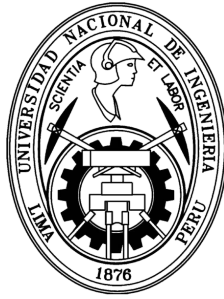


UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE CIENCIAS



TESIS

**Manipulación de spin electrónico y
nuclear de defectos Nitrógeno-Vacancia
en diamante y propuesta de aplicación
en Termometría Cuántica**

PARA OBTENER EL TÍTULO DE

LICENCIADO EN FÍSICA

ELABORADO POR

CHARLIE OSCAR ONCEBAY SEGURA

ASESOR

DR. DOMINGO ALIAGA GUERRA

LIMA - PERÚ

2020

*A mis padres Oscar y Zully,
por su incansable esfuerzo.*

Agradecimientos

Esta tesis fue posible gracias a la colaboración de varias personas a las cuales me gustaria de algún modo expresarles mi gratitud. En primer lugar me gustaría agradecer a mi asesor Prof. Domingo Aliaga Guerra por las discusiones que sirvieron mucho para enriquecer esta tesis.

También me gustaria agradecer a la Prof. Carmen Eyzaguirre por la oportunidad de trabajar en otros proyectos que se encuentran relacionandos con ésta tesis.

Mi gratitud al Prof. Sérgio Ricardo Muniz del Instituto de Física de Sao Carlos de la Universidad de Sao Paulo por la oportunidad de trabajar en su laboratório. La colaboración que tenemos con él nos brindará la oportunidad de implementar la secuencia de pulsos para el termómetro cuántico.

Un especial agradecimiento a mis padres Oscar y Zully for todo el apoyo y cariño que me brindan. A mi amada esposa Fiorella y mi hija Lia Valentina por siempre estar a mi lado apoyandome y son la mejor razón para estar en casa compartiendo momentos.

Resumen

El control de sistemas cuánticos es uno de los mas grandes desafíos de la física actual debido a las múltiples aplicaciones que pueden tener como por ejemplo construcción del computador cuántico, metrología de alta precisión (campos magnéticos, temperatura), etc.

Esta tesis se encuentra en la intersección de dos áreas importantes como la Mecánica Cuántica y Termodinámica. Siendo nuestro objetivo proponer una secuencia de pulsos para medir la temperatura de un sistema cuántico, observando el cambio de la polarización de un qbit externo (qbit control). Sabemos que de la estadística de Boltzmann se puede relacionar la temperatura de un sistema cuántico en estado térmico. Entonces, al usar el circuito de Dispersión Cuántica donde inicialmente el qbit de control esta en el estado $|0\rangle$ y el qbit objetivo se encuentra en equilibrio térmico con el ambiente. Mostramos que al medir $\langle \sigma_z^c \rangle$ en el qbit de control obtenemos un valor que depende de la temperatura del qbit objetivo. De esa manera, mostramos que es posible obtener información de la temperatura de sistema cuántico. Además, estamos interesados en la posibilidad de implementar éste termómetro cuántico en un sistema muy versátil como el centro nitrógeno-vacancia (NV). El centro NV es uno de los defectos mas interesantes para tecnologías cuánticas a temperatura ambiente.

Diversas propiedades hacen de éste defecto una excelente plataforma para muchas aplicaciones como por ejemplo sensores magnéticos y procesamiento de información cuántica.

Palabras clave: Termómetro cuántico. Centros NV. ODMR.

Abstract

The control of quantum systems is one of the greatest challenges of current physics due to the multiple applications that can have such as quantum computer construction, high precision metrology (magnetic fields, temperature), etc.

This thesis is at the intersection of two important areas such as Quantum Mechanics and Thermodynamics. Our objective being to propose a sequence of pulses to measure the temperature of a quantum system, observing the change in the polarization of an external qubit (qubit control). We know that the temperature of a quantum system in a thermal state can be related to Boltzmann's statistics. Then, when using the Quantum Dispersion circuit where initially the control qubit is in the $|0\rangle$ state and the target qubit is in thermal equilibrium with the environment. We show that by measuring $\langle \sigma_z^c \rangle$ in the control qubit we get a value that depends on the temperature of the target qubit. In that way, we show that it is possible to obtain information about the temperature in a quantum system. In addition, we are interested in the possibility of implementing this quantum thermometer in a very versatile system such as the nitrogen-vacancy center (NV). The NV center is one of the most interesting defects for quantum technologies at room temperature. Various properties make

this defect an excellent platform for many applications such as magnetic sensors and quantum information processing.

Keywords: Quantum thermometer. NV centers. ODMR.

Índice general

1. Introducción	1
2. Centros Nitrógeno-Vacancia (NV) en el diamante	5
2.1. Niveles de energía electrónica del Centro Nitrógeno-Vacancia (NV) en el diamante	8
2.2. Hamiltoniano del estado fundamental del centro NV . .	10
2.2.1. Desdoblamiento de Campo Zero (Zero Field Splitting)	11
2.2.2. Interacción Zeeman Electrónico	13
2.2.3. Interacción Cuadrupolar Nuclear	13
2.2.4. Interacción Zeeman Nuclear	13
2.2.5. Interacción Hiperfina	14
2.3. Detección Óptica por Resonancia Magnética (ODMR) .	16
2.4. Preparación del diamante con centros NV	17
3. Centros NV en el contexto del Procesamiento de Información Cuántica	19
3.1. Operador densidad	20
3.2. Coherencia	21
3.3. Esfera de Bloch	23

3.4.	Operadores de Rotación	24
3.5.	Circuitos cuánticos	25
3.6.	Puertas lógicas cuánticas	25
3.6.1.	Porta NOT	26
3.6.2.	Puerta Hadamard	26
3.6.3.	Puerta C-NOT	27
3.7.	Puertas cuánticas con el centro NV	28
3.7.1.	Implementación de Rotaciones con los centros NV	29
3.7.2.	Puerta Hadamard	31
3.7.3.	Puertas controladas	32
3.8.	Manipulación coherente del estado de spin del defecto NV	34
3.8.1.	Oscilaciones de Rabi	36
3.8.2.	Secuencia Eco Hahn	39
3.8.3.	Medida del tiempo de relajación T_1	42
4.	Termómetro Cuántico	43
4.1.	Circuito de Dispersión Cuántica	46
4.2.	Circuito cuántico para el Termómetro cuántico	47
4.3.	Equilibrio térmico de sistemas cuánticos de 2 niveles	50
4.4.	Implementación del Termómetro cuántico	52
4.4.1.	Preparación del estado inicial	53
4.4.2.	Puertas cuánticas	54
5.	Conclusiones y Perspectivas Futuras	56
	Anexos	58
A.	Conceptos generales del proceso de la Información Cuántica	59
A.1.	Notación de Dirac	60

A.2. Estados Cuánticos de Sistemas Compuestos	61
A.3. Entrelazamiento Cuántico	62
B. Secuencia Eco Hahn	64
C. Montaje Experimental	69
C.1. Montaje Óptico	69
C.2. Montaje electrónico	71
C.2.1. Circuito para controlar el modulador acusto-óptico	71
C.2.2. Circuito de Microondas (MW)	72
D. Simulación	74
Bibliografía	76

Índice de figuras

1.1. Los centros NV que se encuentran en la capa superficial del diamante serán usados como un sensor de temperatura.	3
2.1. Tipos de diamante.	6
2.2. (a) Diamante tipo Ib, contiene defectos conocidos como centros P1. (b) Los diamantes pueden presentar una gran variedad de colores, que depende del tipo de impurezas que contiene el diamante.	7
2.3. Celda unitaria del diamante con un centro NV.	8
2.4. Espectro de fluorescencia del centro NV.	9
2.5. Niveles de energía del centro NV en campo cero, considerado la interacción Zeeman y la interacción hiperfina con los dos isótopos del nitrógeno (^{14}N o ^{15}N).	15
2.6. a) Niveles de energía del estado fundamental del centro NV. b) Espectro de ODMR sin campo magnético externo. Se observa un desdoblamiento de los subniveles $m_s = \pm 1$ que se debe a la deformación de la red cristalina (strain).	16
2.7. Posibles orientaciones del centro NV.	18
3.1. Representación de un estado cuántico en la esfera de Bloch.	23

3.2.	Representación de los circuitos cuánticos a) Hadamard y b) circuito cuántico general.	25
3.3.	a) Representación de la puerta controlada CNOT. Se invierte el segundo qbit (objetivo), solo si el primer qbit (control) esta en el estado $ 1\rangle$. b) Porta controlada U (CtrU). El operador U actúa sobre el alvo solamente si el estado del qbit de control es $ 1\rangle$	28
3.4.	Espectro de ODMR de un conjunto de NV en un cristal de diamante. Para crear las puertas lógicas seleccionamos uno de los picos, en este caso $f = 3110$ MHz. La dirección del campo magnético (~ 90 G) se ajusta experimentalmente de tal forma que se observen los 8 picos.	29
3.5.	Rotación del spin electrónico con pulsos de microondas. .	30
3.6.	Dependiendo de la frecuencia de microondas se puede realizar la transición $ 0\rangle \rightarrow 1\rangle$ o $ 0\rangle \rightarrow -1\rangle$	36
3.7.	Izquierda: Representación geométrica de un sistema de dos niveles en la esfera de Bloch. Derecha: Secuencia de pulsos para obtener las oscilaciones de Rabi de la transición $ 0\rangle \rightarrow 1\rangle$, donde los puntos negros son las medidas experimentales y la línea azul es lo obtenido por la ecuación (3.49).	38
3.8.	Para una potencia de 45 dB del pulso de MW observamos que el pulso $-\pi$ es 120 ns, que es donde la fluorescencia es mínima, es decir se polarizó completamente para el estado $ 1\rangle$	39

3.9.	Secuencia de Eco Hahn. Inicialmente se polariza con el laser en el estado $ 0\rangle$. (a) El pulso $\pi/2$ a lo largo de x cambia la polarización para el eje y . (b) Durante el tiempo τ , el sistema evoluciona libremente. La diferencia de fase se debe a la inhomogeneidad del campo magnético local. (c) El pulso π invierte la polarización ayudando a eliminar el desfase. (d) Finalmente el pulso $\pi/2$ es realizado para realizar la medida de la fluorescencia.	40
3.10.	(a) Niveles de energía del centro NV con la interacción hiperfina del spin nuclear ^{15}N . (b) Señal de Eco Hahn de la transición encerrada con líneas azules discontinuas. La curva roja es teórica que viene de la ecuación (3.50) y los puntos rojos son los datos experimentales.	41
3.11.	Secuencia de pulsos para medir el tiempo de relajación longitudinal T_1	42
4.1.	a) Espectro de ODMR para dos diferentes temperaturas. b) Gráfica del desdoblamiento de campo cero (D) en función de la temperatura con una pendiente $dD/dT = -74,2$ KHz/K. Adaptado de ACOSTA, et al. [16].	44
4.2.	Setup para implementar el termómetro cuántico. El laser verde sirve para excitar los centros NV. La objetiva sirve para enfocar el laser y coleccionar la fluorescencia emitida por los centros. La muestra puede ser biológica o cualquier otro material del que se necesite medir la temperatura.	45
4.3.	Circuito cuántico del termómetro cuántico usando el circuito de dispersión cuántica.	46

4.4. Circuito cuántico para implementar el termómetro cuántico con los centros NV.	51
4.5. Simulación de la respuesta del termómetro cuántico para $f = 300kHz$, donde $E = 2\pi\hbar f$	51
4.6. Izquierda, niveles de energía del spin electrónico del centro NV considerando la interacción Zeeman y la interacción hiperfina con el nitrógeno (^{15}N). Derecha, se observa los picos de las transiciones ν^+ y ν^-	53
4.7. Secuencia para preparar el estado inicial del sistema.	54
4.8. Secuencia de pulsos para implementar el termómetro cuántico con los centros NV.	55
5.1. Circuito cuántico para el termómetro cuántico.	57
C.1. Setup Óptico para la caracterización de los centros NV.	70
C.2. Circuito RF.	71
C.3. Respuesta del laser y el AOM.	72
C.4. Circuito MW.	73

Capítulo 1

Introducción

La termodinámica clásica fue desarrollada con base en estudios fenomenológicos realizados por Joule, Celsius, Kelvin entre otros, permitieron explorar diversos fenómenos físicos, como, máquinas térmicas, fases de la materia, entropía, etc. Sin embargo, debido a los avances obtenidos en los últimos años se hizo posible manipular los spines nucleares y/o electrónicos de un conjunto de moléculas [1, 2], llegando inclusive a manipular spines individuales [3, 4]. Debido al tamaño reducido de esos sistemas, donde las leyes de la Mecánica Cuántica prevalece, los conceptos de energía interna, calor, trabajo e entropía no tienen valores bien definidos, pero pueden ser tratados como cantidades estocásticas [5].

En ese sentido, la tesis se encuentra en la intersección de dos áreas sumamente importantes como la Mecánica Cuántica y Termodinámica. Siendo nuestro objetivo construir un termómetro cuántico. Cabe resaltar que, existen propuestas teóricas de varios investigadores [6, 7, 8, 9] para medir temperatura usando un átomo que interactúa con un campo electromagnético y recientemente una técnica

experimental en Resonancia Magnética Nuclear (RMN) para medir temperatura usando dos qbits [10].

Particularmente estamos interesados en la implementación del termómetro cuántico usando un defecto en el diamante conocido como centro nitrógeno-vacancia (NV), debido a su versatilidad como una herramienta para una amplia gama de tecnologías cuánticas [11, 2, 12]. El defecto NV es formado por la substitución de un átomo carbono por un átomo de nitrógeno y seguido de una vacancia. Las características que crearon grande interés por estos defectos son los siguientes:

- Puede ser inicializado ópticamente en un estado definido usando un laser 532 nm.
- Tiene largos tiempo de coherencia a temperatura ambiente, llegando a ms en centros únicos.
- Es posible manipular el estado de spin usando técnicas de Resonancia Magnética Nuclear.
- Finalmente, el estado de spin puede ser conocido midiendo la fluorescencia emitida por el NV.

El centro NV mostró ser un excelente sensor cuántico. Puede ser usado para detectar algunos parámetros físicos como temperatura, campos magnéticos e eléctricos a escala nanométrica [13, 14, 15, 16].

Por esa razón en esta tesis discutimos una propuesta para implementar un termómetro cuántico usando los centros NV, como se muestra en la Figura 1.1.

De la estadística de Boltzman podemos relacionar la temperatura del sistema con la matriz densidad del sistema objetivo en estado térmico. Mientras que con el circuito de Dispersión Cuántica podemos relacionar la temperatura con la polarización del spin electrónico del

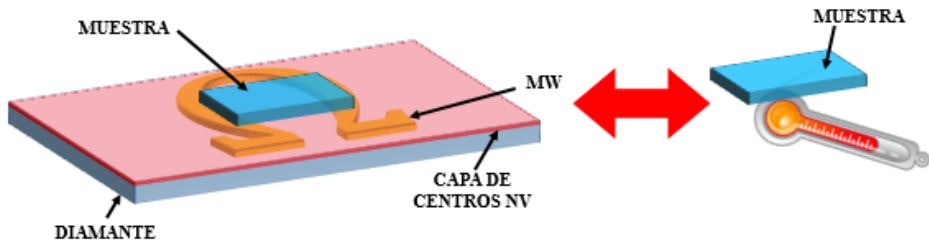


Figura 1.1: Los centros NV que se encuentran en la capa superficial del diamante serán usados como un sensor de temperatura.

NV. La polarización del spin electrónico del NV es medido detectando la intensidad de la fotoluminiscencia emitida por los centros mediante un método conocido como Detección Óptica de Resonancia Magnética (ODMR, del inglés *Optically Detected Magnetic Resonance*). Las técnicas usadas para el control de centros NV en diamantes son similares (y en algunos casos son hasta iguales) a las utilizadas en Resonancia Magnética Nuclear (NMR, del inglés *Nuclear Magnetic Resonance*).

En el Capítulo 2, realizamos una breve introducción sobre el centro nitrógeno-vacancia (NV) en el diamante describiendo la estructura electrónica y la fluorescencia que emite el centro NV. También describimos el Hamiltoniano que describe las interacciones del centro NV con su entorno. Por último, discutimos el método usado para la detección de la manipulación del spin del centro NV, conocido como Resonancia Magnética Detectada Ópticamente (ODMR).

En el Capítulo 3, presentamos los elementos básicos del procesamiento de Información Cuántica usando centros NV. Aquí discutiremos algunas puertas lógicas cuánticas y como implementarlas con los centros NV. Finalmente discutiremos algunas técnicas para

manipular el centro NV usando pulsos de microondas, realizando algunas secuencias como Rabi, Eco Hahn obtendremos algunas características de nuestro diamante con centros NV que usaremos como sensor.

Finalmente en el Capítulo 4, describiremos la propuesta para implementar el termómetro cuántico con los centros NV, así como la secuencia de pulsos de MW.

Capítulo 2

Centros

Nitrógeno-Vacancia (NV) en el diamante

El diamante puro está constituido por átomos de carbono espacialmente organizados enlazados mediante un enlace covalente y presenta la estructura cristalina cúbica centrada en la cara (*face-centered cubic*, fcc) con dos átomos como base, siendo la constante de red 3.57 \AA [17]. La diferencia entre la banda de conducción y la banda de valencia, conocido como banda prohibida (*bandgap*), es de 5.47 eV a 300 K , trae como consecuencia la apariencia clara e incolora de los diamantes puros. Sin embargo la transparencia puede ser alterada por la presencia de pequeñas cantidades de defectos como Boro (azul) y Nitrógeno (amarillo) [18, 19].

Los tipos de diamante se debe a la presencia o ausencia de impurezas de nitrógeno y boro y sus configuraciones en la estructura del diamante [18, 20]. Como se muestra en la figura 2.1 los átomos de nitrógeno y boro

reemplazan a los átomos de carbono en la red cristalina del diamante.

El tipo I, incluyendo los subgrupos Ia y Ib, contiene nitrógeno en cantidades de decenas hasta millares de partes por millón (ppm) [20]. En el tipo Ia el nitrógeno substituye al carbono en sitios de la red cristalina en posiciones intersitiales en forma de agregados de 2 o más átomos. Así estos diamantes pueden presentar color amarillo hasta amarillo verdoso dependiendo del grado de agragación de nitrógeno. En el tipo Ib la cantidad de nitrógeno es mucho menor al tipo Ia, el nitrógeno no muestra estado de agragación, los nitrógenos se encuentran aislados.

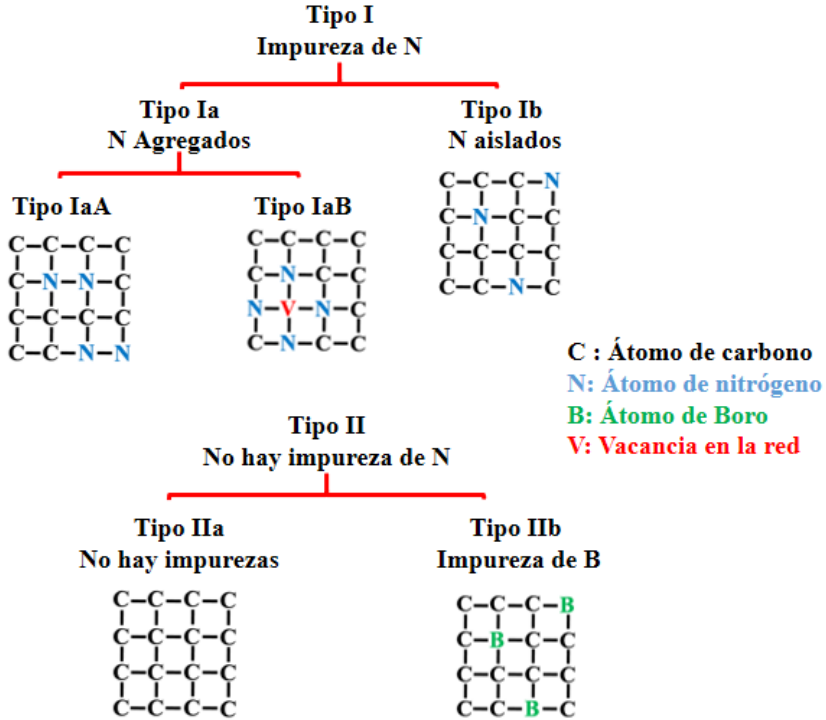


Figura 2.1: Tipos de diamante.

El tipo II, con los subgrupos IIa e IIb, se caracteriza por la

pequeña cantidad de nitrógeno o la ausencia de ésta [20]. El diamante de tipo IIa es transparente por no presentar defectos que causen absorción en el espectro visible. La presencia de boro substituyendo al carbono caracteriza al diamante tipo IIb y presenta un color azulado.

La impureza más común encontrada en el diamante es el nitrógeno (N). Este sustituye a un átomo de carbono en la red cristalina y se origina el defecto conocido como centro P1 (ver Figura 2.2 a) que no es ópticamente activo y actúa como donante de electrones en el cristal, porque el nitrógeno posee 5 electrones. Estos centros imparten un color amarillo intenso a marrón. La mayoría de los diamantes sintéticos producidos por la técnica de alta presión y alta temperatura (HPHT) contienen un alto nivel de nitrógeno.

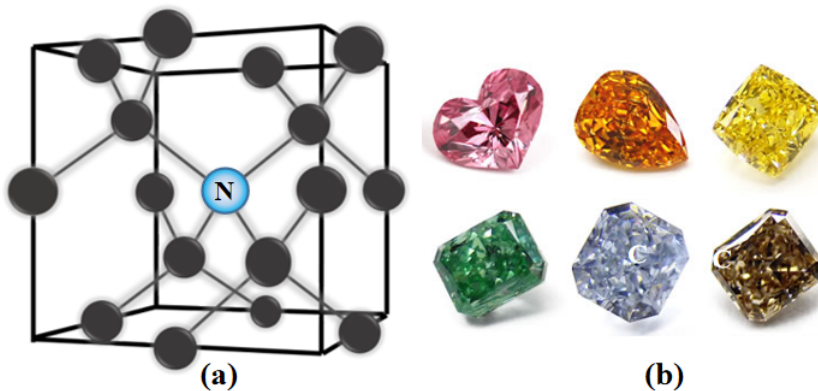


Figura 2.2: (a) Diamante tipo Ib, contiene defectos conocidos como centros P1. (b) Los diamantes pueden presentar una gran variedad de colores, que depende del tipo de impurezas que contiene el diamante.

2.1. Niveles de energía electrónica del Centro Nitrógeno-Vacancia (NV) en el diamante

El centro nitrógeno-vacancia (NV) en un cristal de diamante es formado por un átomo de nitrógeno sustitucional y una vacante adyacente, ver Figura 2.3. El centro NV posee simetría C_{3v} donde se define el eje de cuantización (eje de simetría) la línea que pasa por el nitrógeno y la vacancia. Los cinco electrones forman el defecto NV cero (NV^0) con carga neutra y spin $1/2$. El defecto puede atrapar un electron de la red creandose el defecto conocido como NV menos (NV^-), debido a los 6 electrones el spin es igual a 1 [15, 21, 22, 23]. En esta tesis estamos interesados en el centro con carga negativa NV^- , por tanto la notación que usaremos en la tesis para referirnos a este defecto es **NV**.

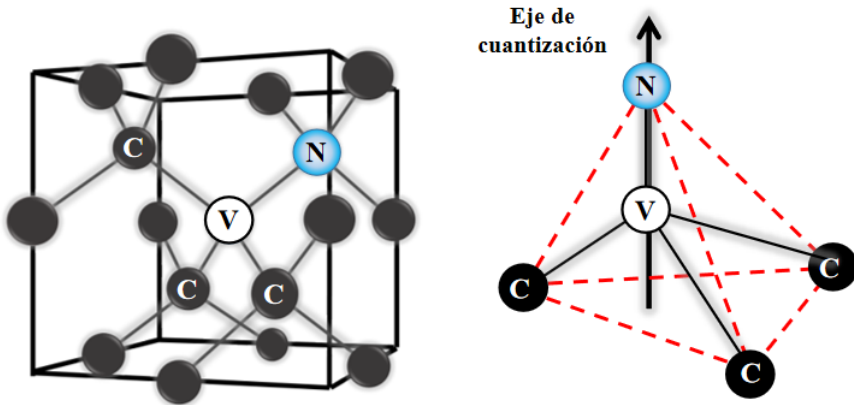


Figura 2.3: Celda unitaria del diamante con un centro NV.

Existen modelos teóricos para entender los niveles de energía del centro NV como por ejemplo, cálculos *ab initio* [24, 25, 26, 27, 28] y Modelo molecular semiempírico de defectos de nivel profundo en

semiconductores [29, 30, 31], cabe resaltar que ambos modelos son complementarios. Para facilitar el entendimiento de algunas propiedades del centro NV, se considera al centro como si fuese un 'átomo' con niveles de energía que se encuentra dentro de la red cristalina del diamante, como se ve en la Figura 2.4. En este modelo el centro NV consiste de un estado fundamental tripleto 3A ($m_s = 0, \pm 1$) con una separación de campo cero (zero field splitting) de $D_{GS} = 2,87$ GHz, un estado excitado tripleto 3E ($m_s = 0, \pm 1$) con una separación de campo cero (zero field splitting) de $D_{ES} = 1,42$ GHz y dos estados intermedios 1A y 1E .

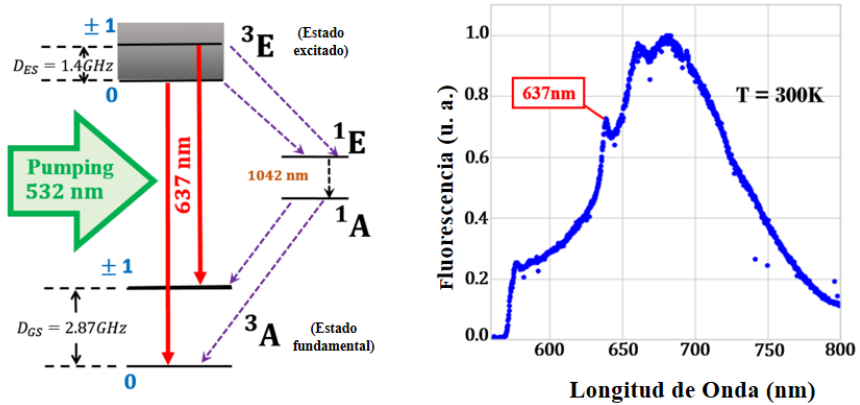


Figura 2.4: Espectro de fluorescencia del centro NV.

Durante la excitación óptica de los centros NV con luz verde (por ejemplo, laser de 532 nm) se conserva el spin, $^3A \rightarrow ^3E$, es decir $\Delta m_s = 0$. Durante el decaimiento se emiten fotones de 637 nm (1.945 eV), conocido como zero-phonon-line (ZPL) [15, 24]. Cabe resaltar que en el proceso de decaimiento existe la probabilidad de que el sistema pase por los estados intermedios 1A y 1E [32, 33], conocido como cruce intersistema (intersystem crossing, ISC). Estos estados juegan un

papel importante en la dinámica de excitación del spin del NV. Mientras las transiciones ópticas conservan spin ($\Delta m_s = 0$), las transiciones que envuelven los estados 1A y 1E seleccionan el spin, ya que la tasa de decaimiento de estos estados para el subnivel $m_s = 0$ del estado fundamental es mayor que para el subnivel $m_s = \pm 1$ [32, 33]. Entonces este proceso de selección de spin ocasiona que después de algunos milisegundos o centenas de microsegundos el spin electrónico del NV sea $m_s = 0$, creandose por excitación óptica un estado puro, esta es una de las características que hace del centro NV un fuerte candidato para estudios en información cuántica.

Es importante notar que la mayor parte de la fluorescencia emitida por el centro NV no se debe al ZPL y si debido a otros procesos, como por ejemplo relajación vibracional de la red cristalina, son estos procesos los causantes de que el espectro de fluorescencia se alargue como se observa en la Figura 2.4.

2.2. Hamiltoniano del estado fundamental del centro NV

El Hamiltoniano que describe la dinamica del spin en el estado fundamental 3A es

$$H = \underbrace{H_{ZF} + H_Z^e}_{H_{\text{electrón}}} + \underbrace{H_Z^N + H_Q}_{H_{\text{núcleo}}} + \underbrace{H_{hf}}_{H_{\text{interacción}}}, \quad (2.1)$$

donde H_{ZF} es la interacción de campo zero (zero field splitting), H_Z^e es la interacción Zeeman electrónico, H_{hf} es la interacción hiperfina, H_Q es la interacción cuadrupolar y H_Z^N es la interacción Zeeman del núcleo. Estas interacciones estan descritas en el sistema de referencia

donde el eje z se encuentra a lo largo del eje de cuantización del defecto NV [34, 35, 36, 37].

2.2.1. Desdoblamiento de Campo Zero (Zero Field Splitting)

En presencia de más de un electrón no apareado $S \geq 1$, los electrones interactúan mutuamente para dar lugar a dos o más estados de energía, que pueden ser observados por espectroscopía de Resonancia de Spín Electrónico (ESR). El Hamiltoniano que describe la interacción entre dos electrones es

$$H_{ZF} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{\vec{\mu}_1^T \cdot \vec{\mu}_2}{r^3} - \frac{3(\vec{\mu}_1^T \cdot \vec{r})(\vec{\mu}_2^T \cdot \vec{r})}{r^5} \right]. \quad (2.2)$$

donde $\vec{\mu}_1$ y $\vec{\mu}_2$ son los momentos dipolares de los dos electrones en el centro NV y \vec{r} es el vector que une estos dipolos. Reemplazando el momento magnético por el operador spin obtenemos

$$H_{ZF} = \frac{\mu_0}{4\pi} g_1 g_2 \beta_e^2 \left[\frac{\vec{S}_1^T \cdot \vec{S}_2}{r^3} - \frac{3(\vec{S}_1^T \cdot \vec{r})(\vec{S}_2^T \cdot \vec{r})}{r^5} \right], \quad (2.3)$$

donde g_1 y g_2 es el factor giromagnético de los electrones, asumiendo $g_1 = g_2 = g$, tenemos

$$\begin{aligned} H_{ZF} = & \frac{\mu_0(g\beta_e)^2}{4\pi r^5} [(r^2 - 3x^2)S_{1x}S_{2x} + (r^2 - 3y^2)S_{1y}S_{2y} \\ & + (r^2 - 3z^2)S_{1z}S_{2z} - 3xy(S_{1x}S_{2y} + S_{1y}S_{2x}) \\ & - 3xz(S_{1x}S_{2z} + S_{1z}S_{2x}) - 3yz(S_{1y}S_{2z} + S_{1z}S_{2y})]. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Como $\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$, podemos expresar el Hamiltoniano H_{ZF} en términos de \vec{S} , usando la siguiente relación

$$S_{1x}S_{2x} = \frac{S_x^2}{2} - \frac{\mathbb{I}}{4} \quad (2.5)$$

$$S_{1x}S_{2y} + S_{2x}S_{1y} = \frac{1}{2}(S_xS_y + S_yS_x), \quad (2.6)$$

expresiones similares a las ecuaciones (2.5) y (2.6) se pueden encontrar para y , z , xz y yz . Sustituyendo en la ecuación (2.4) obtenemos

$$\begin{aligned} H_{ZF} = & \frac{\mu_0(g\beta_e)^2}{4\pi r^5} \frac{1}{2} [(r^2 - 3x^2)S_x^2 + (r^2 - 3y^2)S_y^2 \\ & + (r^2 - 3z^2)S_z^2 - 3xy(S_xS_y + S_yS_x) \\ & - 3xz(S_xS_z + S_zS_x) - 3yz(S_yS_z + S_zS_y)], \quad (2.7) \end{aligned}$$

reescribiendo obtenemos

$$H_{ZF} = \frac{\mu_0}{8\pi}(g\beta_e)^2 \begin{bmatrix} S_x & S_y & S_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{r^2-3x^2}{r^5} & \frac{-3xy}{r^5} & \frac{-3xz}{r^5} \\ \frac{-3yx}{r^5} & \frac{r^2-3y^2}{r^5} & \frac{-3yz}{r^5} \\ \frac{-3zx}{r^5} & \frac{-3zy}{r^5} & \frac{r^2-3z^2}{r^5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_z \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

En general podemos escribir el Hamiltoniano de la siguiente manera

$$H_{ZF} = \vec{S}^T \bar{D} \vec{S}, \quad (2.9)$$

donde \bar{D} describe la interacción dipolar spin-spin entre los dos electrones. Notemos que de la ecuación (2.8) la traza de \bar{D} es cero.

$$\text{tr}(\bar{D}) = 0. \quad (2.10)$$

Debido a la simetría del centro NV \bar{D} es diagonal, por tanto el Hamiltoniano queda de la siguiente forma

$$\begin{aligned} H_{ZF} &= D_x S_x^2 + D_y S_y^2 + D_z S_z^2 \\ &= D_{GS} \left[S_z^2 - \frac{S^2}{3} \right] + E [S_x^2 - S_y^2], \quad (2.11) \end{aligned}$$

donde $D_{GS} = \frac{3D_z}{2}$ y $E = \frac{D_x - D_y}{2}$.

2.2.2. Interacción Zeeman Electrónico

Un campo magnético externo \vec{B} al sistema da como resultado una división de los dos niveles de energía ya que el espín electrónico solo puede orientarse paralelo o antiparalelo al vector de campo magnético, por tanto esta interacción puede escribirse como se muestra a continuación

$$H_Z^e = g_e \beta \vec{B} \cdot \vec{S} \quad (2.12)$$

donde $g_e = 2,0023$ es el factor giromagnético del electrón, \vec{B} es el campo magnético externo \vec{S} es el spin electrónico representado por las matrices de Pauli.

2.2.3. Interacción Cuadrupolar Nuclear

Si el spin nuclear es $I > 1/2$ existe una interacción entre el cuadrupolo eléctrico del núcleo con el gradiente de campo eléctrico que se establece por la distribución de cargas que se encuentran en la vecindad del núcleo Nuclei with spin

$$H_Q = \vec{I}^T \bar{P} \vec{I} \quad (2.13)$$

donde \bar{P} es el tensor cuadrupolar.

2.2.4. Interacción Zeeman Nuclear

La interacción del spin nuclear y el campo magnético externo es determinado por

$$H_Z^N = -\beta_N g_N \vec{B} \cdot \vec{I} \quad (2.14)$$

2.2.5. Interacción Hiperfina

La interacción hiperfina entre el spin del electron y el núcleo esta dado por

$$H_{hf} = \vec{S} \bar{A} \vec{I} \quad (2.15)$$

donde \bar{A} es el tensor hiperfino, \vec{S} es el spin electronico y \vec{I} es el spin nuclear. En los casos que el sistema presenta simetría axial (como es el caso del centro NV) es posible escribir el tensor \bar{A} como

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} a_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & a_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & a_{\parallel} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

donde a_{\perp} y a_{\parallel} son los parámetros hiperfinos perpendiculares y paralelos, generenado otras posibles transiciones.

El nitrógeno que se encuentra en el centro NV puede ser ^{14}N o ^{15}N . Si el nitrógeno que se encuentra en el centro NV es ^{14}N el spin nuclear es $I = 1$ y el Hamiltoniano está dado por

$$\begin{aligned} H^{14\text{N}} = & D \left(S_z^2 - \frac{S^2}{3} \right) + E (S_x^2 - S_y^2) + \gamma_e \vec{B} \cdot \vec{S} \\ & + a_{\parallel} S_z I_z + a_{\perp} (S_x I_x + S_y I_y) + P I_z^2 - \gamma_{14\text{N}} \vec{B} \cdot \vec{I} \end{aligned} \quad (2.17)$$

donde $D = 2,87$ GHz es la separación de campo cero axial, $E \sim$ kHz – MHz es la separación de campo cero transversal, $\gamma_e = 28,8 \frac{\text{GHz}}{\text{T}}$ es el factor giromagnético del electrón, \vec{B} es el campo magnético externo, $a_{\parallel} = -2,14 \pm 0,07$ MHz y $a_{\perp} = -2,7 \pm 0,07$ MHz son los términos hiperfinos, $\gamma_{14\text{N}} = 3,077 \frac{\text{GHz}}{\text{T}}$ es el factor giromagnético del nitrógeno y $P = -5,01 \pm 0,06$ MHz es la separación cuadrupolar.

Mientras que para el caso del nitrógeno ^{15}N el spin nuclear es $I = 1/2$ y el Hamiltoniano es dado por

$$H^{15\text{N}} = D \left(S_z^2 - \frac{S^2}{3} \right) + E (S_x^2 - S_y^2) + g_e \beta \vec{B} \cdot \vec{S} + a_{\parallel} S_z I_z + a_{\perp} (S_x I_x + S_y I_y) - \gamma_{15\text{N}} \vec{B} \cdot \vec{I} \quad (2.18)$$

donde $\gamma_{15\text{N}} = -4,316 \frac{\text{GHz}}{\text{T}}$ es el factor giromagnético, $a_{\parallel} = -3,03 \pm 0,03$ MHz y $a_{\perp} = -3,65 \pm 0,03$ MHz son los términos hiperfinos.

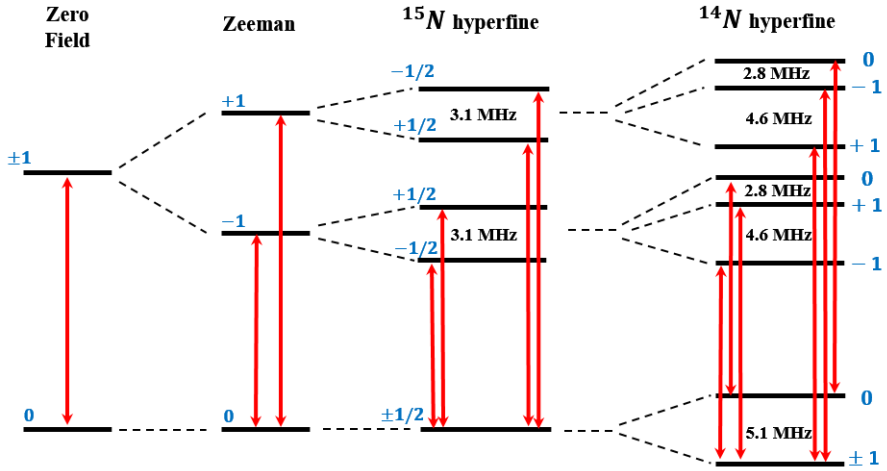


Figura 2.5: Niveles de energía del centro NV en campo cero, considerado la interacción Zeeman y la interacción hiperfina con los dos isótopos del nitrógeno (^{14}N o ^{15}N).

2.3. Detección Óptica por Resonancia Magnética (ODMR)

Detección Óptica por Resonancia Magnética (Optically detected magnetic resonance, ODMR) es una técnica que utiliza la espectroscopia de Resonancia de Spin Electrónico (Electron Spin Resonance, EPR) y la alta sensibilidad de la detección óptica para caracterizar diversos materiales.

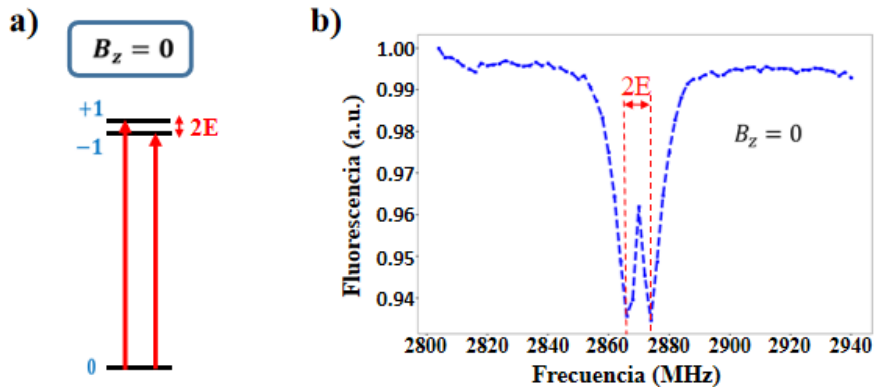


Figura 2.6: a) Niveles de energía del estado fundamental del centro NV. b) Espectro de ODMR sin campo magnético externo. Se observa un desdoblamiento de los subniveles $m_s = \pm 1$ que se debe a la deformación de la red cristalina (strain).

En esta tesis usaremos esta técnica para determinar el estado de spin del centro NV, que a continuación describiremos brevemente: en estado térmico los subniveles del estado fundamental del centro NV se encuentran igualmente poblados según la distribución de Boltzmann. Pero si es excitado ópticamente con luz verde constantemente, después de algunos milisegundos el estado del sistema será el subnivel $m_s = 0$ del

estado fundamental y la tasa de emisión de fluorescencia será constante. Para manipular el estado del centro NV; es decir, que el sistema se encuentre en el subnivel $m_s = \pm 1$; tenemos que aplicar un campo de microondas (MW) variando su frecuencia. Cuando la frecuencia esta en resonancia (2.87 GHz) el estado del sistema pasa para $m_s = \pm 1$, una caída en la señal de fluorescencia es observado, como se observa en la Figura 2.6,

2.4. Preparación del diamante con centros NV

Construimos nuestro sensor 2D a partir de una placa de diamante ultra pura de $2 \times 2 \times 0,5 \text{ mm}^3$, que está hecha por deposición química de vapor (CVD, del ingles Chemical Vapor Deposition) y fué comprada de la empresa Element Six. El diamante es una placa orientada (100) cuyos bordes coinciden con los ejes [100], [010] y [001], que representan el marco de referencia de laboratorio, denotado aquí como (x, y, z) , ver Figura 2.7. El cristal de diamante se cortó y pulió a un tamaño de $2 \times 2 \times 0,1 \text{ mm}^3$, para luego crear una capa delgada de centros NV cerca de la superficie superior. La capa de centros NV se produce irradiando la superficie con $^{15}\text{N}^+$ iones a 5 keV y una densidad de $1 \times 10^{13} \text{ }^{15}\text{N}^+/\text{cm}^2$. En estas condiciones se crea una capa de nitrógeno a unos 8 a 16 nm debajo de la superficie ([11, 38, 39]), además de una serie de vacantes a lo largo del camino de colisión de nitrógeno. Después de la implantación, la muestra se calienta a $800 \text{ }^\circ\text{C}$ durante un par de horas, al vacío, para permitir la migración y la captura de las vacantes al nitrógeno implantado, que normalmente produce un rendimiento de 0.8% en la conversión de N a NV^- , y da como resultado una densidad estimada de alrededor de $10^3 \text{ NV}/\mu\text{m}^2$ ([40, 41]). Como tenemos un conjunto de centros NV, éste puede tener

cuatro orientaciones en la estructura del diamante, como de observa en la Figura 2.7.

Se elige el espesor de 0.1 mm para ayudar a la recolección de la fluorescencia de la capa de centros NV, a través de la cara posterior de la placa de diamante, desde donde se enfoca un microscopio invertido en la superficie superior, mientras que, debido a la pequeña distancia, la capa NV todavía está dentro de la distancia focal del microscopio.

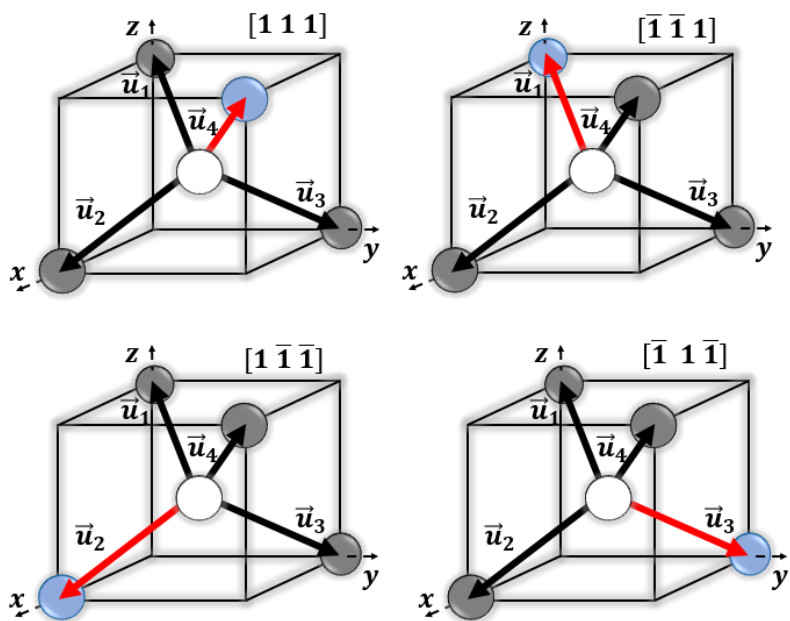


Figura 2.7: Posibles orientaciones del centro NV.

Capítulo 3

Centros NV en el contexto del Procesamiento de Información Cuántica

Procesos de almacenamiento e transferencia de información son realizados en una base binaria. Por ejemplo en procesos clásicos se usa la presencia o ausencia de corriente eléctrica en circuitos electrónicos para codificar la información en “bits” 0 y 1. En ese sentido un sistema cuántico de dos niveles representados por la base $|0\rangle$ y $|1\rangle$ también pueden ser utilizados para representar esos bits. Como estos estados se encuentran en el espacio de Hilbert admiten superposiciones, es decir, existe el estado

$$|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle, \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1, \alpha, \beta \in \mathcal{C}. \quad (3.1)$$

Por tanto, en un sistema cuántico se dispone de todos los estados que satisfacen la ecuación (3.1). Lo cual marca una diferencia entre los bits clásicos que tienen exclusivamente los estados 0 o 1. A los estados que

tienen la forma (3.1) se conoce como “qubit” (bit cuántico).

3.1. Operador densidad

El operador densidad es una herramienta matemática que facilita el cálculo de probabilidades y el uso de postulados de la Mecánica Cuántica cuando los estados de un sistema físico no son perfectamente conocidos. Este operador es representado por una matriz hermitiana, positiva conocida como matriz densidad.

Cuando el estado de un sistema es perfectamente conocido, podemos escribir ese sistema a través de un vector (ket) de estado, por ejemplo

$$|\psi(t)\rangle = \sum c_i(t) |a_i\rangle \quad (3.2)$$

donde $\{|a_i\rangle\}$ es una base ortonormal del sistema en estudio. Podemos definir el operador densidad del sistema como

$$\rho = |\psi(t)\rangle \langle\psi(t)|, \quad (3.3)$$

Esta operador caracteriza completamente el estado del sistema y la obtención de cualquier resultado de medida sobre el sistema envuelve apenas este operador. De modo que:

- $\text{Tr}[\rho(t)] = 1$

$$\text{Tr}[\rho] = \sum_n \langle a_n | \rho | a_n \rangle = \sum_n \langle a_n | \psi \rangle \langle \psi | a_n \rangle$$

$$\text{Tr}[\rho] = \sum_n |c_n|^2 = 1$$

Como la $|\psi\rangle$ esta normalizado $\sum_n |c_n|^2 = 1$

- $\rho(t) = \rho^\dagger(t)$

$$\rho^\dagger = (|\psi\rangle \langle\psi|)^\dagger = |\psi\rangle \langle\psi| = \rho$$

- El valor esperado de una propiedad física es: $\langle A(t) \rangle = \text{Tr}[\rho A]$.

$$\langle A(t) \rangle = \langle \psi | A(t) | \psi \rangle = \sum_{n,m} \langle \psi | a_n \rangle \langle a_n | A(t) | a_m \rangle \langle a_m | \psi \rangle$$

$$\langle A(t) \rangle = \sum_{n,m} \langle a_m | \psi \rangle \langle \psi | a_n \rangle \langle a_n | A(t) | a_m \rangle$$

$$\langle A(t) \rangle = \sum_m \langle a_m | \psi \rangle \langle \psi | A(t) | a_m \rangle = \text{Tr}[\rho A]$$

- La evolución temporal del estado del sistema obedece la siguiente ecuación:

$$\frac{d}{dt} \rho(t) = -\frac{i}{\hbar} [H(t), \rho(t)], \quad (3.4)$$

donde $[H(t), \rho(t)] = H(t)\rho(t) - \rho(t)H(t)$ y $H(t)$ es el Hamiltoniano del sistema.

3.2. Coherencia

Ahora analicemos el significado físico de los elementos de la matriz densidad, para ello primero consideremos los elementos de la diagonal

$$\rho_{m,m} = \langle a_m | \rho | a_m \rangle = \sum \langle a_m | \psi \rangle \langle \psi | a_m \rangle$$

$$\rho_{m,m} = |c_m|^2. \quad (3.5)$$

De la ecuación (3.5) notamos que $\rho_{m,m}$ nos indica la probabilidad de encontrar el sistema en el estado $|a_m\rangle$. Consideremos ahora los elementos fuera de la diagonal

$$\rho_{m,n} = \langle a_m | \rho | a_n \rangle = c$$

$$\rho_{m,n} = c_m c_n^*. \quad (3.6)$$

A los elementos fuera de la diagonal son conocidas como “coherencias” y pueden ser interpretados como la existencia de superposición de estado. Si representamos los coeficientes

$$c_m(t) = A_m e^{i(\phi_m(t))},$$

$$c_n(t) = A_n e^{i(\phi_n(t))},$$

de la ecuación (3.6) obtenemos

$$\rho_{m,n} = A_m A_n^* e^{i(\phi_m(t) - \phi_n(t))}. \quad (3.7)$$

La ecuación (3.7) expresa los efectos de interferencia entre los estados $|a_m\rangle$ e $|a_n\rangle$, debido a que informan la relación de fase entre dichos estados. Esta fase relativa es importante porque está relacionado con la pérdida de coherencia del sistema, que es una de las dificultades que se enfrenta en Información Cuántica. La pérdida de coherencia; también conocido como “descoherencia”; se debe a la interacción del sistema con el ambiente. Experimentos demuestran que la coherencia de un sistema cuántico decrece rápidamente con el tiempo, eso quiere decir que para $t \gg T$ obtenemos $\rho_{m,n} = 0$, para $m \neq n$, donde T es el tiempo donde el sistema aún no pierde coherencia. Luego el operador densidad del sistema toma la forma

$$\rho \rightarrow \sum |c_n|^2 |a_n\rangle \langle a_n|. \quad (3.8)$$

Los efectos de la interacción del sistema cuántico con el ambiente ocurren en escalas de tiempo característicos [42], por ejemplo:

- “Amortiguación de amplitud” que está relacionado con la pérdida de energía, cuya escala de tiempo es conocida como T_1 [35, 34].
- “Amortiguación de fase” que está relacionado con la decoherencia, cuya escala de tiempo es conocida como T_2 [35, 34].

Experimentalmente se demuestra que $T_1 > T_2$ [35, 34], es por eso que la decoherencia es un proceso dinámico importante en Información Cuántica. Aislar un estado cuántico del ambiente es una tarea complicada, en general se trata de resolver esa dificultad trabajando en una escala de tiempo donde la interacción con el ambiente no ocasiona pérdida de coherencia del sistema.

3.3. Esfera de Bloch

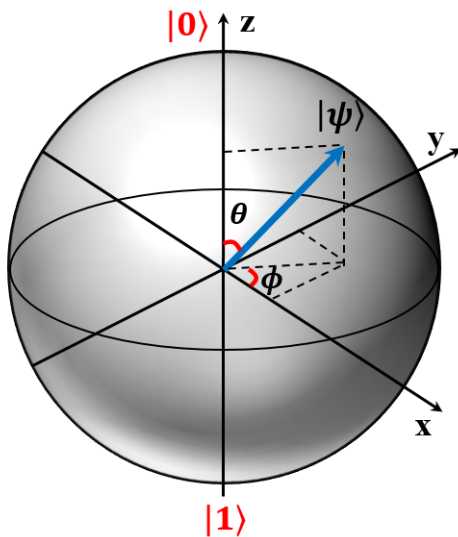


Figura 3.1: Representación de un estado cuántico en la esfera de Bloch.

Para una partícula con spin $1/2$ con una base ortonormal $\{|0\rangle, |1\rangle\}$, podemos escribir un estado de forma general

$$|\psi\rangle = A_0 |0\rangle + A_1 |1\rangle. \quad (3.9)$$

Dado que el módulo de $|\psi\rangle$ es la unidad, podemos reescribir la ecuación

[43, 44] (3.9) como

$$|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |0\rangle + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i\phi} |1\rangle. \quad (3.10)$$

donde $0 \leq \theta < \pi$ y $0 \leq \phi < 2\pi$, la ecuación (3.10) define una esfera unitaria conforme varían los ángulos (θ, ϕ) , coincidiendo el polo norte con $|0\rangle$ y el polo sur con $|1\rangle$. Esta esfera se conoce como “esfera de Bloch”.

Una propiedad interesante es que los puntos opuestos de la esfera son ortogonales, es decir

$$\langle \psi(\pi - \theta, \pi + \phi) | \psi(\theta, \phi) \rangle = 0 \quad (3.11)$$

3.4. Operadores de Rotación

Sistemas con spin $1/2$ pueden ser descritos en terminos de las matrices de Pauli

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (3.12)$$

Luego los operadores de rotación en torno a los ejes cartesianos (x, y, z) tienen la siguiente forma matricial [43, 44]

$$R_x(\theta) = e^{-i\theta\sigma_x/2} = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \mathcal{I} - i \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sigma_x, \quad (3.13)$$

$$R_y(\theta) = e^{-i\theta\sigma_y/2} = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \mathcal{I} - i \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sigma_y, \quad (3.14)$$

$$R_z(\theta) = e^{-i\theta\sigma_z/2} = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \mathcal{I} - i \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sigma_z, \quad (3.15)$$

donde \mathcal{I} es el operador identidad.

3.5. Circuitos cuánticos

Son diagramas [42, 44] que permiten visualizar el efecto de una secuencia de funciones que opera sobre un o varios qbits. En los circuitos cada línea horizontal es un qbit. Las funciones son representados por cuadrados que pueden actuar sobre un o varios qbits. Los qbits de entrada están a la izquierda y los qbits de salida a la derecha, como se muestra en la Figura 3.2.

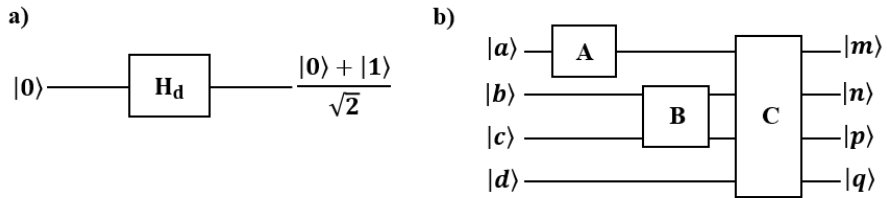


Figura 3.2: Representación de los circuitos cuánticos a) Hadamard y b) circuito cuántico general.

Notemos, de la Figura 3.2b para obtener el estado final debemos hacer el siguiente cálculo

$$|\Phi_F\rangle = CBA |\Phi_I\rangle, \quad (3.16)$$

donde $|\Phi_I\rangle = |a\rangle \otimes |b\rangle \otimes |c\rangle \otimes |d\rangle$ y $|\Phi_F\rangle = |m\rangle \otimes |n\rangle \otimes |p\rangle \otimes |q\rangle$.

3.6. Puertas lógicas cuánticas

Son funciones que opera un cierto número de qubits, se pueden desarrollar funciones booleanas, suma, resta, etc. Al contrario de las puertas lógicas clásicas las puertas lógicas cuánticas son reversibles

(despreciando los efectos de decoherencia). Estas puertas lógicas son fundamentales para la construcción de algoritmos cuánticos.

Existen puertas cuánticas que operan con 1 qbit y puertas cuánticas que operan con varios qbits.

3.6.1. Porta NOT

Es similar a la puerta clásica NOT, cambia el valor de entrada por su opuesto, es decir:

$$\begin{aligned} NOT |0\rangle &= |1\rangle, \\ NOT |1\rangle &= |0\rangle, \end{aligned} \tag{3.17}$$

por consiguiente la matriz que representa esta puerta lógica es:

$$NOT = \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{3.18}$$

En general si tenemos un qbit

$$|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$$

tendremos

$$NOT |\psi\rangle = \alpha |1\rangle + \beta |0\rangle$$

3.6.2. Puerta Hadamard

Es una puerta lógica Hadamard (H_d) que crea estados de superposición, entonces:

$$\begin{aligned} H_d |0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle), \\ H_d |1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle - |1\rangle), \end{aligned} \tag{3.19}$$

por consiguiente la matriz que representa esta puerta lógica es:

$$H_d = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (3.20)$$

En general si tenemos un qbit

$$|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$$

tendremos

$$H_d |\psi\rangle = \frac{\alpha + \beta}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{\alpha - \beta}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

3.6.3. Puerta C-NOT

Es una puerta lógica que actúa en 2 qbits. Si consideramos la base ortogonal para estos qbits es $|00\rangle, |10\rangle, |01\rangle, |11\rangle$, entonces aplicando la puerta a esta base obtendremos:

$$\begin{aligned} CNOT |00\rangle &= |00\rangle, \\ CNOT |10\rangle &= |11\rangle, \\ CNOT |01\rangle &= |01\rangle, \\ CNOT |11\rangle &= |10\rangle. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Esta puerta *CNOT* invierte el segundo qbit (alvo), solo si el primer qbit (control) tiene el valor 1. Por consiguiente la matriz que representa esta puerta lógica es:

$$CNOT = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

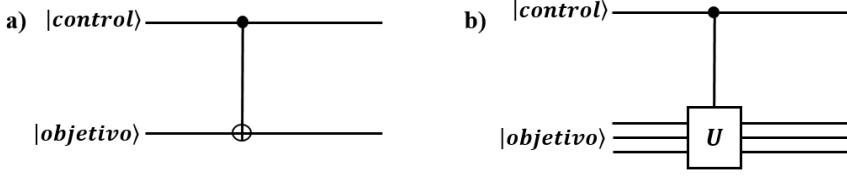


Figura 3.3: a) Representación de la puerta controlada CNOT. Se invierte el segundo qbit (objetivo), solo si el primer qbit (control) esta en el estado $|1\rangle$. b) Porta controlada U (CtrU). El operador U actúa sobre el alvo solamente si el estado del qbit de control es $|1\rangle$.

Podemos generalizar y escribir cualquier puerta controlada (CtrU); como se muestra en la Figura 3.3; por el primer qbit de la siguiente forma

$$CtrU = |0\rangle\langle 0| \otimes I + |1\rangle\langle 1| \otimes U, \quad (3.23)$$

donde el primer subespacio es del qbit de control, el segundo subespacio es del qbit objetivo y U es cualquier operador unitario. Es decir si el qbit objetivo es $|\psi\rangle$, obtendremos

$$|0\rangle \otimes |\psi\rangle \rightarrow |0\rangle \otimes |\psi\rangle \quad (3.24)$$

$$|1\rangle \otimes |\psi\rangle \rightarrow |1\rangle \otimes U|\psi\rangle \quad (3.25)$$

Cabe resaltar que después de una puerta controlada el estado final no podrá escribirse en la forma $|qbit\ 1\rangle \otimes |qbit\ 2\rangle$, porque los qbits quedaran entrelazados.

3.7. Puertas cuánticas con el centro NV

En esta sección describiremos como implementar algunas puertas lógicas con el centro NV. En nuestro caso, debido a que tenemos un

conjunto de NV observamos un espectro con varios picos debido a que El centro NV puede tener cuatro orientaciones en la estructura del diamante, como se observa en la Figura 3.4. De este conjunto de picos seleccionamos uno de ellos. De esta forma obtenemos un sistema de dos niveles.

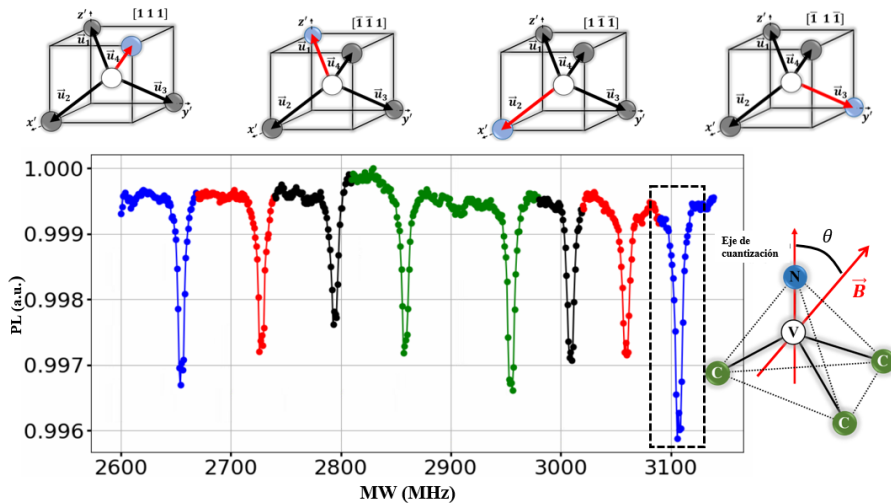


Figura 3.4: Espectro de ODMR de un conjunto de NV en un cristal de diamante. Para crear las puertas lógicas seleccionamos uno de los picos, en este caso $f = 3110$ MHz. La dirección del campo magnético (~ 90 G) se ajusta experimentalmente de tal forma que se observen los 8 picos.

3.7.1. Implementación de Rotaciones con los centros NV

Estas operaciones pueden ser implementadas usando la interacción de los pulsos de microondas (MW) con el spin electrónico del NV, como se ve en la Figura 3.5. Después de escoger uno de los picos del

espectro de ODMR, ver Figura 3.4, podemos escribir la interacción del spin electrónico del NV con el pulso de MW en la dirección x como

$$H = -\omega_0 \frac{\sigma_z}{2} - \gamma_e B_1 \cos(\omega t + \phi) \frac{\sigma_x}{2} \quad (3.26)$$

donde ω_0 es la diferencia entre los niveles de energía del pico escogido, ω y ϕ es la frecuencia con la cual oscila el campo, γ_e es el factor giromagnético del electrón y B_1 es el módulo del campo oscilante en la dirección x . Llevando el sistema para el referencial girante, através del operador de rotación $U = e^{i\omega\sigma_z t/2}$, tendremos

$$H_{RG} = U^\dagger H U - iU^\dagger \dot{U} \quad (3.27)$$

$$H_{RG} = -(\omega_0 - \omega) \frac{\sigma_z}{2} + \frac{\gamma_e B_1}{2} (\sigma_x \cos\phi + \sigma_y \sin\phi) \quad (3.28)$$

De la ecuación (3.28) podemos ver que si $\phi = 0$ el campo B_1 se encuentra en la dirección x y para $\phi = \pi/2$ la dirección será y .

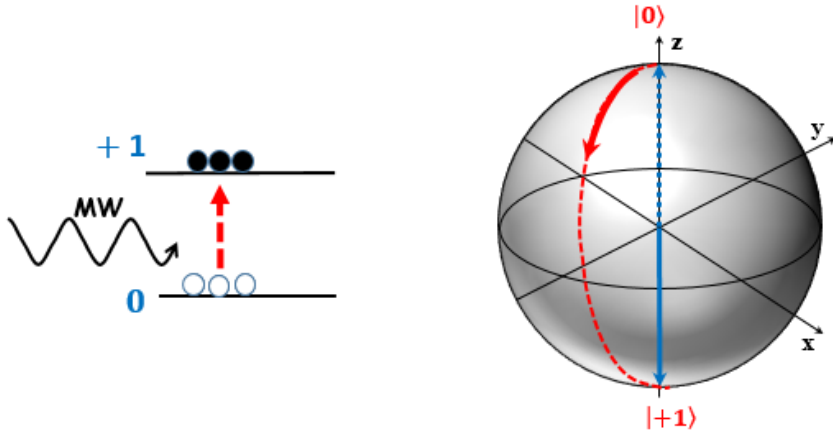


Figura 3.5: Rotación del spin electrónico con pulsos de microwondas.

Así, si $\omega = \omega_0$ el campo B_1 está en resonancia con el sistema, eso quiere decir que el efecto de este campo será únicamente sentido por el

spin electrónico del centro NV. Luego,

$$H_{RG} = \gamma_e B_1 \sigma_x / 2, \quad (3.29)$$

entonces la solución de la ecuación Schrodinger puede ser escrita como

$$|\psi(t)\rangle = e^{-i\gamma_e B_1 \sigma_x / 2} |\psi(0)\rangle. \quad (3.30)$$

De la ecuación (3.30) podemos ver que $e^{-i\gamma_e B_1 \sigma_x / 2}$ es un operador de rotación en torno al eje x similar a la ecuación (3.13), es decir, en el referencial girante observamos que el estado de spin del centro NV gira en torno al eje x con frecuencia angular $\gamma_e B_1$, como se observa en la Figura 3.5.

Así como σ_x genera una rotación en torno al eje x , otros operadores de rotación pueden ser escritos de la forma

$$R_\alpha(\theta) = e^{-i\theta \frac{\sigma_\alpha}{2}} = I \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - i \sigma_\alpha \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (3.31)$$

donde I es la matriz identidad 2×2 y $\alpha = x, y, z$

3.7.2. Puerta Hadamard

Como mencionamos antes la puerta Hadamard es importante debido a que se puede crear una superposición de estados. La puerta Hadamard puede ser implementada usando la siguiente secuencia de pulsos $R_y(\pi/2)R_z(\pi)$.

$$R_y(\pi/2)R_z(\pi) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

$$R_y(\pi/2)R_z(\pi) = R_z(-\pi)R_y(-\pi/2) = -\frac{i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

Si en un circuito cuántico tenemos dos puertas Hadamard se puede hacer una simplificación, veamos

$$H_d \cdot U \cdot H_d = R_y(\pi/2) R_z(\pi) U R_z(-\pi) R_y(-\pi/2) \quad (3.34)$$

en el referencial girante las rotaciones $R_z(\theta)$ pueden ser absorbidas, por tanto la ecuación (3.34) puede ser simplificada

$$H_d \cdot U \cdot H_d = R_y(\pi/2) U R_y(-\pi/2) \quad (3.35)$$

3.7.3. Puertas controladas

Como mencionamos anteriormente este operador puede ser escrito de la siguiente forma

$$CtrU = |0\rangle\langle 0|_C \otimes I + |1\rangle\langle 1|_C \otimes U. \quad (3.36)$$

Si el qbit de control está en $|0\rangle_C$ el qbit objetivo no es afectado, mientras que, si el qbit de control está en $|1\rangle_C$ el qbit objetivo es afectado por el operador U .

Para implementar puertas controladas con los centros NV [45], podemos usar la interacción del spin electrónico del NV ($S = 1/2$) con el núcleo de nitrógeno ^{15}N ($I = 1/2$), esta interacción es dado por

$$H_{int} = -2\pi A_{zz} \frac{\sigma_z^e}{2} \frac{\sigma_z^N}{2} \quad (3.37)$$

donde los dos spins están unidos por una interacción hiperfina $A_{zz} = 3,03$ MHz. Luego el operador evolución es

$$U_{int}(t) = \exp(-iH_{int}t) = \exp\left(2i\pi A_{zz} \frac{\sigma_z^e}{2} \frac{\sigma_z^N}{2} t\right). \quad (3.38)$$

El operador U_{int} es conocido como “evolución libre”, debido a que el campo de RF o MW no actúa sobre el sistema. Representando U_{int} usando las matrices de Pauli, tenemos

$$U_{int}(t) = \begin{pmatrix} e^{-i\pi A_{zz}t/2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\pi A_{zz}t/2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\pi A_{zz}t/2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-i\pi A_{zz}t/2} \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

Reescribiendo $U_{int}(t)$, con $\gamma = 2\pi A_{zz}t$

$$U_{int}(t) = \begin{pmatrix} e^{-i\gamma/4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\gamma/4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\gamma/4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-i\gamma/4} \end{pmatrix}, \quad (3.40)$$

luego

$$U_{int} = \begin{pmatrix} e^{-i\gamma/4} & 0 \\ 0 & e^{i\gamma/4} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e^{i\gamma/4} & 0 \\ 0 & e^{-i\gamma/4} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$U_{int}(t) = \exp\left(i\gamma\frac{\sigma_z^e}{4}\right) \otimes |0\rangle\langle 0|_N + \exp\left(-i\gamma\frac{\sigma_z^e}{4}\right) \otimes |1\rangle\langle 1|_N. \quad (3.41)$$

Usando los operadores de rotación podemos reescribir la ecuación anterior como

$$U_{int}(t) = R_z^e\left(-\frac{\gamma}{2}\right) \otimes |0\rangle\langle 0|_N + R_z^e\left(\frac{\gamma}{2}\right) \otimes |1\rangle\langle 1|_N. \quad (3.42)$$

La ecuación (3.42) tiene el mismo formato que la ecuación (3.36), eso quiere decir que para poder crear una puerta controlada es necesario $U_{int}(t)$.

Para implementar nuestro termómetro cuántico con el centro NV, es necesario crear una “puerta de fase controlada.”^{es} decir el operador U

de la ecuación (3.36) tiene que ser σ_z . Así, la puerta de fase controlada $CtrZ$ debe consistir en una evolución libre con duración $t = 1/2A_{zz}$ seguido de rotaciones $\pi/2$ en ambos qbits en torno de z , es decir

$$CtrZ = R_z^N \left(\frac{\pi}{2} \right) R_z^e \left(\frac{\pi}{2} \right) U_{int} \left(\frac{1}{2A_{zz}} \right) \quad (3.43)$$

3.8. Manipulación coherente del estado de spin del defecto NV

Las propiedades de decoherencia del spin del NV han sido uno de los temas más estudiados debido a sus numerosas aplicaciones en información cuántica y magnetometría. La decoherencia puede verse como la transferencia de información de un sistema con su entorno. La decoherencia limita la escala de tiempo en la que un sistema se comporta como un sistema cuántico. El tiempo que tardan los componentes fuera de la diagonal de la matriz de densidad en desaparecer, es decir ser igual a cero, se conoce como tiempo de decoherencia.

Cuando la escala de tiempo es relativamente larga en comparación con la secuencia de pulso experimental, algunos efectos pueden considerarse fuentes cuasiestáticas de decoherencia.

Hay tres escalas de tiempo características, estos son [34, 35, 36]

- T_1 se llama tiempo de relajación longitudinal, tiempo de relajación spin-red o tiempo de decaimiento del sistema desde un estado puro hacia un estado estable, es decir, en equilibrio térmico. Para medir este tiempo se inicializa el sistema en un estado puro y luego se deja evolucionar libremente hasta que el sistema llegue al equilibrio. En el caso de los centros NV T_1 está en torno de 1 – 10 ms.

- T_2 se conoce como tiempo de coherencia transversal o como tiempo de relajación spin-spin según la nomenclatura usada en Resonancia Magnética Nuclear (NMR) y Resonancia paramagnética de electrones (EPR). T_2 es intrínscico del sistema (centros NV para nuestro caso), porque se debe a la interacción entre el spin del sistema y los spins nucleares o electronicos que se encuentran en su entorno. Esta relajación no depende de la temperatura. En el caso de los centros NV T_2 varia de algunos microsegundos hasta centenas de microsegundos, haciendo posible estudios de información cuántica.
- T_2^* Debido a la no homegeneidad del campo magnético externo y también debido a que los spins nucleares vecinos (átomos de ^{13}C y nitrógeno) crean campos magnéticos que afectan al spin del NV. En consecuencia, estas pequeñas inhomegeneidades del campo magnético que experimentan los centros NV causa que los spins del NV tengan frecuencias de precesión diferentes (frecuencias de Larmor) dando como resultado una fase en el plano transversal.

Es importante resaltar que para realizar protocolos de información cuántica solo estamos limitados por el tiempo de decoherencia spin-spin, porque $T_1 \gg T_2 \gg T_2^*$.

Para analizar los efectos producidos en la dinámica del spin debido a la interacción con su entorno se usan técnicas que estan descritas en [34, 35, 46] , como por ejemplo Spin-Echo, que nos permiten encontrar los tiempos de decoherencia observando los cambios de la población de spins en el tiempo.

3.8.1. Oscilaciones de Rabi

La excitación de un sistema de dois niveles con un campo externo oscilante puede conducir a un intercambio periódico de energía entre el campo y el spin electrónico del centro NV. El Hamiltoniano que describe esta interacción es

$$H = DS_z^2 + \gamma_e B_z S_z + H_{MW}, \quad (3.44)$$

donde

$$H_{MW} = \gamma_e B_{MW} S_x \cos(\omega_{MW} t). \quad (3.45)$$

Cambiando el sistema del referencial laboratorio al referencial en rotación a través de la transformación unitaria $U = e^{-i\omega_{MW} S_z t}$ tenemos

$$H_{rot} = U H U^\dagger + i \dot{U} U^\dagger \quad (3.46)$$

$$H_{rot} = (D - \omega_{MW}) S_z^2 + \gamma_e B_z S_z + \frac{\gamma_e B_{MW}}{2} S_x \quad (3.47)$$

De la ecuación (3.47) podemos notar que dependiendo de la frecuencia

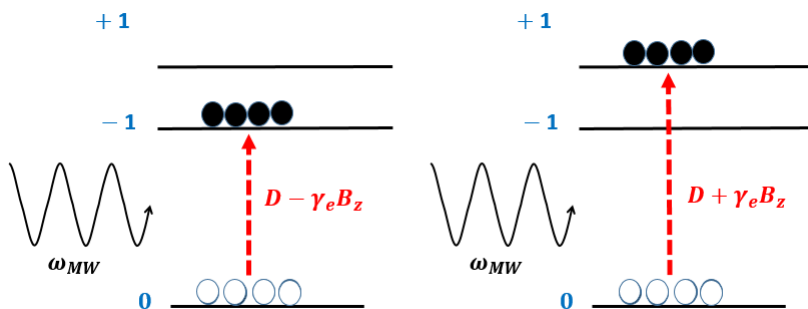


Figura 3.6: Dependiendo de la frecuencia de microondas se puede realizar la transición $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$ o $|0\rangle \rightarrow |-1\rangle$.

de microondas podemos realizar las transiciones $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$ o $|0\rangle \rightarrow |-1\rangle$

cuando $\omega_{MW} = D \pm \gamma_e B_z$, como se muestra en la Figura 3.6. Por tanto, escogiendo una de la transiciones, por ejemplo $|0\rangle \rightarrow |-1\rangle$, podemos resolver el Hamiltoniano del sistema para conocer la evolución del estado del sistema $|\Psi\rangle$. Teniendo en cuenta que la señal de fluorescencia S corresponde a la proyección del estado final $|\Psi\rangle$ sobre el estado $|0\rangle$, entonces $S \propto |\langle \Psi | 0 \rangle|^2$ y la probabilidad de encontrar al sistema en este estado en un determinado tiempo es

$$S(t) \propto \left(\frac{\gamma_e B_{MW}}{\Omega_R} \right) \text{sen}^2 \left(\frac{\Omega_R t}{2} \right) \quad (3.48)$$

donde $\Omega_R = \sqrt{(\gamma_e B_{MW})^2 + \Delta^2}$ es la frecuencia de Rabi, $\Delta = \omega_{MW} - \omega_0$ es el desvío que existe entre la frecuencia de microondas ω_{MW} y la transición $\omega_0 = D \pm \gamma_e B_z$.

Para obtener experimentalmente las oscilaciones de Rabi tenemos que excitar los NVs con laser 532 nm para inicializar el sistema y poblar el estado $|0\rangle$. Luego es aplicado durante un tiempo t el campo de microondas resonante a una de las transiciones. Para realizar la medida tenemos que excitar nuevamente con el laser, por tanto la secuencia para determinar las oscilaciones es la que se muestra en la Figura 3.7

De la Figura 3.7, observamos un decaimiento de las oscilaciones de Rabi, esto se debe a la pérdida de coherencia del sistema y esta determindo por el tiempo T_2^* . De esa forma tenemos que la señal de fluorescencia estará representado por la siguiente ecuación

$$S(t) \propto e^{-t/T_2^*} \left(\frac{\gamma_e B_{MW}}{\Omega_R} \right) \text{sen}^2 \left(\frac{\Omega_R t}{2} \right) \quad (3.49)$$

Observar las oscilaciones de Rabi proporciona información importante para implementar puertas lógicas cuánticas básicas para un sistema de dos qubits, porque el pulso $-\pi$ es definido como el

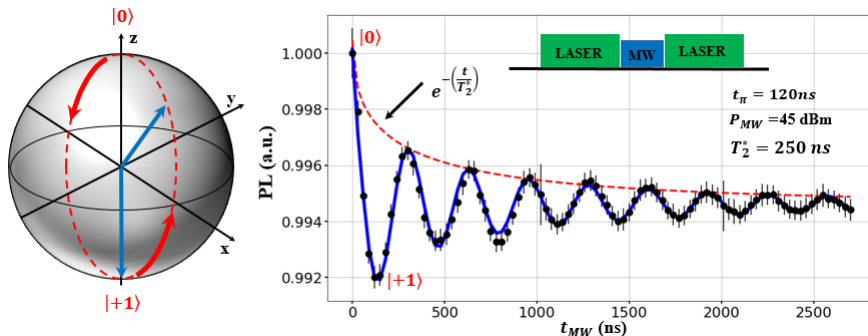


Figura 3.7: Izquierda: Representación geométrica de un sistema de dos niveles en la esfera de Bloch. Derecha: Secuencia de pulsos para obtener las oscilaciones de Rabi de la transición $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$, donde los puntos negros son las medidas experimentales y la línea azul es lo obtenido por la ecuación (3.49).

tiempo de duración del pulso de MW con una determinada potencia que causa un mínimo en la fluorescencia, es decir se polarizó completamente para el estado $|1\rangle$, como se observa en la Figura 3.8.

Después de encontrar el pulso $-\pi$ podemos realizar secuencia de pulsos mas complejos para caracterizar los tiempos de coherencia del centro NV [47, 48, 49, 50], implementar puertas lógicas cuánticas [12, 51], para la caracterización de otros materiales [11, 41] o para realizar explorar conceptos físicos [52].

A continuación describiremos algunas secuencias implementadas para obtner algunos tiempos de coherencia característicos de nuestra muestra de diamante que contiene un conjunto de centros NV.

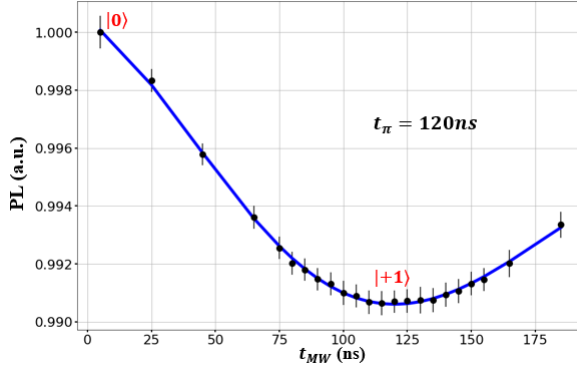


Figura 3.8: Para una potencia de 45 dB del pulso de MW observamos que el pulso $-\pi$ es 120 ns, que es donde la fluorescencia es mínima, es decir se polarizó completamente para el estado $|1\rangle$.

3.8.2. Secuencia Eco Hahn

Es una importante técnica para que permite conocer la interacción del spin electrónico del NV en nuestro caso con otros spins que se encuentran en su entorno [47, 48, 49, 50]. La secuencia Eco Hahn consta de $\pi/2 - \tau - \pi - \tau - \pi/2$ [34, 35], como se muestra en la Figura 3.9. La excitación con el laser es necesario para preparar el sistema en el estado $|0\rangle$. El pulso $\pi/2$ origina una rotación de la polarización del sistema para el eje y , es decir el estado después de este pulso será $(|0\rangle - i|1\rangle)/\sqrt{2}$ que es un estado de superposición. Luego el sistema evoluciona libremente por un tiempo τ . En este periodo de tiempo el sistema pierde coherencia, debido al desfase de los spins de los NVs. Este desfase se debe a la inhomogeneidad del campo magnético local, haciendo que los spins de los centros NV giren con diferentes velocidades, Figura 3.9b.

Si el desfase ocasionado por el campo magnético local es pequeño

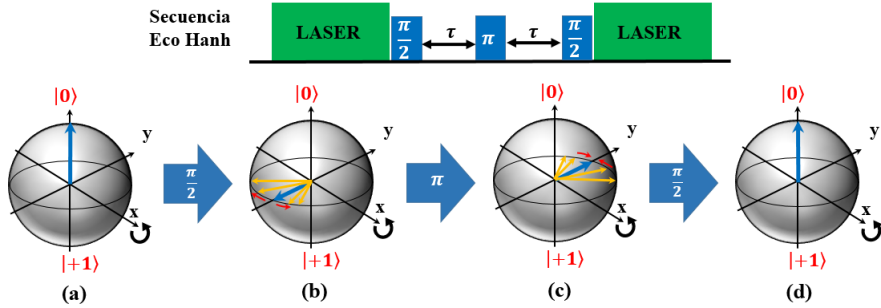


Figura 3.9: Secuencia de Eco Hahn. Inicialmente se polariza con el laser en el estado $|0\rangle$. (a) El pulso $\pi/2$ a lo largo de x cambia la polarización para el eje y . (b) Durante el tiempo τ , el sistema evoluciona libremente. La diferencia de fase se debe a la inhomogeneidad del campo magnético local. (c) El pulso π invierte la polarización ayudando a eliminar el desfase. (d) Finalmente el pulso $\pi/2$ es realizado para realizar la medida de la fluorescencia.

en la escala de tiempo τ el pulso π de MW conseguira invertir la fase acumulada de modo que se acumule la misma cantidad de fase durante la segunda precesión libre τ , por lo tanto, la reenfoque depende de qué tan lentas se comparen las fluctuaciones del campo magnético local con el intervalo de precesión libre, las fluctuaciones más rápidas resultan en una reenfoque menos perfecta. Finalmente el pulso $\pi/2$ sirve para proyectar el estado final con el estado $|0\rangle$.

Al variar el tiempo de evolución libre τ , hemos observado una curva de disminución que hemos ajustado asumiendo una sola disminución

exponencial con la función [49, 50]

$$S(\tau) = e^{-(2\tau/T_2)^n} [1 - 0,25 k (2 - 2\cos(2\pi \mathbf{f}_1 \tau) - 2\cos(2\pi \mathbf{f}_2 \tau) + \cos(2\pi (\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2)\tau) + \cos(2\pi (\mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_2)\tau))](3.50)$$

donde k depende del campo magnético externo, f_1 , f_2 son las frecuencias que está relacionado con la interacción hiperfina del spin nuclear ^{15}N con el spin electrónico del centro NV, como muestra en la Figure 3.10a y en el Apéndice B.

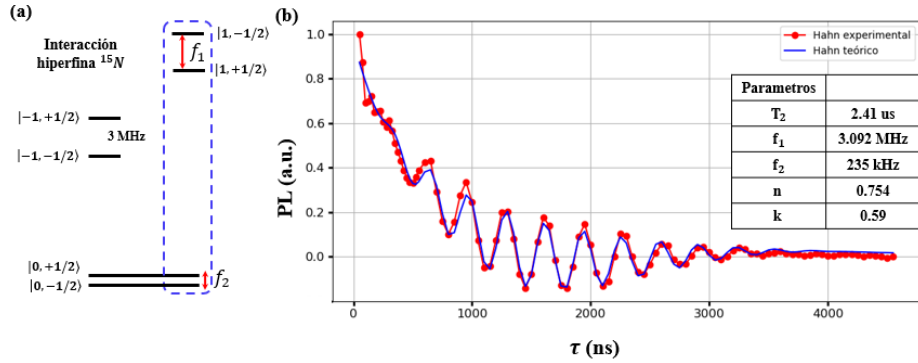


Figura 3.10: (a) Niveles de energía del centro NV con la interacción hiperfina del spin nuclear ^{15}N . (b) Señal de Eco Hahn de la transición encerrada con líneas azules discontinuas. La curva roja es teórica que viene de la ecuación (3.50) y los puntos rojos son los datos experimentales.

De la Figura 3.10b y de la ecuación (3.50) obtenemos las frecuencias $f_1 = 3,092 \pm 0,008$ MHz que es el acoplamiento hiperfino A_{zz} mientras que $f_2 = 235,01 \pm 5,78$ kHz está relacionado con el campo magnético externo en el eje de cuantización del centro NV [50, 47] que es ~ 50 G.

3.8.3. Medida del tiempo de relajación T_1

Para medir el tiempo de relajación T_1 o también conocido como relajación longitudinal, realizaremos la secuencia de la Figura 3.11. Nuevamente la excitación con el laser es para preparar el estado $|0\rangle$. Luego un pulso resonante π es aplicado para transferir la población al estado $|1\rangle$. Antes de realizar la medida se deja evolucionar el sistema por un tiempo τ . Como resultado observaremos el decaimiento de la polarización del spin del centro NV, es decir el sistema poco a poco irá relajandose hasta llegar el estado de equilibrio térmico, como se muestra en la Figura 3.11. Para nuestra muestra obtenemos un tiempo $T_1 = 1,78 \pm 0,05$ ms.

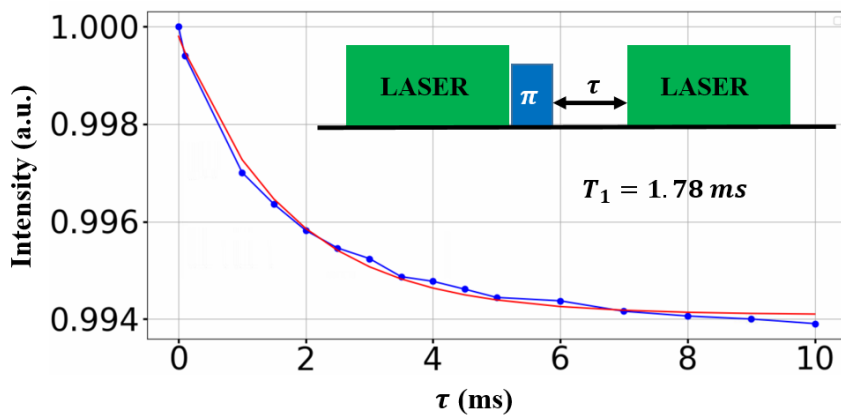


Figura 3.11: Secuencia de pulsos para medir el tiempo de relajación longitudinal T_1 .

Capítulo 4

Termómetro Cuántico

Una de las grandezas fundamentales en el sistema internacional de unidades (SI) es la temperatura, que está relacionada con las sensaciones de frío y caliente. La ley cero de la Termodinámica explica como termómetros comunes miden temperatura. Es decir, si dos cuerpos A y B están en equilibrio térmico con un tercero, que será el termómetro, entonces los cuerpos A y B se encontrarán en equilibrio térmico.

Esta ley fue publicada por los años 1930, mucho después de la Segunda Ley de la Termodinámica. Debido a que la segunda ley de la termodinámica depende de del concepto de temperatura Ralph H. Fowler la llamó Ley cero de la Termodinámica.

Termometría cuántica ha sido propuesto teóricamente por varios autores [6, 7, 8, 9]. Por ejemplo Martín-Martínez et al [8] propusieron medir temperatura usando fases de Berry de un átomo que interactúa con un campo electromagnético.

Recientemente fue propuesto una técnica experimental en Resonancia Magnética Nuclear para medir temperatura usando dos

qbits [10]. El primer qbit es usado como control y medirá la temperatura del segundo qbit que está en equilibrio térmico con el ambiente.

En los últimos años centros nitrógeno-vacancia (NV) han llamado mucho la atención debido a las propiedades que tiene. Dentro de ellas es que las medidas pueden ser realizadas a temperatura ambiente, lo cual marca una diferencia importante con respecto a otros sistemas físicos. Hay estudios que muestran que los centros NV en diamante pueden ser usados como sensores de temperatura [53, 54]. Además como fue discutido en [16, 55] el desdoblamiento de campo cero $D = 2,87$ GHz es sensible a la temperatura con una pendiente $dD/dT = -74,2$ KHz/K, lo cual puede usarse para calibrar nuestro termómetro cuántico.

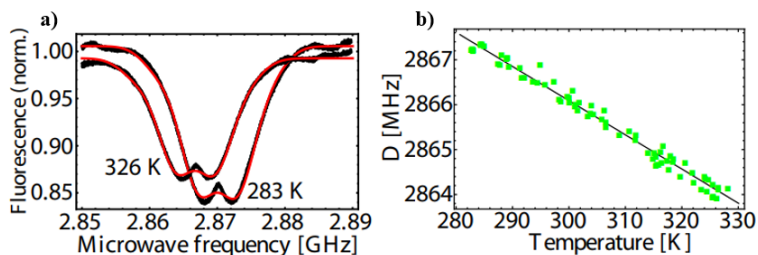


Figura 4.1: a) Espectro de ODMR para dos diferentes temperaturas. b) Gráfica del desdoblamiento de campo cero (D) en función de la temperatura con una pendiente $dD/dT = -74,2$ KHz/K. Adaptado de ACOSTA, et al. [16].

En este capítulo, describiremos teóricamente como podríamos realizar la medida de la temperatura de diversas muestras, como por ejemplo células, materiales 2D tal como transistores orgánicos de efecto de campo (OFETs, del inglés Organic field-effect transistors). El setup experimental (mayores detalles en el Capítulo C) consta de un

laser 532 nm, para excitar la muestra, una objetiva que focaliza el laser y colecta la fluorescencia de los centros NV. La fluorescencia colectada pasa por un dicróico que deja pasar las longitudes de onda correspondientes al NV. La detección de la fluorescencia puede ser realizada con un camara o un fotodetector de avalancha. Cabe resaltar que, nuestro sensor puede ser un diamante que contiene una capa fina de centros NV cerca de la superficie que nos ayudaría a hacer un mapeamiento de una región micrométrica, pero también puede usarse nanodiamantes que contienen centros únicos. La detección de la fluorescencia proveniente de los centros NV será detectado con una cámara relativamente simple o un fotodetector de avalancha (APD).

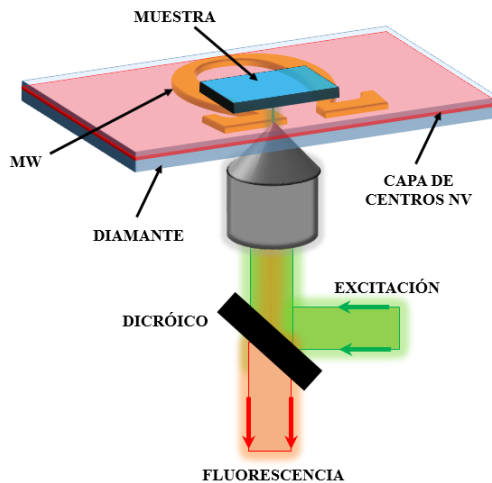


Figura 4.2: Setup para implementar el termómetro cuántico. El laser verde sirve para excitar los centros NV. La objetiva sirve para enfocar el laser y colectar la fluorescencia emitida por los centros. La muestra puede ser biológica o cualquier otro material del que se necesite medir la temperatura.

4.1. Circuito de Dispersión Cuántica

Supongamos que tenemos un operador unitario U que se encuentra en un espacio de Hilbert N -dimensional y actúa sobre la matriz densidad ρ . Nuestra problema es encontrar el valor esperado de U actuando sobre ρ , es decir, encontrar $\text{Tr}(U\rho)$ sin destruir este estado al realizar la medida. Este problema es resuelto construyendo un circuito cuántico, conocido como Circuito de dispersión Cuántica debido a la semejanza con el choque entre dos partículas donde podemos calcular la variación de momento de una partícula conociendo la variación de la otra. Es decir, el circuito de dispersión cuántica, Figura 4.3, se usará un qbit, que llamaremos **qbit control**, para conocer las propiedades de un sistema cuántico (**qbit objetivo**) sin hacer la medida directa éste [56, 57].

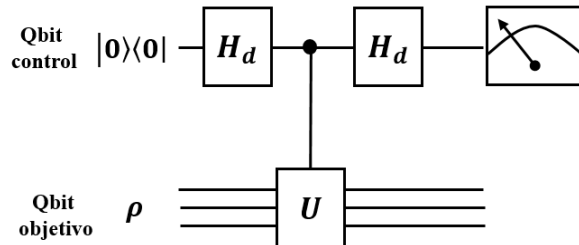


Figura 4.3: Circuito cuántico del termómetro cuántico usando el circuito de dispersión cuántica.

En un circuito de dispersión, el estado inicial del qbit de control es preparada en un estado inicial $|0\rangle$, como se muestra en la Figura 4.3. Luego se aplica la puerta Hadamard sobre el qbit control para tener una superposición de estados, es decir el nuevo estado será $(|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$. Luego, aplicamos la puerta controlada U (CtrU) que no

hace nada si el estado del qbit control es $|0\rangle$ y aplica el operador U si el qbit de control es $|1\rangle$. Finalmente aplicando otro Hadamard sobre el qbit de control y realizando la medida sobre ésta, por ejemplo $\langle\sigma_z\rangle$, obtendremos el valor esperado de $U\rho$. Este modelo es basado en la computación cuántica determinística con un qbit (DQC1, del inglés Deterministic Quantum Computation with one qubit) introducido por Knill y Laflamme [58]. Algunos algoritmos ya fueron estudiados con este modelo [59, 60, 61, 62], como por ejemplo el algoritmo de Shor [60, 61].

A continuación desarrollaremos paso a paso como afecta cada puerta lógica cuántica al sistema conformado por qbit control y el qbit objetivo.

4.2. Circuito cuántico para el Termómetro cuántico

A partir del circuito mostrado en la Figura 4.3, podemos escribir el estado inicial del sistema como

$$\rho_0 = |0\rangle\langle 0| \otimes \rho = \begin{pmatrix} \rho & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.1)$$

Ahora veremos paso a paso como afecta las puertas cuánticas al estado inicial:

- Aplicando la primera puerta Hadamard (H_d) obtenemos

$$\rho_1 = (H_d \otimes I)\rho_0(H_d \otimes I)^\dagger \quad (4.2)$$

$$\rho_1 = (H_d |0\rangle\langle 0| H_d^\dagger) \otimes (I\rho I^\dagger) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \otimes \rho$$

$$\rho_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \rho & \rho \\ \rho & \rho \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

- Ahora aplicaremos la puerta controlada $CtrlU$, donde el operador actuará sobre el qbit objetivo cuando el qbit de control esté en $|1\rangle$

$$\rho_2 = (CtrlU)\rho_1(CtrlU). \quad (4.4)$$

Del capítulo 3 tenemos que la puerta $CtrlU$ puede ser escrito como

$$CtrlU = |0\rangle\langle 0| \otimes I + |1\rangle\langle 1| \otimes U = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & U \end{pmatrix}. \quad (4.5)$$

Reemplazando (4.5) en (4.4) obtenemos

$$\rho_2 = \begin{pmatrix} \rho & \rho U^\dagger \\ U\rho & U\rho U^\dagger \end{pmatrix}. \quad (4.6)$$

- Finalmente aplicamos el último operador Hadamard

$$\rho_3 = (H_d \otimes I)\rho_2(H_d \otimes I)^\dagger \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} \rho_3 &= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} I & I \\ I & -I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho & \rho U^\dagger \\ U\rho & U\rho U^\dagger \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & I \\ I & -I \end{pmatrix} \\ \rho_3 &= \begin{pmatrix} \rho + U\rho U^\dagger + U\rho + \rho U^\dagger & \rho - U\rho U^\dagger + U\rho - \rho U^\dagger \\ \rho - U\rho U^\dagger - U\rho + \rho U^\dagger & \rho + U\rho U^\dagger - U\rho - \rho U^\dagger \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Ahora recordemos que el modelo de DQC1 indica que debemos medir sobre el qbit de control para obtener información del qbit objetivo, de esta manera tenemos que obtener la traza parcial sobre el qbit objetivo

$$\rho_c = \text{Tr}_o(\rho_3) = \langle a_i | \rho_3 | a_i \rangle_o \quad (4.9)$$

donde Tr_o es la traza parcial sobre el qbit objetivo y $|a_i\rangle_o$ es la base del sistema objetivo. Luego

$$\begin{aligned} \rho_c = & |0\rangle \langle 0| \text{Tr}(\rho + U\rho U^\dagger + U\rho + \rho U^\dagger) + & (4.10) \\ & |0\rangle \langle 1| \text{Tr}(\rho - U\rho U^\dagger + U\rho - \rho U^\dagger) + \\ & |1\rangle \langle 0| \text{Tr}(\rho - U\rho U^\dagger - U\rho + \rho U^\dagger) + \\ & |1\rangle \langle 1| \text{Tr}(\rho + U\rho U^\dagger - U\rho - \rho U^\dagger), \end{aligned}$$

usando algunas propiedades de la traza, como por ejemplo $\text{Tr}(\rho) = 1$, $\text{Tr}(A.B) = \text{Tr}(B.A)$ y $\text{Tr}(U\rho)^* = \text{Tr}(\rho U^\dagger)$ obtenemos

$$\text{Tr}(\rho + U\rho U^\dagger + U\rho + \rho U^\dagger) = 2 + 2 \text{Re} [\text{Tr}(U\rho)] \quad (4.11)$$

$$\text{Tr}(\rho - U\rho U^\dagger + U\rho - \rho U^\dagger) = 2i \text{Im} [\text{Tr}(U\rho)] \quad (4.12)$$

$$\text{Tr}(\rho - U\rho U^\dagger - U\rho + \rho U^\dagger) = -2i \text{Im} [\text{Tr}(U\rho)] \quad (4.13)$$

$$\text{Tr}(\rho + U\rho U^\dagger - U\rho - \rho U^\dagger) = 2 - 2 \text{Re} [\text{Tr}(U\rho)] \quad (4.14)$$

Reemplazando estas ecuaciones obtenemos la traza parcial

$$\rho_c = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \text{Re} [\text{Tr}(U\rho)] & i \text{Im} [\text{Tr}(U\rho)] \\ -i \text{Im} [\text{Tr}(U\rho)] & 1 - \text{Re} [\text{Tr}(U\rho)] \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

Al medir los valores esperados del operador Pauli asociados al qbit control $\langle \sigma_x^c \rangle$, encontramos

$$\langle \sigma_x^c \rangle = \text{Tr} [\rho_c \sigma_x^c] = \frac{1}{2} (i \text{Im} [\text{Tr}(U\rho)] - i \text{Im} [\text{Tr}(U\rho)]) = 0, \quad (4.16)$$

la medida de $\langle \sigma_y^c \rangle$ resulta

$$\begin{aligned} \langle \sigma_y^c \rangle = \text{Tr} [\rho_c \sigma_y^c] &= \frac{1}{2} [(-i) (-i \text{Im} [\text{Tr}(U\rho)]) + (i) (i \text{Im} [\text{Tr}(U\rho))]] \\ \langle \sigma_y^c \rangle &= -\text{Im} [\text{Tr}(U\rho)], \end{aligned} \quad (4.17)$$

finalmente $\langle \sigma_z^c \rangle$

$$\langle \sigma_z^c \rangle = \text{Tr} [\rho_c \sigma_z^c] = \text{Re} [\text{Tr}(U\rho)] \quad (4.18)$$

4.3. Equilibrio térmico de sistemas cuánticos de 2 niveles

Si el qbit objetivo tiene spin $1/2$ y se encuentra en estado de equilibrio térmico en el ensemble Boltzmann-Gibbs, la matriz densidad es

$$\rho = \frac{1}{\mathcal{Z}} \exp\left(-\frac{H}{k_B T}\right) \quad (4.19)$$

donde \mathcal{Z} es la función de partición, H es el Hamiltoniano del sistema, k_B es el factor de Boltzman e T es la temperatura del sistema en equilibrio térmico. Además, el Hamiltoniano que describe a este sistema es

$$H_{obj} = -E \frac{\sigma_z}{2} \quad (4.20)$$

donde σ_z es la matriz de Pauli z y E es la diferencia entre los niveles de energía que depende del campo magnético externo. Por tanto, la matriz densidad es

$$\rho_{obj} = \frac{1}{N} \begin{pmatrix} \exp\left(\frac{E}{2k_B T}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(-\frac{E}{2k_B T}\right) \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

donde

$$N = \exp\left(\frac{E}{2k_B T}\right) + \exp\left(-\frac{E}{2k_B T}\right). \quad (4.22)$$

Para usar el circuito 4.3 como termómetro escogemos $U = \sigma_z^{obj}$ debido a que $\text{Tr}[\sigma_z^{obj} \rho]$ nos da la diferencia de población que está asociado a la temperatura en equilibrio térmico. De esa forma el circuito cuántico que emplearemos será el de la Figura 4.4.

Luego de la (4.18)

$$\langle \sigma_z^c \rangle = \text{Re} \left[\text{Tr}(\sigma_z^{obj} \rho) \right] = \tanh\left(\frac{E}{2k_B T}\right). \quad (4.23)$$

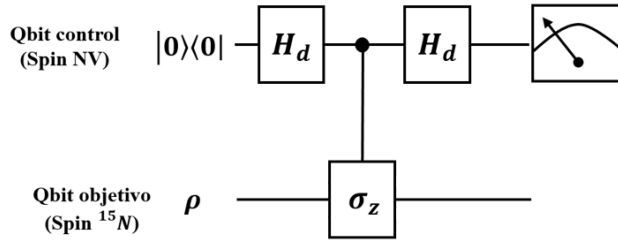


Figura 4.4: Circuito cuántico para implementar el termómetro cuántico con los centros NV.

De la ecuación (4.23) podemos notar que al medir en el qbit control ($\langle \sigma_z^c \rangle$) obtenemos información de la temperatura a la que se encuentra el qbit objetivo. Con esto podemos predecir y calibrar nuestro termómetro cuántico como podemos observar en la Figura 4.5 .

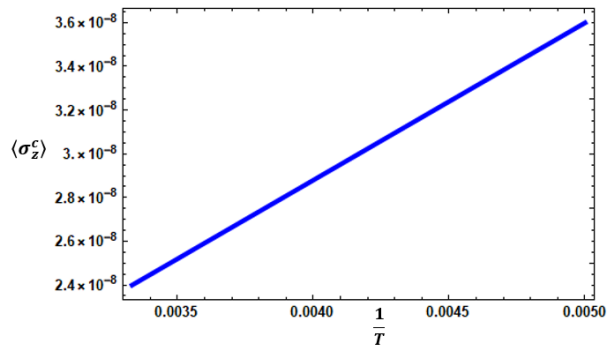


Figura 4.5: Simulación de la respuesta del termómetro cuántico para $f = 300kHz$, donde $E = 2\pi\hbar f$.

Existen varios sistemas que presentan dos niveles de energía, como por ejemplo en óptica cuántica son usados los fotones, en Resonancia Magnética Nuclear se usan núcleos con spin nuclear $1/2$. En nuestro caso

el qbit objetivo será el spin nuclear del nitrógeno ^{15}N que interactúa con el spin electrónico del centro NV. Para este sistema a temperatura ambiente se cumple que $k_B T \gg E$, por tanto

$$\langle \sigma_z^e \rangle \propto \frac{E}{2k_B T} \quad (4.24)$$

eso quiere decir que para $k_B T \gg E$, la polarización o magnetización de un sistema cuántico es proporcional al campo magnético aplicado é inversamente proporcional a la temperatura, es decir, recuperamos la ley de Curie.

4.4. Implementación del Termómetro cuántico

Como mencionamos antes para nuestro caso escogeremos uno de los picos de nuestro espectro que se muestra en la Figura 4.6. Este espectro muestra que el spin electrónico interactúa con el spin nuclear del ^{15}N , entonces el Hamiltoniano del subsistema escogido puede ser escrito como

$$H_{total} = H_0 + H_{int} \quad (4.25)$$

donde

$$H_0 = -\frac{\omega_e}{2}\sigma_z^e - \frac{\omega_N}{2}\sigma_z^N, \quad (4.26)$$

$$H_{int} = -\frac{2\pi A_{zz}}{4}\sigma_z^e\sigma_z^N. \quad (4.27)$$

Siendo H_0 representa la energía de interacción con el campo magnético estático del spin electrónico del NV y del spin nuclear del ^{15}N y H_{int} representa la interacción entre los spins. Además $\omega_e = 2\pi D \pm \gamma_e B$ y $\omega_N = \gamma_{^{15}\text{N}} B$, siendo $D = 2\pi 2,87$ GHz, $\gamma_e = 2\pi \times 28,8\text{GHz/T}$, $\gamma_{^{15}\text{N}} = 2\pi \times 4,316$ MHz/T y $A_{zz} = 3,048$ MHz.

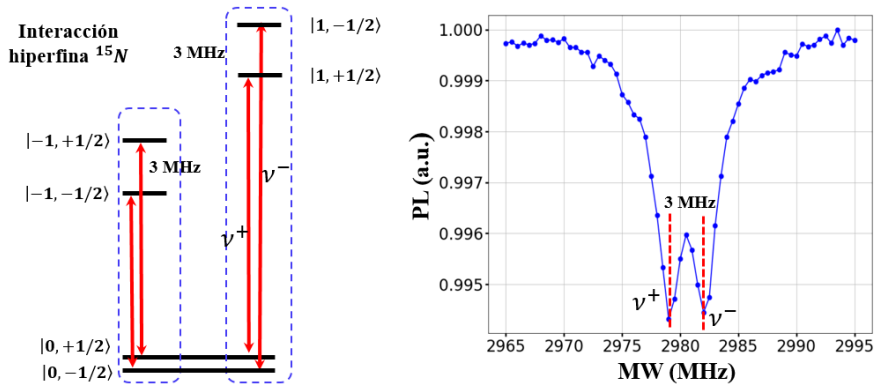


Figura 4.6: Izquierda, niveles de energía del spin electrónico del centro NV considerando la interacción Zeeman y la interacción hiperfina con el nitrógeno (^{15}N). Derecha, se observa los picos de las transiciones ν^+ y ν^- .

A continuación comenzaremos a implementar el circuito cuántico de la Figura 4.4.

4.4.1. Preparación del estado inicial

En equilibrio térmico el estado del sistema está determinado por la estadística de Boltzmann-Gibbs, pero cuando es excitado con el láser 532 nm el estado fundamental es poblado, como fue descrito en el Capítulo 2. Por tanto, al excitar con el láser por un determinado tiempo (\sim ms), tendremos que el sistema se encontrará en el estado $|0\rangle \langle 0| \otimes \rho$, siendo $\rho \sim \sigma_z$ (estado térmico), como se muestra en la Figura 4.7.

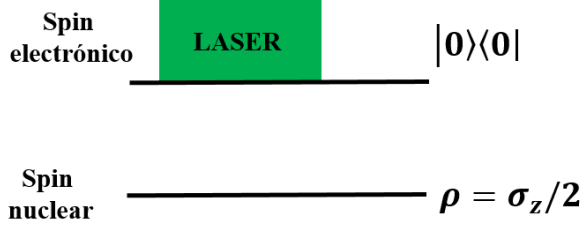


Figura 4.7: Secuencia para preparar el estado inicial del sistema.

4.4.2. Puertas cuánticas

Después de crear el estado inicial del sistema es necesario aplicar las puerta Hadamard, $CtrZ$ y finalmente otro Hadamard. Del Capítulo 3 tenemos que:

$$H_d U H_d = R_y^e(\pi/2) U R_y^e(-\pi/2) \quad (4.28)$$

$$CtrZ = R_z^e(\pi/2) R_z^N(\pi/2) U(1/2 A_{zz}) \quad (4.29)$$

donde los sub-índices e y N se refiere al spin electrónico del NV y al spin nuclear del nitrógeno respectivamente. Entonces el operador resultante de éste circuito será

$$TC = R_y^e(\pi/2) [R_z^e(\pi/2) R_z^N(\pi/2) U(1/2 A_{zz})] R_y^e(-\pi/2) \quad (4.30)$$

Podemos simplificar teniendo en cuenta que

$$R_z(\theta) = R_y(-\pi/2) R_x(\theta) R_y(\pi/2) \quad (4.31)$$

Además podemos omitir la rotación $R_z^N(\pi/2)$ sobre el núcleo debido a que interfiere en la medida sobre el spin electrónico. Por tanto la secuencia final, ver Figura 4.8, quedaria de la siguiente forma

$$TC = R_x^e(\pi/2) R_y^e(\pi/2) U(1/2 A_{zz}) R_y^e(\pi/2) \quad (4.32)$$

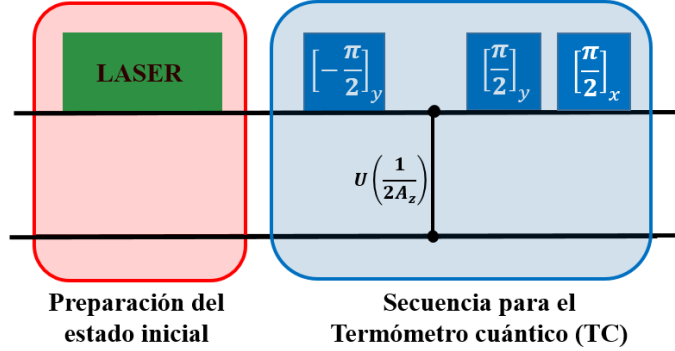


Figura 4.8: Secuencia de pulsos para implementar el termómetro cuántico con los centros NV.

Realizando la secuencia de la Figura 4.8 para varias temperaturas del baño térmico podemos obtener un gráfico como se muestra en la Figura 4.5. Cabe resaltar que luego nuestro baño térmico será reemplazado por muestras biológicas como células o dispositivos electrónicos a escala microscópica como OFETs (Organic field effect transistors).

Capítulo 5

Conclusiones y Perspectivas Futuras

Podemos resumir las conclusiones de este trabajo de la siguiente manera.

- Proponemos un modelo de circuito cuántico que permite medir temperatura de un sistema físico, usando como sensor centros NV en diamante del laboratorio del Instituto de Física de Sao Carlos cuyos tiempos de relajación T_1 y T_2 característicos fueron determinados experimentalmente en un trabajo anterior [46]. Para estos centros NV el qbit de control es el spin electrónico del NV y el qbit objetivo es el spin nuclear ^{15}N . La temperatura de referencia del dispositivo propuesto está dado por la distribución de las poblaciones de los spines nucleares ^{15}N de los centros NV en equilibrio térmico. Por tanto, la medida de temperatura de la muestra depositada sobre el sensor se efectuará determinando el cambio de la distribución de poblaciones en los estados nucleares ^{15}N producidos por la temperatura de la muestra de interés.

- El sistema para medir temperatura se puede simular con 2 qbits como se muestra en el Capítulo 4 y la simulación (Apéndice D), donde el qbit objetivo es un sistema de dos niveles en equilibrio térmico con el ambiente y la puerta controlada es $CtrlZ = |0\rangle\langle 0| \otimes I + |1\rangle\langle 1| \otimes \sigma_z$, como se muestra en la Figura 5.1. Por lo que al realizar la medición $\langle \sigma_z \rangle$ en el qbit de control obtenemos $\tanh(\frac{E}{2k_B T})$ que es un valor que depende de la temperatura a la cual se encuentra el qbit objetivo. Esto nos permite predecir y calibrar el termómetro cuántico.

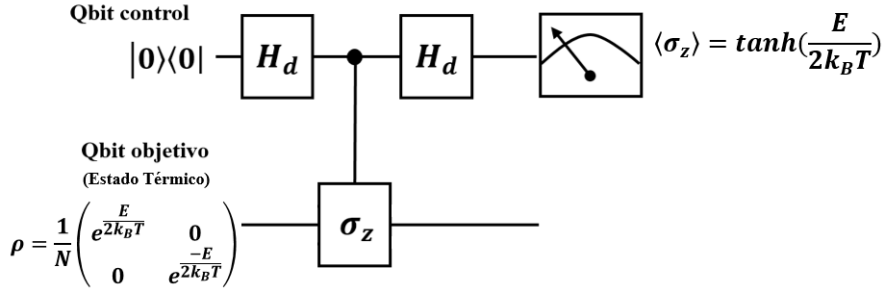


Figura 5.1: Circuito cuántico para el termómetro cuántico.

- La implementación física del termómetro cuántico con los centros NV se está realizando con el equipo experimental descrito en el Apéndice C que se encuentra en el laboratorio del Prof. Muniz del Instituto de Física de Sao Carlos. Actualmente se está determinando los pulsos de rotación en los ejes x e y , para luego implementar la secuencia de pulsos que obtuvimos en Capítulo 4 y calibrar nuestro termómetro. El siguiente paso será medir la temperatura de sistemas biológicos (células), micro estructuras de polimeros (OFETs), etc.

Anexos

Apéndice A

Conceptos generales del proceso de la Información Cuántica

En Mecánica Cuántica la función de estado o función de onda de un sistema es una representación matemática abstracta del estado de un sistema del cual podemos calcular varias propiedades. Como la función de onda en general es una función que tiene parte imaginaria, no se puede ser medida directamente por algún instrumento. Max Born, en 1926, dió una interpretación probabilística de la función de onda $\psi(x, t)$, postuló que la densidad de probabilidad $p(x, t)$ de encontrar una partícula en la posición x , en el instante t , puede ser obtenida

$$p(x, t) = |\psi(x, t)|^2 . \quad (\text{A.1})$$

Por tanto, la probabilidad (P) de encontrar la partícula en un determinado intervalo en el instante t es dado por

$$P = \int_a^b |\psi(x, t)|^2 dx , \quad (\text{A.2})$$

y la probabilidad de encontrar a la partícula en algún lugar del espacio es

$$\int |\psi(x, t)|^2 dx = 1 . \quad (\text{A.3})$$

Cabe resaltar que esta última ecuación es conocida como condición de normalización. Además, en función de esta densidad de probabilidad se puede encontrar, por ejemplo, el valor medio de la posición $\langle x \rangle$ de la partícula

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x |\psi(x, t)|^2 dx \quad (\text{A.4})$$

A.1. Notación de Dirac

En nuestro tratamiento matemático usaremos la notación introducida por Dirac. Lo que se hace es escribir; en vez de una función de onda; un estado para el sistema que está representado por un símbolo $|\rangle$, conocido como “ket”. Este estado contiene información sobre el sistema en cuestión. Por ejemplo, si sabemos la posición del sistema, entonces denotamos su estado por $|x\rangle$. Ahora si no sabemos con exactitud la posición del sistema podemos escribir el estado como

$$|\psi\rangle = \int \psi(x) |x\rangle dx , \quad (\text{A.5})$$

donde $\psi(x)$ es la función de onda. Por tanto, la ecuación (A.5) nos indica que el estado de la partícula es una combinación lineal de todos los estados que tienen una posición bien definida, cada uno con cierta probabilidad determinada por la función de onda.

Además la transpuesta de estos estados son representados por un “bra”

$$\langle\psi| = |\psi\rangle^\dagger = \int \psi(x)^* \langle x| dx . \quad (\text{A.6})$$

Usamos esta notación porque la física no depende de la base que utilicemos, podemos elegir trabajar en un espacio abstracto y cuando busquemos una propiedad en particular de nuestro sistema cambiar de espacio de Hilbert que nos sea más cómodo. Por ejemplo, sabemos que $|1\rangle$, $|2\rangle$ y $|3\rangle$ son tres estados independientes posibles del sistema, entonces podemos definir

$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |3\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Por tanto un estado arbitrario será

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \tag{A.7}$$

Ahora la probabilidad de que el sistema sea $|1\rangle$ se puede encontrar de la siguiente forma

$$|\langle 1 | \psi \rangle|^2 = \left| \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \right|^2 = |a_1|^2 \tag{A.8}$$

A.2. Estados Cuánticos de Sistemas Compuestos

El espacio de Hilbert de un sistema compuesto $A+B$ es el producto tensorial del espacio de Hilbert de los sistemas cuánticos A y B , es decir

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{A+B} = \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B, \tag{A.9}$$

donde \mathcal{H}_{A+B} es el espacio de Hilbert del sistema compuesto $A + B$, \mathcal{H}_A y \mathcal{H}_B es el espacio de Hilbert de A y B respectivamente. Por ejemplo, si $\{|a_i\rangle\}$ con $i = 1, \dots, n$ forman una base en el espacio del sistema A y $\{|b_j\rangle\}$ con $j = 1, \dots, m$ forman una base en el espacio del sistema B entonces

$$|\Psi\rangle = \sum_{ij} c_{ij} |a_i\rangle \otimes |b_j\rangle = \sum_{ij} c_{ij} |a_i b_j\rangle, \text{ tal que, } \sum |c_{ij}|^2 = 1, \quad (\text{A.10})$$

es un estado del sistema $A + B$ y c_{ij} son coeficientes complejos. De la ecuación (A.10) podemos notar que

$$|\xi\rangle = |a_1\rangle \otimes |b_2\rangle = |a_1 b_2\rangle, \quad (\text{A.11})$$

también es un estado del sistema $A + B$. Note que en el estado (A.11) cada sistema ha sido preparado separadamente. En este caso diremos que el estado $|\xi\rangle$ es un estado que “no está entrelazado”. Es decir, si aplicamos una transformación a uno de los estados, el otro no se verá afectado.

A.3. Entrelazamiento Cuántico

Si suponemos el caso de dos electrones A y B donde $\{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$ forman una base en el espacio de Hilbert de cada electrón, entonces un posible estado para los dos electrones es

$$|\psi\rangle = \frac{|\uparrow_A \uparrow_B\rangle + |\downarrow_A \downarrow_B\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (\text{A.12})$$

este estado no puede ser descompuesto en el producto de dos estado pertenecientes a cada electrón. Esto significa que este estado se encuentra “entrelazado”. Es decir, ningún de los electrones tiene un estado bien definido, el estado de uno de ellos depende del otro. En

principio medidas sobre el electrón A influyen instantáneamente en los posibles resultados de medidas sobre el electrón B . Esta característica peculiar intrigó a científicos por décadas. Einstein junto con Podolsky y Rosen describieron este fenómeno en un artículo conocido como la “paradoja de Einstein-Podolsky-Rosen” o “paradoja EPR” [63].

Por tanto, en Mecánica Cuántica se define como una propiedad de todo estado físico que no puede ser representado como un producto tensorial simple de los elementos que componen los espacios de Hilbert multiplicados,

$$|\psi\rangle \neq |\psi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle, \quad (\text{A.13})$$

donde $|\psi_A\rangle \in \mathcal{H}_A$, $|\psi_B\rangle \in \mathcal{H}_B$ y $|\psi\rangle \in \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$.

Apéndice B

Secuencia Eco Hahn

Muchos experimentos EPR de pulso pueden explicarse considerando un sistema que consiste en un espín electrónico $S = 1/2$ acoplado a un espín nuclear $I = 1/2$ en un campo magnético constante B_0 , lo que resulta en un interacción dada por

$$H_0 = \omega_E S_z + \omega_N I_z + \vec{S} \cdot \bar{A} \cdot \vec{I} \quad (\text{B.1})$$

donde ω_E y ω_N son las frecuencias de Larmor del electrón y del núcleo respectivamente.

Debido a la simetría axial del centro NV, la interacción hiperfina se puede aproximar a una matriz diagonal

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & A_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & A_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

De esa forma, el Hamiltoniano puede escribirse como

$$H_0 = \omega_E S_z + \omega_N I_z + A_{xx} S_z I_x + A_{yy} S_z I_y + A_{zz} S_z I_z \quad (\text{B.3})$$

Transformando el Hamiltoniano con el operador $e^{-i\eta I_z}$, donde $\eta = \arctan(A_{yy}/A_{xx})$, obtenemos

$$H_0 = \omega_E S_z + \omega_N I_z + B S_z I_x + A S_z I_z \quad (\text{B.4})$$

donde $A = A_{zz}$ y $B = \sqrt{A_{xx}^2 + A_{yy}^2}$. Siendo H_0 diagonal con respecto a S_z , reescribimos el Hamiltoniano de la siguiente forma

$$H_0 = m_S \omega_E + (m_S A - \omega_N) I_z + m_S B I_x, \quad (\text{B.5})$$

con $m_S = \pm 1/2$.

Realizando una rotación unitaria sobre el eje I_y , obtenemos

$$H = e^{i\phi I_y} H_0 e^{-i\phi I_y}$$

$$H = m_S \omega_E + K I_z \quad (\text{B.6})$$

donde

$$K = \left((m_S A - \omega_N)^2 + B^2 m_S^2 \right)^{1/2},$$

y

$$\tan(\phi) = \frac{B m_S}{m_S A - \omega_N}.$$

Luego, los autovalores de H son

$$E_{m_I}(m_S) = \omega_E m_S + K m_I \quad (\text{B.7})$$

y los autovectores son

$$|E_+(+)\rangle = \cos\frac{\phi^+}{2} |++\rangle + \text{sen}\frac{\phi^+}{2} |+-\rangle$$

$$|E_- (+)\rangle = \cos\frac{\phi^+}{2} |+-\rangle - \text{sen}\frac{\phi^+}{2} |++\rangle$$

$$|E_+(-)\rangle = \cos\frac{\phi^-}{2} | - + \rangle + \text{sen}\frac{\phi^-}{2} | - - \rangle$$

$$|E_{-}(-)\rangle = \cos\frac{\phi^{-}}{2} |--\rangle - \text{sen}\frac{\phi^{-}}{2} |-+\rangle$$

where the eigenstates are denoted by $|E_{m_I}(m_S)\rangle$ and $+$, $-$ correspond to m_I , m_S values of $+1/2$ and $-1/2$.

Las expresiones para la envolvente de la secuencia Echo Hahn se obtienen convenientemente del formalismo de la matriz de densidad.

$$\frac{d\rho}{dt} = i[\rho, H_0] \quad (\text{B.8})$$

Para obtener la señal de eco, la ecuación (B.8) debe integrarse para dar la matriz de densidad final $\rho(t_f)$, correspondiente al tiempo de aparición del eco, en términos de la inicial densidad $\rho(0) = \rho_0$. Si el hamiltoniano ($H = H_0$) es independiente del tiempo, podemos resolver la ecuación (B.8)

$$\rho(t) = e^{-iH_0t}\rho(0)e^{iH_0t} = U(t)\rho_0U^\dagger(t) \quad (\text{B.9})$$

La cantidad $U(t) = e^{-iH_0t}$ se llama propagador. La evolución del sistema durante los pulsos con cualquier campo RF (o MW) está asociado con el Hamiltoniano.

$$H_1(t) = 2\vec{\mu}\cdot\vec{B}_1(t) = 2\omega_1 S_x \cos(\Omega t) \quad (\text{B.10})$$

El análisis del efecto de los pulsos de RF se realiza en un sistema de referencia que gira con frecuencia Ω . La transformación a este nuevo sistema referencial es

$$\rho^{rot} = e^{-i\Omega t S_z} \rho^{lab} e^{i\Omega t S_z} \quad (\text{B.11})$$

Una simplificación por una transformación al marco giratorio de electrones, por lo que

$$H_{eff} = H_0 - \Omega S_z + \omega_1 S_x \quad (\text{B.12})$$

donde ΩS_z elimina la frecuencia de Larmos de H_0 y $\omega_1 S_x$ es el efecto del pulso de RF, es decir si el pulso de RF deja de actuar obtenemos el siguiente Hamiltoniano

$$H_r = H_0 - \Omega S_z \quad (\text{B.13})$$

Notamos de la ecuación (B.12) si $\Omega \simeq \omega_E$; $\omega_1 \gg \omega_N, A, B$; y $\omega_E \gg \omega_N, A, B$, entonces el Hamiltoniano efectivo se aproxima a

$$H_{eff} \simeq \omega_1 S_x, \quad (\text{B.14})$$

Considerando un pulso de RF con una duración t_p aplicada a lo largo de la dirección x, el operador de evolución en este caso viene dado por

$$U = e^{iH_{eff}t_p} = e^{i\omega_1 t_p S_x}. \quad (\text{B.15})$$

Si definimos el operador de rotación $R_x(\theta_p) = e^{i\theta_p S_x}$, produce una rotación de un ángulo $\theta_p = \omega_1 t_p$ alrededor del eje x (según la regla de la mano derecha) en el sistema girante, por lo tanto, el operador de densidad es

$$\rho(t_p) = R_x(\theta_p) \rho_0 R_x^\dagger(\theta_p). \quad (\text{B.16})$$

Dependiendo de si los pulsos de RFs están apagados o encendidos, durante un segmento de tiempo dado, podemos escribir la matriz de densidad final después de dos o tres pulsos como

$$\rho(t) = R_{seq} \rho_0 R_{seq}^\dagger, \quad (\text{B.17})$$

donde

$$R_{2p} = e^{i S_x \pi/2} e^{i H_r \tau} e^{i S_x \pi} e^{i H_r \tau} \quad (\text{B.18})$$

Luego la señal de la secuencia Eco Hahn es dado por

$$V = \frac{\text{Tr}(\rho_{seq} S_y)}{\text{Tr}(\rho_0 S_y)}. \quad (\text{B.19})$$

Por tanto

$$V_{2p}(\tau) = 1 - 2k \operatorname{sen}^2\left(\frac{K^+\tau}{2}\right) \operatorname{sen}^2\left(\frac{K^-\tau}{2}\right) \quad (\text{B.20})$$

con

$$k = \left[\frac{\omega_N B}{K^+ K^-} \right]^2 \quad (\text{B.21})$$

donde K^+ , K^- son las frecuencia de las transiciones nucleares.

Apéndice C

Montaje Experimental

En este capítulo describiremos el setup experimental que fué implementado en el laboratorio del Instituto de Física de São Carlos (IFSC-USP) para poder estudiar los centros NV. El setup tiene dos partes esenciales, parte óptica e electrónica que describiremos a continuación.

C.1. Montaje Óptico

Para la excitación óptica de los centros NV usamos un diodo laser verde de 532 nm de longitud de onda (Thorlabs DJ532-40), cuyos controles de temperatura y corriente implementados en el IFSC son usados para estabilizar la potencia del laser.

Para tener la posibilidad de controlar el laser y que este funcione en modo continuo o pulsado es necesario el uso de un modulador acusto óptico (AOM, AOMO 3110-320). El AOM es un cristal que está unido a un transductor piezoeléctrico y es usado para difractar la luz utilizando una señal eléctrica oscilante en radiofrecuencia (RF). Para seleccionar la

primera orden de difracción del laser (que fué maximizado modificando la posición del AOM) usamos una iris, entonces cuando la onda de RF esta OFF el laser no llegará al diamante.

Después de la iris el laser es expandido y colimado con dos lentes cuyo foco es escogido de tal forma que el diámetro del laser sea de aproximadamente 6 mm, que es el diámetro de entrada de la objetiva. El laser es llevado hasta la objetiva (Zeiss Achromat 50x, NA = 0.95) mediante un espejo y un dicróico (SemRock, Di02-R561-25x36) que solo permite el paso de longitudes de onda mayores a 561 nm a 45 grados. La fluorescencia es colectada a través de la propia objetiva y filtrado por el mismo dicróico y un filtro pasa alta (FELH0550), ver Figura C.1. La detección de la fluorescencia será realizado por una cámara (PointGrey, FL3-FW-03S1M-C), fotomultiplicadora (Hamamatsu, R1477-06) o un espectrómetro (Ocean Optic, USB 4000).

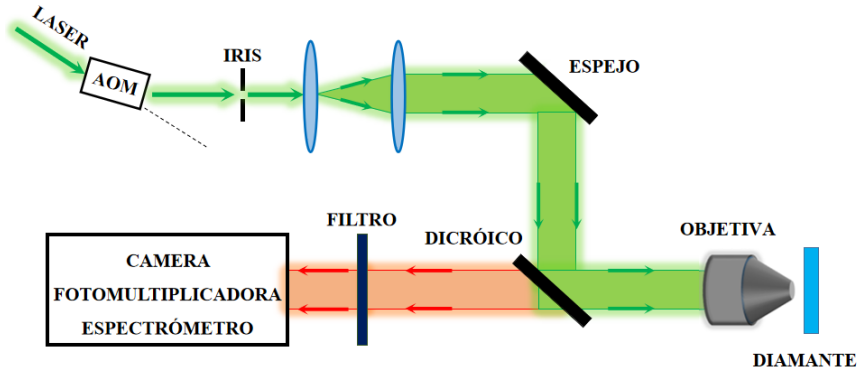


Figura C.1: Setup Óptico para la caracterización de los centros NV.

Es importante resaltar que la potencia del laser de excitación (532 nm) que llega a la muestra es de 20 mW, debido a las pérdidas en el AOM y en los componentes ópticos.

C.2. Montaje electrónico

En esta sección describiremos los circuitos y componentes utilizados para señales eléctricas en radiofrecuencia (RF) para controlar el modulador acusto-óptico (AOM) y microondas (MW) para generar los pulsos de excitación.

C.2.1. Circuito para controlar el modulador acusto-óptico

Para controlar el modulador acusto-óptico implementamos un circuito, que cambia la frecuencia (Voltage controlled oscillator (VCO), Mini-circuits ZX95-200-S+) y la amplitud (Voltage Variable Attenuators (VVA), Mini-circuits, ZX73-2500-S+) de la señal eléctrica oscilante en RF. La frecuencia y la amplitud de la onda de RF se determina maximizando la potencia de la primera orden del laser difractado.

Después de la señal de RF es guiada a un switch (Mini-circuits, ZASWA-2-50DR+) que es controlado por una placa rápida, programable generadora de pulsos (Spincore, PulseBlaster, PBESR-PRO-300). Luego la señal de RF es amplificada (Mini-circuits, ZHL-03-5WF) y direccionada al AOM.

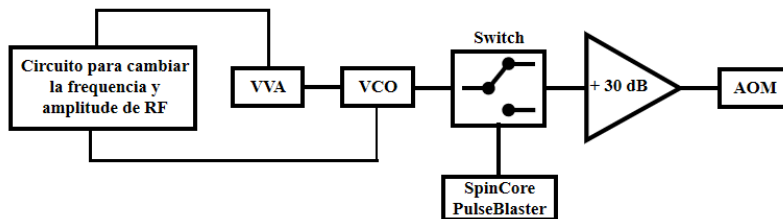


Figura C.2: Circuito RF.

Para poder crear una secuencia de pulsos preniendo y apagando el laser necesitamos saber los tiempo de respuesta del AOM, para realizar esto usamos una fotomultiplicadora (PMT, Hamamatsu H9305-03) que según las especificaciones tiene 1,5 ns de tiempo de respuesta. Configuramos el setup de tal forma que el AOM presente el menor tiempo de respuesta que es 28 ns con un 'delay' de 680 ns, como se muestra en la Figura C.3.

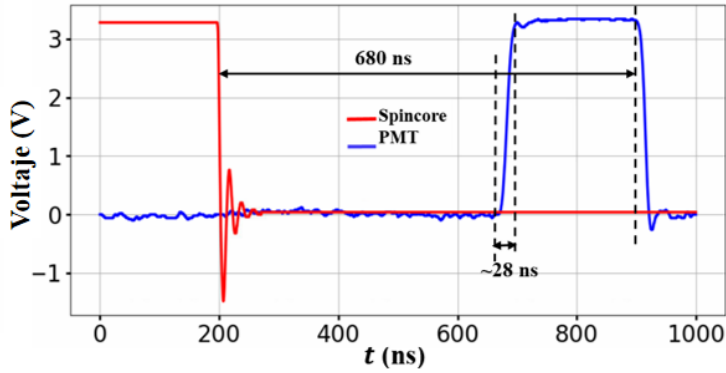


Figura C.3: Respuesta del laser y el AOM.

C.2.2. Circuito de Microondas (MW)

La manipulación de los spins del centro NV se realiza excitandolos con MW, para esto usamos un Generador de Señal (Stanford Research, SG384) que es conectado a un switch rapido de 3 ns (CMCS0947A-C2) y para controlar los tiempos de los pulsos MW usamos el generador de pulsos (Spincore,PulseBlaster, PBESR-PRO-300). La señal que sale del switch es guiada a un amplificador de potencia (Mini-circuits, ZHL-16W-43-S) para luego

pasar por un circulator de potencia (CS-3.000, 20 Watts, 2.0-4.0 GHz) que tiene dos salidas una que termina en 50Ω y la otra que va directamente a una antena (micro strip line). El circulator es usado para proteger al amplificador de reflexiones causadas por desajustes de la impedancia.

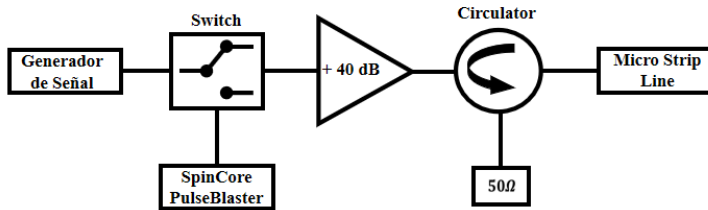


Figura C.4: Circuito MW.

Apéndice D

Simulación

Para simular el termómetro usamos Wolfram Mathematica.

```
(*Matriz de Pauli*)
σx = {{0, 1}, {1, 0}}; σy = {{0, -I}, {I, 0}};
|nú... | número |
σz = {{1, 0}, {0, -1}}; K = {{1, 0}, {0, 1}};
(*|0><0| y |1><1|*)
Es00 = {{1, 0}, {0, 0}}; Es11 = {{0, 0}, {0, 1}};
(*1 qbit*)
initial1 = {{1, 0}, {0, 0}};
(*2 qbit - Estado en equilibrio térmico*)
initial2 =  $\frac{1}{e^{-\frac{E1}{2kBT}} + e^{\frac{E1}{2kBT}}}$  {{e $\frac{E1}{2kBT}$ , 0}, {0, e $-\frac{E1}{2kBT}$ }};
(*Estado Total*)
estotal = KroneckerProduct[initial1, initial2]; (*qbit1 ⊗ qbit2*)
|producto Kronecker
(*Puerta Hadamard*)
had =  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  {{1, 1}, {1, -1}};
OPhad = KroneckerProduct [had, K];
|producto Kronecker
(*Puerta controlada CtrZ*)
ctrZ = KroneckerProduct[Es00, K] + KroneckerProduct[Es11, σz];
|producto Kronecker | producto Kronecker
```



```

(* 1 Puerta Cuantica - Hadamard *)
ρ1 = OPHad.estotal.ConjugateTranspose[OPHad];
      [transpuesto conjugado]

ρ1 // MatrixForm;
      [forma de matriz]

(* 2 Puerta Cuantica - CtrZ *)
ρ2 = ctrZ.ρ1.ConjugateTranspose[ctrZ];
      [transpuesto conjugado]

ρ2 // MatrixForm;
      [forma de matriz]

(* 3 Puerta Cuantica - Hadamard *)
ρ3 = OPHad.ρ2.ConjugateTranspose[OPHad];
      [transpuesto conjugado]

ρ3 // MatrixForm;
      [forma de matriz]

(*Traza parcial - 2 Qbit*)

ρc = Map[Tr, Partition[ρ3, {2, 2}], {2}];
      [apl... [tr... |particiona]

(*Medición*)
Resultado = FullSimplify[Tr[ρc.sz]];
      [simplifica compl... [traza]

Resultado

Tanh  $\left[ \frac{E1}{2 \text{ kB T}} \right]$ 

```

Bibliografía

- [1] Tao Xin, Bi-Xue Wang, Ke-Ren Li, Xiang-Yu Kong, Shi-Jie Wei, Tao Wang, Dong Ruan, and Gui-Lu Long. Nuclear magnetic resonance for quantum computing: Techniques and recent achievements. *Chinese Physics B*, 27(2):020308, feb 2018.
- [2] J.-P. Tetienne, N. Dontschuk, D. A. Broadway, S. E. Lillie, T. Teraji, D. A. Simpson, A. Stacey, and L. C. L. Hollenberg. Apparent delocalization of the current density in metallic wires observed with diamond nitrogen-vacancy magnetometry. *Physical Review B*, 99(1):014436, 2019. doi: 10.1103/PhysRevB.99.014436.
- [3] Y. Chu, M. Markham, D. J. Twitchen, and M. D. Lukin. All-optical control of a single electron spin in diamond. *Physical Review A*, 91:021801, Feb 2015.
- [4] David D. Awschalom, Lee C. Bassett, Andrew S. Dzurak, Evelyn L. Hu, and Jason R. Petta. Quantum spintronics: Engineering and manipulating atom-like spins in semiconductors. *Science*, 339(6124):1174–1179, 2013.
- [5] Udo Seifert. Stochastic thermodynamics, fluctuation theorems and molecular machines. *Reports on Progress in Physics*, 75(12):126001, nov 2012.

- [6] Thomas M. Stace. Quantum limits of thermometry. *Phys. Rev. A*, 82:011611, Jul 2010.
- [7] Matteo Brunelli, Stefano Olivares, Mauro Paternostro, and Matteo G. A. Paris. Qubit-assisted thermometry of a quantum harmonic oscillator. *Phys. Rev. A*, 86:012125, Jul 2012.
- [8] Eduardo Martín-Martínez, Andrzej Dragan, Robert B Mann, and Ivette Fuentes. Berry phase quantum thermometer. *New Journal of Physics*, 15(5):053036, may 2013.
- [9] Kieran D. B. Higgins, Brendon W. Lovett, and Erik M. Gauger. Quantum thermometry using the ac stark shift within the rabi model. *Phys. Rev. B*, 88:155409, Oct 2013.
- [10] C. Raitz, A. M. Souza, R. Auccaise, R. S. Sarthour, and I. S. Oliveira. Experimental implementation of a nonthermalizing quantum thermometer. *Quantum Information Processing*, 14(1):37–46, Jan 2015.
- [11] Margarita Lesik. *Engineering of NV color centers in diamond for their applications in quantum information and magnetometry*. Ph.d. thesis. (science), École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2015.
- [12] Gang-Qin Liu and Xin-Yu Pan. Quantum information processing with nitrogen–vacancy centers in diamond. *Chinese Physics B*, 27(2):020304, feb 2018.
- [13] S. Steinert, F. Dolde, P. Neumann, A. Aird, B. Naydenov, G. Balasubramanian, F. Jelezko, and J. Wrachtrup. High sensitivity magnetic imaging using an array of spins in diamond. *Review of Scientific Instruments*, 81(4):043705, 2010.

- [14] David A. Simpson, Jean-Philippe Tetienne, Julia M. McCoe, Kumaravelu Ganesan, Liam T. Hall, Steven Petrou, Robert E. Scholten, and Lloyd C. L. Hollenberg. Magneto-optical imaging of thin magnetic films using spins in diamond. *Scientific Reports*, 6(22797), 2016.
- [15] Marcus W. Doherty, Neil B. Manson, Paul Delaney, Fedor Jelezko, Jörg Wrachtrup, and Lloyd C.L. Hollenberg. The nitrogen-vacancy colour centre in diamond. *Physics Reports*, 528(1):1 – 45, 2013.
- [16] V. M. Acosta, E. Bauch, M. P. Ledbetter, A. Waxman, L.-S. Bouchard, and D. Budker. Temperature dependence of the nitrogen-vacancy magnetic resonance in diamond. *Phys. Rev. Lett.*, 104:070801, Feb 2010.
- [17] C. Kittel. *Introducción a la física del estado sólido*. Reverté, 1995.
- [18] Christopher M. Breeding and James E. Shigley. The "type" classification system of diamonds and its importance in gemology. *Gems and Gemology*, 45(2):96 – 111, 2009.
- [19] R. Mildren and J. Rabeau. *Optical engineering of diamond*. John Wiley and Sons, Weinheim, 2013.
- [20] Eloïse Gaillou and George R. Rossman. Color in natural diamonds: The beauty of defects. *Rocks & Minerals*, 89(1):66–75, 2014.
- [21] Victor Marcel Acosta. *Optical magnetometry with nitrogen-vacancy centers in diamond*. Ph.d. thesis. (science), University of California, Berkeley, California, 2011.
- [22] Gopalakrishnan Balasubramanian, Andrii Lazariev, Sri Ranjini Arumugam, and De wen Duan. Nitrogen-vacancy color center

- in diamond—emerging nanoscale applications in bioimaging and biosensing. *Current Opinion in Chemical Biology*, 20(1):69 – 77, 2014.
- [23] Michael Geiselmann. *All optical manipulation of a single nitrogen vacancy center in nanodiamond*. Ph.d. thesis. (science), Universitat Politècnica DE Catalunya, Barcelona, 2014.
- [24] J R Maze, A Gali, E Togan, Y Chu, A Trifonov, E Kaxiras, and M D Lukin. Properties of nitrogen-vacancy centers in diamond: the group theoretic approach. *New Journal of Physics*, 13(2):025025, 2011.
- [25] Adam Gali, Maria Fyta, and Efthimios Kaxiras. Ab initio supercell calculations on nitrogen-vacancy center in diamond: Electronic structure and hyperfine tensors. *Physical Review B*, 77(15):155206, 2008.
- [26] Adam Gali, Erik Janzén, Péter Deák, Georg Kresse, and Efthimios Kaxiras. Theory of spin-conserving excitation of the nv center in diamond. *Physical Review Letters*, 103(18):186404, 2009.
- [27] Paul Delaney, James C. Greer, and J. Andreas Larsson. Spin-polarization mechanisms of the nitrogen-vacancy center in diamond. *Nano Letters*, 10(2):610–614, 2010.
- [28] Faruque M. Hossain, Marcus W. Doherty, Hugh F. Wilson, and Lloyd C. L. Hollenberg. Ab initio electronic and optical properties of the nv center in diamond. *Physical Review Letters*, 101(22):226403, 2008.

- [29] J H N Loubser and J A van Wyk. Electron spin resonance in the study of diamond. *Reports on Progress in Physics*, 41(8):1201, 1978.
- [30] G. Davies, M. F. Hamer, and William Charles Price. Optical studies of the 1.945 eV vibronic band in diamond. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 348(1653):285–298, 1976. doi: 10.1098/rspa.1976.0039.
- [31] N. B. Manson, J. P. Harrison, and M. J. Sellars. Nitrogen-vacancy center in diamond: Model of the electronic structure and associated dynamics. *Physical Review B*, 74(10):104303, 2006.
- [32] Lucio Robledo, Hannes Bernien, Toeno van der Sar, and Ronald Hanson. Spin dynamics in the optical cycle of single nitrogen-vacancy centres in diamond. *New Journal of Physics*, 13(2):025013, feb 2011.
- [33] V. M. Acosta, A. Jarmola, E. Bauch, and D. Budker. Optical properties of the nitrogen-vacancy singlet levels in diamond. *Phys. Rev. B*, 82:201202, Nov 2010.
- [34] C.P. Slichter. *Principles of Magnetic Resonance*. Springer. Springer, Berlin, 1996.
- [35] P.A. Abragam and A. Abragam. *The Principles of Nuclear Magnetism*. Comparative Pathobiology - Studies in the Postmodern Theory of Education. Clarendon Press, Oxford, 1961.
- [36] A. Schweiger and G. Jeschke. *Principles of Pulse Electron Paramagnetic Resonance*. Oxford University Press, Oxford, 2001.

- [37] Matthias J. N. Junk. *Assessing the Functional Structure of Molecular Transporters by EPR Spectroscopy*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2012.
- [38] Jean-Philippe Tetienne, Nikolai Dontschuk, David A. Broadway, Alastair Stacey, David A. Simpson, and Lloyd C. L. Hollenberg. Quantum imaging of current flow in graphene. *Science Advances*, 3(4), 2017.
- [39] Ariful Haque and Sharaf Sumaiya. An overview on the formation and processing of nitrogen-vacancy photonic centers in diamond by ion implantation. *Journal of Manufacturing and Material Processing*, 1(1):6, 2017.
- [40] S. Pezzagna, B. Naydenov, F. Jelezko, J. Wrachtrup, and J. Meijer. An overview on the formation and processing of nitrogen-vacancy photonic centers in diamond by ion implantation. *New Journal of Physics*, 12(6):065017, 2010.
- [41] Mayeul Chipaux, Alexandre Tallaire, Jocelyn Achard, Sébastien Pezzagna, Jan Meijer, Vincent Jacques, Jean-François Roch, and Thierry Debuisschert. Magnetic imaging with an ensemble of nitrogen-vacancy centers in diamond. *European Physical Journal D*, 69(7):166, 2015.
- [42] M.A. Nielsen and I.L. Chuang. *Quantum Computation and Quantum Information: 10th Anniversary Edition*. Cambridge University Press, 2010.
- [43] I. Oliveira, R. Sarthour, T. Bonagamba, E. Azevedo, and J.C.C. Freitas. *NMR Quantum Information Processing*. Elsevier Science, 2011.

- [44] Giuliano Benenti, Giulio Casati, Davide Rossini, and Giuliano Strini. *Principles of Quantum Computation and Information*. WORLD SCIENTIFIC, 2018.
- [45] Yang Wu, Ya Wang, Xi Qin, Xing Rong, and Jiangfeng Du. A programmable two-qubit solid-state quantum processor under ambient conditions. *npj Quantum Information*, 5(9), 2019.
- [46] Segura Charlie Oscar Oncebay. *Diamond studies for applications in quantum technologies*. Ph.d. thesis. (science), Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2019.
- [47] L. G. Rowan, E. L. Hahn, and W. B. Mims. Electron-spin-echo envelope modulation. *Physical Review*, 137(1A):A61–A71, 1965.
- [48] Andrei V. Astashkin and Arnold M. Raitsimring. Electron spin echo envelope modulation theory for high electron spin systems in weak crystal field. *Journal of Chemical Physics*, 117(13):6121–6132, 2002.
- [49] Kenichi Ohno, F. Joseph Heremans, Lee C. Bassett, Bryan A. Myers, David M. Toyli, Ania C. Bleszynski Jayich, Christopher J. Palmstrøm, and David D. Awschalom. Engineering shallow spins in diamond with nitrogen delta-doping. *Applied Physics Letters*, 101(8):082413, 2012.
- [50] W. B. Mims. Amplitudes of superhyperfine frequencies displayed in the electron-spin-echo envelope. *Physical Review B*, 6(9):3543–3545, 1972.
- [51] Yang Wu, Ya Wang, Xi Qin, Xing Rong, and Jiangfeng Du. A programmable two-qubit solid-state quantum processor under ambient conditions. *npj Quantum Information*, 5, 2019.

- [52] Victor Acosta and Philip Hemmer. Nitrogen-vacancy centers: Physics and applications. *MRS Bulletin*, 38(2):127–130, 2013.
- [53] P. Neumann, I. Jakobi, F. Dolde, C. Burk, R. Reuter, G. Waldherr, J. Honert, T. Wolf, A. Brunner, J. H. Shim, D. Suter, H. Sumiya, J. Isoya, and J. Wrachtrup. High-precision nanoscale temperature sensing using single defects in diamond. *Nano Letters*, 13(6):2738–2742, 2013. PMID: 23721106.
- [54] David M. Toyli, Charles F. de las Casas, David J. Christle, Viatcheslav V. Dobrovitski, and David D. Awschalom. Fluorescence thermometry enhanced by the quantum coherence of single spins in diamond. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 110(21):8417–8421, 2013.
- [55] X.-D. Chen, C.-H. Dong, F.-W. Sun, C.-L. Zou, J.-M. Cui, Z.-F. Han, and G.-C. Guo. Temperature dependent energy level shifts of nitrogen-vacancy centers in diamond. *Applied Physics Letters*, 99(16):161903, 2011.
- [56] César Miquel, Juan Pablo Paz, Marcos Saraceno, Emanuel Knill, Raymond Laflamme, and Camille Negrevergne. Interpretation of tomography and spectroscopy as dual forms of quantum computation. *Nature*, 418:59–62, 2002.
- [57] A M Souza, I S Oliveira, and R S Sarthour. A scattering quantum circuit for measuring bells time inequality: a nuclear magnetic resonance demonstration using maximally mixed states. *New Journal of Physics*, 13(5):053023, may 2011.
- [58] E. Knill and R. Laflamme. Power of one bit of quantum information. *Phys. Rev. Lett.*, 81:5672–5675, Dec 1998.

- [59] David Poulin, Robin Blume-Kohout, Raymond Laflamme, and Harold Ollivier. Exponential speedup with a single bit of quantum information: Measuring the average fidelity decay. *Phys. Rev. Lett.*, 92:177906, Apr 2004.
- [60] Peter W. Shor and Stephen P. Jordan. Estimating jones polynomials is a complete problem for one clean qubit. *Quantum Info. Comput.*, 8(8):681–714, September 2008.
- [61] S. Parker and M. B. Plenio. Efficient factorization with a single pure qubit and $\log N$ mixed qubits. *Phys. Rev. Lett.*, 85:3049–3052, Oct 2000.
- [62] Sergio Boixo and Rolando D. Somma. Parameter estimation with mixed-state quantum computation. *Phys. Rev. A*, 77:052320, May 2008.
- [63] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Phys. Rev.*, 47:777–780, May 1935.