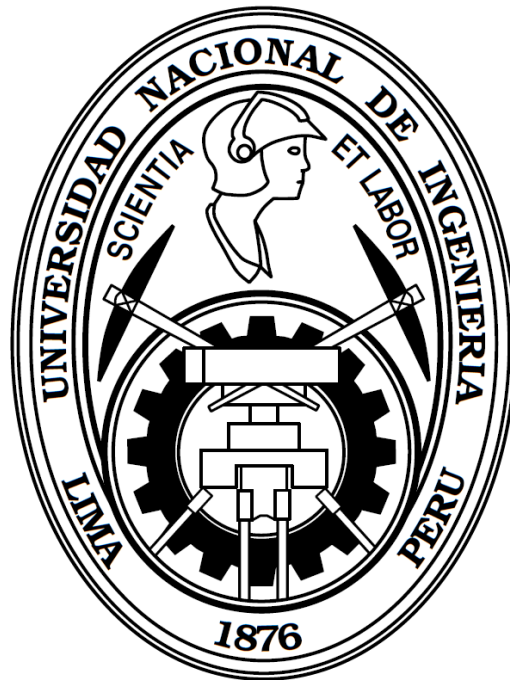


**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL**



TESIS

**“ESTUDIO DE PREDICCIÓN DE FLUJO DE TRÁFICO A
CORTO PLAZO BASADO EN EL FILTRO DE KALMAN Y LA
TRANSFORMACIÓN WAVELET”**

PARA OBTENER EL TÍTULO PROFESIONAL DE INGENIERO CIVIL

ELABORADO POR

HENRY CHRISTHIAN VALDIVIA HUERTA

ASESOR

M.Sc. LEONARDO FLORES GONZÁLEZ

LIMA-PERÚ

2020

ÍNDICE

RESUMEN	3
ABSTRACT	4
PRÓLOGO	5
LISTA DE TABLAS	6
LISTA DE FIGURAS	7
LISTA DE SÍMBOLOS Y SIGLAS	9
CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN	10
1.1. ANTECEDENTES REFERENCIALES:.....	10
1.2. PLANTEAMIENTO DE LA REALIDAD PROBLEMÁTICA.....	11
1.3. OBJETIVOS.....	12
1.3.1. Objetivo general.....	12
1.3.2. Objetivos específicos.....	12
1.4. FORMULACIÓN DE HIPÓTESIS.....	12
CAPÍTULO II. FUNDAMENTO TEÓRICO	13
2.1. GENERALIDADES.....	13
2.2. FILTRO DE KALMAN.....	15
2.2.1. Algoritmo del filtro de Kalman discreto.....	16
2.2.2. Filtro de Kalman Adaptativo.....	18
2.3. ANÁLISIS WAVELET.....	19
2.3.1. Fundamentos del Análisis Wavelet.....	19
2.3.2. Transformada Wavelet Discreta (DWT).....	22
2.3.3. Análisis de multiresolución (MRA).....	22
2.3.4. Filtrado de ruido.....	25
2.3.5. Paquete de herramientas Wavelet-Matlab.....	27

CAPÍTULO III. BASE DE DATOS Y MÉTODO PARA LA PREDICCIÓN DE FLUJO DE TRÁFICO	30
3.1. DESCRIPCIÓN DE LOS DATOS.....	30
3.2. MÉTODO DE PREDICCIÓN.....	35
3.2.1. Modelo de predicción.....	35
3.2.2. Inicialización del modelo de predicción.....	41
3.2.3. Integración de la transformada wavelet discreta a los modelos de predicción	46
3.3. DISEÑO DE LA PRUEBA.....	50
3.4. DIAGRAMA DE FLUJO-RESUMEN DEL CAPITULO III	51
CAPÍTULO IV. SIMULACIÓN Y RESULTADOS	54
4.1. RESULTADOS EN EL NIVEL DE PREDICCIÓN.....	54
4.1.1. Escenario 1	55
4.1.2. Escenario 2	64
4.2. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD	70
4.2.1. Tamaño de la memoria N	70
4.2.2. Función Wavelet y nivel de descomposición.....	72
4.2.3. Coeficientes de inicialización de los modelos $cod=3$	75
4.3. COMPARACIÓN CON OTRAS INVESTIGACIONES	76
CONCLUSIONES	78
RECOMENDACIONES	79
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	80
ANEXOS	84

RESUMEN

La predicción del flujo de tráfico a corto plazo es un componente importante para el desarrollo de aplicaciones proactivas en los sistemas inteligentes de transporte (ITS). En especial es importante para los sistemas de control y gestión de tráfico dado que estos mejoran la eficacia y seguridad de las operaciones de tráfico, pero debido a la naturaleza estocástica del proceso que gobierna el flujo de tráfico, es una tarea desafiante encontrar algoritmos de predicción que sean precisos y robustos. La tarea se complica más debido a la falta de disponibilidad de datos en gran parte de los sistemas de transporte de los países en vías de desarrollo. La presente tesis propone y estudia un método de predicción de flujo de tráfico a corto plazo basado en el filtro de Kalman y la transformada wavelet discreta con una base de datos limitada de dos días de observación.

El análisis wavelet discreto mediante la técnica de umbralización de coeficientes ayuda a filtrar o reducir el ruido que contienen los datos y el filtro de Kalman proyecta el flujo de tráfico un intervalo de tiempo discreto hacia el futuro con base en los datos filtrados. Ambos procesos de filtrado y proyección son integrados en un sólo proceso recursivo en tiempo real. Se estudia la influencia en la precisión de predicción de 1) diferentes tipos de coeficientes que puede integrar el vector de estado del sistema, 2) el tipo de filtro de Kalman empleado (convencional o adaptativo), y 3) la activación (si o no) del filtrado de ruido dentro del proceso de predicción. En total se tiene tres parámetros cuya variación en conjunto genera doce modelos de predicción. La evaluación del desempeño de predicción de los modelos se realizó bajo condiciones normales y disruptivas de tráfico.

Se concluye de la investigación que el proceso de filtrado de ruido mejora notablemente el desempeño de la predicción bajo condiciones normales de tráfico. Sin embargo, esto empeora bajo condiciones disruptivas. Los modelos de predicción basados exclusivamente en el filtro de Kalman adaptativo son los más robustos del conjunto de modelos frente a cualquier condición de tráfico y su precisión de predicción varía de acuerdo al tipo de vector de estado empleado.

ABSTRACT

Short-term traffic flow prediction is an important component for proactive application development in Intelligent Transportation Systems (ITS). It is especially important for traffic management and control systems since these improve the efficiency and safety of traffic operations, but due to the stochastic nature of the process that governs traffic flow, it is a challenging task to find prediction algorithms that are accurate and robust. The task is further complicated by the lack of data availability in much of the transport systems of developing countries. This thesis proposes and studies a short-term traffic flow prediction method based on the Kalman filter and the discrete wavelet transform with a limited database of two days of observation.

Discrete wavelet analysis using the coefficient thresholding technique helps filter or reduce noise contained in the data and the Kalman filter projects traffic flow one-step ahead based on the filtered data. Both filtering and projection processes are integrated in a single recursive real time process. The present thesis investigates the influence on the prediction accuracy of 1) different types of coefficients that can be integrated by the system state vector, 2) the type of Kalman filter used (conventional or adaptive), and 3) activation (true or false) of the noise filtering within the prediction process. In total, there are three parameters whose variation together generates twelve prediction models. Prediction models evaluation were performed under normal and disruptive traffic conditions.

It is concluded from the research that the noise filtering process significantly improves the prediction performance under normal traffic conditions. However, this worsens under disruptive conditions. Prediction models based exclusively on the Adaptive Kalman filter are the most robust of the set of models proposed in face of any kind of traffic condition and their prediction accuracy varies according to the type of state vector used.

PRÓLOGO

El presente trabajo de investigación propone un método de predicción de flujo de tráfico vehicular a corto plazo en tiempo real basado en el filtro de Kalman y la transformada wavelet discreta con una base de datos limitada de dos días de observación, y se desarrolla principalmente en 4 capítulos.

Primer capítulo: Se plantea la problemática en la predicción de flujo de tráfico que se pretende superar, y la manera de solucionarlo.

Segundo capítulo: se describen las principales características del filtro de Kalman y del análisis wavelet. El filtro de Kalman es definido como un estimador óptimo lineal, se detallan las ecuaciones recursivas que la conforman y la manera de determinar las estadísticas de ruido que requiere. Luego se brinda una introducción al análisis wavelet de señales y se explica como la transformada wavelet discreta permite la descomposición de la señal en diferentes frecuencias a diferentes niveles de resolución mediante el algoritmo de banco de filtros, se hace énfasis principalmente al uso del análisis wavelet para la eliminación o reducción de ruido en las señales.

Tercer capítulo: contiene la descripción de los datos de tráfico utilizados en la tesis, tanto la fuente de información como las características del conjunto de datos de cada estación de detección vehicular en estudio. Se desarrolla el esquema de predicción Kalman-wavelet paso a paso a partir de un modelo clásico de autorregresión, el cual genera 12 modelos de predicción debido a la variación en conjunto de 3 parámetros. Se explica cómo evaluar el desempeño de predicción de los modelos propuestos, y se esquematiza el método de predicción Kalman-wavelet en forma de diagrama de flujo, en el cual se basa el código de programación realizado en MATLAB.

Cuarto capítulo: se desarrolla el análisis de los resultados de predicción y de los parámetros ajustados que requieren algunos modelos, pero debido al abundante conjunto de resultados obtenidos se selecciona un número reducido de estaciones con resultados particulares de predicción para la respectiva discusión. Los resultados promedio de predicción se comparan con otras investigaciones que comparten muchas características planteadas en la presente tesis.

Finalmente, se proporciona las principales conclusiones y recomendaciones para futuras investigaciones.

LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1 Ecuaciones de predicción del filtro de Kalman discreto	16
Tabla 2.2 Ecuaciones de actualización del filtro de Kalman discreto	17
Tabla 2.3 Estadísticas del ruido de medición para el filtro de Kalman adaptativo	18
Tabla 2.4 Estadísticas del ruido de estado para el filtro de Kalman adaptativo	19
Tabla 3.1 Características geométricas de las estaciones y flujo máximo promedio de tráfico presente.	32
Tabla 3.2 Características de la estación 1 bajo ambos escenarios 1 y 2.....	33
Tabla 3.3 Características de las estaciones 2-10 bajo el escenario 1	34
Tabla 3.4 Características de las estaciones 2-10 bajo el escenario 2	34
Tabla 3.5 Modelos de acuerdo al tipo de componentes que la conforman	37
Tabla 3.6 Secuencia recursiva de pasos usando el filtro de Kalman	38
Tabla 3.7 Sub-procesos para estimar las covarianzas de observación y estado.....	40
Tabla 3.8 Codificación de los modelos de predicción.....	41
Tabla 3.9 Valor de $N0$	42
Tabla 3.10 Valores de los coeficientes de inicialización.....	45
Tabla 3.11 Identificador Wavelet para cada par Wavelet-nivel	49
Tabla 3.12 Modelos de predicción en base a los 3 grupos de clasificación.....	49
Tabla 4.1 Características de las estaciones de detección vehicular	54
Tabla 4.2 Escalas de interpretación de precisión de predicción.....	55
Tabla 4.3 Evaluación de desempeño de predicción de flujo de tráfico-Escenario 1	56
Tabla 4.4 Promedios de desempeño de predicción de flujo de tráfico-Escenario 1	57
Tabla 4.5 Mejores niveles de desempeño para cada estación-Escenario 1	58
Tabla 4.6 Evaluación de desempeño de predicción de flujo de tráfico-Escenario 2	65
Tabla 4.7 Promedios de desempeño de predicción de flujo de tráfico-Escenario 2	65
Tabla 4.8 Mejores niveles de desempeño para cada estación-Escenario 2	66
Tabla 4.9 Desempeño de predicción durante los eventos disruptivos	67
Tabla 4.10 Identificador wavelet (ID) que genera el mejor desempeño de predicción en los modelos $w=1$ -Escenario 1	73

LISTA DE FIGURAS

Figura N° 2.1 Función senoide y función wavelet db10.	21
Figura N° 2.2 Familia de wavelets Daubechies.	21
Figura N° 2.3 Familia de wavelets Coiflet.	21
Figura N° 2.4 Familia de wavelets Symmlet	22
Figura N° 2.5 Descomposición wavelet multiresolución de la señal f según el algoritmo de Mallat.....	24
Figura N° 2.6 Reconstrucción de las funciones de aproximación $A1$ y de detalle $D1$ a parti de sus coeficientes $cA1$ y $cD1$ respectivamente	24
Figura N° 2.7 Señales constituyentes reconstruidas de la señal original f a un nivel de escalamiento 3	25
Figura N° 2.8 Umbralización fuerte y débil de la señal $s(x)=x$	26
Figura N° 2.9 Filtrado de ruido usando la función 'db4' a niveles de resolución 1 y 3	29
Figura N° 3.1 Ubicación de la estación 1, Lima-Perú	30
Figura N° 3.2 Ubicación de las estaciones 2-10, Estado de California-EE.UU	31
Figura N° 3.3 Códigos de la serie de datos de flujo de tráfico para identificar eventos pertinentes al método de predicción	43
Figura N° 4.1 Desempeño promedio de predicción MAPE(%)-Escenario 1	57
Figura N° 4.2 Flujo de tráfico real y predicho Estación 1-Escenario 1.	60
Figura N° 4.3 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 1-Escenario 1.....	60
Figura N° 4.4 Flujo de tráfico real y predicho Estación 8-Escenario 1.	62
Figura N° 4.5 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 8-Escenario 1.....	62
Figura N° 4.6 Flujo de tráfico real y predicho Estación 6-Escenario 1.	63
Figura N° 4.7 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 6-Escenario 1.....	64
Figura N° 4.8 Flujo de tráfico real y predicho Estación 1-Escenario 2.	68
Figura N° 4.9 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 1-Escenario 2.....	69
Figura N° 4.10 Flujo de tráfico real y predicho Estación 9-Escenario 2.	69
Figura N° 4.11 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 9-Escenario 2.....	70
Figura N° 4.12 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto a N en los modelos aKalman - Estación 1.....	71
Figura N° 4.13 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto a N en los modelos aKalman - Estación 8.....	71
Figura N° 4.14 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto a N en los modelos aKalman - Estación 6.....	72

Figura N° 4.15 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto al identificador Wavelet (ID) en los modelos w=1-Estación 1.....	74
Figura N° 4.16 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto al identificador Wavelet(ID) en los modelos w=1-Estación 6.	74
Figura N° 4.17 Sensibilidad del MAPE(%) respecto a los coeficientes phi3-phi4-phi5 en los modelos aKalman cod=3 w=0-Escenario 1-Estaciones 1-10.....	75

LISTA DE SÍMBOLOS Y SIGLAS

SIGLAS

AR	Autorregresivo
ARIMA	Autorregresivo integrado de media móvil
DWT	Transformada wavelet discreta
GA	Algoritmo genético
ITS	Sistema inteligente de transporte (en inglés)
KNN	k vecinos más próximos
MA	Media móvil
MAPE	Error porcentual absoluto medio
MLP	Perceptrón multicapa
RBF	Función de base radial
RMSE	Raíz del error cuadrático medio
SARIMA	Autorregresivo estacional integrado de media móvil
SVM	Máquina de soporte vectorial
TDNN	Red neuronal de retardo de tiempo

SÍMBOLOS

A^{-1}	Inversa de la matriz
A^T	Transpuesta de la matriz
\mathbb{R}	Espacio de números reales
\mathbb{R}^n	Espacio n-dimensional de números reales
$\mathbb{R}^{n \times m}$	Espacio de matrices reales $n \times m$
L^2	Espacio de Hilbert (es decir, de funciones de cuadrado integrable)
$\int f(x) dx$	Integral de la función $f(x)$ sobre x
$[a_1, \dots, a_n]$	Vector fila con elementos a_1, \dots, a_n
$[a_1, \dots, a_n]^T$	Vector columna con elementos a_1, \dots, a_n
$\{y_t\}$	Serie de valores de la variable discreta y ordenados en el tiempo.
$N(\cdot)$	Distribución gaussiana(es decir, distribución normal)
$x \sim p(x)$	La variable aleatoria x tiene distribución de probabilidad $p(x)$
$E[x]$	Esperanza de x
$E[x y]$	Esperanza condicional de x dado y
σ^2	Varianza
Σ	Sumatoria

CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN

1.1. ANTECEDENTES REFERENCIALES:

En países de Sudamérica, los problemas de transporte y congestión de tráfico son desafíos sociales que demandan cada vez más recursos nacionales y afectan adversa y significativamente todos los aspectos de calidad de vida, principalmente en las grandes ciudades (Hadi, Moshiri, Rahimi-Kian, & Nadjar, 2014). Los sistemas inteligentes de transporte (ITS) lidian con este problema de congestión, las tecnologías avanzadas de control de tráfico que integran las ITS permiten el uso más eficiente de las redes de transporte existentes resultando en la reducción de la congestión, de los retrasos, emisiones, consumo de energía y en la mejora de la seguridad (Stathopoulos & Karlaftis, 2003). Contrario a los sistemas de control y gestión reactivos, que responden a las condiciones de tráfico observadas, los sistemas proactivos confían tanto en la información en tiempo real como en las predicciones a corto plazo de parámetros de tráfico tales como el flujo de tráfico (volumen por intervalo de tiempo), velocidad de viaje, ocupación, etc. (Guo, Huang, & Billy, 2014). La predicción del flujo de tráfico es en especial un componente crítico en los sistemas avanzados de tráfico, dado que permite desarrollar estrategias proactivas tales como enrutamiento del usuario motorizado, control de señales, que incluyen los ciclos semafóricos y velocidades límites, y control de acceso a las vías expresas o autopistas (Zhang Y. , 2011).

La predicción del flujo de tráfico se ha investigado ampliamente y se han publicado muchos estudios en la literatura (Hadi et al., 2014). Los principales enfoques de predicción se dividen en paramétricos, no-paramétricos e híbridos (Zhang Y., 2012).

Los enfoques de predicción paramétricos han sido desarrollados en la década de 1980, desde algoritmos promedio históricos, técnica de suavizado, regresión lineal y no-lineal, técnicas de filtrado hasta procesos lineales autoregresivos, en el cual se encuentran modelos clásicos como ARIMA (Williams, 1999) y SARIMA (Williams & Hoel, 2003).

Dentro de los enfoques no-paramétricos, los más populares son las redes neuronales artificiales (Smith, Williams, & Oswald, 2002), tales como perceptrón multicapa (MLP), función de base radial (RBF), de retardo de tiempo (TDNN). Los modelos fuzzy, k-vecinos más próximos (KNN), máquina de soporte vectorial

(SVM), redes bayesianas y wavelets son otros enfoques no-paramétricos usados para predecir el flujo de tráfico (Hadi et al., 2014).

Por último, se puede considerar los enfoques híbridos como una división de análisis. Algunos de estos son combinaciones de un modelo de red neuronal y modelos tales como el algoritmo genético (GA), fuzzy, wavelet y ARIMA (Jiang & Adeli, 2005; Zeng et al., 2008).

1.2. PLANTEAMIENTO DE LA REALIDAD PROBLEMÁTICA

La presencia de ruido y perturbaciones perjudica el proceso de predicción de los modelos paramétricos, haciendo pobre su desempeño. Esto ocurre también ante la presencia de eventos impredecibles o disruptivos debido a su gran dependencia de datos recolectados (Smith, Williams, & Oswald, 2002).

Los modelos de series de tiempo, que pertenecen a los enfoques paramétricos, tienen dos desventajas 1) la determinación del orden o grado de los procesos autorregresivos (AR) y de medias móviles (MA) para diseñar un adecuado modelo de predicción, y 2) la gran dependencia de los datos de entrada (Zhang & Ye, 2008), datos de entrada incompletos o inexactos producen modelos de series temporales con desempeños de predicción deficientes.

Los modelos híbridos tienen alta precisión para predecir el flujo de tráfico, superando el problema de eventos disruptivos, pero al igual que los no-paramétricos su complejidad computacional, altos costos de desarrollo y fuerte dependencia al tipo y volumen de datos de entrada dificultan el desarrollo del modelo de predicción (Hadi et al., 2014), por ejemplo, en caso de trabajar con una base de datos insuficiente no se producirían buenos resultados de predicción.

La desventaja en común de los distintos enfoques de predicción presentados es la necesidad de grandes volúmenes de datos de flujo de tráfico para el desarrollo adecuado del modelo de predicción, por ejemplo Williams & Hoel (2003) emplearon 2 meses de observaciones de flujo de tráfico de 15min las 24 horas para ajustar un modelo de predicción SARIMA, Stathopoulos & Karlaftis (2003) desarrollaron un modelo de predicción de flujo de tráfico basado en espacios de estado en el que se emplearon alrededor de 60,000 observaciones de flujo de tráfico de 3min sobre un periodo de 106 días, Zhao, Chen, Wu, Chen, & Liu (2017) emplearon 5 meses de observaciones de flujo de tráfico de 5min las 24 horas como base de datos de entrenamiento para ajustar su modelo de predicción basado en un enfoque de aprendizaje profundo (no paramétrico), es por ello que

el empleo de grandes bases de datos puede ser restrictivo en los lugares donde se carecen de ellos.

Es interés de este trabajo, estudiar un enfoque que pueda superar los inconvenientes al momento de generar modelos de predicción de flujo de tráfico a corto plazo, que son problemas de ruido, adaptación a eventos disruptivos, requerimiento de grandes cantidades de datos y costos computacionales altos, para esto se plantea la siguiente pregunta:

¿Cómo predecir el flujo de tráfico a corto plazo y en tiempo real con una base de datos de pocos días de observación?

1.3. OBJETIVOS

1.3.1. Objetivo general

El objetivo principal de esta tesis es predecir el flujo de tráfico un paso hacia adelante en tiempo real bajo condiciones tanto normales como disruptivas de tráfico con precisión adecuada considerando una base de datos de dos días de observación.

1.3.2. Objetivos específicos

- Construir una base de datos de cuatro días de observación del flujo de tráfico para diferentes puntos de muestreo. Los dos primeros días como base histórica y los otros dos para la evaluación del nivel de predicción.
- Desarrollar un programa de baja carga computacional y capacidad limitada de memoria que integre el filtrado de ruido de los datos y la predicción del flujo de tráfico.
- Evaluar el enfoque de predicción adoptado por medio de un índice de desempeño y graficas de comparación entre los flujos de tráfico observados y predichos.

1.4. FORMULACIÓN DE HIPÓTESIS

El filtrado de ruido de los datos mediante la transformada wavelet discreta ayuda a mejorar la precisión de predicción del flujo de tráfico y el filtro de Kalman permite desarrollar un esquema de predicción un paso hacia adelante con una base de datos de dos días y tiene la capacidad de adaptarse a cambios repentinos en las condiciones de tráfico, ambas técnicas en conjunto pueden generar un error promedio menor al 15%.

CAPÍTULO II. FUNDAMENTO TEÓRICO

2.1. GENERALIDADES

Las grandes ciudades de los países desarrollados del mundo desde la última década del siglo XX sufrieron un despliegue extenso y sistemático de distintas tecnologías de detección de vehículos en sus vías arteriales principales, generando así voluminosos datos de tráfico. El uso previsto de estos datos es permitir a los ingenieros del tráfico monitorear las condiciones del tráfico en tiempo real y subsecuentemente gestionar y mejorar la seguridad y eficiencia operacional de los sistemas de transporte (Castro-Neto, Jeong, Jeong, & Han, 2009).

Para evaluar las condiciones del tráfico en una sección de vía en particular es común y generalmente necesario equipar a cada carril de la vía con al menos un detector vehicular, los detectores desplegados en una única ubicación se conocen colectivamente como estación de detección de vehículos. Las estaciones de detección de ubicación fija usualmente proporcionan tres mediciones básicas del tráfico: flujo, velocidad y ocupación de carril (Williams & Hoel, 2003).

El flujo (tasa) se define como el número de vehículos que cruzan una sección de camino específico en un intervalo de tiempo predefinido. La velocidad es típicamente dada como la media algebraica de las velocidades observadas de un grupo de vehículos. La ocupación de carril es el porcentaje de tiempo que el sensor detecta la presencia del vehículo (Highway capacity manual, 2000; Williams & Hoel, 2003). Otros parámetros del tráfico pueden ser derivados a partir de las mediciones básicas con una precisión razonable tales como la densidad vehicular y tiempo de viaje (Castro-Neto et al., 2009).

Los datos y la información de las condiciones del tráfico que representan son esenciales para el desarrollo de aplicaciones en los sistemas inteligentes de transporte (ITS). Contrario a los sistemas de control y gestión reactivos que responden a las condiciones de tráfico observadas, los sistemas proactivos confían en la adecuada predicción de las condiciones de tráfico a corto plazo (Guo, Huang, & Billy, 2014).

La predicción de flujo de tráfico a corto plazo es identificada como uno de los mayores retos para el desarrollo de aplicaciones ITS proactivas, dado que puede ayudar al desarrollo de estrategias proactivas de control de tráfico y proporcionar guía de rutas en tiempo real al público motorizado (Zhang , 2011) también puede

ser integrado a sistemas adaptativos de control de señales tales como SCOOT y SCAT (Yin, Wong, Xu, & Wong, 2002).

El problema de predicción a corto plazo involucra la generación de predicciones para uno o más intervalos de tiempo discretos en el futuro basados solo en las observaciones previas. Si se toma a $\{y(t)\}$ como una serie de tiempo discreta de flujo de tráfico vehicular en una estación de detección específica. El problema de predicción de flujo de tráfico a corto plazo es dado por:

$$\hat{y}_{t+k} = f(y_t, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots), k = 1, 2, 3, \dots \quad (2.1)$$

Donde \hat{y}_{t+k} es la predicción de y_{t+k} , estimada en el tiempo t . Si $k = 1$ entonces se considera una predicción de intervalo simple o de un paso hacia adelante, y de la misma manera si $k > 1$ entonces se trata de predicciones de intervalos múltiples hacia adelante.

La demanda de viajes (medido como flujo de tráfico) en un punto específico es considerado como un sistema dinámico que por definición consta de dos partes: un estado o información esencial que describa al sistema y una dinámica que gobierna como el estado del sistema cambia en el tiempo (Smith, Williams, & Oswald, 2002).

La dinámica del estado de tráfico es en general un proceso estocástico no lineal, no estacionario y en tiempo real (Zhang Y., 2012). Los estados de tráfico a corto plazo en una sección están no solo relacionados a los estados de las horas pasadas, sino también influenciados por las condiciones del tráfico aguas arriba y aguas abajo de la sección y por una serie de eventos inesperados o disruptivos tales como accidentes vehiculares, clima inclemente, obras de construcción, etc. (Smith et al., 2002; Abadi, Rajabioun, & Ioannou, 2015), por ello es esencial considerar la aleatoriedad o incertidumbre de las condiciones de tráfico en la predicción del estado de tráfico a corto plazo.

2.2. FILTRO DE KALMAN

El filtro de Kalman estima óptimamente los estados de un sistema dinámico lineal, procesa todas las mediciones disponibles sin importar su precisión para producir una estimación de las variables deseadas, que describen el estado del sistema, en tal manera que el error es minimizado estadísticamente, para ello considera el uso de 1) el conocimiento de las dinámicas del sistema y de los dispositivos de medición y 2) la descripción estadística del ruido del sistema, error de medición y la incertidumbre en los modelos dinámicos (Kalman, 1960; Maybeck, 1979).

Los sistemas lineales de tiempo discreto en general se representan usando modelos espacio-estado, descritos por las ecuaciones de estado (2.2) y de medición u observación (2.3).

$$x_k = A_{k-1}x_{k-1} + B_{k-1}u_{k-1} + \omega_{k-1} \quad (2.2)$$

$$y_k = H_k x_k + \varepsilon_k \quad (2.3)$$

Donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estado del sistema dinámico a ser estimado; contiene las variables que describen el sistema, A de $n \times n$ es la matriz de transición de estado del tiempo $k - 1$ al tiempo k . B de $n \times l$ es la matriz de entrada que relaciona el vector de entrada de control (opcional) $u \in \mathbb{R}^l$ al estado x , $y \in \mathbb{R}^m$ es el vector de medición u observación que contiene las variables que se registran en campo, y H_k de $m \times n$ es la matriz de medición que relaciona el estado x al vector de medición y .

Los vectores de perturbación estocástica ω_{k-1} y ε_k representan el ruido blanco de estado y la medición respectivamente, son considerados como independientes entre sí, no estacionarios y gaussianos; con las siguientes propiedades de distribución normal (Welch & Bishop, 2006):

$$\omega_{k-1} \sim N(0, Q_{k-1}) \quad (2.4)$$

$$\varepsilon_k \sim N(0, R_k) \quad (2.5)$$

El ruido blanco implica que sus valores no están correlacionados en el tiempo y el supuesto gaussiano determina completamente la variable estocástica con el primer y segundo orden estadístico.

Las bases estadísticas del filtro de Kalman se encuentra en el enfoque bayesiano para la estimación de estado de un sistema dinámico, con este enfoque se intenta obtener la función de densidad de probabilidad del estado condicionado al conocimiento de la data real que proviene de los dispositivos de medición, es entonces que a partir de la media condicional $\hat{x}_k = E[x_k | y_k]$ resultan los valores óptimos del vector de estado y la estimación de la varianza mínima $P_k = E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T]$ (Giron-Sierra, Kalman Filter, Particle Filter and Other Bayesian Filters, 2017).

2.2.1. Algoritmo del filtro de Kalman discreto

En la sección anterior se señaló las condiciones (sistema lineal, ruido blanco y gaussiano) y el principio básico estadístico (teoría bayesiana) para que el filtro de Kalman ofrezca una estimación óptima de estado, en esta sección se describirá las ecuaciones del algoritmo recursivo.

El filtro de Kalman estima el estado usando una forma de control tipo ‘feedback’ (retroalimentación). Primero se estima de manera tentativa el estado \hat{x}_k^- (a priori) en el tiempo k dado el conocimiento del proceso antes de k y luego recibe una retroalimentación en forma de una medición y_k e incorpora esta nueva información para estimar el estado \hat{x}_k (a posteriori) mejorado, con esta aclaración las ecuaciones del filtro de Kalman se dividen en dos grupos: una de predicción y otra de actualización (Giron-Sierra, 2017). El proceso de predicción proyecta hacia adelante el presente estado y la covarianza de error de estimación para obtener estimaciones a priori, y el proceso de actualización incorpora una nueva medición a la estimación a priori para obtener una estimación a posteriori mejorada. Las ecuaciones específicas para el proceso de predicción y actualización se muestran en las Tablas 2.1 y 2.2 respectivamente:

Tabla 2.1 Ecuaciones de predicción del filtro de Kalman discreto

$$\hat{x}_k^- = A_{k-1}\hat{x}_{k-1} + B_{k-1}u_{k-1} \quad (2.6)$$

$$\hat{P}_k^- = A_{k-1}\hat{P}_{k-1}A_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (2.7)$$

Fuente: Adaptado de “An Introduction to the Kalman Filter”. Welch G., & Bishop, G. (2006)

Una vez más se observa que el estado y la covarianza de error de estimación se proyectan hacia adelante, del tiempo $k - 1$ al tiempo k . Las matrices A y B son de la ecuación 2.2 y Q de la ecuación 2.4.

Tabla 2.2 Ecuaciones de actualización del filtro de Kalman discreto

$$K_k = \hat{P}_k^- H_k^T (H_k \hat{P}_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (2.8)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (y_k - H_k \hat{x}_k^-) \quad (2.9)$$

$$\hat{P}_k = \hat{P}_k^- - K_k H_k \hat{P}_k^- \quad (2.10)$$

Fuente: Adaptado de "An Introduction to the Kalman Filter". Welch G., & Bishop, G. (2006)

Se incorpora la nueva medición y_k en 2.9 para obtener una estimación de estado a posteriori \hat{x}_k .

Donde:

\hat{P}_k : Matriz de covarianza de error de estimación a posteriori de estado en el tiempo k

\hat{P}_k^- : Matriz de covarianza de error de estimación a priori de estado en el tiempo k

\hat{x}_k : Estimación a posteriori del vector de estado en el tiempo k

\hat{x}_k^- : Estimación a priori del vector de estado en el tiempo k

A_{k-1} : Matriz de transición de estado del tiempo $k - 1$ al tiempo k

B_{k-1} : Matriz de entrada del tiempo $k - 1$ al tiempo k

H_k : Matriz de medición en el tiempo k

K_k : Matriz de ganancia de Kalman en el tiempo k

Q_{k-1} : Matriz de covarianza del ruido de estado del tiempo $k - 1$ al tiempo k .

R_k : Matriz de covarianza del ruido de medición en el tiempo k

u_{k-1} : Vector de entrada de control del tiempo $k - 1$ al tiempo k (opcional)

y_k : Vector de medición en el tiempo k

La diferencia $(y_k - H_k \hat{x}_k^-)$ mostrada en la ecuación 2.9, se llama innovación de medición o residual, esta refleja la discrepancia entre la medición predicha $H_k \hat{x}_k^-$ y la medición actual o real y_k , y es ponderada por un término K_k llamada ganancia de Kalman (Ec. 2.8), que determina si la medición predicha es más confiable que la medición actual o viceversa y se basa en las estadísticas del ruido de estado y medición, por ejemplo, si la covarianza del ruido de medición R_k tiende a cero la medición real es más confiable que la predicha por el modelo.

El proceso de predicción y actualización (Tablas 2.1 y 2.2) se repite con las estimaciones a posteriori anteriores para predecir las nuevas estimaciones a priori y es esta recursividad una de las características más atractivas del filtro de Kalman, permitiendo que su implementación práctica sea más factible.

2.2.2. Filtro de Kalman Adaptativo

El problema de la estimación óptima de estado de un sistema dinámico se puede resolver utilizando el filtro de Kalman convencional o tradicional (Kalman, 1960), sin embargo existen ciertas limitaciones en la aplicación del filtro convencional a los problemas del mundo real, el supuesto de conocer las covarianzas del ruido de estado y medición (expresiones 2.4 y 2.5) de manera a priori y la de ser constantes a lo largo del proceso recursivo. En caso que no se conozcan los valores estadísticos Q y R , el mecanismo de adaptación propuesta por Myers y Tapley (1976) permite estimar estas estadísticas a priori simultáneamente con el estado del sistema usando una memoria de errores de estimación de estado y de medición, las ecuaciones propuestas para la estimación de las covarianzas de ruido de estado y medición son las siguientes:

Estadísticas del ruido de medición: Una aproximación intuitiva del ruido de medición en el tiempo j es dada por la expresión $r_j \equiv y_j - H_j \hat{x}_j^-$, para N mediciones procesadas, la estimación de la covarianza del ruido de medición R se presenta en la tabla 2.3:

Tabla 2.3 Estadísticas del ruido de medición para el filtro de Kalman adaptativo

$$\hat{r} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_{j-i+1} \quad (2.11)$$

$$\hat{R}_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ (r_{j-i+1} - \hat{r})(r_{j-i+1} - \hat{r})^T - \left(\frac{N-1}{N} \right) H_{j-i+1} \hat{P}_{j-i+1}^- H_{j-i+1}^T \right\} \quad (2.12)$$

Fuente: Adaptado de "Adaptive Sequential Estimation with Unknown Noise Statistics". Myers, K. A., & Tapley, B. (1976).

Estadísticas del ruido de estado: Una aproximación del ruido de estado es dada por $q_j \equiv \hat{x}_j - \hat{x}_j^-$, para N estados la estimación de la covarianza del ruido de estado Q se presenta en la tabla 2.4:

Tabla 2.4 Estadísticas del ruido de estado para el filtro de Kalman adaptativo

$$\hat{q} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N q_{(j-i+1)} \quad (2.13)$$

$$\hat{Q}_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ (q_{j-i+1} - \hat{q})(q_{j-i+1} - \hat{q})^T - \left(\frac{N-1}{N} \right) [A_{j-i+1} \hat{P}_{j-i} A_{j-i+1}^T - \hat{P}_{j-i+1}] \right\} \quad (2.14)$$

Fuente: Adaptado de "Adaptive Sequential Estimation with Unknown Noise Statistics". Myers, K. A., & Tapley, B. (1976).

Donde:

\hat{Q}_j : Estimación de la covarianza del ruido de estado del tiempo j al tiempo $j + 1$

\hat{R}_j : Estimación de la covarianza del ruido de medición en el tiempo t_j

\hat{q} : Media de las muestras de ruido de estado.

q_j : Muestra del ruido de estado calculado como el error de estimación estado en el tiempo t_j

\hat{r} : Media de las muestras de ruido de medición.

r_j : Muestra del ruido de medición calculado como el error de medición en el tiempo j

N : Tamaño de la memoria del filtro de Kalman adaptativo

2.3. ANÁLISIS WAVELET

2.3.1. Fundamentos del Análisis Wavelet

El análisis de Fourier es una herramienta muy conocida para el procesamiento de señales, descompone la señal en sinusoides constituyentes de diferentes frecuencias, sin embargo, en la transformación al dominio de frecuencia de la señal se pierde información del tiempo, lo que lo hace inadecuado cuando se tiene señales de características no estacionarias: que contienen cambios abruptos y perturbaciones de duración finita, dificultando su detección. A pesar que la transformada de Fourier de tiempo reducido (STFT), mapea la señal a través de una 'ventana' de tamaño constante y proporciona información sobre cuándo y en qué frecuencia un evento ocurre, la precisión se ve limitada por el tamaño de la ventana.

El análisis Wavelet representa un enfoque más flexible, permite variar el tamaño de ‘ventana’ para poder identificar con mayor precisión la ocurrencia de un evento en el tiempo y la frecuencia con la que ocurre (Giron-Sierra, Wavelets, 2017). Ambos análisis se fundamentan en el hecho que una señal o función $f(t)$ puede ser expresada como una descomposición lineal como lo indica (2.15):

$$f(t) = \sum_k a_k \cdot \psi_k(t) \quad (2.15)$$

Donde a_k son los coeficientes de expansión y $\psi_k(t)$ es el conjunto de funciones bases, por ejemplo, para el análisis de Fourier las funciones bases son $\text{sen}(k\omega_0 t)$ y $\text{cos}(k\omega_0 t)$, entonces para una expansión wavelet, las funciones bases son versiones escaladas y trasladadas de una función $\psi(t)$ conocida como “wavelet madre” y que están definidas por (2.16):

$$\psi_{\tau,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \quad (2.16)$$

El termino traslación τ se relaciona con la ubicación de la ventana a medida que se desplaza a través de la señal y el parámetro escala s se relaciona con la información en frecuencia de la señal, es así que el análisis wavelet brinda información en el dominio tiempo-escala.

Las wavelets $\psi(t)$ son funciones en forma de onda de duración limitada que tienen un valor promedio de cero (2.17), el análisis con wavelets no se restringe a funciones periódicas pero en cambio al espacio L^2 de funciones de cuadrado integrable que se refiere a señales de energía finita (Giron-Sierra, Wavelets, 2017).

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (2.17)$$

Las funciones bases del análisis de Fourier comparadas con las wavelets, no tienen duración limitada, es decir, se extienden de menos a más infinitamente y donde las funciones base del análisis de Fourier son suaves y predecibles, las wavelets tienden a ser irregulares y asimétricas (Fig. 2.1) (Misiti, et al., 2009).

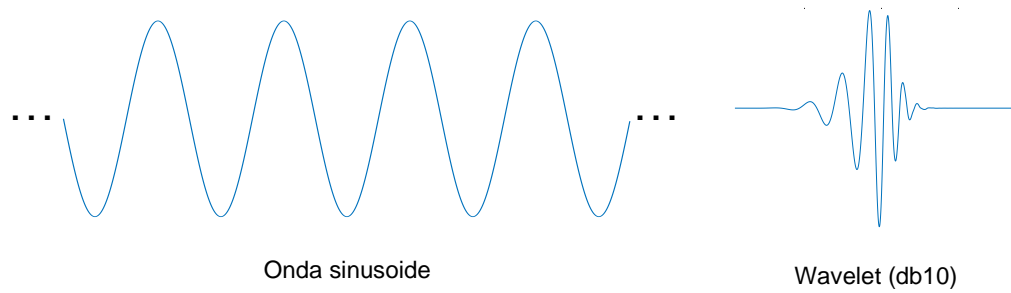


Figura N° 2.1 Función senoide y función wavelet db10
Fuente: Adaptado de "Wavelet Toolbox users guide". Misiti, M. et al. (2009).

La función wavelet de la figura pertenece a la familia Daubechies (db) y es de orden 10, existen diferentes familias de wavelets, las más conocidas son: Haar, Daubechies, Coiflet, Symlet, Biortogonales, Meyer, Mexican Hat, Shannon y Morlet, para más detalles de las familias wavelets ver Burrus, Gopinath, & Guo, (1998). En las figuras 2.2, 2.3, 2.4 se presentan como ejemplo ilustrativo las familias de wavelets Daubechies, Coiflet y Symmlet respectivamente.

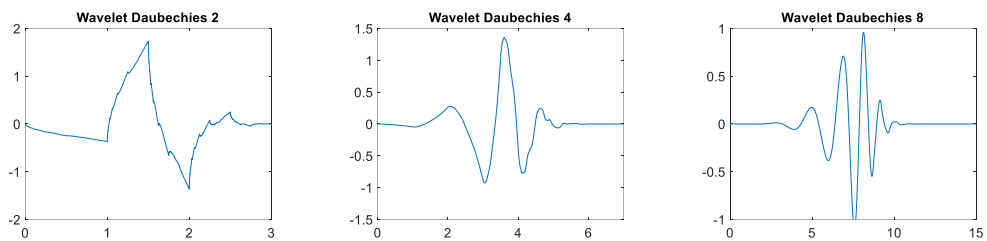


Figura N° 2.2 Familia de wavelets Daubechies
Fuente: Adaptado de "Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms". Burrus, C., Gopinath, R., & Guo, H. (1998).

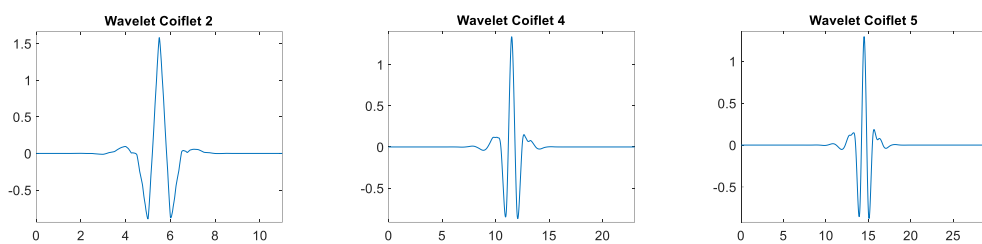


Figura N° 2.3 Familia de wavelets Coiflet
Fuente: Adaptado de "Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms". Burrus, C., Gopinath, R., & Guo, H. (1998).

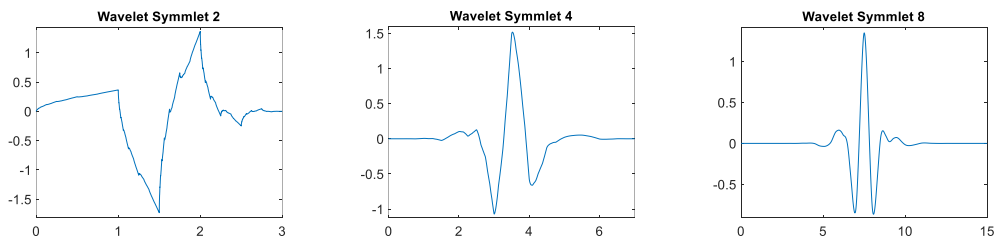


Figura N° 2.4 Familia de wavelets Symmlet

Fuente: Adaptado de "Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms". Burrus, C., Gopinath, R., & Guo, H. (1998).

2.3.2. Transformada Wavelet Discreta (DWT)

La transformada wavelet continua (CWT) se define como el producto interno entre la señal $f(t)$ y la conjugada compleja (*) de la función wavelet escalada y trasladada $\psi_{\tau,s}(t)$ como se indica en (2.28):

$$C(\tau, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot \psi_{\tau,s}^*(t) dt \quad (2.18)$$

Los resultados de CWT son llamados coeficientes Wavelet $C(\tau, s)$, pero generar continuamente coeficientes es extremadamente laborioso y pesado computacionalmente, entonces se discretiza CWT escogiendo un subconjunto de escalas y posiciones (τ, s) , y una forma común de discretizar los parámetros es considerando $s = s_0^j$, $\tau = k \cdot s_0^j \cdot \tau_0$ con $j, k \in Z$, $s_0 > 1$ y $\tau_0 \neq 0$ (De Castro et al., 2004), de este modo los coeficientes wavelet discretos resultan:

$$DWT(j, k) = \frac{1}{\sqrt{s_0^j}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n) \cdot \psi\left(\frac{n - k \cdot s_0^j \cdot \tau_0}{s_0^j}\right) \quad (2.19)$$

Para constituir familias wavelet con bases ortonormales en el espacio de funciones de cuadrado integrable $L^2(R)$, lo más sencillo es elegir $s_0 = 2$ y $\tau_0 = 1$. Son escalas y posiciones basadas en potencias de dos, las llamadas escalas y posiciones diádicas (Misiti, et al., 2009).

2.3.3. Análisis de multiresolución (MRA)

El análisis multiresolución es una técnica que permite analizar señales en distintas escalas de descomposición, para observar características en detalle cada vez más finas de la señal. Esta formulación necesita dos funciones bases estrechamente relacionadas, en adición a la función wavelet que se ha discutido anteriormente,

se necesitará otra función básica llamada función de escalamiento $\varphi(t)$ (Burrus, Gopinath, & Guo, 1998). Las funciones wavelet (2.20) y de escalamiento (2.21) se representan en:

$$\varphi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \cdot \varphi(2^j t - k) \quad (2.20)$$

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \cdot \psi(2^j t - k) \quad (2.21)$$

Donde j es un parámetro de escala que controla la resolución (dilatación o contracción) de la función y k es un parámetro de desplazamiento, controla la traslación de la función en el tiempo. Usando una combinación de estas funciones permite que la señal $f(t)$ pueda ser representado por:

$$f(t) = \sum_k a_j(k) \cdot \varphi_{j,k}(t) + \sum_k \sum_{j=0}^{J-1} d_j(k) \cdot \psi_{j,k}(t) \quad (2.22)$$

Donde $a_j(k)$ son coeficientes de aproximación que representan a los componentes de baja frecuencia/alta escala de la señal y $d_j(k)$ son coeficientes de detalle que representan a los componentes de alta frecuencia/baja escala. En teoría los coeficientes $a_j(k)$ y $d_j(k)$ pueden calcularse mediante el producto interno de $f(t)$ con $\varphi_{j0,k}$ y $\psi_{j,k}$ respectivamente, pero para facilitar los cálculos se usan los llamados bancos de filtros (Burrus, Gopinath, & Guo, 1998), un algoritmo que permite descomponer y reconstruir la señal original $f(t)$ a diferentes niveles en términos de la ecuación (2.22).

El algoritmo de bancos de filtros consiste en pasar la señal a través de filtros de descomposición paso alto y paso bajo (HD y LD), para que luego se realice un submuestreo seleccionando uno de cada dos puntos ($\downarrow 2$) del resultado anterior, este proceso se llama 'downsampling' que produce dos secuencias cA_j (coeficientes de aproximación) y cD_j (coeficientes de detalles). Para la descomposición a múltiples niveles, el proceso es iterativo con aproximaciones que se descomponen a su vez, constituyéndose una estructura piramidal o algoritmo piramidal de Mallat (Figura N°2.5).

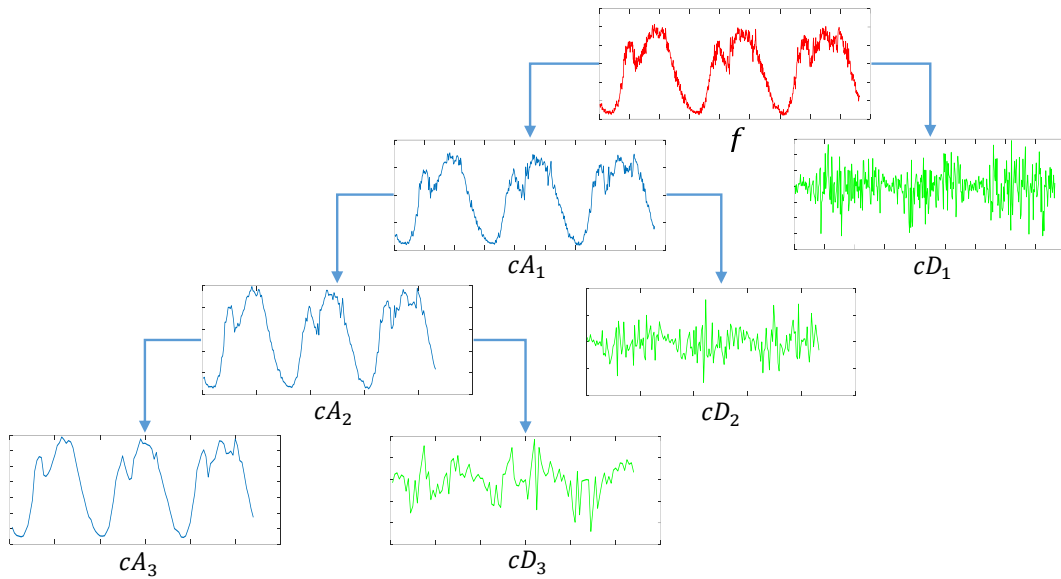


Figura N° 2.5 Descomposición wavelet multiresolución de la señal f según el algoritmo de Mallat Fuente: Adaptado de “Wavelet Toolbox users guide”. Misiti, M. et al. (2009).

En la Figura N°2.5 la señal f es dividida 3 veces en componentes de baja (cA_j) y alta resolución (cD_j).

Síntesis o reconstrucción: De manera similar al procedimiento de descomposición, la reconstrucción de señales requiere de filtros de reconstrucción paso alto y paso bajo (HR y LR) y su proceso es una forma inversa de lo descrito anteriormente. Se puede reconstruir la señal original $f(t)$ a partir de los todos coeficientes de aproximación y detalles (ecuación 2.22), pero también es posible reconstruir las aproximaciones (A_j) y detalles (D_j) a partir de sus vectores de coeficientes (Misiti, et al., 2009), por ejemplo, en la figura N°2.6 se reconstruyen las funciones de primer nivel A_1 y D_1 :

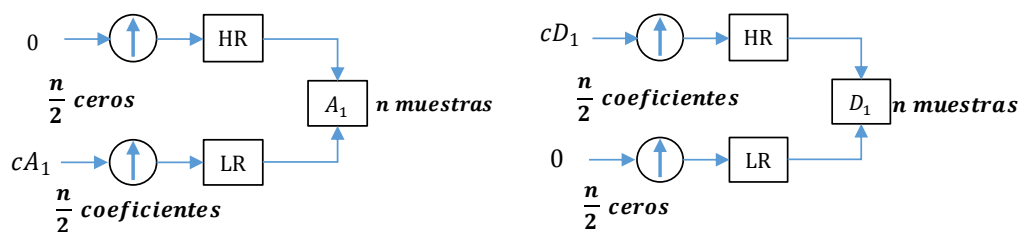


Figura N° 2.6 Reconstrucción de las funciones de aproximación A_1 y de detalle D_1 a partir de sus coeficientes cA_1 y cD_1 respectivamente Fuente: Adaptado de “Wavelet Toolbox users guide”. Misiti, M. et al. (2009).

Se observa que cada vector cA_1 y cD_1 se combina con un vector de ceros del mismo tamaño resultando en las constituyentes verdaderas de la señal original, de hecho, cuando se combinan se halla que:

$$A_1 + D_1 = f \quad (2.23)$$

Al generalizar esta idea (2.23) a los componentes de un análisis multiresolución, se mantienen relaciones similares para todas las señales constituyentes reconstruidas (Figura N°2.7):

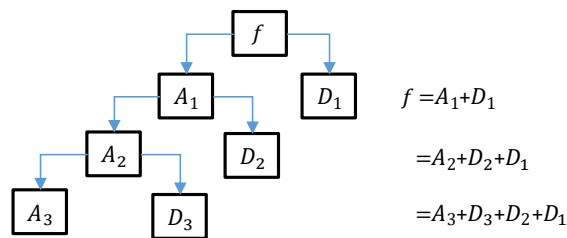


Figura N° 2.7 Señales constituyentes reconstruidas de la señal original f a un nivel de escalamiento 3

Fuente: Adaptado de "Wavelet Toolbox users guide". Misiti, M. et al. (2009).

2.3.4. Filtrado de ruido

En el procesamiento de señales, las wavelets son usadas para muchos propósitos tales como la eliminación de ruido, detección de discontinuidades, tendencias a largo plazo y puntos de ruptura (Misiti et al., 2009), en esta sección sólo se describirá la eliminación o filtrado de ruido.

El modelo subyacente para una señal ruidosa está dado por:

$$s(n) = f(n) + e(n) \quad (2.24)$$

Donde $s(n)$ es la señal observada compuesta por la señal real $f(n)$ y el ruido blanco gaussiano $e(n)$, el filtrado de ruido pretende "remover" la parte ruidosa de la señal y recuperar $f(n)$. El procedimiento general del filtrado de ruido involucra 3 pasos (Misiti et al., 2009):

1. **Descomposición:** Se elige una función wavelet y un nivel de descomposición nD y se lleva a cabo el análisis wavelet de la señal ruidosa $s(n)$ hasta el nivel elegido.

2. **Umbralización de los coeficientes de detalle:** Se selecciona el umbral y se procede con la umbralización de los coeficientes de detalle para cada nivel desde el 1 al nD .
3. **Reconstrucción:** Se reconstruye la señal usando los coeficientes de aproximación originales del nivel nD y los coeficientes de detalle modificados desde el 1 al nD .

Se puede clasificar al proceso de umbralización de dos maneras: por la forma de aplicar el umbral y por la selección del umbral (Hostalkova & Prochazka).

Por la forma de aplicar el umbral presenta 2 métodos:

1. Umbralización fuerte: Elimina los coeficientes que se encuentren por debajo del umbral.
2. Umbralización suave: Elimina los coeficientes que se encuentren por debajo del umbral y además sustrae el umbral a los restantes valores mayores que el mismo.

Se muestra en la Figura N°2.8 la aplicación de ambos métodos de umbralización fuerte y suave a la señal $s(x) = x$ con t definido como el umbral, al aplicar la umbralización fuerte resulta:

$$s(x) \begin{cases} x & |x| > t \\ 0 & |x| < t \end{cases}$$

Y al aplicar la umbralización suave:

$$s(x) \begin{cases} \text{sgn}(x)(|x| - t) & |x| > t \\ 0 & |x| < t \end{cases}$$

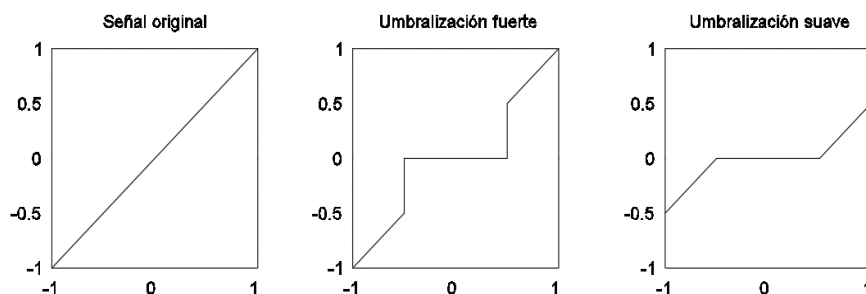


Figura N° 2.8 Umbralización fuerte y débil de la señal $s(x)=x$
Fuente: Adaptado de "Wavelet Toolbox users guide". Misiti, M. et al. (2009).

Por la selección del umbral presenta dos alternativas:

1. Umbral global: Define un único valor de umbral para ser aplicado a todos los coeficientes wavelet de todos los niveles de resolución considerados.

2. Umbral dependiente del nivel: Selecciona un umbral diferente para cada nivel de resolución (descomposición).

Existen diferentes técnicas para estimar el valor del umbral, pero estas se centran básicamente en los tipos de umbral desarrollados por Donoho y Johnstone ([Reducción de ruido en señales], s.f.) y dentro de los cuales el umbral de forma fija VisuShrink es uno de los más simples y se estima como el umbral universal de Donoho y Johnstone escalado por una estimación robusta de la desviación estándar (2.26):

$$\lambda = \sigma \sqrt{2 \ln(L)} \quad (2.25)$$

$$\sigma = \frac{\text{mediana}(|cD_j|)}{0.6745} \quad (2.26)$$

Donde:

L : Número de muestras de la señal procesada (tamaño).

σ : Estimación robusta de la desviación estándar de los coeficientes Wavelet

cD_j : Vector de coeficientes de detalle en el nivel j .

2.3.5. Paquete de herramientas Wavelet-Matlab

MATLAB integra un paquete de herramientas Wavelet que es básicamente una colección de funciones orientadas al análisis y síntesis de señales e imágenes usando Wavelets (Misiti et al., 2009). El filtrado de ruido ('de-noising' en inglés) expuesto en esta sección se puede simplificar por dos comandos de línea en MATLAB: `wdencomp()` y `ddencomp()`.

La primera función `wdencomp` realiza el procedimiento general de filtrado de ruido, es decir, descomposición de la señal, umbralización de coeficientes wavelet y reconstrucción de la señal con los coeficientes modificados, y permite definir una estrategia específica de umbralización.

$$\hat{y} = \text{wdencomp}(\text{opt}, y, \text{wav}, nD, \text{thr}, \text{sorh}, \text{keepapp}) \quad (2.27)$$

Donde:

\hat{y} : Señal filtrada a partir de la señal original y

opt : Indica la forma en que el umbral ('thr') afectará a los coeficientes wavelet, admite dos opciones 'gbl' (global) y 'lvd' (dependiente del nivel)

thr : Valor de umbral, si *opt* = 'gbl' entonces *thr* es un número real positivo, si *opt* = 'lvd' entonces *thr* es un vector que contiene los valores de umbral para cada nivel de descomposición.

sorh : Indica la forma de aplicar el umbral a los coeficientes, admite dos opciones 's' ('soft' o suave) y 'h' ('hard' o fuerte).

wav : Función wavelet.

nD : Nivel de descomposición.

keepapp : Indica si la umbralización afectará a los coeficientes de aproximación, admite dos valores 1 (mantiene los coeficientes de aproximación intactos) y 0 (afecta a los coeficientes de aproximación).

La segunda función *ddencmp* devuelve valores por defecto para el filtrado de ruido o compresión de señales, por defecto significa que la función toma en cuenta exclusivamente los datos de la señal y la tarea prevista del análisis Wavelet (filtrado de ruido o compresión) para determinar los valores de tres parámetros: *thr*, *sorh*, *keepapp*.

$$[thr, sorh, keepapp] = ddencmp(in1, in2, y) \quad (2.28)$$

Donde *in1* define el propósito del análisis wavelet y admite dos opciones 'den' para filtrado de ruido y 'cmp' para compresión, *in2* admite dos opciones 'wv' para usar wavelets (funciones) y 'wp' para usar paquetes wavelet. El valor de salida *thr* es considerado como el umbral global para el filtrado de ruido con Wavelets y se estima como el umbral universal de Donoho escalado por la desviación estándar robusta del vector de coeficientes de detalle del primer nivel (en la ecuación 2.26 $j = 1$), este vector de coeficientes es obtenido del análisis wavelet de la señal y que emplea por defecto la función wavelet Daubechies 1 ('db1'). El valor resultante de *sorh* ('s' o 'h') depende de la tarea prevista del análisis Wavelet, es decir, si es usada para el filtrado de ruido resulta *sorh* = 's' (umbralización suave), en cambio si es para compresión *sorh* = 'h' (umbralización fuerte), y finalmente *keepapp* toma el valor de 1, dado que se busca afectar solo a los coeficientes de detalle.

Las dos funciones pueden convertirse en una sola si se elige un umbral global suave para el proceso de filtrado de ruido. Primero se obtiene los valores

$thr, sorh, keepapp$ por defecto con la función 2.28 que sirven de datos de entrada para la función 2.27, en ese orden ambas funciones conforman el proceso de filtrado de ruido que requiere solo 3 variables de entradas: la señal y a ser filtrada, la función Wavelet (wav) y el nivel de descomposición (nD) (ecuación 2.29), dado que el resto de parámetros son invariantes ($in1, in2, op, sorh, keepapp$) o dependientes entre ellos ($thr = f(y)$).

$$\hat{y} = wd(y, wav, nD) \quad (2.29)$$

Como caso práctico se selecciona un umbral global suave para el filtrado de ruido de una señal mediante la umbralización de coeficientes, usando la función 'db4' y los niveles de resolución 1 y 3, la señal es representada por una serie de datos de flujo de tráfico de 3 días de observación agregados a intervalos de 5min (para el código de programación ver Anexo H). Se muestran los resultados en la Figura N°2.9, y se observa que el nivel de ruido removido de la señal original depende del nivel de resolución al cual se la descompone.

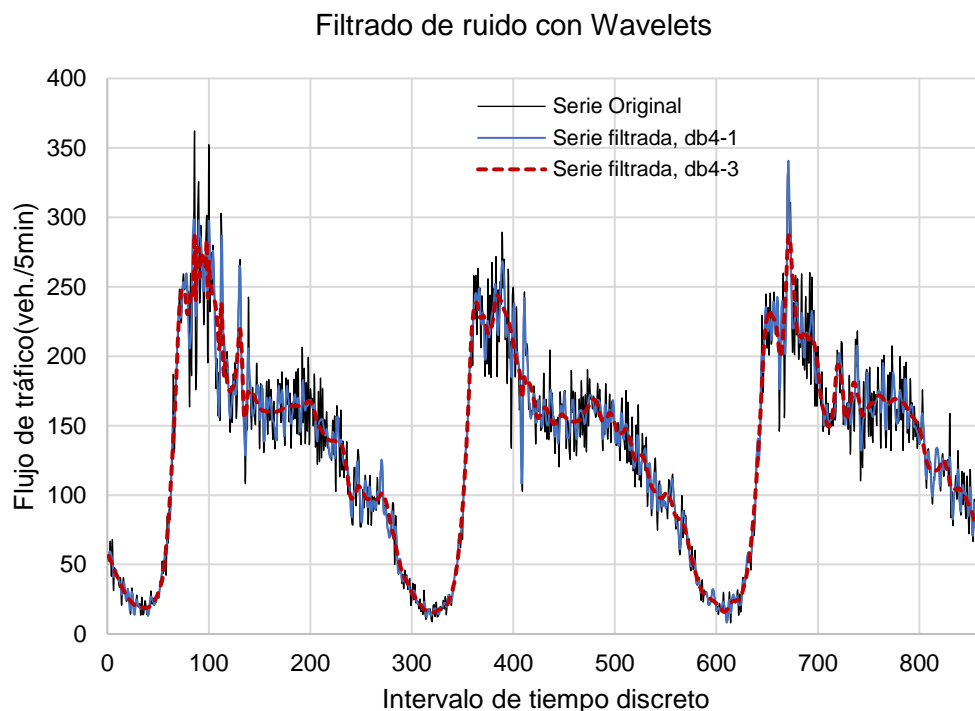


Figura N° 2.9 Filtrado de ruido usando la función 'db4' a niveles de resolución 1 y 3
Fuente: Elaboración propia

CAPÍTULO III. BASE DE DATOS Y MÉTODO PARA LA PREDICCIÓN DE FLUJO DE TRÁFICO

3.1. DESCRIPCIÓN DE LOS DATOS

Se emplearon en la presente tesis los datos de flujo de tráfico de 10 estaciones, sólo una de ellas está en Lima, Perú en la intersección de la Av. Túpac Amaru y Eduardo de Habich, las restantes 9 están ubicadas dentro del sistema de autopistas del estado de California, Estados Unidos.

El conjunto de datos de la primera estación se contraponen al resto dado que involucran diferentes tipos de infraestructura de transporte y diferentes formas de obtención de información de tráfico.

La estación 1 (Habich) está ubicada en una intersección semaforzada (Figura N° 3.1) dentro de una red urbana de transporte con condiciones de tráfico heterogéneas (diversidad de vehículos, falta de disciplina en carril) y cuya recolección de información del tráfico (datos de flujo o volumen de tráfico) se obtuvo por medio de cámaras de vigilancia instaladas en la intersección y por conteo manual de vehículos (para detalles del proceso de obtención de datos ver Anexo A).

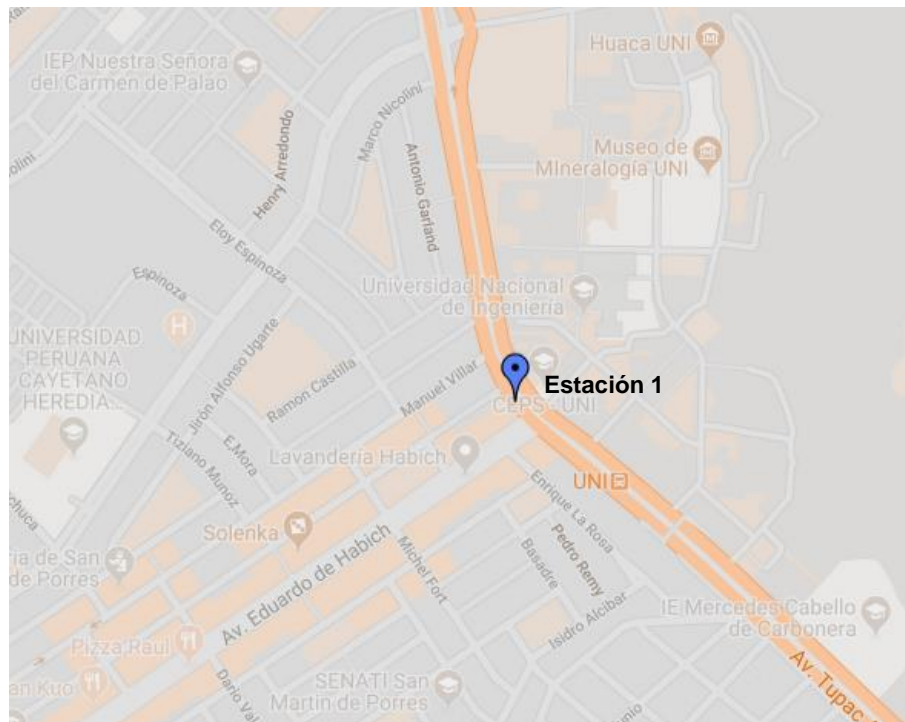


Figura N° 3.1 Ubicación de la estación 1, Lima-Perú.
Fuente: Google Maps

Las estaciones restantes (estaciones del 2 al 10) seleccionadas están ubicadas dentro de un sistema de autopistas (Figura N°3.2) que debido a sus características inherentes favorecen las condiciones del tráfico y cuyos datos de flujo de tráfico usados en la presente investigación fueron obtenidos del Sistema de Medición de desempeño de autopistas de California (PeMS) versión 18.0 (<http://pems.dot.ca.gov/>). Este sistema de tráfico recolecta información de las condiciones de tráfico (flujo de tráfico, velocidad promedio vehicular y ocupación) de los detectores de bucle de inducción cada 30 segundos en tiempo real.

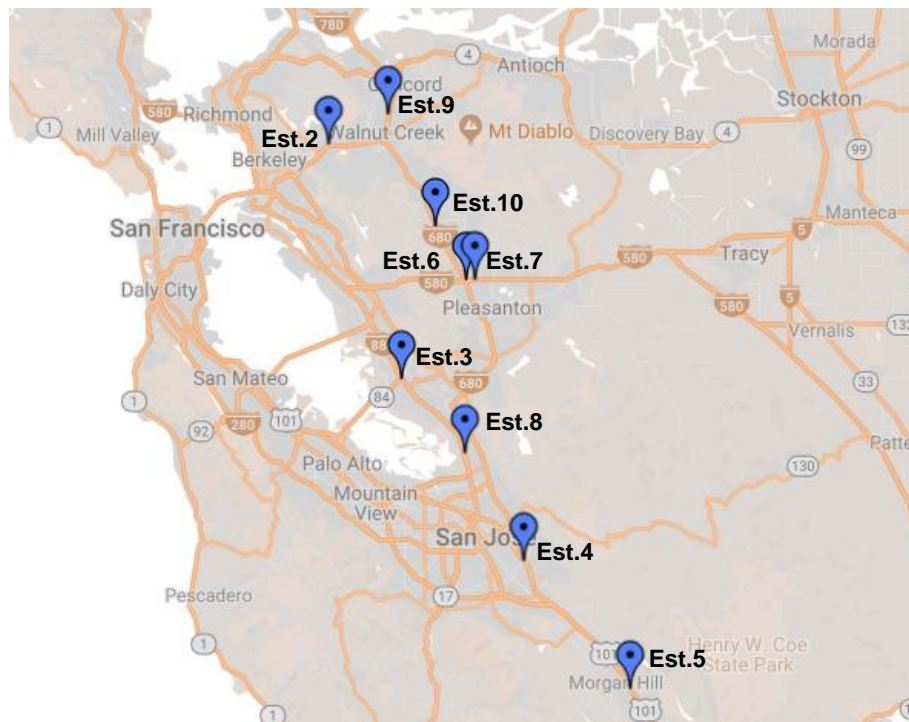


Figura N° 3.2 Ubicación de las estaciones 2-10, Estado de California-EE.UU.
Fuente: Google Maps.

La resolución de los datos (nivel de agregación) juega un papel importante en la predicción del flujo de tráfico a corto plazo (Dougherty & Cobett, 1997), mientras que los datos con alta resolución (intervalos de agregación de 30 segundos a 1 min) tienden a ser muy ruidosos menguando la capacidad de predicción de los modelos, los datos con baja resolución (intervalos mayores a 15min) pierden información subyacente de los patrones del tráfico pero favorecen al desempeño de los modelos (Abdulhai, Porwal, & Recker, 2002).

Basados en la necesidad de tener series de datos de flujo de tráfico lo suficientemente ruidosas para evaluar la efectividad del análisis de descomposición wavelet en la limpieza o remoción del ruido y por propósitos de

comparación entre distintas publicaciones, los datos de flujo de tráfico de todas las estaciones fueron agregados a intervalos discretos de tiempo de 5 min.

Para cada una de las 10 estaciones se recolectaron 4 días de datos de flujo de tráfico de 5min por vía las 24 horas sumando un total de 11,520 (10x4x288) observaciones, “por vía” quiere decir el flujo de tráfico que cruza toda la sección de vía e incluye los flujos de los carriles correspondientes de cada estación de detección vehicular y que en adelante se considerará implícito. Los dos primeros días fueron dispuestos para el desarrollo del modelo, es decir, estimación de valores estadísticos a priori e inicialización del proceso de predicción, el tercer y cuarto día para su evaluación. Cada uno de estos días de evaluación tiene condiciones de tráfico diferentes, el tercero no presenta eventos especiales u anómalos (escenario 1) que pueda cambiar significativamente el patrón normal del tráfico, en cambio el cuarto si presenta algún evento disruptivo (escenario 2) tales como choque vehicular, clima inclemente, zona de trabajo, etc.

Tabla 3.1 Características geométricas de las estaciones y flujo máximo promedio de tráfico presente.

Estación	Clase	Ancho de carril (m)	Ancho de vía (m)	#de carriles	Flujo máx(Veh./hora/vía)	Hora (24 horas)
1	Vía arterial principal-tipo intersección semaforizada	3	9	3	3114	07:30-08:30
2	Vía arterial principal-tipo autopista	3.5	17.5	5	7290	06:50-07:50
3	Vía arterial principal-tipo autopista	3.5	14	4	5867	14:10-15:10
4	Vía arterial principal-tipo autopista	3.5	17.5	5	7039	16:50-17:50
5	Vía arterial principal-tipo autopista	3.5	10.5	3	4832	04:50-05:50
6	Vía arterial principal-tipo autopista	3.5	14	4	5757	14:15-15:15
7	Vía arterial principal-tipo autopista	3.5	14	4	7528	08:10-09:10
8	Vía arterial principal-tipo autopista	3.5	17.5	5	7979	15:55-16:55
9	Vía arterial principal-tipo autopista	3.5	17.5	5	8015	14:45-15:45
10	Vía arterial principal-tipo autopista	3.5	14	4	5070	07:05-08:05

Fuente: Elaboración propia basado en el Sistema de medición de desempeño de autopistas (PEMS), versión 18.0 recuperado de <http://pems.dot.ca.gov/>

La Tabla 3.1 muestra el resumen de la información geometría de las vías a las que pertenecen las estaciones y el flujo máximo promedio de tráfico por hora por ancho de vía. El flujo máx./hora/vía y la hora a la que ocurren son promedios basados en los dos días dispuestos para el desarrollo de los modelos, es decir datos de flujos de tráfico conocidos de antemano (Ver anexo H para el código de programación del cálculo).

Las Tablas 3.2, 3.3 y 3.4 presentan las características de las estaciones bajo los escenarios planteados, para la selección de las estaciones y su respectivo conjunto de datos de flujo de tráfico de la plataforma online de información del tráfico (estaciones 2-10) se tuvo en cuenta ciertos criterios tales como:

1. La información debió ser observada al 100%, dado que es un sistema automatizado que emplean detectores de vehículos, estos pueden fallar o estar en mantenimiento y por consecuencia perder información.
2. Se buscó siempre ubicar primero un perfil anómalo de flujo de tráfico y alrededor de este seleccionar los otros 3 perfiles con patrones normales de tráfico.
3. A fin de buscar la diversidad de perfiles de tráfico, se seleccionó estaciones que no pertenecieran a la misma autopista y al mismo sentido simultáneamente.

Tabla 3.2 Características de la estación 1 bajo ambos escenarios 1 y 2

Escenario	Avenida-Sentido	Día de evaluación	Evento	Hora del evento (24 horas)
1	Av. Túpac Amaru N-S	28/08/2018	Ninguno	--
2	Av. Túpac Amaru N-S	20/08/2018	Accidente de tráfico	06:30-09:30

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3.3 Características de las estaciones 2-10 bajo el escenario 1

Estación	Autopista	Condado	Día de evaluación	Evento
2	SR24-W	Contra Costa	7/02/2019	Ninguno
3	I880-S	Alameda	12/02/2019	Ninguno
4	US101-S	Santa Clara	7/02/2019	Ninguno
5	US101-N	Santa Clara	12/02/2019	Ninguno
6	I580-E	Alameda	28/03/2018	Ninguno
7	I580-W	Alameda	7/02/2019	Ninguno
8	I880-N	Alameda	12/02/2019	Ninguno
9	I680-N	Contra Costa	19/09/2018	Ninguno
10	I680-S	Contra Costa	13/03/2019	Ninguno

Fuente: Elaboración propia basado en el Sistema de medición de desempeño de autopistas (PEMS), versión 18.0 recuperado de <http://pems.dot.ca.gov/>

Tabla 3.4 Características de las estaciones 2-10 bajo el escenario 2

Estación	Autopista	Condado	Día de evaluación	Evento	Hora del evento (24 horas)
2	SR24-W	Contra Costa	6/02/2019	Accidente de tráfico	07:30-12:30
3	I880-S	Alameda	28/02/2019	Accidente de tráfico	08:30-10:30
4	US101-S	Santa Clara	14/02/2019	Accidente de tráfico	13:30-18:30
5	US101-N	Santa Clara	13/02/2019	Otro	05:30-10:30
6	I580-E	Alameda	23/03/2018	Otro	09:00-18:00
7	I580-W	Alameda	13/02/2019	Accidente de tráfico	07:30-11:00
8	I880-N	Alameda	2/01/2019	Accidente de tráfico	09:00-12:30
9	I680-N	Contra Costa	20/09/2018	Otro	15:00-20:00
10	I680-S	Contra Costa	14/03/2019	Accidente de tráfico	09:30-14:30

Fuente: Elaboración propia basado en el Sistema de medición de desempeño de autopistas (PEMS), versión 18.0 recuperado de <http://pems.dot.ca.gov/>

3.2. MÉTODO DE PREDICCIÓN

3.2.1. Modelo de predicción

La serie de datos de flujo de tráfico $\{y_t\}$ puede ser modelado mediante un proceso autorregresivo de orden n denotado como $AR(n)$, de la siguiente forma:

$$y_t = \phi_{1,t} y_{t-1} + \phi_{2,t} y_{t-2} + \dots + \phi_{n,t} y_{t-n} + e_t \quad (3.1)$$

El valor del flujo de tráfico en el tiempo t es una combinación lineal de n valores previos más un ruido o error escalar aleatorio e_t , el conjunto $\{\phi_{1,t}, \phi_{2,t}, \dots, \phi_{n,t}\}$ son los coeficientes autorregresivos que dependen del tiempo t .

Si se define al conjunto de coeficientes autorregresivos del proceso $AR(n)$ (3.1) como el vector de estado $w_t = [\phi_{1,t}, \phi_{2,t}, \dots, \phi_{n,t}]^T$ y se emplea un modelo de paseo aleatorio con un factor de olvido para describir sus dinámicas de evolución (Guo, Huang, & Billy, 2014) se obtiene la ecuación de estado (3.2), y al reformular convenientemente el proceso autorregresivo (3.1) se obtiene la ecuación de medición u observación (3.3) y así se puede aplicar el filtro de Kalman empleando ambas ecuaciones (estado y observación).

$$w_t = \Psi w_{t-1} + a_{t-1} \quad (3.2)$$

$$y_t = X_t w_t + e_t \quad (3.3)$$

Donde:

w_t : Vector de estado definido como $w_t = [\phi_{1,t}, \phi_{2,t}, \dots, \phi_{n,t}]^T$

Ψ : Matriz de transición de estado.

a_t : Vector de ruido de estado con propiedades de distribución normal $N(0, Q_t)$

y_t : Observación de flujo de tráfico en el tiempo t

X_t : Matriz de observación definido como $X_t = [y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-n}]$

e_t : Error o ruido de observación con propiedades de distribución normal $N(0, R_t)$

El enfoque de generar un modelo espacio-estado (ecuaciones 3.2 y 3.3) a partir de un proceso autorregresivo (3.1) y tomar al vector de coeficientes w como el vector de estado fue empleado por otros autores (Okutani & Stephanedes, 1984;

Xie, Zhang, & Ye, 2007; Ojeda, Kibangou, & De Wit, 2013) para desarrollar modelos de predicción de flujo de tráfico a corto plazo usando el filtro de Kalman, pero estos mismos autores limitan la capacidad predictiva del filtro de Kalman al considerar suficiente un proceso autorregresivo para modelar el flujo de tráfico.

Los modelos de series de tiempo integran procesos autorregresivos (usan valores pasados), de media móviles (usan errores pasados), y procesos de diferenciación para transformar la serie original no-estacionaria en una pobremente estacionaria.

Williams & Hoel (2003) presentan una base teórica para el modelamiento univariante del flujo de tráfico como un proceso SARIMA (proceso autorregresivo estacional integrado de media móvil) para alcances de esta tesis sólo se busca describir la expansión matemática del proceso ARIMA estacional (SARIMA), Adhikari & Agrawal (2013) brindan una introducción muy completa respecto al modelamiento de series temporales tales como ARIMA y SARIMA.

El proceso ARIMA estacional $(p, d, q)(P, D, Q)_T$ para la serie de datos de flujo de tráfico $\{y_t\}$, está definido por la siguiente expresión:

$$\phi(B)\Phi(B^T)(1-B)^d(1-B^T)^D y_t = \theta(B)\Theta(B^T)e_t \quad (3.4)$$

Donde:

p : Orden del polinomio autorregresivo no-estacional o a corto plazo

P : Orden del polinomio autorregresivo estacional

q : Orden del polinomio de medias móviles a corto plazo.

Q : Orden del polinomio de medias móviles estacional.

d : Orden de la diferenciación a corto plazo

D : Orden de la diferenciación estacional

e_t : Error o ruido blanco con propiedades de distribución normal $N(0, \sigma^2)$.

t : Índice de tiempo discreto

T : Ciclo estacional

B : Operador de retardo definido por $B^a y_t = y_{t-a}$;

$(1-B)^d$: Diferenciación a corto plazo u ordinaria

$(1-B^T)^D$: Diferenciación estacional

$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$: Polinomio autorregresivo a corto plazo

$\Phi(B^T) = 1 - \Phi_1(B^T) - \dots - \Phi_p(B^T)^p$: Polinomio autorregresivo estacional.

$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q$: Polinomio de medias móviles a corto plazo

$\Theta(B^T) = 1 - \Theta_1(B^T) - \dots - \Theta_q(B^T)^q$: Polinomio de medias móviles estacional

El parámetro $T \in \mathbb{N}$ denota la longitud del ciclo estacional, por ejemplo, para los patrones normales de tráfico existe una estacionalidad de 24 horas (Kumar & Vanajakshi, 2015), si los datos son agregados a intervalos de 5 min, T sería el número total de intervalos de 5min en un día $T = 12 \cdot 24 = 288$.

El proceso autorregresivo definido como $AR(n)$ (3.1) es equivalente a un proceso $ARIMA(n,0,0)(0,0,0)_T$, si se reemplaza los valores de los parámetros en la expresión 3.6 y se expande algebraicamente, bajo esta lógica en (3.5) se presenta la expansión del modelo ajustado $ARIMA(1,0,1)(0,1,1)_T$ de Williams & Hoel (2003):

$$y_t = y_{t-T} + \phi_1(y_{t-1} - y_{t-1-T}) - \theta_1 e_{t-1} - \Theta_1 e_{t-T} + \theta_1 \Theta_1 e_{t-1-T} + e_t \quad (3.5)$$

La expresión (3.5) es un estimador recursivo lineal y permite calcular valores futuros de flujo de tráfico en función de: un flujo estacional (y_{t-T}), una diferencia estacional ($y_{t-1} - y_{t-1-T}$) y errores de observación ($e_{t-1}, e_{t-T}, e_{t-1-T}$). La aclaración anterior resulta útil dado que se puede integrar otros componentes (diferentes a los autorregresivos) a la matriz de observación X_t en (3.3).

La longitud del vector de estado n se estableció en 6, para asegurar que suficiente información histórica sea incluida (Xie et al., 2007), y se genera 3 diferentes modelos de acuerdo al tipo de componentes que integran la matriz de observación (Tabla 3.5):

Tabla 3.5 Modelos de acuerdo al tipo de componentes que la conforman

Cód.	Matriz de observación
1	$X_t = [y_{t-1}, y_{t-2}, y_{t-3}, y_{t-4}, y_{t-5}, y_{t-6}]$
2	$X_t = [y_{t-1}, y_{t-2}, y_{t-3}, y_{t-4}, y_{t-5}, y_{t-T}]$
3	$X_t = [y_{t-1}, y_{t-2}, e_{t-T}, y_{t-1} - y_{t-1-T}, y_{t-2} - y_{t-2-T}, y_{t-T}]$

Fuente: Elaboración propia

Donde T es el número de observaciones de flujo de tráfico por día.

El modelo Cód.=1 contiene solo componentes autorregresivos, Cód.=2 contiene 1 componente estacional y el resto autorregresivos, Cód.=3 contiene un componente estacional, dos diferencias estacionales, un error de observación estacional y dos componentes autorregresivos.

Las ecuaciones de estado y de observación presentadas en el Capítulo II encuentran sus equivalencias en las ecuaciones espacio-estado derivadas de un proceso autorregresivo (3.2 y 3.3 respectivamente), de acuerdo a las Tablas 2.1 y 2.2 el algoritmo recursivo de predicción se puede resumir de la siguiente manera (Tabla 3.6):

Tabla 3.6 Secuencia recursiva de pasos usando el filtro de Kalman

Paso 1: Predicción de estado y de covarianza de error de estimación de estado.

$$\begin{aligned}\hat{w}_t^- &= \Psi \hat{w}_{t-1} \\ \hat{P}_t^- &= \Psi \hat{P}_{t-1} \Psi^T + Q_{t-1}\end{aligned}$$

Paso 2: Predicción de flujo de tráfico y estimación de error de observación

$$\begin{aligned}\hat{x}_t^- &= X_t \hat{w}_t^- \\ e_t &= y_t - X_t \hat{w}_t^-\end{aligned}$$

Paso 3: Cálculo de la ganancia Kalman

$$K_t = \frac{\hat{P}_t^- X_t^T}{X_t \hat{P}_t^- X_t^T + R_t}$$

Paso 4: Estimación de estado a posteriori y covarianza de error de estimación a posteriori de estado.

$$\begin{aligned}\hat{w}_t &= \hat{w}_t^- + K_t (y_t - X_t \hat{w}_t^-) \\ \hat{P}_t &= \hat{P}_t^- - K_t X_t \hat{P}_t^-\end{aligned}$$

Fuente: Elaboración propia basado en "Adaptive Kalman filter approach for stochastic short-term traffic flow rate prediction and uncertainty quantification". Guo, J., Huang, W., & Billy, M. (2014)

Luego se asigna $\hat{w}_t \rightarrow \hat{w}_{t-1}$ y $\hat{P}_t \rightarrow \hat{P}_{t-1}$ para repetir el proceso.

Donde:

\hat{P}_t : Matriz de covarianza de error de estimación a posteriori de estado

\hat{P}_t^- : Matriz de covarianza de error de estimación a priori de estado

\hat{w}_t : Estimación a posteriori de estado

\hat{w}_t^- : Estimación a priori de estado

\hat{x}_t^- : Valor predicho del flujo vehicular en el tiempo t .

K_t : Ganancia de Kalman en el periodo de tiempo

Q_t : Matriz de covarianza de error de estado

R_t : Matriz de covarianza de error de observación

X_t : Matriz de observación

e_t : Error de observación.

y_t : Flujo de tráfico observado en el tiempo t

Con toda la información conocida de las condiciones del tráfico hasta $t - 1$ se proyecta un paso hacia adelante tanto el vector de estado \hat{w}_t^- como el flujo de tráfico \hat{x}_t^- , ambas estimaciones a priori (por el superíndice menos), luego el flujo de tráfico en el tiempo t se vuelve disponible y es usado para actualizar el estado a priori y obtener una estimación a posteriori (mejorada) \hat{w}_t y en conjunto con la estimación de covarianza de estado a posteriori son utilizados como datos de entrada para el proceso del siguiente intervalo.

Existen parámetros que aun necesitan ser definidos tales como la matriz de transición de estado Ψ y las matrices de covarianza de error de estado y observación (Q_t y R_t).

La matriz de transición de estado Ψ que aparece en la ecuación de estado (3.2), se define como una matriz diagonal $\{\lambda^{1/2}\}$ con factor de olvido $0 \leq \lambda \leq 1$ (Guo, Huang, & Billy, 2014), en el esquema de predicción planteado en la presente tesis se elige la matriz identidad $I_{n \times n}$ (factor de olvido $\lambda = 1$) como la matriz de transición de estado tal como sugieren algunas investigaciones (Ojeda, Kibangou, & De Wit, 2013; Xie, Zhang, & Ye, 2007) por considerar al proceso de estado (ecuación de transición de estado) un proceso suave.

Las covarianzas de error de los procesos de estado Q_t y observación R_t no se conocen de manera a priori y son de vital importancia en el desempeño del modelo de predicción, por lo que es necesario determinarlos con la limitada información de datos de flujo de tráfico que se dispone. Se adopta la propuesta de Myers & Tapley (1976) que permite la estimación de dichos valores estadísticos simultáneamente con la del vector de estado usando una memoria de errores de estimación de estado y observación que se actualizan en cada paso del proceso recursivo conforme nueva información se vuelve disponible, este proceso de

ajustar sus parámetros de manera local le atribuye el nombre de filtro de Kalman Adaptativo.

Tabla 3.7 Sub-procesos para estimar las covarianzas de observación y estado

Proceso	Ecuaciones
	Paso 2.1: Actualización de la matriz de covarianza del proceso de observación
Observación	$\hat{e} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e_{t-j+1}$ $R_t = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left\{ (e_{t-j+1} - \hat{e})(e_{t-j+1} - \hat{e})^T - \frac{N-1}{N} X_{t-j+1} \hat{P}_{t-j+1}^- X_{t-j+1}^T \right\}$
	Paso 4.1 Calculo del error de estimación de estado y actualización de la matriz de covarianza del proceso de estado
Estado	$a_t = \hat{w}_t - \Psi \hat{w}_{t-1}$ $\hat{a} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N a_{(t-j+1)}$ $Q_t = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left\{ (a_{t-j+1} - \hat{a}_t)(a_{t-j+1} - \hat{a}_t)^T - \frac{N-1}{N} [\Psi \hat{P}_{t-j} \Psi^T - \hat{P}_{t-j+1}] \right\}$

Fuente: Elaboración propia basado en "Adaptive Sequential Estimation with Unknown Noise Statistics". Myers, K. A., & Tapley, B. (1976).

Donde:

Q_t : Estimación de covarianza de error de estado

R_t : Estimación de covarianza de error de observación

\hat{a} : Error promedio de estimación de estado del sistema

a_t : Error de estimación de estado del sistema

\hat{e} : Error promedio de observación

e_t : Error de observación.

N : Tamaño de memoria del filtro de Kalman Adaptativo.

Se añaden sub-procesos para estimar las covarianzas de observación y estado (según las Tablas 2.3 y 2.4) a los pasos 2 y 4 de la secuencia recursiva de pasos de la Tabla 3.6 respectivamente.

Las estimaciones de covarianzas de error de estado Q_t y observación R_t que se presentan en la Tabla 3.7 pueden resultar definidas negativas según Myers & Tapley (1976) sobre todo cuando una cantidad pequeña de datos es procesada, por esta razón el autor sugiere actualizar los elementos de la diagonal de Q_t y R_t a sus **valores absolutos** estimados.

Se fija el tamaño de la memoria N en 156, el cual se determinó mediante un análisis de sensibilidad (Guo et al., 2014) que consiste en evaluar el efecto del parámetro N en el desempeño final de predicción (ver sección 4.2.1).

Con el objetivo de investigar la importancia de valores estadísticos de ruido ajustados en el proceso de predicción, se integra el filtro de Kalman convencional al esquema de predicción propuesto y se le asigna valores constantes y sin calibrar de $I_{n \times n}$ y 1 a las covarianzas de error de estado Q y observación R respectivamente, definidos los valores estadísticos su aplicación es directa en el proceso recursivo de predicción (Tabla 3.6).

Los modelos de predicción de flujo de tráfico a corto plazo usando el filtro de Kalman planteados en esta investigación se pueden clasificar de dos maneras: por el tipo de componentes que integran la matriz de observación (Tabla 3.5) y por el tipo de filtro de Kalman empleado (Adaptativo o convencional), a continuación se muestra la codificación de los 6 modelos propuestos (Tabla 3.8):

Tabla 3.8 Codificación de los modelos de predicción

Kalman	Código	Modelo
Adaptativo	1	aKalman cod=1
	2	aKalman cod=2
	3	aKalman cod=3
Convencional	1	sKalman cod=1
	2	sKalman cod=2
	3	sKalman cod=3

Fuente: Elaboración propia

3.2.2. Inicialización del modelo de predicción

Antes de describir el proceso de inicialización de los modelos de predicción, se detalla algunos códigos que permitan identificar ciertos eventos y procesos en la serie de datos de flujo de tráfico de cada estación. Esta codificación es pertinente

para el resto de la metodología presente y los anexos que involucran el código del modelamiento.

El tamaño de datos requerido para el desarrollo y validación de los modelos de predicción propuestos son de 3 días de observación (agregados a intervalos de 5min), los dos primeros para su desarrollo y el tercero para su validación, si se define a T como el número de observaciones de flujo de tráfico por día, entonces los dos primeros días conocidos se definen con la serie de flujo de tráfico $\{y_t\}_{t=1,2,\dots,2T}$.

Los modelos requieren información de día anterior y tiempo de adaptación antes que puedan dar resultados adecuados por ello el proceso de predicción inicia en el segundo día, el intervalo de tiempo en la que inicia el proceso es definido por N_0 como el número de observaciones del segundo día antes de iniciar el proceso de predicción y adquiere un valor dependiendo del tipo de filtro Kalman usado:

Tabla 3.9 Valor de N_0

Kalman	Valor de N_0
Adaptativo	$N_0 = N$
Convencional	$N_0 = 3$

Fuente: Elaboración propia

Donde N es el tamaño de la memoria de errores del filtro de Kalman Adaptativo.

En la tabla 3.9 se hace coincidir N_0 con N para los modelos de predicción que usen el filtro de Kalman Adaptativo y para los modelos que empleen el filtro de Kalman Convencional $N_0 = 3$ dado el proceso puede empezar lo antes posible.

Los flujos de tráfico en las primeras horas de cada día son pequeños y carecen de importancia para los sistemas de gestión y control del tráfico, por lo cual se descartan para la evaluación del desempeño de predicción de los modelos y se define a N_p como el número de observaciones del tercer día que forma parte de la información disponible antes de evaluar el desempeño de predicción de los modelos.

El inicio de ambos eventos proceso de predicción y evaluación de desempeño de predicción en la serie de flujo de tráfico $\{y_t\}$, son definidos como $T1_0 = T1 + N_0$; $T2_p = T2 + N_p$ respectivamente, donde $T1$ y $T2$ son el número de observaciones del primer día y de los dos primeros días respectivamente.

Se presenta un resumen grafico de lo descrito anteriormente en la Figura N°3.3 tomando como ejemplo la serie de flujo de tráfico de 5 min de la estación 1 (Habich) en condiciones normales (escenario 1).

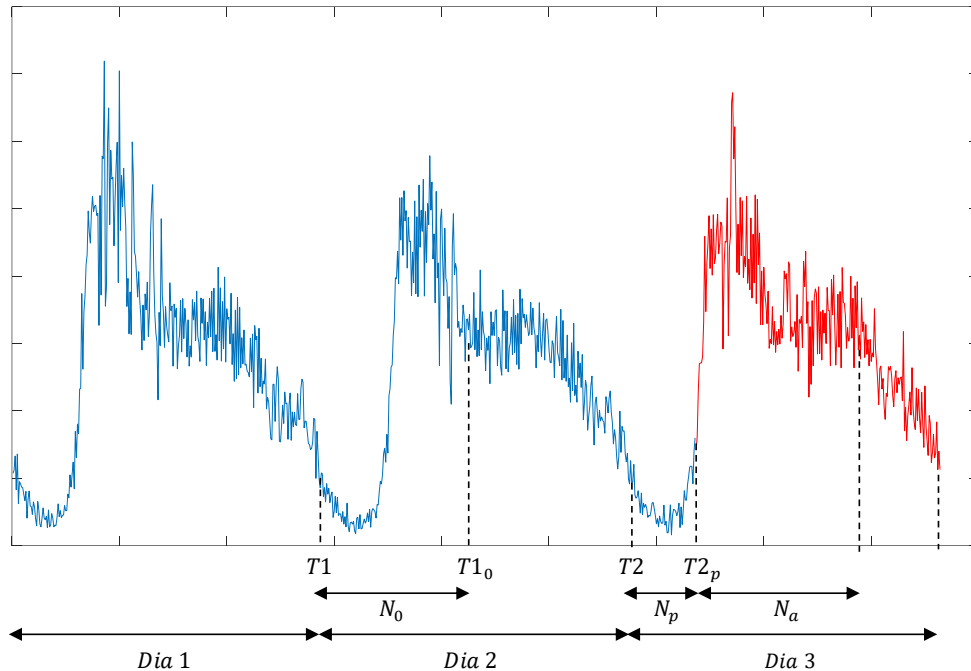


Figura N° 3.3 Códigos de la serie de datos de flujo de tráfico para identificar eventos pertinentes al método de predicción.
Fuente: Elaboración propia

Donde:

T : Número de observaciones de flujo de tráfico en un día.

$T1$: Número de observaciones del primer día.

$T2$: Numero de observación de los dos primeros días.

N_0 : Número de observaciones del segundo día antes de que inicie el proceso de predicción

$T1_0$: Intervalo de tiempo de la serie de flujo de tráfico $\{y_t\}$ antes de que inicie el proceso de predicción definido por $T1_0 = T1 + N_0$

N_p : Número de observaciones del tercer día que forma parte de la información disponible antes de la evaluación de desempeño de predicción de los modelos.

$T2_p$: Intervalo de tiempo de la serie de flujo de tráfico $\{y_t\}$ antes de que inicie la evaluación de desempeño de predicción de los modelos definido por

$$T2_p = T2 + N_p$$

N_a : Número de observaciones consideradas para la evaluación de desempeño de los modelos.

3.2.2.1 Inicialización de los modelos aKalman

Para $t = 1, 2, 3 \dots N_0$

1. Los vectores de estado $\hat{w}_{T10+1-t}^-$ y $\hat{w}_{T10+1-t}$ se establecen como $[\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n]^T$ donde $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ son coeficientes pre-definidos que dependen del tipo de matriz de observación empleado, para información de sus valores ver Tabla 3.10.
2. Se asignan pequeños valores positivos a las covarianzas de error de estimación de estado $\hat{P}_{T10+1-t}^- = \hat{P}_{T10+1-t} = 10^{-2} * I_{n \times n}$ (Xie, Zhang, & Ye, 2007).
3. Se calculan los errores de observación

$$e_{T10+1-t} = y_{T10+1-t} - X_{T10+1-t} \hat{w}_{T10+1-t}^-$$

4. La covarianza de error de estado de inicialización Q_{T10} no afecta de manera significativa el desempeño de predicción final de los modelos, dado que para un enfoque adaptativo se estiman recursivamente conforme nueva información del flujo de tráfico se disponga, bajo esta premisa se asigna a la covarianza de error de estado una matriz cero (o también puede adoptar la forma $10^{-i} * I_{n \times n}, i = 1, 2, 3, \dots$) del orden adecuado en el intervalo $T10$.

$$Q_{T10} = 0_{n \times n}$$

3.2.2.2 Inicialización de los modelos sKalman

Para $t = 1$

1. De igual manera que en la inicialización de los modelos usando el filtro de Kalman Adaptativo los vectores de estado $\hat{w}_{T10+1-t}^-$ y $\hat{w}_{T10+1-t}$ se establecen como $[\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n]^T$, donde $\phi^1, \phi^2, \dots, \phi^n$ son coeficientes pre-definidos ver Tabla 3.10.

2. Se asignan pequeños valores positivos a las covarianzas de error de estimación de estado $\hat{P}_{T_{10}+1-t}^- = \hat{P}_{T_{10}+1-t} = 10^{-2} * I_{n \times n}$ (Xie, Zhang, & Ye, 2007)
3. Se calculan los errores de observación.

$$e_{T_{10}+1-t} = y_{T_{10}+1-t} - X_{T_{10}+1-t} \hat{w}_{T_{10}+1-t}^-$$

La inicialización de los modelos de predicción descritos anteriormente requiere que toda la información hasta T_{10} sea conocida esto incluye los coeficientes de los vectores de estados \hat{w}^- y \hat{w} , si bien estos coeficientes se pueden calcular manualmente (por regresión lineal) para los intervalos de inicialización, en esta tesis se establecen dichos coeficientes como valores constantes tal como se muestra en la Tabla 3.10:

Tabla 3.10 Valores de los coeficientes de inicialización

Modelo	Coefficientes $\{\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5, \phi_6\}$
Cod=1	$\{1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6\}$
Cod=2	$\{1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6\}$
Cod=3	$\{1/3, 1/3, -0.15, -0.15, -0.15, 1/3\}$

Fuente: Elaboración propia

El tamaño del vector de estado n se fijó en 6 y los valores de los coeficientes que aparecen en la Tabla 3.10 responden a pesos proporcionales al número de componentes tipo flujo de tráfico que integra la matriz de observación correspondiente (Xie et al., 2007), es decir, los modelos Cod=1, Cod=2 y Cod=3 tienen 6, 6, y 3 componentes tipo flujo de tráfico respectivamente por lo tanto los valores de los coeficiente de inicialización que corresponden a dichos flujos de tráfico son 1/6, 1/6 y 1/3 respectivamente, para el caso especial del modelo Cod=3, los coeficientes que corresponden a los componentes tipo error y diferencia estacional se estimaron por medio de un análisis de sensibilidad del desempeño de predicción del modelo a Kalman Cod=3 respecto a los valores que adoptan $\phi_3 = \phi_4 = \phi_5$, eligiéndose el valor del coeficiente (los 3 coeficientes se consideran iguales) que proporcione la mejor precisión promedio para todas las estaciones (ver sección 4.2.3).

3.2.3. Integración de la transformada wavelet discreta a los modelos de predicción

El análisis de descomposición wavelet es usado en la presente investigación como una herramienta para eliminar o remover el ruido de la serie de datos de flujo de tráfico $\{y_t\}$, para esta tarea se recurre al método de umbralización de coeficiente mediante el empleo de un umbral global suave δ , estimado por las siguientes expresiones:

$$\delta = \sigma \sqrt{2 \text{Ln}(L)} \quad (3.6)$$

$$\sigma = \frac{\text{mediana}(|cD_1|)}{0.6745} \quad (3.7)$$

Donde:

δ : Umbral.

L : Longitud de la señal o serie a analizar.

σ : Estimación robusta de la varianza de los coeficientes de detalle.

cD_1 : Vector de coeficientes de detalle en el nivel de descomposición uno.

Ln : Logaritmo natural o neperiano.

El proceso para la limpieza de ruido de una serie o señal, es decir, descomposición de la señal, umbralización de los coeficientes de detalle y reconstrucción de la señal, puede ser simplificado mediante la siguiente función de filtrado de ruido w_d , tal como se explicó en la sección 2.3.5:

$$\hat{y} = w_d(y, wav, nD) \quad (3.8)$$

Donde y es la señal que representa los datos de la serie de flujo de tráfico original $\{y_t\}$ y \hat{y} los datos de la serie filtrada, wav es la función wavelet madre seleccionada y nD es el nivel de descomposición.

La función de filtrado de ruido (3.8) lleva a cabo el análisis wavelet de la señal ruidosa y hasta el nivel de descomposición nD , luego realiza la umbralización de los coeficientes de detalle desde el nivel 1 al nivel nD , finalmente sintetiza o reconstruye la señal \hat{y} usando los coeficientes de detalle alterados desde el nivel al nivel nD .

La serie filtrada de datos $\hat{y}(t)$ se emplea en reemplazo de la serie de datos original $y(t)$ en los modelos de predicción propuestos de flujo de tráfico a corto plazo (Tabla 3.8), pero el proceso recursivo de predicción es un proceso que requiere de nueva información cada intervalo de tiempo (5min) para predecir las condiciones de tráfico en el siguiente, es decir, la serie de datos original $y(t)$ actualiza y aumenta su longitud en cada instante, y dado que la serie filtrada está en función de la original (3.8) se integra un proceso iterativo para filtrar el ruido de los datos.

Según la sección de inicialización, la serie de datos $y(t)$ antes de la evaluación de desempeño de los modelos se compone del primer, segundo y parte del tercer día de la siguiente manera:

$$y(t) \begin{cases} s1(t) & 1 \leq t \leq T \\ s2(t - T) & T < t \leq 2T \\ sP(t - 2T) & 2T < t \leq T2_p \end{cases} \quad (3.9)$$

Donde $s1, s2$ y sP son las series de datos del primer, segundo y tercer día respectivamente de longitud T cada una.

El valor filtrado de un punto en la serie de datos depende de su vecindad, es decir, valores anteriores y posteriores, esto se basa en la idea que los coeficientes Wavelets reflejan la similitud entre una región de la función en análisis y las funciones bases empleadas, pero al tratarse de un proceso en tiempo real las ultimas observaciones filtradas estarían corrompidas por la falta de información posterior y por consecuencia perjudicar la precisión de predicción tal como se prueba en el Anexo G en el que se realiza experimentos empíricos de cómo la información posterior afecta al desempeño final de predicción, y por el cual se concluye que se puede mejorar los datos de la serie filtrada $\hat{y}(t)$ a partir de $y(t)$ completando la información faltante $T2_p < t \leq 3T$ de (3.9) con pseudo-observaciones tal como sigue:

$$sA = \frac{s1 + s2}{2} \quad (3.10)$$

$$y(t) \begin{cases} y(t) & 1 \leq t \leq T2_p \\ sA(t - 2T) & T2_p < t \leq 3T \end{cases} \quad (3.11)$$

Donde sA es la serie de pseudo-observaciones de longitud T que resulta del promedio de los dos primeros días, luego se filtra el ruido de la serie de datos de flujo de tráfico completada $y(t)$ (3.11) mediante la función (3.8) obteniéndose $\hat{y}(t)$, los datos de flujo de tráfico filtrados que la componen serán empleados para la inicialización y proceso recursivo de predicción en los intervalos $t \in [1: T2_p]$.

Para $t \in]T2_p: 3T]$ se actualiza la serie $y(t)$ (3.12) con nueva información en forma de flujo de tráfico y se filtra nuevamente (3.13), los dos pasos anteriores se realizan en conjunto con el proceso recursivo de predicción (Tabla 3.6) en el paso 2 inmediatamente después de la predicción del flujo de tráfico \hat{x}_t^- .

$$y(t) = sP(t - 2T) \quad (3.12)$$

$$\hat{y} = wd(y, wav, nD) \quad (3.13)$$

Donde sP es la serie de datos de flujo de tráfico observados del tercer día (evaluación) de longitud T , los datos de la serie filtrada \hat{y} son usados en el resto del algoritmo recursivo.

Se empleó en esta tesis 5 diferentes wavelets madre de la familia Daubechies $wav = \{db1, db2, db3, db4, db5\}$ y 3 niveles de descomposición $nD = \{1, 2, 3\}$, se estableció como máximo nivel de descomposición a 3 dado que es suficiente para remover la información ruidosa y aun así conservar los patrones subyacentes del perfil de tráfico (Xie et al., 2007), esto con el objetivo de realizar un análisis de sensibilidad del desempeño de predicción respecto al par función wavelet madre-nivel de descomposición e identificar aquellos que generen la mejor precisión de predicción en los modelos que integren el proceso de filtrado de ruido. Para simplificar la interpretación de los resultados se utiliza el término identificador wavelet (ID) que se correlaciona al par wavelet-nivel de acuerdo a la Tabla 3.11.

Se integra una nueva clasificación a los 2 considerados en la Tabla 3.8 que es por la presencia del proceso de filtrado de ruido, esto es, sin filtrado de ruido ($w=0$) y con filtrado de ruido ($w=1$), en total se generan 12 modelos de predicción tal como se muestra en la Tabla 3.12.

Tabla 3.11 Identificador Wavelet para cada par Wavelet-nivel

Wavelet-nivel	Identificador Wavelet (ID)
db1-1	1
db1-2	2
db1-3	3
db2-1	4
db2-2	5
db2-3	6
db3-1	7
db3-2	8
db3-3	9
db4-1	10
db4-2	11
db4-3	12
db5-1	13
db5-2	14
db5-3	15

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 3.12 Modelos de predicción en base a los 3 grupos de clasificación

Kalman	Código	Modelo	
		w=0	w=1
Adaptativo	1	aKalman cod=1 w=0	aKalman cod=1 w=1
	2	aKalman cod=2 w=0	aKalman cod=2 w=1
	3	aKalman cod=3 w=0	aKalman cod=3 w=1
Convencional	1	sKalman cod=1 w=0	sKalman cod=1 w=1
	2	sKalman cod=2 w=0	sKalman cod=2 w=1
	3	sKalman cod=3 w=0	sKalman cod=3 w=1

Fuente: Elaboración propia.

Los resultados de identificadores Wavelet (ID) que generan la mejor precisión de predicción en los modelos w=1 están en la sección 4.2.2, y si bien se estimaron en base a condiciones normales de tráfico (escenario 1), son utilizadas también en las condiciones disruptivas.

3.3. DISEÑO DE LA PRUEBA

Para estudiar los alcances de la remoción de ruido en los datos mediante la transformada wavelet discreta en los modelos de predicción de flujo de tráfico a corto plazo basados en el filtro de Kalman con una base de datos limitada, se desarrolló una serie de modelos que incluyen variaciones de parámetros tales como: filtro de Kalman (Adaptativo o Convencional), matriz de observación (cod= {1, 2, 3,}) y filtrado de ruido ($w = \{0, 1\}$) generándose 12 modelos en total.

Hay diferentes criterios o índices para evaluar el desempeño de predicción de un modelo (Adhikari & Agrawal, 2013), en esta tesis se empleó uno de los más comúnmente usados en la literatura concerniente a la predicción del flujo de tráfico, el error porcentual absoluto medio (MAPE) (Williams & Hoel, 2003; Xie et al., 2007; Castro-Neto et al., 2009; Ojeda et al., 2013; Guo et al., 2014; Kumar & Vanajakshi, 2015) que se define así:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{x}_i^-}{y_i} \right| \times 100\%$$

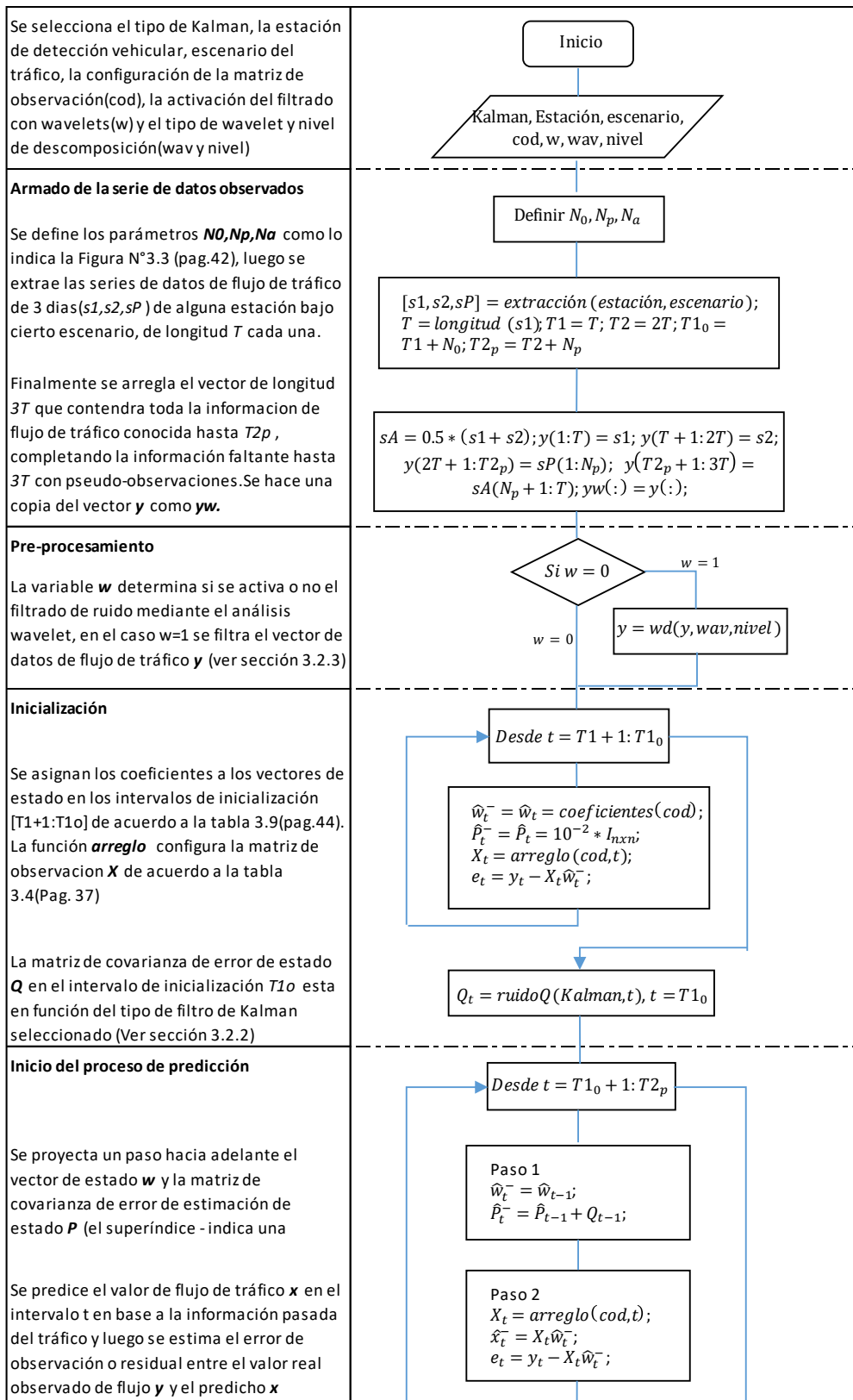
Donde \hat{x}_i^- = valores predichos de flujo de tráfico; y_i = observaciones reales de flujo de tráfico y n = número total de observaciones de flujo de tráfico procesados.

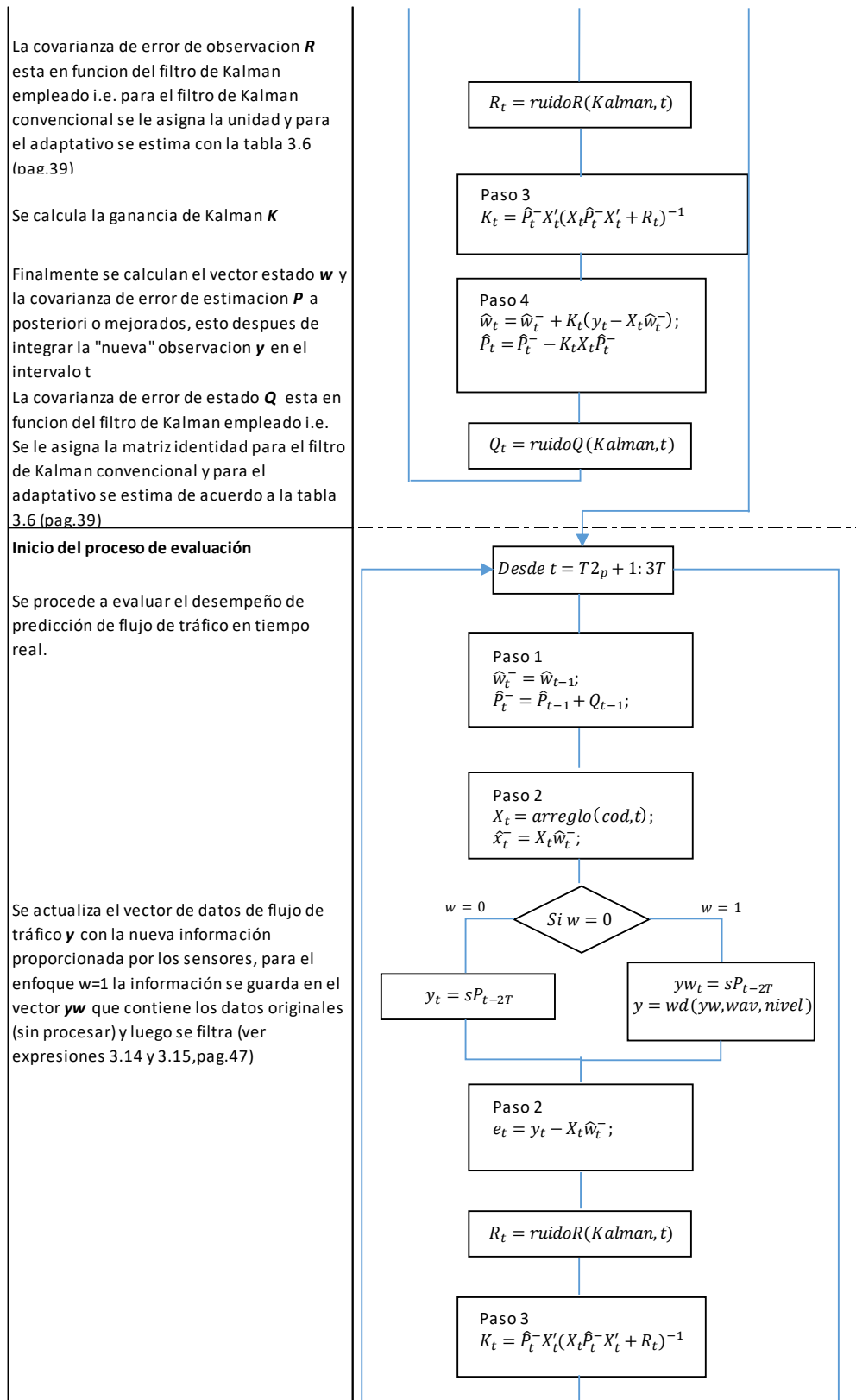
Los flujos de tráfico muy temprano en la mañana y muy tarde en la noche carecen de importancia para los sistemas de gestión y control de tráfico por lo que se descartan en la evaluación de los modelos y se consideran solo las predicciones desde las 5:00 a las 20:00 horas, además en condiciones de tráfico disruptivos (escenario 2) se añade un nuevo análisis de desempeño durante el evento anómalo.

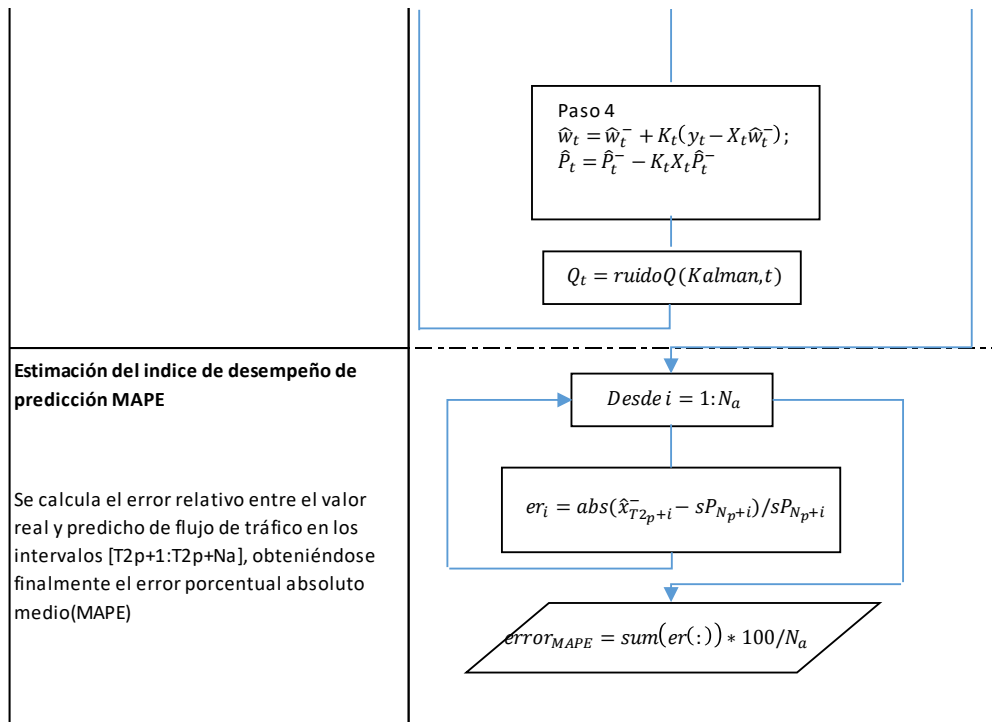
Se realiza la evaluación del desempeño de predicción también a lo largo del día mediante la agregación de los errores relativos procesados a intervalos de una hora y la comparación de los resultados de desempeño globales con otras investigaciones para determinar los verdaderos alcances del método predicción propuestos.

3.4. DIAGRAMA DE FLUJO-RESUMEN DEL CAPITULO III

Se resume el proceso de predicción mediante el siguiente diagrama de flujo:







El código de programación en **MATLAB** de los modelos de predicción de flujo de tráfico que emplean el filtro de Kalman Adaptativo se encuentra en el Anexo H, para el caso de los modelos basados en el filtro de Kalman Convencional no se anexan dado que solo se requiere reemplazar en el código de programación anterior las covarianzas de error de estado y observación Q_t y R_t con valores constantes $I_{6 \times 6}$ y 1 respectivamente para cualquier intervalo de tiempo t . El diagrama de flujo del proceso de predicción, que sirve de resumen en esta sección, conserva su estructura básica en los códigos de programación mencionados.

CAPÍTULO IV. SIMULACIÓN Y RESULTADOS

4.1. RESULTADOS EN EL NIVEL DE PREDICCIÓN

Se recuerda que los modelos de predicción propuestos en esta tesis emplean los datos de flujo de tráfico de 5 minutos por vía de diez estaciones de detección vehicular, la estación 1 está ubicada en la intersección entre la Av. Túpac Amaru y Eduardo de Habich, Lima, Perú y las 9 restantes están dentro del sistema de autopistas del estado de California, Estados Unidos, y además los desempeños de predicción de los modelos se evalúan en condiciones normales (escenario 1) y disruptivas (escenario 2) de tráfico.

El conjunto de resultados de desempeño de predicción que se obtiene de la estación 1 es tratado de manera independiente al conjunto de resultados obtenido del resto de estaciones (Estaciones 2-10), debido a que están basados en conjuntos de datos que se diferencian tanto en la forma en que fueron obtenidos como en la clase de vía al que pertenecen, estas diferencias se ven reflejadas principalmente en los flujos máximos de tráfico por vía y por carril (Tabla 4.1).

Tabla 4.1 Características de las estaciones de detección vehicular

Est.	Tecnología de detección	Clase de vía	Ancho de vía (m)	#de carriles	Flujo máx(Veh. /hora/vía)	Flujo prom. máx(Veh. /hora/carril)
1	Cámara de seguridad/conteo manual	Vía arterial principal-tipo intersección semaforizada	9	3	3114	1038
2	Bucle de inducción	Vía arterial principal-tipo autopista	17.5	5	7290	1458
3	Bucle de inducción	Vía arterial principal-tipo autopista	14	4	5867	1467
4	Bucle de inducción	Vía arterial principal-tipo autopista	17.5	5	7039	1408
5	Bucle de inducción	Vía arterial principal-tipo autopista	10.5	3	4832	1611
6	Bucle de inducción	Vía arterial principal-tipo autopista	14	4	5757	1439
7	Bucle de inducción	Vía arterial principal-tipo autopista	14	4	7528	1882
8	Bucle de inducción	Vía arterial principal-tipo autopista	17.5	5	7979	1596
9	Bucle de inducción	Vía arterial principal-tipo autopista	17.5	5	8015	1603
10	Bucle de inducción	Vía arterial principal-tipo autopista	14	4	5070	1268

Fuente: Elaboración propia.

La idea de conjuntos independientes se considera principalmente al momento de estimar los desempeños promedio de predicción que alcanzan los modelos propuestos. Al primer conjunto lo conforma solo los resultados de la estación 1 por ello no existe promedio que estimar, en cambio el segundo conjunto es conformado por los resultados de 9 estaciones, cuyos promedios de desempeño de predicción representan la precisión global de predicción de los modelos aplicados al sistema de autopistas del estado de California, EE.UU. , es entonces que los valores promedio de predicción que se presentan en las tablas y gráficas del resto del capítulo resultan exclusivamente del segundo conjunto independientemente del primero.

La interpretación de precisión de los resultados de desempeño de predicción en forma de MAPE (%), entre los valores predichos y reales de flujo de tráfico, se realizará de acuerdo a la escala de Lewis (Tabla 4.2).

Tabla 4.2 Escalas de interpretación de precisión de predicción

MAPE (%)	Interpretación
<10	Predicción altamente precisa
10-20	Predicción buena
20-50	Predicción razonable
>50	Predicción imprecisa

Fuente: Adaptado de "Industrial and business forecasting methods". Lewis, C.D. (1982).

Diferentes estudios de predicción de flujo de tráfico a corto plazo tales como Xie, Zhang, & Ye (2007), Castro-Neto et al. (2009), Guo et al. (2014), Kumar & Vanajakshi (2015), Zhao et al. (2017), Ma, Liang, Guo, & Yang (2017) reportaron valores MAPE(%) menores a 10% los que se consideran, según los autores, de alta precisión, y de 10% a 20% como aceptable o buena precisión.

4.1.1. Escenario 1

La evaluación de desempeño de predicción de flujo de tráfico de 5min un paso hacia adelante bajo condiciones normales de tráfico (Escenario 1) desde las 5:00 hasta las 20:00 horas de los doce modelos propuestos para las diez estaciones de estudio se presenta en la tabla 4.3, donde se señala el mejor y peor nivel de desempeño de predicción para el enfoque $w=0$ y sólo el mejor para $w=1$.

Se observa que gran parte de los mejores desempeños se encuentran en la columna aKalman Cod=3, para más detalle de estos desempeños de predicción y sus respectivos modelos ver tabla 4.5, en cambio los peores niveles de desempeño para los modelos w=0 se encuentran todos en la columna sKalman Cod=3.

Tabla 4.3 Evaluación de desempeño de predicción de flujo de tráfico-Escenario 1

Estación	w	MAPE(%)-Escenario 1					
		aKalman			sKalman		
		Cod=1	Cod=2	Cod=3	Cod=1	Cod=2	Cod=3
Est.1	w=0	13.02	13.14	12.78	13.68	15.02	16.59
	w=1	11.88	11.73	11.51	11.76	11.77	11.53
Est.2	w=0	8.65	8.53	8.85	9.44	10.23	13.41
	w=1	7.74	7.77	7.70	7.85	7.79	7.70
Est.3	w=0	6.93	6.63	6.42	7.43	7.95	8.25
	w=1	6.01	5.91	5.72	5.90	5.85	5.79
Est.4	w=0	7.53	7.59	6.70	8.15	8.92	8.95
	w=1	5.82	5.90	5.91	5.82	5.96	5.91
Est.5	w=0	9.78	8.81	8.41	11.68	10.77	12.23
	w=1	8.14	7.69	7.58	8.00	7.70	7.48
Est.6	w=0	7.79	7.54	6.98	7.94	8.40	9.27
	w=1	7.20	7.06	6.97	6.88	6.91	6.91
Est.7	w=0	6.27	6.35	6.22	6.68	7.42	8.19
	w=1	5.68	5.72	5.68	5.64	5.67	5.72
Est.8	w=0	7.07	6.70	5.85	7.12	7.42	7.55
	w=1	5.65	5.71	5.44	5.42	5.37	5.29
Est.9	w=0	6.12	5.89	5.70	6.61	7.02	7.12
	w=1	5.59	5.54	5.47	5.47	5.44	5.44
Est.10	w=0	7.81	8.30	7.63	8.89	9.35	9.95
	w=1	6.81	6.91	6.84	6.84	6.96	6.86

Fuente: Elaboración propia.

Los promedios de desempeño de predicción de los 12 modelos se presentan en la tabla 4.4, y son calculados sin considerar los valores resultantes de la estación 1 (por pertenecer a una muestra diferente).

La Tabla 4.4 muestra que bajo el enfoque sin filtrado de ruido ($w=0$) los desempeños de los modelos aKalman son superiores a los modelos sKalman, debido principalmente a la falta de valores estadísticos (Q y R) apropiados en este último grupo de modelos, también se aprecia la ventaja absoluta que tienen los modelos de predicción que integran el proceso de filtrado ($w=1$) frente a los no lo integran ($w=0$), con mejoras relativas porcentuales de 8.70%-32.74%.

Tabla 4.4 Promedios de desempeño de predicción de flujo de tráfico-Escenario 1

w	MAPE(%)-Escenario 1					
	aKalman			sKalman		
	Cod=1	Cod=2	Cod=3	Cod=1	Cod=2	Cod=3
w=0	7.55	7.37	6.97	8.22	8.61	9.44
w=1	6.51	6.47	6.37	6.42	6.41	6.35
Mejora (%)	13.71	12.27	8.70	21.82	25.58	32.74

Fuente: Elaboración propia.

La Figura N°4.1 es la representación gráfica de la tabla de desempeños promedio (Tabla 4.4), en ella se observa que bajo el enfoque $w=0$ existe para ambos grupos de modelos aKalman y sKalman una relación lineal entre el desempeño y la complejidad de la matriz de observación, es decir, en el grupo aKalman se genera el mejor desempeño promedio cuando se emplea la matriz de observación más compleja Cod=3 (flujo de tráfico, diferencias y errores estacionales) y en el grupo

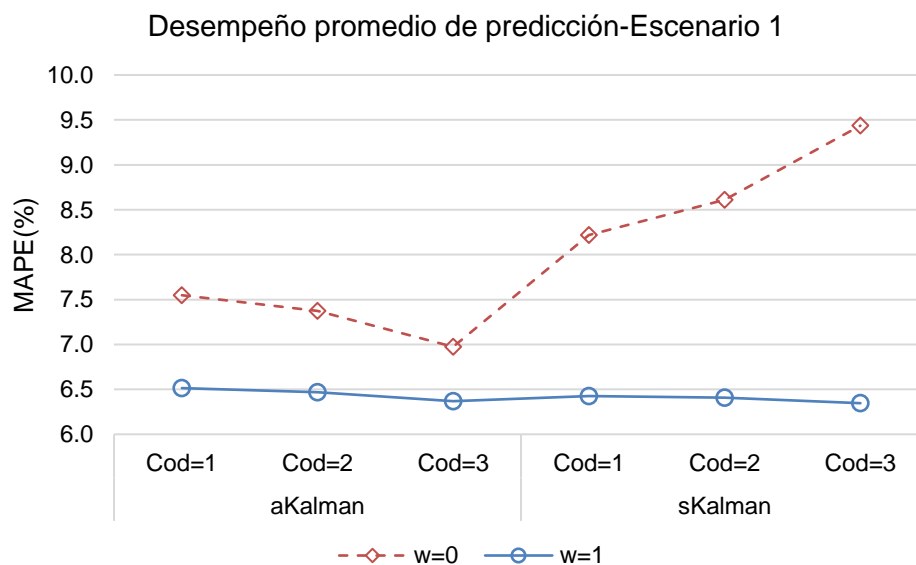


Figura N° 4.1 Desempeño promedio de predicción MAPE(%)-Escenario 1
Fuente: Elaboración propia.

sKalman cuando se emplea la matriz de observación más simple Cod=1 (solo flujos de tráfico autorregresivos), pero para el enfoque de filtrado de ruido mediante el análisis wavelet ($w=1$) no existe una relación lineal significativa entre el desempeño y los parámetros seleccionados para el modelo, es más los desempeños se reducen aproximadamente a un único valor constante de 6.42% independientemente del tipo de filtro de Kalman o matriz de observación utilizados. Esto sugiere la idea que el empleo del filtrado de ruido en los modelos de predicción basados en el filtro de Kalman reduce significativamente la necesidad de valores estadísticos Q y R ajustados, siendo más que suficiente y hasta ligeramente favorable para la precisión de predicción tomarlos como constantes

Tabla 4.5 Mejores niveles de desempeño para cada estación-Escenario 1

Estación	MAPE(%)-Escenario 1		Mejora (%)
	w=0	w=1	
Est.1	aK.cod=3	aK.cod=3	
	12.78	11.51	9.94
Est.2	aK.cod=2	aK.cod=3	
	8.54	7.70	9.82
Est.3	aK.cod=3	aK.cod=3	
	6.421	5.72	10.95
Est.4	aK.cod=3	aK.cod=1	
	6.71	5.82	13.18
Est.5	aK.cod=3	sK.cod=3	
	8.41	7.48	11.02
Est.6	aK.cod=3	sK.cod=1	
	6.98	6.88	1.43
Est.7	aK.cod=3	sK.cod=1	
	6.22	5.64	9.37
Est.8	aK.cod=3	sK.cod=3	
	5.85	5.30	9.43
Est.9	aK.cod=3	sK.cod=2	
	5.70	5.44	4.56
Est.10	aK.cod=3	aK.cod=1	
	7.63	6.81	10.83
Promedio	6.94	6.31	9.90

Fuente: Elaboración propia.

$I_{n \times n}$ y 1 respectivamente, como ocurre en los modelos sKalman.

La Tabla 4.5 resume los mejores desempeños de predicción de la Tabla 4.3, para el enfoque $w=0$ predomina el modelo aKalman $Cod=3$ en casi todas las estaciones con un desempeño promedio de 6.94%, en cambio para $w=1$ no predomina un modelo en particular y tiene un desempeño promedio de 6.31%.

Como tema de discusión se seleccionan 3 estaciones con resultados particulares de desempeño de predicción de la Tabla 4.5 tales como el peor desempeño de predicción (Estación 1), el mejor desempeño (Estación 8) y la menor mejora de predicción entre los enfoques $w=0$ y $w=1$ (Estación 6), adicional a los 2 modelos que corresponden a cada estación en la tabla 4.3 se integró al análisis un tercero que genere el peor desempeño para $w=0$ (Tabla 4.3), para los resultados de predicción del resto de estaciones ver Anexo C.

Los mejores desempeños para $w=0$ y $w=1$ y el peor para $w=0$ de la Estación 1 bajo condiciones normales de tráfico son 12.78%, 11.51% y 16.59% respectivamente, la predicción del flujo de tráfico y el desempeño por hora de los modelos se presentan en la Figura N° 4.2 y 4.3 respectivamente.

Con el único objetivo de interpretar los valores de desempeño de la estación 1 frente al desempeño promedio del resto de estaciones, se asumirá que la forma de obtención de datos y el tipo de red de transporte a la que los datos pertenecen no influyen en el desempeño final de predicción de los modelos, mas es suficiente considerar la información contenida en la serie de datos de flujo de tráfico, es decir, el nivel de flujo de tráfico y el ruido presente.

Bajo la premisa anterior todos los valores de la tabla 4.3 pueden ser agrupados de acuerdo a los enfoques respectivos ($w=0$ y $w=1$), se observa que los desempeños de predicción de la estación 1 son muy inferiores al promedio del resto de estaciones y si además se aplica el criterio de Chauvenet a los conjuntos de valores correspondientes se halla que los desempeños de la estación 1 son 'atípicos', por lo que surge la necesidad de responder el porqué de estos valores atípicos.

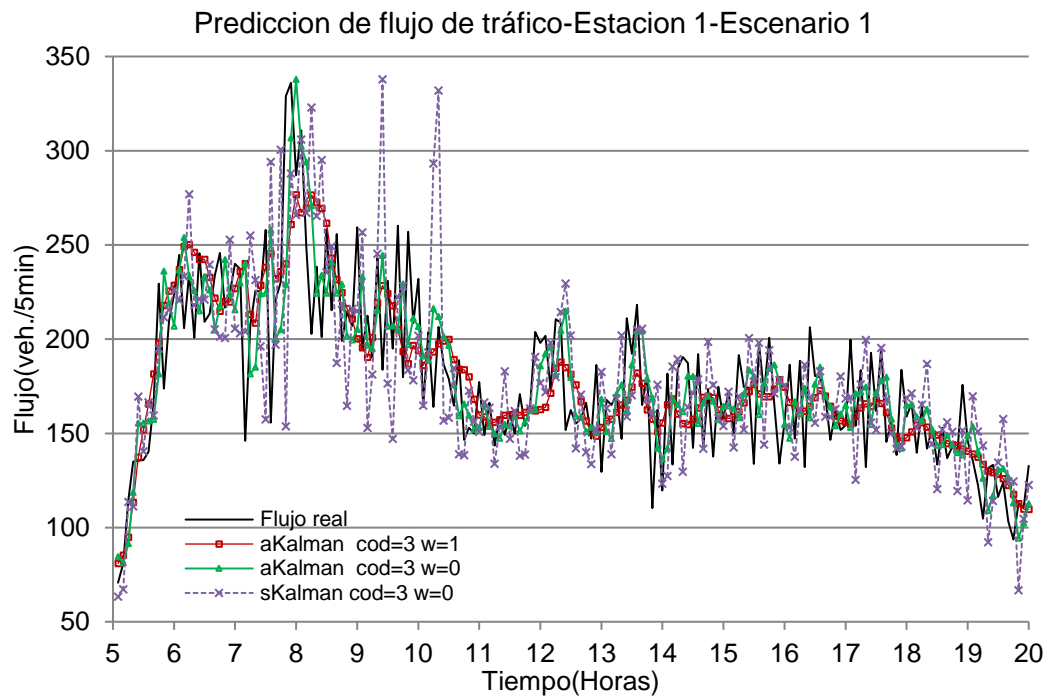


Figura N° 4.2 Flujo de tráfico real y predicho Estación 1-Escenario 1. Predicción de flujo de tráfico de 5min un paso hacia adelante desde la 05:00 hasta 20:00 horas
Fuente: Elaboración propia.

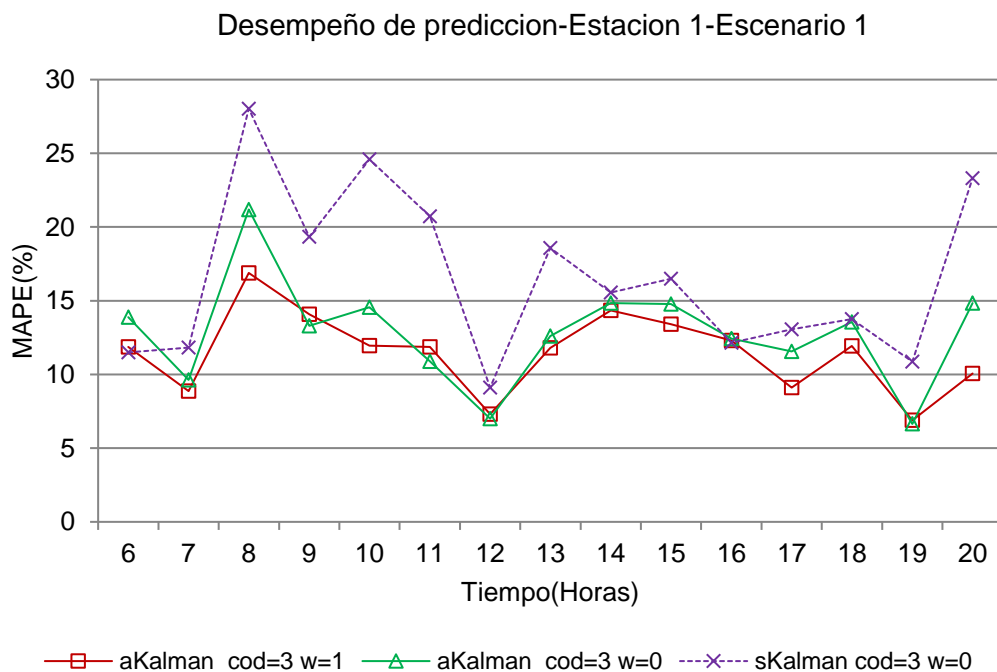


Figura N° 4.3 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 1-Escenario 1. Intervalo de agregación de una hora.
Fuente: Elaboración propia.

Si se deja de lado las formas de obtención de datos y de donde provienen (tal como se asumió inicialmente), la respuesta radica en la información contenida en las series de datos de las estaciones y en el índice de precisión de predicción empleado, como se demuestra en el Anexo B, donde se realiza una nueva evaluación de predicción empleando al error cuadrático medio (RMSE) como el índice de desempeño de predicción de los modelos. Se halla que los desempeños (calculados como RMSE) de la estación 2 resultan ser los 'atípicos', la explicación, del porqué para diferentes índices de desempeño de predicción se obtienen diferentes estaciones que contienen a los valores atípicos, está basada en la forma de estimar los índices, es decir, el índice MAPE considera errores relativos y el índice RMSE los errores absolutos. Se concluye de la segunda evaluación de predicción basado en los errores absolutos entre el valor real y el predicho (RMSE) que los niveles de error de la estación 1 son 'normales' respecto a los niveles de error del resto de estaciones (excepto la 2), pero es debido a los valores observados de flujo de tráfico de la estación 1 más pequeños al resto de estaciones que producen una relación error/valor observado más grande y por consecuencia valores elevados de desempeño de predicción (MAPE).

El análisis de valores 'atípicos' de desempeño descrito anteriormente sugiere que el desempeño de predicción final no depende del contexto del cual se extrajeron los datos sino de las características propias de las series que las representan (valores de flujo de tráfico y ruido) y de lo anterior se deriva que los desempeños de predicción deben ser agrupados (para estimaciones globales) en función de los valores que adquieren y no en función del lugar al que pertenecen los datos en los que están basados los modelos.

La estación 8 presenta los mejores niveles de predicción de todo el grupo de estaciones de Tabla 4.5 con 5.85% y 5.30% para $w=0$ y $w=1$ y 7.75% como el más desfavorable, la predicción del flujo de tráfico y el desempeño por hora de los modelos correspondientes se presentan en la Figura N° 4.4 y 4.5 respectivamente. La alta precisión de predicción se debe al perfil suave del tráfico y a los pocos cambios abruptos que se presentan en él. El filtro de Kalman discreto que emplean los modelos de predicción está orientado precisamente a procesos con dinámicas lineales, por ello es de esperar un buen desempeño en este tipo de perfiles, y otra característica que puede mejorar la precisión de predicción es la conservación de los patrones de flujo de tráfico un día para el otro como se discutirá en el análisis de la siguiente estación.

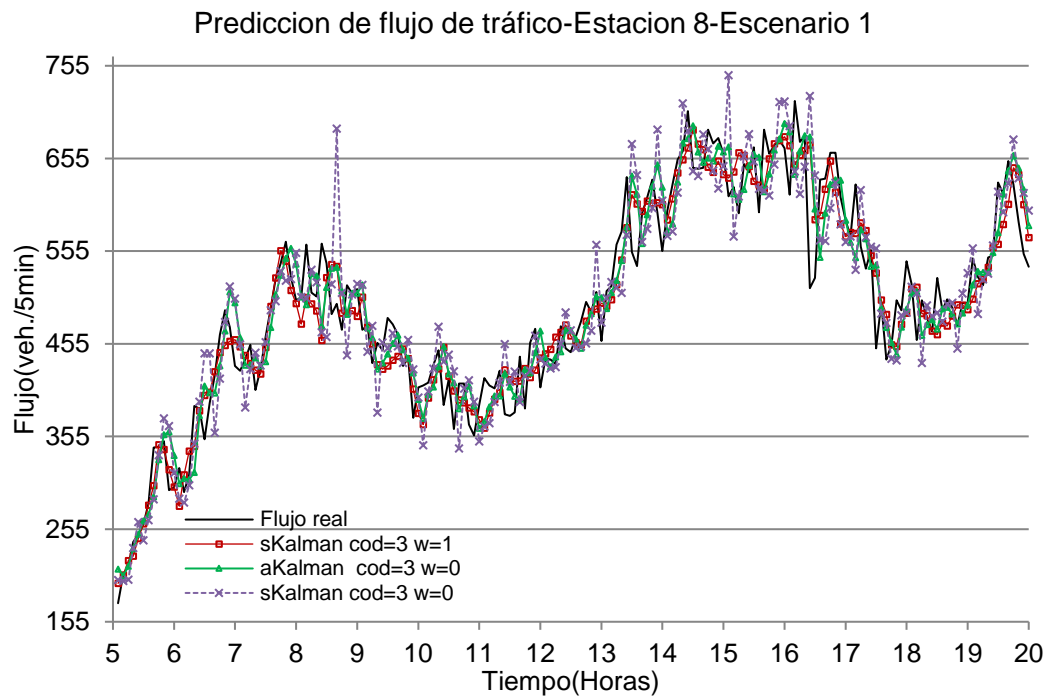


Figura N° 4.4 Flujo de tráfico real y predicho Estación 8-Escenario 1. Predicción de flujo de tráfico de 5min un paso hacia adelante desde la 05:00 hasta 20:00 horas.
Fuente: Elaboración propia.

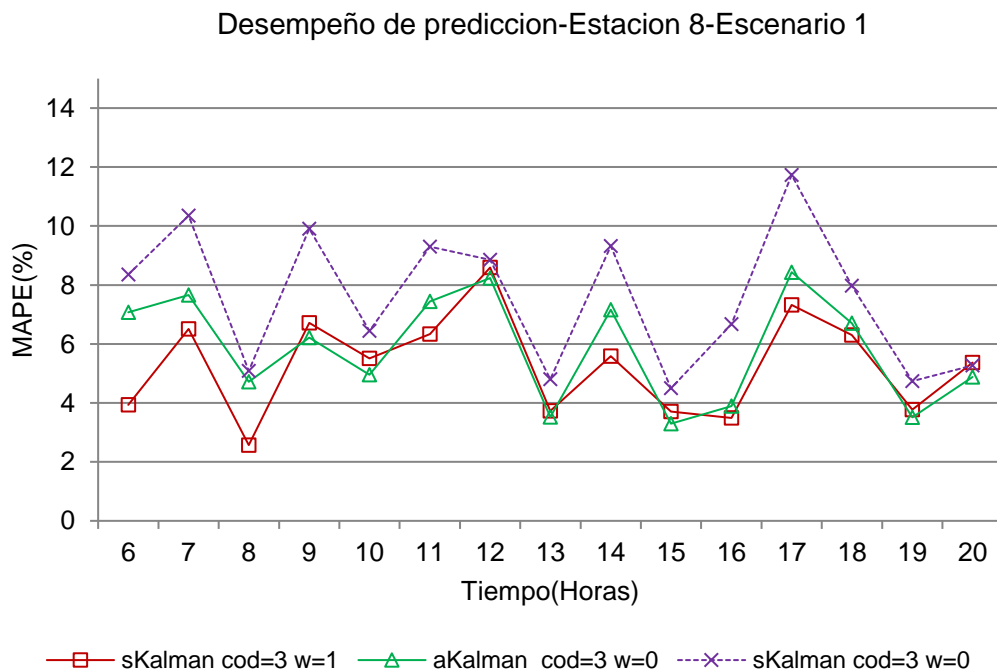


Figura N° 4.5 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 8-Escenario 1. Intervalo de agregación de una hora
Fuente: Elaboración propia.

La estación 6 presenta la menor mejora de la Tabla 4.5 con un valor de 1.43% y desempeños de predicción de 6.98% y 6.88% para $w=0$ y $w=1$ y 9.27% como el más desfavorable, la predicción del flujo de tráfico y el desempeño por hora de los modelos correspondientes se presentan en la Figura N° 4.6 y 4.7 respectivamente. La mejora de 1.43% se debe principalmente a que ninguno de los 6 modelos $w=1$ de la señalada estación resultó en un desempeño adecuado que permita una mejora promedio de 9.90%, entonces el problema radica en el enfoque planteado de los modelos que emplean el filtrado de ruido ($w=1$) y es que ésta depende del promedio histórico de los dos días anteriores para suavizar o filtrar el ruido de los datos de flujo de tráfico. Se puede concluir que el día de evaluación (3er día) no está bajo condiciones normales de tráfico o al menos los patrones de tráfico difieren lo suficiente del promedio histórico para perjudicar el desempeño de los modelos $w=1$. Esto recalca la importancia de la conservación de los patrones normales de tráfico un día para el otro para una mayor precisión de predicción bajo el método de predicción planteado en esta tesis.

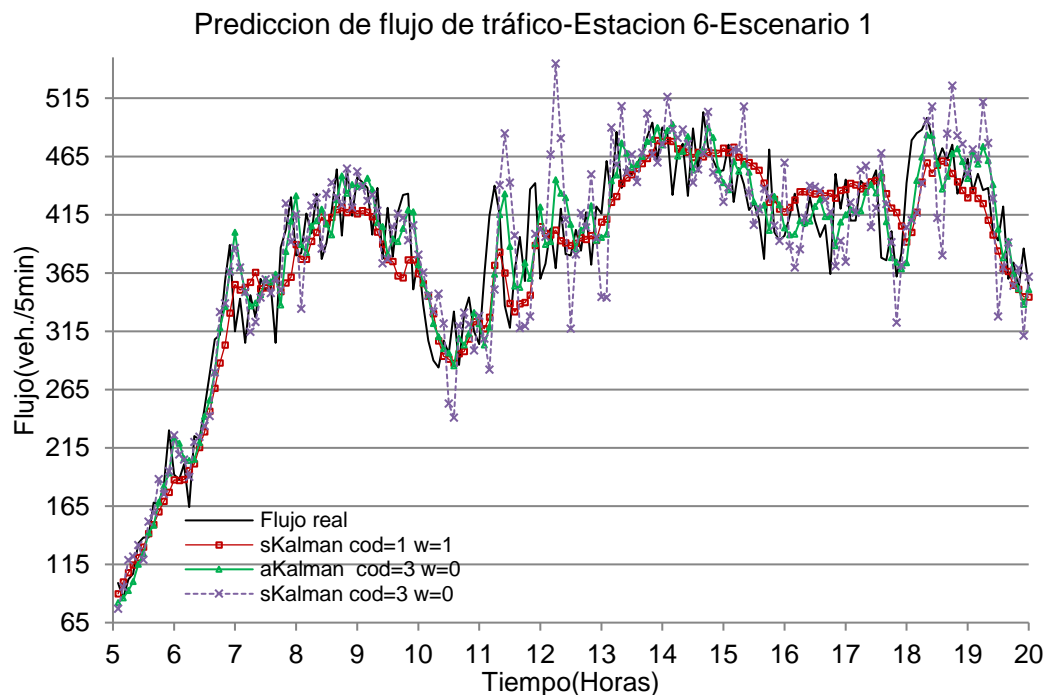


Figura N° 4.6 Flujo de tráfico real y predicho Estación 6-Escenario 1. Predicción de flujo de tráfico de 5min un paso hacia adelante desde la 05:00 hasta 20:00 horas.
Fuente: Elaboración propia.

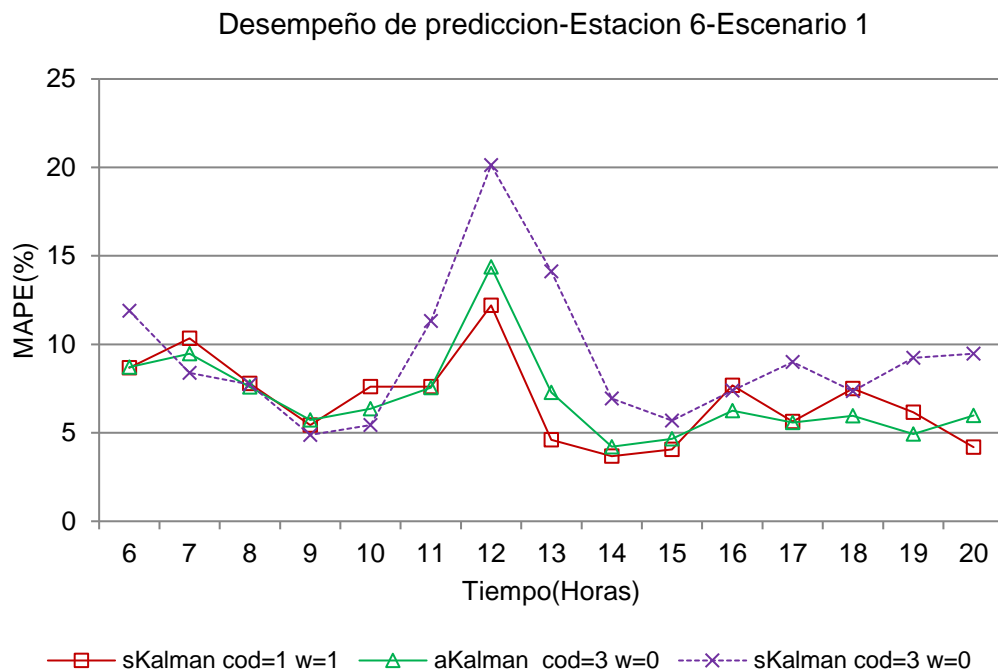


Figura N° 4.7 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 6-Escenario 1. Intervalo de agregación de una hora.

Fuente: Elaboración propia.

4.1.2. Escenario 2

Se recuerda que las condiciones de tráfico bajo el escenario 2 implica un evento que altere drásticamente el patrón normal del flujo de tráfico, la evaluación de desempeño de predicción de flujo de tráfico de 5min un paso hacia adelante bajo condiciones disruptivas de tráfico desde las 5:00 hasta las 20:00 horas de los doce modelos propuestos para las diez estaciones de estudio se presenta en la Tabla 4.6, donde se señala los mejores desempeños para ambos enfoques $w=0$ y $w=1$ y cuyo resumen se encuentra en la Tabla 4.8.

Se observa que, bajo este escenario de tráfico, los modelos que obtienen los mejores desempeños de predicción para el enfoque $w=1$ son aKalman Cod=2 y Cod=3, en cambio para $w=0$ no hay alguna tendencia hacia un modelo en particular.

Los desempeños promedio de predicción de los 12 modelos bajo condiciones disruptivas de tráfico se presentan en la tabla 4.7, y son calculados sin considerar los valores resultantes de la estación 1 (por pertenecer a una población diferente).

Se observa que los desempeños de predicción empeoran 4.80%-12,04% (mejora negativa respecto a $w=0$) en los modelos aKalman luego de integrar el filtrado de

ruido ($w=1$), esto significa que bajo condiciones disruptivas de tráfico el enfoque $w=1$ planteado en esta tesis no es apropiado.

Tabla 4.6 Evaluación de desempeño de predicción de flujo de tráfico-Escenario 2

Estación	w	MAPE(%)-Escenario 2					
		aKalman			sKalman		
		Cod=1	Cod=2	Cod=3	Cod=1	Cod=2	Cod=3
Est.1	w=0	17.32	16.55	16.51	21.69	21.33	21.51
	w=1	17.40	17.08	17.82	17.11	17.14	17.17
Est.2	w=0	11.23	10.56	11.69	11.36	12.22	15.39
	w=1	11.00	10.72	13.58	12.22	12.32	12.20
Est.3	w=0	7.31	7.14	7.62	7.86	8.10	10.52
	w=1	7.25	7.16	7.29	7.03	6.95	6.92
Est.4	w=0	9.58	9.58	9.28	10.54	11.10	12.06
	w=1	10.39	10.06	10.25	9.86	9.93	10.18
Est.5	w=0	11.70	10.99	11.43	12.29	12.65	15.20
	w=1	13.11	12.68	13.50	13.58	13.62	13.37
Est.6	w=0	7.26	7.18	6.94	7.07	7.64	9.91
	w=1	7.47	7.50	8.58	8.34	7.53	8.67
Est.7	w=0	6.51	6.29	6.73	6.93	7.51	9.34
	w=1	7.52	6.86	7.47	7.11	7.16	7.16
Est.8	w=0	8.09	7.82	7.35	8.50	8.32	9.42
	w=1	8.54	8.61	8.47	8.60	8.65	8.49
Est.9	w=0	6.49	6.30	6.27	7.60	7.79	8.23
	w=1	6.33	6.33	6.40	5.98	5.94	6.04
Est.10	w=0	8.85	8.89	9.15	10.27	10.77	10.99
	w=1	9.12	9.53	10.09	9.54	9.21	9.25

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.7 Promedios de desempeño de predicción de flujo de tráfico-Escenario 2

w	MAPE(%)-Escenario 2					
	aKalman			sKalman		
	Cod=1	Cod=2	Cod=3	Cod=1	Cod=2	Cod=3
w=0	8.56	8.30	8.49	9.16	9.57	11.23
w=1	8.97	8.83	9.52	9.14	9.03	9.14
Mejora (%)	-4.80	-6.31	-12.04	0.20	5.56	18.60

Fuente: Elaboración propia.

La tabla 4.8 muestra los mejores desempeños de predicción para ambos enfoques $w=0$ y $w=1$ y sus correspondientes modelos, se observa que los modelos para el enfoque $w=0$ predominan los aKalman $\text{cod}=2$ y $\text{cod}=3$ con un desempeño promedio de 8.19%, y si bien se señaló que los modelos $w=0$ superan en precisión de predicción en condiciones disruptivas de tráfico a los modelos $w=1$, todavía se muestran en la tabla 4.8 valores positivos de mejora (Est.3, Est.9), para aclarar la efectividad de ambos enfoques frente a escenarios disruptivos se evalúa el desempeño de predicción entre los intervalos de tiempo que dure el evento disruptivo (Tabla 4.9).

Tabla 4.8 Mejores niveles de desempeño para cada estación-Escenario 2

Estación	MAPE(%)-Escenario 2		Mejora (%)
	w=0	w=1	
Est.1	aK.cod=3	aK.cod=2	
	16.51	17.08	-3.51
Est.2	aK.cod=2	aK.cod=2	
	10.56	10.72	-1.52
Est.3	aK.cod=2	sK.cod=3	
	7.142	6.92	3.09
Est.4	aK.cod=3	sK.cod=1	
	9.28	9.86	-6.21
Est.5	aK.cod=2	aK.cod=2	
	10.99	12.68	-15.39
Est.6	aK.cod=3	aK.cod=1	
	6.94	7.47	-7.58
Est.7	aK.cod=2	aK.cod=2	
	6.29	6.86	-9.05
Est.8	aK.cod=3	aK.cod=3	
	7.35	8.47	-15.36
Est.9	aK.cod=3	sK.cod=2	
	6.27	5.94	5.25
Est.10	aK.cod=1	aK.cod=1	
	8.85	9.12	-3.07
Promedio	8.19	8.67	-5.33

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.9 Desempeño de predicción durante los eventos disruptivos

Estación	Duración del evento	MAPE(%)-Escenario 2		Mejora (%)
		w=0	w=1	
Est.1	06:30-09:30	29.99	35.19	-17.34
Est.2	07:30-12:30	12.97	15.56	-19.97
Est.3	08:30-10:30	14.27	16.11	-12.89
Est.4	13:30-18:30	11.15	15.24	-36.68
Est.5	05:30-10:30	15.09	18.25	-20.94
Est.6	09:00-18:00	7.06	7.55	-6.94
Est.7	07:30-11:00	7.59	8.76	-15.42
Est.8	09:00-12:30	9.34	12.03	-28.80
Est.9	15:00-20:00	7.14	7.6	-6.44
Est.10	09:30-14:30	8.61	9.27	-7.67
Promedio		10.36	12.26	-15.16

Fuente: Elaboración propia.

La tabla de desempeño de predicción durante los eventos disruptivos (Tabla 4.9) considera los modelos de la Tabla 4.8 para cada estación y enfoque, siendo los desempeños mostrados los mejores que se pueden lograr bajo la metodología propuesta y en condiciones de tráfico disruptivos. Se obtienen desempeños promedio de predicción durante los eventos disruptivos de 10.36% y 12.26% para los enfoques w=0 y w=1 respectivamente con valores extremos para el primero de 7.06%-15.09%.

Los valores de mejora son todos negativos lo que indica la ventaja absoluta de los modelos que no integren el proceso de filtrado frente a los que sí lo integran cuando se trata de modelar el flujo de tráfico bajo condiciones disruptivas.

La razón de porqué los modelos w=1 tienen peor desempeño que los modelos w=0 radica en el mecanismo de filtrado de ruido, este requiere de datos históricos y de la conservación de los patrones normales de flujo de tráfico para un adecuado desempeño, dado que utiliza el promedio histórico para filtrar el ruido de los datos en cada iteración y al no coincidir los valores de flujo de tráfico del perfil disruptivo con los valores de flujo del promedio histórico, el desempeño de predicción resulta deficiente.

Se seleccionó 2 estaciones y sus respectivos modelos que generen el mejor desempeño para ambos enfoques w=0 y w=1 (Tabla 4.8), para propósitos de

interpretación de los resultados se agregará también el perfil de promedio histórico de flujo de tráfico para evaluar que tan drástico son los cambios en los patrones del tráfico cuando el evento disruptivo ocurra, para los resultados de predicción del resto de estaciones ver Anexo D.

La estación 1 presenta los peores desempeños de la tabla 4.8 con valores MAPE de 16.51% y 17.08% para los enfoques $w=0$ y $w=1$ respectivamente, la predicción de flujo de tráfico y el desempeño por hora de los modelos correspondientes se presentan en la Figura N° 4.8 y 4.9.

Las características en común de perfiles disruptivos de flujo de tráfico que presentan valores MAPE mayores que 10% de la tabla 4.8 son los cambios muy abruptos y los niveles de flujo de tráfico muy bajos durante el evento disruptivo, ambas ocurren simultáneamente en el perfil disruptivo de la estación 1.

Los perfiles disruptivos que presentan cambios suaves son los que tienen los mejores valores de desempeño ($MAPE < 8\%$ -Tabla 4.9) tal como ocurre en la estación 9 con desempeños MAPE durante el evento de 7.14% y 7.6% para $w=0$ y $w=1$ respectivamente, la predicción del flujo de tráfico y el desempeño por hora se presentan en la Figura N° 4.10 y 4.11.

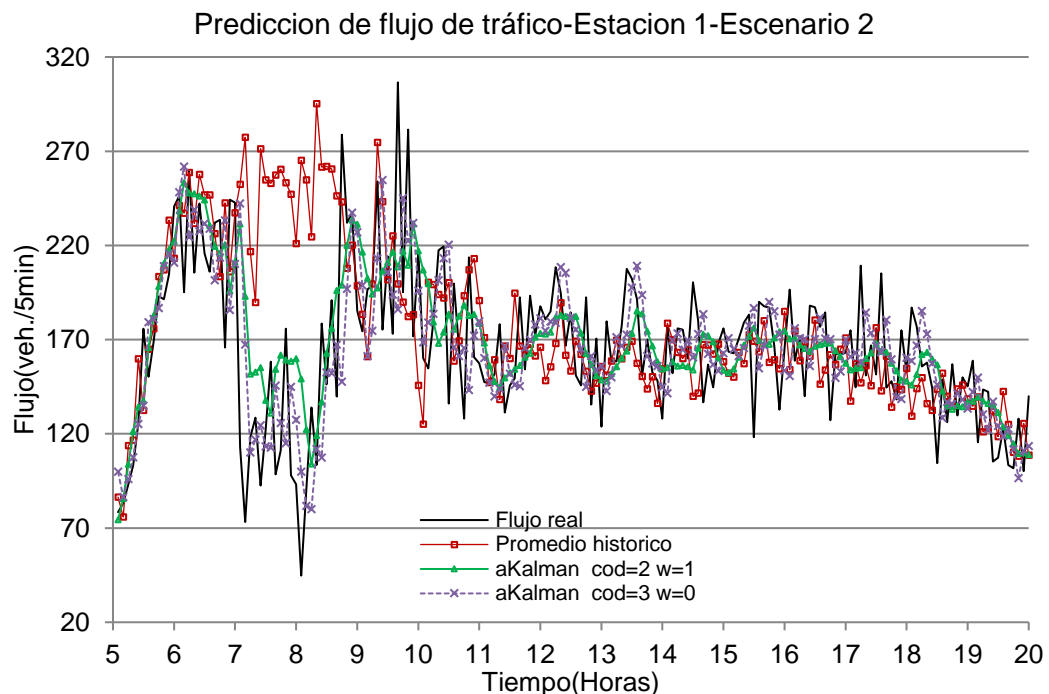


Figura N° 4.8 Flujo de tráfico real y predicho Estación 1-Escenario 2. Predicción de flujo de tráfico de 5min un paso hacia adelante desde la 05:00 hasta 20:00 horas.
Fuente: Elaboración propia.

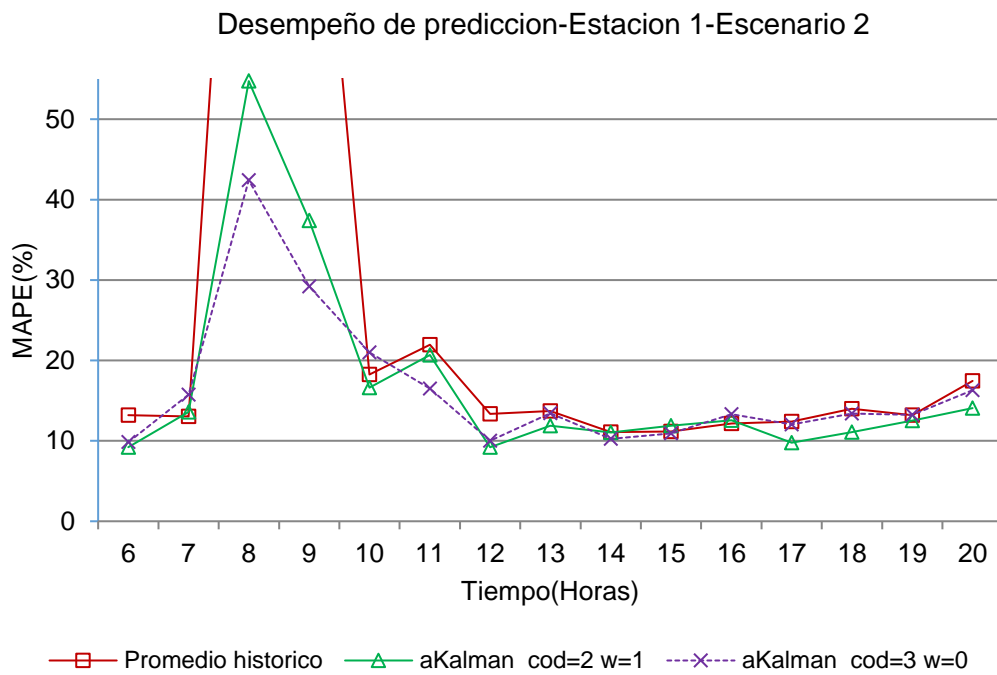


Figura N° 4.9 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 1-Escenario 2. Intervalo de agregación de una hora.
Fuente: Elaboración propia.

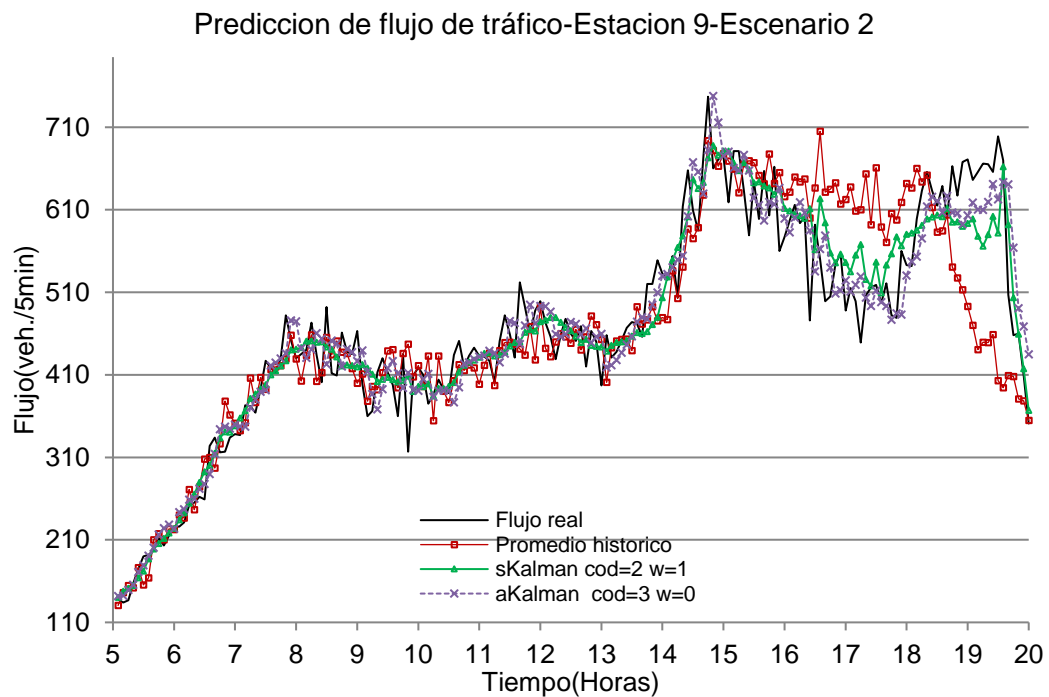


Figura N° 4.10 Flujo de tráfico real y predicho Estación 9-Escenario 2. Predicción de flujo de tráfico de 5min un paso hacia adelante desde la 05:00 hasta 20:00 horas.
Fuente: Elaboración propia.

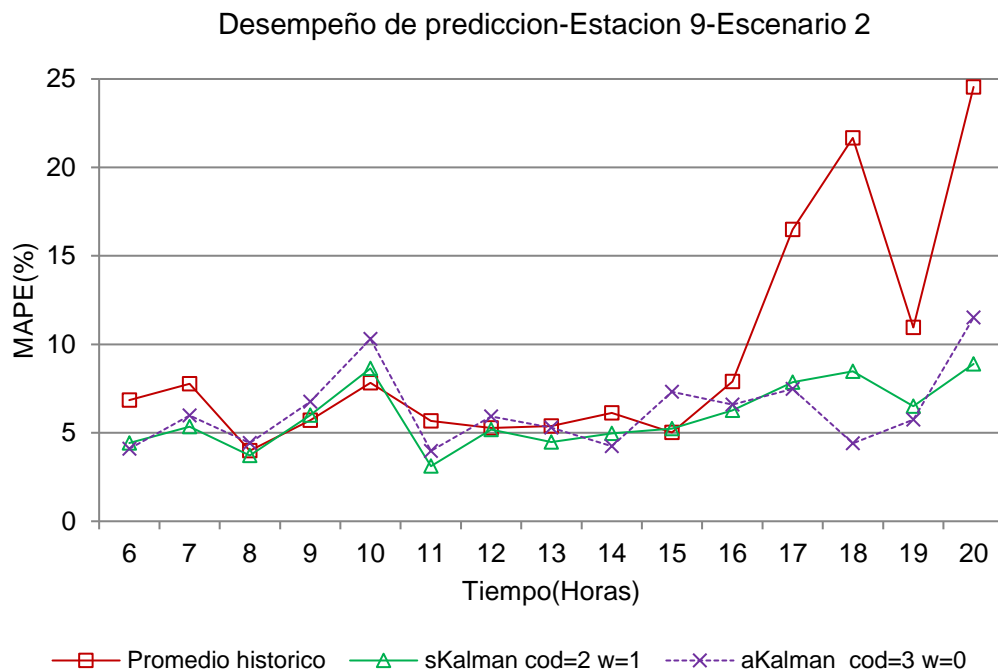


Figura N° 4.11 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 9-Escenario 2. Intervalo de agregación de una hora.
Fuente: Elaboración propia.

4.2. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

4.2.1. Tamaño de la memoria N

Se recuerda que la estimación de las covarianzas Q y R requieren de una longitud N de errores de estimación de estado y de observación calculados durante el proceso iterativo de predicción, para la determinación del tamaño de la memoria N se realizó un análisis de sensibilidad del desempeño de predicción de los modelos aKalman respecto a N .

Las figuras N° 4.12, 4.13 y 4.14 presentan los gráficos de sensibilidad del MAPE(%) con respecto a N para los modelos aKalman de las estaciones 1, 8 y 6 respectivamente, los mismos que fueron objeto de análisis en los resultados de predicción bajo el escenario 1. Los desempeños de predicción MAPE(%) del análisis fueron calculados entre las 5:00-20:00 horas bajo condiciones normales del tráfico, y para los modelos $w=1$ se les asignaron una función wavelet madre y nivel de descomposición de db4-3, los resultados de sensibilidad del MAPE(%) del resto de estaciones se encuentran en el Anexo E.

Se observa en general que los valores de desempeño se estabilizan conforme N incrementa su tamaño, este comportamiento se repite para el resto de estaciones,

por ello para uniformizar los valores de los parámetros utilizados se fijó el tamaño de la memoria N en 13 horas ($12 \times 13 = 156$ datos procesados) para todas las estaciones de estudio.

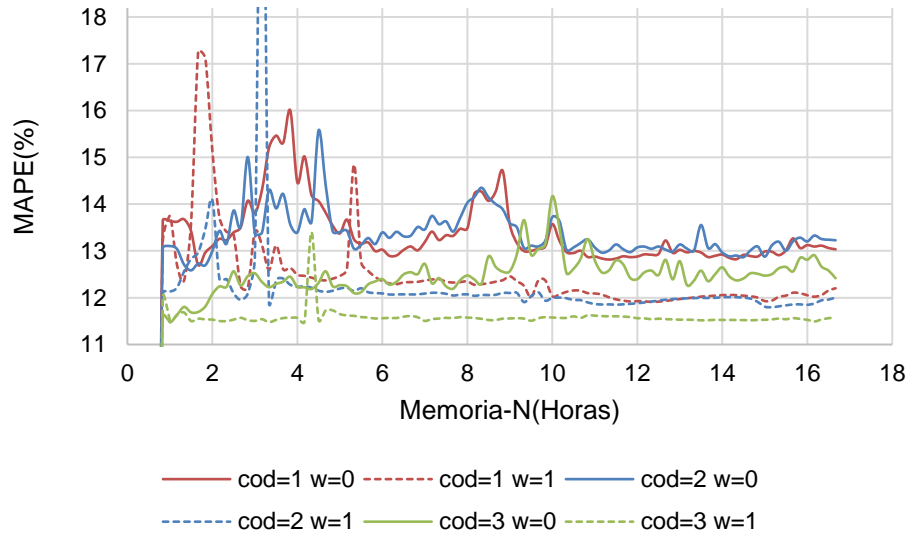


Figura N° 4.12 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto a N en los modelos aKalman-Estación 1.
Fuente: Elaboración propia.

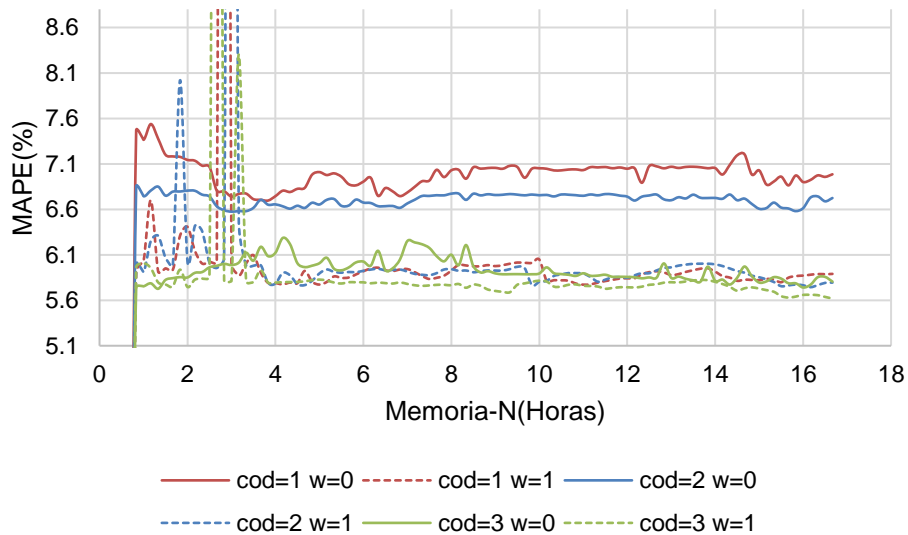


Figura N° 4.13 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto a N en los modelos aKalman-Estación 8.
Fuente: Elaboración propia.

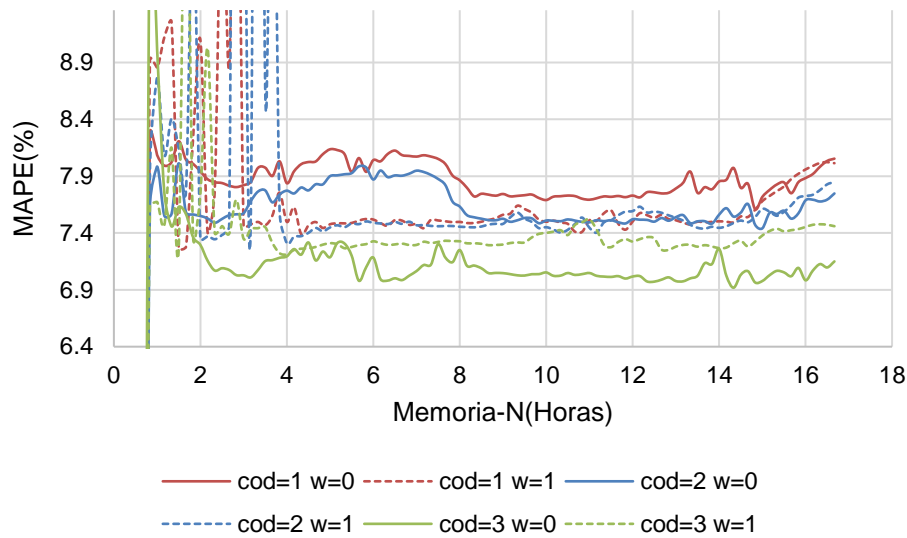


Figura N° 4.14 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto a N en los modelos aKalman-Estación 6.
Fuente: Elaboración propia.

4.2.2. Función Wavelet y nivel de descomposición

La tabla 4.10 muestra los identificadores Wavelet (ID) que generan los mejores desempeños de predicción para los modelos $w=1$ bajo condiciones normales de tráfico. Son en total 60 identificadores wavelet (ID) en los que predomina aquellos múltiplos de 3 (75%), esto indica que el nivel de descomposición que generaría muy posiblemente el mejor desempeño sería el 3, pero en cambio para la selección de la función wavelet madre se tiene que tomar en cuenta los perfiles de flujo de tráfico de cada estación.

Hay 6 estaciones (Est.2, 3, 4, 7, 8, 9) en las que predomina al menos 4 veces el mismo identificador wavelet o par wavelet-nivel generador del mejor desempeño de predicción sin importar el tipo de Kalman o matriz de observación empleados, esto puede sugerir la existencia de un único par wavelet-nivel que brinde el mejor desempeño dependiendo solo de las características propias del perfil de flujo de tráfico de cada estación tales como la forma de sus patrones y el ruido que contengan, pero la variedad de identificadores wavelet que algunas estaciones presentan (Est.5 y 6) se debe al mecanismo de filtrado de ruido adoptado.

Tabla 4.10 Identificador wavelet (ID) que genera el mejor desempeño de predicción en los modelos w=1-Escenario 1

Estación	aKalman			sKalman		
	Cod=1	Cod=2	Cod=3	Cod=1	Cod=2	Cod=3
Est.1	6	5	5	12	12	12
Est.2	3	3	9	9	9	9
Est.3	6	6	6	6	6	6
Est.4	9	9	9	9	9	15
Est.5	12	2	2	12	11	2
Est.6	5	5	8	15	14	15
Est.7	6	5	6	6	6	6
Est.8	6	6	8	6	6	8
Est.9	12	12	12	12	12	12
Est.10	2	2	15	11	15	15

Fuente: Elaboración propia.

Las figuras N° 4.15 y 4.16 son gráficos que muestran la sensibilidad del indicador MAPE (%) respecto al identificador Wavelet (ID) en los modelos w=1 de las estaciones 1 y 6 respectivamente, los patrones cíclicos que se presentan en la estación 1 pueden ser considerados normales dado que ocurre en las estaciones restantes (ver Anexo F), con picos altos para 7,10 y 13 siendo estos identificadores que corresponden a un nivel de descomposición de 1 y picos más bajos 6, 9 y 12 que corresponden a un nivel de descomposición de 3, para este último nivel se observa que los valores de desempeño de predicción convergen a un valor, mostrando de nuevo que la integración del proceso de limpieza o remoción de ruido mediante la transformada Wavelet discreta a los modelos de predicción reduce significativamente las diferencias que puedan existir entre los distintos parámetros empleados tales como el tipo de Kalman o matriz de observación.

El patrón errático de la figura N°4.16 se debe principalmente porque se trata de una estación con valores particulares de desempeños de predicción, tal como se estableció en el análisis de resultados de predicción bajo el escenario 1.

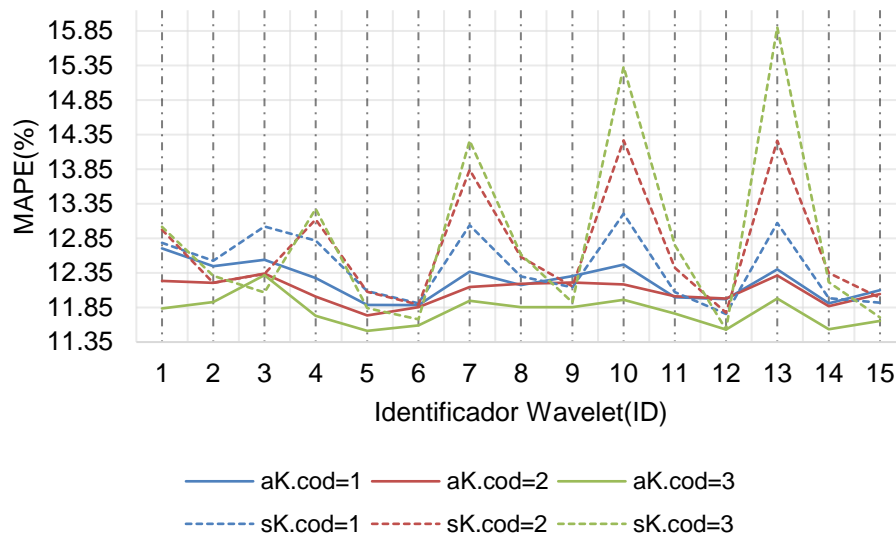


Figura N° 4.15 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto al identificador Wavelet (ID) en los modelos w=1-Estación 1.
Fuente: Elaboración propia.

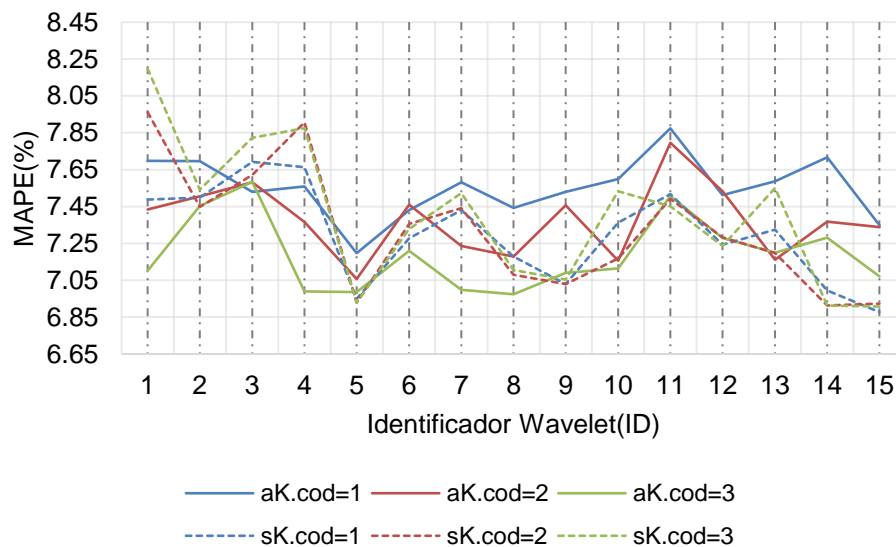


Figura N° 4.16 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto al identificador Wavelet (ID) en los modelos w=1-Estación 6.
Fuente: Elaboración propia.

4.2.3. Coeficientes de inicialización de los modelos cod=3

Los valores de los coeficientes del vector de estado w que corresponden a los componentes tipo error y diferencia estacional de la matriz de observación X (cod=3) en los intervalos de inicialización (ϕ_3, ϕ_4, ϕ_5), son estimados mediante un análisis de sensibilidad MAPE (%) respecto a $\phi_3 = \phi_4 = \phi_5$, manteniendo fijo los otros tres $\phi_1 = \phi_2 = \phi_6 = 1/3$. El modelo elegido para el análisis es el aKalman cod=3 $w=0$ bajo condiciones normales de tráfico (escenario 1).

Los resultados del análisis de sensibilidad se muestran en la figura N°4.17, en ella se observa que los valores positivos mayores a 0.2 empiezan a ser muy desfavorables al desempeño de predicción, en cambio entre los intervalos -0.20 y -0.10 se concentra visualmente los mejores desempeños de predicción para todas las estaciones, basado en la efectividad final de predicción de la figura N°4.17 se establecen los valores de los coeficientes de inicialización $\{\phi_3, \phi_4, \phi_5\}$ como $\{0.15, 0.15, 0.15\}$ respectivamente para todos los modelos cod=3 ($w=0, w=1, aKalman$ y $sKalman$).

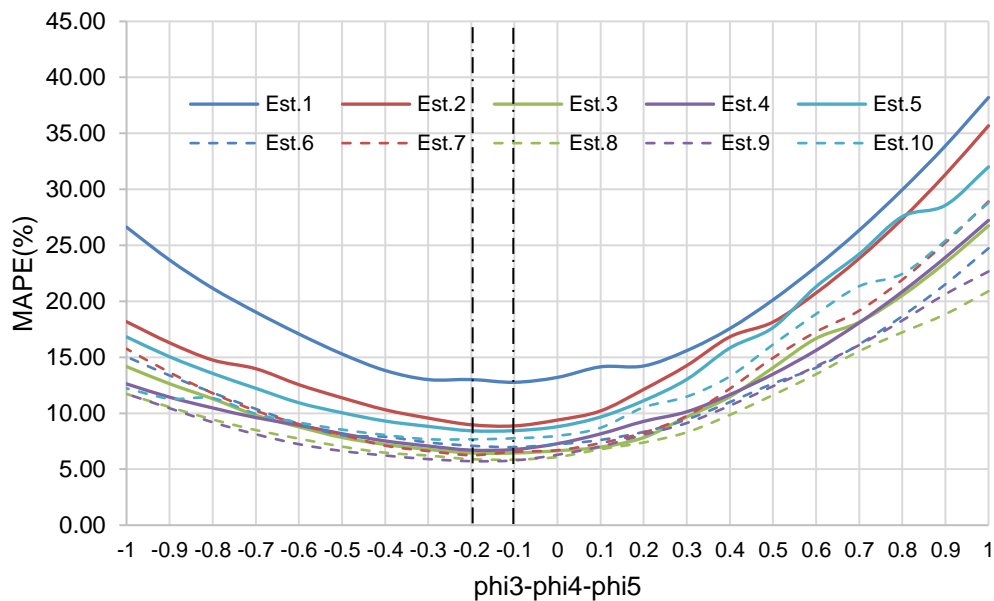


Figura N° 4.17 Sensibilidad del MAPE(%) respecto a los coeficientes $\phi_3-\phi_4-\phi_5$ en los modelos aKalman cod=3 $w=0$ -Escenario 1-Estaciones 1-10.

Fuente: Elaboración propia.

Si bien el proceso anterior para determinar los coeficientes ϕ_3, ϕ_4, ϕ_5 es muy simple, en la práctica resulta suficiente, dado que se puede alcanzar niveles de predicción un paso hacia adelante con alta precisión (Tabla 4.4, pag.51).

4.3. COMPARACIÓN CON OTRAS INVESTIGACIONES

La metodología propuesta para la predicción de flujo de tráfico un paso hacia adelante con una data limitada proporciona en total 12 modelos de predicción, dado la necesidad de contrastar los valores de desempeño resultantes se seleccionó 2 investigaciones que comparten una de las siguientes características con la presente tesis: técnica de filtrado y fuente de obtención de información del tráfico.

Las principales características de las investigaciones de Xie et al. (2007) y Castro-Neto, et al. (2009) sobre la predicción de flujo de tráfico a corto plazo se muestran en el Cuadro N°4.1 conjuntamente con las de esta tesis.

Si bien se comparte la misma técnica de filtrado (Filtro de Kalman) y el mismo enfoque de descomposición de señales para la limpieza de ruido (transformada wavelet discreta) con Xie, et al. (2007) las diferencias respecto a la presente tesis aparte de las mostradas en el cuadro N° 4.1 son:

- El enfoque de predicción se limita a un vector de estado de longitud 8 con sólo componentes autorregresivos.
- Se emplea el filtro de Kalman convencional y se ajusta la covarianza de error de estado utilizando 21 días de datos.
- El proceso de filtrado de ruido se realiza mediante la eliminación de las señales de detalle que componen la señal, mientras que en la presente tesis se usa la umbralización que limita los coeficientes de detalle y reconstruye la señal con los coeficientes modificados.
- Emplea 3 niveles de descomposición, pero tan solo 2 funciones wavelet madre Daubechie 4 y Haar.

Se comparte con Castro-Neto et al. (2009) la misma fuente de información de tráfico que es la del Sistema de medición de desempeño de autopistas de California (PeMS), pero los parámetros más importantes que deben coincidir si se quiere comparar objetivamente los resultados es el intervalo de agregación de los datos y el intervalo de evaluación de desempeño. El primero es para poner a todos los datos a un mismo nivel de resolución y el segundo para que no se corrompa el desempeño de predicción con valores pequeños de flujo de tráfico y errores grandes, finalmente se debe comparar los resultados que sean calculados con el mismo índice de desempeño como muestra el cuadro N° 4.1.

Se obtiene el mejor desempeño promedio en esta tesis de 6.35% frente a 7.75% y 5.90% bajo condiciones normales de tráfico, por lo tanto, se puede considerar como muy adecuado teniendo en cuenta que solo se necesitó 2 días para el desarrollo de los modelos.

Características	Investigaciones		
	Presente tesis	Xie, et al.(2007)	Castro-Neto, et al.(2009)
Técnica	Filtro de Kalman y transformada wavelet discreta	Filtro de Kalman y transformada wavelet discreta	Máquina de vectores de soporte
Predicción a corto plazo	Un paso hacia adelante	Un paso hacia adelante	Un paso hacia adelante
Modelos propuestos	12	3	1
Modelos de comparación	0	2	4
Parámetros adaptativos	Si	No	No
Base de datos	(http://pems.dot.ca.gov/).	(http://www.its.washington.edu/tdad/)	(http://pems.dot.ca.gov/).
Tecnología de detección	Bucle de inducción	Bucle de inducción	Bucle de inducción
Estaciones (cant.)	9	4	7
Base de datos de entrenamiento(días)	2	21	15
Días de evaluación	1	7	1
Intervalo de agregación de los datos	5 min	5 min	5 min
Evaluación de desempeño (24hr)	5:00-20:00	4:00-23:00	6:20-10:00
Indicador de desempeño	MAPE	MAPE	MAPE
Modelo propuesto, mejor desempeño (Rango-promedio)	5.29%-7.70%, 6.35%	6.0%-9.8%, 7.75%	4.6%-9.0%, 5.90%
Modelo de comparación, mejor desempeño (Rango-promedio)	--	6.9%-11%, 8.83%	4.2%-8.2%, 5.5%

Cuadro N° 4.1 Comparación de las características entre dos investigaciones de predicción de flujo de tráfico a corto plazo y la presente tesis.

Fuente: Elaboración propia.

CONCLUSIONES

Se investigó el filtro de Kalman y a la transformada wavelet discreta para el desarrollo de un método de predicción de flujo de tráfico un paso hacia adelante con una base de datos limitada de dos días y se evaluó la efectividad de los modelos que integran el método frente a condiciones normales y disruptivas de tráfico. Se concluye que el filtrado de ruido mejora notablemente el desempeño de los modelos de predicción basados en el filtro de Kalman bajo condiciones normales de tráfico, con rangos de mejora de 8.7% al 32.74%, pero lo perjudica en condiciones disruptivas, con rangos de mejora de -12.04% al -4.8%.

Los modelos de predicción basados exclusivamente en el filtro de Kalman Adaptativo son los más robustos y flexibles frente a cualquier condición de tráfico dado que no requieren prácticamente de alguna calibración, se adaptan muy bien a los cambios repentinos del tráfico y sus costes computacionales son muy bajos, características que los hacen ideales para implementarlos en aplicaciones de tiempo real, bajo condiciones normales el rango MAPE promedio es 6.97%-7.55% y bajo condiciones disruptivas 8.3%-8.56%, considerándose ambos rangos de alta precisión e inclusive si solo se considera los intervalos de tiempo de los eventos disruptivos se obtiene un error promedio de 10.36%.

El filtrado de ruido en los modelos de predicción basados en el filtro de Kalman elimina o reduce significativamente la necesidad de valores estadísticos Q y R ajustados, valores estadísticos como la mínima unidad natural o matricial son suficientes para obtener un rango MAPE promedio de 6.35%-6.42% en condiciones normales de tráfico, que se considera de alta precisión,

El método propuesto de predicción de flujo de tráfico basado en el filtro de Kalman elimina el requerimiento de grandes cantidades de datos para generar niveles adecuados de predicción.

RECOMENDACIONES

El filtro de Kalman convencional tiene límites para modelar procesos estocásticos como lo es el tráfico, esto se evidencia en su limitada capacidad para capturar lo suficientemente rápido cambios abruptos o no lineales en el flujo de tráfico, se recomienda emplear el filtro de Kalman Extendido para mejorar la efectividad de captura de eventos no lineales que puedan presentarse en los perfiles anómalos de tráfico.

La eliminación de ruido de los datos de flujo de tráfico ayuda a mejorar la efectividad de los modelos de predicción, pero la información de las señales de detalles (alta frecuencia) que componen a la señal original de flujo de tráfico todavía puede ser objeto de estudio, bajo esta idea se recomienda modelar las señales de detalles a diferentes niveles de descomposición e integrar sus proyecciones al método de predicción propuesto para aumentar la precisión de predicción.

Las pseudo-observaciones son empleadas para mejorar la filtración de ruido de los datos, pero también pueden ser usadas para predecir el flujo de tráfico múltiples pasos hacia adelante, es decir, el proceso recursivo de predicción basado en el filtro de Kalman requiere de observaciones actualizadas cada intervalo de tiempo, entonces en reemplazo de las observaciones reales o de campo se utilizan las pseudo-observaciones para continuar el proceso de predicción varios pasos hacia adelante, pero las pseudo-observaciones que se obtienen del promedio histórico de dos días resultan parcializadas y no representan verdaderamente los patrones normales de flujo de tráfico por ello se recomienda estimarlas tomando en cuenta una base histórica de datos de mayor tamaño para luego desarrollar un enfoque de predicción de múltiples pasos hacia adelante.

El método propuesto de predicción de flujo de tráfico a corto plazo puede ser aplicado a la predicción de las condiciones de tráfico de una red de transporte, dependiendo de la precisión que se busca y del alcance de la red podría considerarse diferentes variables topológicas y dinámicas (tiempos de viaje y parámetros de densidad vehicular) de la red. La integración del enfoque de predicción y un modelo de microsimulación permitiría predecir las condiciones del tráfico considerando la interdependencia entre volumen (flujo), densidad vehicular y la velocidad (Teoría del flujo).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Reducción de ruido en señales]. (s.f.). Recuperado de http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/meie/rosas_o_mc/capitulo4.pdf
- Abadi, A., Rajabioun, T., & Ioannou, P. (2015). Traffic Flow Prediction for Road Transportation Networks With Limited Traffic Data. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 16(2), 653-662.
- Abdulhai, B., Porwal, H., & Recker, W. (2002). Short-term traffic flow prediction using neuro-genetic algorithms. *Journal of Intelligent Transportation Systems*, 7(1), 3-41.
- Adhikari, R., & Agrawal, R. K. (2013). An Introductory Study on Time Series Modeling and Forecasting. *arXiv:1302.6613*.
- Burrus, C., Gopinath, R., & Guo, H. (1998). *Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms*. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.
- Caltrans Performance Measurement System (PeMS), version 18.0, recuperado de <http://pems.dot.ca.gov/>
- Castro-Neto, M., Jeong, Y. S., Jeong, M. K., & Han, L. D. (2009). Online-SVR for short-term traffic flow prediction under typical and atypical traffic conditions. *Expert Systems with Applications*, 36, 6164–6173.
- De Castro, R., Martínez, J., López, M., Díaz, H., & Martínez, M. (2004). Introducción a la Transformada Wavelet para ingenieros: un enfoque didáctico. *2do Congreso Internacional en Innovación y Desarrollo Tecnológico*, (págs. 7-14). México.
- Dougherty, M. S., & Cobett, M. R. (1997). Short-term inter-urban traffic forecast using neural networks. *International Journal of Forecasting*, 13(1), 21-31.
- Giron-Sierra, J. (2017). Kalman Filter, Particle Filter and Other Bayesian Filters. En *Digital Signal Processing with Matlab Examples* (Vol. 3, págs. 3-144). Singapur: Springer. doi:10.1007/978-981-10-2540-2
- Giron-Sierra, J. (2017). Wavelets. En *Digital Signal Processing with Matlab Examples* (Vol. 2, págs. 115-238). Singapur: Springer. doi:10.1007/978-981-10-2537-2

- Guo, J., Huang, W., & Billy, M. (2014). Adaptive Kalman filter approach for stochastic short-term traffic flow rate prediction and uncertainty quantification. *Transportation Research Part C*, 43, 50-64.
- Hadi, S., Moshiri, B., Rahimi-Kian, A., & Nadjar, B. (2014). Traffic flow prediction using MI algorithm and considering noisy and data loss conditions: An application to Minnesota traffic flow prediction. *Promet – Traffic&Transportation*, 26(5), 393-403.
- Highway capacity manual. (2000). *Transportation Research Board*, Washington, DC.
- Hostalkova, E., & Prochazka, A. (s.f.). Wavelet Signal and Image Denoising. *Institute of Chemical Technology, Department of Computing and Control Engineering*, Praga.
- Jiang, X., & Adeli, H. (2005). Dynamic wavelet neural network model for traffic flow forecasting. *Journal of Transportation Engineering*, 131(10), 771-779.
- Kalman, R. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of Basic Engineering*, 82(1), 35-45.
- Kumar, S. V., & Vanajakshi, L. (2015). Short-term traffic flow prediction using seasonal ARIMA model with limited input data. *European Transport Research Review*, 7(3), 1-9.
- Lewis, C. (1982). *Industrial and business forecasting methods*. London: Butterworth Scientific.
- Ma, M., Liang, S., Guo, H., & Yang, J. (2017). Short-term traffic flow prediction using a self-adaptive two-dimensional forecasting method. *Advances in Mechanical Engineering*, 9(8), 1-12.
- Mai, T., Ghosh, B., & Wilson, S. (2012). Multivariate short-term traffic flow forecasting using Bayesian vector autoregressive moving average model. *Proceedings of the 91st Transportation Research Board Annual Meeting*. Washington, D.C.
- Maybeck, P. (1979). *Stochastic models, estimation, and control, volume 1*. Academic Press, Inc.
- Misiti, M., Misiti, Y., Oppenheim, G., & Poggi, J. (2009). *Wavelet Toolbox users guide*. The MathWorks, Inc.

- Myers, K. A., & Tapley, B. (1976). Adaptive Sequential Estimation with Unknown Noise Statistics. *IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL*, 21(4), 520–523.
- Ojeda, L., Kibangou, A., & De Wit, C. (2013). Adaptive Kalman Filtering for Multi-Step ahead Traffic Flow Prediction. En *Proceedings of the American Control Conference (ACC), IEEE*. Washington, DC, USA.
- Okutani, I., & Stephanedes, Y. J. (1984). Dynamic prediction of traffic volume through Kalman filtering theory. *Transportation Research Part B: Methodological*, 18(1), 1-11.
- Shaheen, S., & Finson, R. (2013). Intelligent Transportation Systems. *Earth Systems and Environmental Sciences*.
- Smith, B. L., Williams, B. M., & Oswald, R. K. (2002). Comparison of parametric and nonparametric models for traffic flow forecasting. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 10(4), 303-321.
- Stark, H. (2005). *Wavelets and Signal Processing: An Application-Based Introduction*. Berlin: Springer.
- Stathopoulos, A., & Karlaftis, M. G. (2003). A multivariate state space approach for urban traffic flow modeling and prediction. *Transportation Research Part C*, 11(2), 121-135.
- Welch, G., & Bishop, G. (2006). An Introduction to the Kalman Filter. *UNC-Chapel Hill*, TR 95-041.
- Williams, B. M., & Hoel, L. A. (2003). Modeling and Forecasting Vehicular Traffic Flow as a Seasonal ARIMA Process: Theoretical Basis and Empirical Results. *Journal of Transportation Engineering*, 129(6), 664-672.
- Xie, Y., Zhang, Y., & Ye, Z. (2007). Short-Term Traffic Volume Forecasting Using Kalman Filter with Discrete Wavelet Decomposition. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 22, 326–334.
- Xie, Y., Zhang, Y., & Ye, Z. (2007). Short-Term Traffic Volume Forecasting Using Kalman Filter with Discrete Wavelet Decomposition. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 22(5), 326-334.

- Yin, H., Wong, S., Xu, J., & Wong, C. (2002). Urban traffic flow prediction using a fuzzy-neural approach. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 10(2), 85-98.
- Zeng, D., Xu, J., Gu, J., Liu, L., & Xu, G. (2008). Short term traffic flow prediction using hybrid ARIMA and ANN models. *Workshop on Power Electronics and Intelligent Transportation System*, 621-625.
- Zhang, Y. (2011). Freeway short-term traffic flow forecasting by considering traffic volatility dynamics and missing data situations (Tesis de Maestría). Texas A&M University, College Station, Texas.
- Zhang, Y. (2012). How to provide accurate and robust traffic forecasts practically. *Intelligent Transportation Systems*, 8, 189-206.
- Zhang, Y., & Ye, Z. (2008). Short-Term Traffic Flow Forecasting Using Fuzzy Logic System Methods. *Journal of Intelligent Transportation Systems*, 12(3), 102-112.
- Zhao, Z., Chen, W., Wu, X., Chen, P., & Liu, J. (2017). LSTM network: a deep learning approach for short-term traffic forecast. *IET Intelligent Transport Systems*, 11(2).

ANEXOS

ANEXO A.	Obtención manual de datos de flujo de tráfico-Estación Habich ...	85
ANEXO B.	Desempeño de predicción (RMSE)-Escenario 1	90
ANEXO C.	Gráficos de predicción y desempeño restantes Escenario 1	93
ANEXO D.	Gráficos restantes de predicción y desempeño-Escenario 2	100
ANEXO E.	Gráficas de sensibilidad del MAPE(%) respecto a N	108
ANEXO F.	Gráficas de sensibilidad del MAPE(%) respecto al identificador wavelet (ID)	111
ANEXO G.	Influencia de la información posterior de flujo de tráfico en los modelos de predicción $w=1$	116
ANEXO H.	Código de programación-Matlab	122

ANEXO A. Obtención manual de datos de flujo de tráfico-Estación Habich

La obtención manual de datos de flujo de tráfico de la estación 1(Habich) consta de dos partes: 1) conteo manual de vehículos y 2) proceso de agregación de datos.

Conteo manual de vehículos

Se extrajeron las grabaciones de 24 horas de 5 días de una de las cámaras de vigilancia instaladas en la intersección en estudio (Figura A.1), estos días en específico (20, 21, 22, 27, 28 de agosto del 2018) presentaban condiciones de tráfico (disruptivas y normales) que el esquema de predicción requiere. El código de programación que permite el conteo puntal de vehículos (vehículo por vehículo) se desarrolló en Python con ayuda del sistema de gestión de bases de datos SQLite.

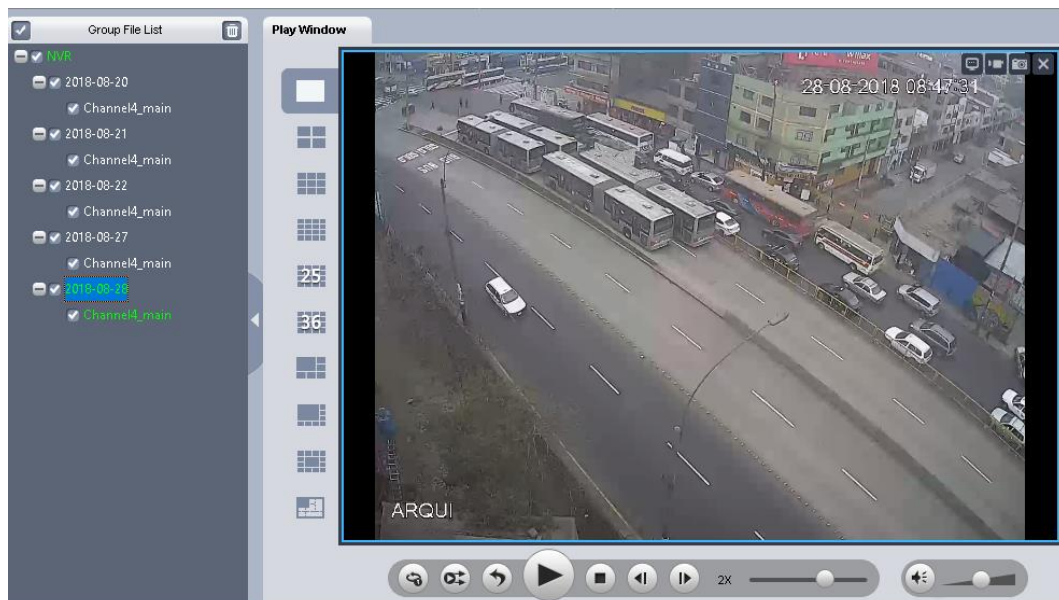


Figura A.1 Grabaciones de la cámara de vigilancia-intersección Habich

El conteo de cada vehículo se vincula a 4 etiquetas: **ID** (identificador dentro del conjunto de datos disponible), **vehicleType** (tipo de vehículo), **counting** (grupo al que pertenece dentro del conjunto total de datos), **timeCounted** (registro del tiempo en milisegundos), el arreglo descrito de etiquetas se muestra en la Figura A.2.

El ejercicio de conteo y registro vehicular se realiza a través del accionar de las teclas numéricas, donde los valores del 1 al 9 representan el tipo de vehículo de la siguiente manera: 1=auto; 4=Combi o microbús; 5=Minibús; 6=Ómnibus o

autobús; 7=Camión de carga pequeño; 8=Camión de carga grande y 9=Moto taxis y motos lineales.

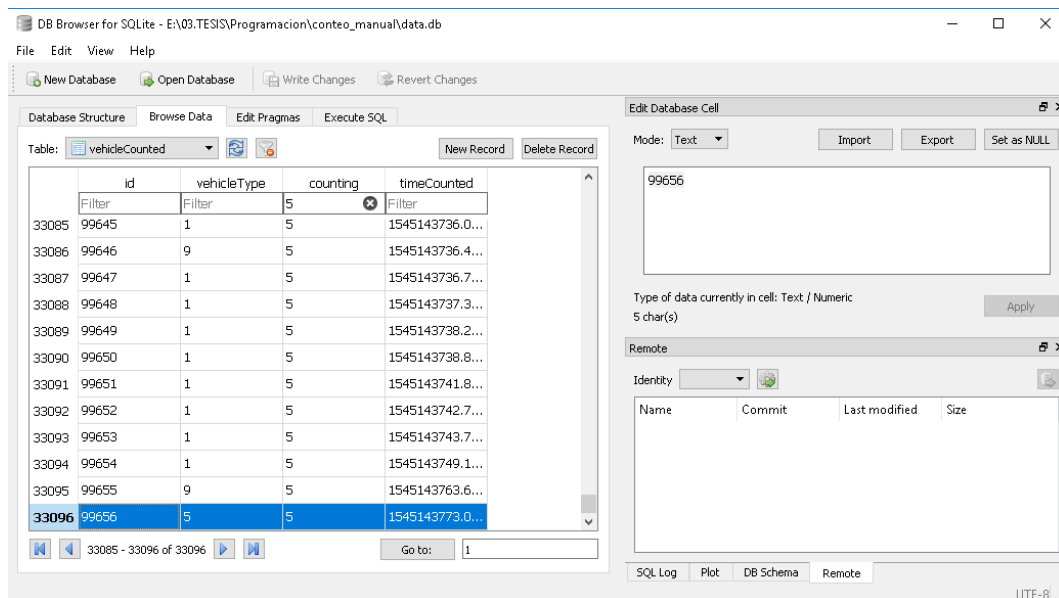


Figura A.2 Navegador de bases de datos para SQLite

Código de programación para el conteo manual de vehículos-Python

```
import numpy as np
import cv2 as cv
import sqlite3
import time

cap=cv.VideoCapture('NVR_ch1_main_20180901000000_20180901235959.dav')
conn = sqlite3.connect('data.db')
c = conn.cursor()

c.execute('SELECT COUNT() FROM vehicleType')
num_vehicle_types, = c.fetchone()
counting = int(input("counting?: "))

while True:
    #_, frame = cap.read()
    cv.imshow('image', np.zeros((100, 100)))
    keyWaited = cv.waitKey(10) & 0x7F
    if keyWaited == 27:
        break
```

```

if keyWaited == 127:
    continue
print(keyWaited)

c.execute('SELECT name FROM vehicleType WHERE key = ?', chr(keyWaited))
tipo = c.fetchone()
tipo = tipo and tipo[0]

if tipo:
    print("Se contó un", tipo)
    c.execute("""INSERT INTO vehicleCounted (vehicleType, counting, timeCounted)
              VALUES ((SELECT id FROM vehicleType WHERE key = ?),?,?)""",
              (chr(keyWaited), counting, time.time()))
else:
    print("TECLA NO ASIGNADA")

conn.commit()
cap.release()
cv.destroyAllWindows()

```

Proceso de agregación de datos

El conjunto de datos obtenido en el proceso anterior tiene un tamaño promedio por día de 30,000, luego los datos (sin procesar) son agregados a intervalos de tiempo discreto formando finalmente la serie de datos de flujo de tráfico, para la tarea anterior se desarrolla un programa en Matlab.

Tabla Anexo. A.1 Tipos de vehículo y valores UCP

Tipo de vehículo	Valores UCP
Auto	1
Combi o microbús	1.5
Minibús	2
Ómnibus o autobús	3
Camión de carga pequeño	1.75
Camión de carga grande	2.5
Moto taxis y motos lineales	0.5

Fuente: HCM-Manual de capacidad de vía

El programa tiene en cuenta los posibles quiebres en el conteo (discontinuidad en el tiempo), dado que no es posible un conteo manual ininterrumpido de 24 horas seguidas y para la uniformización del volumen o flujo de tráfico (Highway capacity

manual, 2000) se aplican factores de equivalencia a los distintos tipos de vehículos, los llamados factores de conversión a unidades carro patrón (UCP) ver Tabla Anexo A.1

Código de programación de agregación de datos-Matlab

```
fer=0;
while fer==0
fid2=fopen('rawdata5.txt','r');
if fid2==-1, disp('read error')
else s=fscanf(fid2,'%f \r\n'); fer=1;
end
end
fclose('all');
N=length(s)/4;
for i=1:N
VT(i,1)=s(2+4*(i-1));
time(i,1)=s(4*i);
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
ind=0;
for i=1:N-1
d=time(i+1)-time(i);
if d>300
ind=ind+1;
sub_ind(ind,1)=i;
for j=i:N-1
time(j+1)=time(j+1)-d;
end
end
end
sub_ind(ind+1,1)=N;
%calculando horas y desfases
hora=zeros(ind+1,3);
for i=1:ind+1
thora=(time(sub_ind(i))-time(1))*2/3600;
hora(i,1)=floor(thora);
tmin=(thora-floor(thora))*60;
hora(i,2)=floor(tmin);
tseg=(tmin-floor(tmin))*60;
hora(i,3)=round(tseg);
end

%tiempo referenciado al 00
re=time(1);
for i=1:N
time(i)=(time(i)-re)/60;
end
%Calculando el flujo vehicular
for i=1:N
if VT(i)==1 %auto
PCU(i,1)=1;
elseif VT(i)==4 %combi o microbus
PCU(i,1)=1.5;
elseif VT(i)==5 %Minibus
PCU(i,1)=2;
elseif VT(i)==6 %omnibus o autobus
PCU(i,1)=3;
```

```
elseif VT(i)==7 %camion de carga pequeño
    PCU(i,1)=1.75;
elseif VT(i)==8 %camion de carga grande
    PCU(i,1)=2.5;
elseif VT(i)==9 %mototaxis y motos lineales
    PCU(i,1)=0.50;
end
end

%considerando que 5 min de conteo son 10min del video
fc=2;
time_fc=time*fc;
inter=5;%intervalo 10 minutos
Num=24*60/inter;
conteo=zeros(Num,1);
for i=1:N
for j=1:Num
    if inter*(j-1)<time_fc(i) && time_fc(i)<=inter*j
        conteo(j)=conteo(j)+PCU(i)*1;
    end
end
end
end
%[thr,sorh,keepapp] = ddencomp('den','wv',conteo(1:Num));
%wconteo =
wdencomp('gbl',conteo(1:Num),'db4',1,thr,sorh,keepapp);

%subplot(2,1,1);
plot(conteo(1:Num),'r','LineWidth',2);
%subplot(2,1,2); plot(wconteo,'r','LineWidth',2);
```

ANEXO B. Desempeño de predicción (RMSE)-Escenario 1

Los índices de desempeño de predicción tales como error porcentual medio absoluto (MAPE) y error cuadrático medio (RMSE) se definen así:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{x}_i^-}{y_i} \right| \times 100\%$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{x}_i^-)^2}$$

Donde \hat{x}_i^- = valores predichos de flujo de tráfico; y_i = valores reales de flujo de tráfico y n = número total de observaciones de flujo de tráfico procesados.

La evaluación de desempeño de predicción (RMSE) de flujo de tráfico de 5min un paso hacia adelante bajo condiciones normales de tráfico (Escenario 1) desde las 5:00 hasta las 20:00 horas se presenta en la Tabla B.1, donde se señala los mejores niveles de desempeño de predicción para ambos enfoques $w=0$ y $w=1$.

La figura B.1 muestra los mejores desempeños de predicción señalados en la Tabla Anexo B.1 Si se asume que el origen y la forma de obtención de los datos de tráfico no afectan a los desempeños finales de predicción de los modelos, por lo cual los desempeños de predicción de la Figura B1 pueden agruparse por sus respectivos enfoques $w=0$ y $w=1$. La estación 2 tiene valores de desempeño excepcionalmente altos respecto al resto, luego de aplicar el criterio de Chauvenet a ambos conjuntos se confirma que dichos valores están fuera del comportamiento general o 'normal', por los que son considerados 'atípicos' dentro de los conjuntos correspondientes. El análisis anterior también aplica para los valores de desempeño de la Tabla B.1, solo que en este caso se agrupan los valores de acuerdo al modelo de predicción al que pertenecen y nuevamente se confirma que el conjunto total de los valores de desempeño de la estación 2 son 'atípicos', por lo que no se consideran en el promedio final de desempeño dado que pertenecen a otra muestra o grupo.

Tabla Anexo. B.1 Evaluación de desempeño de predicción RMSE de flujo de tráfico-Escenario 1

Estación	w	RMSE-Escenario 1					
		aKalman			sKalman		
		Cod=1	Cod=2	Cod=3	Cod=1	Cod=2	Cod=3
Est.1	w=0	31.06	30.96	29.06	34.32	36.87	40.59
	w=1	28.71	27.84	27.05	28.06	28.03	27.02
Est.2	w=0	49.71	48.34	49.23	53.01	56.75	75.06
	w=1	44.24	43.84	43.58	45.31	44.90	44.41
Est.3	w=0	38.76	36.77	35.82	41.74	43.73	46.11
	w=1	32.72	32.34	31.59	32.25	32.17	32.08
Est.4	w=0	35.04	34.20	32.21	37.33	39.96	48.32
	w=1	27.84	27.66	27.24	26.85	27.40	27.76
Est.5	w=0	36.75	33.89	31.27	42.70	40.37	41.99
	w=1	29.86	28.23	27.90	29.71	28.74	27.44
Est.6	w=0	34.98	34.47	32.78	36.04	38.62	44.68
	w=1	32.55	33.11	33.19	32.18	32.23	32.40
Est.7	w=0	41.43	41.54	41.63	44.74	49.39	57.17
	w=1	37.23	38.06	37.05	36.91	37.17	37.16
Est.8	w=0	41.50	40.45	37.10	42.93	45.51	48.31
	w=1	34.08	34.57	34.02	33.16	33.25	33.59
Est.9	w=0	36.54	35.36	33.84	40.45	42.89	41.98
	w=1	32.76	32.38	31.86	32.29	32.21	32.04
Est.10	w=0	32.67	34.53	32.39	37.12	39.11	42.46
	w=1	28.64	29.44	28.54	29.00	28.89	28.71

Se sabe que bajo el índice MAPE (%), la estación 1 es la que presenta los valores 'atípicos' y se confirma mediante una inspección visual a la figura B.2, está claro que los desempeños de predicción de la estación 1 no pueden agruparse junto al resto de valores dado que son excepcionalmente altos.

Para ambas evaluaciones de predicción empleando los índices MAPE y RMSE, el comportamiento 'normal' del desempeño de predicción de los modelos no depende del origen o la forma de obtención de los datos, la estación 1 puede ser considerado como 'excepcional' respecto al resto de estaciones dado que el lugar de origen y la forma de obtención de datos respecto a las 9 estaciones restantes son radicalmente diferentes pero es debido al nivel de flujo de tráfico y al índice

empleado que los valores resultantes de desempeño de la estación 1 pueden ser considerados tanto 'normales' como 'atípicos'.

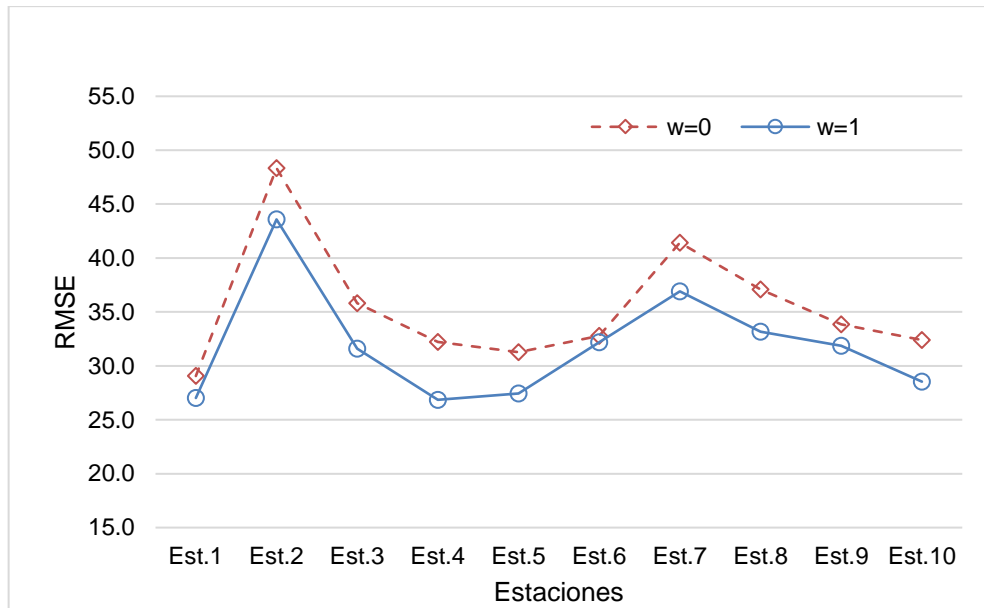


Figura B.1 Mejores desempeños de predicción RMSE por estación-Escenario 1

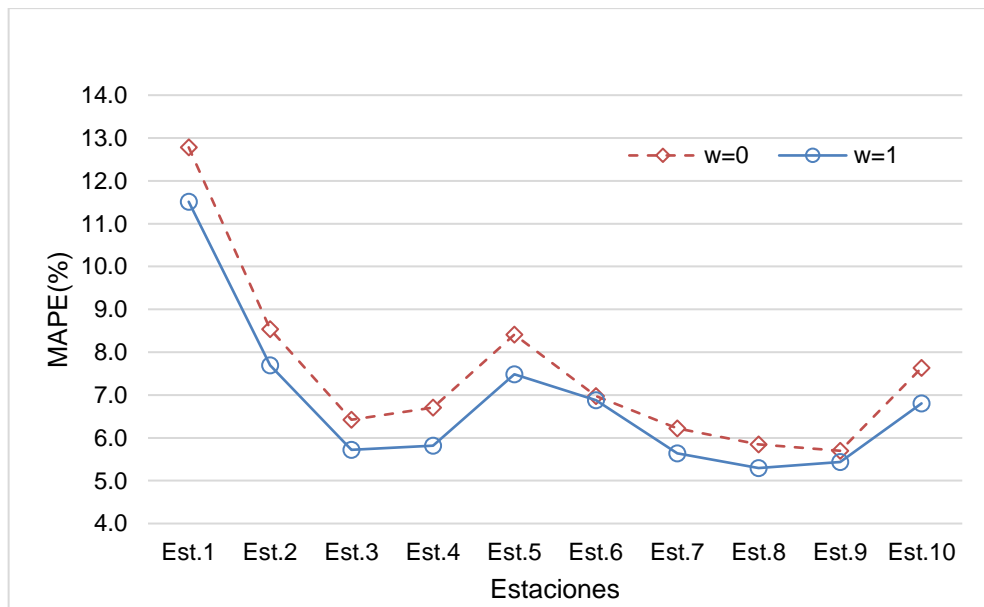


Figura B.2 Mejores desempeños de predicción MAPE(%) por estación-Escenario 1

ANEXO C. Gráficos de predicción y desempeño restantes Escenario 1

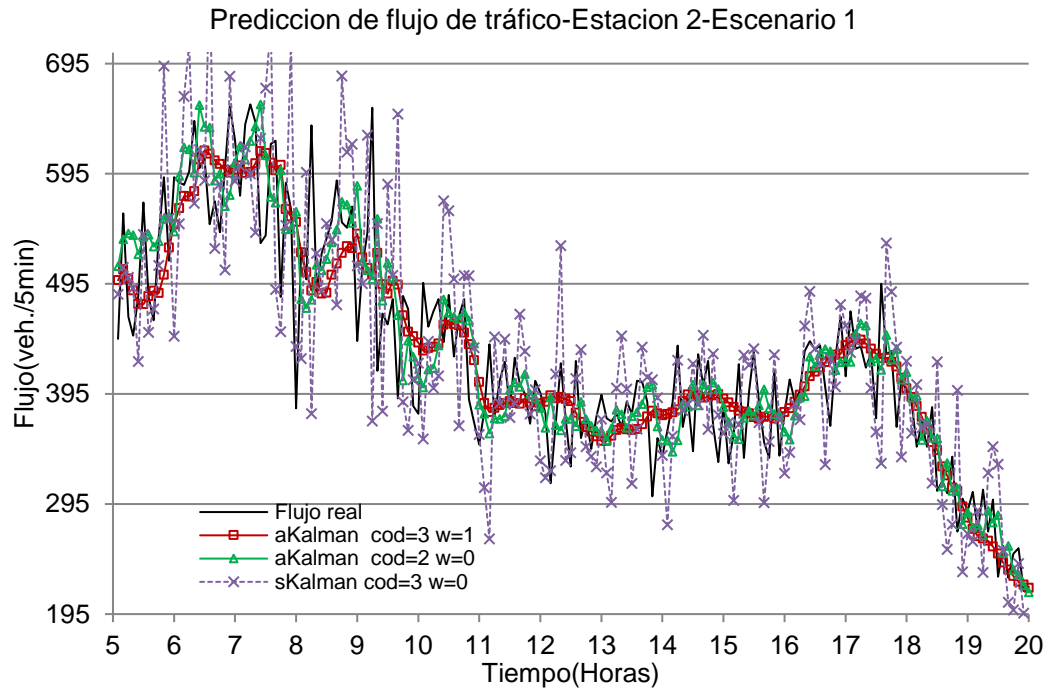


Figura C.1 Flujo de tráfico real y predicho Estación 2-Escenario 1

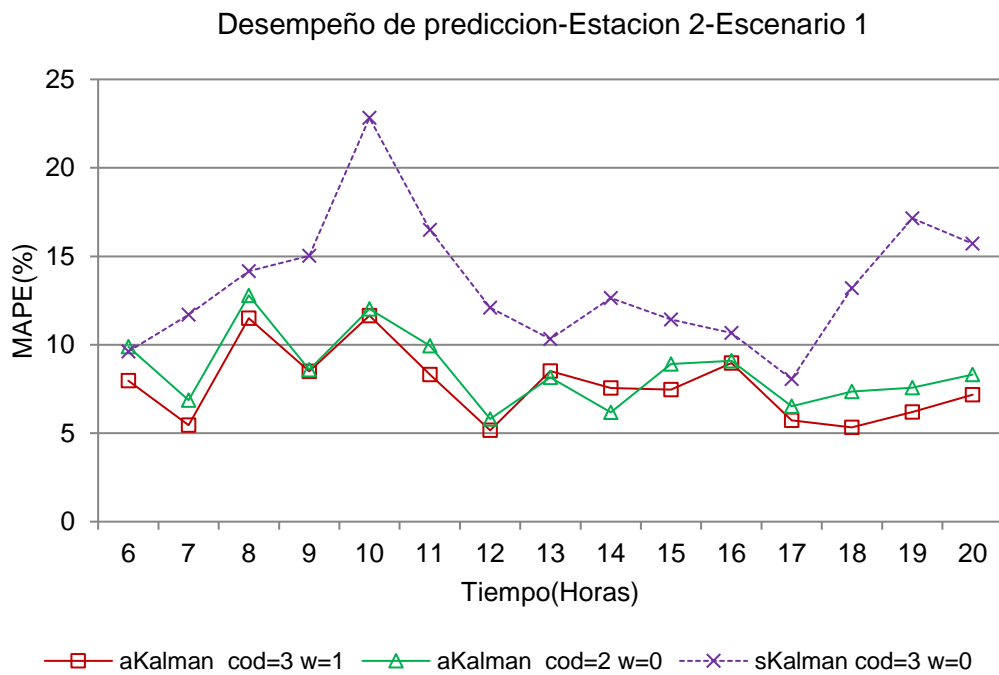


Figura C.2 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 2-Escenario 1

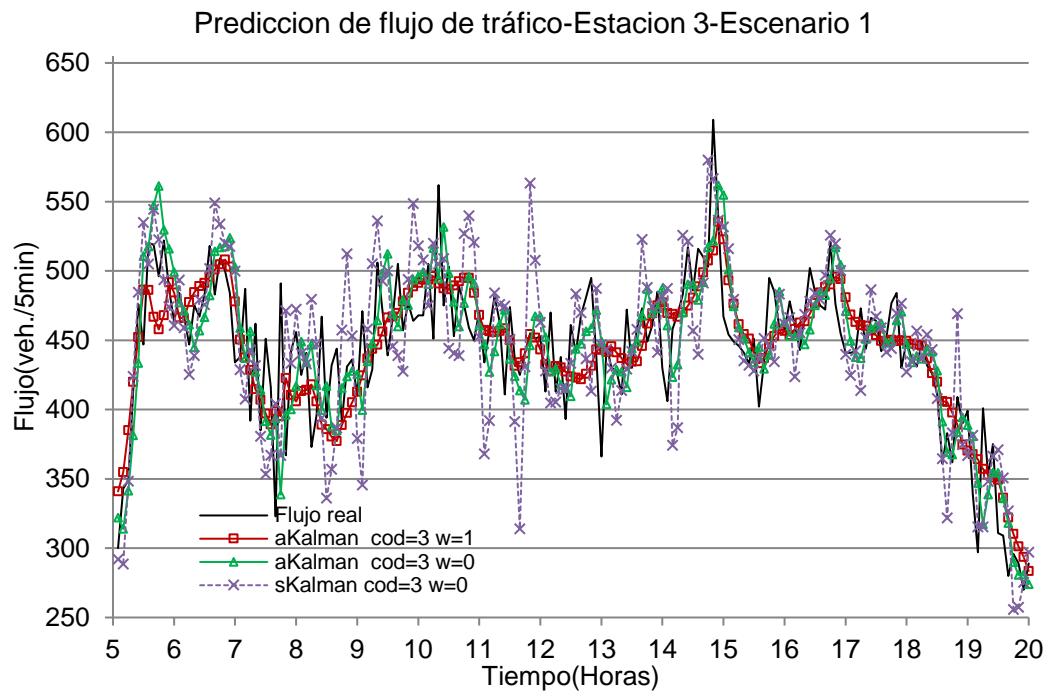


Figura C.3 Flujo de tráfico real y predicho Estación 3-Escenario 1

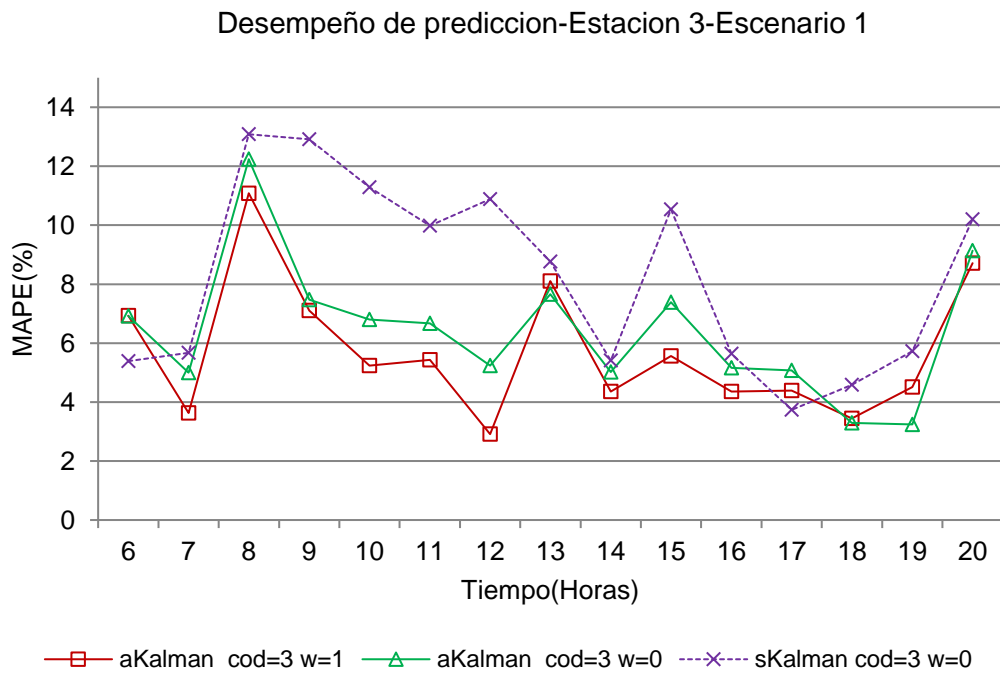


Figura C.4 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 3-Escenario 1

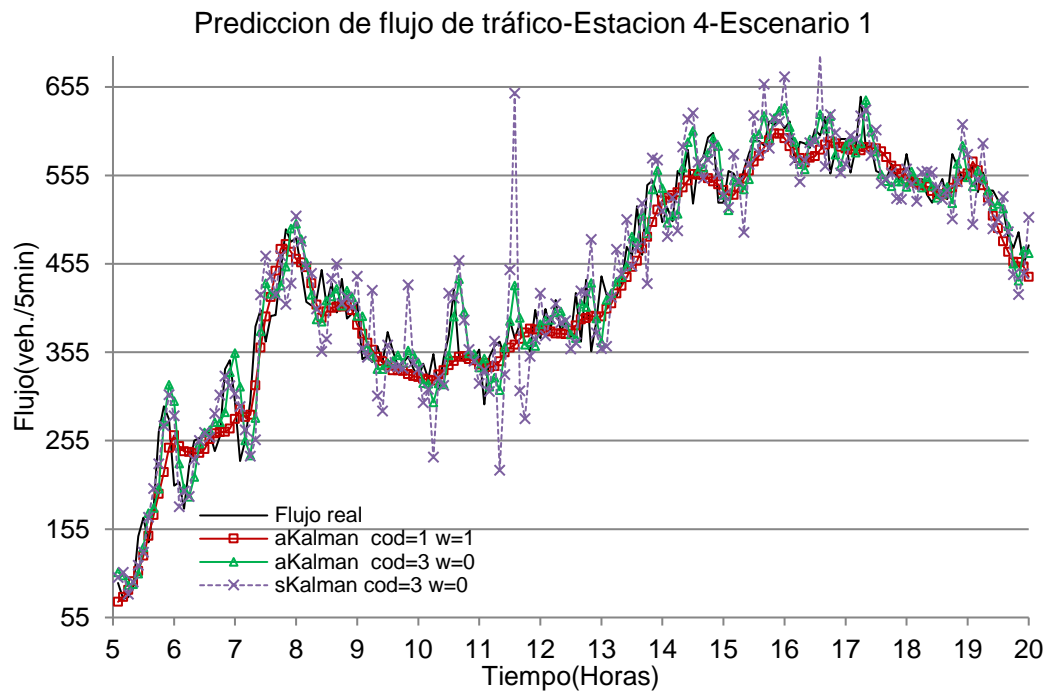


Figura C.5 Flujo de tráfico real y predicho Estación 4-Escenario 1

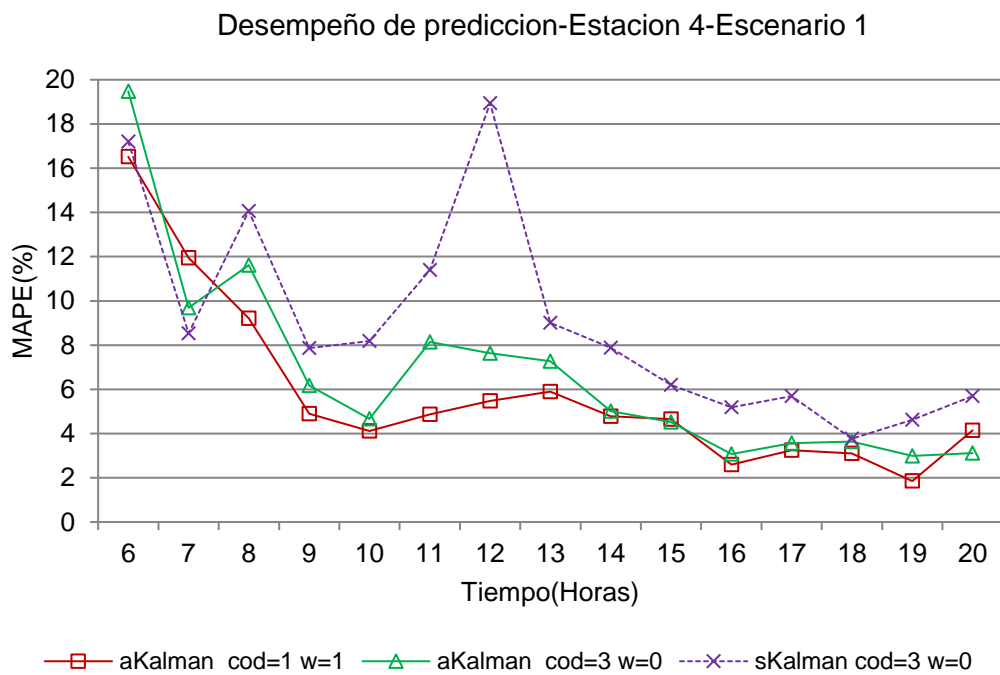


Figura C.6 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 4-Escenario 1

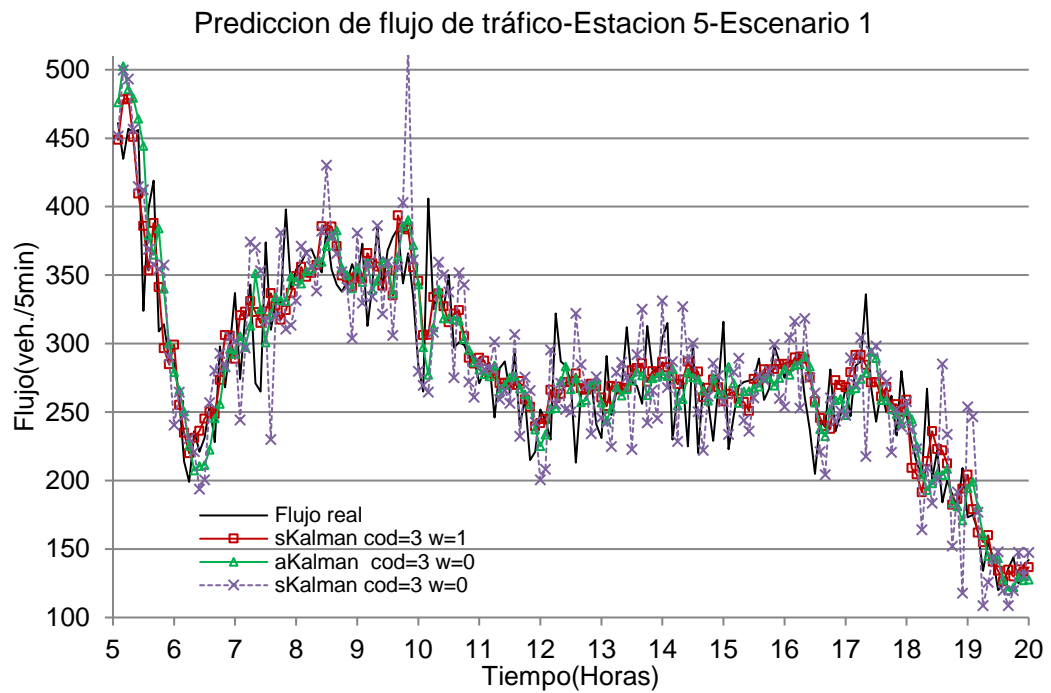


Figura C.7 Flujo de tráfico real y predicho Estación 5-Escenario 1

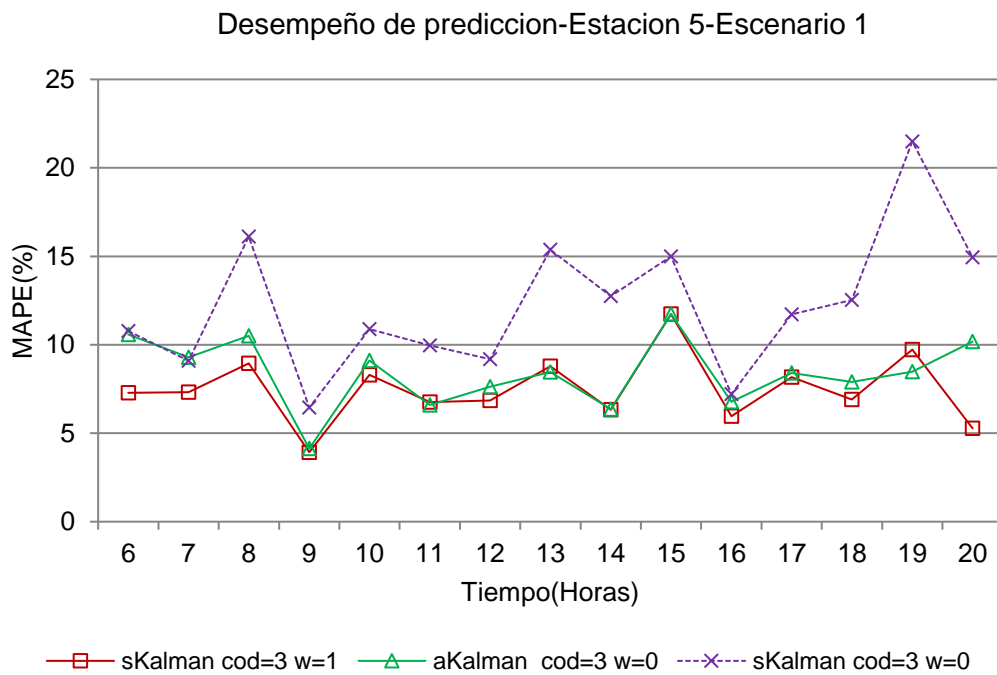


Figura C.8 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 5-Escenario 1

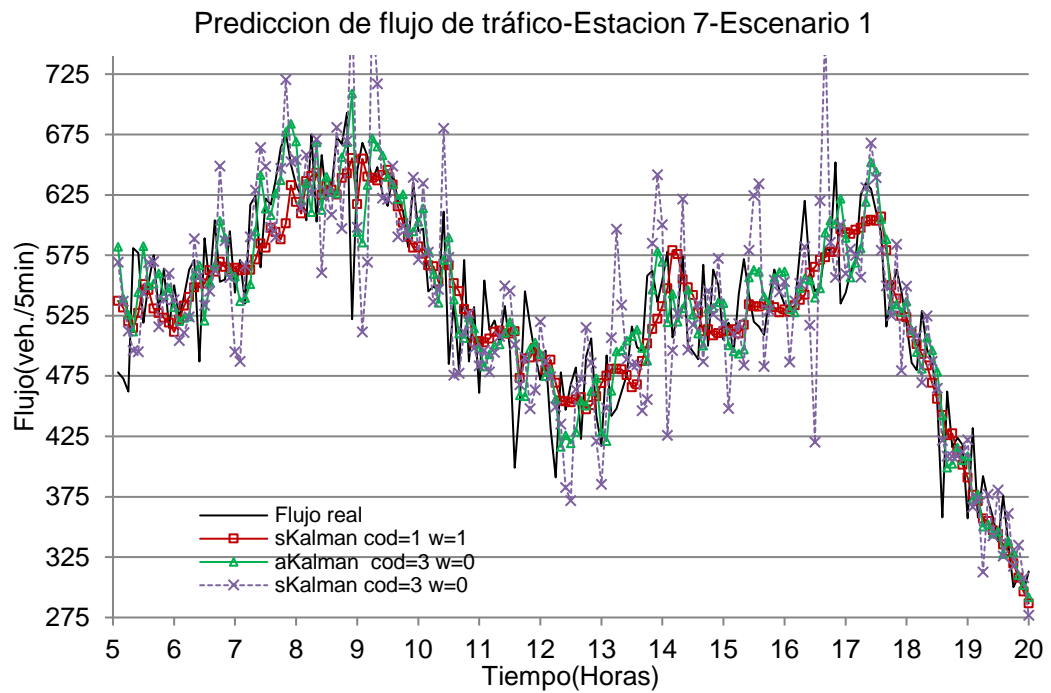


Figura C.9 Flujo de tráfico real y predicho Estación 7-Escenario 1

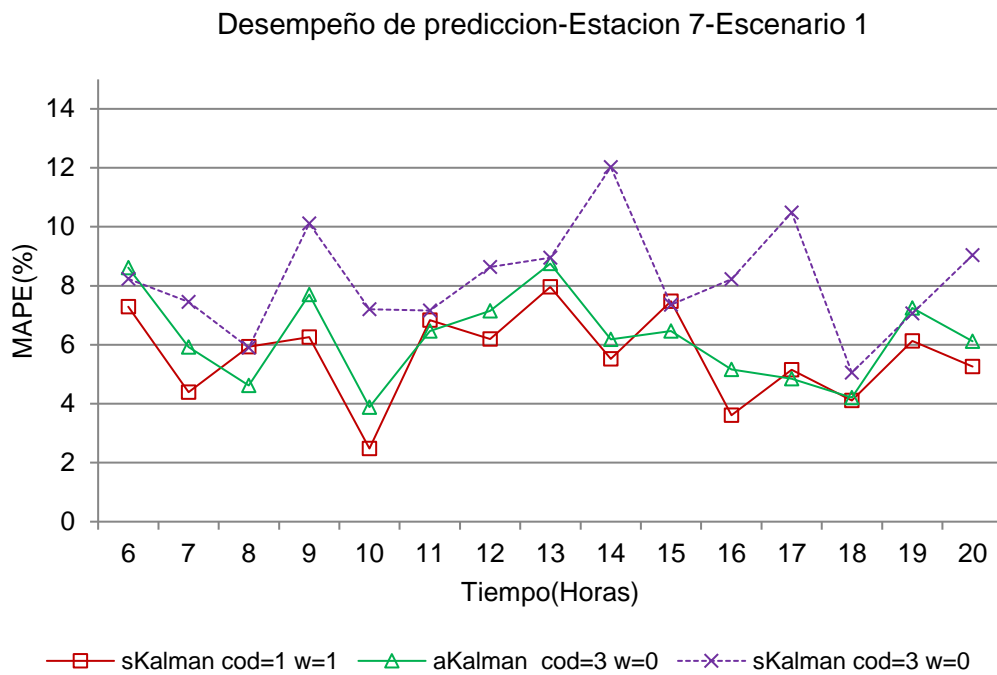


Figura C.10 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 7-Escenario 1

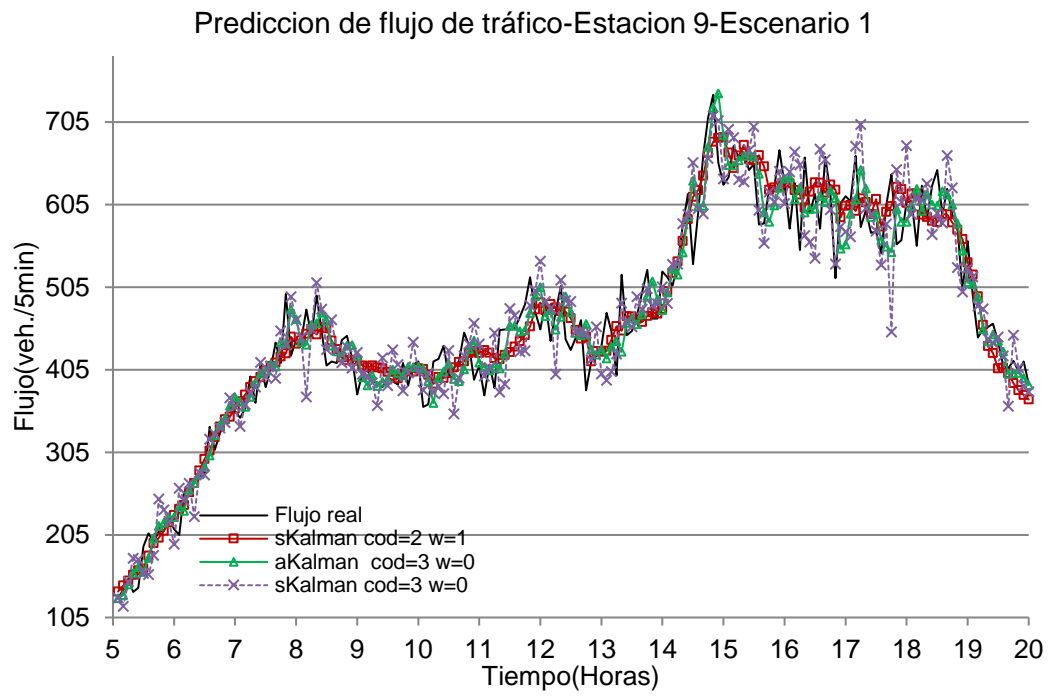


Figura C.11 Flujo de tráfico real y predicho Estación 9-Escenario 1

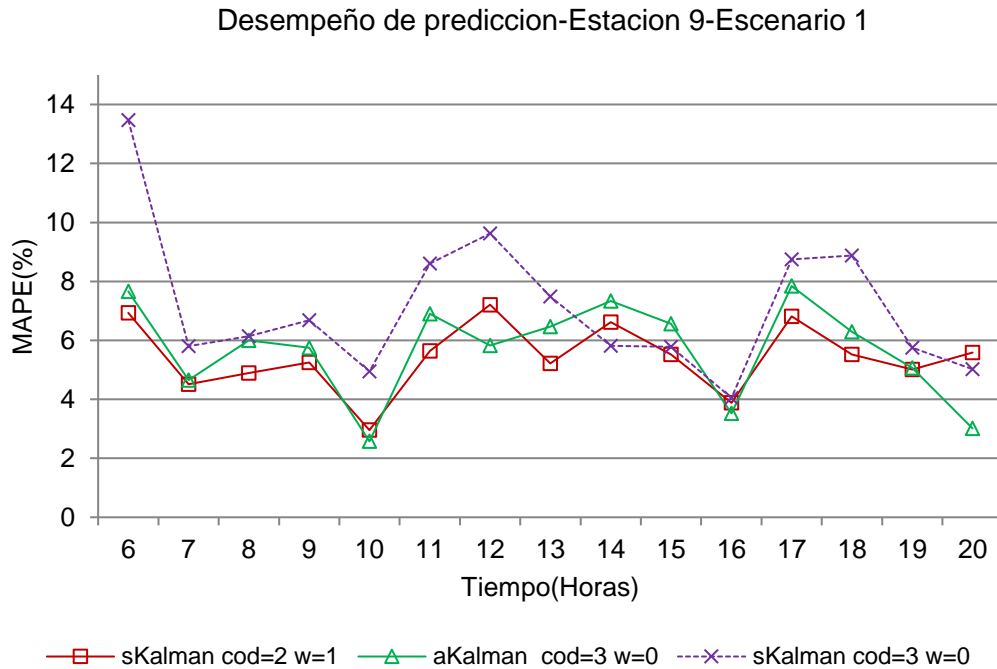


Figura C.12 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 9-Escenario 1

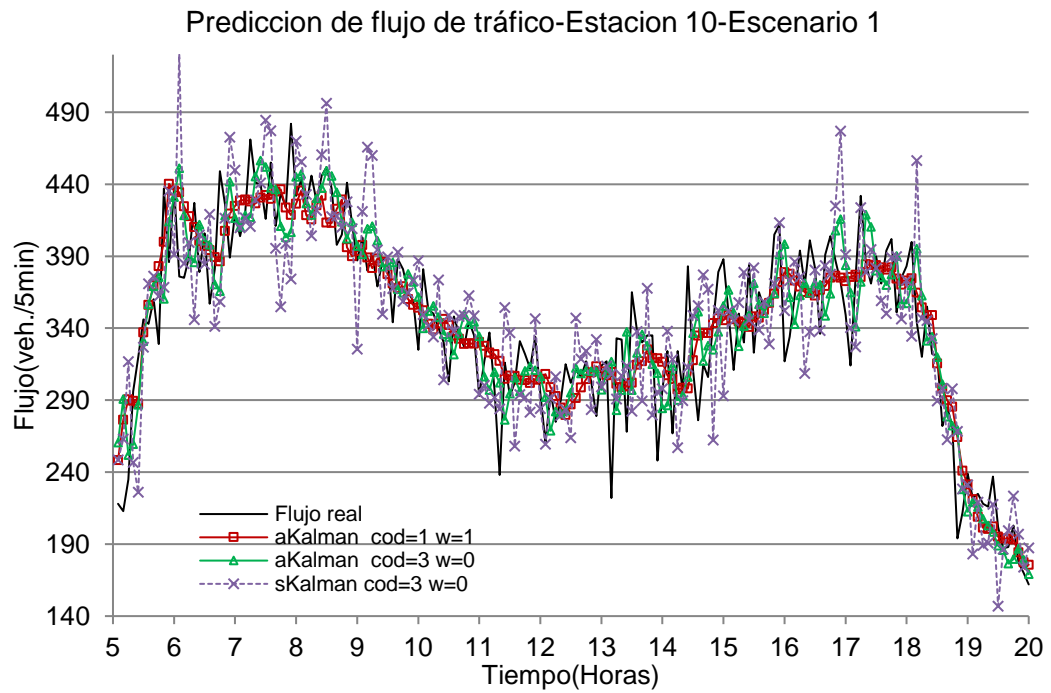


Figura C.13 Flujo de tráfico real y predicho Estación 10-Escenario 1

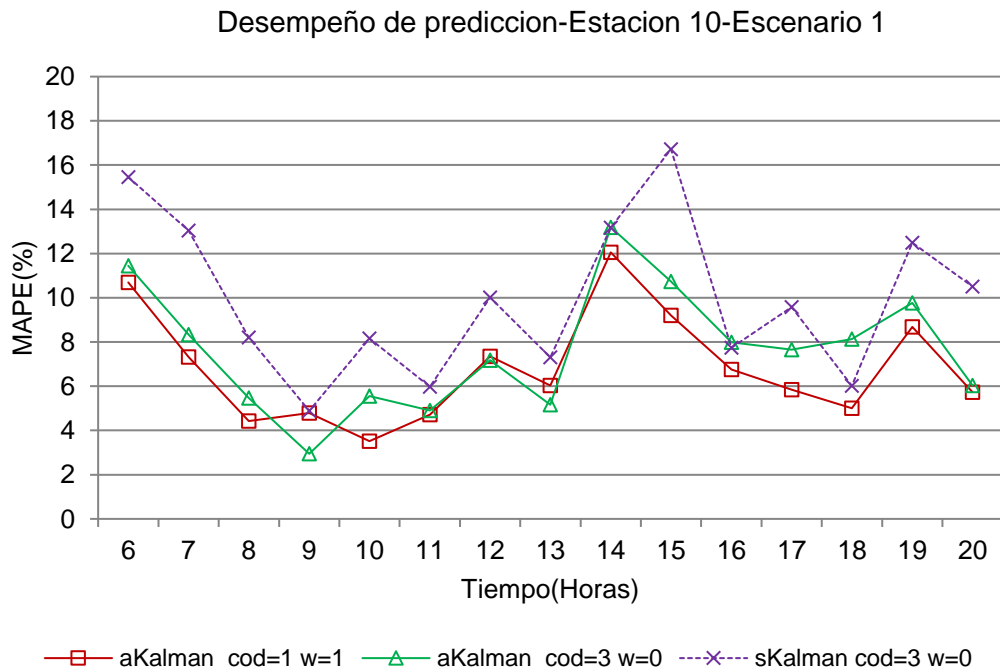


Figura C.14 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 10-Escenario 1

ANEXO D. Gráficos restantes de predicción y desempeño-Escenario 2

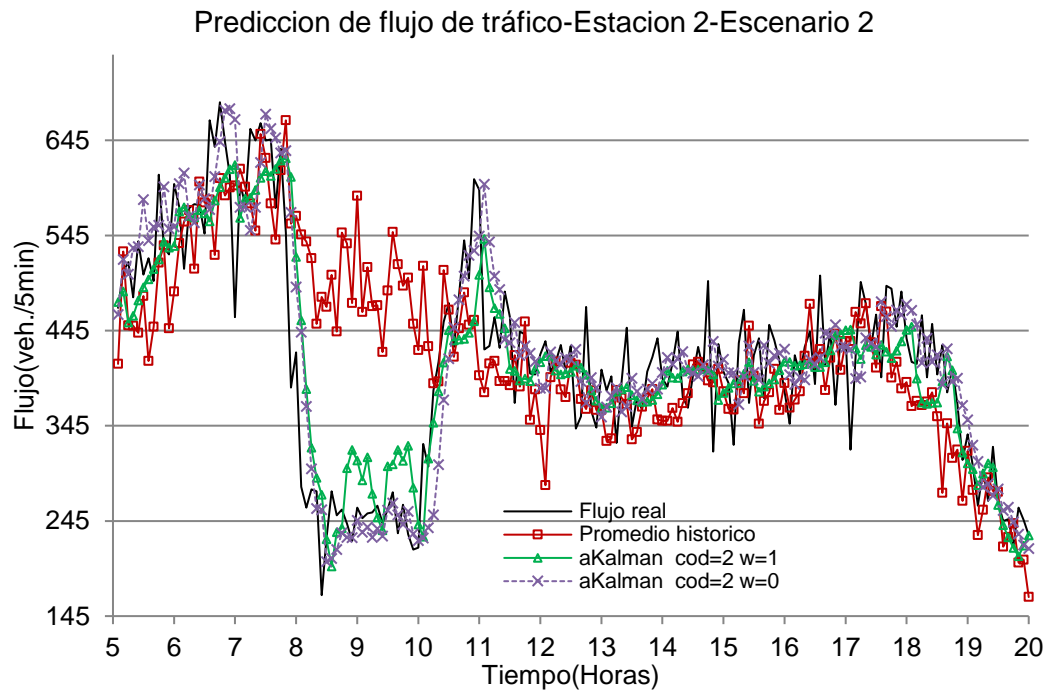


Figura D.1 Flujo de tráfico real y predicho Estación 2-Escenario 2

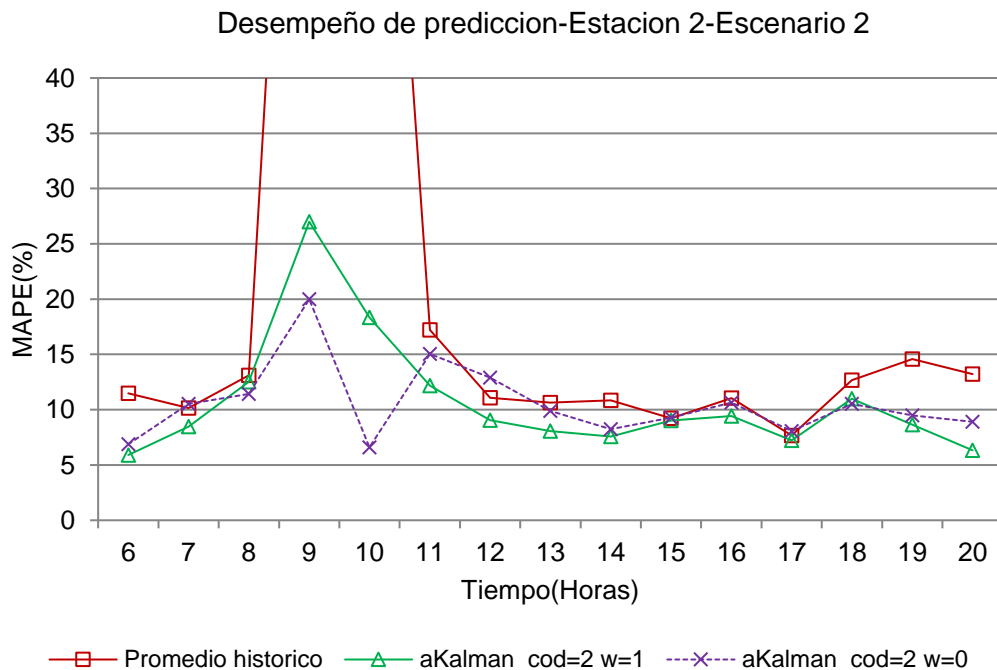


Figura D.2 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 2-Escenario 2

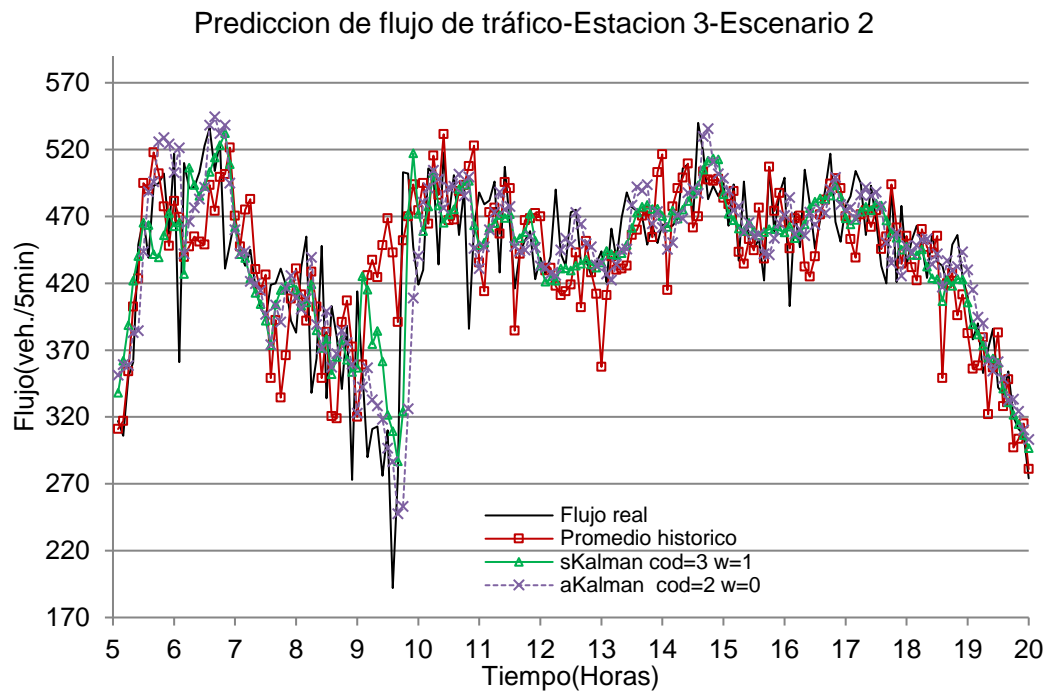


Figura D.3 Flujo de tráfico real y predicho Estación 3-Escenario 2

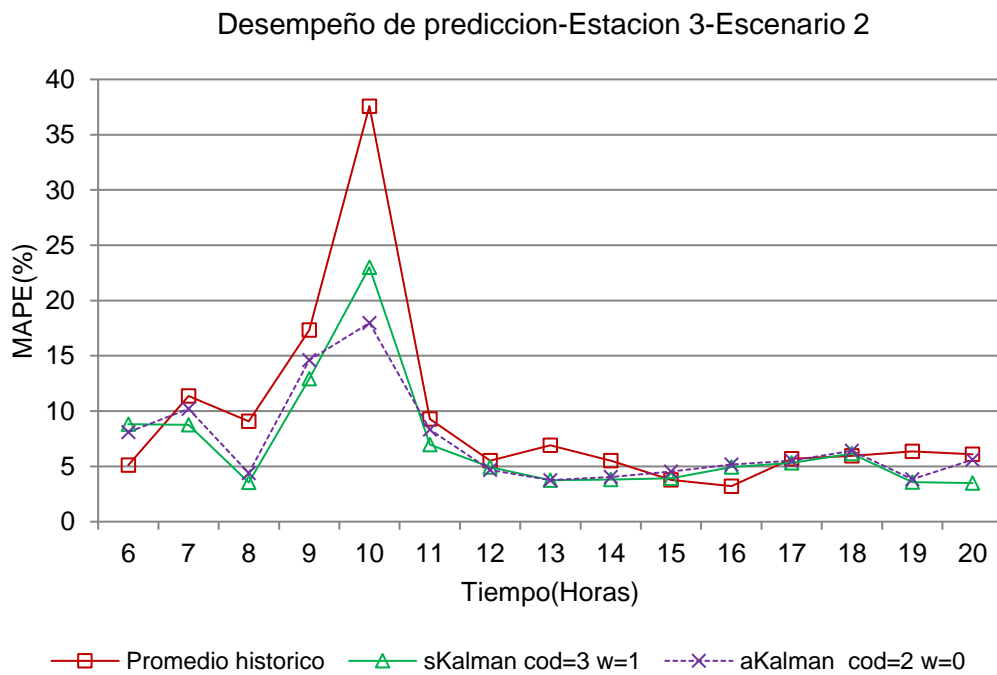


Figura D.4 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 3-Escenario 2

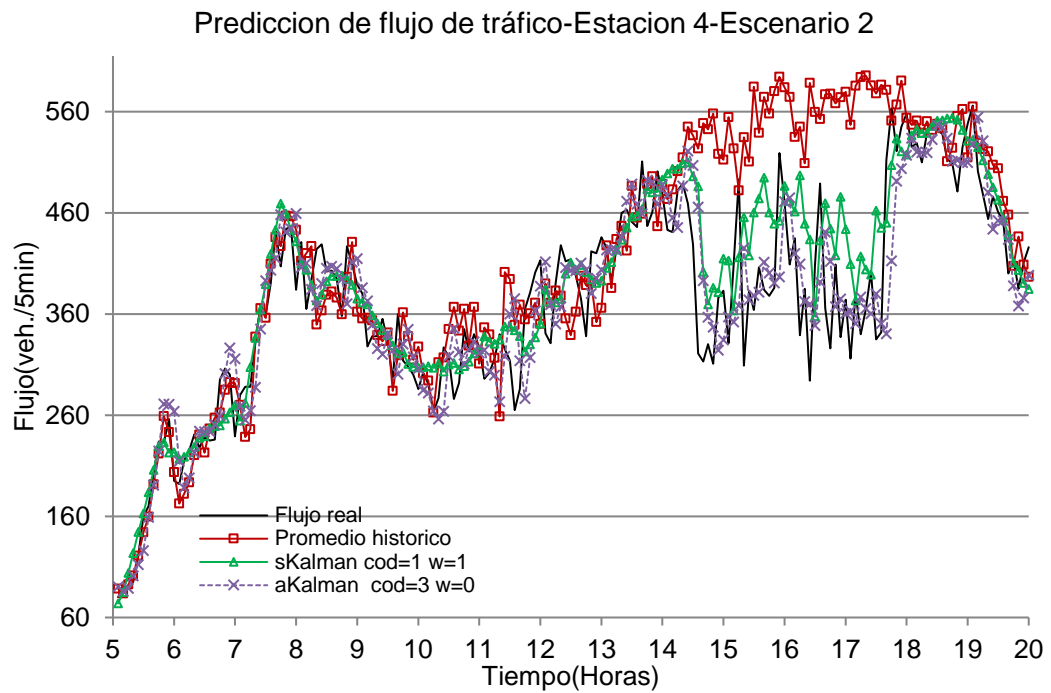


Figura D.5 Flujo de tráfico real y predicho Estación 4-Escenario 2

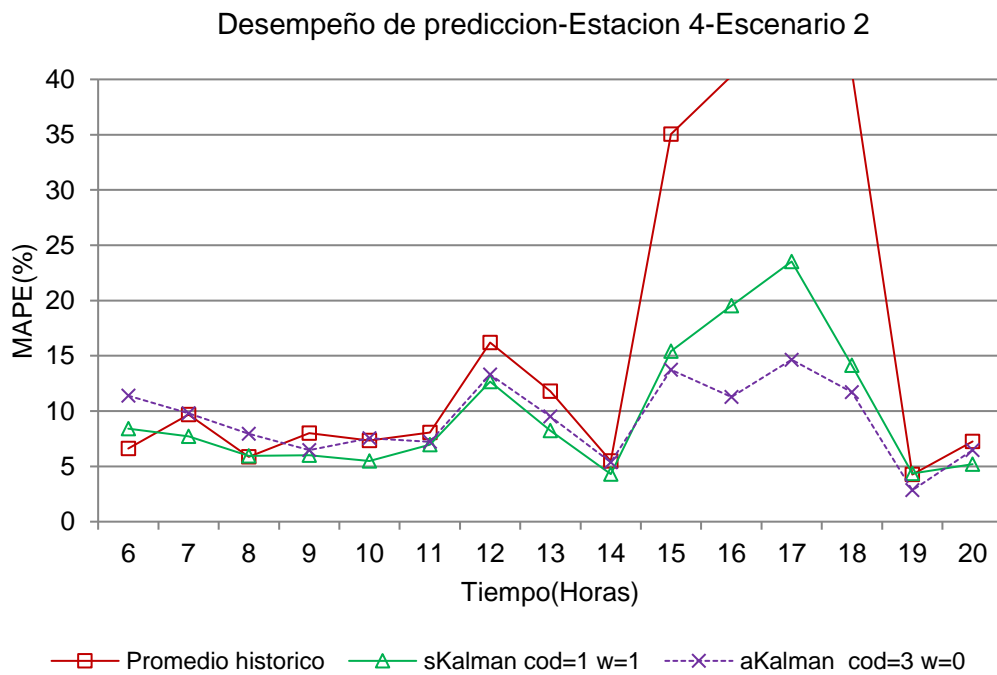


Figura D.6 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 4-Escenario 2

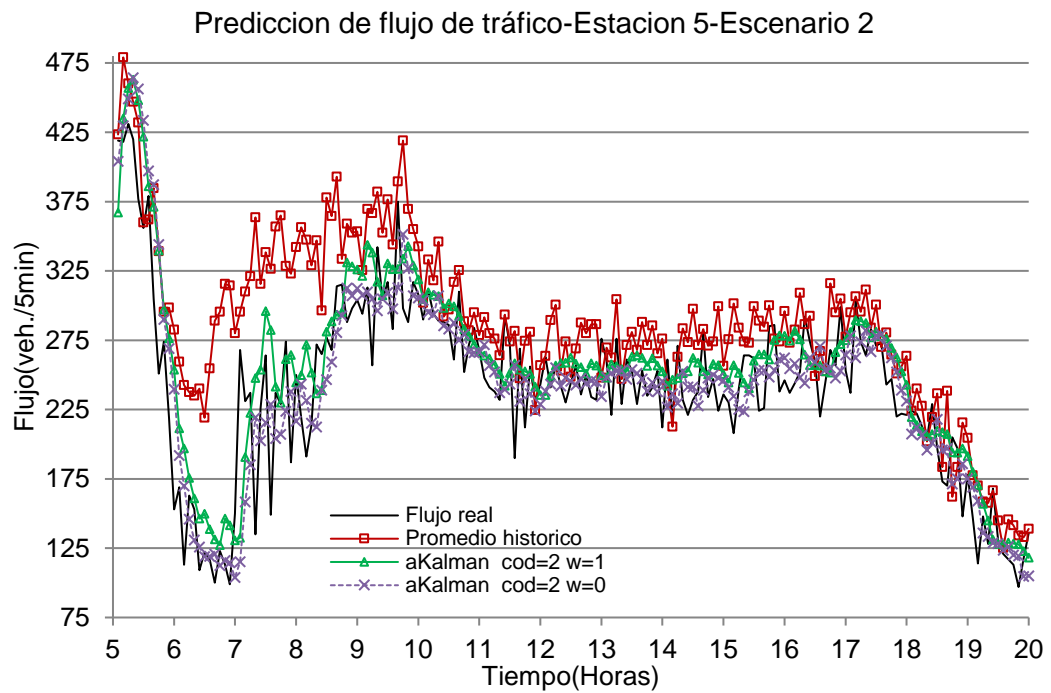


Figura D.7 Flujo de tráfico real y predicho Estación 5-Escenario 2

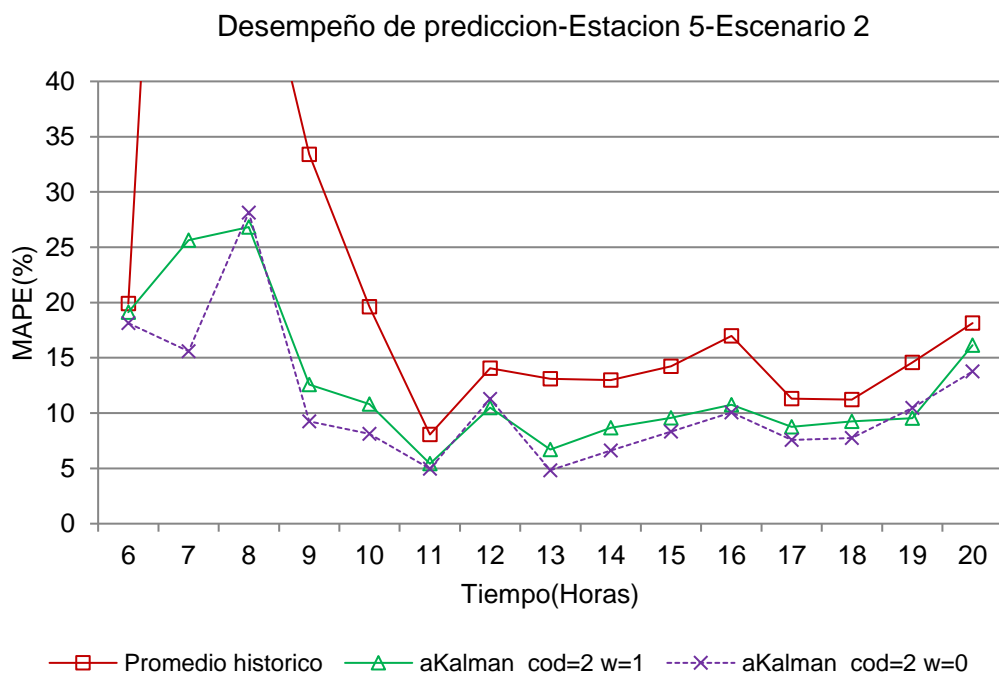


Figura D.8 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 5-Escenario 2

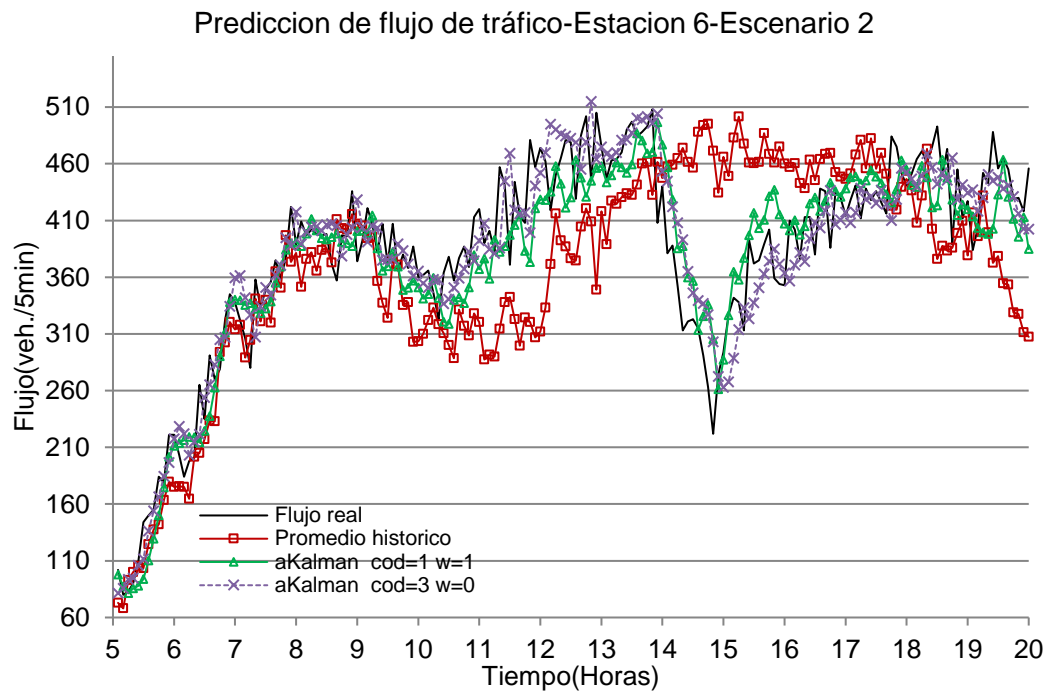


Figura D.9 Flujo de tráfico real y predicho Estación 6-Escenario 2

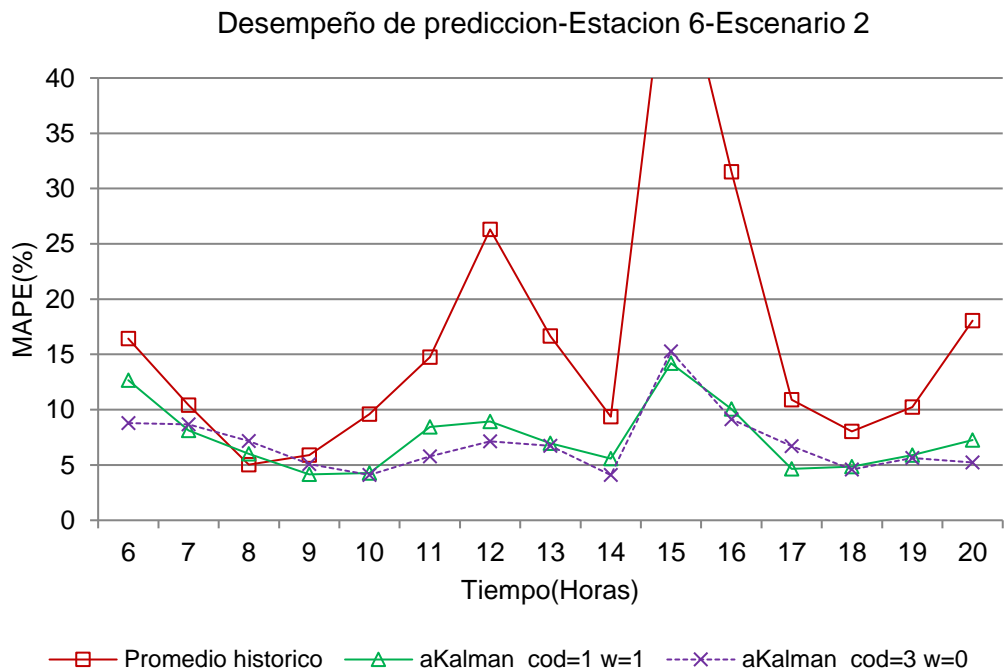


Figura D.10 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 6-Escenario 2

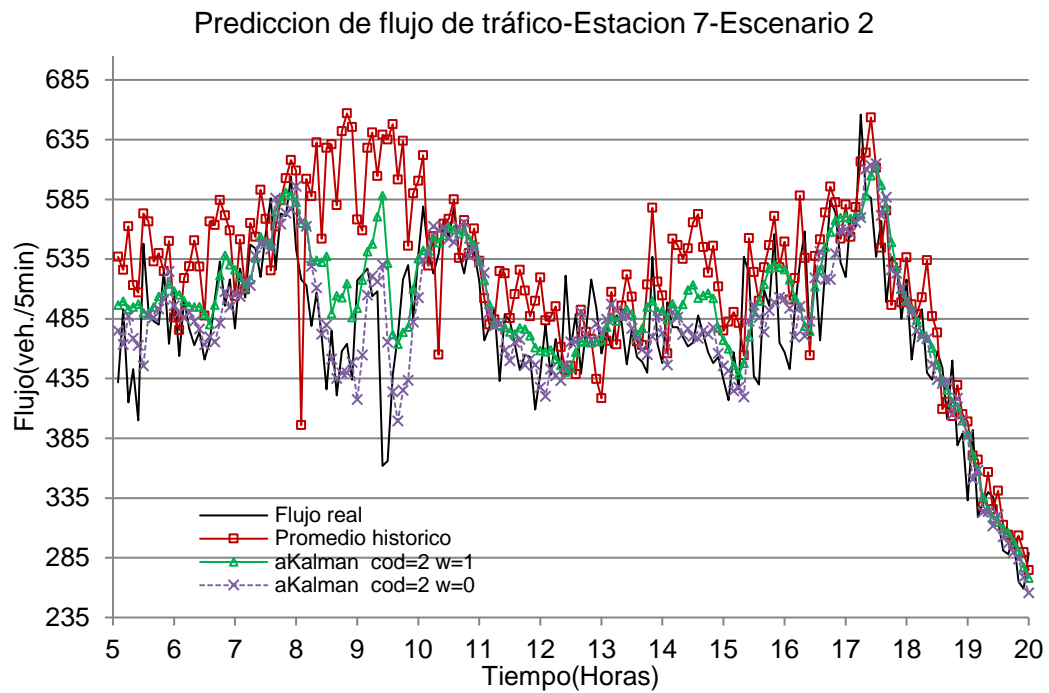


Figura D.11 Flujo de tráfico real y predicho Estación 7-Escenario 2

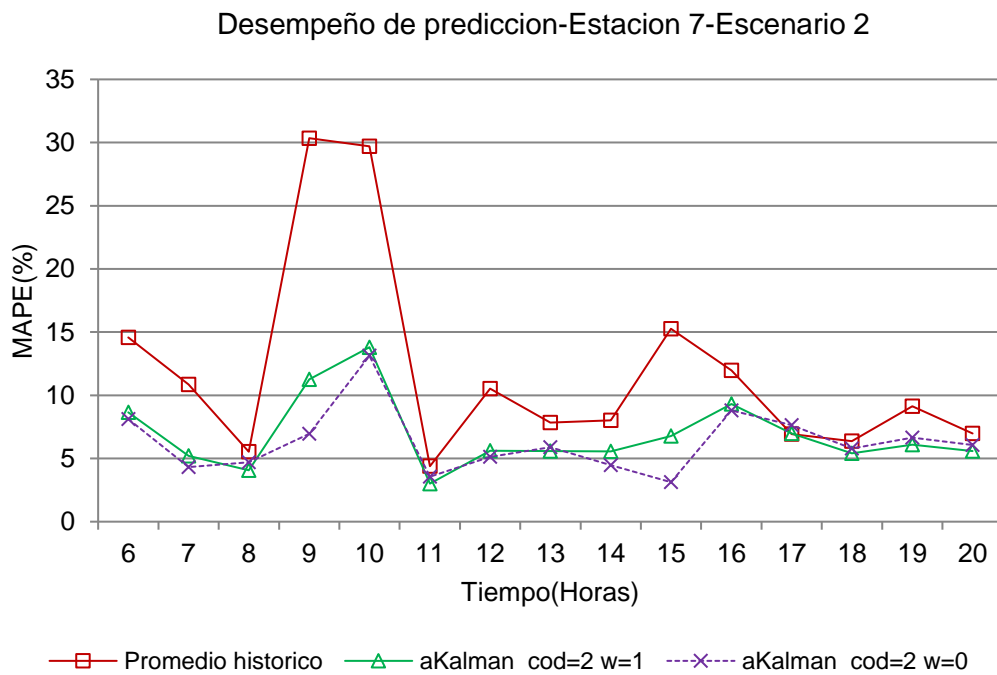


Figura D.12 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 7-Escenario 2

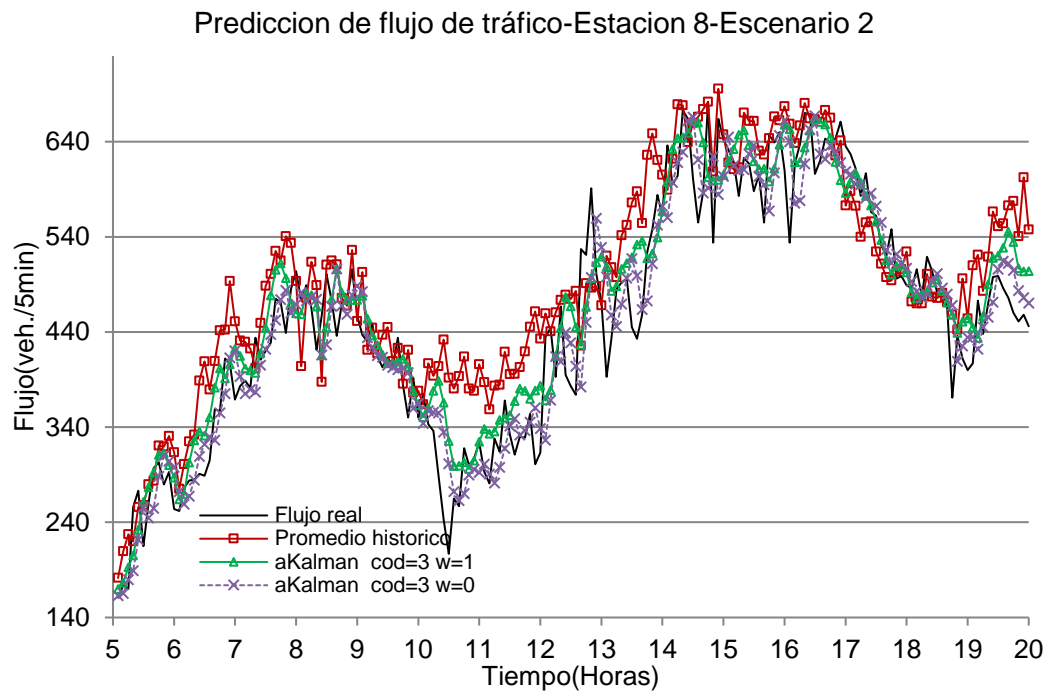


Figura D.13 Flujo de tráfico real y predicho Estación 8-Escenario 2

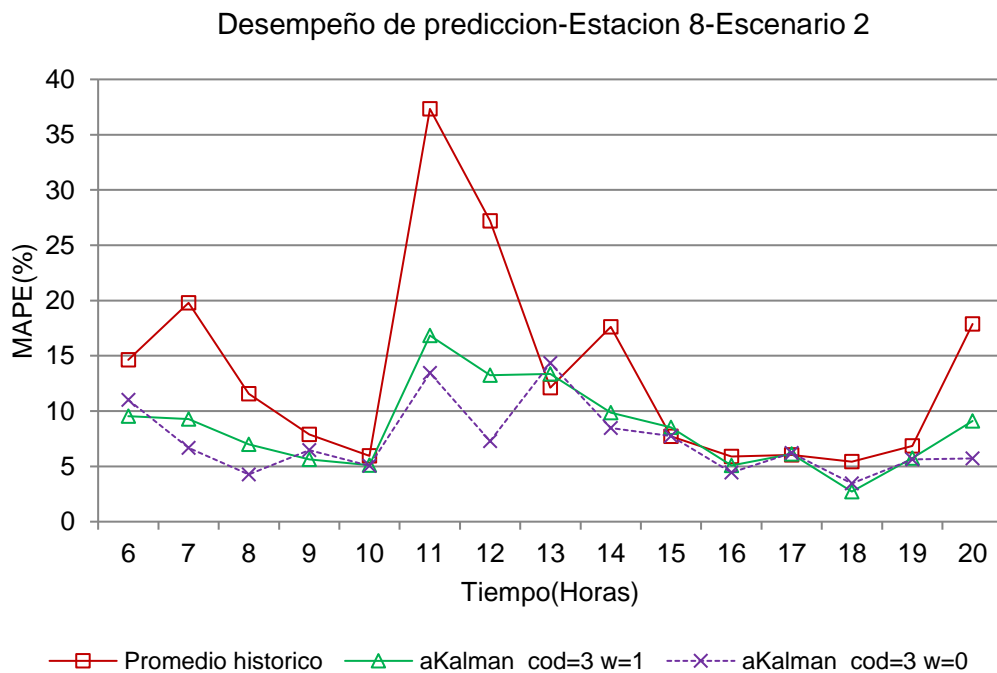


Figura D.14 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 8-Escenario 2

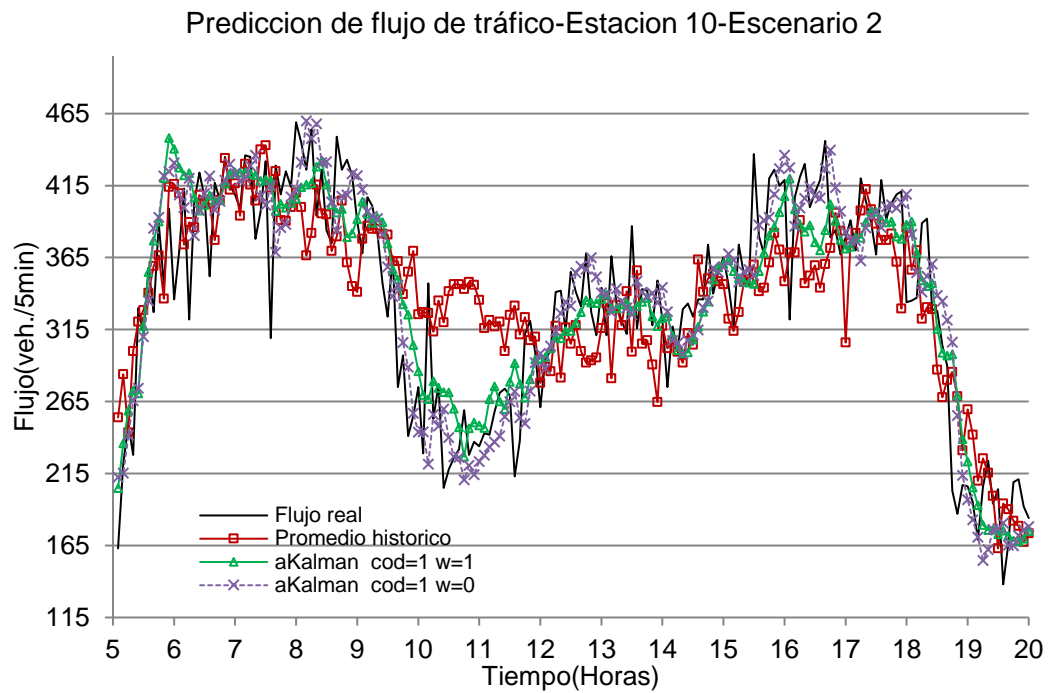


Figura D.15 Flujo de tráfico real y predicho Estación 10-Escenario 2

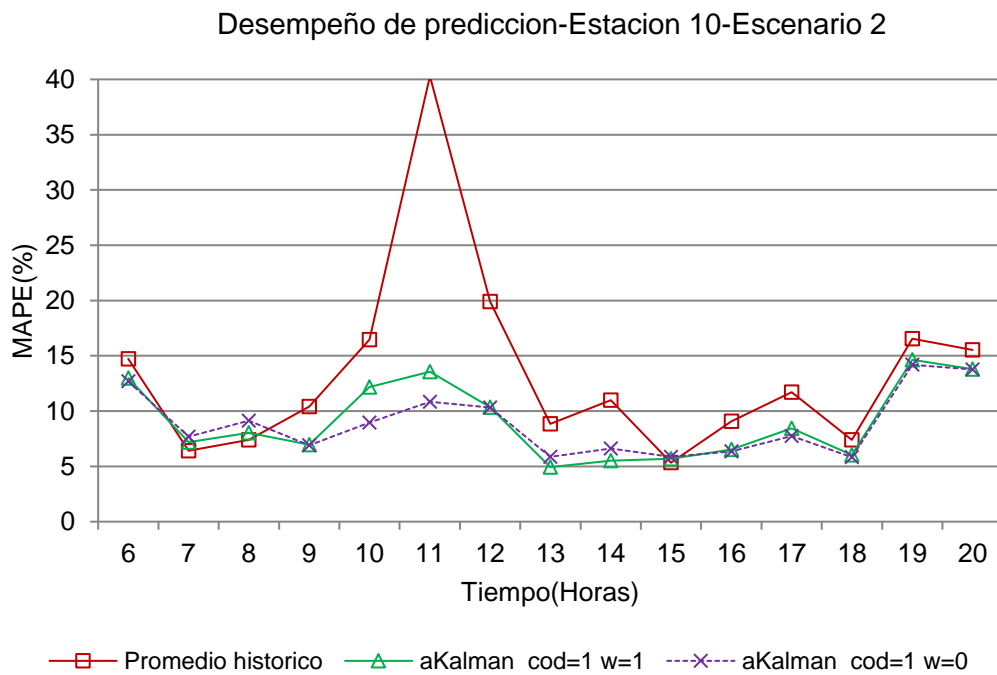


Figura D.16 Desempeño de predicción MAPE(%) Estación 10-Escenario 2

ANEXO E. Gráficas de sensibilidad del MAPE(%) respecto a N

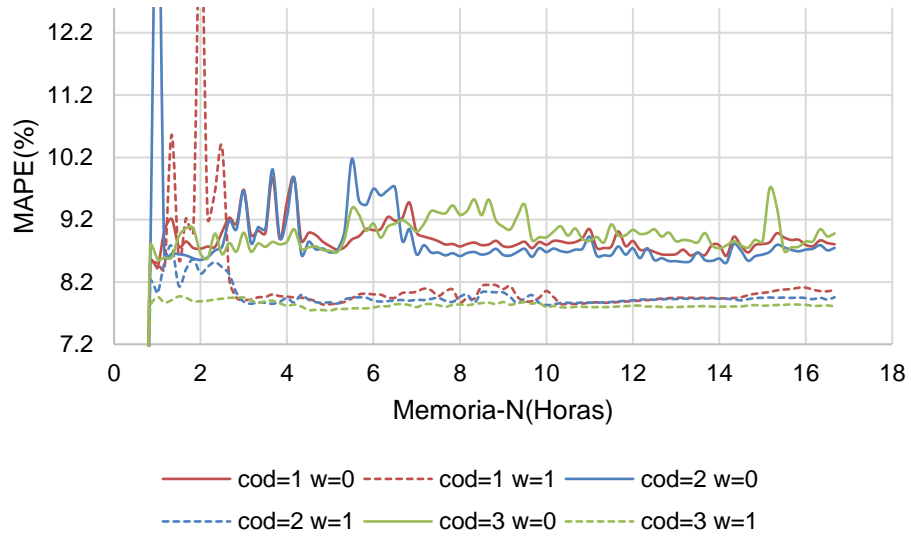


Figura E.1 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto a N en los modelos aKalman-Estación 2

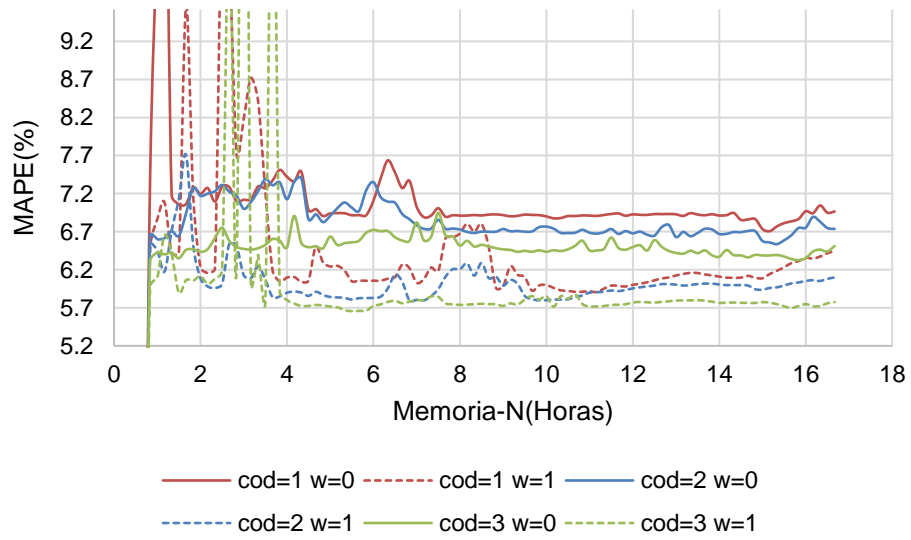


Figura E.2 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto a N en los modelos aKalman-Estación 3

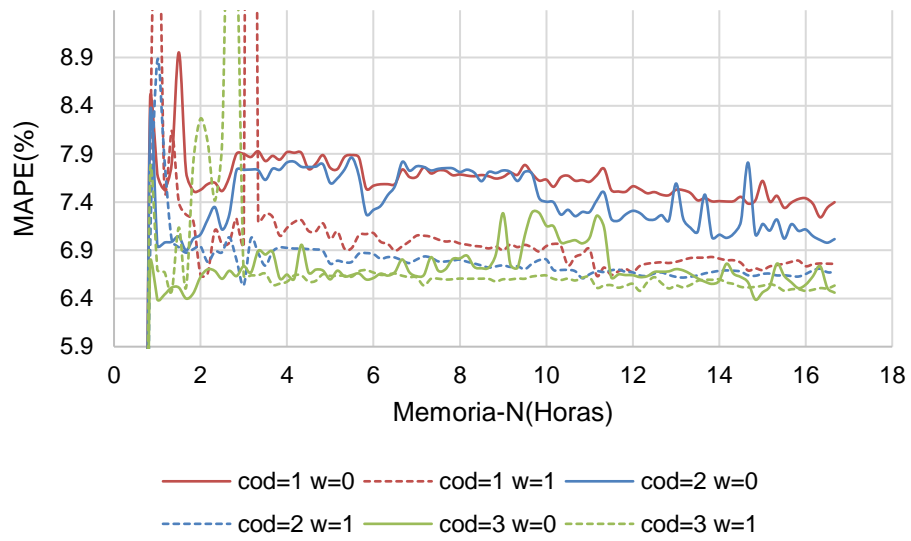


Figura E.3 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto a N en los modelos aKalman-Estación 4

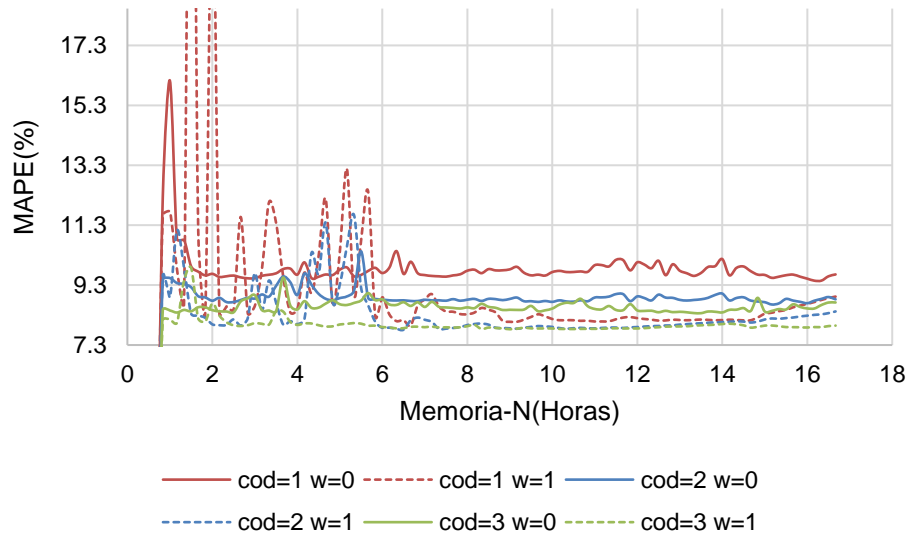


Figura E.4 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto a N en los modelos aKalman-Estación 5

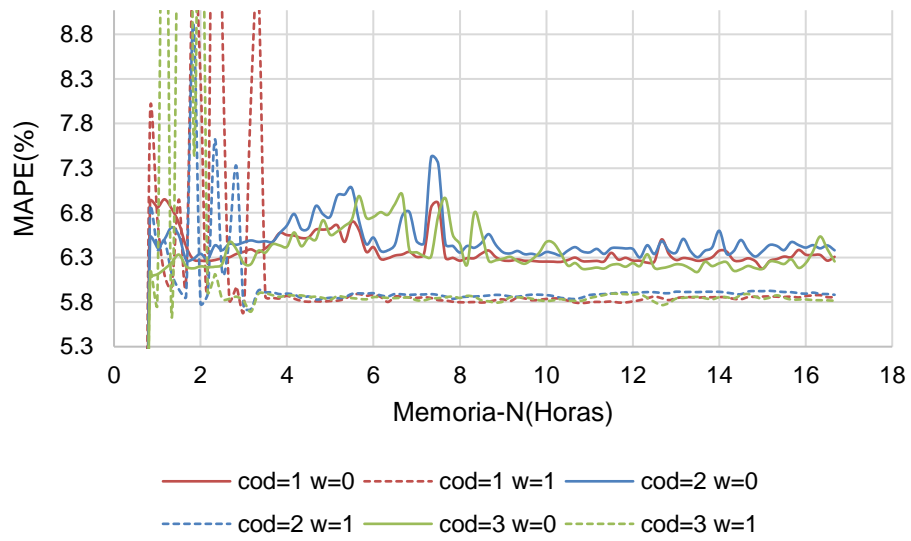


Figura E.5 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto a N en los modelos aKalman-Estación 7

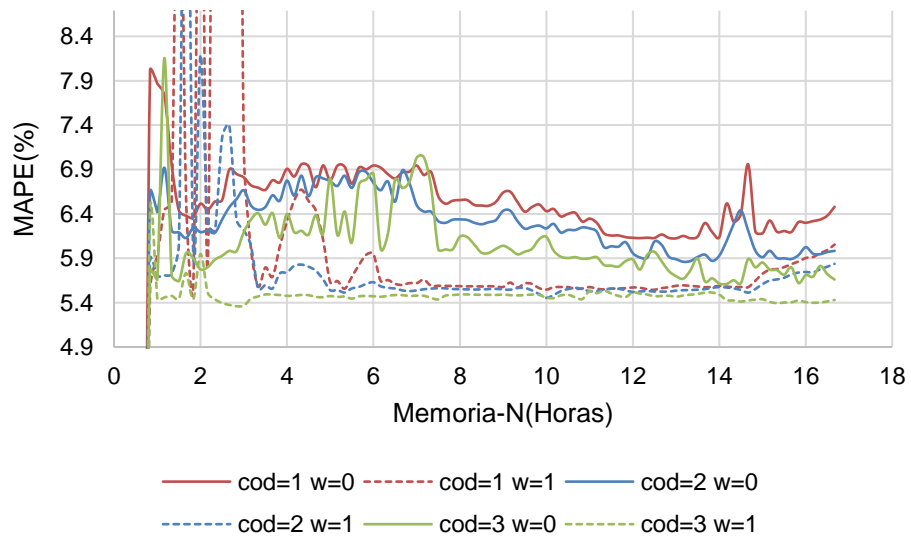


Figura E.6 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto a N en los modelos aKalman-Estación 9

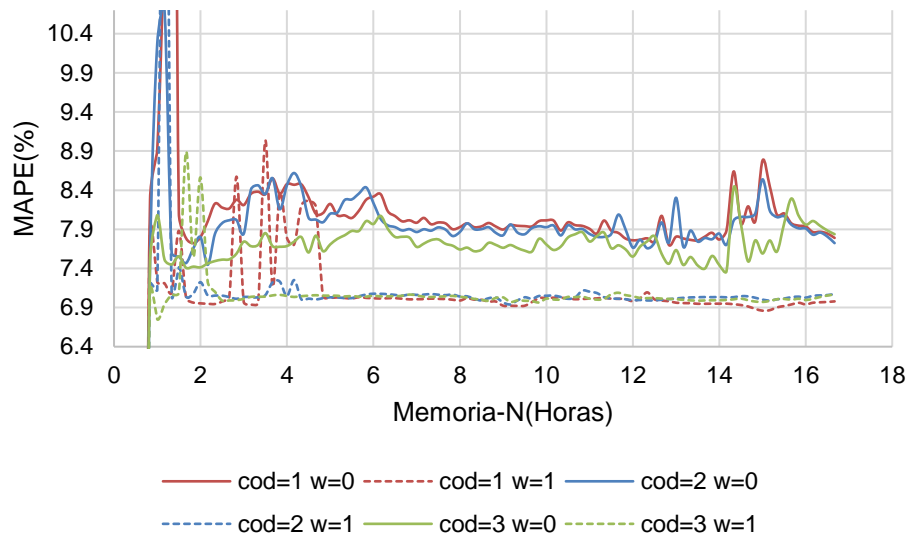


Figura E.7 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto a N en los modelos aKalman-Estación 10

ANEXO F. Gráficas de sensibilidad del MAPE (%) respecto al identificador wavelet (ID)

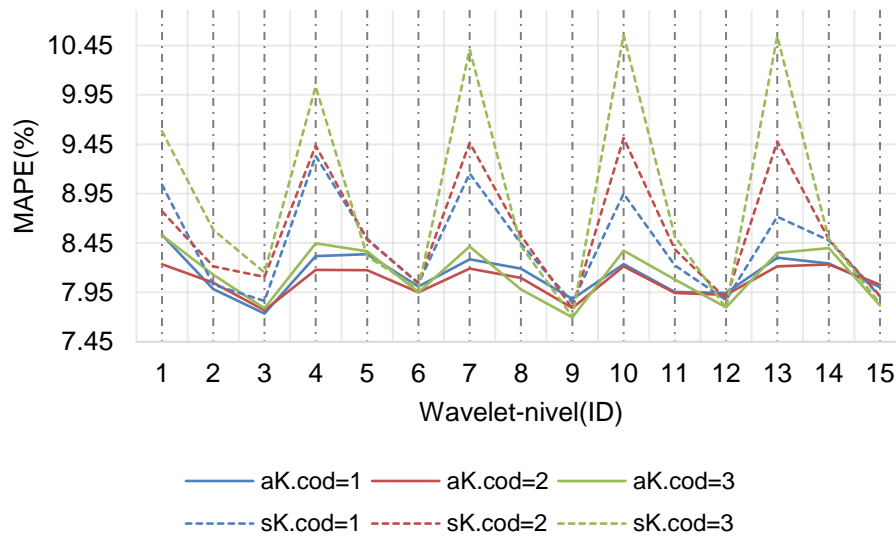


Figura F.1 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto al identificador Wavelet(ID) en los modelos w=1-Estación 2

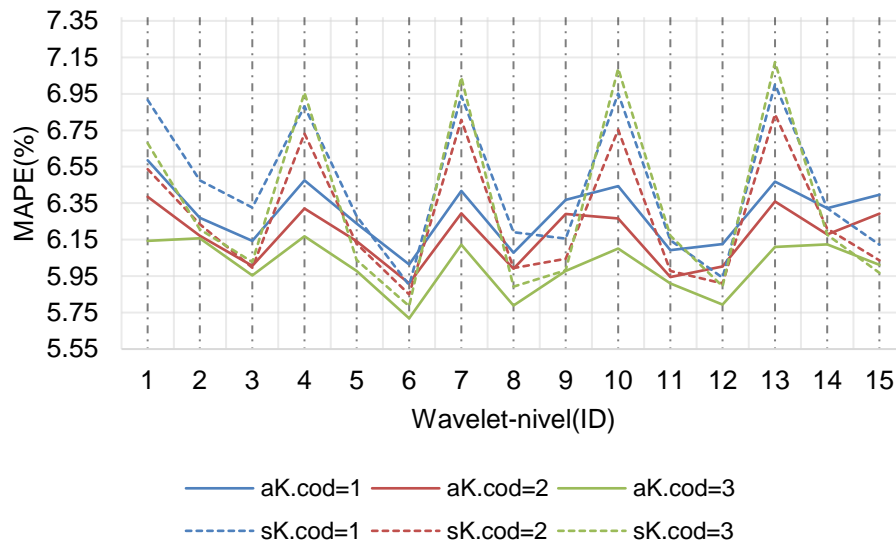


Figura F.2 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto al identificador Wavelet(ID) en los modelos w=1-Estación 3

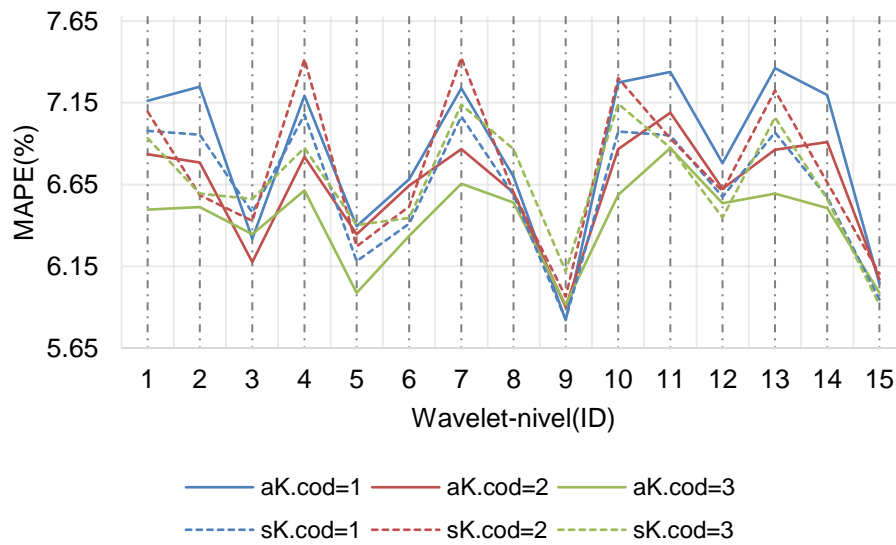


Figura F.3 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto al identificador Wavelet(ID) en los modelos w=1-Estación 4

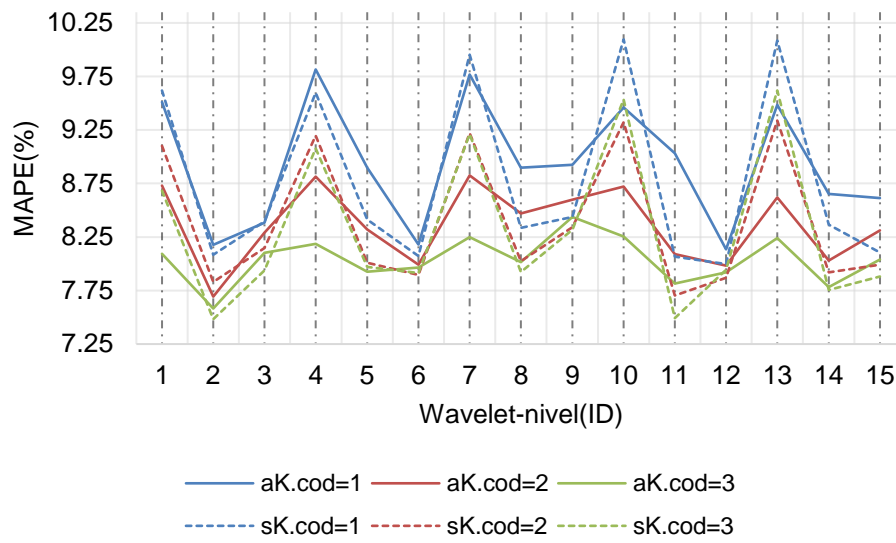


Figura F.4 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto al identificador Wavelet(ID) en los modelos w=1-Estación 5

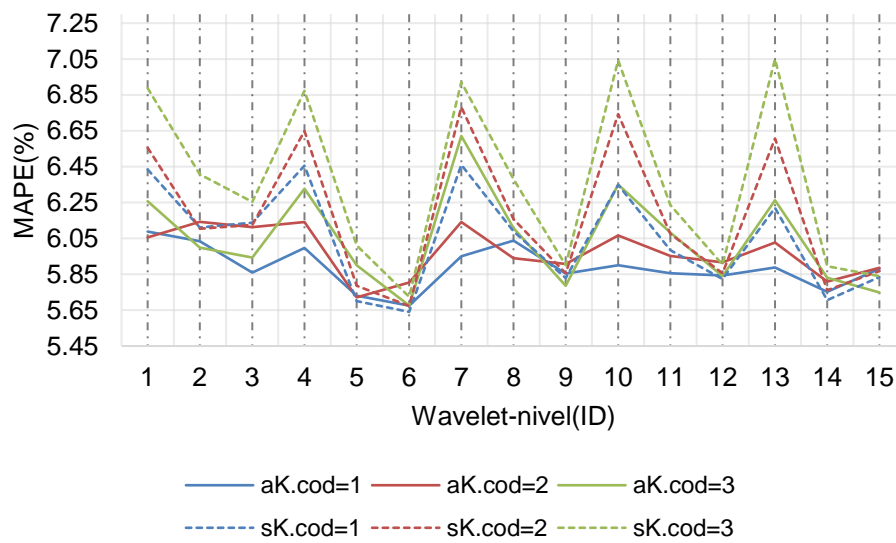


Figura F.5 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto al identificador Wavelet(ID) en los modelos w=1-Estación 7

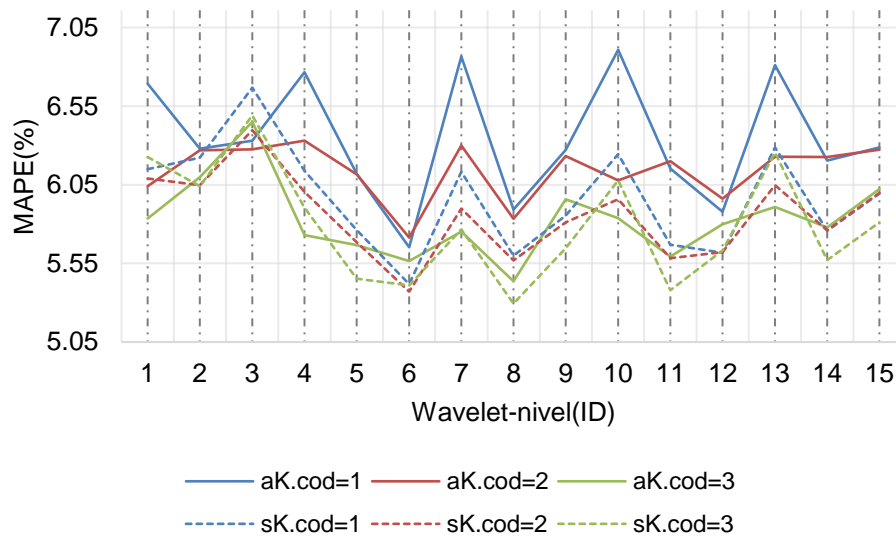


Figura F.6 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto al identificador Wavelet(ID) en los modelos w=1-Estación 8

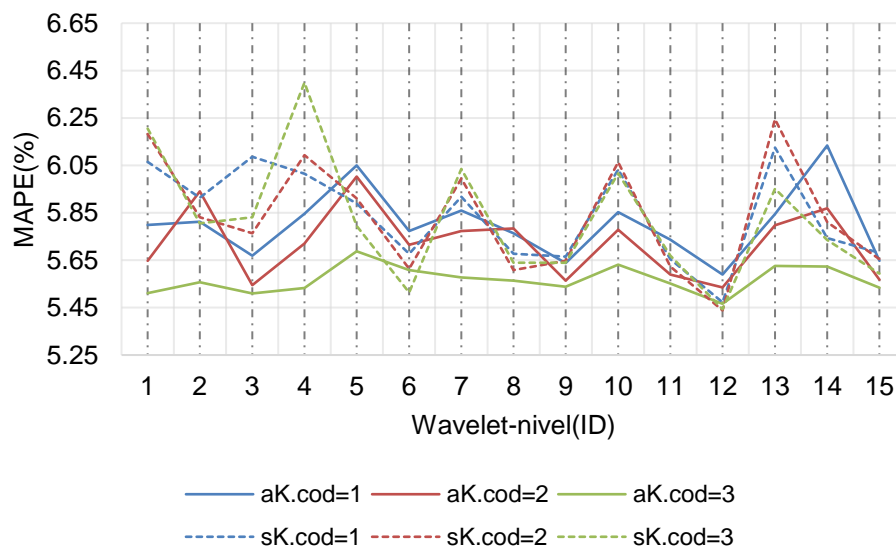


Figura F.7 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto al identificador Wavelet(ID) en los modelos w=1-Estación 9

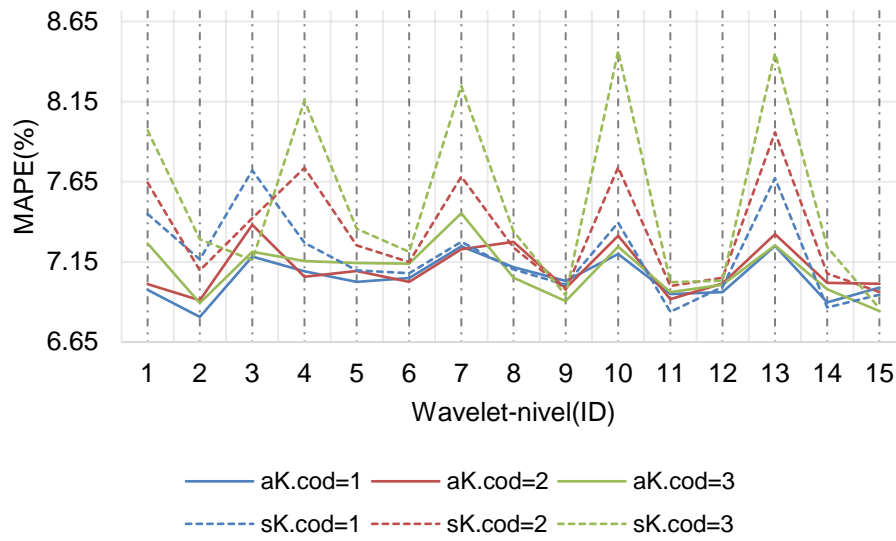


Figura F.8 Sensibilidad del MAPE(%) con respecto al identificador Wavelet(ID) en los modelos w=1-Estación 10

ANEXO G. Influencia de la información posterior de flujo de tráfico en los modelos de predicción $w=1$

Se sabe que los modelos de predicción de flujo de tráfico a corto plazo basados en el filtro de Kalman requieren que las observaciones de campo se vuelvan disponibles cada intervalo de tiempo discreto. Luego si se desea integrar un proceso de filtrado de ruido, este debe de acompañar a las ecuaciones recursivas del filtro de Kalman y también ser capaz de actualizar su base de datos con las nuevas observaciones que provienen del campo.

En tiempo real se desconoce la información posterior al intervalo de tiempo en análisis, surge la siguiente pregunta ¿Cómo afecta la información posterior en el filtrado de ruido de los datos conocidos y consecuentemente en la precisión de predicción? Para responder la pregunta anterior, se evaluará el desempeño de predicción MAPE (%) en función a distintas configuraciones de la serie de datos inicial de flujo de tráfico.

Como se explicó en la sección de inicialización e integración de la transformada wavelet al proceso de predicción, la información de flujo de tráfico disponible antes de iniciar el proceso de evaluación se representa por $\{y_t\}_{t=1,2,\dots,T2_p}$ (sin filtrar), entonces las configuraciones que adopta la serie de datos inicial son:

1. Configuración 1: Completar la información faltante $T2_p < t \leq 3T$ con valores reales de flujo de tráfico del tercer día (sP):

$$y(t) \begin{cases} y(t) & 1 \leq t \leq T2_p \\ sP(t - 2T) & T2_p < t \leq 3T \end{cases}$$

2. Configuración 2: Completar la información faltante $T2_p < t \leq 3T$ con pseudo-observaciones, que resultan del promedio de los dos primeros días sA :

$$sA = \frac{s1 + s2}{2}$$

$$y(t) \begin{cases} y(t) & 1 \leq t \leq T2_p \\ sA(t - 2T) & T2_p < t \leq 3T \end{cases}$$

3. Configuración 3: No se completa la información faltante $T2_p < t \leq 3T$

Para evaluar la influencia de las configuraciones propuestas en el desempeño final de predicción, se usan los modelos aKalman $w=1$ bajo ambos escenarios de

tráfico, ya que se trata de modelos que emplean el filtrado de ruido ($w=1$) se fija la función wavelet y nivel de descomposición en db4-3 para todos los casos.

Resultados en el nivel de predicción-Escenario 1

Los desempeños de predicción de flujo de tráfico de 5min un paso hacia adelante de los modelos aKalman $w=1$ bajo condiciones normales considerando los tres diferentes enfoques de configuración de la serie de datos inicial, se presentan en la Tabla Anexo G.1.

Tabla Anexo. G.1 Desempeño de predicción Modelos aKalman $w=1$ -Escenario1

	MAPE(%)-aKalman $w=1$ -Escenario 1								
	Cod=1			Cod=2			Cod=3		
	conf=1	conf=2	conf=3	conf=1	conf=2	conf=3	conf=1	conf=2	conf=3
Est.1	10.53	11.97	13.20	10.60	11.98	13.01	10.72	11.53	12.17
Est.2	7.05	7.95	8.70	7.07	7.93	8.55	7.13	7.80	8.12
Est.3	5.53	6.13	6.62	5.38	6.00	6.49	5.30	5.79	6.12
Est.4	6.30	6.78	7.98	6.18	6.62	7.41	5.79	6.53	6.61
Est.5	7.48	8.14	9.88	7.22	7.98	9.00	7.11	7.92	8.10
Est.6	6.14	7.51	7.85	6.15	7.53	7.86	6.19	7.28	7.34
Est.7	5.17	5.84	6.19	5.24	5.92	6.23	5.26	5.84	5.83
Est.8	5.32	5.88	7.04	5.40	5.96	6.91	5.30	5.80	6.15
Est.9	5.04	5.59	6.56	4.97	5.54	6.26	4.92	5.47	6.01
Est.10	6.02	6.96	7.57	6.06	7.02	7.71	6.22	7.01	7.11
Prom.	6.01	6.75	7.60	5.96	6.72	7.38	5.91	6.60	6.82

Fuente: Elaboración propia

Los desempeños de predicción promedio en los modelos cod=1, 2, 3 empeoran conforme las configuraciones sean empleadas en un orden ascendente, es decir, 1,2 y 3. Esto debido principalmente al tipo de información posterior que se completa durante el proceso de predicción en tiempo real bajo un enfoque de filtrado de ruido ($w=1$). El nivel de predicción que se alcanza con la configuración 1 es superior a los otros 2, dado que se utiliza información real para mejorar los valores filtrados que integra la matriz de observación X , el segundo mejor nivel de predicción se alcanza con la configuración 2 que emplea pseudo-observaciones (promedio histórico) y por último el peor nivel de predicción se logra cuando no se completa de alguna forma la información posterior.

La configuración 1 es ficticia dado que no aplica en un proceso en tiempo real pero muestra la influencia que tiene una información posterior precisa (observaciones reales) en la precisión de predicción cuando se emplea el filtrado de ruido. La segunda propuesta es más factible de aplicación para mejorar la precisión de

predicción, pero se limita a condiciones normales de tráfico (como se mostrará en la siguiente sección).

En las Figuras G.1, G.2 y G.3 se muestran gráficamente los niveles de predicción que se alcanzan con las configuraciones propuestas empleando los modelos cod=1, 2, 3, respectivamente bajo condiciones normales de tráfico.

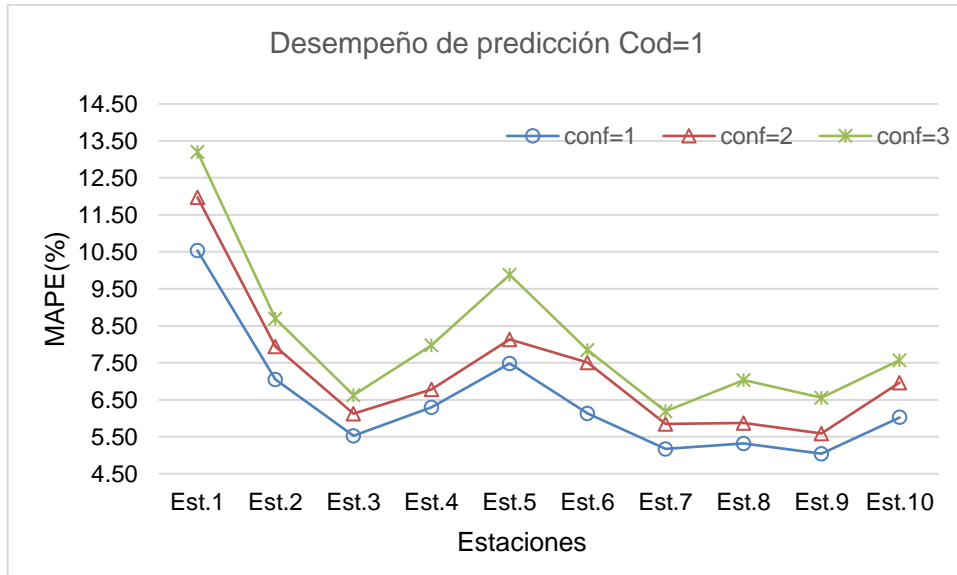


Figura G.1 Estimación MAPE (%) bajo las 3 configuraciones, Modelo cod=1 w=1-Escenario 1

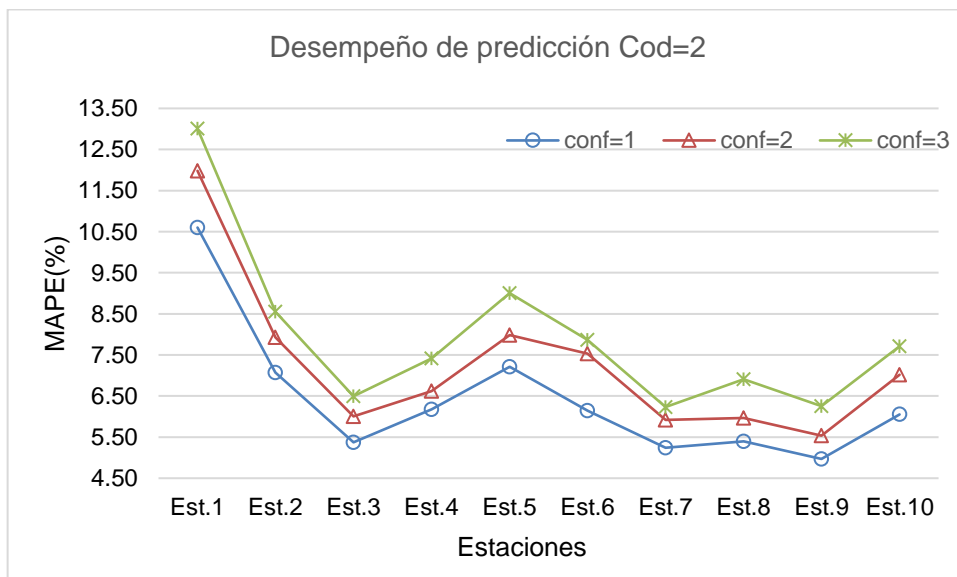


Figura G.2 Estimación MAPE (%) bajo las 3 configuraciones, Modelo cod=2 w=1-Escenario 1

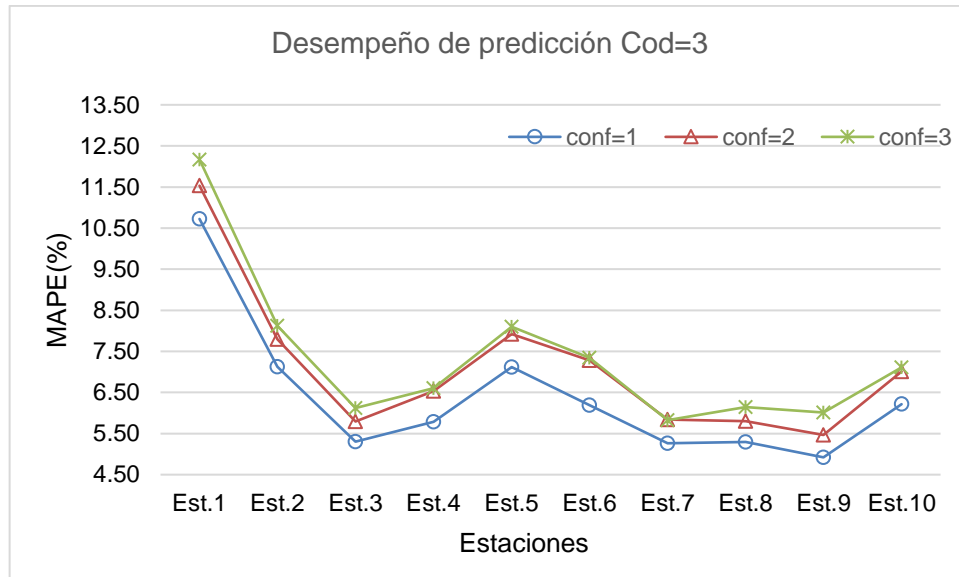


Figura G.3 Estimación MAPE (%) bajo las 3 configuraciones, Modelo cod=3 w=1-Escenario 1

Resultados en el nivel de predicción-Escenario 2

Los desempeños de predicción de flujo de tráfico de 5min un paso hacia adelante de los modelos aKalman w=1 bajo condiciones disruptivas de trafico considerando los tres diferentes enfoques de configuración de la serie de datos inicial, se presentan en la Tabla Anexo G.2.

Tabla Anexo. G.2 Desempeño de predicción Modelos aKalman w=1-Escenario 2

	MAPE(%)-aKalman w=1-Escenario 2								
	Cod=1			Cod=2			Cod=3		
	conf=1	conf=2	conf=3	conf=1	conf=2	conf=3	conf=1	conf=2	conf=3
Est.1	13.23	17.42	17.56	13.08	17.79	16.95	15.22	18.58	16.82
Est.2	8.76	11.97	11.05	8.47	12.08	10.71	11.36	14.23	13.34
Est.3	5.91	7.19	7.00	5.85	7.15	6.72	6.13	7.32	7.06
Est.4	8.46	10.92	10.19	8.17	10.88	10.01	8.22	10.93	9.13
Est.5	8.92	13.11	11.35	8.42	13.07	10.66	8.83	13.35	12.78
Est.6	6.26	8.89	6.95	6.08	8.83	7.09	6.81	8.94	7.15
Est.7	5.61	7.61	6.75	5.52	7.60	6.62	5.71	7.56	6.93
Est.8	6.38	8.85	8.05	6.48	8.86	8.03	6.73	8.92	7.50
Est.9	5.04	6.33	6.29	4.99	6.33	6.20	5.07	6.40	6.13
Est.10	7.09	9.35	8.65	7.16	9.46	8.70	8.32	10.01	8.81
Prom.	6.94	9.36	8.48	6.79	9.36	8.30	7.46	9.74	8.76

Los mejores niveles de predicción se alcanzan con la configuración 1 a pesar que se trate de condiciones disruptivas de tráfico, la información posterior precisa (real) mejora los valores filtrados que se requiere en el proceso de predicción y por consecuencia mejora la precisión. En cambio, con la configuración 3 se generan mejores valores de desempeño que con la 2, la explicación yace en la necesidad de la configuración 2 de conservar los patrones normales de tráfico, pero al no coincidir con los patrones en tiempo real (los disruptivos) corrompe los valores filtrados perjudicando el desempeño de predicción.

En las figuras G.4, G.5 y G.6 se muestran gráficamente los niveles de predicción que se alcanzan con las configuraciones propuestas empleando los modelos 1, 2, 3, respectivamente bajo condiciones disruptivas de tráfico.

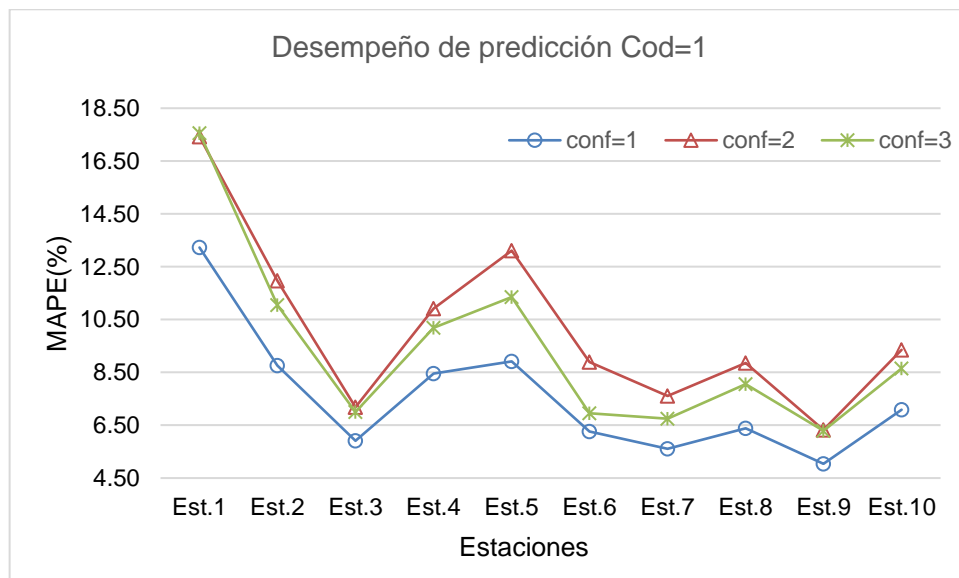


Figura G.4 Estimación MAPE (%) bajo las 3 configuraciones, Modelo cod=1 w=1-Escenario 2

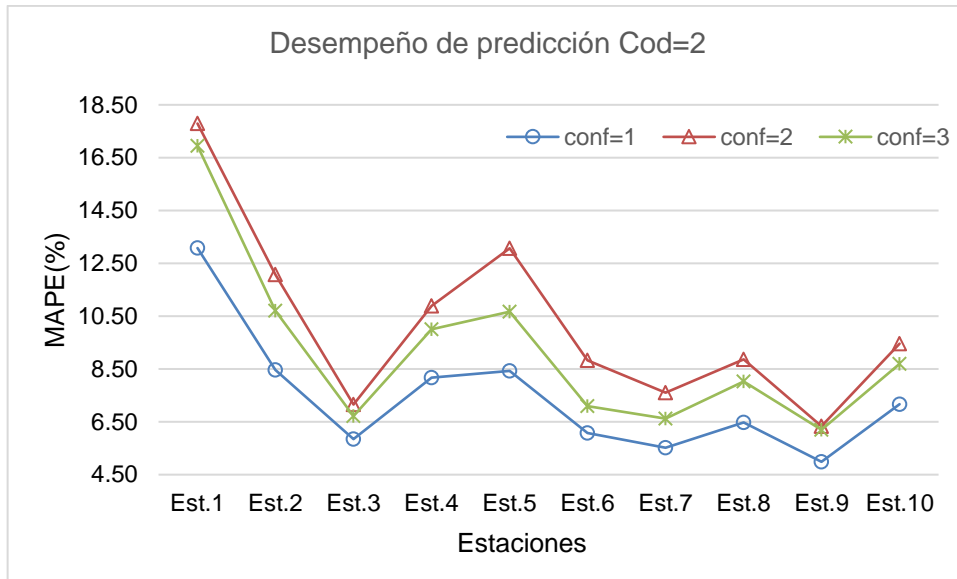


Figura G.5 Estimación MAPE (%) bajo las 3 configuraciones, Modelo cod=2 w=1-Escenario 2

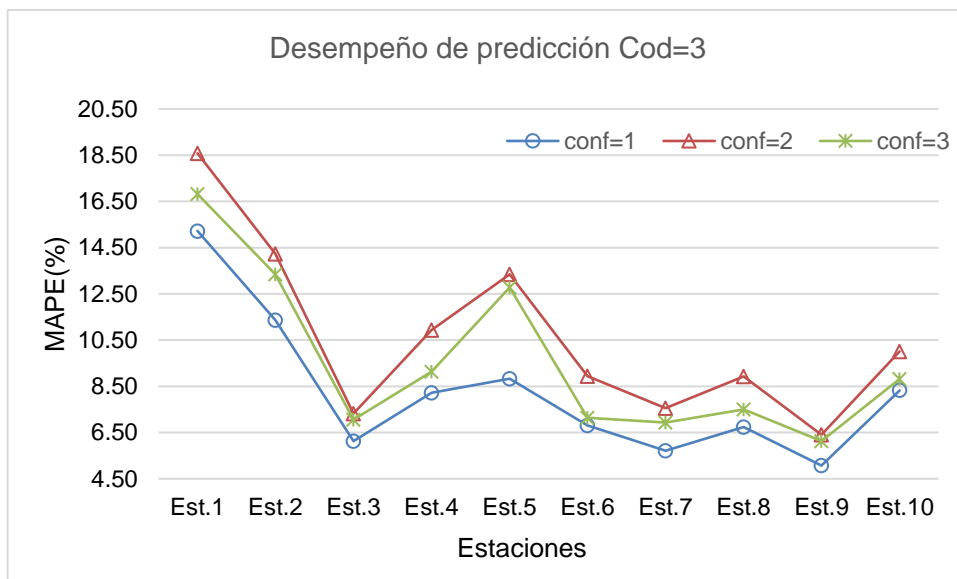


Figura G.6 Estimación MAPE (%) bajo las 3 configuraciones, Modelo cod=3 w=1-Escenario 2

ANEXO H. Código de programación-Matlab**Ejemplo de filtrado de ruido con wavelets**

```
%Se lee la data del 1er dia
fer=0;
while fer==0
fid2=fopen('s1_D1_5m.txt','r');
    if fid2==-1, disp('read error')
    else s1=fscanf(fid2,'%f \r\n'); fer=1;
    end
end
fclose('all');
%Se lee la data del 2do dia
fer=0;
while fer==0
fid2=fopen('s1_D2_5m.txt','r');
    if fid2==-1, disp('read error')
    else s2=fscanf(fid2,'%f \r\n'); fer=1;
    end
end
fclose('all');
%Se lee la data del 3er dia o de prediccion
fer=0;
while fer==0
fid2=fopen('s1_D3_5m.txt','r');
    if fid2==-1, disp('read error')
    else sP=fscanf(fid2,'%f \r\n'); fer=1;
    end
end
fclose('all');

T1 =length(s1);
T2=2*length(s1);
Nf = length(s1);
%para activar el uso de wavelet
%Y=zeros(T2+Nf,1);%Guardamos toda la data a priori
Y(1:T1)=s1;
Y(T1+1:T2)=s2;
Y(T2+1:T2+Nf)=sP(1:Nf);

%Se realiza la descomposición wavelet a un nivel de la señal Y
usando la función
%Daubechies 1, se obtiene los coeficientes de aproximación(cA1)
y detalle
%(cD1)
[cA1,cD1] = dwt(Y,'db1');
%Se estima el umbral global de acuerdo a Donoho y Johnstone
thr1 = sqrt(2*log(length(Y))*median(abs(cD1))/0.6745;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Yw=zeros(864,3);
%Se procede a filtrar el ruido
[thr2,sorh,keepapp] = ddencmp('den','wv',Y);
wav='db4';
for nivel=1:3
Yw(:,nivel) = wdencmp('gbl',Y,wav,nivel,thr2,sorh,keepapp);
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
plot(Y, 'b')
hold on
plot(Yw(:,1), 'r');
hold on
plot(Yw(:,3), 'y');
```

Flujo máximo promedio de tráfico

```
%Se leen los datos de los 4 días de todas las estaciones
archivo='data.xlsx';
[data,n]=leer_excel(archivo);
%Se calcula el valor máximo de flujo por hora y su posición
for dia=1:2
for est=1:10
serie=data(:,dia,est);
Nf=length(serie);
f=Nf/24;
ind=0;
cont=0;
while ind==0
cont=cont+1;
if cont+f-1<=Nf
ind=0;
suma=0;
for i=1:f
suma=suma+serie(cont+i-1);
end
Mflujo(cont)=suma;
else
ind=1;
end
end
valor_max(est,dia)=round(max(Mflujo),0);
posicion(est,dia)=find(Mflujo==max(Mflujo));
end
end
```

Modelos de predicción - aKalman

```
%Se leen los datos del primer día s1
fer=0;
while fer==0
fid2=fopen('s6_D1_5m.txt','r');
if fid2==-1, disp('read error')
else s1=fscanf(fid2,'%f \r\n'); fer=1;
end
end
fclose('all');
%Se leen los datos del segundo día s2
fer=0;
while fer==0
fid2=fopen('s6_D2_5m.txt','r');
if fid2==-1, disp('read error')
else s2=fscanf(fid2,'%f \r\n'); fer=1;
end
end
```

```
fclose('all');
%Se leen los datos del tercer día sP(día de evaluación)
%El tercer día puede ser bajo un escenario normal o disruptivo
fer=0;
while fer==0
fid2=fopen('s6_D3_5m.txt','r');
    if fid2==-1, disp('read error')
    else sP=fscanf(fid2,'%f \r\n'); fer=1;
    end
end
fclose('all');

%Tamaño del primer y de los dos primeros días
Nf = length(s1);
T1 = length(s1);
T2 = 2*length(s1);

%Datos de entrada
cod=2 ; %Modelo de acuerdo al tipo de matriz de observación.
w=0 ; wav='db3'; nivel=2; %Activación del filtrado de ruido.

%Variables pre-definidas
Ho =13;%Horas del 2do día antes de iniciar el proceso de
predicción
Hp =5; %Horas del 3er día que forman parte de los datos
conocidos
Ha =15;%Horas de evaluación del desempeño de predicción.
FC =Nf/24;%Numero de datos por hora
No =Ho*FC;
Np =Hp*FC;
Na =Ha*FC;

%Inicio de eventos
T1o =T1+No;%Proceso de predicción
T2p =T2+Np;%Evaluación del desempeño de predicción
%Declaración de vectores
Y =zeros(T2+Nf,1);%Datos de flujo de tráfico inicial
Xa =zeros(T2+Nf,1);%Datos de flujo de tráfico predichos(a
priori)
Xe =zeros(T2+Nf,1);%Datos de flujo de tráfico mejorados(a
posteriori)

%Asignación de datos al vector Y(t)
Y(1:T1)=s1;
Y(T1+1:T2)=s2;
Y(T2+1:T2+Np)=sP(1:Np);%Asignación de datos hasta T2p
sA =0.5*(s1+s2);
Y(T2+Np+1:T2+Nf)=sA(Np+1:Nf);%Asignación de datos después de T2p
Yw =Y;

%Filtrado de ruido con wavelets a la serie de datos Y(t)
if w==0
    Y=Y;
else
    %Determinación del valor del umbral y método de aplicación
    %thr=valor del umbral & sorh=soft(suave) o hard(fuerte), por
default
    %siempre es soft para el filtrado de ruido.
```

```
[thr,sorh,keepapp] = ddencomp('den','wv',Y);
%aplicacion del proceso de filtrado donde gbl=global
Y = wdencomp('gbl',Y,wav,nivel,thr,sorh,keepapp);
End

%Declaración de las matrices de observación
X =zeros(6,1,T2+Nf);
E =zeros(T2+Nf,1); %vector de errores de observación
e(1:T1,1)=ones(T1,1)*(-2e-02);%Asignación de pequeños errores al
primer día.

%Arreglo de las matrices de observación
for nn=3:2*Nf
if cod==1 %Solo componentes autorregresivos
X(:, :, T1+nn)=[Y(T1+nn-1);Y(T1+nn-2);Y(T1+nn-3);Y(T1+nn-
4);Y(T1+nn-5);Y(T1+nn-6)];
elseif cod==2%Un componente tipo flujo de tráfico estacional
X(:, :, T1+nn)=[Y(T1+nn-1);Y(T1+nn-2);Y(T1+nn-3);Y(T1+nn-
4);Y(T1+nn-5);Y(T1+nn-Nf)];
elseif cod==3% Varios componentes estacionales (errores y
diferencias)
X(:, :, T1+nn)=[Y(T1+nn-1);Y(T1+nn-2);e(nn);Y(T1+nn-1)-Y(T1+nn-1-
Nf);Y(T1+nn-2)-Y(T1+nn-Nf-2);Y(T1+nn-Nf)];
end
end

%Declaracion de variables empleados en el filtro de Kalman
Wa =zeros(6,1,T2+Nf);%Vector estado priora
We =zeros(6,1,T2+Nf);%Vector estado a posteriori
Pa =zeros(6,6,T2+Nf);%Covarianza de estimación de estado apriori
Pe =zeros(6,6,T2+Nf);%Covarianza de estimación de estado a
posteriori
K =zeros(6,1,T2+Nf);%Ganancia de Kalman
R =zeros(T2+Nf,1);%Covarianza de error de observación
a =zeros(6,1,T2+Nf);%Error de estado
Q =zeros(6,6,T2+Nf);%Covarianza de error de estado
er =zeros(T2+Nf,1);%error relativo entre valor de flujo de
tráfico predicho y real.

%Inicialización del proceso de predicción
N=No;%Se establece el tamaño de la memoria a No
for nn=1:N
%Se fijan en valores constantes a los coeficientes de
inicialización
if cod==1
phi1=1/6;phi2=1/6;phi3=1/6;phi4=1/6;phi5=1/6;phi6=1/6;
We(:, :, T1o+1-nn)=[phi1;phi2;phi3;phi4;phi5;phi6];
elseif cod==2
phi1=1/6;phi2=1/6;phi3=1/6;phi4=1/6;phi5=1/6;phi6=1/6;
We(:, :, T1o+1-nn)=[phi1;phi2;phi3;phi4;phi5;phi6];
elseif cod==3
phi1=1/3;phi2=1/3;phi3=-0.15;phi4=-0.15;phi5=-0.15;phi6=1/3;
We(:, :, T1o+1-nn)=[phi1;phi2;phi3;phi4;phi5;phi6];
end
end

Wa=We;
```

```

aM=zeros(6,N);%Vector de tamaño N donde se guardaran los errores
de estado
eM=zeros(1,N);%Vector de tamaño N donde guardaran los errores de
observacion
for nn=1:N
Pe(:, :, T1o+1-nn)=(10^-2)*eye(6);
e(T1o+1-nn,1)=Y(T1o+1-nn,1)-X(:, :, T1o+1-nn)'*Wa(:, :, T1o+1-nn);
if cod==3
X(3, :, T1o+1-nn+Nf)=e(T1o+1-nn,1);
end
end
Pa=Pe;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%FILTRO RECURSIVO hasta T2p
for t=1:T2p-T1o
%PASO 1
Wa(:, :, T1o+t)=We(:, :, T1o+t-1);
Pa(:, :, T1o+t)=Pe(:, :, T1o+t-1)+Q(:, :, T1o+t-1);
%PASO 2
Xa(T1o+t,1)=X(:, :, T1o+t)'*Wa(:, :, T1o+t);
e(T1o+t,1)=Y(T1o+t,1)-X(:, :, T1o+t)'*Wa(:, :, T1o+t);
if cod==3
X(:, :, T1o+t+1)=[Y(T1o+t);Y(T1o+t-1);e(T1o+t+1-Nf);Y(T1o+t)-
Y(T1o+t-Nf);Y(T1o+t-1)-Y(T1o+t-Nf-1);Y(T1o+t-Nf+1)];%e(T1o+t+1-
Nf)
end
%PASO 2.1(Estimación de la covarianza de observación)
for j=1:N
eM(1,j)=e(T1o+t+1-j,1);
end
sumaXPX=0;
for j=1:N
XPX=X(:, :, T1o+t+1-j)'*Pa(:, :, T1o+t+1-j)*X(:, :, T1o+t+1-j);
sumaXPX=sumaXPX+XPX;
end
R(T1o+t)=abs(cov(eM)-sumaXPX*(N-1)/(N*N)); %
%PASO 3
K(:, :, T1o+t)=Pa(:, :, T1o+t)*X(:, :, T1o+t)*(X(:, :, T1o+t)'*Pa(:, :, T1o+t)+R(T1o+t,1))^-1;
%PASO 4
We(:, :, T1o+t)=Wa(:, :, T1o+t)+K(:, :, T1o+t)*(Y(T1o+t,1)-
X(:, :, T1o+t)'*Wa(:, :, T1o+t));
Pe(:, :, T1o+t)=Pa(:, :, T1o+t)-
K(:, :, T1o+t)*X(:, :, T1o+t)'*Pa(:, :, T1o+t);
Xe(T1o+t,1)=X(:, :, T1o+t)'*We(:, :, T1o+t);
%PASO 4.1
a(:, :, T1o+t)=We(:, :, T1o+t)-We(:, :, T1o+t-1);
for j=1:N
aM(:,j)=a(:, :, T1o+t+1-j);
end
sumaP=0;
for j=1:N
P=Pe(:, :, T1o+t-j)-Pe(:, :, T1o+t+1-j);
sumaP=sumaP+P;
end
Q(:, :, T1o+t)=cov(aM')-sumaP*(N-1)/(N*N);
%Los valores de la diagonal se actualizan a sus absolutos
for j=1:6

```

```

        Q(j,j,T1o+t)=abs(Q(j,j,T1o+t));
    end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%FILTRO RECURSIVO después de T2p
for t=1:Nf-Np
%PASO 1
Wa(:, :, T2p+t)=We(:, :, T2p+t-1);
Pa(:, :, T2p+t)=Pe(:, :, T2p+t-1)+Q(:, :, T2p+t-1);
%PASO 2
Xa(T2p+t,1)=X(:, :, T2p+t)'*Wa(:, :, T2p+t);
%Se integra el proceso de actualización de información y de
filtrado de ruido
if w==0
Y(T2p+t)=sP(Np+t);
else
Yw(T2p+t)=sP(Np+t);%Yw es la serie original(sin filtrado)
[thr,sorh,keepapp] = ddencomp('den','wv',Yw);
Yw_e = wdencomp('gbl',Yw,wav,nivel,thr,sorh,keepapp);
Y(T2p+t)=Yw_e(T2p+t);
end
e(T2p+t,1)=Y(T2p+t,1)-X(:, :, T2p+t)'*Wa(:, :, T2p+t);
%Se actualiza la matriz de observación para el siguiente
intervalo
if cod==1
X(:, :, T2p+t+1)=[Y(T2p+t);Y(T2p+t-1);Y(T2p+t-2);Y(T2p+t-
3);Y(T2p+t-4);Y(T2p+t-5)];
elseif cod==2
X(:, :, T2p+t+1)=[Y(T2p+t);Y(T2p+t-1);Y(T2p+t-2);Y(T2p+t-
3);Y(T2p+t-4);Y(T2p+t+1-Nf)];
elseif cod==3
X(:, :, T2p+t+1)=[Y(T2p+t);Y(T2p+t-1);e(T2p+t+1-Nf);Y(T2p+t)-
Y(T2p+t-Nf);Y(T2p+t-1)-Y(T2p+t-Nf-1);Y(T2p+t-Nf+1
end
%PASO 2.1
for j=1:N
eM(1,j)=e(T2p+t+1-j,1);%[e(To+t);e(To+t-1);e(To+t-2);e(To+t-
3);e(To+t-4)];
end
sumaXPX=0;
for j=1:N
    XPX=X(:, :, T2p+t+1-j)'*Pa(:, :, T2p+t+1-j)*X(:, :, T2p+t+1-j);
    sumaXPX=sumaXPX+XPX;
end
R(T2p+t)=abs(cov(eM)-sumaXPX*(N-1)/(N*N));
%PASO 3
K(:, :, T2p+t)=Pa(:, :, T2p+t)*X(:, :, T2p+t)*(X(:, :, T2p+t)'*Pa(:, :, T2
p+t)*X(:, :, T2p+t)+R(T2p+t,1))^-1;
%PASO 4
We(:, :, T2p+t)=Wa(:, :, T2p+t)+K(:, :, T2p+t)*(Y(T2p+t,1)-
X(:, :, T2p+t)'*Wa(:, :, T2p+t));
Pe(:, :, T1o+t)=Pa(:, :, T1o+t)-
K(:, :, T1o+t)*X(:, :, T1o+t)'*Pa(:, :, T1o+t);
Xe(T2p+t,1)=X(:, :, T2p+t)'*We(:, :, T2p+t);
%PASO 4.1
a(:, :, T2p+t)=We(:, :, T2p+t)-We(:, :, T2p+t-1);
for j=1:N
aM(:, j)=a(:, :, T2p+t+1-j);

```



```
end
sumaP=0;
for j=1:N
    P=Pe(:, :, T2p+t-j)-Pe(:, :, T2p+t+1-j);
    sumaP=sumaP+P;
end
Q(:, :, T2p+t)=cov(aM')-sumaP*(N-1)/(N*N);
for j=1:6
    Q(j, j, T2p+t)=abs(Q(j, j, T2p+t));
end
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Cálculo del error porcentual absoluto medio (MAPE)
for t=1:Na
    %Error relativo
    er(T2+Np+t)=abs(Xa(T2+Np+t)-sP(Np+t))/sP(Np+t);
end
error_MAPE=sum(er(:))*100/(Na);
```