

# **UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA**

## **FACULTAD DE CIENCIAS**

**SECCION DE POST-GRADO Y 2da. ESPECIALIZACION PROFESIONAL**



**TRABAJO PRACTICO (TESIS) PARA OPTAR EL TITULO DE SEGUNDA  
ESPECIALIZACION PROFESIONAL EN ENERGIA SOLAR**

**TITULADO: EVALUACION DEL RELOJ SOLAR DE CUADRANTE ECUATORIAL**

**PRESENTADO POR: Lic. CARMELO MAYTA OJEDA**

**LIMA - PERU**

**FEBRERO 1998**

## **R E S U M E N**

Se describe el diseño y la construcción de un "reloj solar" de cuadrante ecuatorial para ilustrar, con fines didácticos, el movimiento del sol en el cielo. El análisis cuantitativo de este movimiento permite, por un lado, determinar la hora (solar y legal) y la fecha y por otro lado permite familiarizarse con la mecánica celeste, objetivo pedagógico del trabajo.

# PRESENTACION

Desde muchos siglos se han usado "relojes solares" para medir el tiempo, registrando la trayectoria de la sombra de un estilete, llamado "gnomon" sobre una superficie, como consecuencia del movimiento regular del sol sobre el cielo.

La posición de la sombra del gnomon depende de la latitud del lugar, de la orientación del gnomon y de la superficie, así como de la fecha y de la hora. Conociendo esta dependencia, se puede determinar con un reloj solar la hora y la fecha /1/-/9/.

Una forma particularmente simple e ilustrativo es el reloj solar del "cuadrante ecuatorial" en el que:

- El gnomon es paralelo al eje de la tierra
- La superficie sobre la cual se observa es perpendicular al gnomon, es decir es paralelo al ecuador, o la superficie es cilíndrica, con el gnomon como eje.

El objetivo del presente trabajo es de carácter didáctico, para contribuir a difundir los conocimientos básicos de mecánica celeste requeridos para el diseño y la construcción de un reloj solar de cuadrante ecuatorial, con superficie cilíndrica. Los datos empíricos presentados se refieren específicamente al reloj solar construido en la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional de Ingeniería de Lima.

Por esta razón en el primer capítulo se dan conceptos de coordenadas solares, conceptos del tiempo y las relaciones matemáticas para especificar la posición aparente del sol en el cielo. En el capítulo II se trata de diferentes tipos de cuadrantes solares (en consecuencia tipos de relojes solares) que se pueden utilizar para rastrear el movimiento del sol y la manera de trazar las líneas horarias y zodiacales según el tipo del cuadrante, los máximos y mínimos que alcanzan. Asimismo las ventajas y/o desventajas en la construcción y los parámetros característicos del lugar que son necesarios conocer. El capítulo III se refiere a la construcción de un reloj solar de cuadrante ecuatorial de superficie cilíndrica, en el que se detallan los procedimientos de construcción de la infraestructura, el trazado de líneas horarias, zodiacales y su correspondiente evaluación.

## INDICE

RESUMEN

PRESENTACION

INDICE

C A P I T U L O I . . . . .	- 1
<b>COORDENADAS SOLARES</b> . . . . .	- 1
1.0 INTRODUCCIÓN . . . . .	- 1
1.1 COORDENADAS SOLARES BASICAS . . . . .	- 1
1.1.1 Angulo de Declinación . . . . .	- 2
1.1.2 Angulo Horario . . . . .	- 5
1.1.3 Latitud del Lugar . . . . .	- 7
1.2 OTROS PARAMETROS . . . . .	- 7
1.2.1 El Angulo Cenital . . . . .	- 7
1.3 MEDICION DEL TIEMPO . . . . .	- 13
1.3.1 Tiempo Sidéreo . . . . .	- 14
1.3.2 Tiempo Solar . . . . .	- 14
1.3.3 Tiempo Solar Medio . . . . .	- 15
1.3.4 Tiempo Oficial . . . . .	- 16
1.3.5 Tiempo Universal . . . . .	- 16
1.4 APLICACION DE CONCEPTOS . . . . .	- 17
1.4.1 Objetivos . . . . .	- 17
1.4.2 Equipo . . . . .	- 18
1.4.3 Montaje . . . . .	- 18
1.4.4 Procedimiento . . . . .	- 18
1.4.5 Descripción . . . . .	- 19
1.4.6 Datos Obtenidos . . . . .	- 20
1.4.7 Análisis de Datos . . . . .	- 21
1.4.7.1 Ejes Cardinales . . . . .	- 21
1.4.7.2 Latitud. . . . .	-21
1.4.7.3 Angulo de declinación, . . . . .	- 24

1.4.7.4 Fecha de la experiencia . . . . .	- 25
1.4.7.5 Cálculo de la ecuación de tiempo . . . . .	- 25
1.4.7.6 Longitud local . . . . .	- 25
<b>C A P I T U L O II . . . . .</b>	<b>- 27</b>
<b>TIPOS DE RELOJES SOLARES . . . . .</b>	<b>- 27</b>
2.0 INTRODUCCION . . . . .	- 27
2.1 MERIDIANO Y LATITUD DEL LUGAR . . . . .	- 27
2.2 LINEAS HORARIAS Y ZODIACALES . . . . .	- 29
2.3 TIPOS DE CUADRANTES SOLARES . . . . .	- 30
2.3.1 Reloj Solar de Cuadrante Ecuatorial . . . . .	- 30
2.3.2 Reloj Solar de Cuadrante Horizontal . . . . .	- 32
2.3.3 Reloj Solar de Cuadrante Vertical Orientado . . . . .	- 36
2.3.4 Reloj Solar de Cuadrante Vertical Declinante . . . . .	- 41
<b>C A P I T U L O III . . . . .</b>	<b>- 44</b>
<b>EVALUACION DEL RELOJ SOLAR DE</b>	
<b>CUADRANTE ECUATORIAL . . . . .</b>	<b>- 44</b>
3.0. INTRODUCCION . . . . .	- 44
3.1 OBJETIVOS: . . . . .	- 44
3.2 FUNDAMENTO . . . . .	- 45
3.2.1 Relación entre la distancia y tiempo . . . . .	- 46
3.2.2 Relación entre la distancia y el ángulo de declinación. . . . .	- 46
3.3 PROCEDIMIENTO PARA CONSTRUIR LA INFRAESTRUCTURA . . . . .	- 47
3.4 PROCEDIMIENTO PARA EL TRAZADODE LINEAS HORARIAS Y	
ZODIACALES . . . . .	-52
3.5 PROCEDIMIENTO PARA CALIBRACION . . . . .	- 53
3.6 DATOS OBTENIDOS (ver las tablas 3.1) . . . . .	- 54
3.7 ANALISIS DEL RESULTADO . . . . .	- 61
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES . . . . .</b>	<b>- 63</b>
<b>APENDICE A: PERIODOS DE LA ASTRONOMIA . . . . .</b>	<b>- 64</b>

A. Astronomía Antigua y/o Clásica . . . . .	- 64
B. Astronomía en el Renacimiento . . . . .	- 66
C. Astronomía moderna . . . . .	- 67
D. Astronomía Contemporánea. . . . .	- 68
APENDICE B: LOS PADRES DE LOS PRIMEROS CALENDARIOS . . . . .	- 70
APENDICE C: CONSTRUCCION DE RELOJ SOLAR PORTATIL . . . . .	- 81
A. Materiales y Equipo necesario. . . . .	- 80
B. Procedimiento a Seguir: . . . . .	- 80
REFERENCIA BIBLIOGRAFICA: . . . . .	- 83

# C A P I T U L O I

## COORDENADAS SOLARES

### 1.0 INTRODUCCIÓN

Para especificar la posición del sol a través de su trayectoria aparente se requieren tres parámetros fundamentales, denominadas coordenadas solares y que son: el ángulo de declinación  $\delta$ , la latitud del lugar  $\lambda$  y el ángulo horario  $\tau$ . En función de éstos parámetros se ubica el sol mediante el ángulo cenital  $\theta_z$  medido con respecto al eje vertical sobre el horizonte y acimutal medido con respecto al sur. A continuación se definirán los parámetros mencionados y otros relacionado con el movimiento del sol.

### 1.1 COORDENADAS SOLARES BASICAS

Los modelos del universo concebidos por civilizaciones antiguas describen al cielo como una gran cúpula que rodea a la tierra plana y fija en el espacio y que todos los cuerpos celestes se mantienen fijos en ella, incluso el sol. El movimiento aparente de los astros proviene de la rotación de la esfera celeste alrededor de su eje.

Actualmente, para un observador localizado en nuestro sistemas solar se emplea una aproximación similar, útil sobre todo para definir las direcciones y establecer coordenadas.

La aproximación consiste en considerar a la tierra en el espacio (sistema geocéntrico) y a la vez centro de una gran esfera en la que están fijos todos los astros (estrellas) que rodean a la tierra y los demás planetas orbitando dentro de la esfera fija.

Los planetas se desplazan en planos específicos, en el caso de la tierra se le denomina el plano eclíptico. En realidad el sol y otras estrellas están en movimiento pero debido a una gran distancia que separa a ellos, el desplazamiento de los astros se desprecia y se consideran como fijos sobre la superficie de la esfera de radio R.

### 1.1.1 Angulo de Declinación

Consideremos la tierra como el centro de origen de coordenadas xyz de la esfera celeste de radio R. El plano ecuatorial celeste es ortogonal con el eje z. El plano eclíptico en el que está orbitando el sol forma un ángulo  $\delta$  con el plano ecuatorial en un día cualquiera del año, siendo su máxima elevación de dicho plano  $\delta_{\text{máx}} = \pm 23,45^\circ$ , ( $\delta_{\text{máx}}$  está relacionado con el ángulo de declinación del eje de la tierra) Fig. 1.1.a.

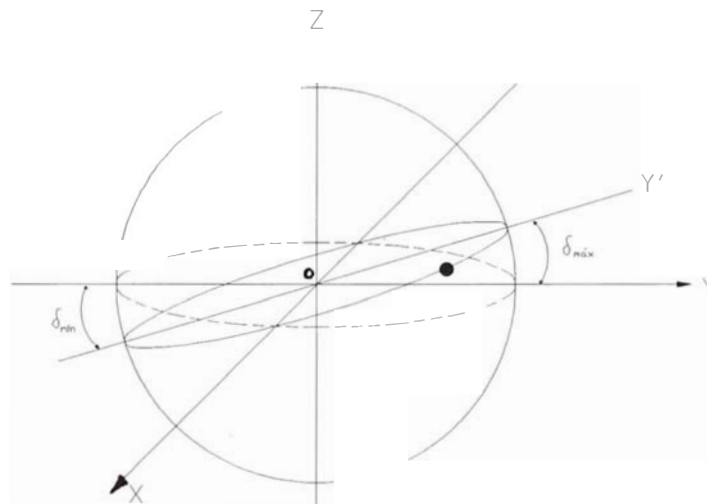


Fig. 1.1: Posición del sol en el plano eclíptico

Consideremos el vector posición del sol  $\mathbf{R}_s$  en el plano eclíptico para un día cualquiera que forma el ángulo  $\theta$  con respecto al eje x, Fig.1.1.a. Para hallar las componentes del vector  $\mathbf{R}_s$  (con respecto al sistema xyz, que es el sistema del observador) descomponemos en dos planos. Primero en el plano eclíptico de ejes oy', ox y luego en el plano yz ver Fig.1.1.b.

El eje x está en la intersección de los planos: eclíptico y ecuatorial:

$$OM = x = R_s \cos(\theta) \tag{1.1}$$

En el eje de la eclíptica de y'

$$OP = R_s \sin(\theta) \tag{1.2}$$



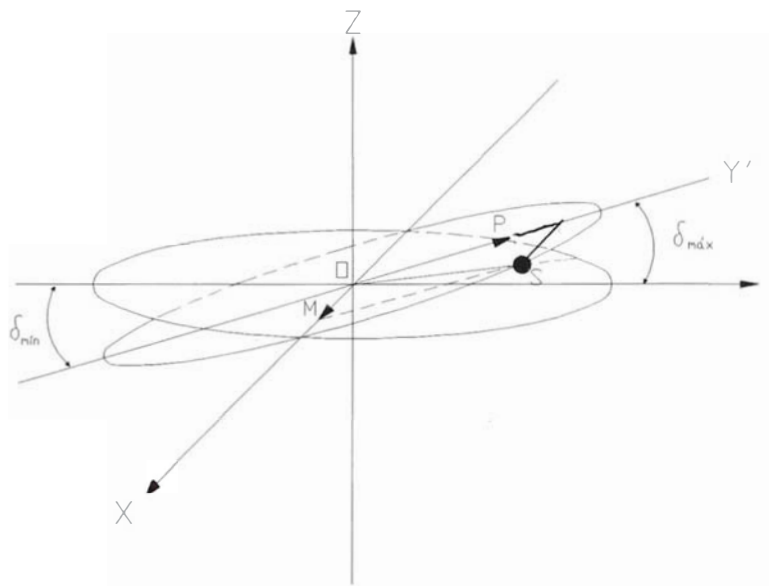


Fig. 1.1.a: Descomposición del vector posición del sol en el plano eclíptico

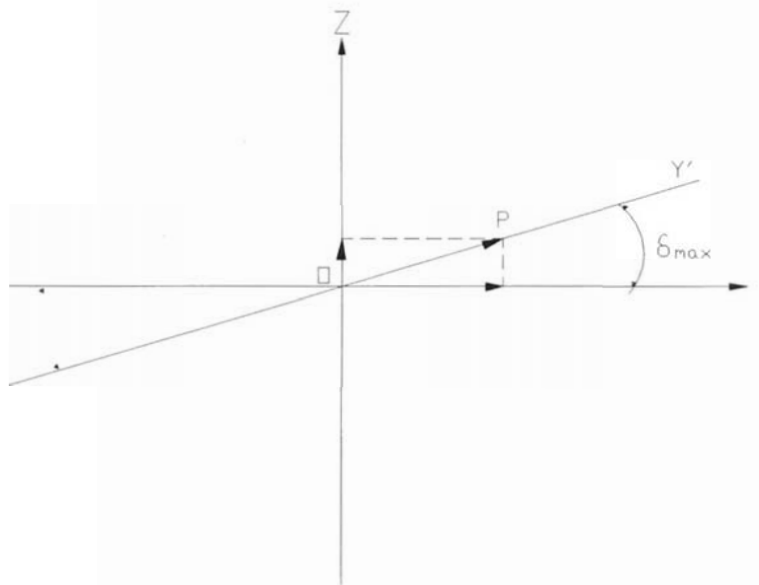


Fig.1.1.b: Descomposición del vector P en el plano yz

$$y = R_s \text{sen}(\theta) \cos(\delta_{\text{máx}}) \quad (1.3)$$

$$z = R_s \text{sen}(\theta) \text{sen}(\delta_{\text{máx}}) \quad (1.4)$$

Luego: las componentes del vector  $\mathbf{R}_s$  son:

$$\vec{R}_s = R_s [\cos(\theta) \vec{i} + \text{sen}(\theta) \cos(\delta_{\text{máx}}) \vec{j} + \text{sen}(\theta) \text{sen}(\delta_{\text{máx}}) \vec{k}] \quad (1.5)$$

si consideramos el vector cenit de componentes:

$$\vec{z} = 0 \vec{i} + 0 \vec{j} + R_s \vec{k} \quad (1.6)$$

luego:  $\vec{z} \cdot \vec{R}_s = R_s \vec{k}$  aplicando el producto escalar de  $\vec{z} \cdot \vec{R}_s$  se tiene que:

$$\vec{z} \cdot \vec{R}_s = \vec{z} \cdot \vec{R}_s \cos(90^\circ - \delta) \quad (1.7)$$

Donde  $(90^\circ - \delta)$  es el ángulo formado entre los vectores  $\vec{z}$  y  $\vec{R}_s$ , efectuando el producto escalar se tiene:

$$R_s^2 \text{sen}(\theta) \text{sen}(\delta_{\text{máx}}) = R_s^2 \text{sen}(\delta) \quad (1.8)$$

$$\text{sen}(\delta) = \text{sen}(\delta_{\text{máx}}) \text{sen}(\theta) \quad (1.9)$$

para un día cualquiera la variación de la declinación generalmente es pequeña (aproximadamente  $0,5^\circ$ ) /10, Pág.10/, entonces:

$$\text{sen}(\delta) \approx \delta \quad (1.10)$$

Para los extremos  $\text{sen}(\delta_{\text{máx}})$  es muy aproximado cuando se expresa en radianes por consiguiente:

$$\text{sen}(\delta_{\text{máx}}) \approx 23,45 \quad (1.11)$$

por lo tanto la Ec.(1.9) se expresa como:

$$\delta = 23,45^\circ \text{sen}(\theta) \quad (1.12)$$

El ángulo  $\theta$ , se obtiene a partir de la siguiente consideración: el ángulo  $\theta$  descrito por el sol es a  $360^\circ$  como el número  $n$  de días transcurridos es a 365,25 durante un año, luego:

$$\frac{\theta}{360^\circ} = \frac{n}{365,25} \quad (1.13)$$

Si consideramos  $\theta=0^\circ$  para el 21 de marzo ( $n=80$ ) ya que para esta fecha el plano ecuatorial con el plano eclíptico se intersecan, luego:

$$\theta = \frac{360^\circ (284+n)}{365,25} \quad (1.14)$$

$$\delta = 23,45^\circ \operatorname{sen}\left(\frac{360^\circ (284 + n)}{365,25}\right) \quad (1.15)$$

En conclusión, el ángulo de declinación  $\delta$  es función del número de días del año según la Ec. (1.15) y se define como la posición angular que toma el sol con respecto al plano ecuatorial celeste. Ej.: Si  $n = 80$  (21 de marzo)

$$\delta = 23,45^\circ \operatorname{sen}\left(\frac{360^\circ \times 364 \text{ días}}{365,25 \text{ días}}\right) = - (0^\circ; 30'; 15,15'') \quad (1.16a)$$

Para calcular  $\delta$  con mayor precisión se puede utilizar la expresión que se da a continuación según /10, Pág.7/. con  $\gamma = \frac{2\pi (n-1)}{365}$ :

$$\begin{aligned} \delta = & [0,006918 - 0,399912 \cos\gamma + 0,070257 \operatorname{sen}\gamma - \\ & - 0,006758 \cos 2\gamma + 0,000907 \operatorname{sen} 2\gamma - \\ & - 0,002697 \cos 3\gamma + 0,00148 \operatorname{sen} 3\gamma] \frac{180}{\pi} \end{aligned} \quad (1.16b)$$

### 1.1.2 Ángulo Horario

El ángulo horario  $\tau$  es el ángulo que forma el plano instantáneo que contiene al sol (y que gira alrededor del eje de la tierra) con el plano del meridiano de lugar, Fig.1.2.

Este plano aparentemente se levanta del Este, se eleva al máximo coincidiendo con el plano del meridiano del lugar a las 12 horas y desciende ocultándose hacia el Oeste.

Para expresar el ángulo horario en función del tiempo se considera que la tierra da una revolución completa ( $360^\circ$  alrededor de su eje) en 24 horas luego se establece la siguiente relación:

$$\frac{\tau}{360^\circ} = \frac{t_s}{24h} \quad (1.17)$$

luego, el ángulo  $\tau$  para la salida y puesta del sol se da por:

$$\tau = \frac{360^\circ (12h - t_s)}{24h} \quad (1.18)$$

$$\tau = \frac{15^\circ}{1h} (12h - t_s) \quad (1.19)$$

donde:  $t_s$  = tiempo solar

Al medio día  $\tau = 0^\circ$  y en horas de la mañana se consideran positivo y en las tardes negativa ( $\tau$  debe variar de  $90^\circ$  hasta  $-90^\circ$ )

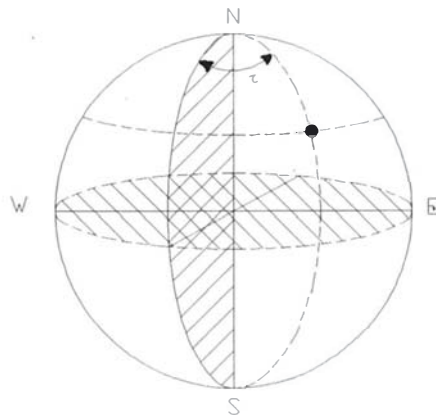


Fig.1.2: Ángulo  $\tau$ , que forma plano instantáneo (meridiano que contiene el sol) y el meridiano del lugar

### 1.1.3 Latitud del Lugar

La latitud  $\lambda$  es el ángulo que forma la vertical del lugar (cenit)  $z$  con el plano ecuatorial. Fig. 1.3, se considera positiva hacia el hemisferio norte y negativa hacia el hemisferio sur

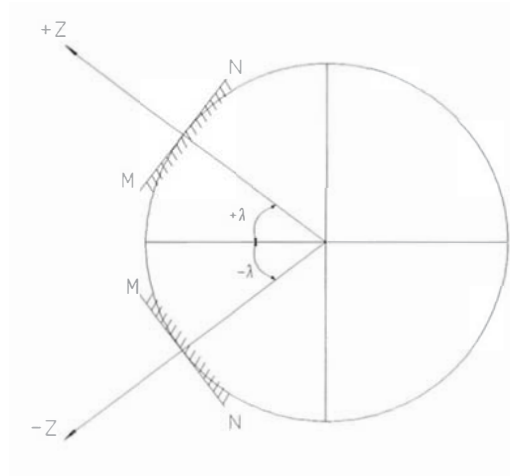


Fig. 1.3: Latitud del lugar

## 1.2 OTROS PARAMETROS

A partir de coordenadas básicas se pueden deducir otros parámetros como el ángulo cenital  $\theta_z$  y el ángulo acimutal  $\phi$  para especificar la posición aparente del sol.

### 1.2.1 El Angulo Cenital

Consideremos la posición del observador a una latitud  $\lambda$  sobre la superficie de la tierra, cuyas coordenadas son: Fig. 1.4.

- x : Tangente al meridiano del lugar hacia el Sur (+) y Norte (-).
- y : Tangente al paralelo hacia el Este (+) y Oeste (-).
- z : Perpendicular al plano horizontal formado por los ejes xy.

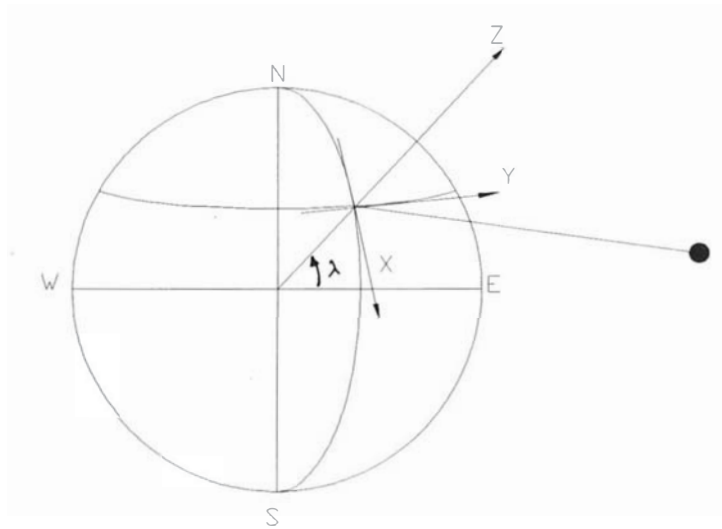


Fig. 1.4: Posición del sol respecto al observador terrestre.

Para el análisis consideremos tres planos fundamentales, ver Fig.1.5

1. Plano meridiano, es el plano vertical Norte-Sur donde se encuentra el eje cenit z del observador; z forma un ángulo  $\lambda$  (latitud del lugar) con el plano ecuatorial. En este plano los ejes z y z" forman ángulo  $\lambda$ .
  
2. El plano ecuatorial, es el plano perpendicular al eje de la esfera celeste; en el que se encuentran los ejes z' y z". El eje z' es la intersección del plano ecuatorial y el plano instantáneo y forman un ángulo denominado ángulo horario  $\tau$  con el plano meridiano.
  
3. La posición del plano instantáneo: es el plano que contiene el sol y el eje de la esfera solar formando un ángulo de  $90^\circ$  con respecto de plano ecuatorial. El plano instantáneo se levanta del horizonte, se eleva conforme transcurre el tiempo, alcanza su altura máxima al medio día (plano del meridiano instantáneo se superponen), decrece y se oculta. En cada instante este plano forma un ángulo horario  $\tau$  con respecto al meridiano cuya relación es:

$$\tau = \frac{15^\circ}{1 \text{ h}} (12h - t_s) \tag{1.20}$$

donde:  $t_s$  = tiempo solar

$\tau = 0^\circ$  a las 12 h y se considera al salir  $+90^\circ$  y al ocultarse  $-90^\circ$

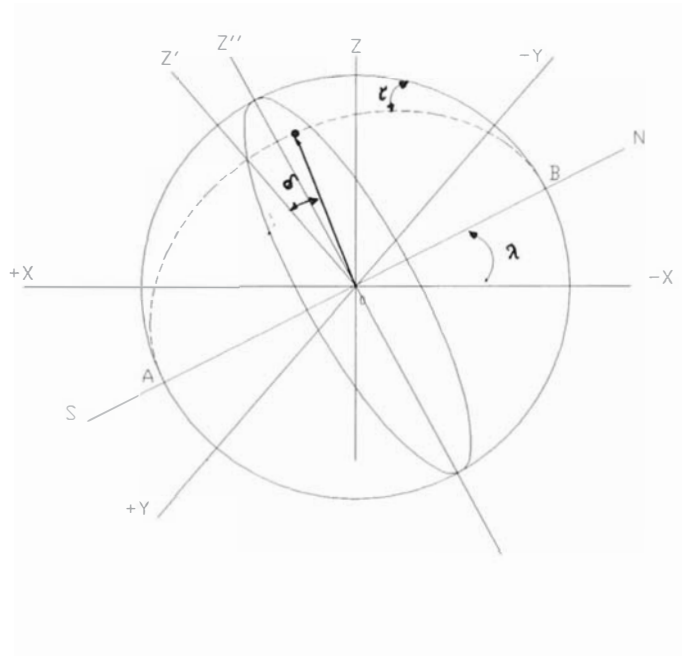


Fig.1.5: Especificación de planos y ejes de transformación para el sol.

Para deducir el ángulo cenital y el acimutal del sol a partir de la Fig. 1.5 se siguen los siguientes pasos:

**Primer paso.** En el plano instantáneo se encuentra el sol a una distancia  $R_s$  con respecto al origen, cuya descomposición al plano ecuatorial y el eje de la tierra es usando el ángulo  $\delta$  del sol según la Fig. 1.6 es:

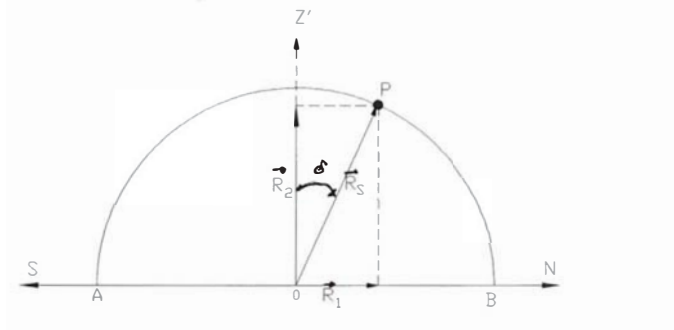


Fig.1. 6: Descomposición del vector  $R_s$  en el plano instantáneo.

$$R_1 = R_s \text{sen}(\delta) \quad (1.21)$$

$$R_2 = R_s \text{cos}(\delta) \quad (1.22)$$

**Segundo paso.** se descompone el vector  $\mathbf{R}_2$  en el plano ecuatorial utilizando el ángulo horario  $\tau$  en Fig. 1.7 (pasado del medio día) es:

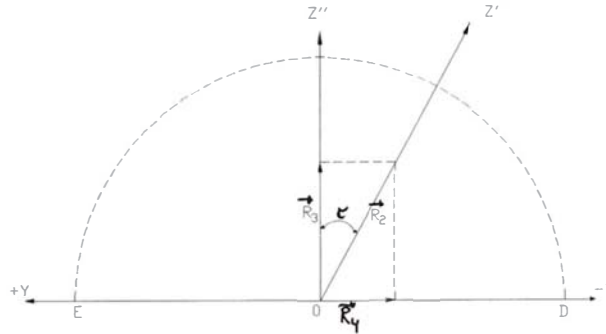


Fig. 1.7: Componentes de  $\vec{\mathbf{R}}_2$  en el plano ecuatorial.

$$R_3 = R_2 \text{cos}(\tau) = R_s \text{cos}(\delta) \text{cos}(\tau) \quad (1.23)$$

ya que  $\text{sen}(-\tau) = -\text{sen}(\tau)$  para las horas de la tarde, luego:

$$R_4 = y = -R_2 \text{sen}(\tau) = -R_s \text{cos}(\delta) \text{sen}(\tau) \quad (1.24)$$

**Tercer paso.** La descomposición de los vectores  $\mathbf{R}_1$  y  $\mathbf{R}_3$  en el plano meridiano del observador es a partir de la Fig. 1.8. (considerando  $\lambda$  positiva, hemisferio norte)



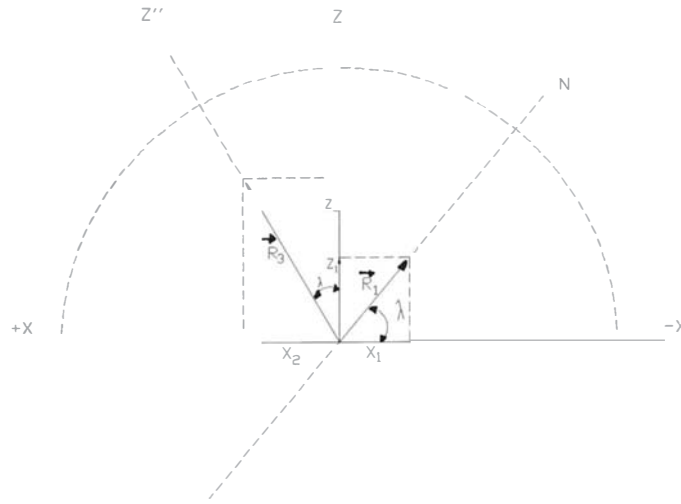


Fig. 1.8: Los vectores  $\vec{R}_1$  y  $\vec{R}_3$  en el plano meridiano

$$x_1 = R_1 \cos(\lambda) = -R_s \sin(\delta) \cos(\lambda) \quad (1.25)$$

$$x_2 = R_3 \cos(\lambda) = R_s \cos(\delta) \cos(\tau) \sin(\lambda) \quad (1.26)$$

$$z_1 = R_1 \sin(\lambda) = R_s \sin(\delta) \sin(\lambda) \quad (1.27)$$

$$z_2 = R_3 \cos(\lambda) = R_s \cos(\delta) \cos(\tau) \cos(\lambda) \quad (1.28)$$

$$x = x_1 + x_2 = R_s [\cos(\delta) \cos(\tau) \cos(\lambda) - \sin(\delta) \cos(\lambda)] \quad (1.29)$$

$$y = -R_s \cos(\delta) \sin(\tau) \quad (1.30)$$

$$z = z_1 + z_2 = R_s [\cos(\delta) \cos(\tau) \cos(\lambda) + \sin(\delta) \sin(\lambda)] \quad (1.31)$$

Luego el vector posición del sol con respecto a las coordenadas (xyz) del observador en función del  $\delta$ ,  $\tau$  y  $\lambda$  es:

$$\vec{R}_s = R_s [(\cos(\delta) \cos(\tau) \operatorname{sen}(\lambda) - \operatorname{sen}(\delta) \cos(\lambda)) \vec{i} - \cos(\delta) \operatorname{sen}(\tau) \vec{j} + (\cos(\delta) \cos(\tau) \cos(\lambda) + \operatorname{sen}(\delta) \operatorname{sen}(\lambda)) \vec{k}] \quad (1.32)$$

Los vectores unitarios del sol son:

$$\frac{R_s}{|R_s|} = \frac{(\cos(\delta) \cos(\tau) \operatorname{sen}(\lambda) - \operatorname{sen}(\delta) \cos(\lambda)) \vec{i} - \cos(\delta) \operatorname{sen}(\tau) \vec{j} + (\cos(\delta) \cos(\tau) \cos(\lambda) + \operatorname{sen}(\delta) \operatorname{sen}(\lambda)) \vec{k}}{|R_s|} \quad (1.33)$$

Considerando las componentes del vector cenital  $\vec{z} = 0 \vec{i} + 0 \vec{j} + 1 \vec{k}$  y efectuando el producto interno con el vector posición del sol para hallar una relación de  $\cos(\theta_z)$  ( $\theta_z$  es el ángulo cenital) ver Fig. 1.9.

$$\vec{z} \cdot \vec{R}_s = z R_s \cos(\theta_z) \quad (1.34)$$

$$(0 \vec{i} + 0 \vec{j} + 1 \vec{k}) \cdot R_s [(\cos(\delta) \cos(\tau) \operatorname{sen}(\lambda) - \operatorname{sen}(\delta) \cos(\lambda)) \vec{i} + \cos(\delta) \operatorname{sen}(\tau) \vec{j} + (\cos(\delta) \cos(\tau) \cos(\lambda) + \operatorname{sen}(\delta) \operatorname{sen}(\lambda)) \vec{k}] = 1 \cdot R_s \cos(\theta_z) \quad (1.35)$$

$$R_s [\cos(\delta) \cos(\tau) \cos(\lambda) + \operatorname{sen}(\delta) \operatorname{sen}(\lambda)] = 1 \cdot R_s \cos(\theta_z) \quad (1.36)$$

$$\cos(\theta_z) = \cos(\delta) \cos(\tau) \cos(\lambda) + \operatorname{sen}(\delta) \operatorname{sen}(\lambda) \quad (1.37)$$

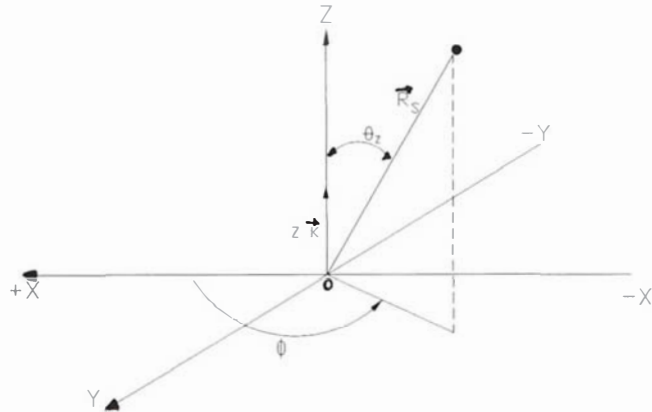


Fig. 1.9: Producto interno del vector  $\vec{z}$  y  $\vec{R}_s$  para hallar  $\theta_z$

Para hallar el ángulo acimutal del sol se deduce a partir de la relación del tangente, y como se encuentra en el segundo cuadrante es negativo ( $\phi$  se mide con respecto al sur) luego:

$$\phi = -\arctan\left[\frac{\cos(\delta)\operatorname{sen}(\tau)}{\cos(\delta)\cos(\tau)\cos(\lambda) - \operatorname{sen}(\delta)\cos(\lambda)}\right] \quad (1.38)$$

Se denomina el ángulo de elevación al complemento del  $\theta_z$ , es decir:

$$\theta'_z = 90^\circ - \theta_z \quad (1.39)$$

$$\operatorname{sen}(\theta'_z) = \cos(\theta_z) = \cos(\delta)\cos(\tau)\cos(\lambda) + \operatorname{sen}(\delta)\operatorname{sen}(\lambda) \quad (1.40)$$

### 1.3 MEDICION DEL TIEMPO

La medida del tiempo se basa en la rotación de la tierra y para ello se toma un punto referencial o astro a gran distancia que aparentemente permanece fijo.

El origen del tiempo se mide en el instante que el sol pasa por el meridiano del observador, para el cual el ángulo horario es cero, por lo tanto la posición de un astro es distinto para todo observador según su meridiano sobre la tierra.

La unidad del tiempo en astronomía es el día, el cual es el intervalo tiempo promedio anual comprendido entre dos pasos consecutivos del sol por el punto cero o meridiano superior del lugar.

### 1.3.1 Tiempo Sidéreo

Es el intervalo de tiempo empleado por la tierra al dar una vuelta completa alrededor de un astro o punto Aries.

La unidad es el día sidereal, que es el tiempo transcurrido entre dos pasos consecutivos por el equinoccio de Aries por la parte superior del meridiano del lugar. El año sidereal dura 366.25 días sidéreos, se divide en 24 h, 1h = 60 min; 1 min = 60 s.

### 1.3.2 Tiempo Solar

Es el intervalo de tiempo empleado por el sol verdadero en dar una vuelta aparente alrededor del eje de la tierra (con una velocidad variable) y dura un día solar.

El día solar es el intervalo del tiempo transcurrido entre dos pasadas consecutivas del centro del sol por la parte superior del meridiano del lugar (cenit).

La variación de la velocidad se debe a que, la tierra orbita en una trayectoria elíptica con el sol en uno de los focos, en consecuencia el momento angular L de la tierra respecto al sol es una magnitud conservada que debe permanecer constante mientras no intervengan efectos externos, luego:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} \tag{1.41}$$

$$L = m r^2 \omega \tag{1.42}$$

Donde:

L = momento angular, [Kg m<sup>2</sup>s<sup>-1</sup>]

m = masa de la tierra [Kg]

r = distancia sol-tierra [m]

ω = velocidad angular respecto al sol [rad/s]

v = velocidad tangencial a la órbita [m/s]

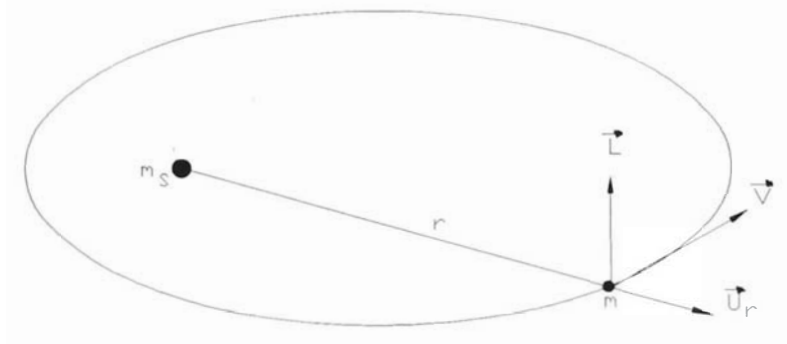


Fig.1.10: Posición de la tierra respecto al sol en el plano eclíptico.

Según la Ec.(1.42) los parámetros  $r$  y  $\omega$  varían en cada punto de la trayectoria, por lo tanto, para mantener constante el momento angular  $L$ , la velocidad angular  $\omega$  debe disminuir, cuando aumenta la distancia  $r$  (es decir, se aleja) y viceversa; en consecuencia la duración del día solar verdadero es irregular durante el año, (adelantándose o retrasándose según la época).

### 1.3.3 Tiempo Solar Medio

Como la marcha de el sol verdadero es irregular, por lo que se introduce el concepto de "Tiempo Solar Medio" o "Sol Ficticio", considerando como si tuviera una velocidad constante a través de toda la trayectoria, luego "tiempo solar medio,  $t_m$ " es el intervalo de tiempo promedio anual de el tiempo solar, (promedio de la duración del día solar para todos los días del año cuyo valor es 24 horas) .

Este tiempo es tomado por los relojes mecánicos o electrónicos ya que éstos tiene una marcha constante prescindiendo de fenómenos astronómicos.

La diferencia entre el tiempo solar verdadero y el tiempo solar medio es dado por la ecuación del tiempo ET.

$$ET = t_s - t_m \quad (1.43)$$

donde:

$t_s$  = tiempo solar

$t_m$  = tiempo solar medio

La ecuación del tiempo para un día está dado en función de número n de días del año y se debe a dos factores principales: 1) El área barrida por el sol en tiempos iguales (segunda ley de Kepler) 2) La inclinación del eje de la tierra respecto al plano eclíptico /6,Pág.11/- /10,Pág.10/; cuya expresión es:

$$ET = 229,2 [0,000075 + 0,001868 \cos(\beta) - 0,032077 \operatorname{sen}(\beta) - 0,014615 \cos(2\beta) - 0,04089 \operatorname{sen}(2\beta)] \quad (1.44)$$

donde:

$$\beta = (n-1) \frac{(2\pi)}{365,25}$$

(1.45)

n = número de días del año  $1 < n \leq 365$

ET es positivo si el tiempo solar verdadero se adelanta y negativo cuando se retrasa con respecto al tiempo solar medio.

#### 1.3.4 Tiempo Oficial

Es el tiempo que unifica las horas de las zonas geográficas relativamente próximas, tomando como referencia un meridiano determinado. Para el Perú se toma como el meridiano de referencia la longitud  $-75^\circ$  que corresponde el que pasa por la ciudad de Huancayo y con respecto a éste meridiano se da la hora peruana.

#### 1.3.5 Tiempo Universal

Es el tiempo referido al meridiano principal Greenwich para el cual  $\tau=0^\circ$  y a partir de éste la tierra se divide en husos horarios de  $15^\circ$  así:

$$60 \text{ min} < \text{----} > 15^\circ$$

$$04 \text{ min} < \text{----} > 1^\circ$$

Para determinar la hora oficial a partir de líneas horarias, tiempo solar verdadero hay que efectuar dos correcciones:

**Primera.** Hay una cantidad por la diferencia de longitud entre el meridiano del observador y el meridiano el cual está elegido para la hora oficial, en consecuencia de la relación anterior se tiene que el sol recorre un arco de un grado en cuatro minutos, luego:  $(4 \text{ min})/1^\circ$   $(L_{loc} - l_{est})$  donde:  $L_{loc} - l_{est}$  es la diferencia de longitudes local y estandarte respectivamente.

**Segunda.** Es la ecuación del tiempo ET ya definido, en consecuencia:

$$t_s - t_o = \frac{4 \text{ min}}{1^\circ} (L_{loc} - L_{sta}) + ET \quad (1.46)$$

donde:

$t_s$  = tiempo solar local

$t_o$  = tiempo oficial

Los valores aproximados de la ecuación de tiempo y declinación pueden ser obtenidos en una gráfica denominada, Analema ver figura en Pág.59

## 1.4 APLICACION DE CONCEPTOS

Para afianzar las bases teóricas explicados en los puntos anteriores, se da una aplicación con un ejemplo que ha sido realizado en la Facultad de Ciencias UNI por los estudiantes de SEPES 95 - 96.

### 1.4.1 Objetivos

Hallar experimentalmente los parámetros:

- A. Orientación Norte-Sur y Este-Oeste.
- B. Latitud  $\lambda$  del lugar.
- C. Angulo de declinación del sol para el día de la experiencia.
- D. Fecha de realización.
- E. Usar la ecuación de tiempo.
- F. Hallar el ángulo cenital del sol.
- H. Hallar el ángulo acimutal.

#### **1.4.2. Equipo**

- . Superficie plana horizontal de 10 x 10 m<sup>2</sup>
- . Varilla metálica o gnomon de 2-3 m (altura del edificio \*).
- . Nivel
- . Reloj
- . Plomada
- . Cuerda de 5-8 m
- . Cinta métrica graduada
- . Escuadra de 50 x 50 m
- . Plumón de tinta indeleble (2 colores)

#### **1.4.3 Montaje**

Sobre una superficie horizontal y totalmente nivelada, instalar verticalmente y fija una varilla metálica de una altura de 4-5 m sobre la superficie mientras más alto es la varilla más preciso es el experimento (se recomienda colocar un objeto esférico de 3-5 cm de radio en el extremo superior de la varilla para una mejor visualización de la sombra).

(\*) Para el caso de la experiencia que se describe a continuación, se tomó la altura H de una esquina de un voladizo de un edificio (como el estilete) que proyecta la sombra sobre una superficie horizontal.

#### **1.4.4 Procedimiento**

Localizar el extremo de la sombra proyectada por la parte superior del estilete. Para una hora fija marcar la sombra con el plumón indeleble y seguir marcando la posición de la sombra a intervalos de 10 minutos por ejemplo de 10h hasta 15h. (Si el piso no es pavimentado entonces se puede estaquear con fierros de construcción de 1/4" y marcar con yeso la trayectoria). Para hallar los ejes cardinales ver la Fig.1.12, dibujar al rededor de C, que es tomado como el origen del sistema de coordenadas, una circunferencia de radio R (por ejemplo de 5 m) el cual interceptará a la trayectoria hiperbólica descrito por la sombra en los puntos A y B. Ver el acápite 1.4.7 y sus itimes del presente capítulo.



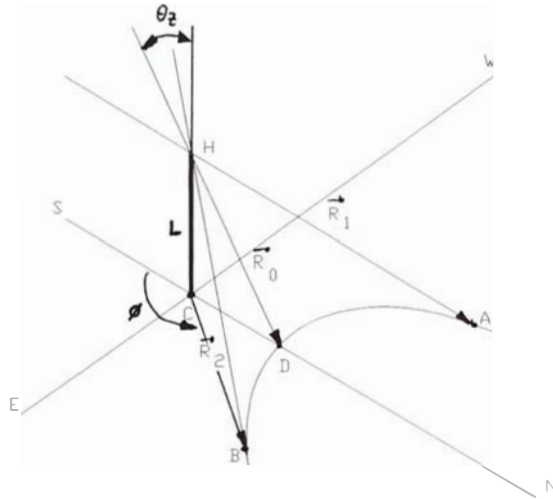


Fig. 1.11: Trayectoria de la sombra proyectada por el sol en plano horizontal

#### 1.4.5 Descripción

H es la altura de la esquina del voladizo (utilizado como estilete), la sombra proyectada por el sol a través de H describe una trayectoria hiperbólica en el piso horizontal recorriendo de oeste a este. HC es el segmento vertical (dirección de la plomada), los puntos A y B son simétricos al origen C; el segmento CD es la menor distancia de la sombra que corresponde al medio día solar y la dirección Norte-Sur i luego la dirección Este-Oeste es perpendicular, luego el punto C se toma como el origen del sistema de coordenadas siendo. Oeste(-x), Este (+x), Norte(+y) y Sur(-y)

El ángulo  $\phi$  es el acimutal y  $\theta_z$  es el ángulo de incidencia que forma el sol con la vertical. Los vectores  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_0$  son a partir de la punta H al A, B y D respectivamente.

## 1.4.6 Datos Obtenidos

Tabla 1.1: Medición del tiempo y las coordenadas de la sombra. (1)

n	t [h, min, s]	x [cm]	y [cm]
1	09:31:22	-19,5	70,2
2	09:41:22	-176,0	67,4
3	09:51:22	-161,5	64,0
4	10:01:22	-147,6	60,4
5	10:11:22	-134,5	57,5
6	10:21:22	-121,3	54,9
7	10:31:22	-109,1	52,5
8	10:41:22	- 97,5	50,8
9	10:51:22	- 86,0	49,5
10	11:01:22	- 74,9	47,9
11	11:11:22	- 64,1	46,8
12	11:21:22	- 53,6	45,8
13	11:31:22	- 43,5	44,6
14	11:41:22	- 33,0	44,3
15	11:51:22	- 22,2	43,9
16	12:00:00	- 14,1	43,2
17	12:11:22	- 3,0	43,3
18	12:31:22	16,3	43,8
19	12:41:22	26,0	44,0
20	12:51:22	35,0	44,0
21	13:01:22	45,2	45,0
22	13:11:22	55,6	45,8
23	13:21:22	65,8	47,3
24	13:31:22	76,7	48,3
25	13:41:22	87,8	49,9
26	13:51:22	99,7	51,8
27	14:01:22	111,6	53,6
28	14:11:22	124,1	56,0
29	14:21:22	137,4	58,9
30	14:31:22	151,0	61,6
31	14:41:22	165,3	64,7
32	14:51:22	181,2	68,9
33	15:01:22	195,0	72,4
34	15:11:22	212,0	77,0
35	15:21:22	231,0	81,9

Altura H = 241,9 ± 0,1 cm . La precisión de las mediciones son: ± 0,1 cm para longitud y ± 1s para el tiempo, 09/enero.

(1) Los datos de Tab.1.1, fueron registrados por Julio Valencia B. & Maurilio Faya. M (estudiantes de SEPES del período 95-96).

### 1.4.7 Análisis de Datos

**1.4.7.1 Ejes Cardinales.** Para hallar los ejes cardinales seguir el siguiente procedimiento geométrico.

- A. Tomar el punto C, el origen del radio de la circunferencia que intercepta a la trayectoria hiperbólica en los puntos A y B (puntos cualesquiera)
- B. Trazar una secante a la circunferencia entre los puntos A y B.
- C. A partir del punto C trazar una recta perpendicular a secante AB que será la bisectriz de la misma en el punto F.
- D. La dirección de Norte-Sur coincide con la del segmento CF.
- E. Repetir los pasos anteriores y trazar otra circunferencia que pasa por los puntos A' y B' y cuerda A'B', de nuevo la dirección Norte-Sur es perpendicular a la bisectriz del segmento.
- F. La dirección Este-Oeste es perpendicular al eje Norte-Sur completar con escuadra.

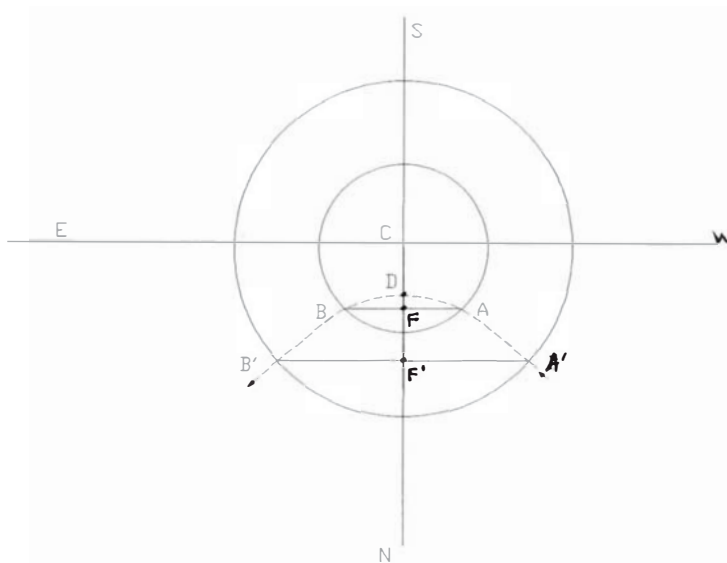


Fig.1.12: Vista desde arriba de ejes cardinales

### 1.4.7.2 Latitud

Consideremos cada uno de los vectores de la figura:1.11

$$\vec{H} = 0 \vec{i} + 0 \vec{j} + 241,9 \vec{k}$$

$$\vec{D} = 0 \vec{i} + 43,5 \vec{j} + 0 \vec{k}$$

$$\vec{A} = -120,52 \vec{i} + 55 \vec{j} + 0 \vec{k}$$

$$\vec{B} = 120,52 \vec{i} + 55 \vec{j} + 0 \vec{k}$$

Los vectores  $\mathbf{R}_0$ ,  $\mathbf{R}_1$  y  $\mathbf{R}_2$  se puede expresar como diferencia de vectores dada por:

$$\vec{R}_0 = \vec{D} - \vec{H}$$

$$\vec{R}_1 = \vec{A} - \vec{H}$$

$$\vec{R}_2 = \vec{B} - \vec{H}$$

Los resultados son:

$$\vec{R}_0 = 0 \vec{i} + 43,5 \vec{j} - 241,9 \vec{k}$$

$$\vec{R}_1 = -120,5 \vec{i} + 55,0 \vec{j} - 241,9 \vec{k}$$

$$\vec{R}_2 = 120,5 \vec{i} + 55,0 \vec{j} - 241,9 \vec{k}$$

Los módulos de  $|R_0|$ ,  $|R_1|$  y  $|R_2|$  en cm, son:

$$|R_0| = 245,78$$

$$|R_1| = 275,791$$

$$|R_2| = 275,791$$

Los siguientes vectores  $\vec{U}_0$ ,  $\vec{U}_1$  y  $\vec{U}_2$  son unitarios y en las direcciones opuestas a los  $R_i$  respectivos. Estos vectores apuntan a las posiciones del sol sobre la "esfera celeste" (de radio unitario) correspondientes a tres horas diferentes (medio día, mañana y tarde):

$$\vec{U}_0 = \frac{\vec{R}_0}{R_0} = 0,0 \vec{i} - 0,177 \vec{j} + 0,984 \vec{k}$$

$$\vec{U}_1 = \frac{\vec{R}_1}{R_1} = +0,437 \vec{i} - 0,199 \vec{j} + 0,877 \vec{k}$$

$$\vec{U}_2 = \frac{\vec{R}_2}{R_2} = -0,437 \vec{i} - 0,199 \vec{j} + 0,877 \vec{k}$$

Y ahora los vectores  $\vec{V}_1 = \vec{U}_0 - \vec{U}_1$  y  $\vec{V}_2 = \vec{U}_0 - \vec{U}_2$  están en el plano del movimiento del sol, que es un plano paralelo al plano ecuatorial. El producto vectorial  $\vec{P} = \vec{V}_1 \times \vec{V}_2$  es un vector perpendicular a éste plano y por lo tanto apunta hacia el polo celeste, formando un ángulo igual a la latitud del lugar con la superficie horizontal. Cuyos resultados son:

$$\vec{V}_1 = -0,437 \vec{i} + 0,022 \vec{j} + 0,107 \vec{k}$$

$$\vec{V}_2 = +0,437 \vec{i} + 0,022 \vec{j} + 0,107 \vec{k}$$

El producto vectorial correspondiente es:

$$\vec{P} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -0,437 & +0,022 & +0,107 \\ +0,437 & +0,022 & +0,107 \end{bmatrix}$$

$$\vec{P} = +0,09353 \vec{j} - 0,0192 \vec{k}$$

por lo tanto la latitud del lugar es:

$$\lambda = -\arctan\left(\frac{0,0192}{0,0935}\right) = 11^{\circ}37' \quad (1)$$

(<sup>1</sup>) El Dpto. de Topografía de la UNI, usando un posicionador satelital global (GPS), ha medido las coordenadas del lugar del reloj solar dando los siguientes resultados:

Latitud:  $-(12^{\circ}; 1'; 3,66920'')$

Longitud:  $-(77^{\circ}; 3'; 1,23960'')$

Altitud: 128,280 m (sobre el nivel del mar)

**1.4.7.3 Angulo de declinación**, para el día, se calcula a partir de la Fig 3.1. cuyo  $\arctan(\phi)$ .

$$\phi = \arctan\left(\frac{D}{H}\right)$$

done: D = menor distancia proyectada por la sombra y H altura ,luego :

$$\delta = \phi + \lambda$$

$$\delta = \arctan\left(\frac{-43,5}{241,9}\right) - (11^{\circ}; 37'')$$

$$\delta = - (10^{\circ}; 11,64'') - (11^{\circ}; 37') = - 21,8^{\circ}$$

$$\delta_{teórica} = -22,15^\circ \quad (2)$$

(<sup>2</sup>) según la bibliografía /5/, para el día 09-Enero

**1.4.7.4 Fecha de la experiencia**, a partir de la Ec. 1.15 se tiene que:

$$n' = \frac{365 \text{ días}}{360^\circ} \arcsen\left(\frac{-21,8^\circ}{23,45^\circ}\right) - 284 \text{ días}$$

$$n' = -353,18 \text{ días}$$

$$n = n' - 365,25 = (-353,18 + 365,25) \text{ días} = 12,06 \text{ días}$$

(la experiencia fue realizado el 9 de enero). como se puede apreciar el error introducido es +3 días es debido imprecisiones que se introducen en el cálculo del ángulo.

**1.4.7.5 Cálculo de la ecuación de tiempo**, reemplazando el número de día (nueve de enero) y aplicando la Ec.1.54, con  $B = (n-1) 2\pi/365$  /6, Pag.12/ se tiene:

$$ET = 229,2 [0,000075 + 0,001868 \cos(B) - 0,032077 \sin(B) - 0,032077x \\ x \sin(B) - 0,104615 \cos(2B) - 0,04089 \sin(2B)]$$

$$ET = 7,137 \text{ min}$$

**1.4.7.6 Longitud local**, sabemos que la hora oficial  $t_0$  está referido al meridiano estandar

$L_{est} = -75^\circ$  (pasa por Huancayo) y demás el sol pasa por el lugar a 12:00 hora solar local, según tiempo oficial es 12,23 h luego a partir de la Ec.1.56 es :

$$L_{est} = -75^\circ$$

$$ET = -7,137 \text{ min}$$

$$t_0 = 12:00 \text{ h}$$

$$t_s = 12,23 \text{ h}$$

$$L_{loc} = L_{est} - \frac{1^\circ}{4 \text{ min}} \left[ \frac{0,23 \text{ h} \times 60 \text{ min}}{h} - 7,137 \text{ min} \right]$$

$$L_{loc} = -75^\circ - \frac{1^\circ}{4 \text{ min}} [13,8 \text{ min} - 7,137 \text{ min}]$$

$$L_{loc} = -76^\circ; 39,6'$$

$L_{loc} = - (77^\circ; 3'; 1,23960'') = -77,05034^\circ$  (valor medido por el Dpto. de topografía de la UNI).

La diferencia es:  $77,05034^\circ - 76,66575^\circ = 0,38459^\circ$  aproximadamente es  $0,4^\circ$ .

La precisión de éste resultado se debe lectura del rastreo de la sombra del sol y la inexactitud del control del tiempo.



# C A P I T U L O   I I

## TIPOS DE RELOJES SOLARES

### 2.0 INTRODUCCION

Para estudiar tipos de relojes solares es necesario tener un concepto claro acerca del "cuadrante" solar y las líneas que se trazan en él, relacionado con el movimiento del sol.

- A. "Cuadrante", es el plano en que están dibujadas las líneas horarias y zodiacales en el reloj solar, según la posición del plano y la región del cielo a donde mira y recibe la sombra del sol .
- B. "Cuadrante solar", es el artificio para medir el tiempo diurno por medio del movimiento de la sombra del sol que proyecta una varilla sobre una superficie, generalmente plana.
- C. La varilla metálica, denominado el estilete o "gnomon" (que en griego quiere decir "el que sabe" ). Preferentemente debe estar paralelo al eje de la tierra (cuya dirección está hacia la estrella Polaris).

Antes de construir un reloj solar, sea cual fuera el modelo, es necesario determinar el meridiano, la latitud del lugar y los ejes cardinales.

### 2.1 MERIDIANO Y LATITUD DEL LUGAR

Un procedimiento práctico para especificar el meridiano consiste en seguir los siguientes pasos:

- 1°. Plantar una varilla OP perpendicularmente sobre una superficie horizontal aproximadamente de 5 m.

- 2º. Trazar circunferencias concéntricas al rededor de la varilla en la superficie horizontal.
- 3º. Observar que la trayectoria de la sombra pase por la circunferencia(s) interceptado por dos puntos.
- 4º. Trazar cuerdas en la circunferencia (en cada uno) AA'; BB'; CC'.
- 5º. Trazar la bisectriz de la cuerda (o cuerdas) ejemplo OQ.

La bisectriz hallada será paralela al meridiano del lugar y coincidirá con la dirección Norte-Sur y además, éste contiene la sombra de menor proyección durante el día.

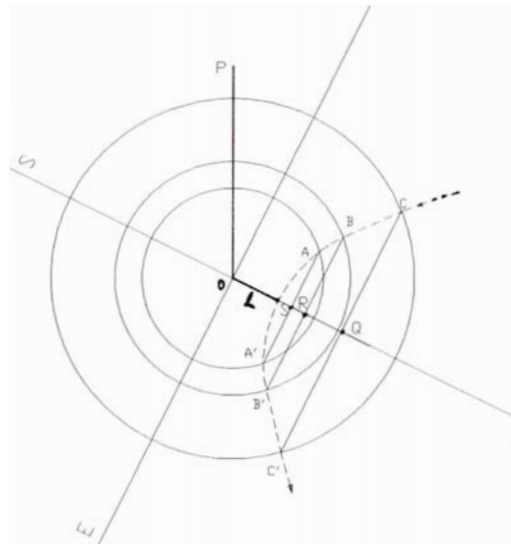


Fig. 2.1: Diagrama para hallar el meridiano y dirección Norte-Sur.

Para hallar la latitud  $\lambda$ , a partir del 5º paso, se debe medir la longitud de menor proyección de la sombra OL y altura OP de la varilla y calcular la tangente del ángulo  $\alpha$ . ver la Fig. 2.2

$$\alpha = \arctan\left(\frac{L}{P}\right) \quad (2.1)$$

El ángulo  $\alpha$  es la suma de latitud  $\lambda$  más la declinación  $\delta$  para fecha de la experiencia, luego;

$$\alpha = \lambda \pm \delta \quad (2.2)$$

$$\lambda = \alpha \mp \delta \quad (2.3)$$

Donde:  $\lambda$  es la latitud del lugar y  $\delta$  se calcula partir de la Ec. (1.15)

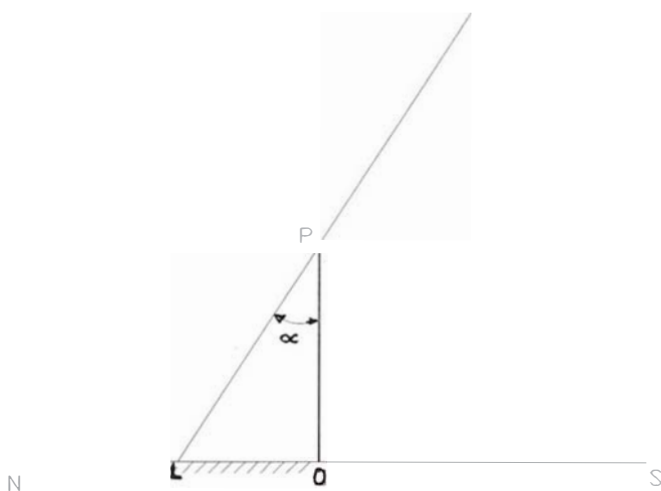


Fig. 2.2: Trazo de líneas para calcular latitud,  $\lambda$ .

En los días de equinoccio 21 de marzo y 23 setiembre la declinación  $\delta = 0$ , luego  $\lambda = \alpha$ .

## 2.2 LINEAS HORARIAS Y ZODIACALES

Existen dos variaciones de la sombra sobre la superficie de un cuadrante:

1°. Cambio de orientación respecta a una línea fija (meridiano) que corresponde al movimiento diurno del sol y se denominan líneas horarias. La separación angular entre líneas depende de la latitud y tipo del cuadrante.

2°. Cambio de longitud de la sombra, que depende de la época del año debido a la variación de la declinación del sol. Esta variación de la declinación del sol se describe mediante líneas zodiacales, que indican el recorrido de la sombra durante un año.

### 2.3 TIPOS DE CUADRANTES SOLARES

Una vez determinado la orientación N-S y la latitud de lugar se escoge una superficie para trazar las líneas horarias y zodiacales. La orientación de la superficie determina el tipo de reloj solar. Y así tenemos: reloj solar de cuadrante ecuatorial, horizontal, vertical orientado y declinante.

#### 2.3.1 Reloj Solar de Cuadrante Ecuatorial

Tiene las siguientes características:

- El plano del cuadrante es paralelo al ecuador celeste.
- El estilete "gnomon" es paralelo al eje de la tierra.
- El plano del cuadrante forma un ángulo igual a la latitud con la vertical del lugar.
- El gnomon forma un ángulo igual a la latitud con la horizontal Fig.2.3.

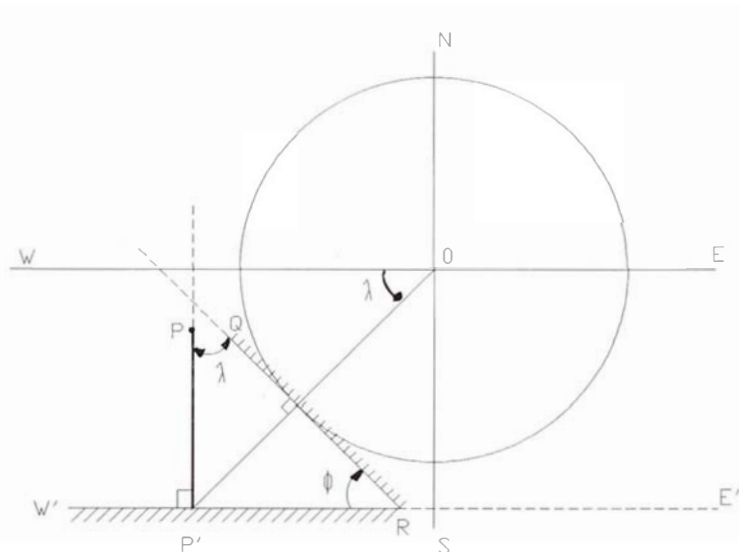


Fig.2.3: Cuadrante ecuatorial sobre una superficie horizontal.

En la figura 2.3 la superficie horizontal QR es perpendicular a Zenit z, a una latitud  $\lambda$ , el plan OW es el cuadrante ecuatorial, que forma un ángulo  $\phi$  (colatitud del lugar), pp' es

el gnomon que forma un ángulo  $\lambda$  con el horizontal respectivamente. La dirección pp' es paralelo al eje N-S y W'E'//WE.

- El sol en su camino aparente recorre paralelos de oeste a este.
- Las líneas horarias se trazan radialmente a intervalo de  $15^\circ$  a partir del meridiano del lugar.
- Las líneas zodiacales son circunferencias concéntricas en el estilete cuyo radio es dado por : (Fig. 2.4)

$$R = L \tan(\delta) \tag{2.4}$$

donde: R = radio de la circunferencia

L = longitud del estilete

$\delta$  = Declinación para la fecha.

- En este tipo de relojes la sombra se da en ambas caras del plano dependiendo de la época, por lo que es necesario instalar el estilete en ambas.

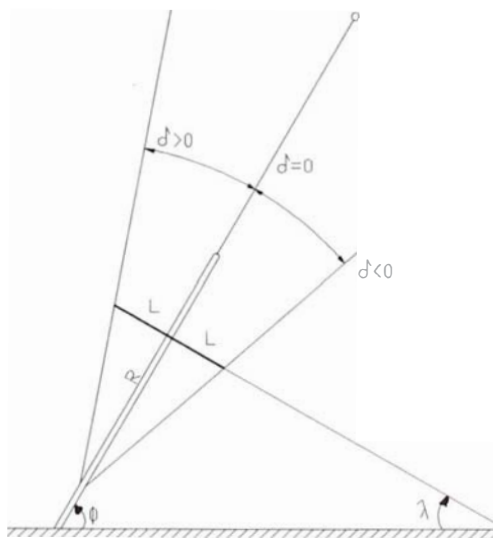


Fig. 2.4: Cuadrante Ecuatorial

En la Fig. 2.4 muestra el cuadrante ecuatorial formando un ángulo  $\phi = 90 - \lambda$  con respecto a horizontal, la dirección del estilete indicando hacia Polaris formando  $\lambda$ , además se dan las posiciones extremas del sol,  $\delta > 0$

primavera - verano,  $\delta = 0$  equinoccios,  $\delta < 0$  otoño - invierno (referidas al hemisferio norte).

En la Fig. 2.5 se dan el conjunto de líneas horarias (rectas) y zodiacales (circunferencias), para una superficie plana.

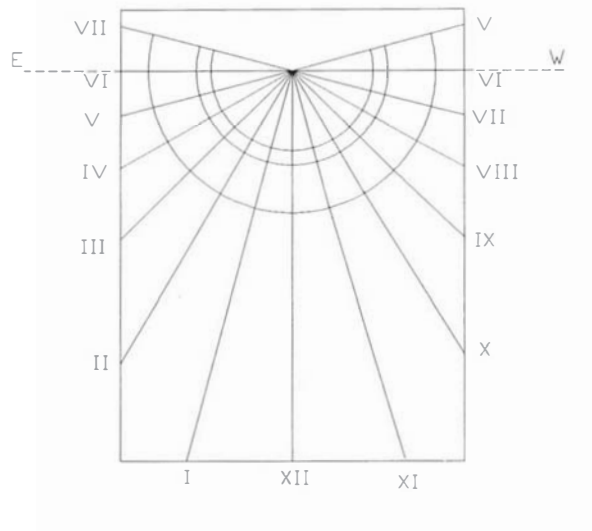


Fig. 2.5: Líneas horarias y zodiacales del cuadrante ecuatorial.

### 2.3.2 Reloj Solar de Cuadrante Horizontal

Es un reloj solar cuyo cuadrante está en la superficie horizontal y tiene las siguientes características:

- La dirección del estilete forma un ángulo  $\lambda$  con el plano horizontal.
- El extremo inferior está orientado hacia el sur (para el hemisferio sur es hacia norte).
- Con la dirección N-S y con auxilio del plano ecuatorial y haciendo coincidir la dirección del meridiano (a las 12 horas), se trazan las líneas horarias .
- El trazado de líneas horarias también se deducen a partir de la Fig. 2.6.

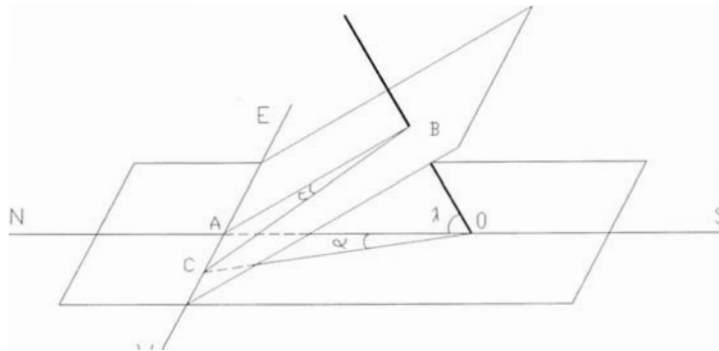


Fig. 2.6: Plano horizontal y ecuatorial.

La Fig. 2.6, indica el plano horizontal y el plano ecuatorial. La dirección del estilete forma un ángulo  $\lambda$  con el horizontal, la dirección del plano horizontal está de sur a norte, el plano  $p$  forma un ángulo igual a colatitud con el horizontal.  $\sphericalangle ABC$  es el ángulo horario  $\tau$ , ángulo  $\sphericalangle AOC$  es  $\alpha$  ángulo horario en el plano horizontal.

- Deducción del ángulo horario en el plano horizontal según Fig. 2.6.

$$\tan(\alpha) = \frac{AC}{OA} \quad (2.5)$$

$$AC = AB \tan(t) \quad (2.6)$$

$$\frac{AB}{OA} = \text{sen}(\lambda) \quad (2.7)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{AB}{OA} \tan(t) \quad (2.8)$$

$$\tan(\alpha) = \text{sen}(\lambda) \tan(t) \quad (2.9)$$





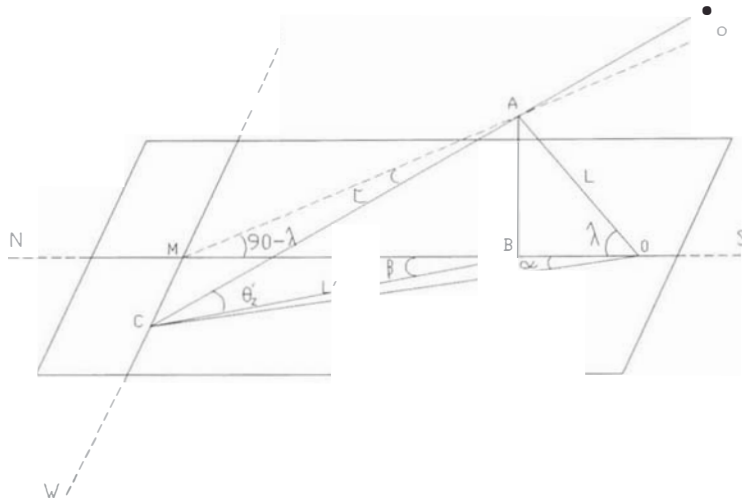


Fig. 2.8: Trazado de líneas zodiacales.

$$L' = \frac{AB}{\tan(\theta')} \quad (2.13)$$

$$L' = \frac{L \operatorname{sen}(\lambda)}{\tan(\theta')} \quad (2.14)$$

Por ley de senos tenemos para el triángulos CBO:

$$\frac{\operatorname{sen}(x)}{L \cos(\lambda)} = \frac{\operatorname{sen}(\alpha)}{L'} \quad (2.15)$$

$$x = \operatorname{arcsen}\left(\frac{L \cos(\lambda) \operatorname{sen}(\alpha)}{L'}\right) \quad (2.16)$$

Luego el ángulo  $\beta$  es:

$$\beta = \alpha + x \quad (2.17)$$

$$\beta = \alpha + \arcsen\left(\frac{L \cos(\lambda) \operatorname{sen}(\alpha)}{L'}\right) \quad (2.18)$$

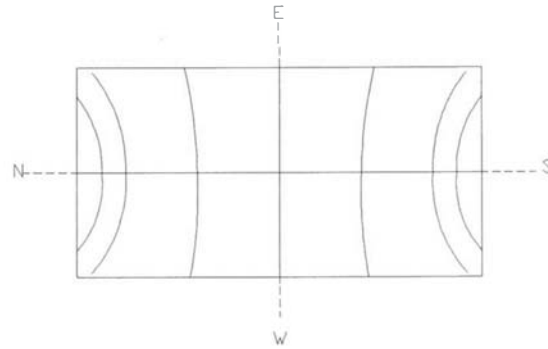


Fig. 2.9: Líneas zodiacales en el plano horizontal

En función de parámetros  $L'$  y  $\beta$  se describen las líneas zodiacales y son hipérbolas que dependen del día considerado.

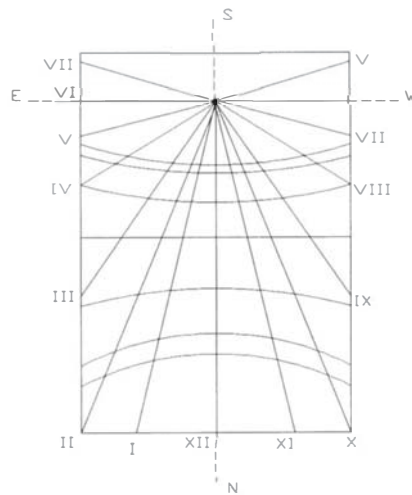


Fig.2.10: Líneas horarias y zodiacales en el plano horizontal.

### 2.3.3 Reloj Solar de Cuadrante Vertical Orientado

En este tipo de reloj el plano del cuadrante es vertical sobre una superficie plana horizontal en dirección este a oeste con la cara hacia el sur (hemisferio Norte) y tiene las

siguientes características:

- El gnomon forma un ángulo  $\phi$  con el plano, en dirección Sur.
- El trazado de líneas horarias se deduce a partir de la Fig. 2.11)

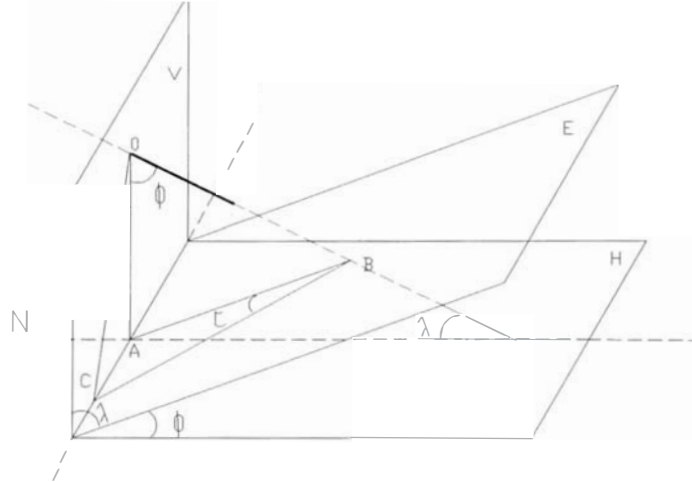


Fig. 2.11: Trazado de líneas horarias en el plano vertical orientado.

En la Fig. 2.11, H es el plano horizontal, E el plano ecuatorial, V el plano vertical orientado,  $\tau$  es el ángulo horario en el plano ecuatorial y  $b$  el ángulo horario en el vertical orientado,  $\lambda$  la latitud del lugar y  $\phi$  la colatitud.  $\phi = 90^\circ - \lambda$ .

$$\tan(b) = \frac{CA}{OA} \quad (2.19)$$

$$CA = AB \tan(t) \quad (2.20)$$

$$\frac{AB}{OA} = \text{sen}(\phi) = \cos(\lambda) \quad (2.21)$$

$$\tan(b) = \frac{OA}{AB} \tan(t) \quad (2.22)$$

$$\tan(b) = \tan(t) \cos(\lambda) \quad (2.23)$$

b es el ángulo de separación de líneas horarias, medido con respecto al vertical del medio día. Fig. 2.12.

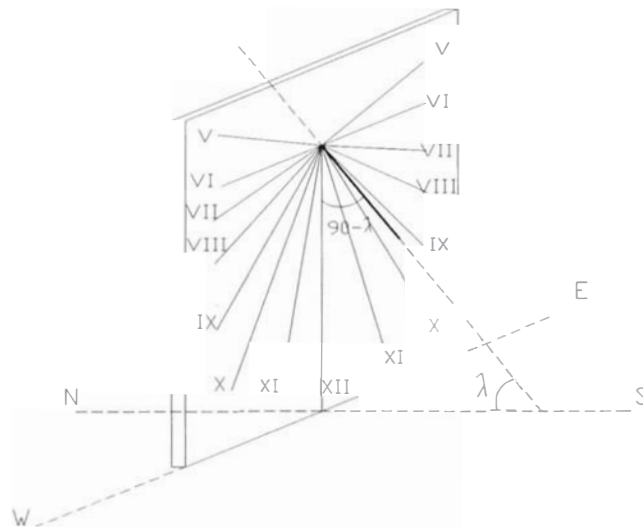


Fig. 2.12: Líneas horarias en el plano vertical orientado.

De manera similar al cuadrante horizontal se deducen las líneas zodiacales, cuyos extremos de la sombra para un día e instante dado se deduce a partir de la Fig. 2.13, con el plano horizontal ubicado al extremo inferior del estilete.



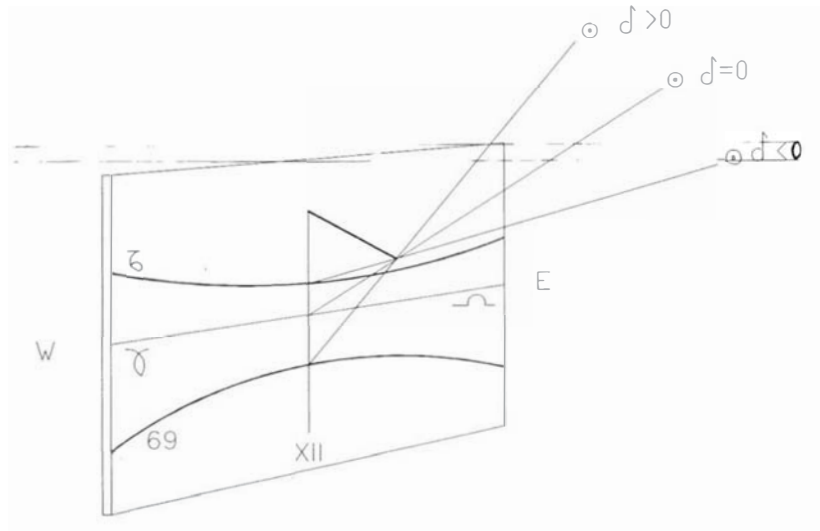


Fig. 2.14: Trazado de líneas zodiacales en el cuadrante vertical orientado  
 Las líneas zodiacales son hipérbolas se eleva hacia arriba para  $\delta < 0$ , es horizontal  $\delta = 0$  e hipérbolas hacia abajo para  $\delta > 0$ .

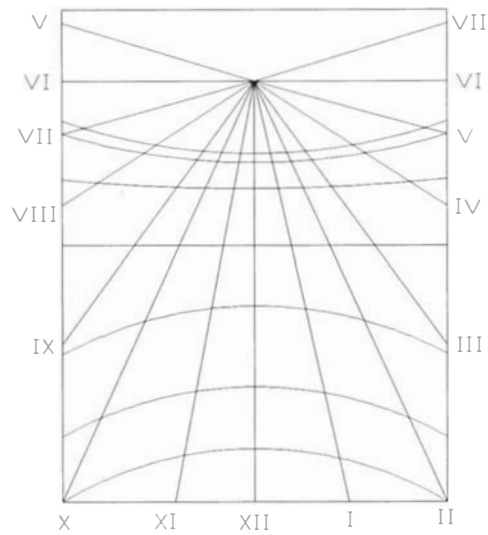


Fig. 2.15: Trazado de líneas horarias y zodiacales en el plano vertical orientado

### 2.3.4 Reloj Solar de Cuadrante Vertical Declinante

Es un reloj de cuadrante vertical pero está orientado en sentido oblicuo con respecto a la línea oeste y sus características son:

- El estilete está ubicado como en los casos anteriores, paralelo al eje de la tierra.
- Primero se determina el azimut de la pared con respecto a la dirección del meridiano del lugar, (se mide con respecto al sur).
- Conociendo el azimut de la pared y del estilete se determinan las líneas horarias.

En la Fig. 2.16, se muestran los cuatro planos: horizontales, ecuatorial, declinante y vertical que permiten el trazado de líneas horarias en el cuadrante declinante

$$C \tan(d) = \frac{\text{sen}(ap)}{\tan(\tau) \cos(\lambda) - \tan(\lambda) \cos(ap)} \quad (2.29)$$

donde

$d$  = ángulo de separación entre las líneas horarias

Las líneas zodiacales son de la manera similar al cuadrante vertical orientado con la única diferencia de la corrección del azimut de la pared.

Las coordenadas del extremo de la sombra en la pared están dadas por:

$$DM = L \text{sen}(\lambda) + \frac{L \cos(\lambda) \tan(\theta_z)}{\text{sen}(ap - a)} \quad (2.30)$$

y

$$MC = OM \tan(d) \quad (2.31)$$

donde:

$a$  = azimut del sol

$ap$  = azimut de la pared

El conjunto de líneas horarias y zodiacales se muestran en la Fig. 2.17.

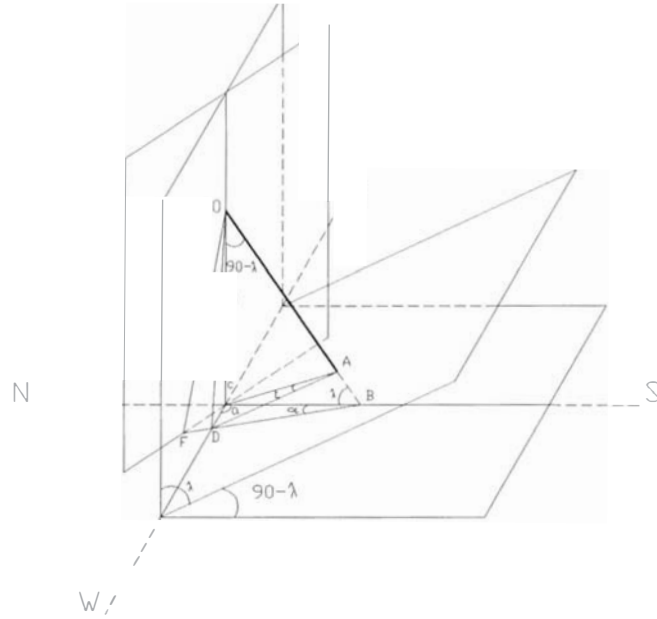


Fig. 2.16: Líneas horarias y zodiacales en cuadrante declinante.

No es recomendable una pared con azimut  $ap > 55^\circ$  ya que su aprovechamiento será muy escasa. Fig. 2.17 muestra las líneas horarias y zodiacales en cuadrante declinante.



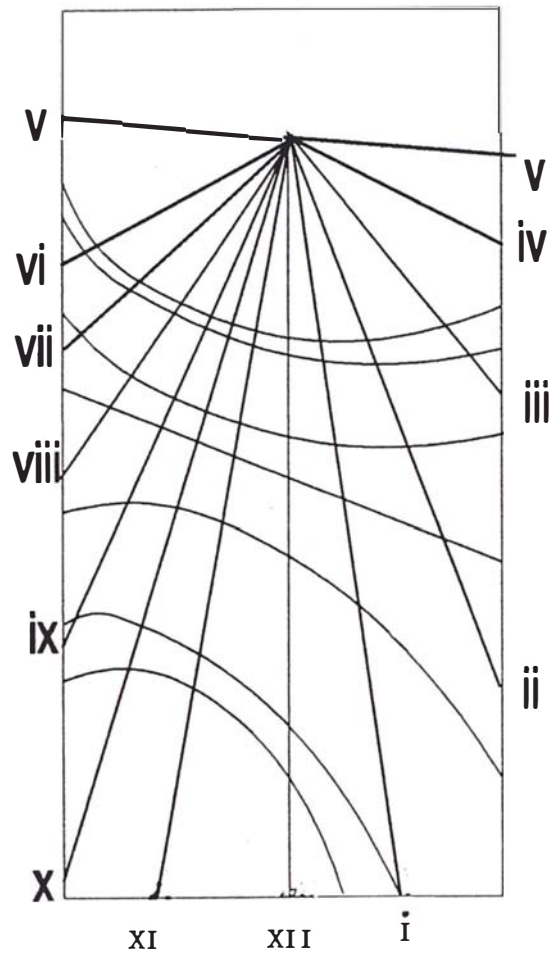


Fig.2.17: Líneas horarias y zodiacales en cuadrante declinante

# C A P I T U L O III

## EVALUACION DEL RELOJ SOLAR DE CUADRANTE ECUATORIAL

### 3.0. INTRODUCCION

Cada día, el sol, para un observador situado sobre la superficie de la tierra, aparentemente parece viajar a través de una trayectoria, según la posición de observación.

Si el observador se halla en el hemisferio norte, el sol aparecerá del Este, se levantará lentamente hacia el sur alcanzado el punto más alto de su trayectoria a mitad de su viaje al medio día y luego descenderá lentamente hacia el oeste y se ocultará; pero, si el observador está ubicado en el hemisferio sur, el sol saldrá del este, se elevará lentamente hacia el norte alcanzando el punto más alto al medio día; luego descenderá para ponerse en el oeste.

Y así, dos salidas consecutivos o puestas determinan el día solar verdadero. En este intervalo de tiempo la tierra habrá girado una revolución completa en torno a su eje, es decir, un punto cualquiera de la superficie terrestre ha girado  $360^\circ$ . Basado en este movimiento se construyen los relojes solares.

### 3.1 OBJETIVOS:

- A. A partir de las mediciones realizadas sobre la superficie cilíndrica, hallar el ángulo de declinación para cada día correspondiente.
- B. Hallar la latitud del lugar, a partir de las mediciones de la sombra desplazada paralelo al eje del cilindro.
- C. Verificar la orientación de la superficie de sur a norte y con pendiente igual a latitud del lugar.
- D. Establecer el tiempo oficial y el tiempo solar, utilizando la ecuación de tiempo.
- E. Construir la curva Analema que relaciona el ángulo de declinación y ecuación del tiempo para cada fecha correspondiente.

### 3.2 FUNDAMENTO

Para un observador situado sobre una superficie horizontal a una latitud  $\lambda$  sobre la tierra, y con una varilla simple como "gnomon" plantada perpendicularmente sobre la superficie, la trayectoria de la sombra sobre la superficie para un día cualquiera, será una hipérbola y variará según el ángulo de declinación  $\delta$  del sol. En consecuencia se formará una familia de hipérbolas, cuyas coordenadas del extremo de la sombra en la superficie son dados por:

$$\mathbf{P} = L \tan \theta_z \operatorname{sen}(\phi') \mathbf{i} + L \tan(\theta_z) \cos(\phi) \mathbf{j} + 0 \mathbf{k} \quad (3.1)$$

donde:

$\theta_z =$  ángulo zenital [grado]

$L =$  Longitud de varilla [m]

$\phi' = 180 + \phi$ , ángulo azimutal [grado]

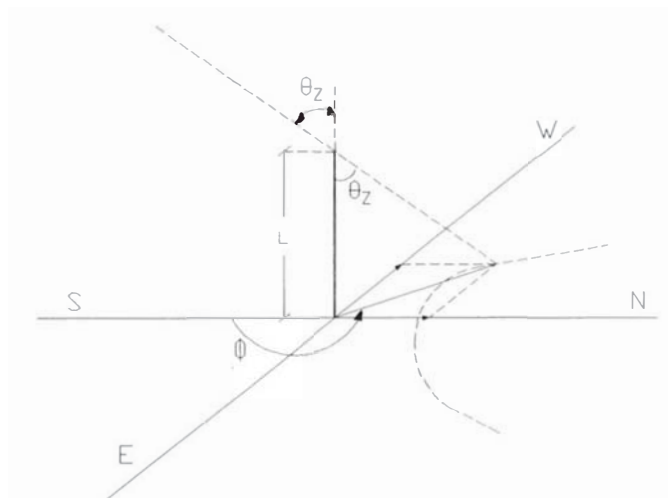


Fig 3.1: Trayectoria de la sombra proyectada por una varilla vertical sobre una superficie horizontal.

El reloj solar de cuadrante ecuatorial es aquel, cuyo plano del cuadrante es paralelo al ecuador y el estilete "gnomon" es perpendicular a dicho plano, en consecuencia paralelo al eje de la tierra.

Según este cuadrante el sol describe una trayectoria aparente de circunferencias paralelas al ecuador de este a oeste con centro en el eje de la tierra.

Las líneas hiperbólicas que describe la sombra en superficie horizontal son un conjunto de circunferencias sobre una superficie cilíndrica lo cual permite construir las líneas horarias a intervalo de 15° por hora y las líneas zodiacales conforme transcurran los días cuyas relaciones se dan a continuación.

### 3.2.1 Relación entre la distancia y tiempo

El arco S que describe el movimiento aparente del sol sobre la superficie cilíndrica, a través del "gnomon" es dado por:

$$S = R \theta \quad (3.2)$$

donde:

S = Longitud del arco, [mm]

R = Radio de la superficie cilíndrica [mm]

$\theta$  = Radian [-]

La relación de equivalencia entre el tiempo y ángulo desplazado es:

1h  $\leftrightarrow$  15° = 0,26179 rad

1 min  $\leftrightarrow$  0,0043 rad

1° = 0,01745 rad

### 3.2.2 Relación entre la distancia y el ángulo de declinación.

La distancia x que se desplaza paralelo al eje de la superficie cilíndrica (gnomon, paralelo al eje de la tierra) es función del ángulo de declinación  $\delta$ , luego:

$$x = R \cdot \tan(\delta) \quad (3.3)$$

donde:

x = Distancia desplazada [mm]

R = radio del cilindro [mm]

$\delta$  = ángulo de declinación [°]

La distancia se mide con respecto a línea curva (intersección formado por el plano radial (ecuatorial) con la superficie cilíndrica ortogonal.

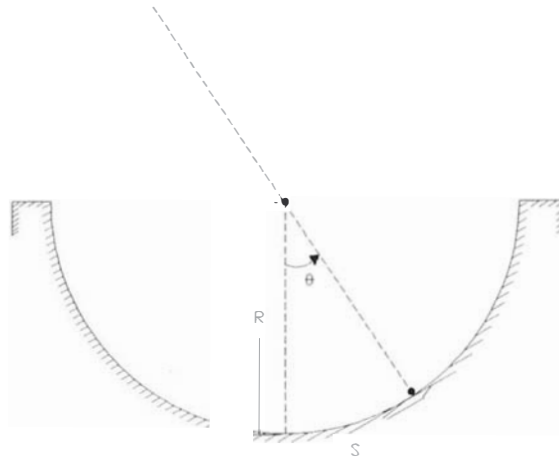


Fig. 3.2: Desplazamiento de luz proyectada por el "gnomon"

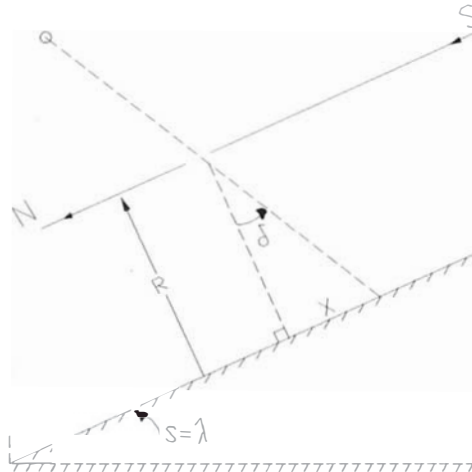


Fig. 3.3: Desplazamiento de la luz proyectada en el transcurso de meses (las estaciones)

### 3.3. PROCEDIMIENTO PARA CONSTRUIR LA INFRAESTRUCTURA

Para la construcción del reloj solar de superficie cilíndrica seguir los siguientes pasos:

1. Escoger un lugar apartado de sombra de árboles o edificios. La superficie debe ser nivelado. Siguiendo el procedimiento descrito en el ejemplo aplicativo; hallar los puntos cardinales correspondientes.
2. Hallar la latitud del lugar correspondiente, ver sección aplicativo del Cap.I.

3. Construir una plataforma de concreto con fierro de 1/2" corrugado. La base debe tener: área de 172 x 232 cm<sup>2</sup> con altura de 20 cm sobre el piso, con ejes cardinales en el centro. Sobre una base de concreto de 50-80 cm por debajo de la superficie de la tierra.

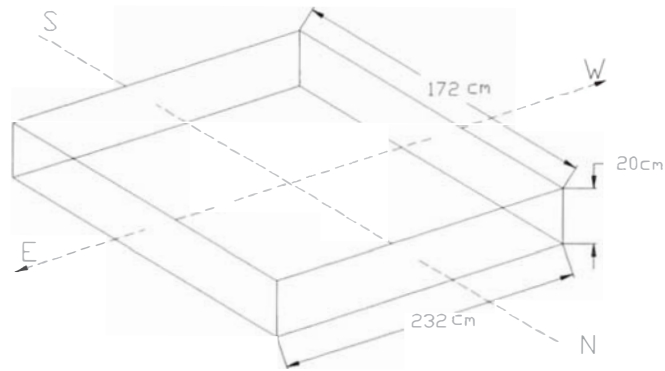
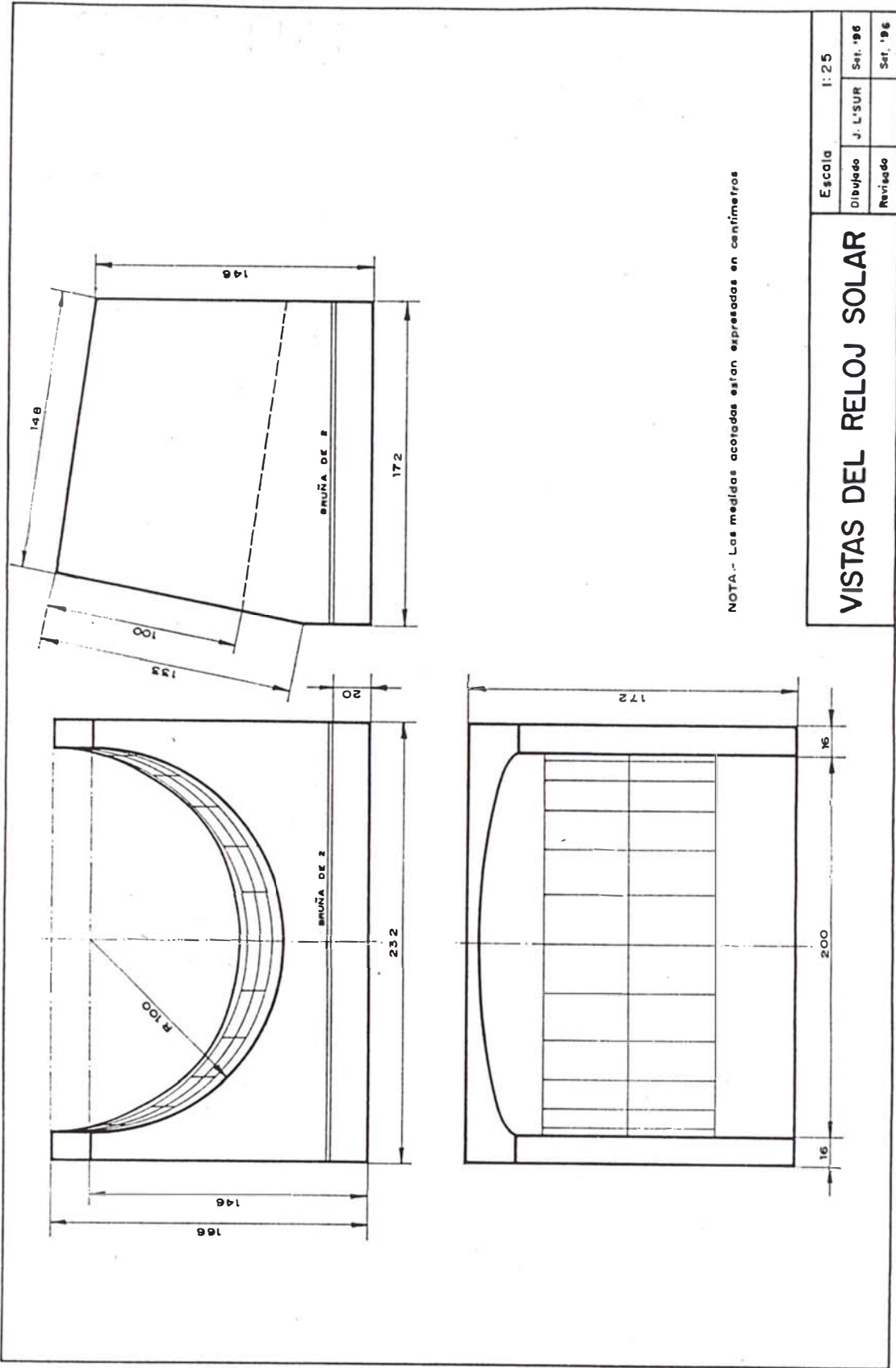


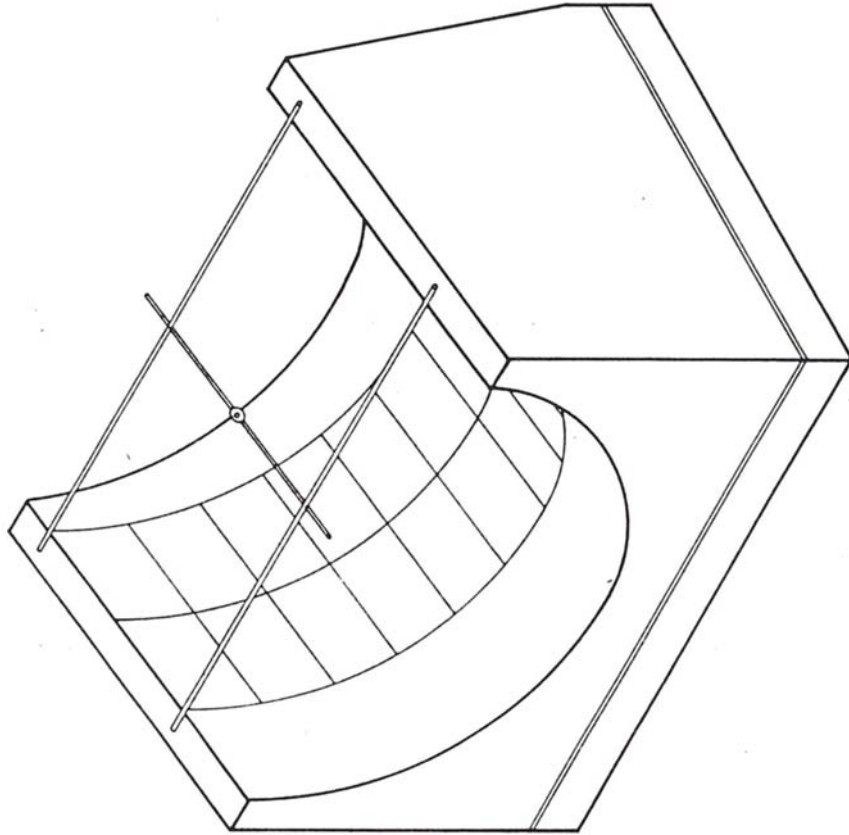
Fig. 3.4: Base de concreto horizontal

4. Construir con ladrillos los lados laterales de Oeste y Este respectivamente con los siguientes características:
- EL perfil hacia el norte es vertical al plano horizontal de una altura de: 114 cm
  - El perfil hacia el sur es con pendiente igual a la latitud con la pared vertical, de altura 144.
  - El perfil superior es con pendiente igual a la latitud con la horizontal. Ver el plano vistas del reloj solar.



Escala		1:25	
Dibujado	J. L'SUR	Ser.	196
Revisado		Ser.	196

## VISTAS DEL RELOJ SOLAR



**ISOMETRICA DE  
RELOJ SOLAR**

Escala 1:25

Dibujado

J. L. SUR

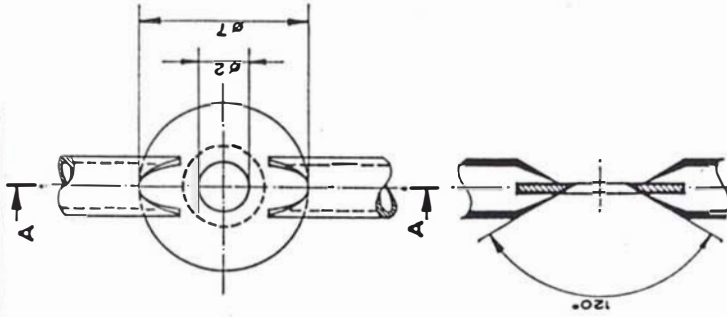
Ser. '96

Rev/Loado

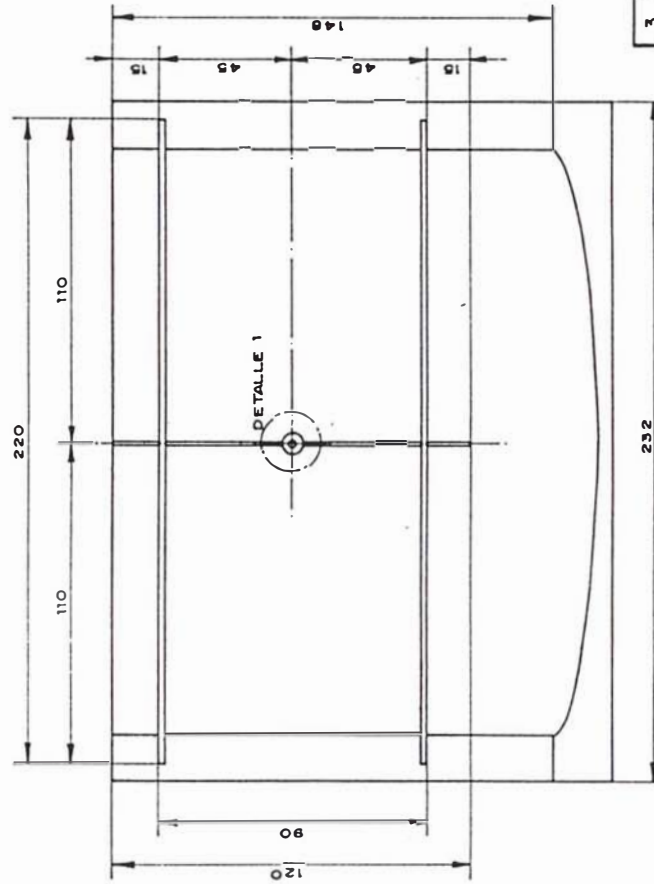
Ser. '96



**DETALLE 1** Esc. 1:2,5



**SECCION A-A**



Esc. 1:20

NOTA.- Las medidas acotadas están expresadas en centímetros (cm.)

3	Arandela	1	ø 7, ø 12, e = 3/16"	Acero
2	Gnomon	1	ø 1/2" x 120	F° G°
1	Borra de Soporte	2	ø 3/4" x 220	F° G°
N°	DENOMINACION	CANT.	DIMENSIONES	MATERIAL
<b>CONSTRUCCION DE GNOMON</b>				
Escala: INDICADA				
Dibujado		J. L. SUR		Sot. '96
Refinado				Sot. '96

5. Construir un par de caballetes que soportan un compás instalado en el eje que tiene las siguientes características.
  - Orientado de sur a norte con ángulo igual a  $\lambda$ .
  - Equidista del perfil de los muros superiores.
  - Los extremos de los compases deben transportar un listón de 150 cm.
  - El radio (compás) debe ser 101 cm para listonear al concreto.
  - Graduar el compás a 100 cm para listonear la mezcla de arena fina y para el acabado de superficie interior.
  
6. Estando el soporte del compás fijamente instalado rellenar paulatinamente la mezcla gruesa empezando por la parte inferior y listonear con el compás (listón), terminar con la parte superior y finalizar con mezcla de arena fina.
  
7. A partir de tubo galvanizado 3/4" construir dos barras de soporte. Por el medio transporta un tubo de 1/2" galvanizado de 120 cm fijamente soldado que en su medio lleva un disco de fierro de 1/30" de diámetro exterior 7,5 cm con un diámetro interior de 2 cm a través del cual se proyecta la luz del sol sobre la superficie cilíndrica.
 

Los extremos de la barra están incrustados 5cm en cada lado sobre los muros.
  
8. Estucar por exteriores y pintar a pintura esmalte (previamente rezanado, lijado y aplicado el sellador). Ver el plano isométrico del reloj solar.

### **3.4 PROCEDIMIENTO PARA EL TRAZADO DE LÍNEAS HORARIAS Y ZODIACALES**

1. Estando pintado la superficie interior, trazar las líneas horarias locales a intervalos de  $15^\circ$  que equivale a una hora.
 

Empezar por el punto medio (extremo inferior) el cual corresponde las 12 horas locales. (Hallar con la vertical de la plomada). Este punto equivale a un ángulo horario de cero grados.
  
2. Para el trazado de líneas horarias oficiales hacer la corrección correspondiente. Así sabemos que la hora oficial en el Perú está referido al meridiano estándar del  $-75^\circ$  oeste, según los cálculos a partir de la ecuación da:  $1,9^\circ \approx 2^\circ$ , luego hay un desplazamiento de  $2^\circ$  constante para todas las horas hacia es oeste en distancia equivale a:

Si  $1' = 0,01745 \text{ rad}$

$2^\circ = 0,0349 \text{ rad}$

Multiplicando por el radio dado en mm

$S = 3.5 \text{ cm. aproximadamente.}$

3. El ángulo  $\lambda$  y  $\tau$  es propio para cada lugar del observador mientras que la declinación es la misma para todos los observadores sólo depende de la posición de la tierra con respecto al sol, en consecuencia se calcula por la Ec. (1.16) y se grafican a intervalos de 7 días y se trazan según la ecuación (2.4). Ver resultados de Tab.3.1, Col.6.

### **3.5 PROCEDIMIENTO PARA CALIBRACION**

1. Registrar la luz proyectada por el orificio sobre la superficie con un reloj sincronizado con la hora oficial dado por el radio nacional. Frecuencia: 103.1 FM
2. Completar el resto con cálculos teóricos a partir de la ecuaciones de tiempo y declinación a intervalos de tiempo 7 días.
3. Hacer coincidir los puntos experimentales y calculados. Construir plantillas y pintar.
4. Hacer la relación de declinación con ecuación del tiempo para intervalos de tiempo y hacer la curva analema para cada hora.

### 3.6 DATOS OBTENIDOS (ver las tablas 3.1)

Tabla 3.1: Valores de la Ecuación de Tiempo ET y el Angulo de Declinación a Intervalos de una Semana (<sup>1</sup>)

	01	02	03	04	05	06
	n	Fecha	ET[min]	s = Ro [mm]	[°]	x = Rtan(d) [mm]
E N E R O	01	01	-03,36	-0015	-23,083	-426
	02	08	-06,47	-0029	-22,389	-412
	03	15	-09,20	-0040	-21,316	-390
	04	22	-11,28	-0049	-19,916	-363
	05	29	-13,12	-0057	-18,216	-329
F E B R E R O	06	01	-13,63	-0059	-17,400	-313
	07	08	-14,38	-0062	-15,333	-274
	08	15	-14,45	-0063	-13,050	-232
	09	22	-13,90	-0060	-10,583	-187
M A R Z O	10	01	-12,78	-0056	-07,616	-134
	11	08	-11,20	-0049	-04,916	-086
	12	15	-09,26	-0040	-02,166	-038
	13	22	-07,12	-0031	+00,600	+010
	14	29	-04,88	-0021	+04,500	+058
A B R I L	15	01	-03,95	-0017	+07,166	+079
	16	08	-02,13	-0009	+09,733	+126
	17	15	+00,21	+00,09	+12,166	+171
	18	22	+01,38	+0006	+14,433	+215
	19	29	+02,58	+0011	+15,030	+257
M A Y O	20	01	+02,96	+0013	+17,066	+269
	21	08	+03,53	+0015	+18,830	+307
	22	15	+03,65	+0016	+20,366	+341
	23	22	+03,33	+0014	+21,600	+371
	24	29	+02,62	+0011	+22,033	+396
J U N I O	25	01	+02,22	+0010	+22,033	+405
	26	08	+01,08	+0005	+22,833	+421
	27	15	+00,23	+0001	+23,300	+430
	28	22	-01,63	-0007	+23,233	+433
	29	29	-03,00	-0015	+23,116	+429

Continuación de la Tab.3.1

JULIO	30	01	-03,38	-0015	+23,116	+428
	31	08	-04,55	-0020	+22,483	+414
	32	15	-05,46	-0024	+21,533	+395
	33	22	-06,03	-0026	+20,300	+370
	34	29	-06,18	-0027	+18,766	+340
AGOSTO	35	01	-06,12	-0026	+18,033	+325
	36	08	-06,62	-0024	+16,166	+290
	37	15	-04,63	-0020	+14,083	+251
	38	22	-03,20	-0014	+11,816	+209
	39	29	-01,35	-0006	+09,400	+165
SEPTIEMBRE	40	01	-00,54	-0002	+08,316	+146
	41	08	+02,12	+0009	+05,733	+100
	42	15	+04,33	+0019	+03,066	+053
	43	22	+06,90	+0030	+00,350	+006
	44	29	+09,38	+0041	-02,366	-041
OCTUBRE	45	01	+10,06	+0044	-03,150	-055
	46	08	+12,28	+0053	-05,850	-102
	47	15	+14,01	+0061	-08,483	-149
	48	22	+15,50	+0067	-11,016	-195
	49	29	+16,26	+0070	-13,416	-238
NOVIEMBRE	50	01	+16,41	+0071	-14,400	-257
	51	08	+16,25	+0070	-16,550	-297
	52	15	+15,42	+0067	-18,466	-334
	53	22	+13,90	+0061	-20,166	-366
	54	29	+11,78	+0051	-21,466	-393
DICIEMBRE	55	01	+11,08	+0048	-21,783	-399
	56	08	+08,32	+0036	-22,700	-418
	57	15	+05,20	+0023	-23,266	-429
	58	22	+01,88	+0008	-23,433	-433
	59	29	-01,29	-0006	-23,233	-429

(<sup>1</sup>) La precisión de s y x son : ± 1 mm

Las columnas de la tabla 3.1 indican:

Col. 1 Número del dato

Col. 2 Fecha del mes correspondiente

Col. 3 El valor de la ecuación del tiempo calculado

Col. 4 El arco correspondiente a la ecuación del tiempo sobre la superficie del cilindro

Col. 5 Angulo de declinación correspondiente para la fecha.

Col. 6 El valor del tangente correspondiente a la fecha.

**Tabla 3.2: Valores Teóricos y Experimentales de x**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
n	Fecha	[°,']	08h	09h	10h	11h	12h	13h	14h	15h	16h
01	30/03	03;44	-	74	74	76	77	77	77	77	-
02	01/04	04;30	8,5	86	89	90	90	90	90	88	88
03	03/04	05;40	9,5	98	-	103	105	104	102	103	-
04	08/04	07;10	130	132	-	138	138	136	136	135	-
05	13/04	09;01	-	166	168	170	169	169	170	169	-
06	16/04	10;05	184	184	185	187	190	187	190	188	187
07	19/04	11;08	-	204	205	207	208	206	207	207	-
08	25/04	13;10	240	239	242	243	245	244	245	-	242
09	30/04	14;45	270	270	273	-	-	274	275	270	270
10	03/05	15;39	285	290	290	290	291	290	293	290	287
11	07/05	16;47	305	309	312	314	313	312	-	310	308
12	10/05	17;36	-	328	328	328	328	329	327	328	322
13	14/05	18;36	342	345	346	348	348	346	-	-	-
14	23/05	20;34	-	-	380	385	386	385	385	383	382

Las columnas de la tabla 3.2 indican:

Col. 1. Número del experimento

Col. 2. Fecha de la experiencia

Col. 3. Angulo de declinación  $\delta$  correspondiente a la fecha de la experiencia (calculada).

Col.4-12. Indican la hora correspondiente y distancia que corresponde con respecto a una línea de referencia común para cada hora.

**Tabla 3.3: La Diferencia Entre  $x_{\text{teórico}}$  Y  $x_{\text{experimental}}$**

n	$x_{\text{teórico}}$ [mm]	$x_{\text{experimental}}$ [mm]	Diferencia[mm]
01	065,3	076,0	10,7
02	078,7	088,4	09,7
03	092,5	101,4	08,9
04	125,7	135,0	09,3
05	161,0	168,7	07,7
06	177,8	186,8	09,0
07	196,8	206,2	09,4
08	233,9	242,5	08,6
09	263,3	271,7	08,2
10	280,0	289,5	09,5
11	301,6	310,3	08,7
12	317,2	327,2	10,0
13	336,5	345,8	09,3
14	375,2	383,7	08,5

$x_{\text{teórica}}$ , es el desplazamiento calculado con el ángulo de declinación para el día de la experiencia, cuya diferencia es:  $(9,1 + -0,7)$  mm: el cual es un error sistemático que implica un desplazamiento con respecto a la línea anteriormente existente, para hacer la corrección pertinente



Tab.3.4: Comparación del Valor Teórico y Experimental X Desplazado  $\pm 1$  mm

n	Fecha	X <sub>teórico</sub> [mm]	X' <sub>experimental</sub> [mm]
01	30/03	65,3	66,9
02	01/04	78,7	79,3
03	03/04	92,5	92,3
04	08/04	125,7	125,9
05	13/04	161,0	159,6
06	16/04	177,8	177,7
07	19/04	196,8	197,1
08	25/04	233,9	233,4
09	30/04	263,3	262,6
10	03/05	280,0	280,4
11	07/05	301,0	301,2
12	10/05	317,2	318,1
13	14/05	336,5	336,7
14	23/05	375,2	374,6
15	-----	-----	-----
16	-----	-----	-----

X<sub>teórico</sub>  $R \tan(\delta_i)$  [mm]

X<sub>experimental</sub> es medido sobre la superficie [mm]

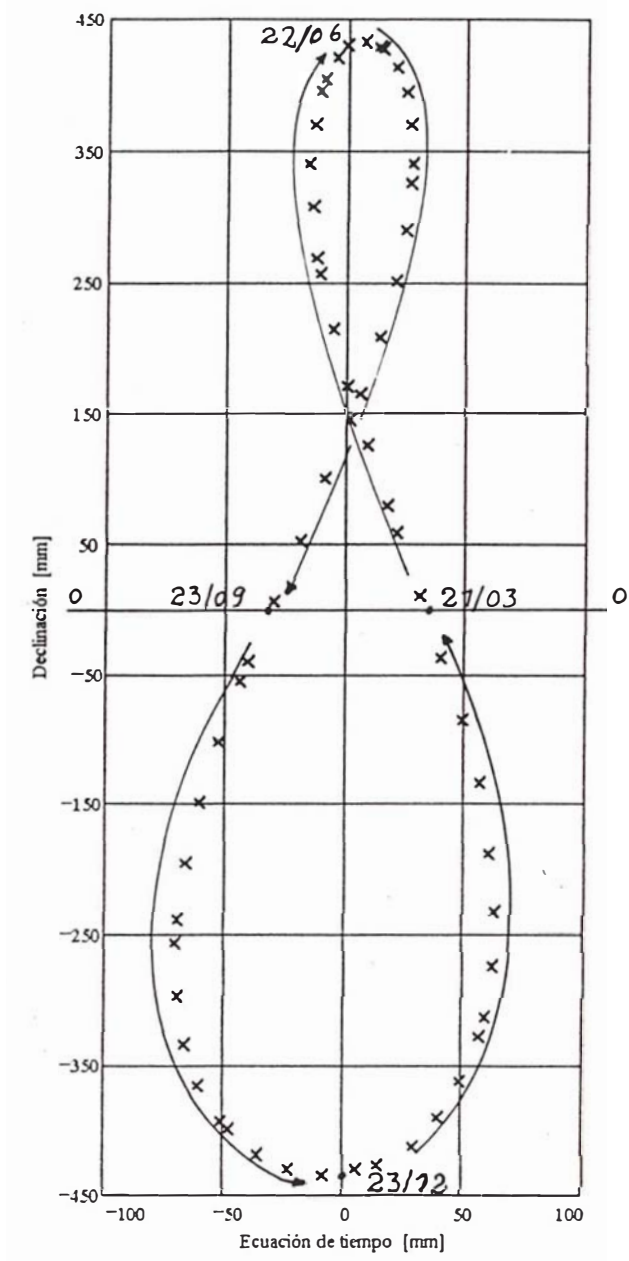


Fig.3.5: La Curva Analema

### 3.7 ANALISIS DEL RESULTADO

- Para trazar las líneas horarias "hora solar" en el cuadrante ecuatorial se toma como referencia el plano meridiano (que contiene la vertical de la plomada) la cual intersecta con la superficie cilíndrica mediante una línea recta (Norte-Sur) la que corresponde al medio día solar, es decir a las 12:00 horas. Las líneas horarias correspondientes a otras horas son paralelas a la línea de 12 horas a intervalo de  $15^\circ$  (que corresponde a un arco de  $261 \pm 1$  mm para un radio de  $1000 \pm 1$  mm.)

- Trazado de líneas zodiacales se toma como referencia los equinoccios: 23 de septiembre y 21 de marzo. A partir de ésta se consideran como

positivas los que están hacia el sur y negativos los que están hacia el norte. Siendo los puntos extremos: 21 de junio (máximo) y 22 de diciembre (mínimo), solsticio de invierno y verano respectivamente.

- La hora oficial se obtiene haciendo las correcciones correspondientes a la diferencia de longitud local y el meridiano oficial y la ecuación del tiempo como resultado se obtienen las curvas analemas que dan la hora oficial peruana.

- La ecuación del tiempo es positiva si es que está adelantado y negativa si es que está retrasada. Está adelantado en los meses: Abril, Mayo, Septiembre, Octubre, Noviembre y Diciembre. Retrasado en los meses : Enero, Febrero, Marzo, Junio, Julio y Agosto.

- El desplazamiento de la sombra empieza en la parte inferior (Norte) con el solsticio de verano (23/12) y asciende lentamente conforme la declinación crece alcanzado el equinoccio de otoño (ingresa a la estación de otoño), sigue ascendiendo con la hora adelantada hasta el solsticio de invierno (22/6, ingresa el invierno) y desciende con la hora retrasada y de nuevo se encuentra en equinoccio de primavera (23/9, época de primavera) y con tiempo adelantado llega al solsticio de verano y completa el ciclo.

- Sobre la curva analema se observa a demás de las estaciones los meses y los días del año. La posición angular que toma la tierra frente al sol.
- A diferencia de relojes mecánicos o electrónicos que marcan la marcha de la hora; el reloj solar indica: días meses, estaciones, el retraso o adelanto del tiempo, los puntos máximos o mínimos que alcanza la tierra con respecto al sol, la hora oficial y hora solar local.

## **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

1. Queda demostrado que el movimiento de la tierra no es uniforme en el transcurso de los días del año, es decir; hay un adelantamiento o retraso de la hora oficial con respecto a la hora solar, según las estaciones.
2. El cambio de las estaciones están perfectamente relacionados con el cambio del ángulo de declinación del sol con respecto al plano ecuatorial celeste.
3. Las declinaciones máximas y mínimas que el sol alcanza se visualizan en líneas zodiacales de la superficie cilíndrica que corresponden a los solsticios.
4. A diferencia de los relojes electrónicos o mecánicos el "reloj solar" no es exacto debido a que el rastreo de la sombra del sol sobre la superficie no es tan precisa.
5. Para el diseño y construcción del reloj solar, cualquiera fuera su modelo, se recomienda, primero hallar su latitud y dirección de orientación (ejes cardinales) del lugar donde se construirá el reloj solar, para el cual se sugiere revisar el ejemplo aplicativo del capítulo I.
6. Se recomienda construir un reloj solar, en centros educativos de nivel superior y/o secundaria para que sea un instrumento de apoyo en el estudio de los temas básicos de la mecánica celeste.

## **REFERENCIA BIBLIOGRAFICA:**

- /1/ Calín A. Ronán: **Los Amantes de la Astronomía**; Ed. Blume, Barcelona, 1982
  
- /2/ Masalles Roman, Josep: **Construcción de Relojes de Sol**; Tribuna de Astronomía, Madrid, Nr.3, Págs. 38-41, 1986
  
- /3/ Masalles Roman, Josep: **Construcción de Relojes de Sol**; Tribuna de Astronomía, Madrid, Nr.6 Págs. 18-21, 1986
  
- /4/ Santos Rodríguez, R.: **Astronomía de Posición**· Lima , 1992
  
- /5/ Valera P., Aníbal: **Energía Solar I**; Lima , 1993
  
- /6/ Duffie, John: **Solar Energy of Thermal Processes**; Ed. John Wiley & Sons, Second Edition, 1992
  
- /7/ Meinel A. B. & Meinel M. P.: **Applied Solar Energy an Introduction**; Addison-Wesley, 1979
  
- /8/ Fraidenraich, N. & Lyra F.: **Energía Solar** 471 p.; Ed. Univ. UFDE, Recife, Brasil, 1995
  
- /9/ Bernard, R., Menguy, G. & Schwars, M.: 258 p.: **La Radiación Solar**; Ed. Lavoisier, Paris, 1982
  
- /10/ Iqval, M.: **Solar Radiation**; 390 p.; Academic Press, 1983
  
- /11/ Garg, H. P.: **Treatise on Solar Energy**; Ed. John Wiley & Sons, 1982

\*\*\*\*\*