

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA  
FACULTAD DE CIENCIAS  
ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA



Tesis para optar el Título Profesional  
de LICENCIATURA EN FÍSICA

TITULADA:

*SIMULACIÓN DE EXPERIMENTOS SOBRE DISTRIBUCIONES  
DE MASAS Y ENERGÍAS CINÉTICAS DE LOS FRAGMENTOS DE  
LA FISIÓN DEL  $^{236}\text{U}$  POR INDUCCIÓN DE NEUTRONES  
TÉRMICOS*

PRESENTADA POR:

Erich Arturo Saettone Olschewski

LIMA - PERÚ

1998

## ÍNDICE

	Página
INTRODUCCION	1
Capítulo 1: DESCRIPCIÓN TEÓRICA Y EXPERIMENTAL DE LA FISIÓN NUCLEAR DEL $^{235}\text{U}$ INDUCIDA POR NEUTRONES TÉRMICOS	
1.1.- Introducción	4
1.2.- El fenómeno de la fisión nuclear	5
1.2.1.- 1° Fase: Formación del estado inicial	7
1.2.2.- 2° Fase: Desde la formación del estado inicial hasta la escisión	7
1.2.3.- 3° Fase: Desde la escisión hasta la formación de productos de fisión	10
1.2.4.- 4° Fase: Desexcitación de los productos de fisión	12
1.3.- Distribución de masas de fragmentos de fisión	12
1.4.- Distribución de energía cinética	14
1.4.1.- Energía cinética total	14
1.4.2.- Procedimiento experimental para calcular $E_{kt}$ y $\sigma_{E_{kt}}$	16
1.4.3.- Energía cinética total promedio	18
1.4.4.- Desviación estándar de la distribución de energía cinética total	19
1.4.5.- Emisión de neutrones pronto	19
1.4.6.- Energía cinética de los fragmentos de fisión	21

1.4.7.- <i>Desviación estándar de la energía cinética por fragmento</i>	24
1.4.8.- <i>Interpretación de <math>\sigma_{E_{k,t}}</math></i>	25
<b>Capítulo 2: SIMULACIÓN DEL FENÓMENO</b>	
2.1.- El método de Monte Carlo	28
2.1.1.- <i>Introducción</i>	28
2.1.2.- <i>Principio teórico del método de Monte Carlo</i>	29
i) <i>Trayectorias</i>	29
ii) <i>La trayectoria en el método de Monte Carlo</i>	30
iii) <i>Limitaciones del método de Monte Carlo</i>	32
2.1.3.- <i>Procedimiento de Monte Carlo en el programa de simulación</i>	33
2.1.4.- <i>Simulación de la distribución gaussiana: resultado</i>	38
2.2.- Simulación del fenómeno	39
2.2.1.- <i>Modelo de simulación</i>	39
2.2.2.- <i>Cálculo de masas y energías cinéticas primarias de los fragmentos de fisión</i>	42
2.2.3.- <i>Cálculo número neutrones emitidos por fragmento de fisión</i>	43
2.2.4.- <i>Cálculos de masas y energías cinéticas secundarias de los fragmentos de fisión</i>	45
2.2.5.- <i>Procedimiento para contar fragmentos de fisión</i>	46
2.2.6.- <i>Cálculo de la <math>\sigma_{E_{k,f}}</math></i>	46
2.3.- Resultados de la simulación	54
2.3.1.- <i>Obtención de los datos experimentales</i>	54
2.3.2.- <i>Los datos reales</i>	55
2.4.- Ventajas de la simulación	76
2.4.1.- <i>Introducción</i>	76
2.4.2.- <i>Simulación para la comprensión de los resultados</i>	76
<b>CONCLUSIONES</b>	<b>82</b>
<b>APÉNDICE A: PROGRAMA DE SIMULACIÓN</b>	<b>83</b>
<b>APENDICE B: PROGRAMA PARA CREAR UN ARCHIVO DE DATOS DE LA INTEGRAL DE LA DISTRIBUCIÓN GAUSSIANA</b>	<b>131</b>

APENDICE C: PROGRAMA PARA CREAR UN ARCHIVO DE DATOS	
DE LA INTEGRAL DE LA DISTRIBUCIÓN GAUSSIANA	133
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	136

## RESUMEN

El objetivo de este trabajo es simular las distribuciones de masas y energías cinéticas de los fragmentos de la fisión nuclear del  $^{236}\text{U}$  por inducción de neutrones térmicos, y la medición de esas distribuciones. De esa forma se relacionarán las distribuciones antes de la emisión de neutrones con las distribuciones después de la emisión de neutrones obtenidas experimentalmente.

En la Primera Parte de este trabajo se realiza una breve descripción teórica y experimental del fenómeno de la fisión nuclear del  $^{236}\text{U}$  inducida por neutrones térmicos, donde se explican brevemente las diferentes características que se observan en este fenómeno, como son los rendimientos de masas, la distribución de energías cinéticas totales y por fragmento con sus respectivas desviaciones estándar y la forma de sierra de la curva de emisión promedio de neutrones respecto a la masa del fragmento de fisión.

En la Segunda Parte del trabajo se presenta el desarrollo del programa de computadora para la simulación. Primero se hace una breve reseña del método de Monte Carlo, que será utilizado en el programa, y como se adecúa éste a nuestro problema en estudio. En seguida, se explica el modelo de simulación que se va a utilizar para relacionar la gaussiana con las características de la fisión nuclear. Después se explica cómo se compone el programa principal y cómo se obtienen los resultados experimentales. Por último se muestran los resultados *reales*, es decir, antes de sufrir la modificación producida por la *evaporación de neutrones*, así como las variaciones que se hacen a las condiciones iniciales de la simulación, con el fin de

comprender cual es el factor que determina la distorsión de las distribuciones. Estos resultados se presentan en tablas con los datos experimentales y simulados, tanto *reales* como los afectados por la evaporación de neutrones.

En los Apéndices de la Tesis, se muestran el programa de simulación desarrollado en lenguaje Turbo Pascal 7.0 y los programas complementarios a éste.

## INTRODUCCIÓN

Con el advenimiento y disponibilidad de computadoras cada vez más veloces, la metodología de la simulación por computadora se ha convertido en una herramienta esencial para el estudio de sistemas físicos que involucran muchos cuerpos. La idea básica de estos métodos de simulación consiste en seguir explícitamente la trayectoria de un sistema de muchos grados de libertad, que serviría para simular el comportamiento de una disposición real de partículas, y el análisis estadístico de la trayectoria determinaría predicciones de las propiedades de estas partículas.

La ciencia trata de explicar los fenómenos de la Naturaleza aplicando el método científico, es decir, planteando una hipótesis de lo que está ocurriendo y, comprobándola experimentalmente, poder modelar una teoría que explique este fenómeno. Sin embargo, existen fenómenos físicos en los cuales es imposible obtener resultados experimentales verdaderos debido a la metodología utilizada, lo cual muchas veces causa interpretaciones falsas de la Naturaleza. Este hecho es más notable en el campo de la Física Nuclear, donde los resultados experimentales, en muchos casos, son distorsionados por eventos contaminantes. Es en estos casos en que se recurre a la simulación, como un paso necesario entre la teoría y la experimentación para comprender mejor el comportamiento de determinado fenómeno.

Motivado por esta deficiencia en la metodología experimental, elegí como tema de tesis la corrección de los resultados experimentales de las distribuciones de masas y energías cinéticas de los fragmentos de la fisión nuclear del  $^{236}\text{U}$  por inducción de

neutrones térmicos, utilizando un programa de simulación por computadora donde se aplica el método de Monte Carlo.

En el fenómeno de la fisión nuclear, los resultados experimentales de las distribuciones mencionadas se ven afectadas debido al fenómeno de la “evaporación de neutrones” de los fragmentos de fisión durante su movimiento hacia los detectores. En este trabajo se simula el proceso de fisión nuclear y emisión de neutrones evento por evento, proponiéndose resultados experimentales “reales”, es decir, antes de la emisión de neutrones (resultados que no pueden ser obtenidos experimentalmente), para obtener como datos de salida del programa, los resultados distorsionados por la “evaporación de neutrones” obtenidos en la experimentación.

La importancia de este trabajo consiste en verificar que los modelos propuestos en la actualidad para la fisión nuclear que explican los resultados experimentales asumiendo fenómenos ajenos a la evaporación de neutrones, también pueden ser explicados asumiendo exclusivamente la evaporación de neutrones obteniéndose resultados correctos.

Para la realización de este programa de simulación, fue necesario utilizar el método de Monte Carlo, como un procedimiento del programa principal, desarrollado en el lenguaje Turbo Pascal 7.0. Este programa permite obtener los resultados experimentales (datos de salida) partiendo de los datos “reales” (datos de entrada), además de crear tablas y gráficos de los resultados para compararlos. También podemos modificar en el programa las condiciones iniciales de la simulación del experimento para poder comprender mejor cual es el parámetro que origina la distorsión de los resultados experimentales, obteniendo así conclusiones que no son posibles de comprobar experimentalmente.

Para ilustrar mejor lo que este programa está haciendo, se puede decir que simula dos cosas: la primera de ellas sería la simulación de los resultados experimentales obtenidos por detectores ideales colocados muy próximos al lugar donde se produce la fisión nuclear, para poder capturar los datos de masa y energía cinética de cada fragmento de fisión antes de emitir algún neutrón (datos “reales”); la

segunda simula los datos experimentales que obtendrían estos mismos detectores pero colocados a una distancia más lejana, en la cual los fragmentos de fisión llegan al detector con sus valores de masa y energía cinética modificados por la emisión de neutrones (resultados experimentales). Es en esta última “posición de los detectores” la que coincide con los valores obtenidos experimentalmente, siempre que se inicie la simulación con los datos “reales” propuestos en esta tesis.

## *Capítulo 1*

### DESCRIPCIÓN TEÓRICA Y EXPERIMENTAL DE LA FISIÓN NUCLEAR DEL $^{235}\text{U}$ INDUCIDA POR NEUTRONES TÉRMICOS

#### **1.1.- Introducción**

El fenómeno de la fisión nuclear ha capturado la imaginación de físicos y químicos desde que fue descubierto en 1938, y que se encuentra aun lejos de ser comprendido completamente. Características como distribuciones asimétricas de masas, dependencia en forma de “sierra” de la emisión promedio de neutrones, fisión espontánea de isómeros, etc., son sólo unas cuantas razones que despiertan este interés. Además, la fisión nuclear es un rico laboratorio donde se pueden explorar las interrelaciones desde los aspectos macroscópicos de la materia nuclear hasta los efectos cuánticos de un número finito de partículas.

En el presente capítulo se hace una breve descripción del proceso de fisión nuclear inducida por neutrones térmicos, centrandó nuestra atención en la reacción  $^{235}\text{U}(n_{\text{térmico}}f)$ , que es objeto de nuestro estudio. En esta breve descripción se pretenden revisar los diferentes aspectos que caracterizan a este fenómeno tanto en el campo teórico como en el experimental. También algunos resultados de simulación obtenidos por diferentes grupos de físicos nucleares.

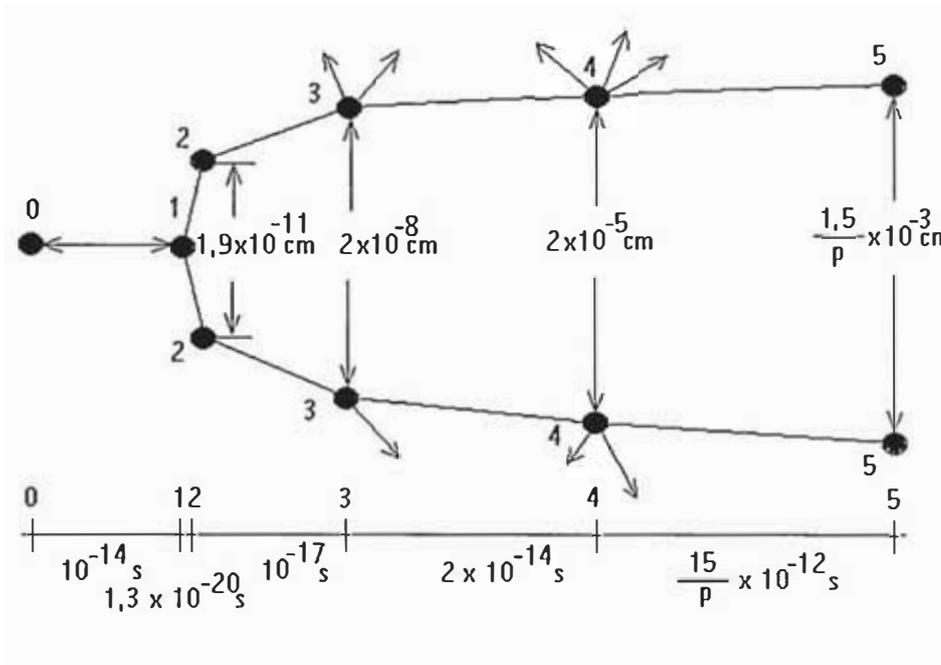
Entre los diversos aspectos que involucran la fisión nuclear, se considerarán sólo los referidos al rendimiento de masas, la distribución de energías cinéticas de los fragmentos y totales con sus respectivas desviaciones estándar, y por último, la emisión de neutrones por cada fragmento de fisión, fenómeno que se conoce como *evaporación de neutrones*.

## 1.2.- El fenómeno de la fisión nuclear

La fisión nuclear es un fenómeno violento donde un núcleo pesado sufre una serie de vibraciones hasta que es fuertemente deformado, a tal punto que se rompe en dos fragmentos primarios (sólo en un 0.2% decae en tres fragmentos, siendo el tercero en muchos casos partículas alfa)<sup>[1]</sup> en forma espontánea o por bombardeo con neutrones. Este rompimiento o fragmentación del núcleo se conoce como *escisión*. La fisión nuclear está acompañada por la emisión de neutrones y mucha energía.

Después de la fisión nuclear, los fragmentos ya no están más sometidos a la atracción nuclear mutua de la fuerza nuclear pero, por el contrario, se repelen entre ellos por efecto de la fuerza de Coulomb. Durante su repulsión, los fragmentos sufren una rápida desexcitación energética durante su vuelo debido a emisiones de neutrones y rayos gamma *prontos* hasta que los fragmentos llegan a estados energéticos de larga vida<sup>[2]</sup>, estados isoméricos o estados fundamentales de energía, etapa conocida como *proceso pronto*. Luego los fragmentos continúan emitiendo rayos beta, gamma o neutrones hasta llegar a convertirse en núcleos estables<sup>[2]</sup>, etapa conocida como *proceso retardado*.

La energía liberada en el proceso de fisión nuclear es bien alta, alrededor de  $200 \text{ MeV}$  para la reacción  $^{235}\text{U} (n_{\text{térmico}}, f)^{[1,2,11]}$ . Un esquema del proceso con una escala de espacio y tiempo se muestran en la figura 1.1.



**Figura 1.1:** Representación gráfica del proceso de fisión. Los eventos son: "0"-Formación del estado inicial; "1"-Escisión; "2"-Los fragmentos adquieren el 90% de su energía cinética; "3"-Emisión de neutrones rápidos; "4"-Emisión de rayos gamma rápidos; "5"-Proceso retardado.[ Ref. Bibl. 2, pág. 6, modificado por el autor].

La fisión espontánea y la inducida por neutrones térmicos, son dos ejemplos comunes de reacciones de fisión nuclear con bajas energías de excitación; es decir, cuando la fisión se inicia con una energía igual a la fundamental o cercana a la barrera de fisión respectivamente. Sin embargo, la segunda es la que juega el rol más importante en las aplicaciones de energía.

A pesar de la complejidad del proceso de fisión, ésta es posible describirla como una sucesión de cuatro fases distintas:

- Formación del estado inicial.
- Desde la formación del estado inicial hasta la escisión.
- Desde la escisión hasta la formación de productos de fisión por el *proceso pronto*.
- Desexcitación de los productos de fisión por el *proceso retardado*.

### 1.2.1.- 1° Fase: Formación del estado inicial

El núcleo que sufre la fisión se representa por  $(A^*, Z)$ . En el caso de la fisión inducida por neutrones, la naturaleza de un núcleo blanco  $(A, Z)$  en su estado fundamental depende de la energía del neutrón incidente. A bajas energías, el núcleo fisible se compone de  $A^* = A + 1$  nucleones y sus estados iniciales son justamente los estados iniciales de sus nucleones componentes<sup>[2]</sup>. Para energías mayores del neutrón incidente, otros procesos pueden ocurrir con una gran variedad de posibles estados energéticos.

La energía de excitación  $E^*$  del estado inicial está dado por<sup>[2]</sup>

$$E^* = S_n(A^*, Z) + E_n \frac{A}{A+1} \quad (1.1)$$

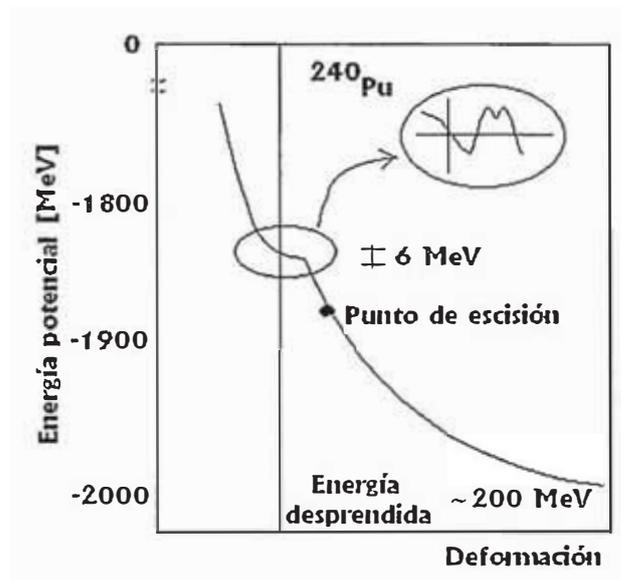
donde  $S_n(A^*, Z)$  es la energía de separación del neutrón en el núcleo  $(A^*, Z)$ , cuyos valores típicos se encuentran dentro del rango de 4,5 y 6,5 MeV, valor que varía de un núcleo a otro dependiendo del carácter par-impar del número de neutrones<sup>[2]</sup>; es decir, que depende del efecto de la “fuerza de apareamiento” entre los neutrones que componen un núcleo. Para  $^{236}\text{U}$  ( $^{235}\text{U}+n$ ) se tiene que  $S_n = 6,5 \text{ MeV}$ <sup>[2]</sup>.

### 1.2.2.- 2° Fase: Desde la formación del estado inicial hasta la escisión

Esta fase juega un rol esencial para la determinación de las propiedades de la fisión, en particular sobre la probabilidad de la fisión. Esta está gobernada por la *estática* y *dinámica* del proceso.

La *estática* del proceso está determinada por el conocimiento de la energía total o energía potencial del sistema (que se supone en reposo) en función de la deformación, por lo que es necesario definir su forma con, por ejemplo, un conjunto de parámetros de deformación  $\{s\} = s_1, s_2, s_3, \dots, s_n$ , que dependerá del tipo de parametrización que se esté utilizando. Así, la energía potencial para una deformación

$\{s\}$  se representa por  $V(\{s\})$ . Generalmente, ésta es graficada respecto a una sola coordenada de deformación: la elongación (llamémosle  $s_1$ ), y muestra la forma que se observa en la figura 1.2.



**Figura 1.2:** Variación de la energía potencial del  $^{240}\text{Pu}$  en función de la deformación a lo largo del camino de fisión. [Ref. Bibl. 10, pág. 8c].

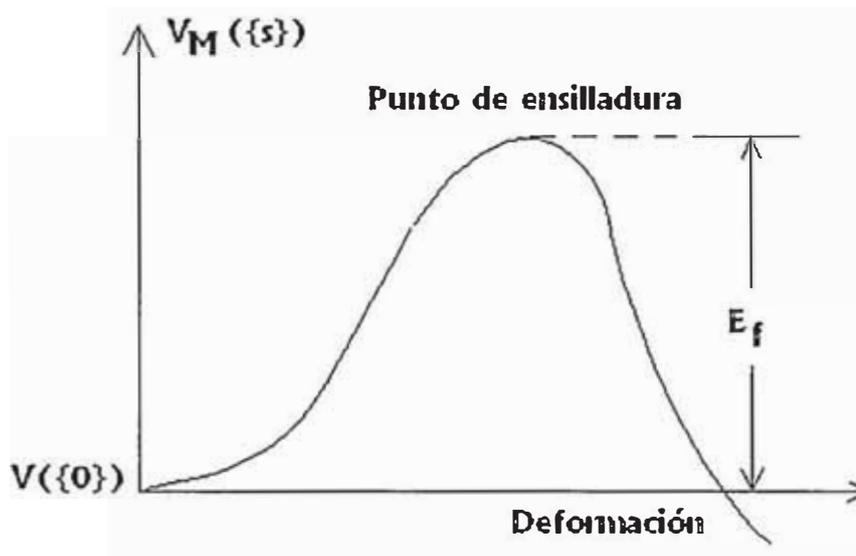
Para conocer la energía potencial se tienen *modelos macroscópicos*, donde no se considera el movimiento de los nucleones dentro del volumen nuclear, cuyas propiedades se especifican sólo con unas cuantas variables macroscópicas como la forma y la densidad nuclear. Uno de estos modelos se conoce como “la gota líquida”, donde el núcleo se supone como una gota de líquido incompresible de densidad constante, dentro de un volumen bien definido. En este modelo, la variación de  $V(\{s\})$  está determinada esencialmente por la variación de la tensión superficial  $E_s(\{s\})$  y la energía de Coulomb  $E_c(\{s\})$ . Estas tienen una forma tal que al aumentar la deformación, la tensión superficial aumenta y la energía de Coulomb disminuye.

Existe un valor estacionario de la energía potencial respecto a todas los parámetros de deformación conocido como “punto de ensilladura”, en la cual se cumple

$$\frac{\delta V(\{s\})}{\delta s_i} = 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, n, \text{ en el punto de ensilladura} \quad (1.2)$$

que representado respecto a una sola coordenada de deformación, este punto corresponde a un máximo en  $V(\{s\})$  como se observa en la figura 1.3. La diferencia de los valores de  $V(\{s\})$  entre el “punto de ensilladura” y la esfericidad se conoce como la altura de la barrera de fisión,  $E_f$ , y tiene la forma

$$V(\{s\}) - V(\{0\}) = E_f \quad \text{en el “punto de ensilladura”} \quad (1.3)$$



**Figura 1.3:** Ilustración, en la representación unidimensional, de la energía macroscópica  $V_M(\{s\})$  en función de la deformación, utilizando un “modelo híbrido”. [Ref. Bibl. 2, pág. 12].

y que para el caso del  $^{236}\text{U}$  en el “punto de ensilladura” se tiene que<sup>[2]</sup>:

$$E_s(\{s\}) - E_s^o \approx 106 \text{ MeV} \quad (1.4)$$

$$E_c(\{s\}) - E_s^o \approx 100 \text{ MeV} \quad (1.5)$$

$$E_s(\{s\}) + E_c(\{s\}) - E_s^o - E_c^o = E_f \approx 6 \text{ MeV} \quad (1.6)$$

En los *modelos microscópicos* se considera la función de onda para todos los nucleones en forma detallada, pero, debido a la complejidad de las interacciones

nucleón-nucleón y la gran cantidad de nucleones, los cálculos son extremadamente tediosos y grandes. Estos modelos no pueden proporcionar aún, por sí solos, la verdadera forma de la barrera de potencial. Sin embargo, *modelos híbridos* que combinan tanto los macroscópicos como los microscópicos produjeron resultados interesantes, ya que se considera a la energía potencial del núcleo, compuesto por una energía macroscópica  $V_M(\{s\})$  que es más importante y puede ser derivada del modelo de “la gota líquida”, y de correcciones de capa  $\Delta E_{sh}(\{s\})$  que toma en consideración el efecto de la estructura de capas y la deformación del núcleo. Actualmente este método es considerado como el mejor para calcular las barreras de fisión.

La *dinámica* del proceso también juega un rol importante en el mecanismo de la fisión desde dos puntos de vista: la inercia y la viscosidad. Debemos aquí considerar la *masa efectiva* del sistema, que aparece cuando trabajamos con la energía cinética del núcleo en deformación. El efecto de viscosidad en el movimiento del sistema hacia la fisión es debida al acoplamiento de grados de libertad que inducen excitaciones en el núcleo, lo que gobierna la repartición de la energía disponible entre la energía cinética y la energía de excitación.

### 1.2.3.- 3° Fase: Desde la escisión hasta la formación de productos de fisión

Esta fase está dominada por la fuerza de repulsión de Coulomb de los dos fragmentos y por la desexcitación de éstos por la emisión de neutrones y rayos gamma. En la escisión, el sistema nuclear está formado por dos fragmentos “pegados”,  $(A_1, Z_1)$  y  $(A_2, Z_2)$ , que se conocen como *fragmentos primarios*, los cuales están fuertemente elongados debido todavía a la fuerza nuclear atractiva. En esta etapa se cumplen las siguientes relaciones<sup>[2]</sup>:

$$A_1 + A_2 = A^* \tag{1.7}$$

$$Z_1 + Z_2 = Z \tag{1.8}$$

Justo después de la escisión, las fuerzas nucleares ya no actúan sobre los fragmentos y sólo lo hace la fuerza de repulsión Coulombiana, tomando rápidamente formas más esféricas. La energía de deformación se libera en forma de energía de excitación, la cual si es mayor que la energía de separación del neutrón en un fragmento primario, éste se desexcita emitiendo uno o más neutrones hasta que el núcleo residual queda con una energía de excitación menor que la energía de separación del neutrón del núcleo residual.

Después de la emisión de los neutrones pronto, el número de masa del fragmento residual “i” está dado por<sup>[2]</sup>

$$A_{f_i} = A_i - \nu_{p_i} \quad (1.9)$$

$$A_{f_1} + A_{f_2} = A^* - \nu_p \quad (1.10)$$

donde  $\nu_p = \nu_{p_1} + \nu_{p_2}$  es el número total de neutrones emitidos por ambos fragmentos. El fragmento “i” ( $A_{f_i}, Z_i$ ) puede luego desexcitarse sólo por emisión de rayos gamma, cuya emisión es más lenta que la de los neutrones.

Si los fragmentos de fisión se pudieran mover hasta el infinito, tendrían una energía cinética total  $E_{k_t}$  dada por la siguiente expresión<sup>[2]</sup>:

$$E_{k_t} = E_{k_{esc}} + V_c + \Delta E_{k_p} \quad (1.11)$$

donde  $V_c$  es la energía de Coulomb,  $E_{k_{esc}}$  es la energía cinética en la escisión, y  $\Delta E_{k_p}$  es la energía que pierden los fragmentos debido al proceso de decaimiento pronto, la cual es pequeña en comparación con la energía cinética total.

#### 1.2.4.- 4° Fase: Desexcitación de los productos de fisión

Se conoce como *productos de fisión* a los fragmentos que luego de haber emitido neutrones y rayos gamma pronto, no son todavía núcleos estables porque sus masas no han alcanzado un valor bajo en el valle de estabilidad beta. Por lo tanto, los productos de fisión decaen por emisión beta hasta ser núcleos estables, y a veces emiten también neutrones y rayos gamma; a este proceso se le conoce como *proceso retardado*.

### 1.3.- Distribución de masas de fragmentos de fisión

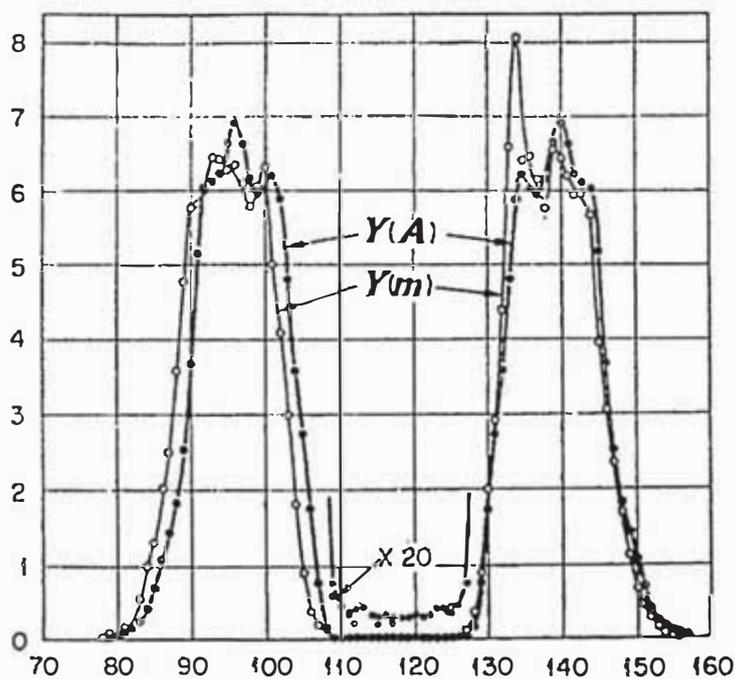
Una de las principales características de la fisión nuclear es la *distribución de masas* de los fragmentos de fisión, o *rendimiento de masas*, que es la cantidad de fragmentos producidos respecto a los números de masa en que se puede dividir cada núcleo de  $^{235}\text{U}$ , durante el proceso pronto, para una gran cantidad de eventos de fisión. Definimos la razón  $Y(A_f)$  como la probabilidad por cada fisión de encontrar un fragmento de fisión con un número de masa  $A_f$ .

A su vez, se dice que la distribución de masas puede ser *simétrica* o *asimétrica*. Se dice *simétrica* cuando se producen fragmentos de fisión que tienen un valor exacto de  $A_f/2$ , donde  $A_f$  es el número de masa del núcleo que fisiona. Por fisión *asimétrica* se conoce a la mayor cantidad de producción de fragmentos, donde el par de fragmentos producidos en cada fisión tienen valores de masa diferentes, que sumadas tienen el mismo valor de la masa del núcleo inicial. La fisión simétrica es más frecuente a partir de núcleos más ligeros que el  $^{88}\text{Ra}$ , asimétricas en el rango de los actínidos desde  $^{90}\text{Th}$  hasta el  $^{99}\text{Es}$ . Ya para los núcleos más pesados, a partir de  $^{100}\text{Fm}$ , la fisión vuelve a ser simétrica. Es así como la curva de rendimiento de masas  $Y(A)$ , que es una función del número de masa  $A$  de cada fragmento (expresado en unidades *uma*), tiene la forma de “una joroba” o “doble joroba” según se trate de fisión

simétrica o asimétrica respectivamente. En este último caso, la separación entre ambas “jorobas” permite hablar de grupos de *fragmentos livianos* y *fragmentos pesados*.

Es interesante comparar la distribución de *masas primarias*,  $Y(A)$ , es decir el número de masa que tiene el fragmento antes de la emisión de neutrones ( $A$ ), con la de *masas secundarias*,  $Y(m)$ , es decir el número de masa después de la emisión de neutrones ( $m$ ). Generalmente no es posible tener acceso directo al valor de las masas de los fragmentos primarios debido a que la emisión de neutrones se produce rápidamente luego de la escisión, pero se puede obtener el valor utilizando métodos indirectos. Por medio de técnicas radioquímicas, método de la “doble velocidad” o método de la “doble energía” sobre los fragmentos complementarios de fisión, se obtienen las curvas de distribución de masas, que para el caso del  $^{235}\text{U}$  producido por la reacción  $^{235}\text{U}(n_{\text{térmico}}, f)$ , es el que se muestra en la figura 1.4.

rendimiento de masas [%]



masa del fragmento [amu]

**Figura 1.4:** Rendimiento de masas primarias  $Y(A)$  (puntos llenos) y rendimiento de masas secundarias  $Y(m)$  (puntos abiertos) de la reacción  $^{235}\text{U}(n_{\text{térmico}}, f)$ . [Ref. Bibl. 1, pág. 299].

Debido a la emisión de neutrones se observa un **desfasaje** entre ambos grupos de fragmentos (livianos y pesados) hacia distribuciones con menor masa. La forma de la distribución de masas secundarias se explica por el número de neutrones emitidos por cada fragmento. Se observa que el rendimiento de masas primarias es simétrico respecto a la masa de  $A_F/2$ , donde  $A_F$  es la masa del núcleo que se fisiona (que para el caso  $^{235}\text{U}(\text{n}_{\text{térmicos}}, \text{f})$ , se tiene:  $A_F = 236$ ), debido a que cumple que  $A_{\text{liv}} + A_{\text{pes}} = A_F = 236$ , lo que significa que  $Y(A_{\text{liv}})$  y  $Y(A_{\text{pes}}) = Y(A_F - A_{\text{liv}})$  tienen que ser idénticos. Estas condiciones se pierden para las distribuciones de masas de los fragmentos secundarios  $Y(m_{\text{liv}})$  y  $Y(m_{\text{pes}})$ .

## 1.4.- Distribución de energía cinética

### 1.4.1.- Energía cinética total

En el fenómeno de la fisión nuclear espontánea, la energía total para una escisión de carga y masa definidas nos da el valor  $Q$  de la reacción, el cual es calculado de los valores de las masas de los estados fundamentales de los nucleones involucrados. Para la fisión inducida, adicionalmente tiene que ser tomada en cuenta la energía de excitación de los nucleones componentes. Por ejemplo, en el caso de los isótopos del uranio, los valores típicos de  $Q$  promediados sobre todos los posibles fragmentos de masas y cargas definidas es de  $Q \approx 200 \text{ MeV}^{[1,2,11]}$  en las cercanías de la barrera de fisión.

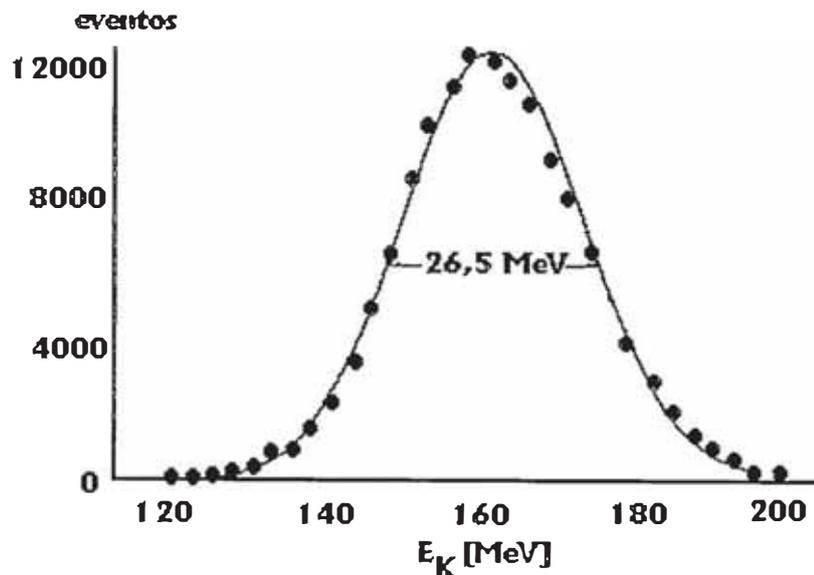
Casi inmediatamente después de la escisión, esta energía es compartida por la energía cinética y la energía de excitación de los fragmentos de fisión. La energía cinética total liberada,  $E_k$ , es la suma de las energías cinéticas de los fragmentos liviano y pesado liberados, es decir

$$E_{k_t} = E_{k_{liv}} + E_{k_{pes}} \quad (1.12)$$

En el caso de los isótopos de uranio, la energía cinética total es aproximadamente  $E_{k_t} \approx 170 \text{ MeV}^{[1,2]}$ , por lo que se puede asegurar que la mayor parte de la energía total es compartida por la energía cinética de los fragmentos. La energía restante que permanece con los fragmentos de fisión como energía de excitación es liberada con la emisión de rayos gamma y neutrones. La mayor contribución a la  $E_{k_t}$  es debida a la fuerza de repulsión Coulombiana en el momento de la escisión. Además, el sistema que va a fisionar, puede alcanzar el punto de escisión con una energía cinética de *pre-escisión* que se debe sumar a la energía Coulombiana.

La forma y la configuración de la escisión desde donde se calcula el potencial de Coulomb y la energía cinética de *pre-escisión* dependerán de la inercia y viscosidad de la materia nuclear<sup>[1,2]</sup>. En el límite de fricción alta, toda la energía disponible ganada entre el *punto de ensilladura* y el *punto de escisión* será convertida en energía interna de excitación de los fragmentos, y así la energía de pre-escisión se aproximará a cero. Esta es la asunción básica de los modelos estadísticos. Si por otro lado, uno asume que la fricción es casi despreciable, prácticamente toda la energía ganada entre el *punto de ensilladura* y el *punto de escisión* se muestra como energía cinética de pre-escisión. Estos dos casos extremos son irreales, y además no toman en cuenta los anchos de energía cinética y las distribuciones de masas. En un sentido más moderado, estos dos casos son introducidos al *modelo de punto de escisión* que considera a la fricción como ligaduras entre dos grados de libertad colectivos.

La distribución de la energía cinética total queda bien representada por la distribución gaussiana. En el caso de  $^{235}\text{U}$  (*n*<sub>térmico</sub>, *f*) utilizando el método de la “doble energía” para evaluar la energía cinética total desprendida por los fragmentos de fisión antes de la evaporación de neutrones, se puede comparar la gran aproximación que se mencionaba. Los resultados se muestran en la figura 1.5.



*Figura 1.5: Distribución de la energía cinética total antes de la emisión de neutrones rápidos para la reacción  $^{235}\text{U}$  ( $n_{1\text{térmico}}, f$ ). Se grafica en línea continua la distribución gaussiana para comparación. [Ref. Bibl. 1, pág. 321].*

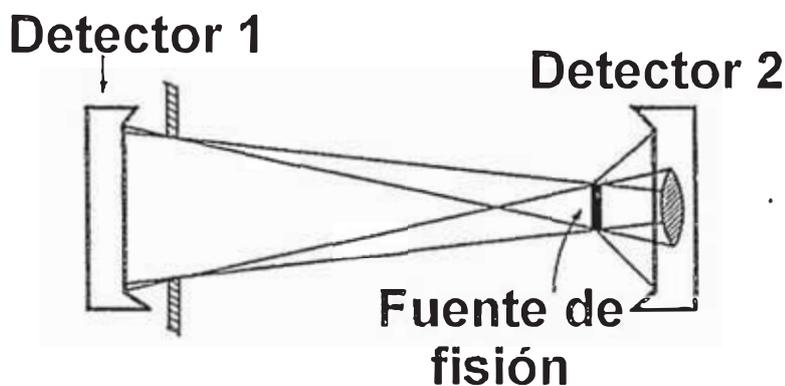
La gaussiana queda plenamente especificada con su valor promedio de energía,  $E_{k_t}$ , y la desviación estándar de la distribución de energía,  $\sigma_{E_{k_t}}$

#### 1.4.2.- Procedimiento experimental para calcular $E_{k_t}$ y $\sigma_{E_{k_t}}$

En el Reactor de Alto Flujo de Grenoble, los resultados experimentales obtenidos por el método de la “doble energía” para eliminar los eventos espurios (es decir, eventos de fisión que *contaminan* los resultados experimentales), que son producidos por los fragmentos complementarios de la fisión que fueron desviados de su trayectoria hacia los detectores. Se observaron picos experimentales en la región de bajo rendimiento de masas, donde el método de la “doble energía” es conocido por estar fuertemente contaminado por eventos espurios, es decir, por tener una resolución pobre<sup>[1,3]</sup>.

Se ha utilizado el método de la “doble energía” con un arreglo geométrico especialmente diseñado para eliminar los eventos espurios, originados cuando uno de

los fragmentos complementarios es desviado inelásticamente de su trayectoria hacia los detectores por su choque contra los bordes del colimador que va colocado en frente de cada detector. Como se muestra en la figura 1.6, dos detectores de estado sólido son puestos en posiciones asimétricas respecto a la fuente de fisión.



*Figura 1.6: Esquema de la disposición de los detectores con el fin de "reflejar" los eventos espurios. [ Ref. Bibl. 3, pág. 35].*

Del esquema experimental, observamos las siguientes características:

- i) Para un área de la fuente más pequeña que el detector 1, el requerimiento de coincidencia fragmento-fragmento actúa como un colimador físico del detector 1.
- ii) Comparando los resultados medidos para un tiempo teórico de vuelo del fragmento 2, se pueden descartar todos los eventos cuyas trayectorias han sido desviadas por los bordes del colimador.
- iii) Siempre que el detector 2 cuenta un fragmento, el fragmento complementario debe necesariamente ser contado por el detector 1, así se hace al sistema estrictamente independiente de la emisión de neutrones.

Minimizando así la energía perdida en el blanco, una capa muy delgada y homogénea de  $5\mu\text{g}\cdot\text{cm}^{-2}$  de material fisible fue depositado en un portamuestra de  $20\mu\text{g}\cdot\text{cm}^{-2}$ . El Reactor de Alto Flujo de Grenoble proporciona un haz de neutrones de aproximadamente  $5\times 10^9$  neutrones por  $\text{cm}^{-2}\text{seg}^{-1}$ , dando aproximadamente  $3\times 10^6$

eventos detectables<sup>[3]</sup>. Los datos fueron analizados evento por evento. Las alturas de los pulsos obtenidos por los detectores son convertidos en energía cinética  $E_k$  y pseudo-masa  $\mu$ , con un procedimiento de calibración de masa dependiente de la energía lo cual se logra usando las relaciones de conservación de la masa y el momentum conjuntamente, de donde se obtienen las relaciones que se muestran a continuación:

$$\mu_{liv} = \frac{236E_{k pes}}{E_{k pes} + E_{k liv}} \quad (1.13)$$

$$\mu_{pes} = \frac{236E_{k liv}}{E_{k pes} + E_{k liv}} \quad (1.14)$$

$$E_{k total}(\mu_{pes}) = E_{k liv}(\mu_{pes}) + E_{k pes}(\mu_{pes}) \quad (1.15)$$

Para cada evento con pseudo-masa  $\mu$ , uno entonces calcula el tiempo de vuelo  $\Delta T_c$ , y lo compara con su contraparte medida  $\Delta T_m$ . Si se define la diferencia entre estos tiempos de vuelo por:

$$\Delta T = (\Delta T_m - \Delta T_c) \quad (1.16)$$

entonces la distribución de  $\Delta T$  para una  $\mu$  dada, nos brindará una *ventana de tiempo* dentro del cual todos los eventos pueden ser considerados válidos, descartando todos los eventos que no pertenecen a esta *ventana de tiempo*. De todos los datos válidos se calcula el valor medio  $E_{k_t}$  y la desviación estándar  $\sigma_{E_{k_t}}$  de la energía cinética total. Los resultados obtenidos utilizando este método se muestran a continuación:

### 1.4.3.- Energía cinética total promedio

La energía cinética total promedio respecto a la pseudo-masa del fragmento pesado se observa en la figura 1.7.

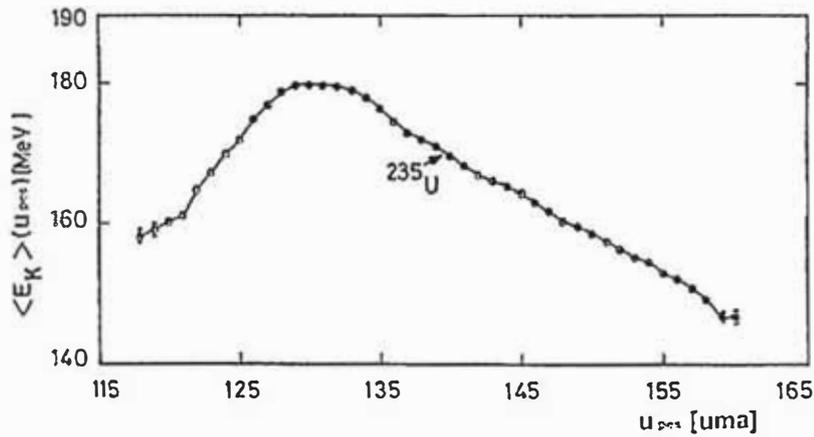


Figura 1.7: Gráfico de  $\overline{E}_{k_t}(\mu_{pes})$  vs.  $\mu_{pes}$ . [Ref. Bibl. 8, pág. 84].

#### 1.4.4.- Desviación estándar de la distribución de energía cinética total

La desviación estándar de la distribución de la energía cinética total respecto a la pseudo-masa del fragmento pesado se muestra en la figura 1.8.

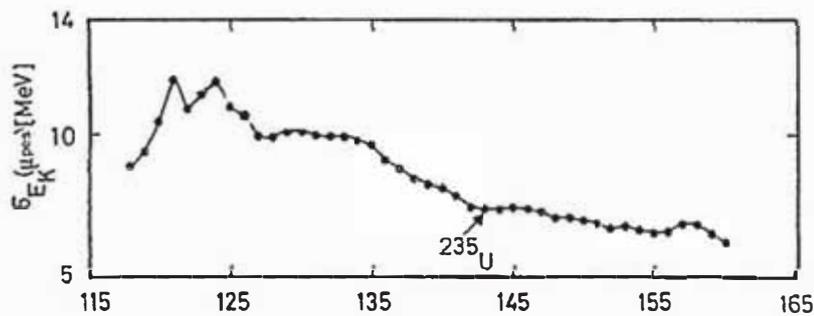


Figura 1.8: Gráfico de  $\sigma_{E_{k_t}}(\mu_{pes})$  vs.  $\mu_{pes}$ . [Ref. Bibl. 8, pág. 85].

#### 1.4.5.- Emisión de neutrones pronto

Mientras que desde un punto de vista físico la energía cinética total  $E_{k_t}$  promedio es la cantidad más importante, una gran parte de los estudios experimentales emplean detectores que miden la energía por fragmento (y como la evaporación de

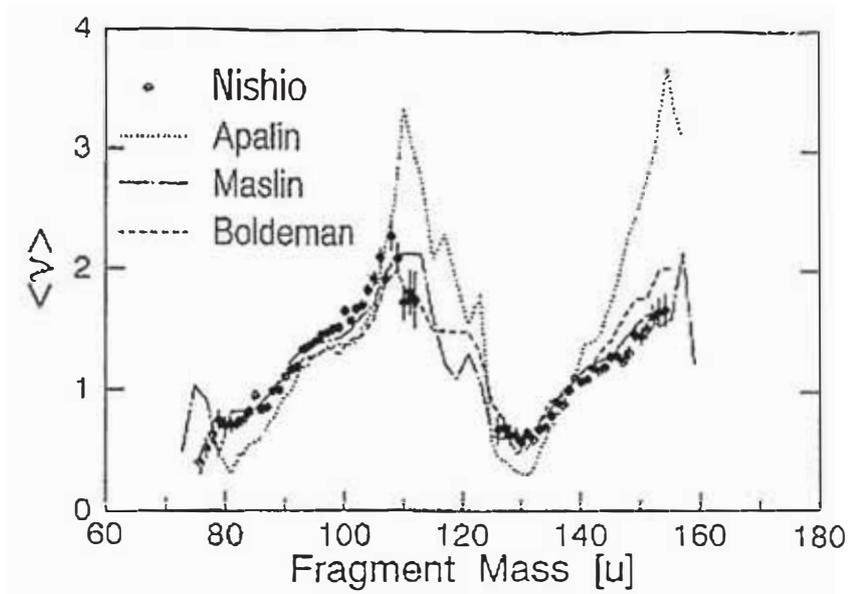
neutrones se produce típicamente alrededor de  $10^{-14}$  seg. después de la escisión) cuando éstos ya han perdido neutrones, y por tanto, han perdido también energía. Los neutrones son emitidos isotrópicamente en el sistema centro de masa de la totalidad de fragmentos; en promedio, la velocidad del fragmento permanece constante, mientras su masa decrece aproximadamente 1 una por neutrón evaporado<sup>[2]</sup>. Para un fragmento  $F$  la cantidad de energía perdida está dada por la relación:

$$E_{kF} / A_F \quad (1.17)$$

por cada neutrón emitido de los fragmento de fisión. Denotando por  $\varepsilon_{k_{total}} = \varepsilon_{k_{liv}} + \varepsilon_{k_{pes}}$  a la energía cinética total luego de la emisión de neutrones, se puede calcular la energía cinética total promedio perdida  $\Delta E_k$  con una buena aproximación por<sup>[2]</sup>:

$$\Delta \overline{E}_k = \overline{E}_k - \overline{\varepsilon}_k = \frac{\overline{\nu}}{2} \frac{E_k}{A} \left[ \frac{A_{pes}}{A_{liv}} \pm \frac{A_{liv}}{A_{pes}} \right] \quad (1.18)$$

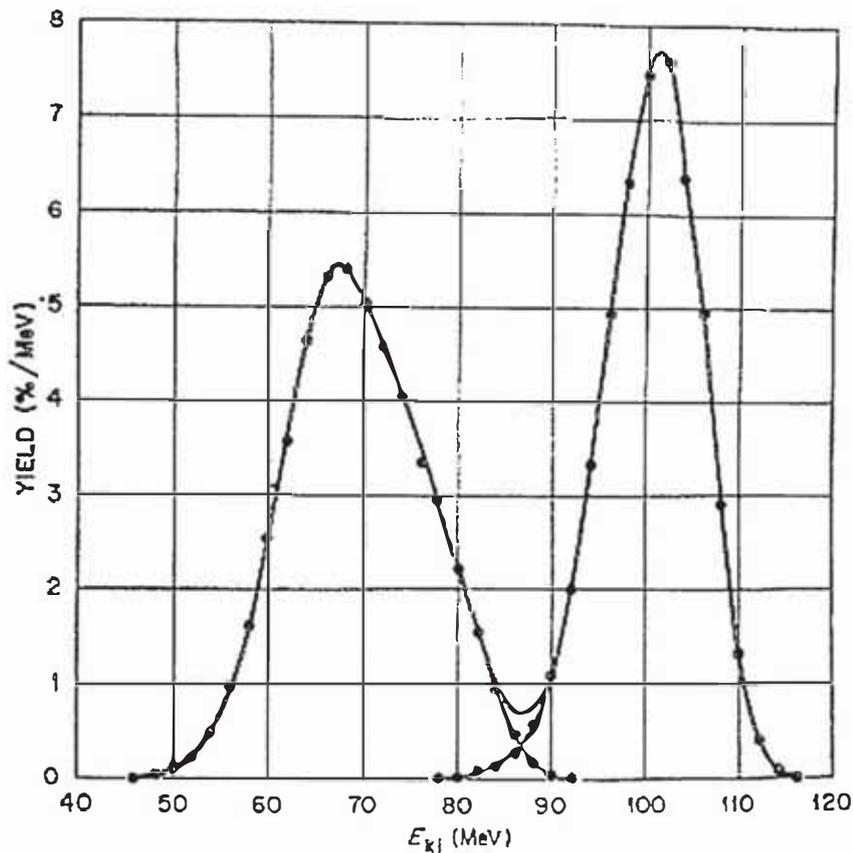
en esta ecuación,  $\nu$  es el número promedio de neutrones emitidos. Este número promedio depende de la masa del fragmento de fisión, y sus valores experimentales se muestran en la figura 1.9.



*Figura 1.9: Gráfico  $\langle V \rangle$  vs.  $A$ . Valores obtenidos por K. Nishio et al. Se gráfica junto con los resultados obtenidos por Apalin et al., Boldeman et al., Maslin et al. para comparar. [Ref. Bibl. 6, pág. 31].*

#### **1.4.6.- Energía cinética de los fragmentos de fisión**

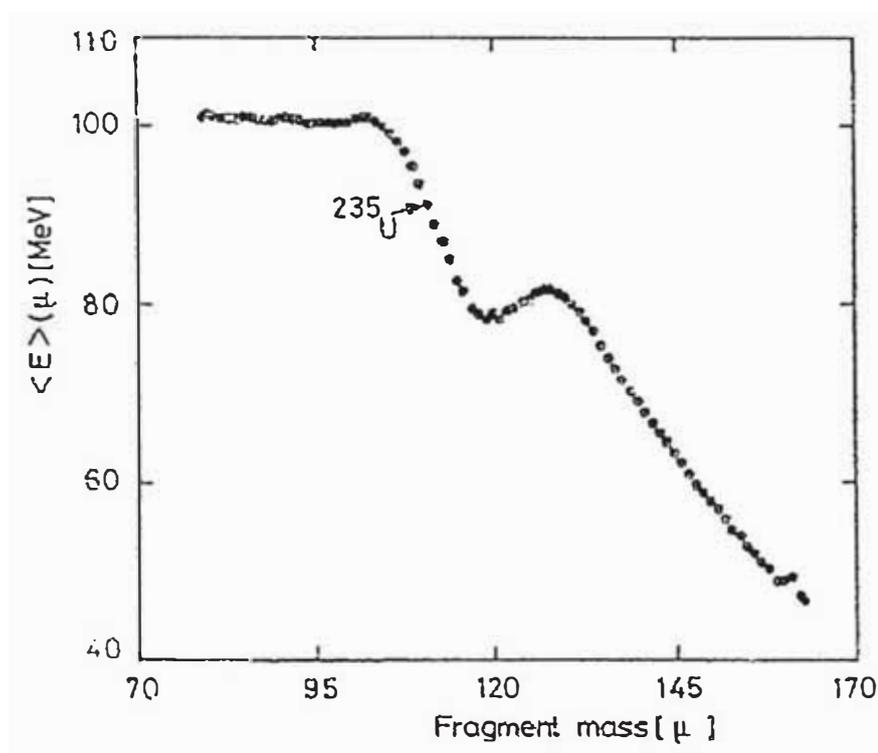
La distribución de energía cinética de cada fragmento se describe bastante bien también con la distribución gaussiana<sup>[2]</sup>, la cual es descrita con el valor promedio y la desviación estándar de la energía cinética, como se puede ver en la figura 1.10. El promedio de la energía cinética de un solo fragmento lleva información que no es independiente, sino que es información que debe ser calculada de las conservaciones de la energía total y la cantidad de movimiento.



*Figura 1.10: Distribución de energías cinéticas de los fragmentos de fisión del  $^{233}\text{U}$  por inducción de neutrones térmicos. [Ref. Bibl. 1, pág. 331].*

En el separador Lohengrin, instalado en el Instituto Laue-Langevin (Grenoble, Francia), se obtienen fragmentos de fisión, de una determinada masa y carga iónica, en el colector de este instrumento. Pero, cuando nos interesamos en eventos que tienen un bajo número de cuentas, como en el caso de la región alrededor de la fisión simétrica del  $^{236}\text{U}$ , que como vimos tiene un rendimiento de masa muy bajo, el *background* se convierte en un inconveniente porque distorsiona los resultados con eventos espurios<sup>[2,3]</sup>. La facilidad Lohengrin del Reactor de Alto Flujo de Grenoble, selecciona, a lo largo de su colector, los fragmentos de fisión de acuerdo a su velocidad, es decir su energía cinética. Para eliminar los eventos espurios en el Lohengrin, se analiza la velocidad del fragmento de fisión por el sistema de “tiempo de vuelo”. Estos eventos espurios son originados porque los alrededores del blanco están cubiertos de uranio, el cual también fisiona y emite fragmentos de fisión a diferentes velocidades y también llegan a los detectores.

Se induce la emisión de electrones secundarios localizados en el plano focal del instrumento, que son recolectados en unos “platos-canales”. Después de un vuelo de aproximadamente 30 cm, los iones son detenidos dentro de un detector con una barrera superficial de silicona que da, primero una señal al instante de ser detenido el fragmento de fisión (señal de parada), y segundo, el valor de su energía cinética, señal con la cual obtenemos los valores de tiempo de vuelo y energía cinética para cada fragmento de fisión detectado. Por medio de este procedimiento se logró, en el Lohengrin, reducir el efecto del *background* producido por los eventos espurios. El resultado se muestra en la figura 1.11.

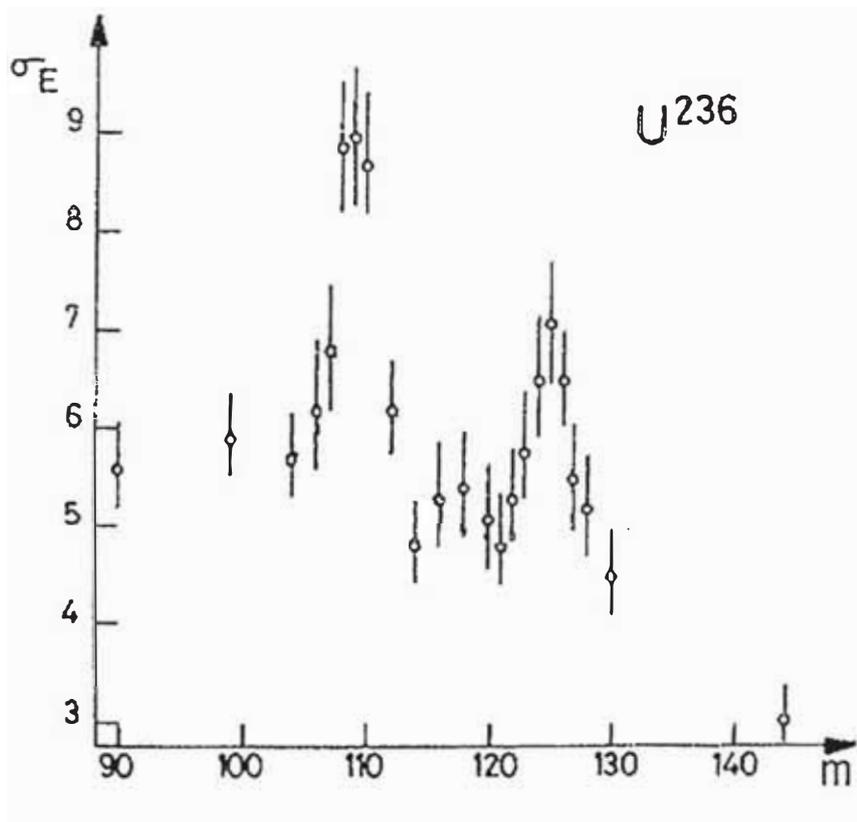


**Figura 1.11:** Gráfico  $E_k(m)$  vs.  $m$ . Aquí  $m$  es la masa secundaria del fragmento de fisión. [Ref. Bibl. 8, pág. 84].

Se puede observar la repentina caída del valor de la energía cinética promedio cuando nos acercamos hacia la simetría. Cabe mencionar la constancia del valor de la energía cinética de los fragmentos livianos que están comprendidos dentro del pico de rendimiento de masas, a la vez que sus respectivos fragmentos pesados muestran una energía que corre en forma paralela a la energía total, además del valle que se produce mientras nos acercamos hacia la simetría.

### 1.4.7.- Desviación estándar de la distribución de energía cinética por fragmento

Se duda respecto al verdadero ancho de la energía cinética debido a las imperfecciones técnicas, como la limitada resolución de la masa en el método de la “doble energía” que ya fue mencionado. En un separador de masas electromagnético, que tiene una muy buena resolución de masas y energías cinéticas, se midieron estos parámetros en los fragmentos de masas secundarias de la reacción  $^{235}\text{U}(n_{\text{térmico}}f)$ , poniendo especial énfasis en la zona que corresponde a la masa alrededor de la simetría. Cuyo resultado se muestra en la figura 1.12.



**Figura 1.12:** Gráfico  $\sigma_{E_{K_1}}(m)$  vs.  $m$ . Aquí  $m$  es la masa secundaria del fragmento de fisión. Obsérvese que el error experimental es de 1 MeV aproximadamente [Ref. Bibl. 1, pág. 352].

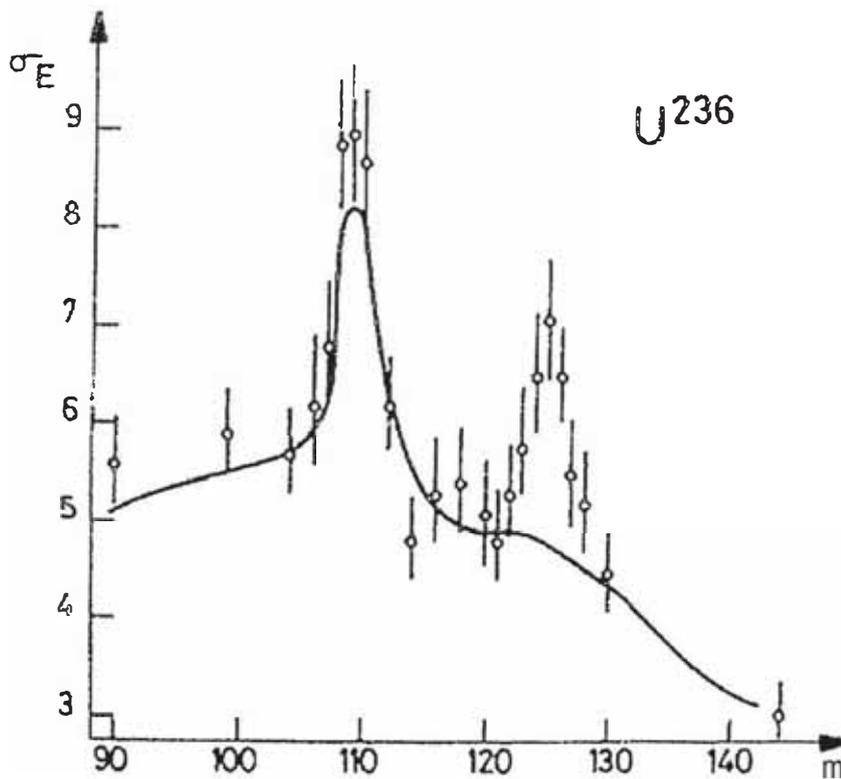
Se observa que en el grupo de los fragmentos livianos aparece un pico en  $A_{\text{liv}} \approx 108$ , mientras que en el grupo de los fragmentos pesados aparece un pico en  $A_{\text{pes}} \approx 124$ .

#### 1.4.8.- Interpretación de $\sigma_{E_K}$

Los resultados obtenidos en estos experimentos originan polémicas<sup>[2\*,3,8]</sup> al pretender interpretarlos para explicar la naturaleza de los fenómenos nucleares, el modelo de capas y la deformación del núcleo. En forma distinta al caso de la energía, el ancho no brinda la capacidad de presentar e interpretar su significado tan simplemente respecto a la masa o la carga. En el ancho de la distribución de energía cinética se deben tomar en cuenta las fluctuaciones en los términos que contribuyen a esta energía: primero, la fluctuación de la interacción de la energía de Coulomb en la escisión relacionada con sus variaciones en la configuración; y segundo, la fluctuación en la energía cinética de pre-escisión. Estas fluctuaciones son analizadas en el marco de las teorías de transporte. Estos modelos explican bien las variaciones de desviación estándar de la distribución de energía cinética con la energía de excitación o la temperatura de los componentes nucleares, sólo considerando las fluctuaciones y disipaciones en un sistema en proceso de fisión.

Para decidir si las estructuras vistas en las desviaciones estándar de las distribuciones secundarias es debido a efectos primarios inherentes a la fisión o es debido a la evaporación de neutrones, se han realizado simulaciones de evaporación de neutrones por el método de Monte Carlo desde hace varios años, donde parte de la distribución observada fue reproducida satisfactoriamente (el pico correspondiente a la masa 109). El otro pico no se reprodujo en la simulación. El resultado se muestra en la figura 1.13.

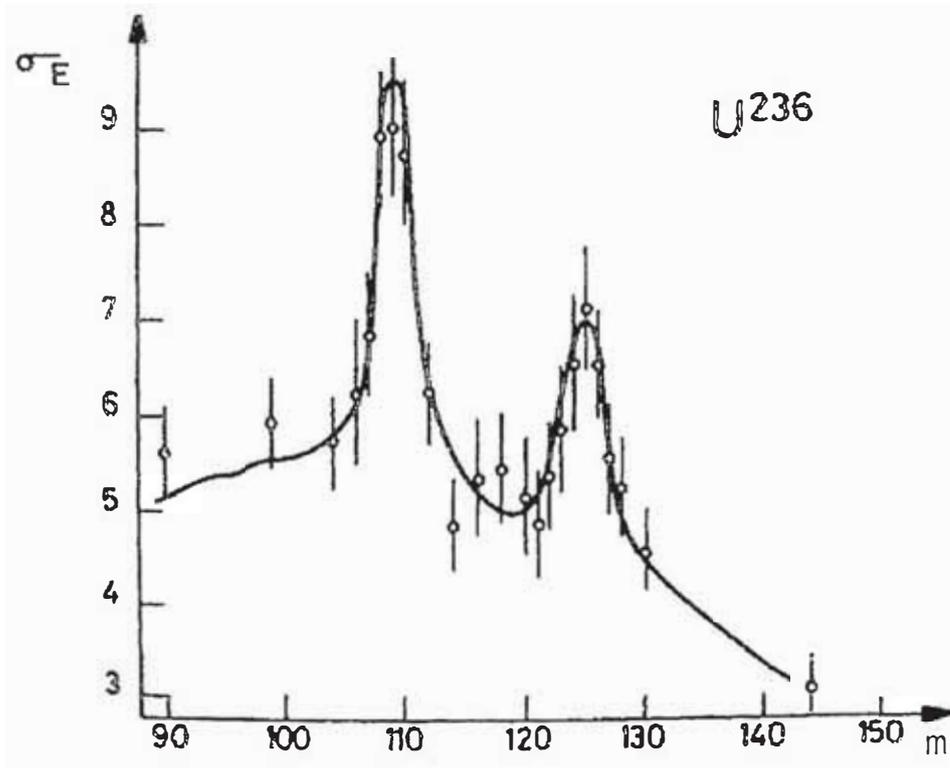
• De: Belhafaf, D.;Bocquet, J.P.; Brissot, R.; et al. *Z. Phys.*, A309, 253, 1983.



*Figura 1.13: La línea continua indica el resultado de la simulación por Monte Carlo de  $\sigma_{E_{k_1}}(m)$  vs.  $m$ , donde se ha supuesto una distribución primaria (antes de la emisión de neutrones) plana y sin estructuras, hecha por D. Belhafaf et al. Los círculos son los datos experimentales. [Ref. Bibl. 1, pág. 352].*

Este resultado puede ser comprendido debido a que cerca a  $A_{liv} \approx 108$  la energía del fragmento cae agudamente mientras que el número de emisión de neutrones es alto. Debido a las fluctuaciones de la emisión de neutrones, muchas masas primarias con energías promedio variadas contribuirán a una masa secundaria exclusiva y dará a esta masa un ancho inusual.

Para poder comprender la naturaleza del otro pico observado alrededor de la masa 124, también se supuso que inicialmente ya existía esta estructura, es decir, en que existía esta estructura primaria (o sea, antes de la emisión de neutrones) con lo que la simulación tenía la forma que se muestra en la figura 1.14. Las consecuencias de asumir esta estructura en la desviación estándar de su energía implicaría que los fragmentos de masa primaria alrededor de 124 presentan una gran cantidad de niveles de energía en su estructura energética inicial.



*Figura 1.14: La línea continua indica el resultado de la simulación por Monte Carlo de  $\sigma_{E_k}(m)$  vs.  $m$ , donde se ha supuesto una distribución primaria (antes de la emisión de neutrones) con estructuras (es decir, con pico en la zona de masa 124), hecha por D. Belhafaf et al. Los círculos son los datos experimentales. [Ref. Bibl. 1, pág. 351].*

## *Capítulo 2*

### SIMULACIÓN DEL FENOMENO

#### **2.1.- El método de Monte Carlo**

##### *2.1.1.- Introducción*

La importancia de los métodos de simulación es que, en principio, proporcionan resultados exactos para el Hamiltoniano del sistema bajo investigación. Existen dos clases de métodos de simulación: uno es conocido como el *método dinámico molecular* y el otro es conocido como el *método de Monte Carlo*. En el *método dinámico molecular* se considera el modelo dinámico clásico para átomos y moléculas, de donde la trayectoria se forma integrando la ecuación de movimiento de Newton. Este método proporciona información dinámica, así como propiedades estadísticas del sistema en el equilibrio. El *método de Monte Carlo* puede ser considerado un método estocástico para resolver problemas determinísticos, y también puede ser considerado un método estocástico para simular procesos estadísticos. (El origen del nombre *Monte Carlo* tiene que ver con la explosión de secuencias de números aleatorios, el tipo de secuencia encontrada cuando se juega ruleta en esa ciudad europea).

Si consideramos al método de Monte Carlo como un método de cómputo para simular procesos estadísticos, no debemos preocuparnos por derivar las ecuaciones que más o menos describen con exactitud estos procesos, ni preocuparnos del problema de resolver estas ecuaciones por aproximaciones numéricas. En cambio, se trata de diseñar un buen cuadro de las cosas que pasan.

El método de Monte Carlo se ha convertido en el método, en Física Nuclear, que permite la más detallada descripción de los sistemas bajo consideración, sin tener que describir todos sus detalles<sup>[4,11]</sup>.

### 2.1.2.- Principio teórico del método de Monte Carlo

#### i) Trayectorias:

La trayectoria es una secuencia de las configuraciones por las que pasa un sistema a través del tiempo. Sea  $\nu = (s_1, s_2, \dots, s_N)$  la abreviación de un punto para una configuración espacial  $N$ -dimensional, e imaginando un camino a través de este espacio,  $\nu(t)$  denotaría entonces la lista de las variables  $s_1, s_2, \dots, s_N$ , en el  $t$ -ésimo paso de este camino. Esta *función camino*,  $\nu(t)$ , es lo que se conoce como la **trayectoria**.

Las propiedades de la configuración del sistema cambian conforme cambia la trayectoria a través del tiempo. El promedio de la propiedad  $G_\nu = G(s_1, s_2, \dots, s_N)$  sobre las configuraciones visitadas durante la trayectoria luego de  $T$  pasos está dada por

$$\overline{G}_{\nu T} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T G_{\nu(t)} \quad (2.1)$$

En los cálculos por el método de Monte Carlo, uno usualmente emplea trayectorias para las cuales los promedios, en el equilibrio térmico,  $G$ , están dados por

$$G = \lim_{T \rightarrow \infty} G_T \quad (2.2)$$

Esto es, las trayectorias son **ergódicas**. En la práctica, las trayectorias se realizan para un tiempo finito de duración, y el promedio sobre las configuraciones proporcionará solamente un estimado de  $G$ .

*ii) La trayectoria en el método de Monte Carlo*

Para llevar a cabo una trayectoria, es decir, para ejecutar una “caminata aleatoria” a través de la configuración de un espacio, consideremos que para un sistema grande, el número total de posibles configuraciones es astronómicamente grande, y por lo tanto, el muestreo de todas estas configuraciones es impracticable. Sin embargo, para un cálculo con el método de Monte Carlo, se idea un procedimiento eficiente por el cual las estimaciones son obtenidas con una relativamente pequeña pero representativa fracción del total de esas configuraciones, ejecutando un camino aleatorio a través de la configuración espacial, en el cual la frecuencia relativa de visitas es proporcional a la distribución del conjunto en el equilibrio. Debido a que el método de Monte Carlo no es verdaderamente dinámico, existe una gran flexibilidad al escoger un algoritmo particular por el cual se ejecute el camino aleatorio.

El siguiente grupo de ecuaciones representa el procedimiento de Monte Carlo para obtener el estimado de una cantidad  $\lambda$ :

$$X(P)dP = S(P)dP + \int dP' X(P')K(P' \rightarrow P)dP \quad (2.3)$$

$$\lambda = \int F(P')X(P')dP' \quad (2.4)$$

En Física de Reactores, la ecuación (2.3) es llamada la *ecuación integral de Boltzmann*, donde:

$P$ : es un punto arbitrario en el espacio de fase;

$X(P)dP$ : es el número esperado de partículas por unidad de tiempo emergiendo de los eventos en  $dP$  alrededor de  $P$ ;

- $S(P)dP$ : es el número esperado de partículas emergiendo de una fuente de eventos;
- $K(P' \rightarrow P)dP$ : es el número esperado de partículas emergiendo de los eventos en  $dP$  alrededor de  $P$ , dado por una partícula emergida de un evento en  $P'$ ;

$F(P')$ : será la “función respuesta” para la cantidad en interés.

Las ecuaciones (2.3) y (2.4) pueden ser normalizadas si el número esperado de partículas de la fuente de partículas  $S(P)$  es mayor que o igual a cero para todos los puntos de  $P$  en el espacio de fase:

$$\text{Si } S(P)dP \geq 0 \quad \sim \quad \int S(P)dP = 1 \quad (2.5)$$

$S(P)$  debe, por lo tanto, ser usado como una *función fuente* de un proceso estocástico conocido. Es así que obtenemos un estimado por el método de Monte Carlo sumando sobre contribuciones discretas

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F(P'_i) \quad (2.6)$$

Las  $P'_i$  son escogidas de la población descrita por  $X(P')$ ,  $\lambda$  denota un estimado de  $\lambda$  y va tendiendo hacia  $\lambda$  mientras  $N$  sea más grande.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \bar{\lambda} = \lambda \quad (2.7)$$

Para valores finitos de  $N$ , la diferencia entre  $\lambda$  y  $\lambda$  es diferente de cero y aleatoria. Aquí estamos interesados en  $\lambda$  y no nos interesa de donde lo obtenemos.

Podemos utilizar una ecuación completamente diferente a la ecuación que describe exactamente al sistema, un conjunto de ecuaciones multigrupos, o cualquier conjunto de ecuaciones de transformación del sistema.

### iii) Limitaciones del método de Monte Carlo

La principal restricción del método de Monte Carlo resulta del hecho que es un método estocástico<sup>[4,11,17]</sup>. Por lo tanto, cada solución obtenida es justamente un promedio de muchos estimados, los cuales eventualmente convergerán hacia el valor correcto. Como se vio en la ecuación (2.7), la diferencia entre un resultado del método de Monte Carlo y el valor correcto, es una cantidad aleatoria. Esto tiene que ser descrito como parte del error de los cálculos. Así, el error total de un cálculo por el método de Monte Carlo consiste de dos partes completamente diferentes.

La primera parte es la que se le puede llamar *error sistemático*, que se obtiene de la incertidumbre de la medición y el redondeo de datos durante el procedimiento de cálculo, la descripción del sistema y la calidad de los análisis. La segunda parte del error fue introducido como un *error estadístico*. Este tipo de error es obtenido del procedimiento experimental y es típico de métodos estocásticos. La estadística nos enseña cómo debemos trabajar con estos errores. La cosa más importante a mencionar aquí es el llamado **Teorema del Límite Central**. Este dice que para prácticamente cualquier distribución  $p(x)$ , con desviación estándar finita, la correspondiente distribución  $P_n(y)$  de los valores promedio calculados de muestras aleatorias de tamaño  $n$  dibujados de  $p(x)$ , se aproxima a la distribución gaussiana mientras  $n$  crece grandemente. O, en términos de ecuaciones:

Si 
$$y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p(x_i) \tag{2.8}$$

entonces 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_n(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-\bar{y})^2}{2\sigma^2}} \tag{2.9}$$

donde  $y$  es el valor promedio estimado de  $y$ , por lo tanto, de  $p(x)$ ;  $\sigma$  viene a ser la desviación estándar de la población  $y$ :

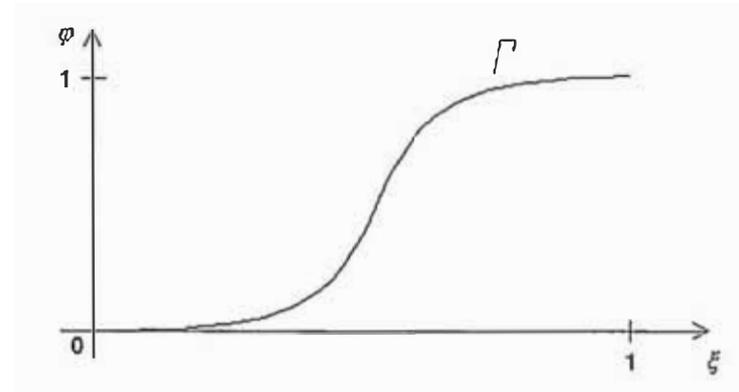
$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \left[ \sum_{k=1}^N y_k^2 - \frac{1}{N} \left( \sum_{k=1}^N y_k \right)^2 \right] \quad (2.10)$$

### 2.1.3.- Procedimiento de Monte Carlo en el programa de simulación

En el estudio de la distribución de masas y energías cinéticas de los fragmentos de fisión del  $^{236}\text{U}$  por inducción de neutrones térmicos, la generación de los números aleatorios, que en este estudio corresponde a la generación de eventos de fisión, nos permitirá obtener la distribución de la energía cinética total de cada par de fragmentos generados por la fisión del núcleo  $^{236}\text{U}$ . Para poder lograr este objetivo es necesario que utilicemos un procedimiento que nos genere números aleatorios, de tal forma que, al aumentar su cantidad enormemente, la distribución que originen cumpla con el Teorema del Límite Central, es decir, que se genere una distribución gaussiana o gaussiana. Para esto se plantea el siguiente modelo de simulación para la generación de la distribución gaussiana:

1. Generación de una curva que corresponde a la integral de la distribución gaussiana (ver 2.11), curva  $I$ , cuya forma se muestra en la figura 2.1, donde  $\varphi$  varía entre 0 y 1; y  $\xi$  varía entre 0 y 1 también.

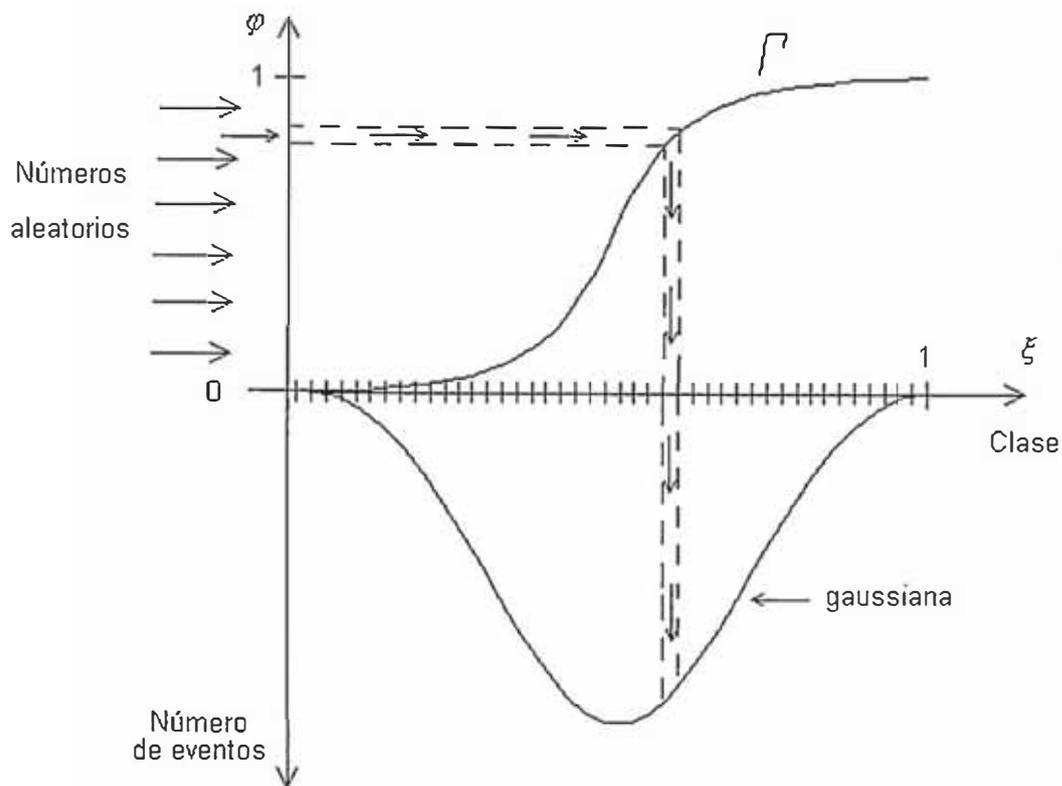
$$\varphi = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^1 e^{-\frac{(\xi-\xi_0)^2}{2\sigma^2}} d\xi \quad (2.11)$$



**Figura 2.1:** Gráfico de la curva integral de la distribución gaussiana, que será utilizada para que al generar números aleatorios, se cumpla el Teorema del Límite Central.

2. Luego se divide esta curva en intervalos iguales en el correspondiente eje  $\xi$ . A cada intervalo se le denomina *clase* (estadísticamente hablando).
3. Se genera un número aleatorio entre 0 y 1 (con tres decimales).
4. Se hace corresponder este número aleatorio generado con el eje  $y$  de la curva  $\Gamma$  para hallar su valor correspondiente en el eje  $\xi$ .
5. Se calcula la *clase* a la que pertenece este número aleatorio.
6. Se repite desde el paso 3 al 5 para cada número aleatorio generado tantas veces como número de eventos se deseen simular.
7. Se cuentan los números aleatorios que “cayeron” en cada *clase*.
8. Se grafica el histograma formado por estos números aleatorios.

Este procedimiento, que permite que una gran cantidad de números aleatorios cumplan con el Teorema del Límite Central, se puede esquematizar en el gráfico 2.2.



*Figura 2.2: Esquema del procedimiento para que los números aleatorios generen una gaussiana. El procedimiento comienza con la generación de un número aleatorio (valor que indica la flecha) y el "camino" que "recorre" éste para formar una gaussiana cuando se repite el proceso una gran cantidad de veces.*

Aquí podemos observar cómo es que un número aleatorio, que corresponde al eje  $y$ , se relaciona a un punto de la curva de la integral de la gaussiana, la cual, a su vez, corresponde a uno de las *clases* en que se ha dividido el eje  $x$  de la misma curva. El resultado de contar la cantidad de números que han caído en cada *clase* corresponderá a un histograma que tiene la forma de la distribución gaussiana.

Por otro lado, el lenguaje de programación **Turbo Pascal 7.0** es mucho más sencillo de utilizar que el lenguaje C ++, y con las herramientas actuales, es capaz de generar programas con la misma velocidad y tamaño que con los compiladores C ++. El procedimiento que realiza la generación de la gaussiana en el programa de simulación, es el que se muestra a continuación:

```

function g(s:real):real;
begin
    g:=(1/sqrt(2*pi*0.01))*exp(-(s-0.5)*(s-0.5)/(2*0.01));
end;

```

```

function integ(m:real):real;
var
    a,b,h,d,int:real;
begin
    h:=m/1000;
    a:=0;
    int:=0;
    repeat
        b:=a+h;
        d:=(g(a)+g(b))*h/2;
        a:=b;
        int:=int+d;
    until b>=m;
    integ:=int;
end;

```

```

procedure valor_integral;
var
    u:integer;
begin
    for u:=1 to 4000 do
        begin
            b[u]:=integ(u/4000);
        end;
    end;
end;

```

```

procedure genera_num_aleatorios;

```

```

var
    n:extended;
    i,e,ee,s,pos:integer;
    q,r:real;
begin
n:=0;
s:=0;
randomize;
repeat
s:=s+1;
if s=1000 then
    begin
    randomize;
    s:=0;
    end;
q:=random(1000)/1000;
e:=0;
repeat
    e:=e+1;
    r:=b[e];
    ee:=e;
until r>q;
pos:=trunc(ee/nucl)+1;
a[pos]:=a[pos]+1;
n:=n+1;
until n>=eve;
end;

```

Este procedimiento está compuesto de dos partes: una primera parte que calcula  $\varphi$ , la integral de la distribución gaussiana que origina la curva  $\Gamma$ , que a su vez utiliza dos *function*: una que calcula la distribución gaussiana, y la otra que calcula su integral en cada punto. La segunda parte genera los números aleatorios (con la función *random*), comparándolo luego con el valor de la función  $\varphi$ , valores que se encuentran

almacenados en el *array* “*b[e]*”, para luego evaluar el valor de su *clase* perteneciente, que corresponde al valor de la variable *pos*. Por último, se cuenta la cantidad de números que caen en cada *clase*, cuyo valor es almacenado en el *array* “*a[pos]*”. Como se puede observar, la variable *eve* es la que determina la cantidad de veces que se va a repetir el proceso. Este valor es previamente proporcionado por el programa principal para ser utilizado por este procedimiento.

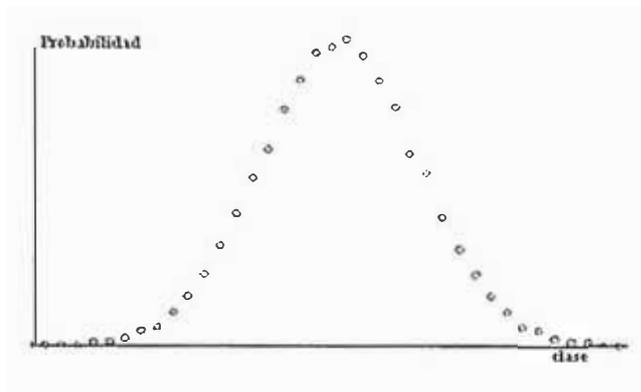
#### 2.1.4.- Simulación de la distribución gaussiana: resultado.

Como fue previsto, la forma de la distribución que se obtiene del procedimiento de simulación es la forma de la distribución normal o gaussiana. En realidad, se asemeja mucho a esta función, aunque no exactamente, ya que comparando los valores de la desviación estándar y el valor promedio de la gaussiana original y la simulada, obtenemos el siguiente resultado:

**Tabla 2.1:** Resultado de la simulación para la generación de la distribución gaussiana a partir de números aleatorios.

	<b>Gaussiana original</b>	<b>Gaussiana simulada</b>
<i>Valor promedio</i>	0,5	0,45
<i>Desviación estándar</i>	0,2	0,197

En la figura 2.3 podemos observar el gráfico de la gaussiana simulada. Para ésta simulación en particular, se tomaron diez millones de números aleatorios.



**Figura 2.3:** Gráfico de la gaussiana simulada por el programa con diez millones de números aleatorios. (El resultado de la simulación se ha impreso y digitalizado para insertarlo en esta figura).

Podemos afirmar aquí que cuanto más números aleatorios se generen, mejor será la aproximación de la forma de la curva con la distribución gaussiana. Este hecho se puede comprobar en las simulaciones de la distribución gaussiana que se han realizado con el programa de simulación para diferentes cantidades de números aleatorios, como se muestran en los gráficos 2.1, 2.2 2.3, 2.4 y 2.5, para  $10^4$ ,  $10^5$ ,  $10^6$  y  $10^7$  números aleatorios. Además se puede agregar que a partir de un número determinado de números simulados, la diferencia casi es despreciable, como se observa entre las gaussianas simuladas para  $10^6$  y  $10^7$  números aleatorios.

## 2.2.- Simulación del fenómeno

### 2.2.1.- Modelo de simulación

Para aplicar la simulación de la distribución gaussiana al estudio de la reacción  $^{235}\text{U}(n_{\text{térmico}}, f)$ , lo que se hará es plantear un **modelo de simulación** que esté basado en una correspondencia entre la distribución gaussiana obtenida en el programa de simulación, con las características del fenómeno de la fisión, como se muestra en la tabla 2.2.

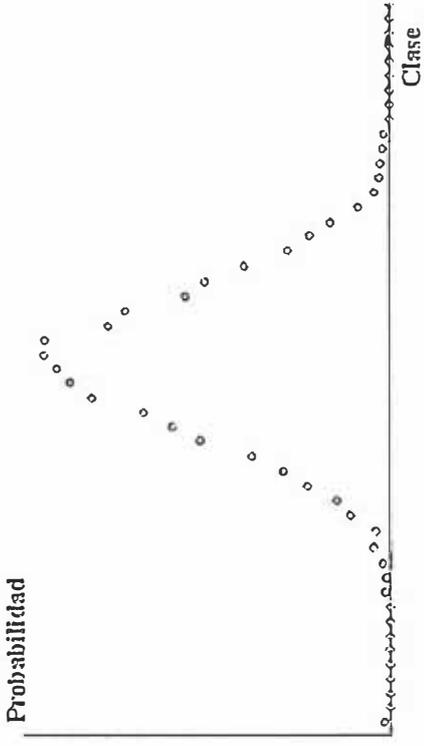


Gráfico 2.1: Gaussiana simulada por el programa con  $10^4$  números aleatorios.

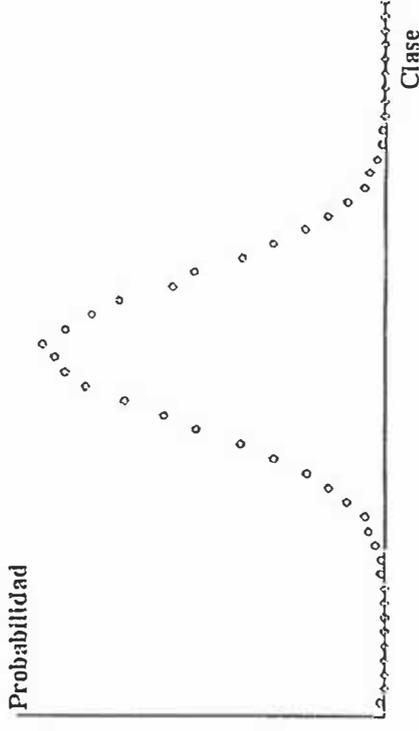


Gráfico 2.2: Gaussiana simulada por el programa con  $10^5$  números aleatorios.

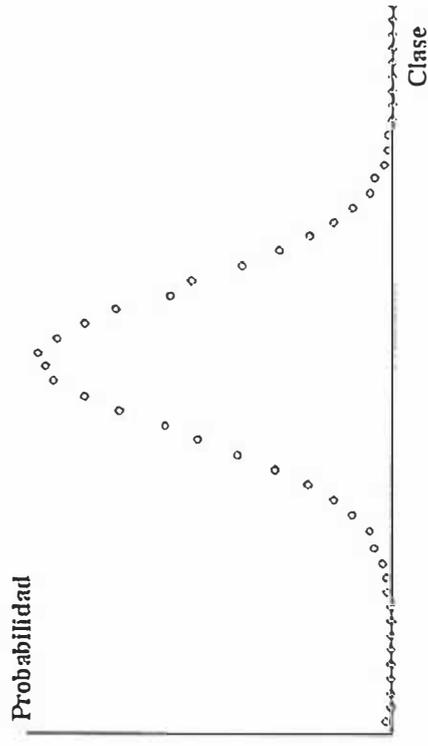


Gráfico 2.3: Gaussiana simulada por el programa con  $10^6$  números aleatorios.

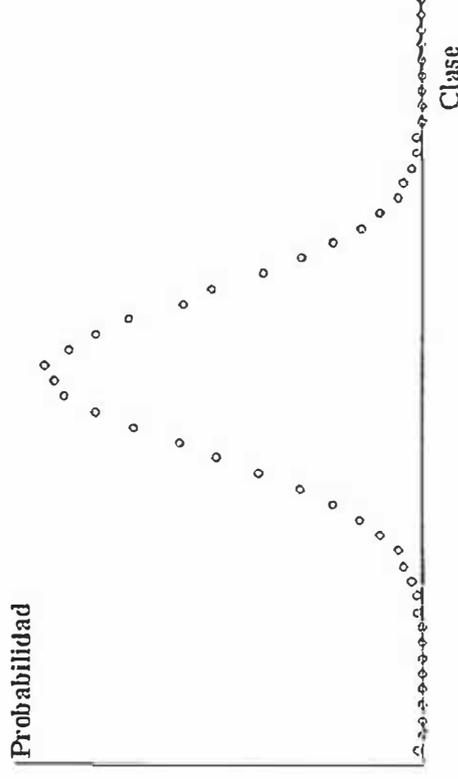
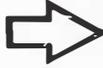
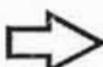


Gráfico 2.4: Gaussiana simulada por el programa con  $10^7$  números aleatorios.

**Tabla 2.2:** Modelo de simulación del fenómeno de fisión nuclear que se utilizará en el programa.

<b>Simulación de la distribución gaussiana</b>		<b>Fenómeno de la fisión nuclear</b>
cantidad de números aleatorios		cantidad de eventos de fisión
distribución gaussiana que forman los números aleatorios (histograma)		distribución de la energía cinética total respecto a su masa primaria
valor promedio de la distribución gaussiana		energía cinética total promedio respecto a la masa primaria del fragmento pesado
desviación estándar de la distribución gaussiana		desviación estándar de distribución de energía cinética total respecto a masa primaria del fragmento pesado

Se observa que conociendo el valor experimental de la energía total promedio y su respectiva desviación estándar para la masa de los fragmentos de fisión, entonces podemos obtener el número total de fragmentos que tiene valores definidos de masa  $A_{liv}$  y  $A_{pes}$  (donde se cumple que  $A_{liv} + A_{pes} = 236$ ) y energía cinética total  $E_{kt}$ . Este número de partículas obtenidas con una energía definida (que pertenece a una *clase*), es directamente proporcional al valor de la probabilidad de la distribución gaussiana, al valor del rendimiento de masas y a la cantidad de eventos que se han simulado. En otras palabras, para saber la cantidad de fragmentos,  $\eta(A)$ , de masa  $A$  que se han creado en la fisión de  $N$  núcleos de  $^{236}\text{U}$  y que tienen una energía cinética total  $E_{kt}(A)$  en el intervalo entre  $[E_{kt}'(A) - \Delta E_{kt}'(A), E_{kt}'(A) + \Delta E_{kt}'(A)]$ , donde la masa  $A$  tiene un rendimiento  $Y(A)$ , y la distribución gaussiana tiene una probabilidad para ese intervalo de energía de  $\rho(E_{kt}(A))$ , debemos calcular lo siguiente:

$$\eta(A) = N Y(A) \rho(E_{kt}(A)) \quad (2.12)$$

Ahora, para calcular la energía cinética total de un par de fragmentos originados de la fisión de un núcleo de  $^{236}\text{U}$ , o más precisamente, el intervalo de energía al que pertenece, se debe considerar también que el espectro total de la distribución de energía cinética total es 6 veces la desviación estándar de la distribución de energía cinética total,  $\sigma$ , con lo que estaríamos considerando el 99,97% del total de partículas simuladas, y que es el valor que se ha utilizado en el programa de simulación. En otras palabras, si se han simulado  $\eta(A)$  eventos con una energía cinética total  $E_{k_t}(A)$ , esta energía cinética total se obtiene de la siguiente relación:

$$E_{k_t} = E_{k_t} + 6\sigma \frac{t - v}{u - p} \quad (2.13)$$

donde  $t$  es la clase a la que pertenece la partícula simulada,  $v$  es la clase central,  $u$  y  $p$  son la última y la primera clase en que se ha dividido la gaussiana. Con estas relaciones se puede calcular la energía cinética total respecto a la masa inicial del fragmento pesado de fisión (respecto a la masa del fragmento liviano, los datos son simétricos).

### ***2.2.2.- Cálculo de masas y energías cinéticas primarias de los fragmentos de fisión***

En la sección anterior se calcula la cantidad de partículas que se han creado con una masa y energía cinética total definida. Pero ahora nos interesa saber también cuál es la energía cinética de cada fragmento. Además se puede decir que si se ha simulado un evento de fisión, éste va a producir dos fragmentos (no vamos a considerar la formación de tres fragmentos), uno de masa  $A_{liv}$  y el otro complementario de masa  $A_{pes}$ . Cada una de estas masas tendrán una energía cinética  $E_k(A_{liv})$  y  $E_k(A_{pes})$  respectivamente.

Para calcular estos valores a partir de la energía cinética total utilizamos las leyes de conservación de energía y cantidad de movimiento, de donde obtenemos las siguientes relaciones:

$$E_{k_{liv}} = E_{k_t} \frac{A_{pes}}{A_{pes} + A_{liv}} \quad (2.14)$$

$$E_{k_{pes}} = E_{k_t} \frac{A_{liv}}{A_{pes} + A_{liv}} \quad (2.15)$$

### 2.2.3.- Cálculo del número de neutrones emitidos por cada fragmento de fisión

Se asume que una vez que se ha producido la fisión nuclear, los datos *reales* de masa y energía cinética se van modificando debido al proceso de emisión de neutrones rápidos durante el viaje de estos fragmentos hacia los detectores; o sea, al momento de detectarlos, los resultados obtenidos experimentalmente se han modificado y no son verdaderos.

Para poder simular el efecto que produce la evaporación de neutrones en las curvas de distribución, debemos primero conocer cuantos neutrones va a emitir cada fragmento de fisión. Esto lo podemos calcular tomando como datos el número promedio de emisión de neutrones respecto a la masa del fragmento de fisión (ver figura 1.9, sección 1.4.5) y la curva de distribución de energía cinética correspondiente a la masa del fragmento en cuestión.



#### 2.2.4.- Cálculos de masas y energías cinéticas secundarias de los fragmentos de fisión

Una vez que se calcula el número de neutrones emitidos por cada fragmento, vamos a calcular los nuevos valores de masa y energía cinética de cada fragmento de fisión modificados por esta evaporación de neutrones. Como estamos trabajando con unidades de masa en *uma*, la masa secundaria (*m*) del fragmento que ha emitido  $\nu$  neutrones será:

$$m = A - \nu \quad (2.18)$$

Ahora, como sabemos, la energía cinética del fragmento está formada por la energía cinética de cada nucleón que conforma el núcleo del fragmento. Es así que debemos primero calcular la energía de cada nucleón por medio de la relación:

$$\frac{E_{k_{\text{fragmento}}}}{A_{\text{fragmento}}} \quad (2.19)$$

y luego restarle al fragmento la energía correspondiente a  $\nu$  neutrones. Es decir, la nueva energía cinética del fragmento al llegar al detector estará dada por la relación:

$$\epsilon_k = E_k - \nu \frac{E_k}{A} \quad (2.20)$$

En resumen, hasta este momento ya sabemos los valores de masa y energía cinética primaria y secundaria de un fragmento de fisión. Lo que resta ahora es contabilizar datos para todo el espectro de valores de masa y energía cinética que se forman durante la fisión nuclear y para la cantidad de eventos que se desean simular.

### *2.2.5.- Procedimiento para contar fragmentos de fisión según sus masas y energías cinéticas*

Una vez que ya podemos calcular la masa y energía cinética característica de cada fragmento, se debe iniciar el proceso de contabilización del número de fragmentos de fisión que llegan al detector. Estas características se van a seleccionar tomando en cuenta los siguientes criterios:

- masa primaria del fragmento respecto a su masa primaria.
- masa secundaria del fragmento respecto a su masa primaria.
- número de neutrones emitidos por el fragmento respecto a su masa primaria.  
número de neutrones emitidos por el fragmento respecto a su masa secundaria.
- energía cinética primaria del fragmento respecto a su masa primaria.
- energía cinética secundaria del fragmento respecto a su masa secundaria.
- energía cinética total primaria respecto a la masa primaria del fragmento pesado.
- energía cinética total secundaria respecto a la pseudo-masa del fragmento pesado.

### *2.2.6.- Cálculo de la desviación estándar de la distribución de la energía cinética de los fragmentos de fisión*

Luego de la etapa de contabilización, se puede obtener un resultado para la desviación estándar de la distribución de energía cinética de cada fragmento y total, para lo cual se necesitan calcular el promedio de energía cinética por cada fragmento y total respecto a su masa primaria y secundaria. De estos valores vamos a calcular lo siguiente:

- desviación estándar de la distribución de energía cinética primaria del fragmento respecto a su masa primaria.
- desviación estándar de la distribución de energía cinética secundaria del fragmento respecto a su masa secundaria.
- desviación estándar de la distribución de energía cinética total primaria respecto a la masa del fragmento pesado.
- desviación estándar de la distribución de energía cinética total secundaria respecto a la pseudo-masa del fragmento pesado.

Para hallar estos valores, debemos calcular primero el valor promedio de la energía cinética respecto a la masa de cada fragmento,  $E_k(A_f)$ , es decir

$$\overline{E_k}(A_f) = \frac{\sum_{i=p}^u \eta_i(A) E_{k_i}(A_f)}{\sum_{i=p}^u \eta_i(A_f)} \quad (2.21)$$

Una vez obtenido este valor podemos calcular la desviación estándar de la distribución de la energía cinética de los fragmentos de fisión utilizando la siguiente relación:

$$\sigma(E_k(A_f)) = \sqrt{\frac{\sum_{i=p}^u \eta_i(A_f) (E_{k_i} - \overline{E_k}(A_f))^2}{\sum_{i=p}^u \eta_i(A_f)}} \quad (2.22)$$

Estos valores son calculados por un procedimiento del programa principal y almacenados en *arrays* que luego serán utilizados para elaborar los respectivos gráficos y distribuciones. Este procedimiento se muestra a continuación:

```

procedure contadores(m:integer);
var
    en1,en2,e,enli,enpe:real;

```

```
ml,mp,mt:extended;
smp,em2,em1,t,y,z:integer;
```

```
begin
```

```
for t:=p to u do
```

```
begin
```

```
e:=enex[m-42]+6*deex[m-42]*(t-v)/(u-p);
```

```
{*** fragmento liviano ***}
```

```
w:=86-m;
```

```
enli:=uma[m]*e/236;
```

```
ml:=round(maex[w]*a[t]/d);
```

```
if m=43 then
```

```
begin
```

```
ml:=0;
```

```
end;
```

```
enfri[uma[w]]:=enfri[uma[w]]+enli*ml;
```

```
mai[uma[w]]:=mai[uma[w]]+ml;
```

```
em2:=round(2*neex[w]*(u-t)/(u-p));
```

```
en2:=enli-enli*em2/uma[w];
```

```
y:=w-em2;
```

```
enfrf[uma[y]]:=enfrf[uma[y]]+en2*ml;
```

```
maf[uma[y]]:=maf[uma[y]]+ml;
```

```
nefrf[uma[y]]:=nefrf[uma[y]]+em2*ml;
```

```
nefri[uma[w]]:=nefri[uma[w]]+em2*ml;
```

```
{*** fragmento pesado ***}
```

```
enpe:=uma[w]*e/236;
```

```
mp:=round(maex[m]*a[t]/d);
```

```
enfri[uma[m]]:=enfri[uma[m]]+enpe*mp;
```

```
mai[uma[m]]:=mai[uma[m]]+mp;
```

```
em1:=round(2*neex[m]*(u-t)/(u-p));
```

```
en1:=enpe-enpe*em1/uma[m];
```

```
z:=m-em1;
```

```

    enfrf[uma[z]]:=enfrf[uma[z]]+en1*mp;
    maf[uma[z]]:=maf[uma[z]]+mp;
    nefrf[uma[z]]:=nefrf[uma[z]]+em1*mp;
    nefri[uma[m]]:=nefri[uma[m]]+em1*mp;
    {*** totales ***}
    mt:=ml+mp;
    entoi[uma[m]]:=entoi[uma[m]]+e*mt;
    mati[uma[m]]:=mati[uma[m]]+mt;
    smp:=round(236*en2/(en1+en2));
    entof[smp]:=entof[smp]+(en2+en1)*mt;
    matf[smp]:=matf[smp]+mt;
    end;
end;

```

```

    {*****}

```

```

procedure calculos;
var
    m:integer;

begin
    clrscr;
    rango;
    for m:=43 to 85 do
        begin
            contadores(m);
        end;
    for m:=76 to 160 do
        begin
            nefrf[m]:=nefrf[m]/maf[m];
            nefri[m]:=nefri[m]/mai[m];
            enfri[m]:=enfri[m]/mai[m];

```

```

    enfrf[m]:=enfrf[m]/maf[m];
    end;
for m:=118 to 160 do
    begin
    entoi[m]:=entoi[m]/mati[m];
    entof[m]:=entof[m]/matf[m];
    end;
end;

    { ***** }

procedure contadores_para_deltas(m:integer);
var
    en1,en2,e,enli,enpe:real;
    ml,mp,mt,tt,ttt,ppp,qq,qqq,pp:extended;
    smp,em2,em1,t,y,z,w:integer;

begin
for t:=p to u do
    begin
    e:=enex[m-42]+6*deex[m-42]*(t-v)/(u-p);
    { *** fragmento liviano *** }
    w:=86-m;
    enli:=uma[m]*e/236;
    ml:=round(maex[w]*a[t]/d);
    if m=43 then
        begin
            ml:=0;
        end;
    em2:=round(2*neex[w]*(u-t)/(u-p));
    en2:=enli-enli*em2/uma[w];
    y:=w-em2;

```

```

mai[uma[w]]:=mai[uma[w]]+ml;
qqq:=(enfrf[uma[y]]-en2)*(enfrf[uma[y]]-en2);
defrf[uma[y]]:=defrf[uma[y]]+qqq*ml;
ppp:=(enfri[uma[w]]-enli)*(enfri[uma[w]]-enli);
defri[uma[w]]:=defri[uma[w]]+ppp*ml;
maf[uma[y]]:=maf[uma[y]]+ml;
{*** fragmento pesado ***}
enpe:=uma[w]*e/236;
mp:=round(maex[m]*a[t]/d);
eml:=round(2*neex[m]*(u-t)/(u-p));
enl:=enpe-enpe*eml/uma[m];
z:=m-eml;
mai[uma[m]]:=mai[uma[m]]+mp;
qq:=(enfrf[uma[z]]-enl)*(enfrf[uma[z]]-enl);
defrf[uma[z]]:=defrf[uma[z]]+qq*mp;
pp:=(enfri[uma[m]]-enpe)*(enfri[uma[m]]-enpe);
defri[uma[m]]:=defri[uma[m]]+pp*mp;
maf[uma[z]]:=maf[uma[z]]+mp;
{*** totales ***}
mt:=ml+mp;
mati[uma[m]]:=mati[uma[m]]+mt;
tt:=(e-entoi[uma[m]])*(e-entoi[uma[m]]);
deto[uma[m]]:=deto[uma[m]]+tt*mt;
smp:=round(236*en2/(enl+en2));
matf[smp]:=matf[smp]+mt;
ttof:=(enl+en2-entof[smp])*(enl+en2-entof[smp]);
deto[smp]:=deto[smp]+ttof*mt;
end;
end;

{*****}

```

```

procedure calculos_para_deltas;
var
    m:integer;

begin
clrscr;
rango;
for m:=1 to 85 do
    begin
        mai[uma[m]]:=0;
        maf[uma[m]]:=0;
        mati[uma[m]]:=0;
        matf[uma[m]]:=0;
    end;
for m:=43 to 85 do
    begin
        contadores_para_deltas(m);
    end;
for m:=1 to 85 do
    begin
        defri[uma[m]]:=sqrt(defri[uma[m]]/mai[uma[m]]);
        defrf[uma[m]]:=sqrt(defrf[uma[m]]/maf[uma[m]]);
    end;
for m:= 118 to 160 do
    begin
        detoi[m]:=sqrt(detoi[m]/mati[m]);
        detof[m]:=sqrt(detof[m]/matf[m]);
    end;
end;

```

Como se puede apreciar, la cantidad de fragmentos detectados con una masa primaria determinada, se conserva en un *array* cuyo nombre es "*mai[m]*". Análogamente, se tiene que cantidad de fragmentos detectados con una masa

secundaria determinada, se conserva en un *array* cuyo nombre es “*maf[m]*”. Los siguientes *arrays* corresponden a:

- “*nefri[m]*” → neutrones emitidos por fragmento respecto a su masa primaria.
- “*nefrf[m]*” → neutrones emitidos por fragmento respecto a su masa secundaria.
- “*enfri[m]*” → energía cinética primaria del fragmento respecto a su masa primaria.
- “*enfrf[m]*” → energía cinética secundaria del fragmento respecto a su masa secundaria.
- “*defri[m]*” → desviación estándar de la distribución de energía cinética primaria del fragmento respecto a su masa primaria.
- “*defrf[m]*” → desviación estándar de la distribución de energía cinética secundaria del fragmento respecto a su masa secundaria.

Para obtener los datos de energía cinética total se utilizó el método de la “doble energía”, método que fue explicado en la sección 1.4.2, que se basa en la conservación de la cantidad de movimiento y energía de los fragmentos de fisión, y consiste en que para cada evento de fisión simulado para las masas  $A_{liv}$  y  $A_{pes}$  con energías cinéticas secundarias  $\varepsilon_{liv}$ ,  $\varepsilon_{pes}$ , sus respectivas pseudo-masas  $\mu_{liv}$  y  $\mu_{pes}$  son calculadas de

$$\varepsilon_{liv} \mu_{liv} = \varepsilon_{pes} \mu_{pes} \quad (2.23)$$

$$\mu_{liv} + \mu_{pes} = 236 \quad (2.24)$$

de donde obtenemos las expresiones 1.13, 1.14 y 1.15 para calcular las pseudo-masas de los fragmentos. Una vez obtenidas las pseudo-masas, se calcula el valor de la energía cinética total sumando la energía cinética del fragmento liviano de pseudo-masa  $\mu_{liv}$  con la energía cinética del fragmento pesado de pseudo-masa  $\mu_{pes}$  obteniendo

así la energía cinética total en función de la pseudo-masa del fragmento pesado (que hubiera sido equivalente a elegir la pseudo-masa del fragmento liviano).

$$\varepsilon_{k_{total}}(\mu_{pes}) = \varepsilon_{liv}(\mu_{liv}) + \varepsilon_{pes}(\mu_{pes}) \quad (2.25)$$

En el procedimiento mostrado anteriormente, estos datos son guardados en los siguientes *arrays*:

- “*entoi[m]*” → energía cinética total respecto a la pseudo-masa primaria del fragmento pesado.
- “*entof[m]*” → energía cinética total respecto a la pseudo-masa secundaria del fragmento pesado.
- “*detoim[m]*” → desviación estándar de la distribución de energía cinética total primaria respecto a la masa primaria del fragmento pesado.
- “*detof[m]*” → desviación estándar de la distribución de energía cinética total secundaria respecto a la pseudo-masa del fragmento pesado.

## 2.3.- Resultados de la simulación

### 2.3.1.- Obtención de los datos experimentales

Finalmente, el resultado de la simulación de la evaporación de neutrones se considera satisfactoria cuando la distribución masas primarias  $Y(A)$ , emisión de neutrones promedio  $\nu(A)$ , energía cinética total primaria  $E_{k_i}(A_{liv}, A_{pes})$  y su respectiva desviación estándar  $\sigma_{E_{k_i}}$ , que son los datos de entrada, reproducen los resultados experimentales obtenidos para los rendimientos de masas, energías cinéticas y

desviaciones estándar de los fragmentos de fisión respecto a sus masas secundarias. Para comparar ambos resultados, experimentales y simulados, se superponen estos valores y se grafican los resultados obtenidos en la sección anterior, obteniéndose:

- masa secundaria del fragmento respecto a su masa primaria, tabla 2.3, gráfico 2.5.
- energía cinética promedio del fragmento respecto a su masa secundaria, tabla 2.4, gráfico 2.6.
- desviación estándar de la distribución de energía cinética del fragmento respecto a su masa secundaria, tabla 2.5, gráfico 2.7.

### *2.3.2.- Los datos reales*

Los datos *reales* se refieren a los valores experimentales primarios que se obtendrían si es que se pudiera experimentalmente detectar los fragmentos de la fisión antes de que se inicie el proceso de la evaporación de neutrones, es decir, en el preciso instante en que se produce la fisión. Estos datos reales son propuestos en el programa como **datos iniciales o de entrada en la simulación**, los cuales, simulando la evaporación de neutrones, producen resultados que concuerdan bien con los datos experimentales vistos anteriormente (ver gráficos 2.5, 2.6, 2.7).

Como pudimos observar en el Capítulo 1, experimentalmente no hay datos exactos del rendimiento de masas y de emisión promedio de neutrones de los fragmentos en la región comprendida entre 110 y 126 uma (ver datos experimentales de neutrones obtenidos en 1997 por Nishio y cols., figura 1.9<sup>[6]</sup>) ya que existe cierta dificultad para la medición debido a la pequeña cantidad de eventos en esa región. Para proponer los datos de la energía cinética total primaria, se utiliza la ecuación 1.18; y por último, para proponer los datos primarios de la desviación estándar de la distribución de la energía cinética se propone una curva suave, eliminándose los picos obtenidos experimentalmente con lo cual se quiere demostrar que en el resultado experimental de  $\sigma_{E_k}$  para cada masa de fragmento de fisión después de la emisión de

neutrones donde existen dos picos, no se deben a la curva de  $\sigma_{E_k}$ , antes de la emisión de neutrones (datos *reales*).

Los valores de estos datos *reales* se muestran en las tablas y los gráficos que se indican a continuación:

- rendimiento de masa del fragmento respecto a su masa primaria, tabla 2.6, gráfico 2.8.
- emisión promedio de neutrones de un fragmento respecto a su masa primaria, tabla 2.7, gráfico 2.9.
- energía cinética total promedio respecto a la pseudo-masa del fragmento pesado, tabla 2.8, gráfico 2.10.
- desviación estándar de la distribución de energía cinética total respecto a la pseudo-masa del fragmento pesado, tabla 2.9, gráfico 2.11.

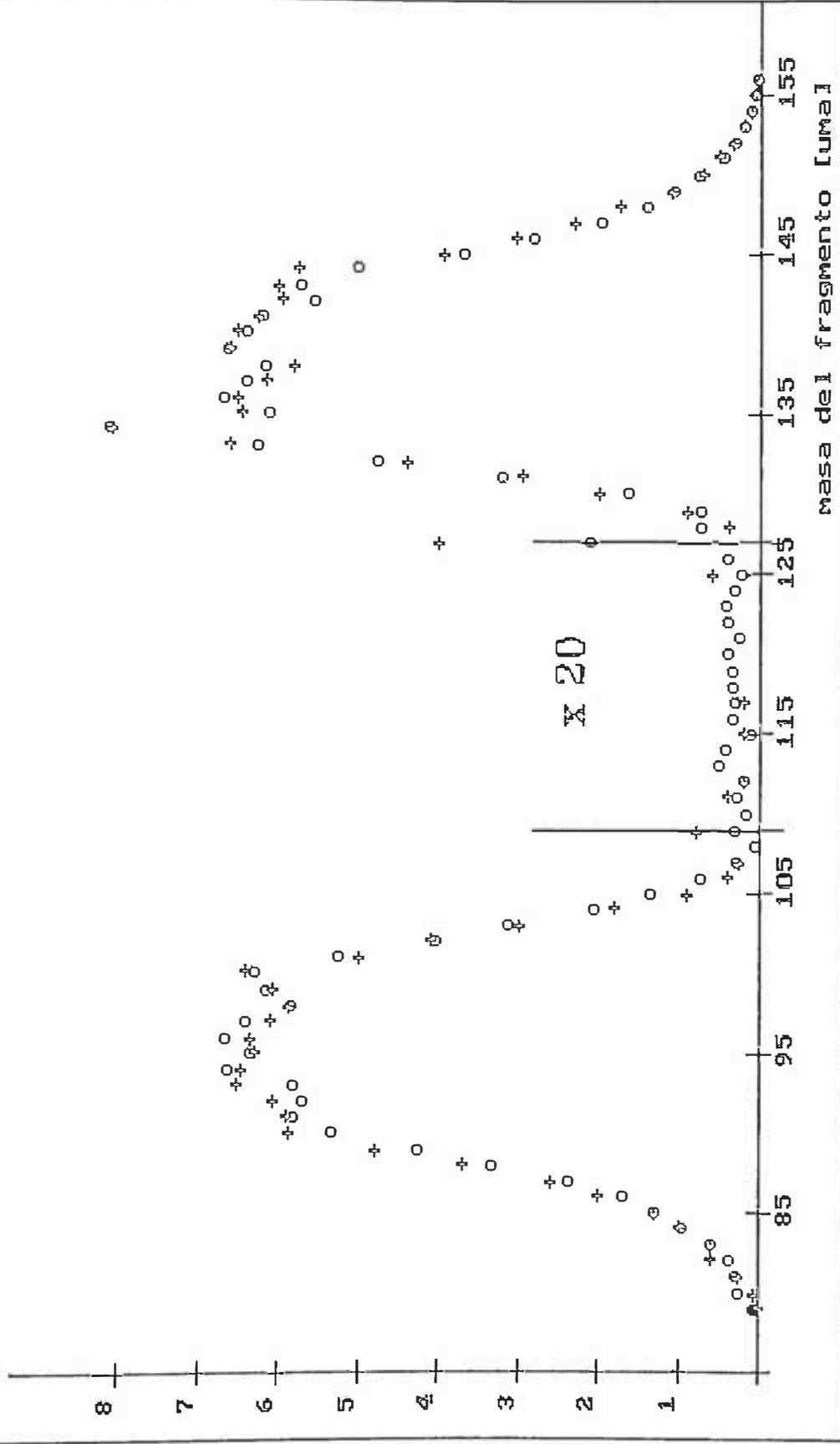
### Simulación de

rendimiento de masas secundarias [%]  
en función de  
masa del fragmento [uma]

### Leyenda

- + datos experimentales [ref. 1]
- rendimiento vs. masa secundaria

rendimiento de masas secundarias [%]



### Simulación de

energía cinética promedio [MeV]  
en función de  
masa del fragmento [uma]

### Leyenda

- + datos experimentales [ref. 81  
(error =  $\pm$  4 MeV)]
- energía vs. masa secundaria

energía cinética promedio [MeV]

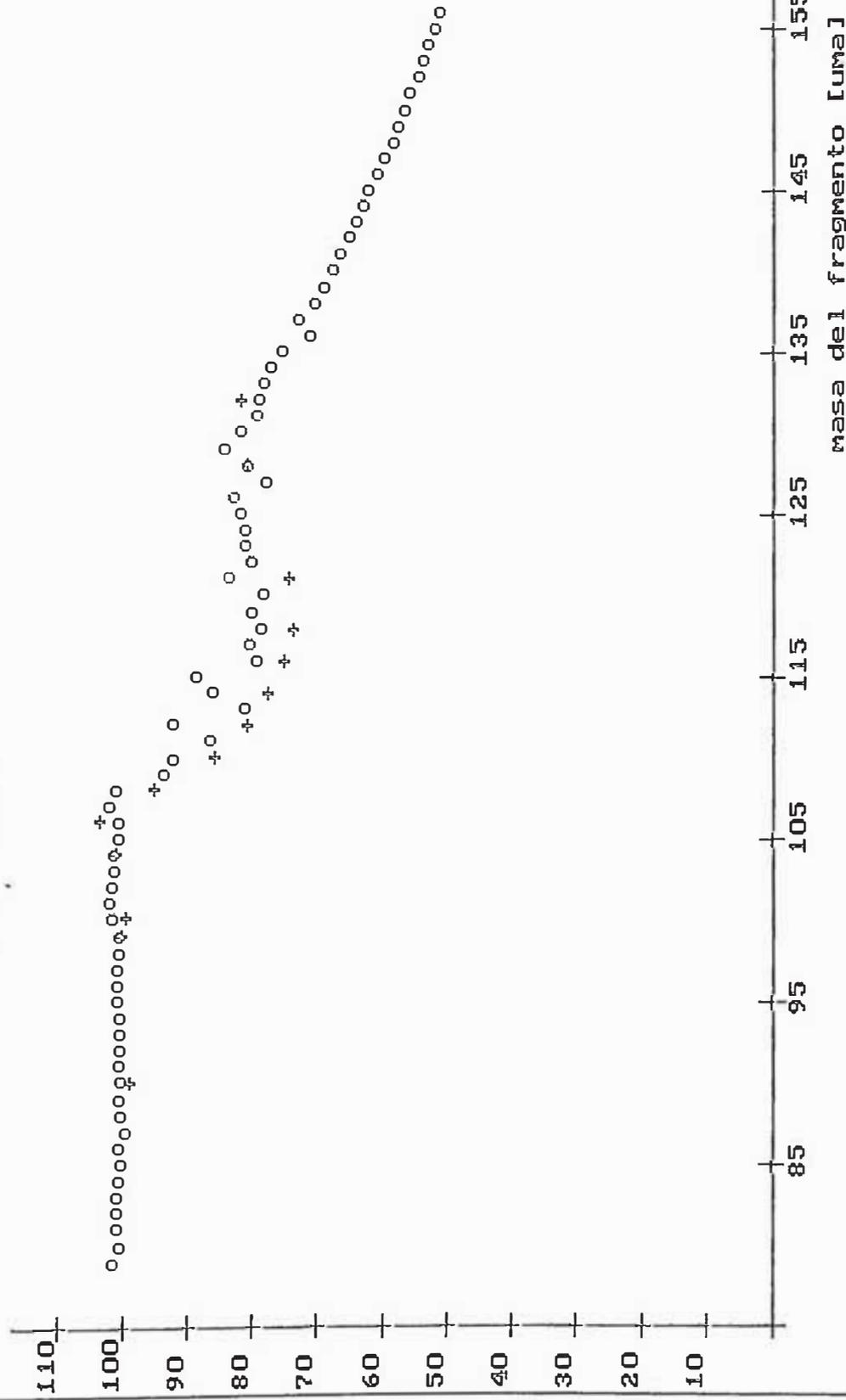


Gráfico 2.6.

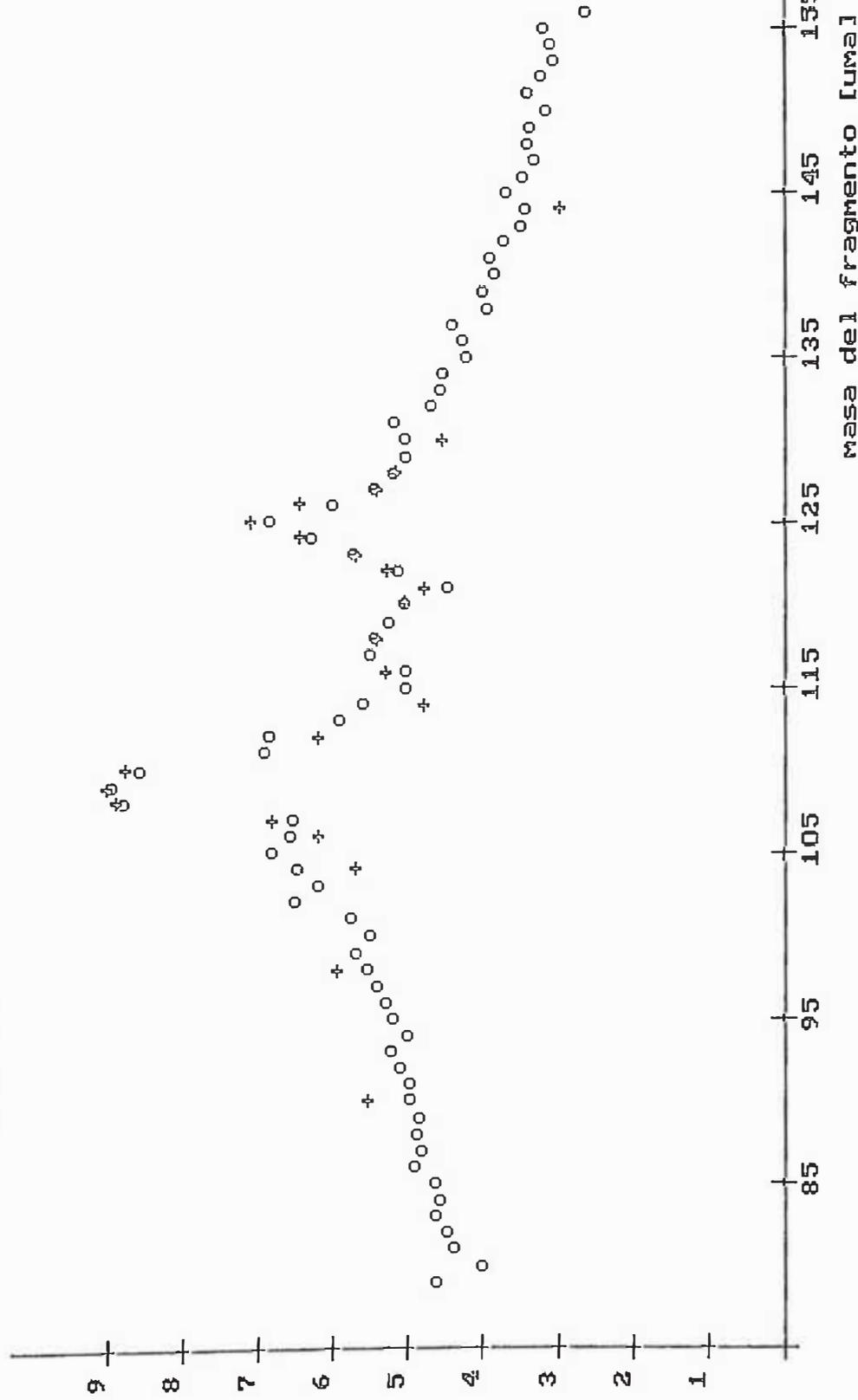
### Simulación de

r.m.s. de energía cinética [MeV]  
 en función de  
 masa del fragmento de fisión [uma]

### Leyenda

- + datos experimentales [ref. 11  
 (error =  $\pm 0.5$  MeV)]
- r.m.s. vs. masa secundaria

r.m.s. de energía cinética [MeV]



*Tabla 2.3: Datos de la masa secundaria del fragmento respecto a su masa primaria.*

<b>m</b> <b>[uma]</b>	<b>Y (m) exp</b> <b>[%]</b>	<b>Y (m)</b> <b>[%]</b>	<b>m</b> <b>[uma]</b>	<b>Y (m) exp</b> <b>[%]</b>	<b>Y (m)</b> <b>[%]</b>
79	0,01	0,050	118	-	0,018
80	0,05	0,268	119	-	0,018
81	0,25	0,284	120	-	0,020
82	0,60	0,364	121	-	0,012
83	0,60	0,594	122	-	0,020
84	1,00	0,945	123	-	0,021
85	1,30	1,298	124	-	0,015
86	2,00	1,680	125	0,03	0,012
87	2,60	2,375	126	-	0,020
88	3,70	3,331	127	0,20	0,106
89	4,80	4,255	128	0,40	0,738
90	5,85	5,324	129	0,90	0,744
91	5,90	5,818	130	2,00	1,629
92	6,05	5,684	131	2,95	3,209
93	6,50	5,806	132	4,40	4,76
94	6,45	6,613	133	6,60	6,256
95	6,30	6,340	134	8,05	8,103
96	6,35	6,667	135	6,45	6,131
97	6,10	6,401	136	6,50	6,678
98	5,85	5,824	137	6,15	6,394
99	6,05	6,144	138	5,80	6,167
100	6,40	6,292	139	6,60	6,618
101	5,00	5,245	140	6,50	6,387
102	4,10	4,044	141	6,25	6,189
103	3,00	3,125	142	5,95	5,548
104	1,80	2,069	143	6,00	5,732

<b>105</b>	0,90	1,367	<b>144</b>	5,75	5,016
<b>106</b>	0,40	0,745	<b>145</b>	3,95	3,690
<b>107</b>	0,25	0,275	<b>146</b>	3,05	2,807
<b>108</b>	-	0,054	<b>147</b>	2,30	1,962
<b>109</b>	0,04	0,016	<b>148</b>	1,75	1,419
<b>110</b>	-	0,008	<b>149</b>	1,10	1,061
<b>111</b>	0,02	0,014	<b>150</b>	0,70	0,756
<b>112</b>	0,01	0,009	<b>151</b>	0,50	0,444
<b>113</b>	-	0,026	<b>152</b>	0,35	0,307
<b>114</b>	-	0,021	<b>153</b>	0,20	0,207
<b>115</b>	0,01	0,005	<b>154</b>	0,10	0,117
<b>116</b>	-	0,016	<b>155</b>	0,05	0,060
<b>117</b>	0,01	0,016	<b>156</b>	0,03	0,029

## 2.4.- Ventajas de la simulación

### 2.4.1.- Introducción

La comprensión de resultados experimentales es el objetivo principal de la ciencia, y para el cual la simulación ofrece muchas ventajas, en particular, en el caso de la Física Nuclear. Estas ventajas permiten además complementar el trabajo experimental, como en este caso, permite proponer datos *reales* que experimentalmente son imposibles de obtener.

### 2.4.2.- Simulación para la comprensión de los resultados

A continuación usaremos el programa de simulación para comprender bien porqué es que ocurre la modificación de las distribuciones de energía cinética y su respectiva desviación estándar, así como el gráfico del rendimiento de masas del fragmento de fisión. El objetivo es el de determinar cual de los factores es el que produce los dos picos en el gráfico de la desviación estándar de la distribución de energía cinética de un fragmento respecto a su masa secundaria, que se observan alrededor de la masa de 108 y 124 uma. Para lograrlo podemos utilizar el programa de simulación de tal forma que modificando las condiciones iniciales de la simulación, se obtengan los resultados experimentales.

Primero supondremos que el factor que determina los picos correspondientes a la masas de 108 y 124 uma en el gráfico 2.7, sea la curva de emisión promedio de neutrones por fragmento, curva que como vimos tenía la forma de “serrucho”. Supondremos una curva que tiene la forma de una línea recta de valor 1. Es decir, supondremos que todos los fragmentos emiten en promedio 1 neutrón independiente de la masa del fragmento. Modificando el programa para este nuevo valor de entrada, lo ejecutamos para 10 millones de eventos, obteniéndose el resultado para la desviación estándar, que se muestra en el gráfico 2.12.

Observamos en el resultado de la simulación el pico correspondiente a la masa de 108 uma, y el correspondiente al de 124 uma no han desaparecido. Supondremos ahora que la energía cinética total es también una función constante, de valor 170 MeV. El resultado de la simulación para la desviación estándar se muestra en el gráfico 2.13.

Se observa que los picos que corresponde a la masa de 108 y 124 uma no se han modificado. Ahora también simularemos cuando la desviación estándar  $\sigma_{E_k}$  es una función constante e igual a 7 MeV. Del resultado (figura 2.14) se observa en las estructuras no se han modificado. Por último supondremos que el rendimiento de masas es un función constante e igual a 3 uma. Vemos ahora que los picos han desaparecido. El resultado de la simulación se observa en la figura 2.15.

## CONCLUSIONES

- Las discrepancias de los resultados experimentales reportados en las regiones alrededor de la región de simetría, para los rendimientos de masas y emisión promedio de neutrones, que son causadas por eventos espurios, permiten proponer datos reales para utilizarlos como datos de entrada al programa de simulación.
- El programa de simulación utilizando los datos reales propuestos y tomando en cuenta la evaporación de neutrones, reproduce las estructuras observadas de la desviación estándar de la distribución de energía cinética respecto a las masas secundarias observadas experimentalmente.
- Los picos y valles observados en la gráfica de la desviación estándar de la distribución de la energía cinética en función de la masa secundaria del fragmento de fisión, se producen exclusivamente al fenómeno de la evaporación de neutrones, como lo demuestran los resultados de la simulación.
- De la conclusión anterior se descarta entonces la idea de posibles efectos de capas para explicar esos picos observados.
- Al verificarse con la simulación los datos experimentales, podemos asegurar que los datos iniciales usados por el programa de simulación corresponden a los datos reales de rendimientos de masas primarias, emisión promedio de neutrones, energía cinética total primaria y su respectiva desviación estándar.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. **Wagemans, C.** *The Nuclear Fission Process*. CRC Press, Bruselas, 1992, pp. 288-392.
2. **Michaudon, A.; James D., G.; Lynn E., J.** *Nuclear fission and neutron-induced fission cross-sections*. Pergamon Press Ltd., Oxford, 1981, pp. 5-50.
3. **Montoya, M.** *Informe Nuclear*. Vol. 2, Nº 2, Ed. Hozlo S.C.R.L., Lima, Feb. 1985, pp. 33-43.
4. **Chandler, D.** *Introduction to modern statistical mechanics*. Ed. Oxford University Press, New York, 1987, pp. 159-168.
5. **Reif, F.** (traducido por: José Bescós Belarra, Juan De La Rubia Pacheco) *Fundamentos de física estadística y térmica*. Ed. Castilla S. A., Madrid, 1968, pp. 20-55.
6. **Nishio, K.; Nakagome, Y., Yamamoto, H., Kimura, I.** *Progress Report*. Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai, Mar. 1997, pp. 30-31.
7. **Gönnenwein, G.**, en *Proc. Conf. Fifty Years with Nuclear Fission*. Vol. I, American Nuclear Society, Gaithersburgh, MD, 1989, pp. 159c-176c.
8. **Brissot, R.; Bouquet, J.P.; Ristori, C.; Crançon, J.; Guet, C.R.; Nifenecker, H.A.; Montoya, M.**, en *Proc. Symp. Physics and Chemistry of Fission*. Vol II, IAEA, Vienna, 1980, pp. 99-108.

9. **Unik, J.P.; Glinder, J.E.; Glendenin, L.E.; Flynn, K.F.; Gorski, A.; Sjoblom, R.K.**, en *Proc. Symp. Physics and Chemistry of Fission*. Vol II, IAEA, Vienna, 1974, pp. 19-42.
10. **Vandenbosch, R.**, in *Proc. Conf. Fifty Years with Nuclear Fission*. Vol. I, American Nuclear Society, Gaithersburgh, MD, 1989, pp. 1c-20c.
11. **Schmidt F.A.R.**, en *Numerical Reactor Calculations*. IAEA, Vienna, 1972, pp. 699-719.
12. **Nifenecker, H.A.; Signarbeux, C.; Babinet, R.; Poitou, J.**, en *Proc. Symp. Physics and Chemistry of Fission*. Vol II, IAEA, Vienna, 1974, pp. 117-178.
13. **Nifenecker, H.A.; Blachot, J.; Bocquet, J.; Mariolopoulos, G.; Ristori, C.**, en *Proc. Symp. Physics and Chemistry of Fission*. Vol II, IAEA, Vienna, 1980, pp. 35-60.
14. **Clerc, H.-G.; Lang, W.; Wohlfarth, H.; Schrader, H.; Schmidt, K.-H.**, en *Proc. Symp. Physics and Chemistry of Fission*. Vol II, IAEA, Vienna, 1980, pp. 65-78.
15. **Asghar, M.; Caitucoli, F.; Perri, P.; Barreau, G.; Guet, C.R.; Leroux, B.; Signarbeux, C.**, en *Proc. Symp. Physics and Chemistry of Fission*. Vol II, IAEA, Vienna, 1980, pp. 81-96.
16. **Schmitt, H.W., Neiler, J.H., Walter, F.J.**, *Phys. Rev.*, 141, 1146, 1966.
17. **Rosenbluth M.N.**, en *Computing as a language of Physics*. IAEA, Vienna, 1972, pp. 165-169.