

Universidad Nacional de Ingeniería

Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica



Aplicación del Modelo de Ejes Ortogonales
en el Análisis Transitorio de un Motor
de Inducción Trifásico con Conexiones
Asimétricas

TESIS

Para Optar el Título Profesional de

INGENIERO ELECTRICIST

José Salvador Higa Tamashiro

Promoción 1983 - I

Lima Perú

1985

APLICACION DEL MODELO DE EJES ORTOGONALES EN EL ANALISIS TRANSITORIO DE UN MOTOR DE INDUCCION TRIFASICO CON CONEXIONES ASIMETRICAS.

JOSE S. HIGA TAMASHIRO

TESIS PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE INGENIERO ELECTRICISTA.

FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA Y ELECTRONICA.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA.

LIMA, 1985.

RESUMEN. -

El presente trabajo, expone con suficiente aproximación - para los cálculos de ingeniería, un método matemático para el análisis de las máquinas eléctricas asíncronas trifásicas, alimentadas mediante una fuente compensada y puramente sinusoidal, cuando son sometidas a conexiones asimétricas en los terminales exteriores de los arrollamientos estáticos.

El estudio está sustentado básicamente en la Teoría General de las Máquinas Eléctricas, que incorpora entre sus hipótesis, el Modelo de Ejes Ortogonales y la Teoría de los

APLICACION DEL MODELO DE EJES ORTOGONALES EN EL ANALISIS TRANSITORIO DE UN MOTOR DE INDUCCION TRIFASICO CON CONEXIONES ASIMETRICAS.

JOSE S. HIGA TAMASHIRO

TESIS PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE INGENIERO ELECTRICISTA.

FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA Y ELECTRONICA.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA.

LIMA, 1985.

RESUMEN. -

El presente trabajo, expone con suficiente aproximación - para los cálculos de ingeniería, un método matemático para el análisis de las máquinas eléctricas asíncronas trifásicas, alimentadas mediante una fuente compensada y puramente sinusoidal, cuando son sometidas a conexiones asimétricas en los terminales exteriores de los arrollamientos estáticos.

El estudio está sustentado básicamente en la Teoría General de las Máquinas Eléctricas, que incorpora entre sus hipótesis, el Modelo de Ejes Ortogonales y la Teoría de los

circuítos magneticamente acoplados.

El modelo es, completamente aplicable, tanto a los motores con rotor bobinado, así como a los de rotor con barras en forma de jaula de ardilla.

El análisis de los fenómenos transitorios, debido a las conexiones asimétricas, se hace tanto a los motores normalmente conectados en estrella, como a los que es —tán normalmente conectados en triángulo, sin necesidad de realizar transformación alguna de impedancias.

Para la resolución de los sistemas de ecuaciones diferenciales, que resultan del análisis de las diferentes conexiones asimétricas estudiadas, teniendo en cuenta las ecuaciones de restricción para cada caso, se recurrió al método iterativo de cálculo llamado "Runge — Kutta", de cuarto orden, que como sabemos posee la ventaja de la autoinicialización y de adecuada estabilidad numérica en comparación con otros métodos de similar orden de precisión.

Los resultados de la simulación son presentados en forma gráfica y tabulada, en ellas, puede verse las diversas características y peculiaridades de cada conexión asimétrica.

Finalmente, consideramos la extensión del modelo matemático al estudio de otras situaciones desequilibradas que pudieran suceder en el funcionamiento de las máquinas de inducción, tales como recierres, tensiones de alimentación desbalanceadas, etc.

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.:
II.- INTRODUCCION	10
III.- METODO GENERAL DE ANALISIS.....	16
3.1.- Ecuaciones diferenciales de la máquina de inducción trifásica.....	16
3.2.- Ecuaciones de tensión en el Modelo de Ejes Ortogonales.....	26
3.3.- Expresión del Momento Electromagnético de rotación.....	30
IV.- OPERACION ASIMETRICA.....	33
4.1.- Motores con conexión estrella.....	33
4.1.1.- Conexión asimétrica Fase a neutro.....	33
4.1.2.- Conexión asimétrica Línea a neutro.....	42
4.1.3.- Conexión asimétrica Fase invertida.....	48
4.1.4.- Conexión asimétrica con neutro parcialmente abierto.....	53
4.1.5.- Conexión asimétrica Línea del motor conectado con el neutro del generador.....	59
4.1.6.- Conexión asimétrica Línea del motor abierto..	65
4.1.7.- Conexión asimétrica Dos líneas del motor cortocircuitados.....	68
4.2.- Conexión Delta.....	72
4.2.1.- Conexión Delta normal.....	72
4.2.2.- Conexión Delta invertida.....	77

	Pág.:
V.- SIMULACION DIGITAL	84
5.1.- Formulaci3n del problema.....	85
5.2.- Diagrama de flujo.....	86
5.3.- Simulaci3n Digital del funcionamiento de un motor de inducci3n conectado en forma asimétrica.....	88
5.3.1.- Falla Fase a neutro.....	89
5.3.2.- Falla Lnea a neutro.....	89
5.3.3.- Falla Fase invertida.....	90
5.3.4.- Falla Neutro parcialmente abierto.....	90
5.3.5.- Falla Lnea del motor cortocircuitado con el neutro del generador.....	90
5.3.6.- Falla Lnea del motor abierto.....	91
5.3.7.- Falla Dos lneas del motor cortocircuitados.	91
VI.- OTRAS APLICACIONES DEL MODELO.....	92
6.1.- Tensiones de alimentaci3n desbalanceadas.....	92
6.2.- Recierres.....	95
- CONCLUSIONES.....	96
- NOMENCLATURA.....	100
- BIBLIOGRAFIA.....	110
- ANEXOS.....	112

INTRODUCCION

Todas las personas vinculadas al estudio y/o al manejo de las máquinas eléctricas, conocen la enorme importancia de éstas, en los sistemas productivos de la gran mayoría de las industrias actuales.

Dentro de los diversos tipos de máquinas eléctricas, el motor de inducción, es ampliamente utilizado, en sus diversas variedades, por su robustez, bajo costo financiero en comparación con otras máquinas de potencia equivalente, fácil mantenimiento, etc. Analizar, por lo tanto, su comportamiento como parte de un sistema, o en forma individual, es una necesidad, no solo teórica, sino de indudables aplicaciones prácticas, a fin de contribuir a una mejor eficiencia, protección y preservación de los sistemas en donde sea parte integrante.

El análisis del comportamiento de las máquinas eléctricas, lo podemos hacer desde el punto de vista del régimen estable o del régimen transitorio.

El análisis en estado estable, de los motores de inducción es ampliamente estudiado en los libros de texto tradicionales, por lo que sería inútil un mayor abundamiento a ese respecto.

Los procesos transitorios, por el contrario, requieren un tratamiento mas elaborado, que debe tomar en consideración otros factores que pudieran derivarse de es -

tas.

Los fenómenos transitorios tienen lugar, cuando pasamos de un régimen establecido a otro. Podemos notar dos grandes tipos de transitorios, los transitorios de funcionamiento o explotación, tales como los arranques, puesta en paralelo, conmutaciones de un arrancador, recierre y otros; y los transitorios debido a fallas, tales como cortocircuitos simétricos y asimétricos, aperturas de fase, pérdida súbita de carga, etc.

Antes de la era de las computadoras, estudiar acerca de los procesos transitorios era una tarea muy difícil, debido a las dificultades en la manipulación y resolución de los sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales con coeficientes variables, resultantes del análisis matemático de dichos fenómenos. Hoy en día, las facilidades que nos brinda el uso de las computadoras analógicas y digitales en la resolución de tales sistemas, simplifica en forma notable el problema, y pone al alcance del estudioso una herramienta sumamente poderosa para analizar las condiciones en que se pueda desenvolver una máquina en determinado momento.

El tema de nuestro trabajo, toca con mayor énfasis el análisis de los fenómenos transitorios debido a los cortocircuitos asimétricos causados por conexiones asimétricas en los terminales exteriores de los arrollamientos estáticos de un motor de inducción trifásico, alimentado con una fuente trifásica, compensada y sinusoidal.

Entre los alcances de este trabajo podemos mencionar los siguientes:

1) La interpretación y cuantificación correcta de las variables de fase (tensión, intensidad, torque,) que podrían servir como pautas para una eficiente protección y seguridad de servicio de los motores.

2) Se trata los problemas de este tipo de procesos transitorios en forma global, bajo un solo patrón de análisis, para lo cual, las soluciones obtenidas, cubren una amplia variedad de conexiones asimétricas, incluyendo varias que aparentemente no han sido resueltas por alguna previa técnica analítica..

3) Demostrar que es posible extender esta técnica de análisis, incluyendo factores que en este trabajo no hemos considerado, tales como la saturación, los armónicos espaciales, pérdidas en el fierro, temperatura, etc.

4) Prevenir a las personas que supervisan los sistemas eléctricos de las plantas industriales, que los eventos de falla, muchas veces pueden ser evitados, si los encargados de manipular las máquinas son personas idóneamente preparadas, y no improvisados.

Para desarrollar el estudio de los fenómenos transitorios que nos ocupa, recurrimos a la Teoría General de las Máquinas Eléctricas, utilizando mayormente el "Modelo de Ejes Ortogonales", que nos permite simplificar el análisis, mediante adecuadas transformaciones de variables, de los complicados sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales con coeficientes variables resultan -

tes del sistema trifásico. A diferencia del sistema trifásico de ecuaciones, el modelo de ejes ortogonales, también llamado "d-q-o", proporciona un sistema más adecuado y práctico, por su estructura, que resulta en un conjunto de ecuaciones diferenciales con coeficientes constantes, lo que facilita sensiblemente su cálculo en máquinas digitales o analógicas.

La aplicación de la Teoría Generalizada, implica, asumir las simplificaciones de ésta, para construir el modelo matemático apropiado de la máquina, sin caer en oscuras suposiciones. Estas simplificaciones son:

1) Todos los armónicos espaciales de la onda de fmm en el entrehierro, son despreciados, solamente se tomará en cuenta la influencia de la onda fundamental.

2) Se desprecian las pérdidas en el fierro.

3) Se considera que la saturación es despreciable, en el modelo matemático idealizado, se asume que todas las densidades de flujo son proporcionales a las corrientes que son producidas por ellos.

4) Se admite la suposición de que el fierro posee una permeabilidad infinita con respecto al aire, adoptándose esta suposición, podemos utilizar el principio de la superposición y, determinar, a su vez, el campo magnético como la suma de los campos creados por las corrientes en los sistemas periódicos elementales de las bobinas.

5) Como nuestro estudio, se refiere al ámbito industrial, en la cual la frecuencia normalmente es 50 ó 60 Hz, podemos considerar que los circuitos eléctricos poseen pa

rámetros concentrados, debido a que en este caso, la longitud de la onda electromagnética es mucho mayor que las dimensiones lineales de la máquina.

Teniendo, en cuenta todas estas salvedades, se puede desarrollar nuestra técnica analítica.

Entre las conexiones que estudiaremos, merecen especial atención, aquellas conexiones en las que se compromete al neutro de la máquina. Cuando un terminal del devanado estatórico del motor es conectado asimétricamente comprometiendo al neutro, ya sea en forma accidental o intencionada, es necesario considerar la influencia de la componente homopolar en el análisis de las variables y ecuaciones de restricción que rigen el sistema físico.

Como sabemos, la onda de fmm resultante de secuencia cero, está en fase en los tres devanados de un sistema de bobinas trifásicas, debido a la particular distribución espacial de los bobinados y solo producen por lo tanto, terceros armónicos espaciales y sus múltiplos, como consecuencia de ello, este flujo se ve obligado a cerrar su circuito magnético a través del aire, debido a la configuración del circuito magnético, entonces, como la permeabilidad del aire es muy pequeña, lo es también la inductancia del circuito eléctrico en ese medio, constituyendo por lo tanto, una inductancia de dispersión que es susceptible de ser separado de las otras componentes de flujo en el hierro.

Las conexiones asimétricas restantes, son las fallas línea-línea, por lo tanto no aparecen las componentes de

secuencia cero.

El análisis se hace tanto cuando el motor tiene una conexión estrella o triángulo, no necesitándose para analizar este último tipo de arrollamiento, realizar la conocida transformación estrella-triángulo de impedancias, por el cual un motor normalmente conectado en triángulo, se convierte a una "estrella equivalente", sino, directamente de sus propias ecuaciones.

Las limitaciones de nuestro análisis, están enmarcadas por las simplificaciones mencionadas anteriormente. Indudablemente, que si pretendemos aplicar este modelo en el análisis de un motor de inducción real, deberemos de tener en cuenta, en general, todas las características que hemos despreciado.

Expreso mi reconocimiento a la asistencia brindada en la ejecución de este trabajo por el Dr. James Bravo B.

Finalmente, aclaro que todo error u omisión es de mi exclusiva responsabilidad.

J. S. HIGA T.

METODO GENERAL DE ANALISIS

3.1.- Ecuaciones Diferenciales de la Máquina de Inducción trifásica.- Las máquinas eléctricas pueden ser tratadas desde el punto de vista de los circuitos magnéticamente acoplados. La máquina que nos servirá como modelo, tendrá las siguientes características y condiciones, aparte de las descritas en la introducción :

a) El devanado del estator es trifásico y estará conectado a una fuente de alimentación trifásica, balanceada y sinusoidal.

b) La máquina asíncrona posee cualquier número de polos. Este modelo lo representamos en la fig.3.1.

c) El rotor de la máquina de inducción puede ser bobinado ó de jaula de ardilla. La descripción matemática que se expone se refiere a las máquinas de rotor bobinado que, sin embargo, puede ser extendida, sin ninguna limitación a los motores con rotores de jaula. Para esto, es suficiente reemplazar el devanado polifásico en jaula del motor por otro trifásico equivalente con los mismos datos de arrollamiento que el devanado del estator, y tomar los parámetros de este devanado iguales a los parámetros del devanado en jaula reducidos a los devanados del estator..

d) Suponemos que antes de suceder el proceso transitorio, conocemos las condiciones iniciales de funcionamiento.

to, los valores instantáneos de tensión, corrientes de fase, velocidad mecánica y torque aplicado.

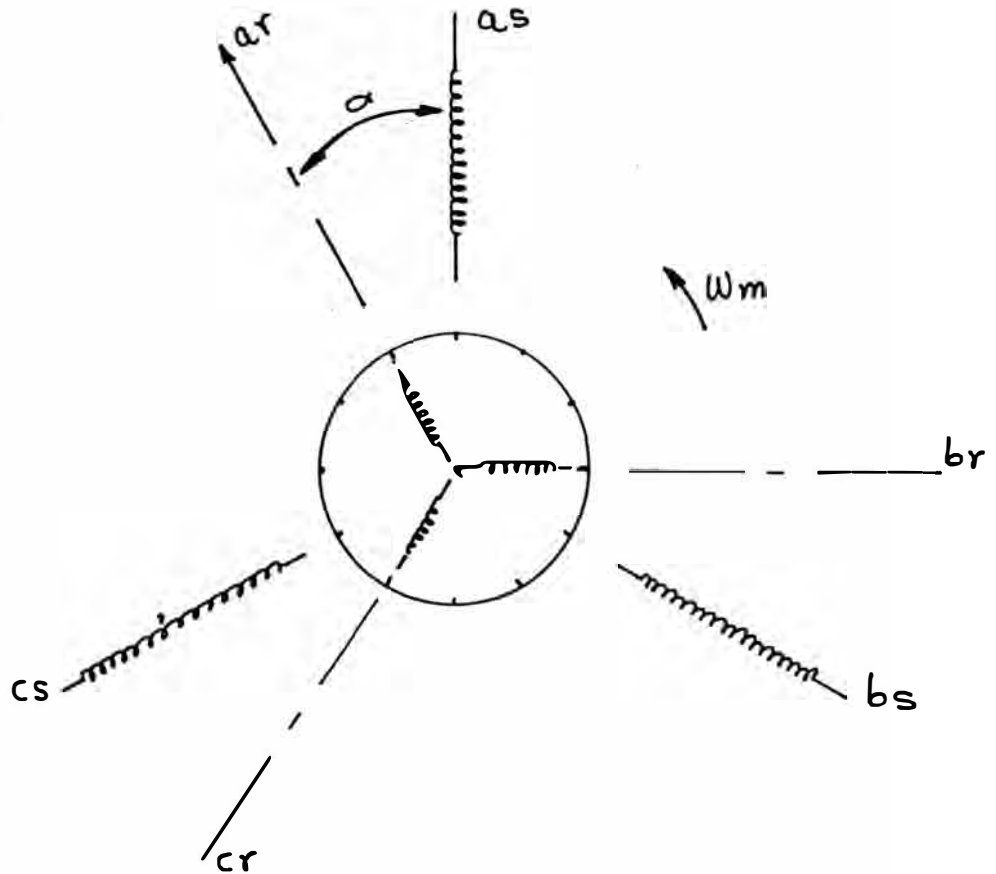


Fig. 3.1 - Modelo de un motor de inducción trifásico

e) Suponemos que antes de suceder el fenómeno transitorio, la máquina puede estar desenergizada o funcionando en régimen estable a velocidad constante.

El fenómeno transitorio, se manifiesta mediante el cambio simétrico o asimétrico de las corrientes de fase, o de las amplitudes de las tensiones alternas de la red primaria, que alimentan el devanado del estator. Este pro

ceso también tiene lugar al variar de súbito el momento exterior, después de lo cual, se altera el equilibrio de momentos, aparece la aceleración y se establece un nuevo valor de la frecuencia de rotación.

La configuración típica que utilizaremos, para analizar las diversas conexiones asimétricas, es la que mostramos en la fig.3.2, en donde el motor, está conectado a una fuente trifásica, compensada y sinusoidal, gobernada por las siguientes ecuaciones:

$$e'_{ag} = E_m \cos \omega_s t \quad (3-1)$$

$$e'_{bg} = E_m \cos (\omega_s t - 2\pi/3) \quad (3-2)$$

$$e'_{cg} = E_m \cos (\omega_s t + 2\pi/3) \quad (3-3)$$

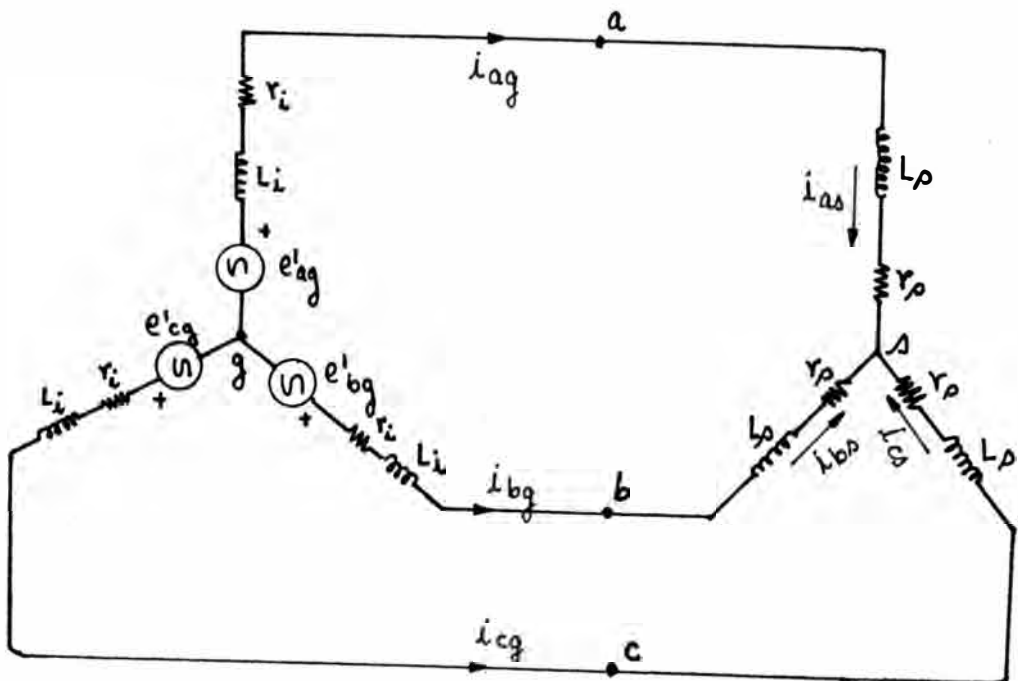


Fig.3.2.- Esquema típico motor-generador trifásico

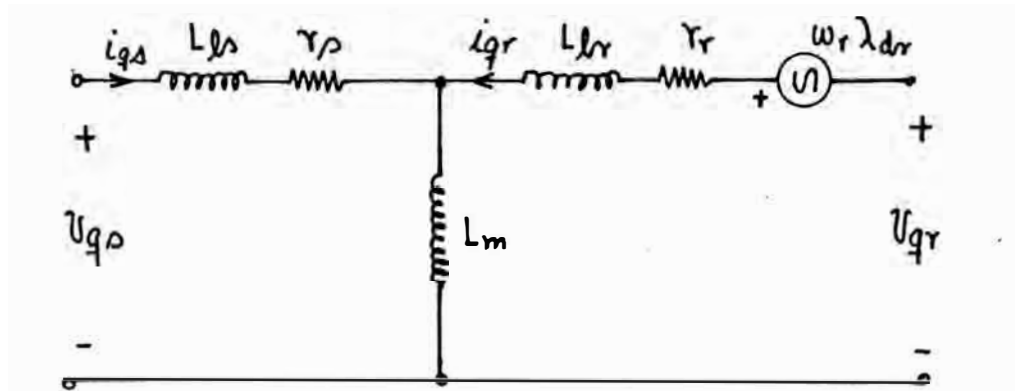


Fig.3.3.- Circuito equivalente en el eje "q" del modelo idealizado.

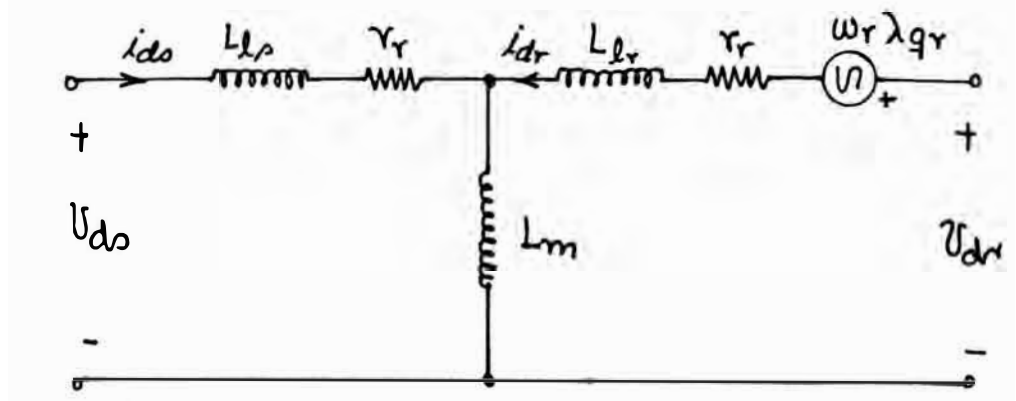


Fig3.4.-Circuito equivalente en el eje "d" del modelo idealizado.

Si consideramos la impedancia interna de la fuente de alimentación, podemos escribir:

$$e_{ag} = e'_{ag} - r_i i_{ag} - L_i p i_{ag} \quad (3-4)$$

$$e_{bg} = e'_{bg} - r_i i_{bg} - L_i p i_{bg} \quad (3-5)$$

$$e_{cg} = e'_{cg} - r_i i_{cg} - L_i p i_{cg} \quad (3-6)$$

Antes de determinar las corrientes en el proceso transitorio, recurrimos a separar las componentes de secuencia cero de las magnitudes de fase, en las conexiones en donde se comprometa el neutro del motor, esto es posible, debido a que las tensiones homopolares contienen solamente terceros armónicos espaciales y sus múltiplos, debido a la posición relativa de los devanados de fase, que constituyen flujos de dispersión pura y por lo tanto, pueden resolverse separadamente de las otras componentes de flujo en el hierro.

Si las corrientes y tensiones de fase contienen componentes homopolares, ellas deben ser previamente separadas. Si las corrientes instantáneas de las fases, sumadas no son iguales a cero. 0 sea:

$$i_{as} + i_{bs} + i_{cs} \neq 0 \quad (3-7)$$

entonces, contienen componentes de secuencia cero, que lo podemos escribir como:

$$i_{0s} = \sqrt{2}/3 (i_{as} + i_{bs} + i_{cs}) \quad (3-8)$$

Podemos notar, que el valor de la corriente de secuencia homopolar, difiere en $\sqrt{2}$ del valor usual, cuestión que es perfectamente posible, debido a que el valor de la com-

ponente homopolar es resultado de una definición y, como tal, podemos definirla de la manera que más nos convenga, en este caso lo hemos definido así para mantener la consistencia en el factor de escala en los componentes físicos a - b - c.

Luego, las corrientes de fase estática, las podemos descomponer en: $i_{as} = i'_{as} + i_{os}/\sqrt{2}$,

$$i_{bs} = i'_{bs} + i_{os}/\sqrt{2}; \quad i_{cs} = i'_{cs} + i_{os}/\sqrt{2} \quad (3-9)$$

i'_{as} , i'_{bs} , i'_{cs} son corrientes que no contienen valores de secuencia cero y cuya suma es igual a cero.

$$i'_{as} + i'_{bs} + i'_{cs} = i_{as} + i_{bs} + i_{cs} - \frac{3}{\sqrt{2}} i_{os} = 0 \quad (3-10)$$

Del mismo modo, las tensiones de fase (v_{as} , v_{bs} , v_{cs}) y los flujos concatenados (λ_{as} , λ_{bs} , λ_{cs}) se deben expresar en forma de la suma de las componentes de secuencia cero (v_{os} , λ_{os}), y de las demás componentes ($v'_{as} = v_{as} - v_{os}/\sqrt{2}$, ...), ($\lambda'_{as} = \lambda_{as} - \lambda_{os}/\sqrt{2}$,), que dan una suma extendida en todas las fases igual a cero.

$$v'_{as} + v'_{bs} + v'_{cs} = 0 \quad (3-11)$$

$$\lambda'_{as} + \lambda'_{bs} + \lambda'_{cs} = 0 \quad (3-12)$$

Análogamente, se procede con las magnitudes de fase del rotor, descomponiéndolas en las componentes homopolares y las componentes que no las contienen:

$$i_{ar} = i'_{ar} + i_{or}/\sqrt{2}$$

$$i_{br} = i'_{br} + i_{or}/\sqrt{2} \quad (3-13)$$

$$i_{cr} = i'_{cr} + i_{or}/\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}v_{ar} &= v'_{ar} + v_{or}/\sqrt{2} \\v_{br} &= v'_{br} + v_{or}/\sqrt{2} \\v_{cr} &= v'_{cr} + v_{or}/\sqrt{2}\end{aligned}\tag{3-14}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{ar} &= \lambda'_{ar} + \lambda_{or}/\sqrt{2} \\ \lambda_{br} &= \lambda'_{br} + \lambda_{or}/\sqrt{2} \\ \lambda_{cr} &= \lambda'_{cr} + \lambda_{or}/\sqrt{2}\end{aligned}\tag{3-15}$$

donde:

$$\begin{aligned}i'_{ar} + i'_{br} + i'_{cr} &= 0 \\ v'_{ar} + v'_{br} + v'_{cr} &= 0 \\ \lambda'_{ar} + \lambda'_{br} + \lambda'_{cr} &= 0\end{aligned}\tag{3-16}$$

Hecha esta descomposición, podemos escribir el sistema para las magnitudes de secuencia cero, recurriendo a la segunda ley de Kirchoff para las tensiones instantáneas de fase de los devanados del estator y del rotor :

$$v'_{0s} = r_s i'_{0s} + p \lambda'_{0s}\tag{3-17}$$

$$v'_{0r} = r_s i'_{0r} + p \lambda'_{0r}\tag{3-18}$$

$$v'_{0c} = r_s i'_{0c} + p \lambda'_{0c}\tag{3-19}$$

$$v_{ar}' = r_r i_{ar}' + p \lambda_{ar}' \quad (3-20)$$

$$v_{br}' = r_r i_{br}' + p \lambda_{br}' \quad (3-21)$$

$$v_{cr}' = r_r i_{cr}' + p \lambda_{cr}' \quad (3-22)$$

y el sistema de ecuaciones para las magnitudes de secuencia cero:

$$v_{0s} = r_s i_{0s} + p \lambda_{0s} \quad (3-23)$$

$$v_{0r} = r_r i_{0r} + p \lambda_{0r} \quad (3-24)$$

En el sistema de ecuaciones pertenecientes a las tensiones rotóricas, todas las magnitudes del rotor, se encuentran referidas al estator.

Si el circuito magnético lo consideramos lineal. o sea, que las densidades de flujo son proporcionales a las corrientes producidas por ellos, los flujos concatenados, los podemos expresar por:

$$\lambda_{as} = L_{sf} i_{as} + L_{asbs} i_{bs} + L_{ascs} i_{cs} + L_{asav} i_{ar} + \quad (3-25)$$

$$L_{asbr} i_{br} + L_{ascr} i_{cr} ; \text{ donde:}$$

$$L_{sf} = L_u + L_{mf} \text{ (inductancia por fase del devanado estatórico.)}$$

$$L_{asbs} = L_{ascs} = M = -L_{mf}/2 \text{ (inductancia mutua entre una fase estatórica y una rotórica)} \quad (3-26)$$

$$\left. \begin{aligned} L_{asav} &= L_{bsbr} = L_{cscr} = L_{mf} \cos \alpha \\ L_{asbr} &= L_{bscr} = L_{csar} = L_{mf} \cos (\alpha - 2\pi/3) \\ L_{ascr} &= L_{bsar} = L_{csbr} = L_{mf} \cos (\alpha + 2\pi/3) \end{aligned} \right\} \quad (3-27)$$

donde α es el ángulo eléctrico entre los ejes de la fase "a" del estator y de la fase "a" del rotor.

El sistema de ecuaciones (3-25) lo podemos escribir en notación matricial como:

$$\left\{ \lambda_{abc} \right\} = \left\{ L_s \right\} \left\{ i_{abcs} \right\} + \left\{ L_{sr} \right\} \left\{ i_{abcr} \right\} \quad (3-28)$$

donde:

$$\left\{ \lambda_{abc} \right\} = \begin{Bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{cs} \end{Bmatrix}; \quad \left\{ i_{abcs} \right\} = \begin{Bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{Bmatrix}; \quad \left\{ i_{abcr} \right\} = \begin{Bmatrix} i_{ar} \\ i_{br} \\ i_{cr} \end{Bmatrix} \quad (3-29)$$

$\left\{ L_s \right\}$ es la matriz de las autoinductancias e inductancias mutuas por fase de los circuitos eléctricos del estator.

$\left\{ L_{sr} \right\}$ es la matriz de las inductancias mutuas por fase entre los circuitos eléctricos del estator y rotor.

Con la suposición de linealidad, podemos usar el principio de la superposición, por lo tanto consideramos en seguida que las corrientes en cualquier arrollamiento crea una fmm, y por lo tanto, una componente de flujo, que induce una fem en el mismo devanado y en otro cualquiera. Todas las tensiones componentes en cualquier devanado pueden ser adicionados juntos, para obtener una tensión resultante.

" Las ecuaciones de todos los devanados, junto con la ecuación del torque, constituyen las ecuaciones generales

del motor de inducción que determinan completamente su operación en cualquier estado". Por lo tanto, para describir un sistema trifásico en cualquier estado, debemos resolver un sistema de seis ecuaciones que relacionan las 3 fases estáticas y las tres fases rotóricas. Este sistema de ecuaciones puede expresarse matricialmente por:

$$\{V\} = \{Z\} \{I\} \quad (3-30)$$

donde:

$$\{V\} = \{V_{as}, V_{bs}, V_{cs}, V_{ar}, V_{br}, V_{cr}\}^t$$

es la matriz de las tensiones de fase en los terminales exteriores del rotor y estator.

$$\{I\} = \{i_{as}, i_{bs}, i_{cs}, i_{ar}, i_{br}, i_{cr}\}^t$$

es la matriz de las intensidades de corriente de fase en los devanados estáticos y rotóricos.

$\{Z\}$ es la matriz de impedancia trifásica.

La matriz de impedancia del sistema trifásico, contendría en general 36 elementos diferentes de cero. Solucionar este sistema, mediante la inversión directa de esta matriz sería en ese caso una tarea muy complicada, porque nos llevaría a formular una gran cantidad de expresiones difíciles de manipular, por la figuración de variables y productos de variables no lineales y dependientes del tiempo.

Es necesario, por ello, buscar una solución, más factible, desde el punto de vista práctico y, que a la vez proporcione una aproximación suficiente al contrastarse con resultados experimentales.

3.2.-Ecuaciones de tensión en el Modelo de Ejes Ortogona-

les.- El Modelo de Ejes Ortogonales, que forma parte de la Teoría de las Máquinas Eléctricas, es la herramienta matemática, que utilizaremos en nuestro análisis, para simplificar el trabajo de manipulación en las expresiones de la matriz de impedancias

El modelo que aplicaremos en nuestro trabajo, tendrá las siguientes particularidades:

1) Las ecuaciones que gobiernan el funcionamiento de un motor de inducción dependen del modelo de referencia. Nosotros, elegimos, por comodidad, ya que todas las fallas suceden en los devanados del estator, el Modelo de referencia estacionario, por lo tanto, las componentes d-q-o para las tensiones, corrientes y flujos se estudian del mismo modo que las componentes α, β, o del Modelo de Transformación de Fases, de modo que las componentes del rotor sean referidas al estator.

2) Para mantener el circuito equivalente en el eje directo en forma inalterable, ya sea en condición estable o transitoria, hacemos que el eje de la fase "a" del devanado estatórico del sistema trifásico coincida con el eje del devanado en cuadratura del Modelo de Ejes Ortogonales, de modo que todas las fallas las referiremos a esa fase.

3) Las transformaciones utilizadas están adaptadas de

tal modo, que la potencia por fase en el sistema trifásico y en el Modelo de Ejes Ortogonales sea una invariante. Esto es posible haciendo que la densidad superficial total de corriente en el sistema trifásico, sea igual a 1.5 veces la densidad superficial total de corriente en el Sistema de Ejes Ortogonales. Esta definición repercute en los coeficientes de inducción mutua y de autoinducción de la matriz de impedancias en el Modelo Ortogonal, como veremos más adelante.

Bajo estas premisas, podemos hallar las tensiones e intensidades transformadas mediante las conocidas transformaciones de fase:

$$\begin{bmatrix} U_{gA} \\ U_{dA} \\ U_{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \\ \sqrt{2}/3 & \sqrt{2}/3 & \sqrt{2}/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{as} \\ U_{bs} \\ U_{cs} \end{bmatrix} \quad (3-31)$$

La independencia de la tensión en el eje directo, de la tensión a través de las fases puede ser notada. Asimismo, la matriz propuesta no es ortogonal, lo que no representa ninguna limitación al desarrollo de nuestro análisis porque las condiciones de ortogonalidad no influyen en nada en nuestro método.

En el Modelo de referencia estacionario, las ecuaciones del motor de inducción, luego de ser transformadas, pueden ser escritas matricialmente en la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} U_{qs} \\ U_{ds} \\ U_{os} \\ U_{qr} \\ U_{dr} \\ U_{or} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_p + L_p p & 0 & 0 & L_{mp} & 0 & 0 \\ 0 & r_p + L_p p & 0 & 0 & L_{mp} & 0 \\ 0 & 0 & r_p + L_p p & 0 & 0 & 0 \\ L_{mp} & -\omega_r L_m & 0 & r_r + L_r p & -\omega_r L_r & 0 \\ \omega_r L_m & L_{mp} & 0 & \omega_r L_r & r_r + L_r p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_r + L_r p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{os} \\ i_{qr} \\ i_{dr} \\ i_{or} \end{bmatrix}$$

(3-32)

Todas las cantidades rotóricas están referidas al estator.

Los coeficientes de autoinductancia e inductancia mutua del Modelo de Ejes Ortogonales con los coeficientes de inductancia mutua por fase y autoinductancia por fase, en el sistema trifásico están ligados de la siguiente manera:

$$L_m = \frac{3}{2} L_{mf} ; L_s = \frac{3}{2} L_{sf} , L_r = \frac{3}{2} L_{rf}$$

L_{sf} es la inductancia propia por fase del devanado del estator.

L_{rf} es la inductancia propia por fase del devanado del rotor referido al estator.

L_{mf} es la inductancia mutua por fase entre el devanado estatórico y rotórico.

Está claramente establecido, que la condición transitoria de un motor de inducción, puede ser obtenida a través del conocimiento de las tensiones a través de los devanados, puesto que las correspondientes tensiones de entrada d-q-o para la ecuación (3-32), son conocidas en virtud de la ecuación(3-31). Por ejemplo, en el caso balanceado de la fig.3.2, las tensiones de fase en el estator pueden ser expresadas en términos de las tensiones de alimentación por:

$$v_{as} = \frac{2}{3} e_{ag} - \frac{1}{3} e_{bg} - \frac{1}{3} e_{cg} \quad (3-33)$$

$$v_{bs} = -\frac{1}{3} e_{ag} + \frac{2}{3} e_{bg} - \frac{1}{3} e_{cg} \quad (3-34)$$

$$v_{cs} = -\frac{1}{3} e_{ag} - \frac{1}{3} e_{bg} + \frac{2}{3} e_{cg} \quad (3-35)$$

Donde e_{ag} , e_{bg} y e_{cg} incorporan la caída de tensión debido a la impedancia interna de la fuente de alimentación. En general, cada tipo de asimetría, requiere de la deducción de un conjunto de ecuaciones de restricción, en número suficiente para hallar una solución.

Después, de que las ecuaciones (3-31), (3-32) han sido empleadas, para hallar las corrientes en el Modelo d-q-o, las corrientes de fase de la máquina, pueden ser halladas mediante la matriz de transformación inversa:

$$\begin{pmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{os} \end{pmatrix} \quad (3-36)$$

3.3.-Expresión del Momento Electromagnético de rotación.-

La ecuación que completa el conjunto que gobierna el comportamiento de un motor de inducción, es la ecuación de movimiento. El par de carga que se aplica al eje, se compensa con diversos tipos de pares generados, tales como un efecto inercial, un par de fricción, par de elasticidad debido a la torsión del eje y un par de origen electromagnético que se ejerce sobre el rotor

La ecuación que liga el proceso electromagnético con

el proceso mecánico es:

$$T_l = J \frac{d\omega_m}{dt} + D\omega_m + \frac{1}{K} \int_{-\infty}^t \omega_m dt + T_e \quad (3-37)$$

T_l Par exterior aplicado

J Momento de inercia total de la masa rotativa

D Coeficiente de fricción viscosa

K Deformación del eje del motor

T_e Par electromagnético

ω_m Velocidad mecánica instantánea

En todas las máquinas industriales de inducción, la torsión que sufre el eje es lo bastante pequeña y se considera su efecto casi nulo. Por lo tanto, se desprecia el par debido a la deformación en las ecuaciones del torque.

La convención de signos que tomaremos será la siguiente, T_l es positivo, cuando se aplica un par exterior en el sentido positivo de la velocidad angular ω_m . El resto de los pares se oponen a éste, y, entonces, se toman como positivos cuando su sentido es contrario al positivo de la velocidad angular.

En el Modelo de Ejes Ortogonales, el momento electromagnético, se puede deducir haciendo un balance de potencia instantánea.

La deducción de las expresiones del torque electro-magnético está detallada en los textos dedicados a la Teoría de las Máquinas Eléctricas. La que utilizaremos aquí es la ecuación deducida para una máquina de inducción con entrehierro uniforme, cuya expresión es:

$$T_e = \frac{P}{2} L_m (i_{ds} i_{qr} - i_{qs} i_{dr}) \quad (3-38)$$

siendo P el número de polos de la máquina.

Teniendo como datos las condiciones iniciales de las corrientes y tensiones, mediante un adecuado método numérico, podemos hallar la solución aproximada del sistema de ecuaciones diferenciales.

OPERACION ASIMETRICA

En este capítulo, diferentes tipos de conexiones asimétricas serán consideradas. En muchos casos, es relativamente fácil deducir las ecuaciones de restricción para cada caso, y la simulación puede ser implementada siguiendo el procedimiento bosquejado anteriormente en el capítulo III. Puesto que la componente homopolar, está presente en varios de estos casos, es útil tener un cuadro cualitativo de como esta componente afecta la performance. Los circuitos equivalentes d-q-o, son útiles para este propósito y han sido deducidos para cada caso.

4.1.- Motores con conexión estrella.-

4.1.1.- Conexión asimétrica Fase a neutro.- La expresión general que liga las tensiones instantáneas de fase del devanado estatórico con la corriente y los flujos propio y mutuos está dada por el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales :

$$V_{as} = r_s i_{as} + p \lambda_{as} \quad (4-1)$$

$$V_{bs} = r_s i_{bs} + p \lambda_{bs} \quad (4-2)$$

$$V_{cs} = r_s i_{cs} + p \lambda_{cs} \quad (4-3)$$

$$V_{as} = V'_{as} + \frac{V_{os}}{\sqrt{2}} ; \quad V_{bs} = V'_{bs} + \frac{V_{os}}{\sqrt{2}} ; \quad V_{cs} = V'_{cs} + \frac{V_{os}}{\sqrt{2}}$$

$$i_{as} = i'_{as} + \frac{i_{os}}{\sqrt{2}} ; \quad i_{bs} = i'_{bs} + \frac{i_{os}}{\sqrt{2}} ; \quad i_{cs} = i'_{cs} + \frac{i_{os}}{\sqrt{2}}$$

$$\lambda_{as} = \lambda'_{as} + \frac{\lambda_{os}}{\sqrt{2}} ; \quad \lambda_{bs} = \lambda'_{bs} + \frac{\lambda_{os}}{\sqrt{2}} ; \quad \lambda_{cs} = \lambda'_{cs} + \frac{\lambda_{os}}{\sqrt{2}}$$

$$V'_{as} + V'_{bs} + V'_{cs} = 0 ; \quad i'_{as} + i'_{bs} + i'_{cs} = 0 ; \quad \lambda'_{as} + \lambda'_{bs} + \lambda'_{cs} = 0$$

tal como demostramos anteriormente.

Para esta falla en particular, las ecuaciones de restricci3n, resultan de examinar la fig.4.1, y formular las ecuaciones de Kirchoff:

$$\begin{cases} V_{as} = 0 & (4-4) \\ V_{bs} - V_{cs} = e_{bg} - e_{cg} & (4-5) \end{cases}$$

Sabemos que, cuando la m3quina es conectada asim3tricamente, y esta conexi3n compromete al neutro de la m3quina, debemos considerar el efecto de la componente homopolar:

De (4-5) :

$$V_{bs} - V_{cs} = V'_{bs} + \frac{V_{os}}{\sqrt{2}} - \left(V'_{cs} + \frac{V_{os}}{\sqrt{2}} \right) = V'_{bs} - V'_{cs} = e_{bg} - e_{cg} \quad (4-6)$$

Reuniendo (4-4), (4-5), y (3-11), tenemos :

$$\begin{cases} V_{as} = V'_{as} + V_{os}/\sqrt{2} = 0 \\ V'_{as} + V'_{bs} + V'_{cs} = 0 \\ V'_{bs} - V'_{cs} = e_{bg} - e_{cg} \end{cases} \quad (4-7)$$

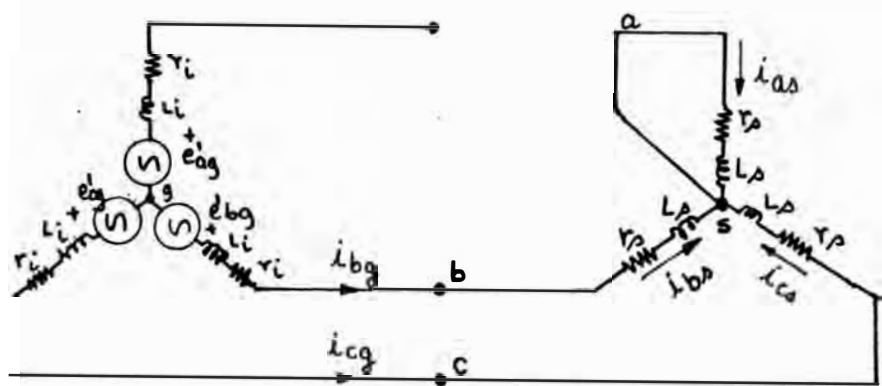


Fig. 4.1.- Representación Esquemática de una conexión osimétrica Fase a neutro.

Resolviendo este sistema de ecuaciones podemos encontrar las tensiones de fase de las componentes que no contienen componentes de secuencia cero.

$$V'_{as} = -V_{os}/\sqrt{2}$$

$$V'_{bs} = \frac{1}{2}(e_{bg} - e_{cg}) + \frac{V_{o1}}{2\sqrt{2}}$$

$$V'_{cs} = \frac{1}{2}(e_{cg} - e_{bg}) + \frac{V_{o1}}{2\sqrt{2}}$$

Para hallar las tensiones de fase en los terminales recurrimos a:

$$V_{as} = V'_{as} + V_{os}/\sqrt{2} = 0 \quad (4-8)$$

$$V_{bs} = V'_{bs} + V_{os}/\sqrt{2} = \frac{1}{2}(e_{bg} - e_{cg}) + \frac{3}{2\sqrt{2}}V_{o1}$$

$$V_{cs} = V_{co} + \frac{V_{os}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}(e_{cg} - e_{bg}) + \frac{3}{2\sqrt{2}}V_{os}$$

Como $V_{os} = (r_p + L_{lop}) i_{os}$, entonces:

$$V_{bs} = \frac{1}{2}(e_{bg} - e_{cg}) + \frac{3}{2\sqrt{2}}(r_p + L_{lop}) i_{os} \quad (4-9)$$

$$V_{cs} = \frac{1}{2}(e_{cg} - e_{bg}) + \frac{3}{2\sqrt{2}}(r_p + L_{lop}) i_{os} \quad (4-10)$$

Para esta falla:

$$i'_{as} + i'_{bs} + i'_{cs} + \frac{3}{\sqrt{2}} i_{os} = i_{as} \quad (4-11)$$

Porque la corriente homopolar recorre el devanado la fase "a" solamente. Como:

$$i'_{as} + i'_{bs} + i'_{cs} = 0; \text{ Entonces:}$$

$$i_{os} = \frac{\sqrt{2}}{3} i_{as} \quad (4-12)$$

Reemplazando en (4-9) y (4-10)

$$V_{as} = 0$$

$$V_{bs} = \frac{1}{2}(e_{bg} - e_{cg}) + \frac{1}{2}(r_p + L_{lop}) i_{as} \quad (4-13)$$

$$V_{cs} = \frac{1}{2}(e_{cg} - e_{bg}) + \frac{1}{2}(r_p + L_{lop}) i_{as}$$

Examinando (4-9), (4-10) y (4-13), notamos la influencia de la componente homopolar en las ecuaciones de restricción como una caída de potencial, debido a que la componente de flujo de secuencia cero, lo consideramos como de dispersión pura.

Recurriendo a la transformación de fases, hallamos las tensiones componentes del sistema d-q-o:

$$\begin{pmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \\ v_{os} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \\ \sqrt{2}/3 & \sqrt{2}/3 & \sqrt{2}/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2}(e_{bg} - e_{cg}) + \frac{1}{2}(r_s + L_{\sigma p})i_{as} \\ \frac{1}{2}(e_{cg} - e_{bg}) + \frac{1}{2}(r_s + L_{\sigma p})i_{as} \end{pmatrix}$$

Desarrollando:

$$v_{qs} = -\frac{1}{3}(r_s + L_{\sigma p})i_{as} \quad (4-14)$$

$$v_{ds} = \frac{1}{\sqrt{3}}(e_{bg} - e_{cg})$$

$$v_{os} = \frac{\sqrt{2}}{3}(r_s + L_{\sigma p})i_{as} \quad (4-15)$$

Transformando las corrientes tenemos:

$$\begin{pmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{os} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \\ \sqrt{2}/3 & \sqrt{2}/3 & \sqrt{2}/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{pmatrix}$$

$$i_{qs} = \frac{2}{3}i_{as} - \frac{1}{3}i_{bs} - \frac{1}{3}i_{cs} \quad (4-16)$$

$$i_{as} = -\frac{1}{\sqrt{3}} (i_{bs} - i_{cs}) \quad (4-17)$$

$$i_{as} = \frac{\sqrt{2}}{3} (i_{as} + i_{bs} + i_{cs}) = \frac{\sqrt{2}}{3} (i_{as} + i_{bs} + i_{cs} + \frac{3}{\sqrt{2}} i_{as})$$

De (4-12) : $i_{as} = \frac{\sqrt{2}}{3} i_{as}$; entonces :

$$\frac{\sqrt{2}}{3} i_{as} = \frac{\sqrt{3}}{3} (i_{as} + i_{bs} + i_{cs}). \text{ Por lo tanto :}$$

$$i_{bs} + i_{cs} = 0 \quad (4-18)$$

Reemplazando (4-18) en (4-16)

$$i_{qs} = \frac{2}{3} i_{as} - \frac{1}{3} (i_{bs} + i_{cs}) = \frac{2}{3} i_{as} \quad (4-19)$$

Entre (4-12) y (4-19) existe una relación tal como:

$$i_{qs} = i_{as} (\sqrt{2}) \quad (4-20)$$

Reemplazando (4-19) en (4-14)

$$v_{qs} = -\frac{1}{2} (r_s + L_{ls} p) i_{qs} \quad (4-21)$$

También (4-19) en (4-15)

$$v_{os} = \frac{1}{\sqrt{2}} (r_s + L_{ls} p) i_{qs} \quad (4-22)$$

Dividiendo (4-22) \div (4-21)

$$\frac{v_{os}}{v_{qs}} = -\sqrt{2} \quad (4-23)$$

La ecuación (4-23), nos sugiere que entre las componentes en los ejes q y o existe un acoplamiento magnético. El efecto de este acoplamiento puede ser introducido mediante el uso de un transformador ideal.

Para construir los circuitos equivalentes en los Ejes Ortogonales, reunimos las ecuaciones de restricción en estos ejes:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{qs} = -\frac{1}{2}(r_s + L_{ls}p) i_{qs} \end{array} \right. \quad (4-24)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}}(e_{bg} - e_{cg}) \end{array} \right. \quad (4-25)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{os} = -\sqrt{2} v_{qs} \end{array} \right. \quad (4-26)$$

Con estas ecuaciones y con la matriz de impedancias del modelo estacionario de referencia escogido, podemos construir los circuitos equivalentes en los ejes d - q - o .

El circuito equivalente en el eje "d", que dijimos que permanece invariable debido a la forma que hemos adoptado en nuestro modelo, tiene la siguiente configuración:

$$v_{ds} = (r_s + L_{ls}p) i_{ds} + L_{mp}(i_{dr} + i_{ds})$$

$$-w_r \lambda_{qr} = (r_r + L_{lr}p) i_{dr} + L_{mp}(i_{ds} + i_{dr})$$

$$v_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}}(e_{bg} - e_{cg}) = -\frac{1}{\sqrt{3}}(e'_{bg} - e'_{cg}) - (r_i + L_{ip}) i_{ds}$$

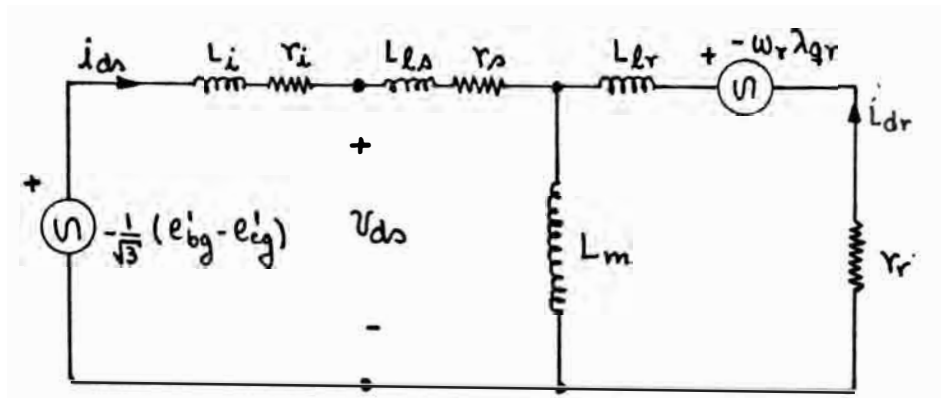


Fig.4.2.- Circuito equivalente en el eje directo

De las ecuaciones deducidas para la presente falla, obtuvimos que: $V_{os} = -\sqrt{2} V_{qs}$

Este interesante resultado, lo podemos aprovechar para interrelacionar los circuitos equivalentes de los ejes q y o ya que la ecuación(4-26) sugiere un acoplamiento de tipo magnético entre estos dos.

Por lo tanto podemos representar:

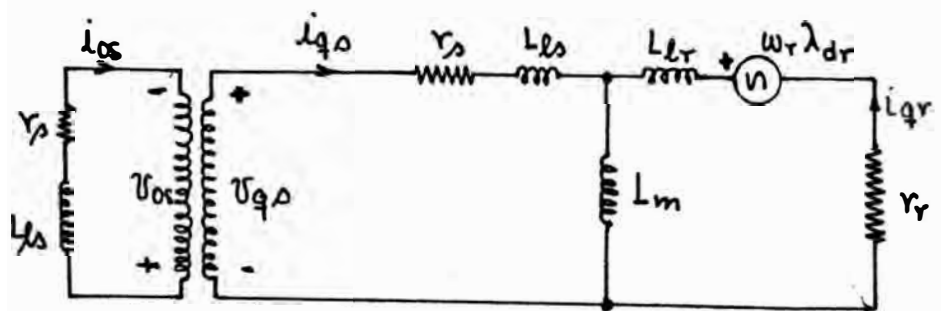


Fig.4.3a.- Circuito equivalente q-o

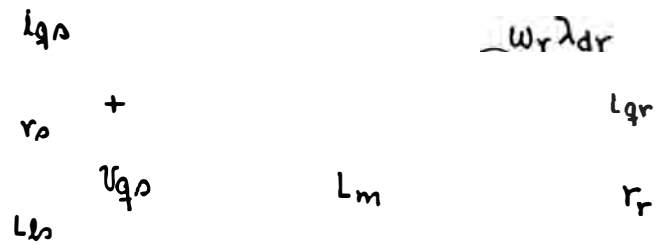


Fig. 4.3b.-Circuito equivalente combinado de secuencia q - o para la falla "Fase a neutro"

Pra solucionar completamente la conexión asimétrica propuesta, debemos de hallar el torque electromagnético desarrollado. Según (3-46), tenemos que:

$$T_e = \left(\frac{P}{2}\right) L_m (i_{ds} i_{qr} - i_{qs} i_{dr})$$

y la ecuación de movimiento:

$$T_L = J p \omega_m + D \omega_m + T_e$$

Por lo tanto, las ecuaciones que gobiernan la falla asimétrica "fase a neutro", lo podemos representar como un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales con coeficientes constantes.

$$U_{qs} = -\frac{1}{2} (r_s + L_{ls} p) i_{qs}$$

$$U_{qs} = (r_s + L_{ls} p) i_{qs} + L_{mp} (i_{qs} + i_{qr})$$

$$\omega_r \lambda_{dr} = (r_r + L_{lr} p) i_{qr} + L_{mp} (i_{qs} + i_{qr})$$

$$\lambda_{dr} = L_m i_{ds} + L_r i_{dr}$$

$$\begin{cases} v_{ds} = (r_s + L_{sp}) i_{ds} + L_{mp} (i_{ds} + i_{dr}) \\ v_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}} (e'_{bg} - e'_{cg}) - (r_i + L_{ip}) i_{ds} \\ -\omega_r \lambda_{gr} = (r_r + L_{rp}) i_{dr} + L_{mp} (i_{ds} + i_{dr}) \\ \lambda_{gr} = L_m i_{gs} + L_r i_{gr} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{os} = -\sqrt{2} v_{gs} \\ i_{os} = \frac{1}{\sqrt{2}} i_{gs} \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_e = J_p \omega_m + D \omega_m + \left(\frac{P}{2}\right) L_m (i_{ds} i_{gr} - i_{gs} i_{dr}) \end{cases}$$

Para solucionar este sistema de ecuaciones diferenciales, debemos recurrir al método iterativo de cálculo.

La forma en que se realiza esta solución está ampliamente explicada en el capítulo correspondiente a la simulación digital.

4.1.2.- Conexión asimétrica Línea a Neutro.-

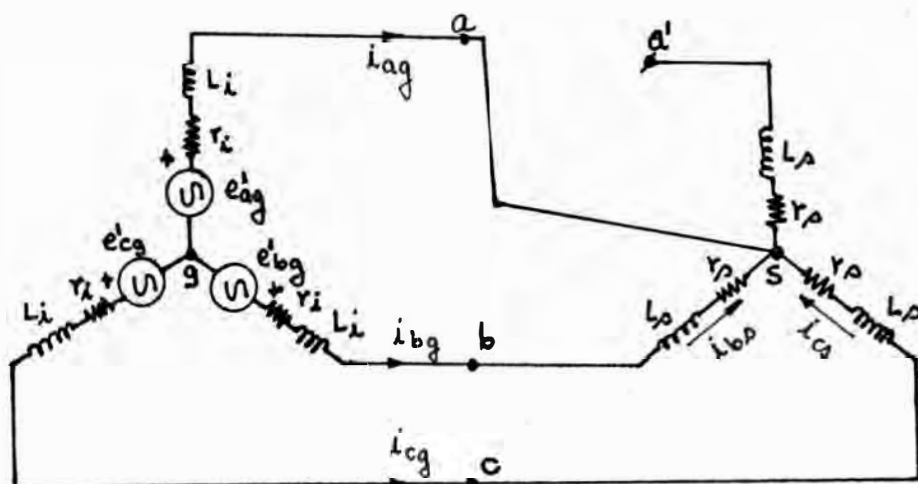


Fig.4.4.- Representación esquemática de la falla "línea a Neutro"

Seguiremos la metodología utilizada en el primer caso. De la fig.4.4, notamos fácilmente que, siguiendo el es quema circuitual y aplicando la segunda ley de Kirchoff, las ecuaciones de restricción son:

$$V_{a's} = \mu \lambda_{as} = v'_{as} + v_{os}/\sqrt{2} \quad (4-27)$$

$$V_{bs} = -e_{ag} + e_{bg} = v'_{bs} + v_{os}/\sqrt{2} \quad (4-28)$$

$$V_{cs} = e_{cg} - e_{ag} = v'_{cs} + v_{os}/\sqrt{2} \quad (4-29)$$

$$\dot{\lambda}_{a's} = 0 \quad (4-30)$$

Según (3-11): $v'_{as} + v'_{bs} + v'_{cs} = 0$, luego:

$$v'_{bs} + v'_{cs} = -v'_{as}$$

De (4-28) + (4-29) tenemos:

$$v'_{bs} + v'_{cs} = e_{bg} - e_{cg} - 2e_{ag} - \sqrt{2} v_{os}$$

$$\text{ya que: } v_{bs} = v'_{bs} + \frac{v_{os}}{\sqrt{2}} \quad \text{y} \quad v_{cs} = v'_{cs} + \frac{v_{os}}{\sqrt{2}}$$

pero, $v_{bs} + v_{cs} = -v_{as}$, luego:

$$v'_{as} = -(e_{bg} + e_{cg} - 2e_{ag} - \sqrt{2} v_{os})$$

$$\text{y } v_{a's} = v'_{as} + \frac{v_{os}}{\sqrt{2}} = -(e_{bg} + e_{cg} - 2e_{ag}) + \frac{3}{\sqrt{2}} v_{os}$$

(4-31)

$$\begin{pmatrix} v_{q\sigma} \\ v_{d\sigma} \\ v_{0\sigma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \\ \sqrt{2}/3 & \sqrt{2}/3 & \sqrt{2}/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -(e_{bg} + e_{cg} - 2e_{ag}) + \frac{3}{\sqrt{2}} v_{0\sigma} \\ e_{bg} - e_{cg} \\ e_{cg} - e_{ag} \end{pmatrix}$$

Desarrollando

$$v_{q\sigma} = -(e_{bg} + e_{cg} - 2e_{ag}) + \sqrt{2} v_{0\sigma} \quad (4-32)$$

$$v_{d\sigma} = \frac{-1}{\sqrt{3}} (e_{bg} - e_{cg}) \quad (4-33)$$

$$v_{q\sigma} = -(e_{bg} + e_{cg} - 2e_{ag}) + \sqrt{2} (\tau_{\sigma} + L_{\sigma p}) \dot{i}_{\sigma}$$

Teniendo en cuenta (3-4), (3-5) y (3-6) desarrollamos la ecuación (4-32) :

$$v_{q\sigma} = - \{ e'_{bg} + e'_{cg} - 2e'_{ag} + 2(\tau_i + L_{ip}) \dot{i}_{ag} - (\tau_i + L_{ip})(i_{bg} + i_{cg}) \} + \sqrt{2} (\tau_{\sigma} + L_{\sigma p}) \dot{i}_{\sigma}$$

$$v_{q\sigma} = - \{ e'_{bg} + e'_{cg} - 2e'_{ag} + (\tau_i + L_{ip}) [2 \dot{i}_{ag} - (i_{bg} + i_{cg})] \} + \sqrt{2} (\tau_{\sigma} + L_{\sigma p}) \dot{i}_{\sigma} \quad (4-34)$$

De la fig. 4.4. Podemos escribir :

$$i_{ag} + i_{bg} + i_{cg} = 0$$

$$i_{ag} = - (i_{bg} + i_{cg}) \quad (4-35)$$

Además, es fácil comprobar que:

$$e'_{bg} + e'_{cg} - 2e'_{ag} = -3e'_{ag} \quad (4-36)$$

$$\underbrace{i'_{as} + i'_{bs} + i'_{cs}}_0 + \frac{3}{\sqrt{2}} i'_{os} = -i_{ag} \rightarrow i_{ag} = -\frac{3}{\sqrt{2}} i'_{os} \quad (4-37)$$

Reemplazando (4-35), (4-36) y (4-37) en (4-34) :

$$v_{qs} = - \left\{ -3e'_{ag} + (r_i + L_i p) \left[3 \left(-\frac{3}{\sqrt{2}} i'_{os} \right) \right] \right\} + \sqrt{2} (r_p + L_p p) i'_{os}$$

$$v_{qs} = 3e'_{ag} + \frac{9}{\sqrt{2}} (r_i + L_i p) i'_{os} + \sqrt{2} (r_p + L_p p) i'_{os} \quad (4-38)$$

Realizando la transformación de corrientes, tenemos que:

$$\begin{pmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{os} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \\ \sqrt{2}/3 & \sqrt{2}/3 & \sqrt{2}/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{pmatrix}$$

$$i_{qs} = -\frac{1}{3} (i_{bs} + i_{cs}) \quad (4-39)$$

$$i_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}} (i_{bs} - i_{cs}) \quad (4-40)$$

$$i_{os} = \frac{\sqrt{2}}{3} (i_{bs} + i_{cs}) \quad (4-41)$$

De (4-41) y (4-39)

$$i_{qs} = -\frac{1}{\sqrt{2}} i_{os} \quad (4-42)$$

Reemplazando (4-42) en (4-38) para obtener un solo circuito equivalente combinado q - o.

$$V_{qs} = 3 e'_{ag} + \frac{g}{\sqrt{2}} (\tau_i + L_{ip}) (-\sqrt{2} i_{qs}) + \sqrt{2} (\tau_p + L_{op}) (-\sqrt{2} i_{qs})$$

$$V_{qs} = 3 e'_{ag} - g(\tau_i + L_{ip}) i_{qs} - 2(\tau_p + L_{op}) i_{qs} \quad (4-43)$$

Por lo tanto, el circuito equivalente combinado q-o se puede representar de la siguiente manera:

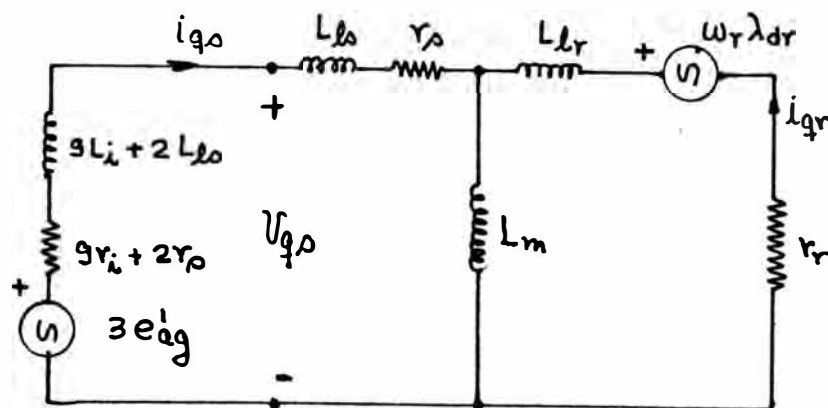


Fig. 4.5.- Circuito equivalente combinado q-o para una conexión asimétrica Línea a neutro.

Finalmente, el sistema de ecuaciones diferenciales que permite solucionar la presente falla consiste de las siguientes expresiones:

$$\begin{cases} U_{qs} = (r_s + L_{sp}) i_{qs} + L_{mp} i_{qr} \\ U_{qs} = 3 e'_{ag} - \{g(r_i + L_{ip}) + 2(r_s + L_{sp})\} i_{qs} \\ \omega_r \lambda_{dr} = (r_r + L_{rp}) i_{qr} + L_{mp} i_{qs} \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_{ds} = (r_s + L_{sp}) i_{ds} + L_{mp} i_{dr} \\ U_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}} (e'_{bg} - e'_{cg}) - (r_i + L_{ip}) i_{ds} \\ -\omega_r \lambda_{qr} = (r_r + L_{rp}) i_{dr} + L_{mp} i_{ds} \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_{os} = (r_s + L_{so}) i_{os} \\ i_{os} = -\sqrt{2} i_{qs} \end{cases}$$

$$T_{\ell} = J_p \omega_m + D \omega_m + \left(\frac{P}{2}\right) L_m (i_{ds} i_{qr} - i_{qs} i_{dr})$$

4.1.3.- Conexión Fase Invertida.-

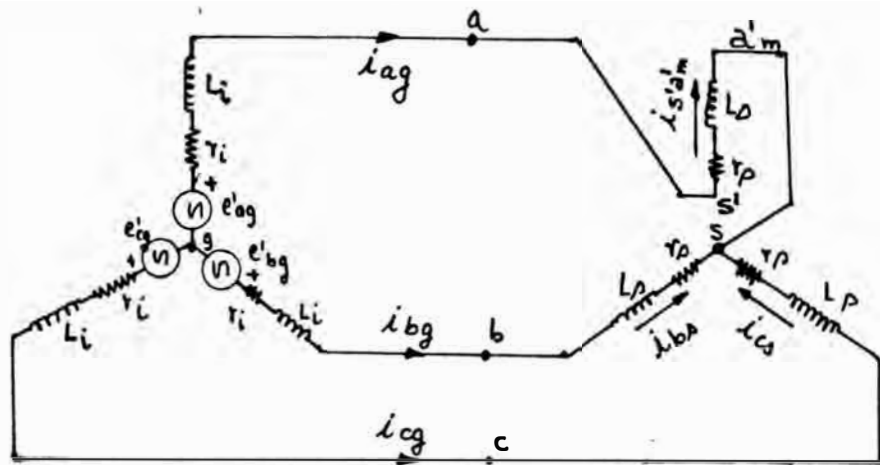


Fig.4.6.- Representación esquemática de la falla Fase Invertida

Una conexión inusual que puede suceder cuando ambos terminales de cada fase del devanado estatórico son accesibles externamente es la conexión de "fase invertida".

De la fig.4.6, las ecuaciones que ahora relacionan las tensiones de fase del motor son:

$$V_{bs} - V_{cs} = V'_{bs} - V'_{cs} = e_{bg} - e_{cg} \quad (4-44)$$

$$-V_{s'a'm} - V_{bs} = e_{ag} - e_{bg} = -V_{sa} - V_{bs} = -V'_{sa} - V'_{bs} - \sqrt{2} V_{os} \quad (4-45)$$

$$V_{sa} + V_{bs} = V'_{sa} + V'_{bs} + \sqrt{2} V_{os} \quad (4-46)$$

$$\begin{cases} V'_{sa} + V'_{bs} + V'_{cs} = 0 \\ V'_{bs} + V'_{cs} = e_{bg} - e_{cg} \\ V'_{sa} + V'_{bs} = e_{bg} - e_{ag} - \sqrt{2} V_{os} \end{cases} \quad (4-47)$$

Resolviendo este sistema de tres ecuaciones:

nes:

$$V_{sa} = V_{sa}' + \frac{V_{0s}}{\sqrt{2}} = -2e_{ag} + e_{bg} + e_{cg} - \frac{3}{\sqrt{2}} V_{0s} \quad (4-48)$$

$$V_{bs} = V_{bs}' + \frac{V_{0s}}{\sqrt{2}} = e_{ag} - e_{cg} + \frac{3}{\sqrt{2}} V_{0s} \quad (4-49)$$

$$V_{cs} = V_{cs}' + \frac{V_{0s}}{\sqrt{2}} = e_{ag} - e_{bg} + \frac{3}{\sqrt{2}} V_{0s} \quad (4-50)$$

Utilizando la transformación de tensiones a-b-c a d-q-o, tenemos:

$$\begin{pmatrix} V_{qs} \\ V_{ds} \\ V_{0s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \\ \sqrt{2}/3 & \sqrt{2}/3 & \sqrt{2}/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2e_{ag} + e_{bg} + e_{cg} - \frac{3}{\sqrt{2}} V_{0s} \\ e_{ag} - e_{cg} + \frac{3}{\sqrt{2}} V_{0s} \\ e_{ag} - e_{bg} + \frac{3}{\sqrt{2}} V_{0s} \end{pmatrix}$$

Haciendo el desarrollo resulta:

$$V_{qs} = -2e_{ag} + e_{bg} + e_{cg} - 2\sqrt{2} V_{0s} \quad (4-51)$$

$$V_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}} (e_{bg} - e_{cg}) \quad (4-52)$$

De (3-4), (3-5), (3-6) y (4-51):

$$V_{qs} = -2e'_{ag} + 2(r_i + L_i p) i_{ag} + e'_{bg} - (r_i + L_i p) i_{bg} + e'_{cg} - (r_i + L_i p) i_{cg} - 2\sqrt{2} V_{0s}$$

$$V_{qs} = -2e'_{ag} + e'_{bg} + e'_{cg} + (r_i + L_i p) [2i_{ag} - (i_{bg} + i_{cg})] - 2\sqrt{2} V_{os} \quad (4-53)$$

De la fig.4.6, podemos deducir las siguientes expresiones válidas para este caso:

$$-2e'_{ag} + e'_{bg} + e'_{cg} = -3e'_{ag} \quad (4-54)$$

$$i_{ag} + i_{bg} + i_{cg} = 0 \quad (4-55)$$

$$2i_{ag} - (i_{bg} + i_{cg}) = 3i_{ag} \quad (4-56)$$

Como $i_{bs} = i_{bg}$, $i_{cs} = i_{cg}$, $i_{ag} = i_{s'a'm}$

o sea $i_{s'a'm} + i_{bs} + i_{cs} = 0 \quad (4-57)$

Por definición: $i_{sa} + i_{bs} + i_{cs} = \frac{3}{\sqrt{2}} i_{os} \quad (4-58)$

Pero observamos que $i_{sa} = -i_{s'a'm}$. Por lo tanto reemplazando en (4-57)

$$-i_{sa} + i_{bs} + i_{cs} = 0 \quad i_{sa} = i_{bs} + i_{cs} \quad (4-59)$$

(4-59) en (4-58)

$$2i_{sa} = \frac{3}{\sqrt{2}} i_{os} = -2i_{s'a'm} = -2i_{ag} \rightarrow i_{ag} = -\frac{3}{2\sqrt{2}} i_{os} \quad (4-60)$$

Reemplazando en (4-53):

$$V_{qs} = -3e'_{ag} + (r_i + L_i p) 3\left(\frac{-3}{2\sqrt{2}} i_{os}\right) - 2\sqrt{2} V_{os}$$

$$V_{qs} = -3e'_{ag} - \frac{9}{2\sqrt{2}} (r_i + L_i p) i_{os} - 2\sqrt{2} V_{os}$$

De (3-32) $v_{os} = (r_p + L_{lp}) \dot{i}_{os}$, entonces:

$$v_{qs} = -3 e_{ag}' - \frac{g}{2\sqrt{2}} (r_i + L_{ip}) \dot{i}_{os} - 2\sqrt{2} (r_p + L_{lp}) \dot{i}_{os} \quad (4-61)$$

Realizando la transformación de corrientes, teniendo en cuenta (4-57), (4-58) y (4-56)

$$\begin{pmatrix} \dot{i}_{qs} \\ \dot{i}_{ds} \\ \dot{i}_{os} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \\ \sqrt{2}/3 & \sqrt{2}/3 & \sqrt{2}/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{i}_{sa} \\ \dot{i}_{bs} \\ \dot{i}_{cs} \end{pmatrix}$$

$$\dot{i}_{qs} = \frac{2}{3} \dot{i}_{sa} - \frac{1}{3} (\dot{i}_{bs} + \dot{i}_{cs}) = \frac{1}{3} \dot{i}_{sa} \quad (4-62)$$

$$\dot{i}_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}} (\dot{i}_{bs} - \dot{i}_{cs}) \quad (4-63)$$

$$\dot{i}_{os} = \frac{\sqrt{2}}{3} (\dot{i}_{sa} + \dot{i}_{bs} + \dot{i}_{cs}) = \frac{2\sqrt{2}}{3} \dot{i}_{sa} \quad (4-64)$$

Comparando (4-64) y (4-62), llegamos a:

$$\dot{i}_{os} = 2\sqrt{2} \dot{i}_{qs} \quad (4-65)$$

Reemplazando (4-65) en (4-61), nos queda:

$$v_{qs} = -3 e_{ag}' - g (r_i + L_{ip}) \dot{i}_{qs} - 8 (r_p + L_{lp}) \dot{i}_{qs} \quad (4-66)$$

De la ecuación(4-66) podemos construir el circuito equivalente que relaciona las magnitudes de secuencia negativa y secuencia cero.

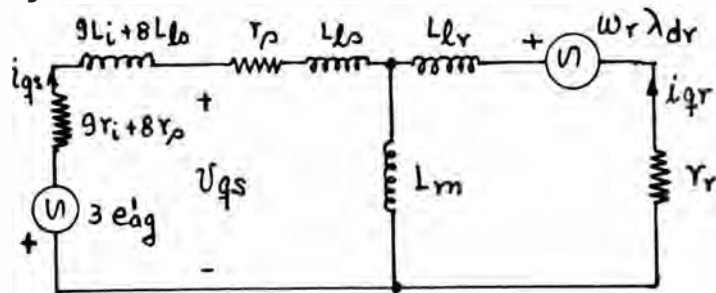


Fig4.7.-Circuito equivalente q-o para un motor con conexión de "fase invertida"

El circuito equivalente de secuencia positiva no varía por las justificaciones expresadas en el capítulo III

Entonces el sistema de ecuaciones diferenciales que describe esta falla es:

$$\begin{cases} V_{qs} = (r_p + L_{sop}) i_{qs} + L_{mp} (i_{qs} + i_{qr}) \\ V_{qs} = -3e'_{ag} - 9(r_i + L_{ip}) i_{qs} - 8(r_p + L_{sop}) i_{qs} \\ \omega_r \lambda_{dr} = (r_r + L_{r\beta}) i_{qr} + L_{mp} (i_{qs} + i_{qr}) \\ \lambda_{dr} = L_m i_{ds} + L_r i_{dr} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_{ds} = (r_s + L_{sop}) i_{ds} + L_{mp} (i_{ds} + i_{dr}) \\ V_{ds} = \frac{-1}{\sqrt{3}} (e_{bg} - e_{cg}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_r \lambda_{qr} = (r_r + L_{lr}\rho) i_{dr} + L_{mp} (i_{ds} + i_{dr}) \\ \lambda_{qr} = L_m i_{qs} + L_r i_{qr} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{os} = (r_s + L_{ls}\rho) i_{os} \\ i_{os} = 2\sqrt{2} i_{qs} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Tl = Jp \omega_m + D\omega_m + \left(\frac{P}{2}\right) L_m (i_{ds} i_{qr} - i_{qs} i_{dr}) \end{cases}$$

4.1.4.-Conexión con neutro parcialmente abierto.-

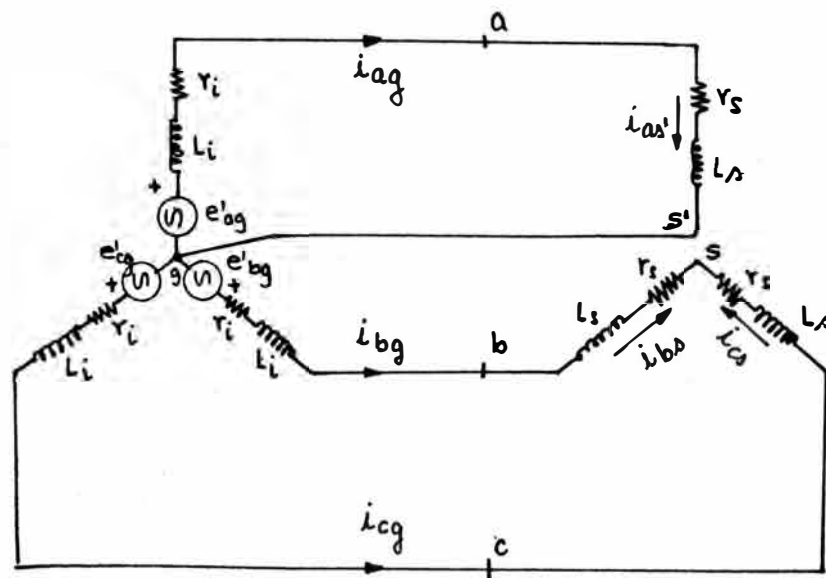


Fig.4.8.- Representación esquemática de la falla asimétrica Conexión con neutro parcialmente abierto.

Las ecuaciones de restricción son las siguientes:

$$V_{a0} = e_{ag} = e'_{ag} - (r_i + L_i p) i_{ag} \quad (4-67)$$

$$V_{b0} - V_{c0} = e_{bg} - e_{cg} \quad (4-68)$$

$$i_{b0} + i_{c0} = 0 \quad (4-69)$$

En el caso general:

$$V_{a0} = r_s i_{a0} + L_{sf} p i_{a0} + M p (i_{b0} + i_{c0}) + L_{mf} \left\{ \cos \alpha p i_{ar} + \cos \left(\alpha - \frac{2\pi}{3} \right) p i_{br} + \cos \left(\alpha + \frac{2\pi}{3} \right) p i_{cr} \right\} \quad (4-70)$$

$$V_{b0} = r_s i_{b0} + L_{sf} p i_{b0} + M p i_{a0} + M p i_{c0} + L_{mf} \left\{ \cos \left(\alpha - \frac{2\pi}{3} \right) p i_{ar} + \cos \left(\alpha + \frac{2\pi}{3} \right) p i_{br} + \cos \alpha p i_{cr} \right\} \quad (4-71)$$

$$V_{c0} = r_s i_{c0} + L_{sf} p i_{c0} + M p i_{a0} + M p i_{b0} + L_{mf} \left\{ \cos \left(\alpha + \frac{2\pi}{3} \right) p i_{ar} + \cos \left(\alpha \right) p i_{br} + \cos \left(\alpha - \frac{2\pi}{3} \right) p i_{cr} \right\} \quad (4-72)$$

Sumando (4-70), (4-71) y (4-72), tenemos:

$$V_{a0} + V_{b0} + V_{c0} = \left(r_s + (L_{sf} + 2M)p \right) i_{a0}$$

ya que $i_{b0} + i_{c0} = 0$ y $L_{sf} + 2M = L_{es}$ (De 3-26)

Como $V_{a0} = e_{ag}$; entonces

$$U_{bs} + U_{cs} = \{r_s + L_{ls}p\} i_{as'} - e_{ag} \quad (4-73)$$

Combinando (4-68) con (4-73):

$$U_{bs} - U_{cs} = e_{bg} - e_{cg}$$

$$U_{bs} + U_{cs} = (r_s + L_{ls}p) i_{as'} - e_{ag}, \text{ tenemos:}$$

$$U_{bs} = \frac{1}{2} (e_{bg} - e_{cg} - e_{ag}) + \frac{1}{2} (r_s + L_{ls}p) i_{as'}$$

$$U_{cs} = \frac{1}{2} (e_{cg} - e_{bg} - e_{ag}) + \frac{1}{2} (r_s + L_{ls}p) i_{as'}$$

Por lo tanto las tensiones de fase del motor vienen dadas por:

$$U_{as'} = e_{ag} = e'_{ag} - (r_i + L_{ip}) i_{ag} \quad (4-74)$$

$$U_{bs} = \frac{1}{2} (e_{bg} - e_{cg} - e_{ag}) + \frac{1}{2} (r_s + L_{ls}p) i_{as'} \quad (4-75)$$

$$U_{cs} = \frac{1}{2} (e_{cg} - e_{bg} - e_{ag}) + \frac{1}{2} (r_s + L_{ls}p) i_{as'} \quad (4-76)$$

Transformándolas a las variables d-q-0

$$\begin{pmatrix} U_{qs} \\ U_{ds} \\ U_{os} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \\ \sqrt{2}/3 & \sqrt{2}/3 & \sqrt{2}/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{ag} \\ \frac{1}{2} (e_{bg} - e_{cg} - e_{ag}) + \frac{1}{2} (r_s + L_{ls}p) i_{as'} \\ \frac{1}{2} (e_{cg} - e_{bg} - e_{ag}) + \frac{1}{2} (r_s + L_{ls}p) i_{as'} \end{pmatrix}$$

$$V_{qs} = \frac{2}{3} e_{ag} - \frac{1}{6} (e_{bg} - e_{cg} - e_{ag}) - \frac{1}{6} (\tau_p + L_{\sigma p}) i_{as} -$$

$$\frac{1}{6} (e_{cg} - e_{bg} - e_{ag}) - \frac{1}{6} (\tau_p + L_{\sigma p}) i_{as} \quad (4-77)$$

$$V_{qs} = \frac{2}{3} e_{ag} + \frac{1}{3} e_{ag} - \frac{1}{3} (\tau_p + L_{\sigma p}) i_{as} = e_{ag} - \frac{1}{3} (\tau_p + L_{\sigma p}) i_{as}$$

$$V_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}} (e_{bg} - e_{cg}) \quad (4-78)$$

$$V_{os} = \left\{ e_{ag} + \frac{1}{2} (e_{bg} - e_{cg} - e_{ag} + e_{cg} - e_{bg} - e_{ag}) + (\tau_p + L_{\sigma p}) i_{as} \right\} \frac{\sqrt{2}}{3} \quad (4-79)$$

$$V_{os} = \frac{\sqrt{2}}{3} (\tau_p + L_{\sigma p}) i_{as}$$

De la fig. 4.8, podemos escribir:

$$i_{ag} = i_{as}$$

$$\text{De (3-10)} \quad i_{as} + i_{bs} + i_{cs} = \frac{3}{\sqrt{3}} i_{os}$$

$$\text{Como } i_{bs} + i_{cs} = 0, \quad i_{as} = \frac{3}{\sqrt{2}} i_{os} \quad (4-80)$$

Reemplazando (4-80) en (4-77) y (4-79)

$$V_{qs} = e_{ag} - \frac{1}{3} \left(\frac{3}{\sqrt{2}} \right) (\tau_p + L_{\sigma p}) i_{os} \quad (4-81)$$

$$V_{qs} = e_{ag} - \frac{1}{\sqrt{2}} (\tau_p + L_{\sigma p}) i_{os} \quad (4-82)$$

$$V_{os} = (r_p + L_{lo\phi}) i_{os}$$

Realizando la transformación de corrientes:

$$\begin{pmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{os} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \\ \sqrt{2}/3 & \sqrt{2}/3 & \sqrt{2}/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{as1} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{pmatrix} \quad (4-83)$$

$$i_{qs} = \frac{2}{3} i_{as1} - \frac{1}{3} i_{bs} + \frac{1}{3} i_{cs} = \frac{2}{3} i_{as1} = \frac{2}{3} \left(\frac{3}{\sqrt{2}} i_{os} \right) = \sqrt{2} i_{os} \quad (4-84)$$

$$i_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}} i_{bs} - \frac{1}{\sqrt{3}} i_{cs} = -\frac{2}{\sqrt{3}} i_{bs} \quad (4-85)$$

$$i_{os} = \frac{\sqrt{2}}{3} i_{as1} \quad (4-86)$$

Reemplazando (4-84) tenemos:

$$V_{qs} = e_{ag} - \frac{1}{2} (r_p + L_{lo\phi}) i_{qs} \quad (4-87)$$

$$V_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}} (e_{bg} - e_{cg}) \quad (4-88)$$

$$V_{os} = (r_p + L_{lo\phi}) i_{os} \quad (4-89)$$

$$i_{qs} = \sqrt{2} i_{os} \quad (4-90)$$

La ecuación (4-90), nos sugiere un acoplamiento magnético entre los ejes de las secuencias q y o. Por lo tanto, podemos combinar sus respectivos circuitos en uno.

$$V_{qs} = E_{ag}' - \frac{1}{2} (\gamma_s + L_{\sigma p}) i_{qs}$$

$$V_{qs} = E_{ag}' - (\gamma_i + L_{ip}) i_{ag} - \frac{1}{2} (\gamma_s + L_{\sigma p}) i_{qs}$$

$$\text{Pero } i_{ag} = i_{ao} = \frac{3}{\sqrt{2}} i_o = \frac{3}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} i_{qs} \right) = \frac{3}{2} i_{qs}$$

Entonces:

$$V_{qs} = E_{ag}' - \frac{3}{2} (\gamma_i + L_{ip}) i_{qs} - \frac{1}{2} (\gamma_s + L_{\sigma p}) i_{qs}$$

(4-91)

Con esta ecuación podemos construir el circuito equivalente combinado q - o.

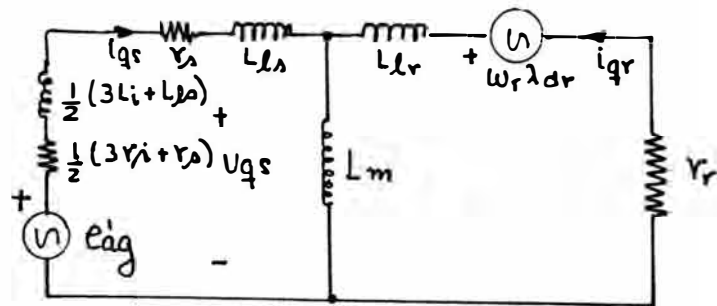


Fig.4.9.- Circuito equivalente combinado q-o para conexión con neutro parcialmente abierto.

Las ecuaciones que gobiernan el comportamiento de la máquina son:

$$V_{qs} = E_{ag}' - \frac{3}{2} (\gamma_i + L_{ip}) i_{qs} - \frac{1}{2} (\gamma_s + L_{\sigma p}) i_{qs}$$

$$V_{qs} = (\gamma_s + L_{\sigma p}) i_{qs} + L_{mp} i_{qr}$$

$$\left\{ \omega_r \lambda_{dr} = (\tau_r + L_{rp}) i_{gr} + L_{mp} i_{go} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} V_{ds} &= -\frac{1}{\sqrt{3}} (e_{bg} - e_{cg}) \\ V_{ds} &= (\tau_p + L_{sp}) i_{ds} + L_{mp} i_{dr} \\ -\omega_r \lambda_{gr} &= (\tau_r + L_{rp}) i_{dr} + L_{mp} i_{ds} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} V_{os} &= (\tau_o + L_{so}) i_{os} \\ i_{os} &= \frac{1}{\sqrt{2}} i_{go} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} T_L &= J_p \omega_m + D \omega_m + \frac{P}{2} L_m (i_{ds} i_{gr} - i_{gs} i_{dr}) \end{aligned} \right.$$

4.1.5.- Conexión Asimétrica "línea del motor conectado al neutro del generador" .-

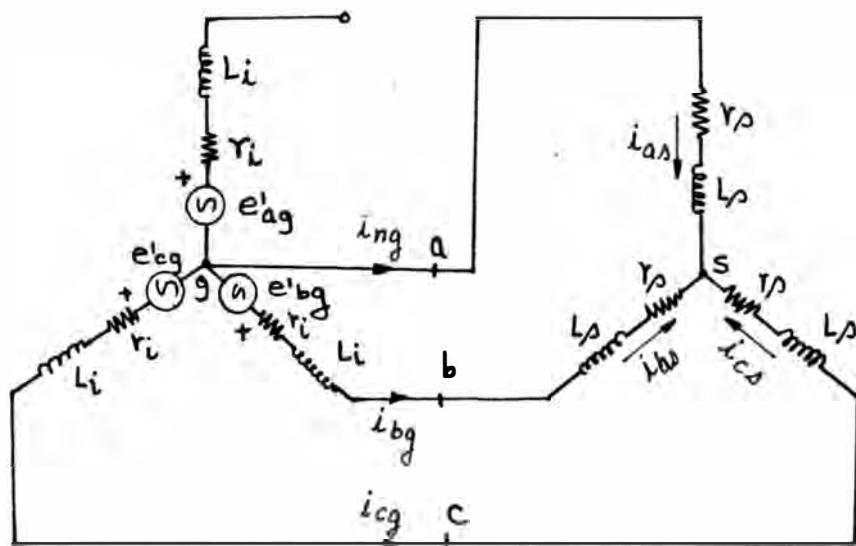


Fig.4.10.- Representación esquemática de la falla línea-línea "conexión de línea del motor a neutro del generador".

De la fig. 4.10, podemos notar que las ecuaciones de restricción son las siguientes:

$$V_{bs} - V_{cs} = V'_{bs} - V'_{cs} = e_{bg} - e_{cg} \quad (4-92)$$

$$V_{cs} - V_{as} = V'_{cs} - V'_{as} = e_{cg} \quad (4-93)$$

Además sabemos que:

$$V'_{as} + V'_{bs} + V'_{cs} = 0 \quad (4-94)$$

$$i'_{as} + i'_{bs} + i'_{cs} = 0 \quad (4-95)$$

Las ecuaciones (4-94), (4-95), expresan las tensiones y corrientes en el caso balanceado.

Combinando (4-92) y (4-93) tenemos que:

$$e_{bg} = 2 V'_{bs} + V'_{cs} \quad (4-96)$$

Combinando (4-96) con (4-92):

$$V'_{bs} = \frac{2}{3} e_{bg} - \frac{1}{3} e_{cg} \quad (4-97)$$

$$V'_{cs} = \frac{2}{3} e_{cg} - \frac{1}{3} e_{bg} \quad (4-98)$$

En (4-93):

$$V'_{as} = -\frac{1}{3} (e_{bg} + e_{cg})$$

Realizando la transformación de tensiones:

$$\begin{Bmatrix} V_{qs} \\ V_{ds} \\ V_{os} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \\ \frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{3} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} -\frac{1}{3}(e_{bg} + e_{cg}) + \frac{V_{os}}{\sqrt{2}} \\ \frac{2}{3}e_{bg} - \frac{1}{3}e_{cg} + \frac{V_{os}}{\sqrt{2}} \\ \frac{2}{3}e_{cg} - \frac{1}{3}e_{bg} + \frac{V_{os}}{\sqrt{2}} \end{Bmatrix}$$

Desarrollando:

$$V_{qs} = -\frac{1}{3}(e_{bg} + e_{cg}) \quad (4-99)$$

$$V_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}}(e_{bg} - e_{cg}) \quad (4-100)$$

Además de la fig. 4.10 , .

$$i_{bg} = i_{bs} \quad (4-101)$$

$$i_{cg} = i_{cs} \quad (4-102)$$

$$i_{ng} = i_{as} \quad (4-103)$$

$$i_{as} + i_{bs} + i_{cs} = 0 \quad (4-104)$$

Hemos de hacer un comentario acerca de la ecuación - (4-104), la tensión de secuencia cero luego de producirse la falla, no es nula, debido a que la falla desbalancea - las tensiones de fase, de tal manera, que la suma vectorial de éstas, da un valor que es diferente de cero. Sin embargo, debido a que el neutro del motor no está involucrado en la falla, esta tensión no crea corriente alguna, ya que como se puede apreciar, el circuito del punto neutro-

se encuentra abierto. Por lo tanto: $i_{os}=0$ y por eso la ecuación (4-104) es válida.

Aplicando la transformación de corrientes:

$$\begin{Bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{os} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \\ \sqrt{2}/3 & \sqrt{2}/3 & \sqrt{2}/3 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{Bmatrix}$$

Desarrollando la matriz:

$$i_{qs} = \frac{2}{3} i_{as} - \frac{1}{3} (i_{bs} + i_{cs})$$

De (4-104): $i_{as} = - (i_{bs} + i_{cs})$ entonces:

$$i_{qs} = \frac{2}{3} i_{as} - \frac{1}{3} (-i_{as}) = i_{as} \quad (4-105)$$

$$i_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}} (i_{bs} - i_{cs})$$

$$i_{os} = (i_{as} + i_{bs} + i_{cs}) \frac{\sqrt{2}}{3} = 0$$

De (4-99) y recordando (3-5) y (3-6):

$$v_{qs} = -\frac{1}{3} \{ e'_{bg} + e'_{cg} - (r_i + L_i p)(i_{bg} + i_{cg}) \}$$

$$\text{Pero: } i_{bg} + i_{cg} = i_{bs} + i_{cs}$$

$$i_{bs} + i_{cs} = -i_{as} \quad \text{Además de (4-105) } i_{qs} = i_{as}$$

$$i_{bs} + i_{cs} = i_{qs}$$

$$v_{qs} = -\frac{1}{3} \{ e'_{bg} + e'_{cg} - (r_i + L_i p) (i_{bs} + i_{cs}) \}$$

$$v_{qs} = -\frac{1}{3} \{ e'_{bg} + e'_{cg} + (r_i + L_i p) i_{qs} \}$$

$$\text{Pero: } e'_{bg} + e'_{cg} = -e'_{ag}$$

$$v_{qs} = \frac{1}{3} e'_{ag} - \frac{1}{3} (r_i + L_i p) i_{qs} \quad (4-106)$$

Luego el circuito equivalente en el eje "q" lo podemos graficar así:

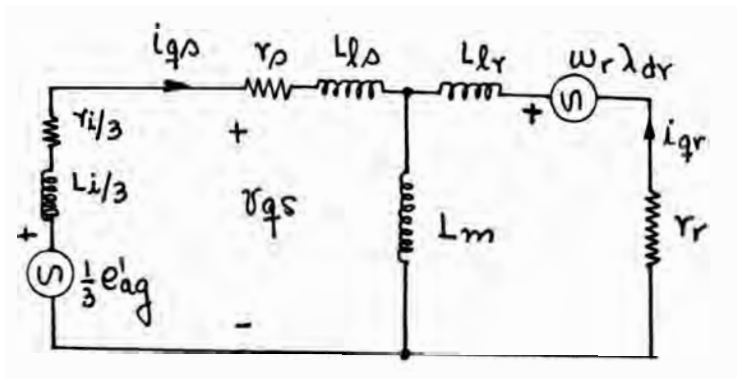


Fig. 4.11.- Representación del circuito equivalente en el eje "q" para la falla "línea del motor conectado al neutro del generador.

Las ecuaciones que gobiernan esta falla son:

$$\begin{cases} v_{qs} = \frac{1}{3} e'_{ag} - \frac{1}{3} (\gamma_i + L_{ip}) i_{qs} \\ v_{qs} = (\gamma_s + L_{sp}) i_{qs} + L_{mp} i_{qr} \\ \omega_r \lambda_{dr} = (\gamma_r + L_{rp}) i_{qr} + L_{mp} i_{qs} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}} (e'_{bg} - e'_{cg}) - (\gamma_i + L_{ip}) i_{ds} \\ v_{ds} = (\gamma_s + L_{sp}) i_{ds} + L_{mp} i_{dr} \\ -\omega_r \lambda_{qr} = (\gamma_r + L_{rp}) i_{dr} + L_{mp} i_{ds} \end{cases}$$

$$\left\{ T_e = J_p \omega_m + D \omega_m + \frac{P}{2} L_m (i_{ds} i_{qr} - i_{qs} i_{dr}) \right.$$

4.1.6.- Falla asimétrica línea a línea "línea del motor abierto," .-

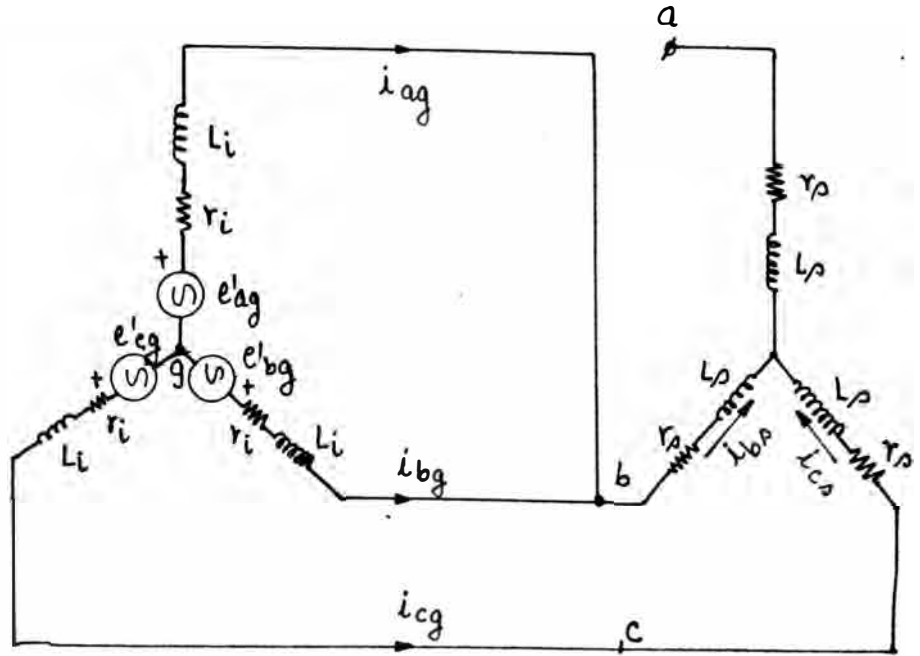


Fig.4.1².- Representación esquemática de la falla "línea del motor abierto".

Las ecuaciones de restricción son:

$$V_{bs} - V_{cs} = e_{bg} - e_{cg} = V'_{bs} - V'_{cs} \quad (4-107)$$

$$i_{as} = 0 = i'_{as} + \frac{i_{os}}{\sqrt{2}} \quad (4-108)$$

$$i_{bs} + i_{cs} = 0 \quad (4-109)$$

$$V_{as} = \frac{d\lambda_{as}}{dt} \quad (4-110)$$

Aplicando la transformación de corrientes y teniendo en cuenta las ecuaciones (4-108) y (4-109):

$$\begin{cases} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{os} \end{cases} = \begin{bmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \\ \frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{3} \end{bmatrix} \begin{cases} 0 \\ i_{bs} \\ -i_{bs} \end{cases}$$

Desarrollando esta expresión:

$$i_{qs} = \frac{2}{3}(0) - \frac{1}{3}(i_{bs} - i_{bs}) = 0 \quad (4-111)$$

$$i_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}}(i_{bs} + i_{bs}) = -\frac{2}{\sqrt{3}}i_{bs}$$

$$i_{os} = 0$$

De la matriz de impedancias, sabemos que:

$$V_{qs} = (r_s + L_{sp}) i_{qs} + L_{mp} i_{qr}$$

pero para esta falla, según (4-111) $i_{qs} = 0$, luego:

$$V_{qs} = L_{mp} i_{qr} \quad (4-112)$$

Luego, podemos construir el siguiente circuito equivalente para el eje q :

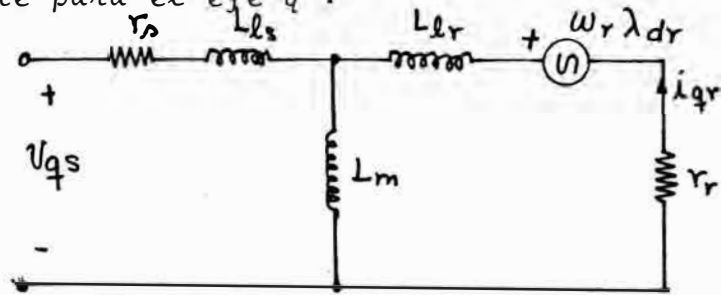


Fig.4.13.- Circuito equivalente en el eje q para una falla asimétrica línea-línea, "línea del motor abierto"

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{qs} = L_{mp} i_{qr} \quad (i_{qs} = 0) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{ds} = (r_s + L_{lp}) i_{ds} + L_{mp} (i_{ds} + i_{dr}) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_r \lambda_{dr} = (r_r + L_{rp}) i_{dr} + L_{mp} i_{ds} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\omega_r \lambda_{qr} = (r_r + L_{rp}) i_{qr} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{\ell} = J_p \omega_m + D \omega_m + \frac{P}{2} L_m (i_{ds} i_{qr}) \end{array} \right.$$

4.1.7.- Falla asimétrica "Dos líneas del motor cortocircuitadas"-

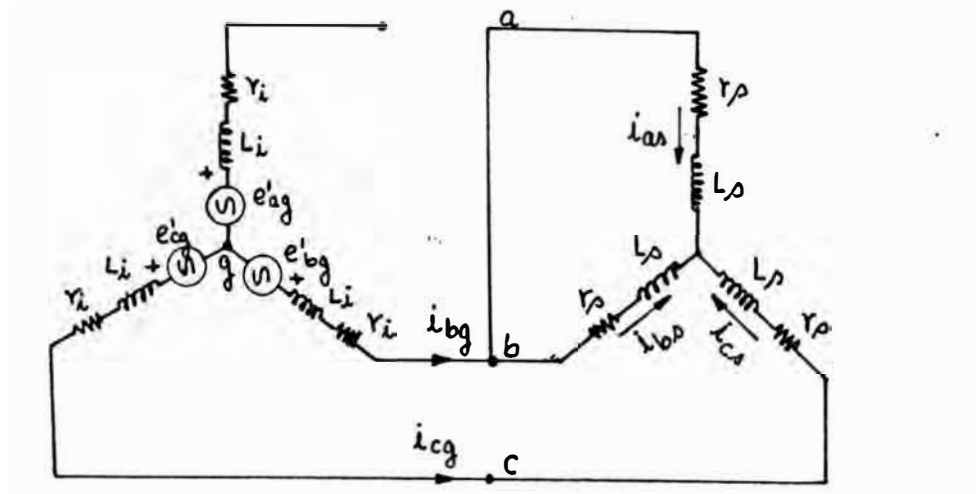


Fig. 4.14.- Representación esquemática de la falla "Dos líneas del motor cortocircuitadas".

Las ecuaciones de restricción son:

$$V'_{bs} - V'_{cs} = V_{bs} - V_{cs} = e_{bg} - e_{cg} \quad (4-113)$$

$$V_{as} - V_{bs} = V'_{as} - V'_{bs} = 0 \quad (4-114)$$

De la fig. 4.14 :

$$I_{cg} = I_{cs} \quad (4-115)$$

$$I_{bg} = I_{as} + I_{bs} \quad (4-116)$$

$$I_{as} = I_{bs} \quad (\text{Por simetría}) \quad (4-117)$$

Desarrollando la transformación de tensiones y teniendo en cuenta (4-110) y (4-114)

$$\begin{Bmatrix} V_{qs} \\ V_{ds} \\ V_{os} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \\ \frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{3} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} V_{as} \\ V_{as} \\ V_{as} + e_{cg} - e_{bg} \end{Bmatrix}$$

Desarrollando tenemos:

$$V_{qs} = \frac{2}{3} V_{as} - \frac{1}{3} V_{as} - \frac{1}{3} V_{as} - \frac{1}{3} e_{cg} + \frac{1}{3} e_{bg}$$

$$V_{qs} = \frac{1}{3} (e_{bg} - e_{cg}) \quad (4-118)$$

$$V_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}} (e_{bg} - e_{cg}) \quad (4-119)$$

Aplicando la transformación de corrientes y teniendo en cuenta (4-115), (4-116) y (4-117):

$$\begin{Bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{os} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \\ \frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{3} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{Bmatrix}$$

De la fig. 4.14

$$i_{bg} + i_{cg} = 0 \quad (4-120)$$

También sabemos que:

De (4-115): $i_{cg} = i_{cs}$

De (4-117): $i_{bs} = i_{as}$

De (4-116): $i_{bg} = i_{as} + i_{bs}$

De (4-120) :

$$i_{as} + i_{bs} + i_{cs} = 0$$

Lo que verifica la nulidad de la corriente de secuencia cero. Regresando a la matriz de corrientes:

$$i_{qs} = \frac{2}{3} i_{as} - \frac{1}{3} (i_{bs} + i_{cs})$$

$$i_{qs} = \frac{2}{3} i_{as} - \frac{1}{3} (-i_{as}) = i_{as} \quad (4-121)$$

De (4-118):

$$v_{qs} = \frac{1}{3} (e'_{bg} - e'_{cg})$$

Recordando (3-5) y (3-6):

$$v_{qs} = \frac{1}{3} \left\{ (e'_{bg} - e'_{cg}) - (r_i + L_{ip})(i_{bg} - i_{cg}) \right\}$$

$$\text{De (4-120): } i_{bg} = -i_{cg}$$

$$\text{De (4-115): } i_{cg} = i_{cs} = -2 i_{as}$$

$$\text{De (4-121): } i_{qs} = i_{as} \quad i_{cg} = -2 i_{qs}$$

$$v_{qs} = \frac{1}{3} \left\{ (e'_{bg} - e'_{cg}) + (r_i + L_{ip}) 2 i_{cg} \right\}$$

$$v_{qs} = \frac{1}{3} \left\{ (e'_{bg} - e'_{cg}) + 2(r_i + L_{ip})(-2 i_{qs}) \right\}$$

$$v_{qs} = \frac{1}{3} \left\{ (e'_{bg} - e'_{cg}) - 4(r_i + L_{ip}) i_{qs} \right\}$$

Luego el circuito equivalente se puede representar de la siguiente manera:

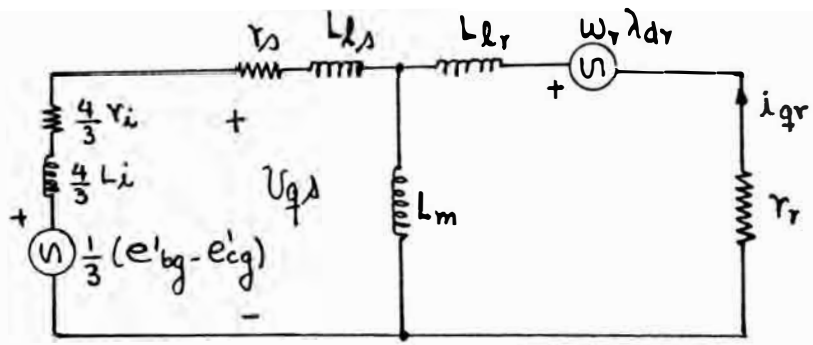


Fig. 4.15.- Circuito equivalente en el eje "q" para la falla "Dos líneas del motor cortocircuitados"

Las ecuaciones que gobiernan la falla son:

$$\begin{cases} v_{qs} = \frac{1}{3}(e'_{bg} - e'_{cg}) - \frac{4}{3}(r_i + L_i p) i_{qs} \\ v_{qs} = (r_s + L_{sp}) i_{qs} + L_{mp} i_{qr} \\ \omega_r \lambda_{dr} = (r_r + L_{rp}) i_{qr} + L_{mp} i_{qs} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}}(e'_{bg} - e'_{cg}) - (r_i + L_i p) i_{ds} \\ v_{ds} = (r_s + L_{sp}) i_{ds} + L_{mp} i_{dr} \\ -\omega_r \lambda_{qr} = (r_r + L_{rp}) i_{dr} + L_{mp} i_{ds} \end{cases}$$

$$\left\{ T_l = J p \omega_m + D \omega_m + \frac{P}{2} L_m (i_{ds} i_{qr} - i_{qs} i_{dr}) \right.$$

4.2.- Conexión Delta.-

Aunque las máquinas de inducción frecuentemente son conectadas en triángulo o delta, es raramente estudiada específicamente en la literatura. Más frecuentemente, los arrollamientos son reemplazados por arrollamientos equivalentes en "estrella" y la condición de la máquina resultante, es hecha para ser equivalente a la máquina conectada en delta. Es claro que tal equivalencia solo puede ser válida para la conexión simétrica de la fig.4.16 y no es válido en el caso en que la componente de corriente de secuencia cero que circula en la conexión delta no pueda ser despreciada.

Aunque aparentemente no está mencionado en la literatura específicamente, el análisis d-q-o, puede ser aplicado con igual facilidad a las máquinas conectadas en delta sin el recurso de una conversión a una estrella equivalente. Por lo tanto, tanto la conexión simétrica y asimétrica de un motor normalmente conectado en delta, puede ser estudiado por el método presentado en nuestro trabajo.

La conexión delta convencional está representada en la fig.4.16.

4.2.1.- Conexión Delta normal.-

De la fig. 4.16, podemos deducir:

$$e_{ag} - e_{bg} = V_{ab}$$

$$e_{bg} - e_{cg} = V_{bc}$$

$$e_{cg} - e_{ag} = V_{ca}$$

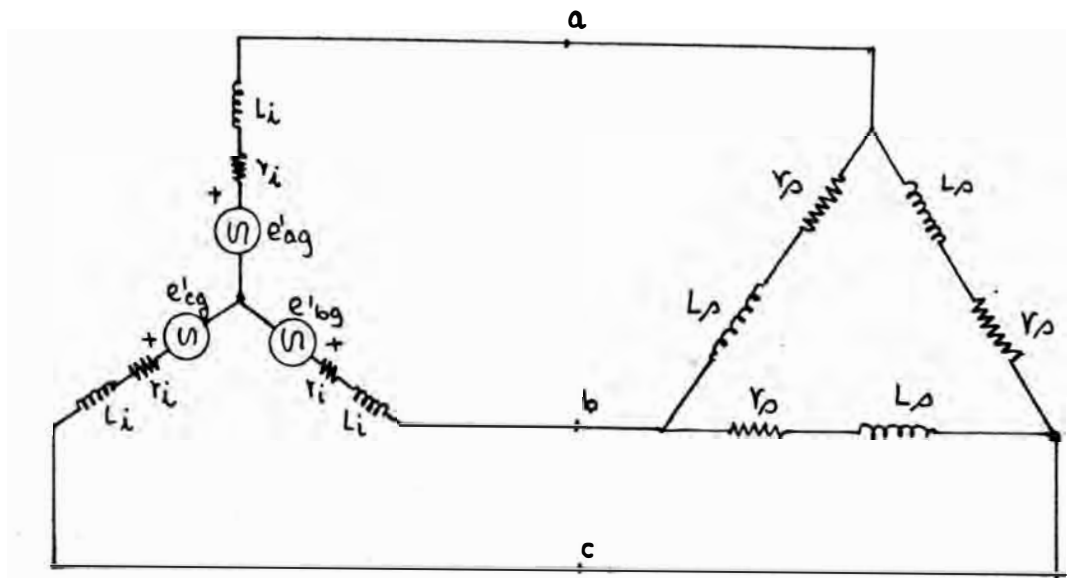


Fig.4.16.- Esquema típico de la conexión Delta Convencional.

$$\begin{pmatrix} U_{q\phi} \\ U_{d0} \\ U_{\omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \\ \frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{ag} - e_{bg} \\ e_{bg} - e_{cg} \\ e_{cg} - e_{ag} \end{pmatrix}$$

Desarrollando la matriz:

$$U_{q\phi} = \frac{2}{3} e_{ag} - \frac{2}{3} e_{bg} - \frac{1}{3} e_{bg} + \frac{1}{3} e_{cg} - \frac{1}{3} e_{cg} + \frac{1}{3} e_{ag}$$

$$U_{q\phi} = e_{ag} - e_{bg} \tag{4-122}$$

$$U_{d0} = -\frac{1}{\sqrt{3}} (e_{ag} + e_{bg} - 2e_{cg}) \tag{4-123}$$

$$U_{\omega} = 0 \tag{4-124}$$

Aplicando la Transformación de corrientes:

$$\begin{Bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{os} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \\ \frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{3} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} i_{ab} \\ i_{bc} \\ i_{ca} \end{Bmatrix}$$

Desarrollando:

$$i_{qs} = \frac{2}{3} i_{ab} - \frac{1}{3} (i_{bc} + i_{ca}) = \frac{2}{3} i_{ab} - \frac{1}{3} (-i_{ab}) = i_{ab} \quad (4-125)$$

$$i_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}} (i_{bc} - i_{ca}) \quad (4-126)$$

$$i_{os} = \frac{\sqrt{2}}{3} (i_{ab} + i_{bc} + i_{ca}) \quad (4-127)$$

De (4-122)

$$v_{qs} = e_{aq} - e_{bq} = e'_{aq} - e'_{bq} - (r_i + L_i p)(i_{aq} - i_{bq})$$

De la fig. 4.16

$$i_{aq} = i_{ab} - i_{ca}$$

$$i_{bq} = i_{bc} - i_{ab}$$

$$i_{cq} = i_{ca} - i_{bc}$$

$$v_{qs} = e'_{aq} - e'_{bq} - (r_i + L_i p)(i_{ab} - i_{ca} - i_{bc} + i_{ab})$$

$$v_{qs} = e'_{aq} - e'_{bq} - (r_i + L_i p)(2i_{ab} - (i_{bc} + i_{ca}))$$

De la fig 4.16: $\lambda_{ab} = -(\lambda_{bc} + \lambda_{ca})$

$$V_{qs} = e'_{ag} - e'_{bg} - (r_i + L_{ip})(3\lambda_{ab})$$

De (4-125) $i_{qs} = \lambda_{ab}$, entonces:

$$V_{qs} = e'_{ag} - e'_{bg} - 3(r_i + L_{ip})i_{qs} \quad (4-128)$$

De (4-123):

$$V_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}}(e_{ag} + e_{bg} - 2e_{cg})$$

$$V_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}}\{(e'_{ag} + e'_{bg} - 2e'_{cg}) - (r_i + L_{ip})(i'_{ag} + i'_{bg} - 2i'_{cg})\}$$

$$V_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}}\{(e'_{ag} + e'_{bg} - 2e'_{cg}) - (r_i + L_{ip})(\lambda_{ab} - \lambda_{ca} + \lambda_{bc} - \lambda_{cb} - 2\lambda_{ca} + 2\lambda_{bc})\}$$

$$V_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}}\{(e'_{ag} + e'_{bg} - 2e'_{cg}) - (r_i + L_{ip})(3\lambda_{bc} - 3\lambda_{ca})\}$$

De (4-126):

$$\lambda_{bc} - \lambda_{ca} = -\sqrt{3}i_{ds}$$

Además: $e'_{ag} + e'_{bg} = -e'_{cg}$

$$V_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}}\{(-3e'_{cg}) - 3(r_i + L_{ip})(-\sqrt{3}i_{ds})\}$$

$$V_{ds} = \sqrt{3} e'_{cg} - 3(r_i + L_{ip}) i_{ds} \quad (4-129)$$

Luego, las ecuaciones que gobiernan el funcionamiento de la máquina de inducción en conexión triángulo cuando está normalmente conectado son:

$$\begin{cases} V_{qs} = (e'_{aq} - e'_{bq}) - 3(r_i + L_{ip}) i_{qs} \\ V_{qs} = 3(r_s + L_{sp}) i_{qs} + 3L_{mp} i_{qr} \\ \omega_r \lambda_{dr} = (r_r + L_{rp}) i_{qr} + L_{mp} i_{qs} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_{ds} = \sqrt{3} e'_{cg} - 3(r_i + L_{ip}) i_{ds} \\ V_{ds} = 3(r_s + L_{sp}) i_{ds} + 3L_{mp} i_{dr} \\ -\omega_r \lambda_{qr} = (r_r + L_{rp}) i_{dr} + L_{mp} i_{ds} \end{cases}$$

$$\left\{ T_e = Jp\omega_m + D\omega_m + \frac{3P}{2} L_m (i_{ds} i_{qr} - i_{qs} i_{dr}) \right.$$

Observamos que todos los términos de la matriz de impedancia en el Modelo de Ejes Ortogonales deben de ser multiplicados por tres, a fin de obtener los parámetros de la máquina en la conexión Delta.

4.2.2.- Conexión Asimétrica Delta invertida.-

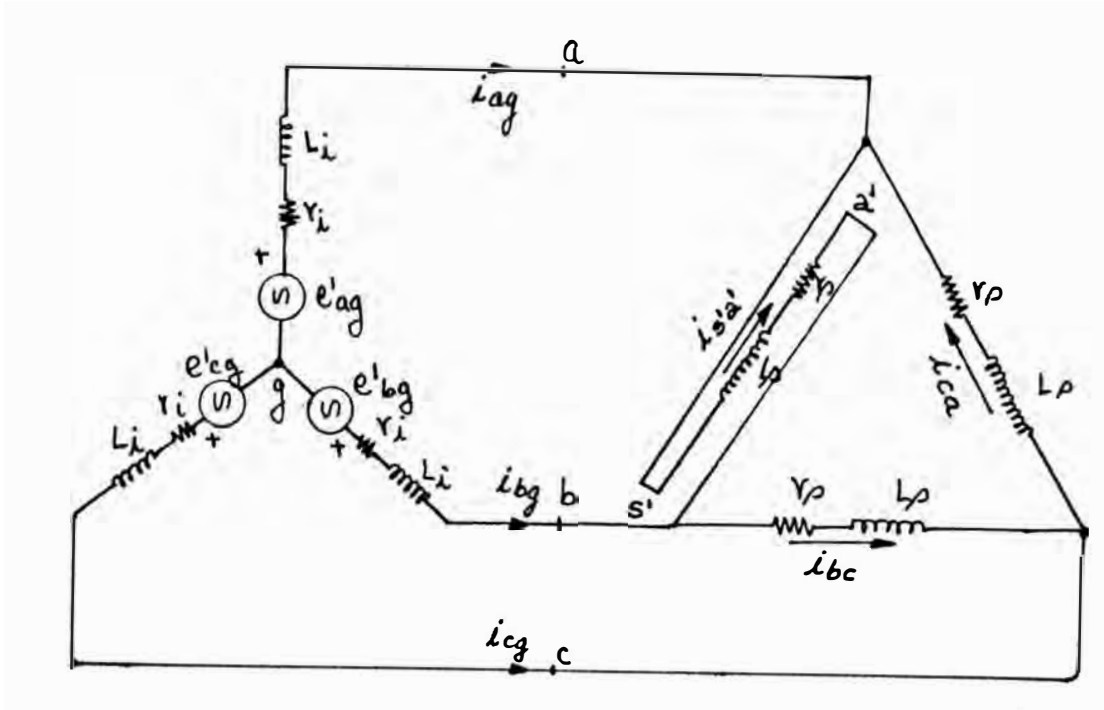


Fig.4.17.- Esquema representativo de la conexión asimétrica "delta invertido".

En este caso la tensión en la fase a-b se invierte:

$$V_{ba} = e_{bg} - e_{ag} = V_{a's'}$$

las otras dos ecuaciones no varían:

$$V_{bc} = e_{bg} - e_{cg}$$

$$V_{ca} = e_{cg} - e_{ag}$$

Luego, procedemos a hallar las tensiones en los ejes d-q-o:

$$\begin{pmatrix} U_{qs} \\ U_{ds} \\ U_{os} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \\ \sqrt{2}/3 & \sqrt{2}/3 & \sqrt{2}/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{bg} - e_{ag} \\ e_{bg} - e_{cg} \\ e_{cg} - e_{ag} \end{pmatrix}$$

$$U_{qs} = \frac{2}{3} e_{bg} - \frac{2}{3} e_{ag} - \frac{1}{3} e_{bg} + \frac{1}{3} e_{cg} - \frac{1}{3} e_{cg} + \frac{1}{3} e_{ag}$$

$$U_{qs} = -\frac{1}{3} (e_{ag} - e_{bg})$$

$$U_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}} (e_{ag} + e_{bg} - 2e_{cg})$$

$$U_{os} = \frac{\sqrt{2}}{3} (e_{bg} - e_{ag} + e_{bg} - e_{cg} + e_{cg} - e_{ag})$$

$$U_{os} = \frac{\sqrt{2}}{3} (2e_{bg} - 2e_{ag})$$

$$i_{ag} = i'_{s'a'} - i_{ca} = -i_{ba} - i_{ca} = -i'_{ba} - i'_{ca} - \sqrt{2} i_{os}$$

$$i_{ag} = -(i'_{ba} + i'_{ca}) - \sqrt{2} i_{os} = i'_{bc} - \sqrt{2} i_{os} \quad (4-130)$$

$$i_{bg} = i_{bc} - i'_{s'a'} = i'_{bc} + i'_{ba} + \sqrt{2} i_{os} = -i'_{ca} + \sqrt{2} i_{os}$$

$$i_{cg} = i_{ca} - i_{bc} = i'_{ca} - i'_{bc} \quad (4-132)$$

Sumando:

$$i_{ag} + i_{bg} + i_{cg} = 0$$

Lo cual confirma el hecho de que el neutro del generador equivalente no está excitado.

De (4-130):

$$i'_{bc} = i_{bg} + \sqrt{2} i_{os}$$

$$i'_{ca} = -i_{bg} + \sqrt{2} i_{os}$$

$$i'_{ba} = i_{bg} - i_{ag} - 2\sqrt{2} i_{os}$$

$$i_{ba} = i_{bg} - i_{ag} - \frac{3}{\sqrt{2}} i_{os} \quad (4-133)$$

$$i_{bc} = i_{ag} + \frac{3}{\sqrt{2}} i_{os} \quad (4-134)$$

$$i_{ca} = -i_{bg} + \frac{3}{\sqrt{2}} i_{os} \quad (4-135)$$

Aplicando la transformación de corrientes:

$$\begin{Bmatrix} i_{ga} \\ i_{gb} \\ i_{gc} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \\ \frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{3} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} i_{bg} - i_{ag} - \frac{3}{\sqrt{2}} i_{os} \\ i_{ag} + \frac{3}{\sqrt{2}} i_{os} \\ -i_{bg} + \frac{3}{\sqrt{2}} i_{os} \end{Bmatrix}$$

$$i_{qs} = \frac{2}{3} i_{bg} - \frac{2}{3} i_{ag} - \sqrt{2} i_{os} - \frac{1}{3} i_{ag} - \frac{1}{\sqrt{2}} i_{os} + \frac{1}{3} i_{bg} - \frac{1}{\sqrt{2}} i_{os}$$

$$i_{qs} = i_{bg} - i_{ag} \quad (4-136)$$

$$i_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \left(i_{ag} + \frac{3}{\sqrt{2}} i_{os} + i_{bg} - \frac{3}{\sqrt{2}} i_{os} \right) = -\frac{1}{\sqrt{3}} (i_{ag} + i_{bg})$$

$$i_{ds} = \frac{1}{\sqrt{3}} i_{cg} = \frac{1}{\sqrt{3}} (i_{ca} - i_{bc}) \quad (4-137)$$

Desarrollando las ecuaciones de tensión en el Modelo

d-q-0, tenemos; para el eje "q" :

$$v_{qs} = -\frac{1}{3} (e_{ag} - e_{bg})$$

$$v_{qs} = -\frac{1}{3} \{ e'_{ag} - e'_{bg} - (r_i + L_i p)(i_{ag} - i_{bg}) \}$$

$$v_{qs} = -\frac{1}{3} \{ (e'_{ag} - e'_{bg}) - (r_i + L_i p) i_{qs} \} \quad (4-138)$$

Procediendo análogamente con la tensión en el eje

"d" :

$$v_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}} (e_{ag} + e_{bg} - 2e_{cg})$$

$$v_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \{ (e'_{ag} + e'_{bg} - 2e'_{cg}) - (r_i + L_i p)(i_{ag} + i_{bg} - 2i_{cg}) \}$$

$$e'_{ag} + e'_{bg} - 2e'_{cg} = -3e'_{cg}$$

$$i_{ag} + i_{bg} - 2i_{cg} = -3i_{cg} = -3(\sqrt{3} i_{ds})$$

$$v_{ds} = \sqrt{3} e'_{cg} - 3(r_i + L_i p) i_{ds} \quad (4-139)$$

Sabemos que:

$$V_{0s} = \frac{2\sqrt{2}}{3} (e_{bg} - e_{ag})$$

$$V_{0s} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \left\{ (e'_{bg} - e'_{ag}) - (r_i + L_{ip})(i_{bg} - i_{ag}) \right\} \quad (4-140)$$

De (4-136), tenemos que: $i_{qs} = i_{bg} - i_{ag}$

$$V_{0s} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \left\{ (e'_{bg} - e'_{ag}) - (r_i + L_{ip}) i_{qs} \right\} \quad (4-141)$$

Dividiendo (4-138) - (4-141), entonces:

$$\frac{V_{qs}}{V_{0s}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

Sabemos, que la corriente de secuencia cero, solo recorre los arrollamientos del motor como si fuera un circuito en serie, por lo tanto:

$$V_{0s} = 3 (r_s + L_{sp}) i_{0s} \quad (4-142)$$

$$2\sqrt{2} V_{qs} = V_{0s} = 3 (r_s + L_{sp}) i_{0s}$$

De (4-138), (4-139), (4-141) y (4-142), podemos construir los circuitos equivalentes en los ejes d, q, 0, que pueden graficarse de la siguiente manera:

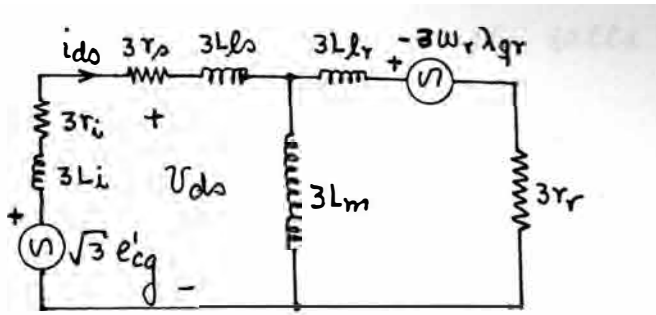


Fig.4.18.- Circuito equivalente para el eje "d" para un motor en triángulo con fase invertida.

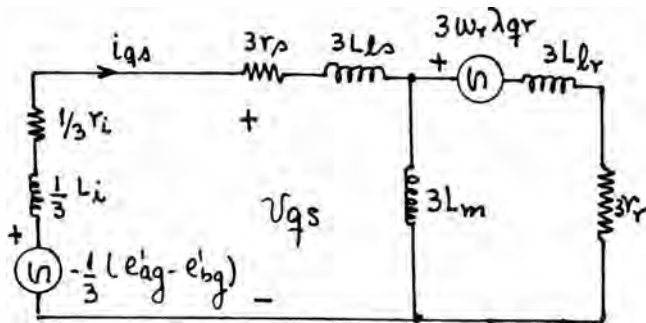


Fig.4.19.- Circuito equivalente para el eje "q" para un motor en triángulo con fase invertida.

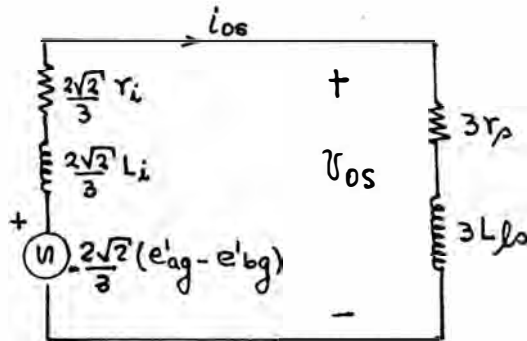


Fig.4.20.- Circuito equivalente en el eje "0" para un motor en triángulo con fase invertida.

Las ecuaciones que gobiernan esta falla son:

$$\begin{cases} v_{qs} = -\frac{1}{3}(e'_{ag} - e'_{bg}) - \frac{1}{3}(\tau_i + L_{ip}) i_{qs} \\ v_{qs} = (3r_s + 3L_{sp}) i_{qs} + 3L_{mp} i_{qr} \\ \omega_r \lambda_{dr} = (\tau_r + L_{rp}) i_{qr} + L_{mp} i_{qs} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{ds} = \sqrt{3} e'_{eg} - 3(\tau_i + L_{ip}) i_{ds} \\ v_{ds} = 3(\tau_s + L_{sp}) i_{ds} + 3L_{mp} i_{dr} \\ -\omega_r \lambda_{dr} = (\tau_r + L_{rp}) i_{dr} + L_{mp} i_{ds} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\sqrt{2} v_{qs} = v_{os} = 3(\tau_s + L_{sp}) i_{os} \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_l = J_p \omega_m + D \omega_m + \frac{3P}{2} L_m (i_{ds} i_{qr} - i_{qs} i_{dr}) \end{cases}$$

SIMULACION DIGITAL

En un estudio de fenómenos transitorios de una máquina de inducción es necesario, el uso de métodos numéricos a fin de resolver el sistema de ecuaciones diferenciales, que representa el modelo matemático de la máquina analizada. La solución numerica consiste en encontrar valores de las correspondientes variables (tensiones, corrientes, torque, velocidad) como funciones del tiempo para intervalos discretos de tiempo. La solución de estas ecuaciones puede ser realizado por una eficiente rutina de integración numerica ejecutado en un programa por medio de una computadora digital.

El método Runge-Kutta, ha sido y es ampliamente utilizado para este propósito, principalmente a causa de su relativa simplicidad y característica de autoinicialización. Otro método muy usado es el Predictor-Corrector, que tiene una precisión comparable al Runge-Kutta, pero su desventaja radica en que no puede autoinicializarse, ni puede manejar las discontinuidades que suelen ocurrir en los procesos transitorios, también la naturaleza iterativa de estos métodos puede causar inestabilidad numerica con la consecuencia de que la solución no puede ser obtenida correctamente.

5.1.- Formulación del problema.-

Cuando la máquina de inducción es representada para un estudio de procesos transitorios, las ecuaciones que representan ese estado se escriben en forma explícita, de manera que cada una de las derivadas de las variables a considerar se puedan despejar. En nuestro caso este sistema tendrá la siguiente expresión general:

$$\left\{ \begin{array}{l} p i_{qs} = A(1) U_{qs} + A(2) i_{qs} + A(3) i_{qr} + \omega_m (A(4) i_{ds} + A(5) i_{dr}) \\ p i_{ds} = A(6) U_{ds} + A(7) i_{ds} + A(8) i_{dr} + \omega_m (A(9) i_{qs} + A(10) i_{qr}) \\ p i_{qr} = -\frac{r_r}{L_r} i_{qr} - \frac{L_m}{L_r} p i_{qs} + \omega_m \left(\frac{L_m}{L_r} (i_{ds} + i_{dr}) \right) \quad (5-1) \\ p i_{dr} = -\frac{r_r}{L_r} i_{dr} - \frac{L_m}{L_r} p i_{ds} + \omega_m \left(\frac{L_m}{L_r} (i_{qs} + i_{qr}) \right) \\ p \omega_m = \frac{1}{2H} \left\{ \frac{1}{2} L_m (i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{qr}) + T_L - D \omega_m \right\} \end{array} \right.$$

donde $A(1), A(2), \dots, A(10)$ son constantes que dependen de los parámetros de la máquina y de la particular conexión asimétrica en estudio.

U_{qs} y U_{ds} son las tensiones de alimentación convertidas al sistema d-q-o.

El sistema (5-1) lo podemos representar en forma de vectores de estado, tal como:

$$\frac{d\mathbf{G}}{dt} = \mathbf{F}(t, \mathbf{G}) \quad (5-2)$$

$$\mathbf{G} = (i_{qs}, i_{qr}, i_{ds}, i_{dr}, \omega_m)^t$$

$$\mathbf{G}_{n+1} = \mathbf{G}_n + \frac{1}{6} \{K_0 + 2K_1 + 2K_2 + K_3\}$$

$$K_0 = h F(t_0, \mathbf{G}_0)$$

$$K_1 = h F\left(t_0 + \frac{h}{2}, \mathbf{G}_0 + \frac{K_0}{2}\right)$$

$$K_2 = h F\left(t_0 + \frac{h}{2}, \mathbf{G}_0 + \frac{K_1}{2}\right)$$

$$K_3 = h F(t_0 + h, \mathbf{G}_0 + K_2)$$

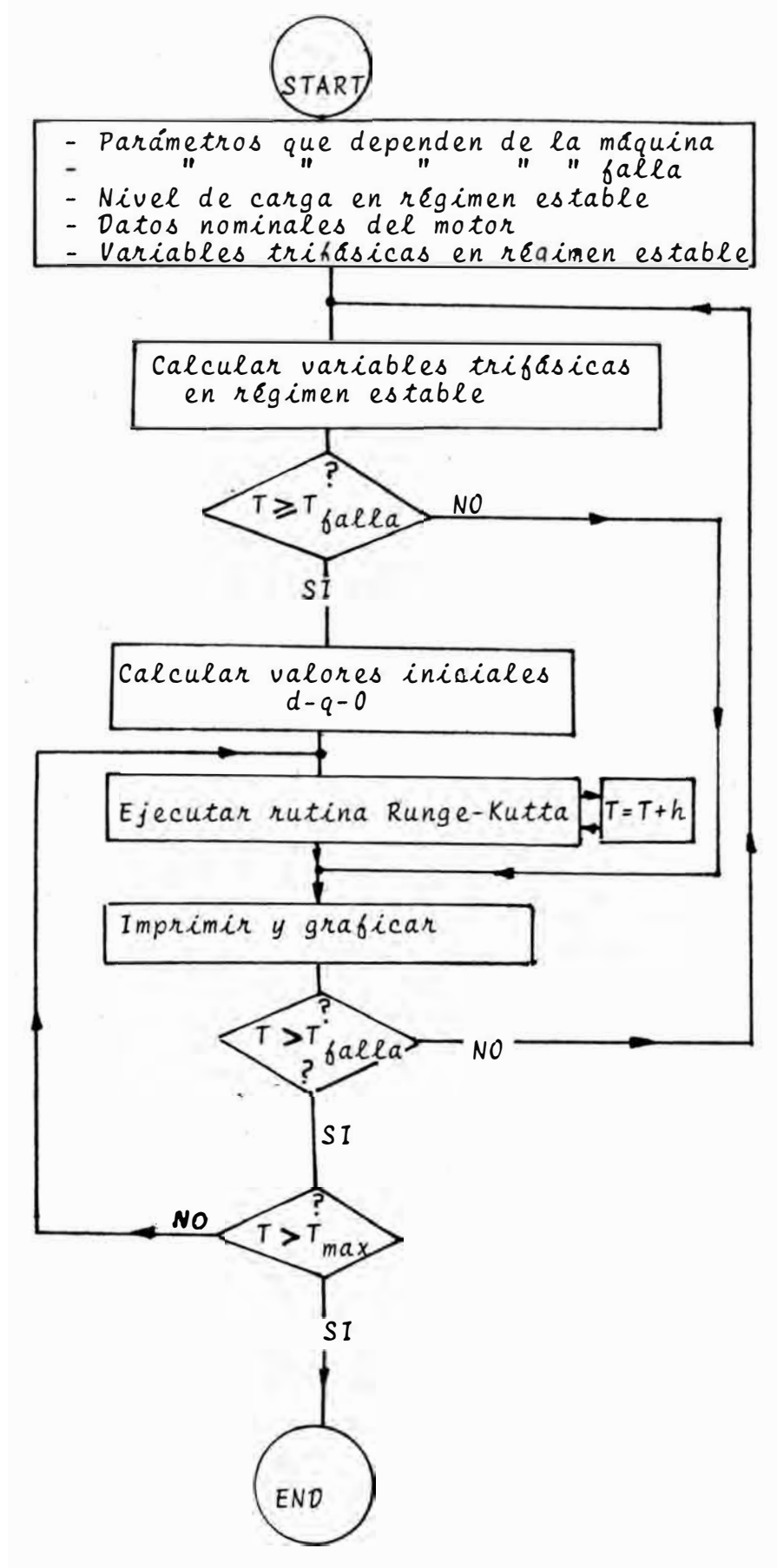
$$\mathbf{G}_0 = (i_{qs0}, i_{qr0}, i_{ds0}, i_{dr0}, \omega_{m0})^t$$

t tiempo (segundos).

h es el paso de integración

5.2.- Diagrama de Flujo

A continuación presentamos un diagrama de flujo en donde se anotan las principales características de nuestro programa de simulación.



5.3.- Simulación Digital del funcionamiento de un motor de inducción conectado en forma asimétrica.-

Hemos llevado a cabo, la simulación digital de las fallas asimétricas anteriormente estudiadas.

Para llevarlo a efecto, hemos utilizado un motor de las siguientes características:

Potencia :	25 HP
Tensión nominal:	230 Voltios AC
Intensidad nominal:	58 Amperios
Velocidad:	1765 RPM
Frecuencia nominal:	60 Hz
Conexión:	Estrella con neutro exterior.

Los parámetros del circuito equivalente lineal son:

$$r_s = 0.0788 \text{ Ohmios}$$

$$r_r = 0.0408 \text{ Ohmios}$$

$$\omega_s L_s = X_{ls} = 0.2122 \text{ Ohmios}$$

$$\omega_s L_r = X_{lr} = 0.4632 \text{ Ohmios}$$

$$\omega_s L_m = X_m = 9.33 \text{ Ohmios}$$

Los parámetros del sistema mecánico del motor son:

$$J = 0.31 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2 \text{ y } D = 0.007 \text{ Nw} \cdot \text{m}/\text{seg.}$$

Hemos asumido que la carga aplicada puede ser descrita por la siguiente ecuación:

$$T_L = 0.2 + 0.8 * \omega_m^2 \quad (\text{P.U.})$$

Asimismo, la impedancia interna del generador equivalente es: $r_i + jx_i = 0 + j0.1061$

Se ha graficado y tabulado las corrientes y tensiones de fase, torque acelerante y velocidad mecánica para cada una de las fallas estudiadas.

Seguidamente comentaremos las características mas importantes que pueden observarse de los gráficos:

5.3.1.- Falla "Fase a neutro".-

La falla ocurre cuando el motor está funcionando a su carga nominal. De la fig. 5.1a y 5.1b:

- a) La corriente en la fase cortocircuitada decae a cero rápidamente, luego de variar bruscamente hasta varias veces su valor nominal al iniciarse la falla.
- b) La velocidad mecánica disminuye en forma progresiva a medida que transcurre la falla debido a que el motor no puede mantener la carga aplicada.
- c) El torque acelerante que en estado estable es nulo, oscila en forma pronunciada tendiendo a valores negativos.

5.3.2.- Falla "Línea a neutro"

La falla sucede cuando el motor está funcionando a su carga nominal. Ve la fig . 5.2a y 5.2b

- a) Se observa claramente la oscilación de doble frecuencia en la curva del torque acelerante debido a la condición no balanceada.
- b) La tensión de la fase abierta del motor incrementa su valor normal.
- c) La velocidad mecánica oscila alrededor de la velocidad-

nominal al iniciarse la falla, para luego incrementar ligeramente su valor.

5.3.3.- Falla "Fase invertida"

Esta simulación se llevó a cabo, suponiendo que el motor está sometido a un arranque en vacío con la conexión invertida de una de sus fases estáticas. De la fig. 5.3a y 5.3b

- a) El motor tiende a arrancar en sentido contrario al de la conexión normal debido a que la secuencia de fases queda invertida y por lo tanto el ~~del~~ campo giratorio también.
- b) El torque acelerante tiene un valor más pequeño que el de un arranque normal.
- c) Las corrientes y tensiones de las fases correctamente conectadas toman valores muy próximos a los valores en un arranque normal.

5.3.4.- Falla " Neutro parcialmente abierto"

La falla ocurre cuando el motor es sometido a un arranque en vacío. De la fig. 5.4a y 5.4b

- a) El motor no llega a arrancar debido a que el torque acelerante es muy pequeño para vencer la inercia del rotor.
- b) Las corrientes no difieren demasiado de las de un arranque normal.

5.3.5.- Falla "Linea del motor cortocircuitado con el neutro del generador.-"

La falla sucede cuando el motor está operando a plena carga. De la fig. 5. 5 :

- a) La velocidad mecánica del motor disminuye lentamente.

b) El torque acelerante oscila alrededor de cero, notándose se una tendencia muy leve de predominio de los valores negativos.

a) La corriente en la fase "a" luego del momento transitorio llega a estabilizarse a un valor menor al de la plena carga.

5.3.6.- Falla "Linea del motor abierto"

La conexión asimétrica se produce cuando el motor opera a plena carga. De la fig. 5.6a y 5.6b :

a) La velocidad decae rápidamente porque el motor no puede mantener la carga aplicada.

b) La corriente en la fase abierta se anula instantáneamente.

c) Las corrientes en la fase b y en la fase c son exactamente opuestas como corresponde a las intensidades debido a una alimentación monofásica.

5.3.7.- Falla.- Falla "Dos líneas del motor cortocircuitadas.-

La falla se manifiesta cuando el motor está funcionando a plena carga. De la fig. 5.7 :

a) La corriente en la fase "b" incrementa su valor a medida que transcurre la falla hasta alcanzar un valor permanente de falla.

b) La tensión en la fase "a" tiene un valor muy pequeño, respecto a su valor normal, debido a que esta fase se encuentra cortocircuitada.

OTRAS APLICACIONES DEL MODELO

Aunque nuestro trabajo, se refiere solamente al análisis transitorio de un motor de inducción, cuando es sometido a conexiones asimétricas, hemos creído conveniente incluir este capítulo, para mostrar que nuestro modelo es extensible, casi sin variación alguna a otro tipo de fenómenos transitorios que suceden en las máquinas de inducción, algunas de las cuales las estudiamos aquí.

6.1.- Tensiones de alimentación desbalanceadas.-

Cuando el motor es alimentado en forma desbalanceada, las tensiones en los ejes d-q varían prescindiendo de la elección del modelo de referencia.

Para analizar esta forma de alimentación, utilizamos el mismo circuito equivalente d-q, que mostramos en el capítulo III.

Entonces de la fig.3.2, tenemos:

$$U_{as} = e_{aq}$$

$$U_{bs} = e_{bq}$$

$$U_{cs} = e_{cq}$$

$$v_{qs} = \frac{2}{3} e_{aq} - \frac{1}{3} e_{bq} - \frac{1}{3} e_{cq}$$

$$v_{qs} = \frac{1}{3} \left\{ 2 e'_{aq} - (e'_{bq} + e'_{cq}) \right\} - \frac{1}{3} (\tau_i + L_{ip}) \left\{ 2 i_{aq} - (i_{bq} + i_{cq}) \right\}$$

Pero : $i_{aq} + i_{bq} + i_{cq} = 0$ $i_{bq} + i_{cq} = -i_{aq}$

Luego:

$$v_{qs} = \frac{1}{3} \left\{ 2 e'_{aq} - (e'_{bq} + e'_{cq}) \right\} - \frac{1}{3} (\tau_i + L_{ip}) 3 i_{aq}$$

$$i_{as} = i_{aq}$$

Tomando el eje de referencia en el estator:

$$i_{qs} = i_{as} \quad i_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}} (i_{bs} - i_{cs}) \quad i_{os} = 0$$

$$v_{qs} = \frac{1}{3} \left\{ 2 e'_{aq} - (e'_{bq} + e'_{cq}) \right\} - (\tau_i + L_{ip}) i_{qs} \quad (6-1)$$

$$v_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}} (e'_{bq} - e'_{cq}) - (\tau_i + L_{ip}) i_{ds} \quad (6-2)$$

Luego, las ecuaciones para resolver esta conexión son:

$$v_{qs} = \frac{1}{3} \left\{ 2 e'_{aq} - (e'_{bq} + e'_{cq}) \right\} - (\tau_i + L_{ip}) i_{qs}$$

$$v_{qs} = (\tau_s + L_{sp}) i_{qs} + L_{mp} i_{qr}$$

$$\omega_r \lambda_{dr} = (r_r + L_{rp}) i_{qr} + L_{mp} i_{qs}$$

$$v_{ds} = -\frac{1}{\sqrt{3}} (e'_{bg} - e'_{cg}) - (r_i + L_{ip}) i_{ds}$$

$$v_{ds} = (r_s + L_{sp}) i_{ds} + L_{mp} i_{dr}$$

$$-\omega_r \lambda_{dr} = (r_r + L_{rp}) i_{dr} + L_{mp} i_{ds}$$

$$T_l = J_p \omega_m + D \omega_m + \frac{P}{2} L_m (i_{ds} i_{qr} - i_{qs} i_{dr})$$

En nuestra simulación hemos supuesto un arranque con las siguientes tensiones de alimentación;

$$e'_{ag} = 1.0 * \cos \omega_s t$$

$$e'_{bg} = 0.5 * \cos (\omega_s t - 2\pi/3)$$

$$e'_{cg} = 1.0 * \cos (\omega_s t + \pi/2)$$

En la fig. 6.1, podemos apreciar las peculiaridades de esta simulación. Se puede notar que el motor tiende a arrancar en sentido contrario al que se espera, el torque acelerante tiene un valor mas pequeño que cuando el motor arranca normalmente, esto quiere decir que el motor, con este tipo de alimentación arrancará en mayor tiempo con el riesgo de que la corriente de arranque se prolongue de masiado y el motor podría fallar.

6.2.- Fenómenos Transitorios debido a recierres.-

Muchas veces, los motores son desconectados momentáneamente de la alimentación, cuando las corrientes en el rotor aún están fluyendo, en este caso, la condición transitoria puede ser más severa que en un arranque normal. - Los recierres de interruptores automáticos son ejemplos - de transitorias aperturas, en donde la alimentación puede ser nuevamente reconectada, cuando una apreciable tensión aún existe en los terminales del motor.

Supongamos que la apertura de las tres fases del motor se realiza en forma simultánea, por lo tanto, a partir de ese momento i_{qs} e i_{ds} son iguales a cero. Puesto que el flujo en la máquina no puede cambiar instantáneamente, el cambio en las corrientes estáticas debe ser acompañado por un correspondiente cambio en las corrientes rotóricas, para mantener constante el flujo ligado inmediatamente antes y después que el interruptor es abierto. Luego las corrientes rotóricas inmediatamente después de la apertura toman la siguiente forma:

$$i_{dr2} = i_{ds1} + i_{dr1}$$

$$i_{qr2} = i_{qs1} + i_{qr1}$$

Donde los sufijos 1 y 2 denotan las corrientes antes y después de la apertura.

Cuando las corrientes rotóricas en el instante del recierre han sido obtenidas, pueden ser usadas junto con la corriente homopolar para determinar las corrientes transitorias trifásicas antes y después de la apertura.

CONCLUSIONES

1.- Hemos elaborado un método matemático utilizando el Modelo de Ejes Ortogonales, para analizar en forma global una amplia variedad de conexiones asimétricas, que tienen lugar, en los terminales exteriores de los arrollamientos estáticos de un motor de inducción trifásico, ya sea de jaula de ardilla o de rotor bobinado, habiendo recurrido a un solo patrón de análisis común, lo que facilita su aplicabilidad en situaciones que se necesite un estudio de análisis de fallas asimétricas de una máquina de inducción.

2.- Al estudiar, las conexiones asimétricas que involucren el neutro del motor, se observa que el efecto de la secuencia cero es efectivamente, el efecto de una componente de dispersión, como se supuso, al considerarlo como un término de caída de potencial.

3.- Es perfectamente factible, construir un modelo matemático más sofisticado, cuya aproximación a los ensayos experimentales, sería indudablemente mejor. Sin embargo, esto sería a costa de una mayor elaboración y complicación de los sistemas de ecuaciones diferenciales, de las expresiones que representan los parámetros de la máquina y del programa de simulación, que en algunos casos no permitiría

a una solución que sea factible en la práctica.

4.- Hemos podido comprobar que gran parte de los parámetros corregidos que se utilizan en tantos otros circuitos equivalentes, en donde se incluyen los efectos de saturación, armónicos, temperatura, efecto Skin, pérdidas en el fierro, etc, tienen relación directa con resultados experimentales, curvas y datos producto de expresiones empíricas, ya que la deducción matemática de muchos efectos no lineales no es posible hacerla. Esto quiere decir, que estos parámetros, que tienen en cuenta esos efectos no lineales o transitorios, solo serán válidos si se aplican en el estudio transitorio de la máquina que fue sometida a esos ensayos para determinar esos parámetros y no pueden esos parámetros aplicarse a cualquier motor de inducción en general. Como nuestro trabajo, no se refiere a alguna máquina en particular, sino intenta estudiar el universo de éstas, no sería conveniente incorporar datos experimentales provenientes de ensayos de algún tipo de máquina de inducción, para aplicarlos a nuestro estudio.

5.- Los resultados de la simulación digital que provienen de nuestro análisis, deben ser tomados en cuenta en su valor cualitativo, en cuanto a la tendencia y al rango de los valores que registran las variables circuitales, cuando el motor está asimétricamente conectado. Solamente, en el caso en que se tenga seguridad de que los

parámetros circuitales han sido adecuadamente corregidos, a fin de incluir, los efectos no lineales a los que inevitablemente estará sometida en mayor o menor grado la máquina, se podrá tener la certeza de que los resultados pueden ser tomados en cuenta, como una buena aproximación a su valor real, Desde ese punto de vista, los resultados que surgieran de nuestro modelo, estarían sujetos a una comparación con resultados experimentales para verificar las precisiones de nuestros resultados.

6.- En los gráficos de las distintas fallas asimétricas estudiadas, hemos podido apreciar algunos rasgos comunes en todas o en casi todas las fallas; estas son:

a) En el momento de producirse la falla asimétrica, el torque acelerante oscila a doble frecuencia. Esto se debe, a que al producirse la falla, el sistema se desequilibra, o sea, como producto de la falla, el campo resultante, no es circular, sino de tipo pulsante, lo que provoca un torque de las mismas características de frecuencia.

b) Para estudiar los efectos mecánicos de los procesos transitorios en las máquinas eléctricas, en muchos análisis, se supone que el transitorio eléctrico es mucho más rápido que el transitorio mecánico. De nuestro estudio, se desprende que esta suposición es aceptable, porque en todas las fallas asimétricas estudiadas podemos observar que mientras las variables eléctricas, han variado aperiódicamente hasta alcanzar un valor de falla permanente, en to-

do ese lapso la velocidad mecánica varía relativamente poco, o sea que el deslizamiento se mantiene prácticamente constante, con lo que se puede simplificar el análisis de los efectos mecánicos.

NOMENCLATURA

- D Coeficiente de Fricción Viscosa (Nw-m/seg.)
- e'_{ag} fem interna ideal en la fase "a" del generador equivalente. (Voltios).
- e'_{bg} fem interna ideal en la fase "b" del generador equivalente. (Voltios).
- e'_{cg} fem interna ideal en la fase "c" del generador equivalente. (Voltios).
- e_{ag} tensión en los bornes terminales de la fase "a" del generador equivalente. (Voltios).
- e_{bg} tensión en los bornes terminales de la fase "b" del generador equivalente. (Voltios).
- e_{cg} tensión en los bornes terminales de la fase "c" del generador equivalente. (Voltios).
- G Matriz de las corrientes estáticas y rotóricas en el Modelo de Ejes Ortogonales para la rutina de iteración Runge- Kutta. (Amperios)
- $F'_{(t, \theta)}$ Matriz de las derivadas de las corrientes estáticas y rotóricas en el Modelo de Ejes Ortogonales para la rutina de iteración Runge- Kutta. (Amp./seg.)
- h longitud de paso para el método iterativo. (seg.)
- i_{ag} Intensidad de corriente de la fase "a" del generador equivalente. (Amperios).
- i_{bg} Intensidad de corriente de la fase "b" del generador equivalente. (Amperios).

- i_{cg} Intensidad de corriente de la fase "c" del generador equivalente, (Amperios).
- i_{as} Intensidad de corriente de la fase "a" del estator de la máquina de inducción. (Amperios).
- i_{bs} Intensidad de corriente de la fase "b" del estator de la máquina de inducción. (Amperios).
- i_{cs} Intensidad de corriente de la fase "c" del estator de la máquina de inducción. (Amperios).
- i_{ar} Intensidad de corriente de la fase "a" del rotor de la máquina de inducción. (Amperios).
- i_{br} Intensidad de corriente de la fase "b" del rotor de la máquina de inducción. (Amperios).
- i_{cr} Intensidad de corriente de la fase "c" del rotor de la máquina de inducción. (Amperios).
- i'_{as} Intensidad de corriente de secuencia positiva de la fase "a" del estator de la máquina de inducción.
- i'_{bs} Intensidad de corriente de secuencia positiva de la fase "b" del estator de la máquina de inducción.
- i'_{cs} Intensidad de corriente de secuencia positiva de la fase "c" del estator de la máquina de inducción.
- i'_{ar} Intensidad de corriente de secuencia positiva de la fase "a" del rotor de la máquina de inducción.
- i'_{br} Intensidad de corriente de secuencia positiva de la fase "b" del rotor de la máquina de inducción.
- i'_{cr} Intensidad de corriente de secuencia positiva de la fase "c" del rotor de la máquina de inducción.
- $i_{s'a'm}$ Intensidad de corriente en la fase "a" del estator de la máquina de inducción para la falla asi-

métrica de Fase Invertida.

- I_{ng} Intensidad de corriente para la fase "a" del estator de la máquina de inducción correspondiente a la conexión asimétrica "línea del motor cortocircuitado con el neutro del generador equivalente."
- I_{ab} Intensidad de corriente de la fase "a" para la conexión en triángulo de la máquina de inducción.
- I_{bc} Intensidad de corriente de la fase "b" para la conexión en triángulo de la máquina de inducción.
- I_{ca} Intensidad de corriente de la fase "c" para la conexión en triángulo de la máquina de inducción.
- $I_{s'a}$ Intensidad de corriente de la fase "a" para la conexión del motor en triángulo con la fase "a" invertida.
- J Momento de Inercia de la máquina de Inducción. (Kg-m²).
- K_0 Matriz de la primera iteración de las corrientes en el Modelo d-q-0.
- K_1 Matriz de la segunda iteración de las corrientes en el Modelo d-q-0.
- K_2 Matriz de la tercera iteración de las corrientes en el Modelo d-q-0.
- K_3 Matriz de la cuarta iteración de las corrientes en el Modelo d-q-0.
- L_{asbs} Inductancia mutua entre las fases estáticas a y b. (Henrios)
- L_{ascs} Inductancia mutua entre las fases estáticas a y

- σ . (Henrios).
- L_{asar} Inductancia mutua entre la fase "a" del estator y la fase "a" del rotor.
- L_{asbr} Inductancia mutua entre la fase "a" del estator y la fase "b" del rotor.
- L_{ascr} Inductancia mutua entre la fase "a" del estator y la fase "c" del rotor.
- M Inductancia mutua entre una fase rotórica y una fase estática.
- L_{sf} Inductancia propia por fase del devanado estático.
- L_{rf} Inductancia propia por fase del devanado rotórico de la máquina de inducción.
- L_{mf} Inductancia mutua por fase entre el devanado estático y rotórico de la máquina de inducción.
- L_s Inductancia propia del arrollamiento estático en el Modelo d-q-0.
- L_r Inductancia propia del arrollamiento rotórico en el Modelo d-q-0.
- L_{ls} Inductancia de dispersión del arrollamiento estático en el Modelo de Ejes Ortogonales.
- L_{lr} Inductancia de dispersión del arrollamiento rotórico en el Modelo de Ejes Ortogonales.
- L_m Inductancia mutua entre los arrollamientos estáticos y rotóricos en el Modelo d-q-0.
- L_i Inductancia de dispersión del arrollamiento estático del generador equivalente.
- K Deformación del eje.

- E_m Tensión máxima de la fem del generador equivalente. (Voltios).
- H Constante de Inercia.
- $\{L_s\}$ Matriz de las autoinductancias e inductancias mutuas por fase de los circuitos eléctricos del estator de la máquina de inducción.
- $\{L_{sr}\}$ Matriz de las inductancias mutuas por fase entre los arrollamientos del estator y del rotor de la máquina de inducción.
- $\{i_{abc_s}\}$ Matriz de las intensidades de corriente de fase de los arrollamientos estáticos.
- $\{i_{abc_r}\}$ Matriz de las intensidades de corriente de fase de los arrollamientos rotóricos.
- $\{I\}$ Matriz de las intensidades de corriente de fase de los devanados estáticos y rotóricos.
- $A(1), \dots, \dots, A(10)$ coeficientes de las variables en las ecuaciones diferenciales
- i_{qs} Intensidad de corriente estática en el eje "q" en el Modelo d-q-0.
- i_{ds} Intensidad de corriente estática en el eje "d" en el Modelo d-q-0.
- i_{qr} Intensidad de corriente rotórica en el eje "q" en el Modelo d-q-0.
- i_{dr} Intensidad de corriente rotórica en el eje "d" en el Modelo d-q-0.
- i_{0s} Intensidad de corriente de secuencia cero en los arrollamientos estáticos.
- i_{0r} Intensidad de corriente de secuencia cero en los

arrollamientos rotóricos.

- p_{iqs} Derivada de la intensidad de corriente en el arrollamiento estático situado en el eje "q" del Modelo de Ejes Ortogonales
- p_{ids} Derivada de la intensidad de corriente en el arrollamiento estático situado en el eje "d" del Modelo de Ejes Ortogonales.
- p_{igr} Derivada de la intensidad de corriente en el arrollamiento rotórico situado en el eje "q" del Modelo de Ejes Ortogonales
- p_{idr} Derivada de la intensidad de corriente en el arrollamiento rotórico situado en el eje "d" del Modelo de Ejes Ortogonales.
- $p\omega_m$ Derivada de la velocidad angular mecánica.
- $p = \frac{d}{dt}$ Operador diferencial.
- P Número de polos.
- i'_{ab} Intensidad de corriente de secuencia positiva en los arrollamientos estáticos de la fase "a" de la máquina de inducción conectada en triángulo.
- i'_{bc} Intensidad de corriente de secuencia positiva en los arrollamientos estáticos de la fase "b" de la máquina de inducción conectada en triángulo.
- i'_{ca} Intensidad de corriente de secuencia positiva en los arrollamientos estáticos de la fase "c" de la máquina de inducción conectada en triángulo.
- τ_o Resistencia ohmica por fase estática de la máquina de inducción.
- τ_r Resistencia ohmica por fase rotórica de la máquina de inducción.

T_e	Torque electromagnético. (Nw-m).
T_L	Torque de carga aplicada. (Nw-m).
U_{as}	Tensión en los arrollamientos estáticos de la fase "a" de la máquina de inducción.
U_{bs}	Tensión en los arrollamientos estáticos de la fase "b" de la máquina de inducción.
U_{cs}	Tensión en los arrollamientos estáticos de la fase "c" de la máquina de inducción.
U_{ar}	Tensión en los arrollamientos rotóricos de la fase "a" de la máquina de inducción.
U_{br}	Tensión en los arrollamientos rotóricos de la fase "b" de la máquina de inducción.
U_{cr}	Tensión en los arrollamientos rotóricos de la fase "c" de la máquina de inducción.
U'_{as}	Tensión de secuencia positiva en los arrollamientos estáticos de la fase "a" de la máquina de inducción.
U'_{bs}	Tensión de secuencia positiva en los arrollamientos estáticos de la fase "b" de la máquina de inducción.
U'_{cs}	Tensión de secuencia positiva en los arrollamientos estáticos de la fase "c" de la máquina de inducción.
U'_{ar}	Tensión de secuencia positiva en los arrollamientos rotóricos de la fase "a" de la máquina de inducción.
U'_{br}	Tensión de secuencia positiva en los arrollamientos rotóricos de la fase "b" de la máquina de inducción.

- V'_{cr} Tensión de secuencia positiva en los arrollamientos rotóricos de la fase "c" de la máquina de inducción.
- V_{qs} Tensión en el arrollamiento estático situado en el eje "q" del Modelo d-q-0.
- V_{ds} Tensión en el arrollamiento estático situado en el eje "d" del Modelo d-q-0.
- V_{qr} Tensión en el arrollamiento rotórico situado en el eje "q" del Modelo d-q-0.
- V_{dr} Tensión en el arrollamiento rotórico situado en el eje "d" del Modelo d-q-0.
- V_{os} Tensión de secuencia cero en los arrollamientos estáticos en el Modelo d-q-0.
- V_{or} Tensión de secuencia cero en los arrollamientos rotóricos en el Modelo d-q-0.
- r_i Resistencia ohmica por fase interna del generador equivalente.
- t tiempo. (seg.)
- ω_s Frecuencia eléctrica .
- ω_r velocidad angular eléctrica del rotor. (rad./seg.)
- ω_m velocidad mecánica del rotor.
- V_{ab} Tensión en el arrollamiento estático de la fase "a" de la máquina de inducción conectada en triángulo.
- V_{bc} Tensión en el arrollamiento estático de la fase "b" de la máquina de inducción conectada en triángulo.
- V_{ca} Tensión en el arrollamiento estático de la fase "c" de la máquina de inducción.

$[V]$	Matriz de las tensiones de fase en los terminales exteriores del rotor y estator.
$[Z]$	Matriz de impedancia trifásica.
λ_{as}	Flujo total concatenado por el arrollamiento estático de la fase "a".
λ_{bs}	Flujo total concatenado por el arrollamiento estático de la fase "b".
λ_{cs}	Flujo total concatenado por el arrollamiento estático de la fase "c".
λ_{ar}	Flujo total concatenado por el arrollamiento rotórico de la fase "a".
λ_{br}	Flujo total concatenado por el arrollamiento rotórico de la fase "b".
λ_{cr}	Flujo total concatenado por el arrollamiento rotórico de la fase "c".
λ'_{as}	Flujo total de secuencia positiva concatenado por el arrollamiento estático de la fase "a".
λ'_{bs}	Flujo total de secuencia positiva concatenado por el arrollamiento estático de la fase "b".
λ'_{cs}	Flujo total de secuencia positiva concatenado por el arrollamiento estático de la fase "c".
λ'_{ar}	Flujo total de secuencia positiva concatenado por el arrollamiento rotórico de la fase "a".
λ'_{br}	Flujo total de secuencia positiva concatenado por el arrollamiento rotórico de la fase "b".
λ'_{cr}	Flujo total de secuencia positiva concatenado por el arrollamiento rotórico de la fase "c".

- λ_{qs} Flujo total concatenado por el arrollamiento estático situado en el eje "q" del Modelo de Ejes Ortogonales.
- λ_{ds} Flujo total concatenado por el arrollamiento estático situado en el eje "d" del Modelo de Ejes Ortogonales.
- λ_{qr} Flujo total concatenado por el arrollamiento rotórico situado en el eje "q" del Modelo de Ejes Ortogonales.
- λ_{dr} Flujo total concatenado por el arrollamiento rotórico situado en el eje "d" del Modelo de Ejes Ortogonales.
- λ_{os} Flujo de secuencia cero concatenado por los arrollamientos estáticos.
- λ_{or} Flujo de secuencia cero concatenado por los arrollamientos rotóricos.
- α Angulo eléctrico entre las fases "a" del estator y "a" del rotor.
- $\alpha, \beta, 0$ Sistema de Ejes Ortogonales con que se designa a la matriz de Transformación de Fases.

BIBLIOGRAFIA

1.- INTRODUCCION, METODO GENERAL DE ANALISIS Y CONEXIONES ASIMETRICAS.-

- 1.1.-B. Adkins y R.G. Harley, "The General Theory of Alternating Current Machines", Chapman and Hall, London, 1975.
- 1.2.-C.V. Jones, "The Unified of Electrical Machines", Butterworths, London, 1967.
- 1.3.-A. Consoli y T.A. Lipo, "Orthogonal Axis Models for Asymmetrically connected Induction Machines", IEEE Trans. on PAS.; Vol. PAS-101.Nº12, December 1982, pág. 4518-4526.
- 1.4.-A.V. Ivanov-Smolensky, "Máquinas Eléctricas", Tomo III, Ed. Mir- Moscú, 1980.
- 1.5.-Meissel, "Máquinas Eléctricas".
- 1.6.-V.S. Ramsden, N. Zorbas y R.R. Booth, "Prediction of Induction Motor Dynamic Performance in Power Systems", Proc. IEE, Vol. 115, Nº4, April 1968.
- 1.7.-H.E. Jordan, "Analysis of Induction Machines in Dynamic Systems", IEEE Trans., Vol. PAS-84, Nº11, November 1965, pág. 1080-1088.

2.- SIMULACION DIGITAL.-

- 2.1.- S.D.T. Robertson y K.M. Hebbar, " A Digital Model for Three-Phase Induction Machines", IEEE Trans., on PAS, Vol. PAS-88, Nº11, November 1969, Pág. 1624-1634.
- 2.2.- A.K. de Sarkar y G.J. Berg, " Digital Simulation of Three-Phase Induction Motors", IEEE Trans. on PAS-89,Nº5, July/August, 1970, pág. 1031-1037.
- 2.3.- H.E. Jordan, "Digital Computer Analysis of Induction Machines in Dynamic Systems", IEEE Trans.

- on PAS, Vol. PAS-86, N°6, June 1967, pág. 722-728.
- 2.4.- P.C. Krause y C.H. Thomas, "Simulation of Symmetrical Induction Machinery", IEEE Trans. on PAS, Vol. 84, N°11, November 1965, pág. 1038-1053.
- 2.5.- I.R. Smith y S. Sriharan, "Induction Motors reswitching Transients", Proc. IEE, Vol. 114, N°4, April 1967, pág. 503-509.