

# **UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA**

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA



**TESIS**

## **CÁLCULO Y DESCOMPOSICIÓN DEL COSTO MARGINAL NODAL DE CORTO PLAZO BASADO EN FLUJO ÓPTIMO DC RETROALIMENTADO CON FLUJO AC**

PARA OBTENER EL TÍTULO PROFESIONAL DE:

**INGENIERO ELECTRICISTA**

**ELABORADO POR:**  
PAUL ADÁN SERNA TORRE

**ASESOR:**  
DR. ING. WILFREDO SIFUENTES ROSALES

**LIMA – PERÚ**

**2019**

**CÁLCULO Y DESCOMPOSICIÓN DEL COSTO MARGINAL NODAL DE  
CORTO PLAZO BASADO EN FLUJO ÓPTIMO DC RETROALIMENTADO CON  
FLUJO AC**

**DEDICATORIA:**

A mi Padre y a mi Madre, quienes desde un principio toleraron mis errores y me enseñaron el verdadero camino.

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco al señor Ahnsahnghong por haberme mostrado el aliciente más brillante que nunca pude haber conseguido por mí mismo; sin duda, desearía que muchos puedan conocer hoy en día: la Madre.

Al Dr. Ing. Wilfredo Sifuentes, por haber aceptado ser el asesor de esta tesis. Su orientación y soporte en los fundamentos técnicos, programación y redacción fueron sustanciales durante la elaboración del presente trabajo.

Así mismo, se agradece cordialmente al Mg. Ing. Pablo Maquin pues gracias a sus sugerencias, pude inicialmente encauzar esta tesis.

Finalmente, se extiende un agradecimiento especial a mis compañeros de trabajo durante mi paso por el año 2017 en la División de Generación y Transmisión (DGT) de la Gerencia de Regulación de Tarifas (GRT) de Osinergmin y también en los años 2018 y 2019 en la Subdirección de Programación del Comité de Operación Económica del Sistema (COES), por sus experiencias brindadas para el desarrollo de este trabajo.

## SUMARIO

El Costo Marginal Nodal de Corto Plazo (CMgN) es fundamental para el diseño de mercados eléctricos pues al ser usado como una señal de precio, induce a un comportamiento eficiente de los agentes del mercado el cual se refleja en la operación económica del sistema o en la maximización del beneficio social. Sin embargo, la falta de capacidad en la red de transmisión origina congestiones imprevistas o programadas que provocan una variación significativa del CMgN entre barras. Dicha variación causa un perjuicio económico para los agentes; por tanto, para cubrir dicho riesgo surge la necesidad de descomponer el CMgN porque entre sus componentes existe una que permite cuantificar y/o valorizar mecanismos que mitiguen el perjuicio económico. Además, el CMgN también tiene otra componente que valoriza el servicio económico de la transmisión. En suma, la determinación de las componentes del CMgN es el primer paso para la implementación de nuevos instrumentos en el mercado que conduzcan a la competencia y mejor desempeño de los agentes.

El objetivo de esta tesis es desarrollar e implementar computacionalmente un método para el cálculo y descomposición en tres componentes del CMgN, considerando un modelamiento en AC de la red de transmisión para un cálculo más exacto del CMgN y sus componentes. En esencia, el método es un algoritmo iterativo en el cual en cada iteración los despachos que resultan de un modelo de flujo óptimo DC con pérdidas (modelo DCOPF-*with-losses*) se ingresan a un cálculo de flujo AC; los resultados de este flujo AC retroalimentarán al modelo DCOPF-*with-losses* y luego se iniciará una nueva iteración. Luego de cumplir cierta tolerancia, el método contiene una formulación matemática capaz de calcular el CMgN y sus tres componentes: Componente de Energía, Componente de Pérdidas y Componente de Congestión.

Se realizan simulaciones en sistemas de dos, cinco, catorce y treinta barras. Se analiza los resultados y luego se confronta con otros métodos de investigaciones afines.

## **ABSTRACT**

Locational Marginal Pricing (LMP) is substantial to design of electricity market, since it is used as price signal, induces an efficient behaviour of market participants that reflects in economic operation system or maximizing welfare social. Nevertheless, the lack of enough capacity of network transmission origins unexpected or scheduled congestions, which causes an important variation of LMP between buses. Such variation causes an economic damage to market participants; thus, in order to drag this risk down, it is necessary to decompose LMP because among their components, there is one that allows quantifying or valuing mechanism decreasing the economic damage. In addition to this, LMP has another component that allows valuing economic service of network. To summarize, the computation of LMP's components is the first step to set up new mechanisms in market to promote competition and a better performance of market players.

The aim of this thesis work is to develop and implement computationally, a method to calculate and decompose LMP in three components. This method accounts for a modelling AC of network in order to obtain more accurate LMP and components. In essence, the method is an iterative algorithm such that each iteration consists on the fact that level generation obtained by means of a DC Optimal Power Flow model which considers network losses (DCOPF model-with-losses), is entered an AC power flow calculation which then feedbacks the DCOPF model-with-losses and finally, new iteration starts. After reaching a gap, a math formulation contained in the method is capable to calculate and decompose LMP in three components: Energy Component, Loss Component and Congestion Component.

Electrical systems of two, five, fourteen and thirty buses are simulated. The results are analysed and then compared with other methods presented in related works.

## ÍNDICE

<b>PRÓLOGO</b> .....	<b>3</b>
<b>CAPÍTULO I</b>	
<b>MARCO CONCEPTUAL</b> .....	<b>8</b>
1.1. Mercados Eléctricos Competitivos .....	8
1.2. Técnicas matemáticas aplicados a la optimización de sistemas de potencia .....	15
1.3. Fundamentos del Despacho Económico .....	17
1.4. Efecto de la Red de Transmisión .....	25
1.5. Modelo de flujo óptimo de potencia .....	31
1.6. Concepto del Costo Marginal Nodal (CMgN).....	32
1.7. Propiedades del Costo Marginal Nodal (CMgN).....	38
<b>CAPÍTULO II</b>	
<b>ANÁLISIS DE LA PROBLEMÁTICA</b> .....	<b>42</b>
2.1. Necesidad de descomposición del CMgN.....	42
2.2. Necesidad de un nuevo método para la descomposición del CMgN.....	63
2.3. Mercado Mayorista de Electricidad (MME) del Sistema Eléctrico Peruano .....	65
<b>CAPÍTULO III</b>	
<b>FORMULACIÓN DEL MÉTODO</b> .....	<b>74</b>
3.1. Concepto del Método .....	74
3.2. Descripción básica de los pasos del método .....	76
3.3. Formulación del Modelo DCOPF- <i>with-losses</i> .....	77
3.4. Cálculo de las pérdidas, distribución y pérdidas marginales .....	88
3.5. Formulación matemática para la descomposición del Costo Marginal Nodal.....	96
<b>CAPÍTULO IV</b>	
<b>IMPLEMENTACIÓN Y RESULTADOS</b> .....	<b>100</b>
4.1. Implementación computacional .....	100
4.2. Sistemas de prueba.....	103
4.3. Comparación con otros métodos.....	124
4.4. Dificultades y detalles presentados durante la implementación y pruebas .....	133
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b> .....	<b>135</b>
<b>ANEXOS</b> .....	<b>139</b>
ANEXO A	
LISTA DE FIGURAS .....	140
ANEXO B	
LISTA DE TABLAS .....	143

ANEXO C	
GLOSARIO DE TÉRMINOS .....	146
ANEXO D	
INTRODUCCIÓN AL MODELAMIENTO MATEMÁTICO.....	149
ANEXO E	
PROGRAMACIÓN NO LINEAL .....	152
ANEXO F	
PROGRAMACIÓN LINEAL .....	156
ANEXO G	
CÁLCULO DEL FACTOR GSF A PARTIR DE ZBUS.....	160
ANEXO H	
CÁLCULO DE SENSIBILIDAD DE LAS PÉRDIDAS RESPECTO A LA TENSIÓN Y ÁNGULO .....	163
ANEXO I	
DEDUCCIÓN DE FÓRMULA PARA EL CÁLCULO DE RENTAS DE CONGESTIÓN (APLICADO AL SISTEMA PERUANO).....	165
ANEXO J	
DETALLES DE LA IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL.....	168
ANEXO K	
RESULTADOS ADICIONALES DE LOS SISTEMAS DE PRUEBA.....	179
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>185</b>

## PRÓLOGO

### **Antecedentes y problemática**

Los grandes sistemas eléctricos en el mundo como en Estados Unidos, Inglaterra, China y en países de Sudamérica operan en base a una producción eficiente de la energía eléctrica, es decir, se busca que el parque generador produzca la electricidad al menor costo posible. Además, la operación del sistema debe ser tal que se garantice la seguridad y calidad del suministro eléctrico.

Por otro lado, desde el punto vista económico, a nivel generación se ha dado lugar a un mercado competitivo donde grandes productores y consumidores transan la electricidad como un bien cuyo precio ha sido tema de investigación desde los años 80.

Hoy en día, en diversos países como los mencionados al inicio, se ha adoptado el concepto del Costo Marginal Nodal (CMgN) o en inglés *Locational Marginal Price (LMP)* como el precio (p. ej. \$/MWh) al cual se valoriza la energía que se compra o vende en cierto nodo. El CMgN de cada nodo es obtenido a partir de la solución de un modelo de flujo óptimo de potencia. Dicho modelo de flujo óptimo es un modelo matemático que permite obtener el despacho de los generadores tal que se cumpla con el requerimiento de la demanda y las condiciones de seguridad del sistema.

Ahora bien, debido a la congestión en la red de transmisión y/o restricciones imprevistas en la generación sucede que en ciertas zonas del sistema se produzca la electricidad con recursos de alto costo, esto origina una variación significativa del CMgN de un nodo a otro. Este problema introduce un riesgo económico para los agentes del sistema puesto que los consumos que planeen realizarse en tales zonas congestionadas serán valorizados a un alto precio que no guardan relación con un costo más barato con el cual fue producida la energía en otras zonas no congestionadas, en ese sentido, con la finalidad de cubrir tal riesgo, que inclusive termina trasladándose a la demanda, es necesario realizar la descomposición del CMgN porque entre uno de sus tres componentes se tiene al Costo Marginal de Congestión, el cual permite implementar mecanismos de cobertura de riesgos como por ejemplo las “Rentas de Congestión”. En esencia, estas rentas resultan de la

valorización de la congestión y se asignan a los agentes que realizaron consumos en las zonas gestionadas cubriendo así el riesgo debido al alto CMgN en esas zonas.

En relación con el Sistema Eléctrico Interconectado Nacional (SEIN), suelen presentarse problemas de congestión en diversas zonas, entre ellas en los enlaces de interconexión Centro - Sur, además, a esto se suma las restricciones operativas imprevistas durante la operación real; lo que conlleva a un escenario donde se presente el riesgo económico descrito en el párrafo anterior. En este sentido, el reglamento del Mercado Mayorista de Electricidad (MME) ha establecido que desde el 2018 se implemente un mecanismo de asignación de rentas por congestión con la finalidad de mitigar el riesgo económico provocado por la diferencia de precios ante congestión en la red de transmisión. No obstante, para que sea posible el cálculo de las rentas de congestión es necesario primero calcular y descomponer el CMgN de los nodos del SEIN, surgiendo entonces el problema de formular un método y/o modelo matemático para llevar a cabo dicha tarea. Así, el reglamento menciona la necesidad de calcular y descomponer el CMgN de cada nodo del SEIN en etapas de cada 30 min.

El CMgN puede ser desagregado en tres componentes: (i) Costo Marginal de Energía, (ii) Costo Marginal de Pérdidas y (iii) Costo Marginal de Congestión. El reto está en el diseño de un método o algoritmo que plantee y solucione un modelo de flujo óptimo cuyas ecuaciones permitan la descomposición del CMgN en las tres componentes; además, otro desafío es que para un cálculo exacto del CMgN es necesario considerar un modelamiento completo de la red de transmisión (red AC) siendo éste de mayor interés debido a su característica no lineal.

Ya se han realizado estudios en otros países relacionados al cálculo y descomposición del CMgN (véase bibliografía), en dichos trabajos se mencionan oportunidades de mejora el cual la presente tesis recoge. Varias de las investigaciones se han aplicado a los mercados eléctricos desarrollados como Estados Unidos, Inglaterra y México. Sin embargo, en el Perú la investigación de este tema es aún incipiente dado que antes del 2018 el marco normativo del MME no incentivaba la desagregación del CMgN. La falta de incentivo era debido a que el Gobierno trataba cuan pronto posible subsanar el problema de la congestión mediante normas que no tenían un respaldo en una investigación formal como sí se hace en otros países.

## Objetivos de la tesis

La presente tesis tiene por objetivo principal:

1. Desarrollar e implementar computacionalmente un método para el cálculo y descomposición en tres componentes del CMgN usando un modelo de flujo óptimo DC el cual es retroalimentado por un flujo AC.

Para cumplir con el anterior objetivo, se plantean los siguientes objetivos específicos.

1. Analizar la importancia y necesidad de la descomposición del CMgN en los mercados eléctricos.
2. Desarrollar un modelo de flujo óptimo DC con pérdidas (modelo DCOPF-*with-losses*) diferente al enfoque tradicional [1].
3. Proponer un cálculo del factor de pérdidas marginales (conocido como “Loss Factor”) usando flujo AC.
4. Diseñar un método o algoritmo que integre: (i) el modelo DCOPF-*with-losses* y (ii) el cálculo de flujo AC. Dicho método debe ser capaz de descomponer el CMgN en tres componentes.
5. Proponer criterios, pasos o etapas dentro del método que eviten la no convergencia del flujo AC.
6. Implementar computacionalmente el método.
7. Validar el método propuesto mediante sistemas de pruebas.
8. Deducir la fórmula de cálculo de las rentas de congestión que se aplica al Sistema Interconectado Nacional.

## Alcances

Los alcances de la presente tesis son:

1. La tesis presenta el análisis y sustento matemático a cada una de las ecuaciones que componen el método. Se explica en detalle cada variable que compone las ecuaciones.
2. El método es aplicable a cualquier sistema eléctrico con red de transmisión y fuentes de generación: hidráulica, térmica y energías renovables no convencionales. La red de transmisión es modelada en ecuaciones de flujo AC.
3. En cuanto al horizonte de tiempo, el método calcula el CMgN y sus componentes para una sola etapa de tiempo sin resolución adicional o subetapas. En ese sentido, el método requiere como dato de entrada el “valor del agua” de las centrales hidroeléctricas de un programa de operación de mayor horizonte.

4. Todas las variables de decisión que usa el método son determinísticas y no estocásticas.
5. El método no solo muestra como resultados las componentes del CMgN en cada barra, sino también muestra: (i) despacho de potencia activa y reactiva de las unidades de generación, (ii) magnitud de tensión y ángulo de cada barra, (iii) flujos de potencia activa y reactiva en la red de transmisión, (iv) déficit de potencia activa en caso hubiere.
6. La tesis analiza y muestra los resultados luego de aplicar el método a sistemas de prueba (IEEE, PJM) de 2, 5, 14 y 30 barras. En este trabajo no se muestran resultados para el sistema eléctrico peruano; sin embargo, esto no significa que no sea aplicable a dicho sistema, sino que el propósito de este trabajo está enfocado a la presentación y sustentación del método. No obstante, en las recomendaciones finales de esta tesis se brinda sugerencias para la aplicación a sistemas más grandes.

### **Estructura de la tesis**

En el Capítulo 1, titulado “Marco conceptual”, se presentan aspectos teóricos primordiales empleados en la concepción y elaboración del método. Se describen los mercados eléctricos competitivos, se revisan técnicas matemáticas de optimización aplicada a sistemas de potencia, despacho económico y el efecto de la red de transmisión.

En el Capítulo 2, titulado “Análisis de la problemática”, se detalla la necesidad de descomponer el CMgN. Una vez que se ha planteado la necesidad, se identifican los requerimientos para el método a desarrollar tomando en cuenta investigaciones afines al tema. Finalmente, se resalta la necesidad de descomponer el CMgN en el Mercado Mayorista de Electricidad en el Perú.

En el Capítulo 3, titulado “Formulación del método”, se expone en detalle el método planteado para resolver este problema. Se analiza y se sustenta por qué es necesario cada restricción que compone el modelo de flujo óptimo y se describen los cálculos de flujo AC requeridos.

En el Capítulo 4, titulado “Implementación y resultados”, se describe en términos generales la implementación computacional del método presentado en el capítulo 3. Luego, se muestra un resumen de resultados después de aplicar el método a sistemas de prueba de 2, 5, 14 y 30 nodos; se analiza cada uno de los resultados citando conceptos dados en los capítulos 1, 2 y 3. Cabe mencionar, que este capítulo también se confronta con los resultados obtenidos con métodos planteados en otras investigaciones.

En el Capítulo 5, titulado “Conclusiones y recomendaciones”, se presentan las principales conclusiones que se desprenden del presente trabajo, enfatizándose también en los conceptos primordiales para la construcción del método. Además, se brindan recomendaciones para trabajos futuros relacionados al tema.

Respecto a los Anexos, se enfatiza fundamentos de la optimización matemática que permite un mejor entendimiento del método. Además, se deducen expresiones matemáticas relacionadas al presente trabajo. Finalmente, se muestran detalles de la implementación computacional.

# CAPÍTULO I

## MARCO CONCEPTUAL

### 1.1. Mercados Eléctricos Competitivos

Para poder comprender el problema que involucra la descomposición del Costo Marginal con el que opera un mercado eléctrico es necesario primero analizar y revisar los fundamentos que subyacen en dicho mercado. Por tanto, se debe situar el fundamento que sustenta la desregulación del mercado eléctrico, el modelo de dicho mercado y sus componentes (oferta y demanda).

#### 1.1.1. Naturaleza del mercado eléctrico

En términos generales, la industria de la electricidad funciona desde un punto de vista físico y también económico. En cuanto a su funcionamiento físico, tradicionalmente se conoce a la generación, transmisión y distribución; y en cuanto a lo económico, funciona bajo dos operaciones mercantiles: ventas por mayor entre grandes productores y revendedores, y las ventas por menor a los consumidores finales [2].

En lo que concierne al presente trabajo, se entenderá por “mercado eléctrico” al acuerdo de compra y venta de la energía eléctrica entre los grandes productores y revendedores que operan en la red de la generación y transmisión. A dicho mercado se le conoce también como mercado mayorista. Se cita el término “revendedor” porque, en realidad, dicho agente compra del mercado para entregar (y vende al por menor) a los consumidores finales; sin embargo, sucede también que en sustitución de dicho revendedor también puede situarse un gran consumidor.

Acorde con la definición dada anteriormente, se entiende que la energía eléctrica es un bien sujeto a las leyes de la oferta y la demanda [3]. Dicho bien, puede ser tratado inclusive como un *commodity* con ciertas particularidades que lo diferencian de otros *commodities* como el petróleo o el gas natural. A continuación, se citan dichas características [4]:

- La electricidad debe producirse en el mismo tiempo que se consume. En el corto plazo, debido a la escasa elasticidad de la electricidad se requiere facilidades en la capacidad de producción tal que se siga a las variaciones de la demanda.
- La generación y la carga deben constantemente equilibrarse. Dicho balance en el corto plazo no puede dejarse al solo comportamiento relativamente lento de un mercado, por tanto, deben existir mecanismos independientes al mercado que mantengan dicho balance.
- La electricidad producida por un generador no puede ser directamente dada a un consumidor específico. Los generadores inyectan energía al sistema, dicha energía sin importar de donde haya sido generada se consumirá (“retirará”) en diferentes barras de demanda del sistema.

Por tanto, dichas características diferencian a los mercados eléctricos de los mercados tradicionales. Es decir, que no solo basta con saber las leyes de oferta y demanda de la economía para comprender la operación de un mercado eléctrico, sino que es necesario comprender fundamentos matemáticos y físicos que subyacen en el sistema eléctrico.

### **1.1.2. Modelo de la Industria Eléctrica**

Por mucho tiempo la industria o sector eléctrico tuvo una estructura verticalmente integrada donde la actividad de generación, transmisión y distribución era operada y regulada por una sola empresa del estado [5].

En muchos países como Estados Unidos e Inglaterra, dichos monopolios integrados fueron insostenibles con el tiempo, debido a que surgieron problemas como: bajo incentivo para la modernización de tecnologías en la industria, baja calidad en el servicio eléctrico, falta de inversión a nivel de generación, pérdidas técnicas considerables debido al crecimiento de la red de transmisión [2] [3]. En 1990, Perú que inicialmente tenía el modelo del monopolio integrado, comenzó a percibir los anteriores problemas mencionados.

Por otro lado, con el desarrollo de tecnologías en la generación eléctrica, en especial, las turbinas de gas, y la aparición de productores ubicados en diversas zonas del sistema (producción descentralizada), comenzaba a ser inminente la desaparición de la regulación a nivel generación [5]; sin embargo, otras actividades como la transmisión y distribución podrían mantenerse como monopolios regulados debido a la característica inherente de economía de escala que muestran. Finalmente, comenzó a surgir en muchos países en vías

de desarrollo un modelo en la industria donde se dé cabida a los mercados competitivos con las principales características [3]:

- Las actividades de la generación, transmisión y distribución se separaron en negocios independientes.
- Competencia en la actividad de la generación eléctrica, se conoce también, como desregulación a nivel de generación.
- Libre acceso a la red de transmisión.
- Los grandes usuarios pueden comprar directamente de los generadores.
- Necesidad de coordinación de la operación del sistema.

### **1.1.3. Costos de la generación y comportamiento de la oferta**

El costo de producción de las centrales eléctricas depende básicamente de tres componentes [6]:

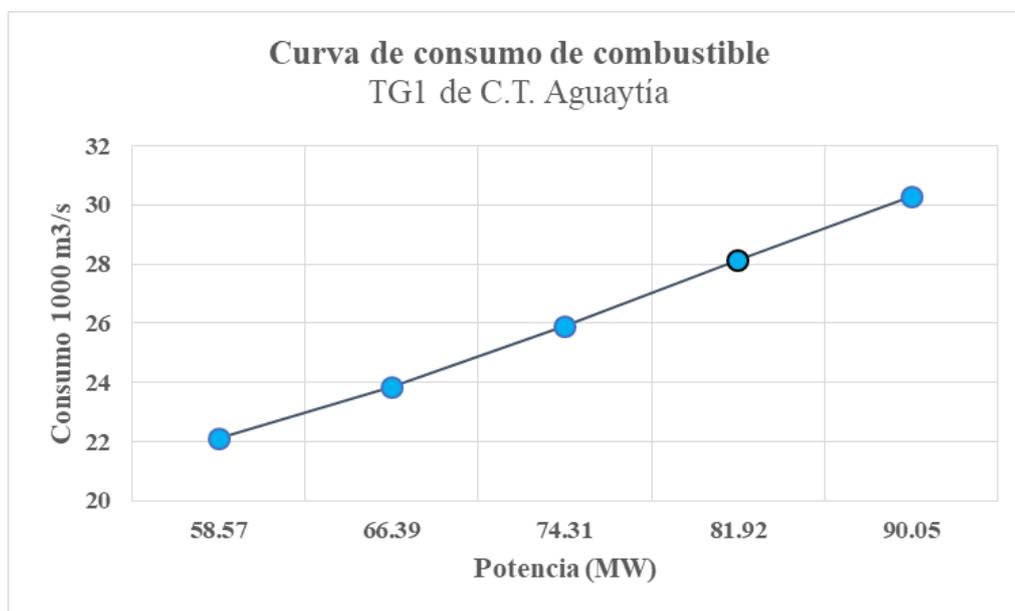
- La construcción de la planta que requiere de capital, trabajo y materia prima. Usualmente se expresa en unidades monetarias por unidad de potencia instalada.
- Operación y mantenimiento (O&M), cuyos costos cubren el costo de los operadores de la planta así como el mantenimiento y reparación. Dichos costos dependen de la energía producida y se miden en unidades monetarias por unidad de energía.
- Costos de combustible, los cuales son un elemento importante para los generadores de combustible fósil (derivados del petróleo y gas) o de biomasa. En contraparte, se tiene también los generadores cuyo “combustible” es prácticamente cero, como las plantas fotovoltaicas, eólicas o hidroeléctricas. Estos costos son expresados en unidades monetarias por unidad de energía producida.

Las plantas de generación producen (generan energía) en base a sus costos de producción, para analizar la relación entre la decisión de producción de una planta y sus costos, se debe distinguir entre dos marcos de tiempo: el corto plazo y el largo plazo [7].

Dado que el enfoque del presente trabajo es el mercado mayorista el cual actúa en el corto plazo; entonces se debe evaluar la relación costo-producción en dicho marco de tiempo. En el corto plazo, el costo de la planta es un costo fijo (CF) mientras que los costos de O&M y los costos de combustible son costos variables (CV). Entonces el costo total (CT) es:

$$CT = CF + CV \quad (1.1)$$

Debido a que en el corto plazo, las plantas de generación aumentan (o disminuyen) su producción conforme a mayor (menor) combustible consume<sup>1</sup>; es fundamental determinar cómo varía los costos de combustible de acuerdo con la potencia que se desea generar en cada momento. En el caso de una unidad de generación termoeléctrica (p. ej. una turbina de gas), a partir de ensayos se halla el consumo de combustible en función de la potencia, como se muestra en la figura 1.1.



**Figura 1.1:** Curva de consumo de una turbina de gas (C.T. Aguaytía). Fuente: Página Web del COES.

**Tabla 1.1:** Resultados de ensayo de potencia.

Potencia (MW)	Consumo (1000m3/h)
58.57	22.11
66.39	23.86
74.31	25.89
81.92	28.12
90.05	30.29

<sup>1</sup> Una central eléctrica que piense en cambiar su tasa de generación de potencia cada hora (corto plazo), le sería imposible pensar que lo puede hacer comprando rápidamente otra unidad de generación, sino que decidiría por inyectar más combustible a la unidad que ya posee [6]. Es importante entonces distinguir, el comportamiento de una central eléctrica en un mercado de corto plazo (como es el mercado mayorista) respecto a la participación en el largo plazo.

Luego, para obtener la curva de costo se realiza la siguiente operación:

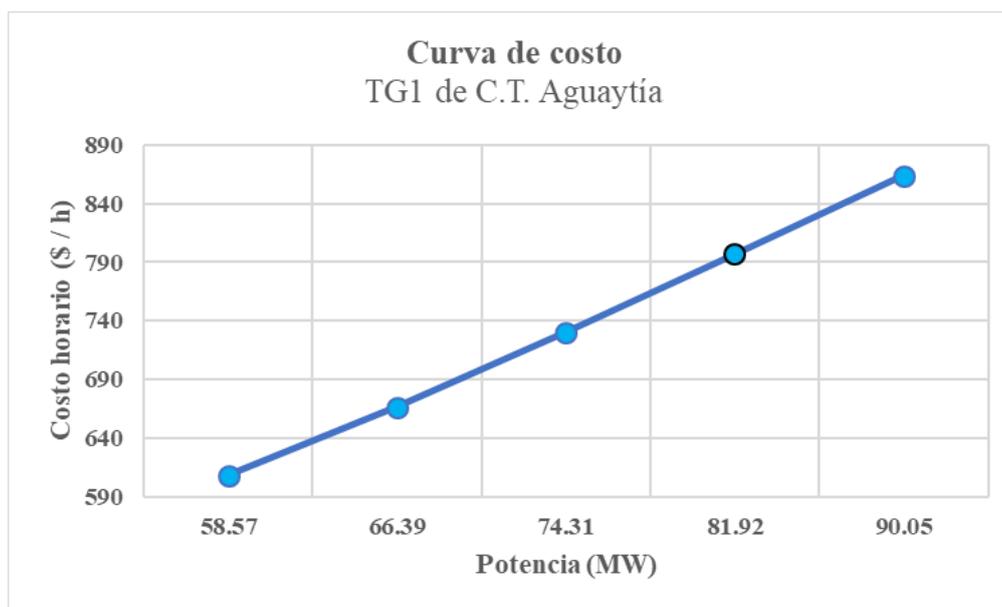
$$[Curva\ de\ costo] = \left[ \frac{Consumo\ de}{combustible} \right] * \left[ \frac{Precio\ de}{combustible} \right] + \left[ \frac{Costo\ variable}{no\ combustible} \right] * [Potencia] \quad (1.2)$$

En la siguiente tabla, se precisa las unidades de cada término de la ecuación (1.2).

**Tabla 1.2:** Unidades de los términos de la función de costo.

Variable	Unidades
Curva de costo	$\frac{unidad\ monetaria}{unidad\ de\ tiempo}$ p. ej. $\frac{\$}{h}$ , $\frac{S/}{h}$
Consumo de combustible	$\frac{cantidad\ de\ comb.}{unidad\ de\ tiempo}$ p. ej. $\frac{m^3}{h}$ , $\frac{ton}{h}$
Precio de combustible	$\frac{unidad\ de\ potencia}{cantidad\ de\ comb.}$ p. ej. $\frac{\$}{m^3}$ , $\frac{\$}{ton}$
Costo variable no combustible (Costos de O&M): CVNC	$\frac{unidad\ monetaria}{unidad\ de\ energía}$ p. ej. $\frac{\$}{MWh}$ , $\frac{S/}{MWh}$

La aplicación de la ecuación (1.2) da lugar a la siguiente curva para el caso de C.T. Aguaytía mostrada en la figura 1.2.



**Figura 1.2:** Curva de costo de una turbina de gas de C.T. Aguaytía.

Al ajustar la anterior curva experimental a una función lineal por el método de mínimos cuadrados resulta la pendiente (m) y la constante (b):

**Tabla 1.3:** Función de consumo de turbina de gas de C.T. Aguaytía

<b>m</b>	<b>b</b>
0.2627	6.553

Dada la función lineal de la curva de consumo, la función de costo para una unidad de generación termoeléctrica puede representarse así:

$$[Curva\ de\ costo] = C_{TG} = \left[ \begin{matrix} Precio\ de \\ combustible \end{matrix} \right] (m \cdot pt_{TG} + b) + CVNC \cdot pt_{TG} \quad (1.3)$$

Finalmente, a partir de curva de costo se puede calcular el costo marginal de producción o costo incremental, el cual se define como el costo de producir una unidad de potencia adicional.

$$\left[ \begin{matrix} Costo\ marginal \\ de\ producción \end{matrix} \right] = \frac{\partial C_{TG}}{\partial pt_{TG}} = \left[ \begin{matrix} Precio\ de \\ combustible \end{matrix} \right] (m) + CVNC \quad (1.4)$$

En el caso particular de la C.T. Aguaytía, tomando como precio el valor de 19.201 \$/1000m<sup>3</sup> y el CVNC es 3.135 \$/MWh<sup>2</sup>, la curva de costo para la turbina de gas se representaría mediante la siguiente función:

$$C_{TG} = 8.17 pt_{TG} + 125.8$$

El costo marginal de producción es:

$$\frac{\partial C_{TG}}{\partial pt_{TG}} = 8.17 \frac{\$}{MWh}$$

#### 1.1.4. Demanda de electricidad

Como en todo bien (y la electricidad no es la excepción), la fuerza o incentivo que mueve a un consumidor a comprar un bien en un mercado es el beneficio que le otorga dicho bien [4] [6] [7]. Dicho de otra forma, los consumidores buscan maximizar la diferencia entre la satisfacción (beneficio) obtenido cuando compran cierta cantidad del producto  $q$ , que es definida como satisfacción total  $BT(q)$ , y la suma de la cantidad pagada del producto, calculada como el precio unitario  $p$  multiplicado por la cantidad total  $q$ . Entonces, el consumidor se comporta de manera que se maximice su satisfacción neta [6]:

---

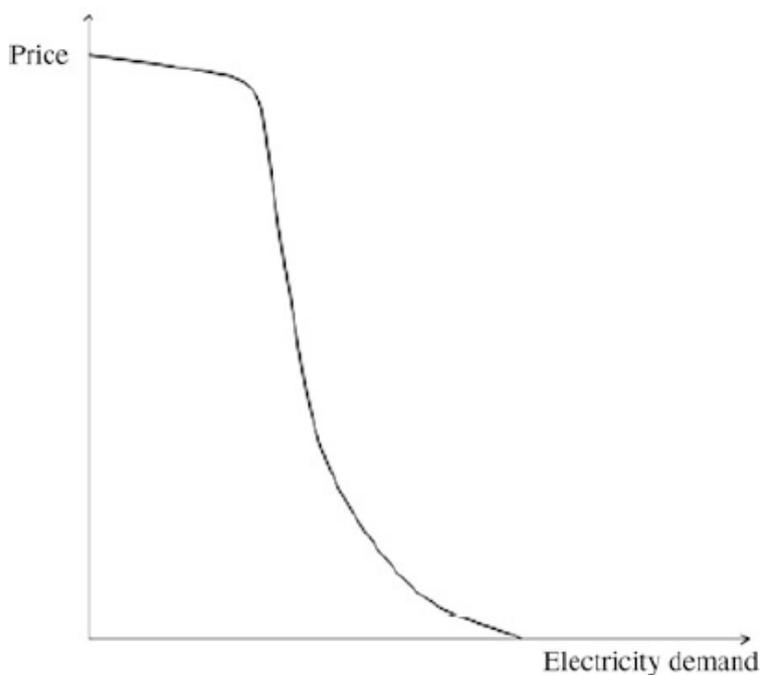
<sup>2</sup> Los datos del CVNC y precio de combustible son tomados al 30/11/2018.

$$\text{Max} \left( \underset{\text{neta}}{\text{Satisfacción}} \right) = \frac{\partial(BT(q) - p \cdot q)}{\partial q} = BM(q) - p = 0 \quad (1.5)$$

$$BM(q) = p \quad (1.6)$$

La ecuación (1.6) indica que la cantidad óptima que compra el consumidor es la cantidad tal que el beneficio que hubiese conseguido al comprar una unidad adicional (“beneficio marginal BM”) es igual al precio de dicho producto.

Ahora bien, una particularidad de la electricidad es que el beneficio de su uso depende del momento en que se consume y el tipo de uso que se le quiera dar. En el corto plazo, en consumidores residenciales o de bajo consumo regulados con una tarifa plana (como en el caso peruano), el consumidor no tiene el incentivo de variar su consumo según como varíe el precio en el mercado mayorista y más aún si no tienen sustitutos para la electricidad. Sin embargo, en consumidores de mayor potencia no regulados con la capacidad de variar sus procesos, a fin de gastar lo menos posible muestran una mayor elasticidad<sup>3</sup>, y más aún si pueden experimentar en tiempo real la variación del precio. En el corto plazo, al sumar las cantidades de los dos tipos de consumidores para cada precio se tiene la curva de demanda:



**Figura 1.3:** Curva de demanda de electricidad en el corto plazo. Fuente: [6]

<sup>3</sup> La elasticidad de un bien permite medir cómo varía la cantidad demanda ( $\Delta q/q$ ) respecto a la variación del precio ( $\Delta p/p$ ). Mientras más sustitutos tengan un bien, entonces su elasticidad será mayor [3].

La razón por la cual la curva de demanda tiene cierta pendiente negativa es debido a que a medida que el consumidor va satisfaciendo sus principales necesidades, el precio que está dispuesto a pagar por una unidad adicional más decrece, ya que el beneficio que podría obtener por dicha unidad adicional es cada vez menor. Por ejemplo, los primeros megawatt de potencia consumido por una compañía minera son los más principales, puesto que cubre sus necesidades primordiales de su actividad; sin embargo, para otras necesidades de baja prioridad estará dispuesto a pagar un precio menor.

## **1.2. Técnicas matemáticas aplicados a la optimización de sistemas de potencia**

La optimización es una rama de la matemática aplicada a diversas materias como administración, negocios, medicina, ingeniería, etc. En lo que concierne al presente trabajo, se requiere revisar ciertas técnicas matemáticas dado que el cálculo del Costo Marginal Nodal está asociado a resolver un problema de optimización.

Las técnicas matemáticas aplicadas a los sistemas eléctricos fueron desarrollándose a medida que se requería un mejor modelamiento de las restricciones del parque generador y la red de transmisión, en conjunto con mejores tiempos de cálculo. Entre las técnicas se puede citar: Programación No Lineal, Programación Lineal, Programación Dinámica, Programación Lineal Entero Mixta, Relajación Lagrangiana, Descomposición de Benders, etc.

En esta sección se revisan aquellas técnicas que usa el presente trabajo para obtener la solución de un problema de despacho económico y/o flujo óptimo de potencia.

En general, un problema para ser resuelto debe ser primero modelado, es decir, debe representarse al problema mediante ecuaciones matemáticas que abstraen su esencia. Una vez, construido el modelo matemático se aplica métodos matemáticos que conllevan a su solución. En el Anexo D se explica brevemente en qué consiste un modelo matemático y la terminología relacionada que emplea el presente trabajo.

### **1.2.1. Programación No Lineal**

Desde un inicio, el problema de la programación de unidades de generación se conceptualizó como un problema de optimización de la operación económica de un sistema. Por los años 60', el problema era el despacho de un parque generador termoeléctrico conectado a un nodo, el cual se resolvió teóricamente mediante las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker (KKT).

Básicamente, las condiciones KKT son condiciones necesarias que debe cumplir la solución óptima de un problema de optimización restringida con funciones multivariable no lineales. En el Anexo E se analiza las condiciones de KKT, las cuales se emplean en el presente trabajo, en especial, para la formulación matemática que calcula y descompone el Costo Marginal Nodal. Además, en dicho anexo se detalla el concepto de la función de Lagrange y el multiplicador de Lagrange el cual está relacionado estrechamente al Costo Marginal Nodal.

En base a las condiciones de KKT, se desarrollaron métodos como búsqueda iterativa de lambda. Estos métodos no lineales pueden ser aplicados a redes extensas e inclusive considerando la componente hidráulica; no obstante, requieren de un considerable tiempo para el cálculo computacional. Por tanto, para enfrentar dicha dificultad fue necesario linealizar el modelo matemático de despacho.

### **1.2.2. Programación Lineal**

La Programación Lineal (PL) es una técnica muy conocida para abordar problemas de optimización bajo el supuesto que todas las funciones que forman parte del modelo matemático son lineales [8].

Dentro de la PL, se ha desarrollado métodos matemáticos que conllevan a la solución del problema, por ejemplo: Método Simplex y sus variantes. Respecto a dichos algoritmos de la PL, se puede mencionar que son robustos y más rápidos en comparación a los métodos no lineales. La implementación computacional de tales algoritmos ha llevado a la aparición de softwares comerciales conocidos como “*solvers*”, los cuales pueden resolver problemas de gran escala y con buenos tiempos de ejecución.

La Programación Lineal considera un problema que está linealizado, es decir, la dependencia entre variables solo es de naturaleza lineal. En cuanto a los sistemas eléctricos, los modelos suelen comúnmente linealizar:

- Las funciones de consumo de las unidades de generación termoeléctricas. A partir de los ensayos a las unidades de generación se construye la curva de consumo y se halla una función lineal que represente a dicha curva, tal como se explicó en la sección 1.1.3.
- Las ecuaciones que modelan el flujo del agua que pasa por elementos (embalses, reservorios, riegos) de la red hidráulica.

- Las ecuaciones de flujo de potencia AC. Como se sabe, las ecuaciones de flujo AC son no lineales; por lo que en una red de gran escala se opta normalmente por linealizar dichas ecuaciones. Como resultado se tiene las ecuaciones de flujo DC, las cuales son mucho más fáciles de resolver.
- Las pérdidas óhmicas de la red de transmisión. Debido a las ecuaciones de flujo AC, las pérdidas son también no lineales. Para su linealización pueden emplearse varios métodos; por ejemplo: (i) linealizar la función de coseno de las pérdidas por tramos, (ii) desarrollar la serie de Taylor de la función de las pérdidas.

En lo que concierne a este trabajo, se emplea la PL para modelar y solucionar el problema de flujo óptimo del cual se obtiene el Costo Marginal Nodal. No obstante, el modelamiento matemático empleado en el presente trabajo considera ciertas particularidades que lo diferencia de los modelos tradicionales de PL; por ejemplo, en este trabajo, se considera el cálculo de flujo AC que retroalimenta el cálculo de flujo óptimo DC.

Un detalle importante para mencionar es la aplicación del análisis de sensibilidad en la PL. Este análisis determina el precio sombra asociado a cada restricción, el cual es el cociente de la variación de la función objetivo y el cambio unitario en el parámetro del lado derecho de la restricción. Este precio sombra, el cual es equivalente al multiplicador de Lagrange de PNL, está ligado al concepto de Costo Marginal Nodal. En el Anexo F, se abordan conceptos fundamentales respecto a PL.

### **1.3. Fundamentos del Despacho Económico**

En esta sección se describe el marco teórico clásico del despacho económico, que sirve como base para el desarrollo del presente trabajo. Se resaltan conclusiones para cada modelo matemático que son útiles para la construcción del método de la presente tesis

#### **1.3.1. Sistema puramente térmico monoperiodo**

Se tiene una serie de “N” generadores termoeléctricos conectados a un nodo, tal que a dicho nodo se conecta la demanda. El problema consiste en determinar la cantidad de potencia que debe entregar cada generador tal que el costo de operación en el periodo de análisis sea el mínimo. Entonces el problema se puede plantear matemáticamente así:

Modelo 1: Modelo uninodal térmico

*Función Objetivo:*

$$\text{Min } f = \sum_{n=1}^N C_n(pt_n)$$

*Restricciones:*

$$\sum_{n=1}^N pt_n = d$$

$$pt_{n,\min} \leq pt_n \leq pt_{n,\max}, \dots n = 1, 2, 3, \dots, N$$

Para solucionar este problema de optimización se procede a formar la función de Lagrange:

$$L = f + \lambda \left( d - \sum_{n=1}^N pt_n \right) + \mu_n (pt_n - pt_{n,\max}) + \gamma_n (pt_{n,\min} - pt_n)$$

Aplicando las condiciones de KKT,

Condición 1:  $\frac{\partial L}{\partial pt_n}(\mathbf{p}^{op}, \lambda) = 0$

$$\frac{\partial C_{n(pt_n)}}{\partial pt_n} + \lambda(-1) + \mu_n - \gamma_n = 0$$

$$\lambda = \frac{\partial C_{n(pt_n)}}{\partial pt_n} + \mu_n - \gamma_n, \quad n = 1, 2, 3, \dots, N$$

Condición 2:  $d - \sum_{n=1}^N pt_n = 0$

Condición 3:  $pt_n - pt_{n,\max} \leq 0$   
 $-pt_n + pt_{n,\min} \leq 0$

Condición 4:  $\mu_n (pt_n - pt_{n,\max}) = 0$   
 $\gamma_n (pt_{n,\min} - pt_n) = 0$   
 $\mu_n \geq 0$   
 $\gamma_n \geq 0$

La aplicación de las condiciones KKT da lugar a ecuaciones que la solución óptima  $P^{op} = [pt_1, pt_2, \dots]$  debe cumplir. Nótese que las condiciones 2 y 3 resultan las restricciones inicialmente planteadas en el problema. Las condiciones 1 y 4 permiten desarrollar hasta 4 casos que puedan darse para la solución óptima [1]. Luego de despejar las ecuaciones, la solución óptima es la siguiente:

$$\frac{\partial C_n(pt_n)}{\partial pt_n} = \lambda, \text{ para la unidad "n" donde } pt_n \in \langle pt_{n,min}, pt_{n,max} \rangle \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial C_n(pt_n)}{\partial pt_n} \leq \lambda, \text{ para la unidad "n" donde } pt_n = pt_{n,max} \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial C_n(pt_n)}{\partial pt_n} \geq \lambda, \text{ para la unidad "n" donde } pt_n = pt_{n,min} \quad (1.9)$$

En lo que concierne al presente trabajo, se resalta lo siguiente de las ecuaciones (1.7), (1.8) y (1.9):

- El valor de lambda ("λ") es el precio sombra o valor dual de la ecuación de balance de potencia. Por tanto, su valor indica la variación del costo total de operación del sistema en dicho periodo ante una variación unitaria de demanda.
- El valor de lambda está definido por el costo incremental  $\frac{\partial C_n(pt_n)}{\partial pt_n}$  de aquellas unidades de generación que están en la capacidad de entregar o disminuir una unidad adicional de potencia, estas unidades se denominan unidades marginales. Por otro lado, aquellas unidades que están operando en su potencia máxima o mínima no definen el valor de lambda.
- En la solución óptima, la potencia que entrega cada unidad marginal debe ser tal que su costo incremental a dicha potencia sea igual a la de las otras unidades marginales. Dicho costo incremental único es igual al valor de lambda del sistema.
- Si ocurre una variación adicional de demanda, las unidades marginales "coordinarán" entre sí de forma tal que suplan dicha variación.

### 1.3.2. Sistema puramente térmico multiperiodo

El caso anteriormente contemplado es un problema en un solo periodo ("monoperiodo") sin resolución adicional, donde las unidades de generación ya están en operación. No obstante, cuando se desea analizar en un horizonte que contiene varios

subperiodos, la dificultad adicional del problema está en definir qué unidades se deben operar en cada subperiodo (por ejemplo: cada 30 min) para un horizonte definido (por ejemplo: 1 día) [3].

Para resolver este problema, se debe modificar en el “Modelo uninodal térmico” de la sección 1.3.1, la función objetivo de tal forma que se añada los costos de arranque y estados de operación de cada unidad; además, se debe agregar restricciones adicionales como el tiempo mínimo de operación de las unidades.

Finalmente, lo que se resalta es que una vez determinado el estado de operación de cada unidad en cada subperiodo, el problema se puede dividir tal que en cada subperiodo se aplique lo tratado en la sección 1.3.1. Por tanto, en los sistemas puramente térmicos, el valor de lambda de un subperiodo es independiente de los demás subperiodos [9].

### 1.3.3. Sistema hidrotérmico multiperiodo

El siguiente modelo consta de una unidad de generación térmica y otra hidráulica conectados a un solo nodo de demanda. La unidad hidroeléctrica dispone de una energía dada para el horizonte el cual tiene “T” subperiodos, dicha energía disponible es agua embalsada. La solución del modelo determina el uso de la energía para cada subperiodo tal que el costo de operación (el cual incluye el costo de los arranques " $F_t$ ") en todo el horizonte sea el mínimo.

Modelo 2: Modelo hidrotérmico multiperiodo

*Función Objetivo:*

$$\text{Min } f = \sum_{t=1}^T (C_{(pt)} + F_t)$$

*Restricciones:*

$$pt_t + ph_t = d_t, t = 1, 2, \dots, T$$

$$\sum_{t=1}^T ph_t \leq Eh_{disponible}$$

$$pt_t \geq 0, ph_t \geq 0$$

Se forma la función de Lagrange:

$$L = f + \sum_{t=1}^T (d_t - pt_t - ph_t) + \beta \left( \sum_{t=1}^T ph_t - Eh_{disponible} \right)$$

Se aplican las condiciones KKT y despejando las ecuaciones se llega a las siguientes relaciones. Para ver el desarrollo completo véase la referencia [9].

$$\frac{\partial C_{(pt_t)}}{\partial pt} = \lambda_t, \text{ para un subperiodo "t" donde } pt > 0 \quad (1.10)$$

$$\lambda_t = \beta \text{ cuando toda la energía hidráulica se usa} \quad (1.11)$$

Cuando  $\beta \neq 0$ , al incrementarse en 1 MW la demanda en algún subperiodo donde no esté presente alguna unidad térmica, el generador hidroeléctrico utilizará parte de la energía disponible (agua embalsada) para generar 1 MW y así cubrir tal demanda en ese subperiodo. Sin embargo, como la energía disponible es limitada, el generador hidroeléctrico no podrá utilizar ese 1 MW en otro subperiodo futuro, por lo que una unidad térmica lo cubrirá. Entonces el 1 MW suministrado inicialmente por la generación hidroeléctrica provocó un incremento en el costo de operación total en una magnitud igual al costo de 1 MW dado por la unidad térmica en otro subperiodo. Finalmente, el agua utilizada para cubrir 1 MW en el subperiodo inicial toma el valor del costo incremental de la unidad térmica que desplaza, a ese costo que toma el agua se le denomina valor agua o costo de oportunidad del agua [9].

Por tanto, la central hidroeléctrica puede ser modelada como una central térmica cuyo costo marginal de producción (o costo incremental) sea igual al valor de lambda del nodo al cual está conectado. De esta manera, el problema se puede tratar como un sistema térmico multiperiodo.

#### 1.3.4. Despacho económico

En las secciones 1.3.1 y 1.3.2 se concluyó que en un sistema uninodal el costo incremental de las unidades marginales determina el cambio del costo de operación ante un incremento de demanda (lambda). Ahora, se analizará un sistema donde se considera la red de transmisión, donde es necesario no solamente tomar en cuenta los costos incrementales de la generación, sino también el costo incremental que involucran las pérdidas inherentes a la red de transmisión para la operación económica del sistema [10]. El problema mencionado se denomina problema de despacho económico.

En el modelo de despacho del sistema uninodal desarrollado en la sección 1.3.1, se extenderá su formulación para incluir las pérdidas de la red.

Modelo 3: Modelo tradicional de despacho económico

*Función Objetivo:*

$$\text{Min } f = \sum_{n=1}^N C_n(pt_n)$$

*Restricciones:*

$$\sum_{n=1}^N pt_n = d + P_{LOSS}$$

$$pt_{n,min} \leq pt_n \leq pt_{n,max}, \dots n = 1, 2, 3, \dots, N$$

Se forma la función de Lagrange:

$$L = \sum_{n=1}^N C_n(pt_n) + \lambda \left( d + P_{LOSS} - \sum_{n=1}^N pt_n \right)$$

Luego para la unidad de generación “n” tal que  $pt_{n,min} \leq pt_n \leq pt_{n,max}$ , se halla el mínimo de la función de Lagrange:

$$\frac{\partial L}{\partial pt_n} = \frac{\partial C_n(pt_n)}{\partial pt_n} - \lambda \left( 1 - \frac{\partial P_{LOSS}}{\partial pt_n} \right) = 0$$

$$\lambda = L_n \frac{\partial C_n(pt_n)}{\partial pt_n} \quad (1.12)$$

Donde el término " $L_n$ " se denomina comúnmente “factor de penalización”:

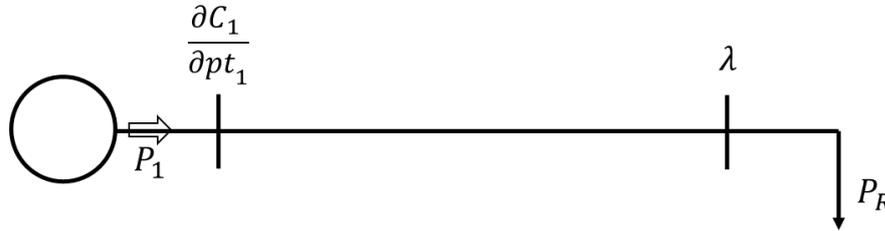
$$L_n = \left( \frac{1}{1 - \frac{\partial P_{LOSS}}{\partial pt_n}} \right) \quad (1.13)$$

Finalmente, en lo que concierne al presente trabajo se debe resaltar lo siguiente:

1. El factor  $\frac{\partial P_{LOSS}}{\partial pt_n}$  mide las pérdidas adicionales de la red de transmisión que se incurre ante un incremento adicional de potencia de la unidad de generación “n”. Dichas

pérdidas adicionales se denominan también pérdidas marginales. La extensión este concepto conlleva al concepto de “factor de pérdidas marginales” (en inglés, *Loss Factor*).

2. Se citará el siguiente ejemplo que permite un mejor entendimiento del factor de penalización [10]:



**Figura 1.4:** Explicación del factor de penalización.

Dado el sistema de la figura 1.4, supóngase que la carga incrementa por una cantidad y dicho incremento lo asume el generador. Entonces el costo adicional de este incremento de potencia en la demanda es:

$$\lambda = \frac{\partial C_1}{\partial pt_1} \frac{\Delta pt_1}{\Delta P_R} \quad (1.14)$$

La ecuación de balance de potencia para el sistema es:

$$\Delta pt_1 = \Delta P_R + \Delta P_L \quad (1.15)$$

Se reemplaza la ecuación (1.15) en (1.14):

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\partial C_1}{\partial pt_1} \frac{\Delta pt_1}{\Delta pt_1 - \Delta P_L} \\ \lambda &= \frac{\partial C_1}{\partial pt_1} \frac{1}{1 - \frac{\Delta P_L}{\Delta pt_1}} \end{aligned}$$

Haciendo  $\Delta pt_1$  más pequeño, se tiene:

$$\lambda = \frac{\partial C_1}{\partial pt_1} \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial pt_1}} \quad (1.16)$$

Finalmente, relacionando las ecuaciones (1.14) y (1.16) resulta:

$$\frac{\Delta pt_1}{\Delta P_R} = \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial pt_1}} \quad (1.17)$$

Entonces el factor de penalización del generador “n” es la razón (cociente) de un pequeño cambio en la potencia dada por el generador “n” entre un pequeño cambio en la demanda, cuando dicho generador “n” es el único que asume dicho cambio de demanda.

3. Para resolver el problema de despacho, es decir, para hallar el nivel de potencia de cada generador, primero se debe conocer como dato el valor numérico del factor  $\frac{\partial P_{LOSS}}{\partial pt_n}$ . Una vez determinado dicho valor debe reemplazarse en la ecuación (1.12) para así calcularse los despachos. Con estos nuevos despachos se vuelve a calcular las pérdidas. Por tanto, el factor  $\frac{\partial P_{LOSS}}{\partial pt_n}$  debe hallarse recursivamente para cada nivel de generación.
4. La potencia que entrega una unidad de generación se fija tal que el costo incremental de producción multiplicado por el factor de penalización sea el mismo que el de otra unidad. Por tanto, la ecuación (1.12) coordina el despacho de las unidades.
5. Las unidades que operan al mínimo o al máximo de su potencia no definen el valor de lambda. Dicha conclusión es análoga a la dada en la sección 1.3.1.
6. Para la búsqueda de la solución óptima del modelo tradicional de despacho económico es necesario precisar el cálculo de las pérdidas de dicho modelo. Para ello, existen dos caminos [1]: (i) Usar una expresión matemática de las pérdidas y reemplazarla en la ecuación de balance, (ii) Incorporar las ecuaciones de flujo de potencia en el modelo, este enfoque se denomina modelo de flujo óptimo de potencia. Este último enfoque es el empleado en el presente trabajo.
7. Antes de analizar el modelo de flujo óptimo de potencia, es necesario desarrollar las ecuaciones de flujo y pérdidas de la red de transmisión que son parte de las ecuaciones que componen al modelo.

## 1.4. Efecto de la Red de Transmisión

El propósito de esta sección es analizar y demostrar ciertas ecuaciones de flujo de potencia y cálculo de las pérdidas en la red de transmisión que se emplean en el método presentado por este trabajo.

### 1.4.1. Flujo de potencia por las instalaciones de transmisión

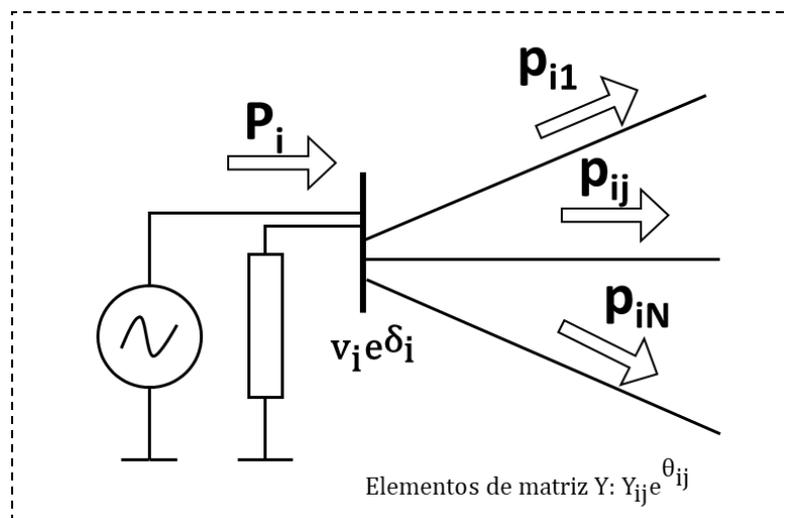
El transporte de la potencia eléctrica no es el “transporte” en el sentido habitual del término, que generalmente implica el envío físico de un producto desde la planta de fabricación al consumidor [6]. Tampoco dicho flujo de potencia es determinado por el deseo de los participantes del mercado [4]. Como se sabe, el flujo de potencia por cada uno de los elementos de la red de transmisión obedece las leyes de Kirchhoff.

En lo que concierne al presente trabajo, se derivará las ecuaciones de flujo DC a partir de las ecuaciones de flujo AC.

Considérese las ecuaciones de balance de potencia activa AC en un nodo “i”. Para mayor detalle de su deducción véase la referencia [11].

$$P_i = \sum_{j=1}^N v_i v_j |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (1.18)$$

Donde el término  $P_i$  representa la inyección neta (generación menos demanda) al nodo “i” y el término de la sumatoria (al lado derecho de la igualdad) es la suma de los flujos de las líneas que parten del nodo “i”. Con la figura 1.5 se puede esclarecer lo anteriormente descrito:



**Figura 1.5:** Balance de potencia activa en un nodo “i”.

Al considerar únicamente el flujo entre dos nodos “i” y “j” de la ecuación (1.12) se desprende:

$$F_{ij} = \sum_{j=i}^j v_i v_j |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (1.19)$$

$$F_{ij} = v_i v_i |Y_{ii}| \cos(\theta_{ii}) + v_i v_j |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (1.20)$$

$$F_{ij} = v_i v_i |Y_{ii}| \cos(\theta_{ii}) + v_i v_j |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij}) \cos(\delta_i - \delta_j) + v_i v_j |Y_{ij}| \sen(\theta_{ij}) \sen(\delta_i - \delta_j) \quad (1.21)$$

$$F_{ij} = G_{ii} v_i^2 + v_i v_j (G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + B_{ij} \sen(\delta_i - \delta_j)) \quad (1.22)$$

Muchos aplicativos en sistemas de potencia confían en las expresiones de flujo de potencia DC en vez de las expresiones en AC debido a su linealidad y rápido cálculo. En contraparte, la solución de las ecuaciones de flujo AC puede ser más laboriosa en un sistema de gran escala [12].

Las ecuaciones de flujo DC son deducidas bajo los siguientes considerandos:

- Magnitud del fasor de tensión es igual a uno en por unidad (1 p.u.).
- Diferencia pequeña de ángulo de los fasores de tensión, de manera que  $\sin\theta \approx \theta$  y  $\cos\theta \approx 1$ .
- La resistencia de las líneas y transformadores son despreciables frente a la reactancia,  $r_l \ll x_l$ .
- Se desprecia el flujo de potencia a través de los elementos en paralelo (resistencias y capacitancias).

Bajo los anteriores considerandos, la ecuación (1.16) de flujo AC se simplifican así:

$$F_{ij} = g_{ij} v_i^2 + v_i v_j (G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + B_{ij} \sen(\delta_i - \delta_j)) \quad (1.23)$$

$$F_{ij} = g_{ij} v_i^2 + v_i v_j (-g_{ij} - b_{ij} \sen(\delta_i - \delta_j)) \quad (1.24)$$

$$F_{ij} = -b_{ij} (\delta_i - \delta_j) \quad (1.25)$$

Donde la susceptancia serie  $b_{ij} = \frac{-x_{ij}}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2}$ .

Nótese que las funciones senoidales contenidas en las ecuaciones de flujo AC ya no existen en las ecuaciones de flujo DC, sino que ahora son lineales. Dado que son lineales entonces es mucho más fácil de resolverlas.

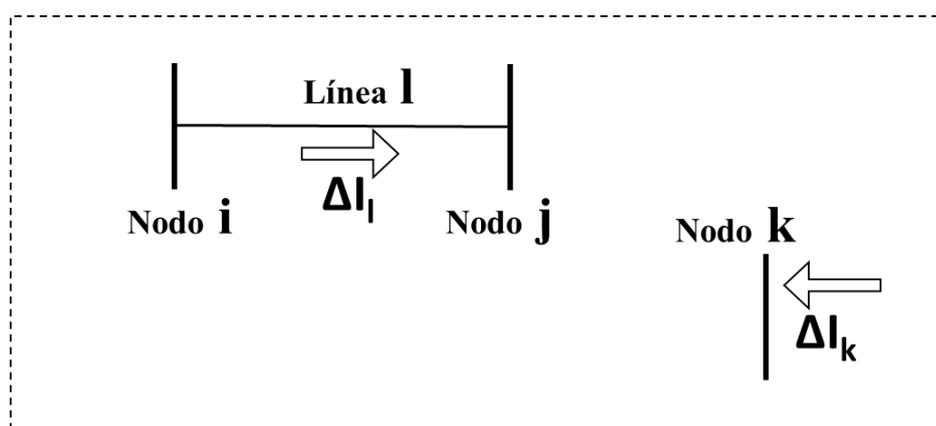
#### 1.4.2. Sensibilidad en la red de transmisión

El flujo que pasa por una instalación de transmisión depende de la inyección de potencia en cualquier barra del sistema. Con la finalidad de cuantificar qué tan sensible es el flujo en una línea respecto a la inyección en un nodo, se emplean múltiples factores [1]. En lo que concierne al presente trabajo, es conveniente desarrollar brevemente el Factor de Distribución de Cambio de Corriente pues gracias a dicho concepto se permitirá desarrollar el modelamiento de los flujos de potencia en el método del presente trabajo.

El Factor de Distribución de Cambio de Corriente (CSF) se define como la variación de corriente que pasa por la instalación o rama “l” (que une los nodos “i” y “j”) cuando se ha inyectado un adicional de corriente en el nodo “k”.

$$CSF_{l,k} \triangleq \frac{\Delta I_{ij(l)}}{\Delta I_k} \quad (1.26)$$

Para el cálculo de dicho factor se considera que la variación de la corriente que pasa por la línea “l” se debe al cambio de tensión que ocurre entre los nodos que conectan dicha línea, tal variación de tensión se debe al incremento de corriente en el nodo “k”. Cabe mencionar, que no necesariamente el nodo “k” debe coincidir con el nodo “i” o nodo “j” como se muestra en la figura 1.6.



**Figura 1.6:** Efecto en la corriente en la línea “l” cuando se inyecta un delta de corriente en el nodo “k”.

Los cambios de tensión debido a la corriente adicional inyectada  $\Delta I_k$  están dados por:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta V_i \\ \Delta V_j \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V'_1 - V_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ V'_i - V_i \\ V'_j - V_j \\ \cdot \\ \cdot \\ V'_N - V_N \end{bmatrix} = Z_{Bus} \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta I_k \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta V_i \\ \Delta V_j \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & \dots & Z_{1k} & \dots & Z_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{i1} & \dots & Z_{ik} & \dots & Z_{iN} \\ Z_{j1} & \dots & Z_{jk} & \dots & Z_{jN} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N1} & \dots & Z_{Nk} & \dots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta I_k \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.28)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta V_i \\ \Delta V_j \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{1k} \Delta I_k \\ \cdot \\ \cdot \\ Z_{ik} \Delta I_k \\ Z_{jk} \Delta I_k \\ \cdot \\ \cdot \\ Z_{Nk} \Delta I_k \end{bmatrix} \quad (1.29)$$

Entonces, los cambios de tensión en los nodos “i” y “j” debido a la inyección  $\Delta I_k$  :

$$\Delta V_i = Z_{ik} \Delta I_k \quad (1.30)$$

$$\Delta V_j = Z_{jk} \Delta I_k \quad (1.31)$$

Si los nodos “i” y “j” se conectan entre sí por una línea de impedancia  $Z_l$ , entonces la variación en la corriente de la línea es:

$$\Delta I_{ij(l)} = \frac{\Delta V_i - \Delta V_j}{Z_l} = \frac{Z_{ik} - Z_{jk}}{Z_l} \Delta I_k \quad (1.32)$$

Finalmente, según la definición dada en la ecuación 1-26:

$$CSF_{l,k} \triangleq \frac{\Delta I_{ij(l)}}{\Delta I_k} = \frac{Z_{ik} - Z_{jk}}{Z_l} \quad (1.33)$$

Existe también otro factor el cual mide la sensibilidad de flujo de potencia que pasa por una instalación de transmisión. Este factor se denomina Factor de Cambio de

Generación, comúnmente denominado en inglés “*Generation Shift Factors (GSF)*”<sup>4</sup>. Dicho factor se define como el cambio de potencia que pasa por la línea “l” cuando se inyecta una unidad adicional de potencia en el nodo “k”.

$$GSF_{l,k} \triangleq \frac{\Delta F_{ij(l)}}{\Delta P_k} \quad (1.34)$$

Dado que el flujo DC en por unidad y la corriente en por unidad son numéricamente iguales, se desprende el siguiente resultado: La sensibilidad de corriente por una línea es numéricamente igual a la sensibilidad de la potencia DC que pasa por la línea.

Por tanto, la expresión matemática de los factores GSF para un modelo de flujo DC es en esencia la misma que la ecuación 1-33. En el Anexo G se describe con más detalle el cálculo de los factores GSF. Según dicha deducción descrita en el anexo, el factor GSF que refleja la sensibilidad del flujo que pasa por la línea “l” al inyectar una unidad de potencia en el nodo “k” es:

$$GSF_{l,k} = -b_l((-X_{ik}) - (-X_{jk})) \quad (1.35)$$

Es importante mencionar que  $b_l$  se refiere a la susceptancia serie de la línea “l” nótese que se ha despreciado la conductancia serie debido a que se considera que la resistencia es despreciable frente a la reactancia de la línea. Además, los términos dentro del paréntesis se extraen de la matriz  $Z_{BUS}$ . Finalmente, según el enfoque de este trabajo, se puede concluir lo siguiente del factor GSF:

- a. Para dicho cálculo, es necesario asumir que el sistema (generación y red de transmisión) se comporta linealmente por lo que es posible aplicar el principio de superposición. Las fuentes de generación y carga se comportan como fuentes de corriente de valor constante.
- b. Solo depende de la configuración topológica del sistema (red de transmisión).
- c. No depende de la generación, demanda ni los flujos por las líneas de transmisión. Por tanto, puede calcularse antes del cálculo del despacho y/o flujo óptimo.
- d. Depende de la elección de un nodo (o barra) de referencia. En la definición dada para el factor GSF, se asume que la potencia  $\Delta P_k$  inyectada es compensada por un cambio en la generación en el nodo de referencia tal que todos los otros generadores mantienen su generación constante, nótese que la inyección  $\Delta P_k$  también modifica

---

<sup>4</sup> Suele también denominarse PTDF (en inglés, *Power Transfer Distribution Factor*).

las pérdidas de la red de transmisión, por tanto, el nodo de referencia también debe compensar dicha variación. Cabe mencionar también, que para el cálculo del factor GSF es necesario conocer los valores de la matriz  $Z_{\text{BUS}}$ , la cual se construye cuando se ha seleccionado un nodo de referencia.

### 1.4.3. Pérdidas de la red de transmisión

Las pérdidas en una rama “l” que conecta los nodos “i” y “j” es igual a la diferencia entre la potencia activa que sale del nodo “i” menos la potencia activa que llega al nodo “j”, éste último término es equivalente al negativo de la potencia que sale del nodo “j”, como se muestra en la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} loss_l &= F_{ij(l)} + F_{ji(l)} \\ loss_l &= g_{ij(l)}v_i^2 + v_iv_j(-g_{ij(l)}\cos(\delta_i - \delta_j) - b_{ij(l)}\text{sen}(\delta_i - \delta_j)) + g_{ij(l)}v_j^2 \\ &\quad + v_iv_j(-g_{ij(l)}\cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij(l)}\text{sen}(\delta_i - \delta_j)) \\ loss_l &= g_{ij(l)}v_i^2 + g_{ij(l)}v_j^2 - 2v_iv_jg_{ij(l)}\cos(\delta_i - \delta_j) \end{aligned} \quad (1.36)$$

Dado que el cálculo es referido a la rama “l”, se usa  $g_{ij(l)}$  en vez de  $g_{ij}$ . Para más detalle acerca del significado de cada término, véase el Glosario de Términos.

Las pérdidas anteriormente deducidas pueden aproximarse expandiendo la función coseno en series de Taylor [12], considerando que  $\delta_i - \delta_j \approx 0$ :

$$\begin{aligned} \cos(\delta_i - \delta_j) &= 1 - \frac{(\delta_i - \delta_j)^2}{2!} + \frac{(\delta_i - \delta_j)^4}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{(\delta_i - \delta_j)^{2n}}{(2n)!} \\ \cos(\delta_i - \delta_j) &= 1 - \frac{(\delta_i - \delta_j)^2}{2} \end{aligned} \quad (1.37)$$

Sustituyendo la ecuación (1.37) en (1.36), y teniendo en cuenta los considerandos para el flujo DC:

$$\begin{aligned} loss_l &= g_{ij(l)}v_i^2 + g_{ij(l)}v_j^2 - 2v_iv_jg_{ij(l)}\left(1 - \frac{(\delta_i - \delta_j)^2}{2}\right) \\ loss_l &= g_{ij(l)}v_i^2 + g_{ij(l)}v_j^2 - 2v_iv_jg_{ij(l)} + v_iv_jg_{ij(l)}(\delta_i - \delta_j)^2 \end{aligned}$$

$$loss_l = g_{ij(l)}(\delta_i - \delta_j)^2$$

$$loss_l = r_l F_{ij(l)}^2 \quad (1.38)$$

Por tanto, las pérdidas de la red de transmisión pueden expresarse así:

$$loss_{total} = \sum_l r_l F_{ij(l)}^2 \quad (1.39)$$

### 1.5. Modelo de flujo óptimo de potencia

Un modelo de flujo óptimo de potencia es un modelo matemático que incorpora las ecuaciones de flujo de potencia al modelo de despacho económico. Además, incorpora otras restricciones de la red tales como límite de flujo por las líneas y límite de tensión en las barras. Por tanto, la solución de modelo de flujo óptimo representa el despacho de la generación tal que el costo de operación sea el mínimo y se cumpla las restricciones de la red [1].

En general, un modelo de flujo óptimo de potencia se compone de:

- Función objetivo: Costo de operación del sistema.
- Restricciones:
  - Balance de potencia activa y reactiva en cada nodo o barra de la red.
  - Límite mínimo y máximo de potencia de las unidades de generación.
  - Límite de flujo por las ramas (líneas y transformadores) de la red de transmisión.
  - Límite mínimo y máximo de tensión en cada barra del sistema.

En teoría, el modelo debe incorporar ecuaciones de flujo AC dado que dichas ecuaciones modelan lo más exacto posible los flujos de potencia activa y reactiva por la red, a dicho modelo se le conoce como modelo de flujo óptimo AC (conocido también como “modelo ACOPF” del inglés *Alternating Current Optimal Power Flow*). No obstante, en la práctica, se prefiere usar las ecuaciones de flujo DC en el modelo de flujo óptimo debido a su robustez y velocidad, a este modelo se le conoce como modelo de flujo óptimo DC (conocido también como “modelo DCOPF” del inglés *Direct Current Optimal Power Flow*). El problema está en que formalmente el modelo DCOPF ignora las pérdidas óhmicas de

transmisión, por lo que se requiere de ciertas técnicas o artificios para introducir dichas pérdidas al modelo; luego a este modelo resultante se le conoce como “modelo de flujo óptimo DC con pérdidas” (modelo DCOPF-*with-losses*).

En la referencia [13], se comparó la velocidad de cálculo entre los modelos DCOPF-*with-losses* y modelo ACOPF para la red de 12 965 barras del Medio Oeste de Estados Unidos y resultó que el modelo DCOPF-*with-losses* resulta 60 veces más rápido que el modelo ACOPF.

En el caso peruano, el operador del sistema que programa el despacho de los generadores; no lo hace mediante un modelo ACOPF dado que programar el despacho de reactivos de los generadores es muy incierto por los siguientes motivos: (i) La tensión es una variable que se monitorea con más precisión en tiempo real, (ii) El consumo de potencia reactiva de las cargas es más variable y menos predecible que el consumo de potencia activa. Por ello, el operador se enfoca en despachar la potencia activa de los generadores, en base a mínimo costo de operación, con la finalidad de abastecer el consumo de potencia activa que ha determinado el pronóstico de demanda. Así, la tarea de programar el despacho de potencia activa se resuelve mediante un modelo DCOPF-*with-losses* y posteriormente dichos resultados se ingresan a un cálculo de flujo AC con la finalidad de monitorear variables como la tensión, flujo de potencia reactiva y posteriormente llevar a cabo un análisis de contingencia.

Hasta ahora se ha expuesto modelos matemáticos cuya complejidad ha ido aumentando. El principal motivo por el cual se ha analizado hasta el modelo de flujo óptimo es porque a partir de dicho modelo se desprende el concepto del Costo Marginal Nodal y su descomposición, el cual es el objetivo del presente trabajo.

## **1.6. Concepto del Costo Marginal Nodal (CMgN)**

El concepto del CMgN es una extensión del concepto de la variable " $\lambda$ " (lambda) que se analizó en el modelo uninodal (véase sección 1.3.1) y modelo de despacho económico (véase sección 1.3.4). En dichos modelos se concluyó que lambda refleja el costo de la energía. Ahora, se ilustrará el concepto del CMgN a través de un modelo de flujo óptimo, cuyo planteamiento tradicional es el siguiente [6] [14]:

Modelo 4: Modelo tradicional DCOPF-*with-losses*

*Función objetivo:*

$$\text{Min } f = \sum_{n=1}^N C_n(p_{t_n}) \quad (1.40)$$

*Restricciones:*

$$g_n + \sum_l (F_{jn(l)} + L_{jn(l)}) - \sum_l (F_{nj(l)} + L_{nj(l)}) = d_n \quad (1.41)$$

$$F_{nj(l)} = \frac{\delta_n - \delta_j}{x_{nj(l)}} \quad (1.42)$$

$$-F_{l,max} \leq F_{nj(l)} \leq F_{l,max} \quad (1.43)$$

$$g_{n,min} \leq g_n \leq g_{n,max} \quad (1.44)$$

En el modelo mostrado se ha especificado como ecuaciones:

Ec. (1.40) La función objetivo el cual minimiza el costo de operación.

Ec. (1.41) La ecuación de balance de potencia por cada nodo donde se consideró las pérdidas como cargas en los nodos.

Ec. (1.42) El flujo por las líneas.

Ec. (1.43) Límite de capacidad de líneas

Ec. (1.44) Límite de potencia de las unidades.

El modelo planteado permite simular la competencia del mercado entre los generadores con la finalidad de abastecer la demanda, sujeto a las restricciones de la red. La aplicación de técnicas matemáticas como las mencionadas en la sección 1.2, permite solucionar el modelo y determinar el nivel de generación de cada unidad.

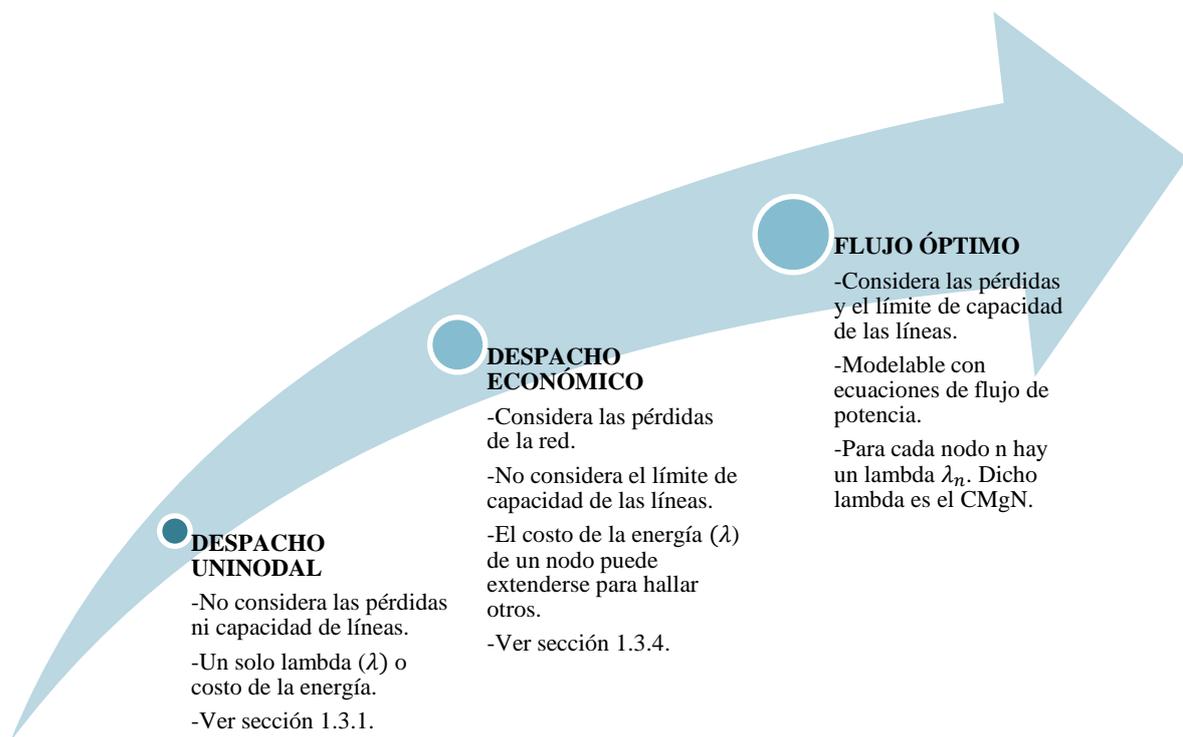
Lo que sí es primordial resaltar es que la solución del modelo no solo es el despacho de las unidades de generación, sino que también incluye el valor del multiplicador de Lagrange (o precio sombra) asociado a cada restricción. Analizando entre las restricciones del modelo 4 mostrado, el multiplicador que determina el incremento del costo total ante un incremento de demanda en un nodo es el asociado a la restricción 2 (ecuación de balance por nodo, Ec. 1-40); dicho multiplicador recibe el nombre de Costo Marginal Nodal (CMgN). En otras palabras:

El CMgN se define como un cambio en el costo de producción que se incurriría para suministrar de manera óptima un incremento (o disminución) de demanda en cierta barra o nodo, satisfaciéndose al mismo tiempo todas las restricciones modeladas del sistema.

$$CMgN_n = \lambda_n \triangleq \frac{\partial f}{\partial d_n} = \frac{\Delta \text{Costo de producción del sistema}}{\Delta \text{Demanda en nodo "n"}}$$

A continuación, se citan conceptos que permiten complementar la anterior definición:

- El CMgN es una “señal”, pues representa una variación de costo que no se ha incurrido en la realidad.
- La solución de un modelo de flujo óptimo, como el modelo 4 explicado al inicio de esta sección, permite obtener directamente (sin algún cálculo adicional) el CMgN en cada nodo. Sin embargo, como se puede ver en la figura 1.7, para obtener la solución de este problema es un cálculo más complejo que los problemas descritos en las secciones 1.3.1 y 1.3.4. La complejidad aumenta a medida que se incorpore una mayor cantidad de restricciones del sistema al modelo matemático; por otro lado, el cálculo es más rápido para un modelo uninodal a diferencia de un modelo que incluya la red de transmisión.
- Según la figura 1.7, nótese que en el modelo de despacho uninodal (descrito en la sección 1.3.1) era imposible obtener el CMgN puesto que en dicha formulación no estaba modelada la red de transmisión. Luego, en un modelo de despacho económico (véase sección 1.3.4), que incorpora las pérdidas de la red de transmisión, se definió un costo de energía por barra; sin embargo, dado que la formulación no incluía el límite de capacidad de las líneas, el despacho de las unidades puede comprometer la seguridad del sistema, es decir, que la solución del modelo de despacho económico puede ser tal que en el sistema haya líneas o transformadores sobrecargados. Finalmente, un modelo de flujo óptimo permite internalizar tanto las pérdidas como el límite de flujo por las líneas, por lo que el costo de la energía por barra (CMgN) da una señal económica eficiente para el sistema. Esta última propiedad de eficiencia es necesaria desarrollarla con mayor detalle, puesto que la cuantificación y descomposición de dicha “eficiencia” es el propósito de este trabajo.

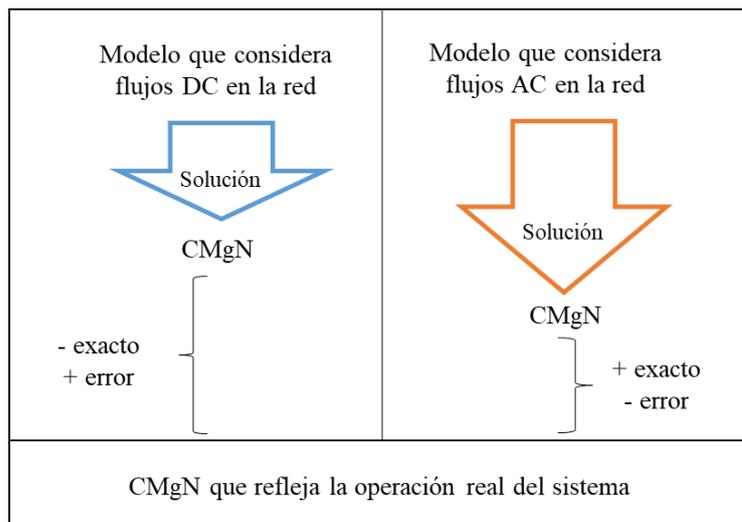


**Figura 1.7:** Nivel de complejidad para el cálculo de la operación económica de un sistema eléctrico.

- En la medida que un modelo de flujo óptimo incorpore restricciones que modelen lo más cercano posible el comportamiento real del sistema; el CMgN por nodo que resulte de la solución del modelo reflejará una señal más exacta (fidedigna) a la realidad (véase figura 1.8). En ese sentido, el problema que enfrenta este trabajo es el cálculo de CMgN más exacto y que considere características no lineales inherentes a la operación real del sistema.

Así este trabajo busca incorporar las ecuaciones de flujo AC como parte del cálculo del CMgN. De esta manera, un modelo que incorpore el cálculo de flujo AC arrojará CMgN más exacto.

- Cuando en un modelo de flujo óptimo se considera la curva de costos de los generadores en el marco de tiempo del corto plazo, así como la demanda comúnmente inelástica en dicho horizonte, entonces el CMgN resultante representa una señal económica en el corto plazo. A este CMgN se denomina Costo Marginal Nodal de Corto Plazo.

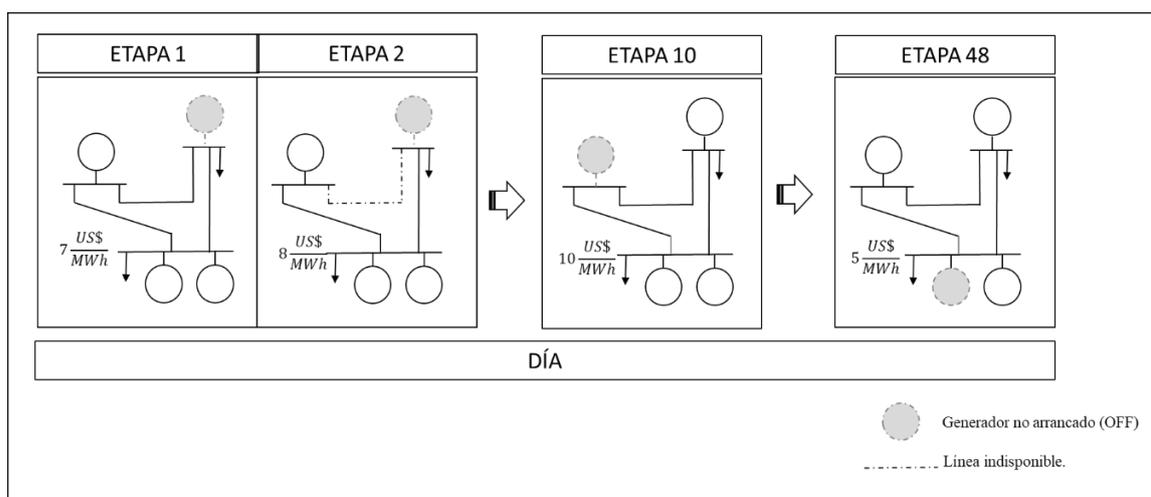


**Figura 1.8:** Comparativo de modelos que calculan el CMgN.

- Nótese que en la formulación matemática del modelo de despacho económico de la sección 1.3.4 y el modelo tradicional de flujo óptimo de la presente sección, los generadores considerados en la función objetivo ya se encuentran comprometidos para despachar, sin necesidad de incurrir en un costo adicional antes de despacharlos (costo de arranque). De lo contrario, la formulación del problema sería más compleja pues de un parque de generadores (por ejemplo, termoeléctricos), tendría que decidirse qué generadores arrancar en cada etapa de tiempo; lo cual constituye un problema de Compromiso de Unidades (en inglés, *Unit Commitment*) [1], y sumándole a ello la red hidráulica de los generadores hidráulicos, el problema se convierte en un problema de Coordinación Hidrotérmico [3]. Sin embargo, aunque la formulación del problema sea más compleja, es decir incluyéndose más restricciones matemáticas, el concepto de CMgN sigue siendo el mismo porque las ecuaciones de balance nodal de donde proviene el CMgN deben cumplirse para cada etapa de tiempo (subperiodo) con los generadores comprometidos en esa etapa.
- Para explicar el punto anteriormente descrito en términos prácticos. Considérese un programa diario de operación (PDO), en el cual debe decidirse cuáles de las 4 turbinas a gas se deben comprometer y despachar en cada media hora sujeto a las restricciones de red del sistema y en el horizonte de 1 día (véase figura 1.9). Luego de resolver el problema de Compromiso de Unidades, la solución indicará qué unidades deben estar arrancadas en cada etapa y cuánta potencia entregan, también se habrá hallado el CMgN en cada nodo. Por ejemplo, en la primera media hora (etapa

1) tres unidades arrancadas con 40 MW en cada una, y con CMgN de 7 \$/MWh en cierto nodo.

En realidad, el problema que se está resolviendo en dicho PDO es un problema de Compromiso de Unidades. Nótese en la figura 1.9, que durante el día hay generadores que pueden no estar arrancados (dependiendo de la solución del problema), o inclusive líneas indisponibles por mantenimiento; de todas formas, lo que se desea resaltar es que siempre habrá un CMgN en cada nodo por etapa.



**Figura 1.9:** Programa de operación diario con resolución media horaria.

- En el anterior problema descrito, el valor de lambda de una etapa o subperiodo es independiente de otra etapa, es decir, están desacoplados (véase sección 1.3.2). De la misma manera, el anterior concepto se extiende para el CMgN que proviene de un problema que incluye red de transmisión. Por tanto, de la solución del problema multiperiodo puede extraerse qué unidades están arrancadas en cada subperiodo, y luego resolver el problema de flujo óptimo según el modelo tradicional para cada subperiodo.
- Si el sistema incluye unidades hidroeléctricas (con embalses), entonces el CMgN de un subperiodo sí es dependiente de otro debido a que la energía hidráulica puede regularse entre los subperiodos. La solución del problema de Coordinación Hidrotérmico indicará cuando usar más o menos energía hidráulica. El punto es que, para desacoplar los subperiodos, las unidades hidroeléctricas se deben modelar como unidades térmicas tal que su costo incremental sea el valor del agua que halló la solución del problema de Coordinación Hidrotérmico (véase la sección 1.3.3).

## 1.7. Propiedades del Costo Marginal Nodal (CMgN)

Entre varias propiedades del CMgN, se analizará dos propiedades relacionadas al enfoque del presente trabajo. Otras propiedades se pueden encontrar en las referencias [6] [14].

### 1.7.1. Equivalencia entre el CMgN y el Precio de equilibrio (Pe)

En términos generales, existen dos enfoques de mercado los cuales se explican brevemente con la siguiente tabla:

**Tabla 1.4:** Enfoques de un mercado eléctrico. Fuente: [3].

Mercado basado en Costos Auditados	Mercado basado en Oferta de Precios
<ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Mediante ensayos de potencia y rendimiento, el Operador del Sistema/Mercado, halla la curva de consumo. Luego, halla la curva de costos de los generadores.</li> <li><input type="checkbox"/> Las empresas sustentan las restricciones operativas de sus unidades. El Operador las tomará en cuenta en su Modelo.</li> <li><input type="checkbox"/> Se considera a la demanda inelástica.</li> <li><input type="checkbox"/> El Operador ejecuta un Modelo de Flujo Óptimo y su solución el despacho y el CMgN.</li> <li><input type="checkbox"/> El Modelo de Flujo de Óptimo busca el menor costo de operación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Los generadores presentan al Operador del Sistema/Mercado su potencia y precio unitario. El Operador recauda la información.</li> <li><input type="checkbox"/> En la propuesta de potencia y precio, las empresas han internalizado sus restricciones operativas.</li> <li><input type="checkbox"/> La demanda suministra su requerimiento y precio dispuesto a pagar.</li> <li><input type="checkbox"/> El Operador ejecuta un Modelo de Subasta y su solución determina el despacho y el Precio de Equilibrio (Pe).</li> <li><input type="checkbox"/> El Modelo de Subasta busca la maximización del beneficio social que resulta del área encerrada por la curva de oferta y demanda.</li> </ul>

Según la referencia [3], se demuestra que los dos tipos de enfoques de mercado descritos equivalen a la solución del mismo problema de optimización, pero vistos de una óptica diferente. En consecuencia, el Precio de Equilibrio (Pe) y el Costo Marginal Nodal (CMgN) son iguales. Dicha conclusión permite entender que, en un mercado competitivo, el CMgN es un precio al cual transan la oferta y la demanda en cada nodo para cada etapa de tiempo; además, es el precio al cual se alcanza el máximo beneficio social [15]. Dado que el CMgN es un precio que varía por cada nodo, se le denomina también “precio nodal”.

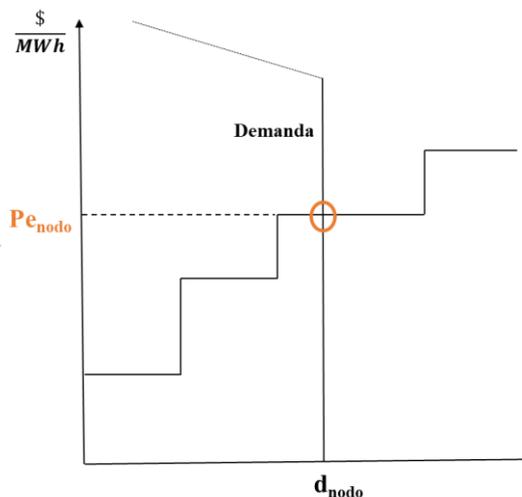
**Modelo de Flujo Óptimo:**

Función objetivo:

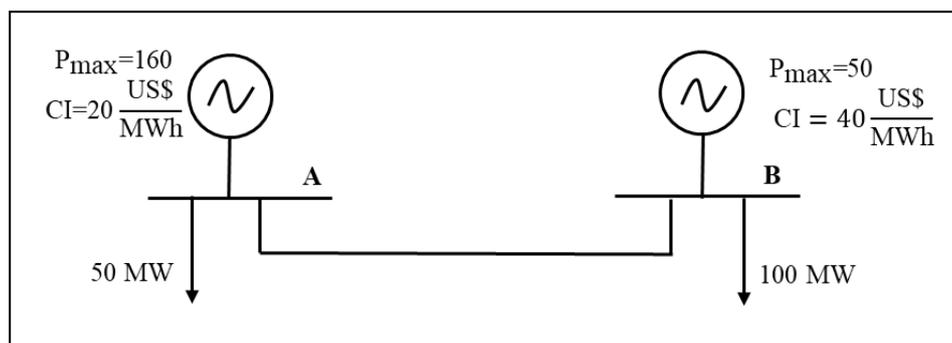
Min (Costo de Operación)

Sujeto a:

- (1) Balance de potencia en cada nodo ...  $\lambda_{nodo}$
- (2) Restricción de generadores
- (3) Restricción de la red de transmisión

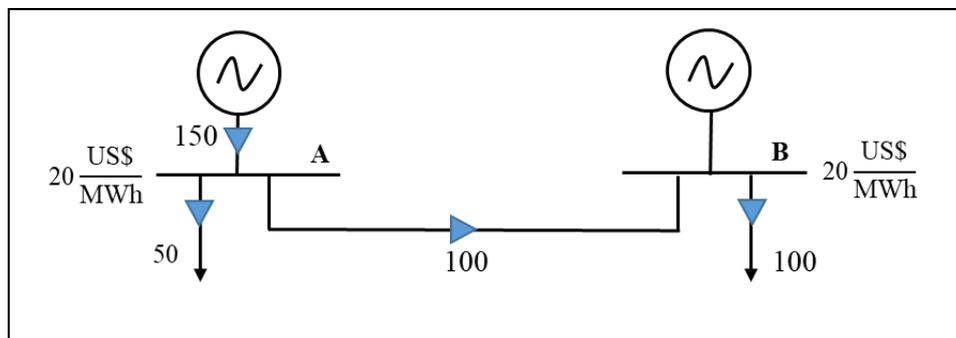
**Figura 1.10:** Equivalencia entre el CMgN y el Precio Equilibrio.**1.7.2. Eficiencia de corto plazo del CMgN**

En cada nodo, el CMgN brinda una señal económica que induce a comportamiento más eficiente para la generación y la demanda en el nodo; en otras palabras, es un precio dependiente de la ubicación del nodo en la red de transmisión, que permite la producción más eficiente para la demanda en el sistema [6]. En los siguientes casos se ilustra este concepto. En los casos se emplea un sistema en el cual las potencias máximas de cada unidad, el costo incremental y la demanda en cada barra se muestran en la figura 1.11.

**Figura 1.11:** Sistema para ejemplificar la eficiencia que refleja el CMgN.

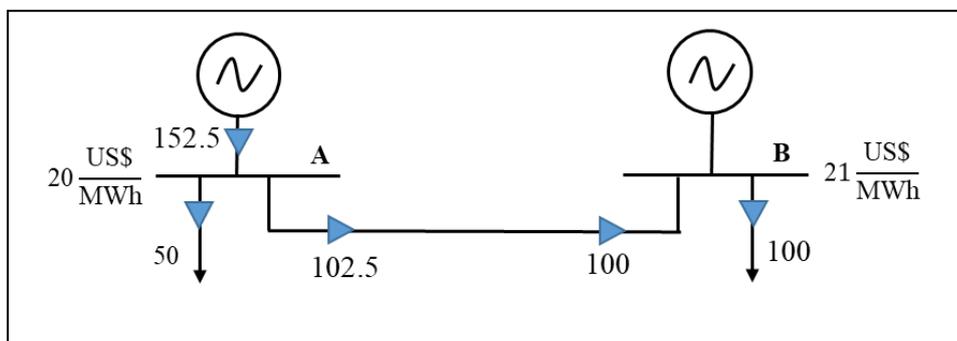
Como caso N°1, se despacha las unidades sin considerar las pérdidas óhmicas ni reactancia y tampoco restricción de capacidad de las líneas. Se soluciona el modelo uninodal descrito en la sección 1.3.1, el resultado se muestra en la figura 1.12. Las unidades se despacharon estrictamente de acuerdo con sus costos incrementales, en ese sentido, el generador A es la unidad marginal dado que tiene la posibilidad de suministrar (o reducir) un 1 MW adicional al menor costo para el sistema. Nótese que el CMgN refleja un precio

eficiente de la energía dado que ninguna unidad con un menor costo que el precio en el nodo al cual está conectado se encuentra operando.



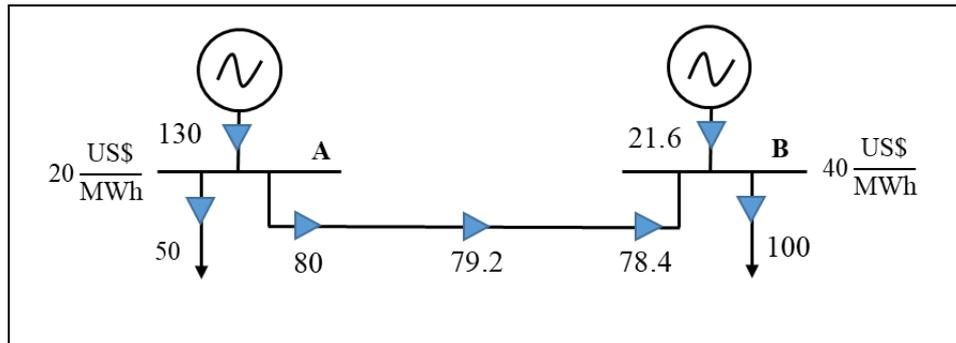
**Figura 1.12:** Caso N°1: Dos nodos, red sin pérdidas y sin límite de capacidad.

Como caso N°2, considérese que la línea produce pérdidas ( $r=0.025$  p.u.). Se soluciona el modelo de despacho económico indicado en la sección 1.3.4 y el resultado se muestra en la figura 1.13. Dado que ahora sí se considera pérdidas, para suministrar un 1 MW adicional al nodo B se requiere que se genere más de 1 MW en el nodo A lo cual implica un mayor costo. Lo anterior se ve reflejado en el hecho que el CMgN del nodo B es mayor que del nodo A, es decir, el costo de suministrar un incremento de demanda B es mayor que si el incremento fuera en el nodo A.



**Figura 1.13:** Caso N°2: Dos nodos, red con pérdidas y sin límite de capacidad.

Como caso N°3, considérese que la línea con pérdidas tiene una capacidad de 80 MW. La solución del modelo tradicional de flujo óptimo presentado al inicio de esta sección, se presenta la figura 1.14. En este caso, dada la escasa capacidad de la línea, el generador A redujo su potencia y fue necesario despachar al generador B para abastecer a la demanda, se dice también que hay dos unidades marginales y dos precios diferenciados dado que ahora 1 MW adicional en barra B es suministrado por el generador B.



**Figura 1.14:** Caso N°3: Dos nodos, red con pérdidas y límite de capacidad.

Finalmente, se puede concluir lo siguiente:

- Cuando se consideraron pérdidas (caso N°2), la demanda en barra B paga a un mayor precio como resultado del costo extra por las pérdidas óhmicas, es decir, el CMgN en barra B ha internalizado el efecto de las pérdidas. Se desprende que mientras más alejada esté la carga entonces se verá afectada económicamente en mayor medida debido a su “peor” posicionamiento; en otros términos, si el generador en A tuviera un compromiso con la demanda en B, dicho generador se verá afectado pues retirará en barra B a un mayor precio que el precio que le pagan por generar.
- Cuando se consideró una capacidad limitada (caso N°3), se tiene un mayor precio en B debido al despacho del generador B; en este caso, el costo extra que paga la demanda se debe a la restricción de la red que a través de la diferencia de CMgN da una señal de escasa capacidad en la red (congestión). En otras palabras, el CMgN en nodo B ha internalizado el efecto de la congestión.
- Los precios nodales (o CMgN) brindan a los agentes del mercado (oferta y demanda) señales para la operación óptima del sistema (eficiencia). Dicho de otra manera, si los generadores eligieran producir libremente basándose en las señales que dan los CMgN, el resultado es que se minimizará el costo de producción total (producción eficiente) [5].

Cabe mencionar que en términos generales, se denomina producción eficiente (de cualquier bien o servicio) cuando se produce al menor costo posible, y cuando dicha cantidad producida proporciona el mayor beneficio entonces se logra la eficiencia de la asignación [7].

## **CAPÍTULO II**

### **ANÁLISIS DE LA PROBLEMÁTICA**

#### **2.1. Necesidad de descomposición del CMgN**

En mercados competitivos, el CMgN (o los precios nodales) varían en el espacio y tiempo y como se demostró en la sección 1.7.2, internalizan en un solo valor (en US\$/MWh) componentes como: los costos de la generación (en el corto plazo), el efecto de las pérdidas y las limitaciones de capacidad de la red de transmisión. El problema que plantea este trabajo es el siguiente: Dado que solo se puede visualizar al CMgN por nodo como un único valor entonces a simple vista no se puede reconocer las componentes que ha internalizado el CMgN.

Sin embargo, si hubiera la posibilidad de determinar cada una de las componentes que formaron al CMgN entonces dicha información será útil, en resumen, para:

- a) Identificar y administrar el beneficio o renta causado solo por las pérdidas en la red. La señal del costo por las pérdidas incrementales incentiva a que la generación se conecte a nodos de menos pérdidas.
- b) Identificar y administrar el beneficio o renta causado solo por la congestión. Se ejemplificó en el caso N°3 de la sección 1.7.2, que debido a la capacidad limitada de la línea se produjo un mayor CMgN en la barra de demanda, lo que implica un mayor pago. En sistemas más complejos, por tanto, surge la necesidad de determinar la componente de congestión del CMgN que valoriza directamente la renta de congestión.
- c) Enfrentar la variación significativa (“volatilidad”) del CMgN. Los generadores y las instalaciones de la red de transmisión no siempre están disponibles en todo momento, sino que pueden tener restricciones (por ejemplo: mantenimientos, inflexibilidades) causando mayores pérdidas y congestiones en la red, lo que conlleva a una variación del CMgN. Dicha volatilidad se enfrenta al administrarse las rentas citadas en los

literales “a” y “b”; una correcta descomposición del CMgN permite el cálculo de dichas rentas.

- d) Diseñar una estructura de reglas que incentive un comportamiento eficiente de los agentes en el mercado. Este literal tiene relación con el literal “c”, puesto que una vez conocido los costos desagregados puede implementarse mecanismos que permitan proteger a los agentes contra las variaciones del CMgN y así puedan contratar en cualquier nodo sin transferir costos adicionales al pago de la demanda.
- e) Identificar y calcular el pago al servicio de transmisión. Al descomponer el CMgN, se logra identificar qué parte del saldo económico producido por la diferencia de CMgN de dos nodos, debe asignarse como pago al servicio dado por la transmisión.

Los anteriores puntos se desarrollarán en detalle a continuación, haciéndose más énfasis en los literales “a” y “b” ya que a partir de dichos puntos se derivan los demás.

### **2.1.1. Valorización de las pérdidas**

Como se dijo en la sección 1.6, el CMgN es el costo de suministrar un 1 MW adicional a cierto nodo. Si se analiza en profundidad de dónde provino (véase modelo tradicional de flujo óptimo de la sección 1.6), nótese que es una sensibilidad de la ecuación de balance de potencia, por tanto, en dicho valor está internalizada las pérdidas que involucra transportar dicho megawatt (MW) adicional al nodo. En suma, el CMgN de un nodo no solo es el costo de producir dicho megawatt (MW) adicional sino también el costo que se incurriría al transportarlo por la red de transmisión hacia el nodo.

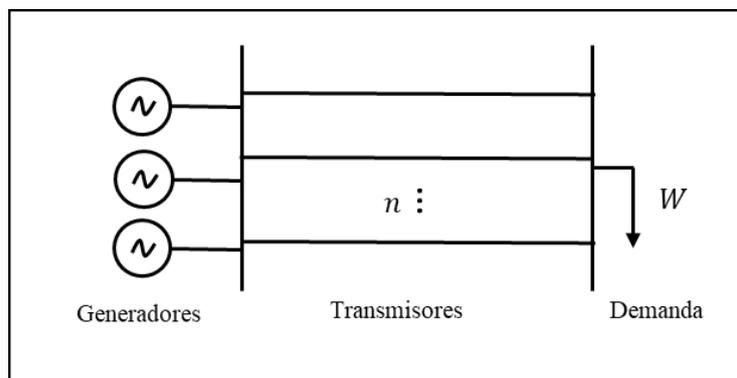
Sin embargo, el costo por el servicio del transporte internalizado en el CMgN debido a las pérdidas no es notorio, pues el CMgN solo se observa como un único número. Entonces, la pregunta es: ¿Cuál es el precio que valoriza el servicio de transporte?

Para responder la anterior pregunta, se usará el siguiente ejemplo<sup>5</sup>: Considérese un propietario de una línea de transmisión que participa en un mercado comprando la energía en un nodo de generación y vendiéndola en el nodo de demanda (véase figura 2.1). Cada línea tiene una resistencia “r”, se asume que no hay congestión y por simplicidad, se considera que las pérdidas óhmicas son proporcionales al cuadrado de la potencia que fluye

---

<sup>5</sup> En la realidad, la actividad de transmisión es un servicio que solo desempeña un único transmisor en cierta zona, es decir, es un monopolio donde el transmisor no compra ni vende energía. Se ha demostrado que debido a la economía de escala que caracteriza a la actividad de transmisión es más eficiente brindarle a una sola empresa tal servicio. Para mayor detalle, véase la sección 2.1.3. Sin embargo, esto no desmerece el ejemplo que se presenta en esta sección.

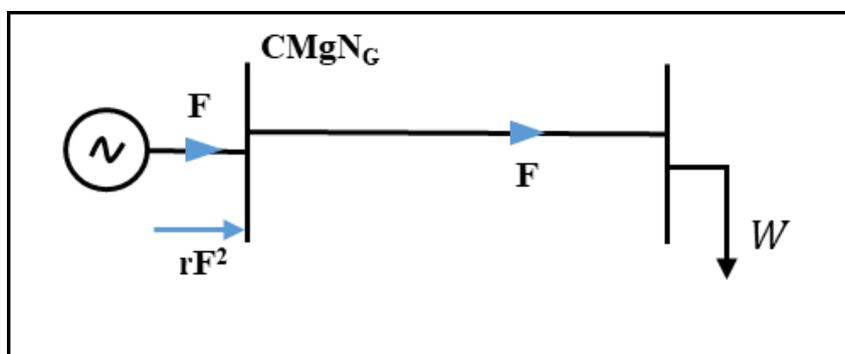
por la línea. El objetivo es determinar cuál es el precio en el nodo de demanda que considera el servicio por el transporte debido a las pérdidas.



**Figura 2.1:** Mercado donde compiten “n” transmisores.

Como dato se conoce que el nodo de generación, el  $CMgN$  es  $CMgN_G$  (véase figura 2.2). Ahora, cada transmisor deberá transportar cierto flujo “F” hacia la demanda y en su balance económico tendrá en cuenta lo siguiente:

- Debe pagar por la potencia “F” que retira en barra de generación a precio  $CMgN_G$ .
- Debe pagar por la potencia adicional para la suplir las pérdidas en la barra de generación, de lo contrario, si solo recibe “F” entonces entregará en el otro extremo, una potencia menor a “F” debido a las pérdidas.
- Debe recibir como ingreso, la potencia “F” que entrega a la demanda multiplicado por el precio en dicha barra. Justamente, la pregunta más relevante es: ¿cuál es el precio de transmisión  $P_T$ , que el transmisor cargará en la barra de demanda por su servicio de transporte?



**Figura 2.2:** Flujo “F” que compra y vende un transmisor.

En el ejemplo, el transmisor ajustará su producto “F” conforme maximice su beneficio neto de acuerdo con el precio dado en la otra barra, dicho precio se denominará  $CMgN_D$ . Ahora, se procederá a calcular cuánto es el flujo “F” que debe transportar un transmisor para maximizar su beneficio neto (BN).

$$\text{Max } BN_{(F)} = CMgN_D \cdot F - (CMgN_G \cdot rF^2 + CMgN_G \cdot F) \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial BN_{(F)}}{\partial F} = CMgN_D - 2CMgN_G \cdot rF - CMgN_G = 0 \quad (2.2)$$

$$F = \frac{CMgN_D - CMgN_G}{2CMgN_G \cdot r} \quad (2.3)$$

Dado que hay “n” líneas entonces la oferta total “ $F_{TOTAL}$ ” de todas líneas será la suma de las ofertas individuales de cada línea:

$$F_{TOTAL} = nF = \frac{n(CMgN_D - CMgN_G)}{2CMgN_G \cdot r} \quad (2.4)$$

Ahora para responder la pregunta del literal “c”, recuérdese que el objetivo del servicio de los transmisores será cubrir la demanda W, que es igual a la suma de los “n” flujos, entonces se tiene:

$$\text{Oferta} = \text{Demanda} \quad (2.5)$$

$$F_{TOTAL} = W \quad (2.6)$$

$$\frac{n(CMgN_D - CMgN_G)}{2P_G \cdot r} = nF \quad (2.7)$$

$$CMgN_D = CMgN_G + 2 \cdot CMgN_G \cdot r \cdot F \quad (2.8)$$

De la ecuación (2.8), se infiere que el transmisor cargará una cantidad adicional al precio de la generación, que es:  $2 \cdot CMgN_G \cdot r \cdot F$ , que la demanda deberá pagar por el servicio de transmisión. Este precio entonces incluye el costo variable que ha incurrido el transmisor debido a las pérdidas óhmicas.

Si se analiza en detalle, este monto adicional es en realidad el costo adicional que se incurriría por transportar una unidad más de potencia de la generación a la demanda:

$$\left[ \begin{array}{c} \text{Costo adicional} \\ \text{por el} \\ \text{transporte} \end{array} \right] = (\text{Precio de la energía}) * \left( \begin{array}{c} \text{Potencia adicional} \\ \text{debido a las pérdidas por el} \\ \text{transporte} \end{array} \right) \quad (2.9)$$

$$\left[ \begin{array}{c} \text{Costo adicional} \\ \text{por el} \\ \text{transporte} \end{array} \right] = (CMgN_G) \left( \frac{\partial \text{Pérdidas}}{\partial F} \right) \quad (2.10)$$

$$\left[ \begin{array}{c} \text{Costo adicional} \\ \text{por el} \\ \text{transporte} \end{array} \right] = (CMgN_G)(2rF) = 2 \cdot CMgN_G \cdot r \cdot F \quad (2.11)$$

Finalmente, este es el resultado más importante: El costo internalizado en el CMgN que valoriza las pérdidas, es el costo adicional que se incurre por las pérdidas marginales al transportar una unidad de potencia adicional a cierto nodo<sup>6</sup>. Dicha valorización de las pérdidas marginales (o incrementales), retribuye el servicio de transporte dado por el transmisor en el corto plazo:

$$(CMgN) = \left( \begin{array}{c} \text{Costo} \\ \text{generación} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{Costo} \\ \text{pérdidas} \\ \text{incrementales} \end{array} \right) \quad (2.12)$$

$$CMgN = CMgE + CMgP \quad (2.13)$$

Por simplicidad, a la componente CMgP, se le denomina Costo Marginal de Pérdidas; sin embargo, no es realmente el costo de las pérdidas sino de las pérdidas incrementales.

Ahora, el problema es tal que en un sistema de varios nodos, se deba determinar dicha componente de cada CMgN; en ese sentido, se requiere de un modelo matemático capaz de determinar directamente dicha componente. Además, en tanto el modelo contemple ecuaciones que se aproximen más al comportamiento real sistema eléctrico (ecuaciones de flujo AC), el cálculo de la componente CMgP será más exacto.

Aún mayor es el desafío, si hay restricciones por límite de capacidad, pues dentro de cada CMgN habrá que distinguir cuál es la componente de pérdidas y cuál es la otra componente que ha internalizado la congestión. A continuación, se analiza la componente de congestión.

---

<sup>6</sup> En realidad, este concepto del costo por las pérdidas marginales ya se había abordado superficialmente cuando se desarrolló el modelo de despacho económico en la sección 1.3.4. Ahora, se ha detallado y ejemplificado el problema.

### 2.1.2. Valorización de la congestión

En el modelo de flujo óptimo descrito en la sección 1.6, la solución óptima ocurre cuando las gradientes de las restricciones forman una ecuación lineal entre sí (véase Anexo E).

$$\nabla \left( \begin{array}{l} \text{Función} \\ \text{objetivo} \end{array} \right) + \lambda_n \nabla \left( \begin{array}{l} \text{Balance de} \\ \text{potencia en} \\ \text{nodo "n"} \end{array} \right) = 0 \quad (2.14)$$

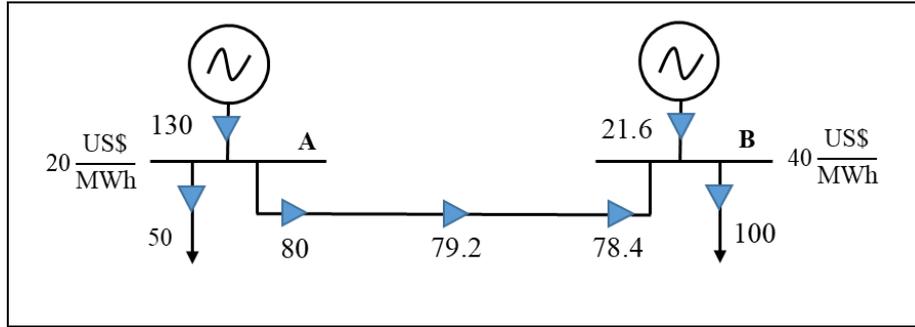
En caso el flujo que pasa por una línea de transmisión llegue a su límite máximo, entonces en la función de Lagrange participará la gradiente de dicha restricción dado que ahora dicha restricción forma parte de la frontera donde se encuentra el punto óptimo, por lo que ahora la solución óptima cumple la siguiente ecuación:

$$\nabla \left( \begin{array}{l} \text{Función} \\ \text{objetivo} \end{array} \right) + \lambda_n \nabla \left( \begin{array}{l} \text{Balance de} \\ \text{potencia en} \\ \text{nodo "n"} \end{array} \right) + \mu_{línea} \nabla \left( \begin{array}{l} \text{Límite por} \\ \text{capacidad} \\ \text{de línea} \end{array} \right) = 0 \quad (2.15)$$

Nótese entonces que ahora en la determinación del valor de CMgN (multiplicador  $\lambda_n$ ) también influye el valor del  $\mu_{línea}$ , que es el multiplicador asociado a la ecuación que restringe el flujo por la línea congestionada.

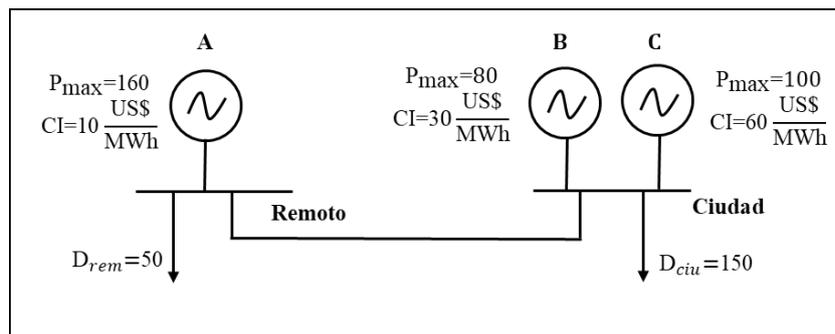
Lo que se quiere resaltar es: El CMgN internaliza en su valor la sensibilidad de la restricción de capacidad de la línea  $\left( \frac{\Delta \text{Costo}}{\Delta \text{Capacidad}} \right)$ , solo cuando el flujo por la línea alcanza su límite, o en otros términos, cuando la restricción de dicha línea que inicialmente era una inecuación se convierte en una ecuación (=).

El anterior concepto se puede comprobar cuando en el caso N°3 de la sección 1.7.2 (véase figura 2.3), el CMgN en el nodo B se diferenció del nodo A cuando el flujo por la línea alcanzó su capacidad y fue necesario que despache la unidad más cara para cubrir la demanda, nótese que si la capacidad de la línea se incrementara en un 1 MW adicional el costo de operación disminuye en aprox. 20 US\$, dado que la unidad más barata podrá cubrir un 1 MW adicional en el balance nodal del nodo B. Por tanto, dado que el multiplicador asociado a la restricción de la línea se ha activado (es diferente de cero), entonces dicha ecuación de capacidad de la línea participa o influye en la solución óptima del sistema; en ese sentido, el CMgN internaliza el efecto de la congestión. Sin embargo, a simple vista no se puede conocer cuánto del CMgN ha internalizado dicho efecto.



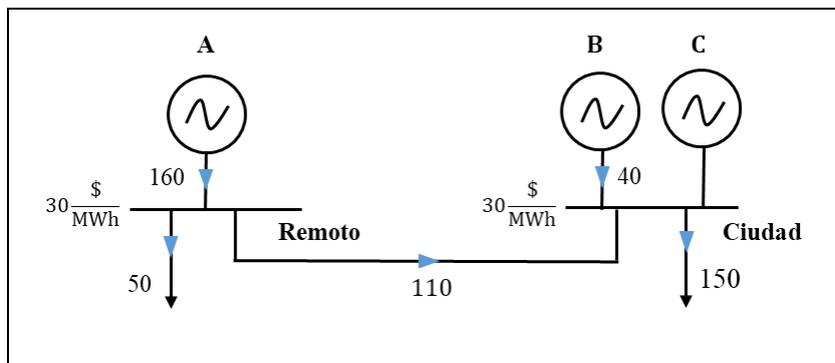
**Figura 2.3:** Caso N°3 (de sección 1.7.2): Dos nodos, con pérdidas y con límite de capacidad.

Por otro lado, dado que el CMgN es el precio al cual se transa la energía en los nodos, entonces el efecto de la congestión también repercute en el balance económico de los agentes que participan en el mercado. En el siguiente ejemplo, se analiza cómo específicamente la congestión afecta a los agentes. Para ello, se asumirá la línea sin pérdidas pero se irá variando el límite de la capacidad.

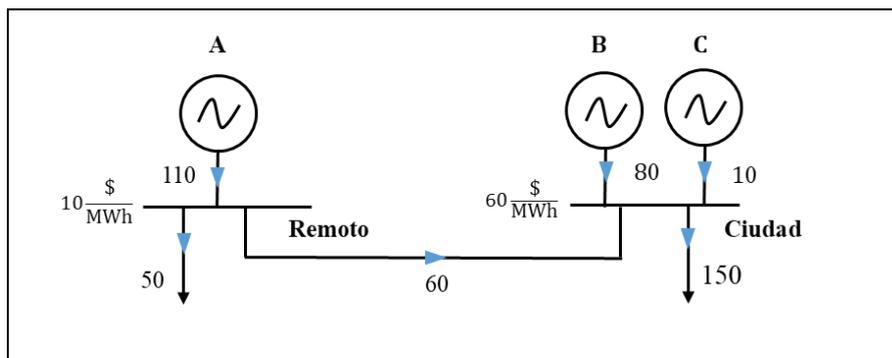


**Figura 2.4:** Caso N°4. Sistema para explicar el efecto de la congestión.

En caso no hubiera un límite por capacidad de la línea, o fuera mayor que 100 MW, entonces el despacho de las unidades será como se muestra en la figura 2.5, mientras que si se considera un límite de capacidad de 60 MW será como el mostrado en la figura 2.6.



**Figura 2.5:** Caso N°4. Sistema sin pérdidas sin límite de capacidad.



**Figura 2.6:** Caso N°4. Sistema sin pérdidas con límite de capacidad.

En la figura 2.5, dado que el generador A alcanzó su potencia máxima fue necesario despachar al generador B y como éste está en la capacidad de brindar o disminuir 1 MW adicional entonces este generador B es el marginal y fija el CMgN en su barra y dado que no hay pérdidas entonces es igual al CMgN de la barra A. Respecto a la figura 2.6, hay dos generadores marginales: A y C, y cada uno fija el CMgN en su respectiva barra, nótese que no han alcanzado su potencia máxima debido a que la línea tiene cierta capacidad de transporte limitada.

A continuación, se realizará el balance del mercado (para 1h) para los dos casos anteriormente presentados con la finalidad de evaluar el efecto de la congestión sobre los agentes:

**Tabla 2.1:** Balance de mercado para los casos sin/con congestión.

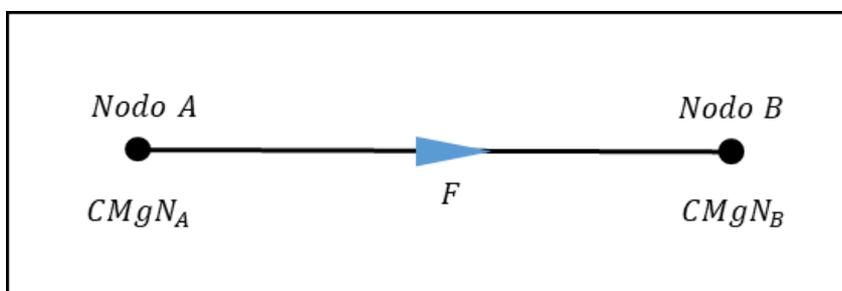
Caso	Generación				Demanda		
	A	B	C	Total	Remoto	Ciudad	Total
Sin límite	MW	160	40	0	50	150	
	CMgN (\$/MWh)	30	30	10		30	
	Pago (\$)	4800	1200	0	<b>6000</b>	1500	<b>6000</b>
60 MW-límite	MW	110	80	10	50	150	
	CMgN (\$/MWh)	10	60	60		10	60
	Pago (\$)	1100	4800	600	<b>6500</b>	500	<b>9500</b>

**Tabla 2.2:** Resumen del balance.

Caso	Pago de los generadores (\$)	Pago de la demanda (\$)	Balance (\$)
Sin límite	6000	6000	<b>0</b>
60 MW-límite	6500	9500	<b>3000</b>

Como se puede ver en la tabla 2.2, hay un saldo (en el ejemplo es \$3000) cuando hay congestión en la red, en otras palabras, cuando el operador del mercado realice las transferencias, al final se quedará con un monto que no ha sido asignado a ningún agente del mercado (generador o demanda). En general, dicho saldo originado por el propio mercado se denomina “beneficio de la congestión” [4]. También suele denominarse “rentas de congestión” (RC) [16]. En el hipotético caso que el transmisor participase del mercado, él se quedará con un saldo (renta) producto de la congestión que resulta de la diferencia entre lo que vendió en un nodo a un precio mayor y lo que compró en el otro nodo a un precio menor, se desprende entonces la siguiente expresión para una red sin pérdidas:

$$RC = (CMgN_B - CMgN_A) \cdot F_{A \rightarrow B} \quad (2.16)$$



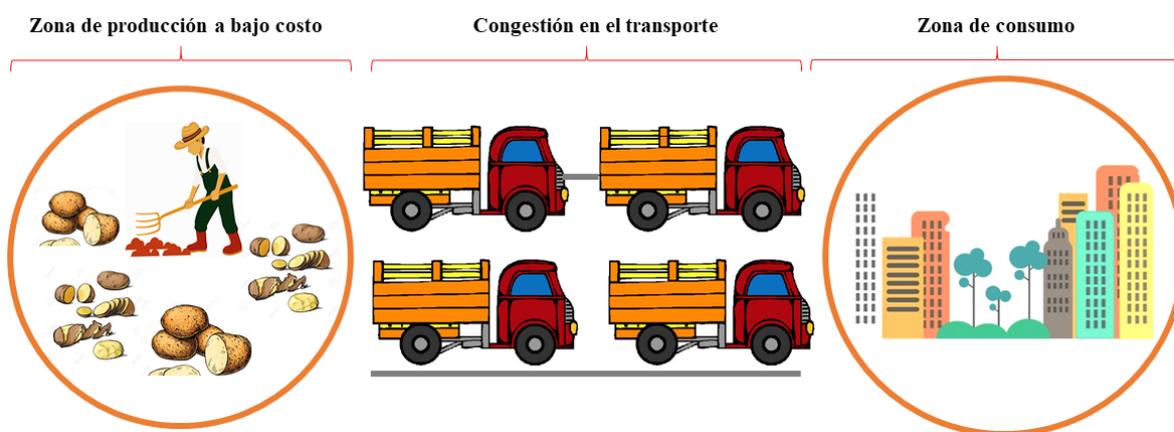
**Figura 2.7:** Definición de las rentas de congestión entre dos nodos (red sin pérdidas).

Antes de continuar con el análisis, se debe mencionar los siguientes puntos de lo desarrollado hasta ahora:

- a) De la tabla 2.2, se resume que en un sistema en congestión la demanda paga más de lo que los generadores recaudan, posiblemente esto suene “injusto” para la demanda o surja la interrogante: ¿qué se debe hacer con ese saldo que ha surgido por la congestión? Esto se desarrolla en la sección 2.3.4.
- b) Al aplicar la ecuación (2.16) para el caso con congestión, se verifica que RC es igual al balance neto (véase tabla 2.2):

$$RC = (CMgN_B - CMgN_A) \cdot F = (60 - 10) \cdot 60 = 3000 \quad (2.17)$$

- c) De la ecuación (2.16) se deduce que  $RC > 0$  cuando la potencia fluye de un nodo de menor precio a un nodo de mayor precio. Si se hace un símil con otro mercado que no sea de la industria eléctrica, imagínese un mercado de papas donde en la serranía resulta más barato producirlo que en la costa donde es la zona de mayor consumo; por tanto, el precio en la sierra será más barato que la costa para el consumidor; si el mercado es competitivo entonces los comerciantes pensarían en comprar en la sierra grandes cantidades de papa para venderlo en la costa y así obtener cierto “beneficio”, probablemente, surja congestión en el transporte producto del deseo de trasladar la mayor cantidad de papas (véase figura 2.8). En los sistemas eléctricos suele suceder lo anteriormente descrito, es decir, surge también un “beneficio” al transportar la potencia de un nodo de menor costo a otro mayor. Sin embargo, no siempre se cumple esta tendencia, que económicamente en muchos bienes suele darse, dado que en los sistemas eléctricos lo que se impone por encima de este comportamiento económico son las leyes de Kirchhoff [4].



**Figura 2.8:** Congestión producto del transporte desde una zona de bajo costo.

- d) Si se hubiese considerado una red con pérdidas, al aplicar la ecuación (2.16) resultará un saldo o renta que es la suma de las rentas por las pérdidas y las rentas por congestión, dado que la diferencia de precios entre los nodos contemplará el efecto de las pérdidas y de la congestión. Sin embargo, ambas rentas reciben un tratamiento diferente en el diseño del mercado por lo que es necesario desagregar las rentas, es decir, separar las rentas de congestión y las rentas de pérdidas.

En el inicio de esta sección, se recalcó conceptualmente que al producirse la congestión, el CMgN internaliza dicho efecto; dicho de otra manera, en su valor está contenido una componente que valoriza la congestión. Por tanto, surge la pregunta: ¿cómo se relaciona dicha componente con las rentas de congestión? Se dará respuesta haciendo un análisis más detallado del ejemplo dado. Cabe mencionar que, se puede responder mediante un desarrollo matemático más formal (véase el Anexo F); sin embargo, en esta sección se busca ejemplificar el concepto para un mayor entendimiento.

Considérese entonces que la capacidad de la línea se variará a partir de 0 MW en adelante:

**Tabla 2.3:** Análisis de la relación entre la capacidad y las rentas de congestión (para el caso N°4).

Capacidad (MW)	$P_A$ (MW)	CMgN <sub>Remoto</sub> (\$/MWh)	$P_B+P_C$ (MW)	CMgN <sub>Ciudad</sub> (\$/MWh)	Pago <sub>Gen</sub> (\$)	Pago <sub>Dem</sub> (\$)	Renta (\$)
0	50	10	150	60	9500	9500	0
10	60	10	140	60	9500	9000	500
20	70	10	130	60	9500	8500	1000
30	80	10	120	60	9500	8000	1500
40	90	10	110	60	9500	7500	2000
50	100	10	100	60	9500	7000	2500
60	110	10	90	60	9500	6500	3000
70	120	10	80	60	9500	6000	3500
80	130	10	70	30	5000	3400	1600
90	140	10	60	30	5000	3200	1800
100	150	10	50	30	5000	3000	2000
110	160	30	40	30	6000	6000	0
120	160	30	40	30	6000	6000	0
130	160	30	40	30	6000	6000	0

Se resalta lo siguiente de la tabla 2.3:

- El despacho de las unidades muestra que el generador “A” (más barato) producirá todo lo posible para abastecer toda la demanda, sin embargo, si la capacidad es menor a 110 MW se restringe dicha producción. Ante una capacidad por encima de 110 MW, el CMgN solo internaliza el costo de la generación; por otro lado, ante menor capacidad, la línea siempre está al límite y el CMgN internaliza el efecto de la congestión. La congestión implica que la ecuación que limita el flujo por la línea forma parte de la frontera que define al punto de operación óptima.

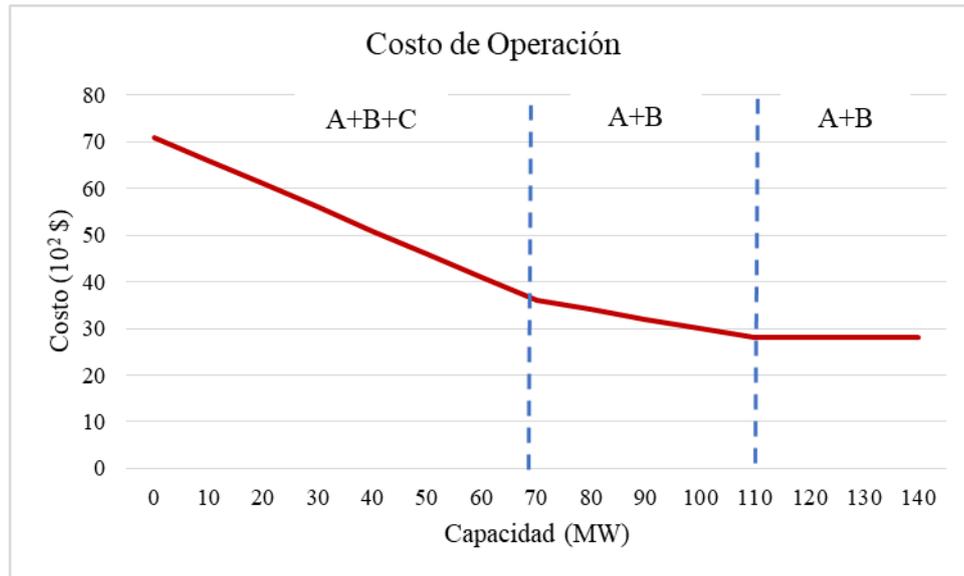
- No necesariamente si la capacidad de la línea aumenta entonces las rentas o beneficio por la congestión aumenta. Dicho de otra manera, un mayor flujo por la línea no garantiza una mayor renta de congestión. Por ejemplo, cuando la capacidad es 110 MW, el saldo por la congestión es 0 \$/h.

Dado que los costos de la generación también influyen en la formación del CMgN, las rentas también dependen de dichos costos, es decir, del costo de operación del sistema. Nótese en la siguiente tabla cómo el costo de operación (para 1 hora) varía según la capacidad.

**Tabla 2.4:** Relación entre la capacidad y el costo de operación (para el Caso N° 4).

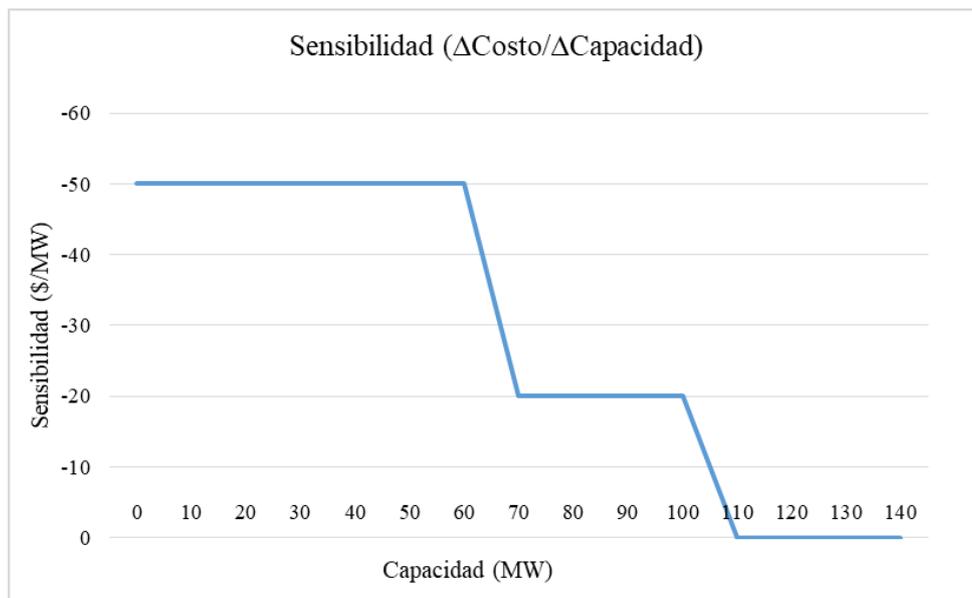
Capacidad (MW)	Costo de Operación COP (10 <sup>2</sup> \$)	Sensibilidad $\frac{\Delta\text{Costo}}{\Delta\text{Cap.}}$ ( $\frac{\$}{\text{MW}}$ )
0	71	-50
10	66	-50
20	61	-50
30	56	-50
40	51	-50
50	46	-50
60	41	-50
70	36	-20
80	34	-20
90	32	-20
100	30	-20
110	28	0
120	28	0
130	28	0

En la tabla 2.4, la sensibilidad se calculó como  $\frac{COP_i - COP_{i-1}}{Capacidad_i - Capacidad_{i-1}}$ , que muestra la razón de cambio del costo de operación respecto al cambio de la capacidad de la línea. En los siguientes gráficos, se muestra lo descrito en la tabla 2.4:



“A+B” significa que en el intervalo opera el generador A y B

**Figura 2.9:** Costo de Operación vs Capacidad (para el caso N°4).



**Figura 2.10:** Sensibilidad vs Capacidad (para el Caso 4).

De las figuras 2.9 y 2.10, se concluye lo siguiente:

- En el punto óptimo de operación del sistema, si el flujo que pasa por la línea llega al límite de su capacidad tal que produce una diferencia de precios en los nodos que une la línea, la sensibilidad se activa (es diferente a cero). Se dice entonces que la línea está congestionada. En la figura 2.10, se percibe que cuando la capacidad de la línea es menor a 110 MW, la sensibilidad es diferente de cero.

- La sensibilidad es una razón de cambio, y formalmente es el multiplicador de Lagrange ( $\mu$ ) asociado a la ecuación que restringe el flujo por la línea. En Programación Lineal, la sensibilidad hallada es el valor dual o precio sombra de la ecuación que restringe el flujo por la línea y mide el cambio del costo de operación respecto al cambio de la capacidad.

$$\mu_{línea} = \frac{\nabla(\text{Costo de Operación})}{\nabla(\text{Ecuación de límite de flujo})} = \frac{\partial \text{Costo}}{\partial F_{max}} \quad (2.18)$$

Nótese que si se multiplica  $-\mu_{línea}$  y la capacidad de la línea resulta la renta de congestión (por hora) hallada inicialmente en la tabla 2.3.

**Tabla 2.5:** Relación de Sensibilidad y Capacidad (para el Caso N°4).

Capacidad (MW)	Sensibilidad (\$/MWh)	Renta (\$)
0	50	0
10	50	500
20	50	1000
30	50	1500
40	50	2000
50	50	2500
60	50	3000
70	20	1400
80	20	1600
90	20	1800
100	20	2000
110	0	0
120	0	0
130	0	0

$$RC = -\mu_{línea} F_{max} \quad (2.19)$$

El anterior resultado (ecuación 2.19) es importante, pues conceptualmente indica que el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción de flujo de la línea permite cuantificar directamente la renta de la congestión. Además, según la ecuación (2.15) dicho multiplicador forma parte de la determinación del CMgN. Entonces, se desprende que el CMgN debe tener una componente que está en función de  $\mu_{línea}$  que valoriza la congestión. Para un sistema de red sin considerar las pérdidas:

$$(CMgN) = \left( \begin{array}{c} \text{Costo} \\ \text{generación} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{Costo} \\ \text{Congestión} \end{array} \right) \quad (2.20)$$

$$CMgN = CMgE + CMgC \quad (2.21)$$

En una red con más nodos se presenta el desafío de determinar directamente la componente asociada a la congestión dado que gracias a ella se consigue cuantificar las rentas de congestión de toda la red. El desafío es aún mayor cuando se considera pérdidas en la red de transmisión, pues entre las componentes del CMgN habrá que determinar el CMgC.

### 2.1.3. Remuneración a la red de transmisión

De lo tratado en la sección 2.1.1 y 2.1.2, se desprende que una instalación de transmisión produce dos ingresos variables en el corto plazo producto de la diferencia de CMgN entre los nodos que la instalación une:

- Ingresos por las pérdidas (marginales).
- Ingresos por la congestión o renta por congestión.

A la suma de ambos ingresos o rentas se le denomina Ingreso Tarifario (IT). Si el transmisor participara del mercado entonces recibiría un ingreso por la energía que vende en un nodo y tendrá que hacer un pago de donde retiró, en el balance neto, recibirá el IT.

$$IT = P_A \cdot CMgN_A - P_B \cdot CMgN_B \quad (2.22)$$

Sin embargo, en la práctica los transmisores no participan del mercado de corto plazo; es decir, los transmisores solo brindan sus redes para el acceso a los agentes. De lo contrario, si el transmisor participara en el mercado eléctrico comprando y vendiendo energía tendría un incentivo por congestionar sus líneas o hacer más defectuosa la operación del sistema con la finalidad de recibir más ingresos. Por lo anterior mencionado, al transmisor se le debe de garantizar una remuneración fija por periodo tarifario que le permita recuperar sus costos preestablecidos: costos de inversión, y costos de operación y mantenimiento.

En lo que concierne al presente trabajo, se resalta la importancia de desagregar el IT, separando e identificando entre lo correspondiente a las pérdidas y a la congestión. Dicha separación hace posible que se administre el ingreso por las pérdidas y con ese monto se cubra parte de los costos preestablecidos de la transmisión. En general, al desglosar el IT se

da la oportunidad a una administración más eficiente y transparente de los beneficios de la red de transmisión. Se recalca entonces la necesidad de descomponer el CMgN para así cuantificar los saldos económicos correspondientes a las pérdidas y la congestión. Nótese también que al separar formalmente el ingreso por las pérdidas y el ingreso por la congestión es posible esclarecer los pagos al servicio de la transmisión en el marco de regulatorio respectivo.

Cabe mencionar que, a pesar de que el transmisor reciba el ingreso por las pérdidas, este monto no será suficiente (a lo más 20%) para cubrir sus costos preestablecidos, esto se debe a ciertas características de la actividad de transmisión: economía de escala y naturaleza discreta de la inversión [6]. Entonces para cubrir totalmente sus costos preestablecidos será necesario remunerarlo adicionalmente con un cargo complementario denominado “peaje de transmisión”.

#### 2.1.4. Administración de la congestión

En el mercado de corto plazo, los generadores y la demanda entregan o retiran energía de acuerdo al programa del operador, luego reciben o pagan dicha energía de acuerdo al CMgN. En paralelo a dicho mercado existe también un mercado de contratos bilaterales financieros en donde los generadores y la demanda pactan para la entrega de energía a cierto precio (diferente al CMgN) que depende del contrato que acuerden entre sí.

Considérese un nuevo caso: Caso N°5, con el mismo sistema que el caso N°4. Quienes participan en el mercado de corto plazo (mercado spot) son los generadores y la demanda. No obstante, la demanda de la ciudad (en adelante “Dem. Ciudad”) ha decidido no participar directamente en el mercado, sino que licitó su consumo (150 MWh) entre los generadores con la finalidad de asegurar su suministro a un precio fijo. El resultado de la licitación fue el siguiente:

**Tabla 2.6:** Contrato de suministro para el Caso N°5.

Licitación - Dem. Ciudad		
Ganador	Consumo (MWh)	Precio (\$/MWh)
Gen. A	120	30
Gen. B	30	35

El Gen. A ofertó a 30 \$/MWh dado que en sus evaluaciones previas estimó que normalmente el CMgN en los nodos era 30 \$/MWh, además, si ofertaba a un mayor precio

entonces el Gen. B podría haberse adjudicado todo el consumo. Por otro lado, la Dem. Remota no hizo ninguna licitación y solo se abastecerá del mercado spot.

El operador del sistema y mercado definió que la capacidad de la línea sea 120 MW según el diseño de la línea. Luego, el operador halló el despacho de las unidades y procede a efectuar el balance del mercado.

**Tabla 2.7:** Balance de Mercado de Corto Plazo (Caso N°5 – Sin congestión).

Participante de Mercado	MWh	\$/MWh	\$
<b>Gen. A</b>			
Inyecta al Spot	-160	30	-4800
Retira del Spot	120	30	3600
<b>Gen. B</b>			
Inyecta al Spot	-40	30	-1200
Retira del Spot	30	30	900
<b>Dem. Remota</b>			
Retira del Spot	50	30	1500
<b>Balance (\$)</b>			<b>0</b>

Inyecta: Significa que el operador debe transferir dinero (-), es un egreso del Mercado.

Retira: Significa que el operador debe recibir dinero (+), es un ingreso para el Mercado.

Nótese que, en el balance no hay ningún saldo o renta que el operador obtiene. Esto es un resultado ya esperado que se indicó en la tabla 2.3 (Capacidad=120 MW). Ahora, cada empresa generadora realizará su balance interno, hallando sus ingresos y egresos por el mercado de corto plazo y por el contrato pactado.

**Tabla 2.8:** Balance interno por generador (Caso N°5 – Sin congestión).

Generador	MWh	\$/MWh	\$
<b>Gen. A</b>			
Costo generación	-160	10	-1600
Ingreso del Spot	160	30	4800
Egreso del Spot	-120	30	-3600
Ingreso por Contrato	120	30	3600
<b>Balance (\$)</b>			<b>+3200</b>
<b>Gen. B</b>			
Costo generación	-40	30	-1200
Ingreso del Spot	40	30	1200
Retira del Spot	-30	30	-900

Generador	MWh	\$/MWh	\$
Ingreso por Contrato	30	35	1050
Balance (\$)			+150

Nótese que el Gen. A tiene un balance a favor de +3200 \$ mientras que el Gen. B, +150 \$. Cabe mencionar que, la Dem. Ciudad no se impacta por los CMgN en el mercado pues solo tiene el compromiso de pagar de acuerdo con los contratos firmados; sin embargo, quienes son afectados por el CMgN son los generadores que retiran potencia por él.

Ahora, considérese que la línea sufrió un desperfecto (por ejemplo: cayó una terna al suelo y ha sido deshabilitada), por lo que el operador determinó que la capacidad de la línea se reduzca a 80 MW. Bajo esta condición, se halla el despacho y se efectúa el balance del mercado.

**Tabla 2.9:** Balance de Mercado de Corto Plazo (Caso N°5 – Con congestión).

Participante de Mercado	MWh	\$/MWh	\$
<b>Gen A</b>			
Inyecta al Spot	-130	10	-1300
Retira del Spot	120	30	3600
<b>Gen B</b>			
Inyecta al Spot	-70	30	-2100
Retira del Spot	30	30	900
<b>Dem. Rem</b>			
Retira del Spot	50	10	500
Balance (\$)			+1600

En este caso con congestión, se tiene un saldo de +1600 \$ que el operador recaudaría. Esto es un resultado ya esperado que se indicó en la tabla 2.3 (Capacidad=80MW).

Luego, cada empresa generadora realizará su balance interno de la misma forma como se hizo para el caso sin congestión.

**Tabla 2.10:** Balance interno por generador (Caso N°5 – Con congestión).

Generador	MWh	\$/MWh	\$
<b>Gen. A</b>			
Costo generación	-130	10	-1300
Ingreso del Spot	130	10	1300
Egreso del Spot	-120	30	-3600

Generador	MWh	\$/MWh	\$
Ingreso por Contrato	120	30	3600
Balance (\$)			0
<b>Gen. B</b>			
Costo generación	-70	30	-2100
Ingreso del Spot	70	30	2100
Retira del Spot	-30	30	-900
Ingreso por Contrato	30	35	1050
Balance (\$)			+150

El Gen. B continúa teniendo el mismo beneficio; sin embargo, quien se ha afectado ha sido el Gen. A dado que ahora ya no tiene ningún beneficio. La Dem. Ciudad no se afecta dado que le continuará pagando el mismo precio pactado en la licitación.

**Tabla 2.11:** Efecto negativo de la congestión sobre el Gen. A.

Caso	Balance Gen. A
Sin congestión	+3200 \$
Con congestión	0 \$

A partir del caso N°5 anteriormente estudiado se puede resaltar lo siguiente:

- La congestión hizo variar el CMgN afectando a los participantes del mercado. En general, se dice que los agentes han sufrido un riesgo por la congestión. Dicho riesgo se puede producir por indisponibilidad de líneas o restricciones operativas en la red.
- La variación del CMgN impone un riesgo a los participantes del mercado. En el caso N°5 – Con congestión, la Dem. Remota se vio beneficiada pues redujo su pago de 1500 \$ a 500 \$; por otra parte, el Gen. A se vio afectado negativamente (véase tabla 2.11). En general, en sistemas más complejos, dicha variación del CMgN es un riesgo para cualquier agente y se puede convertir en una barrera a la hora de contratar. Por ejemplo, si el Gen. A hubiese tenido en cuenta dicho riesgo entonces posiblemente hubiera ofertado a un mayor precio en su contrato, transfiriendo entonces el riesgo a la demanda; por tanto, se reduce su capacidad de negociar. Finalmente, en una red de varios nodos y líneas, mientras más lejos esté el generador de la demanda menos “cobertura” tendrá para contratar por más eficiente (bajo costo de operación) que sea.

Como se indicó en la sección 2.1.2, y ahora en el caso N°5-Con Congestión, hay un saldo (renta de congestión) que el operador obtiene o recauda luego efectuar el balance de mercado. Estas rentas de congestión pueden calcularse antes de ejecutarse el programa de

despacho, e inclusive publicarse para conocimiento de los agentes; sin embargo, esas rentas son un monto estimado pues en realidad, las rentas se determinarán luego de ejecutarse el despacho. El punto es que dicho saldo debe ser administrado en beneficio de los participantes del mercado; por tanto, debe retornarse a los participantes o agentes del mercado con la finalidad de reducir el riesgo económico producido por la congestión. Una de las formas de asignar dicha renta es a través de un instrumento denominado Derechos Financieros de Transmisión (en inglés, *Financial Transmission Rights FTRs*).

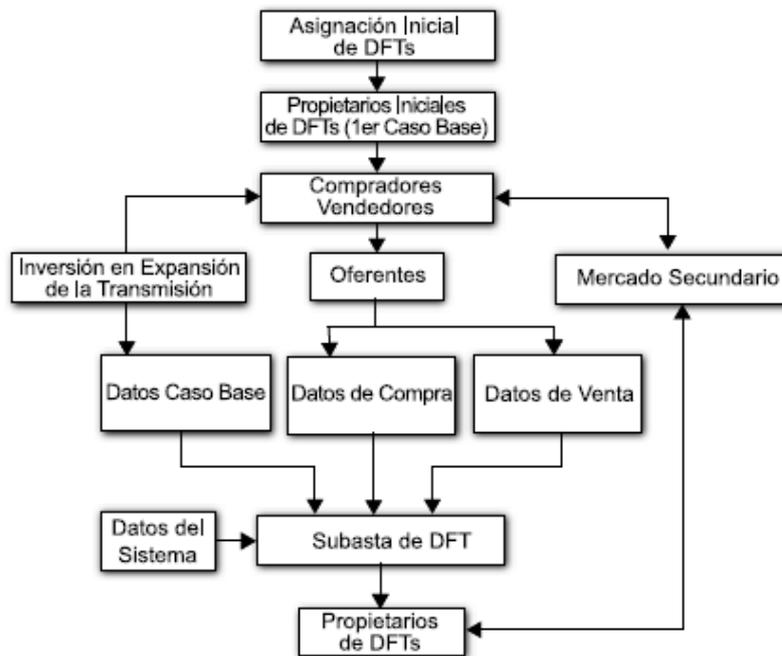
Los FTRs confieren a su propietario una compensación económica que mitiga el efecto de la congestión. Estos derechos son instrumentos financieros, administrados y promovidos por el operador [17]. En el caso N°5 – Con Congestión, si el Gen. A se hubiese hecho propietario de la renta determinada por el operador, entonces cuando se liquida el mercado hubiese recibido dicho monto dándole un balance económico positivo pese a la congestión. Por tanto, el Gen. A tendrá un menor riesgo.

**Tabla 2.12:** Balance del generador A incluyendo FTRs

Generador	MWh	\$/MWh	\$
Gen. A			
Costo generación	-130	10	-1300
Ingreso Spot	130	10	1300
Egreso Spot	-120	30	-3600
Ingreso Contrato	120	30	3600
Ingreso FTR	80	(30-10)	1600
Balance (\$)			+1600

“(30-10)”: hace referencia a la diferencia de CMgN entre los nodos que une la línea. Véase ecuación 2-16.

El mecanismo para la asignación de los FTRs depende de las particularidades del diseño de cada mercado, y merece un estudio muy profundo que escapa del enfoque del presente trabajo. No obstante, se puede mencionar que, en general, dichos FTRs son subastados a cierto precio máximo y cantidad que determina el operador días antes de ejecutarse el despacho, y se asigna al agente que más pague por él, es decir, el agente con mayor expectativa, pudiéndose luego revenderlo en un mercado secundario como se describe en la figura 2.11.

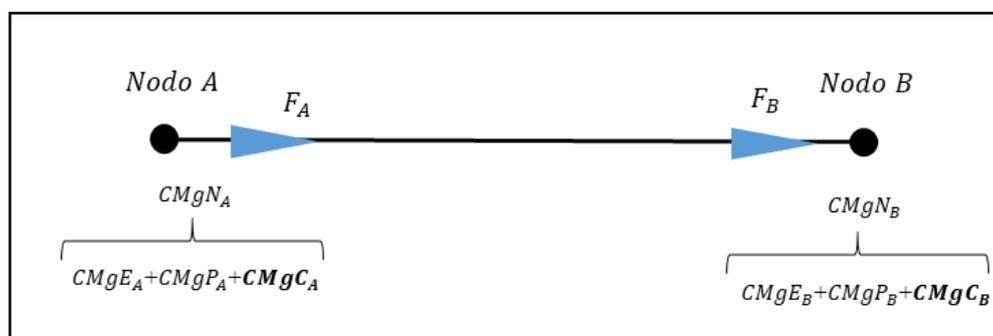


**Figura 2.11:** Estructura general de un mercado para FTRs (o en castellano DFTs). Fuente: [17].

En 1999 se iniciaron tres primeros mercados de FTRs en: PJM (Pennsylvania, New Jersey y Maryland), NYISO (New York) y CAISO (California). Posteriormente se implementó en otros mercados de Estados Unidos, Nueva Zelanda, el Mercado Eléctrico Regional de América Central y el Mercado Mayorista de México [17].

Lo que se debe resaltar de lo desarrollado en la presente sección, es que antes de administrar la renta de congestión, es necesario primero cuantificarla y para ello se debe valorizar solo la congestión separándolo de las pérdidas; es decir, se necesita separar las componentes del CMgN.

$$RC = F_A \cdot CMgC_A - F_B \cdot CMgC_B \quad (2.23)$$



**Figura 2.12:** Definición de las rentas de congestión entre dos nodos (red con pérdidas).

## 2.2. Necesidad de un nuevo método para la descomposición del CMgN

De lo expuesto en la sección 2.1.1 y 2.1.2, en una red donde se considera las pérdidas óhmicas y el límite de flujo por las líneas, el CMgN internaliza las componentes que valorizan las pérdidas y la congestión.

$$CMgN = CMgE + CMgP + CMgC \quad (2.24)$$

Dada la importancia de cada de las componentes se requiere de un modelo o formulación matemática que permita determinar cada componente del CMgN. Además, no bastará con solo aplicar directamente la formulación matemática; sino que se requiere de un método que incorpore un modelamiento más exacto del sistema eléctrico, de esta manera, se garantiza que el CMgN y sus componentes reflejen la operación real del sistema.

Se han realizado investigaciones relacionadas a la descomposición del CMgN, se menciona las siguientes:

- En la referencia [1], se brinda fórmulas matemáticas para determinar cada una de las componentes del CMgN. Sin embargo, no precisa el cálculo de las variables que requieren las fórmulas. Además, las fórmulas y los resultados son dependientes de la elección de la barra de referencia.
- En la referencia [18], se formula un modelo de flujo óptimo DC con pérdidas (modelo DCOPF-*with-losses*) diferente al tradicional en cuyas restricciones está contenida: la ecuación de pérdidas del sistema y una inecuación que limita el flujo por la línea. Dicho modelo permite descomponer directamente el CMgN usando los multiplicadores de Lagrange de las restricciones mencionadas. Sin embargo, el CMgN es dependiente de la elección de la barra de referencia.
- En la referencia [19], se propone un modelo DCOPF-*with-losses* similar a la referencia [18], la principal diferencia está en que se añade un vector (llamado “D”) a la ecuación de flujo DC de la línea del modelo, cuya función es distribuir las pérdidas del sistema a cada nodo; de esta manera, se logra que el CMgN y su componente de congestión sean independientes de la barra de referencia. Sin embargo, el vector “D” que usa es prefijado, es decir, que se determina antes de resolver el modelo DCOPF-*with-losses*, este detalle finalmente distorsiona el cálculo del CMgN respecto a la operación real pues en la realidad no hay una distribución de pérdidas fija en el sistema.

- En la referencia [20], se propone un algoritmo que contiene el modelo DCOPF-*with-losses* de la referencia [19] que desagrega el CMgN, además, en el algoritmo se calcula iterativamente el vector “D” a través de un flujo AC. Sin embargo, en la referencia no se desarrolla el cálculo en AC de la sensibilidad de las pérdidas, el cual es más complejo en comparación a modelos que solo usan flujo DC como las referencias [18] [19].

Por tanto, el método que se pretende desarrollar reúne los aportes de los anteriores trabajos e implementa nuevos criterios que permitan superar las deficiencias anteriormente mencionadas y alcanzar los objetivos propuestos. Respecto a dicho método<sup>7</sup> se debe mencionar lo siguiente:

- Debe contener un modelo de flujo óptimo en cuya formulación matemática posea la ecuación de las pérdidas de la red y una inecuación que limite el flujo por la línea. De esta manera, el CMgN internalizará el efecto de las pérdidas y la congestión
- Debe contener la formulación matemática que desagrega el CMgN en sus 3 componentes.
- El CMgN y su componente de congestión deben ser independientes de la elección de la barra de referencia. De lo contrario, puede originarse un perjuicio económico para los agentes dependiendo de dónde se ubiquen respecto a la barra de referencia. Por tanto, es necesario que cualquier renta o saldo económico que se transfiera en el mercado sea independiente de la barra de referencia.
- El cálculo de las pérdidas y su sensibilidad asociada debe ser mediante flujo AC, de esta manera, los resultados son más exactos respecto a la realidad. Como se sabe, el modelamiento más exacto de la red de transmisión es empleando ecuaciones de flujo AC y no en flujo DC.
- La implementación de flujo AC dentro del método hace propenso a la no convergencia, por lo que el método a desarrollar debe incluir criterios que superen dicha dificultad.
- Todas estas necesidades serán cubiertas y desarrolladas a medida que el método se describa formalmente en el siguiente capítulo.

---

<sup>7</sup> Cuando se menciona “método”, se refiere a un algoritmo que contiene dentro de su estructura a uno o varios modelos matemáticos.

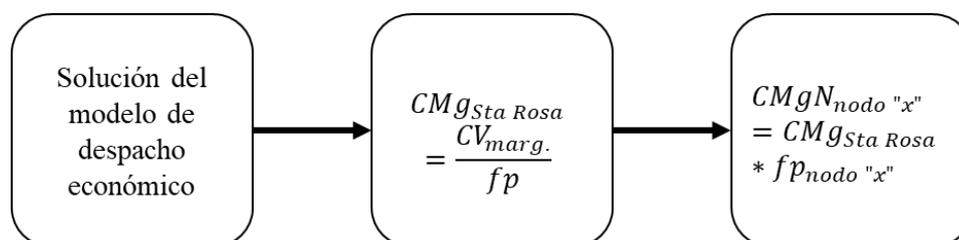
A continuación, se identificará la importancia y necesidad de descomponer el CMgN en el contexto peruano, es decir, en el Mercado Mayorista de Electricidad en el Perú.

### 2.3. Mercado Mayorista de Electricidad (MME) del Sistema Eléctrico Peruano

La industria eléctrica en el Perú ha ido evolucionando según los avances tecnológicos en el mundo (por ejemplo: aparición de centrales de ciclo combinado) y las crisis internas en el propio sector o inclusive en otros como el gas, que ameritaban reformas de carácter técnico y normativo. En lo que concierne a la presente sección, se enfoca al Mercado Mayorista de Electricidad (MME) el cual engloba el mercado de las transferencias entre agentes en base al CMgN (Mercado de Corto Plazo) y también las medidas complementarias que influyen en el cálculo del CMgN.

En la siguiente sección, se hace un recuento de ciertas normas que fueron cambiando el diseño del MME, las medidas que cambiaron el método de cálculo del CMgN y el inicio de un nuevo MME. En principio, el Mercado de Corto Plazo (MCP) en el Perú, se basa en un mercado por costos auditados, donde el COES SINAC<sup>8</sup>, quien es el operador del sistema y mercado, en base al mínimo costo total de operación determina el despacho de las unidades sujeto a las restricciones de la red; de dicho cálculo deriva el CMgN en cada nodo al cual se valoriza las entregas y retiros de potencia y energía.

El cálculo del CMgN (para las valorizaciones) desde el 2008 hasta finales del 2017, se basaba en un método que trasladaba CMgN de la S.E. Santa Rosa 220 kV a las barras de transferencia del sistema a través de un denominado factor de pérdidas marginales (f.p.). El proceso general se describe en la siguiente figura:



**Figura 2.13:** Método de cálculo del CMgN usado antes del 2017 en el Perú.

El proceso mostrado indica que inicialmente se halla el despacho de las unidades de generación a través de un modelo de despacho económico. Dicho modelo también arroja

<sup>8</sup> COES SINAC: Comité de Operación Económica del Sistema Interconectado Nacional. Suele denominarse también “COES”.

los CMgN en cada nodo del sistema, a partir de los cuales se calcula el f.p. para cada nodo (cociente de la división de CMgN de la barra y el CMgN de la barra Santa Rosa). Luego, se calcula el  $CMg_{Sta. Rosa}$  como el cociente de la división del costo variable de la unidad cuyo costo variable es mayor ( $CV_{marg}$ ) tal que dicha unidad esté en la capacidad de entregar una unidad adicional de energía, entre el f.p. del nodo al cual se conecta dicha unidad de generación. Finalmente, para hallar el CMgN en cada nodo, se usa el  $CMg_{Sta. Rosa}$  y se multiplica por el f.p. del nodo para el cual se desea hallar el CMgN. Según el enfoque del presente trabajo, se observa lo siguiente de dicho método:

- El factor de pérdidas marginales resulta ser:  $f.p = 1 - \frac{\partial P_{Loss}}{\partial pt_n}$ .
- Cuando se “traslada” el CMgN de la barra Santa Rosa a otras barras, se está asumiendo que en la barra de Santa Rosa el f.p. es igual a 1 (barra de referencia) y se está aplicando el siguiente concepto (véase la sección 1.3.4):

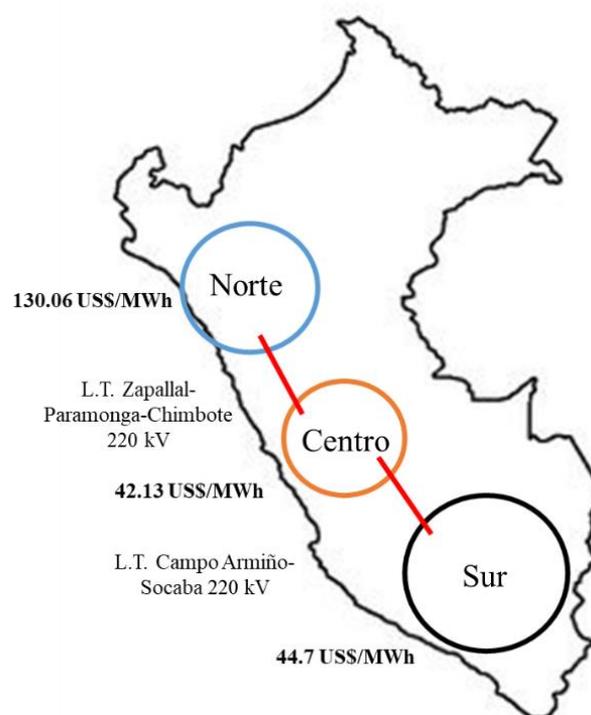
$$\frac{\partial C_n}{\partial pt_n} = \lambda \cdot \left(1 - \frac{\partial P_{Loss}}{\partial pt_n}\right) \quad (2.25)$$

$$CMgN_{nodo "x"} = CMg_{Sta.Rosa} \cdot (fp) \quad (2.26)$$

- El hecho de usar el costo variable medio (a potencia efectiva) de la unidad de generación en vez del costo marginal de producción (o costo incremental), introduce un error en el cálculo del CMgN. De lo expuesto en la sección 1.7.1, solo cuando el precio es igual al costo incremental se garantiza la maximización del beneficio social; por tanto, el hecho que el precio sea igual a un costo variable medio no garantiza dicha maximización.
- El CMgN hallado mediante la ecuación (2.26) no toma en cuenta el límite de flujo en las líneas por capacidad. En otras palabras, si el flujo por una línea llega al 100% de la capacidad de la línea, entonces el CMgN hallado en los nodos del sistema no internaliza dicho efecto de la congestión; por lo que no representa una señal de eficiencia económica para el sistema.
- Finalmente, bajo dicho método de cálculo, no es posible desagregar el CMgN en tres componentes (energía, pérdidas marginales y congestión).

Siguiendo con la evolución del MME, entre los años 2007 y 2008, el crecimiento de la generación termoeléctrica se focalizó en el centro (distrito de Chilca) debido al suministro de gas natural disponible en dicha zona dado por el gasoducto (usado desde el 2004). Sin embargo, dado que el sistema de transmisión no se había expandido lo suficiente para

evacuar la generación desde el centro hacia el norte y sur, entonces era inminente que el CMgN en el centro se diferenciaría significativamente con el norte y el sur producto de la congestión en la transmisión. Nótese la diferencia de CMgN en zonas del Perú en la siguiente figura.



**Figura 2.14:** Efecto de la congestión en el sistema peruano por el año 2007.

Dicho riesgo introducido por la diferenciación del CMgN producto de la congestión en la transmisión, hizo que los generadores trasladaran precios altos a la demanda (clientes libres y regulados). A la problemática de la transmisión descrita, se sumó en el año 2009, la congestión no prevista en el gasoducto surgiendo el problema de que había suficiente potencia instalada en el centro pero que no se podía usar debido a la escasa capacidad de transporte de gas. Finalmente, los problemas de congestión en la transmisión y en el gasoducto hicieron que en el sistema operaran unidades de mayor costo (por ejemplo: carbón o diésel).

En consecuencia, el Gobierno implementó medidas (normas) para mitigar los riesgos mencionados en el MCP: (i) Incentivando la inversión en transmisión (líneas de 500 kV y 220 kV), (ii) Modificando el método de cálculo del CMgN. Entre las normas relacionadas con (ii), se resalta el decreto de urgencia DU-049-2008, el cual dictaminaba que el CMgN se calcule en base al método descrito en la figura 2.13, pero considerando que no hay restricción

en la transmisión eléctrica<sup>9</sup> y tampoco restricción en el suministro o transporte de gas; de esta manera, se forzaba a que el CMgN sea más bajo (alrededor de 30 US\$/MWh) dado que solo internalizaba las pérdidas. Para cerrar el balance económico, los costos de generación no cubiertos por dicho CMgN “idealizado” eran finalmente trasladados a la demanda a través de cargos complementarios.

En suma, el MCP continuaba funcionando con un CMgN idealizado hasta que el DU-049-2008 venciera, lo cual ocurrió el 2 de octubre del 2017. Hasta dicha fecha, se preparó un marco normativo de un nuevo reglamento del mercado; y en cuanto a la transmisión, se integraron al sistema líneas de 500 kV que conectaban el norte-centro-sur (por ejemplo: Chilca-Marcona-Montalvo-Moquegua y Carabayllo-Chimbote-Trujillo-La Niña); y en cuanto al transporte de gas, la capacidad del gasoducto Malvinas-City Gate se amplió. Por consiguiente, un nuevo reglamento entró en vigor a partir del 1 de enero del 2018, del cual se extrae lo siguiente:

- El Mercado Mayorista de Electricidad (MME) está constituido por el Mercado de Corto Plazo (MCP), mecanismos de pago de servicios complementarios y otros pagos colaterales para la correcta operatividad del SEIN. El MCP es el mercado de las transferencias de energía y potencia valorizadas a CMgN.
- Los participantes del MME son: generadores (únicos que pueden vender), distribuidores (para atender hasta un 10% de sus clientes libres) y grandes usuarios (para atender hasta 10% de su máxima demanda).
- El CMgN debe ser calculado en intervalos de 30 min tomando en cuenta el despacho en tiempo real<sup>10</sup>.
- El CMgN debe ser desagregado en dos componentes: Costo Marginal de Energía y Costo Marginal de Congestión.
- El Costo Marginal de Congestión permite el cálculo de las rentas de congestión que se asigna entre los participantes del MME de acuerdo con los procedimientos técnicos del COES.

---

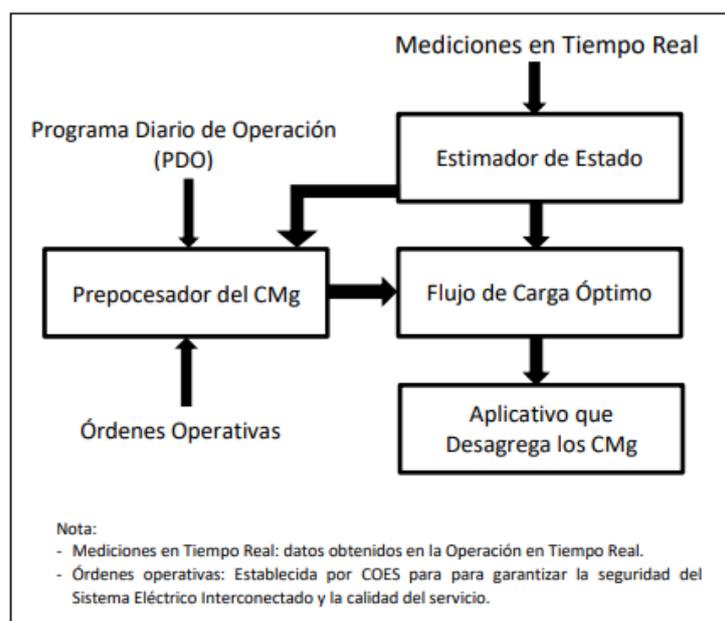
<sup>9</sup> El método consistía en que luego de calcular el despacho, cuando en la solución del modelo se percibía líneas en congestión, entonces se añadía una línea más entre los nodos en congestión. En realidad, era una línea “virtual” la que se añadía en el modelo, pues en realidad dicha línea no existía físicamente.

<sup>10</sup> Esta especificación es discutible, dado que en el flujo óptimo para el cálculo del CMgN en tiempo real, se usa como dato de entrada el valor agua calculado en el programa diario (elaborado el día anterior) como costo incremental de las centrales hidroeléctricas asociadas a embalses.

- El COES debe de emplear modelos matemáticos que permitan la descomposición del CMgN.

Dicho reglamento comenzó a funcionar conjuntamente con nuevos procedimientos técnicos relacionados a la operación del MME. Entre los procedimientos (PR) de mayor relevancia se cita al PR-7, el cual plantea un nuevo método para el cálculo y desagregación del CMgN.

El método de cálculo se resume en la figura 2.15.



**Figura 2.15:** Método de cálculo y descomposición del CMgN, usado a partir de enero del 2018 en adelante. Fuente: PR-7 del 2018.

Del método planteado en el PR-7 se resalta lo siguiente:

- El método tiene incorporado un modelo de flujo óptimo DC (DCOPF) que incluye las pérdidas de transmisión, es decir, incorpora un modelo DCOPF-*with-losses*, cuya formulación matemática recoge criterios de la referencia [19].
- Inicialmente, el modelo reproduce la generación de las unidades y los flujos en la red que se dan en tiempo real a través de las señales del estimador de estado. En adición, toma en cuenta las restricciones operativas y datos como el valor agua del programa diario o reprograma en tiempo real. Una vez hallado el punto óptimo de operación que refleja la operación en tiempo real, se procede a descomponer el CMgN.

- El Costo Marginal de Energía que halla el modelo, es en realidad, la suma de la componente de energía (CMgE) y pérdidas (CMgP) que el presente trabajo especifica.
- El CMgN hallado y su componente de congestión son independientes de la barra de referencia<sup>11</sup>.

Dado que el modelo implementado por el operador recoge los criterios de la referencia [19], contiene puntos a mejorar como los citados en la sección 2.2; que son justamente parte de los objetivos del método que presenta este trabajo.

Por otro lado, este nuevo MME es un mercado que tiene implementado mecanismos que permitan enfrentar el riesgo de la variación del CMgN producido por indisponibilidad de instalaciones de la red de transmisión u otras restricciones operativas. En otras palabras, propicia la administración de la congestión y un cálculo de CMgN que brinde una señal de eficiencia y sin medidas que lo distorsionen como las dictaminadas por el DU-049-2008.

Cabe mencionar que, respecto a la administración de la congestión, el COES calcula las rentas de congestión luego de ejecutarse el despacho y dichas rentas las asigna a los agentes según la componente CMgC del nodo al que se conectan y el retiro de energía realizado. Este cálculo y asignación se detalla en el PR-45 (“Asignación de las rentas por congestión”).

Para finalizar, a continuación en las figuras 2.16, 2.17 y 2.18 se brindan algunos casos reales del sistema peruano donde se advierte la necesidad de la descomposición del CMgN para valorizar la congestión y luego administrarla.

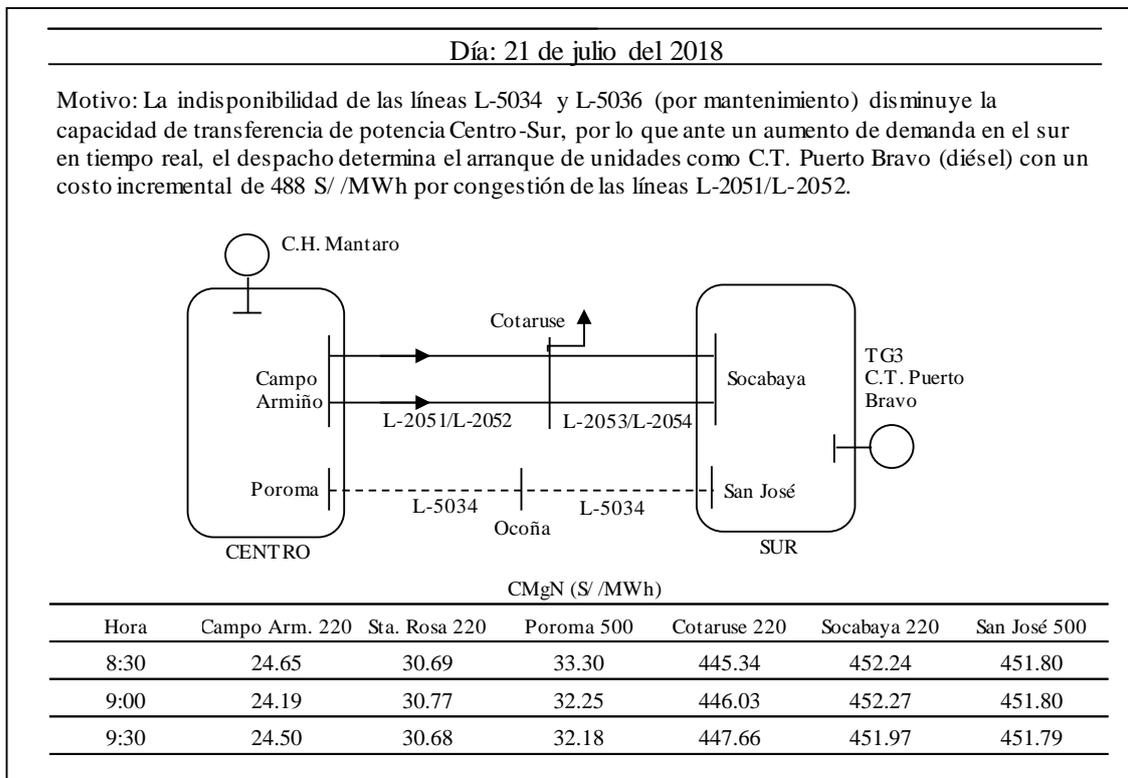
Por lo expuesto, la necesidad de un método para descomponer el CMgN es un tema de interés en el Perú, dado que su desagregación es el primer paso para que luego pueda implementarse mecanismos (como las transferencias de rentas de congestión) que den mayor cobertura a los agentes permitiéndoles enfrentar la variaciones significativas del CMgN, o más aún para que en un futuro se creen mercados de FTRs que operen como parte del Mercado Mayorista, tal como se da en otros mercados en el mundo como se vio en la sección 2.1.4.

Así mismo, se resalta el hecho de que el COES SINAC ha empleado hasta ahora (años 2018 y 2019) un método para el cálculo y descomposición del CMgN basado en la referencia [19]. Ahora, en este presente trabajo se presenta un método diferente cuyo

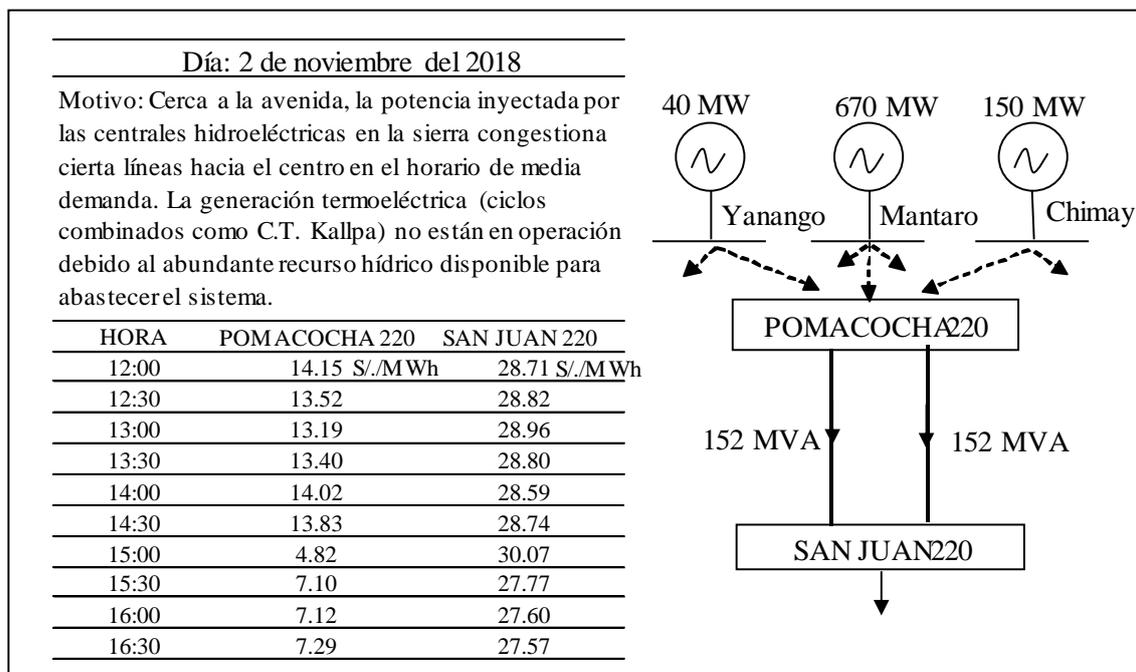
---

<sup>11</sup> Este requerimiento es parte del método que implementa el presente trabajo.

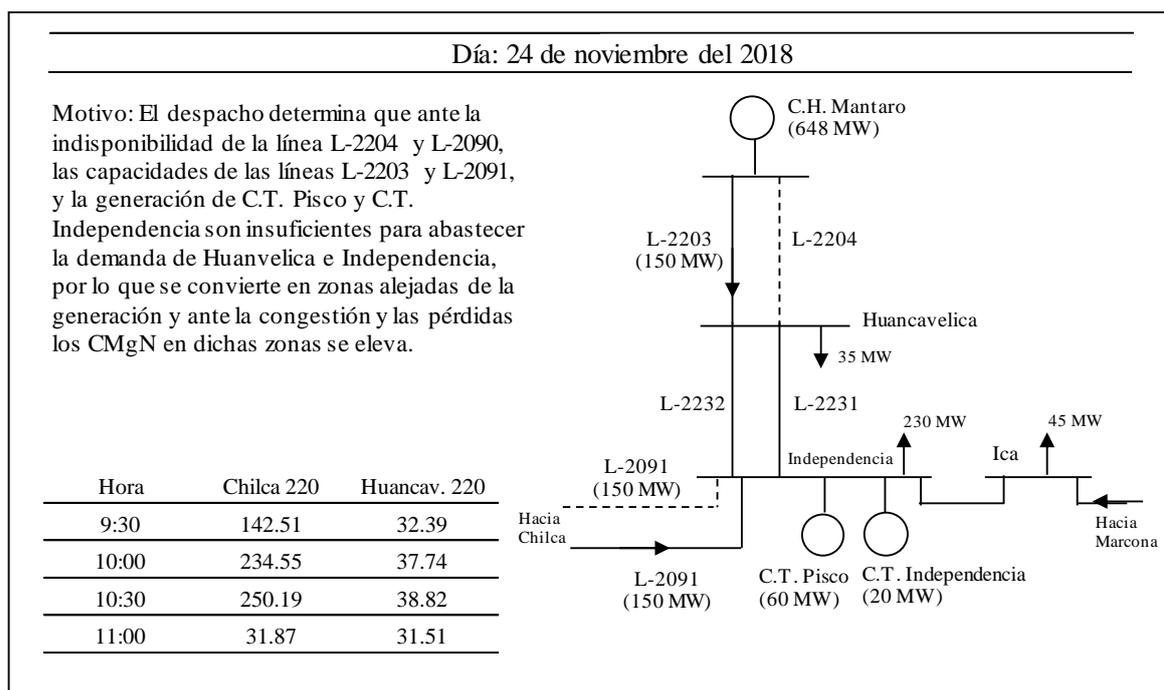
objetivo sea el mismo (calcular y descomponer el CMgN) pero considerando cálculos como el flujo AC y entre otros que convierte al método de esta tesis en uno más exacto.



**Figura 2.16:** Congestión en el enlace Centro - Sur.



**Figura 2.17:** Congestión en líneas de Mantaro – Pomacocha.



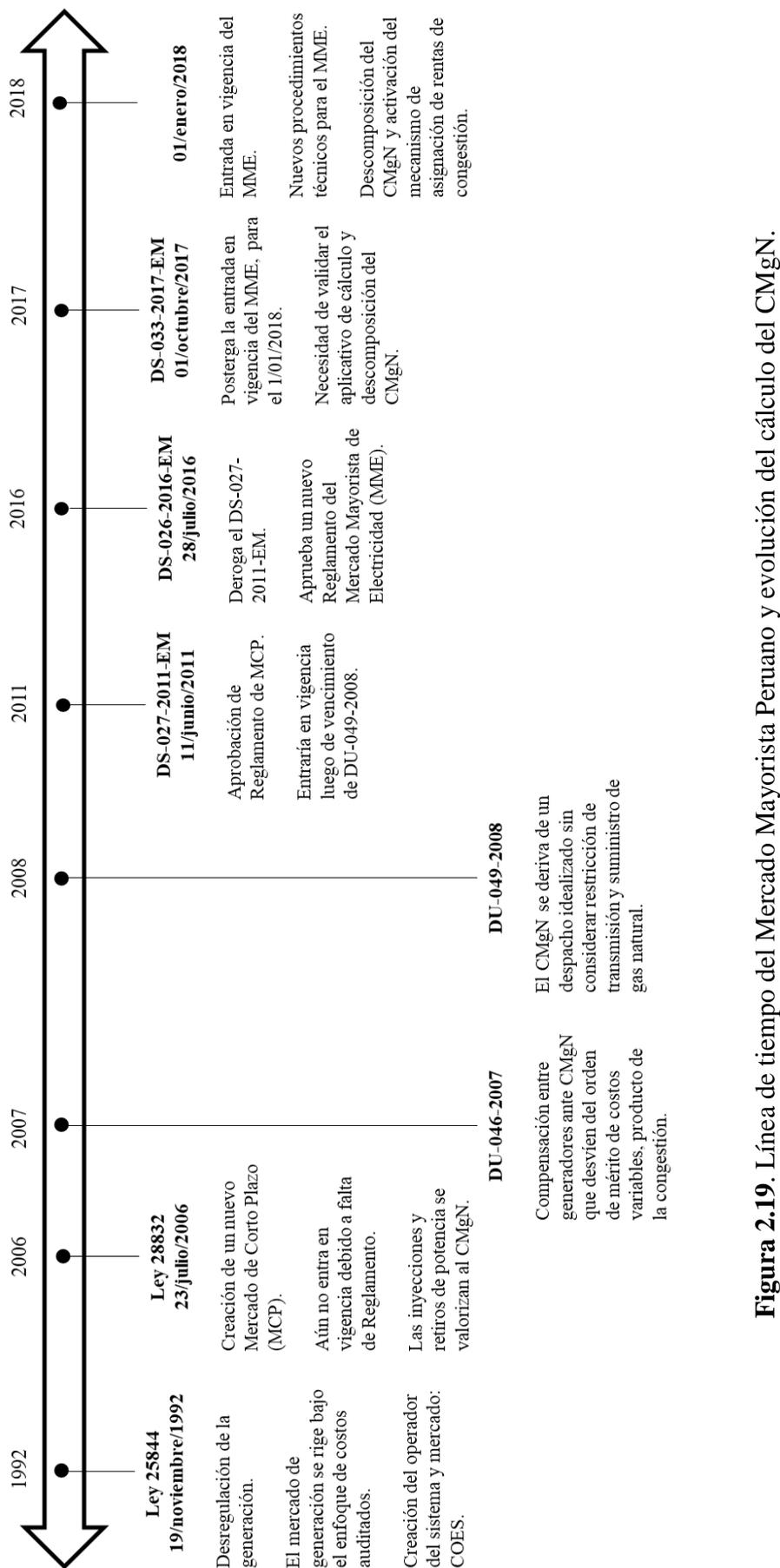
**Figura 2.18:** Congestión en las líneas Mantaro-Huancavelica y Chilca-Independencia.

### 2.3.1. Resumen del marco normativo del MME

A continuación, se presenta una línea de tiempo donde se citan normas que influyeron en la evolución del Mercado Mayorista del sistema peruano y en especial, aquellas que influyeron en el cálculo del CMgN.

En la línea de tiempo se muestra que a partir del 1 de enero del 2018 entró en vigor un mercado cuyo CMgN debe descomponerse. Dicha descomposición es necesaria para implementar el mecanismo de rentas de congestión.

El método de cálculo y descomposición del CMgN, y el detalle del mecanismo de las rentas de congestión se especificaron en los procedimientos técnicos (PR) que el operador debe de aplicar para el correcto funcionamiento del MME. Dichos procedimientos técnicos se encuentran publicados en la página web del COES.



**Figura 2.19.** Línea de tiempo del Mercado Mayorista Peruano y evolución del cálculo del CMgN.

## CAPÍTULO III

### FORMULACIÓN DEL MÉTODO

#### 3.1. Concepto del Método

El método desarrollado tiene el objetivo de descomponer el Costo Marginal Nodal en tres componentes: (i) Costo Marginal de Energía (CMgE), (ii) Costo Marginal de Pérdidas (CMgP), (iii) Costo Marginal de Congestión (CMgC). Para llegar a dicho resultado, el método empleará cálculo de flujo DC y el cálculo de flujo AC para hallar las variables necesarias que requieren las fórmulas de descomposición.

El método (o algoritmo) que se describirá es un proceso iterativo que se conforma por una serie de pasos para finalmente llegar el objetivo propuesto.

El método se concibe por la siguiente idea: No solo basta con aplicar las fórmulas matemáticas que descomponen el CMgN, sino que también es imprescindible un cálculo más exacto de cada una de las variables o parámetros requeridos por las fórmulas. Cuando se menciona un cálculo “exacto”<sup>12</sup>, se hace mención a un cálculo que refleje lo más cercano posible la operación real de un sistema. Dicho cálculo permitirá que las fórmulas brinden resultados fidedignos a la realidad.

En esencia, el método inicia en un modelo de flujo óptimo DC con pérdidas (modelo DCOPF-*with-losses*), formulado como un problema de programación lineal, cuya solución servirá luego para el cálculo de las pérdidas, distribución y pérdidas marginales; dicho cálculo se realiza empleando ecuaciones de flujo DC y sus resultados se vuelven a ingresar al modelo DCOPF-*with-losses* para que nuevamente se solucione. Este proceso se hace por unas iteraciones hasta cierta tolerancia, y luego la solución del modelo DCOPF-*with-losses* sirve para un cálculo de flujo AC, del cual se halla también las pérdidas, distribución y pérdidas marginales; estos cálculos en AC se ingresarán al modelo DCOPF-*with-losses*. Esta interacción recursiva del modelo DCOPF-*with-losses* con el flujo AC se lleva a cabo

---

<sup>12</sup> Se ha preferido usar el término “exacto” en vez de “preciso”, pues formalmente, “exactitud” se refiere a la proximidad entre el valor calculado y el valor verdadero; es decir, que mientras más “exacto” sea el resultado del cálculo entonces hay menos error.

iterativamente hasta cumplir con cierta tolerancia. Finalmente, se descompone el CMgN empleando ciertas fórmulas matemáticas para las cuales se requiere resultados del modelo DCOPF-*with-losses* y el flujo AC.

De lo descrito en el párrafo anterior, el método se puede dividir en las siguientes partes:

- i. Solución de un modelo de flujo óptimo DC con pérdidas (modelo DCOPF-*with-losses*).
- ii. Cálculo de las pérdidas, distribución y factor de pérdidas marginales mediante flujo DC.
- iii. Cálculo de las pérdidas, distribución y factor de pérdidas marginales mediante flujo AC.
- iv. Cálculo y descomposición del CMgN.

Cabe mencionar que, entre los cálculos (i), (ii) y (iii) hay una transferencia de información iterativa que permite un cálculo más exacto del despacho; por consiguiente, en el cálculo (iv), sus resultados son más cercanos a la operación real del sistema.

El método calcula y desagrega el Costo Marginal Nodal de Corto Plazo en una sola etapa sin resolución adicional. Por ejemplo, en un programa de operación<sup>13</sup> de horizonte diario con resolución horaria se conocen las unidades disponibles en cada hora, entonces este método se podrá aplicar en cada hora de dicho programa. Por tanto, este método calcula y desagrega el CMgN en una determinada etapa del sistema, donde se conocen las unidades disponibles, la configuración de la red de transmisión y la demanda de activos y reactivos de cada barra, sin comprometer a otra etapa del sistema.

Como datos iniciales necesarios para la aplicación del método debe considerarse:

- En cuanto a la generación: la curva de costo de los generadores termoeléctricos, valor del agua para los generadores hidroeléctricos, límites de generación de potencia activa y reactiva de las unidades y tensión que controlan en la barra del sistema a la cual se conecta cada generador
- En cuanto a la transmisión: topología de la red, valores de los componentes del modelo pi de cada línea (resistencia, reactancia y capacitancia) y capacidad máxima

---

<sup>13</sup> Un programa de operación se refiere al plan de operación del sistema en donde se asigna el nivel de generación (despacho) de las unidades en cada etapa de dicho programa. Dicho programa resulta de la optimización de la operación del sistema en el horizonte requerido. Por ejemplo, en un programa de operación diario, se asigna la potencia que inyecta cada generador para cada hora del día. Nótese, que este programa diario servirá como marco referencial para la toma de decisiones del despacho en cada hora.

de cada línea. En caso haya equipos de compensación reactiva como: capacitores o SVCs, también podrá considerarse.

- En cuanto a la demanda: valor de la potencia activa y reactiva en cada barra, y el costo por el déficit de energía (\$/MWh).

### 3.2. Descripción básica de los pasos del método

Dado que inicialmente las pérdidas no se conocen, el proceso del método inicia considerando el sistema eléctrico con red de transmisión pero sin pérdidas.

En la iteración N°1: Primero, se soluciona el modelo DCOPF-*with-losses* mediante técnicas de programación lineal; segundo, como resultado del modelo DCOPF-*with-losses* se tiene los flujos DC por las líneas, a partir de estos flujos se calcula el factor de pérdidas marginales, distribución pérdidas y pérdidas totales. Todos los cálculos mencionados se realizan usando ecuaciones que involucran a flujo DC, por ejemplo, las pérdidas por las líneas se hallan multiplicando la resistencia y el flujo DC al cuadrado.

En la iteración N°2, se seguirá los mismos pasos que la iteración N°1, a excepción que ahora se solucionará el modelo DCOPF-*with-losses* incluyendo el factor de pérdidas marginales, distribución y pérdidas hallados en la iteración N°1.

Así sucesivamente se hará hasta la iteración N° “X”. Puede ser la iteración N°3, 4, 5, etc. Inclusive, hasta esa iteración N° “X”, se emplea ecuaciones que involucran a flujo DC. Para proceder al siguiente proceso (cálculo de flujo AC), será necesario cumplir la tolerancia  $\epsilon_{dc}$  o que el número de iteraciones sea igual a que  $it_{dc\ máx}$ .

En la iteración N° “X+1”; primero, se soluciona el modelo DCOPF-*with-losses* incluyendo las pérdidas, distribución y factor de pérdidas marginales halladas de la iteración N° “X”; segundo, los despachos obtenidos serán el dato de entrada o *input* para realizar el cálculo de flujo AC; tercero, se hallan el factor de pérdidas marginales, distribución y pérdidas empleando las ecuaciones completas de flujo AC de potencia activa y reactiva. Es a partir de esta iteración N° “X+1”, donde se afinan más los cálculos de despacho, flujos por las líneas, pérdidas, tensión, etc., dado que se utilizan ecuaciones completas de flujo AC.

Para la iteración N° “X+2”, se seguirán los mismos pasos que la iteración N° “X+1” a excepción que ahora se solucionará el modelo DCOPF-*with-losses* incluyendo el factor de pérdidas marginales, distribución y pérdidas de la iteración N° “X+1” en el cual se realizó el cálculo de flujo AC. Nuevamente, se calculará un flujo AC usando los despachos de la

solución del modelo DCOPF-*with-losses* y también se calculará el factor de pérdidas marginales, distribución y pérdidas.

Así sucesivamente se hará hasta que el despacho de la iteración final menos los despachos de la penúltima iteración cumplan la tolerancia  $\epsilon_{ac}$ , y se haya cumplido también con un número mínimo de iteraciones  $it_{ac \min}$  con flujo AC; alternativamente, para evitar bucles infinitos, hay un número máximo de iteraciones  $it_{m\acute{a}x}$ . de todo el proceso del método.

Finalmente, con la última solución del modelo DCOPF-*with-losses* se calculará el CMgN y sus componentes aplicando las fórmulas matemáticas para la descomposición del CMgN; en dicha formulación se emplearán el factor de pérdidas marginales, distribución y pérdidas de la última iteración en el cual se utilizó flujo AC. Es importante mencionar lo siguiente acerca del proceso descrito:

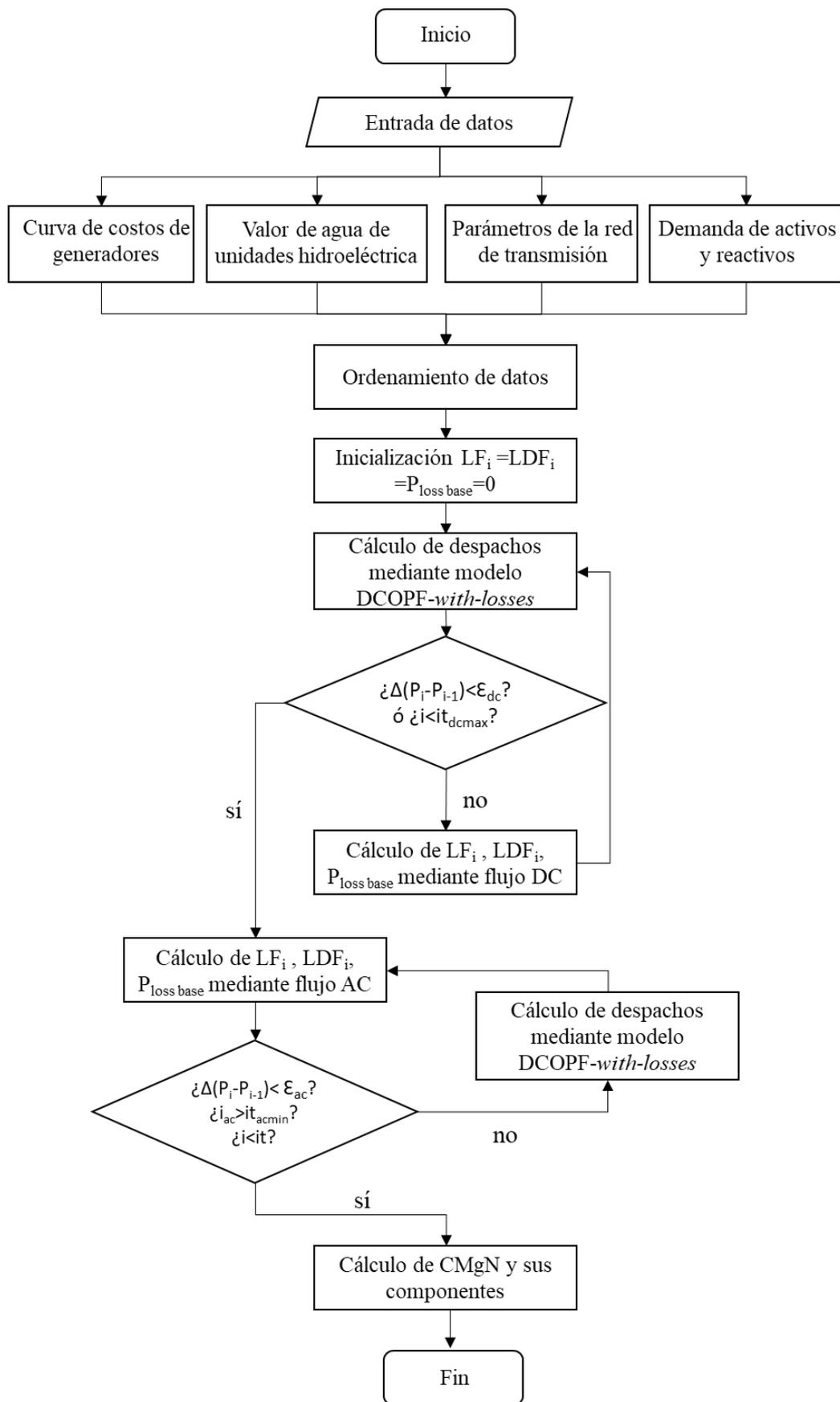
- El cálculo de los despachos usando un modelo DCOPF-*with-losses*, empleando solo ecuaciones de flujo DC es un cálculo que siempre converge, inclusive, si hay déficit de potencia activa en alguna barra, el cálculo convergerá. No se tendrá problemas por tensión o déficit de reactivos en ciertas zonas dado que el cálculo por flujo DC obvia dicha variables.
- En las últimas iteraciones, el cálculo de flujo AC usa como dato un despacho que proviene una solución más cercana a la final, es decir, con un despacho más distribuido entre generadores por lo que se evita la no convergencia.
- En las secciones 3.3, 3.4 y 3.5 se detalla cada una de las fórmulas empleadas en cada parte del algoritmo.

En la figura 3.1, se muestra un diagrama de flujo que explica el método desarrollado.

### 3.3. Formulación del Modelo DCOPF-*with-losses*

El modelo de flujo óptimo DC con pérdidas (modelo DCOPF-*with-losses*) planteado es un modelo matemático cuyo problema es determinar la potencia de las unidades de generación tal que se minimice el costo total cumpliendo las restricciones del sistema. Las características principales del modelo:

- Los flujos por la red de transmisión se han modelado en DC.
- Dado que por definición el modelo no incluye implícitamente las pérdidas de las líneas. Se debe de incluir mediante algún artificio o técnica dichas pérdidas en el balance y en la ecuación de flujo por las líneas o ramas de la red de transmisión.



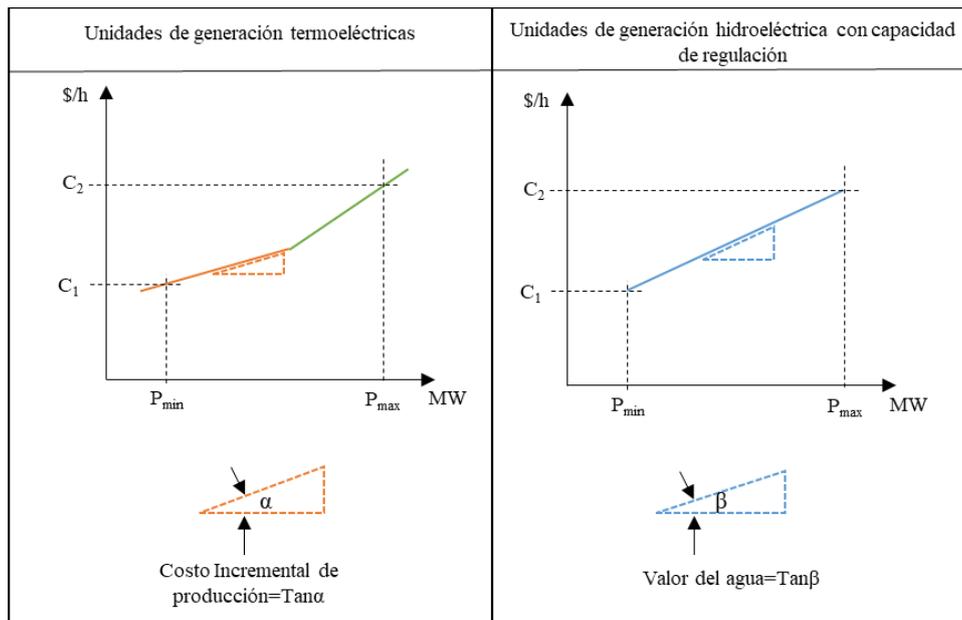
**Figura 3.1:** Diagrama de flujo del método de cálculo y descomposición del CMgN.

### 3.3.1. Función objetivo

La función objetivo considera la minimización de costo total de operación:

$$\text{Min} \left[ \sum_{n=1}^{N_{gt}} c_n p t_n + \sum_{n=1}^{N_{gh}} (va_n) p h_n + \sum_{n=1}^N (\text{def}) \cdot p_n \right] \quad (3.1)$$

- Para las " $N_{gt}$ " unidades termoeléctricas, se considera la función de costo (costo variable vs producción " $pt$ ") de las unidades en operación. Dicha función de costo se modela por segmentos (tramos lineales) cuya pendiente es el costo incremental " $c$ ". Nótese que no se considera variables binarias que decidan el arranque de unidades, dado que el modelo se aplica conociendo previamente las unidades en operación que se determinaron en un programa de mayor horizonte.
- Para las " $N_{gh}$ " unidades hidroeléctricas con capacidad de regulación del nivel de embalse, se considera el valor del agua " $va$ " proveniente de un programa de mayor horizonte. Por tanto, es como si fuese una unidad termoeléctrica con una función de costo de un tramo cuya pendiente es el valor del agua, pudiendo variar entre el mínimo o máximo permitido de acuerdo a su capacidad de regulación determinada.
- Para las unidades hidroeléctricas de pasada y generación renovable (eólica o solar), no se considera ningún costo asociado, por lo que es generación forzada.
- En caso haya algún déficit de potencia activa " $p$ ", se penaliza con cierto costo para los nodos.



**Figura 3.2:** Función objetivo: Modelamiento de las unidades de generación.

### 3.3.2. Restricciones

Para la formulación de las restricciones es importante tener en cuenta los siguientes dos puntos claves:

- Un problema de optimización puede ser formulado de múltiples maneras, es decir, que el mismo problema puede formularse con restricciones que incluyan otras variables de decisión. Por ejemplo, la ecuación de flujo de potencia puede ser formulada mediante factores GSF en vez de emplear la diferencia de ángulos. No obstante, dado que es el mismo problema, entonces se debe tener la misma solución.
- Dado que el objetivo final es la descomposición del CMgN, el modelo DCOPF-*with-losses* debe formularse tal que a partir de sus restricciones se pueda obtener sensibilidades (multiplicadores de Lagrange) que de por sí se orienten directamente a cada una de las componentes del CMgN.

A continuación, se presentan las restricciones incluidas dentro del modelo DCOPF-*with-losses*.

#### a. Ecuación de balance de potencia

$$\left[ \sum_{n=1}^{N_{gt}} pt_n + \sum_{n=1}^{N_{gh}} ph_n + \sum_{n=1}^{N_{gf}} pf_n \right] - P_{loss} = \sum_{i=1}^N d_i \quad (3.2)$$

Donde el subíndice “n” se refiere a los generadores y el subíndice “i” a las barras.

Análisis de la restricción:

- A diferencia del modelo tradicional de flujo óptimo de la sección 1.6, donde se presenta una ecuación de balance por nodo; ahora se formula una ecuación de balance global.
- Se planteó dicha restricción en vez de la ecuación tradicional pues como se vio en la sección 1.3.4, el multiplicador de Lagrange asociado se interpreta como el cambio de costo total ante un incremento de demanda cuando un generador (generador slack) en particular asume dicho incremento. Se precisará aún mejor este concepto, formando la función de Lagrange (se ha reemplazado la generación total por un solo sumando de " $g_n$ "):

$$L = F_{costo} + \lambda \left( \sum_{i=1}^N d_i + P_{loss} - \sum_{n=1}^N g_n \right) \quad (3.3)$$

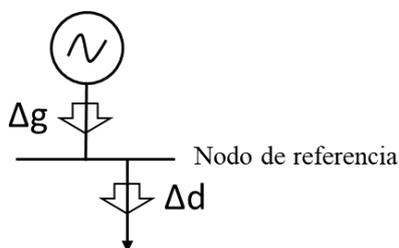
En el punto óptimo:

$$\frac{\partial L}{\partial g_n} = \frac{\partial F_{costo}}{\partial g_n} + \lambda \left( \frac{\partial P_{loss}}{\partial g_n} - 1 \right) = 0 \quad (3.4)$$

Si se elige un nodo en particular donde  $\frac{\partial P_{loss}}{\partial g_n} = 0$ , entonces:

$$\lambda = \frac{\partial F_{costo}}{\partial g_n} \quad (3.5)$$

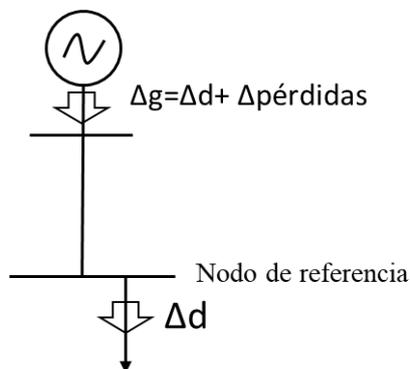
- La ecuación (3.5) significa que  $\lambda$  es el CMgN en un nodo particular donde el generador  $g_n$  cumple que  $\frac{\partial P_{loss}}{\partial g_n} = 0$ , es decir, es el nodo donde se conecta un generador tal que en su inyección está contenida las pérdidas del sistema (en caso las hubiere) o cualquier desbalance de potencia debido al incremento de demanda en el nodo. A dicho nodo con esta característica que se ha asignado se denomina nodo de referencia (slack). Finalmente, se concluye que  $\lambda$  es el CMgN en el nodo de referencia.
- En el caso particular que se haya seleccionado el nodo de referencia como el nodo donde se conecta el generador marginal, según la ecuación (3.5) el lambda resulta el costo incremental del generador conectado a dicho nodo. El concepto de nodo de referencia puede ser mejor entendido con el siguiente gráfico. En particular, si el generador marginal está conectado al nodo de referencia, entonces cualquier incremento de demanda en el nodo será asumido por el generador y dado que está conectado al nodo de referencia, entonces no hay pérdidas por lo que  $\frac{\partial P_{loss}}{\partial g_n} = 0$ .



**Figura 3.3:** Inyección del generador marginal ante un incremental de demanda en el nodo de referencia, cuando el generador está conectado al nodo de referencia.

- En general, el concepto puede extenderse en el caso que no hay generador marginal conectado al nodo de referencia. En dicha situación, los generadores marginales del

sistema como parte de su inyección hacia dicho nodo asumen también las pérdidas del sistema, por lo que ahora lambda ha incorporado internamente el costo adicional incluyendo las pérdidas marginales, de suministrar un incremental de demanda en el nodo de referencia.



**Figura 3.4:** Inyección del (los) generador(es) marginal(es) ante un incremental de demanda en el nodo de referencia.

c. Ecuación de flujo de potencia por una instalación de transmisión

$$F_{wj(l)} = \sum_{i=1}^N GSF_{l-i} \cdot [g_i - d_i - LDF_i \cdot P_{loss}] \quad (3.6)$$

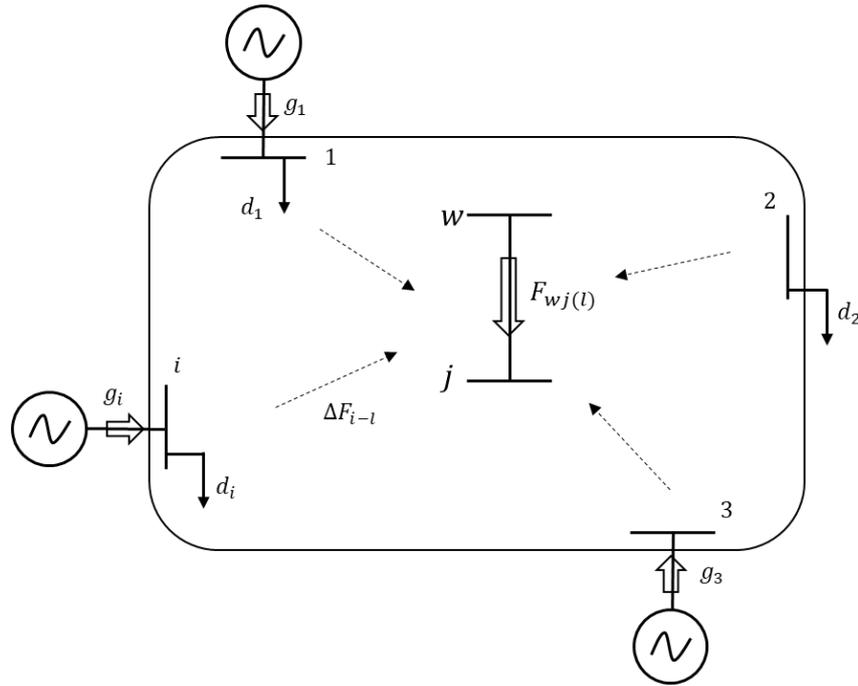
Donde " $g_i$ " representa la generación total conectada al nodo "i":

$$g_i = pt_i + ph_i + pf_i$$

Análisis de la restricción:

- La ecuación de flujo en cada línea planteada no ha sido formulada en base a la diferencia de los ángulos de los nodos que conecta la línea, como tradicionalmente se plantea (véase el modelo tradicional de la sección 1.6) sino que ha sido formulada en base a los factores GSF descritos en la sección 1.4.2.
- Para comprender y deducir la ecuación (3.6), se enfocará en los siguientes puntos:
  - i. Modelamiento de flujo DC mediante GSF.
  - ii. Incorporación de las pérdidas en el flujo DC.

i. *Modelamiento de flujo DC mediante GSF.* Este modelamiento consiste en que el flujo de potencia en la instalación "l" que une los nodos "w" y "j" es la suma de potencias transferidas desde cada inyección neta de un nodo hacia la línea. Matemáticamente, lo anterior se plantea en la ecuación (3.7).



**Figura 3.5:** Transferencia de potencia desde cada nodo a una instalación de la red de transmisión.

$$F_{wj(l)} = \Delta F_{l-1} + \Delta F_{l-2} + \Delta F_{l-3} + \dots + \Delta F_{l-i} \quad (3.7)$$

- Según la sección 1.4.2, la transferencia de potencia desde cada nodo hacia la línea se puede hallar mediante el factor GSF respectivo. Por lo que la ecuación (3.7) puede desarrollarse así:

$$F_{ij(l)} = GSF_{l-1} \cdot [g_1 - d_1] + GSF_{l-2} \cdot [g_2 - d_2] + \dots + GSF_{l-i} \cdot [g_i - d_i] \quad (3.8)$$

Donde:

$$[\text{Inyección neta en nodo "i"}] = [g_i - d_i]$$

En términos generales, en la ecuación (3.8) se ha considerado que en cada nodo hay generación y demanda; no obstante, puede solo haber generación o de lo contrario solo demanda como se muestra en la figura 3.5. Finalmente, la ecuación (3.7) se asemeja a la ecuación (3.6) planteada como restricción del modelo. A continuación, se prosigue con la deducción.

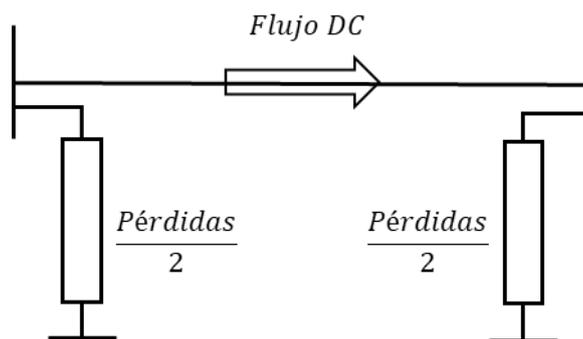
*ii. Incorporación de las pérdidas en la ecuación de flujo DC.* La ecuación de flujo DC por los elementos de la red de transmisión no incluyen a las pérdidas óhmicas. No obstante, como se dijo en la sección 1.5, en el modelo DCOPF es posible incluir mediante artificios o técnicas, el efecto de las pérdidas de transmisión. La técnica que usa la presente

tesis se basa en la incorporación de pérdidas como si fueran demandas en cada nodo (demandas ficticias) [18].

La inclusión de las pérdidas se realizó en la ecuación de balance (ver ecuación 3.2); sin embargo, no es suficiente con solo incluirla en dicha ecuación por los siguientes motivos:

- La ecuación de flujo DC dada en la ecuación (3.8) asume que la red no tiene pérdidas. Sin embargo, en la ecuación (3.2), ecuación de balance, se asegura la presencia de las pérdidas. Por tanto, para cumplir con la ecuación de balance global, el modelo DCOPF-*with-losses* determinará que dichas pérdidas sean asumidas por el nodo de referencia. El problema es que en caso cambie el nodo de referencia, entonces la potencia de las unidades que determina el modelo también variará. Finalmente, los resultados (incluyendo el CMgN) variarán dependiendo de cuál sea el nodo de referencia. Los resultados dependientes del nodo de referencia inducen que los participantes del mercado sean afectados económicamente según su localización, lo cual es una barrera o riesgo que un mercado debe evitar dado que en el comportamiento real del sistema, no hay un nodo que asuma todas las pérdidas sino que en realidad en todos los nodos se distribuyen dichas pérdidas.

Como se indicó, en el modelo DCOPF-*with-losses* de este trabajo, se considera que las pérdidas de cada línea se representan como demandas ficticias en los nodos que la línea conecta, de esta forma, se distribuye las pérdidas del sistema a cada nodo y se evita el desbalance en el nodo de referencia.



**Figura 3.6:** Modelamiento de las pérdidas óhmicas de las líneas en el modelo DCOPF-*with-losses*.

Por tanto, dado que se asignará demandas extras (o ficticias) en cada nodo entonces la inyección neta por nodo debe replantearse, como se indica en la siguiente ecuación:

$$\left[ \begin{array}{l} \text{Inyección neta en nodo "i"} \\ \text{que incluye pérdidas} \end{array} \right] = \left[ g_i - d_i - \left( \begin{array}{l} \text{demanda} \\ \text{ficticia} \end{array} \right)_i \right] \quad (3.9)$$

La demanda ficticia simula las pérdidas por las líneas en el modelo DCOPF-*with-losses*. En suma, todas las demandas ficticias se igualan al total de pérdidas del sistema.

$$[P_{loss}] = \begin{bmatrix} Demanda \\ ficticia \end{bmatrix}_{nodo 1} + \begin{bmatrix} Demanda \\ ficticia \end{bmatrix}_{nodo 2} + \dots + \begin{bmatrix} Demanda \\ ficticia \end{bmatrix}_{nodo i} \quad (3.10)$$

Por tanto, cada demanda ficticia por nodo es una porción del total de pérdidas:

$$\begin{bmatrix} Demanda \\ ficticia \end{bmatrix}_i = LDF_i \cdot P_{loss} \quad (3.11)$$

$$\sum_{i=1}^N LDF_i = 1 \quad (3.12)$$

Nótese que el factor  $LDF_i$  (en inglés, *Loss Distribution Factor*) representa qué tanto de las pérdidas totales se asigna al nodo  $i$ . En otras palabras, dicho factor representa la distribución de las pérdidas totales del sistema [21].

Luego, se reemplaza la ecuación (3.11) en (3.9):

$$\begin{bmatrix} Inyección neta en nodo "i" \\ que incluye pérdidas \end{bmatrix} = [g_i - d_i - LDF_i \cdot P_{loss}] \quad (3.13)$$

Finalmente, la ecuación de flujo DC que incluye las pérdidas por la línea se obtiene al reemplazar la ecuación (3.13) en (3.8).

$$\begin{aligned} F_{wj(l)} &= GSF_{l-1} \cdot [g_1 - d_1 - LDF_1 \cdot P_{loss}] + GSF_{l-2} \cdot [g_2 - d_2 - LDF_2 \cdot P_{loss}] + \dots \\ &\quad + GSF_{l-i} \cdot [g_i - d_i - LDF_i \cdot P_{loss}] \\ F_{wj(l)} &= \sum_{i=1}^N GSF_{l-i} \cdot [g_i - d_i - LDF_i \cdot P_{loss}] \end{aligned} \quad (3.14)$$

Así queda deducida y entendida la ecuación (3.6) planteada como restricción.

#### d. Ecuación de pérdidas

$$P_{loss} = P_{loss base} + \sum_{i=1}^N LDF_i \cdot (g_i - d_i) \quad (3.15)$$

Donde  $g_i$  representa la generación total conectada al nodo "i":

$$g_i = pt_i + ph_i + pf_i$$

Análisis de la restricción:

La ecuación (3.15) es una linealización de la ecuación de pérdidas descrita en la sección 1.4.3. Se explicó que las pérdidas se hallan con la siguiente expresión:

$$P_{loss} = \sum_k r_k F_{ij(k)}^2 \quad (3.16)$$

Para linealizar la anterior expresión, se desarrolla la serie de Taylor en el entorno de un punto base inicial  $\bar{x} = [\overline{F_{wJ(l)}}]$ .

$$\begin{aligned} P_{loss} &= P_{loss(\bar{x}+\Delta x)} = P_{loss(\bar{x})} + \nabla P_{loss(\bar{x})} \Delta x \\ P_{loss} &= P_{loss(\bar{x})} + \sum_k 2 \cdot r_k \cdot \overline{F_{wJ(k)}} \cdot \Delta F_{wJ(k)} \\ P_{loss} &= P_{loss(\bar{x})} + \sum_k 2 \cdot r_k \cdot \overline{F_{wJ(k)}} \cdot \sum_{i=1}^N GSF_{k-i} \cdot (g_i - d_i) \\ P_{loss} &= P_{loss(\bar{x})} + \sum_{i=1}^N \left[ \sum_k 2 \cdot r_k \cdot \overline{F_{IJ(k)}} \cdot GSF_{k-i} \right] \cdot (g_i - d_i) \end{aligned} \quad (3.17)$$

De la ecuación (3.17) se analiza lo siguiente:

- El término  $P_{loss(\bar{x})}$  representa una estimación inicial de las pérdidas de transmisión, gracias a esta estimación se procede al cálculo de las pérdidas  $P_{loss}$ . En este trabajo, se usa también el término  $P_{loss\ base}$ , el cual hace referencia a lo mismo que  $P_{loss(\bar{x})}$ .
- El término entre corchetes es conocido como factor de pérdidas marginales (en inglés, *Loss Factor*), dicho factor cuantifica qué tanto varía las pérdidas totales  $P_{loss}$  ante una variación de la inyección neta  $p_i = g_i - d_i$  en un nodo, es decir, es una sensibilidad de las pérdidas.

$$LF_i = \frac{\partial P_{loss}}{\partial p_i} \quad (3.18)$$

En la sección 3.4.1, se deduce con más detalle  $LF_i$ . Por ahora solo se menciona que:

$$LF_i = \left[ \sum_k r_k F_{wJ(k)}^2 \right] = \sum_k 2 \cdot r_k F_{wJ(k)} \cdot GSF_{k-i} \quad (3.19)$$

Reemplazando la ecuación (3.19) en (3.17):

$$P_{loss} = P_{loss\ base} + \sum_{i=1}^N LF_i \cdot (g_i - d_i) \quad (3.20)$$

Nótese que el término  $P_{loss\ base}$  puede ser entendido también como el punto base sobre el cual se linealiza la ecuación de las pérdidas. Por tanto, es un valor conocido para el modelo. La idea clave es que mientras más exacto sea dicho valor, las pérdidas  $P_{loss}$  así también lo será. Por ello, el presente método como parte de su proceso (véase figura 3.1),

calcula las pérdidas mediante flujo AC y lo usa para el cálculo de  $P_{loss\ base}$ ; de esta manera, el ajuste de las pérdidas que el modelo DCOPF-*with-losses* realiza es más exacto. El cálculo mencionado mediante flujo AC se detalla en la sección 3.4.1.

Así como las pérdidas base expresado como  $P_{loss\ base}$ , el factor de pérdidas marginales (LF) también es un factor determinante en la exactitud de la solución del modelo DCOPF-*with-losses* presentado en este trabajo. Dado que en el modelo DCOPF-*with-losses* se ha incorporado una restricción que calcula las pérdidas en base al factor de pérdidas marginales, si se tiene un cálculo exacto de dicho factor entonces las pérdidas así también lo serán.

*d. Inecuación que restringe el flujo por cada instalación de transmisión*

La capacidad de transmisión no es infinita sino escasa por diversos motivos: capacidad física del conductor, estabilidad del sistema, caída de tensión. Para modelar dicha limitación se plantea la siguiente inecuación:

$$-F_{max(l)} \leq F_{wj(l)} \leq F_{max(l)} \quad (3. 21)$$

Análisis de la restricción:

- En términos formales, son dos restricciones las que se plantean en la ecuación (3.21). Una que restringe la capacidad en un sentido y otro que restringe en sentido contrario.
- El hecho de incluir restricciones que limitan el flujo por las líneas permite que el CMgN internalice una componente asociada a la congestión. En el caso que el flujo llegue a su límite máximo, el multiplicador de Lagrange asociado será diferente de cero y reflejará una sensibilidad del costo operativo total respecto a la capacidad de la línea.

*e. Inecuación que restringe la potencia de las unidades de generación*

La potencia de las unidades está limitada por diversos motivos: límite de temperatura de devanados del circuito de armadura y circuito de campo, límite de potencia mecánica, estabilidad transitoria, etc. Dichas limitaciones están resumidas en la curva de capacidad del generador. En este trabajo, se plantea la siguiente restricción considerando que " $g_n$ " puede ser " $pt_n$ " o " $ph_n$ " :

$$g_{min,n} \leq g_n \leq g_{max,n} \quad (3. 22)$$

Cabe mencionar que, la potencia reactiva también está limitada por la curva de capacidad e inclusive por otros factores externos al generador como la tensión de los

servicios auxiliares. Dicha limitación de potencia reactiva se ha modelado en la ejecución del flujo AC.

### 3.3.3. Resumen del modelo DCOPF-*with-losses*

Finalmente, el modelo planteado es el siguiente:

Modelo DCOPF-*with-losses* empleado en esta tesis:

*Función Objetivo:*

$$\text{Min} \sum_{n=1}^{N_{gt}} c_n p t_n + \sum_{n=1}^{N_{gh}} (v a_n) p h_n + \sum_{n=1}^N (\text{def}) \cdot p_n$$

*Restricciones:*

$$\left[ \sum_{n=1}^{N_{gt}} p t_n + \sum_{n=1}^{N_{gh}} p h_n + \sum_{n=1}^{N_{gf}} p f_n \right] - P_{loss} = \sum_{i=1}^N d_i$$

$$P_{loss} = P_{loss \text{ base}} + \sum_{i=1}^N L F_i \cdot [p t_i + p h_i + p f_i - d_i]$$

$$F_{wj(l)} = \sum_{i=1}^N G S F_{l-i} \cdot [p t_i + p h_i + p f_i - d_i - L D F_i \cdot P_{loss}]$$

$$-F_{max(l)} \leq F_{wj(l)} \leq F_{max(l)}$$

$$p h_{min,n} \leq p h_n \leq p h_{max,n}$$

$$p t_{min,n} \leq p t_n \leq p t_{max,n}$$

Donde el subíndice “i” se refiere a los nodos, subíndice “n” a los generadores y el subíndice “l” a las ramas (líneas o transformadores) de la red de transmisión. Además “ $p t_i$ ”, “ $p h_i$ ” indica la generación conectada al nodo “i”.

Los resultados (solución) luego de resolver el modelo DCOPF-*with-losses* con las técnicas de programación lineal son: los despachos de las unidades ( $p t_n, p h_n$ ), los flujos ( $F_{wj(l)}$ ) por la red de transmisión y los multiplicadores de Lagrange asociadas a cada restricción.

### 3.4. Cálculo de las pérdidas, distribución y pérdidas marginales

Como se explicó en la anterior sección 3.3, para la solución del modelo DCOPF-*with-losses*, se necesita como datos conocidos: la distribución de las pérdidas (“LDF<sub>n</sub>”),

factor de pérdidas marginales (“LFI”) y un valor inicial de las pérdidas (“P<sub>loss base</sub>”). Según el diagrama de flujo de la figura 3.1, este trabajo plantea que en las primeras iteraciones los valores mencionados se calculen mediante flujo DC y luego en adelante mediante flujo AC. En ambos casos (DC o AC), se requiere la solución del modelo DCOPF-*with-losses* de una iteración anterior para proceder al cálculo. Cabe mencionar que, en la primera iteración, el modelo DCOPF-*with-losses* considera que LDF<sub>i</sub>, LFI y P<sub>loss base</sub> son iguales a cero.

### 3.4.1. Cálculo mediante flujo DC

Luego de solucionar el modelo DCOPF-*with-losses* en la iteración “n”, dado que la potencia (flujo DC) por cada elemento “k” de la red de transmisión es conocida, se puede determinar las pérdidas totales del sistema mediante la fórmula descrita en la sección 1.4.3:

$$P_{loss}^{DC} = \sum_k r_k f_{wj(k)}^2 \quad (3.23)$$

En la ecuación (3.23), el valor de los flujos son resultados de la solución del modelo DCOPF-*with-losses* de la iteración “n”. Luego, las pérdidas de cada elemento de la red se dividen entre dos y el resultado se asigna como demanda ficticia a cada nodo que conecta la línea.

$$\begin{bmatrix} demanda \\ ficticia \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} demanda \\ ficticia \end{bmatrix}_j = \frac{r_k f_{wj(k)}^2}{2} \quad (3.24)$$

Entonces en cada nodo del cual se conectan “l” líneas habrá una demanda ficticia total que se halla mediante la siguiente expresión:

$$P_{fnd(i)} = \begin{bmatrix} demanda \\ ficticia \\ total \end{bmatrix}_{\substack{nodo\ i \\ iteración\ n}} = \sum_{k=1}^l \frac{r_k f_{ij(k)}^2}{2} \quad (3.25)$$

Para determinar la distribución de las pérdidas por nodo i “LDF<sub>i</sub>” (en inglés, *Loss Distribution Factor*) en la iteración “n”, se calcula el siguiente cociente:

$$LDF_i = \frac{P_{fnd(i)}}{P_{loss}^{DC}} \quad (3.26)$$

Como se puede ver en la ecuación de pérdidas del modelo DCOPF-*with-losses* (véase literal “d” de sección 3.3.2), se necesita del factor de pérdidas marginales por nodo i “LFI” (en inglés, *Loss Factor*). Por definición, este factor se calcula así:

$$LFI = \frac{\partial P_{loss}}{\partial p_i} \quad (3.27)$$

En flujo DC, se determina de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 LFi &= \frac{\partial}{\partial p_i} \left( \sum_k r_k f_{wj(k)}^2 \right) \\
 LFi &= \sum_k \frac{\partial}{\partial p_i} (r_k f_{wj(k)}^2) \\
 LFi &= \sum_k 2 \cdot r_k \cdot f_{wj(k)} \cdot \frac{\partial f_{wj(k)}}{\partial p_i}
 \end{aligned} \tag{3.28}$$

Por definición, el término  $\frac{\partial f_{wj(k)}}{\partial p_i}$  (sensibilidad de flujo entre nodos “w” y “j” de la línea “k” respecto a inyección neta por nodo “i”) es el factor  $GSF_{k-i}$ . Entonces, la ecuación (3.28) queda de la siguiente manera:

$$LFi = \sum_k 2 \cdot r_k \cdot f_{wj(k)} \cdot GSF_{k-i} \tag{3.29}$$

Finalmente, ahora se procede con el cálculo del término  $P_{loss\ base}$ . Como se mencionó en el análisis de la ecuación de pérdidas del modelo DCOPF-*with-losses*, las pérdidas pueden ser calculadas al linealizar la función de las pérdidas entorno a un valor.

$$Perdidas = Pérdidas_0 + \Delta Pérdidas = P_{loss\ base} + \Delta Pérdidas \tag{3.30}$$

En la iteración “n+1”, el término  $P_{loss\ base}$  es un valor conocido antes de solucionarse el modelo DCOPF-*with-losses*. Entonces, en la iteración “n” para hallar dicho término, se usa la siguiente expresión que deriva de un despeje de la ecuación (3.30):

$$\begin{aligned}
 P_{loss\ base} &= Pérdidas_{iteración\ "n"} - \Delta Pérdidas_{iteración\ "n"} \\
 P_{loss\ base} &= P_{loss}^{DC} - \sum_n LFi (g_i - d_i)
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

Donde el término “ $g_i$ ” representa la generación total (hidroeléctrico + termoeléctrico + forzada) conectada al nodo “i” que resulta de solucionar el modelo DCOPF-*with-losses* en la iteración “n”. Finalmente, los valores hallados de  $LDF_i$ ,  $LF_i$  y  $P_{loss\ base}$  de la iteración “n” se usan como dato de entrada en la iteración “n+1” para nuevamente solucionar el modelo DCOPF-*with-losses*.

### 3.4.2. Cálculo mediante flujo AC

Así como se calculó  $LDF_i$ ,  $LF_i$  y  $P_{loss\ base}$  mediante flujo DC en la anterior sección, así también se calculará dichos valores mediante flujo AC. Este cálculo se aplica luego de

cumplir con cierta tolerancia mostrada en el diagrama de flujo de la figura 3.1. Los motivos por el cual se opta por flujo AC son:

- La representación más exacta respecto a la operación real de un sistema eléctrico es un cálculo en AC. La ejecución de flujo AC considera la característica no lineal de la red de transmisión. Por ejemplo: a diferencia de un flujo DC donde el flujo de potencia activa depende proporcionalmente de la diferencia de ángulo entre dos barras; en flujo AC, el flujo de potencia activa depende del seno de la diferencia de los ángulos y también de la tensión.
- Si se retroalimenta el modelo DCOPF-*with-losses* con valores de  $LDF_i$ ,  $LF_i$  y  $P_{loss\ base}$  que provienen de un cálculo de una red AC, entonces los resultados del modelo DCOPF-*with-losses* son más exactos. El despacho de las unidades, el CMgN y sus componentes reflejan la operación real del sistema.

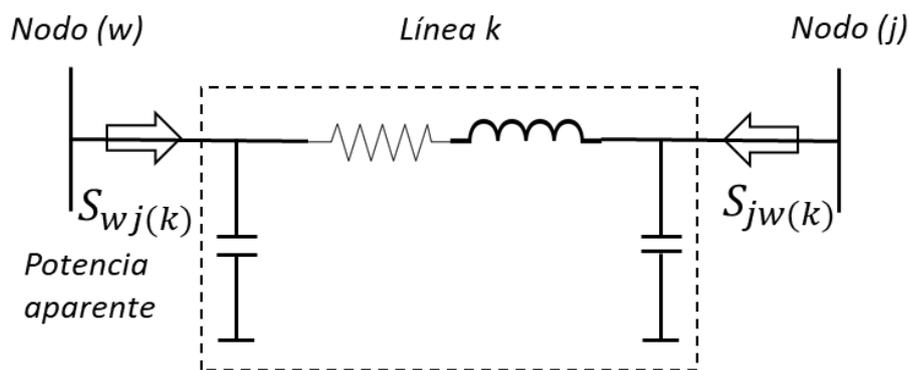
Ahora, luego de solucionar el modelo DCOPF-*with-losses* en la iteración “n” se conoce el despacho de las unidades de generación. Dichos despachos se consideran como la potencia programada de las unidades y se introducen como datos conocidos para un cálculo de flujo AC en la red de transmisión que el modelo DCOPF-*with-losses* también ha considerado. La solución del flujo AC permite calcular  $LDF_i$ ,  $LF_i$  y  $P_{loss\ base}$  que servirán como dato de entrada para el modelo DCOPF-*with-losses* en la iteración “n+1”.

El presente trabajo emplea el método numérico clásico de Newton-Raphson para solucionar el flujo AC. Por tanto, como resultados se tiene la magnitud de tensión y el ángulo del fasor tensión de cada nodo del sistema. A partir de dichas variables, se procede a calcular el flujo de potencia activa y reactiva por las instalaciones de transmisión y también la inyección de reactivos de las unidades de generación y equipos de compensación reactiva. Para todos los cálculos de tensión y ángulos descritos en este párrafo, este trabajo emplea las formulaciones tradicionales que se encuentran en las referencias [11] [22].

Para el cálculo de las pérdidas totales del sistema, se emplea la siguiente expresión:

$$P_{loss}^{AC} = real \left[ \sum_k S_{ij(k)} + S_{ji(k)} \right] \quad (3.32)$$

Es necesario emplear las potencias aparentes (en números complejos) dado que las ramas de la red de transmisión son modeladas con resistencia, reactancia y capacitancia (modelo pi).



**Figura 3.7:** Modelo pi usado para las ramas (líneas o transformadores) de la red de transmisión.

Dado que se tiene los flujos de potencia activa por cada rama "k" de la red, se procede a calcular las pérdidas de cada elemento.

$$\text{pérdidas de elemento "k"} = \text{real}[S_{ij(k)} + S_{ji(k)}] \quad (3.33)$$

Entonces en cada nodo del cual se conectan "l" líneas habrá una demanda ficticia total que se halla mediante la siguiente expresión:

$$P_{fnd(i)} = \left[ \begin{array}{c} \text{demanda} \\ \text{ficticia} \\ \text{total} \end{array} \right]_{\text{nodo } i \text{ iteración } n} = \sum_{k=1}^l \frac{\text{real}[S_{wj(k)} + S_{jw(k)}]}{2} \quad (3.34)$$

Para determinar la distribución de las pérdidas por nodo  $i$  "LDF $_i$ " (en inglés, *Loss Distribution Factor*) se calcula el siguiente cociente (tal como se hizo en la sección 3.4.1):

$$LDF_i = \frac{P_{fnd(i)}}{P_{loss}^{AC}} \quad (3.35)$$

Ahora, para el cálculo del factor de pérdidas marginales recuérdese que por definición es:

$$LF_i = \frac{\partial P_{loss}}{\partial p_i} \quad (3.36)$$

El desarrollo matemático de la sensibilidad anterior no procede inmediatamente usando los factores GSF como se hizo en la sección 3.4.1, pues ahora los flujos AC por las líneas dependen de la magnitud de tensión  $V$  y el ángulo  $\delta$  de las barras o nodos. Para superar la anterior dificultad, el presente trabajo presenta un cálculo basado en la referencia [23] y lo implementa al método con ciertos criterios que se detallan a continuación:

Primero, se hallará mediante la regla de la cadena la expresión matemática de la sensibilidad de las pérdidas respecto a la potencia activa  $p_i$  y potencia reactiva  $q_i$ , variables

que dependen de la magnitud de tensión  $V_i$  y ángulo  $\delta_i$ . En la siguiente expresión se asume notación vectorial, por ejemplo: el vector columna  $P$  almacena  $p_1, p_2, \dots, p_i$ .

$$\frac{\partial P_{loss}}{\partial P} = \frac{\partial P_{loss}}{\partial \delta} \frac{\partial \delta}{\partial P} + \frac{\partial P_{loss}}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial P} \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial P_{loss}}{\partial Q} = \frac{\partial P_{loss}}{\partial \delta} \frac{\partial \delta}{\partial Q} + \frac{\partial P_{loss}}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial Q} \quad (3.38)$$

Las ecuaciones (3.37) y (3.38) pueden expresarse matricialmente de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_{loss}}{\partial P} & \frac{\partial P_{loss}}{\partial Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{loss}}{\partial \delta} & \frac{\partial P_{loss}}{\partial V} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \frac{\partial \delta}{\partial P} & \frac{\partial \delta}{\partial Q} \\ \frac{\partial V}{\partial P} & \frac{\partial V}{\partial Q} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_{loss}}{\partial P} & \frac{\partial P_{loss}}{\partial Q} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \delta} & \frac{\partial Q}{\partial \delta} \\ \frac{\partial P}{\partial V} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{loss}}{\partial \delta} & \frac{\partial P_{loss}}{\partial V} \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Se transpone la ecuación los términos de la ecuación (3.40), luego se reordena y se tiene la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_{loss}}{\partial \delta} \\ \frac{\partial P_{loss}}{\partial V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \delta} & \frac{\partial Q}{\partial \delta} \\ \frac{\partial P}{\partial V} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{loss}}{\partial P} \\ \frac{\partial P_{loss}}{\partial Q} \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

Luego, el factor de pérdidas marginales tanto de potencia activa y reactiva para flujo AC se expresa así:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_{loss}}{\partial P} \\ \frac{\partial P_{loss}}{\partial Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \delta} & \frac{\partial Q}{\partial \delta} \\ \frac{\partial P}{\partial V} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{loss}}{\partial \delta} \\ \frac{\partial P_{loss}}{\partial V} \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

Donde:

$\frac{\partial P_{loss}}{\partial P}$  es el factor de pérdidas marginales (respecto a la potencia activa). Este el término buscado en la ecuación (3.36).

La ventaja de emplear la ecuación (3.42) radica en que la matriz cuadrada es la matriz Jacobiana que resulta luego ejecutar el flujo AC, por lo tanto, es una matriz cuyos elementos se conocen. Ahora, respecto a los términos  $\frac{\partial P_{loss}}{\partial \delta}$  y  $\frac{\partial P_{loss}}{\partial V}$  que también deben determinarse, véase el Anexo H. Finalmente, el factor de pérdidas marginales  $\frac{\partial P_{loss}}{\partial P}$  ha quedado

calculado<sup>14</sup>, pues bastará con reemplazar en la ecuación (3.42), las magnitudes de tensión y ángulo halladas por la solución de flujo AC en la iteración “n”.

Ahora bien, para el cálculo del término  $P_{loss\ base}$ , se emplea la ecuación (3.30). A diferencia del cálculo en DC, ahora se emplea el factor  $LF_i$  y las pérdidas determinadas mediante flujo AC.

$$Pérdidas = Pérdidas_0 + \Delta Pérdidas = P_{loss\ base} + \Delta Pérdidas$$

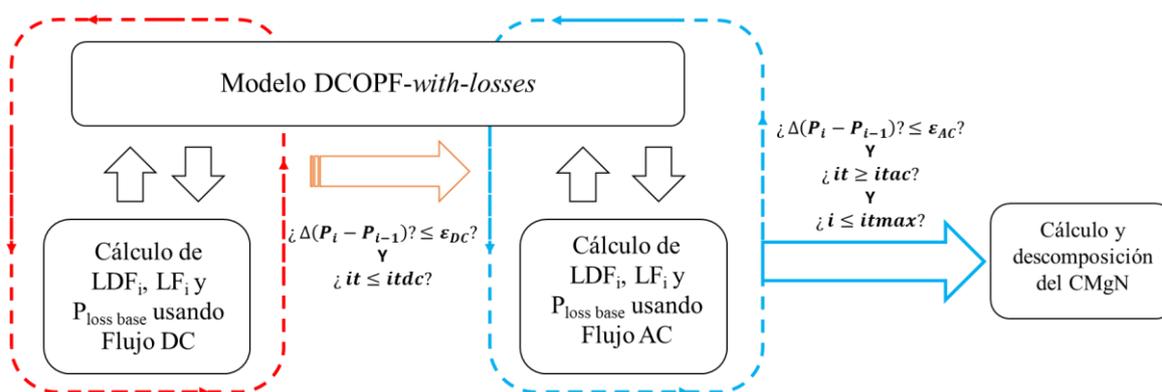
$$P_{loss\ base} = Pérdidas_{iteración\ "n"} - \Delta Pérdidas_{iteración\ "n"}$$

$$P_{loss\ base} = P_{loss}^{AC} - \sum_n LF_i (g_i - d_i) \quad (3.43)$$

Como se dijo al inicio de esta sección,  $LDF_i$ ,  $LF_i$  y  $P_{loss\ base}$  servirán como dato de entrada para el modelo DCOPF-*with-losses* en la iteración “n+1”. Nuevamente, en la iteración “n+1” se soluciona el modelo DCOPF-*with-losses* y se calcula  $LDF_i$ ,  $LF_i$  y  $P_{loss\ base}$  mediante flujo AC; dichos valores se ingresan en la iteración “n+2”, y así sucesivamente hasta cumplir la tolerancia final. Finalmente, el método arrojará el CMgN y sus componentes los cuales fueron calculados con  $LDF_i$ ,  $LF_i$  y  $P_{loss\ base}$  mediante flujo AC.

### 3.4.3. Acerca de la convergencia y tolerancia

En resumen, el método que plantea este trabajo es el mostrado en la figura 3.8. Inclusive, ese gráfico (así como en la figura 3.1) resume cómo el diseño del método ha integrado el modelo DCOPF-*with-losses* con el cálculo de flujo AC<sup>15</sup>.



**Figura 3.8:** Resumen del método presentado en esta tesis.

<sup>14</sup> Este es el objetivo específico N°3 de la presente tesis.

<sup>15</sup> Este es el objetivo específico N°4 de la presente tesis.

El método puede dividirse en tres fases, el orden de ejecución de las fases es:

1. Iteraciones: Modelo DCOPF-*with-losses* y cálculos mediante flujo DC. En la figura 3.8 se representa por el ciclo de color rojo.
2. Iteraciones: Modelo DCOPF-*with-losses* y cálculos mediante flujo AC. En la figura 3.8 se representa por el ciclo de color celeste.
3. Cálculo y descomposición del CMgN.

Para pasar de una fase a otra se tiene condicionales (tolerancias). En la figura 3.8 se puede distinguir dos conjuntos de condicionales:

1.  $\Delta(\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{i-1}) \leq \epsilon_{dc}$  o  $it \leq it_{dcmin}$ : significa que se procede a la segunda fase cuando la diferencia entre los despachos calculados de una iteración y la anterior es menor a una tolerancia  $\epsilon_{dc}$  (p. ej. 0.1%). O cuando el número de iteraciones de la primera fase sean menor a un número predefinido inicialmente (p. ej. 4). El objetivo de estas “primeras” iteraciones en la primera fase, es determinar el despacho de las unidades a un nivel cercano al óptimo final; para finalmente pasar a la segunda fase y ejecutar flujos AC que converjan.
2. Respecto a lo anterior se comenta lo siguiente: Como parte de la pruebas que se realizaron al método planteado, se intentó solo realizar iteraciones con flujo AC; no obstante, se obtuvieron no convergencias a medida que la red es más extensa (por ejemplo: 30 nodos) dado que el flujo AC recibe como dato el despacho de unas cuantas unidades y al ejecutarse se tienen caídas de tensión tal que la matriz Jacobiana no tiene inversa (matriz singular), es como si se tratara de ejecutar un flujo AC con solo una unidad de generación despachando y tratando de soportar la caída de tensión provocada por la red y la demanda. Por el motivo expuesto, realizar unas primeras iteraciones en las cuales se usa solo flujo DC (ciclo de color rojo de figura 3.8) es un criterio que evita la no convergencia del método<sup>16</sup>.
3.  $\Delta(\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{i-1}) \leq \epsilon_{ac}$  y  $itac \geq it_{acmin}$  y  $i \leq it_{max}$ : significa que se procede a la tercera fase cuando las diferencia de los despachos de la iteración actual y la anterior es menor a una tolerancia  $\epsilon_{ac}$  (p. ej. 0.01%). En adición, debe de cumplirse que por lo menos se haya ejecutado una cantidad mínima de flujos AC (“*itacmin*”). Finalmente, en conjunto con las condiciones anteriores, se pone un límite del total de iteraciones (“*itmax*”).

---

<sup>16</sup> Este un criterio que permite cumplir el objetivo específico N°5 de esta presente tesis.

Una vez cumplidas las condicionales del numeral 2, se procede al cálculo del CMgN y sus componentes a través de fórmulas que a continuación se explican.

### 3.5. Formulación matemática para la descomposición del Costo Marginal Nodal

El modelo DCOPF-*with-losses* formulado en la sección 3.3, puede ser resumido tal que la generación hidroeléctrica o termoeléctrica se denote por " $g_n$ " y con una función de costo " $c_n$ " asociada. El siguiente modelo es el mismo que se plasmó en la sección 3.3.3, con la excepción, que se ha usado directamente la expresión del flujo de potencia por una rama en una inecuación.

Modelo DCOPF-*with-losses* presentado por esta tesis:

$$\begin{array}{l} \text{Función} \\ \text{Objetivo:} \end{array} \quad Z = \text{Min} \sum_{n=1}^{N_{gt}} c_n(g_n) \quad (3.44)$$

Restricciones:

$$\sum_{n=1}^{N_g} g_n - P_{loss} = \sum_{i=1}^N d_i \quad \lambda \quad (3.45)$$

$$P_{loss} = P_{loss\ base} + \sum_{i=1}^N LFi \cdot [g_i - d_i] \quad \tau \quad (3.46)$$

$$\sum_{i=1}^N GSF_{l-i} \cdot [g_i - d_i - LDF_i \cdot P_{loss}] \leq F_{max(l)} \quad \mu_l \quad (3.47)$$

$$g_n \leq g_{max,n} \quad \alpha_m \quad (3.48)$$

$$g_{min,n} \leq g_{min,n} \quad \alpha_m \quad (3.49)$$

Donde el subíndice "i" se refiere a los nodos, subíndice "n" a los generadores y el subíndice "l" a las ramas (líneas o transformadores) de la red de transmisión. Además " $g_i$ " indica la generación conectada al nodo "i".

Nótese que se ha omitido intencionalmente la restricción en el sentido negativo del flujo. Posteriormente se puede añadir dicha restricción en los resultados sin distorsionar el cálculo.

Además, a cada una de las restricciones se le ha asociado un multiplicador de Lagrange. Cabe mencionar que, el multiplicador de Lagrange resulta ser también el precio sombra para cada restricción.

Ahora, se procede a formar la función de Lagrange el cual convierte al problema de optimización en una sola función a optimizar sin restricciones.

$$\begin{aligned}
 L = \sum_{n=1}^{N_{gt}} c_n(g_n) + \lambda \left[ P_{loss} - \sum_{n=1}^{N_g} g_n + \sum_{i=1}^N d_i \right] & \quad (3.50) \\
 + \tau \left[ P_{loss(b)} - P_{loss} - \sum_{i=1}^N LFi \cdot [g_i - d_i] \right] \\
 + \sum_{l=1}^L \mu_l \left[ F_{max(l)} - \sum_{i=1}^N GSF_{l-i} \cdot [g_i - d_i - LDF_i \cdot P_{loss}] \right] \\
 + \sum_{n=1}^{N_g} \alpha_{max}(g_n - g_{max,n}) + \sum_{n=1}^{N_g} \alpha_{max}(-g_n + g_{min,n})
 \end{aligned}$$

Aplicándose las condiciones de KKT respecto a la variable  $P_{loss}$ :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L}{\partial P_{loss}} = \lambda - \tau + \sum_{l=1}^L \mu_l \left[ \sum_{i=1}^N GSF_{l-i} \cdot LDF_i \right] & = 0 \\
 \lambda = \tau - \sum_{l=1}^L \mu_l \left[ \sum_{i=1}^N GSF_{l-i} \cdot LDF_i \right] & \quad (3.51)
 \end{aligned}$$

El Costo Marginal Nodal se define de la siguiente manera:

$$CMgN_i \triangleq \frac{\partial Z}{\partial d_i} \quad (3.52)$$

Dado que  $L_{\acute{o}ptimo} = Z_{\acute{o}ptimo}$ , entonces:

$$CMgN_i \triangleq \frac{\partial Z}{\partial d_i} = \frac{\partial L}{\partial d_i} \quad (3.53)$$

$$CMgN_i = \frac{\partial L}{\partial d_i} = \lambda - \tau \cdot LFi + \sum_{l=1}^L \mu_l \cdot GSF_{l-i} \quad (3.54)$$

Se reemplaza la ecuación (3.51) en (3.54), obteniéndose:

$$CMgN_i = \tau - \sum_{l=1}^L \mu_l \left[ \sum_{i=1}^N GSF_{l-i} \cdot LDF_i \right] - \tau \cdot LFi + \sum_{l=1}^L \mu_l \cdot GSF_{l-i} \quad (3.55)$$

$$CMgN_i = \tau - \tau \cdot LF_i + \sum_{l=1}^L \mu_l \cdot GSF_{l-i} - \sum_{l=1}^L \mu_l \left[ \sum_{i=1}^N GSF_{l-i} \cdot LDF_i \right] \quad (3.56)$$

De la ecuación (3.56) se puede distinguir los siguientes términos:

$$CMgE_i = \tau \quad (3.57)$$

$$CMgP_i = -\tau \cdot LF_i \quad (3.58)$$

$$CMgC_i = \sum_{l=1}^L \mu_l \cdot GSF_{l-i} - \sum_{l=1}^L \mu_l \left[ \sum_{i=1}^N GSF_{l-i} \cdot LDF_i \right] \quad (3.59)$$

Es importante mencionar que:

- Los multiplicadores  $\tau$  y  $\mu_i$  se obtienen luego de solucionar en la última iteración el modelo DCOPF-*with-losses*.
- Para la deducción de la ecuación (3.59) solo se utilizó la restricción del flujo en un sentido positivo por la línea, entonces si hay restricciones en ambos sentidos tanto positivo como negativo, se debe reemplazar  $\mu_l$  por  $\mu_l^+ - \mu_l^-$  en la ecuación (3.59). Donde  $\mu_k^-$  es el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción que restringe el flujo por la línea “k” en sentido negativo.
- Los factores GSF se conocen antes de resolver el modelo DCOPF-*with-losses* dado que solo dependen de la matriz  $Z_{bus}$ . Esto se explicó con mayor detalle en la sección 1.4.2.
- Los factores  $LF_i$  y  $LDF_n$  se calcularon en la última iteración mediante flujo AC.

Por tanto, siguiendo con el diagrama de flujo del método (véase figura 3.1) dado que todos los términos de las ecuaciones (3.57), (3.58) y (3.59) ya se determinaron, solo bastará con aplicar directamente dichas expresiones para calcular cada una de las componentes del  $CMgN$ , cumpliendo así con el objetivo principal del presente trabajo.

Finalmente, respecto a cada una de las componentes se analiza lo siguiente:

1. El Costo Marginal de Energía (CMgE) es el multiplicador de Lagrange " $\tau$ ", que es el asociado a la ecuación de pérdidas del modelo DCOPF-*with-losses*.
2. Según la ecuación (3.51), nótese que si  $\mu_l = 0$  (red sin congestión), entonces  $CMgE_i = \lambda$ , lo cual significa que el CMgE es igual al  $CMgN$  en el nodo de referencia según lo revisado en el literal “a” de la sección 3.3.2.

3. Por el otro lado, si  $\mu_k \neq 0$  (red con congestión), entonces  $CMgE_i$  refleja no solo el costo adicional de un incremento de demanda en el nodo de referencia, sino también incluye el costo adicional por la distribución de las pérdidas debido a la congestión en ciertas líneas. Lo último indicado se nota en el término  $\sum_l \mu_l [\sum_i GSF_{l-i} \cdot LDF_i]$  de la ecuación (3.59).
4. La diferencia entre Costo Marginal de Pérdidas (CMgP) de dos nodos refleja el costo adicional que se incurre por las pérdidas marginales al transportar una unidad de potencia adicional, es decir, valoriza las pérdidas marginales el cual era uno de los motivos de por qué es necesario la descomposición del CMgN.
5. El factor de pérdidas marginales “LF” permite valorizar las pérdidas marginales, dado que es una sensibilidad de las pérdidas total al variar la demanda en un nodo.
6. La diferencia de los CMgP de dos nodos conectados por una línea permite obtener el ingreso tarifario (IT) asociado solo a las pérdidas. Este es uno de los propósitos por el cual se descompone el CMgN (véase sección 2.1.3).

$$IT_{Pérdidas} = CMgP_A \cdot F_A - CMgP_B \cdot F_B \quad (3. 60)$$

7. El Costo Marginal de Congestión (CMgC) por sí solo no tiene un significado. Lo que adquiere significado es la diferencia de los CMgC de dos nodos conectados por una línea como se describió en la sección 2.1.2, pues con dicha diferencia se obtiene la renta de congestión asociada a dicha línea. La cuantificación de dicha renta de congestión es un motivo por el cual se busca descomponer el CMgN (véase sección 2.1.2 y 2.1.4).

$$RC = CMgC_A \cdot F_A - CMgC_B \cdot F_B \quad (3. 61)$$

En el Anexo I se deduce una formulación matemática que permite obtener la renta de congestión de toda la red de transmisión. Esta formulación se aplica para el SEIN<sup>17</sup>.

Una de las necesidades del modelo que se planteó en la sección era que el CMgN y CMgC sean independientes de cuál sea el nodo de referencia. El modelo DCOPF-*with-losses* planteado cumple dicha necesidad dado que recoge los principios de formulación de la referencia [19], en específico, al usar el factor “LDF” como parte del modelamiento de los flujos en el modelo DCOPF-*with-losses*.

---

<sup>17</sup> Este es el objetivo específico N°8 de la presente tesis.

## CAPÍTULO IV

### IMPLEMENTACIÓN Y RESULTADOS

#### 4.1. Implementación computacional

En esta sección, se explica las bases que permitieron construir un programa computacional a partir del método desarrollado. Los detalles del código y el manejo de los softwares (Matlab y Gams) en los cuales se construyó el programa computacional se pueden revisar en el Anexo J<sup>18</sup>.

Antes de continuar, es necesario realizar la siguiente pregunta: ¿Por qué es necesario la implementación computacional? De por sí, el método puede solucionarse “a mano” empleando las técnicas citadas en la sección 1.2; sin embargo, demandaría mucho tiempo su solución para sistemas de gran cantidad de barras. Por tanto, con la finalidad de automatizar y agilizar los cálculos se crea un programa cuya lógica sea el método desarrollado. La lógica del método desarrollado se detalló en la sección 3.1; esta lógica se resume en el diagrama de la figura 3.1, la cual se repita en la figura 4.1 con la finalidad de que el lector pueda compararlo con el pseudocódigo que se muestra en esta sección.

Respecto a la figura 4.1, se distingue que el método presenta la siguiente estructura:

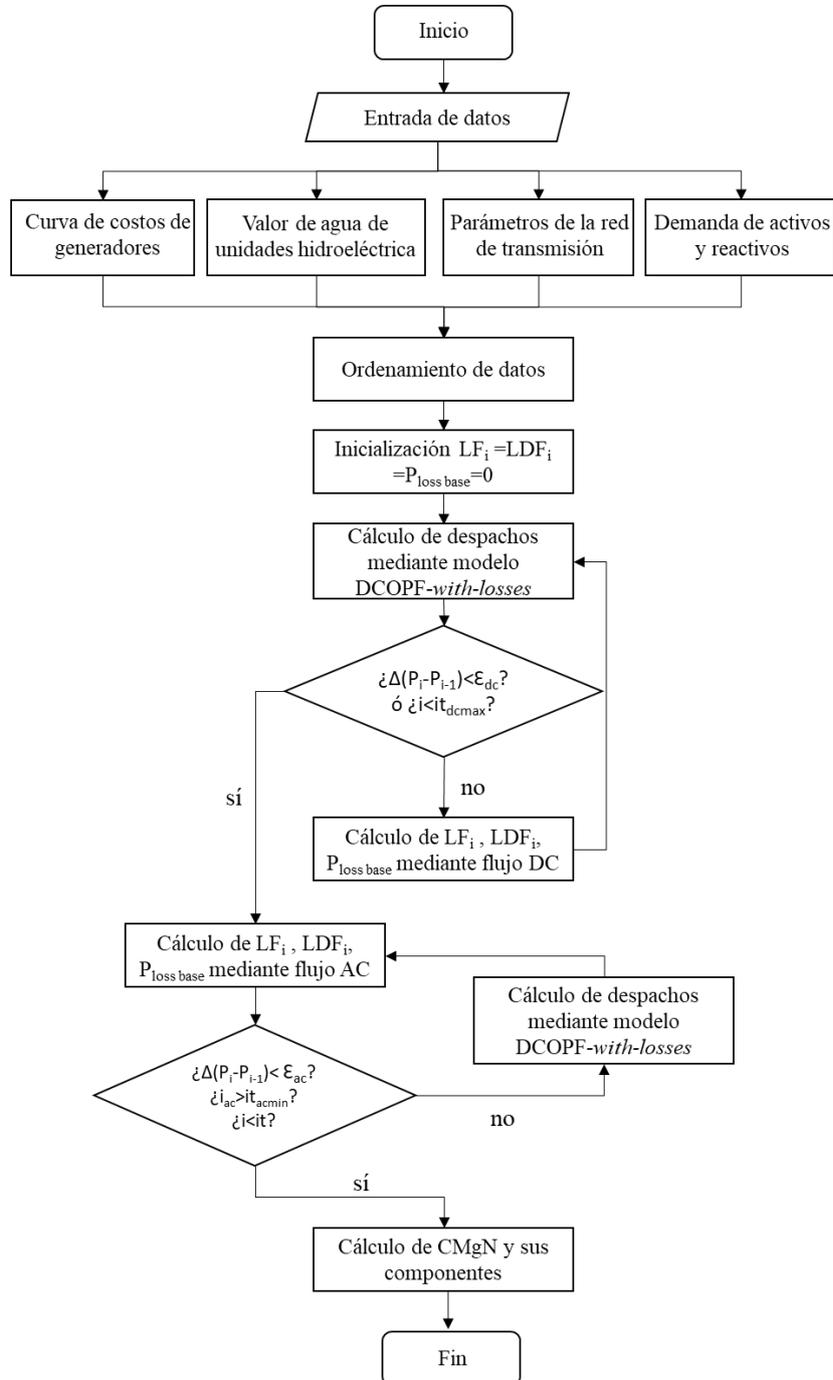
1. Una lógica general o proceso que permite llegar al resultado. Esta lógica gobierna cada uno de los pasos del método.
2. Un modelo DCOPF-*with-losses* que está incluido dentro del método, pues este modelo arroja resultados que se usan en otros pasos del método.
3. Un cálculo de flujo DC que use los resultados del modelo DCOPF-*with-losses*, los resultados de este cálculo conllevan a otros pasos.
4. Un cálculo de flujo AC que usa los resultados del modelo DCOPF-*with-losses* y calcula otros resultados que son los datos de entrada para el siguiente paso del método.

---

<sup>18</sup> Este es el objetivo específico N°6 de la presente tesis.

5. Un desagregador del CMgN que usa como datos de entrada los multiplicadores de Lagrange del modelo DCOPF-*with-losses* y cálculos del flujo AC.

La implementación computacional consiste en elaborar el código que contiene cada una de las 5 partes citadas.



**Figura 4.1:** Diagrama de flujo del método desarrollado en el capítulo 3.

A continuación se muestra el pseudocódigo del método para la implementación computacional.

**Inicio programa**

**Leer** datos de generadores, equipos de compensación, líneas, transformadores y demanda.

**Inicializar**

↓  
 N° iteraciones=1  
 LF<sub>(barra)</sub>=0  
 LDF<sub>(barra)</sub>=0  
 Pérdidas base=0  
 ↓  
 Pérdidas<sub>(línea)</sub>=0

**Fin**

**Identificar** la barra de referencia (barra slack).

**Calcular** la matriz  $Y_{bus}$

**Eliminar** fila y columna asociada a la barra de referencia en la matriz  $Y_{bus}$

**Calcular** matriz  $Z_{bus}$

**Repetir mientras**  $\maxerror > \varepsilon_{AC}$  y  $N^{\circ}iteraciones > it_{max}$

↓  
**Leer** LF<sub>(barra)</sub> de iteración anterior.

**Leer** LDF<sub>(barra)</sub> de iteración anterior.

**Leer** Pérdidas base de iteración anterior.

**Leer** Pérdidas<sub>(línea)</sub> de iteración anterior.

**Cargar** LF<sub>(barra)</sub>, LDF<sub>(barra)</sub>, Pérdidas base, Pérdidas<sub>(línea)</sub> como datos de entrada al modelo DCOPF-*with-losses*.

**Ejecutar** modelo DCOPF-*with-losses*.

**Leer** Despacho<sub>(barra)</sub> de la solución de modelo DCOPF-*with-losses*.

**Si**  $N^{\circ}iteraciones \leq it_{dc}$

↓  
**Calcular** LF<sub>(barra)</sub>, Pérdidas totales, Pérdidas<sub>(línea)</sub> mediante flujo DC a partir de solución de modelo DCOPF-*with-losses*.

**En caso contrario**

↓  
**Cargar** Despacho<sub>(generador)</sub> a flujo AC

**Ejecutar** flujo AC

**Calcular** LF<sub>(barra)</sub>, Pérdidas totales, Pérdidas<sub>(línea)</sub> mediante flujo AC

↓  
 N° iteraciones AC= N° iteraciones AC+1

**Fin**

**Calcular** Pérdidas base

**Calcular** LDF<sub>(barra)</sub>

**Si**  $N^{\circ}iteraciones \geq 1$  y  $N^{\circ}iteraciones AC \geq it_{acmin}$

↓  
**Calcular** maxerror

**Fin**

↓  
 N° iteraciones= N° iteraciones+1

**Fin repetir**

**Fin programa**

**Continuación de programa**

**Cargar**  $LF_{(barra)}$ ,  $LDF_{(barra)}$ , Pérdidas base, Pérdidas $_{(línea)}$  como datos de entrada al modelo DCOPF-*with-losses*.

**Ejecutar** modelo DCOPF-*with-losses*.

**Leer** multiplicadores de Lagrange de la solución del modelo DCOPF-*with-losses*.

**Calcular** componentes del CMgN.

**Imprimir** resultados.

**4.2. Sistemas de prueba**

El método desarrollado será aplicado a varios sistemas eléctricos, los resultados serán analizados y corroborados con la teoría, así se verificará la consistencia del método. En todos los casos (a menos que se indique lo contrario), las tolerancias usadas son las siguientes:

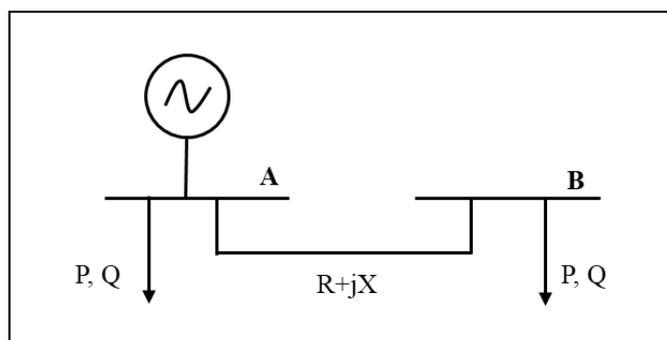
**Tabla 4.1:** Tolerancias usadas para los sistemas de prueba.

$\epsilon_{dc}$	10%
$i_{t_{dcmax}}$	4
$\epsilon_{ac}$	1%
$i_{t_{acmin}}$	3
$I_{t_{máx.}}$	10

En las siguientes secciones se muestran los datos de los sistemas empleados y el resumen de resultados luego de aplicar el método, para conocer más resultados (como tensión, flujos, etc.) de los mismos casos simulados, véase al Anexo H. Para entender el formato de las tablas de datos véase al Anexo J.

**4.2.1. Sistema de 2 barras (S2B)**

*Sistema de dos barras sin congestión (S2BS)*



**Figura 4.2:** Sistema de dos barras sin congestión.

**Tabla 4.2:** S2BS: Datos de las barras.

Code	Bus Name	Type	Voltage (p.u)	Angle (°)	MW	MVAR	Cens (US\$/MWh)
BA	Barra A	1	1.01	0	50	5	700
BB	Barra B	0	1	0	100	20	700

\*En la columna "Type": 1=Slack, 2=PV, 0=PQ. Para más detalles, véase Anexo J.

**Tabla 4.3:** S2BS: Datos de los generadores.

Cod.	Nombre	Bus	CI \$/MWh	F.Cost \$/h	MW min	MW max	MVAR min	MVAR max	MVAR
g1	Gen	BA	20	100	20	200	-300	300	0

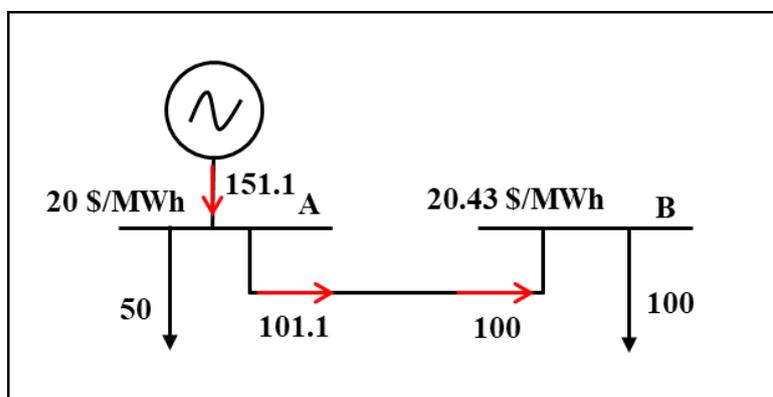
**Tabla 4.4:** S2BS: Datos de las líneas.

Cod.	Nombre	Bus	Bus	R(p.u)	X(p.u)	Bc/2(p.u)	MWmax
L1	Línea	1	2	0.01	0.1	0	999

Luego de aplicar el método se tienen los siguientes resultados:

**Tabla 4.5:** S2BS: Costo operativo total

Costo operativo (\$/h)	3121.9
------------------------	--------

**Figura 4.3:** CMgN y flujo de potencia activa en caso S2BS.**Tabla 4.6:** S2BS: Resumen de resultados.

Bus	Generación (MW)	Pérdidas (MW)	LF	CMgE (\$/MWh)	CMgP (\$/MWh)	CMgC (\$/MWh)	CMgN (\$/MWh)
BA	151.0959	0.55	0	20	0	0	20
BB	0	0.55	-0.021556	20	0.4311	0	20.43

Análisis de los resultados:

- El  $CMgN_B=20.43$  \$/MWh indica que 1 MW adicional de demanda en el nodo B, aumenta el costo operativo del sistema en 20.43 \$/h.
- $CMgP_A-CMgP_B=0.4311$  \$/MWh indica que 1 MW adicional de demanda en el nodo B, implica un costo operativo adicional de 0.4311 \$/MWh por el transporte de dicho megawatt del nodo “A” hacia el nodo “B”. Nótese que el transporte por las pérdidas marginales ha hecho que el CMgN en el nodo B se incremente.
- La diferencia de CMgC entre los nodos A y B implica que no hay congestión en la línea; en otras palabras, el CMgN no se ha afectado.
- El CMgP puede comprobarse empleado las ecuaciones (3.57) y (3.58):

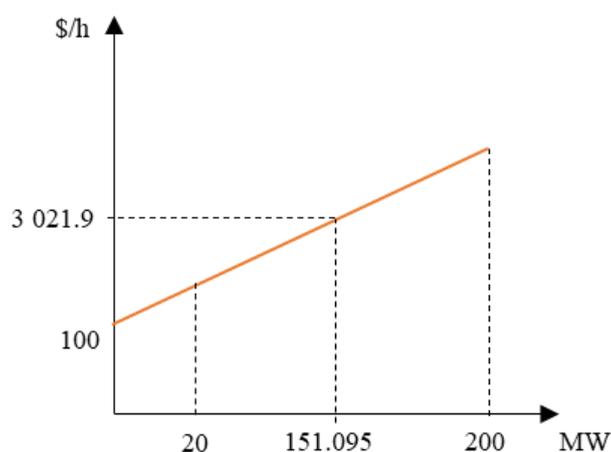
$$CMgP_B = -\tau \cdot LF_B = -CMgE_B \cdot LF_B$$

$$CMgP_B = -20 \cdot (-0.021556)$$

$$CMgP_B = 0.4311 \text{ \$/MWh}$$

- Se puede comprobar el costo operativo total indicado en la tabla 4.5 usando la curva de costos del generador. En la figura 4.4, se halló el costo \$/h a 151.095 MW, multiplicando la potencia inyectada 151.095 MW por el costo incremental 20 \$/h. Finalmente, el costo operativo total incluye también el costo variable no combustible.

$$\text{Costo Operativo} = 3021.9 + 100 = 3121.9 \text{ \$/h}$$



Pendiente=Costo Incremental=20 \$/MWh

**Figura 4.4:** Curva de costos del generador en S2BS.

- Dado que no hay congestión, el CMgE es igual al CMgN (20 \$/MWh) en el nodo de referencia. Se comprueba la conclusión 1 dada en la sección 3.5.
- Dado que el generador envía a través de la línea potencia activa del nodo A al nodo B, la diferencia de los ángulos de la tensión en la dirección  $A \rightarrow B$  debe ser positiva. Este resultado se ha comprobado, pues según la tabla K.1 (ver Anexo K) se tiene una diferencia de  $+5.72^\circ$  en dirección  $A \rightarrow B$ .
- Se percibe una caída de tensión de 1 p.u a 0.974 p.u según la tabla K.2 (ver Anexo K), lo cual es coherente dado que la potencia reactiva de envía del nodo A al nodo B.
- Dado que el sistema es radial y el nodo B es un nodo de demanda, el factor de pérdidas marginales (LF) resulta negativo; este es un resultado coherente dado que un incremento de demanda generalmente origina un incremento de pérdidas.
- En la tabla 4.6, al sumar las pérdidas se obtiene 1.1 MW. Dichas pérdidas según la tabla 4.6 se asignaron 0.55 MW para cada nodo. Dicha distribución de las pérdidas a los nodos es parte del modelamiento de las pérdidas en el modelo DCOPF-*with-losses* explicado en el literal “c” de la sección 3.3.2.

#### Sistema de dos barras con congestión (S2BC)

Se presenta un caso similar al anterior con la diferencia de que ahora hay un generador en el nodo B y la capacidad de la línea es limitada.

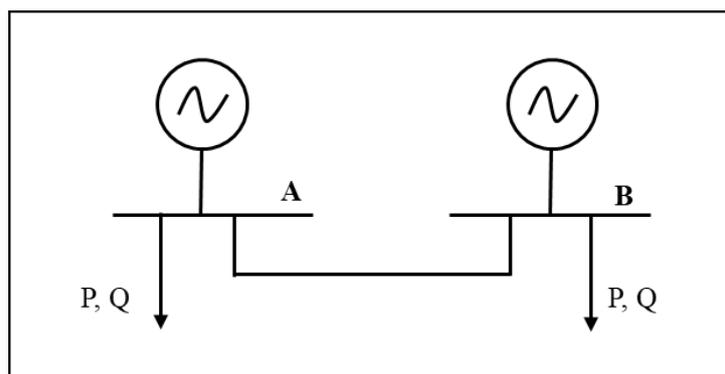


Figura 4.5: Sistema de dos barras con congestión.

Tabla 4.7: S2BC: Datos de las barras.

Code	Bus Name	Type	Voltage (p.u)	Angle(°)	MW	MVAR	Cens (US\$/MWh)
BA	Barra A	1	1.01	0	50	5	700
BB	Barra B	0	1	0	100	20	700

**Tabla 4.8:** S2BS: Datos de los generadores.

Cod.	Nombre	Bus	CI \$/MWh	F.Cost \$/h	MW min	MW max	MVAR min	MVAR max	MVAR
g1	Gen1	BA	20	100	20	200	-300	300	0
g2	Gen2	BB	30	100	10	50	-30	30	0

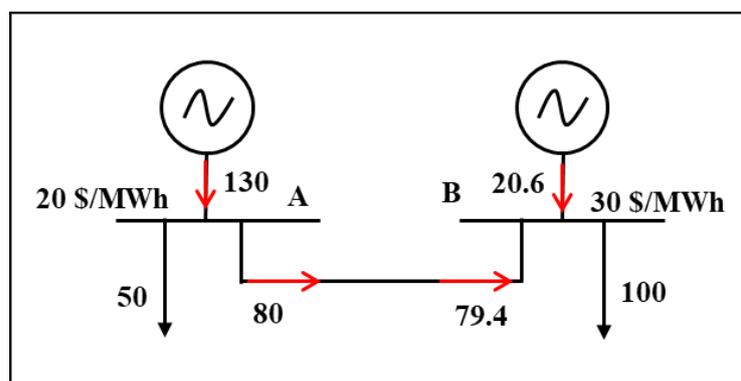
**Tabla 4.9:** S2BS: Datos de las líneas.

Cod.	Nombre	Bus	Bus	R(p.u)	X(p.u)	Bc/2(p.u)	MWmax
L1	Línea	1	2	0.01	0.1	0	80

Luego de aplicar el método se tienen los siguientes resultados:

**Tabla 4.10:** S2BC: Costo operativo total.

Costo operativo (\$/h)	3418.9
------------------------	--------

**Figura 4.6:** CMgN y flujo de potencia activa en caso S2BC.**Tabla 4.11:** S2BC: Resumen de resultados.

Bus	Generación (MW)	Pérdidas (MW)	LF	CMgE (\$/MWh)	CMgP (\$/MWh)	CMgC (\$/MWh)	CMgN (\$/MWh)
BA	130	0.32	0	24.8	0	-4.8	20
BB	20.63	0.32	-0.015913	24.8	0.3947	4.8	30

Análisis de los resultados:

- El caso S2BC presenta un mayor costo operativo que el caso S2BS debido al costo de operación del generador B.
- Fue necesario despachar al generador B pues la escasa capacidad de la línea (80 MW) impedía que el generador A cubra toda la demanda en el nodo B.
- Hay dos generadores marginales en el sistema: el generador A y B. Por los siguientes motivos:

- El generador A tiene la capacidad de suministrar un incremento de demanda más en el nodo A.
- El generador B no ha llegado a su límite (50 MW) por lo que puede suministrar un incremento de demanda en el nodo B.
- Pese a que el nodo A y el nodo B están conectados por una línea, ambos nodos están “aislados económicamente” debido a la congestión. Nótese la diferencia de precios en ambos nodos.
- Dado que el flujo en la línea ha llegado a su máxima capacidad, el multiplicador de Lagrange asociado a dicha restricción se ha activado. Esto se puede comprobar al notar que el CMgC es diferente de cero en los nodos que están conectados por la línea.
- Debido a la congestión, según la conclusión 1 de la sección 3.5 el CMgE no es igual al CMgN en el nodo de referencia.
- Dado que el nodo A es el nodo de referencia, el factor de pérdidas marginales (LF) respecto a dicho nodo es cero. Por tanto, el CMgP<sub>A</sub> también es cero.

$$CMgP_A = -\tau \cdot LF_A = -CMgE_A \cdot LF_A = -CMgE_A \cdot 0 = 0$$

- El CMgP puede comprobarse empleado las ecuaciones (3.57) y (3.58):

$$CMgP_B = -\tau \cdot LF_B = -CMgE_B \cdot LF_B$$

$$CMgP_B = -24.8(-0.015913)$$

$$CMgP_B = 0.394 \text{ \$/MWh}$$

- El CMgC<sub>A</sub> es negativo respecto al CMgC<sub>B</sub> lo cual indica la dirección del flujo de una zona cuyo CMgN es menor hacia una zona cuya CMgN es mayor.
- Nótese que respecto al caso sin congestión, el CMgN<sub>B</sub> resulta mayor debido a la congestión. Este aumento se evidencia en el signo de la componente del CMgC<sub>B</sub>, la cual es positiva, lo cual da la señal que la congestión ha producido un aumento del CMgN<sub>B</sub>.
- La renta por congestión puede ser calculada según la fórmula del anexo I:

$$RC_{TOTAL} = \sum_{i=1}^N (d_i - g_i) \cdot CMgC_i$$

$$RC_{TOTAL} = CMgC_1(d_1 - g_1) + CMgC_2(d_2 - g_2)$$

$$RC_{TOTAL} = (-4.8)(50 - 130) + 4.8(100 - 20.63)$$

$$RC_{TOTAL} = 764.98 \$/h$$

- El generador B garantiza el soporte de tensión en el nodo B. A diferencia del caso 2SBS, ahora el nodo B se mantiene con tensión 1 p.u., debido a la capacidad de reactivos del generador B. Véase tabla K.4 (Anexo K).
- En caso se cambie el nodo de referencia al nodo B, se tiene los siguientes resultados:

**Tabla 4.12:** S2BC: Resumen de resultados. Cambio de nodo de referencia.

Bus	Generación (MW)	Pérdidas (MW)	LF	CMgE (\$/MWh)	CMgP (\$/MWh)	CMgC (\$/MWh)	CMgN (\$/MWh)
BA	130	0.32	0.015663	25.2	-0.3947	-4.8	20
BB	20.63	0.32	0	25.2	0	4.8	30

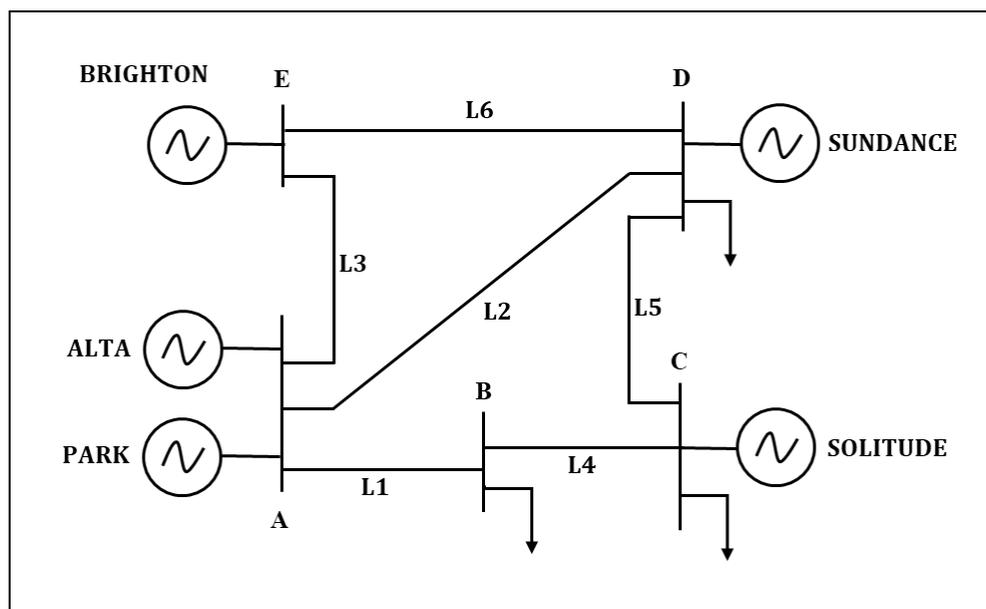
- Al comparar las tablas 4.11 y 4.12 se nota que el CMgN y su componente CMgC siguen siendo los mismos. Esto era un requerimiento planteado para el método en la sección 2.2.
- La generación y las pérdidas no han variado pese a cambiar el nodo de referencia. En realidad, cualquier modelo de optimización debe cumplir dicho requerimiento dado que el concepto de nodo de referencia solo es teórico pues en la operación real no hay nodo de referencia.
- Dado que el nodo referencia ha cambiado al nodo B, el factor de pérdidas marginales respecto al nodo B ahora es cero; por consiguiente, el  $CMgP_B=0$ .

#### 4.2.2. Sistema de 5 barras (S5B)

El sistema que se presenta es el sistema PJM de 5 barras.

**Tabla 4.13:** S5B: Datos de las barras.

Code	Bus Name	Type	Voltage (p.u)	Angle(°)	MW	MVAR	Cens (US\$/MWh)
BA	Barra A	1	1	0	0	0	700
BB	Barra B	0	1	0	300	100	700
BC	Barra C	2	1	0	300	100	700
BD	Barra D	2	1	0	300	100	700
BE	Barra E	2	1	0	0	0	700



**Figura 4.7:** Sistema PJM de 5 barras.

**Tabla 4.14:** S5B: Datos de los generadores.

Cod.	Nombre	Bus	CI \$/MWh	F.Cost \$/h	MW min	MW max	MVAR min	MVAR max	MVAR
g1	Alta	BA	14	0	20	110	-50	50	0
g2	Park	BA	15	0	20	100	-50	50	0
g3	Solitude	BC	30	0	20	520	-100	100	0
g4	Sundance	BD	35	0	20	200	-80	80	0
g5	Brighton	BE	10	0	20	600	-100	100	0

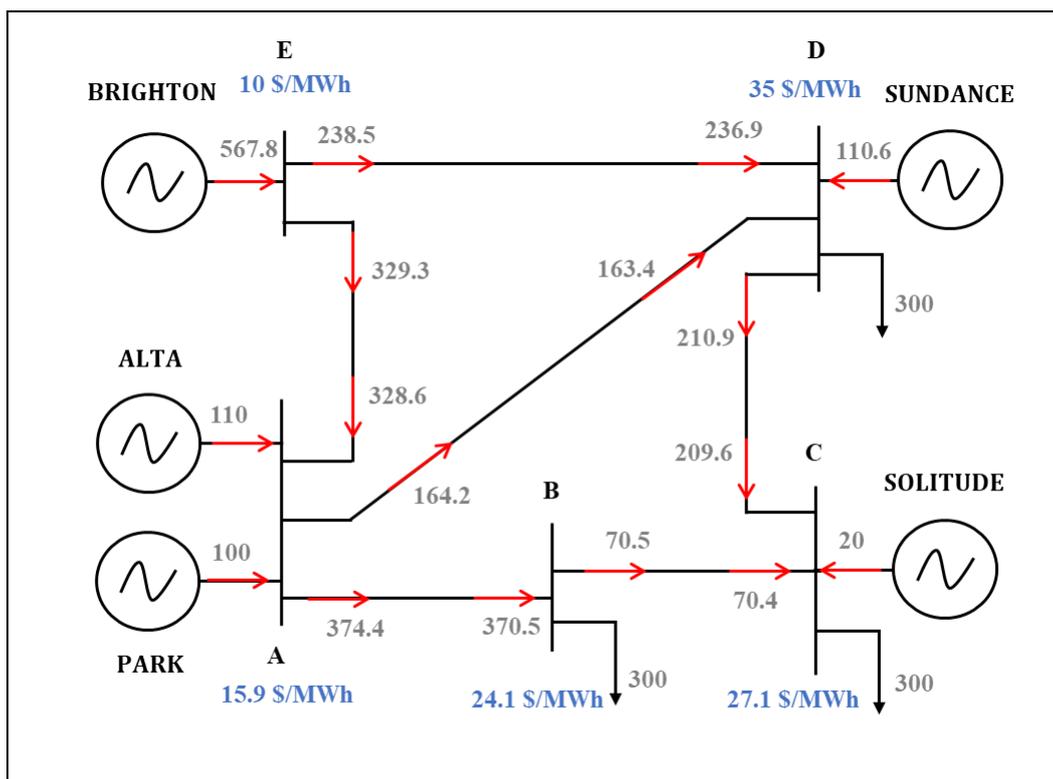
**Tabla 4.15:** S5B: Datos de las líneas.

Cod.	Nombre	Bus	Bus	R(p.u)	X(p.u)	Bc/2(p.u)	MWmax
L1	Línea 1	1	2	0.00281	0.0281	0	999
L2	Línea 2	1	4	0.00304	0.0304	0	999
L3	Línea 3	1	5	0.00064	0.0064	0	999
L4	Línea 4	2	3	0.00108	0.0108	0	999
L5	Línea 5	3	4	0.00297	0.0297	0	999
L6	Línea 6	5	4	0.00297	0.0297	0	239

Luego de aplicar el método se tienen los siguientes resultados:

**Tabla 4.16:** S5B: Costo operativo total.

Costo operativo (\$/h)	13189.9
------------------------	---------



**Figura 4.8:** CMgN y flujo de potencia activa en caso S5B.

**Tabla 4.17:** S5B: Resumen de resultados.

Bus	Generación (MW)	Pérdidas (MW)	LF	CMgE (\$/MWh)	CMgP (\$/MWh)	CMgC (\$/MWh)	CMgN (\$/MWh)
BA	210	2.69	0	22.02	0	-6.17	15.85
BB	0	1.98	-0.02124	22.02	0.4676	1.59	24.07
BC	20	0.7	-0.022763	22.02	0.5012	4.57	27.09
BD	110.61	1.91	-0.009859	22.02	0.2171	12.77	35
BE	567.84	1.18	0.004157	22.02	-0.0915	-11.92	10

Análisis de los resultados:

- El nodo o barra de referencia es el nodo "A". De acuerdo con el método presentado, se puede reconocer que es el nodo de referencia dado que el factor de pérdidas marginales (LF) es cero y el CMgP es cero. Además, se sabe que en un flujo AC, el nodo de referencia mantiene la magnitud de tensión y ángulo predefinida. Nótese en las tablas 4.18 y 4.19, que el nodo "A" cumple con lo anteriormente dicho:

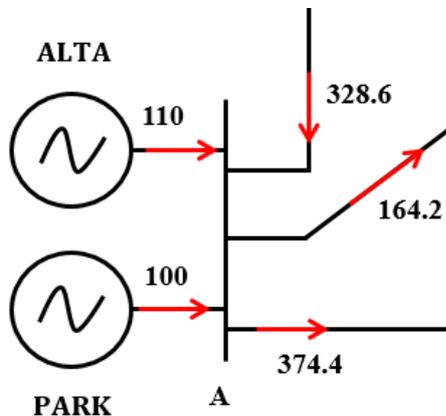
**Tabla 4.18:**  $LF_A$  y  $CMgP_A$  son iguales a cero dado que el nodo A es el nodo de referencia.

Bus	Generación (MW)	Pérdidas (MW)	LF	CMgE (\$/MWh)	CMgP (\$/MWh)	CMgC (\$/MWh)	CMgN (\$/MWh)
BA	210	2.69	0	22.02	0	-6.17	15.85

**Tabla 4.19:** La magnitud de tensión y el ángulo del nodo A es la predefinida dado que es el nodo de referencia.

Cod.	Nombre	Tipo	Tensión (p.u.)	Ángulo(°)	Gen(MW)	Gen(MVAr)
BA	Barra A	S	1.01	0	210	87.31

- Pese a que no se utilizó una ecuación de balance por cada nodo en el modelo DCOPF-*with-losses* (como tradicionalmente se estila), sino una ecuación de balance global; de todas formas, se puede verificar mediante los resultados que sí se cumple el balance de potencia por cada nodo. En la figura 4.9, se muestra los flujos de potencia activa y se comprueba que por cada nodo cumple el balance de potencia (potencia que entra al nodo=potencia que sale del nodo). Por ejemplo, en el nodo A se puede verificar:

**Figura 4.9:** Comprobación del balance de potencia en el nodo A.

$$\sum_{\text{al nodo}} \text{potencia entrante} = \sum_{\text{del nodo}} \text{potencia saliente}$$

$$110 + 100 + 328.6 = 164.2 + 374.4$$

$$538.6 = 538.6$$

- El balance de potencia por nodo en el modelo DCOPF-*with-losses*, se cumple por lo siguiente:

El factor  $LDF_n$  es fundamental para que las pérdidas ficticias sean consideradas como demanda y se consideren como parte de la inyección neta por nodo.

El cálculo de los flujos mediante factores  $GSF_n$  permite usar la inyección neta por nodo. Por tanto, en la fórmula del flujo de potencia está implícitamente el balance de potencia por nodo dado que considera generación, demanda y pérdidas.

- En la siguiente tabla se resume la condición de cada generador:

**Tabla 4.20:** Análisis de las unidades marginales en el caso S5B.

<b>Cod.</b>	<b>Nombre</b>	<b>Gen (MW)</b>	<b>Límite Mín.</b>	<b>Límite Máx.</b>	<b>¿Margina?</b>
g1	Alta	110	20	110	No
g2	Park	100	20	100	No
g3	Solitude	20	20	520	No
g4	Sundance	110.61	20	200	Sí
g5	Brighton	567.84	20	600	Sí

- En la sección 1.3, se definió que un generador es marginal cuando tiene la posibilidad de brindar el incremento o disminución adicional de potencia. Por tanto:

Las unidades “g1” y “g2” no son marginales debido a que operan su límite máximo de potencia. Es decir, ambas unidades no podrían aumentar su potencia para suplir 1 MW adicional de potencia en cualquier nodo.

La unidad “g3” no es marginal debido a que opera a su límite mínimo de potencia. Es decir, la unidad no podría disminuir su potencia si la demanda disminuye 1 MW de potencia en cualquier nodo.

Las unidades “g4” y “g5” son marginales porque pueden suplir cualquier incremento o disminución de demanda en cualquier nodo dado que se encuentran dentro de los límites de potencia. Por ejemplo: en el nodo D al cual se conecta el generador “g4” presenta un  $CMgN=35$  \$/MWh que es igual al costo incremental del generador D.

- En el sistema hay una línea congestionada pues el flujo por la línea del nodo E al D ha llegado a su límite máximo. Nótese que el  $CMgC$  en el nodo E es el mayor de todos, es decir, es el nodo más afectado por la congestión. El  $CMgC$  da la señal que la congestión ha encarecido el precio en dicha zona.

- Dado que hay congestión en la línea que conecta los nodos E y D se espera que la diferencia de los CMgC entre los nodos sea diferente de cero. Esto se fundamenta, en el hecho que a toda congestión se asocia una renta o beneficio por tanto según la fórmula del anexo I, la diferencia de los CMgC de los nodos (conectados por la línea) es diferente de cero.
- Dado que la congestión se registra en una línea no radial entonces se percibe CMgC diferentes de cero en varios nodos.
- La diferencia de los CMgC entre dos nodos conectados por una línea permite verificar el sentido del flujo:

*Sentido de flujo  $A \rightarrow B > 0$  cuando  $CMgC_B - CMgC_A > 0$*

Por ejemplo, se puede verificar que el flujo va del nodo E al nodo A:

$$CMgC_A - CMgC_E > 0$$

$$-6.17 - (-11.92) > 0$$

$$5.75 > 0$$

- Pese a que el generador “g3” (30 \$/MWh) tiene un costo incremental menor al generador “g4” (35 \$/MWh), la solución óptima indica que “g3” debe mantenerse a su potencia mínima. Por tanto, no necesariamente el óptimo es cuando el generador con menor costo incremental despacha toda su potencia disponible, quien restringe dicho despacho es la red de transmisión.
- La renta de congestión de todo el sistema se determina usando la fórmula del anexo I:

$$RC_{TOTAL} = \sum_{i=1}^5 CMgC_i(d_i - g_i)$$

$$RC_{TOTAL} = 12\,239.5 \text{ \$/h}$$

- En caso el nodo de referencia sea el nodo “E” y se vuelva a ejecutar el método, se tienen los siguientes resultados:

**Tabla 4.21:** S5B: Resumen de resultados. Caso donde se ha modificado el nodo de referencia.

Bus	Generación (MW)	Pérdidas (MW)	LF	CMgE (\$/MWh)	CMgP (\$/MWh)	CMgC (\$/MWh)	CMgN (\$/MWh)
BA	210	2.69	0	22.02	0	-6.17	15.85

Bus	Generación (MW)	Pérdidas (MW)	LF	CMgE (\$/MWh)	CMgP (\$/MWh)	CMgC (\$/MWh)	CMgN (\$/MWh)
BB	0	1.98	-0.02124	22.02	0.4676	1.59	24.07
BC	20	0.7	-0.022763	22.02	0.5012	4.57	27.09
BD	110.61	1.91	-0.009859	22.02	0.2171	12.77	35
BE	567.84	1.18	0.004157	22.02	-0.0915	-11.92	10

- Al comparar las tablas 4.17 (nodo de referencia A) y 4.21 (nodo referencia E) se verifica lo siguiente:
- La columna 2 es la misma, es decir, el despacho es el mismo pese a que ha cambiado el nodo de referencia.
- La columna 7 es la misma, es decir, el CMgC no se ha modificado pese a cambiar el nodo de referencia.
- La columna 8 es la misma, es decir, el CMgN no se ha modificado pese a cambiar el nodo de referencia.
- Se comprueba también (sin necesidad de calcularlo), que las rentas de congestión no varían si el nodo de referencia cambia, dado que los despachos y el CMgC es invariante respecto al nodo de referencia.

#### 4.2.3. Sistema de 14 barras (S14B)

El sistema que se presenta es el sistema IEEE de 14 barras.

**Tabla 4.22:** S14B: Datos de las barras.

Code	Bus Name	Type	Voltage (p.u)	Angle(°)	MW	MVAR	Cens (US\$/MWh)
B1	Barra 1	1	1.06	0	0	0	700
B2	Barra 2	2	1.045	0	25	13	700
B3	Barra 3	2	1.01	0	50	19	700
B4	Barra 4	0	1	0	48	-4	700
B5	Barra 5	0	1	0	20	2	700
B6	Barra 6	2	1.07	0	11	7	700
B7	Barra 7	0	1	0	0	0	700
B8	Barra 8	2	1.09	0	25	1	700
B9	Barra 9	0	1	0	30	3	700
B10	Barra 10	0	1	0	25	6	700
B11	Barra 11	0	1	0	50	2.5	700
B12	Barra 12	0	1	0	45	2.5	700
B13	Barra 13	0	1	0	55	5	700
B14	Barra 14	0	1	0	50	5	700

**Tabla 4.23:** S14B: Datos de los generadores.

<b>Cod.</b>	<b>Nombre</b>	<b>Bus</b>	<b>CI \$/MWh</b>	<b>F.Cost \$/h</b>	<b>MW min</b>	<b>MW max</b>	<b>MVAR min</b>	<b>MVAR max</b>	<b>MVAR</b>
g1	Gen1	B1	30	0	30	150	0	10	0
g2	Gen2	B2	30	0	30	140	-40	50	0
g3	Gen3	B3	10	0	10	80	0	40	0
g4	Gen4	B6	30	0	30	150	-6	24	0
g5	Gen5	B8	20	0	20	100	-6	24	0

**Tabla 4.24:** S14B: Datos de las líneas.

<b>Cod.</b>	<b>Nombre</b>	<b>Bus</b>	<b>Bus</b>	<b>R(p.u)</b>	<b>X(p.u)</b>	<b>Bc/2(p.u)</b>	<b>MWmax</b>
L1	Línea 1	1	2	0.0194	0.0592	0.0264	70
L2	Línea 2	1	5	0.054	0.223	0.0246	80
L3	Línea 3	2	3	0.047	0.198	0.0219	80
L4	Línea 4	2	4	0.0581	0.1763	0.017	60
L5	Línea 5	2	5	0.057	0.1739	0.0173	70
L6	Línea 6	3	4	0.067	0.171	0.0064	70
L7	Línea 7	4	5	0.0134	0.0421	0	80
L8	Línea 8	4	7	0.1	0.2091	0	80
L9	Línea 9	4	9	0.15	0.5562	0	65
L10	Línea 10	5	6	0.1	0.252	0	65
L11	Línea 11	6	11	0.095	0.1989	0	50
L12	Línea 12	6	12	0.1229	0.2558	0	80
L13	Línea 13	6	13	0.0662	0.1303	0	80
L14	Línea 14	7	8	0.08	0.1762	0	80
L15	Línea 15	7	9	0.08	0.11	0	65
L16	Línea 16	9	10	0.0318	0.0845	0	80
L17	Línea 17	9	14	0.1271	0.2704	0	80
L18	Línea 18	10	11	0.09	0.1921	0	100
L19	Línea 19	12	13	0.2209	0.1999	0	100
L20	Línea 20	13	14	0.1709	0.348	0	100

Luego de aplicar el método se tienen los siguientes resultados:

**Tabla 4.25:** S14B: Costo operativo total.

<u>Costo operativo (\$/h)</u>	<u>12 290.4</u>
-------------------------------	-----------------



**Tabla 4.26:** S14B: Resumen de resultados.

Bus	Generación (MW)	Pérdidas (MW)	LF	CMgE (\$/MWh)	CMgP (\$/MWh)	CMgC (\$/MWh)	CMgN (\$/MWh)
B1	131.21	1.34	0	30.76	0	-10.76	20
B2	83.41	2.15	-0.019941	30.76	0.6133	-6.37	25
B3	80	0.65	-0.028082	30.76	0.8637	-2.88	28.74
B4	0	3.69	-0.094864	30.76	2.9176	0.36	34.04
B5	0	3.63	-0.085028	30.76	2.6151	-1.86	31.51
B6	124.62	6.39	-0.241634	30.76	7.4319	1.81	40
B7	0	3.38	-0.190787	30.76	5.8676	-5.4	31.22
B8	46.53	0.34	-0.151023	30.76	4.6444	-5.4	30
B9	0	3.82	-0.329781	30.76	10.1426	6.23	47.13
B10	0	0.22	-0.361846	30.76	11.1289	5.49	47.37
B11	0	1.22	-0.372671	30.76	11.4619	3.69	45.91
B12	0	1.25	-0.40337	30.76	12.4062	2.09	45.25
B13	0	2.43	-0.38793	30.76	11.9313	2.48	45.16
B14	0	1.26	-0.499159	30.76	15.3521	4.6	50.71

**Tabla 4.27:** S14B: Líneas congestionadas

Cod.	Nombre	Congestión
L1	Línea 1	Sí
L2	Línea 2	-
L3	Línea 3	-
L4	Línea 4	Sí
L5	Línea 5	-
L6	Línea 6	-
L7	Línea 7	-
L8	Línea 8	-
L9	Línea 9	-
L10	Línea 10	-
L11	Línea 11	-
L12	Línea 12	-
L13	Línea 13	-
L14	Línea 14	-
L15	Línea 15	Sí
L16	Línea 16	-
L17	Línea 17	-
L18	Línea 18	-
L19	Línea 19	-
L20	Línea 20	-

Análisis de los resultados:

- De las 5 unidades de generación en servicio, 4 unidades son marginales.

**Tabla 4.28:** Análisis de las unidades marginales en el caso S14B.

Cod.	Nombre	Gen (MW)	Límite Mín.	Límite Máx.	¿Margina?
g1	Gen1	131.21	30	150	Sí
g2	Gen2	83.41	30	140	Sí
g3	Gen3	80	10	80	No
g4	Gen4	124.62	30	150	Sí
g5	Gen5	46.53	20	100	Sí

- Dichas unidades tienen la capacidad de subir o disminuir su generación para que en conjunto suministren una unidad adicional de potencia en cualquier nodo del sistema. Ninguna de ellas, se encuentra al mínimo o máximo de potencia. Por otra parte, la unidad “g3” no es marginal pues está a máxima potencia.
- En el sistema hay 3 instalaciones de transmisión congestionadas. Dichas congestiones son las responsables de que en el sistema haya más de 1 unidad marginal.
- Nótese que el CMgN en el nodo 1 es 20 \$/MWh que es igual al costo incremental de la unidad “g1” que es marginal. Asimismo, se cumple que en el nodo donde se conectan la unidad marginal, el CMgN es igual al costo incremental de dicha unidad.
- Las rentas de congestión del sistema:

$$RC_{TOTAL} = \sum_{i=1}^{14} CMgC_i(d_i - g_i)$$

$$RC_{TOTAL} = 2\,729.1 \text{ \$/h}$$

- El beneficio o saldo que dispone el operador es 2 729.1 \$/h; es decir, tiene este monto de dinero en “standby” que podrá asignar a los agentes dependiendo de las reglas del mercado. En muchos diseños de mercado como se mencionó en la sección 2.1.4 sucede lo siguiente: El operador de mercado ha determinado según su programa de operación para el día siguiente que dispondrá de ciertas rentas de congestión (RC) debido a la congestión en ciertas líneas; por tanto, subastará dicha cantidad de dinero a los agentes, probablemente el agente que tenga la expectativa de un mayor riesgo económico comprará una buena porción de las rentas, de esta manera, luego de

ejecutarse el programa de operación recibirá las rentas y podrá mitigar el riesgo económico que le provocó la volatilidad del CMgN.

- El ingreso tarifario asociado a las pérdidas:

$$IT_{PÉRDIDAS} = \sum_{i=1}^{14} CMgP_i(d_i - g_i)$$

$$IT_{PÉRDIDAS} = 2\,323.9 \text{ \$/h}$$

- El ingreso tarifario de pérdidas es otro monto así como las RC que el mercado ha generado. A diferencia de las RC que se devuelve a los agentes del mercado; por lo general, el ingreso tarifario (de pérdidas) se asigna a las instalaciones de transmisión como parte del monto total por el servicio de transmisión.

#### 4.2.4. Sistema de 30 barras (S30B)

El sistema que se presenta es el sistema de 30 barras IEEE.

**Tabla 4.29:** S30B: Datos de las barras.

Code	Bus Name	Type	Voltage (p.u)	Angle(°)	MW	MVAR	Cens (US\$/MWh)
B1	Barra1	1	1.02	0	0	0	700
B2	Barra2	0	1	0	43.4	12.7	700
B3	Barra3	0	1	0	9.6	1.2	700
B4	Barra4	0	1	0	15.2	1.6	700
B5	Barra 5	2	1.01	0	40.4	15	700
B6	Barra 6	0	1	0	0	0	700
B7	Barra 7	0	1	0	45.6	10.9	700
B8	Barra 8	2	1.01	0	60	20	700
B9	Barra 9	0	1	0	0	0	700
B10	Barra 10	0	1	0	45	2	700
B11	Barra 11	2	1.01	0	11.6	0	700
B12	Barra 12	0	1	0	22.4	7.5	700
B13	Barra 13	2	1.02	0	18.6	0	700
B14	Barra 14	0	1	0	18	1.6	700
B15	Barra 15	0	1	0	50	-6	700
B16	Barra 16	2	1.02	0	14	1.8	700
B17	Barra 17	0	1	0	18	5.8	700
B18	Barra 18	0	1	0	30	-15	700
B19	Barra 19	2	1.01	0	24	7	700
B20	Barra 20	0	1	0	45	-18	700
B21	Barra 21	0	1	0	35	11.2	700

Code	Bus Name	Type	Voltage (p.u)	Angle(°)	MW	MVAR	Cens (US\$/MWh)
B22	Barra 22	2	1.01	0	0	0	700
B23	Barra 23	2	1.01	0	18	1.6	700
B24	Barra 24	0	1	0	60	3.7	700
B25	Barra 25	0	1	0	0	0	700
B26	Barra 26	0	1	0	10	2.3	700
B27	Barra 27	2	1.02	0	0	0	700
B28	Barra 28	0	1	0	0	15	700
B29	Barra 29	0	1	0	15	-2	700
B30	Barra 30	0	1	0	30	-10	700

**Tabla 4.30:** S30B: Datos de los generadores.

Cod.	Nombre	Bus	CI \$/MWh	F.Cost \$/h	MW min	MW max	MVAR min	MVAR max	MVAR
g1	Gen 1	B1	10	-573.44	60	180	-10	50	0
g2	Gen 2	B5	20	-500	40	140	-40	50	0
g3	Gen 3	B8	15	-13.33	20	180	-40	40	0
g4	Gen 4	B11	30	-13.33	20	180	-10	40	0
g5	Gen 5	B13	35	-13.33	20	180	-10	40	0
g6	Gen 6	B22	25	-13.33	20	140	-10	40	0
g7	Gen 7	B23	40	-13.33	20	180	-10	50	0
g8	Gen 8	B27	10	-13.33	20	140	-10	50	0
c1	CSin 1	B16	999	0	0	0	-100	100	0
c2	CSin 2	B19	999	0	0	0	-50	50	0

**Tabla 4.31:** S30B: Datos de las líneas.

Cod.	Nombre	Bus	Bus	R(p.u)	X(p.u)	Bc/2(p.u)	MWmax
L1	Línea 1	1	2	0.0192	0.0575	0.0264	120
L2	Línea 2	1	3	0.0452	0.1652	0.0204	120
L3	Línea 3	2	4	0.057	0.1737	0.0184	80
L4	Línea 4	3	4	0.0132	0.0379	0.0042	80
L5	Línea 5	2	5	0.0472	0.1983	0.0209	80
L6	Línea 6	2	6	0.0581	0.1763	0.0187	80
L7	Línea 7	4	6	0.0119	0.0414	0.0045	50
L8	Línea 8	5	7	0.046	0.116	0.0102	80
L9	Línea 9	6	7	0.0267	0.082	0.0085	80
L10	Línea 10	6	8	0.012	0.042	0.0045	50
L11	Línea 11	6	9	0.15	0.208	0	50
L12	Línea 12	6	10	0.25	0.556	0	50
L13	Línea 13	9	11	0.1	0.208	0	50
L14	Línea 14	9	10	0.08	0.11	0	50
L15	Línea 15	4	12	0.16	0.256	0	50

Cod.	Nombre	Bus	Bus	R(p.u)	X(p.u)	Bc/2(p.u)	MWmax
L16	Línea 16	12	13	0.09	0.14	0	100
L17	Línea 17	12	14	0.1231	0.2559	0	50
L18	Línea 18	12	15	0.0662	0.1304	0	50
L19	Línea 19	12	16	0.0945	0.1987	0	50
L20	Línea 20	14	15	0.0845	0.1997	0	50
L21	Línea 21	16	17	0.0524	0.1923	0	50
L22	Línea 22	15	18	0.1073	0.2185	0	50
L23	Línea 23	18	19	0.0639	0.1292	0	50
L24	Línea 24	19	20	0.034	0.068	0	70
L25	Línea 25	10	20	0.0936	0.209	0	70
L26	Línea 26	10	17	0.0324	0.0845	0	50
L27	Línea 27	10	21	0.0348	0.0749	0	60
L28	Línea 28	10	22	0.0727	0.1499	0	60
L29	Línea 29	21	22	0.0116	0.0236	0	70
L30	Línea 30	15	23	0.1	0.202	0	50
L31	Línea 31	22	24	0.1	0.179	0	50
L32	Línea 32	23	24	0.132	0.27	0	50
L33	Línea 33	24	25	0.1885	0.3292	0	50
L34	Línea 34	25	26	0.2544	0.38	0	50
L35	Línea 35	25	27	0.1093	0.2087	0	50
L36	Línea 36	28	27	0.15	0.396	0	40
L37	Línea 37	27	29	0.2198	0.4153	0	50
L38	Línea 38	27	30	0.3202	0.6027	0	50
L39	Línea 39	29	30	0.2399	0.4533	0	50
L40	Línea 40	8	28	0.0636	0.2	0.0214	50
L41	Línea 41	6	28	0.0169	0.0599	0.0065	50

Luego de aplicar el método se tienen los siguientes resultados:

**Tabla 4.32:** S30B: Costo operativo total.

Costo operativo (\$/h)      13 290.4

**Tabla 4.33:** S30B: Resumen de resultados.

Bus	Generación (MW)	Pérdidas (MW)	LF	CMgE (\$/MWh)	CMgP (\$/MWh)	CMgC (\$/MWh)	CMgN (\$/MWh)
B1	176.05	2.04	0	23.6	0	-13.6	10
B2	0	1.81	-0.04873	23.6	1.1499	-10.42	14.33
B3	0	0.89	-0.066464	23.6	1.5684	-12.34	12.82
B4	0	2.51	-0.083311	23.6	1.9659	-12.04	13.52
B5	40	0.23	-0.071075	23.6	1.6772	-10.28	14.99
B6	0	2.92	-0.084282	23.6	1.9889	-10.17	15.42

B7	0	0.19	-0.096721	23.6	2.2824	-10.21	15.67
B8	100.89	0.09	-0.068953	23.6	1.6271	-10.22	15
B9	0	2.44	-0.248504	23.6	5.8641	-0.95	28.51
B10	0	5.19	-0.359479	23.6	8.4829	3.95	36.03
B11	20	0.04	-0.221511	23.6	5.2272	-0.95	27.87
B12	0	5.88	-0.326219	23.6	7.6979	7.95	39.25
B13	87.42	2.03	-0.146226	23.6	3.4502	7.95	35
B14	0	0.36	-0.419363	23.6	9.8959	11.63	45.12
B15	0	2.95	-0.436638	23.6	10.3036	14.38	48.28
B16	0	0.44	-0.382309	23.6	9.0216	6.17	38.79
B17	0	0.13	-0.37865	23.6	8.9353	4.66	37.19
B18	0	1.29	-0.593525	23.6	14.0058	10.7	48.3
B19	0	0.22	-0.621888	23.6	14.6751	8.51	46.79
B20	0	2.71	-0.590278	23.6	13.9292	7.36	44.89
B21	0	0.49	-0.322485	23.6	7.61	11.36	42.57
B22	116.41	0.77	-0.299853	23.6	7.0759	-5.67	25
B23	65.22	0.88	-0.32495	23.6	7.6681	8.73	40
B24	0	1.77	-0.345735	23.6	8.1586	1.23	32.98
B25	0	2.85	-0.139517	23.6	3.2923	4.26	31.15
B26	0	0.14	-0.20678	23.6	4.8795	4.26	32.74
B27	119.12	3.04	-0.002914	23.6	0.0687	-13.67	10
B28	0	0.36	-0.074233	23.6	1.7517	-10.52	14.83
B29	0	0.71	-0.113237	23.6	2.6721	-13.67	12.6
B30	0	0.93	-0.157607	23.6	3.7191	-13.67	13.65

**Tabla 4.34:** S30B: Líneas congestionadas

<b>Cod.</b>	<b>Nombre</b>	<b>Congestión</b>
L1	Linea1	Sí
L15	Linea15	Sí
L18	Linea18	Sí
L29	Linea29	Sí
L35	Linea35	Sí

Análisis de los resultados:

- El costo incremental de las unidades generadoras marginales es el CMgN de las barras donde se conectan dichos generadores.
- El CMgC diferente de cero es el indicativo de ramas congestionadas en el sistema. Además, los CMgC positivos indican que la congestión ha hecho el CMgN se eleve en dichos nodos.

- Los compensadores síncronos en las barras 16 y 19 evitan los perfiles bajos de tensión por debajo de 0.95 p.u. en dichas barras. Se puede realizar la prueba sin dichos compensadores para corroborar la caída de tensión, inclusive, puede no converger.
- Las rentas de congestión del sistema:

$$RC_{TOTAL} = \sum_{i=1}^{30} CMgC_i(d_i - g_i)$$

$$RC_{TOTAL} = 5\,134.7 \text{ \$/h}$$

- El ingreso tarifario asociado a las pérdidas:

$$IT_{PÉRDIDAS} = \sum_{i=1}^{30} CMgP_i(d_i - g_i)$$

$$IT_{PÉRDIDAS} = 2\,547.8 \text{ \$/h}$$

- Sin la descomposición del CMgN no se habría separado las rentas de congestión y el ingreso tarifario de pérdidas, sino que se hubiese calculado un solo ingreso tarifario:

$$IT = \sum_{i=1}^{30} CMgN_i(d_i - g_i)$$

$$IT = 7\,682.5 \text{ \$/h}$$

Nótese que el ingreso tarifario calculado incluye las rentas de congestión y el ingreso asociado a las pérdidas. Si el ingreso tarifario no está desagregado no es posible la administración de los saldos económicos asociados a las pérdidas y la congestión.

### 4.3. Comparación con otros métodos

La finalidad de esta sección es confrontar el método desarrollado con los métodos y/o modelos de otras investigaciones afines al tema. Se realizará comparaciones de resultados usando el sistema de 5 barras analizado en la sección 4.2.2. No obstante, se modificará datos de algunos generadores y barras pues dichos datos se emplean en las investigaciones a comparar. A este sistema de 5 barras se denominará “S5BM”. A continuación, se muestran los datos de las barras y generadores a usar para el sistema S5BM:

**Tabla 4.35:** S5BM: Datos de las barras.

Code	Bus Name	Type	Voltage (p.u)	Angle(°)	MW	MVAR	Cens (US\$/MWh)
BA	Barra A	2	1	0	0	0	700
BB	Barra B	0	1	0	300	100	700
BC	Barra C	2	1	0	300	100	700
BD	Barra D	1	1	0	400	100	700
BE	Barra E	2	1	0	0	0	700

\*En la columna "Type": 1=Slack, 2=PV, 0=PQ. Para más detalles, véase Anexo J.

**Tabla 4.36:** S5BM: Datos de los generadores.

Cod.	Nombre	Bus	CI \$/MWh	F.Cost \$/h	MW min	MW max	MVAR min	MVAR max	MVAR
g1	Alta	BA	14	0	0	110	-100	100	0
g2	Park	BA	15	0	0	100	-50	50	0
g3	Solitude	BC	30	0	0	500	-100	100	0
g4	Sundance	BD	40	0	0	200	-80	80	0
g5	Brighton	BE	20	0	0	600	-100	100	0

#### 4.3.1. Confrontación N°1 con otro modelo DCOPF-*with-losses*

El modelo con el cual se confrontará se presenta en la referencia [18]. En resumen, la referencia citada plantea un modelo de flujo óptimo DC, a partir de su solución se calcula las pérdidas ( $rF^2$ ) mediante los flujos DC, luego dichas pérdidas se ingresan como demandas ficticias por barra al modelo y nuevamente se resuelve. Este proceso se lleva a cabo iterativamente hasta obtener la solución final y descomposición del CMgN.

En comparación al método de la presente tesis, ambos métodos emplean el criterio de ingresar las pérdidas como demandas ficticias. Otra característica en común es el uso de los factores GSF para el modelamiento de los flujos en el modelo de flujo óptimo.

A diferencia del método de la presente tesis, el modelo de la referencia citada está formulado tal que las pérdidas no son una variable de decisión o incógnita del modelo. Otra diferencia, es que el modelo de la referencia usa en todas sus iteraciones el flujo DC para el cálculo de pérdidas y distribución de pérdidas; por tanto, se desliga de la tensión y la potencia reactiva. Además, el modelo de la referencia citada usa una formulación matemática ligeramente diferente para la descomposición del CMgN, dicha diferencia surge debido a que las pérdidas no son una variable de decisión. Otra diferencia para resaltar es que, en el modelo de la referencia el CMgN depende de cuál sea la barra de referencia; en cambio, en

el método de la presente tesis, sin importar cuál sea la barra de referencia no cambian los resultados (véase tabla 4.21).

Se realizará una comparación de resultados usando el sistema de 5 barras “S5BM” mostrado al inicio de la sección 4.3.

**Tabla 4.37:** S5BM: Resultados con el método de referencia [18].

Bus	Generación (MW)	Pérdidas (MW)	LF	CMgE (\$/MWh)	CMgP (\$/MWh)	CMgC (\$/MWh)	CMgN (\$/MWh)
BA	210	1.564	0.0114	34.648	-0.393	-10.856	23.399
BB	0	0.884	-0.0026	34.648	0.091	-6.409	28.329
BC	326.92	0.024	-0.0015	34.648	0.052	-4.699	30
BD	0	1.425	0	34.648	0	0	34.648
BE	467.99	1.020	0.0143	34.648	-0.494	-14.154	20
	1004.91	4.917					

Tiempo de ejecución=1.167 s.

**Tabla 4.38:** S5BM: Resultados con el método de la presente tesis.

Bus	Generación (MW)	Pérdidas (MW)	LF	CMgE (\$/MWh)	CMgP (\$/MWh)	CMgC (\$/MWh)	CMgN (\$/MWh)
BA	210	1.544	0.0114	27.037	-0.3079	-3.311	23.418
BB	0	0.879	-0.0026	27.037	0.07	1.194	28.301
BC	332.65	0.035	-0.0014	27.037	0.0376	2.925	30
BD	0	1.392	0.0000	27.037	0	7.687	34.724
BE	462.22	1.013	0.0142	27.037	-0.3848	-6.652	20
Total	1004.87	4.863					

Tiempo de ejecución=4.083 s.

- Al comparar las tablas 4.37 y 4.38, se visualiza que hay una diferencia en la columna de generación (MW) de 5.77 MW como máximo, y en la columna de CMgN la diferencia aparece en el orden de las centésimas. Respecto a la columna de CMgC, puede notarse que son completamente diferentes; esto era de esperarse pues las fórmulas matemáticas para la descomposición empleadas son diferentes a las que emplea esta tesis.

#### 4.3.2. Confrontación N°2 con otro modelo DCOPF-*with-losses*

El modelo con el cual se confrontará es diferente al de la anterior sección. Este modelo se presenta en las referencias [12] [21]. En resumen, las referencias citadas presentan un modelo de flujo óptimo DC cuya formulación incluye a las pérdidas como una variable de decisión a determinar. En cada iteración, se calculan las pérdidas usando el factor de

pérdidas marginales y unas pérdidas base que se obtuvieron de la anterior iteración. El proceso iterativo es similar al planteado en la referencia [18], el cual se explicó en la anterior sección.

De las referencias citadas, el método de la presente tesis recoge el criterio de usar un vector que defina la distribución de pérdidas por barra (véase sección 3.3.2, literal d). Gracias a dicho criterio, el CMgN es independiente de cuál sea la barra de referencia.

Sin embargo, una diferencia a resaltar es que el modelo de las referencias citadas usa el flujo DC en todas las iteraciones para el cálculo de pérdidas y factor de pérdidas marginales; en cambio, en el método de la presente tesis se emplea no solo flujo DC sino también flujo AC para el mismo propósito. Además, el hecho de usar flujo AC permite calcular y monitorear otras variables como la tensión y potencia reactiva que en el flujo DC no se pueden determinar. A continuación, se confrontarán los resultados de los trabajos citados frente a los obtenidos con el presente trabajo.

**Tabla 4.39:** S5BM: Resumen de resultados con el método de referencias [19] [21].

Bus	Generación (MW)	Pérdidas (MW)	LF	CMgE (\$/MWh)	CMgP (\$/MWh)	CMgC (\$/MWh)	CMgN (\$/MWh)
BA	210	1.58	0.0114	27.01	-0.31	-3.29	23.42
BB	0	0.89	-0.0027	27.01	0.07	1.22	28.3
BC	326.9	0.02	-0.0016	27.01	0.04	2.95	30
BD	0	1.4	0	27.01	0	7.71	34.72
BE	468.02	1.02	0.0143	27.01	-0.39	-6.62	20

\*No se precisa el tiempo de ejecución, pero se estima que es 1.167 s.

**Tabla 4.40:** S5BM: Resultados con el método de la presente tesis.

Bus	Generación (MW)	Pérdidas (MW)	LF	CMgE (\$/MWh)	CMgP (\$/MWh)	CMgC (\$/MWh)	CMgN (\$/MWh)
BA	210	1.544	0.0114	27.037	-0.3079	-3.311	23.418
BB	0	0.879	-0.0026	27.037	0.07	1.194	28.301
BC	332.65	0.035	-0.0014	27.037	0.0376	2.925	30
BD	0	1.392	0.0000	27.037	0	7.687	34.724
BE	462.22	1.013	0.0142	27.037	-0.3848	-6.652	20
Total	1004.87	4.863					

Tiempo de ejecución=4.083 s.

- Al comparar las tablas 4.39 y 4.40, se visualiza que hay una diferencia en la columna de generación (MW) del orden de 5.7 MW como se dio también en la anterior sección. Respecto al CMgN, nótese que son prácticamente iguales. Finalmente, entre las componentes del CMgN, el CMgP de la referencia citada está más alejado de la

presente tesis; esto se debe, a que el modelamiento de flujo de potencia es más preciso en la presente tesis que respecto a la referencia citada y dicha componente CMgP resulta más sensible ante una variación de los flujos debido a que las pérdidas marginales dependen del doble del flujo (2rf). También se nota una diferencia del orden de 0.1 \$/MWh en la componente de CMgC, esta diferencia origina que las rentas de congestión calculadas por cada método también sean diferentes.

**Tabla 4.41:** Comparativo de rentas de congestión.

Modelo de cálculo de descomposición de CMgN	Renta de congestión calculada para el sistema S5BM
Según tesis	7107.5 \$/h
Según [19] [21]	7159.8 \$/h
Diferencia	-52.3 \$/h

- El monto 52.3 \$/h representa un saldo adicional que el operador recaudaría en caso aplicara el método de la referencia [19] [21]; el problema está en que ese saldo adicional es producto de la inexactitud del modelo. Dado que este saldo proviene de los agentes del mercado, entonces se estaría perjudicando a los agentes pues el operador en realidad debió recaudar como renta de congestión: 7107.5 \$/h y no 7159.8 \$/h. Si la congestión permaneciera por 2 h y se presentara en la hora punta de cada día, entonces durante un año (365 días) el monto en exceso que no debió recaudar el operador será \$ 38 179. Por lo expuesto, el método de la presente tesis debe ser empleado para mejorar la exactitud del cálculo de las rentas de congestión y así evitar que se perjudique a los agentes del mercado.

#### 4.3.3. Confrontación con un modelo de flujo óptimo AC

En la referencia [24] se presenta un modelo de flujo óptimo AC (ACOPF). En resumen, es un modelo tradicional de flujo óptimo AC el cual se basa en una función objetivo que minimiza el costo de operación sujeto a restricciones de balance por nodo de potencia activa y reactiva, también tiene restricciones que limita la tensión en los nodos. En dicho modelo, el CMgN de un nodo se determina descubriendo el multiplicador de Lagrange de la ecuación de balance de potencia activa del nodo. Dado que el modelo ACOPF incluye una mayor cantidad de restricciones que reflejan lo más preciso posible el comportamiento de un sistema eléctrico, el modelo ACOPF es el mejor modelo en términos de exactitud, por

tanto, sirve como modelo de referencia con el cual se puede comparar las investigaciones citadas incluyendo la presente tesis.

En comparación con el método de la presente tesis, en ambos se emplean las ecuaciones de flujo AC de potencia activa y reactiva para modelar el flujo por la red de transmisión.

Sin embargo, como se sabe, un modelo ACOPF incorpora las ecuaciones de flujo AC en las restricciones de balance nodal, las cuales están contenidas en el modelo de optimización; en cambio, en el método de esta tesis, las ecuaciones de flujo AC se resuelven luego de solucionar el modelo de optimización de despacho. Cabe mencionar, que el modelo ACOPF incorpora como parte de la optimización el control de tensión dentro de límites predefinidos tanto en barras PV y PQ; por tanto, el modelo ACOPF arroja un despacho de potencia reactiva considerando dichos límites. Sin duda, esta es una ventaja frente al método de esta presente tesis. No obstante, lo que es importante resaltar es el hecho que un modelo ACOPF tradicional como lo plantea la referencia [24], no es capaz de descomponer directamente el CMgN, como sí lo hace el método de la presente tesis. Para descomponer el CMgN en un modelo ACOPF se requiere de un modelamiento más acucioso, el cual merece ser un tema también de investigación.

A continuación, se confrontarán los resultados de la referencia citada frente a los que se obtienen con la presente tesis. Cabe mencionar que a diferencia de las comparaciones realizadas en las secciones 4.3.1 y 4.3.1, ahora se mostrará los flujos de potencia activa y reactiva resultantes, esto con la finalidad de comparar que tan preciso son los resultados de la presente tesis respecto a un modelo ACOPF tradicional.

**Tabla 4.42:** S5BM: Resultados con el método de la presente tesis.

<b>Bus</b>	<b>Gen (MW)</b>	<b>Gen (MVAR)</b>	<b>Pérdidas (MW)</b>	<b>LF</b>	<b>CMgE (\$/MWh)</b>	<b>CMgP (\$/MWh)</b>	<b>CMgC (\$/MWh)</b>	<b>CMgN (\$/MWh)</b>
BA	210	13.72	1.544	0.0114	27.037	-0.3079	-3.311	23.418
BB	0	0	0.879	-0.0026	27.037	0.07	1.194	28.301
BC	332.65	76.85	0.035	-0.0014	27.037	0.0376	2.925	30
BD	0	84.06	1.392	0.0000	27.037	0	7.687	34.724
BE	462.22	-35.99	1.013	0.0142	27.037	-0.3848	-6.652	20
Total	1004.87	138.64	4.863					

Tiempo de ejecución=4.083 s.

**Tabla 4.43:** S5BM: Flujo por las líneas resultantes después de aplicar el método de la presente tesis.

Cod.	Nombre	Inicio	Final	Envío		Recibido		Pérdidas	
				MW	MVAR	MW	MVAR	MW	MVAR
L1	Línea1	1	2	246.25	3.11	244.54	-13.94	1.7	17.04
L2	Línea2	1	4	186.5	-13.28	185.44	-23.91	1.06	10.63
L3	Línea3	1	5	-222.75	23.9	-223.07	20.69	0.32	3.21
L4	Línea4	2	3	-55.46	-43.94	-55.51	-44.48	0.05	0.55
L5	Línea5	3	4	-22.87	2.37	-22.88	2.21	0.02	0.16
L6	Línea6	5	4	239.15	-15.3	237.44	-32.36	1.71	17.06

**Tabla 4.44:** S5BM: Resumen de resultados con el método de la referencia [24].

Bus	Generación (MW)	Generación (MVAR)	CMgN (\$/MWh)
BA	210	-114.26	23.397
BB	0	0	28.311
BC	332.33	100	30
BD	0	53.08	34.691
BE	462.55	100	20
Total	1004.88	138.81	

**Tabla 4.45:** S5BM: Flujo por las líneas luego de aplicar el método de la referencia [24].

Cod.	Nombre	Inicio	Final	Envío		Recibido		Pérdidas	
				MW	MVAR	MW	MVAR	MW	MVAR
L1	Línea1	1	2	246.29	-8.12	244.59	-25.09	1.697	16.97
L2	Línea2	1	4	185.98	-16.05	184.92	-26.58	1.054	10.54
L3	Línea3	1	5	-222.26	-90.09	-222.63	-93.76	0.366	3.66
L4	Línea4	2	3	-55.41	-55.09	-55.48	-55.75	0.066	0.66
L5	Línea5	3	4	-23.14	14.25	-23.17	14.03	0.022	0.22
L6	Línea6	5	4	239.92	-6.24	238.24	-6.24	1.677	16.77

- Al comparar las tablas 4.42 y 4.44, se visualiza que hay una diferencia en la columna de generación (MW) del orden de 0.5 MW. Respecto al CMgN, nótese que son prácticamente iguales. Finalmente, no es posible comparar las componentes del CMgN dado que el método de la referencia citada no puede descomponer como ya se anticipó al inicio de esta sección, debido a que su formulación matemática no está acondicionada para la descomposición.

- Al comparar las tablas 4.43 y 4.45, nótese que los flujos de potencia activa difieren como máximo en 0.9 MW. Sin embargo, sí se percibe mayor diferencia en los flujos de potencia reactiva, esto se debe a que las restricciones de balance por nodo de potencia reactiva no forman parte del modelo de flujo óptimo en el método de la presente tesis, en cambio, en la referencia [24] sí forma parte.

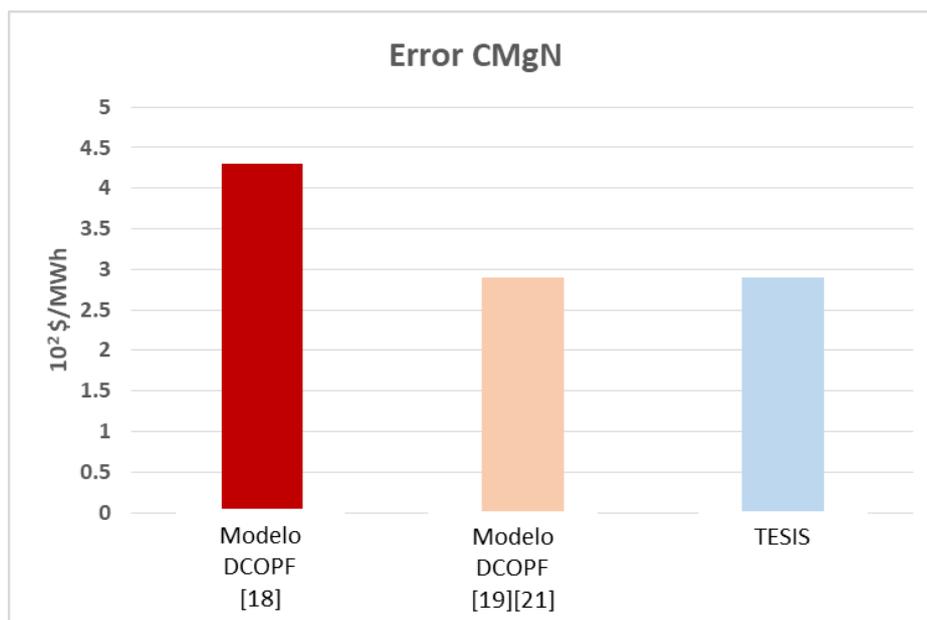
#### 4.3.4. Resumen de las comparaciones

Las comparaciones realizadas en las secciones 4.3.1, 4.3.2 y 4.3.3 muestran que el método de esta tesis frente a otras investigaciones (otros modelos DCOPF-*with-losses*) arroja resultados más precisos en términos de cálculo de CMgN, componentes del CMgN y despacho. Se dice que son más precisos dado que se acercan más a los resultados que arroja el modelo ACOPF, el cual se considera como el modelo más exacto de todos.

Se recalca que la calidad (exactitud) de los resultados radica en que el método de la presente tesis usa flujo AC para el cálculo y distribución de las pérdidas. Otro detalle que otorga exactitud es el cálculo del factor de pérdidas marginales a partir de la matriz Jacobiana del flujo AC, el cual considera no solo la sensibilidad de las pérdidas respecto a la potencia activa sino también respecto a la potencia reactiva.

**Tabla 4.46:** Comparación del CMgN entre investigaciones y la presente tesis.

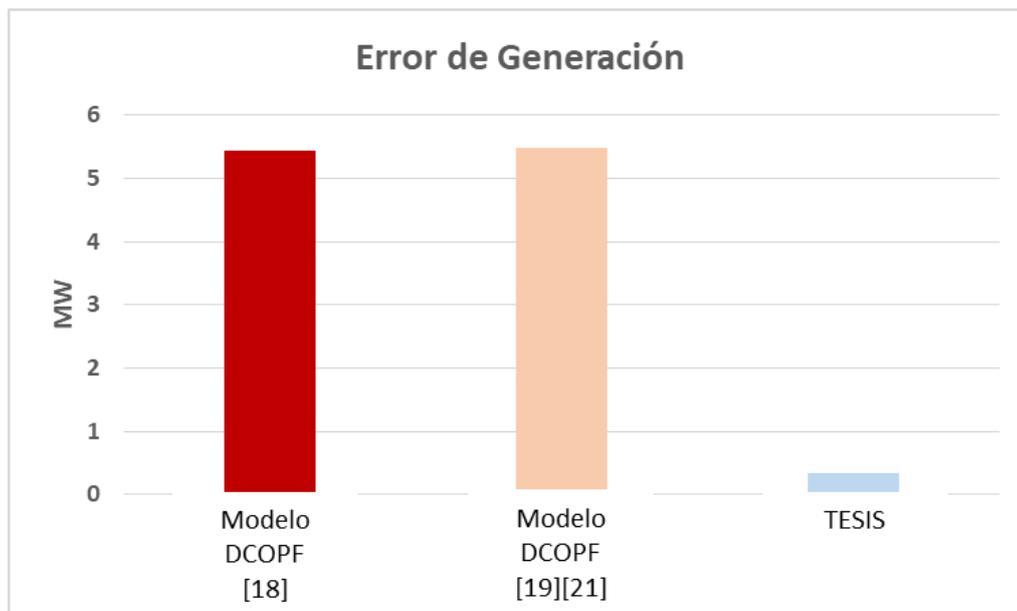
Barra	CMgN (\$/MWh)			Tesis
	Modelo 1 DCOPF [18]	Modelo 2 DCOPF [19], [21]	Modelo ACOPF [24]	
A	23.399	23.42	23.397	23.42
B	28.329	28.3	28.311	28.3
C	30	30	30	30
D	34.648	34.72	34.691	34.72
E	20	20	20	20
Error máximo respecto a modelo ACOPF	0.043 (\$/MWh)	0.029 (\$/MWh)	0	0.029 (\$/MWh)
Error relativo	0.1%	0.08%	0	0.08%



**Figura 4.11:** Comparativo de CMgN: Modelo de la presente tesis frente a otras investigaciones. El modelo ACOPF es el modelo referencia.

**Tabla 4.47:** Comparación de la generación.

Barra	Generación (MW)			
	Modelo 1 DCOPF [18]	Modelo 2 DCOPF [19], [21]	Modelo ACOPF [24]	Tesis
A	210	210	210	210
B	0	0	0	0
C	326.92	326.9	332.33	332.65
D	0	0	0	0
E	467.99	468.02	462.55	462.22
Error máximo respecto a modelo ACOPF	5.44 MW	5.47 MW	0	0.33 MW
Error relativo	1.18%	1.18%	0	0.07%



**Figura 4.12:** Comparativo de despacho: Modelo de la presente tesis frente a otras investigaciones. El modelo ACOPF es el modelo referencia.

Respecto al comparativo de los flujos por la red de transmisión, el método de la presente tesis apenas difiere en 0.5 MW respecto a los flujos de un modelo ACOPF como se vio en la sección 4.3.3.

#### 4.4. Dificultades y detalles presentados durante la implementación y pruebas

En primera instancia, la fórmula para cálculo del factor de pérdidas marginales (LF) mediante flujo AC es engorrosa resolverla numéricamente pues contiene la matriz Jacobiana de un flujo AC (véase la referencia [23]). Sin embargo, dado que el método presentado en este trabajo (detallado en el capítulo 3) incorpora el cálculo de flujo AC entonces el cálculo del factor de pérdidas marginales resulta más accesible, pues a partir del cálculo de flujo AC se obtiene directamente de la matriz Jacobiana.

Los sistemas de prueba deben ser previamente analizados antes de ser ejecutados mediante el método. En especial, se debe verificar que en la red se garantice el soporte de tensión para evitar la no convergencia del flujo AC por estabilidad de tensión en estado estacionario, es decir, para evitar el colapso de tensión. Por ejemplo, en el caso de 30 barras se aseguró el soporte de tensión mediante la conexión de equipos SVC en ciertas zonas que inicialmente con un flujo AC preliminar se detectó perfiles bajos de tensión (menor a 0.95 p.u.).

Puede presentarse que, al ejecutar el método la solución del modelo muestre soluciones que tengan el mismo valor de la función objetivo, esto sucede debido a que el modelo de optimización presentado es lineal. Dado que es lineal es probable que las soluciones estén en la misma frontera y por teoría, el valor de la función objetivo sea el mismo con cualquier conjunto de soluciones de la frontera (a este problema se denomina solución “degenerada”). Por tanto, como trabajo futuro se puede elaborar algoritmos que eviten la degeneración presentada. En caso se desee revisar teoría acerca de soluciones degeneradas en problemas de programación lineal se puede revisar las siguientes referencias [8] [25].

En ciertos casos, la solución del modelo DCOPF-*with-losses* puede determinar que cierto generador no despache potencia activa debido a su alto costo incremental respecto a los demás; el problema está que cuando el método ejecute el flujo AC luego resolver el modelo DCOPF-*with-losses*, dicho generador podrá despachar potencia reactiva. Finalmente, la solución del método indicará que el despacho sea 0 MW pero con potencia reactiva diferente de 0 MVAR. Lo anteriormente descrito no sucede en la práctica, sino que por lo menos el generador debe despachar potencia activa a su potencia mínima según su ficha técnica cuando se requiere para el despacho de potencia reactiva. Por tanto, se sugiere ingresar una potencia activa mínima por generador como dato de entrada al modelo DCOPF-*with-losses*, para evitar que el generador despache 0 MW.

La potencia activa por las ramas de la red de transmisión está limitada por la capacidad de la línea, dicha limitación está modelada como una inecuación en el modelo DCOPF-*with-losses*. Sin embargo, luego de solucionar el modelo se ejecuta el flujo AC y puede resultar que la potencia por la línea se exceda ligeramente de su capacidad dado que el flujo de potencia AC depende de otras variables como la tensión; por tanto, puede ser necesario disminuir algunos megawatt de la capacidad ingresada al modelo DCOPF-*with-losses*.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### Conclusiones

1. La presente tesis presenta como aporte un método capaz de descomponer el CMgN en tres componentes: Costo Marginal de Energía (CMgE), Costo Marginal de Pérdidas (CMgP) y Costo Marginal de Congestión (CMgC). El método incorpora en un solo algoritmo: (i) un modelo de flujo óptimo DC con pérdidas (modelo DCOPF-*with-losses*) y (ii) cálculo de flujo AC, los cuales interactúan iterativamente. El fundamento sobre el cual se basa esta tesis es la determinación y manejo de los multiplicadores de Lagrange.
2. Las comparaciones realizadas frente a otras investigaciones afines muestran que el método de esta tesis arroja resultados a un 99% de exactitud para el cálculo de CMgN, componentes del CMgN, despacho y flujo de potencia activa por la red de transmisión. El método consigue dicha exactitud gracias al cálculo de flujo AC y sensibilidad de pérdidas, los cuales reflejan la operación real de un sistema eléctrico.
3. Como parte del método presentado, la presente tesis aporta una manera de cálculo de sensibilidad de pérdidas óhmicas de transmisión basado en la matriz Jacobiana del flujo AC para el cálculo de CMgN. Esta propuesta se integra perfectamente al método de esta tesis porque dicho cálculo se realiza luego de ejecutarse el flujo AC.
4. Un criterio imprescindible y novedoso presentado por esta tesis es el cálculo de las pérdidas y sensibilidad mediante flujo DC en las primeras iteraciones. Este criterio evita la no convergencia del flujo AC en iteraciones finales.
5. Las simulaciones realizadas a los sistemas de prueba de 2, 5, 14 y 30 barras mostraron resultados coherentes con la base teórica. A partir de los resultados se comprobó que:
  - El CMgE es el CMgN en el nodo de referencia cuando no hay congestión.
  - Cuando el signo del CMgC es positivo en una barra significa que la congestión ha elevado el CMgN en dicha barra. Por el contrario, si es negativo indica que el CMgN ha disminuido ante la congestión.
6. Respecto a la implementación computacional, gracias a que hoy en día (2019) se ha proliferado el uso de softwares como Gams que permiten ingresar código

computacional muy similar a la formulación algebraica, la implementación del modelo de flujo óptimo de esta tesis ha sido muy accesible en comparación a que si se hubiese programado en Fortran, C o C++.

7. Respecto a la aplicación del método, se observó que:

- Antes de ejecutar el método, es importante revisar el balance de potencia reactiva en la red y asegurarse que los generadores tengan la capacidad suficiente para abastecer dicha demanda de reactivos. De lo contrario, el flujo AC podría no converger.
- Para cada ejecución del método, se sugiere verificar que el generador de racionamiento no se ha activado, es decir, que el déficit de potencia sea cero. En caso de activarse, esto será un indicativo de que la capacidad de generación de potencia activa es menor que la demanda de potencia activa.

8. Respecto a la importancia de la descomposición del CMgN, se concluye que:

- La determinación de la componente de congestión (CMgC) es útil pues gracias a ella se puede determinar directamente la renta de congestión total del sistema. Después que se haya cuantificado estas rentas es posible implementar en el mercado mecanismos como los Derechos Financieros de Transmisión, los cuales mitiguen el riesgo económico que sufren los agentes ante variaciones del CMgN debido a congestiones en la red.
- La determinación de la componente de pérdidas (CMgP) es útil pues gracias a ella es posible valorizar el servicio económico brindado por la transmisión. Dicho servicio económico se refiere al costo incurrido por las pérdidas marginales, es decir, por las pérdidas óhmicas al transportar una unidad adicional de energía por la red.
- De los 2 puntos mencionados anteriormente, se desprende que la desagregación del CMgN es primordial para la implementación de un sistema de administración (*management system*) más transparente y eficiente de la congestión y pérdidas en los mercados eléctricos competitivos.

9. Dada la importancia de descomponer el CMgN, el método de esta tesis es útil para el cálculo directo de rentas asociadas a pérdidas marginales y rentas de congestión.

10. En los mercados eléctricos, deben emplearse modelos que incorporen la red en AC porque si solo se emplea modelos en DC se provoca un perjuicio económico en los agentes. Por ejemplo, en un sistema de 5 barras, se puede producir un perjuicio \$ 38

000 anuales sobre los agentes cuando el operador del mercado emplea solo modelos de flujos DC. Dicha cantidad puede multiplicarse para un sistema complejo de más barras y por tanto causar un mayor perjuicio. Esta es una conclusión importante que debe tomar en cuenta el COES.

11. En el Perú, la investigación referida a la descomposición del CMgN es aún incipiente debido a que recién en el año 2018, el marco normativo del Mercado Mayorista de Electricidad ha activado un mecanismo de rentas de congestión. Antes del 2018, no se había motivado la descomposición del CMgN dado que se había impuesto medidas administrativas (no técnicas) como decretos de urgencia que imposibilitaban un manejo eficiente de la congestión. Por tanto, esta tesis incentiva a que se siga investigando en el cálculo y descomposición del CMgN.

### **Recomendaciones**

1. Como trabajo futuro se sugiere aplicar el método al sistema eléctrico peruano. Para ello, se requerirá de reducciones de la red para agilizar el cálculo de flujo AC y tomar el valor del agua de un programa de mayor horizonte para las centrales hidroeléctricas con embalse. Además, los SVC del sistema podrán modelarse dado que el método desarrollado permite el ingreso de dichos equipos; en cuanto a los reactores y capacitores *shunt*, éstos podrán ser modelados como demanda o aporte de reactivos en las barras; en cuanto a los compensadores síncronos, se podrá modelar como generadores con un costo incremental altísimo (por ejemplo: 9999 \$/MWh) y/o con una capacidad de potencia activa igual a cero.
2. Para futuras investigaciones que planeen desarrollarse relacionadas a modelo de optimización de sistemas de potencia, se sugiere usar softwares cuyo lenguaje de formulación sea lenguaje algebraico (por ejemplo: Gams, Julia, Phyton). De esta manera, se simplifica la cantidad de líneas de código en comparación a si se empleara lenguaje Fortran, C, C++ o similares.
3. Para otros trabajos donde se requiere la operación de matrices (suma, multiplicación, producto interno, etc.) se sugiere emplear software de lenguaje matricial como Matlab y evitar el lenguaje C o similares. De esta manera, se agiliza el cálculo para sistemas matriciales de gran tamaño.

4. Para una rápida ejecución del método evitando la no convergencia de flujo AC, se puede situar SVCs en la red, en especial, en las ramas radiales sin presencia de generadores.

**ANEXOS**

**ANEXO A**  
**LISTA DE FIGURAS**

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1:	Curva de consumo de una turbina de gas (C.T. Aguaytía). Fuente: Página Web del COES.	11
Figura 1.2:	Curva de costo de una turbina de gas de C.T. Aguaytía.	12
Figura 1.3:	Curva de demanda de electricidad en el corto plazo. Fuente: [6]	14
Figura 1.4:	Explicación del factor de penalización.	23
Figura 1.5:	Balance de potencia activa en un nodo “i”.	25
Figura 1.6:	Efecto en la corriente en la línea “l” cuando se inyecta un delta de corriente en el nodo “k”.	27
Figura 1.7:	Nivel de complejidad para el cálculo de la operación económica de un sistema eléctrico.	35
Figura 1.8:	Comparativo de modelos que calculan el CMgN.	36
Figura 1.9:	Programa de operación diario con resolución media horaria.	37
Figura 1.10:	Equivalencia entre el CMgN y el Precio Equilibrio.	39
Figura 1.11:	Sistema para ejemplificar la eficiencia que refleja el CMgN.	39
Figura 1.12:	Caso N°1: Dos nodos, red sin pérdidas y sin límite de capacidad.	40
Figura 1.13:	Caso N°2: Dos nodos, red con pérdidas y sin límite de capacidad.	40
Figura 1.14:	Caso N°3: Dos nodos, red con pérdidas y límite de capacidad.	41
Figura 2.1:	Mercado donde compiten “n” transmisores.	44
Figura 2.2:	Flujo “F” que compra y vende un transmisor.	44
Figura 2.3:	Caso N°3 (de sección 1.7.2): Dos nodos, con pérdidas y con límite de capacidad.	48
Figura 2.4:	Caso N°4. Sistema para explicar el efecto de la congestión.	48
Figura 2.5:	Caso N°4. Sistema sin pérdidas sin límite de capacidad.	48
Figura 2.6:	Caso N°4. Sistema sin pérdidas con límite de capacidad.	49
Figura 2.7:	Definición de las rentas de congestión entre dos nodos (red sin pérdidas).	50
Figura 2.8:	Congestión producto del transporte desde una zona de bajo costo.	51
Figura 2.9:	Costo de Operación vs Capacidad (para el caso N°4).	54
Figura 2.10:	Sensibilidad vs Capacidad (para el Caso 4).	54
Figura 2.11:	Estructura general de un mercado para FTRs (o en castellano DFTs). Fuente: [17].	62
Figura 2.12:	Definición de las rentas de congestión entre dos nodos (red con pérdidas).	62
Figura 2.13:	Método de cálculo del CMgN usado antes del 2017 en el Perú.	65
Figura 2.14:	Efecto de la congestión en el sistema peruano por el año 2007.	67
Figura 2.15:	Método de cálculo y descomposición del CMgN, usado a partir de enero del 2018 en adelante. Fuente: PR-7 del 2018.	69
Figura 2.16:	Congestión en el enlace Centro - Sur.	71
Figura 2.17:	Congestión en líneas de Mantaro – Pomacocha.	71
Figura 2.18:	Congestión en las líneas Mantaro-Huancavelica y Chilca-Independencia.	72
Figura 3.1:	Diagrama de flujo del método de cálculo y descomposición del CMgN.	78
Figura 3.2:	Función objetivo: Modelamiento de las unidades de generación.	79
Figura 3.3:	Inyección del generador marginal ante un incremental de demanda en el nodo de referencia, cuando el generador está conectado al nodo de referencia.	81
Figura 3.4:	Inyección del (los) generador(es) marginal(es) ante un incremental de demanda en el nodo de referencia.	82

Figura 3.5:	Transferencia de potencia desde cada nodo a una instalación de la red de transmisión.	83	
Figura 3.6:	Modelamiento de las pérdidas óhmicas de las líneas en el modelo DCOPF- <i>with-losses</i> .	84	
Figura 3.7:	Modelo pi usado para las ramas (líneas o transformadores) de la red de transmisión.	92	
Figura 3.8:	Resumen del método presentado en esta tesis.	94	
Figura 4.1:	Diagrama de flujo del método desarrollado en el capítulo 3.	101	
Figura 4.2:	Sistema de dos barras sin congestión.	103	
Figura 4.3:	CMgN y flujo de potencia activa en caso S2BS.	104	
Figura 4.4:	Curva de costos del generador en S2BS.	105	
Figura 4.5:	Sistema de dos barras con congestión.	106	
Figura 4.6:	CMgN y flujo de potencia activa en caso S2BC.	107	
Figura 4.7:	Sistema PJM de 5 barras.	110	
Figura 4.8:	CMgN y flujo de potencia activa en caso S5B.	111	
Figura 4.9:	Comprobación del balance de potencia en el nodo A.	112	
Figura 4.10:	CMgN y flujo de potencia activa en caso S14B.	117	
Figura 4.11:	Comparativo de CMgN: Modelo de la presente tesis frente a otras investigaciones. El modelo ACOPF es el modelo referencia.	132	
Figura 4.12:	Comparativo de despacho: Modelo de la presente tesis frente a otras investigaciones. El modelo ACOPF es el modelo referencia.	133	
Figura J.1	Archivo de entrada “configuration.sto”.	169	
Figura J.2	Archivo de entrada “configuration.sto”.	170	
Figura J.3	Archivo de entrada “generators.sto”.	170	
Figura J.4	Archivo de entrada “lines.sto”.	171	
Figura J.5	Algunas líneas de código del método implementado (parte 1).	172	
Figura J.6	Líneas de código del método implementado (parte 2).	173	
Figura J.7	Líneas de código del método implementado (parte 3).	173	
Figura J.8	Líneas de código del método implementado (parte 4).	173	
Figura J.9	Líneas de código del método implementado (parte 5).	174	
Figura J.10	Líneas de código del método implementado (parte 6).	174	
Figura J.11	Líneas de código del método implementado (parte 7).	175	
Figura J.12	Líneas de código del método implementado (parte 8).	176	
Figura J.13	Líneas de código del método implementado (parte 9).	177	
Figura J.14	Líneas de código del modelo DCOPF- <i>with-losses</i> .	178	
Figura J.15	Líneas de código del desagregador del CMgN.	178	

**ANEXO B**  
**LISTA DE TABLAS**

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1.1:	Resultados de ensayo de potencia.	11
Tabla 1.2:	Unidades de los términos de la función de costo.	12
Tabla 1.3:	Función de consumo de turbina de gas de C.T. Aguaytía	13
Tabla 1.4:	Enfoques de un mercado eléctrico. Fuente: [3].	38
Tabla 2.1:	Balance de mercado para los casos sin/con congestión.	49
Tabla 2.2:	Resumen del balance.	50
Tabla 2.3:	Análisis de la relación entre la capacidad y las rentas de congestión (para el caso N°4).	52
Tabla 2.4:	Relación entre la capacidad y el costo de operación (para el Caso N° 4).	53
Tabla 2.5:	Relación de Sensibilidad y Capacidad (para el Caso N°4).	55
Tabla 2.6:	Contrato de suministro para el Caso N°5.	57
Tabla 2.7:	Balance de Mercado de Corto Plazo (Caso N°5 – Sin congestión).	58
Tabla 2.8:	Balance interno por generador (Caso N°5 – Sin congestión).	58
Tabla 2.9:	Balance de Mercado de Corto Plazo (Caso N°5 – Con congestión).	59
Tabla 2.10:	Balance interno por generador (Caso N°5 – Con congestión).	59
Tabla 2.11:	Efecto negativo de la congestión sobre el Gen. A.	60
Tabla 2.12:	Balance del generador A incluyendo FTRs	61
Tabla 4.1:	Tolerancias usadas para los sistemas de prueba.	103
Tabla 4.2:	S2BS: Datos de las barras.	104
Tabla 4.3:	S2BS: Datos de los generadores.	104
Tabla 4.4:	S2BS: Datos de las líneas.	104
Tabla 4.5:	S2BS: Costo operativo total	104
Tabla 4.6:	S2BS: Resumen de resultados.	104
Tabla 4.7:	S2BC: Datos de las barras.	106
Tabla 4.8:	S2BS: Datos de los generadores.	107
Tabla 4.9:	S2BS: Datos de las líneas.	107
Tabla 4.10:	S2BC: Costo operativo total.	107
Tabla 4.11:	S2BC: Resumen de resultados.	107
Tabla 4.12:	S2BC: Resumen de resultados. Cambio de nodo de referencia.	109
Tabla 4.13:	S5B: Datos de las barras.	109
Tabla 4.14:	S5B: Datos de los generadores.	110
Tabla 4.15:	S5B: Datos de las líneas.	110
Tabla 4.16:	S5B: Costo operativo total.	110
Tabla 4.17:	S5B: Resumen de resultados.	111
Tabla 4.18:	$LF_A$ y $CMgP_A$ son iguales a cero dado que el nodo A es el nodo de referencia.	112
Tabla 4.19:	La magnitud de tensión y el ángulo del nodo A es la predefinida dado que es el nodo de referencia.	112
Tabla 4.20:	Análisis de las unidades marginales en el caso S5B.	113
Tabla 4.21:	S5B: Resumen de resultados. Caso donde se ha modificado el nodo de referencia.	114
Tabla 4.22:	S14B: Datos de las barras.	115
Tabla 4.23:	S14B: Datos de los generadores.	116
Tabla 4.24:	S14B: Datos de las líneas.	116
Tabla 4.25:	S14B: Costo operativo total.	116
Tabla 4.26:	S14B: Resumen de resultados.	118

Tabla 4.27:	S14B: Líneas congestionadas	118
Tabla 4.28:	Análisis de las unidades marginales en el caso S14B.	119
Tabla 4.29:	S30B: Datos de las barras.	120
Tabla 4.30:	S30B: Datos de los generadores.	121
Tabla 4.31:	S30B: Datos de las líneas.	121
Tabla 4.32:	S30B: Costo operativo total.	122
Tabla 4.33:	S30B: Resumen de resultados.	122
Tabla 4.34:	S30B: Líneas congestionadas	123
Tabla 4.35:	S5BM: Datos de las barras.	125
Tabla 4.36:	S5BM: Datos de los generadores.	125
Tabla 4.37:	S5BM: Resultados con el método de referencia [18].	126
Tabla 4.38:	S5BM: Resultados con el método de la presente tesis.	126
Tabla 4.39:	S5BM: Resumen de resultados con el método de referencias [19] [21].	127
Tabla 4.40:	S5BM: Resultados con el método de la presente tesis.	127
Tabla 4.41:	Comparativo de rentas de congestión.	128
Tabla 4.42:	S5BM: Resultados con el método de la presente tesis.	129
Tabla 4.43:	S5BM: Flujo por las líneas resultantes después de aplicar el método de la presente tesis.	130
Tabla 4.44:	S5BM: Resumen de resultados con el método de la referencia [24].	130
Tabla 4.45:	S5BM: Flujo por las líneas luego de aplicar el método de la referencia [24].	130
Tabla 4.46:	Comparación del CMgN entre investigaciones y la presente tesis.	131
Tabla 4.47:	Comparación de la generación.	132
Tabla J.1	Descripción de archivo “configuration.sto”.	169
Tabla J.2	Descripción del archivo “buses.sto”.	170
Tabla J.3	Descripción del archivo “generators.sto”	170
Tabla J.4	Descripción del archivo “lines.sto”	171
Tabla K.1	S2BS: Flujo por las líneas.	180
Tabla K.2	S2BS: Tensión y potencia reactiva.	180
Tabla K.3	S2BC: Flujo por las líneas.	180
Tabla K.4	S2BC: Tensión y potencia reactiva.	180
Tabla K.5	S5B: Flujo por las líneas.	180
Tabla K.6	S5B: Tensión y potencia reactiva.	181
Tabla K.7	S14B: Flujo por las líneas.	181
Tabla K.8	S14B: Tensión y potencia reactiva.	182
Tabla K.9	S30B: Flujo por las líneas.	182
Tabla K.10	S30B: Tensión y potencia reactiva.	183

**ANEXO C**  
**GLOSARIO DE TÉRMINOS**

## GLOSARIO DE TÉRMINOS

### Algunos términos

Modelo DCOPF- <i>with-losses</i>	Modelo de flujo óptimo DC ( <i>Direct Current Optimal Flow</i> ) que considera pérdidas óhmicas de la red de transmisión.
Modelo ACOF	Modelo de flujo óptimo AC ( <i>Alternating Current Optimal Flow</i> ).

### Relación de índices

$i, j, w$	Índice empleado según contexto.
$n \in N$	Número de unidades de generación. Puede referirse a termoeléctricas o hidroeléctricas dependiendo del contexto.
$t \in T$	Periodo de tiempo considerado.
$k, l \in K$	Número de ramas de la red de transmisión.

### Relación de funciones

L	Función de Lagrange. También es denominado como Lagrangiano.
f	Función de Costo de Operación.
$C_n$ ( $pt_n$ )	Función de costo del generador “n”.

### Relación de variables

$pt_n$	Potencia entregada por la unidad termoeléctrica “n”.
$ph_n$	Potencia entregada por la unidad hidroeléctrica “n”.
$g_i$	Potencia generada por unidad termoeléctrica e hidroeléctrica en el nodo “i”.
$\lambda, \gamma, \mu$	Multiplicador de Lagrange.
$CMgN_i$	Costo Marginal Nodal del nodo “i”.
$CMgE_i$	Costo Marginal de Energía del nodo “i”.
$CMgP_i$	Costo Marginal de Pérdidas del nodo “i”.
$CMgC_i$	Costo Marginal de Congestión del nodo “i”.
$LF_i$	Factor de pérdidas marginales del nodo “i”.
$LDF_i$	Factor de distribución de pérdidas en nodo “i”.
$P_{\text{fnd}(i)}$	Pérdidas asignadas a un nodo “i” como si fuera demanda.
$P_{\text{loss base}}$	Pérdidas base o punto inicial para el cálculo de pérdidas.
LMP	Del inglés: <i>Locational Marginal Pricing</i> .
$P_{\text{LOSS}}$	Pérdidas óhmicas de la red de transmisión.
$v_i$	Magnitud de tensión de la barra o nodo “i”.
$\delta_i$	Ángulo de la tensión de la barra o nodo “i”.
IT	Ingreso tarifario.
RC	Rentas de congestión.

### Relación de constantes

$De_{t,i}$	Demanda de potencia activa en el periodo “t” en el nodo “i”.
$Qe_{t,k}$	Demanda de potencia reactiva en el periodo “t” en el nodo “i”.
$Eh_{disponible}$	Energía hidráulica disponible (agua embalsada).
$ Y_{ij} $	Módulo de elemento $Y_{ij}$ de matriz de admitancia Y.
$ \theta_{ij} $	Ángulo de elemento $Y_{ij}$ de matriz de admitancia Y
$G_{ij}$	Componente conductancia o parte real de elemento $Y_{ij}$ .
$B_{ij}$	Componente susceptancia o parte imaginaria de elemento $Y_{ij}$ .
$F_{ij(l)}$	Flujo de potencia por la rama “l” que conecta los nodos “i” y “j”.
$g_{ij(l)}$	Conductancia de rama “l” que conecta los nodos “i” y “j”.
$b_{ij(l)}$	Susceptancia de rama “l” que conecta los nodos “i” y “j”.
GSF	Del inglés: <i>Generation Shift Factor</i>

### Relación de vectores

<b>D</b>	Vector de distribución de pérdidas.
<b>LF</b>	Vector de factor de pérdidas.
<b>P</b>	Vector de potencia.

### Relación de abreviaturas

p. ej.	Por ejemplo
Ec.	Ecuación

**Nota:** La lista mencionada especifica las abreviaturas básicas que usa el presente trabajo. Cabe mencionar que por fines didácticos ciertas abreviaturas vuelven a ser descritas en el desarrollo del trabajo.

**ANEXO D**  
**INTRODUCCIÓN AL MODELAMIENTO MATEMÁTICO**

## ANEXO D: INTRODUCCIÓN AL MODELAMIENTO MATEMÁTICO

Un modelo matemático es un conjunto de expresiones matemáticas (ecuaciones y/o inecuaciones) que abstraen la esencia del problema real que se desea resolver. La construcción, solución e implementación del modelo forman parte de las fases de un estudio de Investigación de Operaciones<sup>19</sup>.

En general, un modelo matemático tiene la siguiente estructura:

Modelo matemático:

Función Objetivo:  $Min Z = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$

Restricciones:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_Nx_N \leq c$$

$$a_1x_1^2 + a_2x_2^2 = d$$

$$x_i \geq 0$$

Un modelo matemático se compone de:

- Variables de decisión: son las decisiones cuantificables (incógnitas) del problema. En el modelo matemático son las variables  $x_1, x_2, \dots, x_N$ . Estas son las variables cuyos valores se conocerán luego de solucionar el modelo.
- Función objetivo: es la medida de desempeño cuantitativa que se expresa como una función matemática de las variables de decisión. En el modelo matemático,  $Z$  es la función objetivo.
- Restricciones: son las limitaciones que se imponen a los valores de las variables de decisión. Dichas limitaciones están expresadas en términos de ecuaciones e inecuaciones.
- Parámetros: son las constantes o el lado derecho de las restricciones. Cuyos valores se conocen a priori.

---

<sup>19</sup> La Investigación de Operaciones (IO) es una disciplina aplicada para la solución de problemas de conducción y coordinación de actividades de una organización. Dicha disciplina se desarrolló en el contexto de la Segunda Guerra Mundial, donde existía la urgente necesidad de asignar recursos escasos a las distintas actividades de la manera más eficaz. La IO busca una mejor solución (solución óptima) para el problema en cuestión [19].

Otros términos empleados son:

- **Solución:** es cualquier conjunto de valores de las variables de decisión, sin importar si cumple o no las restricciones. Existen dos tipos de soluciones: (1) Solución factible, (2) Solución no factible.
- Una solución factible es aquella para la que todas las restricciones se satisfacen. Una solución no factible es la solución para la que al menos una restricción se viola.
- **Solución óptima:** es una solución factible que proporciona el valor más favorable de la función objetivo.

Los modelos matemáticos pueden formularse de diversas maneras dependiendo del problema que se aborde. Existen diversas técnicas para formular modelos matemáticos: Programación Lineal, Programación Entera, Programación No Lineal, etc. Para cada técnica, existen métodos matemáticos que solucionan el modelo construido.

Los métodos matemáticos son los algoritmos o procedimientos que permiten determinar el valor numérico de cada una de las variables de decisión de manera que se minimice (o maximice) la función objetivo sujeta a las restricciones dadas.

**ANEXO E**  
**PROGRAMACIÓN NO LINEAL**

## ANEXO E: PROGRAMACIÓN NO LINEAL

La Programación No Lineal (PNL) considera el modelamiento de problemas cuya función objetivo y restricciones no necesariamente son lineales, sino cuadráticas, logarítmicas, etc. En general, un problema de PNL cuya variable de decisión es  $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)$  se representa de la siguiente manera:

Modelo de programación no lineal:

$$\text{Función Objetivo:} \quad \text{Min } Z = f(x)$$

*Restricciones:*

$$g_i(x) \leq b_i, i = 1, 2, 3, \dots, Ng$$

$$w_i(x) = 0, i = 1, 2, 3, \dots, Nw$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \dots, x_i \geq 0$$

Para encontrar la solución óptima de este tipo de problema de optimización restringida se aplica las condiciones necesarias de Karush-Kuhn-Tucker (o condiciones KKT) que se expresan mediante el siguiente teorema:

Sea la función de Lagrange:

$$L_{(x,\lambda,\mu)} = f(x) + \sum_{i=1}^{Nw} \lambda_i w_i(x) + \sum_{i=1}^{Ng} \mu_i g_i(x)$$

Tal que el punto óptimo  $x^{op}, \lambda^{op}, \mu^{op}$  cumple:

1.  $\frac{\partial L}{\partial x_i}(x^{op}, \lambda^{op}, \mu^{op}) = 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, N$
2.  $w_i(x^{op}) = 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, Nw$
3.  $g_i(x^{op}) \leq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, Ng$
4.  $\mu_i^{op} g_i(x^{op}) = 0, \mu_i^{op} \geq 0, \quad \forall i = 1, 2, \dots, Ng$

*Análisis de las condiciones de KKT*

La primera condición se aplica con la finalidad de garantizar que el punto óptimo  $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)$  sea tal que el vector gradiente de la función objetivo sea una

combinación lineal de los vectores gradiente de las restricciones que son ecuaciones (=). A continuación, se explica con mayor detalle este requerimiento.

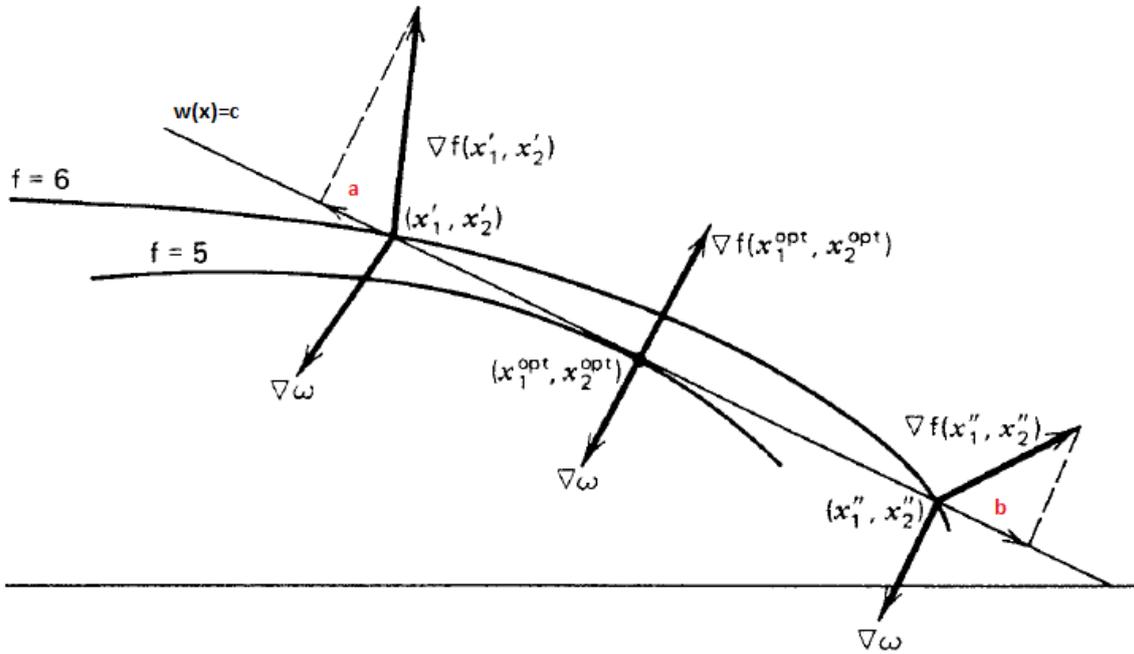
Para toda función multivariable diferenciable, el valor máximo de la derivada direccional se presenta en la misma dirección del vector gradiente, en otras palabras, el vector gradiente señala la dirección del incremento más rápido de la función. Por tanto, como se puede ver en la figura B.1, sea  $f(x)$  la función objetivo y la función  $w(x)=c$  una restricción, nótese que el vector  $\nabla f$  en el punto  $(x'_1, x'_2)$  tiene componente “a”, el cual indica que en dicha dirección el “f” aumenta, por tanto, para encontrar el menor “f” se debe mover en dirección opuesta a “a”. Por otro lado, al moverse hasta  $(x''_1, x''_2)$ , el vector  $\nabla f$  tiene componente “b” el cual también indica la dirección de incremento de “f” permitida. Finalmente, cuando  $\nabla f$  está en dirección opuesta a  $\nabla w$ , no hay ninguna componente a lo largo de “w” por lo que no hay ninguna dirección en la cual “f” pueda aumentar, por tanto se ha encontrado el valor de “f” en  $(x_1^{op}, x_2^{op})$  que es el mínimo (óptimo) de todos cumpliéndose la restricción  $w(x)=c$  [26].

Nótese que en la función de Lagrange se tiene escalares  $\lambda$  y  $\mu$ . El multiplicador  $\lambda$  refleja en cuanto se incrementa el valor de la función objetivo “f” al incrementar el valor de  $w=c$  en una unidad.

El multiplicador  $\mu$ , el cual está ligado a la cuarta condición, indica que en caso sea diferente de cero, todas las funciones “g” dejarán de ser inecuaciones y se igualarán a cero por lo que dichas funciones formarán parte de la frontera; por tanto, el punto óptimo  $\mathbf{x}$  se encontrará en dicha frontera, inclusive cualquier variación del valor de “g” variará “f”. De lo contrario, si el multiplicador  $\mu$  es igual a cero, no necesariamente la función “g” será igual a cero por lo que dicha función no formará parte de la frontera y por tanto cualquier variación de “g” no influenciará en “f”, es decir, la restricción “g” no participa de la solución óptima.

Del análisis anterior, se desprende entonces que, en la solución óptima el gradiente de la función objetivo “f” es una combinación lineal de los gradientes de cada una de las restricciones que son ecuaciones, incluyendo aquellas inecuaciones que se convierten en ecuaciones pues llegaron al límite.

$$\nabla f + \sum_{i=1}^{Nw} \lambda_i \nabla w_i(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{Ng} \mu_i \nabla g_i(\mathbf{x}) = 0 \quad \text{Ec. E.1}$$



**Figura E.1** Interpretación gráfica de la optimización restringida. Fuente: [26]

Nótese que la anterior expresión resulta la derivada de la función de Lagrange  $L$ . Por tanto, si se integra cada término resulta la función  $L$ .

$$\nabla f + \sum_{i=1}^{Nw} \lambda_i \nabla w_i(x) + \sum_{i=1}^{Ng} \mu_i \nabla g_i(x) = \frac{\partial L}{\partial x_i}(x^{op}, \lambda^{op}, \mu^{op}) \quad \text{Ec. E.2}$$

$$f(x) + \sum_{i=1}^{Nw} \lambda_i w_i(x) + \sum_{i=1}^{Ng} \mu_i g_i(x) = L_{(x,\lambda,\mu)} \quad \text{Ec. E.3}$$

Se concluye entonces que el modelo matemático puede representarse mediante una única función sin restricciones, denominada función de Lagrange, y en consecuencia al derivar e igual a cero dicha función de Lagrange se obtendrá la solución óptima.

**ANEXO F**  
**PROGRAMACIÓN LINEAL**

## ANEXO F: PROGRAMACIÓN LINEAL

El término “programación” no se refiere a términos computacionales; en esencia es sinónimo de planeación. La Programación Lineal (PL) involucra la planeación de actividades para un obtener un resultado óptimo. Ahora, el adjetivo “lineal” significa que todas las funciones matemáticas del modelo matemático a resolver deben ser funciones lineales.

Para que un problema pueda resolverse usando métodos de programación de lineal debe de cumplir los siguientes supuestos:

- (i) proporcionalidad,
- (ii) aditividad,
- (iii) divisibilidad,
- (iv) certidumbre.

Para mayor detalle de cada uno de estos supuestos véase la referencia [25].

En general, un modelo de programación lineal tiene la siguiente forma:

Modelo de programación lineal:

Función Objetivo: 
$$Max Z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \dots + c_Nx_N$$

Restricciones:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1N}x_N \leq b_1$$

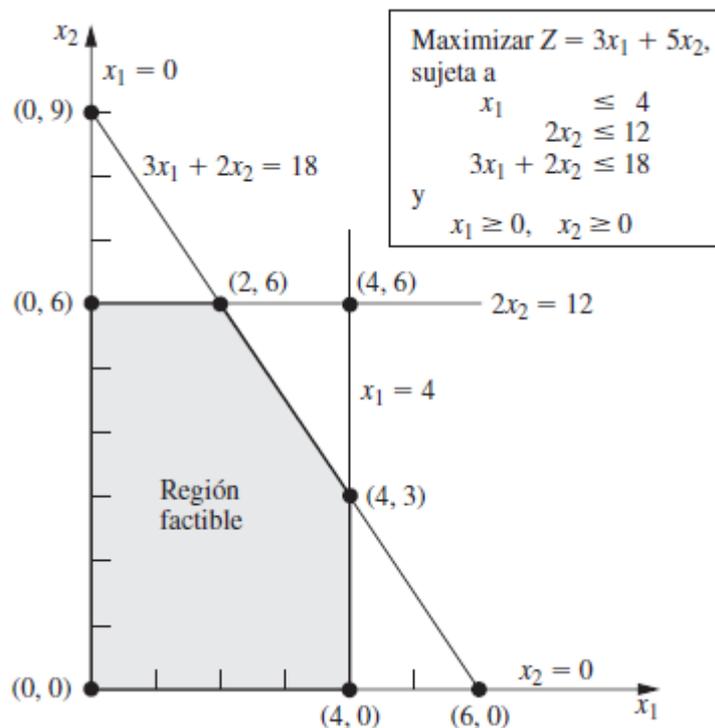
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2N}x_N \leq b_2$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mN}x_N \leq b_m$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \dots, x_N \geq 0$$

Naturalmente, ningún problema de la realidad es lineal. Sin embargo, la experiencia demuestra que linealizar un problema dado posibilita una solución más rápida y sin perder tanta exactitud.

Una característica relevante de los problemas de programación lineal es que la región de soluciones es del tipo convexa poligonal. En particular, si el problema consta de dos variables decisión entonces es posible su representación geométrica en el plano cartesiano.



**Figura F.1** Representación geométrica de un problema de programación lineal.

Según la teoría, dado que es una región convexa se garantiza que la solución óptima sea única y se encuentre en uno de los vértices de la frontera. Para buscar dicho vértice se necesita de un algoritmo o método. Tradicionalmente, el método Simplex es un algoritmo cuyo objetivo es encontrar el punto extremo que sea óptimo.

### F.1 Método Simplex

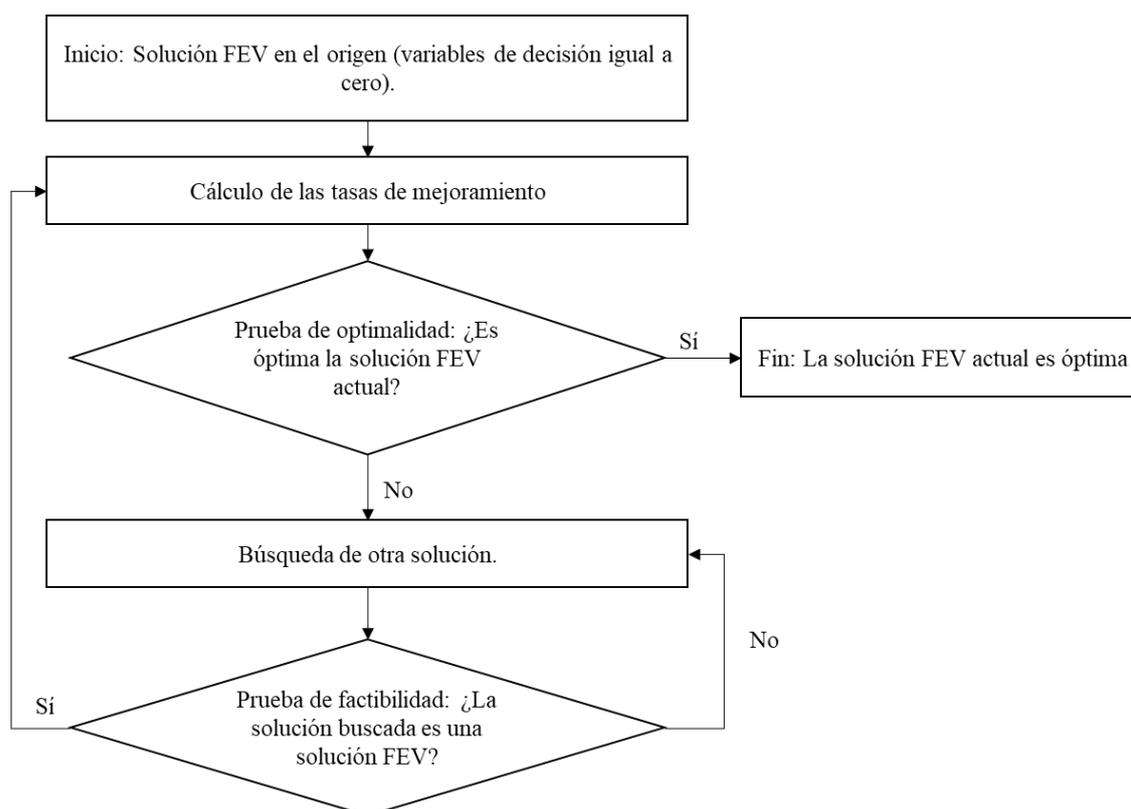
El método Simplex es un procedimiento algebraico para resolver problemas de Programación Lineal. Este método es un algoritmo iterativo, es decir, un procedimiento de solución sistemático que repite una serie fija de pasos, llamada iteración, hasta que se obtiene el resultado deseado. En cada iteración, el método aplica la prueba de optimalidad a la solución factible en el vértice (FEV) y en caso no supere dicha prueba, busca otra solución FEV a través de la prueba de factibilidad.

A continuación, se describe términos empleados en el algoritmo:

- Solución FEV: Es aquella solución que es factible y se encuentra en el vértice de la región factible. La región factible es el área encerrada por las restricciones, la intersección de las fronteras determina un vértice.
- Prueba de optimalidad: En cualquier problema de PL que posee al menos una solución óptima. Si una solución FEV no tiene soluciones FEV adyacentes que sean mejores (según el valor  $Z$ ), entonces esa debe ser una solución óptima [25].

- Prueba de factibilidad: Consiste en garantizar que la nueva solución (o la solución en búsqueda) sea factible y se encuentre en el vértice de la región factible (solución FEV) [27].

El método Simplex se puede resumir en el siguiente diagrama de flujo.



**Figura F.2** Diagrama de flujo del método Simplex.

El diagrama mostrado en la figura F.2 se indica en un paso “cálculo de tasas de mejoramiento”. Se define la tasa de mejoramiento de una variable de decisión como la razón de mejora de  $Z$  (valor de función objetivo) al incrementar en una unidad la variable de decisión.

En el ejemplo 3.3-1 dado de la referencia [27] se puede entender cada uno de los pasos del método Simplex.

**ANEXO G**  
**CÁLCULO DEL FACTOR GSF A PARTIR DE ZBUS**

### ANEXO G: CÁLCULO DEL FACTOR GSF A PARTIR DE $Z_{BUS}$

El factor GSF mide la sensibilidad del flujo de potencia que pasa por una línea “l” (conectada entre los nodos “i” y “j”) cuando se inyecta potencia adicional en un nodo “k”. Se define matemáticamente así:

$$GSF_{l,k} \triangleq \frac{\Delta P_{ij}}{\Delta P_k} \quad \text{Ec. G.1}$$

La aplicación de este factor se usa no solo para los modelos de despacho sino también para el análisis de contingencia en sistemas de potencia (véase [28]) pues para los operadores resulta indispensable conocer los niveles de sobrecarga en las instalaciones de transmisión ante sensibilidades de potencia que pueden suscitarse en el sistema.

En cuanto al enfoque de este trabajo, el factor GSF se usa para el modelamiento de flujo de potencia en el modelo de flujo óptimo. Por tanto, su deducción permite entender su influencia en dicho modelo. A continuación, se procede con la deducción matemática de dicho factor.

Considérese los parámetros de resistencia y reactancia de cada línea en la red de transmisión, se procede a construir la matriz de admitancia.

$$Y_{Bus} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \dots & G_{1N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{N1} & G_{N2} & \dots & G_{NN} \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{N1} & B_{N2} & \dots & B_{NN} \end{bmatrix} = G_{Bus} + jB_{Bus} \quad \text{Ec. G.2}$$

En un modelo de flujo DC, la resistencia se considera despreciable frente a la reactancia, por tanto, de la matriz  $Y_{bus}$  se toma solo su componente imaginaria. En la práctica, se considerará el negativo de dicho componente debido a que en la inversión de la matriz (que se hará posteriormente), el número imaginario se convertirá en un número negativo. Entonces se tiene:

$$B_o = -B_{bus} \quad \text{Ec. G.3}$$

Antes de invertir la matriz  $B_o$ , es importante recordar que si se omiten capacitancias y todas las conexiones al neutro que estén en paralelo, los neutros quedan aislados y no hay barra de referencia, por tanto, la matriz  $B_o$  es singular (no invertible). Para solucionar este inconveniente, se elegirá arbitrariamente el nodo “r” como barra de referencia, entonces se debe eliminar la fila “r” y la columna “r” de la matriz  $B_o$ . De este modo, se construye otra matriz  $B_o^{ref}$ :

$$B_o^{ref} = - \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{(N-1)1} & B_{(N-1)2} & \dots & B_{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. G.4}$$

Para la construcción de la matriz  $Z_{Bus}$  se invierta la matriz  $B_o^{ref}$  (matriz no singular) y en la fila “r” y columna “r” de la matriz invertida se añaden ceros para finalmente tener la matriz  $Z_{bus}$  en su dimensión completa. Cabe mencionar, que la adición de la fila y columna “r”, implica reordenar la matriz  $Z_{Bus}$  para volver a tener la misma dimensión y orden que la matriz  $Y_{Bus}$ . Ahora el signo negativo se introduce en cada elemento y se tiene:

$$Z_{Bus} = \begin{bmatrix} -X_{11} & -X_{12} & \dots & -X_{1r} & \dots & -X_{1N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -X_{r1} & -X_{r2} & \dots & -X_{rr} & \dots & -X_{rN} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -X_{N1} & -X_{N2} & \dots & -X_{Nr} & \dots & -X_{NN} \end{bmatrix}; \text{ donde } X_{ri} = X_{jr} = 0 \quad \text{Ec. G.5}$$

De la matriz  $Z_{Bus}$  construida se extrae los elementos respectivos para formar el Factor de Distribución de Cambio de Generación. Finalmente, dicho factor queda expresado así:

$$GSF_{l,k} \triangleq \frac{\Delta P_{ij}}{\Delta P_k} = \frac{Z_{ik} - Z_{jk}}{Z_l} = B_l(Z_{ik} - Z_{jk}) = j b_l((-jX_{ik}) - (-jX_{jk})) \quad \text{Ec. G.6}$$

$$GSF_{l,k} = -b_l((-X_{ik}) - (-X_{jk})) \quad \text{Ec. G.7}$$

**ANEXO H**  
**CÁLCULO DE SENSIBILIDAD DE LAS PÉRDIDAS RESPECTO A LA TENSIÓN**  
**Y ÁNGULO**

## ANEXO H: CÁLCULO DE SENSIBILIDAD DE LAS PÉRDIDAS RESPECTO A LA TENSION Y ÁNGULO

Para determinar las expresiones matemáticas de:

$\frac{\partial P_{loss}}{\partial \delta_i}$ , sensibilidad de las pérdidas respecto al ángulo en el nodo "i".

$\frac{\partial P_{loss}}{\partial v_i}$ , sensibilidad de las pérdidas respecto a la magnitud de tensión en el nodo "i".

Primero, se debe hallar las pérdidas del sistema en función de las variables  $\delta_i$  y  $v_i$ . Para ello, se emplea la formulación descrita en la sección 1.4.3, el cual se refiere a las pérdidas en cada elemento "k" de la red de transmisión:

$$loss_k = g_{ij}v_i^2 + g_{ij}v_j^2 - 2v_iv_jg_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \quad \text{Ec. H.1}$$

La anterior formulación se extiende para todos los elementos de la red de transmisión, tal que las pérdidas totales adquieren la siguiente expresión:

$$P_{loss} = \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n -G_{ij} \cdot v_i^2 + v_i \cdot v_j \cdot G_{ij} \cdot \cos(\delta_i - \delta_j) \quad \text{Ec. H.2}$$

Donde  $G_{ij}$  es elemento de la matriz  $G_{bus} = \text{real}[Y_{bus}]$ .

Ahora la expresión (Ec. E.2) se deriva parcialmente respecto a la tensión y el ángulo:

$$\frac{\partial P_{loss}}{\partial \delta_i} = \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n -2G_{ij} \cdot v_i \cdot v_j \cdot G_{ij} \cdot \text{sen}(\delta_i - \delta_j) \quad \text{Ec. H.3}$$

$$\frac{\partial P_{loss}}{\partial v_i} = \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n 2G_{ij} [-v_i + v_j \cdot \text{sen}(\delta_i - \delta_j)] \quad \text{Ec. H.4}$$

Entre los "n" nodos en total del sistema, hay un nodo de referencia y "m" nodos tipo PV, para dichos nodos las anteriores derivadas son cero por los siguientes motivos:

- En el nodo de referencia, se define el ángulo  $\delta_i = 0$  y la tensión  $v_i$  fijada en 1 p.u. u otro valor.
- En los nodos tipo PV, la tensión del nodo es predefinida a un valor fijo antes de ejecutar el flujo AC, por lo que deja de ser una variable (incógnita).

Por tanto, los vectores columna tienen las siguientes dimensiones:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_{loss}}{\partial \delta} \end{bmatrix}_{(n-1) \times 1}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_{loss}}{\partial V} \end{bmatrix}_{(n-1-m) \times 1}$$

**ANEXO I**  
**DEDUCCIÓN DE FÓRMULA PARA EL CÁLCULO DE RENTAS DE**  
**CONGESTIÓN (APLICADO AL SISTEMA PERUANO)**

## ANEXO I: DEDUCCIÓN DE FÓRMULA PARA EL CÁLCULO DE LAS RENTAS DE CONGESTIÓN (APLICADO EN EL SISTEMA PERUANO)

En este anexo se deduce la expresión matemática que conlleva a la determinación de las rentas de congestión de toda la red de transmisión. Probablemente, una manera para hallar las rentas de toda la red sea sumar la renta de cada línea congestionada; alternatively, una manera práctica para dicho cálculo es la siguiente expresión<sup>20</sup>:

$$RC_{TOTAL} = \sum_{i=1}^N (d_i - g_i) \cdot CMgC_i \quad \text{Ec. I.1}$$

### *Deducción de la fórmula*

De la sección 2.1.2 se concluye que el total de rentas de congestión se determina sumando la renta de cada línea congestionada:

$$RC_{TOTAL} = \sum_{l=1}^L -\mu_l F_{max(l)} \quad \text{Ec. I.2}$$

Empleando la fórmula de flujo de potencia del modelo DCOPF-*with-losses* de la sección 3.3.2 y reemplazándola en la ecuación F.2:

$$RC_{TOTAL} = \sum_{l=1}^L -\mu_l \cdot \sum_{i=1}^N GSF_{l-i} \cdot (g_i - d_i - LDF_i \cdot P_{loss}) \quad \text{Ec. I.3}$$

$$RC_{TOTAL} = \sum_{l=1}^L -\mu_l \cdot \left[ \sum_{i=1}^N GSF_{l-i} \cdot (g_i - d_i) - \sum_{i=1}^N GSF_{l-i} \cdot LDF_i \cdot P_{loss} \right] \quad \text{Ec. I.4}$$

Las pérdidas totales se pueden expresar de la siguiente manera:

$$P_{loss} = \sum_{i=1}^N (g_i - d_i) \quad \text{Ec. I.5}$$

Reemplazando la ecuación F.5 en F.4:

$$RC_{TOTAL} = \sum_{l=1}^L -\mu_l \left[ \sum_{i=1}^N GSF_{l-i} \cdot (g_i - d_i) - \sum_{i=1}^N GSF_{l-i} \cdot LDF_i \cdot \sum_{i=1}^N (g_i - d_i) \right] \quad \text{Ec. I.6}$$

$$RC_{TOTAL} = \sum_{l=1}^L -\mu_l \cdot \sum_{i=1}^N (g_i - d_i) \left[ GSF_{l-i} - \sum_{i=1}^N GSF_{l-i} \cdot LDF_i \right] \quad \text{Ec. I.7}$$

<sup>20</sup> Esta fórmula se usa en el Procedimiento Técnico N°45 del COES, aprobado por Osinergmin mediante Resolución N° 189-2017-OS/CD. En la fórmula de dicho procedimiento, se emplea el término “retiro”, en vez de demanda, y “entrega”, en vez de generación.

$$RC_{TOTAL} = \sum_{i=1}^N -(g_i - d_i) \left\{ \sum_{l=1}^L \mu_l \cdot \left[ GSF_{l-i} - \sum_{i=1}^N GSF_{l-i} \cdot LDF_i \right] \right\} \quad \text{Ec. I.8}$$

De la sección 3.5 se sabe que:

$$CMgC_i = \sum_{l=1}^L \mu_l \cdot GSF_{l-i} - \sum_{l=1}^L \mu_l \left[ \sum_{i=1}^N GSF_{l-i} \cdot LDF_i \right] \quad \text{Ec. I.9}$$

$$CMgC_i = \sum_{k=1}^L \mu_l \cdot \left[ GSF_{l-i} - \sum_{i=1}^N GSF_{l-i} \cdot LDF_i \right] \quad \text{Ec. I.10}$$

Finalmente, reemplazando ecuación (I.10) en (I.8) queda deducida la fórmula (I.1):

$$RC_{TOTAL} = \sum_{i=1}^N -(g_i - d_i) \cdot CMgC_i \quad \text{Ec. I.10}$$

$$RC_{TOTAL} = \sum_{i=1}^N (d_i - g_i) \cdot CMgC_i \quad \text{Ec. I.11}$$

**ANEXO J**  
**DETALLES DE LA IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL**

## ANEXO J: DETALLES DE LA IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL

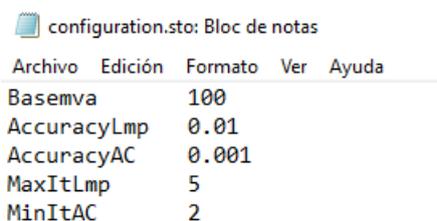
En este anexo se detalla la implementación del pseudocódigo mostrado en el capítulo 4. La implementación se llevó a cabo en los softwares Matlab y Gams.

Inicialmente, el pseudocódigo especifica que el programa debe leer datos de generadores, líneas, transformadores y otros elementos de la red de transmisión. Estos datos serán ingresados en archivos denominados “archivos de entrada”.

### J.1 Archivos de entrada

En total son 4 archivos de extensión “.sto” que usa el programa. Todos los archivos se pueden abrir mediante el Bloc de Notas de Windows.

- “configuration.sto”. Se escribe parámetros generales que gobiernan el método.



Archivo	Edición	Formato	Ver	Ayuda
Basemva		100		
AccuracyLmp		0.01		
AccuracyAC		0.001		
MaxItLmp		5		
MinItAC		2		

**Figura J.1** Archivo de entrada “configuration.sto”.

**Tabla J.1** Descripción de archivo “configuration.sto”.

Entrada	Información que se debe ingresar
Basemva	Potencia base en MVA
AccuracyLMP	Tolerancia $\epsilon_{DC}$
AccuracyAC	Tolerancia de algoritmo Newton-Raphson para el cálculo de flujo AC
MaxItLMP	Número máximo de iteraciones del método antes de descomponer el CMgN
MinItAC	Número mínimo de iteraciones para el flujo AC.

- “buses.sto”: Se ingresan atributos de los nodos o barras del sistema.

Code	Bus Name	Type	Voltage(p.u.)	Angle(°)	MW	MVAR	Cens(US\$/MWh)
BA	BarraA	1	1.01	0.00	0	0	700
BB	BarraB	0	1.00	0.00	300	30	700
BC	BarraC	2	1.00	0.00	300	30	700
BD	BarraD	2	1.00	0.00	300	30	700
BE	BarraE	2	1.01	0.00	0	0	700

**Figura J.2** Archivo de entrada “configuration.sto”.

**Tabla J.2** Descripción del archivo “buses.sto”.

Entrada	Información que se debe ingresar
Code	Código de identificación del nodo
Bus Name	Nombre del nodo
Type	1=nodo de referencia, 0=nodo PQ, 2=nodo PV
Voltage (p.u.) Angle (°)	Tensión controlada en nodos PV y referencia. Para nodo PQ es indiferente.
MW	Demanda de potencia activa (MW).
MVAR	Demanda de potencia reactiva (MVAR).
Cens (US\$/MWh)	Costo de energía no suministrada (costo incremental de máquina de racionamiento).

- “generators.sto”. Se ingresa los datos de los generadores.

Code	Gen Name	Bus	IC(\$/MWh)	FxCost	Mwmin	Mwmax	MVARmin	MVARmax	MVAR
g1	Alta	BA	14.000	0	20	110	-100	100	0
g2	Park	BA	15.000	0	20	100	-100	100	0
g3	Solitude	BC	30.000	0	20	520	-100	100	0
g4	Sundance	BD	35.000	0	20	200	-100	100	0
g5	Brighton	BE	10.000	0	20	600	-100	100	0

**Figura J.3** Archivo de entrada “generators.sto”.

**Tabla J.3** Descripción del archivo “generators.sto”

Entrada	Información que se debe ingresar
Code	Código de identificación del generador

<b>Entrada</b>	<b>Información que se debe ingresar</b>
Gen Name	Nombre del generador
Bus	Código del nodo al cual se conecta el generador
IC (\$/MWh)	Costo incremental del generador \$/MWh
FxCost	Costo variable no combustible \$/h
MWmin	Potencia mínima (MW) del generador
MWmax	Potencia máxima (MW) del generador
MVARmin	Potencia mínima (MVAR) del generador
MVARmax	Potencia máxima (MVAR) el generador
MVAR	Capacitor (MVAR) conectado en paralelo al generador

- “lines.sto”. Se ingresa los datos de las ramas: líneas o transformadores.

 lines.sto: Bloc de notas

Archivo	Edición	Formato	Ver	Ayuda				
Code	Line Name	Bus	Bus	R(p.u)	X(p.u)	Bc/2(p.u)	MWmax	
L1	Linea1	1	2	0.0192	0.0575	0.0264	120	
L2	Linea2	1	3	0.0452	0.1652	0.0204	120	

**Figura J.4** Archivo de entrada “lines.sto”.

**Tabla J.4** Descripción del archivo “lines.sto”

<b>Entrada</b>	<b>Información que se debe ingresar</b>
Code	Código de identificación de la rama.
Line Name	Nombre de la rama.
Bus	Nodo de inicio.
Bus	Nodo final.

Entrada	Información que se debe ingresar
R (p.u)	Resistencia p.u.
X (p.u)	Reactancia p.u.
Bc/2 (p.u)	Capacitancia shunt de la línea (dividido entre dos).
MWmax	Capacidad de la rama (MW).

## J.2. Implementación de la lógica general

La lógica general gobierna cada uno de los pasos desde la inicialización hasta la impresión de los resultados. Para implementar dicha lógica en un computador se empleó el lenguaje de programación del Matlab. Este lenguaje es muy similar al lenguaje C y Fortran, por tanto, naturalmente se pueden crear sentencias de bucles (“*While*”, “*for*”) y condicionales (“*if*”, “*else*”) como parte del código del programa. Nótese que en el diagrama de flujo de la figura 3.1 (capítulo 3) o figura 4.1 (capítulo 4), se requiere justamente dichas sentencias para que el método desarrollado en el presente trabajo funcione como tal. Por tanto, en el Matlab se escribió el código que conlleva a la ejecución automatizada del método. A continuación, se presenta las líneas iniciales de código:

```

1 %Program to decompose LMP (Method: OPFDC and AC Flow)
2 %By: Paul Serna Torre
3 Tic
4 Clear
5 Clc
6
7 %Load data
8 [busdata,linedata,Bus,Line,Gen,options]=loaddata;
9
10 %Configuration
11 basemva = options(1);
12 AccuracyLmp=options(2);
13 AccuracyAC=options(3);
14 MaxItLmp=options(4);
15 MaxItAC=options(5);

```

**Figura J.5** Algunas líneas de código del método implementado (parte 1).

Según las líneas de código, lo primero que hace el programa es cargar la información de los archivos externos (de extensión “.sto”) que contienen los datos de la generación, transmisión, demanda. La sentencia de la línea 8 (véase la figura J.5) ordena al Matlab la

ejecución de la función “*loaddata*”, la cual extrae la información de los archivos de entrada y luego genera matrices que quedarán guardados en el “*Workspace*”.

```

22 %Initial values
23 LossFactor=zeros(1,nbus);
24 DistLosses=zeros(1,nbus);
25 Lineloss=zeros(1,nbr);
26 Offset=0;
27 it=1;
28 itac=0; %It is used to cont 1 power flow AC at least.

```

**Figura J.6** Líneas de código del método implementado (parte 2).

El método comienza con la inicialización de ciertos vectores, por ejemplo, en la figura J.6 se muestra que el vector LF, el vector LDF y  $P_{\text{loss base}}$  (“*offset*”) son iguales a cero.

```

36 %Calculation of Ybus
37 CalcYbus;
38
39 %Calculation of Zbus
40 [Zbus]=CalcZbus(Ybus,nbus,slack);

```

**Figura J.7** Líneas de código del método implementado (parte 3).

Luego se procede con el cálculo de la matriz Y mediante el script “*CalcYbus*” y después con el cálculo de la matriz Z con la función “*CalcZbus*”. Para la determinación de la matriz Y se usan los datos de la red de transmisión. Luego, para la determinación de la matriz Z se necesita como insumos: la matriz Y, el número de barras y la barra (p. ej. “bus 1”) que es la barra de referencia. Nótese que hasta ahora se ha seguido secuencialmente el proceso del método indicado en el pseudocódigo (mostrado en el capítulo 4). A continuación, se muestra lo que sigue del código implementado.

```

47 While maxerr>=AccuracyLmp && it<=10
48
49 tStart=tic ;
50
51 LFgms.name='LF';LFgms.type='parameter';LFgms.val=LossFactor';
52
53 Dgms.name='D';Dgms.type='parameter';Dgms.val=DistLosses';
54
55 offgms.name='offset';offgms.val=Offset;offgms.type='parameter';
56
57 Linlossgms.name='LineLoss';Linlossgms.form='sparse';
58
59 for k=1:nbr
60 Linlossgms.val(k,:)=[k,linedata(k,1:2),Lineloss(k)];
61 %Linlossgms.val(k,:)=[k,linedata(k,1:2),0];
62 end

```

**Figura J.8** Líneas de código del método implementado (parte 4).

En la figura J.8 se muestra una sentencia “*While*” que indica la formulación de un bucle cuyo control será la tolerancia de convergencia y el número de máximo de iteraciones. Se puede afirmar que este bucle es el principal, pues una vez que se sale de este bucle se prosigue a la descomposición del CMgN.

Dentro de este bucle, el código inicia (véase de la línea 47 a la línea 57 de la figura G.8) con la creación de 4 estructuras tal que la primera estructura representa al vector LF, la segunda estructura al vector D, la tercera estructura al escalar Offset ( $P_{\text{loss base}}$ ) y la cuarta estructura al vector que contiene las pérdidas en cada línea. La transferencia de información de Matlab hacia Gams es mediante estructuras, por tanto, gracias a tales estructuras será posible la transferencia de dichos vectores y escalares al Gams (como más adelante se explica, en el Gams se ha implementado el modelo *DCOPF-with-losses*). En la iteración N°1, se crean las estructuras tal que cada una de ellas son iguales a cero ya que de la línea 23 al 25 (véase la figura J.6) se ha inicializado a cero los vectores. Para la iteración N°2 en adelante, se actualizarán dichos vectores según los cálculos realizados.

```
63
64 wgdxd('MtoG.gdx', LFgms, Dgms, offgms, Linlossgms);
```

**Figura J.9** Líneas de código del método implementado (parte 5).

La sentencia de la línea 64 que se muestra en la figura J.9 es aquella que ordena al Matlab la creación de un archivo de extensión “.gdx” que contiene a las estructuras que representan a los vectores LF y D, al escalar Offset y el vector de pérdidas de las líneas con sus respectivos valores. Este archivo de nombre “MtoG” es el aquel que Gams leerá y luego con dicha información procederá a ejecutar el modelo *DCOPF-with-losses*. En este archivo “MtoG” se tiene todos los parámetros de los generadores, líneas y demás datos de entrada que permiten la solución del modelo *DCOPF-with-losses*.

```
66 system('gams Modelo lo=2 --TRIP=');
67
68 Pbgms.name='Pbus';Pbgms.form='full';Pb=rgdx('GtoM.gdx',Pbgms);
69
70 Flowgms.name='F';Fdc=Fgms.val*basemva;Fdc(:,1:3)=[];
71
72 Pgenms.name='Pg';Pgenms.form='full';Pgen=Pgms.val*basemva;
73
74 Pbus(:,it)=Pb.val;
```

**Figura J.10** Líneas de código del método implementado (parte 6).

Con la sentencia de la línea 66 que se muestra en la figura J.10, el Matlab ordena al Gams que solucione el modelo DCOPF-*with-losses* (más adelante se explica la implementación de dicho modelo en Gams). Luego con la sentencia de la línea 72 y 73 se almacena los resultados del despacho en un vector; por ejemplo, en el primer elemento de dicho vector se tiene la potencia inyectada a la primera barra.

En lo que sigue, se desarrolla la implementación del cálculo de pérdidas y LF.

```

76 if it<=4
77
78     %Loss, LF and Loss Distribution by DC Power Flow GSF
79     Linegms.name='Lineest'; LLossDC=rgdx('GtoM.gdx',Linegms)
80     Lossgms.name='Lossest'; LossDC=rgdx('GtoM.gdx',Lossgms)
81     LFestgms.name='LFest'; LFDC=rgdx('GtoM.gdx',LFestgms);
82     Pnodgms.name='Pnodelist'; PnodDC=rgdx('GtoM.gdx',Pnodgms);
83
84 else
85     %Load Flow Solution by NR method
86     ACpowerflow
87
88     %Line Flow and Losses
89     Lineflow
90
91     %Calculation of Loss Factor
92     [LossFactor]=CalcLFAC(busdata,nbus,ng,Ybus,Vm,delta,A,slack);
93
94     itac=itac+1;
95 end

```

**Figura J.11** Líneas de código del método implementado (parte 7).

Como se puede ver en la línea 76 se condiciona que las cuatro primeras iteraciones, se obtengan de un cálculo de flujo DC: las pérdidas de las líneas, pérdidas totales, vector LF y vector Pn (demanda ficticia en nodo “n”). Recuérdese que los flujos por las líneas y despacho de los generadores son variables de decisión cuyos valores resultan de solucionar el modelo DCOPF. Para la iteración 5 en adelante, se ejecutará un cálculo de flujo AC, a partir del cual se hallarán las pérdidas y luego el vector LF. Cabe mencionar que el número de iteración a partir del cual se ejecuta el cálculo de flujo AC se puede variar (p. ej. puede ser cuatro); sin embargo, se recomienda que sea mayor 4 para evitar la no convergencia del flujo AC.

Nótese que aún se continúa dentro del bucle “*While*” que se ingresó en la línea 47 (véase la figura J.8).

```

97 %Calculation of Offset
98 Offset=(Ploss-LossFactor*(Pbus(:,it)-busdata(:,5)))/basemva;
99
100 %Calculation of Nodal Fictitious Demands and Loss Distribution Factors
101 DistLosses=Pnodal/Ploss;
102 LFestgms.name='LFest';LFDC=rgdx('GtoM.gdx',LFestgms);
103 Pnodgms.name='Pnodest';PnodDC=rgdx('GtoM.gdx',Pnodgms);
104
105 if it>1 && itac>=3
106     maxerr=max(100*abs((Pbus(:,it)-Pbus(:,it-1))./Pbus(:,it-1)));
107     %maxerr=max(abs(Pbus(:,it)-Pbus(:,it-1)));
108 end
109
110 tElapsed(it) = toc(tStart);
111
112 it=it+1;
113
114 end

```

**Figura J.12** Líneas de código del método implementado (parte 8).

Ahora, como se puede ver en la figura J.12 se procede al cálculo del valor Offset (pérdidas “Ploss base”) y vector D (distribución de pérdidas). Nótese que así sea la iteración N°1, 2 o más, el método de cálculo de Offset y el vector D sigue siendo el mismo (se emplea la misma fórmula); lo cual no se cumple así para el cálculo de las pérdidas, vector LF y vector Pn, pues el método de cálculo de las pérdidas difiere en el flujo AC respecto al flujo DC.

En la línea 106 como se muestra en la figura J.12 se calcula el error porcentual. Nótese que dicho error porcentual es un escalar el cual es el mayor valor entre los elementos de un vector, cada elemento “n” de dicho vector contiene la diferencia entre el despacho en la barra “n” de la última iteración y la penúltima iteración. Luego, el error porcentual se compara (véase línea 47 de la figura J.7) con la tolerancia establecida, en caso el error porcentual sea menor que dicha tolerancia, entonces se toma como solución del método aquella que resultó de la solución del modelo DCOPF-*with-losses* de la penúltima iteración (que es prácticamente igual a la última iteración). En caso no se haya conseguido un error porcentual menor que la tolerancia establecida entonces la solución del método será la solución del modelo DCOPF-*with-losses* de la última iteración, luego de haber superado el número de iteraciones máximas.

Finalmente, luego de salir del bucle “While” dada en la línea 47 (véase la figura J.8), el Matlab procede a extraer del Gams las componentes del CMgN como se muestra de la línea 115 a la 129 en la figura J.13. En realidad, el Matlab solo extraerá el CMgN y sus componentes a partir de las fórmulas implementadas en Gams.

```

115 %Calculation of Locational Marginal Price
116
117 Costogms.name='Costo'; Costo=rgdx('GtoM.gdx',Costogms);
118
119 Totcost=Costo.val+Gen{5}'*ones(length(Gen{5}),1);
120
121 CmgEgms.name='CmgE'; CmgE=rgdx('GtoM.gdx',CmgEgms);
122
123 CmgPgms.name='CmgP'; CmgP=rgdx('GtoM.gdx',CmgPgms);
124
125 CmgCgms.name='CmgC'; CmgC=rgdx('GtoM.gdx',CmgCgms);
126
127 Cmggms.name='Cmg'; Cmg=rgdx('GtoM.gdx',Cmggms);
128
129 Pnsugms.name='Pnsu'; Pnsu=rgdx('GtoM.gdx',Pnsugms);
130

```

**Figura J.13** Líneas de código del método implementado (parte 9).

Lo que resta de la implementación en Matlab corresponde a líneas de código que permita generar tablas o reportes en formato csv.

Hasta aquí se ha explicado cómo se ha implementado la lógica general en Matlab. Prácticamente, el código de la lógica general implementado en Matlab es el principal pues ordena a que se ejecute el código del modelo DCOPF-*with-losses*, el código del cálculo de flujo AC y el código del desagregador del CMgN.

### J.3 Implementación del flujo AC en Matlab

Otra bondad del Matlab es el uso de vectores y matrices. El método de Newton-Raphson para la solución del flujo AC involucra el uso de matrices (p. ej. la matriz Jacobiana), además, se requiere de la inversión de dicha matriz; por tanto, el Matlab encaja como software en dicho requerimiento.

El método de Newton-Raphson para la solución del flujo AC es muy conocida (véase [11] [22]). Para la elaboración del código del flujo AC se usó como ejemplo aquella presentada en el “*Toolbox*” de la referencia [11] y el paquete “*Matpower*” [24].

### J.4 Implementación del modelo DCOPF-*with-losses* y Desagregador del CMgN en Gams

Como se explicó en la sección 3.1, es necesario la solución de un modelo de DCOPF-*with-losses* en cada iteración, dicho modelo matemático está formulado como un problema de programación lineal. Se optó por el software Gams como plataforma de formulación y solución de dicho modelo. En dicho software se escribió el código del modelo matemático; una vez plasmado el código se procede con la solución de dicho modelo gracias a los optimizadores (“*solvers*”) integrados al software. La solución de dicho modelo involucra

también el análisis de sensibilidad que es justamente de donde se obtienen los insumos para determinar el Costo Marginal Nodal y sus componentes.

A continuación, se muestra parte del código plasmado en el software donde se puede notar las restricciones (ecuación de balance de potencia, ecuación de flujo por las líneas, capacidad de las líneas de transmisión) del modelo DCOPF-*with-losses* presentado en el capítulo 3.

```

104 FO..Costo=e=(sum(g,Pg(g)*datagen(g,'CI'))+sum(n,Pns(n)*Datanod(n,'Cens')))*Sbase;
105
106 EqGlobal.. sum(g,Pg(g))+sum(n,Pns(n))-sum(n,Dem(n))=e=Ploss;
107
108 EcPerd.. Ploss=e=sum(n,LF(n)*(sum(g$U(g,n),Pg(g))+Pns(n)-Dem(n)))+offset;
109
110 Flujo(L,ni,nf)$Lin(L,ni,nf).. F(L,ni,nf)=e=sum(n,GSF(L,ni,nf,n)*(sum(
    g$U(g,n),Pg(g))+Pns(n)-Dem(n)-D(n)*Ploss));
111
112 LimS(L,ni,nf)$Lin(L,ni,nf).. F(L,ni,nf)-(Datalin(L,ni,nf,'Fmax')-
    0.5*LineLoss(L,ni,nf))/Sbase=l=0;
113
114 LimI(L,ni,nf)$Lin(L,ni,nf).. -F(L,ni,nf)-(Datalin(L,ni,nf,'Fmax')-
    0.5*LineLoss(L,ni,nf))/Sbase=l=0;

```

**Figura J.14** Líneas de código del modelo DCOPF-*with-losses*.

Además, como ya explicó en la sección 3.1, en las primeras iteraciones del método, el cálculo de pérdidas, vector LF, vector D y cargas ficticias nodales se realizan mediante flujo DC. Se optó también que en Gams se plasme dicho cálculo.

Respecto a las fórmulas para desagregar el CMgN, puesto que los multiplicadores de Lagrange para calcular las componentes del CMgN provienen de la solución del modelo DCOPF-*with-losses*, las ecuaciones para la descomposición del CMgN fueron también plasmadas en el Gams para su respectivo cálculo como se muestra en la figura J.15.

```

140 CmgE(n)=EcPerd.m/Sbase;
141
142 CmgP(n)=-EcPerd.m/Sbase*LF(n);
143
144 CmgC(n)=sum(Lin(L,ni,nf),(LimS.m(L,ni,nf)-LimI.m(L,ni,nf))/Sbase*(
    GSF(L,ni,nf,n)-sum(nn,GSF(L,ni,nf,nn)*D(nn)));
145
146 Cmg(n)=CmgE(n)+CmgP(n)+CmgC(n);
147

```

**Figura J.15** Líneas de código del desagregador del CMgN.

Finalmente, los resultados que ha calculado el Gams se trasladan automáticamente al Matlab, éste los extrae y luego se procede a imprimir los resultados finales.

**ANEXO K**  
**RESULTADOS ADICIONALES DE LOS SISTEMAS DE PRUEBA**

## ANEXO K. RESULTADOS ADICIONALES DE LOS SISTEMAS DE PRUEBA

En este anexo se muestran tablas que exponen resultados de flujos de potencia activa, potencia reactiva, tensión, ángulo y otros detalles de los casos analizados en el capítulo 4.

### K.1 Sistema S2B

*Sistema sin congestión*

Tabla K.1 S2BS: Flujo por las líneas.

Cod.	Nombre	Inicio	Final	Envío		Recibido		Pérdidas	
				MW	MVAR	MW	MVAR	MW	MVAR
L1	Línea	1	2	101.1	30.96	100	20	1.1	10.96

Tabla K.2 S2BS: Tensión y potencia reactiva.

Cod.	Nombre	Tipo	Tensión (p.u.)	Ángulo(°)	Gen(MW)	Gen(MVAR)
BA	Barra A	S	1.01	0	151.1	35.96
BB	Barra B	PQ	0.974	-5.72	0	0

*Sistema con congestión*

Tabla K.3 S2BC: Flujo por las líneas.

Cod.	Nombre	Inicio	Final	Envío		Recibido		Pérdidas	
				MW	MVAR	MW	MVAR	MW	MVAR
L1	Línea	1	2	80	5.23	79.37	-1.07	0.63	6.3

Tabla K.4 S2BC: Tensión y potencia reactiva.

Cod.	Nombre	Tipo	Tensión (p.u.)	Ángulo(°)	Gen(MW)	Gen(MVAR)
BA	Barra A	S	1.01	0	130	10.23
BB	Barra B	PV	1	-4.51	20.63	21.07

### K.2 Sistema S5B

Tabla K.5 S5B: Flujo por las líneas.

Cod.	Nombre	Inicio	Final	Envío		Recibido		Pérdidas	
				MW	MVAR	MW	MVAR	MW	MVAR
L1	Línea 1	1	2	374.39	30.23	370.5	-8.63	3.89	38.86
L2	Línea 2	1	4	164.21	20.76	163.39	12.6	0.82	8.16
L3	Línea 3	1	5	-328.6	36.32	-329.28	29.47	0.69	6.86
L4	Línea 4	2	3	70.5	-38.63	70.43	-39.34	0.07	0.7

Cod.	Nombre	Inicio	Final	Envío		Recibido		Pérdidas	
				MW	MVAR	MW	MVAR	MW	MVAR
L5	Línea 5	3	4	-209.57	27.66	-210.9	14.39	1.33	13.27
L6	Línea 6	5	4	238.56	18.4	236.89	1.73	1.67	16.67

Tabla K.6 S5B: Tensión y potencia reactiva.

Cod.	Nombre	Tipo	Tensión (p.u.)	Ángulo(°)	Gen(MW)	Gen(MVAR)
BA	Barra A	S	1.01	0	210	87.31
BB	Barra B	PQ	0.997	-5.95	0	0
BC	Barra C	PV	1	-6.41	20	97
BD	Barra D	PV	1	-2.8	110.61	1.28
BE	Barra E	PV	1.01	1.19	567.84	-11.07

### K.3 Sistema S14B

Tabla K.7 S14B: Flujo por las líneas.

Cod.	Nombre	Inicio	Final	Envío		Recibido		Pérdidas	
				MW	MVAR	MW	MVAR	MW	MVAR
L1	Línea 1	1	2	69.44	2.36	68.61	5.65	0.84	-3.29
L2	Línea 2	1	5	61.77	1.92	59.92	-0.34	1.84	2.26
L3	Línea 3	2	3	14.27	-2.95	14.19	1.44	0.09	-4.39
L4	Línea 4	2	4	59.59	-3.58	57.7	-5.69	1.89	2.11
L5	Línea 5	2	5	53.15	-5.86	51.67	-6.67	1.48	0.81
L6	Línea 6	3	4	44.19	-4.07	42.97	-5.82	1.22	1.75
L7	Línea 7	4	5	-30.24	-6.67	-30.36	-7.05	0.12	0.39
L8	Línea 8	4	7	49.01	-9.42	46.61	-14.43	2.39	5.01
L9	Línea 9	4	9	33.91	8.58	32.14	2.04	1.76	6.54
L10	Línea 10	5	6	61.23	-16.06	57.43	-25.64	3.8	9.58
L11	Línea 11	6	11	47.73	16.8	45.39	11.9	2.34	4.89
L12	Línea 12	6	12	44.53	9.95	42.07	4.84	2.46	5.12
L13	Línea 13	6	13	78.8	19.05	74.62	10.82	4.18	8.23
L14	Línea 14	7	8	-20.85	-20.33	-21.53	-21.83	0.68	1.5
L15	Línea 15	7	9	67.46	5.9	63.77	0.82	3.69	5.07
L16	Línea 16	9	10	30.05	-2.3	29.72	-3.17	0.33	0.87
L17	Línea 17	9	14	35.86	2.16	34	-1.8	1.86	3.96
L18	Línea 18	10	11	4.72	-9.17	4.61	-9.4	0.11	0.24
L19	Línea 19	12	13	-2.93	2.34	-2.97	2.3	0.03	0.03
L20	Línea 20	13	14	16.65	8.13	16	6.8	0.65	1.33

Tabla K.8 S14B: Tensión y potencia reactiva.

Cod.	Nombre	Tipo	Tensión (p.u.)	Ángulo(°)	Gen(MW)	Gen(MVAR)
B1	Barra1	S	1.06	0	131.21	4.28
B2	Barra2	PV	1.045	-2.07	83.41	-5.05
B3	Barra3	PV	1.04	-3.58	80	13.49
B4	Barra4	PQ	1.02	-7.79	0	0
B5	Barra5	PQ	1.027	-7.14	0	0
B6	Barra6	PV	1.02	-16.5	124.62	78.45
B7	Barra7	PQ	0.997	-14.1	0	0
B8	Barra8	PV	1.05	-12.98	46.53	22.83
B9	Barra9	PQ	0.939	-18.36	0	0
B10	Barra10	PQ	0.931	-20.07	0	0
B11	Barra11	PQ	0.946	-21.2	0	0
B12	Barra12	PQ	0.947	-22.54	0	0
B13	Barra13	PQ	0.949	-21.84	0	0
B14	Barra14	PQ	0.89	-24.83	0	0

#### K.4 Sistema S30B

Tabla K.9 S30B: Flujo por las líneas.

Cod.	Nombre	Inicio	Final	Envío		Recibido		Pérdidas	
				MW	MVAR	MW	MVAR	MW	MVAR
L1	Línea 1	1	2	118.05	-13.54	115.46	-15.89	2.59	2.35
L2	Línea 2	1	3	58	-8.41	56.52	-9.61	1.48	1.2
L3	Línea 3	2	4	24.59	-9.8	24.22	-7.21	0.38	-2.58
L4	Línea 4	3	4	46.92	-10.81	46.62	-10.82	0.3	0.01
L5	Línea 5	2	5	21.8	-8.7	21.56	-5.47	0.24	-3.23
L6	Línea 6	2	6	25.66	-10.09	25.25	-7.56	0.42	-2.53
L7	Línea 7	4	6	6.26	-2.03	6.26	-1.13	0	-0.9
L8	Línea 8	5	7	21.16	3.17	20.95	4.7	0.21	-1.52
L9	Línea 9	6	7	24.82	5.02	24.65	6.2	0.17	-1.18
L10	Línea 10	6	8	-39.02	3.77	-39.2	4.04	0.18	-0.28
L11	Línea 11	6	9	38.81	-20.18	35.98	-24.11	2.83	3.93
L12	Línea 12	6	10	28.73	-6.61	26.58	-11.38	2.14	4.76
L13	Línea 13	9	11	-8.33	-2.2	-8.4	-2.35	0.07	0.16
L14	Línea 14	9	10	44.31	-21.91	42.34	-24.61	1.97	2.7
L15	Línea 15	4	12	49.38	-17.6	45.04	-24.53	4.34	6.94
L16	Línea 16	12	13	-64.76	13.98	-68.82	7.65	4.07	6.33
L17	Línea 17	12	14	22.69	-3.82	22.02	-5.21	0.67	1.39
L18	Línea 18	12	15	49.9	-18.65	47.96	-22.46	1.93	3.81
L19	Línea 19	12	16	14.81	-23.55	14.06	-25.13	0.75	1.58
L20	Línea 20	14	15	4.02	-6.81	3.96	-6.94	0.06	0.13

Cod.	Nombre	Inicio	Final	Envío		Recibido		Pérdidas	
				MW	MVAR	MW	MVAR	MW	MVAR
L21	Línea 21	16	17	0.06	15.93	-0.07	15.46	0.13	0.47
L22	Línea 22	15	18	39.76	-24.05	37.34	-28.97	2.41	4.92
L23	Línea 23	18	19	7.34	-13.97	7.18	-14.29	0.16	0.32
L24	Línea 24	19	20	-16.82	23.17	-17.09	22.63	0.27	0.55
L25	Línea 25	10	20	67.24	-29.13	62.09	-40.63	5.15	11.5
L26	Línea 26	10	17	18.21	-9.3	18.07	-9.66	0.14	0.36
L27	Línea 27	10	21	-33.89	1.1	-34.3	0.22	0.41	0.88
L28	Línea 28	10	22	-27.63	-0.66	-28.2	-1.84	0.57	1.17
L29	Línea 29	21	22	-69.3	-10.98	-69.87	-12.15	0.57	1.16
L30	Línea 30	15	23	-37.84	0.65	-39.33	-2.37	1.49	3.01
L31	Línea 31	22	24	18.34	8.65	17.94	7.93	0.4	0.72
L32	Línea 32	23	24	7.89	12.46	7.62	11.9	0.28	0.56
L33	Línea 33	24	25	-34.45	16.13	-37.31	11.13	2.86	4.99
L34	Línea 34	25	26	10.29	2.73	10	2.3	0.29	0.43
L35	Línea 35	25	27	-47.59	8.4	-50.15	3.53	2.55	4.88
L36	Línea 36	28	27	-20.26	-0.49	-20.86	-2.1	0.61	1.61
L37	Línea 37	27	29	24.54	-2.65	23.3	-4.99	1.24	2.34
L38	Línea 38	27	30	23.56	-3.5	21.88	-6.66	1.68	3.16
L39	Línea 39	29	30	8.3	-2.99	8.12	-3.34	0.19	0.35
L40	Línea 40	8	28	1.69	-0.1	1.68	4.23	0	-4.33
L41	Línea 41	6	28	-21.84	9.31	-21.94	10.28	0.1	-0.97

Tabla K.10 S30B: Tensión y potencia reactiva.

Cod.	Nombre	Tipo	Tensión (p.u.)	Ángulo(°)	Gen(MW)	Gen(MVAR)
B1	Barra 1	S	1.02	0	176.05	-21.94
B2	Barra 2	PQ	1.006	-3.91	0	0
B3	Barra 3	PQ	1.009	-5.5	0	0
B4	Barra 4	PQ	1.007	-6.58	0	0
B5	Barra 5	PV	1.01	-6.52	40	23.64
B6	Barra 6	PQ	1.007	-6.74	0	0
B7	Barra 7	PQ	0.996	-7.81	0	0
B8	Barra 8	PV	1.01	-5.79	100.89	15.86
B9	Barra 9	PQ	0.997	-13.09	0	0
B10	Barra 10	PQ	0.988	-16.94	0	0
B11	Barra 11	PV	1.01	-12.23	20	2.35
B12	Barra 12	PQ	0.985	-15.54	0	0
B13	Barra 13	PV	1.03	-9.7	87.42	-7.65
B14	Barra 14	PQ	0.969	-19.31	0	0
B15	Barra 15	PQ	0.98	-20.14	0	0

<b>Cod.</b>	<b>Nombre</b>	<b>Tipo</b>	<b>Tensión (p.u.)</b>	<b>Ángulo(°)</b>	<b>Gen(MW)</b>	<b>Gen(MVAR)</b>
B16	Barra 16	PV	1.02	-18.49	0	42.87
B17	Barra 17	PQ	0.99	-18.02	0	0
B18	Barra 18	PQ	0.996	-26.77	0	0
B19	Barra 19	PV	1.01	-27.82	0	44.46
B20	Barra 20	PQ	1	-26.72	0	0
B21	Barra 21	PQ	0.999	-15.45	0	0
B22	Barra 22	PV	1.01	-14.59	116.41	22.63
B23	Barra 23	PV	1.02	-15.72	65.22	16.43
B24	Barra 24	PQ	0.977	-16	0	0
B25	Barra 25	PQ	1	-7.53	0	0
B26	Barra 26	PQ	0.964	-9.44	0	0
B27	Barra 27	PV	1.04	-1.54	119.12	-7.57
B28	Barra28	PQ	1.005	-5.9	0	0
B29	Barra29	PQ	1.004	-7.46	0	0
B30	Barra30	PQ	0.999	-10.02	0	0

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] A. J. Wood, B. F. Wollenberg y G. B. Sheblé, *Power Generation, Operation and Control*, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2014.
- [2] S. Hunt, *Making Competition Work in electricity*, New York: John Wiley & Sons, Inc., 2002.
- [3] W. Sifuentes, *Despacho Económico Activo-reactivo de Corto Plazo Multiembalse. Aplicación de técnicas de descomposición*, San Juan: Instituto de Energía Eléctrica, Universidad de Nacional de San Juan, Argentina, 2006.
- [4] D. S. Kirschen y G. Strbac, *Fundamentals of Power System Economics*, Great Britain: John Wiley & Sons, Ltd, 2004.
- [5] S. Stoft, *Power System Economics. Designing Markets for Electricity*, New York: IEEE/Wiley, 2002.
- [6] I. J. Pérez-Arriaga, *Regulation of the Power Sector*, London: Springer, 2013.
- [7] M. Parkin y E. Loría, *Microeconomía*, Mexico: Pearson, 2010.
- [8] D. Bertsimas y J. N. Tsitsiklis, *Introduction to Linear Optimization*, Belmont: Athena Scientific, 1997.
- [9] W. Sifuentes, «El costo de oportunidad del agua en los mercados eléctricos competitivos,» *UNMSM*, pp. 1-10.
- [10] L. K. Kirchmayer, *Economic Operation of Power Systems*, New York: John Wiley & Sons, Inc., 1958.
- [11] H. Saadat, *Power System Analysis*, New York: Mc Graw Hill, 1999.
- [12] B. Eldridge, R. P. O'Neill y A. Castillo, «Marginal Loss Calculations for the DCOPF,» *FERC*, 2017.
- [13] T. J. Overbye, X. Cheng y Y. Sun, «A Comparison of the AC and DC Power Flow Models for LMP Calculations,» de *37th Hawaii International Conference on System Sciences*, 2004.
- [14] J. Rosellón y T. Kristiansen, *Financial Transmission Rights: Analysis, Experiences and Prospects*, London: Springer, 2013.
- [15] E. Litvinov, «Design and operation of the locational marginal prices-based electricity markets,» *IET Generation, Transmission and Distribution*, vol. 4, n° 2, pp. 315-323, 2010.
- [16] I. J. Pérez-Arriaga y M. Rivier, «Computation and decomposition of spot prices for transmission pricing,» *Proceedings of the power systems computation conference (PSCC)*, vol. I, n° 1, pp. 371-378, 1993.
- [17] C. J. Gómez-Villalobos, J. H. Tovar-Hernández y G. Gutiérrez-Alcaraz, «Financial Transmission Rights in Electricity Markets,» de *IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing*, Ixtapa, 2016.
- [18] L. Fangxing y B. Rui, «DCOPF-Based LMP Simulation: Algorithm, Comparison With ACOPF, and Sensitivity,» *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, n° 4, pp. 1475-1485, 2007.

- [19] E. Litvinov, T. Zheng, G. Rosenwald y P. Shamsollahi, «Marginal Loss Modeling in LMP Calculation,» *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 19, n° 2, pp. 880-888, 2004.
- [20] Z. Hu, H. Cheng, Z. Yan y F. Li, «An Iterative LMP Calculation Method Considering Loss Distributions,» *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 25, n° 3, pp. 1469-1477, 2010.
- [21] F. Li, E. Litvinov y T. Zheng, «A Combined LMP Model Considering Reference Independent Decomposition and Fictitious Nodal Demand,» *IEEE Transactions and Power Transfer*.
- [22] F. Milano, *Power System Modelling and Scripting*, London: Springer, 2010.
- [23] H. H. Happ, «Optimal Power Dispatch,» de *IEEE PES Summer Meeting & EHV/UHV Conference*, Vancouver, Canada, 1973.
- [24] R. D. Zimmerman y C. E. Murillo-Sánchez, «Matpower (a package of Matlab),» *Power Systems Engineering Research Center*, 2018.
- [25] F. S. Hillier y G. J. Lieberman, *Introducción a la Investigación de Operaciones*, Mexico DF: Mc Graw Hill, 2010.
- [26] J. Stewart, *Multivariable Calculus: Early Transcendentals*, Cengage Learning, 2008.
- [27] H. A. Taha, *Investigación de Operaciones*, México: Pearson, 2012.
- [28] J. J. Grainger y W. D. Stevenson Jr., *Análisis de Sistemas de Potencia*, McGraw-Hill, 1996.
- [29] L. Chen, H. Suzuki, T. Wachi y Y. Shimura, «Components of Nodal Prices for Electric Power Systems,» *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, n° 1, pp. 41-49, 2002.
- [30] H. Y. Yamin, «Review on methods of generation scheduling in electric power systems,» *Electric Power Systems Research*, vol. 1, n° 1, pp. 227-248, 2004.