa = 0), debido a que éste le transmite la componente horizontal de su fuerza de compresión al tirante, produciéndole así tracciones. De la misma manera, a lo largo de la luz del puente se aprecian pequeños saltos en la fuerza longitudinal debido a la presencia de las péndolas, concentradas especialmente en la viga de borde. A diferencia de la viga de borde, la ganancia de fuerza axial en la losa se produce gradualmente (sin saltos) desde cero en el extremo, debido a la ausencia de elementos que inserten fuerzas concentradas.

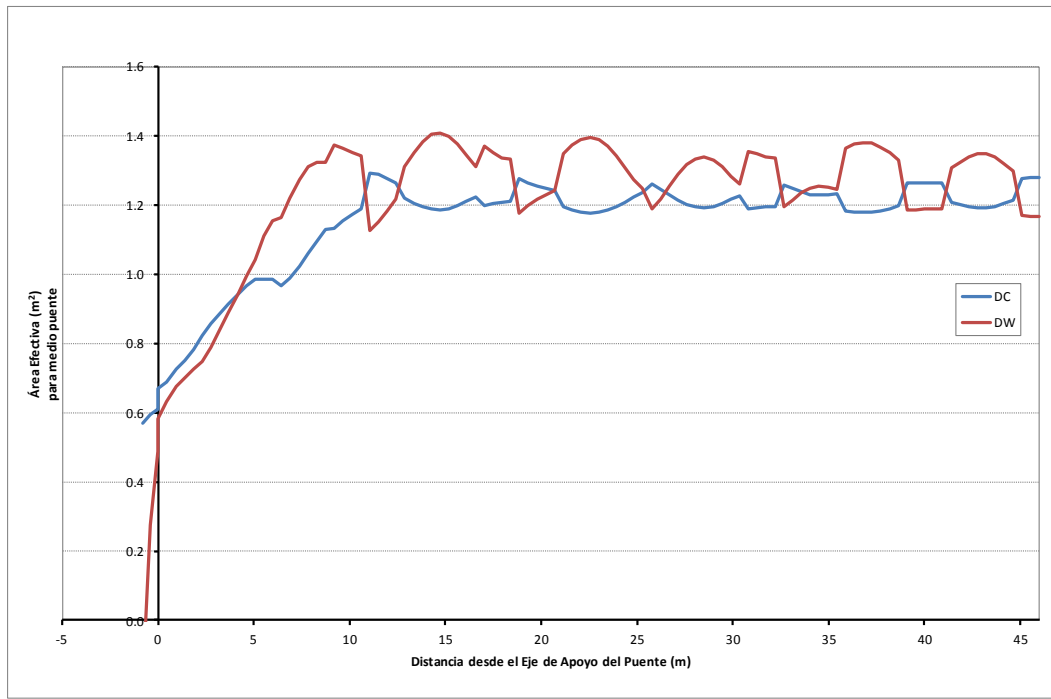
En todos estos gráficos se demuestra claramente que la losa absorbe gran cantidad de la fuerza axial total del tirante y por tanto, no sería correcto modelar al puente con una sección del tirante igual a la de la viga de borde solamente.

### 3.3.4.2. Área Equivalente para cada Caso de Carga

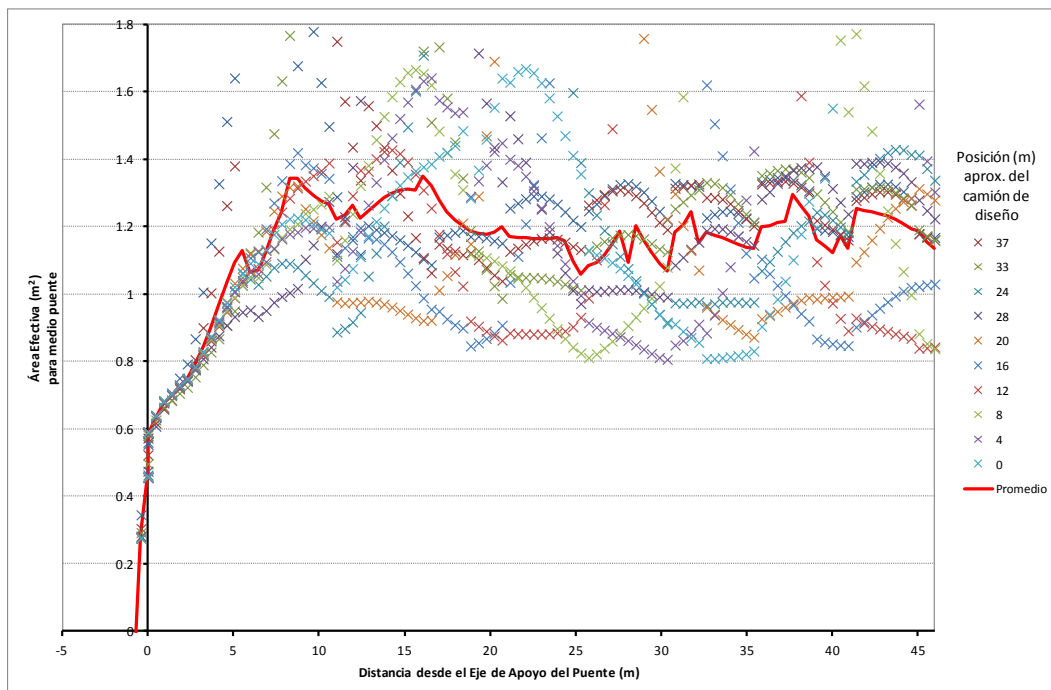
Hasta el momento, se ha podido determinar, cuánto de fuerza le corresponde a la losa y cuánto a la viga de borde, para varias secciones a lo largo del tirante. Debido a que las fuerzas no son constantes a lo largo del tirante, deducimos que tampoco serán constantes las áreas equivalentes para cada sección, ni tampoco para cada estado de carga. Entonces, se ha utilizado el método expuesto en el acápite 2.3 para obtener la tendencia de las áreas equivalentes para cada caso de carga por separado y para cada sección.

Las áreas equivalentes obtenidas para las cargas muertas (DC y DW) en cada sección se presentan en la Figura 3-15. Para el caso de las cargas vivas (LL+IM), las áreas equivalentes dependen de la posición del camión de diseño. Como se ha visto en la Figura 3-14, en zonas cercanas a la aplicación de la carga de gravedad del camión de diseño existe una concentración de la fuerza longitudinal en la losa y una reducción de la misma en la viga de borde. Esto da como

consecuencia un aumento del área equivalente del tirante en dichas zonas. La Figura 3-16 muestra las áreas equivalentes obtenidas para cada una de las 11 posiciones del camión de diseño consideradas en el análisis. Se aprecia en dicha figura que existe una nube de puntos concentradas entre ciertos rangos del área efectiva; entonces, se ha agregado a la gráfica el promedio de los 11 casos analizados (excluyendo algunos puntos de valores extremos) para así obtener un valor representativo del área equivalente del tirante para cargas vivas vehiculares.



**Figura 3-15: Área equivalente del tirante para las cargas muertas DC y DW**



**Figura 3-16: Área equivalente del tirante para las distintas posiciones de la carga viva vehicular (LL+IM)**

### 3.3.4.3. Área Equivalente Promedio

Una vez obtenido el correspondiente área equivalente a lo largo del tirante para cada caso de carga, se procedió al cálculo de una sola área equivalente general para todos los casos de carga que se analizarán. De esta manera nos permitirá simplificar aún más el modelo estructural que se usará en adelante.

Se ha considerado darle mayor importancia a las áreas equivalentes que resultan de unas cargas de gravedad de mayor magnitud. Entonces, se ha obtenido un promedio ponderado donde las áreas equivalentes que resultan de la carga muerta DC pesan 5 veces las de las cargas vivas vehiculares y, éstas, 4 veces las de las cargas muertas DW. Los pesos elegidos en el promedio corresponden a la relación de los valores de carga total de gravedad que hay entre los 3 tipos de carga. A partir del promedio ponderado se ha realizado un ajuste mediante el método de mínimos cuadrados. Dicho ajuste se ha hecho pasar por el apoyo del puente usando el área de la sección transversal de la viga de borde y se ha incrementado linealmente a lo largo del 9.5% de la luz hasta cierto valor promedio con el cual se ha mantenido constante hasta alcanzar el centro de luz del puente. Véase la siguiente figura.

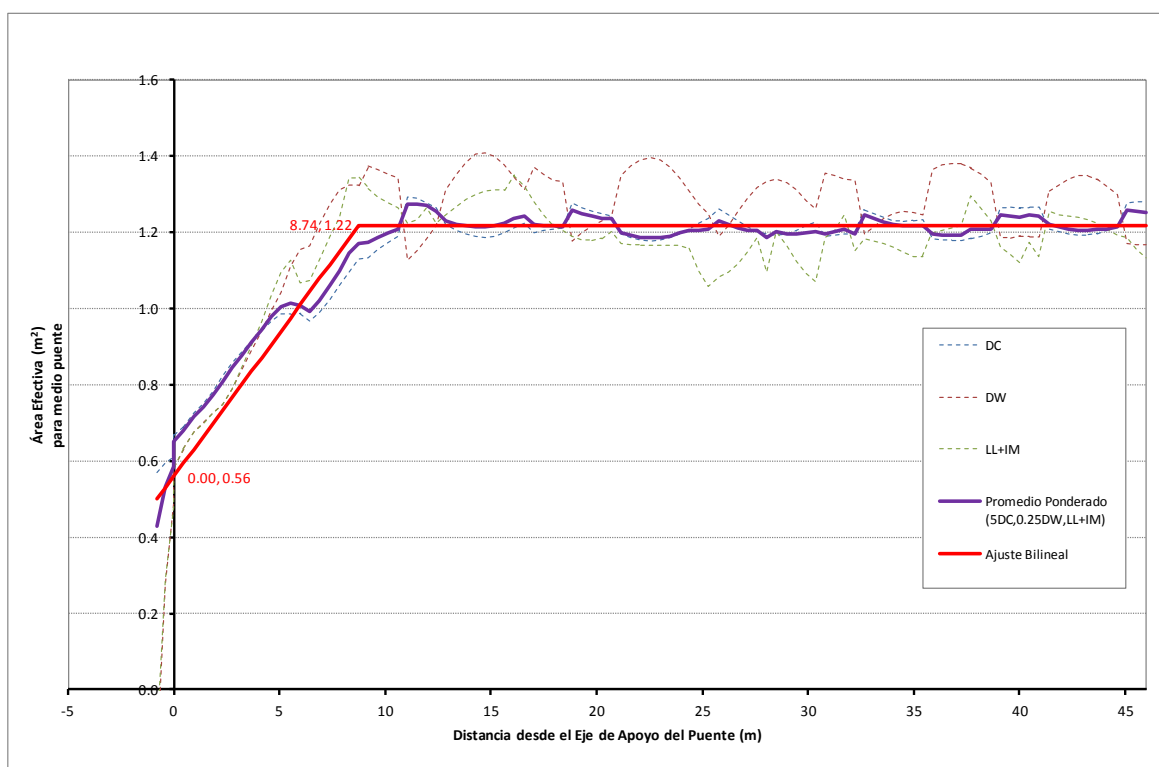


Figura 3-17: Área equivalente del tirante

El ajuste bilineal realizado determinará las áreas seleccionadas como equivalentes de la rigidez axial del tirante para el resto de la investigación. A partir de estas áreas se puede obtener el ancho efectivo de la losa que contribuye a la rigidez axial del tirante junto con la viga de borde. Esto quiere decir que, si se considera que los esfuerzos son constantes tanto en la viga de borde como en la losa y que la viga de borde aporta toda su área a la rigidez axial del tirante, el aporte de la losa solo será del ancho que se bosqueja en la siguiente figura. Se observa que la losa aporta casi toda su área en la rigidez axial del tirante, en gran parte de la longitud del puente, con excepción de los extremos del puente donde el incremento es gradual desde el ancho total de la viga de borde.

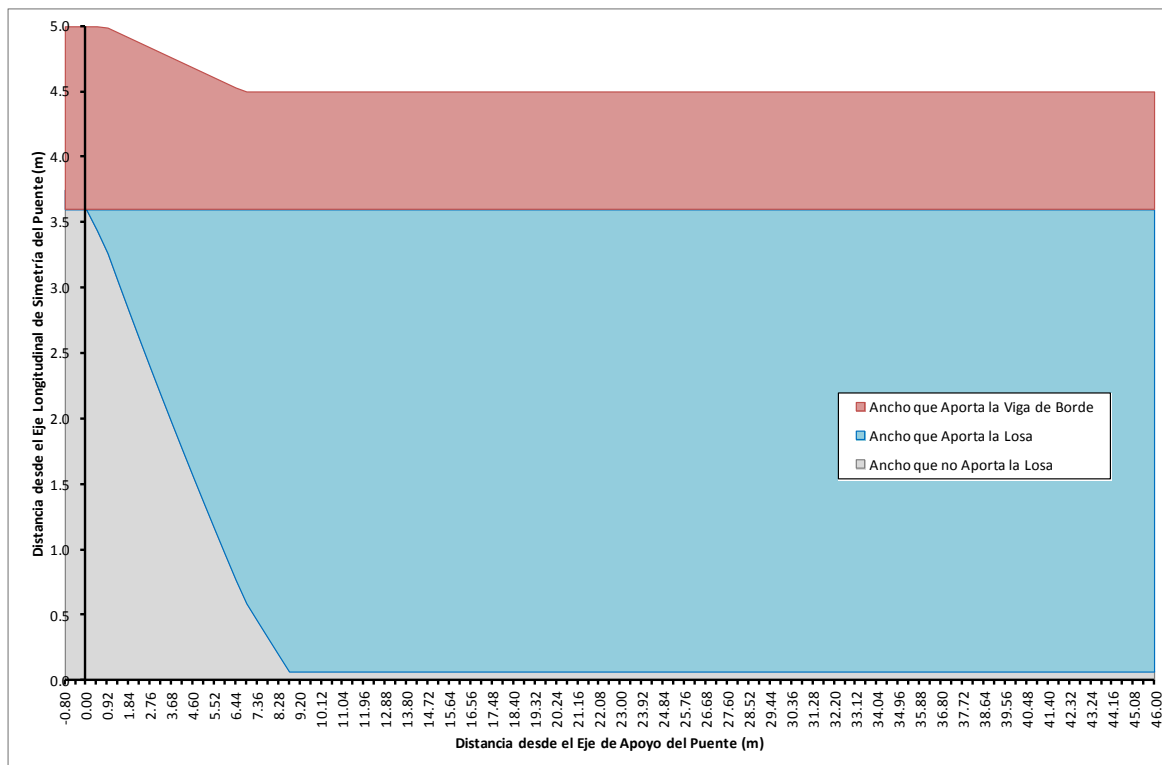


Figura 3-18: Ancho efectivo de los componentes del tirante para fuerzas axiales

### 3.4. Inercia Equivalente del Tirante

Para obtener la inercia equivalente del tirante, se probarán varias secciones distintas del tirante, donde todas tienen el mismo espesor que el de la viga de borde, pero diferentes anchos. La rigidez axial del tirante antes calculada influye principalmente en sus deformaciones axiales y en las deflexiones generales del puente. La rigidez a la flexión del tirante influye principalmente en las deflexiones locales del puente y en los giros que ocurren en el mismo tirante. Entonces, se hará una comparación entre el modelo tridimensional del puente y varios bidimensionales, observando principalmente los resultados que se obtienen en los giros del tirante, para los varios anchos elegidos que guardan relación con la rigidez a la flexión del tirante.

A continuación se describe el análisis estructural realizado, se presentan sus resultados y los de los cálculos efectuados para obtener las inercias equivalentes a lo largo del tirante y así obtener su rigidez equivalente para efectos del cálculo de las momentos y deformaciones verticales del elemento tirante que simulen en el modelo bidimensional las respuestas del modelo tridimensional.

#### 3.4.1 Modelamiento

Se utilizó un modelo estructural tridimensional que será supuesto como el “exacto” y varios modelos bidimensionales, entre los cuales se elegirá el que brinde los resultados más cercanos al tridimensional, para así poder obtener la inercia equivalente del tirante.

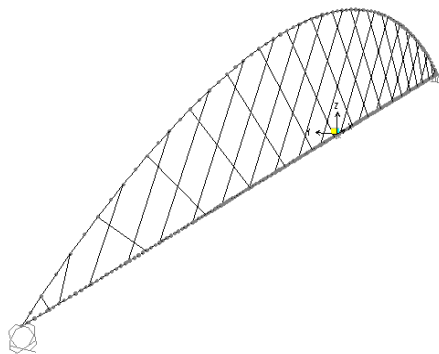
##### a) Modelo tridimensional

El modelo tridimensional es el mismo descrito en el acápite 3.3.1, utilizado para el cálculo del área equivalente del tirante (Figura 3-6).

##### b) Modelos bidimensionales

Se han creado 7 modelos bidimensionales diferentes. Cada modelo está conformado solo por elementos unidimensionales tipo barra (*frame*), todos contenidos en un mismo plano vertical

(Figura 3-19). Estos modelos representan sólo la mitad del puente, es decir, solo un arco enmallado que está compuesto por el arco, las péndolas y el tirante. No se incluye la participación de los arriostres en estos modelos.



**Figura 3-19: Modelo estructural bidimensional para el cálculo de la inercia equivalente del tirante**

En los extremos de las péndolas se han liberado los grados de libertad rotacionales alrededor de su eje transversal para simular la incapacidad de las mismas a resistir flexiones en el plano de análisis. Para representar a los puntos de apoyo del puente se ha restringido sólo el desplazamiento vertical al pie de los extremos de los arcos. Para limitar el movimiento longitudinal del puente se ha restringido solo el desplazamiento longitudinal en el centro de la longitud del tirante y así obtener desplazamientos simétricos respecto al centro de luz del puente.

Los 7 modelos bidimensionales tienen las secciones del arco y péndolas correspondientes a la geometría del puente original. En cuanto al tirante, los modelos tienen el área equivalente igual a la calculada en el acápite 3.3.4, la diferencia entre estos modelos radica en que cada uno tiene una inercia diferente. Las inercias del tirante consideradas en los distintos modelos son constantes en toda la longitud del puente y son las que resultan de una sección rectangular de espesor 400 mm y anchos de 900, 1700, 1750, 1800, 1850, 1900 y 2000 mm. Obsérvese que el primer ancho corresponde al ancho de la viga de borde.

### 3.4.2 Cargas

Para seleccionar la inercia equivalente del tirante se ha elegido aplicar simplemente una carga puntual unitaria en el centro del puente, tanto para el modelo tridimensional como para los bidimensionales. Se hizo esto para obtener unas deformaciones más irregulares comparadas con aplicar una carga uniformemente distribuida y poder así contrastar fácilmente los resultados en ambos tipos de modelos. En el modelo tridimensional, también se ha aplicado la carga puntual en el plano vertical que contiene al arco enmallado.

Luego de obtener la inercia equivalente del tirante, se aplicarán las cargas muertas (DC y DW) expuestas en el acápite 3.3.2 a, b y c para compararlas en ambos tipos de modelo.

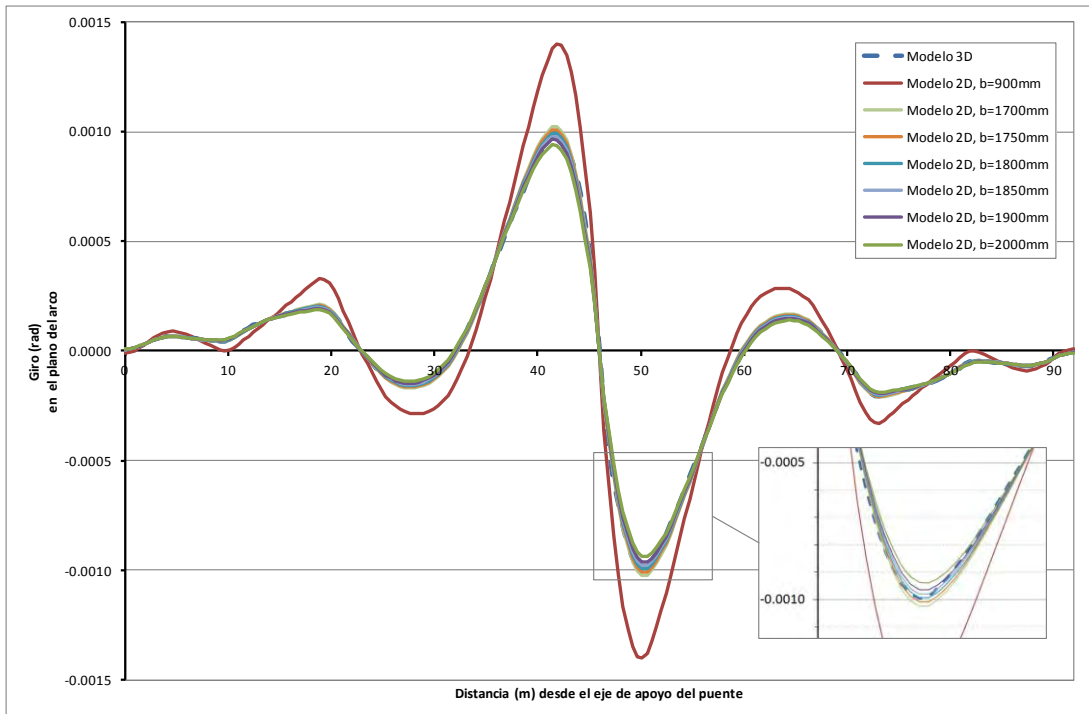
### 3.4.3 Análisis Estructural

En el modelo tridimensional, se ha realizado un análisis estructural donde se incluyen los 6 grados de libertad de cada nudo (3 desplazamientos y 3 giros). En los modelos bidimensionales, se ha realizado un análisis estructural plano, donde se incluye sólo 3 grados de libertad de cada nudo (2 desplazamientos en el plano XZ y 1 giro alrededor del eje Y).

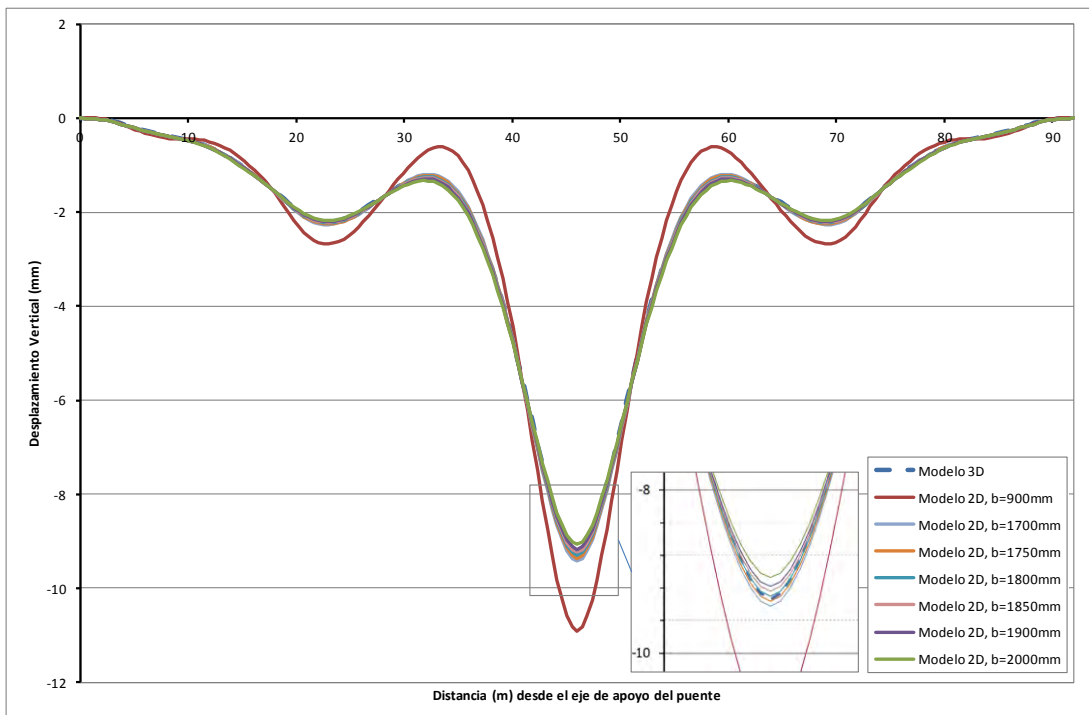
En todos los modelos, las fuerzas en los elementos que resultan de la aplicación de la carga puntual han sido obtenidas mediante un análisis lineal estático. Las fuerzas en los elementos debidas a las cargas muertas DC han sido obtenidas mediante un análisis no lineal estático en el cual se incluyen los efectos P-delta con grandes desplazamientos. Las fuerzas en los elementos debidas a las cargas del asfalto DW han sido obtenidas mediante un análisis lineal estático.

### 3.4.4 Cálculos y Resultados

En las siguientes figuras se muestran los resultados de las deformaciones en el tirante (giros y deflexiones) para las distintas inercias consideradas en el análisis de los modelos bidimensionales y se comparan con los resultados obtenidos del modelo tridimensional.



**Figura 3-20: Giros por flexión en el tirante debido a la aplicación de una carga unitaria en el centro del puente**



**Figura 3-21: Desplazamientos verticales en el tirante debido a la aplicación de una carga unitaria en el centro del puente**

Se observa claramente de la Figura 3-20 y en la Figura 3-21 que considerar una rigidez a la flexión igual a la de la viga de borde ( $b=900\text{mm}$ ) produce giros y deflexiones muy distantes que las obtenidas del modelo tridimensional. Esto indica que no sería correcto modelar al tirante con una inercia equivalente a la de la viga de borde solamente.

Se observa también que a pesar de que los giros y deflexiones para anchos entre 1700 y 2000 mm se acercan a los resultados del modelo tridimensional, no llegan a coincidir con ellos. Esto se debe a que la rigidez axial del tirante ha sido determinada de manera aproximada mediante un promedio y a que la rigidez a la flexión tampoco debe ser constante a todo lo largo del elemento. Sin embargo, la precisión es bastante buena.

De los resultados anteriores y mediante una comparación por mínimos cuadrados en los giros entre los dos tipos de modelos, se ha obtenido que las dimensiones equivalentes para la rigidez a la flexión del tirante son las de un rectángulo de  $1800 \times 400\text{ mm}$ . Esto representa a un ancho tributario de la losa de 3000 mm que aporta a la viga de borde del tirante (Figura 3-22).

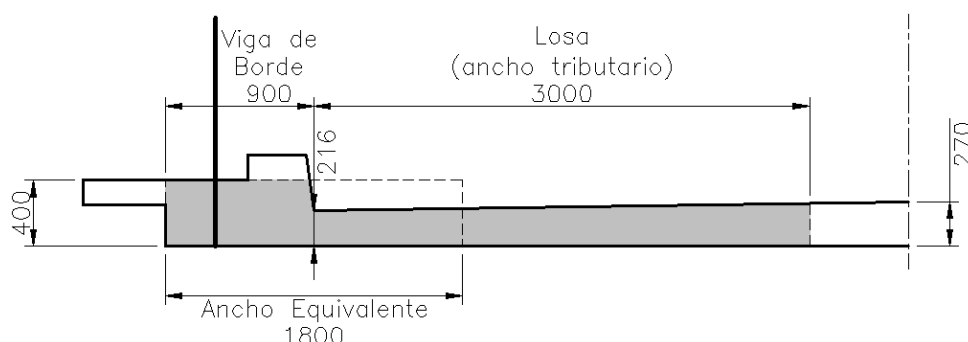


Figura 3-22: Dimensiones efectivas del tirante para la rigidez a la flexión

### 3.4.5 Comparación por Cargas Muertas

Una vez definidas las rigideces axiales y de flexión del tirante, se obtienen los resultados de aplicar las cargas muertas sobre el puente y se muestran en las siguientes figuras como una comparación entre los modelos tridimensional y bidimensional.

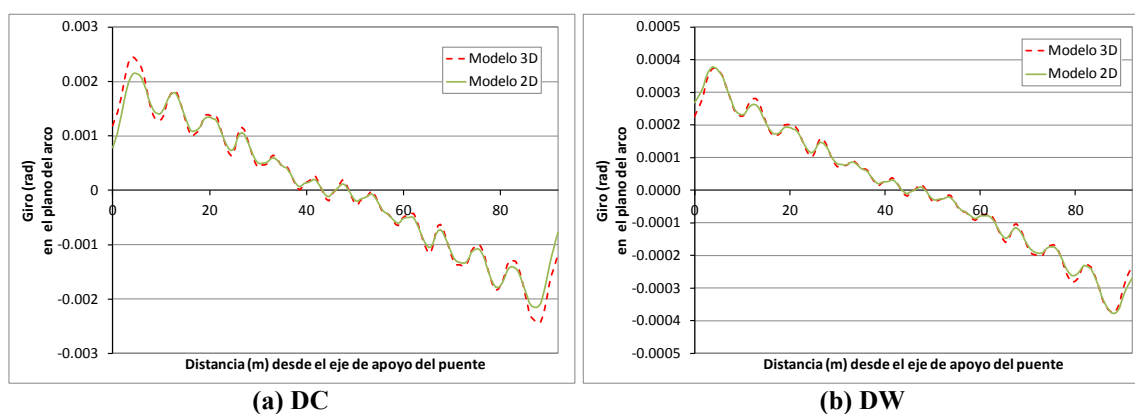


Figura 3-23: Giros del tirante por cargas muertas

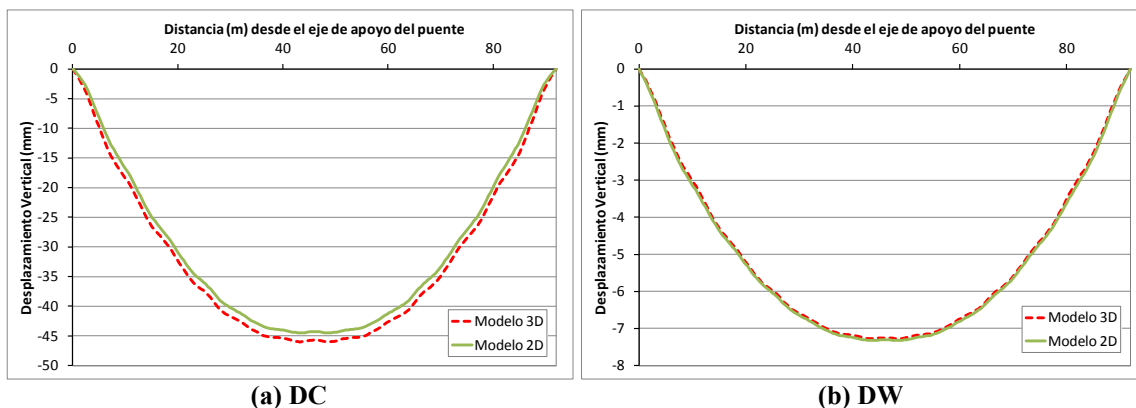


Figura 3-24: Desplazamiento vertical del tirante por cargas muertas

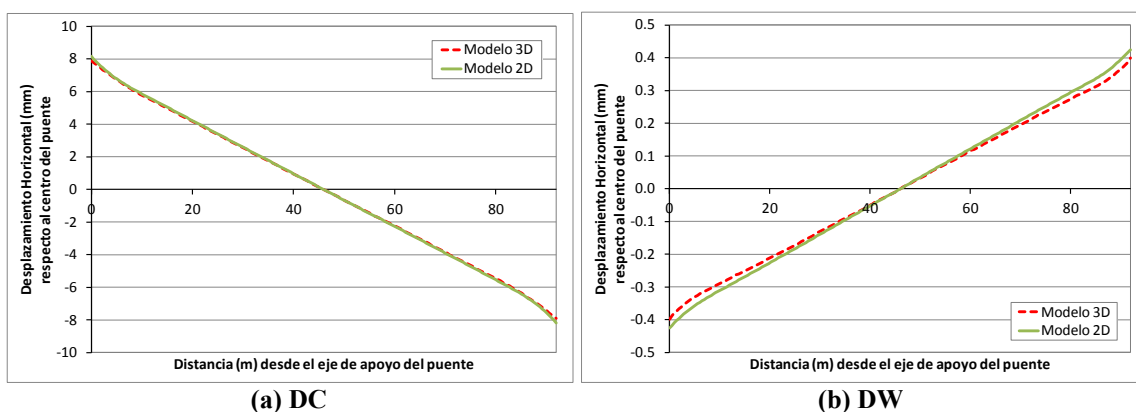


Figura 3-25: Desplazamiento horizontal del tirante por cargas muertas

Se aprecia que las diferencias no son considerables y que las deformaciones siguen la misma tendencia. En la siguiente tabla se presentan los errores relativos para los valores máximos de las deformaciones que presenta el modelo bidimensional seleccionado respecto al modelo tridimensional.

Tabla 3-2: Errores relativos de las deformaciones por cargas muertas

Tipo de Deformación	DC	DW
Giro	-11.8%	0.8%
Desplazamiento Vertical	-3.3%	0.6%

### 3.5. Distribución de la Carga Viva

Ya han sido definidas la rigideces axial y de flexión del tirante para simplificar el modelo tridimensional y representarlo como uno bidimensional. Ahora habrá que obtener el modo en que se distribuye la carga viva vehicular sobre la viga tirante, ya que las cargas concentradas del camión de diseño sobre la losa se dispersan conforme se acercan a la viga de borde ubicada en el plano del arco.

#### 3.5.1 Modelamiento

Se utilizó el modelo estructural tridimensional que será supuesto como el “exacto”, que es el mismo que el descrito en el acápite 3.3.1. También, de los varios modelos bidimensionales descritos en el acápite 3.4.1, se seleccionó el que tiene las propiedades de rigidez axial y de flexión equivalentes del tirante, que corresponden a lo que se muestra en la Figura 3-18 y la Figura 3-22, respectivamente.



### 3.5.2 Cargas

#### a) Modelo tridimensional

Se aplicaron las cargas originadas por los vehículos (LL+IM) sobre los elementos bidimensionales de la losa del modelo, las que corresponden a la carga de carril y la del camión de diseño. La carga de carril ha sido aplicada en todo el largo del puente y la del camión de diseño, en las 11 posiciones diferentes descritas en el acápite 3.3.2 c y d, que incluye su incremento dinámico.

#### b) Modelo bidimensional

También se empleó la carga de carril y la del camión de diseño. La carga de carril ha sido aplicada como distribuida a todo lo largo del tirante. La carga del camión de diseño ha sido aplicada en 11 posiciones diferentes, a las mismas distancias desde el apoyo que en el modelo tridimensional. La diferencia radica en la forma en que han sido distribuidas sobre el tirante las cargas concentradas de cada eje del camión de diseño.

Se proponen varias configuraciones en que se distribuye sobre el tirante las cargas concentradas del camión de diseño (ejes traseros  $P = 1.33 \times 145$  kN y eje delantero  $P/4 = 1.33 \times 35$  kN), las cuales se describen a continuación y se esquematizan en la Figura 3-26.

- Concentrada: La carga de cada eje del camión de diseño se concentró en una longitud de  $a = 460$  mm, longitud que coincide con la longitud calculada en el acápite 3.3.2c, obtenida a partir de la superficie de contacto de las ruedas. Los ejes se espaciaron una distancia igual al espaciamiento entre los ejes del camión considerado ( $S = 4.14$  m).
- Triangular: La carga del camión de diseño se distribuyó de manera triangular y simétrica en una longitud  $B = 37$  m. Esta longitud ha sido obtenida a partir de un ajuste de las distribuciones longitudinales de las fuerzas cortantes a lo largo de distintas secciones de la viga de borde. Véase el Anexo E.
- Rectangular: La carga de los ejes del camión de diseño se distribuyó de manera rectangular en tres longitudes contiguas, cada longitud igual al espaciamiento entre los ejes del camión considerado ( $S = 4.14$  m).
- Escalonada: Es similar al caso anterior, pero difiere en que cada eje del camión no se ha distribuido en una sola longitud  $S$ , sino que un porcentaje  $f$  de la carga del eje se aplicó en una longitud  $S$  y los porcentajes restantes  $(1-f)/2$  en las dos longitudes  $S$  contiguas. Esto hace una longitud de aplicación total de  $5S$ . Se han analizado porcentajes  $f$  de 95%, 90%, 85% y 80%.

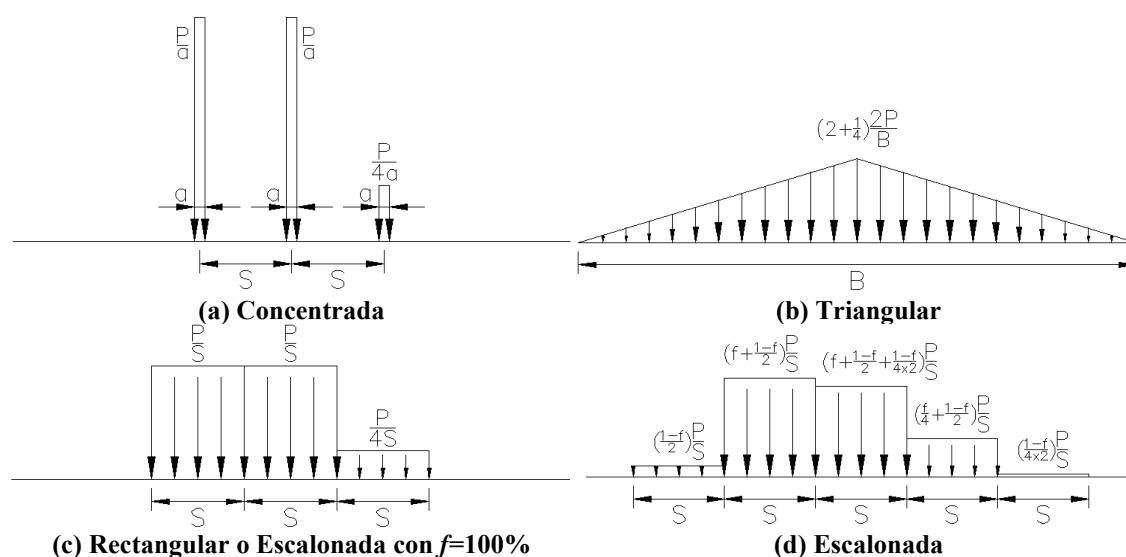


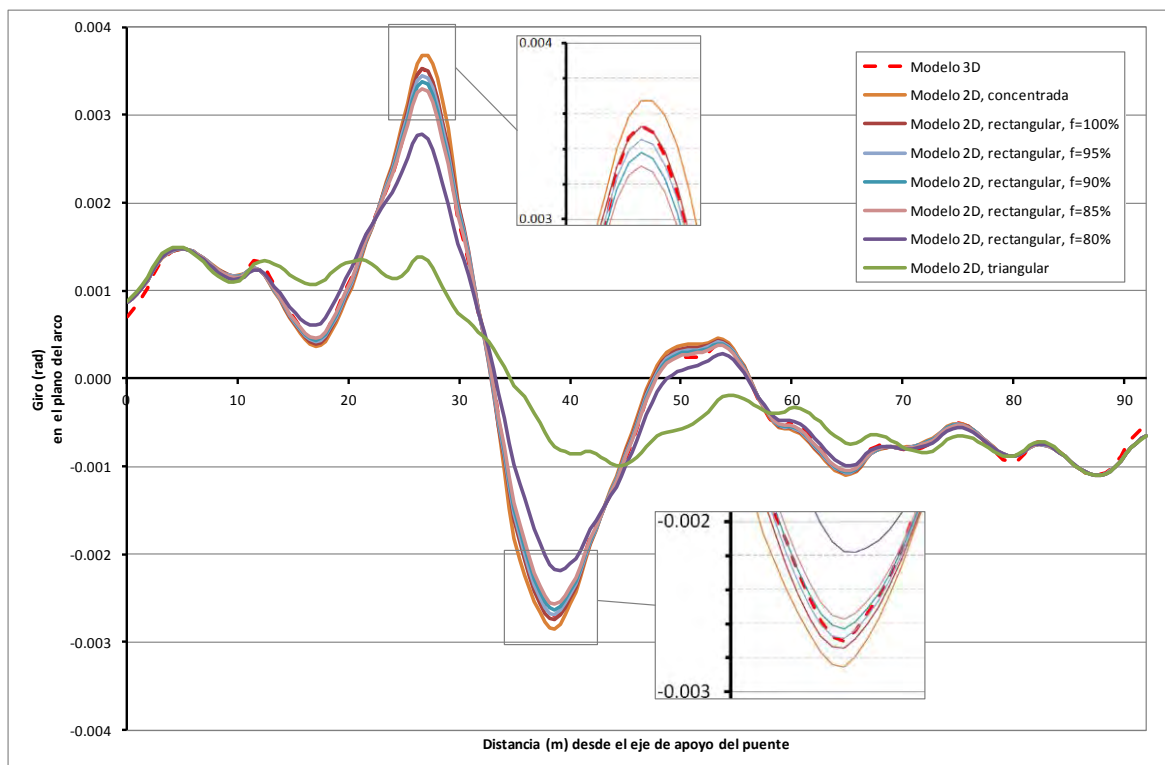
Figura 3-26: Configuraciones analizadas de la distribución longitudinal de la carga del camión de diseño (LL+IM) sobre el tirante

### 3.5.3 Análisis Estructural

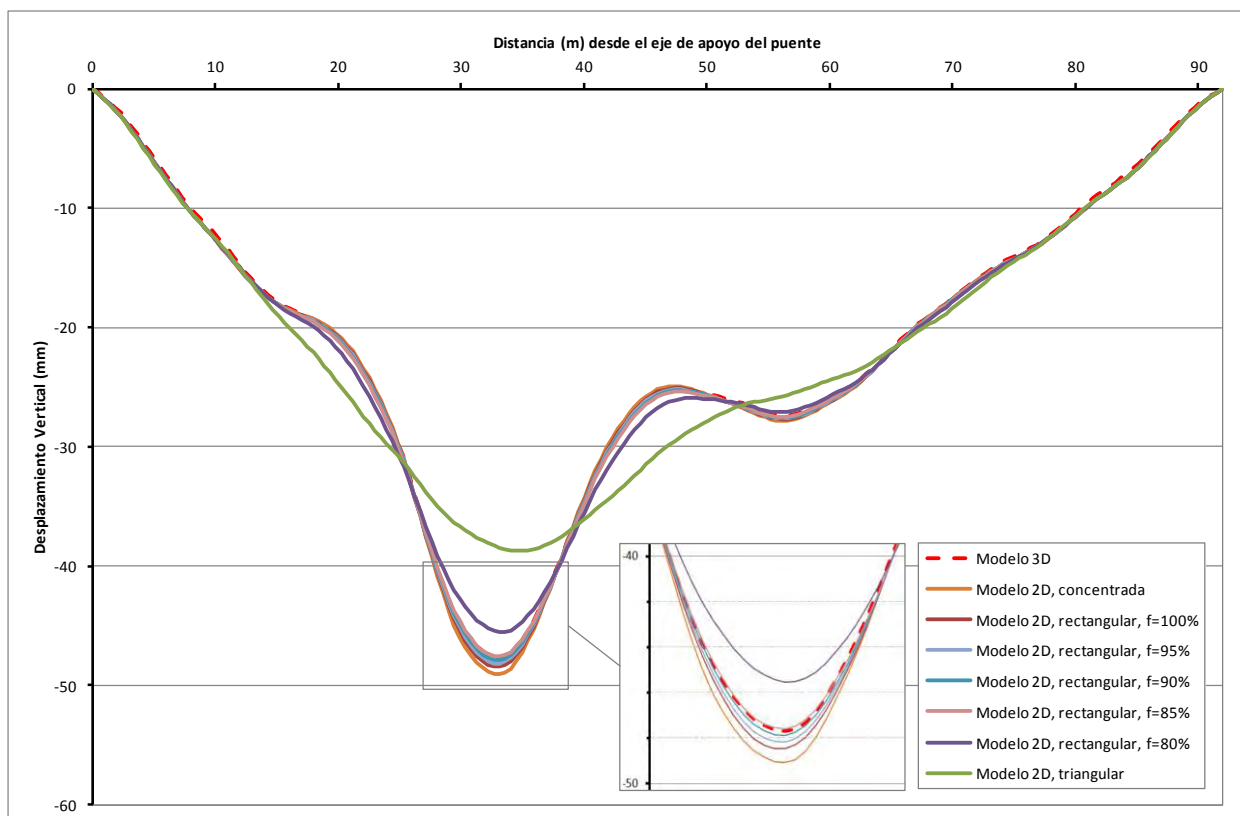
En el modelo tridimensional, se ha realizado un análisis estructural donde se incluyen los 6 grados de libertad de cada nudo (3 desplazamientos y 3 giros). En el modelo bidimensional, se ha realizado un análisis estructural donde se incluyen sólo 3 grados de libertad de cada nudo (2 desplazamientos en el plano XZ y 1 giro alrededor del eje Y). En ambos modelos, las fuerzas en los elementos han sido obtenidas mediante un análisis lineal estático.

### 3.5.4 Cálculos y Resultados

En las siguientes figuras se muestran los resultados de las deformaciones en el tirante (giros y deflexiones) para las distintas configuraciones consideradas en la distribución de las cargas vehiculares (LL+IM) y para una de las posiciones del camión de diseño. Seguidamente, se comparan con los resultados obtenidos del modelo tridimensional. Los resultados para las demás posiciones del camión se pueden observar en el Anexo F.



**Figura 3-27: Giros por flexión en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 33 m del apoyo**



**Figura 3-28: Desplazamientos verticales en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 33 m del apoyo**

Se observa en las dos figuras anteriores que los giros y deflexiones del modelo tridimensional se acercan con buena precisión a los resultados obtenidos al utilizar una distribución concentrada del camión o una rectangular con el porcentaje  $f$  entre 100% y 85%. Utilizar un porcentaje  $f$  menor o utilizar una distribución triangular no da buenos resultados en cuanto a estas deformaciones.

Se concluye que aproximar la carga del camión de diseño como una carga distribuida triangular no simula correctamente la transmisión de las cargas concentradas en la losa hacia la viga de borde, debido a la mala representación de las fuerzas cortantes concentradas en las cercanías a los puntos de aplicación de las cargas de los ejes del camión (Figura D-16).

De los resultados anteriores y teniendo en cuenta que se han utilizado rigideces axiales y de flexión promedio, se ha seleccionado a la distribución rectangular con  $f = 100%$  para representar la forma en que la losa transmite las cargas vehiculares sobre la viga de borde (Figura 3-26d), debido a la buena cercanía de los resultados obtenidos y a su simplicidad para su aplicación en los futuros modelos estructurales.

Para obtener similares deformaciones entre los modelos bidimensional y tridimensional, el camión de diseño también se podría representar utilizando tres cargas concentradas como el de la Figura 3-26a e incluso tres puntuales, pero esto produciría momentos flectores mayores en el tirante comparados con los que realmente suceden cuando la losa distribuye la carga al transmitirse hacia la viga de borde.

En la siguiente tabla se presentan los errores relativos para los valores máximos de las deformaciones que presenta el modelo bidimensional respecto al modelo tridimensional de entre todas las secciones analizadas, obtenido de la configuración de carga seleccionada (con  $f = 100%$ ) y considerando las distintas posiciones del camión analizadas.

**Tabla 3-3: Errores relativos máximos de las deformaciones por cargas vehiculares**

Tipo de Deformación	LL+IM
Giro	3.5%
Desplazamiento Vertical	1.9%

### 3.6. Discusión sobre el Modelo Simplificado

Se ha definido entonces la geometría de la viga tirante que se usará en los modelos bidimensionales del siguiente capítulo, así como la manera en que se aplicará la carga vehicular del camión de diseño. A continuación se enumeran algunas limitaciones del análisis estructural realizado para simplificar el modelo de tridimensional a bidimensional:

- No se han considerado más que 11 posiciones del camión de diseño de la carga viva vehicular, habiéndose determinado áreas equivalentes promedio generales a utilizarse en todos los casos de carga. En el estudio de optimización del siguiente capítulo se considerarán varias posiciones más del camión de diseño, con el objetivo de obtener los efectos que envuelvan a los resultados más desfavorables.
- El uso de un modelo tridimensional simétrico supone que también las cargas son simétricas. Esto no considera que los vehículos puedan tomar posiciones asimétricas más desfavorables. Se supuso que una disposición simétrica de cargas es suficiente para alcanzar la determinación del área equivalente. En los análisis del siguiente capítulo se utilizará un factor de concentración de cargas de la carga viva (LL+IM) para tomar en cuenta las posibles excentricidades de la carga vehicular.
- El cálculo del área e inercia equivalente del tirante ha sido realizado para cargas de servicio, donde no se ha presentado ausencia de tracción en las péndolas. No se ha tomado en cuenta los efectos que causan la ausencia de tracción en las péndolas para cargas factoradas en la determinación de las dimensiones efectivas del tirante ni en la distribución de la carga del camión de diseño. Este efecto sí se ha tomado en cuenta en los análisis presentados en el siguiente capítulo.
- En los modelos bidimensionales de la presente investigación, no ha sido considerado el peso de los arriostres del arco por simplicidad, peso que sí ha sido incluido en el modelo tridimensional. Se ha supuesto que su influencia es muy pequeña, ya que conforma menos del 2% de las cargas muertas DC y el 14% del peso de la estructura de acero estructural.
- No se ha hecho un análisis de sensibilidad del tamaño de los elementos finitos utilizados en el modelo sobre los resultados.
- Se ha considerado que las péndolas no están en contacto en sus puntos de cruce. Para esto, es necesario que las péndolas tengan cierta excentricidad respecto al arco. No se ha considerado dicha excentricidad en el análisis. En los casos de existir problemas por vibraciones en las péndolas, se colocan dispositivos que conectan transversalmente a las péndolas sin restringir las deformaciones axiales y así se reducen los problemas de fatiga. En los casos en que las vibraciones no causen problemas, se suelen dejar libres las péndolas, aumentando la excentricidad para evitar su contacto por las pocas vibraciones que ocurran.
- No se realizará el análisis sísmico de la estructura tomando en consideración que la masa está concentrada al nivel del tablero de concreto, que será resistida por topes sísmicos horizontales; detalles que no forman parte de la presente investigación, ya que no dependen de la disposición de las péndolas. Se ha considerado que la superestructura de acero es suficientemente liviana y resistente para los sismos en las direcciones horizontales y que es el estado límite de Resistencia el que controla el diseño, frente al estado límite de Evento Extremo.

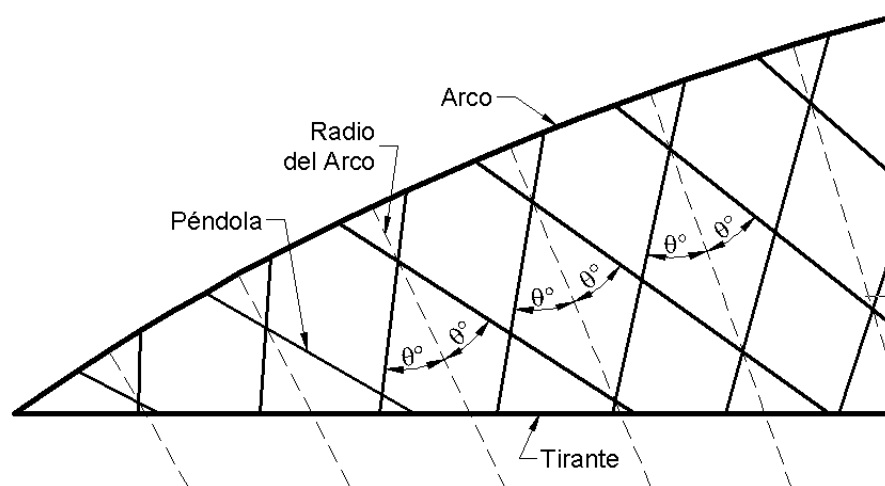
## OPTIMIZACIÓN

En el presente capítulo se analizan varias propuestas, en cuanto a la disposición de las péndolas se refiere y se selecciona entre ellas la que produzca mejores resultados mediante una comparación económica. El estudio se basa principalmente en modelos bidimensionales simplificados de acuerdo a lo obtenido en el capítulo anterior, para obtener los efectos en el plano que producen las cargas impuestas, mientras que, para obtener los efectos fuera del plano, se utiliza un modelo tridimensional.

### 4.1. Casos de Estudio

Se han introducido dos variables para el estudio de la disposición de las péndolas: la cantidad y el ángulo, los cuales dan lugar a varios “casos de estudio”. Como primera aproximación se ha utilizado el número de péndolas y ángulo recomendado por Brunn y Schanack [3] (Anexo C), que dio como resultado emplear 44 péndolas a  $43^\circ$  con el radio del arco. Se procedió a investigar casos en que el número de péndolas y ángulo se encuentran alrededor de estos valores.

Se han estudiado un total de 54 casos, divididos en dos grupos: la primera aproximación, de 24 casos diferentes, y la segunda aproximación, de 30. Todos cumplen con tener la misma geometría y sección del arco y del tirante, pero difieren en las péndolas. Las cantidades de péndolas estudiadas son pares y van desde 38 hasta 54 péndolas por arco y sus extremos superiores están a un espaciamiento constante a lo largo del eje del arco. Los ángulos de las péndolas van desde  $20^\circ$  a  $50^\circ$  respecto al radio del arco y son medidos en la intersección de dos péndolas contiguas como se aprecia en la Figura 4-1. Esta disposición fue tomada de las investigaciones de Brunn y Schanack [3].



**Figura 4-1: Representación gráfica del ángulo de las péndolas**

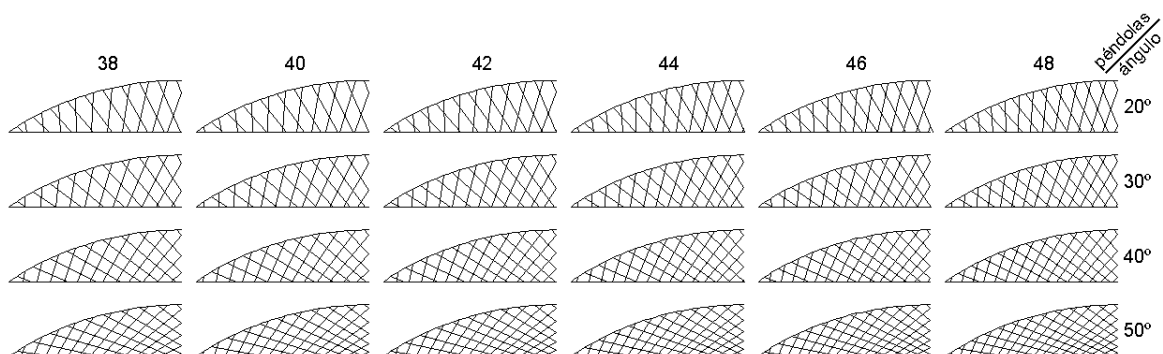
La siguiente tabla precisa los casos de estudio de acuerdo a las dos variables analizadas, mientras que la Figura 4-2 y la Figura 4-3 los esquematizan.

**Tabla 4-1: Ángulo y número de péndolas de los distintos casos estudiados**

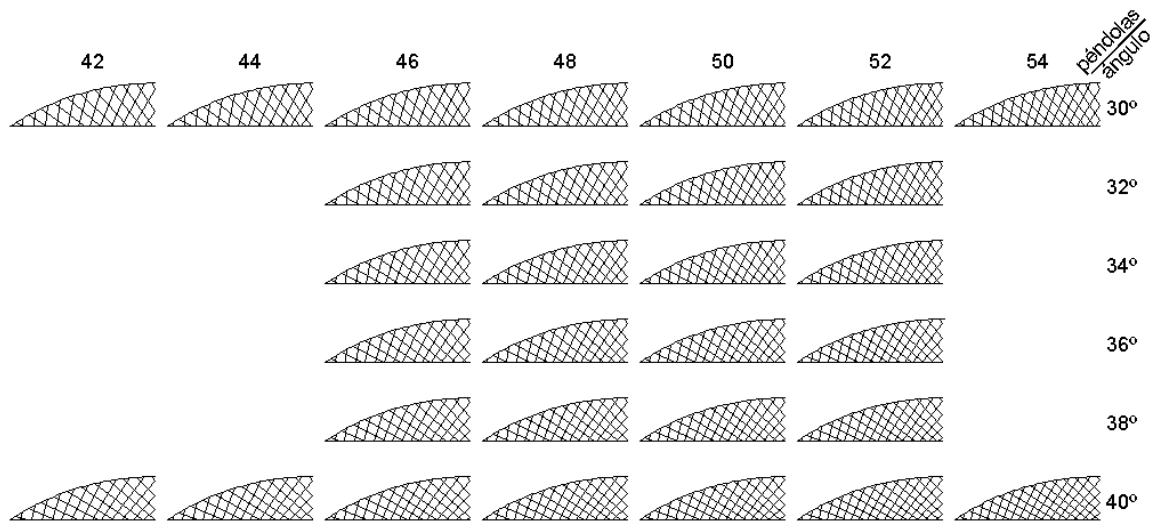
$\theta \setminus n$	38	40	42	44	46	48	50	52	54
20°	✓	✓	✓	✓	✓	✓			
30°	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
32°					✓	✓	✓	✓	
34°					✓	✓	✓	✓	
36°					✓	✓	✓	✓	
38°					✓	✓	✓	✓	
40°	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
50°	✓	✓	✓	✓	✓	✓			

**Legenda:**

- $\theta$  Ángulo de cada par de péndolas respecto al radio del arco
- $n$  Número de péndolas contenidas en el plano del arco
- ✓ Primera Aproximación (total: 24 modelos)
- ✓ Segunda Aproximación (total: 30 modelos)



**Figura 4-2: Semielección de los casos estudiados en la primera aproximación**



**Figura 4-3: Semielección de los casos estudiados en la segunda aproximación**

En una primera aproximación se ha estudiado la influencia de estas variables sobre los elementos que componen el arco enmallado para así poder identificar la zona en que se ubica el resultado óptimo. Luego, se procedió a realizar un estudio más preciso mediante una segunda aproximación, en donde se realizaron cambios y se incluyeron datos adicionales que no habían sido considerados en la primera aproximación. Estas diferencias se resumen en la siguiente tabla.

**Tabla 4-2: Diferencias entre la primera y la segunda aproximación en la búsqueda de la mejor solución**

<b>Primera Aproximación</b>	<b>Segunda Aproximación</b>	<b>Comentario</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diámetro de las péndolas = 36 mm</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diámetro de las péndolas = 32 mm</li> </ul>	Acápites 4.2.1 y 4.4.2
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Para el cálculo de la resistencia a la compresión del arco, se consideraron 2 únicos valores de las longitudes de pandeo del arco para todas las configuraciones de carga, uno por cada dirección (vertical y transversal).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se consideraron <math>2 \times 2 \times 4 = 16</math> valores diferentes de longitud de pandeo, para tomar en cuenta las 2 direcciones de pandeo, las 2 magnitudes de carga permanente (máxima y mínima) y 4 diferentes configuraciones de la carga viva.</li> </ul>	Acápites 4.3.4.1
<ul style="list-style-type: none"> <li>• No se consideró la flexión transversal en el arco.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se incluyó la flexión transversal en el arco. Se diseñó por compresión biaxial.</li> </ul>	Acápites 4.3.4.2
<ul style="list-style-type: none"> <li>• El arco se diseñó por flexocompresión en el plano vertical obteniendo un alma más delgada.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El arco se diseñó por compresión biaxial, obteniendo un alma de mayor espesor.</li> </ul>	Acápites 4.4.3
<ul style="list-style-type: none"> <li>• El tirante se diseñó sólo en Servicio.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El tirante se diseñó tanto en Servicio como en Resistencia.</li> </ul>	Acápites 4.4.4

## 4.2. Análisis Estructural en el Plano del Arco

### 4.2.1 Modelamiento

A partir de la simplificación realizada en el capítulo anterior, se han creado 54 modelos bidimensionales diferentes uno para cada caso de estudio. Cada modelo está conformado solo por elementos unidimensionales tipo barra (*frame*) contenidos en un mismo plano vertical (Figura 4-2 y Figura 4-3). Estos modelos representan sólo la mitad del puente, es decir, a solo un arco enmallado que está compuesto por el arco, las péndolas y el tirante. No se incluye la flexión transversal del arco ni la participación de los arriostres del arco en estos modelos.

Tanto los modelos de la primera como de la segunda aproximación tienen las secciones del arco correspondientes a la geometría del diseño original del puente descrita en la Figura 3-2. En cuanto al tirante, los modelos tienen las propiedades de rigidez axial y de flexión equivalentes, calculadas en el capítulo anterior como se muestran en la Figura 3-18 y la Figura 3-22, respectivamente. Respecto a las péndolas, la primera aproximación utiliza péndolas del mismo tipo y diámetro que en el diseño original, es decir, barras de 36 mm de diámetro; mientras que la segunda aproximación utiliza barras de 32 mm de diámetro debido al incremento en el número de péndolas. En los extremos de las péndolas se han liberado los grados de libertad rotacionales alrededor de su eje transversal para simular la incapacidad de las mismas a resistir flexiones.

Para representar a los puntos de apoyo del puente se ha restringido sólo el desplazamiento vertical al pie de los extremos de los arcos. Para limitar el movimiento longitudinal del puente se ha restringido solo el desplazamiento longitudinal en el centro de la longitud del tirante y así obtener desplazamientos simétricos respecto al centro de luz del puente.

### 4.2.2 Cargas

a) Cargas muertas por componentes estructurales y accesorios no estructurales (DC)

El peso propio de los elementos estructurales del puente (arco, tirante y péndolas) ha sido determinado de manera automática por el programa SAP2000 [5] a partir de sus dimensiones. Las cargas del parapeto, la vereda y la baranda han sido aplicadas como carga distribuida sobre el tirante. A continuación se presenta un cuadro resumen de las cargas consideradas para la mitad del puente (un solo arco enmallado).

**Tabla 4-3: Cargas muertas DC para los casos de estudio**

Elemento	Carga distribuida equivalente (kN/m/arco) a lo largo del puente
Arco	3.33
Tirante	29.56
Péndolas	0.35
Parapeto	1.24
Vereda	1.69
Baranda	0.49
<b>Total</b>	<b>36.66</b>

No se ha considerado a las fuerzas de postensado como una fuerza aplicada a la estructura, sino como una fuerza interna solo al diseñar el tirante en servicio. No se ha considerado el peso de los arriostres transversales del arco para simplificar el análisis, ya que sólo representa el 1.5% de la carga muerta.

b) Cargas muertas de la superficie de desgaste (DW)

Esta carga se debe a la colocación de una carpeta asfáltica de 50 mm de espesor en un ancho de calzada de 7.2 m, que resulta en una carga distribuida de 3.71 kN/m a lo largo de la longitud del puente, para medio ancho del puente.

c) Carga viva vehicular (LL)

Esta carga corresponde a la estipulada en el artículo 3.6.1.2 de la norma AASHTO 2010 [1]. En los 54 modelos estudiados sólo se ha considerado la aplicación de la carga de carril en conjunto con la carga del camión de diseño. No se ha tomado en cuenta la carga del tándem de diseño. Debido a que el tipo de análisis es no lineal (ver acápite 4.2.3), no ha sido posible aplicar la teoría de líneas de influencia, por lo que se requirió realizar varios casos de carga como se describe a continuación.

En cada modelo estructural, la carga de carril de 9.3 kN/m ha sido aplicada como uniformemente distribuida sobre el tirante. Se han utilizado solo 4 longitudes de aplicación diferentes de la carga de carril que se inician en el apoyo izquierdo del puente y llegan al 0%, 25%, 50% y 100% de la luz del puente. El camión de diseño ha sido ubicado en 92 posiciones distintas a lo largo del tirante, desplazándose 860 mm en cada una. La distribución de la carga del camión de diseño ha sido representada mediante la configuración rectangular de la Figura 3-26d como se concluyó en el acápite 3.5. El espaciamiento de sus ejes ha sido considerado como constante con un valor de 4.3 m. No se ha considerado un espaciamiento entre los ejes posteriores del camión que sea mayor al mínimo. La carga de cada rueda ha sido distribuida sobre una longitud de 4.3 m, resultando en un valor de 8.14 kN/m para las ruedas del eje delantero y de 33.72 kN/m para las de los ejes posteriores. En total, por cada modelo, se han definido  $4 \times 92 = 368$  casos de carga viva distintos.

Se ha considerado el incremento de los efectos que produce la asimetría transversal de dos carriles cargados con la carga viva sobre los elementos estructurales del plano del arco, al utilizar un factor que fue obtenido mediante la regla de la palanca. Este valor, llamado factor de concentración de cargas es de 1.143 y se aplica a los efectos que produce un carril cargado simétricamente en la dirección transversal.

Se ha aplicado un factor de presencia múltiple igual a 1.0 de acuerdo a lo estipulado en la tabla 3.6.1.1.2-1 de la norma AASHTO 2010 [1], valor que se utiliza cuando el puente tiene dos carriles cargados a la vez, condición que resulta ser la más desfavorable.

d) Carga de incremento dinámico vehicular (IM)

De acuerdo al artículo 3.6.2 de la norma AASHTO 2010 [1], se ha considerado que el incremento dinámico de la carga viva del camión de diseño es de 33%. No se ha aplicado dicho incremento a la carga de carril.



### 4.2.3 Tipo de Análisis

Las péndolas de la estructura son elementos que resisten tracciones pero, al ser sometidas a fuerzas de compresión, se pandean por su esbeltez y no son capaces de resistir dichas fuerzas. Se espera que para las cargas de gravedad aplicadas sobre la estructura (DC y DW), las péndolas estén sometidas únicamente a fuerzas de tracción. Luego, cuando transita la carga móvil (LL+IM), algunas péndolas podrán estar sometidas a una tracción adicional mientras que otras podrán reducir su tracción, e incluso dejar completamente de estar en tracción, dependiendo de la posición y magnitud de las fuerzas.

Es por lo tanto necesario realizar un análisis tal que permita que las péndolas aporten a la rigidez de la estructura mientras se encuentren sometidas a fuerzas de tracción pero que no aporten cuando se encuentren sometidas a fuerzas de compresión. Una opción podría ser realizar un análisis lineal estático aumentando las cargas progresivamente y, cuando alguna péndola sea sometida a compresión, eliminarla del modelo estructural y continuar con otro análisis lineal estático, con la nueva geometría y con las cargas remanentes. Se repetiría el mismo proceso cada vez que una nueva péndola sea sometida a compresión. Esta opción requiere de un análisis manual minucioso y detallado. Se ha optado por aplicar, en lugar de varios análisis lineales estáticos, un análisis no lineal estático para cada caso de carga, que realiza este procedimiento de manera automática.

El programa SAP2000 [5] permite aplicar valores de compresión límite a los elementos tal que, cuando sean superados, se elimina automáticamente el elemento y se prosigue el análisis con la geometría modificada. Esto solo es posible si se realiza un análisis no lineal estático. No obstante, si el análisis es de este tipo, ya no es posible aplicar la teoría de líneas de influencia para analizar los efectos de las cargas móviles, debido a que solo se aplica en casos de comportamiento lineal. Ha sido necesario entonces realizar un análisis no lineal estático para cada posición de la carga móvil de cada caso de estudio.

Como el análisis es no lineal, no es posible separar los efectos de cada caso de carga (DC, DW y LL+IM) para combinarlos realizando una suma directa, sino es necesario aplicar las cargas en conjunto o una a partir del estado final de la anterior de acuerdo a la secuencia de ocurrencia. Como tenemos 4 combinaciones de carga (Tabla 2-1), ha sido necesario realizar un análisis estático no lineal para cada combinación.

Los análisis han sido separados por etapas según la secuencia de aplicación de las cargas. Para obtener los efectos que producen las cargas muertas 0.9DC, DC y 1.25DC se han realizado análisis estático no lineal. A continuación, para obtener los efectos que producen las cargas muertas 0.65DW, DW y 1.5DW, también se ha realizado un análisis estático no lineal. Estos 3 últimos casos de análisis han tenido como condiciones iniciales las fuerzas y deformaciones que resultan respectivamente del final de los 3 primeros casos de análisis, obteniéndose al final las fuerzas y deformaciones que resultan de las cargas muertas 0.9DC+0.65DW, DC+DW y 1.25DC+1.5DW. Pudo no haber sido necesario realizar análisis no lineales en estos 6 casos de análisis debido a que se espera no encontrar compresiones en las péndolas, sin embargo, el programa utilizado requiere que los análisis sean de este tipo para que sus condiciones finales sean utilizadas como condiciones iniciales en casos de análisis posteriores. Debido a la gran capacidad de alargamiento de las péndolas por su sección reducida, en estos 6 casos de análisis se han tenido en consideración los efectos P-delta y grandes desplazamientos.

A continuación, para obtener los efectos que producen las cargas móviles 0.8(LL+IM), LL+IM y 1.75(LL+IM), también se ha realizado un análisis estático no lineal. Estos casos de análisis ha tenido como condiciones iniciales las fuerzas y deformaciones que resultan del final de los casos de análisis por cargas permanente antes mencionados, obteniéndose finalmente las fuerzas y deformaciones que resultan de las combinaciones de carga DC+DW+LL+IM, DC+DW+0.8(LL+IM), 0.9DC+0.65DW+1.75(LL+IM) y 1.25DC+1.5DW+1.75(LL+IM). La primera corresponde al estado límite de Servicio I, la segunda al estado límite de Servicio III y las dos últimas al estado límite de Resistencia I. Debido a que se ha considerado que la carga móvil tiene 368 configuraciones distintas como se expuso en el acápite 4.2.2c, se ha realizado en total

$6+4 \times 368 = 1478$  casos de análisis por cada uno de los 54 casos de estudio (54 modelos diferentes). Finalmente, se obtuvo la envolvente de las fuerzas obtenidas en cada elemento para los 3 estados límite, como se describe a continuación.

#### *4.2.4 Resultados para el Caso de Estudio de 46 Péndolas a 32°*

La dificultad del estudio del arco enmallado radica en la no linealidad que se genera cuando una o más péndolas dejan de estar en tracción. Las cargas permanentes (DC y DW) producen fuerzas de tracción en todas las péndolas, pero al incluir las varias configuraciones de la carga móvil (LL+IM), algunas de ellas dejan de estar en tracción.

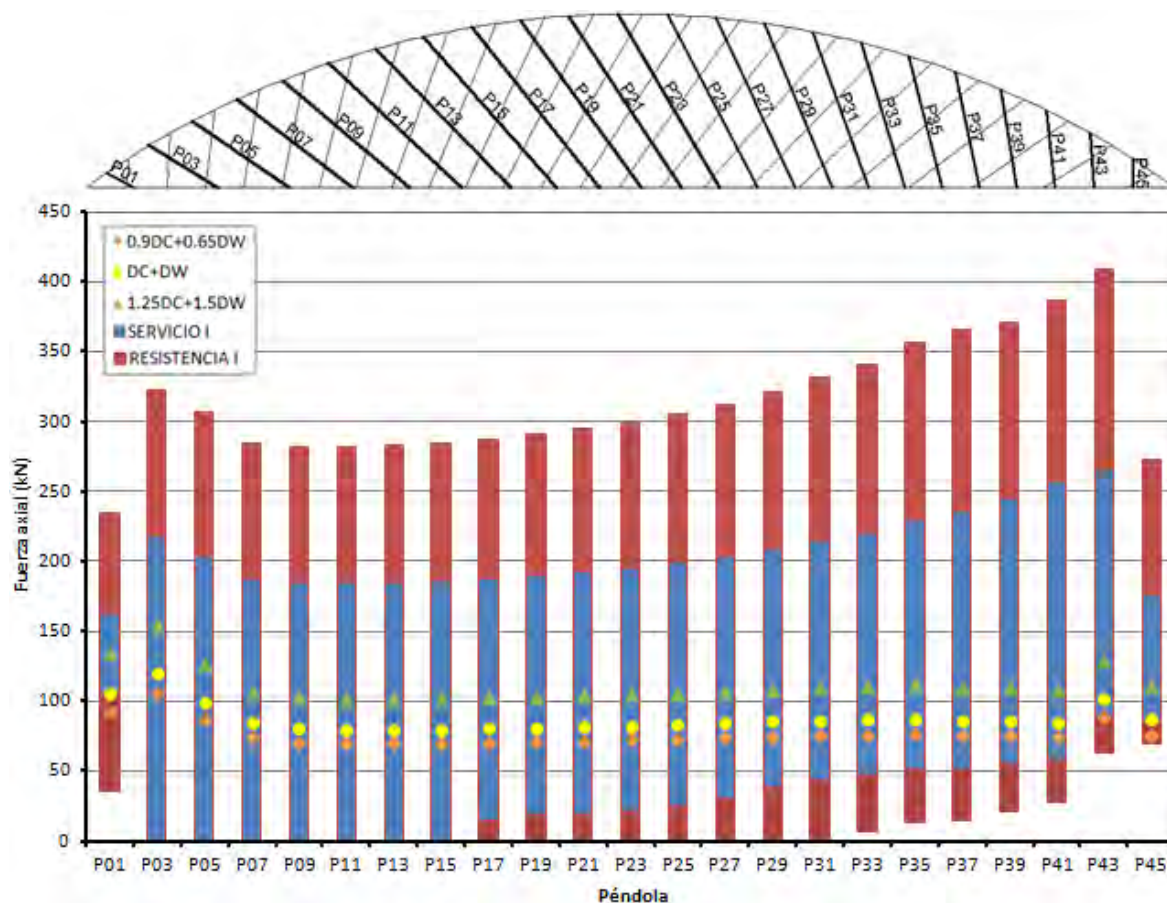
Se han analizado los 54 casos de estudio, pero en el presente acápite sólo se presenta y se discuten los resultados de uno de ellos, que corresponde al que tiene 46 péndolas en el plano del arco, a 32° del radio del arco.

En la primera parte 4.2.4.1 se presentan los resultados de las envolventes de fuerzas que se obtuvieron en los elementos estructurales debido a los 3 estados límite (Tabla 2-1). En las tres subsiguientes partes (4.2.4.2, 4.2.4.3 y 4.2.4.4) se estudia más detalladamente y por separado el comportamiento no lineal de la estructura bajo las varias posiciones de la carga móvil, aplicadas conjuntamente con las cargas muertas, pero sólo para el estado límite de Resistencia I. Para esto se han realizado gráficos poco convencionales, donde en el eje de las ordenadas se coloca la fuerzas a investigar (axial en las péndolas, flexión en el arco, etc.) y en el eje de las ordenadas la posición del eje central del camión, de manera similar a como se hiciera con las líneas de influencia, pero utilizando las cargas totales (no son unitarias) y habiendo hecho un análisis no lineal. En la parte última 4.2.4.5, se discuten algunas observaciones adicionales a los resultados obtenidos.

##### 4.2.4.1. Envolventes

A continuación se muestran las envolventes de fuerzas que se obtuvieron del análisis estructural del modelo que tiene 46 péndolas a 32° con el radio del arco. Véanse las envolventes para el modelo que tiene 52 péndolas a 32° con el radio del arco en el Anexo G.

En el gráfico siguiente se aprecia que las fuerzas axiales en las péndolas por cargas muertas (DC+DW) son todas en tracción y casi homogéneas en la mayor parte de la longitud. En los extremos (péndolas P01, P03, P05 y P43) se aprecian algunas diferencias en la homogeneidad, donde la tracción máxima de la péndola más esforzada, P03, excede en un 38% a la tracción promedio de las péndolas. De igual manera, al tomar en cuenta la carga móvil, tanto en condiciones de servicio como de resistencia, la péndola más esforzada, P43, excede en un 30% a la tracción máxima promedio de las péndolas. Se podría homogenizar más las fuerzas axiales realizando un reacomodo de las péndolas extremas cambiándoles el ángulo a algunas de ellas, pero son detalles que no serán investigados.



**Figura 4-4: Fuerzas de tracción en las péndolas que descienden desde el apoyo izquierdo, del modelo de 46 péndolas a 32° del radio del arco**

Al tomar en consideración que la carga móvil induce tanto tracciones como compresiones adicionales en las péndolas, se observa que, en condiciones de servicio, algunas de las péndolas (P03, P05, P07, P09, P11, P13, P15 y sus simétricos) dejan de estar en tracción bajo ciertas ubicaciones de la carga móvil. Las péndolas que dejan de estar en tracción constituyen el 30% de todas las péndolas, para cierta posición de la carga viva. Esto no ocurre necesariamente en simultáneo. El que las péndolas dejen de estar en tracción produce que la carga no se distribuya favorablemente sobre el arco, produciendo flexiones adicionales a las esperadas si las péndolas fuesen capaces de resistir compresiones. De igual manera, en condiciones de resistencia, la cantidad de péndolas que dejan de estar en tracción aumenta considerablemente hasta alcanzar 65% de ellas, pero no en simultáneo.

Se observa también de la figura anterior que las zonas en que las péndolas dejan de estar en tracción se ubican aproximadamente en los tercios extremos de la luz, pero sólo sucede en aquellas que descienden alejándose del apoyo más cercano y no en las que descienden acercándose al apoyo más cercano. Si bien la ausencia de tracción en algunas péndolas produce una pérdida temporal de arriostamiento del arco en su plano, las péndolas que se inclinan en la otra dirección siguen trabajando a tracción haciendo efectivo su arriostamiento, por lo tanto, la longitud de arriostamiento solamente subirá aproximadamente al doble.

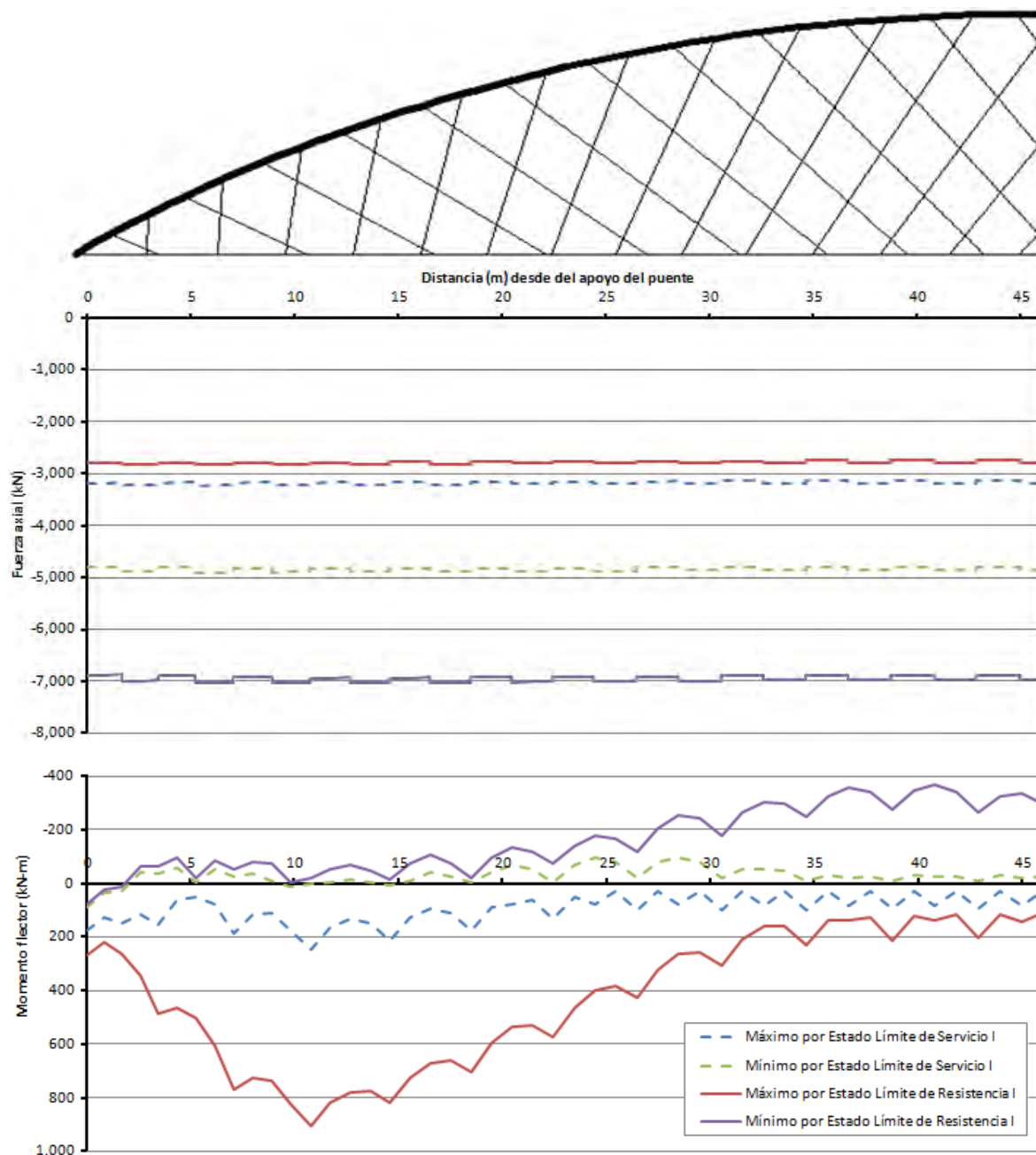


Figura 4-5: Fuerzas axiales y de flexión en el arco, del modelo de 46 péndolas a 32° del radio del arco

Del gráfico anterior se observa que las fuerzas axiales máximas son casi constantes a todo lo largo del arco. Se aprecian también ligeros cambios escalonados a un espaciamiento constante que coinciden con la ubicación del nudo de conexión entre el arco y las péndolas.

En cuanto al momento flector en el arco, se observan unos máximos positivos locales cuyas ubicaciones también coinciden con la posición de las péndolas. Entre estos máximos locales, se aprecia una concavidad contraria a la de un diagrama de momentos flectores que resulta de cargas distribuidas en la dirección del peso. Esto se debe a que la curvatura del arco produce fuerzas que cargan al arco hacia fuera, fuerzas que son mayores que las de su peso propio, resultando entonces en fuerzas distribuidas de dirección contraria a la del peso, y que al apoyarse sobre las péndolas, se obtiene la concavidad mostrada. Sin embargo, es necesario notar que el espaciamiento entre los máximos locales coincide con el espaciamiento de cada dos péndolas, lo cual muestra que el máximo momento flector del arco ocurre cuando el aporte de cada dos péndolas se ve mermado.

El momento flector en el estado límite de Servicio I es casi homogéneo a lo largo de todo el arco, presentándose valores bajos comparados con el estado límite de Resistencia I. En el estado límite de Resistencia I, el momento aumenta considerablemente, alcanzando un máximo de 3.65 veces el máximo en Servicio I. Este valor es mayor que los factores de carga utilizados (1.25, 1.5 y 1.75), lo que evidencia que, al aumentar las cargas, algunas péndolas dejan de estar en tracción, produciendo como consecuencia un aumento en las flexiones del arco.

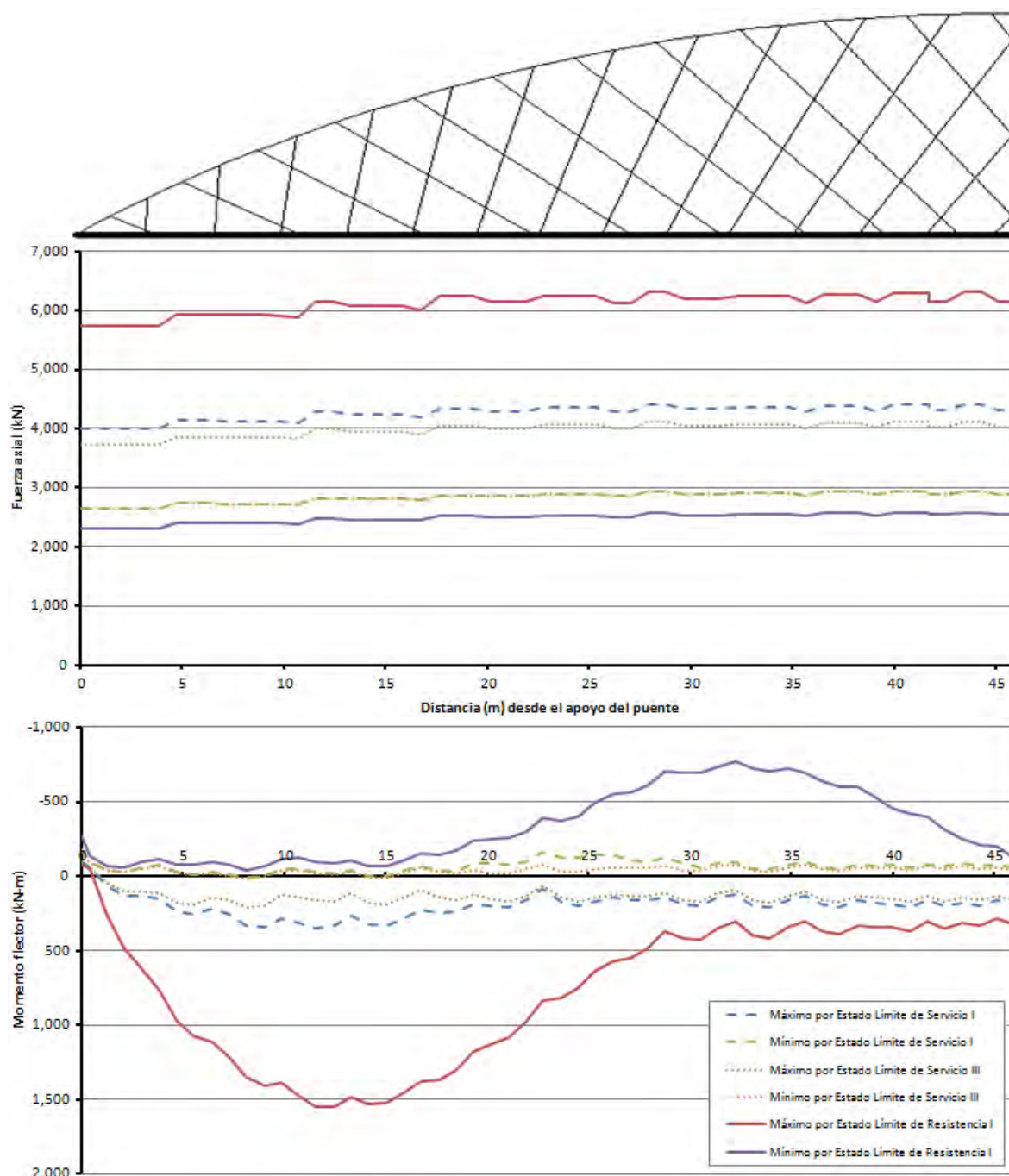


Figura 4-6: Fuerzas axiales y de flexión en el tirante, del modelo de 46 péndolas a 32° del radio del arco

Del gráfico anterior se observa que las fuerzas axiales máximas son casi constantes a todo lo largo del tirante, aumentando del 90% al 100% del máximo desde el apoyo hacia la zona central. Se aprecian también ligeros cambios casi escalonados a un espaciamiento no constante. El espaciamiento no es constante debido a que los cambios coinciden con la ubicación del nudo de conexión entre el tirante y las péndolas. Los ligeros cambios debieran no ocurrir de forma escalonada en el punto de conexión con las péndolas, pero no se muestra así debido a la precisión utilizada en la presentación del gráfico. Se han presentado los valores a cada 860mm, espaciamiento que no coincide necesariamente con las ubicaciones de las péndolas.

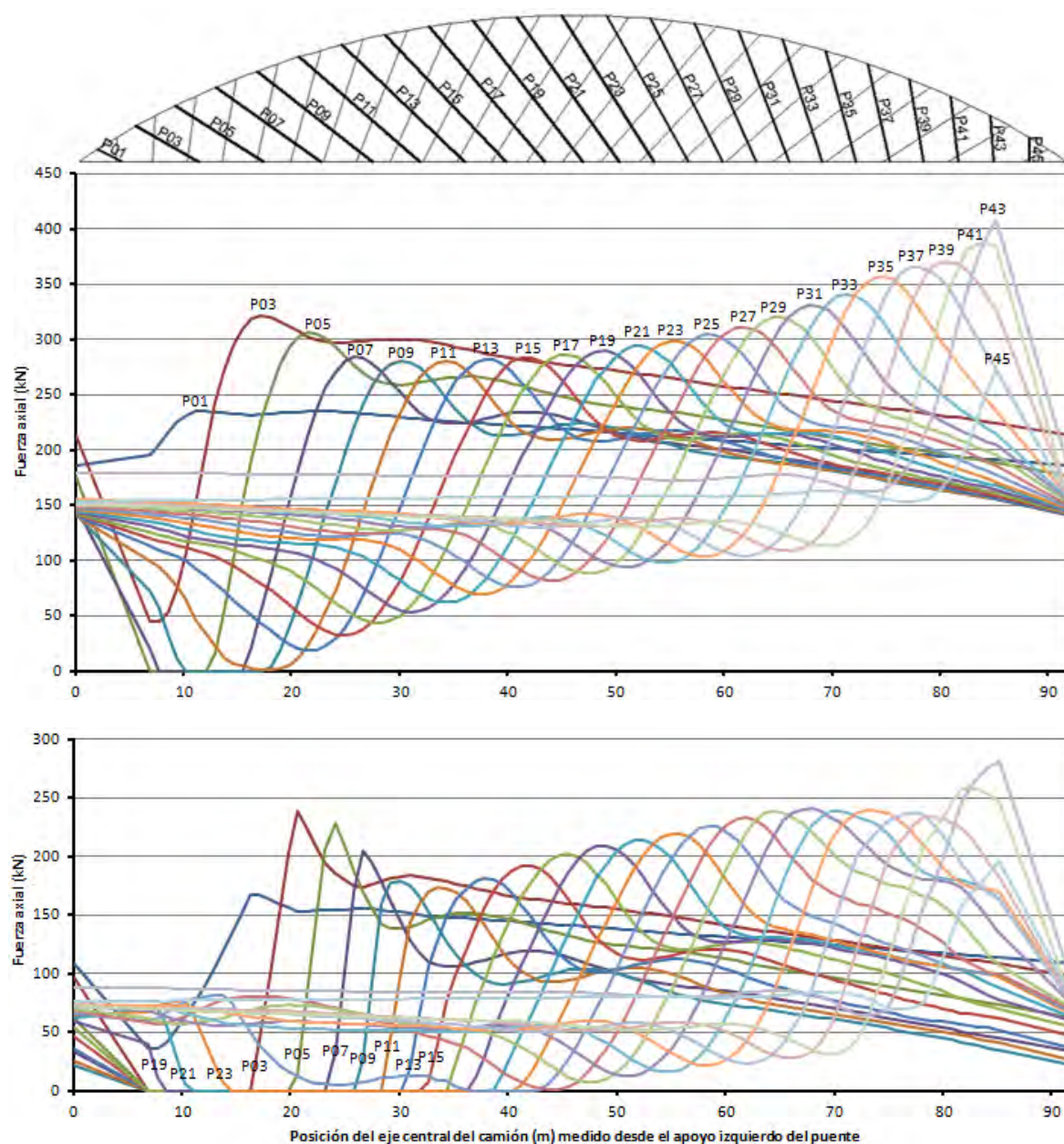
En cuanto al momento flector en el tirante, se observan unos máximos negativos locales cuyas ubicaciones también coinciden con la posición de las péndolas. Entre estos máximos locales, se aprecia una concavidad convencional, que coincide con la que se obtiene por cargas distribuidas en la dirección del peso. Al igual que en el arco, es necesario notar que el espaciamiento entre los máximos locales coincide con el espaciamiento de cada dos péndolas en la mayor parte de la longitud del tirante. Esto muestra que el máximo momento flector ocurre cuando el aporte de cada dos péndolas se ve mermado.

El momento flector en el estado límite de Servicio I es casi homogéneo a lo largo de todo el tirante, presentándose valores bajos comparados con el estado límite de Resistencia I. En resistencia, el momento aumenta considerablemente, alcanzando un máximo de 4.4 veces el máximo en servicio. Este valor es mayor que los factores de carga utilizados (1.25, 1.5 y 1.75), lo que evidencia que, al aumentar las cargas, algunas péndolas dejan de estar en tracción, produciendo como consecuencia un aumento en las flexiones del arco.

#### 4.2.4.2. Estudio de la Fuerza Axial en las Péndolas

Empezaremos analizando a las péndolas bajo las diferentes posiciones de las cargas. Es de esperarse que para obtener la máxima fuerzas de tracción en las péndolas se requerirá una mayor magnitud de las cargas. Es por esto que se presenta en la siguiente figura las fuerzas de tracción en cada péndola que resultan de la combinación  $1.25DC+1.5DW+1.75(LL+IM)$ , para las diferentes posiciones del camión de diseño y con la carga de carril aplicada en toda la longitud del puente. Se puede verificar en la Figura H-1 de los Anexos que esta es la combinación y longitud de aplicación de la carga de carril que conlleva a obtener la mayor fuerza de tracción en las péndolas. Obsérvese en la siguiente figura (Figura 4-7) que el valor máximo de tracción de la péndola P43 coincide con el máximo de la misma péndola en la Figura 4-4.





**Figura 4-7: Fuerzas de tracción en las péndolas que descenden desde el apoyo izquierdo durante el estado límite de Resistencia I y para diferentes posiciones del camión de diseño, del modelo de 46 péndolas a 32° del radio del arco**  
**Superior: en la combinación 1.25DC+1.5DW+1.75(LL+IM) con la carga de carril en el 100% de la luz**  
**Inferior: en la combinación 0.9DC+0.65DW+1.75(LL+IM) con la carga de carril en el 25% de la luz**

De la figura anterior se puede apreciar que las fuerzas máximas de tracción se ubican en las péndolas que descenden hacia el apoyo más cercano (a la derecha en el gráfico) y también que las fuerzas mínimas se ubican en las péndolas que ascienden hacia el apoyo más cercano (a la izquierda en el gráfico), e incluso, algunas dejan de estar en tracción. Esto nos indica que, en la zona de aplicación de la carga del camión de diseño, si las péndolas que se inclinan en una dirección tienen una reducción en su fuerza de tracción, entonces las que se inclinan en la otra dirección reciben carga adicional aumentando su tracción.

Se observa del gráfico superior de la figura anterior, que un máximo de 3 péndolas dejan de estar en tracción en algún instante. Por ejemplo, si ubicamos el eje central del camión de diseño a 10 metros del apoyo izquierdo y trazamos en el gráfico una línea vertical en dicha posición (y otra en su simétrico a 82 m), las péndolas P05, P07 y P09 dejan de estar en tracción, produciendo un incremento significativo en las tracciones de las péndolas P04, P06, P08 y P10 (o en las péndolas simétricas P35, P37, P39 y P41 a 82 m).

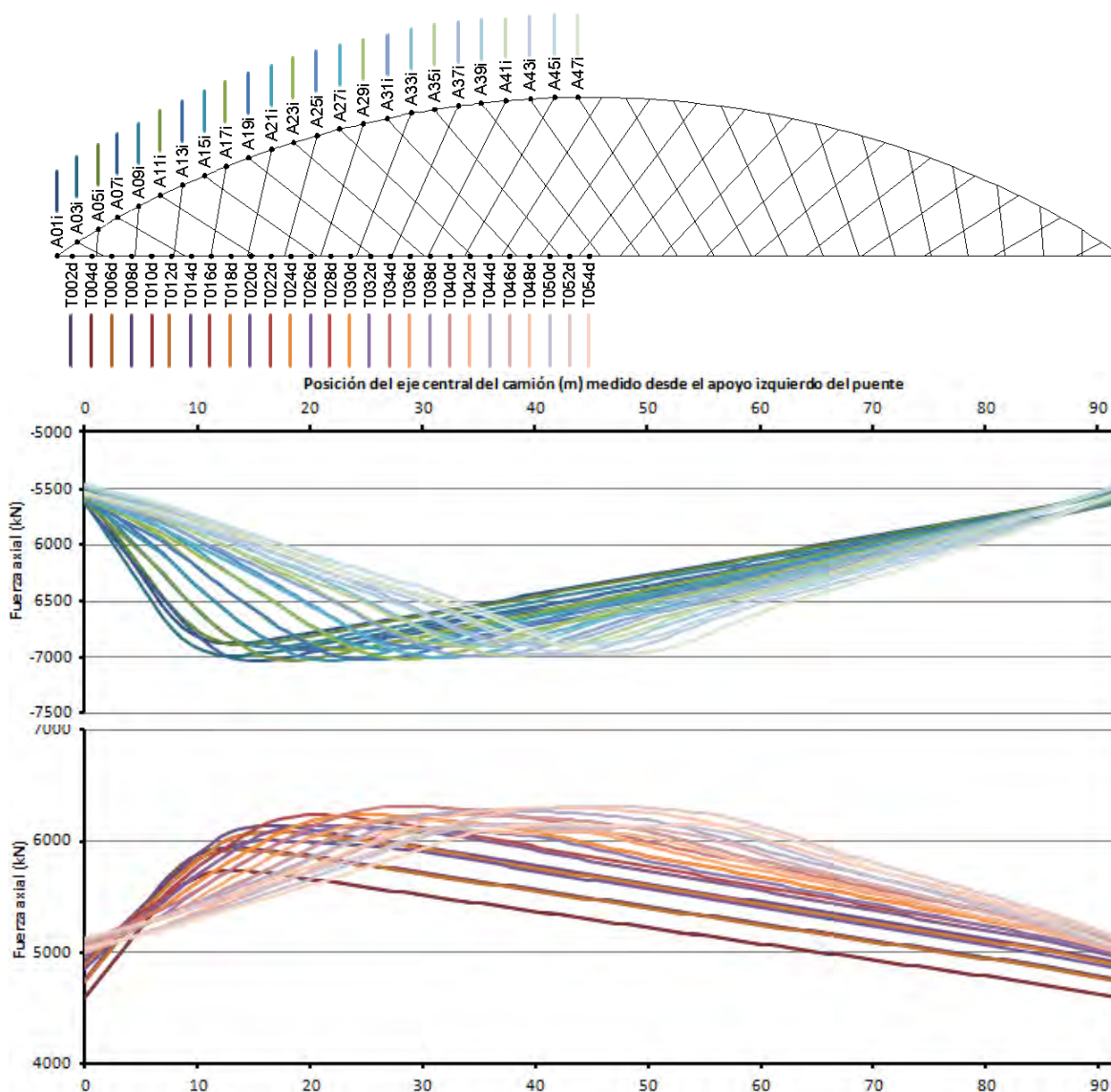
Cabe destacar que la mayor cantidad de péndolas simultáneamente sin tensión es de 10 péndolas. Ocurre cuando se aplica la combinación  $0.9DC+0.65DW+1.75(LL+IM)$ , con la carga de carril aplicada desde el apoyo izquierdo sobre el 25% de la luz del puente y cuando el eje central del camión de diseño se ubica a 15 metros del apoyo izquierdo. Esto se puede apreciar en el gráfico inferior de la figura anterior y se puede verificar trazando en el gráfico una línea vertical a 15 m del apoyo.

Si bien, el que 10 péndolas no presenten tensión simultáneamente no es crítico para la tracción máxima en las péndolas, sí produce efectos importantes en el arco y el tirante debido a que se pierde arriostamiento en dichos elementos al suprimirse la influencia de las varias péndolas que se inclinan en una dirección, pero se mantiene el arriostamiento debido a que las péndolas que se inclinan en la dirección contraria permanecen en tracción produciendo solo un aumento en el espaciamiento del arriostre.

#### 4.2.4.3. Estudio de las Fuerzas Axiales en el Arco y el Tirante

Si se modelara al puente como una viga simplemente apoyada, las cargas aplicadas siempre producirán momentos flectores positivos que se traducen en compresiones en el arco y tracciones en el tirante. Entonces, para obtener la máxima compresión en el arco y la máxima tracción en el tirante, es necesario aplicar la máxima carga de gravedad sobre el puente. Es por esto que se ha elegido presentar, en la siguiente figura, las fuerzas axiales que resultan de la combinación  $1.25DC+1.5DW+1.75(LL+IM)$ , para las diferentes posiciones del camión de diseño y con la carga de carril aplicada en toda la longitud del puente. Obsérvese que los valores máximos de compresión en el arco y de tracción en el tirante coinciden con los máximos mostrados en la Figura 4-5 y Figura 4-6, respectivamente. En las Figuras H-2 y H-4 de los Anexos se muestran los resultados para otras configuraciones de carga y puede allí verificarse que la aquí mostrada es la combinación y longitud de aplicación de la carga de carril que conlleva a obtener la mayor fuerza axial.





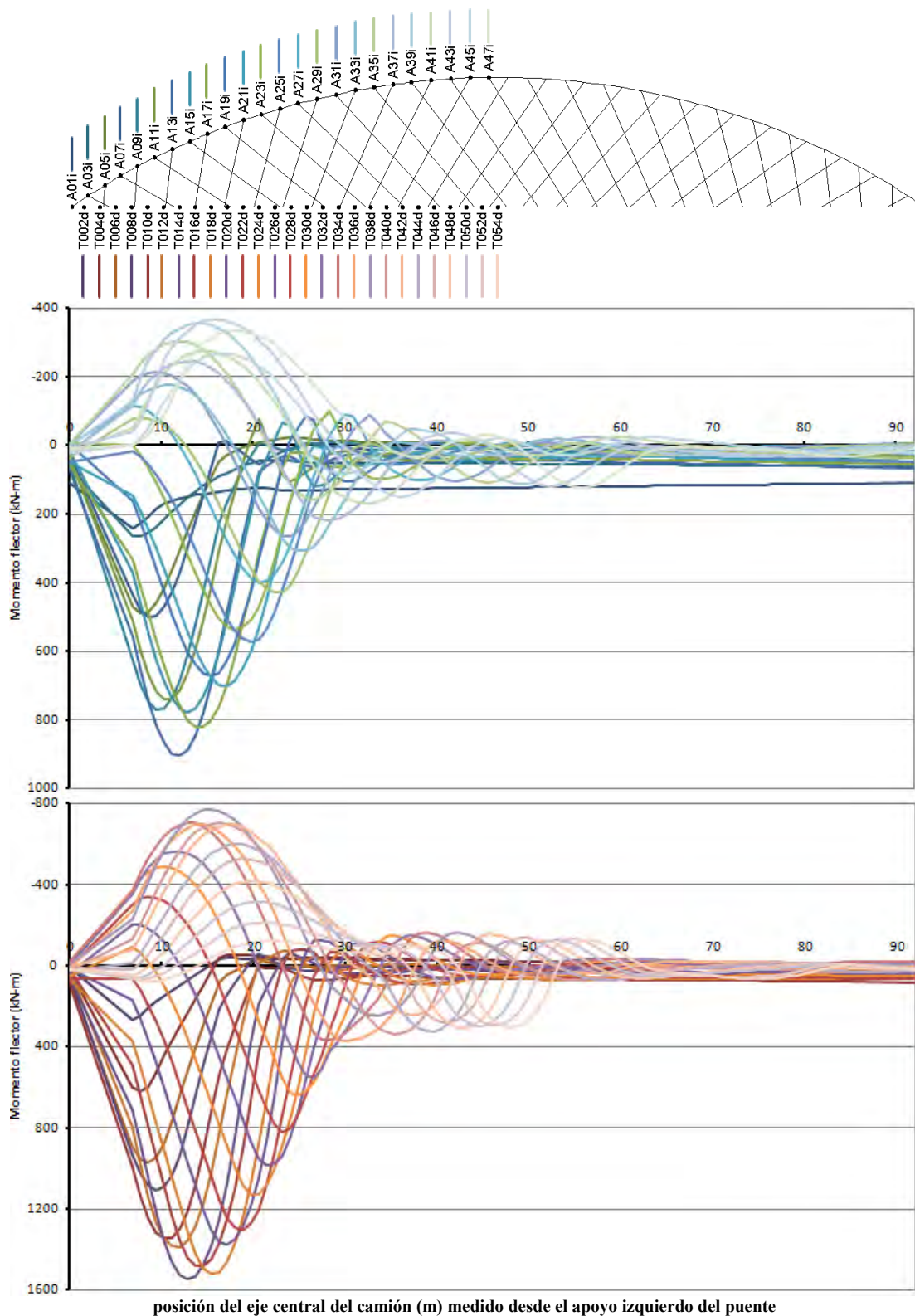
**Figura 4-8: Fuerzas axiales en el arco (superior) y el tirante (inferior) durante el estado límite de Resistencia I en la combinación 1.25DC+1.5DW+1.75(LL+IM), con la carga de carril en el 100% de la luz y para diferentes posiciones del camión de diseño, del modelo de 46 péndolas a 32° del radio del arco**

Los gráficos anteriores presentan una forma cercana a la triangular, cuyos extremos nacen de las fuerzas que resultan de las cargas muertas solamente. Los gráficos tienen una forma similar a la de la línea de influencia del momento flector de un puente simplemente apoyado de 92 m sometido bajo la carga vehicular. Esto se debe a que el momento que se produce en una sección vertical del puente se traduce en fuerzas de compresión y tracción en los elementos seccionados, donde la mayor parte la toma el arco y el tirante y poco se llevan las péndolas seccionadas debido a su poca rigidez y distancia del eje neutro de la sección.

#### 4.2.4.4. Estudio de los momentos flectores en el arco y el tirante

Se han realizado 8 gráficos para diferentes configuraciones de carga en el estado límite de Resistencia I, los cuales se muestran en las Figuras H-3 y H-5 de los Anexos. Se han seleccionado los gráficos en que se producen los máximos momentos flectores tanto en el arco como en el tirante, que corresponde a los resultados de la combinación 0.9DC+0.65DW+1.75(LL+IM) y con la carga de carril aplicada desde el apoyo en el 25% de la longitud del puente. Obsérvese que los

valores máximos del momento flector en el arco y en el tirante coinciden con los máximos mostrados en la Figura 4-5 y Figura 4-6, respectivamente.



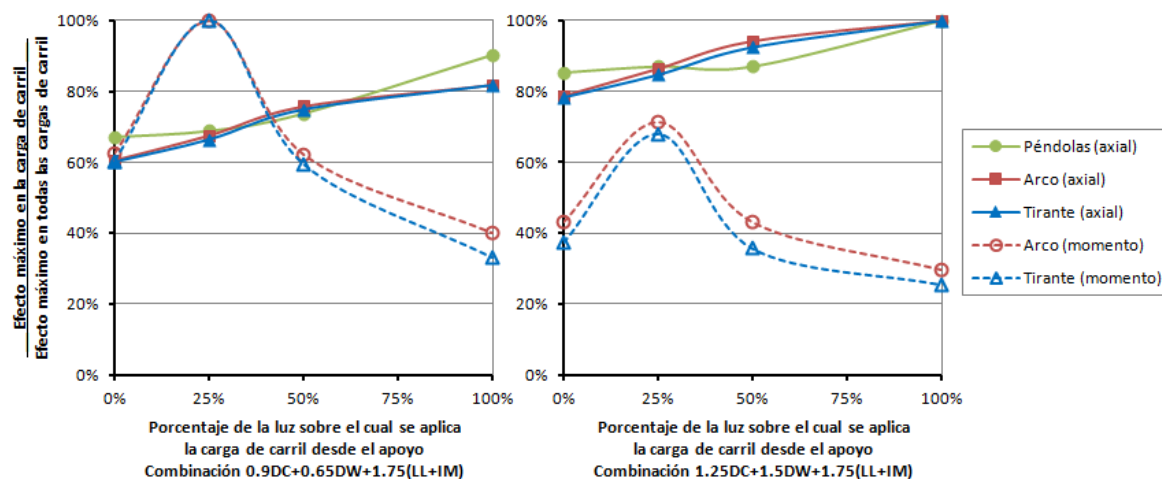
**Figura 4-9: Momentos flectores en el arco (superior) y el tirante (inferior) durante el estado límite de Resistencia I en la combinación  $0.9DC+0.65DW+1.75(LL+IM)$ , con la carga de carril en el 25% de la luz y para diferentes posiciones del camión de diseño, del modelo de 46 péndolas a  $32^\circ$  del radio del arco**

En la figura anterior se observa que los máximos momentos flectores ocurren cuando el eje central del camión de diseño se ubica en los tercios exteriores de la luz del puente, específicamente entre los 10 y los 20 metros desde el apoyo. Esta característica coincide con la ubicación en que la mayor cantidad de péndolas dejan de estar en tracción (gráfico inferior de la Figura 4-7). El aumento en los momentos flectores ocurre en los elementos que se ubican en el mismo rango de distancias. Se observa que cuando el camión de diseño se ubica en el tercio central, no produce efectos considerables.

#### 4.2.4.5. Discusiones Generales

La ausencia del aporte de algunas péndolas incide considerablemente en la flexión del arco y el tirante. Sin embargo, el arco y el tirante no dejan de estar arriostrados ya que las péndolas que se inclinan en la otra dirección producen un arriostre efectivo que limita el aumento de las flexiones a valores mucho más altos.

Los máximos momentos en el arco y el tirante no ocurren simultáneamente con la máxima carga axial en ellos, sino que suceden en diferentes casos de carga. Esto se puede apreciar con más claridad en los resultados mostrados en el Anexo H. En la siguiente figura se resume las fuerzas máximas en los elementos de la estructura que resultan del estado límite de Resistencia I para las 2 combinaciones y para las 4 longitudes de aplicación de la carga de carril.



**Figura 4-10: Comparación de los efectos máximos en los elementos estructurales durante el estado límite de Resistencia I, del modelo de 46 péndolas a 32° del radio del arco**

En la figura anterior, se aprecia que conforme mayor es la carga de gravedad aplicada, mayor es la fuerza axial máxima obtenida en la péndola de mayor tracción, en la sección del arco de mayor compresión y en la sección del tirante de mayor tracción. Se observa en los tres elementos que el máximo ocurre en la combinación 1.25DC+1.5DW+1.75(LL+IM) con una carga de carril aplicada en toda la longitud del puente. En cambio, para los momentos flectores del arco y el tirante, los máximos ocurren cuando la carga de carril se aplica en el 25% de la luz del puente y durante la combinación 0.9DC+0.65DW+1.75(LL+IM). Esto se debe principalmente a que mientras menor es la carga muerta (DC y DW), mayor es la capacidad de la carga viva (LL+IM) de producir que más péndolas dejen de estar en tracción y por lo tanto aumentan las flexiones en el arco y el tirante.

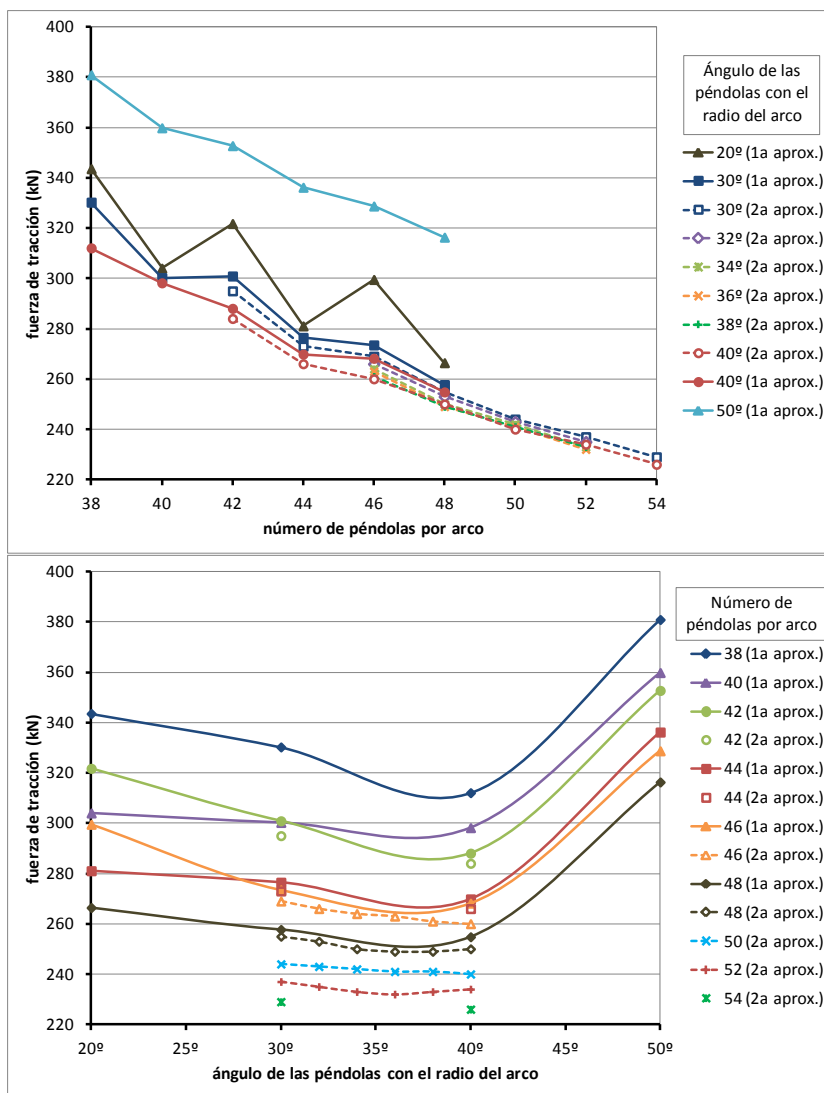
Usar un mayor espaciamiento de los ejes posteriores del camión de diseño no producirá efectos más desfavorables que los acá obtenidos, debido a que en todos los resultados los efectos máximos son picos localizados de mayor magnitud en comparación con los demás picos y a que la distancia del pico máximo a su contiguo es menor que 9 metros, distancia máxima entre los ejes posteriores del camión.

Siguiendo el mismo procedimiento de obtención de los resultados para el caso de estudio de 46 péndolas a 32° mostrado en el presente acápite, se han obtenido los resultados de los 53 casos de estudio restantes, resultados que no se presentan en el presente documento.

#### 4.2.5 Comparación de Resultados

A continuación se presentan gráficos que resumen los resultados de las fuerzas principales requeridas para el diseño de los elementos principales de los 54 casos de estudio del puente. Sus valores numéricos se muestran en el Anexo I. Seguido de los gráficos se discuten las características más resaltantes del comportamiento de la estructura para los varios casos.

##### 4.2.5.1. Péndolas



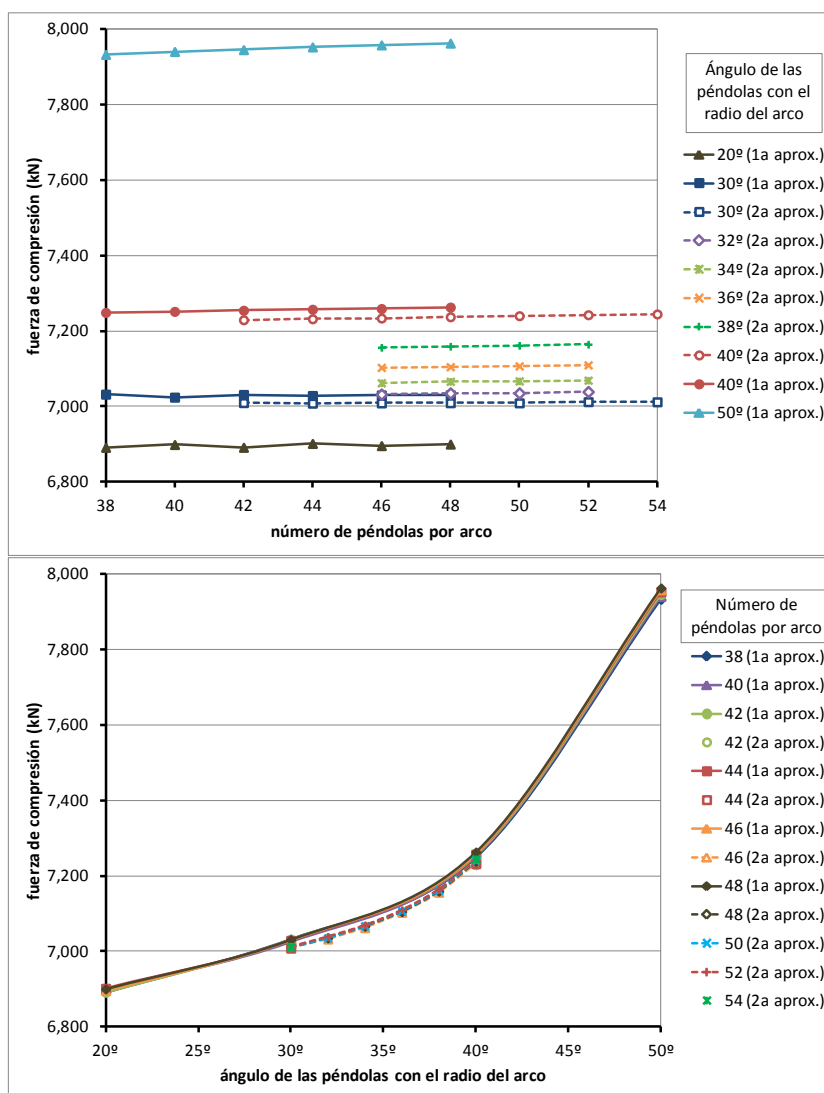
**Figura 4-11: Fuerza axial de tracción en la péndola más esforzada, en el estado límite de Servicio I, para cada caso de estudio**

Del gráfico superior de la Figura 4-11 se aprecia que conforme se aumenta la cantidad de péndolas, la fuerza axial máxima en la péndola más esforzada se reduce (como también sucede en las demás péndolas). Esto se debe a que las cargas de gravedad están repartidas en más elementos. Además, del gráfico inferior de la misma figura se observa una tendencia casi constante de fuerzas de tracción cuando las péndolas hacen un ángulo entre 20° y 40° con el radio del arco. Luego de los 40°, las fuerzas de tracción se incrementan, debido a que la componente horizontal de la fuerza de

la péndola (ocasionada por su mayor ángulo) empieza a tener influencia significativa en las fuerzas de flexión del arco enmallado si se analizara como una viga simplemente apoyada.

Nótese además que en los modelos cuyos ángulos entre las péndolas y el radio del arco son de 30° y 40° y para un número de péndolas por arco entre 42 y 48, las fuerzas de tensión máxima en la péndola más esforzada de la segunda aproximación ha tenido una reducción de alrededor del 2% respecto a la primera aproximación. Esto se debe a la reducción de la rigidez de las péndolas al reducirle el diámetro de 36 a 32 mm.

#### 4.2.5.2. Arco

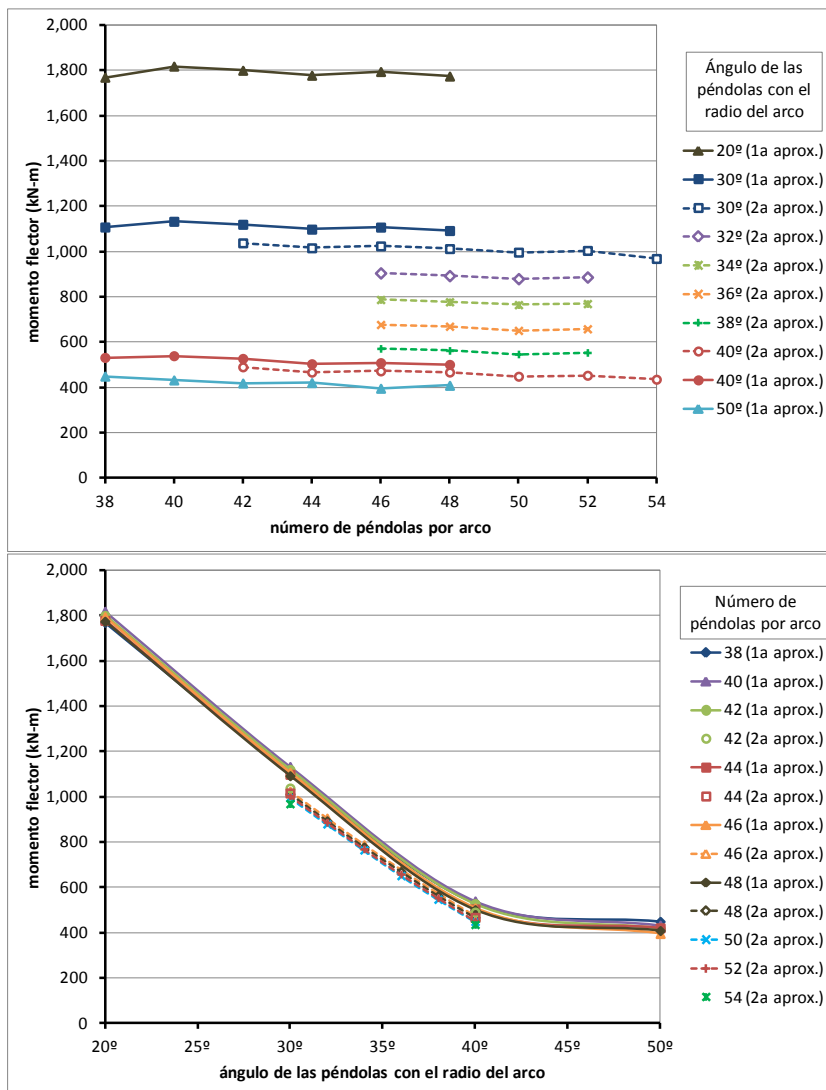


**Figura 4-12: Fuerza axial de compresión máxima en el arco, en el estado límite de Resistencia I, para cada caso de estudio**

Del gráfico superior de la Figura 4-12 se aprecia que el número de péndolas no influye en el valor de la carga axial máxima del arco. Sin embargo, del gráfico inferior de la misma figura se observa que conforme aumenta el ángulo de las péndolas con el radio del arco, se produce un aumento en la fuerza axial de compresión del arco. Esto se debe a que, al aumentar el ángulo de las péndolas, se incrementan sus fuerzas de tracción, y en consecuencia se incrementa la componente vertical de la fuerza que aplica la péndola sobre el arco, fuerza que produce mayor compresión en el arco.



Nótese además que en los modelos cuyos ángulos entre las péndolas y el radio del arco son de  $30^{\circ}$  y  $40^{\circ}$  y para un número de péndolas por arco entre 42 y 48, las fuerzas axiales han variado muy poco entre la primera y segunda aproximación, obteniéndose una reducción menor al 0.5%.

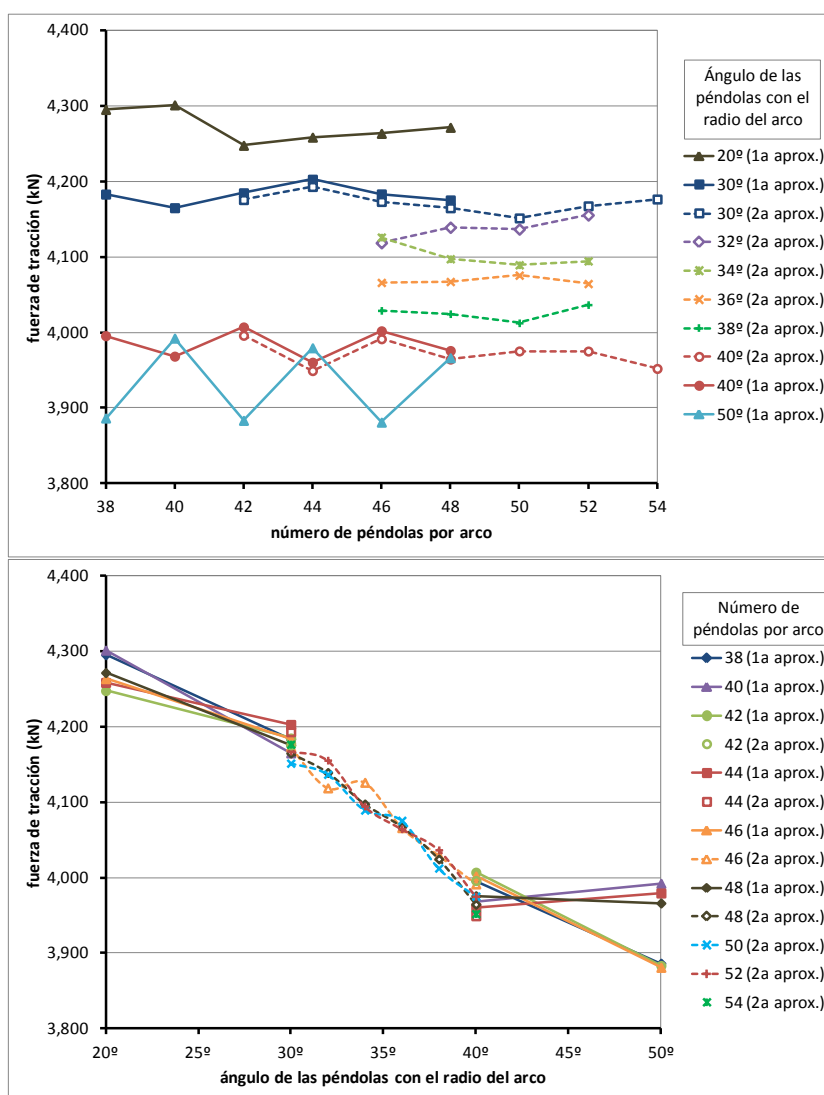


**Figura 4-13: Momento flector vertical máximo en el arco, en el estado límite de Resistencia I, para cada caso de estudio**

Del gráfico superior de la Figura 4-13 se aprecia que el número de péndolas no influye en el valor del momento flector máximo del arco. Sin embargo, del gráfico inferior de la misma figura se observa que, conforme se aumenta el ángulo de las péndolas con el radio del arco, se reduce la flexión en el arco. Cuando el ángulo es muy pequeño, es mayor la concentración de las fuerzas que provienen del tablero, por lo que se producen flexiones mayores (véase un caso extremo en la Figura 1-12), y menor es su arriostramiento en el plano del arco. Pero la tendencia real no es que sea siempre descendente, ya que mientras mayor es el ángulo de las péndolas con el radio del arco, mayor es la cantidad de péndolas que dejan de estar en tracción, por lo que aumentan las flexiones. Este comportamiento no se aprecia en el gráfico ya que escapa del intervalo de ángulos analizado, pero sí se aprecia en los gráficos de flexiones en el tirante (gráfico inferior de la Figura 4-15).

Nótese además que en los modelos cuyos ángulos entre las péndolas y el radio del arco son de  $30^{\circ}$  y  $40^{\circ}$  y para un número de péndolas por arco entre 42 y 48, en los momentos flectores de la segunda aproximación se ha obtenido un aumento de alrededor del 10% respecto a la primera aproximación. Esto se debe a la reducción de la rigidez de las péndolas al reducirle el diámetro de 36 a 32 mm.

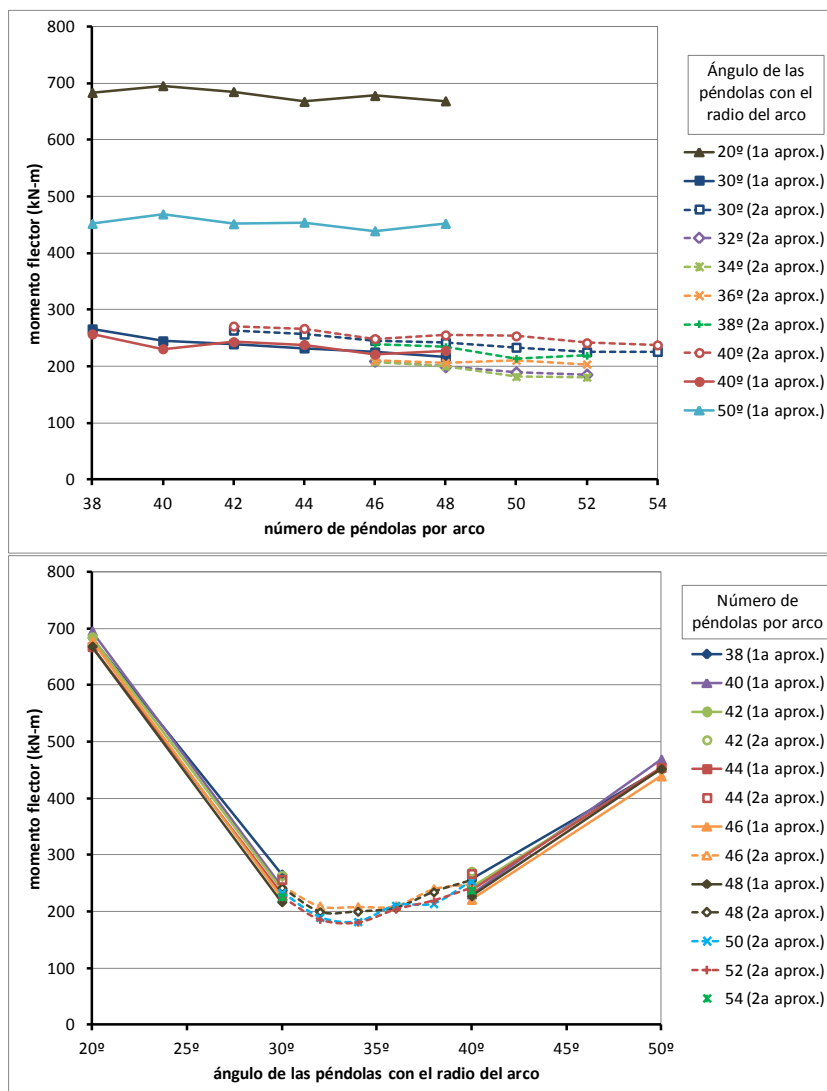
4.2.5.3. Tirante



**Figura 4-14: Fuerza axial de tracción máxima en el tirante, en el estado límite de Servicio III, para cada caso de estudio**

Del gráfico superior de la Figura 4-14 se aprecia que el número de péndolas no influye considerablemente en el valor de la carga axial máxima del tirante. Sin embargo, del gráfico inferior de la misma figura se observa que, conforme aumenta el ángulo de las péndolas con el radio del arco, se produce una reducción en la fuerza axial de tracción del tirante. Esto se debe a que una mayor inclinación de las péndolas hace que su aporte a resistir las fuerzas de tracción del tirante sea mayor por el aumento en la componente horizontal de la fuerza, componente que reduce las fuerzas de tracción en el tirante.

Nótese además que en los modelos cuyos ángulos entre las péndolas y el radio del arco son de 30° y 40° y para un número de péndolas por arco entre 42 y 48, las fuerzas axiales han variado muy poco entre la primera y segunda aproximación, obteniéndose una reducción menor al 0.5%.



**Figura 4-15: Momento flector vertical máximo en el tirante, en el estado límite de Servicio III, para cada caso de estudio**

Del gráfico superior de la Figura 4-15 se aprecia que el número de péndolas no influye en el valor del momento flector máximo del tirante. Sin embargo, del gráfico inferior de la misma figura se observa que existe un momento flector mínimo en el tirante que ocurre cuando ángulo que hacen las péndolas con el arco está entre los 30° y 40°. Para dar la explicación de este comportamiento, se ha recurrido a las descripciones de Tveit [14], y se describe y aclara a continuación.

Cuando el ángulo de las péndolas con el radio del arco es muy pequeño (por ejemplo 0°) el comportamiento del puente es más cercano al de un arco atirantado, es decir, se reduce la capacidad de las péndolas a trabajar como “alma” o “diagonales” entre el arco y el tirante que cumple con rigidizar a estos elementos; en otras palabras, la flexión del arco y el tirante dependen más de su propia rigidez que de la rigidez que le brinda el arriostramiento debido a las péndolas. Por el contrario, mientras mayor sea el ángulo, su comportamiento será más parecido al de una viga de alma llena o al de un reticulado.

Por otro lado, cuando el ángulo de las péndolas con el radio del arco es muy grande, ocurre que mayor es la cantidad de péndolas que dejan de estar en tracción, por lo que se reduce la efectividad del arriostramiento y aumentan las flexiones.

Entonces, existe el valor de un ángulo intermedio en que el puente tiene un comportamiento más cercano al de un reticulado, pero en el que hay una reducida cantidad de péndolas (“diagonales”)

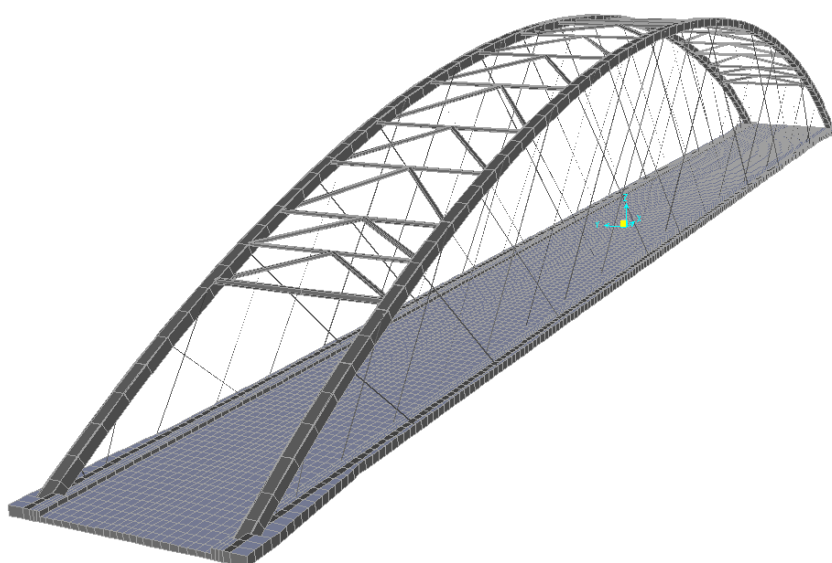


que dejan de estar en tracción, produciendo así una flexión mínima en el tirante. Dicho ángulo está entre los 30° y 38°.

### 4.3. Análisis Estructural de Pandeo y Flexión Fuera del Plano del Arco

#### 4.3.1 Modelamiento

Para conocer la resistencia a la compresión durante el diseño del arco, que es un elemento sometido a flexocompresión, es necesario conocer sus longitudes de pandeo, tanto en el plano del arco como transversalmente a él. Un modelo bidimensional no permite obtener estos valores; entonces, ha sido necesario utilizar modelos tridimensionales para su determinación. Se ha utilizado el modelo tridimensional descrito en el acápite 3.3.1 pero completando la mitad ausente, es decir, en lugar de modelar la mitad del puente, se ha visto la necesidad de modelar el puente completo debido a las características de asimetría en las cargas propuestas y en los resultados a analizar. El modelo es el mostrado en la siguiente figura.



**Figura 4-16: Modelo estructural tridimensional para el cálculo del pandeo y flexión fuera del plano**

El pandeo transversal del arco depende fundamentalmente de la sección del arco y de los elementos de arriostre que unen ambos arcos, mientras que el pandeo en el plano del arco depende de su sección y de la disposición de las péndolas. En una primera aproximación se ha utilizado este modelo tridimensional, tanto para el cálculo de las longitudes de pandeo longitudinal como transversal. El modelo tiene la disposición y sección de las péndolas del diseño original, que no coincide con los varios casos analizados. Sin embargo, debido a que la distribución de las péndolas no influye considerablemente en el pandeo transversal del arco, se ha considerado como aceptable. En cuanto al pandeo en el plano del arco, debido a que la disposición del diseño original de las péndolas presenta un espaciamiento mayor que los varios casos de estudio, se espera que la longitud de pandeo en el plano obtenida resulte mayor. Por lo tanto, el diseño del arco sería conservador y se estará en el lado de la seguridad.

En la segunda aproximación se ha realizado un cambio en el modelo anterior modificando únicamente la sección de las péndolas de 36 a 32 mm. Adicionalmente, este segundo modelo de pandeo ha sido utilizado para obtener los momentos flectores transversales que no han sido considerados en la primera aproximación.

### 4.3.2 Cargas

a) Cargas muertas por componentes estructurales y accesorios no estructurales (DC)

Ya que se ha modelado el puente completo, se han utilizado el doble de las cargas que se resumieron en la Tabla 3-1. No se ha considerado a las fuerzas de postensado.

b) Cargas muertas de la superficie de desgaste (DW)

Esta carga se debe a la colocación de una carpeta asfáltica de 5 cm de espesor en un ancho de calzada de 7.2 m, que resulta en una carga distribuida de 1.03 kN/m<sup>2</sup> aplicado sobre los elementos bidimensionales que conforman la losa en el modelo. Esta carga equivale a 7.42 kN/m a lo largo de la longitud del puente (todo el ancho de la calzada).

c) Carga viva vehicular (LL)

En el modelo estructural, la carga de carril de 9.3 kN/m ha sido aplicada sobre los elementos bidimensionales de la losa como uniformemente distribuida. Se han utilizado 4 longitudes de aplicación, medidas desde el apoyo: 0%, 25%, 50% y 100% de la luz, todas con un ancho de 6 metros (dos carriles). El camión de diseño ha sido ubicado en solo 2 posiciones distintas: a unos 34 metros del apoyo y en el centro de luz del puente. La primera posición del camión de diseño se aplicó en combinación con las 4 longitudes de carga de carril, para obtener el mayor efecto de pandeo longitudinal. La segunda posición del camión de diseño se aplicó en conjunto con la carga de carril en toda a luz del puente, para obtener el mayor efecto en el pandeo transversal. Con esto se obtuvieron 5 casos de carga viva distintos. Tanto la carga de carril como la del camión de diseño se han aplicado de manera excéntrica en la dirección transversal para forzar una asimetría en las cargas y así obtener los valores críticos. El espaciamiento de los ejes, las áreas de aplicación y los valores de las cargas se han determinado de manera similar que en el acápite 3.3.2c.

d) Carga de incremento dinámico vehicular (IM)

Se ha considerado un incremento dinámico de la carga viva del camión de diseño de 33%. No se ha aplicado dicho incremento a la carga de carril.

e) Combinación de cargas para el análisis de pandeo

Se han utilizado las combinaciones de carga que corresponden al estado límite de Resistencia I con el objetivo de encontrar la longitud de pandeo más desfavorable del arco en cada dirección, donde a cada una se le ha aplicado las 5 posiciones distintas de la carga móvil, obteniéndose así un total 10 casos de análisis por pandeo. Para ambas aproximaciones se han utilizado las que figuran en la siguiente tabla:

**Tabla 4-4: Casos de análisis por pandeo**

Caso de Pandeo	DC	DW	LL+IM	Posición del camión de diseño	Longitud de aplicación de la carga de carril (porcentaje de la luz)
1	0.90	0.65	1.75	a 34 m del apoyo	0%
2					25%
3					50%
4					100%
5				Centrado	100%
6	1.25	1.50	1.75	a 34 m del apoyo	0%
7					25%
8					50%
9					100%
10				Centrado	100%

### 4.3.3 Tipos de Análisis

Con el objetivo de obtener las longitudes efectivas de pandeo  $KL$  en el arco, se han realizado análisis de pandeo general linealizado de la estructura (*buckling*), utilizando los 10 casos de análisis planteados en la tabla anterior. Este tipo de análisis busca un factor (obtenido a partir de los valores propios del análisis de pandeo) que al multiplicar las cargas aplicadas producen pandeo global en la estructura. Se han identificado los primeros modos de pandeo en el arco en su plano y fuera de su plano. Además, luego de haber obtenido los factores, se ha realizado un análisis lineal estático de la estructura con las mismas cargas utilizadas en el análisis de pandeo, para con ellas obtener el estado de esfuerzos que presentan los elementos cuando ocurre el pandeo de la estructura.

Para el cálculo de los momentos flectores transversales en el arco se han realizado análisis lineales estáticos de la estructura con las cargas de los 10 casos de análisis planteados en la tabla anterior.

### 4.3.4 Cálculos y Resultados

#### 4.3.4.1. Factores de Longitud Efectiva de Pandeo

La Tabla 4-5 muestra los factores obtenidos del análisis para ambas direcciones de pandeo del arco y para ambos modelos utilizados. Estos factores, se han multiplicado por los efectos que producen las cargas aplicadas, obteniendo así las fuerzas axiales que presenta el arco cuando ocurre el pandeo global de la estructura.

El diseño por flexocompresión del arco se realiza en varias secciones del arco. Por lo tanto, es necesario conocer las longitudes efectivas de pandeo,  $KL$ , en los elementos que contienen dichas secciones. Para esto, se ha supuesto que las fuerzas axiales que presenta el arco cuando ocurre el pandeo global son la carga crítica de pandeo,  $P_{cr}$  que ocurre en cada sección del arco. Aunque estas cargas críticas de pandeo corresponden solo a algunos de los elementos del arco, resulta conservador el utilizarlas para todos sus demás elementos, ya que su carga crítica será mayor.

Finalmente, para obtener el factor de longitud efectiva de pandeo,  $K$ , en cada sección, se lo ha despejado de la siguiente ecuación, utilizando la longitud total del arco,  $L$ , para ambas direcciones de pandeo, el módulo de elasticidad del acero,  $E$ , y el momento de inercia,  $I$ , en cada dirección de la sección analizada.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \Rightarrow K = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{EI}{P_{cr}}}$$

Se ha realizado el mismo proceso obteniendo un factor de longitud efectiva de pandeo para cada sección del arco. En la siguiente tabla se presenta el máximo factor entre las varias secciones para cada caso de análisis.

**Tabla 4-5: Factores del análisis de pandeo (izquierda) y Factores de longitud efectiva de pandeo (derecha)**

Caso de Pandeo	Primera Aproximación				Segunda Aproximación			
	En el Plano		Fuera del Plano		En el Plano		Fuera del Plano	
1	10.88	0.105	12.49	0.094	12.22	<b>0.102</b>	11.54	<b>0.106</b>
2	10.12	0.106	11.45	<b>0.095</b>	11.39	<b>0.102</b>	10.58	<b>0.107</b>
3	8.70	0.105	10.27	0.093	9.81	<b>0.102</b>	9.51	<b>0.104</b>
4	7.50	0.105	9.31	0.090	8.45	0.101	8.46	<b>0.102</b>
5	6.36	<b>0.110</b>	8.89	0.089	7.17	<b>0.106</b>	8.36	0.099
6	7.81	0.105	9.17	0.093	8.78	<b>0.101</b>	8.48	<b>0.104</b>
7	7.44	0.105	8.61	0.094	8.37	<b>0.102</b>	7.96	<b>0.105</b>
8	6.65	0.105	7.93	0.092	7.48	<b>0.101</b>	7.35	<b>0.103</b>
9	5.90	0.105	7.09	0.091	6.64	0.101	6.80	<b>0.101</b>
10	5.17	0.109	7.03	0.089	5.82	<b>0.105</b>	6.60	0.100

Los valores en **negrita** son los utilizados en el diseño del arco. Nótese que las longitudes efectivas de pandeo en el plano del arco resultan ser menores que 0.35 (0.7 veces la mitad de la longitud del arco), factor recomendado en la tabla 4.5.3.2.2c-1 de la norma AASHTO 2010 [1] para arcos no arriostrados y empotrados en los extremos. Esto evidencia que las péndolas actúan como elementos de arriostre en el plano del arco.

#### 4.3.4.2. Flexión Transversal en el Arco

En la segunda aproximación se han incluido los momentos flectores transversales del arco que no habían sido considerados para la primera aproximación. Dichos momentos se muestran en la siguiente figura, para cada caso de carga analizado. Se ha utilizado la envolvente para diseñar indistintamente todos los 30 casos de estudio de la segunda aproximación. Nótese que los mayores momentos flectores transversales se ubican en los extremos del arco y que se reducen considerablemente hacia el centro debido al arriostramiento horizontal presente.

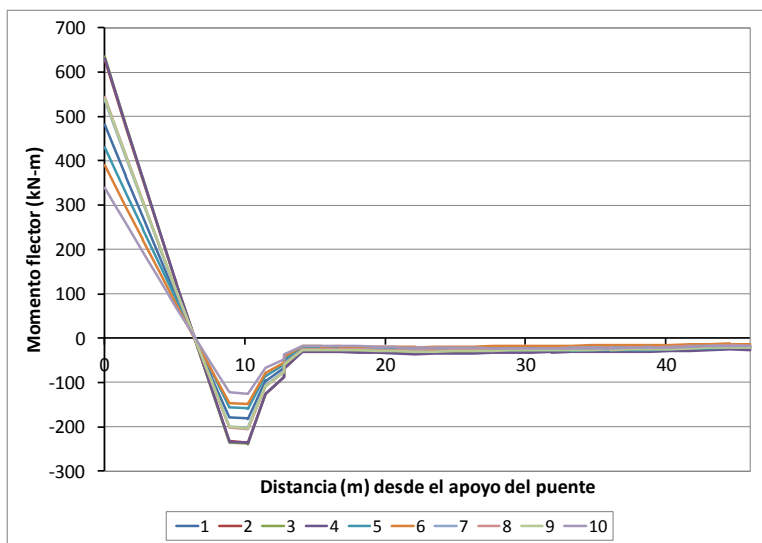


Figura 4-17: Momentos flectores transversales del arco para cada caso de análisis

## 4.4. Diseño y Verificación

### 4.4.1 Casos de Diseño

Debido a que las péndolas son elementos sometidos solamente a tracción, se han diseñado utilizando la máxima fuerza axial de la envolvente. En cambio, el arco y el tirante son elementos que se diseñan por los efectos de las fuerzas axiales y de flexión simultáneas, donde los máximos momentos no ocurren simultáneamente con la máxima carga axial, sino que suceden en diferentes casos de carga (Figura 4-10).

Aunque sería conservador diseñar el arco y el tirante utilizando las máximas fuerzas axiales en simultáneo con los máximos momentos flectores, se ha optado por no diseñar de esta manera, sino utilizar las máximas cargas axiales con su correspondiente momento flector y los máximos momentos flectores con su correspondiente fuerza axial. Si se siguiera estrictamente este procedimiento, se tendría que diseñar y verificar las dimensiones de los elementos para cada una de las  $4 \times 368 = 1478$  casos de carga viva analizados, procedimiento que resulta ser poco práctico.

Como se aprecia en la Figura 4-5 y en la Figura 4-6, en el estado límite de Resistencia I las envolventes de fuerzas axiales máximas y mínimas son casi constantes a lo largo del puente, pero existe una gran variación entre ellos (rango), observándose que los mínimos (en valor absoluto) llegan a ser aproximadamente el 40% del máximo (en valor absoluto). De igual manera, pero en menor grado, en el estado límite de Servicio I, los mínimos llegan a ser aproximadamente el 65% del máximo. La fuerza axial en el arco y el tirante depende directamente del total de las cargas de

gravedad impuestas sobre el puente. Entonces, se ha optado por agrupar los casos de diseño en función al total de cargas de gravedad impuestas sobre el puente, para así reducir esta variación de fuerzas axiales. Se propone agrupar los resultados en función a los 4 casos de carga distribuida de carril consideradas (0%, 25%, 50% y 100% de la luz del puente) y obtener las envolventes de las 368 posiciones de la carga del camión de diseño, pero en cada uno de estos 4 grupos por separado. De esta manera, la variación de la fuerza axial en el arco y el tirante se reduce de tal manera que los mínimos llegan a estar entre el 70% y 80% del máximo, en el estado límite de Resistencia I (Figuras H-2 y H-4). En consecuencia, en lugar de diseñar empleando la máxima fuerza axial junto con el máximo momento flector para cada uno de los elementos de cada uno de los modelos, se ha optado por diseñar empleando la máxima fuerza axial junto con el máximo momento flector de cada uno de los 4 grupos para cada uno de los elementos de cada uno de los modelos, ya que la variación de carga axial es menor en las nuevas envolventes.

Las péndolas han sido diseñadas para la máxima fuerza de tracción en el estado límite de Servicio I. El arco ha sido diseñado por flexocompresión en el estado límite de Resistencia I para las dos combinaciones (Tabla 2-1): la que magnifica las fuerzas axiales de las cargas muertas y la que las reduce; aunque es de esperar que la que resulta en una mayor fuerza axial sea la que controle el diseño. El tirante ha sido diseñado por flexotracción en el estado límite de Servicio I para el máximo esfuerzo de compresión en el concreto y en el estado límite de Servicio III para el máximo esfuerzo de tracción en el concreto, debido a que utiliza acero de postensado. En consecuencia, debido a los 4 grupos de donde se obtuvieron las envolventes, se han utilizado los 16 casos de diseño que figuran en la siguiente tabla.

**Tabla 4-6: Casos de Diseño**

Estado Límite	Factores de Carga			Longitud de aplicación de la carga de carril
	DC	DW	LL+IM	
Servicio I	1.00	1.00	1.00	100% de la luz 50% de la luz 25% de la luz 0% de la luz
Servicio III	1.00	1.00	0.80	100% de la luz 50% de la luz 25% de la luz 0% de la luz
Resistencia I	1.25	1.50	1.75	100% de la luz 50% de la luz 25% de la luz 0% de la luz
	0.90	0.65	1.75	100% de la luz 50% de la luz 25% de la luz 0% de la luz

Utilizando estos casos de diseño, se han diseñado las péndolas, el arco y el tirante de cada uno de los 54 modelos estudiados. A continuación se presenta, se compara y se discuten los resultados obtenidos de todos los casos de estudio. En ninguno de los resultados presentados se ha realizado la actualización de la sección del arco obtenida del diseño, es decir, todas las fuerzas utilizadas en el diseño son aquellas obtenidas con una sección del arco igual a la del diseño original.

#### 4.4.2 Diseño de las Péndolas

La norma AASHTO 2010 [1] no especifica las consideraciones para el diseño de péndolas. Se ha optado por emplear las recomendaciones que proporcionan los fabricantes de péndolas. Se ha considerado que el esfuerzo en el estado límite de Servicio I en los 4 casos de diseño no deben exceder el 45% de la resistencia del acero de la péndola de  $f_{pu} = 1050$  MPa.

Sólo se han utilizado, como opciones para el diseño, barras de 36 y 32 mm de diámetro, que son de fácil adquisición en el mercado peruano (diámetros comerciales). Se ha considerado la fuerza de tracción de la péndola más esforzada y se ha colocado el mismo diámetro a todas las péndolas del puente.

En los 24 modelos de la primera aproximación se ha utilizado el mismo diámetro de 36 mm, que corresponde al diámetro del diseño original. En todos los 24 casos de estudio se ha obtenido un esfuerzo actuante máximo en servicio menor que el 45% de la resistencia. Inclusive, si se utilizaran las mismas fuerzas de diseño en péndolas de 32 mm de diámetro, todas tendrían un esfuerzo actuante menor que el 45% de la resistencia, con excepción del caso de estudio que tiene 38 péndolas en el plano del arco, a 50° del radio del arco. Es por esta razón que se ha decidido reducir el diámetro de las péndolas a 32 mm para los 30 modelos de la segunda aproximación.

En la segunda aproximación también se ha obtenido que el esfuerzo actuante máximo en servicio es menor que el 45% de la resistencia. En el Anexo J.1 se muestra un ejemplo donde se verifica el diseño de la péndola para el caso de estudio que tiene 46 péndolas en el plano del arco, a 32° del radio del arco.

En la siguiente tabla se presentan los esfuerzos máximos obtenidos en las péndolas más esforzadas de cada uno de los casos de estudio, en función de la resistencia de la péndola *fpu*. Aunque en la primera aproximación se ha utilizado un diámetro de 36 mm, todos los valores mostrados han sido calculados para un diámetro de 32 mm para poder realizar una mejor comparación.

**Tabla 4-7: Esfuerzo máximo de la péndola más esforzada, relativo a su resistencia *fpu*, en el estado límite de Servicio I**

Aproximación	teta(°) \ n	38	40	42	44	46	48	50	52	54
1ª	20º	41%	36%	38%	33%	35%	32%			
	30º	39%	36%	36%	33%	32%	31%			
2ª	30º			35%	32%	32%	30%	29%	28%	27%
	32º					32%	30%	29%	28%	
	34º					31%	30%	29%	28%	
	36º					31%	29%	29%	27%	
	38º					31%	29%	29%	28%	
	40º			34%	32%	31%	30%	28%	28%	27%
1ª	40º	37%	35%	34%	32%	32%	30%			
	50º	45%	43%	42%	40%	39%	37%			

Se observa que hay una reducción notoria de esfuerzos mientras más péndolas se utilicen. También se observa que, para una misma cantidad de péndolas, los ángulos no influyen considerablemente en los esfuerzos entre los 30° y los 40°, pero para 20° y 50° sí se produce un aumento notorio. El mismo comportamiento ocurre en el estado límite de Fatiga I (ver Tabla I-2 en el Anexo I).

#### 4.4.3 Diseño del Arco

El diseño del arco ha sido realizado siguiendo los lineamientos de la norma AASHTO 2010 [1], específicamente la sección 6 que se dedica a las estructuras de acero. Se ha verificado que la resistencia por flexocompresión del elemento supere los efectos que causan las cargas actuantes en el estado límite de Resistencia I en los 8 casos de diseño. Además se ha verificado la esbeltez de las planchas de acero que conforman su sección.

Se ha utilizado un acero estructural del tipo ASTM A709M grado 345, el cual tiene un esfuerzo de fluencia de  $f_y = 345$  MPa. Se ha utilizado la misma geometría del cajón de sección rectangular del diseño original, pero se han modificado los espesores de las planchas. Se ha considerado la misma sección a lo largo de todo el arco.

En la primera aproximación se ha utilizado un alma de 16 mm de espesor para todos los 24 casos de estudio, pero el espesor alma, *e*, se ha ido incrementado a pasos de 1 mm hasta obtener un espesor adecuado que cumpla las condiciones de diseño. Los espesores obtenidos varían desde 22

hasta 32 mm. En la segunda aproximación, se ha utilizado un alma de 20 mm de espesor para todos los 30 casos de estudio, pero el espesor alma,  $e$ , se ha ido también incrementado a pasos de 1 mm hasta obtener un espesor adecuado que cumpla con las condiciones de diseño. Los espesores obtenidos varían desde 23 hasta 24 mm. Aunque no todos los espesores obtenidos sean de uso comercial en el Perú, se los ha considerado así para mostrar la tendencia de los espesores en los distintos casos de estudio. En el Anexo J.2 se muestra un ejemplo donde se verifica el diseño del arco para el caso de estudio que tiene 46 péndolas en el plano del arco, a  $32^\circ$  del radio del arco.

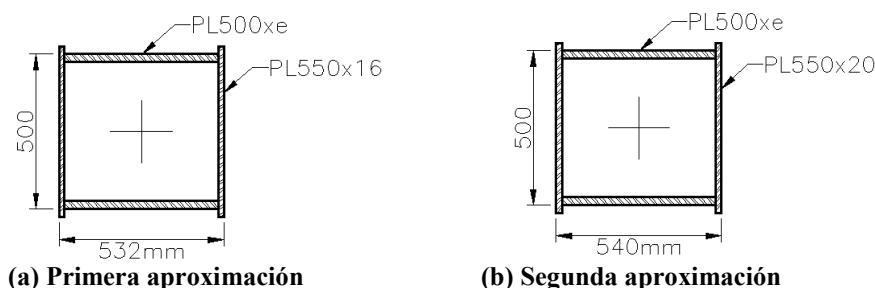


Figura 4-18: Sección transversal del arco luego del diseño

El menor espesor del alma obtenida en la primera aproximación respecto a la segunda se debe a no haber considerado la flexión transversal en el arco. Ya en la segunda aproximación, al incluir la flexión transversal se ha visto la necesidad de incrementar su espesor. Cabe recordar que en la primera aproximación se ha utilizado el mismo factor de longitud efectiva de pandeo para todos los 24 casos de estudio y que en la segunda aproximación se ha utilizado un factor diferente para cada uno de los 8 casos de diseño para los 30 casos de estudio restantes.

En la siguiente tabla se presentan las áreas de la sección transversal del arco obtenidas para cada uno de los casos de estudio y considerada constante en toda su longitud.

Tabla 4-8: Área de de la sección transversal del arco ( $\text{mm}^2$ ) obtenida del diseño

Aproximación	teta(°) \ n	38	40	42	44	46	48	50	52	54
1ª	20°	49,600	50,600	49,600	49,600	49,600	49,600			
	30°	40,600	40,600	40,600	40,600	40,600	39,600			
2ª	30°			45,000	45,000	45,000	45,000	45,000	45,000	45,000
	32°					45,000	45,000	45,000	45,000	
	34°					45,000	45,000	45,000	45,000	
	36°					45,000	45,000	45,000	45,000	
	38°					45,000	45,000	45,000	45,000	
1ª	40°	39,600	39,600	39,600	39,600	39,600	39,600			
	50°	40,600	40,600	40,600	40,600	40,600	40,600			

Se observa que, con excepción de los casos en que el ángulo de las péndolas es de  $20^\circ$ , las secciones obtenidas en la primera aproximación son menores que los obtenidos en la segunda. Esto se debe a que en la primera no han sido considerados los efectos de flexión transversal en el arco. En la siguiente tabla se muestran los factores de interacción por flexocompresión obtenidos en el arranque del arco para cada caso de estudio. Se observa además que en la segunda aproximación la sección transversal obtenida del arco se mantiene casi invariable ( $e = 23$  mm) debido a la poca variabilidad considerada en los espesores de las planchas. Si se utilizaran espesores comerciales ( $e = 25$  mm), las áreas se mantendrían invariables. Podría mejorarse la sección del arco modificándose las dimensiones de la sección (ancho y peralte).

**Tabla 4-9: Factores de interacción máximos por flexocompresión en el arranque del arco, en el estado límite de Resistencia I**

Aproximación	teta(°) \ n	38	40	42	44	46	48	50	52	54
1ª	20º	0.62	0.60	0.61	0.61	0.60	0.61			
	30º	0.78	0.78	0.76	0.77	0.75	0.79			
2ª	30º			0.97	0.97	0.96	0.97	0.95	0.96	0.94
	32º					0.96	0.97	0.95	0.96	
	34º					0.97	0.98	0.96	0.97	
	36º					0.98	0.99	0.97	0.98	
	38º					0.98	1.00	0.95	0.99	
	40º			0.98	0.99	0.99	0.99	0.99	1.00	0.98
1ª	40º	0.83	0.84	0.82	0.83	0.81	0.83			
	50º	0.88	0.89	0.87	0.88	0.86	0.88			

En la tabla anterior se observa que mientras mayor es el ángulo de las péndolas, mayor es el factor de interacción. Esto se debe al aumento de la fuerza axial (Figura 4-12). Se observa también un salto en los factores de interacción entre la primera y segunda aproximación debido a la ausencia del momento flector transversal en la primera, que resulta estar concentrada en el arranque (Figura 4-17). A continuación se muestran los factores de interacción en sectores alejados del arranque, es decir, donde el momento flector vertical en el arco tiene valores altos.

**Tabla 4-10: Factores de interacción máximos por flexocompresión en las zonas de mayor momento flector vertical del arco, en el estado límite de Resistencia I**

Aproximación	teta(°) \ n	38	40	42	44	46	48	50	52	54
1ª	20º	1.00	0.99	1.00	0.99	1.00	0.98			
	30º	0.94	0.95	0.94	0.94	0.94	0.95			
2ª	30º			0.93	0.92	0.92	0.91	0.91	0.91	0.90
	32º					0.88	0.87	0.87	0.87	
	34º					0.84	0.83	0.83	0.83	
	36º					0.80	0.79	0.79	0.79	
	38º					0.77	0.79	0.77	0.78	
	40º			0.79	0.78	0.80	0.77	0.79	0.78	0.78
1ª	40º	0.82	0.81	0.81	0.80	0.80	0.79			
	50º	0.88	0.88	0.87	0.87	0.87	0.87			

En la tabla anterior se observa que mientras mayor es el ángulo de las péndolas, menor es el factor de interacción. Esto se debe a la reducción del momento flector (Figura 4-13) que depende del arriostramiento que generan las péndolas al inclinarlas. Sin embargo, cuando el ángulo es muy elevado, algunas péndolas dejan de trabajar efectivamente, perdiendo parte del arriostramiento, con el consiguiente aumento del momento flector.

Al comparar los factores de interacción de la segunda aproximación mostrados en las dos tablas anteriores, vemos que la sección crítica es el arranque, debido a la flexión transversal. Se podría entonces utilizar dos secciones transversales diferentes a lo largo del arco, una con el alma de mayor espesor en la cercanía del arranque y otra de menor espesor en la zona central.

#### 4.4.4 Diseño del Tirante

El diseño del tirante ha sido realizado siguiendo los lineamientos de la norma AASHTO 2010 [1], específicamente la sección 5 que se dedica a las estructuras de concreto. Se ha utilizado la misma geometría de la losa y las vigas de borde del diseño original. Entonces, se han utilizado las áreas e inercias equivalentes obtenidas en el capítulo anterior para calcular los esfuerzos en el concreto debidos a las fuerzas axiales y de flexión que ocurren en la sección.

En una sección de concreto postensado se suele utilizar concreto de mayor resistencia que en secciones de concreto armado, para así maximizar los beneficios que el acero de postensado aporta a la sección. En nuestro medio y para estructuras de concreto postensado, se suele utilizar concreto de una resistencia a la compresión de  $f'c = 34.3 \text{ MPa}$  ( $350 \text{ kg/cm}^2$ ), siendo los concretos de mayor



resistencia poco convencionales. Es por esto que en la mayoría de los casos aquí estudiados se ha utilizado dicha resistencia en el concreto del tirante; sin embargo, en algunos casos de la primera aproximación se ha visto la necesidad de utilizar una mayor resistencia del concreto. Se ha utilizado un acero de postensado de esfuerzo resistente  $f_{pu} = 1860$  MPa y de fluencia  $f_{py} = 1674$  MPa ( $0.9 f_{pu}$ ). El acero de refuerzo utilizado ha sido uno cuyo esfuerzo de fluencia es  $f_y = 420$  MPa.

Debido a que el tirante es un elemento que está sujeto a fuerzas de tracción y flexión simultáneas, se producen grandes tracciones en el concreto que serán contrarrestadas con la fuerza de compresión debida al postensado. En cada caso de estudio se ha calculado una fuerza de postensado que permita que se cumpla con que los esfuerzos de tracción y compresión en el concreto debidos a las cargas actuantes estén por debajo de los límites impuestos por la norma AASHTO 2010. También se ha colocado un área de acero de refuerzo mínimo requerido para secciones postensadas y se ha verificado que el área de acero total (de refuerzo y de postensado) no superen los límites estipulados en la norma AASHTO 2010.

En los 54 casos de estudio se ha buscado una fuerza de postensado mínima que permita que el esfuerzo de tracción obtenido en el estado límite de Servicio III, en la fibra más traccionada de la sección, no supere el límite de  $0.5 \sqrt{f'c}$  (2.9 MPa para  $f'c = 34.3$  MPa); esto ha sido realizado utilizando la máxima fuerza de tracción en simultáneo con el máximo momento flector que actúan en una sección, obtenidos de la envolvente de cada uno de los 4 casos de diseño por separado. Luego se ha buscado una fuerza de postensado máxima que permita que el esfuerzo de compresión obtenido en el estado límite de Servicio I, en la fibra más comprimida de la sección, no supere el límite de  $0.45 f'c$  (15.5 MPa para  $f'c = 34.3$  MPa); esto ha sido realizado utilizando la mínima fuerza de tracción en simultáneo con el máximo momento flector que actúan en una sección, obtenidos de la envolvente de cada uno de los 4 casos de diseño por separado. A continuación se ha verificado que la máxima fuerza de postensado obtenida no sea superada por la mínima fuerza de postensado requerida. Finalmente, definida la fuerza de postensado a utilizar, se ha obtenido el área de acero de postensado requerida y se ha verificado que su esfuerzo máximo, obtenido en el estado límite de Servicio I, no supere el límite de  $0.8 f_{py} = 1339$  MPa. En el Anexo J.3 se muestra un ejemplo donde se verifica el diseño del tirante para el caso de estudio que tiene 46 péndolas en el plano del arco, a  $32^\circ$  del radio del arco.

La resistencia a la compresión del concreto del tirante obtenida del diseño se muestra en la siguiente tabla. Se observa que en algunos casos se necesitó incrementar la resistencia del concreto a un valor mayor que  $350 \text{ kg/cm}^2$  debido a que se obtuvo una alta fuerza de postensado necesaria para contrarrestar los efectos de tracción en el estado límite de Servicio III, fuerza que producía una excesiva compresión en el concreto en el estado límite de Servicio I.

**Tabla 4-11: Esfuerzo resistente requerido ( $\text{kg/cm}^2$ ) del concreto del tirante**

Aproximación	teta(°) \ n	38	40	42	44	46	48	50	52	54
1ª	20º	720	730	720	710	720	710			
	30º	350	350	350	350	350	350			
2ª	30º			350	350	350	350	350	350	350
	32º					350	350	350	350	
	34º					350	350	350	350	
	36º					350	350	350	350	
	38º					350	350	350	350	
	40º			350	350	350	350	350	350	350
1ª	40º	350	350	350	350	350	350			
	50º	440	440	420	430	400	420			

Una vez obtenida la fuerza de tensado efectiva mínima en el estado límite de Servicio III para cada caso de estudio (redondeada a los 100 kN), se procedió a calcular la fuerza que ocurre en el acero de postensado en el estado límite de Servicio I para la sección más esforzada, obteniéndose los valores mostrados en la siguiente tabla. Estas fuerzas resultaron ser un 4% mayores que la fuerza

efectiva de tensado (sin cargas actuantes), y se debe a que las cargas actuantes incrementan la tracción en el acero de postensado cuando actúa de manera conjunta (adherido) con el tirante.

**Tabla 4-12: Fuerza máxima de tracción (kN) por arco en el acero de postensado, en el estado límite de Servicio I**

Aproximación	teta(°) \ n	38	40	42	44	46	48	50	52	54
1ª	20º	16,369	16,687	16,369	15,975	16,168	16,075			
	30º	7,039	6,520	6,316	6,120	5,893	5,696			
2ª	30º			6,939	6,843	6,416	6,419	6,116	5,919	6,016
	32º					5,417	5,296	5,070	4,920	
	34º					5,717	5,497	5,171	5,020	
	36º					5,818	5,598	5,695	5,521	
	38º					6,419	6,322	5,895	5,922	
	40º			7,143	7,147	6,620	6,723	6,719	6,423	6,319
1ª	40º	6,842	6,424	6,418	6,323	5,995	5,999			
	50º	11,133	11,464	10,939	11,044	10,842	11,047			

Se observa claramente que la menor fuerza de postensado se obtiene en el caso de estudio que presenta la menor flexión máxima en el tirante (Figura 4-15). Las pequeñas diferencias en la fuerza axial aplicada no influyen de manera apreciable.

Finalmente se determinó el acero de refuerzo longitudinal adicional al de postensado para cumplir con los requerimientos del estado límite de Resistencia I por flexotracción. A continuación se muestra una tabla que resume el peso de acero de refuerzo longitudinal requerido.

**Tabla 4-13: Peso de acero de refuerzo longitudinal requerido (kg) en ancho efectivo del tirante por arco, en el estado límite de Resistencia I**

Aproximación	teta(°) \ n	42	44	46	48	50	52	54
2ª	30º	11,171	11,019	10,840	10,854	10,895	10,868	10,785
	32º			9,807	10,097	10,386	10,055	
	34º			8,747	8,885	9,091	8,885	
	36º			7,810	7,976	7,879	7,686	
	38º			6,860	6,998	7,108	6,881	
	40º	6,034	5,882	6,351	5,979	6,158	6,116	5,965

Se observa claramente que la menor cantidad de acero de refuerzo se obtiene en el caso de estudio que presenta la menor fuerza axial de tracción en el tirante (Figura 4-14). Las pequeñas diferencias en la flexión aplicada no influyen de manera apreciable.

## 4.5. Búsqueda y Selección de la Mejor Solución

Una vez diseñados los elementos del puente para todos los casos de estudio, se ha procedido a obtener la mejor solución entre ellos. Para esto, se ha considerado que una manera de comparar los varios casos es hacerlo con los costos requeridos para su construcción.

### 4.5.1 Parámetros de Control

Los parámetros de control utilizados para determinar el costo parcial del puente fueron los siguientes:

- Costo de las péndolas
- Costo del arco
- Costo del postensado longitudinal en el tirante
- Costo del acero de refuerzo longitudinal en el ancho efectivo del tirante

El costo parcial  $CP$  (en Nuevos Soles) del puente se ha obtenido mediante la siguiente ecuación:

$$CP = L_P * CU_P + (A_A / 1000^2 * L_A * 7.85) * CU_A + (F_T / 9.81 * L_T) * CU_T + P_R * CU_R$$

donde:

$A_A$  = Área de la sección transversal del arco ( $\text{mm}^2$ ), obtenido de la Tabla 4-8

$CU_P$  = Costo unitario de las péndolas = 218 NS/m (Nuevos Soles por metro de longitud de péndola)

$CU_A$  = Costo unitario del arco = 12 124 NS/t (Nuevos Soles por tonelada de acero estructural)

$CU_T$  = Costo unitario del postensado = 3.43 NS/t-m (Nuevos Soles por tonelada de fuerza máxima en el acero de postensado y por metro de longitud del tirante)

$CU_R$  = Costo unitario del acero de refuerzo = 4.90 NS/kg (Nuevos Soles por kilogramo de acero de refuerzo)

$F_T$  = Fuerza máxima en el acero de postensado (kN), obtenido de la Tabla 4-12

$L_P$  = Longitud total de las péndolas en un plano del arco (m), véase el Anexo K

$L_A$  = Longitud de un arco = 97.49 m

$L_T$  = Longitud del tirante = 93.6 m

$P_R$  = Peso del acero de refuerzo (kg), obtenido de la Tabla 4-13

Este costo corresponde a la suma del costo de las péndolas, el arco, el postensado longitudinal y el acero de refuerzo longitudinal de un plano de arco. No se ha tomado en cuenta la influencia de otros parámetros, ya que se han considerado invariantes para todos los casos de estudio. A continuación se enumeran algunos:

- Costo del concreto del tirante
- Costo del acero de refuerzo transversal en el tirante (viga de borde y losa)
- Costo del acero de refuerzo longitudinal fuera del ancho efectivo del tirante
- Costo del acero de postensado transversal en el tirante
- Costo del arriostramiento superior del arco

Aunque se han obtenido diferentes resistencias del concreto, la región que encierra a la mejor solución (entre  $30^\circ$  y  $40^\circ$  de ángulo entre las péndolas con el radio del arco) requiere una resistencia constante ( $f'c = 350 \text{ kg/cm}^2$ ), por lo que no se ha incluido el costo adicional.

#### 4.5.2 Comparación de Costos Parciales de cada Elemento Estructural

A continuación se presentan gráficos que resumen los resultados de los costos parciales para cada parámetro de control y de los 54 casos de estudio del puente. Seguido de los gráficos se discuten las características más resaltantes para los varios casos.

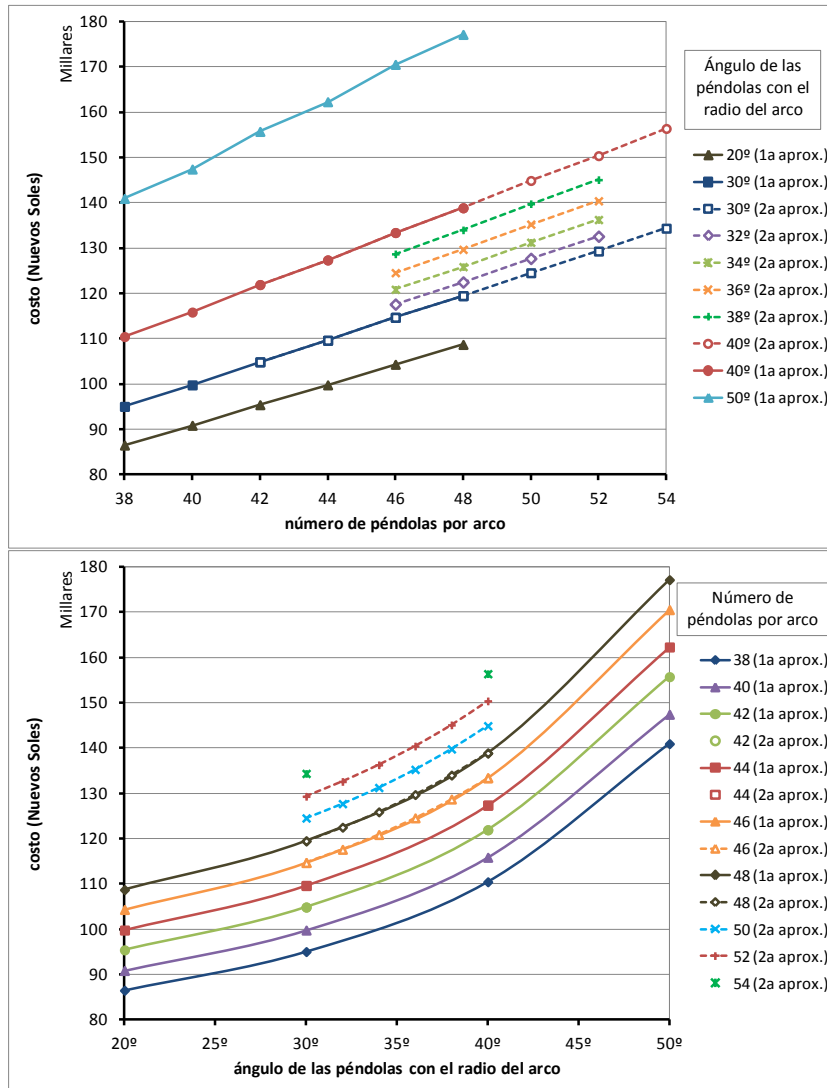
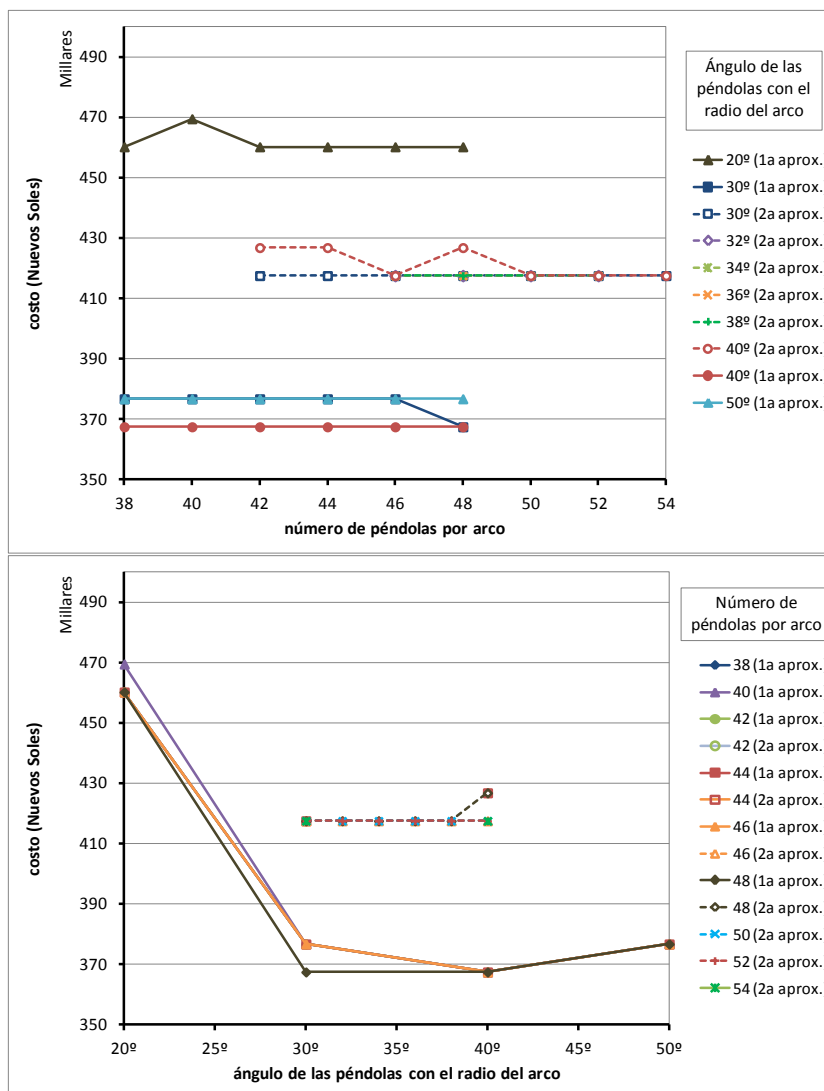


Figura 4-19: Costo parcial de un solo plano de péndolas, para cada caso de estudio

En la figura anterior se observa que conforme aumenta el número de péndolas y su ángulo respecto al radio del arco, aumenta el costo de las péndolas. Esto se debe básicamente al aumento en la longitud total de péndolas ya que en todos los casos se ha considerado el mismo diámetro (32 mm).



**Figura 4-20: Costo parcial de un solo arco, para cada caso de estudio**

En la figura anterior se observa poca variación del costo del arco, con algunas excepciones. Se observa claramente un exagerado costo del arco para un ángulo de péndolas de 20°. Se observa un costo inferior en los demás casos de la primera aproximación debido a no haber incluido la flexión transversal en el cálculo. Se descartan los resultados de la primera aproximación, a pesar de que han servido para reducir el rango de búsqueda de la mejor solución.

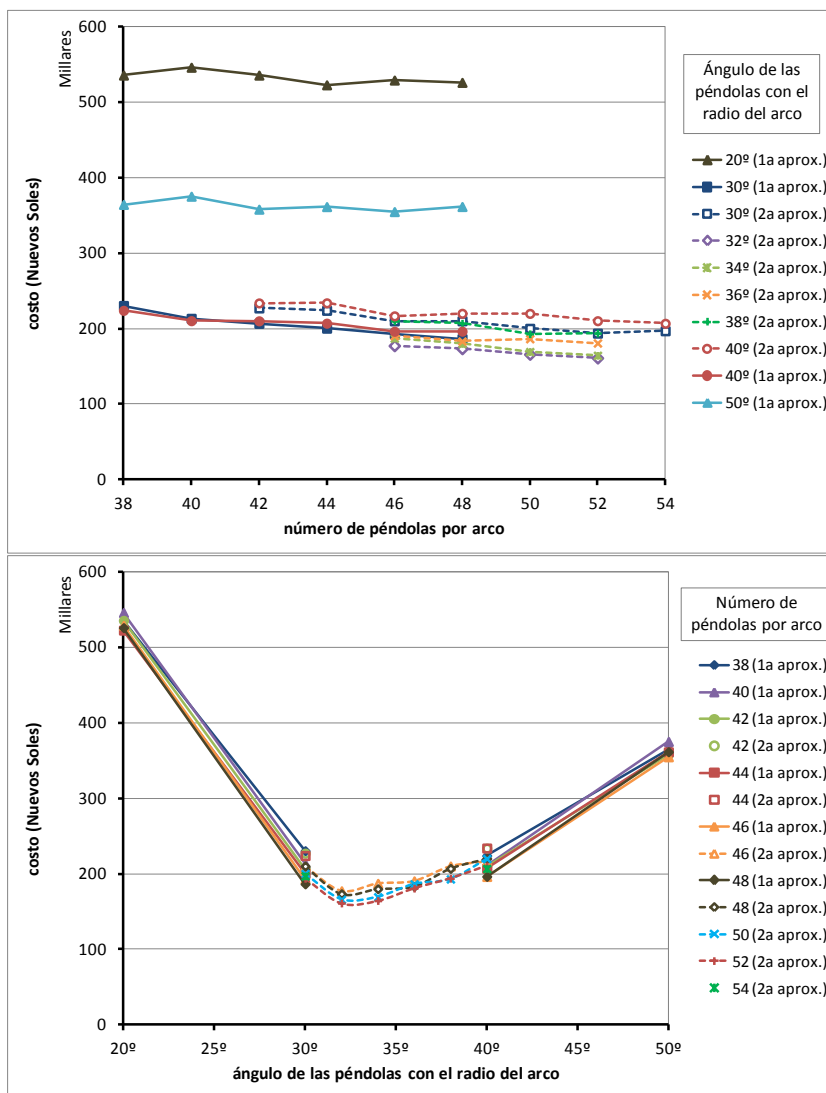
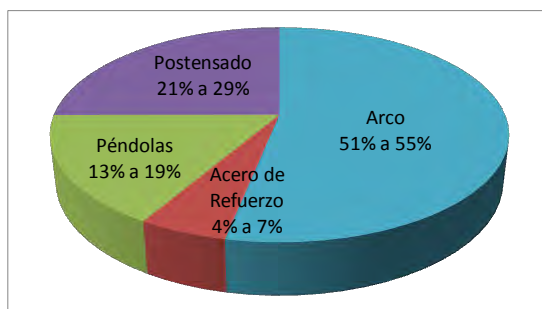


Figura 4-21: Costo parcial del postensado en un solo plano de arco, para cada caso de estudio

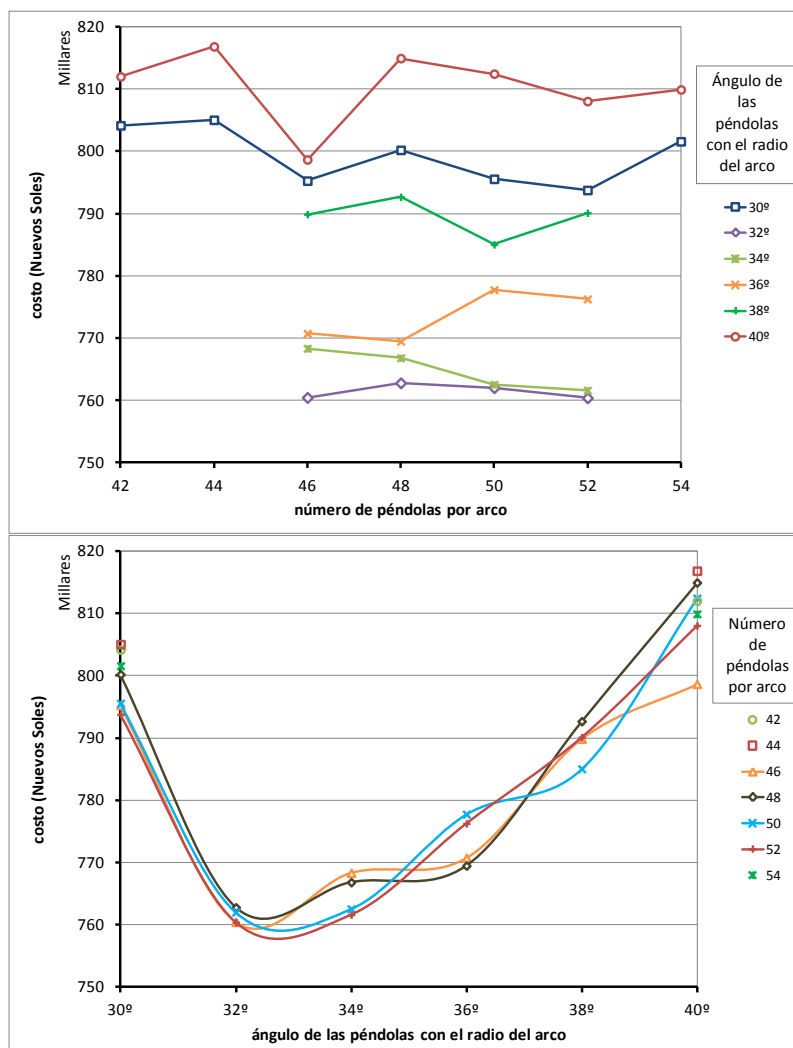
En la figura anterior no se observa una influencia considerable del número de péndolas en el costo del postensado. Sin embargo, sí se aprecia la influencia del ángulo de las péndolas con el radio del arco. De aquí se concluye que el costo del postensado depende principalmente del momento flector máximo que se obtiene en el tirante.

Comparando, sólo para la segunda aproximación, el costo de los cuatro parámetros (péndola, arco, postensado y acero de refuerzo longitudinal), se observa que el arco es el que más aporta al total *CP* y el acero de refuerzo longitudinal el que menos aporta. La siguiente figura muestra los rangos de porcentajes obtenidos de cada parámetro al total.



**Figura 4-22: Porcentajes de los costos de los elementos respecto a su total, para la segunda aproximación**

Aunque el arco aporta en mayor porcentaje al costo parcial CP, los valores para los distintos casos de estudio de la segunda aproximación no tienen mucha variación debido al poco cambio en los espesores de las planchas de acero. Aunque se observa una variación apreciable en el costo de las péndolas respecto a su cantidad y ángulo, su porcentaje de aporte a CP es bajo. De igual manera, la influencia del acero de refuerzo longitudinal al costo parcial CP es el menor. Es entonces, el costo de la fuerza de postensado el parámetro que más influye en la obtención del menor costo del puente. Esto se puede apreciar en la siguiente figura.



**Figura 4-23: Costo parcial CP del puente en un solo plano de arco, para cada caso de estudio de la segunda aproximación**

En el gráfico inferior de la figura anterior se observa una influencia apreciable del ángulo de las péndolas con el radio del arco. Se observa que el menor costo coincide con el menor costo del postensado. En gráfico superior de la misma figura no se observa una influencia considerable del número de péndolas en el costo del postensado. Esto se debe a que la reducción del costo del postensado es compensado con un aumento en el costo de las péndolas.

La búsqueda de la mejor solución se ha detenido cuando la variación del costo parcial del puente *CP* de un caso de estudio respecto al mínimo obtenido es menor que 0.1%. La siguiente tabla muestra los porcentajes.

**Tabla 4-14: Porcentaje de variación del costo parcial del puente *CP* respecto al menor obtenido en la segunda aproximación**

teta(°) \ n	42	44	46	48	50	52	54
30°	5.76%	5.88%	4.59%	5.24%	4.63%	4.39%	5.42%
32°			0.01%	0.32%	0.21%	0.00%	
34°			1.05%	0.85%	0.28%	0.16%	
36°			1.36%	1.20%	2.28%	2.09%	
38°			3.88%	4.25%	3.24%	3.91%	
40°	6.79%	7.43%	5.04%	7.18%	6.85%	6.27%	6.52%

El costo del postensado depende principalmente de la fuerza del postensado, que a su vez depende principalmente del momento flector máximo que se obtiene en el tirante. Un mayor momento flector en el tirante, está acompañado de un mayor momento flector en el arco (Figura 4-5, 4-6, G-2 y G-3), y el costo del arco es el que más influye en el costo del puente. De aquí se concluye que la mejor disposición de las péndolas es aquella que produce los menores momentos flectores tanto en el tirante como en el arco.

### 4.5.3 Selección de la Mejor Solución

La mejor solución es cuando el arco enmallado tiene 52 péndolas dispuestas en un ángulo de 32° con el radio del arco. Finalmente, se procedió a modificar la sección del arco de acuerdo a lo obtenido del diseño, pero se utilizó el valor de un espesor comercial como espesor del ala del arco de  $e = 25$  mm. Seguidamente, se volvieron a obtener las fuerzas en los elementos para las mismos casos de carga pero con el área e inercia del arco actualizados. Se verificó que las secciones cumplen con resistir las cargas aplicadas con la misma fuerza de postensado calculada en la segunda aproximación.



---

# CONCLUSIONES

---

- En el puente analizado, el área efectiva del tirante es prácticamente igual al área bruta del mismo en la mayor parte de la longitud del puente, aproximadamente en el 80% de su longitud central. En los 10% de las longitudes restantes, puede suponerse una variación lineal del área efectiva hasta alcanzar el área de la viga de borde en el apoyo.
- En el puente analizado, la inercia efectiva del tirante puede ser considerada como el doble de la inercia efectiva de la viga de borde.
- El no determinar las propiedades efectivas del tirante puede resultar en una subestimación de las compresiones en el arco y una sobreestimación de las fuerzas de tensión en el tirante, comparado con utilizar sólo a la viga de borde como efectiva.
- El no realizar un análisis no lineal puede ocasionar una subestimación considerable de los efectos de flexión en el arco y el tirante, causada por la reducción en el arriostramiento en el plano del arco enmallado debido a la incapacidad de las péndolas a resistir compresión.
- En el puente tipo arco enmallado analizado, las péndolas tienen una disposición óptima tal que mejora el comportamiento de la estructura reduciendo las flexiones en los arcos y el tirante. Al realizar una comparación económica parcial del costo del puente, se ha obtenido que si se usan 52 péndolas por arco que formen  $32^\circ$  con el radio del mismo, el costo no varía en más del 0.1%.
- El costo del puente resultó ser muy sensible a los cambios en el ángulo que hacen las péndolas con el radio del arco. Usar un menor ángulo hará que las péndolas no arriostren efectivamente al arco y al tirante, ya que su comportamiento se acercará más al de un arco atirantado y que al de varios reticulados uno sobre otro. Usar un mayor ángulo también hará que las péndolas no arriostren efectivamente al arco y el tirante, debido a que se aumentará la posibilidad de que las péndolas dejen de estar en tracción.
- El costo del puente no resultó ser muy sensible a los cambios en el número de péndolas. Sin embargo, se puede concluir que usar un mayor número de péndolas aumentará el costo debido al aumento de la longitud total de las péndolas. Usar un menor número de péndolas, aumentará el costo debido a la reducción en el arriostramiento contra la flexión vertical del arco y el tirante.
- El arco transmite fuerzas puntuales de tracción sobre el extremo de la viga de borde, fuerza que se distribuye transversalmente a la losa conforme se aleja del apoyo. Es beneficioso utilizar una fuerza de postensado longitudinal aplicada sólo en los extremos de la viga de borde para que a su distribución, similar a la de la fuerza del arco, se contrarresten. Por esto, no sería favorable realizar un postensado longitudinal a todo lo ancho del tirante.

---

## RECOMENDACIONES

---

- Investigar el caso en que la losa y vigas de borde tienen un diferente espesor que el analizado. Aumentar el espesor aumentará el peso de la estructura, hecho que produce efectos tanto ventajosos como desventajosos en el comportamiento de la estructura. Entre las desventajas, podemos tener al incremento en la fuerza axial en los elementos, que puede producir un mayor requerimiento de área de las secciones del arco y las péndolas, así como una mayor fuerza de postensado longitudinal. Entre las ventajas, podemos mencionar a la menor cantidad de péndolas que dejarían de estar en tracción debido al aumento en su tracción inicial, lo cual produce menor flexión en el arco y el tirante. Así mismo, un mayor espesor permite el uso de una mayor sección en el tirante para resistir flexiones y para aumentar su rigidez y mejorar el comportamiento del arco respecto al desplazamiento de sus extremos.
- Analizar la posibilidad de aplicarle un tensado inicial adicional a las péndolas, previamente a la aplicación de las cargas de servicio, realizado mediante el acortamiento de su longitud entre anclajes. Es posible que dicho acortamiento no produzca fuerzas adicionales tan significativas debido a la flexibilidad del arco y tirante.
- Analizar para un mayor rango del número de péndolas para poder apreciar con mayor claridad su influencia en el resultado óptimo.
- Este y otros estudios previos han demostrado que el arco enmallado es una buena alternativa frente a un arco atirantado o a un reticulado ya que se aprovecha las ventajas de ambos casos. Sin embargo, su utilización depende mucho de las condiciones locales donde se emplazará la estructura debido a la dificultad en brindarle un apoyo temporal al encofrado del tirante. En condiciones desfavorables se debe estudiar como una buena alternativa el uso de un tirante provisional del puente.

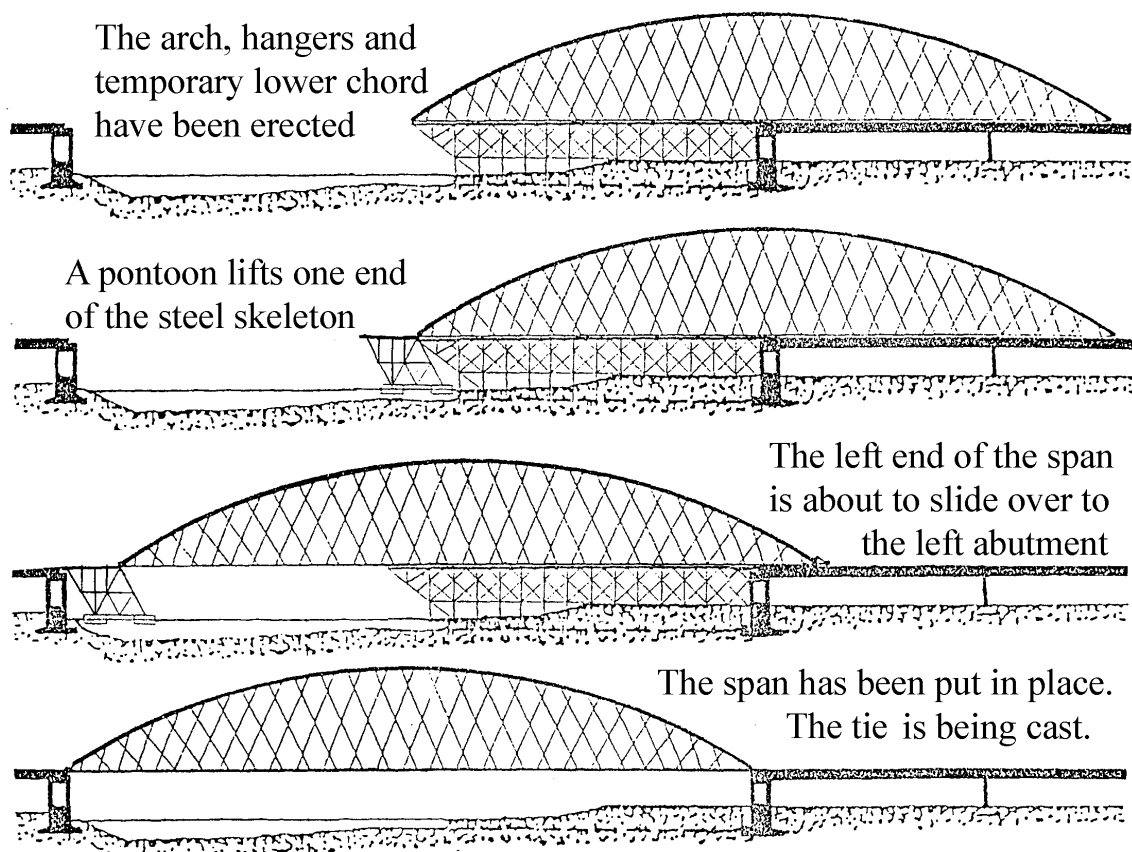
---

# BIBLIOGRAFÍA

---

- [1] American Association of State Highway and Transportation Officials. (2010). *AASHTO LRFD Bridge Design Specifications* (Fifth ed.). Washington, DC, USA: AASHTO. ISBN 978-1-56051-0
- [2] BLEICH, Friedrich. *Buckling Strength of Metal Structures*. New York: McGraw-Hill, 1952
- [3] BRUNN, Benjamin; Frank SCHANACK. *Calculation of a Double track Railway Network Arch Bridge Applying the European Standards*. Tesis para obtener el grado de *Diplom-Ingenieur*. Dresden University of Technology, 2003
- [4] CHEN, Wai-Fah; Lian DUAN. *Bridge Engineering Handbook*. Boca Raton: CRC Press, 2000. ISBN 0-8493-7434-0
- [5] COMPUTERS and STRUCTURES, Inc. *SAP2000 versión 14.0.0, Structural Analysis Program* [programa informático]. Berkeley, California, USA, 2009
- [6] HENNINGS MARIANYI, Eduardo. *Puente en Arco tipo Network sobre el Río Carbón, Departamento de Cusco, Perú: Memoria de Cálculo y Planos* [en línea]. Lima, Noviembre 2006. Disponible en: <http://pchome.grm.hia.no/~ptveit/> [Consulta: 28 enero 2007]
- [7] JUNIN, Consorcio Ejecutor; Ministerio de Transportes y Comunicaciones – Proviás Nacional. *Expediente Técnico: Estructura Metálica: Construcción del Tramo Colapsado del Puente Raither*. Lima, Agosto 2006
- [8] JUNIN, Consorcio Ejecutor; Ministerio de Transportes y Comunicaciones – Proviás Nacional. *Expediente Técnico: Montaje y Construcción del Tramo: Colapsado y Mejoramiento de Accesos: Construcción del Tramo Colapsado del Puente Raither*. Lima, Agosto 2006
- [9] NAWY, Edward G. *Prestressed Concrete: A Fundamental Approach*. 4ª ed. New Jersey: Prentice Hall, 2003. ISBN 0-13-008391-7
- [10] SÁNCHEZ MOYA, Víctor. *Revisión del Expediente Técnico del Proyecto: Construcción del Tramo Colapsado del Puente Raither*. Lima, Noviembre 2006
- [11] TONIAS, Demetrios E. *Bridge Engineering: Design, Rehabilitation, and Maintenance of Modern Highway Bridges*. New York: McGraw-Hill, 1995. ISBN 0-07-065073-X
- [12] TVEIT, Per. *About the Network Arch* [en línea]. 2<sup>nd</sup> ed. Grimsland (Norway), enero 2011. Disponible en: <http://pchome.grm.hia.no/~ptveit/> [Consulta: 14 julio 2011]
- [13] TVEIT, Per. *An Introduction to the Network Arch: Lectures at NTNU Trondheim on August 15<sup>th</sup> 2006* [en línea]. Grimsland (Norway): NTNU Trondheim, 2006. Disponible en: <http://pchome.grm.hia.no/~ptveit/> [Consulta: 28 enero 2007]
- [14] TVEIT, Per. *The Network Arch: Bits of manuscript after Lectures in 42 Countries* [en línea]. Grimsland (Norway): Marzo 2006. Disponible en: <http://pchome.grm.hia.no/~ptveit/> [Consulta: 28 enero 2007]
- [15] XANTHAKOS, Petros P. *Theory and Design of Bridges*. New York (etc.): John Wiley & Sons., 1994. ISBN 0-471-57097-4

## Erection procedure for a network arch spanning 200m



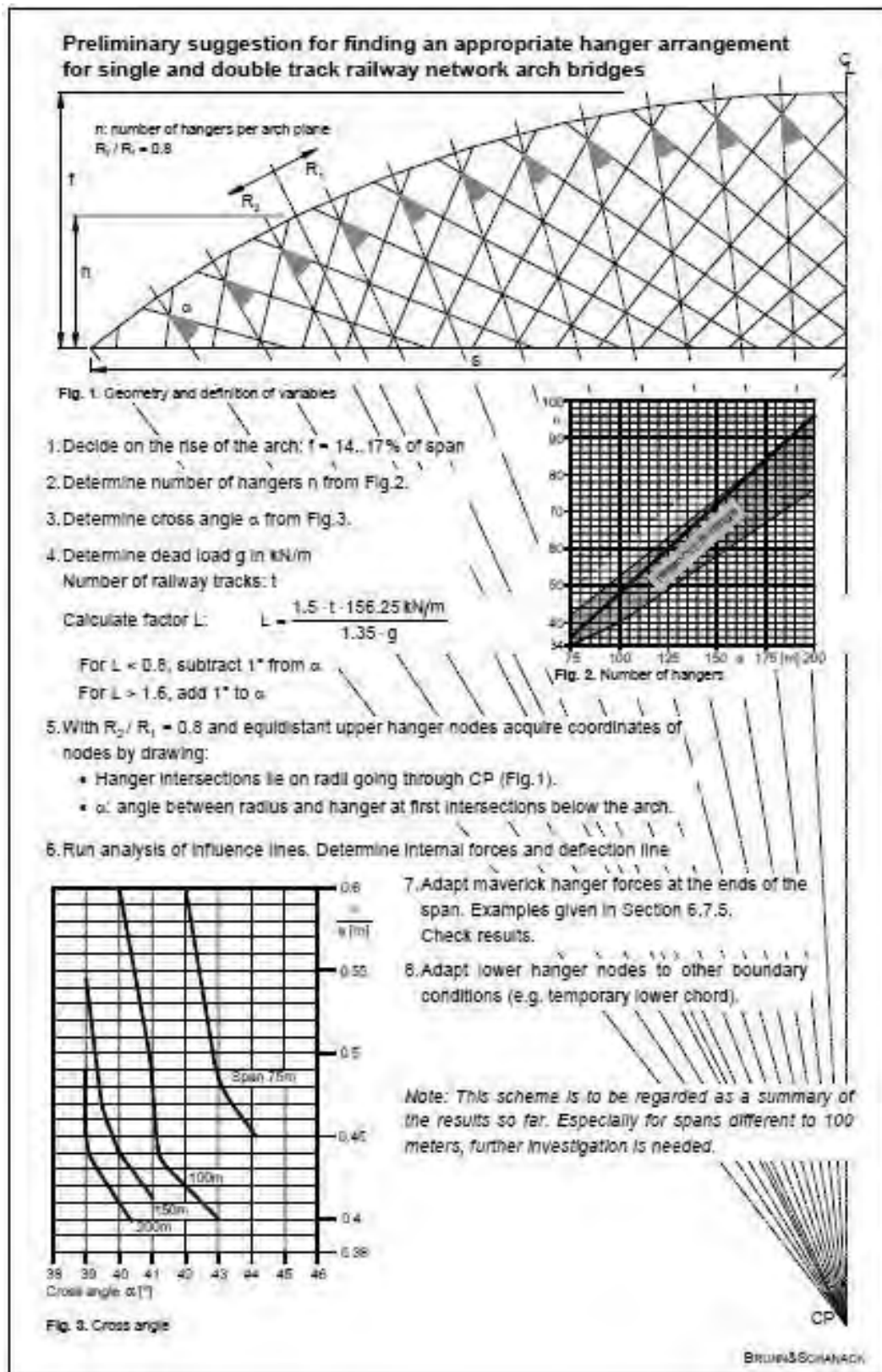
**Figura A-1:** Procedimiento de erección de un arco enmallado en el lugar del puente Straubing.  
Fuente: Tveit [12]

## Anexo B. Diseño Alternativo de la Losa

LOSA POSTENSADA		AASHTO 2010				
<b>Propiedades de los Materiales</b>						
Esfuerzo especificado del concreto a los 28 días		<b>f<sub>c</sub></b> (MPa-N/mm <sup>2</sup> )	34.3			
Esfuerzo especificado del concreto en el momento del tendado (7d=0.7f <sub>c</sub> , 14d=0.8f <sub>c</sub> )		<b>f<sub>ci</sub></b> (MPa)	24.0			
Módulo de ruptura del concreto	Art. 5.4.2.6	<b>f<sub>r</sub></b> (MPa)	5.7			
Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo		<b>f<sub>y</sub></b> (MPa)	420			
Esfuerzo de fluencia del acero de postensado	Tab. 5.4.4.1-1	<b>f<sub>py</sub></b> (MPa)	1,674			
Resistencia a la tensión especificada del acero de postensado	Tab. 5.4.4.1-1	<b>f<sub>pu</sub></b> (MPa)	1,860			
Módulo de elasticidad del concreto	Ec. C5.4.2.4-1	<b>E<sub>c</sub></b> (MPa)	28,126			
Módulo de elasticidad del acero de refuerzo	Art. 5.4.3.2	<b>E<sub>s</sub></b> (MPa)	200,000			
Módulo de elasticidad del acero de postensado	Art. 5.4.4.2	<b>E<sub>p</sub></b> (MPa)	197,000			
Relación de módulos de elasticidad con el refuerzo	Art. 5.7.1	<b>n<sub>s</sub></b> ( )	7			
Relación de módulos de elasticidad con el postenado	Art. 5.7.1	<b>n<sub>p</sub></b> ( )	7			
Relación de profundidades equivalente/real de la zona en compresión del concreto	Art. 5.7.2.2	<b>β<sub>1</sub></b> ( )	0.80			
<b>Datos Geométricos</b>			(berma)		(centro)	
Posición de la sección de análisis respecto del apoyo		<b>x</b> (mm)	600	1,800	3,200	4,200
Espaciamiento de los componentes de soporte		<b>L</b> (mm)	8,400	8,400	8,400	8,400
<b>Sección</b>						
Ancho (franja equivalente para momento positivo)	Art. 4.6.2.1.3	<b>b</b> (mm)	1,000	1,000	1,000	1,000
Peralte		<b>h</b> (mm)	216	234	255	270
<b>Acero de Refuerzo Superior</b>						
Díametro de las barras utilizadas		<b>φ<sub>s</sub></b> (mm)	3/8	3/8	3/8	3/8
Espaciamiento entre barras		<b>ss<sub>s</sub></b> (mm)	300	300	300	300
Área del acero de refuerzo longitudinal (transversal al puente)		<b>As<sub>s</sub></b> (mm <sup>2</sup> )	237	237	237	237
Recubrimiento del acero de refuerzo medido al centro del acero	Tab. 5.12.3-1	<b>rs<sub>s</sub></b> (mm)	45	45	45	45
<b>Acero de Refuerzo Inferior</b>						
Díametro de las barras utilizadas		<b>φ<sub>s</sub></b> (mm)	3/8	3/8	1/2 + 3/8	1/2 + 3/8
Espaciamiento entre barras de cada diámetro		<b>ss<sub>i</sub></b> (mm)	175	175	175	175
Área del acero de refuerzo longitudinal (transversal al puente)		<b>As<sub>i</sub></b> (mm <sup>2</sup> )	406	406	1,143	1,143
Recubrimiento del acero de refuerzo medido al centro del acero	Tab. 5.12.3-1	<b>rs<sub>i</sub></b> (mm)	30	30	31	31
<b>Acero de Postensado</b>						
Espaciamiento entre cables		<b>sp</b> (mm)	325	325	325	325
Área del acero de postensado colocado		<b>Ap</b> (mm <sup>2</sup> )	862	862	862	862
Recubrimiento del acero de preesfuerzo medido desde abajo al centro del acero		<b>rp</b> (mm)	85	85	85	85
Díametro del ducto		<b>duc</b> (mm)	45	45	45	45
Fuerza efectiva de tendado considerando pérdidas		<b>T<sub>pe</sub></b> (kN)	1,100	1,100	1,100	1,100
Fuerza de tendado inicial sin considerar pérdidas		<b>T<sub>po</sub></b> (kN)	1,222	1,222	1,222	1,222
Inclinación que hace el acero de tendado con el eje de la losa		<b>pend</b> (mm/mm)	0.0075	0.0075	0.0075	0.0075
<b>Propiedades antes del tendado</b>						
Área del concreto descontando ductos		<b>A<sub>o</sub></b> (mm <sup>2</sup> )	214,961	232,961	258,384	273,384
Centro de gravedad de Ago medido desde el centro de Ag, positivo hacia arriba		<b>yg<sub>o</sub></b> (mm)	108.06	117.20	126.19	133.74
Inercia de la sección bruta descontando ductos		<b>I<sub>o</sub></b> (mm <sup>4</sup> )	8.58.E+08	1.09.E+09	1.45.E+09	1.71.E+09
Módulo de sección de la sección bruta descontando ductos para la fibra superior		<b>S<sub>o_s</sub></b> (mm <sup>3</sup> )	7,946,644	9,320,771	11,230,697	12,578,886
Módulo de sección de la sección bruta descontando ductos para la fibra inferior		<b>S<sub>o_i</sub></b> (mm <sup>3</sup> )	7,938,503	9,288,810	11,464,435	12,815,142
<b>Propiedades diferidas luego del tendado (para cargas de larga duración)</b>						
Área		<b>A<sub>2n</sub></b> (mm <sup>2</sup> )	235,551	253,551	284,134	299,134
Centro de gravedad de A medido desde la cara inferior		<b>yg<sub>2n</sub></b> (mm)	105.98	114.65	121.65	128.87
Momentos de inercia alrededor del eje horizontal		<b>I<sub>2n</sub></b> (mm <sup>4</sup> )	8.89.E+08	1.13.E+09	1.55.E+09	1.84.E+09
Módulo de sección para la fibra superior		<b>S<sub>2n_s</sub></b> (mm <sup>3</sup> )	8,083,662	9,501,357	11,646,046	13,066,733
Módulo de sección para la fibra inferior		<b>S<sub>2n_i</sub></b> (mm <sup>3</sup> )	8,391,731	9,891,139	12,765,830	14,310,127
<b>Propiedades instantáneas luego del tendado</b>						
Área		<b>A<sub>n</sub></b> (mm <sup>2</sup> )	225,024	234,000	255,000	270,000
Centro de gravedad de A medido desde la cara inferior		<b>yg<sub>n</sub></b> (mm)	107.02	120.34	131.22	138.59
Momentos de inercia alrededor del eje horizontal		<b>I<sub>n</sub></b> (mm <sup>4</sup> )	8.63.E+08	1.10.E+09	1.47.E+09	1.75.E+09
Módulo de sección para la fibra superior		<b>S<sub>n_s</sub></b> (mm <sup>3</sup> )	7,918,349	9,708,510	11,913,348	13,311,265
Módulo de sección para la fibra inferior		<b>S<sub>n_i</sub></b> (mm <sup>3</sup> )	8,062,721	9,170,273	11,238,673	12,622,023
<b>Fuerzas Actuantes</b>						
<b>Momentos Flectores</b>						
Por cargas permanentes del peso propio		<b>M<sub>DC</sub></b> (kN-m)	13.27	34.23	48.62	51.75
Por cargas permanentes del del asfalto		<b>M<sub>DW</sub></b> (kN-m)	2.22	5.93	8.38	8.90
Por carga viva e impacto (ancho tributario=660+0.55L=5280, se tomó 4300mm)		<b>M<sub>LL+IM</sub></b> (kN-m)	34.58	80.69	116.77	121.08
Por carga viva e impacto para fatiga (sólo 1 camión)		<b>M<sub>LL+IMf</sub></b> (kN-m)	22.09	54.75	73.44	73.99
<b>Fuerzas Cortantes</b>						
Por cargas permanentes del peso propio		<b>V<sub>DC</sub></b> (kN)	20.61	14.25	6.19	0.00
Por cargas permanentes del del asfalto		<b>V<sub>DW</sub></b> (kN)	3.70	2.47	1.03	0.00
Por carga viva e impacto		<b>V<sub>LL+IM</sub></b> (kN)	57.66	44.84	30.43	22.43
<b>Verificaciones por Flexión en el Estado Límite de Servicio</b>						
<b>Esfuerzos en el Concreto en el Estado Inicial</b>						
Esfuerzo inicial en la fibra superior de la sección (+ tracción, - compresión)		<b>f<sub>ci_s</sub></b> (MPa)	-3.1	-2.9	-2.0	-0.8
Esfuerzo inicial en la fibra inferior de la sección (+ tracción, - compresión)		<b>f<sub>ci_i</sub></b> (MPa)	-8.3	-7.6	-7.4	-8.1
Esfuerzo admisible inicial máximo a la compresión del concreto	Art. 5.9.4.1.1	<b>f<sub>ci_c</sub></b> (MPa)	14.4	14.4	14.4	14.4
Verificación	Art. 5.9.4.1.1	<b>¿f<sub>ci_min</sub> &gt;= f<sub>ci_c</sub>?</b>	OK	OK	OK	OK
Esfuerzo admisible inicial máximo a la tracción del concreto	Tab. 5.9.4.1.2-1	<b>f<sub>ci_t</sub></b> (MPa)	3.1	3.1	3.1	3.1
Verificación	Art. 5.9.4.1.2	<b>¿f<sub>ci_max</sub> &lt;= f<sub>ci_t</sub>?</b>	OK	OK	OK	OK
<b>Esfuerzos de la compresión en el Concreto en el Estado Límite de Servicio I</b>						
Esfuerzo en la fibra superior de la sección (+ tracción, - compresión)		<b>fc<sub>1_s</sub></b> (MPa)	-7.6	-11.9	-12.7	-10.9
Esfuerzo en la fibra inferior de la sección (+ tracción, - compresión)		<b>fc<sub>1_i</sub></b> (MPa)	-2.7	3.0	4.8	3.3
Esfuerzo admisible máximo a la compresión del concreto	Tab. 5.9.4.2.1-1	<b>fc<sub>c</sub></b> (MPa)	15.5	15.5	15.5	15.5
Verificación	Art. 5.9.4.2.1	<b>¿fc<sub>1_min</sub> &gt;= fc<sub>c</sub>?</b>	OK	OK	OK	OK
<b>Esfuerzos de la tracción en el Concreto en el Estado Límite de Servicio III</b>						
Esfuerzo en la fibra superior de la sección (+ tracción, - compresión)		<b>fc<sub>3_s</sub></b> (MPa)	-6.7	-10.3	-10.8	-9.1
Esfuerzo en la fibra inferior de la sección (+ tracción, - compresión)		<b>fc<sub>3_i</sub></b> (MPa)	-3.6	1.2	2.7	1.4
Esfuerzo admisible máximo a la tracción del concreto	Tab. 5.9.4.2.2-1	<b>fc<sub>t</sub></b> (MPa)	2.9	2.9	2.9	2.9
Verificación	Art. 5.9.4.2.2	<b>¿fc<sub>3_max</sub> &lt;= fc<sub>t</sub>?</b>	OK	OK	OK	OK
<b>Esfuerzos en el Acero de Postensado</b>						
Esfuerzo límite	Tab. 5.9.3-1	<b>0.8f<sub>py</sub></b> (MPa)	1,339	1,339	1,339	1,339
Esfuerzo efectivo después de las pérdidas		<b>f<sub>pe</sub></b> (MPa)	1,277	1,277	1,277	1,277
Verificación	Art. 5.9.3	<b>¿f<sub>pe</sub> &lt;= 0.8f<sub>py</sub>?</b>	OK	OK	OK	OK

LOSA POSTENSADA			(berma)		(centro)	
		AASHTO 2010	600	1,800	3,200	4,200
<b>Control del área de Acero de Refuerzo en las zona de tensión del concreto</b>						
Fuerza requerida para que resista el acero superior	Art. C5.9.4.1.2	<b>T<sub>s</sub></b> (kN)	0	0	0	0
Área requerida de acero superior	Art. C5.9.4.1.2	<b>As<sub>s_min</sub></b> (mm <sup>2</sup> )	0	0	0	0
Verificación		<b>¿As<sub>s</sub> ≥ As<sub>s_min</sub>?</b>	OK	OK	OK	OK
Fuerza requerida para que resista el acero inferior	Art. C5.9.4.1.2	<b>T<sub>i</sub></b> (kN)	0	14	69	26
Área requerida de acero superior	Art. C5.9.4.1.2	<b>As<sub>i_min</sub></b> (mm <sup>2</sup> )	0	69	328	124
Verificación		<b>¿As<sub>i</sub> ≥ As<sub>i_min</sub>?</b>	OK	OK	OK	OK
<b>Control de Agrietamiento</b>						
Relación de deformaciones de tensión en la sección con la del acero de refuerzo	Art. 5.7.3.4	<b>β<sub>s</sub></b> ( )	1.23	1.21	1.19	1.18
Factor de exposición		<b>γ<sub>e</sub></b> ( )	1.00	1.00	1.00	1.00
Esfuerzo en el refuerzo superior en Servicio I (+ tracción, - compresión)		<b>f<sub>ss_s</sub></b> (MPa)	-7	-11	-11	-10
Esfuerzo en el refuerzo inferior en Servicio I (+ tracción, - compresión)		<b>f<sub>ss_i</sub></b> (MPa)	-49	-75	-80	-70
Espaciamiento máximo del acero en tensión por agrietamiento	Ec. 5.7.3.4-1	<b>ss<sub>max1</sub></b> (mm)	N/A	N/A	N/A	N/A
Espaciamiento máximo del refuerzo en cada cara	Art. 5.10.3.2	<b>ss<sub>max2</sub></b> (mm)	324	351	383	405
Verificación		<b>¿ss ≤ ss<sub>max</sub>?</b>	OK	OK	OK	OK
<b>Control por Contracción y Temperatura</b>						
Área mínima de acero requerida en cada cara (refuerzo + postensado)	Ec. 5.10.8-1y2	<b>Ast<sub>min</sub></b> (mm <sup>2</sup> )	233	233	233	241
Área máxima permitida en cada cara (refuerzo + postensado)	Ec. 5.10.8-2	<b>Ast<sub>max</sub></b> (mm <sup>2</sup> )	1,270	1,270	1,270	1,270
Área total de acero en la cara superior (refuerzo + postensado)	Art. 5.10.8	<b>As<sub>s+Ap_s</sub></b> (mm <sup>2</sup> )	576	550	524	508
Área total de acero en la cara inferior (refuerzo + postensado)		<b>As<sub>i+Ap_i</sub></b> (mm <sup>2</sup> )	928	954	1,717	1,733
Verificación	Art. 5.10.8	<b>¿2Ast<sub>min</sub> ≤ As + Ap ≤ 2Ast<sub>max</sub>?</b>	OK	OK	OK	OK
<b>Control del Espaciamiento máximo del postensado</b>						
Espaciamiento máximo del acero de postensado	Art. 5.10.3.4	<b>sp<sub>max</sub></b> (mm)	864	936	1,020	1,080
Verificación	Art. 5.10.3.4	<b>¿sp ≤ sp<sub>max</sub>?</b>	OK	OK	OK	OK
Recubrimiento mínimo de la fibra extrema al centro del acero de postensado		<b>rp<sub>min</sub></b> (mm)	82	82	84	84
Verificación		<b>¿rp ≥ rp<sub>min</sub>?</b>	OK	OK	OK	OK
<b>Verificación en el Estado Límite de Fatiga</b>						
Verificación de la fatiga del refuerzo	Art. 5.5.3.1	<b>¿fc3<sub>max</sub> ≤ fc<sub>t</sub>?</b>	OK	OK	OK	OK
Esfuerzo de fatiga en la fibra superior de la sección (+ tracción, - compresión)		<b>fcf<sub>s</sub></b>	-7	-12	-12	-10
Esfuerzo de fatiga en la fibra inferior de la sección (+ tracción, - compresión)		<b>fcf<sub>i</sub></b>	-3	3	4	3
Esfuerzo límite para considerar sección agrietada		<b>0.25raiz(f'c)</b>	1	1	1	1
¿Requiere usar sección agrietada?	Art. 5.5.3.1	<b>¿fcf ≥ 0.25raiz(f'c)?</b>	si	no	no	no
Esfuerzo de fatiga en la fibra superior de la sección (+ tracción, - compresión)		<b>fcf<sub>s</sub></b> (MPa)	-6	-10	-11	-9
Esfuerzo de fatiga en la fibra inferior de la sección (+ tracción, - compresión)		<b>fcf<sub>i</sub></b> (MPa)	1	6	7	6
Esfuerzo máximo de fatiga por compresión en el concreto		<b>0.4f'c</b> (MPa)	14	14	14	14
Verificación de la fatiga del concreto	Art. 5.5.3.1	<b>¿-fcf ≤ 0.4f'c?</b>	OK	OK	OK	OK
<b>Verificación por Flexión en el Estado Límite de Resistencia</b>						
<b>Cálculo del Esfuerzo en el Postensado para la Resistencia Nominal a la Flexión</b>						
Requerimiento para usar ecuaciones del Art. 5.7.3.1.1	Art. 5.7.3.1.1	<b>¿fpe ≥ 0.5fpu?</b>	OK	OK	OK	OK
Esfuerzo de compresión en el refuerzo superior		<b>fs<sub>s</sub></b> (MPa)	231	236	278	281
Esfuerzo de tracción en el refuerzo inferior		<b>fs<sub>i</sub></b> (MPa)	420	420	420	420
	Ec. 5.7.3.1.1-2	<b>k</b> ( )	0.28	0.28	0.28	0.28
Distancia del acero de postensado a la fibra en compresión		<b>dp</b> (mm)	131	149	170	185
Distancia del eje neutro a la fibra en compresión	Ec. 5.7.3.1.1-4	<b>c</b> (mm)	64	65	77	78
Esfuerzo promedio en el acero de postensado	Ec. 5.7.3.1.1-1	<b>fps</b> (MPa)	1,606	1,634	1,624	1,641
		<b>c/ds<sub>s</sub></b> ( )	1.43	1.45	1.72	1.74
Verificación para poder considerar fs <sub>s</sub> =fy	Art. 5.7.2.1	<b>¿c/ds<sub>s</sub> ≤ 3?</b>	no cumple	no cumple	no cumple	no cumple
Esfuerzo real de compresión en el refuerzo superior (copiar a fs <sub>s</sub> )	Art. 5.7.2.1	<b>fs<sub>s</sub></b> (MPa)	179	186	252	255
		<b>c/ds<sub>i</sub></b> ( )	0.37	0.34	0.37	0.35
Verificación para poder considerar fs <sub>i</sub> =fy	Art. 5.7.2.1	<b>¿c/ds<sub>i</sub> ≤ 0.6?</b>	OK	OK	OK	OK
Deformación unitaria del refuerzo inferior cuando el concreto alcanza ε <sub>c</sub> =0.003		<b>ε<sub>s</sub></b> (mm/mm)	0.006	0.006	0.006	0.006
Esfuerzo real de tracción en el refuerzo inferior (copiar a fs <sub>i</sub> )	Art. 5.7.2.1	<b>fs<sub>i</sub></b> (MPa)	420	420	420	420
<b>Cálculo de la Resistencia Nominal</b>						
Profundidad del rectángulo equivalente de compresión del concreto	Art. 5.7.3.2.2	<b>a</b> (mm)	51	52	62	63
Resistencia nominal	Ec. 5.7.3.2.2-1	<b>Mn</b> (kN-m)	172	202	286	316
Tipo de fuerza que controla la sección	Art. 5.7.2.1	<b>¿0.002 ≥ ε<sub>s</sub> ≥ 0.005?</b>	tracción	tracción	tracción	tracción
Factor de resistencia por flección	Art. 5.5.4.2	<b>φ<sub>f</sub></b> ( )	1.00	1.00	1.00	1.00
Resistencia factorada	Ec. 5.7.3.2.1-1	<b>Mr</b> (kN-m)	172	202	286	316
<b>Verificación de la resistencia</b>						
Momento de agrietamiento	Ec. 5.7.3.3.2-1	<b>Mcr</b> (kN-m)	46	53	65	73
Momento último factorado (Resistencia II)		<b>Mu</b> (kN-m)	80	193	278	290
Momento de diseño		<b>Mdis</b> (kN-m)	80	193	278	290
Verificación		<b>¿Mr ≥ Mdis?</b>	OK	OK	OK	OK
<b>Verificación por Corte en el Estado Límite de Resistencia</b>						
<b>Cálculo de la profundidad de corte efectivo en el concreto</b>						
Profundidad de corte desde la fibra más comprimida	Ec. 5.8.2.9-2	<b>de</b> (mm)	137	155	184	199
Profundidad de corte efectivo	Ec. C5.8.2.9-1	<b>dv</b> (mm)	156	168	184	194
<b>Cálculo de los parámetros θ y β</b>						
Espaciamiento de las grietas	Art. B5.2	<b>sx</b> (mm)	141	159	180	194
Tamaño máximo del agregado (conservadoramente=0)	Art. B5.2	<b>ag</b> (mm)	0	0	0	0
Espaciamiento efectivo de las grietas	Ec. B5.2-4	<b>sxe</b> (mm)	309	349	393	425
Parámetro que depende de la deform. postensado y concreto (conservadoram=fpe)	Art. B5.2	<b>fpo</b> (MPa)	1,277	1,277	1,277	1,277
Deformación longitudinal máxima en el alma de la sección	Ec. B5.2-2	<b>1000ε<sub>x</sub></b> (mm/mm)	-0.13	-0.13	-0.12	-0.12
Ángulo de inclinación del esfuerzo de compresión diagonal del concreto		<b>θ</b> (°)	31.2	31.2	31.2	31.2
Factor por tracción diagonal del concreto		<b>β</b> ( )	4.99	4.99	4.99	4.99
Ángulo de inclinación del refuerzo transversal respecto al eje longitudinal		<b>α</b> (°)	0.43	0.43	0.43	0.43
<b>Verificación de la Resistencia</b>						
Componente vertical de la fuerza de postensado, positivo si resiste el corte aplicado		<b>Vp</b> (kN)	8	8	8	8
Resistencia nominal del concreto	Ecs. 5.8.3.3-3	<b>Vc</b> (kN)	377	409	446	472
Resistencia nominal del acero de refuerzo	Ecs. 5.8.3.3-4	<b>Vs</b> (kN)	0	0	0	0
Resistencia nominal de la sección	Ecs. 5.8.3.3-1y2	<b>Vn</b> (kN)	386	417	454	480
Factor de resistencia por corte	Art. 5.5.4.2	<b>φ<sub>c</sub></b> ( )	0.9	0.9	0.9	0.9
Resistencia factorada	Ec. 5.8.2.1-2	<b>Vr</b> (kN)	347	375	408	432
Cortante último factorado (Resistencia II)		<b>Vu</b> (kN)	132	100	63	39
Verificación		<b>¿Vr ≥ Vu?</b>	OK	OK	OK	OK

### Anexo C. Sugerencia del Arreglo de las Péndolas



**Figura C-1: Sugerencia preliminar para encontrar un arreglo apropiado de péndolas para un Arco Enmallado ferroviario de una y dos vías**  
 Fuente: Brunn y Schanack [3]

### Anexo D. Fuerzas Longitudinales en el Tirante por Efectos del Caso de Carga LL+IM, Modelo Tridimensional

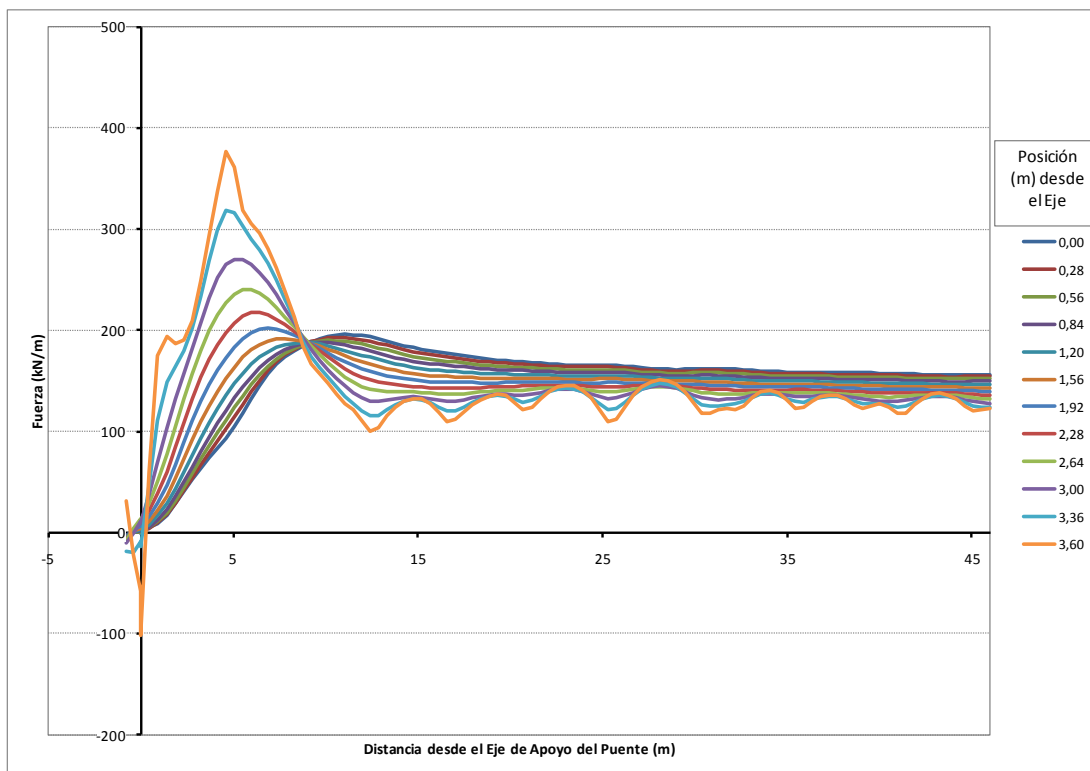


Figura D-1: Distribución longitudinal de las fuerzas en la losa para el camión ubicado a unos 5 m del apoyo

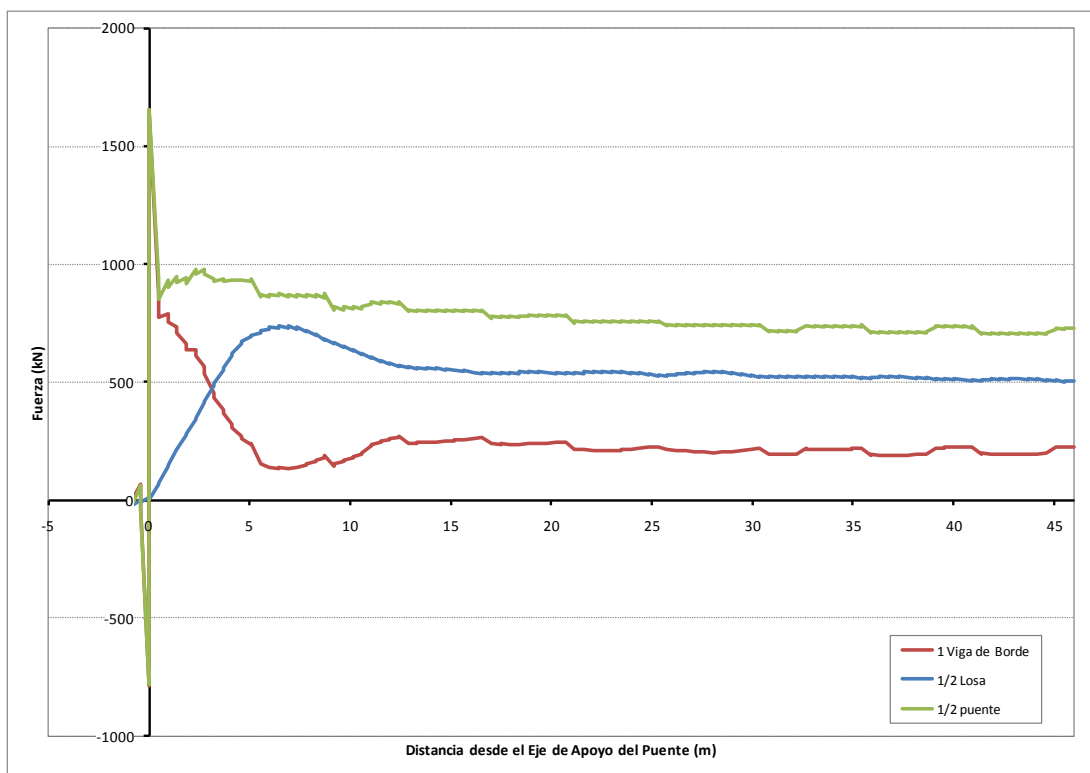


Figura D-2: Fuerzas en los componentes del tirante para el camión ubicado a unos 5 m del apoyo



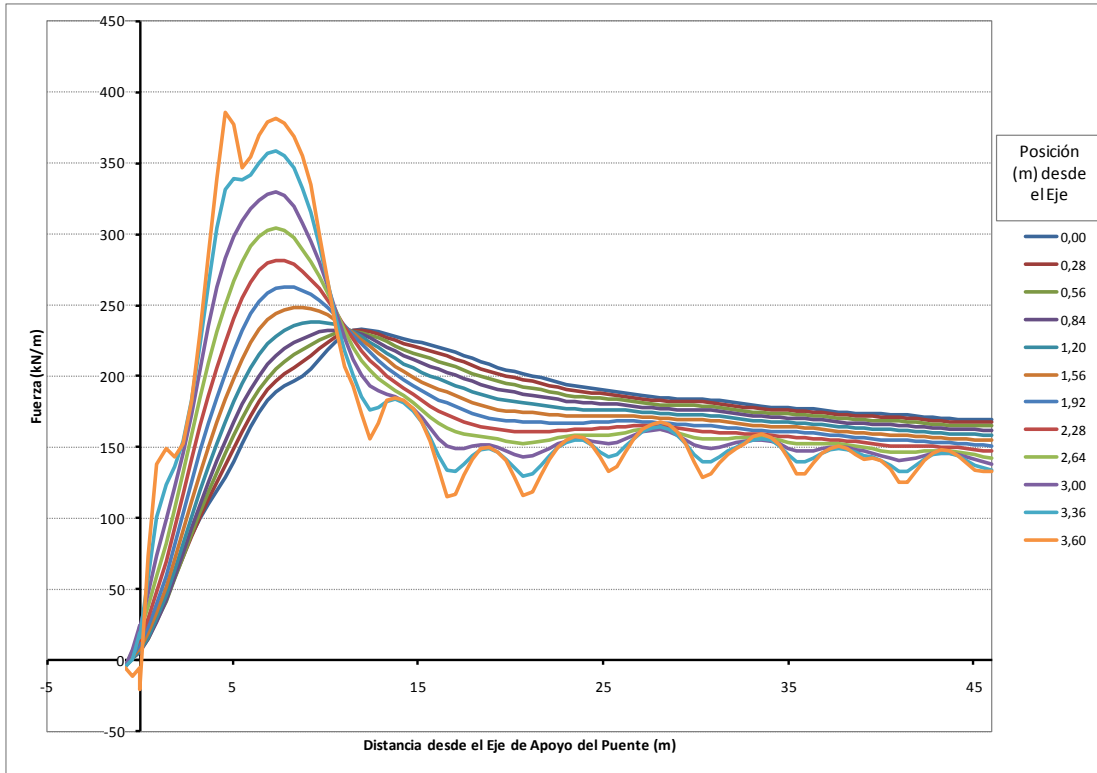


Figura D-3: Distribución longitudinal de las fuerzas en la losa para el camión ubicado a unos 9 m del apoyo

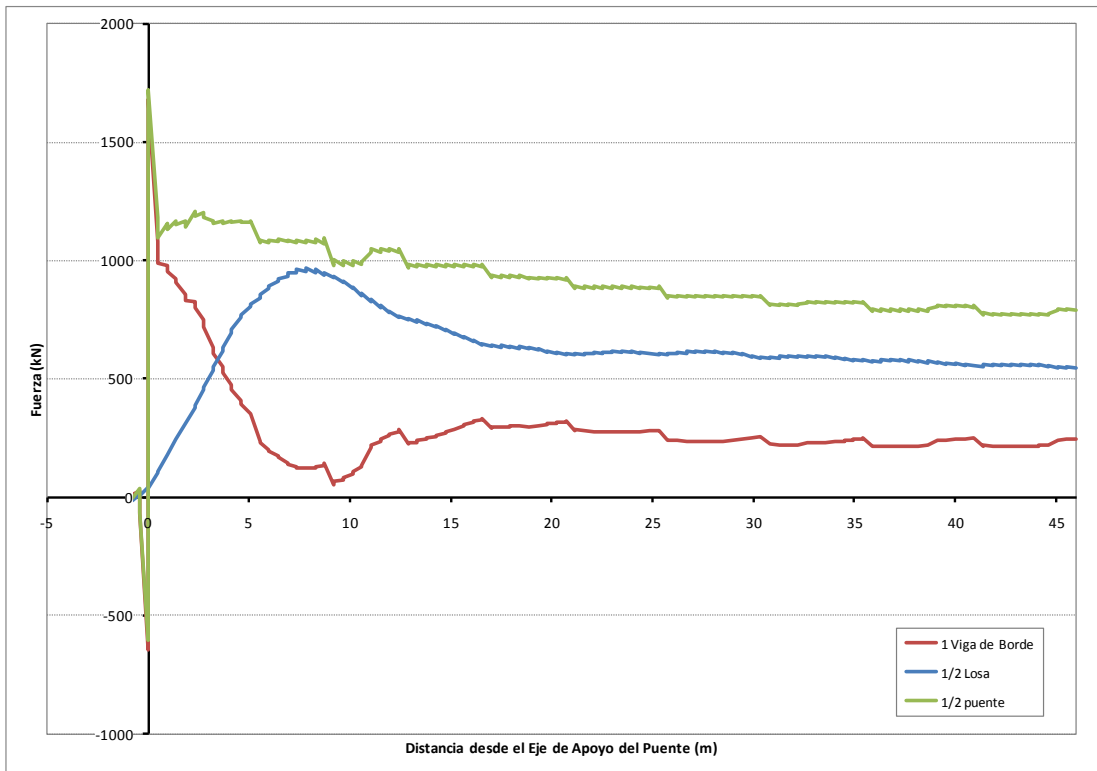


Figura D-4: Fuerzas en los componentes del tirante para el camión ubicado a unos 9 m del apoyo

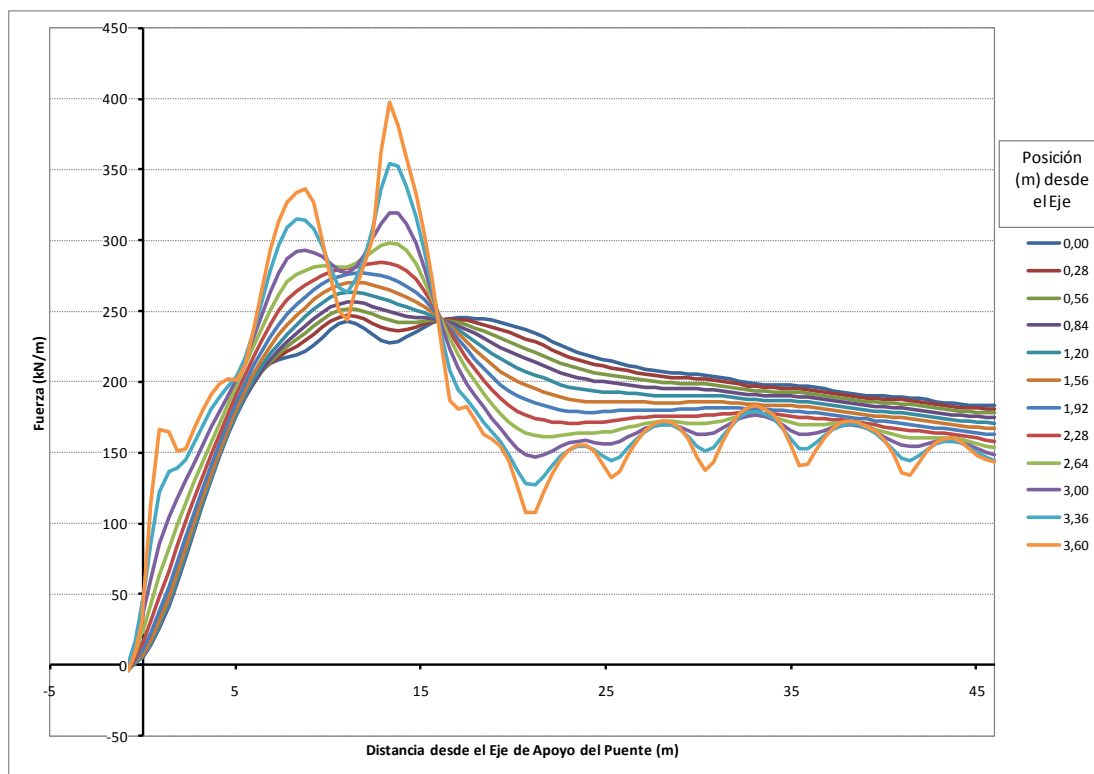


Figura D-5: Distribución longitudinal de las fuerzas en la losa para el camión ubicado a unos 13 m del apoyo

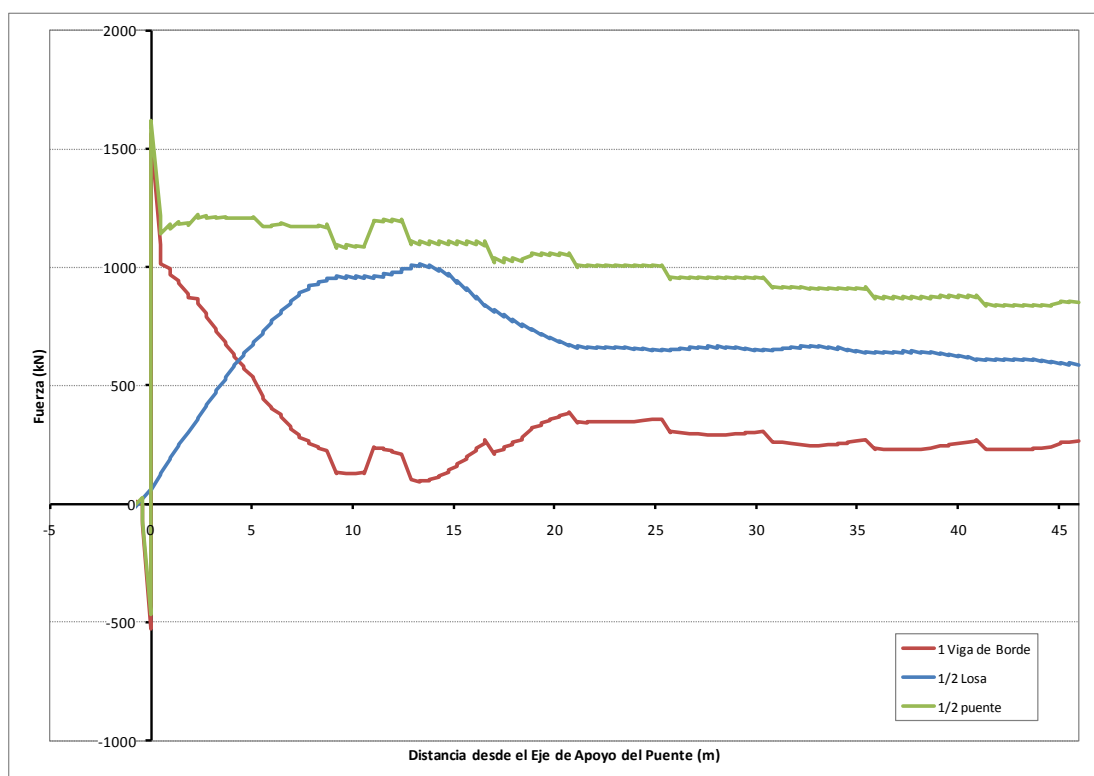


Figura D-6: Fuerzas en los componentes del tirante para el camión ubicado a unos 13 m del apoyo

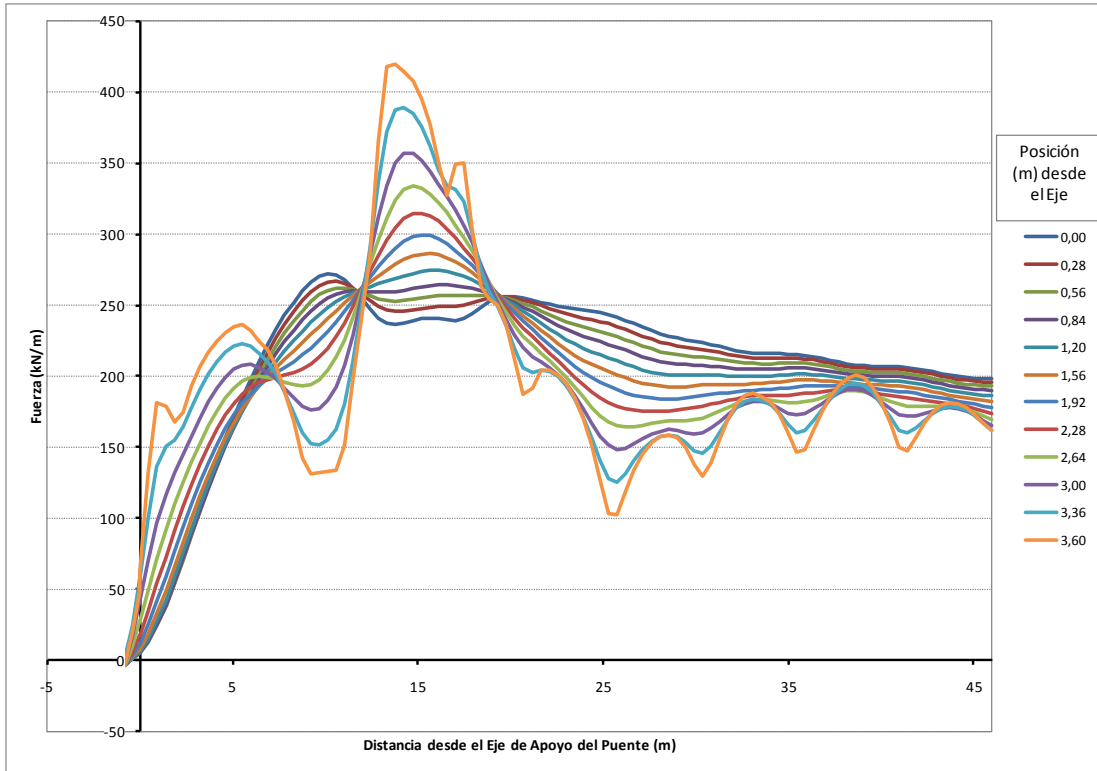


Figura D-7: Distribución longitudinal de las fuerzas en la losa para el camión ubicado a unos 18 m del apoyo

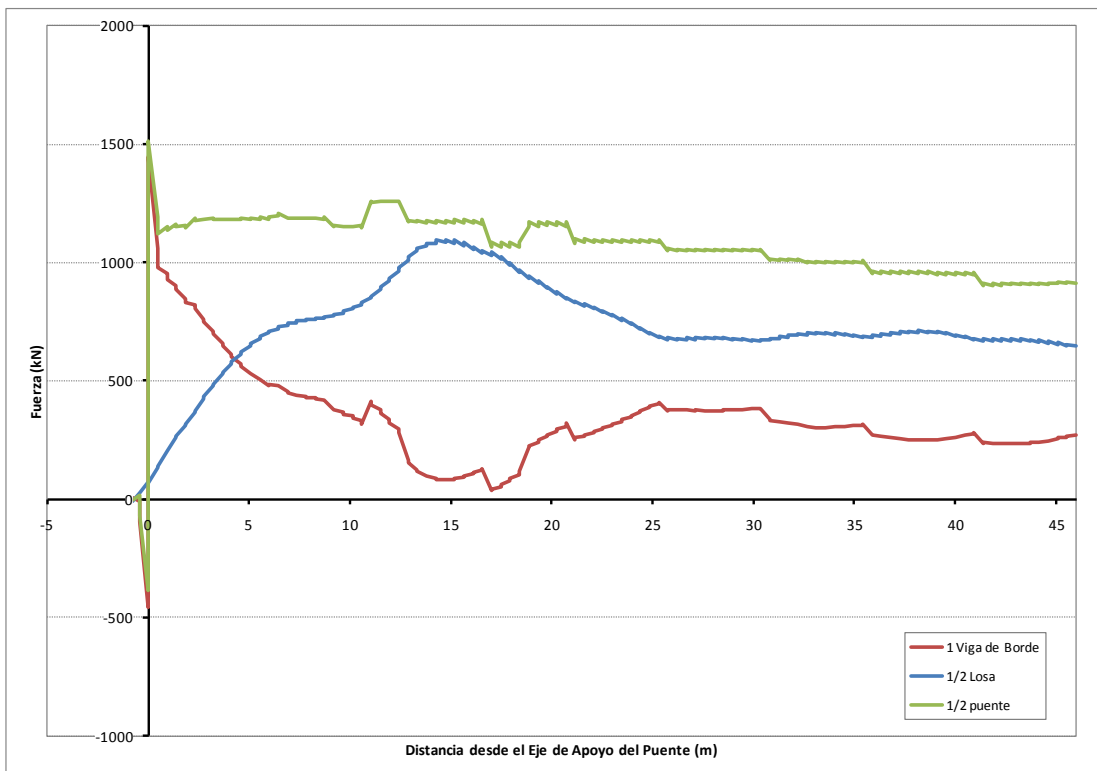
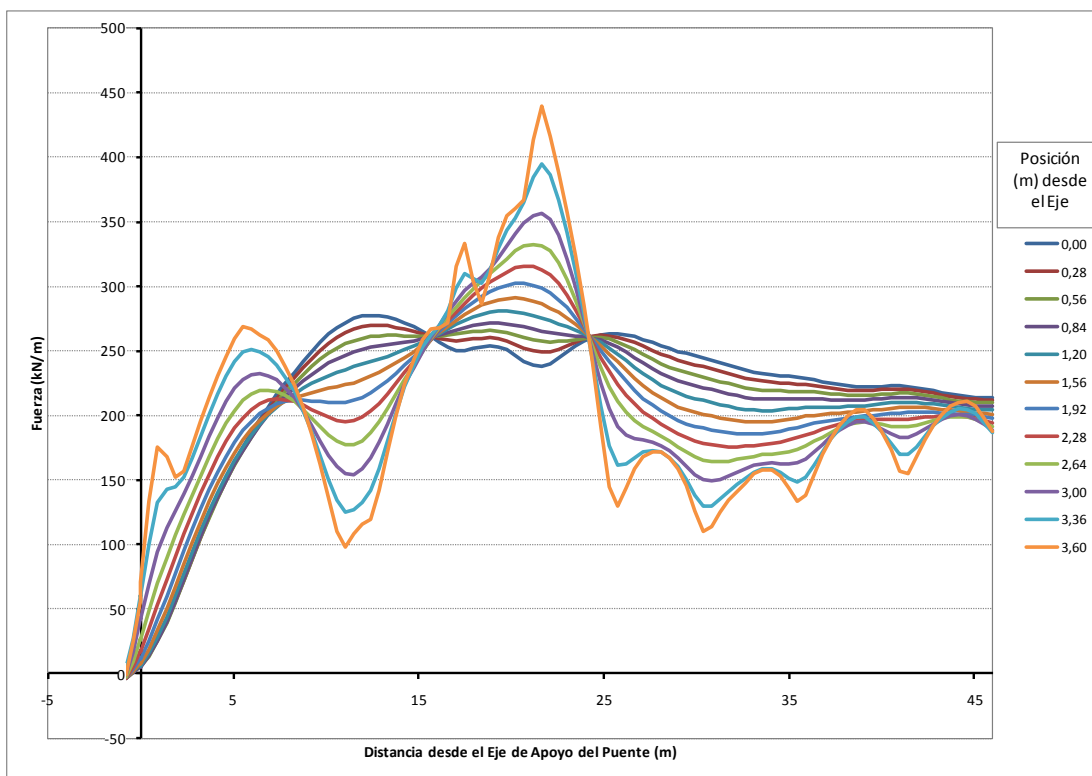
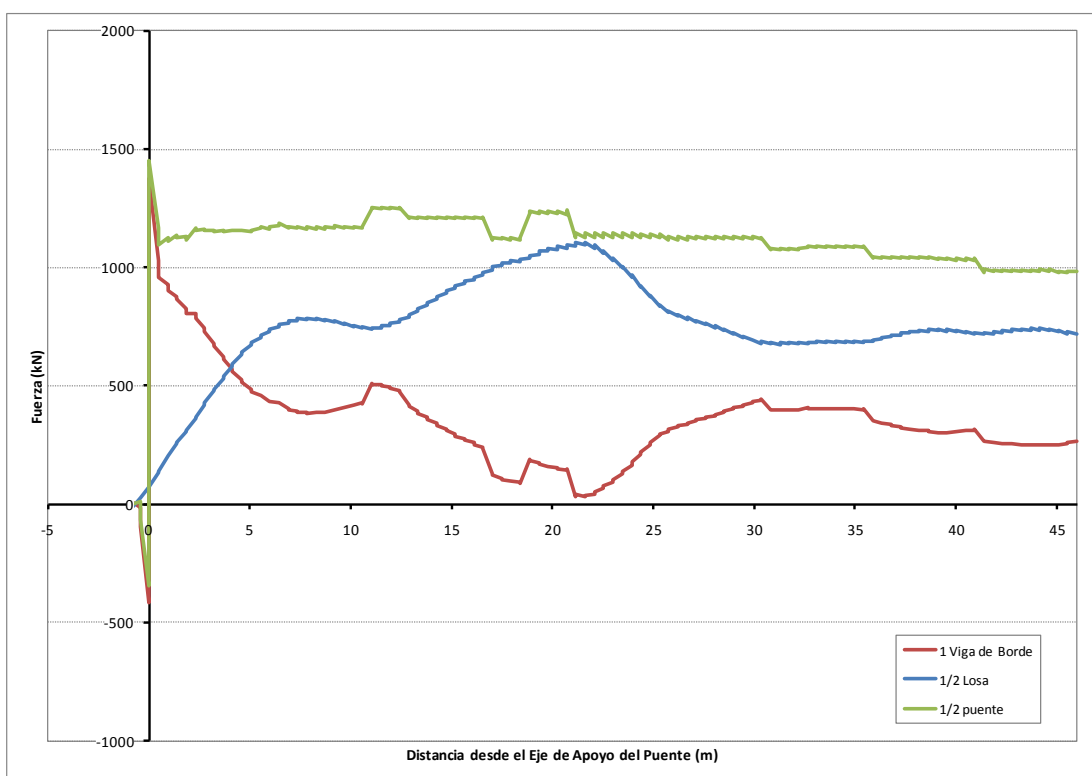


Figura D-8: Fuerzas en los componentes del tirante para el camión ubicado a unos 18 m del apoyo



**Figura D-9: Distribución longitudinal de las fuerzas en la losa para el camión ubicado a unos 22 m del apoyo**



**Figura D-10: Fuerzas en los componentes del tirante para el camión ubicado a unos 22 m del apoyo**

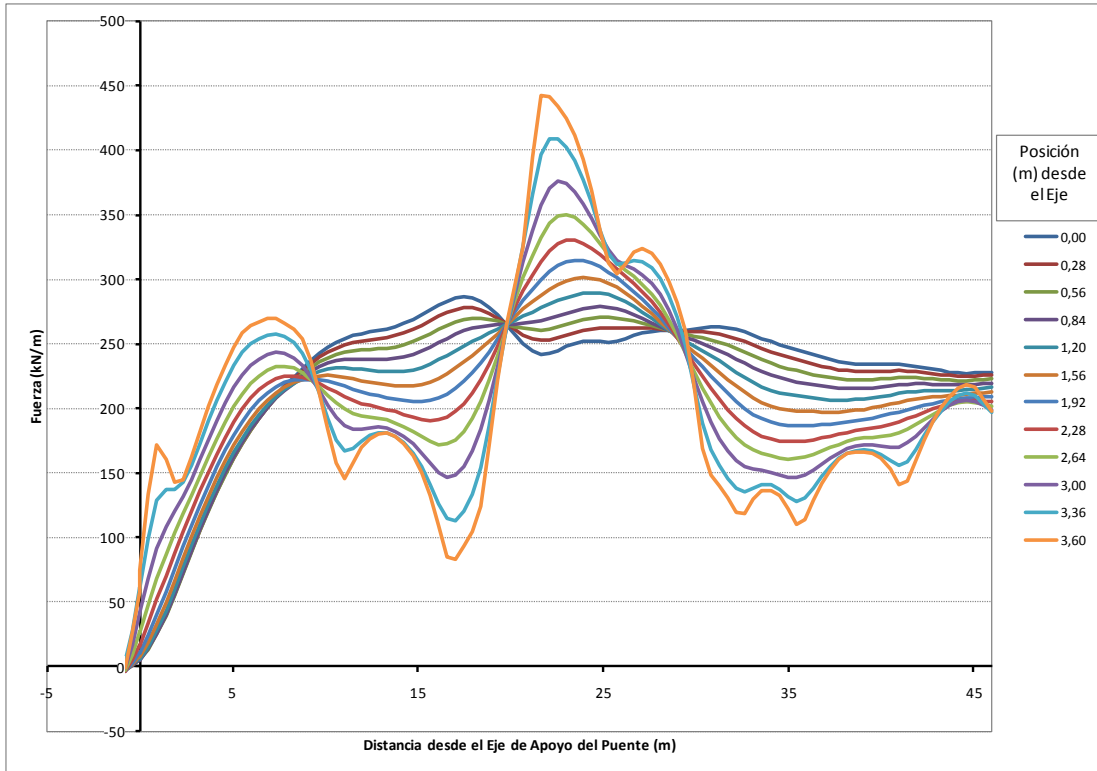


Figura D-11: Distribución longitudinal de las fuerzas en la losa para el camión ubicado a unos 26 m del apoyo

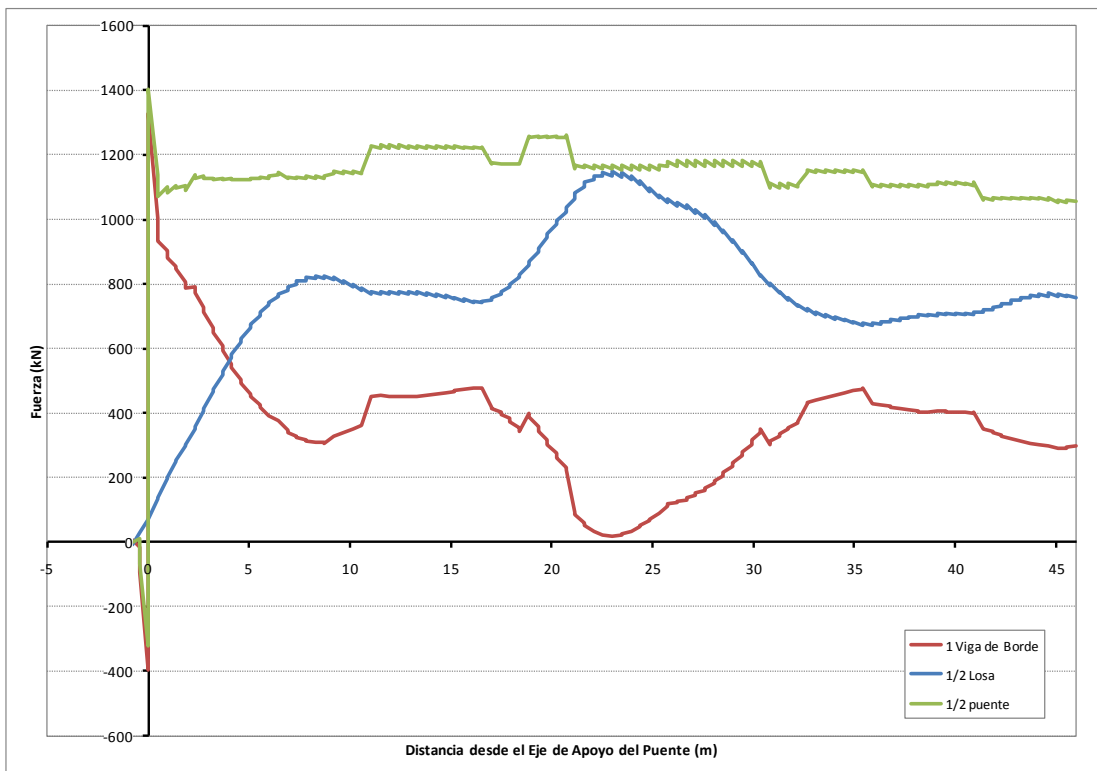


Figura D-12: Fuerzas en los componentes del tirante para el camión ubicado a unos 26 m del apoyo

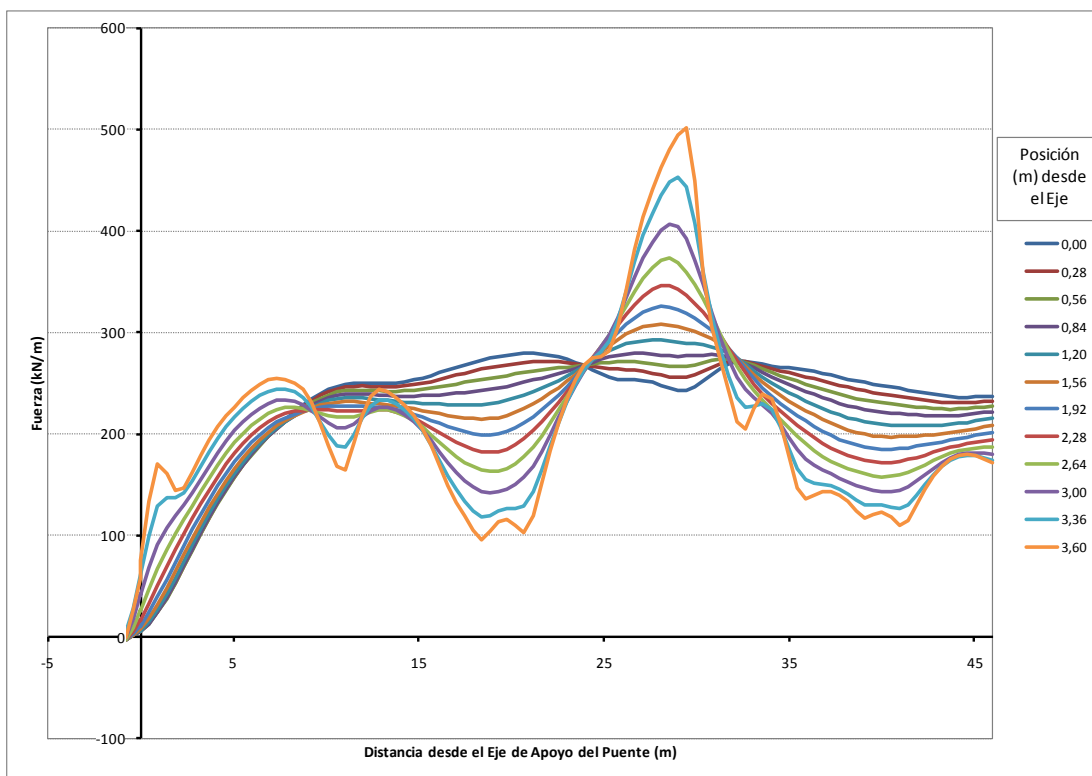


Figura D-13: Distribución longitudinal de las fuerzas en la losa para el camión ubicado a unos 30 m del apoyo

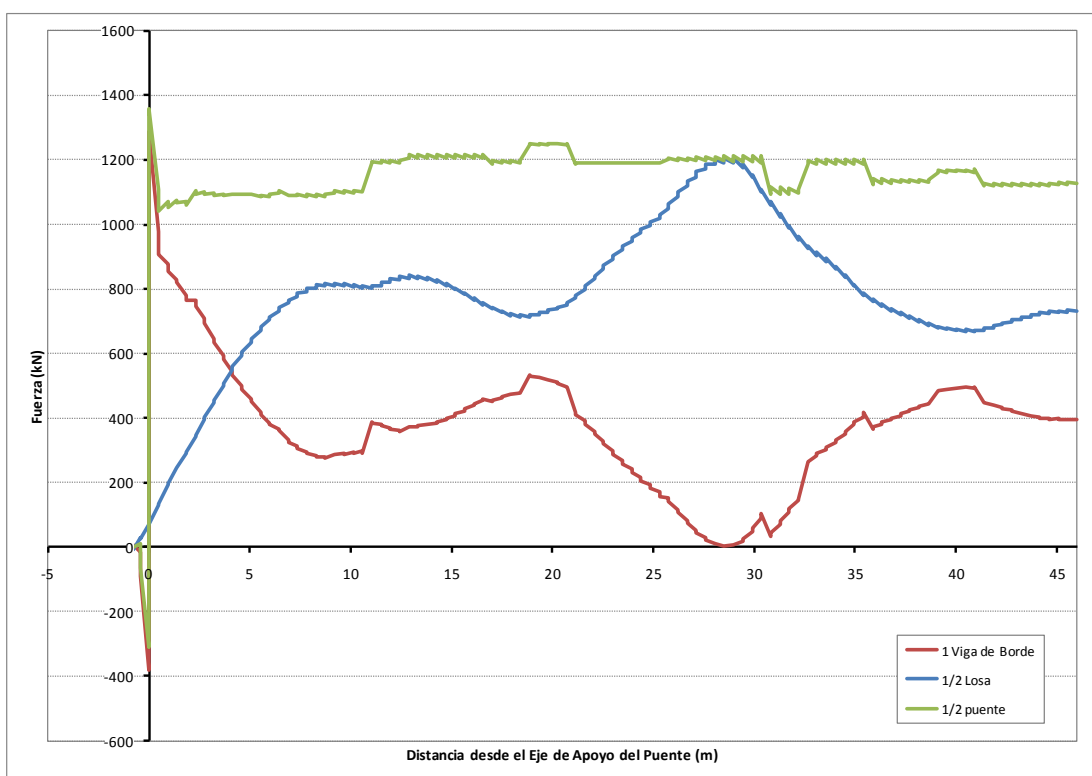


Figura D-14: Fuerzas en los componentes del tirante para el camión ubicado a unos 30 m del apoyo

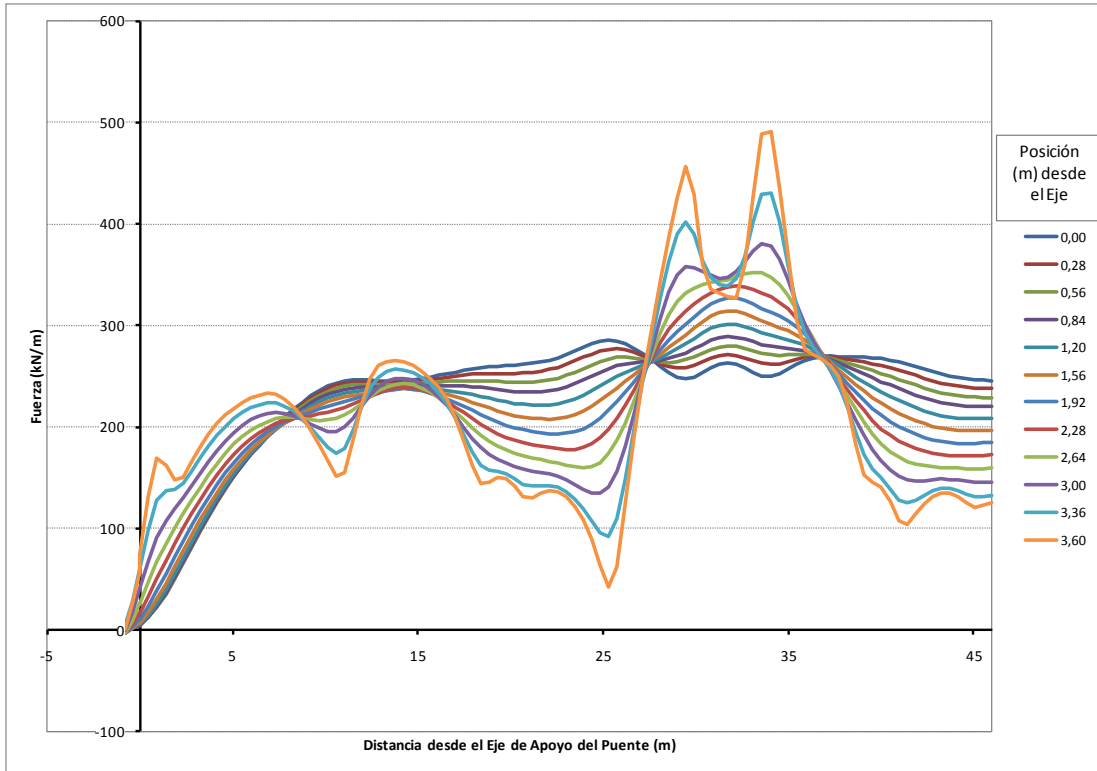


Figura D-15: Distribución longitudinal de las fuerzas en la losa para el camión ubicado a unos 34 m del apoyo

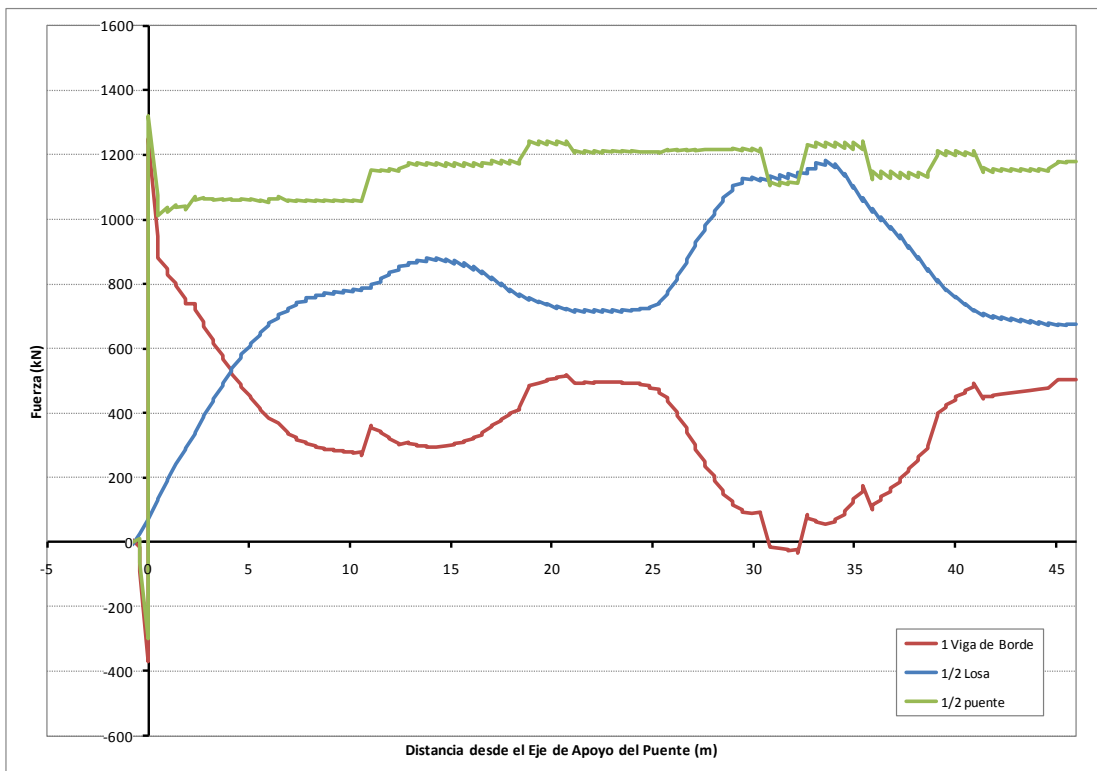


Figura D-16: Fuerzas en los componentes del tirante para el camión ubicado a unos 34 m del apoyo

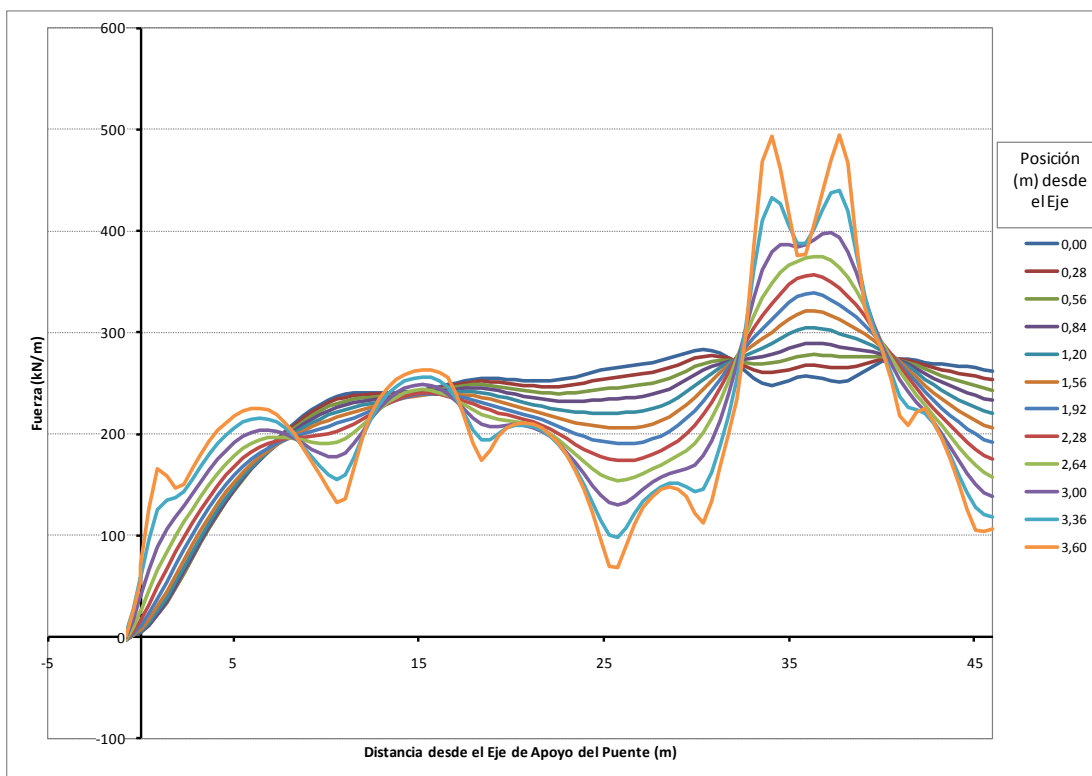


Figura D-17: Distribución longitudinal de las fuerzas en la losa para el camión ubicado a unos 38 m del apoyo

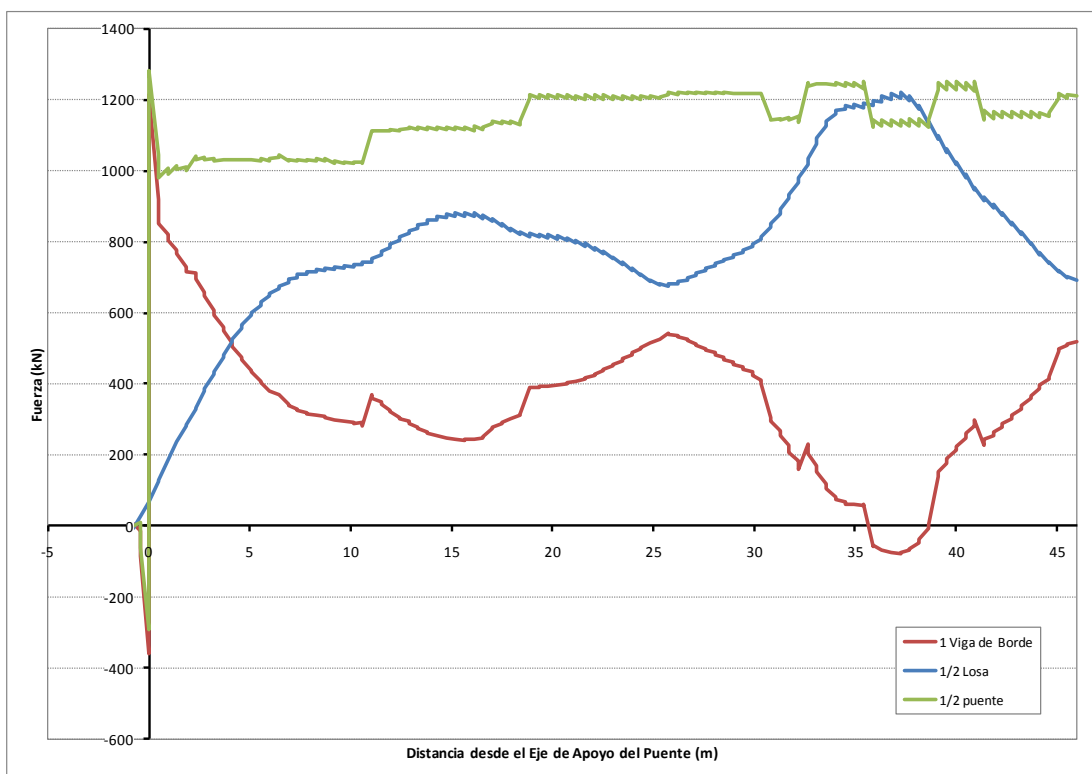


Figura D-18: Fuerzas en los componentes del tirante para el camión ubicado a unos 38 m del apoyo



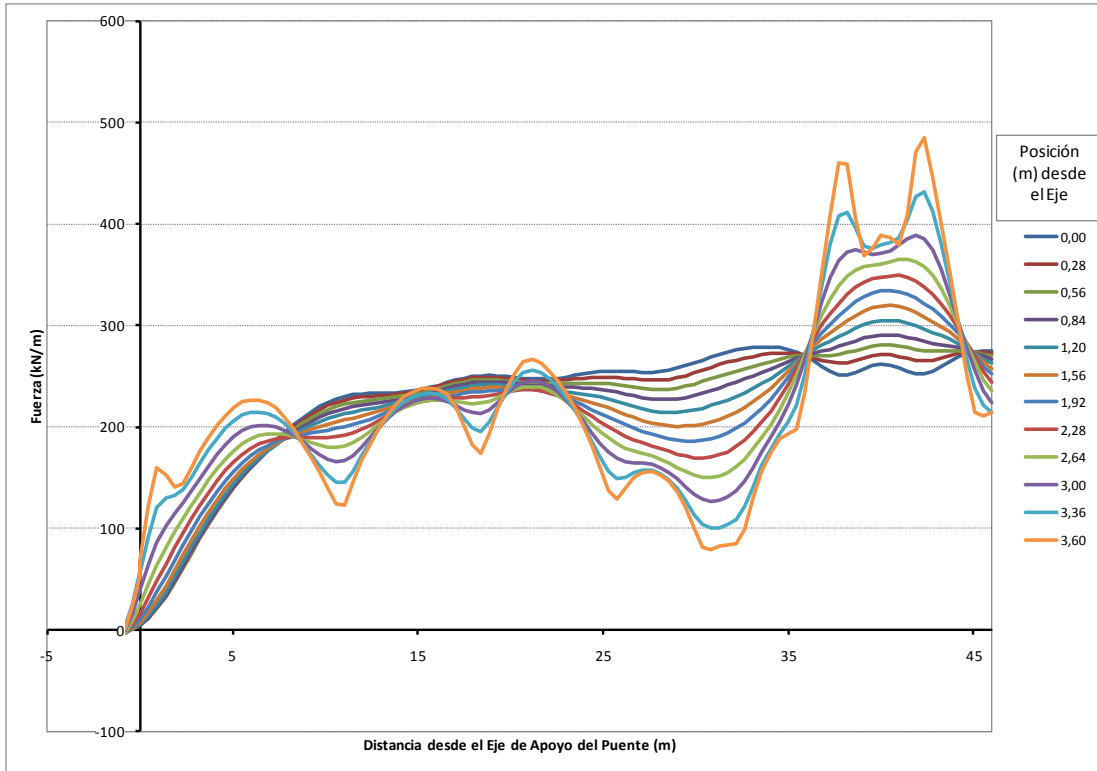


Figura D-19: Distribución longitudinal de las fuerzas en la losa para el camión ubicado a unos 42 m del apoyo

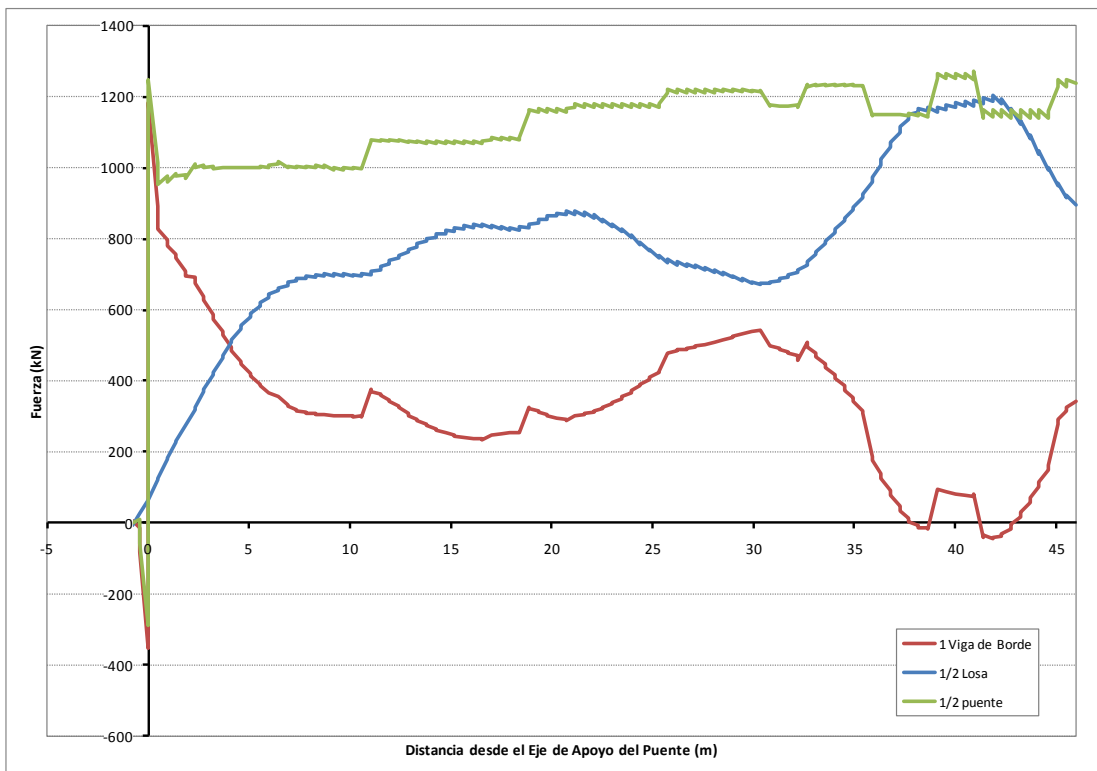
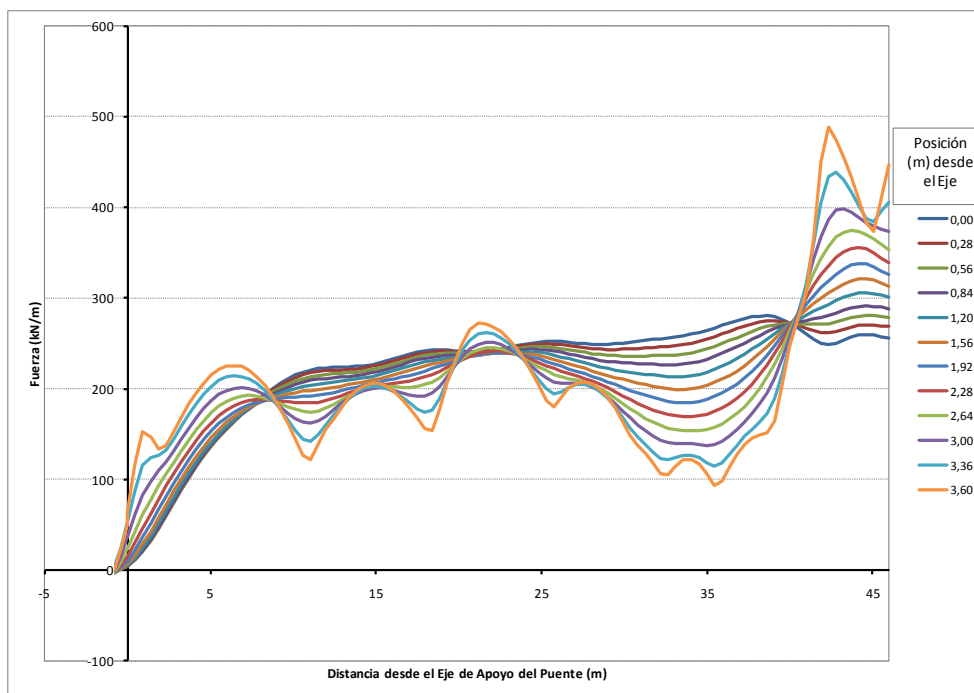
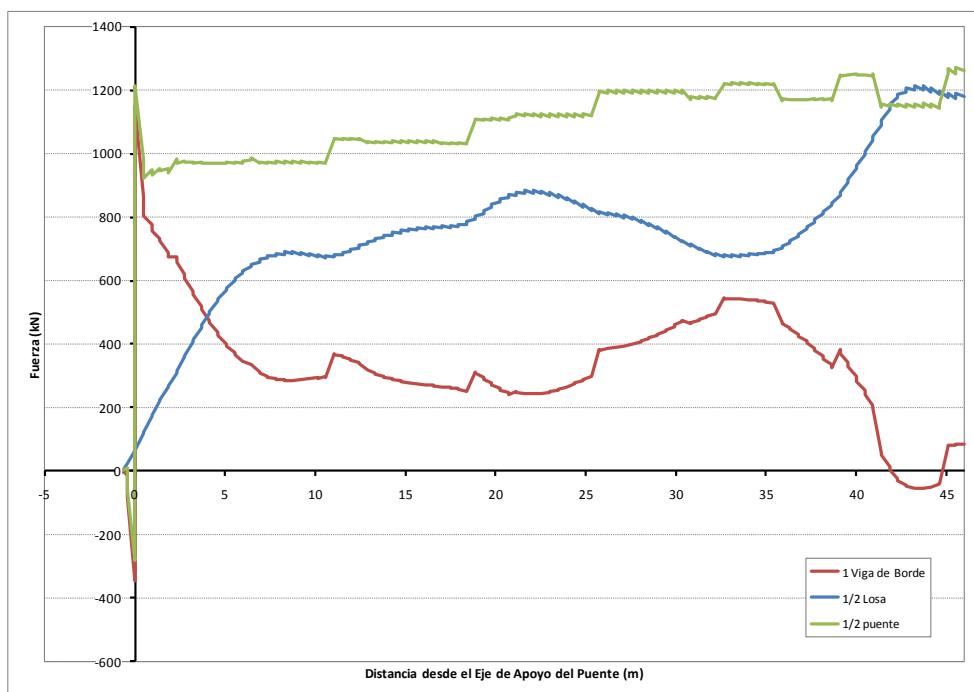


Figura D-20: Fuerzas en los componentes del tirante para el camión ubicado a unos 42 m del apoyo



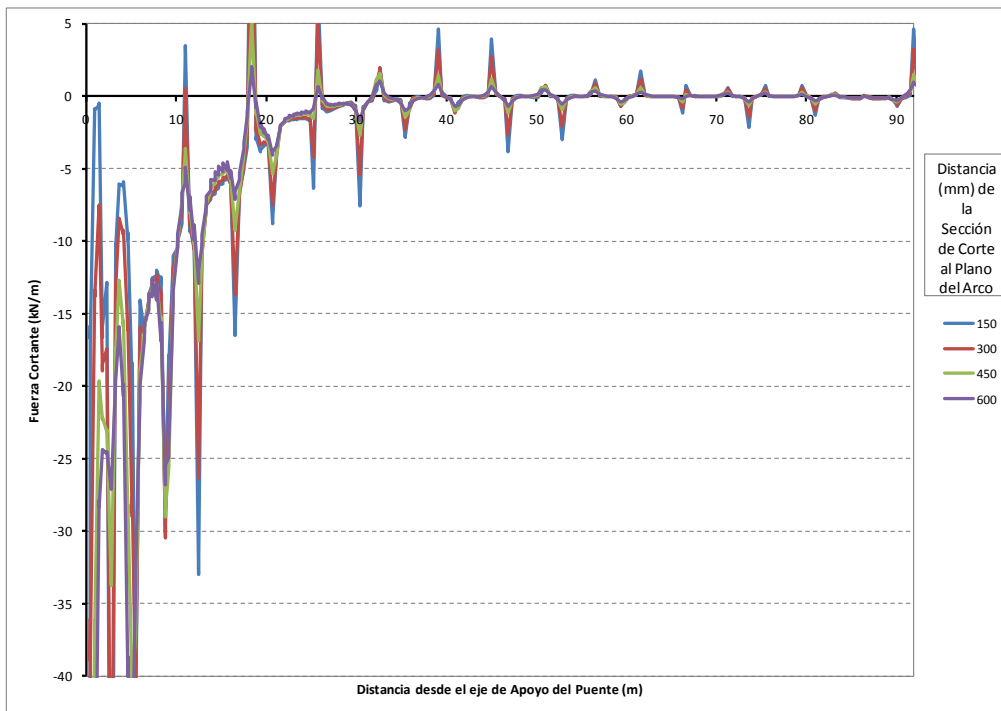
**Figura D-21: Distribución longitudinal de las fuerzas en la losa para el camión ubicado a unos 46 m del apoyo**



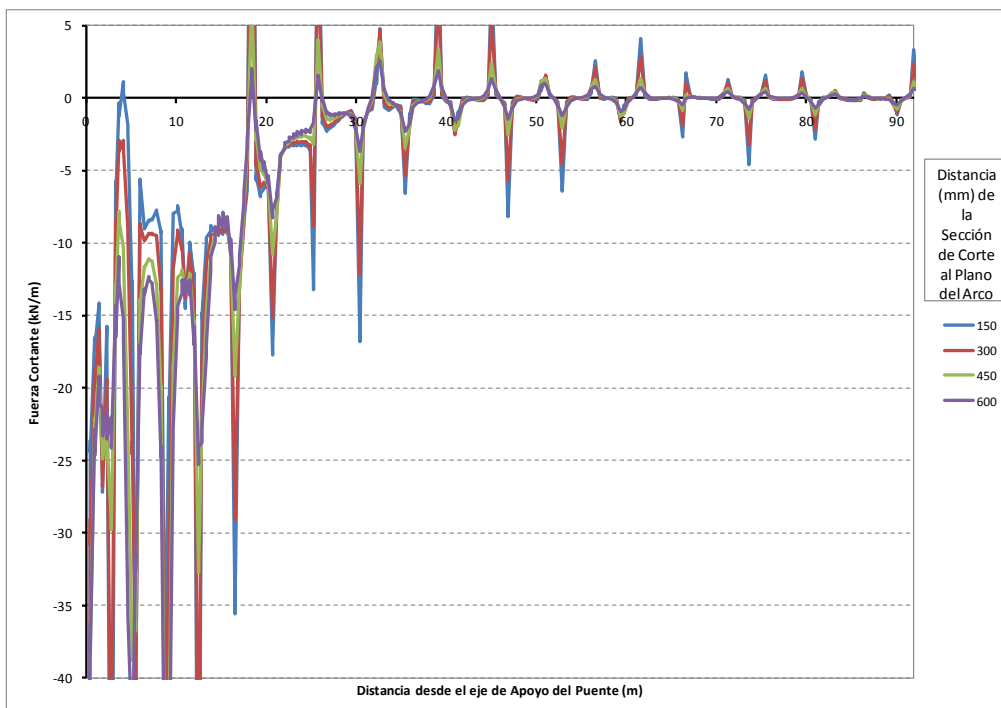
**Figura D-22: Fuerzas en los componentes del tirante para el camión ubicado a unos 46 m del apoyo**

Obsérvese en las figuras D-16, D-18, D-20 y D-22 que el análisis estructural para cargas vehiculares da como resultado fuerzas de compresión en una pequeña porción de la viga de borde y que la losa es la que absorbe la mayor parte de la tracción. Esto sucede justamente en las cercanías de la aplicación de las cargas concentradas del camión de diseño, las cuales incurren en errores numéricos localizados del resultado del modelo matemático.

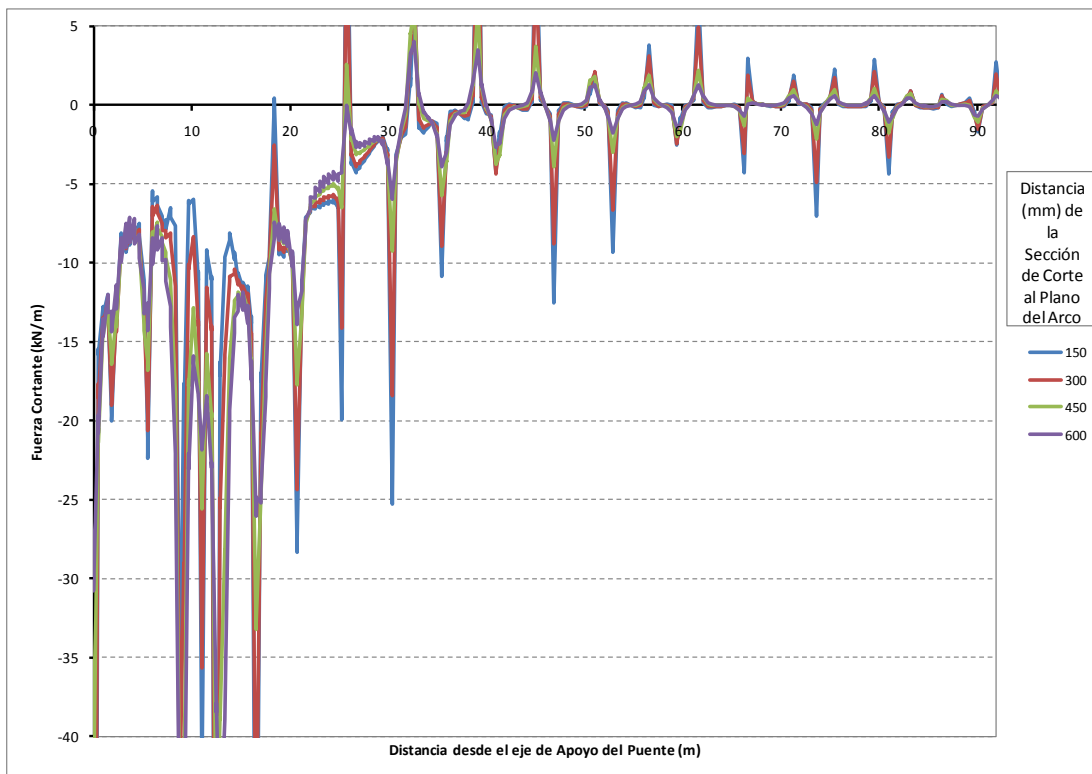
## Anexo E. Ajuste Triangular como Distribución de la Carga del Camión de Diseño sobre el Tirante



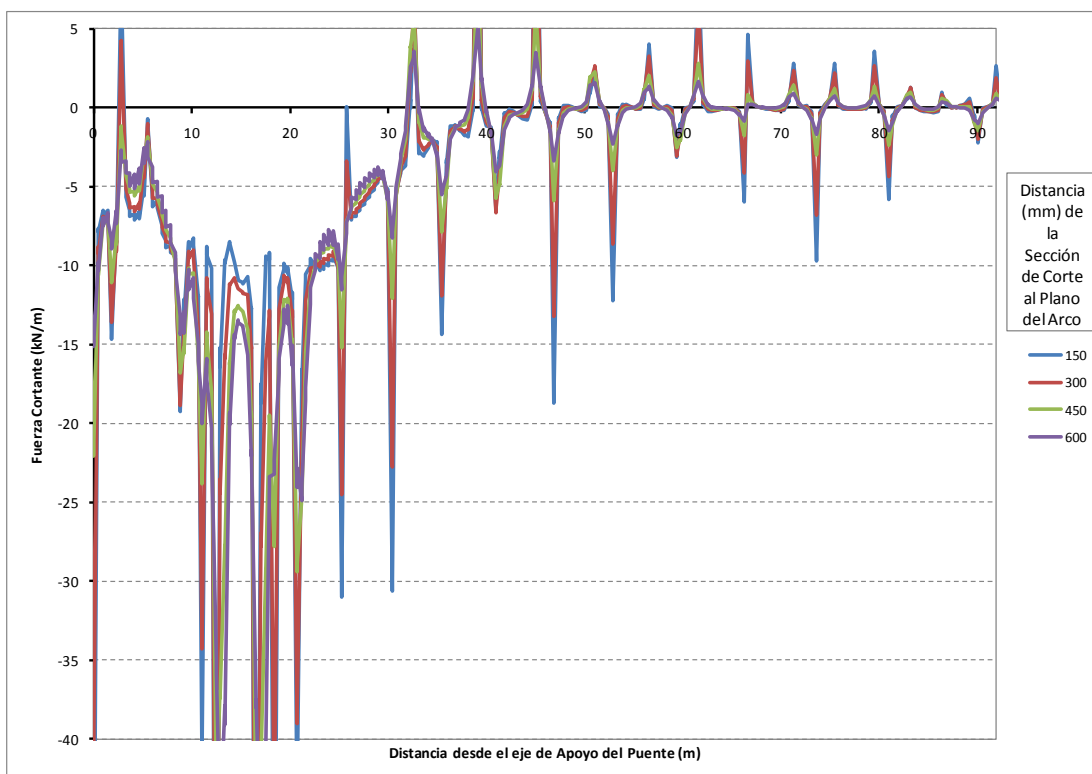
**Figura E-1: Fuerza cortante a lo largo de la viga de borde debido al camión ubicado a unos 4 m del apoyo**



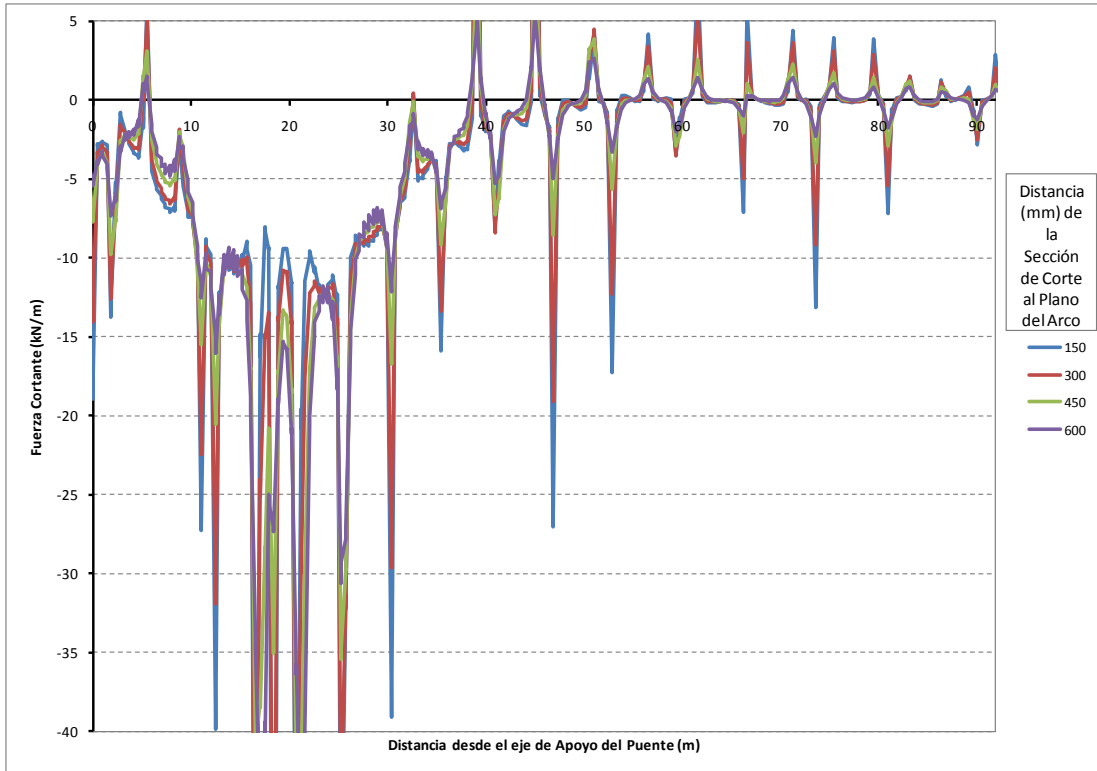
**Figura E-2: Fuerza cortante a lo largo de la viga de borde debido al camión ubicado a unos 8 m del apoyo**



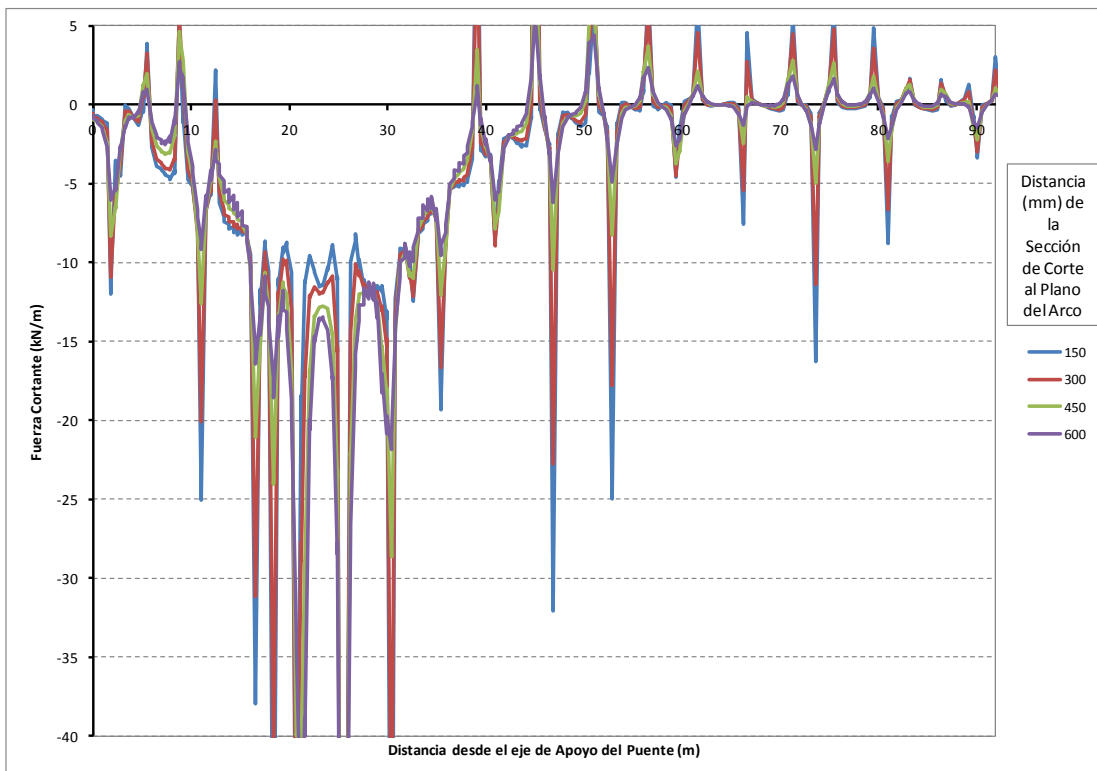
**Figura E-3: Fuerza cortante a lo largo de la viga de borde debido al camión ubicado a unos 12 m del apoyo**



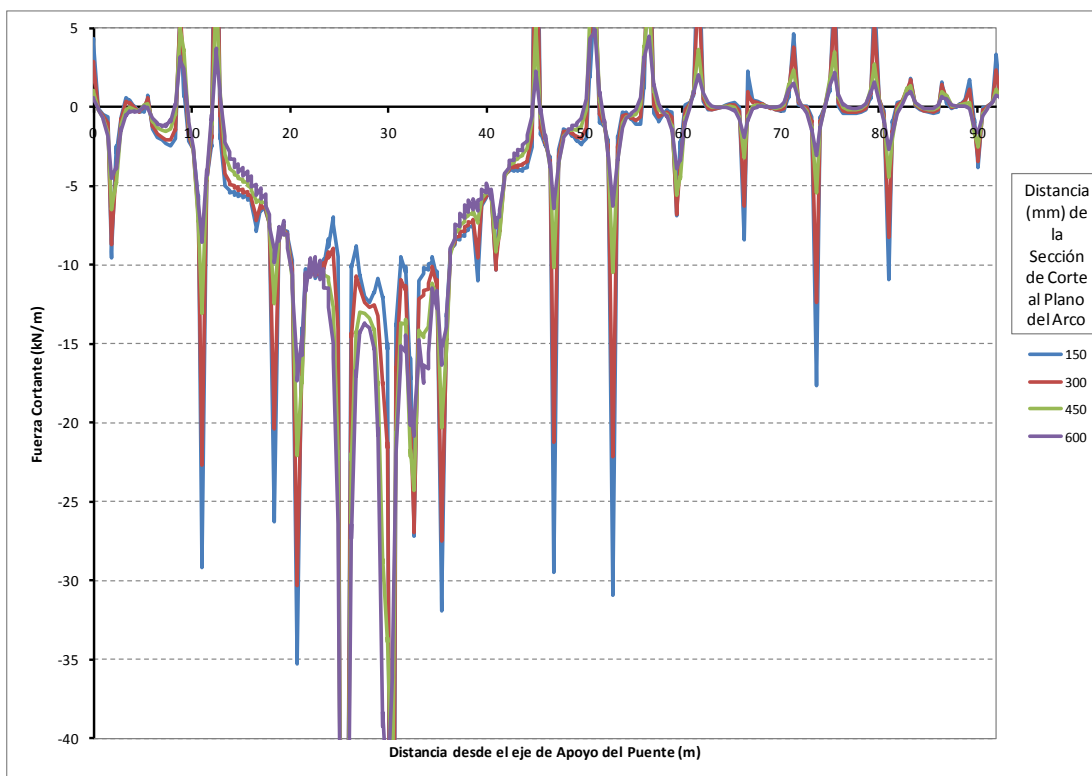
**Figura E-4: Fuerza cortante a lo largo de la viga de borde debido al camión ubicado a unos 17 m del apoyo**



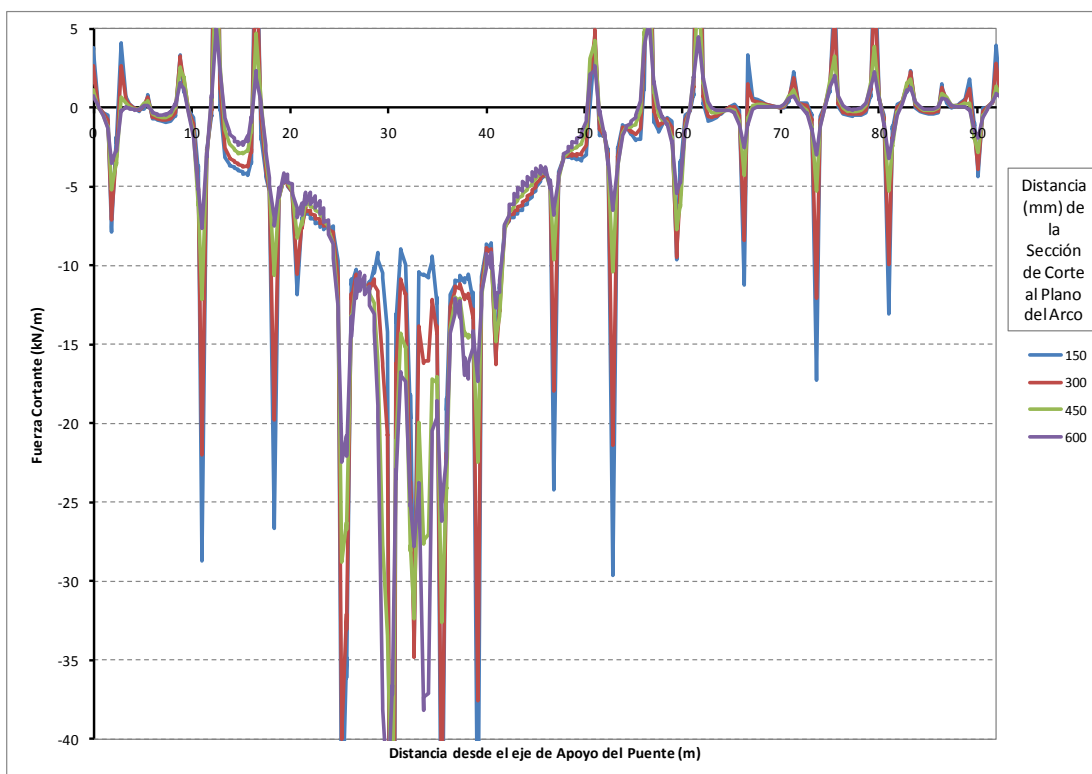
**Figura E-5: Fuerza cortante a lo largo de la viga de borde debido al camión ubicado a unos 21 m del apoyo**



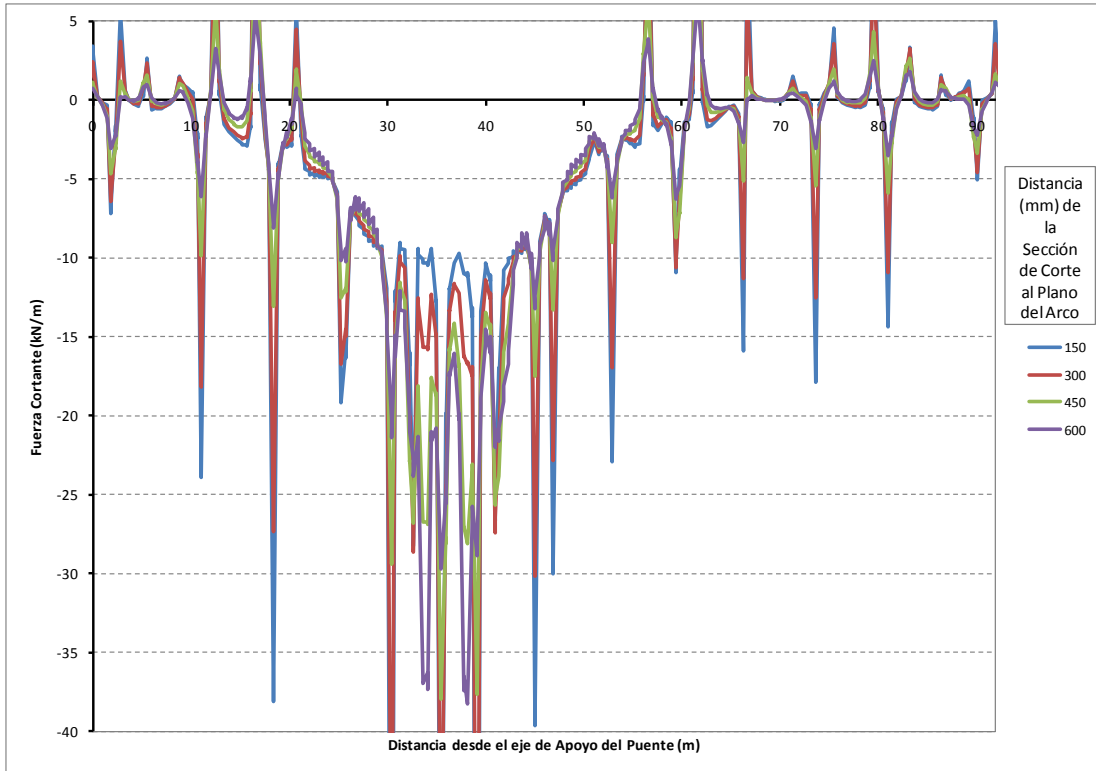
**Figura E-6: Fuerza cortante a lo largo de la viga de borde debido al camión ubicado a unos 25 m del apoyo**



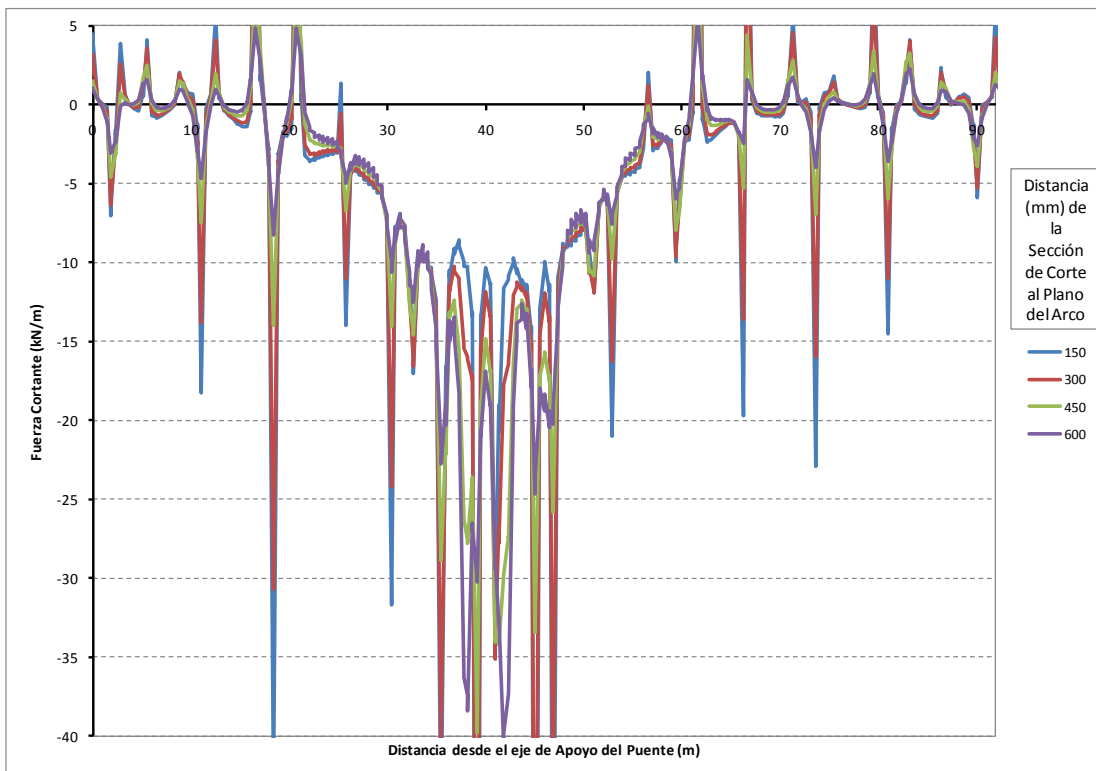
**Figura E-7: Fuerza cortante a lo largo de la viga de borde debido al camión ubicado a unos 29 m del apoyo**



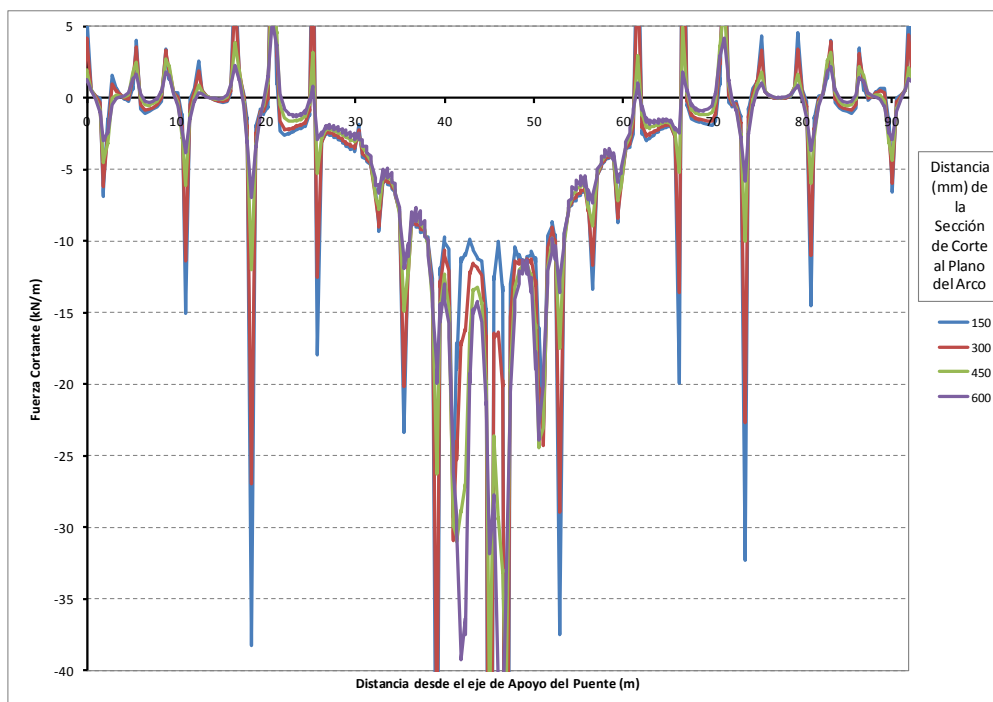
**Figura E-8: Fuerza cortante a lo largo de la viga de borde debido al camión ubicado a unos 33 m del apoyo**



**Figura E-9: Fuerza cortante a lo largo de la viga de borde debido al camión ubicado a unos 37 m del apoyo**

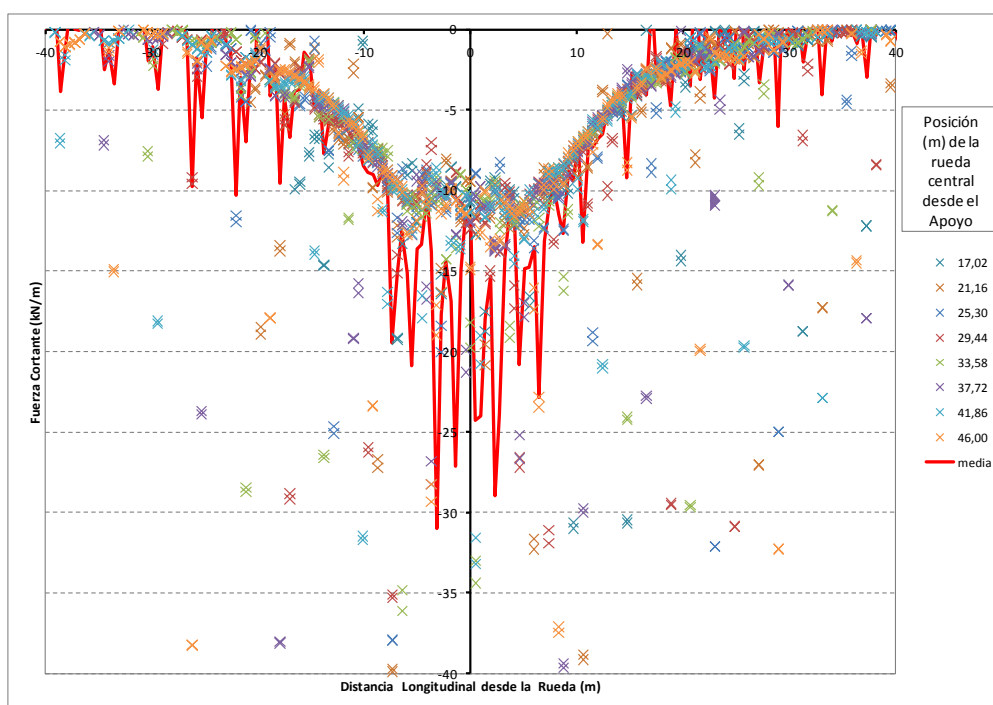


**Figura E-10: Fuerza cortante a lo largo de la viga de borde debido al camión ubicado a unos 41 m del apoyo**



**Figura E-11: Fuerza cortante a lo largo de la viga de borde debido al camión ubicado a unos 46 m del apoyo**

Se aprecia que existen saltos de la fuerza cortante en las posiciones de las cargas concentradas de los camiones de diseño, especialmente en las secciones más alejadas del plano del arco, es decir, las más cercanas a los puntos de aplicación. También existen saltos de la fuerza cortante en las posiciones de los extremos inferiores de las péndolas, especialmente en las secciones más cercanas al plano del arco. En las siguientes figuras se han trasladado las fuerzas cortantes a las posiciones respecto al centro del camión de diseño de acuerdo a cada distancia del plano del arco. Se observa que siguen una tendencia. Con estos valores se ha obtenido una media.



**Figura E-12: Fuerza cortante a lo largo de la viga tirante a 150 mm del plano del arco**



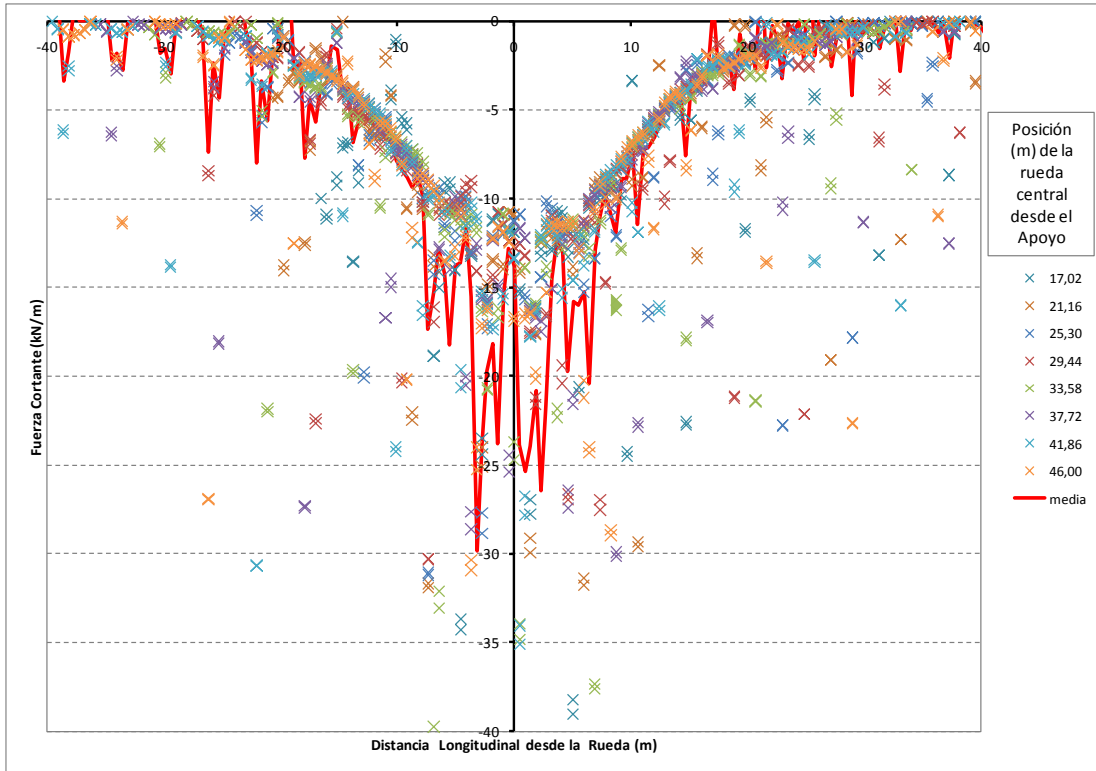


Figura E-13: Fuerza cortante a lo largo de la viga tirante a 300 mm del plano del arco

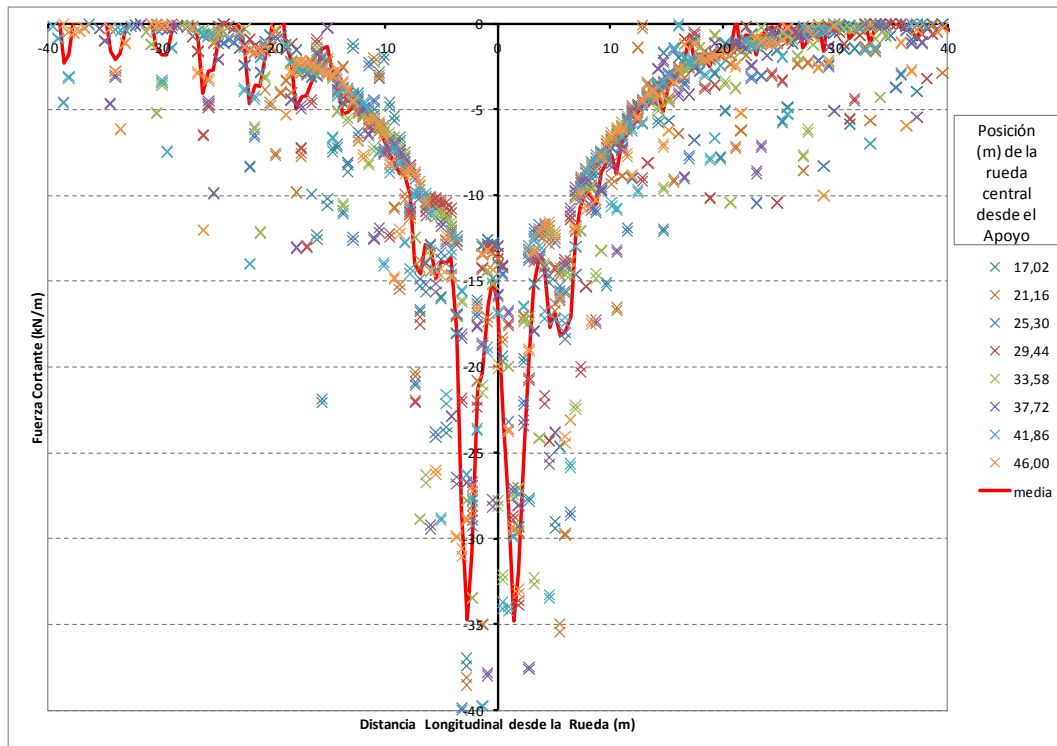
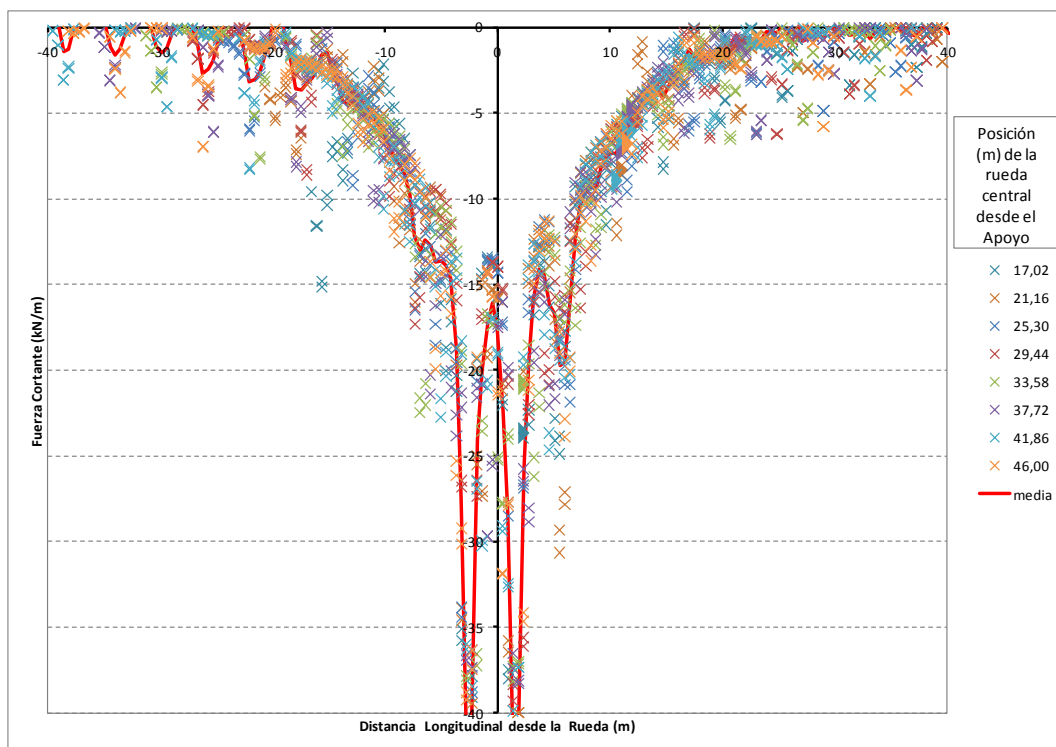
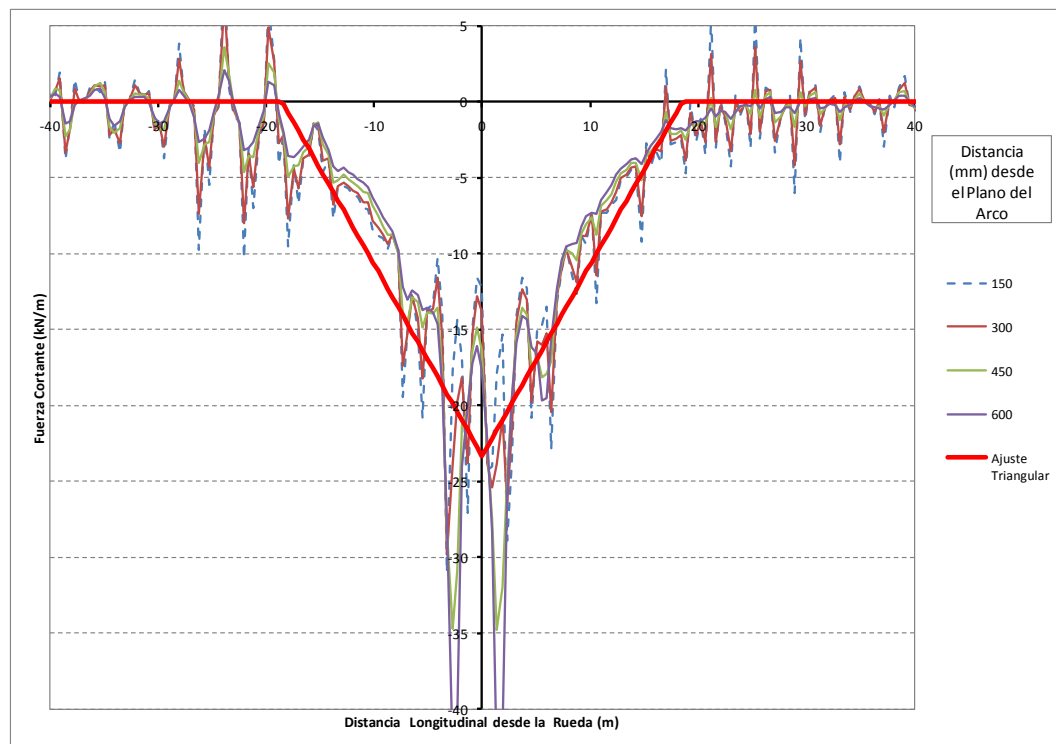


Figura E-14: Fuerza cortante a lo largo de la viga tirante a 450 mm del plano del arco



**Figura E-15: Fuerza cortante a lo largo de la viga tirante a 600 mm del plano del arco**

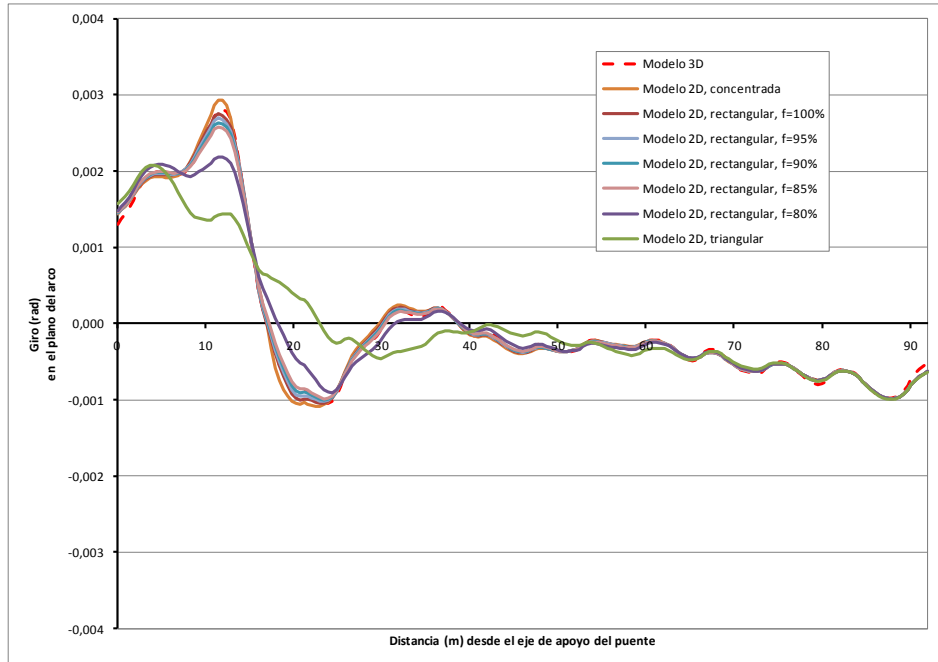
En la siguiente figura se ha realizado un ajuste triangular de las fuerzas cortantes a partir de las obtenidas a cada distancia del plano del arco. Esta distribución fue la mencionada en el acápite 3.5.2b.



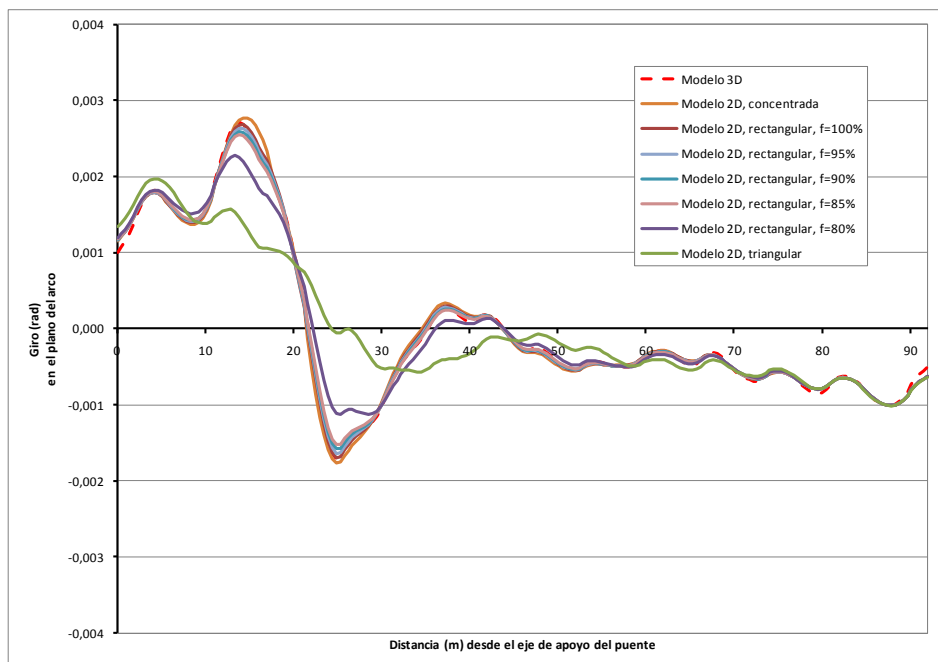
**Figura E-16: Ajuste triangular de las fuerzas cortantes**

Se observa de la figura anterior, que existen concentraciones pronunciadas de la fuerza cortante en las cercanías de la ubicación de las cargas de los ejes del camión de diseño, las cuales superan considerablemente a los valores del ajuste triangular propuesto.

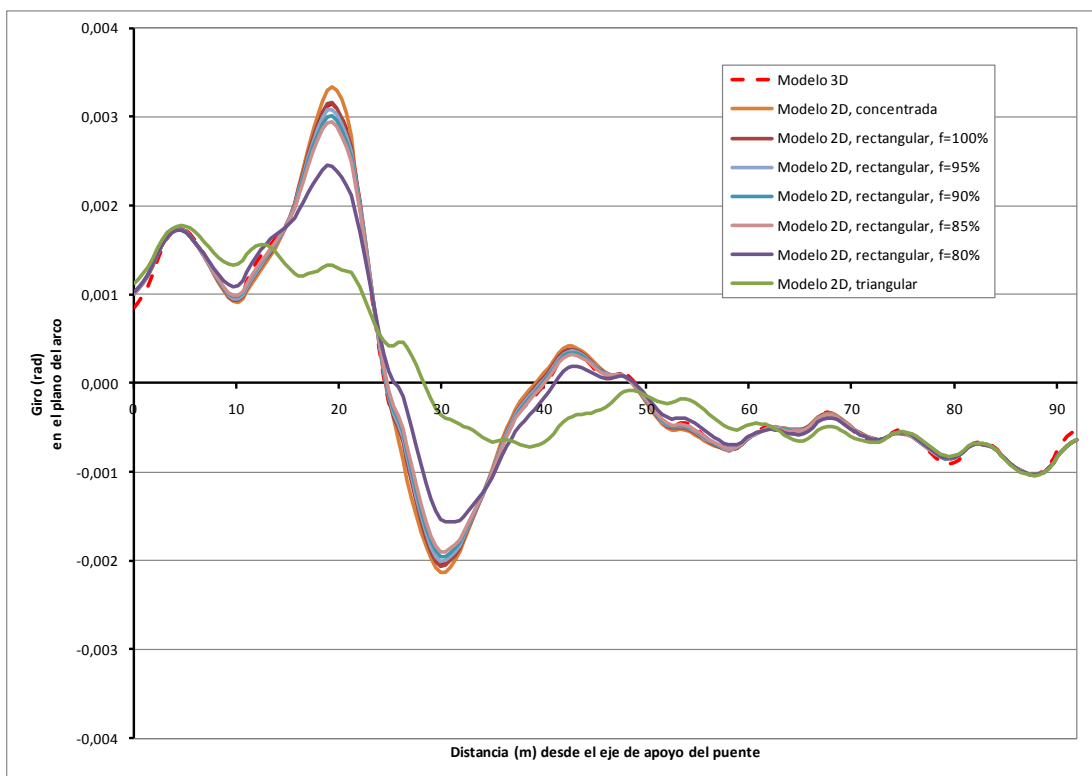
**Anexo F. Deformaciones en el Tirante para las Distintas Distribuciones del Caso de Carga LL+IM y para cada una de las Posiciones del Camión de Diseño**



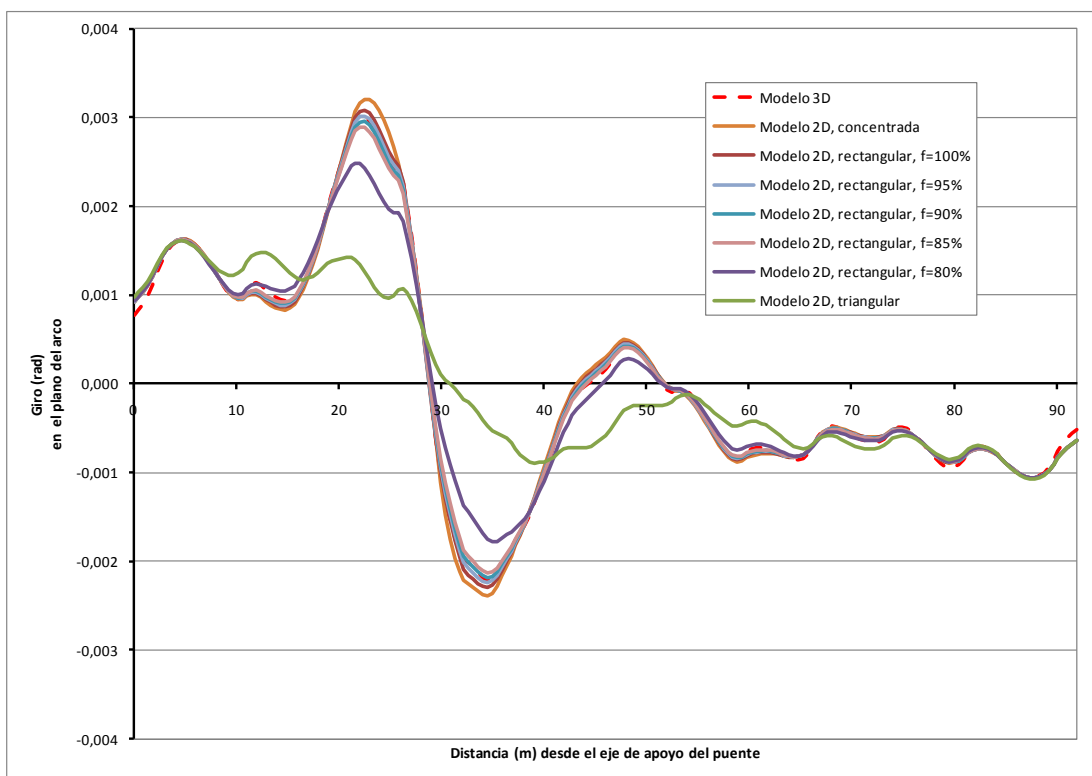
**Figura F-1: Giros por flexión en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 17 m del apoyo**



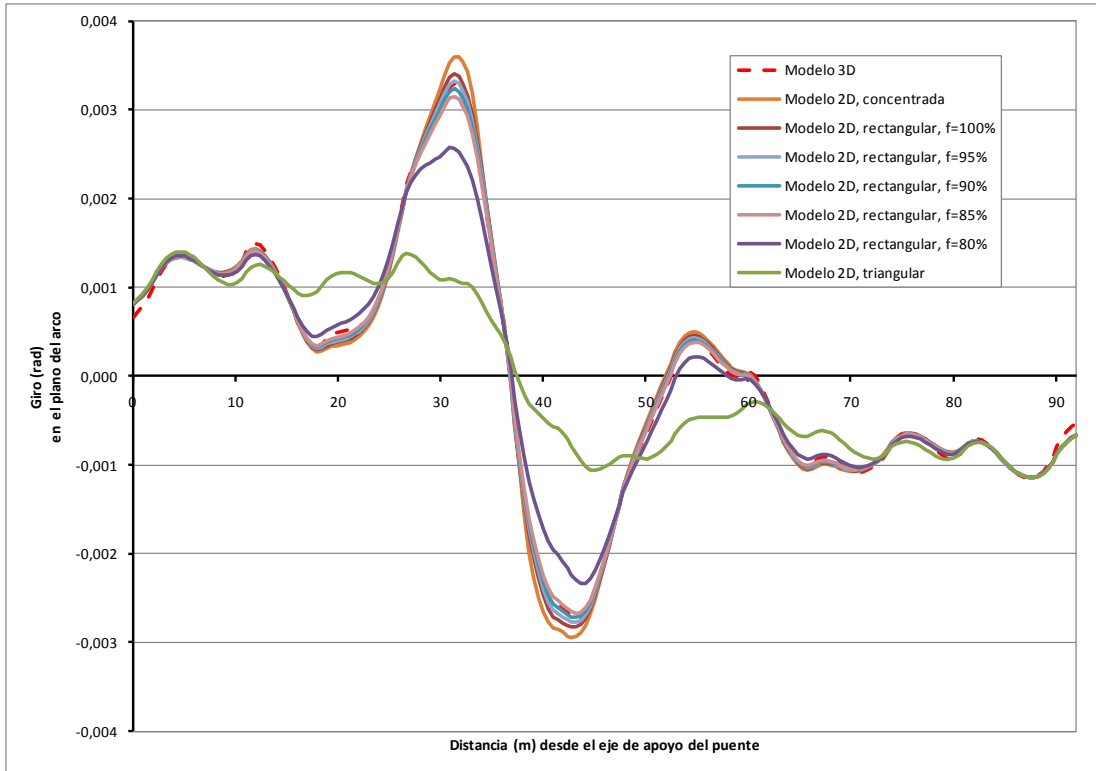
**Figura F-2: Giros por flexión en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 21 m del apoyo**



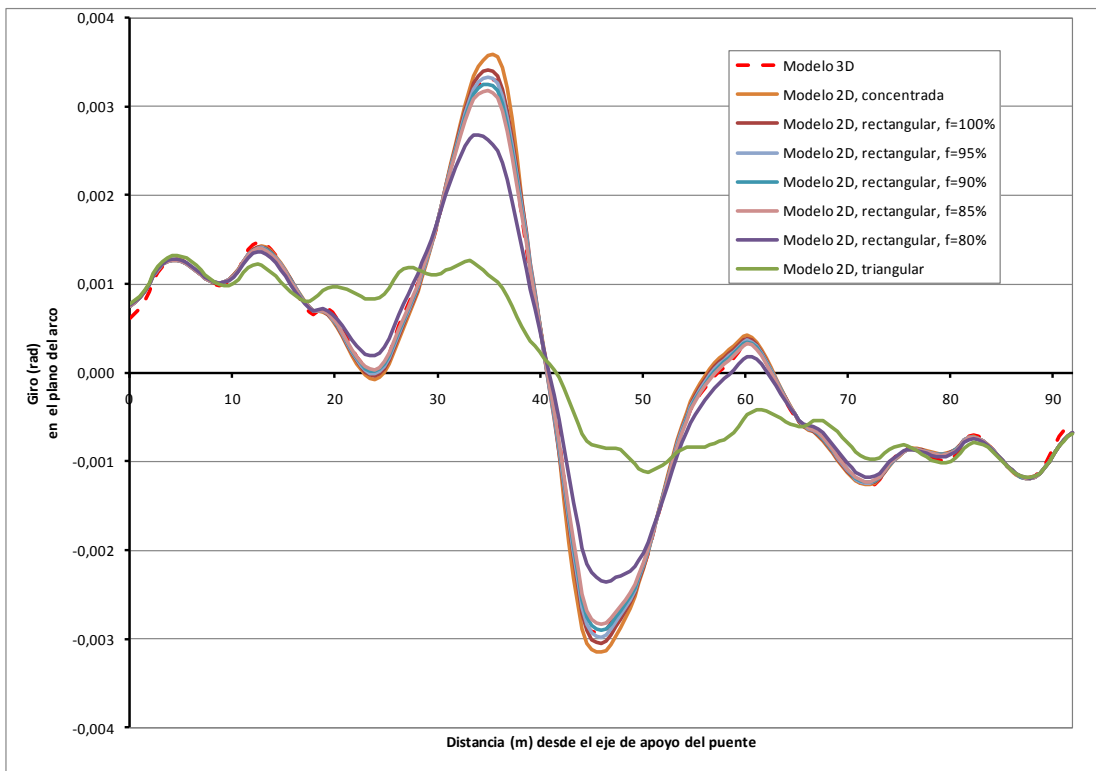
**Figura F-3: Giros por flexión en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 25 m del apoyo**



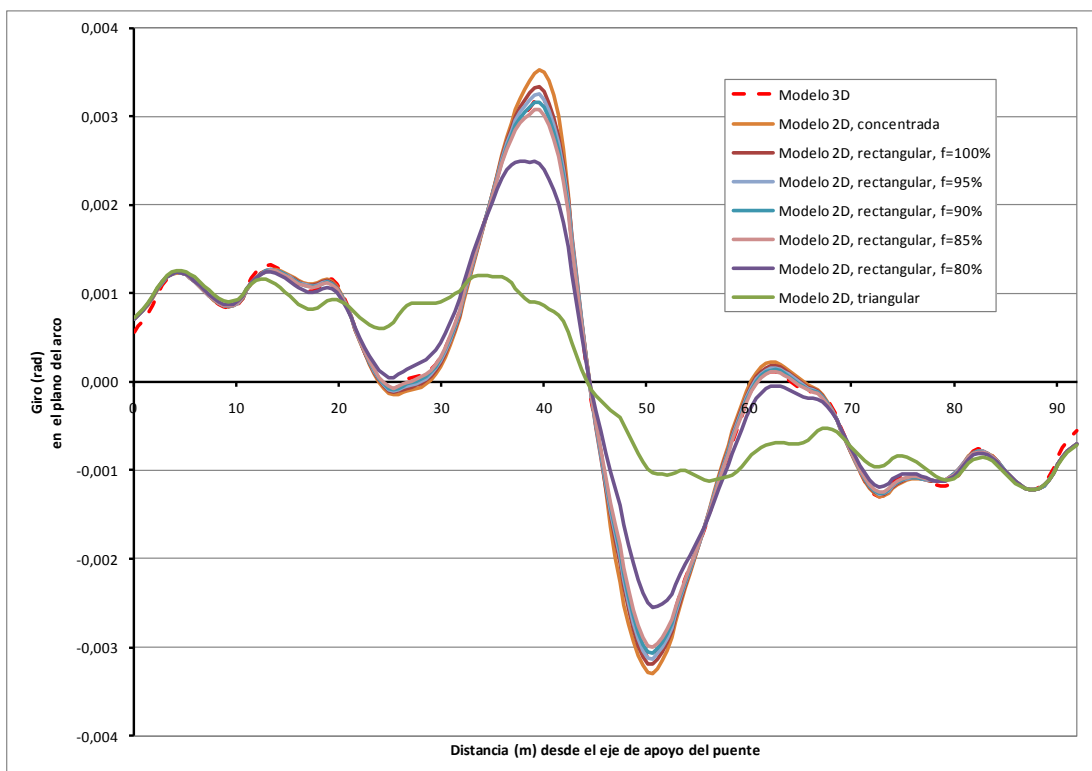
**Figura F-4: Giros por flexión en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 29 m del apoyo**



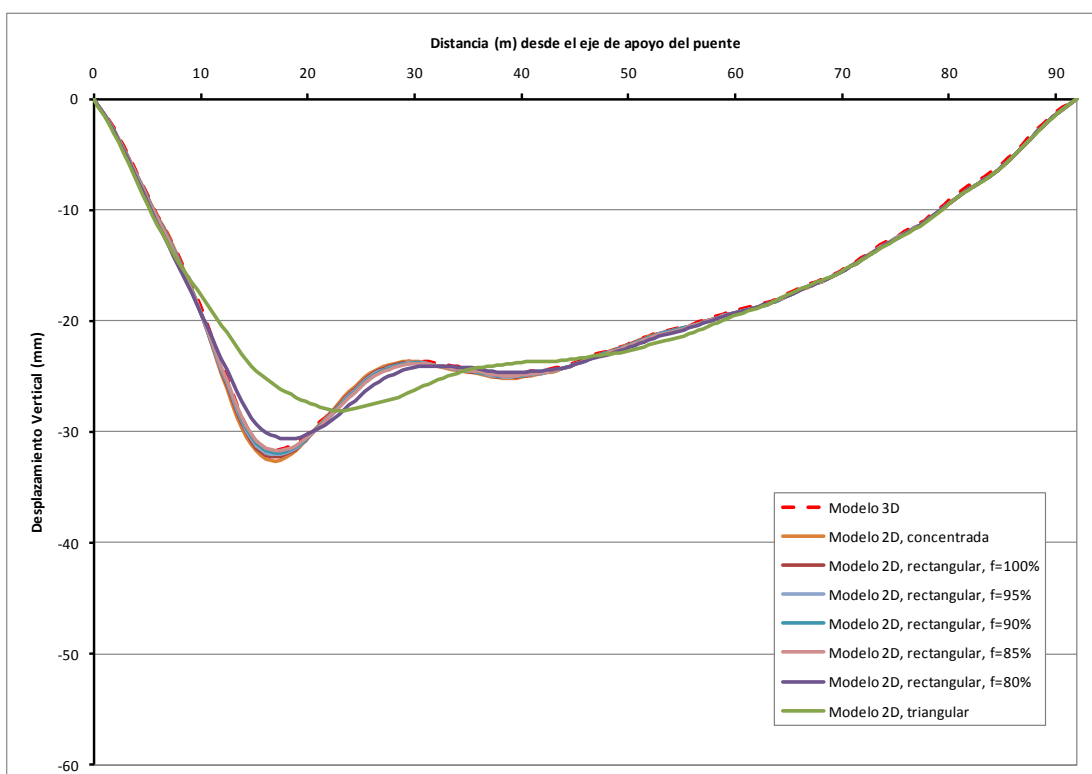
**Figura F-5: Giros por flexión en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 37 m del apoyo**



**Figura F-6: Giros por flexión en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 41 m del apoyo**



**Figura F-7: Giros por flexión en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 46 m del apoyo**



**Figura F-8: Desplazamientos verticales en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 17 m del apoyo**

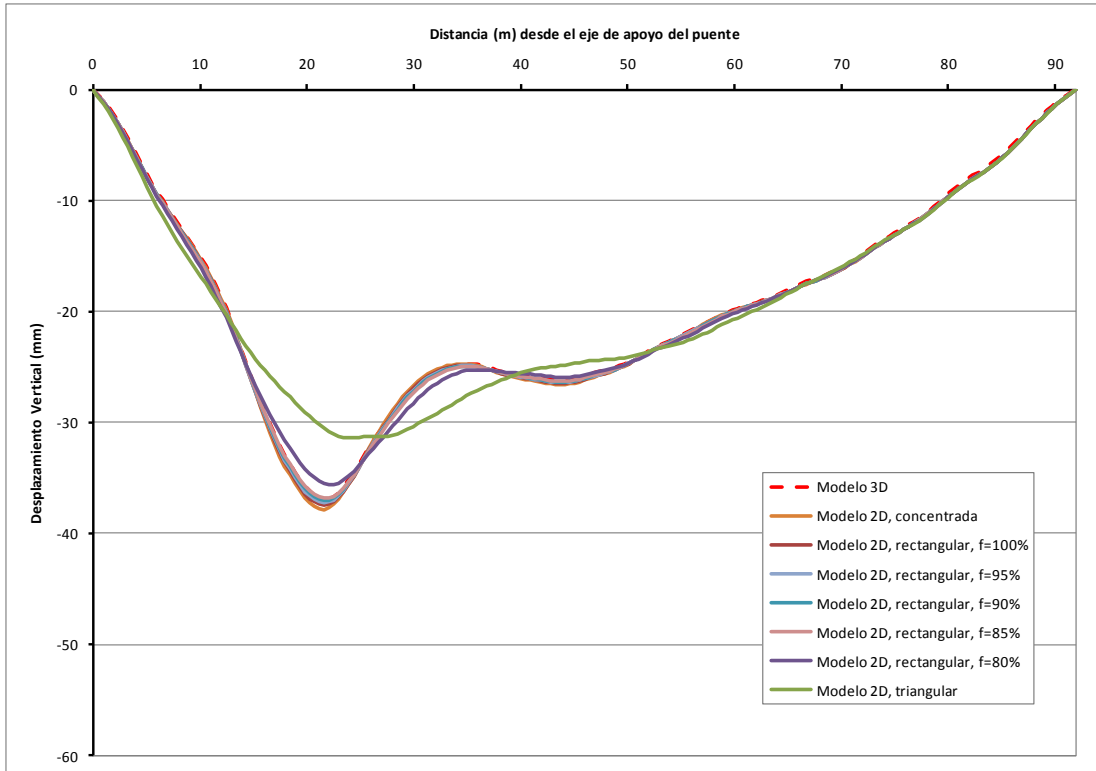


Figura F-9: Desplazamientos verticales en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 21 m del apoyo

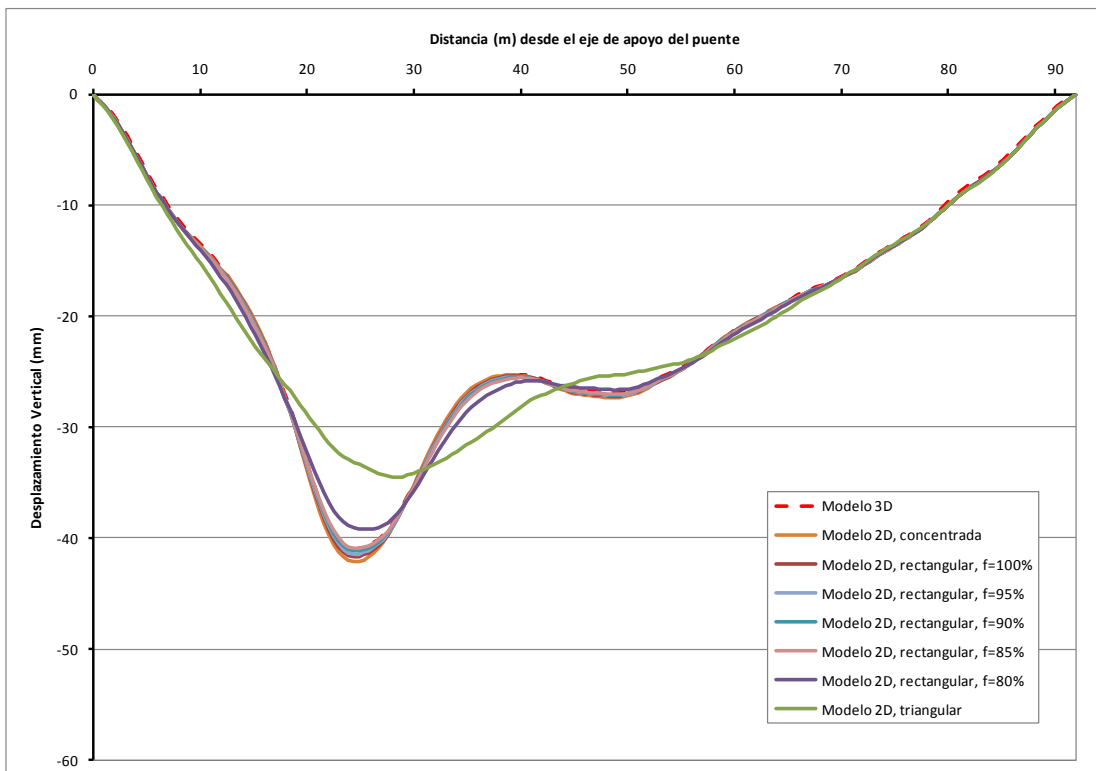
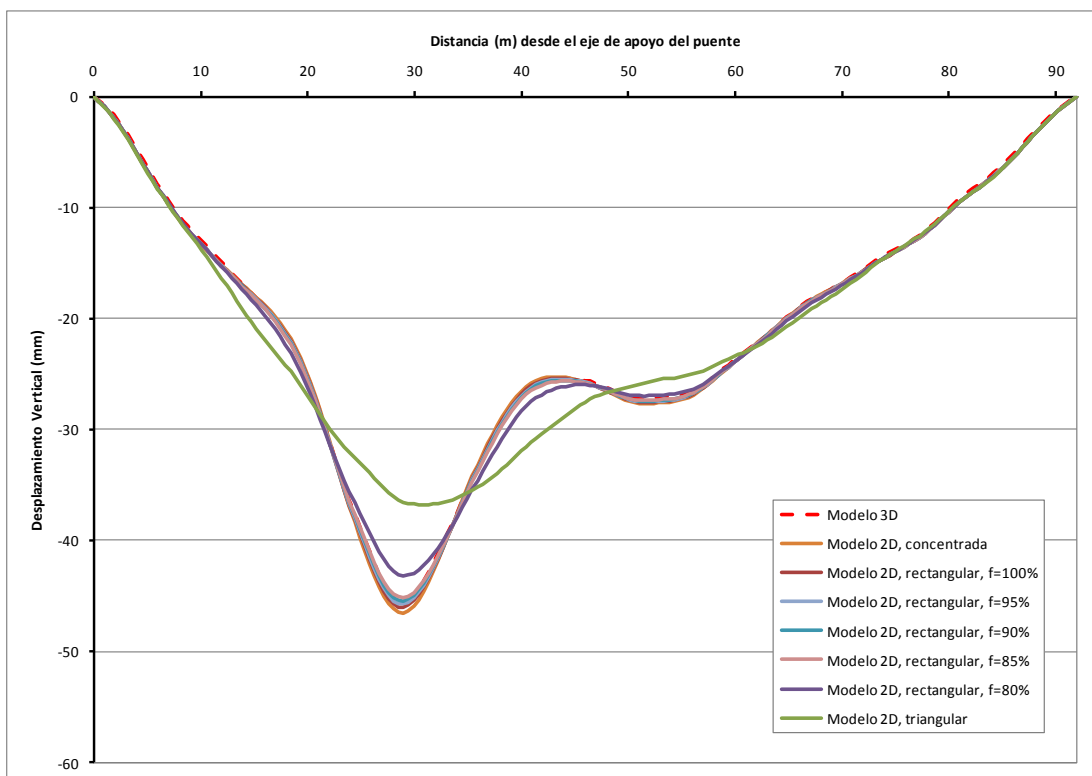
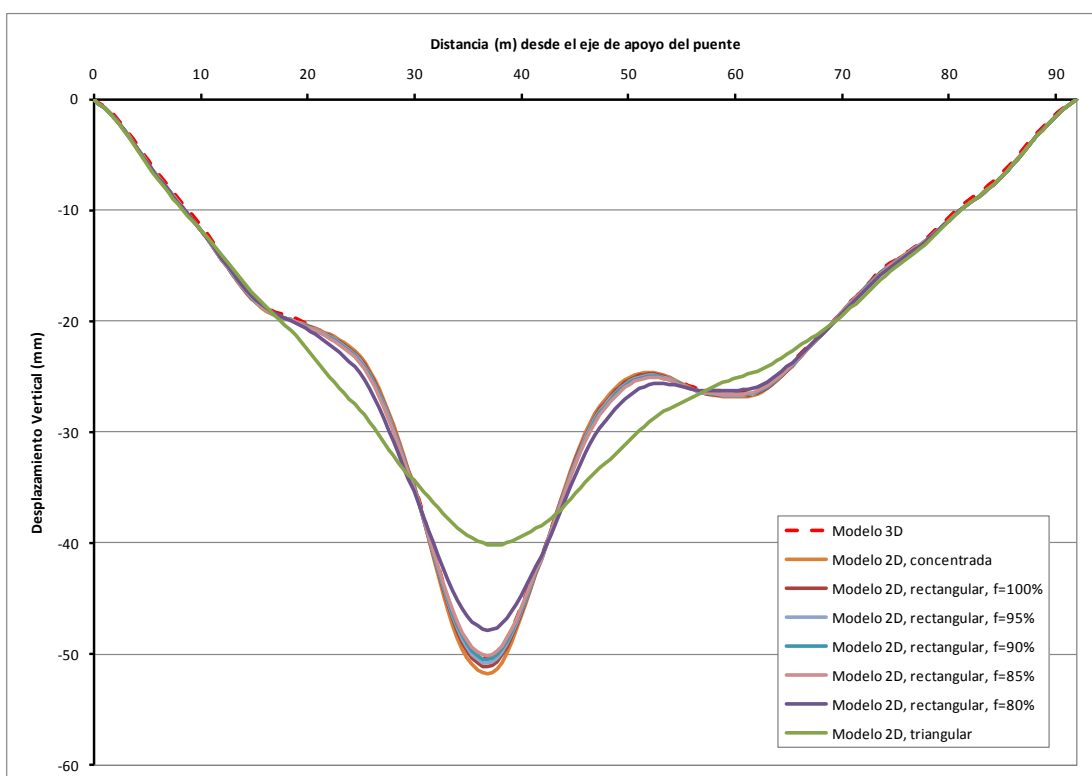


Figura F-10: Desplazamientos verticales en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 25 m del apoyo

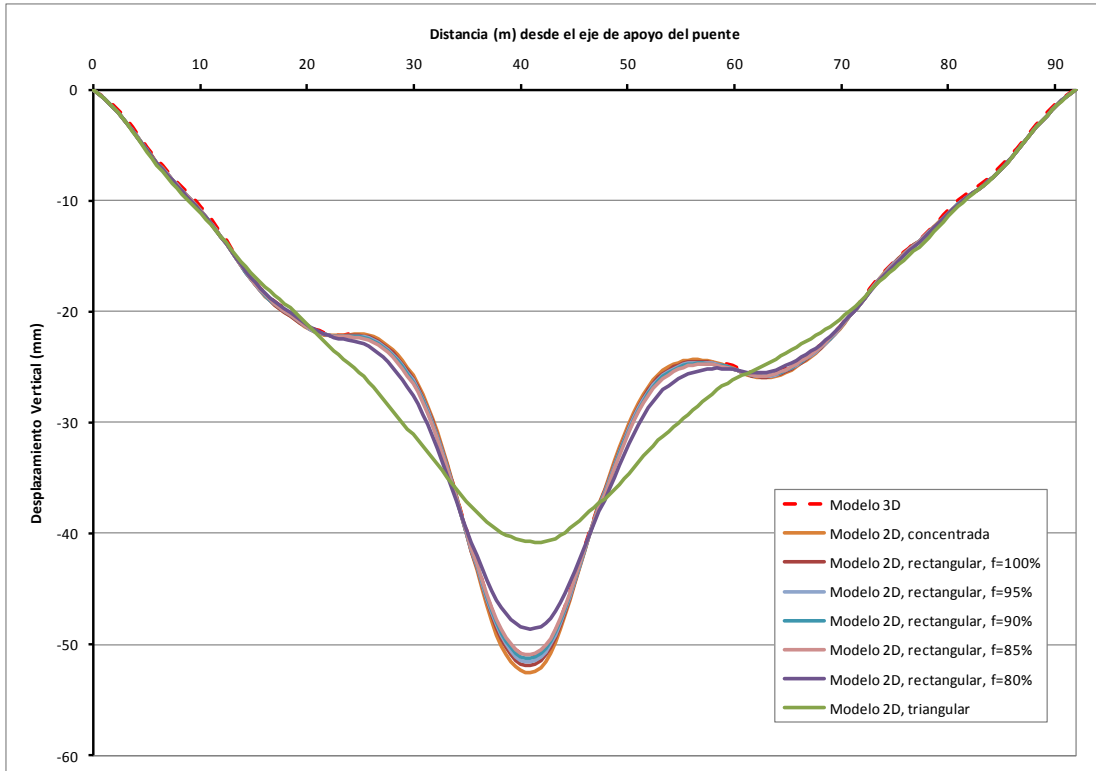


**Figura F-11: Desplazamientos verticales en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 29 m del apoyo**

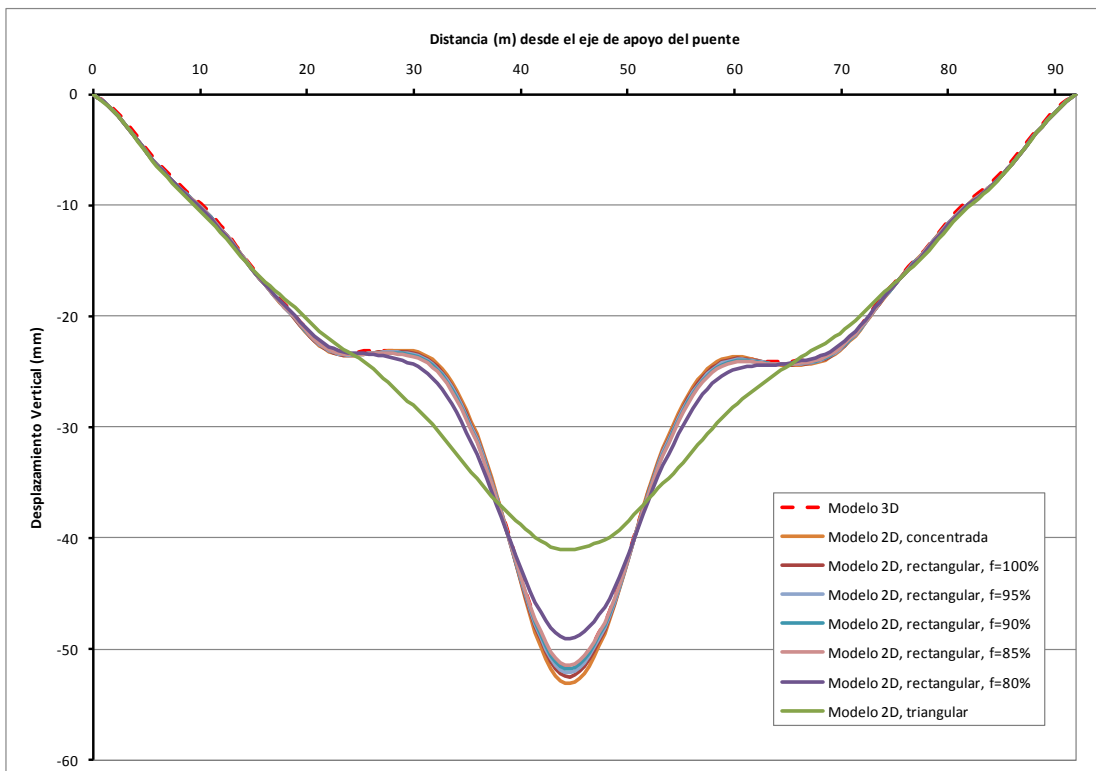


**Figura F-12: Desplazamientos verticales en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 37 m del apoyo**

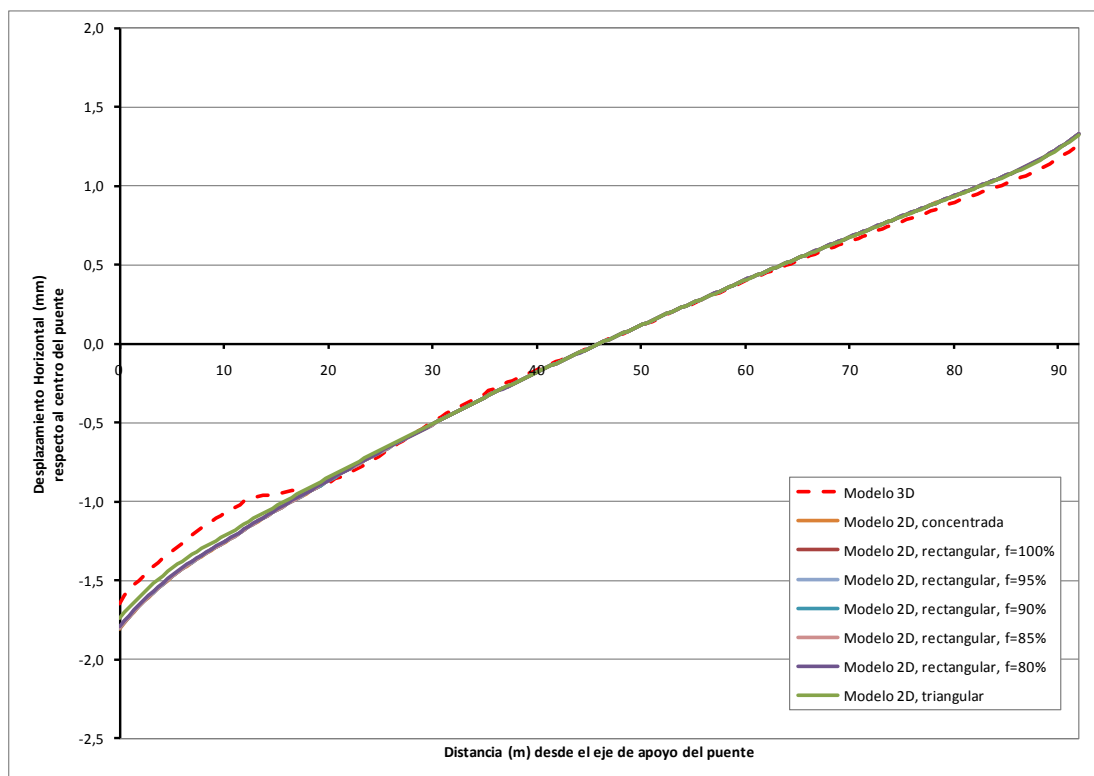




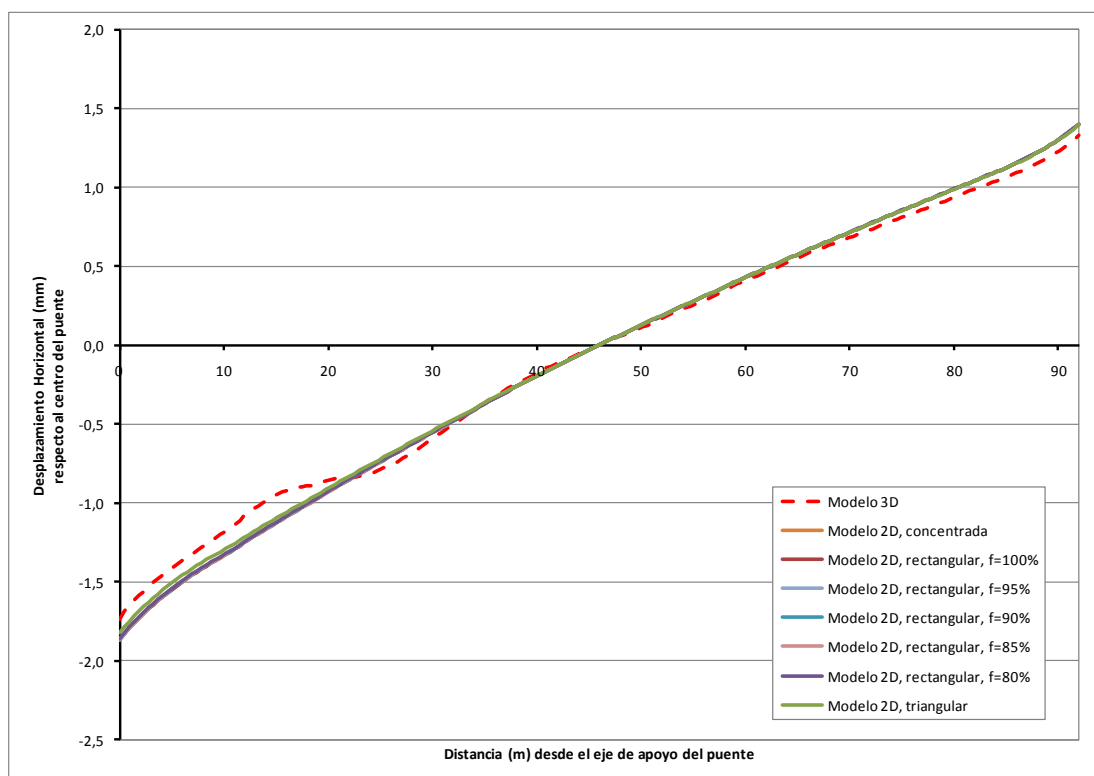
**Figura F-13: Desplazamientos verticales en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 41 m del apoyo**



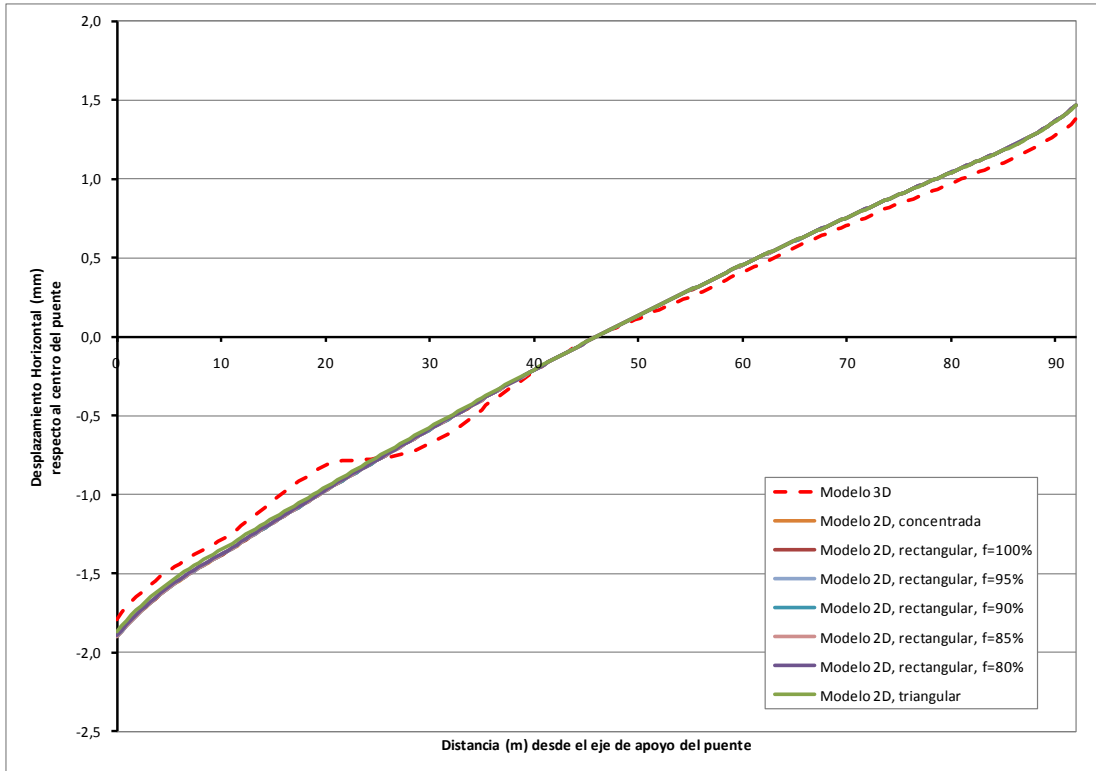
**Figura F-14: Desplazamientos verticales en el tirante debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 46 m del apoyo**



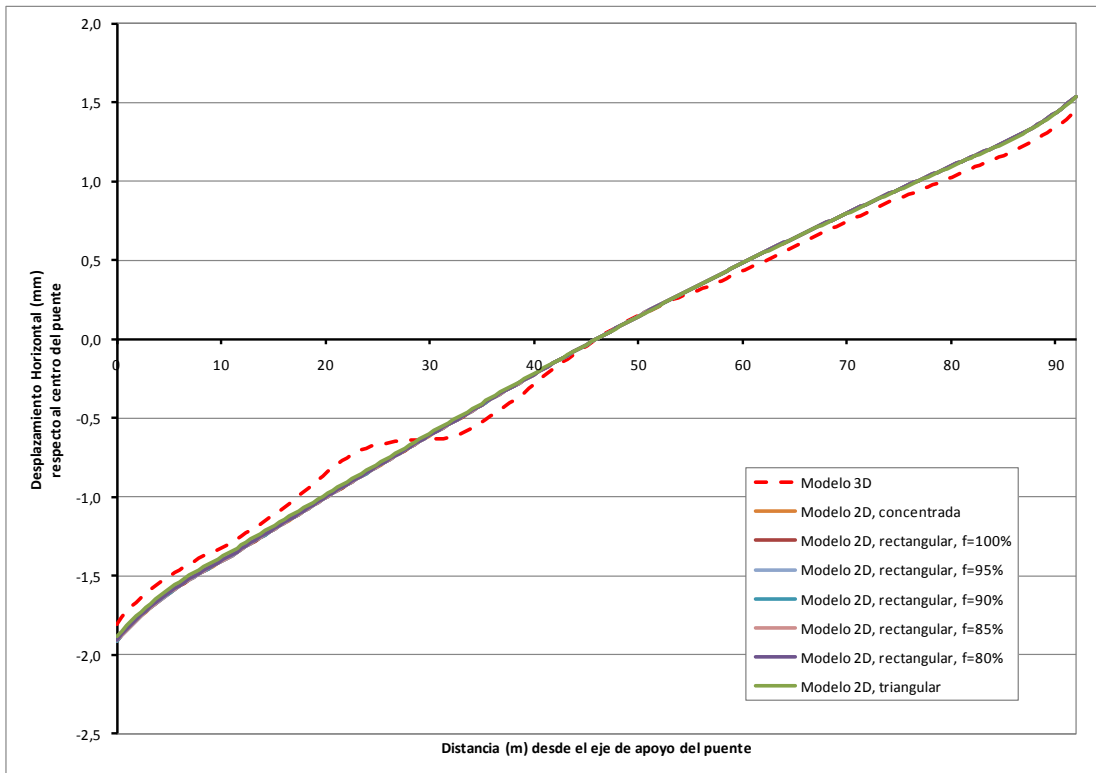
**Figura F-15: Desplazamientos horizontales en el tirante desde el centro debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 17 m del apoyo**



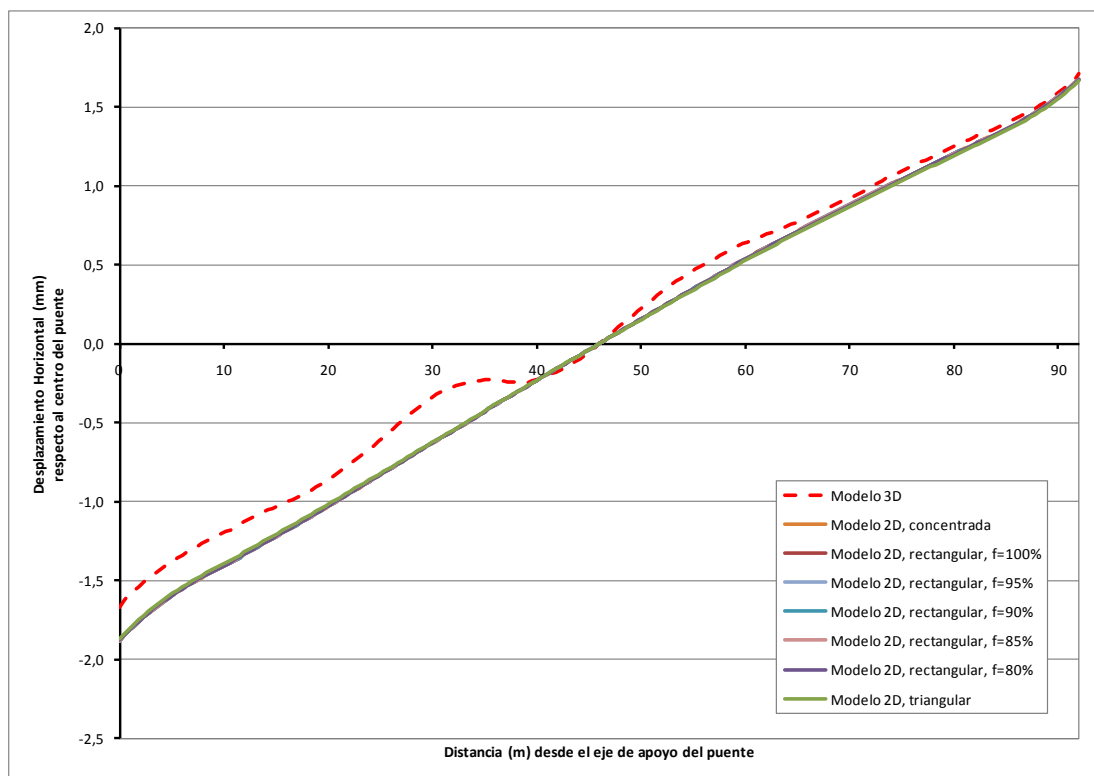
**Figura F-16: Desplazamientos horizontales en el tirante desde el centro debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 21 m del apoyo**



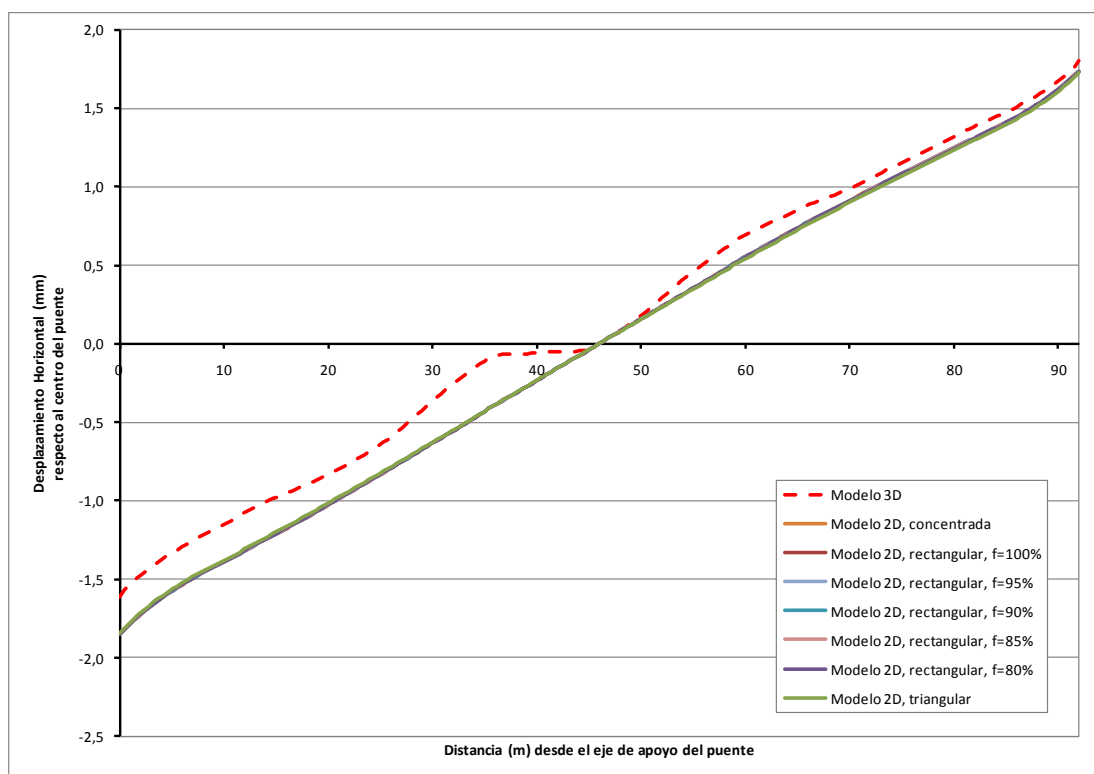
**Figura F-17: Desplazamientos horizontales en el tirante desde el centro debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 25 m del apoyo**



**Figura F-18: Desplazamientos horizontales en el tirante desde el centro debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 29 m del apoyo**



**Figura F-19: Desplazamientos horizontales en el tirante desde el centro debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 37 m del apoyo**



**Figura F-20: Desplazamientos horizontales en el tirante desde el centro debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 41 m del apoyo**

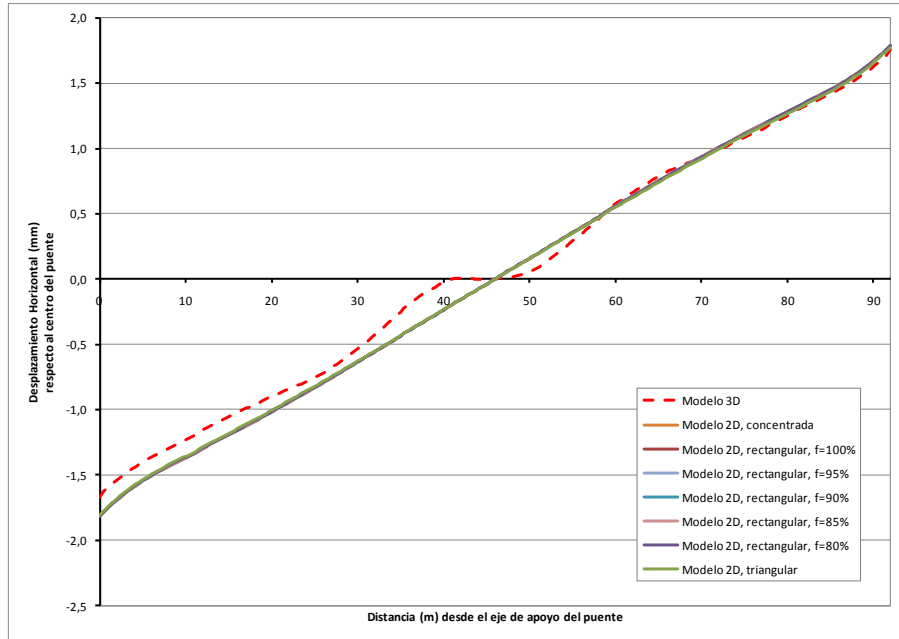


Figura F-21: Desplazamientos horizontales en el tirante desde el centro debido a la aplicación de la carga LL+IM con el camión de diseño a unos 46 m del apoyo

### Anexo G. Resultados de Fuerzas para el Caso de Estudio de 52 péndolas a 32°

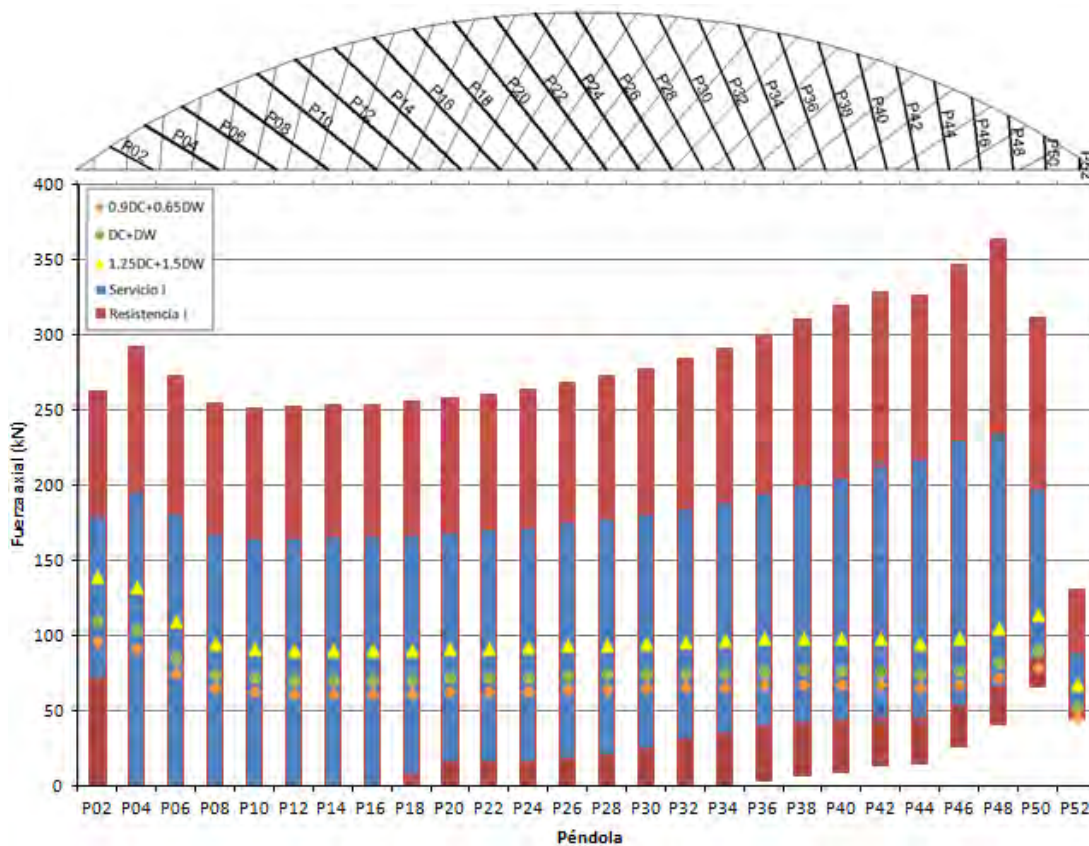


Figura G-1: Fuerzas de tracción en las péndolas que descenden desde el apoyo izquierdo del modelo de 52 péndolas a 32°

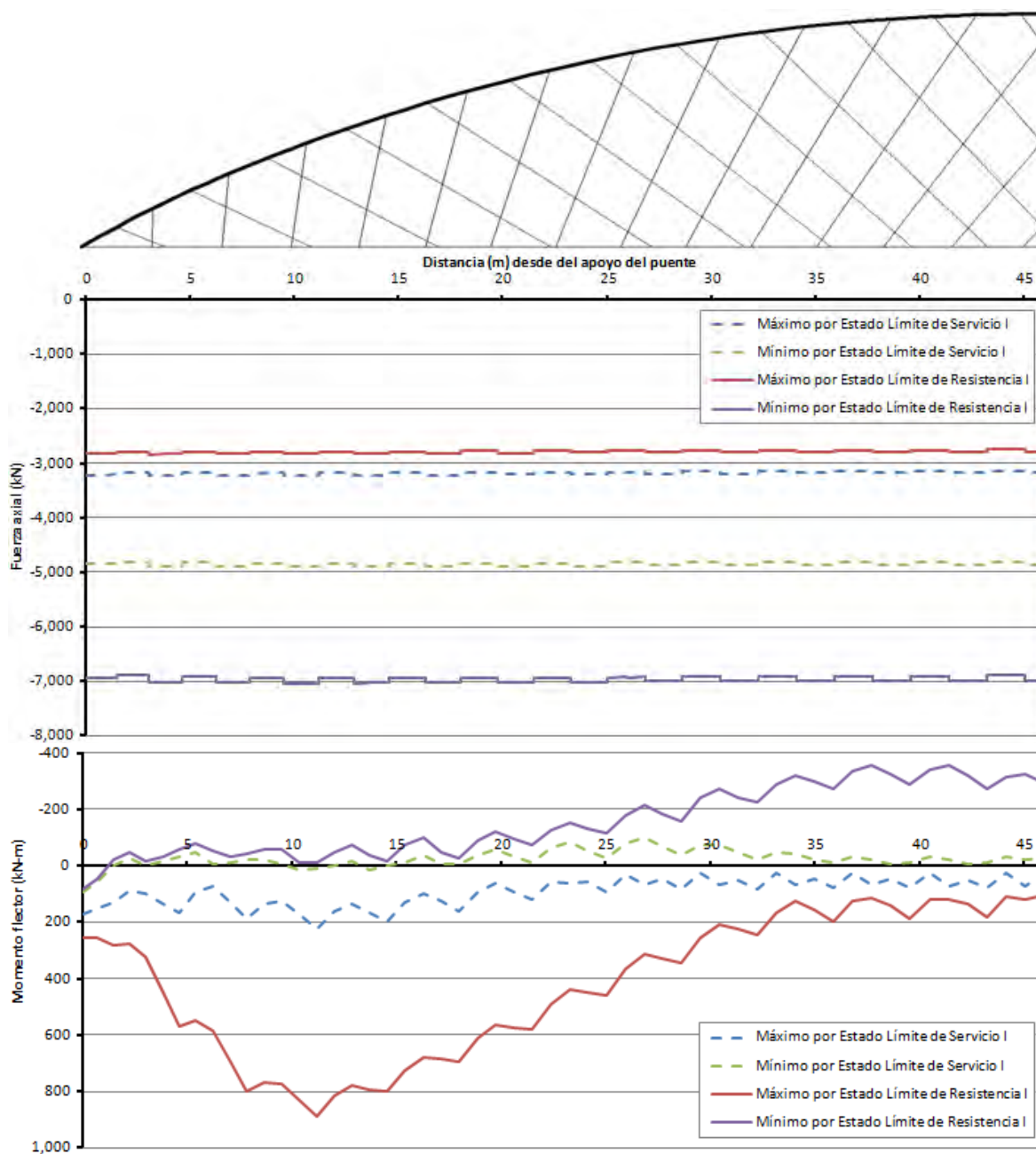


Figura G-2: Fuerzas axiales y de flexión en el arco del modelo de 52 péndolas a 32°

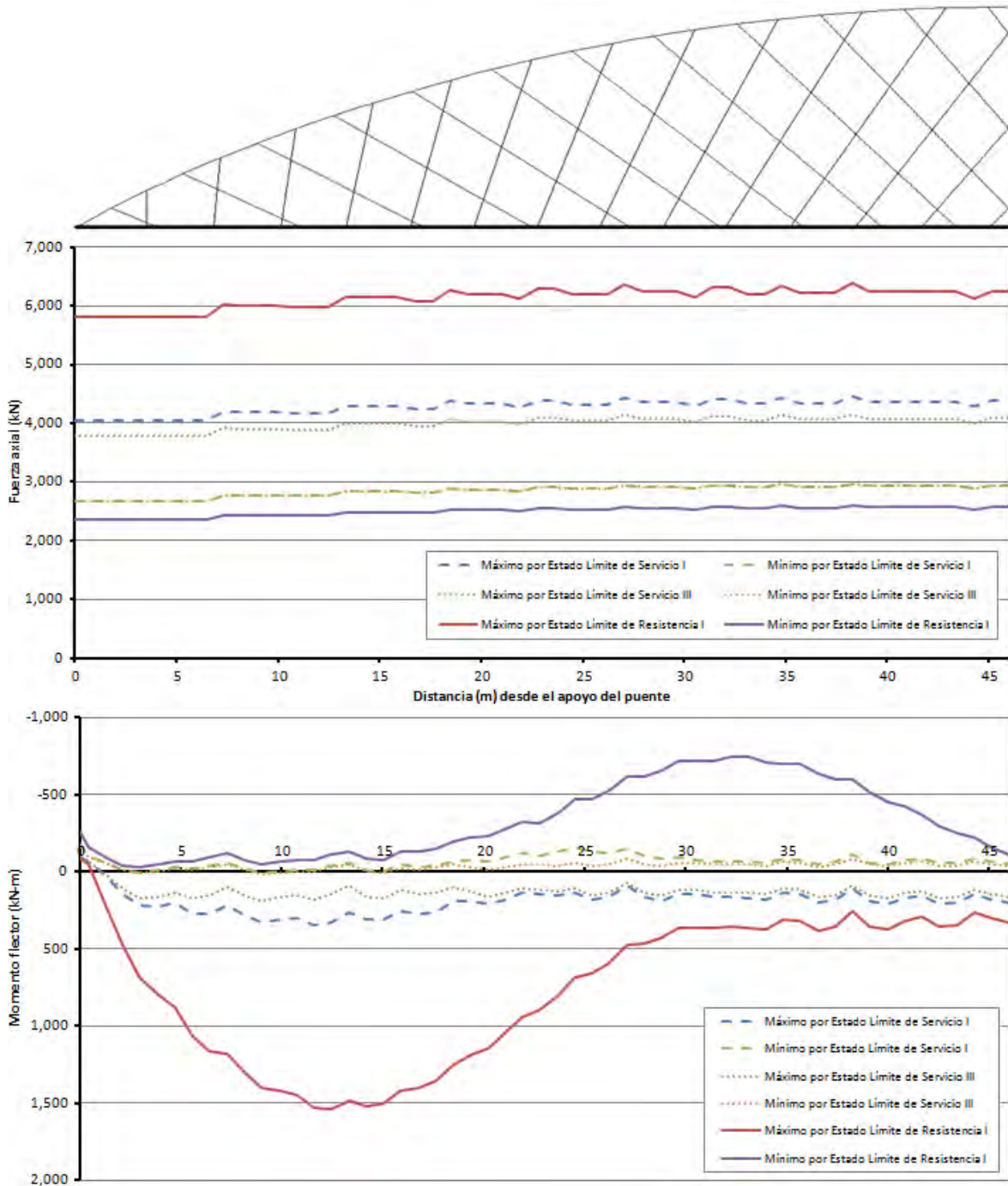
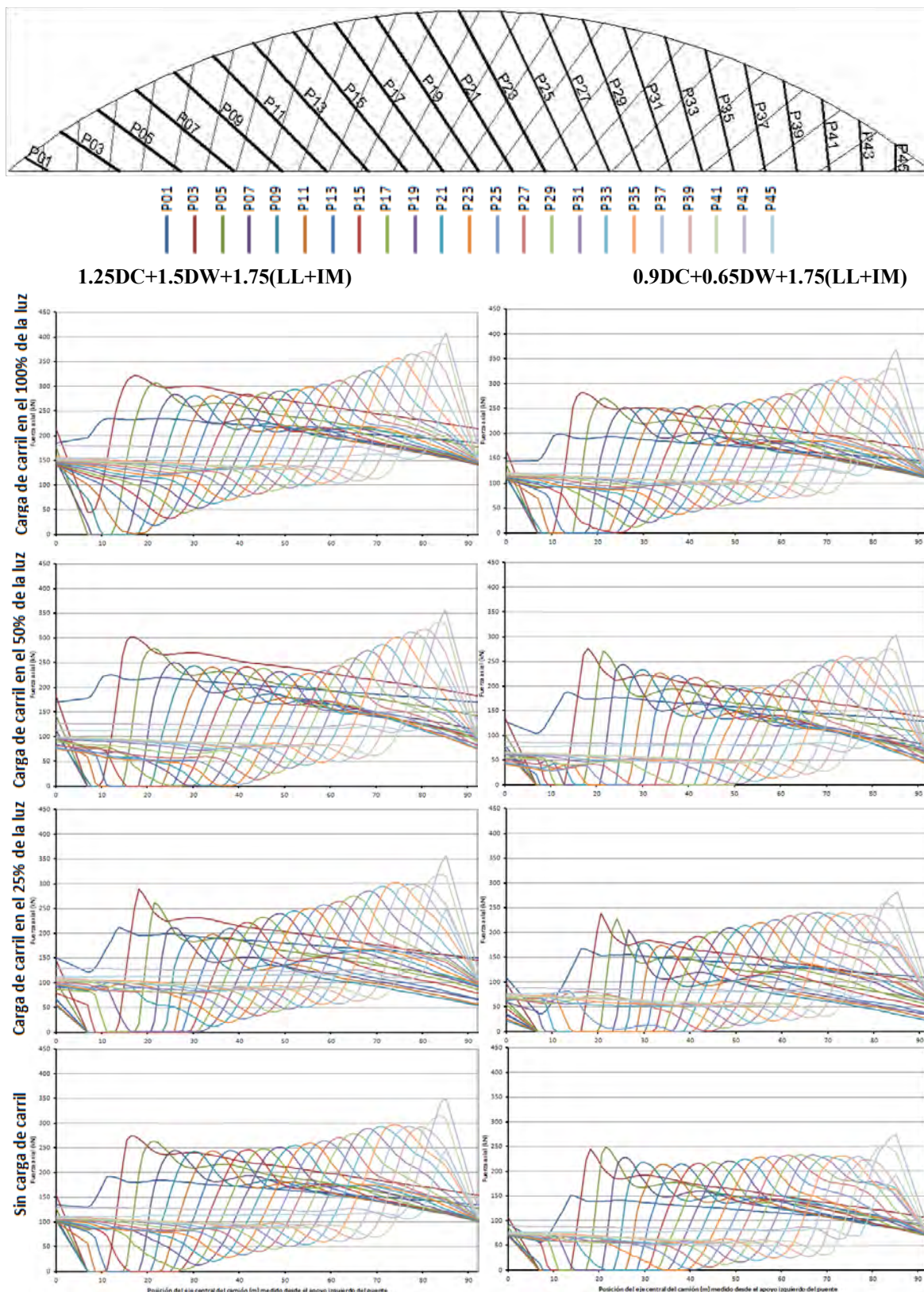


Figura G-3: Fuerzas axiales y de flexión en el tirante del modelo de 52 péndolas a 32°

### Anexo H. Resultados de las Fuerzas en los Elementos del Caso de Estudio de 46 Péndolas a 32°, para los distintos Casos de Carga

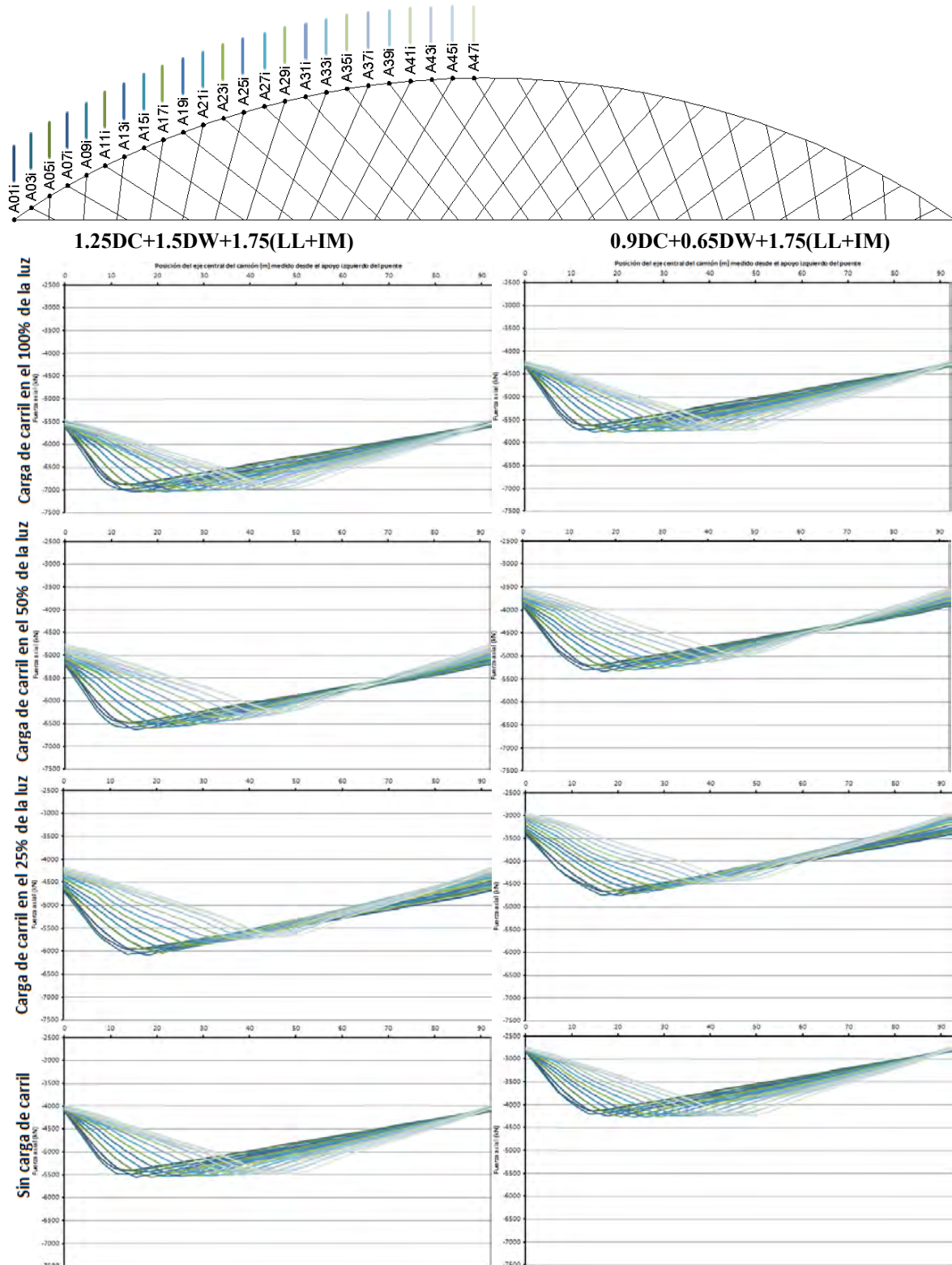
A continuación se presenta con más detalle los resultados del caso de estudio presentado parcialmente en el acápite 4.2.4. Los gráficos se presentan a la misma escala para poder facilitar su comparación.



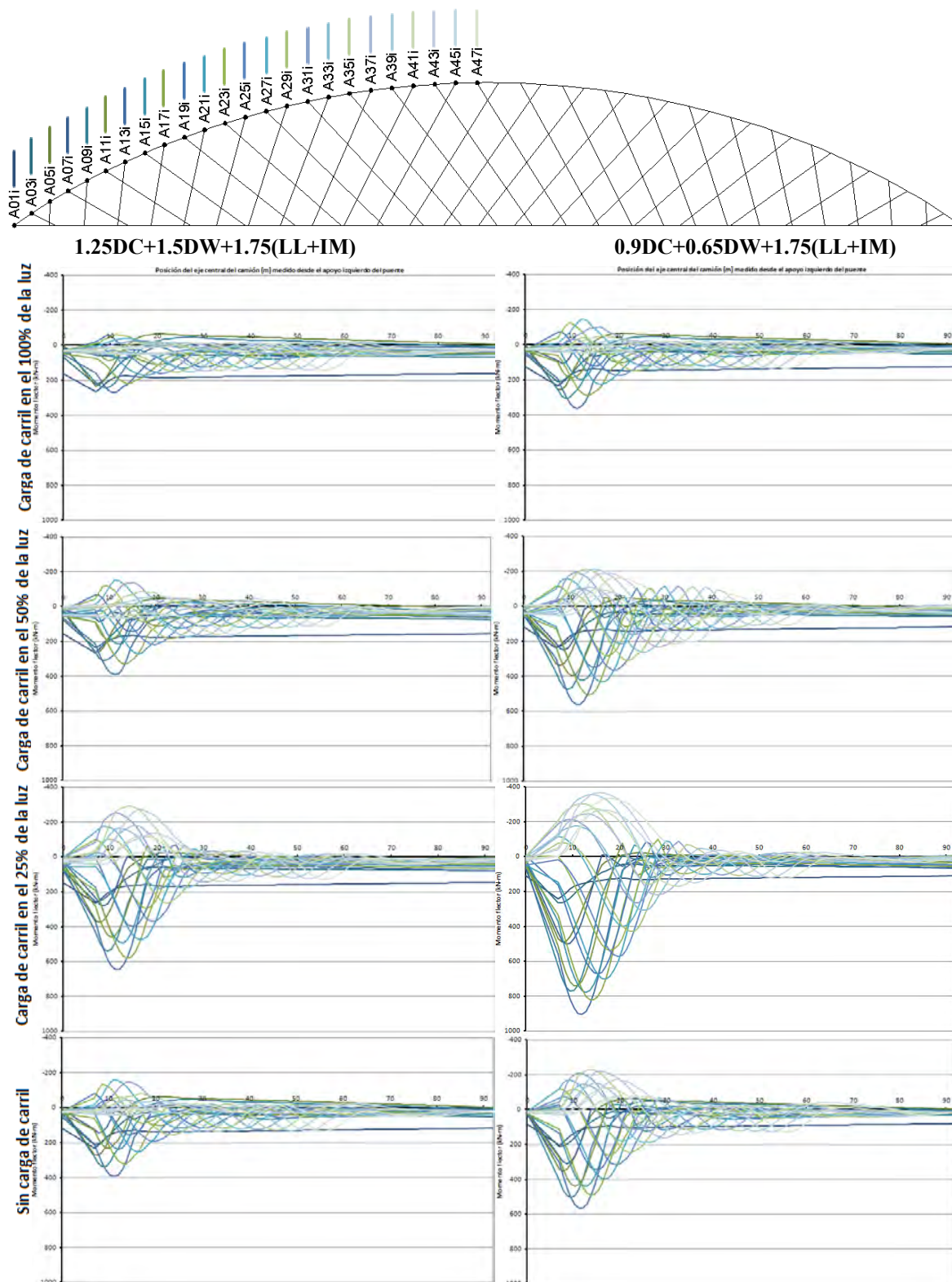


**Figura H-1: Fuerzas de tracción en las péndolas que descienden desde el apoyo izquierdo durante el estado límite de Resistencia I según las diferentes configuraciones de la carga móvil, del modelo de 46 péndolas a 32° del radio del arco**

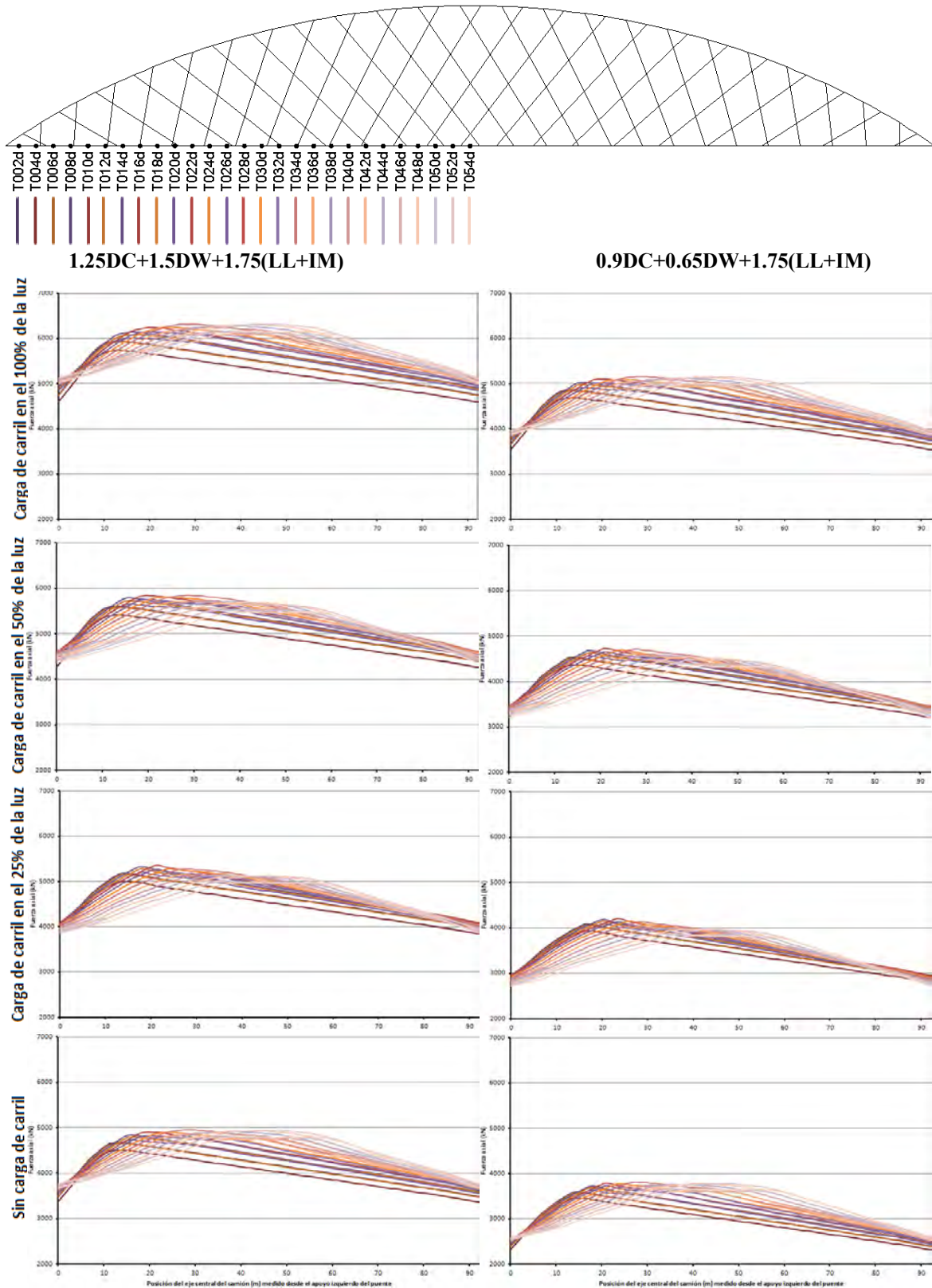




**Figura H-2: Fuerzas axiales en el arco durante el estado límite de Resistencia I según las diferentes configuraciones de la carga móvil, del modelo de 46 péndolas a 32° del radio del arco**

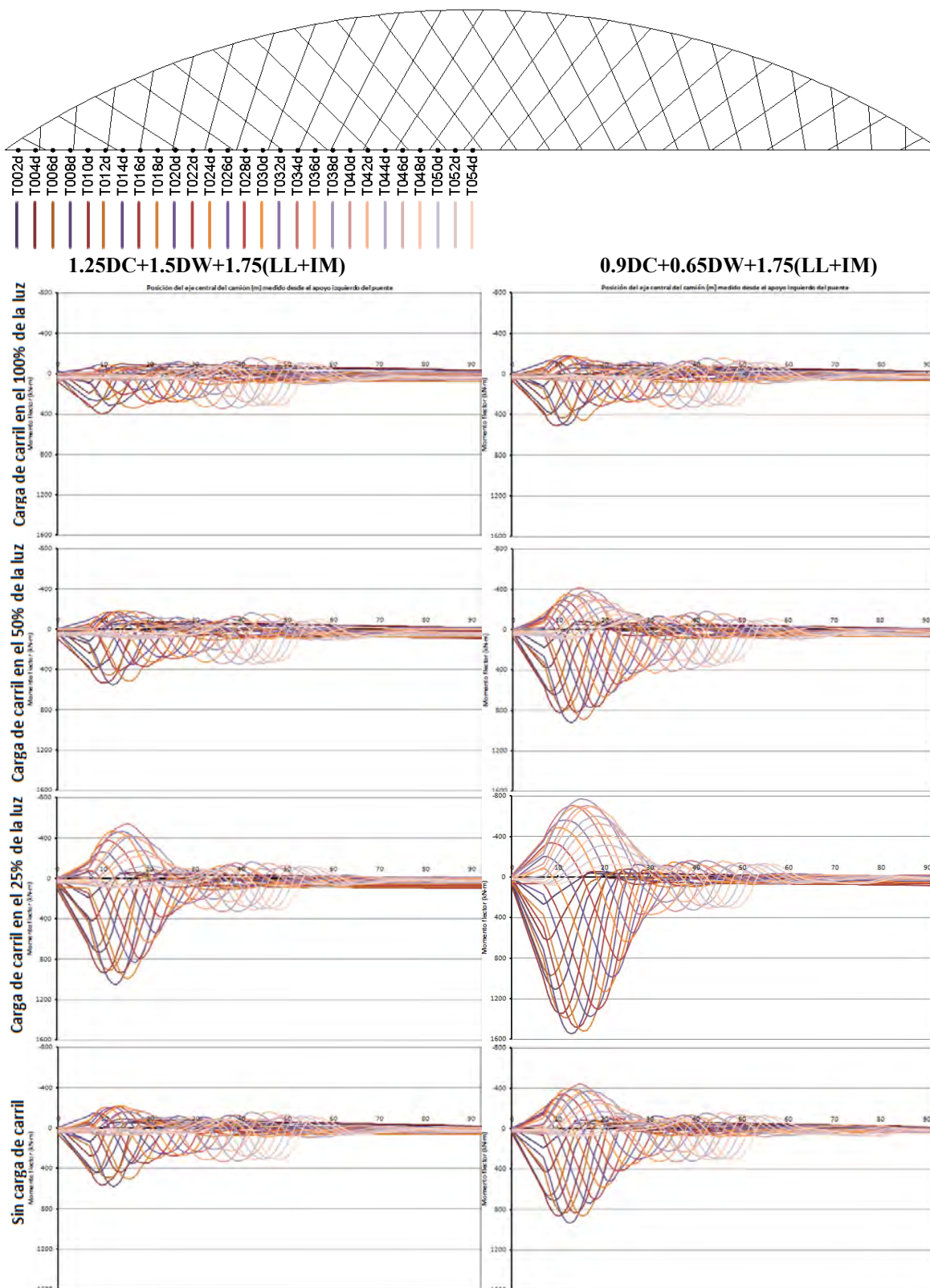


**Figura H-3: Momentos flectores en el arco durante el estado límite de Resistencia I según las diferentes configuraciones de la carga móvil, del modelo de 46 péndolas a  $32^\circ$  del radio del arco**



**Figura H-4: Fuerzas axiales en el tirante durante el estado límite de Resistencia I según las diferentes configuraciones de la carga móvil, del modelo de 46 péndolas a 32° del radio del arco**





**Figura H-5: Momentos flectores en el tirante durante el estado límite de Resistencia I según las diferentes configuraciones de la carga móvil, del modelo de 46 péndolas a 32° del radio del arco**

## Anexo I. Comparación de Resultados de las Fuerzas en los Elementos entre todos los Casos de Estudio

### I.1 Péndolas

**Tabla I-1: Fuerza axial de tracción en la péndola más esforzada (kN), en el estado límite de Servicio I, para cada caso de estudio**

Aproximación	teta(°) \ n	38	40	42	44	46	48	50	52	54
1ª	20º	344	304	322	281	300	266			
	30º	330	300	301	276	273	258			
2ª	30º			295	273	269	255	244	237	229
	32º					266	253	243	235	
	34º					264	250	242	233	
	36º					263	249	241	232	
	38º					261	249	241	233	
	40º			284	266	260	250	240	234	226
1ª	40º	312	298	288	270	268	255			
	50º	381	360	353	336	329	316			

**Tabla I-2: Rango de fuerza axial en la péndola más fatigada (kN), en el estado límite de Fatiga I, para cada caso de estudio**

Aproximación	teta(°) \ n	38	40	42	44	46	48	50	52	54
1ª	20º	186	164	172	154	154	145			
	30º	171	173	163	158	154	144			
2ª	30º			158	146	147	139	137	133	127
	32º					145	139	135	131	
	34º					143	137	134	130	
	36º					142	136	132	128	
	38º					141	135	132	128	
	40º			150	145	140	134	132	127	124
1ª	40º	169	168	159	156	149	144			
	50º	173	163	159	153	148	145			

### I.2 Arco

**Tabla I-3: Fuerza axial de compresión máxima en el arco (kN), en el estado límite de Resistencia I, para cada caso de estudio**

Aproximación	teta(°) \ n	38	40	42	44	46	48	50	52	54
1ª	20º	6,891	6,898	6,891	6,901	6,896	6,900			
	30º	7,032	7,024	7,031	7,028	7,030	7,030			
2ª	30º			7,010	7,008	7,009	7,009	7,009	7,012	7,012
	32º					7,032	7,035	7,035	7,039	
	34º					7,062	7,066	7,067	7,069	
	36º					7,103	7,105	7,107	7,110	
	38º					7,156	7,159	7,161	7,164	
	40º			7,229	7,232	7,234	7,237	7,240	7,243	7,245
1ª	40º	7,249	7,251	7,254	7,257	7,259	7,263			
	50º	7,933	7,941	7,945	7,953	7,958	7,963			

**Tabla I-4: Momento flector vertical máximo en el arco (kN-m),  
en el estado límite de Resistencia I, para cada caso de estudio**

Aproximación	teta(°) \ n	38	40	42	44	46	48	50	52	54
1ª	20º	1,770	1,819	1,800	1,778	1,795	1,775			
	30º	1,108	1,133	1,120	1,098	1,107	1,092			
2ª	30º			1,038	1,016	1,024	1,012	997	1,004	969
	32º					905	893	879	887	
	34º					787	777	765	769	
	36º					677	669	651	658	
	38º					571	562	547	553	
1ª	40º			490	466	472	467	448	453	435
	50º	532	539	527	504	508	501			
		449	432	418	420	395	408			

I.3 Tirante

**Tabla I-5: Fuerza axial de tracción máxima en el tirante (kN),  
en el estado límite de Servicio III, para cada caso de estudio**

Aproximación	teta(°) \ n	38	40	42	44	46	48	50	52	54
1ª	20º	4,295	4,301	4,248	4,258	4,264	4,272			
	30º	4,183	4,165	4,185	4,203	4,183	4,175			
2ª	30º			4,176	4,193	4,173	4,165	4,151	4,168	4,177
	32º					4,119	4,139	4,137	4,155	
	34º					4,126	4,097	4,089	4,095	
	36º					4,066	4,067	4,076	4,064	
	38º					4,029	4,025	4,012	4,037	
1ª	40º			3,996	3,949	3,991	3,964	3,975	3,975	3,952
	50º	3,995	3,968	4,007	3,960	4,002	3,976			
		3,886	3,992	3,883	3,979	3,881	3,966			

**Tabla I-6: Momento flector vertical máximo en el tirante (kN-m),  
en el estado límite de Servicio III, para cada caso de estudio**

Aproximación	teta(°) \ n	38	40	42	44	46	48	50	52	54
1ª	20º	684	696	685	668	678	669			
	30º	266	245	239	232	225	217			
2ª	30º			264	256	245	242	233	225	226
	32º					209	199	189	186	
	34º					208	200	182	181	
	36º					210	206	210	204	
	38º					240	234	214	219	
1ª	40º			271	267	249	255	253	241	238
	50º	257	231	243	238	221	228			
		452	469	452	454	439	452			

**Anexo J. Cálculos para el Diseño de los Elementos Estructurales para  
el Caso de Estudio de 46 Péndolas a 32º**

J.1 Péndolas

<b>VERIFICACIÓN DEL DISEÑO DE LA PÉNDOLAS</b>			
Diámetro nominal		Diámetro=	32 mm
Área de la sección transversal		Área=	804 mm <sup>2</sup>
Esfuerzo resistente		fpu=	1050 MPa
Esfuerzo admisible		0.45fpu=	473 MPa
Fuerza de tracción admisible		Tadm=	380 kN
Fuerza de tracción actuante máxima		Tserv=	266 kN
Verificación		¿Tserv <= Tadm?	OK
Porcentaje de la resistencia		fserv/fpu=	32%



Elemento	x (m)	Fuerzas Actuantes 0.9DC+0.65DW+1.75(LL+IM)											
		0.00L			0.24L			0.50L			1.00L		
		Pu_min (kN)	Mux (kN-m)	Muy (kN-m)	Pu_min (kN)	Mux (kN-m)	Muy (kN-m)	Pu_min (kN)	Mux (kN-m)	Muy (kN-m)	Pu_min (kN)	Mux (kN-m)	Muy (kN-m)
A01	<b>0.00</b>	-4,131	204	<b>440</b>	-4,663	242	<b>606</b>	-5,209	237	<b>612</b>	-5,618	236	<b>611</b>
A01	<b>0.85</b>	-4,129	180	396	-4,661	222	546	-5,207	196	551	-5,616	183	550
A02	<b>0.85</b>	-4,130	180	396	-4,661	222	546	-5,207	196	551	-5,617	183	550
A02	<b>1.71</b>	-4,128	212	351	-4,659	264	485	-5,205	229	489	-5,615	212	489
A03	<b>1.71</b>	-4,202	212	351	-4,742	264	485	-5,298	229	489	-5,711	212	489
A03	<b>2.59</b>	-4,200	253	306	-4,740	346	423	-5,296	245	427	-5,709	192	426
A04	<b>2.59</b>	-4,201	253	306	-4,740	346	423	-5,297	245	427	-5,710	192	426
A04	<b>3.47</b>	-4,199	353	261	-4,739	489	360	-5,295	338	363	-5,708	253	363
A05	<b>3.47</b>	-4,133	353	261	-4,649	489	360	-5,204	338	363	-5,634	253	363
A05	<b>4.36</b>	-4,131	300	215	-4,647	464	297	-5,202	253	300	-5,633	138	300
A06	<b>4.36</b>	-4,131	300	215	-4,647	464	297	-5,201	253	300	-5,632	138	300
A06	<b>5.25</b>	-4,129	309	169	-4,646	502	233	-5,200	250	235	-5,630	106	235
A07	<b>5.25</b>	-4,244	309	<b>169</b>	-4,757	502	<b>233</b>	-5,333	250	<b>235</b>	-5,762	106	<b>235</b>
A07	<b>6.16</b>	-4,243	375	169	-4,756	606	233	-5,331	322	235	-5,761	162	235
A08	<b>6.16</b>	-4,243	375	169	-4,756	606	233	-5,331	322	235	-5,761	162	235
A08	<b>7.07</b>	-4,242	505	169	-4,755	770	233	-5,330	475	235	-5,759	305	235
A09	<b>7.07</b>	-4,175	505	169	-4,661	770	233	-5,230	475	235	-5,656	305	235
A09	<b>8.00</b>	-4,174	442	169	-4,660	728	233	-5,229	397	235	-5,655	205	235
A10	<b>8.00</b>	-4,174	442	169	-4,660	728	233	-5,229	397	235	-5,654	205	235
A10	<b>8.93</b>	-4,173	440	169	-4,659	739	233	-5,227	396	235	-5,653	187	235
A11	<b>8.93</b>	-4,258	440	169	-4,718	739	233	-5,317	396	235	-5,761	187	235
A11	<b>9.86</b>	-4,256	500	169	-4,716	824	233	-5,315	477	235	-5,760	270	235
A12	<b>9.86</b>	-4,256	500	169	-4,717	824	233	-5,315	477	235	-5,760	270	235
A12	<b>10.80</b>	-4,255	566	169	-4,715	905	233	-5,314	563	235	-5,759	362	235
A13	<b>10.80</b>	-4,200	566	169	-4,640	905	233	-5,238	563	235	-5,678	362	235
A13	<b>11.75</b>	-4,199	483	169	-4,639	820	233	-5,236	467	235	-5,677	248	235
A14	<b>11.75</b>	-4,199	483	169	-4,639	820	233	-5,237	467	235	-5,677	248	235
A14	<b>12.70</b>	-4,198	438	169	-4,638	778	233	-5,236	421	235	-5,676	196	235
A15	<b>12.70</b>	-4,262	438	<b>51</b>	-4,682	778	<b>70</b>	-5,308	421	<b>71</b>	-5,759	196	<b>72</b>
A15	<b>13.66</b>	-4,261	440	51	-4,681	777	70	-5,307	434	71	-5,758	207	72
A16	<b>13.66</b>	-4,261	440	51	-4,681	777	70	-5,308	434	71	-5,758	207	72
A16	<b>14.62</b>	-4,260	492	51	-4,680	821	70	-5,307	508	71	-5,757	288	72
A17	<b>14.62</b>	-4,210	492	51	-4,605	821	70	-5,225	508	71	-5,680	288	72
A17	<b>15.58</b>	-4,209	397	51	-4,605	726	70	-5,224	401	71	-5,679	172	72
A18	<b>15.58</b>	-4,209	397	51	-4,605	726	70	-5,225	401	71	-5,679	172	72
A18	<b>16.55</b>	-4,208	346	51	-4,604	672	70	-5,224	348	71	-5,678	119	72
A19	<b>16.55</b>	-4,264	346	51	-4,644	672	70	-5,279	348	71	-5,755	119	72
A19	<b>17.53</b>	-4,264	346	51	-4,643	663	70	-5,278	357	71	-5,754	140	72
A20	<b>17.53</b>	-4,264	346	51	-4,643	663	70	-5,278	357	71	-5,755	140	72
A20	<b>18.51</b>	-4,263	399	51	-4,642	702	70	-5,278	432	71	-5,754	227	72
A21	<b>18.51</b>	-4,207	399	51	-4,562	702	70	-5,197	432	71	-5,677	227	72
A21	<b>19.49</b>	-4,206	309	51	-4,561	597	70	-5,196	331	71	-5,676	109	72
A22	<b>19.49</b>	-4,206	309	51	-4,561	597	70	-5,197	331	71	-5,676	109	72
A22	<b>20.48</b>	-4,205	263	51	-4,561	538	70	-5,196	283	71	-5,675	129	72
A23	<b>20.48</b>	-4,261	263	51	-4,592	538	70	-5,253	283	71	-5,750	129	72
A23	<b>21.47</b>	-4,260	264	51	-4,591	527	70	-5,252	292	71	-5,749	110	72
A24	<b>21.47</b>	-4,261	264	51	-4,591	527	70	-5,253	292	71	-5,749	110	72
A24	<b>22.46</b>	-4,260	316	51	-4,590	572	70	-5,252	363	71	-5,749	175	72
A25	<b>22.46</b>	-4,201	316	51	-4,511	572	70	-5,162	363	71	-5,670	175	72
A25	<b>23.46</b>	-4,201	224	51	-4,510	463	70	-5,161	260	71	-5,669	113	72
A26	<b>23.46</b>	-4,201	224	51	-4,510	463	70	-5,162	260	71	-5,669	113	72
A26	<b>24.46</b>	-4,200	180	51	-4,510	400	70	-5,161	215	71	-5,668	146	72
A27	<b>24.46</b>	-4,254	180	51	-4,547	400	70	-5,217	215	71	-5,742	146	72
A27	<b>25.46</b>	-4,253	188	51	-4,547	386	70	-5,217	232	71	-5,742	123	72
A28	<b>25.46</b>	-4,253	188	51	-4,547	386	70	-5,217	232	71	-5,742	123	72
A28	<b>26.47</b>	-4,252	245	51	-4,546	429	70	-5,216	309	71	-5,741	147	72
A29	<b>26.47</b>	-4,196	245	51	-4,464	429	70	-5,125	309	71	-5,663	147	72
A29	<b>27.48</b>	-4,195	182	51	-4,463	324	70	-5,125	205	71	-5,662	92	72
A30	<b>27.48</b>	-4,195	182	51	-4,464	324	70	-5,125	205	71	-5,662	92	72
A30	<b>28.50</b>	-4,195	211	51	-4,463	266	70	-5,125	195	71	-5,661	126	72
A31	<b>28.50</b>	-4,248	211	51	-4,505	266	70	-5,178	195	71	-5,736	126	72
A31	<b>29.51</b>	-4,247	198	51	-4,505	260	70	-5,177	181	71	-5,735	88	72
A32	<b>29.51</b>	-4,247	198	51	-4,504	260	70	-5,178	181	71	-5,735	88	72
A32	<b>30.53</b>	-4,247	190	51	-4,504	307	70	-5,177	263	71	-5,735	143	72
A33	<b>30.53</b>	-4,190	190	51	-4,430	307	70	-5,085	263	71	-5,655	143	72
A33	<b>31.55</b>	-4,190	205	51	-4,430	262	70	-5,085	183	71	-5,655	60	72
A34	<b>31.55</b>	-4,190	205	51	-4,430	262	70	-5,086	183	71	-5,655	60	72
A34	<b>32.57</b>	-4,189	228	51	-4,430	303	70	-5,085	212	71	-5,654	129	72
A35	<b>32.57</b>	-4,242	228	51	-4,475	303	70	-5,136	212	71	-5,729	129	72
A35	<b>33.60</b>	-4,242	212	51	-4,474	298	70	-5,136	188	71	-5,728	50	72
A36	<b>33.60</b>	-4,242	212	51	-4,474	298	70	-5,136	188	71	-5,728	50	72
A36	<b>34.63</b>	-4,242	160	51	-4,474	245	70	-5,135	231	71	-5,728	140	72
A37	<b>34.63</b>	-4,186	160	51	-4,404	245	70	-5,042	231	71	-5,650	140	72
A37	<b>35.66</b>	-4,186	206	51	-4,404	325	70	-5,041	187	71	-5,649	50	72
A38	<b>35.66</b>	-4,186	206	51	-4,404	325	70	-5,042	187	71	-5,649	50	72
A38	<b>36.69</b>	-4,186	220	51	-4,404	357	70	-5,041	213	71	-5,649	132	72
A39	<b>36.69</b>	-4,239	220	51	-4,452	357	70	-5,087	213	71	-5,724	132	72
A39	<b>37.72</b>	-4,239	193	51	-4,452	341	70	-5,087	184	71	-5,724	48	72
A40	<b>37.72</b>	-4,239	193	51	-4,451	341	70	-5,086	184	71	-5,724	48	72
A40	<b>38.75</b>	-4,239	142	51	-4,451	276	70	-5,086	214	71	-5,724	137	72
A41	<b>38.75</b>	-4,184	142	51	-4,384	276	70	-4,993	214	71	-5,646	137	72
A41	<b>39.78</b>	-4,183	167	51	-4,384	345	70	-4,992	170	71	-5,646	51	72
A42	<b>39.78</b>	-4,183	167	51	-4,384	345	70	-4,993	170	71	-5,646	51	72
A42	<b>40.82</b>	-4,183	172	51	-4,384	367	70	-4,993	192	71	-5,646	134	72
A43	<b>40.82</b>	-4,237	172	51	-4,433	367	70	-5,033	192	71	-5,722	134	72
A43	<b>41.85</b>	-4,237	145	51	-4,433	341	70	-5,033	162	71	-5,721	48	72
A44	<b>41.85</b>	-4,237	145	51	-4,433	341	70	-5,033	162	71	-5,721	48	72
A44	<b>42.89</b>	-4,237	132	51	-4,432	267	70	-5,033	205	71	-5,721	135	72
A45	<b>42.89</b>	-4,182	132	51	-4,367	267	70	-4,939	205	71	-5,644	135	72
A45	<b>43.93</b>	-4,182	92	51	-4,367	323	70	-4,939	145	71	-5,644	52	72
A46	<b>43.93</b>	-4,182	92	51	-4,367	323	70	-4,940	145	71	-5,644	52	72
A46	<b>44.96</b>	-4,182	128	51	-4,367	335	70	-4,939	163	71	-5,644	136	72
A47	<b>44.96</b>	-4,237	128	51	-4,417	335	70	-4,979	163	71	-5,721	136	72
A47	<b>46.00</b>	-4,237	74	51	-4,417	298	70	-4,979	130	71	-5,721</		



Elemento	x (m)	Fuerzas Actuantes											
		1.25DC+1.5DW+1.75(LL+HM)											
		0.00L			0.24L			0.50L			1.00L		
		Pu_min (kN)	Mux (kN-m)	Muy (kN-m)	Pu_min (kN)	Mux (kN-m)	Muy (kN-m)	Pu_min (kN)	Mux (kN-m)	Muy (kN-m)	Pu_min (kN)	Mux (kN-m)	Muy (kN-m)
A01	0.00	-5,405	230	543	-5,962	264	709	-6,478	263	715	-6,878	266	714
A01	0.85	-5,402	183	488	-5,959	218	638	-6,476	201	643	-6,876	195	643
A02	0.85	-5,403	183	488	-5,960	218	638	-6,476	201	643	-6,876	195	643
A02	1.71	-5,400	213	434	-5,957	256	567	-6,474	232	571	-6,874	224	571
A03	1.71	-5,493	213	434	-6,062	256	567	-6,583	232	571	-6,990	224	571
A03	2.59	-5,490	202	378	-6,059	272	494	-6,580	198	498	-6,987	177	498
A04	2.59	-5,491	202	378	-6,060	272	494	-6,581	198	498	-6,988	177	498
A04	3.47	-5,488	271	322	-6,057	375	421	-6,578	260	424	-6,985	233	424
A05	3.47	-5,416	271	322	-5,945	375	421	-6,486	260	424	-6,889	233	424
A05	4.36	-5,413	168	265	-5,943	282	347	-6,483	124	350	-6,887	94	350
A06	4.36	-5,413	168	265	-5,942	282	347	-6,483	124	350	-6,886	94	350
A06	5.25	-5,410	142	208	-5,940	281	273	-6,481	85	275	-6,884	75	275
A07	5.25	-5,544	142	208	-6,082	281	273	-6,625	85	275	-7,032	75	275
A07	6.16	-5,542	198	208	-6,079	364	273	-6,623	146	275	-7,030	97	275
A08	6.16	-5,542	198	208	-6,080	364	273	-6,623	146	275	-7,030	97	275
A08	7.07	-5,540	337	208	-6,078	539	273	-6,621	310	275	-7,028	242	275
A09	7.07	-5,439	337	208	-5,956	539	273	-6,493	310	275	-6,911	242	275
A09	8.00	-5,437	249	208	-5,954	457	273	-6,491	203	275	-6,909	115	275
A10	8.00	-5,437	249	208	-5,954	457	273	-6,491	203	275	-6,909	115	275
A10	8.93	-5,434	232	208	-5,952	460	273	-6,489	190	275	-6,907	107	275
A11	8.93	-5,541	232	208	-6,035	460	273	-6,603	190	275	-7,030	107	275
A11	9.86	-5,539	309	208	-6,033	550	273	-6,601	287	275	-7,028	175	275
A12	9.86	-5,539	309	208	-6,033	550	273	-6,601	287	275	-7,028	175	275
A12	10.80	-5,537	391	208	-6,031	645	273	-6,599	391	275	-7,026	270	275
A13	10.80	-5,459	391	208	-5,935	645	273	-6,495	391	275	-6,933	270	275
A13	11.75	-5,457	285	208	-5,933	542	273	-6,493	268	275	-6,931	135	275
A14	11.75	-5,458	285	208	-5,934	542	273	-6,493	268	275	-6,931	135	275
A14	12.70	-5,456	238	208	-5,932	492	273	-6,491	217	275	-6,929	130	275
A15	12.70	-5,536	238	63	-5,988	492	82	-6,575	217	83	-7,030	130	84
A15	13.66	-5,535	248	63	-5,986	506	82	-6,574	236	83	-7,028	103	84
A16	13.66	-5,535	248	63	-5,987	506	82	-6,574	236	83	-7,028	103	84
A16	14.62	-5,533	320	63	-5,985	581	82	-6,572	329	83	-7,027	218	84
A17	14.62	-5,460	320	63	-5,883	581	82	-6,471	329	83	-6,933	218	84
A17	15.58	-5,459	207	63	-5,882	460	82	-6,470	201	83	-6,931	82	84
A18	15.58	-5,459	207	63	-5,883	460	82	-6,470	201	83	-6,932	82	84
A18	16.55	-5,458	154	63	-5,881	399	82	-6,469	144	83	-6,930	125	84
A19	16.55	-5,530	154	63	-5,931	399	82	-6,543	144	83	-7,024	125	84
A19	17.53	-5,529	169	63	-5,930	401	82	-6,541	169	83	-7,023	55	84
A20	17.53	-5,529	169	63	-5,930	401	82	-6,541	169	83	-7,023	55	84
A20	18.51	-5,528	251	63	-5,929	473	82	-6,540	271	83	-7,021	170	84
A21	18.51	-5,456	251	63	-5,818	473	82	-6,439	271	83	-6,927	170	84
A21	19.49	-5,454	138	63	-5,817	353	82	-6,438	141	83	-6,926	42	84
A22	19.49	-5,455	138	63	-5,817	353	82	-6,438	141	83	-6,926	42	84
A22	20.48	-5,453	134	63	-5,816	294	82	-6,437	120	83	-6,925	125	84
A23	20.48	-5,524	134	63	-5,864	294	82	-6,507	120	83	-7,016	125	84
A23	21.47	-5,523	115	63	-5,863	298	82	-6,506	110	83	-7,015	54	84
A24	21.47	-5,523	115	63	-5,863	298	82	-6,506	110	83	-7,015	54	84
A24	22.46	-5,522	192	63	-5,862	368	82	-6,504	218	83	-7,014	160	84
A25	22.46	-5,448	192	63	-5,757	368	82	-6,401	218	83	-6,917	160	84
A25	23.46	-5,447	130	63	-5,756	241	82	-6,400	117	83	-6,916	44	84
A26	23.46	-5,447	130	63	-5,757	241	82	-6,401	117	83	-6,916	44	84
A26	24.46	-5,446	162	63	-5,756	179	82	-6,400	154	83	-6,915	128	84
A27	24.46	-5,516	162	63	-5,808	179	82	-6,468	154	83	-7,005	128	84
A27	25.46	-5,515	137	63	-5,807	188	82	-6,467	123	83	-7,004	43	84
A28	25.46	-5,515	137	63	-5,807	188	82	-6,467	123	83	-7,004	43	84
A28	26.47	-5,514	155	63	-5,806	263	82	-6,466	184	83	-7,003	153	84
A29	26.47	-5,440	155	63	-5,709	263	82	-6,363	184	83	-6,907	153	84
A29	27.48	-5,440	127	63	-5,708	206	82	-6,363	111	83	-6,906	46	84
A30	27.48	-5,440	127	63	-5,708	206	82	-6,363	111	83	-6,906	46	84
A30	28.50	-5,439	145	63	-5,707	255	82	-6,362	138	83	-6,905	132	84
A31	28.50	-5,509	145	63	-5,765	255	82	-6,430	138	83	-6,996	132	84
A31	29.51	-5,508	123	63	-5,764	240	82	-6,429	108	83	-6,995	46	84
A32	29.51	-5,508	123	63	-5,764	240	82	-6,429	108	83	-6,995	46	84
A32	30.53	-5,507	142	63	-5,763	176	82	-6,428	172	83	-6,994	151	84
A33	30.53	-5,433	142	63	-5,672	176	82	-6,324	172	83	-6,897	151	84
A33	31.55	-5,432	83	63	-5,672	255	82	-6,323	80	83	-6,896	49	84
A34	31.55	-5,432	83	63	-5,672	255	82	-6,323	80	83	-6,897	49	84
A34	32.57	-5,432	128	63	-5,671	291	82	-6,323	124	83	-6,896	136	84
A35	32.57	-5,501	128	63	-5,733	291	82	-6,388	124	83	-6,987	136	84
A35	33.60	-5,501	73	63	-5,732	266	82	-6,387	72	83	-6,986	48	84
A36	33.60	-5,501	73	63	-5,732	266	82	-6,387	72	83	-6,986	48	84
A36	34.63	-5,500	139	63	-5,732	180	82	-6,387	164	83	-6,986	148	84
A37	34.63	-5,427	139	63	-5,645	180	82	-6,281	164	83	-6,890	148	84
A37	35.66	-5,427	50	63	-5,645	259	82	-6,280	51	83	-6,889	50	84
A38	35.66	-5,427	50	63	-5,645	259	82	-6,281	51	83	-6,889	50	84
A38	36.69	-5,426	130	63	-5,644	277	82	-6,280	115	83	-6,889	138	84
A39	36.69	-5,497	130	63	-5,709	277	82	-6,341	115	83	-6,981	138	84
A39	37.72	-5,497	48	63	-5,709	231	82	-6,341	46	83	-6,981	48	84
A40	37.72	-5,497	48	63	-5,709	231	82	-6,341	46	83	-6,981	48	84
A40	38.75	-5,496	135	63	-5,708	141	82	-6,340	158	83	-6,980	144	84
A41	38.75	-5,423	135	63	-5,624	141	82	-6,232	158	83	-6,885	144	84
A41	39.78	-5,423	51	63	-5,623	158	82	-6,231	57	83	-6,885	52	84
A42	39.78	-5,423	51	63	-5,624	158	82	-6,232	57	83	-6,885	52	84
A42	40.82	-5,423	132	63	-5,623	140	82	-6,231	110	83	-6,885	140	84
A43	40.82	-5,494	132	63	-5,689	140	82	-6,289	110	83	-6,977	140	84
A43	41.85	-5,494	49	63	-5,689	120	82	-6,289	44	83	-6,977	48	84
A44	41.85	-5,494	49	63	-5,689	120	82	-6,288	44	83	-6,977	48	84
A44	42.89	-5,494	133	63	-5,689	140	82	-6,288	157	83	-6,977	142	84
A45	42.89	-5,421	133	63	-5,606	140	82	-6,178	157	83	-6,882	142	84
A45	43.93	-5,421	52	63	-5,606	72	82	-6,178	55	83	-6,882	53	84
A46	43.93	-5,421	52	63	-5,606	72	82	-6,178	55	83	-6,882	53	84
A46	44.96	-5,421	134	63	-5,606	129	82	-6,178	114	83	-6,882	143	84
A47	44.96	-5,493	134	63	-5,674	129	82	-6,235	114	83	-6,976	143	84
A47	46.00	-5,493	48	63	-5,674	48	82	-6,235	48	83	-6,976	48	84

Elemento	x (m)	Esfuerzos Máximos Actuales fa+fb (Mpa)								Interacción por Flexocompresión Art. 6.9.2.2							
		0.9DC+0.65DW +1.75(LL+IM)				1.25DC+1.5DW +1.75(LL+IM)				0.9DC+0.65DW +1.75(LL+IM)				1.25DC+1.5DW +1.75(LL+IM)			
		0.00L	0.24L	0.50L	1.00L	0.00L	0.24L	0.50L	1.00L	0.00L	0.24L	0.50L	1.00L	0.00L	0.24L	0.50L	1.00L
A01	0.00	272	323	347	365	346	398	421	439	0.60	0.72	0.76	0.81	0.75	0.88	0.92	0.96
A01	0.85	262	312	333	349	332	381	402	419	0.57	0.69	0.72	0.76	0.71	0.83	0.87	0.91
A02	0.85	262	312	333	349	332	381	402	419	0.57	0.69	0.72	0.76	0.71	0.83	0.87	0.91
A02	1.71	261	310	330	345	329	377	397	414	0.57	0.69	0.72	0.75	0.70	0.82	0.85	0.89
A03	1.71	264	314	334	350	333	382	402	419	0.57	0.69	0.72	0.76	0.71	0.83	0.86	0.90
A03	2.59	264	318	328	338	324	375	388	402	0.57	0.70	0.71	0.73	0.69	0.81	0.82	0.86
A04	2.59	264	318	328	338	324	375	388	402	0.57	0.70	0.71	0.73	0.69	0.81	0.82	0.86
A04	3.47	273	330	333	339	327	380	387	401	0.60	0.74	0.72	0.73	0.69	0.82	0.82	0.85
A05	3.47	270	326	329	336	323	375	383	397	0.59	0.73	0.71	0.72	0.69	0.81	0.81	0.84
A05	4.36	256	314	308	310	300	352	353	366	0.55	0.70	0.66	0.65	0.63	0.75	0.73	0.76
A06	4.36	256	314	308	310	300	352	353	366	0.55	0.70	0.66	0.65	0.63	0.75	0.73	0.76
A06	5.25	251	311	299	297	289	342	337	353	0.54	0.69	0.63	0.62	0.59	0.72	0.69	0.72
A07	5.25	256	316	305	303	295	348	343	360	0.55	0.70	0.64	0.63	0.61	0.73	0.70	0.74
A07	6.16	266	332	315	311	303	360	352	363	0.58	0.74	0.67	0.65	0.63	0.77	0.72	0.75
A08	6.16	266	332	315	311	303	360	352	363	0.58	0.74	0.67	0.65	0.63	0.77	0.72	0.75
A08	7.07	285	356	338	332	323	386	376	384	0.63	0.81	0.73	0.71	0.68	0.84	0.79	0.80
A09	7.07	282	352	334	328	319	380	371	379	0.62	0.80	0.72	0.70	0.68	0.83	0.78	0.79
A09	8.00	273	345	322	313	306	368	355	360	0.60	0.78	0.69	0.66	0.64	0.79	0.73	0.74
A10	8.00	273	345	322	313	306	368	355	360	0.60	0.78	0.69	0.66	0.64	0.79	0.73	0.74
A10	8.93	273	347	322	310	303	368	353	359	0.60	0.79	0.69	0.65	0.63	0.79	0.73	0.74
A11	8.93	276	350	326	315	308	372	358	365	0.60	0.79	0.70	0.66	0.64	0.80	0.74	0.75
A11	9.86	285	362	338	327	319	385	372	375	0.63	0.82	0.73	0.69	0.67	0.84	0.78	0.78
A12	9.86	285	362	338	327	319	385	372	375	0.63	0.82	0.73	0.69	0.67	0.84	0.78	0.78
A12	10.80	295	374	350	340	331	399	387	388	0.65	0.86	0.77	0.73	0.71	0.88	0.82	0.82
A13	10.80	293	371	347	337	328	395	383	384	0.65	0.85	0.76	0.72	0.70	0.87	0.81	0.81
A13	11.75	280	358	333	320	312	380	364	364	0.62	0.82	0.72	0.68	0.66	0.83	0.76	0.75
A14	11.75	280	358	333	320	312	380	364	364	0.62	0.82	0.72	0.68	0.66	0.83	0.76	0.75
A14	12.70	273	352	326	312	305	372	357	363	0.60	0.80	0.70	0.66	0.64	0.81	0.74	0.75
A15	12.70	261	332	307	294	289	350	335	343	0.56	0.74	0.65	0.60	0.59	0.74	0.68	0.69
A15	13.66	261	332	309	296	291	351	338	339	0.56	0.74	0.65	0.61	0.59	0.75	0.68	0.68
A16	13.66	261	332	309	296	291	351	338	339	0.56	0.74	0.65	0.61	0.59	0.75	0.68	0.68
A16	14.62	269	338	320	308	302	363	352	356	0.58	0.76	0.68	0.64	0.62	0.78	0.72	0.72
A17	14.62	266	335	316	304	298	358	347	351	0.58	0.75	0.68	0.63	0.62	0.77	0.71	0.72
A17	15.58	252	321	301	287	282	340	328	331	0.54	0.72	0.63	0.59	0.57	0.72	0.66	0.66
A18	15.58	252	321	301	287	282	340	328	331	0.54	0.72	0.63	0.59	0.57	0.72	0.66	0.66
A18	16.55	245	313	293	279	274	331	320	338	0.52	0.69	0.61	0.57	0.55	0.69	0.64	0.68
A19	16.55	247	315	295	283	277	333	323	342	0.52	0.70	0.62	0.57	0.56	0.70	0.65	0.69
A19	17.53	247	313	297	286	279	334	327	331	0.52	0.69	0.62	0.58	0.56	0.70	0.65	0.66
A20	17.53	247	313	297	286	279	334	327	331	0.52	0.69	0.62	0.58	0.56	0.70	0.65	0.66
A20	18.51	255	319	308	299	291	344	342	348	0.54	0.71	0.65	0.62	0.60	0.73	0.70	0.70
A21	18.51	253	316	304	295	288	339	337	344	0.54	0.70	0.64	0.61	0.59	0.72	0.69	0.70
A21	19.49	239	300	289	278	271	321	318	325	0.50	0.66	0.60	0.56	0.54	0.67	0.64	0.64
A22	19.49	239	300	289	278	271	321	318	325	0.50	0.66	0.60	0.56	0.54	0.67	0.64	0.64
A22	20.48	232	291	282	281	270	313	315	337	0.48	0.64	0.58	0.57	0.54	0.65	0.63	0.68
A23	20.48	235	293	285	284	274	315	318	341	0.49	0.64	0.59	0.58	0.55	0.65	0.63	0.69
A23	21.47	235	291	286	281	271	315	316	331	0.49	0.63	0.59	0.57	0.54	0.65	0.63	0.66
A24	21.47	235	291	286	281	271	315	316	331	0.49	0.63	0.59	0.57	0.54	0.65	0.63	0.66
A24	22.46	243	298	296	291	282	326	332	346	0.51	0.65	0.62	0.59	0.57	0.68	0.67	0.70
A25	22.46	240	294	292	287	279	321	328	342	0.51	0.64	0.61	0.59	0.56	0.67	0.66	0.69
A25	23.46	226	278	277	278	270	302	313	325	0.47	0.60	0.57	0.56	0.54	0.62	0.62	0.64
A26	23.46	226	278	277	278	270	302	313	325	0.47	0.60	0.57	0.56	0.54	0.62	0.62	0.64
A26	24.46	220	269	270	283	274	293	318	337	0.45	0.58	0.55	0.58	0.55	0.59	0.64	0.68
A27	24.46	222	270	273	286	277	295	321	341	0.46	0.58	0.56	0.58	0.56	0.60	0.64	0.69
A27	25.46	223	268	275	283	274	297	317	329	0.46	0.57	0.56	0.57	0.55	0.60	0.63	0.65
A28	25.46	223	268	275	283	274	297	317	329	0.46	0.57	0.56	0.57	0.55	0.60	0.63	0.65
A28	26.47	232	275	287	286	276	308	325	345	0.48	0.59	0.60	0.58	0.55	0.63	0.65	0.70
A29	26.47	229	271	283	283	273	303	321	341	0.48	0.58	0.59	0.57	0.55	0.62	0.65	0.69
A29	27.48	220	255	267	275	269	295	310	325	0.45	0.54	0.55	0.55	0.54	0.60	0.62	0.64
A30	27.48	220	255	267	275	269	295	310	325	0.45	0.54	0.55	0.55	0.54	0.60	0.62	0.64
A30	28.50	224	247	266	280	271	302	314	337	0.46	0.52	0.54	0.57	0.54	0.62	0.63	0.68
A31	28.50	227	249	268	283	275	305	317	342	0.47	0.52	0.55	0.57	0.55	0.63	0.63	0.69
A31	29.51	225	248	266	277	271	302	313	329	0.46	0.52	0.54	0.56	0.54	0.62	0.62	0.65
A32	29.51	225	248	266	277	271	302	313	329	0.46	0.52	0.54	0.56	0.54	0.62	0.62	0.65
A32	30.53	224	255	278	285	274	293	322	344	0.46	0.54	0.57	0.58	0.55	0.59	0.65	0.69
A33	30.53	221	251	274	282	271	289	317	340	0.45	0.53	0.57	0.57	0.54	0.59	0.64	0.69
A33	31.55	223	245	262	270	262	300	304	325	0.46	0.51	0.53	0.54	0.52	0.62	0.60	0.64
A34	31.55	223	245	262	270	262	300	304	325	0.46	0.51	0.53	0.54	0.52	0.62	0.60	0.64
A34	32.57	227	251	267	280	269	306	310	338	0.47	0.53	0.54	0.57	0.54	0.63	0.62	0.68
A35	32.57	229	253	269	283	272	309	313	342	0.47	0.53	0.55	0.57	0.54	0.64	0.62	0.69
A35	33.60	227	252	265	271	264	305	306	329	0.47	0.53	0.54	0.54	0.52	0.63	0.60	0.65
A36	33.60	227	252	265	271	264	305	306	329	0.47	0.53	0.54	0.54	0.52	0.63	0.60	0.65
A36	34.63	219	244	272	285	273	292	319	343	0.45	0.51	0.56	0.58	0.55	0.59	0.64	0.69
A37	34.63	216	241	268	281	270	288	314	339	0.44	0.50	0.55	0.57	0.54	0.58	0.63	0.68
A37	35.66	223	253	261	268	257	300	298	325	0.46	0.54	0.53	0.53	0.51	0.62	0.59	0.64
A38	35.66	223	253	261	268	257	300	298	325	0.46	0.54	0.53	0.53	0.51	0.62	0.59	0.64
A38	36.69	225	25														

## J.3 Tirante

<b><u>DISEÑO Y VERIFICACIÓN DE LA FUERZA DE POSTENSADO EN EL TIRANTE</u></b>			
Datos Geométricos			
Área bruta de la sección		Ag	
Área total del acero de refuerzo longitudinal		Ast	
Área del acero de postensado		Aps=	5,040 mm <sup>2</sup>
Módulo de sección de la sección		S=	48,000,000 mm <sup>3</sup>
Propiedades de los Materiales			
Esfuerzo especificado del concreto a los 28 días		fpc=	34.3 Mpa (N/mm <sup>2</sup> )
Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo		fy=	420 MPa
Esfuerzo efectivo en el acero de postensado luego de las pérdidas		fpe=	1,032 MPa
Esfuerzo de fluencia del acero de postensado	Tab. 5.4.4.1-1	fpy=	1,674 MPa
Resistencia a la tensión especificada del acero de postensado	Tab. 5.4.4.1-1	fpu=	1,860 MPa
Módulo de elasticidad del concreto		Ec=	28,126 MPa
Módulo de elasticidad del acero de refuerzo		Es=	200,000 MPa
Módulo de elasticidad de los tendones de postensado		Ep=	197,000 MPa
Cálculo de la Fuerza de Tensado a partir de los esfuerzos en el concreto			
Esfuerzo admisible máximo a la compresión del concreto	Tab. 5.9.4.2.1-1	fc_c=	15.5 MPa
Esfuerzo admisible máximo a la tracción del concreto	Tab. 5.9.4.2.2-1	fc_t=	2.9 MPa
Fuerza efectiva de tensado mínima requerida luego de las pérdidas		Tpe_min=	5,148 kN
Fuerza efectiva redondeada (elegida)		Tpe=	5,200 kN
Fuerza efectiva de tensado máxima permitida luego de las pérdidas		Tpe_max=	10,036 kN
Verificación de la compresión en el concreto		¿Tpe<=Tpe_max?	OK
Verificación de la Fuerza de Tensado			
Fuerza actuante máxima en servicio I en el acero de tensado		Tp_serv=	5,417 kN
Esfuerzo actuante máximo en servicio en el acero de tensado		fp_serv=	1,075 MPa
Esfuerzo admisible máximo en servicio en el acero de tensado	Tab. 5.9.3-1	fp_adm=	1,339 MPa
Verificación de esfuerzos en el acero de tensado		¿fp_serv<=fp_adm?	OK



# Optimización de la Disposición de las Péndolas de un Punteo Tipo Arco Enmallado de 92 metros

Elemento	x (m)	Datos de la sección		Límites para el Acero			Límites requeridos de la Fuerza efectiva de Tensado Tpe. min (kN)									Tpe. max (kN)
		Ag (m <sup>2</sup> )	Ast (mm <sup>2</sup> )	Ec. 5.7.4.2a <=0.08?	Ec. 5.7.4.2b <=0.3?	Ec. 5.7.4.2c >=0.135?	Fibra más traccionada			Fibra más comprimida						
							Tpe. min (kN)			Tpe. max (kN)						
							DC+DW+0.8(LL+IM)			DC+DW+(LL+IM)						
0.00L	0.24L	0.50L	1.00L	0.00L	0.24L	0.50L	1.00L									
T001	0.00	560,000	9,940	0.06	0.27	0.70	3,006	3,379	3,607	3,789	10,036	10,072	10,259	10,388	5,365	
T001	0.42	591,536	9,940	0.05	0.25	0.67	2,104	2,374	2,618	2,812	11,454	11,628	11,790	11,908	5,355	
T002	0.42	591,536	9,940	0.05	0.25	0.67	2,104	2,374	2,618	2,812	11,454	11,628	11,790	11,908	5,355	
T002	1.28	656,110	9,940	0.05	0.23	0.60	1,552	1,881	1,960	2,024	12,682	12,800	13,147	13,427	5,337	
T003	1.28	656,110	9,940	0.05	0.23	0.60	1,552	1,881	1,960	2,024	12,682	12,800	13,147	13,427	5,337	
T003	2.14	720,684	9,940	0.04	0.21	0.55	2,261	2,703	2,740	2,771	12,628	12,598	13,013	13,335	5,322	
T004	2.14	720,684	9,940	0.04	0.21	0.55	2,261	2,703	2,740	2,771	12,628	12,598	13,013	13,335	5,322	
T004	3.00	785,258	9,940	0.04	0.19	0.50	2,071	2,536	2,524	2,517	13,574	13,507	13,999	14,369	5,309	
T005	3.00	785,258	9,940	0.04	0.19	0.50	2,071	2,536	2,524	2,517	13,574	13,507	13,999	14,369	5,309	
T005	3.86	849,832	9,940	0.04	0.18	0.46	2,176	2,694	2,634	2,589	14,169	13,988	14,603	15,022	5,298	
T006	3.86	849,832	9,940	0.04	0.18	0.46	2,176	2,694	2,634	2,589	14,169	13,988	14,603	15,022	5,298	
T006	4.72	914,406	9,940	0.04	0.16	0.43	3,458	4,113	4,074	4,044	13,725	13,172	14,022	14,439	5,293	
T007	4.72	914,406	9,940	0.04	0.16	0.43	3,458	4,113	4,074	4,044	13,725	13,172	14,022	14,439	5,293	
T007	5.58	978,980	9,940	0.03	0.15	0.40	3,701	4,382	4,370	4,362	14,251	13,371	14,512	14,904	5,285	
T008	5.58	978,980	9,940	0.03	0.15	0.40	3,701	4,382	4,370	4,362	14,251	13,371	14,512	14,904	5,285	
T008	6.44	1,043,554	9,940	0.03	0.14	0.38	2,671	3,329	3,260	3,277	16,036	14,942	16,533	16,970	5,277	
T009	6.44	1,043,554	9,940	0.03	0.14	0.38	2,671	3,329	3,260	3,277	16,036	14,942	16,533	16,970	5,277	
T009	7.30	1,108,128	9,940	0.03	0.14	0.36	2,966	3,878	3,619	3,647	16,214	14,654	16,687	17,339	5,269	
T010	7.30	1,108,128	9,940	0.03	0.14	0.36	2,966	3,878	3,619	3,647	16,214	14,654	16,687	17,339	5,269	
T010	8.16	1,172,702	9,940	0.03	0.13	0.34	3,932	5,148	4,704	4,735	15,717	13,390	16,114	16,888	5,263	
T011	8.16	1,172,702	9,940	0.03	0.13	0.34	3,932	5,148	4,704	4,735	15,717	13,390	16,114	16,888	5,263	
T011	9.02	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	3,576	4,918	4,312	4,350	16,429	13,536	17,006	17,855	5,259	
T012	9.02	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	3,576	4,918	4,312	4,350	16,429	13,536	17,006	17,855	5,259	
T012	9.88	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	1,778	2,991	2,295	2,344	18,337	15,060	19,239	20,137	5,259	
T013	9.88	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	1,778	2,991	2,295	2,344	18,337	15,060	19,239	20,137	5,259	
T013	10.74	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	2,040	3,383	2,578	2,572	17,939	14,150	18,872	19,781	5,259	
T014	10.74	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	2,040	3,383	2,578	2,572	17,939	14,150	18,872	19,781	5,259	
T014	11.60	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	2,962	4,151	3,615	3,646	17,527	13,323	18,102	18,900	5,264	
T015	11.60	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	2,962	4,151	3,615	3,646	17,527	13,323	18,102	18,900	5,264	
T015	12.46	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	3,005	4,178	3,644	3,754	17,753	13,787	18,120	18,831	5,264	
T016	12.46	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	3,005	4,178	3,644	3,754	17,753	13,787	18,120	18,831	5,264	
T016	13.32	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	1,851	2,773	2,313	2,502	19,167	15,699	19,760	20,232	5,263	
T017	13.32	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	1,851	2,773	2,313	2,502	19,167	15,699	19,760	20,232	5,263	
T017	14.18	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	3,583	4,553	4,237	4,408	17,456	14,125	17,731	18,047	5,262	
T018	14.18	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	3,583	4,553	4,237	4,408	17,456	14,125	17,731	18,047	5,262	
T018	15.04	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	3,874	4,836	4,560	4,714	17,168	13,794	17,366	17,683	5,262	
T019	15.04	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	3,874	4,836	4,560	4,714	17,168	13,794	17,366	17,683	5,262	
T019	15.90	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	2,742	3,490	3,301	3,439	18,432	15,112	18,787	19,118	5,262	
T020	15.90	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	2,742	3,490	3,301	3,439	18,432	15,112	18,787	19,118	5,262	
T020	16.76	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	1,449	2,124	1,890	1,978	19,874	16,558	20,361	20,684	5,261	
T021	16.76	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	1,449	2,124	1,890	1,978	19,874	16,558	20,361	20,684	5,261	
T021	17.62	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	2,753	3,452	3,351	3,435	18,651	16,058	18,938	19,293	5,265	
T022	17.62	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	2,753	3,452	3,351	3,434	18,651	16,058	18,938	19,293	5,265	
T022	18.48	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	3,374	3,980	3,696	4,138	17,970	16,470	18,235	18,509	5,265	
T023	18.48	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	3,374	3,980	3,696	4,138	17,970	16,470	18,235	18,509	5,265	
T023	19.34	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	2,659	3,085	3,145	3,346	18,780	17,782	19,216	19,415	5,265	
T024	19.34	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	2,659	3,085	3,145	3,346	18,780	17,782	19,216	19,415	5,265	
T024	20.20	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	3,177	3,651	3,730	3,913	18,115	17,474	18,451	18,676	5,264	
T025	20.20	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	3,177	3,651	3,730	3,913	18,115	17,474	18,451	18,676	5,264	
T025	21.06	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	3,629	4,191	4,278	4,405	17,595	17,112	17,811	18,106	5,264	
T026	21.06	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	3,629	4,191	4,278	4,405	17,595	17,112	17,811	18,106	5,264	
T026	21.92	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	2,692	3,183	3,277	3,349	18,633	18,386	18,929	19,293	5,264	
T027	21.92	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	2,692	3,183	3,277	3,349	18,633	18,386	18,929	19,293	5,264	
T027	22.78	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	1,687	1,833	2,081	2,361	19,984	18,403	20,504	20,643	5,266	
T028	22.78	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	1,687	1,833	2,081	2,361	19,984	18,403	20,504	20,643	5,266	
T028	23.64	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	3,274	3,323	3,867	4,003	18,082	18,425	18,355	18,675	5,266	
T029	23.64	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	3,274	3,323	3,867	4,002	18,082	18,425	18,355	18,675	5,266	
T029	24.50	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	3,919	3,849	4,547	4,717	17,356	17,847	17,584	17,863	5,266	
T030	24.50	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	3,919	3,849	4,547	4,717	17,356	17,847	17,584	17,863	5,266	
T030	25.36	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	3,200	3,011	3,704	3,910	18,158	18,798	18,540	18,774	5,266	
T031	25.36	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	3,200	3,011	3,704	3,910	18,158	18,798	18,540	18,774	5,266	
T031	26.22	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	2,668	2,490	3,127	3,310	18,655	18,798	19,071	19,339	5,264	
T032	26.22	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	2,668	2,490	3,127	3,310	18,655	18,798	19,071	19,339	5,264	
T032	27.08	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	2,793	2,801	3,361	3,442	18,504	18,884	18,784	19,179	5,264	
T033	27.08	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	2,793	2,801	3,361	3,442	18,504	18,884	18,784	19,179	5,264	
T033	27.94	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	3,151	3,095	3,674	3,844	18,271	18,689	18,610	18,927	5,267	
T034	27.94	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	3,151	3,095	3,674	3,844	18,271	18,689	18,610	18,927	5,267	
T034	28.80	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	2,653	2,462	2,970	3,283	18,828	19,401	19,423	19,562	5,267	
T035	28.80	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	2,653	2,462	2,970	3,283	18,828	19,401	19,423	19,562	5,267	
T035	29.66	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	3,620	3,493	4,058	4,359	17,638	18,134	18,056	18,218	5,265	
T036	29.66	1,216,251	9,940	0.03	0.12	0.32	3,620									

## Anexo K. Longitudes de Péndolas

**Tabla K-1: Longitud total de las péndolas por arco (m), para cada caso de estudio**

Aproximación	teta(°) \ n	38	40	42	44	46	48	50	52	54
1ª	20º	396	417	437	457	478	498			
	30º	436	457	481	503	526	548			
2ª	30º			481	503	526	548	571	593	616
	32º					539	562	586	608	
	34º					554	577	602	625	
	36º					571	595	620	644	
	38º					590	615	641	665	
	40º			559	584	612	637	665	690	717
1ª	40º	506	531	559	584	612	637			
	50º	646	676	714	744	782	812			