

Universidad Nacional de Ingeniería

PROGRAMA ACADEMICO DE INGENIERIA CIVIL



**EFFECTO DEL DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL DE LA BASE
EN EL ANALISIS DINAMICO DE EDIFICACIONES**

T E S I S

PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE INGENIERO CIVIL

EFRAIN MONTALVO ASTETE

PROMOCION 1975 - 2

LIMA - PERU - 1975

I N D I C E

CAP.	PAG.
CAPITULO I.	
INTRODUCCION	2
CAPITULO II.	
ANALISIS DINAMICO DE ESTRUCTURAS DE VARIOS GRADOS DE LIBER TAD CONSIDERANDO EL EFECTO DEL DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL - DE LA BASE	3 - 10
CAPITULO III.	
DETERMINACION DE LOS FACTORES QUE INTERVIENEN EN EL ANALISIS DINAMICO POR EFECTO DEL SUELO	11 21
3.1 Determinación de la masa efectiva del suelo	11
3.2 Determinación de la constante de resorte horizontal - del suelo	13
3.3 Determinación de la constante de amortiguamiento del suelo	21
CAPITULO IV.	
EXPLICACION TEORICA DEL METODO DE DIAGONALIZACION POR ROTA- CIONES SUCESIVAS.- METODO DE JACOBI	22 30
4.1 Explicación teórica del Método de Jacobi	22
4.2 Aplicación del Método de Jacobi a un edificio de 2 pi sos	26
CAPITULO V.	
ESTUDIO Y PRESENTACION DEL PROGRAMA DE COMPUTADORA. METODO DE JACOBI	31 60
5.1 Listado del Programa	32
5.2 Estudio de la Entrada de datos	43

CAP.	PAG .
5.3 Ejemplo de La Entrada de Datos aplicado a un edificio de 4 pisos	46
5.4 Estudio de la Subrutina Principal : SUBROUTINA EIGJA .	51

CAPITULO VI.

APLICACIONES PRACTICAS A EDIFICACIONES	61-132
6.1 Dimensionamiento	61
6.2 Estudio de la Cimentación en el Análisis Dinámico....	63
6.3 Ejemplo de Aplicación : Edificio de 4 pisos	72
6.4 Influencia del Area de Cimentación en el Período de - Vibración considerando el Efecto del Desplazamiento - Horizontal de la Base de Cimentación.....	97
6.5 Influencia de la Capacidad Portante en el Período de Vibración considerando el Desplazamiento Horizontal - de la Base de cimentación	117

CAPITULO VII.

CONCLUSIONES	133-134
---------------------------	----------------

C A P I T U L O I

I N T R O D U C C I O N

La presente tesis, tiene como finalidad estudiar dentro del análisis dinámico, la influencia del terreno de cimentación; dentro de este análisis dinámico, se ha considerado particularmente, el efecto del desplazamiento horizontal en la base de cimentación, cuyo modelo matemático, resulta de representar la flexibilidad del terreno, con algunos resortes y amortiguadores viscosos, considerando que la cimentación, no constituye generalmente un empotramiento rígido.

Esta tesis, intenta como parte principal, la inquietud por el uso eficiente de computadores, en la solución de problemas dinámicos. Por esto, se presenta el estudio del programa de computadora: METODO DE JACOBI.

Para el estudio analítico y su correspondiente proceso digital, sea factible, hay que simular el suelo y sus características, mediante un modelo dinámico, cuyos cálculos se han resuelto, utilizando este programa, sin el cual, hubiera sido difícil y hasta imposible obtener resultados.

Al considerar el terreno de cimentación, que es el soporte de la estructura, agente transmisor de la excitación sísmica desde el foco a la superficie, se está entrando al estudio del comportamiento sísmicos de los terrenos y como tal, se debe apoyar en verdaderos ensayos dinámicos, para analizar las propiedades dinámicas particulares del suelo; por lo tanto, quiero expresar, que no se ha hecho un estudio detallado sobre la determinación de estas propiedades dinámicas; y para efectos de cálculo, se ha utilizado las fórmulas del CAP. III.

Se analiza la diferencia que existe en considerar que, la estructura se halla rígidamente fija en la base, que sería generalmente de un lecho de roca, y la de considerar la acción conjunta entre el terreno y la estructura, que motiva el desplazamiento horizontal en la base de cimentación.

Además, dependiendo del grado de acoplamiento entre la cimentación y el suelo, la estructura revierte a éste, parte de la energía absorbida, en forma de presiones adicionales, que bien pueden modificar sus características y su comportamiento, y hasta producir la falla de la cimentación.

Como aplicación de lo expuesto, se presentan edificios dúctiles de 2, 4, 6, 8 y 15 pisos; donde se puede ver la influencia del efecto del desplazamiento horizontal de la base de cimentación.

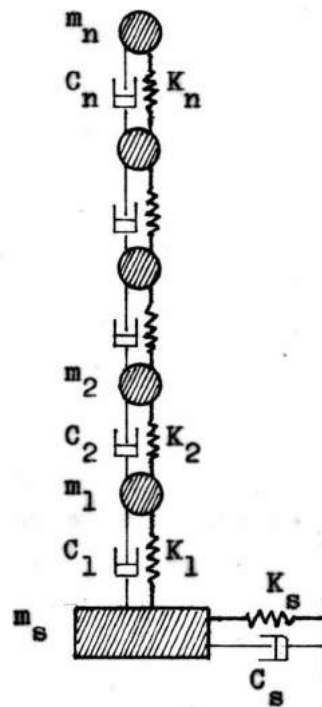
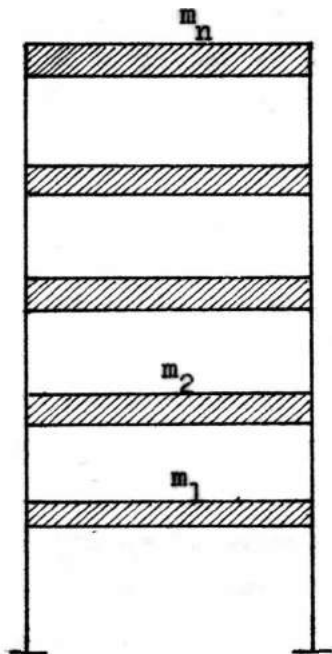
Por último, quiero expresar, la importancia que resultará, el de continuar las investigaciones sobre la materia, para poder resolver los problemas entre la cimentación y el suelo, responsables de destrucciones de gran escala y de pérdidas de numerosas vidas.

C A P I T U L O I I

ANALISIS DINAMICO DE ESTRUCTURAS DE VARIOS
GRADOS DE LIBERTAD CONSIDERANDO EL EFECTO
DEL DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL DE LA BASE.

ESTRUCTURA

MODELO DINAMICO



NOMENCLATURA :

- m = masa de piso.
- m_s = masa efectiva del suelo.
- K = constante de rigidez de piso.
- K_s = constante de rigidez de la cimentación.
- C = constante de amortiguamiento de piso.
- C_s = constante de amortiguamiento de suelo.

ESTRUCTURAS DE VARIOS GRADOS DE LIBERTAD

EDIFICIOS DE VARIOS PISOS SOMETIDO A DEFORMACION POR CORTANTE

Los edificios, se deforman por cortante, es decir, los pisos no rotan y se trasladan horizontalmente.

HIPOTESIS

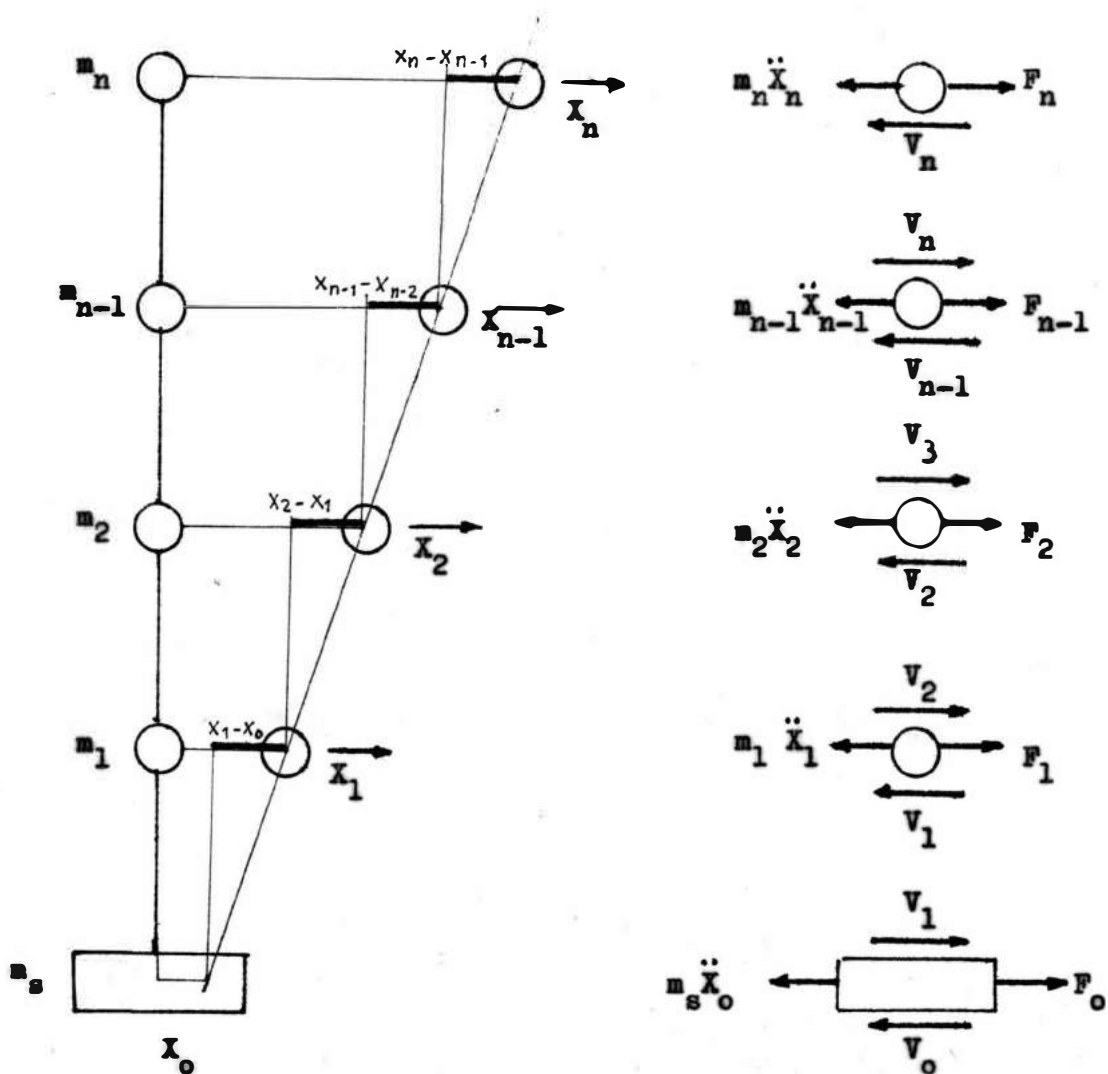
Las masas se concentran al nivel de cada piso; al introducir en este estudio la masa efectiva del suelo, ésta también se va a concentrar y se va a desplazar en dirección horizontal. Esta suposición permite reducir una edificación, que tiene infinitos grados de libertad en una estructura, que tiene tantos grados como pisos tiene el edificio.

El sistema de losas y vigas, es muy rígido en comparación con la rigidez de las columnas. Esta suposición, permite aceptar que los nudos no rotan, permaneciendo las columnas verticales en sus uniones, con las vigas en su parte superior e inferior.

La deformación de la estructura, no depende de la fuerza axial presente en las columnas; esto fija la deformada, de tal manera, que las vigas permanecen horizontales.

Para facilitar el planteo de las ecuaciones, el edificio, se considera en término de un solo pórtico de una cruzía, donde la rigidez de las dos columnas, es equivalente a la rigidez de todas las columnas del entrepiso y la masa concentrada, es la masa del piso.

ECUACIONES DE VIBRACION CONSIDERANDO EL EFECTO DEL
DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL EN LA BASE DE CIMENTACION



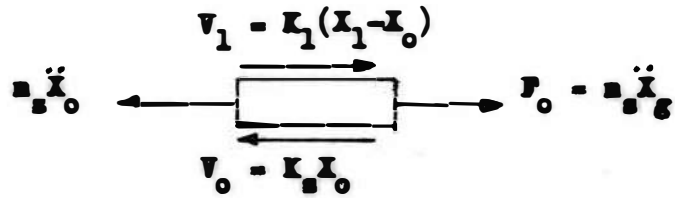
NOMENCLATURA

x_0 = desplazamiento
efectivo.

x_0 = desplazamiento horizontal de la base
 x = desplazamiento lateral de piso
 V = fuerza cortante en el entrepiso
 F = fuerza horizontal aplicada

DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE

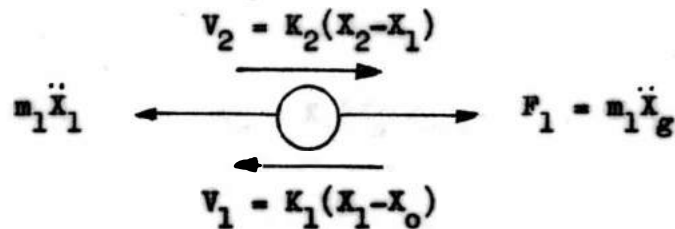
EQUILIBRIO DE FUERZAS DE LA BASE DE CIMENTACION (m_s)



$$m_s \ddot{x}_0 + K_s x_0 - K_1(x_1 - x_0) = m_s \ddot{x}_g$$

$$m_s \ddot{x}_0 + (K_s + K_1)x_0 - K_1 x_1 = m_s \ddot{x}_g \quad \dots\dots\dots(I)$$

EQUILIBRIO DE FUERZAS DE LA MASA (m_1)

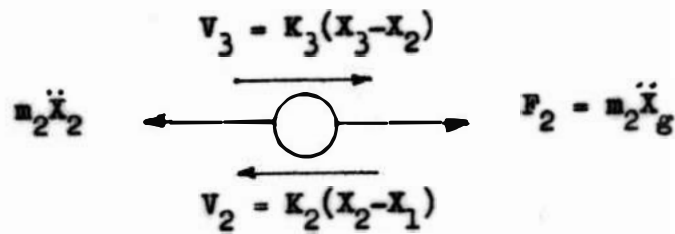


$$m_1 \ddot{x}_1 + K_1(x_1 - x_0) - K_2(x_2 - x_1) = m_1 \ddot{x}_g$$

$$m_1 \ddot{x}_1 + K_1 x_1 - K_1 x_0 - K_2 x_2 + K_2 x_1 = m_1 \ddot{x}_g$$

$$m_1 \ddot{x}_1 - K_1 x_0 + (K_1 + K_2)x_1 - K_2 x_2 = m_1 \ddot{x}_g \quad \dots\dots(II)$$

EQUILIBRIO DE FUERZAS DE LA MASA (m_2)

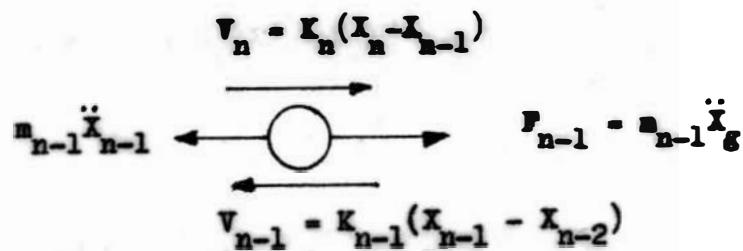


$$m_2 \ddot{x}_2 + K_2(x_2 - x_1) - K_3(x_3 - x_2) = m_2 \ddot{g}$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + K_2 x_2 - K_2 x_1 - K_3 x_3 + K_3 x_2 = m_2 \ddot{g}$$

$$m_2 \ddot{x}_2 - K_2 x_1 + (K_2 + K_3)x_2 - K_3 x_3 = m_2 \ddot{g} \dots\dots\dots(III)$$

EQUILIBRIO DE FUERZAS DE LA MASA (m_{n-1})

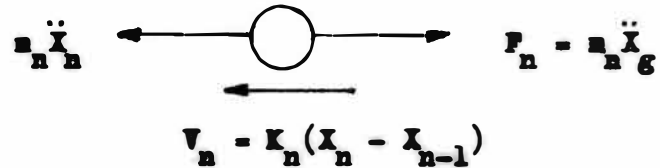


$$m_{n-1} \ddot{x}_{n-1} + K_{n-1}(x_{n-1} - x_{n-2}) - K_n(x_n - x_{n-1}) = m_{n-1} \ddot{g}$$

$$m_{n-1} \ddot{x}_{n-1} + K_{n-1} x_{n-1} - K_{n-1} x_{n-2} - K_n x_n + K_n x_{n-1} = m_{n-1} \ddot{g}$$

$$m_{n-1} \ddot{x}_{n-1} + (K_{n-1} + K_n)x_{n-1} - K_{n-1} x_{n-2} + K_n x_{n-1} = m_{n-1} \ddot{g} \dots(IV)$$

EQUILIBRIO DE FUERZAS DE LA MASA (m_n)



$$m_n \ddot{x}_n + K_n(x_n - x_{n-1}) = m_n \ddot{x}_g$$

$$m_n \ddot{x}_n + K_n x_n - K_n x_{n-1} = m_n \ddot{x}_g$$

$$m_n \ddot{x}_n - K_n x_{n-1} + K_n x_n = m_n \ddot{x}_g \dots\dots\dots(V)$$

Reemplazando, de I, II, III, IV y V :

$$m_s \ddot{x}_0 + (K_s + K_1)x_0 - K_1 x_1 = m_1 \ddot{x}_g$$

$$m_1 \ddot{x}_1 - K_1 x_0 + (K_1 + K_2)x_1 - K_2 x_2 = m_1 \ddot{x}_g$$

$$m_2 \ddot{x}_2 - K_2 x_1 + (K_2 + K_3)x_2 - K_3 x_3 = m_2 \ddot{x}_g$$

$$m_{n-1} \ddot{x}_{n-1} + (K_{n-1} + K_n)x_{n-1} - K_{n-1}x_{n-2} + K_n x_{n-1} = m_{n-1} \ddot{x}_g$$

$$m_n \ddot{x}_n - K_n x_{n-1} + K_n x_n = m_n \ddot{x}_g$$

En forma Matricial se tiene :

$$[M] \{\ddot{X}\} + [C] \{\dot{X}\} + [K] \{X\} = - \{m\} \ddot{x}_g$$

$$\{\ddot{\mathbf{x}}\} = \begin{Bmatrix} \ddot{x}_0 \\ \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \vdots \\ \ddot{x}_{n-1} \\ \ddot{x}_n \end{Bmatrix} \quad \{\mathbf{x}\} = \begin{Bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{Bmatrix}$$

El amortiguamiento C , influye poco en la frecuencia y forma de modo de la estructura, luego podemos despreciarla. Además, como deseamos determinar las características de la estructura, y éstas son independientes del tipo de excitación, podemos hacer:

$$F_n - m_n \ddot{x}_n = 0 \quad ; \text{ luego se tendrá :}$$

$$[M] \{\mathbf{x}\} + [K] \{\mathbf{x}\} = 0$$

Asumimos que, el desplazamiento es una función armónica, luego:

$$\begin{aligned} \{\mathbf{x}\} &= \{\phi\} \text{ sen } \omega t \\ \{\dot{\mathbf{x}}\} &= -\omega^2 \{\phi\} \text{ sen } \omega t = -\omega^2 \{\mathbf{x}\} \end{aligned}$$

reemplazando :

$$\begin{aligned} -\omega^2 \{\mathbf{x}\} [M] + [K] \{\mathbf{x}\} &= 0 \\ [K] \{\mathbf{x}\} &= \omega^2 [M] \{\mathbf{x}\} \quad \dots\dots(I') \end{aligned}$$

En (I'), puede reconocerse, que se trata de un problema de valores característicos (eigen value) y vectores característicos (eigen function); donde los primeros, son las frecuencias y los segundos, las formas de modo (ϕ).

La solución de este problema, se hace por medio del programa de computadora : METODO DE JACOBI, que calcula todas las frecuencias (ω) y formas de modo (ϕ).

C A P I T U L O I I I

DETERMINACION DE LOS FACTORES
QUE INTERVIENEN EN EL ANALISIS
POR EFECTO DEL SUELO.

3.1 - DETERMINACION DE LA MASA EFECTIVA DEL SUELO

Ensayos previos para estimar la masa efectiva del suelo

Muchos investigadores, han hecho pruebas para calcular la masa efectiva del suelo, involucrando vibraciones. Las técnicas usadas para hacer ésto, son descritos por LORENZ(1960) y HEUKELON(1959).

Resultados de las teorías de base rígida sobre un espacio se mi-elástico

HSIEH(1962), ha señalado que la traslación o rotación de un disco rígido, son descritos por la agte. ecuación:

$$M_f \ddot{X} + \sqrt{\rho G} R^2 F_2 \dot{X} + F_1 G R X = P \sin 2\pi ft \dots (\alpha)$$

M_f = masa del disco rígido

X = desplazamiento del disco rígido

ρ = densidad de la masa del medio elástico

G = módulo de deformación al esfuerzo cortante

R = radio o área de contacto

P = amplitud de la fuerza de impulso

f = frecuencia actuante

t = tiempo

$$a = 2\pi f R / \sqrt{\rho G}$$

F_1 y F_2 = funciones del radio de poisson

Las funciones F_1 y F_2 , han sido evaluadas por Reisner(1936), Sung (1953), Hycroft(1956) y otros.

HSIEH, ha sugerido, que estas funciones deben ser aproximados para las series finitas, dados en la tabla N° 1. La serie finita - para F_1 son de la agte. forma:

$$F_1 = \xi_1 - \xi_2 a^2$$

Reemplazando de (α) :

$$M_f \ddot{X} + \sqrt{\rho G} R^2 F_2 \dot{X} + (\xi_1 - \xi_2 a^2) G R X = P \sin 2\pi ft$$

$$M_f \ddot{X} + \sqrt{\rho G} R^2 F_2 \dot{X} + \xi_1 G R X - \xi_2 G R a^2 X = P \sin 2\pi ft$$

Luego :

$$M_f \ddot{X} + \sqrt{\rho G} R^2 F_2 \dot{X} + K X + \xi_2 \rho R^3 \ddot{X} = P \sin 2\pi ft$$

$$(M_f + \xi_2 \rho R^3) \ddot{X} + \sqrt{\rho G} R^2 F_2 \dot{X} + K X = P \sin 2\pi ft$$

$\xi_2 \rho R^3$ = desempeña el rol de la masa efectiva del suelo

$\sqrt{\rho G} R^2 F_2$ = desempeña el rol del amortiguamiento

TIPO DE MOVIMIENTO	MASA EFECTIVA DEL SUELO		
	$\mu = 0$	$\mu = 1/4$	$\mu = 1/2$
MOVIMIENTO VERTICAL	$0.5 \rho R^3$	$1.0 \rho R^3$	$2.0 \rho R^3$
MOVIMIENTO HORIZONTAL	$0.2 \rho R^3$	$0.2 \rho R^3$	$0.1 \rho R^3$
ROTACION	$0.4 \rho R^5$	NO COMPUTADO	
TORSION	$0.3 \rho R^5$	$0.3 \rho R^5$	$0.3 \rho R^5$

TABLA N° 1

μ = radio de poisson

ρ = densidad de la masa del suelo

R = radio de la base

donde:

$$R = \sqrt{\frac{BL}{\pi}}$$

B y L , son las dimensiones del área de contacto rectangular (CIMENTACION RECTANGULAR)

3.2 DETERMINACION DEL EQUIVALENTE A UNA CONSTANTE DE RESORTE DEL SUELO

METODO N°1 .-(Basado en la teoría Elástica)

Evalúa la constante elástica, considerando la deformación, debido a la velocidad de movimiento en el mismo campo (IN SITU) pruebas de laboratorio.

Estas fórmulas, se refieren a las constantes de resorte, considerando el comportamiento básico de Fuerza-Deformación del suelo.

La Tabla N°2, da fórmulas de constantes de resorte, en el caso de una base circular rígida, quieta sobre la superficie de un espacio medio-elástico.

TABLA N°2.- CONSTANTES DE RESORTE PARA BASE CIRCULAR RIGIDA QUIETA SOBRE EL ESPACIO MEDIO ELASTICO

MOVIMIENTO	CONSTANTE DE RESORTE
VERTICAL	$K = \frac{4G R}{1-\mu} = \frac{2 E R}{1-\mu}$
HORIZONTAL	$K = \frac{32(1-\mu)GR}{7-8\mu} = \frac{16(1-\mu)ER}{(7-8\mu)(1+\mu)}$
ROTACION	$K = \frac{8GR^3}{3(1-\mu)} = \frac{4ER^3}{3(1-\mu)}$
TORSION	$K = \frac{16GR^3}{3} = \frac{8ER^3}{3(1+\mu)}$

G = modulo de deformación al esfuerzo cortante

E = modulo de Young

μ = radio de Poisson

R = radio del area de contacto

En la tabla anterior, para los tres primeros tipos de movimiento, osea para vertical, horizontal y rotación, son citados por BYCROFT,

La última fórmula es deducida por la Teoría de REISNER y SAGOCI.

La tabla N°3 nos da las fórmulas aplicables para bases rectangulares rígidas. La fórmula para las constantes de resorte vertical es riguresa; la fórmula para la constante de resorte horizontal, fue obtenida, asumiendo una distri oión uniforme de Fuerza-Deformación, sobre el área de contacto y calculando el promedio de los desplazamientos horizontales.

La constante de resorte, obtenida para el efecto de rotación, fueron derivadas asumiendo una variación lineal de la fuerza normal sobre el área de contacto, y calculando el promedio de rotación del área de contacto.

TABLA N°3 .- CONSTANTES DE RESORTE PARA UNA BASE RECTANGULAR QUITA SOBRE UN ESPACIO MEDIO ELASTICO

MOVIMIENTO	CONSTANTE DE RESORTE	REFERENCIA
VERTICAL	$K_v = \frac{G \beta_\mu \sqrt{BL}}{1-\mu} = \frac{E \beta_\mu \sqrt{BL}}{2(1-\mu^2)}$	BARKAN
HORIZONTAL	$K_h = \frac{G \beta_\tau \sqrt{BL}}{1-\mu} = \frac{E \beta_\tau \sqrt{BL}}{2(1-\mu^2)}$	BARKAN
ROTACION	$K_\theta = \frac{G \beta_\theta B^2 \sqrt{BL}}{1-\mu} = \frac{E \beta_\theta B^2 \sqrt{BL}}{2(1-\mu^2)}$	BARKAN
	$K_\theta = \frac{G \beta'_\theta B^2 L}{1-\mu} = \frac{E \beta'_\theta B^2 L}{2(1-\mu^2)}$	STAMATO- POLOUS

B = ancho del área de contacto, donde la fuerza es aplicada.

L = la otra dimensión de la cimentación rectangular.

$\beta_\mu, \beta_\theta, \beta'_\theta$ = son dados por la fig. 1A

β_τ = es dado por la tabla 1B

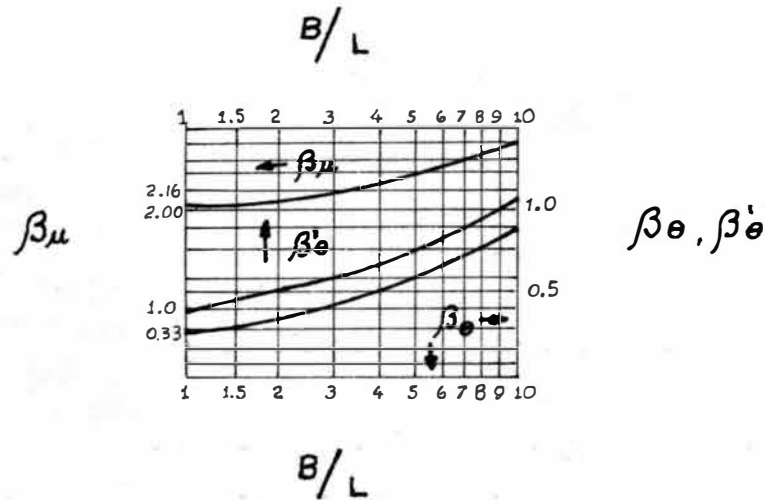


TABLA 1A .- Valores de los coeficientes β_μ , β_θ , β_θ'

RADIO DE POISSON	B/L						
	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0	5.0	10.0
0.1	2.08	2.00	2.02	2.04	2.10	2.3	2.50
0.2	1.98	1.58	1.88	1.89	1.95	2.1	2.32
0.3	1.85	1.74	1.73	1.74	1.81	1.9	2.08
0.4	1.69	1.58	1.54	1.57	1.61	1.7	1.88
0.5	1.54	1.58	1.54	1.57	1.61	1.7	1.88

TABLA 1B .- Valores de los coeficientes β_τ

El radio de Poisson, para pruebas con cargas dinámicas, usualmente varían entre 0.35 - 0.50; de aquí que, esa incertidumbre se introduce en el cálculo de la constante de resorte.

El mayor problema es, estimar los valores del módulo de deformación al esfuerzo cortante G y el módulo de Young E .

DETERMINACION DE LAS CONSTANTES ELASTICAS G y E

-Pruebas de Laboratorio Dinámicas-

La teoría y práctica de las pruebas triaxial dinámica, han sido discutidas por WILSON y DIETRICH(1960) y por HARDIN y RICHART(1963).

Las muestras en la prueba triaxial, son vibradas a diferentes frecuencias, hasta obtener la condición de resonancia, así es posible determinar la velocidad de ondulación y de aquí obtenemos los módulos elásticos.

En general, el módulo del suelo, es función del radio hueco o vaofo del suelo y de la presión de confinamiento.

Desde que el módulo al esfuerzo cortante, generalmente varía con la profundidad, luego es necesario escoger un valor promedio para usar la fórmulas elásticas. Este procedimiento, fue usado para obtener los valores de la siguiente Tabla N° 4. Donde:

ρ' = peso específico

ρ = densidad de masa total

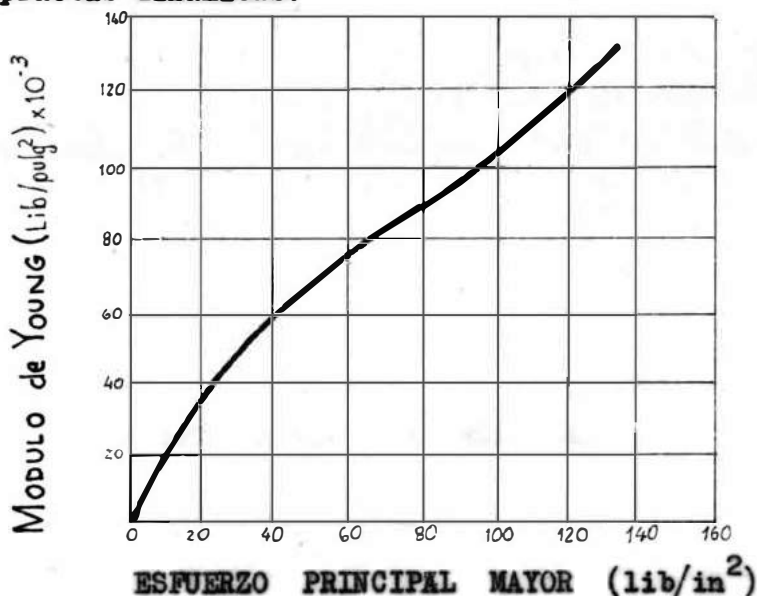
PROPIEDADES	VICSBURG SITE SEDIM.-ARCILLA	ENGLIN SITE ARENA FINA
H ₂ O (%)	23	6
ρ' (lib/ft ³)	114	103
ρ (libxseg ² /ft ⁴)	3.54	3.20
G (lib/in ²)	5000	4500
μ	0.35-0.45	0.25-0.40

TABLA N° 4.- EJEMPLOS DE PROPIEDADES DEL SUELO EN PRUEBAS DE CAMPO

- Pruebas de Laboratorio Estáticas -

En el caso de arenas, hay una concordancia impresionante, en que los módulos obtenidos durante la prueba triaxial con cargas estáticas y repetidas coinciden con los módulos determinados en las pruebas triaxiales dinámicas.

La siguiente figura, muestra alguna de estas evidencias, éstas fueron obtenidas por HARDIN y RICHART(1963), CHEN(1948), éste último, también hizo medidas de los módulos, aplicando las pruebas con carga estática repetidas, donde fueron de la misma magnitud utilizando las pruebas dinámicas.

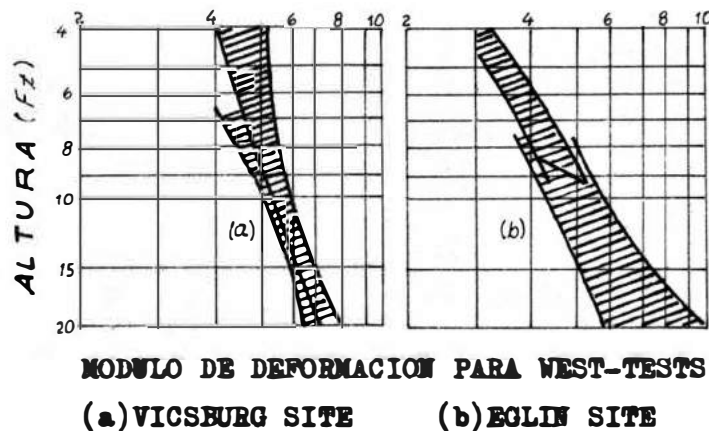


Los resultados de experimentos, dieron que el módulo de Young, para una arena pura, sin contener sedimentos, tiene una característica fija, la cual no varía mucho con el cambio del contenido de humedad, del tamaño del gránulo o porosidad de la arena. Sin embargo, el módulo de Young de un suelo cohesivo, depende de las propiedades mencionadas. En conclusión, el módulo de Young para suelos arcillosos, depende en gran parte de las propiedades físicas mecánicas, mientras los valores de E para arenas, cambia comparativamente en forma muy pequeña.

La profundidad efectiva de la sobrecarga, fue hecha igual a:

- 1.- el radio de la cimentación, más
- 2.- una profundidad igual al radio, causado por el peso de cimentación, más la del edificio, dividido por el peso unitario del suelo.

Para el promedio del bloque, y el promedio de la carga estática, la profundidad efectiva de sobrecarga para la WEST-TESTS, fue cerca de 8 pies, y el módulo promedio para esta profundidad, fue la que muestra la siguiente figura:



En la figura, presentan datos, para el módulo al esfuerzo cortante en Vicsburg y Eglin. Los valores del radio de Poisson, calculados del laboratorio, dieron como promedio: 0.35 en Vicsburg y 0.25 en Eglin.

Una buena muestra inalterada, debe ser obtenida en el caso de suelos cohesivos, y las dimensiones del radio de vacío IN SITU, deben ser obtenidas en el caso de arenas.

HALL y RICHART(1963), han mostrado que los módulos medidos en las pruebas triaxial, es influenciada por la magnitud de la fuerza aplicada.

Usando el concepto de módulo de subgrado, las constantes de resorte para los diversos tipos de movimiento, pueden ser escritos en la siguiente forma :

- Movimiento Vertical : $K_u = C_u A$
 - Movimiento Horizontal : $K_s = C_x A$
 - Rotación : $K_\theta = C_\theta I$
 - Torsión : $K_\psi = C_\psi I_s$
-(a)

donde :

A = Superficie de apoyo del oimiento.

I = Momento de inercia de la superficie de apoyo del oimiento, respecto al eje principal, perpendicular al plano, en el cual se hace la rotación del oimiento.

I_s = Momento de inercia de la superficie de apoyo del oimiento.

Los coeficientes C_x , C_θ , C_ψ , son los módulos de subgrado (coeficientes de compresión elástica, uniforme y variada del terreno); estos coeficientes, son funciones del tipo de suelo, de la dimensión y geometría de la oimentación; sin embargo, estos coeficientes son asumidos tomando en cuenta solamente las funciones del suelo.

BARKAN, ha determinado una tabla para C_u , y ha sugerido que los demás coeficientes puedan ser evaluados aproximadamente de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 C_x &= C_u / 2 \\
 C_\theta &= 2C_u \\
 C_\psi &= 1.5 C_x = 3C_u / 4
 \end{aligned}$$

....(b)

Las constantes de resorte, computados de las ecuaciones (a) y (b) y de la TABLA N° 5, pueden ser usados para designar preliminarmente las rigideces de cimentación del suelo.

TABLA N° 5

N°	TIPO DE SUELO	$\bar{\sigma}_z$ (kg/cm ²)	C _u (kg/cm ³)
I	Suelos débiles (arcillas y arcillas con <u>are</u> na en estado plástico, suelos arcillosos y arenas con sedimentos, suelos de categ. II y III con sedimentos orgánicos y de turba)	1.5	3
II	Suelos de mediana resistencia (arcillas y <u>are</u> llas con sedimentos arcillosos con <u>are</u> na, cerca al límite plástico, arena)	1.5 - 3.5	3-5
III	Suelos fuertes (arcillas, arcillas con <u>se</u> dimentos, con arena dura, gravas, loes, suelos con loes)	3.5 - 5	5-10
IV	Rocas	5	10

donde : $\bar{\sigma}_z$ = capacidad portante del terreno.

3.3- DETERMINACION DE LA CONSTANTE DE AMORTIGUAMIENTO

Según RICHART (1963), estableció amortiguamientos efectivos, para los diversos tipos de movimientos, igual a 0.1

La siguiente tabla, muestra valores de amortiguamiento, para diferentes tipos de suelo, que resulten de determinaciones de diversos autores.

TIPO DE SUELO	Ceq/Cefect.	REFERENCIA
Arena seca y cascajo.	0.03 - 0.07	Weissman y Hart
Arena seca y saturada.	0.01 - 0.03	Hall y Richart
Arena seca.	0.03	Whitman
Arena y cascajo seco y saturado.	0.05 - 0.06	Barkan
Arcilla.	0.02 - 0.05	Barkan
Arena limosa.	0.03 - 0.10	Stevens
Arena seca.	0.05 - 0.03	Harn

donde :

Ceq. = constante de amortiguamiento del suelo.

Cefect. = amortiguamiento efectivo = 0.1

C A P I T U L O I V

EXPLICACION TEORICA DEL METODO DE
DIAGONALIZACION POR ROTACIONES SUCESIVAS

- METODO DE JACOBI -

Conocido también como método de Diagonalización por rotaciones sucesivamente este procedimiento permite determinar, simultáneamente todas las frecuencias y modos de sistemas complejos de unos 200 grados de libertad, con tiempos de ejecución razonables en los computadores actuales. Consiste esencialmente en diagonalizar la matriz dinámica con el objeto de obtener, en la ecuación matricial característica, una serie de expresiones independientes, fáciles de resolver.

Primero, se define una matriz diagonal L, tal que:

$$M = L L^T$$

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \dots & m_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{n1} & m_{n2} & \dots & m_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & \dots & 0 \\ L_{21} & L_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ L_{n1} & L_{n2} & \dots & L_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{11} & L_{21} & \dots & L_{n1} \\ 0 & L_{22} & \dots & L_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & L_{nn} \end{bmatrix}$$

de donde:

$$\begin{aligned} L_{11}^2 &= m_{11} & \dots & L_{11} = \sqrt{m_{11}} \\ L_{11} L_{21} &= m_{12} & \dots & L_{21} = m_{12} / L_{11} \\ L_{11} L_{31} &= m_{13} & \dots & L_{31} = m_{13} / L_{11} \end{aligned}$$

etc.

La matriz de masa M, puede perfectamente ser consistente (masa distribuida), es decir completa, o bien diagonal (masas discretas), por esto es una de las grandes ventajas, que el método ofrece.

En seguida, se procede a hacer un cambio de coordenadas de acuerdo con:

$$\begin{aligned} \{\phi\} &= L^T \{X\} & \dots & (4.1) \\ [K] \{X\} &= \omega^2 [M] \{X\} \end{aligned}$$

reemplazando : $[K] (L^{-1})^o \{\phi\} = w^2 L \{\phi\}$

$$[K] (L^{-1}) (L^{-1})^o \{\phi\} = w^2 \{\phi\}$$

en donde : $[K] (L^{-1})(L^{-1})^o = G^* = G^{-1}$

es la matriz dinámica inversa. Debido a la ortogonalidad de los vectores modales $\{\phi\}$, se tiene que :

$$\{\phi\}^{-1} = \{\phi\}^o$$

y por lo tanto : $\{\phi\}^o G^* \{\phi\} = w^2$

finalmente : $\lambda = w^2 \dots\dots\dots (4.2)$

debemos conseguir que la matriz dinámica inversa, se convierta en una matriz diagonal al cabo de n ciclos, de donde se obtendrán directamente las frecuencias naturales de la ecuación (4.2), y determinar la matriz de rotación de tal forma que en cada ciclo se vayan eliminando los elementos que están fuera de la diagonal de la matriz dinámica.

Así pues, empezando se tendría: con la matriz de masa M, y la matriz de rigidez K calculamos la matriz dinámica inversa :

$$G^* = G^{-1} = (L^{-1}) K (L^{-1})^o$$

que tendrá como elementos:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \dots\dots\dots & \epsilon_{1n} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \dots\dots\dots & \epsilon_{2n} \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ \epsilon_{n1} & \epsilon_{n2} & \dots\dots\dots & \epsilon_{nn} \end{bmatrix}$$

$$T_{\epsilon} 2\theta = \frac{2 \epsilon_{rs}}{\epsilon_{rr} - \epsilon_{ss}}$$

luego, se va a tener las matrices de rotación : R_1 , R_2 , ... R_n
 las formas modales se encuentran todas simultáneamente, dentro de una
 sola matriz $\{\phi\}$, multiplicando entre sí las matrices de rotación :

$$\{\phi\} = R_1 R_2 \dots R_n \dots (4.3)$$

luego los modos correspondientes expresados en las coordenadas origin
 ales son de la ecuación (4.1) :

$$\{X\} = (L^{-1}) \cdot \{\phi\}$$

los vectores o columnas, contenidos en la matriz $\{\phi\}$ de la ec. (4.3)
 se sustituyen en : (4.2)

$$w^2 = \lambda = \{\phi\} \cdot G_n^* \{\phi\}$$

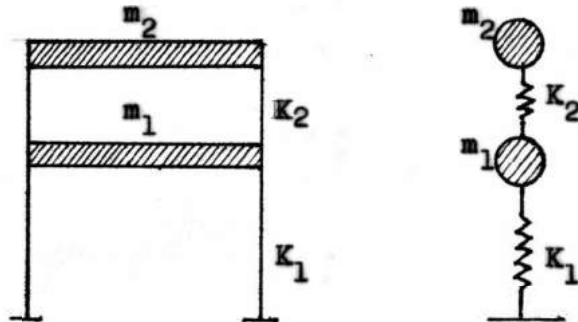
y se obtendrán las frecuencias naturales.

NOTA.-

(L') = Transpuesta de la matriz L

El símbolo ' es el de Transpuesta.

**EJEMPLO DE LA APLICACION DEL METODO DE JACOBI
- EDIFICACION DE 2 PISOS -**



$$m_1 = m_2 = m = 0.367 \text{ ton} \cdot \text{seg}^2 / \text{cm}$$

$$K_2 = 398 \text{ ton/cm} = K$$

$$K_1 = 513 \text{ ton/cm} = 1.3 K$$

del análisis dinámico se tiene la matriz de masa y la de rigidez :

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & \\ & m_2 \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 \\ -K_2 & K_2 \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} 2.3 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Puesto que M es diagonal, la matriz L se encuentra fácilmente así :

$$[M] = L L^T = m \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times m \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

la matriz dinámica inversa será :

$$G^* = G^{-1} = \begin{bmatrix} 2.3 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

los ciclos de rotación se inician eliminando por ejemplo, el término g_{12} ($r = 1$, $s = 2$), así :

$$\tan 2\theta = \frac{2 (g_{rs})}{g_{rr} - g_{ss}} = \frac{2 (-1)}{2.3 - 1} = \frac{-2}{1.3} = -1.5$$

$$\theta = 151^\circ 35'$$

$$\text{sen } \theta = 0.4758$$

$$\text{cos } \theta = -0.8795$$

luego se forma la matriz de rotación R_1 :

$$R_1 = \begin{bmatrix} \text{cos } \theta & -\text{sen } \theta \\ \text{sen } \theta & \text{cos } \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.88 & -0.48 \\ 0.48 & -0.88 \end{bmatrix}$$

El triple producto $G_1^* = R_1^* G^* R_1$

$$G_1^* = \begin{bmatrix} -0.88 & 0.48 \\ -0.48 & -0.88 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.3 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.88 & -0.88 \\ 0.48 & -0.88 \end{bmatrix}$$

$$G_1^* = \begin{bmatrix} 2.85 & -0.003 \\ 0.004 & 0.459 \end{bmatrix}$$

Se puede observar que los elementos que están fuera de la diagonal, son valores casi despreciables; en caso contrario se inicia otro nuevo ciclo de rotación.

luego, se tendrá, que la matriz dinámica diagonalizada será :

$$G_1^* = \begin{bmatrix} 2.85 & & \\ & & \\ & & 0.459 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (I)$$

y la matriz de rotación será :

$$R_1 = \begin{bmatrix} -0.88 & -0.48 \\ 0.48 & -0.88 \end{bmatrix} \dots\dots (II)$$

De la ecuación (I), obtenemos las frecuencias del sistema :

$$w^2 = \lambda$$

$$w_2 = 2.85 \sqrt{\frac{K}{m}} = 2.85 \sqrt{\frac{398}{0.367}} = 56.10$$

$$w_1 = 0.459 \sqrt{\frac{K}{m}} = 0.459 \sqrt{\frac{398}{0.367}} = 22.20$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{56.1} = \frac{6.28}{56.1} = 0.112 \text{ seg.}$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{22.1} = \frac{6.28}{22.1} = 0.283 \text{ seg.}$$

De la ecuación (II), obtenemos las formas de modo :

$$\{ \phi \} = R_1 = \begin{bmatrix} -0.88 & -0.48 \\ 0.48 & -0.88 \end{bmatrix}$$

Transformando $\{ \phi \}$ a las coordenadas originales : de $X = (L^{-1}) \cdot \{ \phi \}$

Para el primer modo de vibración se tiene :

$$\{ \phi^1 \} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{m}} \\ \frac{1}{\sqrt{m}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -0.48 \\ -0.83 \end{Bmatrix}$$

$$\{\phi^1\} = \begin{Bmatrix} -0.792 \\ -1.45 \end{Bmatrix}$$

Normalizándolo, con respecto a la coordenada superior :

$$\begin{Bmatrix} -0.792 \\ -1.45 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{-0.792}{-1.45} \\ \frac{-1.45}{-1.45} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.546 \\ 1.000 \end{Bmatrix}$$

Para el segundo modo de vibración:

$$\{\phi^2\} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{m}} & \\ & \frac{1}{\sqrt{m}} \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0.83 \\ 0.48 \end{Bmatrix}$$

$$\{\phi^2\} = \begin{Bmatrix} -1.45 \\ 0.792 \end{Bmatrix}$$

Normalizándolo con respecto a la coordenada superior :

$$\begin{Bmatrix} -1.45 \\ 0.792 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{-1.45}{0.792} \\ \frac{0.792}{0.792} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1.83 \\ 1.00 \end{Bmatrix}$$

En resumen, se tiene :

$$W_1 = 22.2 \quad T_1 = 0.283 \text{ seg.} \quad \{\phi^1\} = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 0.546 \end{Bmatrix}$$

$$W_2 = 56.1 \quad T_2 = 0.112 \text{ seg.} \quad \{\phi^2\} = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ -1.83 \end{Bmatrix}$$

Utilizando el programa de computadora, METODO DE JACOBI, se tiene los sgtes. resultados :

$$W_1 = 22.208 \quad T_1 = 0.28292 \quad \{\phi^1\} = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 0.545 \end{Bmatrix}$$

$$W_2 = 55.44 \quad T_2 = 0.1133 \quad \{\phi^2\} = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ -1.83 \end{Bmatrix}$$

C A P I T U L O V

ESTUDIO Y PRESENTACION DEL PROGRAMA

DE COMPUTADORA : METODO DE JACOBI

Es importante para el analista, el uso eficiente de computadores en la solución de problemas dinámicos, debido al tamaño de las matrices y al número de operaciones, cuyo manejo y ejecución están difícilmente fuera de alcance, e incluso del de algunos sistemas digitales pequeños.

En este capítulo, se presenta el estudio del programa : METODO DE JACOBI, el cual tiene como subrutina principal, la subrutina EIGJA. Se explica además, la entrada de datos, considerando la base de cimentación fija y el desplazamiento horizontal de la base de cimentación, complementándolo con un ejemplo de aplicación.

El programa de Jacobi, está desarrollado en el lenguaje FORTRAN (Fórmula Translator), que es el más común de los lenguajes de que se dispone, para establecer la comunicación hombre-máquina.

El lenguaje Fortran, utilizado en el método de Jacobi, efectúa el análisis dinámico con mucha rapidez, ya que las matrices generadas son simétricas, basta con manipular la matriz triangular inferior o superior correspondiente, para ahorrar tiempo de operación

```

C      PROGRAMA : METODO DE JACOBI
C      NOTACION :
C      NSTRY = NUMERO DE PISOS
C      NMODE = NUMERO DE MODO
C      ISTIF = 1 CUANDO SE DA LA MATRIZ DE RIGIDEZ
C      ISTIF = 0 CUANDO SE DA LA MATRIZ DE FLEXIBILIDAD
C      SM(I) = MASA DE PISO (DE ABAJO HACIA ARRIBA)
C      STIFF(I) SI ISTIF = 1, PARA LA MATRIZ DE RIGIDEZ
C      STIFF(I) SI ISTIF = 0, PARA LA MATRIZ DE FLEXIBILIDAD
C
      DIMENSION SM(60), STIFF(1830)
      LIR = 5
      LIW = 6
      READ(LIR,10)N CASE
      DO 5000 MACO = 1, N CASE
      READ(LIR,10)NSTRY, NMODE, ISTIF
      READ(LIR,15)(SM(I), I = 1,NSTRY)
      NN = (NSTRY*NSTRY+NSTRY)/2
      READ(LIR,15)(STIFF(I), I =1,NN)

C      FORMA ESPECIAL DE LOS DATOS DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ
C      EN ESTE PROGRAMA : SOLO SE DA LA MITAD DE LA MATRIZ
C      EN EL SIGUIENTE ORDEN
      A1  A2  A4  A7  A11
           A3  A5  A8  A12
                A6  A9  A13
                        A10 A14
                                A15
C      Y ASI SUCESIVAMENTE

      CALL EIGJA(LIR,LIW,NSTRY,NMODE,ISTIF,SM STIFF)
10  FORMAT(8I10)
15  FORMAT(8F10.0)
5000 CONTINUE
      STOP
      END

```

```

SUBROUTINE EIGJA(LIR,LIW,NSTR,NMODE,ISTIF,SM,A)
DIMENSION SM(60),SQM(60),A(1830),OMEGA(60),BETA(60),
          BETAU(60),R1(60),R(3600)
CALL PRITR(LIW,NSTR,A)
MV = 0
IF(ISTIF - 1)100,200,100
C   FLEXIBILITY MATRIX ES DADA
100 DO 150 IS = 1,NSTR
150 SQM(IS) = SQRT(SM(IS))
    GO TO 300
C   LA MATRIZ DE RIGIDEZ ES DADA
200 DO 250 IS = 1,NSTR
250 SQM(IS) = 1.0/SQRT(SM(IS))
300 DO 350 I = 1,NSTR
    DO 350 J = I,NSTR
        IJ = I+(JxJ-J)/2
350 A(IJ) = A(IJ)xSQM(I)xSQM(J)
C   CALL JACOBI
    CALL JACOB(A,R,NSTR,MV,ISTIF,NMODE)
    IF(ISTIF - 1) 360,380,360
360 DO 400 I = 1,NSTR
400 SQM(I) = 1.0/SQM(I)
380 K = 0
    DO 500 I = 1,NSTR
    DO 500 J = 1,NSTR
        K = K+I
500 R(K) = SQM(J)xR(K)
    K = 0
    DO 550 I = 1,NSTR
        KONT = NSTRxI
    DO 550 J = 1,NSTR
        K = K+1

```

```

550 R(K) = R(K)/R(KONT)
    K = 0
    DO 650 I = 1,NMODE
      RAT = 0.0
      DEN = 0.0
      DO 600 J = 1,NSTR
        K = K+1
        RAT = RAT+SM(J)*R(K)
        DEN = DEN+SM(J)*R(K)**2
600 CONTINUE
      BETA(I) = RAT/DEN
      II = (I+1)/2
      IF(STOP -1) 630,640,630
630 OMEGA(I) = 1.0/SQRT(A(II))
      GO TO 650
640 OMEGA(I) = SQRT(A(II))
650 CONTINUE
      INT = 0
      DO 800 I = 1,NMODE
        DO 700 J = 1,NSTR
          INT = INT+1
          R1(J) = R(INT)
          BETAU(J) = R1(J)*BETA(I)
700 CONTINUE
          IF(I.NE.1) GO TO 5
          OMEG1 = OMEGA(I)
          CALL SPRNG(LIW,NSTR,OMEG1,SM,R1)
          5 T = 2.0*3.1416159/OMEGA(I)
          WRITE(LIW,10)
10  FORMAT(1H1,4X,'OMEGA(1/SEC)',5X,'T(SEG)',9X,'BETA')
          WRITE(LIW,11)OMEGA(I),T,BETA(I)
11  FORMAT(1H,3E15.5)

```

```
WRITE(LIW,12)
12 FORMAT(1H0.//,3X,'W',5X,'MODE SHAPE',11X,'BETAu',21X,'-1',
          9X,'0',19X,'1')
CALL LPLOT(LIW,I,NSTR,R1,BETAU)
800 CONTINUE
RETURN
END
```

SUBROUTINA JACOB (A,R,N,MV,ISTIF,NMODE)

```

C      DIMENSION A(1830),R(3600)
C      A = MATRIZ TRIANGULAR (DATO DE ENTRADA)
C      LOS VALORES CARACTERISTICOS SON OBTENIDOS EN LA DIAGONAL
C      R = VECTORES CARACTERISTICOS (SALIDA)
C      N = ORDEN O TIPO DE LA MATRIZ (ENTRADA)
C      MV SI MV = 1, LOS VECTORES CARACTERISTICOS NO SON CALCULADOS
C      ISTIF SI LA MATRIZ DE RIGIDEZ ES DADA POWER ISTIF = 1
C      GENERACION DE LA MATRIZ DE IDENTIDAD
C      B = MATRIZ DE RIGIDEZ O FLEXIBILIDAD
C      T = PERIODO NATURAL DEL SISTEMA
C      R = FORMA DE MODO, BETA
      IF (MV-1)10,25, 10
10    IQ = -N
      DO 20 J = 1,N
      IQ = IQ+1
      DO 20 I = 1,N
      IJ = IQ+I
      R(IJ) = .0
      IF (I-J)20,15,20
15    R(IJ) = 1.0
20    CONTINUE
      LIW = 6
C      COMPUTE INITIAL AND FINAL NORMS(ANORM AND ANORMX)
25    ANORM = 0.0
      DO 35 I = 1,N
      DO 35 J = I,N
      IF(I-J)30,35,30
30    IA = I+(J-I)/2
      ANORM = ANORM+A(IA)*A(IA)
35    CONTINUE

```



```

        IF(ANORM)165,165.40
40  ANORM = 1.414xSQRT(ANORM)
    ANRMX = ANORMx1.0E-6/FLOAT(N)
    INITIALIZE INDICATORS AND COMPUTE THRESHOLD,THR
    IND = 0
    THR = ANORM
45  THR = THR/FLOAT(N)
50  L = 1
55  M = L+1
    COMPUTE SIN AND COS
60  MQ = (MxM-M)/2
    LQ = (LxL-L)/2
    LM = L+MQ
62  IF (ABS(A(LM))-THR)130,65,65
65  IND = 1
    LL = L+LQ
    MM = M+MQ
    X = 0.5x(A(LL)-A(MM))
68  Y = A(LM)/SQRT(A(LM)xA(LM)+XxX)
    IF (X)70,75,75
70  Y = -Y
75  SINX = Y/SQRT(2.0x(1.0+(SQRT(1.0-YxY))))
    SIN X2 = SINXxSINX
78  COSX = SQRT(1.0-SINX2)
    COSX2 = COSXxCOSX
    SINCS = SINXxCOSX
    ROTATE L AND M COLUMNS
    ILQ = Nx(L-1)
    IMQ = Nx(M-1)
    DO 125 I = 1,N
    IQ = (IxI-I)/2
    IF(I-L)80,115,80

```

```

80 IF(I-M)85,115,90
85 IM = I+MQ
   GO TO 95
90 IM = M+IQ
95 IF(I-L)100,105,105
100 IL = I+LQ
   GO TO 110
105 IL = L+IQ
110 X = A(IL)*COSX-A(IM)*SINX
     A(IM) = A(IL)*SINX+A(IM)*COSX
     A(IL) = X
115 IF(MV-1)120,125,120
120 IIR = ILQ+I
     IMR = IMQ+I
     X = R(ILR)*COSX-R(IMR)*SINX
     R(IMR) = R(ILR)*SINX+R(IMR)*COSX
     R(ILR) = X
125 CONTINUE
     X = 2.0*A(LM)*SINCS
     Y = A(LL)*COSX2+A(MM)*SINX2-X
     X = A(LL)*SINX2+A(MM)*COSX2+X
     A(LM) = (A(LL)-A(MM))*SINCS+A(LM)*(COSX2-SINX2)
     A(LL) = Y
     A(MM) = X
     TESTS FOR COMPLETION
     TESTS FOR M=LAST COLUMN
130 IF(M-N)135,140,135
135 M = M+1
     GO TO 60
     TEST FOR L = SECOND FROM LAST COLUMN
140 IF(L-(N-1))145,150,145
145 L = L+1

```

```

      GO TO 55
150 IF(IND-1)160,155,160
155 IND = 0
      GO TO 50
      COMPARE THRESHOLD WITH FINAL NORM
160 IF(THR-ANRMX)165,165,45
      SORT EIGEN VALUES AND EIGEN VECTORS
165 IQ = -N
      DO 185 I = 1,N
      IQ = IQ+N
      LL = I+(IXI-I)/2
      JQ = NX(I-2)
      DO 185 J = I,N
      JQ = JQ+N
      MM = J+(JXJ-J)/2
      IF(ISTIF-1)168,166,168
166 IF(A(MM)-A(LL))170,185,185
168 IF(A(MM)-A(LL))185,185,170
170 X = A(LL)
      A(LL) = A(MM)
      A(MM) = X
      IF(MV-1)175,185,175
175 DO 180 K = 1,N
      ILR = IQ+K
      IMR = JQ+K
      X = R(ILR)
      R(ILR) = R(IMR)
180 R(IMR) = X
185 CONTINUE
      RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE SPRNG (LIW,NSTRY,OMEG,SM,XX)
DIMENSION SM(60),SK(61),XX(60),X(61)

OMEG2 = OMEG**2
NP1 = NSTRY+1
DO 90 I = 1,NP1
90 X(I) = 0.0
DO 100 I = 2,NP1
100 X(I) = XX(I-1)
DELT = X(NSTRY+1)-X(NSTRY)
SK(NSTRY) = SM(NSTRY)*OMEG2*X(NP1)/DELT
SKK = DELT*SK(NSTRY)
DO 200 I =2,NSTRY
II = NSTRY+1-I
I1 = II+1
DELT = X(I1)-X(II)
SS = SM(II)*OMEG2*X(I1)/DELT
SK(II) = SS+SKK/DELT
SKK = DELT*SK(II)
200 CONTINUE
WRITE(LIW,10)
10 FORMAT(1H1/// 10X,'STORY NO. ','SPRING CONST. ','5X','MASS')
DO 300 I = 1,NSTRY
II = NSTRY-I+1
300 WRITE(LIW,20)II,SK(II),SM(II)
20 FORMAT(1H,16X,13.2(5X,F13.5)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE PRITR (LIW, N, A)
DIMENSION A(1830)
C   COLOCA LOS DATOS DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ EN ORDEN AL DE LA
C   MATRIZ TRIANGULAR,
C   MAXIMO NUMERO DE ELEMENTOS PUESTOS EN UNA LINEA IGUAL A 10.
WRITE (LIW,300)
300  FORMAT (1H1///3X,17H MATRIZ TRIANGULAR)
      MAXUM = 10
      NSECT = (N/MAXUM)+1
      NRESD) = N-(N/MAXUM)*MAXUM
      IF (NRESD)100,110,100
110  NSECT = NSECT-1
100  DO 500 ISECT = 1,NSECT
      DO 500 II = ISECT,NSECT
      IF(II - NSECT)120,105,120
105  IF(NRESD)115,120,115
115  IA = NRESD
      GO TO 130
120  IA = MAXUM
130  DO 500 III = 1, IA
      L = (II-1)*MAXUM+III
      K1 = (L*L-L)/2 + (ISECT-1)*MAXUM+1
      IF(II-ISECT)135,140,135
135  K2 = K1+MAXUM-1
      GO TO 150
140  K2 = K1+III-1
150  WRITE (LIW,200)(A(K), K=K1,K2)
200  FORMAT (1H,10E11.3)
500  CONTINUE
      RETURN
      END

```

5.2-ENTRADA DE DATOS

El programa de Jacobi, tiene las siguientes tarjetas como entrada de datos:

```
READ(LIR,10) N CASE
READ(LIR,10) NSTRY,NMODE,ISTIF
READ(LIR,15)(SM(I),I-1,NSTRY)
READ(LIR,15)(STIFF(I),I-1,NN)
```

donde LIR=5 (entrada de datos en tarjetas)

EXPLICACION DE LAS TARJETAS DE DATOS

```
READ(LIR,10) N CASE
```

En esta tarjeta, se perfora el número de ejemplos que se quieren analizar :

N

```
READ(LIR,10) NSTRY,NMODE,ISTIF
```

CASO : BASE FIJA

NSTRY = numero de pisos

NMODE = numero de modo

ISTIF = 1 , cuando se da como dato la matriz de rigides

NSTRY NMODE ISTIF

CASO : DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL DE LA BASE DE CIMENTACION

NSTRY = NUMERO DE PISOS + 1

NMODE = numero de modo

ISTIF = 1 , cuando se da como dato la matriz de rigides

NSTRY+1 NMODE ISTIF

READ(LIR,15)(SM(I),I-1,NSTRY)

CASO : BASE FIJA

SM(1) - masa del primer piso
SM(2) - masa del segundo piso
SM(3) - masa del tercer piso
.....
SM(n) - masa del piso n

SM(1) SM(2) SM(3) SM(n)

CASO : DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL DE LA BASE DE CIMENTACION

SM(1) - MASA EFECTIVA DEL SUELO
SM(2) - masa del primer piso
.....
SM(n) - masa del piso n-1

SM(1) SM(2) SM(3) SM(n)

READ(LIR,15)(STIFF(I),I-1,NW)

CASO : BASE FIJA

$$K \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 \\ -K_2 & K_2 \end{bmatrix}$$

STIFF(1) = $K_1 + K_2$
STIFF(2) = $-K_2$
STIFF(3) = K_2

donde : $NW = NSTRY^2 + NSTRY / 2$

$K_1 + K_2$ $-K_2$ K_2

CASO : DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL DE LA BASE DE CIMENTACION

$$\begin{bmatrix} K_s + K_1 & -K_1 & 0 \\ -K_1 & K_1 + K_2 & -K_2 \\ 0 & -K_2 & K_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{STIFF}(1) = K_s + K_1$$

$$\text{STIFF}(2) = -K_1$$

$$\text{STIFF}(3) = K_1 + K_2$$

$$\text{STIFF}(4) = 0.0$$

$$\text{STIFF}(5) = -K_2$$

$$\text{STIFF}(6) = K_2$$

$$\begin{bmatrix} K_s + K_1 & -K_1 & K_1 + K_2 & 0.0 & -K_2 & K_2 \end{bmatrix}$$

donde :

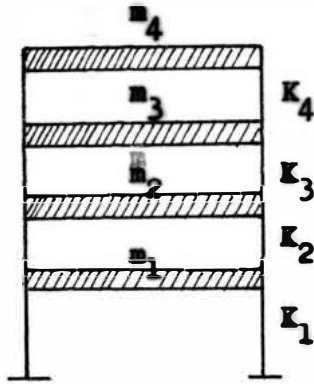
K_s = rigidez de la cimentación.

K_1 = rigidez del primer piso.

K_2 = rigidez del segundo piso.

5.3 - APLICACION PRACTICA DE LA ENTRADA DE DATOS

EDIFICIO DE 4 PISOS



$$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 0.551 \frac{\text{ton} \cdot \text{seg}^2}{\text{cm}}$$

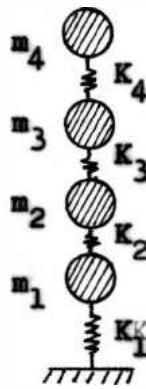
$$K_1 = 920 \text{ ton/cm}$$

$$K_2 = 808 \text{ ton/cm}$$

$$K_3 = 530 \text{ ton/cm}$$

$$K_4 = 330 \text{ ton/cm}$$

1.- CASO : BASE FIJA



$$M = \begin{bmatrix} m_1 & & & \\ & m_2 & & \\ & & m_3 & \\ & & & m_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.551 & & & \\ & 0.551 & & \\ & & 0.551 & \\ & & & 0.551 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_1+K_2 & -K_2 & 0 & 0 \\ -K_2 & K_2+K_3 & -K_3 & 0 \\ 0 & -K_3 & K_3+K_4 & -K_4 \\ 0 & 0 & -K_4 & K_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1728 & -808 & 0 & 0 \\ -808 & 1338 & -530 & 0 \\ 0 & -530 & 860 & -330 \\ 0 & 0 & -330 & 330 \end{bmatrix}$$

TARJETAS DE ENTRADA DE DATOS

READ(LIR,10) N CASE

2

READ(LIR,10) NSTRY,NMODE,ISTIF

4 4 1

READ(LIR,15)(SM(I),I=1,NSTRY)

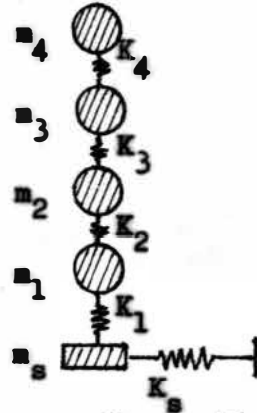
0.551 0.551 0.551 0.551

READ(LIR,15)(STIFF(I),I=1,NN)

1728 -808 1338 0.0 -530 860 0.0 0.0

-330 330

2.- CASO : DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL DE LA BASE DE CIMENTACION



$$m_s = 0.036 \frac{\text{tonseg}^2}{\text{cm}}$$

$$K_s = 375 \text{ to/cm.}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M} &= \begin{bmatrix} m_s & & & & \\ & m_1 & & & \\ & & m_2 & & \\ & & & m_3 & \\ & & & & m_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.036 & & & & \\ & 0.551 & & & \\ & & 0.551 & & \\ & & & 0.551 & \\ & & & & 0.551 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{K} &= \begin{bmatrix} K_s+K_1 & -K_1 & 0 & 0 & 0 \\ -K_1 & K_1+K_2 & -K_2 & 0 & 0 \\ 0 & -K_2 & K_2+K_3 & -K_3 & 0 \\ 0 & 0 & -K_3 & K_3+K_4 & -K_4 \\ 0 & 0 & 0 & -K_4 & K_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1295 & -920 & 0 & 0 & 0 \\ -920 & 1728 & -808 & 0 & 0 \\ 0 & -808 & 1338 & -530 & 0 \\ 0 & 0 & -530 & 860 & -330 \\ 0 & 0 & 0 & -330 & 330 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

TARJETAS DE ENTRADA DE DATOS

READ(LIR,10) NSTRY,NMODE,ISTIF

5 4 1

READ(LIR,15)(SM(I),I=1,NSTRY)

0.036 0.551 0.551 0.551 0.551

READ(LIR,15)(STIFF(I),I=1,NN)

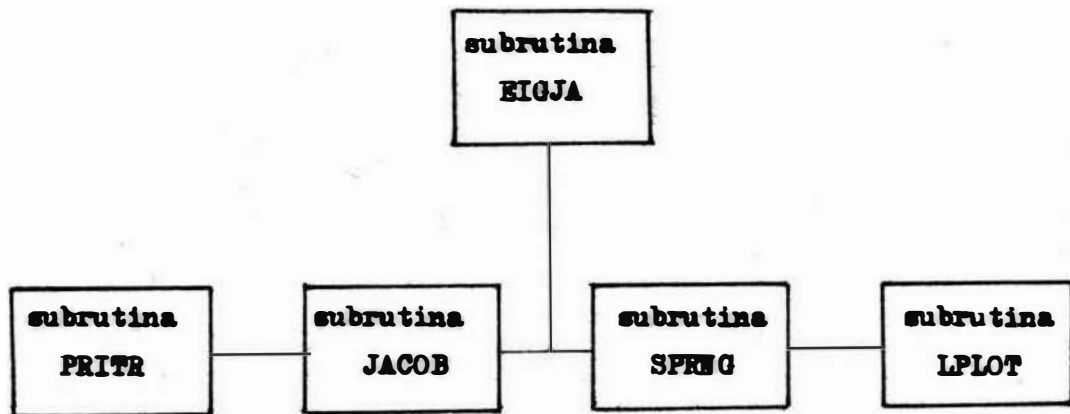
1295	-920	1728	0.0	-808	1338	0.0	0.0
------	------	------	-----	------	------	-----	-----

-530	860	0.0	0.0	0.0	-330	330	
------	-----	-----	-----	-----	------	-----	--

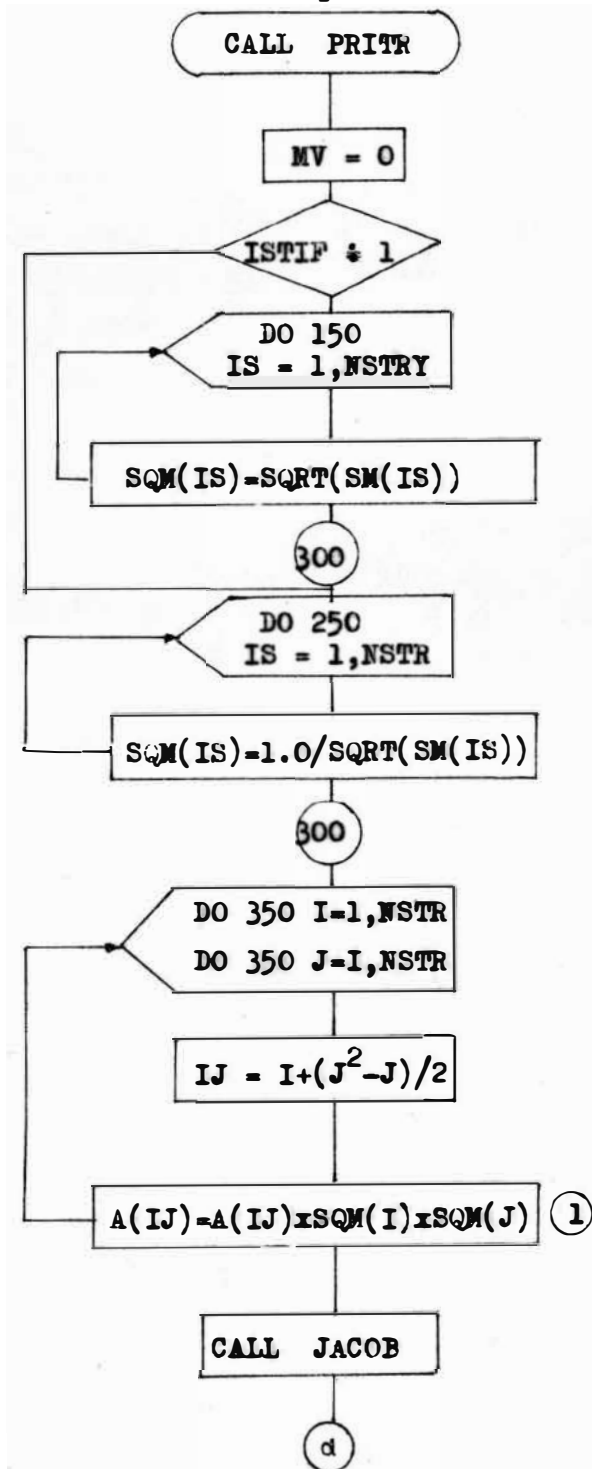
PROGRAMA : METODO DE JACOBI

subrutina principal : EIGJA

subrutinas de proceso : PRITR, JACOB, SPRNG, LPLOT



5.4 - Subrutina Principal : EIGJA



EXPLICACION:

Como se puede apreciar, en el diagrama de flujo, antes de empezar a trabajar esta subrutina, llama a la subrutina PRITR; la cual le da a esta subrutina EIGJA como dato de entrada, la matriz de rigides en su forma triangular.

Continuando con el proceso de esta subrutina, vemos que ISTIP = 1 cuando se le da como dato de entrada la matriz de rigides, luego hasta esta parte del diagrama de flujo, se tienen como datos las matrices de masa y la de rigides; o sea :

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & & & \\ & m_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & m_n \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} K_1+K_2 & -K_2 & & & \\ -K_2 & K_2+K_3 & -K_3 & & \\ & & -K_3 & & \\ & & & & K_n \end{bmatrix}$$

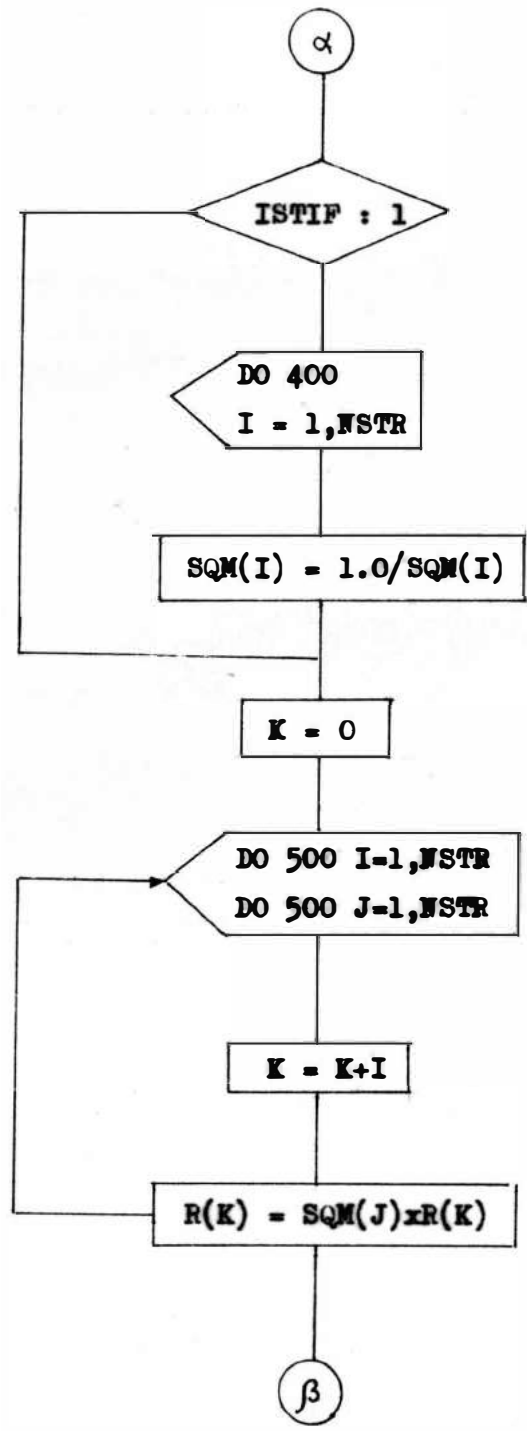
Luego, esta subrutina hasta la parte ① calcula la matriz dinámica inversa: $K(L^{-1})(L^{-1})^o$

donde : $M = (L^{-1})(L^{-1})^o$

MATRIZ DINAMICA INVERSA $\Delta(IJ) = SQM(I) \times SQM(J) \times \Delta(IJ)$

donde : $SQM(I) = L^{-1}$, $SQM(J) = (L^{-1})^o$, $\Delta(IJ) = K$

$$\Delta(IJ) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{SM(1)}} & & & & \\ & \frac{1}{\sqrt{SM(2)}} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \frac{1}{\sqrt{SM(n)}} & \\ & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{SM(1)}} & & & & \\ & \frac{1}{\sqrt{SM(2)}} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \frac{1}{\sqrt{SM(n)}} & \\ & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta(1) & \Delta(2) & \Delta(4) & & \\ & \Delta(3) & \Delta(5) & & \\ & & \Delta(6) & & \\ & & & & \Delta(n) \end{bmatrix}$$



EXPLICACION:

La matriz dinámica inversa, entra a la subrutina JACOB; esta subrutina en su proceso diagonaliza la matriz dinámica; generando matrices de rotación : R_1 , R_2 , etc. Estas matrices de rotación van a formar el vector $\{\phi\}$, que es el vector forma de modo:

$$\{\phi\} = R_1 R_2 R_3 \dots R_n$$

luego , los modos correspondientes expresados en coordenadas originales son :

$$X = (L^{-1})^o \{\phi\}$$

para la forma de modo k, se tendrá:

$$\text{MODO } k = (L^{-1})^o \{\phi_k\}$$

entonces, esta parte del diagrama de flujo, está desarrollandó lo explicado anteriormente; o sea :

para este caso ISTIF = 1 , luego pasamos al proceso iterativo del DO, donde finalmente se obtiene :

$$R(K) = \text{SQM}(J) \times R(K)$$

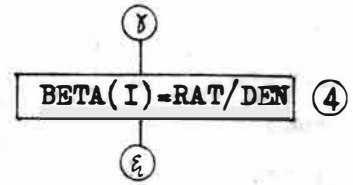
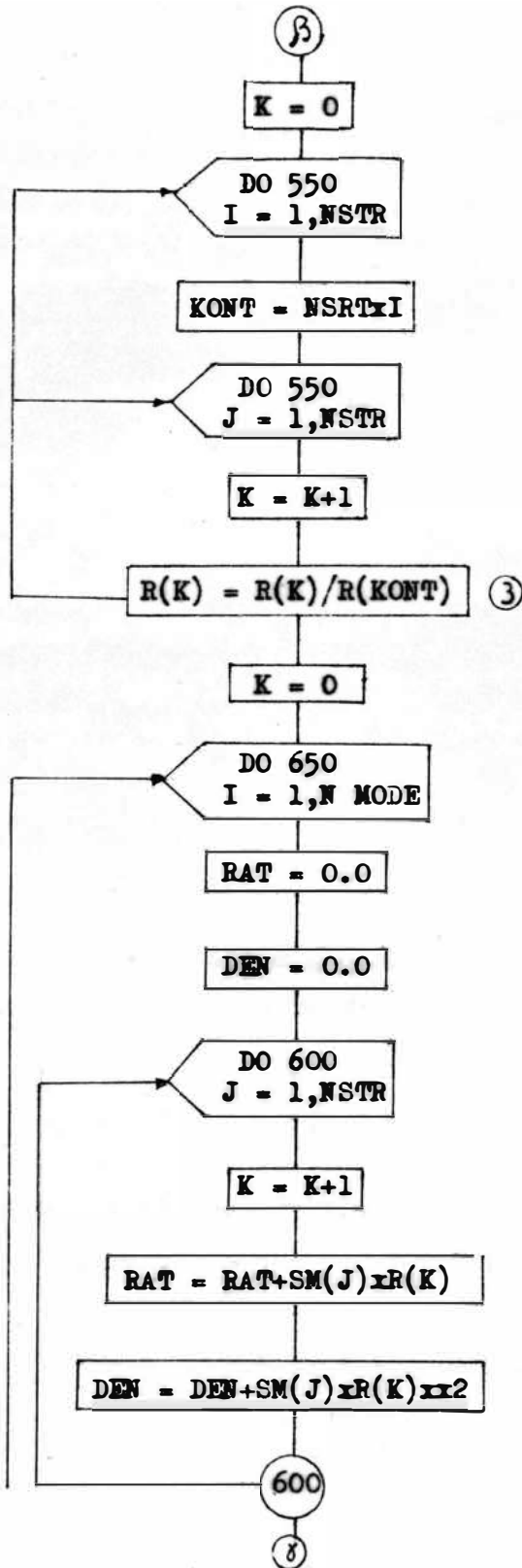
donde : $R(K) = \text{MODO } k$

$$\text{SQM}(J) = (L^{-1})^o$$

$$R(K) = \{\phi_k\}$$

para el modo 1, se tendrá :

$$R(1) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{SM(1)}} & & & \\ & \frac{1}{\sqrt{SM(2)}} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \frac{1}{\sqrt{SM(n)}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1^1 \\ \phi_2^1 \\ \vdots \\ \phi_n^1 \end{Bmatrix}$$



EXPLICACION :

Esta parte del diagrama de flujo de la subrutina EIGJA, trabaja, hasta la parte ③ para obtener la forma de modo normalizado respecto al piso mas alto, en la salida de resultados del programa, se representa por : FM NORMALI.

en forma general, se tiene para el modo k :

$$\left\{ \phi \right\}^k = \left\{ \begin{array}{c} \phi_1^k \\ \phi_2^k \\ \vdots \\ \phi_n^k \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{Normalizado al piso} \\ \text{m\u00e1s alto} \end{array} \quad : \text{ FM NORMALI} = \left\{ \begin{array}{c} \phi_1^k / \phi_n^k \\ \phi_2^k / \phi_n^k \\ \vdots \\ \phi_n^k / \phi_n^k \end{array} \right\}$$

luego, del diagrama de flujo, se tiene :

$$R(K) = R(K) / R(KONT)$$

donde : $R(K) = \text{FM NORMALI}$.

$$R(KONT) = \phi_n^k$$

$$R(K) = \phi^k$$

Continuando con el proceso que realiza esta subrutina, hasta la parte ④ calcula el FACTOR DE PARTICIPACION DE MODO :

o sea :

$$FPM = \frac{\sum_{\alpha=1}^n m_{\alpha} \phi_{\alpha}^k}{\sum_{\alpha=1}^n m_{\alpha} (\phi_{\alpha}^k)^2}$$

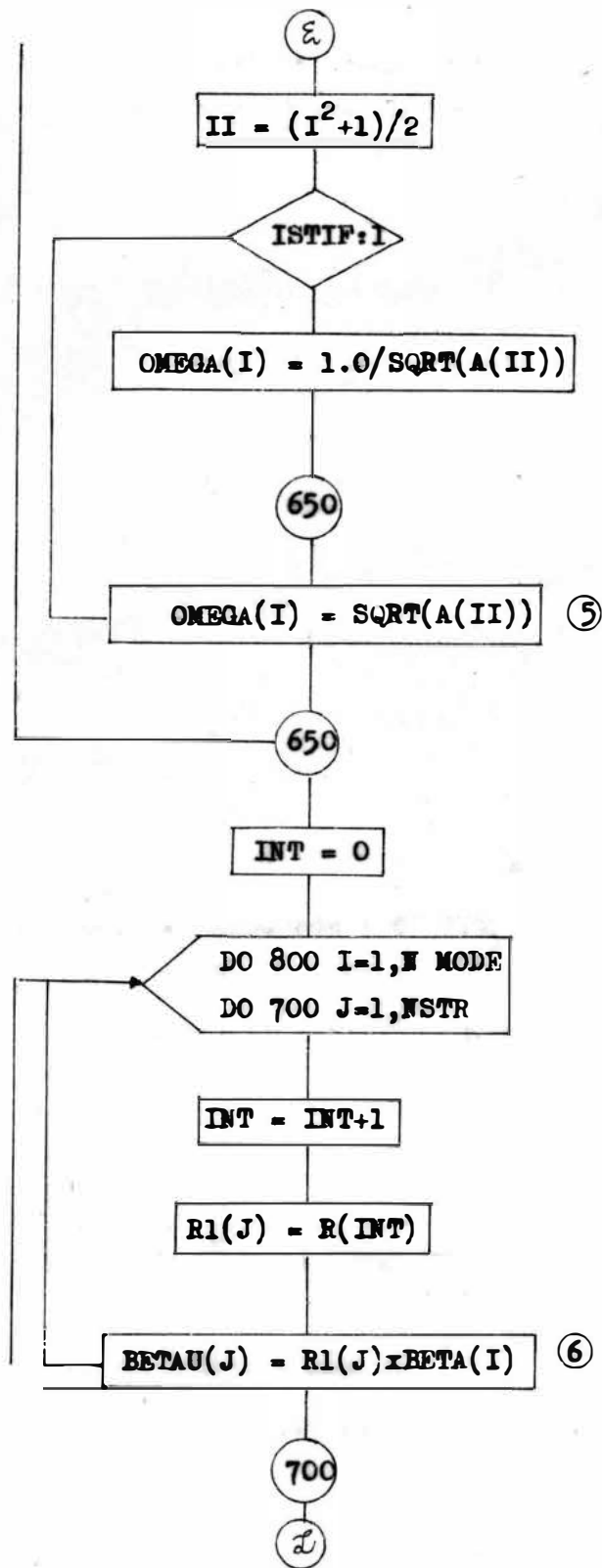
luego, del diagrama de flujo, se tiene :

$$BETA(I) = \frac{RAT}{DEN}$$

donde : $BETA(I) = FPM = \text{FACTOR DE PARTICIPACION DE MODO}$.

$$RAT = \sum_{\alpha=1}^n m_{\alpha} \phi^k$$

$$DEN = \sum_{\alpha=1}^n m_{\alpha} (\phi^k)^2$$



EXPLICACION :

Esta parte del diagrama de flujo, calcula las frecuencias para los diversos modos de vibración; de la teoría explicada en el cap. anterior se tiene :

$$\omega^2 = \lambda = G^*$$

donde : G^* , es la matriz dinámica inversa.

en este programa , $G^* = A$,reemplazando :

$$\omega = \sqrt{A}$$

del diagrama de flujo : (5)

$$\text{OMEGA} = \text{SQRT}(A(II))$$

donde : $\omega = \text{OMEGA}$ = frecuencia natural del sistema.

$G^* = A(II)$ = matriz dinámica inversa diagonalizada en la subrutina JACOB.

En la segunda parte del diagrama de flujo, osea hasta la parte (6) , se está desarrollando la siguiente operación :

$$X_{\text{max.}}^k = \phi^k \text{FPM}_k \frac{\delta V_k}{\omega_k} \dots\dots (\beta)$$

este programa, calcula el producto : $\phi^k \text{FPM}_k$

del diagrama de flujo : (6)

$$\text{BETAU}(J) = R1(J) \times \text{BETA}(I)$$

donde : $R1(J) = \phi^k$

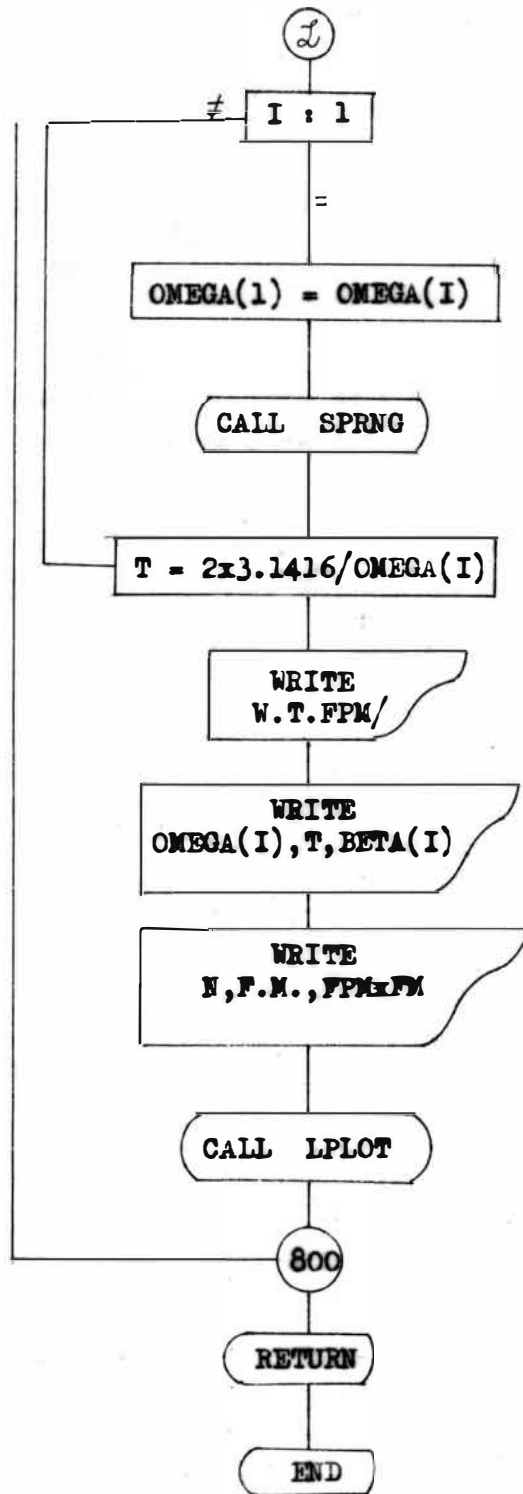
$$\text{BETA}(I) = \text{FPM}_k$$

reemplazando en (β)

$$X_{\text{max.}}^k = \text{BETAU}(J) \frac{\delta V_k}{\omega_k}$$

$X_{\text{max.}}^k$ = desplazamiento máximo

δV_k = se determina del espectro de velocidades.



EXPLICACION :

Continuando con el proceso se tiene :

I : 1

para la primera forma de modo calcula su frecuencia : $\text{OMEGA}(1)$, llama luego a la subrutina `SPRNG`, la cual escribe en la salida de resultados las masas de cada piso y sus respectivas constantes de rigidez. Calcula también su período de vibración, puesto que las frecuencias ya han sido calculadas anteriormente.

I : 2

calcula directamente su período de vibración en función de la frecuencia del sistema que ya anteriormente ha sido calculada.

Los siguientes pasos, son escrituras para la salida de resultado también se puede notar la subrutina `LPLLOT`, por medio del cual se grafican los desplazamientos para sus diferentes modos de vibración.

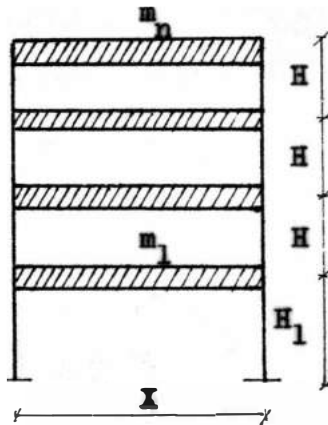
Finalmente con la sentencia `RETURN` regresa al programa principal.

C A P I T U L O V I

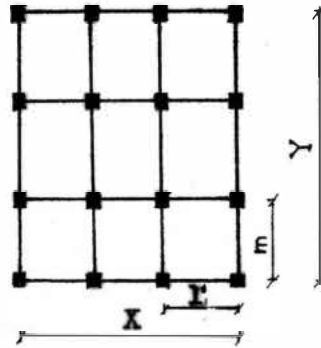
APLICACIONES PRACTICAS A EDIFICACIONES.

6.1- DIMENSIONAMIENTO

REFERENCIA : A. GALVEZ TESIS : CRITERIOS SISMICOS DE DIMENSIONAMIENTO.



ELEVACION



PLANTA

Considerando pórticos sin albañilería :
limitando el período : T

$$\text{de : } T = \alpha n \dots \alpha = \frac{T}{n}$$

Parámetros :

$$a = \frac{H_1}{H}$$

$$r = \frac{r}{l'}$$

CALCULO DE LA DIMENSION DE LA COLUMNA DEL PRIMER PISO (t_1)

$$t_1 = \left[\frac{2\pi^2}{g} \cdot \frac{(2a+n-1)h^3 l'^2 W_u}{\alpha^2 n} \cdot \frac{a^3 r}{E} \cdot \frac{X Y}{(X+l')(Y+rl')} \right]^{1/4}$$

CALCULO DE LA RIGIDEZ DEL PRIMER PISO (K_1)

$$K_1 = N_c \times \frac{E(t_1)^4}{(h_1)^3}$$

donde : N_c = número de columnas.

$$E = 218 \text{ ton/cm}^2 \quad , \quad (f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2)$$

**CALCULO DE LAS RIGIDEZES DE LOS PISOS SUPERIORES EN FUN -
CION DE LA RIGIDEZ DEL PRIMER PISO**

$$K_i = \left[1 - \frac{(2a+i-2)(i-1)}{n(2a+n-1)} \right] K_1$$

Como es a valores, están en función de la rigidez del primer piso y por consiguiente de la dimensión de columna del primer piso; calculamos la verdadera dimensión de columna de los pisos superiores.

CALCULO DE LA DIMENSION DE COLUMNA DE LOS PISOS SUPERIORES

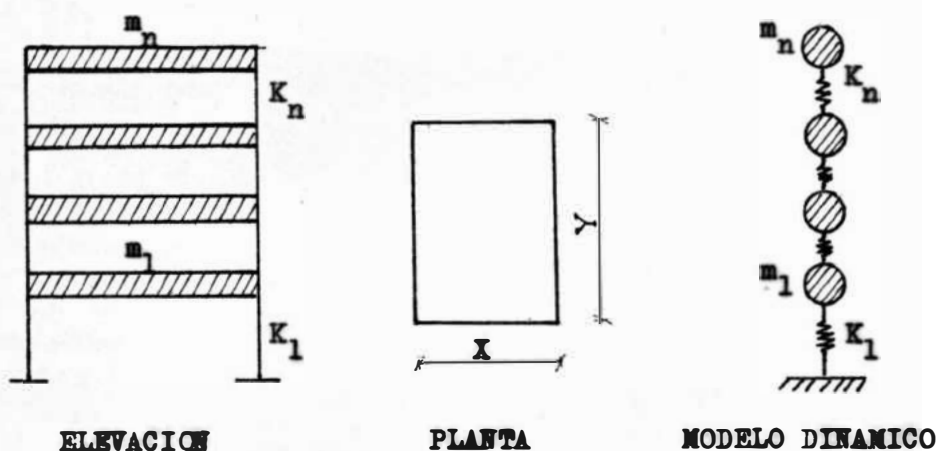
$$t_i = \sqrt[4]{\frac{K_i (h_i)^3}{E N_c}}$$

CALCULO DE LA RIGIDEZ VERDADERA DE LOS PISOS SUPERIORES (K)

$$K_i = N_c \times \frac{E(t_i)^4}{(h_i)^3}$$

6.2 - ESTUDIO DE LA CIMENTACION EN EL
ANALISIS DINAMICO

CASO A.- CONSIDERANDO LA BASE DE CIMENTACION FIJA



Del análisis dinámico se tiene:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & & & & \\ & m_2 & & & \\ & & \dots & & \\ & & & \dots & \\ & & & & m_n \end{bmatrix} \quad \text{MATRIZ DE MASA}$$

Masa concentrada de cada nivel:

$$m = \frac{W}{g} \quad g = 980 \text{ cm/seg}^2$$

Considerando: $1 \frac{\text{ton}}{\text{m}^2}$

$$W = 1 \frac{\text{ton}}{\text{m}^2} (X.Y)m = X.Y \text{ ton.}$$

Luego: $m_1 = m_2 = \dots = m_n = \frac{X.Y}{g} \text{ tonxseg}^2/\text{cm}$

$$\begin{aligned}
 [K] = & \begin{bmatrix}
 K_1 + K_2 & -K_2 & & & & \\
 -K_2 & K_2 + K_3 & -K_3 & & & \\
 & -K_3 & & & & \\
 & & & & & \\
 & & & & -K_n & \\
 & & & -K_n & K_n &
 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

MATRIZ DE
RIGIDEZ

Las constantes de rigidez de cada piso:

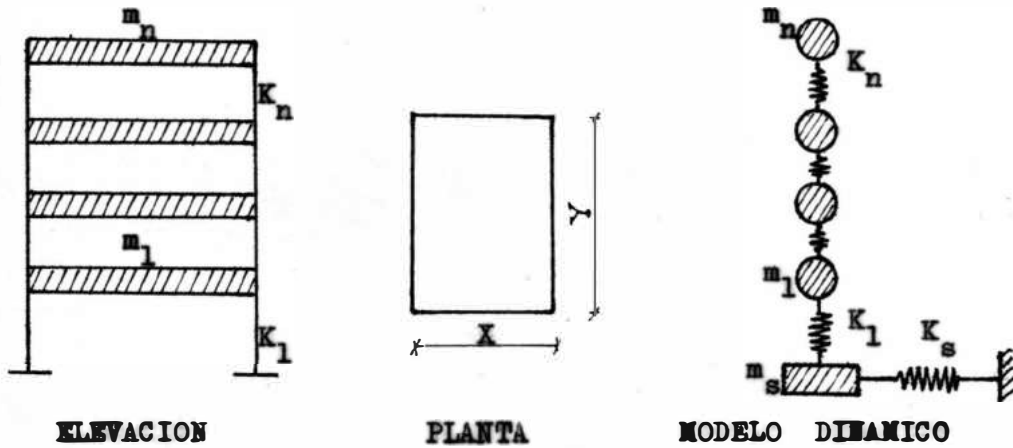
K_1, K_2, \dots, K_n son calculados en el dimensionamiento previo.

Luego, del análisis dinámico se tiene:

$$[K] \{X\} = W^2 [M] \{X\}$$

cuya solución de los valores característicos (W), y los vectores característicos (ϕ) son hechos utilizando el programa de JACOBI.

CASO B .- CONSIDERANDO EL DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL DE LA BASE DE CIMENTACION



Del análisis dinámico se tiene:

$$[M] \begin{bmatrix} m_s & & & & \\ & m_1 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & m_n & \end{bmatrix}$$

MATRIZ DE MASA

Masa concentrada de cada nivel:

$$m_1 = m_2 = \dots = \frac{X \cdot Y}{g} \text{ ton} \times \text{seg}^2 / \text{cm}$$

Masa efectiva del suelo: (cap. III)

$$m_s = 0.2 \rho \left(\sqrt{\frac{A}{\pi}} \right)^3$$

donde: A = área de la cimentación que se desplaza horizontalmente
 ρ = densidad del suelo

CASO BI.- INFLUENCIA DEL AREA DE CIMENTACION EN EL PERIODO DE VIBRACION, CONSIDERANDO DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL DE LA BASE DE CIMENTACION

- Para este análisis, se ha supuesto que la base es una plata de cimentación, cuya área, la hacemos variable para observar su influencia.
- Para efecto de cálculo, consideramos en el análisis dinámico como área de cimentación, un porcentaje del área de la edificación. Se ha hecho este análisis, para áreas de cimentación iguales a 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90 y 1.00 del área de la edificación. Osea:

$$A = \% A_0$$

donde :

A = área de la base de cimentación, que se desplaza horizontalmente.

A₀ = área de la edificación - X. Y m²

- En las fórmulas de masa efectiva del suelo (m_g), y de la rigidez de cimentación (K_g), se reemplazan los valores de A para los diferentes porcentajes tomados en cuenta; como resultados se tendrá, diferentes períodos de vibración, que se compararán con el caso de la base de cimentación fija.
- Se ha hecho este análisis, en suelos cuya capacidad portante es igual a: ($\sigma_g < 1.5 \text{ kg/cm}^2$), y peso específico ($\rho = 1.5 \text{ ton/m}^3$).

**CASO B II.- INFLUENCIA DE LA CAPACIDAD PORTANTE DEL TERRENO EN
EL PERIODO DE VIBRACION CONSIDERANDO DESPLAZAMIENTO
HORIZONTAL DE LA CIMENTACION**

- Para este análisis, se ha supuesto que la base de cimentación, está compuesta de zapatas aisladas.
- Para efectos de cálculo, en el análisis dinámico, idealizamos la base de cimentación, con una zapata concéntrica de toda la edificación, y consideramos que ésta, se desplaza horizontalmente. Se tendrá entonces:

$$A = \frac{\text{Peso total}}{\sigma_z}$$

considerando 1 ton/m^2 :

$$A = \frac{1 \times A_c \times 1.05 \times N}{\sigma_z} = \frac{1.05 \times N \times A_c}{\sigma_z}$$

donde :

A = área de la base de cimentación, que se desplaza horizontalmente.

A_c = área de la edificación (X.Y m^2)

N = número de pisos.

σ_z = capacidad portante del terreno.

- En las fórmulas de masa efectiva de suelo (m_g), y rigidez de la cimentación (K_g), se reemplazan los diferentes valores de capacidad portante, luego se calculan los diferentes períodos de vibración, que serán comparados con los del caso de base de cimentación fija.
- Se ha hecho este análisis, en suelos cuyas propiedades son :

σ_z (kg/cm ²)	ρ' (ton/m ³)	C_u (kg/cm ³)
1	1.5	1
2	1.9	4
4	2.2	8

ρ' = peso específico del suelo.

σ_z = capacidad portante del terreno.

C_u = está en función de la capacidad portante del terreno.

(CAP. III TABLA N°5)

FUERZA CORTANTE EN LA BASE

REFERENCIA

R.MORALES, J. KUROIWA, A.SANCHEZ, E.TEMOCHE, R.YAMASHIRO.

"PROPUESTA DE NORMAS BASICAS DE DISEÑO SISMO-RESISTENTE Y SUS COMENTARIOS." 1976:

COMITE DE INGENIERIA ANTISISMICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA. LIMA.

4.01 Las estructuras, serán diseñadas y construidas, para resistir una fuerza horizontal sísmica, calculada según la siguiente fórmula:

$$H = I \frac{SC}{R_D} P$$

de la propuesta, se han tomado los siguientes valores :

I = 1.0 (categoría de la edificación : B , edificios de departamentos u oficinas, edificios comerciales, casas-habitación, etc.)

S = 1.0 (región 1)

$R_D = 6.0$ (factor de ductibilidad, edificios, cuyos pórticos dúctiles especiales, son capaces de resistir el 100 % de la fuerza horizontal, considerandose que, actúan independientemente de cualquier otro elemento rígido.

$$C = \frac{0.8}{0.6(T/T_s)+1}$$

T = período fundamental de vibración.

T_s = período predominante del suelo.

$T_s = 0.2$ seg. (suelo firme)

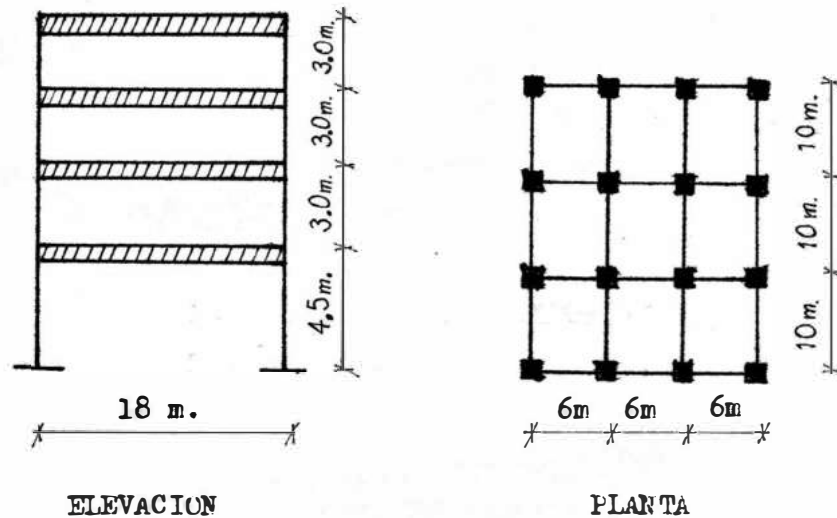
$T_s = 0.5$ seg. (suelo intermedio)

$T_s = 0.8$ seg. (suelo blando)

P = carga permanente total del edificio, más un porcentaje de la carga viva.

6.3 EJEMPLO DE APLICACION

EDIFICIO DE 4 PISOS



DIMENSIONAMIENTO PREVIO

Considerando pórticos sin albañilería :
 limitando el periodo a $T = 0.51$ seg.

$$\text{de } T = \alpha n \quad \dots \alpha = \frac{T}{n} = \frac{0.51}{4} = 0.1275$$

$$\text{Parámetros : } a = \frac{4.5}{3.00} = 1.50$$

$$r = \frac{10}{6} = 1.67$$

CALCULO DE LA DIMENSION DE LA COLUMNA DEL PRIMER PISO (t_1)

$$t_1 = \left[\frac{2\pi^2}{g} \cdot \frac{(2a+n-1)h^3 l^2 W_u}{\alpha^2 n} \cdot \frac{a^3 r}{E} \cdot \frac{X Y}{(x+l)(y+r'l)} \right]^{1/4}$$

$$\left[\frac{2\pi^2}{8} \right]^{1/4} = \left[\frac{2(3.14)^2}{980} \right]^{1/4} = 0.377$$

$$\left[\frac{(2a+n-1)h^3 r^2 W_u}{\alpha^2 n} \right]^{1/4} = \left[\frac{(2 \times 1.50 + 4 - 1)(300)^3 (6)^2 (1)}{(0.1275)^2 (4)} \right]^{1/4} = 547.25$$

$$\left[\frac{a^3 r}{E} \right]^{1/4} = \left[\frac{(1.50)^3 (1.67)}{218} \right]^{1/4} = 0.4009$$

$$\left[\frac{X Y}{(x+1)(y+r'l)} \right]^{1/4} = \left[\frac{18 \times 30}{24 \times 40} \right]^{1/4} = 0.8660$$

reemplazando estos valores en (1), se tiene:

$$t_1 = (0.377) (547.25) (0.4009) (0.8660)$$

$$t_1 = 70 \text{ cm.}$$

CALCULO DE LA RIGIDEZ DEL PRIMER PISO (K_1)

$$K_1 = N_c \times \frac{E(t_1)^4}{(h_1)^3}$$

$$K_1 = 16 \times \frac{218(70)^4}{(450)^3}$$

$$K_1 = 920 \text{ ton/cm}$$

CALCULO DE LAS RIGIDECES DE LOS PISOS SUPERIORES EN FUNCION DE LA RIGIDEZ DEL PRIMER PISO.

$$K_i = \left[1 - \frac{(2a + i - 2)(i - 1)}{n(2a + n - 1)} \right] K_1$$

SEGUNDO PISO : $K_2 = \left[1 - \frac{(2 \times 1.5 + 2 - 2)(2 - 1)}{4(2 \times 1.5 + 4 - 1)} \right] 920 = 805 \text{ ton/cm}$

TERCER PISO : $K_3 = \left[1 - \frac{(2 \times 1.5 + 3 - 2)(3 - 1)}{4(2 \times 1.5 + 4 - 1)} \right] 920 = 614 \text{ ton/cm}$

CUARTO PISO : $K_4 = \left[1 - \frac{(2 \times 1.5 + 4 - 2)(4 - 1)}{4(2 \times 1.5 + 4 - 1)} \right] 920 = 345 \text{ ton/cm}$

CALCULO DE LA DIMENSION DE COLUMNA DE LOS PISOS SUPERIORES.

de : $K_i = N_c \times \frac{E(t_i)^4}{(h_i)^3} \quad t_i = \sqrt[4]{\frac{K_i(h_i)^3}{E N_c}}$

SEGUNDO PISO : $t_2 = \sqrt[4]{\frac{805(300)^3}{218 \times 16}} = 49.96 \text{ cm} = 50 \text{ cm}$

TERCER PISO : $t_3 = \sqrt[4]{\frac{614(300)^3}{218 \times 16}} = 46.60 \text{ cm} = 45 \text{ cm}$

CUARTO PISO : $t_4 = \sqrt[4]{\frac{345(300)^3}{218 \times 16}} = 40.02 \text{ cm} = 40 \text{ cm}$

CALCULO DE LA RIGIDEZ VERDADERA DE LOS PISOS SUPERIORES (K)

$$K_i = N_o \frac{E (t_i)^4}{(h_i)^3}$$

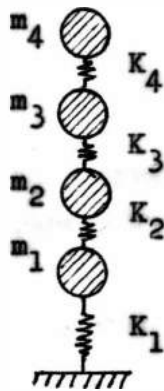
SEGUNDO PISO : $K_2 = 16 \times \frac{218(50)^4}{(300)^3} = 808 \text{ ton/cm}$

TERCER PISO : $K_3 = 16 \times \frac{218(45)^4}{(300)^3} = 530 \text{ ton/cm}$

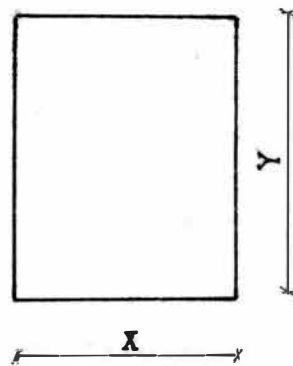
CUARTO PISO : $K_4 = 16 \times \frac{218(40)^4}{(300)^3} = 330 \text{ ton/cm}$

ESTUDIO DE LA CIMENTACION EN EL ANALISIS DINAMICO

CASO A : CONSIDERANDO LA BASE DE CIMENTACION FIJA.



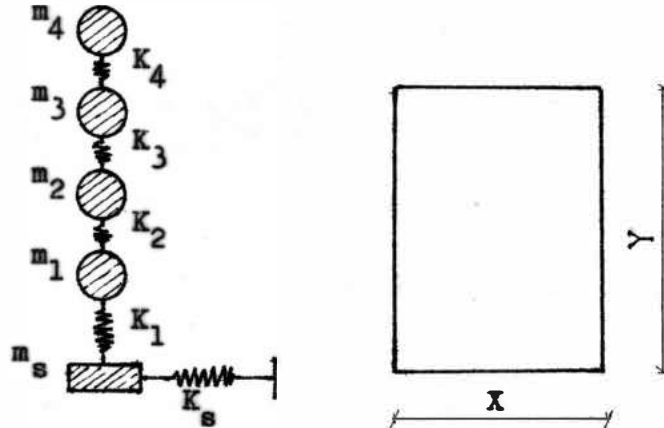
MODELO DINAMICO



PLANTA

**CASO B : CONSIDERANDO EL DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL DE LA BASE
DE CIMENTACION**

BI.- INFLUENCIA DEL AREA DE CIMENTACION EN EL PERIODO DE VIBRACION



Cálculo de la masa efectiva del suelo (m_s)

$$m_s = \frac{0.2 \rho' \left(\sqrt{\frac{A}{\pi}} \right)^3}{g}$$

donde : A = área de la base de cimentación que se desplaza horizontalmente.

ρ' = peso específico del suelo.

Para este análisis se quiere ver la influencia que se produce, al considerar, el valor de A variable, o sea :

$$A = \% A_0$$

donde : A_0 = área de la base de la edificación = $X \cdot Y \text{ m}^2$

se analiza para: $A=0.10 A_0$, $A=0.20 A_0$, , $A=0.90 A_0$, $A=1.00 A_0$
en suelos cuya capacidad portante $\bar{q}_z \leq 1.5 \text{ kg/cm}^2$ y peso específico (ρ')
igual a 1.5 ton/m^3

-Para : $A=0.10 A_0 = 0.10(18 \times 30) \text{ m}^2$

$$m_s = \frac{0.2 \rho' \left(\sqrt{\frac{0.10 A_0}{\pi}} \right)^3}{g} = 0.022 \text{ ton} \cdot \text{seg}^2 / \text{cm.}$$

$$\begin{aligned}
 - \text{ Para : } \Delta &= 0.20 \Delta_o = 0.20(18 \times 30) \text{ m}^2 \\
 n_s &= \frac{0.2 \rho'}{g} \left(\sqrt{\frac{0.20 \Delta_o}{\pi}} \right)^3 = 0.034 \text{ tonxseg}^2/\text{cm.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 - \text{ Para : } \Delta &= 0.30 \Delta_o = 0.30(18 \times 30) \text{ m}^2 \\
 n_s &= \frac{0.2 \rho'}{g} \left(\sqrt{\frac{0.30 \Delta_o}{\pi}} \right)^3 = 0.115 \text{ tonxseg}^2/\text{cm.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 - \text{ Para : } \Delta &= 0.40 \Delta_o = 0.40(18 \times 30) \text{ m}^2 \\
 n_s &= \frac{0.2 \rho'}{g} \left(\sqrt{\frac{0.40 \Delta_o}{\pi}} \right)^3 = 0.175 \text{ tonxseg}^2/\text{cm.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 - \text{ Para : } \Delta &= 0.50 \Delta_o = 0.50(18 \times 30) \text{ m}^2 \\
 n_s &= \frac{0.2 \rho'}{g} \left(\sqrt{\frac{0.50 \Delta_o}{\pi}} \right)^3 = 0.245 \text{ tonxseg}^2/\text{cm.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 - \text{ Para : } \Delta &= 0.60 \Delta_o = 0.60(18 \times 30) \text{ m}^2 \\
 n_s &= \frac{0.2 \rho'}{g} \left(\sqrt{\frac{0.60 \Delta_o}{\pi}} \right)^3 = 0.321 \text{ tonxseg}^2/\text{cm.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 - \text{ Para ; } \Delta &= 0.70 \Delta_o = 0.70(18 \times 30) \text{ m}^2 \\
 n_s &= \frac{0.2 \rho'}{g} \left(\sqrt{\frac{0.70 \Delta_o}{\pi}} \right)^3 = 0.404 \text{ tonxseg}^2/\text{cm.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 - \text{ Para : } \Delta &= 0.80 \Delta_o = 0.80(18 \times 30) \text{ m}^2 \\
 n_s &= \frac{0.2 \rho'}{g} \left(\sqrt{\frac{0.80 \Delta_o}{\pi}} \right)^3 = 0.494 \text{ tonxseg}^2/\text{cm.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 - \text{ Para : } \Delta &= 0.90 \Delta_o = 0.90(18 \times 30) \text{ m}^2 \\
 n_s &= \frac{0.2 \rho'}{g} \left(\sqrt{\frac{0.90 \Delta_o}{\pi}} \right)^3 = 0.589 \text{ tonxseg}^2/\text{cm.}
 \end{aligned}$$

- Para : $A = 0.50 A_0 = 0.50(18 \times 30) \text{ m}^2$

$$K_s = C_r (0.50 A_0) = 2700 \text{ ton/cm.}$$

- Para : $A = 0.60 A_0 = 0.60(18 \times 30) \text{ m}^2$

$$K_s = C_r (0.60 A_0) = 3240 \text{ ton/cm.}$$

- Para : $A = 0.70 A_0 = 0.70(18 \times 30) \text{ m}^2$

$$K_s = C_r (0.70 A_0) = 3780 \text{ ton/cm.}$$

- Para : $A = 0.80 A_0 = 0.80(18 \times 30) \text{ m}^2$

$$K_s = C_r (0.80 A_0) = 4320 \text{ ton/cm.}$$

- Para : $A = 0.90 A_0 = 0.90(18 \times 30) \text{ m}^2$

$$K_s = C_r (0.90 A_0) = 4860 \text{ ton/cm.}$$

- Para : $A = 1.00 A_0 = 1.00(18 \times 30) \text{ m}^2$

$$K_s = C_r (1.00 A_0) = 5400 \text{ ton/cm.}$$

Ahora, se va a tabular los valores de las masas y rigideces de cada piso, igualmente la masa de suelo, y rigideces de cimentación para los diferentes valores de A.

Con los valores de masa y rigides, se formarán las matrices respectivas.

MASAS Y RIGIDECES DE PISO

NIVEL	K (ton/cm)	n (tonseg ² /cm)
1	920	0.551
2	802	0.551
3	530	0.551
4	330	0.551

VALORES DE PARAMETROS PARA DESPLAZAMIENTO LATERAL
DE LA CIMENTACION

Δ (m ²)	n _s (tonseg ² /cm)	K _s (ton/cm)
0.10 Δ _o	0.022	540
0.20 Δ _o	0.034	1080
0.30 Δ _o	0.113	1620
0.40 Δ _o	0.175	2160
0.50 Δ _o	0.245	2700
0.60 Δ _o	0.321	3240
0.70 Δ _o	0.404	3780
0.80 Δ _o	0.494	4320
0.90 Δ _o	0.589	4860
1.00 Δ _o	0.691	5400

Matris de masa y Rigidez para cada caso :

- PARA : $\Delta = 0.10 \Delta_0$, se tiene :

$$m_s = 0.022 \text{ tonxseg}^2/\text{cm.}$$

$$K_s = 540 \text{ ton/cm.}$$

$$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 0.551 \text{ tonxseg}^2/\text{cm.}$$

$$K_1 = 920 \text{ ton/cm.} \quad K_2 = 808 \text{ ton/cm.}$$

$$K_3 = 530 \text{ to/cm.} \quad K_4 = 330 \text{ ton/cm.}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m_s & & & & \\ & m_1 & & & \\ & & m_2 & & \\ & & & m_3 & \\ & & & & m_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.022 & & & & \\ & 0.551 & & & \\ & & 0.551 & & \\ & & & 0.551 & \\ & & & & 0.551 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_s+K_1 & -K_1 & & & \\ -K_1 & K_1+K_2 & -K_2 & & \\ & -K_2 & K_2+K_3 & -K_3 & \\ & & -K_3 & K_3+K_4 & -K_4 \\ & & & -K_4 & K_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1460 & -920 & & & \\ -920 & 1728 & -808 & & \\ & -808 & 1338 & -530 & \\ & & -530 & 860 & -330 \\ & & & -330 & 330 \end{bmatrix}$$

Utilizando el programa de Jacobi, se determina el período fundamental de vibración del edificio para $\Delta = 0.10 \Delta_0$

$$T_D = 0.630 \text{ seg.}$$

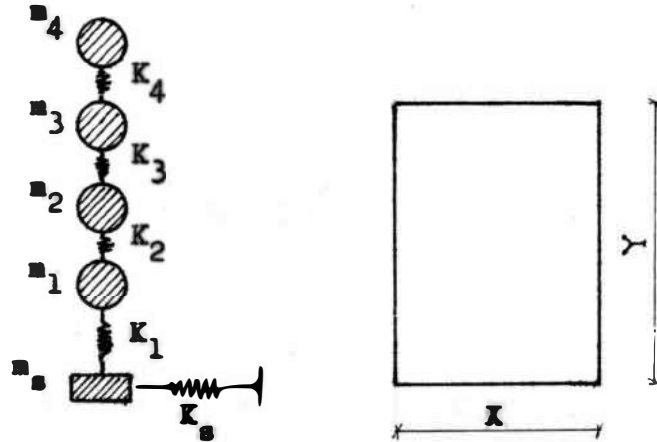
para los valores de $\Delta=0.20 \Delta_0$, $\Delta=0.30 \Delta_0$, , $\Delta=1.00 \Delta_0$ se formarán las respectivas matrices de masa y rigidez en forma similar al desarrollado. Para cada caso se obtendrá el valor de T_D respectivo, que

será comparado con el valor de T_F , estos resultados, se presentan tabulados en la siguiente tabla :

TAHLA N° 2 .- VALORES DEL PERIODO FUNDAMENTAL DE VIBRACION PARA EDIFICACIONES DE 4 PISOS

A (m^2)	T_F (seg)	T_D (seg)	T_D/T_F
0.10 A_0	0.504	0.630	1.25
0.20 A_0		0.569	1.13
0.30 A_0		0.547	1.09
0.40 A_0		0.537	1.07
0.50 A_0		0.530	1.06
0.60 A_0		0.526	1.05
0.70 A_0		0.523	1.04
0.80 A_0		0.520	1.03
0.90 A_0		0.519	1.02
1.00 A_0		0.517	1.01

**BII.- INFLUENCIA DE LA CAPACIDAD PORTANTE DEL TERRENO
EN EL PERIODO DE VIBRACION**



Cálculo de la masa efectiva del suelo (m_s)

$$m_s = \frac{0,2 \rho' \left(\sqrt{\frac{A}{\pi}} \right)^3}{g}$$

donde : A = área de la base de cimentación que se desplaza horizontalmente.

ρ' = peso específico del suelo.

de la parte explicativa se tenía que :

$$A = \frac{1.05 \times N \times A_c}{\sigma_s} = \frac{1.05 \times 4 \times A_c}{\sigma_s} = \frac{4.2 A_c}{\sigma_s}$$

luego :

$$A = \frac{4.2 A_c}{\sigma_s} \dots \dots (\alpha)$$

donde σ_s = capacidad portante del terreno

A_c = área de la base de la edificación = $X.Y \text{ m}^2$

de la formula (α), se puede observar que para suelos de diferente capacidad portante se van ha tener diversos valores de A ., este análisis, se ha hecho para 3 tipos de suelos con las siguientes

características:

SUELO	$\bar{\sigma}_s$ (kg/cm ²)	ρ' (ton/m ³)	C_u (kg/cm ³)
A	1	1.5	1
B	2	1.9	4
C	4	2.2	10

CONSIDERANDO LA CAPACIDAD PORTANTE DEL TERRENO IGUAL A ($\bar{\sigma}_s = 1\text{kg/cm}^2$)

de la ec.(α)
$$A = \frac{4.2}{\bar{\sigma}_s} A_0$$

donde :
$$\bar{\sigma}_s = 1\text{kg/cm}^2$$

$$A_0 = 18 \times 30\text{m}^2$$

luego :
$$A = 226\text{m}^2$$

Cálculo de la masa efectiva del suelo (m_s)

de :
$$m_s = \frac{0.2}{g} \rho' \left(\sqrt{\frac{A}{\pi}} \right)^3$$

donde :
$$\rho' = 1.5\text{ ton/m}^3$$

$$A = 226\text{m}^2$$

$$g = 980\text{ cm/seg}^2$$

reemplazando :
$$m_s = 0.186\text{ ton/seg}^2/\text{cm}$$

Cálculo de la rigidez de la cimentación (K_s)

$$K_s = C_{\tau} A$$

donde :

$$A = 226 \text{ m}^2$$

$$C_{\tau} = C_u/2 = 1/2 = 0.5 \text{ kg/cm}^3$$

reemplazando :

$$K_s = 1130 \text{ ton/cm}$$

CONSIDERANDO LA CAPACIDAD PORTANTE DEL TERRENO IGUAL A ($\bar{V}_s = 2\text{kg/cm}^2$)

de la ec. (a) :

$$A = \frac{4.2 A_0}{s}$$

donde :

$$\bar{V}_s = 2\text{kg/cm}^2$$

$$A_0 = 18 \times 30 \text{ m}^2$$

luego :

$$A = 114 \text{ m}^2$$

Cálculo de la masa efectiva del suelo (m_s)

de :

$$m_s = \frac{0.2}{g} \rho' \left(\sqrt{\frac{A}{\pi}} \right)^3$$

donde :

$$\rho' = 1.9 \text{ ton/m}^3$$

$$A = 114 \text{ m}^2$$

$$g = 980 \text{ cm/seg}^2$$

reemplazando :

$$m_s = 0.090 \text{ tonxseg}^2/\text{cm}$$

Cálculo de la rigidez de la cimentación (K_s)

$$K_s = C_\tau \Delta$$

donde :

$$\Delta = 114 \text{ m}^2$$

$$C_\tau = C_u/2 = 4/2 = 2 \text{ kg/cm}^3$$

reemplazando :

$$K_s = 2280 \text{ ton/cm}$$

CONSIDERANDO LA CAPACIDAD PORTANTE DEL TERRENO IGUAL A ($\sigma_s = 4 \text{ kg/cm}^2$)

de la ec. (α) :

$$\Delta = \frac{4.2 \Delta_0}{\sigma_s}$$

donde :

$$\sigma_s = 4 \text{ kg/cm}^2$$

$$\Delta_0 = 18 \times 30 \text{ m}^2$$

luego :

$$\Delta = 58 \text{ m}^2$$

Cálculo de la masa efectiva del suelo (m_s)

de :

$$m_s = \frac{0.2 \rho'}{g} \left(\sqrt{\frac{\Delta}{\pi}} \right)^3$$

donde :

$$\rho' = 2.2 \text{ ton/m}^3$$

$$\Delta = 58 \text{ m}^2$$

$$g = 980 \text{ cm/seg}^2$$

reemplazando :

$$m_s = 0.040 \text{ tonxseg}^2/\text{cm}$$

Cálculo de la rigidez de la cimentación (K_s)

$$K_s = C_\tau A$$

donde :

$$A = 58 \text{ m}^2$$

$$C_\tau = C_u/2 = 10/2 = 5 \text{ kg/cm}^3$$

reemplazando :

$$K_s = 2900 \text{ ton/cm}$$

Tabulamos los valores de masa y rigidez de piso, igualmente, los valores de masa efectiva de suelo (m_s) y rigidez de cimentación (K_s)

MASAS Y RIGIDECES DE PISO

NIVEL	K (ton/cm)	m (tonxseg ² /cm)
1	920	0.551
2	802	0.551
3	530	0.551
4	330	0.551

VALORES DE PARAMETROS PARA DESPLAZAMIENTO LATERAL DE LA CIMENTACION EN TERRENOS DE DIFERENTE CAPACIDAD PORTANTE

τ_s (kg/cm ²)	A (m ²)	m_s (tonxseg ² /cm)	K_s (ton/cm)
1	226	0.186	1130
2	114	0.090	2280
4	58	0.040	2900

CONSIDERANDO LA CAPACIDAD PORTANTE DEL TERRENO IGUAL A ($\bar{V}_s = 2 \text{ kg/cm}^2$)

$$m_s = 0.090 \text{ tonxseg}^2/\text{cm.}$$

$$K_s = 2280 \text{ ton/cm.}$$

$$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 0.551 \text{ tonxseg}^2/\text{cm.}$$

$$K_1 = 920 \text{ ton/cm.} \quad K_2 = 808 \text{ ton/cm.}$$

$$K_3 = 530 \text{ ton/cm.} \quad K_4 = 303 \text{ ton/cm.}$$

$$M = \begin{bmatrix} m_s & & & & \\ & m_1 & & & \\ & & m_2 & & \\ & & & m_3 & \\ & & & & m_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.090 & & & & \\ & 0.551 & & & \\ & & 0.551 & & \\ & & & 0.551 & \\ & & & & 0.551 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} K_s + K_1 & -K_1 & & & \\ -K_1 & K_1 + K_2 & -K_2 & & \\ & -K_2 & K_2 + K_3 & -K_3 & \\ & & -K_3 & K_3 + K_4 & -K_4 \\ & & & -K_4 & K_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3200 & -920 & & & \\ -920 & 1728 & -808 & & \\ & -808 & 1338 & -530 & \\ & & -530 & 860 & -330 \\ & & & -330 & 330 \end{bmatrix}$$

Utilizando el programa de Jacobi, se determina el periodo fundamental de vibración del edificio:

$$T_D = 0.535 \text{ seg.}$$

el cual, será comparado con el periodo de vibración, considerando la base de cimentación fija T_F , y se determina el porcentaje de incremento T_D/T_F

FUERZA CORTANTE EN LA BASE

$$H = I \frac{SC}{R_D} P$$

donde :

$$I = 1.0$$

$$S = 1.0$$

$$R_D = 6.0$$

$$P = 1 \text{ ton/m}^2 (18 \times 30) \text{m}^2 \times 4 = 2160 \text{ ton.}$$

$$C = \frac{0.8}{0.6(T/T_s)+1} \quad T = 0.535 \text{ seg.}$$

$$T_s = 0.5 \text{ seg.}$$

$$C = 0.487$$

reemplazando se tiene :

$$H_D = 175.5 \text{ ton.}$$

para $T_p = 0.535 \text{ seg.}$

$$T_s = 0.5 \text{ seg.}$$

reemplazando se tiene :

$$H_p = 179.5 \text{ ton}$$

CONSIDERANDO LA CAPACIDAD PORTANTE DE TERRENO IGUAL A ($\bar{\sigma}_z = 4 \text{ kg/cm}^2$)

$$m_s = 0.040 \text{ tonseg}^2/\text{cm.}$$

$$K = 2900 \text{ ton/cm.}$$

$$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 0.551 \text{ tonseg}^2/\text{cm.}$$

$$K_1 = 920 \text{ ton/cm.} \quad K_2 = 808 \text{ ton/cm.}$$

$$K_3 = 530 \text{ ton/cm.} \quad K_4 = 330 \text{ ton/cm.}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m_s & & & & \\ & m_1 & & & \\ & & m_2 & & \\ & & & m_3 & \\ & & & & m_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.040 & & & & \\ & 0.551 & & & \\ & & 0.551 & & \\ & & & 0.551 & \\ & & & & 0.551 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_s + K_1 & -K_1 & & & \\ -K_1 & K_1 + K_2 & -K_2 & & \\ & -K_2 & K_2 + K_3 & -K_3 & \\ & & -K_3 & K_3 + K_4 & -K_4 \\ & & & -K_4 & K_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3820 & -920 & & & \\ -920 & 1728 & -808 & & \\ & -808 & 1338 & -530 & \\ & & -530 & 860 & -330 \\ & & & -330 & 330 \end{bmatrix}$$

Utilizando el programa de Jacobi, se determina el periodo fundamental de vibración del edificio :

$$T_D = 0.529 \text{ seg.}$$

el cual, será comparado con el periodo de vibración, considerando la base de cimentación fija T_F , y se determina el porcentaje de incremento T_D/T_F

FUERZA CORTANTE EN LA BASE

$$H = I \frac{SC}{R_D} P$$

donde :

$$I = 1.0$$

$$S = 1.0$$

$$R_D = 6.0$$

$$P = 1 \text{ ton/m}^2 (18 \times 30) \text{m}^2 \times 4 = 2160 \text{ ton.}$$

$$C = \frac{0.8}{0.6(T/T_s)+1}$$

$$T_D = 0.528 \text{ seg.}$$

$$T_s = 0.2 \text{ seg.}$$

$$C = 0.309$$

reemplazando se tiene:

$$H_D = 111.5 \text{ ton.}$$

para $T_F = 0.504 \text{ seg.}$

$$T_s = 0.2 \text{ seg.}$$

reemplazando se tiene:

$$H_F = 114.7 \text{ ton.}$$

**TABLA N° 8 .- VALORES DEL PERIODO FUNDAMENTAL DE VIBRACION
EN TERRENOS CON DIFERENTE CAPACIDAD PORTANTE
- EDIFICACIONES DE 4 PISOS -**

$\bar{\gamma}_s$ (kg/cm ²)	A (m ²)	T _D (seg)	T _F (seg)	T _D /T _F
1	226	0.567		1.13
2	114	0.535	0.504	1.07
4	58	0.528		1.05

TABLA N° 9 .- VALORES DE FUERZA CORTANTE EN LA BASE

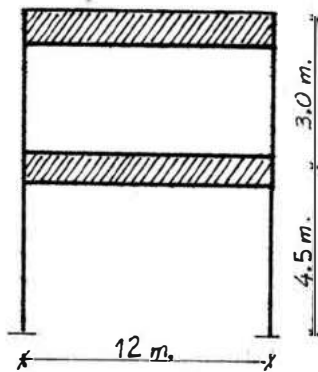
$\bar{\gamma}_s$ (kg/cm ²)	H _D (ton)	H _F (ton)
1	202.1	208.9
2	175.5	179.5
4	111.5	114.7

N O M E N C L A T U R A

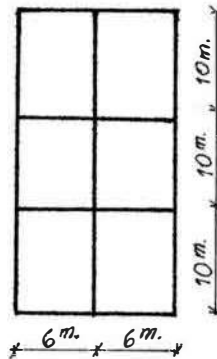
- m = masa de piso.
- K = rigidez de piso.
- m_s = masa efectiva del suelo.
- K_s = rigidez de la cimentación.
- A = área de la base de cimentación, que se desplaza horizontalmente.
- T_F = período fundamental de vibración, considerando la base de cimentación fija.
- T_D = período fundamental de vibración, considerando desplazamiento horizontal de la base de cimentación.
- \bar{V}_s = capacidad portante del terreno.
- H_D = fuerza cortante en la base, considerando desplazamiento horizontal de la base de cimentación.
- H_F = fuerza cortante en la base, considerando la base de cimentación fija.

6.4 CASO BI.- INFLUENCIA DEL AREA DE CIMENTACION EN EL
PERIODO DE VIBRACION CONSIDERANDO EL EFECTO DEL DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL DE LA
BASE DE CIMENTACION.

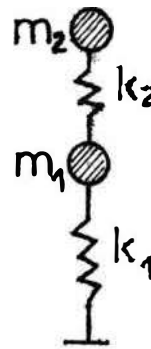
EDIFICIO DE 2 PISOS



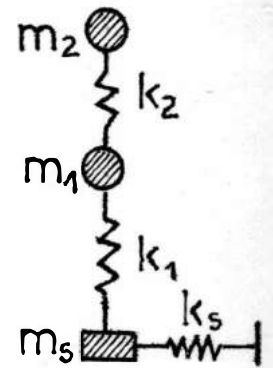
ELEVACION



PLANTA



MODELO 1



MODELO 2

MODELO DINAMICO 1: Análisis considerando la base de cimentación fija.

MODELO DINAMICO 2: Análisis considerando el efecto del desplazamiento horizontal de la base de cimentación.

MASAS Y RIGIDECES DE PISO

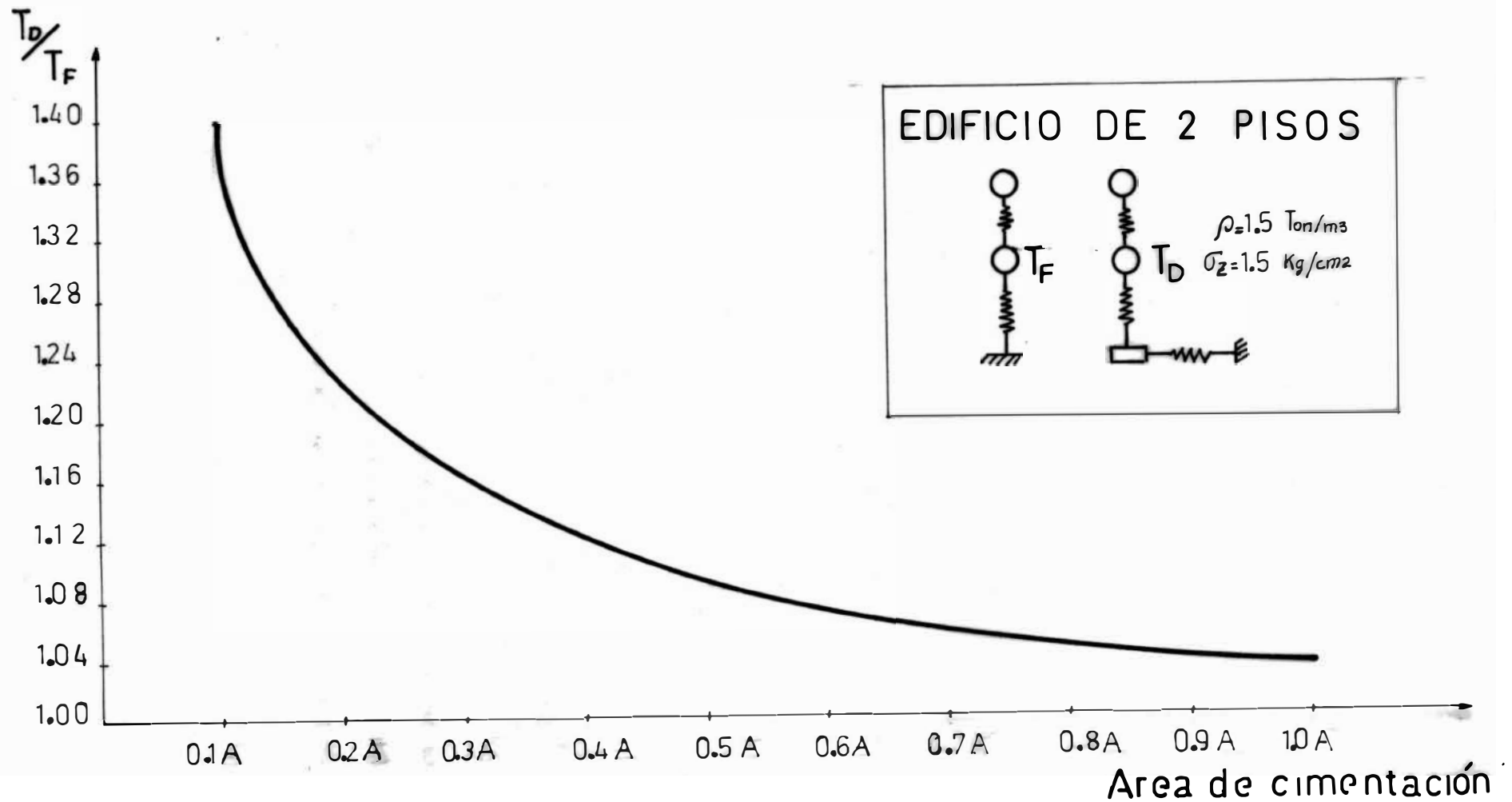
NIVEL	K (ton/cm)	m (tonseg²/cm)
1	513	0.367
2	398	0.367

**VALORES DE PARAMETROS PARA DESPLAZAMIENTO LATERAL
DE LA CIMENTACION**

A (m²)	m_s (tonseg²/cm)	K_s (ton/cm)
0.10 A _o	0.012	360
0.20 A _o	0.034	720
0.30 A _o	0.062	1080
0.40 A _o	0.095	1440
0.50 A _o	0.134	1800
0.60 A _o	0.175	2160
0.70 A _o	0.220	2520
0.80 A _o	0.270	2880
0.90 A _o	0.321	3240
1.00 A _o	0.380	3600

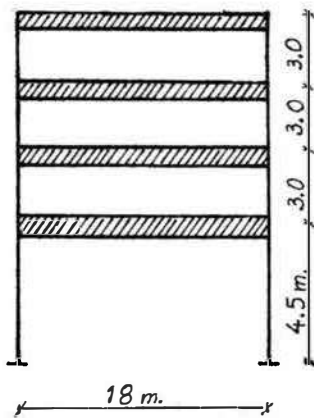
**TABLA N°1.- VALORES DEL PERIODO FUNDAMENTAL DE VIBRACION
PARA EDIFICACIONES DE 2 PISOS**

A (m^2)	T_F (seg)	T_D (seg)	T_D/T_F
0.10 A_c	0.283	0.397	1.40
0.20 A_c		0.345	1.22
0.30 A_c		0.328	1.15
0.40 A_c		0.315	1.11
0.50 A_c		0.309	1.09
0.60 A_c		0.305	1.08
0.70 A_c		0.302	1.07
0.80 A_c		0.299	1.06
0.90 A_c		0.297	1.05
1.00 A_c		0.296	1.04

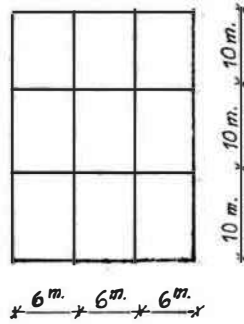


INFLUENCIA DEL AREA DE CIMENTACION EN EL PERIODO DE VIBRACION

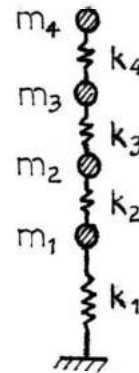
EDIFICIO DE 4 PISOS



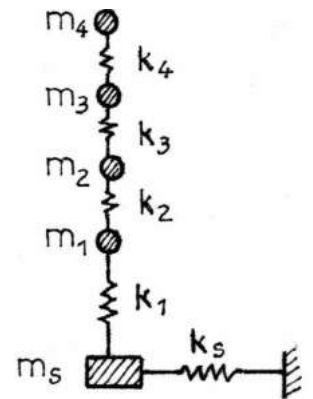
ELEVACION



PLANTA



MODELO 1



MODELO 2

MODELO DINAMICO 1 : Análisis, considerando la base de cimentación fija.

MODELO DINAMICO 2 : Análisis, considerando el efecto del desplazamiento horizontal de la base de cimentación.

MASAS Y RIGIDECES DE PISO

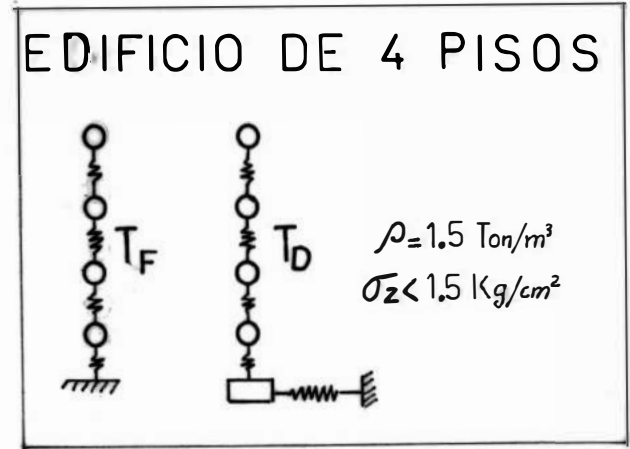
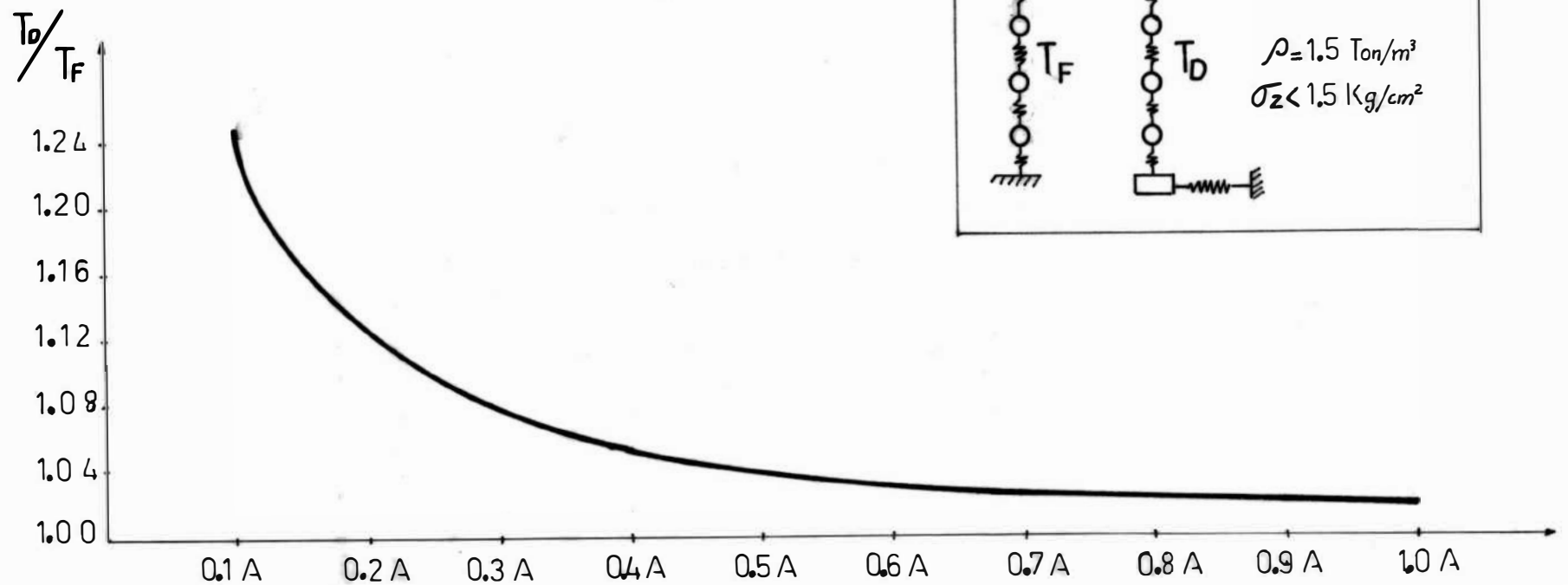
NIVEL	K (ton/cm)	m² (tonxseg²/cm)
1	920	0.551
2	802	0.551
3	530	0.551
4	330	0.551

**VALORES DE PARAMETROS PARA DESPLAZAMIENTO LATERAL
DE LA CIMENTACION**

A (m²)	m_s² (tonxseg²/cm)	K_s (ton/cm)
0.10 A _o	0.022	540
0.20 A _o	0.034	1080
0.30 A _o	0.113	1620
0.40 A _o	0.175	2160
0.50 A _o	0.245	2700
0.60 A _o	0.321	3240
0.70 A _o	0.404	3780
0.80 A _o	0.494	4320
0.90 A _o	0.589	4860
1.00 A _o	0.691	5400

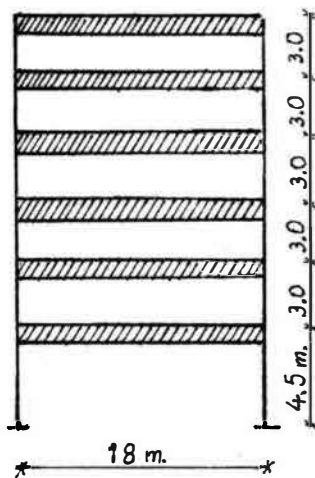
**TABLA N° 2 .- VALORES DEL PERIODO FUNDAMENTAL DE VIBRACION
PARA EDIFICACIONES DE 4 PISOS**

Δ (m ²)	T_F (seg)	T_D (seg)	T_D/T_F
0.10 Δ_c	0.504	0.630	1.25
0.20 Δ_c		0.569	1.13
0.30 Δ_c		0.547	1.09
0.40 Δ_c		0.537	1.07
0.50 Δ_c		0.530	1.06
0.60 Δ_c		0.526	1.05
0.70 Δ_c		0.523	1.04
0.80 Δ_c		0.520	1.03
0.90 Δ_c		0.519	1.02
1.00 Δ_c		0.517	1.01

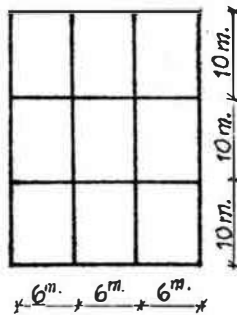


INFLUENCIA DEL AREA DE CIMENTACION EN EL PERIODO DE VIBRACION

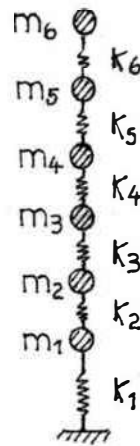
EDIFICIO DE 6 PISOS



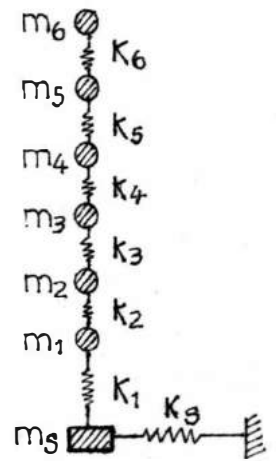
ELEVACION



PLANTA



MODELO 1



MODELO 2

MODELO DINAMICO 1 : Análisis considerando la base de cimentación fija.

MODELO DINAMICO 2 : Análisis considerando el efecto del desplazamiento horizontal de la base de cimentación.

MASAS Y RIGIDECES DE PISO

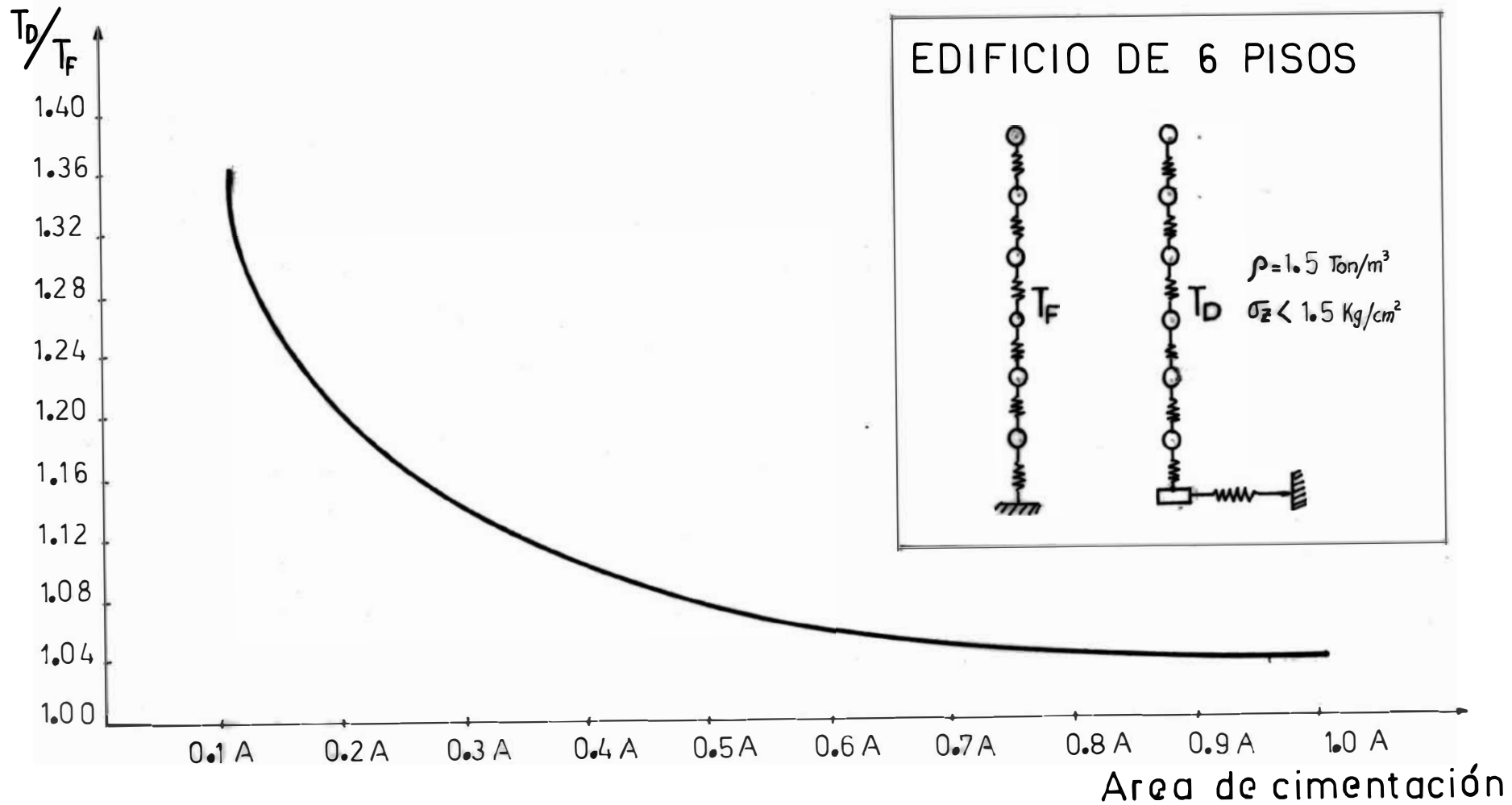
NIVEL	K (ton/cm)	m (tonseg ² /cm)
1	1998	0.551
2	1674	0.551
3	1674	0.551
4	1182	0.551
5	807	0.551
6	530	0.551

VALORES DE PARAMETROS PARA DESPLAZAMIENTO LATERAL
DE LA CIMENTACION

A (m ²)	m _s (tonseg ² /cm)	K _s (ton/cm)
0.10 A _o	0.022	540
0.20 A _o	0.034	1080
0.30 A _o	0.113	1620
0.40 A _o	0.175	2160
0.50 A _o	0.245	2700
0.60 A _o	0.321	3240
0.70 A _o	0.404	3780
0.80 A _o	0.494	4320
0.90 A _o	0.589	4860
1.00 A _o	0.691	5400

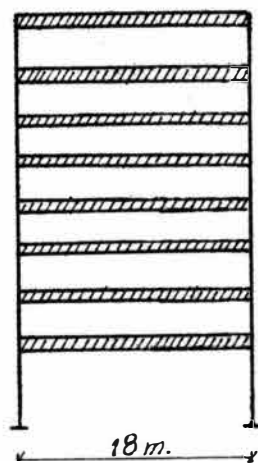
**TABLA N° 3.- VALORES DEL PERIODO FUNDAMENTAL DE VIBRACION
PARA EDIFICACIONES DE 6 PISOS**

A (m ²)	T_F (seg)	T_D (seg)	T_D/T_F
0.10 A _o	0.503	0.686	1.36
0.20 A _o		0.598	1.19
0.30 A _o		0.567	1.13
0.40 A _o		0.552	1.10
0.50 A _o		0.542	1.08
0.60 A _o		0.536	1.07
0.70 A _o		0.532	1.06
0.80 A _o		0.528	1.05
0.90 A _o		0.525	1.04
1.00 A _o		0.523	1.03

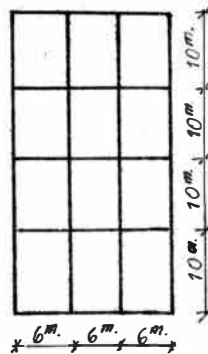


INFLUENCIA DEL AREA DE CIMENTACION EN EL PERIODO DE VIBRACION

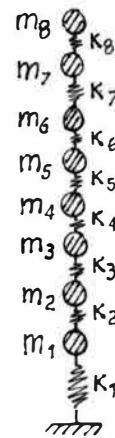
EDIFICIO DE 8 PISOS



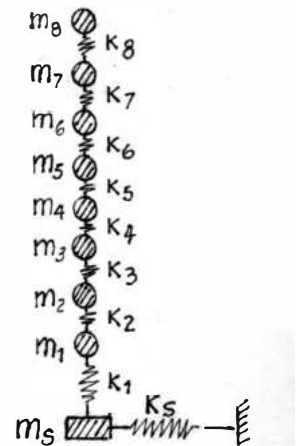
ELEVACION



PLANTA



MODELO 1



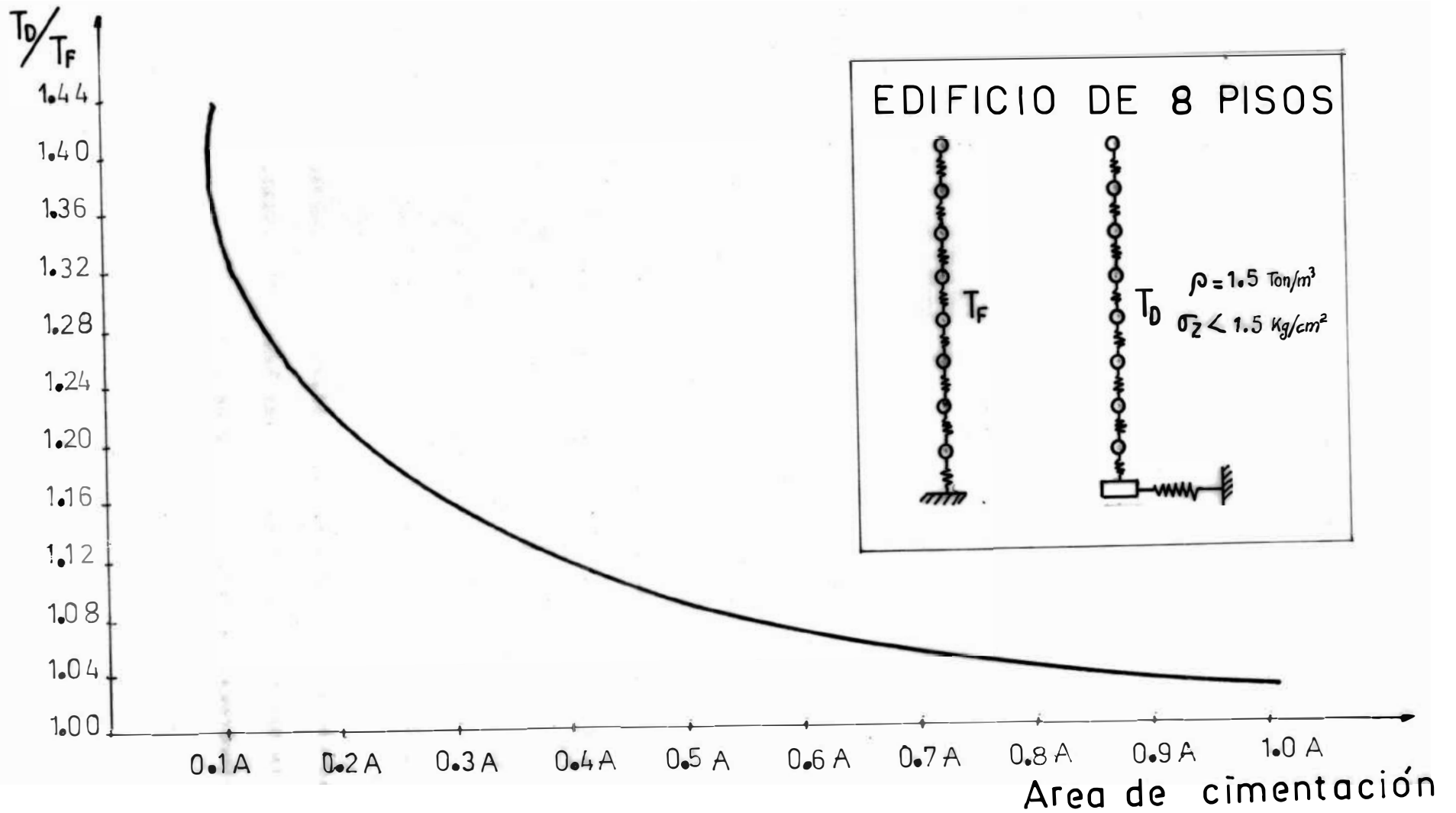
MODELO 2

MODELO DINAMICO 1 : Análisis considerando la base de cimentación fija.

MODELO DINAMICO 2 : Análisis considerando el efecto del desplazamiento horizontal de la base de cimentación.

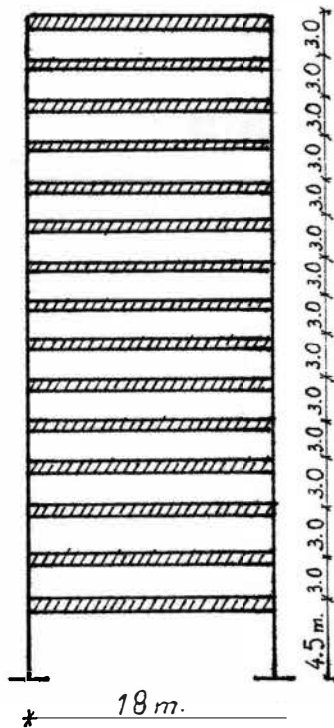
**TABLA N° 4.- VALORES DEL PERIODO FUNDAMENTAL DE VIBRACION
PARA EDIFICACIONES DE 8 PISOS**

Δ (m ²)	T_F (seg)	T_D (seg)	T_D/T_F
0.10 Δ_0		0.750	1.44
0.30 Δ_0		0.602	1.16
0.50 Δ_0	0.520	0.569	1.09
0.70 Δ_0		0.556	1.07
0.90 Δ_0		0.522	1.03

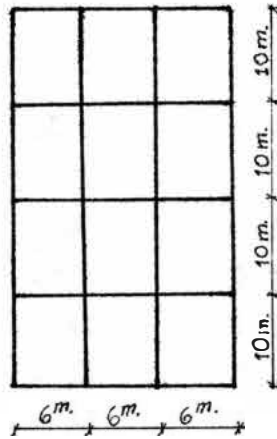


INFLUENCIA DEL AREA DE CIMENTACION EN EL PERIODO DE VIBRACION

EDIFICIO DE 15 PISOS



ELEVACION



PLANTA



MODELO 1



MODELO 2

MODELO DINAMICO 1 : Análisis considerando la base de cimentación fija.

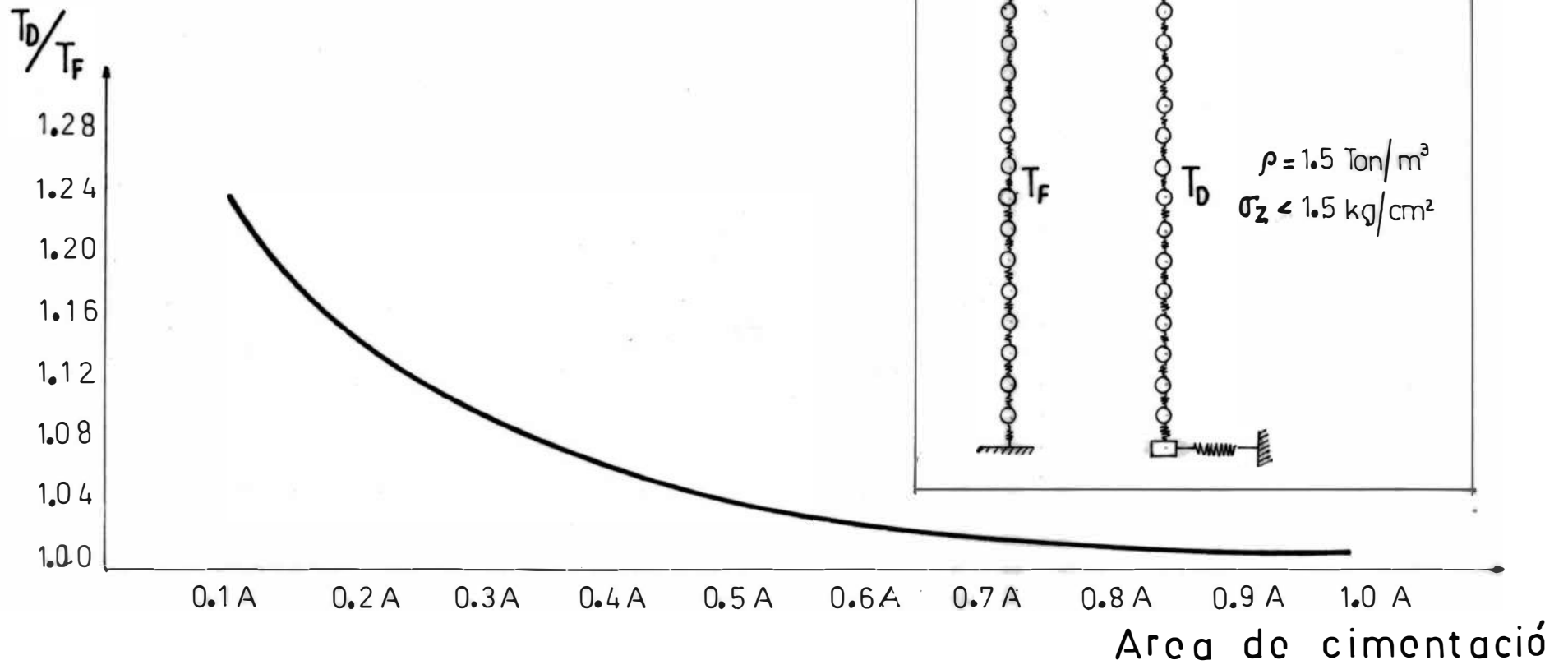
MODELO DINAMICO 2 : Análisis considerando el efecto del desplazamiento horizontal de la base de cimentación.

MASAS Y RIGIDECES DE PISO

NIVEL	K (ton/cm)	m (tonxseg²/cm)
1	3897	0.735
2	3877	0.735
3	3877	0.735
4	3877	0.735
5	3877	0.735
6	3877	0.735
7	2882	0.735
8	2882	0.735
9	2092	0.735
10	2092	0.735
11	2092	0.735
12	1477	0.735
13	1009	0.735
14	662	0.735
15	413	0.735

**TABLA N° 5.- VALORES DEL PERIODO FUNDAMENTAL DE VIBRACION
PARA EDIFICACIONES DE 15 PISOS**

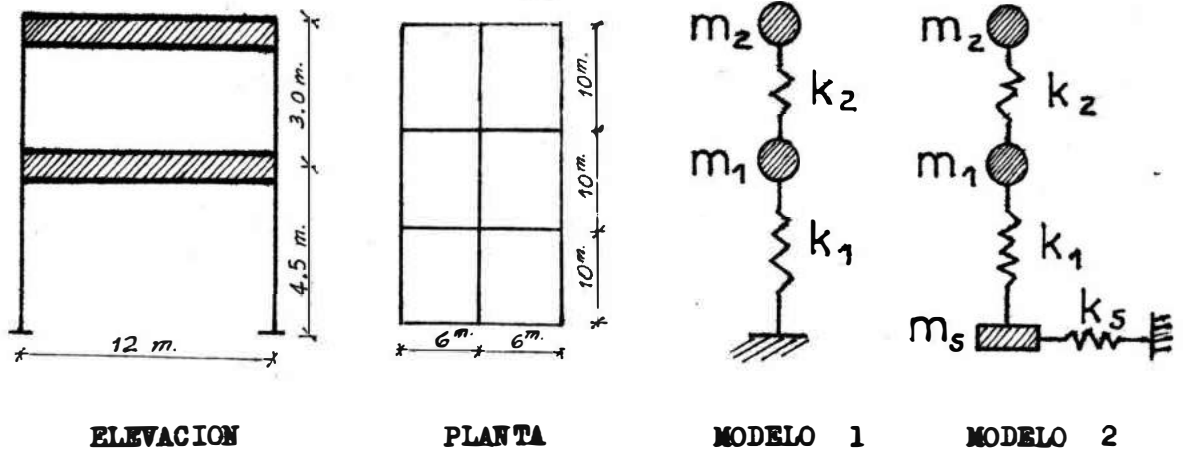
A (m^2)	T_F (seg)	T_D (seg)	T_D/T_F
0.10 A_0		1.205	1.24
0.30 A_0		1.049	1.08
0.50 A_0	0.970	1.009	1.04
0.70 A_0		0.999	1.03
0.90 A_0		0.993	1.02



INFLUENCIA DEL AREA DE CIMENTACION EN EL PERIODO DE VIBRACION

**6.5 CASO BII.- INFLUENCIA DE LA CAPACIDAD PORTANTE EN
EL PERIODO DE VIBRACION CONSIDERANDO EL
DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL DE LA BASE DE
CIMENTACION.**

EDIFICIO DE 2 PISOS



MODELO DINAMICO 1: Análisis considerando la base de cimentación fija.

MODELO DINAMICO 2: Análisis considerando el efecto del desplazamiento horizontal de la base de cimentación.

MASAS Y RIGIDECES DE PISO

NIVEL	K (ton/cm)	m (tonxseg ² /cm)
1	513	0.367
2	398	0.367

VALORES DE PARAMETROS PARA DESPLAZAMIENTO LATERAL DE LA CIMENTACION EN TERRENOS DE DIFERENTE CAPACIDAD PORTANTE

\bar{r}_s (kg/cm ²)	A (m ²)	m_s (tonxseg ² /cm)	K_s (ton/cm)
1	75	0.036	375
2	40	0.017	800
4	21	0.008	1050

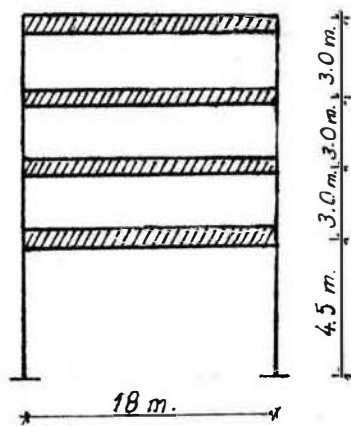
**TABLA N°6.- VALORES DEL PERIODO FUNDAMENTAL DE VIBRACION
EN TERRENOS CON DIFERENTE CAPACIDAD PORTANTE
- EDIFICACIONES DE 2 PISOS -**

σ_s (kg/cm ²)	A (m ²)	T _D (seg)	T _F (seg)	T _D /T _F
1	75	0.395		1.40
2	40	0.339	0.283	1.20
4	21	0.326		1.15

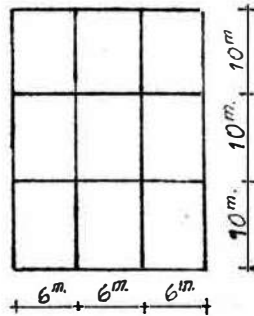
TABLA N°7.- VALORES DE FUERZA CORTANTE EN LA BASE

σ_s (kg/cm ²)	H _D (ton)	H _F (ton)
1	74.07	79.20
2	68.28	71.64
4	48.56	51.95

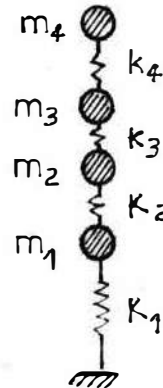
EDIFICIO DE 4 PISOS



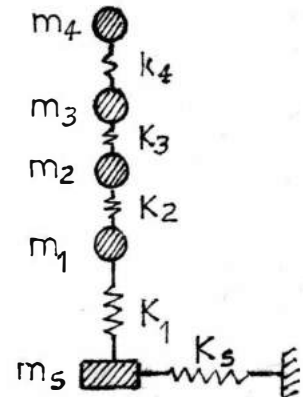
ELEVACION



PLANTA



MODELO 1



MODELO 2

MODELO DINAMICO 1: Análisis, considerando la base de cimentación fija.

MODELO DINAMICO 2: Análisis, considerando el efecto del desplazamiento horizontal de la base de cimentación.

MASAS Y RIGIDECES DE PISO

NIVEL	K (ton/cm)	m (tonseg ² /cm)
1	920	0.551
2	802	0.551
3	530	0.551
4	330	0.551

VALORES DE PARAMETROS PARA DESPLAZAMIENTO LATERAL DE LA CIMENTACION EN TERRENOS DE DIFERENTE CAPACIDAD PORTANTE

$\bar{\sigma}_z$ (kg/cm ²)	A (m ²)	m _s (tonseg ² /cm)	K _s (ton/cm)
1	226	0.186	1130
2	114	0.090	2280
4	58	0.040	2900

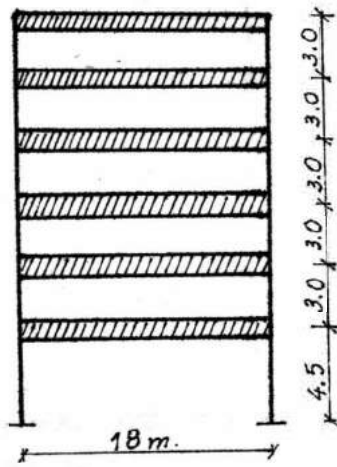
**TABLA N°8.- VALORES DEL PERIODO FUNDAMENTAL DE VIBRACION
EN TERRENOS CON DIFERENTE CAPACIDAD PORTANTE
- EDIFICACIONES DE 4 PISOS -**

$\bar{\sigma}_s$ (kg/cm ²)	Δ (m ²)	T_D (seg)	T_F (seg)	T_D/T_F
1	226	0.567		1.13
2	114	0.535	0.504	1.07
4	58	0.528		1.05

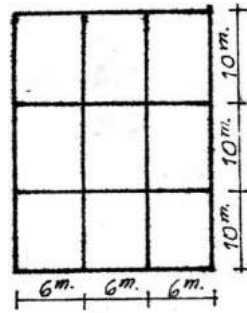
TABLA N°9.- VALORES DE FUERZA CORTANTE EN LA BASE

$\bar{\sigma}_s$ (kg/cm ²)	H_D (ton)	H_F (ton)
1	202.1	208.9
2	175.5	179.5
4	111.5	114.7

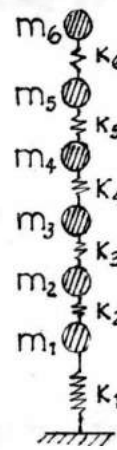
EDIFICIO DE 6 PISOS



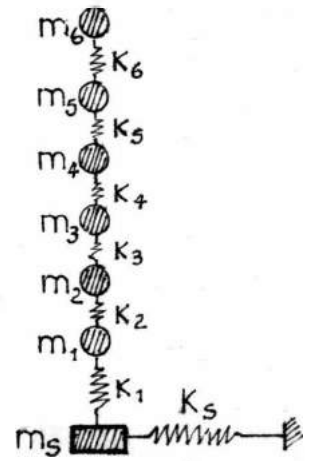
ELEVACION



PLANTA



MODELO 1



MODELO 2

MODELO DINAMICO 1 : Análisis considerando la base de cimentación fija.

MODELO DINAMICO 2 : Análisis considerando el efecto del desplazamiento horizontal de la base de cimentación.

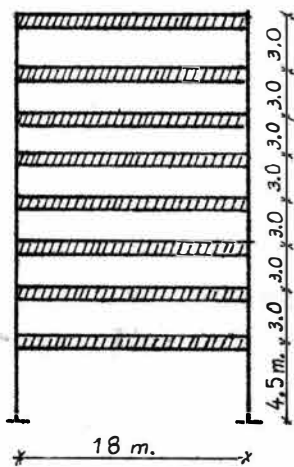
MASAS Y RIGIDECES DE PISO

NIVEL	K (ton/cm)	n (tonxseg²/cm)
1	1998	0.551
2	1674	0.551
3	1674	0.551
4	1182	0.551
5	807	0.551
6	530	0.551

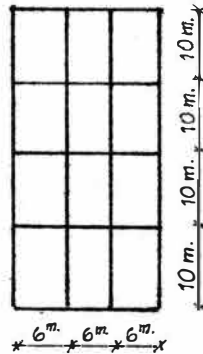
VALORES DE PARAMETROS PARA DESPLAZAMIENTO LATERAL DE LA CIMENTACION EN TERRENOS DE DIFERENTE CAPACIDAD PORTANTE

$\bar{\sigma}_z$ (kg/cm²)	A (m²)	n_s (tonxseg²/cm)	K_s (ton/cm)
1	340	0.345	1700
2	171	0.160	3420
4	86	0.065	4300

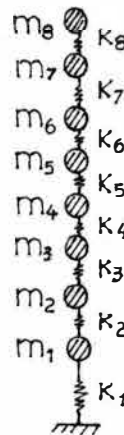
EDIFICIO DE 8 PISOS



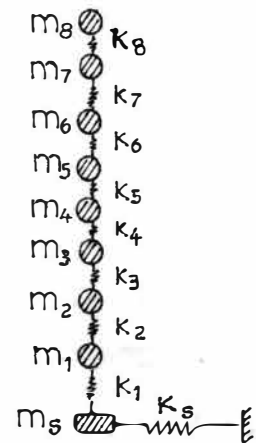
ELEVACION



PLANTA



MODELO 1



MODELO 2

MODELO DINAMICO 1 : Análisis considerando la base de cimentación fija.

MODELO DINAMICO 2 : Análisis considerando el efecto del desplazamiento horizontal de la base de cimentación

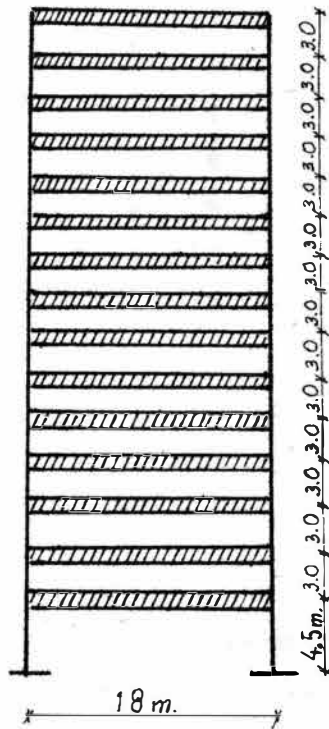
**TABLA N°12.- VALORES DEL PERIODO FUNDAMENTAL DE VIBRACION
EN TERRENOS CON DIFERENTE CAPACIDAD PORTANTE
- EDIFICACIONES DE 8 PISOS -**

σ_s (kg/cm ²)	A (m ²)	T _D (seg)	T _F (seg)	T _D T _F
1	604	0.580		1.11
2	303	0.549	0.520	1.05
4	153	0.543		1.04

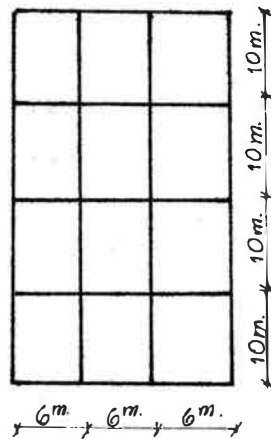
TABLA N°13.- VALORES DE FUERZA CORTANTE EN LA BASE

σ_s (kg/cm ²)	H _D (tón)	H _F (tón)
1	535.2	552.5
2	462.7	472.9
4	292.2	300.0

EDIFICIO DE 15 PISOS



ELEVACION



PLANTA



MODELO 1



MODELO 2

MODELO DINAMICO 1 : Análisis considerando la base de cimentación fija.

MODELO DINAMICO 2 : Análisis considerando el efecto del desplazamiento horizontal de la base de cimentación.

MASAS Y RIGIDECES DE PISO

NIVEL	K (ton/cm)	m (tonseg ² /cm)
1	3897	0.735
2	3877	0.735
3	3877	0.735
4	3877	0.735
5	3877	0.735
6	3877	0.735
7	2882	0.735
8	2882	0.735
9	2092	0.735
10	2092	0.735
11	2092	0.735
12	1477	0.735
13	1009	0.735
14	662	0.735
15	413	0.735

VALORES DE PARAMETROS PARA DESPLAZAMIENTO LATERAL DE LA CIMENTACION EN TERRENOS DE DIFERENTE CAPACIDAD PORTANTE

$\bar{\sigma}_s$ (kg/cm ²)	A (m ²)	m _s (tonseg ² /cm)	K _s (ton/cm)
1	1134	1.90	5670
2	567	0.96	11340
4	290	0.40	14500

**TABLA N° 14.- VALORES DEL PERIODO FUNDAMENTAL DE VIBRACION
EN TERRENOS CON DIFERENTE CAPACIDAD PORTANTE
- EDIFICACIONES DE 15 PISOS -**

$\bar{\sigma}_s$ (kg/cm ²)	A (m ²)	T _D (seg)	T _F (seg)	T _D /T _F
1	1134	1.000		1.03
2	567	0.985	0.970	1.02
4	290	0.982		1.01

TABLA N° 15.- VALORES DE FUERZA CORTANTE EN LA BASE

$\bar{\sigma}_s$ (kg/cm ²)	H _D (ton)	H _F (ton)
1	822.9	832.4
2	659.9	665.4
4	365.0	368.3

C A P I T U L O V I I

C O N C L U S I O N E S

En estas edificaciones flexibles, cuando se considera el efecto del desplazamiento horizontal en la base de cimentación, se verifica que el período de vibración es algo mayor, que en el caso de considerar la base de cimentación fija.

La influencia del área de cimentación en el período de vibración reflejada en la tabla N°1, tabla N°2, tabla N°3, tabla N°4, tabla N°5, nos permite concluir que al ir aumentando el área de cimentación en el caso de considerar desplazamiento horizontal en la cimentación, sus respectivos períodos de vibración disminuyen y tienden a ser iguales al período de vibración para el caso de considerar la base de cimentación fija.

Se aprecia una variación parabólica en los gráficos: INFLUENCIA DEL AREA DE CIMENTACION EN EL PERIODO DE VIBRACION.

La influencia aparente de la capacidad portante del terreno en el período de vibración representados en la tabla N°6, tabla N°8, tabla N°10, tabla N°12, tabla N°14; cuyos valores muestran que para estos edificios a medida que se aumenta la capacidad portante del terreno el período de vibración va ha ir disminuyendo y tiende a igualarse, al período de vibración para el caso de base de cimentación fija. En estas mismas tablas se pueden observar que el porcentaje de incremento del período de vibración (T_D/T_F), es apreciable en edificaciones bajas, y es mínima en edificaciones altas; esto se puede apreciar en forma más objetiva en el gráfico: INFLUENCIA DE LA CAPACIDAD PORTANTE DEL TERRENO EN EL PERIODO DE VIBRACION.

En conclusión, se ha presentado la influencia en el período fundamental de la estructura, al considerar dentro del análisis dinámico el EFECTO DEL DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL DE LA BASE DE CIMENTACION.

BIBLIOGRAFIA

LIBROS Y COPIAS

- 1.- **VIBRATION IN CIVIL ENGINEERING**
PROCEEDINGS OF A SYMPOSIUM ORGANIZED BY THE
BRITISH NATIONAL OF THE INTERNATIONAL SOCIETY
FOR EARTHQUAKE ENGINEERING.
- 2.- **DYNAMICS OF BASES AND FOUNDATIONS**
BARKAN D.D.
- 3.- **EQUATIONS INCLUDING THE SWAY TERM** .- COPIAS
- 4.- **ESTRUCTURAS ANTISISMICAS**
GABRIEL ESTRADA URIBE
- 5.- **DYNAMICS OF STRUCTURES**
MOSHE F. RUBINSTEIN
WALTER C. HURTY