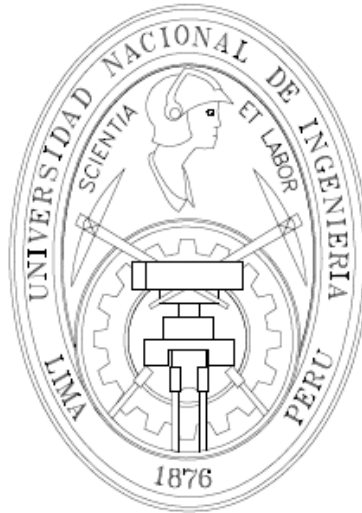


UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL
SECCIÓN DE POSGRADO



T E S I S

EVALUACIÓN DE MODELOS DE COMPORTAMIENTO NO
LINEAL PARA MATERIALES DE TIERRA CON APLICACIÓN AL
ADOBE

Presentado por:

Ing. LUIS GABRIEL QUIROZ TORRES

Para optar el grado de Maestro en Ciencias con mención en
Ingeniería Estructural

Lima – Perú

2011

*Esta tesis la dedico a
Mis padres Gabriel e Isabel
Mi hermano Julio
Mi esposa Carla
Mi pequeño Anthony Gabriel (†)
Siempre te recordaremos
Son mi más grande tesoro en esta vida*

RESUMEN EJECUTIVO

Para poder describir el comportamiento de un material de manera adecuada es necesario establecer modelos constitutivos (relaciones constitutivas o ecuaciones) que representen matemáticamente su comportamiento ante cargas externas. Los modelos constitutivos están formados por relaciones establecidas entre el tensor de esfuerzos y el tensor de deformaciones y que representa una descripción idealizada del comportamiento real. Los dos modelos básicos más frecuentes aplicados son el idealmente elástico e idealmente plástico. Los materiales reales casi nunca cumplen las condiciones definidas por los términos de los modelos antes mencionados pero estos fueron principalmente usados debido a su simplicidad que es indispensable para la práctica profesional. En los años recientes con el desarrollo de la teoría de la plasticidad así como también del uso de computadoras cada vez más potentes y programas de computo amigables han aparecido nuevos modelos elasto-plásticos que describen de una manera más realista las características no lineales de diversos materiales tales como el concreto, suelo, roca, etc. En la tesis se presenta en el capítulo inicial unos antecedentes, algunas notas sobre las estructuras de adobe, los objetivos del trabajo, las fases de trabajo y una descripción general de los elementos modelados. En el capítulo dos se hace una revisión de las nociones básicas de plasticidad y la definición del modelo de material de Von Mises usualmente aplicado a metales, una teoría general para el cálculo implícito de esfuerzos dentro de un paso de carga llamada el método del parámetro de gobierno. En el tercer capítulo se presentaran nociones básicas de mecánica de suelos y una visión general del comportamiento de suelos bajo carga. Luego se da una revisión histórica de la plasticidad de suelos y finalizando se presentan modelos con límite de compresión hidrostática, el modelo de Cambridge para arcillas y un modelo general de la plasticidad de suelos para los cuales se muestran procedimientos computacionales para la integración implícita de esfuerzos. Finalmente, en el cuarto capítulo, se aplica uno de los modelos de comportamiento no lineal presentados anteriormente para el modelamiento de especímenes de adobe usando un programa de elementos finitos como es el ADINA. Se hizo un análisis comparativo de los resultados obtenidos de dichos modelamientos y de los resultados obtenidos de ensayos llevados a cabo en el CISMID durante los últimos años.

ABSTRACT

To describe the behavior of a material properly it is necessary to establish constitutive models (constitutive relations and equations) that mathematically represent their behavior under external load. The constitutive models are composed by relations established between the stress tensor and strain tensor and represent an idealized description of actual behavior. The two most frequent basic models are ideally-elastic and ideally-plastic models. Real materials rarely match the conditions defined by terms of the models mentioned above but these were primarily used because of its simplicity which is essential for professional practice. In recent years with the development of the theory of plasticity as well as the use of computers more powerful and user-friendly computer programs have appeared new elasto-plastic models that describe more realistic features of nonlinear materials such as concrete, soil, rock, etc. The thesis presents in its initial chapter a background, some notes about adobe structures, objectives of the thesis, phases of work and an overview of the elements modeled. In chapter two it is made a review of the basics of plasticity and the definition of the material model of Von Mises usually applied to metals, next presents a general theory for implicit stress integration within a load step called the governing parameter method. The third chapter presents basic notions of soil mechanics and an overview of soil behavior under load. Then there is a historical review of plasticity of soils and finally presents models with limited hydrostatic compression, Cam-Clay model and a general soil plasticity model for which are shown computational procedures for implicit stress integration. Finally, in the fourth chapter, a nonlinear models behavior presented above is applied for modeling adobe specimens using finite element software such as ADINA. A comparative analysis of the results of the modeling and the results obtained in tests carried out at CISMID in the last years was made.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, agradezco a Dios por haberme permitido culminar satisfactoriamente los estudios de la maestría y el desarrollo de la tesis en mi universidad. Asimismo, agradezco a mis padres Gabriel Quiroz Florentini e Isabel Torres Quispe por todo el apoyo moral y material que me han brindado durante mi época de estudiante, por todo lo que hicieron y aún siguen haciendo por mí. También agradecer a hermano Julio por todo el apoyo incondicional brindado. A mi esposa Carla por el apoyo y comprensión brindados durante todo este tiempo.

Agradezco en forma especial al Dr. Hugo Scaletti Farina por su disponibilidad para el asesoramiento y supervisión de la presente tesis durante todo el tiempo en que se desarrolló.

Al Dr. Carlos A. Zavala Toledo por el apoyo brindado proporcionando algunos resultados de ensayos en elementos de adobe llevados a cabo en el Laboratorio de Estructuras del Centro Peruano – Japonés de Investigaciones Sísmicas y Mitigación de Desastres – CISMID.

También quiero agradecer a los profesores de la sección del Post- Grado de la Facultad de Ingeniería Civil por todos los conocimientos brindados durante mi época de estudiante en sus aulas así como también al personal administrativo y a mis compañeros de labores del CISMID y del Departamento de Estructuras de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de Ingeniería

TABLA DE CONTENIDOS

RESUMEN	i
ABSTRACT	ii
AGRADECIMIENTOS	iii
TABLA DE CONTENIDOS	iv
LISTA DE TABLAS	vi
LISTA DE FIGURAS	vii
LISTA DE FOTOS	x
CAPITULO I	
INTRODUCCIÓN	
1.1 Antecedentes	1
1.2 Estructuras de adobe	1
1.3 Objetivos de la tesis	3
1.4 Fases de trabajo	3
1.5 Descripción general de elementos modelados	4
CAPITULO II	
LA TEORÍA DE PLASTICIDAD EN EL CONTEXTO DEL ANÁLISIS CON ELEMENTOS FINITOS	
2.1 Criterios de fluencia y deformación plástica	7
2.1.1 Deformaciones elasto-plásticas uniaxiales	7
2.1.2 Condiciones de fluencia para estados de esfuerzo multiaxiales	13
2.1.3 Relaciones tridimensionales esfuerzo-deformación plástica	15
2.1.4 Endurecimiento en tres dimensiones	16
2.2 Método del parámetro de gobierno	28
2.2.1 Formulación del método del parámetro de gobierno	30
2.2.2 Modelos de plasticidad independientes del tiempo	33
CAPITULO III	
MODELOS DE COMPORTAMIENTO NO LINEAL	
3.1 Comportamiento mecánico de los materiales de tierra	42
3.2 Breve reseña histórica del desarrollo de modelos de plasticidad	51
3.3 Modelos con límite a la compresión hidrostática	53
3.3.1 Modelo de Drucker-Prager con plano límite	53
	iv

3.3.2 Modelo generalizado con límite a la compresión	57
3.4 Modelo de Cambridge para arcillas (Cam-Clay)	64
3.5 Generalización del modelo de plasticidad	73
CAPITULO IV	
EVALUACIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS DE COMPORTAMIENTO NO LINEAL PARA EL ADOBE	
4.1 Revisión de la información experimental	79
4.1.1 Ensayo de compresión axial en pilas	80
4.1.2 Ensayo de compresión diagonal en muretes	84
4.1.3 Ensayo en muros de adobe	88
4.1.4 Ensayo en muretes de K. Díaz & J. Ríos	90
4.2 Programas de cómputo basados en elementos finitos	91
4.2.1 El programa ADINA	92
4.3 Determinación de las propiedades del material	93
4.3.1 Ensayos de laboratorio	95
4.3.2 Procedimiento de evaluación de las constantes del material	101
4.4 Validación del modelo utilizado	108
4.5 Estimación teórica de parámetros de modelo generalizado con límite a la compresión	118
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	120
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	
ANEXOS	

LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1 – Cálculos típicos desarrollados en un análisis incremental por elementos finitos con comportamiento no lineal del material	29
Tabla 2.2 – Procedimiento de cómputo para la integración de esfuerzos usando el método del parámetro de gobierno	39
Tabla 3.1 – Pasos computacionales para la fluencia en la superficie de falla	62
Tabla 3.2 – Pasos computacionales para la fluencia en el límite	63
Tabla 3.3 – Pasos computacionales para la integración de esfuerzos del modelo de arcillas de Cambridge (régimen de endurecimiento)	71
Tabla 4.1 – Dimensiones de pilas ensayadas en proyecto JICA y CEETyDES	81
Tabla 4.2 – Resultado de ensayos a compresión axial en pilas de adobe	81
Tabla 4.3 – Resultado de ensayos a compresión diagonal en muretes de adobe	85
Tabla 4.4 – Carga máxima y desplazamiento máximo en muros ensayados	90
Tabla 4.5 – Propiedades de materiales geotécnicos	94
Tabla 4.6 – Valores de ϕ y c obtenidos de ensayos triaxiales UU en probetas	101
Tabla 4.7 – Valores de E obtenidos para cada pila ensayada en intervalo 1	102
Tabla 4.8 – Valores de E obtenidos para cada pila ensayada en intervalo 2	103
Tabla 4.9 – Valores máximos de I_1 y $\sqrt{(J_{2D})}$ obtenidos de ensayos en pilas y probetas de adobe	106
Tabla 4.10 – Valores considerados para los parámetros del comportamiento elástico lineal del adobe	108
Tabla 4.11 – Valores considerados para los parámetros del modelo no lineal de Drucker-Prager del adobe	108
Tabla 4.12 – Esfuerzos verticales máximos obtenidos de ensayos y simulaciones (compresión en pilas de adobe)	111
Tabla 4.13 – Esfuerzos verticales máximos obtenidos de ensayos y simulaciones (ensayo triaxial en probetas de adobe)	114
Tabla 4.14 – Esfuerzo máximo a compresión en muretes de adobe y tapia – experimental y simulado	118

LISTA DE FIGURAS

Fig. 2.1 – Diagramas típicos esfuerzo – deformación unitaria para aceros de alto contenido de carbono. Smith y Sidebottom (1965)	8
Fig. 2.2 – Diagrama esfuerzo – deformación unitaria para carga uniaxial en metales	9
Fig. 2.3 – Curva de fluencia	10
Fig. 2.4 – Curvas esfuerzo – deformación idealizadas para carga cíclica	12
Fig. 2.5 – Condición de fluencia de Von Mises	18
Fig. 2.6 – Mapeo del estado de esfuerzos en la curva de fluencia	21
Fig. 2.7 – Modelo de Von Mises con endurecimiento mixto	23
Fig. 2.8 – Deformación plástica de un cuerpo B durante el incremento de tiempo Δt	34
Fig. 2.9 – Mapeo de retorno	38
Fig. 2.10 – Ilustración de la estabilidad del algoritmo de mapeo de retorno	40
Fig. 3.1 – Ensayo oedométrico. a) Esquema del ensayo, b) Esfuerzo axial efectivo vs volumen específico	44
Fig. 3.2 – Ensayo de corte en suelos	45
Fig. 3.3 – Comportamiento del suelo en compresión hidrostática basada en ensayos	46
Fig. 3.4 – Comportamiento de arena en un ensayo de compresión triaxial convencional	48
Fig. 3.5 – Resultados experimentales de arcilla bajo compresión triaxial convencional	49
Fig. 3.6 – Resultados de ensayo triaxial en arcilla inalterada	50
Fig. 3.7 – Estado crítico de un suelo	50
Fig. 3.8 – incremento de la deformación unitaria plástica obtenidas en ensayo triaxial	51
Fig. 3.9 – Modelo de Drucker Prager con plano límite y límite de tracción	54
Fig. 3.10 – Posición del límite X como una función de la deformación unitaria plástica volumétrica e_V^P	55
Fig. 3.11 – Regímenes de fluencia para el modelo de Drucker-Prager con límite a la compresión	55
Fig. 3.12 – Modelo generalizado con límite a la compresión	57
Fig. 3.13 – Modelo generalizado con límite a la compresión, notación usada en la integración de esfuerzos	61
Fig. 3.14 – Formulación del modelo de arcilla de Cambridge	65
Fig. 3.15 – Ilustración respecto a la integración de esfuerzos con el modelo de arcillas de Cambridge. a) Régimen de endurecimiento; b) Régimen de ablandamiento	70
Fig. 3.16 – Función de fluencia general para materiales geológicos según Desai. a) En el plano I_1, J_{2D} ; b) En el plano cuya normal en el espacio de esfuerzos principales $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ esta dado por $\sqrt{3}/3, \sqrt{3}/3, \sqrt{3}/3$.	75

Fig. 4.1 – Esquema de ensayo de pilas de adobe	80
Fig. 4.2 – Curva Carga – Desplazamiento de ensayo en pila P01	82
Fig. 4.3 – Curva Carga – Desplazamiento de ensayo en pila P02	82
Fig. 4.4 – Curva Carga – Desplazamiento de ensayo en pila P03	83
Fig. 4.5 – Curva Carga – Desplazamiento de ensayo en pila P04	83
Fig. 4.6 – Curva Carga – Desplazamiento de ensayo en pila P05	84
Fig. 4.7 – Esquema de ensayo de muretes de adobe	84
Fig. 4.8 – Curva Carga – Desplazamiento de ensayo en murete M01	86
Fig. 4.9 – Curva Carga – Desplazamiento de ensayo en murete M02	86
Fig. 4.10 – Curva Carga – Desplazamiento de ensayo en murete M03	87
Fig. 4.11 – Curva Carga – Desplazamiento de ensayo en murete M04	87
Fig. 4.12 – Curva Carga – Desplazamiento de ensayo en murete M05	88
Fig. 4.13 – Grafica Corte – Desplazamiento de muros ensayados	90
Fig. 4.14 - Curva Típica esfuerzo – deformación para los muretes de adobe y tapia pisada. Fuente: K. Díaz & J. Ríos (2005)	91
Fig. 4.15 – Estimación de los parámetros ϕ y c de una muestra.	99
Fig. 4.16 – Esfuerzo Desviador vs. Deformación – Conjunto 1.	99
Fig. 4.17 – Esfuerzo Desviador vs. Deformación – Conjunto 2.	99
Fig. 4.18 – Diagramas de círculos de Mohr – Conjunto 1.	100
Fig. 4.19 – Diagramas de círculos de Mohr – Conjunto 2.	100
Fig. 4.20 – Resultado de ensayo de compresión en pilas de adobe	101
Fig. 4.21 – Estimación del módulo de elasticidad (E) en el Intervalo 1	102
Fig. 4.22 – Estimación del módulo de elasticidad (E) en el Intervalo 2	103
Fig. 4.23 – Historia de esfuerzos de los ensayos en pilas de adobe	105
Fig. 4.24 – Historia de esfuerzos de los ensayos en probetas de adobe	105
Fig. 4.25 – Superficie de falla de Drucker-Prager obtenida de ensayos	106
Fig. 4.26 – Esquema de modelo de las pilas de adobe usado en el programa ADINA	109
Fig. 4.27 – Izquierda: condiciones de borde y cargas aplicadas al modelo. Derecha: malla de elementos finitos	110
Fig.4.28 – Esfuerzo vertical vs Deformación unitaria en pilas de adobe (experimental y simulación numérica)	110
Fig. 4.29 – Consideraciones en el caso de un elemento axisimetrico	111
Fig. 4.30 – Esquema de modelo de las probetas de adobe en el programa ADINA	112
Fig. 4.31 – Izquierda: condiciones de borde y cargas aplicadas al modelo. Derecha: malla de elementos finitos	112
Fig. 4.32 – Resultados experimentales y simulaciones de probetas de adobe (Esfuerzo de confinamiento de 1 kgf/cm ²)	113
Fig. 4.33 – Resultados experimentales y simulaciones de probetas de adobe (Esfuerzo de confinamiento de 2 kgf/cm ²)	113

Fig. 4.34 – Resultados experimentales y simulaciones de probetas de adobe (Esfuerzo de confinamiento de 4 kgf/cm ²)	114
Fig. 4.35 – Condiciones de borde y cargas aplicadas al modelo con malla de elementos finitos	115
Fig. 4.36 – Resultados experimentales y simulaciones de ensayo en muretes	116
Fig. 4.37 – Historia de esfuerzos de la simulación en ensayo de compresión diagonal en muretes de adobe	116
Fig. 4.38 – Curvas típicas esfuerzo vertical – deformación unitaria de ensayos de compresión en muros de adobe y tapia y simulación numéricas	117
Fig. 4.39 – Superficie de fluencia de modelo con límite a la compresión generalizado	119

LISTA DE FOTOS

Foto 1.1 – Chan Chan, La Ciudad de Barro más grande del mundo. Trujillo, Perú.	2
Foto 1.2 – Casas coloniales de dos pisos (adobe y quincha). Lima, Perú	2
Foto 1.3 – La ciudadela de Bam tras el sismo de 2003 (6,2 grados en la escala de Richter)	2
Foto 1.4 - Colapso parcial de estructura de adobe. Ica, 1997. Foto D. Torrealva.	2
Foto 1.5 – Esquema de ensayo de pilas de adobe.	5
Foto 1.6 – Esquema de ensayo de muretes de adobe.	5
Foto 4.1 – Pila de adobe ensayada indicando nomenclatura de dimensiones	81
Foto 4.2 – Pila de adobe ensayada	81
Foto 4.3 – Murete de adobe ensayado	85
Foto 4.4 – Montaje de equipo en ensayo de muros	89
Foto 4.5 – Moldes empleados en la fabricación de las probetas	95
Foto 4.6 – Equipo para el ensayo triaxial (capacidad 500 kgf)	97
Foto 4.7 – Equipo para el ensayo triaxial (capacidad 2800 kgf)	97

CAPITULO I

INTRODUCCIÓN

1.1 Antecedentes

El análisis no lineal se realiza en múltiples áreas del diseño en ingeniería y en investigaciones científicas, teniendo creciente importancia al tenerse herramientas de cómputo más poderosas, ya que los beneficios de desarrollar un análisis no lineal son muy grandes. En particular, puede predecirse mejor el comportamiento frente a eventos extremos, como es el caso de sismos.

El análisis estructural no lineal general puede incluir los efectos de grandes desplazamientos, grandes deformaciones y condiciones no lineales de material. Las condiciones inelásticas tienen que ser calculadas con una solución incremental e iterativa, sobre la base de un modelo numérico.

En la práctica actual del análisis no lineal usando programas de cómputo comerciales se tienen una serie de librerías de modelos de materiales. Estas librerías pueden ser usadas para describir la respuesta inelástica de materiales tales como metales, concreto, suelos y estructuras de roca, así como también materiales sintéticos.

La presente tesis se enfocará en modelos para comportamiento no lineal de materiales de tierra, evaluando su posible uso para el análisis estructural de estructuras de adobe empleando técnicas de elementos finitos.

1.2 Estructuras de adobe

Muchas de las construcciones antiguas como Chan Chan (Foto 1.1) y edificaciones construidas en el periodo de la colonia (Foto 1.2) fueron erigidas en base a adobe y/o tapial siendo el material usado el disponible en la zona de la construcción y las personas encargadas de llevar a cabo esta labor artesanos locales. Debido al paso de

los años, por su diseño o la función que tuvieron estas estructuras son consideradas de tipo histórico y poseen un significado cultural importante para la sociedad.



Foto 1.1 – Chan Chan, La Ciudad de Barro más grande del mundo. Trujillo, Perú

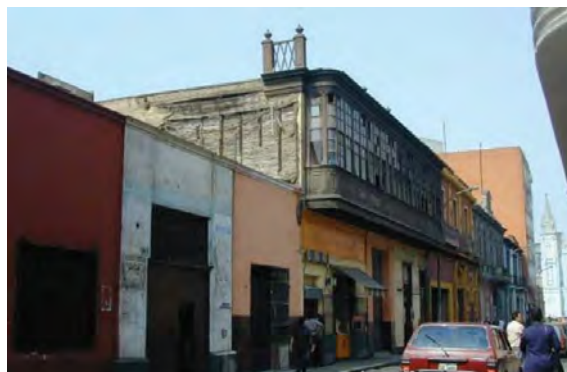


Foto 1.2 – Casas coloniales de dos pisos (adobe y quincha). Lima, Perú

Se ha identificado que estas estructuras tienen una alta vulnerabilidad. En diversos sismos ocurridos alrededor de todo el mundo las estructuras construidas con este tipo de material han presentado un mal comportamiento habiendo en algún caso colapsado en forma rápida ante sismos de magnitud moderada (Foto 1.3 y 1.4) lo que provoca una pérdida económica, cultural, patrimonial y peor aun la pérdida de vidas.



Foto 1.3 – La ciudadela de Bam tras el sismo de 2003 (6,2 grados en la escala de Richter)



Foto 1.4 - Colapso parcial de estructura de adobe. Ica, 1997. Foto D. Torrealva.

El tratar de reducir la vulnerabilidad de este tipo de estructuras contempla el comprender el comportamiento del material. El adobe es un material complejo, que debido a su comportamiento tenso diferencial requiere de modelos constitutivos elaborados (Blondet et al (2002)). Estos modelos están definidos por parámetros

idealizados que necesitan ser ajustados o calibrados ya sea mediante ensayos de laboratorio o procesos de optimización de tal forma que se pueda reproducir de manera más certera el comportamiento del material antes cargas reales. Esta calibración de los modelos utilizados es muy importante si es que se desea tener una estimación aceptable de los resultados obtenidos por simulaciones numéricas. El objetivo particular de la calibración es el de optimizar la eficiencia del modelo de elementos finitos en cuanto a la capacidad de predecir desplazamientos e indirectamente obtener resultados lo más cercanos posibles a los reales, aunque intrínsecamente todo modelo posee hipótesis y aproximaciones que marcan una restricción entre la coincidencia de lo real y lo modelado (Bathe (1996), Zienkiewicz et al (2005)). Conseguida la eficiencia del modelo, este ya puede ser empleado para otros tipos de análisis con diferentes historias de carga.

1.3 Objetivos de la tesis

Los objetivos de la presente tesis son

1. Revisar los fundamentos de la teoría de plasticidad y los modelos propuestos en el contexto del comportamiento de suelos.
2. Evaluar, mediante el uso de programas de cómputo disponibles, modelos matemáticos de comportamiento no lineal para materiales de tierra, aplicándolos al adobe.

1.4 Fases de trabajo

El desarrollo de la presente tesis se lleva a cabo en cuatro capítulos, los cuales se resumen a continuación:

En el capítulo I se presenta algunos antecedentes, los objetivos de la tesis, las fases de trabajo para el desarrollo de la misma y la descripción de elementos modelados.

En el capítulo II se presentaran los fundamentos de la teoría de plasticidad con una visión hacia el desarrollo de procedimientos numéricos generales para el cálculo de esfuerzos, también se presentaran algunos procedimientos numéricos efectivos para el cálculo de esfuerzos que han sido usados en metales.

En el capítulo III se describen algunos de los modelos de plasticidad más usados para representar el comportamiento de materiales de tierra. Los algoritmos computacionales son una aplicación del método del parámetro de gobierno.

En el capítulo IV se comparan los resultados obtenidos de las simulaciones numéricas con resultados experimentales obtenidos de ensayos llevados a cabo en los laboratorios del Centro Peruano Japonés de Investigaciones Sísmicas y Mitigación de Desastres – CISMID y otros

Finalmente, se presentan las conclusiones basadas en los resultados y una apreciación global de lo desarrollado. Se indicarán las ventajas e inconvenientes del uso del modelo considerado así como algunas recomendaciones y futuras líneas de investigación.

1.5 Descripción general de elementos modelados

Para la evaluación de los modelos de comportamiento no lineal aplicados al adobe se han comparado los resultados obtenidos de los modelos elaborados en un programa de computo con los resultados experimentales obtenidos de ensayos llevados a cabo en el Centro Peruano Japonés de Investigaciones Sísmicas y Mitigación de Desastres – CISMID.

Se han obtenido diez resultados de ensayos llevados a cabo en pilas y muretes de adobe realizados en el año de 2008. La característica general de los especímenes se presenta a continuación.

- 5 pilas de adobe sin refuerzo cuyas dimensiones son aproximadamente de 37 cm de base por lado y 47 cm de altura En la Fig. 1.5 se muestra un de ellas y la disposición de equipos utilizado.



Foto 1.5 – Esquema de ensayo de pilas de adobe.

- 5 muretes de adobe sin refuerzo cuyas dimensiones son de 100 cm por lado y espesor 40 cm. En la Fig. 1.6 se muestra un de ellas y la disposición de equipos utilizado.



Foto 1.6 – Esquema de ensayo de muretes de adobe.

Adicionalmente se han llevado a cabo seis ensayos de compresión triaxial en probetas de adobe en el Laboratorio Geotécnico del CISMID. Estos ensayos se llevaron a cabo usando presiones de confinamiento de 1 kgf/cm^2 , 2 kgf/cm^2 y 4 kgf/cm^2 .

También se tiene información de resultados de ensayos en componentes de adobe llevadas a cabo por K. Díaz & J. Ríos (2005) en Colombia presentados en el artículo

“Alternativas de rehabilitación de adobe y tapia pisada”. En dicho artículo se presenta el valor máximo promedio y su respectiva desviación estándar de la resistencia la compresión en pilas de adobe.

CAPÍTULO II

LA TEORÍA DE PLASTICIDAD EN EL CONTEXTO DEL ANÁLISIS CON ELEMENTOS FINITOS

En este capítulo de la tesis se hace una revisión de las nociones básicas de plasticidad, haciendo referencia al modelo de material de Von Mises, usualmente aplicado a metales. Seguidamente se presenta un procedimiento general para el cálculo de esfuerzos en un punto a partir del estado de esfuerzo y deformación preexistente y de los incrementos de deformación. Finalmente se revisa la formulación de Lagrange actualizada para la solución incremental - iterativa de las ecuaciones de equilibrio empleando elementos finitos.

2.1 Criterios de fluencia y deformación plástica

Las teorías macroscópicas clásicas de la plasticidad están basadas en una condición de fluencia, una regla de endurecimiento, que gobierna el cambio de la condición de fluencia durante la deformación, y en las relaciones entre esfuerzos y deformaciones plásticas del material. En lo que sigue se revisan estas ideas, considerando primero la situación de esfuerzo uniaxial y luego situaciones de esfuerzo más generales.

2.1.1 Deformaciones elasto-plásticas uniaxiales

Al someter un elemento metálico a tracción y luego a compresión se observa una curva esfuerzo – deformación unitaria tal como se muestra en la Fig. 2.1. Se obtienen también resultados similares si el espécimen es primero sometido a compresión y luego a tracción.

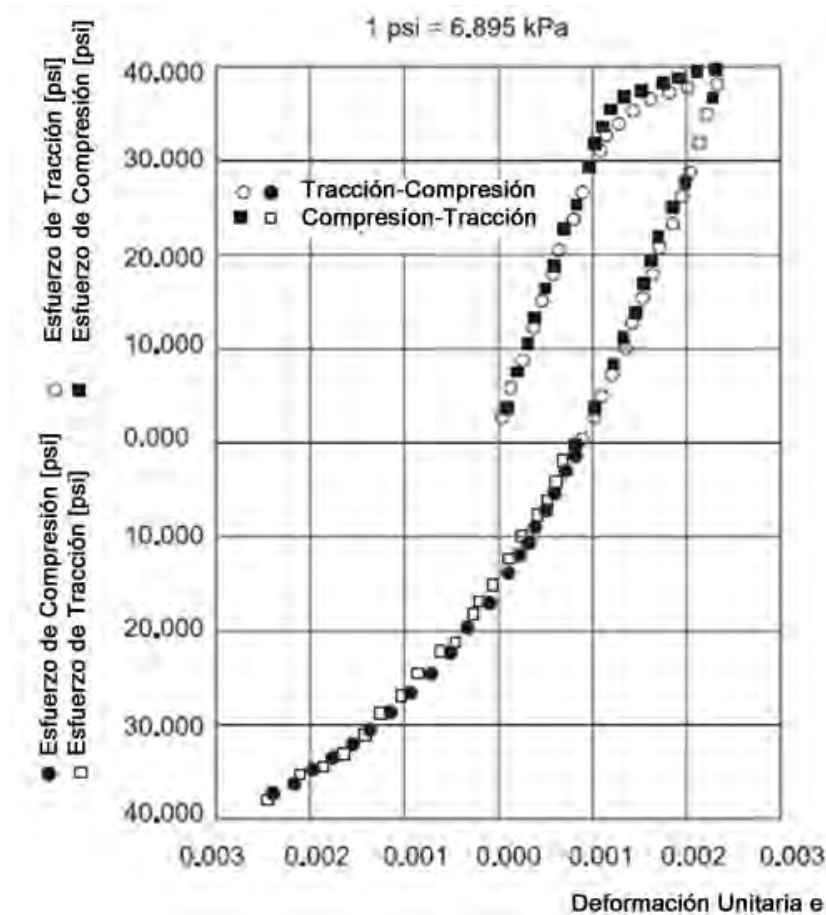


Fig. 2.1. Diagramas típicos esfuerzo – deformación unitaria para aceros de alto contenido de carbono. Smith y Sidebottom (1965)

Al presentar las curvas esfuerzo – deformación deberían estrictamente considerarse los esfuerzos reales, referidos a la geometría deformada (esfuerzos de Cauchy) y la verdadera deformación unitaria (deformación unitaria logarítmica $\ln(l/l_0)$ donde l y l_0 son las longitudes actual e inicial del espécimen), ya que la deformación unitaria alcanzada antes de fallar podría ser 50% o más. Sin embargo, en este análisis se supondrá que las deformaciones unitarias son pequeñas, menores que 4%, en cuyo caso, para el desarrollo del modelo del material se puede usar el esfuerzo de Kirchhoff, σ , definido como la fuerza por unidad de área original, y la deformación unitaria infinitesimal, e .

Como referencia para revisar algunas nociones importantes en la teoría de plasticidad, considérese el diagrama $\sigma - e$ mostrado en la Fig. 2.2

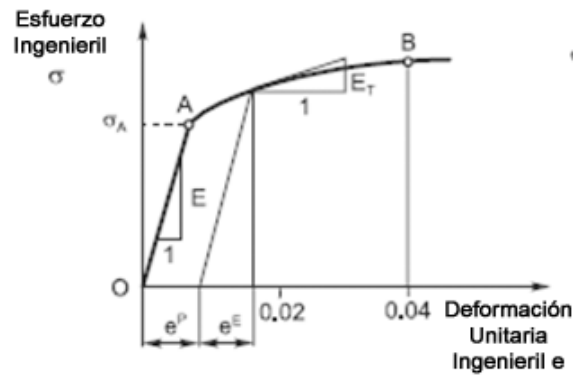


Fig. 2.2. Diagrama esfuerzo – deformación unitaria para carga uniaxial en metales

Un punto importante en el diagrama es el llamado límite elástico o punto de fluencia (punto A). Si el esfuerzo es menor que el esfuerzo de fluencia, al descargar el material éste retorna a su configuración no deformada. La parte OA del diagrama representa el dominio elástico del material. Si la carga produce esfuerzos por encima del esfuerzo de fluencia, σ_A , se tendrá una deformación unitaria plástica permanente, e^P , que permanecerá luego de la descarga. Por lo tanto, la deformación unitaria total e correspondiente al esfuerzo σ es:

$e = e^E + e^P$	(2.1)
-----------------	-------

Donde, siendo E el módulo de Young:

$e^E = \frac{\sigma}{E}$	(2.2)
--------------------------	-------

La parte de la curva entre los puntos A y B caracteriza el comportamiento del material en el dominio plástico. La tangente a la curva entre los puntos A y B es variable; se denomina el módulo tangente, E_T , que se supone mayor que cero. En ese rango los esfuerzos pueden relacionarse con las deformaciones plásticas:

$\sigma = \sigma(e^P)$	(2.3)
------------------------	-------

O alternativamente:

$f_y(\sigma, e^P) = 0$	(2.4)
------------------------	-------

Refiriéndose a las deformaciones plásticas, la curva esfuerzo – deformación puede presentarse como en la Fig. 2.3, que se denomina curva de fluencia del material:

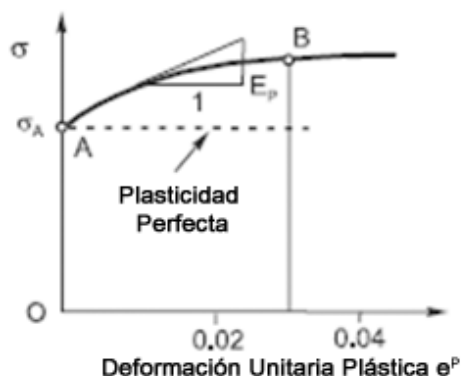


Fig. 2.3. Curva de fluencia

En esta figura se muestra que el esfuerzo σ se incrementa con la deformación plástica e^P . Esta característica del material es conocida como endurecimiento por deformación y es importante en la descripción del comportamiento del material en la zona plástica. El endurecimiento instantáneo en un determinado punto de la curva de fluencia es descrito como el módulo plástico, E_P , correspondiente a la deformación unitaria plástica alcanzada, el cual puede ser expresado como:

$E_P = \frac{d\sigma}{de^P}$	(2.5)
------------------------------	-------

El módulo plástico se relaciona con el módulo tangente E_T y el módulo de Young E :

$E_P = \frac{EE_T}{E - E_T}$	(2.6)
------------------------------	-------

Un caso especial de la relación esfuerzo – deformación unitaria es la relación bilineal, con pendientes constantes E en el rango elástico y E_T en el rango plástico. Para

algunos materiales dúctiles, el endurecimiento puede despreciarse (es decir, $\sigma = \sigma_A$, $E_p = 0$ para cualquier e^P), en cuyo caso el material se considera perfectamente plástico.

La curva de fluencia mostrada en la Fig. 2.3 representa el comportamiento básico del material. Aunque fue obtenida de un experimento unidimensional, también puede ser usada para describir deformaciones elasto – plásticas complejas en 2 ó 3 dimensiones.

Frecuentemente se usan expresiones analíticas para las curvas de fluencia en plasticidad de metales, por ejemplo, la fórmula de Ramberg-Osgood

$\mathbf{e} = \frac{\sigma}{E} + \alpha \frac{\sigma_R}{E} \left(\frac{\sigma}{\sigma_R} \right)^{m_R}$	(2.7)
--	-------

Donde σ_R es un esfuerzo de referencia (puede ser el esfuerzo de fluencia $\sigma_{yv} = \sigma_A$) y α y m_R son constantes del material obtenidas experimentalmente. La ecuación (2.7) puede también presentarse en la forma

$\sigma = \sigma_{yv} + C_y (e^P)^n$	(2.8)
--------------------------------------	-------

Dónde C_y y n son constantes del material (no negativas).

En la descripción anterior se supuso que la carga en tracción o compresión se incrementa en forma monótonica. En lo que sigue se considera que el material es primero deformado plásticamente a tracción y luego a compresión. Para algunos materiales el “nuevo esfuerzo de fluencia” en compresión después de la descarga es de magnitud igual al esfuerzo de tracción en el que se produjo la descarga. Sin embargo, en general el “nuevo esfuerzo de fluencia” es menor que el esfuerzo máximo alcanzado en tracción. El mismo comportamiento se observa cuando el material es primero comprimido y luego traccionado. Este fenómeno es conocido como el efecto de Bauschinger y puede ser explicado por cambios en la micro estructura del metal causados por las deformaciones plásticas. Es importante incluir este efecto en la

solución de problemas con cargas cíclicas.

Para aplicaciones prácticas, se han desarrollado algunos modelos simplificados para tomar en cuenta el efecto de Bauschinger. Los dos modelos usados comúnmente son el de endurecimiento isotrópico y el de endurecimiento cinemático (ver la Fig. 2.4).

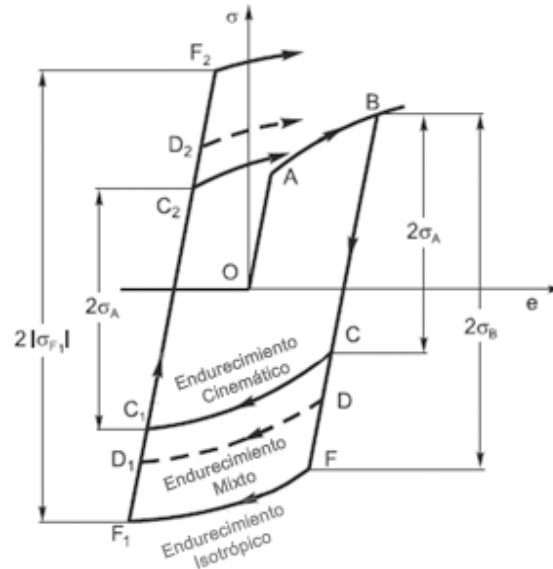


Fig. 2.4. Curvas esfuerzo – deformación idealizadas para carga cíclica

En la hipótesis del endurecimiento isotrópico se ignora el efecto de Bauschinger y se usa la misma curva de fluencia en tracción y compresión durante la carga cíclica (curva OABFF₁F₂). En la hipótesis de endurecimiento cinemático el punto de fluencia se “traslada”, de modo que la diferencia entre el esfuerzo al iniciar la descarga y el esfuerzo de fluencia en sentido contrario es siempre igual a dos veces el esfuerzo de fluencia inicial. Por ejemplo, el esfuerzo de fluencia en el punto C, σ_C es igual a:

$$\sigma_C = \sigma_B - 2\sigma_A$$

Y la trayectoria esfuerzo – deformación es OABCC₁C₂. Cabe también plantear un modelo de endurecimiento mixto (trayectoria OABDD₁D₂). Para todos estos modelos simplificados las curvas de endurecimiento tienen la misma forma cuando se invierte el sentido de la carga, pero empiezan en diferentes esfuerzos de fluencia. Por otro lado, debe anotarse que los modelos de endurecimiento cinemático y mixto introducen una anisotropía en el comportamiento del material.

2.1.2 Condiciones de fluencia para estados de esfuerzo multiaxiales

Pueden extenderse las mismas ideas para los casos en que dos o más componentes de esfuerzo son distintas de cero, estableciéndose la condición de fluencia inicial en función de las distintas componentes de esfuerzo:

$f_y(\sigma_{ij}) = 0$	(2.9)
------------------------	-------

Mientras no se alcance esta condición de fluencia, es decir mientras $f_y < 0$, no hay deformaciones plásticas y se aplican las relaciones constitutivas elásticas.

Para determinar una forma apropiada de la función de fluencia, se supone que el material alcanza la fluencia inicial de manera isotrópica. Ya que la expresión numérica de las componentes de esfuerzo cambia con el sistema de coordenadas usado, para poder satisfacer la condición de isotropía la función de fluencia sólo puede ser una función de las invariantes de esfuerzo, I_1 , I_2 y I_3 , que son independientes del sistema de referencia usado:

$f_y(I_1, I_2, I_3) = 0$	(2.10)
--------------------------	--------

Donde, empleando notación indicial y la convención de suma:

$I_1 = \sigma_{ii}$ $I_2 = \sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{33} + \sigma_{33}\sigma_{11} - (\sigma_{12}\sigma_{21} + \sigma_{23}\sigma_{32} + \sigma_{13}\sigma_{31})$ $I_3 = \det \sigma$	(2.11)
---	--------

Esta función de fluencia es aplicable a cualquier material isotrópico; sin embargo, es necesario especificar los detalles de la función para reflejar lo obtenido experimentalmente.

En el caso de metales, se observa experimentalmente que tanto la primera invariante I_1 como la tercera invariante I_3 tienen poca influencia; por lo que se puede suponer que la función de fluencia es solo dependiente de I_2 , o alternativamente de la segunda

invariante de los esfuerzos deviatoricos J_{2D} , definida como:

$J_{2D} = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij}$	(2.12)
--------------------------------------	--------

Los esfuerzos deviatoricos son:

$S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_m \delta_{ij}$	(2.13)
---	--------

δ_{ij} es el Delta de Kronecker.

Hipótesis sobre la energía de distorsión

Una hipótesis fundamental para determinar la función de fluencia es que los metales alcanzan su límite elástico y empieza la deformación plástica cuando la energía de deformación de distorsión elástica alcanza un cierto valor crítico W'_E , igual para el caso uniaxial que para cualquier otra condición de esfuerzo. Esta energía puede ser expresada en términos de los esfuerzos deviatoricos como sigue:

$W'_E = \frac{1}{2} S_{ij} e_{ij}^E = \frac{1}{4G} S_{ij} S_{ij}$	(2.14)
---	--------

Y en las condiciones de carga uniaxial consideradas anteriormente, ya sea en tracción o compresión, se tiene:

$W'_E = \frac{1}{6G} \sigma_{yv}^2$	(2.15)
-------------------------------------	--------

Por lo tanto, de la hipótesis ya mencionada y de las ecuaciones (2.14) y (2.15) resulta:

$f_y(S_{ij}) = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{yv}^2 = 0$	(2.16)
---	--------

O en términos de la segunda invariante J_{2D} :

$f_y(J_{2D}) = J_{2D} - \frac{1}{3}\sigma_{yv}^2 = 0$	(2.17)
---	--------

La f_y en la ecuación (2.16) es conocida como la función de fluencia de von Mises y los materiales que obedecen esa condición son llamados materiales de von Mises. Esta condición de fluencia es comúnmente usada para metales, ya que se ajusta bien a los resultados experimentales.

2.1.3 Relaciones tridimensionales esfuerzo-deformación plástica

Supóngase que un espécimen de metal se somete a un esfuerzo uniaxial de tracción σ que excede el esfuerzo de fluencia σ_{yv} . Al descargar y medir las deformaciones plásticas se observa que las deformaciones transversales de contracción son prácticamente iguales a la mitad de la deformación unitaria plástica e_{xx}^P medida en la dirección longitudinal. Por lo tanto se puede afirmar que la deformación volumétrica plástica es cero:

$e_V^P = e_{xx}^P + e_{yy}^P + e_{zz}^P = 0$	(2.18)
--	--------

Se llega a la misma conclusión al realizar ensayos con materiales de von Mises para situaciones de esfuerzo más complejas, por lo que se afirma que la deformación plástica es isocórica, es decir, se preserva el volumen. En los ensayos se observa también que, al aplicarse un pequeño incremento de carga se tienen incrementos en las deformaciones plásticas de_{ij}^P que son proporcionales a los esfuerzos deviatoricos totales S_{ij} :

$de_{ij}^P = d\lambda S_{ij}$	(2.19)
-------------------------------	--------

Estas relaciones son las ecuaciones de Prandtl-Reuss. En general, las deformaciones plásticas acumuladas dependen de la historia de carga, pudiendo ser proporcionales a los esfuerzos deviatoricos totales S_{ij} solamente cuando los esfuerzos se incrementan proporcionalmente en toda la historia de carga. La teoría de plasticidad basada en las

relaciones (2.19) es llamada la teoría incremental o teoría de flujo de la plasticidad.

2.1.4 Endurecimiento en tres dimensiones

Para poder definir el endurecimiento de un metal en el proceso del flujo plástico, luego de que la condición de fluencia inicial ha sido alcanzada, se usa la hipótesis de la equivalencia del trabajo plástico. Se supone que la curva de fluencia es la misma para cualquier forma de carga. En lo que sigue se considera primero endurecimiento isotrópico y luego el comportamiento del material perfectamente plástico como un caso especial.

Hipótesis de equivalencia del trabajo plástico

Esta hipótesis establece que el incremento del trabajo plástico dW_{gen}^P desarrollado durante las deformaciones plásticas en condiciones de carga general es igual al incremento de trabajo plástico dW_{uniax}^P desarrollado en condiciones de carga uniaxial, es decir:

$dW_{gen}^P = dW_{uniax}^P = dW^P$	(2.20)
------------------------------------	--------

Considerando las relaciones (2.19) se tiene, para condiciones de carga general:

$dW^P = S_{ij} de_{ij}^P = d\lambda S_{ij} S_{ij}$	(2.21)
--	--------

El trabajo dW^P corresponde a las distorsiones permanentes del material y es irreversible. Por otro lado, para el caso de carga uniaxial se tiene:

$dW^P = \frac{2}{3} d\lambda \sigma_y^2$	(2.22)
--	--------

Donde se ha usado la condición de que el material esta fluyendo continuamente: $\sigma = \sigma_y$. Así de (2.21) y (2.22) se tiene

$S_{ij}S_{ij} = \frac{2}{3}\sigma_y^2$	(2.23)
--	--------

Esta es la condición de fluencia de Von Mises, que también puede ser escrita en la forma:

$f_y = \frac{1}{2}S_{ij}S_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{yv}^2 = 0$	(2.24)
--	--------

Las consecuencias de la hipótesis de equivalencia de trabajo plástico pueden, por lo tanto, ser establecidas como sigue: Considerando cualquier estado de flujo plástico en condiciones de carga general, se puede identificar un esfuerzo de fluencia σ_y en la curva de fluencia uniaxial correspondiente al estado de carga dado. La hipótesis de equivalencia de trabajo plástico está en concordancia con la hipótesis de la energía de distorsión dada anteriormente. Esto es, considerando la energía de distorsión W' como una medida de la resistencia del material a cambiar de forma y suponiendo que la hipótesis también es válida durante el flujo plástico, se puede escribir:

$S_{ij}de_{ij}^E + S_{ij}de_{ij}^P = \frac{1}{6G}d\sigma_y^2 + \frac{2}{3}d\lambda\sigma_y^2$	(2.25)
---	--------

Donde el primer miembro representa dW' en condiciones de carga general, y el segundo miembro corresponde al caso de carga uniaxial. El primer término de ambos miembros corresponde a la deformación elástica. En (2.25) se ha usado la condición que la deformación unitaria total de_{ij} es la suma de la deformación unitaria elástica de_{ij}^E y la deformación unitaria plástica de_{ij}^P , en concordancia con (2.1):

$de_{ij} = de_{ij}^E + de_{ij}^P$	(2.26)
-----------------------------------	--------

Y se ha considerado que las deformaciones volumétricas elásticas no afectan la energía de distorsión.

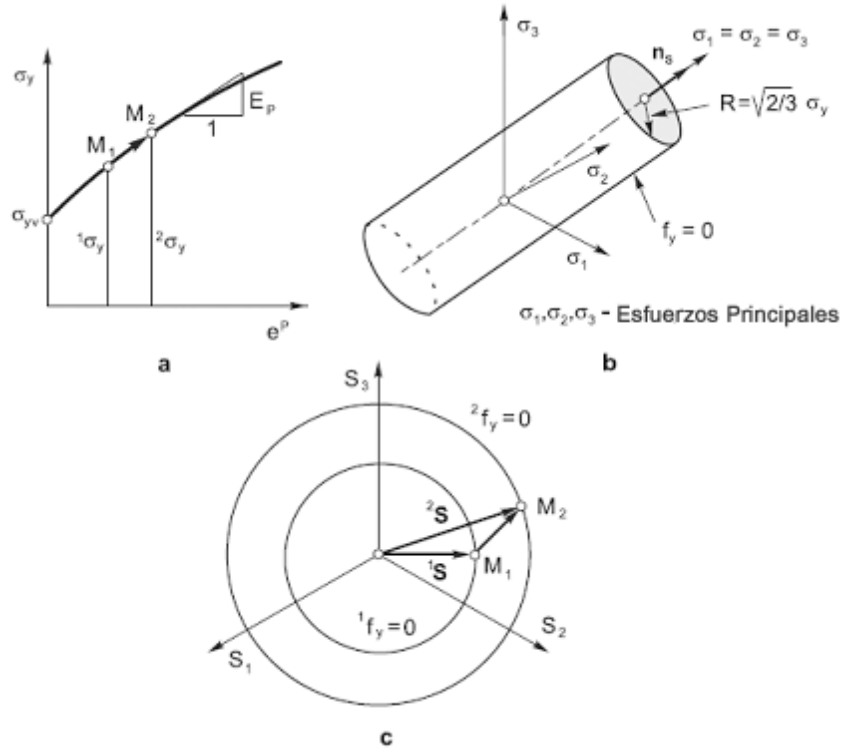


Fig. 2.5. Condición de fluencia de Von Mises

Una interpretación geométrica de la condición de fluencia de von Mises está dada en la figura anterior. La curva de fluencia $\sigma_y(e^P)$ se muestra en la Fig. 2.5a, con dos puntos M_1 y M_2 en la curva y esfuerzos de fluencia ${}^1\sigma_y$ y ${}^2\sigma_y$. La superficie de fluencia $f_y = 0$ definida por medio de la expresión (2.24) es representada en el espacio de esfuerzos principales $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ por el cilindro con el eje hidrostático $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ y radio $R = \sqrt{2/3} \sigma_y$ (Fig. 2.5b). En el plano deviatorico, con ejes S_1, S_2, S_3 (esfuerzos deviatoricos principales), la superficie de fluencia es representada por el círculo de radio R . En la Fig. 2.5c se muestran dos superficies de fluencia, correspondientes a M_1 y M_2 .

La condición de fluencia de von Mises también puede ser escrita en términos de un esfuerzo efectivo o esfuerzo de Von Mises, $\bar{\sigma}$, definido como

$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \ \mathbf{S} \ $	(2.27)
---	--------

Luego la condición de fluencia presentada en la expresión (2.24) se reduce a

$\bar{\sigma} - \sigma_y = 0$	(2.28)
-------------------------------	--------

En (2.27), $\|S\|$ representa la intensidad (o norma Euclidiana) de S , definida como

$\ S\ = \sqrt{S_{ij}S_{ij}}$	(2.29)
-------------------------------	--------

En las expresiones anteriores se ha concluido que las condiciones de fluencia tienen la forma de las expresiones (2.24) o (2.28), pero aún no se ha introducido una ley que gobierne el cambio de la superficie de fluencia. Para obtener esta ley o regla, primero se impone la condición – basada en observaciones experimentales y en consideraciones teóricas – que para el material considerado el trabajo plástico W^P debe ser positivo (postulado de Drucker).

$dW^P > 0$	(2.30)
------------	--------

El siguiente paso en el desarrollo de una regla de endurecimiento es la introducción del incremento de la deformación plástica unitaria efectiva $d\bar{e}^{-P}$ que corresponde al esfuerzo efectivo $\bar{\sigma}$, de tal manera que el incremento del trabajo plástico dW^P está dado por

$dW^P = \bar{\sigma} d\bar{e}^{-P}$	(2.31)
-------------------------------------	--------

Usando (2.30) se tiene que el incremento de la deformación unitaria plástica efectiva debe ser positivo. Ya que el trabajo plástico dW^P , expresado en (2.31) para condiciones de carga general es igual a dW^P para el caso de carga uniaxial, se obtiene:

$d\lambda = \frac{3}{2} \frac{d\bar{e}^{-P}}{\sigma_y}$	(2.32)
---	--------

Durante la fluencia $\bar{\sigma} = \sigma_y$. Finalmente, se expresan en (2.21) los S_{ij} en términos de de_{ij}^P usando las ecuaciones de Prandtl-Reuss (2.19), y de (2.31) se obtiene

$$\frac{1}{d\lambda} de_{ij}^P de_{ij}^P = \bar{\sigma} d\bar{e}^{-P} \quad (2.33)$$

Por lo tanto, con (2.32) se obtiene el incremento de la deformación unitaria plástica efectiva en términos de los incrementos de las componentes de las deformaciones plásticas:

$$d\bar{e}^{-P} = \sqrt{\frac{2}{3} de_{ij}^P de_{ij}^P} \quad (2.34)$$

En el caso de carga uniaxial se tiene que

$$d\bar{e}^{-P} = |de^P| \quad (2.35)$$

La curva de fluencia en tracción simple representa al mismo tiempo la curva de fluencia general.

$$\sigma_y = \sigma_y(\bar{e}^{-P}) \quad (2.36)$$

Donde \bar{e}^{-P} es la deformación unitaria plástica efectiva acumulada, dada por:

$$\bar{e}^{-P} = \int d\bar{e}^{-P} \quad (2.37)$$

De lo anterior se tiene que

- 1) El endurecimiento de un material de Von Mises está definido por la curva de fluencia $\sigma_y(\bar{e}^{-P})$.
- 2) La condición de fluencia puede ser escrita de la siguiente forma:

$f_y = \frac{1}{2} \mathbf{S}_{ij} \mathbf{S}_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_y^2(\bar{\mathbf{e}}^P) = 0$	(2.38)
--	--------

O alternativamente:

$\bar{\sigma} - \sigma_y(\bar{\mathbf{e}}^P) = 0$	(2.39)
---	--------

3) El factor de proporcionalidad $d\lambda$ en las ecuaciones de Prandtl-Reuss está definido por la expresión (2.32). Dicho factor puede ser calculado de la curva de fluencia.

Ya que el incremento en el esfuerzo de fluencia está dado como una función de la deformación unitaria plástica efectiva, se usa habitualmente la expresión “endurecimiento por deformación”. El modelo con respecto al comportamiento de endurecimiento se ilustra en la Fig. 2.6.

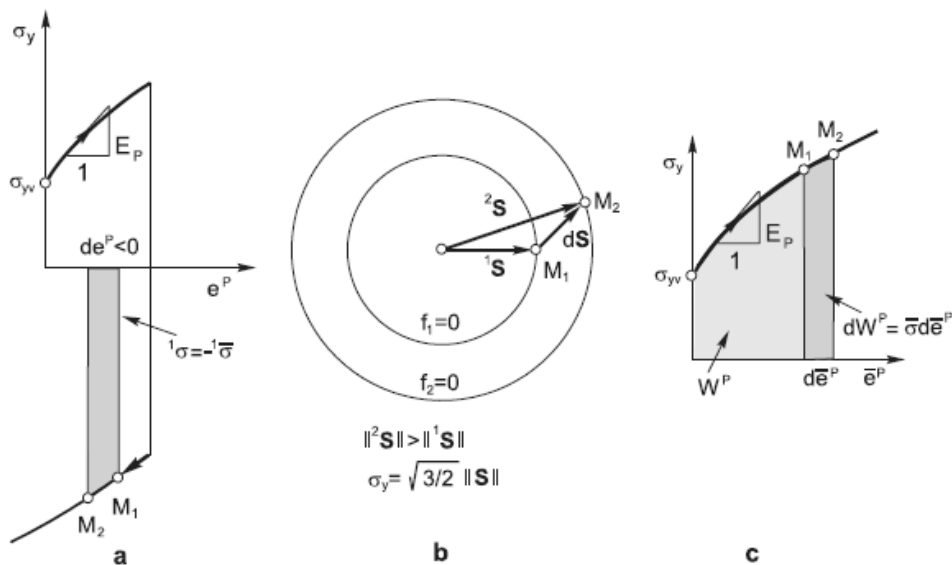


Fig. 2.6. Mapeo del estado de esfuerzos en la curva de fluencia

La figura muestra que en el caso de carga uniaxial a tracción-compresión (Fig. 2.6a) la deformación unitaria plástica e^P primero se incrementa y luego decrece, mientras que la deformación unitaria plástica efectiva \bar{e}^P y el esfuerzo de fluencia σ_y se incrementan continuamente durante el flujo plástico (Fig. 2.6c). En el caso de condiciones de carga general (Fig. 2.6b), la superficie de fluencia se incrementa en

tamaño durante el flujo plástico. Dos sucesivos estados de esfuerzo en el caso de carga uniaxial a tracción-compresión, y en el caso de carga general, se representan por los mismos puntos M1 y M2 en la curva de fluencia $\sigma_y(\bar{\epsilon}^P)$. Ya que, debido al endurecimiento, cada nueva superficie de fluencia es de mayor tamaño, se concluye que la superficie de fluencia actual limita el dominio elástico, que se incrementa durante el flujo plástico. Es decir, si se alcanza el esfuerzo de fluencia ${}^1\sigma_y$ y luego se tiene un esfuerzo menor, el flujo plástico no continuará y se tendrá descarga elástica. El punto de esfuerzo correspondiente a este caso está adentro de la superficie de fluencia 1f_y ; el punto en el diagrama $\sigma_y(\bar{\epsilon}^P)$ cae en la línea $\bar{\epsilon}^P = \text{constante}$ y por debajo la curva de fluencia. El caso de una subsecuente carga de regreso a $\bar{\sigma} = {}^1\sigma_y$ representa carga elástica; y un cambio más allá del esfuerzo pero con $\bar{\sigma} = {}^1\sigma_y$ define la llamada carga neutral, también sin flujo plástico. La superficie de fluencia durante la carga neutral no cambia, el esfuerzo en el punto en la Fig. 2.6b permanece en la superficie 1f_y , mientras que el punto en la curva de fluencia esta fijo. Cabe recalcar que cualquier estado de esfuerzo fuera de la superficie de fluencia o por encima de la curva de fluencia no es posible.

En algunos materiales puede despreciarse el endurecimiento por deformación puede ser despreciado para algunos materiales. En tal caso

$\bar{\sigma} - \sigma_{yv} = 0$	(2.40)
----------------------------------	--------

Corresponde a una superficie de fluencia de tamaño constante. Todos los estados de esfuerzo durante la fluencia del material están representados solo por una superficie de fluencia, y el dominio elástico no cambia debido al flujo plástico. En el caso de flujo plástico bajo condiciones de carga general, se tiene que, como la fluencia progresa, el punto de esfuerzos se mueve pero siempre permanece en la superficie de fluencia, su punto imagen se mueve a lo largo de la línea de fluencia $\sigma_y = \sigma_{yv}$, y la deformación unitaria plástica efectiva solo se incrementa.

Modelo de von Mises con endurecimiento mixto

Aún cuando los modelos tridimensionales presentados anteriormente están en concordancia con observaciones experimentales, para el caso de algunos metales no describen con suficiente precisión la respuesta en condiciones de carga complejas, como en el caso de carga cíclica, en el que el efecto de Bauschinger es pronunciado. En esta sección se considera un modelo más general de comportamiento elasto – plástico, con hipótesis de endurecimiento mixto. Luego se tratan casos especiales, como modelos con endurecimiento cinemático o isotrópico, así como también la hipótesis de plasticidad perfecta.

Para generalizar las curvas de fluencia uniaxial dadas en la Fig. 2.4 se presenta la condición de fluencia en la forma:

$$f_y = \frac{1}{2}(\mathbf{S}_{ij} - \alpha_{ij})(\mathbf{S}_{ij} - \alpha_{ij}) - \frac{1}{3}\hat{\sigma}_y^2 = 0 \quad (2.41)$$

Donde las α_{ij} definen la posición de la superficie de fluencia en el espacio de esfuerzos y σ_y es el esfuerzo de fluencia, como se muestra en la Fig. 2.7. El cambio en el tamaño de la superficie de fluencia y la posición en el espacio de esfuerzos son tomados en cuenta de una forma simple, mientras que los cambios de forma se desprecian.

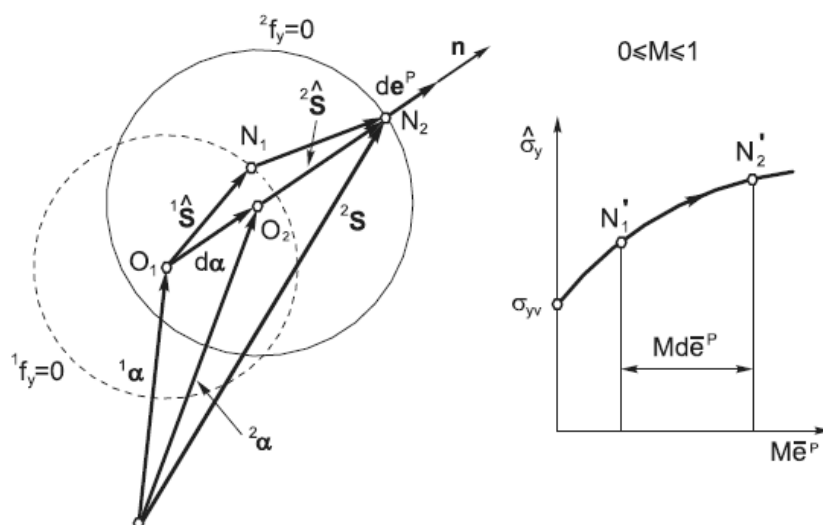


Fig. 2.7. Modelo de Von Mises con endurecimiento mixto

La condición de fluencia (2.41) también puede ser escrita en la forma:

$f_y = \frac{1}{2} \hat{S}_{ij} \hat{S}_{ij} - \frac{1}{3} \hat{\sigma}_y^2 = 0$	(2.42)
--	--------

Donde:

$\hat{S}_{ij} = S_{ij} - \alpha_{ij}$	(2.43)
---------------------------------------	--------

Son las componentes del “radio” de la superficie de fluencia, en función de las cuales se expresa el “esfuerzo efectivo reducido”:

$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \hat{S}_{ij} \hat{S}_{ij}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \ \hat{S}\ $	(2.44)
--	--------

De acuerdo con la hipótesis de endurecimiento mixto, los incrementos de la deformación plástica pueden ser divididos en una parte isotrópica y otra cinemática, de^{iP} y de^{kP} , es decir:

$de^P = de^{iP} + de^{kP}$	(2.45)
----------------------------	--------

La forma simple de relacionar de^{iP} y de^{kP} es mediante una constante $0 \leq M \leq 1$, tal que

$de^{iP} = M de^P$	(2.46)
--------------------	--------

Y en consecuencia:

$de^{kP} = (1 - M) de^P$	(2.47)
--------------------------	--------

La constante M es llamada el parámetro de endurecimiento mixto y es una característica del material. Es una medida del efecto de Bauschinger. Los valores $M = 1$ y $M = 0$ corresponden a endurecimiento isotrópico y cinemático

respectivamente. El incremento del trabajo plástico dW^P está dividido en una parte isotrópica dW^{iP} y otra parte cinemática dW^{kP} , que ocurren en la misma proporción de las deformaciones unitarias de^{iP} y de^{kP} . Con la hipótesis de endurecimiento mixto, solo la parte isotrópica de endurecimiento $d\bar{e}^{-iP}$ del incremento de la deformación plástica efectiva $d\bar{e}^{-P}$ afecta el tamaño de la superficie de fluencia.

$d\bar{e}^{-iP} = M d\bar{e}^{-P}$	(2.48)
------------------------------------	--------

Por lo tanto, el esfuerzo de fluencia $\hat{\sigma}_y$ es una función de \bar{e}^{-iP}

$\hat{\sigma}_y = \hat{\sigma}_y(M\bar{e}^{-iP})$	(2.49)
---	--------

El siguiente paso en la definición del modelo de material es especificar las relaciones esfuerzo – deformación plástica. Para eso, se observa que las ecuaciones de Prandtl-Reuss ahora son

$de_{ij}^P = d\lambda \hat{S}_{ij}$	(2.50)
-------------------------------------	--------

$de^P = d\lambda \frac{\partial f_y}{\partial \sigma}$	(2.51)
--	--------

Ya que

$\frac{\partial f_y}{\partial \sigma_{ij}} = \hat{S}_{ij}$	(2.52)
--	--------

Para completar la formulación del modelo, se necesita una regla de endurecimiento para los α . Según la regla de endurecimiento propuesta por Prager:

$d\alpha = C de^{kP} = (1 - M) C de^P$	(2.53)
--	--------

C se denomina módulo de endurecimiento cinemático. Esta expresión indica que el

desplazamiento de la superficie de fluencia es en la dirección de la normal a la superficie.

El módulo C se determina de la curva de fluencia, considerando carga uniaxial del material y condiciones de endurecimiento mixto. Se tiene que en condiciones de carga a tracción uniaxial la condición de fluencia se reduce a

$\frac{2}{3}\sigma_{xx} - \alpha_{xx} - \frac{2}{3}\hat{\sigma}_y = 0$	(2.54)
--	--------

Expresada de manera incremental

$\frac{2}{3}d\sigma_{xx} - d\alpha_{xx} - \frac{2}{3}d\hat{\sigma}_y = 0$	(2.55)
---	--------

Seguidamente se impone la condición de que el esfuerzo σ_{xx} sigue la curva de fluencia para cualquier valor de M. El esfuerzo de fluencia $\hat{\sigma}_y$ debe cambiar de acuerdo a la regla de endurecimiento (2.49). Por lo tanto, considerando que $d\mathbf{e}_{xx}^P = d\mathbf{e}^P$, donde \mathbf{e}^P es la deformación unitaria plástica uniaxial, así como de la expresión (2.53), se tiene

$\begin{aligned} d\sigma_{xx} &= E_P d\mathbf{e}^P \\ d\hat{\sigma}_y &= M\hat{E}_P d\mathbf{e}^P \\ d\alpha_{xx} &= (1-M)C d\mathbf{e}^P \end{aligned}$	(2.56)
--	--------

Donde

$\begin{aligned} E_P &= \left. \frac{\partial \sigma_y}{\partial \mathbf{e}^P} \right _{\mathbf{e}^P} \\ \hat{E}_P &= \left. \frac{\partial \hat{\sigma}_y}{\partial \mathbf{e}^P} \right _{M\mathbf{e}^P} \end{aligned}$	(2.57)
---	--------

son los módulos plásticos (las pendientes de la curva de fluencia $\sigma_y(\mathbf{e}^P)$ obtenidas experimentalmente) que corresponden, respectivamente, a las deformaciones unitarias

plásticas e^P y Me^P . Sustituyendo la expresión (2.56) en (2.55) se obtiene:

$C = \frac{2}{3}(E_p - M\hat{E}_p)/(1-M)$	(2.58)
---	--------

Y en caso de una relación esfuerzo – deformación unitaria bilineal (E_p es constante) con endurecimiento cinemático, se tiene que:

$C = \frac{2}{3}E_p$	(2.59)
----------------------	--------

Resumiendo, las principales relaciones que describen el modelo de material de Von Mises con endurecimiento mixto son:

- La condición de fluencia está definida por la ecuación (2.42).
- Las relaciones esfuerzo – deformación unitaria están basadas en la regla de flujo asociada y esta dada por la expresión (2.50).
- El endurecimiento está definido de acuerdo a las hipótesis de endurecimiento mixto, con el parámetro de endurecimiento mixto M usado para dividir el incremento total de la deformación unitaria plástica de^P en una parte isotrópica (de^{iP}) y otra cinemática (de^{kP}) (ver expresiones (2.45) a (2.47)). El tamaño de la superficie de fluencia depende de la parte isotrópica de la deformación unitaria plástica efectiva Me^{-P} de acuerdo a (2.49). El desplazamiento de la superficie de fluencia es gobernado por la regla de endurecimiento de Prager (ver expresión (2.53)).
- Las características de endurecimiento son definidas por la curva de fluencia medidas en condiciones de esfuerzo uniaxial del material.

Como ya se mencionó antes, el modelo de von Mises usando las hipótesis de endurecimiento cinemático o isotrópico y el modelo suponiendo que no hay endurecimiento (plasticidad perfecta) son casos especiales del modelo de endurecimiento mixto.

Para modelar las condiciones de endurecimiento cinemático se usa el parámetro $M = 0$. Entonces se supone que la superficie de fluencia tiene un tamaño constante, es

decir,

$\hat{\sigma}_y = \sigma_{yv}$	(2.60)
--------------------------------	--------

Durante el flujo plástico, la superficie de fluencia cambia su posición en el espacio de esfuerzos, y por lo tanto el trabajo plástico es solamente desarrollado desplazando la superficie de fluencia. Las relaciones esfuerzo – deformación unitaria plástica tienen la forma (2.50) y el desplazamiento de la superficie de fluencia está gobernado por la regla de Prager. Por lo tanto la curva de fluencia $\sigma_y(e^P)$ obtenida experimentalmente en un ensayo a tracción uniaxial se usa solo para evaluar el módulo $C(e^P)$ de acuerdo a (2.59). Este modelo es adecuado para metales con pronunciado efecto de Bauschinger.

En los casos en que el efecto de Bauschinger puede despreciarse, se supone endurecimiento isotrópico, $M = 1$. La condición de fluencia tiene la forma (2.39) y las relaciones esfuerzo – deformación unitaria plástica están dadas por (2.19).

Las condiciones de plasticidad perfecta corresponden a un material sin endurecimiento durante el flujo plástico, con $M = 1$ y esfuerzo de fluencia constante $\hat{\sigma}_y = \sigma_{yv}$. La condición de fluencia se reduce a (2.28).

2.2 Método del parámetro de gobierno

En un análisis inelástico por elementos finitos el punto central es el cálculo de los esfuerzos de una manera efectiva.

En esta sección se presenta un enfoque general para el cálculo implícito de los esfuerzos en un intervalo de tiempo (o carga) y luego se aplica el enfoque a una clase de modelos de plasticidad independientes del tiempo. El método es llamado del parámetro de gobierno ya que el problema de integración de esfuerzos se reduce a resolver una ecuación no lineal para un parámetro gobernante. Este método se aplica tanto a modelos en los que el esfuerzo normal medio no afecta el comportamiento inelástico (deformaciones inelásticas isocóricas), por ejemplo en plasticidad de metales, viscoplasticidad y/o modelos de creep, como también en modelos con deformaciones inelásticas volumétricas, como es el caso de modelos de materiales

geológicos.

El cálculo típico desarrollado en un análisis incremental por elementos finitos, con comportamiento no lineal del material se resume en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1. Cálculos típicos desarrollados en un análisis incremental por elementos finitos con comportamiento no lineal del material

A. Condiciones iniciales

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(0)} = {}^t\mathbf{U}; \quad {}^{t+\Delta t}\mathbf{R}; \quad i = 0$$

B. Bucle de iteración de equilibrio para el modelo completo de elementos finitos

$$i = i + 1 \quad {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i-1)} = 0 \quad {}^{t+\Delta t}\mathbf{K}_L^{(i-1)} = 0$$

C. Bucle en todos los puntos de integración de cada elemento finito

Para cada punto de integración

$${}^{t+\Delta t}\hat{\mathbf{e}}^{(i-1)} = \mathbf{B}_L {}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i-1)}$$

* Integración de esfuerzos

$$\text{Conocidos: } {}^t\sigma, {}^t\mathbf{e}, {}^t\mathbf{e}^{IN}, {}^t\beta, {}^{t+\Delta t}\mathbf{e}^{(i-1)}$$

$$\text{Evaluar: } {}^{t+\Delta t}\sigma^{(i-1)}, {}^{t+\Delta t}\mathbf{e}^{IN(i-1)}, {}^{t+\Delta t}\beta^{(i-1)}$$

* Matriz constitutiva

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{C}^{(i-1)} = \frac{\partial {}^{t+\Delta t}\sigma^{(i-1)}}{\partial {}^{t+\Delta t}\hat{\mathbf{e}}^{(i-1)}}$$

* Ensamble de fuerzas nodales

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i-1)} \Leftarrow {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i-1)} + \mathbf{B}_L {}^{t+\Delta t}\sigma^{(i-1)}\mathbf{w}\Delta v$$

* Ensamble de la matriz de rigidez tangente

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{K}_L^{(i-1)} \Leftarrow {}^{t+\Delta t}\mathbf{K}_L^{(i-1)} + \mathbf{B}_L^T {}^{t+\Delta t}\mathbf{C}^{(i-1)}\mathbf{B}_L\mathbf{w}\Delta v$$

FIN DEL BUCLE C

Cálculo del incremento de desplazamientos y de los desplazamientos totales

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{K}_L^{(i-1)}\Delta\mathbf{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i-1)}$$

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i-1)} + \Delta\mathbf{U}^{(i)}$$

Se verifica la convergencia: Si se satisfacen los criterios de convergencia realizar la siguiente iteración de equilibrio.

FIN DEL BUCLE B

D. Incremento del paso de carga (ir a A).

Se consideran deformaciones del material inelásticas y la labor es calcular los esfuerzos y deformaciones unitarias elásticas al fin del paso (o carga), con un estado conocido de esfuerzo/deformación unitaria al inicio del paso y para incrementos de deformación unitaria dados. Mediante este cálculo (integración de esfuerzos) se traza la historia de la deformación del material en un punto del mismo, y en toda la estructura, bajo condiciones de carga incrementales dadas.

Las variables que aparecen en la tabla son las deformaciones unitarias totales \mathbf{e} , así como la inelástica \mathbf{e}^{IN} , los esfuerzos σ , las variables internas del modelo del material β , la matriz de transformación lineal deformación – desplazamiento B_L , los pesos de integración numérica W , el punto de integración numérica asociado al volumen ΔV , y el vector de cargas externas R . El superíndice izquierdo “ t ” o “ $t + \Delta t$ ” denota el inicio o el final del paso Δt . El superíndice derecho denota el número de iteración.

Como se nota de la Tabla 2.1, la integración de los esfuerzos y el cálculo de las relaciones constitutivas tangentes representan pasos claves en un análisis incremental inelástico. Por lo tanto estos cálculos se deben llevar a cabo de manera robusta, exacta y eficiente. Se entiende al algoritmo por robusto si éste provee soluciones para esfuerzos con condiciones de carga razonables y para incrementos relativamente grandes de deformaciones unitarias (o de cargas).

2.2.1 Formulación del método del parámetro de gobierno

El procedimiento presentado en esta parte del trabajo es una generalización del método de retorno radial introducido para cálculos de plasticidad por Wilkins (1964). Este procedimiento consiste en dos pasos: 1) Calcular la solución elástica para el paso

(predictor elástico) y 2) el retorno radial hacia la superficie de fluencia (corrector plástico). Esta teoría fue implementada para varios modelos de materiales y generalizada por un gran número de autores, dando lugar a una clase de procedimiento de mapeo de retorno.

Se empieza con la suposición que en un punto del material el estado de esfuerzos/deformaciones unitarias en un tiempo “t” es conocido. Se lleva a cabo un análisis incremental de la deformación del cuerpo, con un intervalo de tiempo (o carga) Δt , y se supone que las deformaciones unitarias totales al final del intervalo son conocidas. Por lo tanto, las cantidades conocidas en un punto del material son:

${}^t\sigma, {}^t\mathbf{e}, {}^t\mathbf{e}^{IN}, {}^t\beta, {}^{t+\Delta t}\mathbf{e}$	(2.61a)
---	---------

O en notación indicial

${}^t\sigma_{ij}, {}^t\mathbf{e}_{ij}, {}^t\mathbf{e}_{ij}^{IN}, {}^t\beta_{ij}, {}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{ij}$	(2.61b)
--	---------

Donde ${}^t\sigma$, ${}^t\mathbf{e}_{ij}$ y ${}^t\mathbf{e}^{IN}$ son los esfuerzos, deformaciones unitarias totales y deformaciones unitarias inelásticas en el tiempo t, ${}^t\beta$ son las variables internas en el tiempo t usadas para describir la historia de las deformaciones inelásticas, y ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}$ son las deformaciones unitarias totales al final del intervalo de carga. El número de variables internas depende del modelo del material y del tipo de deformación inelástica, por ejemplo, para el caso de deformación elastoplástica tridimensional de un material isotrópico con endurecimiento mixto, las variables internas son la deformación unitaria plástica efectiva acumulada y las componentes del tensor de posición de la superficie de fluencia.

El objetivo de la integración de esfuerzos es determinar los esfuerzos ${}^{t+\Delta t}\sigma$, las deformaciones inelásticas ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}^{IN}$ y las variables internas ${}^{t+\Delta t}\beta$ en el tiempo $t + \Delta t$, esto es, al final del intervalo. Por lo tanto, las variables desconocidas son

${}^{t+\Delta t}\sigma, {}^{t+\Delta t}\mathbf{e}^{IN}, {}^{t+\Delta t}\beta$	(2.62)
---	--------

Se emplea un procedimiento de integración implícita correspondiente al método de Euler inverso. Los pasos básicos en el concepto de la integración implícita de esfuerzos son los siguientes:

- 1) Expresar todas las variables desconocidas en términos de un parámetro p . Se supone que este paso es posible para el modelo del material considerado.
- 2) Formar un función de p cuyos ceros proveen la solución para el parámetro gobernante, esto es ${}^{t+\Delta t}p$.
- 3) Calcular las variables desconocidas usando ${}^{t+\Delta t}p$.

Adicionalmente al cálculo de esfuerzos, es necesario determinar la relación constitutiva tangente ${}^{t+\Delta t}C$ al final del paso, consistente con el algoritmo de integración de esfuerzos.

${}^{t+\Delta t}C_{ijrs} = \frac{\partial {}^{t+\Delta t}\sigma_{ij}}{\partial {}^{t+\Delta t}e_{rs}}$	(2.63)
--	--------

Considerando que el esfuerzo ${}^{t+\Delta t}\sigma$ es función de ${}^{t+\Delta t}e$ y ${}^{t+\Delta t}p$, y que el parámetro de gobierno es también una función de las deformaciones totales, se puede derivar las componentes en (2.63) usando la regla de la cadena para el cálculo de las derivadas:

${}^{t+\Delta t}C_{ijrs} = \left. \frac{\partial {}^{t+\Delta t}\sigma_{ij}}{\partial {}^{t+\Delta t}e_{rs}} \right _{p=const} + \frac{\partial {}^{t+\Delta t}\sigma_{ij}}{\partial {}^{t+\Delta t}p} \frac{\partial {}^{t+\Delta t}p}{\partial {}^{t+\Delta t}e_{rs}}$	(2.64)
--	--------

El primer término del segundo miembro supone derivación con la condición $p =$ constante.

Las derivadas del parámetro de gobierno ${}^{t+\Delta t}p$ con respecto de las deformaciones unitarias se obtienen considerando que la ecuación de gobierno $f(p)=0$ debe ser satisfecha y por lo tanto $df = 0$. Así:

$\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{rs}} \frac{\partial \sigma_{rs}}{\partial p} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{e}_{rs}^{IN}} \frac{\partial \mathbf{e}_{rs}^{IN}}{\partial p} + \frac{\partial f}{\partial \beta_{rs}} \frac{\partial \beta_{rs}}{\partial p} + \frac{\partial f}{\partial p} \right) \frac{\partial {}^{t+\Delta t} p}{\partial {}^{t+\Delta t} \mathbf{e}_{ij}} + \frac{\partial {}^{t+\Delta t} f}{\partial {}^{t+\Delta t} \mathbf{e}_{ij}} \Big _{p=const} = 0$	(2.65)
--	--------

Con esta ecuación se pueden determinar las derivadas $\frac{\partial {}^{t+\Delta t} p}{\partial {}^{t+\Delta t} \mathbf{e}_{ij}}$.

La función del parámetro de gobierno f es frecuentemente igual a la función de fluencia, pero también puede ser otra función.

2.2.2 Modelos de plasticidad independientes del tiempo

Se considera la clase de modelos de plasticidad independientes del tiempo para los cuales el criterio de fluencia puede ser expresado en términos de los esfuerzos deviatoricos ${}^{t+\Delta t} \mathbf{S}$, el esfuerzo medio ${}^{t+\Delta t} \sigma_m$ y las variables internas ${}^{t+\Delta t} \beta$ y se supone que se usa la regla de flujo asociada (2.51).

Integrando las relaciones (2.51), usando el método de Euler inverso se tiene la siguiente aproximación para el incremento de las deformaciones unitarias plásticas $\Delta \mathbf{e}^P$ en el paso.

$\Delta \mathbf{e}^P = \int_t^{t+\Delta t} \left(\frac{\partial \mathbf{f}_y}{\partial \sigma} \dot{\lambda} \right) dt = \Delta \lambda \frac{\partial {}^{t+\Delta t} \mathbf{f}_y}{\partial {}^{t+\Delta t} \sigma}$	(2.66)
--	--------

Donde $\Delta \lambda$ es un escalar positivo correspondiente al paso Δt . Esta es una de las mayores aproximaciones en el algoritmo.

Para la clase de modelos de material considerados aquí, la condición de fluencia al finalizar el paso puede ser escrita en la forma

${}^{t+\Delta t} \mathbf{f}_y({}^{t+\Delta t} \sigma, {}^{t+\Delta t} \beta) = {}^{t+\Delta t} \mathbf{f}_y({}^{t+\Delta t} \mathbf{S}, {}^{t+\Delta t} \sigma_m, {}^{t+\Delta t} \beta) = 0$	(2.67)
---	--------

Y de la expresión (2.100) se tiene

$\Delta \mathbf{e}_{11}^P = \frac{\Delta \lambda}{3} \frac{\partial f_y}{\partial \mathbf{S}_{11}} \left(2 \frac{\partial f_y}{\partial \mathbf{S}_{11}} - \frac{\partial f_y}{\partial \mathbf{S}_{22}} - \frac{\partial f_y}{\partial \mathbf{S}_{33}} + \frac{\partial f_y}{\partial \sigma_m} \right)$ $\Delta \mathbf{e}_{22}^P = \frac{\Delta \lambda}{3} \frac{\partial f_y}{\partial \mathbf{S}_{22}} \left(-\frac{\partial f_y}{\partial \mathbf{S}_{11}} + 2 \frac{\partial f_y}{\partial \mathbf{S}_{22}} - \frac{\partial f_y}{\partial \mathbf{S}_{33}} + \frac{\partial f_y}{\partial \sigma_m} \right)$ $\Delta \mathbf{e}_{33}^P = \frac{\Delta \lambda}{3} \frac{\partial f_y}{\partial \mathbf{S}_{33}} \left(-\frac{\partial f_y}{\partial \mathbf{S}_{11}} - \frac{\partial f_y}{\partial \mathbf{S}_{22}} + 2 \frac{\partial f_y}{\partial \mathbf{S}_{33}} + \frac{\partial f_y}{\partial \sigma_m} \right)$ $\Delta \mathbf{e}_{ij}^P = \Delta \lambda \frac{\partial f_y}{\partial \mathbf{S}_{ij}}, i \neq j$	(2.68)
---	--------

La Fig. 2.8 muestra esquemáticamente dos configuraciones de un cuerpo genérico B, al inicio y final del incremento de tiempo Δt , y las correspondientes superficies de fluencia en el plano de esfuerzos en un punto del material M. Debido a que se considera la independencia del tiempo de la plasticidad, el paso Δt representa realmente un paso de carga con un incremento de las deformaciones unitarias $\Delta \mathbf{e}$. El punto de material M se mueve del punto ${}^t M$ al punto ${}^{t+\Delta t} M$, con el vector desplazamiento $\Delta \mathbf{u}$, mientras que el punto de esfuerzos se mueve en el plano de esfuerzos de ${}^t P$ al punto ${}^{t+\Delta t} P$, con el incremento de esfuerzo $\Delta \sigma$.

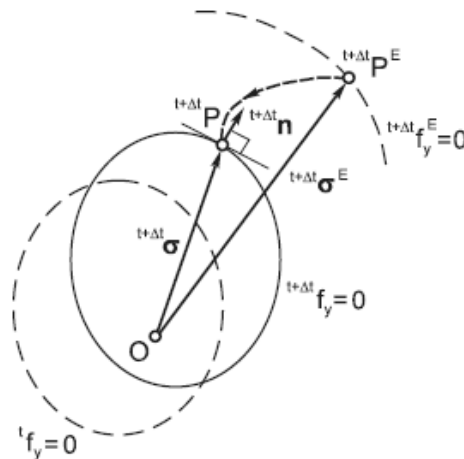


Fig. 2.8. Deformación plástica de un cuerpo B durante el incremento de tiempo Δt

En la teoría del mapeo de retorno se supone primero que solamente ocurren deformaciones elásticas en el paso y se calculan los esfuerzos ${}^{t+\Delta t} \Delta \sigma^E$ de acuerdo con las relaciones esfuerzo – deformación lineales. Así se tiene que

${}^{t+\Delta t}\sigma^E = C^E \quad {}^{t+\Delta t}\hat{e} - {}^t\hat{e}^P$	(2.69)
--	--------

Donde C^E es la matriz constitutiva elástica; ${}^{t+\Delta t}\hat{e}$ es el vector deformación unitaria y ${}^t\hat{e}^P$ es el vector deformación unitaria plástica, ambos conteniendo los términos de corte ingenieril. Con este predictor se evalúa la función de fluencia ${}^{t+\Delta t}f_y^E$

${}^{t+\Delta t}f_y^E = {}^{t+\Delta t}f_y \quad {}^{t+\Delta t}\sigma^E, \quad {}^t\beta$	(2.70)
--	--------

y se determina si ha ocurrido fluencia en el paso. Si

${}^{t+\Delta t}f_y^E \leq {}^t f_y$	(2.71)
--------------------------------------	--------

la deformación completa en el paso es elástica y ${}^{t+\Delta t}\sigma^E$ es la solución. En cambio, si

${}^{t+\Delta t}f_y^E > {}^t f_y$	(2.72)
-----------------------------------	--------

hay deformaciones plásticas y se procede a cálculos de plasticidad como sigue:

El esfuerzo ${}^{t+\Delta t}\sigma$ con flujo plástico en el paso es

${}^{t+\Delta t}\sigma = {}^{t+\Delta t}\sigma^E - C^E \Delta\hat{e}^P$	(2.73)
---	--------

y se debe satisfacer la condición de fluencia (2.67), donde $\Delta\hat{e}^P$ es el vector de incremento de deformaciones unitarias plásticas. Por lo tanto debe corregirse la solución elástica ${}^{t+\Delta t}\sigma^E$ la cual corresponde al punto ${}^{t+\Delta t}P^E$ en la Fig. 2.8 de tal manera de satisfacer (2.67), esto es, determinar el punto de esfuerzos ${}^{t+\Delta t}P$ en la superficie de fluencia ${}^{t+\Delta t}f_y = 0$. Este procedimiento, generalmente llamado de “mapeo de retorno” o “predictor elástico – corrector plástico”, ha mostrado tener ventajas con respecto a otros algoritmos. Para calcular $\Delta\hat{e}^P$ se emplea la expresión (2.66), mientras que para la regla de endurecimiento se tiene que:

$$d\beta = -d\lambda C^P \frac{\partial f_y}{\partial \beta} \quad (2.74)$$

Usando el método de Euler inverso, el incremento de las variables internas $\Delta\beta$ en el paso es

$$\Delta\beta = -\Delta\lambda C^P \frac{\partial {}^{t+\Delta t}f_y}{\partial {}^{t+\Delta t}\beta} \quad (2.75)$$

Donde, por simplicidad se supone que C^P es constante en el paso. Cabe notar que en el caso de plasticidad perfecta no hay variable internas, y el mapeo de retorno representa la proyección del punto más cercano del predictor de esfuerzo ${}^{t+\Delta t}\sigma^E$ en la superficie de fluencia ${}^{t+\Delta t}f_y = 0$.

En el método del parámetro de gobierno se procede como sigue. Primero, los incrementos de la deformación unitaria plástica Δe_{ij}^P pueden ser escritos de la siguiente forma:

$$\Delta e_{ij}^P = \|\Delta e^P\| {}^{t+\Delta t}n_{ij} \quad (2.76)$$

Donde

$$\|\Delta e^P\| = \Delta e_{ij}^P \Delta e_{ij}^P{}^{1/2} \quad (2.77)$$

y ${}^{t+\Delta t}n_{ij}$ es el vector unitario normal a la superficie de fluencia ${}^{t+\Delta t}f_y = 0$,

$${}^{t+\Delta t}n_{ij} = \frac{\partial {}^{t+\Delta t}f_y / \partial {}^{t+\Delta t}\sigma}{\|\partial {}^{t+\Delta t}f_y / \partial {}^{t+\Delta t}\sigma\|} = \frac{{}^{t+\Delta t}f_{y,\sigma}}{\|{}^{t+\Delta t}f_{y,\sigma}\|} \quad (2.78)$$

Como en las ecuaciones (2.69) a (2.75), se continuará usando la notación $f_{y,\sigma} = \partial f_y / \partial \sigma$ para una forma simple de escritura y la notación de vectores indicial

(como $n_1 = n_{11}, \dots, n_6 = n_{31}$). Comparando las expresiones (2.66) y (2.76) se tiene que

$$\Delta\lambda = \frac{\|\Delta e^P\|}{\|\Delta^{t+\Delta t} f_{y,\sigma}\|} \quad (2.79)$$

Esta relación es general y aplicable a la mayoría de modelos de plasticidad.

Seleccionando $\|\Delta e^P\|$ como el parámetro de gobierno:

$${}^{t+\Delta t}\sigma = {}^{t+\Delta t}\sigma^E - \|\Delta e^P\| C^E {}^{t+\Delta t}\hat{n} \quad (2.80)$$

$${}^{t+\Delta t}\beta = {}^t\beta - \|\Delta e^P\| \hat{C}^P {}^{t+\Delta t}n_\beta \quad (2.81)$$

Donde

$$\hat{C}^P = \frac{\|\Delta^{t+\Delta t} f_{y,\beta}\|}{\|\Delta^{t+\Delta t} f_{y,\sigma}\|} C^P \quad (2.82)$$

${}^{t+\Delta t}\hat{n}$ es igual a ${}^{t+\Delta t}n$ pero contiene el doble de los términos de corte porque se usan las deformaciones unitarias de corte ingenieriles en la ley constitutiva elástica y ${}^{t+\Delta t}n_\beta = {}^{t+\Delta t}f_{y,\beta} / \|\Delta^{t+\Delta t} f_{y,\beta}\|$ con ${}^{t+\Delta t}f_{y,\beta} \equiv \partial^{t+\Delta t} f_y / \partial {}^{t+\Delta t}\beta$.

Sustituyendo ${}^{t+\Delta t}\sigma$ y ${}^{t+\Delta t}\beta$ de (2.80) y (2.81) en la función de fluencia (2.67) se puede formar una ecuación como sigue:

$$f(\|\Delta e^P\|) = {}^{t+\Delta t}f_y({}^{t+\Delta t}\sigma^E - \|\Delta e^P\| C^E {}^{t+\Delta t}\hat{n}, {}^t\beta - \|\Delta e^P\| \hat{C}^P {}^{t+\Delta t}n_\beta) \quad (2.83)$$

Donde ${}^{t+\Delta t}\hat{n}$ y ${}^{t+\Delta t}n_\beta$ corresponden a $\|\Delta e^P\|$. La derivada de esta función es:

$f' = \frac{df}{d \ \Delta e^P\ } = \frac{\partial {}^{t+\Delta t} f_y^T}{\partial {}^{t+\Delta t} \sigma} \frac{\partial {}^{t+\Delta t} \sigma}{\partial \ \Delta e^P\ } + \frac{\partial {}^{t+\Delta t} f_y^T}{\partial {}^{t+\Delta t} \beta} \frac{\partial {}^{t+\Delta t} \beta}{\partial \ \Delta e^P\ }$ $= - \left\ {}^{t+\Delta t} f_{y,\sigma} \right\ {}^{t+\Delta t} n^T \hat{C}^E {}^{t+\Delta t} n + \left\ {}^{t+\Delta t} f_{y,\beta} \right\ {}^{t+\Delta t} n_\beta^T \hat{C}^P {}^{t+\Delta t} n_\beta < 0$	(2.84)
---	--------

Aquí \hat{C}^E es la matriz de elasticidad usual C^E pero con el doble de la rigidez al corte debido a la definición de ${}^{t+\Delta t} \hat{n}$. La derivada f' es negativa, ya que \hat{C}^E y \hat{C}^P son matrices definidas positivas. Por lo tanto, la función de gobierno $f(\|\Delta e^P\|)$ es una función que decrece monótonicamente, como se muestra en la Fig. 2.9. Esto es muy importante para la implementación práctica de un procedimiento computacional robusto.

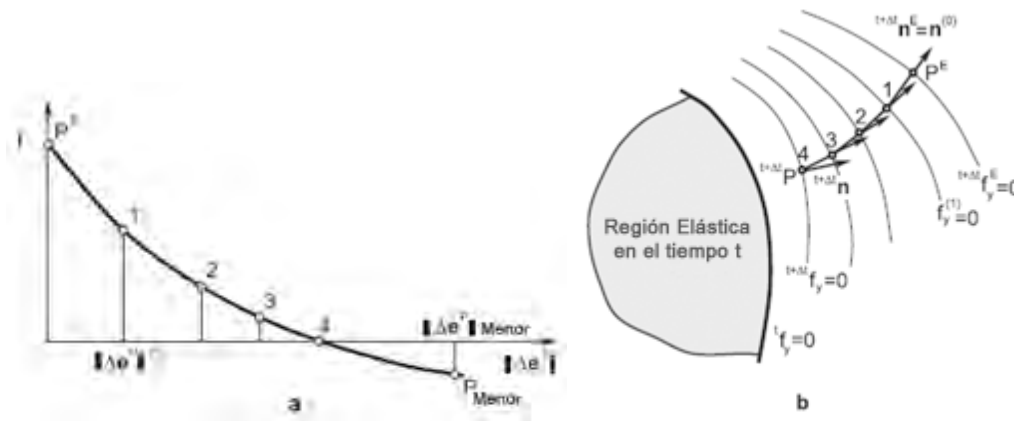


Fig. 2.9. Mapeo de retorno

Primero, comenzando con $\|\Delta e^P\| = 0$, se tiene que $f = {}^{t+\Delta t} f_y^E > 0$; luego tomando un valor grande de $\|\Delta e^P\|_{minus}$ para obtener $f < 0$ (punto P_{minus} en la Fig. 2.9), se usa el método de la secante para calcular $\|\Delta e^P\|$. Cuando los criterios de convergencia son satisfechos, se habrán cumplido con los requerimientos de la integración de esfuerzos, que han de satisfacer:

- Las relaciones consecutivas elásticas, (2.73)
- La regla de flujo en una forma implícita (2.66)
- La ley de endurecimiento en forma implícita (2.75)
- La condición de fluencia (2.67) al final del paso.

El proceso se resume en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2. Procedimiento de cómputo para la integración de esfuerzos usando el método del parámetro de gobierno

<p>1. Cantidades conocidas: ${}^t\sigma, {}^t\mathbf{e}, {}^t\mathbf{e}^P, {}^t\beta, {}^{t+\Delta t}\mathbf{e}$</p> <p>2. Cálculo del predictor elástico ($k = 0$)</p> ${}^{t+\Delta t}\sigma^E = \mathbf{C}^E \quad {}^{t+\Delta t}\hat{\mathbf{e}} - {}^t\hat{\mathbf{e}}^P$ <p>Si ${}^{t+\Delta t}\mathbf{f}^E \leq 0$ la solución es elástica, ${}^{t+\Delta t}\sigma = {}^{t+\Delta t}\sigma^E$; SALIR</p> <p>Si ${}^{t+\Delta t}\mathbf{f}^E > 0$ ocurre flujo plástico en el paso Δt; por lo tanto se procede con los</p> <p style="text-align: center;">cálculos plásticos</p> ${}^{t+\Delta t}\mathbf{n}^{(0)} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{f}_{y,\sigma}^E / \left\ {}^{t+\Delta t}\mathbf{f}_{y,\sigma}^E \right\ \quad {}^{t+\Delta t}\mathbf{n}_\beta^{(0)} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{f}_{y,\beta}^E / \left\ {}^{t+\Delta t}\mathbf{f}_{y,\beta}^E \right\ $ ${}^{t+\Delta t}\sigma^{(0)} = {}^{t+\Delta t}\sigma^E, \quad {}^{t+\Delta t}\beta^{(0)} = {}^t\beta, \quad \left\ \Delta \mathbf{e}^P \right\ ^{(0)} = 0, \quad {}^{t+\Delta t}\mathbf{e}^{(0)} = {}^t\mathbf{e}^P$ <p>3. Iteraciones en $\left\ \Delta \mathbf{e}^P \right\$ ($k = k + 1$)</p> <p>Seleccionar $\left\ \Delta \mathbf{e}^P \right\ ^{(k)}$</p> ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}^{P(k)} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{e}^{P(k-1)} + \left\ \Delta \mathbf{e}^P \right\ ^{(k)} - \left\ \Delta \mathbf{e}^P \right\ ^{(k-1)} \quad {}^{t+\Delta t}\mathbf{n}^{(k-1)}$ <p>Calcular los esfuerzos y variables internas</p> ${}^{t+\Delta t}\sigma^{(k)} = {}^{t+\Delta t}\sigma^{(k-1)} - \left\ \Delta \mathbf{e}^P \right\ ^{(k)} - \left\ \Delta \mathbf{e}^P \right\ ^{(k-1)} \quad \mathbf{C}^E \quad {}^{t+\Delta t}\hat{\mathbf{n}}^{(k-1)}$ ${}^{t+\Delta t}\beta^{(k)} = {}^{t+\Delta t}\beta^{(k-1)} - \left\ \Delta \mathbf{e}^P \right\ ^{(k)} - \left\ \Delta \mathbf{e}^P \right\ ^{(k-1)} \quad \hat{\mathbf{C}}^{P(k-1)} \quad {}^{t+\Delta t}\hat{\mathbf{n}}_\beta^{(k-1)}$ <p>Verificar la convergencia</p> $\left {}^{t+\Delta t}\mathbf{f}_y^{(k)} \right \leq \varepsilon_f; \quad \left \left\ \Delta \mathbf{e}^P \right\ ^{(k)} - \left\ \Delta \mathbf{e}^P \right\ ^{(k-1)} \right \leq \varepsilon_\Delta$ <p>Si se alcanza la convergencia ir al paso 4; de lo contrario calcular</p> ${}^{t+\Delta t}\mathbf{f}_{y,\sigma}^{(k)}, \quad {}^{t+\Delta t}\mathbf{f}_{y,\beta}^{(k)}, \quad {}^{t+\Delta t}\mathbf{n}^{(k)}, \quad {}^{t+\Delta t}\mathbf{n}_\beta^{(k)}, \quad \hat{\mathbf{C}}^{P(k)} \quad \text{ir al inicio del paso 3}$
--

4. Matriz elasto – plástica tangente consistente

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{C}^{EP} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{C}^E - \Delta \sigma' \left[\frac{\partial \|\Delta \mathbf{e}^P\|}{\partial {}^{t+\Delta t} \hat{\mathbf{e}}} \right]^T$$

Si las normales ${}^{t+\Delta t} \mathbf{n}^{(k)}$ y ${}^{t+\Delta t} \mathbf{n}_\beta^{(k)}$ no cambian durante las interacciones – como es el caso de la plasticidad de Von Mises y la condición de carga radial – todos los puntos de esfuerzo de prueba caen a lo largo de la línea definida por ${}^{t+\Delta t} \mathbf{n}^E$, y los procedimientos computacionales se reducen al método de retorno radial.

Para obtener dentro de este método una buena estabilidad, se supone que además de la solución de esfuerzos predicha elástica (exacta) ${}^{t+\Delta t} \sigma^E$, también hay que considerar un estado de esfuerzo elástico perturbado ${}^{t+\Delta t} \tilde{\sigma}^E$ (debido a errores computacionales). Entonces

$\ {}^{t+\Delta t} \tilde{\sigma} - {}^{t+\Delta t} \sigma\ \leq \ {}^{t+\Delta t} \tilde{\sigma}^E - {}^{t+\Delta t} \sigma^E\ $	(2.88)
--	--------

Donde ${}^{t+\Delta t} \tilde{\sigma}^E$ es la solución del esfuerzo elasto – plástico perturbado.

La Fig. 2.10 da una representación gráfica de la condición (2.88) la cual muestra que en cálculos de plasticidad la perturbación de esfuerzos decrece, indicando la estabilidad del algoritmo. Obviamente este resultado depende de la suposición que la superficie de fluencia es convexa.

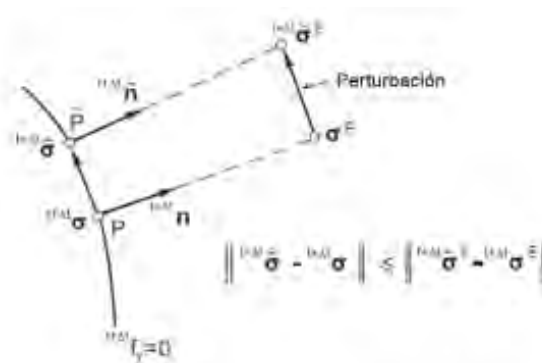


Fig. 2.10. Ilustración de la estabilidad del algoritmo de mapeo de retorno

Luego se procede a determinar la matriz tangente elasto – plástica consistente. Usando (2.64), (2.65), (2.80) y (2.81) se obtiene

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{C}^{EP} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{C}^E - \Delta\sigma' \left[\frac{\partial \|\Delta\mathbf{e}^P\|}{\partial {}^{t+\Delta t}\hat{\mathbf{e}}} \right]^T \quad (2.89)$$

Donde $\Delta\sigma' = \partial \Delta\sigma / \partial \|\Delta\mathbf{e}^P\| = -{}^{t+\Delta t}\sigma'$ con $\Delta\sigma = {}^{t+\Delta t}\sigma^E - {}^{t+\Delta t}\sigma$. Por diferenciación de la expresión (2.67) con respecto a ${}^{t+\Delta t}\hat{\mathbf{e}}$ y resolviendo para $\partial \|\Delta\mathbf{e}^P\| / \partial {}^{t+\Delta t}\hat{\mathbf{e}}$ se obtiene

$$\frac{\partial \|\Delta\mathbf{e}^P\|}{\partial {}^{t+\Delta t}\hat{\mathbf{e}}} = \frac{1}{\mathbf{a}_\sigma} \mathbf{C}^E {}^{t+\Delta t}\mathbf{f}_{y,\sigma} \quad (2.90)$$

Donde:

$$\mathbf{a}_\sigma = {}^{t+\Delta t}\mathbf{f}_{y,\sigma}^T \Delta\sigma' - {}^{t+\Delta t}\mathbf{f}_{y,\beta}^T {}^{t+\Delta t}\beta' \quad (2.91)$$

Y además ${}^{t+\Delta t}\beta' = \partial {}^{t+\Delta t}\beta / \partial \|\Delta\mathbf{e}^P\|$.

CAPITULO III

MODELOS DE COMPORTAMIENTO NO LINEAL

En este capítulo primero se presentan nociones básicas de mecánica de suelos y una visión general del comportamiento de suelos bajo carga. Seguidamente se hace una breve revisión histórica de la plasticidad de suelos. Finalmente se presentan modelos con límite de compresión hidrostática.

Como es usual en geomecánica, en este capítulo se consideran los esfuerzos y deformaciones unitarias a compresión como positivas. Por lo tanto, los esfuerzos normales y deformaciones unitarias que en el capítulo pasado se consideraron positivas, son negativas en este capítulo y viceversa.

3.1 Comportamiento mecánico de los materiales de tierra

La respuesta mecánica de materiales en base a tierra es compleja debido a la estructura heterogénea del material así como también a la variabilidad de las propiedades mecánicas de sus componentes.

Una de las características básicas del comportamiento de los materiales considerados en el capítulo anterior fue el carácter isocórico de las deformaciones unitarias inelásticas. Los modelos elasto – plásticos para materiales de tierra, tales como suelos o roca e incluso para concreto, son más complejos, con el criterio de fluencia dependiendo del esfuerzo medio y con deformaciones unitarias volumétricas permanentes (plásticas).

Para poder describir las principales características mecánicas de materiales de tierra, primero se presentan algunas nociones básicas usadas en geomecánica. Se empieza con el hecho que los materiales de tierra son porosos, es decir, compuestos por material sólido y poros que pudiesen estar llenos de un gas (o una mezcla de gases) y/o líquidos (o una mezcla de líquidos). Por lo tanto, los materiales de tierra son

heterogéneos. Sin embargo, en consideraciones a gran escala, dichos materiales se representan como un medio homogéneo y continuo.

Una de las principales características relevantes para la respuesta del material bajo la acción de cargas es el porcentaje de vacíos (e), definido como la razón entre el volumen ocupado por los poros y el del material sólido. Alternativamente se puede considerar el volumen específico (ν), definido como la razón entre el volumen total y el volumen de sólidos.

Bajo una acción mecánica, los materiales de tierra cambian su forma y su volumen. El cambio en la forma del material es debido al cambio en la forma de la matriz sólida (para rocas) o debido a un re arreglo de las partículas sólidas (para suelos). Por otro lado, el cambio de volumen del continuo de poros puede ser atribuido al cambio de volumen ocupado por los poros. Se considera usualmente en la práctica ingenieril que el material sólido por sí mismo es incompresible (tiene un alto módulo de rigidez compresional (K_s) cuando se le compara con el modulo del continuo de poros (K)).

Una condición de interés corresponde al caso en que los poros están saturados por un líquido. La carga aplicada a este medio de dos fases es resistida por la matriz sólida y el fluido. Los esfuerzos en el material sólido son llamados esfuerzos efectivos σ_{ij}^* (estos no tienen relación con aquellos usados en la teoría de plasticidad para metales) y están relacionados con los esfuerzos totales σ_{ij} (fuerza por unidad de área total de la mezcla) y la presión de poros p_F como

$\sigma_{ij}^* = \sigma_{ij} - p_F \delta_{ij}$	(3.1)
---	-------

Por lo tanto, el esfuerzo normal total es igual a la suma de esfuerzo efectivo normal y la presión del fluido, mientras que las componentes de corte de los esfuerzos totales y efectivos son iguales.

Las relaciones constitutivas, en el dominio elástico y plástico, correlacionan los esfuerzos efectivos y las deformaciones unitarias totales.

Las condiciones drenadas corresponden al caso en que un cambio del esfuerzo total no produce cambio de la presión de poros. Un cambio en el esfuerzo normal total σ_n es seguido por cambios simultáneos del esfuerzo efectivo σ_n^* y de la deformación unitaria volumétrica. Esta situación se encuentra cuando hay un cambio lento en la carga o en las condiciones de borde y el fluido puede fluir durante ese periodo.

En las condiciones no drenadas un cambio del esfuerzo normal total σ_n ocurre en un tiempo corto, y se supone que el fluido no tiene tiempo de fluir (o cambiar las características del flujo) en ese tiempo.

En general, la respuesta de un suelo sujeto a una secuencia carga / deformación dada depende de la historia de la deformación del material previa a la aplicación de la carga considerada. Este estado actual puede ser considerado como un estado disturbado con respecto a un estado inicial definido (referencial). Por ejemplo, si un suelo está sujeto a alta compresión hidrostática, el material se volverá más denso, mientras que en compresión baja estará suelto (menos denso). Si luego el material es sujeto a carga, la respuesta de las muestras densa y suelta será diferente.

Las propiedades mecánicas observadas experimentalmente sirven como base para la formulación de modelos. Para poder identificar las propiedades del material se considera condiciones particulares de carga / deformación unitaria generalmente aceptadas y aplicadas en ensayos en laboratorio (o en sitio).

En condiciones de sitio un suelo es a menudo sujeto a esfuerzos en una dirección. La respuesta del material bajo estas condiciones es medida con un ensayo oedométrico, esquematizado en la Fig. 3.1a.

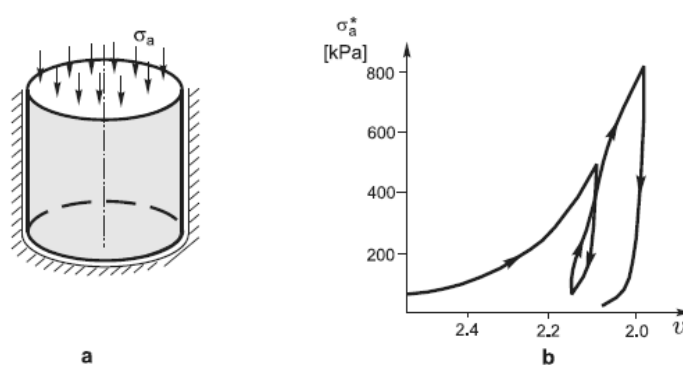


Fig. 3.1 – Ensayo oedométrico. a) Esquema del ensayo, b) Esfuerzo axial efectivo vs volumen específico

Una muestra cilíndrica del material se somete a una carga de compresión σ_a mientras que se restringen las deformaciones laterales. Esta prueba es usada también para determinar las características de consolidación cuando el material está saturado. En este caso las superficies superior e inferior del aparato utilizado son permeables, proporcionando las condiciones de flujo unidimensional. La Fig. 3.1b muestra una dependencia típica del esfuerzo efectivo axial σ_a^* contra el volumen específico. La curva tiene características no lineales, con una respuesta histerética en los ciclos de carga y descarga.

En la Fig. 3.2a se representa esquemáticamente un ensayo de corte en una muestra de suelo. El material está sujeto a un esfuerzo normal efectivo constante con incremento de las deformaciones por corte. La Fig. 3.4b muestra curvas típicas para suelos cuando estos están sujetos a corte. Se tiene dos tipos de respuesta del material, una corresponde al estado suelto del material y otro al estado denso. En el caso del estado suelto se tiene que el esfuerzo de corte se incrementa continuamente con la deformación unitaria por corte, hasta alcanzar un esfuerzo de corte crítico $\tau_{critico}$. Luego de ello, el corte del material continúa sin cambio del esfuerzo de corte, esto es, el material se comporta como un sólido perfectamente plástico. Por otro lado, en el caso del estado denso del material, el esfuerzo por corte primero se incrementa, alcanza un valor máximo, y luego decrece, acercándose al mismo esfuerzo crítico

$\tau_{critico}$.

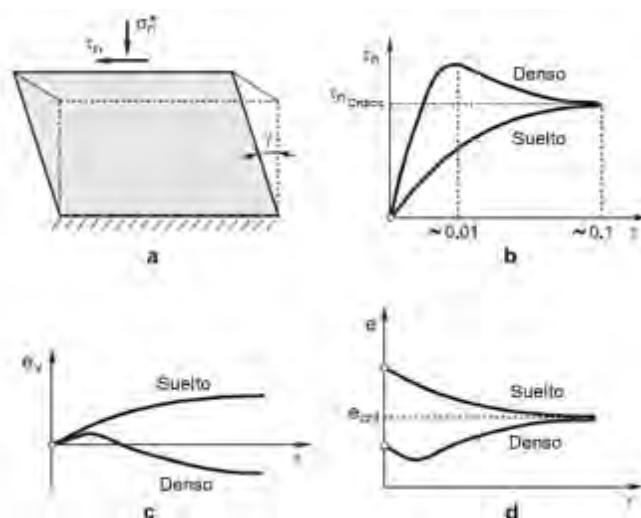


Fig. 3.2 – Ensayo de corte en suelos

Otra propiedad muy importante de los suelos es la llamada dilatancia –propiedad por la que el volumen del material cambia en corte. Una explicación de la dilatancia es que el corte del material causa el reacomodo de las partículas solidas en el volumen, conduciendo a un cambio de volumen. En el caso del estado suelto el volumen decrece continuamente (la deformación unitaria volumétrica se incrementa y el porcentaje de vacios decrece). El material denso primero manifiesta un decremento del volumen y luego un incremento. En ambos estados del material, el porcentaje de vacios último es $e_{critico}$ (Ver Fig. 3.2 c y d)

El cambio de la deformación unitaria volumétrica está relacionado al cambio del porcentaje de vacios y las deformaciones unitarias volumétricas últimas son diferentes para los estados suelto y denso.

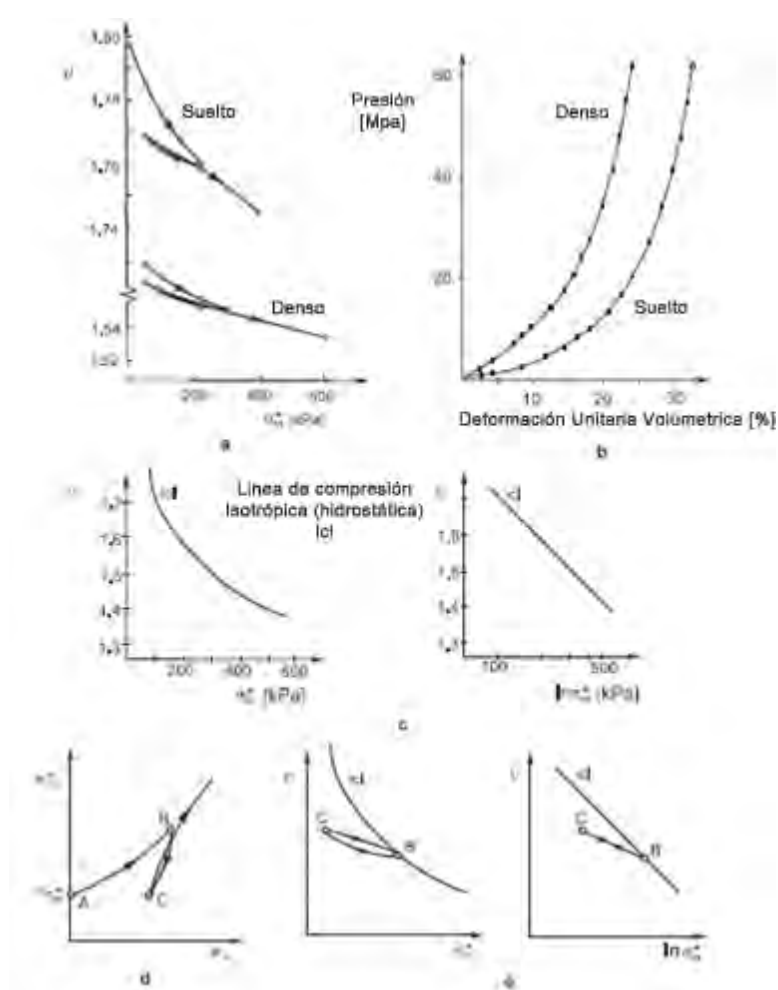


Fig. 3.3 – Comportamiento del suelo en compresión hidrostática basada en ensayos

La aplicación de la carga en el material por presión en todas las direcciones es llamada compresión hidrostática, o compresión isotrópica. Las Figuras 3.3 a y b muestran algunos resultados para dos tipos de arenas en el plano esfuerzo efectivo medio σ_m^* - volumen específico ν , y en el plano deformación unitaria volumétrica – presión (esfuerzo medio), para estados suelto y denso. Se observa que la respuesta de estos dos estados es significativamente diferente. La Figura 3.3 c muestra que la relación $\nu - \ln \sigma_m^*$ es lineal.

La Fig. 3.3 d muestra una relación no lineal $\sigma_m^* - e_v$ con una respuesta histerética del material bajo condiciones de descarga y recarga. La línea de compresión isotrópica (icl) (también llamada línea de compresión virgen isotrópica o línea de consolidación normal isotrópica) en la Fig. 3.3 e representa una característica del material análoga a la curva de fluencia para metales. Si el material es descargado desde un punto B sobre la línea icl, el volumen y el volumen específico se incrementarán (el material se hincha), siguiendo el recorrido B - C mostrado en la figura. La recarga hidrostática del esfuerzo medio al punto B será a lo largo del recorrido C – B. Usualmente se desprecia la histéresis, de tal manera que se supone que la descarga-recarga ocurre a lo largo de la misma línea. La línea de compresión isotrópica y las líneas de descarga-recarga son aproximadamente rectas en la representación $\ln \sigma_m^* - \nu$. Todos los estados representados por puntos debajo de la línea de compresión isotrópica corresponden a un material sobreconsolidado.

Un ensayo más general para evaluar la respuesta de un material bajo condiciones de carga 3-D se puede llevar a cabo mediante un aparato de prueba triaxial que permite la aplicación de tres esfuerzos normales independientes en tres direcciones ortogonales, en las seis caras de un espécimen cúbico de un material. Sin embargo, un caso especial de ensayo 3-D usado comúnmente es el ensayo de compresión triaxial. En este ensayo, una muestra cilíndrica del material es sometida a esfuerzos axiales σ_a y esfuerzo radial, bajo condiciones drenadas o no drenadas. Como una consecuencia de los esfuerzos normales dados, se generan esfuerzos de corte en los planos radiales. Un caso especial de esta prueba es el ensayo de compresión triaxial convencional, en donde el esfuerzo radial se mantiene constante mientras que los esfuerzos axiales se incrementan.

En la Fig. 3.4 (a, b y c) se muestran un esquema del ensayo y resultados típicos obtenidos en ensayos llevados a cabo por varios autores. Se puede observar que las arenas y arcillas tienen características de endurecimiento: El esfuerzo deviatorico q , el esfuerzo axial σ_a^* y el esfuerzo medio σ_m^* se incrementan con las deformaciones unitarias. El esfuerzo “deviatorico” q esta expresado como

$q = \sigma_a^* - \sigma_r^*$	(3.2)
-------------------------------	-------

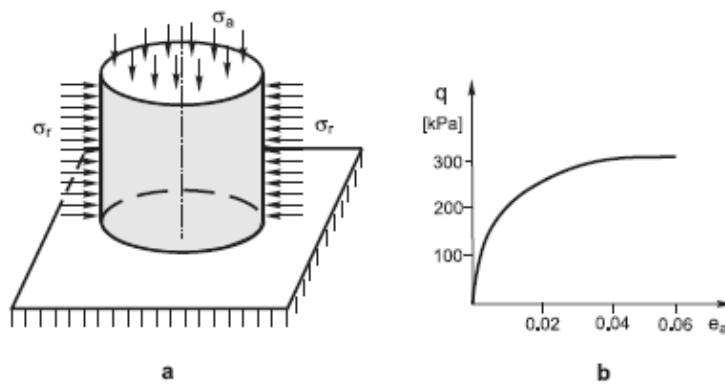


Fig. 3.4 – Comportamiento de arena en un ensayo de compresión triaxial convencional. a) y b) Esquemas del ensayo

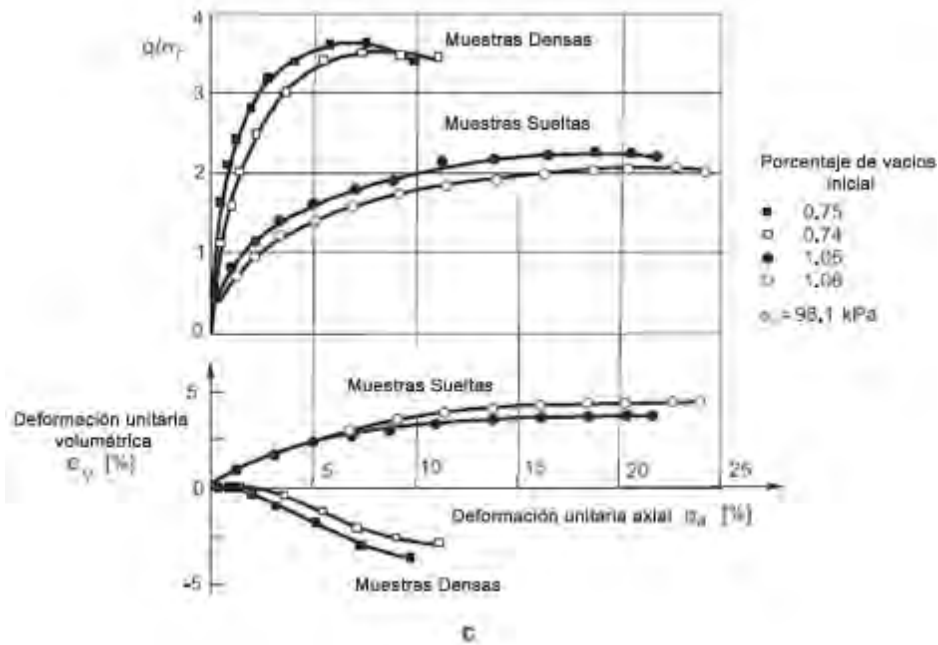


Fig. 3.4 – Comportamiento de arena en un ensayo de compresión triaxial convencional. c) Resultados típicos

La Fig. 3.5 muestra que en una cierta etapa de carga los materiales alcanzan un

estado crítico con los valores últimos q_{crit} y $(e_v)_{crit}$. También se observa una diferencia en la respuesta del material si éste se encuentra en un estado suelto o denso. En el caso del estado suelto el esfuerzo deviatorico q y el incremento de las deformaciones unitarias volumétricas se incrementan continuamente durante la carga hacia el punto D; mientras que en el caso del estado denso el esfuerzo deviatorico se incrementa, alcanza un máximo en el punto M y luego decrece hasta un valor crítico en el punto N, y la deformación unitaria volumétrica primero se incrementa (el volumen decrece) hacia un punto L y luego decrece hasta un valor crítico en el punto N. La arena también tiene el mismo comportamiento de la relación $e_v - e_a$ en los estados suelto y denso.

Adicionalmente, otros resultados experimentales también muestran que en el plano $\sigma_m^* - q$ la superficie de fluencia del material depende de la presión de preconsolidación σ_{vc} . Las curvas de fluencia dibujadas de los resultados experimentales indican claramente el carácter de endurecimiento en fluencia bajo condiciones de carga general (Ver. Fig. 3.6).

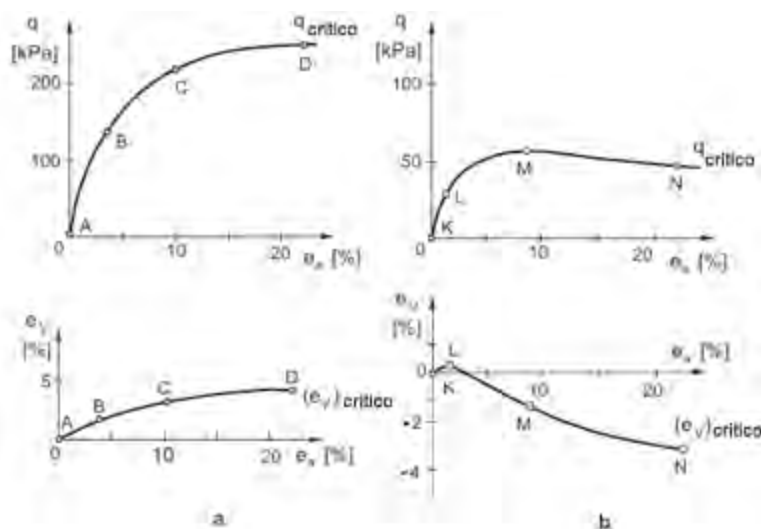


Fig. 3.5 – Resultados experimentales de arcilla bajo compresión triaxial convencional

Se puede observar de las descripciones presentadas anteriormente que existe un estado crítico del material que se puede alcanzar por varios procesos de carga. Si la carga continua luego del estado crítico, el material se comporta perfectamente plástico. La existencia del estado crítico es considerada como una de las características cruciales del comportamiento de suelos.

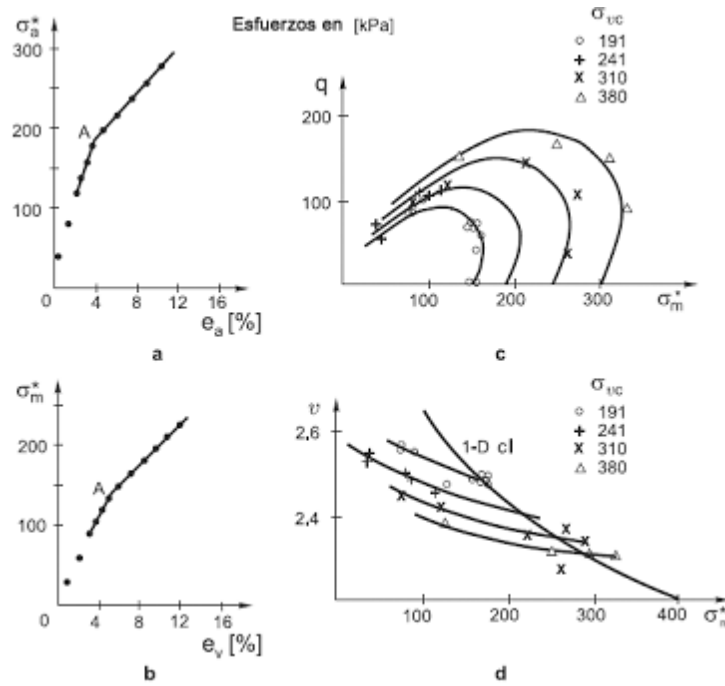


Fig. 3.6 – Resultados de ensayo triaxial en arcilla inalterada

El estado crítico obtenido experimentalmente para varias condiciones de carga puede ser representado por la línea de estado crítico (csl) (ver. Fig. 3.7). Se observa también que a un determinado esfuerzo medio corresponde un esfuerzo deviatorico crítico q_{crit} y un valor del volumen específico v_{crit} (y el porcentaje de vacios e_{crit}) para el estado crítico. Los estados críticos caen en la misma línea para los estados suelto y denso del material.

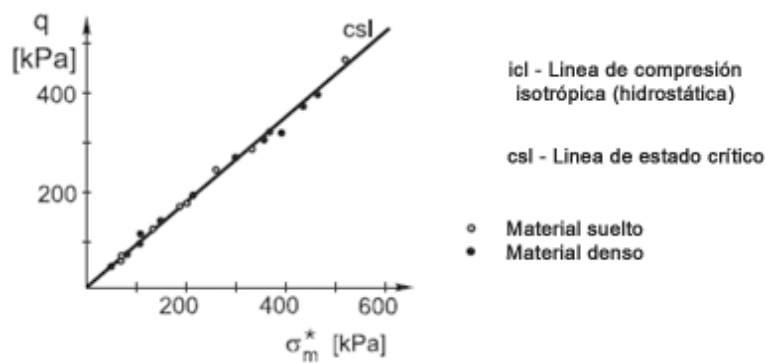


Fig. 3.7 Estado crítico de un suelo

Los estados del material por encima de la línea de estado crítico corresponden a estados sueltos o ligeramente sobreconsolidados, mientras que los puntos por debajo de la línea csl corresponden a estados densos o muy sobreconsolidados.

La Fig. 3.8 muestra resultados experimentales que ilustran la aplicabilidad de la regla de flujo asociada. Los incrementos de la deformación unitaria plástica Δe^P son aproximadamente normales a la superficie de fluencia de una arcilla inalterada. Sin embargo, también se ha encontrado experimentalmente que para algunos suelos, específicamente suelos granulares, puede haber una significativa desviación de la regla de normalidad. Por lo tanto, se debe usar la regla de flujo no asociada, con el potencial Q en lugar de la función de fluencia f_y , y considerando

$$de^P = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (3.3)$$

En la literatura disponible sobre este tema se puede encontrar varias formas para la función Q .

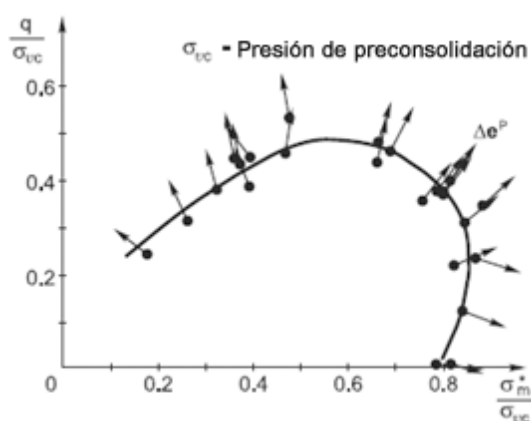


Fig. 3.8 incremento de la deformación unitaria plástica obtenida en ensayo triaxial

3.2 Breve reseña histórica del desarrollo de modelos de plasticidad

Como se ha visto en el capítulo anterior, mucho de la teoría de plasticidad ha sido desarrollada para metales, siendo uno de los que contribuyeron con ésta Tresca, que introdujo el criterio de fluencia para metales en 1864. Sin embargo, el primer criterio de fluencia para suelos fue formulado por Coulomb en 1773. Este criterio de fluencia ha sido usado con la representación del círculo de Mohr y es también llamado el criterio de fluencia de Mohr-Coulomb.

Investigaciones experimentales importantes del comportamiento de los suelos y consideraciones teóricas en la primera parte del siglo pasado proveyeron las bases para la formulación de modelos de suelos y la solución de problemas de ingeniería, por ejemplo, Casagrande (1936); Rendulic (1936); Terzaghi (1936); Hvorslev (1937).

Drucker y Prager hicieron un significativo progreso en la plasticidad de suelos (1952) ya que extendieron el criterio de fluencia de Coulomb al uso de una superficie de fluencia suavizada en problemas de mecánica de suelos tridimensional. El criterio de fluencia formulado por ellos ha sido usado en el análisis de muchos problemas de plasticidad de suelos, Aún cuando la aplicación del modelo de Drucker-Prager con las relaciones constitutivas basadas en la regla de normalidad conduce a una predicción de una dilatación de volumen excesivo.

Drucker, Gibson y Henkel introdujeron el concepto de trabajo por endurecimiento de plasticidad para suelos. Ellos definieron la superficie de fluencia consistente de una porción correspondiente a la respuesta perfectamente plástica, como una superficie de fluencia ultima de falla, y un límite con característica de trabajo por endurecimiento. El porcentaje de vacíos, o la deformación unitaria volumétrica plástica, fue usado como un parámetro del trabajo por endurecimiento. Los modelos de Drucker-Prager con límite (1957) y el modelo generalizado de límite son usados ampliamente.

La introducción del trabajo por endurecimiento para la plasticidad de suelos direccionó a investigaciones experimentales y la formulación de otros modelos de plasticidad de suelos. El modelo desarrollado en la Universidad de Cambridge en el Reino Unido, que presenta características de trabajo por endurecimiento basado en el concepto del estado crítico, es generalmente aceptado.

Otros modelos son los llamados modelos anidados con una serie de superficies de fluencia anidadas que entran en contacto durante la deformación plástica del material. Otros modelos conceptualmente similares son los modelos de superficie de coordenada.

Una forma general de la condición de fluencia expresada como un polinomio de las invariantes de esfuerzos fue examinado por Desai y colaboradores en el año de 1984.

3.3 Modelos con límite a la compresión hidrostática

Los modelos a describir son dos: El modelo basado en la línea de Drucker-Prager con un plano límite y un modelo generalizado, presentándose luego los algoritmos numéricos para la integración de esfuerzos del modelo generalizado. Estos modelos son aplicables a suelos (arcillas y arenas) y a rocas.

Se ha encontrado experimentalmente que los suelos con cohesión pueden experimentar deformaciones plásticas no solo cuando están sujetos a carga de corte sino también cuando están sujetos a compresión hidrostática. Los modelos clásicos de plasticidad del tipo de Mohr-Coulomb o Drucker-Prager, propuestos para suelos con cohesión predicen el flujo plástico del material bajo corte, pero no bajo compresión hidrostática. También, la aplicación de estos modelos lleva a una excesiva expansión volumétrica plástica, inconsistente con los resultados experimentales. Por lo tanto, para poder modelar las deformaciones bajo carga hidrostática y en general obtener una mejor correspondencia entre los modelos de predicción y las observaciones experimentales, se introdujeron los modelos con límite.

3.3.1 Modelo de Drucker-Prager con plano límite

En la Fig. 3.9 se muestra el modelo más simple con un límite de endurecimiento. Este consiste en la línea fija de Drucker-Prager definida por

$f_{DP} = -\alpha I_1 + \sqrt{J_{2D}} - k = 0$	(3.4)
--	-------

Y un plano límite

$f_C = I_1 - X = 0$	(3.5)
---------------------	-------

Donde α y k son constantes del material, e I_1 y J_{2D} son el primer invariante de esfuerzos y el segundo invariante de esfuerzos deviatoricos. La posición del límite X depende de la deformación unitaria plástica volumétrica e_V^P

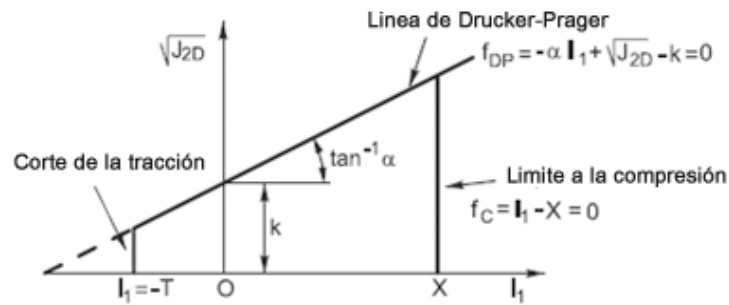


Fig. 3.9 Modelo de Drucker Prager con plano límite y límite de tracción

Una posible forma de la ley de endurecimiento es la propuesta por DiMaggio y Sandler en 1971

$$e_v^P = W[1 - \exp(-DX)] \quad (3.6)$$

Donde W y D son constantes del material. Se observa que la razón entre la deformación unitaria plástica volumétrica y la compresión hidrostática decrece cuando la deformación plástica progresa, es decir,

$$\frac{\partial e_v^P}{\partial X} = WD[\exp(-DX)] = WD\left(1 - \frac{e_v^P}{W}\right) \quad (3.7)$$

De las expresiones (3.6) y (3.7) se tiene que W representa la deformación unitaria volumétrica a compresión última.

La constante D caracteriza el porcentaje de deformación unitaria volumétrica con respecto al esfuerzo de compresión hidrostático,

$$D = \frac{\partial e_v^P}{\partial X} / (W - e_v^P) \quad (3.8)$$

De la expresión (3.6) se puede obtener la siguiente forma de la ley de endurecimiento

$$X = -\frac{1}{D} \ln\left(1 - \frac{e_v^P}{W}\right) + {}^0X \quad (3.9)$$

Donde 0X representa la posición inicial del límite. La Fig. 3.10 da una representación grafica de la dependencia de $X(e_V^P)$. Se observa que cuando e_V^P se acerca a W , la deformación unitaria volumétrica plástica máxima, el endurecimiento del material se hace cero, esto es, se alcanza una respuesta del material perfectamente plástica.

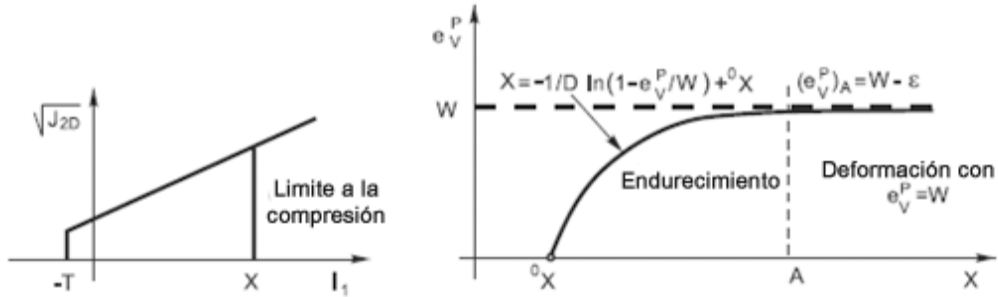


Fig. 3.10 Posición del límite X como una función de la deformación unitaria plástica volumétrica e_V^P

Para poder modelar la falla del material debido a esfuerzos de tracción, se emplea una condición límite de tracción. Un concepto simple es fijar los esfuerzos a tracción hidrostática máxima cuando el primer invariante I_1 alcanza un valor T . Luego, el estado de esfuerzos está definido por la Ec. (3.10) y se mantiene sin cambios en las etapas siguientes.

$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = -\frac{1}{3}T$ $\sigma_{ij} = 0 \dots i \neq j$	(3.10)
--	--------

La Fig. 3.11 muestra también los tres regímenes de fluencia

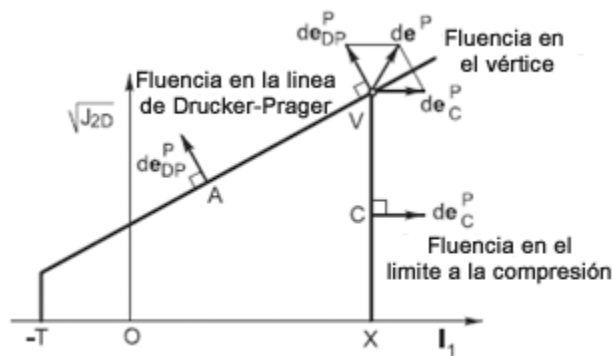


Fig. 3.11 – Regímenes de fluencia para el modelo de Drucker-Prager con límite a la compresión

- a) Fluencia de Drucker-Prager
- b) Fluencia limite
- c) Fluencia del vértice

La fluencia de Drucker-Prager corresponde a los estados de esfuerzo en la línea de Drucker-Prager, por ejemplo el punto A en la Fig. 3.11. El incremento de las deformaciones unitarias plásticas de_{DP}^P sigue de la regla de normalidad y la condición de fluencia (3.4) como

$de_{DP}^P = -\alpha d\lambda_{DP} I + \frac{d\lambda_{DP}}{2\sqrt{J_{2D}}} S$	(3.11)
--	--------

En la expresión anterior $d\lambda_{DP}$ es un factor de proporcionalidad e I es la matriz identidad.

La fluencia del límite de compresión hidrostática corresponde a los estados de esfuerzo como el punto C en la Fig. 3.11, y las deformaciones plásticas conducen a compresión plástica volumétrica pura. Se obtiene el incremento de la deformación unitaria plástica de_C^P de la regla de flujo y de la condición de fluencia (3.5) como

$de_C^P = d\lambda_C I$	(3.12)
-------------------------	--------

Por lo tanto, el incremento de la deformación unitaria volumétrica plástica es

$de_V^P = 3d\lambda_C$	(3.13)
------------------------	--------

Donde $d\lambda_C$ es el factor de proporcionalidad correspondiente a la fluencia limite.

Cuando el estado de esfuerzo está en la intersección V de la línea de Drucker-Prager y el límite de compresión hidrostática, se tiene la fluencia del vértice. Para obtener el incremento de la deformación unitaria plástica de^P se tiene

$$de^P = de_{DP}^P + de_C^P = d\lambda_{DP} \left(-\alpha I + \frac{S}{2\sqrt{J_{2D}}} \right) + d\lambda_C I \quad (3.14)$$

La Fig. 3.11 da una representación geométrica de esta relación. Se puede observar en esta última expresión que puede ocurrir un incremento o decremento de la deformación unitaria volumétrica plástica, dependiendo de la dirección del cambio de esfuerzo en el punto V.

Los factores de proporcionalidad $d\lambda_{DP}$ y $d\lambda_C$ dependen de los estados de esfuerzo en los tres regímenes plásticos y se pueden obtener de la condición que el punto de esfuerzo permanece en la correspondiente superficie de fluencia.

3.3.2 Modelo generalizado con límite a la compresión

Este modelo está basado en investigaciones experimentales de DiMaggio y Sandler en 1971 y Sandler y otros en 1976.

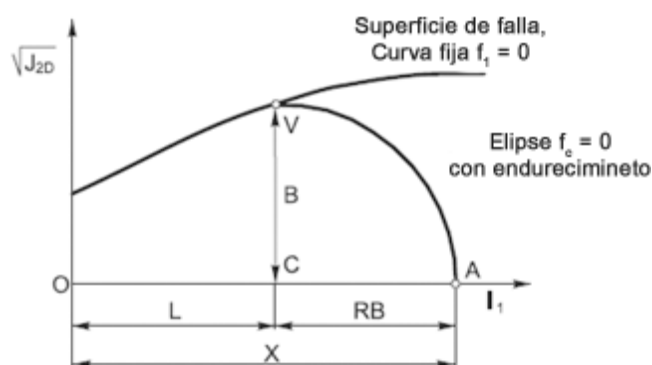


Fig. 3.12 Modelo generalizado con límite a la compresión

La región elástica en este modelo está limitada por dos superficies en el plano de esfuerzo:

- 1) La superficie de falla $f_1 = 0$ y
- 2) El límite de compresión hidrostática $f_c = 0$

En el plano $(I_1, \sqrt{J_{2D}})$ la superficie de falla está definida por:

$f_1 = \sqrt{J_{2D}} - k + A \exp(-B_1 I_1) - \alpha I_1 = 0$	(3.15)
---	--------

Donde A, B_1, k y α son constantes del material. El término $(-\alpha I_1)$ está incluido en la formulación original de tal manera que se tiene la línea de Drucker-Prager cuando $A = 0$.

El límite de compresión hidrostática está definido por una elipse cuya ecuación es

$f_c = (I_1 - L)^2 + R^2 (J_{2D} - B^2) = 0$	(3.16)
--	--------

L define el centro de la elipse, B es un semieje y R es la relación entre los semiejes

$R = (X - L) / B$	(3.17)
-------------------	--------

X es la intersección del límite con el eje I_1 . DiMaggio y Sandler encontraron experimentalmente que la proporción R puede estar relacionada a L como

$R = \frac{R_0}{1 + R_1} [1 + R_1 \exp(-R_2 L)] + R_3 [\exp(-R_4 (R_5 - L)^2)]$	(3.18)
---	--------

Donde $R_0, R_1, R_2, \dots, R_5$ son constantes del material.

El material muestra un comportamiento de trabajo por endurecimiento con un cambio del tamaño del límite de compresión hidrostática. El parámetro del endurecimiento es la deformación unitaria plástica volumétrica e_V^P , y la ley de endurecimiento está dada por

$e_V^P = W [1 - \exp(-DX) - \beta DX \exp(-D_1 X - D_2 X^2)] + W_1 X^2 \exp(-D_3 X)$	(3.19)
--	--------

Donde $W, W_1, \beta, D, D_1, D_2$ y D_3 son constantes adicionales del material.

Seguidamente se presenta el procedimiento computacional para la integración implícita de esfuerzos para el caso de modelo de límite generalizado. Este procedimiento puede ser aplicado al modelo de límite de Drucker-Prager como un paso especial.

Para un paso de tiempo (o carga) Δt primero se determinan las soluciones elásticas ${}^{t+\Delta t}\mathbf{S}^E$ y ${}^{t+\Delta t}\sigma_m^E$ para los esfuerzos deviatoricos y el esfuerzo medio correspondientes a las deformaciones unitarias ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}$ y a la deformación unitaria plástica conocida ${}^t\mathbf{e}^P$,

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{S}^E = 2\mathbf{G}{}^{t+\Delta t}\mathbf{e}'' \quad (3.20)$$

$${}^{t+\Delta t}\sigma_m^E = c_m {}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_m'' \quad (3.21)$$

En la última expresión no se implica suma en m. En dichas expresiones

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}'' = {}^{t+\Delta t}\mathbf{e}' - {}^t\mathbf{e}'^P \quad (3.22)$$

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_m'' = {}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_m' - {}^t\mathbf{e}_m^P \quad (3.23)$$

Donde ${}^t\mathbf{e}'^P$ es el tensor deformación unitaria plástica deviatorica y ${}^t\mathbf{e}_m^P$ es la deformación unitaria plástica media.

El modulo de rigidez compresional y el modulo de corte G pueden depender del estado esfuerzo y deformación unitaria actual. Entonces, en lugar de (3.20) y (3.21) se podría escribir

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{S}^E = {}^t\mathbf{S} + 2{}^t\mathbf{G}\Delta\mathbf{e}' \quad (3.24)$$

$${}^{t+\Delta t}\sigma_m^E = {}^t\sigma_m + {}^t c_m \Delta\mathbf{e}_m \quad (3.25)$$

En estas expresiones $\Delta\mathbf{e}'$ y $\Delta\mathbf{e}_m$ son los incrementos de la deformación unitaria deviatorica y la deformación unitaria media en el intervalo considerado; ${}^t\mathbf{G}$ y ${}^t c_m$ son los módulos tangentes correspondientes al inicio del paso utilizado.

El siguiente paso es verificar la fluencia en el paso de tiempo (o carga). Para ello se sustituyen los esfuerzos deviatorico elástico y medio ${}^{t+\Delta t}\mathbf{S}^E$ y ${}^{t+\Delta t}\sigma_m^E$ en las expresiones (3.15) y (3.16), usando tL , tR , tB del paso previo y se obtienen ${}^{t+\Delta t}f_1^E$ y ${}^{t+\Delta t}f_c^E$. Cuando ${}^{t+\Delta t}f_1^E \leq 0$ y ${}^{t+\Delta t}f_c^E \leq 0$, la deformación es elástica. De lo contrario, se tendrían deformaciones elasto – plásticas en el paso de carga actual.

En el caso de la fluencia en la superficie de falla, se considera que ésta ocurre cuando ${}^{t+\Delta t}f_1^E > 0$ y $(3{}^{t+\Delta t}\sigma_m^E) < {}^tL$. Con lo cual los incrementos de las deformaciones unitarias media y deviatoria son

$$\Delta e_m^P = -\Delta\lambda [B_1 A \exp(-B_1 {}^{t+\Delta t}l_1) + \alpha] \quad (3.26)$$

$$\Delta e^P = \frac{\Delta\lambda}{2} {}^{t+\Delta t}J_{2D}^{-1/2} {}^{t+\Delta t}\mathbf{S} \quad (3.27)$$

De la expresión (3.26) se tiene que $\Delta e_m^P < 0$ (expansión de volumen). Esta característica de Δe_m^P se puede observa en la Fig. 3.13 (la proyección de Δe^P en el eje l_1 es negativa). El esfuerzo medio ${}^{t+\Delta t}\sigma_m$ y los esfuerzos deviatorios ${}^{t+\Delta t}\mathbf{S}$ pueden ser obtenidos como

$${}^{t+\Delta t}\sigma_m = {}^{t+\Delta t}\sigma_m^E - {}^t c_m \Delta e_m^P \quad (\text{no suma en m}) \quad (3.28)$$

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{S} = \frac{{}^{t+\Delta t}\mathbf{S}^E}{1 + \Delta\lambda {}^t G {}^{t+\Delta t} J_{2D}^{-1/2}} \quad (3.29)$$

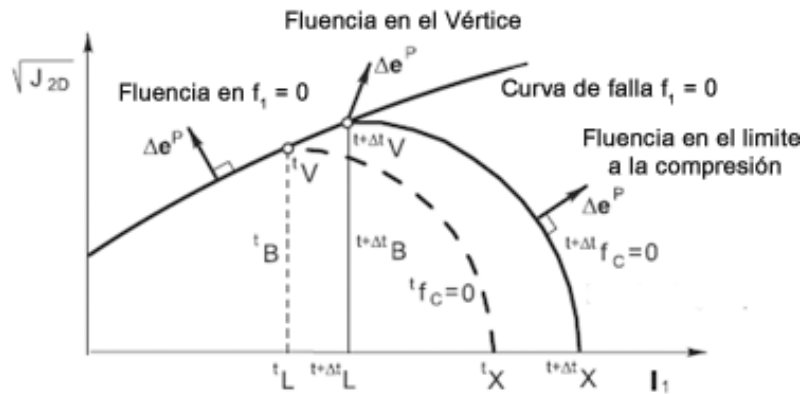


Fig. 3.13 Modelo generalizado con límite a la compresión, notación usada en la integración de esfuerzos

Por lo tanto

${}^{t+\Delta t}J_{2D}^{1/2} = ({}^{t+\Delta t}J_{2D}^E)^{1/2} - \Delta\lambda {}^tG$	(3.30)
---	--------

Donde ${}^{t+\Delta t}J_{2D}^E$ corresponde a ${}^{t+\Delta t}S^E$. Finalmente, la condición de fluencia se debe satisfacer al final del paso,

${}^{t+\Delta t}f_1 = {}^{t+\Delta t}J_{2D}^{1/2} - k + A \exp(-B_1 {}^{t+\Delta t}I_1) - \alpha {}^{t+\Delta t}I_1 = 0$	(3.31)
--	--------

Resumiendo las relaciones antes presentadas, se observa que para calcular las variables desconocidas al final del paso, se necesita resolver la ecuación no lineal (3.31) con respecto al parámetro gobernante Δe_m^P . Esto es, para un determinado Δe_m^P se calcula ${}^{t+\Delta t}\sigma_m$ de la ecuación (3.28), $\Delta\lambda$ de la ecuación (3.26) y ${}^{t+\Delta t}J_{2D}^{1/2}$ de (3.30). Se repite esta secuencia de cálculo hasta que la ecuación (3.31) se satisface con una tolerancia seleccionada. Cuando se ha obtenido la solución para el parámetro de gobierno Δe_m^P , se pueden calcular ${}^{t+\Delta t}S$ y Δe^P de (3.29) y (3.27). En la siguiente tabla se resumen los pasos computacionales para los cálculos indicados.

Tabla 3.1. Pasos computacionales para la fluencia en la superficie de falla

<p>1. Suponer $\Delta \mathbf{e}_m^P$</p> <p>2. Calcular ${}^{t+\Delta t}\sigma_m$ de (3.28), $\Delta \lambda$ de (3.26) y ${}^{t+\Delta t}J_{2D}^{1/2}$ de (3.30).</p> <p>3. Calcular ${}^{t+\Delta t}f_1$ de acuerdo a (3.31)</p> <p>Si ${}^{t+\Delta t}f_1 \leq \varepsilon$ ir al paso 4; de otra manera ir al paso 1 con un nuevo valor de prueba</p> <p>de $\Delta \mathbf{e}_m^P$</p> <p>4. Cálculos finales</p> <p>${}^{t+\Delta t}S$ de (3.29) y $\Delta \mathbf{e}^{tP}$ de (3.27)</p>

El esfuerzo medio se determina de tal manera que el punto de esfuerzo en el plano $I_1 - \sqrt{J_{2D}}$ está en la curva $f_1 = 0$.

En el caso de la fluencia en el límite de compresión hidrostática, se considera que ésta ocurre en el paso cuando ${}^{t+\Delta t}f_c^E > 0$, $(3^{t+\Delta t}\sigma_m^E) > {}^tL$ y ${}^{t+\Delta t}f_1^E \leq 0$. El punto de esfuerzo elástico está por debajo o sobre la superficie de de falla $f_1 = 0$ y a la derecha de la línea $I_1 = {}^tL$. Los pasos computacionales son análogos a aquellos mencionados para la fluencia en la superficie de falla. Se tiene que

$\Delta \mathbf{e}_m^P = 2\Delta \lambda_c \left[3^{t+\Delta t}\sigma_m - {}^{t+\Delta t}L \right]$	(3.32)
--	--------

$\Delta \mathbf{e}^{tP} = \Delta \lambda_c {}^{t+\Delta t}R^2 {}^{t+\Delta t}S$	(3.33)
---	--------

Donde $\Delta \lambda_c$ es un escalar positivo. También se tiene que

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{S} = \frac{{}^{t+\Delta t}\mathbf{S}^E}{1 + 2\Delta\lambda_c {}^t\mathbf{G} {}^{t+\Delta t}\mathbf{R}^2} \quad (3.34)$$

Y además, en analogía con la derivación de (3.30), se obtiene

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{J}_{2D} = \frac{{}^{t+\Delta t}\mathbf{J}_{2D}^E}{\left(1 + 2\Delta\lambda_c {}^t\mathbf{G} {}^{t+\Delta t}\mathbf{R}^2\right)^2} \quad (3.35)$$

Suponiendo un valor de ΔL , se tiene ${}^{t+\Delta t}L = {}^tL + \Delta L$, y luego de (3.17) se obtiene ${}^{t+\Delta t}\mathbf{R}$. Usando la Fig. 3.13 se obtiene

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{B} = k - A \exp\left(-B_1 {}^{t+\Delta t}L\right) + \alpha {}^{t+\Delta t}L \quad (3.36)$$

En la expresión anterior se ha sustituido $I_1 = {}^{t+\Delta t}L$ en (3.15). Se tiene de la Ec. (3.17) que

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{X} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{R} {}^{t+\Delta t}\mathbf{B} + {}^{t+\Delta t}L \quad (3.37)$$

Y luego la deformación unitaria plástica volumétrica ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_V^P = 3 {}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_m^P$ se puede obtener de (3.19). En este caso el parámetro de gobierno es ΔL . Los pasos computacionales se resumen en la Tabla 3.2

Tabla 3.2. Pasos computacionales para la fluencia en el límite

1. Suponer ΔL
2. Calcular ${}^{t+\Delta t}\mathbf{B}$ de (3.36), ${}^{t+\Delta t}\mathbf{R}$ de (3.18), ${}^{t+\Delta t}\mathbf{X}$ de (3.37), ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_V^P$ de (3.19), ${}^{t+\Delta t}\sigma_m$ de (3.28), $\Delta\lambda_c$ de (3.31) y \mathbf{J}_{2D} de (3.35)
3. Calcular ${}^{t+\Delta t}\mathbf{f}_C$ de acuerdo a (3.16)
Si $\left|{}^{t+\Delta t}\mathbf{f}_C\right| \leq \varepsilon$ ir al paso 4; de otra manera ir al paso 1 con un nuevo valor de

prueba de ΔL

4. Cálculos finales

${}^{t+\Delta t}S$ de (3.34) y Δe^{tP} de (3.33)

La fluencia en el vértice, es decir, en la intersección entre las dos superficies de fluencia, sucede cuando:

- a) $3{}^{t+\Delta t}\sigma_m^E = {}^{t+\Delta t}I_1^E = {}^tL$ y ${}^{t+\Delta t}f_1^E > 0$ o
 b) ${}^{t+\Delta t}I_1^E > {}^tL$ y ${}^{t+\Delta t}f_1^E > 0$

En el caso a) el punto de esfuerzo elástico está en la línea $I_1 = {}^tL$ (dentro de una tolerancia numérica seleccionada), mientras que en el caso b) el punto está a la derecha de esta línea y sobre la línea de falla.

3.4 Modelo de Cambridge para arcillas (Cam-Clay)

En esta sección se presenta el modelo de Cambridge para arcillas y luego se muestra el procedimiento computacional para la integración de esfuerzos. Este modelo se aplica a suelos arcillosos y a arenas.

Las principales características del tipo de suelo considerado en esta sección se obtienen experimentalmente. Se puede observar que el material puede tener:

- i) Respuesta de endurecimiento
- ii) Respuesta de ablandamiento y
- iii) Respuesta perfectamente plástica

Las respuestas i) a iii) corresponden a estados ligeramente sobre consolidado (suelto), fuertemente sobre consolidado (denso) y critico respectivamente. La formulación del modelo del material presentada da una respuesta calculada objetivo para estar de acuerdo con las observaciones experimentales.

El modelo es conocido como “Cam-Clay” (o modelo para arcillas de Cambridge) o modelo “Modified Cam-Clay”, de acuerdo a Roscoe y Schofield (1963), y Roscoe y Burland (1968). Se presenta a continuación la formulación del modelo modificado.

La formulación matemática de la condición de fluencia en el plano (σ_m, q) que sigue las características de los resultados experimentales como se muestra en la Fig. 3.6c es

$f_y = q^2 - M^2 \sigma_m (p_0 - \sigma_m) = 0$	(3.38)
---	--------

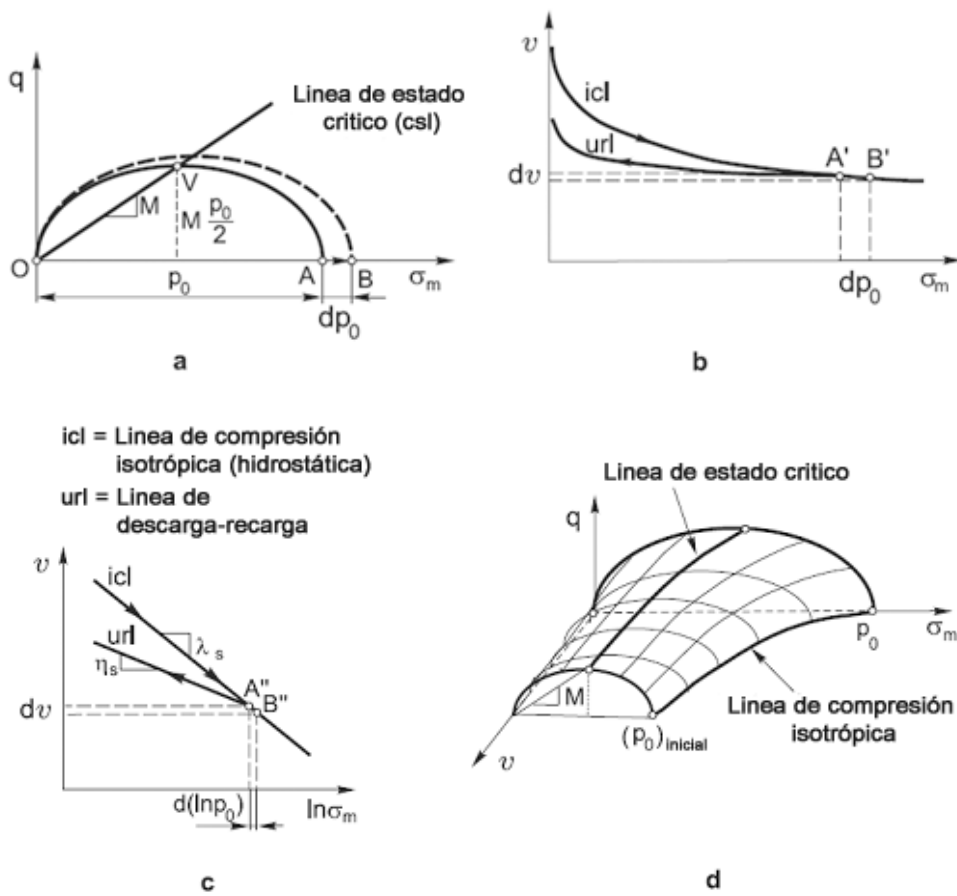


Fig. 3.14 – Formulación del modelo de arcilla de Cambridge. a) Curvas de fluencia y línea de estado crítico en el plano esfuerzo medio (σ_m) – esfuerzo deviatorico (q) . b) y c) Compresión isotrópica y líneas de descarga y recarga en los planos σ_m - volumen específico (v) y $\ln(\sigma_m) - v$. d) Superficie de fluencia en el espacio $(\sigma_m - q - v)$.

En la expresión (3.38) M es un parámetro del material y p_0 es la longitud del eje horizontal de la elipse que se muestra en la Fig. 3.14a. Solo una mitad de la elipse es aplicable ya que el comportamiento del material está definido por $q \geq 0$. La línea de estado crítico, correspondiente a resultados experimentales en la Fig. 3.6a, tiene la pendiente M y pasa a través del punto medio V de la elipse.

El endurecimiento del material está representado por el cambio del tamaño de la elipse, observado experimentalmente y mostrado en la Fig. 3.6c. Como se puede observar en la Fig. 3.14a, se supone que el tamaño de la elipse cambia pero pasa por el origen. Existe una correspondencia (mapeo) entre los puntos en los planos (σ_m, q) , (σ_m, ν) y $(\ln(\sigma_m), \nu)$. Los puntos A' y B' (y A'' y B''), como las imágenes de los puntos A y B , caen en la línea de compresión isotrópica (icl) como se muestra en la Figuras 3.14 a, b y c ya que el cambio del esfuerzo AB representa una carga hidrostática (isotrópica). El segmento AB es al mismo tiempo el incremento dp_0 del eje de la elipse. La línea de compresión isotrópica es tomada como recta en el plano $(\ln(\sigma_m), \nu)$, con pendiente λ_s , con lo cual se tiene la siguiente expresión:

$d\nu = -\lambda_s d(\ln(p_0)) = -\lambda_s \frac{dp_0}{p_0}$	(3.39)
---	--------

Esta relación define la ley de endurecimiento para el modelo suponiendo que se carga a lo largo de la línea icl. La constante del material para esta ley es λ_s , determinada experimentalmente. El parámetro de endurecimiento es el volumen específico (ν) o el porcentaje de vacíos (e). En la Fig. 3.14d se muestra la superficie de fluencia en el espacio $\sigma_m - q - \nu$.

Como se observa en las Figuras 3.14 b y c, la descarga-recarga del material está representada por la línea (url), que también es una línea recta en el sistema coordinado $(\ln(\sigma_m), \nu)$. Por lo tanto, un incremento “elástico” del volumen específico $d\nu^E$ se puede expresar por la pendiente de la línea (url) en el sistema de coordenadas $(\ln(\sigma_m), \nu)$

$$dv^E = -\eta_s d(\ln \sigma_m) = -\eta_s \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} \quad (3.40)$$

Donde η_s es una constante del material. La expresión para el incremento de la deformación unitaria volumétrica elástica de_V^E

$$de_V^E = \frac{\eta_s}{\nu} \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} = \frac{\eta_s}{1+e} \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} \quad (3.41)$$

Por lo tanto, el modulo de rigidez compresional es

$$K = \frac{1+e}{\eta_s} \sigma_m \quad (3.42)$$

Esto muestra que el modulo de K elástico depende del porcentaje de vacios e (o de la deformación unitaria volumétrica e_V) y del esfuerzo medio σ_m . Adicionalmente, usando la condición que en carga hidrostática $p_0 = \sigma_m$ se obtiene de (3.39) y (3.40) que

$$de_V^P = de_V - de_V^E = \frac{k_s}{\nu} \frac{dp_0}{p_0} = \frac{k_s}{1+e} \frac{dp_0}{p_0} \quad (3.43)$$

En la anterior expresión se tiene que

$$k_s = \lambda_s - \eta_s \quad (3.44)$$

La ley de endurecimiento (3.43) es más conveniente.

Finalmente se presenta la expresión para la condición de fluencia, que corresponde a un estado general de esfuerzos

$$f_y = \sigma_m (\sigma_m - p_0) + \frac{3J_{2D}}{M^2} = 0 \quad (3.45)$$

El término J_{2D} es el segundo invariante del esfuerzo deviatorico, el cual representa una medida para la carga de corte del material.

En resumen, se puede observar que el modelo está definido por la condición de fluencia (3.45), la ley de endurecimiento (3.43), con solamente tres constantes del material (M , λ_s y η_s), así como también por las condiciones iniciales. Las constantes pueden ser fijadas de acuerdo a resultados experimentales. El modelo puede ser usado para predecir la respuesta del material bajo condiciones de carga complejas de suelos en deformaciones elasto-plásticas, resultando en endurecimiento ó ablandamiento, estado crítico o dilatancia.

Seguidamente se presentará el procedimiento de integración de esfuerzos para el modelo de Cambridge para arcillas. Para ello se utilizarán las relaciones gobernantes mostradas en las secciones 3.3 y 3.4 así como también fórmulas específicas para el modelo.

El material puede exhibir endurecimiento, ablandamiento o comportamiento perfectamente plástico durante deformaciones plásticas y se puede considerar estos tres regímenes separadamente. Para encontrar a que régimen de deformación corresponde el paso actual Δt , primero se calculan los esfuerzos elásticos deviatoricos ${}^{t+\Delta t}S^E$ y medio ${}^{t+\Delta t}\sigma_m^E$ usando las expresiones (3.20) y (3.21) usando ${}^{t+\Delta t}e^{\parallel}$ y ${}^{t+\Delta t}e_m^{\parallel}$ de las ecuaciones (3.22) y (3.23). También se pueden usar las expresiones (3.24) y (3.25). De la ecuación (3.40) se obtiene

$d'e_V^E = \frac{\eta_s}{1+e} \frac{d^t\sigma_m}{t\sigma_m}$	(3.46)
--	--------

Y

${}^tK = \frac{1}{3} {}^t c_m = \frac{1+e}{\eta_s} {}^t\sigma_m$	(3.47)
--	--------

Siendo

${}^t e = (1 + {}^0 e) \exp(-{}^t e_v) - 1$	(3.48)
---	--------

El término ${}^0 e$ es el porcentaje de vacíos inicial.

Considerando el módulo de Poisson como constante, se tiene que el modulo de Young ${}^t E$ y modulo de corte ${}^t G$ se pueden expresar como

${}^t E = 3(1 - 2\nu) {}^t K \quad {}^t G = \frac{{}^t E}{2(1 + \nu)}$	(3.49)
--	--------

Se usa ${}^t E$ y ${}^t G$ correspondiente al estado esfuerzo / deformación al inicio del paso de carga, aunque se pueden emplear valores ponderados que incluyan ${}^{t+\Delta t} E$ y ${}^{t+\Delta t} G$.

Sustituyendo los esfuerzos elásticos ${}^{t+\Delta t} \sigma_m^E$ y ${}^{t+\Delta t} S^E$ en la expresión (3.45), con $\rho_0 = {}^t \rho$ se obtiene ${}^{t+\Delta t} f_y^E$. En caso ${}^{t+\Delta t} f_y^E \leq 0$ la deformación en el paso actual Δt es elástica. En el caso ${}^{t+\Delta t} f_y^E > 0$ la deformación es plástica y se decide en que régimen de deformación se encuentra como sigue:

${}^{t+\Delta t} \sigma_m^E > \frac{1}{2} {}^t \rho_0$ endurecimiento	(3.50)
${}^{t+\Delta t} \sigma_m^E < \frac{1}{2} {}^t \rho_0$ ablandamiento	
${}^{t+\Delta t} \sigma_m^E = \frac{1}{2} {}^t \rho_0$ perfectamente plástico – estado critico	

La Figura 3.15 muestra esquemáticamente estas condiciones. Para la condición de igualdad (perfectamente plástico) se supone una cierta tolerancia numérica. A continuación se presentan los procedimientos de integración de esfuerzos para estas tres condiciones.

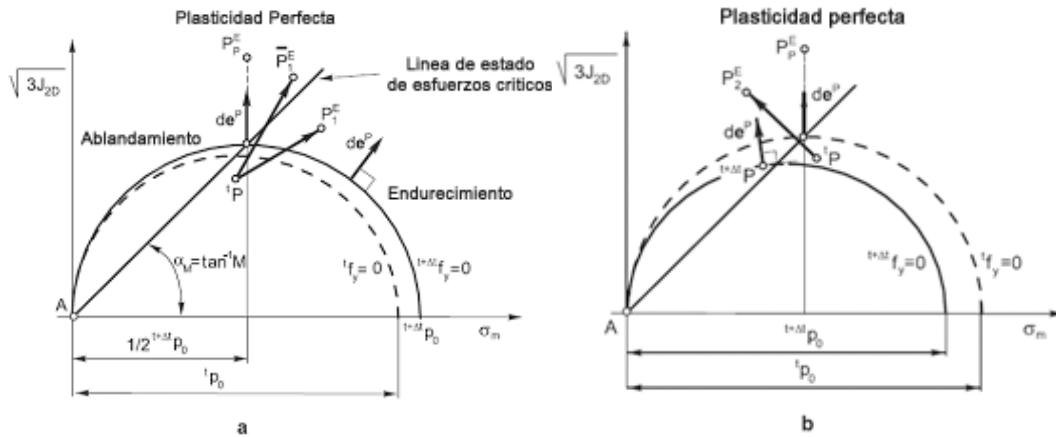


Fig. 3.15 – Ilustración respecto a la integración de esfuerzos con el modelo de arcillas de Cambridge. a) Régimen de endurecimiento; b) Régimen de ablandamiento

En el caso del régimen de endurecimiento, el tamaño de la elipse se incrementa en el intervalo Δt , como se pudo observar en la Fig. 3.15a. La integración de esfuerzos consiste en los siguientes cálculos:

El incremento de las deformaciones plásticas media Δe_m^P y deviatorica Δe^{iP} se puede estimar como sigue

$\Delta e_m^P = \frac{\Delta \lambda}{3} (2^{t+\Delta t} \sigma_m - {}^{t+\Delta t} p_0)$	(3.51)
---	--------

$\Delta e^{iP} = \frac{3\Delta \lambda}{M^2} {}^{t+\Delta t} S$	(3.52)
---	--------

Donde $\Delta \lambda$ es un escalar positivo. Se resuelve para ${}^{t+\Delta t} S$ usando la ecuación (3.52) y la ley constitutiva elástica

${}^{t+\Delta t} S = \frac{{}^{t+\Delta t} S^E}{1 + 6\Delta \lambda G / M^2}$	(3.53)
---	--------

Mientras que ${}^{t+\Delta t} \sigma_m$ está dado por (3.28). Multiplicando escalarmente en ambos lados de la expresión (3.53) se obtiene

$${}^{t+\Delta t} J_{2D} = \frac{{}^{t+\Delta t} J_{2D}^E}{(1 + 6\Delta\lambda G / M^2)^2} \quad (3.54)$$

La integración de la regla de endurecimiento (3.43) en el intervalo Δt da la siguiente expresión

$${}^{t+\Delta t} \rho_0 = {}^t \rho_0 \exp\left(\frac{\Delta e_m^P}{{}^{t+\Delta t} b_V}\right) \quad (3.55)$$

Donde

$${}^{t+\Delta t} b_V = \frac{k_S}{3(1 + {}^{t+\Delta t} e)} \quad (3.56)$$

El porcentaje de vacíos ${}^{t+\Delta t} e$ puede ser obtenido de la deformación unitaria volumétrica ${}^{t+\Delta t} e_V$ de acuerdo a (3.48)

$${}^{t+\Delta t} e = (1 + {}^0 e) \exp(-{}^{t+\Delta t} e_V) - 1 \quad (3.57)$$

Finalmente se debe satisfacer la condición de fluencia al final del intervalo

$${}^{t+\Delta t} f_y = {}^{t+\Delta t} \sigma_m ({}^{t+\Delta t} \sigma_m - {}^{t+\Delta t} \rho_0) + \frac{3 {}^{t+\Delta t} J_{2D}}{M^2} = 0 \quad (3.58)$$

El parámetro gobernante es Δe_m^P y la ecuación gobernante es (3.58). La Tabla 3.3 resume los pasos computacionales

Tabla 3.3. Pasos computacionales para la integración de esfuerzos del modelo de arcillas de Cambridge (régimen de endurecimiento)

1. Suponer Δe_m^P

2. Calcular ${}^{t+\Delta t}\sigma_m$ de la ecuación (3.28) y ${}^{t+\Delta t}\rho_0$ de (3.55), $\Delta\lambda$ de (3.51) y ${}^{t+\Delta t}J_{2D}$ de (3.54)
3. Verificar que ${}^{t+\Delta t}f_y < \varepsilon$ de acuerdo a (3.58)
Si se cumple ir al paso 4, sino ir al paso 1
4. Determinar ${}^{t+\Delta t}S$ de (3.53) y Δe^P de (3.52)

En el caso del régimen de ablandamiento, la solución elástica está dada por el punto P_2^E en la Fig. 3.15b, la deformación plástica volumétrica se reduce (un incremento en Δe_m^P representa una expansión del volumen) y conduce a un decremento del tamaño de la superficie de fluencia. Todas las expresiones derivadas arriba para el régimen de endurecimiento son aplicables. Ya que $\Delta e_m^P < 0$ se tiene que ${}^{t+\Delta t}\rho_0 < {}^t\rho_0$ como se muestra en la misma figura.

Finalmente, en la plasticidad perfecta (estado crítico), si la solución elástica es ${}^{t+\Delta t}\sigma_m^E = {}^t\rho_0 / 2$, ocurre el flujo plástico de acuerdo a las condiciones de plasticidad perfecta. Por lo tanto, el punto de esfuerzo debe caer en la línea de estado crítico de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t}\sigma_m &= \frac{1}{2} {}^t\rho_0 \\ \sqrt{{}^{t+\Delta t}J_{2D}} &= \frac{1}{2\sqrt{3}} M {}^t\rho_0 \end{aligned} \quad (3.59)$$

En una representación gráfica, se realizan los cálculos con la condición que el punto de esfuerzo se mueve de P_P^E (Fig. 3.17) a lo largo de la línea vertical para alcanzar la superficie de fluencia ${}^t f_y = 0$. Cabe mencionar que el incremento de la deformación plástica volumétrica es igual a cero debido a la regla de flujo asociada. Esto también se desprende de (3.51) y ${}^{t+\Delta t}\rho_0 = {}^t\rho_0 = 2 {}^{t+\Delta t}\sigma_m^E$.

Para poder determinar los incrementos de las deformaciones unitarias plásticas deviatorias (3.52), primero se calcula $\Delta\lambda$. Sustituyendo (3.60) en la ecuación (3.58) y usando (3.54) se obtiene una ecuación para $\Delta\lambda$

$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t}p_0 &= 2 {}^{t+\Delta t}\sigma_m^E \\ {}^{t+\Delta t}\sigma_m &= {}^{t+\Delta t}\sigma_m^E \end{aligned}$	(3.60)
---	--------

$\Delta\lambda = \frac{M^2}{6 {}^tG} \left(\frac{\sqrt{3 {}^{t+\Delta t}J_{2D}^E}}{M {}^{t+\Delta t}\sigma_M^E} - 1 \right)$	(3.61)
---	--------

Con $\Delta\lambda$ determinado se calcula ${}^{t+\Delta t}\mathbf{S}$ de (3.53) y $\Delta\mathbf{e}^{IP}$ de (3.52). De esta manera se tiene el flujo plástico de corte en el intervalo de tiempo, con el cambio de las deformaciones plásticas deviatorias y los esfuerzos deviatorios.

3.5 Generalización del modelo de plasticidad

Aunque los modelos de comportamiento presentados anteriormente son adecuados para representar el comportamiento de suelo y roca, hay algunas deficiencias como, por ejemplo, que las condiciones del modelo del material no dependen del tercer invariante de esfuerzos, por lo cual se han desarrollado modelos más generales.

En esta parte del trabajo se presenta brevemente un modelo de plasticidad de suelos general y su algoritmo computacional. Este modelo está basado en suposiciones teóricas y resultados experimentales de Desai y Siriwardane. El procedimiento numérico para la integración de esfuerzos es una aplicación directa de las relaciones generales del método del parámetro gobernante en las cuales se considera las reglas de flujo asociadas y no asociadas.

Un modelo general de comportamiento del suelo puede ser descrito por un criterio de fluencia dependiente de todas las invariantes de esfuerzos y que también presenta características de endurecimiento. La condición de fluencia para el modelo propuestos por Desai es la siguiente

$f_y = p_a^{-2} J_{2D} + F_b F_s = 0$	(3.62)
---------------------------------------	--------

Donde

$F_b = -\alpha \left(\frac{I_1}{p_a} \right)^n + \gamma \left(\frac{I_1}{p_a} \right)^2$	(3.63)
--	--------

$F_s = (1 - \beta s_r)^m$	(3.64)
---------------------------	--------

$s_r = \frac{\sqrt{27}}{2} J_{3D} J_{2D}^{-1.5}$	(3.65)
--	--------

I_1 , J_{2D} y J_{3D} son el primer invariante de esfuerzos, el segundo invariante de esfuerzo deviatorico y el tercer invariante de esfuerzo deviatorico respectivamente; p_a es la presión atmosférica estándar. Los coeficientes m , n , γ y β son constantes del material, mientras que α es la función de endurecimiento.

$\alpha = \alpha \left(\bar{e}^{-P}, \bar{e}_V^{-P}, \bar{e}^{iP} \right)$	(3.66)
---	--------

En la expresión anterior \bar{e}^{-P} , \bar{e}_V^{-P} y \bar{e}^{iP} son la deformación unitaria plástica efectiva, deformación unitaria plástica volumétrica efectiva y la deformación unitaria plástica deviatorica efectiva, siendo definidas como

$\bar{e}^{-P} = \int (de^P \bullet de^P)^{1/2}$ $\bar{e}_V^{-P} = e_V^P / \sqrt{3}$ $\bar{e}^{iP} = \int (de^{iP} \bullet de^{iP})^{1/2}$	(3.67)
---	--------

En las expresiones anteriores de^P y de^{iP} son los incrementos de las deformaciones unitarias plásticas y deformación unitaria plástica deviatorica. e_V^P es la deformación unitaria plástica volumétrica.

Una forma analítica de la función de endurecimiento incluye las relaciones r_v y r_D que están definidas como:

$r_v = \bar{e}_v^{-P} / \bar{e}^{-P}$ $r_D = \bar{e}'^P / \bar{e}^P$	(3.68)
--	--------

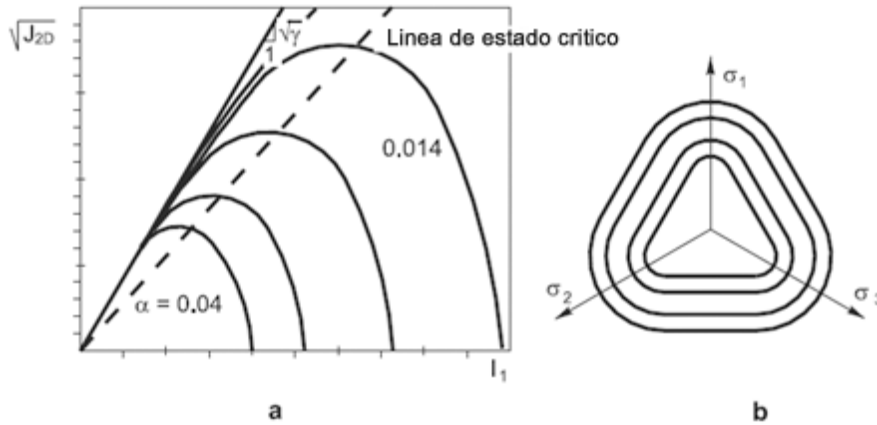


Fig. 3.16 – Función de fluencia general para materiales geológicos según Desai. a) En el plano I_1, J_{2D} ; b) En el plano cuya normal en el espacio de esfuerzos principales $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ esta dado por $\sqrt{3}/3, \sqrt{3}/3, \sqrt{3}/3$.

La Fig. 3.16 muestra la función de fluencia en el plano (I_1, J_{2D}) y en el plano cuya normal en el espacio de esfuerzos principales tiene las componentes igual a $\sqrt{3}/3$.

La función de endurecimiento α de la forma (3.66) muestra que el tamaño de la superficie de fluencia depende de la historia de las deformaciones plásticas volumétrica y deviatoria. Una forma específica de α es

$\alpha = a_1 (\bar{e}^{-P})^{-\eta}$	(3.69)
---------------------------------------	--------

Donde a_1 y η son constantes del material.

El uso de las reglas de flujo no asociada puede ser más apropiado para suelos granulares. El potencial plástico Q para este modelo tiene la forma de la ecuación 3.62, con la función de endurecimiento α_Q en lugar de α , definida como

$\alpha_Q = \alpha + k(\alpha_0 - \alpha)(1 - r_v)$	(3.70)
---	--------

En la expresión anterior α_0 es la función de endurecimiento α correspondiente a la compresión hidrostática inicial y

$k = k_1 + k_2 s_r$	(3.71)
---------------------	--------

Donde k_1 y k_2 son constantes del material.

Seguidamente se describe la integración de esfuerzos mediante la aplicación de los pasos computacionales presentados en la tabla 3.3. Para determinar la normal unitaria n , se expresa las derivadas $(f_{y,\sigma})_k$, $k = 1, \dots, 6$ usando la notación indicial para los esfuerzos y deformaciones unitarias. Así de las ecuaciones (3.70) y (3.71) se obtiene:

$(f_{y,\sigma})_k = A_{kj} f'_{y,j} + \frac{1}{3} f'_{y,m} \quad j, k = 1, 2, 3$	(3.72)
$(f_{y,\sigma})_k = f'_{y,k} \quad k = 4, 5, 6$	

Donde la matriz A está definida como

$A = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$	(3.73)
---	--------

Y $f'_{y,k} = \partial f_y / \partial S_j$, $f'_{y,m} = \partial f_y / \partial \sigma_m$. Las derivadas de la función de fluencia (3.62) pueden ser escritas como

$\begin{aligned} f'_{y,k} &= p_a^{-2} J'_{2D,k} + F_b F'_{s,k} \\ f'_{y,m} &= F_s F'_{b,m} \end{aligned}$	(3.74)
---	--------

En esta expresión se tiene que

$\begin{aligned} J'_{2D,k} &= S'_k \\ F'_{s,k} &= -\beta m (1 - s_r)^{m-1} s_{r,k} \\ F'_{b,m} &= -\frac{3\alpha}{p_a} n \left(\frac{I_1}{p_a} \right)^{n-1} + 6 \frac{\gamma}{p_a} \frac{I_1}{p_a} \end{aligned}$	(3.75)
---	--------

Con $F'_{b,k} = 0$. En la expresión se ha usado la siguiente notación: $J'_{2D,k} = \partial J_{2D} / \partial S_k$; $S'_k = S_k$ si $k = 1, 2, 3$; $S'_k = 2S_k$ si $k = 4, 5, 6$; y $F'_{b,m} = \partial F_b / \partial \sigma_m$, $F'_{s,k} = \partial F_s / \partial S_k$, $s'_{r,k} = \partial s_r / \partial S_k$. Las derivadas $s'_{r,k}$ se obtienen de (3.64).

$s'_{r,k} = \frac{\sqrt{27}}{2} (J_{2D}^{-1.5} J'_{3D,k} - \frac{3}{2} J_{3D} J_{2D}^{-2.5} J'_{2D,k})$	(3.76)
---	--------

Las derivadas $J'_{3D,k} = \partial J_{3D} / \partial S_k$ están definidas como

$\begin{aligned} J'_{3D,1} &= S_2 S_3 - S_5^2 & J'_{3D,2} &= S_1 S_3 - S_6^2 \\ J'_{3D,3} &= S_1 S_2 - S_4^2 & J'_{3D,4} &= 2(S_5 S_6 - S_3 S_4) \\ J'_{3D,5} &= 2(S_4 S_6 - S_1 S_5) & J'_{3D,6} &= 2(S_4 S_5 - S_2 S_6) \end{aligned}$	(3.77)
--	--------

Teniendo calculadas las derivadas (3.74) a (3.77) se puede determinar las derivadas 3.73 y la normal n correspondiente al último estado de prueba en el procedimiento de la solución iterativa de la tabla 3.3.

En el caso de plasticidad no asociada se requiere la normal $n_Q = (\partial Q / \partial \sigma) / \|\partial Q / \partial \sigma\|$ ya que el incremento de la deformación unitaria plástica Δe^P es

$$\Delta \mathbf{e}^P = \|\Delta \mathbf{e}^P\| n_Q \quad (3.78)$$

Para el modelo del material de esta sección y con la corrección (3.70) de la función de endurecimiento α , se tiene:

$$Q = p_a^{-2} J_{2D} + \bar{F}_b F_s = 0 \quad (3.79)$$

En donde

$$\bar{F}_b = F_b - k(1-r_v)(\alpha_0 - \alpha) \left(\frac{l_1}{p_a}\right)^n \quad (3.80)$$

Las derivadas de \bar{F}_b difieren de las de F_b como sigue

$$\begin{aligned} \bar{F}_{b,m} &= F_{b,m} - \frac{3n}{p_a} k(1-r_v)(\alpha_0 - \alpha) \left(\frac{l_1}{p_a}\right)^{n-1} \\ \bar{F}_{b,j}^l &= -(1-r_v)(\alpha_0 - \alpha) \left(\frac{l_1}{p_a}\right)^n k_2 s_{r,j}^l \end{aligned} \quad (3.81)$$

Con las expresiones antes presentadas para las derivadas $f_{y,k}$ se puede determinar las derivadas $\partial Q / \partial \sigma$.

CAPITULO IV

EVALUACIÓN DE UN MODELO MATEMÁTICOS DE COMPORTAMIENTO NO LINEAL PARA EL ADOBE

En este capítulo inicialmente se revisan algunos resultados de ensayos llevados a cabo en elementos de adobe en las instalaciones del Laboratorio de Estructuras del Centro Peruano – Japonés de Investigaciones Sísmicas y Mitigación de Desastres (CISMID) correspondientes al proyecto de investigación en componentes de adobe desarrollado por JICA y CEETyDES, Ensayos en Muros de adobe desarrollados para la tesis de titulación de la Ing. Lucia Higarashi (Igarashi, L. (2008)) y resultados obtenidos de ensayos a compresión en muretes llevados a cabo por K. Díaz & J. Ríos presentados en el artículo “Alternativas de rehabilitación de adobe y tapia pisada”. También se presentan resultados de ensayos triaxiales no confinados no consolidados (UU) llevados a cabo en las instalaciones del Laboratorio Geotécnico de la misma institución para la presente tesis. Seguidamente se presenta el procedimiento para estimar las propiedades del adobe. El modelo de comportamiento considerado fue el de Drucker-Prager con límite a la compresión. Finalmente se presenta la simulación numérica de algunos especímenes ensayados usando el programa de cómputo basado en elementos finitos ADINA considerando el comportamiento no lineal del material y se comparan los resultados obtenidos de las simulaciones con los resultados experimentales. Finalmente se presentan los parámetros estimados correspondientes al modelo generalizado con límite a la compresión.

4.1 Revisión de la información experimental

A lo largo de la existencia del CISMID se han llevado a cabo numerosos ensayos en diversos componentes de materiales tales como adobe, mampostería, concreto y acero así como también se han llevado a cabo ensayos en especímenes a escala real. Estos ensayos han sido parte de proyectos de investigación financiados por entidades públicas o privadas así como también han servido de base para realización de tesis de antegrado y postgrado.

De toda la información disponible se ha seleccionado aquellos resultados de ensayos más recientes llevados a cabo en adobe, siendo estos clasificados en: ensayos de compresión axial en pilas y ensayo de compresión diagonal en muretes. Se hace una pequeña descripción del tipo de ensayo llevado a cabo, descripción de los especímenes y presentación de resultados.

4.1.1 Ensayo de compresión axial en pilas

Del proyecto desarrollado por JICA y CEETyDES (2009) se ha seleccionado cinco (05) ensayos en pilas de adobe. La finalidad de estos ensayos fue la de conocer el comportamiento del adobe ante cargas axiales y obtener diversas características como por ejemplo el esfuerzo de rotura.

Para dichos ensayos se hizo uso un gato hidráulico con 50 t de capacidad, un sistema de adquisición de datos, una celda de carga de 50 t y 3 transductores para el registro de los desplazamientos en los especímenes como se indica en la Figura 4.1.

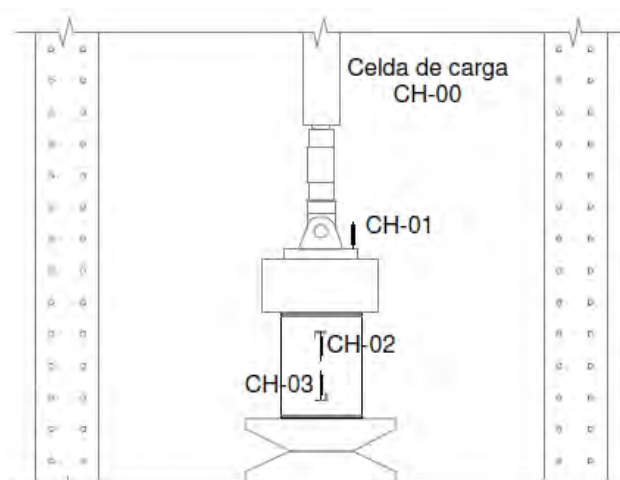


Fig. 4.1 – Esquema de ensayo de pilas de adobe

Las dimensiones de los especímenes se presentan en la Tabla 4.1. Estas corresponden a las dimensiones de la base (a y b) y la altura (c). Como se puede observar, la variación en las dimensiones de los especímenes es menor al 3%. En la Foto 4.1 se muestra un espécimen ensayado.

Tabla 4.1 – Dimensiones de pilas ensayadas en proyecto JICA y CEETyDES

Pila	a (cm)	b (cm)	c (cm)
P01	37.00	37.00	47.00
P02	37.00	37.00	47.00
P03	37.00	38.00	46.00
P04	37.50	37.00	47.00
P05	37.50	37.00	47.00

Foto 4.1 – Pila de adobe ensayada
indicando nomenclatura de dimensiones

Foto 4.2 – Pila de adobe ensayada

En la Foto 4.2 se presenta uno de los especímenes después del ensayo.

De estos ensayos se obtuvo que el esfuerzo de rotura promedio debido a la carga axial es del orden de 8.83 kgf/cm². Los resultados de los especímenes se presentan en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2 – Resultado de ensayos a compresión axial en pilas de adobe

Fuente: JICA y CEETyDES (2009)

Pila	P _{max} (t)	σ_{max} (kgf/cm ²)
P01	10.850	7.925
P02	12.600	9.204
P03	12.575	8.944
P04	12.975	9.351
P05	12.125	8.739

Las siguientes figuras (Fig.4.2, 4.3, 4.4, 4.5, y 4.6) presentan gráficas Carga – Desplazamiento de los especímenes antes mencionados. Las curvas CH-1, CH-2 y CH-3 corresponden a las lecturas en los transductores ubicados según se indica en la Fig. 4.1.

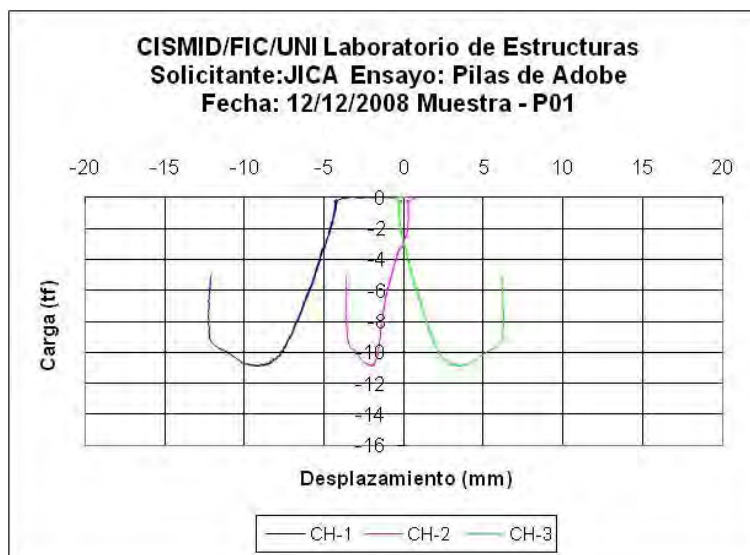


Fig. 4.2 – Curva Carga – Desplazamiento de ensayo en pila P01

Fuente: JICA y CEETyDES (2009)

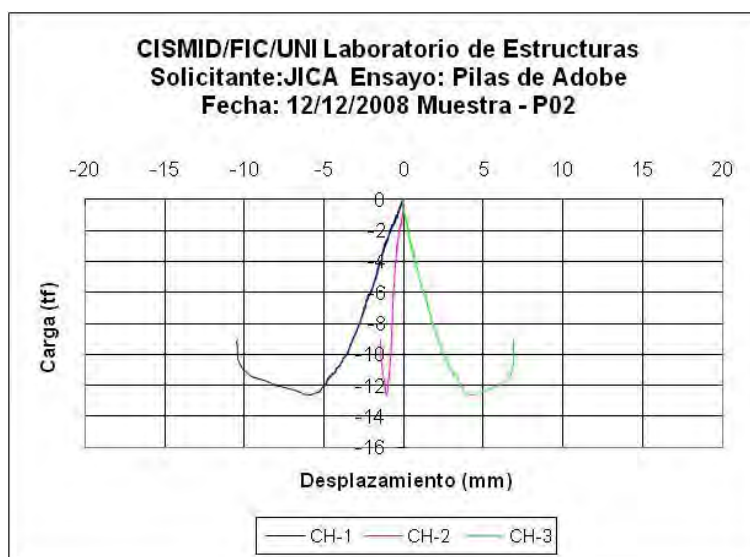


Fig. 4.3 – Curva Carga – Desplazamiento de ensayo en pila P02

Fuente: JICA y CEETyDES (2009)

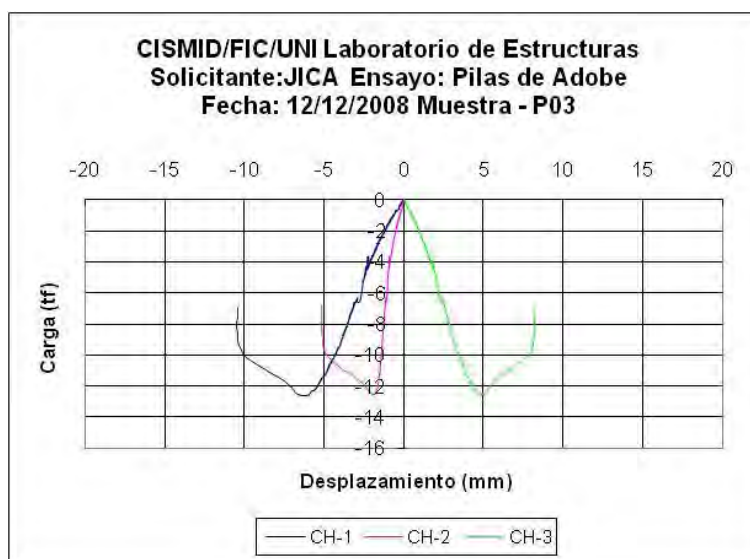


Fig. 4.4 – Curva Carga – Desplazamiento de ensayo en pila P03

Fuente: JICA y CEETyDES (2009)

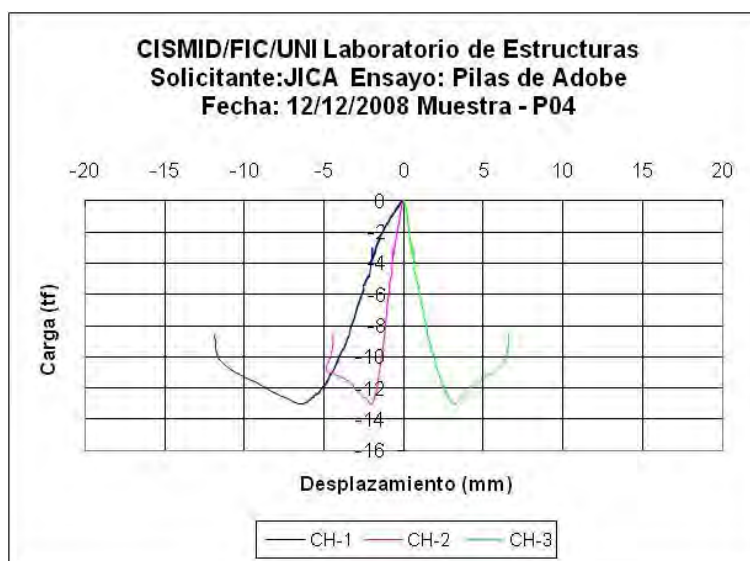


Fig. 4.5 – Curva Carga – Desplazamiento de ensayo en pila P04

Fuente: JICA y CEETyDES (2009)

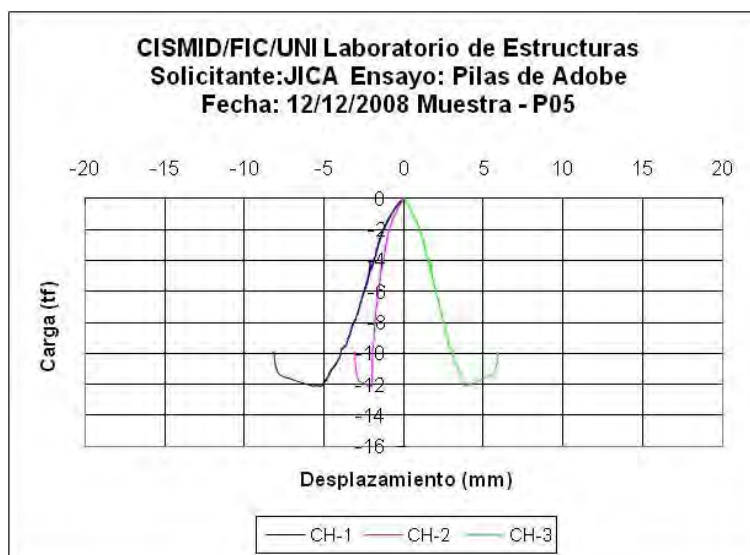


Fig. 4.6 – Curva Carga – Desplazamiento de ensayo en pila P05

Fuente: JICA y CEETyDES (2009)

4.1.2 Ensayo de compresión diagonal en muretes

Del proyecto desarrollado por JICA y CEETyDES (2009) se seleccionaron cinco (05) ensayos en muretes de adobe. La finalidad de estos ensayos fue la de conocer el comportamiento del adobe ante cargas axiales y cortantes y así obtener una estimación de la resistencia debido a esfuerzos cortantes.

Para los ensayos se hizo uso de un gato hidráulico con 50 t de capacidad, un sistema de adquisición de datos, una celda de carga de 50 t, y 3 transductores para el registro de los desplazamientos como se observa en la Figura 4.7.

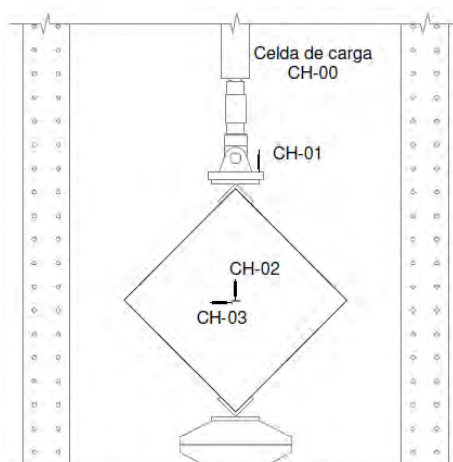


Fig. 4.7 – Esquema de ensayo de muretes de adobe

Las dimensiones de los especímenes fueron de 100 cm de lado (a y b), 40 cm de espesor (c) y 141 cm de diagonal (d). En la Foto 4.3 se muestra un espécimen instrumentado.



Foto 4.3 – Murete de adobe ensayado

De estos ensayos se obtuvo que el esfuerzo de rotura a compresión diagonal promedio (Fuerza aplicada entre área de una diagonal) fue del orden de 0.266 kgf/cm². Los resultados de los especímenes se presentan en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3 – Resultados de ensayos a compresión diagonal en muretes de adobe

Fuente: JICA y CEETyDES (2009)

Murete	P _{max} (t)	σ _{max} (kgf/cm ²)
M01	1.200	0.213
M02	0.775	0.137
M03	1.900	0.337
M04	1.925	0.341
M05	1.700	0.301

Las siguientes figuras (Fig.4.8, 4.9, 4.10, 4.11, y 4.12) presentan los resultados de los ensayos en las gráficas Carga – Desplazamiento de los especímenes antes mencionados.

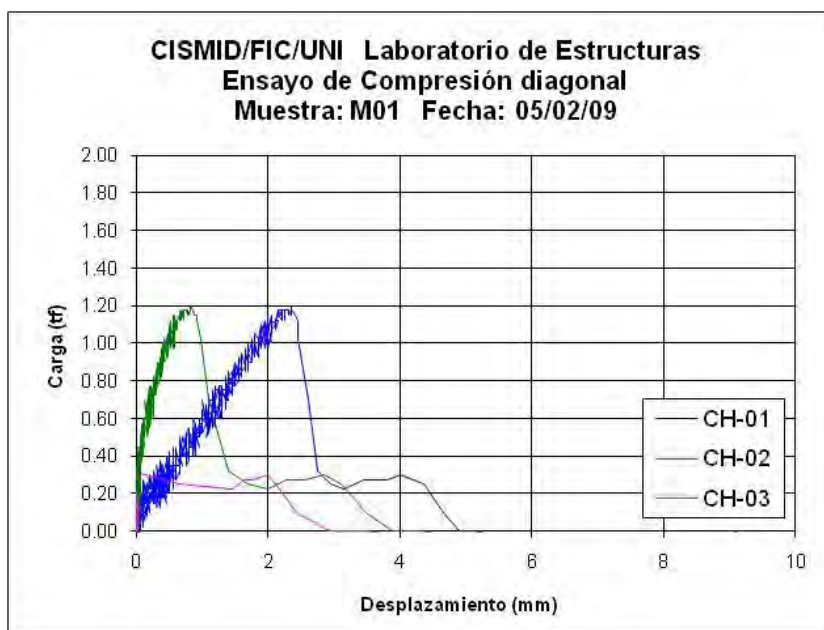


Fig. 4.8 – Curva Carga – Desplazamiento de ensayo en murete M01

Fuente: JICA y CEETyDES (2009)

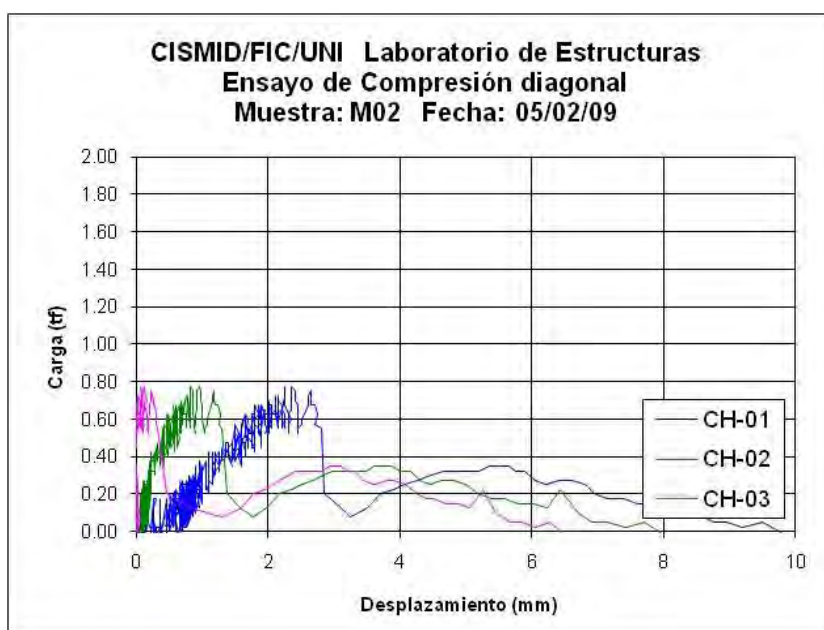


Fig. 4.9 – Curva Carga – Desplazamiento de ensayo en murete M02

Fuente: JICA y CEETyDES (2009)

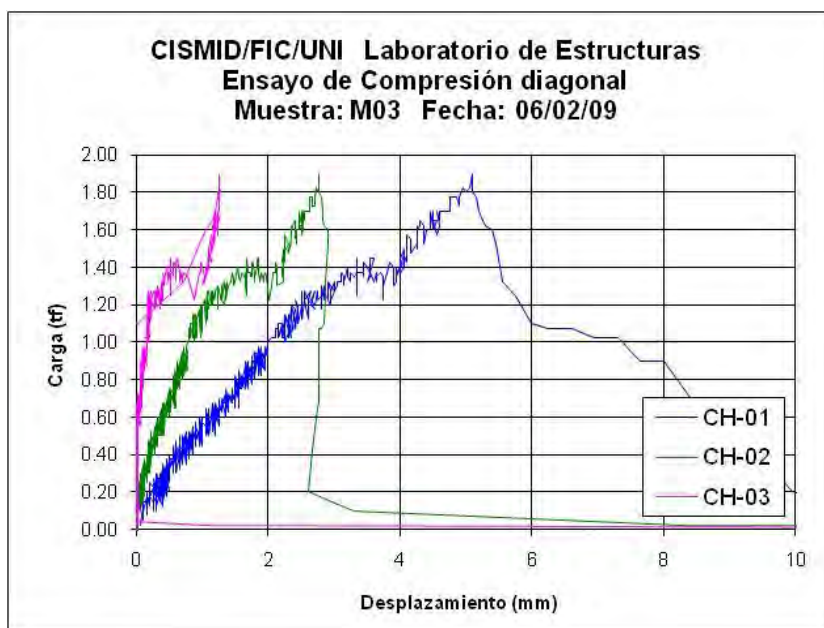


Fig. 4.10 – Curva Carga – Desplazamiento de ensayo en murete M03

Fuente: JICA y CEETyDES (2009)

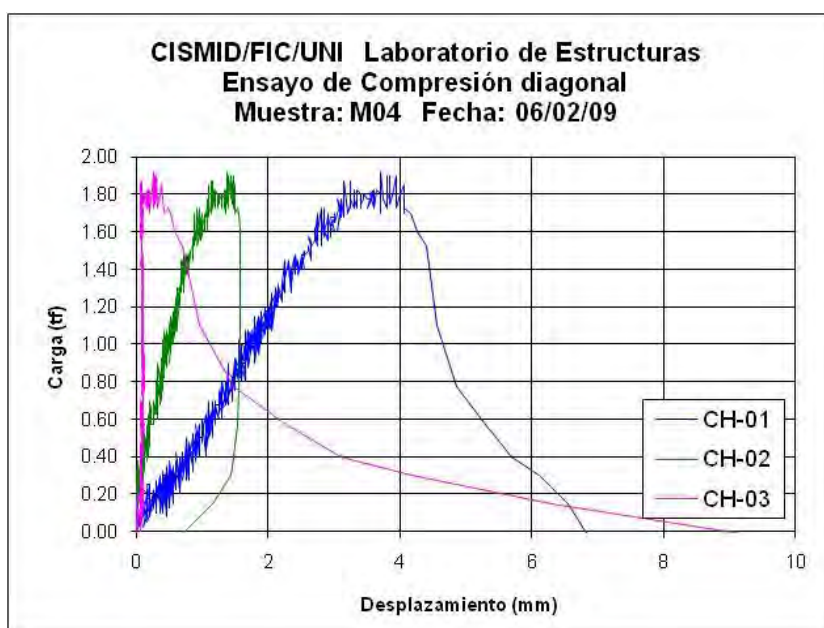


Fig. 4.11 – Curva Carga – Desplazamiento de ensayo en murete M04

Fuente: JICA y CEETyDES (2009)

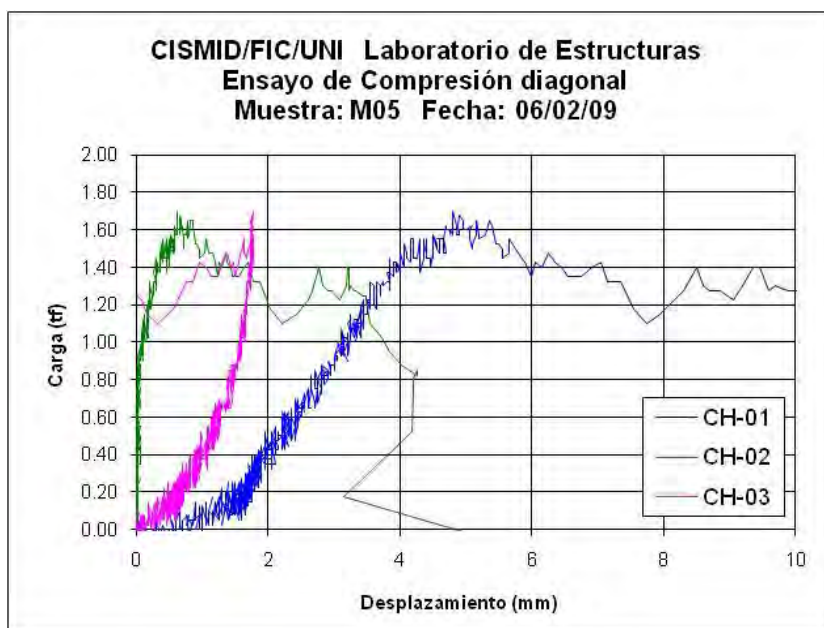


Fig. 4.12 – Curva Carga – Desplazamiento de ensayo en murete M05

Fuente: JICA y CEETyDES (2009)

De las gráficas se puede observar que los ensayos de compresión diagonal presentan una dispersión significativa mayor que la de los resultados obtenidos de ensayos a compresión axial.

4.1.3 Ensayo en muros de adobe

De la tesis para optar por el título profesional de ingeniero civil de la Universidad Nacional de Ingeniería de la Facultad de Ingeniería Civil se han seleccionado cuatro ensayos en muros de adobe. Las dimensiones promedio de los muros ensayados fueron de 2,30 m de altura, 2,45 m de longitud y 0,20 m de espesor lo que equivale a un muro de 17 hiladas con 6 adobes por hilada. Las juntas, tanto verticales como horizontales fueron de 1,5 cm de espesor.

El procedimiento llevado a cabo en el ensayo monotónico fue una adaptación del especificado en la norma ASTM E564 - 00e1 Standard Practice for Static Load Test for Shear Resistance of Framed Walls for Buildings.

La carga de empuje lateral fue aplicada a 1,18 m por sobre la parte superior de la base del espécimen (excepto en el ensayo del primer espécimen en el cual la carga fue aplicada en la parte superior), lo que coincide con el centro de gravedad del muro.

Para aplicar la dicha carga se utilizó un actuador electrohidráulico Shimadzu de 25 t capaz de operar bajo un rango de cargas de ± 5 t con desplazamientos de ± 200 mm. El equipo se maneja por medio de un controlador Shimadzu 9525 y una computadora IBM conectada a un convertidor análogo / digital con una tarjeta de GPIB. El montaje del equipo se puede observar en la Foto 4.4



Foto 4.4 – Montaje de equipo en ensayo de muros

Para adquirir los datos de desplazamiento del ensayo se empleó 5 transductores conectados a un sistema universal de adquisición de datos UCAM 5BT Kyowa el mismo que cuenta con conector GPIB que transfiere los datos a una computadora IBM donde se almacenan en cada paso las mediciones de los sensores.

En la Tabla 4.4 se presentan los resultados de carga máxima y máximo desplazamiento y en la Fig. 4.13 se presentan las curvas Corte vs. Desplazamiento lateral. En la tabla de resultados no se presenta aquel obtenido del espécimen MURO-01 ya que ese primer ensayo tuvo una falla no considerada, pero si se presentan la grafica de comportamiento correspondiente.

Tabla 4.4 – Carga máxima y desplazamiento máximo en muros ensayados

Espécimen	Carga máxima (t)	Desplazamiento máximo (mm)
MURO-02	1.052	6,659
MURO-03	1.170	7,537
MURO-04	1.237	8,487

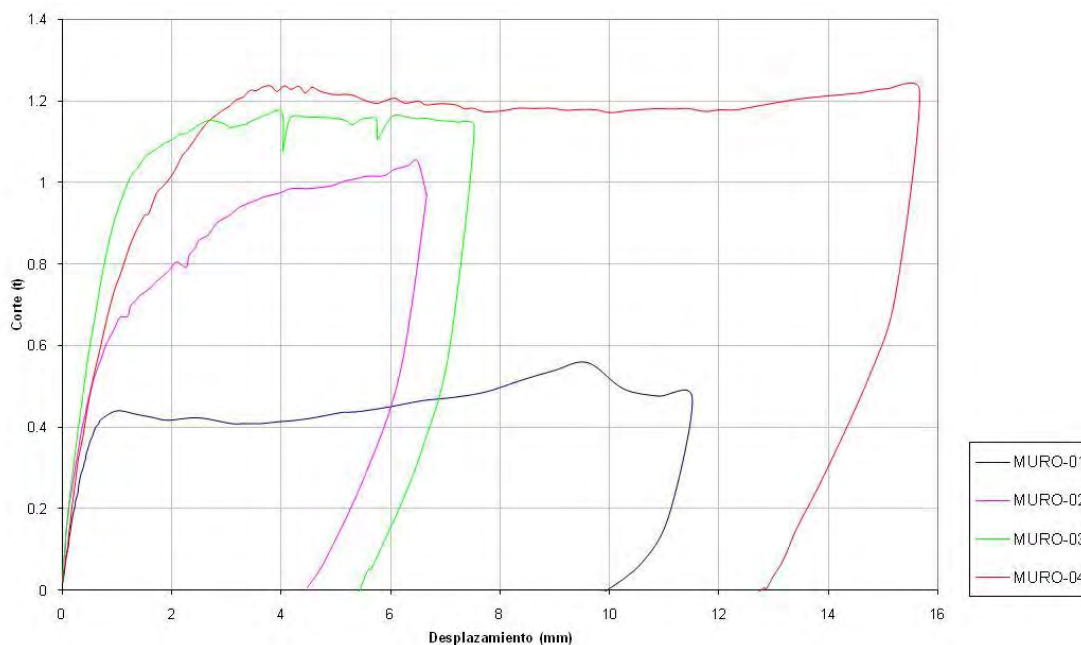


Fig. 4.13 – Grafica Corte – Desplazamiento de muros ensayados

En la grafica anterior se puede observar que los muros presentan un comportamiento lineal hasta una carga aproximada de 0.6 t y un desplazamiento de 0.9 mm. A partir de ese momento el comportamiento de los muros difieren uno del otro, sin embargo, el valor de la carga máxima que resiste presenta menos de 10% de variación respecto al valor promedio que es de 1.153 t.

Durante el ensayo se observó que la mayor parte de las fisuras se producen en las juntas de mortero de barro, especialmente en el área de contacto entre el bloque de adobe y el mortero. Esto mostró que las juntas son las áreas más frágiles del muro.

4.1.4 Ensayo en muretes de K. Díaz & J. Ríos

En el artículo “Alternativas de rehabilitación de adobe y tapia pisada” de K. Díaz & J. Ríos (2005) se trata de determinar el comportamiento sísmico de estructuras

construidas en tapia pisada sometidas a cargas dinámicas, para lo cual se hizo primero una caracterización general de las propiedades físicas y mecánicas de los materiales empleados. Se hicieron ensayos de compresión pura en muretes construidos en adobe y tapia. Las dimensiones típicas de los muretes fueron de 0.30 x 0.14 x 0.32 m para el caso del adobe y de 0.5 x 0.25 x 0.5 m para el caso de la tapia.

A continuación se presentan curvas típicas esfuerzo – deformación unitaria para el adobe y la tapia (K. Díaz & J. Ríos (2005)).

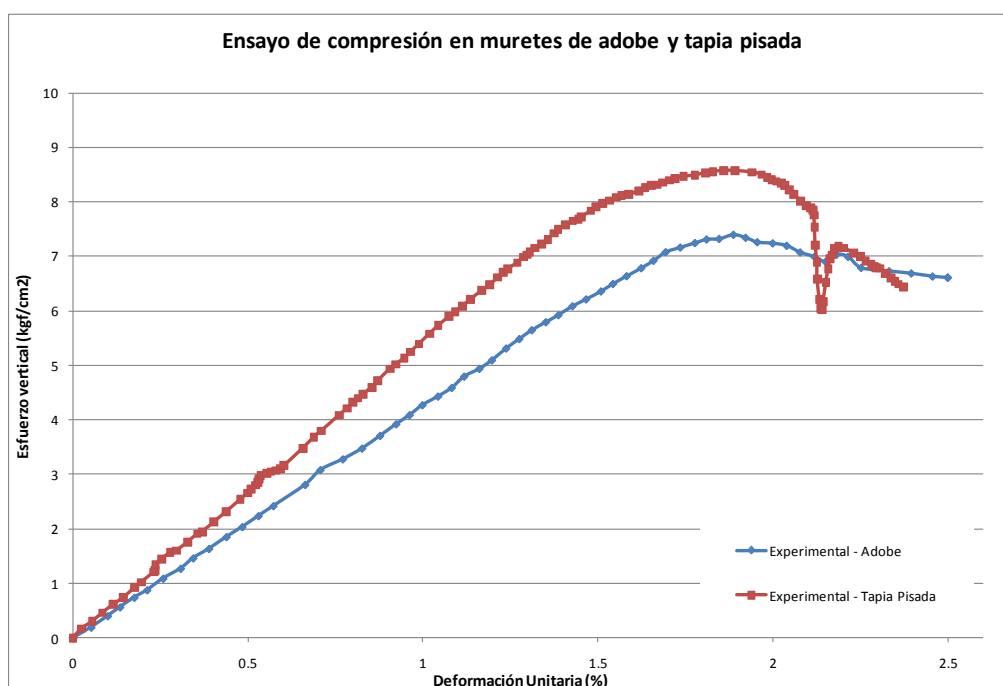


Fig. 4.14 - Curva Típica esfuerzo – deformación para los muretes de adobe y tapia pisada.

Fuente: K. Díaz & J. Ríos (2005)

Con respecto al valor promedio para el esfuerzo máximo a la compresión para muretes de adobe en dicho estudio se encontró que el este fue de 8 kgf/cm² con desviación estándar de 0.9 kg / cm², mientras que el valor promedio para el esfuerzo máximo a la compresión para muretes de tapia fue de 6 kgf/cm² con desviación estándar de 1.4 kgf/cm².

4.2 Programas de cómputo basados en elementos finitos

El método de elementos finitos (FEM por sus siglas en inglés) es ampliamente aplicado en la práctica de la ingeniería a través de un número de programas

modernos, dando grandes posibilidades para resolver problemas de análisis estructural. Esta familia de programas puede ser dividido globalmente en dos grupos: programas de propósito general y programas especializados.

Los programas de propósito general (como el ANSYS, NASTRAN, ABACUS, ADINA, PAK, DIANA) pueden ser usados para obtener simulaciones casi reales de estructuras. Los resultados obtenidos son luego sujetos a juicios ingenieriles con datos empíricos de los materiales, especificaciones de servicios y otros criterios más.

Los programas especializados en el campo de la ingeniería civil (tales como el SAP2000, STAAD, TOWER, ETABS) también se utilizan para modelar estructuras y los resultados pueden ser transferidos a algoritmos apropiados para el dimensionamiento o diseño de elementos estructurales de acuerdo a códigos seleccionados. La mayor parte de estos programas no pueden describir los problemas de no linealidad del material, permaneciendo sus resultados en la teoría lineal.

De esta manera, el software especializado mejora el rendimiento cuantitativo del diseñador durante el análisis mientras que el software de propósito general cambia el camino del diseñador a pensar en términos cualitativos, liberándolo de muchos de los compromisos y limitaciones del análisis lineal y elástico (Zoran Bonić, Todor Vacev et al (2010)).

Para poder modelar los especímenes a analizar considerando el problema de no linealidad del material y los diferentes estados de esfuerzos y deformaciones la selección más lógica es el uso de un programa de propósito general por lo cual, para el modelamiento y análisis de los especímenes se empleó en esta tesis el programa ADINA.

4.2.1 El programa ADINA

En el análisis estructural lineal el vector desplazamiento, el cual se establece con el equilibrio de las fuerzas externas e internas, puede ser calculado directamente resolviendo el sistema de ecuaciones correspondiente. En el análisis no lineal por elementos finitos, que es usado en el programa ADINA, las relaciones entre el vector de fuerzas y el vector desplazamiento son no lineales por lo cual la solución al

problema es la discretización en el espacio (una red de elementos finitos) y en el tiempo (incrementos de tiempo).

La esencia del procedimiento incremental para resolver problemas de no linealidad del material está en que el comportamiento no lineal se aproxima a uno lineal en pequeños pasos, y en cada paso se aplica la ley de comportamiento lineal del material. Para alcanzar el equilibrio en cada incremento se usan procedimientos iterativos, de tal manera que la combinación de estos dos procedimientos es llamado procedimiento incremental-iterativo. Para resolver los problemas de análisis no lineal se puede utilizar los procesos de Newton-Raphson, donde la carga total es dividida en una serie de cargas incrementales y cada una de ellas en muchos pasos de carga.

El programa ADINA posee una librería de comportamiento de materiales dentro de los cuales podemos encontrar aquellos llamados modelos de materiales geotécnicos, estos modelos pueden ser usados para elementos 2-D y 3-D. Dentro de estos materiales podemos encontrar modelos de comportamiento como el de Cam-Clay, Mohr-Coulomb y Drucker-Prager

4.3 Determinación de las propiedades del material

El primer paso para iniciar el modelamiento del adobe es el de estimar las propiedades del material a ser utilizados en el análisis por ello se ha buscado en la bibliografía disponible los parámetros que definan el comportamiento no lineal del adobe, no habiéndose podido encontrar alguna investigación previa en donde se presenten los valores necesarios para el análisis no lineal del adobe, solo se ha encontrado valores referenciales para el caso del análisis elástico-lineal. Debido a que en algunos manuales e investigaciones se ha recomendado que el suelo apropiado para la fabricación de las unidades de adobe deba contener entre 25% y 45% de arcillas y limos y el porcentaje restante de arena, se ha buscado las propiedades que definan el comportamiento de este tipo de suelos. Las propiedades de algunos materiales geotécnicos se resumen en la tabla siguiente.

Tabla 4.5 – Propiedades de materiales geotécnicos

Tipo	E (Tonf/m ²)	ν (-)	c (Tonf/m ²)	ϕ (°)	Ψ (°)	Fuente
Suelo no saturado	100	0.3	15	30	0	Mroginski, Javier et al (2006)
Roca	24500	0.3	10	22	10	X. Wang; K.J. Bathe; J. Walczak (2001)
Arcillas	-	-	0.1	29.5	0	Osvaldo N. Ledesma; Alejo O. Sfriso (2009)
Adobe	11700	-	-	-	-	Luis E. Yamin; Ángel E. Rodríguez et al (2003)
Mortero Arena- Limo	6300	0.25	-	-	-	Barry T. Ronsson; Thomas E. Boothby (1998)
Suelo cohesivo	1000	0.3	0.5	20	2	MaríaJosé López Villar; Manuel Guaita Fernández et al (2000)
Suelo granular	8150	0.3	0.05	30	5	MaríaJosé López Villar; Manuel Guaita Fernández et al (2000)

Como se puede apreciar existe una gran variabilidad en los valores de las propiedades del material a utilizar en el modelamiento, especialmente en el módulo de elasticidad. Debido a esto se ha tenido que estimar algunos valores para las propiedades del material en función al ensayo en compresión en pilas así como en ensayos triaxiales UU llevados a cabo para la presente tesis.

En el caso del criterio de Drucker-Prager se requieren los siguientes parámetros:

E: Modulo de elasticidad

ν : modulo de Poisson

α : parámetro para la función de fluencia

κ : fluencia inicial

W: parámetro de endurecimiento de limite a la compresión

D: parámetro de endurecimiento de limite a la compresión

X^0 : posición inicial del límite a la compresión

T: Esfuerzo máximo de tracción

4.3.1 Ensayos de laboratorio

Para la estimación de algunos de los parámetros antes mencionados se ha llevado a cabo dos conjuntos de ensayos triaxiales cada uno compuesto por tres probetas.

La finalidad de fabricar las probetas de adobe en el laboratorio fue la de realizarlo bajo las mismas condiciones que se presentan en la vida cotidiana. La materia prima empleada para realizar las probetas fueron ladrillos de adobe restantes de anteriores ensayos. Se disgregó las unidades existentes y a esta tierra se le añadió paja de arroz, cortada en trozos de aproximadamente 2 cm de longitud y agua en cantidad. Esto se dejó reposando por un día para que el material se hidrate.

Las dimensiones de las probetas fueron de 4.85 cm de diámetro y 9.5 cm de alto, debido a los requerimientos de la máquina de ensayo triaxial.

El molde empleado fue hecho tubo de PVC de 2", para facilitar el proceso de desmoldado (Ver Foto 4.5). Dentro de estos moldes se coloca el adobe y se deja secar por al menos 5 días para su posterior desmoldado. Luego del desmoldado las probetas se dejaron secar por 15 días más antes de los ensayos.



Foto 4.5 – Moldes empleados en la fabricación de las probetas

El procedimiento del ensayo consiste en colocar una muestra cilíndrica del material dentro de una membrana de caucho o goma, que se introduce en una cámara especial y se le aplica una presión igual en toda dirección. Alcanzado ese estado de equilibrio, se aumenta la presión normal ó axial (σ_1), sin modificarla las presiones laterales aplicadas (σ_3), hasta que se produzca la falla.

Se realizaron 3 pruebas por conjunto, con presiones laterales diferentes de 1 kgf/cm², 2 kgf/cm² y 4 kgf/cm². En un gráfico se dibujaron los círculos de Mohr que representan los esfuerzos de falla de cada muestra donde luego se traza una tangente o envolvente a éstos para determinar los parámetros ϕ (ángulo de fricción) y c (cohesión) de las muestras. Dependiendo del tipo de suelo y de las condiciones en que éste trabajará, las alternativas para realizar el ensayo pueden ser consolidado no drenado (CU), no consolidado no drenado (UU) o consolidado drenado (CD). Debido a las características de cómo trabajan las unidades de albañilería y bajo qué condiciones, se decidió llevar a cabo un ensayo no consolidado no drenado (UU).

En este tipo de ensayo triaxial UU, la válvula de drenaje se mantiene cerrada en todo el ensayo y antes de que la muestra tenga posibilidades de consolidarse. El ensayo comienza inmediatamente después de aplicada la presión de confinamiento.

El equipo necesario para llevar a cabo este ensayo es el siguiente:

- Máquina de compresión, provista de un sistema de lectura de cargas y deformaciones de 0,01 mm de precisión.
- Cámara triaxial. Equipo compuesto de un pistón, un tubo de cristal o cámara de presión y conexiones para producir en la muestra vacío, presión, saturación o drenaje por medio de válvulas de paso
- Membrana de caucho o goma.
- Un moldeador de muestra o expansor de membrana.
- Bomba de vacío y fuente de presión.
- Herramientas y accesorios.

Parte de estos equipos se observa en las Fotos 4.6 y 4.7.

Durante el ensayo del primer conjunto de probetas se utilizó un equipo con capacidad de carga de 500 kgf, el cual fue suficiente para ocasionar la falla de las dos primeras

muestras. Sin embargo, al ensayar la última muestra este equipo no generó la suficiente carga para producir la falla, por cual se decidió continuar el ensayo en el otro equipo de mayor capacidad (2800 kgf). Todo el segundo conjunto de muestras fue ensayado en el equipo con mayor capacidad de carga.



Foto 4.6 – Equipo para el ensayo triaxial
(capacidad 500 kgf)



Foto 4.7 – Equipo para el ensayo triaxial
(capacidad 2800 kgf)

El procedimiento de cálculo se puede resumir en los siguientes pasos:

1. Calcular la altura inicial (L_0) de la probeta, como la media aritmética de las lecturas realizadas.
2. Determinar el diámetro (D) de la probeta:

$D = \frac{d_i + 2 \cdot d_m + d_s}{4} (cm)$	(4.1)
--	-------

Donde:

- d_i = diámetro inferior (cm)
- d_m = diámetro medio (cm)
- d_s = diámetro superior (cm)

3. Calcular el área (A) y el volumen (V) de la probeta:

$A = \pi * D / 2^2 \text{ cm}^2$ $V = A * L_o \text{ cm}^3$	(4.2)
---	-------

4. Calcular la deformación unitaria (ε) para cada aplicación de carga, mediante la expresión:

$\varepsilon = \Delta L / L_o$	(4.3)
--------------------------------	-------

Donde: ΔL = variación de altura de probeta (cm)

5. Calcular el área corregida (A_c) para cada aplicación de carga, mediante la expresión:

$A_c = A / 1 - \varepsilon \text{ cm}^2$	(4.4)
--	-------

6. Calcular el esfuerzo deviator (σ_c), mediante la expresión:

$\sigma_c = P / A_c \text{ kgf / cm}^2$	(4.5)
---	-------

Donde: P = carga aplicada (kgf)

7. Graficar la deformación unitaria contra el esfuerzo deviator para cada presión de confinamiento.
8. Dibujar los círculos de Mohr para todos los ensayos sobre un mismo gráfico y trazar una tangente ó envolvente a estos. Obtener los parámetros ϕ y c de la muestra (Fig. 4.15), midiendo la pendiente de la tangente, que corresponderá al ángulo de fricción interno (ϕ) y la intercepción con la ordenada, que corresponderá a la cohesión (c).

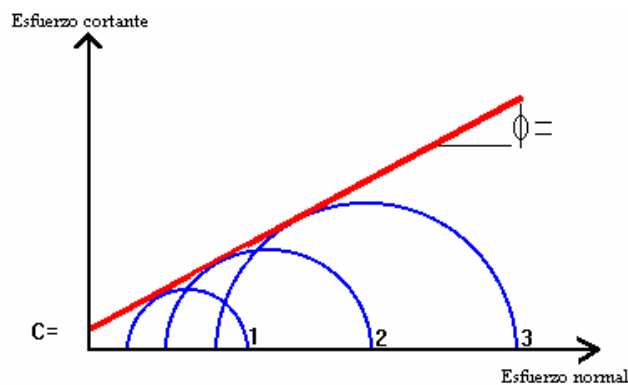


Fig. 4.15 – Estimación de los parámetros ϕ y c de una muestra.

En las Fig. 4.16 y 4.17 se observan los resultados del Esfuerzo desviador – Deformación para los conjuntos de probetas ensayados.

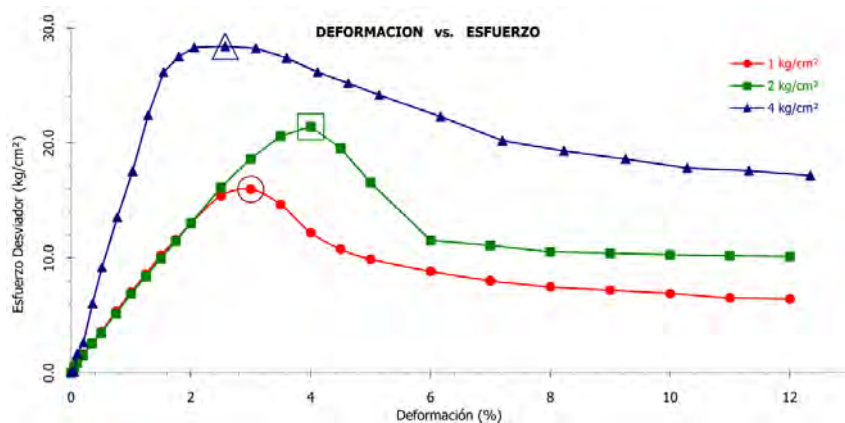


Fig. 4.16 – Esfuerzo Desviador vs. Deformación – Set 1.

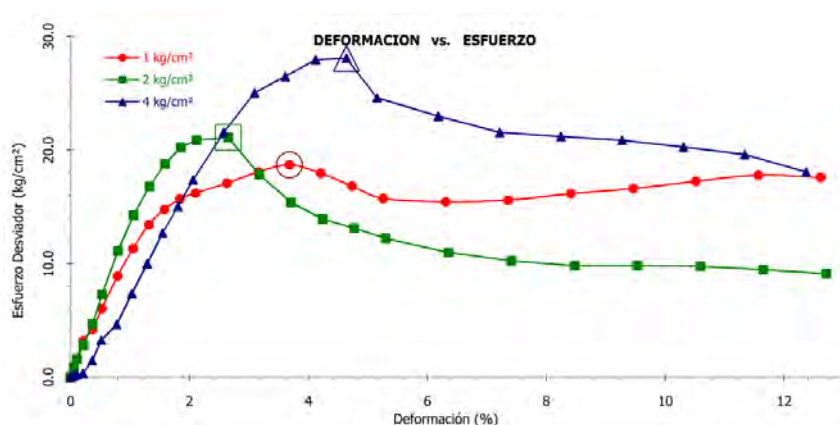


Fig. 4.17 – Esfuerzo Desviador vs. Deformación – Set 2.

Como se puede observar de la Fig. 4.16, la curva proveniente del ensayo de la última muestra, cuyo esfuerzo de confinamiento fue de 4 kgf/cm^2 , tiene una mayor pendiente

que las dos anteriores. Esto debido a que dicha muestra tuvo un proceso de “consolidación” previa, ya que fue ensayada inicialmente en un equipo con una capacidad máxima que no ocasionó su falla, siendo luego dicha muestra nuevamente ensayada en otro equipo de mayor capacidad.

En base al historial de carga y deformación se trazaron los círculos de Mohr para los 2 conjuntos de probetas, encontrándose con estos los respectivos valores de ángulo de fricción y cohesión. Los círculos de Mohr obtenidos se observan en las Fig. 4.18 y 4.19.

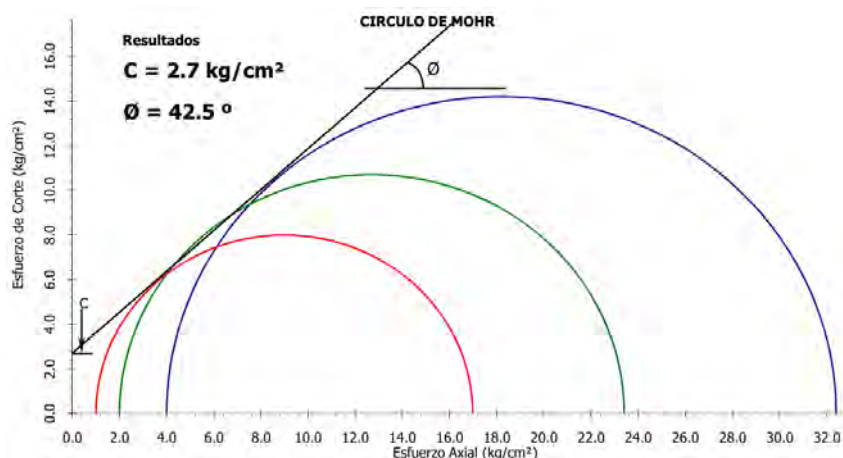


Fig. 4.18 – Diagramas de círculos de Mohr – Conjunto 1.

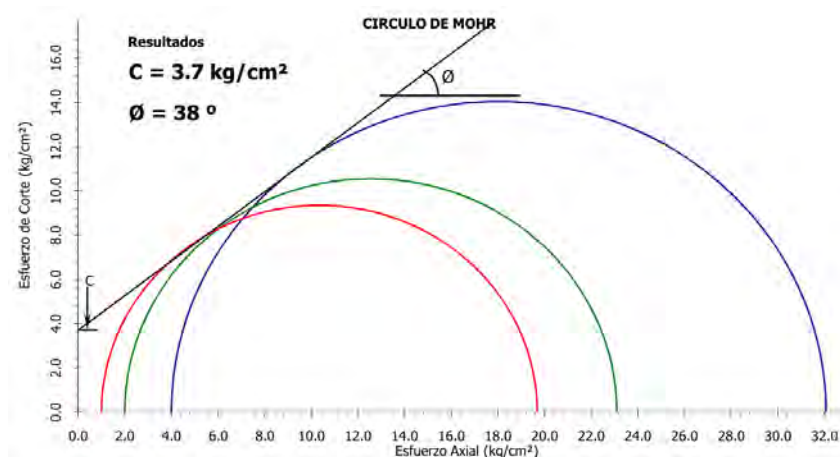


Fig. 4.19 – Diagramas de círculos de Mohr – Conjunto 2.

Los resultados se pueden observar en el Anexo 1. De estas pruebas se obtuvieron los siguientes valores para ϕ y c .

Tabla 4.6 – Valores de ϕ y c obtenidos de ensayos triaxiales UU en probetas

Conjunto	ϕ ($^{\circ}$)	c (kgf/cm 2)
1	42.5 $^{\circ}$	2.70
2	38 $^{\circ}$	3.70
Promedio	40.25 $^{\circ}$	3.20

4.3.2 Procedimiento de evaluación de las constantes del material

Estimación de los parámetros elásticos (E , ν)

Para la estimación de E y ν se hizo uso de las curvas obtenidas en ensayos de compresión de pilas. En la Fig. 4.20 se puede observar las curvas resultantes de dichos ensayos en el gráfico Deformación Unitaria – Esfuerzo Vertical. La deformación unitaria es medida en el eje vertical, mientras que el esfuerzo aplicado es el estimado en la parte superior de la pila.

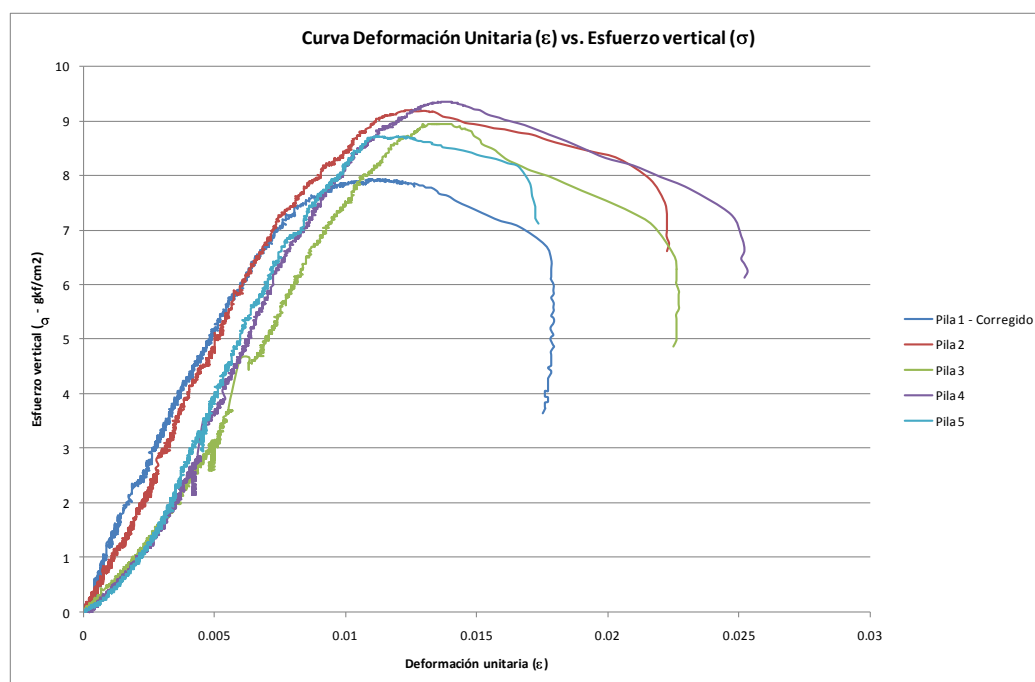


Fig. 4.20 – Resultado de ensayo de compresión en pilas de adobe

La estimación del módulo de elasticidad se llevó a cabo considerando para el análisis dos intervalos de esfuerzos de las curvas obtenidas de los ensayo. El primer intervalo va desde un valor de 0 kgf/cm 2 hasta 2.33 kgf/cm 2 , este ultimo valor corresponde a

aproximadamente 1/4 del máximo esfuerzo observado en las curvas. El segundo intervalo utilizado para la estimación del E corresponde a valores de esfuerzo que varían entre 2.33 kgf/cm² y 4.66 kgf/cm² (1/4 y 1/2 del máximo valor).

En el caso del análisis del primer intervalo se hizo una regresión lineal, obteniéndose valores de E (módulo de elasticidad) y R² para cada pila ensayada. Las ecuaciones de estas curvas se pueden observar en la Fig. 4.21

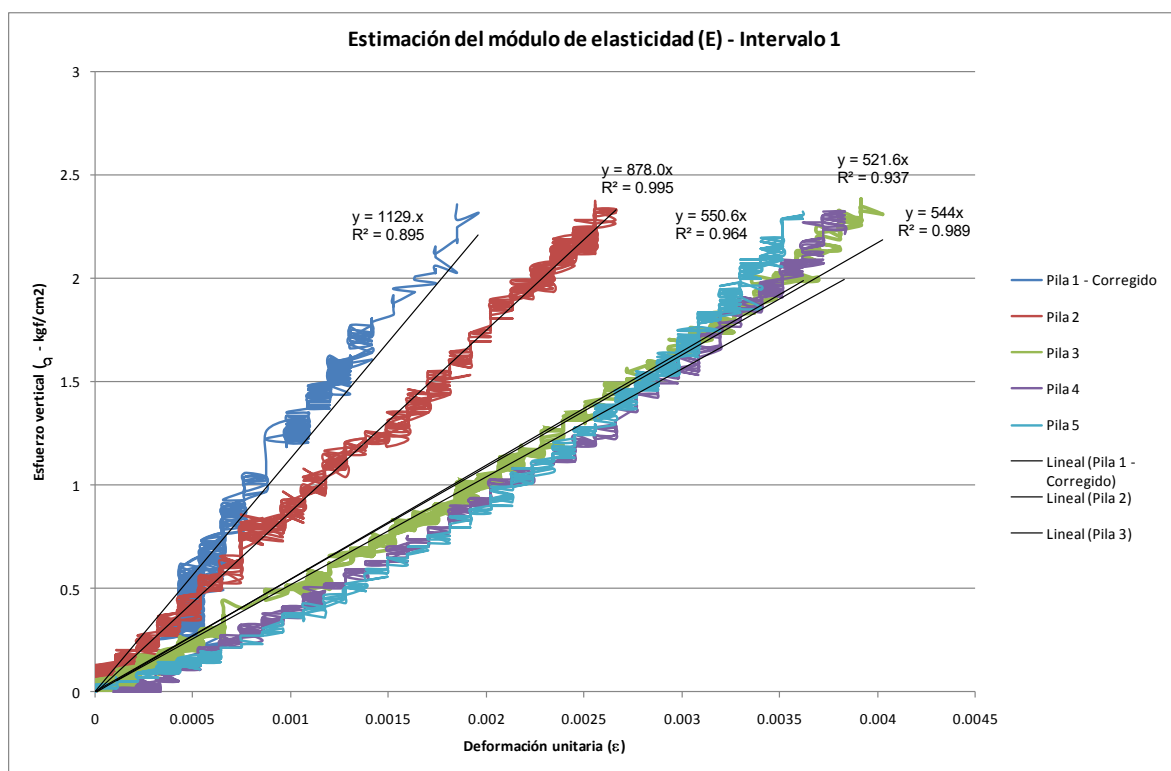


Fig. 4.21 – Estimación del módulo de elasticidad (E) en el Intervalo 1

En la Tabla 4.7 se presenta un resumen de los valores obtenidos para cada ensayo. El promedio de los módulos de elasticidad (para este primer intervalo) es de 724.52 kgf/cm².

Tabla 4.7 – Valores de E obtenidos para cada pila ensayada en intervalo 1

Pila	E (kgf/cm ²)	R ²
P01	1129	0.895
P02	878	0.995
P03	544	0.989
P04	521.6	0.937
P05	550.6	0.964

Siguiendo la misma metodología, se hicieron regresiones lineales para los datos de las curvas en el intervalo 2. Las expresiones de estas curvas se pueden observar en la Fig. 4.22

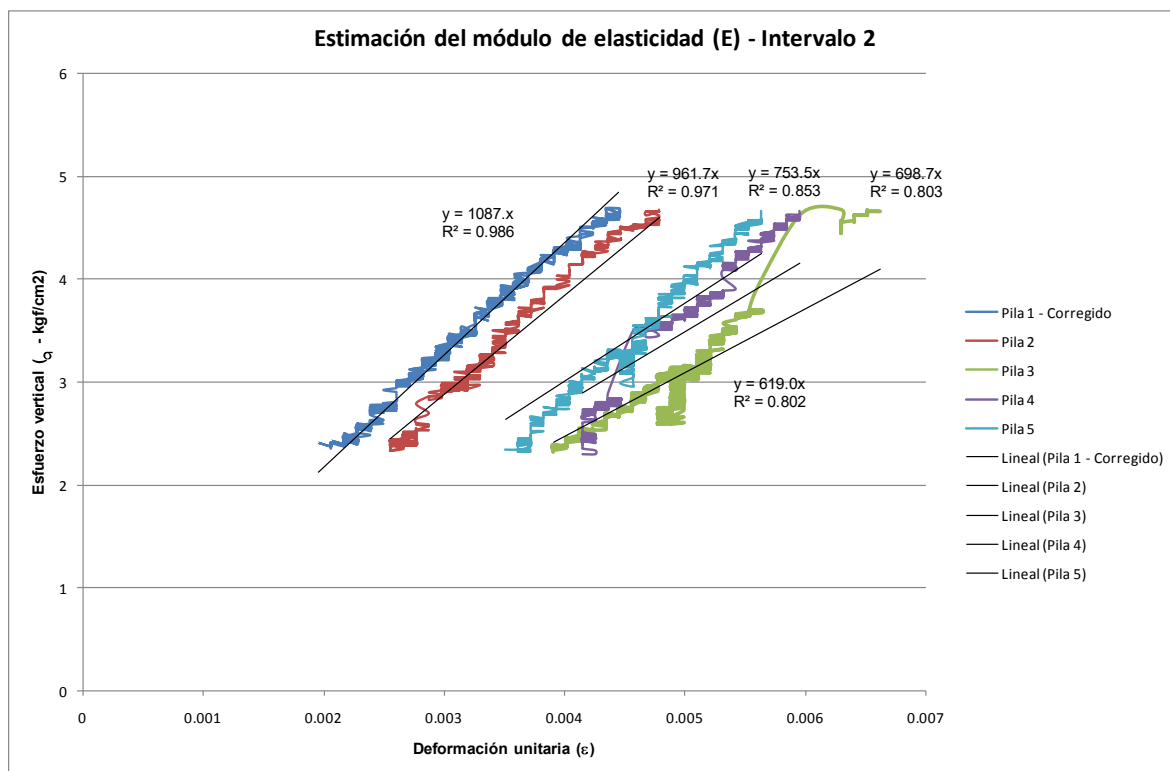


Fig. 4.22 – Estimación del módulo de elasticidad (E) en el Intervalo 2

En la Tabla 4.8 se resumen los valores de E obtenidos de dichas. El valor promedio del módulo de elasticidad fue 820.3 kgf/cm².

Tabla 4.8 – Valores de E obtenidos para cada pila ensayada en intervalo 2

Pila	E (kgf/cm ²)	R ²
P01	1087	0.986
P02	961.7	0.971
P03	619	0.802
P04	698.7	0.803
P05	735.3	0.853

Reconociendo la variabilidad del material, a partir de los resultados precedentes se puede considerar conveniente utilizar un valor de módulo de elasticidad igual a 800 kgf/cm².

Para el caso del valor del módulo de Poisson (ν) propone usar un valor de 0.25, debido a la poca variación de los valores observados en la bibliografía revisada.

Estimación de los parámetros que definen la envolvente de falla (α , κ)

Los parámetros (α , κ) son los que definen lo que es la envolvente de falla de Drucker-Prager. Estos parámetros pueden ser estimados usando el ángulo de fricción interna (ϕ) y la cohesión (c) obtenidos del ensayo de compresión triaxial convencional usando las siguientes expresiones

$\alpha = \frac{2\text{Sen}(\phi)}{\sqrt{3(3 - \text{Sen}(\phi))}}$	(4.6)
---	-------

$\kappa = \frac{6c\text{Cos}(\phi)}{\sqrt{3(3 - \text{Sen}(\phi))}}$	(4.7)
--	-------

Debido a la diferencia muy marcada entre los valores de ϕ y c obtenidos para los dos conjuntos de probetas ensayadas, se decidió usar otra metodología para estimar los parámetros antes mencionados.

Como se puede observar de la ecuación que define la superficie de fluencia de Drucker-Prager, ésta se puede expresar en términos del primer invariante de esfuerzos (I_1) y del segundo invariante de esfuerzos deviatoricos (J_{2D}) como se puede apreciar en la siguiente expresión

$\sqrt{J_{2D}} = \alpha (I_1) + \kappa$	(4.8)
---	-------

Por lo tanto se han calculado estos valores de invariantes para los ensayos de los cuales se tiene información (ensayo en pila de adobe y en ensayo triaxial en probetas de adobe). En las siguientes gráficas se presentan la historia de esfuerzos de los ensayos en pilas y probetas de adobe. Se puede observar que estas tienen puntos máximos que representan la línea donde el material llega a la superficie de fluencia, por lo tanto se usarán dichos puntos para estimar dicha superficie.

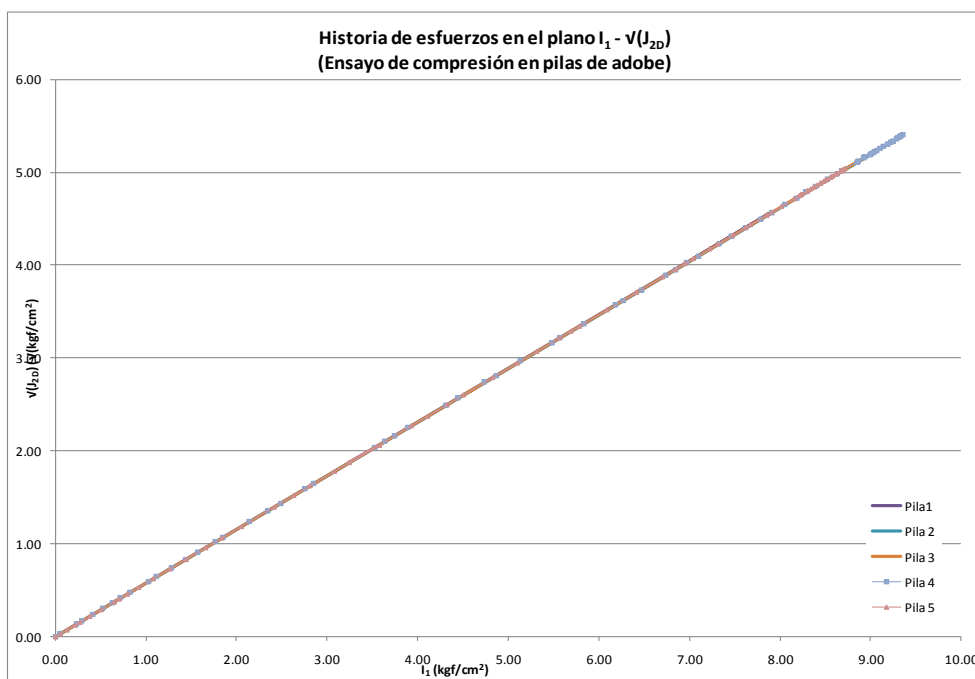


Fig. 4.23 – Historia de esfuerzos de los ensayos en pilas de adobe

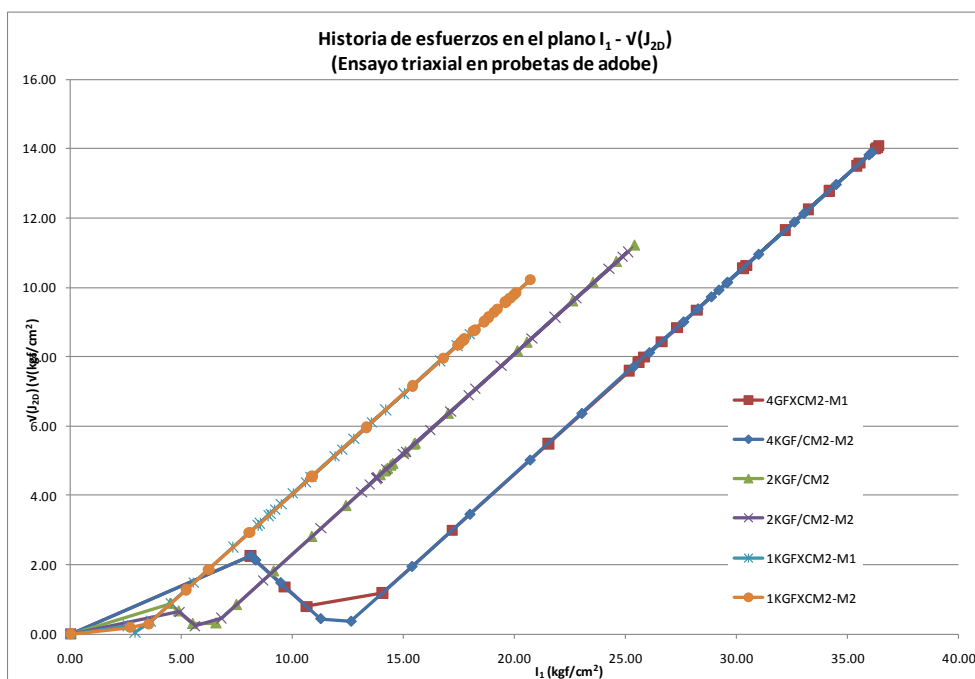


Fig. 4.24 – Historia de esfuerzos de los ensayos en probetas de adobe

En las figuras anteriores se puede apreciar el comportamiento lineal del material antes de llegar a la falla. En el caso de los resultados de las pilas se observa al inicio un reacondo de los equipos.

En la siguiente tabla se listan los valores máximos observados de los ensayos.

Tabla 4.9 – Valores máximos de I_1 y $\sqrt{J_{2D}}$ obtenidos de ensayos en pilas y probetas de adobe

Ensayo	σ_c (kgf/cm ²)	I_1 (kgf/cm ²)	$\sqrt{J_{2D}}$ $\sqrt{\text{kgf/cm}^2}$
Pila1	0	7.93	4.58
Pila2	0	9.20	5.31
Pila3	0	8.94	5.16
Pila4	0	9.35	5.40
Pila5	0	8.70	5.02
Set1-M1	1	17.98	8.65
Set1-M2	1	20.69	10.21
Set2-M1	2	25.41	11.21
Set2-M2	2	25.1	11.03
Set3-M1	4	36.4	14.09
Set3-M2	4	36.07	13.90

Estos puntos máximos son presentados en el plano I_1 vs $\sqrt{J_{2D}}$ (Fig. 4.25).

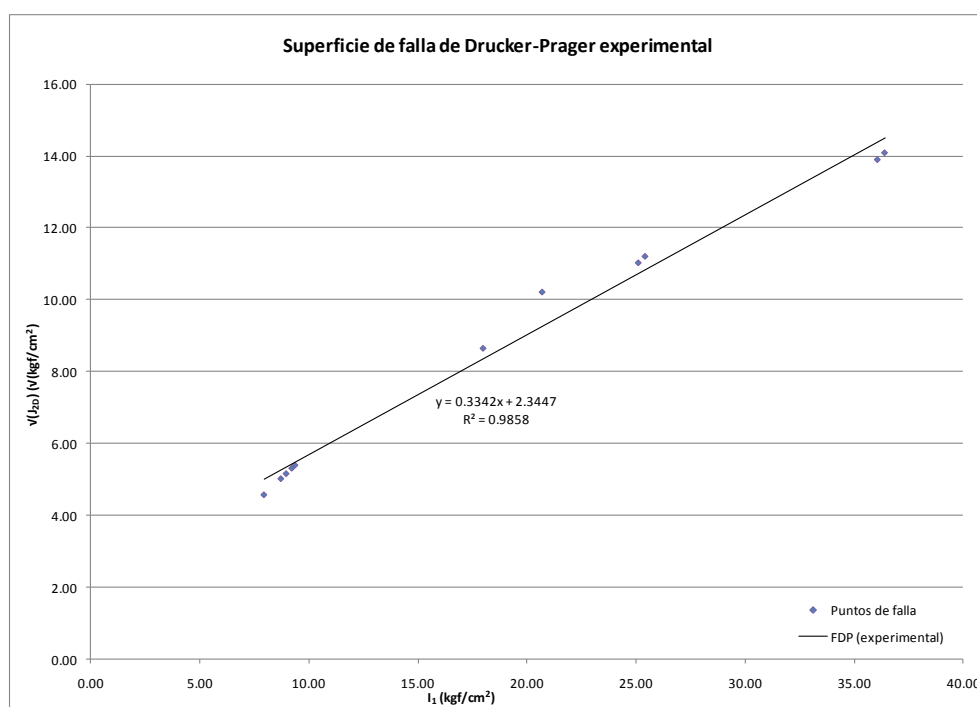


Fig. 4.25 – Superficie de falla de Drucker-Prager obtenida de ensayos

Ya que estos puntos deben pasar por una línea se hizo una regresión lineal encontrándose que la ecuación de dicha línea es

$$\sqrt{J_{2D}} = 0.3342(I_1) + 2.3447$$

(4.9)

Si se hace una comparación con la fórmula que expresa el criterio de falla de Drucker-Prager se tendría que

$$\alpha = 0.3342$$

$$\kappa = 2.3447 \text{ kgf/cm}^2$$

Adicionalmente se puede observar que todos los puntos se adecuan a la línea trazada ya que tiene un valor de coeficiente de correlación (R^2) muy cercano a 1, esto estaría indicando que la falla por corte en las muestras se da en la línea de Drucker-Prager.

Estos valores de α y κ obtenidos de los ensayos corresponden a valores de ϕ y c usando las Ecs. (4.6) y (4.7) de $\phi = 42.33^\circ$ y $c = 2.3445 \text{ kgf/cm}^2$.

Estimación de los parámetros que definen el límite a la compresión (W, D, X^0)

Los valores de los parámetros W y D pueden ser estimados a través de resultados obtenidos de ensayos hidrostáticos (Desai (1984)), esto debido a su significado físico (W representa la deformación unitaria volumétrica a compresión última y D caracteriza la velocidad de la deformación volumétrica con respecto al esfuerzo hidrostático de compresión (Kojic (2005)) pero como se puede apreciar de la Fig. 4.25 la falla se da en la superficie definida por el criterio de Drucker-Prager, es decir, no se llega al límite a la compresión con lo cual se puede decir que la posición inicial del límite a la compresión debe ser mayor a 36.4 kgf/cm^2 tomándose para el presente caso un valor de 40 kgf/cm^2

De la bibliografía revisada (Kojic, Milos; Bathe, Klaus-Jurgen (2005)) se ha encontrado que para suelos el valor de W varía entre 0.066 y 0.18 mientras que el parámetro D varía entre 0.00953 y $0.711 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^{-1}$. Los valores considerados son de 0.18 para W y de $0.711 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^{-1}$ para D.

Estimación de otros parámetros (T)

Para el modelamiento de la falla del material debido a efectos de tracción se utiliza un límite (T) el cual para el material en estudio es casi cero ya que este admite poco o casi nulo esfuerzo de tracción.

Resumen de valores estimados

Los parámetros utilizados en el modelamiento del comportamiento del adobe están relacionados al tipo de comportamiento que se desea representar. Para el modelamiento del comportamiento del adobe se han utilizado 2 casos: 1) comportamiento elástico lineal (referencial) y 2) comportamiento no lineal modelo de Drucker-Prager.

En el caso de representar el comportamiento elástico se utilizaron los siguientes parámetros:

Tabla 4.10 – Valores considerados para los parámetros del comportamiento elástico lineal del adobe

Parámetro	Descripción	Valor
E	Módulo de elasticidad	800 kgf/cm ²
ν	Módulo de Poisson	0.25

Para considerar un comportamiento no lineal usando el modelo de Drucker-Prager con límite a la compresión se utilizaron los parámetros mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 4.11 – Valores considerados para los parámetros del modelo no lineal de Drucker-Prager del adobe

Parámetro	Descripción	Valor
E	Módulo de elasticidad	800 kgf/cm ²
ν	Módulo de Poisson	0.25
α	Parámetro de Drucker-Prager	0.3342
κ	Parámetro de Drucker-Prager	2.345 kgf/cm ²
W	Parámetro del cap	0.18
D	Parámetro del cap	0.711
Xo	Ubicación inicial del cap	40 kgf/cm ²

4.4 Validación del modelo utilizado

Simulación de ensayo a compresión pilas de adobe

Para la simulación del ensayo en compresión en las pilas de adobe se ha hecho uso de elementos isoparamétricos sólidos tridimensionales de ocho nudos debido a que los efectos de flexión no son significativos. Este tipo de elemento es usado en análisis tridimensionales generales.

Las dimensiones de las pilas modeladas fueron de 37cm de lado en la base y una altura de 47cm. Para la elaboración del modelo matemático se ha usado solamente una cuarta parte de la pila. En la siguiente figura se muestra un esquema del modelo geométrico usado en el análisis numérico.

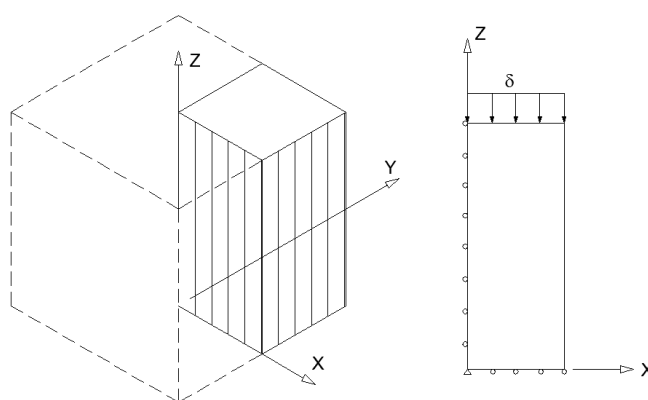


Fig. 4.26 – Esquema de modelo de las pilas de adobe usado en el programa ADINA

En la Fig. 4.26 se observan las condiciones de borde asignadas al modelo. Una vez definido el modelo geométrico se define la discretización del dominio así como las condiciones de borde. Para la discretización del elemento se han generado elementos isoparamétricos de 2cm de lado como máximo. Con respecto a las restricciones de desplazamiento, en la parte inferior del modelo se restringe el desplazamiento en los eje X e Y; la cara interior ubicada en el plano YZ posee restringido los desplazamientos en X y la cara interior ubicada en el plano XZ posee restringido los desplazamientos en Y. Las caras exteriores y la superior no se asignaron restricciones. El límite correspondiente al eje de la pila está restringido al desplazamiento en X e Y y el origen del sistema está restringido a todos los posibles desplazamientos. En la Fig. 4.27 se puede observar el modelo utilizado.

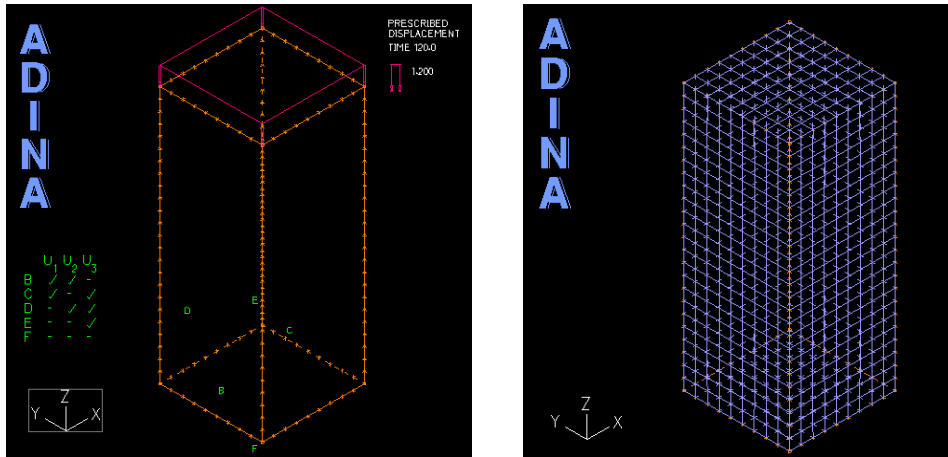


Fig. 4.27 – Izquierda: condiciones de borde y cargas aplicadas al modelo. Derecha: malla de elementos finitos

El sistema de cargas asignado al modelo fue desplazamientos prescritos en la cara superior. La variación de estos desplazamientos fue lineal desde 0 cm hasta 1.2 cm, variando cada 0.01cm

En la siguiente figura se presenta los resultados de las curvas deformación unitaria vertical vs esfuerzo vertical experimentalmente obtenidas y de las simulaciones considerando el comportamiento lineal y no lineal del material.

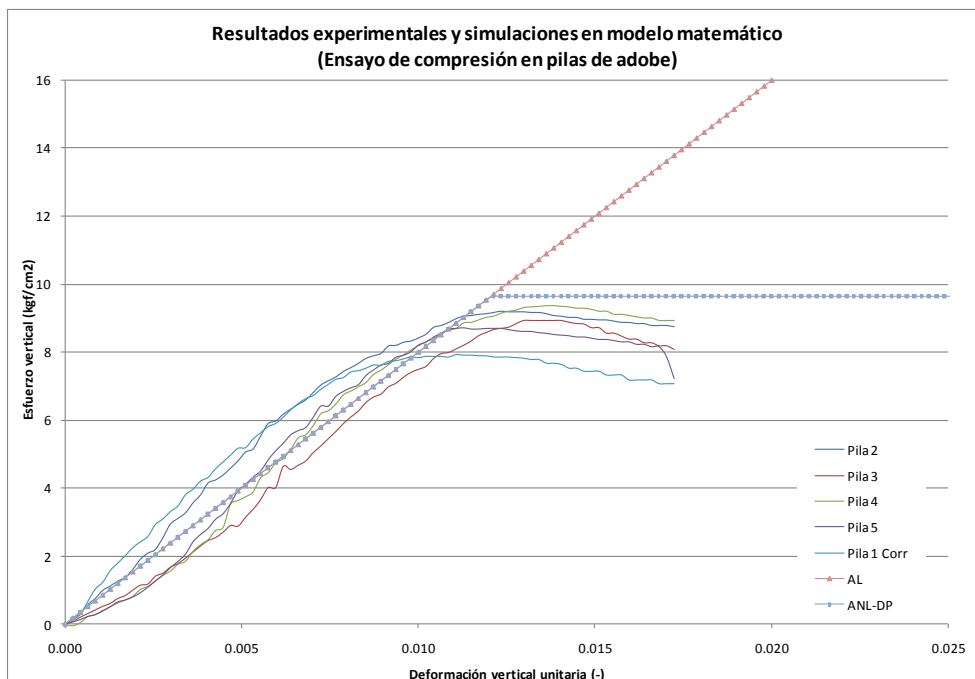


Fig.4.28 – Esfuerzo vertical vs Deformación unitaria en pilas de adobe (experimental y simulación numérica)

En la siguiente tabla se presentan los máximos esfuerzos a la compresión obtenidos

Tabla 4.12 – Esfuerzos verticales máximos obtenidos de ensayos y simulaciones (compresión en pilas de adobe)

Ensayo	σ_{axial} Máximo (kgf/cm ²)	σ_{axial} Promedio (kgf/cm ²)	σ_{axial} Teórico (kgf/cm ²)	error relativo ¹ (%)
Pila1	7.93	8.77	9.64	9.94
Pila2	9.20			
Pila3	8.94			
Pila4	9.35			
Pila5	8.72			

1. Error relativo medido con respecto a σ_{axial} Promedio

De estos resultados se puede apreciar una correspondencia aceptable entre las mediciones y los modelos para el caso del criterio de Drucker-Prager. En comparación con el comportamiento observado experimentalmente se aprecia una transición menos gradual entre el comportamiento elástico y el estado plástico del suelo. También se pudo apreciar que el nivel de falla o resistencia última es simulado adecuadamente por el modelo de Drucker-Prager.

Simulación de ensayo triaxial en probetas de adobe

Para llevar a cabo estas simulaciones se ha hecho uso de elementos isoparamétricos en dos dimensiones de 8 nudos basados en desplazamientos. Para este modelamiento se hará la suposición de elemento axisimétrico con lo que se tiene las consideraciones mostradas en la siguiente figura. El elemento debe estar en la zona del eje +Y.

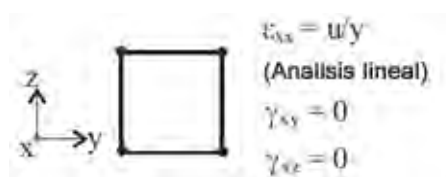


Fig. 4.29 – Consideraciones en el caso de un elemento axisimétrico

Las dimensiones de las probetas ensayadas fueron de 4.85cm de radio y 9.5cm de altura. Para la elaboración del modelo matemático se ha usado solamente una sección de la probeta. En la siguiente figura se muestra un esquema del modelo geométrico usado en el análisis numérico.

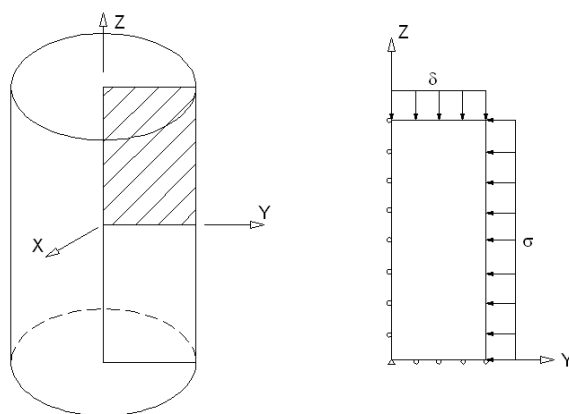


Fig. 4.30 – Esquema de modelo de las probetas de adobe en el programa ADINA

En la Figura anterior se observan las condiciones de borde asignadas al modelo. Una vez definido el modelo geométrico se define la discretización del dominio así como las condiciones de borde. Para la discretización del elemento se han generado elementos isoparamétricos de 0.2cm de lado como máximo. Con respecto a las restricciones de desplazamiento, en la parte inferior del modelo se restringe el desplazamiento en el eje Z, En la cara izquierda (coincidente con el eje axial) se restringe el desplazamiento en Y. A los lados derecho y superior no se asignó restricciones.

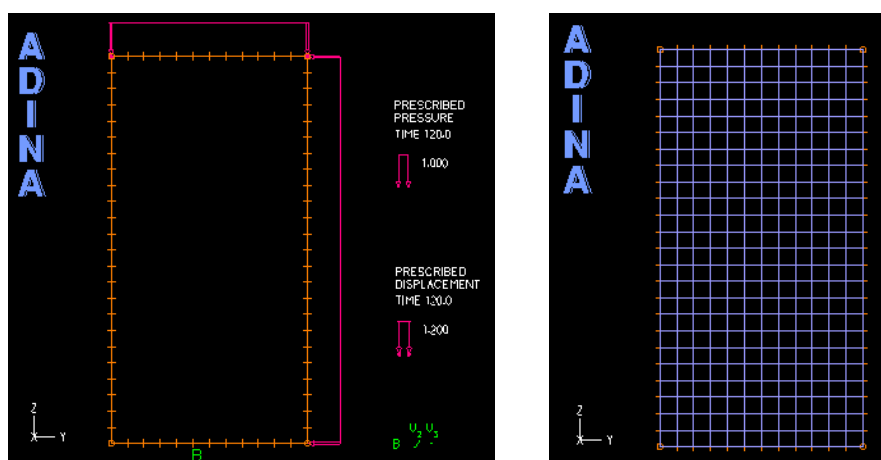


Fig. 4.31 – Izquierda: condiciones de borde y cargas aplicadas al modelo. Derecha: malla de elementos finitos

El sistema de cargas asignado al modelo fue desplazamientos prescritos en la cara superior. La variación de estos desplazamientos fue lineal desde 0 cm hasta 1.2 cm. variando cada 0.01cm en un total de 120 pasos. Los desplazamientos tuvieron la dirección del eje $-Z$. La presión de confinamiento se mantuvo constante para todos los pasos (1kgf/cm^2 , 2kgf/cm^2 y 4kgf/cm^2).

En las siguientes figuras se presenta los resultados de las curvas deformación unitaria vertical vs esfuerzo vertical experimentalmente obtenido de los ensayos así como un promedio de estas en línea punteada. Se presentan también curvas teóricas obtenidas de las simulaciones.

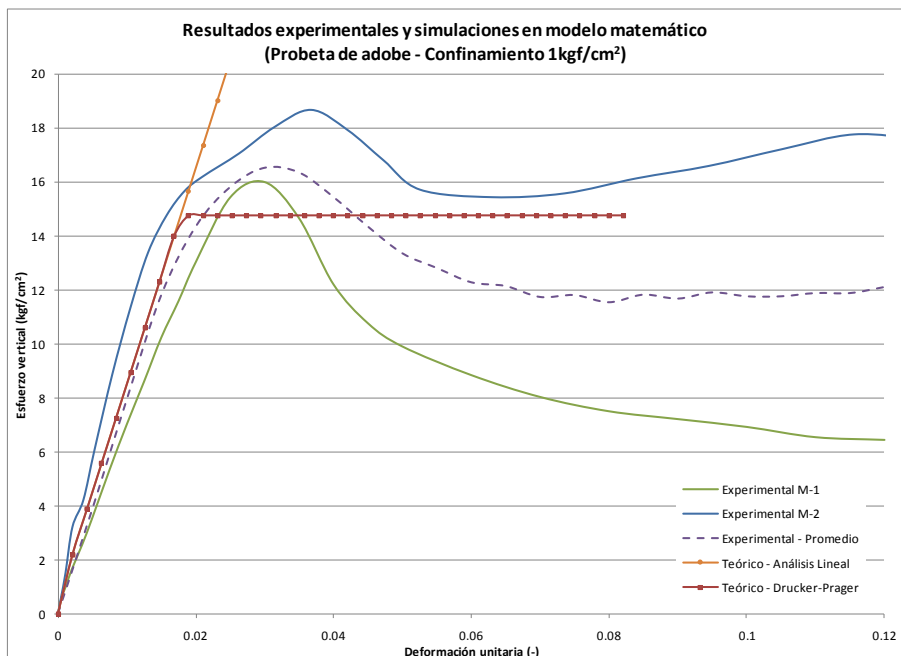


Fig. 4.32 – Resultados experimentales y simulaciones de probetas de adobe (Esfuerzo de confinamiento de 1 kgf/cm²)

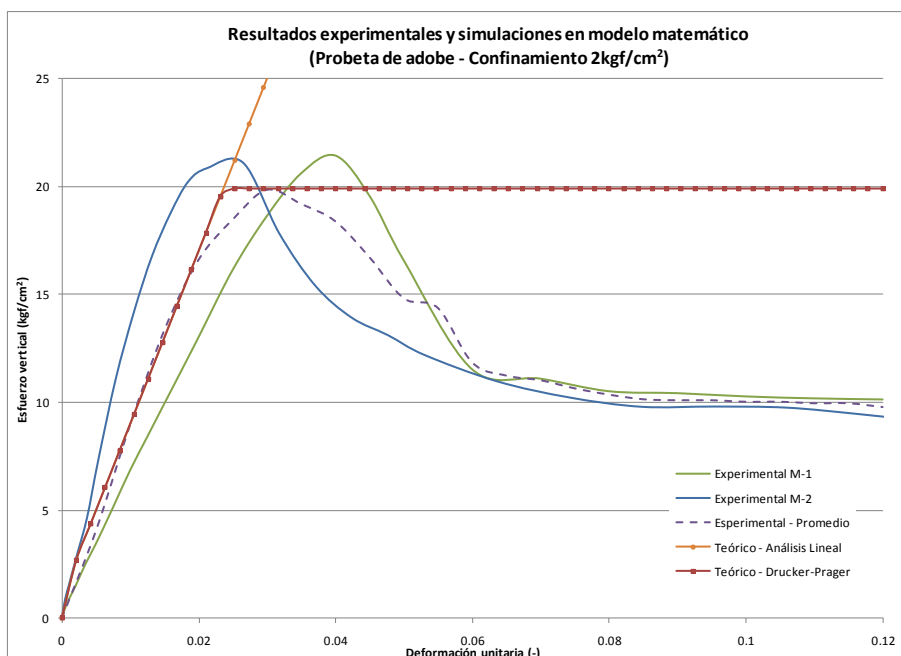


Fig. 4.33 – Resultados experimentales y simulaciones de probetas de adobe (Esfuerzo de confinamiento de 2 kgf/cm²)

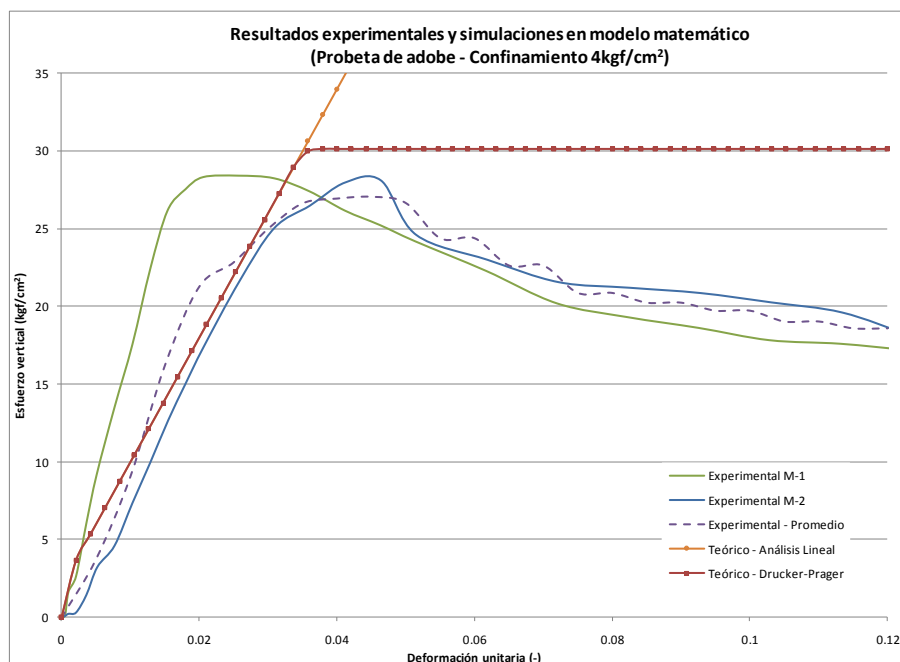


Fig. 4.34 – Resultados experimentales y simulaciones de probetas de adobe (Esfuerzo de confinamiento de 4 kgf/cm²)

De estas gráficas se presentan los mayores valores obtenidos

Tabla 4.13 – Esfuerzos verticales máximos obtenidos de ensayos y simulaciones (ensayo triaxial en probetas de adobe)

Ensayo	σ_{axial} Máximo (kgf/cm ²)	σ_{axial} Promedio (kgf/cm ²)	σ_{axial} Teórico (kgf/cm ²)	error relativo ¹ (%)
Set1-M1	15.98	16.53	14.77	-10.64
Set1-M2	18.69			
Set2-M1	21.41	19.86	19.89	0.15
Set2-M2	21.1			
Set3-M1	28.4	27.045	30.14	11.43
Set3-M2	28.07			

1. Error relativo medido con respecto a σ_{axial} Promedio

Al igual que en el caso de las pilas de adobe, se puede apreciar que los resultados obtenidos usando el criterio de Drucker-Prager aproximan adecuadamente la respuesta a las mediciones obtenidas de los ensayos. Los niveles de falla o resistencia última obtenidos con este criterio se pueden considerar adecuados pero no describe correctamente el comportamiento del material posterior a la resistencia última.

Simulación de ensayo de compresión diagonal en muretes

Para la simulación del ensayo en compresión diagonal en muretes también se han hecho uso de elementos isoparamétricos sólidos tridimensionales de ocho nudos

Las dimensiones de los muretes modeladas fueron de 100 cm de lado y un espesor de 40 cm. La diagonal es de aproximadamente de 141 cm. Para la elaboración del modelo matemático se ha usado la geometría completa del murete.

En la Fig. 4.35 se muestran las condiciones de borde asignadas al modelo. Una vez definido el modelo geométrico se define la discretización del dominio así como las condiciones de borde. Para la discretización del elemento se han generado elementos isoparamétricos de 10 cm de lado como máximo. Con respecto a las restricciones al desplazamiento, en la arista inferior del modelo se restringe el desplazamiento en todas las direcciones mientras que en la arista superior del modelo se encuentra restringido el desplazamiento en X e Y.

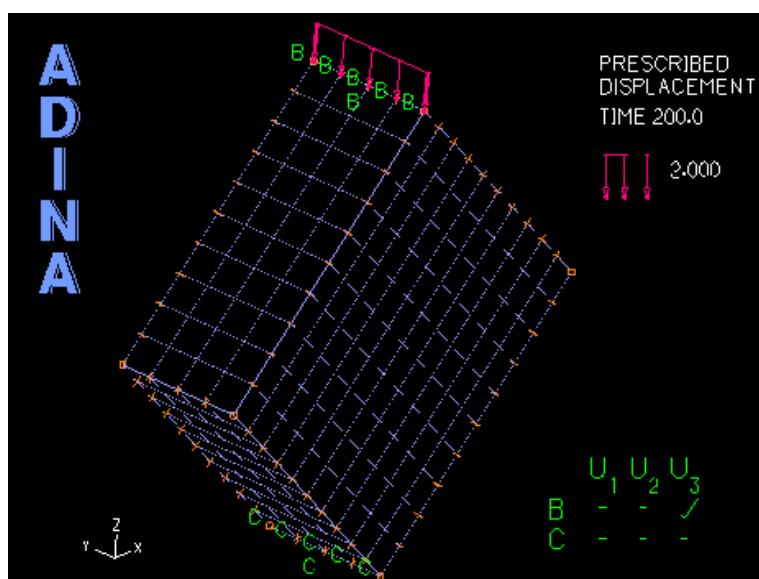


Fig. 4.35 – Condiciones de borde y cargas aplicadas al modelo con malla de elementos finitos

El sistema de cargas asignado al modelo fue desplazamientos prescritos en la arista superior. La variación de estos desplazamientos fue lineal desde 0 cm hasta 0.3 cm, variando cada 0.01 cm.

En las siguientes figuras se presentan los resultados de las curvas carga – desplazamiento vertical obtenido de los ensayos y de la simulación numérica realizada.

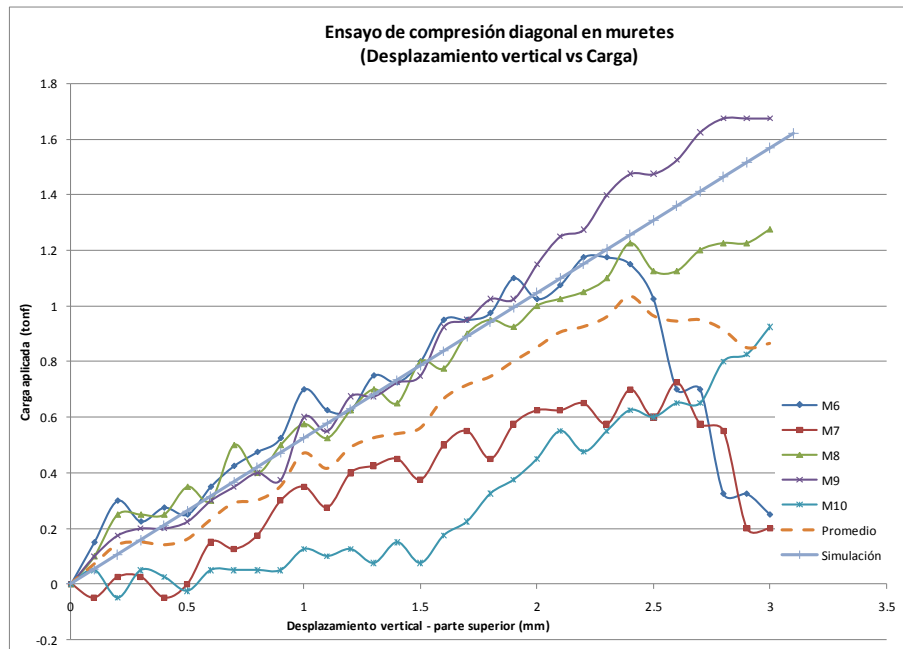


Fig. 4.36 – Resultados experimentales y simulaciones de ensayo en muretes

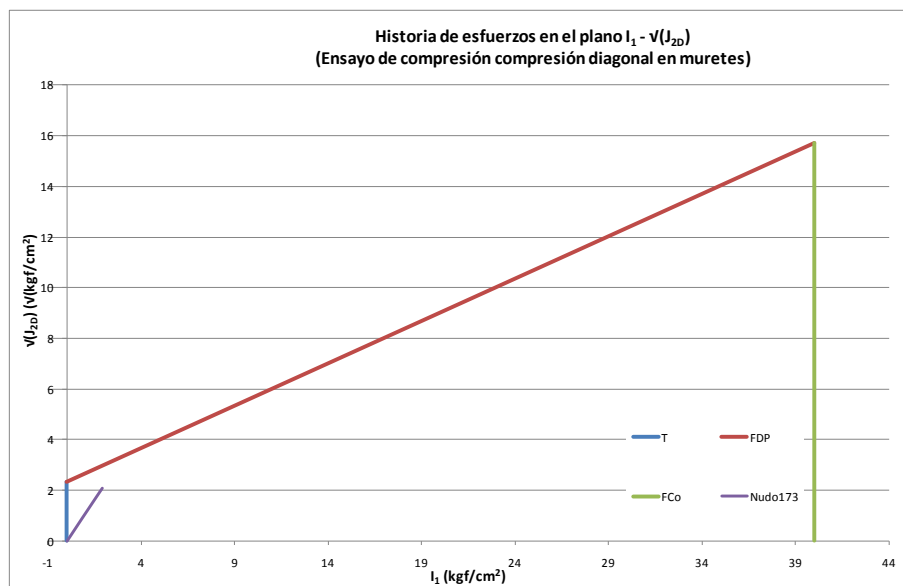


Fig. 4.37 – Historia de esfuerzos de la simulación en ensayo de compresión diagonal en muretes de adobe

De los resultados experimentales se puede observar que estos tienen una gran variabilidad pero que tienden a tener un comportamiento lineal. En cuanto a los resultados obtenidos de la simulación numérica se puede observar que el murete se

está comportando en el rango elástico lineal. Para verificar esta observación en la Fig. 4.37 se muestra la historia de esfuerzos en el plano I_1 vs $\sqrt{J_{2D}}$ observándose que estos se encuentra en la zona región elástica del plano hasta llegar al punto máximo de falla.

Simulación de ensayo a compresión pilas de adobe (K. Díaz & J. Ríos)

También se ha modelado los ensayos llevados a cabo por K. Díaz & J. Ríos. En la siguiente figura se presenta el esfuerzo vertical vs. Deformación unitaria.

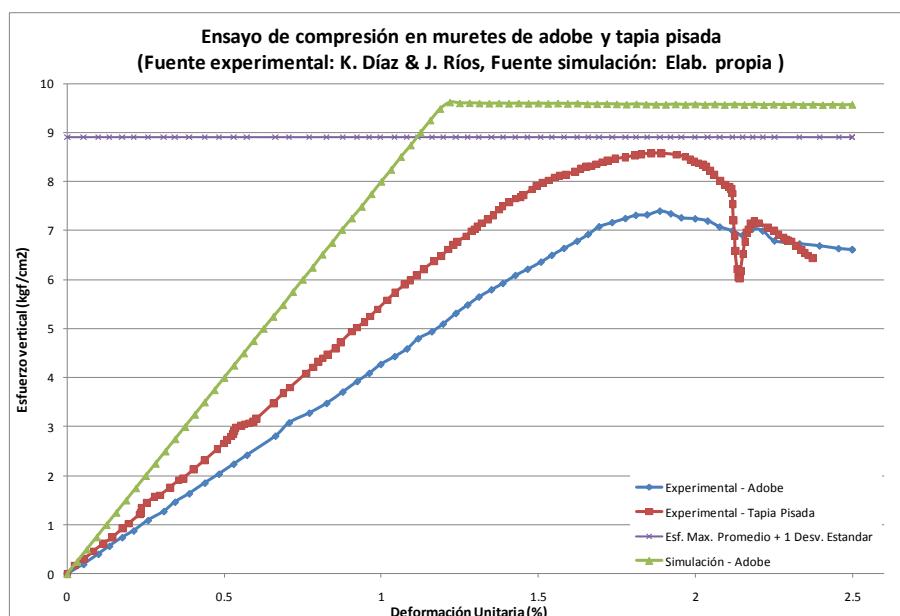


Fig. 4.38 – Curvas típicas esfuerzo vertical – deformación unitaria de ensayos de compresión en muros de adobe y tapia y simulación numéricas

Se puede observar que el módulo de elasticidad encontrado de dichos ensayos (459 kgf/cm^2) es menor al usado en la simulación numérica (800 kgf/cm^2).

En la siguiente tabla se presentan los valores máximos reportados en dicho estudio y el obtenido de las simulaciones numéricas. Como se puede observar el valor simulado sobreestima el máximo obtenido en dichos ensayos en un 7.75%.

Tabla 4.14 – Esfuerzo máximo a compresión en muretes de adobe y tapia tapia – experimental y simulado

Ensayo	σ_{axial} Experimental ¹	σ_{axial} Simulado	Error relativo
	(kgf/cm ²)	(kgf/cm ²)	(%)
M. Adobe	8.90	9.59	7.75
M. Tapia	7.40	-	-

1. Valores máximo promedio mas una desviación estándar, reportado en K. Díaz & J. Ríos (2005)

4.5 Estimación teórica de parámetros de modelo generalizado con límite a la compresión

Con los datos experimentales obtenidos de ensayos a compresión en pilas y probetas se ha llegado a estimar los parámetros que definen la superficie de falla de Drucker-Prager, pero al observar los resultados obtenidos del ensayo de compresión diagonal en muretes de adobe se observa una discrepancia. Esto lleva considerar otra superficie de fluencia que no sea lineal. En este aspecto, las investigaciones experimentales llevadas a cabo por DiMaggio y Sandler (1971) muestran que la zona elástica está delimitada por dos superficies en el plano de esfuerzos como se puede observar en la siguiente Fig. 3.12

Como ya se mencionó en el capítulo anterior, estas superficies pueden ser representadas como:

- 1) La superficie de falla $f_1 = 0$ siendo esta en el plano $(I_1, \sqrt{J_{2D}})$ definida por:

$\sqrt{J_{2D}} = k + \alpha I_1 - A \exp(-B_1 I_1)$	(4.10)
---	--------

- 2) El límite a la compresión hidrostática $f_c = 0$

Considerando nuevamente que la falla se da en la superficie de fluencia y los valores obtenidos experimentalmente así como de la simulación del ensayo en compresión diagonal se pueden estimar las constantes del material α , κ , A y B_1 .

Para la estimación de estos parámetros se hizo uso nuevamente del método de ajuste por mínimos cuadrados. Este criterio consiste en obtener aquellos valores de los parámetros que minimizan la sumatoria de residuales al cuadrado siendo los residuales las distancias verticales de los puntos a la curva de ajuste. Este criterio es muy sensible a los datos atípicos (H. J. Motulsky and A. Christopoulos (2003)).

Considerando este método se ha obtenido los siguientes valores:

$$\alpha = 0.296$$

$$\kappa = 3.6 \text{ kgf/cm}^2$$

$$A = 2.7 \text{ kgf/cm}^2$$

$$B_1 = 0.114 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^{-1}$$

La curva generada con estos parámetros se puede observar en la siguiente Figura

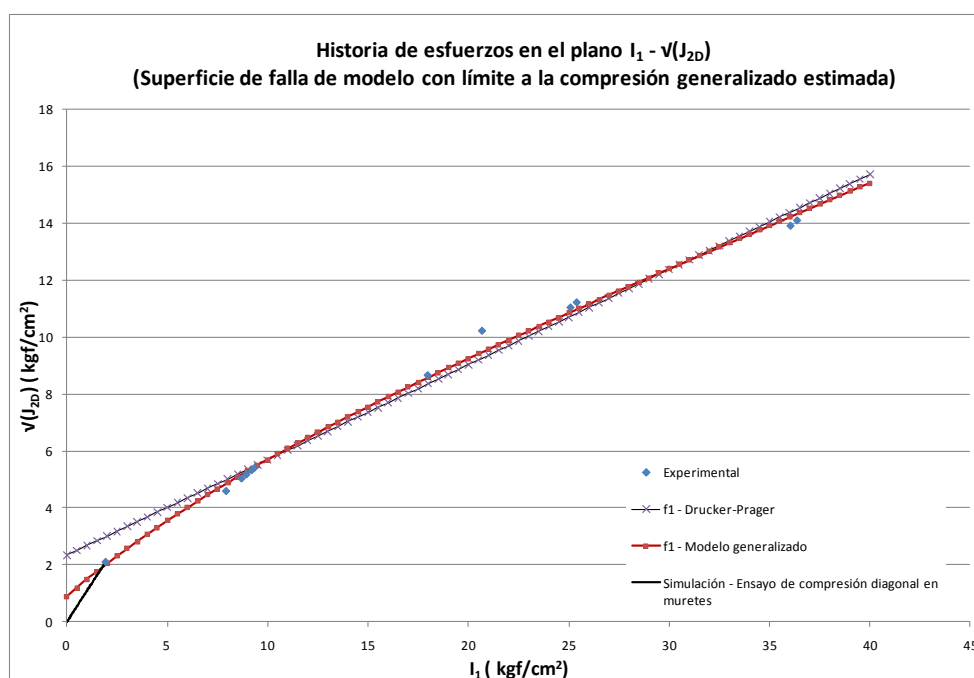


Fig. 4.39 – Superficie de fluencia de modelo con límite a la compresión generalizado

En la misma gráfica se puede observar que el modelo generalizado aproxima mejor la respuesta obtenida de los ensayos de los cuales se tiene información.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

De acuerdo a los temas presentados, los resultados obtenidos de los ensayos de laboratorio y las simulaciones numéricas se pueden dar las siguientes conclusiones y recomendaciones

Conclusiones

1. Se han revisado los conceptos básicos de plasticidad, las ideas principales del método denominado de parámetro de gobierno, así como también un procedimiento general de integración de las relaciones constitutivas inelásticas en un análisis incremental.
2. Al revisar la literatura relativa al comportamiento esfuerzo-deformación del adobe, se encuentra que la información disponible es escasa, teniéndose mayor énfasis en la determinación de la resistencia de los especímenes y pocos resultados relativos a la rigidez.
3. Los informes de los programas de ensayo revisados tienen poca o ninguna información sobre la composición de los materiales empleados para los especímenes ensayados.
4. En general los resultados obtenidos de ensayos tienen gran variabilidad, especialmente aquellos obtenidos de los ensayos de compresión diagonal en muretes
5. Los ensayos de muros con fuerzas cortantes en su plano no pudieron ser considerados. Como consecuencia de la baja resistencia del material, los muros fueron en general ensayados en condiciones que no corresponden a una distribución de esfuerzos uniforme, lo que hace difícil inferir, a partir de los resultados observados para un muro a escala natural, información relativa al comportamiento esfuerzo deformación del material a nivel puntual.
6. En los ensayos de pilas de adobe sometidas a compresión se observa un

comportamiento aproximadamente lineal hasta esfuerzos cercanos al máximo. Para deformaciones pequeñas, se propone un módulo de elasticidad del orden de 800 kgf/cm^2 , aún cuando debe reconocerse que hace falta un mayor número de ensayos, en particular para estudiar los efectos de distintas proporciones de los materiales componentes.

7. No se tiene información que permita cuantificar una razón de Poisson para deformaciones pequeñas; se presume que valores del orden de 0.20 a 0.25 podrían ser adecuados en función a lo reportado por otros autores.
8. Las resistencias máximas obtenidas en pilas sometidas a compresión uniaxial están en el rango de 8 a 10 kgf/cm^2 .
9. Los muros de adobe son esencialmente heterogéneos, constituidos por unidades prefabricadas y mortero de juntas. Sin embargo, para el análisis estructural son tratados como si fueran de material homogéneo. En los ensayos triaxiales realizados con especímenes homogéneos fabricados con el mismo material de los adobes se observó mucha variabilidad en los módulos de elasticidad, aún cuando los valores medios para los especímenes con esfuerzo de confinamiento bajo son similares a los observados en pilas. Para los ensayos con esfuerzos de confinamiento de 2 kgf/cm^2 se obtuvo un E 17% mayor y con 4 kgf/cm^2 un E 13% mayor.
10. Para la determinación de la resistencia se planteó un modelo de Drucker-Prager con límite a la compresión. Se desarrolló un procedimiento para la estimación de los parámetros del modelo a partir de los ensayos de compresión de pilas y de los ensayos triaxiales realizados con distintas presiones de confinamiento. A partir de las gráficas de $\sqrt{J_{2D}}$ vs. I_1 , se encontró que los máximos se ajustan bastante bien a una recta, descrita por los parámetros de Drucker-Prager $\alpha=0.3342$ y $\kappa=2.3447 \text{ kgf/cm}^2$.
11. Sin embargo, suponiendo una envolvente de falla recta se sobre estima la resistencia observada en muretes sometidos a compresión diagonal, por lo que se ha propuesto una envolvente de falla ligeramente curva, como se describe en el capítulo 4 de la tesis.

12. En simulaciones numéricas realizadas con el programa ADINA, que permite considerar un modelo de Drucker-Prager con envolvente de falla recta, se obtiene una aproximación aceptable del comportamiento esfuerzo deformación, en cuanto a la rigidez inicial y a la resistencia máxima, con diferencias que en algunos casos llegaron al 10%.
13. En las simulaciones numéricas se observa una transición menos gradual entre el comportamiento elástico y el plástico, que la que resulta en los ensayos. Esta transición gradual podría deberse a que en los ensayos la distribución de esfuerzos en los especímenes no fue totalmente uniforme. Por otro lado, mediante los modelos numéricos no se reproduce correctamente la degradación observada cuando se consideran deformaciones mayores que la que corresponde al esfuerzo máximo.
14. En ninguno de los ensayos estudiados se observó la necesidad de considerar un límite de compresión hidrostática, como el propuesto para suelos por Di Maggio y Sandler, incluso en los ensayos triaxiales con esfuerzos de confinamiento de 4 kgf/cm^2 . Cabe mencionar que en las estructuras de adobe se esperan esfuerzos de confinamiento menores.

Recomendaciones

1. Teniendo en cuenta la escasa información experimental disponible y la gran variabilidad en los resultados, se hace necesario desarrollar un programa de ensayos mucho más extenso. Se recomienda sobre todo realizar ensayos triaxiales con bajos esfuerzos de confinamiento.
2. En los programas de ensayos a realizarse es importante considerar distintas posibles proporciones y calidades de materiales componentes, todo lo cual debería documentarse en detalle.
3. Es indudable que los parámetros elásticos y los criterios de falla considerados en este trabajo deberán ser confirmados o eventualmente modificados cuando se disponga de más información.

4. Dado que uno de los temas de mayor interés en el estudio de estructuras de adobe y en general de estructuras de tierra es evaluar su vulnerabilidad sísmica, sería conveniente realizar ensayos con cargas cíclicas, con el objetivo de proponer modelos de comportamiento que podrían emplearse en análisis dinámicos no lineales.

5. En el presente trabajo, el elemento de adobe, que se compone de dos materiales diferentes: bloque de adobe y mortero de tierra, fue reemplazado por un material homogéneo equivalente. Este enfoque, que es utilizado por muchos investigadores, supone que el elemento está hecho de un solo material. Es recomendable analizar modelos más elaborados en donde se tome en consideración esta discontinuidad bloque-mortero.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

ADINA R& D, Inc. (2003) "*ADINA user interface command reference manual, Volume I: ADINA model definition*". Report ARD 03-2. Watertown.

ADINA R& D, Inc. (2003) "*ADINA user interface command reference manual, Volume II: ADINA-T model definition*". Report ARD 03-8. Watertown.

ADINA R& D, Inc. (2003) "*Theory and modeling guide, Volume I: ADINA*". Report ARD 03-7. Watertown.

Antman, S. (1995) "*Nonlinear problems of elasticity*". Appl. Math. Sci., vol. 107, Springer-Verlag, Berlin and New York.

Bathe, K.-J. (1996) "*Finite element procedures*". Prentice Hall. New Jersey.

Belytschko, T.; Liu, W.K.; Moran, B. (2000) "*Nonlinear finite elements for continua and structures*". John Wiley & Sons, Inc. New York.

Blondet, M., Torrelva, D., Villa Garcia, G. (2002) "*Adobe in Peru: tradition, research and future*". Modern Earth Building 2002 – International Conference and Fair, Berlin.

Boresi, A.; Schmidt, R.; Sidebottom, O. (1992) "*Advanced mechanics of materials*". John Wiley & Sons, Inc. New York.

Chakrabarty, J. (2006) "*Theory of plasticity*". Elsevier. Butterworth-Heinemann.

Crisfield, M.A. (2000) "*Non-linear finite element analysis of solids and structures Vol.1- Essentials*". John Wiley & Sons, Inc. New York.

Crisfield, M.A. (2000) "*Non-linear finite element analysis of solids and structures Vol.2- Advanced Topics*". John Wiley & Sons, Inc. New York.

Desai. C. S.; Siriwardane, H. J. (1984) "*Constitutive laws for engineering materials*". Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Deutsche Forschungsgemeinschaft (1999) "*Plasticity of metals experiments models computation*". John Wiley & Sons, Inc. New York.

Motulsky , H. J.; Christopoulos, A. (2003) "*Fitting models to biological data using linear and nonlinear regression. A practical guide to curve fitting*". Oxford University Press.

Igarashi, L. (2008) "*Reforzamiento estructural de muros de adobe*". Tesis para optar por el título profesional de ingeniero civil. Universidad Nacional de Ingeniería, Facultad de Ingeniería Civil.

JICA y CEETyDES (2009) "*Ensayos de resistencia en componentes de adobe*". Centro Peruano - Japonés de Investigaciones Sísmicas y Mitigación de Desastres. Lima.

Simo; J; Ju, J.; Pister, K.; Taylos, R. (1985) "*An assessment of the cap model: consistent return algorithms and rate-dependent extension*". Report N° UCB/SESM-85/5. Department of civil engineering. University of California. Berkeley.

Kojic, M.; Bathe, K.-J. (2005) "*Inelastic analysis of solids and structures*". Springer-Verlag. Berlin.

Ledesma, O.; Sfriso, A. (2009) "*Calibración del CAM CLAY para suelos del Postpampeano*". XIX CAMSIG, La Plata

López, M.; Guaita, M.; Ayuga, F.; Cañas, I. (2000) "*Asientos en zapatas corridas. Comparación entre teorías clásicas y el método de los elementos finitos*". Univ.de Santiago de Compostela, Dpto. de Ingeniería Agroforestal. España.

Lubliner, J. (2006) "*Plasticity theory*". Pearson Education, Inc. New Jersey.

Malvern, Lawrence E. (1969) "*Introduction to the mechanics of a continuous medium*". Prentice-Hall Inc. New Jersey

Mase, G. (1970) "*Continuum mechanics*". McGraw-Hill Book Company. New York.

Mroginski, J.; Di Rado, H.; Beneyto, P.; Awruch, A. (2006) "*Modelado elastoplástico asociado de suelos no saturados*". Universidad Nacional del Nordeste, Comunicaciones Científicas y Tecnológicas. Chaco – Corrientes.

Muelas Rodriguez, A. (2010) "*Manual de mecánica de suelos y cimentaciones*" UNED. Madrid.

Ronsson, B.; Boothby, T. (1998) "*Inelastic behavior of sand-lime mortar joint masonry arches*". Engineering Structures, Vol.20, Nos 1-2, pp. 14-24, Elsevier Science Ltd. Oxford

Saouma, V. (2002) "*Mechanics of materials – fundamentals of inelastic analysis*". Department of Civil Environmental and Architectural Engineering, University of Colorado.

Shabana, Ahmed (2008) "*Computational continuum mechanics*". Cambridge University Press. Cambridge.

X. Wang; K.J. Bathe; J. Walczak (2001) "*A stress integration algorithm for J3-dependent elasto-plasticity models*". Elsevier Science Ltd. Oxford.

Yamin, L.; Rodríguez, A.; Fonseca, L.; Reyes, J. (2003) "*Comportamiento sísmico y alternativas de Rehabilitación de edificaciones en adobe y tapia pisada con base en modelos a escala reducida ensayados en mesa vibratoria*". Universidad de los Andes, Facultad de Ingeniería, Bogotá.

Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. y Zhu J.Z. (2005) "*The finite element method*". 6th Ed. Elsevier Butterworth Heinemann, Oxford-Burlington.

Zoran Bonić, Verka Prolović, Biljana Mladenović (2010) "*Mathematical modeling of materially nonlinear problems in structural analyses (Part I – Theoretical fundamentals)*". Facta Universitatis Series: Architecture and Civil Engineering Vol. 8, N° 1, 2010, pp. 67 – 78. Niš. Serbia.

Zoran Bonić, Todor Vacev, Verka Prolović, Marina Mijalković, Petar Dančević (2010) *“Mathematical modeling of materially nonlinear problems in structural analyses (Part II – Application in contemporary software)”*. Facta Universitatis Series: Architecture and Civil Engineering Vol. 8, N° 2, 2010, pp. 201 – 210. Niš. Serbia.

ANEXOS

ANEXO 1
RESULTADOS DE ENSAYOS TRIAXIALES EN PROBETAS DE ADOBE

ENSAYO DE COMPRESION TRIAXIAL

No Consolidado - No Drenado (UU) // ASTM - D2850

Informe N° : LG11-178
Solicitante : ING. LUIS QUIROZ TORRES
Proyecto : Tesis de Maestria "Comportamiento no Lineal del Adobe"

Fecha : Julio, 2011

Ubicación : Lima

Sondaje : --- Hoja : 1 de 4
Muestra : M - 1 AASHTO : ----- (0)
Profundidad (m) : --- SUCS : ----- // -----
Estado : Remoldeado Velocidad : 0.5 mm/min

PRESION DE CELDA : 1 kg/cm²

Datos iniciales del espécimen

Diámetro : 4.81 cm
Altura : 9.57 cm
Humedad : 3.1 %
Densidad seca : 1.68 g/cm³

Cuadro de detalle al aplicar el esfuerzo desviador

Deformación (%)	Esf. Desv. (kg/cm ²)	σ_1 (kg/cm ²)	p (kg/cm ²)	q (kg/cm ²)	q/p	Oblicuidad (σ_1/σ_3)
0.00	0.00	1.00	1.00	0.00	0.00	1.00
0.05	0.58	1.58	1.29	0.29	0.22	1.58
0.10	0.91	1.91	1.46	0.46	0.31	1.91
0.20	1.63	2.63	1.82	0.82	0.45	2.63
0.35	2.54	3.54	2.27	1.27	0.56	3.54
0.50	3.55	4.55	2.78	1.78	0.64	4.55
0.75	5.33	6.33	3.66	2.66	0.73	6.33
1.00	7.01	8.01	4.50	3.50	0.78	8.01
1.25	8.59	9.59	5.30	4.30	0.81	9.59
1.50	10.22	11.22	6.11	5.11	0.84	11.22
1.75	11.57	12.57	6.78	5.78	0.85	12.57
2.00	13.01	14.01	7.50	6.50	0.87	14.01
2.50	15.41	16.41	8.70	7.70	0.89	16.41
3.00	15.98	16.98	8.99	7.99	0.89	16.98
3.50	14.64	15.64	8.32	7.32	0.88	15.64
4.00	12.19	13.19	7.10	6.10	0.86	13.19
4.50	10.75	11.75	6.38	5.38	0.84	11.75
5.00	9.89	10.89	5.94	4.94	0.83	10.89
6.00	8.83	9.83	5.42	4.42	0.82	9.83
7.00	8.02	9.02	5.01	4.01	0.80	9.02
8.00	7.49	8.49	4.74	3.74	0.79	8.49
9.00	7.20	8.20	4.60	3.60	0.78	8.20
10.00	6.91	7.91	4.46	3.46	0.78	7.91
11.00	6.53	7.53	4.26	3.26	0.77	7.53
12.00	6.43	7.43	4.22	3.22	0.76	7.43

Observaciones :

La muestra ha sido identificada y entregada por el solicitante.

ENSAYO DE COMPRESION TRIAXIAL

No Consolidado - No Drenado (UU) // ASTM - D2850

Informe N° : LG11-178
Solicitante : ING. LUIS QUIROZ TORRES
Proyecto : Tesis de Maestria "Comportamiento no Lineal del Adobe"

Fecha : Julio, 2011

Ubicación : Lima

Sondaje : --- Hoja : 2 de 4
Muestra : M - 1 AASHTO : ----- (0)
Profundidad (m) : --- SUCS : ----- // -----
Estado : Remoldeado Velocidad : 0.5 mm/min

PRESION DE CELDA : 2 kg/cm²

Datos iniciales del espécimen

Diámetro : 4.84 cm
Altura : 9.58 cm
Humedad : 3.4 %
Densidad seca : 1.68 g/cm³

Cuadro de detalle al aplicar el esfuerzo desviador

Deformación (%)	Esf. Desv. (kg/cm ²)	σ_1 (kg/cm ²)	p (kg/cm ²)	q (kg/cm ²)	q/p	Oblicuidad (σ_1/σ_3)
0.00	0.00	2.00	2.00	0.00	0.00	1.00
0.05	0.48	2.48	2.24	0.24	0.11	1.24
0.10	0.86	2.86	2.43	0.43	0.18	1.43
0.20	1.49	3.49	2.74	0.74	0.27	1.74
0.35	2.54	4.54	3.27	1.27	0.39	2.27
0.50	3.46	5.46	3.73	1.73	0.46	2.73
0.75	5.14	7.14	4.57	2.57	0.56	3.57
1.00	6.86	8.86	5.43	3.43	0.63	4.43
1.25	8.40	10.40	6.20	4.20	0.68	5.20
1.50	9.94	11.94	6.97	4.97	0.71	5.97
1.75	11.47	13.47	7.74	5.74	0.74	6.74
2.00	13.01	15.01	8.50	6.50	0.76	7.50
2.50	16.13	18.13	10.06	8.06	0.80	9.06
3.00	18.62	20.62	11.31	9.31	0.82	10.31
3.50	20.59	22.59	12.30	10.30	0.84	11.30
4.00	21.41	23.41	12.70	10.70	0.84	11.70
4.50	19.54	21.54	11.77	9.77	0.83	10.77
5.00	16.56	18.56	10.28	8.28	0.81	9.28
6.00	11.52	13.52	7.76	5.76	0.74	6.76
7.00	11.09	13.09	7.54	5.54	0.73	6.54
8.00	10.51	12.51	7.26	5.26	0.72	6.26
9.00	10.42	12.42	7.21	5.21	0.72	6.21
10.00	10.27	12.27	7.14	5.14	0.72	6.14
11.00	10.18	12.18	7.09	5.09	0.72	6.09
12.00	10.13	12.13	7.06	5.06	0.72	6.06

Observaciones :

La muestra ha sido identificada y entregada por el solicitante.

ENSAYO DE COMPRESION TRIAXIAL

No Consolidado - No Drenado (UU) // ASTM - D2850

Informe N° : LG11-178
Solicitante : ING. LUIS QUIROZ TORRES
Proyecto : Tesis de Maestria "Comportamiento no Lineal del Adobe"

Fecha : Julio, 2011

Ubicación : Lima

Sondaje : --- Hoja : 3 de 4
Muestra : M - 1 AASHTO : ----- (0)
Profundidad (m) : --- SUCS : ----- // -----
Estado : Remoldeado Velocidad : 0.5 mm/min

PRESION DE CELDA : 4 kg/cm²

Datos iniciales del espécimen

Diámetro : 4.85 cm
Altura : 9.72 cm
Humedad : 3.4 %
Densidad seca : 1.67 g/cm³

Cuadro de detalle al aplicar el esfuerzo desviador

Deformación (%)	Esf. Desv. (kg/cm ²)	σ_1 (kg/cm ²)	p (kg/cm ²)	q (kg/cm ²)	q/p	Oblicuidad (σ_1/σ_3)
0.00	0.00	4.00	4.00	0.00	0.00	1.00
0.05	0.10	4.10	4.05	0.05	0.01	1.02
0.10	1.64	5.64	4.82	0.82	0.17	1.41
0.21	2.63	6.63	5.31	1.31	0.25	1.66
0.36	6.04	10.04	7.02	3.02	0.43	2.51
0.51	9.17	13.17	8.58	4.58	0.53	3.29
0.77	13.51	17.51	10.75	6.75	0.63	4.38
1.03	17.55	21.55	12.77	8.77	0.69	5.39
1.29	22.42	26.42	15.21	11.21	0.74	6.60
1.54	26.15	30.15	17.07	13.07	0.77	7.54
1.80	27.52	31.52	17.76	13.76	0.77	7.88
2.06	28.31	32.31	18.16	14.16	0.78	8.08
2.57	28.40	32.40	18.20	14.20	0.78	8.10
3.09	28.23	32.23	18.12	14.12	0.78	8.06
3.60	27.40	31.40	17.70	13.70	0.77	7.85
4.12	26.15	30.15	17.07	13.07	0.77	7.54
4.63	25.22	29.22	16.61	12.61	0.76	7.30
5.14	24.18	28.18	16.09	12.09	0.75	7.04
6.17	22.28	26.28	15.14	11.14	0.74	6.57
7.20	20.19	24.19	14.10	10.10	0.72	6.05
8.23	19.30	23.30	13.65	9.65	0.71	5.82
9.26	18.61	22.61	13.30	9.30	0.70	5.65
10.29	17.82	21.82	12.91	8.91	0.69	5.45
11.32	17.59	21.59	12.80	8.80	0.69	5.40
12.35	17.16	21.16	12.58	8.58	0.68	5.29

Observaciones :

La muestra ha sido identificada y entregada por el solicitante.

ENSAYO DE COMPRESION TRIAXIAL

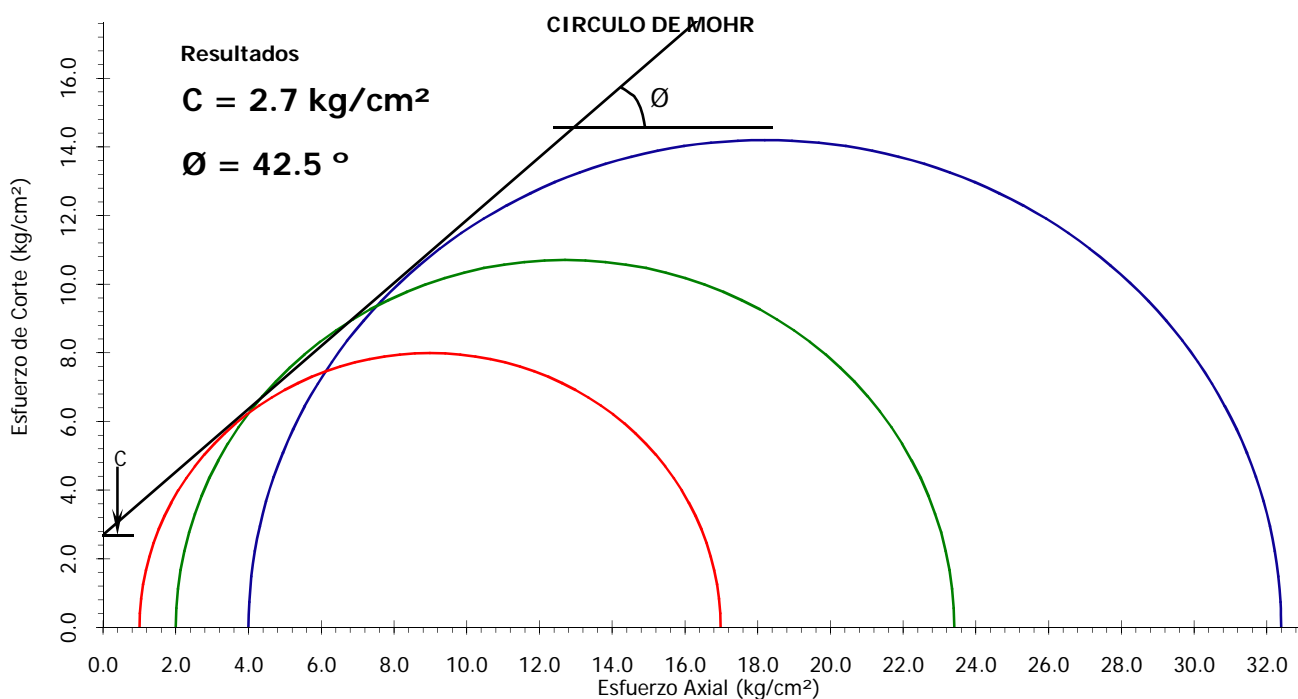
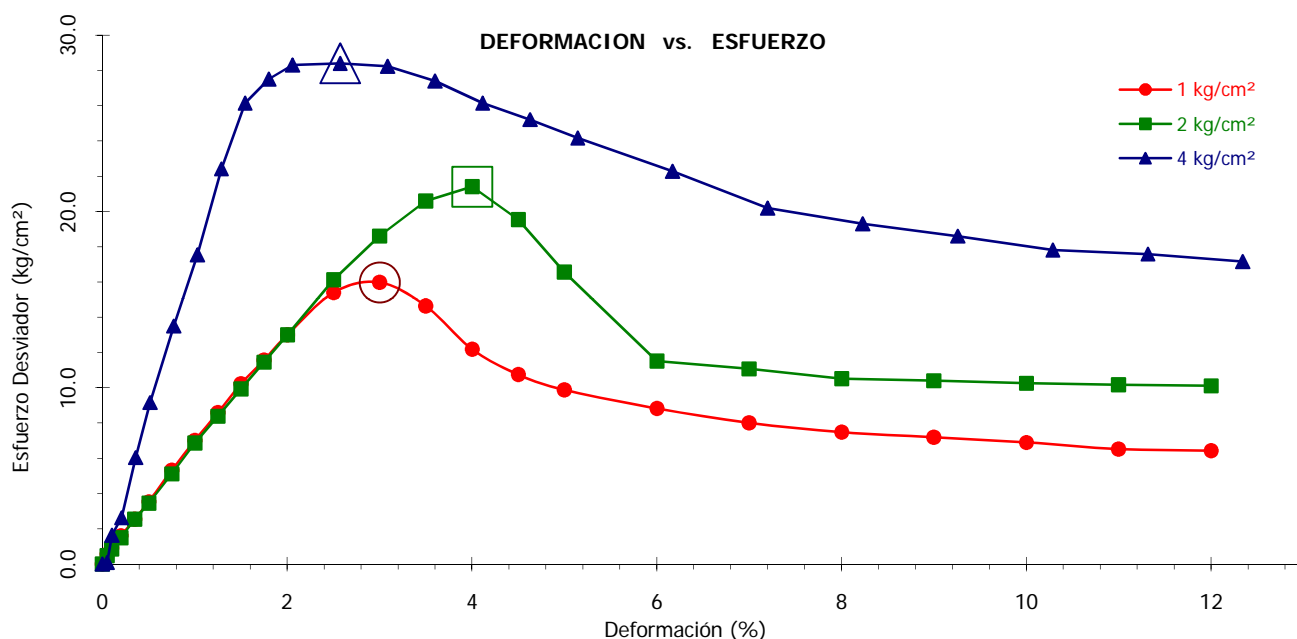
No Consolidado - No Drenado (UU) // ASTM - D2850

Informe N° : LG11-178
 Solicitante : ING. LUIS QUIROZ TORRES
 Proyecto : Tesis de Maestria "Comportamiento no Lineal del Adobe"

Fecha : Julio, 2011

Ubicación : Lima

Sondaje : ---	Hoja : 4 de 4
Muestra : M - 1	AASHTO : ----- (0)
Profundidad (m) : ---	SUCS : ----- // -----
Estado : Remoldeado	Velocidad : 0.5 mm/min



ENSAYO DE COMPRESION TRIAXIAL

No Consolidado - No Drenado (UU) // ASTM - D2850

Informe N° : LG11-178
Solicitante : ING. LUIS QUIROZ TORRES
Proyecto : Tesis de Maestria "Comportamiento no Lineal del Adobe"

Fecha : Julio, 2011

Ubicación : Lima

Sondaje : --- Hoja : 1 de 4
Muestra : M - 2 AASHTO : ----- (0)
Profundidad (m) : --- SUCS : ----- // -----
Estado : Remoldeado Velocidad : 0.5 mm/min

PRESION DE CELDA : 1 kg/cm²

Datos iniciales del espécimen

Diámetro : 4.84 cm
Altura : 9.51 cm
Humedad : 3.2 %
Densidad seca : 1.66 g/cm³

Cuadro de detalle al aplicar el esfuerzo desviador

Deformación (%)	Esf. Desv. (kg/cm ²)	σ_1 (kg/cm ²)	p (kg/cm ²)	q (kg/cm ²)	q/p	Oblicuidad (σ_1/σ_3)
0.00	0.00	1.00	1.00	0.00	0.00	1.00
0.05	0.67	1.67	1.34	0.34	0.25	1.67
0.11	1.51	2.51	1.76	0.76	0.43	2.51
0.21	3.21	4.21	2.61	1.61	0.62	4.21
0.37	4.22	5.22	3.11	2.11	0.68	5.22
0.53	6.06	7.06	4.03	3.03	0.75	7.06
0.79	8.88	9.88	5.44	4.44	0.82	9.88
1.05	11.32	12.32	6.66	5.66	0.85	12.32
1.31	13.40	14.40	7.70	6.70	0.87	14.40
1.58	14.78	15.78	8.39	7.39	0.88	15.78
1.84	15.68	16.68	8.84	7.84	0.89	16.68
2.10	16.21	17.21	9.10	8.10	0.89	17.21
2.63	17.07	18.07	9.53	8.53	0.90	18.07
3.15	18.06	19.06	10.03	9.03	0.90	19.06
3.68	18.69	19.69	10.34	9.34	0.90	19.69
4.21	17.94	18.94	9.97	8.97	0.90	18.94
4.73	16.82	17.82	9.41	8.41	0.89	17.82
5.26	15.73	16.73	8.86	7.86	0.89	16.73
6.31	15.45	16.45	8.72	7.72	0.89	16.45
7.36	15.59	16.59	8.79	7.79	0.89	16.59
8.41	16.15	17.15	9.07	8.07	0.89	17.15
9.46	16.61	17.61	9.30	8.30	0.89	17.61
10.52	17.23	18.23	9.62	8.62	0.90	18.23
11.57	17.78	18.78	9.89	8.89	0.90	18.78
12.62	17.58	18.58	9.79	8.79	0.90	18.58

Observaciones :

La muestra ha sido identificada y entregada por el solicitante.

ENSAYO DE COMPRESION TRIAXIAL

No Consolidado - No Drenado (UU) // ASTM - D2850

Informe N° : LG11-178
Solicitante : ING. LUIS QUIROZ TORRES
Proyecto : Tesis de Maestria "Comportamiento no Lineal del Adobe"

Fecha : Julio, 2011

Ubicación : Lima

Sondaje : --- Hoja : 2 de 4
Muestra : M - 2 AASHTO : ----- (0)
Profundidad (m) : --- SUCS : ----- // -----
Estado : Remoldeado Velocidad : 0.5 mm/min

PRESION DE CELDA : 2 kg/cm²

Datos iniciales del espécimen

Diámetro : 4.81 cm
Altura : 9.44 cm
Humedad : 3.3 %
Densidad seca : 1.69 g/cm³

Cuadro de detalle al aplicar el esfuerzo desviador

Deformación (%)	Esf. Desv. (kg/cm ²)	σ_1 (kg/cm ²)	p (kg/cm ²)	q (kg/cm ²)	q/p	Oblicuidad (σ_1/σ_3)
0.00	0.00	2.00	2.00	0.00	0.00	1.00
0.05	0.90	2.90	2.45	0.45	0.18	1.45
0.11	1.61	3.61	2.80	0.80	0.29	1.80
0.21	2.80	4.80	3.40	1.40	0.41	2.40
0.37	4.67	6.67	4.34	2.34	0.54	3.34
0.53	7.27	9.27	5.64	3.64	0.65	4.64
0.79	11.10	13.10	7.55	5.55	0.74	6.55
1.06	14.24	16.24	9.12	7.12	0.78	8.12
1.32	16.78	18.78	10.39	8.39	0.81	9.39
1.59	18.76	20.76	11.38	9.38	0.82	10.38
1.85	20.23	22.23	12.12	10.12	0.83	11.12
2.12	20.84	22.84	12.42	10.42	0.84	11.42
2.65	21.10	23.10	12.55	10.55	0.84	11.55
3.18	17.82	19.82	10.91	8.91	0.82	9.91
3.71	15.39	17.39	9.69	7.69	0.79	8.69
4.24	13.92	15.92	8.96	6.96	0.78	7.96
4.77	13.11	15.11	8.56	6.56	0.77	7.56
5.30	12.20	14.20	8.10	6.10	0.75	7.10
6.36	10.98	12.98	7.49	5.49	0.73	6.49
7.42	10.23	12.23	7.11	5.11	0.72	6.11
8.47	9.80	11.80	6.90	4.90	0.71	5.90
9.53	9.81	11.81	6.90	4.90	0.71	5.90
10.59	9.76	11.76	6.88	4.88	0.71	5.88
11.65	9.46	11.46	6.73	4.73	0.70	5.73
12.71	9.10	11.10	6.55	4.55	0.69	5.55

Observaciones :

La muestra ha sido identificada y entregada por el solicitante.

ENSAYO DE COMPRESION TRIAXIAL

No Consolidado - No Drenado (UU) // ASTM - D2850

Informe N° : LG11-178
Solicitante : ING. LUIS QUIROZ TORRES
Proyecto : Tesis de Maestria "Comportamiento no Lineal del Adobe"

Fecha : Julio, 2011

Ubicación : Lima

Sondaje : --- Hoja : 3 de 4
Muestra : M - 2 AASHTO : ----- (0)
Profundidad (m) : --- SUCS : ----- // -----
Estado : Remoldeado Velocidad : 0.5 mm/min

PRESION DE CELDA : 4 kg/cm²

Datos iniciales del espécimen

Diámetro : 4.9 cm
Altura : 9.7 cm
Humedad : 3.3 %
Densidad seca : 1.69 g/cm³

Cuadro de detalle al aplicar el esfuerzo desviador

Deformación (%)	Esf. Desv. (kg/cm ²)	σ_1 (kg/cm ²)	p (kg/cm ²)	q (kg/cm ²)	q/p	Oblicuidad (σ_1/σ_3)
0.00	0.00	4.00	4.00	0.00	0.00	1.00
0.05	0.10	4.10	4.05	0.05	0.01	1.02
0.10	0.24	4.24	4.12	0.12	0.03	1.06
0.21	0.32	4.32	4.16	0.16	0.04	1.08
0.36	1.45	5.45	4.72	0.72	0.15	1.36
0.52	3.25	7.25	5.62	1.62	0.29	1.81
0.77	4.62	8.62	6.31	2.31	0.37	2.16
1.03	7.36	11.36	7.68	3.68	0.48	2.84
1.29	9.97	13.97	8.98	4.98	0.55	3.49
1.55	12.68	16.68	10.34	6.34	0.61	4.17
1.80	15.01	19.01	11.51	7.51	0.65	4.75
2.06	17.35	21.35	12.68	8.68	0.68	5.34
2.58	21.57	25.57	14.78	10.78	0.73	6.39
3.09	25.01	29.01	16.50	12.50	0.76	7.25
3.61	26.46	30.46	17.23	13.23	0.77	7.62
4.12	27.94	31.94	17.97	13.97	0.78	7.98
4.64	28.07	32.07	18.03	14.03	0.78	8.02
5.15	24.58	28.58	16.29	12.29	0.75	7.15
6.19	22.97	26.97	15.48	11.48	0.74	6.74
7.22	21.54	25.54	14.77	10.77	0.73	6.38
8.25	21.18	25.18	14.59	10.59	0.73	6.30
9.28	20.84	24.84	14.42	10.42	0.72	6.21
10.31	20.24	24.24	14.12	10.12	0.72	6.06
11.34	19.59	23.59	13.80	9.80	0.71	5.90
12.37	18.05	22.05	13.03	9.03	0.69	5.51

Observaciones :

La muestra ha sido identificada y entregada por el solicitante.

ENSAYO DE COMPRESION TRIAXIAL

No Consolidado - No Drenado (UU) // ASTM - D2850

Informe N° : LG11-178
 Solicitante : ING. LUIS QUIROZ TORRES
 Proyecto : Tesis de Maestria "Comportamiento no Lineal del Adobe"

Fecha : Julio, 2011

Ubicación : Lima

Sondaje : ---	Hoja : 4 de 4
Muestra : M - 2	AASHTO : ----- (0)
Profundidad (m) : ---	SUCS : ----- // -----
Estado : Remoldeado	Velocidad : 0.5 mm/min

