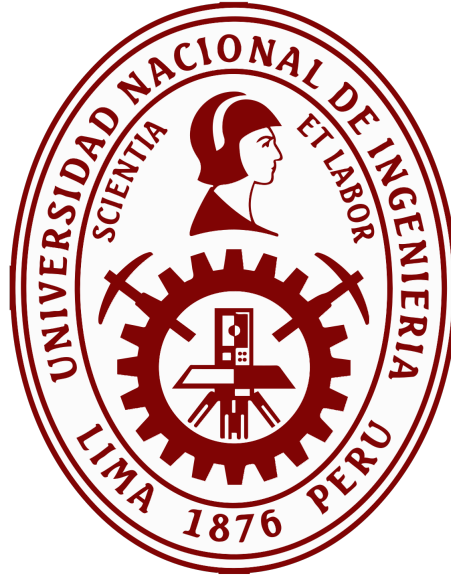


UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE CIENCIAS



TESIS

Interferometría electrónica de moteado para la determinación del
coeficiente lineal de dilatación del acero

PARA OBTENER EL TITULO PROFESIONAL DE:
INGENIERO FÍSICO

ELABORADO POR
Luis Fernando Pujay Mateo

ASESOR
Dr. José Carlos Díaz Rosado

Perú, Lima

2018

Dedicatoria

A mis padres Virginia Celestina Mateo Roque y Fernando Pujay Ayala, gracias a su paciencia y apoyo, y sobre todo a su afecto incondicional, gracias a ellos soy la persona que soy, y siempre estaré agradecido por ello.

Agradecimientos

Agradezco la asesoría brindada por el profesor José Díaz Rosado así como su apoyo en equipo y lugar de trabajo, para la realización de la tesis; las horas de trabajo en el taller mecánico con los técnicos José Farfan y Victor Quinde, y a mis compañeros de clases por los buenos y malos momentos.

Resumen

En el presente trabajo de tesis se propone la utilización del fenómeno óptico de Speckle o moteado como una alternativa para el análisis de desplazamientos micrométricos, mediante la obtención de interferogramas vía software, el cual reemplaza la utilización de lentes, y lo convierte en un método de interferometría electrónica de Speckle o moteado. La no utilización de lentes, no quita relevancia, a los otros factores tales como la geometría del sistema, la alineación y la coherencia del láser, razón por la cual el correcto montaje del sistema, brinda una gran estabilidad a factores externos, tales como fuentes de luz externas y vibraciones. Y teniendo los respectivos datos de deformación vs variación de temperatura, se logra calcular el coeficiente de dilatación lineal. Y mostrar su viabilidad como alternativa de medición óptica.

Abstract

In this thesis the use of the optical phenomenon of Speckle as an alternative for the analysis of micrometric displacements is proposed, by obtaining interferograms via software, which replace the use of lenses, which makes it an interferometry method Speckle electronics. The non-use of lenses, does not diminish relevance, to the other factors such as the geometry of the system, the alignment and coherence of the laser, reason why the correct assembly of the system, provides great stability to external factors, such as external light sources and vibrations and having the respective deformation in function of the variation of temperature. It's possible to calculate the coefficient of linear expansion. And show it's viability as an optical measurement alternative.

Índice general

Dedicatoria	iii
Agradecimientos	iv
Resumen	v
Abstract	vi
Capítulo 1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 Planteamiento del problema	1
1.2 Objetivos	2
1.2.1 Objetivo general	2
1.2.2 Objetivos específicos	3
1.2.3 Hipótesis	3
Capítulo 2 MARCO TEÓRICO	4
2.1 Antecedentes	4
2.2 Interferencia	6
2.3 Teoría de Speckle	8
2.3.1 Difracción	8
2.3.1.1 Principio de Huygens-Fresnel	8
2.3.1.2 Difracción por una abertura	9
2.3.2 Patrones de Speckle	11
2.3.2.1 Speckle Objetivo	15
2.3.2.2 Estadística de Speckle	16
2.4 Correlación de Speckle	17

2.5	Método de franjas de Young	18
2.6	Conceptos de transferencia de calor y dilatación	20
2.6.1	Transferencia de Calor por conducción	20
2.6.2	Conductividad térmica	20
2.6.3	Ecuación general de calor	22
2.6.4	Dilatación térmica	23
2.7	Sensores	24
2.7.1	Sensor CCD	24
2.7.1.1	Introducción	24
2.7.1.2	Principio Físico	25
2.7.1.3	Elección del Material del semiconductor	28
2.7.2	Tecnología CMOS vs CCD	32
2.7.3	Sensor de Temperatura	32
2.7.3.1	Configuración	32
Capítulo 3	METODOLOGÍA EXPERIMENTAL	34
3.1	Etapa I: Configuración del arreglo interferométrico de speckle objetivo	35
3.1.1	Cálculo de la longitud de coherencia del laser	35
3.1.2	Cálculo de la Densidad Óptica	36
3.1.3	Condiciones de operación	36
3.2	Etapa II: Adquisición de interferogramas	37
3.3	Etapa III:Determinación de la curva de calibración del desplazamiento patrón	38
3.3.1	Desplazamiento patrón vs. Desplazamiento en pixeles	38
3.4	Etapa IV: Determinación del coeficiente de dilatación lineal	39
3.4.1	Deformación real	39
3.4.2	Curva del coeficiente de dilatación lineal	40
3.5	Etapa V:Evaluación de los resultados obtenidos	40
3.5.1	Perspectiva a Futuro	40
Capítulo 4	RESULTADOS Y DISCUSIÓN	41
4.1	Arreglo Speckle Objetivo	41

4.2	Longitud de coherencia de las fuentes láser y reductor óptico	43
4.3	Condiciones de operación	47
4.4	Adquisición de interferogramas	48
Capítulo 5	CONCLUSIONES	55
Apéndice A	Programas desarrollados en LabVIEW y Matlab	59
A.1	Queque	59
A.2	<i>Toma_de_Datos.vi</i>	61
A.3	<i>Tratamiento_de_Datos.m</i>	63
Apéndice B	Perspectiva a Futuro	65
Apéndice C	Estadística del Patrón de Speckle	68
C.1	Estadística de fasores aleatorios	68
C.2	Estadística de la Intensidad y Fase	72

Índice de figuras

Figura 2.1 Dibujo de EXNER de la estructura granular que observo en el patrón de difracción en un plato de vidrio cubierto de polvo, usando como fuente una vela(Dainty 1975)	5
Figura 2.2 Ondas de dos fuentes puntuales que se superponen en espacio : a)cercano y b)lejano (Hecht 2017)	6
Figura 2.3 Experimento de Young. (a) La propagación del frente de onda debido a través de las rendijas. (b) Geometría del experimento de Young (Hecht 2017)	8
Figura 2.4 El Principio de Huygens-Fresnel propone que cada punto del frente de onda es una fuente de frentes de ondas secundarias. Y la linea tangencial a todas estas frentes de ondas conforman el nuevo frente de onda(Serway 2007)	9
Figura 2.5 El campo en el punto \mathbf{P} debido al elemento de área infinitesimal $d\mathbf{S}$ de la apertura. Según el principio de Huygens-Fresnel, cada punto de la apertura actúa como una fuente de ondas esféricas (Hecht 2017)	10
Figura 2.6 Frente de onda plano pasando a través de una apertura (Hecht 2017)	11
Figura 2.7 (a)Patrón de Fraunhofer de una abertura cuadrada. (b)Mismo patrón mas detallado (Hecht 2017)	11
Figura 2.8 Patrón de Speckle (Goodman 1976)	12
Figura 2.9 Luz de láser reflejado por una superficie rugosa(Dainty 1975)	12
Figura 2.10Difracción de una abertura cuadrada en función del rango de fase aleatoria. (a)No hay contribución. (b)-(c)Al aumentar el rango, pierde su forma original. (d)En el máximo rango el original patrón se pierde y se forma completamente el patrón de speckle(Ugarte 2016)	14
Figura 2.11Función de correlación $C_{(\theta)}$ del patrón de difracción por una abertura cuadrada (Ugarte 2016)	15

Figura 2.12 Función de correlación cruzada sobre patrones de speckle (a) función de auto-correlación (b) y correlación cruzada (Gasvik 2002). 18

Figura 2.13 Formación de las franjas de Young (Gasvik 2002). 19

Figura 2.14 Dependencia de la conductividad térmica con respecto a la temperatura de sólidos seleccionados (Incropera 1999). 21

Figura 2.15 Discretización para la deducción de la ecuación general de calor (Fuente: Propia) 22

Figura 2.16 Condensador MOS con compuerta a) de metal (aluminio), b) Silicio Policristalino (Calvin Hu 2009) 25

Figura 2.17 Estructura del condensador pMOS y su gráfica C-V; (a) correspondiente a la acumulación, (b) al agotamiento, y (c) a la inversión (Agraval 2002) 26

Figura 2.18 Variación de voltajes en un grupo de 3 electrodos para el desplazamiento de un pixel a otro (Kasap 2013) 28

Figura 2.19 Coeficiente de absorción (α) vs. longitud de onda (λ) para varios semiconductores (Kasap 2013) 29

Figura 2.20 Responsividad en función de la longitud de onda (Kasap 2013) 30

Figura 2.21 Configuración común de un termopar (maxim integrated 2007) 33

Figura 3.0 Metodología Experimental 35

Figura 4.1 Diagrama del trazo de rayos de sistema de iluminación y registro del arreglo Speckle Objetivo 42

Figura 4.2 Arreglo experimental de speckle objetivo 43

Figura 4.3 Histograma a) antes y b) después de la inserción del reductor óptico 45

Figura 4.4 Patrones de speckle registrados a a) 6cm , b) 11cm , c) 16cm y d) 21cm respectivamente 46

Figura 4.5 Factor de iluminación en la formación de patrones de Speckle 47

Figura 4.6 Diagrama del arreglo experimental utilizado para registrar los patrones de speckle y obtener los interferogramas a) del sistema patrón y b) experimental . 48

Figura 4.7 Interferogramas de young para una separación de a) 20um, b) 80um, c) 140um y d) 200um 49

Figura 4.8 Curva de calibración 50

Figura 4.9 Vista del panel frontal del programa *Toma_de_Datos* 51

Figura 4.10 Interferogramas obtenidos experimentalmente a a)15°C, b)25°C, c)40°C y
 d)45°C 52

Figura 4.11 Desplazamiento vs variación de temperatura, sobre la barra de acero 53

Figura A.1 Los instrumentos visuales (VIs) para manipulación de Queques dentro de la
 Paleta de Funciones (National Instruments 2014) 59

Figura A.2 Diagrama de bloques para la toma de datos en LabVIEW 62

Figura B.1 Arreglo óptico de doble haz simplificado con sensibilidad en el eje x, dentro
 del plano 66

Índice de tablas

Tabla 2.1	Coeficientes lineales de dilatación de distintos materiales	24
Tabla 2.2	Características de fotodiodos p-i-n comunes	32
Tabla 2.3	Características básicas de un termopar	33
Tabla 4.1	Longitud de coherencia de las fuentes de luz	44
Tabla 4.2	Densidad Óptica del reductor Óptico	44
Tabla 4.3	Parámetros de caracterización de patrón de speckle	46
Tabla 4.4	Parámetros de entrada de <i>Toma_de_Datos</i>	51
Tabla 4.5	Parámetros de salida de <i>Toma_de_Datos</i>	52
Tabla 4.6	Resultado experimental	54
Tabla 4.7	Resultado experimental ideal	54

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

1.1. Planteamiento del problema

La importancia de la metrología radica en su carácter universal: prácticamente en todas las empresas y en todos los procesos productivos se requieren servicios metrológicos, aunque no siempre sean reconocidos como tales. Esto se debe a que los productos deben cumplir con ciertas especificaciones de pesos y medidas para garantizar su calidad. En otras palabras, las empresas deben contar con adecuados equipos e instrumentos de medición para obtener medidas confiables.

En el Perú, los servicios de medición y calibración son administrados por la Dirección de Metrología (DM) del Instituto Nacional de Calidad (INACAL), creado en el 2014 con el objetivo de fortalecer la calidad del Sistema productivo peruano. Sin embargo, actualmente, la falta de información clara, cuantitativa y confiable tanto de la oferta como de la demanda de servicios metrológicos impide planificar las actividades para el desarrollo de la metrología por parte de la DM en corto y mediano plazo.

Bajo este escenario y dada la relevancia de la metrología como herramienta fundamental para el fortalecimiento y desarrollo de la competitividad del país a nivel internacional, el Consejo Normativo de Contabilidad (CNC) a través del Ministerio de Economía y Finanzas (MEF) realizó en el mes de abril del 2014 una convocatoria para realizar el "Estudio de necesidades metrológicas industriales y científicas a nivel nacional". Luego de finalizado el concurso público, el MEF seleccionó a APOYO Consultoría para desarrollar el estudio. Este estudio también formó parte de las actividades enmarcadas en el contexto de implementación progresiva del Sistema Nacional para la

Calidad(SNC).

En dicho estudio se observo, indicadores sobre las líneas de investigación y magnitudes investigadas por centros de investigación y universidades, dentro de las magnitudes investigadas tenemos la humedad relativa, volumen, temperatura, acústica etc. El factor que promueve e incentiva la investigación de estas magnitudes es principalmente el factor demanda, tal es el ejemplo, en una encuesta realizada sobre 645 empresas demandantes, el 96 % indico que cuenta con instrumentos o equipos de medición los cuales generalmente corresponden a las magnitudes de temperatura, volumen, masa, presión, humedad relativa, longitud e intensidad de corriente eléctrica, de modo que las empresas ofertantes ofrecen sus patrones para la respectiva calibración.

De estas líneas, la línea de investigación orientada a la metrología óptica, no existe actualmente, debido a la falta de demanda, por lo tanto debemos optar por incentivar el estudio de la metrología óptica, a nivel de universidad, institutos y Centros de Investigación, a su vez surge numerosos obstáculos en la realización de esta idea, debido a que los centros de investigación o Universidades no se encuentran adecuadamente equipados y muchas veces, son los alumnos quienes tienen que aportar para poder llevar a cabo sus proyectos.

En la presente tesis se desarrolla el método de interferometría electrónica de Speckle o moteado, como una opción alternativa a los arreglos interferométricos convencionales, para la medición de desplazamientos micrómetros, y su respectiva comprobación con la medición del coeficiente de dilatación lineal de acero, este método proporciona un arreglo menos riguroso y restrictivo, a comparación al convencional, y el tratamiento vía software, como su bajo costo, lo hace una herramienta útil y de inicio para el área de la metrología óptica.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo general

Mediante interferometría electrónica de Speckle medir el coeficiente de dilatación lineal térmica del acero.

1.2.2. Objetivos específicos

- i. Configurar un arreglo de speckle objetivo de bajo costo, para la obtención y registro de patrones de speckle.
- ii. Mediante un arreglo controlado de deformación, obtener la curva de calibración, pixel vs distancia de franjas, para medir la pendiente.
- iii. Mediante software adquirir interferogramas debido a la deformación térmica de la barra de acero y su respectiva distancia de franjas en pixel.
- iv. Mediante las curvas patrón y experimental, calcular el coeficiente de dilatación lineal térmica.
- v. Comparar mediante la bibliográfica el margen de error y concluir su viabilidad.

1.2.3. Hipótesis

Utilizando Interferometría electrónica de speckle es posible determinar el desplazamiento debido a la deformación térmica dada al acero, y calcular su coeficiente de dilatación lineal.

Capítulo 2

MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes

A finales del siglo XIX se comenzó el interés del fenómeno de interferencia provocada por luz dispersada tales como en los anillos de Newton o anillos Quetelet, y además en la difracción de Fraunhofer la cual es producida cuando luz altamente coherente se difracta por un plato de vidrio recubierto por partículas pequeñas. En 1877, Exner [1] dibujo a partir de la observación el anillo central de Fraunhofer, un patron radial de speckle, como se muestra en la Figura 2.1 .Aproximadamente 40 años después en 1914 Von Laue [2] publicó una fotografía de los anillos de Fraunhofer obtenidos desde un plato cubierto con polvo de lycopodium que mostraba la forma granular notada por Exner. Exner atribuía la naturaleza radial del patrón al hecho que la fuente de luz no era monocromática. Y esto fue luego confirmado por Hass [3], mostrando el efecto de la no monocromaticidad en la formación de los patrones de Speckle.

Von Laue [4] dio una muy completa descripción de las propiedades estadísticas del patrón de speckle dentro del anillo central de Fraunhofer incluyendo la derivada de segundo orden de densidad de probabilidad y la función de correlación de la intensidad.

Desde la invención del laser por Mainmann en 1960, el fenómeno fue realmente denominado Speckle, y esto es debido a que el fenomeno granular se seguia observando, aún cuando se suponía que este fenomeno era debido a la incoherencia de la fuente de luz, la cual ya no tenia razon de ser, por la presencia del laser. Newton uno de los más reconocidos en su época, había interpretado que el

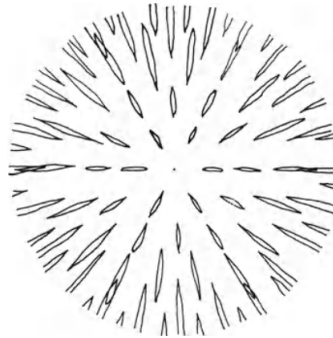


Figura 2.1: Dibujo de EXNER de la estructura granular que observo en el patrón de difracción en un plato de vidrio cubierto de polvo, usando como fuente una vela(Dainty 1975)

centello o parpadeo de cuerpos estelares podían ser producidos por estrellas y no por planetas [5] ,y mediante la observación observo la formación de estos patrones, lo conoceríamos mas adelante como interferometría estelar de Speckle. El fenómeno de Speckle generalmente podía observarse cuando luz coherente incide sobre una superficie rugosa, en la dispersión, la propagación de esta luz, hacia un plano de observación forma un patrón aleatorio de interferencia, que contiene toda la superposición de los componentes dispersados con sus diferencias de fases. Este fenómeno puede ser considerado como un camino aleatorio y la suma resultante puede producir una interferencia constructiva o destructiva dependiendo de las fases relativas de todos los componentes de la suma. A finales del siglo XX, el patrón aleatorio de speckle era considerado como un obstáculo en la formación de imágenes y sus aplicaciones, y se desarrollaron técnicas para eliminar o reducir el patrón de Speckle en las imágenes y proveer de calidad a estas, y a sus aplicaciones, como por ejemplo la tomografía de coherencia óptica. Si bien ya existían estudios acerca de la estadística detrás del fenómeno de Speckle; Dainty (1970) y Goodman(1976) así como otros reconocidos investigadores, dieron un estudio más complejo, ya no con el fin de reducir, sino del como sintetizarlo , para usarlo como una herramienta flexible en diferentes aplicaciones.

Hasta el presente día el interés en los patrones de Speckle se centran en aproximadamente seis áreas:

- i. Propiedades estadísticas fundamentales,
- ii. Reduciendo speckle en sistemas holograficos y ópticos.
- iii. Medición de superficies rugosas.

- iv. Aplicaciones en procesamiento de imágenes en la medicina
- v. Aplicaciones en metrología, y
- vi. Interferometría estelar de speckle.

2.2. Interferencia

Desde el comportamiento ondulatorio de la luz, se puede definir la interferencia óptica, como la interacción de ondas de luz, que genera una irradiancia resultante obtenida de la suma de las irradiancias de cada aportante [6]. Ya que la luz está constituida de campos vectoriales eléctricos y magnéticos, las ecuaciones de interferencia se pueden derivar del modelo vectorial. Aún así existen muchas situaciones las cuales el sistema óptico dificulta la obtención de las ecuaciones correspondientes y otras las cuales de acuerdo a ciertas condiciones se pueden tratar bajo el campo escalar. En concordancia con el principio de superposición, la intensidad de campo eléctrico \vec{E} en el espacio, está conformada por muchas fuentes, y la perturbación óptica \vec{E} , tiene una tasa media de frecuencia de aproximadamente $5,9 \times 10^{14} Hz$ haciendo que este campo sea una cantidad poco práctica de detectar. En cambio, la irradiancia I puede ser medida directamente con una amplia gamma de sensores (fotoreistencias, bolómetros, piranómetros o los ojos). Por el bien de simplificar, se considerara dos fuentes, \mathbf{S}_1 y \mathbf{S}_2 , que emiten ondas monocromáticas de la misma frecuencia en un medio homogéneo. Con una separación a mucho mayor que λ . Y con el punto de observación P lo suficientemente lejos de las fuentes de modo que los frentes de ondas sean planos (Fig. 2.2).

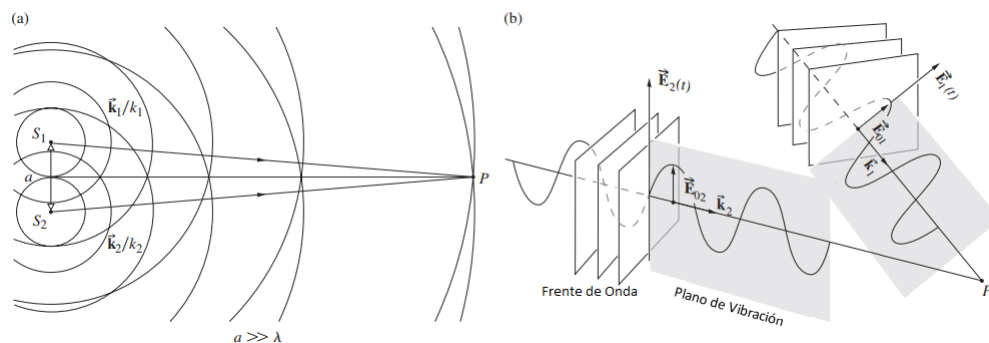


Figura 2.2: Ondas de dos fuentes puntuales que se superponen en espacio : a)cercano y b)lejano (Hecht 2017)

De modo que la irradiancia total es

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \quad (2.1)$$

El termino de interferencia de la Ecuación 2.1 viene dado por $I_1 I_2$, y δ , igual a $(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \varepsilon_1 - \varepsilon_2)$, que es la diferencia de fase, y tiene la contribución de diferencia de los caminos ópticos y de los ángulos de fase inicial, existen 2 posibles casos donde la contribución de este termino es máxima o mínima denominados:

Interferencia constructiva, cuando

$$\delta = 2\pi m, \quad m \in \mathbb{Z}$$

Análogamente, la interferencia destructiva, ocurre cuando

$$\delta = \pi m', \quad m' = 2m + 1$$

A inicios del siglo XIX, existía el problema de producir interferencia, ya que no se podía conseguir fuentes coherentes; y el láser aún no existía. Tal dilema fue solucionado por Thomas Young en su experimento clásico de doble haz, tomando una frente de onda y dividiéndolo en 2 fuentes coherentes para obtener la interferencia (Fig. 2.3a).

De la geometría del experimento de Young (Fig. 2.3b), las ecuaciones correspondientes se obtuvieron de la diferencia de camino óptico entre los rayos provenientes de las fuentes, obteniendo la siguiente ecuación

$$y_m \approx \frac{s}{a} m \lambda \quad (2.2)$$

Esta proporciona la posición de la m th franja brillante en la pantalla de observación, el espaciado de las franjas en la pantalla puede ser deducido de la Ec. 2.2. Por lo tanto la diferencia de dos máximos consecutivos es

$$\Delta y \approx \frac{s}{a} \lambda \quad (2.3)$$

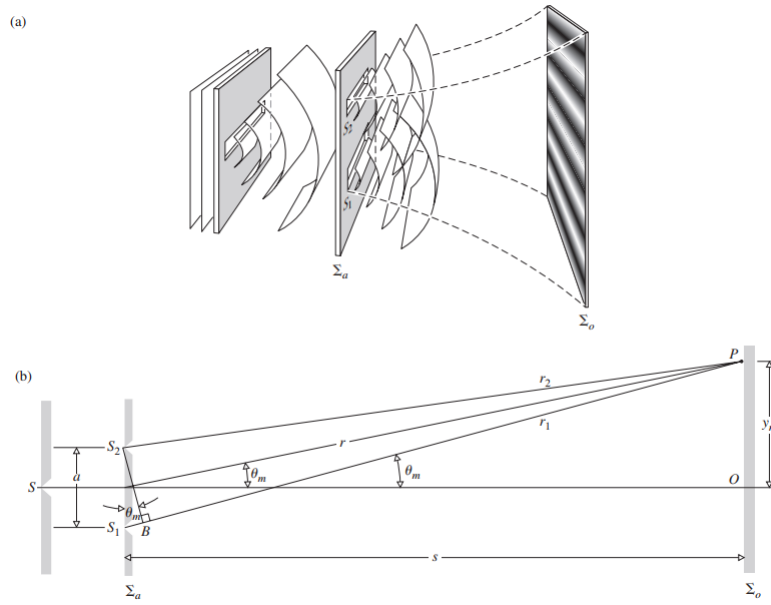


Figura 2.3: Experimento de Young. (a) La propagación del frente de onda debido a través de las rendijas. (b) Geometría del experimento de Young (Hecht 2017)

2.3. Teoría de Speckle

En este capítulo introducimos la teoría detrás de speckle. En la subsección 2.3.1 se dará una descripción cualitativa del fenómeno de difracción de la luz. Luego, el fenómeno de speckle es explicado en la subsección 2.3.2.

2.3.1. Difracción

2.3.1.1. Principio de Huygens-Fresnel

Difracción es un termino usado para describir diferentes fenómenos que ocurren cuando en la propagación de una onda, encuentra un obstáculo. Este tema fue estudiado por muchos investigadores como Huygens, Young, Fresnel, Kirchhoff, Rayleigh y Sommerfeld [6].

Uno de las primeras intentos por explicar la propagación de las ondas a través de un medio isotrópico fue hecho por Christian Huygens. El hizo las siguientes suposiciones:

1. Cada punto del frente de onda actúa como una fuente de frentes de ondas secundarias. Estos frentes de ondas secundarias se propagan a la misma velocidad del frente de onda original.

2. En un determinado instante de tiempo el nuevo frente de onda es igual a la superficie tangencial de todas los frentes de ondas secundarios en ese mismo instante.

Estas suposiciones permitían el mejor entendimiento de la propagación de ondas planas y esféricas. Aun así, estos no podían explicar la propagación alrededor de los bordes o a través de pequeñas aberturas. Es hasta mediados de 1818, cuando Augustin Jean Fresnel incorporo su principio de interferencia a las suposiciones de Huygen, de modo que los efectos de difracción pudieron ser explicados. La adición de las de Frensel al trabajo de Huygens lo convirtió en el principio de Huygens-Fresnel (Fig. 2.4). El principio propone que *“cada punto no obstruido del frente de onda en un instante de tiempo, sirve como una fuente de frentes de onda secundarias (con la misma frecuencia de la onda primaria). La amplitud del campo óptico en cualquier punto es la superposición de todas las frentes de ondas (considerando sus amplitudes y fases relativas)”*[6].

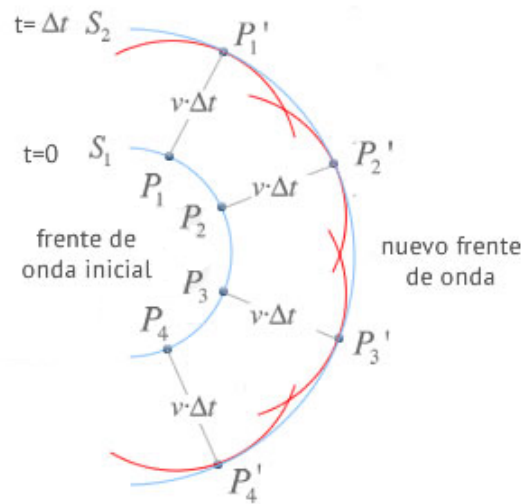


Figura 2.4: El Principio de Huygens-Fresnel propone que cada punto del frente de onda es una fuente de frentes de ondas secundarias. Y la línea tangencial a todas estas frentes de ondas conforman el nuevo frente de onda (Serway 2007)

2.3.1.2. Difracción por una abertura

El principio de Huygens-Fresnel puede ser aplicado para describir cualitativamente la difracción producida por una onda cuando pasa a través de una pequeña abertura (Fig. 2.5).

Para luz monocromática el campo eléctrico debido a un elemento infinitesimal de área en el punto

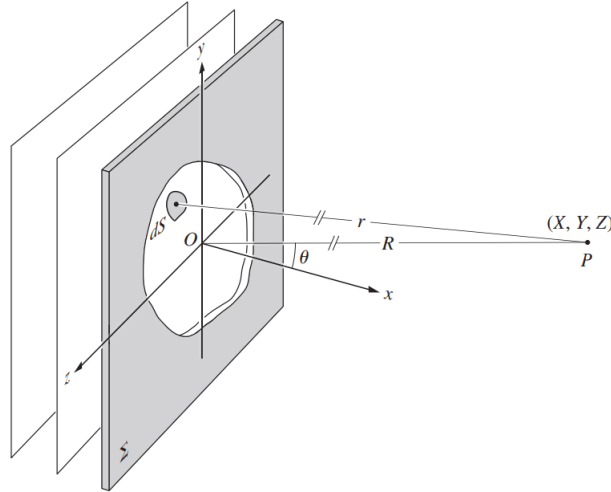


Figura 2.5: El campo en el punto \mathbf{P} debido al elemento de área infinitesimal $d\mathbf{S}$ de la apertura. Según el principio de Huygens-Fresnel, cada punto de la apertura actúa como una fuente de ondas esféricas (Hecht 2017)

\mathbf{P} lejos de la apertura, se expresa como

$$dE_{(r_p)} = \frac{A_{(r)}}{|r_p - r|} e^{i(\omega t - k|r_p - r| + \phi_{(r)})} dS \quad (2.4)$$

Donde r es la posición del elemento infinitesimal, r_p es la posición del punto \mathbf{P} , $A_{(r)}$ es la intensidad de campo por unidad de área en el punto r , ω es la frecuencia angular, k es el número de onda y ϕ es la fase. El campo total es obtenido integrando la Ecuación 2.4, sobre toda la apertura

$$E_{(r_p)} = \iint_S \frac{A_{(r)}}{|r_p - r|} e^{i(\omega t - k|r_p - r| + \phi_{(r)})} dS \quad (2.5)$$

Finalmente, cuando una frente de onda plana es paralela a la apertura (Fig.2.6), es posible introducir algunas simplificaciones a la última expresión. Para una onda plana la intensidad del campo eléctrico por unidad de área es constante en todo el plano, $A_{(r)} = A_0$.

También, debido a que el vector de onda es perpendicular al plano de la apertura, entonces todas las fuentes puntuales estarán en fase, fijándose $\phi=0$. El resultado en la ecuación es

$$E_{(r_p)} = \iint_S \frac{A_0}{|r_p - r|} e^{i(\omega t - k|r_p - r|)} dS \quad (2.6)$$

La evaluación de la Ecuación 2.6 permite obtener el patrón de difracción generado por diferentes formas de aperturas. En la Figura 2.7 se muestra el patrón producido por una apertura cuadrada.

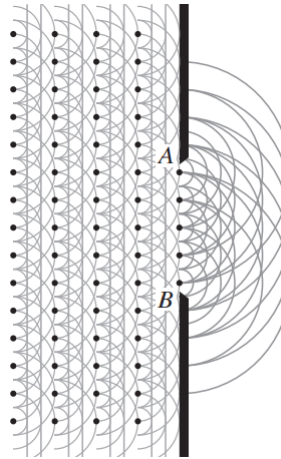


Figura 2.6: Frente de onda plano pasando a través de una apertura (Hecht 2017)

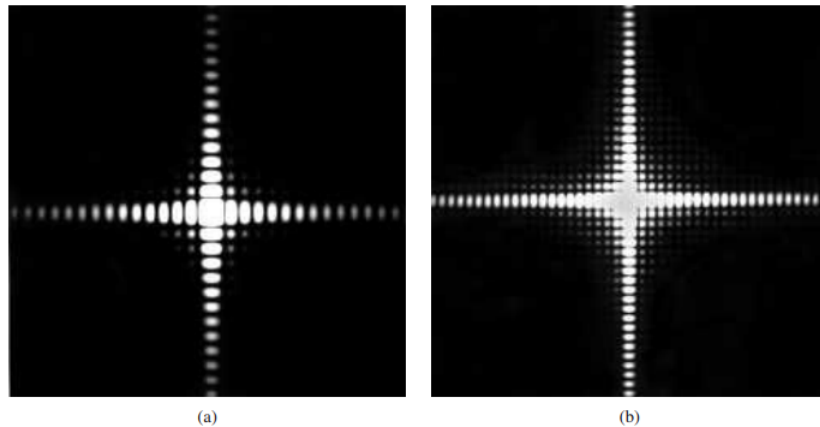


Figura 2.7: (a) Patrón de Fraunhofer de una abertura cuadrada. (b) Mismo patrón mas detallado (Hecht 2017)

2.3.2. Patrones de Speckle

El patrón de Speckle es la distribución aleatoria de intensidad formada “cuando luz altamente coherente es reflejada ya sea de una superficie rugosa o propagándose a través de un medio con un índice de refracción aleatorio” [7]. Una característica de estos patrones es que presentan muchos pequeños lugares que corresponden a zonas de interferencia constructiva e interferencia destructiva [8], como se muestra en la Figura 2.8.

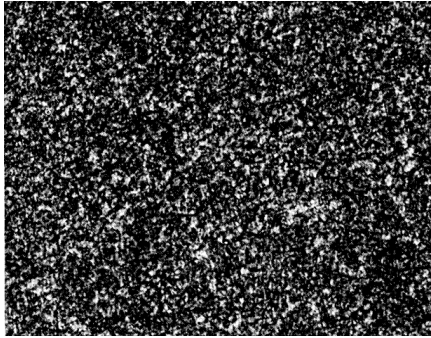


Figura 2.8: Patrón de Speckle (Goodman 1976)

Para analizar la aleatoriedad y otras propiedades del patrón de Speckle dentro de la distribución de intensidad, es necesario hallar la expresión de E , debido a que la intensidad es proporcional a $|E|^2$. Aun usando el principio de Huygens-Fresnel en superficies rugosas y con el uso de la Ecuación 2.5, resolverlo se convierte en una tarea muy difícil debido a que requiere saber la cantidad $|r_p - r|$ para todas las fuentes puntuales. Por ejemplo, tendría que tener el conocimiento detallado a priori de la superficie rugosa.

Una primera opción como alternativa vendría a ser la simulación via software [9]. Los mejores ejemplos de la formación de patrones de speckle vienen de la iluminación sobre una superficie rugosa con el láser (Fig.2.9). Siguiendo el principio de Huygens-Fresnel cada punto de la superficie será una fuente de ondas esféricas. Para una superficie perfectamente lisa la Ecuación 2.6 sería la más adecuada, pero la existencia de rugosidad, provocaría que cada fuente puntual se desplazara una distancia extra d de P , que depende solamente de su posición en la superficie.

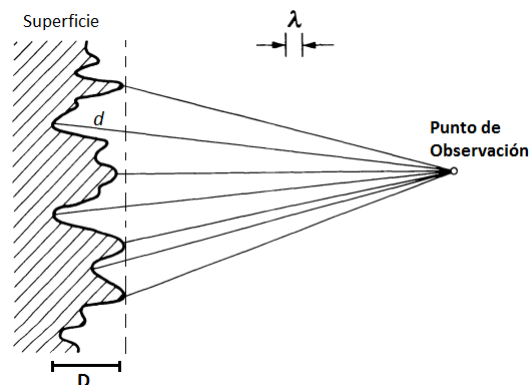


Figura 2.9: Luz de láser reflejado por una superficie rugosa(Dainty 1975)

Donde D es la distancia entre el punto más alto y más bajo de la superficie y θ es el ángulo formado entre la línea que une la fuente puntual y el punto P y la línea perpendicular a la superficie rugosa. La expresión correcta que adiciona el factor de rugosidad de la superficie es

$$\begin{aligned}
E_{(r_p)} &= \iint_S \frac{A_0}{|r_p - r|} e^{i[wt - k(|r_p - r| + d_{(r)})]} dS \\
&= \iint_S \frac{A_0}{|r_p - r|} e^{i(wt - k|r_p - r|)} e^{ikd_{(r)}} dS \\
&= \iint_S \frac{A_0}{|r_p - r|} e^{i(wt - k|r_p - r|)} e^{i\phi_{(r)}} dS
\end{aligned} \tag{2.7}$$

Donde $\phi_{(r)} = kd_{(r)} = 2\pi \frac{d_{(r)}}{\lambda}$

Así como D representa la distancia máxima entre el punto mas alto de la superficie, θ_{max} representa el máximo angulo formado posible. Obteniendo las condiciones de frontera de la fase $\phi_{(r)}$ siguientes

$$\begin{aligned}
0 \leq \phi_{(r)} \leq 2\pi \frac{D}{\lambda \cos \theta_{max}} & \quad D \leq \lambda \cos \theta_{max} \\
0 \leq \phi_{(r)} \leq 2\pi & \quad D > \lambda \cos \theta_{max}
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Si D es muy pequeño comparado con longitud de onda usada para iluminar la superficie ($D \ll \lambda$), ϕ es cercano a 0 y no hay contribución adicional de la la distancia d . En el otro caso, donde D es del mismo orden del valor de λ o mayor, el rango de ϕ es de 0 a 2π y realiza una gran contribución.

La adición de un termino aleatorio uniforme a la Ecuación 2.6 reproduce un patrón de difracción que gradualmente reconstruye el patrón de speckle cuando el rango de ϕ incrementa. Esto significa que cualquier elemento que produce difracción puede producir el patrón de speckle y si le introduce una termino de fase aleatorio a cada uno de las fuentes puntuales. Por ejemplo en la Figura 2.10 se muestra como el patrón de difracción produce una abertura cuadrada se convierte en un patrón de speckle cuando el rango de la fase aleatoria aumenta.

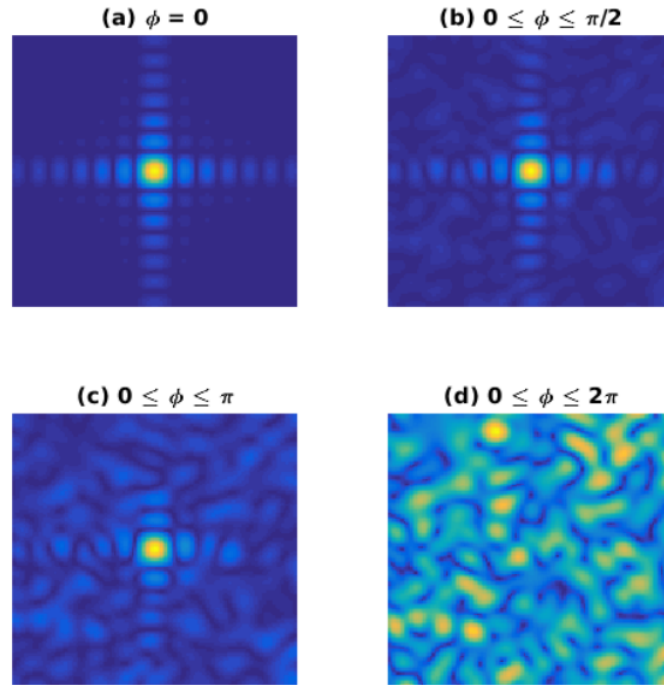


Figura 2.10: Difracción de una abertura cuadrada en función del rango de fase aleatoria. (a) No hay contribución. (b)-(c) Al aumentar el rango, pierde su forma original. (d) En el máximo rango el original patrón se pierde y se forma completamente el patrón de speckle (Ugarte 2016)

En orden de apreciar como ϕ contribuye a la formación del patrón de speckle la función de correlación es introducido:

$$C_\theta = \frac{\langle I_{(0)} I_{(\theta)} \rangle}{\langle I_{(0)} \rangle \langle I_{(\theta)} \rangle} \quad (2.9)$$

Donde

$$I_\theta = I_{(0 \leq \phi \leq \theta)} \quad (2.10)$$

Es la intensidad producida cuando una fase aleatoria con un rango de 0 a θ se adiciona. El valor de la función de correlación para todos los posibles rangos de ϕ es mostrado en la Figura 2.11[10]. A medida que el rango incrementa la función de correlación decae rápidamente.

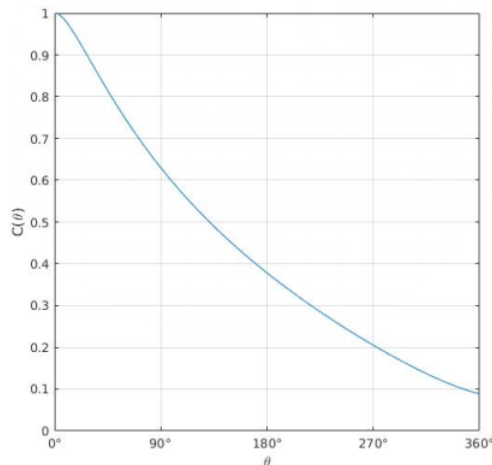


Figura 2.11: Función de correlación $C(\theta)$ del patrón de difracción por una abertura cuadrada (Ugarte 2016)

2.3.2.1. Speckle Objetivo

En la Figura 2.8 se muestra una variedad de manchas brillantes y oscuras. Para encontrar un valor representativo del tamaño de speckle, consideremos la Figura 2.9, donde una superficie rugosa es iluminada por un luz láser sobre una sección transversal A . El resultado denominado patrón de speckle objetivo, se debe a que justamente no depende de un sistema óptico empleado para visualizarlo en la pantalla S a una distancia s desde la superficie rugosa. Para simplificar consideremos que la intensidad sólo depende de una variable espacial. Un punto arbitrario P perteneciente a la pantalla, recibe contribuciones de todos los puntos de la superficie rugosa. Asumiremos que el patrón de speckle en P es una superposición de los patrones de interferencia formados por pares de puntos de la superficie rugosa. Cualquier par de estos puntos separados por una distancia a tendrá como frecuencia espacial de franjas $f = a/(\lambda s)$ (ver Sección 2.2, Ec. 2.3). Las franjas de mayor frecuencia f_{max} corresponden a los dos puntos extremos, donde

$$f_{max} = \frac{A}{\lambda s} \quad (2.11)$$

El periodo de este patrón es una medida del menor tamaño de speckle objetivo σ_0 [11] el cual sera

$$\sigma_0 = \frac{\lambda s}{A} \quad (2.12)$$

2.3.2.2. Estadística de Speckle

Debido a la naturaleza aleatoria de los patrones de speckle, sus propiedades son mejor estudiadas usando técnicas estadísticas. Estas técnicas son derivadas de las herramientas estadísticas usadas para estudiar fasores debido a que la intensidad en el patrón de speckle puede ser una suma de varias ondas complejas. Según Dainty[7] en sus demostraciones, la distribución de intensidad en un patrón de speckle siguen la siguiente forma

$$P_I(I) = \frac{1}{\langle I \rangle} e^{-\frac{I}{\langle I \rangle}} \quad (2.13)$$

Donde $\langle I \rangle$ representa la intensidad media en el patrón de speckle y se asuma que el patrón de speckle fue producido con luz monocromática y una distribución de fase ϕ aleatoria con un rango de 0 a 2π .

Los momentos de la distribución son

$$\langle I^n \rangle = \langle I \rangle^n n! \quad (2.14)$$

Usando esta ecuación determinamos el segundo momento de la intensidad

$$\langle I^2 \rangle = 2\langle I \rangle^2 \quad (2.15)$$

En términos de la primer y segundo momento la varianza puede ser calculada

$$\begin{aligned} \sigma_I^2 &= \langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2 \\ &= 2\langle I \rangle^2 - \langle I \rangle^2 \\ &= \langle I \rangle^2 \end{aligned} \quad (2.16)$$

y tomando la raíz cuadrada la desviación estándar resulta ser

$$\sigma_I = \langle I \rangle \quad (2.17)$$

Para caracterizar de manera cuantitativa la presencia de speckle en una patrón de intensidades, existen 2 términos usados: El contraste (C) y su inversa, relación señal/ruido. Las cuales se definen como

$$C = \frac{\sigma_I}{\langle I \rangle}, \quad S/N = \frac{1}{C} = \frac{\langle I \rangle}{\sigma_I} \quad (2.18)$$

Remplazando la intensidad media y desviación estándar en estas definiciones para un patrón de speckle, se encuentra que para un patrón de speckle completamente desarrollado el contraste y la relación señal/ruido son iguales a la unidad.

2.4. Correlación de Speckle

Se sabe, que la metrología de Speckle es mayormente conocida dentro del área de medidas de deformaciones en el objeto. Cuando un láser incide sobre una superficie difusa o rugosa en cual esta bajo un desplazamiento o deformación, el patrón de speckle en su plano de observación muestra un correspondiente desplazamiento. Este desplazamiento puede ser representado por un pico en la función de correlación cruzada c_{IX} entre la distribución de intensidad $I_1(x, y)$ y $I_2(x, y)$ (specklegrama 1 y 2) de los patrones de speckle antes y después de la deformación o desplazamiento. Físicamente, el proceso de correlación, puede ser visualizado como un movimiento suave del specklegrama 1 sobre el specklegrama 2 y una evaluación de la similitud entre I_1 y I_2 para cada valor del retraso. Matemáticamente, la función de correlación cruzada c_{IX} es definida como la multiplicación de la intensidad de cada punto del specklegrama 1 por la intensidad del mismo punto en el correspondiente specklegrama2, el cual tiene una distancia de retraso (componentes $\Delta x = x_2 - x_1$ y $\Delta y = y_2 - y_1$), promediando sobre el área de estudio, y repitiendo para diferentes valores del retraso:

$$c_{IX}(x_1, y_1; x_2, y_2) = \langle I_1(x_1, y_1)I_2(x_2, y_2) \rangle \quad (2.19)$$

Donde $\langle \dots \rangle$ denota el promedio espacial. La Figura 2.12(b) muestra el patrón de speckle tomado por una cámara antes y después de la traslación de una pieza de papel. La correlación cruzada bidimensional puede calculada por una computadora. Para la comparación, la autocorrelación ($I_1 = I_2$) del patrón antes de la traslación se muestra en la Figura 2.12(a). El pico de la función de correlación cruzada se localiza en el cero. El pico de la correlación cruzada corresponde al correspondiente desplazamiento del speckle y la disminución de la altura del pico esta asociado con el cambio en la estructura, llamada descorrelación.

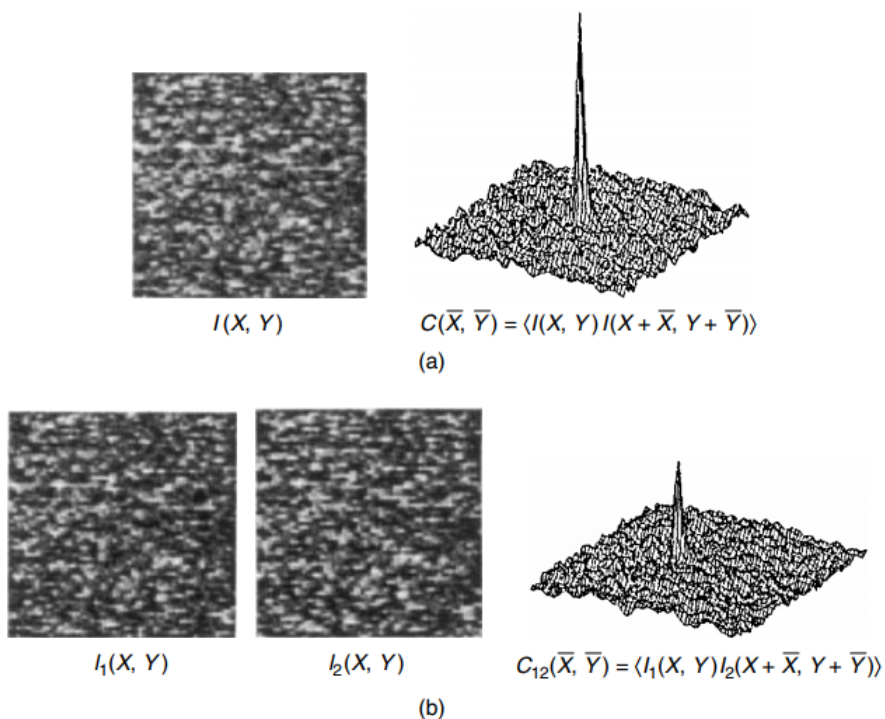


Figura 2.12: Función de correlación cruzada sobre patrones de speckle (a)función de autocorrelacion (b)y correlación cruzada(Gasvik 2002).

2.5. Método de franjas de Young

Cuando se le aplica una deformación en el plano a un objeto, el patrón de speckle sigue esta deformación. En sus inicios, un negativo doblemente expuesto de 2 patrones de speckle obtenidos por una deformación, consistía en idénticos par de puntos separados por una distancia igual a la deformación por el aumento del sistema de imágenes en el caso que se use uno.

Asumimos que iluminamos el negativo doblemente expuesto con el láser no expandido. Cuando el haz cubre un par de puntos idénticos, estos actuarán de la misma manera a como dos fuentes P_1 y P_2 como en el experimento de Young (Fig.2.3(b) Secc.2.2). Sobre una pantalla a una distancia s desde el negativo, se observará franjas de interferencia las cuales son paralelas y equidistantes, con una dirección perpendicular a la línea que une P_1 y P_2 . Tal ejemplo es el que observa en la Figura 2.13. El patrón de speckle representa todas las orientaciones en plano del objeto, por lo que deformaciones fuera de este no es posible. Para obtener un patrón de franjas de Young, los pares de puntos deben estar separados por lo menos una distancia igual a la mitad del tamaño de

speckle.

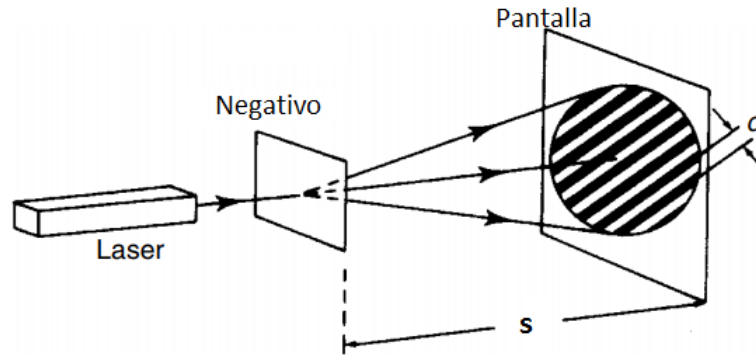


Figura 2.13: Formación de las franjas de Young(Gasvik 2002).

Se dará un pequeño análisis de la matemática involucrada con las intensidades del primer y segundo specklegrama son $I_1(x, y)$ y $I_2(x, y)$. Debido a que estamos iluminando la superficie generadora de speckle con un láser muy delgado ($\approx 1mm^2$), podemos hacer una buena aproximación asumiendo que el desplazamiento de speckle entre las dos imágenes formadas en el plano de observación, es uniforme dentro del área iluminada. Podemos escribir $I_1(x, y) = I(x, y)$ y $I_2(x, y) = I(x + d, y)$ donde por simplicidad asumiremos que el desplazamiento sera en un solo eje (x). El cual tiene una transmitancia proporcional a $I_1 + I_2$, el campo u_a en el plano de observación es dado por la transformada de fourier de la transmitancia

$$u_a = \mathcal{F}\{I_1 + I_2\} = \mathcal{F}\{I_1\} + \mathcal{F}\{I_2\} \quad (2.20)$$

Si definimos

$$J_1(u, v) = \mathcal{F}\{I_1(x, y)\} = \mathcal{F}\{I(x, y)\} \equiv J(u, v) \quad (2.21)$$

$$J_2(u, v) = \mathcal{F}\{I_2\} = \mathcal{F}\{I(x + d, y)\} = \iint_{-\infty}^{\infty} I(x + d, y) e^{-i2\pi(ux+vy)} dx dy \quad (2.22)$$

cambiando la variable muda x a $x' = x + d$, se convierte en

$$J_2(u, v) = \mathcal{F}\{I_2\} = \iint_{-\infty}^{\infty} I(x, y) e^{-i2\pi(u(x+d)+vy)} dx dy = J(u, v) e^{i2\pi ud} \quad (2.23)$$

y por lo tanto

$$u_a = J(u, v)(1 + e^{i2\pi ud}) \quad (2.24)$$

la intensidad en el plano de observación es

$$I_a = 2|J(u, v)|^2(1 + \cos 2\pi ud) \quad (2.25)$$

De esta expresión se observa que $|J(u, v)|^2$ tiende a ser la envolvente de las franjas de Young descritas por $(1 + \cos 2\pi ud)$.

2.6. Conceptos de transferencia de calor y dilatación

En esta sección se explicará brevemente los fundamentos de transferencia de calor y fenómeno de dilatación térmica.

2.6.1. Transferencia de Calor por conducción

“La conducción se considera como la transferencia de energía de las partículas mas energéticas a las menos energéticas de una sustancia debido a las interacciones entre las mismas”[12]. Donde las altas energías moleculares están asociadas con las temperaturas mas altas, y la interacción esta basada en contacto directo. Para la conducción de calor, la ecuación o modelo se conoce como *ley de Fourier*, expresada como

$$q_x'' = -k\nabla T \quad (2.26)$$

Ecuación obtenida empíricamente y estudiada por Fourier [13], donde el flujo de calor o transferencia de calor por unidad de área $q_x''(W/m^2)$ es la velocidad con que se transfiere el calor en la dirección \vec{r} por área unitaria perpendicular a la dirección de transferencia, y es proporcional al gradiente de temperatura, ∇T en esta dirección. La constante de proporcionalidad, k es una propiedad de transporte conocida como *conductividad térmica*(W/mK) y es una característica del material. El signo menos es una consecuencia del hecho de que el calor se transfiere en la dirección de la temperatura decreciente.

2.6.2. Conductividad térmica

Proporciona una indicación de la velocidad a la que se transfiere energía mediante el proceso de difusión, y depende la estructura física de la materia, atómica y molecular, que se relaciona con el

estado de la materia.

$$k_s > k_l > k_g$$

En la visión moderna de los materiales, un sólido se compone de electrones libres y de átomos unidos en un arreglo periódico denominado estructura cristalina. Por consiguiente, el transporte de energía térmica se debe a dos efectos: la migración de electrones libres y las ondas vibracionales de la estructura cristalina, de modo que la conductividad térmica es la suma de estos dos factores. La dependencia de k con respecto a la temperatura se muestra en la Figura 2.14 [12] para sólidos metálicos y no metálicos representativos.

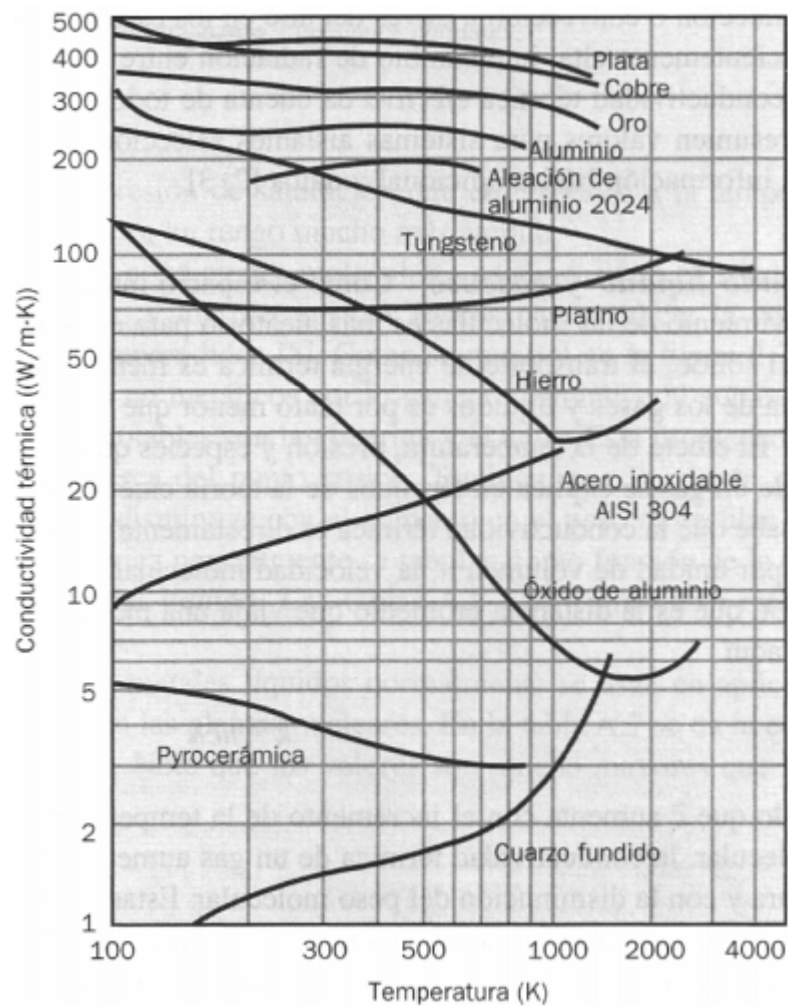


Figura 2.14: Dependencia de la conductividad térmica con respecto a la temperatura de sólidos seleccionados (Incropera 1999).

2.6.3. Ecuación general de calor

El problema de la conducción de calor consiste en determinar la temperatura en cualquier momento y en cualquier punto del cuerpo que se estudia. La deducción de la ecuación general de la conducción necesita de un balance de energía.

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{c} \text{Rapidez de conducción} \\ \text{de calor en } x, y \text{ y } z \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Rapidez de conducción de calor} \\ \text{en } x + \Delta x, y + \Delta y \text{ y } z + \Delta z \end{array} \right) \\ & + \left(\begin{array}{c} \text{Rapidez de generación de calor} \\ \text{en el interior del elemento} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Rapidez de generación de calor} \\ \text{en el interior del elemento} \end{array} \right) \end{aligned} \quad (2.27)$$

El termino aditivo de la Ecuación 2.27 denominado $\dot{G}(W)$, puede generarse mediante una reacción química, calentadores por resistencia, etc, a su vez podemos definir $\dot{g} (W/m^3)$.

$$\dot{Q}_x + \dot{Q}_y + \dot{Q}_z - \dot{Q}_{x+\Delta x} - \dot{Q}_{y+\Delta y} - \dot{Q}_{z+\Delta z} + \dot{G}_{elemento} = \frac{\Delta E_{elemento}}{\Delta t} \quad (2.28)$$

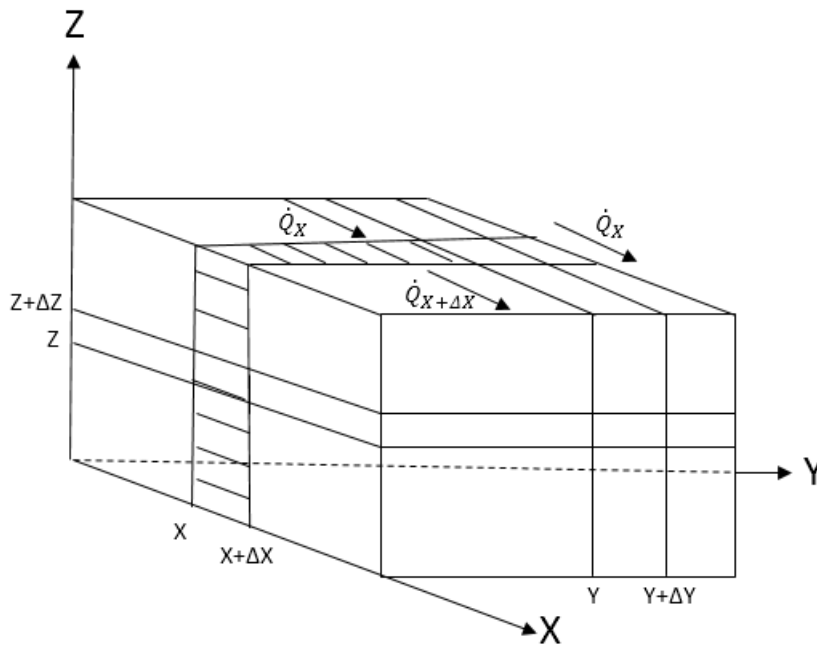


Figura 2.15: Discretización para la deducción de la ecuación general de calor (Fuente: Propia)

Definimos $\Delta E_{elemento}$ como

$$\Delta E_{elemento} = \rho C_e \Delta x \Delta y \Delta z (T_{t+\Delta t} + T_t)$$

Usando la ley de Fourier (2.26) y asumiendo que trabajamos con una material de conductividad térmica constante, obtenemos la siguiente ecuación

$$\nabla^2 + \frac{\dot{g}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.29)$$

Siendo $\alpha = k/\rho C_e$ la difusibilidad térmica (m^2/s), un índice que expresa la velocidad de cambio, y flujo de temperaturas, en un material hasta que alcanza el equilibrio térmico. Para el estado estacionario la ecuación es independiente del tiempo, y podemos simplificar la ecuación de modo que obtengamos

$$\nabla^2 T + \frac{\dot{g}}{k} = 0 \quad (2.30)$$

La solución general de la ecuación presentada, tiendo como estudio, una geometría cilíndrica, es de la siguiente forma

$$T(r) = C_1 \ln r + C_2 r^2 + C_3 r + C_4 \quad (2.31)$$

La obtención de las constantes en la ecuación, dependerá de cuales sean nuestras condiciones iniciales o de frontera.

2.6.4. Dilatación térmica

El cambio debido a la temperatura, aumenta con la distancia media entre los átomos del material, y cualquier cambio de las dimensiones del solido pueden ser lineales, superficial y volumétrica.

Para la dilatación lineal

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta T \quad (2.32)$$

Donde α es el coeficiente de dilatación lineal, y L_0 es la longitud inicial, y la cual se convertirá en variable muda para los objetivos deseados, de modo que obtengamos una relación de desplazamiento en función de la variación de temperatura. En la Tabla 2.1 se observa algunos coeficientes de dilatación

Material	α ($10^{-6}C^{-1}$)
Aluminio	23
oro	14
Acero	12
Vidrio(Pyrex)	3.5

Tabla 2.1: Coeficientes lineales de dilatación de distintos materiales

2.7. Sensores

2.7.1. Sensor CCD

2.7.1.1. Introducción

Inventado en 1969 dentro de los laboratorios AT&T Bell, por Willard Boyle y George Smith; un dispositivo acoplado de carga (CCD), consiste en una matriz discreta de metal-oxido-semiconductor, conocido como MOS o MOSCAP debido a su función como condensador, grabado dentro de una superficie semiconductor (generalmente silicio), formando un circuito integrado (IC). En un sentido más técnico, un CCD IC es un dispositivo serial, donde las cargas son generadas, transferidas y leídas una después otra. La carga, la cual se almacena en la región de agotamiento de los MOSCAPs, luego se transfieren dentro del IC mediante el control del voltaje de la compuerta (gate) de los MOSCAPS para permitir que las cargas fluyan de un MOSCAP al siguiente, y por tanto el nombre de dispositivos acoplados de carga. Un amplificador a la salida del sensor de imagen provee una lectura de voltaje que puede ser procesada digitalmente; para lograr que sea sensible a la luz, se tuvo que reemplazar el material de la compuerta del MOS el cual estaba compuesto por aluminio por silicio policristalino. Aun así el término MOS (persiste en el tiempo). Sin embargo, las estructuras MOSCAP con sustrato tipo p son denominados como condensadores nMOS, mientras que estructuras con sustrato tipo n hacen referencia a los condensadores pMOS. En un sensor de imagen CCD, cada pixel corresponde a un condensador nMos, así con el tiempo las cámaras que se basaban en tubos de rayos catódicos, fueron con el tiempo desplazados por esta nueva tecnología,

su bajo costo y eficiencia, impulso su estudio y divulgación.

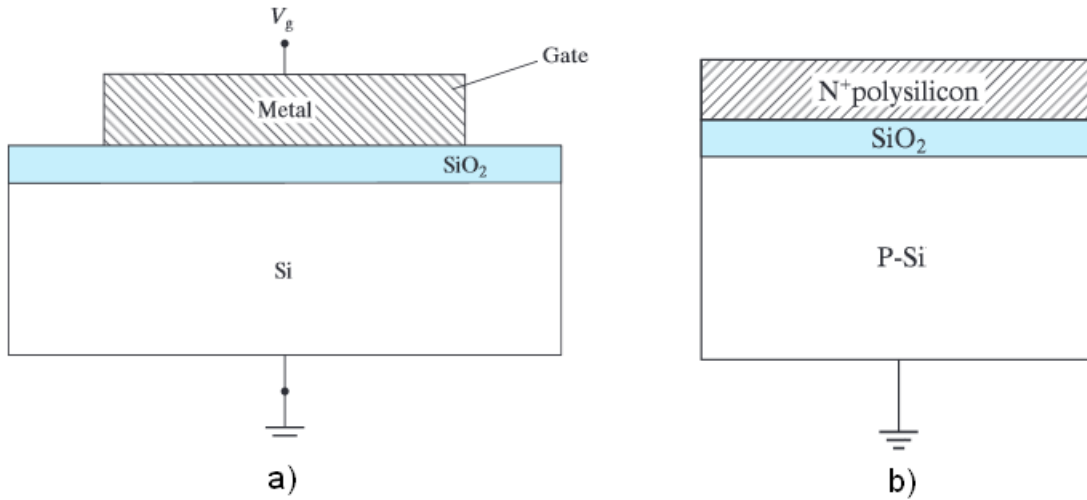


Figura 2.16: Condensador MOS con compuerta a) de metal (aluminio), b) Silicio Policristalino (Calvin Hu 2009)

2.7.1.2. Principio Físico

Asumiendo que, no hay cargas relacionadas al sistema SiO_2/Si , y el sistema llega a una condición estacionaria podemos diferenciar tres regiones de operación del condensador pMOS (Fig. 2.17):

- DC bias + pequeña AC de alta frecuencia es aplicada al MOSCAP

$$C = \frac{dQ}{dV}$$

Densidad de Carga

$$|Q_G| = |Q_D| = N_D x_D$$

$$|Q_G| = N_D x_D + Q_I$$

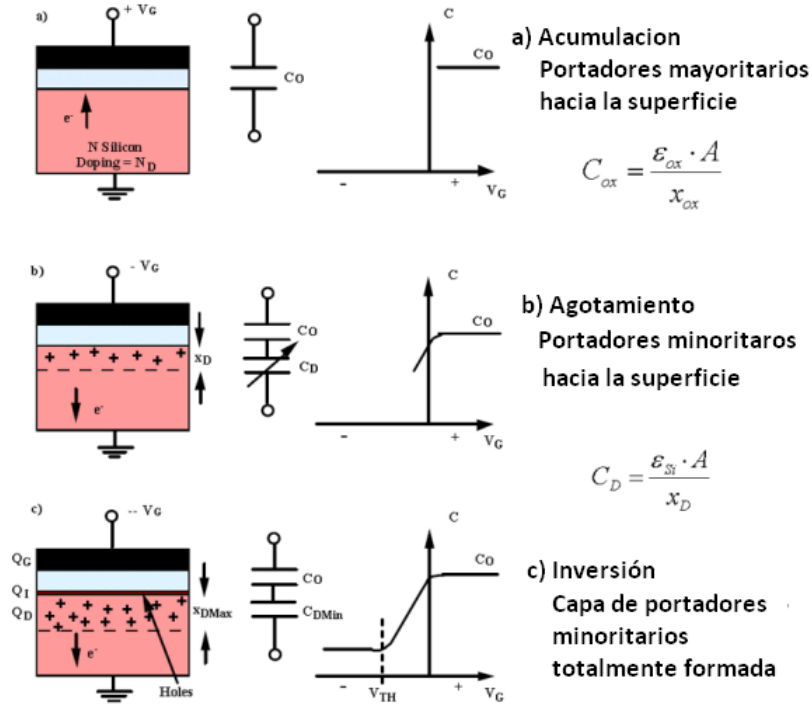


Figura 2.17: Estructura del condensador pMOS y su gráfica C-V;(a) correspondiente a la acumulación, (b) al agotamiento, y (c) a la inversión (Agravall 2002)

a. Acumulación

Cuando aplicamos un voltaje DC ($+V_G$) en la compuerta (Fig. 2.17 (a)), el terminal positivo atrae a los portadores mayoritarios (electrones) del sustrato tipo n, hacia la superficie de silicio. El valor de condensador en este caso, sería solo por parte del óxido (C_{ox}) el cual puede ser medido usando una señal AC de alta frecuencia (generalmente entre 100kHz y 1Mhz). No se forma zonas de agotamiento. En cambio, el sustrato formará una resistencia a lo largo del C_{ox} . Solo se extrae la parte capacitiva de la impedancia, y resulta ser independiente de V_G , como se ilustra en la primera ecuación en la mano derecha de la Figura 2.17 (a).

b. Agotamiento

Cuando aplicamos un voltaje DC ($-V_G$) en la compuerta (Fig. 2.17 b), una zona de agotamiento es formada como voltajes negativos, debido al desplazamiento de los portadores mayoritarios (electrones) lejos de la superficie de silicio. Las cargas positivas en el sustrato, formados del desplazamiento de la densidad de carga de los electrones, se balancearán con cualquier densidad

de carga negativa puesta en la compuerta, y mantendrá la neutralidad. Como resultado:

$$|Q_G| = |Q_D| = N_D x_D \quad (2.33)$$

Donde N_D representa el dopaje en el sustrato de silicio (asumiendo que es uniforme); Q_D y Q_G son las cargas de agotamiento y de compuerta, respectivamente, con unidades de carga por cm^2 ; y x_D es la profundidad de la zona de agotamiento, la cual esta en funcion del voltaje de compuerta (aumenta cuando V_G incrementa). Por definicion, la zona de agotamiento tiene una capacitancia por unidad área, dada por

$$C_D = \frac{\epsilon_{Si}}{x_D} \quad (2.34)$$

Donde ϵ_{Si} es la permitividad relativa de silicio. La capacitancia de la estructura MOSCAP es ahora una zona de agotamiento variable, conformada por C_D en serie con C_{ox}

- c. Inversión Para altos valores absolutos de tensión negativa DC ($-V_G$), en la compuerta (Fig. 2.17 (c)), si se aplica una tension lo suficientemente alta, una capa invertida es formada debido a que la superficie de silicio será invertida de un material tipo n a un material tipo p. Como el voltaje negativo en la compuerta atrae la a los portadores minoritarios del sustrato a la superficie, y son los suficiente para formar una capa invertida de portadores tipo p. El voltaje de la compuerta el cual logra invertir, se denomina voltaje de umbral. Una vez la capa invertida es creada, x_D alcanza su máximo crecimiento y llega a la saturación x_{DMax}

La simple manera de desplazar los electrones se muestra en la Figura 2.18. Cada conjunto de tres electrodos del dispositivo constituye un pixel. Al aplicar un voltaje a dos de los electrodos, se configura un campo en el semiconductor que actúa como condensador. Los electrones estarán almacenados en la región central por los campos altos a cada lado. Esto no reduce el área sensible de los fotones entrantes, porque los electrones generados en las regiones de alto voltaje migran rápidamente al condensador de bajo voltaje . Al cambiar el voltaje aplicado en las zonas en seis pasos o fases, como se muestra en la figura, los electrones se desplazaran en un pixel. Primero se baja una zona de alto voltaje de la terna, para que los electrones de extiendan en un mayor volumen. Luego el campo del medio se eleva para desplazar los electrones faltantes a la siguiente zona, la repetición del proceso tiene semejanza a la de una cinta transportadora.

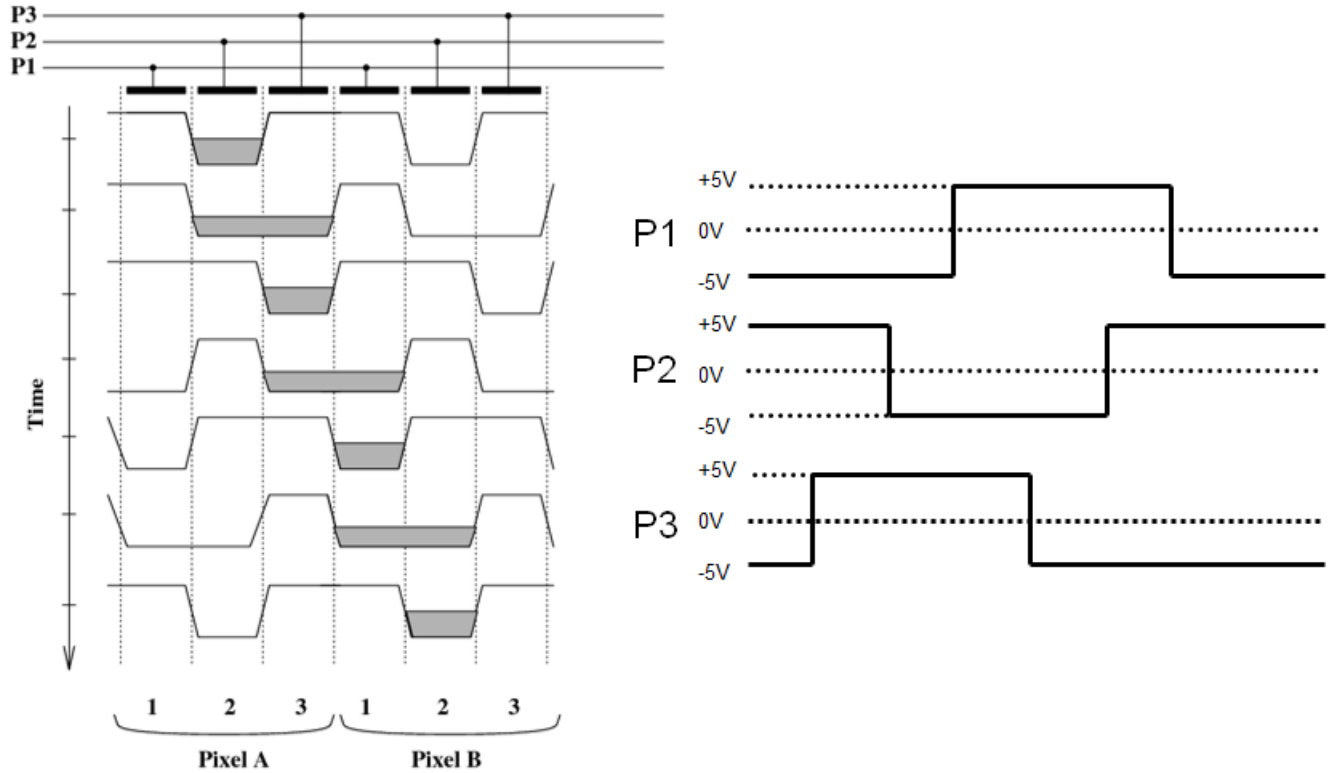


Figura 2.18: Variación de voltajes en un grupo de 3 electrodos para el desplazamiento de un pixel a otro (Kasap 2013)

2.7.1.3. Elección del Material del semiconductor

Hasta el momento hemos analizado el sensor CCD con el MOSCAP, desde una perspectiva general, pero para los fines dentro de la óptica, el MOSCAP estudiado se denomina un fotodiodo tipo pin (tipo p-aislador-tipo n), de modo que en la elección del fotodetector se basa generalmente en :

a. Longitud de Corte de absorción

Como se menciona antes, se hizo mucha referencia al uso del silicio en fotodetectores, esto se justifica por la necesidad de absorber fotones en el rango del visible, y mediante el efecto fotoeléctrico, crear pares hueco-electrón. Dado que un fotón tiene una energía hc/λ , siendo h es la constante de Planck, existe un límite máximo (de corte) para la longitud de onda de trabajo, la cual es dada mediante:

$$\lambda_{corte}(\mu m) = \frac{1,24}{banda\ de\ gap(eV)} \quad (2.35)$$

Los fotones incidentes con longitudes menores que λ_g , terminan siendo absorbidos en el semiconductor; y la intensidad de luz, el cual es proporcional al número de fotones, decae exponen-

cialmente ingresa al semiconductor. La intensidad de luz I a una cierta distancia x desde la superficie del semiconductor es dado por:

$$I(x) = I_o \exp(-\alpha x) \quad (2.36)$$

Donde I_o es la radiación incidente y α es el coeficiente de absorción el cual depende de la energía del fotón o longitud de onda. α es una propiedad del material. Muchos de las absorciones de fotones, ocurren dentro de una distancia $1/\alpha$, y $1/\alpha$ es llamada penetración o profundidad de absorción. La Figura 2.19 muestra el α vs λ , característico de varios semiconductores, donde es aparente ver que el comportamiento de α con λ depende del material del semiconductor.

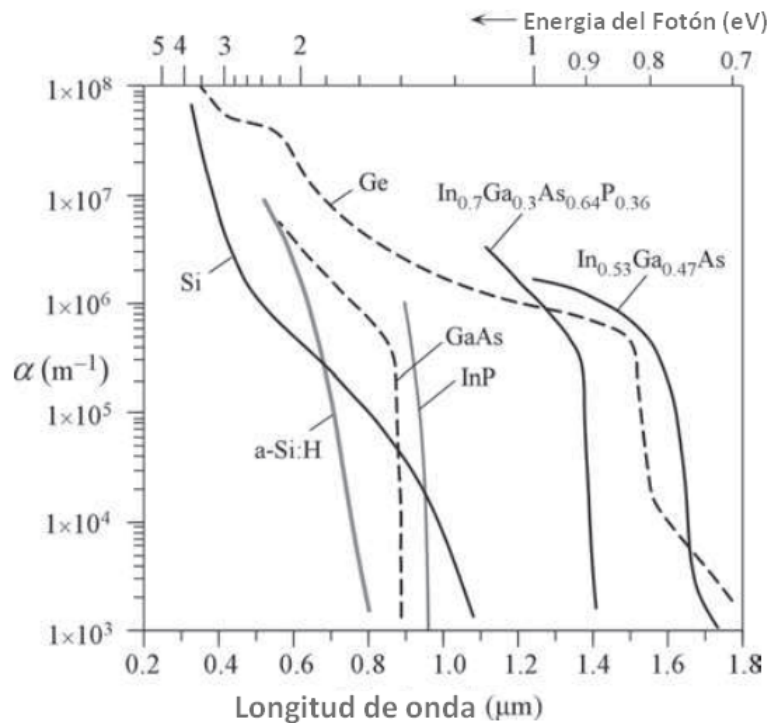


Figura 2.19: Coeficiente de absorción (α) vs. longitud de onda (λ) para varios semiconductores (Kasap 2013)

b. Responsividad

Bajo la influencia del potencial de los electrodos, en el fotodiodo, los electrones y huecos pueden ser barridos a través del semiconductor, resultando una corriente eléctrica denominada fotocorriente [14], I_f , la cual es directamente proporcional a la óptica (potencia) incidente P_{in}

$$I_f = R_\lambda P_{in} \quad (2.37)$$

Donde R_λ es la responsividad del fotodetector, en unidades de A/w.

La responsividad puede expresarse en términos de la eficiencia cuántica, η , definida como el cociente de la tasa de generación de electrones y la tasa de incidencia de los fotones.

$$\eta = \frac{I_f/q_{e^-}}{P_{in}/hf} = \frac{hf}{q_{e^-}} R_\lambda \quad (2.38)$$

Por lo tanto,

$$R_\lambda = \frac{\eta q_{e^-}}{hf} = \frac{\eta \lambda}{1,24} \quad (2.39)$$

La responsividad de un fotodetector aumenta con λ (Fig. 2.20) porque existe un mayor número de fotones incidentes para la misma potencia óptica. Esta dependencia lineal no se cumple siempre, puesto que al continuar el aumento en la longitud de onda, se llega a un valor para el cual la energía de los fotones es demasiado pequeña como para generar pares electrón-huecos. En los materiales semiconductores este ocurre cuando $hf < E_g$, en este caso η es nula. En el caso de mantener constante λ , y aumentar el número de fotones, llegaremos a una fotocorriente de saturación, debido a que se llega a la máxima capacidad de generación de pares electrón-hueco, y dado el caso, en el cual no se pueda cambiar la potencia óptica, se opta por usar reductores ópticos.

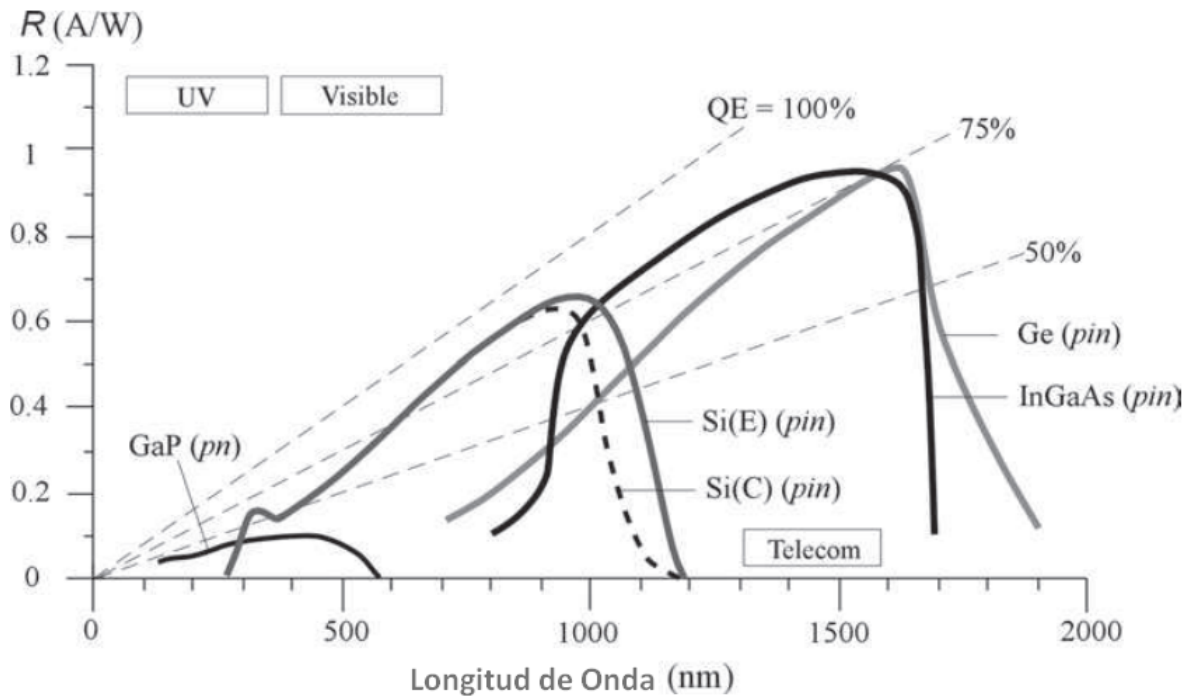


Figura 2.20: Responsividad en función de la longitud de onda (Kasap 2013)

Se denominan reductores ópticos, a elementos con la capacidad de absorción en un determinado rango de longitudes de onda, y densidad óptica a la magnitud física de medición, descrita por la siguiente ecuación:

$$DO_\lambda = \frac{A_\lambda}{l} = -\frac{1}{l} \log T = \frac{1}{l} \log \left(\frac{I_{inc}}{I} \right) \quad (2.40)$$

Donde l representa la distancia que la luz viaja por la muestra (espesor), medido en cm, A_λ la absorción a longitud de onda λ , T la transmitancia, I_{inc} y I como las intensidades de luz incidente y transmitido respectivamente.

c. Tiempo de subida y ancho de banda

El ancho de banda de un fotodetector está determinado por la velocidad con la cual, este responde a las variaciones de la potencia óptica incidente. El tiempo de subida se define como el lapso que la corriente tarda para pasar del 10 al 90 % de su valor final cuando la potencia óptica incidente cambia abruptamente en forma de escalón. Evidentemente, T_r dependerá del tiempo que le tome a los electrones y los huecos viajar a los contactos electrónicos. También depende del tiempo de respuesta del circuito eléctrico utilizado para procesar la fotocorriente. Existen maneras de estimar este valor, por ejemplo si recordamos que el fotodiodo con el dieléctrico en el medio, es análogo con el condensador, y con su respectivo circuito, podríamos estimar un tiempo RC , sin embargo, como todo circuito, esta propenso a corrientes parásitas, y elementos reales.

d. Corriente de oscuridad (I_d)

La cual es generada en el fotodetector en ausencia de señal óptica alguna, y se origina debido a fotones extraviados (efectos cuánticos) o pares hueco-electrón generados térmicamente. Para que un fotodetector pueda considerarse bueno, su corriente de oscuridad debe ser despreciable (menor a 10nA) [14].

Parámetro	Símbolo	unidad	Si	Ge	InGaAs
Longitud de onda	λ	μm	0.4 - 1.1	0.8 - 1.8	1 - 1.7
Responsividad	R	A/W	0.4 - 0.6	0.5 - 0.7	1 - 1.7
Eficiencia cuántica	η	%	75 - 90	50 - 55	50 - 70
Corriente de oscuridad	I_d	nA	1 - 10	50 - 500	1 - 20
Tiempo de subida	T_r	ns	0.5 - 1	0.1 - 0.5	0.02 - 0.5
Ancho de banda	Δf	GHz	0.1 - 0.6	0.5 - 3	1 - 10

Tabla 2.2: Características de fotodiodos p-i-n comunes

2.7.2. Tecnología CMOS vs CCD

En el caso del CMOS (semiconductor complementario de óxido metálico), aquí el sensor mismo es independiente. Y lo principal es que aquí la digitalización de los píxeles se realiza internamente mediante unos transistores que lleva el sensor, por lo que todo el trabajo se lleva a cabo dentro del sensor y no se hace necesario un chip externo encargado de esta función. Por otro lado, el sensor CMOS tiene ciertas desventajas comparadas al sensor CCD, tales como una sensibilidad más baja debido a la reducción de la zona de agotamiento; la corriente oscura más alta y la curva característica no lineal. Sin embargo, esta curva característica no lineal también puede ser una ventaja que ayuda a evitar la saturación de la cámara en caso de que haya que registrar la luz con grandes variaciones de brillo.

2.7.3. Sensor de Temperatura

Los termopares son uno de los dispositivos de medición de temperatura más utilizados debido a su robustez, repetibilidad y rápido tiempo de respuesta.

2.7.3.1. Configuración

Un circuito de termopar tiene al menos dos uniones: la unión de medición y una unión de referencia. Normalmente, la unión de referencia se crea donde los dos cables se conectan al dispositivo de medición. Esta segunda unión es en realidad dos uniones: una para cada uno de los dos cables,

pero debido a que se supone que están a la misma temperatura (isotérmica), se consideran como una unión (térmica). Este es el punto en el que los metales cambian, desde los metales de los termopares hasta los metales que se usan en el dispositivo de medición, generalmente el material es de cobre.

La tensión de salida esta relacionada con la diferencia de temperatura entre la unión de medición y la unión de referencia. Este fenómeno es conocido como el efecto Seebeck. El efecto Seebeck genera un pequeño voltaje a lo largo de la longitud de un cable, y es mayor cuando el gradiente de temperatura es mayor. Si los metales en la unión de medida son iguales, generara voltajes de Seebeck idéntico con diferentes signos, de modo que se cancelen. Sin embargo, si los metales de los cables son diferentes, los voltajes Seebeck serán diferentes y no se cancelaran.

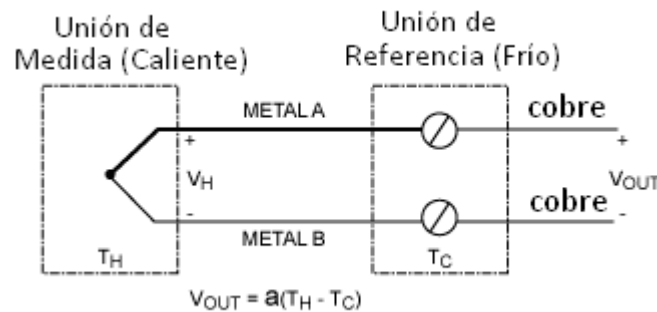


Figura 2.21: Configuración común de un termopar (maxim integrated 2007)

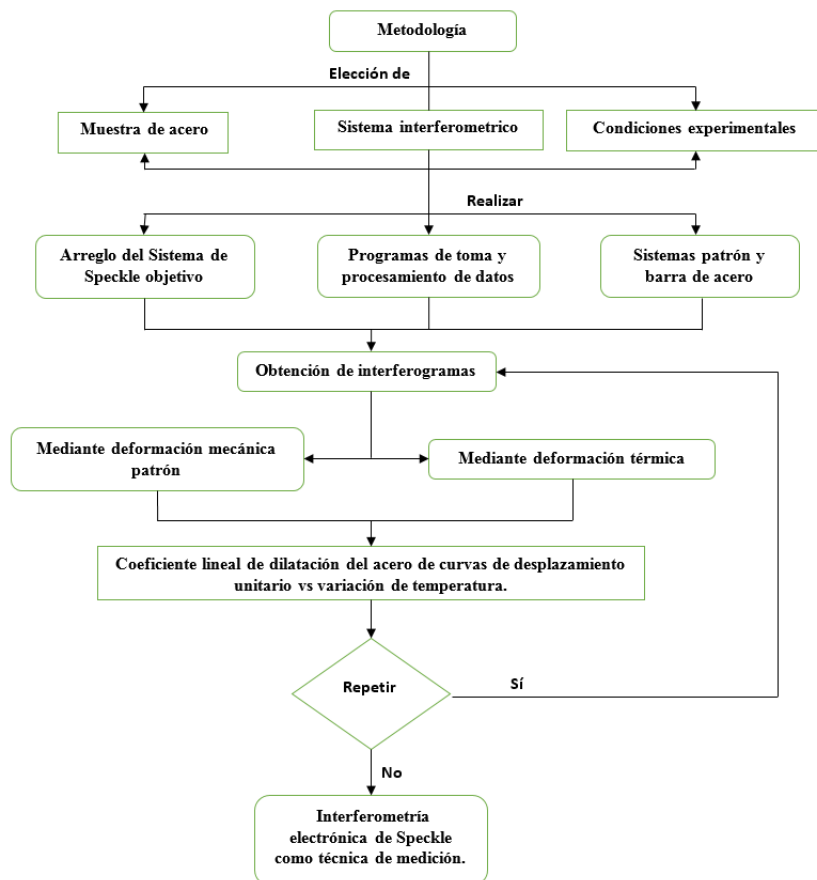
Tipo	Metal A	Metal B	Rango (°C)
T	Cobre	Constantan	-200 a +350
J	Acero	Constantan	0 a +750
K	Cromo	Alumen	-200 a +1250
E	Cromo	Constantan	-200 a +900

Tabla 2.3: Características básicas de un termopar

Capítulo 3

METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

En el presente capítulo se muestra la metodología aplicada para el desarrollo de la tesis, así como los detalles experimentales y técnicas empleadas y descripción de los equipos y/o instrumentos utilizados.



(a) Diagrama de flujo

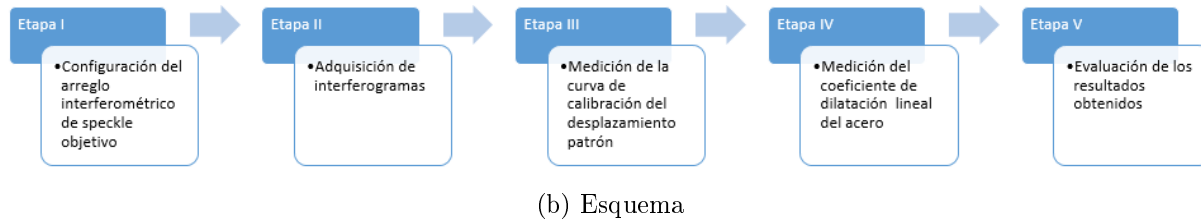


Figura 3.0: Metodología Experimental

3.1. Etapa I: Configuración del arreglo interferométrico de speckle objetivo

En esta etapa, se ha configurado un arreglo de speckle objetivo, el cual operara en condiciones normales (25°C , 1atm), para generar patrones de speckle con ayuda de un difusor que esta acoplado en el extremo de la barra de acero, antes y después de la deformación de la barra, las cuales dan producto ha la formación de franjas de young, via software. El sistema de speckle objetivo se conforma principalmente de los siguientes componentes:

- 01 Difusor óptico
- 02 Espejo
- 01 Reductor de densidad óptico $DO_{546nm} = 3$
- 01 Tablero anti-vibratorio de $61 \times 61 \text{cm}^2$
- 01 Cámara CCD

El arreglo de speckle objetivo, no es robusto en lo que compete el uso de muchos componentes ópticos se podría clasificar como económico [15] [16], pero si exige, que cualquiera que sea la trayectoria del láser, esta debe ser totalmente paralela al eje óptico, la cual se obtiene con respectivos alineadores con el fin de evitar lo menos posible inclinaciones no deseadas del haz.

3.1.1. Cálculo de la longitud de coherencia del laser

El tipo de luz utilizado en el speckle objetivo para generar los patrones de speckle fue un láser, con las especificaciones siguientes

- 01 Laser He-Ne estabilizada que emite en el verde visible con una longitud de onda nominal de 530nm, $BW = 10^{-6}$ y potencia de salida de 1mW (Edmund Optics 1992).
- 01 Laser He-Ne estabilizado que emite en el rojo visible con una longitud de onda nominal de 632nm, $BW = 10^{-6}$ y potencia de salida de 1mW (Edmund Optics 1992).

Con las especificaciones del fabricante y la relación siguiente

$$L_c = \frac{\lambda_c^2}{\Delta\lambda} \quad (3.1)$$

Donde $\Delta\lambda$ representa el ancho de línea, y λ_c es la longitud de onda media. Se ha realizado el cálculo de la longitud de coherencia para las fuentes tipo láser, las que se han resumido en una tabla.

3.1.2. Cálculo de la Densidad Óptica

Dentro de la Sub Sección 2.7.1, se explico, que el principio en el que se basaba el sensor, era mediante el almacenamiento de carga eléctrica, y como tal, tiende a saturarse; con la ayuda de la Ecuación 2.37 podemos estimar fotocorriente generada por el láser de 1mW, la cual se encuentra en el orden de los mA, el siguiente paso a realizar, se puede tratar de 2 maneras, la primera consiste en verificar con los datos del fabricante (si este parámetro estuviera disponible), que efectivamente la fotocorriente que puede generar el láser en el sensor, logra saturarlo; de modo que mediante la Ecuación 2.40 podemos calcular una densidad óptica adecuada para nuestros propósitos.

La segunda opción, es empíricamente, y dado el caso que no tengamos este parámetro en las especificaciones; consiste en incidir el haz, sobre el sensor y observar su saturación, mediante un historigrama, de los valores en escala de grises (0-255), de manera que observemos que el valor de todos los pixeles en contacto con el haz, dan el valor máximo de 255, a continuación se tratara de adicionar los reductores ópticos disponibles, de modo que obtengamos valores intermedios, con el fin de evitar la saturación y evitar discriminar información, tal es el caso de los niveles bajos (0-175)

3.1.3. Condiciones de operación

Ahora que se tiene un arreglo interferométrico electrónico basado en Speckle, se tiene que fijar unas condiciones de operación de la misma, estos parámetros se clasificaran en 2 clases, correspondientes

a los que afectan a

- Los patrones de Speckle
- Sensibilidad del Sistema Interferométrico

En la primera clase, se caracteriza por ser parámetros externos al sistema interferométrico, tales como iluminación y las vibraciones del ambiente de trabajo.

En la segunda clase, se caracteriza por ser parámetros del sistema interferométrico, tales como la geometría de la muestra de acero, distancia difusor-cámara CCD.

3.2. Etapa II: Adquisición de interferogramas

Esta etapa se caracteriza por el uso de software, tales como LabVIEW y Arduino para la adquisición de datos, y Matlab para el tratamiento de datos.

LabVIEW es un lenguaje de programación gráfico que utiliza iconos en vez de lineal de texto para crear aplicaciones. En contraste con lenguajes de programación basados en texto, donde las instrucciones determinan la ejecución de programa, LabVIEW utiliza programación de flujo de datos, donde el flujo de datos determina la ejecución (National Instruments), la comunicación del arduino con labVIEW, se puede lograr mediante su propia librería LIFA (LabVIEW Interface for Arduino), el cual en la actualidad está descontinuado, además de presentar errores de sincronización y retardos; actualmente se trabaja mediante VISA (Virtual Instrument Software Architecture). Por otro lado Matlab es un entorno de cálculo interactivo donde los problemas y las soluciones se escriben matemáticamente en lugar de tener que utilizarse la programación tradicional. Al igual que LabVIEW también posee una interfaz gráfica para construir modelos de diagramas de bloques, pero esta más enfocada a las soluciones matemáticas.

El fenómeno por el cual obtendremos patrones desplazados de speckle es debido a la deformación de una barra de acero el cual desplaza el difusor óptico acoplado en su extremo, durante el enfriamiento de la barra luego de haber sido elevado su temperatura hasta cierto valor. Mediante un programa denominado *Toma_de_Datos.vi*, que ha sido implementado en LabVIEW, registra las temperaturas de la termocupla del arduino, el cual tendrá como finalidad ser un parámetro el cual permita la toma de imágenes con ayuda de una cámara CCD WAT-902, en intervalos de

temperaturas. La elección de una cámara CCD en vez de una cámara CMOS, es debido a que esta última presenta mucho más ruido en la toma de imágenes, pero eso no significa que no sea una buena opción en sistemas más complejos[17].

Luego de obtener los respectivos patrones de speckle a ciertas temperaturas durante su enfriamiento, estas pasarán a un subdirectorío donde se halla el programa *Tratamiento_de_Datos.m*, que ha sido implementado en Matlab, de todas las imágenes adquiridas, la primera se denominará patrón de speckle de referencia, y esta se suma a las imágenes restantes, y al final a cada suma se le aplica la transformada de Fourier, para obtener los patrones de franjas de Young para cada valor de desplazamiento durante la deformación; como adicional se le pueden aplicar filtros de modo que obtengamos una imagen más nítida.

3.3. Etapa III: Determinación de la curva de calibración del desplazamiento patrón

En el caso de haber obtenido varios patrones de franjas de Young, durante el desplazamiento, debemos recordar que el dominio de estas franjas, está en píxeles, y debido a que no se conoce el desplazamiento por deformación debido a que es lo que queremos hallar. Debemos realizar primero un desplazamiento patrón, el cual relacione el desplazamiento vs su equivalencia en píxeles; de modo que adicionaremos un sistema de desplazamiento controlado por un micrómetro el cual reemplazara la barra de acero, y se le acoplara el difusor óptico, de este modo, se podrá realizar desplazamientos controlados de $20\mu\text{m}$ como mínimo, el cual permita hallar una relación su equivalencia en píxeles.

3.3.1. Desplazamiento patrón vs. Desplazamiento en píxeles

Del sistema totalmente armado, tenemos que para cada desplazamiento provocado por el micrómetro, obtendremos un patrón de franjas de Young, separadas una cierta distancia en píxeles proporcionales al desplazamiento. De las especificaciones de fabricante de la cámara WAT-902, se sabe que posee un arreglo de 811×508 píxeles, y el paso del desplazamiento es de:

- $20\mu\text{m}$, se almacenaron 9 interferogramas, donde el primero y último corresponde a $0\mu\text{m}$ y $200\mu\text{m}$ respectivamente.

En lugar de tomar la distancia en pixeles de 2 franjas brillantes consecutivas, una mejor estimación, es cuando se realiza en conteo de franjas brillantes, y la respectiva posición en pixeles de los franjas limitantes, y mediante $pixel_{l1} - pixel_{l2} / \#franja - 1$, se obtiene la distancia de franjas en pixeles promedio. Este método se realizó 2 veces más con el fin de verificar que el comportamiento siempre sea el mismo para el determinado desplazamiento. Ahora que se tiene el desplazamiento de la muestra patrón vs el desplazamiento en pixeles se puede realizar la gráfica correspondiente, el cual tiende a tener un comportamiento lineal.

3.4. Etapa IV: Determinación del coeficiente de dilatación lineal

Esta etapa del presente trabajo de tesis comprende la determinación del coeficiente de dilatación lineal de acero y todo tipo de análisis vía software será dentro del programa *Tratamiento_de_datos* mencionado anteriormente. La obtención de franjas de young busca determinar el desplazamiento en función de la variación de temperatura. En forma paralela se ha hallado la curva de calibración desplazamiento vs equivalencia en pixeles.

3.4.1. Deformación real

Hay que tener en cuenta, que el término **lineal**, en lo que respecta a la dilatación, es otra manera de decir, que las deformaciones en los otros ejes correspondientes se han ignorado o que su sensibilidad se halla reducida, entendiéndose esto como la capacidad de generar franjas de young en su respectivo eje. En donde el arreglo geométrico determina la dirección de sensibilidad del sistema óptico [18][19], tales como sistemas sensibles en el plano, el cual es capaz de detectar deformaciones o desplazamientos en cualquier dirección perpendicular al haz incidente, el cual llamaremos plano XY, a su vez existen sistemas sensibles fuera de plano, el cual corresponde a toda deformación o desplazamiento en la misma dirección del haz incidente. Nuestro sistema está dentro de los sistemas sensibles en el plano, por lo que observaremos tanto contribuciones del eje X como contribuciones en el eje Y.

3.4.2. Curva del coeficiente de dilatación lineal

De los diez patrones de speckle obtenidos el primero se denominó patrón de referencia, y además a una temperatura de 150°C ; y los correspondientes 9 interferogramas obtenidos durante el enfriamiento, poseen el paso de variación de temperatura de

- 5°C , para obtener 9 puntos correspondientes, a desplazamientos en píxeles vs variación de temperatura, donde el primer y último corresponde a una variación de 5°C y 45°C respectivamente.

Se puede predecir el comportamiento lineal, que obtendremos en laboratorio, de la Ecuación 2.32, y para finalizar mediante un ajuste por mínimos cuadrados, se halla la ecuación de la recta, y su respectiva pendiente, la que tiende a ser el coeficiente de dilatación lineal.

3.5. Etapa V: Evaluación de los resultados obtenidos

Esta etapa comprende el proceso de estimación de la desviación relativa del coeficiente de dilatación lineal experimental con el de la literatura, además de obtener un valor aceptable, se discute acerca de todo lo que se necesita para su realización, tanto en el equipo, tratamiento vía software y el aprovechamiento del fenómeno de speckle, y sus ventajas; lo cual lo convierten en una interesante alternativa en lo que respecta la metrología óptica.

3.5.1. Perspectiva a Futuro

Considerando el alcance del presente trabajo de tesis, se ha elaborado una idea para la optimización y/o mejoramiento del sistema interferométrico, como una alternativa para el estudio de metrología óptica mediante el fenómeno de Speckle.

Capítulo 4

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Arreglo Speckle Objetivo

Un esquema del sistema óptico de speckle objetivo, se muestra en la Figura 4.1. El diagrama de trazo de rayos muestra la trayectoria desde la fuente hasta el sensor CCD. Antes de todo se realizó un alineamiento del haz para asegurarse que su dirección sea paralela a la superficie de la mesa óptica, y así evitar inclinaciones por parte del haz.

La luz procedente de una fuente láser, se refleja con el primer espejo(E1) en 90° respecto al haz incidente, de manera que pase a través de un reductor óptico (RO), el cual tiene como finalidad evitar la saturación en la sensor CCD o plano imagen, vuelve a haber reflexión pero con un segundo espejo(E2) en 90° , entendiéndose como una manera de integrar el láser dentro de la mesa óptica, debido a las dimensiones de la fuente; luego de la segunda reflexión la trayectoria de haz será totalmente sobre el eje óptico, el cual pasara a través del difusor óptico (DO) acoplado a la barra de acero, o al sistema de desplazamiento patrón, para finalizar siendo registrado en el sensor CCD (plano imagen).

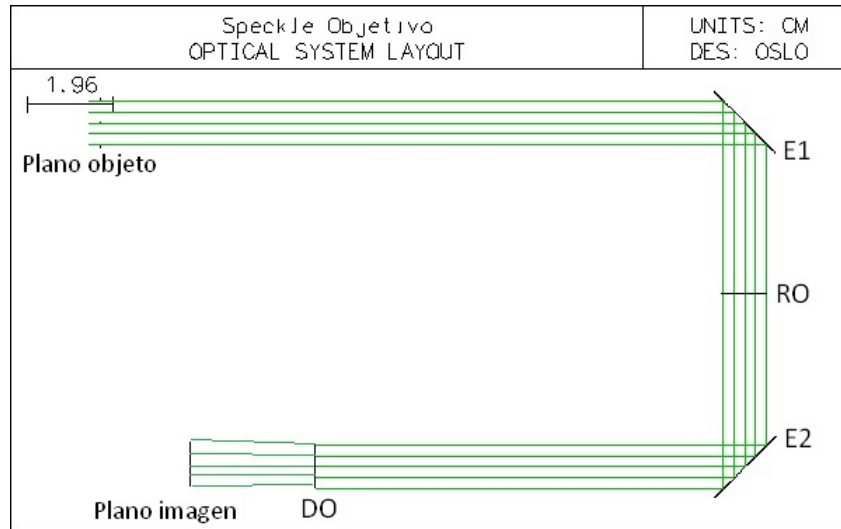


Figura 4.1: Diagrama del trazo de rayos de sistema de iluminación y registro del arreglo Speckle Objetivo

La Figura 4.2 muestra, el arreglo implementado de speckle objetivo en el laboratorio, el cual fue montado siguiendo el diagrama de la Figura 4.1; la única distancia de separación que tiene efectos sobre los patrones de speckle es la del difusor óptico al plano de imagen en donde se ubica el sensor CCD. Sobre dicha figura están rotulados los nombres de los principales componentes ópticos y de los que son visibles al exterior. Por otra parte, en la zona donde se ubica la barra de acero, se observa que está cubierto de una cinta aislante de manera que se reduzca perdidas de calor por la interacción con el ambiente, además de observarse que esta enrollado por alambre de nicrom, el cual debido a su baja resistencia sirve para la elevación de temperatura, por efecto Joule; de modo que la temperatura sea modulable mediante la tensión aplicada en sus extremos, así podremos obtener el rango de temperaturas deseadas, y es una manera práctica, en comparación con fuentes de infrarrojo o por calentamiento con fuego, el cual este último resulta ser poco práctico.

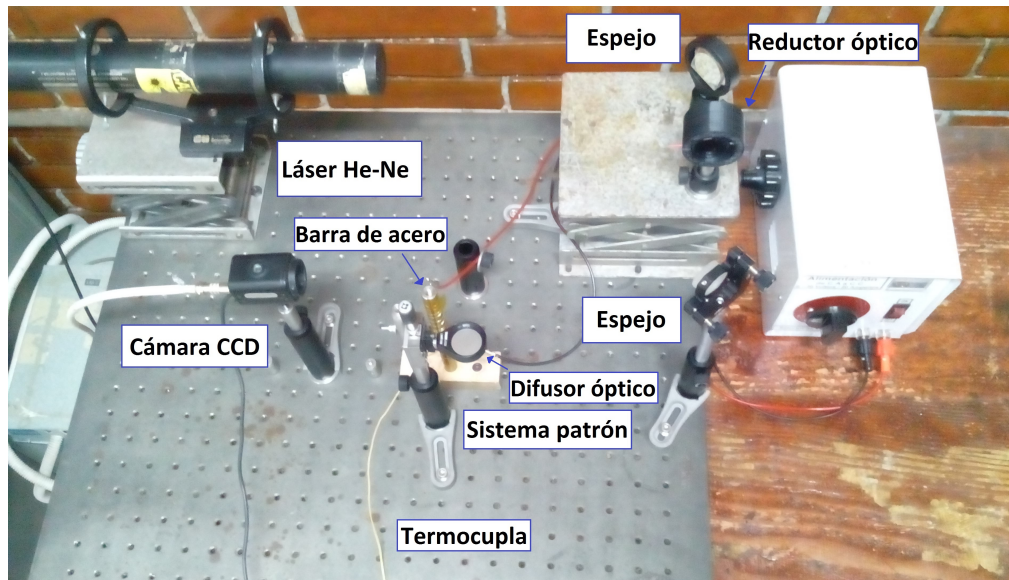


Figura 4.2: Arreglo experimental de speckle objetivo

4.2. Longitud de coherencia de las fuentes láser y reductor óptico

La coherencia temporal, es una medida, del intervalo de tiempo donde el haz se comporta según la ecuación de propagación de ondas, con la velocidad de la luz, obtendremos la longitud de coherencia, que análogamente a la coherencia temporal, es la distancia donde el haz tiene un comportamiento predecible, por lo tanto, si las ecuaciones que gobiernan este fenómeno ondulatorio se mantienen, las ecuaciones correspondientes al fenómeno de interferencia también se pueden predecir, de modo que una forma alternativa de definir la existencia de coherencia espacial (L_c), sería la capacidad de formar los patrones de interferencia, y si recordamos la teoría de Speckle, y que esta proviene de la interferencia aleatoria de fuentes, podemos asegurar que la longitud de coherencia permitirá la posibilidad de observar los patrones de Speckle, teniendo de antemano que sus requisitos se han cumplido, la tabla 4.1 muestra los valor de L_c para las fuentes láser disponibles.

Fuente	$\lambda_c(nm)$	$\Delta\lambda(nm)$	$L_c(um)$
Láser Rojo	632	$\approx 10^{-6}$	$\approx 400m$
Láser Verde	530	$\approx 10^{-6}$	$\approx 280m$

Tabla 4.1: Longitud de coherencia de las fuentes de luz

En lo referente al valor de la densidad óptica, se decidió trabajar en el valor intermedio de la escala de grises, respecto a las intensidades de luz incidentes al sensor. Con la ayuda de la Ecuación 2.40, realizamos la siguiente tabla

Fuente	Sensor	Espesor (cm)	Densidad Óptica
$P_{inc}(mW)$	$P(mW)$	1	DO_{546nm}
1	0.5	0.1	3

Tabla 4.2: Densidad Óptica del reductor Óptico

Realizamos el histograma de las intensidades en escala de grises, antes y después de la inserción del reductor óptico (Fig. 4.3), se observa que al inicio todo los pixeles están saturados, con el respectivo valor de 255 en escala de grises; con el reductor óptico, se observa que la nueva distribución de valores esta dentro de un intervalo de media 150 en escala de grises.

El valor de la densidad óptica calculada tendría que dar un valor de 127, el cual difiere con el obtenido, y esto se debe al fenómeno blooming, el cual consiste en que los pixeles contribuyen con sus adyacentes, y modifiquen los valores esperados, posteriormente y durante el proceso de lectura.

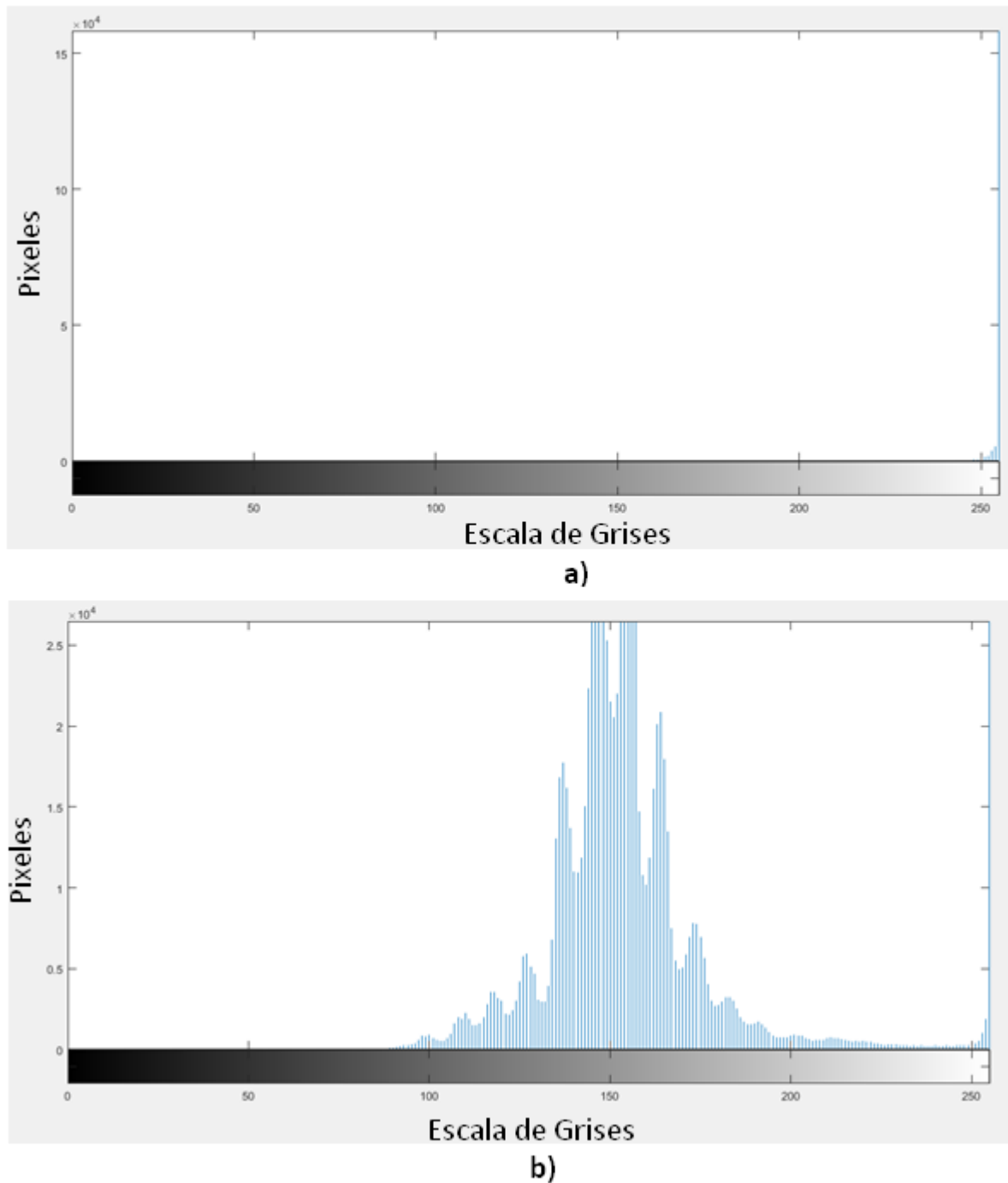


Figura 4.3: Histograma a) antes y b) después de la inserción del reductor óptico

Regresando a las dos fuentes, estas poseen una longitud de coherencia alta, aunque no se necesite tanto rango de trabajo, su valor, es un indicativo que podremos observar los patrones de speckle sin ningún problema. A continuación, se mostrará patrones de speckle obtenidos, para diferentes distancias entre cámara CCD respecto y el difusor óptico.

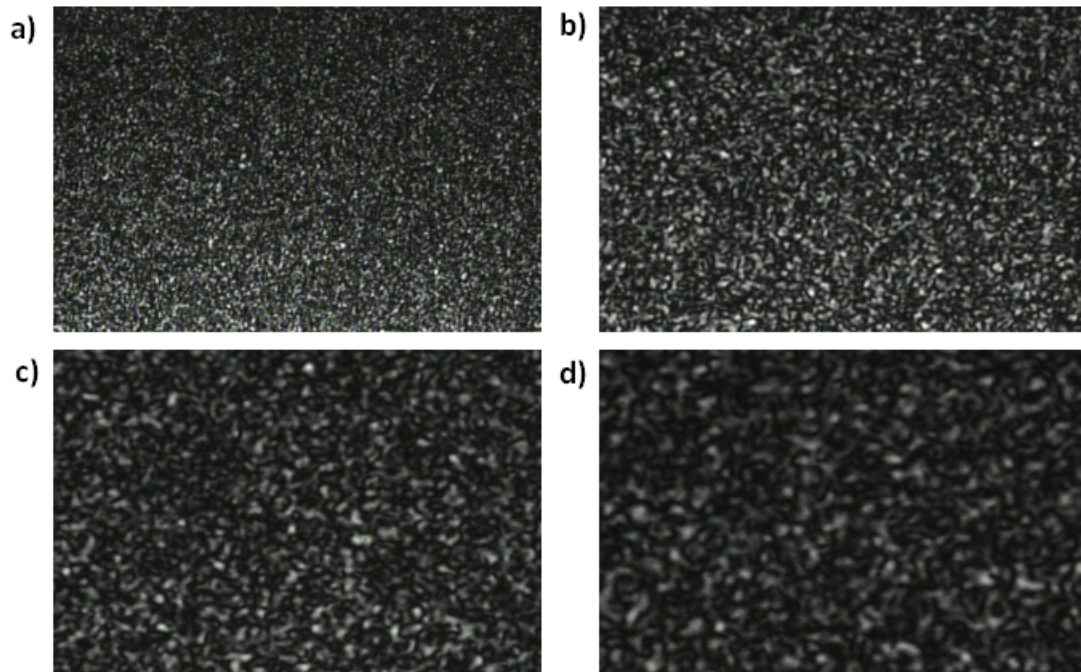


Figura 4.4: Patrones de speckle registrados a a)6cm ,b)11cm ,c)16cm y d)21cm respectivamente

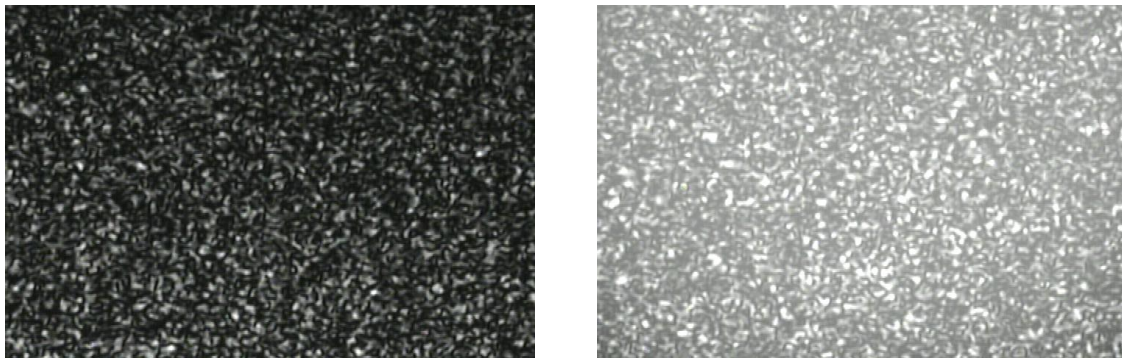
Recordemos de la Ecuación 2.11, que existe una relación proporcional del tamaño de speckle mínimo y la distancia de separación entre el plano imagen y el difusor óptico, la cual se observa por simple inspección en la figura mostrada, sin embargo el tamaño de speckle mencionado es solo una estimación del mínimo posible, puesto que con programas de tratamiento de imágenes tal como *ImageJ*, que minimizan el trabajo en comparación a otro software, se observa en las mediciones que existe un rango de valores para el tamaño de speckle, de modo que los parámetros que usaremos para caracterizarlos, serán el tamaño de speckle promedio y su desviación estándar, los cuales fueron calculados con *OriginPro2017* , resumiéndolo en la siguiente tabla

Specklegrama	$\sigma_0(um)$	$\bar{\sigma}(um)$	\pm DesvEst(um)
a	32	45	10
b	58	75	13
c	85	100	15
d	111	130	17

Tabla 4.3: Parámetros de caracterización de patrón de speckle

4.3. Condiciones de operación

En lo que respecta los parámetros exteriores, el sistema de Speckle objetivo está clasificado como configuración de camino común, debido a que al no aplicar ninguna deformación o desplazamiento, el camino óptico de referencia y de objeto son iguales, con ayuda de LabVIEW, registramos el haz de referencia que en este caso viene a ser el patrón de Speckle de referencia, de modo que no necesitemos una extensión al sistema óptico para la generación de esta. Desde una vista matemática, el resultado en forma sinusoidal solo depende del desplazamiento provocada por la deformación aplicada, dando un alto grado de visibilidad del interferograma. Convirtiéndolo en un sistema muy tolerante ante las vibraciones estacionarias. En lo que respecta la iluminación mientras que la luz de ambiente no sature el sensor CCD, y los patrones de speckle sean visibles, la iluminación no afectara en los resultados, debido a que la iluminación es incoherente y no formara patrones de interferencia o difracción al incidir sobre el difusor, el efecto sobre el sensor vendría a ser el aumento de brillo, sin influir en la formación de patrones de speckle.



(a) Sin iluminación

(b) Con iluminación

Figura 4.5: Factor de iluminación en la formación de patrones de Speckle

Definiremos la sensibilidad como el valor mínimo de desplazamiento que nuestro sistema interferométrico puede medir o detectar; comenzamos estableciendo la distancia plano difusor al plano imagen (sensor CCD), este parámetro proporcionara, el mínimo valor de desplazamiento con el cual, el sistema podrá diferenciar entre 2 fuentes diferentes, se decidió trabajar a una distancia de 11cm, por lo que obtendríamos el valor mínimo de 30um, recordemos que la dilatación real es volumétrica, por lo tanto si deseamos una óptima medición del coeficiente lineal de dilatación,

disminuir las dimensiones en las direcciones de no estudio, es de suma importancia, de modo que se trabajó con una barra cilíndrica de acero de una altura de 15cm, el cual es 15 veces mayor al diámetro de la misma, de modo que se disminuya las contribuciones no deseadas.

4.4. Adquisición de interferogramas

La figura 4.6 muestra el diagrama de la distribución de componentes y/o dispositivos que se han utilizado para producir y registrar, mediante los patrones de speckle objetivos, los respectivos interferogramas de young, para el sistema patrón y experimental. Es conveniente verificar el correcto funcionamiento de ambos sistemas, debido a que si por algún motivo la toma de datos no es la correcta, el programa *Tratamiento_de_Datos* no dará los resultados deseados.

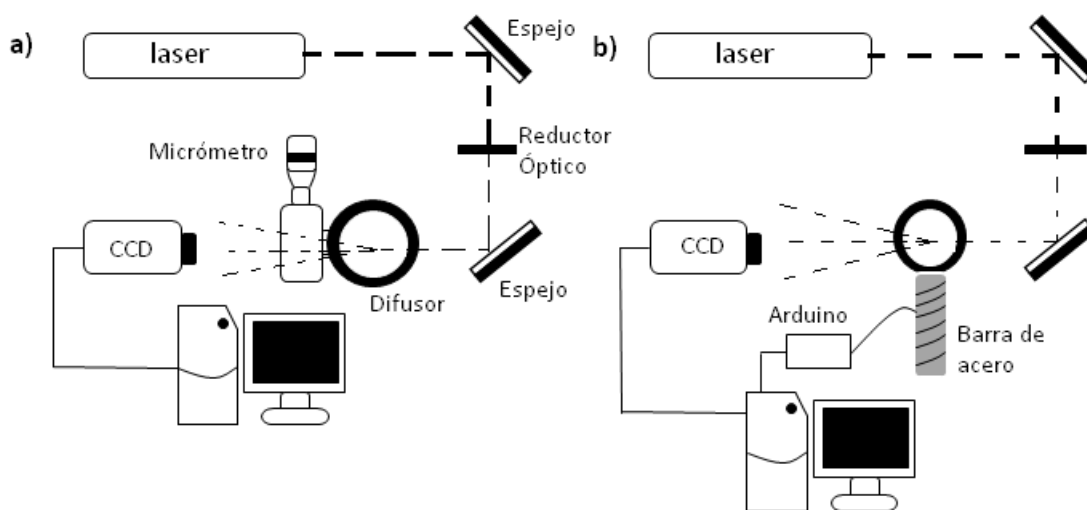


Figura 4.6: Diagrama del arreglo experimental utilizado para registrar los patrones de speckle y obtener los interferogramas a) del sistema patrón y b) experimental

De la figura 4.6(a), el arreglo tiene como objetivo determinar la curva de calibración entre las distancias de franjas y su distancia equivalente en píxeles, obtenida mediante el desplazamiento del difusor óptico el cual está acoplado a un micrómetro. En este los únicos dispositivos usados fueron una cámara CCD y una computadora. En la fase inicial de adquisición de patrones de speckle, los desplazamientos respectivos en el micrómetro, son realizados manualmente, por lo que

no existe parámetro de control, y hace prescindible el uso de LabVIEW, sin embargo el uso de *Tratamiento_de_Datos* es totalmente imprescindible, para obtener sus respectivos interferogramas (Fig.4.7).

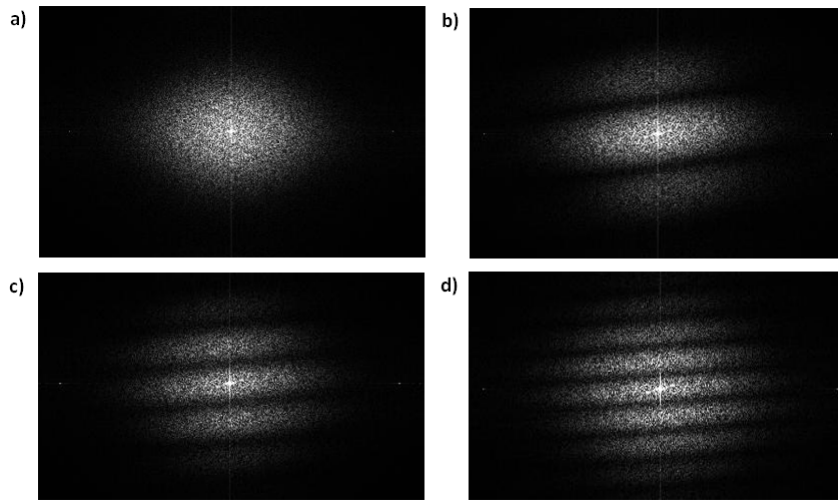


Figura 4.7: Interferogramas de young para una separación de a)20um, b)80um, c)140um y d)200um

De los 9 interferogramas, los 2 primeros no se tomaron en cuenta, debido a que la separación no es la suficiente, para que el sistema quede resuelto, la gráfica de relación del desplazamiento vs su equivalencia en pixeles, se muestra a continuación

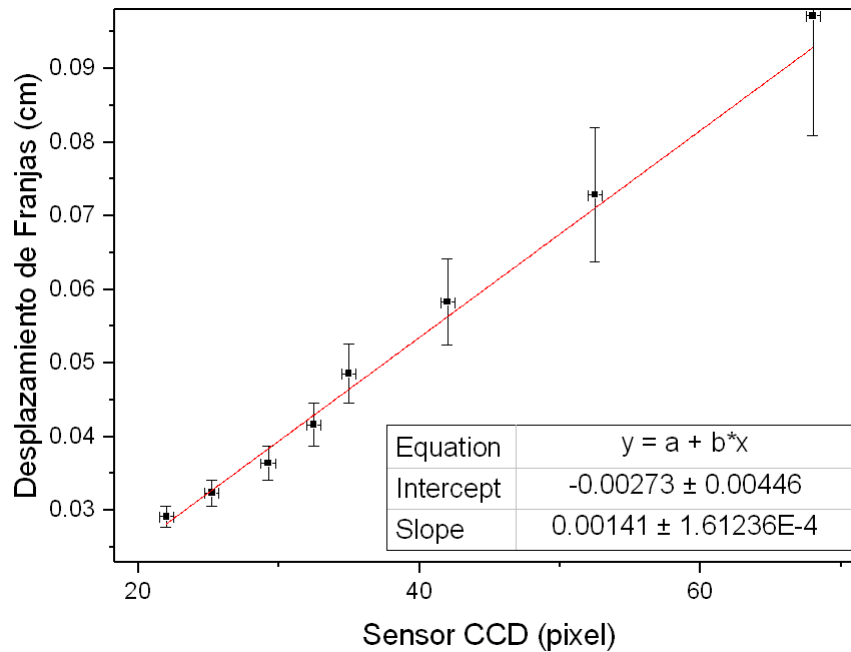


Figura 4.8: Curva de calibración

Análogamente el arreglo de la figura 4.6(b), tiene como objetivo determinar la relación entre el desplazamiento provocado por la deformación térmica y la variación de temperatura, desde la temperatura inicial de 150°C , siendo la temperatura un parámetro que controlara el proceso de registro de imágenes cada vez que la variación de temperatura es de 5° , el uso del programa *Toma_de_Datos* se hace imprescindible. La Figura 4.9 muestra el panel frontal del programa y en la tablas 4.4 y 4.5 se describen los parámetros de entrada y salida respectivamente.

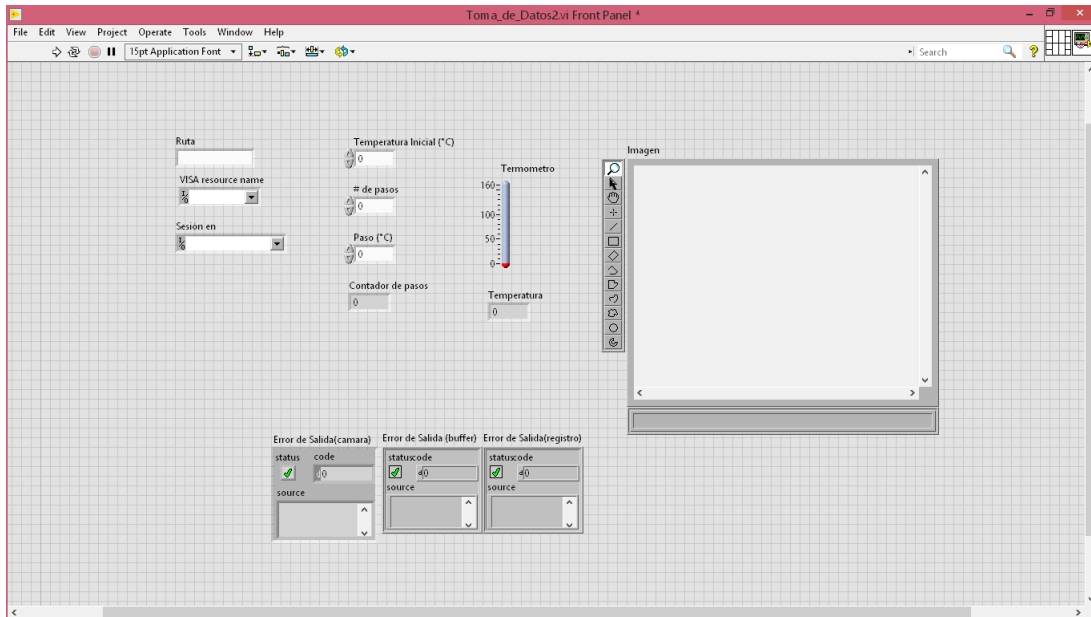


Figura 4.9: Vista del panel frontal del programa *Toma_de_Datos*

Parámetros de entrada	Descripción
Ruta	Dirección de la carpeta donde se guardarán las imágenes.
Sesión en	Especifica el nombre de la cámara que se desea utilizar.
VISA resource name	Especifica el puerto COM, donde estará conectado el arduino.
Temperatura inicial	Especifica la temperatura inicial de trabajo.
Paso	Especifica el valor de los pasos en temperatura, durante el experimento.
# pasos	Especifica el número de pasos que se realizará.
Contador de Pasos	Verificará que cada paso tenga su respectivo registro.

Tabla 4.4: Parámetros de entrada de *Toma_de_Datos*

Parámetros de salida	Descripción
Imagen	Visualiza el plano imagen de sistema.
Termómetro	Visualización gráfica de la temperatura.
Temperatura	Indicador numérico de la temperatura en C.
error de salida(buffer)	Contiene la información de errores, con el espacio asignado para las imágenes.
error de salida(cámara)	Contiene la información de errores, referente a la conexión de la cámara.
error de salida(registro)	Contiene la información de errores, referente a las captura de imágenes.

Tabla 4.5: Parámetros de salida de *Toma_de_Datos*

Y los correspondientes interferogramas son obtenidos mediante *Tratamiento_de_Datos*

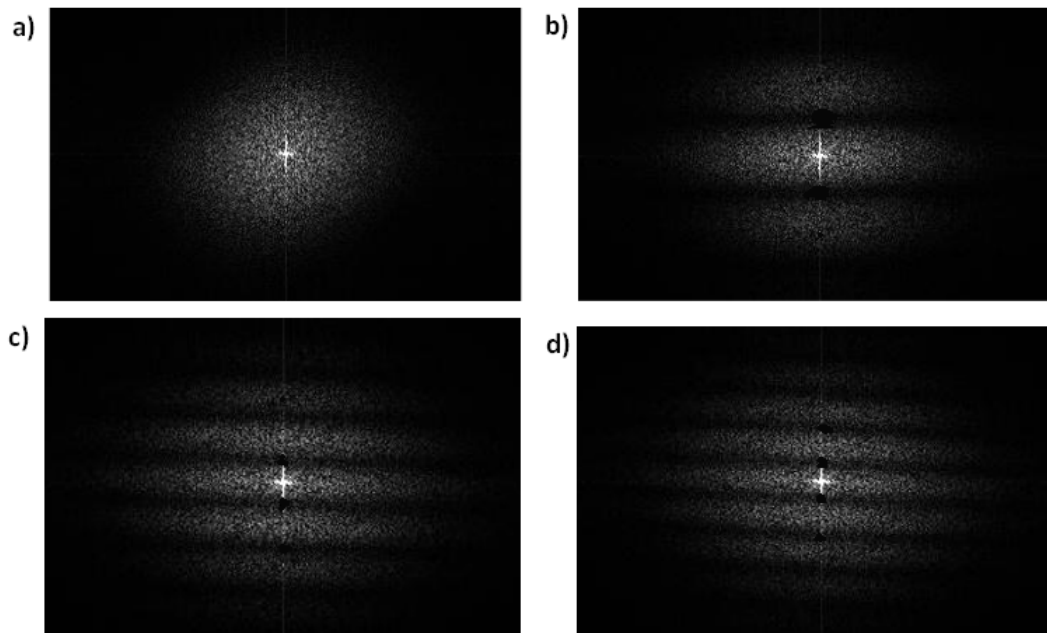


Figura 4.10: Interferogramas obtenidos experimentalmente a a)15°C, b)25°C, c)40°C y d)45°C

La pendiente viene a ser la relación entre desplazamiento en pixeles y la variación de temperatura en $pixel/(^{\circ}C)$ (Δ), de la figura 4.8, se obtiene la relación $um/pixel$; de la multiplicación del factor de calibración y el desplazamiento experimental en pixeles Δ , y finalmente dividiéndolo por los correspondientes 15cm de longitud inicial se obtiene la constante lineal de dilatación del acero (α_{acero}) en $10^{-6}C^{-1}$

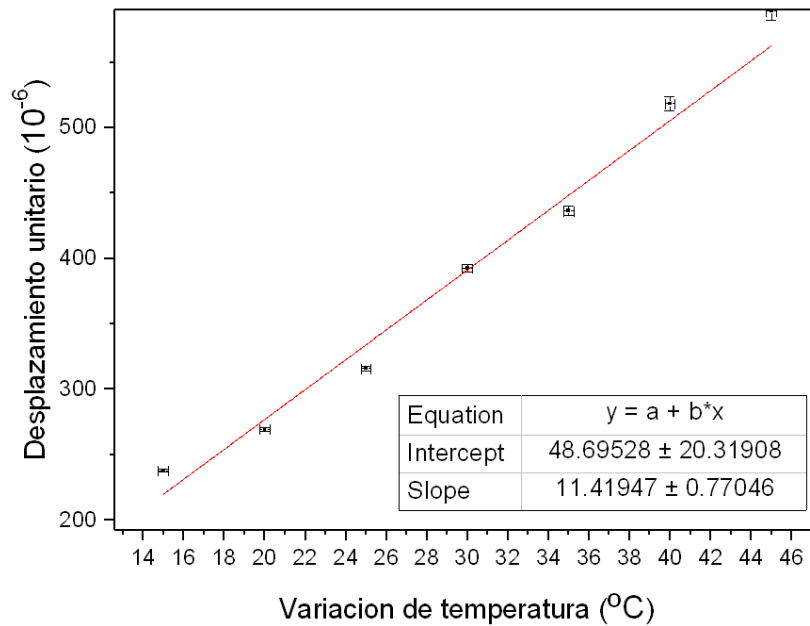


Figura 4.11: Desplazamiento vs variación de temperatura, sobre la barra de acero

Se observa en las interferogramas tanto en el de calibración como del acero, que hay cierta inclinación por parte de las franjas, esto significa que existe cierta desplazamiento en dirección perpendicular respecto a la eje de trabajo (eje x), lo cual posee lógica, debido a que la dilatación real es volumétrica. Según la ecuación de dilatación (Ecu. 2.32), la relación de la longitud inicial es proporcional a la dilatación, trabajando en variaciones de temperatura constantes, la manera para mitigar las contribuciones en los otros ejes, es reduciendo las dimensiones laterales, en este caso el diámetro de la barra, esto proporciona una idea de las especificaciones de una buena muestra de trabajo, el cual puede considerarse otra manera de explicar nuestra elección tal como en la sección 4.3.

Tomar una sola medición no es suficiente como para terminar la etapa de evaluación del sistema de medición realizado en la presente tesis, las mediciones usualmente requieren de patrones de medición reproducibles, y estos siempre están sujetos a un incertidumbre, por parte del equipo utilizado o el método de medición utilizado, y la reproducibilidad permite estimar la precisión y exactitud de la medición.

Se realizaron 8 mediciones del coeficiente lineal de dilatación del acero, obteniendo

$\alpha_{acero}(10^{-6}C^{-1})$	Desviación estándar($10^{-6}C^{-1}$)	Desviación relativa(%)
11.5	0.18	4

Tabla 4.6: Resultado experimental

Antes de pasar a conclusiones y el resultado es aceptable o no, analizamos este resultado dentro del estudio de incertidumbres, se ha utilizado equipos tales como el micrómetro, sensor de temperatura y cámara CCD, las cuales tenían como objetivo el **medir** o **fijar** su correspondiente parámetro, ahora supongamos que no existe incertidumbre asociada a los equipos respectivos, el cual denominaremos caso ideal, obteniendo así

$\alpha_{acero}(10^{-6}C^{-1})$	Desviación estándar($10^{-6}C^{-1}$)	Desviación relativa(%)
11.9	0.06	1

Tabla 4.7: Resultado experimental ideal

El fin de esta tabla, es observar la contribución de las incertidumbres de los equipos utilizados, dentro de la medición, y también una posible solución y optimización de método utilizado, el cual vendría a ser por supuesto, la utilización de equipos y sensores con mayor precisión a la utilizada en la presente tesis.

Capítulo 5

CONCLUSIONES

- i. Se ha montado el arreglo experimental satisfactoriamente mediante los diagramas y esquemas realizados, para el sistema de Speckle objetivo, iluminado con una fuente láser verde (530nm), a una distancia de trabajo de 11 cm. Este sistema ha sido utilizado para obtener los interferogramas desde los patrones de speckle obtenidos en la muestra patrón, así como el de la barra de acero, cuando esta expuesta al calentamiento.
- ii. La implementación de programa *Toma_de_Datos*, en la etapa experimental, funcionó correctamente en el control de captura de imágenes para cada paso de variación de temperatura propuesta.
- iii. Mediante la implementación del programa *Tratamiento_de_Datos* se logró obtener los interferogramas de la muestra patrón y experimental, a su vez mediante el análisis de columna central del interferogramas, se logró estimar la posición de máximos locales, en píxeles.
- iv. En el presente trabajo se ha logrado estimar el coeficiente lineal de dilatación del acero, a partir de las curvas de calibración obtenidos por el desplazamiento patrón, y la curva experimental del acero, con un valor de $11,9 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, y una desviación relativa de 0,5 %, lo cual demuestra ser una opción alternativa y de bajo costo, en el área de metrología óptica.
- v. Con una configuración no tan robusta en lo que respecta el equipo utilizado, lo compensa con una gran estabilidad en la práctica, ante perturbaciones vibracionales, así también, como la no necesidad de trabajar en ambientes oscuros.

Bibliografía

- [1] Kharl Exner. :sitzungsber. kaiserl. akad. wiss. (wien). 76(522), 1877.
- [2] Max von Laue. :sitzungsber. akad. wiss. (berlin). 44(1144), 1914.
- [3] Wander Johannes de Haas. :koninklighe. acad. van wetenschager. 20(1278), 1918.
- [4] Max von Laue. : Mitt. physik. ges. (zurich). 18(90), 1916.
- [5] I. Newton. *Opticks, or a treatise of the reflections, refractions, inflections & [and] colours of light*. Dover classics of science and mathematics. Dover Publications, 1979.
- [6] E. Hecht. *Optics*. Always learning. Pearson, 2016.
- [7] J.C. Dainty. *Laser Speckle and Related Phenomena*. Topics in Applied Physics. Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- [8] J. W. Goodman. Some fundamental properties of speckle*. *J. Opt. Soc. Am.*, 66(11):1145–1150, Nov 1976.
- [9] H. Fujii, J. Uozumi, and T. Asakura. Computer simulation study of image speckle patterns with relation to object surface profile. *J. Opt. Soc. Am.*, 66(11):1222–1236, Nov 1976.
- [10] D. Ugarte La Torre. Implementation of a speckle-based spectrometer. Master’s thesis, Pontificia Universidad Católica del Perú, 2016.
- [11] K.J. Gåsvik. *Optical Metrology*. Wiley, 2002.
- [12] F.P. Incropera and D.P. DeWitt. *Fundamentos de transferencia de calor*. Pearson Educación, 1999.

- [13] J.B.J. Fourier. *Théorie analytique de la chaleur*. Chez Firmin Didot, père et fils, 1822.
- [14] G.P. Agrawal. *Fiber-optic communication systems*. Number v. 1 in Wiley series in microwave and optical engineering. Wiley-Interscience, 2002.
- [15] Gaetano Restivo, Gabriel A. Isaicu, and Gary L. Cloud. Low-cost non-destructive inspection by simplified digital speckle interferometry. *Journal of Nondestructive Evaluation*, 27(4):135, Oct 2008.
- [16] Cloud Gary. Speckle interferometry made simple and cheap. *Experimental Techniques*, 27(4):27–30.
- [17] Heinz Helmers and Markus Schellenberg. Cmos vs. ccd sensors in speckle interferometry. *Optics & Laser Technology*, 35(8):587 – 595, 2003.
- [18] Amalia Martinez and J.A. Rayas. Evaluation of error in the measurement of displacement vector components by using electronic speckle pattern interferometry. *Optics Communications*, 271(2):445 – 450, 2007.
- [19] Amalia Martinez, R. Rodriguez-Vera, J.A. Rayas, and H.J. Puga. Error in the measurement due to the divergence of the object illumination wavefront for in-plane interferometers. *Optics Communications*, 223(4):239 – 246, 2003.
- [20] Noe Alcalá Ochoa, Fernando Mendoza Santoyo, Andrew J. Moore, and Carlos Pérez López. Contrast enhancement of electronic speckle pattern interferometry addition fringes. *Appl. Opt.*, 36(13):2783–2787, May 1997.
- [21] V. A. Shapiro, V. I. Kavardjikov, and S. A. Atanassov. Approach to automatic analysis of young’s fringes in speckle photography. *Appl. Opt.*, 32(23):4378–4387, Aug 1993.
- [22] R.A. Serway and J.W. Jewett. *Física Para Ciencias E Ingeniería*. Number v. 2 in Física: para ciencias e ingeniería. Cengage Learning, 2007.
- [23] J A Ogilvy. Wave scattering from rough surfaces. *Reports on Progress in Physics*, 50(12):1553, 1987.

- [24] Donald D. Duncan, Sean J. Kirkpatrick, and Ruikang K. Wang. Statistics of local speckle contrast. *J. Opt. Soc. Am. A*, 25(1):9–15, Jan 2008.
- [25] Chris Slinger, Colin Cameron, and Maurice Stanley. Computer-generated holography as a generic display technology. *Computer*, 38:46–53, 2005.
- [26] Lambda Research Corporation. *User Guide: OSLO*. Littleton, MA:Author, 2009.
- [27] S.O. Kasap. *Optoelectronics and Photonics: Principles and Practices*. Always learning. Pearson, 2012.
- [28] INACAL. Estudio de necesidades metrológicas industriales y científicas a nivel nacional, Marzo del 2015.
- [29] Lord Rayleigh O.M. F.R.S. Xxxi. on the problem of random vibrations, and of random flights in one, two, or three dimensions. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 37(220):321–347, 1919.
- [30] J.C. Russ. *The Image Processing Handbook*. CRC Press, 2016.
- [31] Vinu R.V. Shaping and analysis of laser speckle for imaging applications. 2016.

Apéndice A

Programas desarrollados en LabVIEW y Matlab

A.1. Queque

Un queque es un buffer de datos tipo FIFO (first in/ first out, por sus siglas en inglés), en donde el primer dato que entra es el primero que sale. Por ejemplo, los clientes esperando ser atendidos en la fila de un restaurant de comida rápida asemejan el comportamiento de datos almacenados dentro de un queque. El primer cliente que llega, es el primer cliente que será atendido.

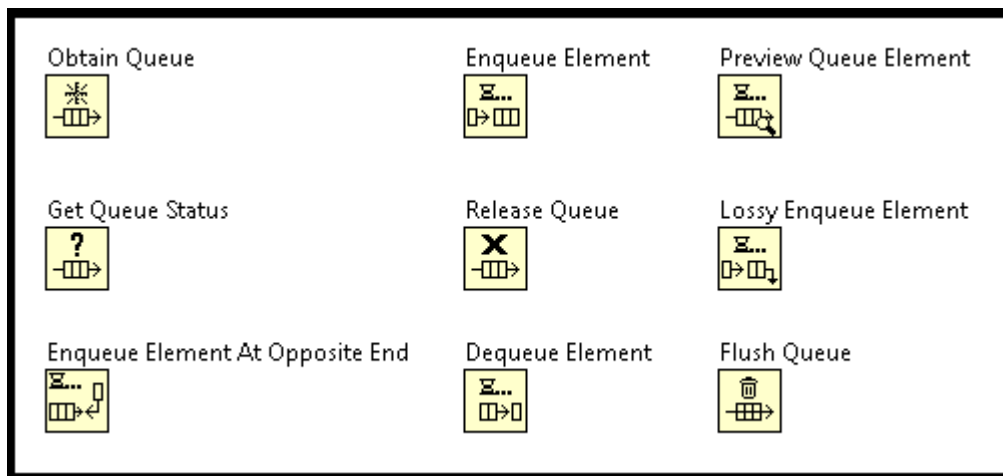
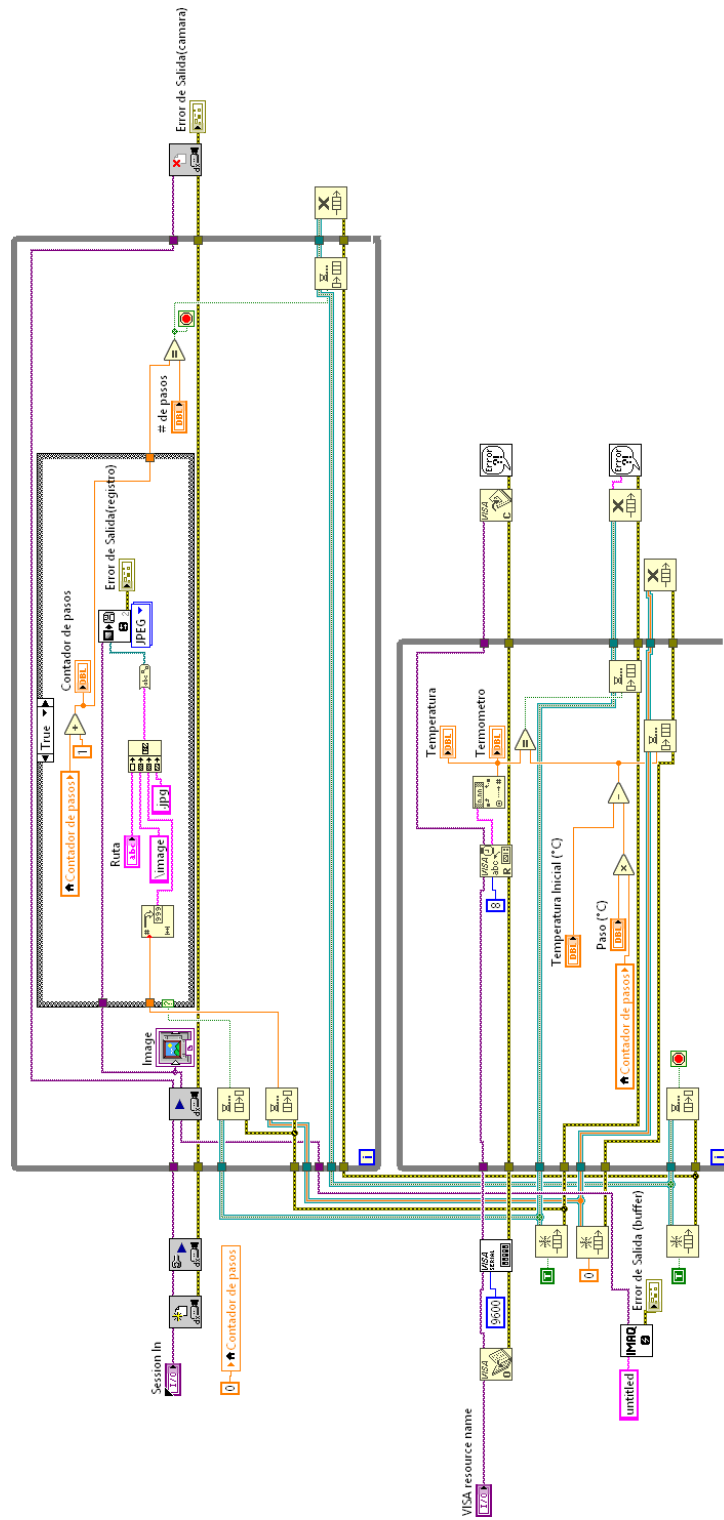


Figura A.1: Los instrumentos visuales (VIs) para manipulación de Queques dentro de la Paleta de Funciones (National Instruments 2014)

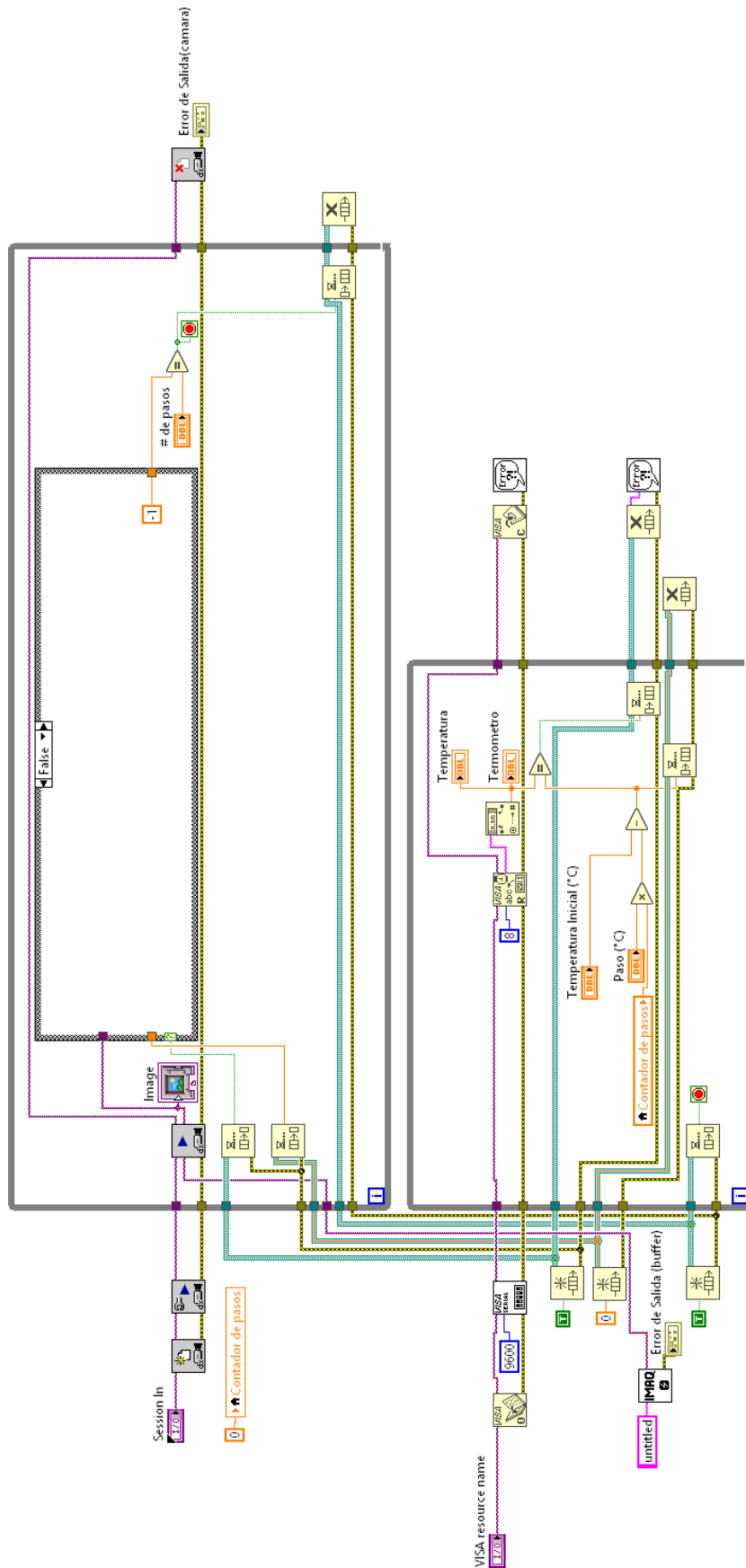
Un *queue* es útil cuando utilizamos un patrón de diseño productor/consumidor, donde una porción del código está almacenando datos que serán procesados en otra sección del código. La ventaja de usar los *queues* es la rapidez del código productor y consumidor, no necesita ser la misma. Si el código consumidor es más lento que el código productor, el *queue* almacenará toda la información y el código productor tendrá que esperar hasta que el código consumidor haya vaciado algún elemento antes de meter otro a la cola.

Si sin *queue*, encontramos un problema, el cual es una dependencia de datos, de modo que, para obtener el siguiente dato, tenemos que pasar por el anterior, y estos no se muestran en simultáneo, he aquí la importancia del *queue*, si deseamos correr los 2 o más tomas de datos o bucles en el mismo tiempo, tenemos que optar por la arquitectura Productor/Consumidor (*queue*), característica que se busca en todo trabajo, que hace uso de varios parámetros.

A.2. Toma_de_Datos.vi



(a) Caso verdadero



(b) Caso Falso

Figura A.2: Diagrama de bloques para la toma de datos en LabVIEW

A.3. *Tratamiento_de_Datos.m*

```

%% %% %% %% Definimos los parámetros
max_ = 105;
min_ = 145;
incre_ = -5;

%% %% %% %% Ingresa los datos de Toma_de_Datos.vi

[filename, pathname] = uigetfile('*.*jpg');
I1 = imread([pathname, '\', filename]); I1 = rgb2gray(I1);
I1 = double(I1);
[Rows1, Cols1] = size(I1);

%% %% %% %% Iniciamos bucle

for i = min_ : incre_ : max_
[filename, pathname] = uigetfile('*.*jpg');
I2 = imread([pathname, '\', filename]);
I2 = rgb2gray(I2);
I2 = double(I2);
[Rows2, Cols2] = size(I2);

%% %% %% %% Se suman el patrón de speckle de referencia con el desplazado

suma0 = I1 + I2;
GC = fft2(suma0);
G1C = fftshift(GC);
G2C = G1C / max(max(G1C));
G3 = 255 * log(1 + abs(G2C)) / log(2);
imwrite(G3, sprintf('suma_inter_%.0f.jpg', i));
[Rows3, Cols3] = size(G3);

%% %% %% %% Obtenemos los valores de la columna central del patrón de Young

y_dom = G3(:, round(Cols3/2));

```

```
x_dom=1:Rows3;
fig = plot(x_dom,y_dom);
saveas(fig,sprintf('maxi_%.0f.jpg',i));

%%%%%% Tratamiento de datos equivalente al usar ImageJ

[pks,locs]=findpeaks(y_dom,x_dom,'MinPeakDistance',6);
leng = size(pks);
picos = plot(locs;pks);
fw = fopen('picos.csv','a+');
fprintf(fw, '%f, %f\r\n',[locs;pks]);
fprintf(fw, '\t');
fclose(fw);
saveas(picos,sprintf('picos_%.0f.jpg',i));
end
clear all
clc
```

Apéndice B

Perspectiva a Futuro

Determinación topografía de deformaciones mediante Interferometría electrónica de Speckle

En la presente tesis se ha comprobado que el fenómeno de Speckle, permite medir desplazamientos, provocados en este caso por el gradiente de temperatura, cabe recalcar que el método de excitación que provocara el desplazamiento, también puede ser mediante presión, vibraciones, impacto y deformaciones mecánicas, en la mayoría de los métodos mencionados, implican un riesgo de no poder reproducir el número de veces que uno crea conveniente, téngase el ejemplo de la deformación mecánica, la cual consistiría en la tensión o compresión mediante una maquina universal, la cual sería acompañada de movimientos de cuerpo rígido mayor al tolerable, aunque es posible su minimización a niveles tolerables, además que para cada medición tendríamos que tener varias muestras en las mismas condiciones para su reproducción, el cual generara un aumento en el uso de fondos, que aunque no sea un objetivo de la tesis, tiene cierto influencia en la elección del método de excitación.

Ahora bien, lo que se busca, es una determinación topográfica de deformaciones, mediante el fenómeno de speckle, y este conlleva a la utilización de métodos diferentes tales como es el PSI (Phase Shifting Inteferometry) y equipo nuevo tal como un cristal piezoeléctrico, resaltando una vez más, que el objetivo principal de la tesis, fue estudiar y aprovechar el fenómeno óptico de Speckle y su consecuente, fue por supuesto la implementación electrónica y arreglo interferometrico, para el

estudio de esta.

El fundamento teórico y como llevarlo a la practica

Se ha analizado la dilatación, indirectamente, al usar un difusor, en vez de utilizar la misma rugosidad de la muestra misma de acero, pero en el nuevo sistema descrito más adelante, no será necesario, ya que la muestra a analizar servirá como difusor, siempre y cuando se conozca a priori que es una material ópticamente rugoso. Mencionado anteriormente el PSI es un método matemático, por el cual, mediante desplazamientos controlados, por medio de un píezoelectrico, podemos generar desfases en el orden de la rugosidad, para obtener la fase asociada al desplazamiento, y donde el análisis de franjas toma un mayor peso, puesto que ya no solo se analizara los máximos/mínimos del interferograma, sino todo la franja en si, teniéndose que realizar el cálculo de la resolución lateral y vertical. En este caso, la configuración tendrá que proporcionar un haz referencia y objeto, y este será realizado teniendo en cuenta, la sensibilidad deseada, dentro del plano o fuera de este.

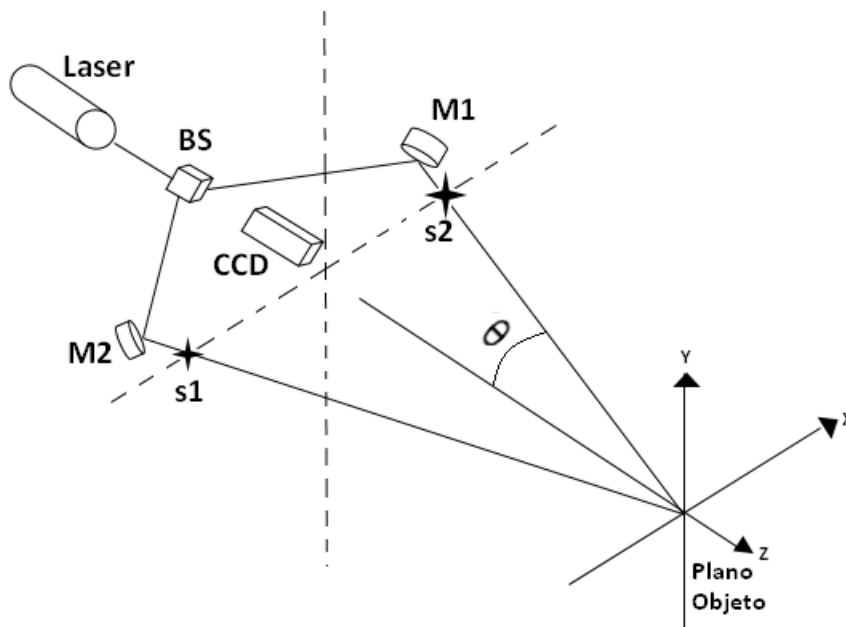


Figura B.1: Arreglo óptico de doble haz simplificado con sensibilidad en el eje x, dentro del plano

El arreglo óptico, consiste en la división del haz de láser, mediante el divisor de haz (BS) redireccionando con ayuda de los espejos M1 Y M2, hacia el plano objeto, donde es reflejado por la

muestra a analizar, para luego ser detectado por el sensor CCD de una cámara; en este arreglo podemos trabajar en dominio espacial y no de frecuencias tal como se realizó en presente tesis, esto nos permite trabajar en todo el sensor CCD, sin pérdida de área de trabajo por modulación de las franjas de interferencia. El fin de este arreglo interferométrico de speckle, sería obtener curvas de nivel en el área de la muestra a trabajar, y la realización completa, involucrara mucho más estudio, y equipos adicionales, pero dando la oportunidad de nuevas posibilidades y aprovechamiento del fenómeno de speckle. Además de profundizar el factor de automatización; la electrónica de potencia respecto a la fuente de alta tensión para el cristal piezoeléctrico; así como un sistema de translación del patrón controlado por un motor a pasos, el cual en este trabajo se realizó manualmente, obteniendo así un sistema más autónomo, de modo que minimice el error producido por el experimentador.

Apéndice C

Estadística del Patrón de Speckle

Algunas herramientas estadísticas para el estudio de los patrones de Speckle son presentadas en este apéndice. Tales como la distribución de probabilidad para la intensidad en un patrón de Speckle y la expresión del contraste y la señal-ruido en la sub sección 2.3.2.2 son deducidas siguiendo para a paso el tratamiento usado por Joseph Goodman [8].

C.1. Estadística de fasores aleatorios

Primero, consideremos la suma de N fasores aleatorios:

$$A = \mathbf{A}e^{j\theta} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^{\sqrt{N}} \mathbf{a}_n = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N a_n e^{j\phi_n}$$

Donde A es el fasor resultante con magnitud \mathbf{A} y fase θ , y \mathbf{a}_n es la componente enésima de la suma con magnitud a_n y fase ϕ_n . De esta ecuación las partes real e imaginario de \mathbf{A} pueden ser expresadas como:

$$R = \text{Re}\{A\} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N a_n \cos\phi_n$$
$$I = \text{Im}\{A\} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N a_n \sin\phi_n$$

Antes que calcular las propiedades estadísticas, dos suposiciones hechas acerca de la magnitud y fase, para los n fasores componentes de la suma:

- La magnitud de cada faser a_n es una variable estadística aleatoria independiente de la correspondiente fase ϕ_n . Además, es también estadísticamente independiente de la magnitud de otros fasores a_m .
- La fase ϕ_n de cada faser es uniformemente distribuido entre $-\pi$ y π .

Estas suposiciones permiten obtener una fácilmente los valores esperados para la parte real e imaginario

$$E(R) = \langle R \rangle = \left\langle \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N a_n \cos \phi_n \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \langle a_n \rangle \langle \cos \phi_n \rangle = 0$$

$$E(I) = \langle I \rangle = \left\langle \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N a_n \sin \phi_n \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \langle a_n \rangle \langle \sin \phi_n \rangle = 0$$

Donde la propiedad ha usar para el análisis de los valores esperados de dos variables aleatorias independientes, es:

$$E(XY) = E(X)E(Y)$$

Con la obtención de los primeros momentos iguales a cero, las varianzas son equivalentes a los segundos momentos:

$$\begin{aligned} \sigma_R^2 = E(R^2) &= \left\langle \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N a_n \cos \phi_n \cdot \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=1}^N a_m \cos \phi_m \right\rangle \\ &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \langle a_n a_m \cos \phi_n \cos \phi_m \rangle \\ &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \langle a_n a_m \rangle \langle \cos \phi_n \cos \phi_m \rangle \end{aligned}$$

para $n \neq m$:

$$\langle \cos \phi_n \cos \phi_m \rangle = \langle \cos \phi_n \rangle \langle \cos \phi_m \rangle = 0$$

para $n = m$:

$$\begin{aligned} \langle \cos \phi_n \cos \phi_m \rangle = \langle \cos^2 \phi_n \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 \theta d\theta \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{2} (1 + \cos 2\theta) d\theta \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

luego,

$$\sigma_R^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{\langle a_n^2 \rangle}{2}$$

De una similar manera una expresión para σ_I^2 es obtenida:

$$\sigma_I^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{\langle a_n^2 \rangle}{2}$$

La correlación de estas dos variables es:

$$\Gamma_{R,I} = E(RI) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \langle a_n a_m \rangle \langle \cos \phi_n \sin \phi_m \rangle$$

para $n \neq m$:

$$\langle \cos \phi_n \sin \phi_m \rangle = \langle \cos \phi_n \rangle \langle \sin \phi_m \rangle = 0$$

para $n = m$:

$$\langle \cos \phi_n \sin \phi_m \rangle = \langle \cos \phi_n \sin \phi_n \rangle = 0$$

asi

$$\Gamma_{R,I} = 0$$

Mostrando que las dos variables aleatorias no están correlacionados.

Cuando el número de fasores aleatorios (N) tiende al infinito, el teorema de limite central, permite:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{(x-\langle x \rangle)^2}{2\sigma_x^2}}$$

y para dos variables aleatorias independientes, el función de densidad de probabilidad es:

$$P(x, y) = P(x) \cdot P(y)$$

Como $\sigma_R^2 = \sigma_I^2 = \sigma^2$ para R y I, la función de probabilidad es:

$$\begin{aligned} P_{R,I}(R, I) &= P_R(R) \cdot P_I(I) \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{R^2+I^2}{2\sigma^2}} \end{aligned}$$

La función de densidad de probabilidad de A y θ esta relacionan con R y I , por medio de:

$$P_{A,\theta}(A, \theta) = P_{R,I}(R, I) \|J\|$$

Donde $\|J\|$ representa la Jacobiana:

$$\|J\| = \left\| \begin{array}{cc} \frac{\partial R}{\partial A} & \frac{\partial R}{\partial \theta} \\ \frac{\partial I}{\partial A} & \frac{\partial I}{\partial \theta} \end{array} \right\|$$

Usando las siguientes relaciones para R , I , A y θ ,

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{R^2 + I^2} & \theta &= \tan^{-1}\left(\frac{I}{R}\right) \\ R &= A \cos \theta & I &= A \sin \theta \end{aligned}$$

La Jacobiana proporciona:

$$\|J\| = \left\| \begin{array}{cc} \cos \theta & -A \sin \theta \\ \sin \theta & A \cos \theta \end{array} \right\| = A$$

Luego,

$$P_{A,\theta}(A, \theta) = \frac{A}{2\pi\sigma^2} e^{-\left(\frac{A^2}{2\sigma^2}\right)} \quad ; A \geq 0 \quad , -\pi \leq \theta \leq \pi$$

El siguiente paso es encontrar la estadística adicional de A y θ por separado:

$$\begin{aligned} P_A(A) &= \int_{-\pi}^{\pi} P_{A,\theta}(A, \theta) d\theta = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{A}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{A^2}{2\sigma^2}} d\theta \\ &= \frac{A}{\sigma^2} e^{-\frac{A^2}{2\sigma^2}} \end{aligned}$$

Esta es conocida como la densidad de distribución de Rayleigh:

$$P_A(A) = \frac{A}{\sigma^2} e^{-\frac{A^2}{2\sigma^2}} \quad , \quad A \geq 0$$

Integrando en A :

$$\begin{aligned} P_\theta(\theta) &= \int_0^\infty \frac{A}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{A^2}{2\sigma^2}} dA \\ &= -\frac{1}{2\pi} \int_0^\infty -\frac{A}{\sigma^2} e^{-\frac{A^2}{2\sigma^2}} dA \\ &= \frac{1}{2\pi} \end{aligned}$$

En el caso de θ :

$$P_\theta(\theta) = \frac{1}{2\pi} \quad , -\pi \leq \theta \leq \pi$$

Se ve que:

$$P_{A,\theta}(A, \theta) = P_A(A) \cdot P_\theta(\theta)$$

Donde se muestra que A y θ son estadísticamente independientes.

Finalmente, los momentos para las amplitudes son:

$$\langle A^q \rangle = \int_0^\infty A^q P_A(A) dA = \int_0^\infty \frac{A^{q+1}}{\sigma^2} e^{-\frac{A^2}{2\sigma^2}} dA$$

Para resolver esta integral la función gamma es usada. Esta función es definida como:

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt = 2 \int_0^\infty t^{2z-1} e^{-t^2} dt$$

Usando la función gamma la expresión para los momentos correspondientes a la amplitud son hallados

$$\langle A^q \rangle = 2^{q/2} \sigma^q \Gamma(1 + q/2)$$

Con esta ecuación los momentos de A son calculados. El primer momento es:

$$\langle A \rangle = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma \langle A^2 \rangle = 2\sigma^2$$

y el segundo es:

$$\sigma_A^2 = (2 - \frac{\pi}{2})\sigma^2 \approx 0,43\sigma^2 \quad (\text{C.1})$$

C.2. Estadística de la Intensidad y Fase

En esta sección los resultados para la función de densidad de probabilidad y momentos para la amplitud A son usados para obtener la correspondiente función de probabilidad de la intensidad I en un patrón de Speckle. Cabe recalcar si bien el teorema de límite central es una herramienta muy útil para un análisis más general, recordemos que el infinito, en cualquier experimento es simplemente una cantidad muy alta, el cual es finito, podemos tener varias variables como queramos pero nunca tener un valor infinito; aun así los resultados no difieren significativamente, por lo que lo comentado entra como una observación en tener en consideración, mas no un problema en sí.

Regresando al análisis, siendo v una variable aleatoria que está relacionado con otra variable aleatoria u , a través de una transformación monótona $v = f(u)$. Luego, dos funciones de densidad de probabilidades serán descritas a través de la siguiente ecuación:

$$P_v(v) = P_u(f^{-1}(v)) \left| \frac{du}{dv} \right|$$

Reemplazando $v = I$, $u = A$ y $I = f(A) = A^2$, en la ecuación anterior, obtenemos

$$P_I(I) = \frac{1}{2\sqrt{I}} P_A(\sqrt{I})$$

En el caso de un valor muy grande para N , se encontrara que la función de densidad de probabilidad para la amplitud sera

$$P_A(A) = \frac{A}{\sigma^2} e^{-\frac{A^2}{2\sigma^2}}$$

Evaluando esa ecuación con \sqrt{I} , permite encontrar la expresión deseada, para la función de densidad de probabilidad de I :

$$P_I(I) = \frac{1}{2\sigma^2} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}} \quad ; \quad I \geq 0$$

Para esta distribución los momentos se expresaran como:

$$\langle I^q \rangle = (2\sigma^2)^q q!$$

El valor espero para la intensidad es:

$$\langle I \rangle = 2\sigma^2$$

Cual podremos reemplazar en la ecuación de los momentos, y en la función de densidad de probabilidad, obteniendo así

$$\langle I^q \rangle = \langle I \rangle^q q!$$

y

$$P_I(I) = \frac{1}{\langle I \rangle} e^{-\frac{I}{\langle I \rangle}}$$