

## MODELAMIENTO DE LOS PARÁMETROS DE FUNCIONAMIENTO DE LA TURBINA HIDRÁULICA DE FLUJO CRUZADO APLICANDO EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

## MODELLING OF CROSS FLOW HYDRAULIC TURBINE PARAMETERS APPLICATION USED THE FINITE ELEMENT METHOD

Salomé González Chávez<sup>1</sup>, Rommel Benjamín Cotacallapa Vera<sup>2</sup>

### RESUMEN

*Se presenta una aplicación de la Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) empleando el Método de Elementos Finitos (FEM) para el modelamiento del comportamiento de una Turbina Hidráulica de Flujo Cruzado (Cross Flow Turbine) de 50 kW ( $Q = 120$  l/s,  $H = 50$  m y  $\omega = 124.61$  rad/s), en el objetivo de explicar de forma metodológica numérica, los principios y supuestos clásicos de diseño, así como la búsqueda de su optimización. Como resultados se obtienen campos de presión y velocidad para diferentes condiciones ( $Q = 0 - 203.61$  l/s,  $H = 9.40 - 580.71$  m y  $\omega = 25, 50, 100$  y  $125$  rad/s) y regímenes (laminares, de transición y turbulentos) de operación, a partir de los cuales se cuantifican algunos indicadores del funcionamiento de la turbina (distribución de los vectores velocidad en el tramo de admisión, eficiencia y coeficiente del inyector directriz, curvas características de la turbina de 50 kW y de la turbina unidad). Finalmente se proyectan parámetros de operación de la turbina para las condiciones de diseño bajo una perspectiva teórica utilizando el modelamiento de flujos.*

*Palabras clave.- Turbina hidráulica, Flujo cruzado, Michell – Banki, Modelamiento del flujo, Inyector directriz, Rodete, CFD, FEM,*

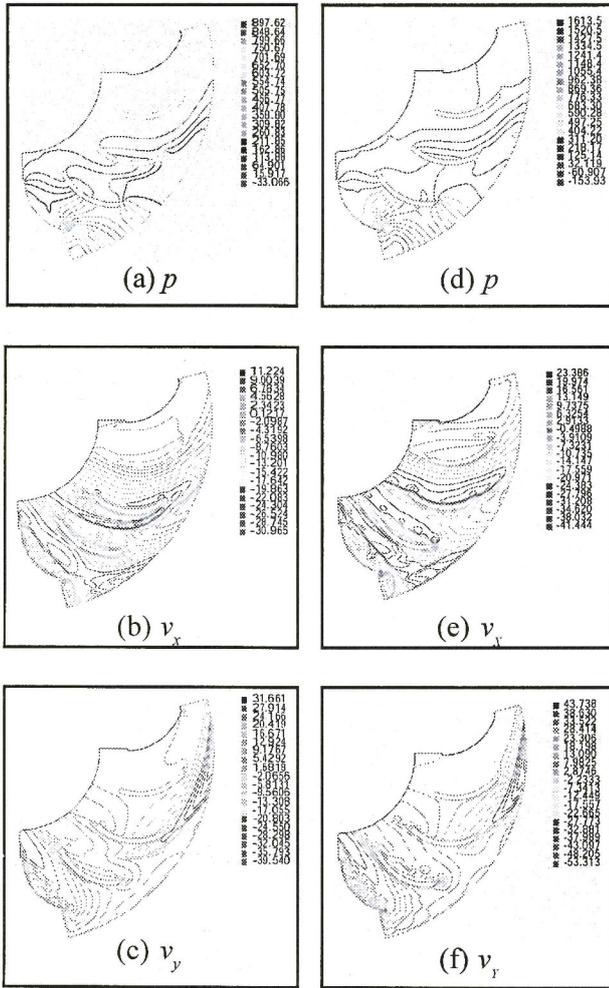
### ABSTRACT

*We shown a Computing Fluid Dynamics (CFD) application using the Finite Element Method (FEM) for the modeling of a 50 kW ( $Q = 120$  l/s,  $H = 50$  m y  $\omega = 124.6055$  rad/s) Cross Flow Hydraulic Turbine, trying to explain with the numeric methodology the principles and supposes of the classic turbine design and the optimization. The results are pressure and velocity fields for different operation conditions ( $Q = 0 - 203.61$  l/s,  $H = 9.40 - 580.71$  m y  $\omega = 25, 50, 100$  and  $125$  rad/s) and different regimens (laminar, transition and turbulent), we use this results to estimate some operation parameters (velocity distribution on the inlet flow to the runner, nozzle efficiency and nozzle coefficient, 50 kW turbine characteristics curves and unity turbine characteristics curves). Finally we assess the turbine operation parameters for the design conditions considering the flow modeling.*

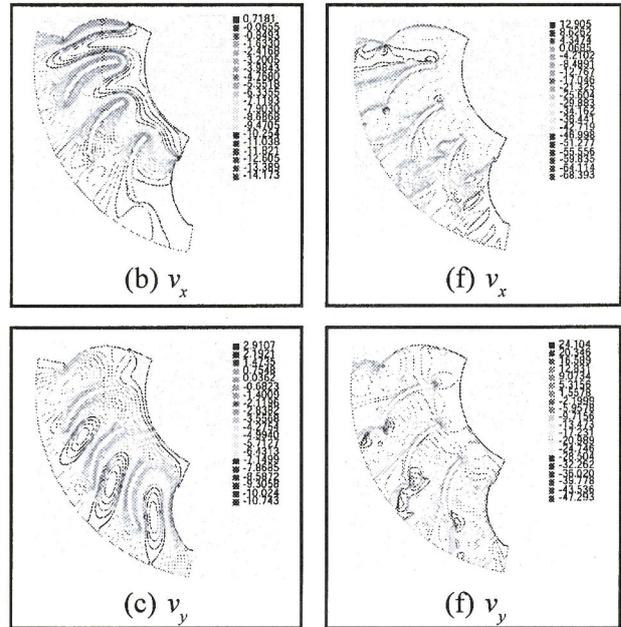
*Key words - Hydraulic turbine, Cross flow, Michell – Banki, Flow modeling, Supply nozzle, Runner, CFD, FEM.*

---

<sup>1</sup>Doctor, Ingeniero Industrial de la Universidad de Oviedo – España, Ingeniero Mecánico Electricista de la Facultad de Ingeniería Mecánica, Docente investigador, Decano de la Facultad de Ingeniería Mecánica de la Universidad Nacional de Ingeniería, <sup>2</sup>Ingeniero Mecánico egresado de la Facultad de Ingeniería Mecánica de la Universidad Nacional de Ingeniería, Docente investigador e Ingeniero residente de la Minera VICE S.A.C.



**Fig. 9** Campos de presión y velocidad para régimen laminar casos a, b y c ( $v = 0.1 \text{ m/s}^2$ ,  $\rho = 1 \text{ kg/m}^3$  y  $dt = 0.0005 \text{ s}$ ,  $\omega = 50 \text{ rad/s}$ ,  $V_{\text{max}} = 50 \text{ m/s}$ ) y régimen turbulento casos d, e y f ( $v = 0.001 \text{ m/s}^2$ ,  $\rho = 1 \text{ kg/m}^3$  y  $dt = 0.0005 \text{ s}$ ,  $\omega = 125 \text{ rad/s}$ ,  $V_{\text{max}} = 75 \text{ m/s}$ ) para primer efecto



**Fig. 10** Campos de presiones y velocidad para régimen laminar casos a, b y c ( $v = 0.1 \text{ m/s}^2$ ,  $\rho = 1 \text{ kg/m}^3$  y  $dt = 0.0005 \text{ s}$ ,  $\omega = 25 \text{ rad/s}$ ,  $V_{\text{max}} = 50 \text{ m/s}$ ) y régimen turbulento casos d, e, f ( $v = 0.001 \text{ m/s}^2$ ,  $\rho = 1 \text{ kg/m}^3$  y  $dt = 0.0005 \text{ s}$ ,  $\omega = 125 \text{ rad/s}$ ,  $V_{\text{max}} = 150 \text{ m/s}$ ) para segundo efecto.

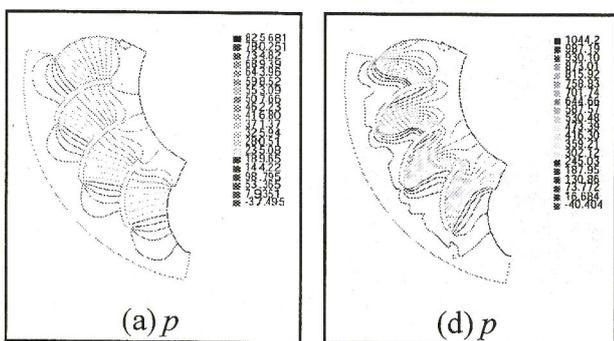
Considerando los resultados numéricos y el análisis integral se evalúan los parámetros de operación de la turbina, obteniéndose caudales que varían entre 0 y 203.61 l/s y alturas netas que varían entre 9.40 y 580.71 m. Empleando las leyes de semejanza para la turbina unidad (Ecuaciones (10, 11, 12 y 13) y los resultados numéricos, se obtienen las curvas características de la turbina en función de la velocidad

de giro relativa  $\frac{U_2}{V_{\text{med}}} = \frac{1}{K_{ic} \sqrt{\psi}}$  (Fig 11, 12, 13, 14 y 15) y en función del caudal de la turbina unidad  $Q_{11}$ , (Fig. 16, 17, 18 y 19).

$$N_{11} = \frac{ND_2}{\sqrt{H_N}} \tag{10}$$

$$Q_{11} = \frac{Q}{D_2^2 \sqrt{H_N}} \tag{11}$$

$$P_{11} = \frac{P}{D_2^2 \sqrt{H_N^3}} \tag{12}$$



Modelamiento de los parámetros de funcionamiento de la turbina hidráulica de flujo cruzado aplicando el método de elementos finitos

$$T_{11} = \frac{T}{D_2^3 H_N} \quad (13)$$

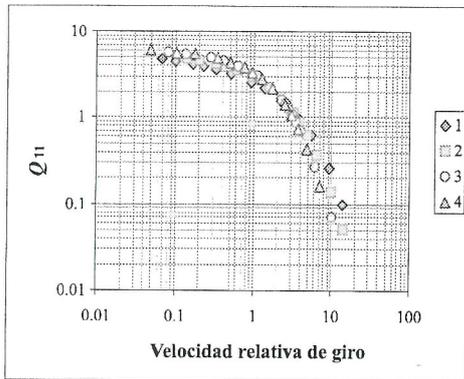


Fig. 11 Caudal de la turbina unidad en función de la velocidad relativa de giro.

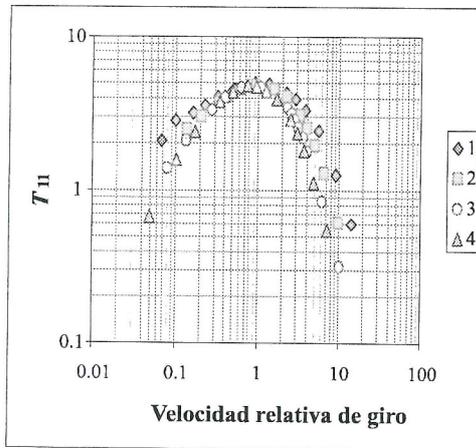


Fig. 12 Torque de la turbina unidad en función de la velocidad relativa de giro.

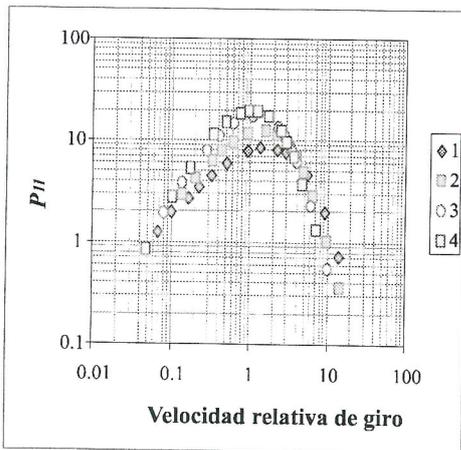


Fig. 13 Potencia de la turbina unidad en función de la velocidad relativa de giro

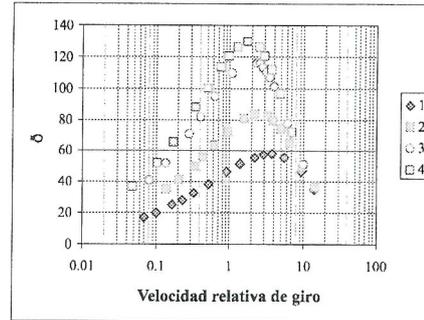


Fig. 14 Revoluciones de la turbina unidad en función de la velocidad relativa de giro.

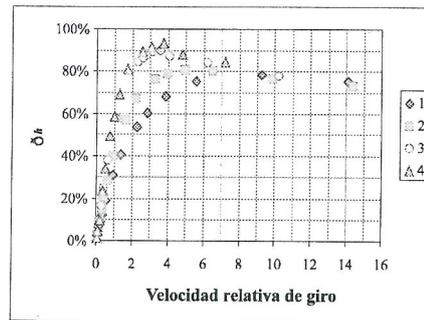


Fig. 15 Eficiencia de la turbina unidad en función de la velocidad relativa de giro

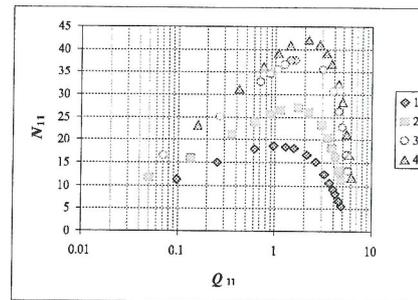


Fig. 16 Revoluciones de la turbina unidad en función de su caudal

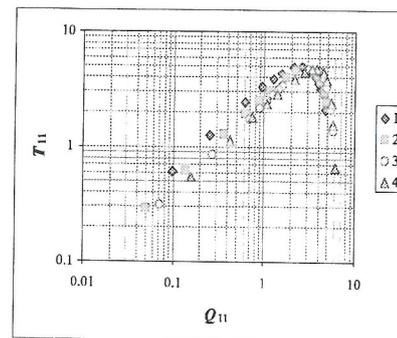


Fig. 17 Torque de la turbina unidad en función de su caudal.

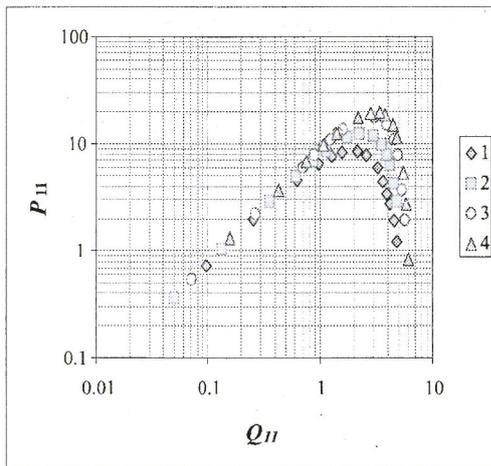


Fig. 18 Potencia de la turbina unidad en función de su caudal.

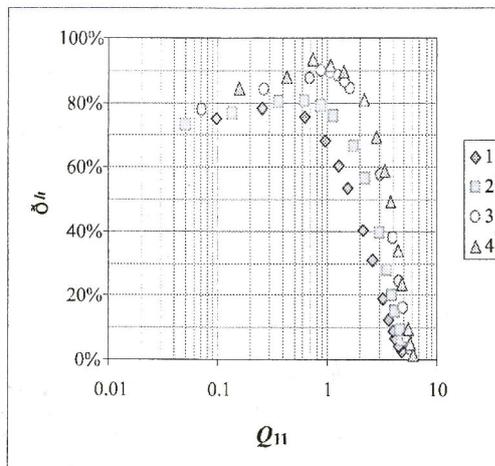


Fig. 19 Eficiencia de la turbina unidad en función de su caudal.

Finalmente como resultado del caso de estudio, se proyectan los indicadores de operación de la turbina bajo la perspectiva del modelamiento, obteniéndose:

- Caudal:  $Q = 120 \text{ l/s}$
- Altura:  $H = 50 \text{ m}$
- Eficiencia hidráulica:  $h_h = 51.04\%$
- Potencia:  $P = 30.04 \text{ kW}$
- Revoluciones del rotor:  $N = 743.71 \text{ rpm}$
- Torque:  $T = 0.3858 \text{ kN-m}$

### CONCLUSIONES

Se ha elaborado una metodología que emplea el FEM utilizando el programa FreeFEM+ para resolver de manera numérica las ecuaciones de continuidad y

Navier-Stokes y; por ende evaluar el funcionamiento de la turbina hidráulica de flujo cruzado de diseño modificado para  $Q = 120 \text{ l/s}$ ,  $H = 50 \text{ m}$  y  $P = 50 \text{ kW}$ , así como la distribución del vector velocidad del flujo en el ingreso al rodete, la eficiencia del inyector en función del número de Reynolds y el coeficiente del inyector. Asimismo al modelar el doble efecto del flujo sobre el rodete de la turbina se obtienen indicadores de su operación para las condiciones de diseño y en sentido más general las curvas características de la turbina unidad.

La investigación complementa a estudios semejantes, relacionados con el modelamiento numérico-experimental del flujo sobre el inyector directriz [2, 6, 7]; y el modelamiento numérico del flujo sobre el rodete [8]. Se incluye en la metodología desarrollada el análisis del efecto del espesor de álabes y la contracción de la vena al interior de la turbina, aspectos poco abordados desde la perspectiva teórica, numérica, y/o experimentalmente.

### REFERENCIAS

1. **Coz Pancorbo, A. F.**, "Diseño de una Turbina Michell – Banki". Tesis de Competencia Profesional, Universidad Nacional de Ingeniería, Lima, 1961.
2. **Hernández Bazo, C. A.**; "Diseño, Construcción y Ensayo de Turbinas de Flujo Transversal para Microcentrales Eléctricas". Tesis de Competencia Profesional, Universidad Nacional de Ingeniería, Lima, 1980.
3. **INE – Instituto Nacional de Energía**, "Estandarización de Turbinas tipo Michell Banki", Quito, 1986.
4. **Cotacallapa Vera, R. B.**; "Estudio del Efecto del Espesor de Álabes y la Contracción de la Vena en el Diseño de Turbinas Hidráulicas de Flujo Cruzado". Tesis de Competencia Profesional, Universidad Nacional de Ingeniería, Lima, 2006.
5. **Bernardi, D.; Hecht, F.; Ohtsuka, K.; Pironneau, O.**; "FreeFEM+ for Macs, PCs, Linux", 1998.
6. **Costa Pereira, N. H.; Texeira Borges, J. E. B.**; "Análise Computacional Bidimensional de Turbinas Cross – Flow". Technical University of Lisboa, Lisboa, 1994.

7. **Costa Pereira, N. H.; Texeira Borges, J. E. B.;**  
"Study of the Nozzle Flow in a Cross-Flow Turbine".  
Technical University of Lisboa, Lisboa, 1995.
8. **Ishimatsu, K.; Kage, K.; Okubayashi, T.;**  
"Simulación for the Flow around Cross Flow  
Turbine with end plates". JSCFP, Tokio, 2000.

Correspondencia: salome@uni.edu.pe

Recepción e originales: agosto 2006

Aceptación de originales: noviembre 2006