

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA**



**Detección de DS-CDMA Multiusuario Subóptima de Complejidad Reducida con  
Algoritmos M, T y T-M en Canales Asíncrono Gaussiano y Rayleigh**

**TESIS**

**Para Optar el Grado de Maestro en Ciencias  
Mención: Telecomunicaciones**

**PRESENTADO POR  
Fernando Antonio Saldaña Hermoza**

**LIMA – PERÚ**

**2003**

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica

Detección de DS-CDMA Multiusuario Subóptima de Complejidad Reducida con Algoritmos M, T y T-M en Canales Asíncrono Gaussiano y Rayleigh

TESIS

Para optar el grado de Maestro en Ciencias

Mención: Telecomunicaciones

Presentada por:

Fernando Antonio Saldaña Hermoza

Lima-Perú

## **Extracto**

En los sistemas móviles celulares de segunda generación (2G) que están basados en la tecnología DS-CDMA (Direct Sequence Code Division Multiple Access) se emplea un esquema de detección conocido como detección convencional de usuario único, donde cada usuario es detectado de manera independiente, ignorando la interferencia multiusuario, lo cual limita la capacidad y desempeño de estos sistemas. Para los sistemas móviles celulares de tercera generación (3G) basados en la tecnología W-CDMA (Wideband Code Division Multiple Access) se ha considerado el empleo de técnicas de detección avanzadas, tales como la detección multiusuario, para superar tales limitaciones. Con un detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto de  $K$  usuarios asíncronos en un canal de ruido aditivo blanco gaussiano es posible lograr óptima resistencia al problema del efecto cercano-lejano originado por la interferencia multiusuario y óptima eficiencia multiusuario asintótica, así como mejoras substanciales en términos de la probabilidad de error de bit con respecto al detector de DS-CDMA convencional de usuario único. Este detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto emplea un esquema de detección MLSD (Maximum

Likelihood Sequence Detection) y consiste de un banco de  $K$  filtros adaptados o correladores seguido por un algoritmo de decisión de Viterbi; sin embargo, sufre de una alta complejidad computacional por bit detectado de  $O(2^K)$ , que aumenta en forma exponencial con el número de usuarios, lo cual lo hace impráctico. A raíz de esto, recientes trabajos se han enfocado en diseños de detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos de complejidad reducida. En la presente tesis se estudia el desempeño de detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos en un canal gaussiano para el caso asíncrono, aplicando algoritmos de búsqueda de secuencias de estados de tipo M, T y T-M, los cuales tienen una menor complejidad que el detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto, pero se acercan a sus características de desempeño, tales como la probabilidad de error de bit, ya que sólo seleccionan los trayectos más probables de secuencias de estados en cada nivel de un diagrama trellis, y descartan el resto. Adicionalmente se estudia el desempeño de dichos detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos cuando se incorpora un filtro de blanqueamiento de ruido a la salida del banco de filtros adaptados. Asimismo, se estudia su desempeño con y sin filtro de blanqueamiento de ruido cuando el canal es sometido a desvanecimiento Rayleigh. Para la evaluación de desempeño se emplean simulaciones por computadora, cuyos resultados se comparan con el detector de DS-CDMA convencional de usuario único, y el detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto.

# Tabla de Contenido

<b>Capítulo 1</b>	<b>1</b>
<b>Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Formulación del problema.....	1
1.2 Perspectiva histórica.....	3
1.3 Objetivo de esta tesis.....	6
1.4 Diagrama de bloques de funcionalidad de la estación base transreceptora de un sistema de segunda/tercera generación CDMA.....	7
1.5 Organización de la tesis.....	9
<b>Capítulo 2</b>	<b>12</b>
<b>Modelo de la Señal DS-CDMA en el Canal Asíncrono Gaussiano.</b>	<b>12</b>
2.1 Formas de onda de secuencias de código en el sistema DS-CDMA (CDMA de secuencia directa).....	14
2.2 Correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencia de código DS-CDMA en el canal asíncrono gaussiano. ....	15
2.3 Tipo de modulación en el modelo básico de la señal DS-CDMA.....	16
<b>Capítulo 3</b>	<b>17</b>
<b>Detector de DS-CDMA Convencional en el Canal Asíncrono Gaussiano</b>	<b>17</b>
3.1 Detector de DS-CDMA convencional en un canal síncrono gaussiano. ....	18
3.1.1 Salidas del banco de filtros adaptados del detector de DS-CDMA convencional en un canal síncrono gaussiano.....	19
3.1.2 Etapa de decisión del detector de DS-CDMA convencional en un canal síncrono gaussiano.....	20
3.1.3 Análisis de la probabilidad de error de bit para el usuario $k$ -ésimo cuando se emplea el detector de DS-CDMA convencional en un canal síncrono gaussiano.....	21
3.1.4 Problema del efecto cercano-lejano cuando se emplea el detector de DS-CDMA convencional en un canal síncrono gaussiano. ....	22

3.2	Detector de DS-CDMA convencional en un canal asíncrono gaussiano.....	24
3.2.1	Salidas del banco de filtros adaptados del detector de DS-CDMA convencional para el canal asíncrono gaussiano.....	24
3.2.2	Etapa de decisión del detector de DS-CDMA convencional en un canal asíncrono gaussiano .....	24
3.2.3	Probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA convencional en un canal asíncrono gaussiano.....	25
3.2.4	Problema del efecto cercano-lejano cuando se emplea el detector de DS- CDMA convencional en un canal asíncrono gaussiano. ....	25
3.3	Otros parámetros de medición del desempeño de los detectores de DS-CDMA: eficiencia multiusuario asintótica y resistencia al efecto cercano-lejano. ....	26
3.4	Simulaciones del presente capítulo.....	29
3.4.1	Simulación 3.1 .....	29
3.4.2	Simulación 3.2 .....	33
3.4.3	Conclusiones de las simulaciones del presente capítulo.....	36
<b>Capítulo 4</b>		<b>37</b>
<b>Detector de DS-CDMA Multiusuario Óptimo Conjunto en el Canal Asíncrono Gaussiano.</b>		<b>37</b>
4.1	Obtención del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto. ....	40
4.2	Complejidad computacional del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto y su comparación con el detector de DS-CDMA convencional. ....	47
4.3	Probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto en un canal asíncrono gaussiano.....	48
4.4	Cota superior de la probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto en un canal asíncrono gaussiano.....	49
4.5	Cota inferior de la probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto. ....	54
4.6	Comportamiento asintótico (cuando $\sigma \rightarrow 0$ ) de las cotas superior e inferior de la probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto.....	57
4.7	Eficiencia multiusuario asintótica del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto.....	58

4.8	Resistencia al problema del efecto cercano-lejano del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto .....	60
4.9	Simulaciones del presente capítulo.....	61
4.9.1	Simulación 4.1 .....	61
4.9.2	Simulación 4.2 .....	64
4.9.3	Simulación 4.3 .....	67
4.9.4	Conclusiones de las simulaciones del presente capítulo.....	72
<b>Capítulo 5</b>		<b>73</b>
<b>Detección de DS-CDMA multiusuario subóptima de complejidad reducida, aplicando algoritmos tipo M, T y T-M, en un canal asíncrono gaussiano</b>		<b>73</b>
5.1	Detección de DS-CDMA multiusuario aplicando el algoritmo tipo M.....	75
5.1.1	Diagrama de flujo de aplicación del algoritmo tipo M .....	77
5.1.2	Sección del código fuente que caracteriza al algoritmo tipo M .....	79
5.2	Detección de DS-CDMA multiusuario aplicando el algoritmo tipo T .....	80
5.2.1	Diagrama de flujo de aplicación del algoritmo tipo T.....	82
5.2.2	Sección del código fuente que caracteriza al algoritmo tipo T .....	84
5.3	Detección de DS-CDMA multiusuario aplicando el algoritmo tipo T-M.....	85
5.3.1	Diagrama de flujo de aplicación del algoritmo tipo T-M .....	87
5.3.2	Sección del código fuente que caracteriza al algoritmo tipo T-M.....	89
5.4	Evaluación del desempeño de la detección de DS-CDMA multiusuario aplicando algoritmos subóptimos tipo M, T y T-M. ....	90
5.5	Simulaciones del presente capítulo .....	91
5.5.1	Simulación 5.1 .....	91
5.5.2	Simulación 5.2 .....	94
5.5.3	Conclusiones de las simulaciones del presente capítulo.....	98
<b>Capítulo 6</b>		<b>99</b>
<b>Detección de DS-CDMA multiusuario subóptima con algoritmos tipo M, T y T-M, empleando un filtro de blanqueamiento de ruido en un canal asíncrono gaussiano.</b>		<b>99</b>
6.1	Filtro de blanqueamiento de ruido ideal .....	101

6.2	Obtención de un filtro de blanqueamiento de ruido práctico cercano al ideal. .....	104
6.3	Función métrica del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto cuando se emplea un filtro de blanqueamiento de ruido en un canal asíncrono gaussiano.....	107
6.4	Evaluación del desempeño de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos tipo M, T y T-M y con filtro de blanqueamiento de ruido en un canal asíncrono gaussiano. ....	108
6.5	Simulaciones del presente capítulo	109
6.5.1	Simulación 6.1 .....	109
6.5.2	Conclusiones de la simulación del presente capítulo .....	113
<b>Capítulo 7</b>		<b>114</b>
	<b>Detección de DS-CDMA multiusuario subóptima con algoritmos M, T y T-M en un canal asíncrono gaussiano con desvanecimiento Rayleigh lento y plano de un solo trayecto.</b>	<b>114</b>
7.1	Modelo de la señal DS-CDMA en un canal asíncrono gaussiano con <u>desvanecimiento</u> Rayleigh lento y plano de un solo trayecto. ....	116
7.2	Eficiencia multiusuario asintótica del detector de DS-CDMA convencional y del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto en un canal asíncrono gaussiano con desvanecimiento Rayleigh.....	117
7.3	Evaluación del desempeño de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos de tipo M, T y T-M en un canal asíncrono gaussiano con desvanecimiento Rayleigh .....	120
7.4	Simulaciones del presente capítulo .....	120
7.4.1	Simulación 7.1 .....	121
7.4.2	Simulación 7.2 .....	123
7.4.3	Simulación 7.3 .....	126
7.4.4	Conclusiones de las simulaciones del presente capítulo.....	129
<b>Capítulo 8</b>		<b>130</b>
	<b>Simulaciones adicionales con mayor número de usuarios</b>	<b>130</b>

8.1	Detección de DS-CDMA en un canal asíncrono gaussiano de 6 usuarios sin desvanecimiento Rayleigh. ....	131
8.1.1	Simulación 8.1.- Sin emplear un filtro de blanqueamiento de ruido....	131
8.1.2	Simulación 8.2.- Empleando un filtro de blanqueamiento de ruido....	134
8.2	Detección de DS-CDMA en un canal asíncrono gaussiano de 6 usuarios con desvanecimiento Rayleigh. ....	137
8.2.1	Simulación 8.3.- Sin emplear un filtro de blanqueamiento de ruido....	137
8.2.2	Simulación 8.4.- Empleando un filtro de blanqueamiento de ruido....	141
8.3	Detección de DS-CDMA en un canal asíncrono gaussiano de 10 usuarios sin desvanecimiento Rayleigh. ....	144
8.3.1	Simulación 8.5.- Sin emplear un filtro de blanqueamiento de ruido....	144
8.3.2	Simulación 8.6.- Empleando un filtro de blanqueamiento de ruido....	147
8.4	Detección de DS-CDMA en un canal asíncrono gaussiano de 10 usuarios con desvanecimiento Rayleigh. ....	150
8.4.1	Simulación 8.7.- Sin emplear un filtro de blanqueamiento de ruido....	150
8.4.2	Simulación 8.8.- Empleando un filtro de blanqueamiento de ruido....	154
8.5	Comentarios adicionales de la implementación, evaluación y validación de los algoritmos M, T y T-M.....	157
8.6	Conclusiones de las simulaciones del presente capítulo .....	159
<b>Capítulo 9</b>		<b>161</b>
	<b>Conclusiones finales.</b>	<b>161</b>
<b>Apéndice</b>		<b>163</b>
	<b>Clasificación de los esquemas de detección de DS-CDMA multiusuario y descripción de algunos otros esquemas de detección multiusuario subóptima.</b>	<b>163</b>
A.1	Clasificación de los esquemas de detección de DS-CDMA multiusuario .....	163
A.2	Descripción de algunos otros esquemas de detección de DS-CDMA multiusuario subóptima .....	165
A.2.1	Detector decorrelador .....	165
A.2.2	Detector de mínimo error cuadrático medio (MMSE).- .....	167
A.2.3	Detector de cancelación de interferencia sucesiva.- .....	169

<b>Anexo I</b>	<b>172</b>
Tablas de Valores de los Resultados de las Simulaciones	172
<b>Anexo II</b>	<b>197</b>
Programas principales en C++ y Matlab empleados en las simulaciones	197
<b>Anexo III</b>	<b>235</b>
Lista de Figuras	235
<b>Anexo IV</b>	<b>238</b>
Lista de Tablas	238
<b>Anexo V</b>	<b>241</b>
Lista de Símbolos	241
<b>Anexo VI</b>	<b>243</b>
Lista de Nomenclaturas	243
<b>Bibliografía</b>	<b>245</b>

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1 Formulación del problema

El Acceso Múltiple por División de Código o CDMA (Code Division Multiple Access) es uno de varios métodos de acceso que emplean los múltiples usuarios móviles de un sistema celular para acceder a una estación base receptora. En CDMA, a cada usuario se le asigna una secuencia de código distinta en vez de una banda de frecuencias, como en el caso del Acceso Múltiple por División de Frecuencia o FDMA (Frequency Division Multiple Access), o un intervalo de tiempo de transmisión, como en el caso del Acceso Múltiple por División de Tiempo o TDMA (Time Division Multiple Access). Por consiguiente, una de las grandes ventajas del sistema CDMA, es que, a diferencia de los métodos FDMA y TDMA, en CDMA todos los usuarios pueden transmitir a la vez en el mismo intervalo de tiempo y cada uno de ellos puede hacer uso de todo el espectro de frecuencia disponible para la transmisión.

El CDMA de Secuencia Directa DS-SS (Direct Sequence CDMA) es la técnica de CDMA más popular. La Secuencia Directa se refiere a uno de los métodos de ensanchamiento de espectro por el cual el transmisor multiplica la señal transmitida por una forma de onda compuesta por una secuencia de pulsos rectangulares o chips, cuyas amplitudes están determinadas por una secuencia de código de usuario diferente para cada uno de ellos.

La estación base receptora, que comprende al detector, recibe una señal compuesta de la suma de todas las señales de los usuarios, las cuales se traslapan en tiempo y frecuencia. Además del ruido blanco gaussiano de fondo -el cual es producto del ruido térmico de los componentes del receptor, interferencias electromagnéticas, y otras interferencias producidas por el hombre- y el desvanecimiento Rayleigh, la capacidad y desempeño del receptor son también limitados por la presencia de la interferencia multiusuario.

La interferencia multiusuario en un sistema DS-CDMA se produce debido a que las formas de onda de secuencias de código de los usuarios del sistema no son siempre ortogonales en el intervalo de tiempo en que van a ser detectadas; es decir su correlación es diferente de cero. La presencia de esta interferencia multiusuario es prácticamente inevitable en el caso de un sistema celular DS-CDMA asíncrono, debido a que los retardos aleatorios de tiempo entre las señales de los usuarios hacen imposible diseñar las formas de onda de secuencias de códigos para que sean ortogonales para todos los retardos de tiempo posibles [5]. Asimismo, mientras la interferencia multiusuario causada por un usuario interferente es generalmente pequeña, a medida que el número de usuarios interferentes o las amplitudes de sus señales se incrementen, la interferencia multiusuario se vuelve substancial.

Esta interferencia multiusuario puede ser muy severa durante el llamado problema del efecto cercano-lejano, que es una degradación en el desempeño del sistema que ocurre particularmente cuando el nivel de amplitud recibido de las señales interferentes de los usuarios cercanos a la estación base receptora supera significativamente el nivel de amplitud recibido de las señales de los usuarios lejanos, debido a que la diferencia de distancia origina atenuaciones diferentes de las señales transmitidas por las estaciones móviles, aunque éstas hayan tenido originalmente niveles de amplitud de transmisión iguales.

El detector convencional que se emplea en los sistemas móviles celulares de segunda generación (2G) basados en la tecnología DS-CDMA (IS-95) [18], [4], realiza una detección de usuario único, que trata la interferencia multiusuario como si fuera parte del ruido blanco gaussiano [19], lo que equivale a ignorarla, y que consiste de un banco de correladores o de filtros adaptados que correlacionan la señal recibida con las correspondientes formas de onda de secuencias de código de cada usuario, seguido por una etapa de decisión que aplica individualmente la función signo a la salida muestreada de cada correlador. Este detector no es óptimo porque no toma en cuenta la existencia de la interferencia multiusuario, y por lo tanto trae como consecuencia el efecto de degradación descrito en el párrafo anterior.

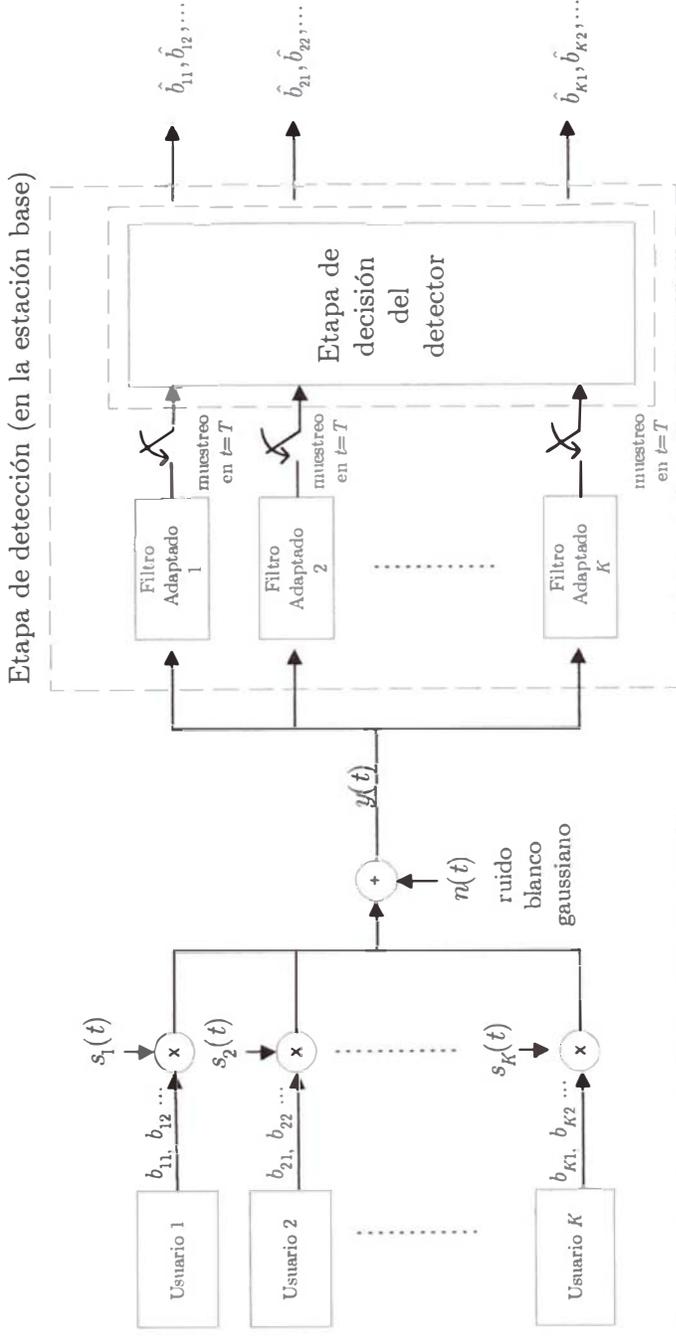
## 1.2 Perspectiva histórica

Los esfuerzos de investigación dirigidos a mitigar el efecto de la interferencia multiusuario en el detector convencional se han enfocado en diversas áreas, principalmente en las siguientes [5]: diseño de la forma de onda de secuencia de código, control de potencia, códigos de corrección de errores FEC (Forward Error Correction), antenas sectorizadas/adaptivas, y detección multiusuario.

Ha habido gran interés en mejorar la detección de DS-CDMA a través de detectores multiusuario, y es en este camino que se orienta la presente tesis. Asimismo, se conoce que para los sistemas móviles celulares de tercera generación (3G) basados en la tecnología W-CDMA (Wideband Code Division Multiple Access) se ha considerado el empleo de técnicas de detección avanzadas, tales como la detección multiusuario, de manera opcional en el modo de operación FDD (Frequency Division Duplex) y de manera obligatoria en el modo de operación TDD (Time Division Duplex) [4], [18], [6].

La detección multiusuario se refiere a técnicas que detectan la información transmitida por los usuarios mutuamente interferentes que comparten un canal. En la detección multiusuario la información de las secuencias de código y temporización, y en algunos casos la amplitud y la fase, de los múltiples usuarios son usados para detectar de una manera mejor a cada usuario individual. En contraste, en la técnica convencional de “detección de usuario único” se detectan a los usuarios en forma independiente.

El estudio de la detección multiusuario en la presente tesis está referida a los receptores de las estaciones base de un sistema celular; es decir no a las estaciones móviles. Esto es debido a que por una parte, en las estaciones base se requiere conocer la información de todos los usuarios del sistema, a diferencia de las estaciones móviles, donde sólo se requiere detectar a un solo usuario en particular. Asimismo, el costo adicional por la mayor complejidad del detector multiusuario con respecto al detector convencional hace más factible, económicamente, que sea empleado en las estaciones base que en las estaciones móviles. En la figura 1.1 se muestra un ejemplo de un esquema de detección de DS-CDMA donde se muestra la ubicación de la etapa de detección en un canal síncrono gaussiano.



$T$  : tiempo de duración de un bit transmitido

$s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)$  : son las formas de onda de secuencias de código

$y(t)$  : es la señal DS-SS observada por la etapa de detección

$b_{k1}, b_{k2}, \dots$  : es la secuencia binaria transmitida por el usuario  $k$ -ésimo

$\hat{b}_{k1}, \hat{b}_{k2}, \dots$  : es la secuencia binaria estimada por el detector para el usuario  $k$ -ésimo

Figura 1.1: Ejemplo de un esquema de detección de DS-SS donde se muestra la ubicación de la etapa de detección (canal síncrono gaussiano)

Ha sido demostrado que el detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto de  $K$  usuarios asíncronos emplea un esquema de detección MLSD (Maximum Likelihood Sequence Detection) [1] y consiste de un banco de  $K$  filtros adaptados seguido por un algoritmo de decisión de Viterbi. Este detector proporciona resistencia óptima al problema del efecto cercano-lejano y ofrece importantes ganancias de desempeño en términos de probabilidad de error de bit sobre el detector de DS-CDMA convencional. Esta mejora substancial, sin embargo, es obtenida a expensas de un incremento significativo en la complejidad computacional, la cual aumenta exponencialmente con el número de usuarios, siendo la complejidad computacional por bit de  $O(2^K)$ , donde se define complejidad computacional por bit como el número de operaciones necesarias para detectar la secuencia total de bits, dividido entre el número de bits detectados [2]. Por consiguiente, a medida que el número de usuarios  $K$  crece, el detector multiusuario óptimo conjunto se vuelve más impráctico.

A raíz de esto, estudios recientes se han enfocado en el análisis de detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos, buscando un balance entre la degradación del desempeño y una menor complejidad computacional que el detector de DS-CDMA multiusuario óptimo. Entre estos tenemos por ejemplo el detector decorrelador, el detector de mínimo error cuadrático medio (MMSE), el detector de cancelación de interferencia sucesiva [4], y detectores subóptimos basados en algoritmos de tipo M, T, y T-M. Los algoritmos M, T y T-M son algoritmos de búsqueda limitada de secuencias y tienen como característica que seleccionan sólo los trayectos más probables de secuencias de estados en cada nivel de un diagrama trellis o, de manera similar, de secuencias binarias en un diagrama árbol [10], [11], [25], y descartan el resto de trayectos de acuerdo a criterios diferentes según el tipo de algoritmo.

El desempeño de detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos aplicando algoritmos de tipo M, T y T-M para el caso de un canal síncrono ha sido estudiado en [7], el cual ha sido evaluado con y sin el empleo de un filtro de blanqueamiento de ruido a la salida del banco de filtros adaptados, así como también bajo condiciones de desvanecimiento Rayleigh cuando se emplean técnicas de combinación de trayectos. Para el caso asíncrono, un estudio de aplicación del algoritmo tipo M ha sido realizado en [12], y empleando un filtro de blanqueamiento de ruido y sin desvanecimiento Rayleigh en [13].

### 1.3 Objetivo de esta tesis

La presente tesis tiene como objetivo realizar un estudio aplicando los tres tipos de algoritmos mencionados anteriormente M, T y T-M, todos ellos en el caso de un canal asíncrono con ruido aditivo blanco gaussiano y bajo las siguientes condiciones: con y sin el empleo de un filtro de blanqueamiento de ruido; además, para estas dos condiciones anteriores se estudiarán sus desempeños con y sin desvanecimiento Rayleigh.

En la tabla 1.1 se muestra un cuadro resumen de los casos estudiados en la presente tesis, que incluyen evaluación de resultados numéricos y simulaciones. Es posible apreciar que los resultados que aquí se presentan son nuevos, constituyendo un aporte de investigación en este campo.

Tabla 1.1: Evaluación de resultados numéricos y simulaciones de detección de DS-CDMA en un canal asíncrono gaussiano				
Tipo de Algoritmo	Sin desvanecimiento Rayleigh		Con desvanecimiento Rayleigh	
	Sin emplear un filtro FBR	Con el empleo de un filtro FBR	Sin emplear un filtro FBR	Con el empleo de un filtro FBR
Tipo M	X	X	O	O
Tipo T	O	O	O	O
Tipo T-M	O	O	O	O

FBR: filtro de blanqueamiento de ruido.

X: Se han encontrado trabajos previos.

O: No se han encontrado trabajos previos.

Adicionalmente, los resultados observados de la simulación por computadora se compararán con el detector de DS-CDMA convencional, y con el detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto. Además, se adjunta en el Apéndice una clasificación y descripción cualitativa de otros esquemas de detectores subóptimos.

## 1.4 Diagrama de bloques de funcionalidad de la estación base transreceptora de un sistema de segunda/tercera generación CDMA

En la figura 1.2 se muestra un diagrama de bloques de funcionalidad de la estación base transreceptora de un sistema de segunda/tercera generación CDMA.

La etapa de detección de banda base está comprendida por los siguientes 3 bloques funcionales, en el diagrama de bloques de la figura 1.2:

1) Bloque de De-ensanchamiento y Demodulación.

Este bloque recibe como entrada la señal multiusuario modulada, por ejemplo mediante un esquema BPSK ó QPSK; y ensanchada por las secuencias de código de los usuarios. Además recibe los parámetros del canal estimados por el bloque de estimación de canal, como por ejemplo la amplitud de señal de cada usuario y los retardos de tiempo respectivos. Las funciones de este bloque pueden ser realizadas en base a bancos de filtros adaptados o correladores.

2) Bloque de Combinación y Detección de Símbolos de Usuario.

Esta etapa recibe como entradas las salidas del bloque descrito en el punto 1, que representan estimaciones de los símbolos transmitidos; también recibe los parámetros del canal estimados. La función de combinación se refiere al proceso de combinación de trayectos múltiples de diversidad, cuando se emplea un sistema con diversidad. La función de detección de símbolos se refiere al proceso de decisión con respecto a cada símbolo de usuario en base a las estimaciones mencionadas; ésta es la función que puede ser desempeñada, entre otros, por los algoritmos subóptimos M, T y T-M.

3) Bloque de Decodificación de Símbolos.

Esta función se refiere a la decodificación de las secuencias de símbolos que se reciben del bloque anterior, cuando éstas se encuentran codificadas mediante códigos de canal, como por ejemplo códigos de corrección de errores FEC (Forward Error Correction).

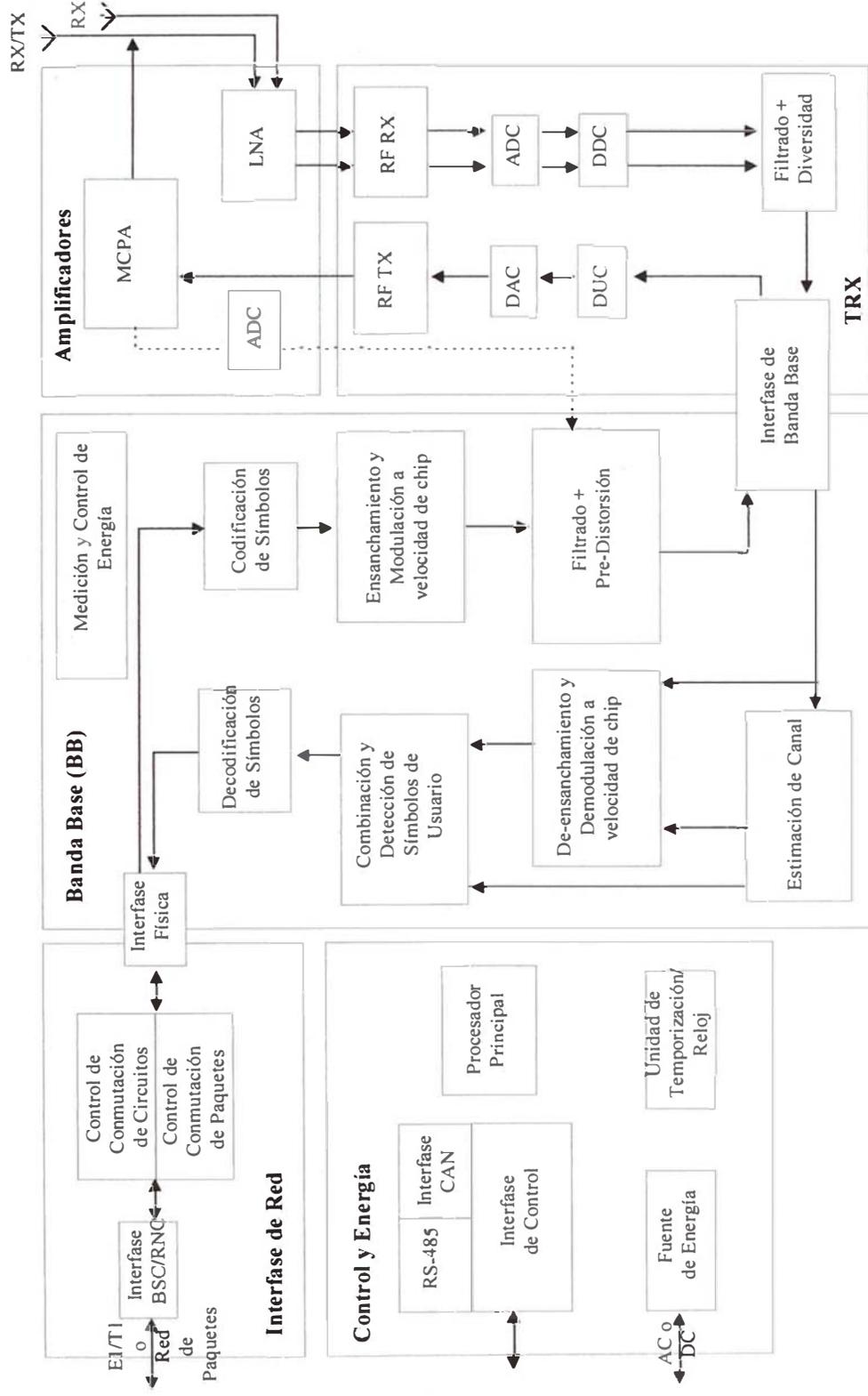


Figura 1.2: Diagrama de bloques de funcionalidad de la estación base transreceptora de un sistema de segunda/tercera generación CDMA (Fuente: Catálogo del sitio web de Texas Instruments)

Abreviaturas usadas en el diagrama de bloques de la figura 1.2:

- ADC.- (Analog-to-Digital Converter). Convertidor Analógico a Digital.
- CAN.- (Controller Area Network). Red de Área de Controlador.
- DAC.- (Digital-to-Analog Converter). Convertidor Digital a Analógico.
- DDC.- (Digital Down Converter). Convertidor Digital de Bajada.
- DUC.- (Digital Up Converter). Convertidor Digital de Subida.
- LNA.- (Low Noise Amplifier). Amplificador de Bajo Ruido.
- MCPA.- (Digital Multicarrier Power Amplifier). Amplificador de Potencia Multiportadora Digital.
- RF.- Radiofrecuencia.
- RX- Recepción.
- TRX.- Etapa de Transmisión y Recepción de Radiofrecuencia.
- TX.- Transmisión.

## 1.5 Organización de la tesis

El contenido de la tesis está organizado básicamente en 9 capítulos, 1 apéndice y 6 anexos.

En el capítulo 1 se presentan los aspectos introductorios.

En el capítulo 2 se presenta el modelo matemático básico de la señal DS-CDMA en un canal asíncrono gaussiano y se define la simbología que se empleará en los capítulos posteriores.

En el capítulo 3 se describe el detector de DS-CDMA convencional de usuario único, y se analiza el problema del efecto cercano-lejano originado por la interferencia multiusuario cuando se emplea el detector convencional. Se presentan las simulaciones realizadas por computadora.

En el capítulo 4 se describe el detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto en el canal asíncrono gaussiano, el cual corresponde a una solución óptima, pero computacionalmente muy compleja e impráctica, al problema de la interferencia multiusuario. Se analiza su complejidad y su desempeño con respecto a los parámetros de probabilidad de error de bit, eficiencia multiusuario asintótica y resistencia al problema del efecto cercano-lejano. Se estudia su complejidad computacional, y se presentan las simulaciones realizadas por computadora.

En el capítulo 5 se estudian los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos de complejidad reducida basados en los algoritmos de tipo M, T y T-M para el canal asíncrono gaussiano. Se estudia su complejidad computacional, y se presentan las simulaciones realizadas por computadora para evaluar su desempeño.

El capítulo 6 estudia el comportamiento de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos de complejidad reducida del capítulo 5 en un canal asíncrono gaussiano cuando se incorpora un filtro de blanqueamiento de ruido a la salida del banco de filtros adaptados. Se presentan las simulaciones realizadas.

El capítulo 7 estudia el comportamiento de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos de complejidad reducida de los capítulos 5 y 6; es decir, con y sin filtro de blanqueamiento de ruido, en un canal asíncrono gaussiano afectado por el desvanecimiento Rayleigh, de lo cual no se han hallado trabajos anteriores en la literatura. Se presentan las simulaciones.

En el capítulo 8 se presentan simulaciones adicionales con una mayor cantidad de usuarios y un mayor número de bits en la secuencia de entrada. El objetivo de realizar simulaciones con un mayor número de usuarios es verificar y mostrar que, al igual que con simulaciones anteriores efectuadas con menos usuarios, también en estas condiciones es posible emplear los detectores subóptimos mencionados y obtener un desempeño similarmente bueno. La razón de emplear un mayor número de bits en las simulaciones es que esto permitirá evaluar la tasa de error de bit en regiones donde el nivel de relación señal a ruido es mayor.

El capítulo 9 contiene las conclusiones finales.

En el Apéndice se muestra una clasificación de los esquemas de detección de DS-CDMA multiusuario que se pueden encontrar en la literatura, con el objetivo de tener una perspectiva global y se ubican dentro de esta clasificación a los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos de tipo M, T y T-M tratados en la presente tesis. Además se hace una reseña breve de los principios básicos de algunos otros esquemas de detección de DS-CDMA multiusuario subóptimos, con el propósito de tener una visión comparativa.

En el Anexo I se incluyen las tablas de valores de los resultados de las simulaciones. Las simulaciones se ejecutaron en computadoras personales (PCs); en algunos casos con un CPU Intel Celeron de 300MHz y 128/256MB de memoria RAM, y en otros con un CPU Intel Pentium IV de 2.4GHz y 256MB de memoria RAM.

En el Anexo II se incluyen los programas principales en lenguaje C++ y Matlab empleados para las simulaciones. El resto de programas y archivos ejecutables se proporcionan en un disco compacto adjunto. Los programas en lenguaje C++ fueron compilados mediante el Dev-C++ v.4.0.

Los Anexos III, IV, V y VI contienen las listas de figuras, tablas, símbolos y nomenclaturas respectivamente.

## Capítulo 2

# Modelo de la Señal DS-CDMA en el Canal Asíncrono Gaussiano.

El siguiente es el modelo matemático básico de banda base de la señal DS-CDMA a través del canal asíncrono gaussiano que se usará en el presente estudio [2]:

$$y(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{i=-M}^M A_k b_k[i] s_k(t - iT - \tau_k) + \sigma n(t), \quad (2.1)$$

donde:

- $K$  es el número de usuarios.
- $T$  es la inversa de la velocidad de datos.
- $s_k(t)$  es la forma de onda determinística de la secuencia de código asignada al usuario  $k$ -ésimo, normalizada de manera que tenga energía unitaria, es decir:

$$\|s_k(t)\|^2 = \int_0^T s_k^2(t) dt = 1 \quad (2.2)$$

Se asume que las formas de onda de secuencias de código de usuario  $s_k(t)$  son cero fuera del intervalo  $[0, T]$ , y por lo tanto, no hay interferencia intersimbólica.

- $A_k$  es la amplitud recibida del  $k$ -ésimo usuario, definida por  $A_k = \sqrt{\varepsilon_{bk}}$ , donde  $\varepsilon_{bk}$  es la energía de bit de la señal del  $k$ -ésimo usuario.
- $b_k[i] \in \{-1, +1\}$  es un bit transmitido por el  $k$ -ésimo usuario.
- $n(t)$  es ruido gaussiano blanco de fondo con densidad espectral de potencia unitaria, es decir  $\Phi_{nn}(f) = N_0/2 = 1$ . Puesto que para ruido blanco y gaussiano la varianza es  $E[n^2(t)] = N_0/2$  [3], entonces para el modelo de la ecuación (2.1) se tiene que  $E[n^2(t)] = 1$ ; es decir, el ruido gaussiano  $n(t)$  está normalizado a una varianza unitaria; y la varianza del término de ruido  $\sigma n(t)$  de la ecuación (2.1) es  $E[\sigma^2 n^2(t)] = \sigma^2 E[n^2(t)] = \sigma^2$ . El ruido blanco gaussiano de fondo modela el ruido térmico de los componentes electrónicos del receptor, la interferencia electromagnética de fondo, y otras interferencias causadas por el hombre. La potencia de ruido en una banda de frecuencia con ancho de banda  $B$  es  $(N_0/2)(2B) = N_0 B = 2\sigma^2 B$  [2].

- $\tau_k \in [0, T)$ ,  $k=1, \dots, K$  es el retardo de tiempo asociado al usuario  $k$ -ésimo que modela la falta de alineamiento de los intervalos de tiempo de bit de los usuarios asíncronos. Se asume que  $\tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_K$
- La secuencia de bits que transmite el usuario  $k$ -ésimo está dada por:

$$b_k[-M], \dots, b_k[0], \dots, b_k[M] \quad (2.3)$$

donde hemos asumido que la longitud de la secuencia transmitida por cada usuario es igual a  $2M+1$  bits. A manera de ejemplo, en la figura 2.1 se muestran secuencias e intervalos de tiempo de bit para  $K=3$  usuarios y  $M=1$ , donde las secuencias son de 3 bits por usuario ( $2M+1=3$ ).

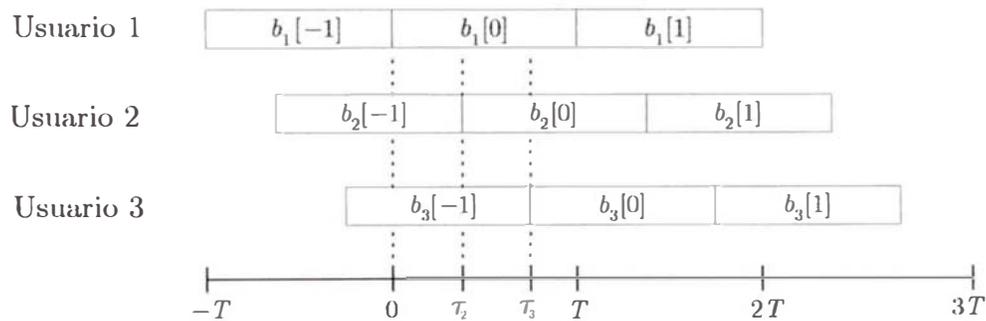


Figura 2.1: Ejemplo de secuencias e intervalos de tiempo de bit para  $K=3$  y  $M=1$

Por facilidad de notación se empleará un modelo donde si bien los intervalos de tiempo de bit son asíncronos, existe sincronía entre los chips de diferentes usuarios. A este sistema se le conoce como canal asíncrono en símbolos y síncrono en chips.

## 2.1 Formas de onda de secuencias de código en el sistema DS-CDMA (CDMA de secuencia directa).

En un sistema DS-CDMA, a cada usuario le corresponde una forma de onda de secuencia de código determinística que lo identifica de manera única. La denominación “secuencia directa” se refiere a una manera específica de construir formas de onda de secuencias de código de espectro ensanchado, caracterizadas por [2]:

1. Forma de onda de chip,  $p_{T_c}(t)$  tal que :

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_{T_c}(t)p_{T_c}(t - nT_c)dt = 0, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (2.4)$$

2.  $N$ : Número de chips por bit, conocido también como factor de ensanchamiento, o ganancia de procesamiento.
3.  $(c_1, \dots, c_N)$ : Secuencia de código binaria de cada usuario, de longitud  $N$ , donde  $c_i$  ( $i=1, \dots, N$ ) tiene valor 0 ó 1.

La forma de onda de chip  $p_{T_c}(t)$  puede ser un pulso rectangular y es la que usaremos en nuestro estudio y para las simulaciones:

$$p_{T_c}(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < T_c, \\ 0, & \text{otro } t. \end{cases} \quad (2.5)$$

Si la secuencia de código binaria  $(c_1, \dots, c_N)$  es usada para modular a la forma de onda de chip  $p_{T_c}(t)$  de manera antípoda obtenemos la siguiente forma de onda de secuencia de código de espectro ensanchado con duración  $NT_c$ :

$$s(t) = A \sum_{i=1}^N (-1)^{c_i} p_{T_c}[t - (i-1)T_c], \quad t \in [0, T], \quad (2.6)$$

donde el valor de  $A$  se selecciona de manera tal que la energía de  $s(t)$  esté normalizada a un valor unitario; es decir,  $A = 1/\sqrt{T}$ , donde  $T = NT_c$ .

## 2.2 Correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencia de código DS-CDMA en el canal asíncrono gaussiano.

Como se verá en los capítulos siguientes, el desempeño de varias estrategias de detección de DS-CDMA depende entre otras cosas de la similitud entre las formas de onda de secuencia de código de los usuarios, la cual es cuantificada por su correlación cruzada. En el canal asíncrono, la correlación cruzada sincrónica entre un par de formas de onda de secuencia de código de dos usuarios (ver figura 2.2) , la cual está definida por:

$$\rho_{kl} = \langle s_k, s_l \rangle = \int_0^T s_k(t) s_l(t) dt, \quad (2.7)$$

no es suficiente para determinar el desempeño del detector.

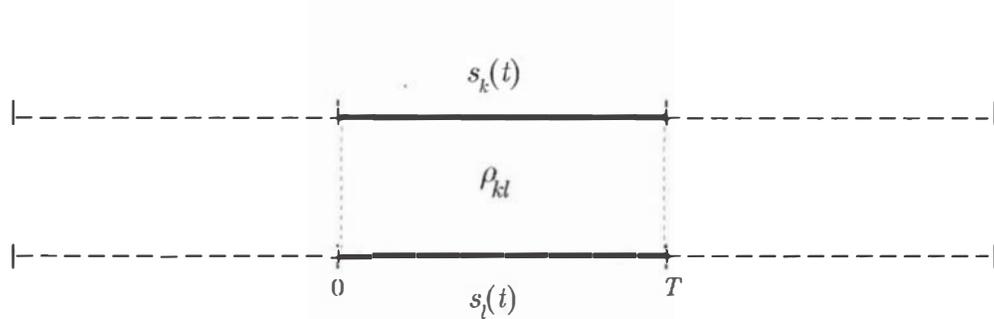


Figura 2.2: Definición de correlación cruzada sincrónica

En el canal asíncrono, debemos definir dos correlaciones cruzadas parciales entre cada par de formas de onda de secuencia de código que dependen de los retardos de tiempo  $\tau$  entre las señales. Si  $k < l$ , entonces denotamos:

$$\rho_{kl}(\tau) = \int_0^T s_k(t) s_l(t - \tau) dt, \quad (2.8)$$

$$\rho_{lk}(\tau) = \int_{-\tau}^T s_k(t) s_l(t + T - \tau) dt, \quad (2.9)$$

donde  $\tau \in [0, T]$ . El primer subíndice de  $\rho_{kl}$  denota la señal de la izquierda en la correlación. En la figura 2.3 se grafica esta definición.



## Capítulo 3

# Detector de DS-CDMA Convencional en el Canal Asíncrono Gaussiano

El detector convencional que se emplea en los sistemas móviles celulares de segunda generación (2G) basados en la tecnología DS-CDMA, llamado también detector convencional de usuario único, es implementado en base a un banco de filtros adaptados o correladores, lo cual se muestra en la figura 3.1. Este banco correlaciona la señal DS-CDMA recibida con cada una de las formas de onda de secuencias de código de los usuarios; y luego, siguiendo una estrategia de detección similar a la de un canal de usuario único, cada usuario es detectado en forma independiente, aplicando la función signo a las salidas muestreadas de cada correlador o filtro adaptado. El detector convencional no toma en cuenta la existencia de la interferencia multiusuario, sino que asume erróneamente que ésta puede ser aproximada por una variable aleatoria gaussiana [2].

La interferencia multiusuario es un factor que limita la capacidad y desempeño en términos de la probabilidad de error de bit de sistemas DS-CDMA, y se refiere a la interferencia mutua entre los usuarios de dicho sistema. En un sistema síncrono la interferencia multiusuario ocurre cuando las formas de onda de secuencias de código de los usuarios no son ortogonales entre sí. En un sistema asíncrono la mitigación de la interferencia multiusuario se complica debido a que se hace prácticamente imposible diseñar las formas de ondas de las secuencias de código para que sean ortogonales para todos los posibles retardos de tiempo entre las señales de los usuarios. Mientras la interferencia causada por un usuario es generalmente pequeña, cuando el número de usuarios interferentes o las amplitudes de sus señales recibidas se incrementan, la interferencia multiusuario se vuelve substancial.

Asimismo, la interferencia multiusuario ocasiona el problema del efecto cercano-lejano, que es una degradación del desempeño en términos de la probabilidad de error de bit del usuario afectado, y el cual será explicado en el presente capítulo.

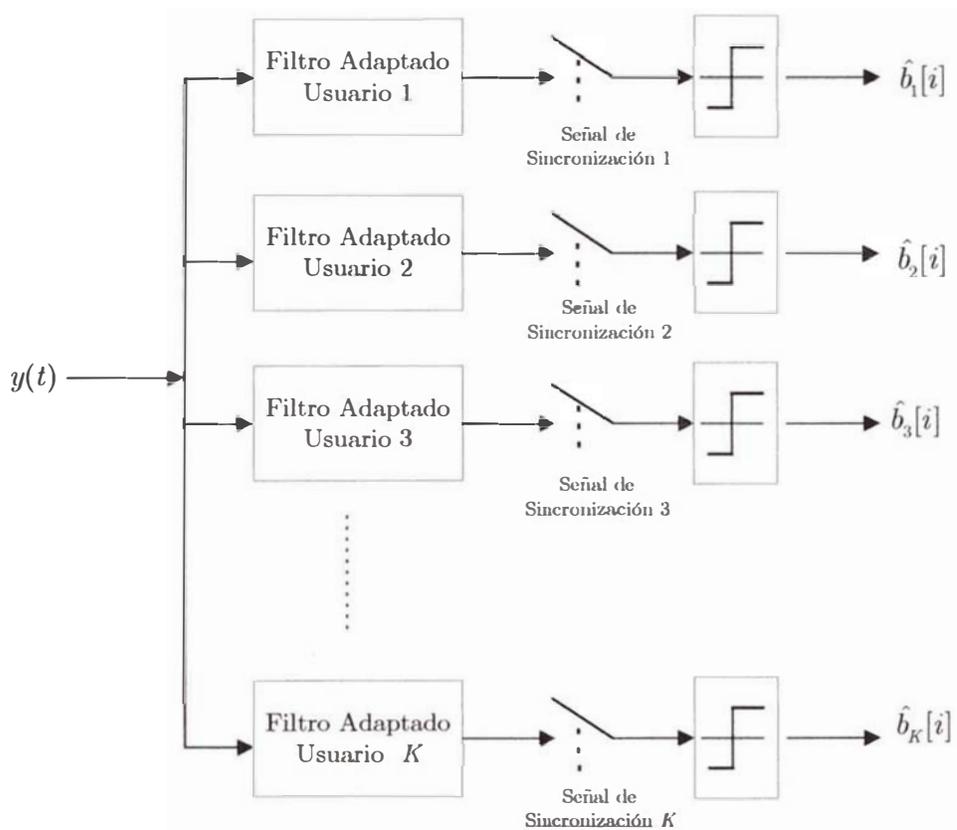


Figura 3.1: Detector de DS-CDMA convencional para un canal asíncrono gaussiano

Con el objetivo de facilitar la exposición del tema y también de comparación, empezaremos con el análisis del detector de DS-CDMA convencional para un canal síncrono, y luego pasaremos al del canal asíncrono.

### 3.1 Detector de DS-CDMA convencional en un canal síncrono gaussiano.

El modelo matemático de la señal DS-CDMA, simplificando la ecuación (2.1) para el caso síncrono, es:

$$y(t) = \sum_{k=1} A_k b_k s_k(t) + \sigma n(t). \quad (3.1)$$

### 3.1.1 Salidas del banco de filtros adaptados del detector de DS-CDMA convencional en un canal síncrono gaussiano

Las salidas del banco de filtros adaptados maximizan la relación señal a ruido blanco gaussiano. La salida muestreada del filtro adaptado para el usuario  $k$ -ésimo  $y_k$  se obtiene calculando la correlación entre la señal recibida  $y(t)$  y la forma de onda de secuencia de código del usuario  $k$ -ésimo  $s_k(t)$ , y luego muestreando la señal, obteniéndose:

$$y_k = \int_0^T y(t)s_k(t)dt . \quad (3.2)$$

Desarrollando la ecuación anterior se obtiene que:

$$y_k = A_k b_k + \sum_{j \neq k} A_j b_j \rho_{jk} + n_k , \quad (3.3)$$

donde:

$$n_k = \sigma \int_0^T n(t)s_k(t)dt , \quad (3.4)$$

$$\rho_{jk} = \int_0^T s_j(t)s_k(t)dt . \quad (3.5)$$

Se aprecia que el primer término del lado derecho de la ecuación (3.3),  $A_k b_k$ , contiene la información correspondiente al dato transmitido por el  $k$ -ésimo usuario  $b_k$ ; el segundo término,  $\sum_{j \neq k} A_j b_j \rho_{jk}$ , es la interferencia multiusuario (*IMU*) sobre el  $k$ -ésimo usuario, que depende de las correlaciones cruzadas entre la forma de onda de secuencia de código del  $k$ -ésimo usuario y las de los demás usuarios; mientras que el tercer término,  $n_k$ , que es el componente de ruido, es una variable aleatoria gaussiana con media cero y varianza igual a  $\sigma^2$  [2].

Es decir, la salida del filtro adaptado correspondiente al usuario  $k$ -ésimo empleando el detector convencional se puede escribir como:

$$y_k = A_k b_k + IMU_k + n_k , \quad (3.6)$$

donde  $IMU_k$  es la interferencia multiusuario sobre el usuario  $k$ -ésimo ocasionada por la interferencia proveniente de los demás usuarios.

### 3.1.2 Etapa de decisión del detector de DS-CDMA convencional en un canal síncrono gaussiano

La decisión o estimación de bit del detector de DS-CDMA convencional es tomada aplicando la función signo en forma independiente a cada una de las salidas muestreadas del banco de filtros adaptados. Por ejemplo, para el usuario  $k$ -ésimo, el bit estimado es:

$$\hat{b} = \text{sgn}(y_k). \quad (3.7)$$

La estimación de bit basada en la ecuación (3.7) es la decisión óptima en un canal de un solo usuario, donde no existen usuarios interferentes [2], ya que en este caso la ecuación (3.3) se convierte en  $y_k = A_k b_k + n_k$ , donde  $n_k$  es la variable aleatoria gaussiana definida en la ecuación (3.4).

En el caso de un canal donde sí existe interferencia multiusuario, al aplicar simplemente la función signo a  $y_k$  el detector de DS-CDMA convencional emplea un esquema de detección similar al del canal de un solo usuario e ignora la interferencia multiusuario, la cual es tratada como si fuera parte del ruido gaussiano, cuando en realidad el término de interferencia multiusuario  $\sum_{j \neq k} A_j b_j \rho_{jk}$  de la ecuación (3.3), donde  $b_j \in \{-1, 1\}$ , tiene una distribución binomial [2]. Por lo tanto la detección convencional no constituye una detección óptima.

Como se apreciará más adelante, al ignorar la interferencia multiusuario, el desempeño del detector de DS-CDMA convencional se ve afectado por el problema del efecto cercano-lejano.

### 3.1.3 Análisis de la probabilidad de error de bit para el usuario $k$ -ésimo cuando se emplea el detector de DS-CDMA convencional en un canal síncrono gaussiano

Cuando se emplea el detector de DS-CDMA convencional en un canal síncrono gaussiano de 2 usuarios, la probabilidad de error de bit del usuario 1 es [2]:

$$P_1^c(\sigma) = \frac{1}{2}Q\left(\frac{A_1 - A_2|\rho_{12}|}{\sigma}\right) + \frac{1}{2}Q\left(\frac{A_1 + A_2|\rho_{12}|}{\sigma}\right), \quad (3.8)$$

donde  $A_1$  y  $A_2$  son las amplitudes de los usuarios 1 y 2 respectivamente, y la función  $Q$  está definida por:

$$Q(x) = \int_x^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt. \quad (3.9)$$

Si  $\sigma \rightarrow 0$ , la ecuación (3.8) está dominada por el término con el menor argumento, y se puede aproximar por la siguiente expresión, excepto para relaciones señal a ruido muy bajas.

$$P_1^c(\sigma) \approx \frac{1}{2}Q\left(\frac{A_1 - A_2|\rho_{12}|}{\sigma}\right). \quad (3.10)$$

Generalizando la ecuación (3.8) para  $K$  usuarios, se obtiene, que la probabilidad de error de bit del  $k$ -ésimo usuario empleando el detector de DS-CDMA convencional en un canal de  $K$  usuarios es [2]:

$$P_k^c(\sigma) = \frac{1}{2^{K-1}} \sum_{e_1 \in \{-1,1\}} \dots \sum_{\substack{e_j \in \{-1,1\} \\ j \neq k}} \dots \sum_{e_K \in \{-1,1\}} Q\left(\frac{A_k}{\sigma} + \sum_{j \neq k} e_j \frac{A_j}{\sigma} \rho_{jk}\right), \quad (3.11)$$

donde  $e_j \in \{-1,1\}$  significa que la variable  $e_j$  toma los valores: 1 y -1;  $A_k$  es la amplitud del usuario  $k$ -ésimo, y  $A_j$  es la amplitud del usuario  $j$ -ésimo, que es un usuario interferente con respecto al usuario  $k$ -ésimo.

Cabe indicar que algunos autores han aproximado la ecuación (3.11) por la ecuación siguiente [2]:

$$\tilde{P}_k^c(\sigma) = Q\left(\frac{A_k}{\sqrt{\sigma^2 + \sum_{j \neq k} A_j^2 \rho_{jk}^2}}\right), \quad (3.12)$$

donde se puede observar que se considera al término de interferencia multiusuario, el cual tiene una distribución binomial, como si fuera parte del ruido gaussiano. Cuando el ruido gaussiano es alto, es decir en la región donde la relación señal a ruido es baja, esta aproximación es generalmente buena; pero, cuando el ruido gaussiano es bajo, es decir en la región de alta relación señal a ruido, esta aproximación no es buena [2].

### **3.1.4 Problema del efecto cercano-lejano cuando se emplea el detector de DS-CDMA convencional en un canal síncrono gaussiano.**

El problema del efecto cercano-lejano en general ocurre cuando la amplitud de la señal del usuario que se desea detectar es menor que cierto valor crítico con respecto a la amplitud de las señales de los usuarios interferentes. Se denomina así debido a que se presenta en forma particular cuando el o los usuarios interferentes se encuentran más cercanos a la estación base que el usuario que se desea detectar, lo cual ocasiona que la amplitud recibida de este último sea más débil que la del resto.

El problema del efecto cercano-lejano se manifiesta de modo tal que la probabilidad de error de bit del usuario deseado no decrece monotónicamente mientras el nivel de ruido  $\sigma$  tiende a cero. En este caso puede presentarse la particularidad de que cierta cantidad de ruido gaussiano sea inclusive más beneficiosa que ningún ruido, como se demuestra en [2].

De la ecuación (3.11) que muestra la probabilidad de error de bit para el detector de DS-CDMA convencional en un canal síncrono, observamos que ésta tiende a cero mientras  $\sigma$  tiende a cero, si y sólo si el argumento de cada una de las funciones  $Q$  que se encuentran allí es positiva, es decir cuando se cumple la siguiente condición:

$$A_k > \sum_{j \neq k} A_j \rho_{jk}. \quad (3.13)$$

A esta condición también se le conoce como condición de “ojo abierto”. Se usa esta denominación para contrastarla con la condición contraria anómala llamada condición de “ojo cerrado”, en cuyo caso sucede que en el extremo de la gráfica logarítmica de la probabilidad de error de bit del detector convencional a medida que el ruido tiende a cero, la curva no desciende, sino que llega a un límite o “piso” mínimo, pudiendo

inclusive tomar una tendencia ascendente. Como ejemplo de ilustración de la condición de “ojo cerrado”, en la figura 3.2 se ha calculado la probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA convencional (para cualquiera de los usuarios) en un canal síncrono gaussiano empleando la ecuación (3.11) para  $K$ : 14 usuarios y correlaciones cruzadas iguales de valor  $\rho_{jk}=0.08$ , donde se puede apreciar este efecto.

Otro ejemplo similar se puede obtener a partir de la ecuación (3.8) que muestra la probabilidad de error de bit del usuario 1 en el caso de 2 usuarios, en donde se produce una situación anómala si  $A_2 > A_1 / \rho$ . En este caso,  $\lim_{\sigma \rightarrow 0} P_1^c(\sigma) = 1/2$ ; es decir, en ausencia de ruido la probabilidad de error de bit del usuario 1 cuando se emplea el detector de DS-CDMA convencional no es cero, sino que está limitada por la interferencia multiusuario.

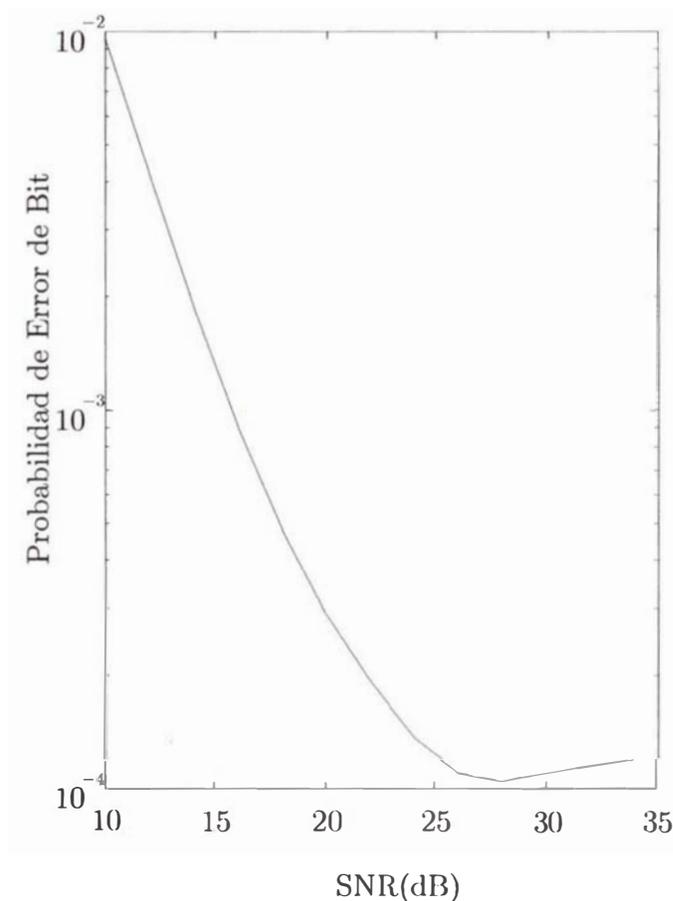


Figura 3.2: Condición del “ojo cerrado” en el detector de DS-CDMA convencional

## 3.2 Detector de DS-CDMA convencional en un canal asíncrono gaussiano

El modelo matemático de la señal DS-CDMA en un canal asíncrono gaussiano, como se definió en la ecuación (2.1) es:

$$y(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{i=-M}^M A_k b_k[i] s_k(t - iT - \tau_k) + \sigma n(t). \quad (3.14)$$

### 3.2.1 Salidas del banco de filtros adaptados del detector de DS-CDMA convencional para el canal asíncrono gaussiano

La salida muestreada del  $k$ -ésimo filtro del banco de filtros adaptados del detector de DS-CDMA convencional, correspondiente al  $i$ -ésimo bit del  $k$ -ésimo usuario en el canal asíncrono gaussiano es la siguiente [2]:

$$y_k[i] = A_k b_k[i] + \sum_{j < k} A_j b_j[i + 1] \rho_{kj} + \sum_{j < k} A_j b_j[i] \rho_{jk} + \sum_{j > k} A_j b_j[i] \rho_{kj} + \sum_{j > k} A_j b_j[i - 1] \rho_{jk} + n_k[i], \quad (3.15)$$

donde el primer término del lado derecho de la ecuación (3.15), contiene la información correspondiente al dato transmitido  $b_k[i]$ ; los términos que contienen las correlaciones cruzadas parciales componen la interferencia multiusuario; y el último término es el componente de ruido gaussiano igual a  $n_k[i] = \sigma \int_{\tau_k + iT}^{\tau_k + iT + T} n(t) s_k(t - iT - \tau_k) dt$ .

### 3.2.2 Etapa de decisión del detector de DS-CDMA convencional en un canal asíncrono gaussiano

De manera similar que en el caso síncrono, la etapa de decisión del detector de DS-CDMA convencional para el caso asíncrono consiste en aplicar la función signo a cada una de las salidas muestreadas del banco de filtros adaptados. De esta forma, el  $i$ -ésimo bit estimado del  $k$ -ésimo usuario es:

$$\hat{b}_k[i] = \text{sgn}(y_k[i]). \quad (3.16)$$

Respecto a la sincronización, como en cualquier demodulador digital, es necesario que el receptor adquiera y rastree el sincronismo con los tiempos de bit a partir de las secuencias a ser demoduladas. Si el canal es síncrono, entonces un único sincronizador proporcionará la temporización necesaria para muestrear las salidas de todos los filtros adaptados de los  $K$  usuarios. En un esquema DS-CDMA asíncrono como el de la figura 3.1, se debe adquirir la temporización individual de cada uno de los transmisores de cada usuario, es decir para  $K$  usuarios existirán  $K$  tiempos de sincronización diferentes.

### 3.2.3 Probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA convencional en un canal asíncrono gaussiano

La probabilidad de error de bit del  $k$ -ésimo usuario en un canal asíncrono gaussiano de  $K$  usuarios se obtiene de manera similar que para el caso síncrono, siendo la principal diferencia que en este caso cada bit es afectado por  $2K-2$  bits interferentes; y es la siguiente [2]:

$$P_k^c(\sigma) = \frac{1}{4^{K-1}} \sum_{(e_1, d_1) \in \{-1, 1\}^2} \sum_{\substack{(e_j, d_j) \in \{-1, 1\}^2 \\ j \neq k}} \dots \sum_{(e_K, d_K) \in \{-1, 1\}^2} Q\left(\frac{A_k}{\sigma} + \sum_{j \neq k} \frac{A_j}{\sigma} (e_j \rho_{jk} + d_j \rho_{kj})\right), \quad (3.17)$$

donde  $(e_j, d_j) \in \{-1, 1\}^2$  significa que el par de variables  $(e_j, d_j)$  toma los cuatro valores del producto cartesiano  $\{-1, 1\}^2$ , que son los elementos del conjunto  $\{(1, 1), (1, -1), (-1, 1), (-1, -1)\}$ .

### 3.2.4 Problema del efecto cercano-lejano cuando se emplea el detector de DS-CDMA convencional en un canal asíncrono gaussiano.

Al igual que en el caso síncrono, en el caso asíncrono se presenta el problema del efecto cercano-lejano cuando la amplitud del usuario que se desea detectar es menor que cierto valor crítico con respecto a las amplitudes de los usuarios interferentes.

Para evitar que se produzca la situación anómala severa que se describió en la sección 3.1.4, la condición del “ojo abierto” para el caso asíncrono es la siguiente [2]:

$$A_k > \sum_{j \neq k} A_j (\rho_{jk} + \rho_{kj}). \quad (3.18)$$

### 3.3 Otros parámetros de medición del desempeño de los detectores de DS-CDMA: eficiencia multiusuario asintótica y resistencia al efecto cercano-lejano.

Además de la probabilidad de error de bit, el desempeño de los detectores de DS-CDMA también puede ser medido mediante otras cantidades que están relacionadas con ésta, y que a veces son más fáciles de calcular.

Previamente, se deben definir antes los conceptos de energía efectiva y eficiencia multiusuario [1], [2]:

La *energía efectiva*  $e_k(\sigma)$  del  $k$ -ésimo usuario en un canal multiusuario, se define como la energía que dicho usuario debería tener en un canal de un solo usuario, sin usuarios interferentes, y con el mismo nivel de ruido blanco gaussiano de fondo, para obtener la misma probabilidad de error de bit que en el canal multiusuario, donde su energía verdadera es  $A_k^2$ . La energía efectiva siempre es menor o igual que la energía verdadera, es decir:

$$e_k(\sigma) \leq A_k^2. \quad (3.19)$$

La *eficiencia multiusuario*, se define como la razón o cociente entre la energía efectiva y la energía verdadera del  $k$ -ésimo usuario:  $e_k(\sigma)/A_k^2$ .

La *eficiencia multiusuario asintótica*  $\eta_k$ , se define como la eficiencia multiusuario cuando el nivel de ruido gaussiano del canal tiende a cero. Ésta se puede obtener fácilmente a partir de la probabilidad de error de bit del detector multiusuario, cuando ésta se encuentra expresada como una suma ponderada de funciones  $Q$ , a través de la siguiente ecuación (en escala logarítmica) [2]:

$$\eta_k = \sup\{0 \leq r < 1 : \lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{P_k(\sigma)}{Q\left(\frac{\sqrt{r}A_k}{\sigma}\right)} = 0\}, \quad (3.20)$$

donde el término ‘sup’ quiere decir que se toma el valor supremo de la expresión.

La resistencia al efecto cercano-lejano  $\bar{\eta}_k$  se define como el valor mínimo que toma la eficiencia multiusuario asintótica, al ser evaluada para diferentes valores de las amplitudes de las señales transmitidas por los usuarios interferentes, es decir [2]:

$$\bar{\eta}_k = \inf_{\substack{A_j > 0, \\ j \neq k}} \eta_k, \quad (3.21)$$

donde el término “inf” quiere decir que se toma el valor ínfimo de la expresión.

A manera de ejemplo, la eficiencia multiusuario asintótica de un detector de DS-CDMA convencional en un canal síncrono de 2 usuarios,  $\eta_1^c$ , se puede hallar a partir de la ecuación (3.8) de la manera que se explica a continuación:

Si  $A_1 \leq A_2|\rho_{12}|$ , entonces la probabilidad de error de bit no tiende a cero cuando el ruido tiende a cero, por lo tanto, la eficiencia multiusuario es cero.

Si  $A_1 > A_2|\rho_{12}|$ , entonces la eficiencia multiusuario se obtiene empleando la ecuación (3.20), y haciendo uso de la ecuación (3.8), de la siguiente manera:

$$\eta_1^c = \sup\{0 \leq r < 1 : \lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2}Q\left(\frac{A_1 - A_2|\rho_{12}|}{\sigma}\right) + \frac{1}{2}Q\left(\frac{A_1 + A_2|\rho_{12}|}{\sigma}\right)}{Q\left(\frac{\sqrt{r}A_1}{\sigma}\right)} = 0\}. \quad (3.22)$$

Puesto que cuando  $\sigma \rightarrow 0$ , el primer término es el predominante, debido a que es el que tiene el menor argumento, tenemos que:

$$\eta_1^c = \sup\{0 < r < 1 : r < \left(\frac{A_1 - A_2|\rho_{12}|}{A_1}\right)^2\}, \quad (3.23)$$

$$\eta_1^c = \left(1 - \frac{A_2}{A_1}|\rho_{12}|\right)^2. \quad (3.24)$$

Por lo tanto la eficiencia multiusuario asintótica del detector de DS-CDMA convencional en un canal síncrono gaussiano de 2 usuarios, juntando ambas regiones  $A_1 \leq A_2|\rho_{12}|$  y  $A_1 > A_2|\rho_{12}|$  es:

$$\eta_1^c = \max^2\{0, (1 - \frac{A_2}{A_1}|\rho_{12}|)\}, \quad (3.25)$$

donde “max<sup>2</sup>” significa que se obtiene el valor máximo de los elementos del conjunto entre llaves, y se lo eleva al cuadrado.

Puesto que el mínimo valor que puede tomar  $\eta_1^c$  es 0, lo cual ocurre cuando  $A_2 \geq A_1/|\rho_{12}|$ , entonces la resistencia del detector convencional al efecto cercano lejano es 0; es decir:

$$\overline{\eta_1^c} = \inf_{A_2 > 0} \eta_1^c = 0. \quad (3.26)$$

Se puede generalizar la ecuación (3.24) para un detector de DS-CDMA convencional en un canal síncrono de  $K$  usuarios, siendo en este caso la eficiencia multiusuario asintótica con respecto al  $k$ -ésimo usuario la siguiente [2]:

$$\eta_k^c = \max^2 \left\{ 0, 1 - \sum_{j \neq k} \frac{A_j}{A_k} |\rho_{jk}| \right\}, \quad (3.27)$$

y la eficiencia multiusuario asintótica del detector de DS-CDMA convencional en un canal asíncrono gaussiano con respecto al  $k$ -ésimo usuario es la siguiente [2]:

$$\eta_k^c = \max^2 \left\{ 0, 1 - \sum_{j \neq k} \frac{A_j}{A_k} (|\rho_{jk}| + |\rho_{kj}|) \right\}. \quad (3.28)$$

A partir de las ecuaciones (3.27) y (3.28) se obtiene que tanto para el canal síncrono como para el canal asíncrono gaussiano, la resistencia al problema del efecto cercano-lejano del detector de DS-CDMA convencional definida en la ecuación (3.21) es cero, a menos que  $\rho_{jk} = \rho_{kj} = 0$  para todo  $j \neq k$ . En el caso del canal asíncrono, esta última condición es prácticamente imposible de cumplir, ya que esto significaría que las formas de onda de secuencias de código tendrían que ser ortogonales para todos los posibles retardos de tiempo de los usuarios del canal asíncrono. Por lo tanto, concluimos que el detector de DS-CDMA convencional es resistente al problema del efecto cercano-lejano únicamente en el caso trivial de un canal síncrono gaussiano donde todas las formas de onda de secuencias de código son ortogonales; de otra manera, su resistencia al problema del efecto cercano-lejano es cero.

## 3.4 Simulaciones del presente capítulo

### 3.4.1 Simulación 3.1

Descripción .- Se simula la tasa de error de bit o “bit error rate” (BER) del usuario 1 versus la relación señal a ruido en decibelios SNR(dB), cuando se emplea el detector de DS-CDMA convencional en un canal asíncrono gaussiano de 3 usuarios. Se muestra su desempeño a medida que se varían las amplitudes de los usuarios interferentes. Se simula como referencia la curva de la tasa de error de bit de un canal de un solo usuario, sin usuarios interferentes. Cabe indicar que para ésta y todas las simulaciones posteriores de la tesis, la detección en un canal de un solo usuario, sin usuarios interferentes, se realiza empleando el detector de DS-CDMA convencional de usuario único, ya que tal detector es el óptimo para dicho canal [2].

La relación señal a ruido en decibelios se define como:

$$\text{SNR(dB)} = 10 \log_{10} \left( \frac{A_k^2}{\sigma^2} \right) \quad (3.29)$$

Se emplean secuencias de código de usuario de diseño “simple” de una longitud de 10 chips. Las correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencias de código de los usuarios son las siguientes:  $\rho_{12} = -0.1$ ,  $\rho_{21} = +0.1$ ,  $\rho_{13} = -0.1$ ,  $\rho_{31} = -0.1$ ,  $\rho_{23} = -0.2$ ,  $\rho_{32} = +0.2$ ; y los retardos de tiempo de los usuarios 1, 2 y 3 son respectivamente:  $\tau_1=0$ ;  $\tau_2=1$ ;  $\tau_3=3$ , donde se considera como unidad de tiempo para ésta y todas las próximas simulaciones la duración de un chip.

Las secuencias de código que se emplean en la presente simulación son de diseño “simple”, y de una longitud relativamente corta, en comparación con otras secuencias de código más largas y de diseño más especializado, tales como las secuencias de código de máxima longitud, secuencias Kasami, Gold o Walsh [23]. Al ser estas secuencias de código de diseño “simple” tienen la ventaja de que son de fácil generación y análisis para la simulación; y, al ser de corta longitud, tienen la ventaja de que son más eficientes en la utilización del espectro disponible. Sin embargo, las correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de dichas secuencias de código generalmente son mayores que cuando se emplean secuencias de código más largas y de diseño especializado, lo cual es posible que ocasione un mayor nivel de

interferencia multiusuario. Al emplear en la presente simulación este tipo de secuencias de código de diseño “simple”, se pretende mostrar su efecto sobre el desempeño del detector de DS-CDMA convencional y en los siguientes capítulos se lo podrá comparar con el desempeño superior de los detectores de DS-CDMA multiusuario bajo las mismas condiciones.

La modulación de datos para ésta y todas las simulaciones posteriores es binaria antípoda, sin modulación de portadora, tal como se modeló la señal DS-CDMA en el capítulo 2, ya que  $b_k[i] \in \{-1,+1\}$ . A esta modulación binaria antípoda en una señal con modulación de portadora se le conoce como BPSK (Binary Phase Shift Keying).

El efecto producido por la variación de las amplitudes de los usuarios interferentes se puede observar en las figuras 3.3.a, 3.3.b y 3.3.c de la siguiente manera:

En la figura 3.3.a se grafica el resultado de la simulación para el caso en que los 3 usuarios tienen la misma amplitud igual a la unidad. ( $A_1=1; A_2=1; A_3=1$ ).

En la figura 3.3.b se grafica el resultado de la simulación para el caso en que los usuarios interferentes tienen el doble de la amplitud del usuario 1. ( $A_1=1; A_2=2; A_3=2$ ).

En la figura 3.3.c se grafica el resultado de la simulación para el caso en que los usuarios interferentes tienen el triple de la amplitud del usuario 1. ( $A_1=1; A_2=3; A_3=3$ ).

En las tablas I.1, I.2, y I.3 del Anexo I se registran los valores de los resultados de la simulación y también se indica el número de bits por usuario.

La presente simulación y todas las simulaciones anteriores al capítulo 8 se ejecutaron en una PC con un CPU Intel Celeron de 300MHz y 128MB de memoria RAM.

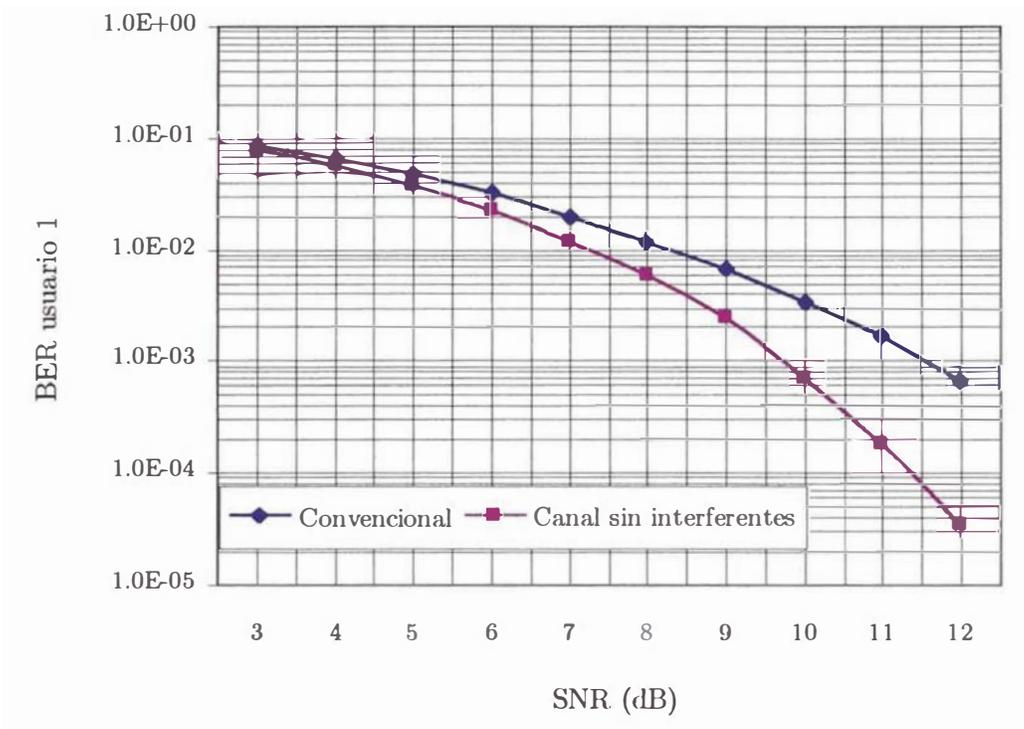


Figura 3.3.a: Simulación 3.1 ( $A_1=1$ ;  $A_2=1$ ;  $A_3=1$ )

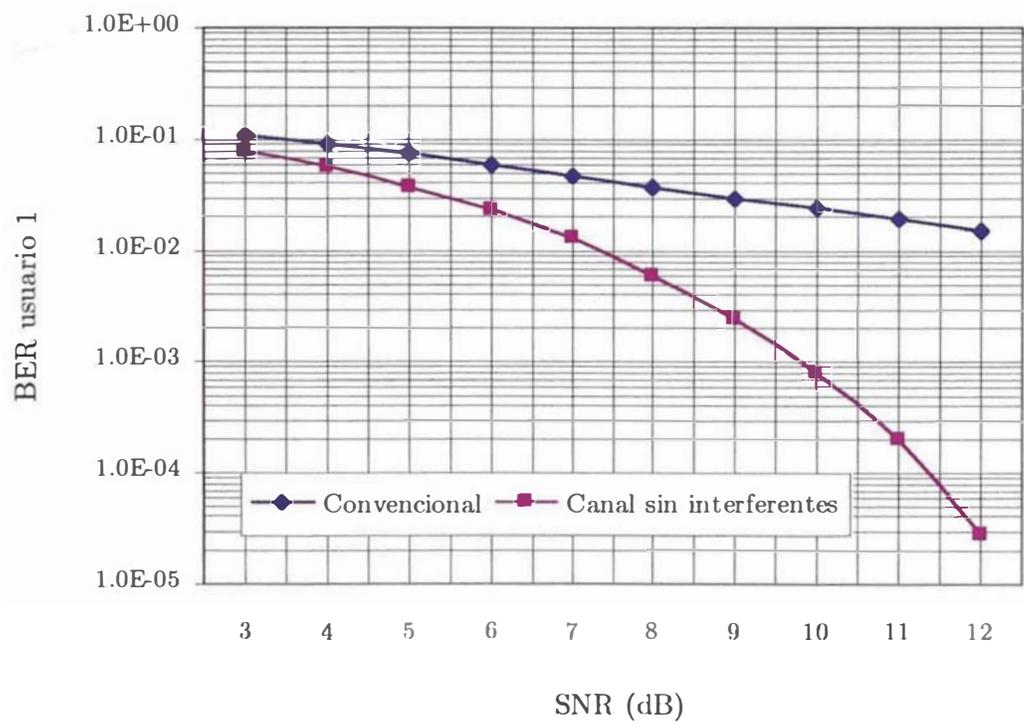


Figura 3.3.b: Simulación 3.1 ( $A_1=1$ ;  $A_2=2$ ;  $A_3=2$ )

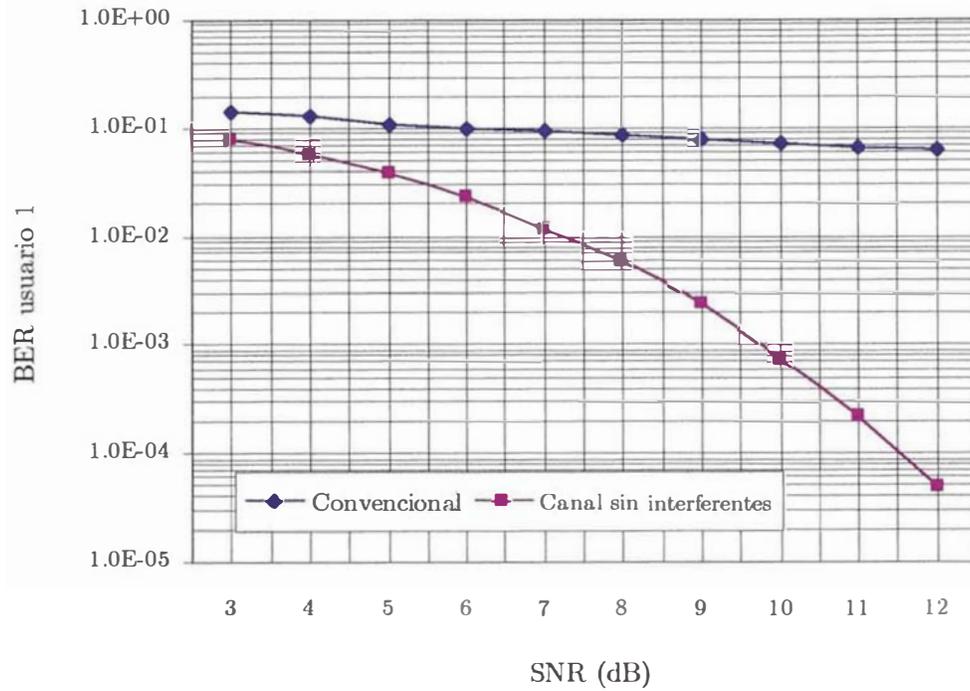


Figura 3.3.c: Simulación 3.1 ( $A_1=1$ ;  $A_2=3$ ;  $A_3=3$ )

Análisis e interpretación de los resultados.- De los resultados de la simulación 3.1 se observa que a medida que aumentan las amplitudes de los usuarios interferentes se degrada cada vez más el desempeño del detector de DS-CDMA convencional (ver figuras 3.3.a, 3.3.b, y 3.3.c). En esta simulación el problema del efecto cercano-lejano se hace evidente para el detector de DS-CDMA convencional, ya que cuando las amplitudes de los usuarios interferentes son el triple de la amplitud del usuario deseado (ver figura 3.3.c) la interferencia multiusuario se vuelve tan severa que a medida que el ruido gaussiano tiende a cero en el extremo derecho de la gráfica, la tasa de error de bit del detector de DS-CDMA convencional no tiende a cero; es decir, se produce la condición anómala del “ojo cerrado”. Numéricamente esto se verifica a partir de la ecuación (3.18), ya que para  $A_2=A_3=3$  y para  $\rho_{12} = -0.1$ ,  $\rho_{21} = +0.1$ ,  $\rho_{13} = -0.1$ ,  $\rho_{31} = -0.1$ , entonces:  $A_1 = 1 < A_2 (|\rho_{12}| + |\rho_{21}|) + A_3 (|\rho_{13}| + |\rho_{31}|) = 1.2$ .

### 3.4.2 Simulación 3.2

Descripción.- Se simula la tasa de error de bit (BER) del usuario 1 versus la relación señal a ruido SNR(dB) cuando se emplea el detector de DS-CDMA convencional en un canal asíncrono gaussiano de 3 usuarios al ir aumentando las correlaciones cruzadas parciales de las formas de onda de secuencias de código entre los usuarios, y manteniendo las amplitudes de los usuarios constantes e iguales a la unidad. Se simula como referencia la tasa de error de bit de un canal de un solo usuario, sin usuarios interferentes.

En la figura 3.4.a, se emplean secuencias de código de diseño “simple” de 10 chips. Las correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencias de código de los diferentes usuarios son las siguientes:  $\rho_{12} = -0.1$ ,  $\rho_{21} = +0.1$ ,  $\rho_{13} = -0.1$ ,  $\rho_{31} = -0.1$ ,  $\rho_{23} = -0.2$ ,  $\rho_{32} = +0.2$ .

En la figura 3.4.b, se emplean secuencias de código de diseño “simple” de 8 chips. Las correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencias de código de los diferentes usuarios son las siguientes:  $\rho_{12} = -0.125$ ,  $\rho_{21} = +0.125$ ,  $\rho_{13} = -0.125$ ,  $\rho_{31} = -0.125$ ,  $\rho_{23} = -0.25$ ,  $\rho_{32} = +0.25$ .

En la figura 3.4.c, se emplean secuencias de código de diseño “simple” de 6 chips. Las correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencias de código de los diferentes usuarios son las siguientes:  $\rho_{12} = -0.16$ ,  $\rho_{21} = +0.16$ ,  $\rho_{13} = -0.16$ ,  $\rho_{31} = -0.16$ ,  $\rho_{23} = -0.32$ ,  $\rho_{32} = +0.32$ .

La justificación de la selección de la longitud de las secuencias de código y de las correlaciones cruzadas parciales para esta simulación es similar a la que fue indicada para la simulación 3.1.

Los retardos de tiempo de los usuarios 1, 2, y 3 son respectivamente  $\tau_1=0$ ;  $\tau_2=1$ ;  $\tau_3=3$ .

En las tablas I.4, I.5, y I.6 del Anexo I se registran los valores de los resultados de la simulación y también se indica el número de bits por usuario.

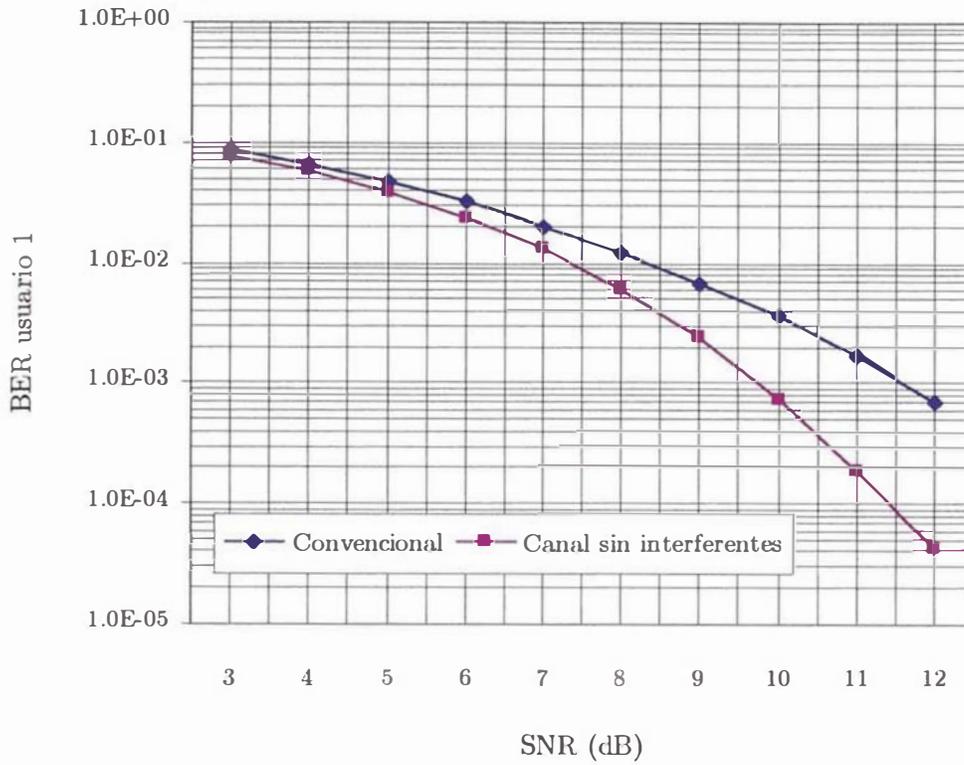


Figura 3.4.a: Simulación 3.2 (10 chips)

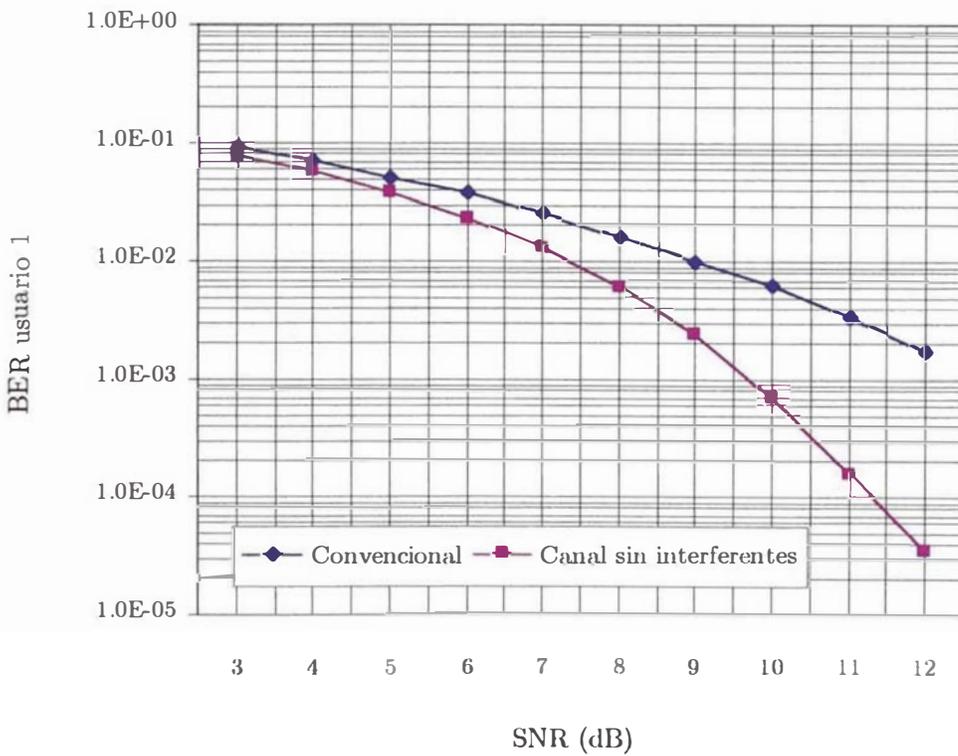


Figura 3.4.b: Simulación 3.2 (8 chips)

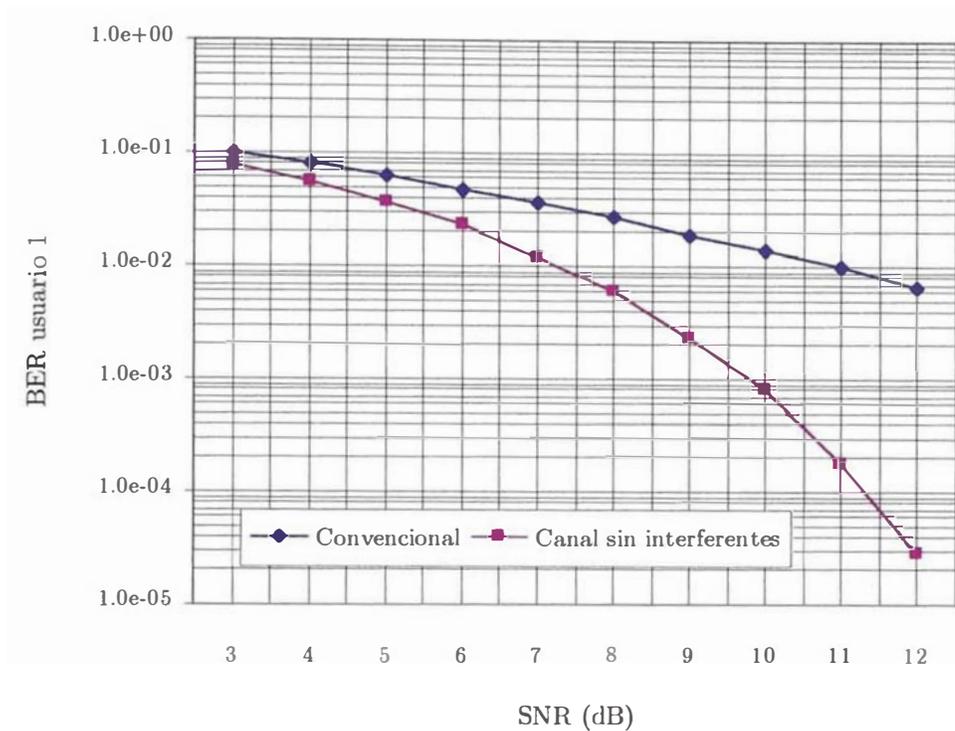


Figura 3.4.c: Simulación 3.2 (6 chips)

Análisis e interpretación de los resultados.- En esta simulación se observa que a medida que se incrementan las correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencias de código del usuario deseado y de los usuarios interferentes, se deteriora significativamente el desempeño del detector de DS-CDMA convencional con respecto a la tasa de error de bit. Esto demuestra que el desempeño del detector de DS-CDMA convencional es afectado fuertemente y es dependiente de las formas de onda de secuencias de código que se asignen a los usuarios del sistema. Asimismo, es fácil deducir que el desempeño del detector de DS-CDMA convencional es afectado por los diferentes retardos de tiempo de los usuarios, ya que las correlaciones cruzadas parciales varían en función de dichos retardos de tiempo.

### **3.4.3 Conclusiones de las simulaciones del presente capítulo**

Se puede concluir que el desempeño del detector de DS-CDMA convencional en un canal asíncrono gaussiano, en términos de su tasa de error de bit, es afectado, y en casos severos es degradado significativamente por la interferencia multiusuario cuando se presentan las siguientes condiciones:

- Cuando se presenta el problema del efecto cercano lejano, a raíz del incremento de las amplitudes recibidas de los usuarios interferentes.
- Por el empleo de formas de onda de secuencias de código diferentes, de mayor correlación.
- Por los diferentes retardos de tiempo posibles de los usuarios asíncronos del sistema, lo cual ocasiona variación y posiblemente aumento en el valor de las correlaciones cruzadas parciales.
- Se puede deducir que a medida que aumenta el número de usuarios también se incrementará la interferencia multiusuario, por su característica aditiva, degradándose el desempeño del detector de DS-CDMA convencional.

## Capítulo 4

# Detector de DS-CDMA Multiusuario Óptimo Conjunto en el Canal Asíncrono Gaussiano.

El detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto de  $K$  usuarios en un canal íncrono gaussiano emplea un esquema de detección MLSD (Maximum Likelihood Sequence Detection) o detección de la secuencia de bits de máxima probabilidad, y consiste de un banco de  $K$  filtros adaptados seguido por un algoritmo de decisión de Viterbi [1]. Las salidas de los filtros adaptados son muestreadas en forma sucesiva, en los correspondientes intervalos de tiempo de bit determinados por el sistema de sincronización. En la figura 4.1 se puede ver la estructura general del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto.

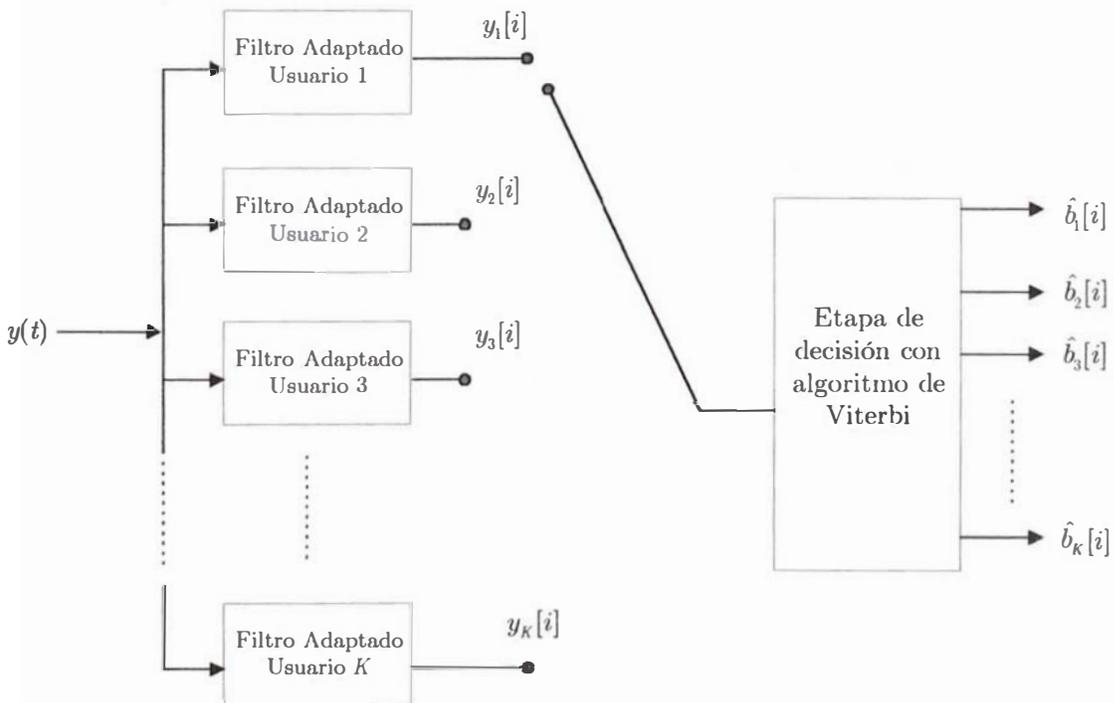


Figura 4.1: Detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto en un canal asíncrono gaussiano

La denominación “óptimo conjunto” de este detector se debe a que su objetivo es seleccionar el vector  $\mathbf{b}$  o “secuencia total de bits” más probable dada la observación

de la señal DS-CDMA recibida  $y(t)$ ; es decir, este detector *maximiza la probabilidad conjunta* a posteriori siguiente [1], [2]:

$$P[\mathbf{b} | \{y(t), t \in [-MT, MT + 2T]\}], \quad (4.1)$$

donde:

- $y(t)$  es la señal DS-CDMA corrupta por el ruido gaussiano recibida por el detector, y que fue descrita en la ecuación (2.1).
- $t \in [-MT, MT + 2T]$  es el intervalo de tiempo de duración total de la transmisión de los  $K$  usuarios.
- $\mathbf{b}$  es un vector de dimensión  $K(2M+1)$  al que se le denominará “secuencia total de bits” y está compuesto por los bits transmitidos por los  $K$  usuarios durante todo el intervalo de tiempo de duración de la transmisión, ordenados de una manera sucesiva, donde cada componente del vector  $\mathbf{b}$ ,  $b_k[i]$  ( $i=-M, \dots, 0, \dots, M$ ;  $k=1, \dots, K$ ), puede tomar como valor uno de los elementos del conjunto  $\{-1, 1\}$ . A manera de ejemplo, para el caso de un canal asíncrono con  $K=3$  y  $2M+1=3$  bits transmitidos por usuario mostrado en la figura 4.2,

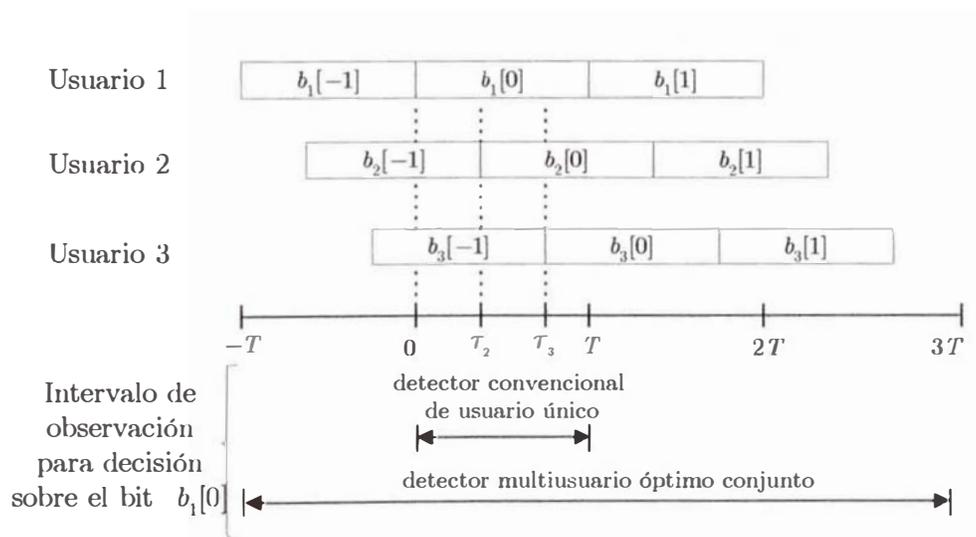


Figura 4.2: Ejemplo de intervalo de observación para decisión sobre el bit  $b_1[0]$  para  $K=3$  y  $M=1$

el vector  $\mathbf{b}$  tiene los siguientes componentes, correspondientes a la secuencia total de  $K(2M+1)$  bits:

$$\mathbf{b} = [ b_1[-1] \quad b_2[-1] \quad b_3[-1] \quad b_1[0] \quad b_2[0] \quad b_3[0] \quad b_1[1] \quad b_2[1] \quad b_3[1] ]^T, \quad (4.2)$$

donde cada componente denotado como  $b_k[i] \in \{-1,+1\}$ , representa el bit del  $k$ -ésimo usuario en la posición  $i$  dentro de la secuencia del usuario  $k$ .

Alternativamente, también es posible denotar los elementos de la secuencia total de bits  $\mathbf{b}$  de la ecuación (4.2) en función de una variable  $j$  que denota la posición  $j$ -ésima dentro de dicha secuencia total de bits, a la cual se define como:

$$j=k+iK+K. \quad (4.3)$$

Entonces, una notación alternativa de los componentes del vector  $\mathbf{b}$  es:

$$b_j = b_k[i], \text{ donde } j=k+iK+K, \quad (4.4)$$

y el vector  $\mathbf{b}$  de la ecuación (4.2) ahora se puede expresar como:

$$\mathbf{b} = [ b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad b_4 \quad b_5 \quad b_6 \quad b_7 \quad b_8 \quad b_9 ]^T. \quad (4.5)$$

Para tomar una decisión sobre uno cualquiera de los bits de la figura 4.2, el detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto basa su decisión en la observación de la señal DS-CDMA recibida  $y(t)$  sobre todo el intervalo de tiempo de duración de la transmisión de los  $K$  usuarios; es decir, sobre  $t \in [-MT, MT + 2T]$ . Por ejemplo, tal como se muestra en la figura 4.2, para tomar una decisión sobre el bit transmitido  $b_1[0]$ , el detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto basa su decisión en la observación de la señal recibida en el intervalo de tiempo  $t \in [-T, 3T]$ , en contraste con el detector de DS-CDMA convencional, que basa su decisión en la observación de la señal recibida en el intervalo de tiempo de dicho bit  $t \in [0, T]$ . Como se apreciará más adelante, este hecho implica que el detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto basa su decisión sobre cualquiera de los bits en la observación de las salidas muestreadas de los filtros adaptados de todos los usuarios, en contraste con el detector de DS-CDMA convencional que sólo observa la salida del filtro adaptado de un solo usuario cuyo bit se va a detectar.

Cabe señalar que además del criterio de decisión que emplea el detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto, el cual fue establecido en la expresión (4.1), es posible escoger un criterio de decisión individualmente óptimo, el cual maximiza la

probabilidad individual a posteriori de que el bit  $b_j$  de la secuencia total de bits  $\mathbf{b}$  haya sido el bit transmitido, dada la observación de la señal recibida  $y(t)$ ; es decir, maximiza la siguiente probabilidad individual de bit:

$$P[b_j | \{y(t), t \in [-MT, MT + 2T]\}]. \quad (4.6)$$

El criterio de maximización de la probabilidad individual de bit de la expresión (4.6) lleva a la minimización de la probabilidad de error de bit; sin embargo, tiene la desventaja de que requiere un mayor procesamiento computacional que el detector que emplea el criterio de probabilidad conjunta, y además requiere el conocimiento del nivel de ruido en el canal. Un análisis completo de este otro tipo de detector se encuentra en [2].

## 4.1 Obtención del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto.

Como se explicó al inicio del capítulo, el detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto halla la secuencia total de bits  $\mathbf{b}$  que maximiza la probabilidad conjunta indicada en la expresión (4.1). Puesto que se asume que todas las posibles secuencias de bits  $\mathbf{b}$  son equiprobables, esto es equivalente a hallar la secuencia total de bits  $\mathbf{b}$  que maximiza la siguiente función de densidad de probabilidad basada en el criterio conocido como “maximum-likelihood” o de máxima probabilidad [1], [2], [8]:

$$f[\{y(t), t \in [-MT, MT + 2T]\} | \mathbf{b}] = \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \int_{-MT}^{MT+2T} (y(t) - S(\mathbf{b}))^2 dt\right), \quad (4.7)$$

donde  $S(\mathbf{b})$  es la señal DS-CDMA en ausencia del ruido blanco gaussiano, definida por:

$$S(\mathbf{b}) = \sum_{k=1}^K \sum_{i=-M}^M A_k b_k[i] s_k(t - iT - \tau_k). \quad (4.8)$$

Como se puede apreciar de la ecuación (4.7), la maximización de la probabilidad conjunta de la ecuación (4.1) equivale a minimizar la energía de la diferencia entre la señal DS-CDMA corrupta por el ruido observada por el receptor  $y(t)$ , y todas las

posibles señales DS-CDMA en ausencia de ruido moduladas por todas las secuencias de bits  $\mathbf{b}$  posibles; es por este motivo que a este detector también se le conoce como el “detector de la mínima distancia”, por su semejanza con la distancia euclídeana entre dos señales, la cual se define como la raíz cuadrada de la energía de la diferencia entre ellas [2], [3]. Asimismo, al hallar la señal con la mínima distancia se está hallando la señal que minimiza la energía de la componente de ruido de  $y(t)$ , observada por el receptor.

Maximizar la función (4.7) es equivalente a maximizar la siguiente función, a la que denominaremos “función métrica total” :

$$\Omega(\mathbf{b}) = \int_{-MT}^{MT+2T} -(y(t) - S(\mathbf{b}))^2 dt. \quad (4.9)$$

Resolviendo y simplificando la ecuación anterior, y descartando aquellos términos que no dependen del vector  $\mathbf{b}$ :

$$\Omega(\mathbf{b}) = 2 \int_{-MT}^{MT+2T} S(\mathbf{b})y(t)dt - \int_{-MT}^{MT+2T} S^2(\mathbf{b})dt. \quad (4.10)$$

Reemplazando (4.8) en (4.10):

$$\Omega(\mathbf{b}) = 2 \int_{-MT}^{MT+2T} \left[ \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^M A_k b_k [i] s_k(t - iT - \tau_k) \right] y(t) dt - \int_{-MT}^{MT+2T} \left[ \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^M A_k b_k [i] s_k(t - iT - \tau_k) \right]^2 dt \quad (4.11)$$

La función métrica total de la ecuación (4.11) se puede simplificar y expresar en forma matricial de la siguiente manera [2]:

$$\Omega(\mathbf{b}) = 2\mathbf{b}^T \mathbf{A}_M \mathbf{y} - \mathbf{b}^T \mathbf{H} \mathbf{b}, \quad (4.12)$$

donde las matrices  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{A}_M$ ,  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{H}$  se describen a continuación [2]:

- $\mathbf{b}$  es la secuencia total de bits de los  $K$  usuarios, tal como se explicó al inicio del capítulo. Es un vector de dimensión  $K(2M+1)$ .
- $\mathbf{A}_M$  es la matriz de las amplitudes de los usuarios. Es una matriz diagonal de dimensión  $K(2M+1) \times K(2M+1)$ , que tiene la siguiente estructura:

$$\mathbf{A}_M = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & \ddots & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \mathbf{A} & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{A} \end{bmatrix}, \quad (4.13)$$

donde cada sub-matriz  $\mathbf{A}$  es también una matriz diagonal, que tiene una dimensión  $K \times K$  y cuyos componentes diagonales son las amplitudes de los usuarios:  $\{A_1, A_2, \dots, A_K\}$ . Es decir, el valor de la amplitud  $A_k$  del usuario  $k$  se repite cada  $K$  posiciones en la diagonal de la matriz  $\mathbf{A}_M$ .

- $\mathbf{y}$  es el vector de las salidas muestreadas de los filtros adaptados, cuya dimensión es  $K(2M+1)$ , y cuyo componente  $j$ -ésimo es:

$$y_j = \int_{-MT}^{MT+2T} v_j(t) y(t) dt, \quad (4.14)$$

donde  $v_j(t) = v_{k+iK+K}(t) = s_k(t - \tau_k - iT)$  representa a la forma de onda de secuencia de código correspondiente al usuario  $k$ -ésimo, pero retardada en el tiempo debido a la característica asíncrona de cada usuario. Esto significa que  $y_j = y_{k+iK+K}$  es la salida del  $k$ -ésimo filtro adaptado aplicado a la señal  $y(t)$  en el intervalo de tiempo  $[\tau_k + iT, \tau_k + iT + T]$ , es decir, el intervalo correspondiente al bit  $b_k[i]$ .

- $\mathbf{H}$  es la matriz de dimensión  $K(2M+1) \times K(2M+1)$  definida por:

$$\mathbf{H} = \mathbf{A}_M \mathbf{R} \mathbf{A}_M, \quad (4.15)$$

donde:

$\mathbf{R}$  es la matriz de correlación, de dimensión  $K(2M+1) \times K(2M+1)$ . Es una matriz simétrica no-negativa definida (una matriz es no-negativa definida si para cualquier vector  $\mathbf{x}$  de dimensión  $K(2M+1)$  se cumple que  $\mathbf{x}^T \mathbf{R} \mathbf{x} > 0$ ), y tiene la estructura siguiente [2]:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}[0] & \mathbf{R}^T[1] & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{R}[1] & \mathbf{R}[0] & \mathbf{R}^T[1] & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}[1] & \mathbf{R}[0] & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{R}[1] & \mathbf{R}[0] \end{bmatrix}, \quad (4.16)$$

en la cual se cumple que  $\mathbf{R}[0]$  es una matriz de dimensión  $K \times K$  con componentes:

$$R_{lk}[0] = \begin{cases} 1, & \text{si } l = k; \\ \rho_{lk}, & \text{si } l < k; \\ \rho_{kl}, & \text{si } l > k; \end{cases} \quad (4.17)$$

$\mathbf{R}[1]$  es una matriz de dimensión  $K \times K$  con componentes:

$$R_{lk}[1] = \begin{cases} 0, & \text{si } l \geq k; \\ \rho_{kl}, & \text{si } l < k; \end{cases} \quad (4.18)$$

$\rho_{lk}$  y  $\rho_{kl}$  son las correlaciones cruzadas parciales definidas en la sección 2.2.

El problema de hallar la secuencia  $\mathbf{b}$  que maximice la función métrica total  $\Omega(\mathbf{b})$  de la ecuación (4.12), es un problema de optimización combinatoria. Una manera directa de hallar el valor del vector  $\mathbf{b}$  de la ecuación (4.12) es mediante una búsqueda exhaustiva, evaluando la función  $\Omega(\mathbf{b})$  para todos los posibles valores de  $\mathbf{b}$ , y luego seleccionando el valor de  $\mathbf{b}$  que haya logrado maximizarla. Pero, debido a que  $\mathbf{b}$  tiene una dimensión de  $K(2M+1)$ , este cómputo involucraría el cálculo de  $2^{K(2M+1)}$  métricas totales, lo cual hace que este método sea impráctico porque su complejidad es exponencial no sólo en el número de usuarios  $K$ , sino también en la longitud de la secuencia de bits por usuario  $(2M+1)$ .

Sin embargo, gracias a la estructura simétrica de la matriz  $\mathbf{H}$ , la cual es similar a la estructura de la matriz  $\mathbf{R}$ , siendo los valores de sus componentes iguales a cero excepto en la diagonal principal y en sus  $K-1$  sub-diagonales, la función métrica total  $\Omega(\mathbf{b})$  se puede simplificar, expresándola como una sumatoria de sub-funciones

métricas parciales  $\lambda_j(\mathbf{x}_{j-1}, b_j)$ , a las que denominaremos “funciones métricas de rama”, cuyos valores dependen del  $j$ -ésimo bit de la secuencia total de bits  $\mathbf{b}$ ,  $b_j$ , y de un vector de estado  $\mathbf{x}_{j-1}$ , que está compuesto por los  $K-1$  bits anteriores a  $b_j$  dentro de la secuencia total de bits  $\mathbf{b}$ , es decir,  $\mathbf{x}_{j-1} = [b_{j-(K-1)}, \dots, b_{j-2}, b_{j-1}]$ , y los cuales están contenidos en un registro de desplazamiento hacia la izquierda. Entonces, la función métrica total  $\Omega(\mathbf{b})$  de la ecuación (4.12) se puede expresar de la siguiente manera, basándonos en resultados que se encuentran en [2]:

$$\Omega(\mathbf{b}) = \sum_{j=1}^{K(2M+1)} \lambda_j(\mathbf{x}_{j-1}, b_j), \quad (4.19)$$

siendo la función métrica de rama :

$$\lambda_j(\mathbf{x}_{j-1}, b_j) = A_{\kappa(j)} b_j \left[ 2y_j - b_j A_{\kappa(j)} - 2 \sum_{n=1}^{K-1} x_{j-1} (K-n) A_{\kappa(j-n)} \rho_{\kappa(j-n), \kappa(j)} \right], \quad (4.20)$$

que también se puede expresar como:

$$\lambda_j(\mathbf{x}_{j-1}, b_j) = A_{\kappa(j)} b_j \left[ 2y_j - b_j A_{\kappa(j)} - 2 \sum_{n=1}^{K-1} b_{j-n} A_{\kappa(j-n)} \rho_{\kappa(j-n), \kappa(j)} \right], \quad (4.21)$$

Puesto que  $b_j \in \{-1, 1\}$ , se puede simplificar la métrica de la ecuación (4.21) dejando de lado los términos que no dependen de las salidas del filtro adaptado ni de  $\mathbf{b}$ , obteniéndose la función métrica simplificada siguiente:

$$\lambda_j(\mathbf{x}_{j-1}, b_j) = A_{\kappa(j)} b_j \left[ y_j - \sum_{n=1}^{K-1} b_{j-n} A_{\kappa(j-n)} \rho_{\kappa(j-n), \kappa(j)} \right], \quad (4.22)$$

donde la notación empleada en las tres ecuaciones anteriores es la siguiente:

- $j$  representa la posición dentro de la secuencia total de bits  $\mathbf{b}$ , tal como se definió en la ecuación (4.3).
- $\kappa(j) \in \{1, \dots, K\}$  es una variable definida por  $\kappa(j) = \text{mod}_K(j-1) + 1$ , donde la función “ $\text{mod}_K(j-1)$ ” es el residuo de la división  $(j-1)/K$ . Por ejemplo para  $\underline{K}: 3$ , se muestran en la tabla 4.1 los valores de  $\kappa(j)$  para  $j=1, 2, \dots, 9$ .

Tabla 4.1: Ejemplo de valores de $\kappa(j)$									
$j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\kappa(j)$	1	2	3	1	2	3	1	2	3

- $\mathbf{x}_{j-1} = [b_{j-(K-1)}, \dots, b_{j-2}, b_{j-1}]$  es un vector de dimensión  $K-1$ , y está compuesto por los  $K-1$  bits anteriores a  $b_j$ .
- $x_{j-1}(K-n)$  es el componente en la posición  $(K-n)$  del vector  $\mathbf{x}_{j-1}$  definido en el párrafo anterior.

Por lo tanto, la función métrica total  $\Omega(\mathbf{b})$  se puede obtener a partir de una secuencia generada por una máquina de estados finitos donde el vector de estado inicial es  $\mathbf{x}_0 = [0, \dots, 0]$ , con  $K-1$  componentes, los cuales se van desplazando hacia la izquierda, es decir si el vector de estado anterior es  $\mathbf{x}_{j-1} = [x_{j-1}(1), \dots, x_{j-1}(K-1)]$ , entonces el estado actual es  $\mathbf{x}_j = [x_{j-1}(2), \dots, x_{j-1}(K-1), b_j]$ . Es decir, el estado actual depende del estado anterior y de un nuevo bit en forma secuencial, lo cual se expresa como:  $\mathbf{x}_j = f[\mathbf{x}_{j-1}, b_j]$ .

Gracias a que la función métrica total  $\Omega(\mathbf{b})$  se puede expresar de la manera indicada en la ecuación (4.19), es posible obtener su maximización a través del empleo de un diagrama trellis, el cual es un patrón secuencial de nodos que se concatenan unos con otros a través de “ramas”, donde los nodos serán cada uno de los estados secuenciales representados por el vector  $\mathbf{x}_j = [x_j(1), \dots, x_j(K-1)]$ .

El diagrama trellis para el detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto tiene tantos niveles, adicionalmente al nodo de origen, como el número total de bits  $K(2M+1)$  de la secuencia total de bits transmitida  $\mathbf{b}$ . La función métrica de cada rama en el  $j$ -ésimo nivel está dada por  $\lambda_j(\mathbf{x}_{j-1}, b_j)$ , y el número de nodos (o estados) en el  $j$ -ésimo nivel es el número de diferentes valores que el estado  $\mathbf{x}_j$  puede tomar; por lo tanto, excepto por los primeros  $K-1$  niveles, los cuales están afectados por la condición inicial cero, el número de estados en cada nivel es  $2^{K-1}$ , y cada estado está conectado con dos estados en el nivel previo a través de una rama, sin importar el número de usuarios. Un ejemplo del diagrama trellis descrito con  $K=3$  se puede apreciar en la figura 4.3.

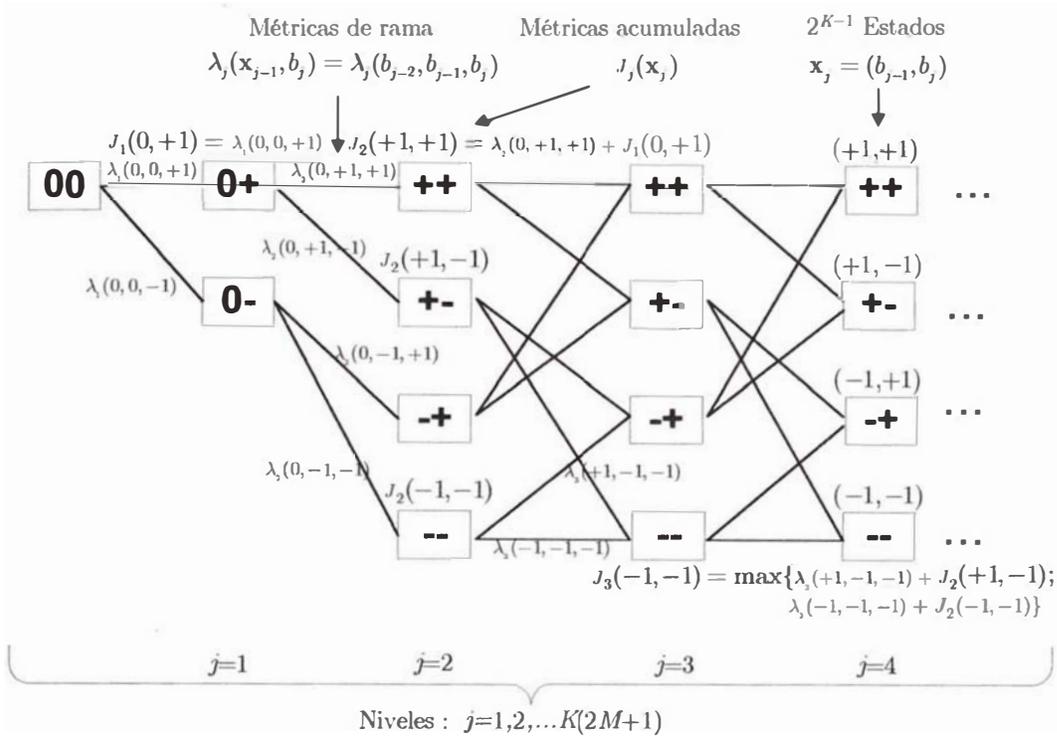


Figura 4.3: Diagrama trellis para un detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto en un canal asíncrono gaussiano de 3 usuarios

Se puede encontrar la secuencia total de bits que maximice la función métrica total  $\Omega(\mathbf{b})$  encontrando el trayecto de nodos “más largo” o de mayor métrica total en el diagrama trellis utilizando en cada estado de cada nivel el algoritmo de selección óptima de trayectos de Viterbi. El algoritmo de decisión de Viterbi selecciona en cada estado de cada nivel del diagrama trellis solamente aquel trayecto de los dos que convergen en dicho estado que tenga la mayor “distancia” o métrica acumulada desde el origen hasta ese nivel, y descarta el otro trayecto. (Cabe señalar que el algoritmo de Viterbi también tiene otras aplicaciones, como por ejemplo la decodificación de secuencias codificadas mediante códigos convolucionales [3], [9]).

De esta manera, la distancia o métrica acumulada más larga desde el origen hasta el nodo (o estado)  $\mathbf{x}_j$  del nivel  $j$  se puede escribir como:

$$\begin{aligned}
J_j(\mathbf{x}_j) = \max \{ & \lambda_j((- , x_j(1), \dots, x_j(K-2)), x_j(K-1)) \\
& + J_{j-1}(- , x_j(1), \dots, x_j(K-2)), \\
& \lambda_j(+ , x_j(1), \dots, x_j(K-2)), x_j(K-1)) \\
& + J_{j-1}(+ , x_j(1), \dots, x_j(K-2)) \}. \tag{4.23}
\end{aligned}$$

En cada nodo o estado de cada nivel del diagrama trellis, el algoritmo de Viterbi desarrolla los siguientes cálculos:

- Calcula 2 métricas de rama (para cada una de las dos ramas que convergen al nodo, calcula la métrica desde el nodo anterior hasta el nodo actual).
- Calcula 2 sumas (para cada una de las dos ramas que convergen al nodo, suma la métrica acumulada desde el inicio hasta el nodo anterior con la métrica desde el nodo anterior hasta el nodo actual).
- Compara 2 números (los resultados de las dos sumas del punto anterior)

Cabe notar que el detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto para el canal asíncrono gaussiano requiere del conocimiento de las amplitudes recibidas de los usuarios y de las correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencias de código. Se asume que el receptor es capaz de estimar estos valores. En el caso de las correlaciones cruzadas parciales, estas pueden ser obtenidas a partir de las réplicas de las formas de onda de secuencia de código almacenadas en el receptor y de los desfases de tiempo de cada usuario proporcionados por el sistema de sincronización.

## **4.2 Complejidad computacional del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto y su comparación con el detector de DS-CDMA convencional.**

Con respecto al detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto que emplea el algoritmo de decisión de Viterbi en la búsqueda de secuencia de estados en un diagrama trellis, tal como se explicó en la sección anterior, debido a que el número de estados por nivel del diagrama trellis es  $2^{K-1}$  y a que en cada nodo o estado se calculan 2 métricas de rama, y además teniendo en cuenta que cada nivel del

diagrama trellis corresponde a un bit de información detectado, la complejidad computacional por bit detectado del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto es de  $2 \cdot 2^{K-1} = 2^K$ , lo cual se expresa como  $O(2^K)$ ; es decir, la complejidad computacional es exponencial en el número de usuarios.

Con respecto al detector de DS-CDMA convencional, tal como se indicó en el capítulo 3, éste sólo realiza una operación de tipo signo a la salida muestreada de cada uno de los filtros del banco de filtros adaptados para estimar un bit transmitido.

### **4.3 Probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto en un canal asíncrono gaussiano**

A diferencia de la probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA convencional que se muestra en la ecuación (3.17) para un canal asíncrono gaussiano, en el caso del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto no es posible hallar una expresión matemática en forma cerrada de la probabilidad error de bit [1], [2]. Por consiguiente, se hallan cotas superiores e inferiores de esta cantidad para poder caracterizarla.

A continuación se presenta una explicación de la derivación de las cotas superior e inferior de la probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto, la cual está basada principalmente en la información contenida en [1], [2], y [16].

## 4.4 Cota superior de la probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto en un canal asíncrono gaussiano.

A continuación, se explica la derivación de una cota superior de la probabilidad de error de bit para el bit  $j$ -ésimo de una secuencia total de bits finita de longitud  $K(2M+1)$ . La presente explicación está basada principalmente en la información de [1], [2], y [16].

Previamente, se define la siguiente terminología:

- $\mathbf{e}$ , llamado “vector error”, se define como la diferencia normalizada entre dos posibles secuencias de bits  $\mathbf{b}$ ; es decir,  $\mathbf{e} = \frac{1}{2}(\mathbf{b}^1 - \mathbf{b}^2)$ , donde la primera secuencia  $\mathbf{b}^1$  puede interpretarse como una secuencia de bits transmitida,  $\mathbf{b}^1 = \mathbf{b}$ , y la segunda como una secuencia de bits estimada  $\mathbf{b}^2 = \hat{\mathbf{b}}$ . La dimensión del vector error  $\mathbf{e}$  es igual a  $K(2M+1)$ . El vector error  $\mathbf{e}$  cumple con tener las siguientes dos características: La primera es que sus componentes  $e_j$  tienen los valores determinados por la expresión  $e_j \in \{-1, 0, 1\}$ ; la segunda característica es que el valor del componente  $e_j$  es igual a cero (0) cuando el bit estimado es igual al bit transmitido, o es igual al bit transmitido  $b_j$  (1 ó -1) cuando existe un error. A manera de ejemplo se muestran las siguientes secuencias posibles:

$$\mathbf{b} = [+1 \quad -1 \quad -1 \quad +1 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad +1]^T, \quad (4.24)$$

$$\hat{\mathbf{b}} = [-1 \quad -1 \quad +1 \quad +1 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad +1]^T, \quad (4.25)$$

$$\mathbf{e} = \left[ +1 \quad 0 \quad -1 \quad 0 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad 0 \right]^T, \quad (4.26)$$

donde  $\mathbf{b}$  es el vector de la secuencia total de bits transmitida,  $\hat{\mathbf{b}}$  es el vector de la secuencia de bits estimada por el detector y el vector error es igual a  $\mathbf{e} = \frac{1}{2}(\mathbf{b} - \hat{\mathbf{b}})$ .

Del ejemplo mostrado, también se puede observar que el vector resultado de la diferencia “ $\mathbf{b} - 2\mathbf{e}$ ”:

$$\mathbf{b} - 2\mathbf{e} = \left[ -1 \quad -1 \quad +1 \quad +1 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad +1 \right]^T, \quad (4.27)$$

es un vector que contiene los valores de los bits estimados erróneamente en las posiciones donde  $e_j$  es igual a 1 ó -1, y contiene los valores de los bits estimados sin error en las posiciones donde  $e_j$  es igual a 0. A este vector  $\mathbf{b} - 2\mathbf{e}$  lo denominaremos “secuencia estimada con errores”.

- $E$  es el conjunto de todos los posibles vectores error  $\mathbf{e}$ , con componentes  $e_j \in \{-1, 0, 1\}$ , que son diferentes del vector cero; es decir, donde al menos existe un componente  $e_j$  con valor diferente de cero.
- $A(\mathbf{b})$  es el conjunto de vectores error  $\mathbf{e}$  que son “admisibles” o “compatibles” con una determinada secuencia de bits total transmitida  $\mathbf{b}$ ; y son aquellos vectores error que cumplen la siguiente condición:

$$A(\mathbf{b}) = \{\mathbf{e} \in E; e_j = 0 \text{ o } (e_j = b_j)\} \quad \text{para } j=1, \dots, K(2M+1) \quad (4.28)$$

La ecuación anterior indica que para que el vector error  $\mathbf{e}$  sea compatible con un determinado vector transmitido  $\mathbf{b}$  se deben cumplir los siguientes dos eventos:

El primer evento,  $\mathbf{e} \in E$ , establece que se debe cumplir la primera característica de la definición del vector error  $\mathbf{e}$ ; es decir, que los valores de sus componentes cumplan que  $e_j \in \{-1, 0, 1\}$  para  $j=1, \dots, K(2M+1)$ . Además, establece que se debe cumplir que al menos uno de sus componentes  $e_j$  sea diferente de cero.

El segundo evento,  $e_j = 0 \text{ o } (e_j = b_j)$ , proviene de cumplir la segunda característica de la definición del vector error  $\mathbf{e}$ ; es decir, que el valor del componente  $e_j$  es igual a cero (0) cuando el bit estimado es igual al bit transmitido, o es igual al bit transmitido  $b_j$  (1 ó -1) cuando existe un error.

La ecuación (4.28) también se puede expresar como:

$$A(\mathbf{b}) = \{\mathbf{e} \in E; (b_j - e_j)e_j = 0\}, \quad \text{para } j=1, \dots, K(2M+1), \quad (4.29)$$

ya que el evento  $e_j = 0 \text{ o } (e_j = b_j)$  es igual a  $(b_j - e_j)e_j = 0$ .

- $E_j$  es el conjunto de vectores error  $\mathbf{e}$  que “afectan” a una  $j$ -ésima posición específica de la secuencia total de bits transmitida  $\mathbf{b}$ ; es decir, estos vectores error representan que se ha producido un error en la posición  $j$ -ésima de la secuencia total de bits transmitida, y que por lo tanto  $e_j \neq 0$ , lo cual se expresa de la siguiente manera:

$$E_j = \{\mathbf{e} \in E; e_j \neq 0\}. \quad (4.30)$$

Una vez establecidas las definiciones anteriores, se puede pasar a explicar la derivación de la cota superior de la probabilidad de error de bit.

La probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto para una secuencia total de bits finita de longitud  $2M+1$ , denotada como  $P_j^M$ , es la probabilidad de que el bit estimado  $\hat{b}_j$  en la posición  $j$ -ésima de la secuencia total de bits sea diferente del bit verdadero transmitido  $b_j$ , lo cual se puede expresar de la siguiente manera [1], [16]:

$$P_j^M = P\{b_j \neq \hat{b}_j\}. \quad (4.31)$$

Esta probabilidad de error de bit es igual a la probabilidad de la unión de eventos siguiente [2], [16]:

$$P_j^M = P\left\{ \bigcup_{\mathbf{e} \in E_j} \{\mathbf{e} \in A(\mathbf{b}), \Omega(\mathbf{b} - 2\mathbf{e}) \geq \Omega(\mathbf{b})\} \right\}. \quad (4.32)$$

La ecuación (4.32) expresa una probabilidad de unión de eventos evaluada para todos los posibles vectores error  $\mathbf{e}$  que cumplan con la condición  $\mathbf{e} \in E_j$ , donde  $E_j$  fue definido en la ecuación (4.30). El evento entre llaves depende a su vez de dos eventos que se explicarán a continuación; pero antes se simplificará la ecuación (4.32) aplicando la siguiente cota de probabilidad de unión de eventos:  $P\left(\bigcup_{i=1}^n \text{Evento}_i\right) \leq \sum_{i=1}^n P(\text{Evento}_i)$  [3], obteniéndose:

$$P_j^M \leq \sum_{\mathbf{e} \in E_j} P\{\mathbf{e} \in A(\mathbf{b}), \Omega(\mathbf{b} - 2\mathbf{e}) \geq \Omega(\mathbf{b})\}, \quad (4.33)$$

donde:

- El primer evento,  $\mathbf{e} \in A(\mathbf{b})$ , es el evento de que el vector error  $\mathbf{e}$  sea “admisibles” o “compatible” con el vector transmitido  $\mathbf{b}$ . Basándonos en la ecuación (4.29), la probabilidad de dicho evento se puede expresar de la siguiente manera:

$$P\{\mathbf{e} \in A(\mathbf{b})\} = \prod_{j=1}^{K(2M+1)} P[(b_j - e_j)e_j = 0]. \quad (4.34)$$

Puesto que todos los bits transmitidos  $b_j \in \{-1, 1\}$  son equiprobables, con probabilidad  $\frac{1}{2}$ , y debido a que la probabilidad de la ecuación (4.34) sólo depende

del bit transmitido  $b_j$ , entonces la probabilidad de que se cumpla el primer evento es:

$$P[\mathbf{e} \in A(\mathbf{b})] = \left(\frac{1}{2}\right)^{w(\mathbf{e})}, \quad (4.35)$$

donde  $w(\mathbf{e})$  es el peso del vector error  $\mathbf{e}$ , definido por  $w(\mathbf{e}) = \sum_{j=1}^{K(2M+1)} |e_j|$ . Esto significa que la probabilidad de que cierto vector error  $\mathbf{e}$  sea admisible disminuye mientras mayor sea la cantidad de sus componentes que representan un error, ya que con cada componente que representa un error (de valor 1 ó -1) el vector error aumentará su peso. Por el contrario si disminuye su peso; es decir mientras hayan menos componentes que representen errores, aumentará la probabilidad de que dicho vector error sea admisible.

- El segundo evento,  $\Omega(\mathbf{b} - 2\mathbf{e}) \geq \Omega(\mathbf{b})$ , donde  $\mathbf{b} - 2\mathbf{e}$  es la “secuencia estimada con errores” que fue explicada al inicio de la sección, es el evento de que el valor de la función métrica total evaluada para una secuencia estimada con errores,  $\mathbf{b} - 2\mathbf{e}$ , sea mayor al valor de la función métrica total evaluada para una secuencia transmitida sin error  $\mathbf{b}$ ; lo cual ocasiona que el detector seleccione una secuencia incorrecta.

La expresión  $\Omega(\mathbf{b} - 2\mathbf{e}) \geq \Omega(\mathbf{b})$ , es equivalente a  $\Omega(\mathbf{b} - 2\mathbf{e}) - \Omega(\mathbf{b}) > 0$ . Simplificando la diferencia  $\Omega(\mathbf{b} - 2\mathbf{e}) - \Omega(\mathbf{b})$ , haciendo uso de la ecuación (4.12), se obtiene que [2]:

$$\begin{aligned} \Omega(\mathbf{b} - 2\mathbf{e}) - \Omega(\mathbf{b}) &= 2(\mathbf{b} - 2\mathbf{e})^T \mathbf{A}_M \mathbf{y} - (\mathbf{b} - 2\mathbf{e})^T \mathbf{H}(\mathbf{b} - 2\mathbf{e}) - 2\mathbf{b}^T \mathbf{A}_M \mathbf{y} + \mathbf{b}^T \mathbf{H} \mathbf{b} \\ &= -4\mathbf{e}^T \mathbf{A}_M \mathbf{y} - 4\mathbf{e}^T \mathbf{H} \mathbf{e} + 2\mathbf{b}^T \mathbf{H} \mathbf{e} + 2\mathbf{e}^T \mathbf{H} \mathbf{b} \\ &= -4\mathbf{e}^T \mathbf{A}_M \mathbf{n} - 4\mathbf{e}^T \mathbf{H} \mathbf{e}. \end{aligned} \quad (4.36)$$

Es necesario indicar que en la simplificación anterior se ha empleado la equivalencia  $\mathbf{y} = \mathbf{R} \mathbf{A}_M \mathbf{b} + \mathbf{n}$  [2], que es la expresión matricial de las salidas del banco de filtros adaptados de la ecuación (3.15), y en la cual  $\mathbf{n}$  es un vector que tiene como componente en la posición  $k+iK+K$  a  $n_k[i]$ , que fue definido en la sección 3.2.1.

Entonces la probabilidad de que se cumpla el segundo evento es:

$$P[\Omega(\mathbf{b} - 2\mathbf{e}) \geq \Omega(\mathbf{b})] = P[-\mathbf{e}^T \mathbf{A}_M \mathbf{n} \geq \mathbf{e}^T \mathbf{H} \mathbf{e}], \quad (4.37)$$

donde el término  $\mathbf{e}^T \mathbf{A}_M \mathbf{n}$  es una variable aleatoria gaussiana, cuya varianza es [2]:

$$E[\mathbf{e}^T \mathbf{A}_M \mathbf{n} \mathbf{n}^T \mathbf{A}_M \mathbf{e}] = \sigma^2 \mathbf{e}^T \mathbf{H} \mathbf{e}. \quad (4.38)$$

Debido a que el término  $\mathbf{e}^T \mathbf{A}_M \mathbf{n}$  es una variable aleatoria gaussiana, entonces la probabilidad de la ecuación (4.37) se puede escribir en términos de la función  $Q$ , de la siguiente manera:

$$P[\Omega(\mathbf{b} - 2\mathbf{e}) \geq \Omega(\mathbf{b})] = Q\left(\frac{\mathbf{e}^T \mathbf{H} \mathbf{e}}{\sqrt{E[\mathbf{e}^T \mathbf{A}_M \mathbf{n} \mathbf{n}^T \mathbf{A}_M \mathbf{e}]}}\right). \quad (4.39)$$

Reemplazando el resultado de la ecuación (4.38) en (4.39) se obtiene que:

$$P[\Omega(\mathbf{b} - 2\mathbf{e}) \geq \Omega(\mathbf{b})] = Q\left(\frac{\sqrt{\mathbf{e}^T \mathbf{H} \mathbf{e}}}{\sigma}\right). \quad (4.40)$$

Además, teniendo en cuenta que  $S(\mathbf{e})$  es la señal DS-CDMA en ausencia de ruido, pero modulada por el vector error  $\mathbf{e}$  en lugar de  $\mathbf{b}$  en la ecuación (4.8), entonces:

$$\|S(\mathbf{e})\|^2 = \int_{-MT}^{MT+2T} \left[ \sum_{k=1}^K \sum_{i=-M}^M A_k e_k[i] s_k(t - iT - \tau_k) \right]^2 dt. \quad (4.41)$$

La simplificación de la expresión anterior es [1],[2]:

$$\|S(\mathbf{e})\|^2 = \mathbf{e}^T \mathbf{H} \mathbf{e}. \quad (4.42)$$

Por lo tanto, de las ecuaciones (4.40) y (4.42) se obtiene que [2]:

$$P[\Omega(\mathbf{b} - 2\mathbf{e}) \geq \Omega(\mathbf{b})] = Q\left(\frac{\|S(\mathbf{e})\|}{\sigma}\right). \quad (4.43)$$

Observando que los dos eventos  $\mathbf{e} \in A(\mathbf{b})$  y  $\Omega(\mathbf{b} - 2\mathbf{e}) \geq \Omega(\mathbf{b})$  son independientes, ya que de acuerdo con la ecuación (4.34),  $P[\mathbf{e} \in A(\mathbf{b})]$  depende de  $\mathbf{b}$  pero no de  $\mathbf{n}$ , y de acuerdo con la ecuación (4.37),  $P[\Omega(\mathbf{b} - 2\mathbf{e}) \geq \Omega(\mathbf{b})]$  depende de  $\mathbf{n}$  pero no de  $\mathbf{b}$ , se puede reemplazar la probabilidad de la ocurrencia de ambos eventos como la multiplicación de las probabilidades de los eventos individuales; por lo tanto, una cota superior de la probabilidad de error de bit, con respecto del  $j$ -ésimo bit de la secuencia total, basándonos en [2] es la siguiente:

$$P_j^M(\sigma) \leq \sum_{\mathbf{e} \in E_j} \left(\frac{1}{2}\right)^{w(\mathbf{e})} Q\left(\frac{\|S(\mathbf{e})\|}{\sigma}\right). \quad (4.44)$$

Teniendo en cuenta que  $w(\mathbf{e})=w(-\mathbf{e})$  y  $\|S(\mathbf{e})\| = \|S(-\mathbf{e})\|$  [2], la ecuación anterior se puede simplificar, eliminando de la sumatoria todos los vectores error  $\mathbf{e}$  donde  $e_j = -1$ , y reemplazando  $w(\mathbf{e})$  con  $w(\mathbf{e})-1$ , quedando la ecuación (4.44) de la siguiente manera [2]:

$$P_j^M(\sigma) \leq \sum_{\substack{\mathbf{e} \in E_j \\ e_j=1}} \left(\frac{1}{2}\right)^{w(\mathbf{e})-1} Q\left(\frac{\|S(\mathbf{e})\|}{\sigma}\right). \quad (4.45)$$

La probabilidad de error de bit  $P_j^M(\sigma)$  de la ecuación (4.31) es diferente para cada uno de los bits de la secuencia total de bits finita  $\mathbf{b}$  en cada posición  $j$ -ésima; y disminuye a medida que la posición  $j$  se acerca a los extremos de dicha secuencia [2]. En consecuencia, para obtener una cota superior de la probabilidad de error de bit para la secuencia de bits correspondiente al usuario  $k$ -ésimo se selecciona el valor de  $j$  como el valor correspondiente a la posición del bit central  $b_k[0]$  de la secuencia de dicho usuario. Por ejemplo, en la figura 4.2, para hallar una cota superior de la probabilidad de error de bit del segundo usuario, el valor de  $j$  es el correspondiente a la posición del bit  $b_2[0]$ , es decir  $j=5$ .

Cabe recalcar que en el análisis de la cota superior hallada en la ecuación (4.45) se ha asumido que la longitud de la secuencia total de bits es finita e igual a  $K(2M+1)$ . En el límite, cuando  $M \rightarrow \infty$  se hace necesario seleccionar sólo el subconjunto de los vectores error  $\mathbf{e} \in E_j$  que sean “vectores no descomponibles”, de manera que la sumatoria no diverja. Una descripción y análisis de este caso límite se puede encontrar en [1], [2] y [16]. Asimismo, el hecho de seleccionar sólo vectores  $\mathbf{e}$  que cumplen esta condición hace que la cota sea aún más “ajustada” tanto para secuencias finitas como para  $M \rightarrow \infty$  [2].

## 4.5 Cota inferior de la probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto.

Previamente se define la variable “ $d_{j,\min}$ ”, a partir del concepto de distancia euclideana. La distancia euclideana [3] entre dos señales DS-CDMA en ausencia de ruido  $S(\mathbf{b})$  moduladas por dos vectores  $\mathbf{b}$  arbitrarios  $\mathbf{b}^1$  y  $\mathbf{b}^2$ , es igual a  $\|S(\mathbf{b}^1) - S(\mathbf{b}^2)\|$

Teniendo en cuenta que se definió al inicio de la sección 4.4 que  $\mathbf{e} = \frac{1}{2}(\mathbf{b}^1 - \mathbf{b}^2)$ , entonces la distancia en función del vector error  $\mathbf{e}$  es [2]:

$$\|S(\mathbf{b}^1) - S(\mathbf{b}^2)\| = 2\|S(\mathbf{e})\|. \quad (4.46)$$

Se define “ $d_{j,\min}$ ” como la mitad de la distancia mínima entre dos señales DS-CDMA que difieren en el  $j$ -ésimo bit, lo cual se expresa de la siguiente manera [2]:

$$d_{j,\min} = \min_{\substack{\mathbf{e} \in \{-1,0,1\}^{K(2M+1)} \\ e_j = 1}} \|S(\mathbf{e})\|, \quad (4.47)$$

donde la expresión  $\mathbf{e} \in \{-1,0,1\}^{K(2M+1)}$  significa que los componentes  $e_j$  del vector error  $\mathbf{e}$ , cuya dimensión es  $K(2M+1)$ , pueden tomar cualquier valor dentro del conjunto  $\{-1,0,1\}$ .

Empleando el resultado de la ecuación (4.42) en la ecuación (4.47) se obtiene que:

$$d_{j,\min} = \min_{\substack{\mathbf{e} \in \{-1,0,1\}^{K(2M+1)} \\ e_j = 1}} \sqrt{\mathbf{e}^T \mathbf{H} \mathbf{e}} \quad (4.48)$$

Una vez definida la variable “ $d_{j,\min}$ ” se explica a continuación la derivación de la cota inferior.

Una manera de hallar una cota inferior de la probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto es seguir un método basado en proporcionar información adicional al detector acerca de la posible secuencia total de bits transmitida; ya que la probabilidad de error de bit que se desea hallar siempre es mayor que la probabilidad de error de bit luego de proporcionar esta información.

El procedimiento es el siguiente [2]:

- 1). Se selecciona uno de los vectores error  $\mathbf{e}$  y se le denota  $\mathbf{e}^*$ , de modo tal que se cumpla que  $d_{j,\min} = \|S(\mathbf{e}^*)\|$ .
- 2). Se le proporciona información al detector de acuerdo con los siguientes tres criterios:
  - a) Si la secuencia total de bits transmitida  $\mathbf{b}$  es compatible con el vector error  $\mathbf{e}^*$ , lo cual se denota como  $\mathbf{e}^* \in A(\mathbf{b})$ , se le proporciona al receptor la información de que el vector verdadero transmitido es uno de los siguientes dos:  $\mathbf{b}$  ó  $\mathbf{b} - 2\mathbf{e}^*$ .
  - b) Si la secuencia total de bits transmitida  $\mathbf{b}$  es compatible con el vector error  $-\mathbf{e}^*$ , lo cual se denota como  $\mathbf{e}^* \in A(-\mathbf{b})$ , se le proporciona al

receptor la información de que el vector verdadero transmitido es uno de los siguientes dos:  $\mathbf{b}$  ó  $\mathbf{b}+2\mathbf{e}^*$ .

- c) Si la secuencia total de bits transmitida  $\mathbf{b}$  no es compatible ni con  $\mathbf{e}^*$ , ni con  $-\mathbf{e}^*$ , lo cual se denota como  $\mathbf{e}^* \notin \{A(\mathbf{b}) \cup A(-\mathbf{b})\}$ , se le proporciona al detector el verdadero valor de  $\mathbf{b}$ .

Si el detector cuenta con la información anterior además de la información de la señal recibida, se producirá un error si ocurre cualquiera de los siguientes dos eventos:  $\{\mathbf{e}^* \in A(\mathbf{b})\} \cap \{\Omega(\mathbf{b} - 2\mathbf{e}^*) \geq \Omega(\mathbf{b})\}$  ó  $\{\mathbf{e}^* \in A(-\mathbf{b})\} \cap \{\Omega(\mathbf{b} + 2\mathbf{e}^*) > \Omega(\mathbf{b})\}$ .

Siguiendo un análisis de la probabilidad de estos eventos similar al que se empleó para la obtención de la cota superior, en el cual se obtuvieron como resultados parciales las ecuaciones (4.35) y (4.43), reemplazando en ambas ecuaciones  $\mathbf{e}^*$  en lugar de  $\mathbf{e}$ , se obtiene que [2]:

$$P[\{\mathbf{e}^* \in A(\mathbf{b})\} \cap \{\Omega(\mathbf{b} - 2\mathbf{e}^*) \geq \Omega(\mathbf{b})\}] = \left(\frac{1}{2}\right)^{w(\mathbf{e}^*)} Q\left(\frac{\|S(\mathbf{e}^*)\|}{\sigma}\right). \quad (4.49)$$

Puesto que la condición inicial del análisis es  $d_{j,\min} = \|S(\mathbf{e}^*)\|$ , entonces:

$$P[\{\mathbf{e}^* \in A(\mathbf{b})\} \cap \{\Omega(\mathbf{b} - 2\mathbf{e}^*) \geq \Omega(\mathbf{b})\}] = \left(\frac{1}{2}\right)^{w(\mathbf{e}^*)} Q\left(\frac{d_{j,\min}}{\sigma}\right). \quad (4.50)$$

Teniendo en cuenta que los dos eventos mencionados:  $\{\mathbf{e}^* \in A(\mathbf{b})\} \cap \{\Omega(\mathbf{b} - 2\mathbf{e}^*) \geq \Omega(\mathbf{b})\}$  y  $\{\mathbf{e}^* \in A(-\mathbf{b})\} \cap \{\Omega(\mathbf{b} + 2\mathbf{e}^*) \geq \Omega(\mathbf{b})\}$  no se traslapan [2], entonces la probabilidad independiente de cada uno de dichos eventos es la misma y es igual a la indicada en la ecuación (4.50) y la probabilidad de que ocurra uno de los dos eventos, es decir de  $\{\mathbf{e}^* \in A(\mathbf{b})\} \cap \{\Omega(\mathbf{b} - 2\mathbf{e}^*) > \Omega(\mathbf{b})\}$  ó  $\{\mathbf{e}^* \in A(-\mathbf{b})\} \cap \{\Omega(\mathbf{b} + 2\mathbf{e}^*) \geq \Omega(\mathbf{b})\}$  es el doble del valor hallado en la ecuación (4.50); es decir es igual a  $(1/2)^{w(\mathbf{e}^*)-1} Q(d_{j,\min} / \sigma)$ .

Por lo tanto, una cota inferior de la probabilidad de error de bit con respecto al  $j$ -ésimo bit de la secuencia total de bits  $\mathbf{b}$  es:

$$P_j^M(\sigma) \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{w(\mathbf{e}^*)-1} Q\left(\frac{d_{j,\min}}{\sigma}\right). \quad (4.51)$$

Ya que pueden existir varios vectores error  $\mathbf{e}^*$  que cumplan con la condición de que  $d_{j,\min} = \|S(\mathbf{e}^*)\|$ , la cota inferior más “ajustada” al valor verdadero de la probabilidad de error de bit es aquella en la cual se selecciona el vector  $\mathbf{e}^*$  con menor peso  $w(\mathbf{e})$ , de tal manera que se maximiza el valor de la expresión (4.51). A

este peso mínimo se le denota  $w_{j,\min}$ , y la expresión de la cota inferior de la ecuación (4.51) se convierte en [2]:

$$P_j^M \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{w_{j,\min}-1} Q\left(\frac{d_{j,\min}}{\sigma}\right). \quad (4.52)$$

Cabe señalar que otra cota inferior de la probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto para el usuario  $k$ -ésimo es la probabilidad de error de bit en un canal de un solo usuario; es decir, sin usuarios interferentes, cuando se emplea el detector de DS-CDMA convencional, el cual es óptimo en este tipo de canal. Esta cota inferior es igual a  $P_k^M(\sigma) \geq Q(A_k/\sigma)$  [1], [2]. Se puede demostrar que esta es una cota inferior si se interpreta este caso en el sentido de que se le ha proporcionado información al detector de todos los bits transmitidos por los usuarios interferentes [1].

## 4.6 Comportamiento asintótico (cuando $\sigma \rightarrow 0$ ) de las cotas superior e inferior de la probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto

Cuando  $\sigma \rightarrow 0$ , la cota superior expresada en la ecuación (4.45) está dominada por el término más grande de la sumatoria, el cual es el término  $Q(d_{j,\min}/\sigma)$  multiplicado por una constante a la que se le denotará como  $C_j^U$ . Esto se expresa en la ecuación siguiente:

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \sum_{\substack{\mathbf{e} \in E_j \\ e_j=1}} \left(\frac{1}{2}\right)^{w(\mathbf{e})-1} Q\left(\frac{\|S(\mathbf{e})\|}{\sigma}\right) = C_j^U Q\left(\frac{d_{j,\min}}{\sigma}\right), \quad (4.53)$$

donde:

$$C_j^U = \sum_{\substack{\mathbf{e} \in E_j, e_j=1 \\ \|S(\mathbf{e})\|=d_{j,\min}}} \left(\frac{1}{2}\right)^{w(\mathbf{e})-1}. \quad (4.54)$$

De manera similar, en el caso de la cota inferior expresada en la ecuación (4.52), cuando  $\sigma \rightarrow 0$  se obtiene que:

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \left(\frac{1}{2}\right)^{w_{j,\min} - 1} Q\left(\frac{d_{j,\min}}{\sigma}\right) = C_j^L Q\left(\frac{d_{j,\min}}{\sigma}\right), \quad (4.55)$$

donde:

$$C_j^L = \left(\frac{1}{2}\right)^{w_{j,\min} - 1}. \quad (4.56)$$

Comparando la ecuación (4.53) con la ecuación (4.55), se observa que cuando  $\sigma \rightarrow 0$  tanto la cota inferior como la cota superior están dominadas por el mismo término, el cual es igual a  $Q(d_{j,\min} / \sigma)$  multiplicado por un factor independiente de  $\sigma$ . Por lo tanto, se dice que las cotas son asintóticamente “ajustadas” [1] una con respecto a la otra (y por consiguiente también con respecto a la verdadera probabilidad de error de bit), en el sentido de que su razón o cociente converge a una constante diferente de cero y que no depende del nivel de ruido. La razón o cociente se halla dividiendo el valor de la cota superior (ecuación 4.53) entre el valor de la cota inferior (ecuación 4.55) cuando  $\sigma \rightarrow 0$ , obteniéndose que es igual a [2]:

$$\frac{C_j^U Q\left(\frac{d_{j,\min}}{\sigma}\right)}{C_j^L Q\left(\frac{d_{j,\min}}{\sigma}\right)} = \sum_{\substack{|\mathcal{S}(\mathbf{e})|=d_{j,\min} \\ e_j=1}} \left(\frac{1}{2}\right)^{w(\mathbf{e}) - w_{j,\min}}. \quad (4.57)$$

Además, se puede concluir a partir de las ecuaciones (4.53) y (4.55) que tanto la cota superior como la cota inferior de la probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto con respecto al  $j$ -ésimo bit de la secuencia total de bits  $\mathbf{b}$  se comportan para razones señal a ruido altas de manera similar a la probabilidad de error de bit de un sistema de un único usuario con amplitud igual a  $d_{j,\min}$  (o energía igual a  $d_{j,\min}^2$ ); y, puesto que son asintóticamente “ajustadas”, este será también el comportamiento de la probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto.

## 4.7 Eficiencia multiusuario asintótica del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto

Basándonos en la definición de eficiencia multiusuario asintótica dada en la ecuación (3.20), para una secuencia total finita de bits de longitud  $K(2M+1)$  la

eficiencia multiusuario asintótica de un detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto con respecto al  $j$ -ésimo bit es [21]:

$$\eta_j^M = \sup\{0 \leq r < 1 : \lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{P_j^M(\sigma)}{Q\left(\frac{\sqrt{r}A_j}{\sigma}\right)} = 0\}. \quad (4.58)$$

Reemplazando el valor del término dominante de las cotas superior e inferior cuando  $\sigma \rightarrow 0$ ,  $Q(d_{j,\min}/\sigma)$ , en la ecuación (4.58) se obtiene que [2]:

$$\eta_j^M = \sup\{0 \leq r < 1 : \lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{Q\left(\frac{d_{j,\min}}{\sigma}\right)}{Q\left(\frac{\sqrt{r}A_j}{\sigma}\right)} = 0\}, \quad (4.59)$$

de donde se desprende que:

$$\eta_j^M = \frac{d_{j,\min}^2}{A_j^2}. \quad (4.60)$$

Haciendo uso del resultado de la ecuación (4.48) se obtiene que:

$$\eta_j^M = \min_{\substack{\mathbf{e} \in \{-1,0,1\}^{K(2M+1)} \\ e_j=1}} \frac{\mathbf{e}^T \mathbf{H} \mathbf{e}}{A_j^2}. \quad (4.61)$$

Reemplazando la ecuación (4.15) en la ecuación anterior, se obtiene que:

$$\eta_j^M = \min_{\substack{\mathbf{e} \in \{-1,0,1\}^{K(2M+1)} \\ e_j=1}} \frac{\mathbf{e}^T \mathbf{A}_M \mathbf{R} \mathbf{A}_M \mathbf{e}}{A_j^2}. \quad (4.62)$$

Para demostrar que la eficiencia multiusuario asintótica es óptima, es necesario señalar que las cotas superior e inferior de la probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto son también las cotas superior e inferior de la probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo que minimiza la probabilidad de error de bit, al que se hizo referencia al inicio del capítulo. En el caso de la cota superior, esto se explica debido a que el detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto es subóptimo en términos de probabilidad de error de bit. Y en el caso de la cota inferior, la derivación de la cota inferior del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto coincide con la del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo que minimiza la probabilidad de error de bit, según se demuestra en [1]. Por lo tanto, el comportamiento asintótico (cuando  $\sigma \rightarrow 0$ ) del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo con el que se obtiene la mínima probabilidad de error de bit es el mismo que el del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto. Y, en consecuencia, la eficiencia multiusuario

asintótica del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto coincide con la del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo que minimiza la probabilidad de error de bit; y, en consecuencia, es óptima en el sentido que es la máxima eficiencia multiusuario asintótica alcanzable por un detector multiusuario [24].

## 4.8 Resistencia al problema del efecto cercano-lejano del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto

Como se explicó en el capítulo 3, la resistencia al problema del efecto cercano-lejano se halla minimizando la eficiencia multiusuario asintótica al variar los valores de las amplitudes de los usuarios interferentes  $A_l > 0$ ,  $l \neq j$ . Para una secuencia de bits finita de longitud  $K(2M+1)$ , la resistencia al problema del efecto cercano-lejano del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto se puede expresar como [2], [21]:

$$\bar{\eta}_j^M = \min_{\substack{A_l > 0 \\ l \neq j}} \eta_j^M. \quad (4.63)$$

Reemplazando el resultado de la ecuación (4.62) en (4.63) se obtiene que:

$$\bar{\eta}_j^M = \min_{\substack{A_l > 0 \\ l \neq j}} \left( \min_{\substack{\mathbf{e} \in \{-1,0,1\}^{K(2M+1)} \\ e_j = 1}} \frac{\mathbf{e}^T \mathbf{A}_M \mathbf{R} \mathbf{A}_M \mathbf{e}}{A_j^2} \right). \quad (4.64)$$

Mediante el desarrollo de la ecuación anterior, que se demuestra en [21], asumiendo que la matriz  $\mathbf{R}$  es no singular, se llega a la forma cerrada siguiente:

$$\bar{\eta}_j^M = \frac{1}{(\mathbf{R}^{-1})_{jj}}. \quad (4.65)$$

Puesto que la resistencia al problema del efecto cercano-lejano depende de la eficiencia multiusuario asintótica, la cual es óptima para el detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto tal como se explicó en la sección anterior, la resistencia al problema del efecto cercano-lejano también es óptima.

## 4.9 Simulaciones del presente capítulo.

### 4.9.1 Simulación 4.1

Descripción.- Se simula la tasa de error de bit (BER) del usuario 1 versus la relación señal a ruido SNR(dB) cuando se emplea el detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto en un canal asíncrono gaussiano de 3 usuarios, al ir variando las amplitudes de los usuarios interferentes. Se compara con la tasa de error de bit del detector de DS-CDMA convencional y la de un canal de un solo usuario, sin usuarios interferentes.

Se emplean secuencias de código de usuario de diseño “simple” de una longitud de 10 chips. Las correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencias de código de los usuarios son las siguientes:  $\rho_{12} = -0.1$ ,  $\rho_{21} = +0.1$ ,  $\rho_{13} = -0.1$ ,  $\rho_{31} = -0.1$ ,  $\rho_{23} = -0.2$ ,  $\rho_{32} = +0.2$ ; y donde los retardos de tiempo de los usuarios 1, 2 y 3 son respectivamente  $\tau_1=0$ ;  $\tau_2=1$ ;  $\tau_3=3$ .

De manera semejante a la simulación 3.1, la figura 4.4.a corresponde al caso donde los 3 usuarios tienen la misma amplitud ( $A_1=1$ ;  $A_2=1$ ;  $A_3=1$ ); la figura 4.4.b corresponde al caso donde los usuarios interferentes tienen el doble de la amplitud del usuario 1 ( $A_1=1$ ;  $A_2=2$ ;  $A_3=2$ ); y la figura 4.4.c corresponde al caso donde los usuarios interferentes tienen el triple de amplitud del usuario 1 ( $A_1=1$ ;  $A_2=3$ ;  $A_3=3$ ).

En las tablas I.7, I.8, I.9 del Anexo I se registran los valores de los resultados de la simulación y también se indica el número de bits por usuario.

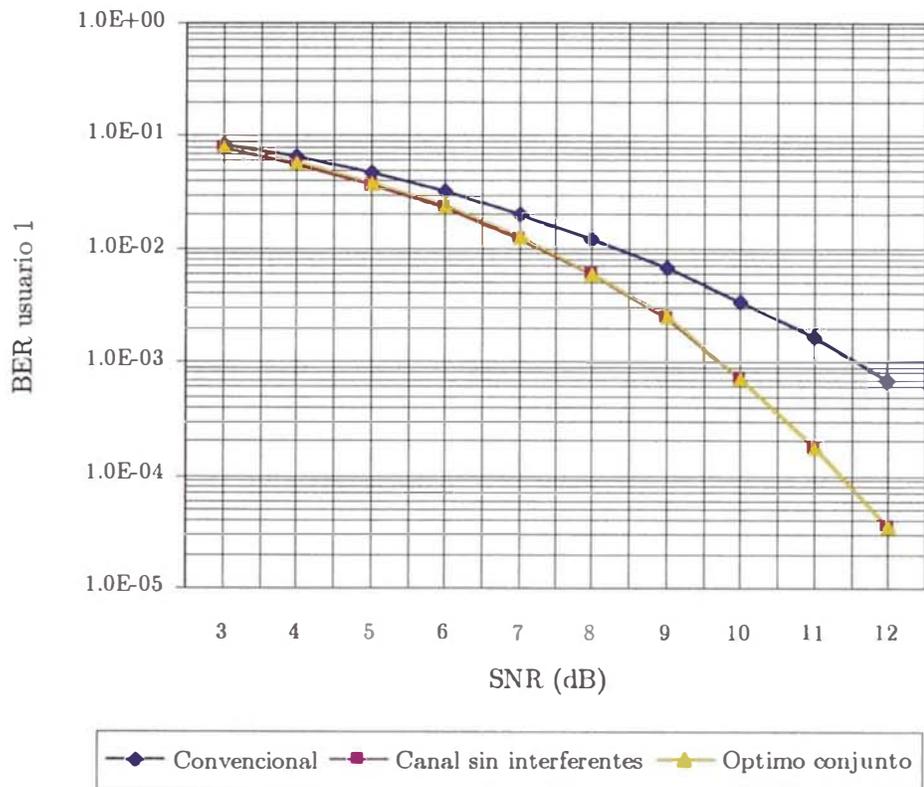


Figura 4.4.a: Simulación 4.1 ( $A_1=1; A_2=1; A_3=1$ )

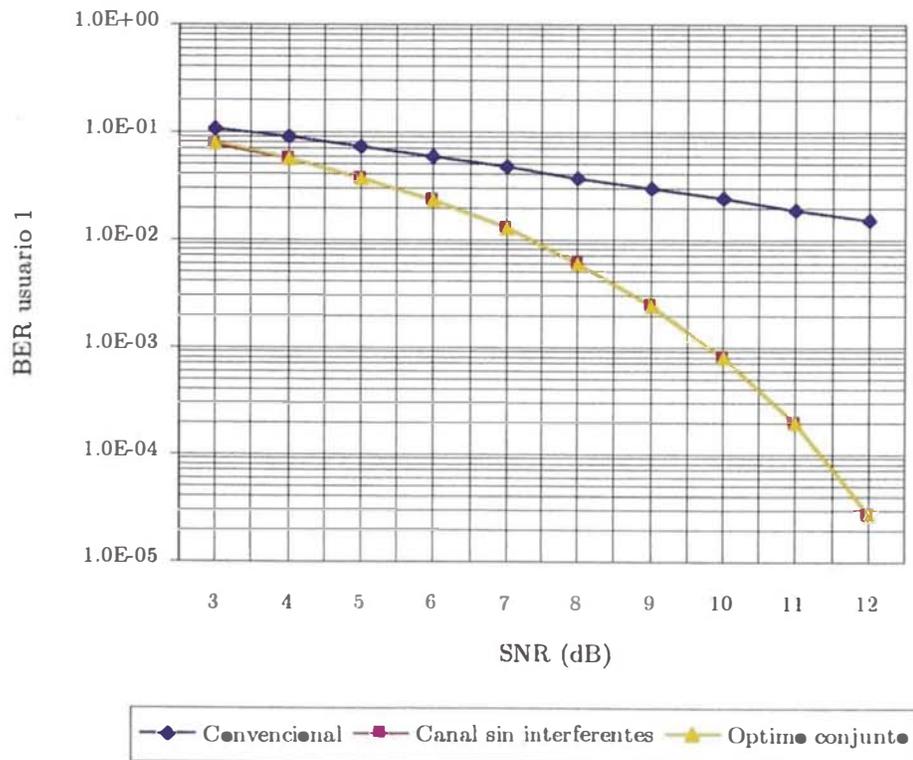


Figura 4.4.b: Simulación 4.1 ( $A_1=1; A_2=2; A_3=2$ )

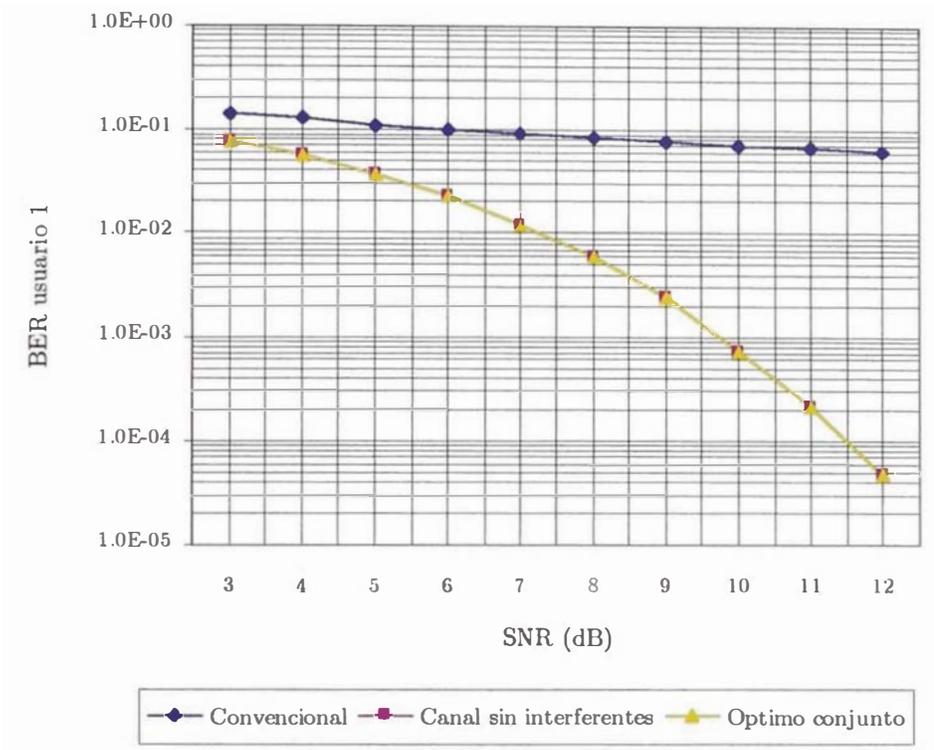


Figura 4.4.c: Simulación 4.1 ( $A_1=1$ ;  $A_2=3$ ;  $A_3=3$ )

Análisis e interpretación de los resultados.- Para los casos simulados, a diferencia del detector de DS-CDMA convencional, la curva de la tasa de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto tiende a mantenerse casi sin variación a pesar del incremento en los niveles de amplitud de los usuarios interferentes (ver figuras 4.4.a, 4.4.b, y 4.4.c); asimismo, se puede observar que la tasa de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto es muy cercana a la tasa de error de bit en un canal de un solo usuario, sin usuarios interferentes.

## 4.9.2 Simulación 4.2

Descripción.- Se simula la tasa de error de bit (BER) del usuario 1 versus la relación señal a ruido SNR(dB) cuando se emplea el detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto a medida que se van incrementando las correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de las secuencias de código de los diferentes usuarios. Se compara con la tasa de error de bit del detector de DS-CDMA convencional, y con la de un canal de un solo usuario, sin usuarios interferentes.

De manera similar a la simulación 3.2 se han escogido los siguientes datos:

En la figura 4.5.a, se emplean secuencias de código de diseño “simple” de 10 chips. Las correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencias de código de los diferentes usuarios son las siguientes:  $\rho_{12} = -0.1$ ,  $\rho_{21} = +0.1$ ,  $\rho_{13} = -0.1$ ,  $\rho_{31} = -0.1$ ,  $\rho_{23} = -0.2$ ,  $\rho_{32} = +0.2$ .

En la figura 4.5.b, se emplean secuencias de código de diseño “simple” de 8 chips. Las correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencias de código de los diferentes usuarios son las siguientes:  $\rho_{12} = -0.125$ ,  $\rho_{21} = +0.125$ ,  $\rho_{13} = -0.125$ ,  $\rho_{31} = -0.125$ ,  $\rho_{23} = -0.25$ ,  $\rho_{32} = +0.25$ .

En la figura 4.5.c, se emplean secuencias de código de diseño “simple” de 6 chips. Las correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencias de código de los diferentes usuarios son las siguientes:  $\rho_{12} = -0.16$ ,  $\rho_{21} = +0.16$ ,  $\rho_{13} = -0.16$ ,  $\rho_{31} = -0.16$ ,  $\rho_{23} = -0.32$ ,  $\rho_{32} = +0.32$ .

Los retardos de tiempo de los usuarios 1, 2, y 3 son respectivamente  $\tau_1=0$ ;  $\tau_2=1$ ;  $\tau_3=3$ .

En las tablas I.10, I.11, y I.12 del Anexo I se registran los valores de los resultados de la simulación y también se indica el número de bits por usuario.

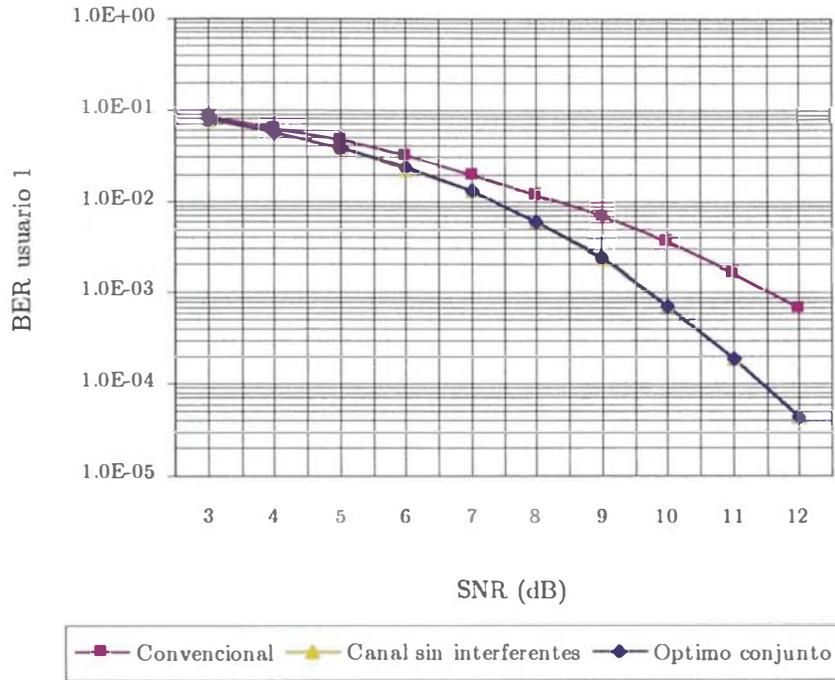


Figura 4.5.a: Simulación 4.2 (10 chips)

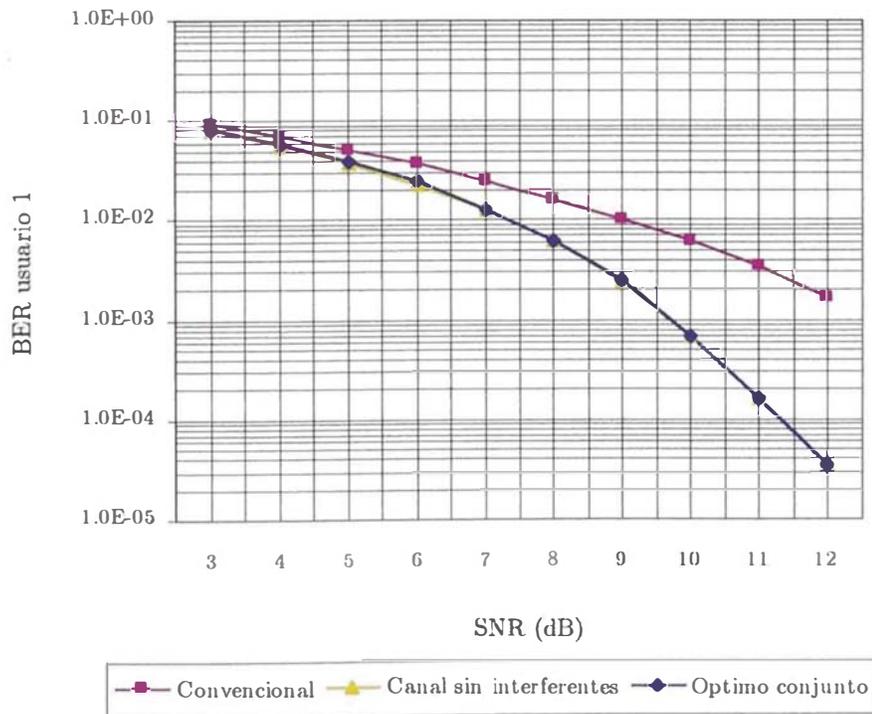


Figura 4.5.b: Simulación 4.2 (8 chips)

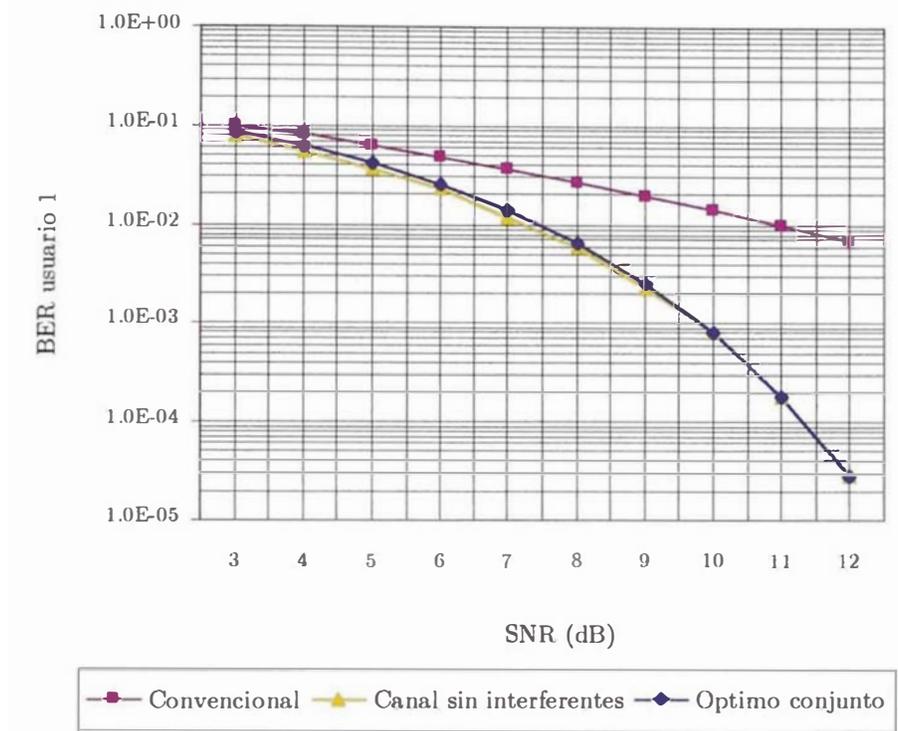


Figura 4.5.c: Simulación 4.2 (6 chips)

Análisis e interpretación de los resultados.- Al igual que en la simulación 4.1, la curva de la tasa de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto se mantiene casi sin variación, a medida que se va aumentando el valor de la correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencias de código de los diferentes usuarios (ver figuras 4.5.a, 4.5.b y 4.5.c). Esto contrasta con el desempeño en términos de la tasa de error de bit del detector de DS-CDMA convencional, el cual se deteriora significativamente a medida que va aumentando el valor de dichas correlaciones. Además, la curva de la tasa de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto es muy cercana a la de un canal de un solo usuario, sin usuarios interferentes.

### 4.9.3 Simulación 4.3

Descripción.- Se grafican la cota superior aproximada y la cota inferior de la probabilidad de error de bit del usuario 1 versus la relación señal a ruido SNR(dB) del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto para una secuencia finita de 1000 bits por usuario, y se comparan con la curva de la probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA convencional para un canal asíncrono gaussiano de 3 usuarios. También se comparan con la probabilidad de error de bit en un canal de un solo usuario, sin usuarios interferentes. Se debe indicar que para el caso del cálculo de la cota superior, debido a la elevada complejidad computacional que requiere su cálculo ha sido necesario limitar la cantidad de términos de la sumatoria de la ecuación (4.45), considerando los nueve términos más significativos, por lo que puede considerarse como una aproximación.

Se emplean secuencias de código Gold de 31 chips, de relativamente bajas correlaciones, seleccionadas de la información contenida en [23]. Las correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencia de código de los diferentes usuarios es la siguiente:  $\rho_{12} = -0.0645$  ,  $\rho_{21} = 0.0323$ ,  $\rho_{13} = 0.0000$ ,  $\rho_{31} = 0.2258$ ,  $\rho_{23} = 0.0968$ ,  $\rho_{32} = 0.1290$ . Los retardos de tiempo de los usuarios 1, 2, y 3 son respectivamente  $\tau_1=5$ ;  $\tau_2=12$ ;  $\tau_3=17$ .

El procedimiento empleado para calcular la cota inferior y la cota superior aproximada de la probabilidad de error de bit del usuario 1 cuando se emplea el detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto para  $K$ : 3 usuarios y 1000 bits por usuario (secuencia total de 3000 bits), a partir de las ecuaciones (4.52) y (4.45) respectivamente, ha sido el siguiente:

Para el cálculo de la cota inferior de la ecuación (4.52) se requiere calcular el valor de  $d_{j,\min}$ , donde  $j$ : 1501 (posición del bit central de la secuencia del usuario 1 dentro de la secuencia total de 3000 bits) y  $e_j-1$ , lo cual puede realizarse mediante la minimización definida en la ecuación (4.48), y que equivale a minimizar la expresión  $\mathbf{e}^T \mathbf{H} \mathbf{e}$  y luego calcular su raíz cuadrada, donde  $\mathbf{e}$  es el vector error, cuyos componentes  $e_j$  pueden tomar secuencialmente los valores +1, 0 ó -1. Puesto que dicha expresión matricial puede descomponerse en forma aditiva de la siguiente manera, basándonos en [2]:

$$\mathbf{e}^T \mathbf{H} \mathbf{e} = \sum_{j=1}^{K(2M+1)} A_{\kappa(j)} e_j \left[ A_{\kappa(j)} e_j + 2 \sum_{n=1}^{K-1} e_{j-n} A_{\kappa(j-n)} \rho_{\kappa(j-n), \kappa(j)} \right], \quad (4.66)$$

entonces se realiza su minimización empleando un diagrama trellis que tiene como función métrica total la sumatoria de la ecuación anterior, y como función métrica de rama la expresión dentro de la sumatoria.

Para  $K=3$  usuarios, el esquema del diagrama trellis se grafica a continuación:

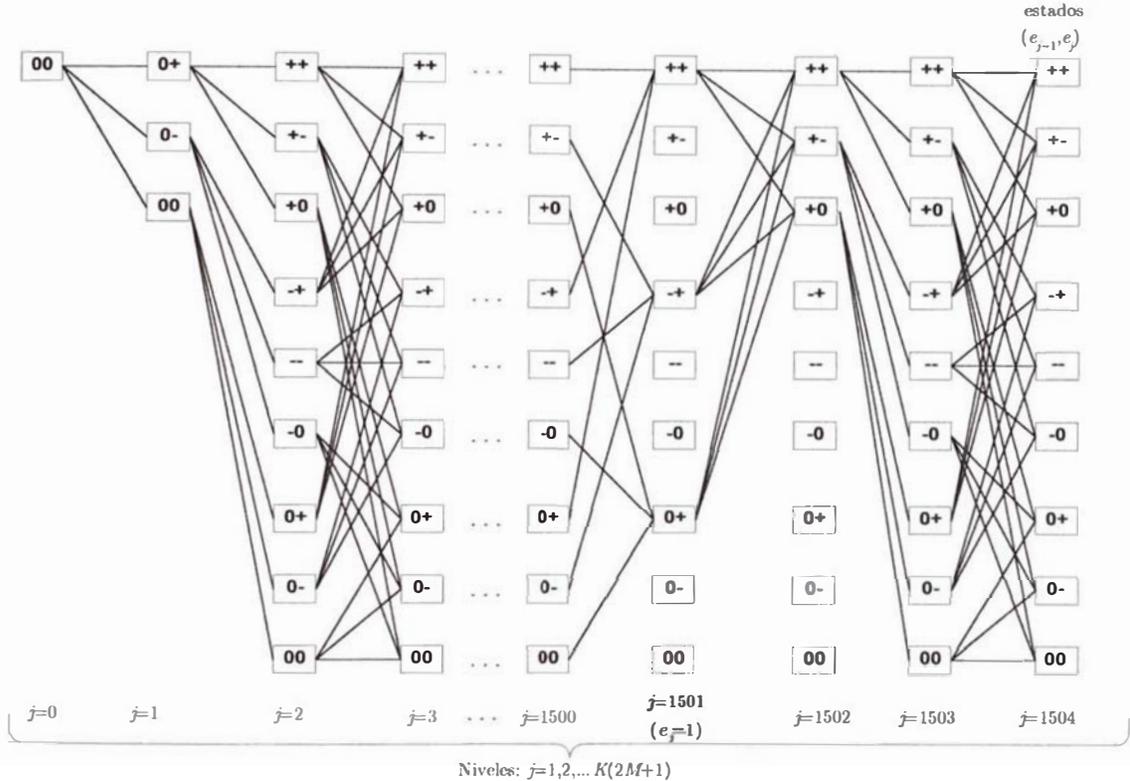


Figura 4.6: Simulación 4.3 - Diagrama trellis para hallar  $d_{j,\min}$

En el diagrama trellis de la figura 4.6, a partir del nivel  $j=3$ , y excepto los niveles correspondientes a  $j=1501$  y los dos niveles siguientes, cada nodo está conectado con 3 nodos del nivel anterior mediante 3 ramas. El número de niveles (sin contar el nivel inicial cero) es igual a 3000 (longitud de la secuencia total de bits). Cada estado (nodo) del diagrama trellis tiene  $K-1=2$  componentes:  $(e_{j-1}, e_j)$ . Puesto que cada componente puede tomar 3 valores (1, 0 ó -1), el diagrama trellis tiene  $3^2=9$  nodos por nivel a partir del nivel  $j=2$ .

En cada nodo de cada nivel del diagrama trellis donde convergen 3 trayectos, se aplica el algoritmo de Viterbi para seleccionar el trayecto de menor métrica, y descartar el resto. En el caso que converjan en el mismo nodo trayectos que tengan

igual métrica, se selecciona el trayecto en el cual el peso de la secuencia  $\mathbf{e}$  hasta dicho nodo sea el menor.

En el último nivel, se selecciona como valor de  $d_{j,\min}$  la raíz cuadrada de la métrica correspondiente al nodo de menor métrica acumulada. Debido a la posibilidad de que existan varios trayectos con el mismo valor de métrica acumulada  $d_{j,\min}$ , se selecciona como valor del peso del vector error,  $w(\mathbf{e})$ , el que sea mínimo,  $w_{j,\min}$ , de entre dichos trayectos.

Para el cálculo de la cota superior aproximada, puesto que  $\|S(\mathbf{e})\| = \sqrt{\mathbf{e}^T \mathbf{H} \mathbf{e}}$ , se realiza la sumatoria de la ecuación (4.45) considerando como valores de  $\|S(\mathbf{e})\|$  las raíces cuadradas de los valores de las métricas acumuladas de cada uno de los 9 nodos del último nivel del mismo diagrama trellis descrito para hallar la cota inferior, ya que los valores menores de  $\|S(\mathbf{e})\|$  son los que hacen mayor (y en consecuencia dominante) a la función  $Q(\|S(\mathbf{e})\|/\sigma)$ . Se toman como pesos de los vectores error,  $w(\mathbf{e})$ , los pesos de las secuencias  $\mathbf{e}$  correspondientes a cada uno de los 9 trayectos respectivos.

En la figura 4.7.a las amplitudes de los 3 usuarios son las mismas ( $A_1=1$ ;  $A_2=1$ ;  $A_3=1$ ).

En la figura 4.7.b las amplitudes de los usuarios interferentes son el doble de la del usuario 1 ( $A_1=1$ ;  $A_2=2$ ;  $A_3=2$ ).

En la figura 4.7.c las amplitudes de los usuarios interferentes son el triple de la del usuario 1. ( $A_1=1$ ;  $A_2=3$ ;  $A_3=3$ ).

En las tablas I.13, I.14 y I.15 del Anexo I se registran los valores de los resultados de la simulación.

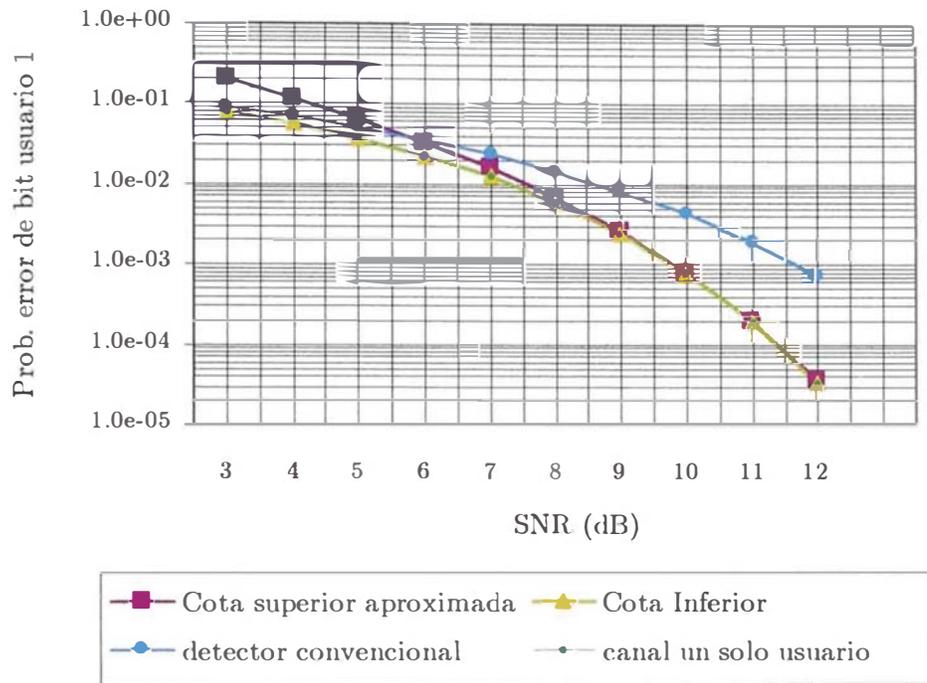


Figura 4.7.a: Simulación 4.3 ( $A_1=1; A_2=1; A_3=1$ )

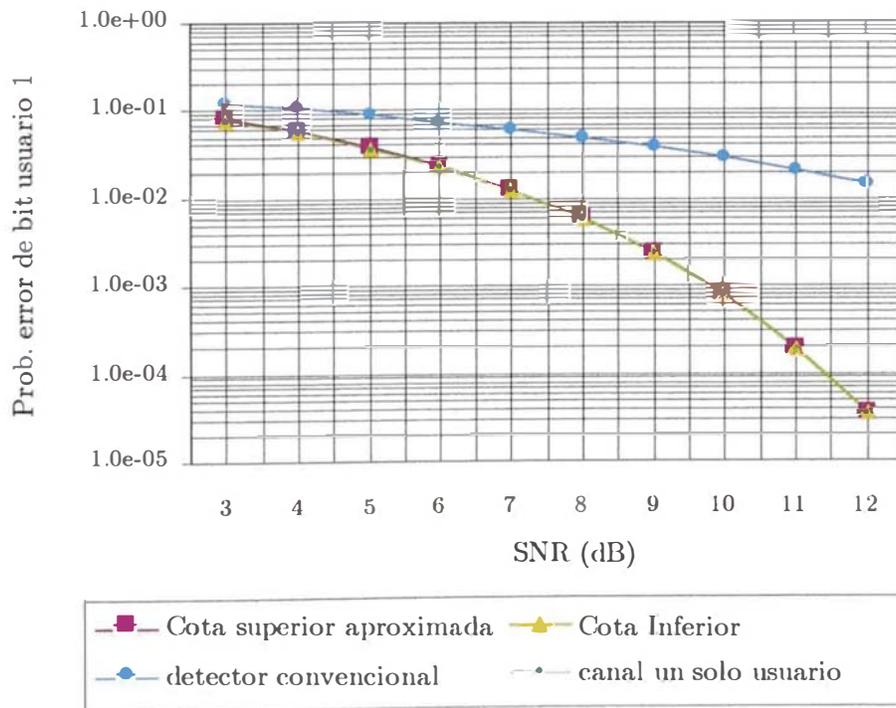


Figura 4.7.b: Simulación 4.3 ( $A_1=1; A_2=2; A_3=2$ )

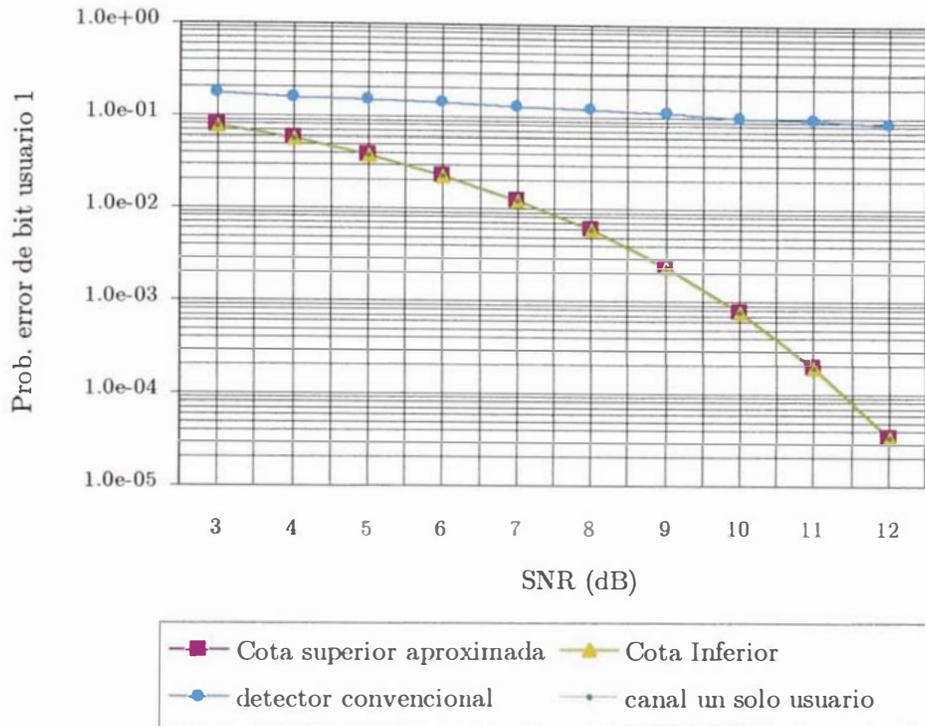


Figura 4.7.c: Simulación 4.3 ( $A_1=1$ ;  $A_2=3$ ;  $A_3=3$ )

Análisis e interpretación de los resultados.- Las gráficas de las cota superior aproximada y de la cota inferior de la probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto confirman su comportamiento de resistencia a la variación de las amplitudes de los usuarios interferentes que se observó de manera similar en la simulación 4.1. En el caso del detector de DS-CDMA convencional, se observa que la probabilidad de error de bit del usuario 1 se ve afectada severamente por el incremento de las amplitudes de los usuarios interferentes, aun cuando se emplean secuencias de código Gold con correlaciones cruzadas parciales relativamente pequeñas. Asimismo, la cota superior aproximada hallada para el detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto es en general bastante cercana a la cota inferior, y particularmente en la zona de alta relación señal a ruido. También se observa que la cota inferior del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto es muy cercana a la probabilidad de error de bit en un canal de un solo usuario, sin usuarios interferentes.

#### **4.9.4 Conclusiones de las simulaciones del presente capítulo**

Para las simulaciones del presente capítulo se puede concluir con respecto al desempeño en términos de la tasa de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto, que éste es muy superior al del detector de DS-CDMA convencional en presencia de la interferencia multiusuario. Este desempeño se ve afectado muy poco por los cambios en las amplitudes de los usuarios interferentes, demostrándose así su resistencia al problema del efecto cercano-lejano. Adicionalmente, este desempeño se mantiene con poca variación a pesar del aumento simulado en las correlaciones cruzadas parciales entre los usuarios, y es muy cercano a la tasa de error de bit en un canal sin usuarios interferentes.

Asimismo, en contraste con las conclusiones para las simulaciones del detector de DS-CDMA convencional del capítulo anterior, esto implica además que el desempeño en términos de la tasa de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto es muy superior al desempeño del detector de DS-CDMA convencional frente al empleo de formas de onda de secuencias de código diferentes, de mayor correlación; frente a diferentes retardos de tiempo posibles de los usuarios asíncronos del sistema, y se puede deducir que también ante el incremento del número de usuarios, debido a la característica aditiva de la interferencia multiusuario.

## Capítulo 5

# **Detección de DS-CDMA multiusuario subóptima de complejidad reducida, aplicando algoritmos tipo M, T y T-M, en un canal asíncrono gaussiano**

Debido a la elevada complejidad computacional del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto con respecto a la del detector convencional, siendo exponencial con respecto al número de usuarios, aparece la necesidad de diseñar detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos, que empleen algoritmos de detección cuya complejidad computacional sea menor, pero que al mismo tiempo sus características de desempeño, tales como la probabilidad de error de bit, se acerquen a las del detector óptimo conjunto.

Unos de los métodos para reducir esta complejidad computacional es la aplicación de algoritmos de tipo M, T y T-M en la detección de DS-CDMA; por ejemplo, tal como se mencionó en la introducción, un estudio de la aplicación de dichos algoritmos en un canal síncrono gaussiano puede encontrarse en [7], y del algoritmo tipo M a un canal asíncrono gaussiano en [12]. En el presente capítulo se considera la aplicación de los tres tipos de algoritmos M, T y T-M en la detección de DS-CDMA en un canal asíncrono gaussiano, y se evalúa su desempeño mediante simulaciones por computadora.

A diferencia del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto que realiza una búsqueda exhaustiva de secuencias de estados del diagrama trellis, los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos que aplican algoritmos de tipo M, T y T-M tienen en común que realizan una búsqueda limitada, y por consiguiente subóptima, de dichas secuencias. La aplicación de dichos algoritmos en la detección de DS-CDMA multiusuario en un canal asíncrono gaussiano que se describe a continuación se basa en que en cada nivel del diagrama trellis, los algoritmos M, T y T-M

seleccionarán para extender al siguiente nivel los nodos (o estados) que tengan las mejores métricas acumuladas hasta ese instante, basándose en criterios de selección diferentes según el tipo de algoritmo aplicado. Las secuencias de estados seleccionadas en cada nivel del diagrama trellis están asociadas a las secuencias de bits más probables en dicho nivel; el resto de nodos, que tienen una métrica acumulada tal que son menos probables de corresponder a la secuencia de bits transmitida, se descartan.

La función métrica de rama del diagrama trellis que emplean los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos que aplican los algoritmos M, T y T-M es la misma función métrica de rama del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto para un canal asíncrono gaussiano, la cual se muestra en la ecuación (4.22). Puesto que en ambos casos se hace uso de la misma función métrica de rama, se espera que sus características de desempeño, tales como la probabilidad de error de bit, la eficiencia multiusuario asintótica y la resistencia al efecto del problema cercano-lejano sean cercanas a las del detector óptimo conjunto, lo cual se evaluará mediante las simulaciones. Cabe indicar que, al igual que para el caso del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto, los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos M, T y T-M del presente estudio requieren del conocimiento de las amplitudes recibidas de los usuarios y de las correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencias de código.

En la figura 5.1 se muestra el esquema de un detector de DS-CDMA multiusuario subóptimo que emplea un algoritmo tipo M, T o T-M.

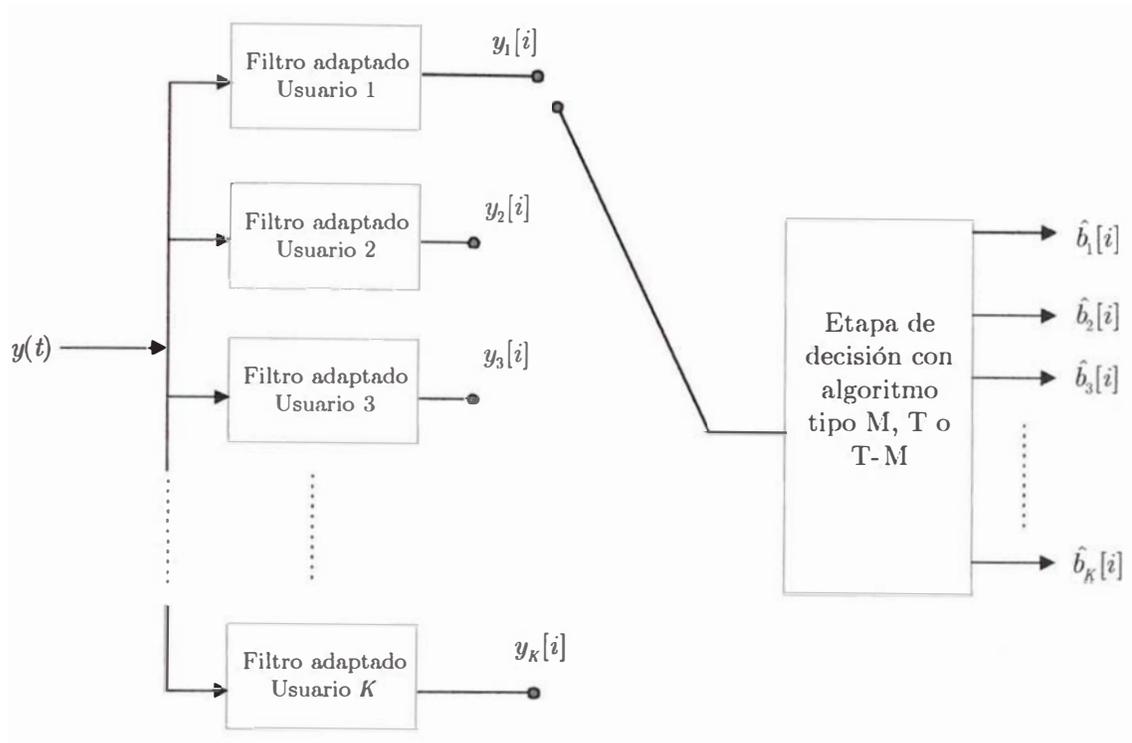


Figura 5.1: Detector de DS-SS multiusuario subóptimo con algoritmo tipo M, T o T-M en un canal asíncrono gaussiano

## 5.1 Detección de DS-SS multiusuario aplicando el algoritmo tipo M

Se aplicará el algoritmo tipo M al diagrama trellis de la siguiente manera:

Se selecciona un nivel de inicio de aplicación del algoritmo. Se calculan las métricas acumuladas de los trayectos hasta los nodos del nivel actual. Si en un nodo convergen dos trayectos se escoge como métrica acumulada del nodo la mayor de las métricas de los dos trayectos y se descarta el trayecto de menor métrica; cabe indicar que la implementación de esta condición es una posibilidad de acuerdo a [10]. Luego, se comparan las métricas acumuladas de los nodos del mismo nivel y se extienden hacia el siguiente nivel (calculando las dos métricas de rama correspondientes) solamente los M nodos de mayor métrica acumulada y se almacenan los trayectos (asociados a

las secuencias de bits) respectivos. Los demás trayectos son descartados. En el siguiente nivel se repite el procedimiento. Puesto que de cada nodo se extienden dos trayectos hacia el siguiente nivel, la cantidad de métricas de rama calculadas por nivel será de  $2M$ . Cuando el valor de  $M \ll 2^{k-1}$  el algoritmo tiene complejidad computacional reducida debido a que el número de métricas a calcular por nivel es reducido significativamente con respecto al número de métricas de rama que se calculan cuando se emplea el detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto.

Entonces, la aplicación del algoritmo tipo M se puede resumir en los siguientes pasos en el diagrama trellis:

1. Seleccionar un nivel de inicio de aplicación del algoritmo.
2. Calcular las métricas acumuladas  $J$  hasta cada nodo del nivel actual del diagrama trellis. Si en un nodo convergen dos trayectos se escoge como métrica acumulada del nodo la mayor de las métricas de los dos trayectos y se descarta el trayecto de menor métrica.
3. Verificar si el nivel actual es el último; si es así ir al paso 8, de lo contrario continuar al paso siguiente.
4. Comparar las métricas acumuladas calculadas en el paso 2 y seleccionar los  $M$  nodos de mayor métrica acumulada; almacenar los trayectos (asociados a las secuencias de bits) respectivos.
5. Extender los  $M$  nodos seleccionados hacia el siguiente nivel del diagrama trellis, calculando las métricas de rama correspondientes.
6. Eliminar los demás trayectos (asociados a las secuencias de bits) correspondientes a los nodos no seleccionados.
7. Avanzar al siguiente nivel del diagrama trellis e ir nuevamente al paso 2.
8. En el último nivel seleccionar como secuencia de bits estimada la asociada al trayecto correspondiente al nodo de mayor métrica acumulada.

Un ejemplo de diagrama trellis en donde se aplica el algoritmo tipo M se puede apreciar en la figura 5.2, en la cual el nivel de inicio de aplicación del algoritmo es el correspondiente a  $j=2$ ; el valor de  $J$  es la métrica acumulada hasta cada uno de los nodos respectivos;  $J'$  y  $J''$  son las métricas respectivas de dos trayectos que convergen en un nodo.

En base a los valores de  $J$ , y al procedimiento de aplicación de este algoritmo, la mejor secuencia de bits hasta el nivel correspondiente a  $j=5$  es  $\{-1, -1, +1, -1, -1\}$ , la cual está asociada a la secuencia de estados  $\{[0\ 0], [0\ -1], [-1\ -1], [-1\ +1], [+1\ -1], [-1\ -1]\}$ .

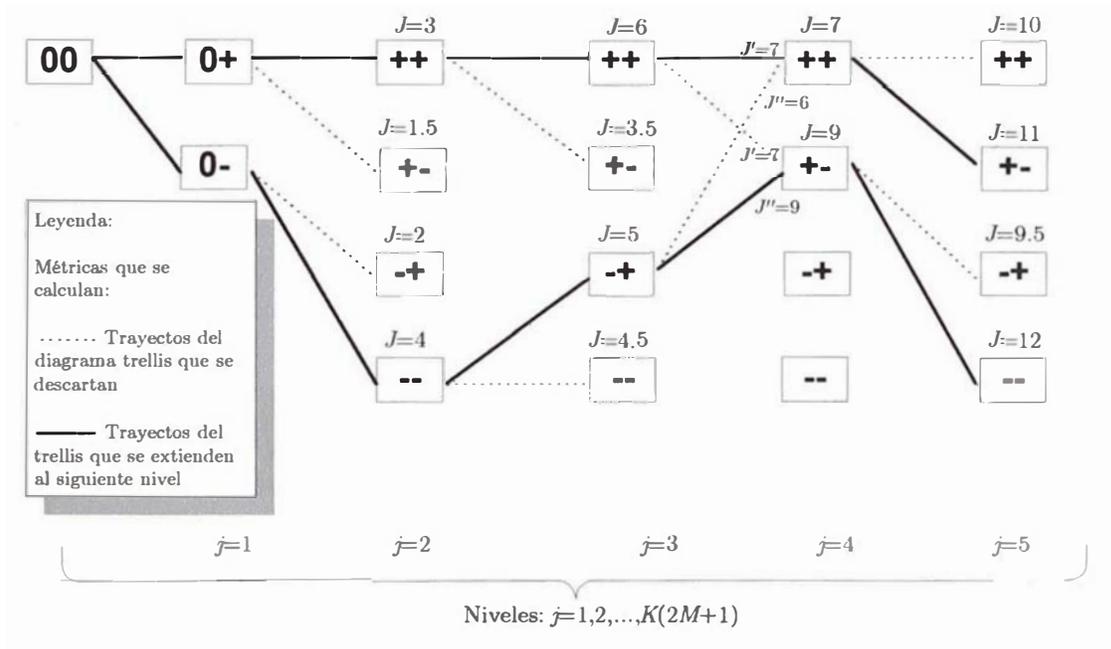
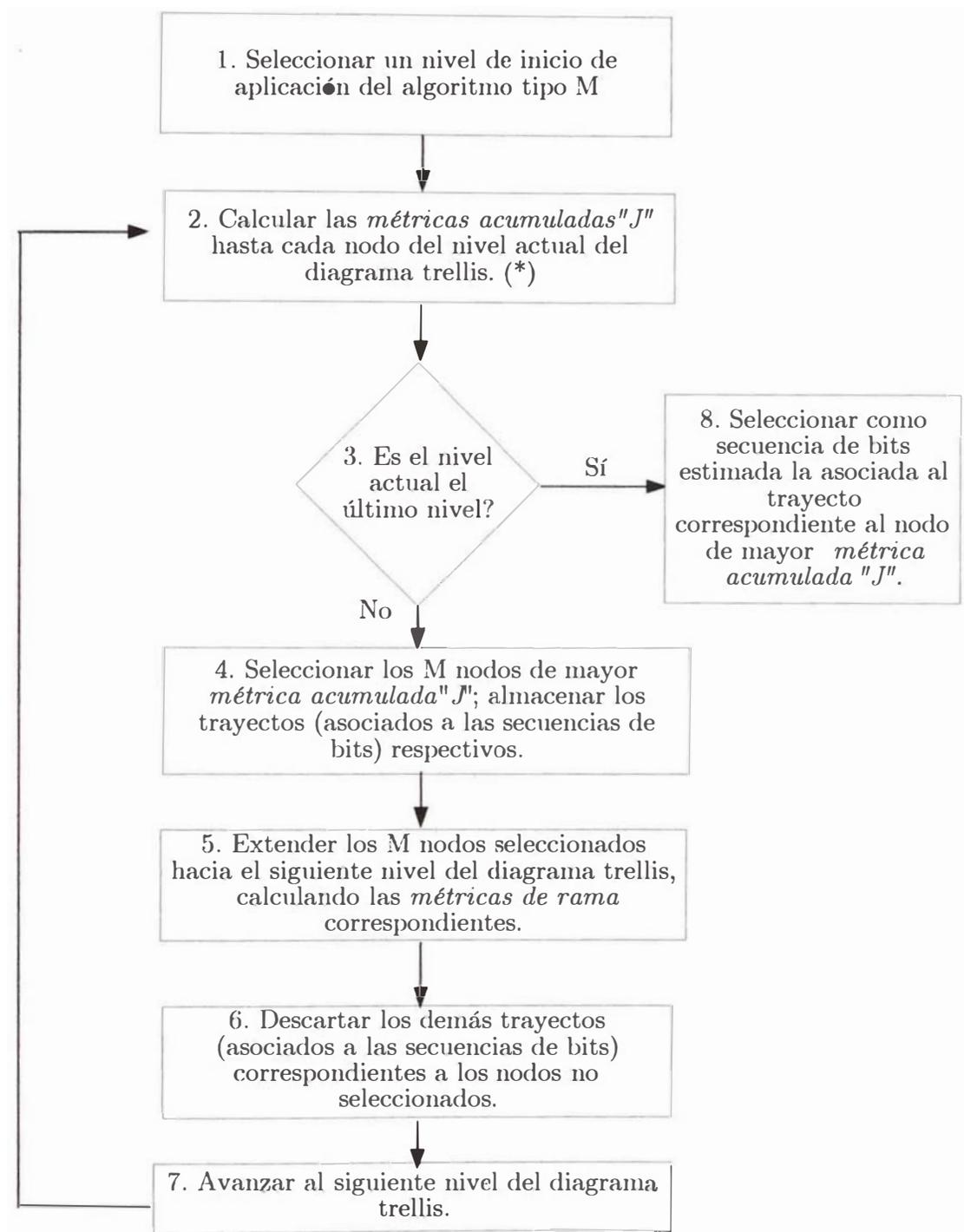


Figura 5.2: Ejemplo de diagrama trellis para un detector de DS-CDMA multiusuario subóptimo con algoritmo Tipo M en un canal asíncrono gaussiano con 3 usuarios.

$M=2$ .

### 5.1.1 Diagrama de flujo de aplicación del algoritmo tipo M

En la figura 5.2.1 se presenta el diagrama de flujo de aplicación del algoritmo tipo M.



(\*) Si en un nodo convergen dos trayectos, se escoge como métrica acumulada del nodo la mayor de las métricas de los dos trayectos y se descarta el trayecto de menor métrica.

Figura 5.2.1: Diagrama de flujo de aplicación del algoritmo tipo M

### 5.1.2 Sección del código fuente que caracteriza al algoritmo tipo M

A continuación se presenta la sección del código fuente que caracteriza y distingue al algoritmo tipo M, y que es aplicado en cada nivel del diagrama trellis.

1) Se ordenan las métricas acumuladas de mayor a menor:

```
sortv2(sizeNT, JT, NT);
```

2) Se selecciona el primer nodo de mayor métrica acumulada:

```
J[0]=JT[0];  
N[0]=NT[0];  
sizeN=1;
```

3) Se seleccionan los siguientes M nodos de mayor métrica acumulada:

```
z=1;  
while (z<=sizeNT-1 && z<=M-1)  
{J[z]=JT[z]; N[z]=NT[z];  
z++;  
sizeN++;  
}
```

Donde las funciones, matrices y variables empleadas tienen la descripción siguiente:

`sortv2()`: Función que ordena las métricas acumuladas de mayor a menor.

`JT[]` y `J[]`: Matrices que contienen las métricas acumuladas antes y después de la aplicación del algoritmo, respectivamente.

`NT[]` y `N[]`: Matrices que contienen los índices de las matrices `JT[]` y `J[]` respectivamente.

`sizeN` y `sizeNT`: Variables que representan el tamaño de las matrices `N[]` y `NT[]` respectivamente.

`M`: Variable de la cantidad de nodos seleccionados en el algoritmo M.

`z`: Variable accesoria que sirve como contador.

## 5.2 Detección de DS-CDMA multiusuario aplicando el algoritmo tipo T

Se aplicará el algoritmo tipo T al diagrama trellis de la siguiente manera:

Se selecciona un nivel de inicio de aplicación del algoritmo. Se calculan las métricas acumuladas de los trayectos hasta los nodos del nivel actual. Si en un nodo convergen dos trayectos se escoge como métrica acumulada del nodo la mayor de las métricas de los dos trayectos y se descarta el trayecto de menor métrica. Se halla la mayor de las métricas acumuladas  $J_{\max}$ , y luego se halla la diferencia o “distancia” entre esta métrica máxima y cada una de las métricas acumuladas de los demás nodos contendientes del mismo nivel. Se extienden al nivel siguiente (calculando las dos métricas de rama correspondientes) solamente los nodos cuyas métricas acumuladas tengan una “distancia” a la métrica máxima tal que no sobrepase un umbral T determinado (“prueba del umbral”). Se almacenan los trayectos (asociados a las secuencias de bits) correspondientes a los nodos que pasaron la prueba del umbral y los demás trayectos son descartados. En el siguiente nivel se repite el procedimiento. Cuando el valor de  $T \ll \infty$ , el algoritmo tiene complejidad computacional reducida debido a que el número de métricas de rama a calcular es reducido significativamente con respecto al detector multiusuario óptimo conjunto.

La “prueba del umbral”, también llamada “regla de descarte”, a la que se refiere el párrafo anterior, es la siguiente: Descartar el nodo “i” en el nivel actual si  $J_{\max} - J_i > T$ . [10], donde  $J_i$  es la métrica acumulada hasta el nodo “i” del nivel actual, y  $J_{\max}$  es la métrica máxima en el nivel actual, y T es un umbral fijo.

Debido a que el número de nodos que se extienden al siguiente nivel es variable, el número de métricas calculadas mediante el algoritmo tipo T también será variable de nivel a nivel. Esta característica lo diferencia del algoritmo tipo M en el cual se calcula una cantidad fija de métricas.

Entonces, la aplicación del algoritmo tipo T se puede resumir en los siguientes pasos en el diagrama trellis:

1. Seleccionar un nivel de inicio de aplicación del algoritmo.

2. Calcular las métricas acumuladas  $J$  hasta cada nodo del nivel actual del diagrama trellis. Si en un nodo convergen dos trayectos se escoge como métrica acumulada del nodo la mayor de las métricas de los dos trayectos y se descarta el trayecto de menor métrica.
3. Verificar si el nivel actual es el último; si es así ir al paso 10, de lo contrario continuar al paso siguiente.
4. Hallar la mayor métrica acumulada  $J_{\max}$  de las métricas calculadas en el paso 2.
5. Sustraer de esta métrica acumulada máxima la métrica acumulada de cada nodo contendiente del mismo nivel y compararla con el umbral  $T$ , de acuerdo con la “prueba del umbral”.
6. Seleccionar los nodos que pasan la prueba de umbral, es decir aquellos donde  $J_{\max} - J_i \leq T$  y almacenar los trayectos (asociados a las secuencias de bits) respectivos.
7. Extender los nodos que pasan la “prueba del umbral” hacia el siguiente nivel del diagrama trellis, calculando las métricas de rama correspondientes.
8. Eliminar los demás trayectos (asociados a las secuencias de bits) correspondientes a los nodos no seleccionados.
9. Avanzar al siguiente nivel del diagrama trellis e ir nuevamente al paso 2.
10. En el último nivel seleccionar como secuencia de bits estimada la asociada al trayecto correspondiente al nodo de mayor métrica acumulada.

Un ejemplo de diagrama trellis en donde se aplica el algoritmo tipo  $T$  se puede apreciar en la figura 5.3, en la cual el nivel de inicio de aplicación del algoritmo es el correspondiente a  $j=2$ ; el valor de  $J$  es la métrica acumulada hasta cada uno de los nodos respectivos;  $J$  y  $J'$  son las métricas respectivas de dos trayectos que convergen en un nodo.

En base a los valores de  $J$ , y al procedimiento de aplicación de este algoritmo, la mejor secuencia de bits hasta el nivel correspondiente a  $j=5$  es  $\{+1, +1, -1, +1, -1\}$ , la cual está asociada a la secuencia de estados  $\{[0\ 0], [0\ +1], [+1\ +1], [+1\ -1], [-1\ +1], [+1\ -1]\}$ .

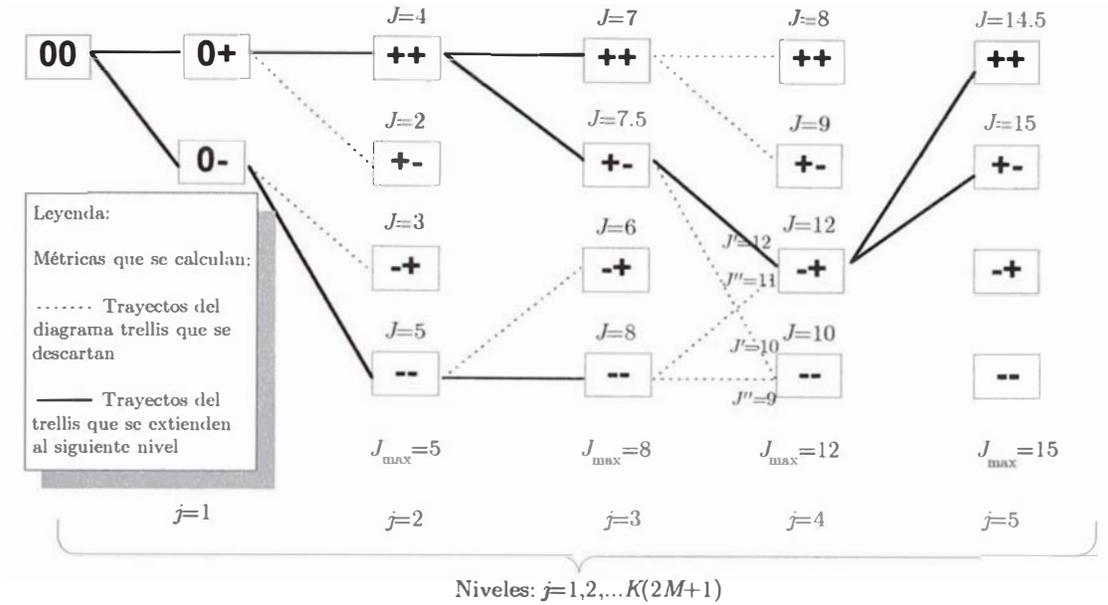
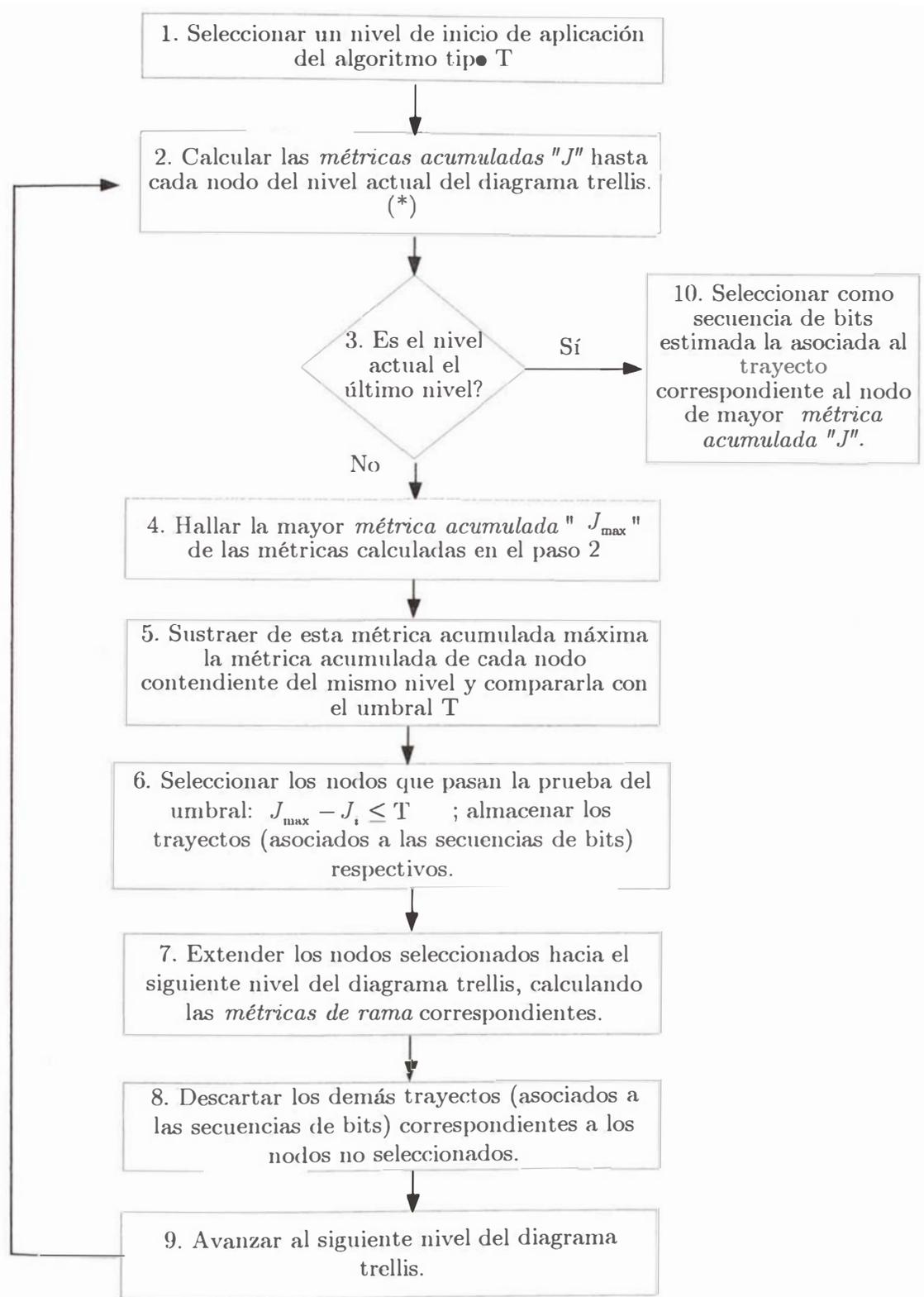


Figura 5.3: Ejemplo de diagrama trellis para un detector de DS-CDMA multiusuario subóptimo con algoritmo tipo T en un canal asíncrono gaussiano con 3 usuarios.

T=1.

### 5.2.1 Diagrama de flujo de aplicación del algoritmo tipo T

En la figura 5.3.1 se presenta el diagrama de flujo de aplicación del algoritmo tipo T.



(\*) Si en un nodo convergen dos trayectos, se escoge como métrica acumulada del nodo la mayor de las métricas de los dos trayectos y se descarta el trayecto de menor métrica.

Figura 5.3.1 Diagrama de flujo de aplicación del algoritmo tipo T

## 5.2.2 Sección del código fuente que caracteriza al algoritmo tipo T

A continuación se presenta la sección del código fuente que caracteriza y distingue al algoritmo tipo T, y que es aplicado en cada nivel del diagrama trellis.

1) Se ordenan las métricas acumuladas de mayor a menor:

```
sortv2(sizeNT, JT, NT);
```

2) Se selecciona el primer nodo de mayor métrica acumulada:

```
J[0]=JT[0];  
N[0]=NT[0];  
sizeN=1;
```

3) Se seleccionan los nodos que pasan la prueba del umbral T:

```
z=1;  
while (JT[0]-JT[z]<=t && z<=sizeNT-1)  
{J[z]=JT[z];  
  N[z]=NT[z];  
  z++;  
  sizeN++;  
}
```

Donde además de la descripción de las funciones y matrices indicada en la sección 5.1.2, la variable “t” contiene el valor del umbral del algoritmo T.

### 5.3 Detección de DS-CDMA multiusuario aplicando el algoritmo tipo T-M

Se aplicará el algoritmo tipo T-M al diagrama trellis de la siguiente manera:

El algoritmo tipo T-M, también llamado “híbrido”, se aplicará de manera similar al algoritmo tipo T, pero con la diferencia de que el máximo número de nodos sobrevivientes estará limitado a una cantidad  $M$  [7]. Similarmente a los algoritmos M y T, cuando el valor de  $T \ll \infty$  y  $M \ll 2^{K-1}$  el algoritmo tiene complejidad computacional reducida debido a que el número de cálculos de métricas se reduce significativamente.

La aplicación del algoritmo tipo T-M se puede resumir en los siguientes pasos en el diagrama trellis:

1. Seleccionar un nivel de inicio de aplicación del algoritmo.
2. Calcular las métricas acumuladas hasta cada nodo del nivel actual del diagrama trellis. Si en un nodo convergen dos trayectos se escoge como métrica acumulada del nodo la mayor de las métricas de los dos trayectos y se descarta el trayecto de menor métrica.
3. Verificar si el nivel actual es el último; si es así ir al paso 11, de lo contrario continuar al paso siguiente.
4. Hallar la mayor métrica acumulada  $J_{\max}$  de las métricas calculadas en el paso 2.
5. Sustraer de esta métrica acumulada máxima la métrica acumulada de cada nodo contendiente del mismo nivel y compararla con el umbral  $T$ , de acuerdo con la “prueba del umbral”.
6. Seleccionar los nodos que pasan la prueba de umbral, es decir aquellos donde  $J_{\max} - J_i \leq T$  y almacenar los trayectos (asociados a las secuencias de bits) respectivos.
7. Si el número de nodos que pasan la prueba del umbral es mayor que  $M$ , restringir la selección a sólo los  $M$  nodos de mayor métrica.
8. Extender los nodos que pasan la “prueba del umbral” hacia el siguiente nivel del diagrama trellis, calculando las métricas de rama correspondientes.

9. Eliminar los demás trayectos (asociados a las secuencias de bits) correspondientes a los nodos no seleccionados.
10. Avanzar al siguiente nivel del diagrama trellis e ir nuevamente al paso 2.
11. En el último nivel seleccionar como secuencia de bits estimada la asociada al trayecto correspondiente al nodo de mayor métrica acumulada.

El algoritmo tipo T-M tiene la ventaja de que restringe a una cantidad fija los nodos seleccionados para ser extendidos al siguiente nivel, evitando así que se sobrepase un límite determinado de procesamiento si la cantidad de cálculos requeridos empleando sólo el algoritmo tipo T fuera demasiado alta. Sin embargo, cabe notar que una desventaja es el procesamiento adicional requerido para llevar a cabo la restricción mencionada.

Un ejemplo de diagrama trellis que emplea el algoritmo tipo T-M se puede apreciar en la figura 5.4, en la cual el nivel de inicio de aplicación del algoritmo es el correspondiente a  $j=2$ ; el valor de  $J$  es la métrica acumulada hasta cada uno de los nodos respectivos;  $J$  y  $J'$  son las métricas respectivas de dos trayectos que convergen en un nodo.

En base a los valores de  $J$ , y al procedimiento de aplicación de este algoritmo, la mejor secuencia de bits hasta el nivel correspondiente a  $j=5$  es  $\{-1, -1, -1, -1, -1\}$ , la cual está asociada a la secuencia de estados  $\{[0\ 0], [0\ -1], [-1\ -1], [-1\ -1], [-1\ -1], [-1\ -1]\}$ .

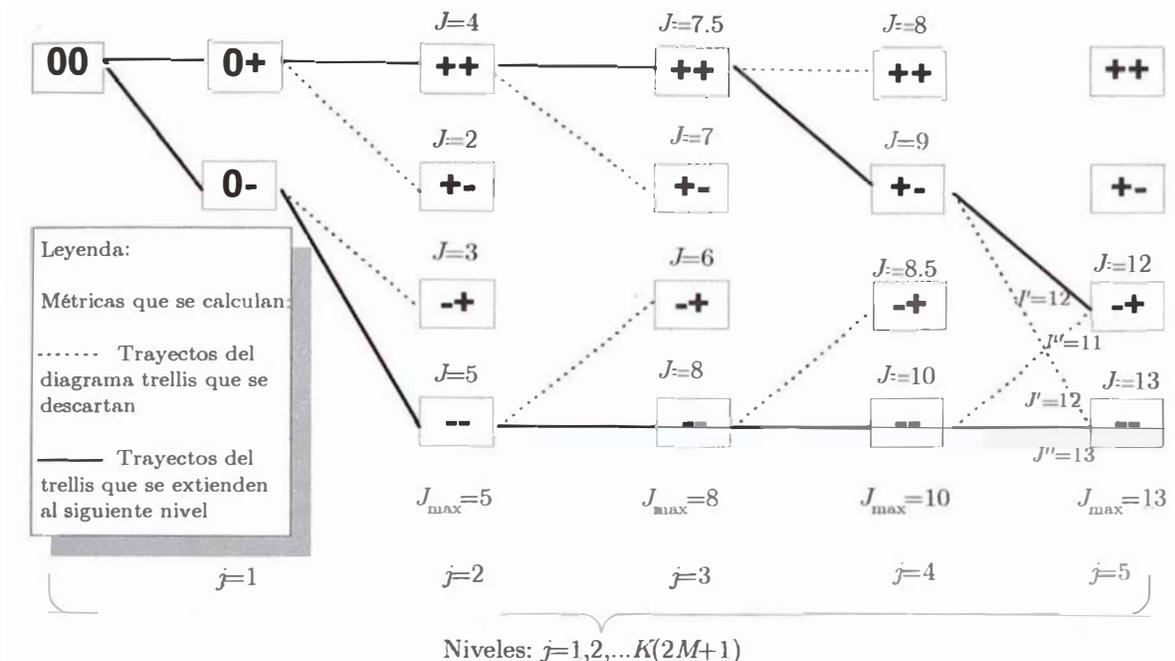
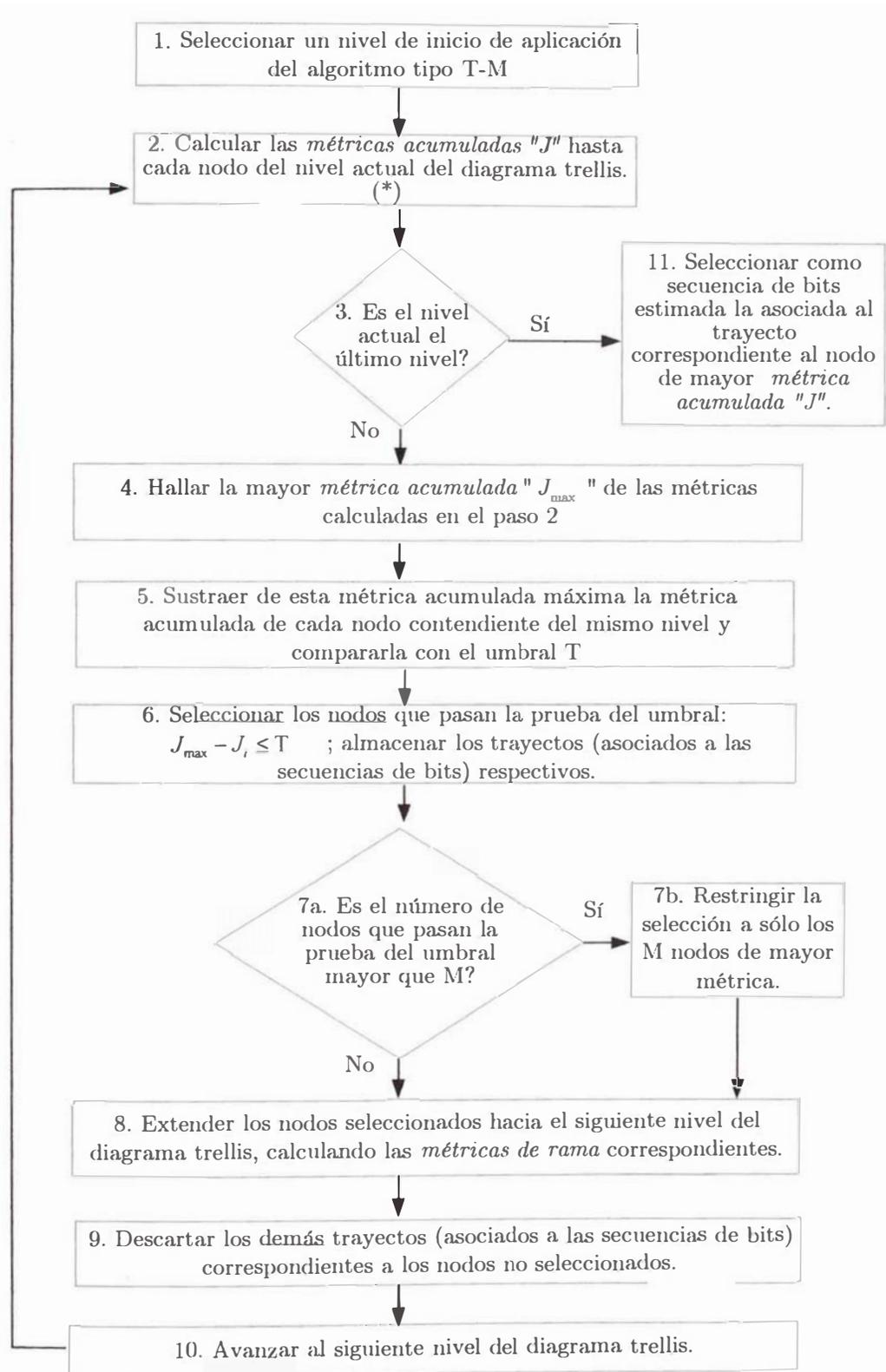


Figura 5.4: Ejemplo de diagrama trellis para un detector de DS-SSM multiusuario subóptimo con algoritmo tipo T-M en un canal asíncrono gaussiano con 3 usuarios.

$$T=1, M=2.$$

### 5.3.1 Diagrama de flujo de aplicación del algoritmo tipo T-M

En la figura 5.4.1 se presenta el diagrama de flujo de aplicación del algoritmo tipo T-M.



(\*) Si en un nodo convergen dos trayectos, se escoge como métrica acumulada del nodo la mayor de las métricas de los dos trayectos y se descarta el trayecto de menor métrica.

Figura 5.4.1: Diagrama de flujo de aplicación del algoritmo tipo T-M

### 5.3.2 Sección del código fuente que caracteriza al algoritmo tipo T-M

A continuación se presenta la sección del código fuente que caracteriza y distingue al algoritmo tipo T-M, y que es aplicado en cada nivel del diagrama trellis.

1) Se ordenan las métricas acumuladas de mayor a menor:

```
sortv2(sizeNT, JT, NT);
```

2) Se selecciona el primer nodo de mayor métrica acumulada:

```
J[0]=JT[0];  
N[0]=NT[0];  
sizeN=1;
```

3) Se seleccionan los nodos que pasan la prueba del umbral T, con la condición adicional de que no sobrepasen la cantidad de M nodos:

```
z=1;  
while (JT[0]-JT[z]<=t1 && z<=sizeNT-1 && z<=M1-1)  
{J[z]=JT[z];  
  N[z]=NT[z];  
  z++;  
  sizeN++;  
}
```

Donde además de la descripción de las funciones y matrices indicada en la sección 5.1.2, la variables “t1” y “M1” contienen respectivamente los valores de los parámetros T y M del algoritmo T-M.

## 5.4 Evaluación del desempeño de la detección de DS-CDMA multiusuario aplicando algoritmos subóptimos tipo M, T y T-M.

El desempeño de la detección de DS-CDMA multiusuario aplicando algoritmos subóptimos tipo M, T y T-M en cuanto a complejidad computacional dependerá de los valores que se le asignen a M y a T en los algoritmos de selección de trayectos descritos anteriormente.

Al seleccionar los valores de M y T de dichos detectores subóptimos, debe tratarse de obtener un compromiso adecuado entre la desventaja de pérdida en el desempeño en términos de la tasa de error de bit y la ventaja de reducción de la complejidad computacional. Los valores M y T deben ser graduados de acuerdo a los requerimientos de cada sistema, de tal manera que se acerquen a la probabilidad de error del detector óptimo conjunto. En el presente trabajo se realiza esta graduación mediante pruebas con diferentes valores de M y T, considerando como valores de referencia de inicio de dichas pruebas los mínimos valores de estos parámetros:  $M=1$  y  $T=0$ .

Para el detector de DS-CDMA que emplea el algoritmo tipo M, se puede notar que si se seleccionan M nodos por nivel del diagrama trellis, en vez de los  $2^{K-1}$  que se seleccionan con el detector de DS-CDMA multiusuario óptimo, entonces la cantidad de métricas calculadas por nivel será de  $2M$  en lugar de  $2 \cdot 2^{K-1}$ ; por lo tanto, si  $M \ll 2^{K-1}$  la complejidad computacional habrá disminuido.

En el caso del detector tipo T, puesto que el número de nodos seleccionados para ser extendidos hacia el siguiente nivel es variable, dependiendo de la “prueba del umbral”, entonces también variará la complejidad computacional de nivel a nivel del diagrama trellis.

Para evaluar el desempeño de estos detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos tipo M, T y T-M se realizarán simulaciones por computadora y los resultados de la simulación se compararán con la curva de la tasa de error de bit del detector de DS-CDMA convencional y con la curva de la tasa de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto. También se

comparará con la curva de la tasa de error de bit en un canal sin usuarios interferentes.

## 5.5 Simulaciones del presente capítulo

### 5.5.1 Simulación 5.1

Descripción.- Se simula la tasa de error de bit (BER) del usuario 1 versus la relación señal a ruido SNR(dB) cuando se emplean los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos tipo M ( $M = 2$ ), T ( $T = 1.5$ ) y T-M ( $T = 1.5$ ,  $M = 2$ ), y se compara con la del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto y con la del detector de DS-CDMA convencional, al variar las amplitudes de los usuarios interferentes en un canal asíncrono gaussiano de 3 usuarios. Además, se comparan los tiempos de procesamiento de las simulaciones (tiempo que le toma al CPU de la computadora el procesamiento de la simulación). También se compara el resultado con la curva de tasa de error de bit en un canal sin usuarios interferentes.

Tal como se mencionó en la sección anterior, los valores de M y T se han fijado mediante pruebas con diferentes valores de dichos parámetros, de tal manera que se obtenga un desempeño en términos de tasa de error de bit de los detectores subóptimos cercano al del detector óptimo conjunto para las condiciones simuladas.

La figura 5.5.a corresponde al caso donde los 3 usuarios tienen la misma amplitud ( $A_1=1$ ;  $A_2=1$ ;  $A_3=1$ ); la figura 5.5.b corresponde al caso donde los usuarios interferentes tienen el doble de la amplitud del usuario deseado ( $A_1=1$ ;  $A_2=2$ ;  $A_3=2$ ); y la figura 5.5.c corresponde al caso donde los usuarios interferentes tienen el triple de la amplitud del usuario deseado ( $A_1=1$ ;  $A_2=3$ ;  $A_3=3$ ).

Se emplean secuencias de código de usuario de diseño “simple” de una longitud de 10 chips. Las correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencias de código de los usuarios son las siguientes:  $\rho_{12} = -0.1$ ,  $\rho_{21} = +0.1$ ,  $\rho_{13} = -0.1$ ,  $\rho_{31} = -0.1$ ,  $\rho_{23} = -0.2$ ,  $\rho_{32} = +0.2$ ; y donde los retardos de tiempo de los usuarios 1, 2 y 3 son respectivamente:  $\tau_1=0$ ;  $\tau_2=1$ ;  $\tau_3=3$ .

En las tablas I.16, I.17 y I.18 del Anexo I, se registran los valores de los resultados de la simulación y también se indica el número de bits por usuario.

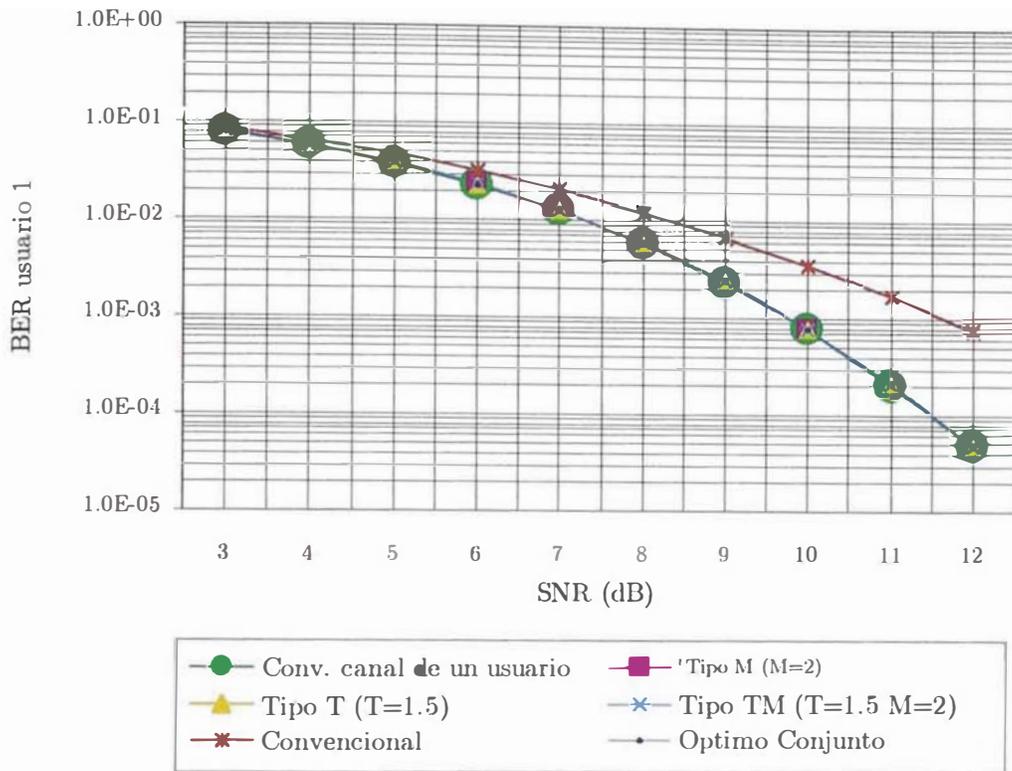


Figura 5.5.a: Simulación 5.1 ( $A_1=1$ ;  $A_2=1$ ;  $A_3=1$ )

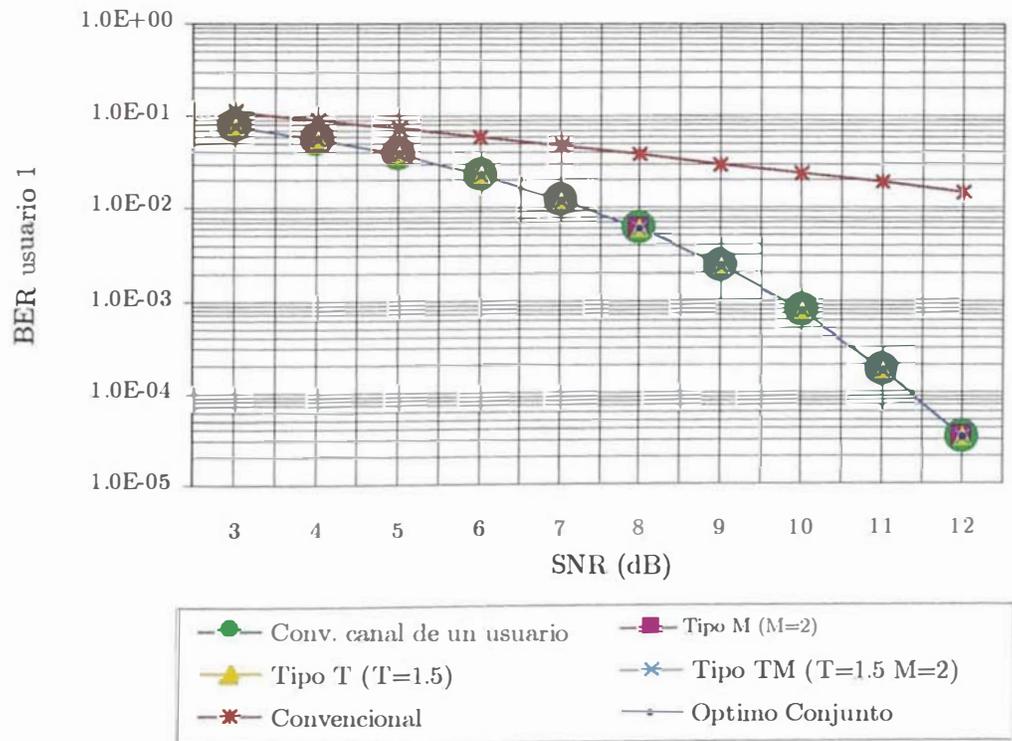


Figura 5.5.b: Simulación 5.1 ( $A_1=1$ ;  $A_2=2$ ;  $A_3=2$ )

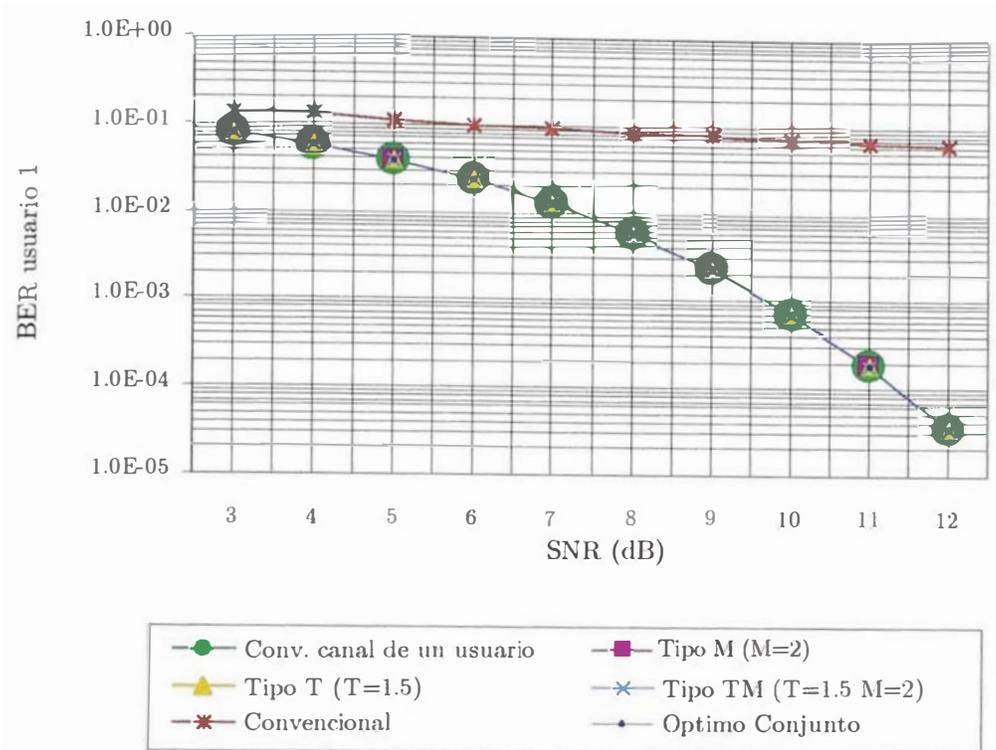


Figura 5.5.c: Simulación 5.1 ( $A_1=1$ ;  $A_2=3$ ;  $A_3=3$ )

Análisis e interpretación de los resultados.- En las figuras 5.5.a, 5.5.b., y 5.5.c se observa que el desempeño en términos de la tasa de error de bit de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos M, T y T-M es muy similar al del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto, para los valores de los parámetros M y T seleccionados; y también es muy similar al del canal de un solo usuario, sin usuarios interferentes. Este comportamiento contrasta con el del detector de DS-CDMA convencional, ya que se observa que la brecha entre la curva de la tasa de error de bit del detector de DS-CDMA convencional y la de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos M, T y T-M se acrecienta notablemente a medida que se incrementa el nivel de amplitud de los usuarios interferentes.

En las tablas I.16, I.17 y I.18 del Anexo I se encuentran registrados el número de nodos mínimo, máximo y el promedio de nodos por nivel en el diagrama trellis que procesan (calculando las dos funciones métricas de rama que se extienden de dichos nodos) los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos de tipo T y T-M para cada valor de relación señal a ruido simulado. En el caso del detector de DS-CDMA multiusuario subóptimo que emplea el algoritmo tipo M, el número de nodos que procesa por nivel es 2. Se observa que el promedio de nodos procesados por

nivel en el diagrama trellis es menor en los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos que emplean los algoritmos de tipo T, T-M y M que el número de nodos procesados por nivel del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto, el cual es igual a 4.

También se encuentran registrados en las tablas I.16, I.17 y I.18 del Anexo I los tiempos de procesamiento en segundos de la simulación de detección (tiempo que le toma al CPU de la computadora el procesamiento de la simulación) tanto para los detectores de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto como para los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos M, T y T-M para cada valor de relación señal a ruido simulado. Promediando estos tiempos sobre todos los valores de relación señal a ruido simulados, se observa que el tiempo promedio de procesamiento de la simulación de detección de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos es menor que el del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto, y es bastante menor en el caso del detector de DS-CDMA multiusuario subóptimo que aplica el algoritmo tipo T, donde se logra reducir este tiempo promedio aproximadamente en un 42%. La reducción del tiempo promedio de procesamiento de simulación es la siguiente: cuando se aplica el algoritmo tipo T: en 42%; cuando se aplica el algoritmo tipo T-M: en 38%; y cuando se aplica el algoritmo tipo M: en 26%.

### **5.5.2 Simulación 5.2**

Descripción.- Se simula la tasa de error de bit (BER) del usuario 1 versus la relación señal a ruido SNR(dB) empleando los detectores de DS-CDMA subóptimos con algoritmos tipo M ( $M=1$ ), T ( $T=0.1$ ) y T-M ( $T=0.1$ ,  $M=2$ ) y se compara con la del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto y con la del detector de DS-CDMA convencional, al variar las amplitudes de los usuarios interferentes en un canal asíncrono gaussiano de 3 usuarios. También se compara con la tasa de error de bit en un canal sin usuarios interferentes. En esta simulación se emplea el valor mínimo del parámetro M y un valor muy pequeño del parámetro T. Además, se comparan los tiempos de procesamiento de las simulaciones.

En la figura 5.6.a los usuarios interferentes tienen la misma amplitud que el usuario 1 ( $A_1=1$ ;  $A_2=1$ ;  $A_3=1$ ), y en las figuras 5.6.b y 5.6.c los usuarios interferentes

tienen el doble ( $A_1=1; A_2=2; A_3=2$ ) y triple de amplitud ( $A_1=1; A_2=3; A_3=3$ ) respectivamente.

Se emplean secuencias de código de usuario de diseño “simple” de una longitud de 10 chips. Las correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencias de código de los usuarios son las siguientes:  $\rho_{12} = -0.1, \rho_{21} = +0.1, \rho_{13} = -0.1, \rho_{31} = -0.1, \rho_{23} = -0.2, \rho_{32} = +0.2$ ; y los retardos de tiempo de los usuarios 1, 2 y 3 son respectivamente:  $\tau_1=0; \tau_2=1; \tau_3=3$ .

En las tablas I.19, I.20 y I.21 del Anexo I se registran los valores de los resultados de la simulación y también se indica el número de bits por usuario.

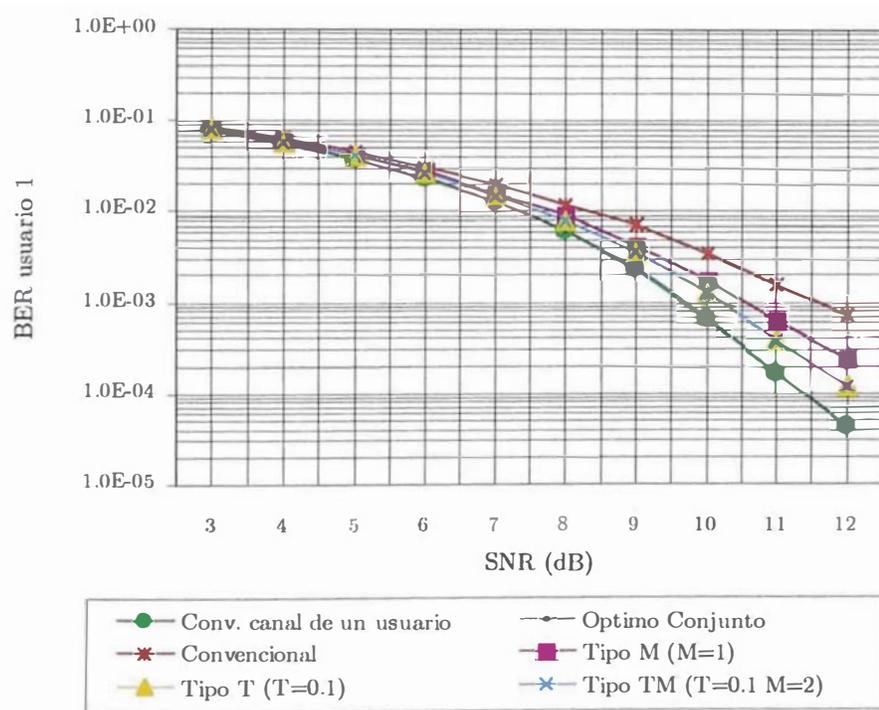


Figura 5.6.a: Simulación 5.2 ( $A_1=1; A_2=1; A_3=1$ )

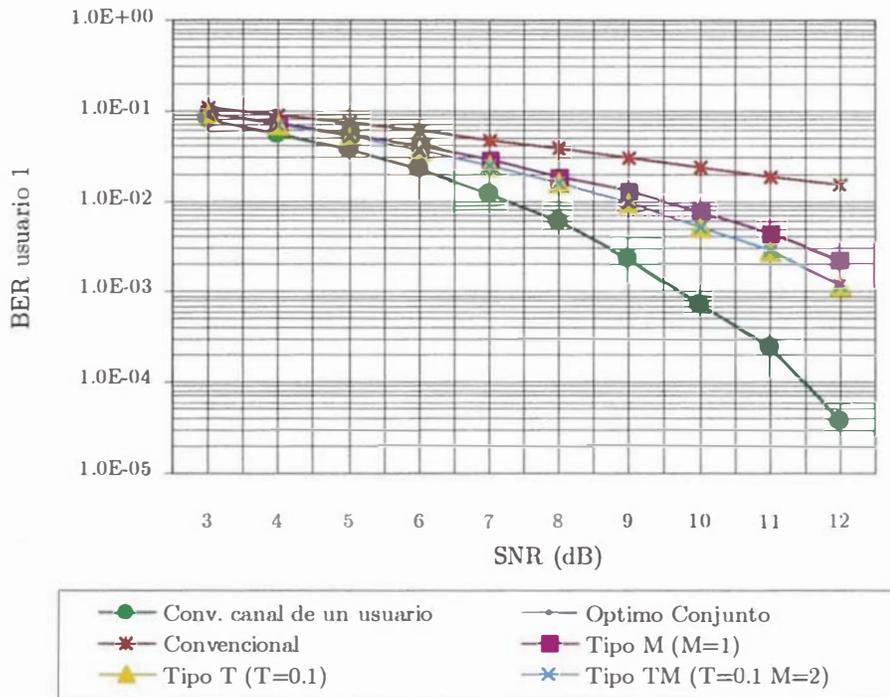


Figura 5.6.b: Simulación 5.2 ( $A_1=1$ ;  $A_2=2$ ;  $A_3=2$ )

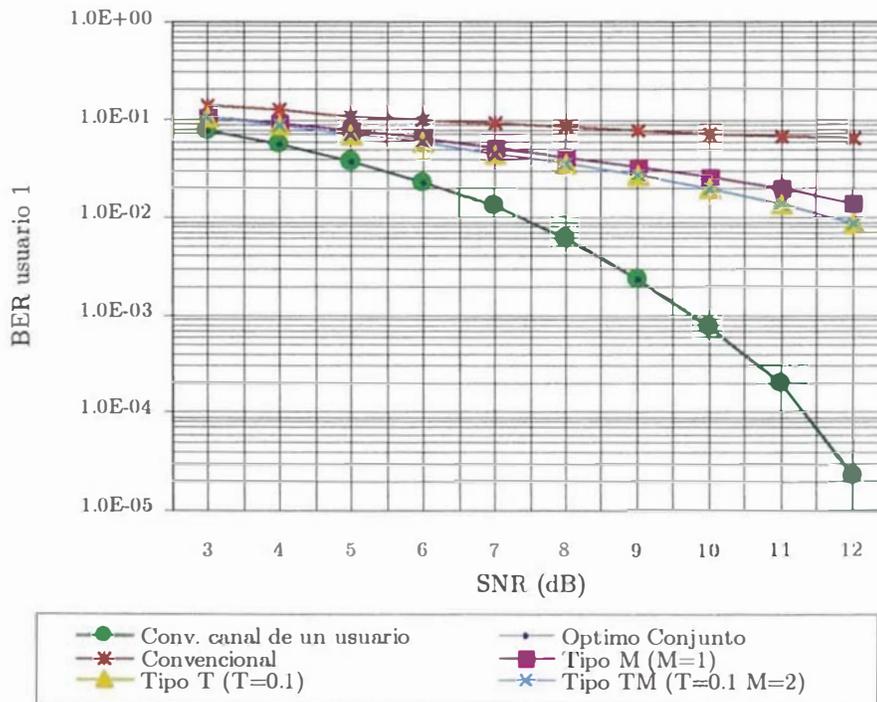


Figura 5.6.c: Simulación 5.2 ( $A_1=1$ ;  $A_2=3$ ;  $A_3=3$ )

Análisis e interpretación de los resultados.- A diferencia de la simulación 5.1, en la presente simulación las curvas de tasa de error de bit de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos de tipo M ( $M = 1$ ), T ( $T = 0.1$ ) y T-M ( $T = 0.1, M = 2$ ) se alejan mucho de la curva de tasa de error de bit del detector de DS-CDMA óptimo conjunto a medida que se aumentan las amplitudes de los usuarios interferentes (ver figuras 5.6.a, 5.6.b, y 5.6.c) deteriorándose su desempeño notablemente, aunque es mejor que el desempeño del detector de DS-CDMA convencional. Esto se explica debido a que los valores escogidos de los parámetros T y M escogidos son menores que los escogidos para la simulación 5.1 y son demasiado pequeños. Como se podrá apreciar en el siguiente capítulo, el empleo de un filtro de blanqueamiento de ruido a la salida del banco de filtros adaptados mejora significativamente el desempeño de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos para valores pequeños de los parámetros M y T.

En las tablas I.19, I.20 y I.21 del Anexo I se encuentran registrados el número de nodos mínimo, máximo y el promedio de nodos por nivel en el diagrama trellis que procesan (calculando las dos funciones métricas de rama que se extienden de dichos nodos) los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos de tipo T y T-M para cada valor de relación señal a ruido simulado. En el caso del detector de DS-CDMA multiusuario subóptimo que emplea el algoritmo tipo M, el número de nodos que procesa por nivel es uno. Se observa que el promedio de nodos procesados por nivel en el diagrama trellis es menor en los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos que emplean los algoritmos de tipo T, T-M y M que el número de nodos procesados por nivel del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto, el cual es igual a cuatro. También se observa que este promedio de nodos procesados por nivel es menor que el obtenido en la simulación 5.1, lo cual se explica debido a que el valor de los parámetros seleccionados M y T es menor. Sin embargo, cabe indicar que en la práctica no es recomendable el empleo de estos valores de M y T para un canal con las condiciones de la presente simulación, debido a que, como se señaló anteriormente, el deterioro de desempeño de los detectores subóptimos en términos de tasa de error de bit es demasiado alto.

También se encuentran registrados en las tablas I.19, I.20 y I.21 del Anexo I los tiempos de procesamiento en segundos de la simulación de detección (tiempo que le toma al CPU de la computadora el procesamiento de la simulación) tanto para los

detectores de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto como para los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos tipo M, T y T-M para cada valor de relación señal a ruido simulado. Promediando estos tiempos sobre todos los valores de relación señal a ruido simulados, se observa que el tiempo promedio de procesamiento de la simulación de detección de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos es menor que el del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto. La reducción del tiempo promedio de procesamiento de simulación es la siguiente: para el detector tipo T: en 54%; para el detector tipo T-M: en 51%; y para el detector tipo M: en 53%.

### **5.5.3 Conclusiones de las simulaciones del presente capítulo**

Para las simulaciones del presente capítulo se puede concluir que el desempeño en términos de tasa de error de bit y de resistencia al problema del efecto cercano-lejano de los detectores de DS-CDMA multiusuarios subóptimos con algoritmos M, T y T-M se acerca al desempeño del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto cuando se escogen valores adecuados para los valores de los parámetros M y T; por otro lado, cuando los valores de M y T son demasiado pequeños sus curvas de tasa de error de bit se alejan demasiado. Cabe mencionar que la selección de los valores de M y T se efectuó mediante pruebas con diferentes valores de dichos parámetros, considerando como valores de referencia de inicio de dichas pruebas los mínimos valores:  $M=1$  y  $T=0$ .

El número de nodos promedio en el diagrama trellis que procesan los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos M, T y T-M es menor que el número de nodos que procesa el detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto. Asimismo, en todas las simulaciones existe una reducción en el tiempo de procesamiento promedio de la simulación de detección de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos que emplean algoritmos tipo M, T y T-M con respecto al tiempo de procesamiento promedio del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto. Esto es consecuencia de una menor complejidad computacional.

## Capítulo 6

# **Detección de DS-CDMA multiusuario subóptima con algoritmos tipo M, T y T-M, empleando un filtro de blanqueamiento de ruido en un canal asíncrono gaussiano.**

En el presente capítulo se estudia el efecto del empleo de un filtro de blanqueamiento de ruido sobre el desempeño de los detectores de DS-CDMA multiusuarios subóptimos que aplican los tres tipos de algoritmos: M, T y T-M en el caso de un canal asíncrono gaussiano. Este filtro de blanqueamiento de ruido es aplicado a las salidas muestreadas del banco de filtros adaptados del receptor de DS-CDMA. En este caso, los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos mencionados basarán su decisión ya no en la observación directa de las salidas muestreadas del banco de filtros adaptados, sino en la observación de las salidas de este filtro de blanqueamiento de ruido, tal como se muestra en la figura 6.1.

Los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos de tipo M, T y T-M que emplean un filtro de blanqueamiento de ruido a la salida del banco de filtros adaptados se desempeñan mejor que detectores similares que solamente emplean un banco de filtros adaptados, lo cual se ha estudiado para un canal síncrono gaussiano [7], y para un canal asíncrono aplicando el algoritmo tipo M [13]. En el presente capítulo se podrá observar y evaluar la aplicación de los tres tipos de algoritmos M, T, y T-M junto con el filtro de blanqueamiento de ruido en la detección de DS-CDMA en un canal asíncrono gaussiano. Cabe indicar que la mejora de desempeño mencionada se aprecia especialmente cuando los valores de M y T son pequeños (muy cercanos o iguales a los valores mínimos:  $M=1$  y  $T=0$ ), tal como se muestra en la simulación del presente capítulo.

La mejora en el desempeño mencionada en el párrafo anterior se debe a que el empleo del filtro de blanqueamiento de ruido produce un efecto de decorrelación parcial de las salidas muestreadas del banco de filtros adaptados [7], [17]; aunque esto

ocurre a expensas de una mayor procesamiento computacional, que involucra entre otros el cálculo de los valores del filtro de blanqueamiento de ruido y el procesamiento de las salidas del filtro adaptado a través de éste.

En la sección 6.1 se explica la obtención del filtro de blanqueamiento de ruido ideal y el efecto de decorrelación parcial mencionado en el párrafo anterior. En la sección 6.2 se explica la obtención de un filtro de blanqueamiento de ruido cercano al ideal pero con una complejidad computacional menor. En la sección 6.3 se establece la nueva métrica del diagrama trellis en base a las salidas del filtro de blanqueamiento de ruido en un canal asíncrono gaussiano. Finalmente, se evalúa mediante simulaciones por computadora el efecto del filtro de blanqueamiento de ruido sobre el desempeño de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos cuando se aplican los tres tipos de algoritmos: M, T y T-M en dicho tipo de canal.

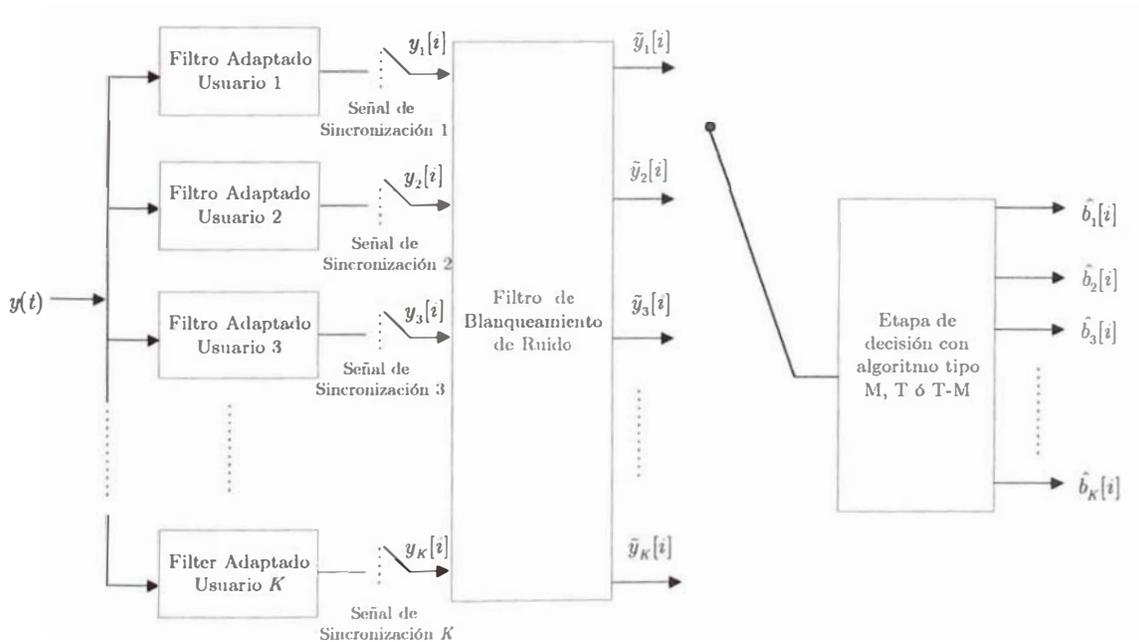


Figura 6.1: Detector de DS-CDMA multiusuario subóptimo con algoritmo tipo M, T ó T-M empleando un filtro de blanqueamiento de ruido

## 6.1 Filtro de blanqueamiento de ruido ideal

El filtro de blanqueamiento de ruido ideal se obtiene mediante la factorización de Cholesky de la matriz de correlaciones cruzadas parciales  $\mathbf{R}$ .

Para cada matriz positiva-definida  $\mathbf{R}$  existe una matriz triangular inferior  $\mathbf{F}$  (es decir,  $F_{ik}=0$  para  $i < k$ ) con elementos diagonales positivos tal que [2]:

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}. \quad (6.1)$$

La matriz triangular inferior  $\mathbf{F}$  que satisface la ecuación  $\mathbf{R} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$  tiene la siguiente estructura, basándonos en [13] y [14]:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}[0] & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{F}[1] & \mathbf{F}[0] & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}[1] & \mathbf{F}[0] & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{F}[1] & \mathbf{F}[0] \end{bmatrix}, \quad (6.2)$$

donde la matriz  $\mathbf{F}[0]$  es triangular inferior de dimensión  $K \times K$  y  $\mathbf{F}[1]$  es triangular superior con diagonal cero de dimensión  $K \times K$ , de manera que:

$$\mathbf{R}[0] = \mathbf{F}^T[0] \mathbf{F}[0] + \mathbf{F}^T[1] \mathbf{F}[1], \quad (6.3)$$

$$\mathbf{R}[1] = \mathbf{F}^T[0] \mathbf{F}[1]. \quad (6.4)$$

Es fácil verificar que  $\mathbf{F}^T \mathbf{F} = \mathbf{R}$ , donde como se vio en el capítulo 4,  $\mathbf{R}$  es:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}[0] & \mathbf{R}^T[1] & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{R}[1] & \mathbf{R}[0] & \mathbf{R}^T[1] & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}[1] & \mathbf{R}[0] & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{R}[1] & \mathbf{R}[0] \end{bmatrix}, \quad (6.5)$$

y  $\mathbf{R}[0]$  al igual que  $\mathbf{R}[1]$  tienen dimensión  $K \times K$ .

Por brevedad, denotaremos la inversa de la transpuesta de la matriz  $\mathbf{F}$  por:

$$(\mathbf{F}^T)^{-1} = \mathbf{F}^{-T}. \quad (6.6)$$

A esta matriz  $\mathbf{F}^{-T}$  se la conoce como “filtro de blanqueamiento de ruido”, por el motivo que se explicará a continuación.

Si las salidas muestreadas del banco de filtros adaptados y son procesadas por el filtro de blanqueamiento de ruido, el modelo equivalente de tiempo discreto luego de pasar por dicho filtro es:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{F}^{-T} \mathbf{y} \quad (6.7)$$

Se sabe que las salidas muestreadas del banco de filtros adaptados de la ecuación (3.15) se pueden expresar como [2]:

$$\mathbf{y} = \mathbf{R} \mathbf{A}_M \mathbf{b} + \mathbf{n}, \quad (6.8)$$

donde  $\mathbf{n}$  es un vector de ruido aleatorio gaussiano de media cero y covarianza igual a  $E[\mathbf{nn}^T] = \sigma^2 \mathbf{R}$  [2], de manera que los componentes del vector de ruido  $\mathbf{n}$  no son independientes, y por este motivo no se le considera un vector de ruido blanco; las demás matrices fueron definidas en el capítulo 4.

Reemplazando la ecuación (6.8) en (6.7) se obtiene:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{F}^{-T} \mathbf{F}^T \mathbf{F} \mathbf{A}_M \mathbf{b} + \mathbf{F}^{-T} \mathbf{n}, \quad (6.9)$$

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{F} \mathbf{A}_M \mathbf{b} + \tilde{\mathbf{n}}, \quad (6.10)$$

donde  $\tilde{\mathbf{n}}$  es un vector de ruido blanco gaussiano, considerado “blanco” debido a que los componentes de dicho vector son independientes, ya que su covarianza es igual a  $\sigma^2 \mathbf{I}$  [2], lo cual se puede observar en la siguiente ecuación:

$$E[\tilde{\mathbf{n}}\tilde{\mathbf{n}}^T] = \sigma^2 \mathbf{F}^{-T} \mathbf{R} \mathbf{F}^{-1} = \sigma^2 \mathbf{I}, \quad (6.11)$$

donde  $\mathbf{I}$  es la matriz identidad. De las ecuaciones (6.8) y (6.10) se puede apreciar que se ha transformado el ruido coloreado (no blanco) de la matriz de salidas muestreadas del banco de filtros adaptados de la ecuación (6.8) en una matriz de ruido blanco gaussiano en la ecuación (6.10).

Debido a que existe una correspondencia de uno a uno entre  $\tilde{\mathbf{y}}$  e  $\mathbf{y}$ , tanto los modelos discretos de las salidas muestreadas del banco de filtros adaptados como de

las salidas del filtro de blanqueamiento de ruido contienen la misma información sobre los datos de la secuencia total de bits transmitida.

Además de producir el blanqueamiento de la matriz de ruido de las salidas del banco de filtros adaptados, gracias a la estructura de la matriz  $\mathbf{F}$ , la cual como se mencionó es triangular inferior, con ceros en la parte superior derecha, el empleo del filtro de blanqueamiento de ruido produce un efecto de decorrelación parcial de la matriz de salidas del banco de filtros adaptados, lo cual mejora el desempeño de los detectores DS-CDMA subóptimos de tipo M, T y T-M [7], [17].

El efecto de decorrelación parcial se puede apreciar haciendo la siguiente comparación entre las salidas muestreadas del banco de filtros adaptados en el instante  $i$ -ésimo y las salidas del filtro de blanqueamiento de ruido:

La matriz de salidas muestreadas del banco de filtros adaptados en el instante  $i$ -ésimo se puede escribir como [2]:

$$\mathbf{y}[i] = \mathbf{R}^T[1]\mathbf{A}\mathbf{b}[i + 1] + \mathbf{R}[0]\mathbf{A}\mathbf{b}[i] + \mathbf{R}[1]\mathbf{A}\mathbf{b}[i - 1] + \mathbf{n}[i]. \quad (6.12)$$

Es decir, en el instante  $i$ -ésimo dicha matriz está en función tanto de la matriz de bits en el instante anterior  $\mathbf{b}[i - 1]$  como de la matriz de bits el instante posterior  $\mathbf{b}[i + 1]$ , a través de las matrices de correlaciones  $\mathbf{R}[1]$  y  $\mathbf{R}^T[1]$  respectivamente.

En cambio, la matriz de salidas del filtro de blanqueamiento de ruido en el instante  $i$ -ésimo se puede escribir como [2]:

$$\tilde{\mathbf{y}}[i] = \mathbf{F}[0]\mathbf{A}\mathbf{b}[i] + \mathbf{F}[1]\mathbf{A}\mathbf{b}[i - 1] + \tilde{\mathbf{n}}[i]. \quad (6.13)$$

En este caso, se puede apreciar que en el instante  $i$ -ésimo la matriz de salidas del filtro de blanqueamiento de ruido  $\tilde{\mathbf{y}}[i]$  ya no está en función de la matriz de bits en el instante posterior  $\mathbf{b}[i + 1]$ ; por lo tanto se ha obtenido una decorrelación parcial de  $\tilde{\mathbf{y}}[i]$  con respecto a  $\mathbf{b}[i + 1]$ , lo cual se manifiesta en una disminución de la interferencia multiusuario.

Para hallar la matriz  $\mathbf{F}$  que satisface la ecuación (6.1), el algoritmo de descomposición de Cholesky puede ser aplicado directamente a la matriz  $\mathbf{R}$ , con lo cual es posible obtener un filtro ideal de la siguiente manera [15]:

Sea  $I=K(2M+1)$ ,

1) Para  $n = I, I-1, \dots, 2, 1$ :

$$F_{n,n} = \sqrt{R_{n,n} - \sum_{j=n+1}^I (F_{j,n})^2},$$

2) Para  $j=n-1, n-2, \dots, 2, 1$ :

$$F_{n,j} = \frac{1}{F_{n,n}} \left( R_{n,j} - \sum_{l=n+1}^I F_{l,n} F_{l,j} \right), \quad (6.14)$$

donde  $F_{n,j}$  y  $R_{n,j}$  representan los componentes de la  $n$ -ésima fila y  $j$ -ésima columna de las matrices  $\mathbf{F}$  y  $\mathbf{R}$  respectivamente.

## 6.2 Obtención de un filtro de blanqueamiento de ruido práctico cercano al ideal.

En el caso del esquema DS-CDMA asíncrono, puesto que la matriz  $\mathbf{R}$  es muy grande con una dimensión igual a  $K(2M+1) \times K(2M+1)$ , se hace impráctico el método descrito en el punto anterior de aplicación de la factorización de Cholesky a toda la matriz  $\mathbf{R}$  y de la posterior inversión de la matriz  $\mathbf{F}^T$  requerida para hallar el filtro de blanqueamiento de ruido  $\mathbf{F}^{-T}$ . Por lo tanto, es conveniente aplicar un método de menor complejidad, tal como el que se describe a continuación, el cual está basado en la información que se puede encontrar en [15], [17] y en [13].

El filtro de blanqueamiento de ruido  $\mathbf{F}^{-T}$  tiene la estructura de una matriz triangular superior derecha, de dimensión  $K(2M+1) \times K(2M+1)$ . Basándonos en [15]:

$$\mathbf{F}^{-T} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{1,1} & \mathbf{W}_{1,2} & \mathbf{W}_{1,3} & \dots & \mathbf{W}_{1,2M+1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W}_{2,2} & \mathbf{W}_{2,3} & \dots & \mathbf{W}_{2,2M+1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{W}_{3,3} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \mathbf{W}_{2M,2M+1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{W}_{2M+1,2M+1} \end{bmatrix}_{K(2M+1) \times K(2M+1)}, \quad (6.15)$$

donde  $\mathbf{W}_{ij}$  es una matriz de dimensión  $K \times K$ , que tiene los siguientes valores:

$$\mathbf{W}_{ij} = \begin{cases} (\mathbf{F}^T[0])^{-1}, & \text{para } j=i, \\ (-1) \mathbf{W}_{i,j-1} \mathbf{F}^T[1] (\mathbf{F}^T[0])^{-1}, & \text{para } j=i+1, i+2, \dots(2M+1), \end{cases} \quad (6.16)$$

y donde las matrices  $\mathbf{F}[0]$ , y  $\mathbf{F}[1]$  pueden ser obtenidas a partir de las siguientes ecuaciones que las relacionan con las matrices  $\mathbf{R}[0]$  y  $\mathbf{R}[1]$ , basándonos en [17]:

$$\mathbf{R}[0] = \mathbf{F}^T[0]\mathbf{F}[0] + \mathbf{F}^T[1]\mathbf{F}[1], \quad (6.17)$$

$$\mathbf{R}[1] = \mathbf{F}^T[0]\mathbf{F}[1]. \quad (6.18)$$

El cálculo de  $\mathbf{F}[0]$  y  $\mathbf{F}[1]$  no es directo, pero se puede estimar mediante el siguiente procedimiento [17]:

Primero, de la ecuación (6.18) se desprende que:

$$\mathbf{F}[1] = (\mathbf{F}^T[0])^{-1}\mathbf{R}[1]. \quad (6.19)$$

Luego, a partir de las ecuaciones (6.19) y (6.17) se obtiene que:

$$\mathbf{R}[0] = \mathbf{F}^T[0]\mathbf{F}[0] + \mathbf{R}^T[1](\mathbf{F}[0])^{-1}(\mathbf{F}^T[0])^{-1}\mathbf{R}[1], \quad (6.20)$$

$$\mathbf{R}[0] = \mathbf{F}^T[0]\mathbf{F}[0] + \mathbf{R}^T[1](\mathbf{F}^T[0] \mathbf{F}[0])^{-1} \mathbf{R}[1]. \quad (6.21)$$

Mediante la sustitución de variable siguiente:

$$\mathbf{X} = \mathbf{F}^T[0] \mathbf{F}[0], \quad (6.22)$$

se obtiene que:

$$\mathbf{R}[0] = \mathbf{X} + \mathbf{R}^T[1]\mathbf{X}^{-1}\mathbf{R}[1]. \quad (6.23)$$

La matriz  $\mathbf{X}$  puede estimarse a través del siguiente algoritmo recursivo, basándonos en [17]:

$$\begin{aligned}
& n=0; \\
& \mathbf{X}_n=\mathbf{R}[0]; \\
& \text{While } \|\mathbf{R}[0]-\mathbf{X}_n-\mathbf{R}^T[1](\mathbf{X}_n)^{-1}\mathbf{R}[1]\|>\varepsilon; \\
& \quad \mathbf{X}_{n+1}=\mathbf{R}[0]-\mathbf{R}^T[1](\mathbf{X}_n)^{-1}\mathbf{R}[1]; \\
& \quad n++; \\
& \mathbf{X}=\mathbf{X}_n;
\end{aligned} \tag{6.24}$$

donde  $\varepsilon$  es el error de estimación, definido como la norma de la diferencia entre  $\mathbf{R}[0]$  y la reconstrucción de  $\mathbf{R}[0]$  basado en  $\mathbf{X}_n$  usando la ecuación (6.23). El algoritmo se detiene cuando se cumple que  $\|\mathbf{R}[0]-\mathbf{X}_n-\mathbf{R}^T[1](\mathbf{X}_n)^{-1}\mathbf{R}[1]\|<\varepsilon$ .

Una vez que se ha obtenido la matriz  $\mathbf{X}$ , la descomposición de Cholesky de esta matriz de dimensión  $K \times K$  nos dará  $\mathbf{F}[0]$ ; y reemplazando  $\mathbf{F}[0]$  en la ecuación (6.19) se obtiene  $\mathbf{F}[1]$ .

Ha sido demostrado que si se consideran sólo las primeras “ $p$ ” sub-matrices  $\mathbf{W}_{i,j}$ , de izquierda a derecha, de cada fila de sub-matrices que componen la matriz del filtro de blanqueamiento de ruido  $\mathbf{F}^{-T}$  que se muestra en la ecuación (6.15), de tal manera que el valor de “ $p$ ” sea mucho menor que el número total de columnas de la matriz, entonces se obtiene un filtro de blanqueamiento de ruido que mantiene un desempeño cercano al del filtro ideal pero con una menor complejidad [13], ya que se consideran sólo los valores más significativos. Por ejemplo, si se consideran sólo las primeras 2 sub-matrices  $\mathbf{W}_{i,j}$  de cada fila de sub-matrices, entonces la matriz del filtro de blanqueamiento de ruido  $\mathbf{F}^{-T}$  de la ecuación (6.15) se reduce a una matriz que tiene la siguiente forma:

$$\mathbf{F}_{reducida}^{-T} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{1,1} & \mathbf{W}_{1,2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W}_{2,2} & \mathbf{W}_{2,3} & \cdot & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{W}_{3,3} & \cdot & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdot & \mathbf{W}_{2M,2M+1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{W}_{2M+1,2M+1} \end{bmatrix}_{K(2M+1) \times K(2M+1)} \tag{6.25}$$

Mediante este método, se reduce la cantidad de operaciones para el cálculo de los componentes del filtro, y puesto que el número de componentes del filtro es menor

también se reduce el número de operaciones necesarias para el procesamiento de la matriz de salidas muestreadas del banco de filtros adaptados a través de él.

### 6.3 Función métrica del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto cuando se emplea un filtro de blanqueamiento de ruido en un canal asíncrono gaussiano

La función métrica total del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto que fue hallada en la ecuación (4.12) puede expresarse en función de las salidas del filtro de blanqueamiento de ruido  $\tilde{\mathbf{y}}$ , teniendo en cuenta que en base a la ecuación (6.7):  $\mathbf{y} = \mathbf{F}^T \tilde{\mathbf{y}}$ , de la siguiente manera:

$$\Omega_{\text{mf}}(\mathbf{b}) = 2\mathbf{b}^T \mathbf{A}_M \mathbf{F}^T \tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{b}^T \mathbf{H} \mathbf{b}, \quad (6.26)$$

donde  $\mathbf{H} = \mathbf{A}_M \mathbf{R} \mathbf{A}_M$ .

La expresión  $\mathbf{b}^T \mathbf{A}_M \mathbf{F}^T \tilde{\mathbf{y}}$  de la ecuación anterior se puede escribir como:

$$\mathbf{b}^T \mathbf{A}_M \mathbf{F}^T \tilde{\mathbf{y}} = \sum_{j=1}^{K(2M+1)} \tilde{y}_j \left( A_{\kappa(j)} b_j f_{\kappa(j), \kappa(j)} + \sum_{n=1}^{K-1} A_{\kappa(j-n)} b_{j-n} f_{\kappa(j), \kappa(j-n)} \right) \dots (\alpha); \quad (6.27)$$

donde  $f_{i,j}$  es la componente de la  $i$ -ésima fila y  $j$ -ésima columna de una matriz de dimensión  $K \times K$  que tiene la siguiente estructura:

$$\begin{bmatrix} F_{11}[0] & F_{12}[1] & \cdots & F_{1K}[1] \\ F_{21}[0] & F_{22}[0] & \cdots & F_{2K}[1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{K1}[0] & F_{K2}[0] & \cdots & F_{KK}[0] \end{bmatrix},$$

y en la que  $F_{ij}[0]$  y  $F_{ij}[1]$  son los elementos de la  $i$ -ésima fila y  $j$ -ésima columna de las matrices  $\mathbf{F}[0]$  y  $\mathbf{F}[1]$  respectivamente, las cuales fueron definidas anteriormente; mientras que el segundo término se puede escribir, basándonos en resultados de [2], como:

$$\mathbf{b}^T \mathbf{H} \mathbf{b} = \sum_{j=1}^{K(2M+1)} A_{\kappa(j)} b_j \left( A_{\kappa(j)} b_j + 2 \sum_{n=1}^{K-1} b_{j-n} A_{\kappa(j-n)} \rho_{\kappa(j-n), \kappa(j)} \right) \dots (\beta). \quad (6.28)$$

Entonces, la función métrica total del diagrama trellis basada en las salidas del filtro de blanqueamiento de ruido es  $2(\alpha) - (\beta)$ ; es decir:

$$\begin{aligned} \Omega_{nwf}(\mathbf{b}) = & \sum_{j=1}^{K(2M+1)} 2\tilde{y}_j \left( A_{\kappa(j)} b_j f_{\kappa(j), \kappa(j)} + \sum_{n=1}^{K-1} A_{\kappa(j-n)} b_{j-n} f_{\kappa(j), \kappa(j-n)} \right) \cdots \\ & \cdots - A_{\kappa(j)} b_j \left( A_{\kappa(j)} b_j + 2 \sum_{n=1}^{K-1} b_{j-n} A_{\kappa(j-n)} \rho_{\kappa(j-n), \kappa(j)} \right). \end{aligned} \quad (6.29)$$

De la ecuación (6.29) se desprende que la función métrica de rama es:

$$\lambda_{j,nwf} = A_{\kappa(j)} b_j \left( 2\tilde{y}_j f_{\kappa(j), \kappa(j)} - A_{\kappa(j)} b_j \right) + 2 \sum_{n=1}^{K-1} A_{\kappa(j-n)} b_{j-n} \left( \tilde{y}_j f_{\kappa(j), \kappa(j-n)} - A_{\kappa(j)} b_j \rho_{\kappa(j-n), \kappa(j)} \right). \quad (6.30)$$

Descartando de la ecuación (6.30) los términos que no dependen de  $\mathbf{b}$ , y simplificando:

$$\lambda_{j,nwf} = A_{\kappa(j)} b_j \tilde{y}_j f_{\kappa(j), \kappa(j)} + \sum_{n=1}^{K-1} A_{\kappa(j-n)} b_{j-n} \left( y_j f_{\kappa(j), \kappa(j-n)} - A_{\kappa(j)} b_j \rho_{\kappa(j-n), \kappa(j)} \right). \quad (6.31)$$

La secuencia de bits a ser detectada corresponde a aquella que maximiza la función métrica total mostrada en la ecuación (6.29). Esta maximización será efectuada empleando un diagrama trellis similar al descrito en los capítulos anteriores, donde la función métrica de rama será la mostrada en la ecuación (6.31), y donde se emplearán los algoritmos tipo M, T y T-M para la selección de trayectos.

## 6.4 Evaluación del desempeño de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos tipo M, T y T-M y con filtro de blanqueamiento de ruido en un canal asíncrono gaussiano.

Para evaluar el comportamiento de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos tipo M, T y T-M y con filtro de blanqueamiento de ruido se realizarán simulaciones por computadora, cuyos resultados se compararán con los resultados de la simulación 5.2 del capítulo anterior en donde no se empleó el filtro de blanqueamiento de ruido. Se simula como referencia la tasa de error de bit del

detector de DS-CDMA convencional, y la tasa de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto.

## 6.5 Simulaciones del presente capítulo

### 6.5.1 Simulación 6.1

Descripción.- Se simula la tasa de error de bit (BER) del usuario 1 versus la relación señal a ruido SNR(dB) de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos tipo M (M=1), T (T=0.1) y T-M (T=0.1, M=2) cuando se emplea un filtro de blanqueamiento de ruido a la salida del banco de filtros adaptados en un canal asíncrono gaussiano de 3 usuarios, al variar las amplitudes de los usuarios interferentes; cabe indicar que se ha empleado un filtro de blanqueamiento de ruido cercano al ideal, similar al descrito en la sección 6.2, y se han considerado sólo las primeras 2 sub-matrices  $\mathbf{W}_{i,j}$  de cada fila de sub-matrices del filtro de blanqueamiento de ruido  $\mathbf{F}^{-T}$ , de manera similar a la matriz que se mostró como ejemplo en la ecuación (6.25). Se compara el resultado con la tasa de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto, con la del detector de DS-CDMA convencional, y con la de un canal sin interferentes. Se emplean los mismos valores pequeños de los parámetros M y T que se emplearon en la simulación 5.2 del capítulo anterior, siendo la diferencia que en este caso se emplea el filtro de blanqueamiento de ruido. Se comparan los tiempos de procesamiento de las simulaciones (tiempo que le toma al CPU de la computadora el procesamiento de la simulación).

Se emplean secuencias de código de usuario de diseño “simple” de una longitud de 10 chips. Las correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencias de código de los usuarios son las siguientes:  $\rho_{12} = -0.1$ ,  $\rho_{21} = +0.1$ ,  $\rho_{13} = -0.1$ ,  $\rho_{31} = -0.1$ ,  $\rho_{23} = -0.2$ ,  $\rho_{32} = +0.2$ ; y los retardos de tiempo de los usuarios 1, 2 y 3 son respectivamente:  $\tau_1=0$ ;  $\tau_2=1$ ;  $\tau_3=3$ .

En la figura 6.2.a los usuarios interferentes tienen la misma amplitud que el usuario 1 ( $A_1=1$ ;  $A_2=1$ ;  $A_3=1$ ), y en las figuras 6.2.b y 6.2.c los usuarios interferentes

tienen el doble ( $A_1=1; A_2=2; A_3=2$ ) y triple de amplitud ( $A_1=1; A_2=3; A_3=3$ ) respectivamente.

En las tablas I.22, I.23 y I.24 del Anexo I se registran los valores de los resultados de la simulación y también se indica el número de bits por usuario.

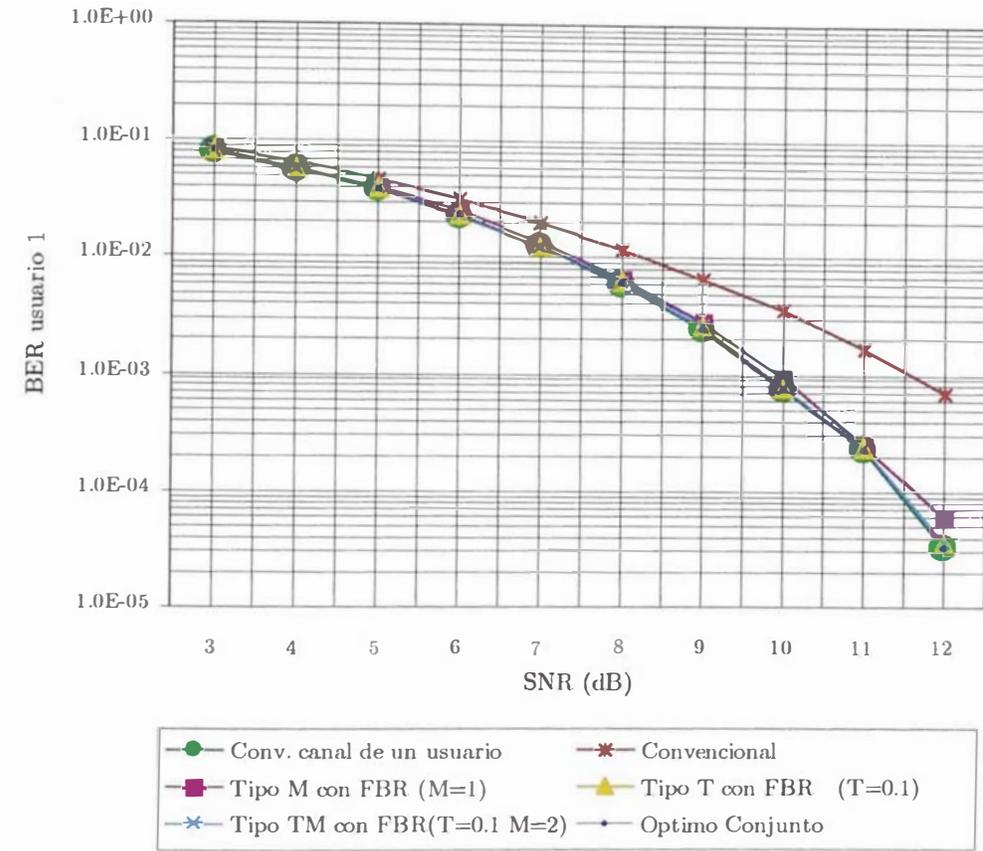


Figura 6.2.a: Simulación 6.1 ( $A_1=1; A_2=1; A_3=1$ )

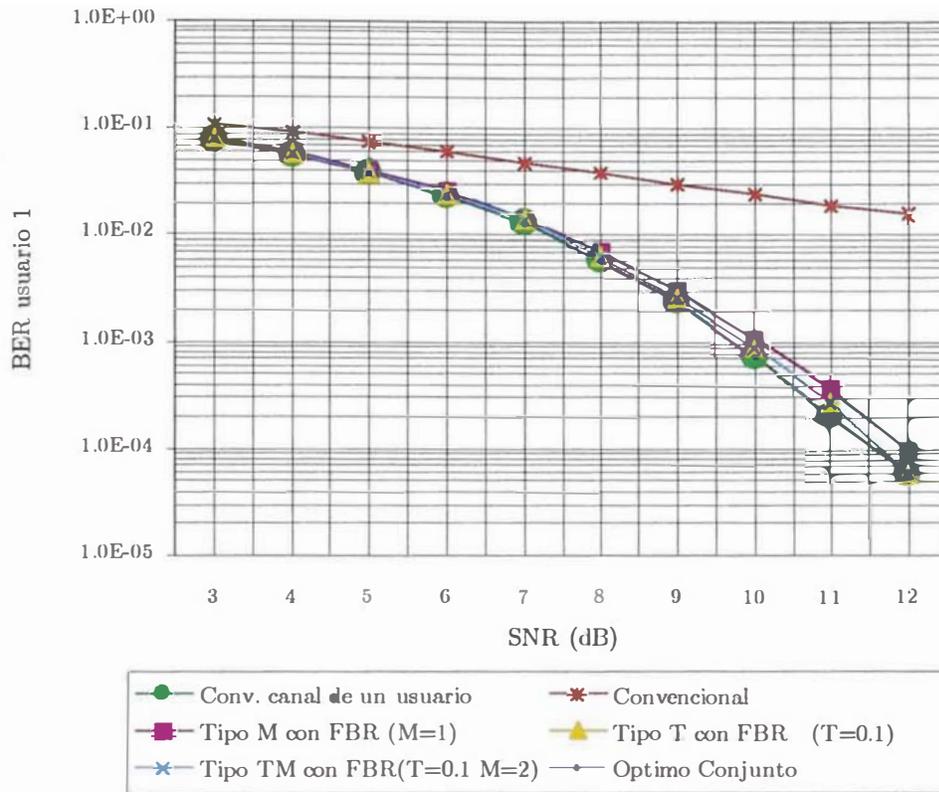


Figura 6.2.b: Simulación 6.1 ( $A_1=1$ ;  $A_2=2$ ;  $A_3=2$ )

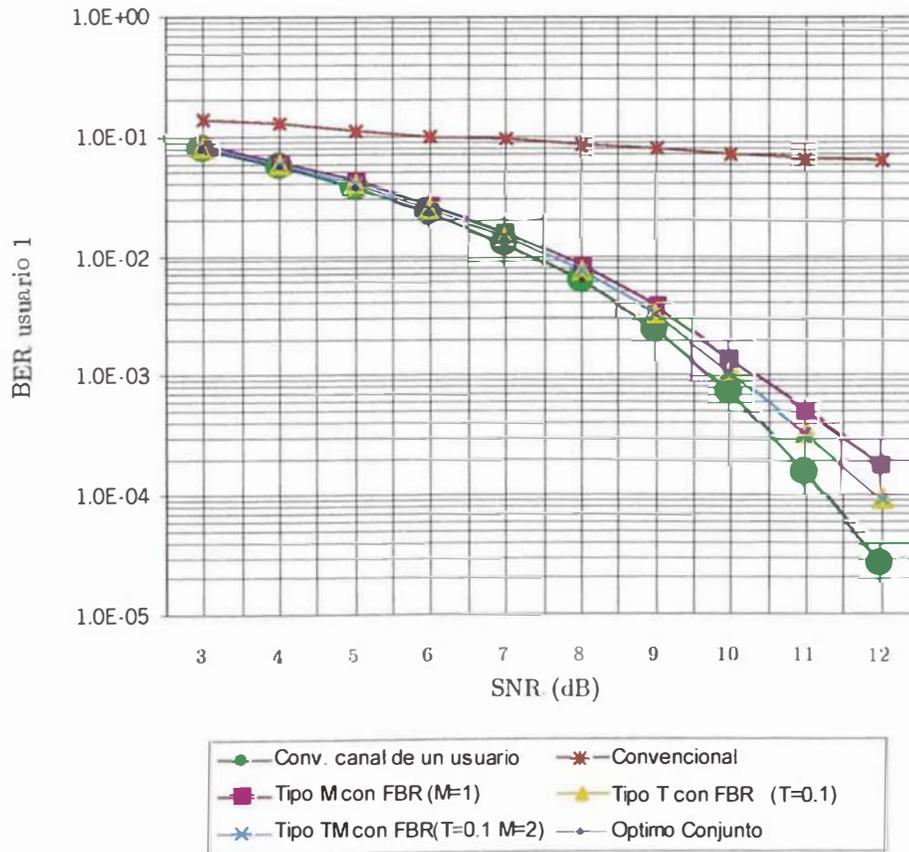


Figura 6.2.c: Simulación 6.1 ( $A_1=1$ ;  $A_2=3$ ;  $A_3=3$ )

Análisis e interpretación de los resultados.- En las figuras 6.2.a, 6.2.b y 6.2.c se observa que el empleo del filtro de blanqueamiento de ruido produce una mejora significativa en el desempeño de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos M, T, y T-M cuando se utilizan valores pequeños de los parámetros M, y T como los empleados en esta simulación, en comparación con su desempeño sin filtro de blanqueamiento de ruido (ver figuras 5.6.a, 5.6.b y 5.6.c de la simulación 5.2 del capítulo anterior). Al variar las amplitudes de los usuarios interferentes, las curvas de tasa de error bit de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos se mantienen muy cercanas a la tasa de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto. Además también se acercan a la curva de tasa de error de bit en un canal sin usuarios interferentes. Este comportamiento contrasta con el del detector de DS-CDMA convencional, ya que se observa que la brecha entre la curva de la tasa de error de bit del detector de DS-CDMA convencional y la de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos M, T y T-M se acrecienta notablemente a medida que se incrementan las amplitudes de los usuarios interferentes.

Cabe mencionar que a pesar de estarse empleando un filtro de blanqueamiento de ruido en la simulación del presente capítulo, éste no compensa completamente la degradación introducida por los algoritmos subóptimos. Esto se explica por el hecho de que el filtro de blanqueamiento de ruido tiene un efecto de decorrelación parcial, tal como se explicó anteriormente.

En las tablas I.22, I.23 y I.24 del Anexo I se encuentran registrados el número de nodos mínimo, máximo y el promedio de nodos por nivel en el diagrama trellis que procesan (calculando las dos funciones métricas de rama que se extienden de dichos nodos) los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos de tipo T y T-M y con un filtro de blanqueamiento de ruido, para cada valor de relación señal a ruido simulado. En el caso del detector de DS-CDMA multiusuario subóptimo que emplea el algoritmo tipo M con filtro de blanqueamiento de ruido, el número de nodos que procesa por nivel es 1. Se observa que el promedio de nodos procesados por nivel en el diagrama trellis es menor en los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos que emplean algoritmos de tipo T, T-M y M con filtro de blanqueamiento de ruido que el número de nodos procesado por nivel del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto, el cual es igual a 4.

También se encuentran registrados en las tablas I.22, I.23 y I.24 del Anexo I los tiempos de procesamiento en segundos de la simulación de detección (tiempo que le toma al CPU de la computadora el procesamiento de la simulación) tanto para los detectores de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto como para los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos M, T y T-M con filtro de blanqueamiento de ruido para cada valor de relación señal a ruido simulado. Promediando estos tiempos sobre todos los valores de relación señal a ruido simulados, se observa que el tiempo promedio de procesamiento de la simulación de detección de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con filtro de blanqueamiento de ruido es menor que el del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto. La reducción de este tiempo promedio de procesamiento de simulación es la siguiente: para el detector tipo T ( $T=0.1$ ): en 30%; para el detector tipo T-M ( $T=0.1, M=2$ ): en 30%; y para el detector tipo M ( $M=1$ ): en 29%.

### **6.5.2 Conclusiones de la simulación del presente capítulo**

Para la simulación del presente capítulo se puede concluir que el empleo de un filtro de blanqueamiento de ruido a la salida del banco de filtros adaptados junto con los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos de tipo M, T y T-M proporciona una mejora notable en su desempeño tanto en términos de la tasa de error de bit como de resistencia al problema del efecto cercano-lejano, a pesar de que se emplean valores pequeños de los parámetros M, T y T-M, en comparación con su desempeño sin el empleo de dicho filtro de blanqueamiento de ruido. Este hecho se debe al efecto de decorrelación parcial proporcionado por el filtro de blanqueamiento de ruido, que fue explicado anteriormente, y que se manifiesta en una disminución de la interferencia multiusuario.

Adicionalmente, la curva de la tasa de error de bit de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos de tipo M, T y T-M y con filtro de blanqueamiento de ruido se acerca a la curva de probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo y la de un canal sin usuarios interferentes; y esto ocurre a una complejidad computacional bastante menor.

## Capítulo 7

# Detección de DS-CDMA multiusuario subóptima con algoritmos M, T y T-M en un canal asíncrono gaussiano con desvanecimiento Rayleigh lento y plano de un solo trayecto.

En el modelo básico de la señal DS-CDMA que atraviesa un canal asíncrono gaussiano del capítulo 2, las amplitudes de los usuarios  $A_k$  y las formas de onda de secuencias de código  $s_k(t)$  son las que se obtienen en el receptor. Sin embargo, frecuentemente estas amplitudes y formas de onda de secuencias de código recibidas no coinciden con las enviadas por los transmisores, debido a la atenuación y distorsión del canal. El desvanecimiento se refiere a condiciones del canal variantes en el tiempo. Cualquier sistema con transmisores y/o receptores móviles está sujeto al desvanecimiento [2].

En el presente capítulo se considera que la señal de cada usuario del sistema DS-CDMA atraviesa un canal con desvanecimiento Rayleigh independiente del de los demás usuarios; y además se asume que la señal de cada usuario está compuesta de un solo trayecto con desvanecimiento; estas dos condiciones se grafican en la figura 7.1. El hecho de modelar un solo trayecto con desvanecimiento es válido para radiocomunicaciones móviles CDMA en áreas suburbanas [16]; ya que en este caso usualmente hay un solo trayecto dominante, aunque afectado por el desvanecimiento [20], con respecto a los demás trayectos más débiles que conforman la señal que en principio es multitrayecto. Este único trayecto generalmente es tan dominante que la separación de trayectos adicionales más débiles de la señal de cada usuario proporciona poca mejora [20] con respecto a la ganancia en desempeño que se pudiera obtener mediante técnicas que aprovechan la diversidad multitrayecto, tales como técnicas de combinación de trayectos [3]. Este caso contrasta con el de áreas urbanas

de edificios altos, donde sí se obtiene una ganancia de diversidad multitrayecto substancial [20] mediante el empleo de las técnicas mencionadas.

Se considerará que el desvanecimiento, cuyos efectos se estudiarán, es plano y lento. Al ser plano en frecuencia sólo afecta a las amplitudes recibidas pero no introduce distorsión en la forma de onda de secuencia de código; y al ser lo suficientemente lento, las amplitudes son constantes durante un intervalo de tiempo de bit. Además asumiremos que el desvanecimiento es lo suficientemente lento de manera que los cambios de fase pueden ser estimados por el receptor sin ningún error; es decir, es posible lograr una detección coherente ideal [3].

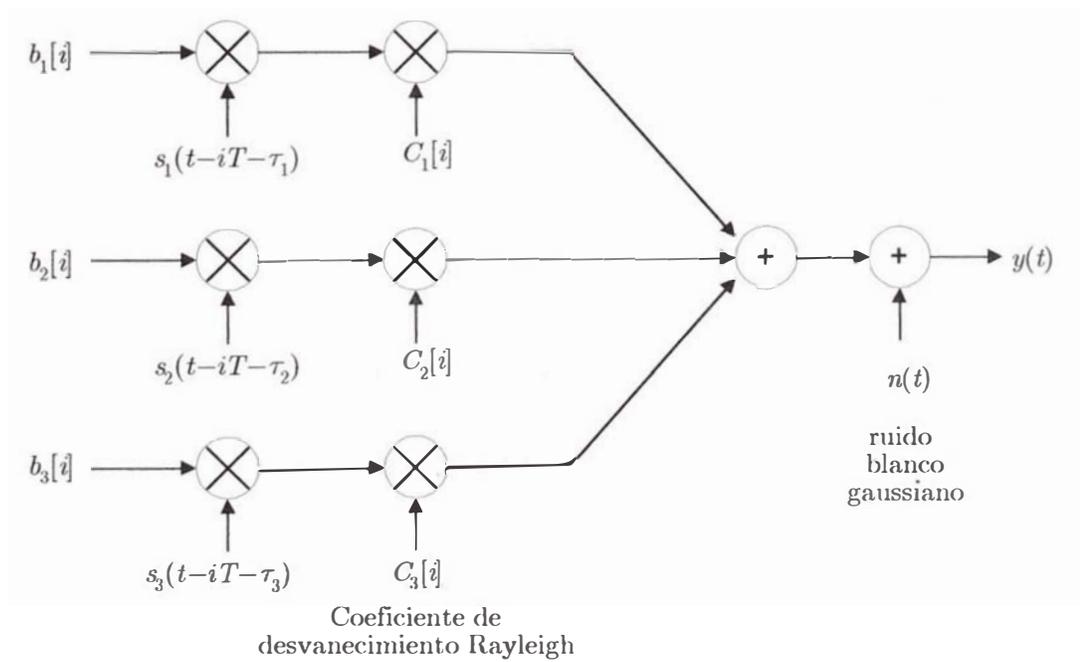


Figura 7.1: Modelo de un canal asíncrono gaussiano con desvanecimiento Rayleigh para un sistema DS-CDMA

## 7.1 Modelo de la señal DS-CDMA en un canal asíncrono gaussiano con desvanecimiento Rayleigh lento y plano de un solo trayecto.

Para describir el canal con desvanecimiento Rayleigh es conveniente emplear un modelo matemático con valores complejos, generalizando el modelo de la ecuación (2.1) tal como sigue [16]:

$$y(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{i=-M}^M C_k[i] b_k[i] s_k(t - iT - \tau_k) + \sigma n(t), \quad (7.1)$$

donde  $C_k[i]$  es una variable aleatoria compleja que representa el coeficiente de desvanecimiento. Los procesos aleatorios  $\{C_k[i]\}$  son independientes de usuario a usuario. Para cada usuario  $k$ -ésimo, el módulo de  $C_k[i]$  denotado como  $|C_k|$ , también llamado “envolvente”, es una variable aleatoria que tiene una función de densidad de probabilidad Rayleigh; en este caso, las componentes reales e imaginarias de  $C_k[i]$  son procesos aleatorios Gaussianos independientes de media cero y desviación estándar igual a  $\sigma_x$ . La fase de  $C_k[i]$  es una variable aleatoria que está uniformemente distribuida entre  $[0, 2\pi]$ . Además, en la ecuación (7.1),  $n(t)$  es una variable aleatoria Gaussiana compleja, de media cero y densidad espectral de potencia unitaria.

Como se indicó, la función de densidad de probabilidad de la “envolvente”  $|C_k|$  es de tipo Rayleigh, la cual haciendo el cambio de variable  $|C_k| = R$  se expresa por la siguiente ecuación [3]:

$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma_x^2} e^{-r^2/2\sigma_x^2}, \quad r \geq 0, \quad (7.2)$$

donde se cumple que el segundo momento de la “envolvente”  $|C_k|$  es igual a [3]:

$$E[|C_k|^2] = \overline{|C_k|^2} = 2\sigma_x^2. \quad (7.3)$$

## 7.2 Eficiencia multiusuario asintótica del detector de DS-CDMA convencional y del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto en un canal asíncrono gaussiano con desvanecimiento Rayleigh.

Para realizar una comparación entre la eficiencia multiusuario asintótica del detector de DS-CDMA convencional y la del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto en un canal asíncrono gaussiano con desvanecimiento Rayleigh, es necesario conocer primero la probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA convencional en un canal de un solo usuario, sin usuarios interferentes, bajo las condiciones mencionadas, la cual es la siguiente [16]:

$$P_k^f = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\gamma_o}}} \right], \quad (7.4)$$

donde a  $\gamma_o$  se le denomina “relación señal a ruido promedio por bit”, y se define por:

$$\gamma_o = \frac{\varepsilon_b}{N_0} \overline{|C_k|^2}, \quad (7.5)$$

donde  $\overline{|C_k|^2} = E[|C_k|^2]$  fue definido en la ecuación (7.3). La variable  $N_0$  es igual a  $2\sigma^2$ , siendo  $\sigma^2$  la varianza del ruido blanco gaussiano.  $\varepsilon_b$  es la energía de bit.

Cuando  $\sigma \rightarrow 0$  se cumple que la ecuación (7.4) se puede expresar como [16]

$$P_k^f = \frac{1}{4\gamma_o} + o\left(\frac{1}{\gamma_o}\right), \quad (7.6)$$

donde con respecto a la notación “ $o(\cdot)$ ”, una función  $f(n)$  se denota como  $o(g(n))$  cuando para todo  $c > 0$  existe algún  $d > 0$  tal que  $0 \leq f(n) < cg(n)$  para todo  $n > d$ , donde el valor de  $d$  no debe depender de  $n$ , pero puede depender de  $c$  [26].

La eficiencia multiusuario asintótica en el caso de un canal asíncrono gaussiano con desvanecimiento Rayleigh se define por la siguiente ecuación [16]:

$$\eta_k = \lim_{N_0 \rightarrow 0} \frac{\gamma_{eff}}{\gamma_o}, \quad (7.7)$$

o en forma equivalente:

$$\eta_k = \lim_{\gamma_o \rightarrow \infty} \frac{\gamma_{eff}}{\gamma_o}, \quad (7.8)$$

donde a  $\gamma_{eff}$  se le denomina “relación señal a ruido efectiva promedio por bit”, donde  $\gamma_{eff} \leq \gamma_o$ , y se le define por:

$$\gamma_{eff} = \frac{1}{4P_k^f}. \quad (7.9)$$

Se sabe que la probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto en un canal asíncrono gaussiano con desvanecimiento Rayleigh tiene las siguientes cotas, asintóticamente, en la región en donde la relación señal a ruido es alta [16]:

$$\frac{1}{4\gamma_o} \leq P_1 \leq \frac{1}{4\gamma_o} + o\left(\frac{1}{\gamma_o}\right). \quad (7.10)$$

A partir de la ecuación anterior y de la ecuación (7.9) se obtiene que la relación señal a ruido efectiva promedio del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto es [16]:

$$\gamma_{eff} = \frac{1}{\frac{1}{\gamma_o} + o\left(\frac{1}{\gamma_o}\right)}. \quad (7.11)$$

Reemplazando la ecuación anterior en la ecuación (7.8), se obtiene, basándonos en [16], que la eficiencia multiusuario asintótica del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto en un canal asíncrono gaussiano con desvanecimiento Rayleigh es unitaria, es decir:

$$\eta_k = 1, \quad (7.12)$$

excepto cuando las formas de onda de secuencia de código están fuertemente correlacionadas, con correlaciones cruzadas iguales a la unidad [16].

Esto significa que el desempeño en términos de probabilidad de error de bit de un usuario empleando un detector multiusuario óptimo conjunto se acerca al desempeño de la probabilidad de error de bit de dicho usuario en un canal sin usuarios interferentes.

Para el caso del detector de DS-CDMA convencional en un canal asíncrono gaussiano con desvanecimiento Rayleigh, el nivel de “saturación” de la probabilidad de error de bit cuando  $\sigma \rightarrow 0$  está dada por la siguiente aproximación, para dos usuarios de igual energía [16], [22]:

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} P_1^c \cong \frac{1}{6N}, \quad (7.13)$$

donde  $N$  es el número de chips por bit, también llamado longitud de la forma de onda de secuencia de código, cuando ésta es seleccionada de manera aleatoria; es decir, cuando la polaridad de cada uno de los chips de la forma de onda de secuencia de código de cada usuario es independiente y es 1 ó -1 con igual probabilidad.

Es decir, el límite de la ecuación (7.13) es el valor mínimo o “piso” que alcanza la probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA convencional cuando el ruido gaussiano  $\sigma$  tiende a cero. Esto implica que cuando  $\sigma$  tiende a cero, la probabilidad de error de bit no tiende a cero, a menos que todas las correlaciones cruzadas parciales de las formas de onda de secuencias de código de los usuarios sean iguales a cero.

Reemplazando la expresión del nivel de saturación de la probabilidad de error de bit del detector de DS-CDMA convencional dado en la ecuación (7.13) en la ecuación (7.9) se obtiene que la relación señal a ruido efectiva promedio del detector de DS-CDMA convencional para este nivel de saturación es:

$$\gamma_{eff}^c = \frac{3N}{2}. \quad (7.14)$$

Reemplazando la ecuación (7.14) en la ecuación (7.8), se halla que la eficiencia multiusuario asintótica del detector de DS-CDMA convencional en un canal asíncrono gaussiano con desvanecimiento Rayleigh es igual a cero, es decir [16]:

$$\eta_1^c = 0 \quad (7.15)$$

La ecuación anterior significa que la eficiencia multiusuario asintótica del detector de DS-CDMA convencional es cero en presencia de desvanecimiento Rayleigh, con la excepción indicada anteriormente. Este hecho contrasta con la eficiencia multiusuario asintótica del detector de DS-CDMA convencional en ausencia de desvanecimiento Rayleigh.

### 7.3 Evaluación del desempeño de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos de tipo M, T y T-M en un canal asíncrono gaussiano con desvanecimiento Rayleigh

Para el caso de los detectores de DS-CDMA multiusuarios subóptimos con algoritmos tipo M, T y T-M en un canal asíncrono gaussiano con desvanecimiento Rayleigh, su desempeño en términos de tasa de error de bit se evaluará por medio de simulaciones por computadora. Se tomarán como referencias de comparación la curva de la tasa de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto y la tasa de error de bit del detector de DS-CDMA convencional. Se espera que el desempeño de los detectores de DS-CDMA multiusuarios subóptimos mencionados se acerque al del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto, pero con una menor complejidad computacional.

### 7.4 Simulaciones del presente capítulo

Para las simulaciones 7.4.1, 7.4.2, y 7.4.3 se introducirá la variable  $\overline{\text{SNR}}_\sigma(\text{dB})$ , a la que denominaremos “relación señal a ruido promedio expresada en función de la varianza del ruido, en decibelios”, y la definiremos como:

$$\overline{\text{SNR}}_\sigma(\text{dB}) = 10 \log_{10} \left( \frac{\varepsilon_b}{\sigma^2} |C_k|^2 \right). \quad (7.16)$$

Se va a emplear la expresión anterior con el objetivo de mantener uniformidad y semejanza con la expresión de señal a ruido en decibelios  $\text{SNR}(\text{dB})$  de la ecuación (3.29), la cual también está expresada en función de la varianza del ruido gaussiano  $\sigma^2$ , y ha venido siendo empleada en las simulaciones de los capítulos anteriores.

Cabe indicar que a partir de las ecuaciones (7.16) y (7.5) se puede establecer la siguiente relación:

$$\text{SNR}_\sigma(\text{dB}) = \gamma_o(\text{dB}) + 3\text{dB}, \quad (7.17)$$

donde como se vio en la ecuación (7.5),  $\gamma_s$  es la relación señal a ruido promedio de bit expresada en función de la variable  $N_0=2\sigma^2$

### 7.4.1 Simulación 7.1

Descripción.- Se simula la tasa de error de bit (BER) del usuario 1 versus la relación señal a ruido promedio expresada en función de la varianza del ruido, en decibelios,  $\text{SNR}_s(\text{dB})$ , cuando se emplean los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos de tipo M ( $M=2$ ), tipo T ( $T=0.1$ ) y tipo T-M ( $T=0.1, M=2$ ) en un canal asíncrono gaussiano de 3 usuarios con desvanecimiento Rayleigh. No se emplea filtro de blanqueamiento de ruido. Se compara el resultado con la tasa de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto, con la del detector de DS-CDMA convencional, y con la de un canal sin usuarios interferentes. Se comparan los tiempos de procesamiento de las simulaciones (Tiempo que le toma al CPU de las computadora el procesamiento de la simulación).

Se emplean secuencias de código de usuario de diseño “simple” de 18 chips. Las correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencias de código de los usuarios son las siguientes:  $\rho_{12} = -0.055$ ,  $\rho_{21} = +0.055$ ,  $\rho_{13} = -0.055$ ,  $\rho_{31} = -0.055$ ,  $\rho_{23} = -0.11$ ,  $\rho_{32} = +0.11$ ; y los retardos de tiempo de los usuarios 1, 2 y 3 son respectivamente:  $\tau_1=0$ ;  $\tau_2=1$ ;  $\tau_3=3$ . Todos los usuarios tienen energía de bit  $\varepsilon_b$  igual a la unidad, y la función de densidad de probabilidad Rayleigh tiene como característica que  $E[|C_k|^2] = |C_k|^2 = 2\sigma_x^2 = 1$ .

En la tabla I.25 del Anexo I se registran los valores de los resultados de la simulación y también se indica el número de bits por usuario.

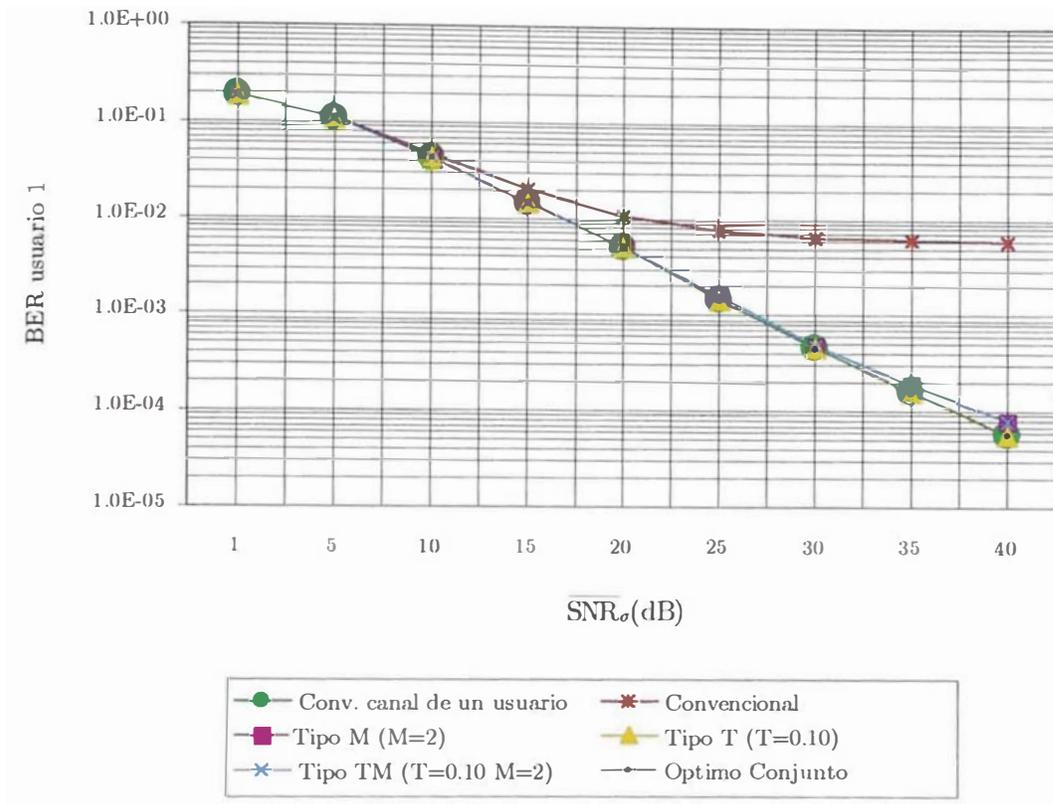


Figura 7.2: Simulación 7.1 (Canal con desvanecimiento Rayleigh)

Análisis e Interpretación de los Resultados.- En la figura 7.2 se observa que la curva de tasa de error de bit de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos tipo T, M y T-M en un canal asíncrono gaussiano con desvanecimiento Rayleigh es muy cercana a la del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto y a la de un canal sin usuarios interferentes, para los valores de M y T seleccionados. Este comportamiento contrasta con el del detector de DS-CDMA convencional, en el cual se observa un “piso” o nivel mínimo de tasa de error de bit en la región de alta relación señal a ruido.

En la tabla I.25 del Anexo I se encuentran registrados el número de nodos mínimo, máximo y el promedio de nodos por nivel en el diagrama trellis que procesan (calculando las dos funciones métricas de rama que se extienden de dichos nodos) los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos de tipo T y T-M en un canal con desvanecimiento Rayleigh para cada valor de relación señal a ruido simulado. En el caso del detector de DS-CDMA multiusuario subóptimo que emplea

el algoritmo tipo M, el número de nodos que procesa por nivel es 2. Se observa que el promedio de nodos procesados por nivel en el diagrama trellis es menor en los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos que emplean algoritmos de tipo T, T-M y M en un canal con desvanecimiento Rayleigh que el número de nodos procesados por nivel del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto, el cual es igual a 4.

También se encuentran registrados en la tabla I.25 del Anexo I los tiempos de procesamiento en segundos de la simulación de detección (tiempo que le toma al CPU de la computadora el procesamiento de la simulación) tanto para los detectores de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto como para los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos M, T y T-M en un canal con desvanecimiento Rayleigh para cada valor de relación señal a ruido simulado. Promediando estos tiempos sobre todos los valores de relación señal a ruido simulados, se observa que el tiempo promedio de procesamiento de simulación de detección de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos M, T y T-M en un canal con desvanecimiento Rayleigh es menor que el del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto. La reducción de este tiempo promedio de procesamiento de la simulación es la siguiente: para el detector tipo T (T=0.1): en 63%; para el detector tipo T-M (T=0.1, M=2): en 50%; y para el detector tipo M (M=2): en 34%.

### 7.4.2 Simulación 7.2

Descripción.- Se simula la tasa de error de bit (BER) del usuario 1 versus la relación señal a ruido promedio expresada en función de la varianza del ruido, en decibelios,  $SNR_r$ (dB), empleando los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos de tipo M (M=1), tipo T (T=0.01), y tipo T-M (T=0.01, M=2), en un canal asíncrono gaussiano de 3 usuarios con desvanecimiento Rayleigh. Se debe notar que los valores escogidos de los parámetros M y T son menores que los de la simulación 7.1.

Se emplean secuencias de código de usuario de diseño “simple” de 18 chips. Las correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencias de código de los usuarios son las siguientes:  $\rho_{12} = -0.055$ ,  $\rho_{21} = +0.055$ ,  $\rho_{13} = -0.055$ ,  $\rho_{31} = -0.055$ ,  $\rho_{23}$

$= -0.11$ ,  $\rho_{32} = +0.11$ ; y los retardos de tiempo de los usuarios 1, 2 y 3 son respectivamente:  $\tau_1=0$ ;  $\tau_2=1$ ;  $\tau_3=3$ . Todos los usuarios tienen energía de bit  $\varepsilon_b$  igual a la unidad, y la función de densidad de probabilidad Rayleigh tiene como característica que  $E[|C_k|^2] = |C_k|^2 = 2\sigma_x^2=1$ .

En la tabla I.26 del Anexo I se registran los valores de los resultados de la simulación y también se indica el número de bits por usuario.

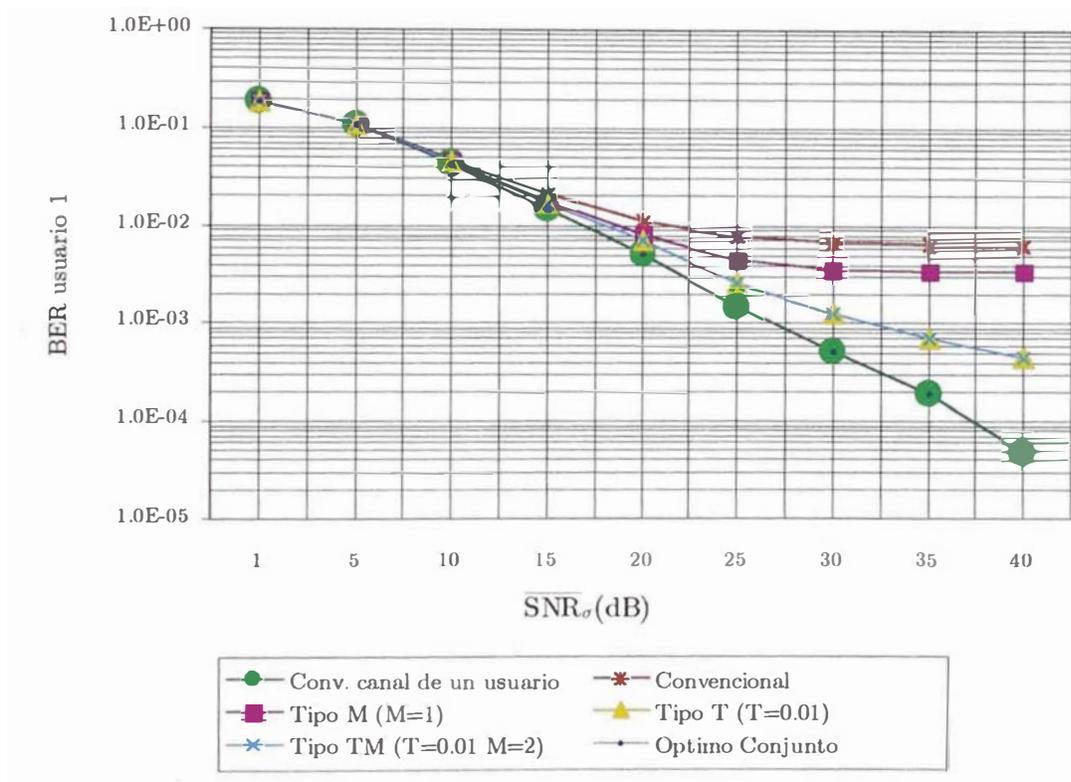


Figura 7.3: Simulación 7.2 (Sin filtro de blanqueamiento de ruido)

Análisis e interpretación de los resultados.- En la figura 7.3 se observa que las curvas de tasa de error de bit de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos M, T y T-M en un canal asíncrono gaussiano con desvanecimiento Rayleigh se alejan demasiado de la curva de tasa de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto y de la curva de tasa de error de bit en un canal sin usuarios interferentes, para los valores de los parámetros M y T seleccionados. Esto se explica debido a que los parámetros seleccionados M y T son

demasiado bajos. En la simulación 7.3 se verá que el empleo de un filtro de blanqueamiento de ruido aplicado a las salidas muestreadas del banco de filtros adaptados mejora el desempeño sustancialmente.

Cabe mencionar que se observa un valor “piso” en el caso del detector subóptimo con algoritmo M, donde  $M=1$ , debido al efecto de la interferencia multiusuario, el cual se hace notable por el empleo de un valor demasiado pequeño de dicho parámetro para las condiciones de canal de la presente simulación.

En la tabla I.26 del Anexo I se encuentran registrados el número de nodos mínimo, máximo y el promedio de nodos por nivel en el diagrama trellis que procesan (calculando las dos funciones métricas de rama que se extienden de dichos nodos) los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos de tipo T y T-M en un canal con desvanecimiento Rayleigh para cada valor de relación señal a ruido simulado. Para el detector de DS-CDMA multiusuario subóptimo que emplea el algoritmo tipo M, el número de nodos que procesa por nivel es 1. Se observa que el promedio de nodos procesados por nivel en el diagrama trellis de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos que emplean algoritmos de tipo T, T-M y M en un canal con desvanecimiento Rayleigh es menor que el número de nodos procesados por nivel del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto, el cual es igual a 4.

También se encuentran registrados en la tabla I.26 del Anexo I los tiempos de procesamiento en segundos de las simulaciones de detección (tiempo que le toma al CPU de la computadora el procesamiento de la simulación) tanto para los detectores de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto como para los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos M, T y T-M en un canal con desvanecimiento Rayleigh para cada valor de relación señal a ruido simulado. Promediando estos tiempos sobre todos los valores de relación señal a ruido simulados, se observa que el tiempo promedio de procesamiento de simulación de detección de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos M, T y T-M en un canal con desvanecimiento Rayleigh es menor que el del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto.

### 7.4.3 Simulación 7.3

Descripción.- Se simula la tasa de error de bit (BER) del usuario 1 versus la relación señal a ruido promedio expresada en función de la varianza del ruido, en decibelios,  $\text{SNR}_\sigma(\text{dB})$ , empleando los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos de tipo M ( $M=1$ ), tipo T ( $T=0.01$ ), y tipo T-M ( $T=0.01$ ,  $M=2$ ), en un canal asíncrono gaussiano de 3 usuarios con desvanecimiento Rayleigh, pero esta vez empleando un filtro de blanqueamiento de ruido a la salida del banco de filtros adaptados; cabe indicar que se ha empleado un filtro de blanqueamiento de ruido cercano al ideal, similar al descrito en la sección 6.2, y se han considerado sólo las primeras 2 sub-matrices  $\mathbf{W}_{i,j}$  de cada fila de sub-matrices del filtro de blanqueamiento de ruido  $\mathbf{F}^{-T}$ , de manera similar a la matriz que se mostró como ejemplo en la ecuación (6.25). Se debe notar que se emplean como valores de los parámetros M y T los mismos valores pequeños empleados en la simulación 7.2, donde no se empleó filtro de blanqueamiento de ruido, con fines de comparación; los demás datos también son los mismos.

Se emplean secuencias de código de usuario de diseño “simple” de 18 chips. Las correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencias de código de los usuarios son las siguientes:  $\rho_{12} = -0.055$ ,  $\rho_{21} = +0.055$ ,  $\rho_{13} = -0.055$ ,  $\rho_{31} = -0.055$ ,  $\rho_{23} = -0.11$ ,  $\rho_{32} = +0.11$ ; y los retardos de tiempo de los usuarios 1, 2 y 3 son respectivamente:  $\tau_1=0$ ;  $\tau_2=1$ ;  $\tau_3=3$ . Todos los usuarios tienen energía de bit  $\varepsilon_b$  igual a la unidad, y la función de densidad de probabilidad Rayleigh tiene como característica que:  $E[|C_k|^2] = |C_k|^2 = 2\sigma_x^2 = 1$ .

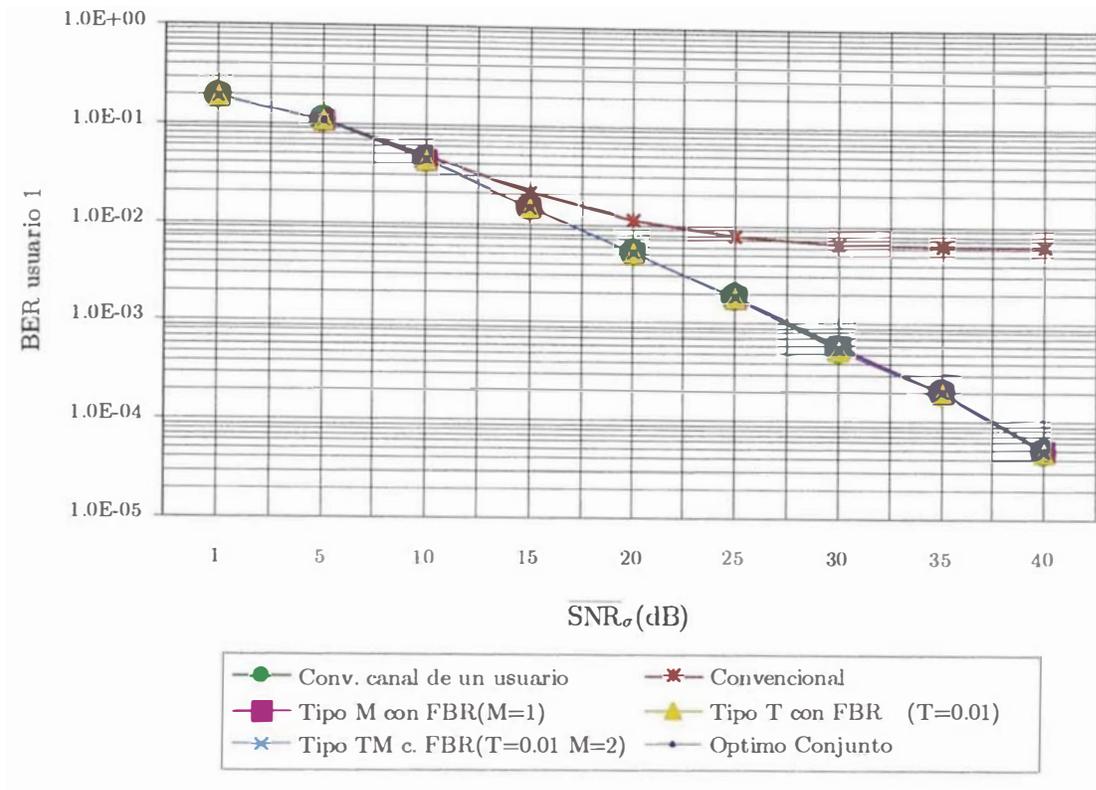


Figura 7.4: Simulación 7.3 (Con filtro de blanqueamiento de ruido)

Análisis e interpretación de los resultados- En la figura 7.4 se observa que el empleo del filtro de blanqueamiento de ruido junto con los detectores de DS-CDMA multisusario subóptimos con algoritmos de tipo M, T y T-M en un canal asíncrono gaussiano con desvanecimiento Rayleigh mejora sustancialmente el desempeño de estos detectores subóptimos, a pesar de emplear valores pequeños de M y T, en comparación con los resultados de la simulación 7.2 en la que no se empleaba el filtro de blanqueamiento de ruido. Este comportamiento contrasta con el del detector de DS-CDMA convencional, en el cual se observa un “piso” o nivel mínimo de tasa de error de bit en la región de alta relación señal a ruido.

Tal como se observa en la figura 7.4, el filtro de blanqueamiento de ruido compensa en gran medida la degradación de los detectores subóptimos M, T y T-M a pesar de emplearse valores pequeños de los parámetros M y T, debido al efecto de decorrelación parcial que fue explicado en el capítulo anterior, manifestándose para las condiciones de la presente simulación una compensación casi completa. De esta manera, se ha comprobado que es posible utilizar uno de los siguientes dos métodos para mejorar el desempeño y lograr un nivel de tasa de error de bit determinado:

aumentar los valores de los parámetros  $M$  y  $T$  del detector subóptimo o emplear un filtro de blanqueamiento de ruido en conjunto con el detector subóptimo con valores menores de  $M$  y  $T$ ; esto se debe a que tanto los algoritmos subóptimos como el filtro de blanqueamiento de ruido contribuyen a compensar en alguna medida la degradación ocasionada por la interferencia multiusuario, lo cual fue analizado en los capítulos anteriores referentes a dichos temas. Existiendo ambas posibilidades, un criterio para decidir en estos casos sobre la implementación práctica de uno de los dos métodos mencionados será discutido en la sección 8.5.

En la tabla I.27 del Anexo I se encuentran registrados el número de nodos mínimo, máximo y el promedio de nodos por nivel en el diagrama trellis que procesan (calculando las dos funciones métricas de rama que se extienden de dichos nodos) los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos de tipo  $T$  y  $T-M$  y con un filtro de blanqueamiento de ruido en un canal con desvanecimiento Rayleigh, para cada valor de relación señal a ruido simulado. Para el detector de DS-CDMA multiusuario subóptimo que emplea el algoritmo tipo  $M$  el número de nodos que procesa por nivel es 1. Se observa que el promedio de nodos procesados por nivel en el diagrama trellis en los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos que emplean algoritmos de tipo  $T$ ,  $T-M$  y  $M$  con un filtro de blanqueamiento de ruido en un canal con desvanecimiento Rayleigh es menor que el número de nodos procesados por nivel del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto, el cual es igual a 4.

También se encuentran registrados en la tabla I.27 del Anexo I los tiempos de procesamiento en segundos de las simulaciones de detección (tiempo que le toma al CPU de la computadora el procesamiento de la simulación) tanto para los detectores de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto como para los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos  $M$ ,  $T$  y  $T-M$  y con un filtro de blanqueamiento de ruido en un canal con desvanecimiento Rayleigh para cada valor de relación señal a ruido simulado. Promediando estos tiempos sobre todos los valores de relación señal a ruido simulados, se observa que el tiempo promedio de procesamiento de simulación de detección de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos  $M$ ,  $T$  y  $T-M$  con un filtro de blanqueamiento de ruido en un canal con desvanecimiento Rayleigh es menor que el del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto. En promedio éste se reduce aproximadamente de la

siguiente manera: cuando se aplica el algoritmo tipo T con filtro de blanqueamiento de ruido ( $T=0.01$ ): en 40%; cuando se aplica el algoritmo tipo T-M con filtro de blanqueamiento de ruido ( $T=0.01$ ,  $M=2$ ): en 40%; y cuando se aplica el algoritmo tipo M con filtro de blanqueamiento de ruido ( $M=1$ ): en 29%.

#### **7.4.4 Conclusiones de las simulaciones del presente capítulo**

Para las simulaciones del presente capítulo se puede concluir que los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos de tipo M, T y T-M en un canal asíncrono gaussiano con desvanecimiento Rayleigh tienen un desempeño superior, en términos de tasa de error de bit, que el detector de DS-CDMA convencional. En el caso de no emplear un filtro de blanqueamiento de ruido, para valores apropiados de los parámetros M, T y T-M, las curvas de tasa de error de bit de dichos detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos se acercan a la curva de tasa de error de bit del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto y a la de un canal sin usuarios interferentes. No sucede lo mismo cuando se emplean valores demasiado pequeños de los parámetros mencionados. El empleo de un filtro de blanqueamiento de ruido junto con los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos M, T, y T-M en un canal con desvanecimiento Rayleigh, mejora notablemente su desempeño cuando se emplean valores pequeños de M y T. En ambos casos, ya sea que se emplee o no un filtro de blanqueamiento de ruido se obtiene una complejidad computacional menor que la del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto, lo cual se puede apreciar en la disminución del número promedio de nodos procesados en el diagrama trellis cuando se emplean los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos y también en la disminución de los tiempos de procesamiento promedio de las simulaciones de detección.

## Capítulo 8

# Simulaciones adicionales con mayor número de usuarios

En el presente capítulo se presentan simulaciones adicionales de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos (en adelante los detectores subóptimos) con algoritmos M, T y T-M en un canal asíncrono gaussiano con 6 y 10 usuarios, y con un mayor número de bits detectados por usuario, con y sin el empleo de un filtro de blanqueamiento de ruido; y además con y sin la presencia de desvanecimiento Rayleigh.

El objetivo de realizar simulaciones con un mayor número de usuarios es verificar y mostrar que, al igual que con simulaciones anteriores efectuadas con menos usuarios, también en estas condiciones es posible emplear los detectores subóptimos mencionados y obtener un desempeño similarmente bueno.

La razón de emplear un mayor número de bits en las simulaciones es que esto permitirá evaluar la tasa de error de bit en regiones donde el nivel de relación señal a ruido es mayor; ya que en estas regiones la ocurrencia de errores es menos frecuente y por lo tanto se requieren secuencias de bits más largas para su evaluación.

En las simulaciones del presente capítulo además se busca destacar que empleando los detectores subóptimos M, T y T-M es posible lograr un desempeño muy cercano al del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto (en adelante detector óptimo conjunto) y al del detector de DS-CDMA convencional en un canal sin usuarios interferentes, con una complejidad computacional mucho menor que la del detector óptimo conjunto. Con este fin, en las simulaciones del presente capítulo se grafican las curvas de tasa de error de bit de los detectores subóptimos con algoritmos M, T y T-M cuando se emplean como valores de M y T aquéllos que aproximadamente son los menores valores que logran que el desempeño en términos de tasa de error de bit de dichos detectores sea casi indistinguible del desempeño del detector óptimo conjunto y del desempeño del detector convencional en un canal sin usuarios interferentes, para las condiciones simuladas. Los valores de M y T que

de bits para relaciones SNR de 12 a 13dB. La detección se realiza en bloques de 50000 bits por usuario, asumiendo que existe un periodo de tiempo de guarda de transmisión igual a  $\tau_6$  entre cada bloque, de manera que no existe traslape entre bloques consecutivos.

En la figura 8.1 se muestran las gráficas de las curvas de tasa de error de bit y en la tabla I.28 del Anexo I se registran los valores de los resultados de la simulación.

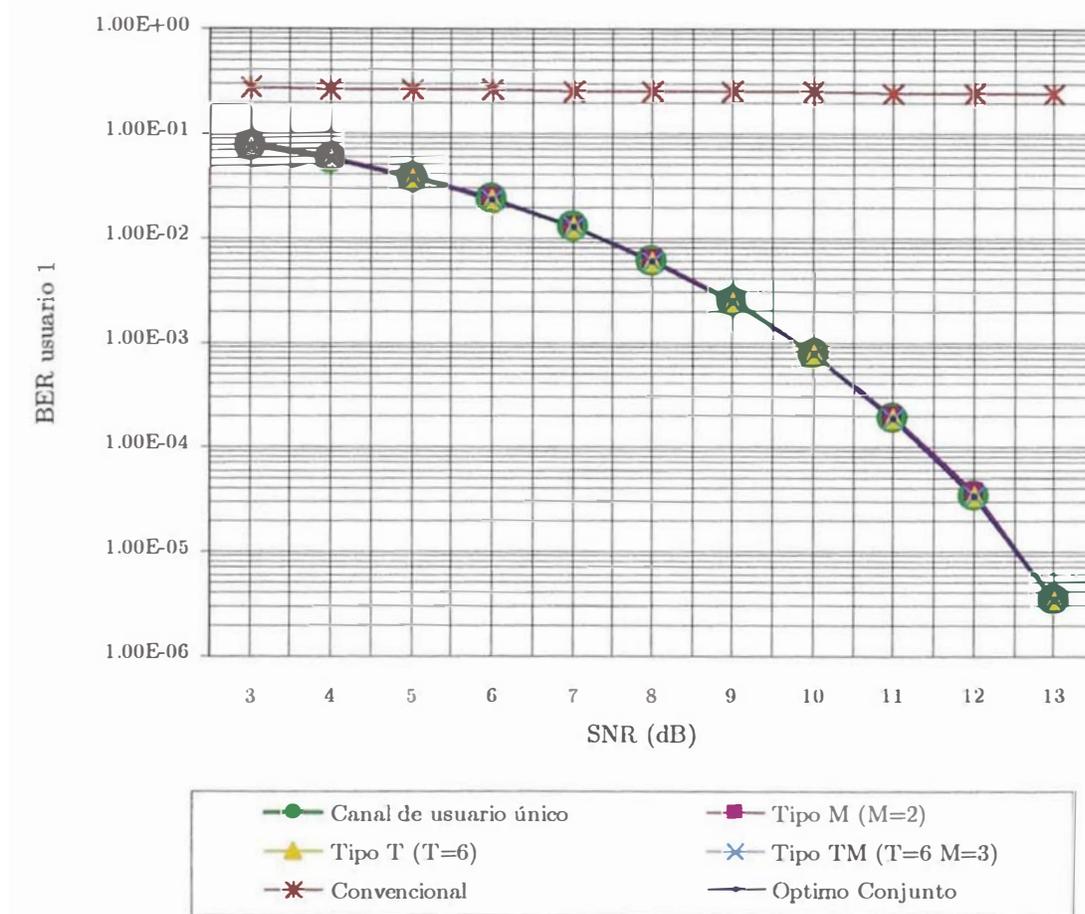


Figura 8.1: Simulación 8.1 Canal asíncrono gaussiano de 6 usuarios sin desvanecimiento Rayleigh. No se emplea filtro de blanqueamiento de ruido.

$$A_2 = A_3 = A_4 = A_5 = A_6 = 3A_1.$$

Análisis e interpretación de los resultados.- En la figura 8.1 se observa que el desempeño en términos de la tasa de error de bit de los detectores subóptimos M, T y T-M es casi indistinguible del detector óptimo conjunto, para los valores de los

cumplen la condición mencionada se han seleccionado a través de pruebas de desempeño de los respectivos sistemas con diferentes valores de dichos parámetros.

Las simulaciones para 6 usuarios se realizaron en una computadora personal (PC) con un CPU Intel Celeron de 300MHz y 256MB de memoria RAM; para 10 usuarios, las simulaciones sin desvanecimiento Rayleigh se realizaron con la misma configuración anterior. Por último, las simulaciones con desvanecimiento Rayleigh para 10 usuarios se hicieron con un CPU Intel Pentium IV de 2.4GHz y 256MB de memoria RAM.

## **8.1 Detección de DS-CDMA en un canal asíncrono gaussiano de 6 usuarios sin desvanecimiento Rayleigh.**

### **8.1.1 Simulación 8.1.- Sin emplear un filtro de blanqueamiento de ruido**

Descripción.- Se simula la tasa de error de bit (BER) del usuario 1 versus la relación señal a ruido SNR(dB) cuando se emplean los detectores subóptimos con algoritmos tipo M (M=2), T (T=6) y T-M (T=6, M=3), y se compara con la del detector óptimo conjunto y con la del detector de DS-CDMA convencional, en un canal asíncrono gaussiano de 6 usuarios donde las amplitudes de los usuarios interferentes (usuarios 2 al 6) son tres veces la amplitud del usuario 1. Además, se comparan los tiempos aproximados de procesamiento de las simulaciones de detección (tiempo que le toma al CPU de la computadora el procesamiento de la simulación de detección). También se compara el resultado con la curva de tasa de error de bit en un canal sin usuarios interferentes.

Se emplean secuencias de código Gold de 31 chips obtenidas en base a la información contenida en [23]. El valor absoluto promedio de las correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencias de código de los usuarios es el siguiente:  $|\rho_{ij}|=0.09$ , para  $i \neq j$ ; y los retardos de tiempo de los usuarios del 1 al 6 son respectivamente:  $\tau_1=0$ ;  $\tau_2=1$ ;  $\tau_3=3$ ;  $\tau_4=4$ ;  $\tau_5=5$ ;  $\tau_6=6$ .

El número total de bits detectados por usuario es de 500000 bits para relaciones SNR de 3 a 6dB; de 1000000 de bits para relaciones SNR de 7 a 11dB; y de 2000000

parámetros M y T seleccionados; y también del canal de un solo usuario, sin usuarios interferentes. Este comportamiento contrasta con el del detector de DS-CDMA convencional, en el cual se observa que su desempeño es tan deficiente que sería inservible por sí mismo.

En la tabla I.28 del Anexo I se encuentran registrados el número de nodos mínimo, máximo y el promedio de nodos por nivel en el diagrama trellis que procesan (calculando las dos funciones métricas de rama que se extienden de dichos nodos) los detectores subóptimos con algoritmos de tipo T y T-M para cada valor de relación señal a ruido simulado. En el caso del detector subóptimo que emplea el algoritmo tipo M, el número de nodos que procesa por nivel es 2. En el caso del detector subóptimo que emplea el algoritmo tipo T, el número de nodos promedio es menor o igual a 1.8, y el número máximo de nodos es 12. En el caso del detector subóptimo que emplea el algoritmo tipo T-M, al igual que con el algoritmo T, el número de nodos promedio también es menor o igual a 1.8, pero con la diferencia de que el número máximo de nodos es 3, lo cual se traduce en una menor utilización de memoria que en el algoritmo T.

En general, se observa que el promedio de nodos procesados por nivel en el diagrama trellis es significativamente menor en los detectores subóptimos que emplean los algoritmos de tipo T, T-M y M que el número de nodos procesados por nivel del detector óptimo conjunto, el cual es igual a  $2^{K-1}=32$  nodos, para  $K=6$  usuarios.

Las comparaciones anteriores respecto al número de nodos procesados por tipo de detector, en cada nivel del diagrama trellis, para cada valor de relación señal a ruido simulada, se pueden resumir en la siguiente tabla:

Tipo de detector	Número de nodos procesados por nivel del diagrama trellis		
	Promedio	Mínimo	Máximo
Subóptimo tipo M	2	2	2
Subóptimo tipo T	$\leq 1.8$	1	12
Subóptimo tipo T-M	$\leq 1.8$	1	3
Óptimo Conjunto	32	32	32

También se encuentran registrados en la tabla I.28 del Anexo I los tiempos aproximados de procesamiento en segundos de la simulación de detección (tiempo aproximado que le toma al CPU de la computadora el procesamiento de la simulación de detección) tanto para el detector óptimo conjunto como para los detectores subóptimos con algoritmos M, T y T-M para cada valor de relación señal a ruido simulado. Promediando estos tiempos sobre todos los valores de relación señal a ruido simulados, se observa que el tiempo promedio de procesamiento de la simulación de detección de los detectores subóptimos es menor que el del detector óptimo conjunto. La reducción del tiempo promedio de procesamiento de simulación de detección es aproximadamente la siguiente: cuando se aplica el algoritmo tipo T: en 94%; cuando se aplica el algoritmo tipo T-M: en 94%; y cuando se aplica el algoritmo tipo M: en 93%.

### **8.1.2 Simulación 8.2.- Empleando un filtro de blanqueamiento de ruido.**

Descripción.- Se simula la tasa de error de bit (BER) del usuario 1 versus la relación señal a ruido SNR(dB) cuando se emplean los detectores subóptimos con algoritmos tipo M (M=2), T (T=2) y T-M (T=2, M=2), y se compara con la del detector óptimo conjunto y con la del detector de DS-CDMA convencional, en un canal asíncrono gaussiano de 6 usuarios donde las amplitudes de los usuarios interferentes (usuarios 2 al 6) son tres veces la amplitud del usuario 1, esta vez empleando un filtro de blanqueamiento de ruido a la salida del banco de filtros adaptados; cabe indicar que se ha empleado un filtro de blanqueamiento de ruido cercano al ideal, similar al descrito en la sección 6.2, y se han considerado sólo las primeras 2 sub-matrices  $\mathbf{W}_{ij}$  de cada fila de sub-matrices del filtro de blanqueamiento de ruido  $\mathbf{F}^{-T}$ , de manera similar a la matriz que se mostró como ejemplo en la ecuación (6.25). Además, se comparan los tiempos aproximados de procesamiento de las simulaciones de detección (tiempo que le toma al CPU de la computadora el procesamiento de la simulación de detección). También se compara el resultado con la curva de tasa de error de bit en un canal sin usuarios interferentes.

Los demás parámetros son iguales a los de la simulación 8.1 anterior.

En la figura 8.2 se muestran las gráficas de las curvas de tasa de error de bit y en la tabla I.29 del Anexo I se registran los valores de los resultados de la simulación.

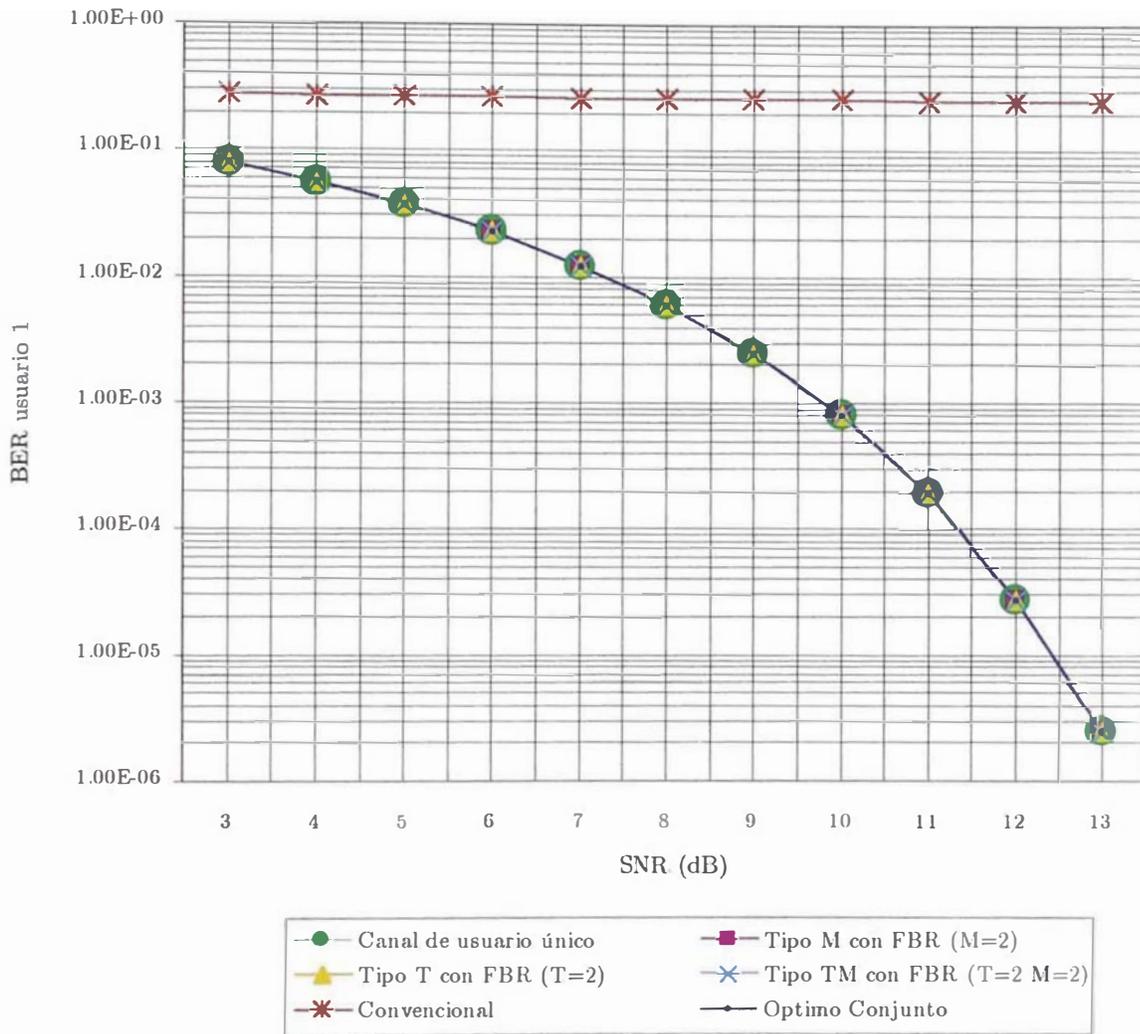


Figura 8.2: Simulación 8.2 Canal asíncrono gaussiano de 6 usuarios sin desvanecimiento Rayleigh. Se emplea filtro de blanqueamiento de ruido.

$$A_2 = A_3 = A_4 = A_5 = A_6 = 3A_1.$$

Análisis e interpretación de los resultados.- Para las condiciones de canal de esta simulación, en el caso de los detectores que emplean algoritmos tipo T y T-M con un filtro de blanqueamiento de ruido, se observa que es posible emplear valores ligeramente menores de T y M que los que se emplearon anteriormente en la simulación 8.1, en la cual no se empleó dicho filtro, obteniéndose curvas de tasa de error de bit igualmente casi indistinguibles de las del detector multiusuario óptimo

conjunto y del detector convencional en un canal sin usuarios interferentes. El hecho de poder emplear valores menores de  $M$  y  $T$  se explica debido al efecto de decorrelación parcial del filtro de blanqueamiento de ruido, que mejora el desempeño de los detectores subóptimos, lo cual fue explicado en el capítulo anterior referente a dicho tema. En el caso de la detección con el algoritmo tipo  $M$ , se aprecia que el empleo adicional de un filtro de blanqueamiento de ruido proporciona una ventaja muy pequeña para las condiciones simuladas; esto se deduce del hecho de que se requiere emplear en este caso un valor de  $M$  igual al empleado en la simulación 8.1 para lograr un desempeño semejante al de los detectores subóptimos  $M$  y  $T-M$ .

En la tabla I.29 del Anexo I se encuentran registrados el número de nodos mínimo, máximo y el promedio de nodos por nivel en el diagrama trellis que procesan (calculando las dos funciones métricas de rama que se extienden de dichos nodos) los detectores subóptimos con algoritmos de tipo  $T$  y  $T-M$  para cada valor de relación señal a ruido simulado, cuando se emplea un filtro de blanqueamiento de ruido. En el caso del detector subóptimo que emplea el algoritmo tipo  $M$  con filtro de blanqueamiento de ruido, el número de nodos que procesa por nivel es 2. En el caso del detector subóptimo que emplea el algoritmo tipo  $T$  con filtro de blanqueamiento de ruido, el número de nodos promedio es menor o igual a 1.5, y el número máximo de nodos es 4. En el caso del detector subóptimo que emplea el algoritmo tipo  $T-M$ , al igual que con el algoritmo  $T$ , el número de nodos promedio también es menor o igual a 1.5, pero con la diferencia de que el número máximo de nodos es 2, lo cual se traduce en una menor utilización de memoria que en el algoritmo  $T$ .

En general, se observa que el promedio de nodos procesados por nivel en el diagrama trellis es significativamente menor en los detectores subóptimos que emplean los algoritmos de tipo  $T$ ,  $T-M$  y  $M$  con un filtro de blanqueamiento de ruido que el número de nodos procesados por nivel del detector óptimo conjunto, el cual es igual a  $2^{K-1}=32$  nodos, para  $K=6$  usuarios.

Las comparaciones anteriores respecto al número de nodos procesados por tipo de detector, en cada nivel del diagrama trellis, para cada valor de relación señal a ruido simulada, se pueden resumir en la siguiente tabla:

Tabla 8.2: Número de nodos procesados por tipo de detector para la simulación 8.2			
Tipo de detector	Número de nodos procesados por nivel del diagrama trellis		
	Promedio	Mínimo	Máximo
Subóptimo tipo M	2	2	2
Subóptimo tipo T	$\leq 1.5$	1	4
Subóptimo tipo T-M	$\leq 1.5$	1	2
Óptimo Conjunto	32	32	32

También se encuentran registrados en la tabla I.29 del Anexo I los tiempos de procesamiento en segundos de la simulación de detección (tiempo que le toma al CPU de la computadora el procesamiento de la simulación de detección) tanto para el detector óptimo conjunto como para los detectores subóptimos con algoritmos M, T y T-M para cada valor de relación señal a ruido simulado. Promediando estos tiempos sobre todos los valores de relación señal a ruido simulados, se observa que el tiempo promedio de procesamiento de la simulación de detección de los detectores subóptimos es menor que el del detector óptimo conjunto. La reducción del tiempo promedio de procesamiento de simulación es aproximadamente la siguiente: cuando se aplica el algoritmo tipo T: en 92%; cuando se aplica el algoritmo tipo T-M: en 92%; y cuando se aplica el algoritmo tipo M: en 90%.

## **8.2 Detección de DS-CDMA en un canal asíncrono gaussiano de 6 usuarios con desvanecimiento Rayleigh.**

### **8.2.1 Simulación 8.3.- Sin emplear un filtro de blanqueamiento de ruido.**

Descripción.- Se simula la tasa de error de bit (BER) del usuario 1 versus la relación señal a ruido promedio expresada en función de la varianza del ruido, en decibelios,  $SNR_{\sigma}(\text{dB})$ , cuando se emplean los detectores subóptimos de tipo M ( $M=15$ ), tipo T ( $T=0.5$ ), y tipo T-M ( $T=0.5$ ,  $M=16$ ) en un canal asíncrono gaussiano de 6 usuarios con desvanecimiento Rayleigh. No se emplea filtro de

blanqueamiento de ruido. Se compara el resultado con la tasa de error de bit del detector óptimo conjunto, con la del detector de DS-CDMA convencional, y con la de un canal sin usuarios interferentes. Se comparan los tiempos de procesamiento de las simulaciones (Tiempo que le toma al CPU de las computadora el procesamiento de la simulación de detección).

Se emplean secuencias de código de usuario “Small Kasami” de 255 chips, obtenidas de [28]. El valor absoluto promedio de las correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencias de código de los usuarios es el siguiente:  $|\rho_{ij}|=0.03$  para  $i \neq j$ ; y los retardos de tiempo de los usuarios del 1 al 6 son respectivamente:  $\tau_1=0$ ;  $\tau_2=1$ ;  $\tau_3=3$ ;  $\tau_4=4$ ;  $\tau_5=5$ ;  $\tau_6=6$ . Todos los usuarios tienen energía de bit  $\varepsilon_b$  igual a la unidad, y la función de densidad de probabilidad Rayleigh tiene como característica que  $E\left[|C_k|^2\right]=|C_k|^2=2\sigma_x^2=1$ .

Cabe indicar que el motivo de que en las simulaciones con desvanecimiento Rayleigh se emplean secuencias de código de usuarios más largas, de menor correlación, que en los casos sin desvanecimiento Rayleigh, es que se podrá mostrar en los resultados que a pesar de que este hecho mejora en algo el desempeño del detector convencional, éste continúa siendo deficiente.

El número total de bits detectados por usuario es de 500000 bits para relaciones  $\overline{\text{SNR}}_\sigma(\text{dB})$  de 1 a 15dB; de 1000000 para relaciones  $\text{SNR}_\sigma(\text{dB})$  de 20 a 35dB; y de 2000000 de bits para la relación  $\text{SNR}_\sigma(\text{dB})$  de 40dB. La detección se realiza en bloques de 10000 bits por usuario, asumiendo que existe un periodo de tiempo de guarda de transmisión igual a  $\tau_6$  entre cada bloque, de manera que no existe traslape entre bloques consecutivos.

En la figura 8.3 se muestran las gráficas de las curvas de tasa de error de bit y en la tabla I.30 del Anexo I se registran los valores de los resultados de la simulación.

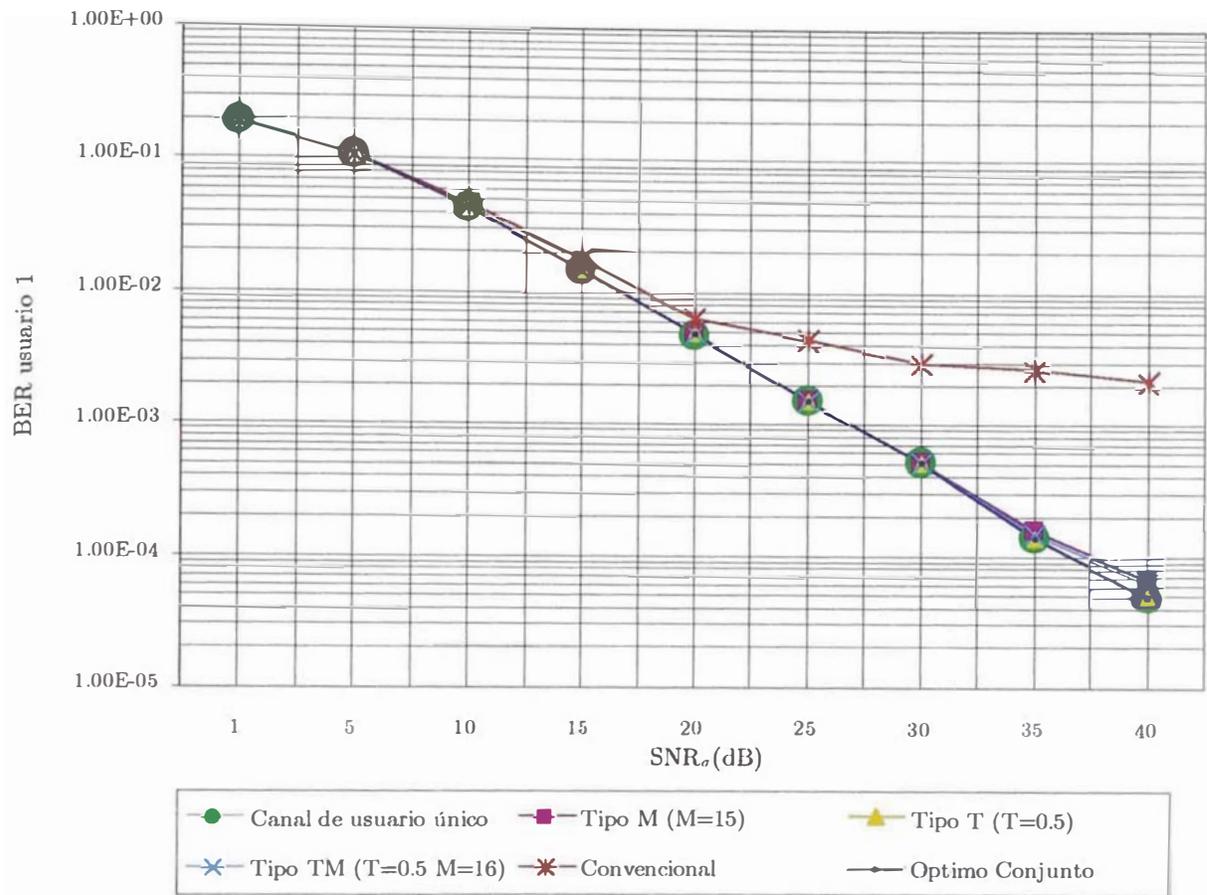


Figura 8.3: Simulación 8.3 Canal asíncrono gaussiano de 6 usuarios con desvanecimiento Rayleigh. No se emplea filtro de blanqueamiento de ruido. Energías de bit iguales a la unidad.

Análisis e interpretación de los resultados.- En la figura 8.3 se observa que la curva de tasa de error de bit de los detectores subóptimos con algoritmos tipo T, M y T-M en un canal asíncrono gaussiano con desvanecimiento Rayleigh es muy cercana a la del detector óptimo conjunto y a la de un canal sin usuarios interferentes, para los valores de M y T seleccionados. Este comportamiento contrasta con el del detector de DS-CDMA convencional, en el cual se observa un “piso” o nivel mínimo de tasa de error de bit en la región de alta relación señal a ruido.

En la tabla I.30 del Anexo I se encuentran registrados el número de nodos mínimo, máximo y el promedio de nodos por nivel en el diagrama trellis que procesan (calculando las dos funciones métricas de rama que se extienden de dichos nodos) los detectores subóptimos con algoritmos de tipo M, T y T-M en un canal con

desvanecimiento Rayleigh para cada valor de relación señal a ruido simulado. En el caso del detector subóptimo que emplea el algoritmo tipo M, el número de nodos que procesa por nivel es 15. En el caso del detector subóptimo que emplea el algoritmo tipo T, el número de nodos promedio que procesa por nivel es menor o igual a 3.6, y el número máximo de nodos por nivel es 32. En el caso del detector subóptimo que emplea el algoritmo tipo T-M, el número de nodos promedio que procesa por nivel es menor o igual a 3.2, y a diferencia del algoritmo tipo T, el número máximo de nodos es igual a 16, lo cual se traduce en una menor utilización de memoria que en el algoritmo T.

En general, se observa que el promedio de nodos procesados por nivel en el diagrama trellis es menor en los detectores subóptimos que emplean algoritmos de tipo T, T-M y M en un canal con desvanecimiento Rayleigh que el número de nodos procesados por nivel del detector óptimo conjunto, el cual es igual a  $2^{K-1}=32$  nodos, para  $K=6$  usuarios. En particular, empleando los algoritmos T y T-M se pudo obtener una reducción significativa en el número de nodos procesados por nivel.

Las comparaciones anteriores respecto al número de nodos procesados por tipo de detector, en cada nivel del diagrama trellis, para cada valor de relación señal a ruido simulada, se pueden resumir en la siguiente tabla:

Tipo de detector	Número de nodos procesados por nivel del diagrama trellis		
	Promedio	Mínimo	Máximo
Subóptimo tipo M	15	15	15
Subóptimo tipo T	$\leq 3.6$	1	32
Subóptimo tipo T-M	$\leq 3.2$	1	16
Óptimo Conjunto	32	32	32

También se encuentran registrados en la tabla I.30 del Anexo I los tiempos de procesamiento en segundos de la simulación de detección (tiempo que le toma al CPU de la computadora el procesamiento de la simulación de detección) tanto para el detector óptimo conjunto como para los detectores subóptimos con algoritmos M, T y T-M en un canal con desvanecimiento Rayleigh para cada valor de relación señal a ruido simulado. Promediando estos tiempos sobre todos los valores de relación señal a

ruido simulados, en general se observa que el tiempo promedio de procesamiento de la simulación de detección de los detectores subóptimos es menor que el del detector óptimo conjunto, y es significativamente menor en el caso particular de los detectores que emplean los algoritmos T y T-M. La reducción del tiempo promedio de procesamiento de simulación es aproximadamente la siguiente: cuando se aplica el algoritmo tipo T: en 85%; cuando se aplica el algoritmo tipo T-M: en 88%; y cuando se aplica el algoritmo tipo M: en 35%.

### **8.2.2 Simulación 8.4.- Empleando un filtro de blanqueamiento de ruido.**

Descripción.- Se simula la tasa de error de bit (BER) del usuario 1 versus la relación señal a ruido promedio expresada en función de la varianza del ruido, en decibelios,  $SNR_{\sigma}(dB)$ , empleando los detectores subóptimos de tipo M ( $M=1$ ), tipo T ( $T=0$ ), y tipo T-M ( $T=0, M=1$ ), en un canal asíncrono gaussiano de 6 usuarios con desvanecimiento Rayleigh, pero esta vez empleando un filtro de blanqueamiento de ruido a la salida del banco de filtros adaptados; cabe indicar que se ha empleado un filtro de blanqueamiento de ruido cercano al ideal, similar al descrito en la sección 6.2, y se han considerado sólo las primeras 2 sub-matrices  $\mathbf{W}_{ij}$  de cada fila de sub-matrices del filtro de blanqueamiento de ruido  $\mathbf{F}^{-T}$ , de manera similar a la matriz que se mostró como ejemplo en la ecuación (6.25).

Los demás parámetros son iguales a los de la simulación 8.3 anterior.

En la figura 8.4 se muestran las gráficas de las curvas de tasa de error de bit y en la tabla I.31 del Anexo I se registran los valores de los resultados de la simulación.

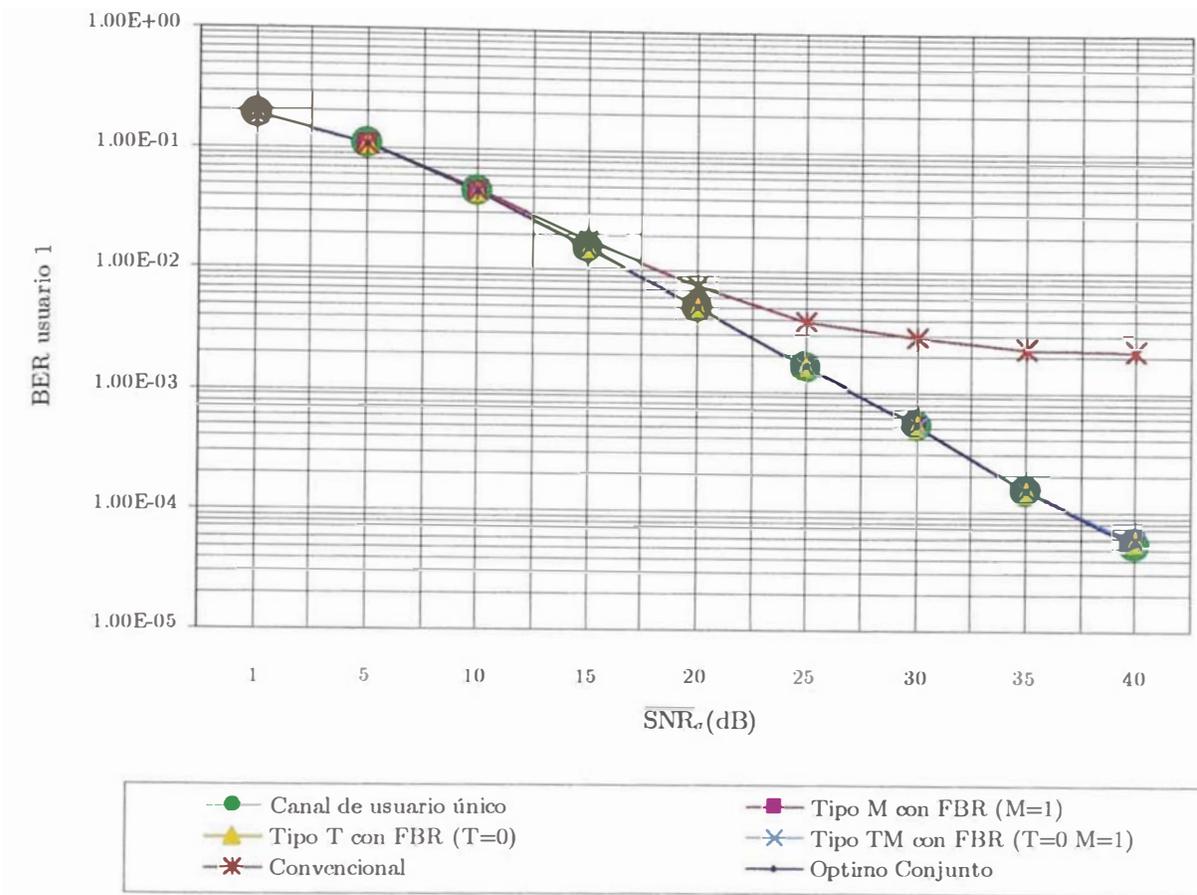


Figura 8.4: Simulación 8.4 Canal asíncrono gaussiano de 6 usuarios con desvanecimiento Rayleigh. Se emplea filtro de blanqueamiento de ruido. Energías de bit iguales a la unidad.

Análisis e interpretación de los resultados.- En el caso de los detectores que emplean algoritmos tipo M, T y T-M con un filtro de blanqueamiento de ruido, se observa que es posible emplear los valores mínimos de M ( $M=1$ ) y de T ( $T=0$ ), a diferencia de los valores mayores que se emplearon en la simulación anterior 8.3, obteniendo curvas de tasa de error igualmente casi indistinguibles de las del detector multiusuario óptimo conjunto y del detector convencional en un canal sin usuarios interferentes.

En la tabla I.31 del Anexo I se encuentran registrados el número de nodos mínimo, máximo y el promedio de nodos por nivel en el diagrama trellis que procesan (calculando las dos funciones métricas de rama que se extienden de dichos nodos) los detectores subóptimos con algoritmos de tipo M, T y T-M y con un filtro de

blanqueamiento de ruido en un canal con desvanecimiento Rayleigh, para cada valor de relación señal a ruido simulado. Para el detector subóptimo que emplea el algoritmo tipo M el número de nodos que procesa por nivel es uno. En el caso de los detectores subóptimos que emplean los algoritmos tipo T y T-M el número de nodos promedio que procesan por nivel es igual a 1, y el número máximo de nodos por nivel es también igual a 1.

En general, se observa que el promedio de nodos procesados por nivel en el diagrama trellis en los detectores subóptimos que emplean algoritmos de tipo T, T-M y M con un filtro de blanqueamiento de ruido en un canal con desvanecimiento Rayleigh es significativamente menor que el número de nodos procesados por nivel del detector óptimo conjunto, el cual es igual a  $2^{K-1}=32$  nodos, para  $K=6$  usuarios.

Las comparaciones anteriores respecto al número de nodos procesados por tipo de detector, en cada nivel del diagrama trellis, para cada valor de relación señal a ruido simulada, se pueden resumir en la siguiente tabla:

Tipo de detector	Número de nodos procesados por nivel del diagrama trellis		
	Promedio	Mínimo	Máximo
Subóptimo tipo M	1	1	1
Subóptimo tipo T	1	1	1
Subóptimo tipo T-M	1	1	1
Óptimo Conjunto	32	32	32

También se encuentran registrados en la tabla I.31 del Anexo I los tiempos de procesamiento en segundos de las simulaciones de detección (tiempo que le toma al CPU de la computadora el procesamiento de la simulación de detección) tanto para el detector óptimo conjunto como para los detectores subóptimos con algoritmos M, T y T-M y con un filtro de blanqueamiento de ruido en un canal con desvanecimiento Rayleigh para cada valor de relación señal a ruido simulado. Promediando estos tiempos sobre todos los valores de relación señal a ruido simulados, se observa que el tiempo promedio de procesamiento de simulación de detección de los detectores subóptimos M, T y T-M con un filtro de blanqueamiento de ruido en un canal con desvanecimiento Rayleigh es mucho menor que el del detector óptimo conjunto. En

promedio, éste se reduce aproximadamente de la siguiente manera: cuando se aplica el algoritmo tipo T con filtro de blanqueamiento de ruido (T=0): en 95%; cuando se aplica el algoritmo tipo T-M con filtro de blanqueamiento de ruido (T=0 M=1): en 95%; y cuando se aplica el algoritmo tipo M con filtro de blanqueamiento de ruido (M=1): en 95%.

### **8.3 Detección de DS-CDMA en un canal asíncrono gaussiano de 10 usuarios sin desvanecimiento Rayleigh.**

#### **8.3.1 Simulación 8.5.- Sin emplear un filtro de blanqueamiento de ruido.**

Descripción.- Se simula la tasa de error de bit (BER) del usuario 1 versus la relación señal a ruido SNR(dB) cuando se emplean los detectores subóptimos con algoritmos tipo M (M=8), T (T=10) y T-M (T=10, M=8), y se compara con la del detector de DS-CDMA convencional en un canal asíncrono gaussiano de 10 usuarios donde las amplitudes de los usuarios interferentes (usuarios 2 al 10) son tres veces la amplitud del usuario 1. Además, se comparan los tiempos aproximados de procesamiento de las simulaciones de detección (tiempo que le toma al CPU de la computadora el procesamiento de la simulación de detección). También se compara el resultado con la curva de tasa de error de bit en un canal sin usuarios interferentes. Para las presente y las siguientes simulaciones con 10 usuarios no se realiza la simulación del detector óptimo conjunto debido a la excesiva complejidad computacional que representa una búsqueda exhaustiva de la secuencia en el diagrama trellis, el cual tiene  $2^{K-1}=512$  nodos por cada nivel, para  $K$ : 10 usuarios.

Se emplean secuencias de código Gold de 31 chips obtenidas en base a la información contenida en [23]. El valor absoluto promedio de las correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencias de código de los usuarios es el siguiente:  $|\rho_{ij}|=0.08$  para  $i \neq j$ ; y los retardos de tiempo de los usuarios del 1 al 10 son respectivamente:  $\tau_1=0$ ;  $\tau_2=1$ ;  $\tau_3=3$ ;  $\tau_4=4$ ;  $\tau_5=5$ ;  $\tau_6=6$ ;  $\tau_7=7$ ;  $\tau_8=8$ ;  $\tau_9=9$ ;  $\tau_{10}=10$ .

El número total de bits detectados por usuario es de 500000 bits para relaciones SNR de 3 a 6dB; de 1000000 para relaciones SNR de 7 a 11dB; y de 2000000 de bits para relaciones SNR de 12 a 13dB. La detección se realiza en bloques de 5000 bits por usuario, asumiendo que existe un periodo de tiempo de guarda de transmisión igual a  $\tau_{10}$  entre cada bloque, de manera que no existe traslape entre bloques consecutivos.

En la figura 8.5 se muestran las gráficas de las curvas de tasa de error de bit y en la tabla I.32 del Anexo I se registran los valores de los resultados de la simulación.

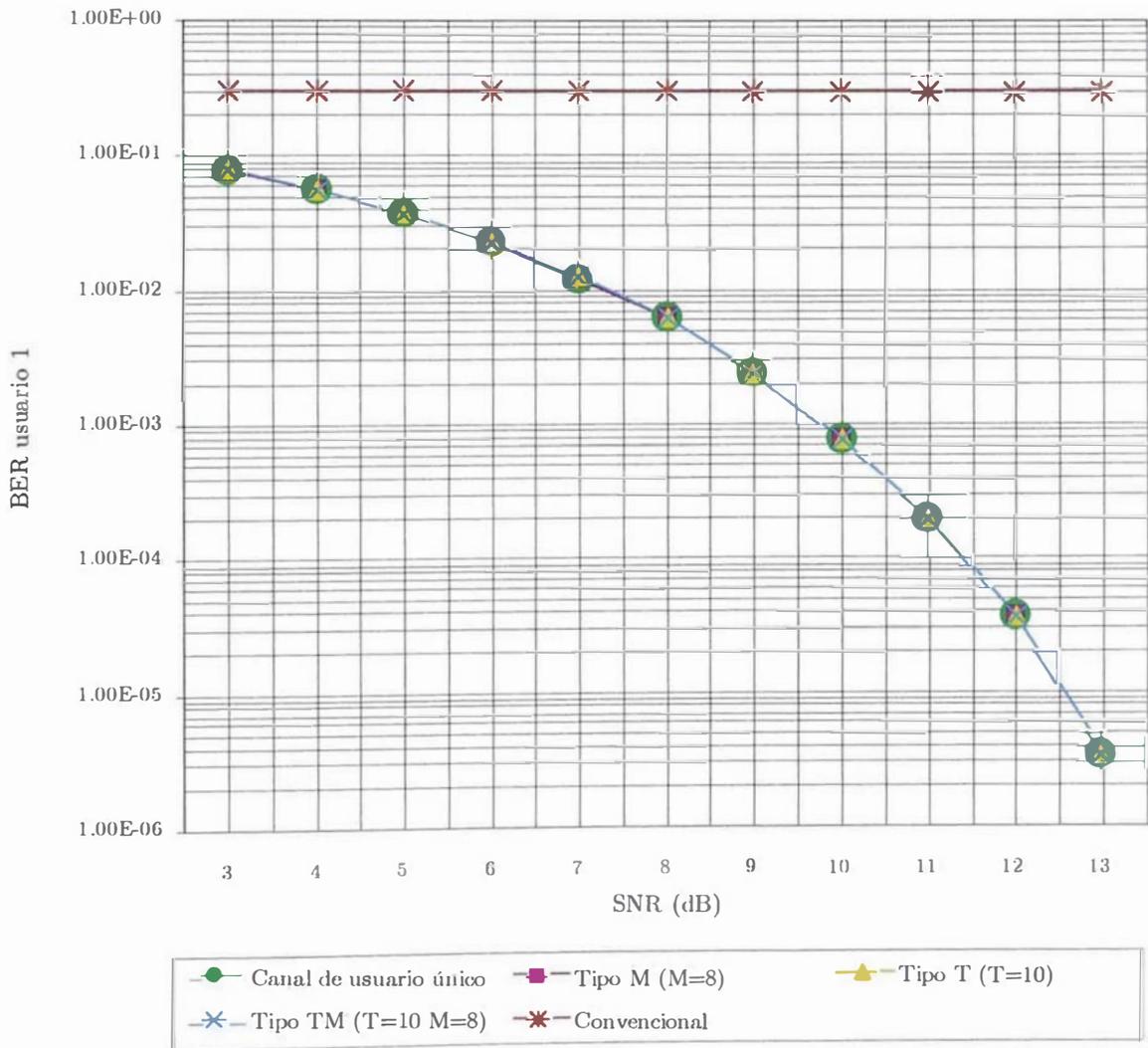


Figura 8.5: Simulación 8.5 Canal asíncrono gaussiano de 10 usuarios sin desvanecimiento Rayleigh. No se emplea filtro de blanqueamiento de ruido.

$$A_2 = A_3 = A_4 = A_5 = A_6 = A_7 = A_8 = A_9 = A_{10} = 3A_1$$

Análisis e interpretación de los resultados.- En la figura 8.5 se observa que el desempeño en términos de la tasa de error de bit de los detectores M, T y T-M es casi indistinguible del canal de un solo usuario, sin usuarios interferentes, para los valores de los parámetros M y T seleccionados. Este comportamiento contrasta con el del detector de DS-CDMA convencional, en el cual se observa que su desempeño es tan deficiente que sería inservible por sí mismo.

En la tabla I.32 del Anexo I se encuentran registrados el número de nodos mínimo, máximo y el promedio de nodos por nivel en el diagrama trellis que procesan (calculando las dos funciones métricas de rama que se extienden de dichos nodos) los detectores subóptimos con algoritmos de tipo T y T-M para cada valor de relación señal a ruido simulado. En el caso del detector subóptimo que emplea el algoritmo tipo M, el número de nodos que procesa por nivel es 8. En el caso del detector subóptimo que emplea el algoritmo tipo T, el número de nodos promedio es menor o igual a 2.6, y el número máximo de nodos es 26. En el caso del detector subóptimo que emplea el algoritmo tipo T-M, al igual que con el algoritmo T, el número de nodos promedio también es menor o igual a 2.6, pero con la diferencia de que el número máximo de nodos es 8, lo cual se traduce en una menor utilización de memoria que en el algoritmo T.

En general, se observa que el promedio de nodos procesados por nivel en el diagrama trellis es significativamente menor en los detectores subóptimos que emplean los algoritmos de tipo T, T-M y M que el número de nodos que procesaría por nivel el detector óptimo conjunto, el cual sería igual a  $2^{K-1}=512$  nodos, para  $K=10$  usuarios.

Las comparaciones anteriores respecto al número de nodos procesados por tipo de detector, en cada nivel del diagrama trellis, para cada valor de relación señal a ruido simulada, se pueden resumir en la siguiente tabla:

Tabla 8.5: Número de nodos procesados por tipo de detector para la simulación 8.5			
Tipo de detector	Número de nodos procesados por nivel del diagrama trellis		
	Promedio	Mínimo	Máximo
Subóptimo tipo M	8	8	8
Subóptimo tipo T	$\leq 2.6$	1	26
Subóptimo tipo T-M	$\leq 2.6$	1	8
Óptimo Conjunto(*)	512	512	512

(\*) Número de nodos que procesaría si fuera implementado.

La reducción de la complejidad computacional en función del número de nodos promedio procesados por los algoritmos M, T y T-M es mayor o igual a los siguientes valores: cuando se aplica el algoritmo tipo T: en 99.5%; cuando se aplica el algoritmo tipo T-M: en 99.5%; y cuando se aplica el algoritmo tipo M: en 98.4%.

También se encuentran registrados en la tabla I.32 del Anexo I los tiempos aproximados de procesamiento en segundos de la simulación de detección (tiempo aproximado que le toma al CPU de la computadora el procesamiento de la simulación de detección) para los detectores subóptimos con algoritmos M, T y T-M para cada valor de relación señal a ruido simulado, observándose que los menores tiempos corresponden a los obtenidos empleando los algoritmos T y T-M.

### 8.3.2 Simulación 8.6.- Empleando un filtro de blanqueamiento de ruido.

Descripción.- Se simula la tasa de error de bit (BER) del usuario 1 versus la relación señal a ruido SNR(dB) cuando se emplean los detectores subóptimos con algoritmos tipo M (M=2), T (T=3) y T-M (T=3, M=2), y se compara con la del detector de DS-CDMA convencional, en un canal asíncrono gaussiano de 10 usuarios donde las amplitudes de los usuarios interferentes (usuarios 2 al 10) son tres veces la amplitud del usuario 1, esta vez empleando un filtro de blanqueamiento de ruido a la salida del banco de filtros adaptados; cabe indicar que se ha empleado un filtro de blanqueamiento de ruido cercano al ideal, similar al descrito en la sección 6.2, y se han considerado sólo las primeras 2 sub-matrices  $\mathbf{W}_{ij}$  de cada fila de sub-matrices del

filtro de blanqueamiento de ruido  $F^{-T}$ , de manera similar a la matriz que se mostró como ejemplo en la ecuación (6.25). Además, se comparan los tiempos aproximados de procesamiento de las simulaciones (tiempo que le toma al CPU de la computadora el procesamiento de la simulación). También se compara el resultado con la curva de tasa de error de bit en un canal sin usuarios interferentes.

Los demás parámetros son iguales a los de la simulación 8.5 anterior.

En la figura 8.6 se muestran las gráficas de las curvas de tasa de error de bit y en la tabla I.33 del Anexo I se registran los valores de los resultados de la simulación.

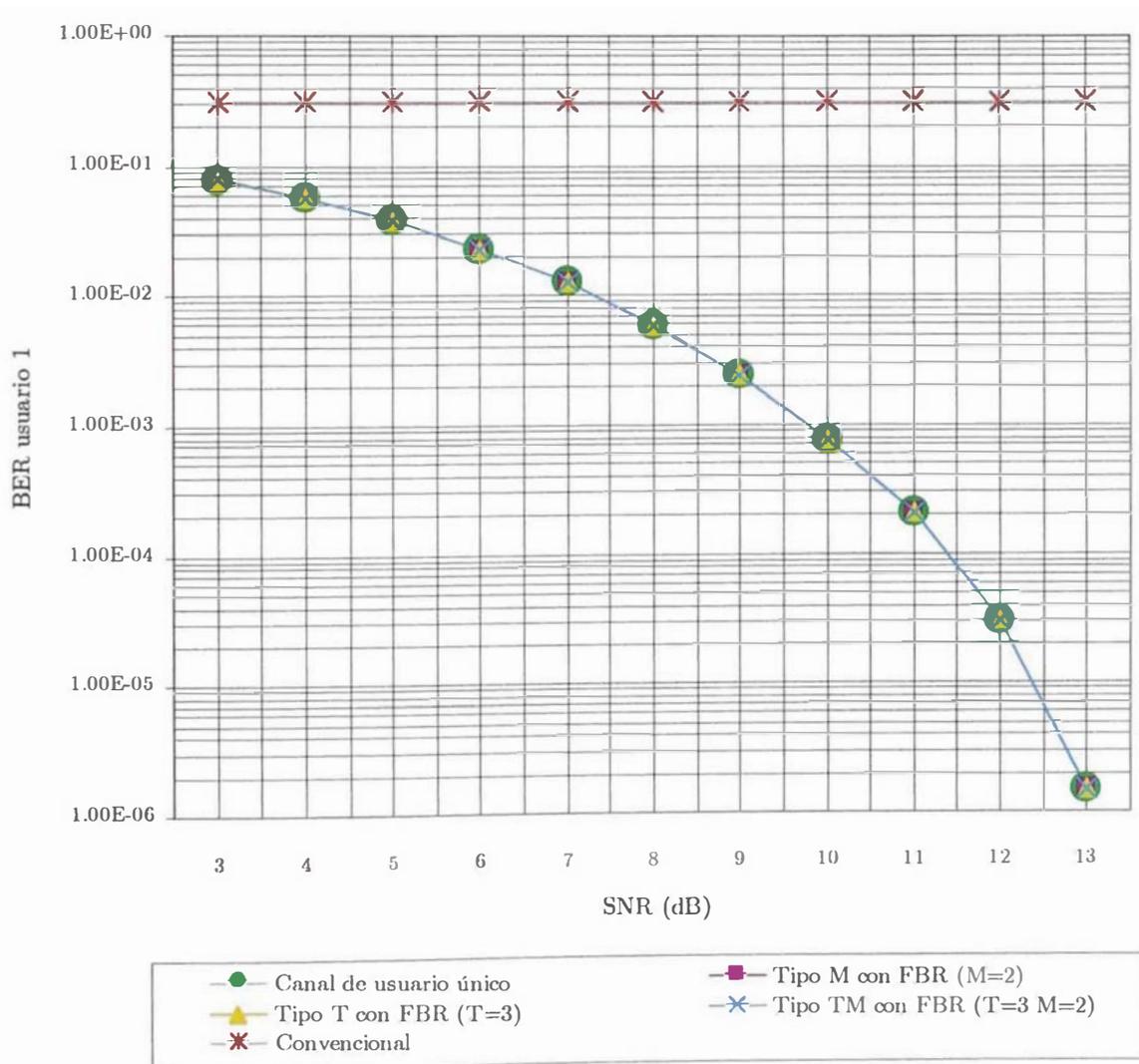


Figura 8.6: Simulación 8.6 Canal asíncrono gaussiano de 10 usuarios sin desvanecimiento Rayleigh. Se emplea filtro de blanqueamiento de ruido.

$$A_2 = A_3 = A_4 = A_5 = A_6 = A_7 = A_8 = A_9 = A_{10} = 3A_1$$

Análisis e interpretación de los resultados.- Para las condiciones de canal de esta simulación, con el empleo adicional de un filtro de blanqueamiento de ruido se observa que es posible emplear valores menores de los parámetros M y T de los detectores subóptimos M, T y T-M, en comparación con los valores que se emplearon anteriormente en la simulación 8.5, obteniendo curvas de tasa de error igualmente casi indistinguibles de las del detector convencional en un canal sin usuarios interferentes.

En la tabla I.33 del Anexo I se encuentran registrados el número de nodos mínimo, máximo y el promedio de nodos por nivel en el diagrama trellis que procesan (calculando las dos funciones métricas de rama que se extienden de dichos nodos) los detectores subóptimos con algoritmos de tipo T y T-M para cada valor de relación señal a ruido simulado, cuando se emplea un filtro de blanqueamiento de ruido. En el caso del detector subóptimo que emplea el algoritmo tipo M con filtro de blanqueamiento de ruido, el número de nodos que procesa por nivel es 2. En el caso del detector subóptimo que emplea el algoritmo tipo T con filtro de blanqueamiento de ruido, el número de nodos promedio es menor o igual a 1.8, y el número máximo de nodos es 6. En el caso del detector subóptimo que emplea el algoritmo tipo T-M, al igual que con el algoritmo T, el número de nodos promedio también es menor o igual a 1.8, pero con la diferencia de que el número máximo de nodos es 2, lo cual se traduce en una menor utilización de memoria que en el algoritmo T.

En general, se observa que el promedio de nodos procesados por nivel en el diagrama trellis es significativamente menor en los detectores subóptimos que emplean los algoritmos de tipo T, T-M y M que el número de nodos que procesaría por nivel el detector óptimo conjunto, el cual sería igual a  $2^{K-1}=512$  nodos, para  $K: 10$  usuarios.

Las comparaciones anteriores respecto al número de nodos procesados por tipo de detector, en cada nivel del diagrama trellis, para cada valor de relación señal a ruido simulada, se pueden resumir en la siguiente tabla:

Tabla 8.6: Número de nodos procesados por tipo de detector para la simulación 8.6			
Tipo de detector	Número de nodos procesados por nivel del diagrama trellis		
	Promedio	Mínimo	Máximo
Subóptimo tipo M	2	2	2
Subóptimo tipo T	$\leq 1.8$	1	6
Subóptimo tipo T-M	$\leq 1.8$	1	2
Óptimo Conjunto(*)	512	512	512

(\*) Número de nodos que procesaría si fuera implementado.

La reducción de la complejidad computacional en función del número de nodos promedio procesados por los algoritmos M, T y T-M es mayor o igual a los siguientes valores: cuando se aplica el algoritmo tipo T: en 99.65%; cuando se aplica el algoritmo tipo T-M: en 99.65%; y cuando se aplica el algoritmo tipo M: en 99.61%.

También se encuentran registrados en la tabla I.33 del Anexo I los tiempos de procesamiento en segundos de la simulación de detección (tiempo que le toma al CPU de la computadora el procesamiento de la simulación de detección) para los detectores subóptimos con algoritmos M, T y T-M para cada valor de relación señal a ruido simulado, observándose que los menores tiempos corresponden a los obtenidos empleando los algoritmos T y T-M.

## **8.4 Detección de DS-CDMA en un canal asíncrono gaussiano de 10 usuarios con desvanecimiento Rayleigh.**

### **8.4.1 Simulación 8.7.- Sin emplear un filtro de blanqueamiento de ruido.**

Descripción.- Se simula la tasa de error de bit (BER) del usuario 1 versus la relación señal a ruido promedio expresada en función de la varianza del ruido, en decibelios,  $SNR_{\sigma}(\text{dB})$ , cuando se emplean los detectores subóptimos de tipo M ( $M=19$ ), tipo T ( $T=2$ ) y tipo T-M ( $T=2, M=100$ ) en un canal asíncrono gaussiano de

10 usuarios con desvanecimiento Rayleigh. No se emplea filtro de blanqueamiento de ruido. Se compara el resultado con la tasa de error de bit del detector óptimo conjunto, con la del detector de DS-CDMA convencional, y con la de un canal sin usuarios interferentes. Se comparan los tiempos de procesamiento de las simulaciones (tiempo que le toma al CPU de las computadora el procesamiento de la simulación de detección).

Se emplean secuencias de código de usuario Gold de 511 chips, obtenidas de [28]. El valor absoluto promedio de las correlaciones cruzadas parciales entre las formas de onda de secuencias de código de los usuarios es el siguiente:  $|\overline{\rho_{ij}}|=0.02$  para  $i \neq j$ ; y los retardos de tiempo de los usuarios del 1 al 10 son respectivamente:  $\tau_1=0$ ;  $\tau_2=1$ ;  $\tau_3=3$ ;  $\tau_4=4$ ;  $\tau_5=5$ ;  $\tau_6=6$ ;  $\tau_7=7$ ;  $\tau_8=8$ ;  $\tau_9=9$ ;  $\tau_{10}=10$ . El usuario 1 tiene energía de bit  $\varepsilon_b$  igual a la unidad, y los usuarios interferentes del 2 al 10 tienen energía de bit  $\varepsilon_b=16$ . La función de densidad de probabilidad Rayleigh tiene como característica que  $E\left[|C_k|^2\right]=\overline{|C_k|^2}=2\sigma_x^2=1$ .

El número total de bits detectados por usuario es de 500000 bits para relaciones  $\overline{\text{SNR}}_\sigma(\text{dB})$  de 1 a 15dB; de 1000000 para relaciones  $\text{SNR}_\sigma(\text{dB})$  de 20 a 35dB; y de 2000000 de bits para la relación  $\text{SNR}_\sigma(\text{dB})$  de 40dB. La detección se realiza en bloques de 5000 bits por usuario, asumiendo que existe un periodo de tiempo de guarda de transmisión igual a  $\tau_{10}$  entre cada bloque, de manera que no existe traslape entre bloques consecutivos.

En la figura 8.7 se muestran las gráficas de las curvas de tasa de error de bit y en la tabla I.34 del Anexo I se registran los valores de los resultados de la simulación.

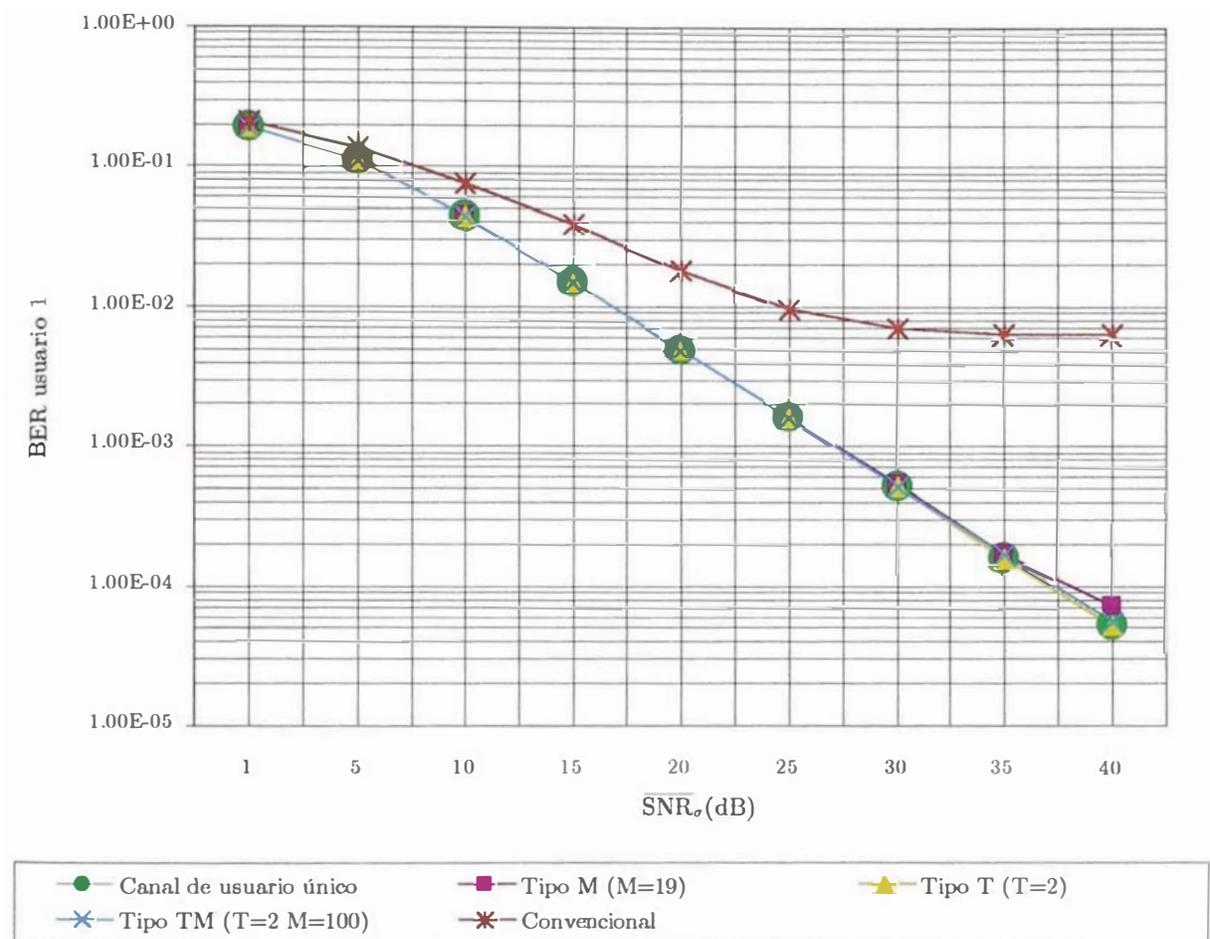


Figura 8.7: Simulación 8.7 Canal asíncrono gaussiano de 10 usuarios con desvanecimiento Rayleigh. No se emplea filtro de blanqueamiento de ruido. Energías de bit  $\varepsilon_{b1}=1$ ,  $\varepsilon_{b2}=\varepsilon_{b3}=\dots=\varepsilon_{b10}=16$

Análisis e interpretación de los resultados.- En la figura 8.7 se observa que la curva de tasa de error de bit de los detectores subóptimos tipo T, M y T-M en un canal asíncrono gaussiano con desvanecimiento Rayleigh es muy cercana a la del detector óptimo conjunto y a la de un canal sin usuarios interferentes, para los valores de M y T seleccionados. Este comportamiento contrasta con el del detector de DS-CDMA convencional, en el cual se observa un “piso” o nivel mínimo de tasa de error de bit en la región de alta relación señal a ruido.

En la tabla I.34 del Anexo I se encuentran registrados el número de nodos mínimo, máximo y el promedio de nodos por nivel en el diagrama trellis que procesan (calculando las dos funciones métricas de rama que se extienden de dichos nodos) los

detectores subóptimos con algoritmos de tipo M, T y T-M en un canal con desvanecimiento Rayleigh para cada valor de relación señal a ruido simulado. En el caso del detector subóptimo que emplea el algoritmo tipo M, el número de nodos que procesa por nivel es 19. En el caso del detector subóptimo que emplea el algoritmo tipo T, el número de nodos promedio que procesa por nivel es menor o igual a 6.2, y el número máximo de nodos por nivel es 512. En el caso del detector subóptimo que emplea el algoritmo tipo T-M, el número de nodos promedio que procesa por nivel es menor o igual a 4.2, y a diferencia del algoritmo tipo T, el número máximo de nodos es igual a 100, lo cual se traduce en una menor utilización de memoria que en el algoritmo T.

En general, se observa que el promedio de nodos procesados por nivel en el diagrama trellis es significativamente menor en los detectores subóptimos que emplean algoritmos de tipo T, T-M y M en un canal con desvanecimiento Rayleigh que el número de nodos que procesaría por nivel el detector óptimo conjunto, el cual es igual a  $2^{K-1}=512$  nodos, para  $K$ : 10 usuarios.

Las comparaciones anteriores respecto al número de nodos procesados por tipo de detector, en cada nivel del diagrama trellis, para cada valor de relación señal a ruido simulada, se pueden resumir en la siguiente tabla:

Tipo de detector	Número de nodos procesados por nivel del diagrama trellis		
	Promedio	Mínimo	Máximo
Subóptimo tipo M	19	19	19
Subóptimo tipo T	$\leq 6.2$	1	512
Subóptimo tipo T-M	$\leq 4.2$	1	100
Óptimo Conjunto(*)	512	512	512

(\*) Número de nodos que procesaría si fuera implementado.

La reducción de la complejidad computacional en función del número de nodos promedio procesados por los algoritmos M, T y T-M es mayor o igual a los siguientes valores: cuando se aplica el algoritmo tipo T: en 98.79%; cuando se aplica el algoritmo tipo T-M: en 99.18%; y cuando se aplica el algoritmo tipo M: en 96.29%.

También se encuentran registrados en la tabla I.34 del Anexo I los tiempos de procesamiento en segundos de la simulación de detección (tiempo que le toma al CPU de la computadora el procesamiento de la simulación de detección) tanto para el detector óptimo conjunto como para los detectores subóptimos con algoritmos M, T y T-M en un canal con desvanecimiento Rayleigh para cada valor de relación señal a ruido simulado, observándose que los menores tiempos corresponden a los obtenidos empleando los algoritmos T y T-M.

#### **8.4.2 Simulación 8.8.- Empleando un filtro de blanqueamiento de ruido.**

Descripción.- Se simula la tasa de error de bit (BER) del usuario 1 versus la relación señal a ruido promedio expresada en función de la varianza del ruido, en decibelios,  $SNR_{\sigma}$ (dB), empleando los detectores subóptimos de tipo M (M=1), tipo T (T=0), y tipo T-M (T=0, M=1), en un canal asíncrono gaussiano de 10 usuarios con desvanecimiento Rayleigh, pero esta vez empleando un filtro de blanqueamiento de ruido a la salida del banco de filtros adaptados; cabe indicar que se ha empleado un filtro de blanqueamiento de ruido cercano al ideal, similar al descrito en la sección 6.2, y se han considerado sólo las primeras 2 sub-matrices  $\mathbf{W}_{ij}$  de cada fila de sub-matrices del filtro de blanqueamiento de ruido  $\mathbf{F}^{-T}$ , de manera similar a la matriz que se mostró como ejemplo en la ecuación (6.25).

Los demás parámetros son iguales a los de la simulación 8.7 anterior.

En la figura 8.8 se muestran las gráficas de las curvas de tasa de error de bit y en la tabla I.35 del Anexo I se registran los valores de los resultados de la simulación.

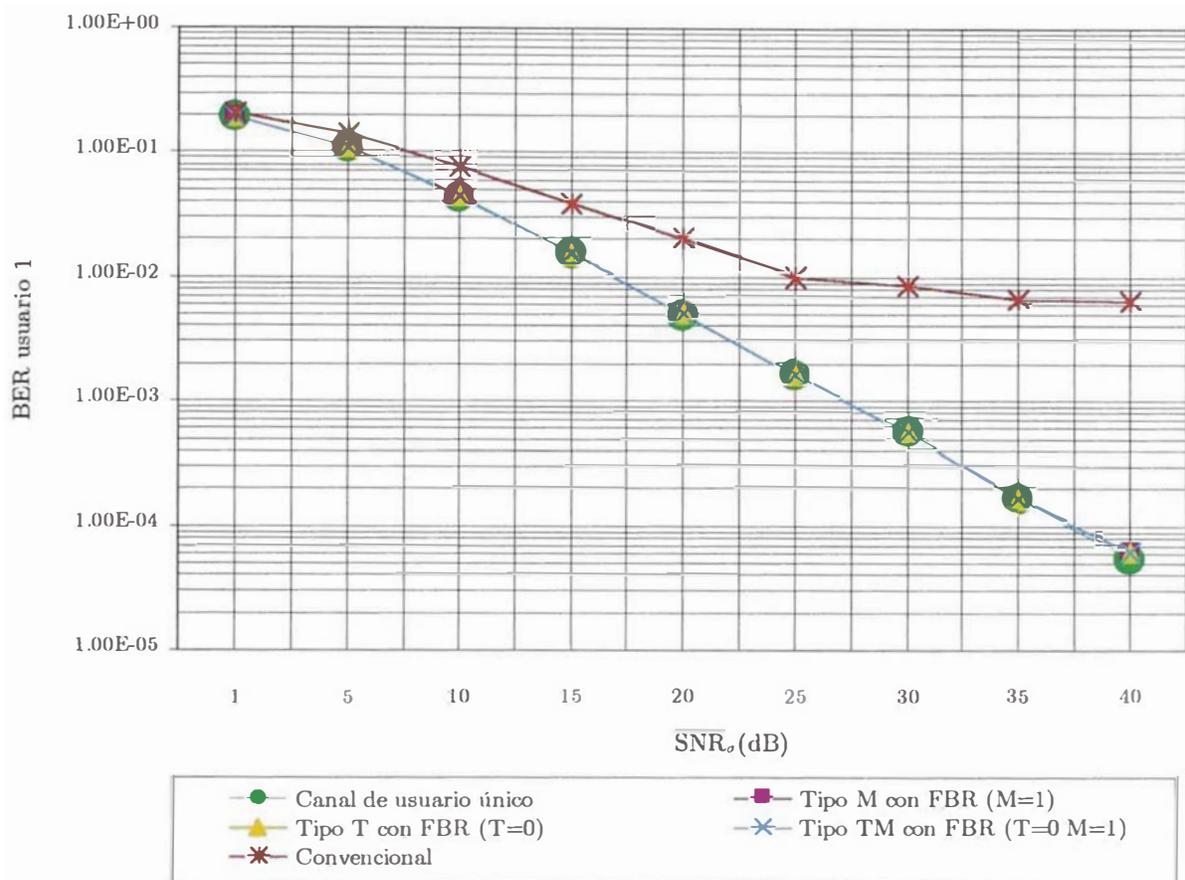


Figura 8.8: Simulación 8.8 Canal asíncrono gaussiano de 10 usuarios con desvanecimiento Rayleigh. Se emplea filtro de blanqueamiento de ruido. Energías de bit  $\varepsilon_{b1}=1$ ,  $\varepsilon_{b2}=\varepsilon_{b3}=\dots=\varepsilon_{b10}=16$

Análisis e interpretación de los resultados.- En el caso de los detectores que emplean algoritmos tipo M, T y T-M con un filtro de blanqueamiento de ruido, se observa que es posible emplear los valores mínimos de M (M=1) y de T (T=0), a diferencia de los valores mayores que se emplearon en la simulación anterior 8.7, obteniendo curvas de tasa de error igualmente casi indistinguibles de las del detector convencional en un canal sin usuarios interferentes.

En la tabla I.35 del Anexo I se encuentran registrados el número de nodos mínimo, máximo y el promedio de nodos por nivel en el diagrama trellis que procesan (calculando las dos funciones métricas de rama que se extienden de dichos nodos) los detectores subóptimos con algoritmos de tipo M, T y T-M y con un filtro de blanqueamiento de ruido en un canal con desvanecimiento Rayleigh, para cada valor

de relación señal a ruido simulado. Para el detector subóptimo que emplea el algoritmo tipo M el número de nodos que procesa por nivel es uno. En el caso de los detectores subóptimos que emplean los algoritmo tipo T y T-M, el número de nodos promedio que procesa por nivel es igual a 1, y el número máximo de nodos por nivel es también igual a 1.

En general, se observa que el promedio de nodos procesados por nivel en el diagrama trellis en los detectores subóptimos que emplean algoritmos de tipo T y T-M y M con un filtro de blanqueamiento de ruido en un canal con desvanecimiento Rayleigh es significativamente menor que el número de nodos procesados por nivel del detector óptimo conjunto, el cual es igual a  $2^{K-1}=512$  nodos para  $K=10$  usuarios. La reducción de la complejidad computacional en función del número de nodos promedio procesados por los algoritmos M, T y T-M es igual para cualquiera de los algoritmos y es mayor o igual a 99.8%.

Las comparaciones anteriores respecto al número de nodos procesados por tipo de detector, en cada nivel del diagrama trellis, para cada valor de relación señal a ruido simulada, se pueden resumir en la siguiente tabla:

Tipo de detector	Número de nodos procesados por nivel del diagrama trellis		
	Promedio	Mínimo	Máximo
Subóptimo tipo M	1	1	1
Subóptimo tipo T	1	1	1
Subóptimo tipo T-M	1	1	1
Óptimo Conjunto(*)	512	512	512

(\*) Número de nodos que procesaría si fuera implementado.

También se encuentran registrados en la tabla I.35 del Anexo I los tiempos de procesamiento en segundos de las simulaciones de detección (tiempo que le toma al CPU de la computadora el procesamiento de la simulación de detección) para los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos M, T y T-M y con un filtro de blanqueamiento de ruido en un canal con desvanecimiento Rayleigh para cada valor de relación señal a ruido simulado.

## 8.5 Comentarios adicionales de la implementación, evaluación y validación de los algoritmos M, T y T-M.

Con respecto a la implementación de los algoritmos M, T y T-M realizada a través de las simulaciones anteriores, cabe indicar que la cantidad de memoria que se requirió utilizar fue proporcional al número de nodos máximo que procesó cada tipo de algoritmo. En los algoritmos M y T-M, puesto que el número máximo de nodos es igual a  $M$ , la cantidad de memoria utilizada estuvo siempre restringida a una cantidad proporcional a dicho valor. En el algoritmo tipo T, a diferencia de los algoritmos M y T-M, puesto que el número máximo de nodos no tiene un límite predeterminado, se requirió utilizar una cantidad de memoria mayor, que estuvo en función del número máximo de nodos procesados por el algoritmo T, y que en algunos casos llegó a ser hasta  $2^{K-1}$ , que es la memoria requerida por el detector multiusuario óptimo conjunto, y que puede ser muy grande conforme aumenta  $K$ . En consecuencia, se puede decir que los algoritmos M y T-M tienen la ventaja de que con ellos puede limitarse la utilización de memoria a un nivel predeterminado, que generalmente es menor, en comparación con el algoritmo tipo T.

Con respecto a la evaluación del desempeño de los algoritmos M, T y T-M, cabe señalar que a partir de las simulaciones se ha observado lo siguiente:

Los detectores subóptimos que emplean los algoritmos tipo T y T-M pueden lograr una tasa de error de bit menor o igual que con el detector que emplea el algoritmo M, procesando un número de nodos promedio menor, cuando se seleccionan valores apropiados de los parámetros y se efectúa la detección bajo las mismas condiciones de ruido gaussiano y desvanecimiento Rayleigh del canal.

La eficiencia de los algoritmos T y T-M se puede explicar debido a que el número de nodos que seleccionan en cada nivel del diagrama trellis es variable, en el sentido de que procesan una mayor cantidad de nodos cuando los valores de las métricas acumuladas en cada nodo son más cercanos, que cuando son lejanos.

En comparación con el algoritmo tipo T, el algoritmo tipo T-M tiene la ventaja de que permite limitar el número máximo de nodos por nivel procesados a un valor máximo igual a  $M$ , y a la vez lograr una tasa de error de bit muy cercana a la del

algoritmo tipo T, cuando se selecciona un valor apropiado de M. De esta manera, es posible reducir la cantidad de memoria utilizada.

Teniendo en cuenta que las simulaciones del capítulo 7 y del capítulo 8 comprueban que es posible lograr un nivel de tasa de error de bit semejante, ya sea al emplear únicamente detectores subóptimos con valores mayores de M y T, o al emplear un filtro de blanqueamiento de ruido en conjunto con detectores subóptimos con valores más pequeños de M y T, un criterio para decidir la implementación práctica de uno de estos dos métodos es tener en cuenta la complejidad computacional respectiva, la cual va a variar de manera diferente en cada caso, dependiendo de los valores de M y T de los algoritmos subóptimos y del número de submatrices del filtro de blanqueamiento de ruido. Una forma de evaluar la complejidad computacional es mediante los tiempos de procesamiento de las simulaciones. En la tabla 8.9 se muestra una comparación de ambos métodos en base a los tiempos de procesamiento de cada una de las simulaciones de los capítulos 7 y 8. De acuerdo al criterio planteado, se debería seleccionar en cada caso el método con menor tiempo de procesamiento, el cual es indicado en dicha tabla.

Tabla 8.9: Comparación de simulaciones según método empleado para lograr una tasa de error de bit semejante		
Simulaciones que emplean el Método 1:	Simulaciones que emplean el Método 2:	Método con menor tiempo de procesamiento
Simulación 7.1	Simulación 7.3	Método 1
Simulación 8.1(*)	Simulación 8.2(*)	Método 1
Simulación 8.3	Simulación 8.4	Método 2
Simulación 8.5	Simulación 8.6	Método 2
Simulación 8.7	Simulación 8.8	Método 2

Método 1: Empleando detectores subóptimos con valores mayores de M y T.

Método 2: Empleando un filtro de blanqueamiento de ruido junto con un detector subóptimo con valores menores de M y T.

(\*) Para los casos de los algoritmos T y T-M.

Con respecto a la validación de los resultados de las simulaciones obtenidas empleando los algoritmos M, T y T-M, esta se ha realizado mediante la comparación de los resultados con:

- La tasa de error de bit del detector multiusuario óptimo conjunto;
- La tasa de error de bit del detector convencional; y
- La tasa de error de bit del detector convencional en un canal de un solo usuario, sin usuarios interferentes,

siendo los resultados los esperados; en el sentido de que para valores pequeños de los parámetros M, T y T-M, lo cual se asocia a un número de nodos procesados también pequeño, es posible lograr curvas de tasa de error de bit muy cercanas a las del detector multiusuario óptimo conjunto y a las de la detección en un canal sin usuarios interferentes.

## **8.6 Conclusiones de las simulaciones del presente capítulo**

De manera similar a lo que se observó en capítulos anteriores en simulaciones con una menor cantidad de usuarios y de bits, para las simulaciones del presente capítulo con una mayor cantidad de usuarios y de bits se puede concluir que los detectores multiusuario subóptimos con algoritmos de tipo M, T y T-M en un canal asíncrono gaussiano, con y sin desvanecimiento Rayleigh; y con y sin filtro de desvanecimiento de ruido, tienen un desempeño superior en términos de tasa de error de bit al del detector de DS-CDMA convencional. Asimismo, este desempeño es muy cercano al del detector óptimo conjunto y al del detector convencional en un canal sin usuarios interferentes, para valores apropiados de los parámetros M, T y T-M, con la ventaja de que procesan una cantidad de nodos del diagrama trellis que en general es mucho menor que la cantidad de nodos que procesaría el detector óptimo conjunto.

Para estas mismas condiciones del canal se verificó en general que empleando un filtro de blanqueamiento de ruido a la salida del banco de filtros adaptados es posible utilizar valores de los parámetros M, T y T-M menores que cuando éste no es empleado, lo cual corresponde a una cantidad menor de nodos procesados, obteniéndose un desempeño similarmente bueno, lo cual se debe al efecto de

decorrelación parcial del filtro de blanqueamiento de ruido, el cual se explicó anteriormente.

Como un comentario final, comparando los casos de 6 y 10 usuarios entre la simulaciones 8.1 y 8.5; y entre 8.2 y 8.6; las cuales tienen condiciones de simulación similares; se puede apreciar que para las simulaciones con 10 usuarios se ha requerido emplear valores mayores o iguales de los parámetros  $M$  y  $T$  que los empleados en las simulaciones con 6 usuarios; esto se debe a que la interferencia multiusuario es mayor con 10 usuarios.

## Capítulo 9

### Conclusiones finales.

Para el estudio y los resultados de las simulaciones realizadas en los capítulos anteriores sacamos las siguientes conclusiones finales:

Se comprobó que el detector de DS-CDMA convencional tiene un desempeño deficiente cuando la interferencia multiusuario es significativa; en este caso, a niveles altos de relación señal a ruido, el detector de DS-CDMA convencional se vuelve limitado por la interferencia multiusuario, y ya no limitado por el ruido.

Se comprobó que con el detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto es posible lograr mejoras substanciales de desempeño en términos de la probabilidad de error de bit con respecto al detector de DS-CDMA convencional; así como en resistencia al problema del efecto cercano-lejano; sin embargo, sufre de una alta complejidad computacional por bit detectado que aumenta en forma exponencial con el número de usuarios, lo cual lo hace impráctico.

Se comprobó que los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos que emplean algoritmos de tipo M, T y T-M tienen una complejidad computacional mucho menor que la del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto. Eligiendo el valor de los parámetros M y T apropiados, la curva de la tasa de error de bit de los mencionados detectores multiusuario subóptimos se acerca a la del detector multiusuario óptimo conjunto y a la del canal con un solo usuario, sin usuarios interferentes; y además presentan una mayor resistencia al efecto cercano-lejano que el detector convencional. Además, el empleo de un filtro de blanqueamiento de ruido aplicado a las salidas muestreadas del banco de filtros adaptados mejora el desempeño en términos de tasa de error de bit de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos de tipo M, T, y T-M, lo cual puede apreciarse especialmente cuando se emplean valores pequeños de los parámetros M y T.

Se comprobó que el desvanecimiento Rayleigh ocasiona que el desempeño en términos de tasa de error de bit del detector de DS-CDMA convencional se degrade

notablemente. En contraste, el desempeño en términos de tasa de error de bit de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos tipo M, T y T-M bajo desvanecimiento Rayleigh es muy cercano al desempeño del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto, cuando se seleccionan valores adecuados de los parámetros M y T, y también es muy cercano al desempeño de tasa de error de bit de un canal de un solo usuario, en ausencia de usuarios interferentes. Al igual que en el caso en que no existe desvanecimiento Rayleigh, el empleo de un filtro de blanqueamiento de ruido aplicado a las salidas muestreadas del banco de filtros adaptados junto con los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos mejora su desempeño en términos de tasa de error de bit, lo cual puede apreciarse especialmente cuando se seleccionan valores pequeños de los parámetros M y T. Además, la complejidad computacional de los detectores de DS-CDMA multiusuario subóptimos con algoritmos tipo M, T y T-M con y sin filtro de blanqueamiento de ruido a la salida del banco de filtros adaptados es mucho menor que la del detector de DS-CDMA multiusuario óptimo conjunto.

En vista de los resultados obtenidos en la presente tesis, consideramos las técnicas de detección estudiadas como alternativas prometedoras respecto a su probable utilización en los sistemas móviles celulares de tercera generación.

## Bibliografía

- [1] S. Verdú, "Minimum Probability of Error for Asynchronous Gaussian multiple access channels", IEEE Transactions on Information Theory, vol. IT-32, pp. 85-96, Jan.1986.
- [2] S. Verdú, Multiuser Detection, Cambridge University Press, Cambridge, 1<sup>st</sup> ed., 1998.
- [3] J. Proakis, Digital Communications, McGraw Hill, New York, 3<sup>rd</sup> ed., 1995
- [4] D. Koulakiotis and H. Aghvami, "Data Detection Techniques for DS/CDMA Mobile Systems: A Review", IEEE Personal Communications, pp. 24-34, June 2000.
- [5] S. Moshavi, "Multi-User Detection for DS-CDMA Communications", IEEE Communications Magazine, October 1996.
- [6] F. Adachi, M. Sawahashi, and H. Suda, "Wideband DS-CDMA for Next-Generation Mobile Communication Systems", IEEE Communications Magazine, September 1998.
- [7] L. Wei, L. Rasmussen, and R. Wyrwas, "Near Optimum Tree-Search Detection Schemes for Bit-Synchronous Multiuser CDMA Systems over Gaussian and Two-Path Rayleigh Fading Channels", IEEE Transactions on Communications, vol.45, No. 6., pp. 691-700, June 1997.
- [8] Z. Xie, C. Rushforth and R. Short, "Multiuser Signal Detection using Sequential Decoding", IEEE Transactions on Communications, vol. 38, No. 5, pp. 578-583, May 1990.
- [9] A. Viterbi, CDMA Principles of Spread Spectrum Communication, Addison-Wesley Wireless Communications Series, 1995.
- [10] Stanley J. Simmons, "Breadth-First trellis Decoding with Adaptive Effort", IEEE Transactions on Communications, vol 38, No. 1, January 1990.

- [11] J. B. Anderson and S. Mohan, "Sequential coding algorithms: A survey and cost analysis", IEEE Trans. Communications, vol. COMM 32, PP. 169-176, Feb. 1984.
- [12] Z.Xie, Craig K. Rushforth, Robert T. Short, and Todd K. Moon, "Joint Signal Detection and Parameter Estimation in Multiuser Communications", IEEE Transactions on Communications, vol. 41 No. 7, August 1993.
- [13] L. Wei, Lars K. Rasmussen, "A Near Ideal Noise Whitening Filter for an Asynchronous Time-Varying CDMA System", IEEE Transactions on Communications, Vol. 44, No. 10, October 1996.
- [14] Paul D. Alexander, "Coded Multiuser CDMA" Ph.D. Thesis, May 1996, The University of South Australia.
- [15] Lei Wei, "Single-user and Multi-user Modulation and Detection Methods for Mobile Communications, Ph.D. Thesis, December 1994.
- [16] Z. Zvonar, "Multiuser Detection in Single-Path Fading Channels". IEEE Transactions on Communications, vol. 42, No. 2/3/4, February, March, April 1994.
- [17] Paul D. Alexander and L.K. Rasmussen. "An Efficient Technique for Deriving Receiver Filters in Multiuser Asynchronous DS/SSMA", Proc. 5<sup>th</sup>. IEEE Int. Symp. Personal, Indoor, Mobile Radio Communications. The Hague, The Netherlands, Sept. 1994, pp. 519-523
- [18] Ramjee Prasad, Tero Ojanpera, "An Overview of CDMA Evolution Toward Wideband CDMA", IEEE Communications Surveys, Fourth Quarter 1998, Vol 1, No. 1.
- [19] S. Verdú, "Wireless Bandwidth in the Making", IEEE Communications Magazine, July 2000, pp. 53-58.
- [20] G. Turin, "The Effects of Multipath and Fading on the Performance of Direct-Sequence CDMA Systems", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol. SAC-2, No. 4, July 1984.

- [21] R. Lupas and S. Verdu, "Near-Far Resistance of Multiuser Detectors in Asynchronous Channels", IEEE Transactions on Communications, Vol. 38, No. 4, April 1990.
- [22] Chester S. Gardner and John A. Orr, "Fading Effects on the Performance of a Spread Spectrum Multiple Access Communication System", IEEE Transactions on Communications, Vol COM-27, No. 1, January 1979.
- [23] Esmael H. Dinan and Bijan Jabbari, "Spreading Codes for Direct Sequence CDMA and Wideband CDMA Cellular Networks", IEEE Communications Magazine, September 1998, pp. 48-54
- [24] S. Verdú, "Optimum Multiuser Asymptotic Efficiency", IEEE Transactions on Communications, Vol. COM-34, No.9, September 1986, pp. 890-897.
- [25] John B. Anderson, "Limited Search Trellis Decoding of Convolutional Codes", IEEE Transactions on Information Theory", Vol. 35, No. 5, September 1989.
- [26] National Institute of Standards and Technology, "Dictionary of Algorithms and Data Structures", Online at <http://www.nist.gov/dads>.
- [27] Agner Fog, Ph.D., "Pseudo-Random Number Generators", Online at <http://agner.org/random>.
- [28] Kari Kärkkäinen, Ph.D, "Phase Optimized PN Code Sets for Numerical Analysis and Simulation of DS-CDMA Systems.", University of Oulu, Finland. Online at : [http://www.ee.oulu.fi/~kk/optim\\_codes\\_info.html](http://www.ee.oulu.fi/~kk/optim_codes_info.html).