

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

Programa Académico de Ingeniería de Petróleo y Petroquímica



**Comparación de Métodos para Determinar la
Distancia a la Falla por Medio de la Curva
de Restauración de Presión**

TESIS DE BACHILLER

Alberto Picyuen Chang Santamaría

LIMA - PERU

1976

A LA MEMORIA
DE MI PADRE

Por su ejemplo y buenos
consejos que perduran
siempre en mi recuerdo.

A MI MADRE Y HERMANOS

Con todo fervor y respeto
por la dedicación y el ca
riño que nos profesamos.

MI AGRADECIMIENTO :

Al Ing. Juan Rodríguez del
Castillo por su asesoramiento
en la presente tesis.

MI AGRADECIMIENTO :

A los Ing. Moisés Silva F. y
Reynaldo Siancas B. por el
asesoramiento en la presente
tesis.

MI AGRADECIMIENTO :

A todos mis profesores por
sus enseñanzas y consejos.

INDICE

CAPITULO I

INTRODUCCION.

OBJETIVO.

CAPITULO II

MATEMATICAS BASICAS PARA METODOS DE ANALISIS DE PRESION.

II.1.- ASUNCIONES BASICAS. LA LEY DE DARCY.

II.2.- LA ECUACION DE CONTINUIDAD EN TRES DIMENSIONES.

II.3.- LA ECUACION DE CONTINUIDAD PARA EL FLUJO RADIAL.

II.4.- ECUACIONES DIFERENCIALES.

II.5.- FLUJO DE LIQUIDOS EN UNA SOLA FASE. ECUACION DE LA DIFUSIVIDAD.

CAPITULO III

SOLUCION DE LA ECUACION DE LA DIFUSIVIDAD PARA EL FLUJO RADIAL DE FLUIDOS DE COMPRESIBILIDAD BAJA Y CONSTANTE.

III.1.-CASO DE REGIMEN CONSTANTE Y RADIO INFINITO. USO DE LA TRANSFORMACION DE BOLTZMANN.

CAPITULO IV

EFEECTO DE LA FALLA SOBRE LA CURVA DE RESTAURACION DE PRESION.

CAPITULO V

METODOS PARA DETERMINAR LA DISTANCIA A LA FALLA.

V.1.- METODO DE HORNER.

V.2.- METODO DE DOLAN, EINARSEN Y HILL.

V.3.- METODO DE DAVIS Y HAWKINS.

V.4.- METODO DE STANDING.

V.5.- METODO MODIFICADO DE HURST, HAYNIE Y WALKER.

CAPITULO VI

EJEMPLOS DE APLICACION CON DATOS REALES DE CAMPO.

RESULTADOS.

CAPITULO VII

OBSERVACIONES.

CONCLUSIONES.

CAPITULO VIII

APENDICE A : PRINCIPIO DE SUPERPOSICION.

APENDICE B : OPERACIONES DE CALCULO DEL CAPITULO VI.

RESUMEN.

BIBLIOGRAFIA.

CAPITULO I

INTRODUCCION

OBJETIVO

INTRODUCCION.

La presencia de una falla en un yacimiento de petróleo es obviamente de gran importancia. Este trabajo de tesis está dirigido al estudio del comportamiento de la presión de un pozo cerca a una falla sellante.

Es un hecho conocido que el petróleo, en su proceso migratorio, para acumularse en cantidades comerciales, debe encontrar rocas en el subsuelo cuyas condiciones interrumpen dicho proceso migratorio y produzcan como consecuencia la acumulación del petróleo. Dichas condiciones del subsuelo, que podrían permitir la acumulación, son numerosas y podrían variar desde muy simples hasta formas extremadamente complejas.

Nuestro interés en este estudio es el concerniente a las trampas estructurales, específicamente, aquellas formadas por medio de fallas.

En general, las fallas son consideradas como fracturas normales a los planos de los estratos en los cuales las paredes opuestas han sido movidas, produciendo cada una de ellas un desplazamiento. El reconocimiento de estas fallas es un poco difícil de confirmar en el campo, en arenas de excelente exposición y simple geología, porque ellas normalmente están cubiertas por suelos que han sido alterados en composición por las inclemencias del tiempo. Sin embargo, una vez que la falla ha sido recono

cida, es también de mucha importancia su influencia sobre el yacimiento el cual ha penetrado. En este estudio, la importancia recae sobre la distancia de la falla al pozo. El arte de determinar la distancia a la falla por medio de mapas estructurales está bastante avanzado. Este método, sin embargo, asume que la falla superficial se extiende simplemente hacia abajo a través del yacimiento. Por otra parte, un análisis de las características de la curva de Restauración de Presión en pozos cerrados ha sido usado por muchos años para tales determinaciones.

Horner fue el primero en reconocer que la curva de Restauración de Presión ploteada como P_w versus $\log \left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t} \right)$ nos muestra dos secciones rectas cortadas con pendientes m_1 y m_2 en presencia de una falla. Este ploteo tiene como característica peculiar que la pendiente de la segunda sección recta es aproximadamente dos veces el valor de la pendiente de la primera sección recta.

En otras palabras, existe una relación aproximada entre las dos pendientes conocida como :

$$m_2 = 2 m_1$$

OBJETIVO

Tomando en consideración todas las variables que influyen en la determinación de la distancia a la falla, son varios los objetivos que se esperan en este estudio :

- 1.- Detallar minuciosamente las matemáticas que han sido propuestas como explicación del efecto de una falla sobre la curva de Restauración de Presión.
- 2.- Deducción y comparación de los métodos sugeridos.
- 3.- Basados en dicha comparación, por medio de varios ejemplos con datos reales de campo, recomendar o sugerir el mejor método de análisis de Restauración de Presión para determinar la distancia de la falla al pozo en consideración.

CAPITULO II

MATEMATICAS BASICAS PARA METODOS DE ANALISIS DE PRESION

II.1.- ASUNCIONES BASICAS. LA LEY DE DARCY.

II.2.- LA ECUACION DE CONTINUIDAD EN TRES DIMENSIONES.

II.3.- LA ECUACION DE CONTINUIDAD PARA EL FLUJO RADIAL.

II.4.- ECUACIONES DIFERENCIALES.

II.5.- FLUJO DE LIQUIDOS EN UNA SOLA FASE. ECUACION DE LA DIFUSIVIDAD.

Las tecnicas de análisis de presión han sido desarrolladas para obtener soluciones de ecuaciones diferenciales parciales que describen flujo de fluidos a través de un medio poroso para varias condiciones límites.

II.1.- ASUNCIONES BASICAS.

Una descripción matemática del flujo de fluidos en un medio poroso puede ser obtenida de los tres principios físicos siguientes :

- (1) La Ley de Conservación de la Masa o Balance de Materia.
- (2) La Ley de flujo de fluidos de Darcy (u otra ley de flujo).
- (3) Ecuaciones de Estado del fluido.

En los fenómenos de flujo de algún tipo (fluido, calor, electricidad, etc.), uno de los principios básicos es el de la conservación de la masa, en la cual una cantidad física es conservada y por lo tanto no se crea ni se destruye. En el flujo de fluidos en un medio poroso la ley de conservación de la masa (aplicada a una región arbitraria) dice :

$$\left[\begin{array}{l} \text{Cantidad de} \\ \text{masa que} \\ \text{entra} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \text{Cantidad de} \\ \text{masa que} \\ \text{sale} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Cantidad neta} \\ \text{de masa intro} \\ \text{ducida por} \\ \text{cualquier fuen} \\ \text{te} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Aumento} \\ \text{de masa} \\ \text{en la} \\ \text{región} \end{array} \right]$$

LEY DE DARCY.

La ley de Darcy expresa el hecho de que el régimen volumétrico de flujo por unidad de área transversal en cualquier punto en un medio poroso uniforme es proporcional a la gradiente del potencial en la dirección de flujo a ese punto. La ley es válida para el flujo laminar a bajo Número de Reynolds y la expresión matemática es :

$$u = - \frac{K \rho}{\mu} \nabla \Phi \quad (\text{II.1})$$

donde :

u = régimen volumétrico de flujo por unidad de área transversal.

Φ = potencial.

$\nabla \Phi$ = gradiente del potencial en la dirección de flujo.

μ = viscosidad del fluido.

K = permeabilidad del medio (se supone constante).

ρ = densidad del fluido.

El signo menos de la ecuación (II.1) indica que el flujo ocurre en la dirección del decrecimiento del potencial.

Hubbert ha estudiado la ley de Darcy y sus implicaciones bastante extensivas. Este autor ha probado que el potencial en su forma más general es :

$$\Phi = \int_{P_0}^P \frac{dP}{\rho} + g z$$

donde :

z = altura con respecto a un plano de referencia.

P_0 = presión en ese plano de referencia.

La forma de la ecuación (II.1) para el flujo en las direcciones x , y , z , son :

$$u_x = - \frac{\rho}{\mu} K_x \frac{\delta \Phi}{\delta x}$$

$$u_y = - \frac{\rho}{\mu} K_y \frac{\delta \Phi}{\delta y}$$

$$u_z = - \frac{\rho}{\mu} K_z \frac{\delta \Phi}{\delta z}$$

Así, para el flujo en las direcciones x , y , z , la ley de Darcy puede ser expresado como :

$$\left. \begin{aligned} u_x &= - \frac{K_x}{\mu} \frac{\delta P}{\delta x} \\ u_y &= - \frac{K_y}{\mu} \frac{\delta P}{\delta y} \\ u_z &= - \frac{K_z}{\mu} \left[\frac{\delta P}{\delta z} + \rho g \right] \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.2})$$

En estas ecuaciones u_i ($i = x, y, z$) indica el régimen volumétrico de flujo por unidad de área transversal en la dirección i . Los símbolos K_x , K_y , K_z , son la permeabilidad de la roca en las direcciones indicadas.

Para el flujo radial, no se toma en cuenta la gravedad y

la ley de Darcy se convierte en :

$$u_r = - \frac{K_r}{\mu} \frac{\delta P}{\delta r}$$

En el caso de flujos a altas velocidades, la ley de Darcy ya no es válida. Ha sido establecido que un término de corrección de velocidad cuadrática debe ser agregado para modificar la ley de Darcy. En este caso la ley de flujo se convierte en :

$$- \frac{K_\sigma}{\mu} \frac{\delta P}{\delta \sigma} = u + D_1 u^2$$

donde, D_1 es una constante (factor de turbulencia) que es función de la estructura del medio poroso y σ es la dirección del flujo.

Varias ecuaciones de estado han sido usadas para derivar las ecuaciones de flujo. Una ecuación de estado específica la dependencia de la densidad del fluido con la presión del fluido P y la temperatura T . Es así que una ecuación de estado apropiada será escogido dependiendo del fluido actual que está presente.

Será asumido el flujo isotermal y la ecuación de estado dependerá solamente de la presión.

Una ecuación diferencial describe solamente la ley física o leyes aplicables a una situación y al obtener una solución a un problema de flujo específico se debe no solamente, tener la ecuación diferencial sino también los límites y las condiciones iniciales que caracterizan a la si

tuación de interés particular.

II.2.- LA ECUACION DE CONTINUIDAD EN TRES DIMENSIONES.

Las combinaciones de la ecuación de continuidad con la ley de Darcy y las ecuaciones de estado nos harán posible derivar una familia de ecuaciones diferenciales con varias descripciones de situaciones de flujo, y para ello obtendremos primero, la ecuación de continuidad aplicable al caso general de tres dimensiones así como, para el flujo radial.

Consideramos un fluido simple fluyendo a través de un medio poroso (porosidad ϕ) y escogemos un elemento de volumen arbitrario dentro de la región de flujo y aplicaremos los principios de continuidad presentados anteriormente. Para el caso de tres dimensiones escogemos como elemento de volumen arbitrario el paralelepípedo rectangular mostrado en la FIGURA 1.

Los componentes volumétricos de flujo que entran en el elemento en las direcciones x , y , z , están indicados por u_x , u_y , u_z , respectivamente. Estos son regímenes de flujos volumétricos por unidad de área transversal.

El régimen de flujo de masa que entra en el elemento en la dirección x es :

$$\rho u_x \Delta y \Delta z$$

El régimen de flujo de masa que sale del elemento en la dirección x es :

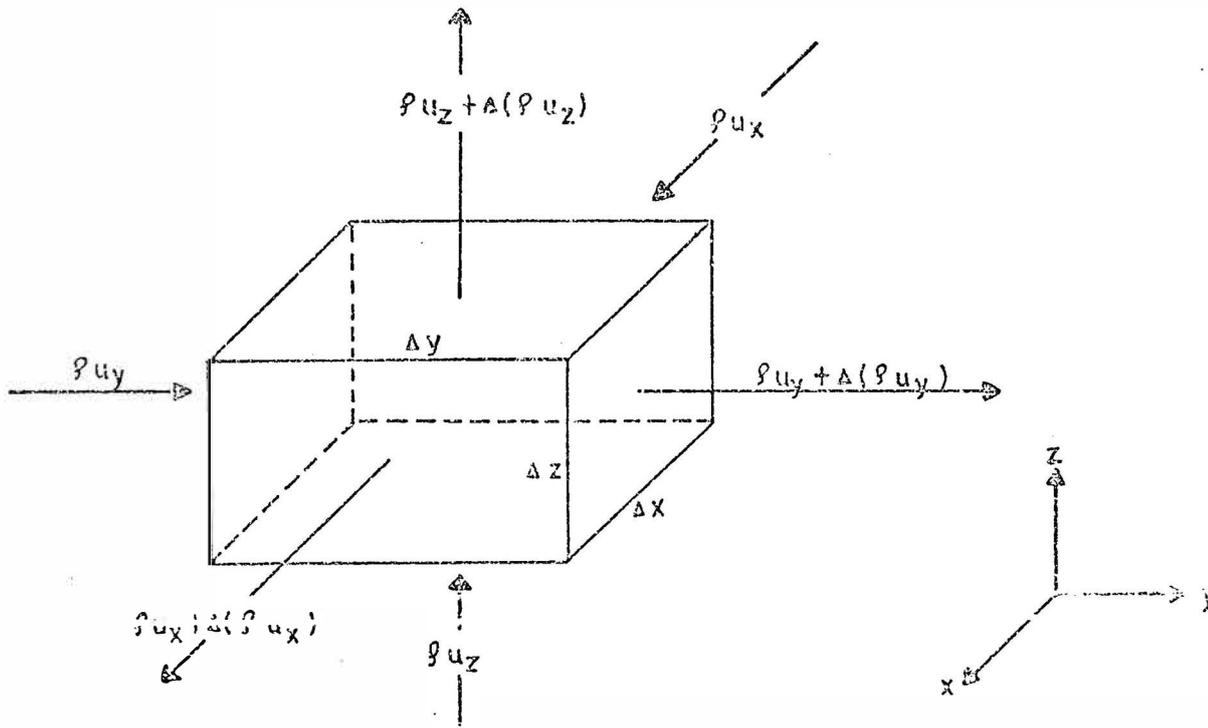


FIGURA 1 ELEMENTO DE VOLUMEN PARA DERIVAR LA ECUACION DE CONTINUIDAD EN TRES DIMENSIONES.

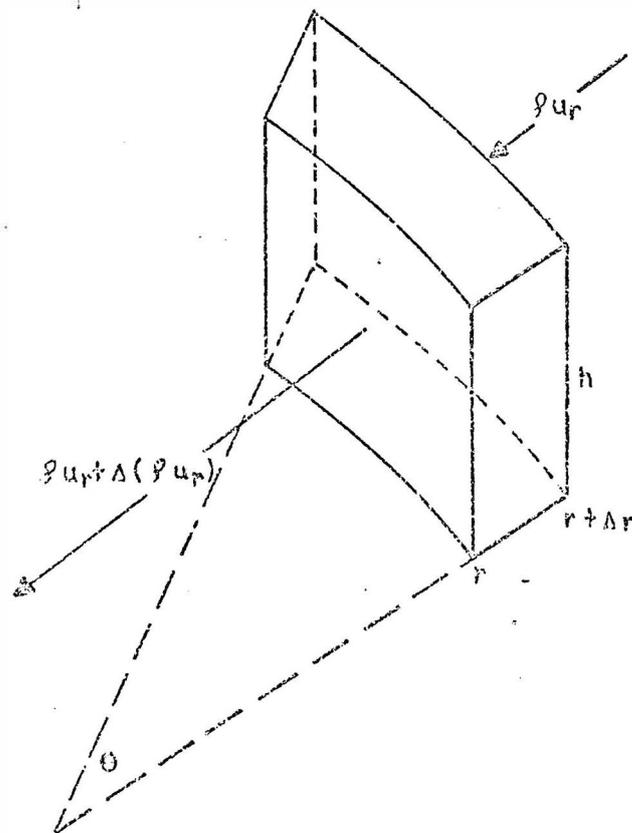


FIGURA 2 ELEMENTO DE VOLUMEN PARA DERIVAR LA ECUACION DE CONTINUIDAD PARA EL FLUJO RADIAL.

$$\Delta y \Delta z \left[\rho u_x + \Delta(\rho u_x) \right]$$

donde $\Delta(\rho u_x)$ es el cambio de flujo de masa que ocurre dentro del elemento. El régimen de flujo neto en la dirección x es :

$$\begin{aligned} & \rho u_x \Delta y \Delta z - \Delta y \Delta z \left[\rho u_x + \Delta(\rho u_x) \right] \\ = & - \Delta y \Delta z \Delta(\rho u_x) \end{aligned}$$

Expresiones similares serán obtenidas para las direcciones y, z .

Asumiendo que no se genera o se pierde masa en el elemento, la cantidad neta de masa cambiada en el elemento en un incremento de tiempo Δt será expresado como :

$$\begin{aligned} & - \Delta t \left[\Delta(\rho u_x) \Delta y \Delta z + \Delta(\rho u_y) \Delta z \Delta x + \Delta(\rho u_z) \Delta x \Delta y \right] \\ = & \left. \phi \rho \Delta x \Delta y \Delta z \right|_{t+\Delta t} - \left. \phi \rho \Delta x \Delta y \Delta z \right|_t \end{aligned}$$

Esto es simplemente una aplicación directa del principio de continuidad.

Dividiendo la ecuación por $\Delta x \Delta y \Delta z \Delta t$, se tiene :

$$\begin{aligned} & - \left[\frac{\Delta(\rho u_x)}{\Delta x} + \frac{\Delta(\rho u_y)}{\Delta y} + \frac{\Delta(\rho u_z)}{\Delta z} \right] \\ = & \frac{(\phi \rho)_{t+\Delta t} - (\phi \rho)_t}{\Delta t} \end{aligned}$$

Procediendo al límite en el momento que $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta t$ se aproximan a cero, se tiene :

$$\boxed{\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} = - \frac{\partial(\phi \rho)}{\partial t}} \quad (\text{II.3})$$

Esta es la Ecuación de Continuidad (en coordenadas cartesianas) para el flujo de fluidos en un medio poroso.

II.3.- LA ECUACION DE CONTINUIDAD PARA EL FLUJO RADIAL.

Para obtener la ecuación de continuidad para el flujo radial se sigue un desarrollo similar al anterior artículo.

El elemento de volumen es el mostrado en la FIGURA 2.

Del elemento de volumen de la FIGURA 2, el balance de masa es el siguiente :

$$\begin{aligned} & - \Delta t \left\{ \theta(r+\Delta r)h(\rho u_r) - \theta r h[\rho u_r + \Delta(\rho u_r)] \right\} \\ & = \phi \rho h \theta r \Delta r \Big|_{t+\Delta t} - \phi \rho h \theta r \Delta r \Big|_t \end{aligned}$$

Esto se reduce a :

$$\frac{1}{r \Delta r} \left[\rho u_r \Delta r - r \Delta(\rho u_r) \right] = - \frac{\Delta(\phi \rho)}{\Delta t}$$

$$\frac{1}{r} \left[\rho u_r - r \frac{\Delta(\rho u_r)}{\Delta r} \right] = - \frac{\Delta(\phi \rho)}{\Delta t}$$

I desde que :

$$\frac{\Delta(\rho u_r)}{\Delta r} \rightarrow - \frac{\partial(\rho u_r)}{\partial r}$$

Se tiene :

$$\frac{1}{r} \left[\rho u_r - r \left(- \frac{\partial(\rho u_r)}{\partial r} \right) \right] = - \frac{\partial(\phi \rho)}{\partial t}$$

$$\frac{1}{r} \left[\rho u_r + r \frac{\partial(\rho u_r)}{\partial r} \right] = - \frac{\partial(\phi \rho)}{\partial t}$$

$\frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho u_r)}{\partial r} = - \frac{\partial(\phi \rho)}{\partial t}$	(II.4)
--	--------

La ecuación (II.4) es la ecuación de continuidad para el flujo radial.

II.4.- ECUACIONES DIFERENCIALES.

A) Caso para el flujo de fluidos en un medio poroso.

Sustituyendo la ecuación (II.2), los valores de u_x , u_y , u_z , de la ley de Darcy, en la Ecuación de Continuidad para el flujo de fluidos en un medio poroso, ecuación (II.3), se tiene :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{K_x \rho}{\mu} \frac{\partial SP}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{K_y \rho}{\mu} \frac{\partial SP}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\rho K_z}{\mu} \left(\frac{\partial SP}{\partial z} + \rho g \right) \right] = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho)$$

(II.5)

Que representa una forma general de la combinación de la ecuación de continuidad y la ley de Darcy. La ecuación diferencial final resultante de ésta ecuación depende del fluido y de la ecuación de estado de interés.

B) Caso del flujo radial.

Para el caso del flujo radial obtenemos de una manera similar :

$$\boxed{\frac{1}{r} \frac{\delta}{\delta r} \left(r \varrho \frac{K_r}{\mu} \frac{\delta P}{\delta r} \right) = \frac{\delta}{\delta t} (\phi \varrho)} \quad (\text{II.6})$$

II.5.- FLUJO DE LIQUIDOS EN UNA SOLA FASE. ECUACION DE LA DIFUSIVIDAD.

Entre las ecuaciones de flujo de una sola fase, la más importante es la ecuación para el flujo isoterma de fluidos de compresibilidad baja y constante.

La COMPRESIBILIDAD de un fluido es definido como el cambio relativo en volumen de fluido por unidad de cambio en presión, es decir :

$$c = - \frac{1}{V} \frac{\delta V}{\delta P} \quad (\text{II.7})$$

Se sabe :

$$V = \frac{1}{\varrho} \quad (\text{unidad de masa})$$

Luego :

$$\frac{\delta V}{\delta P} = \frac{\delta \frac{1}{\varrho}}{\delta P} = - \frac{\frac{\delta \varrho}{\varrho^2}}{\delta P}$$

En la ecuación (II.7), se tiene :

$$c = - \varrho \frac{\frac{\delta \varrho}{\varrho^2}}{\delta P}$$

$$c = \frac{1}{\rho} \frac{\delta \rho}{\delta P} \quad (\text{II.8})$$

Si "c" es constante, la relación anterior puede ser integrada :

$$c \delta P = \frac{\delta \rho}{\rho}$$

$$c \int_{P_0}^P \delta P = \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{\delta \rho}{\rho}$$

$$c (P - P_0) = \ln \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = e^{c(P-P_0)}$$

$$\boxed{\rho = \rho_0 e^{c(P-P_0)}} \quad (\text{II.9})$$

donde ρ_0 es el valor ρ a una presión de referencia P_0 .

Si introducimos esta ecuación de Estado (II.9) ó (II.8) en la ecuación (II.5) y asumiendo la viscosidad (μ) constante y sin tomar en cuenta la gravedad ($g = 0$), procederemos como sigue :

Tomaremos individualmente cada sumando del primer miembro de la ecuación (II.5) y así tenemos :

$$\frac{\delta}{\delta x} \left(\frac{K_x \rho}{\mu} \frac{\delta P}{\delta x} \right)$$

$$= \frac{1}{\mu} \left[K_x \rho \frac{\delta^2 P}{\delta x^2} + \frac{\delta P}{\delta x} \cdot \frac{\delta}{\delta x} (K_x \rho) \right]$$

$$= \frac{1}{\mu} \left[K_x \rho \frac{\delta^2 P}{\delta x^2} + \frac{\delta P}{\delta x} \left(K_x \frac{\delta \rho}{\delta x} + \rho \frac{\delta K_x}{\delta x} \right) \right]$$

De la ecuación (II.8) :

$$c = \frac{1}{\varphi} \frac{\delta \varphi}{\delta P} = \frac{1}{\varphi} \frac{1}{\frac{\delta P}{\delta \varphi}} = \frac{1}{\varphi} \frac{1}{\frac{\delta P}{\delta x} \cdot \frac{\delta x}{\delta \varphi}}$$

$$\frac{\delta \varphi}{\delta x} = \varphi \cdot c \frac{\delta P}{\delta x}$$

Continuando el desarrollo :

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{\mu} \left[K_x \varphi \frac{\delta^2 P}{\delta x^2} + \frac{\delta P}{\delta x} \left(K_x \varphi \cdot c \frac{\delta P}{\delta x} + \varphi \frac{\delta K_x}{\delta x} \right) \right] \\ &= \frac{\varphi}{\mu} \left[K_x \frac{\delta^2 P}{\delta x^2} + c K_x \left(\frac{\delta P}{\delta x} \right)^2 + \frac{\delta P}{\delta x} \frac{\delta K_x}{\delta x} \right] \end{aligned}$$

En forma similar obtendremos para los otros sumandos :

$$\frac{\delta}{\delta y} \left(\frac{K_y \varphi}{\mu} \frac{\delta P}{\delta y} \right) = \frac{\varphi}{\mu} \left[K_y \frac{\delta^2 P}{\delta y^2} + c K_y \left(\frac{\delta P}{\delta y} \right)^2 + \frac{\delta P}{\delta y} \cdot \frac{\delta K_y}{\delta y} \right]$$

$$\frac{\delta}{\delta z} \left(\frac{K_z \varphi}{\mu} \frac{\delta P}{\delta z} \right) = \frac{\varphi}{\mu} \left[K_z \frac{\delta^2 P}{\delta z^2} + c K_z \left(\frac{\delta P}{\delta z} \right)^2 + \frac{\delta P}{\delta z} \cdot \frac{\delta K_z}{\delta z} \right]$$

Reemplazando estos términos en la ecuación (II.5) y reagrupando :

$$\begin{aligned} &\left(K_x \frac{\delta^2 P}{\delta x^2} + K_y \frac{\delta^2 P}{\delta y^2} + K_z \frac{\delta^2 P}{\delta z^2} \right) + c \left[K_x \left(\frac{\delta P}{\delta x} \right)^2 + K_y \left(\frac{\delta P}{\delta y} \right)^2 + K_z \left(\frac{\delta P}{\delta z} \right)^2 \right] \\ &+ \left(\frac{\delta P}{\delta x} \frac{\delta K_x}{\delta x} + \frac{\delta P}{\delta y} \frac{\delta K_y}{\delta y} + \frac{\delta P}{\delta z} \frac{\delta K_z}{\delta z} \right) = \frac{\mu}{\varphi} \cdot \frac{\delta}{\delta t} (\phi \varphi) \end{aligned}$$

Tomando el segundo miembro :

$$\frac{\mu}{\varphi} \frac{\delta}{\delta t} (\phi \varphi)$$

-----==

$$\begin{aligned}
&= \frac{\mu}{\varphi} \left(\phi \frac{\delta \varphi}{\delta t} + \varphi \frac{\delta \phi}{\delta t} \right) \\
&= \frac{\mu}{\varphi} \left(\phi \frac{\delta \varphi}{\delta P} \frac{\delta P}{\delta t} + \varphi \frac{\delta \phi}{\delta t} \right) \\
&= \frac{\mu}{\varphi} \left(\phi (c \varphi) \frac{\delta P}{\delta t} + \varphi \frac{\delta \phi}{\delta t} \right) \\
&= \phi \mu c \frac{\delta P}{\delta t} + \mu \frac{\delta \phi}{\delta t}
\end{aligned}$$

Obtenemos la ecuación final :

$$\begin{aligned}
&\left(K_x \frac{\delta^2 P}{\delta x^2} + K_y \frac{\delta^2 P}{\delta y^2} + K_z \frac{\delta^2 P}{\delta z^2} \right) + c \left[K_x \left(\frac{\delta P}{\delta x} \right)^2 + K_y \left(\frac{\delta P}{\delta y} \right)^2 + K_z \left(\frac{\delta P}{\delta z} \right)^2 \right] \\
&+ \left(\frac{\delta P}{\delta x} \cdot \frac{\delta K_x}{\delta x} + \frac{\delta P}{\delta y} \cdot \frac{\delta K_y}{\delta y} + \frac{\delta P}{\delta z} \cdot \frac{\delta K_z}{\delta z} \right) = \phi \mu c \frac{\delta P}{\delta t} + \mu \frac{\delta \phi}{\delta t} \quad (\text{II.10})
\end{aligned}$$

Asumiendo que : la compresibilidad es baja y constante , la permeabilidad es constante e isotrópica ($K_x=K_y=K_z=K$), la porosidad es constante y si las gradientes de presión son pequeños de modo que los términos cuadrados de la gradiante son negligibles, la ecuación (II.10) se transforma en :

$$\boxed{\frac{\delta^2 P}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 P}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 P}{\delta z^2} = \frac{\phi \mu c}{K} \frac{\delta P}{\delta t}} \quad (\text{II.11})$$

que es la ecuación de la difusividad (en coordenadas cartesianas) para el flujo de fluidos en un medio poroso.

Para el FLUJO RADIAL, combinamos las ecuaciones (II.9) ó (II.8) y (II.6).

$$= \frac{1}{r} \cdot \frac{S}{Sr} \left(r \cdot \frac{SP}{Sr} \right) \cdot \phi K_r + \phi \frac{SP}{Sr} \cdot \frac{SK_r}{Sr} + K_r \cdot c \cdot \phi \left(\frac{SP}{Sr} \right)^2$$

Sacando en factor común ϕK_r :

$$= \phi K_r \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{S}{Sr} \left(r \cdot \frac{SP}{Sr} \right) + \frac{1}{K_r} \cdot \frac{SP}{Sr} \cdot \frac{SK_r}{Sr} + c \left(\frac{SP}{Sr} \right)^2 \right]$$

$$= \phi K_r \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{S}{Sr} \left(r \cdot \frac{SP}{Sr} \right) \right]$$

El segundo miembro es desarrollado como sigue :

$$\mu \cdot \frac{S}{St} (\phi \phi)$$

=====

$$= \mu \left(\phi \frac{S\phi}{St} + \phi \frac{S\phi}{St} \right)$$

$$= \mu \phi \frac{S\phi}{St} = \mu \phi \frac{S\phi \cdot SP}{SP St}$$

$$= \mu \phi (c \phi) \frac{SP}{St}$$

Obtenemos la ecuación final :

$$\phi K_r \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{S}{Sr} \left(r \cdot \frac{SP}{Sr} \right) \right] = \mu \phi c \phi \frac{SP}{St}$$

(si $K_r = K$)

$$\frac{1}{r} \left(r \cdot \frac{S^2_P}{Sr^2} + \frac{SP}{Sr} \right) = \frac{\mu \phi c}{K} \cdot \frac{SP}{St}$$

$$\boxed{\frac{S^2_P}{Sr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{SP}{Sr} = \frac{\mu \phi c}{K} \cdot \frac{SP}{St}}$$

(II.12)

que es la ecuación de la difusividad para el flujo radial.
La constante $\frac{K}{\mu \phi c} = \eta$, es llamada la "constante de difusividad hidráulica" ó coeficiente de Lord Kelvin.

donde :

r = distancia desde la línea central del pozo (cm.).

t = tiempo (seg).

P = presión del reservorio en atm. a la distancia r y tiempo t.

ϕ = porosidad de la formación expresada como una fracción del volúmen bruto.

K = permeabilidad de la formación (darcy).

μ = viscosidad del fluido (cp.).

c = compresibilidad del fluido (vol/vol.atm) ó atm⁻¹

CAPITULO III

SOLUCION DE LA ECUACION DE LA DIFUSIVIDAD PARA EL FLUJO
RADIAL DE FLUIDOS DE COMPRESIBILIDAD BAJA Y CONSTANTE.

III.1.- CASO DE REGIMEN CONSTANTE Y RADIO INFINITO. USO
DE LA TRANSFORMACION DE BOLTZMANN.

SOLUCION DE LA ECUACION DE LA DIFUSIVIDAD PARA EL FLUJO
RADIAL DE FLUIDOS DE COMPRESIBILIDAD BAJA Y CONSTANTE.

La ecuación de la difusividad para el flujo radial

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c}{K} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{III.1})$$

es lineal y puede ser resuelto analíticamente para ciertas condiciones límites. Las técnicas de análisis de presión se basan en la solución de ésta ecuación y su aplicación a las condiciones del reservorio han demostrado su valor práctico.

Las asunciones hechas en el desarrollo de ésta ecuación son indicados como sigue :

- (1) Flujo radial.
- (2) Medio poroso homogéneo e isotrópico.
- (3) Espesor homogéneo.
- (4) Porosidad y permeabilidad constantes (independientes de la presión).
- (5) Fluído de compresibilidad baja y constante.
- (6) Viscosidad del fluído constante.
- (7) Gradientes de presión pequeños.
- (8) La fuerza de la gravedad negligible.

Las soluciones de ésta ecuación, que será usado en el desarrollo de las teorías de análisis de presión, se basan en que el régimen volumétrico de producción (q) es constante a través de la pared del pozo.

Para el desarrollo de las teorías de análisis de presión existen tres soluciones básicas de la ecuación de la difusividad (III.1). Estas son :

(A) Reservorio infinito.- Caso en el cual, el pozo es asumido que está situado en un medio poroso de radio externo infinito.

$$P \rightarrow P_i \quad \text{cuando} \quad r \rightarrow \infty$$

(B) Reservorio circular cerrado.- Caso en el cual el pozo es asumido que está localizado en el centro de un reservorio circular y no hay flujo más allá del límite exterior.

$$\left. \frac{\partial SP}{\partial r} \right|_{r_e} = 0$$

(C) Reservorio con presión constante en la frontera externa.- Caso en el cual, el pozo está situado en el centro de una área cilíndrica con presión constante a lo largo del límite exterior.

$$P = P_i \quad \text{cuando} \quad r = r_e$$

La geometría y las condiciones límites para estos tres casos están indicados esquemáticamente en la FIGURA 3.

Para expresar la condición de régimen de flujo constante en la pared del pozo ($r = r_w$), podemos escribir la ley de

Darcy :

$$v = \frac{K}{\mu} \frac{\partial SP}{\partial r}$$

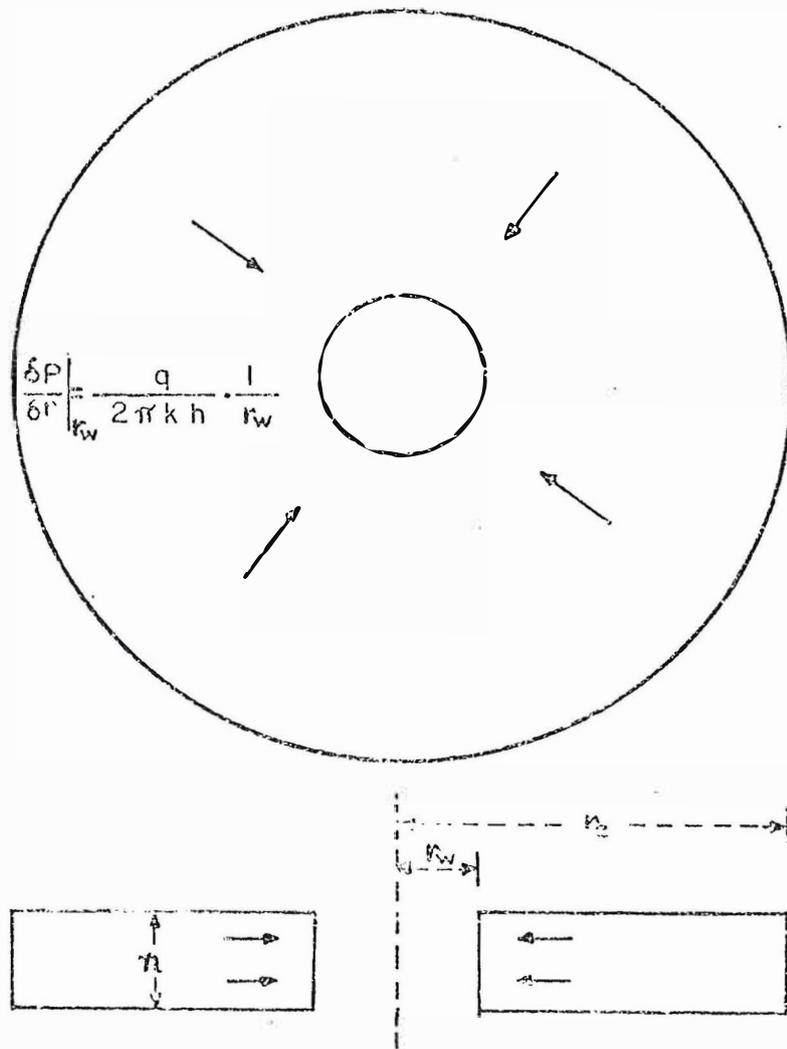


FIGURA 3

CASO DE RESERVORIO INFINITO..

$P \rightarrow P_i$ cuando $r \rightarrow \infty$

CASO DE RESERVORIO CIRCULAR CERRADO..

$$\frac{\delta P}{\delta r} \Big|_{r_e} = 0$$

CASO DE RESERVORIO CON PRESION CONSTANTE EN LA FRONTERA EXTERNA..

$P = P_i$ cuando $r = r_e$

$$v = \frac{q}{A} = \frac{q}{2\pi r h} = \frac{K}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r}$$

$$q = \frac{2\pi K h}{\mu} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right)_{r_w}$$

Como deseamos un régimen constante en el pozo, imponemos la siguiente condición sobre la gradiente de presión en el pozo :

$$\left(\frac{\partial P}{\partial r} \right)_{r_w} = \frac{q \mu}{2\pi K h} \cdot \frac{1}{r_w}$$

En todos los casos se requiere que a la condición inicial ($t = 0$) el reservorio tiene una presión uniforme P_i . La condición inicial puede también ser referido como una función del radio del pozo, sin embargo, para nuestro propósito la asunción de presión inicial uniforme es adecuada.

III.1.- CASO DE REGIMEN CONSTANTE Y RADIO INFINITO. USO DE LA TRANSFORMACION DE BOLTZMANN.

Condiciones iniciales y límites :

(1) $P = P_i$ a $t = 0$ para cualquier valor de "r".

(2) $\left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right)_{r_w} = \frac{q \mu}{2\pi K h}$ para $t > 0$

(3) $P \rightarrow P_i$ cuando $r \rightarrow \infty$ para cualquier valor de "t".

Tomando la segunda condición límite :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{q \mu}{2\pi K h}, \text{ para } t > 0$$

Esta condición límite llamada la solución de entrada li-

neal (source line) es una aproximación de la condición límite original.

Usaremos la TRANSFORMACION DE BOLTZMANN :

Se introduce una nueva variable "y" .

$$\boxed{y = \frac{\phi \mu c r^2}{4 K t}} \quad (\text{III.2})$$

La primera derivada de "y" con respecto a "r" es :

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dr} &= \frac{\phi \mu c}{4 K t} (2r) = \frac{\phi \mu c r}{2 K t} \\ \frac{dy}{dr} &= \frac{2 y}{r} \end{aligned} \quad (\text{III.3})$$

La segunda derivada de "y" con respecto a "r" es :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y}{dr^2} &= \frac{d}{dr} \left(\frac{dy}{dr} \right) = \frac{d}{dr} \left(\frac{2y}{r} \right) \\ &= \frac{2r \left(\frac{dy}{dr} \right) - 2y}{r^2} \\ &= \frac{2r \left(\frac{2y}{r} \right) - 2y}{r^2} \\ \frac{d^2 y}{dr^2} &= \frac{2 y}{r^2} \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

La primera derivada de "y" con respecto a "t" es :

$$\frac{dy}{dt} = - \frac{\phi \mu c r^2}{4 K t^2}$$

$$\frac{dy}{dt} = - \frac{y}{t} \quad (\text{III.5})$$

De la ecuación (III.1) :

$$\frac{\delta}{\delta r} \left(\frac{\delta P}{\delta r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\delta P}{\delta r} = \frac{\phi \mu c}{K} \frac{\delta P}{\delta t} \quad (\text{III.6})$$

Desarrollaremos ésta ecuación tomando individualmente cada término.

$$\begin{aligned} & \frac{\delta}{\delta r} \left(\frac{\delta P}{\delta r} \right) \\ & \text{=====} \\ & = \frac{d}{dr} \left(\frac{dP}{dy} \cdot \frac{dy}{dr} \right) = \frac{dP}{dy} \cdot \frac{d^2 y}{dr^2} + \frac{dy}{dr} \cdot \frac{d}{dr} \left(\frac{dP}{dy} \right) \\ & = \frac{2y}{r^2} \cdot \frac{dP}{dy} + \frac{dy}{dr} \cdot \frac{d}{dy} \frac{dy}{dr} \left(\frac{dP}{dy} \right) \\ & = \frac{2y}{r^2} \cdot \frac{dP}{dy} + \left(\frac{dy}{dr} \right)^2 \cdot \frac{d}{dy} \left(\frac{dP}{dy} \right) \\ & = \frac{2y}{r^2} \cdot \frac{dP}{dy} + \left(\frac{2y}{r} \right)^2 \cdot \frac{d^2 P}{dy^2} \\ & = \frac{2y}{r^2} \frac{dP}{dy} + \frac{4 y^2}{r^2} \frac{d^2 P}{dy^2} \quad (\text{III.7}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \cdot \frac{\delta P}{\delta r} \\ & \text{=====} \\ & = \frac{1}{r} \cdot \frac{dP}{dy} \cdot \frac{dy}{dr} = \frac{1}{r} \left(\frac{2y}{r} \right) \frac{dP}{dy} \\ & = \frac{2y}{r^2} \cdot \frac{dP}{dy} \quad (\text{III.8}) \end{aligned}$$

$$\frac{\phi \mu c}{K} \cdot \frac{\delta P}{\delta t}$$

=====

$$= \frac{\phi \mu c}{K} \cdot \frac{dP}{dy} \cdot \frac{dy}{dt} = \frac{\phi \mu c}{K} \left(-\frac{y}{t}\right) \frac{dP}{dy}$$

$$= -\frac{4 y^2}{r^2} \cdot \frac{dP}{dy} \quad (\text{III.9})$$

Reemplazando los valores de (III.7), (III.8), (III.9) en (III.6) :

$$\frac{2y}{r^2} \cdot \frac{dP}{dy} + \frac{4 y^2}{r^2} \cdot \frac{d^2 P}{dy^2} + \frac{2y}{r^2} \cdot \frac{dP}{dy} = -\frac{4 y^2}{r^2} \cdot \frac{dP}{dy}$$

$$\frac{4y}{r^2} \cdot \frac{dP}{dy} + \frac{4 y^2}{r^2} \cdot \frac{d^2 P}{dy^2} + \frac{4 y^2}{r^2} \cdot \frac{dP}{dy} = 0$$

$$\frac{dP}{dy} + y \frac{d^2 P}{dy^2} + y \frac{dP}{dy} = 0$$

$$\boxed{y \frac{d^2 P}{dy^2} + \frac{dP}{dy} (1+y) = 0} \quad (\text{III.10})$$

Las condiciones son :

(1) $P \rightarrow P_i$ cuando $r \rightarrow \infty$ o sea cuando $y \rightarrow \infty$

(2) Cuando $r \rightarrow 0$, $y \rightarrow 0$

$$\lim_{r \rightarrow 0} r \frac{dP}{dr} = \frac{q \mu}{2 \pi K h}$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} r \frac{dP}{dy} \cdot \frac{dy}{dr} = \frac{q \mu}{2 \pi K h}$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} r \frac{dP}{dy} \cdot \left(\frac{2y}{r}\right) = \frac{q \mu}{2 \pi K h}$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} 2y \frac{dP}{dy} = \frac{q \mu}{2 \pi K h}$$

la ecuación (III.10) puede transformarse utilizando

$P' = \frac{dP}{dy}$ y se tiene :

$$y \frac{dP'}{dy} + (1+y) P' = 0$$

Separando variables e integrando :

$$\frac{dP'}{P'} + \left(\frac{1+y}{y}\right) dy = 0$$

$$\frac{dP'}{P'} = - \left(\frac{1+y}{y}\right) dy$$

$$\frac{dP'}{P'} = - \frac{dy}{y} - dy$$

$$\int \frac{dP'}{P'} = - \int \frac{dy}{y} - \int dy$$

$$\ln P' = - \ln y - y + C$$

$$\ln P' = - \ln y + \ln e^{-y} + \ln C_1$$

$$\ln P' = \ln \frac{C_1 e^{-y}}{y}$$

$$P' = \frac{C_1 e^{-y}}{y}$$

$$\boxed{\frac{dP}{dy} = \frac{C_1 e^{-y}}{y}} \quad (\text{III.11})$$

C y C_1 son constantes de integración.

De la condición límite (2) :

$$\lim_{y \rightarrow 0} 2y \frac{dP}{dy} = \frac{q \mu}{2 \pi K h}$$

Comparando ésta expresión con la ecuación (III.11), se tiene :

$$\lim_{y \rightarrow 0} 2y \left(\frac{C_1 e^{-y}}{y} \right) = \frac{q \mu}{2 \pi K h}$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} 2 C_1 e^{-y} = \frac{q \mu}{2 \pi K h}$$

$$\boxed{C_1 = \frac{q \mu}{4 \pi K h}}$$

Reemplazando el valor de C_1 en la ecuación (III.11) :

$$\frac{dP}{dy} = \frac{q \mu}{4 \pi K h} \cdot \frac{e^{-y}}{y}$$

$$dP = \frac{q \mu}{4 \pi K h} \cdot \frac{e^{-y}}{y} dy$$

Integrando

$$P = \frac{q \mu}{4 \pi K h} \int_{\infty}^y \frac{e^{-y}}{y} dy + C_2$$

Nota.- El límite inferior de la integral puede ser asignado arbitrariamente. Hemos escogido : $y = \infty$

$$P = - \frac{q \mu}{4 \pi K h} \int_y^{\infty} \frac{e^{-y}}{y} dy + C_2$$

$$P = \frac{q \mu}{4 \pi K h} E_i(-y) + C_2$$

donde :

$$E_i(-y) = - \int_y^{\infty} \frac{e^{-y}}{y} dy$$

Aplicando la condición (1); encontramos que :

$P \rightarrow P_i$ cuando $r \rightarrow \infty$ o sea cuando $y \rightarrow \infty$

$$C_2 = P_i$$

Finalmente obtenemos :

$$P_i - P(r, t) = \frac{q \mu}{4 \pi K h} \left[- E_i \left(- \frac{\phi \mu c r^2}{4 K t} \right) \right] \quad (\text{III.12})$$

En la pared del pozo, cuando $r = r_w$:

$$P_i - P_{wf} = \frac{q \mu}{4 \pi K h} \left[- E_i \left(- \frac{\phi \mu c r_w^2}{4 K t} \right) \right]$$

$$P_i - P_{wf} = \frac{q \mu}{2 \pi K h} \left[- \frac{1}{2} E_i \left(- \frac{\phi \mu c r_w^2}{4 K t} \right) \right] \quad (\text{III.13})$$

CAPITULO IV

EFECTO DE LA FALLA SOBRE LA CURVA DE RESTAURACION DE
PRESION.

EFFECTO DE LA FALLA SOBRE LA CURVA DE RESTAURACION DE PRESION.

Horner, D.R., ha demostrado que siempre y cuando el drenaje de un pozo este limitado por una falla, la proximidad "d" del pozo a la falla puede ser determinada por medio del Método de Imágenes. Es decir, que en vez de considerar un pozo Q, produciendo de un yacimiento semi-infinito limitado en un lado por una falla (ver FIGURA 4), podemos usar el Método de Imágenes y considerar dos pozos, Q y Q', produciendo de un yacimiento infinito (ver FIGURA 5). De tal manera que la falla ha sido ahora retirada y el pozo Q' insertado de tal forma como para obtener un efecto equivalente a aquél de la falla. Esto significa que Q' es idéntico a Q, o que Q' está a una distancia "2d" de Q.

Bajo estas circunstancias, la presión en Q, incluyendo el efecto de Q' a un tiempo t+Δt (Δt es el tiempo de cierre) es :

Considerando primero el efecto del pozo Q y utilizando el Principio de Superposición desarrollado en el Apéndice A (Capítulo VIII). Por lo tanto, tomamos la ecuación (A.4) en donde el segundo periodo es cero y así tenemos :

$$P_{ws} - P_w = \frac{q \mu}{2 \pi K h} \left[\Delta P_D (t + \Delta t) \right] - \frac{q \mu}{2 \pi K h} \Delta P_D (\Delta t)$$

Reemplazando el valor de $\Delta P_D = - \frac{1}{2} E_i \left(- \frac{\phi \mu c r_w^2}{4 K t} \right)$

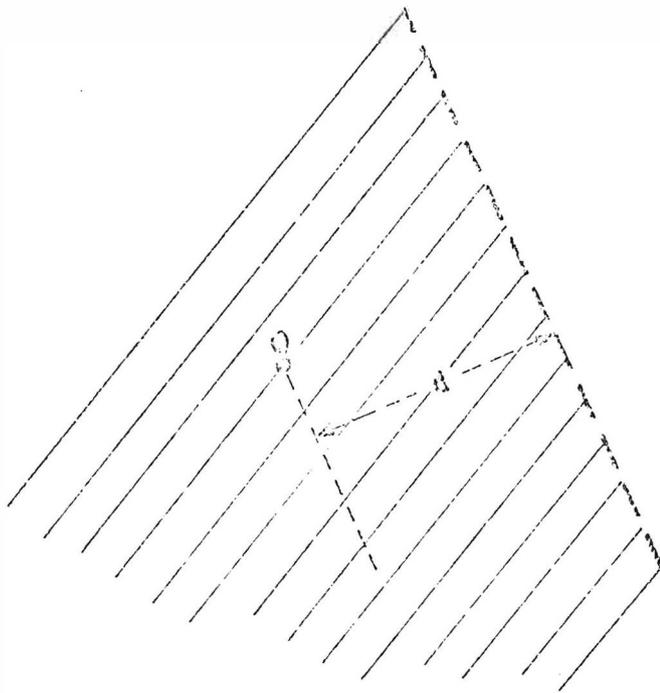


FIGURA 4

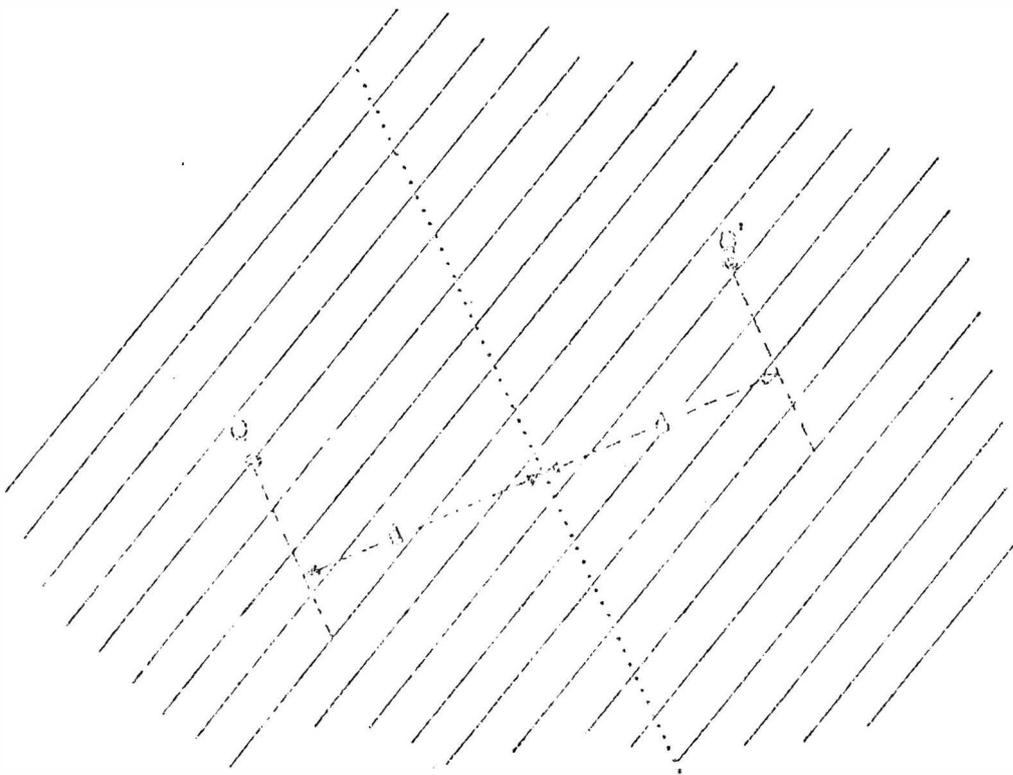


FIGURA 5

$$P_w = P_{ws} - \frac{q \mu}{2 \pi K h} \left[-\frac{1}{2} E_i \left(-\frac{\phi \mu c r_w^2}{4K (t + \Delta t)} \right) \right] +$$

$$\frac{q \mu}{2 \pi K h} \left[-\frac{1}{2} E_i \left(-\frac{\phi \mu c r_w^2}{4 K \Delta t} \right) \right]$$

$$P_w = P_{ws} + \frac{q \mu}{4 \pi K h} \left[E_i \left(-\frac{\phi \mu c r_w^2}{4K (t + \Delta t)} \right) \right] -$$

$$\frac{q \mu}{4 \pi K h} \left[E_i \left(-\frac{\phi \mu c r_w^2}{4 K \Delta t} \right) \right]$$

$$P_w = P_{ws} + \frac{q \mu}{4 \pi K h} \left\{ E_i \left(-\frac{\phi \mu c r_w^2}{4K (t + \Delta t)} \right) - E_i \left(-\frac{\phi \mu c r_w^2}{4 K \Delta t} \right) \right\}$$

Tomando en cuenta ahora el efecto del pozo Q' ; se tiene :

$$P_w = P_{ws} + \frac{q \mu}{4 \pi K h} \left\{ E_i \left(-\frac{\phi \mu c r_w^2}{4K (t + \Delta t)} \right) - E_i \left(-\frac{\phi \mu c r_w^2}{4 K \Delta t} \right) + \right.$$

$$\left. E_i \left(-\frac{\phi \mu c (2d)^2}{4K (t + \Delta t)} \right) - E_i \left(-\frac{\phi \mu c (2d)^2}{4 K \Delta t} \right) \right\}$$

$$P_w = P_{ws} + \frac{q \mu}{4 \pi K h} \left\{ E_i \left(-\frac{\phi \mu c r_w^2}{4K (t + \Delta t)} \right) - E_i \left(-\frac{\phi \mu c r_w^2}{4 K \Delta t} \right) + \right.$$

$$\left. E_i \left(-\frac{\phi \mu c d^2}{K (t + \Delta t)} \right) - E_i \left(-\frac{\phi \mu c d^2}{K \Delta t} \right) \right\} \quad (IV.1)$$

donde las dos primeras funciones E_i toman en consideración el efecto del pozo Q, y las dos funciones E_i restantes representan la contribución del pozo imagen Q'

Esta ecuación está basada en una serie de suposiciones ,

algunas de las cuales son :

- (1) Los pozos Q y Q' son considerados como puntos sumergidos produciendo desde el centro de un yacimiento infinito teniendo una presión estática constante, P_i .
- (2) El flujo del fluido es homogéneo y de una viscosidad esencialmente constante y con una compresibilidad por encima del intervalo de presión y temperatura de interés.
- (3) Los pozos Q y Q' están cerrados a la entrada de la arena productora durante las medidas de restauración de presión, o sea que no existe flujo después que el pozo ha sido cerrado en la superficie.
- (4) La permeabilidad de la formación es homogénea en la dirección del flujo.
- (5) El fluido obedece la ley de Darcy y está presente en una fase solamente.
- (6) Los pozos Q y Q' están produciendo a regímenes de flujo iguales y constantes por cierto periodo de tiempo antes del cierre para el análisis de restauración de presión.

De estas suposiciones, la más crítica parece ser aquella que requiere la presencia del fluido en una sola fase puesto que ambos la compresibilidad y la viscosidad son extremadamente sensibles a los cambios de presión por debajo del punto de burbuja. Sin embargo, aunque la ecuación fué desarrollada para el caso en donde las presiones

están por encima del punto de burbuja, la ecuación antes mencionada ha sido probada satisfactoriamente con las otras condiciones existentes. Otra de las suposiciones serias parece ser la número (3), puesto que los pozos son normalmente cerrados en la superficie y cierta producción entra al pozo después de haber sido cerrado (efecto del after-production). Este efecto puede distorcionar grandemente la primera porción de la curva de Restauración de Presión. Afortunadamente, en este estudio no nos concierne mucho el comportamiento inicial de la curva de Restauración de Presión.

SOLUCION DE LA ECUACION (IV.1).-

La solución de ésta ecuación está basada en la aproximación dada por NISLE :

$$E_i(-x) = \ln x + 0.5771 \quad \text{cuando} \quad x < 0.01$$

PRIMERA SECCION DE LA CURVA DE RESTAURACION DE PRESION.-

De la aproximación dada por Nisle las dos primeras funciones E_i , se transforman en :

a) Primera función E_i :

$$E_i \left[\frac{-\phi \mu c r_w^2}{4K (t + \Delta t)} \right] = \ln \left[\frac{\phi \mu c r_w^2}{4K (t + \Delta t)} \right] + 0.5771$$

b) Segunda función E_i :

$$- E_i \left[\frac{-\phi \mu c r_w^2}{4 K \Delta t} \right] = - \ln \left[\frac{\phi \mu c r_w^2}{4 K \Delta t} \right] - 0.5771$$

Sumando estas dos funciones E_i , se tiene :

$$\begin{aligned} & \ln \left[\frac{\phi \mu c r_w^2}{4K (t+\Delta t)} \right] + 0.5771 - \ln \left[\frac{\phi \mu c r_w^2}{4 K \Delta t} \right] - 0.5771 \\ &= \ln \left[\frac{\frac{\phi \mu c r_w^2}{4K (t+\Delta t)}}{\frac{\phi \mu c r_w^2}{4 K \Delta t}} \right] \\ &= \ln \left(\frac{\Delta t}{t+\Delta t} \right) \\ &= - \ln \left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t} \right) \end{aligned}$$

La sustitución de las dos primeras funciones E_i por sus funciones logaritmica, equivalentes, la ecuación (IV.1) , se transforma en :

$$\begin{aligned} P_w = P_{ws} + \frac{q \mu}{4 \pi K h} \left\{ - \ln \left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t} \right) + E_i \left[- \frac{\phi \mu c d^2}{K (t+\Delta t)} \right] - \right. \\ \left. E_i \left[- \frac{\phi \mu c d^2}{K \Delta t} \right] \right\} \end{aligned}$$

Por un cambio de signos, se tiene :

$$\begin{aligned} P_w = P_{ws} - \frac{q \mu}{4 \pi K h} \left\{ \ln \left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t} \right) - E_i \left[- \frac{\phi \mu c d^2}{K (t+\Delta t)} \right] + \right. \\ \left. E_i \left[- \frac{\phi \mu c d^2}{K \Delta t} \right] \right\} \quad (IV.2) \end{aligned}$$

Consideremos ahora la primera sección de la curva de Restauración de Presión. Tomando en consideración que en la

ecuación (IV.2) el parámetro "d" será normalmente grande, podríamos eliminar la última de las funciones E_i . En la misma ecuación, la primera de las dos funciones E_i permanecerá igual pero con el parámetro " Δt " eliminado, desde que en la primera sección de la curva de Restauración de Presión este parámetro " Δt " es relativamente pequeño.

Por lo tanto, para la primera parte de la curva de Restauración de Presión (valores pequeños de Δt), la ecuación (IV.2) se transforma en :

$$P_w = P_{ws} - \frac{q \mu}{4 \pi K h} \left[\ln \left(\frac{t + \Delta t}{\Delta t} \right) - E_i \left(- \frac{\phi \mu c d^2}{K t} \right) \right] \quad (IV.3)$$

Esta ecuación tiene la forma de la ecuación de una línea recta; o sea : $y = - m x + b$

En donde la pendiente "m" de la línea, es igual a :

$$\boxed{m_1 = \frac{q \mu}{4 \pi K h}} \quad (IV.4)$$

SEGUNDA SECCION DE LA CURVA DE RESTAURACION DE PRESION.-

Para tiempos de cierre en el pozo suficientemente largos, la ecuación (IV.2) será representada de la forma siguiente :

a) Primera función E_i :

$$- E_i \left[- \frac{\phi \mu c d^2}{K (t + \Delta t)} \right] = - \ln \left[\frac{\phi \mu c d^2}{K (t + \Delta t)} \right] - 0.5771$$

b) Segunda función E_i :

$$E_i \left[- \frac{\phi \mu c d^2}{K \Delta t} \right] = \ln \left[\frac{\phi \mu c d^2}{K \Delta t} \right] + 0.5771$$

Sumando éstas dos funciones E_i , se tiene :

$$\begin{aligned} & - \ln \left[\frac{\phi \mu c d^2}{K (t + \Delta t)} \right] - 0.5771 + \ln \left[\frac{\phi \mu c d^2}{K \Delta t} \right] + 0.5771 \\ & = \ln \frac{\frac{\phi \mu c d^2}{K \Delta t}}{\frac{\phi \mu c d^2}{K (t + \Delta t)}} \\ & = \ln \left(\frac{t + \Delta t}{\Delta t} \right) \end{aligned}$$

Sustituyendo estos valores correspondientes de las dos funciones E_i en la ecuación (IV.2) , se tiene .

$$P_w = P_{ws} - \frac{q \mu}{4 \pi K h} \left[\ln \left(\frac{t + \Delta t}{\Delta t} \right) + \ln \left(\frac{t + \Delta t}{\Delta t} \right) \right] \quad (IV.5)$$

que es igual a :

$$P_w = P_{ws} - \frac{q \mu}{2 \pi K h} \left[\ln \frac{t + \Delta t}{\Delta t} \right] \quad (IV.6)$$

Esta ecuación es la representación de la segunda sección de la curva de Restauración de Presión en presencia de una falla y tiene la forma de la ecuación de una línea recta, o sea : $y = - m x + b$

En donde la pendiente "m" de la línea, es igual a :

$$m_2 = \frac{q \mu}{2 \pi K h}$$

(IV.7)

Finalmente, la relación existente entre las dos pendientes puede ser analizada de la manera siguiente :

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\frac{q \mu}{2 \pi K h}}{\frac{q \mu}{4 \pi K h}} = 2$$

De ésta última relación puede concluirse que, el efecto de una falla sobre la curva de Restauración de Presión es aproximadamente :

$$m_2 = 2 m_1$$

en donde

m_2 = pendiente de la segunda sección de la curva de Restauración de Presión.

m_1 = pendiente de la primera sección de la curva de Restauración de Presión.

CAPITULO V

METODOS PARA DETERMINAR LA DISTANCIA A LA FALLA.

V.1.- METODO DE HORNER.

V.2.- METODO DE DOLAN, EINARSEN Y HILL.

V.3.- METODO DE DAVIS Y HAWKINS.

V.4.- METODO DE STANDING.

V.5.- METODO MODIFICADO DE HURST, HAYNIE Y WALKER.

MÉTODOS PARA DETERMINAR LA DISTANCIA A LA FALLA.

En este capítulo serán desarrollados los métodos que han sido propuestos en este trabajo de tesis para determinar la distancia a la falla.

Para todos los métodos que serán mencionados, es imprescindible que se cumpla lo demostrado en el Capítulo IV sobre el efecto de la falla en la curva de Restauración de Presión.

El método de Horner es específicamente presentado para determinar la distancia a una falla como barrera sellante, en igual forma que el método de Dolan, Einarsen y Hill.

El método de Davis y Hawkins, así como el método de Standing fueron propuestos para detectar fluidos como línea de barrera. Como se sabe, la falla es una línea de barrera y estos métodos pueden ser usados para los fines que se persigue.

El método Modificado de Hurst, Haynie y Walker ha sido derivado por el Ing. Abelardo Bravo de la teoría presentada por los autores antes mencionados sobre el radio de drenaje de un pozo en presencia de lentes.

V.1.- METODO DE HORNER.

En el capítulo anterior indicamos como Horner derivó la relación existente entre las dos pendientes de la curva de Restauración de Presión en presencia de una falla lineal limitando el yacimiento de un pozo.

Tomando las ecuaciones demostradas en el capítulo IV, tenemos que la ecuación (IV.3) y (IV.5) son las ecuaciones de la primera y segunda sección de la curva de Restauración de Presión respectivamente.

Horner recomienda usar para la determinación de la distancia a la falla la ecuación siguiente, la cual satisface en el punto de intersección de las dos secciones rectas en la curva de Restauración de Presión

$$- E_i \left(- \frac{\phi \mu c d^2}{K t} \right) = \ln \left(\frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x} \right) \quad (V.1)$$

En unidades de campo, la igualdad anterior se transforma

en :

$$\boxed{- E_i \left(- \frac{3793.6 \phi \mu c d^2}{K t} \right) = \ln \left(\frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x} \right)} \quad (V.2)$$

donde :

ϕ = porosidad, fracción decimal.

μ = viscosidad del petróleo, cp.

c = compresibilidad total, psi^{-1} .

d = distancia a la falla, pies.

K = permeabilidad de la formación, md.

t = tiempo total de producción, horas.

Δt_x = tiempo de cierre a la intersección de las dos secciones rectas en la curva de Restauración de Presión, horas.

PROCEDIMIENTO RECOMENDABLE PARA LA APLICACION DEL METODO DE HORNER.-

(1) De los datos de la prueba de Restauración de Presión, plotear :

$$P_w \text{ (psi) versus } \log \left(\frac{t + \Delta t}{\Delta t} \right)$$

Elaborado el gráfico, encontrar el valor de $\left(\frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x} \right)$ correspondiente a la intersección de las dos secciones rectas y reemplazar este valor en la ecuación (V.2) sabiendo que :

$$\ln \left(\frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x} \right) = 2.302585 \log \left(\frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x} \right)$$

(3) Determinar el argumento de la función E_i por medio de la TABLA 1 ó FIGURA 6 elaborados por Nisle ó por aproximación para valores de $x < 0.01$ mediante la fórmula : $E_i (-x) = \ln x + 0.5771$

(4) Obtener el valor de "d" que es la distancia a la falla.

TABLA 1

x	$-E_1(-x)$	x	$-E_1(-x)$	x	$-E_1(-x)$
0.0	$+\infty$	1.6	0.08631	3.2	0.01015
0.1	1.82292	1.7	0.07465	3.3	0.00894
0.2	1.22265	1.8	0.06471	3.4	0.00799
0.3	0.90568	1.9	0.05620	3.5	0.00697
0.4	0.70238	2.0	0.04890	3.6	0.00616
0.5	0.55977	2.1	0.04261	3.7	0.00545
0.6	0.45438	2.2	0.03719	3.8	0.00482
0.7	0.37377	2.3	0.03250	3.9	0.00427
0.8	0.31060	2.4	0.02844	4.0	0.00378
0.9	0.26018	2.5	0.02491	4.5	0.00207
1.0	0.21938	2.6	0.02185	5.0	0.00115
1.1	0.18598	2.7	0.01918	5.5	0.00064
1.2	0.15841	2.8	0.01686	6.0	0.00036
1.3	0.13545	2.9	0.01482	6.5	0.00020
1.4	0.11622	3.0	0.01305	7.0	0.00012
1.5	0.10002	3.1	0.01149		

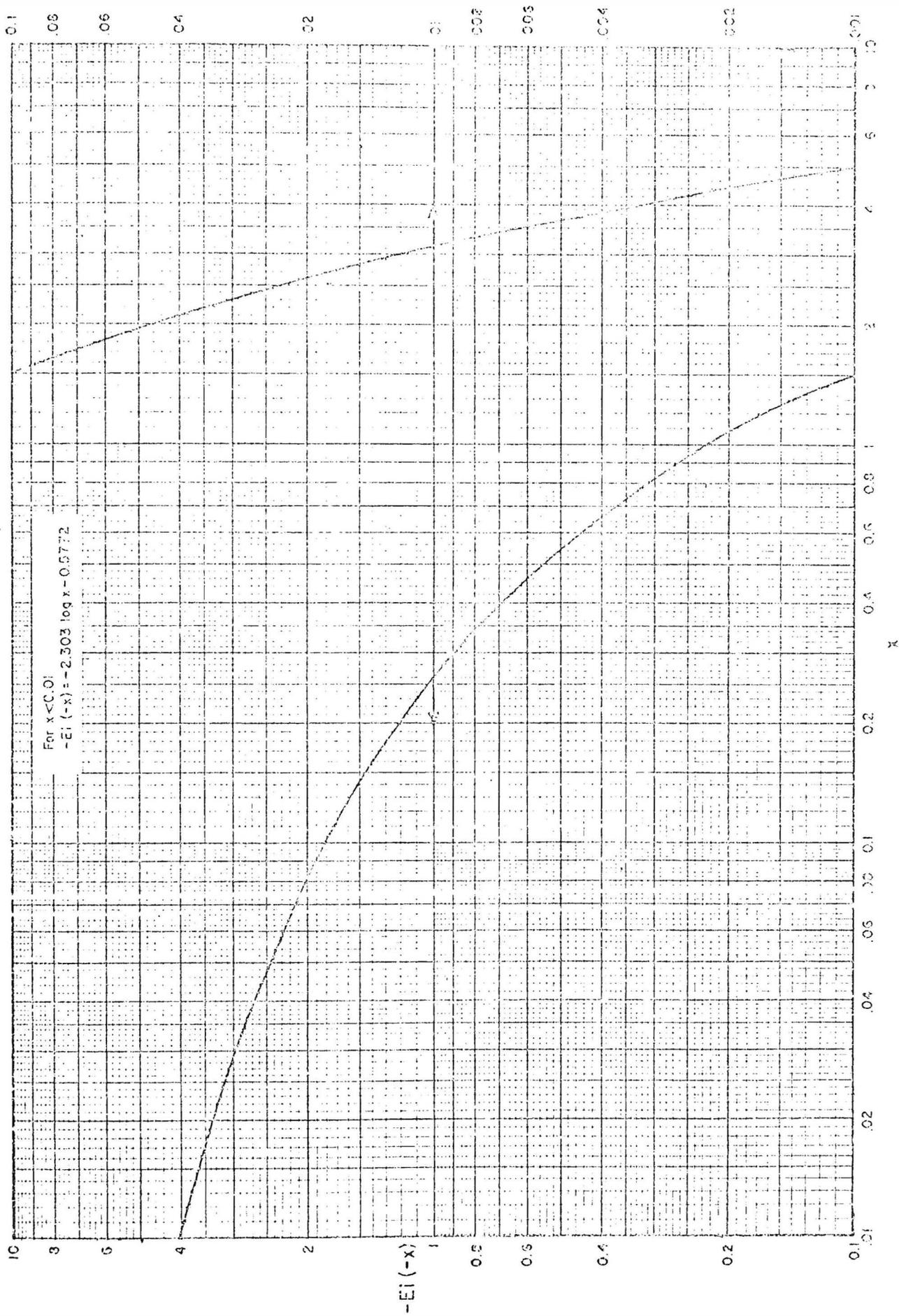


FIGURA 8. - Función Ei

V.2.- METODO DE DOLAN, EINARSEN Y HILL.

Como fué demostrado, la teoría de Horner se basa en la superposición de las soluciones de dos ecuaciones : una para el pozo en consideración y la otra para su imagen reflejada de la falla lineal a una distancia "d", desde el pozo productor. En el método anterior, Horner concluyó que la ecuación (V.1) o su similar, la ecuación (V.2) en unidades de campo, satisface en la intersección de las dos secciones rectas en la curva de Restauración de Presión.

Ahora bien, considerando la definición de la función E_1 , dicha ecuación es reconocida como de la forma siguiente :

$$- E_1 (-x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du$$

la cual está definida de la siguiente manera :

$$- E_1 (-x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du = \left(\ln x - x + \frac{x^2}{2 \cdot 2!} - \frac{x^3}{3 \cdot 3!} + \dots + \frac{x^n}{n \cdot n!} \right) \Bigg|_x^{\infty}$$

La solución de ésta integral exponencial ha sido resumida en forma de tablas (referencia 5 de la bibliografía), las cuales son parcialmente reproducidas en la TABLA 1, de donde la FIGURA 6 fué ploteada.

Nisile ha demostrado, sin embargo, que ésta integral exponencial puede ser expresado por la serie :

$$E_i(-x) = \ln x + 0.5771 - x + \frac{x^2}{2 \cdot 2!} - \frac{x^3}{3 \cdot 3!} + \dots + \frac{x^n}{n \cdot n!}$$

El número de términos requeridos en ésta serie depende del valor de x y la precisión con que $E_i(-x)$ sea necesario. Para valores de x menores de 0.01 el valor de $E_i(-x)$ puede ser aproximado a :

$$E_i(-x) = \ln x + 0.5771 \quad \text{cuando } x < 0.01$$

Haciendo uso de la aproximación antes mencionada, Dolan, Einarsen y Hill sugirieron la siguiente extensión del Método de Horner.

Supongamos que :

$$D = \frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x}$$

es la intersección de las dos secciones rectas en la curva de restauración.

Asumiendo que $x < 0.01$ (lo cual sería generalmente el caso, siempre y cuando la falla no esté muy cerca del pozo en consideración), o sea que :

$$\left(\frac{3793.6 \phi \mu c d^2}{K t} \right) < 0.01$$

entonces el equivalente de la ecuación (V.2) sería :

$$- \left[\ln \frac{3793.6 \phi \mu c d^2}{K t} + 0.5771 \right] = \ln D$$

la cual por una pequeña modificación, se tiene .

$$\ln D + \ln \left(\frac{3793.6 \phi \mu c d^2}{K t} \right) = -0.5771$$

$$\ln \left[\frac{3793.6 \phi \mu c d^2 D}{K t} \right] = -0.5771$$

$$\frac{3793.6 \phi \mu c d^2 D}{K t} = e^{-0.5771}$$

$$d^2 = \frac{e^{-0.5771} K t}{3793.6 \phi \mu c D}$$

$$d^2 = \frac{0.000148 K t}{\phi \mu c D}$$

$$d = \left[1.48 \times 10^{-4} \frac{K t}{\phi \mu c D} \right]^{0.5} \quad (V.3)$$

donde :

d = distancia a la falla, pies.

K = permeabilidad de la formación, md.

t = tiempo total de producción, horas.

ϕ = porosidad (fracción decimal).

μ = viscosidad del petróleo, cp.

c = compresibilidad total, psi^{-1} .

$$D = \frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x}$$

La ecuación anterior es la forma más simplificada del Método de Dolan, Einarsen y Hill para la determinación de la distancia a la falla por medio de la curva de Restaura

ción de Presión y que para ser usado tiene que ser válida la aproximación dada por Nisle, es decir, que $x < 0.01$.

V.3.- METODO DE DAVIS Y HAWKINS.

El estudio que realizaron E. Grady Davis y M. F. Hawkins está relacionado a detectar fluídos como líneas de barrera en un reservorio ideal y para el caso de descenso de presión ("draw down"). Sin embargo, este estudio también es aplicable a curvas de Restauración de Presión y a la determinación de la distancia a la falla tomando en cuenta el efecto de ésta sobre la curva de Restauración de Presión (tratado en el Capítulo IV) .

Se asume un reservorio ideal para establecer condiciones óptimas de detección de fluídos como líneas de barrera en reservorios reales. El reservorio ideal considerado es homogéneo, isotrópico, poroso, de espesor uniforme, saturado con un fluído ligeramente compresible, limitado por un lado por un fluído que actúa como una considerable línea de barrera. El reservorio es asumido ser de tal extensión que otras discontinuidades, aparte del fluído como línea de barrera, no tienen efecto apreciable en las medidas de presión del pozo dentro de la duración de la prueba. Se asume también que presiones transientes causa

dos por el cambio de régimen de flujo de otros pozos conectados al reservorio, no se aprecian en la prueba del pozo.

Si en la prueba del pozo se aprecia un efecto skin, éste es asumido que no varía con el régimen de flujo, la presión y el tiempo.

DISCUSION.-

Para el caso de descenso de presión ("draw down") en un reservorio ideal produciendo a un régimen constante a través de la pared del pozo, esta teoría predice las curvas de declinación de presión tal como son mostrados en la FIGURA 7 , en donde, asumiendo que no existe el efecto skin, la caída de presión adimensional ΔP es ploteado versus el logaritmo natural del tiempo adimensional t , para diferentes valores de la distancia adimensional d entre el pozo probado y el fluido como línea de barrera. Estos grupos adimensionales son definidos como sigue :

$$\overline{\Delta P} = \frac{\Delta P}{C} \quad , \text{ cambio de presión adimensional.}$$

$$\overline{t} = \frac{\eta t}{d^2} \quad , \text{ tiempo adimensional.}$$

$$\overline{d} = \frac{d}{r_w} \quad , \text{ distancia adimensional a la barrera.}$$

$$C = \frac{q \beta \mu}{14.16 K h} \quad , \quad \frac{B/D - c_p}{\text{darcy} - \text{pie}} \quad (\text{para petróleo})$$

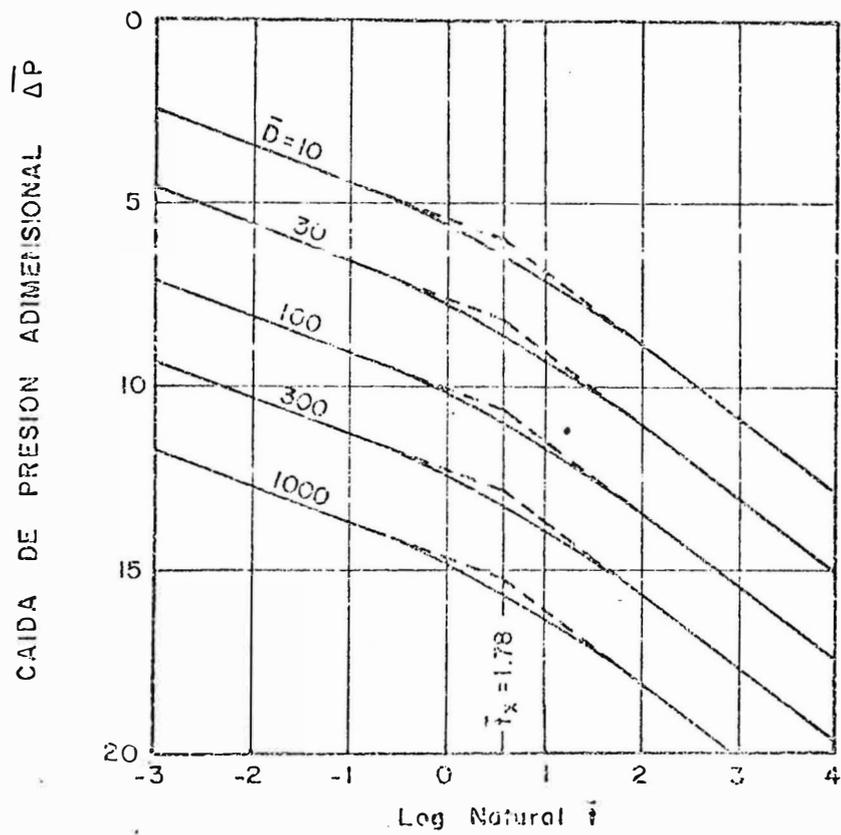


FIGURA 7 CURVAS DE PRESION "Drawdown"

$$\eta = \frac{6.328 K}{\mu c \phi} \quad , \text{ constante de la difusividad, pie}^2/\text{día.}$$

en donde :

t = tiempo, días.

d = distancia a la línea de barrera, pies.

r_w = radio del pozo, pies.

ΔP = cambio de presión, psi.

c = compresibilidad, psi⁻¹.

K = permeabilidad, darcy.

φ = porosidad, fracción decimal.

μ = viscosidad, cp.

Los ploteos de la FIGURA 7 muestran una sección curvada, los cuales cubren aproximadamente un rango de tiempo, en donde, la razón del tiempo del final sobre el comienzo de la sección curvada, es 25. Dicho de otro modo, la sección curvada cubre casi tres ciclos del logaritmo natural en la escala del tiempo o casi 1.4 ciclos logaritmos vulgares, comenzando a $\bar{t} \sim 0.35$ y terminando a $\bar{t} \sim 9$. Las curvas también indican un cambio de presión adimensional de casi 5 (ó 50 psi) sobre las secciones curvadas.

Las líneas rectas situadas una a cada lado de la sección curvada tienen sus pendientes en la razón de 2:1 ó como 20 y 0 psi por ciclo logarítmico natural respectivamente. La intersección de los dos segmentos de línea recta ocurre a $\ln \bar{t}_x = 0.577$ ó sea a $\bar{t}_x = 1.78$ indife-

rente de la distancia a la barrera.

Desde que $\bar{t} = \frac{\eta t_x}{d^2}$, la distancia a la línea de barrera

es :

$$d = \left(\frac{\eta t_x}{\bar{t}} \right)^{0.5} = \left(\frac{\eta t_x}{1.78} \right)^{0.5}$$

$$d = (0.561 \eta t_x)^{0.5}$$

donde:

d = pies.

η = pie²/día.

t_x = días.

Transformando unidades, la ecuación anterior queda como :

$$d = \left[1.48 \times 10^{-4} \frac{K t_x}{\phi \mu c} \right]^{0.5} \quad (V.4)$$

donde :

d = distancia a la línea de barrera, pies.

K = permeabilidad de la formación, md.

t_x = tiempo, días.

ϕ = porosidad, fracción decimal.

μ = viscosidad del petróleo, cp.

c = compresibilidad total, psi⁻¹.

Es aparente que todas las curvas de la FIGURA 7 son idénticas excepto por un desplazamiento vertical y además que solamente presiones relativas son más importantes que pre

siones absolutas en determinar la distancia a la barrera. También por este motivo, el radio de la pared del pozo ó un efecto skin (aún cuando está presente y constante) no se introduce en la determinación de la distancia a la barrera porque las variaciones de éstos solamente causa desplazamientos verticales de los ploteos.

La ecuación (V.4) también es aplicable a curvas de Restauración de Presión donde el pozo probado ha estado fluyendo por un apreciable tiempo antes del cierre. En este caso t_x es reemplazado por Δt_x , que es el tiempo de cierre al cual los segmentos de líneas rectas se interseptan de la curva de Restauración de Presión. La ecuación transformada es la siguiente :

$$d = \left[1.48 \times 10^{-4} \frac{K\Delta t_x}{\phi\mu c} \right]^{0.5} \quad (V.5)$$

Las unidades de los parámetros de ésta ecuación son los mismos que los de la ecuación (V.4) .

Los autores recomiendan que cuando $\frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x}$ es menor que 30 , deberá usarse el método de Horner.

V.4.- METODO DE STANDING.

El método de M. B. Standing surgió como consecuencia de una discusión del trabajo presentado por E. Grady Davis y M. F. Hawkins y sobre el cual se basa el método anterior. El propósito de Standing es proporcionar una ecuación para calcular distancias a líneas de barreras cuando $\frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x}$ es tan pequeño como 2 .

La ecuación es simple y producirá valores dentro del 2 % de aquellos calculados por el método de Horner y no requiere el uso de las tablas ó gráficos de la integral exponencial.

La FIGURA 8 muestra una curva típica de Restauración de Presión indicando la presencia de una falla.

El valor de $\frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x}$ es la intersección de los dos segmentos de línea recta y es identificado como D .

$$D = \frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x}$$

Standing da otra interpretación a la relación obtenida por el método de Horner y que es escrita de la siguiente manera :

$$E_i \left[- \frac{d^2}{\eta (t + \Delta t)} \right] = - \ln \left(\frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x} \right) = - \ln D \quad (V.6)$$

de donde resulta la ecuación usual para el cálculo de la distancia d :

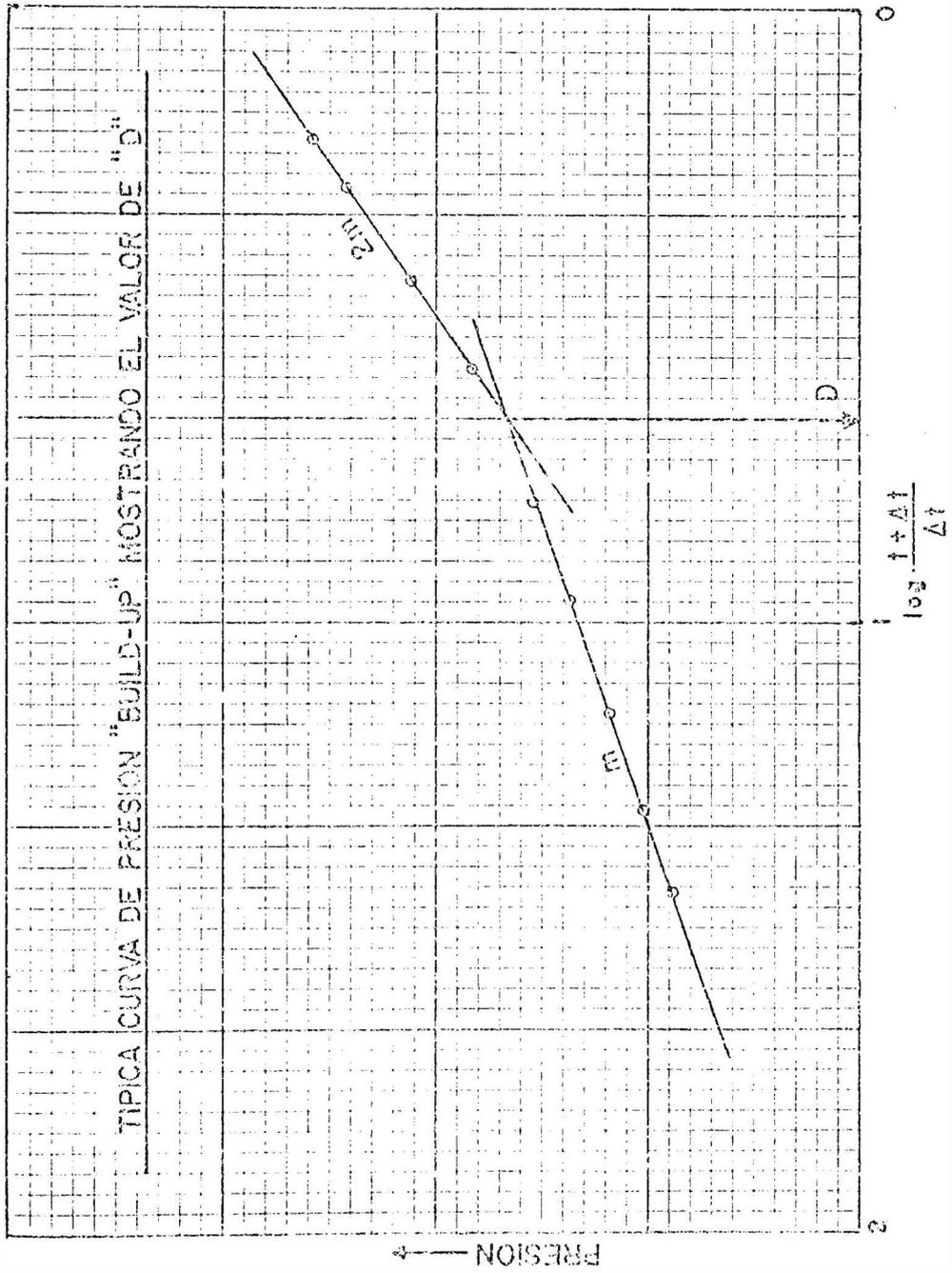


FIG. 8

$$d = \left[E_i^{-1} (-\ln D) \cdot \eta \cdot (t + \Delta t) \right]^{0.5} \quad (V.7)$$

donde $E_i^{-1} (-\ln D)$ es el número cuya integral exponencial es $(-\ln D)$.

Por otro lado, usando la aproximación logarítmica dada por Nisle, que dice :

$$E_i (-x) = \ln x + 0.5771 \quad (V.8)$$

aplicándolo a la ecuación (V.6), se tiene :

$$-\ln D = \ln \frac{d'^2}{\eta (t + \Delta t)} + 0.5771$$

$$\ln D + \ln \frac{d'^2}{\eta (t + \Delta t)} = -0.5771$$

$$\ln \frac{d'^2 D}{\eta (t + \Delta t)} = -0.5771$$

$$\frac{d'^2 D}{\eta (t + \Delta t)} = e^{-0.5771} = 0.561$$

despejando d' :

$$d' = \left[0.561 \eta \frac{(t + \Delta t)}{D} \right]^{0.5} \quad (V.9)$$

ó también :

$$d' = \left[0.561 \eta t \right]^{0.5} \quad (V.10)$$

donde d' es una distancia usando la aproximación logarítmica de la ecuación (V.8) .

La distancia d' calculada de la ecuación (V.9) ó (V.10) será esencialmente la misma calculada por la ecuación (V.7) para valores de D mayores que 28 , ya que la aproximación logarítmica es apropiada para grandes valores de D . Debajo de 28 y cuando D va disminuyendo, la relación de d' y d será progresivamente menor.

Se desea encontrar una relación simple de D y un factor de corrección A , que exprese que el valor de d' de la ecuación (V.10) podrá ser exactamente igual a la distancia d . En otras palabras, se desea que :

$$d = A \left[0.561 \eta \Delta t \right]^{0.5} \quad (V.11)$$

donde A es el factor de corrección.

La relación de d' y d es como sigue :

$$A = \frac{d}{d'} = \frac{\left[E_i^{-1} (- \ln D) \cdot \eta (t + \Delta t) \right]^{0.5}}{\left[0.561 \frac{\eta (t + \Delta t)}{D} \right]^{0.5}}$$

$$A = \left[\frac{D \cdot E_i^{-1} (- \ln D)}{0.561} \right]^{0.5} \quad (V.12)$$

Standing elaboró la TABLA 2 en donde, para diferentes valores de D menores de 30, encontró valores de A , utilizando la ecuación (V.12). Luego ploteó en un gráfico, valores de $\frac{1}{D}$ versus el factor de corrección A y obtuvo una línea recta aproximada cuya ecuación es :

$$A = \left(1 + \frac{0.4}{D} \right) \quad (V.13)$$

TABELA 2

D	ln D	$E_i^{-1}(-\ln D)$	A	$(1 + \frac{0.4}{D})$
30	3.40	0.0195	1.015	1.015
20	3.00	0.0295	1.022	1.020
15	2.71	0.0395	1.027	1.027
10	2.30	0.0600	1.055	1.040
8	2.08	0.0755	1.058	1.050
6	1.79	0.1040	1.055	1.067
4	1.38	0.1630	1.077	1.100
2	0.693	0.4000	1.198	1.200
1.5	0.405	0.6500	1.320	1.267

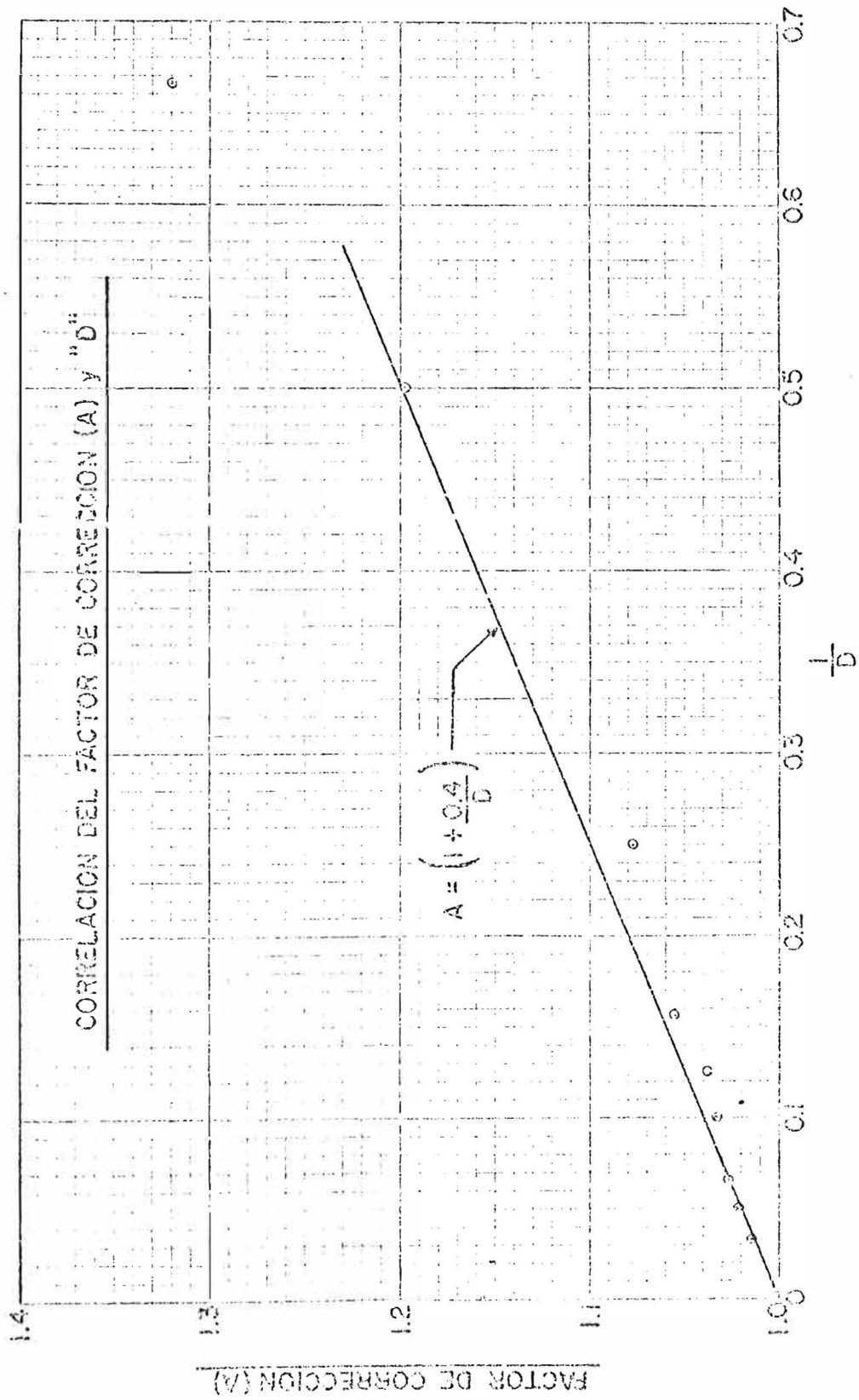


FIG. 9

Una mejor exactitud podrá obtenerse si se trata de graficar otra curva y por consiguiente obtener una ecuación más compleja.

Por lo tanto, la FIGURA 9 y la quinta columna de la TABLA 2 muestra la relación de la ecuación (V.13), para diferentes valores de D.

Utilizando la ecuación (V.5) encontrada por Davis y Hawkins, que dice :

$$d = \left[1.48 \cdot 10^{-4} \frac{k \Delta t_x}{\phi \mu c} \right]^{0.5}$$

ó también :

$$d = 0.012165 \left[\frac{K \Delta t_x}{\phi \mu c} \right]^{0.5}$$

introduciendo el factor de corrección A , se tiene :

$$d = 0.012165 \left(1 + \frac{0.4}{D} \right) \left[\frac{K \Delta t_x}{\phi \mu c} \right]^{0.5} \quad (V.14)$$

donde:

d = distancia a la línea de barrera, pies.

K = permeabilidad de la formación, md.

ϕ = porosidad, fracción decimal.

μ = viscosidad del petróleo, cp.

c = compresibilidad total, psi^{-1} .

$D = \frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x}$, punto de intersección de las dos secciones rectas de la curva de Restauración de Presión.

Δt_x = tiempo de cierre en el punto D , horas.

Sin embargo, después de obtenida la ecuación anterior, se hace hincapié que ésta ecuación es limitado a valores de D mayores que 2 , debajo del cual deben ser usadas las tablas ó gráficos de la integral exponencial.

V.5.- METODO MODIFICADO DE HURST, HAYNIE Y WALKER.

El método Modificado de Hurst, Haynie y Walker es el resultado de un estudio presentado por el Ing. Abelardo Bravo, venezolano, y que trata de modificar ligeramente la teoría sobre el radio de drenaje de un pozo en presencia de lentes de Hurst, Haynie y Walker y poder usarlo en la determinación de la proximidad de la falla. A continuación se describe este estudio.

En el desarrollo de métodos para analizar los datos de un yacimiento, el primer paso es describir el yacimiento por medio de un modelo hipotético. El comportamiento de éste modelo debe ser muy aproximado a aquél del yacimiento en consideración. De ésta manera, pueden ser derivados ecuaciones matemáticas relacionando varios datos del yacimiento en base al modelo asumido.

Hurst, Haynie y Walker, tratando de encontrar algún método que identificara el radio de drenaje en presencia del muy conocido problema de los lentes, desarrollaron una fórmula para drenajes radiales basada en una correlación empírica de los datos matemáticos del flujo transiente de los fluidos que podría aplicarse a cualquier fluido en la formación y de ésta manera establecer el radio de drenaje de un pozo empleando la curva de Restauración de Presión. Los investigadores antes mencionados, afrontaron el problema considerando un modelo hipotético el cual ellos definieron como "Proceso de Relleno". Para una considera-

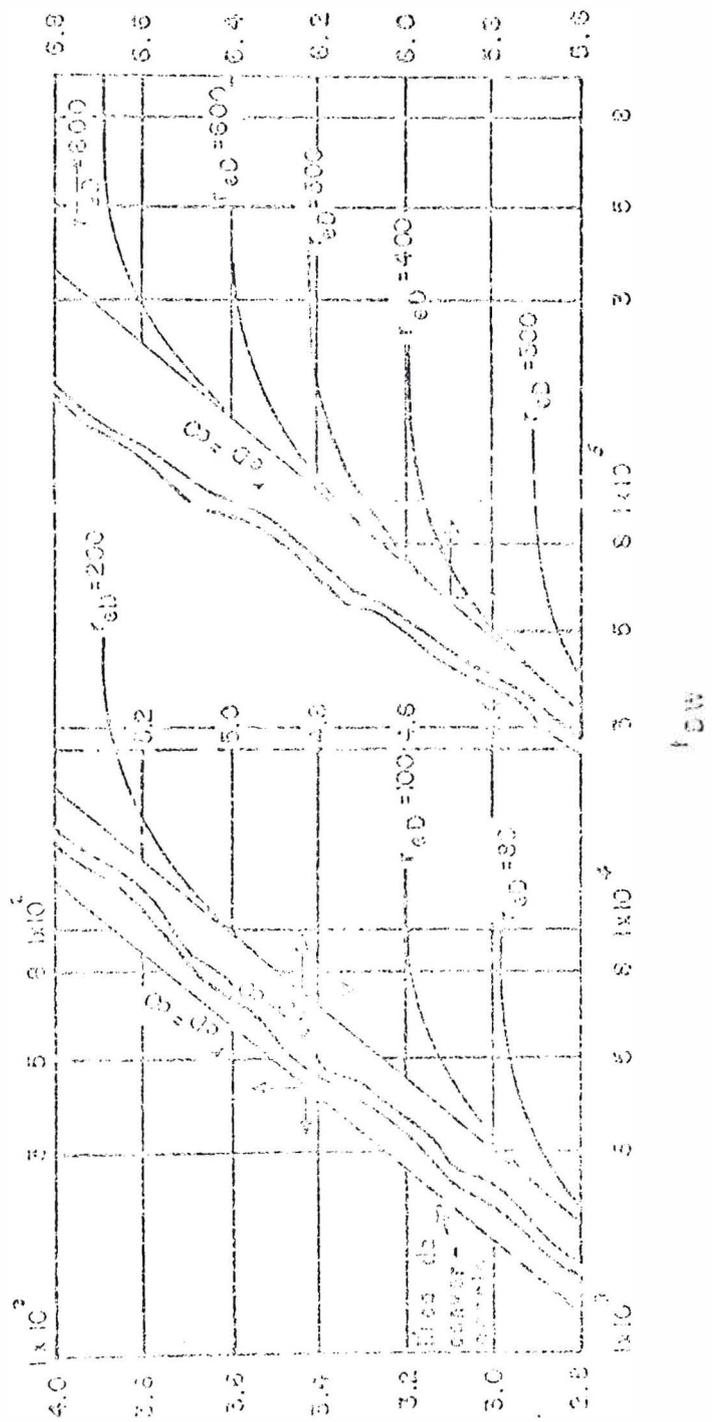


FIGURA 10 REGIMEN DE PETROLEO CONSTANTE - PRESION CONSTANTE EN EL LIMITE EXTERIOR

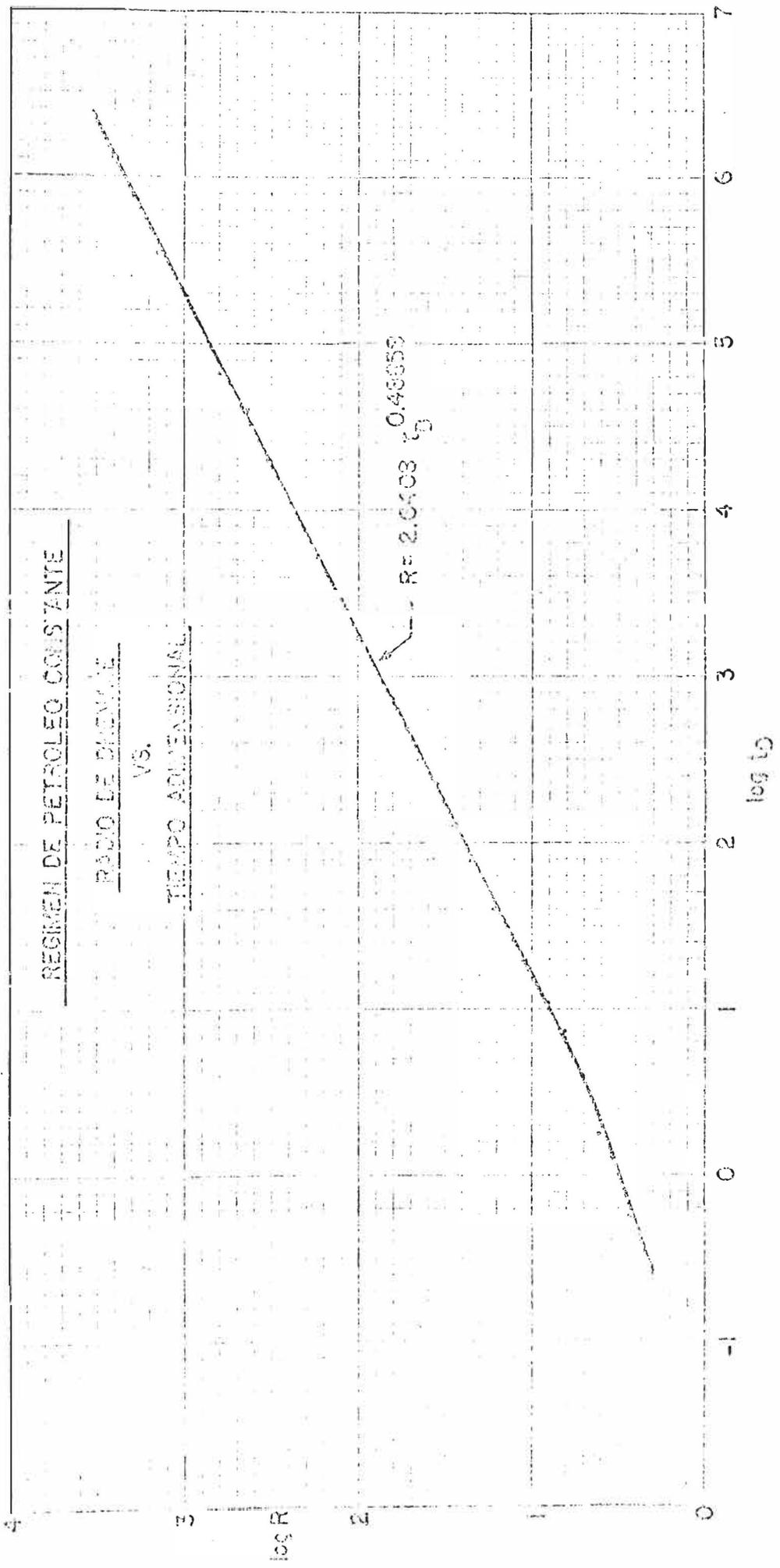


Fig. 11

ción detallada de las derivaciones de éste proceso, el lector puede referirse a la Referencia 9 .

En lo que concierne a éste trabajo podría decirse que después de un estudio minucioso de la curva presentada por Van Everdingen y Hurst, FIGURA 10 , aquellos investigadores hicieron un ploteo del Logaritmo de R versus el logaritmo del tiempo adimensional t_D . Los resultados obtenidos, los cuales son reproducidos en la FIGURA 11, demuestran que la nueva curva puede ser aproximada por :

$$R = 2.6408 t_D^{0.48858} \quad (V.15)$$

Sustituyendo R por su equivalente, el cual es la relación existente entre el radio de drenaje y el radio del pozo, y dando a su vez el propio significado para el tiempo adimensional, t_D , la ecuación anterior se transforma en :

$$\frac{r_D}{r_w} = 2.6408 \left[\frac{K \Delta t}{\phi \mu c r_w^2} \right]^{0.48858}$$

Si aproximamos el exponente del lado derecho de ésta ecuación a 0.5 , resulta la eliminación del parámetro r_w , de tal manera que la ecuación quedará :

$$r_D = 2.6408 \left[\frac{K \Delta t}{\phi \mu c} \right]^{0.5}$$

Sustituyendo el parámetro "c" por su equivalente S_o/P_o , el cual es a su vez equivalente a $(1 - S_w)/P_o$, tenemos :

$$r_D = 2.6408 \left[\frac{K P_0 \Delta t}{\phi \mu (1 - S_w)} \right]^{0.5} \quad (V.16)$$

la cual es la ecuación desarrollada por Hurst, Haynie y Walker para la determinación del radio de drenaje de un pozo en presencia de lentes.

Tal como fué mencionado, una ligera modificación puede hacerse a éste método de manera que pueda ser usado para la determinación de la distancia a la falla empleando también la curva de Restauración de Presión.

En sus conclusiones, los investigadores hicieron hincapié de que el método no podría usarse para la determinación de la distancia a la falla ya que el aumento de presión en un pozo, en presencia de una falla, ocurre en forma proporcional y que en presencia de lentes, el aumento de presión toma un aspecto más general. Sin embargo, si se considera que la curva de Restauración de Presión de un pozo en presencia de lentes es muy similar a aquella en presencia de una falla, una ligera modificación podría hacerse a dicho método.

Después de muchos experimentos, se ha podido comprobar que si la ecuación desarrollada por Hurst, Haynie y Walker consideramos los parámetros de presión estática P_0 y tiempo de cierre Δt , en la intersección de las dos secciones rectas en la curva de restauración, entonces podríamos usar el radio de drenaje como la distancia a la

falla.

Esta conclusión sería muy fácil de esperar ya que se sabe que en presencia de una falla, el radio de drenaje es equivalente a la distancia a la falla.

De esta manera, con su equivalente en unidades de campo, tendremos la misma fórmula pero interpretada de una manera diferente en sus parámetros :

$$d = 4.2869 \cdot 10^{-2} \left[\frac{K P_w \Delta t_x}{\phi \mu (1 - S_w)} \right]^{0.5} \quad (V.17)$$

donde :

d = distancia a la falla, pies.

K = permeabilidad de la formación, md.

P_w = presión de fondo, en la intersección de las dos secciones rectas en la curva de restauración, psi.

Δt_x = tiempo de cierre, en la intersección de las dos secciones rectas en la curva de restauración, horas.

ϕ = porosidad, fracción decimal.

μ = viscosidad del petróleo, cp.

S_w = saturación del agua, fracción decimal.

CAPITULO VI

EJEMPLOS DE APLICACION CON DATOS REALES DE CAMPO.
RESULTADOS.

EJEMPLOS DE APLICACION CON DATOS REALES DE CAMPO.

POZO N^o 1

DATOS OBTENIDOS EN LA PRUEBA DE RESTAURACION DE PRESION

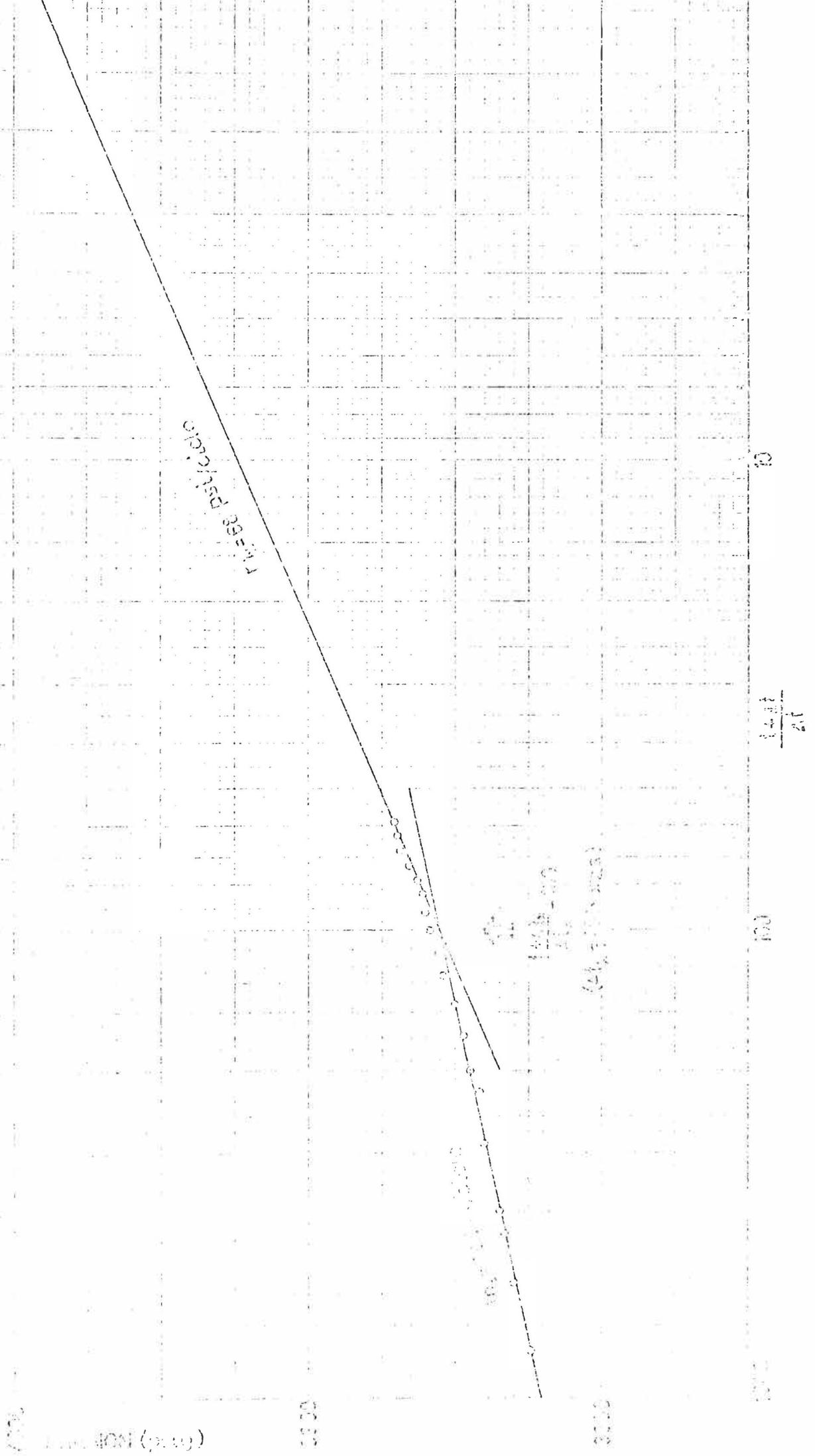
<u>PRESION</u> <u>P_w</u> <u>(psi)</u>	<u>TIEMPO DE CIERRE</u> <u>Δ t</u> <u>(horas)</u>	<u>t + Δ t</u> <u>(horas)</u>	<u>t + Δ t</u> <u>Δ t</u>
3800	1	4001	4001.00
3824	5	4005	801.00
3829	7	4007	572.42
3833	9	4009	445.44
3835	10	4010	401.00
3840	14	4014	286.71
3842	18	4018	223.22
3845	20	4020	201.00
3847	24	4024	167.66
3851	28	4028	143.85
3854	32	4032	126.00
3856	36	4036	112.11
3858	40	4040	101.00
3860	44	4044	91.90
3861	48	4048	84.33
3863	52	4052	77.92
3866	56	4056	72.42
3868	60	4060	67.66
3870	64	4064	63.50
3871	69	4069	58.97

GRAFICO 1 : P_w versus $\log \frac{t + \Delta t}{\Delta t}$

GRAFICO 1

POZO Nº 1

R_w vs. $\log \frac{t_{wf}}{\Delta t}$



DATOS.-

$$t = 4000 \text{ horas.}$$

$$S_w = 30 \%$$

$$\phi = 20 \%$$

$$\mu = 0.5 \text{ cp.}$$

$$c = 14 \cdot 10^{-6} \text{ psi}^{-1}.$$

$$K = 50 \text{ md.}$$

PARAMETROS OBTENIDOS.-

$$m_1 = 34 \text{ psi/ciclo.}$$

$$m_2 = 68 \text{ psi/ciclo.}$$

$$\Delta t_x = 40 \text{ horas.}$$

$$P_w = 3858 \text{ psi.}$$

$$D = \frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x} = 100$$

POZO Nº 2

DATOS OBTENIDOS EN LA PRUEBA DE RESTAURACION DE PRESION

<u>PRESION</u> <u>P_w</u> <u>(psi)</u>	<u>TIEMPO DE CIERRE</u> <u>Δt</u> <u>(horas)</u>	<u>$t + \Delta t$</u> <u>(horas)</u>	<u>$\frac{t + \Delta t}{\Delta t}$</u>
2305	1	5554	5554.00
2329	2	5555	2777.50
2337	3	5556	1852.00
2342	4	5557	1389.25
2353	6	5559	926.50
2363	8	5561	695.12
2369	10	5563	556.30
2371	12	5565	463.75
2395	16	5569	348.06
2410	20	5573	278.65
2429	25	5578	223.12
2437	30	5583	186.10
2450	35	5588	159.65
2458	40	5593	139.82
2463	43	5596	130.13

GRAFICO 2 : P_w versus $\log \frac{t + \Delta t}{\Delta t}$

G R A F I C O 2

F O Z O N º 2

P_v vs. $\log \frac{t-t_a}{T-t_a}$

mm Hg psiclo

$$\frac{t - t_a}{T - t_a} = 450$$

($t_x = 13$ horas)

mm Hg psiclo

$m = 80$

2500

2000

PRESTION (psig)

2500

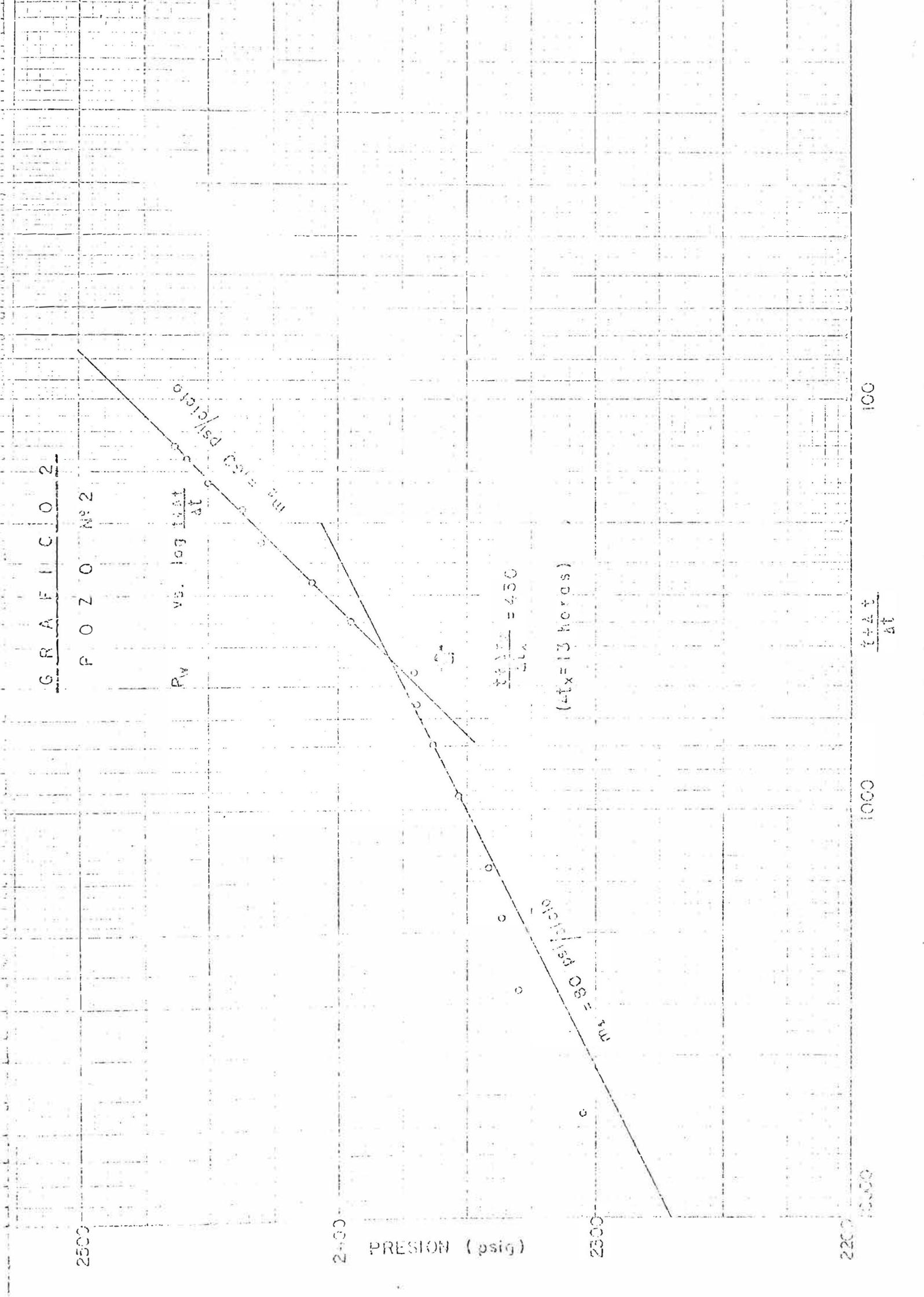
2000

1000

1000

$\frac{t - t_a}{T - t_a}$

100



DATOS.-

$$\phi = 8 \%$$

$$\mu = 0.5 \text{ cp.}$$

$$c = 9 \cdot 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$$

$$\beta = 1.1$$

$$S_w = 68 \%$$

$$N_p = 45,813 \text{ Bbls.}$$

$$q = 198 \text{ BOPD.}$$

$$h = 28 \text{ pies.}$$

PARAMETROS OBTENIDOS.-

$$t = 5553 \text{ horas.}$$

$$m_1 = 80 \text{ psi/ciclo.}$$

$$m_2 = 160 \text{ psi/ciclo.}$$

$$K = 8 \text{ md.}$$

$$\Delta t_x = 13 \text{ horas.}$$

$$P_w = 2383 \text{ psi.}$$

$$D = \frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x} = 430$$

POZO N^o 3

DATOS OBTENIDOS EN LA PRUEBA DE RESTAURACION DE PRESION

<u>PRESION</u> <u>P_w</u> <u>(psi)</u>	<u>TIEMPO DE CIERRE</u> <u>Δ t</u> <u>(horas)</u>	<u>t + Δ t</u> <u>(horas)</u>	<u>t + Δ t</u> <u>Δ t</u>
2034	1	5061	5061.00
2039	2	5062	2531.00
2049	3	5063	1687.66
2052	4	5064	1266.00
2057	5	5065	1013.00
2064	6	5066	844.33
2067	7	5067	723.85
2072	8	5068	633.50
2077	9	5069	563.22
2079	10	5070	507.00
2087	12	5072	422.66
2092	14	5074	362.42
2100	16	5076	317.25
2105	18	5078	282.11
2112	20	5080	254.00
2125	24	5084	211.83
2135	28	5088	181.71
2142	32	5092	159.12
2152	36	5096	141.55
2165	40.25	5100.25	126.71

GRAFICO 3 : P_w versus $\log \frac{t + \Delta t}{\Delta t}$

GRAFICO 3

POZO Nº 3

P_w vs. $\log \frac{t+\Delta t}{\Delta t}$

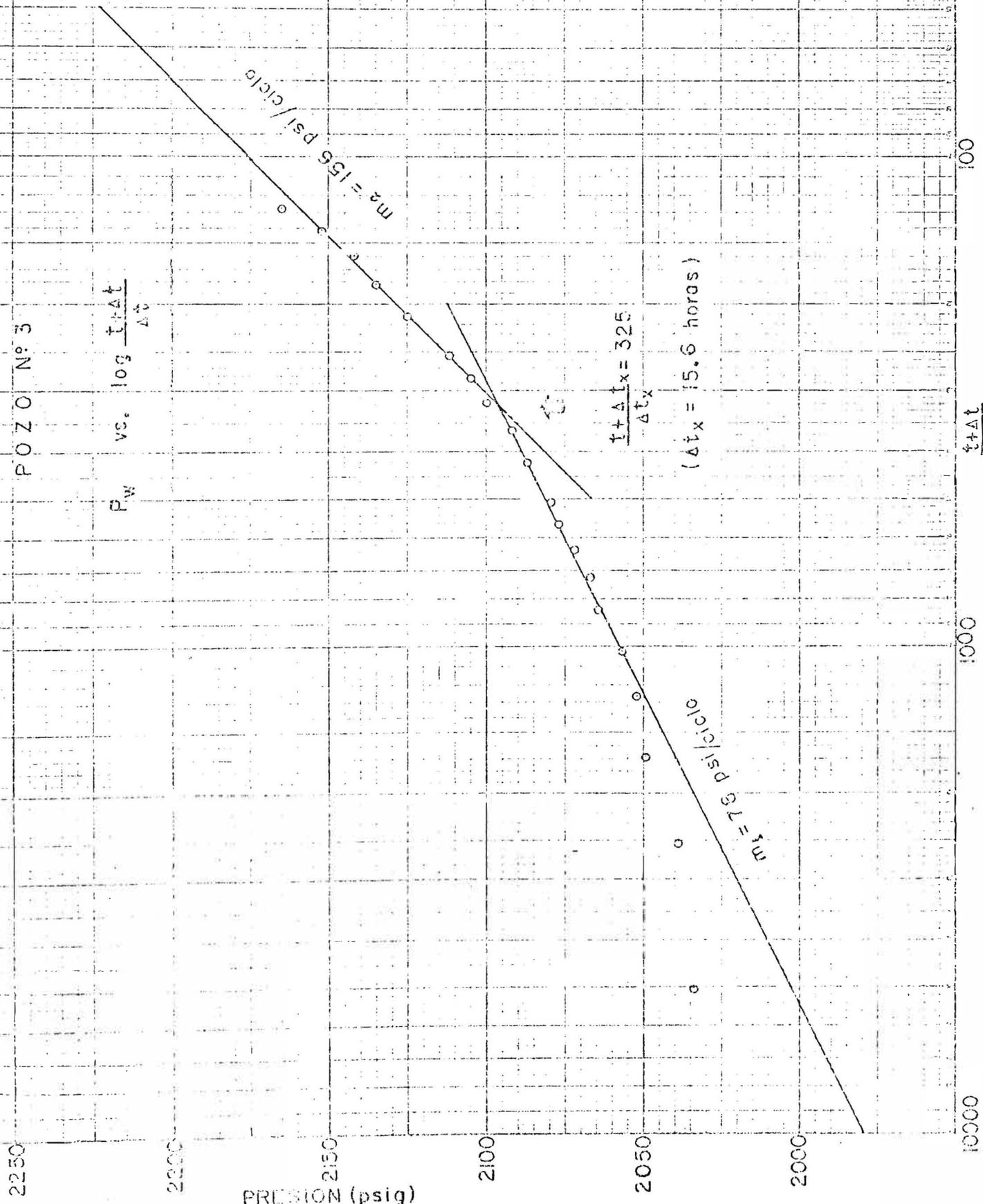
PREISION (psig)

$\frac{t+\Delta t}{\Delta t}$

$m_2 = 156 \text{ psi/ciclo}$

$\frac{t+\Delta t}{\Delta t} = 325$
($\Delta t_x = 15.6 \text{ horas}$)

$m_1 = 73 \text{ psi/ciclo}$



DATOS.-

$$\phi = 10 \%$$

$$\mu = 1.08 \text{ cp.}$$

$$c = 8.69 \cdot 10^{-6} \text{ psi}^{-1}.$$

$$\beta = 1.3$$

$$S_w = 65.3 \%$$

$$N_p = 91,498 \text{ Bbls.}$$

$$q = 434 \text{ BOPD.}$$

$$h = 160 \text{ pies.}$$

PARAMETROS OBTENIDOS.-

$$t = 5060 \text{ horas.}$$

$$m_1 = 78 \text{ psi/ciclo.}$$

$$m_2 = 156 \text{ psi/ciclo.}$$

$$K = 8 \text{ md.}$$

$$\Delta t_x = 15.6 \text{ horas.}$$

$$P_w = 2098 \text{ psi.}$$

$$D = \frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x} = 325$$

POZO N° 4

DATOS OBTENIDOS EN LA PRUEBA DE RESTAURACION DE PRESION

PRESION P_w (psi)	TIEMPO DE CIERRE Δt (horas)	$t + \Delta t$ (horas)	$t + \Delta t$ Δt
2241	1	26	26.00
2568	2	27	13.50
2779	3	28	9.33
2918	4	29	7.25
3026	5	30	6.00
3124	6	31	5.16
3190	7	32	4.57
3258	8	33	4.12
3311	9	34	3.77
3366	10	35	3.50
3451	12	37	3.08
3522	14	39	2.78
3588	16	41	2.56
3640	18	43	2.38
3693	20	45	2.25
3780	24	49	2.04
3849	28	53	1.89
3909	32	57	1.78
3959	36	61	1.69
4007	40	65	1.62
4046	44	69	1.56
4067	46	71	1.54
4091	49	74	1.51

GRAFICO 4 : P_w versus $\log \frac{t + \Delta t}{\Delta t}$

GRAFICO 4

POZO N° 4

P_w vs. $\log \frac{t+\Delta t}{\Delta t}$

$M_a = 2600 \text{ psig/ciclo}$
 $\frac{t+\Delta t}{\Delta t} = 2.45$

($\Delta t_x = 17.24 \text{ horas}$)

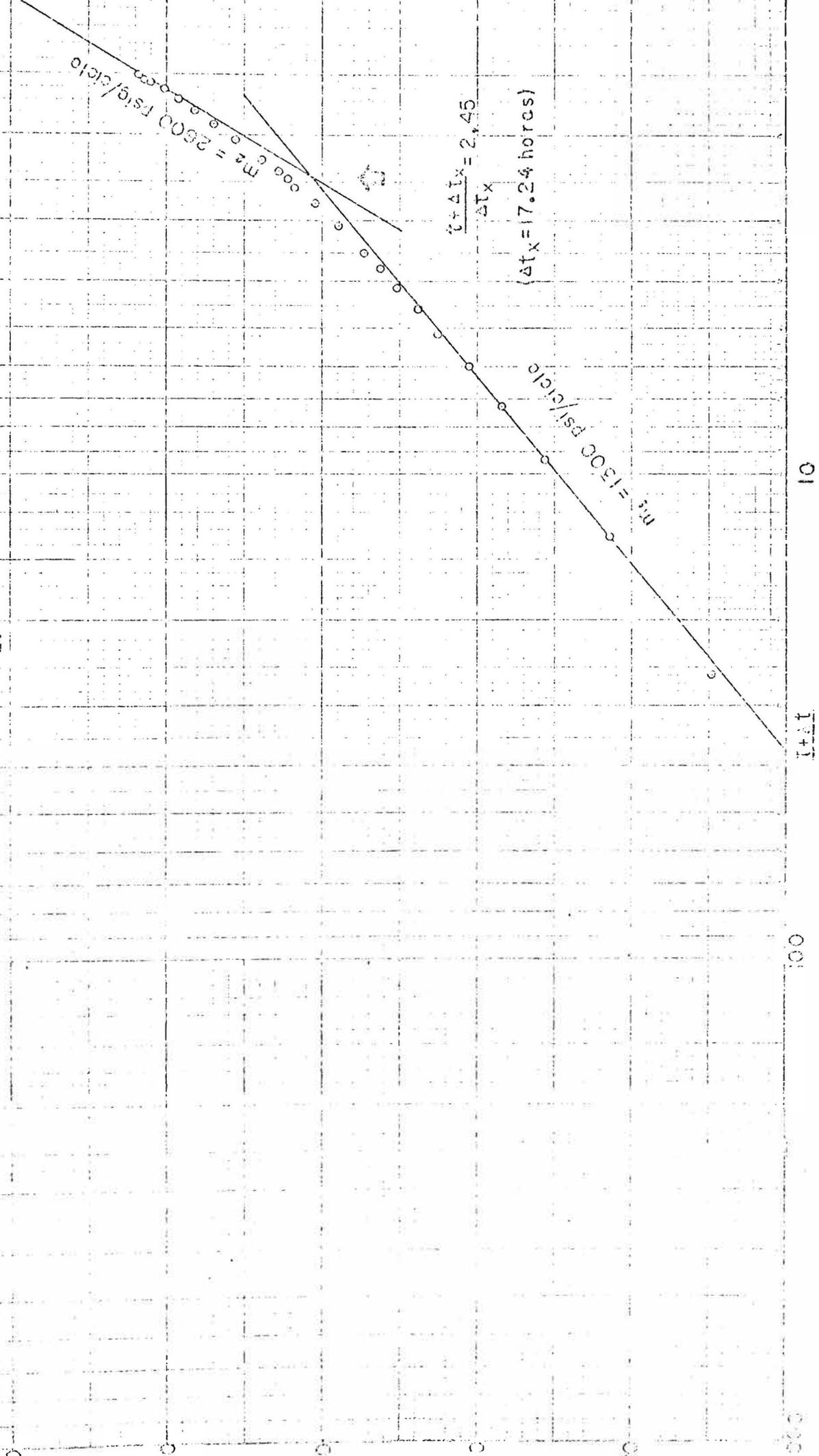
$M_a = 1500 \text{ psig/ciclo}$

5000
4500
4000
3500
3000
2500
2000
1500
1000

100
10

PRESION (psig)

$\frac{t+\Delta t}{\Delta t}$



DATOS.-

$$\phi = 10 \%$$

$$\mu = 0.7 \text{ cp.}$$

$$c = 9 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}.$$

$$\beta = 1.44$$

$$S_w = 67 \%$$

$$N_p = 124 \text{ Bbls.}$$

$$q = 118 \text{ BOPD.}$$

$$h = 134 \text{ pies.}$$

PARAMETROS OBTENIDOS.-

$$t = 25 \text{ horas.}$$

$$m_1 = 1300 \text{ psi/ciclo.}$$

$$m_2 = 2600 \text{ psi/ciclo.}$$

$$K = 0.11 \text{ md.}$$

$$\Delta t_x = 17.24 \text{ horas.}$$

$$P_w = 3615 \text{ psi.}$$

$$D = \frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x} = 2.45$$

TABLA 5
 RESULTADOS OBTENIDOS APLICANDO LOS DIFERENCIALES HIPOTÉSIS

POZO	t (horas)	$D = \frac{\bar{t} \pm \Delta \bar{t}}{\Delta \bar{t}}$	K	DISTANCIA A LA FALLA (pies)				TOTAL DE DIFERENCIALES HIPOTÉSIS Y VALORES
				HOPNER	TOLAN MUNIRSEN Y HILL	DAVIS Y HANNING	STANBRO	
1	4000	100	0.005615	459.8	459.8	459.8	451.5	450.1
2	5555	430	0.001306	206.1	206	206.7	206.3	189.7
3	5060	325	0.001728	140.1	140.1	140.3	140.4	113.3
4	25	2.45	0.30	16.5	16.2	21.1	24.5	23.4

CAPITULO VII

OBSERVACIONES.

CONCLUSIONES.

OBSERVACIONES.

- 1.- Las matemáticas básicas desarrolladas, han tenido como objetivo primordial llegar a demostrar el efecto de la falla sobre la curva de Restauración de Presión. Sin embargo, aparte de los objetivos de la presente tesis, la mayor importancia reside en que estas matemáticas son fundamentos básicos aplicables a los diferentes métodos de análisis de presión.
- 2.- De los resultados obtenidos se ha hecho la comparación de los métodos presentados en este trabajo. Cabe mencionar que una comparación resulta más efectiva cuando se dispone de la mayor cantidad de ejemplos posibles; de ellos, se toman los que dan resultados lógicos y se eliminan o se investigan profundamente a aquellos que proporcionan resultados dudosos. Presentamos cuatro ejemplos de aplicación y los resultados de la comparación no deben tomarse como resultados generales, sin embargo, se pueden sacar buenas conclusiones.
- 3.- El efecto de la falla sobre la curva de Restauración de Presión puede ser deformado si existen manifestaciones de otras interferencias o límites que están contribuyendo al comportamiento de la presión en el reservorio, como la interferencia de uno o más pozos vecinos, cambios de permeabilidad o de fases dentro

del reservorio, adelgazamiento de los estratos (pinchouts), la heterogeneidad del yacimiento, etc. Inclusive estas interferencias, a pesar de no existir falla pueden llegar a manifestarlo en la curva de Restauración de Presión y conducir a un error de apreciación.

Por lo antes dicho, los métodos que se indican en el presente trabajo son recomendables para "confirmar" la distancia a la falla.

CONCLUSIONES.

- 1.- Los resultados de los ejemplos de aplicación son presentados en la TABLA 3. Se puede concluir que :
 - a) Los métodos de Horner, Dolan-Einarsen-Hill, Davis-Hawkins y Standing dan esencialmente los mismos resultados siempre que la falla no este próxima a las paredes del pozo. Con excepción del método de Horner los tres métodos restantes arriba mencionados son relativamente más fáciles de usar y recomendables para su empleo.
 - b) Solo el método de Standing es recomendable cuando la falla está cerca al pozo.
 - c) El método modificado de Hurst, Haynie y Walker da resultados que comparan favorablemente con los demás métodos. Es conveniente mencionar que en caso de estar la falla muy próxima al pozo en consideración, este método podría usarse favorablemente. En dicho caso, los métodos de Horner, Dolan-Einarsen-Hill y Davis-Hawkins , debido a sus limitaciones no podrían aplicarse.
- 2.- El método de Horner es menos exacto a un tiempo de flujo t reducido.
- 3.- La principal objeción de los métodos descritos es el periodo grande de tiempo de cierre de la prueba ("build up") usualmente necesario para inferir las

dos líneas rectas correctamente. Sería mejor determinar la interferencia con una prueba de "draw down" (caída de presión debido al flujo) y en esa forma no interferiríamos en la producción del pozo. Para este caso es recomendable usar el método de Davis-Hawkins ya que este método fue desarrollado inicialmente para pruebas de "draw down".

CAPITULO VIII

APENDICE A : PRINCIPIO DE SUPERPOSICION.

APENDICE B : OPERACIONES DE CALCULO DEL
CAPITULO VI.

RESUMEN.

BIBLIOGRAFIA.

APENDICE A

PRINCIPIO DE SUPERPOSICION.

Las soluciones a los problemas de flujo consideran el caso de un régimen de flujo volumétrico constante a condiciones del fondo del pozo, sin embargo, un pozo no estará produciendo, durante toda su vida, a un régimen constante. Para ésta situación en la cual los datos de presión son obtenidos a diferentes regímenes de flujo utilizaremos el principio de superposición que hace posible la generación de soluciones de comportamiento de presión para regímenes arbitrarios de producción y que son un complemento base del comportamiento de presión a régimen constante.

Para desarrollar el principio de superposición consideraremos el caso simple de un pozo que fluye a dos regímenes, como se muestra en la FIGURA A.1 . En este caso el pozo ha producido a un régimen q_1 durante un tiempo t_1 y luego ha cambiado a un régimen q_2 .

Durante el primer intervalo de tiempo, el comportamiento de la caída de presión en el pozo está dado por

$$\Delta P(t) = P_i - P_{wf} = \frac{q_1 \mu}{2 \pi K h} \Delta P_D(t) \quad (A.1)$$

donde $\Delta P_D(t)$ es la caída de presión sin dimensiones en el pozo para la condición del límite externo.

Al tiempo t_1 el régimen de producción es incrementado por una cantidad $(q_2 - q_1)$. Este incremento en producción

q

q₂

} (q₂ - q₁)

q₁

P_i

P_{wf}

} Caida de presión causado
Por la producción al régimen q₁

} Caida de presión causado
Por la producción del
incremento de régimen (q₂ - q₁)

FIGURA A.1 HISTORIA DE PRESION Y PRODUCCION DE UN POZO QUE HA PRODUCIDO A DOS REGIMENES.

causa una caída de presión adicional como está mostrado en la FIG. A.1. El comportamiento de la presión a partir del tiempo t_1 será calculado por la suma de la caída de presión causado por el régimen q_1 y una caída de presión adicional causado por la producción a un régimen $(q_2 - q_1)$ comenzando del tiempo t_1 . Es decir :

$$0 \leq t \leq t_1$$

$$\Delta P(t) = \frac{q_1 \mu}{2 \pi K h} \Delta P_D(t)$$

$$t \geq t_1$$

$$\Delta P(t) = \frac{q_1 \mu}{2 \pi K h} \Delta P_D(t) + \frac{\mu (q_2 - q_1)}{2 \pi K h} \Delta P_D(t - t_1)$$

} (A.2)

En la segunda ecuación de arriba, el primer término es la caída de presión para el flujo en el primer régimen y el segundo término es la caída de presión incremental causado por el incremento del régimen de producción $(q_2 - q_1)$. Estas expresiones son válidas a pesar de que q_2 es mayor o menor que q_1 .

ΔP_D que es definido de la ecuación (III.13), tiene como expresión :

$$\Delta P_D = \frac{P_i - P_{wf}}{\frac{q \mu}{2 \pi K h}} = - \frac{1}{2} E_i \left(- \frac{\phi \mu c r_w^2}{4 K t} \right)$$

La forma general del principio de superposición para el

caso de generación del comportamiento de presión para varias historias de régimen, es :

$$\Delta P(t) = \frac{q_1 \mu}{2 \pi K h} \left[\Delta P_D(t) + \sum_{i=2}^n \frac{q_i - q_{i-1}}{q_1} \cdot \Delta P_D(t - t_{i-1}) \right] \quad (A.3)$$

Esta ecuación es también completamente válida si uno ó más de los regímenes de producción es cero (pozo cerrado). Por ejemplo, si el régimen durante el "n" periodo es cero, entonces, el comportamiento de la presión (presión "build up") durante este periodo es dado por :

$$P_i - P_{ws} = \frac{q_1 \mu}{2 \pi K h} \left[\Delta P_D(t_{n-1} + \Delta t) + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{q_i - q_{i-1}}{q_1} \Delta P_D(t_{n-1} - t_{i-1} + \Delta t) \right] - \frac{q_{n-1} \mu}{2 \pi K h} \Delta P_D(\Delta t) \quad (A.4)$$

donde t_{n-1} es el lapso total del tiempo que ha estado produciendo antes del cierre y Δt es el tiempo de cierre medido desde el instante del cierre.

Esta ecuación expresa el comportamiento de la presión de un pozo cerrado el cual ha estado produciendo, antes del cierre, a diferentes historias de regímenes de producción.

APENDICE B

OPERACIONES DE CALCULO DEL CAPITULO VI.

POZO N° 1

HORNER.-

$$\begin{aligned} - E_i \left[- \frac{3793.6 \phi \mu c d^2}{K t} \right] &= \ln \left(\frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x} \right) \\ &= 2.302585 \log \left(\frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x} \right) \\ &= 2.302585 \log (100) \\ &= 2.302585 (2) \\ &= 4.605170 \end{aligned}$$

Cálculo del valor de x :

$$\begin{aligned} E_i (-x) &= \ln x + 0.5771 \\ - 4.605170 &= 2.302585 \log x + 0.5771 \\ \log x &= - 2.250631 = \bar{3}.749369 \\ \boxed{x = 0.005615} \end{aligned}$$

Luego :

$$\begin{aligned} \frac{3793.6 \phi \mu c d^2}{K t} &= 0.005615 \\ d^2 &= \frac{0.005615 K t}{3793.6 \phi \mu c} \\ d^2 &= \frac{0.005615 (50) (4000)}{3793.6 (0.20) (0.5) (14 \cdot 10^{-6})} \\ d^2 &= 211,446.34 \\ \boxed{d = 459.8 \text{ pies}} \end{aligned}$$

DOLAN, EINARSEN Y HILL.-

$$d = \left[1.48 \cdot 10^{-4} \frac{K t}{\phi \mu c D} \right]^{0.5}$$

$$d = \left[\frac{1.48 \cdot 10^{-4} (50) (4000)}{(0.20)(0.5)(14 \cdot 10^{-6})(100)} \right]^{0.5}$$

$$d = (211,428.57)^{0.5}$$

$$d = 459.8 \text{ pies}$$

DAVIS Y HAWKINS.-

$$d = \left[1.48 \cdot 10^{-4} \frac{K \Delta t_x}{\phi \mu c} \right]^{0.5}$$

$$d = \left[1.48 \cdot 10^{-4} \frac{(50)(40)}{(0.20)(0.5)(14 \cdot 10^{-6})} \right]^{0.5}$$

$$d = (211,428.57)^{0.5}$$

$$d = 459.8 \text{ pies}$$

STANDING.-

$$d = 0.012165 \left(1 + \frac{0.4}{D} \right) \left[\frac{K \Delta t_x}{\phi \mu c} \right]^{0.5}$$

$$d = 0.012165 \left(1 + \frac{0.4}{100} \right) \left[\frac{(50)(40)}{(0.20)(0.5)(14 \cdot 10^{-6})} \right]^{0.5}$$

$$d = 0.012165 (1.004) (14.285714 \cdot 10^8)^{0.5}$$

$$d = 0.012165 (1.004) (37770)$$

$$d = 461.3 \text{ pies}$$

MODIFICADO DE HURST, HAYNIE Y WALKER.-

$$d = 4.2869 \times 10^{-2} \left[\frac{K P_w \Delta t_x}{\phi \mu (1 - S_w)} \right]^{0.5}$$

$$d = 4.2869 \times 10^{-2} \left[\frac{(50)(3858)(40)}{(0.20)(0.5)(1 - 0.30)} \right]^{0.5}$$

$$d = 4.2869 \times 10^{-2} (110,228,571.4285)^{0.5}$$

$$d = 4.2869 \times 10^{-2} (10,498.97)$$

$$d = 450.1 \text{ pies}$$

POZO N^o 2

Cálculo del tiempo total de producción (t) :

$$t = \frac{24 N_p}{q}$$

$$t = \frac{24 (45813)}{198}$$

$$t = 5553 \text{ horas}$$

Cálculo de la permeabilidad (K) :

$$K = \frac{162.6 q \mu \beta}{m_1 h}$$

$$K = \frac{162.6 (198)(0.5)(1.1)}{(80)(28)}$$

$$K = 8 \text{ md}$$

HORNER.-

$$\begin{aligned} - E_i \left[- \frac{3793.6 \phi \mu c d^2}{K t} \right] &= \ln \left(\frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x} \right) \\ &= 2.302585 \log \left(\frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x} \right) \\ &= 2.302585 \log (430) \\ &= 2.302585 (2.633468) \\ &= 6.063784 \end{aligned}$$

Cálculo del valor de x :

$$\begin{aligned} E_1 (-x) &= \ln x + 0.5771 \\ - 6.063784 &= 2.302585 \log x + 0.5771 \end{aligned}$$

$$\log x = - 2.884099 = 3.115901$$

$$x = 0.001306$$

Luego :

$$\frac{3793.6 \phi \mu c d^2}{K t} = 0.001306$$

$$d^2 = \frac{0.001306 K t}{3793.6 \phi \mu c}$$

$$d^2 = \frac{0.001306 (8) (5553)}{3793.6 (0.08)(0.5)(9 \times 10^{-6})}$$

$$d^2 = 42,482.18$$

$$d = 206.1 \text{ pies}$$

DOLAN, EINARSEN Y HILL.-

$$d = \left[1.48 \times 10^{-4} \frac{K t}{\phi \mu c D} \right]^{0.5}$$

$$d = \left[1.48 \times 10^{-4} \frac{(8)(5553)}{(0.08)(0.5)(9 \times 10^{-6})(430)} \right]^{0.5}$$

$$d = (42,472.55)^{0.5}$$

$$d = 206 \text{ pies}$$

DAVIS Y HAWKINS.-

$$d = \left[1.48 \times 10^{-4} \frac{K \Delta t_x}{\phi \mu c} \right]^{0.5}$$

$$d = \left[1.48 \times 10^{-4} \frac{(8)(13)}{(0.08)(0.5)(9 \times 10^{-6})} \right]^{0.5}$$

$$d = (42,755.55)^{0.5}$$

$$d = 206.7 \text{ pies}$$

STANDING.-

$$d = 0.012165 \left(1 + \frac{0.4}{D} \right) \left[\frac{K \Delta t_x}{\phi \mu c} \right]^{0.5}$$

$$d = 0.012165 \left(1 + \frac{0.4}{430} \right) \left[\frac{(8)(13)}{(0.08)(0.5)(9 \times 10^{-6})} \right]^{0.5}$$

$$d = 0.012165 (1.00093)(2.888888 \times 10^8)^{0.5}$$

$$d = 0.012165 (1.00093)(16990)$$

$$d = 206.8 \text{ pies}$$

MODIFICADO DE HURST, HAYNIE Y WALKER.-

$$d = 4.2869 \times 10^{-2} \left[\frac{K P_w \Delta t_x}{\phi \mu (1 - S_w)} \right]^{0.5}$$

$$d = 4.2869 \times 10^{-2} \left[\frac{(8)(2383)(13)}{(0.08)(0.5)(1 - 0.68)} \right]^{0.5}$$

$$d = 4.2869 \times 10^{-2} (19,361,875)^{0.5}$$

$$d = 4.2869 \times 10^{-2} (4,401)$$

$$d = 188.7 \text{ pies}$$

POZO N° 3

Cálculo del tiempo total de producción (t)

$$t = \frac{24 N_p}{q}$$

$$t = \frac{24(91,498)}{434}$$

$$t = 5060 \text{ horas}$$

Cálculo de la permeabilidad (K) :

$$K = \frac{162.6 q \mu \beta}{m_1 h}$$

$$K = \frac{162.6 (434)(1.08)(1.3)}{78 (160)}$$

$$K = 8 \text{ md}$$

HORNER.-

$$\begin{aligned} - E_i \left[\frac{3793.6 \phi \mu c d^2}{K t} \right] &= \ln \left(\frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x} \right) \\ &= 2.302585 \log \left(\frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x} \right) \\ &= 2.302585 \log (325) \\ &= 2.302585 (2.511883) \\ &= 5.783824 \end{aligned}$$

Cálculo del valor de x :

$$E_i (-x) = \ln x + 0.5771$$

$$- 5.783824 = 2.302585 \log x + 0.5771$$

$$\log x = - 2.762557 = 3.237443$$

$$\boxed{x = 0.001728}$$

Luego :

$$\frac{3793.6 \phi \mu c d^2}{K t} = 0.001728$$

$$d^2 = \frac{0.001728 K t}{3793.6 \phi \mu c}$$

$$d^2 = \frac{0.001728 (8)(5060)}{3793.6 (0.10)(1.08)(8.69 \times 10^{-6})}$$

$$d^2 = 19,646.68$$

$$\boxed{d = 140.1 \text{ pies}}$$

DOLAN, EINARSEN Y HILL.-

$$d = \left[1.48 \times 10^{-4} \frac{K t}{\phi \mu c D} \right]^{0.5}$$

$$d = \left[1.48 \times 10^{-4} \frac{(8)(5060)}{(0.10)(1.08)(8.69 \times 10^{-6})(325)} \right]^{0.5}$$

$$d = (19,641.53)^{0.5}$$

$$\boxed{d = 140.1 \text{ pies}}$$

DAVIS Y HAWKINS.-

$$d = \left[1.48 \times 10^{-4} \frac{K \Delta t_x}{\phi \mu c} \right]^{0.5}$$

$$d = \left[1.48 \times 10^{-4} \frac{(8)(15.6)}{(0.10)(1.08)(8.69 \times 10^{-6})} \right]^{0.5}$$

$$d = (19,680.34)^{0.5}$$

$$d = 140.3 \text{ pies}$$

STANDING.-

$$d = 0.012165 \left(1 + \frac{0.4}{D} \left[\frac{K \Delta t_x}{\phi \mu c} \right] \right)^{0.5}$$

$$d = 0.012165 \left(1 + \frac{0.4}{325} \left[\frac{(8)(15.6)}{(0.10)(1.08)(8.69 \times 10^{-6})} \right] \right)^{0.5}$$

$$d = 0.012165 (1.00123) (1.329753 \times 10^8)^{0.5}$$

$$d = 0.012165 (1.00123)(11,530)$$

$$d = 140.4 \text{ pies}$$

MODIFICADO DE HURST, HAYNIE Y WALKER.-

$$d = 4.2869 \times 10^{-2} \left[\frac{K P_w \Delta t_x}{\phi \mu (1 - S_w)} \right]^{0.5}$$

$$d = 4.2869 \times 10^{-2} \left[\frac{(8)(2098)(15.6)}{(0.10)(1.08)(1 - 0.653)} \right]^{0.5}$$

$$d = 4.2869 \times 10^{-2} (6,986,615.433)^{0.5}$$

$$d = 4.2869 \times 10^{-2} (2643.3)$$

$$d = 113.3 \text{ pies}$$

POZO N^o 4

Cálculo del tiempo total de producción (t) :

$$t = \frac{24 N_p}{q}$$

$$t = \frac{24(124)}{118}$$

$$t = 25 \text{ horas}$$

Cálculo de la permeabilidad (K) :

$$K = \frac{162.6 q \mu \beta}{m_1 h}$$

$$K = \frac{162.6 (118)(0.7)(1.44)}{(1300)(134)}$$

$$K = 0.11 \text{ md}$$

HORNER.-

$$\begin{aligned} - E_i \left[- \frac{3793.6 \phi \mu c d^2}{K t} \right] &= \ln \left(\frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x} \right) \\ &= 2.302585 \log \left(\frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x} \right) \\ &= 2.302585 \log (2.45) \\ &= 2.302585 (0.389166) \\ &= 0.896088 \end{aligned}$$

Cálculo del valor de x :

$$\text{De la FIG. 6 : } x = 0.3$$

Luego :

$$\frac{3793.6 \phi \mu c d^2}{K t} = 0.3$$

$$d^2 = \frac{0.3 K t}{3793.6 \phi \mu c}$$

$$d^2 = \frac{0.3 (0.11)(25)}{3793.6 (0.10)(0.7)(9 \times 10^{-6})}$$

$$d^2 = 345.192906$$

$$d = 18.5 \text{ pies}$$

DOLAN, EINARSEN Y HILL.--

$$d = \left[1.48 \times 10^{-4} \frac{K t}{\phi \mu c D} \right]^{0.5}$$

$$d = \left[1.48 \times 10^{-4} \frac{(0.11)(25)}{(0.10)(0.7)(9 \times 10^{-6})(2.45)} \right]^{0.5}$$

$$d = (263.68)^{0.5}$$

$$d = 16.2 \text{ pies}$$

DAVIS Y HAWKINS.--

$$d = \left[1.48 \times 10^{-4} \frac{K \Delta t_x}{\phi \mu c} \right]^{0.5}$$

$$d = \left[1.48 \times 10^{-4} \frac{(0.11)(17.24)}{(0.10)(0.7)(9 \times 10^{-6})} \right]^{0.5}$$

$$d = (445.50)^{0.5}$$

$$\boxed{d = 21.1 \text{ pies}}$$

STANDING.-

$$d = 0.012165 \left(1 + \frac{0.4}{D}\right) \left[\frac{K \Delta t_x}{\phi \mu c}\right]^{0.5}$$

$$d = 0.012165 \left(1 + \frac{0.4}{2.45}\right) \left[\frac{(0.11)(17.24)}{(0.10)(0.7)(9 \cdot 10^{-6})}\right]^{0.5}$$

$$d = 0.012165 (1.163265)(3'010,158.73)^{0.5}$$

$$d = 0.012165 (1.163265)(1734.9)$$

$$\boxed{d = 24.6 \text{ pies}}$$

MODIFICADO DE HURST, HAYNIE Y WALKER.-

$$d = 4.2869 \times 10^{-2} \left[\frac{K P_w \Delta t_x}{\phi \mu (1 - S_w)}\right]^{0.5}$$

$$d = 4.2869 \times 10^{-2} \left[\frac{(0.11)(3615)(17.24)}{(0.10)(0.7)(1 - 0.67)}\right]^{0.5}$$

$$d = 4.2869 \times 10^{-2} (296,774.2857)^{0.5}$$

$$d = 4.2869 \times 10^{-2} (544.77)$$

$$\boxed{d = 23.4 \text{ pies}}$$

RESUMEN

El trabajo presentado trata de hacer una comparación de los métodos para determinar la distancia a la falla por medio de la curva de Restauración de Presión.

Las matemáticas básicas de análisis de presión han sido desarrolladas para obtener soluciones de ecuaciones diferenciales parciales que describen flujo de fluidos a través de un medio poroso para varias condiciones límites.

Estas ecuaciones diferenciales son una combinación de la ecuación de continuidad para el flujo radial con la ley de Darcy y las ecuaciones de estado, obteniéndose de esta forma la ecuación de la Difusividad para el flujo radial:

$$\frac{s^2 P}{sr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\delta P}{\delta r} = \frac{\mu \phi c}{K} \frac{\delta P}{\delta t}$$

Para el desarrollo de esta ecuación recurriremos al uso de la Transformación de Boltzmann y tomaremos en cuenta que el fluido es de compresibilidad baja y constante para el caso de régimen constante y radio infinito. Son varias las asunciones hechas en el desarrollo de la ecuación de la Difusividad y a la vez se han tomado en consideración ciertas condiciones iniciales y límites y la solución obtenida es :

$$P_i - P(r,t) = \frac{q \mu}{4\pi K h} \left[- E_i \left(- \frac{\phi \mu c r^2}{4 K t} \right) \right]$$

El efecto de la falla sobre la curva de Restauración de Presión es demostrado por Horner y está basado en el método de Imágenes y el principio de Superposición. Horner llegó a demostrar la siguiente relación de pendientes :

$$m_2 = 2 m_1$$

en donde

m_2 = pendiente de la segunda sección de la curva de Restauración de Presión.

m_1 = pendiente de la primera sección de la curva de Restauración de Presión.

Referente a los métodos presentados, el método de Horner es específicamente presentado para determinar la distancia a una falla como barrera sellante, en igual forma que el método de Dolan, Einarsen y Hill.

El método de Davis y Hawkins, así como el método de Standing fueron propuestos para detectar fluidos como línea de barrera. Como se sabe, la falla es una línea de barrera y estos métodos pueden ser usados para los fines que se persigue.

El método Modificado de Hurst, Haynie y Walker ha sido derivado de la teoría presentada por los autores antes mencionados sobre el radio de drenaje de un pozo en presencia de lentes.

Las fórmulas propuestas son las siguientes :

Horner

$$- E_i \left(- \frac{3793.6 \phi \mu c d^2}{K t} \right) = \ln \left(\frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x} \right)$$

Dolan, Einarsen y Hill

$$d = \left[1.48 \times 10^{-4} \frac{K t}{\phi \mu c D} \right]^{0.5}$$

Davis y Hawkins

$$d = \left[1.48 \times 10^{-4} \frac{K \Delta t_x}{\phi \mu c} \right]^{0.5}$$

Standing

$$d = 0.012165 \left(1 + \frac{0.4}{D} \right) \left[\frac{K \Delta t_x}{\phi \mu c} \right]^{0.5}$$

Modificado de Hurst, Haynie y Walker

$$d = 4.2869 \times 10^{-2} \left[\frac{K P_w \Delta t_x}{\phi \mu (1 - S_w)} \right]^{0.5}$$

Simbología :

d = distancia a la falla, pies.

ϕ = porosidad, fracción decimal.

μ = viscosidad del petróleo, cp.

c = compresibilidad total, psi^{-1} .

K - permeabilidad de la formación, md.

t = tiempo total de producción, horas.

Δt_x = tiempo de cierre a la intersección de las dos secciones rectas en la curva de Restauración de Presión, horas.

$$D = \frac{t + \Delta t_x}{\Delta t_x}$$

P_w = presión de fondo, en la intersección de las dos secciones rectas en la curva de restauración, psi.

S_w = saturación del agua, fracción decimal.

BIBLIOGRAFIA

- 1.- Copias del Ing. Juan Rodríguez del Castillo, Director del Programa Académico de Ingeniería de Petróleo y Petroquímica, de la Universidad Nacional de Ingeniería, Lima.
- 2.- Horner, D.R. : "Pressure Build-Up in Wells", Proceedings of Third World Petroleum Congress, Section II (1951) 503.
- 3.- Dolan, J.P., Einarsen, C.A. and Hill, G.A. : "Special Applications of Drill-Stem Test Pressure Data", Trans., AIME (1957) 318.
- 4.- Nisle, Robert G. : "How to Use the Exponential Integral", Pet. Eng. (Aug., 1956) B-171.
- 5.- Selby and Girling : "Standard Mathematical Tables", Catorceava edición, publicada por The Chemical Rubber Company, p. 356-358.
- 6.- Gray K.E. : "Approximating Well-to-Fault Distance from Pressure Build-Up Tests", J. Pet. Tech. (July, 1965) 761-767.
- 7.- Davis, E. Grady, Jr. and Hawkins, M.F., Jr. : "Linear Fluid-Barrier Detection by Well Pressure Measurements", Jour. Pet. Tech. (Oct., 1963) 1077-1079.
- 8.- Standing, M.B. : "Discusión of Linear Fluid-Barrier Detection by Well Pressure Measurements", Jour. Pet. Tech. (March, 1964) 259.

- 9.- Hurst, W., Haynie, O.K. and Walker, R.N. : " New
Concept Extends Pressure Build-Up Analysis", Pet.Eng.
(August,1962) 41.
- 10.- Matthews, C.S. and Russell, D.G. : "Pressure Build-
up and Flow Tests in Wells".