

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA Y ELECTRONICA



**CALCULO DE LAS CARACTERISTICAS
ELECTROMECHANICAS Y DE OPERACION DE
MOTORES ASINCRONOS DE DOBLE JAULA A
PARTIR DE DIMENSIONES**

TESIS

PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE:

INGENIERO ELECTRICISTA

NICOLAS ENRIQUE LUJAN MENDOZA

PROMOCION 1989-1

LIMA - PERU

1997

**CALCULO DE LAS CARACTERISTICAS
ELECTROMECANICAS Y DE OPERACION DE
MOTORES ASINCRONOS DE DOBLE JAULA A
PARTIR DE DIMENSIONES**

**TESIS : “CALCULO DE LAS CARACTERISTICAS ELECTROMECHANICAS
Y DE OPERACION DE MOTORES ASINCRONOS DE DOBLE
JAULA A PARTIR DE DIMENSIONES”**

**PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE INGENIERO
ELECTRICISTA**

NICOLAS ENRIQUE LUJAN MENDOZA

**FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA Y ELECTRONICA
UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA**

LIMA - 1997

EXTRACTO

Para fabricar un motor eléctrico se requiere haber evaluado y analizado las características electromecánicas y de operación a brindar por el motor en función de las características fijadas en el diseño. En el caso de los motores asincronos de jaula ardilla la mayoría de los modelos matemáticos usados y conocidos para el pronostico de funcionamiento, solo se desarrollaron para configuraciones de rotor de jaula simple, sin incluir aun el efecto de la saturación de las reactancias de dispersión que surgen en el proceso de arranque. Los modelos empleados para el

análisis de configuraciones de rotor de jaula doble, presentaban limitaciones ante configuraciones especiales de las ranuras y los errores de pronóstico básicamente en el arranque podían superar lo esperado. Ante esta situación se hizo necesario desarrollar modelos matemáticos para el análisis estacionario y pronóstico de funcionamiento de los motores de asincronos de jaula de ardilla de doble jaula, que proporcionaran un pronóstico confiable. Se considero para ello la variación de los parámetros del circuito equivalente debido al efecto skin, la saturación del circuito magnético principal y la saturación del circuito magnético por donde circula el flujo de dispersión, para configuraciones de jaula rotóricas de simple o doble jaula de geometrías de ranuras irregulares.

Las fórmulas y metodología desarrollada, han permitido obtener resultados y pronósticos bastante aceptables en la practica, permitiendo ahorros económicos importantes en el proceso de fabricación.

TABLA DE CONTENIDOS

INTRODUCCIÓN.	1
CAPITULO I.	5
MODELO DE ESTADO ESTACIONARIO DEL MOTOR DE DOBLE JAULA.	5
1.1 Supuestos.	5
1.2 Circuito equivalente del motor de doble jaula.	6
CAPITULO II.	22
CALCULO DE PARAMETROS DEL ESTATOR.	22
2.1 Resistencia por fase (r_1).	23
2.2 Reactancia de dispersión (x_1).	25
2.3 Reactancia magnetizante (x_m)	31
2.4 Resistencia de pérdidas en el hierro (r_p)	33
CAPITULO III.	37
METODOS DE CALCULO DEL EFECTO SKIN EN MOTORES DE DOBLE JAULA.	37
3.1 Consideraciones.	37

VII

3.2	Método particular de cálculo del efecto skin para motores de jaula múltiple con geometría rectangular y anillos independientes.	38
3.2.1	Valor de la resistencia activa de las barras rotoricas considerando el efecto skin.	45
3.2.1.1	Caso particular de una ranura alojando conductores iguales circulando por cada una de ellas la corriente I .	46
3.2.2	Valor de la inductancia de dispersión considerando el efecto skin.	48
3.2.2.1	Caso particular de cálculo considerando distribución uniforme de densidad de corriente en el conductor.	51
3.3	Método general de cálculo del efecto skin.	55

CAPITULO IV. 73

EFFECTO DE LA SATURACION SOBRE LAS REACTANCIAS DE DISPERSION. 73

4.1 Introducción. 73

4.2 Formulación del método. 73

CAPITULO V. 83

APLICACION DE LA METODOLOGIA. 83

VIII

5.1	Cálculo de las características Electromecánicas y de operación del motor NV180M2 36HP 60Hz 220V	83
5.2	Cálculo de las características Electromecánicas y de operación del motor NV280S6 90HP 60Hz 220V	92
	CAPITULO VI.	106
	VERIFICACIONES EXPERIMENTALES.	106
6.1	Ensayos del motor DELCROSA NV180M2 de doble jaula con anillo común.	106
6.2	Ensayos del motor DELCROSA NV280S6 de doble jaula con anillos independientes.	110
6.3	Comparación de los resultados teóricos con los experimentales del motor NV180M2.	114
6.4	Comparación de los resultados teóricos con los experimentales del motor NV280S6	120
	CONCLUSIONES	125
	APENDICES	128
	BIBLIOGRAFIA	149

INTRODUCCION

Los motores asincronos, del tipo jaula de ardilla, siempre se han constituido en uno de los equipos mas económicos y versátiles para realizar la conversión de energía eléctrica a mecánica. Limitados por la característica de no permitir velocidades variables su campo de acción estuvo restringido al accionamiento de cargas de velocidades fijas. La evolución de los controladores de estado sólido a solucionado la limitación de velocidad variable en el motor de jaula de ardilla, a un costo relativamente bajo. Por otra parte el crecimiento de las industrias, la competencia y la optimizacion de recursos hacen necesario que un producto a fabricar satisfaga no solo a al cliente sino que sea concebido al mas bajo costo posible. En el caso del motor eléctrico de doble jaula de ardilla, los modelos empleados para su diseño y evaluación de comportamiento, presentaban muchas limitaciones que ocasionaban errores apreciables y rediseños con costos no previstos al momento de ofertar un motor de características especiales.

Dos modelos eran usados antiguamente para la evaluación del comportamiento del motor de doble jaula de ardilla, uno se basaba en el circuito equivalente planteado por PHILIP L. ALGER (Electric Machines and Electromechanics : An International

Quaterly, 2:137-145, 1978), y el otro en el método de cálculo presentado en libro de “ Teoría, Cálculo y construcción de las Máquinas de corriente alterna asincrónicas “ - Tomo 6 de la “Escuela Del Técnico Electricista “, ninguno de ellos considera el efecto de la saturación de la trayectoria del flujo de dispersión, y el efecto skin es incorporado sin tener en cuenta como es la geometría de la ranura, correcciones al método de evaluación del efecto skin utilizando el método de profundidad de ranura deducido para jaula simple se usaba en el proceso de cálculo, tales modelos eran utilizados también en el análisis del comportamiento de los de jaula doble inyectada ocasionando errores apreciables sobre todo en el régimen de arranque. Se demostrara en la presente tesis que los modelos planteados proporcionan una gran confiabilidad en el análisis del comportamiento, permitiendo un sustancial ahorro económico, pues ya no resulta imprescindible fabricar prototipos para garantizar determinados valores característicos como serian el torque y la corriente de arranque mínimos y/o máximos.

En la primera parte de la tesis, se establecen los criterios fundamentales para el análisis estacionario del motor de jaula de ardilla y se muestra la deducción de un circuito equivalente de representación del motor de doble jaula, el cual es usado para analizar motores de jaula doble de anillos independientes con perfiles de ranura rectangulares.

La segunda parte, esta básicamente orientada ha sintetizar las ecuaciones que se utilizaran para el calculo de los parámetros del circuito equivalente por fase del

estator en función de las dimensiones y de las particularidades electromagnéticas generadas.

El desarrollo del capítulo III, presenta estudios del fenómeno de desplazamiento de la corriente (efecto skin), en las barras del rotor; se obtiene primeramente ecuaciones que permiten cuantificar el efecto skin en las resistencias e inductancias de dispersión del rotor de motores de jaula doble de perfil rectangular, después se muestran métodos generales de cálculo del efecto skin donde el circuito equivalente rotorico esta compuesto de varias ramas, enunciados por Kopilov en su libro “Proyecto de Maquinas Eléctricas” [9], uno de los cuales es usado para el análisis del comportamiento del motor de jaula doble inyectada.

El capítulo IV, presenta un método [9], para la toma en cuenta del efecto de la saturación de la trayectoria del flujo de dispersión en la zona de los dientes, el método presentado esta limitado al análisis de ranuras semicerradas.

En el capítulo V, haciendo uso de los procedimientos formulados se obtienen características electromecánicas y de operación teóricas de dos motores, uno de jaula doble de anillos independientes y perfil de ranura rectangular y otro de jaula doble de aluminio inyectado con perfil de ranura especial, se muestran como son afectadas las características de operación al no considerar el efecto skin y/o la saturación de la trayectoria del flujo de dispersión .

En el ultimo capítulo se resumen resultados de los ensayos de los motores de doble jaula analizados, se comparan los resultados obtenidos con los deducidos teóricamente considerando tanto el efecto skin como la saturación de la trayectoria

del flujo de dispersión. Como apéndices se dan las hojas de pruebas del fabricante de los motores, de las cuales se deducen las curvas características de operación.

En el apéndice A, se muestra la deducción de las constantes de ranura (despreciando el efecto skin), de un perfil de ranura rotorica especial el cual es usado en el motor de jaula doble inyectado de anillo común, en análisis.

CAPITULO 1. MODELO DE ESTADO ESTACIONARIO DEL MOTOR DE DOBLE JAULA

1.1 Supuestos

Si consideramos una máquina de inducción constituida de un bobinado polifásico inductor y de un inducido provisto de un arrollamiento de jaula de ardilla, al excitar el arrollamiento inductor se crea un sistema de corrientes polifásicas las cuales forman en correspondencia al entrehierro de la maquina una fuerza magnetomotriz (f.m.m), la cual puede ser descompuesta en una serie de ondas sinusoidales armónicas rotantes cada cual con una velocidad propia [2]-[3].

La forma particular del circuito magnético de las maquinas de inducción hacen que ante una onda sinusoidal de f.m.m. no corresponda una onda sinusoidal de flujo. Con las hipótesis simplificativas admitiremos que ambos son sinusoidales y que las relaciones calculadas siguiendo estas hipótesis se pueden considerar constantes.

Para simplificar la construcción del modelo matemático se harán las siguientes consideraciones:

- Los bobinados del estator y del rotor son polifásicos y están distribuidos simétricamente en el espacio.
- Las superficies del estator y el rotor se consideran superficies coaxiales y por consiguiente el entrehierro es constante.

- Los bobinados están distribuidos sinusoidalmente a lo largo de la periferia del entrehierro , y por lo tanto la fuerza magnetomotriz también estará distribuida sinusoidalmente en el espacio.
- La distribución espacial de la densidad de flujo magnético es sinusoidal , es decir no hay armónicos espaciales de campo magnético.
- El efecto de la saturación de los caminos por donde circula el flujo principal, y el efecto de la saturación de las trayectorias del flujo de dispersión , será introducido dentro de las ecuaciones tradicionales no saturadas.

1.2 Circuito equivalente del motor de doble jaula

Si analizamos una máquina giratoria inductiva, con un número arbitrario de “ m_1 ” fases dispuestos en las ranuras del estator y un rotor configurado según dos arrollamientos independientes de “ m_2 ” fases cada uno, los procesos electromecánicos se describen por el sistema de ecuaciones de Kirchoff para los circuitos de los devanados, y por las ecuaciones de movimiento para el rotor [2]-[3]-[4].

Considerando los supuestos antes mencionados, “el flujo concatenado para la k -ésima fase” ($k=1,2,\dots,m_2$ para el rotor), podrá ser expresado por las corrientes en los devanados, i_t , i_m e i_a ($m=1,2,\dots,m_1$ para el estator , y $a,t=1,2,\dots,m_2$ para las fases del rotor), la inductancia L_{kk} del k -ésimo devanado y la inductancia mutua $L_{k,n}$, $L_{k,t}$ y $L_{k,a}$ del k -ésimo devanado con los demás devanados, salvo $m=k$, $t=k$ o $a=k$.

Luego, si el circuito magnético de la máquina no esta saturado [3], se podrá expresar:

$$\psi_k^s = \sum_{m=1}^{m1} \psi_{k,m}^{s,s} + \sum_{t=1}^{m2} \psi_{k,t}^{s,r} + \sum_{a=1}^{m2} \psi_{k,a}^{s,r} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \dots (1-1)$$

$$\psi_k^s = \sum_{m=1}^{m1} i_m^s \cdot L_{k,m\Sigma}^s + \sum_{t=1}^{m2} i_t^r \cdot L_{k,t\Sigma}^{s,r} + \sum_{a=1}^{m2} i_a^r \cdot L_{k,a\Sigma}^{s,r} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} k=1,2,\dots,m1$$

$$\psi_{k_t}^r = \sum_{t=1}^{m2} \psi_{k_t,t}^{r,r} + \sum_{a=1}^{m2} \psi_{k_t,a}^{r,r} + \sum_{m=1}^{m1} \psi_{k_t,m}^{r,s} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \dots (1-2)$$

$$\psi_{k_t}^r = \sum_{t=1}^{m2} i_t^r \cdot L_{k_t,t\Sigma}^r + \sum_{a=1}^{m2} i_a^r \cdot L_{k_t,a\Sigma}^r + \sum_{m=1}^{m1} i_m^s \cdot L_{k_t,m\Sigma}^{r,s} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} k_t=1,2,\dots,m2$$

$$\psi_{k_a}^r = \sum_{a=1}^{m2} \psi_{k_a,a}^{r,r} + \sum_{t=1}^{m2} \psi_{k_a,t}^{r,r} + \sum_{m=1}^{m1} \psi_{k_a,m}^{r,s} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \dots (1-3)$$

$$\psi_{k_a}^r = \sum_{a=1}^{m2} i_a^r \cdot L_{k,a\Sigma}^r + \sum_{t=1}^{m2} i_t^r \cdot L_{k,t\Sigma}^r + \sum_{m=1}^{m1} i_m^s \cdot L_{k,m\Sigma}^{r,s} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} k_a=1,2,\dots,m2$$

El sistema de ecuaciones (Ecuaciones de Kirchoff) para las tensiones de los devanados está compuesto por un sistema de “ m1 + 2 m2 “ ecuaciones hechas para cada una de las fases de los circuitos considerados, luego:

La tensión instantánea de una fase del devanado del Estator será :

$$\mu_k^s = R_k^s \cdot i_k^s + \frac{d\psi_k^s}{dt} \quad \dots (1-4)$$

$$k = 1, 2, \dots, m1$$

y la tensión instantánea de algunas de las fases de los devanados del rotor es para el devanado de trabajo :

$$0 = R_{k_t}^r \cdot i_{k_t}^r + \frac{d\psi_{k_t}^r}{dt} \quad \dots (1-5)$$

$$k_t = 1, 2, \dots, m2$$

y para el devanado de arranque :

$$0 = R_{k_a}^r \cdot i_{k_a}^r + \frac{d\psi_{k_a}^r}{dt} \quad \dots (1-6)$$

$$k_a = 1, 2, \dots, m2$$

Las ecuaciones (1-4), (1-5) y (1-6) presentan coeficientes variables en el tiempo los cuales son representados por las inductancias mutuas cuyo valor depende de la posición del rotor.

Aplicando transformaciones estas ecuaciones pueden ser analizadas por medio de funciones complejas (dominio de la frecuencia) [3], luego :

$$U_k^s = R_k^s \cdot \dot{i}_k^s + j\omega^s \psi_k^s - \psi_k^s(0) \quad \dots (1-7)$$

$$k = 1, 2, \dots, m1$$

$$0 = R_{k_t}^r \cdot \dot{I}_{k_t}^r + j\omega^r \psi_{k_t}^r - \dot{\psi}_{k_t}^r (0) \quad \dots (1-8)$$

$$k_t = 1, 2, \dots, m2$$

$$0 = R_{k_a}^r \cdot \dot{I}_{k_a}^r + j\omega^r \psi_{k_a}^r - \dot{\psi}_{k_a}^r (0) \quad \dots (1-9)$$

$$k_a = 1, 2, \dots, m2$$

Considerando que para $t=0$, no existen remanencias y el eje de la fase 1 del Estator coincide con el eje de la fase 1 del Rotor, además siendo la frecuencia del campo originado por el devanado del Estator $\omega^s = \omega = 2\pi f$ igual a la frecuencia de la red, y la frecuencia del campo originado en el rotor $\omega^r = s\omega$, siendo “s” el llamado deslizamiento, se tendrá:

$$\dot{U}_k^s = R_k^s \cdot \dot{I}_k^s + j\omega \psi_k^s \quad \dots (1-10)$$

$$0 = R_{k_t}^r \cdot \dot{I}_{k_t}^r + js\omega \psi_{k_t}^r \quad \dots (1-11)$$

$$0 = R_{k_a}^r \cdot \dot{I}_{k_a}^r + js\omega \psi_{k_a}^r \quad \dots (1-12)$$

De igual manera las ecuaciones (1-1), (1-2) y (1-3), expresadas en el dominio de la frecuencia y expresadas en el sistema (α, β) [3].

$$\dot{\psi}_k^s = \sum_{m=1}^{m1} i_m^s \cdot L_{km\Sigma}^s + \sum_{t=1}^{m2} i_t^r \cdot e^{-j\alpha} \cdot L_{k,t\Sigma}^{s,r} + \sum_{a=1}^{m2} i_a^r \cdot e^{-j\alpha} \cdot L_{k,a\Sigma}^{s,r} \quad (1-13)$$

$$\dot{\psi}_{k_t}^r \cdot e^{-j\alpha} = \sum_{t=1}^{m2} i_t^r \cdot e^{-j\alpha} \cdot L_{k,t\Sigma} + \sum_{a=1}^{m2} i_a^r \cdot e^{-j\alpha} \cdot L_{k_t,a\Sigma}^r + \sum_{m=1}^{m1} i_n^s \cdot L_{k_t,n\Sigma}^{r,s} \quad (1-14)$$

$$\dot{\psi}_{k_t}^r \cdot e^{-j\alpha} = \sum_{a=1}^{m2} i_a^r \cdot e^{-j\alpha} \cdot L_{k,a\Sigma} + \sum_{t=1}^{m2} i_t^r \cdot e^{-j\alpha} \cdot L_{k_a,t\Sigma}^r + \sum_{m=1}^{m1} i_n^s \cdot L_{k_a,n\Sigma}^{r,s} \quad (1-15)$$

donde:

$$\dot{\psi}_{k(\alpha,\beta)}^s = \dot{\psi}_k^s \quad \left. \begin{array}{l} i_{k(\alpha,\beta)}^s = i_k^s \end{array} \right\}$$

$$\dot{\psi}_{k(\alpha,\beta)}^r = \dot{\psi}_{k(d,q)}^r \cdot e^{j\alpha} \quad \left. \begin{array}{l} i_{k(\alpha,\beta)}^r = i_{k(d,q)}^r \cdot e^{j\alpha} \end{array} \right\} \dots (1-16)$$

$$\dot{U}_{k(\alpha,\beta)}^s = \dot{U}_k^s \quad \left. \begin{array}{l} \end{array} \right\}$$

Dado que el rotor presenta un sistema de “m2” fases en el cual las magnitudes varían con la frecuencia en comparación con las magnitudes de los circuitos del Estator, se hará una transformación apropiada de tal forma que se considere ahora un nuevo Rotor fijo con devanados con los mismos datos que el devanado del Estator [1]-[2]-[3]. Para aplicar dicha transformación se utilizan 2 condiciones:

1.- Tener Fuerzas Electromotrices iguales,

2.- Conservar las pérdidas eléctricas.

Luego, las ecuaciones (1-11) y (1-12) se podrán expresar :

$$0 = \frac{N'_1}{N'_{2t}} \cdot \frac{N_1}{N_{2t}} \cdot \frac{R_{k_t}^r}{S} \cdot \dot{i}'_{k_t} \cdot e^{-j\alpha} + j\omega \cdot \frac{N'_1}{N'_{2t}} \cdot \dot{\psi}_{k_t}^r \cdot e^{-j\alpha} \quad \dots (1-17)$$

$$0 = \frac{N'_1}{N'_{2a}} \cdot \frac{N_1}{N_{2a}} \cdot \frac{R_{k_a}^r}{S} \cdot \dot{i}'_{k_a} \cdot e^{-j\alpha} + j\omega \cdot \frac{N'_1}{N'_{2a}} \cdot \dot{\psi}_{k_a}^r \cdot e^{-j\alpha} \quad \dots (1-18)$$

Donde:

$$N_1 = \frac{m_1}{2} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{N_{Fase}^s \cdot K_w^s}{p} \quad N'_1 = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot N_{Fase}^s \cdot K_w^s \quad \}$$

$$N_{2t} = \frac{m_2}{2} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{N_{Fase_t}^r \cdot K_{w_t}^r}{p} \quad N'_{2t} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot N_{Fase_t}^r \cdot K_{w_t}^r \quad \}$$

$$N_{2a} = \frac{m_2}{2} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{N_{Fase_a}^r \cdot K_{w_a}^r}{p} \quad N'_{2a} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot N_{Fase_a}^r \cdot K_{w_a}^r \quad \} \dots (1-19)$$

$$i_{k_a} = \frac{N_1}{N_{2a}} \cdot i'_{k_a} \quad R'_{k_a} = \frac{N'_1}{N'_{2a}} \cdot \frac{N_1}{N_{2a}} \cdot R_{k_a} \quad |$$

$$i_{k_t} = \frac{N_1}{N_{2t}} \cdot i'_{k_t} \quad R'_{k_t} = \frac{N'_1}{N'_{2t}} \cdot \frac{N_1}{N_{2t}} \cdot R_{k_t} \quad |$$

En el conjunto de ecuaciones anteriores, los flujos e inductancias totales señaladas pueden expresarse en función de su componente principal y su componente de dispersión. luego para un circuito “k” cualquiera.

$$L_{k,m_\Sigma}^s = L_{k,m}^s + L_{k,m}^{s,disp} \quad n = 1,2,\dots,m1 \quad |$$

$$L_{k,t_\Sigma}^{s,r} = L_{k,t}^{s,r} + L_{k,t}^{s,r,disp} \quad t = 1,2,\dots,m2$$

$$L_{k,a_\Sigma}^{s,r} = L_{k,a}^{s,r} + L_{k,a}^{s,r,disp} \quad a = 1,2,\dots,m2 \quad |$$

$$L_{k,t_\Sigma}^r = L_{k,t}^r + L_{k,t}^{r,disp} \quad t = 1,2,\dots,m2$$

$$L_{k_t,a_\Sigma}^r = L_{k,a}^r + L_{k,a}^{r,disp} \quad a = 1,2,\dots,m2 \quad | \quad \dots(1-20)$$

$$L_{k_t, m_\Sigma}^r = L_{k_t, m}^{r,s} + L_{k_t, m}^r \text{ disp} \quad n = 1, 2, \dots, m1$$

$$L_{k_a, t_\Sigma}^r = L_{k_a, t}^r + L_{k_a, t}^r \text{ disp} \quad t = 1, 2, \dots, m2 \quad |$$

$$L_{k_a, a_\Sigma}^r = L_{k_a, a}^r + L_{k_a, a}^r \text{ disp} \quad a = 1, 2, \dots, m2$$

$$L_{k_a, m_\Sigma}^{r,s} = L_{k_a, m}^{r,s} + L_{k_a, m}^r \text{ disp} \quad n = 1, 2, \dots, m1 \quad |$$

Luego las ecuaciones (1-17) y (1-18) podrán expresarse:

$$0 = \frac{R'_{k_t}}{S} \cdot i'_{k_t} \cdot e^{-j\alpha} + j\omega \cdot \frac{N'_1}{N'_{2t}} \cdot \left[\sum i'_t \frac{N_1}{N_{2t}} \left(L'_{k_t, t} + L'_{k_t, t} \text{ disp.} \right) \cdot e^{-j\alpha} + \right. \\ \left. \sum i'_a \frac{N_1}{N_{2a}} \left(L'_{k_t, a} + L'_{k_t, a} \text{ disp.} \right) \cdot e^{-j\alpha} + \sum_{m=1}^{m1} i'_m \left(L_{k_t, m}^{r,s} + L_{k_t, m}^r \text{ disp.} \right) \right] \quad \dots (1-21)$$

$$0 = \frac{R'_{k_a}}{S} \cdot i'_{k_a} \cdot e^{-j\alpha} + j\omega \frac{N'_1}{N'_{2a}} \left[\sum_{a=1}^{m2} i'_a \frac{N_1}{N_{2a}} \left(L'_{k_a, a} + L'_{k_a, a} \text{ disp.} \right) e^{-j\alpha} + \right. \\ \left. \sum_{m=1}^{m2} i'_T \frac{N_1}{N_{2t}} \left(L'_{k_a, t} + L'_{k_a, t} \text{ dip.} \right) e^{-j\alpha} + \sum_{m=1}^{m1} i'_m \left(L_{k_a, m}^{r,s} + L_{k_a, m}^r \text{ disp.} \right) \right] \quad \dots (1-22)$$

Considerando los parámetros del Rotor “Reducidos al Estator”, las inductancias principales de todas las fases resultan iguales e independientes de la posición angular del rotor [3].

$$L_m = L_{k,k}^s = \frac{N_1'}{N_{2t}'} \cdot \frac{N_1}{N_{2t}} \cdot L_{k_t,t}^r = \frac{N_1'}{N_{2a}'} \cdot \frac{N_1}{N_{2a}} \cdot L_{k_a,a}^r$$

$$= \frac{N_1'}{N_{2a}'} \cdot \frac{N_1}{N_{2t}} \cdot L_{k_a,k_t}^r (k_a=k_t) = \frac{N_1'}{N_{2t}'} \cdot \frac{N_1}{N_{2a}} \cdot L_{k_t,k_a}^r (k_t=k_a) \quad \dots (1-23)$$

Donde:

$$k_t, k_a = 1, 2, \dots, m2$$

$$k = 1, 2, \dots, m1$$

y,

$$L_m = \frac{8 \cdot m1 \cdot D \cdot L}{\pi \cdot g \cdot k_c \cdot 3} \cdot \mu_0 \left(\frac{N_{Fase}^s \cdot k_\omega^s}{p} \right)^2 \cdot \frac{1}{F_s} \quad \dots (1-24)$$

es la inductancia mutua máxima reducida, entre las fases del Estator y del Rotor.

Las inductancias principales mutuas entre las fases del Estator;

$$L_{k,m}^s = -\frac{L_m}{2} \quad \dots (1-26)$$

$$k, m = 1, 2, \dots, m1 \quad k \neq m$$

Y las inductancias mutuas entre las fases de Rotor,

$$\begin{aligned}
 -\frac{L_m}{2} &= \frac{N'_1}{N'_{2t}} \cdot \frac{N_1}{N_{2t}} \cdot L_{k_t,t} = \frac{N'_1}{N'_{2a}} \cdot \frac{N_1}{N_{2a}} \cdot L_{k_a,a} \quad \dots (1-27) \\
 &= \frac{N'_1}{N'_{2a}} \cdot \frac{N_1}{N_{2t}} \cdot L_{k_a,t} = \frac{N'_1}{N'_{2t}} \cdot \frac{N_1}{N_{2a}} \cdot L_{k_t,a}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{cccc}
 k_t \neq t & k_a \neq a & k_a \neq t & k_t \neq a
 \end{array}$$

Donde : $k, t, a, k_a = 1, 2, \dots, m_2$

también son iguales y no dependen de la posición angular del Rotor

Las inductancias mutuas entre las fases del Rotor y del Estator dependen de la posición angular del Rotor caracterizada por el ángulo eléctrico “ α ” formado por los ejes de las fases $k=1$ y k_t (o k_a).

Luego:

$$\frac{N'_1}{N'_{2t}} \cdot L_{k_t,k}^{r,s} = \frac{N'_1}{N'_{2a}} \cdot L_{k_a,k}^{r,s} = L_m \cdot \cos \alpha_{k,k_a} = L_m \cdot \cos \alpha_{k,k_t} \quad \dots (1-28)$$

Donde :

α_{k,k_a} (ó α_{k,k_t}) son los ángulos eléctricos entre los ejes de las fases del Estator $k=1, 2, \dots, m_1$ y los ejes de las fases del Rotor $k_t, k_a = 1, 2, \dots, m_2$.

Si expresamos las ecuaciones (1-21) en función de los parámetros expresados en las ecuaciones (1-23) al (1-28) se tendrá :

$$\begin{aligned}
0 = & \frac{R'_{k_t}}{S} \cdot i'_{k_t} \cdot e^{-j\alpha} + j\omega \cdot \left\{ \sum_{t=1}^{m2} I'_t \left(-\frac{L_m}{2} \right) \cdot e^{-j\alpha} + i'_{k_t} \cdot L_m \cdot e^{-j\alpha} + \right. \\
& \left(\sum_{t=1}^{m2} i'_t \cdot L_{k_t,t}^r \cdot \frac{N'_1}{N'_{2t}} \cdot \frac{N_1}{N_{2T}} \right) \cdot e^{-j\alpha} + \sum_{a=1}^{m2} i'_a \cdot \left(-\frac{L_m}{2} \right) \cdot e^{-j\alpha} + \\
& i'_a \cdot L_m \cdot e^{-j\alpha} + \left(\sum_{a=1}^{m2} i'_a \cdot L_{k_t,a}^r \cdot \frac{N'_1}{N'_{2t}} \cdot \frac{N_1}{N_{2a}} \right) \cdot e^{-j\alpha} + \\
& \left. \sum_{m=1}^{m1} i_m^s \cdot L_m \cdot \cos \alpha_{k_t,m} + \left(\sum_{m=1}^{m1} i_m^s \cdot L_{k_t,m}^{disp.} \right) \cdot \frac{N'_1}{N'_{2t}} \right\} \quad \dots (1-29)
\end{aligned}$$

La cual para $m=1$ y simplificando quedará :

$$\begin{aligned}
0 = & \frac{R'_{k_t}}{S} \cdot i'_{k_t} + j\omega \cdot \left[\frac{3}{2} \cdot i'_{k_t} \cdot L_m + \frac{N'_1}{N'_{2t}} \cdot \frac{N_1}{N_{2t}} \cdot \sum_{t=1}^{m2} \left(i'_t \cdot L_{k_t,t}^r \cdot \frac{N'_1}{N'_{2t}} \cdot \frac{N_1}{N_{2a}} \right) + \frac{N'_1}{N'_{2t}} \cdot \frac{N_1}{N_{2a}} \cdot \right. \\
& \left. \sum_{a=1}^{m2} \left(i'_a \cdot L_{k_t,a}^r \cdot \frac{N'_1}{N'_{2t}} \cdot \frac{N_1}{N_{2a}} \right) + \frac{3}{2} \cdot i'_a \cdot L_m + \frac{3}{2} \cdot i_1^s \cdot L_m + \frac{N'_1}{N'_{2t}} \cdot \sum_{m=1}^{m1=3} \left(i_m^s \cdot L_{k_t,m}^{disp.} \right) \right] \dots (1-30)
\end{aligned}$$

En esta última expresión, si consideramos que el flujo disperso en la bobina “ k_t ” originada por las corrientes de los devanados del Estator es despreciable, entonces:

$$0 = \frac{R'_{k_t}}{S} \cdot i'_{k_t} + j\omega \left\{ \left(i_1^s + i'_{k_t} + i'_a \right) \frac{3}{2} L_m + \frac{N'_1}{N'_{2t}} \cdot \frac{N_1}{N_{2t}} \sum_{t=1}^{m2} \left(i'_t \cdot L^r_{k_t, t \text{ disp.}} \right) + \right. \\ \left. \frac{N'_1}{N'_{2t}} \cdot \frac{N_1}{N_{2a}} \cdot \sum_{a=1}^{m2} \left(i'_a \cdot L^r_{k_t, a \text{ disp.}} \right) \right\} \quad \dots (1-31)$$

De igual manera la ecuación (1-22) quedará expresada por :

$$0 = \frac{R'_{k_a}}{S} \cdot i'_{k_a} + j\omega \cdot \left\{ \left(i_1^s + i'_t + i'_{k_a} \right) \frac{3}{2} L_m + \frac{N'_1}{N'_{2a}} \cdot \frac{N_1}{N_{2a}} \sum_{a=1}^{m2} \left(i'_a \cdot L^r_{k_a, a \text{ disp.}} \right) + \right. \\ \left. \frac{N'_1}{N'_{2a}} \cdot \frac{N_1}{N_{2t}} \cdot \sum_{t=1}^{m2} \left(i'_t \cdot L^r_{k_a, t \text{ disp.}} \right) \right\} \quad \dots (1-32)$$

La ecuación (1-7) al igual que las ecuaciones anteriores puede ser expresada como ;

$$\dot{U}_1^s = R_1^s \cdot i_1^s + j\omega \cdot \left\{ \left(i_1^s + i'_{k_t} + i'_{k_a} \right) \frac{3}{2} \cdot L_m + \sum \left(i_m^s \cdot L^s_{1, m \text{ disp.}} \right) \right\} \quad \dots (1-33)$$

donde se a adoptado $k=1$, ya que se a tomado la corriente i_1^s como referencia en algunos miembros de las ecuaciones de tensiones del rotor.

El conjunto de ecuaciones (1-31), (1-32) y (1-33) deducidas anteriormente, no consideran las pérdidas en el hierro, si tenemos en cuenta dichas pérdidas las ecuaciones anteriores tendrán la forma:

$$U_1^s = R_1^s \cdot i_1^s + j\omega \cdot \left\{ \left[(i_1^s - i_p) + i'_{k_t} + i'_{k_a} \right] \cdot \frac{3}{2} \cdot L_m + \sum_{m=1}^{m1} \left(i_m^s \cdot L_{1,m}^s \text{disp.} \right) \right\} \dots (1-34)$$

$$0 = \frac{R'_{k_t}}{S} i'_{k_t} + j\omega \cdot \left\{ \left[(i_1^s - i_p) + i_{k_t} + i'_a \right] \frac{3}{2} \cdot L_m + \frac{N'_1}{N'_{2t}} \cdot \frac{N_1}{N_{2t}} \cdot \sum_{t=1}^{m2} \left(i'_t \cdot L'_{k_t,t} \text{disp.} \right) + \frac{N'_1}{N'_{2t}} \cdot \frac{N_1}{N_{2a}} \cdot \sum_{a=1}^{m2} \left(i'_a \cdot L'_{k_t,a} \text{disp.} \right) \right\} \dots (1-35)$$

$$0 = \frac{R'_{k_a}}{S} i'_{k_a} + j\omega \cdot \left\{ \left[(i_1^s - i_p) + i_t + i'_{k_a} \right] \frac{3}{2} \cdot L_m + \frac{N'_1}{N'_{2a}} \cdot \frac{N_1}{N_{2a}} \cdot \sum_{a=1}^{m2} \left(i'_a \cdot L'_{k_a,a} \text{disp.} \right) + \frac{N'_1}{N'_{2a}} \cdot \frac{N_1}{N_{2t}} \cdot \sum_{t=1}^{m2} \left(i'_t \cdot L'_{k_a,t} \text{disp.} \right) \right\} \dots (1-36)$$

Donde la corriente magnetizante “ i_m ” está representado por :

$$i_m = (i_1^s - i_p) + i'_{k_t} + i'_{k_a} \dots (1-37)$$

El juego de ecuaciones (1-34), (1-35), (1-36) y (1-37) puede ser interpretado por un circuito equivalente como el que se muestra en la figura 1-1:

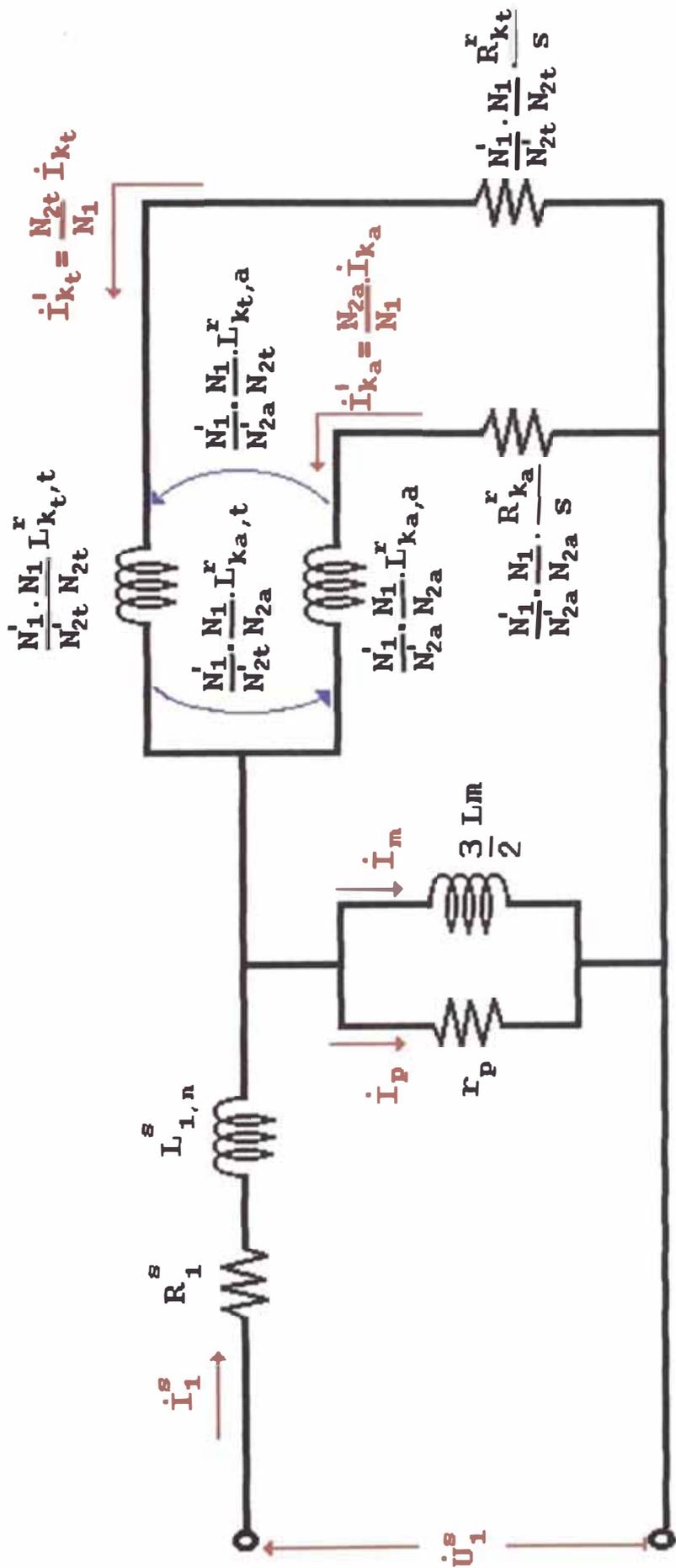


Fig. 1-1 : Circuito equivalente del motor de inducción de doble jaula de ardilla.

Si consideramos que la inductancia mutua $L'_{k_a,t} = \frac{N'_1}{N'_{2t}} \cdot \frac{N_1}{N_{2a}} \cdot L_{k_a,t}$ es igual a la

inductancia mutua $L'_{k_t,a} = \frac{N'_1}{N'_{2a}} \cdot \frac{N_1}{N_{2t}} \cdot L_{k_t,a}$, el circuito anterior puede ser

representado por la fig. 1-2:

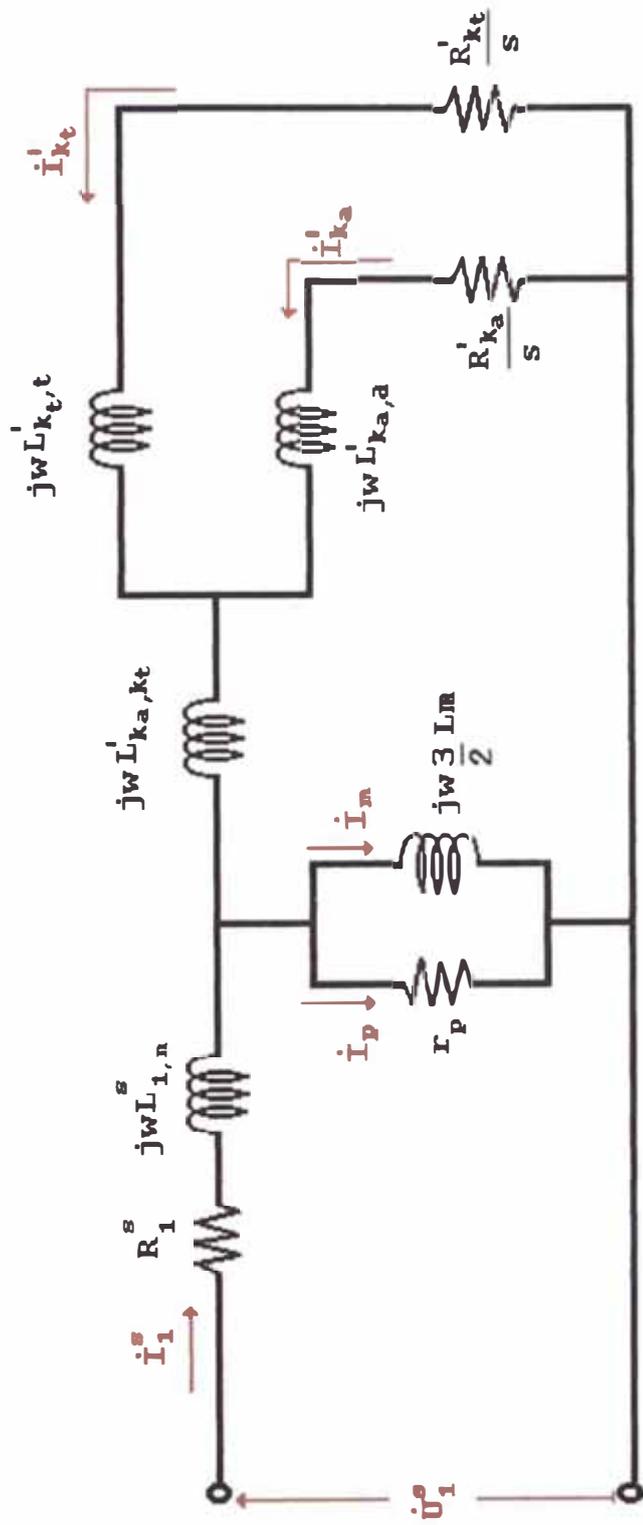


Fig. 1-2 : Circuito equivalente del motor de inducción de doble jaula de ardilla.

CAPITULO II. CÁLCULOS DE PARÁMETROS DEL ESTATOR

Si analizamos el régimen de marcha en vacío del motor de inducción, podemos analizar una fase del estator, la cual constituye el devanado primario como en el caso de un transformador [2].

Para este caso, y del circuito equivalente deducido en el capítulo "I"

$$\text{para la fase } k = 1 \quad e \quad \dot{I}_1 = \dot{I}_0$$

$$\dot{U}_1^s = -\dot{E}_1^s + (r_1 + jx_1)\dot{I}_0 \quad \dots (2-1)$$

Donde :

E_1 ; es la f.e.m. inducida en la fase por el campo magnético giratorio con el flujo magnético

U_1 ; la tensión de fase de la red primaria

r_1, x_1 ; la resistencia ohmica y la inductancia de dispersión de la fase del devanado primario.

; Corriente de marcha en vacío, caracterizada por una componente de pérdidas magnéticas y la componente magnetizante.

La componente $-E_1$, también puede ser expresada (como en el circuito equivalente deducido en el capítulo I), en función de la componente de pérdidas y la componente magnetizante, luego

$$-\dot{E}_1^s = (r_p + jx_m) \dot{I}_0 \quad \dots (2-2)$$

Siendo

r_p ; la componente que cuantifica las pérdidas en el fierro, originadas por el paso del flujo magnético a través del circuito magnético de la máquina.

x_m , La reactancia magnetizante, que cuantifica el flujo magnético de inducción mutua de la máquina.

Siendo los parámetros, básicamente establecidos en el devanado del estator, estos pueden ser calculados como siguen:

2.1 Resistencia por fase (r_1)

En la mayoría de los motores (analizados y fabricados), los conductores dispuestos en las ranuras de los circuitos magnéticos del Estator, son redondos y de sección mas bien pequeña, de tal forma que se presenta con poca influencia el efecto superficial provocado por los campos de dispersión. Así se podrá calcular como en el caso de corrientes continuas o de frecuencia bastante pequeñas, la resistencia ohmica “ r_1 “ correspondiente a la distribución uniforme de la corriente por la sección [1]-[9].

$$r_l = \rho \frac{N_{fase}^s \cdot LEM}{a_{cu}} \quad \text{ohmios} \quad \dots (2-3)$$

LEM : longitud espira media (m)

a_{cu} : Area equivalente de una espira (mm²)

ρ : Resistividad del conductor de cobre (Ω - mm²/m)

$$\rho_{Cu} = \frac{1}{56} \quad (a \ 20^\circ C), \quad \rho_{Cu^oT} = \frac{234,5 + T}{234,5 + 20} \rho_{20^\circ C}$$

N_{fase} : Número de vueltas en serie por fase.

$$N_{Fase}^s = \frac{Z_1 \cdot S_1}{6 \cdot CP} \quad \dots (2-4)$$

Z_1 : Número de conductores (o vueltas) por RANURA

S_1 : Número de ranuras del Estator

CP : Número de vías o ramas paralelas

$$LEM = 2 (L + L_{CB}) \quad \dots (2-5).$$

$$L_{CB} = \frac{\pi \cdot D_B \cdot K_{CB} \cdot Y_P}{S_1} \quad \dots (2-6)$$

$$D_B = D + 2d_{o1} + d_{s1} \quad \dots (2-7)$$

$$K_{CB} = \begin{cases} 1.3 & p = 2 \\ 1.5 & p = 4 \\ 1.7 & p \geq 6 \end{cases} \quad \dots (2-8)$$

Y_p : Paso promedio en ranuras

D_B : Diámetro a la mitad de la ranura

K_{CB} : factor de Cabeza de bobina

2.2 Reactancia de dispersión (x_1)

La reactancia de dispersión del circuito magnético del estator puede ser evaluada usando la siguiente expresión [9]:

$$x_1 = 8\pi \cdot f\mu_0 \frac{(N_{Fase}^s)^2 \cdot l}{p \cdot q} \{ \lambda_{RAN} + \lambda_{DIF} + \lambda_{CAB.BOB.} \} \left(\frac{\Omega}{fase} \right) \dots (2-9)$$

Donde;

λ_{RAN} , es la llamada constante o conductancia de dispersión de ranura.

λ_{RAN} , para los siguientes tipos de ranura, como los que se muestran en la figura 2-1, puede calcularse por:

$$\left\{ \lambda_{RAN} = \frac{h_2 - h_0}{3b_m} K\beta + \frac{h_1}{b_m} K'\beta + \frac{h_0}{4b_m} \right. \quad \dots (2-10)$$

Fig. a. {

$$\left\{ \lambda_{RAN} = \frac{h_2}{3b_m} + \frac{h_1}{3b_m} \right. \quad \dots (2-11)$$

Fig. b { $\lambda_{RAN} = \frac{h_3 - h_0}{3b_m} K\beta + \left(\frac{h_2}{b_m} + \frac{3h_1}{b_m + 2b_w} + \frac{h_w}{b_w} \right) K'\beta$... (2-12)

$$\left\{ \lambda_{RAN} = \frac{h_3 - h_0}{3b_m} K\beta + \left(\frac{h_2}{b_m} + \frac{3h_1}{b_m + 2b_w} + \frac{h_w}{b_w} \right) K'\beta \right. \quad \dots (2-13)$$

Fig. c {

$$\left\{ \lambda_{RAN} = \frac{h_3}{3b_m} + \frac{h_2}{b_m} + \frac{3h_1}{b_m + 2b_w} + \frac{h_w}{b_w} \right. \quad \dots (2-14)$$

Fig. d,e,h $\lambda_{RAN} = \frac{h_3}{3b} K\beta + \left(0.785 - \frac{b_w}{2b} + \frac{h_2}{b} + \frac{h_w}{b_w} \right) K'\beta$... (2-15)

Fig. f,g,i $\lambda_{RAN} = \frac{h_3}{3b} K\beta + \left(\frac{h_2}{b} + \frac{3h_1}{b + 2b_w} + \frac{h_w}{b_w} \right) K'\beta$... (2-16)

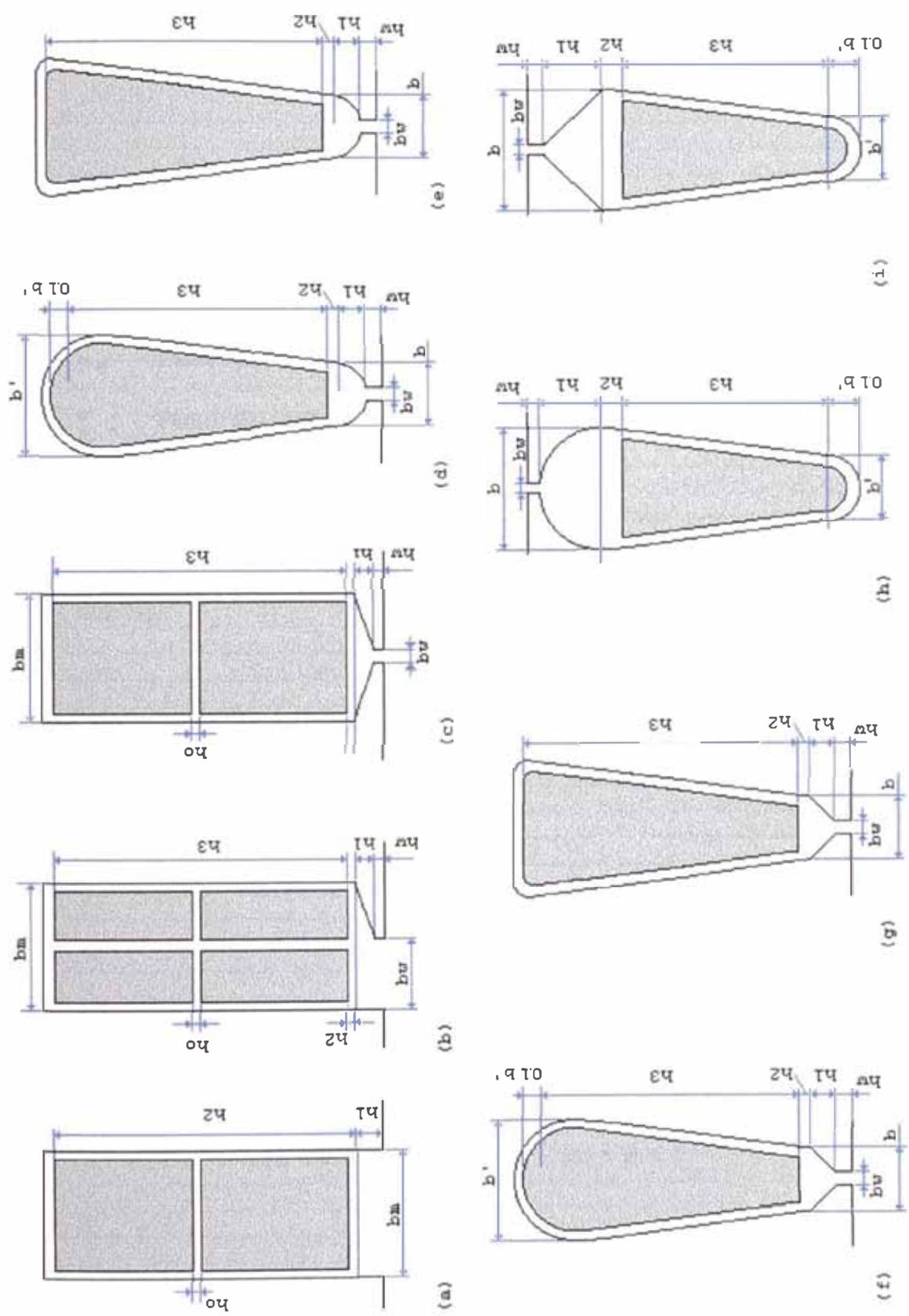


Fig.2-1 : Configuraciones típicas de ranuras de motores eléctricos

λ_{DIF} , Constante de dispersión diferencial [9]

$$\lambda_{DIF} = \frac{\lambda_1}{12gK_g} \xi \quad \dots (2-17)$$

λ_1 , paso de diente estático en mm ($\pi.D/S_1$)

g , Entrehierro (mm)

K_g , Factor de corrección de Cárter para el entrehierro

ξ , Factor de dispersión diferencial

Para ranuras semi abiertas del Estator y teniendo en cuenta la inclinación de las ranuras :

$$\xi = 2K'_{CK} K_{\beta} - K_w^2 (\lambda_2 / \lambda_1)^2 (1 + \beta_{CK}^2) \quad \dots (2-18)$$

Paso diente rotor

$$\lambda_2 = (\pi.D_r / S_2) \quad \dots (2-19)$$

$$K_{\beta} = 0.25 + 0.75 K'_{\beta} \quad \dots (2-20)$$

$$K'_{\beta} = \begin{cases} 0.25 + 0.75 \beta & , \quad 2/3 \leq \beta < 1 \\ 1.5 \beta - 0.25 & , \quad 1/3 \leq \beta < 2/3 \end{cases} \quad \dots (2-21)$$

K_w , Factor de devanado

β_{CK} , Coeficiente de Inclinación

$$\beta_{CK} = \frac{b_{CK}}{\lambda_2} = \frac{\angle \text{inclinación}}{\gamma_2} \quad \dots (2-22)$$

K'_{CK} , Coeficiente empírico determinado a partir de β_{CK} y (λ_2 / λ_1) [9]

(Ver figura 2-2)

λ_{CB} , factor de dispersión de cabeza de bobina [9]

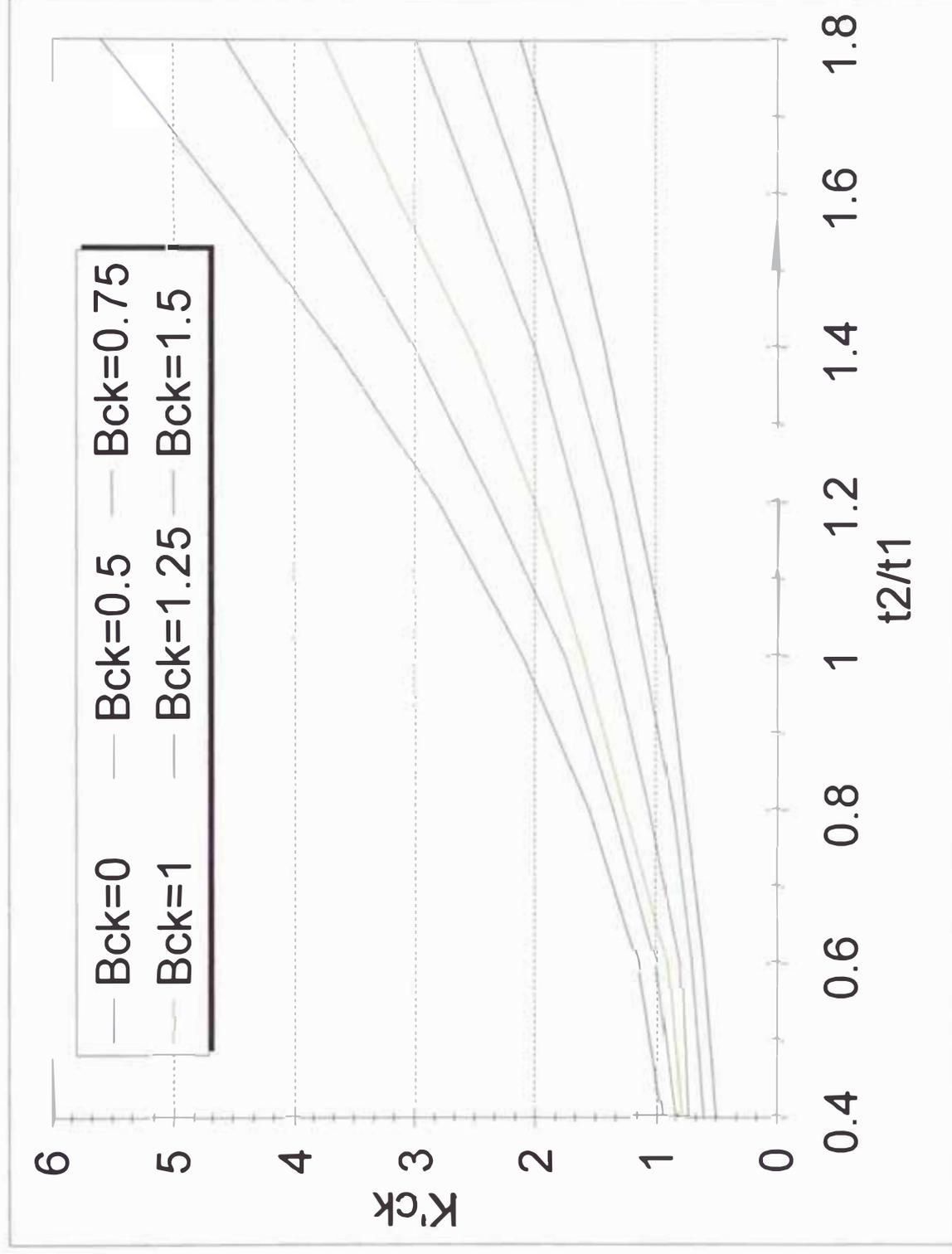
$$\lambda_{CB} = 0,34 \frac{q}{L} \left(L_{CB} - 0,64 \frac{\beta \cdot \pi \cdot D}{p} \right) \quad \dots (2-23)$$

Donde;

$$L_{CB} = \pi \cdot D_B \cdot \frac{Y_P}{S_1} K_{CB} \quad \dots (2-24)$$

β , paso (relativo) de Bobina

Fig. 2-2 : K'ck como función de t2/t1 y Bck



2.3 Reactancia magnetizante (x_m)

La suma de las tensiones magnéticas parciales $H_x.l_x$ ocurridas en la trayectoria del flujo magnético determinan la FMM necesaria para la producción del flujo magnetizante [1]-[9]. La reactancia " x_m " que cuantifica el flujo de inducción mutua puede ser calculado por :

$$x_m = 24f \left(\frac{N_{Fase}^S \cdot K_w}{p} \right)^2 \frac{\mu_0 \cdot D \cdot L}{g \cdot K_g} \cdot \frac{1}{F_s} \quad \dots(2-25)$$

F_s , Factor que cuantifica el nivel de saturación del circuito magnético de la máquina, el cual será encontrado resolviendo el circuito magnético.

En el entrehierro:

$$F_g = \beta_g \cdot \frac{g \cdot K_g}{\mu_0} \quad \dots (2-26)$$

En la corona Estática :

$$F_c^S = \frac{H_C^S \cdot \pi \cdot (D_E - h_C^S)}{2p} \quad \dots (2-27)$$

H_c^s , de Curva (β_c^s vs H), con $\beta_c^s = \frac{D}{p \cdot h_c^s \cdot K_\phi} \beta_g$

En el diente estático,

$$F_d^s = H_d^s (d_{S1} + d_{01}) \quad \dots (2-28)$$

H_d^s , de la curva ($\beta - H$), con $\beta_d^s = \frac{\pi \cdot D}{S_1 \cdot T^s \cdot K_\phi}$

En el diente Rotórico :

$$F_d^r = H_d^r (d_{S2} + d_{02}) \quad \dots (2-29)$$

H_d^r , de la curva ($\beta - H$), con $\beta_d^r = \frac{\pi \cdot (D - 2g)}{S_2 \cdot T^r \cdot K_\phi}$

En la corona Rotorica

$$F_c^r = \frac{H_c^r \cdot \pi \cdot (D_{eje} + h_c^r)}{2p} \quad \dots (2-30)$$

H_c^r , de la curva ($\beta - H$), con $\beta_c^r = \beta_g \cdot \frac{(D - 2g)}{p \cdot h_c^r \cdot K_\phi}$

Luego:

$$F_S = \frac{\Sigma F}{F_g} \quad \dots (2-31)$$

Donde, $\Sigma F = F_g + F_d^s + F_c^s + F_d^r + F_c^r$

2.4 Resistencia de pérdidas en el fierro (r_p) .

Dado que este valor es básicamente establecido en el circuito del estator (cuando el motor gira alrededor de su velocidad nominal), las pérdidas en el fierro del rotor se representaran en función del deslizamiento para poder cuantificar el nivel de pérdidas totales en el fierro desde el proceso de puesta en marcha hasta el régimen estacionario.

Las pérdidas por Histéresis en un material magnético sujeto a magnetización alterna, son independientes de la configuración geométrica del material. Según Steinmetz;

$$P_h = K_l f_x \beta_{max}^n \quad (w / Kg) \quad \dots (2-32)$$

Las pérdidas por corrientes parásitas en un material magnético sujeto a magnetización alterna sinusoidal resulta:

$$P_f = K_2 (f_x \beta_{max})^2 \quad (w / Kg) \quad \dots (2-33)$$

Luego las pérdidas específicas totales pueden representarse, para el caso de tener inducciones constantes, como ;

$$P_{h+f} = K_1 f_x + K_2 f_x^2 \quad (w / Kg) \quad \dots (2-34)$$

K_1 , K_2 Son constantes o coeficientes numéricos que pueden ser evaluados empíricamente, y f_x la frecuencia de pulsación de la onda en el circuito magnético considerado.

En el caso de la máquina asincrónica, la frecuencia de la onda en el circuito magnético del Estator es igual a la frecuencia de la red, en el rotor, la frecuencia de la onda es proporcional al deslizamiento.

Como el deslizamiento es siempre menor que la unidad se puede asumir que las pérdidas específicas totales en el rotor son proporcionales al deslizamiento y constantes los del Estator, para una tensión y frecuencia constantes en la alimentación .

Las pérdidas específicas son generalmente establecidas por el fabricante de las láminas magnéticas en curvas como función de la inducción y la frecuencia.

La representación de tales curvas en forma de ecuaciones será considerada para la evaluación directa del valor de dichas pérdidas, además, como la configuración de los paquetes magnéticos del motor son conocidos se podrá calcular las pérdidas totales en vatios, calculando el peso de las diferentes zonas del circuito magnético.

Para planchas 50RM600 de 0.5mm de espesor del fabricante KAWASAKI STELL las pérdidas en el hierro " P_{Fe} ", están expresadas :

Pérdidas en la corona del Estator:

$$P_c^r = \left[3,85 \left(\beta_c^s \cdot \frac{\pi}{3} \right)^{1,81} + 2,38 \cdot \left(\beta_c^s \cdot \frac{\pi}{3} \right)^2 \right] \cdot \pi (D_E - h_c^s) \cdot L \cdot K_\phi \cdot \gamma_{Fe} \quad \dots (2-35)$$

Pérdidas en los dientes del Estator:

$$P_d^s = \left[3,85 \left(\beta_d^s \cdot \frac{\pi}{3} \right)^{1,81} + 2,38 \left(\beta_d^s \cdot \frac{\pi}{3} \right)^2 \right] \cdot S_1 \cdot (d_1^s + d_{01}) \cdot T^s \cdot L \cdot K_\phi \cdot \gamma_{Fe} \quad \dots (2-36)$$

Pérdidas en la corona del Rotor:

$$P_c^r = \left[3,85 \left(\beta_c^r \cdot \frac{\pi}{3} \right)^{1,81} + 2,38 \cdot \left(\beta_c^r \cdot \frac{\pi}{3} \right)^2 \right] \cdot \pi \cdot (D_I + h_c^r) \cdot h_c^r \cdot L \cdot K_\phi \cdot \gamma_{Fe} \cdot s \quad \dots (2-37)$$

Pérdidas en los dientes del Rotor:

$$P_d^r = \left[3,85 \left(\beta_d^r \cdot \frac{\pi}{3} \right)^{1,81} + 2,38 \left(\beta_d^r \cdot \frac{\pi}{3} \right)^2 \right] \cdot S_2 \cdot (d_{S2} + d_{02}) \cdot T^r \cdot L \cdot K_\phi \cdot \gamma_{Fe} \cdot s^n \dots (2-38)$$

Luego:

$$r_p = \frac{3 \cdot V_1^2 \cdot K_e^2}{P_c^s + P_d^s + P_c^r + P_d^r}$$

... (2-39)

Donde,

Ke ; Factor de caída tensión

CAPITULO 3. METODOS DE CALCULO DEL EFECTO SKIN EN MOTORES DE DOBLE JAULA

3.1 Consideraciones.

En los motores de jaula de ardilla, el fenómeno de desplazamiento de la corriente en las barras del rotor con el aumento de la frecuencia, origina incrementos de la densidad de corriente en las partes superiores de las barras, mientras en las zonas inferiores disminuye. Debido a esto crece la resistencia activa del rotor y disminuye la reactancia de dispersión. La variación de las resistencias y reactancias rotoricas influyen sobre las características de arranque de la maquina.

En la mayoría de los casos el efecto skin en los motores de jaula de ardilla tiene un efecto positivo elevando el torque de arranque de los motores. y disminuyendo la corriente de arranque. El efecto Skin es normalmente utilizado durante el diseño de los motores asincronos, dimensionandose para ello rotores con ranuras rectangulares profundas o ranuras de diversas geometría con doble jaula , en donde el efecto superficial (Skin) se presenta con mayor fuerza. Sin embargo la distribución asimétrica de la densidad de corriente a través de la sección de la barra rotorica puede conllevar a consecuencias indeseables . Por ejemplo cuando la selección de las dimensiones de la barra no son adecuadas en el régimen de arranque crece desmesuradamente la densidad de corriente en la parte superior y puede ocasionar una dilatación térmica no uniforme en las barras y su posterior deformación. Bajo

esta condición las barras destrozan la garganta de la ranura y sobresalen hacia el entrehierro, lo que inevitablemente pondrá fuera de servicio al motor. En consecuencia es necesario considerar correctamente las consecuencias del efecto skin, durante el diseño de los motores asincronos de rotor de jaula ardilla. Durante los cálculos resulta conveniente algunas veces determinar no directamente la resistencia y la reactancia de la barra para una distribución desigual de densidad de corriente, sino sus variaciones relativas por acción del efecto skin [9] . Estas variaciones se determinaran mediante los coeficientes “ K_r ” y “ K_x ”. El coeficiente K_r indicara cuantas veces se ha incrementado la resistencia “ R ” de la barra durante la distribución desigual de la densidad de corriente, en comparación con la resistencia “ R_{cc} ” de la barra durante la distribución uniforme de la densidad de corriente a través de toda la sección. El coeficiente K_x mostrara como disminuye la conductancia magnética en la parte de la ranura ocupada por los conductores con corriente por acción del efecto skin, comparada con la conductancia de la misma parte pero con una densidad de corriente uniforme en la barra.

3.2 Método de cálculo del efecto skin en motores de jaula múltiple con geometría rectangular y anillos independientes.

Si consideramos la fig. 3-1 donde es representada la sección transversal de una ranura que contiene varios conductores iguales de sección rectangular de lados “ a ” y “ h ” , sobrepuestos, y si indicamos con “ y ” la coordenada genérica medida hacia lo alto, en dirección paralela a los ejes de la ranura a partir de un origen “ o ” para escoger de modo oportuno el valor del campo magnético producido en la ranura por

las corrientes que circulan en los conductores, y si admitimos que las líneas de campo en la ranura son perpendiculares a los ejes y se cierran bajo la ranura como indica la figura 3-1, y que la reluctancia del material magnético la cual corta sea despreciable, entonces podremos plantear las ecuaciones que rigen al campo magnético y eléctrico [1]-[10], las cuales según Maxwell y Amper se expresan como:

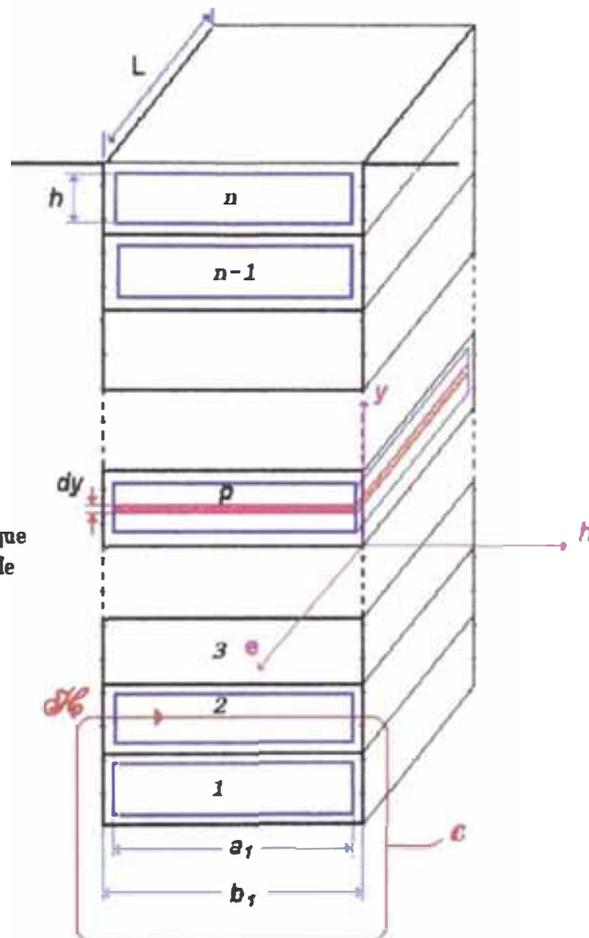


Fig 3-1 :

Trayectoria del campo magnético en una ranura que contiene un gran número de conductores elementales.

1^{ra} Ec. de Maxwell (Plano h-y)

$$\oint_{\phi} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

$$\Rightarrow H \cdot b_1 - \left(H + \frac{\partial H}{\partial y} \cdot \partial y \right) \cdot b_1 = \gamma \cdot E \cdot a_1 \cdot \partial y \quad \dots (3-1)$$

Donde:

H : Intensidad de Campo Magnético

E : Intensidad de Campo Eléctrico

$$\gamma = \frac{1}{\rho} = \left[\frac{\Omega^{-1} \cdot m^{-2}}{m^{-1}} \right] \quad \text{Nota : } \rho = \left[\frac{\Omega m^2}{m} \right]$$

$$\gamma \cdot E = \frac{E}{\rho} = J \quad \text{Densidad de Corriente}$$

2^{da} Ec. de Maxwell (Plano e-y)

$$\frac{1}{\partial S} \cdot \oint_{\phi} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{\partial \beta}{\partial t}$$

$$\Rightarrow -E \cdot b_1 + \left(E + \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial y} \cdot \partial y \right) b_1 = -\mu \cdot \frac{\partial H}{\partial a} \cdot b_1 \cdot \partial y \quad \dots (3-2)$$

Luego de : (3-1) \Rightarrow

$$-\frac{\partial H}{\partial y} = \gamma \cdot \frac{a_1}{b_1} \cdot E \quad \dots (3-3)$$

de (3-2) \Rightarrow

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial y} = -\mu \cdot \frac{\partial H}{\partial a} \quad \dots (3-4)$$

La ecuación vectorial :

$$-\frac{\partial \vec{H}}{\partial y} = \gamma \cdot \frac{a_1}{b_1} \cdot \vec{E} \quad \dots (3-5)$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial y} = -j\omega \cdot \mu \cdot \vec{H} \quad \dots (3-6)$$

$$\Rightarrow \vec{H} = \frac{(1+j)\beta}{j\omega \cdot \mu} \left(c_1 \cdot e^{-\beta y - j\beta y} - c_2 \cdot e^{\beta y + j\beta y} \right) \quad \dots (3-7)$$

Donde:

$$\beta = \sqrt{\frac{a_1}{b_1} \cdot \pi \cdot f \cdot \mu \cdot \gamma} \quad \dots (3-8)$$

Para determinar c_1 y c_2 consideraremos el conductor “p-esimo”, el cual se encuentra recorrido por la corriente $e^{j\alpha} \cdot \bar{I}$, además indicaremos con $K \cdot \bar{I}$ a la corriente total que circula por debajo del “p-esimo” conductor.

Aplicando la primera Ley de Maxwell al circuito magnético mostrado en la fig. 3-1, para $y=0$ e $y=h$, tendremos considerando la expresión (3-7):

$$K \cdot \bar{I} = -b_1 \cdot \frac{(1+j)\beta}{j\omega \cdot \mu} \cdot (c_1 - c_2) \quad \dots (3-9)$$

$$(K + e^{j\alpha}) \cdot \bar{I} = -b_1 \cdot \frac{(1+j)\beta}{j\omega \cdot \mu} \cdot (c_1 \cdot e^{-\beta h - j\beta h} - c_2 \cdot e^{\beta h + j\beta h}) \quad \dots (3-10)$$

Siendo :

$$\text{Senh } x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad ; \quad \text{Cosh } x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\Rightarrow c_1 = \frac{j\omega \cdot \mu}{(1+j)b_1 \cdot \beta} \cdot \frac{(K + e^{j\alpha}) \cdot \bar{I} - K \cdot \bar{I} \cdot e^{\beta h + j\beta h}}{2 \cdot \text{Senh}[\beta \cdot (1+j)h]} \quad \dots (3-11)$$

$$c_2 = \frac{j\omega \cdot \mu}{(1+j)b_1 \cdot \beta} \cdot \frac{(K + e^{j\alpha}) \cdot \bar{I} - K \cdot \bar{I} \cdot e^{-\beta h - j\beta h}}{2 \cdot \text{Senh}[\beta \cdot (1+j)h]} \quad \dots (3-12)$$

Luego la densidad de corriente indicada con el vector \bar{J} , se expresara:

$$\bar{J} = \gamma \cdot \bar{E} = \frac{j\omega \cdot \gamma \cdot \mu}{(1+j)b_1 \cdot \beta} \cdot \bar{I} \cdot \frac{(K + e^{j\alpha} \text{Cosh}[\beta(1+j)y] - K \cdot \text{Cosh}[\beta(1+j)(h-y)])}{\text{Senh}[\beta(1+j)h]} \quad \dots (3-13)$$

la expresión anterior puede ser modificada si recordamos que $e^{jx} = \cos x + j \sen x$,

luego

$$\bar{J} = \frac{\omega \cdot \gamma \cdot \mu}{b_1 \cdot \beta} \cdot \frac{j}{1+j} \cdot \bar{I} \cdot \frac{a + j b}{c + j d} \quad \dots (3-14)$$

Donde:

$$a = (K + \text{Cos} \alpha) \cdot \text{Cosh}(\beta y) \cdot \text{Cos}(\beta y) - \text{Sen} \alpha \cdot \text{Senh}(\beta y) \cdot \text{Sen}(\beta y) \\ - K \cdot \text{Cosh}[\beta(h-y)] \cdot \text{Cos}[\beta(h-y)]$$

$$b = (K + \text{Cos} \alpha) \cdot \text{Senh}(\beta y) \cdot \text{Sen}(\beta y) + \text{Sen} \alpha \cdot \text{Cosh}(\beta y) \cdot \text{Cos}(\beta y) \\ - K \cdot \text{Senh}[\beta(h-y)] \cdot \text{Sen}[\beta(h-y)]$$

$$c = \text{Senh}(\beta h) \cdot \text{Cos}(\beta h)$$

$$d = \text{Cosh}(\beta h) \cdot \text{Sen}(\beta h)$$

El cuadrado del modulo del vector \vec{J} , teniendo en cuenta la ecuación (3-7) resulta :

$$|\vec{J}|^2 = \left(\frac{2\pi \cdot f \cdot \gamma \cdot \mu}{b_1 \cdot \beta} \right)^2 \cdot I^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2 + b^2}{c^2 + d^2} = 2 \cdot I^2 \cdot \frac{\beta^2}{a_1^2} \cdot \frac{a^2 + b^2}{c^2 + d^2} \quad \dots (3-16)$$

Ahora reemplazando los valores de a, b, c, y d tendremos:

$$\begin{aligned}
|J|^2 = & 2I^2 \cdot \frac{\beta^2}{a_1^2} \cdot \frac{1}{\text{Senh}^2(\beta \cdot h) + \text{Sen}^2(\beta \cdot h)} \cdot \left\{ \left[(k + \text{Cos} \alpha)^2 + \text{Sen}^2 \alpha \right] \cdot (\text{Cosh}^2(\beta \cdot y) \right. \\
& - \text{Sen}^2(\beta \cdot y)) + k^2 \cdot [\text{Cosh}^2 \beta(h - y) - \text{Sen}^2 \beta(h - y)] - 2(k + \text{Cos} \alpha) \cdot k [\text{Cosh}(\beta h) \cdot \\
& \text{Cos}(\beta h) \cdot (\text{Cosh}^2(\beta y) - \text{Sen}^2(\beta y)) + \text{Cosh}(\beta h) \cdot \text{Sen}(\beta h) \cdot \text{Sen}(\beta y) \cdot \text{Cos}(\beta y) \\
& - \text{Senh}(\beta h) \cdot \text{Cos}(\beta h) \cdot \text{Senh}(\beta y) \cdot \text{Cosh}(\beta y)] - k \cdot \text{Sen} \alpha \cdot [-\text{Senh}(\beta h) \text{Sen}(\beta h) \cdot \\
& (\text{Cosh}^2(\beta y) - \text{Sen}^2(\beta y)) + \text{Senh}(\beta h) \cdot \text{Cos}(\beta h) \cdot \text{Sen}(\beta y) \cdot \text{Cos}(\beta y) + k \cdot \text{Sen} \alpha \\
& \cdot [-\text{Senh}(\beta h) \text{Sen}(\beta h) \cdot (\text{Cosh}^2(\beta y) - \text{Sen}^2(\beta y)) + \text{Senh}(\beta h) \cdot \text{Cos}(\beta h) \cdot \text{Sen}(\beta y) \cdot \\
& \left. \text{Cos}(\beta y) + \text{Cosh}(\beta h) \cdot \text{Sen}(\beta h) \cdot \text{Senh}(\beta y) \cdot \text{Cosh}(\beta y)] \right\} \quad \dots (3-17)
\end{aligned}$$

3.2.1 Valor de la resistencia activa de las barras rotóricas considerando el efecto skin.

Considerando el “p-ésimo” conductor, la pérdida por efecto Joule para ese conductor [10] puede evaluarse usando la siguiente expresión :

$$P_j = a_1 \cdot L \cdot \int_0^b |J|^2 \cdot \frac{1}{\gamma} \cdot dy \quad \dots (3-18)$$

utilizando las ecuaciones deducidas anteriormente para la densidad de corriente tendremos:

$$P_j = I^2 \cdot \frac{L}{\gamma \cdot a_1 \cdot h} \left[\beta h \cdot \frac{\text{Senh}(2\beta h) + \text{Sen}(2\beta h)}{\text{Cosh}(2\beta h) - \text{Cos}(2\beta h)} + 2\beta h \cdot k \cdot (k + \text{Cos}\alpha) \cdot \frac{\text{Senh}(\beta h) - \text{Sen}(\beta h)}{\text{Cosh}(\beta h) + \text{Cos}(\beta h)} \right]$$

... (3-19)

y si llamamos :

$$R = \frac{L}{\gamma \cdot a_1 \cdot h} \qquad R_a = \frac{P_j}{I^2}$$

... (3-20)

Donde:

R : Resistencia en C.C.

R_a: Resistencia en A.C.

Y hacemos:

$$\varphi(x) = x \cdot \frac{\text{Senh}(2x) + \text{Sen}(2x)}{\text{Cosh}(2x) - \text{Cos}(2x)}$$

... (3-21)

$$\psi(x) = 2x \cdot \frac{\text{Senhx} - \text{Senx}}{\text{Coshx}}$$

$$\Rightarrow \frac{R_a}{R} = \varphi(x) + k \cdot (k + \text{Cos}\alpha) \cdot \psi(x)$$

... (3-22)

luego la resistencia activa para el 'p-esimo' conductor de la barra quedara expresada por la ecuación:

$$R_{ac} = R. [\varphi_{(x)} + k.(k + \text{Cos}\alpha). \psi_{(x)}]$$

3.2.1.1 Caso particular de una ranura alojando conductores iguales circulando por cada una de ellas la corriente \vec{I} .

Un caso particular se deriva si hacemos : $kI = I_i$ y los conductores alojados en la ranura son todos iguales. Luego entonces:

$$\Rightarrow \frac{R_a}{R} = \varphi_{(x)} + \left[\left(\frac{I_i}{I} \right)^2 + \frac{I_i}{I} \cdot \text{Cos}\alpha \right] \cdot \psi_{(x)} \quad \dots (3-23)$$

$$R_a \cdot I^2 = R. [I^2 \cdot \varphi_{(x)} + I_i^2 \cdot \psi_{(x)} + I_i \cdot I \cdot \text{Cos}\alpha \cdot \psi_{(x)}] \quad \dots (3-24)$$

para $\alpha=0$ y corriente "I" recorriendo el "p-1" conductor tendremos $kI=(p-1).I$

$$\frac{R_a}{R} = \varphi_{(x)} + p(p-1). \psi_{(x)} \quad \dots (3-25)$$

3.2.2. Valor de la inductancia de dispersión considerando el efecto skin

Debido a la concentración de la corriente en la extremidad del conductor debido al efecto pelicular, la inductancia debido al flujo disperso en la ranura tiende a disminuir [1]-[10], este efecto será analizado a continuación.

La energía Electromagnética almacenada en un volumen “V”

$$\frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 = \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot \int_V |\vec{H}|^2 \cdot dV \quad \dots (3-26)$$

$$L = \frac{\mu}{I^2} \cdot \int_V |\vec{H}|^2 \cdot dV \quad \dots (3-27)$$

Si $\mu = \text{constante}$

Si μ es variable, y considerando un $dV = b_1 \cdot l \cdot dy$

$$dL = \frac{\mu}{I^2} \cdot |\vec{H}|^2 \cdot b_1 \cdot l \cdot dy \quad \dots (3-28)$$

(Si I independiente de H)

$$\Rightarrow L_{\mu} = \frac{\mu}{I^2} \cdot b_1 \cdot l \cdot \int_V |\vec{H}|^2 \cdot dy \quad \dots (3-29)$$

De (3-26) y (3-11), (3-12) :

$$\bar{H} = -\frac{1}{b_1} \cdot \bar{I} \cdot \frac{(k + e^{j\alpha}) \cdot \text{Senh}[\beta(1+j)y] + k \cdot \text{Senh}[\beta(1+j)(h-y)]}{\text{Senh}[\beta(1+j)h]} \quad \dots (3-30)$$

Si hacemos: $\bar{H} = -\frac{1}{b_1} \cdot \bar{I} \cdot \frac{a' + jb'}{c + jd}$... (3-31)

Donde:

$$a' = (k + \text{Cos}\alpha) \cdot \text{Senh}(\beta y) \cdot \text{Cos}(\beta y) \cdot \text{Sen}\alpha \cdot \text{Cosh}(\beta y) \cdot \text{Sen}(\beta y)$$

$$+ k \cdot \text{Senh}[\beta(h-y)] \cdot \text{Cos}[\beta(h-y)]$$

$$b' = (k + \text{Cos}\alpha) \text{Cosh}(\beta y) \cdot \text{Sen}(\beta y) + \text{Sen}\alpha \cdot \text{Senh}(\beta y) \cdot \text{Cos}(\beta y)$$

$$+ k \cdot \text{Cosh}[\beta(h-y)] \cdot \text{Sen}[\beta(h-y)]$$

$$\Rightarrow |\bar{H}|^2 = -\frac{1}{b_1^2} \cdot I^2 \cdot \frac{a'^2 + jb'^2}{c^2 + d^2} \quad \dots (3-32)$$

$$|\bar{H}|^2 = -\frac{1}{b_1^2} \cdot I^2 \cdot \frac{1}{\text{Senh}^2(\beta h) + \text{Sen}^2(\beta h)} \cdot \left\{ [(k + \text{Cos}\alpha)^2 + \text{Sen}^2\alpha] (\text{Senh}^2(\beta y) + \right.$$

$$\left. + \text{Sen}^2(\beta y)) + K^2 [\text{Senh}^2[\beta(h-y)] + \text{Sen}^2[\beta(h-y)]] + 2(k + \text{Cos}\alpha)k[-\text{Cosh}(\beta h)]. \right.$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \text{Cos}(\beta h) \cdot (\text{Senh}^2(\beta h) + \text{Sen}^2(\beta h)) + \text{Cosh}(\beta h) \cdot \text{Sen}(\beta h) \cdot \text{Sen}(\beta y) \cdot \text{Cos}(\beta y) + \\
& + \text{Senh}(\beta h) \cdot \text{Cos}(\beta h) \cdot \text{Senh}(\beta y) \cdot \text{Cosh}(\beta y)] - k \cdot \text{Sen} \alpha \cdot [\text{Senh}(\beta h) \cdot \text{Sen}(\beta h) \cdot \\
& \cdot (\text{Senh}^2(\beta y) + \text{Sen}^2(\beta y)) + \text{Senh}(\beta h) \cdot \text{Cos}(\beta h) \cdot \text{Sen}(\beta y) \cdot \text{Cos}(\beta y) - \text{Cosh}(\beta h) \cdot \\
& \cdot \text{Sen}(\beta h) \cdot \text{Senh}(\beta y) \cdot \text{Cos}(\beta y)] \} \quad \dots (3-33)
\end{aligned}$$

Resulta :

$$\begin{aligned}
L_{ia} &= \frac{\mu \cdot l}{b_1} \cdot \frac{1}{\text{Senh}^2(\beta h) + \text{Sen}^2(\beta h)} \cdot \left\{ \left[(k + \text{Cos} \alpha)^2 + \text{Sen}^2 \alpha + k^2 \right] \cdot \right. \\
& \cdot \frac{\text{Senh}(\beta h) \cdot \text{Cosh}(\beta h) - \text{Sen}(\beta h) \cdot \text{Cos}(\beta h)}{2\beta} + 2(k + \text{Cos} \alpha) \cdot k \cdot \\
& \cdot \left[-\text{Cosh}(\beta h) \cdot \text{Cos}(\beta h) \cdot \frac{\text{Senh}(\beta h) \cdot \text{Cosh}(\beta h) - \text{Sen}(\beta h) \cdot \text{Cos}(\beta h)}{2\beta} + \right. \\
& \left. \left. \text{Cosh}(\beta h) \cdot \text{Sen}(\beta h) \cdot \frac{\text{Sen}^2(\beta h)}{2\beta} + \text{Senh}(\beta h) \cdot \text{Cos}(\beta h) \cdot \frac{\text{Senh}^2(\beta h)}{2\beta} \right] \right\} \\
\Rightarrow L_{ia} &= \frac{\mu \cdot l \cdot h}{b_1} \cdot \left[\frac{1}{2\beta h} \cdot \frac{\text{Senh}(2\beta h) - \text{Sen}(2\beta h)}{\text{Cosh}(2\beta h) - \text{Cos}(2\beta h)} + \frac{k(k + \text{Cos} \alpha)}{\beta h} \right]
\end{aligned}$$

$$\frac{[\text{Senh}(\beta h) + \text{Sen}(\beta h)][\text{Cosh}(\beta h) - \text{Cos}(\beta h)]}{[\text{Cosh}(\beta h) + \text{Cos}(\beta h)][\text{Cosh}(\beta h) - \text{Cos}(\beta h)]} \quad \dots (3-34)$$

Haciendo:

$$L_{i\alpha} = \frac{\mu \cdot l \cdot h}{3b_1} \cdot [\varphi'_{(x)} + 3k(k + \text{Cos} \alpha) \cdot \psi'_{(x)}] \quad \dots (3-35)$$

Hallamos la ecuación general de calculo de la inductancia de dispersión para formas de ranura de geometría rectangular.

Siendo :

$$\varphi'_{(x)} = \frac{3}{2x} \cdot \frac{\text{Senh}(2x) - \text{Sen}(2x)}{\text{Cosh}(2x) - \text{Cos}(2x)}$$

$$\psi'_{(x)} = \frac{1}{x} \cdot \frac{\text{Senhx} + \text{Senx}}{\text{Coshx} + \text{Cosx}} \quad \dots (3-36)$$

$$x = \beta h = h \cdot \sqrt{\frac{a_1}{b_1} \pi \cdot \gamma \cdot f \cdot \mu}$$

3.2.2.1 Caso particular de cálculo considerando distribución uniforme de densidad de corriente en el conductor.

Como ya sabemos que la corriente \vec{I} es función del valor de \vec{H} , tendremos:

$$i = \sqrt{2} \cdot I \cdot \text{Sen}(\omega t + \alpha) \qquad \vec{I}_p = \vec{I} \cdot e^{j\alpha}$$

... (3-37)

$$i_i = \sqrt{2} \cdot k \cdot I \cdot \text{Sen}(\omega t) \qquad \vec{I}_i = \vec{I}_{p1} = k \cdot \vec{I} \cdot e^{j0}$$

El diferencial de volumen $dV = b_1 \cdot l \cdot dy$ se considera igual, y el valor medio del cuadrado del complejo \vec{H} se expresa como el cuadrado de su valor eficaz, entonces:

$$|\vec{H}|^2 = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{1}{b_1^2} \cdot \left(i_i + i \cdot \frac{y}{h} \right)^2 \cdot d(\omega t)$$

... (3-38)

$$|\vec{H}|^2 = \frac{1}{b_1^2} \cdot \left[(kl)^2 + \left(\frac{y}{h} \right)^2 \cdot l^2 + 2 \cdot \frac{y}{h} \cdot k \cdot l^2 \cdot \text{Cos}\alpha \right]$$

Utilizando esta expresión en la formula: (3-29), tendremos:

$$L_i = \frac{\mu \cdot l}{l^2} \cdot \frac{1}{b_1} \cdot \int_0^h \left[(kl)^2 + \left(\frac{y}{h} \right)^2 \cdot l^2 + 2 \cdot \frac{y}{h} \cdot k \cdot l^2 \cdot \text{Cos}\alpha \right] dy$$

... (3-39)

$$L_i = \frac{\mu \cdot l}{b_1} \cdot \left[k^2 \cdot h + \frac{h}{3} \cdot 2k \text{Cos}\alpha \cdot \frac{h}{2} \right]$$

$$L_i = \frac{\mu \cdot l \cdot h}{3b_1} \cdot [1 + 3k(k + \cos \alpha)] \quad \dots (3-40)$$

Confrontando (3-40) con (3-35) tenemos que “ L_i ” se obtiene de “ L_{ia} ” para:

$$\varphi'_{(x)} = 1 \quad \dots (3-41)$$

$$\frac{3k(k + \cos \alpha) \cdot \varphi'_{(x)}}{\mu \cdot l \cdot h} = \frac{3k(k + \cos \alpha) \cdot 1}{\mu \cdot l \cdot h}$$

Expresando la reluctancia para el volumen que contiene el conductor considerado:

$$\mathfrak{R} = \frac{b_1}{\mu \cdot l \cdot h} \quad \dots (3-42)$$

La energía electromagnética para la zona del conductor considerado será:

$$\frac{1}{2} \cdot L_{ia} \cdot I^2 = \frac{1}{39\mathfrak{R}} \cdot [I^2 \cdot \varphi'_{(x)} + 3 \cdot I_i^2 \cdot \psi'_{(x)} + 3 \cdot I_i \cdot I \cdot \cos \alpha \cdot \psi'_{(x)}] \quad \dots (3-43)$$

para distribución uniforme en toda la sección del conductor:

$$\frac{1}{2} \cdot L_{ia} \cdot I^2 = \frac{1}{39\mathfrak{R}} \cdot [I^2 + 3 \cdot I_i^2 + 3 \cdot I_i \cdot I \cdot \cos \alpha] \quad \dots (3-44)$$

Pudiendo expresarse:

$$\frac{L_{ia}}{L_i} = \frac{\varphi'(x) + 3 \left[\left(\frac{I_i}{I} \right)^2 + \frac{I_i}{I} \cdot \cos \alpha \right] \cdot \psi'(x)}{1 + 3 \left[\left(\frac{I_i}{I} \right)^2 + \frac{I_i}{I} \cdot \cos \alpha \right]} \quad \dots (3-45)$$

3.3 Método general de cálculo del efecto skin

El método de cálculo descrito anteriormente para la determinación de k_r y k_x en los devanados de motores de jaula de ardilla se basan en la solución del problema sobre la distribución de las corrientes en barras rectangulares. En los rotores de motores modernos con ranuras de diferentes configuraciones el flujo de dispersión tiene una forma más complicada que en el RECTANGULAR, el método anterior aplicado en motores con ranuras rotoricas de geometría especial es insuficiente en cuanto a exactitud ya que no considera totalmente la “inductancia” mutua entre las secciones de las barras a lo alto de la ranura.

Una solución exacta de este problema para una determinada forma complicada de barra exige en cada caso particular un tiempo considerable de máquina (computadora). Obtener funciones criterioales (como fue hecho por ejemplo para la barra rectangular) prácticamente es imposible debido al gran número de relaciones entre dimensiones de las barras que afectan al coeficiente “ k_r ” y “ k_x ”.

En algunas literaturas se proporcionan métodos de cálculo de “ k_r ” y “ k_x ” en donde el problema de cálculo del campo se reduce a una solución de un sistema de ecuaciones algebraicas, para el cual el programa de solución queda invariable para cualquier configuración de barra. Esto hace que el método sea lo suficientemente universal.

Se conoce de un autor ruso [9], que el circuito equivalente rotórico en donde los parámetros son variables debido al efecto Skin, puede ser representada en forma de un circuito en cadena (de varias partes) con parámetros constantes que no dependen

del efecto Skin (fig. 3-2), este método se representa matemáticamente y el mismo autor ruso[9] enuncia el método del cálculo de las resistencias (impedancias) del circuito equivalente rotórico con varias partes el cual esta basado en lo siguiente.

Considerando conocida la configuración de las líneas magnéticas del flujo disperso en la ranura, representamos, el conductor macizo (barra del devanado rotórico) dividido en un gran número de capas elementales, aisladas uno de otro con un espesor de aislamiento infinitamente pequeño, cuyas fronteras se determinan con las líneas de fuerzas magnéticas (fig. 3-3). Supongamos que el campo en la ranura es plano paralelo y la densidad de corriente a lo largo de las líneas de fuerza no varían (son constantes) . Si se trata de una capa elemental cuya altura es suficientemente pequeña, entonces esta suposición no causará errores apreciables en el cálculo.

Considerando los supuestos admitidos, se puede demostrar matemáticamente [9], que los parámetros del circuito equivalente rotórico (fig. 3-2) son los siguientes.:

. **RESISTENCIA ACTIVA** de la i-ésima capa elemental:

$$r_i = \rho_c L / q_i \quad \dots (3-46)$$

Donde:

“ q_i ” Es el área de la sección de la i-ésima capa elemental.

“ ρ_c ” Es la resistividad del conductor.

“ L ” Es la longitud del paquete magnético.

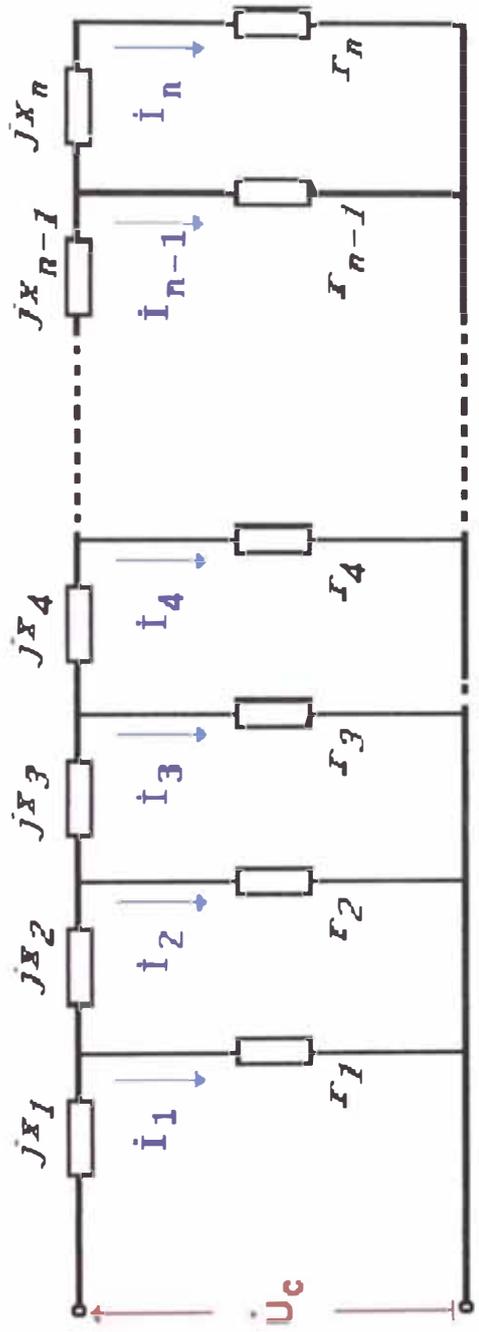


Fig 3-2 : Circuito equivalente de una barra del rotor del motor de jaula de ardilla, donde la barra se representa en forma de un circuito en cadena.

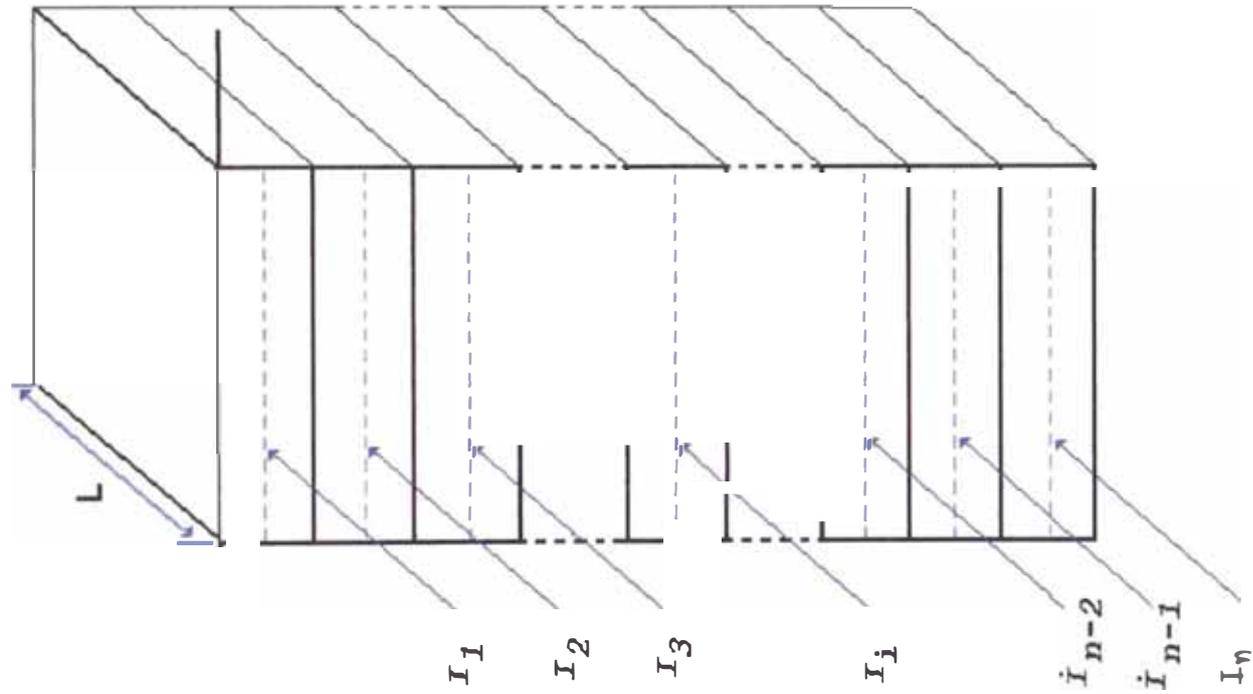


Fig. 3-3
Barra rotórica dividida
en un gran número de
capas elementales.

. **REACTANCIA FICTICIA** de la i -ésima capa elemental:

$$x_i = \omega_2 \cdot \mu_0 \cdot L \cdot \lambda_i \quad \dots (3-47)$$

Donde:

ω_2 : Es la frecuencia angular de la corriente de la barra rotórica; $\omega_2 = S\omega$

λ_i : Conductancia geométrica de la línea (o tubo) magnéticas cuyas fronteras son determinados por la i -ésima capa; λ_i en un caso simple es determinado por la relación entre el ancho o largo del tubo o línea; para los tubos con sección variable “ λ_i ” puede ser encontrado por métodos conocidos más exactos [6].

. **LAS CORRIENTES EN EL CIRCUITO EQUIVALENTE :**

i_1, i_2, \dots, i_n son corrientes en las capas elementales;

. **CORRIENTE TOTAL EN LA BARRA :**

$$i_c = \sum_{i=1}^n i_i \quad \dots (3-48)$$

Donde representamos con “ U_c “ la tensión de la barra .

Para, determinar la resistencia de la barra $r_{c,\xi}$ y la conductancia $\lambda'_{R\xi}$, es necesario calcular la corriente (fasor) \dot{I}_i en el circuito equivalente. Esta corriente puede ser determinada por diferentes métodos. Uno de los simples se basa en la solución del sistema de ecuaciones correspondientes a este circuito

$$\dot{I}_1 \cdot (r_1 + jx_1) + \dot{I}_2 \cdot jx_1 + \dot{I}_3 \cdot jx_1 + \dots + \dot{I}_{m-1} \cdot jx_1 + \dot{I}_m \cdot jx_1 = \dot{U}_c$$

$$\dot{I}_1 \cdot jx_1 + \dot{I}_2 \cdot \left(r_2 + j \sum_{i=1}^2 x_i \right) + \dot{I}_3 \cdot j \sum_{i=1}^2 x_i + \dots + \dot{I}_{n-1} \cdot j \sum_{i=1}^2 x_i + \dot{I}_n \cdot j \sum_{i=1}^2 x_i = \dot{U}_c$$

$$\dot{I}_1 \cdot jx_1 + \dot{I}_2 \cdot \sum_{i=1}^2 x_i + \dot{I}_3 \cdot \left(r_3 + \sum_{i=1}^3 x_i \right) + \dots + \dot{I}_{n-1} \cdot j \sum_{i=1}^3 x_i + \dot{I}_n \cdot j \sum_{i=1}^3 x_i = \dot{U}_c \quad \dots \quad (3-49)$$

$$\dot{I}_1 \cdot jx_1 + \dot{I}_2 \cdot \sum_{i=1}^2 x_i + \dot{I}_3 \cdot \sum_{i=1}^3 x_i + \dots + \dot{I}_{n-1} \cdot \left(r_{n-1} + j \sum_{i=1}^{n-1} x_i \right) + \dot{I}_n \cdot j \sum_{i=1}^{n-1} x_i = \dot{U}_c$$

$$\dot{I}_1 \cdot jx_1 + \dot{I}_2 \cdot \sum_{i=1}^2 x_i + \dot{I}_3 \cdot \sum_{i=1}^3 x_i + \dots + \dot{I}_{n-1} \cdot j \sum_{i=1}^{n-1} x_i + \dot{I}_n \cdot \left(r_n + j \sum_{i=1}^n x_i \right) = \dot{U}_c$$

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 + \dots + \dot{I}_{n-1} + \dot{I}_n = \dot{I}_c$$

La matriz del sistema mencionado, se puede representar fácilmente en la forma:

$$\begin{array}{cccccc|cc}
 -(r_1+jx_1) & -jx_1 & -jx_1 & \dots & -jx_1 & -jx_1 & \dot{I}_1 & \dot{U}_c \\
 r_1 & -(r_2+jx_2) & -jx_2 & \dots & jx_2 & -jx_2 & \dot{I}_2 & 0 \\
 0 & r_2 & -(r_3+jx_3) & \dots & -jx_3 & -jx_3 & \dot{I}_3 & 0 \\
 0 & 0 & r_3 & \dots & -jx_4 & -jx_4 & \cdot & 0 \\
 & & & & & & & \\
 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & 0 \\
 \cdot & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \cdot & r_{n-1} & -(r_n+jx_n) & \dot{I}_n & 0
 \end{array}$$

... (3-50)

Asumiendo que la corriente en la n -ésima capa " \dot{I}_n " = 1, se pueden hallar todas las corrientes

\dot{I}_i y \dot{I}_c (en p.u.), según las siguientes fórmulas :

$$\dot{I}_{n-1} = \dot{I}_n \cdot \frac{r_n}{r_{n-1}} + j \frac{x_n}{r_{n-1}} \cdot \dot{I}_n$$

$$i_{n-2} = i_n \cdot \frac{r_{n-1}}{r_{n-2}} + j \frac{x_{n-1}}{r_{n-2}} \cdot \sum_{n-1}^n i_i$$

.....

$$i_k = i_{k+1} \cdot \frac{r_{k+1}}{r_k} + j \frac{x_{k+1}}{r_k} \cdot \sum_{k+1}^n i_i \quad \dots (3-51)$$

.....

$$i_1 = i_2 \cdot \frac{r_2}{r_1} + j \frac{x_2}{r_1} \cdot \sum_1^n i_i$$

$$i_c = \sum_1^n i_i$$

Luego de la solución del sistema de ecuaciones (3-51) el cálculo [9], se sigue en la siguiente secuencia :

. RESISTENCIA ACTIVA DE LA BARRA ROTORICA ,considerando la acción del Efecto SKIN,

$$r_{c\xi} = \frac{\sum_{i=1}^n (I_i^2 r_i)}{I_c^2} \quad \dots (3-52)$$

FACTOR DE ELEVACION DE RESISTENCIA DE LA BARRA

$$K_r = \frac{\sum_{i=1}^n (I_i^2 r_i)}{I_c^2 \cdot r_c} \quad \dots (3-53)$$

Donde :

r_c ; Resistencia de la barra para densidad de corriente constante, o sea sin considerar la acción del Efecto SKIN.

El coeficiente de conductancia magnética de la parte de ranura ocupada por la barra del devanado donde se considera el Efecto SKIN se determina con ;

$$\lambda'_{\pi 2\xi} = \frac{\left[\sum_{i=1}^n \left(\lambda_i \left| \sum_{k=n}^i i_k \right|^2 \right) \right]}{I_c^2} \quad \dots (3-54)$$

El coeficiente de disminución de la conductancia magnética por la acción del Efecto SKIN esta dada por :

$$K_x = \frac{\lambda'_{R2\xi}}{\lambda'_{R2}} \quad \dots (3-55)$$

Donde el coeficiente de conductancia magnética de la parte de ranura ocupado por la barra sin considerar la acción del Efecto SKIN

$$\lambda'_{\pi 2} = \frac{\left[\sum_{i=1}^n \left(\lambda_i \left| \sum_{k=n}^i q_k \right|^2 \right) \right]}{q_c^2} \quad \dots (3-56)$$

Donde : $\sum_{k=n}^i q_k$ es la suma de las áreas de las capas elementales ubicadas por debajo de i-esima capa para la cual se calcula la conductancia “ λ_i ”.

La Ec. (3-56) sólo puede ser utilizada cuando la resistencia específica es constante en los límites de la sección de la barra. Si la resistencia específica es diferente en las partes de la barra se utilizan las siguientes expresiones:

$$\lambda'_{\pi 2} = \frac{\left[\sum_{i=1}^n \left[\lambda_i \cdot \left(\sum_{k=n}^i \frac{1}{r_i} \right)^2 \right] \right]}{\left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{r_i} \right)^2} \quad \dots (3-57)$$

Donde :

$$\sum_{k=n}^i \frac{1}{r_i}$$

:

Es la suma de conductancias resistivas de las capas elementales ubicados debajo de la i-esima capa,

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{r_i} = \frac{1}{r_c}$$

:

Es la conductancia resistiva total de la barra.

La exactitud del método propuesto depende del número de capas elementales asumidas “n”. Para cálculos prácticos es suficiente asumir un número de capas elementales $n > 3\xi$ (ξ es la altura reducida de la barra)

Esto permitirá un error del 2 al 3% de la solución analítica para una ranura rectangular. En consecuencia para una frecuencia de corriente $f_2 = 50$ Hz. y barras de aluminio cuya altura sea por ejemplo 30mm es suficiente dividir en 7 - 8 capas elementales. Para esto la altura de la barra superior deberá ser dividida en 3 a 4 veces menos que la barra inferior. Las corrientes en las capas elementales según la ec. 3-51 pueden ser calculadas manualmente. Si el número de capas elementales es grande es conveniente utilizar un programa .

El método descrito presupone conocido el mapa del campo de dispersión en la ranura. Si este no es conocido, entonces puede adicionarse otro supuesto sobre el carácter rectilíneo de las líneas de fuerza magnética del flujo de dispersión en las ranuras, lo cual es normal en este tipo de cálculo o problema [6]. En la mayoría de

los casos el mapa del campo, cercano a lo real, puede ser obtenido mediante un modelamiento a gráficos sencillos del campo por métodos conocidos.

Dicho método es aplicable también en el cálculo de las resistencias equivalentes de rotores de doble jaula.

En este caso la ranura de doble jaula se analiza como una ranura complicada [9]. La conductancia entre las uniones de las barras se incluye en la conductancia del tubo magnético superior de la barra de trabajo. Cuando el anillo de cortocircuito (cc) es común, su resistencia se consideran luego de determinar las resistencias equivalentes de las barras $\Gamma_{c\xi}$ y $\lambda_{R\xi}$; o sea al igual que para ranuras tipo figura. Si existen dos anillos diferentes, entonces el sistema de ecuaciones y el circuito equivalente sufre algunas complicaciones (fig. 3-4), en este caso es necesario considerar la conexión serie, en cada grupo de ramas paralelas que se relacionan a la resistencia de la jaula superior e inferior correspondientes a cada anillo.

El circuito equivalente mostrado en la figura 3-4 corresponde a la subdivisión de la barra superior en “k” partes(o capas) y la barra inferior en “t” partes (o capas) elementales: ($\Gamma_{b1}, \Gamma_{b2}, \dots, \Gamma_{bk}$ y $X_{b1}, X_{b2}, \dots, X_{bk}$ son las resistencias y reactancias de las partes o capas de la barra superior, y $\Gamma_{h1}, \Gamma_{h2}, \dots, \Gamma_{ht}$ y $X_{h1}, X_{h2}, \dots, X_{ht}$ las resistencias y reactancias de las partes o capas de la barra inferior); $X_{conexión}$ es una reactancia condicional de la parte angosta de la ranura (unión) entre las barras de arranque y trabajo:

$$x_{nep} = x_{conexión} = \omega_2 \cdot \mu_0 \cdot \lambda_{conexión} = \omega_2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{h_{conexión}}{b_{conexión}} \quad \dots (3-58)$$

Donde:

$h_{conexión}$ y $b_{conexión}$: Altura y ancho de la unión

i_{b_i} y i_{h_i} : Corrientes en las capas elementales de la barra de arranque y trabajo

$i_{cb} = \sum_{i=1}^k i_{bi}$: Corriente en la barra de arranque.

$i_{ch} = \sum_{i=1}^l i_{hi}$: Corriente en la barra de trabajo.

I_c : Corriente rotórica

$x_{k\pi,b}$: Reactancia de la barra de arranque, determinado por el coeficiente de conductancia magnética de dispersión diferencial y dispersión de cabeza de bobina. ($\lambda_{k\pi,b} = \lambda_{\pi,b} + \lambda_{k\pi,b}$).

$\lambda_{\pi,b}$: Conductancia de dispersión diferencial, la cual se calcula por la siguiente expresión: ($\lambda_{\pi,b} = \lambda_{dif2}$)

$$\lambda_{\pi,b} = \frac{\pi \cdot (D - 2 \cdot g)}{12 \cdot S2 \cdot g \cdot Kc} \cdot \xi \quad \dots (3-59)$$

Donde:

$$\xi = 1 + \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{p \cdot \pi}{S2} \right)^2 - \frac{\Delta Z}{1 - (p / S2)^2} \quad \dots (3-60)$$

ΔZ : Factor calculado en función de $do2/g$ y $do2/\lambda2$ (fig. 3-5)

$\lambda_{k\pi,b}$: Conductancia de dispersión de Cabeza de Bobina (anillo) de la jaula exterior, la cual puede ser evaluada utilizando la siguiente expresión: ($\lambda_{k\pi,b} = \lambda_{cb,ext}$)

$$\lambda_{k\pi,b} = \frac{2,3Dan}{L \cdot S2 \cdot \Delta^2} \cdot \ln \left(\frac{4,6 \cdot Dan}{2(a_n + b_n)} \right) \quad \dots (3-61)$$

Donde:

Dan : Diámetro medio del anillo exterior.

a_n : Longitud axial del anillo exterior.

b_n : Altura (long. radial) del anillo exterior.

Δ : Coeficiente de reflexión de anillo a barra.

$$\Delta = 2 \cdot \text{Sen}\left(\frac{p \cdot \pi}{2 \cdot S2}\right) \quad \dots (3-62)$$

- $x_{k\pi,h}$: Reactancia de dispersión de cabeza de bobina de la barra inferior.
- $\lambda_{k\pi,h}$: Conductancia de dispersión de Cabeza de Bobina (anillo) de la jaula interior, la cual puede ser evaluada utilizando los datos del anillo de la jaula interior en la Ec. (3-61) ($\lambda_{k\pi,h} = \lambda_{cb,int}$)
- $r'_{k\pi,b}$, $r'_{k\pi,h}$: Resistencias de los contactos en los anillos en cortocircuito en las barras de arranque y trabajo reducido a la corriente rotórica.

$$r'_{k\pi,b} = \frac{2 \cdot r_{k\pi,b}}{\Delta^2} \quad \dots (3-63)$$

$$r'_{k\pi,h} = \frac{2 \cdot r_{k\pi,h}}{\Delta^2} \quad \dots (3-64)$$

La reactancia $x_{k\pi,b}$, colocada en el circuito común de la barra de arranque y trabajo, considera asimismo el acoplamiento inductivo entre los anillos de ambas barras.

El problema para la determinación de “ K_r ” y “ K_x ” de un devanado rotórico de doble jaula con anillos independientes se realiza luego de determinar las corrientes

I_i del circuito equivalente (fig. 3-4), esto puede ser desarrollado o ejecutado con cualquier método conocido en la solución de circuitos eléctricos de corriente alterna de “m” ramas.

Cuando se asuma un gran número de capas elementales ($n=k+t$) es recomendable utilizar una computadora, utilizando programas standard de solución de ecuaciones complejas.

Se puede obtener una gran simplificación disminuyendo el número de capas elementales hasta 3, 4 ó hasta 2. Cuando se analiza 2 capas elementales (las barras de arranque y trabajo se visualizan como capas elementales) el circuito equivalente (fig. 3-4) se transforma en el circuito o esquema de la figura 1-1, y el cálculo se ejecuta según el método, dado en el capítulo 3.2, sin embargo esto disminuye la precisión en el cálculo si la barra no es rectangular.

La aplicación del método, basado en la subdivisión de la barra en un gran número de capas elementales, es conveniente sólo cuando la configuración de la barra es complicada, y cuando sea necesario obtener un resultado más preciso comparado con métodos aproximados, como el basado en la suposición de que la profundidad de la penetración de la corriente no depende de la configuración geométrica de la barra .

El método expuesto permite así mismo considerar el efecto de calentamiento irregular (no uniforme) de las barras (a través de su sección) en el arranque [3]-[4]-[9], lo cual es de mucha importancia para las máquinas diseñadas para operar en condiciones de arranque pesado. Con este fin la resistividad de cada capa elemental ρ_{oi} se pone en función de la temperatura de la capa.

El problema se soluciona aplicando el método de aproximaciones sucesivas. después de cada etapa de solución , según la corriente I_i y la resistividad asumida en cada capa se determinan las pérdidas en la capa y su calentamiento en un intervalo de tiempo determinado, luego de lo cual se precisa o corrige el valor de la resistividad ρ_{oi} .

En una aproximación gruesa (no muy buena), el proceso de calentamiento puede asumirse como un proceso adiabático. Resultados más exactos se obtienen al considerar el acoplamiento térmico entre capas elementales y con el núcleo a través de la ranura rotórica.

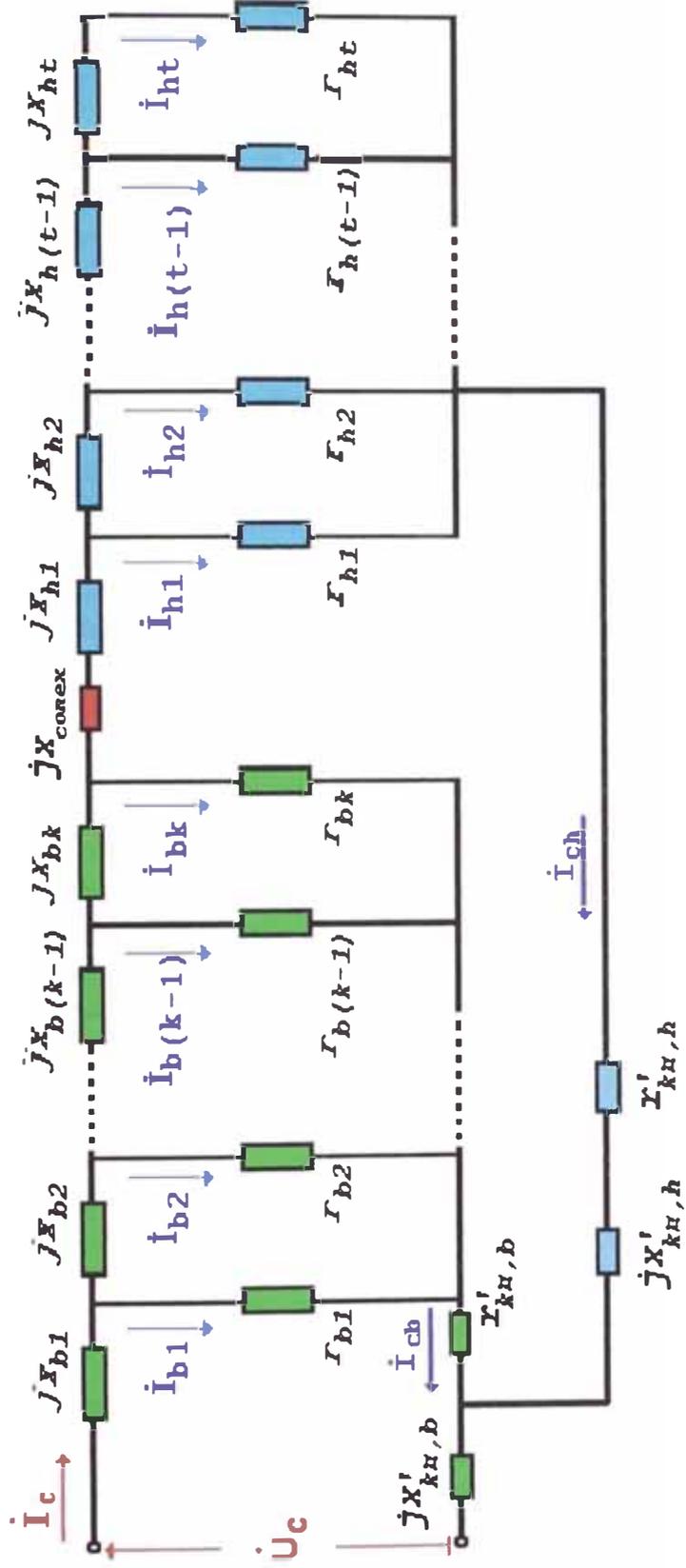


Fig 3 - 4 : Circuito equivalente del circuito rotórico del motor de Doble Jaula de
Ardilla con anillos de cortocircuitos independientes.

CAPITULO 4. EFECTO DE LA SATURACION SOBRE LAS REACTANCIAS DE DISPERSION

4.1 introducción

Despreciar la saturación del núcleo ferromagnético debido al campo de dispersión ($\mu_{fe} = \infty$), es aceptable solo para los cálculos de los parámetros en vacío y operación, porque la corriente en estos regímenes son relativamente pequeñas, y el flujo de dispersión no ocasiona una notable caída de tensión magnética en los dientes del núcleo. Al incrementarse el deslizamiento por encima del valor crítico y en el régimen de arranque, la corriente en los devanados crecen y los flujos de dispersión aumentan. La garganta de los dientes del estator y rotor en las máquinas de grande y mediana potencia en la mayoría de los casos se presentan notablemente saturados. La saturación de la garganta de los dientes (Fig. 4-1) conlleva al incremento de la resistencia magnética para la parte del flujo de dispersión, cuyas líneas magnéticas se cierran por la parte superior de la ranura, por eso el coeficiente de conductancia magnética de dispersión de ranura disminuye, asimismo disminuye en algo la conductancia magnética de dispersión diferencial. La saturación del núcleo por el flujo de dispersión prácticamente no influye sobre el coeficiente de conductancia magnética de dispersión diferencial de cabeza de bobina.

4.2 formulación del metodo.

La disminución del flujo de dispersión de ranura debido a la saturación, se considera aproximadamente introduciendo una abertura adicional en la ranura igual a "c" [9].

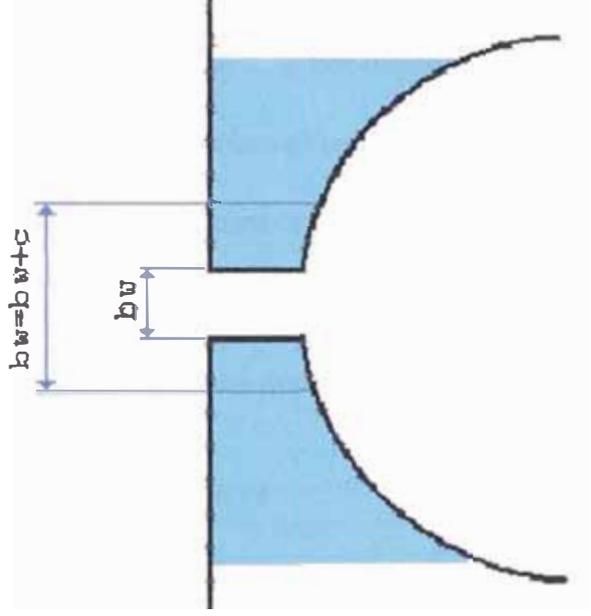


Fig. 4-1 : Saturación de la garganta de los dientes debido al flujo de dispersión

La magnitud de la abertura adicional “c” se toma de tal forma que su resistencia magnética sea igual a la resistencia magnética de las partes saturadas de los dientes. Bajo esta consideración se puede utilizar las fórmulas habituales para el cálculo de los coeficientes de conductancia magnética de ranura considerando la saturación y suponiendo que $\mu_{fe} = \infty$. La disminución de λ_{ran} debido a la saturación de los dientes ($\Delta\lambda_{ranSat}$), será determinada por “c”. De esta forma “c” dependerá del grado de saturación de la parte superior de los dientes por efecto del flujo de dispersión, por lo tanto dependerá de la fmm de ranura o sea de la corriente en el devanado, y en vista que la corriente en el devanado a su vez depende de la reactancia determinada por la conductancia magnética, entonces el cálculo debe ser desarrollado por el método de aproximaciones sucesivas, para lo cual inicialmente se toma una multiplicidad supuesta de incremento de corriente condicionado a la disminución de la reactancia debido a la saturación de la zona dental [9].

$$K_{sat} = I_{sat} / I \quad \dots (4-1)$$

Donde :

- I Es la corriente calculada para un régimen dado sin considerar la saturación.
- I_{sat} Corriente en el régimen dado, considerando la saturación de la parte dental debida al flujo de dispersión .

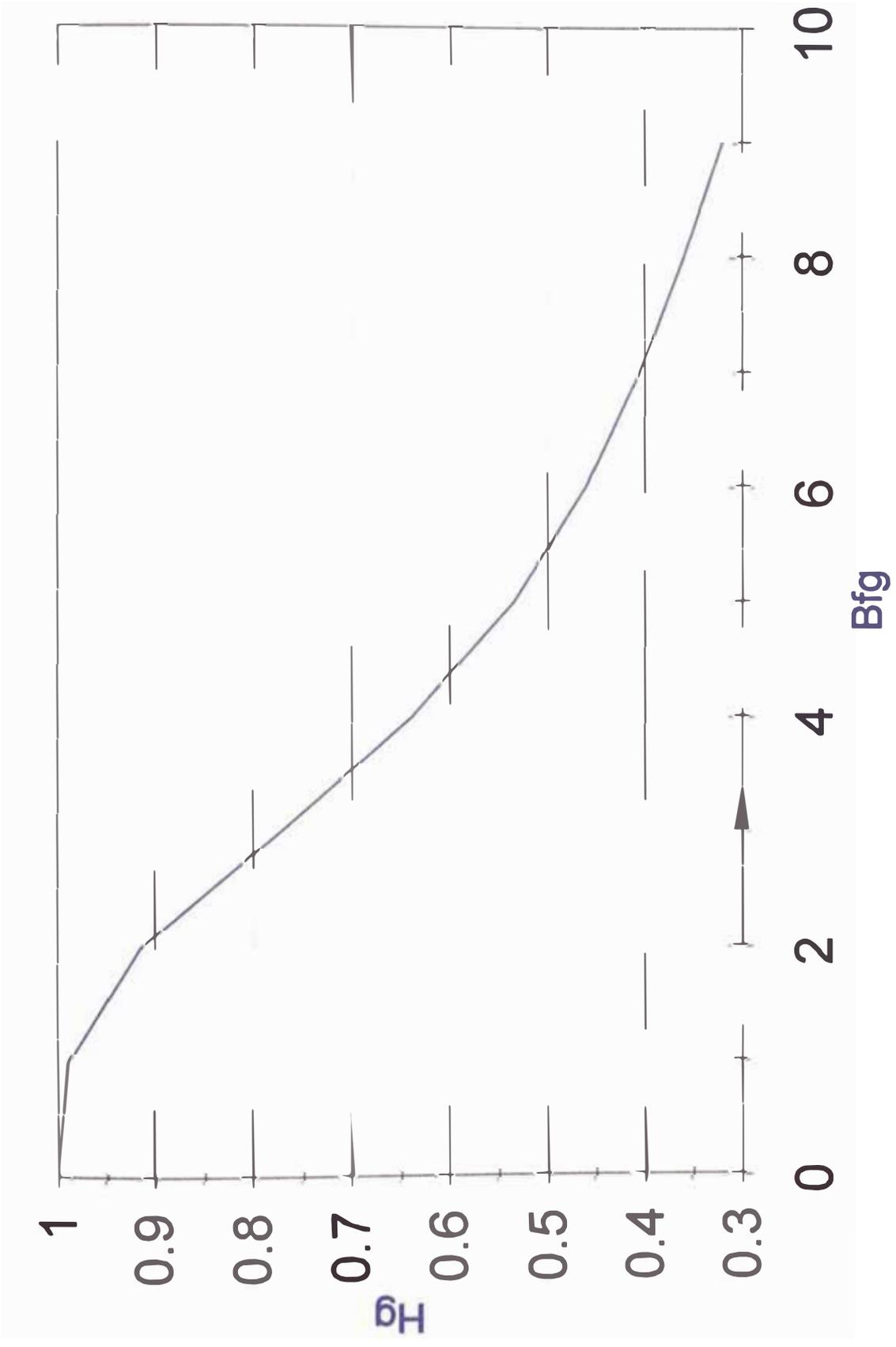


Figura 4-2 : $H_g = f(B_{fg})$

Para el cálculo de regímenes de arranque aproximadamente se toman $K_{sat} = 1.25$ a 1.4 ; y para el régimen de Torque Máximo $K_{sat} = (1.1$ a $1.2)$. Para los motores con ranura abierta se deben tomar los valores menores de K_{sat} , y para las ranuras semicerradas los valores mayores.

El cálculo aplicando esta metodología se desarrolla en la siguiente secuencia :

Se determina la FMM promedio del devanado reducido a una ranura del devanado estatorico.

$$F_{rp} = 0.7 \cdot K_{sat} \cdot I_1 \cdot Z_1 \cdot (K'_\beta + K_w^2 \cdot S1 / S2) / a \quad \dots(4-2)$$

Donde:

- I_1 : Es la corriente estatorica correspondiente al régimen calculado sin saturación .
- a : Número de ramas o vías paralelas en el devanado estatorico.
- Z_1 : Número de conductores por ranura estatorica.
- K'_β : Coeficiente que considera la disminución de la fuerza magnetomotriz de ranura debido al paso acortado del devanado.
- K_w^2 : Factor de distribución del bobinado estatorico.

Con la fuerza magnetomotriz promedio " F_{rp} ", se calcula la inducción magnética ficticia de dispersión en el entrehierro.

$$B_{Fg} = F_{rp} / (1,600 \cdot g \cdot Cn) \quad \dots (4-3)$$

Donde el coeficiente " Cn " queda determinado por :

$$Cn = 0,64 + 2,5 \cdot \sqrt{g / (\tau_1 + \tau_2)} \quad \dots (4-4)$$

g : Es la longitud del entrehierro.

τ_1, τ_2 : Pasos dentales Estatorico y Rotorico respectivamente.

Con el valor obtenido de B_{fg} se determina la relación entre el flujo de dispersión saturado y el flujo de dispersión no saturado de la maquina el cual se caracteriza por el coeficiente Hg cuyo valor se encuentra de la figura 4-2.

Seguidamente se calcula el valor de abertura adicional de las ranuras estatorica y rotorica.

Para las ranuras estatoricas se considera :

$$C_1 = (\tau_1 - bo_1) \cdot (1 - Hg) \quad \dots (4-5)$$

La disminución del coeficiente de conductancia de dispersión debido a la saturación por el flujo de dispersión, se calcula :

Para una ranura Estatorica abierta.(fig. 4-3a)

$$\Delta\lambda_{ran_{sat}} = h' \cdot C_1 / (bo \cdot (bo + C_1)) \quad \dots (4-6)$$

En ranuras semiabiertas y semicerradas las fórmulas para el calculo sufren ciertas complicaciones debido a las formas geométricas complicadas en la zona donde se ubican parte de las cuñas. Para ranuras semiabiertas como la mostrada en la fig. 4-3b

$$\Delta\lambda_{ran_{sat}} = [ho / bo] \cdot [C_1 / (bo + C_1)] + [h' / (bo + b)] \cdot C_1 / (bo + b + C_1) \quad \dots (4-7)$$

Para ranuras estatoricas semicerradas (fig. 4-3 c, d)

$$\Delta\lambda_{ran_{sat}} = [(ho + 0,58 \cdot h') / bo] \cdot [C_1 / (C_1 + 1,5 \cdot bo)] \quad \dots (4-8)$$

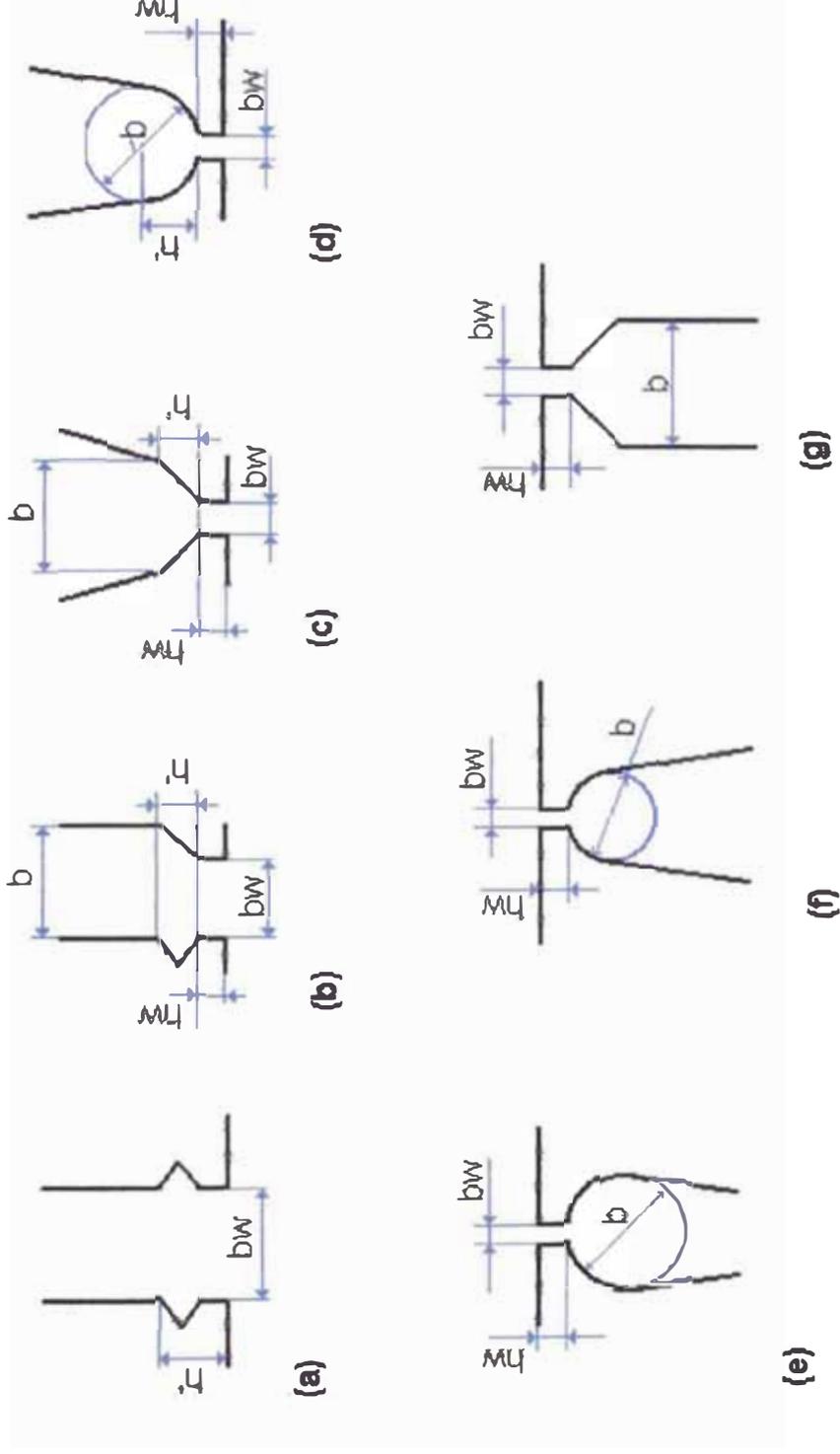


Fig. 4-3 : Presentaciones típicas de Ranuras abiertas y semi-abiertas de motores de inducción

Para los devanados rotoricos cortocircuitados, la abertura adicional se calcula segun :

$$C_2 = (\tau_2 - bo_2) \cdot (1 - Hg) \quad \dots (4-9)$$

La disminuci3n del coeficiente de conductancia magn3tica para ranuras rotoricas abiertas y semicerradas (fig. 4-3 e,f,g)

$$\Delta\lambda_{ran2_{sat}} = ho_2 \cdot C_2 / [bo_2 \cdot (bo_2 + C_2)] \quad \dots (4-10)$$

El coeficiente de conductancia magn3tica de dispersi3n de ranura con la saturaci3n $\lambda_{ran_{sat}}$ para el estator se determina segun:

$$\lambda_{ran_{sat}} = \lambda_{ran} - \Delta\lambda_{ran_{sat}} \quad \dots (4-11)$$

Donde :

λ_{ran} : Es la conductancia magn3tica Estatorica sin considerar la saturaci3n.

Para el rotor :

$$\lambda_{ran2_{sat}} = \lambda_{ran2} - \Delta\lambda_{ran2_{sat}} \quad \dots (4-12)$$

Donde :

λ_{ran2} Es la conductancia de dispersi3n de ranura rotorica para la zona dental no saturada considerando el efecto skin.

Los coeficientes de conductancia de dispersi3n diferencial, considerando la saturaci3n de las partes dentales estatoricas y rotoricas ($\lambda_{dif_{sat}}$, $\lambda_{dif2_{sat}}$):

$$\lambda_{dif_{sat}} = \lambda_{dif} \cdot Hg \quad \dots (4-13)$$

$$\lambda_{dif2_{sat}} = \lambda_{dif2} \cdot Hg \quad \dots (4-14)$$

Donde el valor de Hg se toma de la curva $Hg = f(B_{fg})$ (fig. 4-2)

La reactancia del devanado estatorico considerando la saturación por el campo de dispersión se determina por la relación de la suma de los coeficientes de conductancia obtenidas considerando y sin considerar la saturación debida al campo de dispersión.

$$x_{1sat} = x_1 \cdot [\sum \lambda_{1sat} / \sum \lambda_1]$$

$$x_{1sat} = x_1 \cdot \frac{[\lambda_{ran_{sat}} + \lambda_{dif_{sat}} + \lambda_{cb}]}{[\lambda_{ran} + \lambda_{dif} + \lambda_{cb}]} \quad \dots (4-15)$$

Para el rotor de igual forma, se toma la relación de la suma de los coeficientes de conductancia calculadas considerando y sin considerar la saturación debida al campo de dispersión, luego:

$$x'_{2sat} = x'_2 \cdot [\sum \lambda_{2sat} / \sum \lambda_2]$$

$$x'_{2sat} = x'_2 \cdot \frac{[\lambda_{ran2_{sat}} + \lambda_{dif2_{sat}} + \lambda_{cb2}]}{[\lambda_{ran2} + \lambda_{dif2} + \lambda_{cb2}]} \quad \dots (4-16)$$

Los valores de los parámetros x_{1sat} y x'_{2sat} se utilizan para el calculo de los puntos correspondientes a deslizamientos mayores que el obtenido para torque máximo

($S > S_{max}$). Las corrientes obtenidas en estos puntos característicos se comparan con el coeficiente asumido K_{sat} , y si la diferencia supera el (15 a 20)% , el cálculo para este punto debe ser repetido, introduciendo la correspondiente corrección en el coeficiente asumido inicialmente K_{sat} .

CAPITULO 5. APLICACION DE LA METODOLOGIA.

A fin de verificar la exactitud de la metodología y de los modelos planteados, se analizaran 2 tipos de motores de jaula de ardilla de doble jaula.

En la primera parte se aplicara la metodología general de cálculo del efecto Skin a un motor DELCROSA tipo NV180M2 de 36 HP 60Hz 220V jaula doble inyectada con anillo común, para el cual se conoce toda la configuración mecánica y eléctrica del diseño.

En la segunda parte se aplica el método particular de cálculo del efecto skin, evaluado para ranuras rectangulares, a un motor DELCROSA tipo NV280M6 de 90HP 60Hz 220V jaula doble con anillos independientes, para el cual se conoce también su configuración mecánica y eléctrica de diseño.

5.1 Cálculo de las características Electromecánicas y de operación del motor NV180M2 36HP 60Hz 220V

Las características técnicas y los datos referentes a las dimensiones geométricas y de bobinado del motor DELCROSA NV180M2 se muestran a continuación :

ESTATOR

Diámetro exterior	DE	(mm)	:	280
Diámetro interior	D	(mm)		165
Longitud del Paquete magnético	L	(mm)		192

Numero de ranuras	S1	36
Tipo de Ranura		Ovalada
Radio Mayor	R4 (mm) :	5.726
Radio Menor	R5 (mm) :	4.458
Distancia entre centros	HS (mm) :	14.516
Abertura de Ranura Estat.	w01 (mm)	3
Altura Garganta Estat.	do1 (mm) :	0.8
Altura de la Corona Est.	hc (mm) :	34.7
Ancho del Diente Est.	w1 (mm) :	5.945
Entrehierro	g (mm) :	0.7

ROTOR

Tipo de Ranura		Forma Compleja parte superior circular e inferior ovalada.
Numero de Ranuras	S2	43
Tipo de Jaula de Ardilla		Doble Jaula de Anillo Común
Abertura Ranura	w02 (mm) :	3
Altura de la garganta de ranura	do2 (mm) :	1
<u>Radio</u> Parte Circular Superior	R3 (mm) :	2.1

Ancho de la zona de unión	b	(mm)	1
Altura de la zona de unión	h	(mm)	7.3
Radio mayor del sector ovalado	R2	(mm)	2.5
Radio menor del sector ovalado	R1	(mm) :	1.555
Distancia entre Centros	HR2	(mm)	12.945
Altura del anillo común	bn	(mm)	36
Ancho del anillo común	an	(mm)	19
Material Conductor Empleado			Aluminio
Resistividad del Conductor	ρ_{al}	(Ω -mm ² /m)	1 / 29

DATOS DEL BOBINADO.

Numero de polos	p	2
Conexión Exterior		Triángulo
Conexión interior	CP	2
Numero de vueltas por bobina	Nb	7
Numero de Grupos de bobinas Totales		6
Numero de bobinas Serie	q	6
Numero de Capas		2
Tipo Bobinado.		Concéntrico

Paso de Bobina		1 - 11-13-15-17-19-21
Alambre usado		2#14 + 2#15
Paso promedio de las bobinas	PP	1 - 16
Longitud de la Espira Media	LEM (mm)	1102

DATOS DEL SUMINISTRO

Tipo de suministro		Trifásico
Tensión de Servicio entre líneas	VL	220 Volts
Frecuencia	f	60 Hz

DATOS DE PLACA

Potencia nominal	(HP)	36
Frecuencia	(Hz)	60
Tensión nominal	(volt)	220
Corriente nominal	(Amp)	88
Conexión		Triángulo
Torque nominal	(Kg-m)	7.34

Para la aplicación de la metodología desarrollada de cálculo del efecto skin la ranura del rotor se dividirá en 9 partes tal como en el caso de la ranura estudiada en el apéndice A. Utilizando un programa desarrollado en hojas de cálculo, la evaluación del comportamiento del motor para diferentes valores de deslizamiento (velocidad) es como sigue:

CARACTERISTICA DE FUNCIONAMIENTO TEORICAS DEL MOTOR NV180M2

S	Velocidad	torque	Corriente	Potencia	COSO	EFIC
pu	RPM	Kg-m	Amperios	HP		pu
1	0	27.075	698.090	0.000	0.501	0.000
0.9	360	26.706	677.412	13.220	0.503	0.073
0.8	720	26.190	656.734	25.900	0.504	0.147
0.7	1080	24.862	626.131	36.910	0.497	0.224
0.6	1440	24.050	601.317	47.550	0.495	0.302
0.5	1800	23.239	576.503	57.610	0.495	0.383
0.4	2160	22.722	550.863	67.530	0.500	0.497
0.35	2340	22.722	536.802	73.060	0.598	0.513
0.3	2520	22.944	521.086	79.390	0.521	0.561
0.25	2700	23.460	502.062	86.990	0.544	0.612
0.2	2880	24.345	476.422	96.290	0.582	0.669
0.15	3060	25.378	437.547	106.850	0.644	0.733
0.1	3240	25.526	368.896	113.690	0.740	0.807
0.08	3312	24.493	326.713	111.460	0.790	0.839
0.06	3384	22.058	271.296	102.510	0.843	0.872
0.04	3456	17.411	199.336	82.700	0.894	0.906
0.03	3492	14.017	156.326	67.440	0.913	0.921
0.02	3528	9.959	110.007	48.270	0.920	0.932
0.01	3564	5.164	61.207	25.420	0.878	0.927
0.0001	3600	0.000	24.814	0.000	0.231	0.000

Características Electromecánicas del motor NV180M2 despreciando la saturación de las reactancias de dispersión.

S	VELOCIDAD	TORQUE	CORRIENTE
pu	RPM	Kg - m	Amperios
1.0	0	21.64	624.83
0.9	360	21.51	609.25
0.8	720	21.29	592.81
0.7	1080	20.97	575.64
0.6	1440	20.61	557.87
0.5	1800	20.29	539.48
0.4	2160	20.23	519.91
0.35	2340	20.40	509.09
0.3	2520	20.81	496.74
0.25	2700	21.53	481.44
0.2	2800	22.67	460.23
0.1	3240	24.83	364.07
0.08	3312	24.06	323.84
0.06	3384	21.86	269.93
0.04	3456	17.39	198.85
0.03	3492	14.07	156.37
0.02	3528	9.99	109.79
0.01	3564	5.24	60.92
0.008	3571	4.22	51.39

Nota S nominal = 0.01445 (RPM = 3548)

Se puede notar que recién cuando la velocidad del motor es próxima a la nominal los valores de pronostico teórico sin considerar la saturación de las reactancias de dispersión , son semejantes a los valores de pronostico considerando este hecho.

La tabla siguiente muestra como varían las impedancias rotoricas para algunos valores de velocidad al considerar el efecto Skin.

Tabla : Efecto sobre la impedancia rotorica, la consideración de despreciar ó no el efecto skin.

		Considerando efecto Skin		Sin considerar efecto Skin	
s	RPM	r'2	x'2	r'2	x'2
1	0	0.213344	0.29085	0.070457	0.599128
0.8	720	0.187202	0.31874	0.070457	0.599128
0.7	1080	0.171516	0.33556	0.070457	0.599128
0.5	1800	0.13569	0.37421	0.070457	0.599128
0.3	2520	0.09901	0.41406	0.070457	0.599128
0.2	2880	0.08407	0.43037	0.070457	0.599128
0.1	3240	0.07402	0.44138	0.070457	0.599128
0.08	3312	0.07275	0.44276	0.070457	0.599128
0.06	3684	0.07175	0.44386	0.070457	0.599128
0.04	3456	0.07103	0.44464	0.070457	0.599128

5.2 Cálculo de las características Electromecánicas y de operación del motor NV280S6 90HP 60Hz 220V

Las características técnicas y los datos referentes a las dimensiones geométricas y de bobinado del motor DELCROSA NV280S6 se muestran a continuación

ESTATOR

Diámetro exterior	DE	(mm)	450
Diámetro interior	D	(mm)	303
Longitud del Paquete magnético	L	(mm)	290
Numero de ranuras	S1	:	54
Tipo de Ranura		:	Ovalada
Radio Mayor	R4	(mm)	6.144
Radio Menor	R5	(mm)	4.382
Distancia entre centros	HS	(mm)	30.774
Abertura de Ranura Estat.	w01	(mm)	3.5
Altura Garganta Estat.	do1	(mm)	0.7
Altura de la Corona Est.	hc	(mm)	31.5
Ancho del Diente Est.	w1	(mm)	9.5
Entrehierro	g	(mm)	0.75

ROTOR

Tipo de Jaula de Ardilla		:	Doble Jaula de Latón y Cobre
Tipo de Ranura		:	Parte superior e inferior rectangular. (ver Apendice)
Numero de Ranuras	S2	:	68
Abertura Ranura	wo2 (mm)	·	1.5
Altura de la garganta de ranura	do2 (mm)		2
Ancho Diente Rotor	W2 (mm)	:	7
Altura Corona Rotor	CR (mm)		70.75
Longitud Barra Exterior	LB (mm)		317
Area Barra Exterior	SB (mm ²)	:	38.19
Material Barra Exterior		:	Latón.
Resistividad Barra Exterior	KA (Ω -mm ² /m)		1 / 12.5
Altura Ranura Exterior	H2 (mm)	·	7
Ancho Ranura Exterior	B2 (mm)	·	5.9
Altura del Anillo Exterior	bne (mm)	·	8
Ancho del Anillo Exterior	ane (mm)	·	31.5
Diámetro del Anillo Exterior	Da (mm)	·	276.5

Area del Anillo Exterior	Aa	(mm ²) :	147
Ancho de la Zona de Unión	b	(mm) :	1
Altura de la zona de unión	h	(mm) :	9
Longitud Barra Interior	LV	(mm) :	326
Área Barra Interior	SV	(mm ²) :	50.69
Material Barra Interior		:	Cobre
Resistividad Barra Interior	KB (Ω-mm ² /m)		1 / 56
Altura Ranura Interior	H1	(mm)	14
Ancho Ranura Interior	B1	(mm) :	3.9
Altura del Anillo Interior	bni	(mm) :	7
Ancho del Anillo Interior	ani	(mm) :	26
Diámetro del Anillo Interior	Db	(mm) :	230.5
Área del Anillo Interior	Av	(mm ²) :	182

DATOS DEL BOBINADO.

Numero de polos	p	:	6
Conexión Exterior		:	Triángulo
Conexión interior	CP		3

Numero de vueltas por bobina	Nb	11
Numero de Grupos de bobinas Totales		18
Numero de bobinas Serie	q	3
Numero de Capas		2
Tipo Bobinado.		Imbricado
Paso de Bobina		1 - 8
Alambre usado		1#14 + 4#15
Paso promedio de las bobinas	PP	1 - 8
Longitud del Conductor Medio	LCM (mm)	529.82

DATOS DEL SUMINISTRO

Tipo de suministro		Trifásico
Tensión de Servicio entre líneas	VL	220 Volts
Frecuencia	f	60 Hz

DATOS DE PLACA

Potencia nominal	(HP)	90
Frecuencia	(Hz)	60
Tensión nominal	(volt)	220
Corriente nominal	(Amp)	242.5

Conexión Exterior		Triángulo
Torque nominal	(Kg-m)	54.48

Para la aplicación de la metodología desarrollada de calculo del efecto skin se hará uso de la metodología particular de calculo estudiada en el capitulo 3.2. Utilizando un programa desarrollado en Turbo Pascal, la evaluación del comportamiento del motor para diferentes valores de deslizamiento (velocidad) es como sigue:

PRONOSTICO TEORICO DE FUNCIONAMIENTO DEL MOTOR :						
TIPO	NV280S6		HP	90		
FREC	60		TENSION	440	voltios	
RPM	1185		CORRIENTE	115.5	amperios	
CONEXION	TRIANGULO		TORQUE	55.28	Kg-m	
S	VELOCIDAD	TORQUE	CORRIENTE	POTENCIA	FACTOR DE	EFCIENCIA
pu	RPM	KG-M	AMPERIOS	HP	POTENCIA	%
1	0	173.03	839.69	0.00	0.404	0.00
0.9	120	172.48	816.59	28.45	0.411	8.10
0.8	240	169.72	792.33	55.90	0.414	16.30
0.7	360	164.74	766.92	81.52	0.413	24.60
0.6	480	158.66	742.67	104.70	0.410	32.90
0.5	600	148.16	706.86	122.10	0.401	41.40
0.4	720	144.84	679.14	143.10	0.405	50.20
0.3	840	147.05	647.96	169.50	0.424	59.50
0.2	960	160.32	602.91	211.80	0.486	70.10
0.1	1080	181.88	485.10	270.30	0.655	82.60
0.08	1104	179.11	434.28	271.90	0.711	85.70
0.06	1128	165.85	366.14	257.40	0.774	88.50
0.04	1152	134.89	273.74	213.50	0.834	91.20
0.03	1164	110.01	217.14	175.90	0.855	92.30
0.02	1176	77.95	155.93	126.40	0.856	92.80
0.01	1188	39.80	91.25	65.70	0.770	90.90
0.005	1194	19.35	64.68	31.90	0.572	84.90
Considerando Efecto Skin :				SI		
Considerando Reactancias Saturadas :				SI		

PRONOSTICO TEORICO DE FUNCIONAMIENTO DEL MOTOR :

TIPO	NV280S6	HP	90		
FREC	60	TENSION	440	Voltios	
RPM	1185	CORRIENTE	115.5	Amperios	
CONEXION	TRIANGULO	TORQUE	55.28	Kg-m	

S	VELOCIDAD	TORQUE	CORRIENTE	POTENCIA	FACTOR DE	EFCIENCIA
pu	RPM	KG-M	AMPERIOS	HP	POTENCIA	%
1	0	114.99	735.74	0.00	0.316	0.00
0.9	120	118.30	721.88	19.50	0.326	7.90
0.8	240	119.96	706.86	39.60	0.335	15.90
0.7	360	121.07	689.54	59.70	0.343	24.10
0.6	480	120.79	671.06	79.40	0.349	32.50
0.5	600	120.51	652.58	99.10	0.355	41.10
0.4	720	121.62	632.94	120.10	0.367	49.90
0.3	840	127.70	609.84	147.20	0.394	59.30
0.2	960	144.84	575.19	190.90	0.460	69.90
0.1	1080	173.86	474.71	258.10	0.639	82.80
0.08	1104	173.75	428.51	263.60	0.700	85.70
0.06	1128	163.08	363.83	253.30	0.767	88.50
0.04	1152	134.34	273.74	212.50	0.832	91.20
0.03	1164	110.01	217.14	175.70	0.855	92.30
0.02	1176	77.95	155.93	126.40	0.856	92.80
0.01	1188	39.80	91.25	65.70	0.770	90.90
0.005	1194	19.35	64.68	31.90	0.572	84.90

Considerando Efecto Skin :	SI		
Considerando Reactancias Saturadas :	NO		

PRONOSTICO TEORICO DE FUNCIONAMIENTO DEL MOTOR :

TIPO	NV280S6		HP	90		
FREC	60		TENSION	440	voltios	
RPM	1185		CORRIENTE	115.6	amperios	
CONEXION	TRIANGULO		TORQUE	55.30	Kg-m	
S	VELOCIDAD	TORQUE	CORRIENTE	POTENCIA	FACTOR DE	EFCIENCIA
pu	RPM	KG-M	AMPERIOS	HP	POTENCIA	%
1	0	144.32	738.68	0.00	0.380	0.00
0.9	120	139.90	725.97	23.00	0.374	8.10
0.8	240	137.13	716.72	45.20	0.371	16.20
0.7	360	134.92	706.32	66.50	0.369	24.40
0.6	480	127.73	684.35	84.40	0.361	32.60
0.5	600	126.63	670.48	104.20	0.364	41.00
0.4	720	128.29	655.45	126.60	0.374	49.70
0.3	840	135.48	632.33	156.20	0.403	59.20
0.2	960	153.72	593.03	202.70	0.473	69.90
0.1	1080	178.61	478.58	265.30	0.651	82.90
0.08	1104	176.39	428.88	267.50	0.709	85.70
0.06	1128	163.68	361.83	253.50	0.772	88.50
0.04	1152	132.71	269.35	210.20	0.833	91.20
0.03	1164	108.38	213.86	173.20	0.854	92.30
0.02	1176	76.86	153.75	124.30	0.854	92.70
0.01	1188	39.54	90.17	64.50	0.766	90.80
0.005	1194	19.35	63.58	31.40	0.567	84.70
Considerando Efecto Skin :				NO		
Considerando Reactancias Saturadas :				SI		

PRONOSTICO TEORICO DE FUNCIONAMIENTO DEL MOTOR :

TIPO	NV280S6		HP	90		
FREC	60		TENSION	440	voltios	
RPM	1185		CORRIENTE	115.5	amperios	
CONEXION	TRIANGULO		TORQUE	55.28	Kg-m	

S	VELOCIDAD	TORQUE	CORRIENTE	POTENCIA	FACTOR DE	EFCIENCIA
pu	RPM	KG-M	AMPERIOS	HP	POTENCIA	%
1	0	106.14	665.28	0.00	0.314	0.00
0.9	120	105.58	657.20	17.38	0.315	7.97
0.8	240	104.48	650.27	34.54	0.316	16.00
0.7	360	104.48	642.53	51.56	0.318	24.10
0.6	480	104.59	633.86	68.80	0.327	32.30
0.5	600	105.86	624.28	86.99	0.329	40.70
0.4	720	109.45	613.31	108.17	0.344	49.50
0.3	840	118.85	597.14	136.90	0.375	59.00
0.2	960	139.31	565.95	183.50	0.449	69.90
0.1	1080	170.82	468.93	253.70	0.636	82.80
0.08	1104	171.09	422.73	259.70	0.698	85.70
0.06	1128	160.86	358.63	249.60	0.766	88.53
0.04	1152	132.12	269.12	209.30	0.831	91.20
0.03	1164	107.80	213.68	172.90	0.854	92.30
0.02	1176	76.84	153.62	124.40	0.857	92.70
0.01	1188	39.53	90.09	64.60	0.766	90.80
0.005	1194	19.35	63.53	31.40	0.566	84.70

Considerando Efecto Skin	:	NO
Considerando Reactancias Saturadas	:	NO

CAPITULO 6. VERIFICACIONES EXPERIMENTALES.

En este capitulo, resumimos los resultados de los ensayos realizados a dos motores DELCROSA, fabricados con las características técnicas enunciadas en el capitulo 5.

En la primera parte se muestran las Características de funcionamiento del motor NV180M2, deducidos en función de las pruebas de DELCROSA. Se muestran asimismo los gráficos correspondientes al torque y la corriente versus la velocidad

En la segunda parte se muestran las Características de funcionamiento del motor NV280S6, de 90HP 60Hz 220V jaula doble con anillos independientes, fabricado con las características enunciadas en el capitulo 5. Se muestran también los gráficos de las curvas Torque y corriente versus la velocidad.

En la tercera y cuarta parte se realizan comparaciones de los resultados teóricos con los obtenidos de los ensayos

6.1 Ensayos del motor DELCROSA NV180M2 de doble jaula con anillo común.

Los resultados de los ensayos del motor DELCROSA tipo NV180M2 de 36 HP 60Hz 220V jaula doble inyectada con anillo común, son detallados en un protocolo obtenido del fabricante y mostrado en el apéndice B. Las características de operación de este motor deducidas en función de estas pruebas se muestran a continuación.

**CARACTERISTICA DE FUNCIONAMIENTO DEL MOTOR NV180M2
BASADA EN LAS PRUEBAS DE DELCROSA**

S	Velocidad	Torque	Corriente	Potencia	COSO	EFIC
pu	RPM	Kg-m	Amperios	HP		pu
1	0	28.677	647.680	0.000	0.546	0.000
0.9	360	26.499	617.760	13.290	0.529	0.080
0.8	720	24.757	589.600	24.810	0.514	0.160
0.7	1080	23.232	563.200	34.960	0.503	0.241
0.6	1440	22.579	537.680	44.190	0.496	0.324
0.5	1800	21.127	512.160	52.980	0.495	0.409
0.4	2160	20.546	486.640	61.940	0.501	0.497
0.35	2340	20.473	473.440	66.760	0.508	0.543
0.3	2520	20.546	458.480	72.040	0.520	0.510
0.25	2700	20.764	441.760	78.010	0.539	0.641
0.2	2880	21.199	421.520	84.940	0.568	0.694
0.15	3060	21.780	394.240	92.950	0.614	0.752
0.1	3240	22.288	348.480	100.500	0.691	0.816
0.08	3312	21.998	320.320	101.700	0.735	0.845
0.06	3384	20.981	279.840	98.700	0.789	0.875
0.04	3456	18.150	221.760	87.500	0.853	0.906
0.03	3492	15.536	181.280	75.810	0.884	0.922
0.02	3528	11.761	132.880	58.040	0.910	0.935
0.01	3564	6.244	74.800	32.000	0.905	0.938
0.0001	3600	0.000	22.880	0.000	0.268	0.000

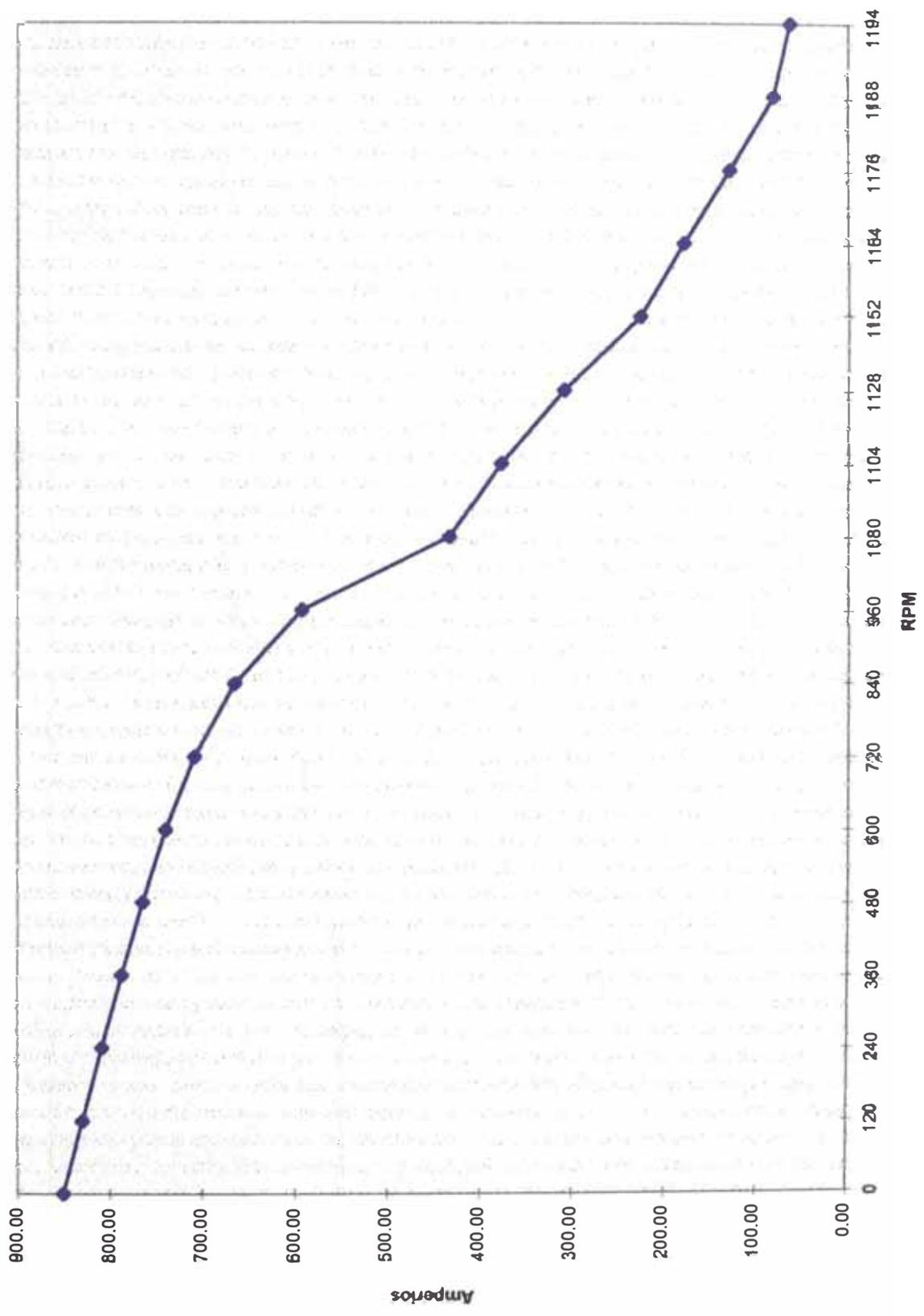
6.2 Ensayos del motor DELCROSA NV280S6 de doble jaula con anillos independientes.

Los resultados de los ensayos del motor DELCROSA tipo NV280S6 de 90 HP 60Hz 440V jaula doble con anillos independientes, son detallados en un protocolo obtenido del fabricante y mostrado en el apéndice C. Para la determinación de las características de operación de este motor se usó un programa de cálculo el cual considera el valor de resistencia medido al inicio de la prueba de calentamiento; valores de voltaje, corriente y potencia medidos en los ensayos de vacío y rotor bloqueado; valores de voltaje, torque y corriente medidos en el ensayo de determinación del torque de arranque; valores de tensión, potencia y velocidad medidos en el ensayo con carga; y el valor de temperatura del arrollamiento obtenida al final de la prueba de calentamiento. Las características deducidas en función de estas pruebas se muestran a continuación.

PRONOSTICO DE FUNCIONAMIENTO BASADO EN PRUEBAS DE DELCROSA

TIPO	NV280S6		HP	90		
FREC	60		TENSION	440	voltios	
RPM	1185		CORRIENTE	113.9	amperios	
CONEXION	TRIANGULO		TORQUE	55.28	Kg-m	
S	VELOCIDAD	TORQUE	CORRIENTE	POTENCIA	FACTOR DE	EFCIENCIA
pu	RPM	KG-M	AMPER	HP	POTENCIA	%
1	0	166.04	850.00	0.00	0.386	0.00
0.9	120	165.14	829.67	27.29	0.390	8.43
0.8	240	165.33	808.94	54.64	0.397	16.64
0.7	360	166.87	787.48	82.73	0.408	25.21
0.6	480	170.13	764.54	112.46	0.423	34.02
0.5	600	175.66	738.75	145.14	0.446	43.13
0.4	720	184.19	707.37	182.63	0.480	52.64
0.3	840	196.34	664.13	227.12	0.534	62.72
0.2	960	201.12	591.81	257.21	0.623	73.57
0.1	1080	196.83	432.52	292.74	0.775	85.51
0.08	1104	181.12	377.11	275.35	0.812	88.05
0.06	1128	155.83	308.93	242.05	0.847	90.59
0.04	1152	117.90	226.17	187.09	0.870	93.08
0.03	1164	93.56	179.43	149.97	0.869	94.19
0.02	1176	65.51	130.24	106.10	0.839	95.03
0.01	1188	34.10	82.51	55.79	0.699	94.67
0.005	1194	17.33	63.61	28.49	0.477	91.91

Curva de Corriente vs RPM basada en pruebas
motor NV280S6



AMPER

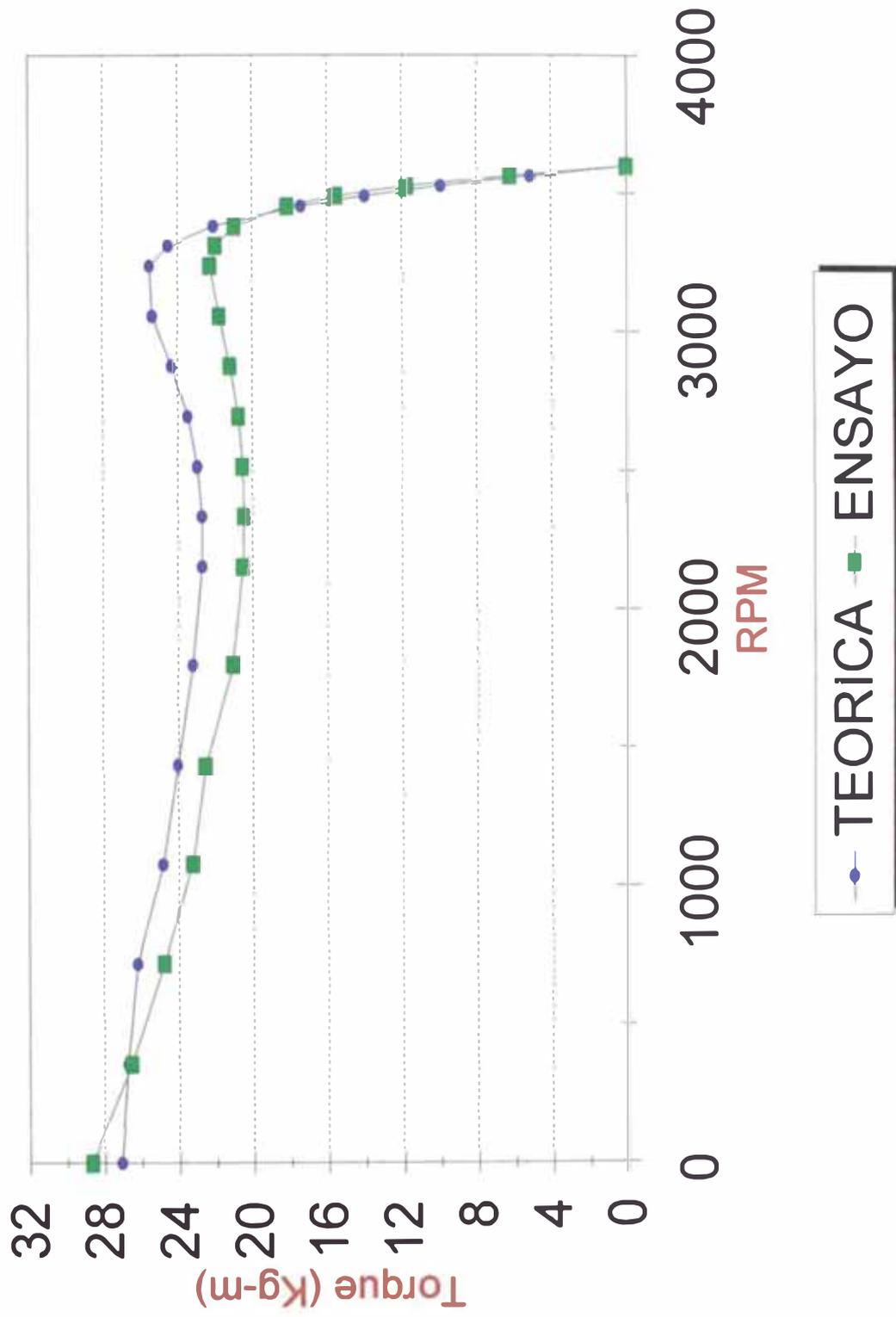
6.3 Comparación de los resultados teóricos con los experimentales del motor NV180M2

En las hojas subsiguientes se muestran gráficos superpuestos de las curvas experimentales y las de pronóstico teórico (Torque, Corriente, Eficiencia, y Potencia versus velocidad). Como podemos observar, los resultados del pronóstico teórico a diferentes valores de velocidad incluso en el arranque confrontados con los obtenidos de las pruebas nos dan errores aceptables (errores en promedio 5%). De haber despreciado tan solo el efecto de la saturación de las reactancias de dispersión durante el arranque, el error de evaluación durante ese lapso para el torque hubiera sido tan grande que no resultaría confiable la estimación teórica. Como ejemplo consideremos el valor del torque de arranque obtenido cuando se desprecia la saturación de las reactancias de dispersión, en ese caso el valor de pronóstico fue 21.64 Kg-m el cual comparado con el obtenido de ensayos da un error de aproximadamente 25%, el error del valor de pronóstico para la corriente al despreciar la saturación de las reactancias de dispersión en el instante del arranque llega en este caso solo al 4%.

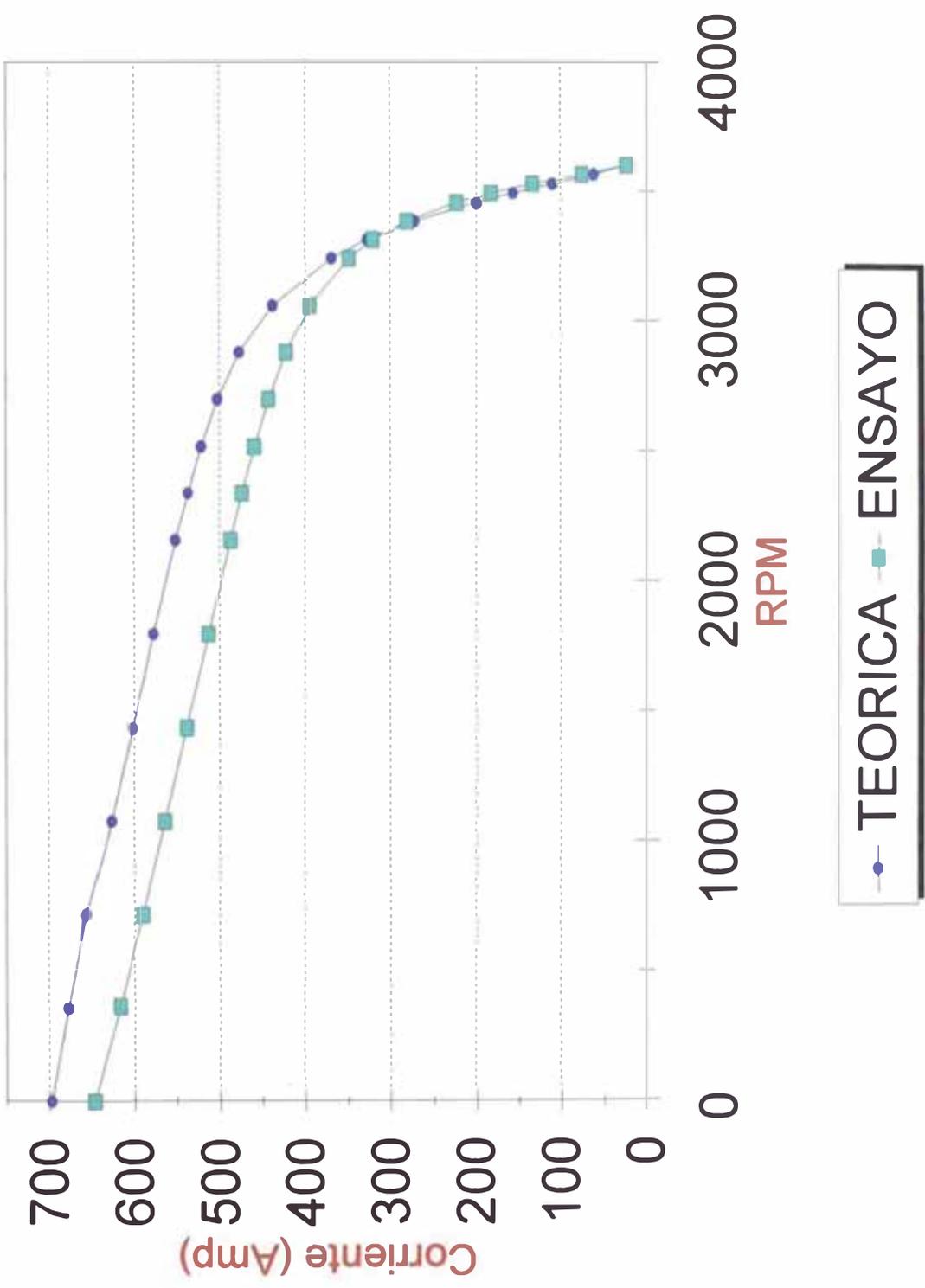
Al analizar la evolución de los valores de pronóstico teórico con y sin considerar la saturación de reactancias de dispersión notamos que recién cuando la velocidad del motor es próxima a la nominal los valores de pronóstico teórico sin considerar la saturación de las reactancias de dispersión , son semejantes a los valores de pronóstico considerando este hecho.

Del análisis de la tabla que muestra los valores de las impedancias rotoricas con y sin considerar el efecto Skin, se deduce que este efecto es muy notable, toma valores diferentes para las resistencias y las reactancias y no debería asumirse arbitrariamente

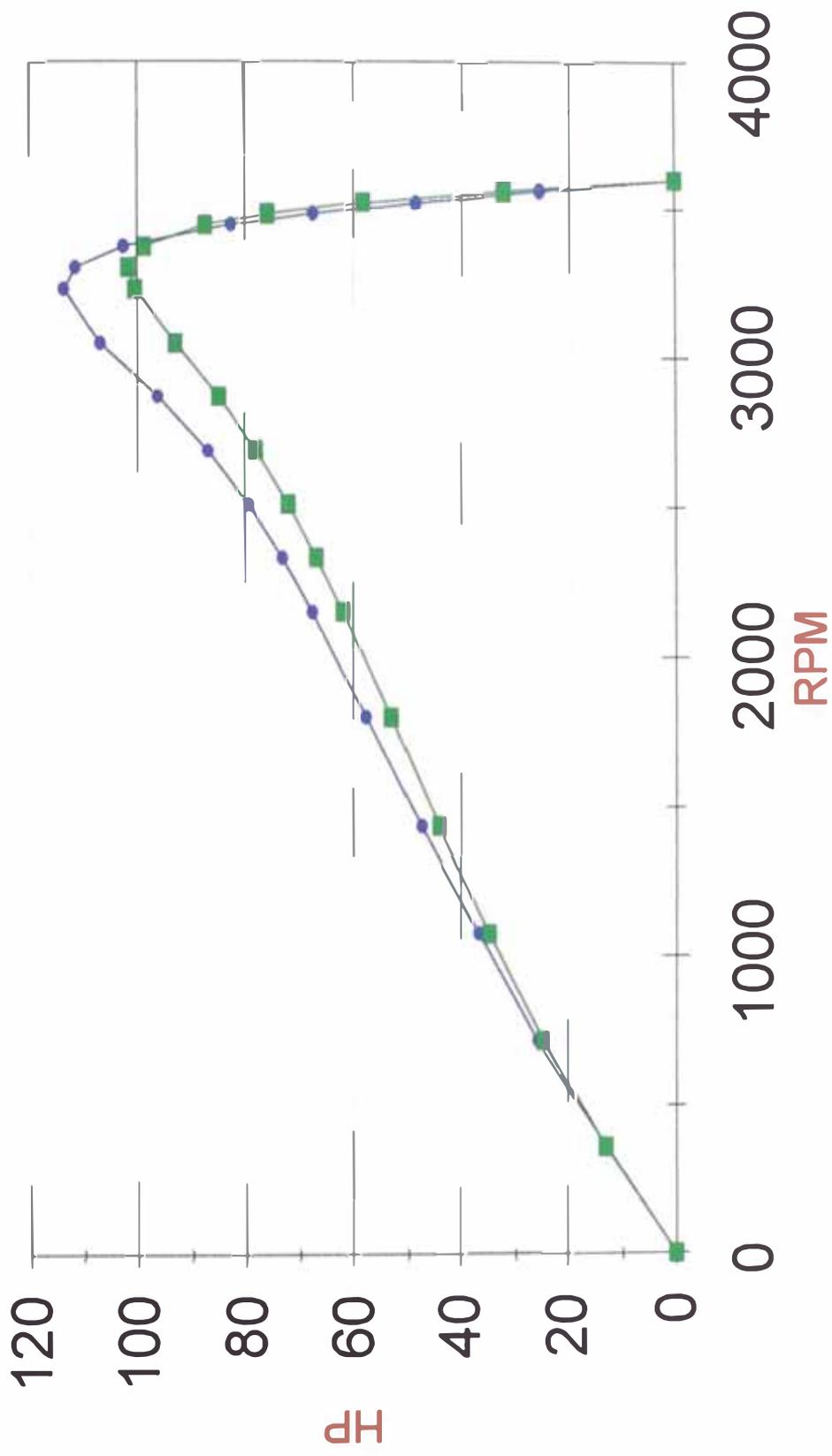
CURVAS TORQUE VS VELOCIDAD NV180M2



CURVAS CORRIENTE VS VELOCIDAD NV180M2



CURVAS POTENCIA VS VELOCIDAD NV180M2



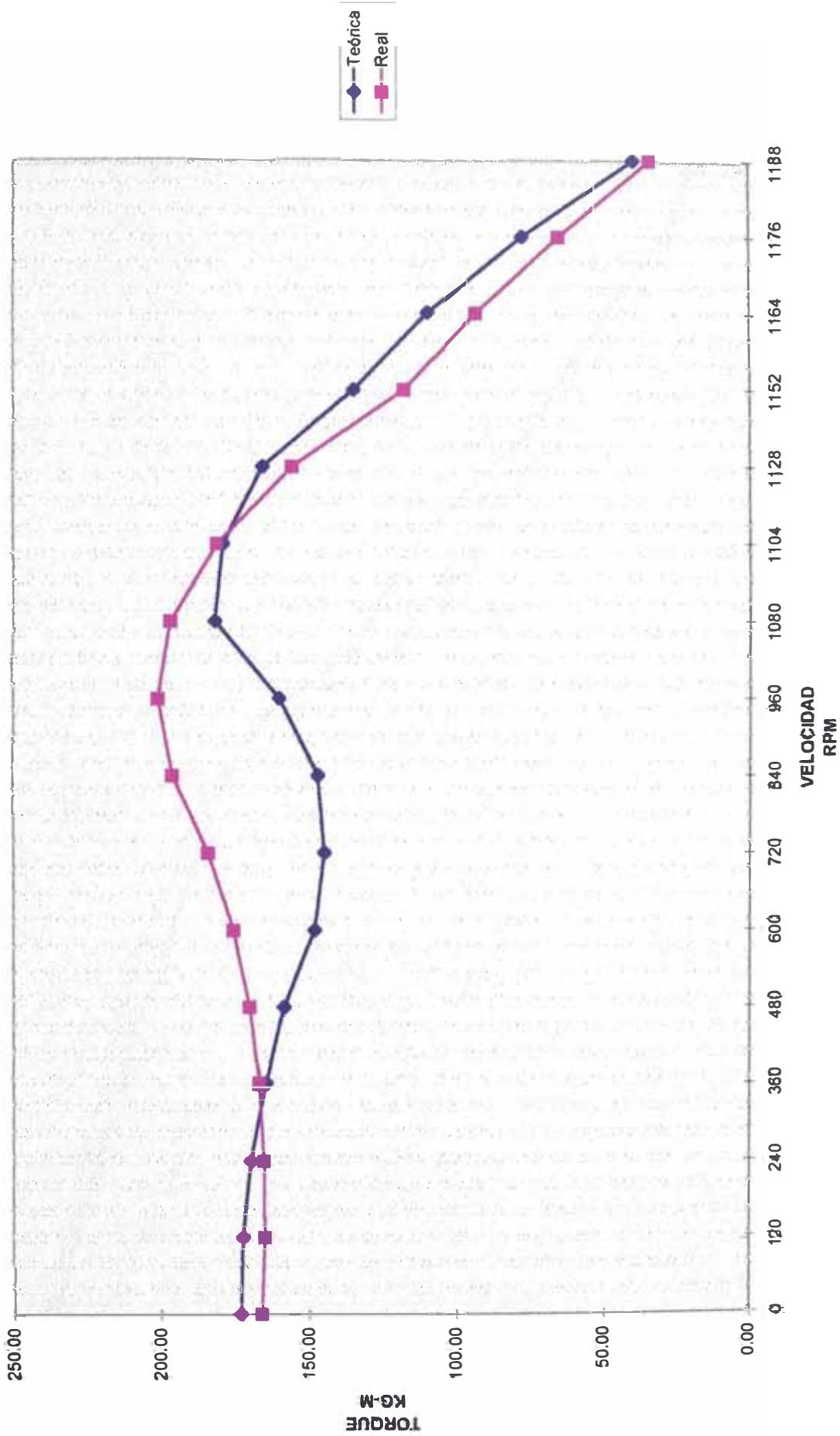
—●— TEORICA —■— ENSAYO

6.4 Comparación de los resultados teóricos con los experimentales del motor NV280S6

Como se puede observar de los pronósticos teóricos mostrados, las características más coincidentes con los valores de pruebas, es aquel que justamente considera el efecto Skin y la Saturación de las reactancias de dispersión, el error en los valores característicos (torque y corriente) para los diferentes valores de velocidad no supera el 5%. El despreciar ya sea el efecto skin o la saturación de las reactancias de dispersión ocasiona errores apreciables en el pronóstico del funcionamiento del motor, básicamente durante el proceso de arranque.

Las diferencias observadas en las curvas teórica y experimental en la zona comprendida entre los puntos de arranque y carga máxima, se deben a la forma de determinación de la curva experimental (parámetros del circuito equivalente), siendo el ensayo de arranque, un punto importante de las pruebas, la curva experimental deducida considera parámetros ajustados a este punto. En las hojas subsiguientes se muestran gráficos superpuestos de las curvas experimentales y las de pronóstico teórico (Torque, Corriente, Eficiencia, y Potencia versus velocidad).

CURVAS TORQUE VS VELOCIDAD
MOTOR NV280S6



CONCLUSIONES

Se presenta la construcción de modelos matemáticos para el análisis de estado estacionario de los motores asincronos del tipo jaula de ardilla con configuración de rotor doble jaula de anillo común o de anillos independientes. Los modelos incluyen el efecto de la saturación del flujo magnético principal, el efecto del desplazamiento de la corriente en las barras del rotor (efecto skin), y el efecto de la saturación de las trayectorias por donde circula el flujo magnético de dispersión.

Para el cálculo o evaluación de los valores de los parámetros del rotor el método particular deducido para geometrías de ranuras rectangulares permite desarrollos en programas informáticos relativamente sencillos en contraste con el modelo también planteado de tratar la barra dividida en un número determinado de partes.

En contraste con modelos anteriores usados en DELCROSA, fabricante de motores para el análisis del comportamiento de motores de jaula doble, con las formulaciones planteadas, se consigue un buen pronóstico al utilizar la metodología desarrollada, permitiendo confiabilidad al desarrollar o fabricar motores especiales requeridos por la industria (los errores de pronóstico en el arranque antiguamente podían llegar al 30%). Normalmente el diseño de un motor comprendía necesariamente la elaboración de un prototipo para la confirmación de los valores de pronóstico y de la

superación de los valores mínimos exigidos por las normas a aplicarse, al no cumplir algunos de los requisitos se rediseñaba el motor originando gastos innecesarios. Como ejemplo se cita el caso de aplicación realizado para la fabricación de motores para la CIA PETROPERU en 1994, en ese entonces la licitación por un monto total de U\$ 1'500,000 Dólares Americanos, demandó el diseño y la fabricación de alrededor de 300 motores de jaula de ardilla de Alto deslizamiento en gama de potencias de 3 a 50 HP y velocidades sincronas de 900 RPM a 60Hz. El costo de fabricación de la unidad mas pequeña (tamaño IEC-132) osciló en U\$ 800.00 y U\$ 9,000.00 en la unidad mas grande (tamaño IEC- 280), los costos de ensayos de prototipos y los costos indirectos derivados por motor se estimaron en aproximadamente U\$ 400.00. Los resultados finales de una serie de motores prototipos fabricados para la atención de esa demanda corroboraron los pronósticos teóricos, siendo todos los motores aprovechados e incorporados dentro del lote de fabricación para el cliente.

Otro aspecto importante que se deriva de los métodos presentados, es la concerniente a la evaluación de esfuerzos térmicos y electromecánicos reales a presentarse en las barras y anillos de los motores de doble jaula, en el arranque. Para que un motor de jaula de ardilla accione una carga de alta inercia, generalmente es diseñado con perfiles de ranura rotorica especiales de simple o doble jaula preparados para soportar esfuerzos adicionales provocados por condiciones de arranque anormales, sobre o sub dimensionamiento de las barras y anillos no solo afectan las características del torque y la corriente de arranque, sino la capacidad de soportar

los esfuerzos térmicos y electromecánicas que puedan originar fallas prematuras del motor.

BIBLIOGRAFIA

1. M. Liwshitz, "Calcolo e determinazione delle dimensioni delle Macchine Elettriche", Ed. MILANO, 1947
2. J. Pichoir, "Curso de Electrotecnia Maquinas Eléctricas", Tomo IV, Ed. MARCOMBO, 1969
3. A. V. Ivanov - Smolenski, "Maquinas Eléctricas", Tomos I, II y III., Ed. MIR-MOSCU, 1984
4. Gino Rebora, "La costruzione delle macchine elétriche", Ed. Milano, 1961
5. A. Dell'Aquila, L. Salvatore, M. Savino, A. Torcello, "Determinazione dei parametri delle macchine asincrone in regime dinamico", Parte I - Teoria e tecniche utilizzate, L'ENERGIA ELETTRICA - N.11 - 1980
6. A. F. Puchstein, "Calculation of slot constants", AIEE TRANSACTION paper 47-208. August 11, 1947
7. B. J. Chalmers, R. Dodgson, "Saturated leakage reactances of cage induction motor", IEE Vol.116- No.8- AUGUST 1969
8. A. DelPizzo, E. Pagano, N. Rotondale, "Sulla determinazione della caratteristica di coppia dei motori asincroni con reattanza di dispersione in saturazione", L'ENERGIA ELETTRICA - N.10 - 1981
9. Kopilov V., "Proyecto de Maquinas Electricas", 1980 (En Ruso)
10. G. Rebora, Perdite parassite addizionali negli avvolgimenti delle macchine rotanti. Elettrotecnica, 25 marzo-10 aprile 1936.