

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL



TESIS

**“PROPIEDADES DINÁMICAS DE MINERAL ROM Y
DESMONTE DE MINA PARA ANÁLISIS DE RESPUESTA
SÍSMICA DE INSTALACIONES MINERAS”**

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE INGENIERO CIVIL

ELABORADO POR

EDER ENZO TAPIA BAÑEZ

ASESOR

M.Sc. DENYS PARRA MURRUGARRA

LIMA - PERÚ

2021

© 2021, Universidad Nacional de Ingeniería. Todos los derechos reservados.

**“El autor autoriza a la UNI a reproducir la tesis en su totalidad o en parte,
con fines estrictamente académicos.”**

Tapia Bañez, Eder Enzo

etapiab@uni.pe

DEDICATORIA:

A mi familia, por su soporte incondicional en cada momento de mi vida.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a todas las personas e instituciones que hicieron posible la realización de la presente tesis. Un agradecimiento especial a mi asesor, el ingeniero Denys Parra, por su apoyo y orientación durante el desarrollo de la investigación y mi mejora.

Asimismo, agradezco a la empresa Anddes Asociados SAC por la confianza depositada en mi persona y por apoyarme en mi desarrollo profesional.

Un agradecimiento especial a las personas que, con sus consejos, ánimo y colaboración me impulsaron a seguir con este reto, las cuales nombro a continuación: Renzo Ayala, Geinfranco Villalta y Waldo Huallanca.

Mención aparte merece mi alma mater la Universidad Nacional de Ingeniería por darme las herramientas necesarias para poder desenvolverme como profesional y por inculcar en mí el deseo de investigación, de aprendizaje continuo y la pasión por la ingeniería civil y en especial por la ingeniería geotécnica. En este punto, quiero mencionar y agradecer a mis amigos de la facultad Ingrid, Karen, Raquel, Myzael, Glen, Hassler y Ronald por ser parte de una etapa inolvidable de mi vida.

Mención especial para mi madre, padre y hermanas, por sus consejos y apoyo en para mi formación personal y profesional.

ÍNDICE

RESUMEN	5
ABSTRACT	7
PRÓLOGO	9
LISTA DE TABLAS	10
LISTA DE FIGURAS	11
LISTA DE SÍMBOLOS Y SIGLAS	18
CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN	22
1.1 ANTECEDENTES	23
1.2 JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA	24
1.3 PLANEAMIENTO DEL PROBLEMA	25
1.4 DEFINICIÓN DE OBJETIVOS	25
1.4.1 Objetivo general	25
1.4.2 Objetivos específicos	25
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL	26
2.1 GENERALIDADES	26
2.2 ANÁLISIS DE REGRESIÓN	26
2.2.1 Regresión lineal	26
2.2.1.1 <i>Regresión lineal simple</i>	27
2.2.1.2 <i>Regresión lineal múltiple</i>	27
2.2.2 Regresión no lineal	27
2.2.3 Método de mínimos cuadrados	28
2.2.4 Media o promedio	29
2.2.5 Desviación estándar	30
2.2.6 Varianza	30
2.2.7 Coeficiente de determinación	30
2.3 PROPIEDADES DINÁMICAS	31
2.3.1 Módulo de corte, G	32
2.3.2 Razón de amortiguamiento, D	32
2.4 MEDICIÓN DE LAS PROPIEDADES DINÁMICAS DEL SUELO	33
2.4.1 Ensayos de campo	34
2.4.1.1 <i>Ensayos de campo a bajos niveles de deformación</i>	34
2.4.1.2 <i>Ensayos de campo a altos niveles de deformación</i>	37
2.4.2 Ensayos de laboratorio	37
2.4.2.1 <i>Ensayos de laboratorio a bajos niveles de deformación</i>	37

2.4.2.2 Ensayo de laboratorio a altos niveles de deformación	39
2.5 FACTORES QUE AFECTAN LAS PROPIEDADES DINÁMICAS DE MATERIALES GRANULARES A BAJOS NIVELES DE DEFORMACIÓN.	42
2.5.1 Efecto de e y σ_0 sobre G_{max} para suelos arenosos y gravosos	42
2.5.2 Efecto de la gradación y forma de la partícula en G_{max} para suelos granulares	45
2.5.3 Efecto de la disturbancia en G_{max} de suelos granulares	53
2.5.4 Efecto de la edad geológica en G_{max} de suelos granulares	55
2.5.5 Razón de amortiguamiento a bajos niveles de deformación (D_{min}) en suelos granulares	58
2.6 Factores que afectan las propiedades dinámicas no lineales en materiales granulares	62
2.6.1 Efecto de σ_0 en las propiedades dinámicas no lineales de suelos granulares	62
2.6.2 Efecto de la disturbancia en las propiedades dinámicas no lineales de suelos granulares	63
2.6.3 Efecto del contenido de gravas en las propiedades dinámicas no lineales para deformaciones mayores a 0,1% en suelos granulares	65
2.6.4 Efecto de la gradación y forma de las partículas en las propiedades dinámicas no lineales de suelos granulares	67
2.7 Relaciones analíticas para la determinación de propiedades dinámicas	69
2.7.1 Reglas de Masing	70
2.7.2 Hardin and Drnevich (1972)	71
2.7.3 Anderson y Woods (1975)	74
2.7.4 Ishihara (1996)	75
2.7.5 Borden (1996)	76
2.7.6 Darendeli (1997)	76
2.7.7 Hwang (1997)	77
2.7.8 Darendeli (2001)	78
2.7.9 Menq (2003)	79
2.7.10 Andrus <i>et al.</i> (2003)	81
2.7.11 Amir-Faryar (2012)	84
2.7.12 Senetakis (2012 y 2013)	84
2.8 ANÁLISIS DE RESPUESTA SÍSMICA UNIDIMENSIONAL	86
2.8.1 Análisis de respuesta lineal equivalente	87

2.8.2	Análisis de respuesta no lineal	89
2.9	Curvas homotéticas	90
CAPÍTULO III: CARACTERIZACIÓN DE LAS PROPIEDADES DINÁMICAS DE LOS MATERIALES EMPLEADOS		92
3.1	INTRODUCCIÓN	92
3.2	MATERIALES EMPLEADOS	92
3.3	ENSAYOS DE LABORATORIO	96
3.3.1	Ensayos RCTS	97
3.3.2	Ensayos triaxiales	99
3.4	COMPARACIÓN DE ENSAYOS	101
3.4.1	Módulo de corte normalizado, G/G_{max}	101
3.4.2	Razón de amortiguamiento, D	108
CAPÍTULO IV: MODELO DE SUELO PROPUESTO		113
4.1	GENERALIDADES	113
4.2	PROPIEDADES DINÁMICAS A BAJOS NIVELES DE DEFORMACIÓN (G_{max} y D_{min})	113
4.2.1	Módulo de corte máximo, G_{max}	113
4.2.1.1	G_{max} a 1 atm, AG	115
4.2.1.2	Pendiente de la curva $\log(G_{max}) - \log(\sigma_0)$, nG	115
4.2.2	Razón de amortiguamiento mínimo, D_{min}	119
4.2.2.1	D_{min} a 1 atm, AD	120
4.2.2.2	Pendiente de la curva $\log(D_{min}) - \log(\sigma_0/Pa)$, nD	120
4.3	PROPIEDADES DINÁMICAS DE CORTE A ALTOS NIVELES DE DEFORMACIÓN	123
4.3.1	Degradación del módulo de corte normalizado, G/G_{max}	124
4.3.1.1	Coefficiente de curvatura, a	125
4.3.1.2	Deformación de referencia, γ_r	127
4.3.2	Razón de amortiguamiento, D	131
4.3.2.1	Función del módulo de corte normalizado, $f(G/G_{max})$	131
4.4	DISCUSIÓN DE RESULTADOS	133
4.4.1	Propiedades dinámicas a bajos niveles de deformación	133
4.4.1.1	Módulo de corte máximo, G_{max}	133
4.4.1.2	Razón de amortiguamiento mínimo, D_{min}	135
4.4.2	Propiedades dinámicas a altos niveles de deformación cortante	136
4.4.2.1	Degradación del módulo de corte normalizado, G/G_{max}	136

4.4.2.2 Razón de amortiguamiento menos razón de amortiguamiento mínimo, $D - D_{min}$	137
4.4.3 Comparación de curvas $G/G_{max} - \log(\gamma)$ y $D - \log(\gamma)$	139
CAPÍTULO V: ANÁLISIS DE RESPUESTA SÍSMICA UNIDIMENSIONAL	144
5.1 GENERALIDADES	144
5.2 REGISTRO SÍSMICOS	144
5.3 PERFILES SÍSMICOS	145
5.4 CURVAS DEL MÓDULO NORMALIZADO Y AMORTIGUAMIENTO	146
5.5 RESULTADOS	148
CONCLUSIONES	152
RECOMENDACIONES	157
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	159

RESUMEN

Hoy en día, el análisis sísmico y el diseño geotécnico de instalaciones mineras, como depósitos de desmonte de mina y pads de lixiviación ubicadas usualmente en zonas altamente sísmicas, requieren una adecuada caracterización de las propiedades dinámicas de los materiales que se almacenarán en ellas, tales como el desmonte de mina y mineral ROM (run-of-mine) o mineral directo de mina sin proceso de chancado, esto con el fin de evaluar la estabilidad sísmica de estas estructuras. Sin embargo, a pesar de la importancia del diseño sísmico de estas instalaciones, actualmente las referencias sobre las propiedades dinámicas de estos materiales son muy limitadas o inexistentes debido a la falta de investigación y ensayos de laboratorio sobre estos materiales.

El módulo de corte y la razón de amortiguamiento son dos de los parámetros dinámicos del suelo más importantes en el análisis de respuesta sísmica de estructuras geotécnicas; además, muchos autores coinciden en que estas propiedades son no lineales y dependen de la deformación cortante. Por lo tanto, las curvas de degradación del módulo de corte normalizado y el incremento de la razón de amortiguamiento con la deformación cortante se usan comúnmente para modelar estas características.

Este estudio presenta los resultados de ensayos de laboratorio que muestran la dependencia de la deformación cortante sobre las propiedades dinámicas de materiales de desmonte de mina y mineral ROM obtenido de operaciones mineras peruanas actuales. Las muestras de desmonte de mina y mineral ROM fueron reconstituidas en laboratorio empleando la técnica de gradación paralela u homotética. Los materiales fueron ensayados en los laboratorios geotécnicos de la Universidad de Texas en Austin utilizando el ensayo de columna resonante y corte torsional (RCTS), así como el ensayo triaxial cíclico, obteniéndose la degradación del módulo de corte y la razón de amortiguamiento en función de la deformación cortante. A partir de los resultados de los ensayos de laboratorio realizados sobre las muestras desmonte de mina y mineral ROM, así como análisis de regresión estadística y los modelos propuestos por Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ y Zhang *et al.* (2005)⁽⁶⁶⁾, la presente investigación propone modelos analíticos para la representación de las propiedades dinámicas a bajos y altos niveles de

deformación cortante, los cuales podrán usarse en análisis preliminares de respuesta sísmica de depósitos de desmonte de mina y pilas de lixiviación.

Finalmente se presenta la ejecución de análisis de respuesta sísmica no lineal en columnas de 50 y 100 m de altura, utilizando los registros sísmicos de los terremotos de Atico, Tarapacá, Chichi y Kobe, con la finalidad de comparar los espectros de respuesta obtenidos utilizando las propiedades dinámicas propuestas en la presente investigación para mineral ROM y desmonte de mina y las curvas propuestas Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ y Menq (2003)⁽⁴³⁾, observándose las mayores diferencias en los espectros de respuesta para el terremoto de Kobe en las columnas de 50 y 100 m de altura.

ABSTRACT

Nowadays, seismic analysis and geotechnical design of mining facilities, such as mine waste dumps and heap leach pads, located at highly active seismic zones, require a proper determination of the dynamic properties of the materials that will be stacked on them, such as mine waste and leached ROM ore, in order to assess the seismic stability of these facilities. However, in despite of the seismic design importance of those facilities, currently the references about dynamic properties of these materials are very limited or inexistent due to lack of research and laboratory testing on those materials.

Shear modulus and damping ratio are two of the most important soil dynamic parameters in seismic response analysis of geotechnical structures, moreover, many authors agree that these properties are nonlinear and strain-dependent. Therefore, curves of normalized shear modulus degradation and increment of damping ratio with shear strain are commonly used to model these features.

This study presents laboratory research of the strain-dependent dynamic properties of mine waste and leached ROM ore of current Peruvian mining operations. Mine waste and leached ROM ore samples were reconstituted in laboratory using the parallel or homothetic gradation technique. The materials were evaluated at the University of Texas at Austin using a combined resonant column and torsional shear (RCTS) and cyclic-triaxial equipment, getting the normalized shear modulus and damping ratio as a function of the shear strain amplitude were obtained. Based on the laboratory investigation on mine waste and leached ROM ore, statistical regression analysis and the hyperbolic model proposed by Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ and the model proposed by Zhang *et al.* (2005)⁽⁶⁶⁾; this research proposes normalized shear modulus and damping ratio curves of mine waste and leached ROM ore materials, which can be used in preliminary seismic response analysis of mine waste dumps and heap leach pads.

Finally, seismic response analysis in two columns of 50 and 100 m height is presented, using Atico, Tarapaca, Chichi and Kobe seismic records, with the purpose of comparison the response spectrum obtained using the dynamic properties proposed in this research for leach ore ROM and mine waste, and

Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ and Menq (2003)⁽⁴³⁾ curves; the comparison shows the biggest differences for the Kobe's response spectrum in the 50 and 100 m height columns.

PRÓLOGO

La presente investigación se enfoca en el estudio de las propiedades dinámicas del mineral ROM y el desmonte de mina, materiales que a su vez conforman estructuras mineras como pilas de lixiviación y depósitos de desmonte, las que permiten dar continuidad a las operaciones de una unidad minera.

Las propiedades dinámicas de los suelos permiten entender el comportamiento sísmico de las estructuras que están conformados por estos materiales, siendo por lo tanto, necesario su correcto entendimiento y determinación. Si bien en nuestro medio y en otros países, los ensayos de mecánica de suelos, como por ejemplo ensayos de resistencia cortante, son de naturaleza rutinaria, no ocurre lo mismo con los ensayos dinámicos ya sea por la carencia de equipamiento especializado o por limitado interés o poco conocimiento. Debido a lo anterior, resulta importante realizar esfuerzos para el entendimiento, estudio y desarrollo de formulaciones para la determinación de las propiedades dinámicas de diversos tipos de materiales, lo que nos permitirá realizar análisis de respuesta sísmica confiables, asegurando con ello la estabilidad sísmica de todo tipo de estructuras geotécnicas, previniendo potenciales fallas y sus consecuencias ambientales y económicas.

Para el desarrollo de la presente investigación el autor utilizó información de ensayos de campo, tales como granulometría global, ensayos MASW y ensayos MAM, así como ensayos de laboratorio, entre ellos clasificación SUCS, gravedad específica, contenido de humedad, RCTS. Estos ensayos fueron parte de proyectos de ingeniería en instalaciones mineras desarrollados por la empresa Anddes. A partir de esta información se propuso un modelo analítico que describe las propiedades dinámicas del mineral ROM y desmonte de mina a bajos y altos niveles de deformación.

El modelo propuesto en la presente investigación contribuirá en gran medida al entendimiento de las propiedades dinámicas de suelos granulares en general, y de aquellos materiales estudiados en el presente trabajo, tales como mineral ROM y desmonte de mina, siendo un aporte importante para la ingeniería en nuestro país.

LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1	Valores de A_G y n_G para suelos arenosos y gravosos. (Kokusho 1987 ⁽³⁴⁾ y Ishihara 1996 ⁽³⁰⁾)	43
Tabla 2.2	Valores de $(K_2)_{max}$ para suelos arenosos y suelos gravosos. (Seed <i>et al.</i> 1986) ⁵³	44
Tabla 2.3	Propiedades físicas de muestras de suelo y agregados. (Hardin 1973 ⁽²⁰⁾)	46
Tabla 2.4	Valores de Y promedio para diferentes tipos de suelo. (Hardin 1973 ⁽²⁰⁾)	46
Tabla 2.5	Resumen de muestras ensayadas por Senetakis. (Senetakis <i>et al.</i> 2012 ⁽⁵⁴⁾)	51
Tabla 2.6	Factores que afectan el comportamiento no lineal del suelo en el módulo de corte y el amortiguamiento. (Hardin y Drnevich 1972b ⁽²⁴⁾)	72
Tabla 2.7	Valores recomendados de γ_{ref1} , a , k y D_{min1} . (Andrus <i>et al.</i> 2003 ⁽⁴⁾)	83
Tabla 3.1	Ensayos de granulometría global de mineral y desmonte de mina.	94
Tabla 3.2	Parámetros índices de las distribuciones granulométricas homotéticas del mineral ROM y desmonte de mina.	94
Tabla 3.3	Características físicas de las distribuciones granulométricas homotéticas del mineral ROM y desmonte de mina.	94
Tabla 3.4	Parámetros de remoldeo para los ensayos de RCTS y CTX.	96
Tabla 4.1	Constantes de ajuste del módulo de corte máximo.	114
Tabla 4.2	Constantes de ajuste de la razón de amortiguamiento mínimo.	120
Tabla 4.3	Constantes de ajuste para el módulo de corte normalizado.	125
Tabla 4.4	Constantes de ajuste de la deformación de referencia.	128
Tabla 5.1	Parámetros sismológicos de los registros sísmicos.	144

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Lazo histerético para un ciclo de carga. (Zhang <i>et al.</i> 2005 ⁽⁶⁶⁾)	33
Figura 2.2	Trayectoria de una onda P incidente y reflejada para un estrato horizontal de suelo. (Kramer 1996 ⁽³⁷⁾)	35
Figura 2.3	Configuración del ensayo de refracción sísmica. (Redpath 1973 ⁽⁴⁹⁾)	35
Figura 2.4	Deformaciones en la superficie del suelo mediante ondas Rayleigh inducidas por una vibración vertical. (Richard <i>et al.</i> 1970 ⁽⁵⁰⁾)	36
Figura 2.5	(a) Ensayo <i>up-hole</i> y (b) ensayo <i>down-hole</i> . (Kramer 1996 ⁽³⁷⁾)	36
Figura 2.6	Configuración general del equipo RC: (a) vista en planta del sistema de carga y (b) vista en perfil del sistema de carga y espécimen de suelo. (EPRI 1993 ⁽¹⁵⁾)	38
Figura 2.7	Elemento piezoeléctrico Bender. (Kramer 1996 ⁽³⁷⁾)	39
Figura 2.8	Equipo corte torsional cíclico. (Hwang 1997 ⁽²⁷⁾)	40
Figura 2.9	Equipo triaxial cíclico. (Kramer 1996 ⁽³⁷⁾)	40
Figura 2.10	Equipo RCTS. (Hwang 1997 ⁽²⁷⁾)	41
Figura 2.11	Distribución granulométrica de especímenes de arena ensayados por Chang y Ko. (Chang y Ko 1982 ⁽⁹⁾)	47
Figura 2.12	Módulo de corte máximo (C_u) para una presión de confinamiento medio de 30 psi. (Chang y Ko 1982 ⁽⁹⁾)	47
Figura 2.13	Módulo de corte máximo (G_{max}) versus el diámetro de grano medio (D_{50}) para una presión de confinamiento medio de 30 psi. (Chang y Ko 1982 ⁽⁹⁾)	48
Figura 2.14	Variación del módulo de corte máximo (G_{max}) con la relación de vacíos en muestras de suelos arenosos y gravosos. (Ishihara 1996 ⁽³⁰⁾)	49
Figura 2.15	Distribución granulométrica de muestras ensayadas por Ishihara. (Ishihara 1996 ⁽³⁰⁾)	49
Figura 2.16	(a) Distribución granulométrica y (b) $\log(G_{max}) - \log(\sigma_o)$ de muestras empleadas por Menq. (Menq 2003 ⁽⁴³⁾)	50
Figura 2.17	Distribución granulométrica de muestras ensayadas por Senetakis. (Senetakis <i>et al.</i> 2012 ⁽⁵⁴⁾)	51
Figura 2.18	Módulo de corte en (a) arenas fluviales, (b) arenas trituradas y (c) arenas volcánicas. (Senetakis <i>et al.</i> 2012 ⁽⁵⁴⁾)	52

Figura 2.19	Comparación entre el módulo de corte máximo <i>in situ</i> y el módulo de corte máximo determinado en laboratorio. (Kokusho y Tanaka 1994 ⁽³⁶⁾)	53
Figura 2.20	Distribución granulométrica de muestras en cuatro lugares de Japón. (Kokusho y Tanaka 1994 ⁽³⁶⁾)	54
Figura 2.21	Variación del módulo de corte máximo con la presión de confinamiento medio en muestras inalteradas de gravas arenosas. (Kokusho y Tanaka 1994 ⁽³⁶⁾)	54
Figura 2.22	Variación de la velocidad de corte <i>in situ</i> con la relación de velocidad de onda de corte de laboratorio e <i>in situ</i> . (Darendeli 2001 ⁽¹¹⁾)	55
Figura 2.23	$(K_2)_{\max}$ versus la densidad relativa para gravas del Holoceno. (Rollins <i>et al.</i> 1998 ⁽⁵¹⁾)	56
Figura 2.24	$(K_2)_{\max}$ versus la densidad relativa para gravas del Pleistoceno. (Rollins <i>et al.</i> 1998 ⁽⁵¹⁾)	56
Figura 2.25	Comparación entre la resistencia de punta de cono del ensayo CPT y la velocidad de onda de corte inferida para diferentes edades geológicas. (Andrus <i>et al.</i> 2003 ⁽⁴⁾)	57
Figura 2.26	Comparación entre el número de golpes del ensayo SPT corregido al 60% de eficiencia y la velocidad de onda de corte inferida para diferentes edades geológicas. (Andrus <i>et al.</i> 2003 ⁽⁴⁾)	57
Figura 2.27	Variación de la razón de amortiguamiento con la deformación cortante y la presión de confinamiento en material granular. (Wu 1986 ⁽⁶⁴⁾)	58
Figura 2.28	Variación de la razón de amortiguamiento y la presión de confinamiento medio en arenas limpias. (Laird 1994 ⁽³⁹⁾)	59
Figura 2.29	$\log(D_{\min}) - \log(\sigma_o)$. (Menq 2003 ⁽⁴³⁾)	60
Figura 2.30	Razón de amortiguamiento mínimo en arenas (a) fluviales, (b) arenas trituradas y (c) arenas volcánicas. (Senetakis <i>et al.</i> 2012 ⁽⁵⁴⁾)	61
Figura 2.31	Efecto de la presión de confinamiento isotrópico en curvas (a) $\log(G_{\max}) - \log(\sigma_o)$ y (b) $\log(D) - \log(\sigma_o)$ de muestras reconstituidas de materiales granular. (Tanaka <i>et al.</i> 1987 ⁽⁵⁹⁾)	62
Figura 2.32	Variación de γ_r con σ_o . (Tanaka <i>et al.</i> 1987 ⁽⁵⁹⁾)	63
Figura 2.33	Efecto de la disturbancia en el (a) módulo de corte, (b) razón del módulo de corte normalizado y (c) la razón de amortiguamiento en gravas de Tokyo. (Hatanaka y Uchida 1995 ⁽²⁶⁾)	64

Figura 2.34	Efecto de la disturbancia en $\frac{G}{G_{max}} - \log \gamma$ para suelos granulares de la zona K de Tokyo. (Kokusho y Tanaka 1994 ⁽³⁶⁾)	65
Figura 2.35	Distribución granulométrica de suelos gravosos ensayados por Lin. (Lin <i>et al.</i> 2000 ⁽⁴⁰⁾)	66
Figura 2.36	Efecto del contenido de gravas en el módulo de corte a grandes deformaciones. (Lin <i>et al.</i> 2000 ⁽⁴⁰⁾)	66
Figura 2.37	Curvas de (a) $\frac{G}{G_{max}} - \log \gamma$ y (b) $D - \log \gamma$ de suelos arenosos y gravosos. (Seed <i>et al.</i> 1986 ⁽⁵³⁾)	66
Figura 2.38	Comparación de las curvas (a) $G - \log \gamma$, (b) $\frac{G}{G_{max}} - \log \gamma$ y (c) $D - \log \gamma$ para arenas pobremente gradadas (SP) y gravas bien gradadas (GW). (Menq 2003 ⁽⁴³⁾)	68
Figura 2.39	Comparación de las curvas $\frac{G}{G_{max}} - \log \gamma$ y $D - \log \gamma$ de (a y c) arenas volcánicas y (b y d) arenas cuarzosas ($C_u = 1,5$) a diferentes niveles de confinamiento. (Senetakis <i>et al.</i> 2013 ⁽⁵⁵⁾)	69
Figura 2.40	Curva <i>backbone</i> asintótica a $\tau = G_{max} \gamma$ y $\tau = \pm \tau_{max}$. (Kramer 1996 ⁽³⁷⁾)	71
Figura 2.41	(a) Variación del esfuerzo cortante con el tiempo y (b) comportamiento esfuerzo deformación como resultado de las reglas de Masing. (Kramer 1996 ⁽³⁷⁾)	71
Figura 2.42	(a) Relación hiperbólica esfuerzo-deformación y (b) efecto del tipo de suelo en la relación hiperbólica. (Hardin y Drnevich 1972b ⁽²⁴⁾)	73
Figura 2.43	Curvas $\frac{G}{G_{max}} - \log \gamma_h$ y $D - \log \gamma_h$. (Hardin y Drnevich 1972b ⁽²⁴⁾)	74
Figura 2.44	Relación entre la razón de amortiguamiento (D) y la razón del módulo de corte ($\frac{G}{G_{max}}$). (Ishihara 1996 ⁽³⁰⁾)	75
Figura 2.45	Relación entre la razón de amortiguamiento (D) y el módulo de corte normalizado ($\frac{G}{G_{max}}$). (Hwang 1997 ⁽²⁷⁾)	77
Figura 2.46	Proceso de refracción que produce la propagación de ondas verticales cercano a la superficie. (Kramer 1997 ⁽³⁷⁾)	87
Figura 2.47	Procedimiento de iteración del método lineal equivalente para (a) el módulo de corte normalizado y (b) la razón de amortiguamiento. (Hashah <i>et al.</i> 2010 ⁽¹⁸⁾)	88
Figura 2.48	Modelo de múltiples grados de libertad que representa un depósito de suelo sobre el cual se genera un movimiento en la base. (Hashah <i>et al.</i> 2010 ⁽¹⁸⁾)	90

Figura 2.49	Granulometrías globales de las presas (a) Ranjit y (b) Purulia. (Varadarajan <i>et al.</i> 2003 ⁽⁶¹⁾)	91
Figura 3.1	Muestras de (a) mineral ROM en campo y en (b) laboratorio, y muestras de (c) desmonte de mina en campo y en (d) laboratorio.	93
Figura 3.2	Distribución granulométrica global de LO y MW y distribución granulométrica de desmonte de mina históricos.	95
Figura 3.3	Distribución granulométrica global y distribución granulométrica homotética de LO y MW.	95
Figura 3.4	Curvas (a) $\frac{G}{G_{max}} - \log(\gamma)$ y (b) $D - \log(\gamma)$ determinadas mediante el ensayo RCTS para los especímenes LO_01 y LO_02.	97
Figura 3.5	Curvas (a) $\frac{G}{G_{max}} - \log(\gamma)$ y (b) $D - \log(\gamma)$ determinadas mediante el ensayo RCTS para el espécimen MW_01.	98
Figura 3.6	Curvas (a) $\frac{G}{G_{max}} - \log(\gamma)$ y (b) $D - \log(\gamma)$ determinadas mediante el ensayo RCTS para los especímenes MW_02 y MW_03.	98
Figura 3.7	Curvas (a) $\frac{G}{G_{max}} - \log(\gamma)$ y (b) $D - \log(\gamma)$ determinadas mediante el ensayo RCTS para los especímenes MW_04, MW_05, MW_06 y MW_07.	98
Figura 3.8	Curvas $G - \log(\gamma)$ determinadas mediante el ensayo RCTS para LO y MW.	99
Figura 3.9	Curvas de (a) $\frac{G}{G_{max}} - \log(\gamma)$ y (b) $D - \log(\gamma)$ determinadas mediante el ensayo CTX para los especímenes LO_01 y LO_02.	100
Figura 3.10	Curvas de (a) $\frac{G}{G_{max}} - \log(\gamma)$ y (b) $D - \log(\gamma)$ determinadas mediante el ensayo CTX para los especímenes MW_02 y MW_03.	100
Figura 3.11	Curva $G - \log(\gamma)$ s determinadas mediante el ensayo CTX para LO y MW.	101
Figura 3.12	Curvas $\frac{G}{G_{max}} - \log(\gamma)$ propuestas por (a) Menq (2013) ⁽⁴³⁾ , (b) Darendeli (2001) ⁽¹¹⁾ , (c) Senetakis <i>et al.</i> (2013) ⁽⁵⁵⁾ , (d) Seed <i>et al.</i> (1986) ⁽⁵³⁾ , (e) Rollins <i>et al.</i> (1998) ⁽⁵¹⁾ y (f) Ishibashi y Zhang (1993) ⁽²⁹⁾ versus resultados de laboratorio para los especímenes LO_01 y LO_02.	103
Figura 3.13	Curvas $\frac{G}{G_{max}} - \log(\gamma)$ propuestas por (a) Menq (2013) ⁽⁴³⁾ , (b) Darendeli (2001) ⁽¹¹⁾ , (c) Senetakis <i>et al.</i> (2013) ⁽⁵⁵⁾ , (d) Seed <i>et al.</i> (1986) ⁽⁵³⁾ , (e) Rollins <i>et al.</i> (1998) ⁽⁵¹⁾ y (f) Ishibashi y Zhang (1993) ⁽²⁹⁾ versus resultados de laboratorio para el espécimen MW_01.	104

- Figura 3.14** Curvas $\frac{G}{G_{\max}} - \log(\gamma)$ propuestas por (a) Menq (2013)⁽⁴³⁾, 105
(b) Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, (c) Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾,
(d) Seed *et al.* (1986)⁽⁵³⁾, (e) Rollins *et al.* (1998)⁽⁵¹⁾ y
(f) Ishibashi y Zhang (1993)⁽²⁹⁾ versus resultados de laboratorio para
los especímenes MW_02 y MW_03.
- Figura 3.15** Curvas $\frac{G}{G_{\max}} - \log(\gamma)$ propuestas por (a) Menq (2013)⁽⁴³⁾, 106
(b) Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, (c) Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾,
(d) Seed *et al.* (1986)⁽⁵³⁾, (e) Rollins *et al.* (1998)⁽⁵¹⁾ y
(f) Ishibashi y Zhang (1993)⁽²⁹⁾ versus resultados de laboratorio para
los especímenes MW_04, MW_05, MW_06 y MW_07.
- Figura 3.16** Curvas $D - \log(\gamma)$ propuestas por (a) Menq (2013)⁽⁴³⁾, 109
(b) Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, (c) Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾,
(d) Seed *et al.* (1986)⁽⁵³⁾, (e) Rollins *et al.* (1998)⁽⁵¹⁾ y
(f) Ishibashi y Zhang (1993)⁽²⁹⁾ versus resultados de laboratorio para
los especímenes LO_01 y LO_02.
- Figura 3.17** Curvas $D - \log(\gamma)$ propuestas por (a) Menq (2013)⁽⁴³⁾, 110
(b) Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, (c) Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾,
(d) Seed *et al.* (1986)⁽⁵³⁾, (e) Rollins *et al.* (1998)⁽⁵¹⁾ y
(f) Ishibashi y Zhang (1993)⁽²⁹⁾ versus resultados de laboratorio para
el espécimen MW_01.
- Figura 3.18** Curvas de $D - \log(\gamma)$ propuestas por (a) Menq (2013)⁽⁴³⁾, 111
(b) Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, (c) Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾,
(d) Seed *et al.* (1986)⁽⁵³⁾, (e) Rollins *et al.* (1998)⁽⁵¹⁾ y
(f) Ishibashi y Zhang (1993)⁽²⁹⁾ versus resultados de laboratorio para
los especímenes MW_02 y MW_03.
- Figura 3.19** Curvas de $D - \log(\gamma)$ propuestas por (a) Menq (2013)⁽⁴³⁾, 112
(b) Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, (c) Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾,
(d) Seed *et al.* (1986)⁽⁵³⁾, (e) Rollins *et al.* (1998)⁽⁵¹⁾ y
(f) Ishibashi y Zhang (1993)⁽²⁹⁾ versus resultados de laboratorio para
los especímenes MW_04, MW_05, MW_06 y MW_07.
- Figura 4.1** Variación del módulo de corte máximo con la presión de 114
confinamiento medio.
- Figura 4.2** Variación de (a) C_u , (b) D_{50} y (c) e_o sobre A_G 116
- Figura 4.3** Variación de (a) C_u , (b) D_{50} y (c) e_o sobre n_G . 116
- Figura 4.4** Comparación entre valores medidos y estimados de G_{\max} . 117
- Figura 4.5** Correlación entre la presión de confinamiento y el módulo de corte 117
máximo para la muestra MW_01.

Figura 4.6	Comparación de la velocidad de ondas de corte de LO y/o MW.	118
Figura 4.7	Variación de la razón de amortiguamiento mínimo con la presión de confinamiento medio.	119
Figura 4.8	Variación del C_u , D_{50} y e_o sobre A_D .	122
Figura 4.9	Variación del C_u , D_{50} y e_o sobre n_D .	122
Figura 4.10	Comparación entre valores medidos y estimados de D_{min}	123
Figura 4.11	Correlación entre la presión de confinamiento y la razón de amortiguamiento mínimo.	123
Figura 4.12	Variación del C_u , D_{50} y e_o sobre a .	126
Figura 4.13	Variación de la deformación de referencia con la presión de confinamiento medio.	127
Figura 4.14	Variación del C_u , D_{50} y e_o sobre A_y .	129
Figura 4.15	Variación del C_u , D_{50} y e_o sobre n_y .	129
Figura 4.16	Comparación entre valores medidos y estimados de γ_r	130
Figura 4.17	Comparación entre valores medidos y estimados de $\frac{G}{G_{max}}$.	131
Figura 4.18	Correlación entre el módulo de corte normalizado y la razón de amortiguamiento.	132
Figura 4.19	Comparación entre valores medidos y estimados de $D - D_{min}$.	133
Figura 4.20	Comparación de G_{max} entre los resultados de ensayos de laboratorio, el presente estudio, Senetakis <i>et al.</i> (2012) ⁽⁵⁴⁾ , Kokusho y Esashi (1981) ⁽³⁵⁾ y Tanaka <i>et al.</i> (1987) ⁽⁵⁹⁾ .	134
Figura 4.21	Comparación de G_{max} entre resultados de laboratorio, el presente estudio y Menq (2003) ⁽⁴³⁾ .	134
Figura 4.22	Comparación entre valores medidos, modelo del presente estudio y literatura existente para D_{min} .	135
Figura 4.23	Comparación entre valores medidos y valores estimados de la degradación del módulo de corte normalizado mediante (a) el modelo del presente estudio, (b) Darendeli 2001 ⁽¹¹⁾ , (c) Menq 2003 ⁽⁴³⁾ , (d) y Senetakis <i>et al.</i> 2013 ⁽⁵⁵⁾ de $\frac{G}{G_{max}}$.	137
Figura 4.24	Comparación entre valores medidos y valores estimados de la razón de amortiguamiento mediante (a) el modelo del presente estudio, (b) Darendeli 2001 ⁽¹¹⁾ , (c) Menq 2003 ⁽⁴³⁾ , (d) y Senetakis <i>et al.</i> 2013 ⁽⁵⁵⁾ de $D - D_{min}$.	138
Figura 4.25	Curvas de degradación del módulo de corte normalizado y razón de amortiguamiento mediante el presente estudio y ensayos RCTS para muestras de morrenas.	141

Figura 4.26	Curvas de degradación del módulo de corte normalizado y razón de amortiguamiento mediante el presente estudio y ensayos RCTS para muestras de relave grueso.	142
Figura 4.27	Curvas de degradación del módulo de corte normalizado y razón de amortiguamiento mediante el presente estudio y ensayos RCTS para muestras de relleno estructural.	143
Figura 5.1	Registros sísmicos de (a) Atico, (b) Tarapaca, (c) Chichi y (d) Kobe.	145
Figura 5.2	Perfiles de velocidades de ondas de corte para columnas de mineral ROM y/o desmonte de mina de (a) 50 y (b) 100 m de altura.	146
Figura 5.3	Curvas de degradación del módulo de corte normalizado mediante el modelo del presente estudio, Menq (2003) ⁽⁴³⁾ y Darendeli (2001) ⁽¹¹⁾ para 500, 1000, 1500 y 2000 kPa.	147
Figura 5.4	Curvas de razón de amortiguamiento mediante el modelo del presente estudio, Menq (2003) ⁽⁴³⁾ y Darendeli (2001) ⁽¹¹⁾ para 500, 1000, 1500 y 2000 kPa.	147
Figura 5.5	Espectros de respuesta para una columna de 50 m empleando las curvas de degradación del módulo de corte normalizado y razón de amortiguamiento del presente estudio, Darendeli (2001) ⁽¹¹⁾ y Menq (2003) ⁽⁴³⁾ y los registros sísmicos de (a) Atico, (b) Tarapaca, (c) Chichi y (d) Kobe.	150
Figura 5.6	Espectros de respuesta para una columna de 100 m empleando las curvas de degradación del módulo de corte normalizado y razón de amortiguamiento del presente estudio, Darendeli (2001) ⁽¹¹⁾ y Menq (2003) ⁽⁴³⁾ y los registros sísmicos de (a) Atico, (b) Tarapaca, (c) Chichi y (d) Kobe.	151

LISTA DE SÍMBOLOS Y SIGLAS

Y	:	Variable dependiente
X	:	Variable independiente
a	:	Punto de corte en el eje de ordenadas
b	:	Pendiente de la recta
ϵ	:	Componente aleatorio de error
X_n	:	Enésima variable independiente
a_n	:	Enésimo coeficiente de regresión
ϵ_i	:	lésimo componente aleatorio de error
θ	:	Parámetro desconocido
f(X, θ)	:	Función de valor esperado
Y_i	:	lésima variable dependiente
Y(X_i)	:	lésima variable dependiente
X_i	:	lésima variable independiente
$\phi_n(X)$:	Función base
C_n	:	Coeficiente de ajuste
r	:	Residual
\bar{X}	:	Media
X_i	:	Dato i-esimo
n	:	Número de datos
σ	:	Desviación estándar
σ^2	:	Varianza
r²	:	Coeficiente de correlación
Y_i	:	Valores observados de la variable dependiente
\hat{Y}_i	:	Valores estimados de la variable dependiente
\bar{Y}	:	Promedio de las variables dependientes
SSR	:	Suma de cuadrados debido a la regresión
SST	:	Suma de cuadrados total
G	:	Módulo de corte
D	:	Razón de amortiguamiento
V_s	:	Velocidad de onda de corte
ρ	:	Peso específico
G_{max}	:	Módulo de corte máximo
G_{sec}	:	Módulo de corte secante
γ	:	Deformación cortante
τ	:	Esfuerzo cortante

g	:	Aceleración de la gravedad
W_D	:	Energía disipada en un ciclo de carga
W_S	:	Máxima energía de deformación almacenada durante un ciclo de carga
D_{min}	:	Razón de amortiguamiento mínimo
p	:	Onda p
$\frac{G}{G_{max}}$:	Degradación del módulo de corte normalizado
e_o	:	Relación de vacíos
σ_o	:	Presión de confinamiento medio
A_G	:	Módulo de corte máximo a 1 atm de presión de confinamiento
n_G	:	Pendiente de la curva $\log(G_{max}) - \log(\sigma_o)$
F(e)	:	Función de la relación de vacíos
P_a	:	Presión atmosférica
D₅₀	:	Diámetro de grano medio
C_u	:	Coefficiente de uniformidad
(K₂)_{max}	:	Constante
D₅	:	Diámetro por donde pasa el 5% del material
Y	:	Constante
S	:	Grado de saturación
C_{G3}	:	Módulo de corte máximo a 1 atm para una relación y vacíos y coeficiente de uniformidad igual a 1
b₁	:	Constante
D_r	:	Densidad relativa
(N₁)₆₀	:	Número de golpes del ensayo SPT corregido a una presión de carga de 100 kPa y una eficiencia del 60%.
C_D	:	Coefficiente de relación de amortiguamiento del material
γ_r	:	Deformación cortante de referencia
τ_{rev}	:	Esfuerzo cortante reverso
F_{bb}(γ)	:	Función de la curva backbone
γ_{rev}	:	Deformación cortante reversa
τ_{max}	:	Esfuerzo cortante máximo
γ_h	:	Deformación hipebólica
a	:	Constante de ajuste
b	:	Constante de ajuste
c	:	Constante de ajuste
d	:	Constante de ajuste
e	:	Constante de ajuste

N	:	Número de ciclos de carga
D_{max}	:	Razón de amortiguamiento máximo
α	:	Factor de forma
τ_y	:	Esfuerzo cortante de fluencia
R	:	Número de correlación para la curva de Ramberg-Osgoog
a	:	Coeficiente de curvatura
Y_{r,D}	:	Deformación cortante de referencia respecto a la razón de amortiguamiento normalizado
S_{DG}	:	Pendiente de la curva $D - \log\left(\frac{G}{G_{max}}\right)$
I_{DG}	:	Intercepto con el eje Y de la curva $D - \log\left(\frac{G}{G_{max}}\right)$ (%).
k	:	Constante de Jaky
D_{Masing}	:	Razón de amortiguamiento basado en el comportamiento de Masing
σ_v	:	Presión de confinamiento vertical
frec	:	Frecuencia de carga
D_{Masing,a=1}	:	Razón de amortiguamiento basado en el comportamiento de Masing para un coeficiente de curvatura igual a 1
c₁	:	Constante de ajuste
c₂	:	Constante de ajuste
c₃	:	Constante de ajuste
Y_{r1}	:	Deformación cortante de referencia a una presión de confinamiento de 100 kPa
K	:	Constante de ajuste
D_{min1}	:	Razón de amortiguamiento mínimo a una presión de confinamiento de 100 kPa
f $\left(\frac{G}{G_{max}}\right)$:	Función del módulo de corte normalizado
[M]	:	Matriz de masa
[M]	:	Matriz de viscosidad
[K]	:	Matriz de rigidez
{ü}	:	Vector de aceleración
{ū}	:	Vector de velocidad
{u}	:	Vector de desplazamiento
{I}	:	Vector unitario
ü_g	:	Aceleración en la base de la columna de suelo
W	:	Contenido de humedad
LL	:	Límite líquido
IP	:	Índice de plasticidad

OCR	:	Razón de sobreconsolidación
G_s	:	Gravedad específica
C_c	:	Coeficiente de contracción
ρ_t	:	Peso específico saturado
ρ_d	:	Peso específico seco
A_G	:	Módulo de corte máximo a 1 atm de presión de confinamiento
∅	:	Ángulo de fricción interna
A_D	:	Razón de amortiguamiento mínimo a 1 atm de presión de confinamiento
n_D	:	Pendiente de la curva $\log(D_{\min}) - \log\left(\frac{\sigma_o}{p_a}\right)$
n_y	:	Pendiente de la curva $\log(\gamma_{ref}) - \log(\sigma_o)$.
A_y	:	Deformación cortante de referencia a 1 atm de presión de confinamiento
a₁	:	Constante de ajuste
a₂	:	Constante de ajuste
a₃	:	Constante de ajuste
PBI	:	Producto bruto interno
RCTS	:	Ensayo de columna resonante y corte torsional
SPT	:	Ensayo de penetración estándar
CPT	:	Ensayo de cono de penetración
PMT	:	Ensayo de medición de presión
RC	:	Ensayo de columna resonante
TS	:	Ensayo de corte torsional
CTX	:	Ensayo triaxial cíclico
MMD	:	Multi mode device
BPT	:	Ensayo de penetración Becker
SUCS	:	Sistema unificado de clasificación de suelos
LE	:	Lineal equivalente
ARSNL	:	Análisis de respuesta sísmica no lineal
NL	:	No lineal
MW	:	Desmonte de mina
LO	:	Mineral ROM
PGA	:	Aceleración horizontal pico

CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

La presente investigación está enfocada en el estudio de las propiedades dinámicas de materiales tales como mineral ROM y desmonte de mina, que son característicos de pilas de lixiviación y depósitos de desmonte, respectivamente, las cuales son estructuras típicas de una operación minera y que deben ser diseñadas y construidas asegurando su estabilidad sísmica. El mineral ROM (run-of-mine) corresponde al mineral que es cargado directamente a la pila de lixiviación sin pasar por el proceso de chancado.

En el Perú, la industria minera representa una parte importante del PBI y de las exportaciones, siendo necesario construir instalaciones estables y seguras dentro de la operación minera, evitando potenciales inestabilidades de las mismas, con las consecuencias ambientales y económicas que esto conlleva. Debido a la naturaleza de nuestro país, el factor sísmico es uno de los más importantes a tomar en cuenta en el diseño y construcción de estas estructuras; se requiere por lo tanto, llevar a cabo análisis sísmicos rigurosos de todo tipo de estructura geotécnica en general, para cualquier tipo de industria, y en particular para la industria minera, siendo por lo tanto necesario estudiar las propiedades dinámicas de materiales como mineral y desmonte de mina, materiales que se emplean para conformar estructuras importantes en una mina.

Teniendo en consideración lo expresado anteriormente, la presente tesis se estructuró en seis capítulos.

El capítulo I expone los antecedentes respecto al estudio de las propiedades dinámicas de materiales granulares, así como la justificación, planeamiento y objetivos de la presente investigación.

El capítulo II trata acerca del fundamento teórico referente a análisis de regresión, propiedades dinámicas, medición de propiedades dinámicas, factores que afectan las propiedades dinámicas de materiales granulares a bajos y altos niveles de deformación, relaciones analíticas que determinan las propiedades dinámicas del suelo, análisis de respuesta sísmica y metodología de curvas homotéticas.

El capítulo III presenta la caracterización geotécnica de los materiales empleados para la presente investigación correspondiente a mineral ROM y desmonte de mina, ensayos de laboratorio realizados sobre estos materiales y discusión de resultados de laboratorio.

El capítulo IV corresponde a la exposición de la propuesta analítica para representar las propiedades dinámicas a bajos y altos niveles de deformación del mineral ROM y/o desmonte de mina.

El capítulo V comprende la comparación de análisis de respuesta sísmica empleando las curvas de propiedades dinámicas propuestas en el presente estudio, así como las curvas de propiedades dinámicas propuestas por Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ y Menq (2003)⁽⁴³⁾ a fin observar la aplicabilidad de las formulaciones propuestas en el capítulo IV.

Finalmente el capítulo VI presenta las conclusiones y recomendaciones de la presente investigación.

1.1 ANTECEDENTES

A lo largo de la historia investigaciones como las presentadas por Hardin y Drnevich (1972b)⁽²⁴⁾, Seed *et al.* (1986)⁽⁵³⁾, Rollins *et al.* (1998)⁽⁵¹⁾, Menq (2003)⁽⁴³⁾ y Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾ proponen curvas del módulo de corte normalizado y razón de amortiguamiento con la deformación cortante para materiales granulares, algunos de estos autores proponen curvas empíricas (Seed *et al.* 1986⁽⁵³⁾ y Rollins *et al.* 1998⁽⁵¹⁾), mientras que otros emplean formulaciones matemáticas para su representación (Hardin y Drnevich (1972b)⁽²⁴⁾, Menq (2003)⁽⁴³⁾ y Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾).

Si bien en la actualidad no existe información acerca de curvas de propiedades dinámicas para materiales que se utilizan en la industria minera, tales como mineral ROM de pilas de lixiviación y desmonte de mina de botaderos de desmonte, las investigaciones mencionadas anteriormente son las más aceptadas para la caracterización dinámica de suelos granulares, tomando en cuenta la edad

geológica, características granulométricas, presión de confinamiento, entre otros aspectos.

Por otro lado, existe información limitada sobre propiedades dinámicas de materiales gravosos debido al tamaño máximo de partícula que puede ser ensayado en equipos estándar; sin embargo, investigadores como Marachi *et al.* (1972)⁽⁴¹⁾, Varadarajan *et al.* (2003)⁽⁶¹⁾, Verdugo y de la Hoz (2006)⁽⁶²⁾, De la Hoz (2007)⁽¹²⁾, Dorador (2010)⁽¹³⁾ y Besio (2012)⁽⁷⁾ han desarrollado la técnica de curvas homotéticas, la cual consiste en la conformación de una distribución granulométrica paralela a un menor tamaño de la original, de tal manera que los resultados de los ensayos con un tamaño menor y escalado como se indicó anteriormente, representan adecuadamente las características geotécnicas de los suelos a su tamaño real. Este método es ampliamente usado en muestras granulares de gran tamaño como las de minerales ROM y desmonte de mina, ya que debido al tamaño de sus partículas la aplicación de ensayos de laboratorio estándar es compleja y costosa.

1.2 JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA

Hoy en día el diseño y análisis de instalaciones mineras, tales como depósitos de desmonte de mina, pads de lixiviación, depósitos de relaves, presas de agua, accesos mineros, entre otros, en zonas altamente sísmicas como aquellas donde se desarrollan las operaciones mineras en el Perú, requieren de una apropiada determinación de las propiedades dinámicas de los materiales que son empleados para su construcción o almacenamiento (desmonte de mina, mineral, rellenos y suelos de cimentación), a fin de conocer el comportamiento de las instalaciones ante una demanda sísmica y de esta manera poder garantizar la estabilidad de las mismas.

En general, es muy importante realizar una apropiada determinación de las propiedades dinámicas de los materiales utilizados en diversos tipos de estructuras geotécnicas, con la finalidad de llevar a cabo la evaluación de la estabilidad sísmica de estas estructuras en zonas altamente sísmicas como las que se presentan en nuestro país.

1.3 PLANEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los análisis de estabilidad sísmica de pilas de lixiviación y depósitos de desmonte de mina, son generalmente llevados a cabo empleando curvas dinámicas propuestas en la literatura para suelos granulares; sin embargo, estas curvas no han sido desarrolladas específicamente para este tipo de materiales.

Elecciones inadecuadas de las curvas dinámicas pueden conllevar a diseños sísmicos inadecuados y esto a su vez a potenciales inestabilidades por efecto de un evento sísmico.

1.4 DEFINICIÓN DE OBJETIVOS

1.4.1 Objetivo general

- Generación de curvas de degradación del módulo de corte normalizado con la deformación cortante e incremento de la razón de amortiguamiento con la deformación cortante para mineral ROM y desmonte de mina.

1.4.2 Objetivos específicos

- Comparación de los resultados de los ensayos RCTS sobre mineral ROM y desmonte de mina con las curvas dinámicas para materiales granulares existentes en la literatura.
- Estudio de la dependencia de las características granulares del mineral ROM y desmonte de mina sobre las propiedades dinámicas a bajos y altos niveles de deformación.
- Desarrollo de ecuaciones para la determinación de las propiedades dinámicas de materiales de desmonte de mina y mineral ROM.
- Comparación de las curvas dinámicas obtenidas en el presente estudio con resultados de ensayos RCTS de materiales naturales y antrópicos (morrenas, relaves y relleno estructural).
- Ejecución de análisis de respuesta sísmica unidimensional empleando las curvas dinámicas obtenidas en el presente estudio y curvas dinámicas existentes en la literatura para materiales granulares.

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL

2.1 GENERALIDADES

El presente capítulo describe los aspectos teóricos que comprenden conceptos estadísticos y análisis de regresión, definiciones de propiedades dinámicas, determinación de propiedades dinámicas en laboratorio e *in situ*, factores que afectan las propiedades dinámicas de materiales granulares a bajos y altos niveles de deformación, relaciones analíticas para la representación de las propiedades dinámicas, análisis de respuesta sísmica y metodología de curvas homotéticas.

2.2 ANÁLISIS DE REGRESIÓN

El análisis de regresión engloba a un conjunto de métodos estadísticos que se usan cuando tanto la variable dependiente como la variable independiente son continuas y se desea predecir valores de la primera en función de valores observados en la segunda. En esencia, el análisis de regresión consiste en ajustar a un modelo los datos recopilados, estimando coeficientes a partir de las observaciones con el fin de predecir valores de la variable dependiente a partir de una variable independiente (regresión simple) o varias variables independientes (regresión múltiple) (Montgomery *et al.* 2006⁽⁴⁴⁾).

2.2.1 Regresión lineal

El modelo de regresión lineal es aquel que contiene parámetros lineales desconocidos, tal como se observa en la ecuación 2.1. Asimismo, debido a la dependencia entre las variables dependientes y la variable independiente, el modelo de regresión lineal se puede dividir en regresión lineal simple (cuando se posee una variable independiente) y en regresión lineal múltiple (cuando se posee más de una variable independiente) (Montgomery *et al.* 2006⁽⁴⁴⁾).

2.2.1.1 Regresión lineal simple

Modelo de regresión lineal en el cual interviene una variable independiente, tal como se observa en la ecuación 2.1 (Montgomery *et al.* 2006⁽⁴⁴⁾).

$$Y = a + bX + \varepsilon \quad (2.1)$$

Donde:

Y	:	Variable dependiente
X	:	Variable independiente
a	:	Punto de corte en el eje de ordenadas
b	:	Pendiente de la recta
ε	:	Componente aleatorio de error

2.2.1.2 Regresión lineal múltiple

Modelo de regresión lineal en el cual intervienen más de una variable independiente, tal como se observa en la ecuación 2.2 (Montgomery *et al.* 2006⁽⁴⁴⁾).

$$Y = a + a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_nX_n + \varepsilon_i \quad (2.2)$$

Donde:

Y	:	Variable dependiente
X_1, X_2, \dots, X_n	:	Variables independientes
a, a_1, \dots, a_n	:	Coefficientes de regresión
ε_i	:	Componente aleatorio de error

2.2.2 Regresión no lineal

El modelo de regresión no lineal es aquel que contiene parámetros desconocidos no lineales ($f(X, \theta)$), tal como se observa en la ecuación 2.3 (Montgomery *et al.* 2006⁽⁴⁴⁾).

$$Y = f(X, \theta) + \varepsilon \quad (2.3)$$

Donde:

Y	:	Variable dependiente
X	:	Variable independiente
θ	:	Parámetro desconocido
ε	:	Componente aleatorio de error

$f(X, \theta)$: Función de valor esperado

2.2.3 Método de mínimos cuadrados

El método de mínimos cuadrados es aquel que minimiza la suma de las distancias al cuadrado de los puntos observados a la curva de ajuste (Juarez y Leon 2010⁽³²⁾).

Sea X una variable independiente y $f(X)$ una función desconocida de X la cual se quiere aproximar. Suponiendo que se tiene m observaciones (Juarez y Leon 2010⁽³²⁾).

$$(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_m, Y_m) \quad (2.4)$$

Donde:

$Y_i \approx Y(X_i); i = 1, 2, \dots, m$: Variable dependiente

$X_i; i = 1, 2, \dots, m$: Variable independiente

Se busca modelar $Y(X)$ por medio de una combinación de n funciones base $\phi_1(X), \phi_2(X), \dots, \phi_n(X)$. En el caso lineal se supone que la función que se ajusta a los datos es una combinación lineal de la forma (ecuación 2.5) y los datos que satisfacen esta ecuación son mostrados en la ecuación 2.6 (Juarez y Leon 2010⁽³²⁾).

$$Y(X) = C_1\phi_1(X) + C_2\phi_2(X) + \dots + C_n\phi_n(X) \quad (2.5)$$

$$Y_i = C_1\phi_1(X_i) + C_2\phi_2(X_i) + \dots + C_n\phi_n(X_i), i = 1, 2, \dots, m \quad (2.6)$$

La ecuación 2.6 constituye un sistema de m ecuaciones con n incógnitas C_1, C_2, \dots, C_n . En el ajuste de curvas el número de funciones base n es generalmente menor que el número de datos m , es decir $m > n$. En forma matricial la ecuación 2.6 puede expresarse de la siguiente manera (Juarez y Leon 2010⁽³²⁾).

$$\begin{bmatrix} \phi_1(X_1) & \phi_2(X_1) & \dots & \phi_n(X_1) \\ \phi_1(X_2) & \phi_2(X_2) & \dots & \phi_n(X_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_1(X_m) & \phi_2(X_m) & \dots & \phi_n(X_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_m \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

A la matriz de este sistema $A = (a_{ij})$ con $(a_{ij}) = \phi_j(X_i)$ se le denomina matriz de diseño. Las funciones base $\phi_i(X)$ con $i = 1, 2, \dots, n$, pueden ser funciones no lineales de X , pero los coeficientes y parámetros C_j aparecen en el modelo en forma lineal cuando se trata de un ajuste lineal. Dependiendo del problema

particular y el objeto de estudio, las funciones $\phi_i(X)$ pueden escogerse de muchas maneras, e incluso pueden depender de ciertos parámetros. Algunas elecciones comunes pueden ser, entre polinomiales, funciones racionales, exponenciales, entre otras. Entonces el problema consiste en buscar los coeficientes de la función (ecuación 2.5) que mejor ajusten los datos. El enfoque de mínimos cuadrados consiste en buscar aquel vector de coeficientes C que minimice el residual $r = Y - AC$, lo cual consistiría en resolver (Juarez y Leon 2010⁽³²⁾).

$$\min_{C \in \mathbb{R}^n} \|AC - Y\|^2 \quad (2.8)$$

Es decir, para encontrar el ajuste de mínimos cuadrados se debe encontrar el vector de coeficientes $C = (C_1, \dots, C_n)^T$ que minimiza la suma de cuadrados (Juarez y Leon 2010⁽³²⁾).

$$\min_{C \in \mathbb{R}^n} \sum_{i=1}^m (C_1 \phi_1(X_i) + C_2 \phi_2(X_i) + \dots + C_n \phi_n(X_i) - Y_i)^2 \quad (2.9)$$

2.2.4 Media o promedio

Un promedio es un valor típico o representativo de un conjunto de datos. Se pueden definir varios tipos de promedios; los más usados son la media aritmética (ecuación 2.10), media geométrica (ecuación 2.11) y media armónica (ecuación 2.12) (Spiegel y Stephens 2009⁽⁵⁷⁾).

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (2.10)$$

$$\bar{X} = \sqrt[n]{X_1 X_2 X_3 \dots X_n} \quad (2.11)$$

$$\bar{X} = \frac{n}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i}} \quad (2.12)$$

Donde:

- \bar{X} : Media o promedio
- X_i : Dato i-ésimo
- n : Número de datos

2.2.5 Desviación estándar

La desviación estándar indica que tan dispersos se encuentran los datos respecto de la media. A mayor valor, mayor será la dispersión de datos. La ecuación 2.13 muestra la ecuación para determinar la desviación estándar (Spiegel y Stephens 2009⁽⁵⁷⁾).

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n}} \quad (2.13)$$

Donde:

σ	:	Desviación estándar
X_i	:	Dato i-ésimo
\bar{X}	:	Media
n	:	Número de datos

2.2.6 Varianza

La varianza mide que tan dispersos están los datos respecto de la media y es igual al cuadrado de la desviación estándar. La ecuación 2.14 muestra la ecuación para determinar la varianza (Spiegel y Stephens 2009⁽⁵⁷⁾).

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} \quad (2.14)$$

Donde:

σ^2	:	Varianza
X_i	:	Dato i-ésimo
\bar{X}	:	Media
n	:	Número de datos

2.2.7 Coeficiente de determinación

El coeficiente de determinación (r^2) multiplicado por 100, indica el porcentaje de la variación dependiente y que es explicado por las variaciones de las variables independientes del modelo. El coeficiente de determinación también mide la bondad del ajuste o de la recta de regresión ajustada por el método de mínimos cuadrados (UNMSM 2017⁽⁶⁰⁾).

$$r^2 = \frac{SSR}{SST} \quad (2.15)$$

$$SSR = \sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 \quad (2.16)$$

$$SST = \sum (Y_i - \bar{Y})^2 \quad (2.17)$$

Donde:

Y_i	:	Valores observados de la variable dependiente Y
\hat{Y}_i	:	Valores estimados de Y
\bar{Y}	:	Valor promedio de la variable dependiente Y
SSR	:	Suma de cuadrados debido a la regresión
SST	:	Suma de cuadrados del total

2.3 PROPIEDADES DINÁMICAS

La naturaleza y destrucción del daño sísmico está fuertemente influenciado por la respuesta del suelo frente a cargas sísmicas. Esta respuesta es controlada en gran parte por las propiedades dinámicas del suelo; asimismo, una gran parte de estos problemas se encuentran relacionados al efecto de la propagación de ondas (niveles de deformación menores a 10⁻⁴%), mientras que otra parte de los problemas se relacionan a la estabilidad de las masas de suelo (niveles de deformación mayores a 10⁻⁴%) (Ishihara 1996⁽³⁰⁾).

El comportamiento del suelo ante cargas sísmicas es determinado mediante las propiedades dinámicas del suelo, las cuales determinan su rigidez y su degradación, así como la capacidad de disipar energía ante una carga dinámica (Kramer 1996⁽³⁷⁾).

El módulo de corte (G), la razón de amortiguamiento (D) y la velocidad de ondas de corte (V_s) son las propiedades dinámicas más importantes para modelar la respuesta sísmica del suelo.

2.3.1 Módulo de corte, G

La rigidez del suelo ante un movimiento cíclico es representada por la velocidad de onda de corte (V_s) o el módulo de corte (G). A bajos niveles de deformación (menores a $10^{-4}\%$) la velocidad de ondas de corte (V_s) se encuentra relacionado con el módulo de corte máximo (G_{max}) mediante el peso específico (ρ) tal como se observa en la ecuación 2.18. A moderados niveles de deformación (de 10^{-4} a $10^{-2}\%$), usualmente el módulo de corte secante (G_{sec}) es empleado para representar la rigidez promedio del suelo. La relación entre el módulo de corte máximo (G_{max}), el módulo de corte (G), la deformación cortante (γ) y el esfuerzo cortante (τ) se ilustran en la Figura 2.1 (Zhang *et al.* 2005⁽⁶⁶⁾).

$$G_{max} = \frac{\rho}{g} V_s^2 \quad (2.18)$$

Donde:

G_{max}	:	Módulo de corte máximo (kPa)
V_s	:	Velocidad de onda de corte (m/s)
ρ	:	Peso específico del suelo (kN/m^3)
g	:	Aceleración de la gravedad (m/s^2)

2.3.2 Razón de amortiguamiento, D

El efecto de la disipación de la energía en el suelo está relacionado a la razón de amortiguamiento. Los mecanismos que contribuyen al amortiguamiento del suelo son la fricción entre las partículas del suelo y su comportamiento no lineal (Zhang *et al.* 2005⁽⁶⁶⁾).

$$D = \frac{W_D}{4\pi W_S} \quad (2.19)$$

Donde:

D	:	Razón de amortiguamiento (%)
W_D	:	Energía disipada en un ciclo de carga
W_S	:	Máxima energía de deformación almacenada durante un ciclo de carga

Teóricamente, en el rango lineal elástico no existe disipación de energía para el modelo histerético definido en la ecuación 2.19; sin embargo, a bajos niveles de deformación (menores a $10^{-4}\%$) existe una pequeña disipación de energía, la cual

se mide por medio de ensayos de laboratorio. La razón de amortiguamiento a bajos niveles de deformación (D_{\min}) es constante, mientras que a altos niveles de deformación (mayores a $10^{-2}\%$) este parámetro se incrementa con el incremento de las deformaciones (Zhang *et al.* 2005⁽⁶⁶⁾).

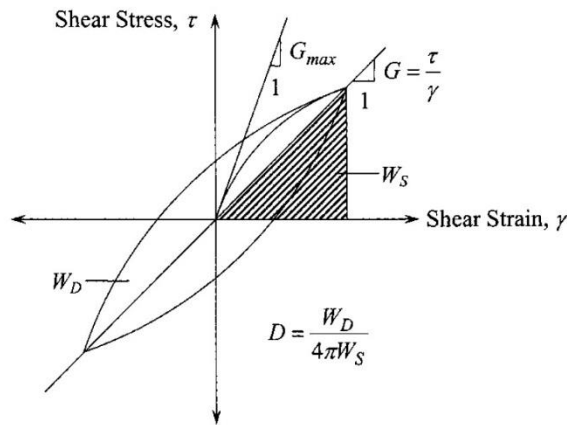


Figura 2.1 Lazo histerético para un ciclo de carga. (Zhang *et al.* 2005⁽⁶⁶⁾)

2.4 MEDICIÓN DE LAS PROPIEDADES DINÁMICAS DEL SUELO

La medición de las propiedades dinámicas del suelo es un paso crítico en la solución de problemas de ingeniería geotécnica sísmica para lo cual existe una amplia variedad de ensayos de campo y de laboratorio, cada uno de ellos con diferentes ventajas, desventajas y limitaciones para el estudio de los problemas de la ingeniería geotécnica.

Los ensayos empleados para la medición de las propiedades dinámicas del suelo se centran en el comportamiento de degradación del suelo por pérdida de rigidez y no de resistencia. Algunos ensayos se orientan a la medición de propiedades a bajos niveles de deformación (menores a $10^{-4}\%$), mientras que otros operan con altos niveles de deformación (mayores a $10^{-2}\%$). La técnica de medida de las propiedades dinámicas debe ser elegida cuidadosamente en función del problema geotécnico a resolver (Kramer 1996⁽³⁷⁾).

Las propiedades dinámicas del suelo que involucran el uso de propagación de ondas logran determinar rigidez, amortiguamiento, razón de Poisson y densidad a bajos niveles de deformación. Las características de rigidez y amortiguamiento ante cargas cíclicas son de gran importancia para la evaluación de un problema

de ingeniería geotécnica sísmica, debido a que no solo se requiere conocer el comportamiento del suelo a bajos niveles de deformación (menores a $10^{-4}\%$) puesto que el suelo presenta un comportamiento no lineal a medida del incremento de la deformación cortante, por ende también es importante la medición de propiedades dinámicas a medios y altos niveles de deformación (mayores a $10^{-4}\%$) (Kramer 1996⁽³⁷⁾).

La medición en campo o laboratorio de las propiedades dinámicas es presentada en los siguientes acápite. Algunos de estos ensayos fueron desarrollados para la medición de las propiedades dinámicas en la práctica actual, mientras que otros son ensayos modificados usados para medir el comportamiento del suelo ante una carga monotónica.

2.4.1 Ensayos de campo

Los ensayos de campo permiten la medida *in situ* de las propiedades del suelo, lo cual implica grandes ventajas, tales como no requerir muestrear el suelo, evitando así la alteración de los esfuerzos, composición química, temperatura y estructura del suelo a evaluar. Asimismo, muchos ensayos de campo a fin de representar un problema de interés, inducen deformaciones al suelo mediante propagación de ondas. Sin embargo, los ensayos de campo no permiten que se investigue fácilmente los efectos de condiciones distintas de las condiciones *in situ*. Adicionalmente a esto, algunos ensayos de campo pueden realizarse en superficie, mientras que otros pueden realizarse a profundidad (Kramer 1996⁽³⁷⁾).

2.4.1.1 Ensayos de campo a bajos niveles de deformación

Los ensayos de campo a bajas deformaciones no inducen un comportamiento no lineal en el suelo (deformaciones cortantes menores a $10^{-4}\%$) (Ishihara 1996⁽³⁰⁾). Estos ensayos están basados en la teoría de la propagación de ondas en materiales con comportamiento lineal. Muchos de estos ensayos implican la medición de las velocidades de ondas de cuerpo que pueden relacionarse con los módulos de corte a bajas deformaciones (G_{\max}) (Hardin y Richard (1963)⁽²⁵⁾); otros ensayos implican el desarrollo de ondas estacionarias, cuyas medidas de frecuencias y/o longitudes de onda son empleadas para el cálculo del módulo de

corte a bajas deformaciones. A continuación, se detallan algunos ensayos de campo a bajos niveles de deformación (Kramer 1996⁽³⁷⁾).

- **Reflexión sísmica;** permite determinar la velocidad de propagación de las ondas y el espesor de capas superficiales de suelo. El ensayo consiste en generar un impulso en un punto y medir el tiempo de llegada de la onda P en otro punto (ver Figura 2.2) (Kramer 1996⁽³⁷⁾).

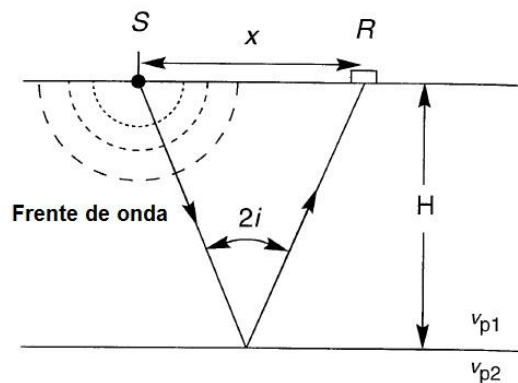


Figura 2.2 Trayectoria de una onda P incidente y reflejada para un estrato horizontal de suelo. (Kramer 1996⁽³⁷⁾)

- **Refracción sísmica;** al igual que el ensayo de reflexión sísmica, este ensayo permite medir espesores de suelo. El ensayo consiste en la medición de los tiempos de viaje de las ondas S y P desde un impulso a un conjunto de puntos a lo largo de la superficie del terreno (ver Figura 2.3) (Kramer 1996⁽³⁷⁾).

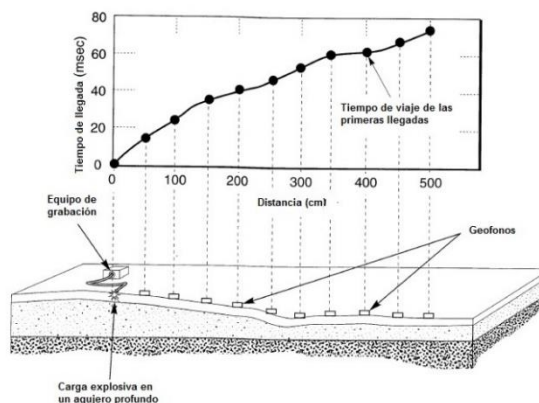


Figura 2.3 Configuración del ensayo de refracción sísmica. (Redpath 1973⁽⁴⁹⁾)

- **Vibración en estado estable (ondas Rayleigh);** la determinación de la llegada de la onda y su tiempo de llegada es determinada en ensayos que interpretan las propiedades mediante el uso de vibraciones *steady-state*. Producto de una vibración constante, las ondas Rayleigh producirán desplazamientos verticales y horizontales, y la superficie del suelo será distorsionada tal como se observa en la Figura 2.4. Mediante la colocación de un receptor ubicado en el generador de las oscilaciones y otro receptor a una distancia diferente a la del primer receptor, la localización de puntos de vibración en fase puede ser determinada. La distancia entre estos dos puntos de vibración es igual a la longitud de onda de las ondas Rayleigh (Kramer 1996⁽³⁷⁾).

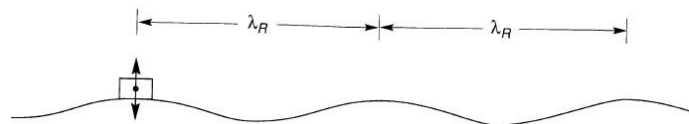


Figura 2.4 Deformaciones en la superficie del suelo mediante ondas Rayleigh inducidas por una vibración vertical. (Richard *et al.* 1970⁽⁵⁰⁾)

- **Down-Hole y Up-Hole;** este tipo de ensayos es llevado a cabo en un pozo, desarrollado mediante una perforación. En el ensayo *up-hole*, una fuente generadora de impulsos es ubicada al fondo del pozo y un receptor se ubica en la parte superior y colindante del mismo pozo (Figura 2.5a); mientras que en el ensayo *dow-hole* la fuente generadora de impulsos se ubica en la superficie colindante al pozo y el receptor se ubica al fondo del pozo (Figura 2.5b). El objetivo de los ensayos *down-hole* y *up-hole* es medir el tiempo de viaje de las ondas S y P desde la fuente de impulso hasta el receptor (Kramer 1996⁽³⁷⁾).

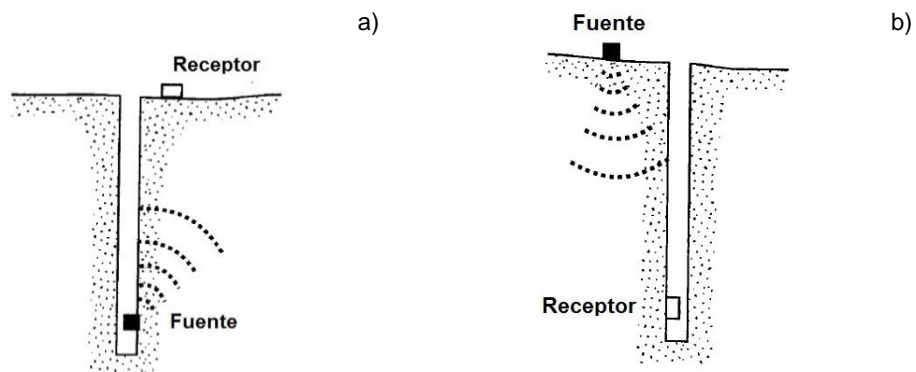


Figura 2.5 (a) Ensayo *up-hole* y (b) ensayo *down-hole* (Kramer 1996⁽³⁷⁾).

- **Cono sísmico**; consiste en el empleo de un penetrómetro convencional equipado con un acelerómetro ubicado encima de la manga de fricción del cono, el cual en diferentes etapas del sondeo de penetración, genera impulsos en la superficie del suelo. Las curvas tiempo-profundidad pueden ser generadas e interpretadas de igual manera que el ensayo *down-hole* (Kramer 1996⁽³⁷⁾).

2.4.1.2 Ensayos de campo a altos niveles de deformación

Históricamente los ensayos de campo para la determinación propiedades dinámicas a altos niveles de deformación (mayores a $10^{-4}\%$) han sido el ensayo de penetración estándar (SPT), ensayo de cono de penetración (CPT), ensayo de medición de presión (PMT), entre otros; sin embargo, estos actualmente se encuentran en desuso dentro de la práctica ingenieril.

2.4.2 Ensayos de laboratorio

Los ensayos de laboratorio son usualmente desarrollados en especímenes pequeños, sobre los cuales se asume que representan las características generales del suelo de estudio. En algunos ensayos de laboratorio los especímenes son ensayados como elementos, los cuales son sometidos a un esfuerzo inicial y cambios uniformes de esfuerzos. Otros ensayos de laboratorio ensayan los especímenes como modelos, y los resultados son interpretados en término de la irregularidad de las condiciones de contorno de desarrollo del modelo (Kramer 1996⁽³⁷⁾).

2.4.2.1 Ensayos de laboratorio a bajos niveles de deformación

Existe un limitado número de ensayos de laboratorio capaces de determinar las propiedades dinámicas del suelo a bajos niveles de deformación, entre ellos tenemos los siguientes:

- **Ensayo de columna resonante (RC)**; es el ensayo más empleado en la medición de las propiedades dinámicas del suelo a bajos niveles de deformación. El ensayo consta de un sistema electromagnético ubicado en

la parte superior del espécimen, el cual genera cargas torsionales armónicas en las cuales se puede controlar la frecuencia y la amplitud (Figura 2.6). Posterior a la preparación y consolidación de la muestra, se inicia la aplicación de la carga torsional, la cual empieza con una frecuencia baja (frecuencia fundamental del espécimen) (Kramer 1996⁽³⁷⁾).

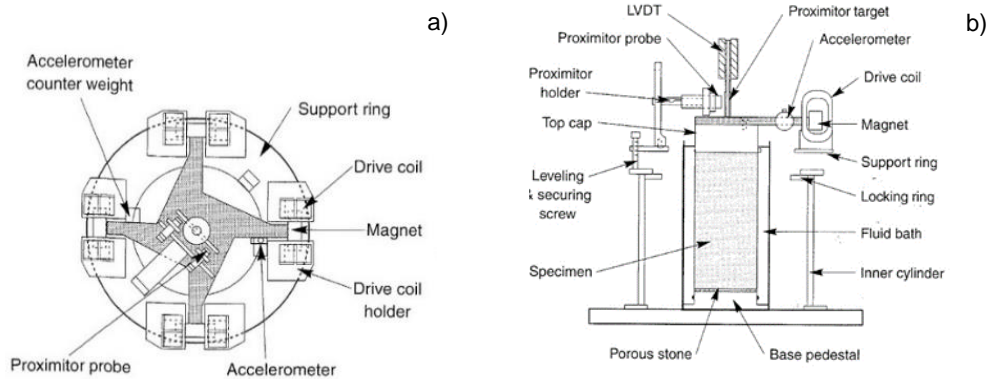


Figura 2.6 Configuración general del equipo RC: (a) vista en planta del sistema de carga y (b) vista en perfil del sistema de carga y espécimen de suelo. (EPRI 1993⁽¹⁵⁾)

- **Ensayo piezoeléctrico Bender;** los elementos Bender son dos transductores, el primero denominado “transmisor”, ubicado en la parte superior del espécimen, genera un movimiento de plegamiento cuando es excitado por un voltaje, mientras que el “receptor”, ubicado en la parte inferior del espécimen, detecta la vibración propagada a través del suelo y produce un voltaje (Figura 2.7). Las señales eléctricas transmitidas y recibidas son grabadas en un osciloscopio para un posterior cálculo de la velocidad de onda de corte transmitida por el espécimen. Los elementos Bender son compuestos de material piezoeléctrico, los cuales sufren cambios en sus dimensiones cuando son expuestos a un voltaje. Sobre los elementos Bender se aplica un voltaje conocido a fin de determinar una velocidad de ondas de corte constante sobre el elemento Bender “transmisor” (Kramer 1996⁽³⁷⁾).

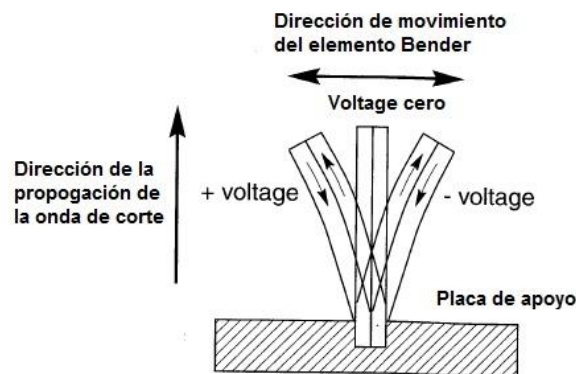


Figura 2.7 Elemento piezoeléctrico Bender. (Kramer 1996⁽³⁷⁾)

2.4.2.2 Ensayo de laboratorio a altos niveles de deformación

A altos niveles de deformación el suelo generalmente muestra cambios de volumen. Bajo condiciones de carga drenada estas tendencias se evidencian a través de la deformación volumétrica, mientras que bajo condiciones de carga no drenada esto se evidencia a través de la variación de presión de poros (esfuerzo efectivo). A continuación, se presentan brevemente los ensayos de laboratorio que determinan propiedades dinámicas a altos niveles de deformación.

- **Ensayo de corte torsional cíclico (TS)**; consta de la aplicación de una carga torsional en la parte superior del espécimen (Figura 2.8). La frecuencia de carga es menor que en el ensayo RC. El desplazamiento en la parte superior del espécimen es monitoreado empleando proxímetros. Basados en el torque y desplazamientos en la parte superior del espécimen se puede generar la curva de histéresis del material (Kramer 1996⁽³⁷⁾).

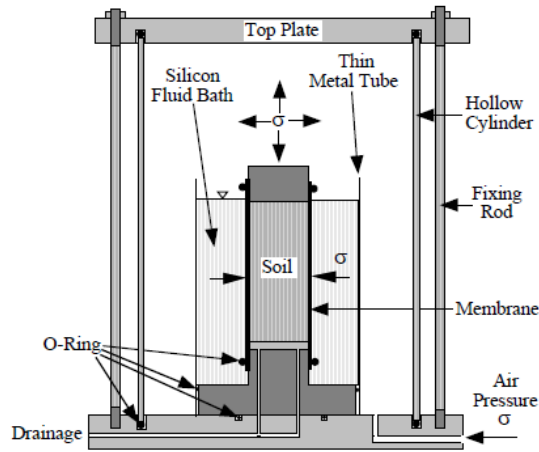


Figura 2.8 Equipo corte torsional cíclico.
(Hwang 1997⁽²⁷⁾)

- **Ensayo triaxial cíclico (CTX)**; consta de un espécimen cilíndrico ubicado entre dos placas de carga y recubierto por una membrana (Figura 2.9). El espécimen es sometido a un esfuerzo radial y un esfuerzo axial. La diferencia entre el esfuerzo axial y radial es llamado esfuerzo desviador, este esfuerzo desviador es aplicado cíclicamente ya sea bajo esfuerzo controlado o deformación controlada. Los esfuerzos y deformaciones medidas son empleadas en la determinación del módulo de corte y razón de amortiguamiento a grandes deformaciones (Kramer 1996⁽³⁷⁾).

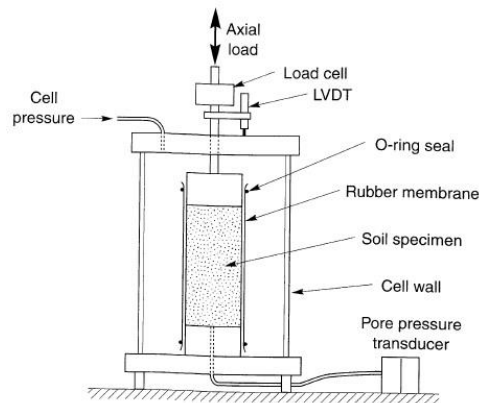


Figura 2.9 Equipo triaxial cíclico. (Kramer 1996⁽³⁷⁾)

- **Ensayo combinado de columna resonante y corte torsional (RCTS);** equipo capaz de ensayar especímenes de suelo en dos diferentes modos. El primer modo corresponde a bajas frecuencias de carga cíclica (columna resonante), mientras que el segundo modo corresponde a altas frecuencias de carga cíclica (corte torsional). Este ensayo solo requiere del uso de un espécimen, por lo cual la variabilidad de usar diferentes especímenes o ensayar el mismo espécimen previamente es eliminado. La data colectada de los dos modos de ensayo es comparada en orden de entender mejor el comportamiento del material. (Menq 2003⁽⁴³⁾)

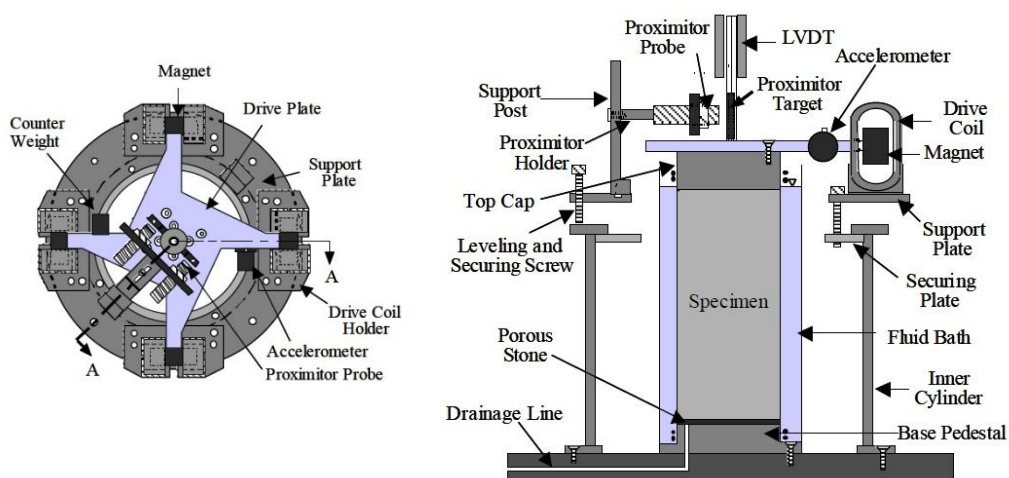


Figura 2.10 Equipo RCTS (Hwang 1997⁽²⁷⁾).

Para el desarrollo de la presente investigación se emplearon los ensayos de columna resonante y corte torsional (RCTS) para la determinación de las propiedades dinámicas a bajos niveles de deformación cortante (deformaciones menores a $10^{-4}\%$) y los ensayos triaxiales cíclicos (CTX) para la determinación de las propiedades dinámicas a medios y altos niveles de deformación cortante (deformaciones mayores a $10^{-4}\%$), se eligieron estos ensayos debido a que en conjunto estos proporcionan las propiedades dinámicas ($\frac{G}{G_{max}}$ y D) en todo el rango de deformación cortante requerido para la presente investigación (10^{-6} a 1%); asimismo, se tomó en cuenta que investigaciones similares (Darendeli 2001⁽¹¹⁾, Menq 2003⁽⁴³⁾, Zhang *et al.* 2005⁽⁶⁶⁾, Senetakis *et al.* 2013⁽⁵⁵⁾, etc.) emplean los ensayos RCTS y CTX debido a la confiabilidad de los resultados que estos brindan.

2.5 FACTORES QUE AFECTAN LAS PROPIEDADES DINÁMICAS DE MATERIALES GRANULARES A BAJOS NIVELES DE DEFORMACIÓN.

A bajos niveles de deformación (deformación menor a $10^{-4}\%$) el módulo de corte es constante y máximo (G_{\max}), mientras que la razón amortiguamiento presenta un valor mínimo (D_{\min}). El presente acápite expondrá la influencia de la relación de vacíos (e), presión de confinamiento medio (σ_o), gradación, forma de las partículas, disturbancia y edad geológica sobre G_{\max} y D_{\min} de suelos granulares.

2.5.1 Efecto de e y σ_o sobre G_{\max} para suelos arenosos y gravosos

Hardin y Richard (1963)⁽²⁵⁾ emplearon equipos de columna resonante *free-free* y *fixed-free* para evaluar a bajos niveles de deformación suelos arenosos (tamaño máximo de partícula igual a 0,85 mm), encontrando que la velocidad de ondas de corte (V_s) para suelos granulares varía de manera proporcional al 25% de la potencia de σ_o ; asimismo, encontraron que V_s es una función de σ_o y e tal como se indica a continuación:

$$V_s = (170 - 78,2e) \sigma_o^{\frac{1}{4}}, \sigma_o > 2000 \text{ psf} \quad (2.20)$$

$$V_s = (119 - 56e) \sigma_o^{\frac{1}{4}}, \sigma_o \leq 2000 \text{ psf} \quad (2.21)$$

Donde:

- V_s : Velocidad de onda de corte (fps)
 σ_o : Presión de confinamiento medio (psf)
 e : Relación de vacíos

La ecuación 2.20 en término de G_{\max} puede escribirse de la siguiente manera:

$$G_{\max} = A_G F(e) \left(\frac{\sigma_o}{P_a} \right)^{n_G} \quad (2.22)$$

Donde:

- G_{\max} : Módulo de corte máximo (MPa)
 A_G : Módulo de corte máximo a 1 atm de presión de confinamiento (MPa)
 n_G : Pendiente de la curva $\log(G_{\max}) - \log(\sigma_o)$
 $F(e)$: Función de la relación de vacíos
 σ_o : Presión de confinamiento medio (kPa)

P_a : Presión atmosférica (kPa)

Las ecuaciones 2.23, 2.24 y 2.25 muestran propuestas para $F(e)$, mientras que la Tabla 2.1 resumen valores de A_G y n_G para suelos arenosos y gravosos presentes en la literatura.

$$F(e) = \frac{(2,97-e)^2}{1+e} \text{ por Hardin y Black (1968)}^{(22)} \quad (2.23)$$

$$F(e) = \frac{1}{0,3+0,7e^2} \text{ por Hardin (1978)}^{(21)} \quad (2.24)$$

$$F(e) = e^{1,3}, \text{ por Belloti et al. (1996)}^{(6)} \quad (2.25)$$

Donde:

$F(e)$: Función de la relación de vacíos

e : Relación de vacíos

Tabla 2.1 Valores de A_G y n_G para suelos arenosos y gravosos (Kokusho 1987⁽³⁴⁾ y Ishihara 1996⁽³⁰⁾)

Tipo de suelo	Autor	$F(e)$	A_G	n_G	Descripción del suelo
Suelos arenosos	Hardin y Richard (1963) ⁽²⁵⁾	$\frac{(2,17 - e)^2}{1 + e}$	7000	0,5	Arena de Ottawa de grano redondeado
	Iwasaki <i>et al.</i> (1978) ⁽³¹⁾	$\frac{(2,97 - e)^2}{1 + e}$	3300	0,5	Cuarzo triturado de grano angular
	Kokusho (1980) ⁽³³⁾	$\frac{(2,17 - e)^2}{1 + e}$	9000	0,38	Arenas limpias
	Yu y Richard (1984) ⁽⁶⁵⁾	$\frac{(2,17 - e)^2}{1 + e}$	8400	0,5	Arena de Toyura
			$\frac{(2,17 - e)^2}{1 + e}$	7000	0,5
Suelos gravosos	Prange (1981) ⁽⁴⁷⁾	$\frac{(2,97 - e)^2}{1 + e}$	7230	0,38	Lastre ($D_{50} = 40$ mm, $C_u = 3$)
	Kokusho y Esashi (1981) ⁽³⁵⁾	$\frac{(2,17 - e)^2}{1 + e}$	13000	0,55	Roca triturada ($D_{50} = 30$ mm, $C_u = 10$)
		$\frac{(2,17 - e)^2}{1 + e}$	8400	0,60	Gravas redondeadas ($D_{50} = 10$ mm, $C_u = 20$)
	Tanaka <i>et al.</i> (1987) ⁽⁶⁹⁾	$\frac{(2,17 - e)^2}{1 + e}$	3080	0,60	Gravas ($D_{50} = 10$ mm, $C_u = 20$)
	Goto <i>et al.</i> (1987) ⁽¹⁷⁾	$\frac{(2,17 - e)^2}{1 + e}$	1200	0,85	Gravas redondeadas ($D_{50} = 2$ mm, $C_u = 10$)

Abreviaturas:

e : Relación de vacíos.

$F(e)$: Función de la relación de vacíos.

A_G : Módulo de corte máximo a 1 atm de presión de confinamiento.

n_G : Pendiente de la curva $\log(G_{\max}) - \log(\sigma_o)$.

D_{50} : Diámetro de grano medio.

C_u : Coeficiente de uniformidad.

Seed *et al.* (1986)⁽⁵³⁾ indican que el G_{\max} es una función de σ_o tal como se indica a continuación.

$$G_{\max} = 1000(K_2)_{\max} \sigma_o^{n_G} \quad (2.26)$$

Donde:

- G_{\max} : Módulo de corte máximo (psf)
 $(K_2)_{\max}$: Constante
 σ_o : Presión de confinamiento medio (psf)
 n_G : Pendiente de la curva $\log(G_{\max}) - \log(\sigma_o)$

Valores sugeridos de $(K_2)_{\max}$ por Seed *et al.* (1986)⁽⁵³⁾ son presentados en la Tabla 2.2

Tabla 2.2 Valores de $(K_2)_{\max}$ para suelos arenosos y suelos gravosos (Seed *et al.* 1986⁽⁵³⁾)

Tipo de suelo	Autor	Lugar	Profundidad ft (m)	$(K_2)_{\max}$
Suelos arenosos	Arena suelta y húmeda	Minnesota	10 (3)	34
	Arena densa seca	Washington	10 (3)	44
	Arena densa saturada	So. California	50 (15)	58
	Arena densa saturada	Georgia	200 (61)	60
	Arena limosa densa y saturada	Georgia	60 (18)	65
	Arena densa saturada	So. California	300 (91)	72
	Arena limosa muy densa	So. California	125 (38)	86
Suelos gravosos	Arena, grava y cantos con poca arcilla	Caracas	200 (61)	90
	Arena densa y grava	Washington	150 (46)	122
	Arena, grava y cantos con poca arcilla	Caracas	255 (78)	123
	Arena densa y grava arenosa	So. California	175 (53)	188

Abreviaturas:

$(K_2)_{\max}$: Constante dependiente del material.

De las Tablas 2.1 y 2.2 se observa que σ_o y e no son las únicas variables que afectan a G_{\max} , las características granulométricas y de forma de partícula representadas por A_G , n_G y $(K_2)_{\max}$ también tienen influencia sobre G_{\max} .

2.5.2 Efecto de la gradación y forma de la partícula en G_{max} para suelos granulares

El diámetro de grano medio (D_{50}) y el coeficiente de uniformidad (C_u) son las propiedades físicas empleadas para medir el efecto de la gradación. Generalmente, la forma de las partículas se puede diferenciar en dos grupos, el primero conformado por partículas redondeadas o subredondeadas y el segundo conformado por partículas angulares (Menq 2003⁽⁴³⁾).

Hardin (1973)⁽²⁰⁾ empleando un equipo de columna resonante *free-free* ensayó 19 muestras de suelos granulares y agregados, los cuales fueron remoldeados en especímenes de 6" de diámetro y ensayados en un rango de presiones de confinamiento de 15,2 a 91,2 atm. Las propiedades físicas de los materiales ensayados por Hardin (1973)⁽²⁰⁾ se muestran en la Tabla 2.3. Hardin (1973)⁽²⁰⁾ con base en sus ensayos determina que el diámetro por donde pasa el 5% de finos tiene un efecto significativo en el G_{max} , lo cual se puede evidenciar en la ecuación 2.27 propuesta por Hardin (1973)⁽²⁰⁾.

$$G_{max} = Y(2 + D_5^{\frac{\sigma_o^{-0,2}}{3}}) \left(\frac{(2,73 - e)^2}{P_a} \right) (\sigma_o)^{0,5} \quad (2.27)$$

Donde:

G_{max}	:	Módulo de corte máximo (bars)
D_5	:	Diámetro por donde pasa el 5% de material (mm)
e	:	Relación de vacíos
σ_o	:	Presión de confinamiento medio (bars)
P_a	:	Presión atmosférica (bars)
Y	:	Constante

Hardin (1973)⁽²⁰⁾ agrupa sus muestras en 4 grupos y sugiere valores de Y para diferentes tipos de suelos, la Tabla 2.4 muestra los valores sugeridos por Hardin (1973)⁽²⁰⁾

Tabla 2.3 Propiedades físicas de muestras de suelo y agregados (Hardin 1973⁽²⁰⁾)

Muestra	Descripción del suelo	Y	e	S (%)	D ₅ (mm)	D ₅₀ (mm)	C _u
RC2	Caliza triturada	137	0,73	0	7,92	16,5	1,25
RC3	Caliza triturada	146	0,647	0	3,56	12,0	1,26
RC4	Caliza triturada	158	0,68	0	0,94	8,8	1,27
RC5	Grava de río	136	0,519	0	7,16	16,0	1,29
RC6	Grava de río	150	0,511	0	3,23	11,6	1,27
RC7	Arena estándar de Ottawa	111	0,558	0	0,635	6,4	1,02
RC8	Agregado denso	142	0,386	11	0,005	7,3	1,67
RC9	Arena de caliza	125	0,782	0	0,587	6,5	1,07
RC10	Arena de caliza	151	0,715	0	2,48	3,6	1,07
RC11	Grava de caliza	165	0,677	0	4,93	7,1	1,07
RC13	Grava de caliza	149	0,73	0	12,95	15,9	1,07
SW1	Pozo Parkhurst	122	0,326	31	0,152	10,7	2,40
SW2	Material triturado	102	0,469	20	0,0538	13,3	2,74
SW3	Pederson	126	0,497	17	0,08	5,9	1,21
SW4	Pozo Phelix	145	0,724	16	0,102	5,6	1,06
SW5	Arena de relleno	163	0,818	36	0,02	5,4	1,11
HO3	Arena de caliza	166	0,719	0	0,587	6,5	1,07
HO4	Arena estándar de Ottawa	108	0,572	0	0,635	6,4	1,02
HO5	Arena de caliza	124	0,701	0	0,587	6,5	1,07

Abreviaturas:

Y : Constante escalar.

e : Relación de vacíos.

S : Grado de saturación.

D₅ : Diámetro por donde pasa el 5% de material.

D₅₀ : Diámetro de grano medio.

C_u : Coeficiente de uniformidad

Tabla 2.4 Valores de Y promedio para diferentes tipos de suelo (Hardin 1973⁽²⁰⁾)

Tipo de suelo	Y
Caliza triturada	146
Grava de río	143
Arena estándar de Ottawa	110
Suelos naturales bien gradados	132

Abreviaturas:

Y : Constante escalar.

La Tabla 2.4 muestra valores mayores de Y para calizas trituradas que para gravas de río, esto debido a que las calizas trituradas presentan partículas angulares. De la Tabla 2.3 y 2.4 se podría indicar que la constante Y es la representación de la forma de las partículas y el tamaño de las mismas.

Chang y Ko (1982)⁽⁹⁾ empleando un equipo de columna resonante ensayaron 23 especímenes de arena con el fin de estudiar el efecto del tamaño de las partículas en las propiedades dinámicas de suelos arenosos y gravosos. Los especímenes

fueron ensayados a una densidad relativa promedio del 30%, con un diámetro de grano medio (D_{50}) de 0,149 a 1,58 mm y un coeficiente de uniformidad (C_u) de 2 a 16. La Figura 2.11 muestra la distribución granulométrica de las muestras ensayadas por Chang y Ko (1982)⁽⁹⁾, mientras que las Figuras 2.12 y 2.13 muestran la variación de G_{max} con C_u y D_{50} , respectivamente.

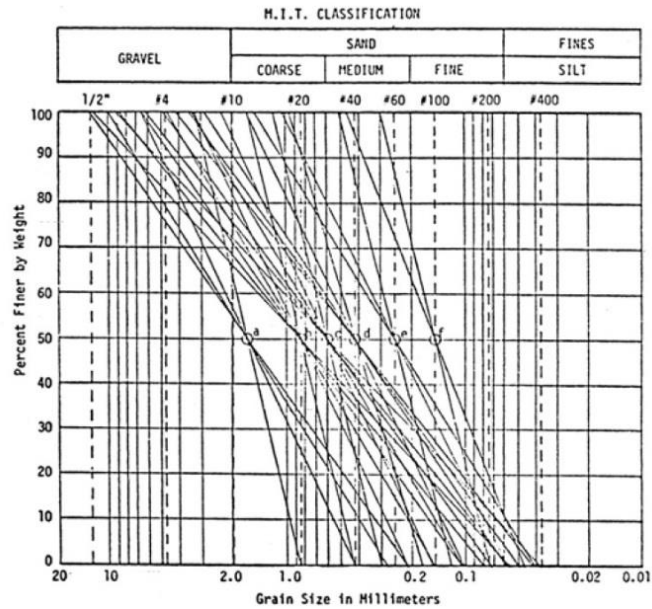


Figura 2.11 Distribución granulométrica de especímenes de arena ensayados por Chang y Ko. (Chang y Ko 1982⁽⁹⁾)

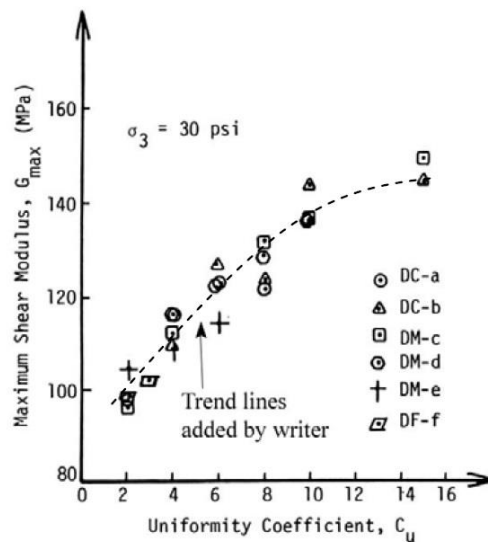


Figura 2.12 Módulo de corte máximo (G_{max}) versus el coeficiente de uniformidad (C_u) para una presión de confinamiento medio de 30 psi. (Chang y Ko 1982⁽⁹⁾)

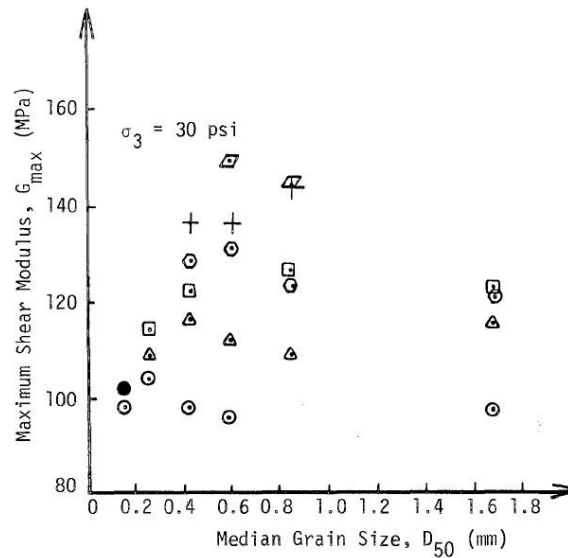


Figura 2.13 Módulo de corte máximo (G_{max}) versus el diámetro de grano medio (D_{50}) para una presión de confinamiento medio de 30 psi. (Chang y Ko 1982⁽⁹⁾)

La Figura 2.14 muestra la variación de e con G_{max} en muestras de suelos arenosos y gravosos, las cuales fueron ensayadas en un equipo de triaxial cíclico y son presentadas por Ishihara (1996)⁽³⁰⁾. La distribución granulométrica de las muestras presentadas por Ishihara (1996)⁽³⁰⁾ es presentada en las Figuras 2.15a y 2.15b. Con base en la relación entre el G_{max} y e , Ishihara (1996)⁽³⁰⁾ concluye que el módulo de corte máximo a 100 kPa de presión de confinamiento se encuentra en función de:

- La relación de vacíos (e), debido a que G_{max} se incrementa con la disminución de e en todos los suelos.
- El diámetro de grano medio (D_{50}), debido a que el G_{max} de la grava de Ballast es mayor que el G_{max} de la arena de Toyura.
- El coeficiente de uniformidad (C_u), debido a que el G_{max} de las gravas redondeadas es mayor que las de las gravas arenosas.
- La forma de las partículas, debido a que el G_{max} de la roca triturada es mayor que la de la grava redondeada.

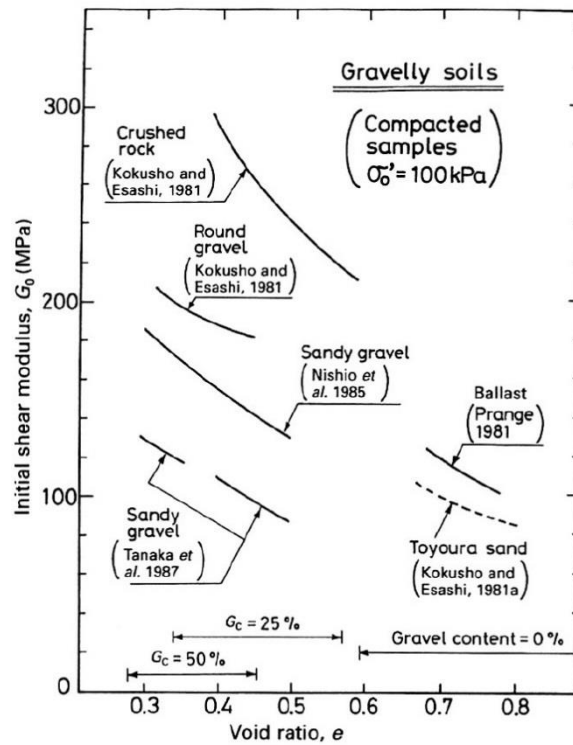


Figura 2.14 Variación del módulo de corte máximo (G_{\max}) con la relación de vacíos en muestras de suelos arenosos y gravosos. (Ishihara 1996⁽³⁰⁾)

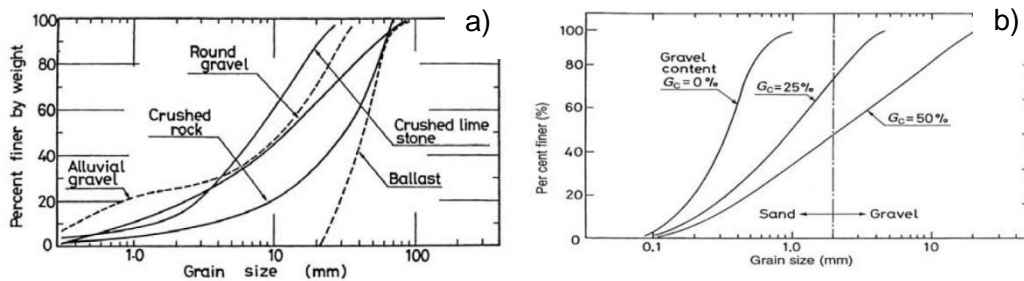


Figura 2.15 Distribución granulométrica de muestras ensayadas por Ishihara. (Ishihara 1996⁽³⁰⁾)

Menq (2003)⁽⁴³⁾ ensayó 53 especímenes de suelo (gravosos y arenosos) en un equipo desarrollado por él mismo, al cual llamó equipo *large scale, multi-mode, resonant column* (MMD) y un equipo de columna resonante y corte torsional (RCTS), con dichos dispositivos evaluó el efecto de la distribución granulométrica en las propiedades dinámicas del suelo a bajos niveles de deformación. Finalmente, Menq (2003)⁽⁴³⁾ modifica la ecuación de Hardin y Richard (1963)⁽²⁵⁾

con base en los resultados obtenidos en sus estudios y presenta las ecuaciones siguientes:

$$G_{\max} = C_{G3} C_u^{b_1} e^x \left(\frac{\sigma_o}{P_a} \right)^{n_G} \quad (2.28)$$

$$x = 1 - \left(\frac{D_{50}}{20} \right)^{0,75} \quad (2.29)$$

$$n_G = 0,48 C_u^{0,09} \quad (2.30)$$

Donde:

- G_{\max} : Módulo de corte máximo (MPa)
- C_{G3} : Módulo de corte máximo a 1 atm para una e y C_u igual a 1
- C_u : Coeficiente de uniformidad
- D_{50} : Diámetro de grano medio (mm)
- b_1 : Constante escalar igual a -0,2
- e : Relación de vacíos
- σ_o : Presión de confinamiento medio (kPa)
- P_a : Presión atmosférica (kPa)
- n_G : Pendiente de la curva $\log(G_{\max}) - \log(\sigma_o)$

La investigación de Menq (2003)⁽⁴³⁾ muestra que el G_{\max} de las gravas bien gradadas es 1,5 veces mayor que el de la arena pobremente gradada (Figura 2.16), esto evidencia que la disminución en la uniformidad y el incremento en el tamaño medio de la partícula incrementa el módulo de corte máximo (G_{\max}).

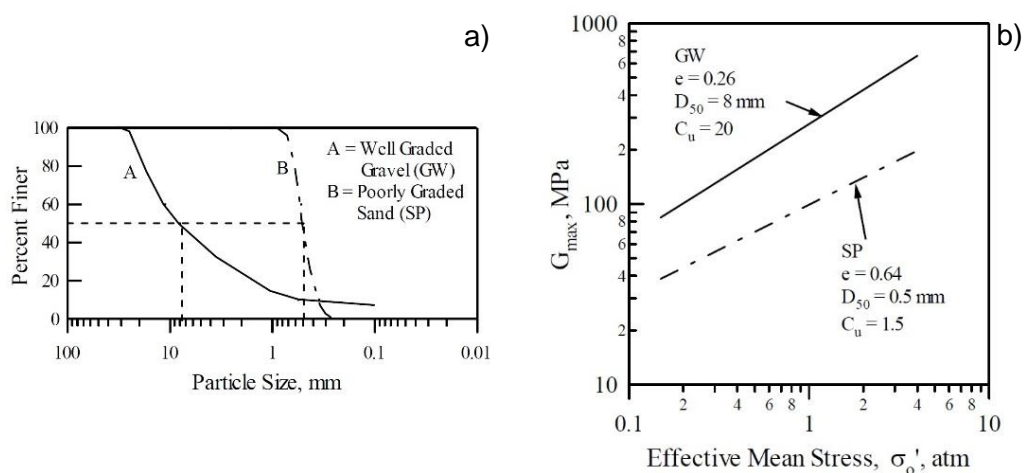


Figura 2.16 (a) Distribución granulométrica y (b) $\log(G_{\max}) - \log(\sigma_o)$ de muestras empleadas por Menq. (Menq 2003⁽⁴³⁾)

Senetakis *et al.* (2012)⁽⁵⁴⁾ mediante el equipo *longitudinal-torsional resonant column* desarrollado por Drnevich (1967)⁽¹⁴⁾ ensayó muestras de suelos clasificados según SUCS como arenas pobremente gradadas (SP) (Figura 2.17). Estas muestras se encuentran conformadas por arenas de origen fluvial provenientes de procesos de chancado de rocas cuarzosas y volcánicas tal como se detalla en la Tabla 2.5.

Adicionalmente, Senetakis *et al.* (2012)⁽⁵⁴⁾ estudiando arenas cuarzosas fluviales, arenas cuarzosas trituradas y arenas volcánicas, en sus estudios evidencia la importancia de la forma de las partículas en las propiedades dinámicas a bajos niveles de deformación (ver Figura 2.18), donde se muestra un incremento de G_{max} más pronunciado en las arenas trituradas y volcánicas (subangulosas a angulosas) en comparación a las arenas fluviales (redondeadas a subredondeadas).

Tabla 2.5 Resumen de muestras ensayadas por Senetakis (Senetakis *et al.* 2012⁽⁵⁴⁾)

Muestra	Descripción
Arenas fluviales	Arenas de origen fluvial, compuestas principalmente de partículas cuarzosas. Partículas redondeadas a subredondeadas.
Arenas trituradas	Arenas provenientes del trituramiento de rocas, compuestas principalmente de partículas cuarzosas. Partículas subangulares a angulares.
Arenas volcánicas	Arenas provenientes del trituramiento de rocas de origen volcánico. Partículas subangulares a angulares.

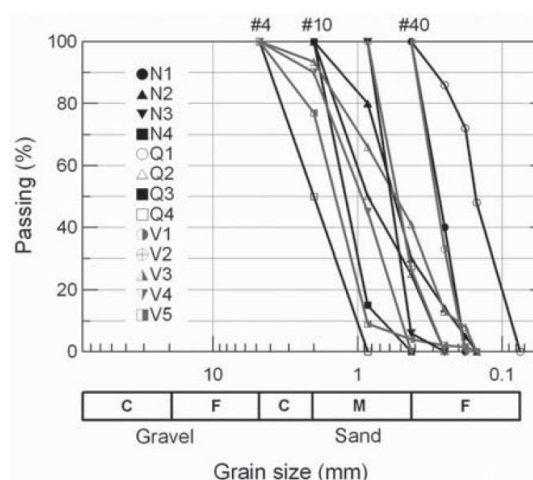


Figura 2.17 Distribución granulométrica de muestras ensayadas por Senetakis. (Senetakis *et al.* 2012⁽⁵⁴⁾)

Las arenas volcánicas presentan valores menores en G_{\max} en comparación de las arenas fluviales con similares distribuciones granulométricas, esto es debido a la variabilidad en la densidad de las partículas, mineralogía, morfología y forma de sus partículas.

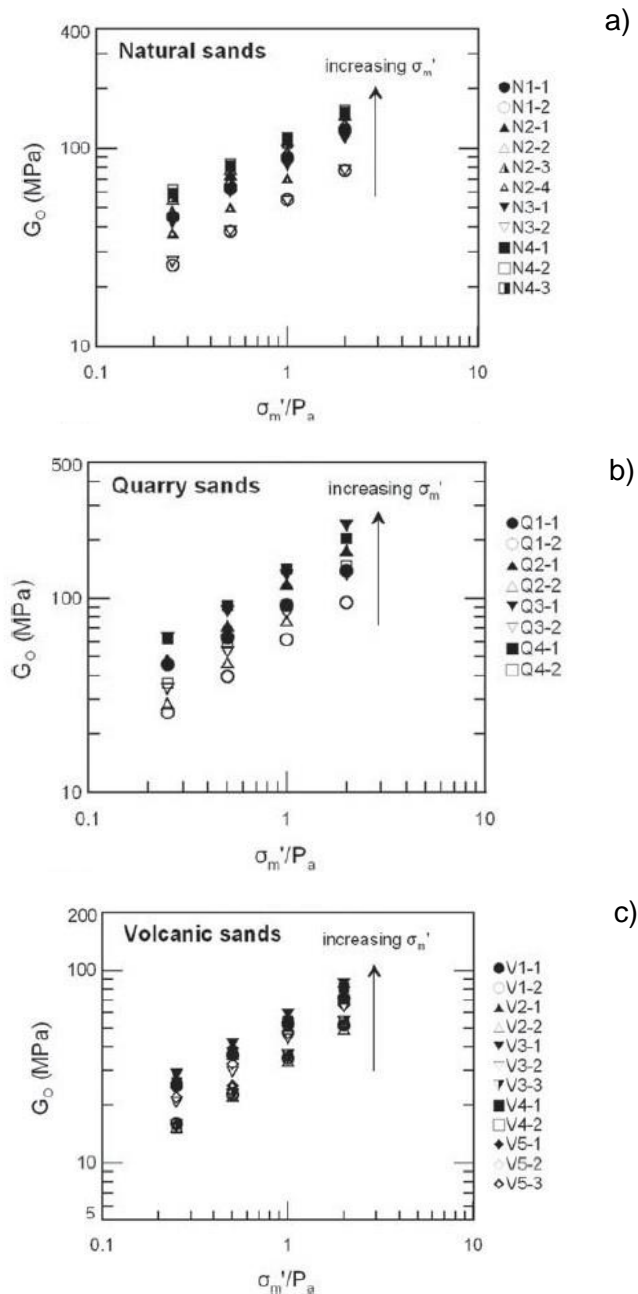


Figura 2.18 Módulo de corte en (a) arenas fluviales, (b) arenas trituradas y (c) arenas volcánicas.

(Senetakis et al. 2012⁽⁵⁴⁾)

2.5.3 Efecto de la disturbancia en G_{\max} de suelos granulares

Las dificultades asociadas a la obtención de muestras inalteradas de campo, ha contribuido a una base de datos limitada para la comparación entre G_{\max} *in situ* y G_{\max} de laboratorio. Sin embargo, con base al método de congelamiento desarrollado por Kokusho (1987)⁽³⁴⁾ e Ishihara (1996)⁽³⁰⁾ se pudieron obtener muestras de depósitos gravosos sin mayores alteraciones.

La Figura 2.19 muestra la comparación entre el módulo de corte máximo obtenido en laboratorio y el módulo de corte máximo obtenido mediante la velocidad de onda de corte (V_s) medida en campo para diferentes lugares de Japón (Kokusho y Tanaka 1994⁽³⁶⁾). De la Figura 2.19 se observa que los módulos de corte máximos (G_{\max}) obtenidos en campo varían de 91 a 200% de los obtenidos en laboratorio. Asimismo, la Figura 2.19 indica que los especímenes obtenidos mediante el método de congelamiento presentan mayor velocidad de onda de corte (V_s) que los obtenidos sin emplear el método de congelamiento.

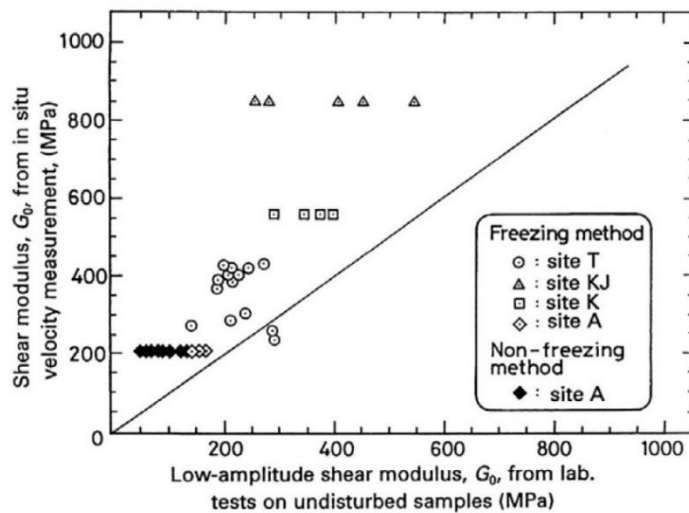


Figura 2.19 Comparación entre el módulo de corte máximo in situ y el módulo de corte máximo determinado en laboratorio.
 (Kokusho y Tanaka 1994⁽³⁶⁾)

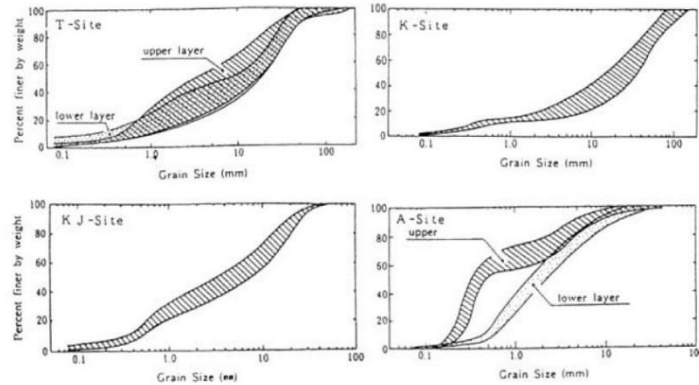


Figura 2.20 Distribución granulométrica de muestras en cuatro lugares de Japón. (Kokusho y Tanaka 1994⁽³⁶⁾)

Kokusho (1987)⁽³⁴⁾ indica que en muestras inalteradas el efecto de σ_o sobre G_{max} es mucho mayor que en muestras reconstituidas a la misma densidad de campo. La Figura 2.21 muestra la variación del G_{max} con σ_o en muestras inalteradas obtenidas mediante el método de congelamiento. La Figura 2.21 muestra que los valores de n_G en muestras inalteradas varía de 0,56 a 0,93, mientras que en muestras reconstituidas n_G varía de 0,55 a 0,60, siendo n_G la pendiente de la curva $\log(G_{max}) - \log(\sigma_o)$.

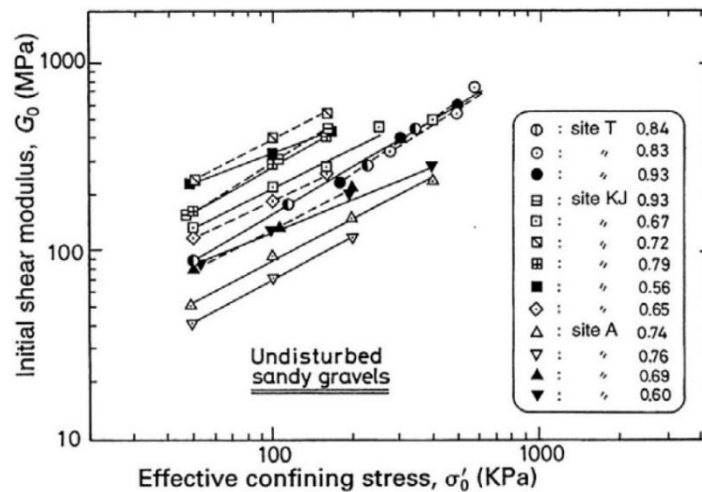


Figura 2.21 Variación del módulo de corte máximo con la presión de confinamiento medio en muestras inalteradas de gravas arenosas. (Kokusho y Tanaka 1994⁽³⁶⁾)

Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ compara V_s medidas en campo y laboratorio de 40 muestras (Figura 2.22), mostrando que la relación entre las V_s medidas en laboratorio con las de campo varían entre 0,48 a 1,07. Asimismo, se puede observar las medidas de V_s en muestras reconstituidas son aproximadamente el 60% de las obtenidas

en campo, mientras que en términos del G_{\max} sus medidas en laboratorio son el 36% de las medidas en campo. Con base en lo observado Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ recomienda realizar la medición del G_{\max} *in situ* en zonas críticas para propósitos geotécnicos.

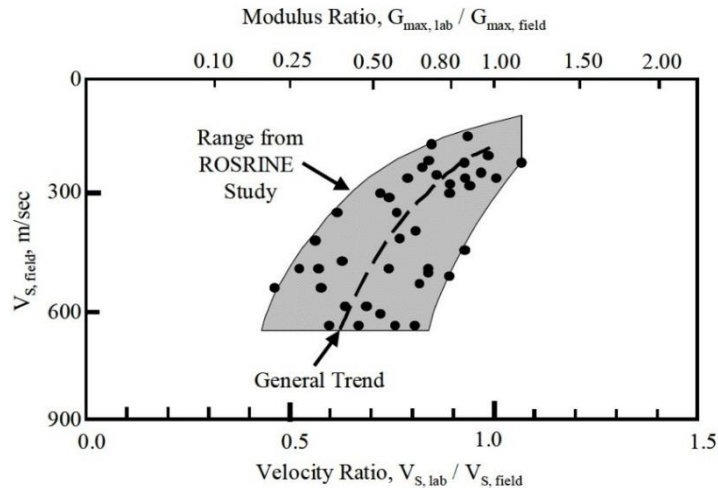


Figura 2.22 Variación de la velocidad de corte *in situ* con la relación de velocidad de onda de corte de laboratorio e *in situ*. (Darendeli 2001⁽¹¹⁾)

2.5.4 Efecto de la edad geológica en G_{\max} de suelos granulares

Rollins *et al.* (1998)⁽⁵¹⁾ empleando correlaciones entre G_{\max} y el ensayo de penetración Becker (BPT) indican que la edad geológica es un factor importante en la estimación de valores de G_{\max} para suelos granulares. Rollins *et al.* (1998)⁽⁵¹⁾ en la ecuación 2.31 presenta la estimación de G_{\max} en términos de $(K_2)_{\max}$.

$$G_{\max} = 1000(K_2)_{\max} \sigma_o^{0,5} \quad (2.31)$$

$$D_r = \sqrt{\frac{(N_1)_{60}}{70}} \quad (2.32)$$

Donde:

- G_{\max} : Módulo de corte máximo (psf)
- σ_o : Presión de confinamiento medio (psf)
- $(K_2)_{\max}$: Constante
- D_r : Densidad relativa (%)
- $(N_1)_{60}$: Número de golpes del ensayo SPT corregido a una presión de carga de 100 kPa y una eficiencia del 60%

Las Figuras 2.23 y 2.24 muestran la variación de $(K_2)_{\max}$ para suelos gravosos del Holoceno y Pleistoceno, respectivamente.

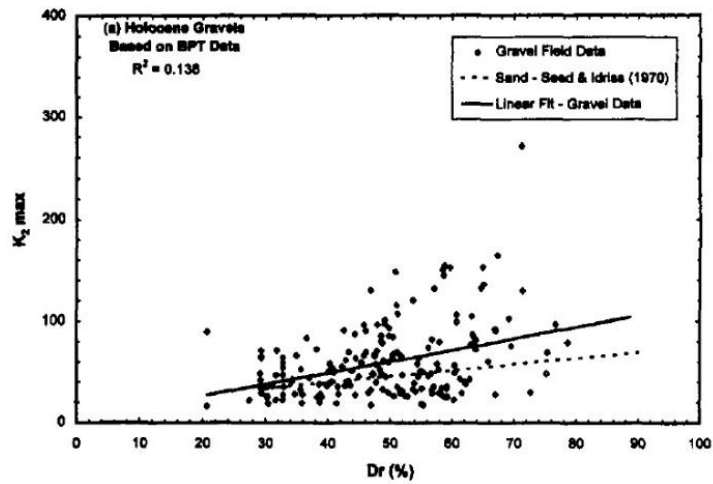


Figura 2.23 $(K_2)_{\max}$ versus la densidad relativa para gravas del Holoceno. (Rollins *et al.* 1998⁽⁵¹⁾)

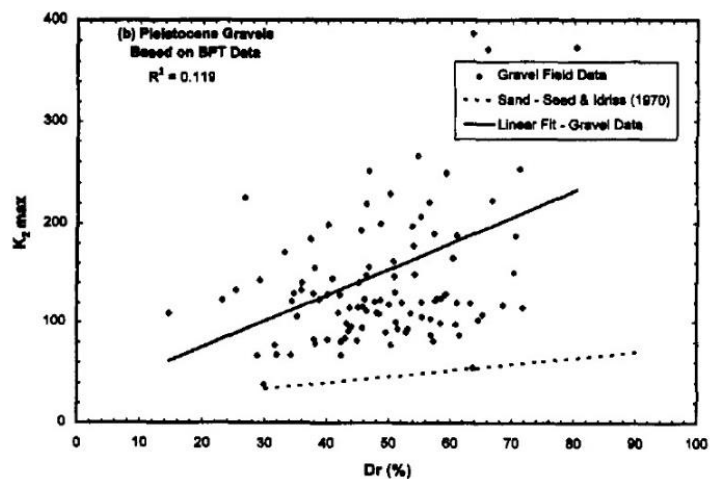


Figura 2.24 $(K_2)_{\max}$ versus la densidad relativa para gravas del Pleistoceno. (Rollins *et al.* 1998⁽⁵¹⁾)

Andrus *et al.* (2003)⁽⁴⁾ analiza las V_s de depósitos de suelos pertenecientes a las edades geológicas del Holoceno (<10 000 años), Pleistoceno (10 000 a 1,8 millones de años) y Terciario (1,8 millones a 65 millones de años) compuesto por arenas (SP, SW, SP-SM, SP-SC), arcillas (CL, CL y OH) y limos (ML, MH); la medición de las V_s fueron realizadas con base a ensayos de penetración de cono (CPT) y ensayos de penetración estándar (SPT).

La Figura 2.25 muestra las V_s obtenidas mediante correlaciones de ensayos CPT; asimismo, se observa que las velocidades de ondas de corte en suelos de edad Terciaria son mayores que las V_s de edades del Pleistoceno y Holoceno. La Figura 2.26 muestra las V_s obtenidas mediante correlaciones de ensayos SPT, de igual manera de la Figura 2.26 se observa que V_s en suelos de edad Terciaria son mayores que las V_s de edades del Pleistoceno y Holoceno.

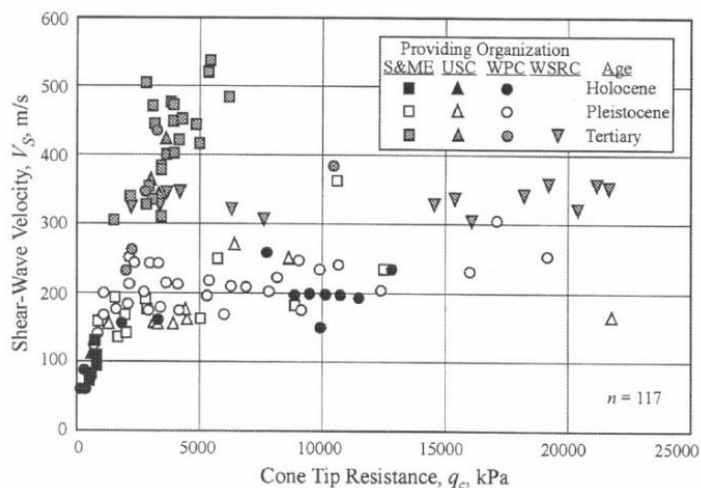


Figura 2.25 Comparación entre la resistencia de punta de cono del ensayo CPT y la velocidad de onda de corte inferida para diferentes edades geológicas. (Andrus *et al.* 2003⁽⁴⁾)

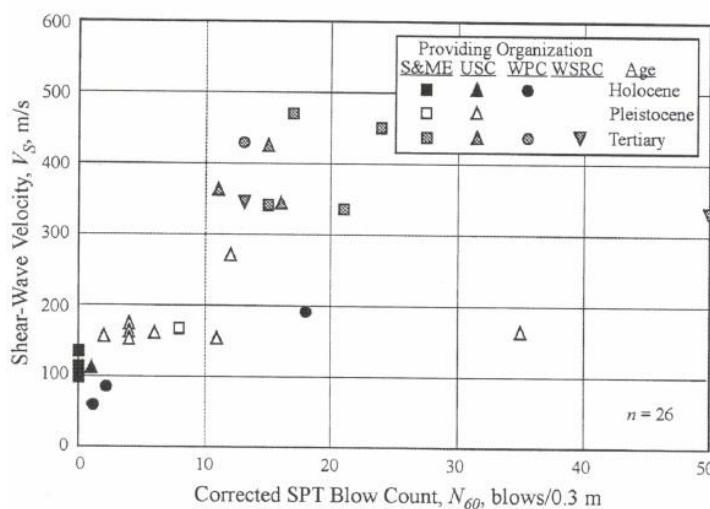


Figura 2.26 Comparación entre el número de golpes del ensayo SPT corregido al 60% de eficiencia y la velocidad de onda de corte inferida para diferentes edades geológicas. (Andrus *et al.* 2003⁽⁴⁾)

2.5.5 Razón de amortiguamiento a bajos niveles de deformación (D_{min}) en suelos granulares

En el pasado la obtención de valores de buena calidad de la razón de amortiguamiento a bajos niveles de deformación (D_{min}) era una complicación muy habitual debido al ruido de fondo y al amortiguamiento del equipo empleado para el ensayo. El umbral de deformación elástica para suelos granulares es menor a $10^{-4}\%$; sin embargo, en el pasado obtener información a este nivel de deformación era muy complicado (Menq (2003)⁽⁴³⁾).

La Figura 2.27 muestra la variación de la razón de amortiguamiento a bajos niveles de deformación cortante en materiales granulares, dichas mediciones fueron obtenidas empleado el equipo *large-scale fixed-free resonant column*, desarrollado por Wu (1986)⁽⁶⁴⁾. Adicionalmente, se observa que para deformaciones cortantes menores a $10^{-4}\%$ (deformación umbral elástica) la razón de amortiguamiento decrece con la disminución de la deformación cortante. Wu (1986)⁽⁶⁴⁾ encuentra que para deformaciones menores a las del umbral elástico ($10^{-4}\%$) se dificulta la medición de D , lo cual conlleva a no poder identificar los factores que afectan la razón de amortiguamiento a bajos niveles de deformación.

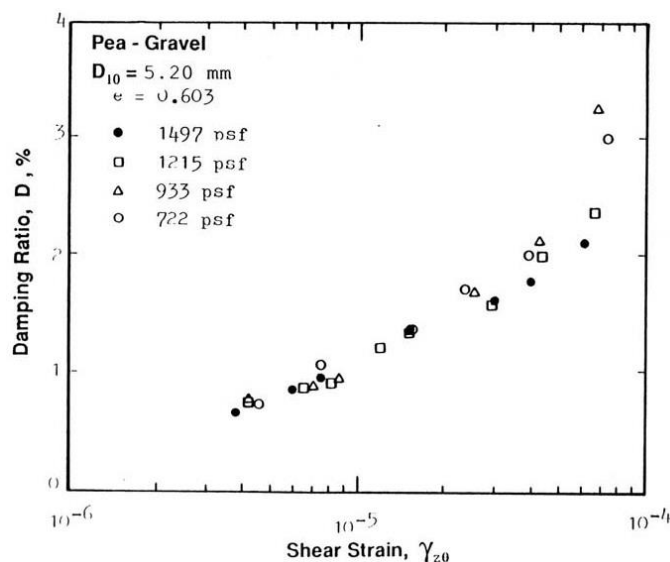


Figura 2.27 Variación de la razón de amortiguamiento con la deformación cortante y la presión de confinamiento en material granular. (Wu 1986⁽⁶⁴⁾)

Laird (1994)⁽³⁹⁾ empleando especímenes metálicos determina la razón de amortiguamiento del equipo empleado en sus ensayos, con lo cual el

amortiguamiento a bajos niveles de deformación (D_{\min}) de las muestras ensayadas fue obtenida restando la razón de amortiguamiento de los equipos. Adicionalmente, Laird (1994)⁽³⁹⁾ encontró que D de arenas limpias ($C_u = 1,71$ y $D_{50} = 0,35$ mm) es generalmente menor a 1% para presiones de confinamiento mayores a 20,3 atm. La Figura 2.28, muestra la disminución de D_{\min} con el incremento de σ_o ; asimismo, Laird (1994)⁽³⁹⁾ sugiere que D_{\min} puede expresarse de la siguiente manera:

$$D_{\min} = C_D F(e) \left(\frac{\sigma_o}{P_a} \right)^{n_D} \quad (2.33)$$

$$F(e) = \frac{1}{(0,3 + 0,7e^2)} \quad (2.34)$$

Donde:

- D_{\min} : Razón de amortiguamiento a bajos niveles de deformación (%)
- C_D : Coeficiente de la relación de amortiguamiento del material
- $F(e)$: Función de la relación de vacíos
- σ_o : Presión de confinamiento medio (kPa)
- P_a : Presión atmosférica (kPa)
- n_D : Pendiente de la curva $\log(D_{\min}) - \log(\sigma_o)$
- e : Relación de vacíos

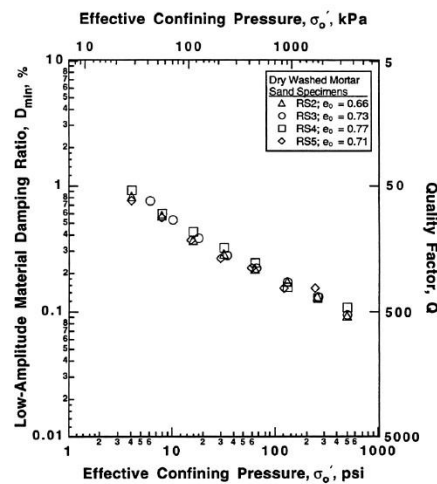


Figura 2.28 Variación de la razón de amortiguamiento y la presión de confinamiento medio en arenas limpias. (Laird 1994⁽³⁹⁾)

Menq (2003)⁽⁴³⁾ en su estudio (Figura 2.16) muestra que D_{\min} de gravas bien gradadas (GW) es menor que las de las arenas pobremente gradadas (GP) debido al efecto del tamaño de las partículas (Figura 2.29).

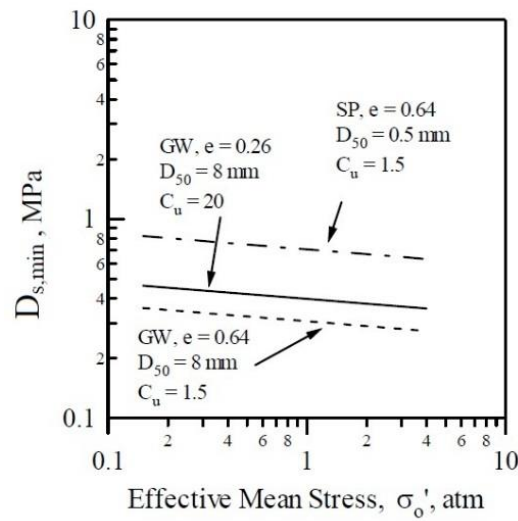
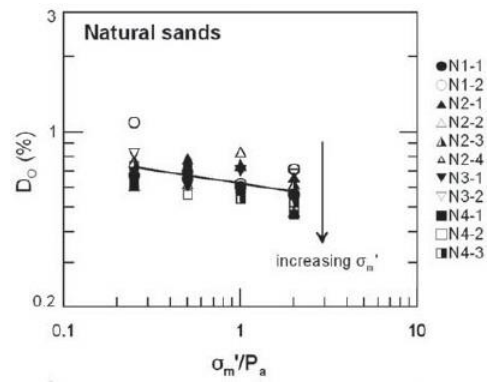
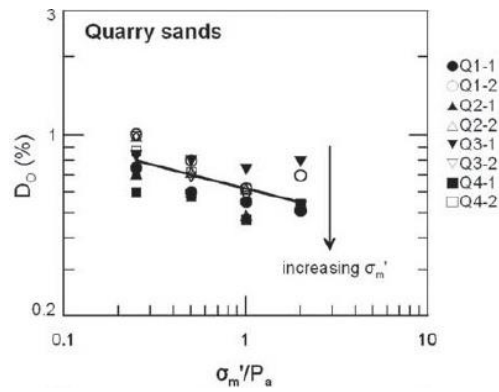


Figura 2.29. $\log(D_{min}) - \log(\sigma_o')$. (Menq 2003⁽⁴³⁾)

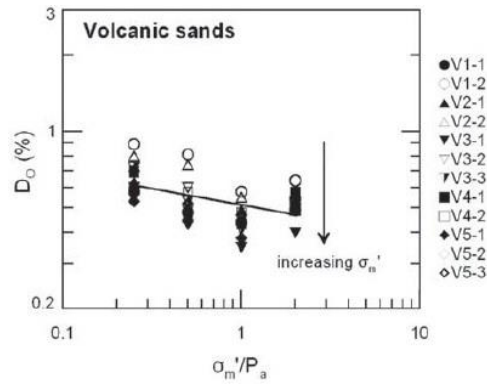
Senetakis *et al.* (2012)⁽⁵⁴⁾ con base en los ensayos realizados sobre arenas fluviales, trituradas y volcánicas (Figura 2.17) muestra que D de arenas volcánicas (partículas subangulares a angulares) es menor al de las arenas fluviales y trituradas (partículas subangulares a angulares) (ver Figura 2.30) con similar distribución granulométrica, debido a la variabilidad en la densidad de las partículas, mineralogía, morfología y forma de las partículas.



a)



b)



c)

Figura 2.30 Razón de amortiguamiento mínimo en arenas (a) fluviales, (b) arenas trituradas y (c) arenas volcánicas. (Senetakis *et al.* 2012⁽⁶⁴⁾)

2.6 Factores que afectan las propiedades dinámicas no lineales en materiales granulares

El presente acápite expondrá la influencia de σ_o , disturbancia, contenido de gravas, gradación y forma de las partículas sobre el módulo de corte y razón de amortiguamiento no lineal en materiales granulares.

2.6.1 Efecto de σ_o en las propiedades dinámicas no lineales de suelos granulares

Tanaka *et al.* (1987)⁽⁵⁹⁾ indican que σ_o tiene un significativo efecto en el comportamiento no lineal de materiales granulares (Figura 2.31), la distribución granulométrica de estos materiales es presentada en la Figura 2.15b. Tanaka *et al.* (1987)⁽⁵⁹⁾ observa que el incremento de σ_o incrementa la linealidad de las propiedades dinámicas (Figura 2.31); adicionalmente, se observa que materiales con contenido de gravas igual a 25% presentan mayor linealidad que materiales con contenido de gravas de 50%. La Figura 2.32 muestra una relación inversamente proporcional entre σ_o y γ_r (deformación de referencia); asimismo, se observa que γ_r de los materiales con 25% de gravas es 50% mayor que las de los materiales con 50% de gravas.

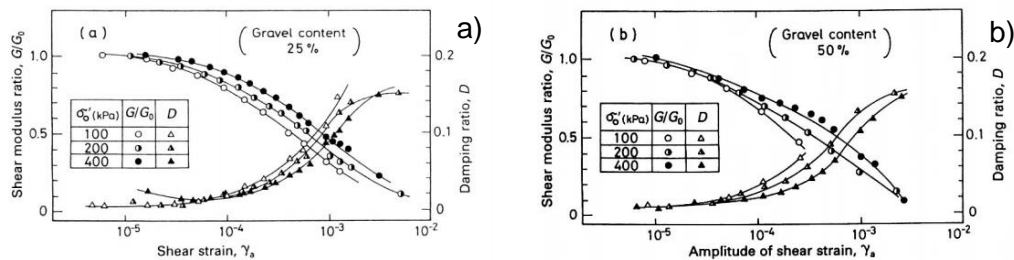


Figura 2.31 Efecto de la presión de confinamiento isotrópico en curvas (a) $\log(G_{\max}) - \log(\sigma_o)$ y (b) $\log(D) - \log(\sigma_o)$ de muestras reconstituidas de materiales granular.

(Tanaka *et al.* 1987⁽⁵⁹⁾)

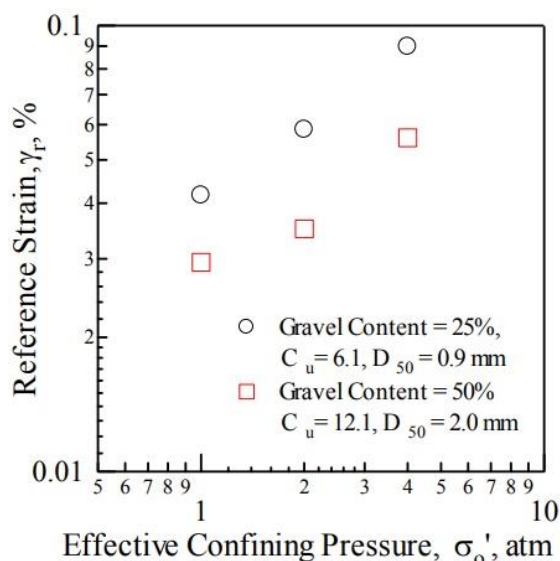


Figura 2.32 Variación de γ_r con σ'_0 .

(Tanaka *et al.* 1987⁽⁵⁹⁾)

2.6.2 Efecto de la disturbancia en las propiedades dinámicas no lineales de suelos granulares

Hatanaka y Uchida (1995)⁽²⁶⁾ empleando el método de congelamiento (ver acápite 2.5.3) observan que el valor de G en muestras inalteradas es mayor que en muestras reconstituidas, $\frac{G}{G_{\max}}$ no presenta mucha variación para muestras inalteradas respecto a muestras reconstituidas y D de muestras reconstituidas son ligeramente mayores a las de muestras inalteradas (ver Figura 2.33). Sin embargo, existe un caso aislado de los resultados presentados por Hatanaka y Uchida (1995)⁽²⁶⁾ en las curvas $\log\left(\frac{G}{G_{\max}}\right) - \log(\gamma)$ del material obtenido en la zona K de Tokyo (Figura 2.34), donde se observa que los valores de D en muestras reconstituidas son mayores que de las muestras inalteradas. Es posible que las mediciones in situ del G_{\max} en la zona K no sean realmente las mayores.

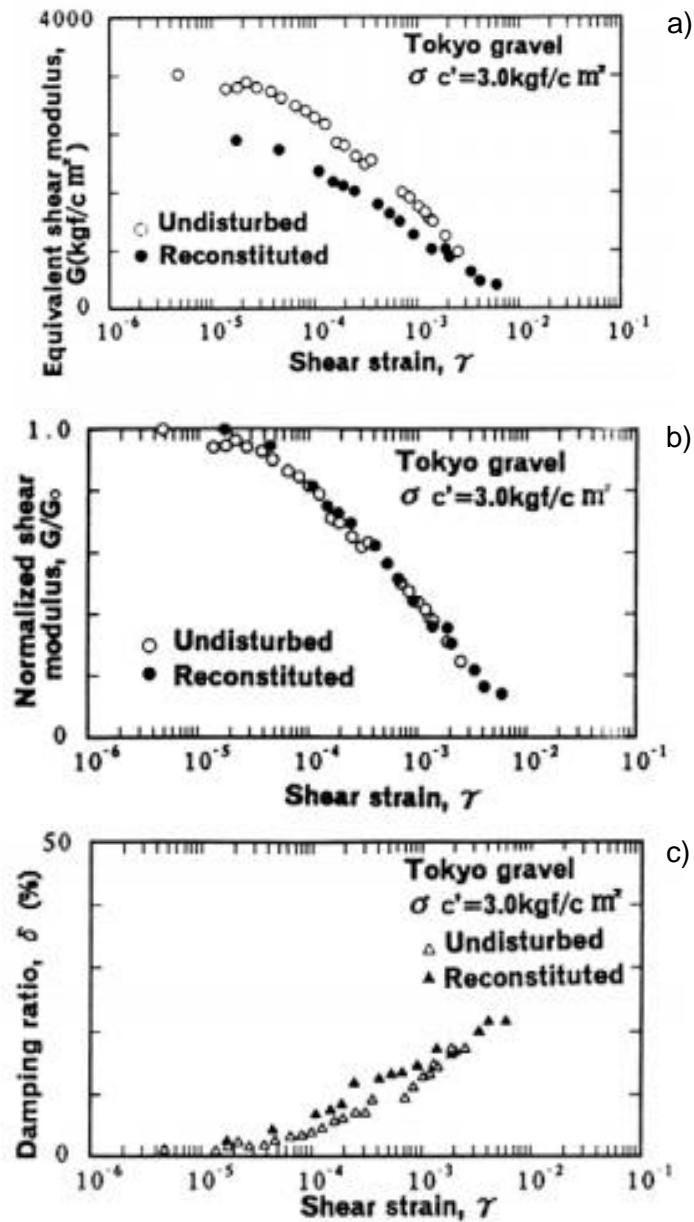


Figura 2.33 Efecto de la disturbancia en el (a) módulo de corte, (b) razón del módulo de corte normalizado y (c) la razón de amortiguamiento en gravas de Tokyo.

(Hatanaka y Uchida 1995⁽²⁶⁾)

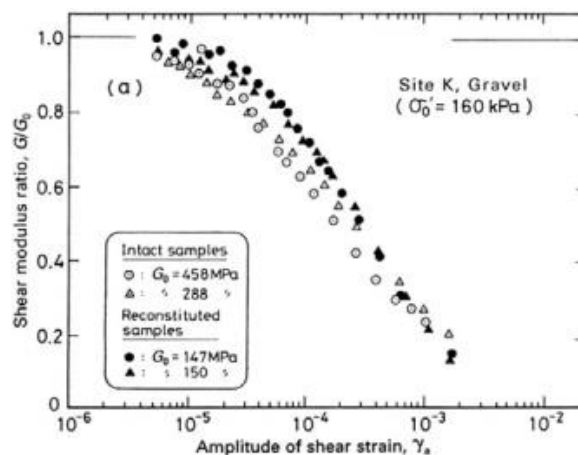


Figura 2.34 Efecto de la disturbancia en $\frac{G}{G_{\max}} - \log \gamma$ para suelos granulares de la zona K de Tokyo. (Kokusho y Tanaka, 1994⁽³⁶⁾)

2.6.3 Efecto del contenido de gravas en las propiedades dinámicas no lineales para deformaciones mayores a 0,1% en suelos granulares

Lin *et al.* (2000)⁽⁴⁰⁾ estudiaron suelos gravosos mediante ensayos triaxiales cíclicos de 6" de diámetro, encontrando que el contenido de gravas tiene un efecto significativo en el comportamiento no lineal en deformaciones superiores a 0,1%. La Figura 2.35 muestra la distribución granulométrica de 4 muestras ensayadas por Lin *et al.* (2000)⁽⁴⁰⁾, las cuales fueron confinadas a una presión de 152 kPa. En la Figura 2.36 se observa que en muestras con un contenido gravas de 60% y 80% el valor de G se incrementa con el incremento de γ ; sin embargo, en las muestras con un contenido de gravas de 20% y 40% el valor de G decrece con el incremento de γ . Lin *et al.* (2000)⁽⁴⁰⁾ sugieren que esta diferencia en el comportamiento puede ser debido a la diferencia entre la distribución granulométrica de las muestras ensayadas.

Seed *et al.* (1986)⁽⁵³⁾ indica que las propiedades dinámicas de suelos arenosos es menor que la de suelos gravosos tal como se observa en la Figura 2.37. La Figura 2.37a muestra que la curva $\frac{G}{G_{\max}} - \log \gamma$ presenta una γ_r igual a 0,036% para suelos arenosos y 0,012% para suelos gravosos.

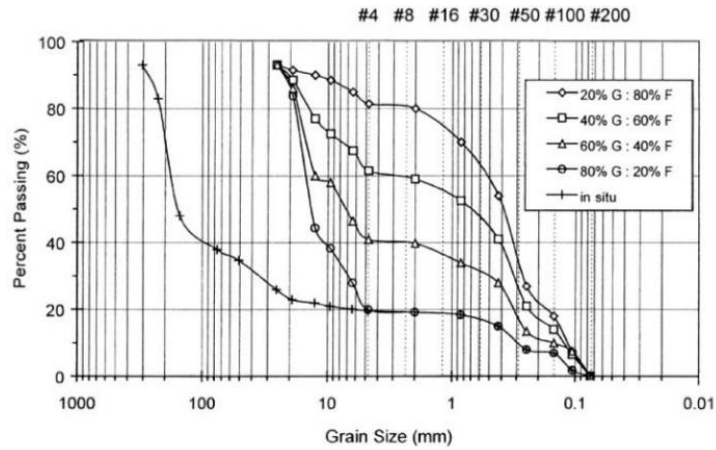


Figura 2.35 Distribución granulométrica de suelos gravosos ensayados por Lin. (Lin *et al.* 2000⁽⁴⁰⁾)

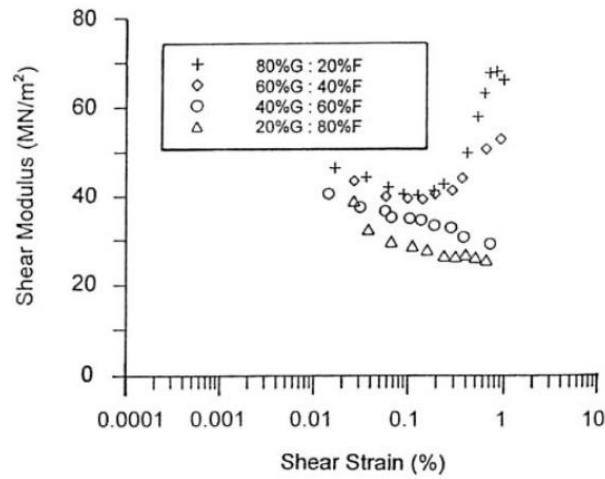


Figura 2.36 Efecto del contenido de gravas en el módulo de corte a grandes deformaciones. (Lin *et al.* 2000⁽⁴⁰⁾)

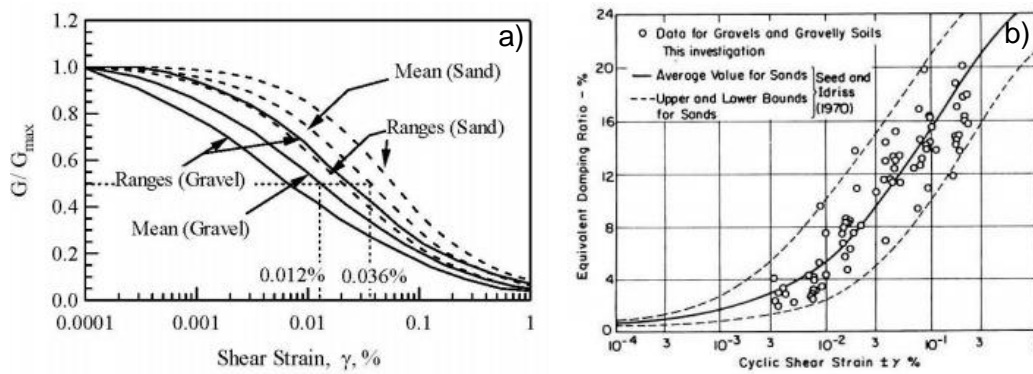


Figura 2.37 Curvas de (a) $\frac{G}{G_{max}} - \log \gamma$ y (b) $D - \log \gamma$ de suelos arenosos y gravosos. (Seed *et al.* 1986⁽⁵³⁾)

2.6.4 Efecto de la gradación y forma de las partículas en las propiedades dinámicas no lineales de suelos granulares

Menq (2003)⁽⁴³⁾ indica que gravas bien gradadas (GW) presentan un mayor comportamiento no lineal en términos de G en comparación con las arenas pobremente gradadas (SP) debido al efecto de mayores valores del coeficiente de uniformidad (C_u) y el diámetro de grano medio (D_{50}), lo cual indica que las características de distribución granulométrica tienen influencia en el comportamiento no lineal de suelos arenosos y gravosos. Además, γ_r de gravas bien gradadas (GW) es menor que la de las arenas pobremente gradadas (SP) debido al efecto del C_u tal como se observa en la Figura 2.38.

Adicionalmente, en términos de D , Menq (2003)⁽⁴³⁾ determina que las arenas pobremente gradadas (SP) presentan un mayor rango lineal en comparación a las gravas bien gradadas (GW), mientras que en el rango no lineal las gravas bien gradadas (GW) presentan un mayor rango que el de las arenas pobremente gradadas (SP).

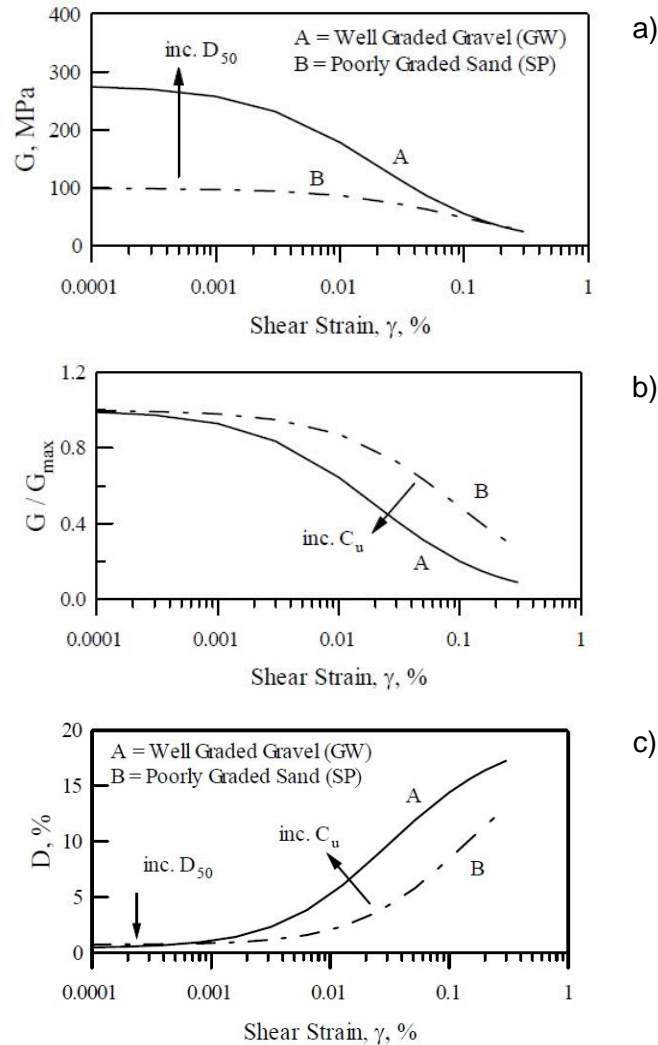


Figura 2.38 Comparación de las curvas (a) $G - \log \gamma$, (b)

$\frac{G}{G_{max}} - \log \gamma$ y (c) $D - \log \gamma$ para arenas pobremente gradadas (SP) y gravas bien gradadas (GW). (Menq 2003⁽⁴³⁾)

Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾ empleando las muestras recopiladas en Senetakis *et al.* (2012)⁽⁵⁴⁾ (ver Tabla 2.5), indican que la curva $\frac{G}{G_{max}} - \log \gamma$ y $D - \log \gamma$ de arenas volcánicas presenta mayor linealidad que el de las arenas cuarzosas, esto se observa mejor a bajos niveles de σ y altos valores de C_u , tal como se observa en la Figura 2.39. Estas diferencias entre las arenas volcánicas y cuarzosas son debidas a la variabilidad en la densidad de las partículas, mineralogía, morfología y forma de sus partículas.

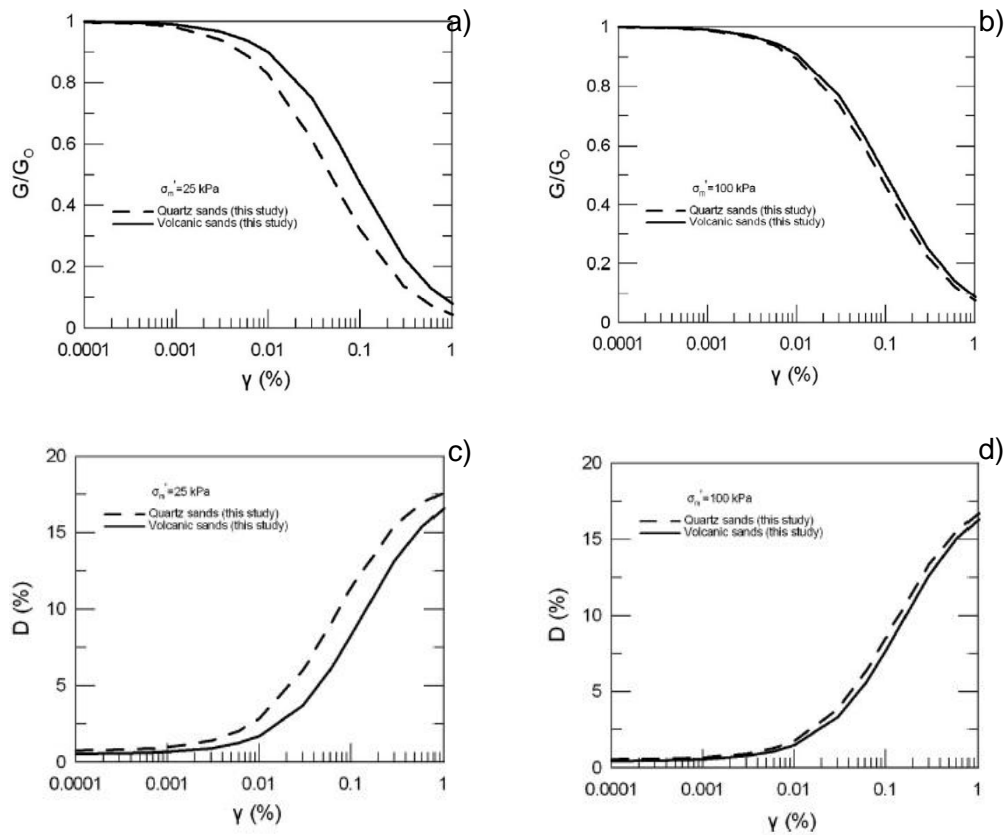


Figura 2.39 Comparación de las curva $\frac{G}{G_{\max}} - \log \gamma$ y $D - \log \gamma$ de (a y c) arenas volcánicas y (b y d) arenas cuarzosas ($C_u = 1,5$) a diferentes niveles de confinamiento.

(Senetakis *et al.* 2013⁽⁵⁵⁾)

2.7 Relaciones analíticas para la determinación de propiedades dinámicas

El presente acápite muestra los modelos que se han venido desarrollando y empleando a lo largo de la historia con el fin de representar $\frac{G}{G_{\max}}$ y D para materiales granulares y/o arenosos, así como los primeros modelos que intentaron describir el comportamiento del suelo ante cargas cíclicas. Estos modelos serán posteriormente evaluados a fin de poder ser empleados para la determinación de las propiedades dinámicas del mineral ROM y desmonte de mina con base a los ensayos de laboratorio presentados en el acápite 3.3.

2.7.1 Reglas de Masing

El modelamiento del comportamiento del suelo ante cargas dinámicas debe considerar el comportamiento elástico a bajos niveles de deformación (menores a 10⁻⁴%) y el comportamiento elasto-plástico a altos niveles de deformación (mayores a 10⁻⁴%). Este modelamiento es representado por las reglas de Masing (1926)⁽⁴²⁾ quien describe el comportamiento histerético del suelo cuando este es descargado y recargado. Las reglas de Masing son 4 e indican lo siguiente:

1. Para la carga inicial, la curva esfuerzo deformación sigue la curva *backbone* (ecuación 2.35 y Figura 2.40).
2. Si ocurre un esfuerzo reverso en el punto (γ_{rev}, τ_{rev}), la curva esfuerzo-deformación seguirá el camino dado por la ecuación 2.36.
3. Si la curva de descarga o recarga intersecta la curva *backbone*, esta seguirá la curva *backbone* hasta el siguiente esfuerzo reverso (Figura 2.41).
4. Si una curva de descarga o recarga cruza una curva de descarga o recarga del ciclo previo, la curva esfuerzo-deformación seguirá la del ciclo previo.

$$\tau = F_{bb}(\gamma) \quad (2.35)$$

$$\frac{\tau - \tau_{rev}}{2} = F_{bb}\left(\frac{\gamma - \gamma_{rev}}{2}\right) \quad (2.36)$$

Donde:

τ	:	Esfuerzo cortante (kPa)
τ_{rev}	:	Esfuerzo cortante reverso (kPa)
$F_{bb}(\gamma)$:	Función de la curva backbone
γ	:	Deformación cortante (%)
γ_{rev}	:	Deformación cortante reversa (%)

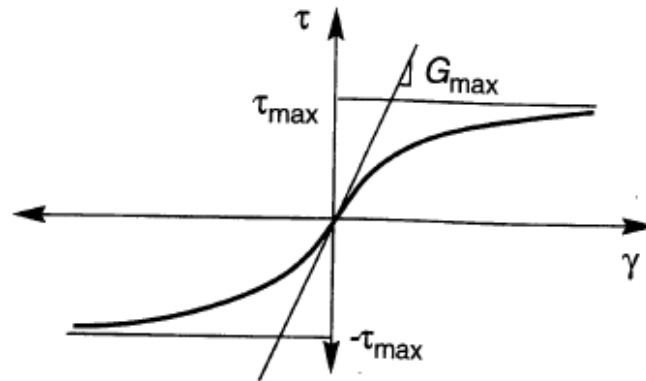


Figura 2.40 Curva *backbone* asintótica a $\tau = G_{\max} \gamma$ y $\tau = \pm \tau_{\max}$. (Kramer 1996⁽³⁷⁾)

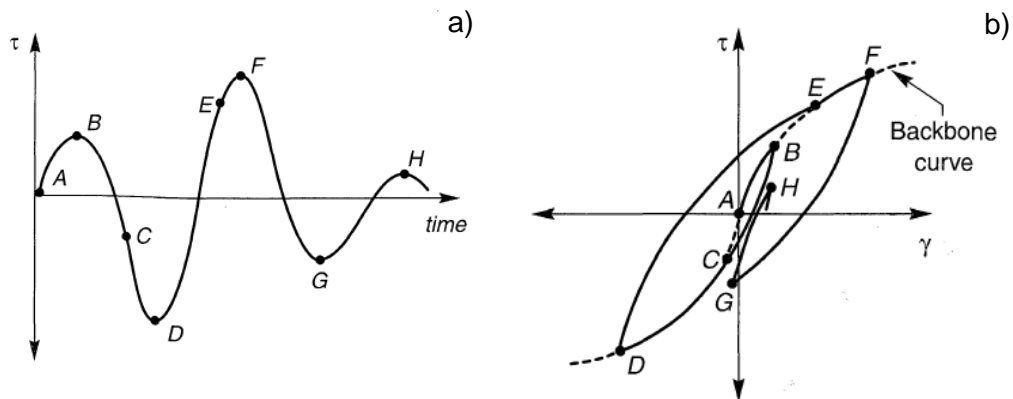


Figura 2.41 (a) Variación del esfuerzo cortante con el tiempo y (b) comportamiento esfuerzo deformación como resultado de las reglas de Masing. (Kramer 1996⁽³⁷⁾)

2.7.2 Hardin and Drnevich (1972)

Hardin y Drnevich (1972a)⁽²³⁾ y Hardin y Drnevich (1972b)⁽²⁴⁾ fueron los primeros investigadores en realizar un exhaustivo estudio sobre los parámetros que influyen en el comportamiento no lineal del suelo, la Tabla 2.6 muestra los parámetros estudiados por Hardin y Drnevich (1972a)⁽²³⁾ y Hardin y Drnevich (1972b)⁽²⁴⁾ a fin de definir la influencia de estos sobre el módulo de corte y el amortiguamiento.

Tabla 2.6 Factores que afectan el comportamiento no lineal del suelo en el módulo de corte y el amortiguamiento (Hardin y Drnevich 1972b⁽²⁴⁾)

Parámetro	Impacto en el Módulo de Corte		Impacto en el Amortiguamiento	
	Arenas limpias	Suelos cohesivos	Arenas limpias	Suelos cohesivos
Amplitud de deformación	***	***	***	***
Presión de confinamiento	***	***	***	***
Relación de vacíos	***	***	***	***
Número de ciclos de carga	+	*	***	***
Grado de saturación	*	***	**	-
Razón de sobreconsolidación	*	**	*	**
Esfuerzo cortante octaédrico	**	**	**	**
Frecuencia de carga (mayor a 0,1 Hz)	*	*	*	**
Tixotropía	*	**	*	**
Características granulométricas (tamaño, forma, gradación y mineralogía)	*	*	*	*
Estructura del suelo	*	*	*	*
Cambio de volumen debido a la deformación volumétrica menor a 0,5 %	-	*	-	*

Notas:

***: Muy importante

** : Menos importante

*: Relativamente sin importancia

+ : Relativamente sin importancia excepto para arenas saturadas

-: No determinado

Asimismo, Hardin y Drnevich (1972b)⁽²⁴⁾ proponen un modelo hiperbólico el cual describe la relación entre el esfuerzo cortante (τ) y la deformación cortante (γ) tal como se observa en las ecuaciones 2.37, 2.38 y 2.39. El modelo hiperbólico es ilustrado en la Figura 2.42.

$$\tau = \frac{\gamma}{\frac{1}{G_{\max}} + \frac{\gamma}{\tau_{\max}}} \quad (2.37)$$

$$\gamma_r = \frac{\tau_{\max}}{G_{\max}} \quad (2.38)$$

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + \gamma_r} \quad (2.39)$$

Donde:

- τ : Esfuerzo cortante (kPa)
- τ_{\max} : Esfuerzo cortante máximo (kPa)
- G_{\max} : Módulo de corte máximo (kPa)

- γ : Deformación cortante (%)
 γ_r : Deformación cortante de referencia (%)

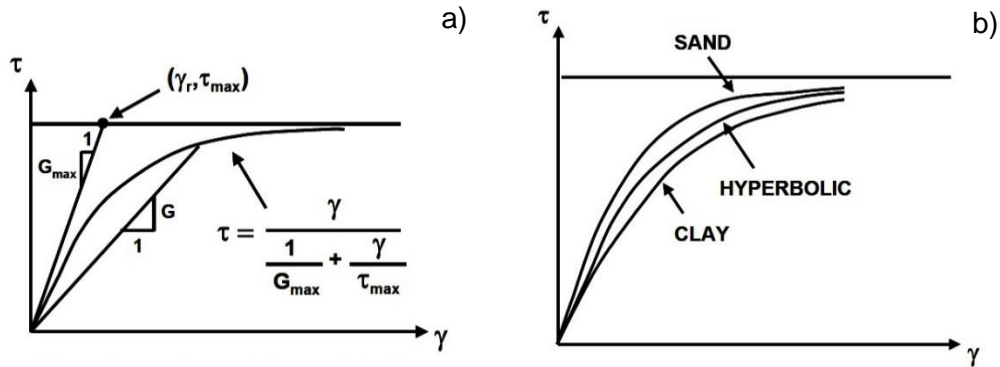


Figura 2.42 (a) Relación hiperbólica esfuerzo-deformación y (b) efecto del tipo de suelo en la relación hiperbólica. (Hardin y Drnevich 1972b⁽²⁴⁾)

Hardin y Drnevich (1972b)⁽²⁴⁾ también proponen un modelo hiperbólico que describe la razón de amortiguamiento del suelo (ecuación 2.40 y 2.41).

$$\frac{D}{D_{\max}} = \frac{\gamma_h}{1 + \gamma_h} \quad (2.40)$$

$$\gamma_h = \frac{\gamma}{\gamma_r} \left[1 + a e^{-b \frac{\gamma}{\gamma_r}} \right] \quad (2.41)$$

Donde:

- D : Razón de amortiguamiento (%)
 D_{\max} : Razón de amortiguamiento máximo (%)
 γ : Deformación cortante (%)
 γ_r : Deformación cortante de referencia (%)
 γ_h : Deformación hiperbólica (%)
 a y b : Coeficientes de ajuste

La Figura 2.43 muestra las curvas de $\frac{G}{G_{\max}} - \log(\gamma)$ y $D - \log(\gamma)$ basadas en el modelo hiperbólico propuesto por Hardin y Drnevich (1972b)⁽²⁴⁾.

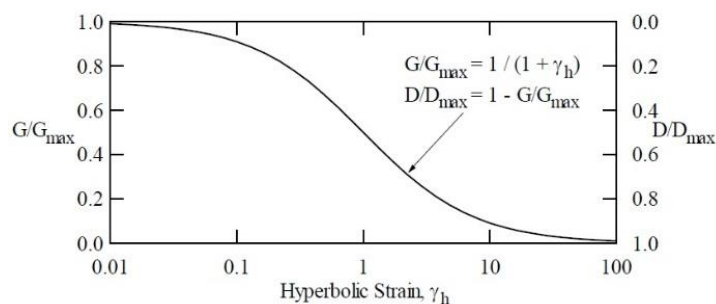


Figura 2.43 Curvas $\frac{G}{G_{\max}} - \log \gamma_h$ y $D - \log \gamma_h$.

(Hardin y Drnevich 1972b⁽²⁴⁾)

Hardin y Drnevich (1972b)⁽²⁴⁾ dentro de su modelo hiperbólico propuesto incluyen los efectos de índice de plasticidad (IP), razón de sobreconsolidación (OCR) y σ_o a través de la γ_r , mientras que los efectos de sitio, número de ciclos (N), frecuencia de carga y saturación son tomados en cuenta a través de D_{\max} , a y b. Si bien el procedimiento para el cálculo de las curvas $\frac{G}{G_{\max}} - \log(\gamma)$ y $D - \log(\gamma)$ mediante la metodología de Hardin y Drnevich (1972b)⁽²⁴⁾ es compleja, dicho trabajo representó un gran paso para la caracterización del comportamiento dinámico del suelo.

2.7.3 Anderson y Woods (1975)

Anderson y Woods (1975)⁽³⁾ a fin de describir la variación entre $\frac{G}{G_{\max}}$ y γ emplean la relación esfuerzo-deformación propuesta por Ramberg y Osgood (1943)⁽⁴⁸⁾ (ecuación 2.42). Anderson y Woods (1975)⁽³⁾ sugieren emplear α igual a 1 y $R = 3,0$.

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + \alpha \left(\frac{\tau}{\tau_y}\right)^{R-1}} \quad (2.42)$$

Donde:

- α : Factor de forma
- τ : Esfuerzo cortante (kPa)
- τ_y : Esfuerzo cortante de fluencia (kPa)
- R : Número de correlación para la curva de Ramberg-Osgoog

2.7.4 Ishihara (1996)

Ishihara (1996)⁽³⁰⁾ empleando el modelo hiperbólico propuesto por Hardin y Drnevich (1972b)⁽²⁴⁾ define una relación entre el módulo de corte y la deformación cortante; asimismo, calcula D para diferentes valores de $\frac{G}{G_{max}}$ basándose en el comportamiento de carga y descarga propuesto por Masing (1926)⁽⁴²⁾ (Ecuación 2.43).

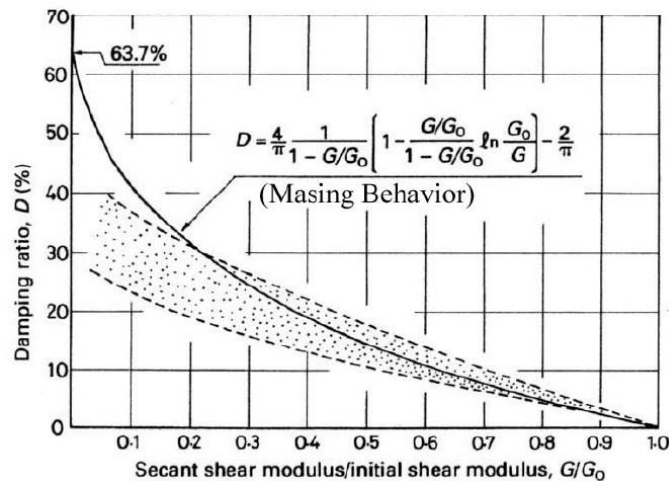


Figura 2.44 Relación entre la razón de amortiguamiento (D) y la razón del módulo de corte ($\frac{G}{G_{max}}$). (Ishihara 1996⁽³⁰⁾)

$$D = \frac{4}{\pi} \frac{1}{1 - \frac{G}{G_{max}}} \left(1 - \frac{\frac{G}{G_{max}}}{1 - \frac{G}{G_{max}}} \ln \left(\frac{G}{G_{max}} \right) \right) - \frac{2}{\pi} \quad (2.43)$$

Donde:

- G : Módulo de corte (kPa)
- G_{max} : Módulo de corte máximo (kPa)
- D : Razón de amortiguamiento (%)

La Figura 2.44 indica que el amortiguamiento determinado mediante el procedimiento de Masing (1926)⁽⁴²⁾ es cercano a lo medido en laboratorio para $\frac{G}{G_{max}}$ mayores a 0,3; sin embargo, para $\frac{G}{G_{max}}$ menores a 0,3 el amortiguamiento determinado por el comportamiento de Masing (1926)⁽⁴²⁾ sobreestima los valores obtenidos en laboratorio.

2.7.5 Borden (1996)

Borden *et al.* (1996)⁽⁸⁾ proponen la ecuación 2.44 a fin de correlacionar $\frac{G}{G_{\max}}$ y γ .

Una de las ventajas de este modelo propuesto por Borden *et al.* (1996)⁽⁸⁾ es de ser compatible para suelos cohesivos y no cohesivos.

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + (a(\gamma^b))^c} \quad (2.44)$$

Donde:

G	:	Módulo de corte (kPa)
G _{max}	:	Módulo de corte máximo (kPa)
γ	:	Deformación cortante (%)
a, b y c	:	Constantes

Adicionalmente Borden *et al.* (1996)⁽⁸⁾ proponen la ecuación 2.45 correlacionando D y $\frac{G}{G_{\max}}$.

$$D = a\left(\frac{G}{G_{\max}} - 1\right)^2 + b \quad (2.45)$$

Donde:

D	:	Razón de amortiguamiento (%)
G	:	Módulo de corte (kPa)
G _{max}	:	Módulo de corte máximo (kPa)
a y b	:	Constante de ajuste

2.7.6 Darendeli (1997)

Darendeli (1997)⁽¹⁰⁾ modifica el modelo hiperbólico de Hardin y Drnevich (1972b)⁽²⁴⁾ a fin de mejorar el ajuste entre el modelo hiperbólico y datos de laboratorio. Asimismo, en el modelo hiperbólico de Darendeli (1997)⁽¹⁰⁾ se introduce el parámetro γ_r , el cual representa la deformación cortante en la cual $\frac{G}{G_{\max}}$ es igual a 0,5.

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\gamma}{\gamma_r}\right)^a} \quad (2.46)$$

Donde:

- G : Módulo de corte (kPa)
 G_{max} : Módulo de corte máximo (kPa)
 γ : Deformación cortante (%)
 γ_r : Deformación cortante de referencia (%)
a : Coeficiente de curvatura

Adicionalmente, Darendeli (1997)⁽¹⁰⁾ propone un modelo hiperbólico a fin de modelar la relación entre D del material y γ tal como se observa en la ecuación 2.47.

$$\frac{D}{D_{min}} = 1 + \frac{\gamma}{\gamma_{r,D}} \quad (2.47)$$

Donde:

- D : Razón de amortiguamiento (%)
 D_{min} : Razón de amortiguamiento mínimo (%)
 γ : Deformación cortante (%)
 $\gamma_{r,D}$: Deformación cortante de referencia respecto a la razón de amortiguamiento normalizado (%)

2.7.7 Hwang (1997)

Hwang (1997)⁽²⁷⁾ encuentra que D se incrementa linealmente con la disminución del $\frac{G}{G_{max}}$ (Figura 2.45), la cual se describe de acuerdo a la ecuación 2.48.

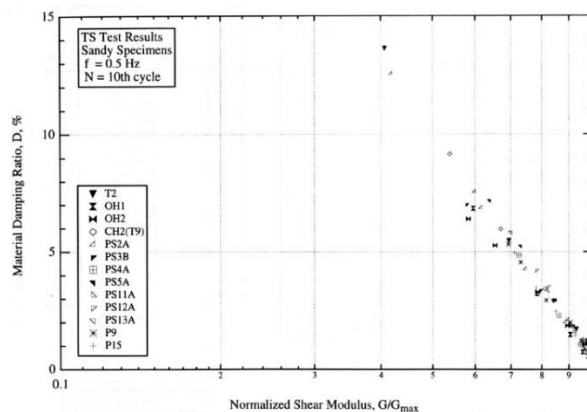


Figura 2.45 Relación entre la razón de amortiguamiento (D) y el módulo de corte normalizado

$$\left(\frac{G}{G_{max}}\right) \text{ (Hwang 1997}^{(27)}).$$

$$D = S_{DG} \log\left(\frac{G}{G_{\max}}\right) + I_{DG} \quad (2.48)$$

Donde:

- D : Razón de amortiguamiento (%)
- S_{DG} : Pendiente de la curva $D - \log\left(\frac{G}{G_{\max}}\right)$
- I_{DG} : Intercepto con el eje Y de la curva $D - \log\left(\frac{G}{G_{\max}}\right)$ (%)
- G : Módulo de corte (kPa)
- G_{\max} : Módulo de corte máximo (kPa)

2.7.8 Darendeli (2001)

Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ mediante un equipo de columna resonante y corte torsional (RCTS) evaluó las propiedades dinámicas de arenas y arcillas. El estudio muestra la dependencia del IP y OCR sobre las propiedades dinámicas de suelos arenosos y arcillosos. Las ecuaciones 2.49 a 2.52 muestran el modelo hiperbólico empleado para la determinación de la $\frac{G}{G_{\max}}$ y las relaciones asociadas al IP y OCR.

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\gamma}{\gamma_r}\right)^a} \quad (2.49)$$

$$a = 0,919 \quad (2.50)$$

$$\gamma_r = (0,0352 + 0,001(IP)(OCR)\left(\frac{\sigma_o}{P_a}\right)^{0,3483}) \quad (2.51)$$

$$\sigma_o = \sigma_v \left(\frac{1+k}{2}\right) \quad (2.52)$$

Donde:

- G : Módulo de corte (kPa)
- G_{\max} : Módulo de corte máximo (kPa)
- a : Coeficiente de curvatura
- γ : Deformación cortante (%)
- γ_r : Deformación cortante de referencia (%)
- IP : Índice de plasticidad
- OCR : Relación de sobreconsolidación
- σ_o : Presión de confinamiento medio (kPa)
- P_a : Presión atmosférica (kPa)
- σ_v : Presión de confinamiento vertical (kPa)
- k : Constante de Jaky

Asimismo, a fin de mejorar el ajuste entre datos de laboratorio y su modelo hiperbólico, Darendeli (2001) ajusta D determinado a través del comportamiento de Masing (1926)⁽⁴²⁾ tal como se indica a continuación.

$$D = b \left(\frac{G}{G_{\max}} \right)^{0,1} D_{\text{Masing}} + D_{\min} \quad (2.53)$$

$$D_{\text{Masing}} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{\int \frac{\gamma}{1 + \left(\frac{\gamma}{\gamma_r}\right)^a} d\gamma - \frac{1}{2} \frac{\gamma^2}{1 + \left(\frac{\gamma}{\gamma_r}\right)^a}}{\frac{\gamma^2}{1 + \left(\frac{\gamma}{\gamma_r}\right)^a}} \right) \quad (2.54)$$

$$D_{\min} = (0,8005 + 0,0129(\text{IP})(\text{OCR})^{-0,1069}) \left(\frac{\sigma_o}{P_a} \right)^{-0,2889} (1 + 0,2919 \ln \text{frec}) \quad (2.55)$$

$$b = 0,6329 - 0,0057 \ln N \quad (2.56)$$

Donde:

- D : Razón de amortiguamiento (%)
- D_{\min} : Razón de amortiguamiento mínimo (%)
- D_{Masing} : Razón de amortiguamiento basado en el comportamiento de Masing (%)
- G : Módulo de corte (kPa)
- G_{\max} : Módulo de corte máximo (kPa)
- a : Coeficiente de curvatura
- b : Constante de ajuste
- IP : Índice de plasticidad
- OCR : Relación de sobreconsolidación
- σ_o : Presión de confinamiento medio (kPa)
- P_a : Presión atmosférica (kPa)
- N : Número de ciclos de carga
- frec : Frecuencia de carga

2.7.9 Menq (2003)

Menq (2003)⁽⁴³⁾ con base en sus investigaciones sobre suelos granulares presenta correlaciones entre las propiedades dinámicas de los suelos granulares y las características granulométricas de los suelos estudiados. Las ecuaciones 2.57 y 2.58 describen la relación entre G_{\max} y D_{\min} con C_u , D_{50} , σ_o .

$$G_{\max} = 67,1 C_u^{-0,20} e^{-1 - \left(\frac{D_{50}}{20}\right)^{0,75}} \left(\frac{\sigma_o}{P_a}\right)^{0,48} C_u^{0,09} \quad (2.57)$$

$$\sigma_o = \sigma_v \left(\frac{1+k}{2} \right) \quad (2.58)$$

Donde:

G_{\max}	:	Módulo de corte máximo (kPa)
C_u	:	Coefficiente de uniformidad
D_{50}	:	Diámetro de grano medio (mm)
σ_o	:	Presión de confinamiento medio (kPa)
σ_v	:	Presión de confinamiento vertical (kPa)
P_a	:	Presión atmosférica (kPa)
k	:	Constante de Jaky

Menq (2003)⁽⁴³⁾ con base al modelo hiperbólico propuesto por Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ (ecuación 2.49), determina la relación entre a y γ_r con C_u y σ_o .

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\gamma}{\gamma_r} \right)^a} \quad (2.59)$$

$$\gamma_r = 0,12 C_u^{-0,6} \left(\frac{\sigma_o}{P_a} \right)^{0,5} C_u^{-0,15} \quad (2.60)$$

$$a = 0,86 + 0,1 \log \left(\frac{\sigma_o}{P_a} \right) \quad (2.61)$$

Donde:

G	:	Módulo de corte (kPa)
G_{\max}	:	Módulo de corte máximo (kPa)
a	:	Coefficientes de curvatura
γ	:	Deformación cortante (%)
γ_r	:	Deformación cortante de referencia (%)
C_u	:	Coefficiente de uniformidad
σ_o	:	Presión de confinamiento medio (kPa)
P_a	:	Presión atmosférica (kPa)

Asimismo, Menq (2003)⁽⁴³⁾ presenta un modelo que describe la relación que guarda D con el número de ciclos de carga (N), $\frac{G}{G_{\max}}$, γ y γ_r .

$$D = (0,6329 - 0,0057 \ln N) \left(\frac{G}{G_{\max}} \right)^{0,1} D_{\text{Masing}} + D_{\min} \quad (2.62)$$

$$D_{\text{Masing}} = c_1 D_{\text{Masing},a=1} + c_2 D_{\text{Masing},a=1}^2 + c_3 D_{\text{Masing},a=1}^3 \quad (2.63)$$

$$c_1 = -1,1143a^2 + 1,8618a + 0,2523 \quad (2.64)$$

$$c_2 = 0,0805a^2 - 0,0710a - 0,0095 \quad (2.65)$$

$$c_3 = -0,0005a^2 + 0,0002a + 0,0003 \quad (2.66)$$

$$D_{\text{Masing},a=1}(\%) = \frac{100}{\pi} \left[4 \frac{\gamma - \gamma_r \ln\left(\frac{\gamma + \gamma_r}{\gamma_r}\right)}{\frac{\gamma^2}{\gamma + \gamma_r}} - 2 \right] \quad (2.67)$$

$$D_{\text{min}} = 0,55C_u^{0,1} D_{50}^{-0,3} \left(\frac{\sigma_o}{P_a}\right)^{-0,08} \quad (2.68)$$

Donde:

D	:	Razón de amortiguamiento (%)
D _{min}	:	Razón de amortiguamiento mínimo (%)
D _{Masing}	:	Razón de amortiguamiento basado en el comportamiento de Masing (%)
D _{Masing,a=1}	:	Razón de amortiguamiento basado en el comportamiento de Masing para un coeficiente de curvatura igual a 1 (%)
N	:	Número de ciclos de carga
C _u	:	Coefficiente de uniformidad
D ₅₀	:	Diámetro de grano medio (mm)
G	:	Módulo de corte (kPa)
G _{max}	:	Módulo de corte máximo (kPa)
c ₁ , c ₂ y c ₃	:	Constantes de ajuste
a	:	Coefficientes de curvatura
γ	:	Deformación cortante (%)
γ _r	:	Deformación cortante de referencia (%)
σ _o	:	Presión de confinamiento medio (kPa)
P _a	:	Presión atmosférica (kPa)

2.7.10 Andrus *et al.* (2003)

Andrus *et al.* (2003)⁽⁴⁾ mediante ensayos de penetración estándar (SPT) y ensayos de penetración de cono (CPT) estudian limos, arcillas y arenas de diferentes periodos geológicos (holoceno, pleistoceno y periodo terciario). Dichos ensayos dieron como resultado correlaciones entre valores de SPT y CPT sobre V_s , $\frac{G}{G_{\text{max}}}$ y D. A continuación se describen las correlaciones propuestas por Andrus *et al.* (2003)⁽⁴⁾.

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\gamma}{\gamma_r}\right)^a} \quad (2.69)$$

$$\gamma_r = \gamma_{r1} \left(\frac{\sigma_o}{P_a}\right)^K \quad (2.70)$$

$$\sigma_o = \sigma_v \left(\frac{1 + 2k}{3}\right) \quad (2.71)$$

Donde:

G	:	Módulo de corte (kPa)
G _{max}	:	Módulo de corte máximo (kPa)
a	:	Coefficientes de curvatura
γ	:	Deformación cortante (%)
γ _r	:	Deformación cortante de referencia (%)
γ _{r1}	:	Deformación cortante de referencia a una presión de confinamiento de 100 kPa (%)
K	:	Constante de ajuste
σ _o	:	Presión de confinamiento medio (kPa)
σ _v	:	Presión de confinamiento vertical (kPa)
P _a	:	Presión atmosférica (kPa)
k	:	Constante de Jaky

$$D = f\left(\frac{G}{G_{\max}}\right) + D_{\min} \quad (2.72)$$

$$f\left(\frac{G}{G_{\max}}\right) = 12,2\left(\frac{G}{G_{\max}}\right)^2 - 34,2\left(\frac{G}{G_{\max}}\right) + 22,0 \quad (2.73)$$

$$D_{\min} = D_{\min1} \left(\frac{\sigma_o}{P_a}\right)^{\frac{K}{2}} \quad (2.74)$$

$$D_{\min1} = a(IP) + b \quad (2.75)$$

Donde:

D	:	Razón de amortiguamiento (%)
D _{min}	:	Razón de amortiguamiento mínimo (%)
D _{min1}	:	Razón de amortiguamiento mínimo a una presión de confinamiento de 100 kPa (%)
G	:	Módulo de corte (kPa)
G _{max}	:	Módulo de corte máximo (kPa)
f $\left(\frac{G}{G_{\max}}\right)$:	Función del módulo de corte normalizado (%)
K	:	Constante de ajuste

IP	:	Índice de plasticidad
a y b	:	Constantes de ajuste
σ_o	:	Presión de confinamiento medio (kPa)
P_a	:	Presión atmosférica (kPa)

La Tabla 2.7 presenta los valores recomendados por Andrus *et al.* (2003)⁽⁴⁾ sobre las constantes empleadas en sus formulaciones, dichas constantes se encuentran asociadas al periodo geológico y al IP.

Tabla 2.7 Valores recomendados de γ_{ref1} , a, K y D_{min1} (Andrus *et al.* 2003⁽⁴⁾)

Unidad geológica (Formación)	Variable	Índice de plasticidad (IP)					
		0	15	30	50	100	150
Holoceno	γ_{ref1} (%)	0,073	0,114	0,156	0,211	0,350	0,488 ⁽¹⁾
	a	0,95	0,96	0,97	0,98	1,01	1,04 ⁽¹⁾
	K	0,385	0,202	0,106	0,045	0,005	0,001 ⁽¹⁾
Pleistoceno (Wando)	D_{min1} (%)	1,09	1,29	1,50	1,78	2,48	3,18 ⁽¹⁾
	γ_{ref1} (%)	0,018	0,032	0,047	0,067	0,117	0,166
	a	1,0	1,02	1,04	1,06	1,13	1,19
Terciario (Cooper Marl)	K	0,454	0,402	0,355	0,301	0,199	0,132
	D_{min1} (%)	0,59	0,66	0,73	0,83	1,08	1,32
	γ_{ref1} (%)	⁽³⁾	-	0,030 ⁽¹⁾	0,049	0,096 ⁽¹⁾	-
Terciario (Suelos duros)	a	-	-	1,10 ⁽¹⁾	1,15	1,28 ⁽¹⁾	-
	K	-	-	0,497 ⁽¹⁾	0,455	0,362 ⁽¹⁾	-
	D_{min1} (%)	-	-	1,14 ^(1, 2)	1,52 ⁽²⁾	2,49 ^(1, 2)	-
Terciario (suelos del río Savannah menos suelos duros)	γ_{ref1} (%)	-	-	0,023	0,041 ⁽¹⁾	-	-
	a	-	-	1,0	1,0 ⁽¹⁾	-	-
	K	-	-	0,102	0,045 ⁽¹⁾	-	-
Terciario (Ruta del tabaco)	D_{min1} (%)	-	-	0,98	1,42 ⁽¹⁾	-	-
	γ_{ref1} (%)	0,038	0,058	0,079	0,106	0,174 ⁽¹⁾	-
	a	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0 ⁽¹⁾	-
Terciario (Suelos blandos)	K	0,277	0,24	0,208	0,172	0,106 ⁽¹⁾	-
	D_{min1} (%)	0,68	0,94	1,19	1,53	2,37 ⁽¹⁾	-
	γ_{ref1} (%)	0,029	0,056	0,082	0,117	0,205 ⁽¹⁾	⁽³⁾
Suelo residual y saprolito	a	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0 ⁽¹⁾	-
	K	0,22	0,185	0,156	0,124	0,07 ⁽¹⁾	-
	D_{min1} (%)	0,68	0,94	1,19	1,53	2,37 ⁽¹⁾	-
Suelo residual y saprolito	γ_{ref1} (%)	0,047	0,059	0,071	0,086	0,125 ⁽¹⁾	-
	a	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0 ⁽¹⁾	-
	K	0,313	0,299	0,285	0,268	0,229 ⁽¹⁾	-
Suelo residual y saprolito	D_{min1} (%)	0,68	0,94	1,19	1,53	2,37 ⁽¹⁾	-
	γ_{ref1} (%)	0,040	0,066	0,093	0,129 ⁽¹⁾	-	-
	a	0,72	0,80	0,89	1,01 ⁽¹⁾	-	-
Suelo residual y saprolito	K	0,202	0,141	0,099	0,061 ⁽¹⁾	-	-

Unidad geológica (Formación)	Variable	Índice de plasticidad (IP)					
		0	15	30	50	100	150
	$D_{\min 1}(\%)$	0,56 ⁽²⁾	0,85 ⁽²⁾	1,14 ⁽²⁾	1,52 ^(1, 2)	-	-

Notas:

- 1 : Valor tentativo, extrapolado del rango disponible de ensayos de laboratorio.
 2 : Valor aproximado, no se cuenta con amortiguamiento de ensayos de corte torsional.
 3 : Valor muy pequeño o no se registra data.

2.7.11 Amir-Faryar (2012)

Amir-Faryar (2012)⁽¹⁾ modifica la ecuación propuesta por Borden *et al.* (1996)⁽⁸⁾ a fin de representar la relación entre $\frac{G}{G_{\max}}$ y γ para arcillas y arcillas reforzadas con fibras. La ecuación propuesta por Amir-Faryar (2012)⁽¹⁾ se presenta a continuación.

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{1}{(1 + (a(\gamma^b))^c)^d} \quad (2.76)$$

Donde:

- G : Módulo de corte (kPa)
 G_{\max} : Módulo de corte máximo (kPa)
 γ : Deformación cortante (%)
 a, b, c y d : Coeficientes de ajuste

Adicionalmente, Amir-Faryar (2012)⁽¹⁾ presenta la ecuación 2.77 con el fin de representar la relación entre D y γ . Cabe indicar que dicha ecuación es válida para una deformación cortante mayor a 0,001% y menor a 3%.

$$D = (a \gamma^b) - (c \gamma^d) - e \quad (2.77)$$

Donde:

- D : Razón de amortiguamiento (%)
 a, b, c, d y e : Coeficientes de ajuste
 γ : Deformación cortante (%)

2.7.12 Senetakis (2012 y 2013)

Senetakis *et al.* (2012)⁽⁵⁴⁾ mediante un equipo de columna resonante (RS) estudia arenas cuarzosas de origen fluvial, arenas cuarzosas trituradas y arenas volcánicas tal como se indica en la Tabla 2.5 y la Figura 2.17, dicho estudio

determina relaciones entre G_{\max} y D_{\min} con C_u , las ecuaciones 2.78 al 2.84 muestran dichas relaciones.

$$G_{\max} = (-5,88C_u + 57,01) \frac{1}{e^{0,28C_u+0,98}} \left(\frac{\sigma_o}{P_a}\right)^{0,47}, \quad (2.78)$$

Arenas cuarzosas de origen fluvial

$$G_{\max} = (-9,45C_u + 78,15) \frac{1}{e^{0,28C_u+0,98}} \left(\frac{\sigma_o}{P_a}\right)^{0,63}, \quad (2.79)$$

Arenas cuarzosas trituradas

$$G_{\max} = (-3,04C_u + 52,02) \frac{1}{e^{0,28C_u+0,98}} \left(\frac{\sigma_o}{P_a}\right)^{0,55}, \quad (2.80)$$

Arenas volcánicas

$$D_{\min} = 0,62 \left(\frac{\sigma_o}{P_a}\right)^{-0,11}, \quad (2.81)$$

Arenas cuarzosas de origen fluvial

$$D_{\min} = 0,62 \left(\frac{\sigma_o}{P_a}\right)^{-0,19}, \quad (2.82)$$

Arenas cuarzosas trituradas

$$D_{\min} = 0,52 \left(\frac{\sigma_o}{P_a}\right)^{-0,13}, \quad (2.83)$$

Arenas volcánicas

$$\sigma_o = \sigma_v \left(\frac{1+k}{2}\right) \quad (2.84)$$

Donde:

G_{\max}	:	Módulo de corte máximo (kPa)
C_u	:	Coeficiente de uniformidad
σ_o	:	Presión de confinamiento medio (kPa)
P_a	:	Presión atmosférica (kPa)
k	:	Constante de Jaky

Por otro lado, Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾ mediante un programa de ensayos de columna resonante a grandes deformaciones (HARCT) ensaya las muestras previamente estudiadas por Senetakis *et al.* (2012)⁽⁵⁴⁾ a fin de determinar correlaciones para $\frac{G}{G_{\max}}$ en arenas cuarzosas y arenas volcánicas. Las ecuaciones 2.85, 2.86 y 2.87 muestran dichas correlaciones.

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\gamma}{\gamma_r}\right)} \quad (2.85)$$

$$\gamma_r = 0,159e^{-0,419C_u} \left(\frac{\sigma_o}{P_a}\right)^{0,42}, \text{ Arenas cuarzosas} \quad (2.86)$$

$$\gamma_r = 0,1 \left(\frac{\sigma_o}{P_a} \right)^{0,08}, \text{ Arenas volcánicas} \quad (2.87)$$

Donde:

G	:	Módulo de corte (kPa)
G _{max}	:	Módulo de corte máximo (kPa)
C _u	:	Coeficiente de uniformidad
γ	:	Deformación cortante (%)
γ _r	:	Deformación cortante de referencia (%)
σ _o	:	Presión de confinamiento medio (kPa)
P _a	:	Presión atmosférica (kPa)
k	:	Constante de Jaky

Finalmente, Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾ propone las ecuaciones 2.88 y 2.89 que describen D de las arenas estudiadas.

$$D = f\left(\frac{G}{G_{max}}\right) + D_{min} \quad (2.88)$$

$$f\left(\frac{G}{G_{max}}\right) = 7,22\left(\frac{G}{G_{max}}\right)^2 - 25,25\left(\frac{G}{G_{max}}\right) + 17,96 \quad (2.89)$$

Donde:

D	:	Razón de amortiguamiento (%)
D _{min}	:	Razón de amortiguamiento mínimo (%)
G	:	Módulo de corte (kPa)
G _{max}	:	Módulo de corte máximo (kPa)
f $\left(\frac{G}{G_{max}}\right)$:	Función del módulo de corte normalizado (%)

2.8 ANÁLISIS DE RESPUESTA SÍSMICA UNIDIMENSIONAL

Cuando una falla se activa por debajo de la superficie de la tierra, un cuerpo de ondas viaja desde la fuente hacia todas las direcciones (Figura 2.46). A medida que las ondas llegan a los límites de los diferentes estratos de suelo estas son reflejadas y refractadas. Debido a que la velocidad de propagación de las ondas en los materiales menos profundos es generalmente menor que en los materiales más profundos, los rayos inclinados que golpean los límites de las capas horizontales generalmente se reflejan en una dirección más vertical. En el momento en que los rayos alcanzan la superficie del suelo, las refracciones múltiples se doblan en una dirección casi vertical. El análisis de respuesta sísmica

unidimensional está basado en la asunción de que todos los límites del suelo son horizontales y que la respuesta es predominantemente causada por las ondas de propagación SH, las cuales se propagan desde la roca subyacente, para áreas de estudio donde se cuenta con una gran variabilidad de los depósitos de suelo (extensión y potencia) se deberán desarrollar mayor cantidad de análisis de respuesta sísmica unidimensional y/o evaluarse la necesidad de realizar análisis de respuesta sísmica bidimensional o tridimensional. Para el análisis de respuesta sísmica unidimensional se asume que la superficie del suelo y la roca se extienden infinitamente en dirección horizontal (Kramer 1996⁽³⁷⁾).

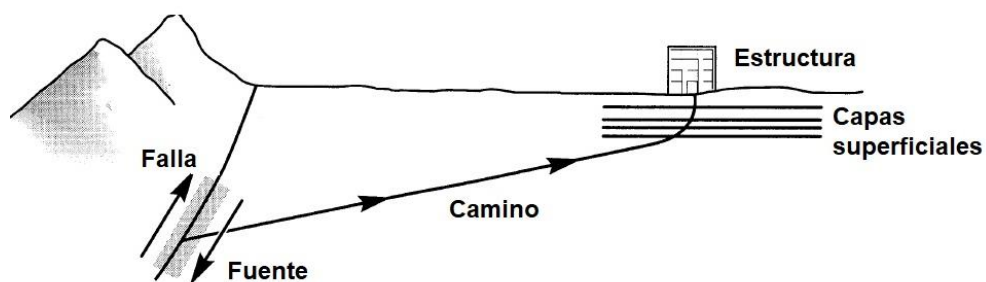


Figura 2.46 Proceso de refracción que produce la propagación de ondas verticales cercano a la superficie. (Kramer 1997⁽³⁷⁾)

2.8.1 Análisis de respuesta lineal equivalente

Como se ha visto previamente, el suelo presenta un comportamiento no lineal, el cual se exhibe con la degradación de sus características de rigidez ante el incremento de la deformación cíclica; sin embargo, a pesar de conocer el comportamiento del suelo, en los primeros años de estudio, el modelamiento y el proceso de cálculo de análisis de respuesta no lineal resultó ser tedioso en términos de tiempo de cálculo y modelos que representen en buena medida el comportamiento no lineal del suelo, ante ello Seed y Idris (1969)⁽⁵²⁾ propusieron un esquema lineal equivalente (LE) para el análisis de respuesta sísmica, en el cual G y D son modelados empleando un resorte lineal y un amortiguador. Los parámetros del resorte y el amortiguador fueron calculados a partir de un valor de G y un valor de D para un nivel de γ dado. Los autores sugirieron que las propiedades dinámicas deberían ser calculadas para una deformación cortante igual a 2/3 del máximo nivel de deformación.

El método LE se basa en un comportamiento de suelo representado por esfuerzos totales. Las únicas propiedades necesarias para el análisis de respuesta sísmica son G y D . El método LE fue implementado como un procedimiento iterativo, dado que no es posible determinar el máximo nivel de γ en cada estrato de suelo antes de que se complete el análisis, el procedimiento se describe a continuación:

- Determinar las propiedades G y D para cada etapa de suelo y posterior a ello se procede con el análisis de propagación de ondas.
- Posterior al análisis de propagación de ondas se actualizan G y D en función de la deformación relativa.
- Repetir los pasos anteriores hasta que la deformación cortante máxima para todos los estratos converja para dos cálculos consecutivos (Figura 2.47).

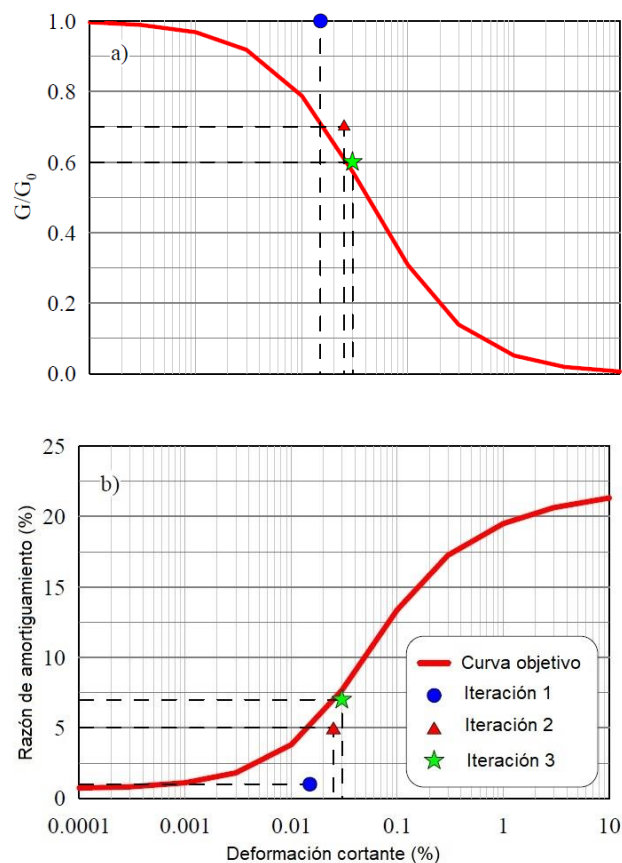


Figura 2.47 Procedimiento de iteración del método lineal equivalente para (a) el módulo de corte normalizado y (b) la razón de amortiguamiento.

(Hashah *et al.* 2010⁽¹⁸⁾)

2.8.2 Análisis de respuesta no lineal

El comportamiento del suelo ante cargas cíclicas es frecuentemente no lineal, es decir ante un incremento de la deformación cíclica la rigidez del suelo se ve reducida y la capacidad de amortiguamiento se incrementa, dependiendo de varios factores tales como amplitud de carga, número de ciclos, tipo de suelo y presión de confinamiento *in situ*. Incluso a bajos niveles de deformación el suelo exhibe un comportamiento no lineal. Por ende, es necesario incorporar el comportamiento no lineal del suelo en los análisis de respuesta sísmica (Hashah *et al.* 2010⁽¹⁸⁾).

El análisis no lineal consta de la solución de la ecuación 2.89.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = -[M]\{I\}\ddot{u}_g \quad (2.89)$$

Donde:

$[M]$:	Matriz de masa
$[C]$:	Matriz de viscosidad
$[K]$:	Matriz de rigidez
$\{\ddot{u}\}$:	Vector de aceleración
$\{\dot{u}\}$:	Vector de velocidad
$\{u\}$:	Vector de desplazamiento
$\{I\}$:	Vector unitario
\ddot{u}_g	:	Aceleración en la base de la columna de suelo

La respuesta del suelo es obtenida mediante un modelo constitutivo que describe el comportamiento cíclico del suelo, para ello la ecuación 2.89 es resuelta para cada variación de tiempo empleando el método de integración de Newmark (1959)⁽⁴⁵⁾

La columna de suelo (Figura 2.48) es discretizada en capas empleando un modelo que engloba un sistema de múltiples grados de libertad. Para la solución de la ecuación 2.89 en cada variación de tiempo cada capa de suelo es representada por una masa, un resorte no lineal y un amortiguador para el amortiguamiento viscoso. La agrupación de la mitad de las masas de dos capas de suelo consecutivas forma la matriz de masas, la matriz de rigidez es actualizada para cada incremento de tiempo a fin de incorporar la no linealidad del suelo.

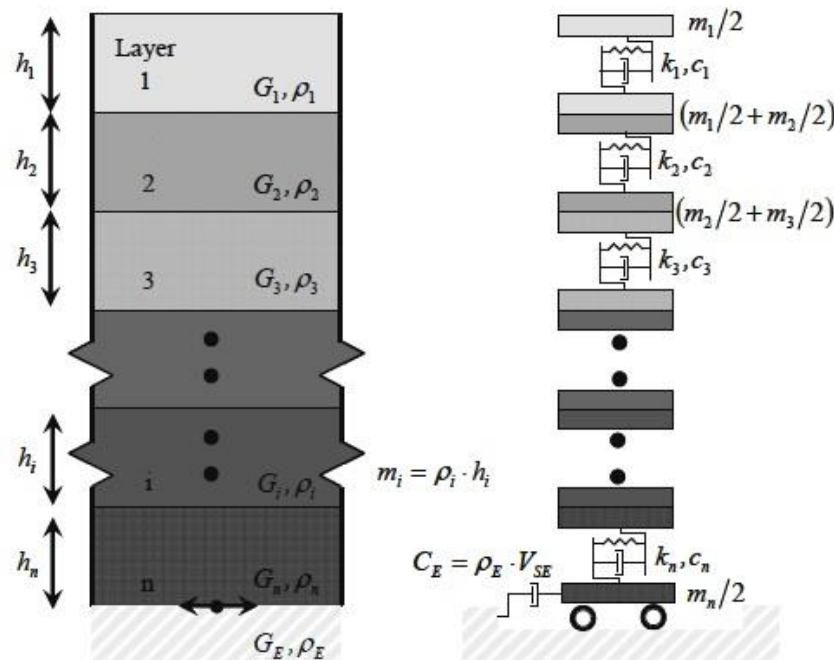


Figura 2.48 Modelo de múltiples grados de libertad que representa un depósito de suelo sobre el cual se genera un movimiento en la base. (Hashah *et al.* 2010⁽¹⁸⁾)

2.9 Curvas homotéticas

Una de las mayores dificultades al realizar ensayos de laboratorio sobre suelos granulares, es que muchos de estos suelos presentan partículas con sobretamaños mayores a 3". Si bien en el medio ingenieril se cuentan con ensayos triaxiales a gran escala, estos no son muy numerosos y requieren de elevados costos para su ejecución. No obstante, en la actualidad se cuenta con metodologías que suplen la necesidad de realizar ensayos a gran escala, las que contemplan el uso de muestras escaladas para la representación de las muestras originales a fin de evaluar el comportamiento mecánico del suelo.

Marachi *et al.* (1972)⁽⁴¹⁾, Varadarajan *et al.* (2003)⁽⁶¹⁾ y Verdugo y de la Hoz (2006)⁽⁶²⁾ proponen el método de curvas paralelas u homotéticas, la que consta de conformar muestras escaladas de menor tamaño al original con base a curvas granulométricas paralelas. Este método es aplicable si la muestra original no presenta un contenido de finos superior al 10%.

Los estudios de De la Hoz (2007)⁽¹²⁾, Dorador (2010)⁽¹³⁾ y Besio (2012)⁽⁷⁾ han confirmado los estudios precedentes reafirmando la utilidad del método de curvas

homotéticas debido a que las muestras escaladas logran replicar la resistencia máxima de las muestras originales (Besio 2012⁽⁷⁾). Asimismo, se debe tener en cuenta que esta metodología es aplicable bajo las restricciones del contenido de finos (menor al 10%), constancia de la forma de las partículas en la muestra escalada (De la Hoz 2007⁽¹²⁾) y el efecto de escalamiento en la dureza de las partículas (Dorador 2010⁽¹³⁾).

Para la generación de las curvas homotéticas se debe tener en cuenta también las siguientes consideraciones:

- El tamaño máximo de la muestra debe ser el tamaño máximo permitido por la probeta sobre la cual se realizarán los ensayos.
- Se debe conservar el orden de magnitud del C_u .
- Estimación de la densidad relativa (DR), debido a la influencia de esta sobre el ángulo de fricción de los materiales granulares.

La Figura 2.49 muestra las curvas homotéticas de las presas Ranjit y Purulia (Varadarajan *et al.* 2003⁽⁶¹⁾).

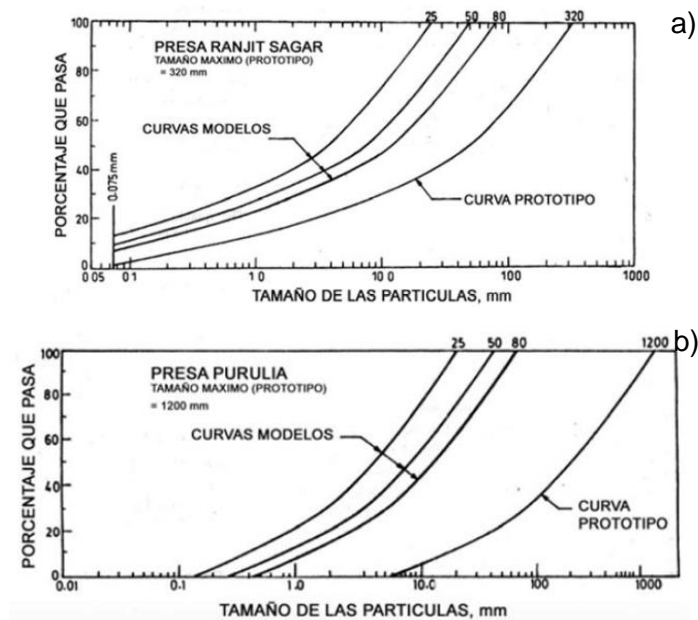


Figura 2.49 Granulometrías globales de las presas (a) Ranjit y (b) Purulia. (Varadarajan *et al.* 2003⁽⁶¹⁾)

CAPÍTULO III: CARACTERIZACIÓN DE LAS PROPIEDADES DINÁMICAS DE LOS MATERIALES EMPLEADOS

3.1 INTRODUCCIÓN

El objetivo principal del presente capítulo es describir las características geotécnicas de dos materiales: mineral ROM característico de pilas de lixiviación; y desmonte de mina proveniente de depósitos de desmonte, en ambos casos representan estructuras geotécnicas existentes en operaciones mineras. Las muestras de mineral ROM y desmonte de mina fueron obtenidas de diversos proyectos mineros y fueron reconstituidas en laboratorio empleando la metodología de gradación paralela o también denominada curvas homotéticas (Marachi *et al.* 1972⁽⁴¹⁾, Varadarajan *et al.* 2003⁽⁶¹⁾, Verdugo y de la Hoz 2006⁽⁶²⁾, Dorador 2010⁽¹³⁾ y Besio 2012⁽⁷⁾) debido a que estos materiales presentan tamaños máximos de hasta 12" que imposibilitan la ejecución de ensayos con tamaños representativos de estos materiales.

En total se han ensayado una muestra de mineral ROM y tres muestras de desmonte de mina, sobre los cuales se reconstituyeron 2 especímenes de mineral ROM (LO_01 y LO_02) y 7 especímenes de desmonte de mina (MW_01, MW_02, MW_03, MW_04, MW_05, MW_06 y MW_07). Los especímenes fueron sometidos a ensayos de columna resonante y corte torsional (RCTS), y triaxial cíclico (CTX) en los laboratorios de la universidad de Austin Texas en Estados Unidos.

3.2 MATERIALES EMPLEADOS

Se emplearon muestras de mineral del tipo ROM (*run of mine*) y desmonte de mina (Figura 3.1). El mineral ROM es aquel mineral que proviene directamente de la explotación del yacimiento por voladura, sobre el cual no se realizan procesos de chancado para su posterior lixiviación. Tanto el mineral tipo ROM (de ahora en adelante LO) y el desmonte de mina (de ahora en adelante MW) esencialmente presentan características y procesos de obtención similares, siendo la ley de mineral el factor para diferenciar entre mineral y desmonte de mina, pero que en muchos los casos esto no afecta sus características geotécnicas.

A fin de caracterizar los materiales LO y MW se realizaron ensayos de granulometría global a fin de conocer el amplio rango de partículas que presentan estos materiales. El detalle de los ensayos de granulometría global se presenta en la Tabla 3.1.

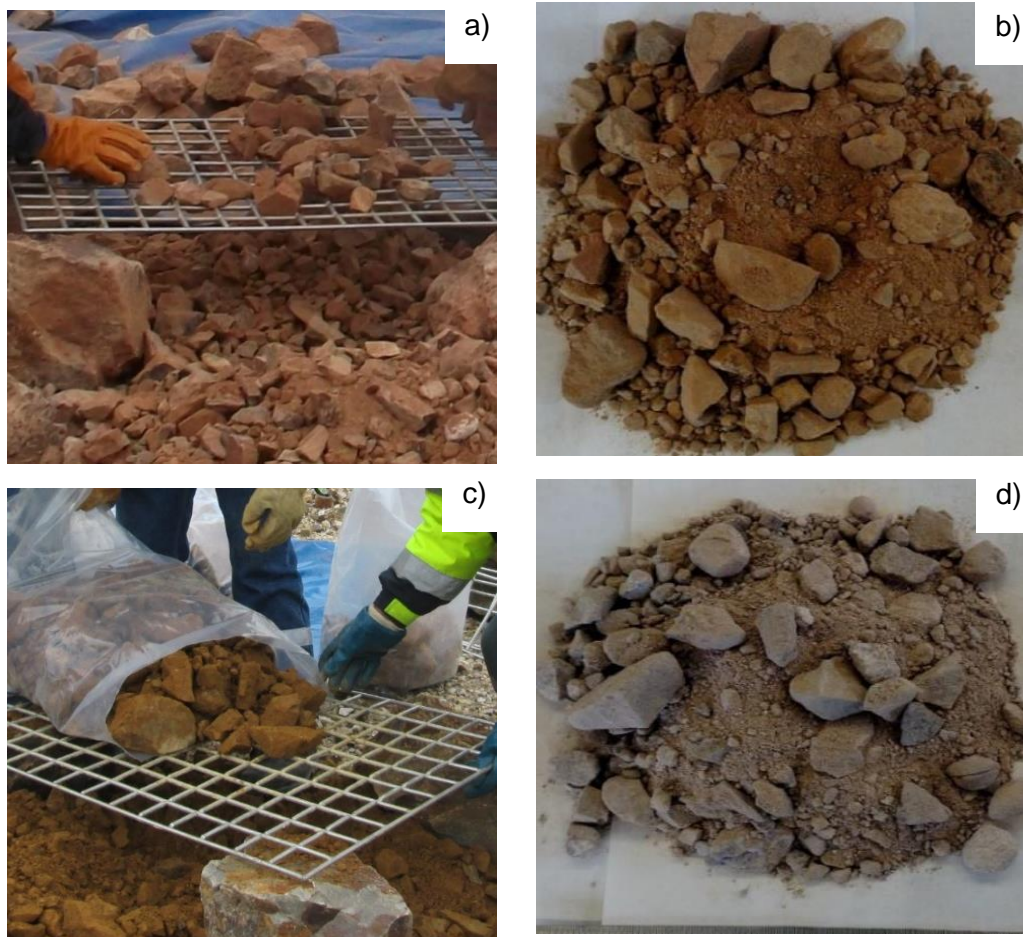


Figura 3.1 Muestras de (a) mineral ROM en campo y en (b) laboratorio, y muestras de (c) desmonte de mina en campo y en (d) laboratorio.

A partir de estos resultados presentados en la Tabla 3.1 se deduce que tanto LO y MW presentan partículas angulosas de tamaño máximo 12", además, las partículas menores a 3" clasifican según SUCS como grava bien gradada (GW), grava pobremente grada con arcilla (GP-GC) y grava bien gradada con limo (GW-GM). La gradación de las curvas homotéticas LO y MW se presenta en la Tabla 3.2, la Figura 3.2 muestra la distribución granulométrica global de las muestras LO y MW utilizadas en el presente estudio y muestras de desmonte de mina típicas reportadas en la guía de Hawley y Cuning (2017)²⁸ y la Figura 3.3 muestra las distribuciones granulométricas globales y homotéticas de LO y MW.

Tabla 3.1 Ensayos de granulometría global de LO y MW

Especímen	Material	Bloques (D>12")	Cantos (3"<D<12")	Gravas (N°4<D<3")	Arenas (N°200<D<N°4)	Finos (D<N°200)	Cu	Cc	D ₅₀ (mm)	SUCS
LO_01 / LO_02	Mineral ROM	6	48	35	9	2	28	1,46	90	GW
MW_01		5	24	60	5	6	12	3	32,6	GP-GC
MW_02 / MW_03	Desmonte de mina	11	50	31	6	3	21	0,18	111	GW
MW_04 / MW_05 /		0	25	43	25	7	220	2,5	25,4	GW-GM
MW_06 / MW_07										

Abreviaturas:

D : Diámetro de partícula.

Cc : Coeficiente de contracción.

SUCS : Sistema unificado de clasificación de suelos.

Cu : Coeficiente de uniformidad.

D₅₀ : Diámetro de grano medio.

Tabla 3.2 Parámetros índices de las distribuciones granulométricas homotéticas de LO y MW

Especímen	Material	W (%)	Gravas (%)	Arenas (%)	Finos (%)	LL (%)	LP (%)	IP (%)	SUCS
LO_01 / LO_02	Mineral ROM	2,94 - 2,96	39	56	5	NP	NP	NP	SW
MW_01		8,8	37	57	6	NP	NP	NP	SW-SM
MW_02 / MW_03	Desmonte de mina	4,24 - 4,76	45	51	4	NP	NP	NP	SW
MW_04 / MW_05 / MW_06 / MW_07		2,39 - 3,33	22	68	10	NP	NP	NP	SP-SM

Abreviaturas:

W : Contenido de humedad.

LP : Límite plástico.

SUCS : Sistema unificado de clasificación de suelos.

LL : Límite líquido.

IP : Índice de plasticidad

Tabla 3.3 Características físicas de las distribuciones granulométricas homotéticas del mineral ROM y desmonte de mina.

Especímen	Material	Gs	e	Cu	Cc	D50 (mm)
LO_01 / LO_02	Mineral ROM	2,61	0,29 - 0,318	28	0,8	3,1
MW_01		2,50	0,712	12	1,33	3,2
MW_02 / MW_03	Desmonte de mina	2,67	0,265 - 0,328	26	0,92	3
MW_04 / MW_05 / MW_06 / MW_07		2,50	0,32 - 0,39	24	1,2	1,0

Abreviaturas:

Gs : Gravedad específica.

Cu : Coeficiente de uniformidad.

D₅₀ : Diámetro de grano medio.

e : Relación de vacíos.

Cc : Coeficiente de contracción.

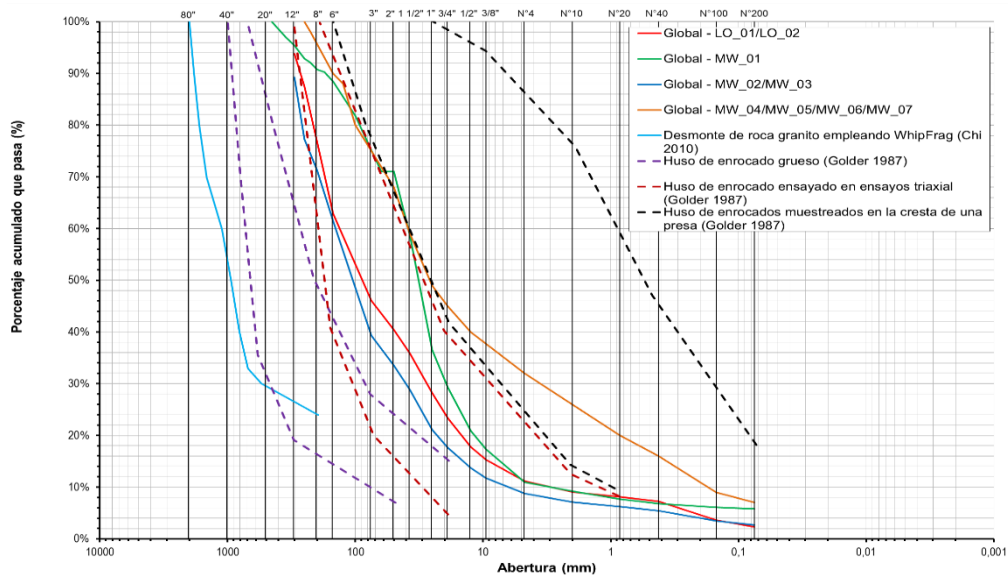


Figura 3.2 Distribución granulométrica global de LO y MW y distribución granulométrica de desmonte de mina históricos.

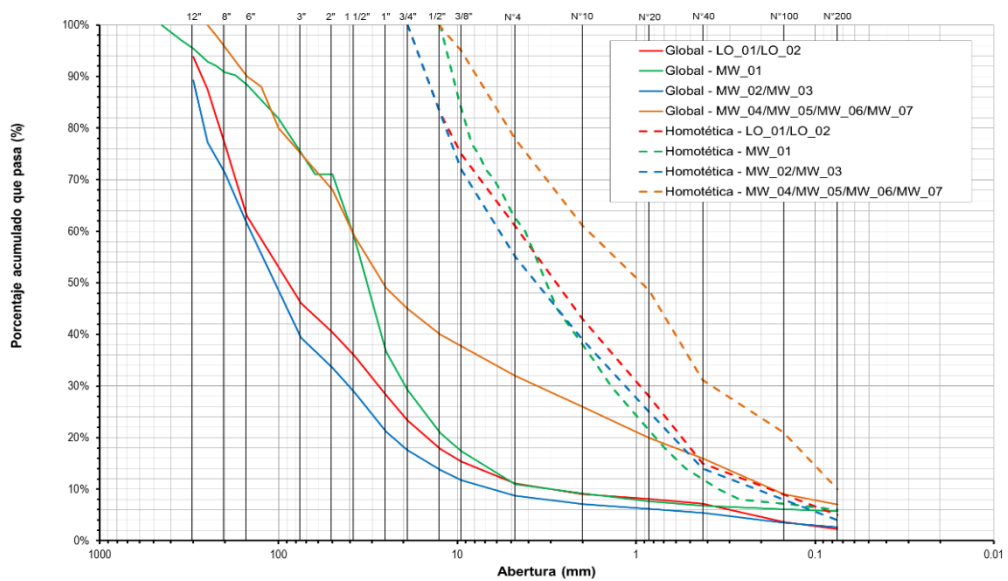


Figura 3.3 Distribución granulométrica global y distribución granulométrica homotética de LO y MW.

De acuerdo con la Figura 3.2, las distribuciones granulométricas de LO y MW del presente estudio se encuentran dentro los rangos granulométricos reportados por la guía Hawley y Cuning (2017)⁽²⁸⁾, estando las presentes muestras dentro del huso granulométrico empleado por Golder (1987)⁽¹⁶⁾ para el desarrollo de sus ensayos triaxiales.

Los ensayos de granulometría global realizados en las muestras de LO y MW (Tabla 3.1) indican que el porcentaje de bloques es de cero a 10%, el porcentaje de cantos es de 24 a 50%, el contenido de gravas es de 30 a 60%, el contenido de arenas es de 5 a 25% y el contenido de finos es de 2 a 7%. Además, las distribuciones granulométricas globales de LO y MW indican un C_u de 12 a 220 y que el D_{50} varía de 25 a 111 mm.

Por otro lado, las distribuciones granulométricas homotéticas de LO y MW clasifican según SUCS como arena bien gradada (SW), arena bien gradada con limo (SW-SM) y arena pobremente gradada con limo (SP-SM) con 22 a 45% de gravas, 50 a 68% de arenas y 4 a 10% de finos. Además, presentan un LL nulo, un IP nulo, un C_u de 12 a 28 y un D_{50} de 1 a 3,2 mm.

3.3 ENSAYOS DE LABORATORIO

A fin de determinar las propiedades dinámicas de LO y MW se llevaron a cabo ensayos RCTS y CTX, tomando en cuenta la distribución granulométrica homotética descrita en el acápite 3.2. Las muestras fueron remoldeadas bajo el procedimiento de Ladd (1978)⁽³⁸⁾.

La Tabla 3.4 muestra los parámetros de remoldeo empleados sobre los especímenes de LO y MW para el desarrollo de los ensayos de RCTS y CTX. Los valores mostrados fueron determinados con base a ensayos de campo (densidad natural por el método de cono de arena, densidad natural por el método de reemplazo de agua y ensayos de granulometría global.) y laboratorio (distribución granulométrica, gravedad específica, relación de vacíos y contenido de humedad).

Tabla 3.4 Parámetros de remoldeo para los ensayos de RCTS y CTX

Especímen	Material	Gs	w (%)	γ_d (kN/m ³)	γ_t (kN/m ³)	e	Cu	D ₅₀ (mm)
LO_01	Mineral ROM	2,61	2,96	25,3	26,1	0,299	28	5
LO_02		2,61	2,94	19,8	20,1	0,299	28	5
MW_01	Desmonte de mina	2,5	8,8	14,6	15,8	0,712	12	3,2
MW_02		2,67	4,76	21,1	22,1	0,265	26	3
MW_03		2,67	4,24	20,1	21,0	0,265	26	3
MW_04		2,50	3,23	23,9	24,7	0,35	24	1
MW_05		2,50	3,13	24,4	25,2	0,32	24	1

Especímen	Material	G _s	w (%)	γ _d (kN/m ³)	γ _t (kN/m ³)	e	Cu	D ₅₀ (mm)
MW_06		2,50	3,39	23,3	23,9	0,39	24	1
MW_07		2,50	2,60	23,6	24,2	0,37	24	1

Abreviaturas:

G_s : Gravedad específica.
γ_d : Peso específico seco.
e : Relación de vacíos.
D₅₀ : Diámetro de grano medio.

w : Contenido de humedad.
γ_t : Peso específico saturado.
Cu : Coeficiente de uniformidad.

3.3.1 Ensayos RCTS

El equipo RCTS empleado para el desarrollo de los ensayos fue desarrollado en la Universidad de Austin Texas y cuenta con más de 900 ensayos sobre especímenes de roca y suelo. Este equipo cuenta con una configuración *fixe-free*, es decir, empotrado en la base y con una excitación torsional en la parte superior del equipo.

Los ensayos RCTS fueron desarrollados en un rango de presiones de confinamiento comprendido entre 69 a 1379 kPa. Las Figuras 3.4, 3.5, 3.6 y 3.7 muestran las curvas $\frac{G}{G_{max}} - \log(\gamma)$ y $D - \log(\gamma)$ de las muestras de LO y MW determinadas mediante el ensayo RCTS en el presente estudio.

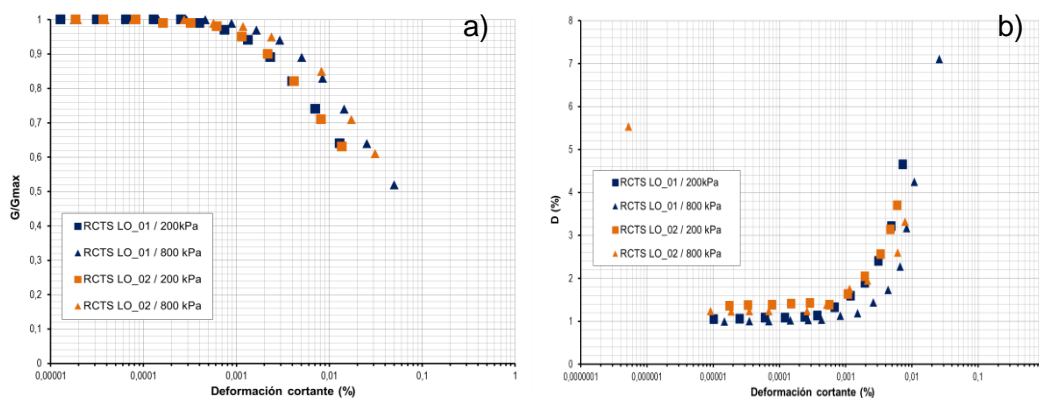


Figura 3.4 Curvas (a) $\frac{G}{G_{max}} - \log(\gamma)$ y (b) $D - \log(\gamma)$ determinadas mediante el ensayo RCTS para los especímenes LO_01 y LO_02.

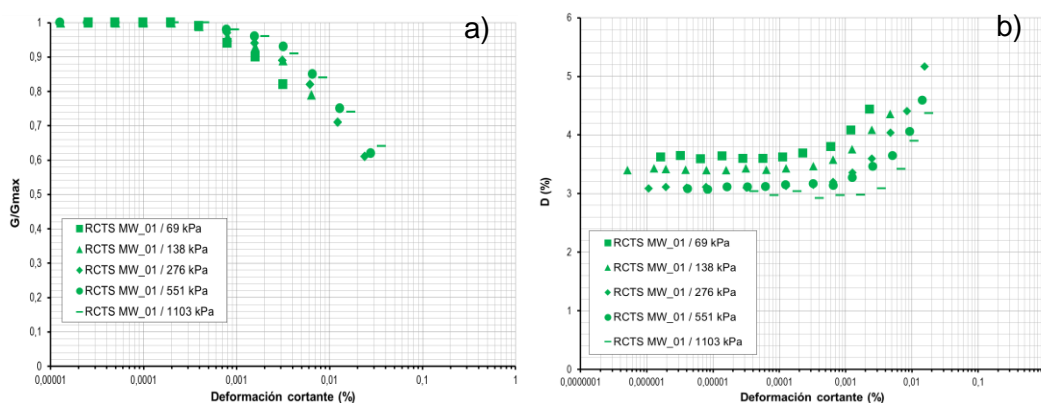


Figura 3.5 Curvas (a) $\frac{G}{G_{max}} - \log(\gamma)$ y (b) $D - \log(\gamma)$ determinadas mediante el ensayo RCTS para el espécimen MW_01.

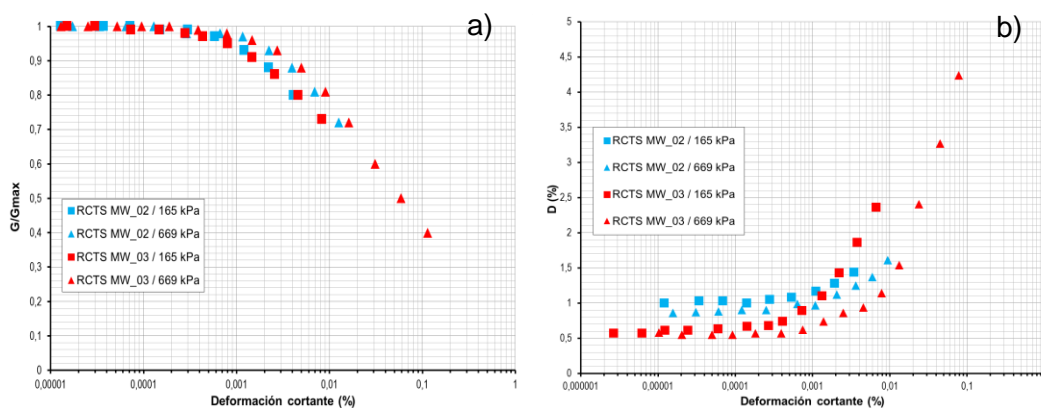


Figura 3.6 Curvas (a) $\frac{G}{G_{max}} - \log(\gamma)$ y (b) $D - \log(\gamma)$ determinadas mediante el ensayo RCTS para los especímenes MW_02 y MW_03.

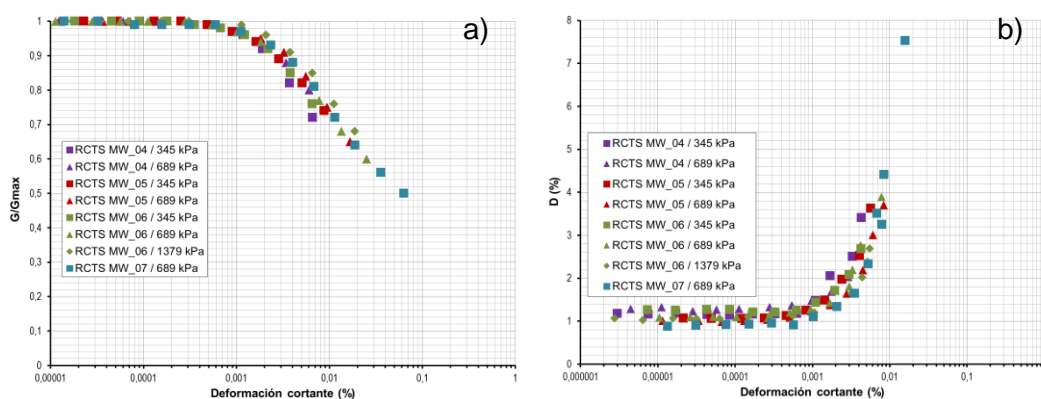


Figura 3.7 Curvas (a) $\frac{G}{G_{max}} - \log(\gamma)$ y (b) $D - \log(\gamma)$ determinadas mediante el ensayo RCTS para los especímenes MW_04, MW_05, MW_06 y MW_07.

La Figura 3.8 muestra las curvas de módulo de corte obtenidas mediante el ensayo RCTS para LO y MW.

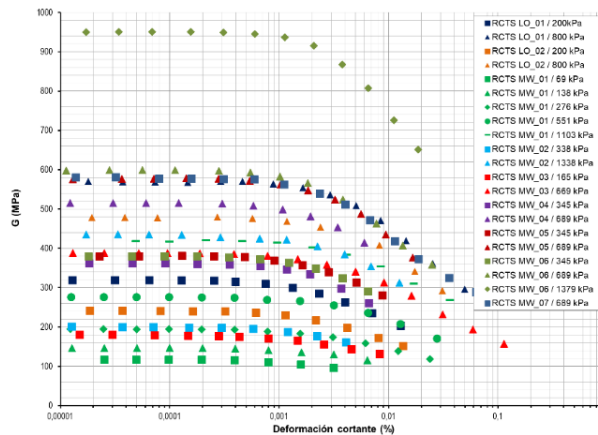


Figura 3.8 Curvas $G - \log(\gamma)$ determinadas mediante el ensayo RCTS para LO y MW.

3.3.2 Ensayos triaxiales

Los resultados de los ensayos RCTS presentados en el acápite anterior reportan valores para deformaciones cortantes menores a 0,1%; sin embargo, la determinación de las curvas $\frac{G}{G_{\max}} - \log(\gamma)$ y $D - \log(\gamma)$ se encuentran por lo general comprendidas hasta una deformación cortante de 1%, motivo por el cual se desarrollaron ensayos triaxiales (CTX) a manera de complementar los resultados de los ensayos RCTS y reducir incertidumbres de valores de las de las curvas $\frac{G}{G_{\max}} - \log(\gamma)$ y $D - \log(\gamma)$ para deformaciones cortantes mayores a 0,1%. Cabe indicar que este ensayo no se pudo realizar para todas las muestras debido a restricciones económicas de los proyectos.

Los ensayos fueron ejecutados según los procedimientos indicados en la norma ASTM D3999 (2013)⁽⁵⁾, empleando un rango de cargas desde 389 hasta 700 kPa, y sobre un rango de deformación cortante de 0,01% a 1,4%. Cabe indicar que las mediciones de las propiedades dinámicas fueron realizadas tanto a carga controlada (*stress*) y deformación controlada (*strain*); sin embargo, se recomienda emplear solo a carga controlada por facilidades de desarrollo del ensayo CTX. Las Figuras 3.9 y 3.10 muestran las propiedades dinámicas de LO y MW determinadas mediante el ensayo CTX.

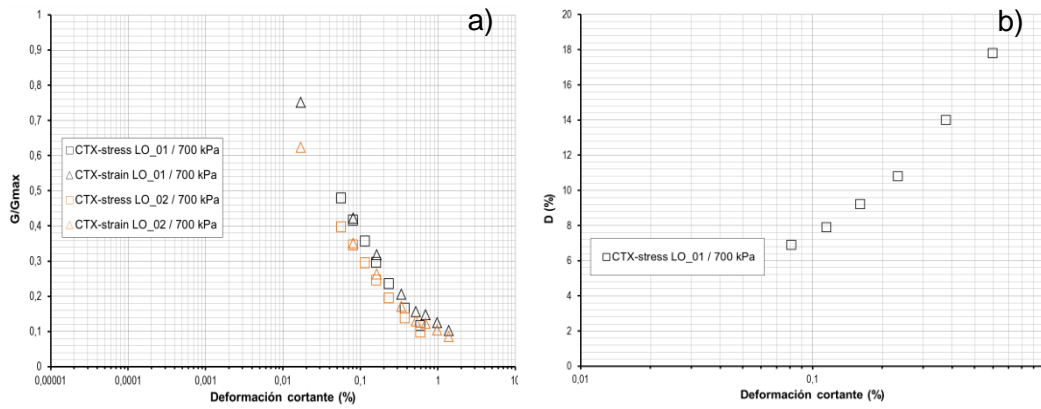


Figura 3.9 Curvas de (a) $\frac{G}{G_{max}} - \log(\gamma)$ y (b) $D - \log(\gamma)$ determinadas mediante el ensayo CTX para los especímenes LO_01 y LO_02.

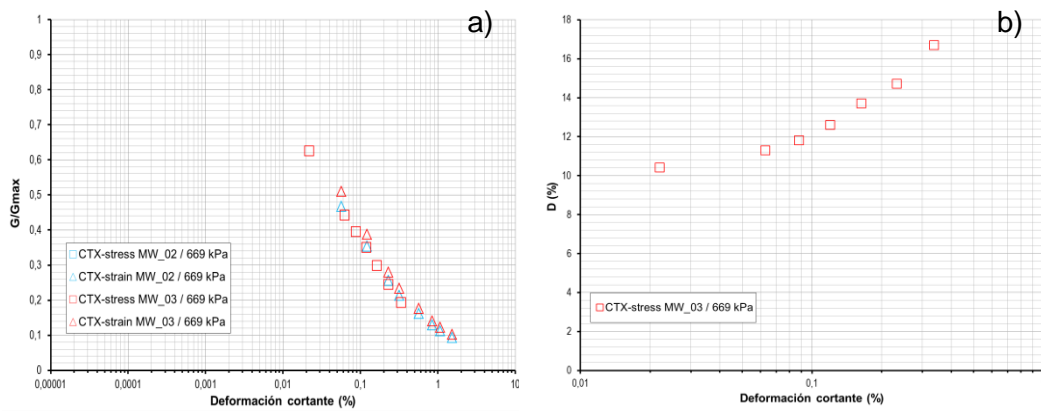


Figura 3.10 Curvas de (a) $\frac{G}{G_{max}} - \log(\gamma)$ y (b) $D - \log(\gamma)$ determinadas mediante el ensayo CTX para los especímenes MW_02 y MW_03.

La Figura 3.11 muestra las curvas de módulo de corte obtenidas mediante el ensayo CTX para LO y MW.

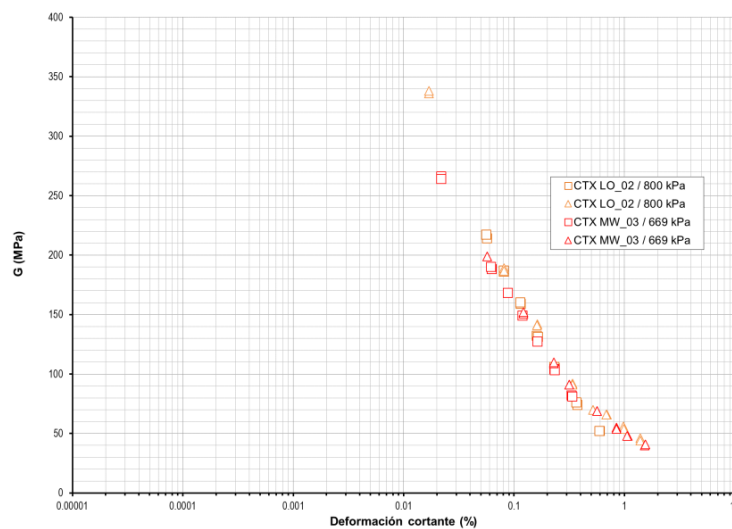


Figura 3.11 Curva $G - \log(\gamma)$ determinada mediante el ensayo CTX para LO y MW.

3.4 COMPARACIÓN DE ENSAYOS

El presente acápite compara las propiedades dinámicas obtenidas de los ensayos RCTS y CTX con las curvas $\frac{G}{G_{\max}} - \log(\gamma)$ y $D - \log(\gamma)$ propuestas en la literatura existente. Se emplearon las curvas $\frac{G}{G_{\max}} - \log(\gamma)$ y $D - \log(\gamma)$ propuestas por Menq (2003)⁽⁴³⁾, Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ y Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾ debido a que estos autores presentan una base de datos robusta, un modelo hiperbólico consistente con la estimación de propiedades dinámicas y las curvas propuestas por estos autores se encuentran basadas en muestras de suelos granulares y/o arenosos. Adicionalmente, los resultados de los ensayos de laboratorio fueron comparados con las curvas $\frac{G}{G_{\max}} - \log(\gamma)$ y $D - \log(\gamma)$ propuestas por Seed *et al.* (1986)⁽⁵³⁾, Rollins *et al.* (1998)⁽⁵¹⁾ e Ishibashi y Zhang (1993)⁽²⁹⁾.

3.4.1 Módulo de corte normalizado, $\frac{G}{G_{\max}}$

Las Figuras 3.12, 3.13, 3.14 y 3.15 muestran la comparación de las curvas $\frac{G}{G_{\max}} - \log(\gamma)$ propuestas por Menq (2003)⁽⁴³⁾, Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, Senetakis *et al.*

al. (2013)⁽⁵⁵⁾, *Seed et al.* (1986)⁽⁵³⁾, *Rollins et al.* (1998)⁽⁵¹⁾ e *Ishibashi y Zhang* (1993)⁽²⁹⁾ con los resultados obtenidos de los ensayos RCTS y CTX.

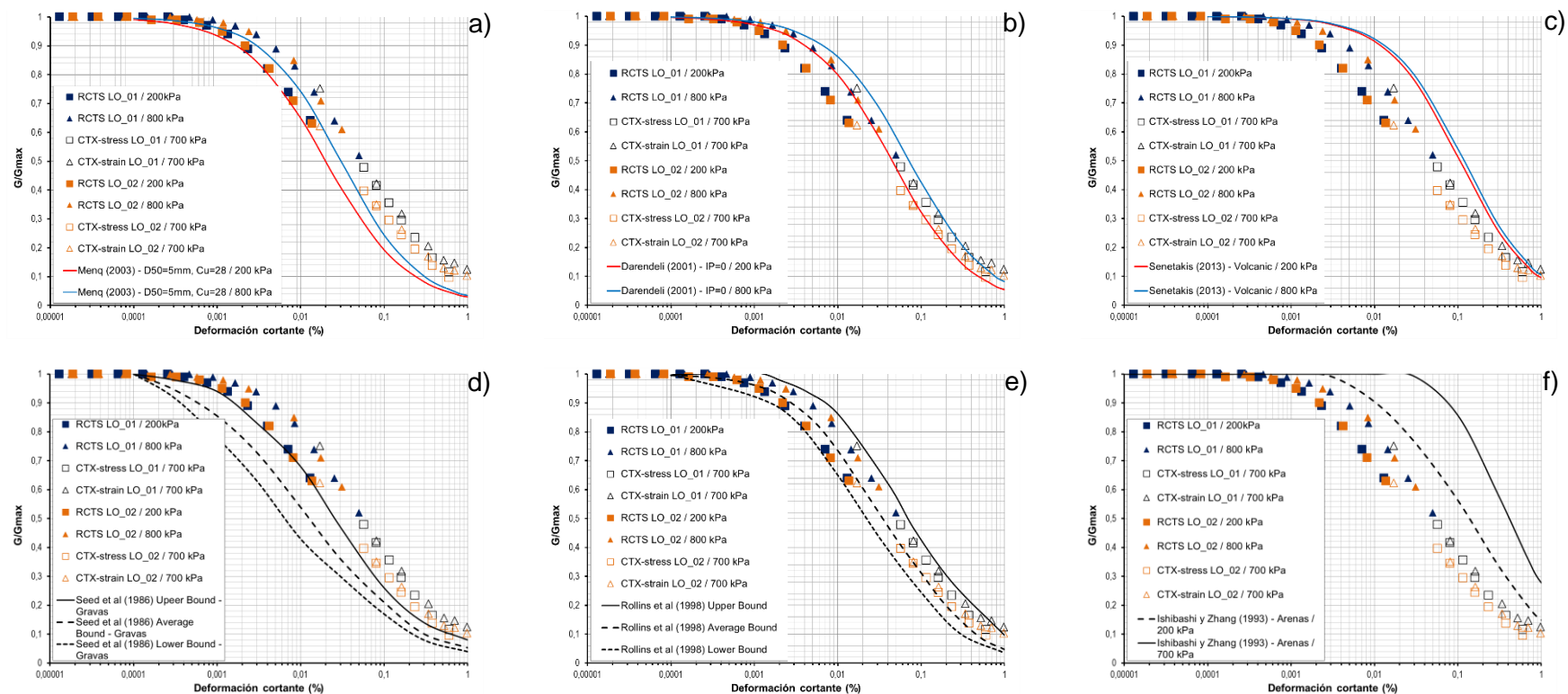


Figura 3.12 Curvas $\frac{G}{G_{max}} - \log(\gamma)$ propuestas por (a) Menq (2013)⁽⁴³⁾, (b) Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, (c) Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾, (d) Seed *et al.* (1986)⁽⁵³⁾, (e) Rollins *et al.* (1998)⁽⁵¹⁾ y (f) Ishibashi y Zhang (1993)⁽²⁹⁾ versus resultados de laboratorio para los especímenes LO_01 y LO_02.

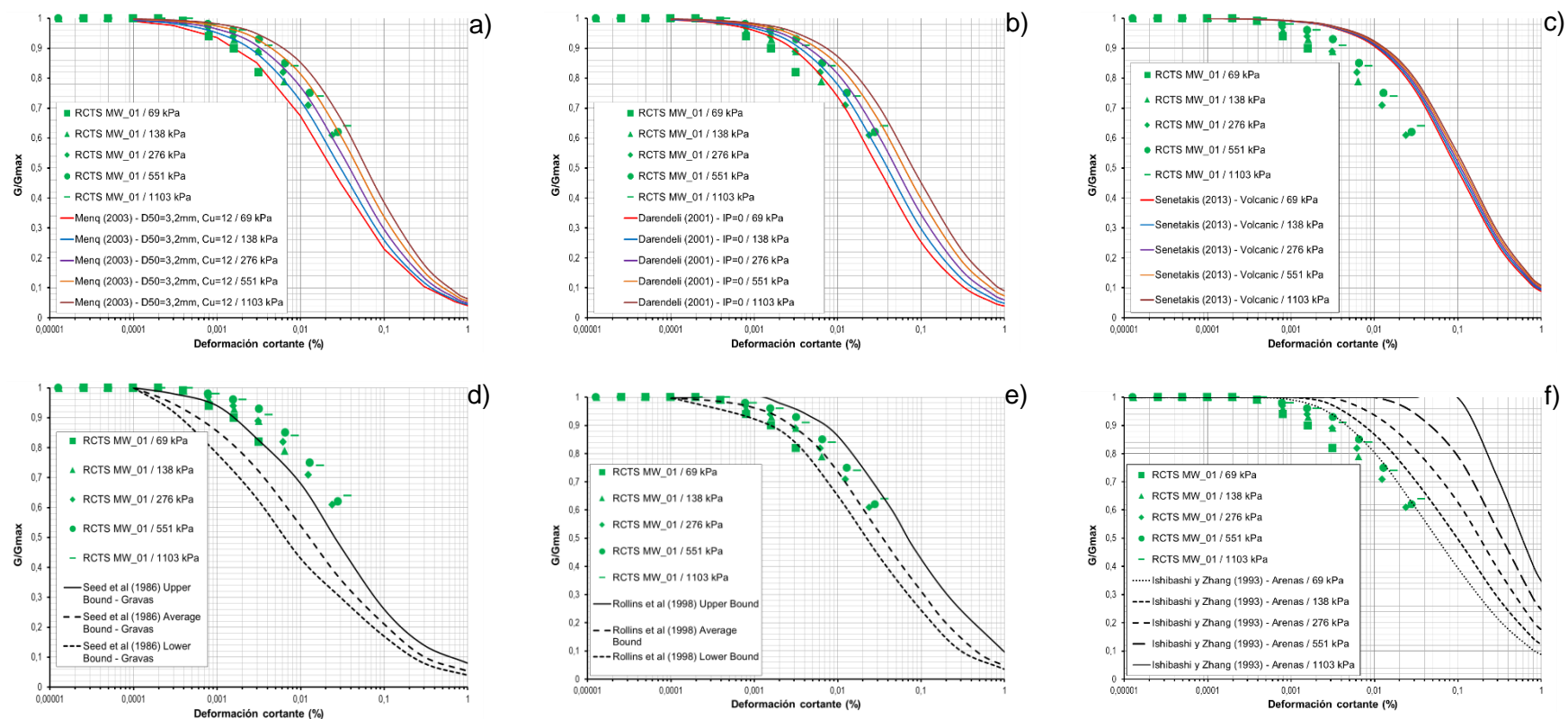


Figura 3.13 Curvas $\frac{G}{G_{max}} - \log(\gamma)$ propuestas por (a) Menq (2013)⁽⁴³⁾, (b) Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, (c) Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾, (d) Seed *et al.* (1986)⁽⁵³⁾, (e) Rollins *et al.* (1998)⁽⁵¹⁾ y (f) Ishibashi y Zhang (1993)⁽²⁹⁾ versus resultados de laboratorio para el espécimen MW_01.

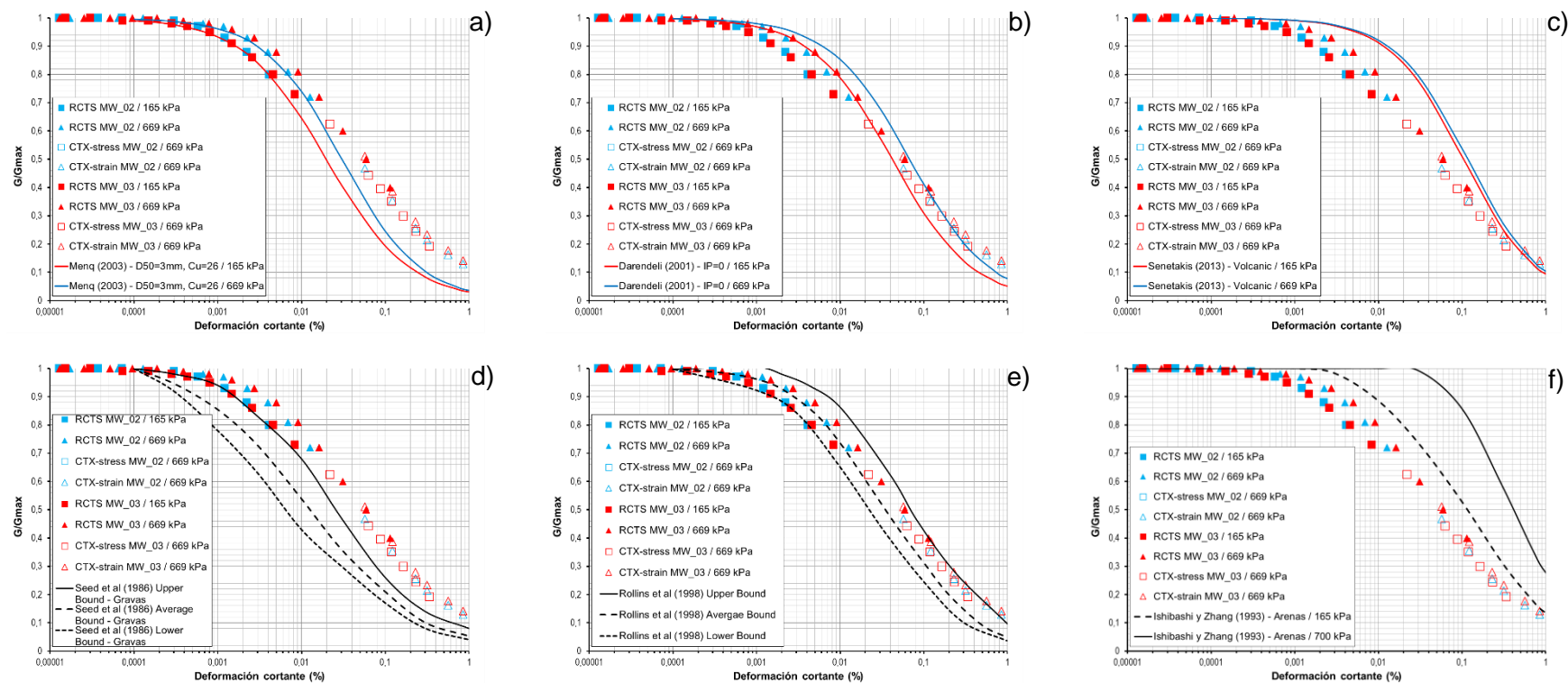


Figura 3.14 Curvas $\frac{G}{G_{max}} - \log(\gamma)$ propuestas por (a) Menq (2013)⁽⁴³⁾, (b) Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, (c) Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾, (d) Seed *et al.* (1986)⁽⁵³⁾, (e) Rollins *et al.* (1998)⁽⁵¹⁾ y (f) Ishibashi y Zhang (1993)⁽²⁹⁾ versus resultados de laboratorio para los especímenes MW_02 y MW_03.

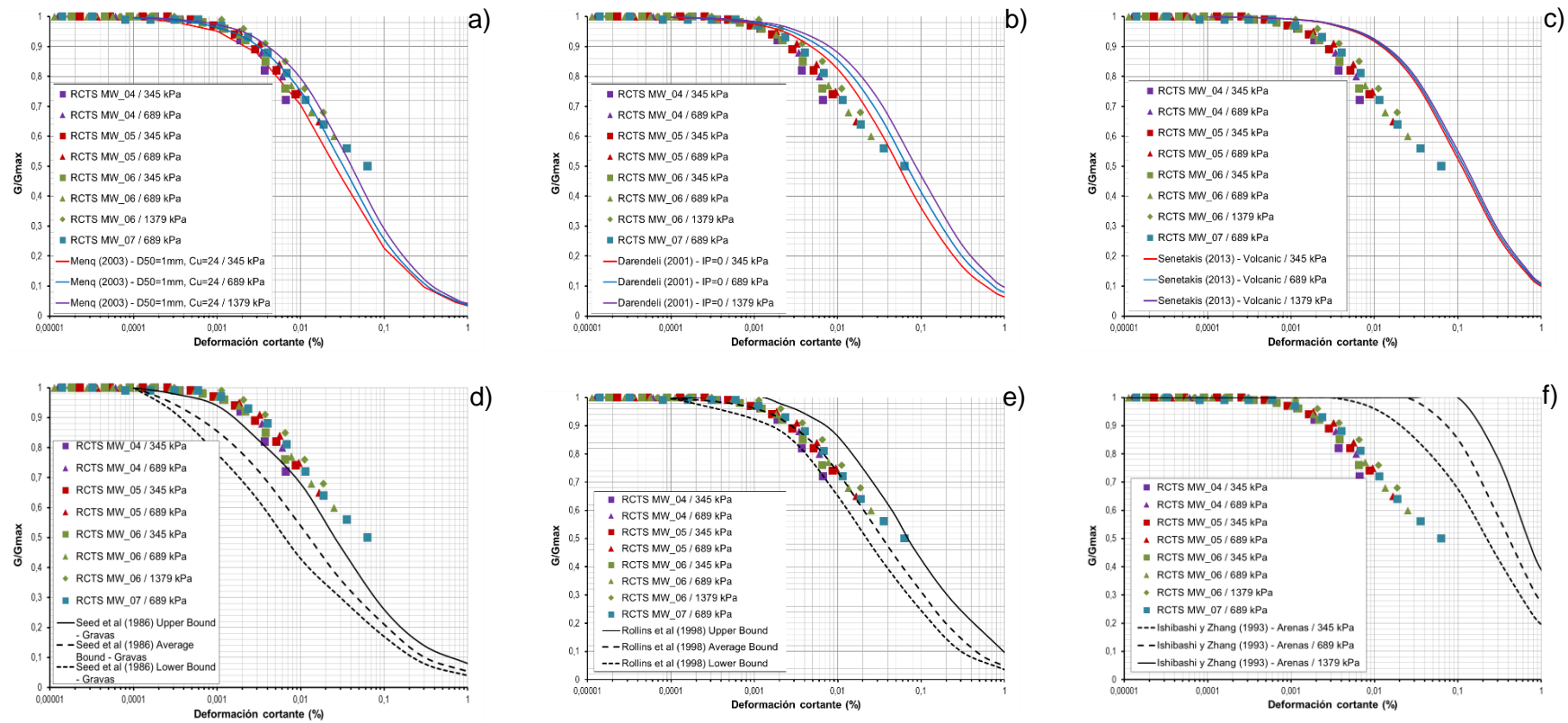


Figura 3.15 Curvas $\frac{G}{G_{max}} - \log(\gamma)$ propuestas por (a) Menq (2013)⁽⁴³⁾, (b) Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, (c) Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾, (d) Seed *et al.* (1986)⁽⁵³⁾, (e) Rollins *et al.* (1998)⁽⁵¹⁾ y (f) Ishibashi y Zhang (1993)⁽²⁹⁾ versus resultados de laboratorio para los especímenes MW_04, MW_05, MW_06 y MW_07.

De las Figuras 3.12, 3.13, 3.14 y 3.15 se puede observar lo siguiente:

- A deformaciones cortantes menores a 10⁻¹% las curvas propuestas por Menq (2003)⁽⁴³⁾ se aproximan bastante bien con las curvas $\frac{G}{G_{\max}} - \log(\gamma)$ obtenidas por medio de los ensayos RCTS, esto debido a que el modelo propuesto por Menq (2003)⁽⁴³⁾ emplea parámetros dependientes de las características granulométricas del material, lo cual en materiales granulares como LO y MW permite generar una buena aproximación.
- A deformaciones cortantes mayores a 10⁻¹%, las curvas propuestas por Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ se aproximan bien a las curvas $\frac{G}{G_{\max}} - \log(\gamma)$ obtenidas por medio de los ensayos CTX.
- Las curvas propuestas por Rollins *et al.* (1998)⁽⁵¹⁾ abarcan los resultados de los ensayos desarrollados sobre LO y MW a diferencia de Seed *et al.* (1986)⁽⁵³⁾ e Ishibashi y Zhang (1993)⁽²⁹⁾.

De lo expuesto anteriormente se puede observar que las curvas propuestas por Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ y Menq (2003)⁽⁴³⁾ son las que mejor se aproximan a las curvas $\frac{G}{G_{\max}} - \log(\gamma)$ obtenidas mediante los ensayos RCTS y CTX; teniendo en cuenta que Menq (2003)⁽⁴³⁾ presenta una mejor aproximación a niveles de deformación cortante menores a 10⁻¹% y que Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ presenta una mejor aproximación a niveles de deformación cortante mayores a 10⁻¹%, esto a su vez indica que LO y MW presentan dependencias similares para la determinación de las curvas $\frac{G}{G_{\max}} - \log(\gamma)$, lo cual se tomará en cuenta para la determinación analítica de las curvas $\frac{G}{G_{\max}} - \log(\gamma)$ de estos materiales, como se describe en el acápite 4.3.1.

Finalmente cabe indicar que los modelos hiperbólicos propuestos por Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ y Menq (2003)⁽⁴³⁾ podrían ser calibrados a fin de representar de mejor manera los módulos de corte normalizados obtenidos mediante los ensayos RCTS y CTX de LO y MW a diferentes niveles de deformación cortante, presión de confinamiento, etc.

3.4.2 Razón de amortiguamiento, D

Las Figuras 3.16, 3.17, 3.18 y 3.19 muestran las comparaciones de las curvas $D - \log(\gamma)$ propuestas por Menq (2003)⁽⁴³⁾, Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾, Seed *et al.* (1986)⁽⁵³⁾, Rollins *et al.* (1998)⁽⁵¹⁾ e Ishibashi y Zhang (1993)⁽²⁹⁾ con las curvas $D - \log(\gamma)$ obtenidas mediante los ensayos RCTS y CTX.

De las Figuras 3.16, 3.17, 3.18 y 3.19 se puede observar lo siguiente:

- Por lo general Menq (2003)⁽⁴³⁾, Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ y Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾ presentan buenas aproximaciones sobre D_{\min} obtenido mediante los ensayos RCTS; sin embargo, la comparación con la muestra MW_01 no se evidencia una buena aproximación sobre D_{\min} .
- Respecto al incremento de D, no se observan claras aproximaciones en valor o tendencia de las curvas propuestas por Menq (2003)⁽⁴³⁾, Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ y Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾ sobre los obtenidos mediante ensayos RCTS y CTX.
- Se observa que las curvas propuestas por Rollins *et al.* (1998)⁽⁵¹⁾ y Seed *et al.* (1986)⁽⁵³⁾ abarcan en gran parte los resultados obtenidos de los ensayos desarrollados sobre LO y MW a diferencia de Ishibashi y Zhang (1993)⁽²⁹⁾; sin embargo, se observa que existen incompatibilidades para la razón de amortiguamiento mínima.

De lo expuesto anteriormente se puede indicar que las curvas propuestas por Menq (2003)⁽⁴³⁾, Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ y Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾ no presentan una buena aproximación con las curvas $D - \log(\gamma)$ obtenidas de los ensayos RCTS y CTX. Además, se observa que los modelos propuestos por Menq (2003)⁽⁴³⁾, Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ y Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾ para la obtención de las curvas $D - \log(\gamma)$ en LO y MW no son confiables, por ello se plantea generar un nuevo modelo a fin obtener una mejor representación el parámetro D de LO y MW a diferentes niveles de deformación cortante y presiones de confinamiento.

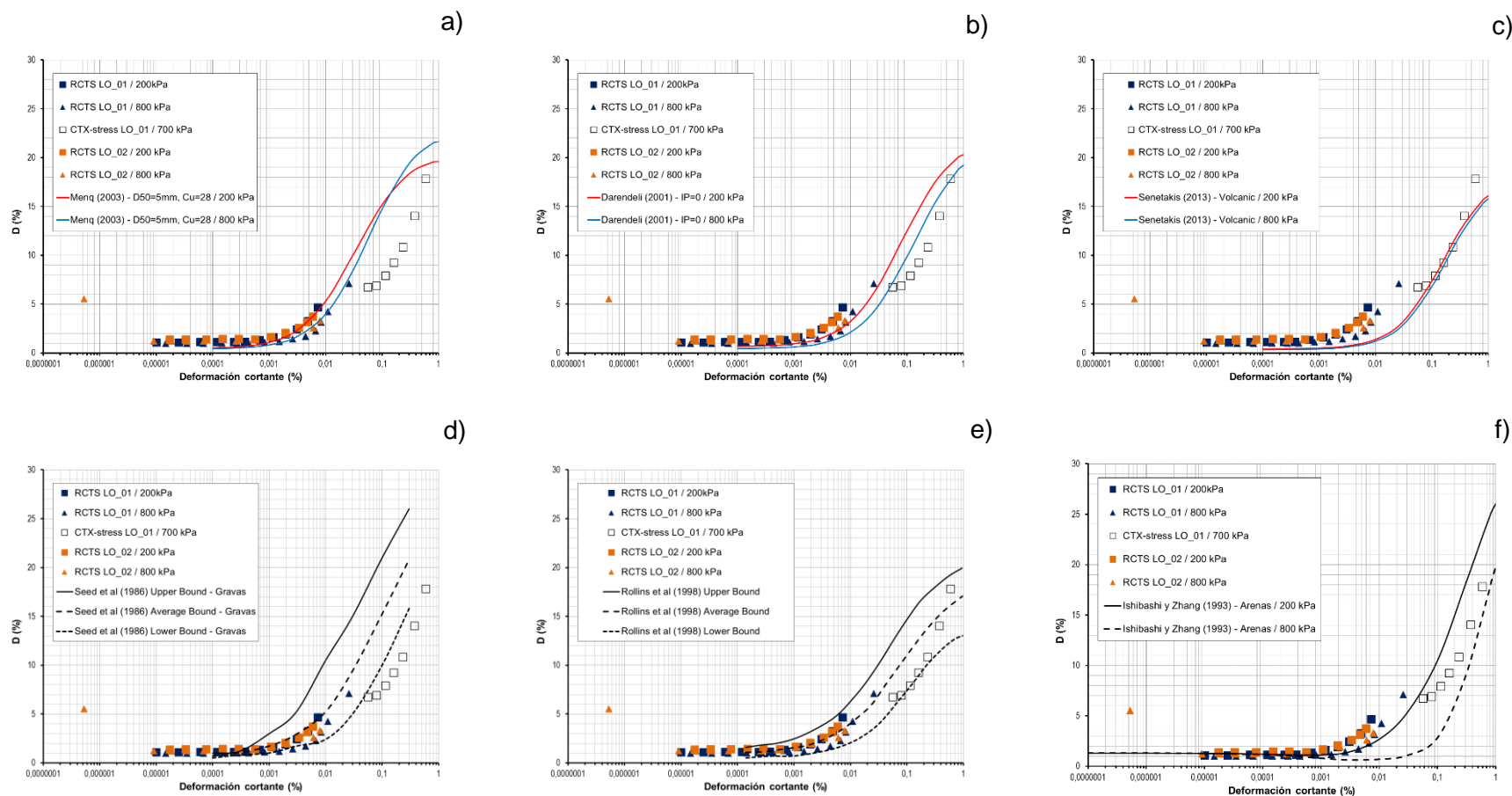


Figura 3.16 Curvas $D - \log(\gamma)$ propuestas por (a) Menq (2013)⁽⁴³⁾, (b) Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, (c) Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾, (d) Seed *et al.* (1986)⁽⁵³⁾, (e) Rollins *et al.* (1998)⁽⁵¹⁾ y (f) Ishibashi y Zhang (1993)⁽²⁹⁾ versus resultados de laboratorio para los especímenes LO_01 y LO_02.

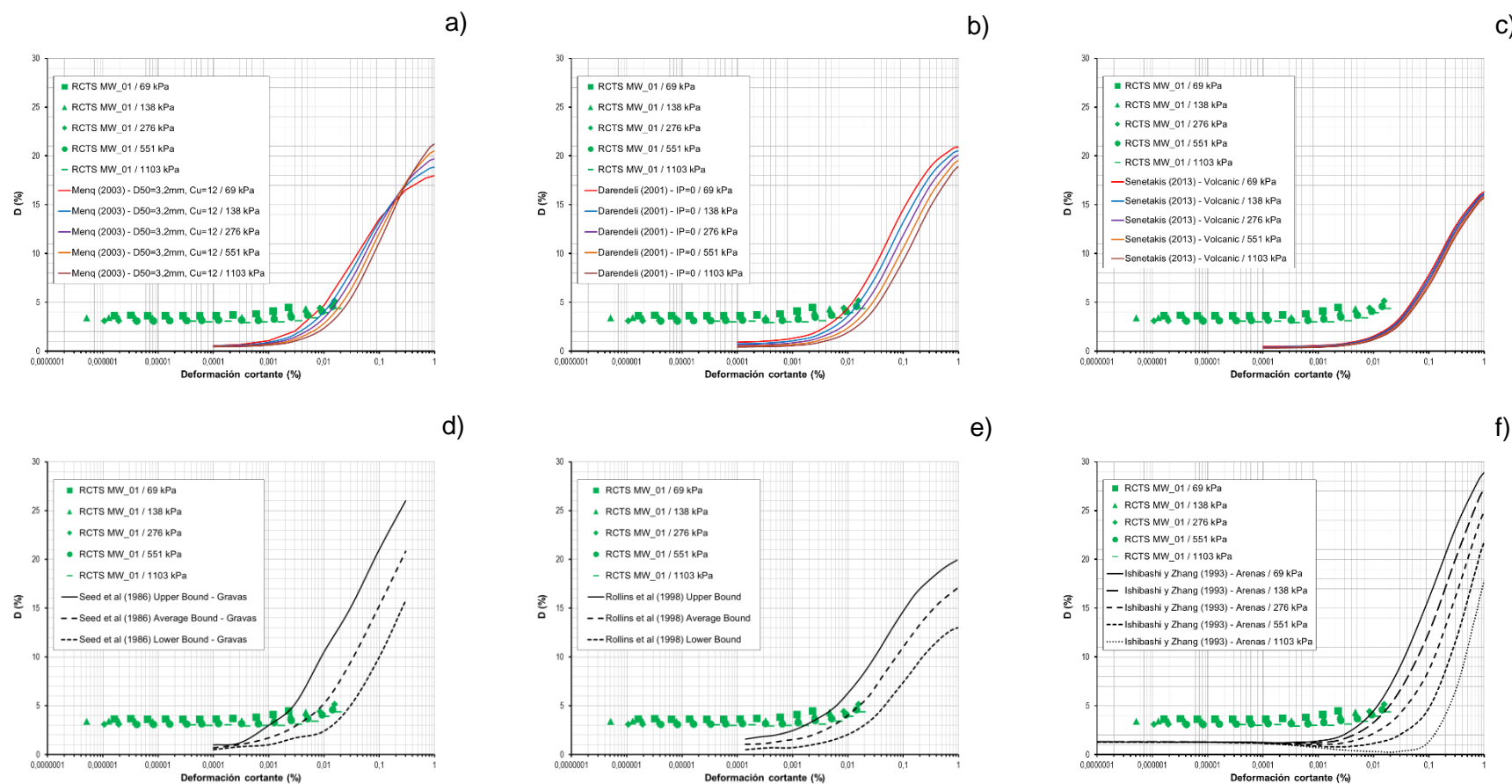


Figura 3.17 Curvas $D - \log(\gamma)$ propuestas por (a) Menq (2013)⁽⁴³⁾, (b) Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, (c) Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾, (d) Seed *et al.* (1986)⁽⁵³⁾, (e) Rollins *et al.* (1998)⁽⁵¹⁾ y (f) Ishibashi y Zhang (1993)⁽²⁹⁾ versus resultados de laboratorio para el espécimen MW_01.

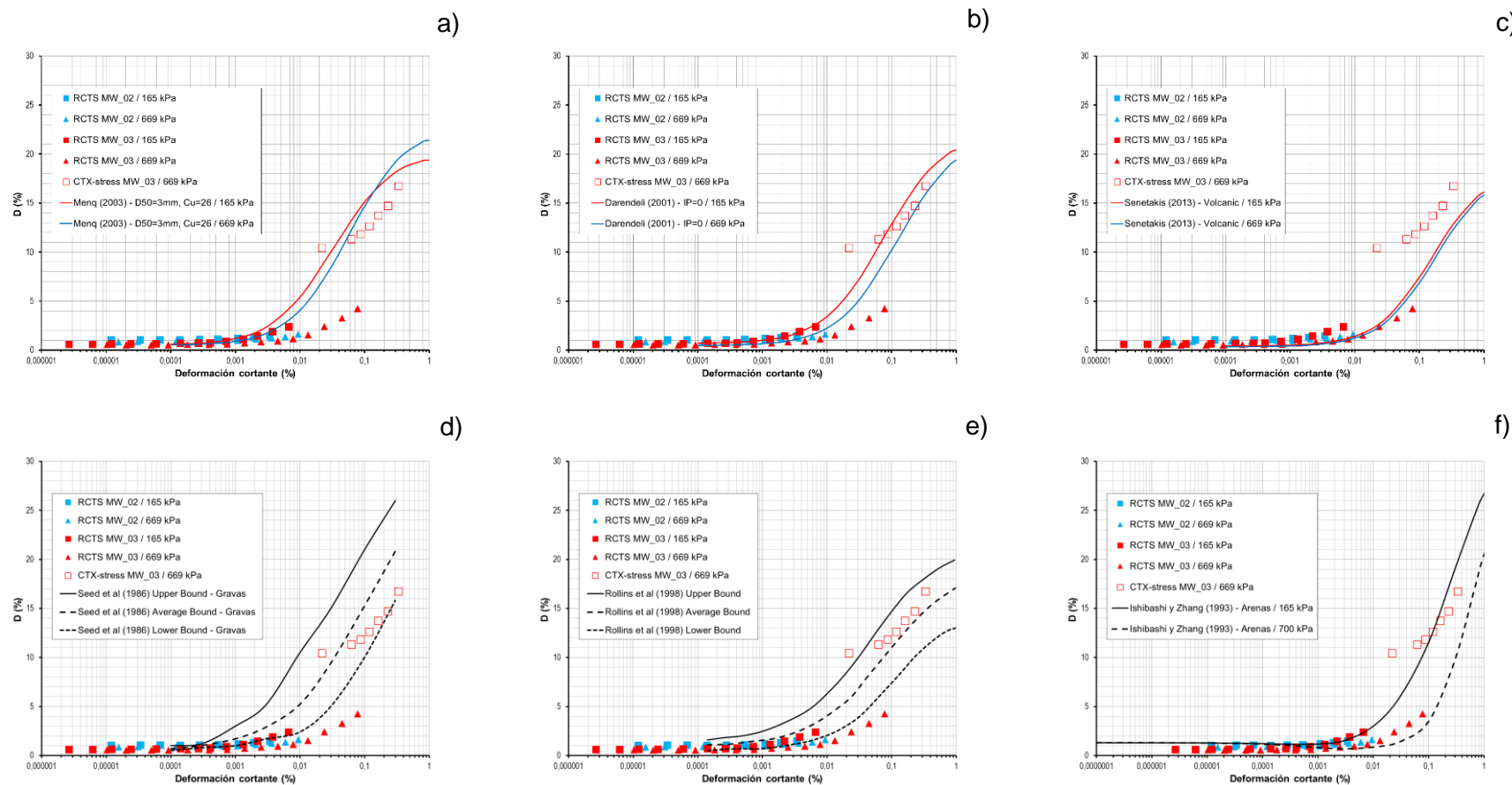


Figura 3.18 Curvas de $D - \log(\gamma)$ propuestas por (a) Menq (2013)⁽⁴³⁾, (b) Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, (c) Senetakis *et al.* (2013)⁽⁶⁵⁾, (d) Seed *et al.* (1986)⁽⁵³⁾, (e) Rollins *et al.* (1998)⁽⁵¹⁾ y (f) Ishibashi y Zhang (1993)⁽²⁹⁾ versus resultados de laboratorio para los especímenes MW_02 y MW_03.

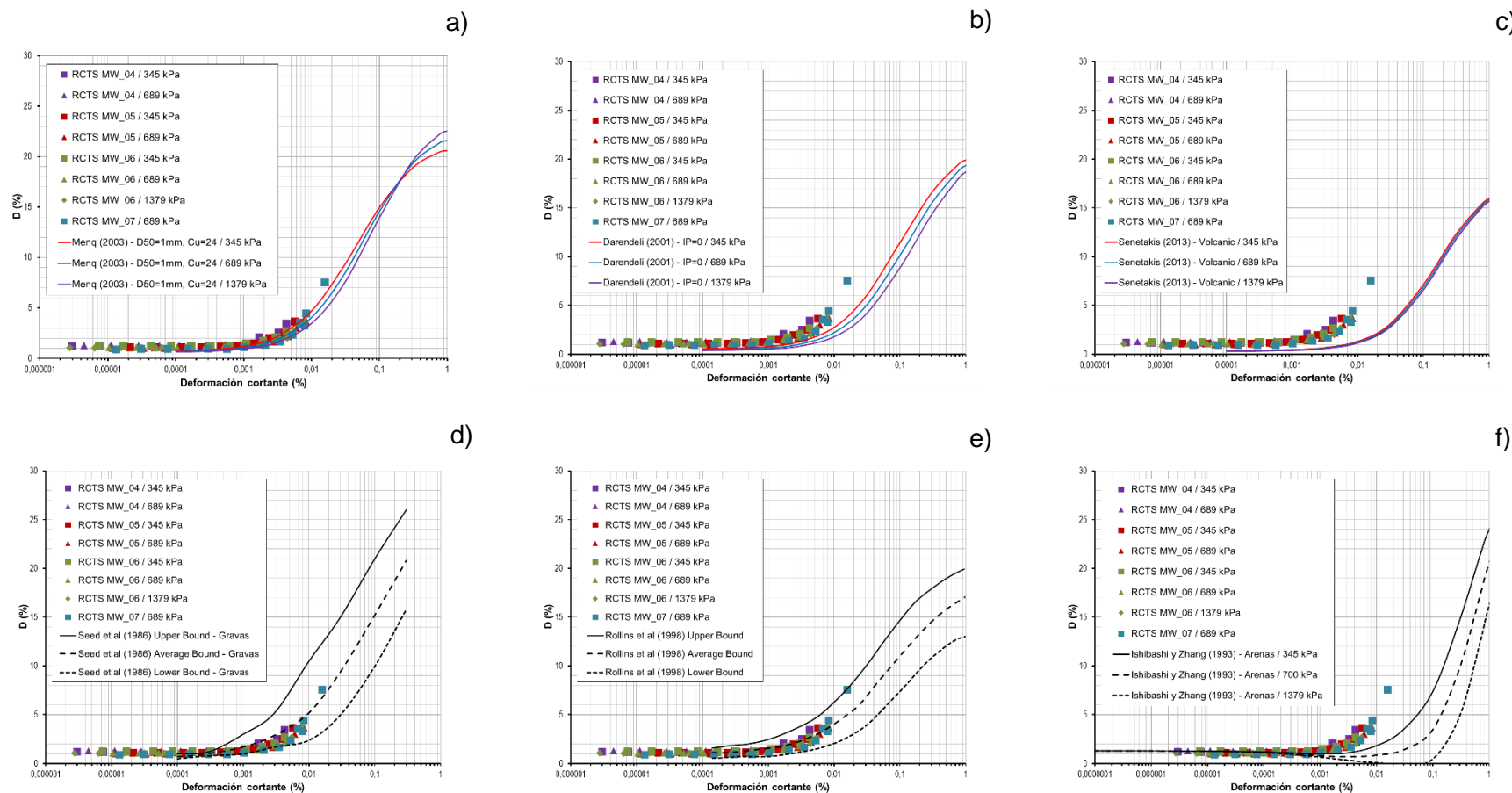


Figura 3.19 Curvas de $D - \log(\gamma)$ propuestas por (a) Menq (2013)⁽⁴³⁾, (b) Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, (c) Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾, (d) Seed *et al.* (1986)⁽⁵³⁾, (e) Rollins *et al.* (1998)⁽⁵¹⁾ y (f) Ishibashi y Zhang (1993)⁽²⁹⁾ versus resultados de laboratorio para los especímenes MW_04, MW_05, MW_06 y MW_07.

CAPÍTULO IV: MODELO DE SUELO PROPUESTO

4.1 GENERALIDADES

La revisión de información desarrollada en el capítulo 2 indica que los factores con mayor influencia en las propiedades dinámicas de materiales granulares son C_u , D_{50} , e σ_o , por lo cual el presente capítulo determinará la influencia de estos sobre las propiedades dinámicas de LO y MW. Esta influencia será determinada a dos niveles de deformación, el primero asociado a las propiedades dinámicas a bajos niveles de deformación (deformaciones menores a $10^{-4}\%$), y el segundo asociado a las propiedades dinámicas a medios y altos niveles de deformación (deformaciones mayores a $10^{-4}\%$).

4.2 PROPIEDADES DINÁMICAS A BAJOS NIVELES DE DEFORMACIÓN (G_{max} y D_{min})

Para la determinación de las propiedades dinámicas a bajos niveles de deformación se emplearán los resultados de los ensayos de laboratorio descritos en el acápite 3.3, los que no deberán presentar una γ mayor a $10^{-4}\%$, debido a que a niveles de γ mayores el suelo exhibe un comportamiento no lineal. Asimismo, en el presente acápite se evaluará el efecto del C_u , D_{50} , e σ_o sobre G_{max} y D_{min} .

4.2.1 Módulo de corte máximo, G_{max}

La variación de G_{max} de los materiales ensayados con σ_o es presentada en la Figura 4.1, la cual muestra el incremento de G_{max} con el incremento de σ_o (Richard *et al.* 1970⁽⁵⁰⁾). La relación entre G_{max} y σ_o puede representarse de la siguiente manera (Hardin y Richard 1963⁽²⁵⁾).

$$G_{max} = A_G \left(\frac{\sigma_o}{P_a} \right)^{n_G} \quad (4.1)$$

Donde:

- G_{max} : Módulo de corte máximo (MPa)
 A_G : Módulo de corte máximo a 1 atm de presión de confinamiento (MPa)

- σ_o : Presión de confinamiento medio (kPa)
 P_a : Presión atmosférica (kPa)
 n_G : Pendiente de la curva $\log(G_{\max}) - \log(\frac{\sigma_o}{P_a})$

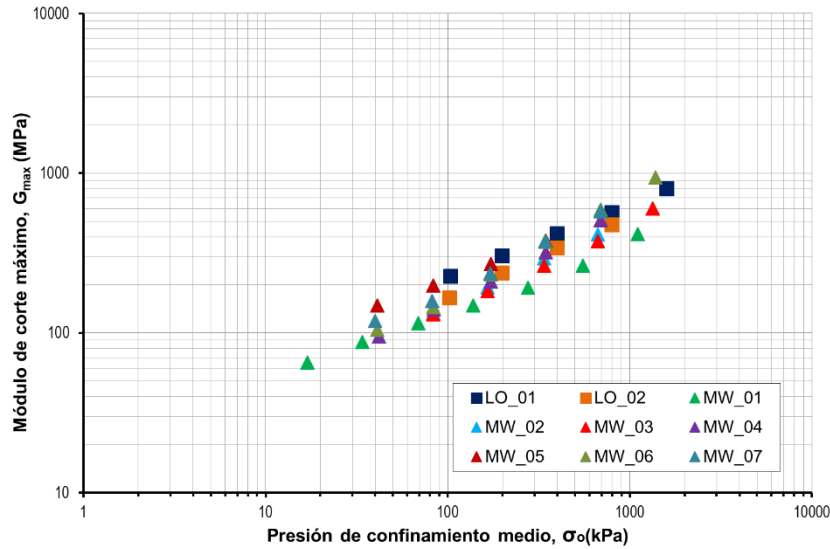


Figura 4.1 Variación del módulo de corte máximo con la presión de confinamiento medio.

Basados en la ecuación 4.1, la Tabla 4.1 muestra las constantes de ajuste para el módulo de corte máximo de las muestras ensayadas.

Tabla 4.1 Constantes de ajuste del módulo de corte máximo

Muestra	A_G (MPa)	n_G	R^2
LO_01	221,54	0,461	0,999
LO_02	165,39	0,515	0,999
MW_01	135,30	0,426	0,990
MW_02	150,10	0,540	0,999
MW_03	141,52	0,540	0,996
MW_04	157,47	0,595	0,998
MW_05	218,19	0,437	0,998
MW_06	173,39	0,637	0,997
MW_07	187,56	0,565	0,993
Promedio	172,3	0,520	

Abreviaturas:

A_G : Módulo de corte máximo a 1 atm de presión de confinamiento

n_G : Constante de ajuste

R^2 : Coeficiente de determinación

4.2.1.1 G_{max} a 1 atm, A_G

A fin de determinar la influencia de C_u , D_{50} y e_o sobre el módulo de corte máximo a 1 atm de presión de confinamiento (A_G) se presenta la Figura 4.2, en la cual se observa que no existe una clara influencia de C_u , D_{50} y e_o sobre A_G motivo por el cual se empleará el valor promedio de A_G para la ecuación 4.1.

$$A_G = 172,3 \text{ MPa} \quad (4.2)$$

4.2.1.2 Pendiente de la curva $\log(G_{max}) - \log(\sigma_o)$, n_G

Las Figuras 4.3a, 4.3b y 4.3c muestran la influencia de C_u , D_{50} y e_o sobre n_G , respectivamente. La Figura 4.3 muestra que el incremento de n_G se encuentra ligado al incremento del C_u y disminución de D_{50} y e_o .

La Figura 4.3 indica que no existe una clara influencia de C_u , D_{50} y e_o sobre n_G , lo cual se observa mediante el coeficiente de correlación, presentando valores menores al 20% motivo por el cual se empleará el valor promedio de n_G para la ecuación 4.1.

$$n_G = 0,52 \quad (4.3)$$

Con base a las ecuaciones 4.2 y 4.3, la ecuación 4.1 que describe la relación entre el G_{max} y la σ_o puede reescribirse de la siguiente manera:

$$G_{max} = 172,3 \left(\frac{\sigma_o}{P_a} \right)^{0,52} \quad (4.4)$$

Donde:

- G_{max} : Módulo de corte máximo (MPa)
- σ_o : Presión de confinamiento medio (kPa)
- P_a : Presión atmosférica (kPa)

La Figura 4.4 muestra la comparación entre valores medidos (ensayos de laboratorio) y estimados (ecuación 4.4) de G_{max} , mientras que la Figura 4.5 muestra los valores estimados de G_{max} mediante la ecuación 4.4 para la muestra MW_01.

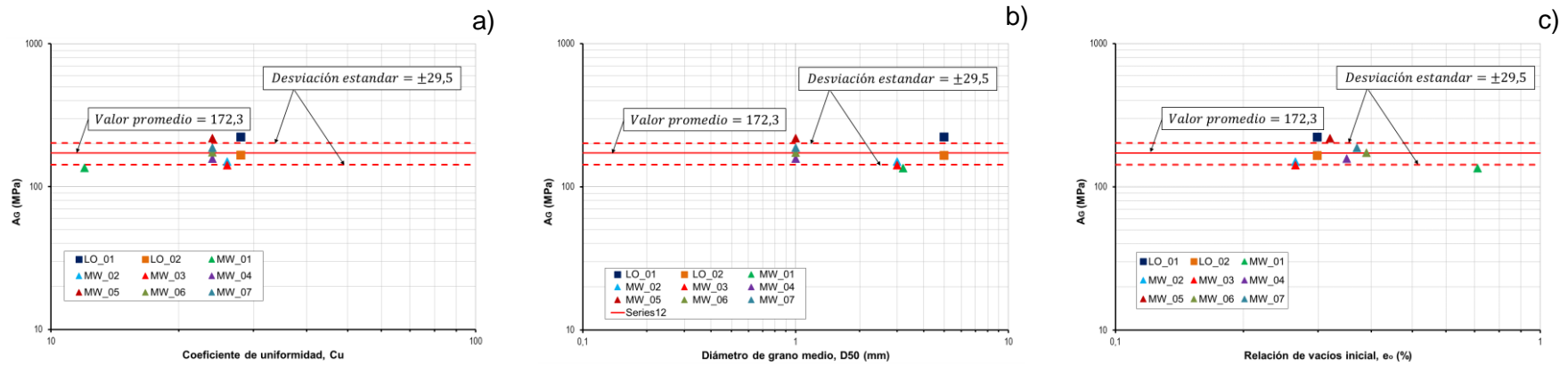


Figura 4.2 Variación de (a) C_u , (b) D_{50} y (c) e_0 sobre A_G .

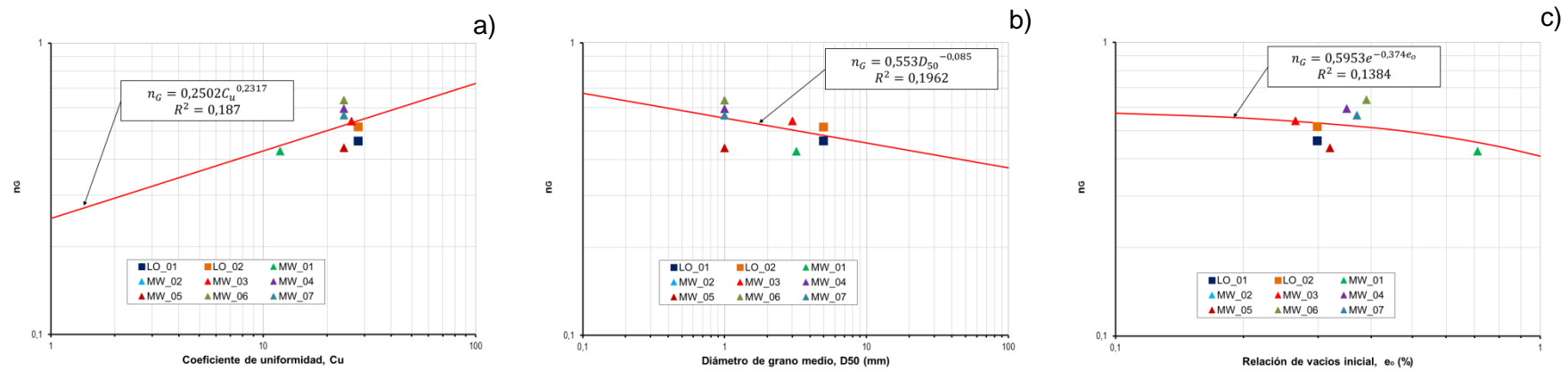


Figura 4.3 Variación de (a) C_u , (b) D_{50} y (c) e_0 sobre n_G .

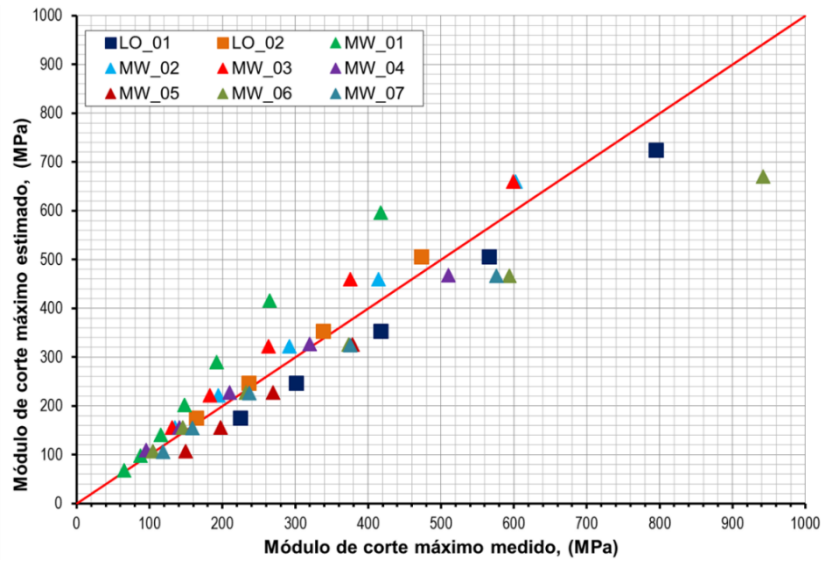


Figura 4.4 Comparación entre valores medidos y estimados de G_{max} .

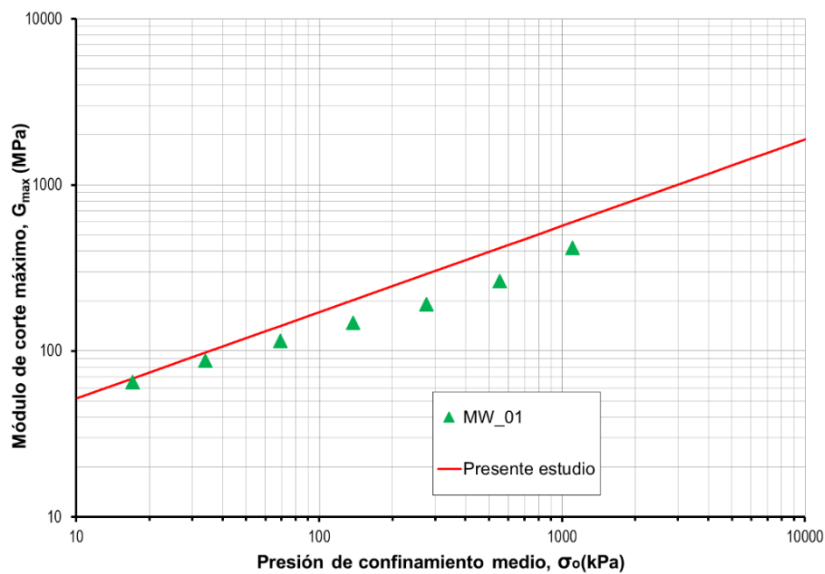


Figura 4.5 Correlación entre la presión de confinamiento y el módulo de corte máximo para la muestra MW_01.

Con base en la ecuación 4.4, 4.5, 4.6 y 4.7 la Figura 4.6 muestra la comparación de la V_s propuesta por el presente estudio, ensayos geofísicos llevados a cabo sobre pilas de lixiviación y depósitos de desmonte de mina (ensayos MASW y MAM), y los valores de V_s reportadas por los ensayos RCTS. Para la determinación de la velocidad de ondas de corte se consideró un peso específico de 20 kN/m^3 y un ángulo de fricción interno de 36° .

$$V_s = \sqrt{\frac{G_{\max}}{\left(\frac{\rho}{g}\right)}} \quad (4.5)$$

$$\sigma_o = \frac{\rho h(1 + k)}{2} \quad (4.6)$$

$$k = 1 - \text{seno}(\phi) \quad (4.7)$$

Donde:

- V_s : Velocidad de onda de corte (m/s)
 G_{\max} : Módulo de corte máximo (MPa)
 ρ : Peso específico (kN/m³)
 g : Aceleración de la gravedad (m/s²)
 h : Profundidad (m)
 k : Constante de Jaky
 ϕ : Ángulo de fricción interna (°)

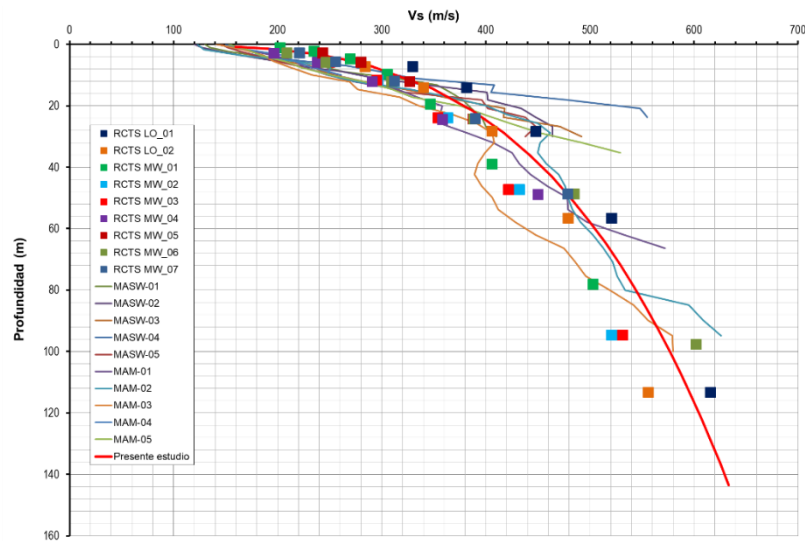


Figura 4.6 Comparación de la velocidad de ondas de corte de LO y/o MW.

La Figura 4.6 muestra un buen ajuste entre la relación propuesta en el presente estudio para la estimación de velocidades de ondas de corte (ecuaciones 4.4, 4.5, 4.6 y 4.7), ensayos geofísicos y medición de V_s de los ensayos RCTS. Es preciso indicar que los ensayos geofísicos fueron ejecutados sobre materiales de LO y MW depositados en pilas de lixiviación y depósitos desmonte, respectivamente, los cuales son colocados al volteo, es decir, sin ningún tipo de compactación.

Asimismo, los especímenes ensayados en el equipo RCTS fueron remoldeados al volteo, reduciéndose de esta manera el efecto de la disturbancia y evidenciándose esto en una buena aproximación de los ensayos geofísicos (*in situ*) y los ensayos de laboratorio.

4.2.2 Razón de amortiguamiento mínimo, D_{\min}

La variación de D_{\min} con σ_o se presenta en la Figura 4.7, la cual muestra, en general, la disminución de D_{\min} con el incremento de σ_o . La relación entre D_{\min} y la σ_o puede expresarse de la siguiente manera (Menq 2003⁽⁴³⁾).

$$D_{\min} = A_D \left(\frac{\sigma_o}{P_a} \right)^{n_D} \quad (4.8)$$

Donde:

- D_{\min} : Razón de amortiguamiento mínimo (%)
- σ_o : Presión de confinamiento medio (kPa)
- P_a : Presión atmosférica (kPa)
- A_D : Razón de amortiguamiento mínimo a 1 atm de presión de confinamiento (%)
- n_D : Pendiente de la curva $\log(D_{\min}) - \log\left(\frac{\sigma_o}{P_a}\right)$

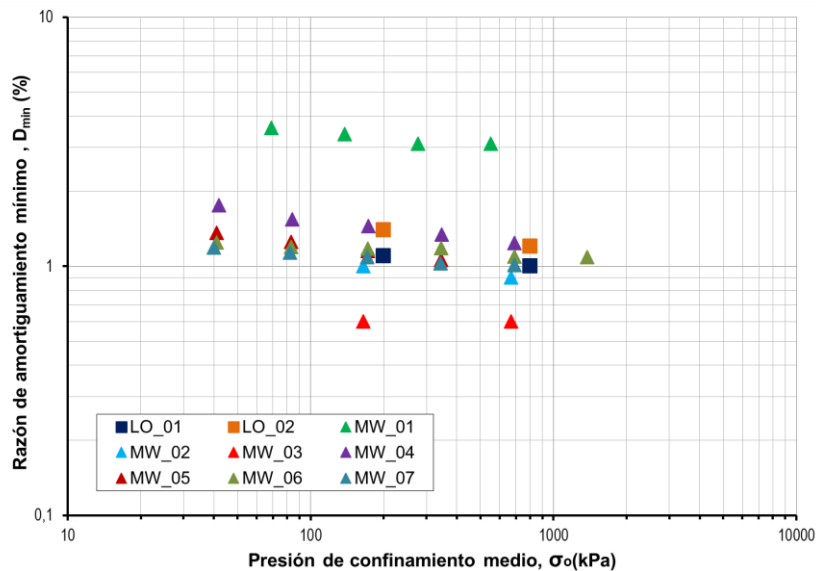


Figura 4.7 Variación de la razón de amortiguamiento mínimo con la presión de confinamiento medio.

Basados en la ecuación 4.8 la Tabla 4.2 muestra las constantes de ajuste para la D_{min} para las muestras ensayadas. Cabe indicar que no se emplearon los valores de D_{min} de la muestra MW_03 debido a que no se pueden ajustar a la ecuación 4.8.

Tabla 4.2 Constantes de ajuste de la razón de amortiguamiento mínimo

Muestra	A_D (%)	n_D	R^2
LO_01	1,15	-0,069	1
LO_02	1,51	-0,111	1
MW_01	3,47	-0,078	0,9
MW_02	1,04	-0,075	1
MW_03	ND	ND	ND
MW_04	1,55	-0,120	0,98
MW_05	1,22	-0,117	0,99
MW_06	1,20	-0,039	0,89
MW_07	1,12	-0,059	0,98
Promedio	1,53	-0,084	

Abreviaturas:

A_D : Amortiguamiento mínimo a 1 atm de presión de confinamiento
 R^2 : Coeficiente de determinación

n_D : Constante de ajuste
ND: No determinado

4.2.2.1 D_{min} a 1 atm, A_D

Las Figuras 4.8a, 4.8b y 4.8c muestran la influencia de C_u , D_{50} y e_o sobre A_D , respectivamente. La Figura 4.8 muestra que A_D varía de 0,73 a 2,34 con un valor promedio de 1,53 y una desviación estándar de 0,8%. De estas figuras se observa que no existe una clara tendencia entre C_u , D_{50} y e_o sobre A_D , por ende, para la ecuación 4.8 se empleará el valor promedio de A_D .

$$A_D = 1,53\% \quad (4.9)$$

4.2.2.2 Pendiente de la curva $\log(D_{min}) - \log(\frac{\sigma_o}{P_a})$, n_D

Las Figuras 4.9a, 4.9b y 4.9c muestran la influencia de C_u , D_{50} y e_o sobre n_D , respectivamente. Se observa que n_D varía de -0,11 a -0,05 con un valor promedio de -0,084 y una desviación estándar de 0,03% y que no existe una clara tendencia entre C_u , D_{50} y e_o sobre n_D , por ende, para la ecuación 4.8 se empleará el valor promedio de n_D .

$$n_D = -0,084 \quad (4.10)$$

A partir de las ecuaciones 4.9 y 4.10, la ecuación 4.8 que describe la relación entre la D_{\min} y σ_o puede reescribirse de la siguiente manera:

$$D_{\min} = 1,53 \left(\frac{\sigma_o}{P_a} \right)^{-0,084} \quad (4.11)$$

Donde:

- D_{\min} : Razón de amortiguamiento mínimo (%)
 σ_o : Presión de confinamiento medio (kPa)
 P_a : Presión atmosférica (kPa)

La Figura 4.10 muestra la comparación entre valores medidos (ensayos de laboratorio) y estimados (ecuación 4.11) de D_{\min} , mientras que la Figura 4.11 muestra la relación entre σ_o y D_{\min} .

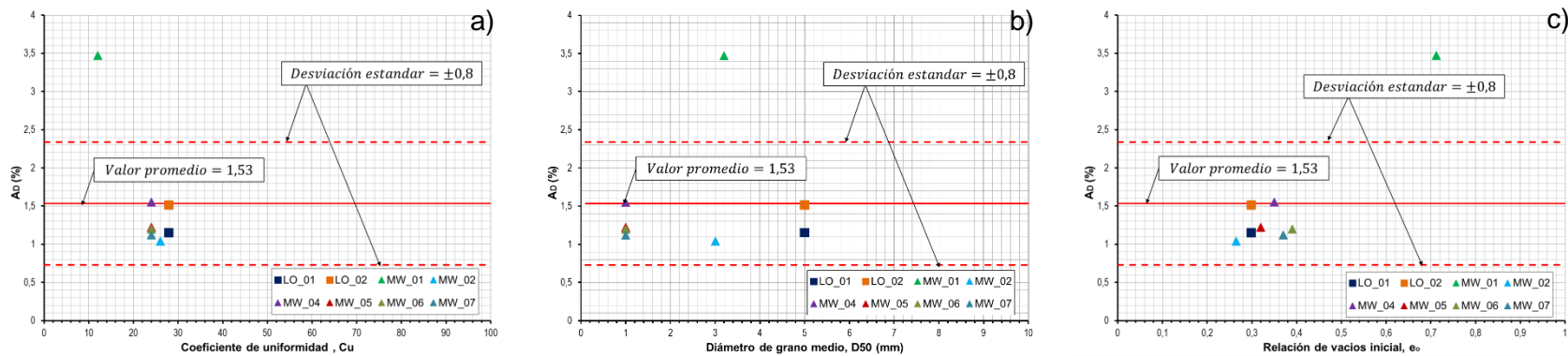


Figura 4.8 Variación del C_u , D_{50} y e_0 sobre A_D .

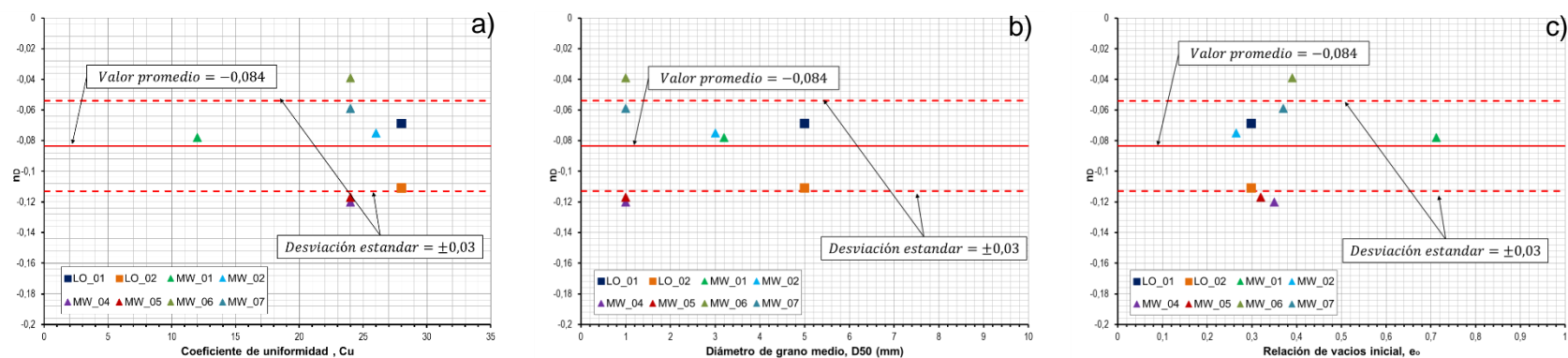


Figura 4.9 Variación del C_u , D_{50} y e_0 sobre n_D .

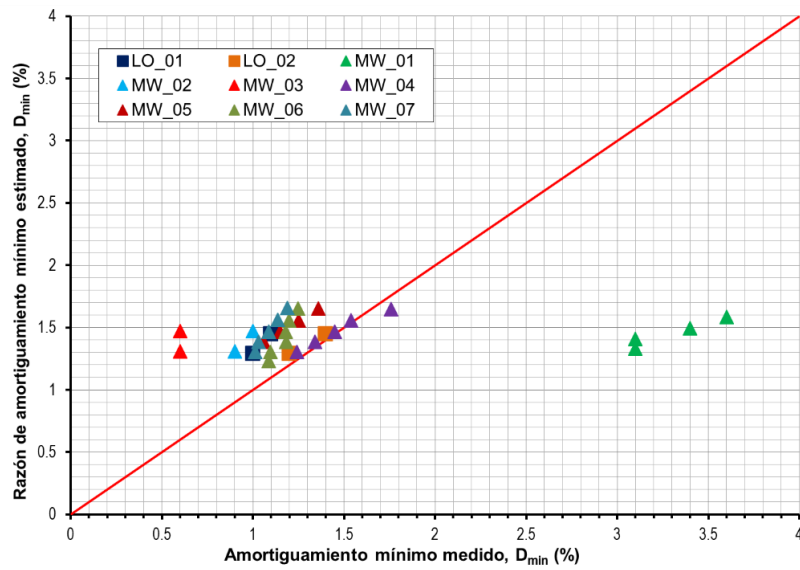


Figura 4.10 Comparación entre valores medidos y estimados de D_{min} .

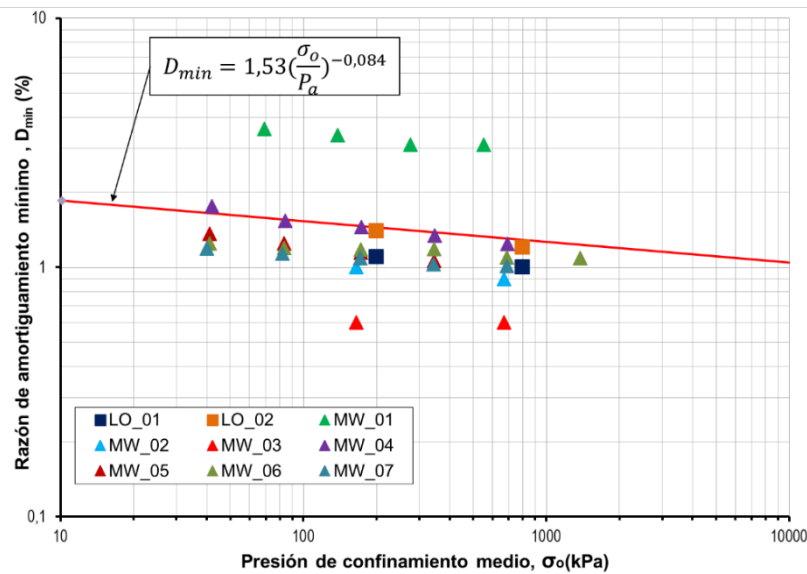


Figura 4.11 Correlación entre la presión de confinamiento y la razón de amortiguamiento mínimo.

4.3 PROPIEDADES DINÁMICAS DE CORTE A ALTOS NIVELES DE DEFORMACIÓN

El presente acápite describe el modelamiento del coeficiente de curvatura (α), la deformación cortante de referencia (γ_r), y la función del módulo de corte normalizado ($f(\frac{G}{G_{max}})$), a fin de caracterizar la degradación del módulo de corte

normalizado $\left(\frac{G}{G_{\max}}\right)$ y la razón de amortiguamiento (D) que usualmente se presentan a medianos y altos niveles de deformación cortante.

$\frac{G}{G_{\max}}$ es representado empleando el modelo propuesto por Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, mientras que para la determinación de D se emplea las consideraciones de Ishibashi y Zhang (1993)⁽²⁹⁾ y Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾, los cuales recomiendan el uso de la función del módulo de corte normalizado $f\left(\frac{G}{G_{\max}}\right)$. Cabe indicar que los modelos que determinan $\frac{G}{G_{\max}}$ y D fueron determinados empleando el mejor ajuste entre los resultados obtenidos de los ensayos de laboratorio de las muestras ensayadas y los modelos a emplear mediante el método de mínimos cuadrados (ver acápite 2.2.3).

4.3.1 Degradación del módulo de corte normalizado, $\frac{G}{G_{\max}}$

$\frac{G}{G_{\max}}$ es representado empleando el modelo hiperbólico propuesto por Darendeli (2001)⁽¹¹⁾. Basado en el modelo hiperbólico propuesto por Hardin y Drnevich (1972b)⁽²⁴⁾, Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ incluye el parámetro a, que permite modelar de mejor manera el inicio del rango no lineal de la curva $\log\left(\frac{G}{G_{\max}}\right) - \log(\gamma)$.

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\gamma}{\gamma_r}\right)^a} \quad (4.12)$$

Donde:

G	:	Módulo de corte (MPa)
G_{\max}	:	Módulo de corte máximo (MPa)
γ	:	Deformación cortante (%)
γ_r	:	Deformación cortante de referencia (%)
a	:	Coefficiente de curvatura de la hipérbola

Empleando la ecuación 4.12, se determinó γ_r y a de todas las muestras ensayadas a diferentes σ_o . La Tabla 4.3 resume los valores obtenidos de γ_r y a.

Tabla 4.3 Constantes de ajuste para el módulo de corte normalizado

Muestra	σ_o (kPa)	a	γ_r (%)
LO_01	200	0,93	0,023
	800	0,86	0,055
LO_02	200	0,85	0,026
	800	0,95	0,050
	69	0,84	0,020
MW_01	138	0,873	0,030
	276	0,850	0,038
	551	0,84	0,053
	1103	0,80	0,075
MW_02	165	0,88	0,021
	669	0,85	0,042
MW_03	165	0,75	0,031
	669	0,82	0,063
MW_04	345	1,20	0,014
	689	1,10	0,020
MW_05	345	1,00	0,025
	689	1,05	0,030
	345	1,15	0,018
MW_06	689	0,95	0,037
	1379	1,00	0,040
MW_07	689	0,90	0,050
Promedio		0,925	

Abreviaturas:

σ_o : Presión de confinamiento medio
 γ_r : Deformación de referencia

a: Coeficiente de curvatura

4.3.1.1 Coeficiente de curvatura, a

Las Figuras 4.12a, 4.12b y 4.12c muestran la influencia de C_u , D_{50} y e_o sobre a, respectivamente, y según se observa el valor de a varia de 0,75 a 1,2 con un valor promedio de 0,925 y una desviación estándar de 0,12%.

De acuerdo a la Figura 4.12 no se observa una tendencia clara entre C_u , D_{50} y e_o sobre a, motivo por el cual se empleará el valor promedio de a en la ecuación 4.12.

$$a = 0,925 \quad (4.13)$$

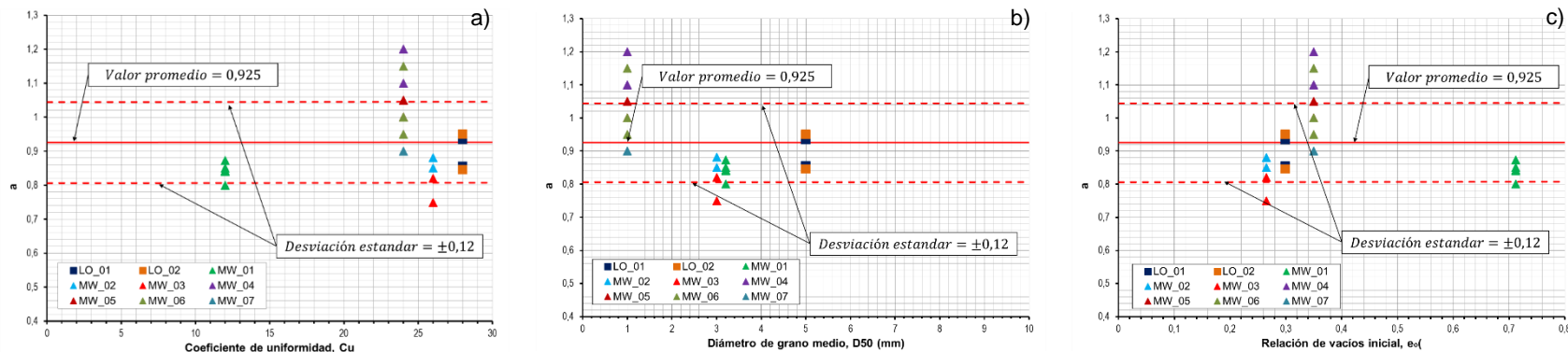


Figura 4.12 Variación del C_u , D_{50} y e_0 sobre a.

4.3.1.2 Deformación de referencia, γ_r

La Figura 4.13 muestra la variación de γ_r con σ_o , la cual muestra el incremento de γ_r con el incremento de σ_o (Stokoe *et al.* 1994⁽⁵⁸⁾). La relación entre γ_r y σ_o puede representarse de la siguiente manera (Stokoe *et al.* 1994⁽⁵⁸⁾).

$$\gamma_r = A_y \left(\frac{\sigma_o}{P_a} \right)^{n_y} \quad (4.14)$$

Donde:

- γ_r : Deformación cortante de referencia (%)
- A_y : Deformación cortante de referencia a 1 atm de presión de confinamiento (%)
- σ_o : Presión de confinamiento medio (kPa)
- n_y : Pendiente de la curva $\log(\gamma_{ref}) - \log(\sigma_o)$
- P_a : Presión atmosférica (kPa)

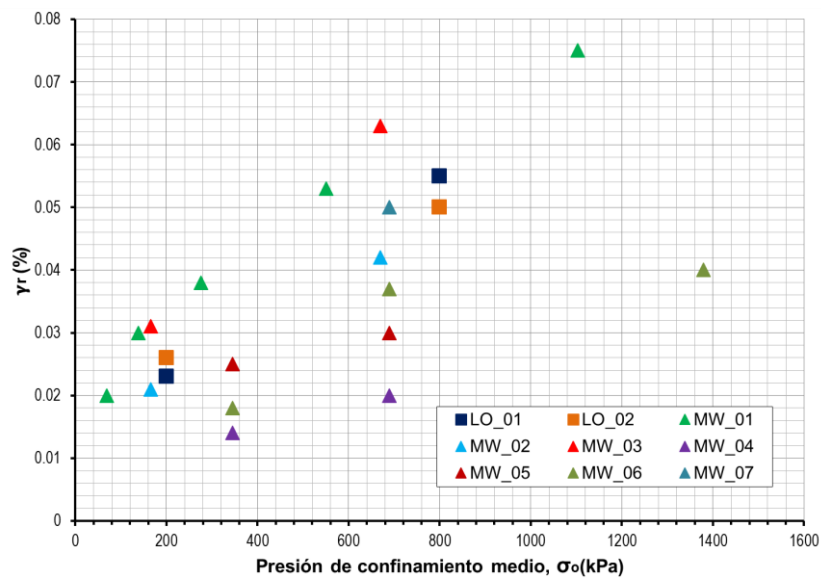


Figura 4.13 Variación de la deformación de referencia con la presión de confinamiento medio.

La Tabla 4.4 muestra las constantes de ajuste para γ_r . Cabe indicar que no se emplearon los valores de la muestra MW_07 debido a que estas muestras no se ajustan a la ecuación 4.14.

Tabla 4.4 Constantes de ajuste de la deformación de referencia

Muestra	A_y (%)	n_y	R^2
LO_01	0,0008	0,6289	1,00
LO_02	0,0021	0,4717	1,00
MW_01	0,0029	0,4637	0,99
MW_02	0,0017	0,4952	1,00
MW_03	0,0023	0,5066	1,00
MW_04	0,0007	0,5157	1,00
MW_05	0,0054	0,2636	1,00
MW_06	0,0007	0,5761	0,82
Promedio	0,017	0,486	

Abreviaturas:

A_y : Deformación cortante de referencia a 1 atm de presión de confinamiento
 R^2 : Coeficiente de determinación

n_y : Constante de ajuste

La Figura 4.14a, 4.14b y 4.14c muestran la influencia de C_u , D_{50} y e_o sobre A_y , respectivamente, y según se observa A_y varía de 0,0074 a 0,0245% con un valor promedio de 0,017% y una desviación estándar de 0,006%. De acuerdo a la Figura 4.14 no se observa una tendencia clara entre C_u , D_{50} y e_o sobre A_y , motivo por el cual se empleará el valor promedio en la ecuación 4.14.

$$A_y = 0,017\% \quad (4.15)$$

La Figura 4.15a, 4.15b y 4.15c muestran la influencia de C_u , D_{50} y e_o sobre n_y , respectivamente, y según se observa n_y varía de 0,2636 a 0,6289 con un valor promedio de 0,486 y una desviación estándar de 0,11%.

De acuerdo a la Figura 4.15 no se observa una tendencia clara entre C_u , D_{50} y e_o sobre n_y , motivo por el cual se empleará el valor promedio de n_y en la ecuación 4.14.

$$n_y = 0,486 \quad (4.16)$$

A partir de la relación encontrada en las ecuaciones 4.15 y 4.16, la ecuación 4.14 que describe la relación entre γ_r y σ_o puede reescribirse de la siguiente manera:

$$\gamma_r = 0,017 \left(\frac{\sigma_o}{Pa} \right)^{0,486} \quad (4.17)$$

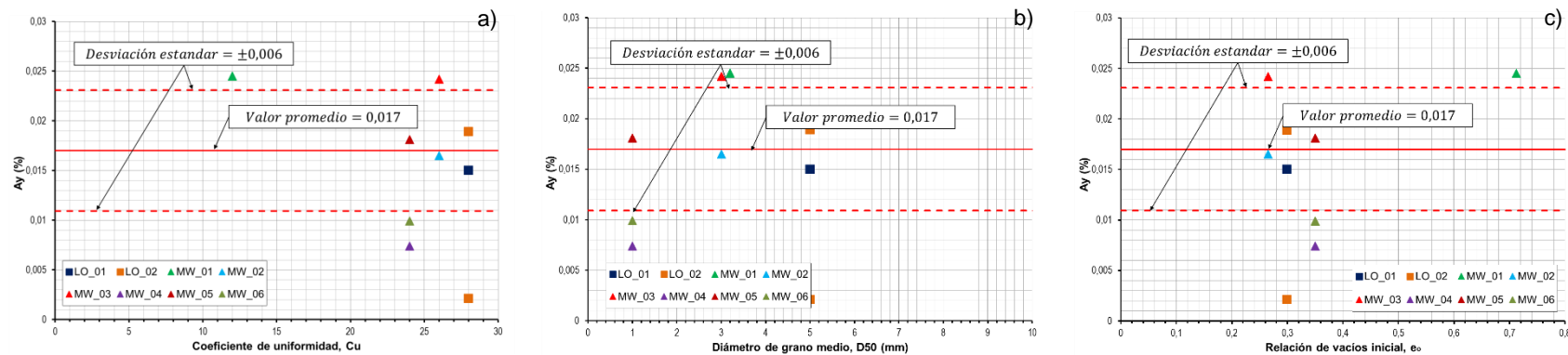


Figura 4.14 Variación del C_u , D_{50} y e_0 sobre A_y .

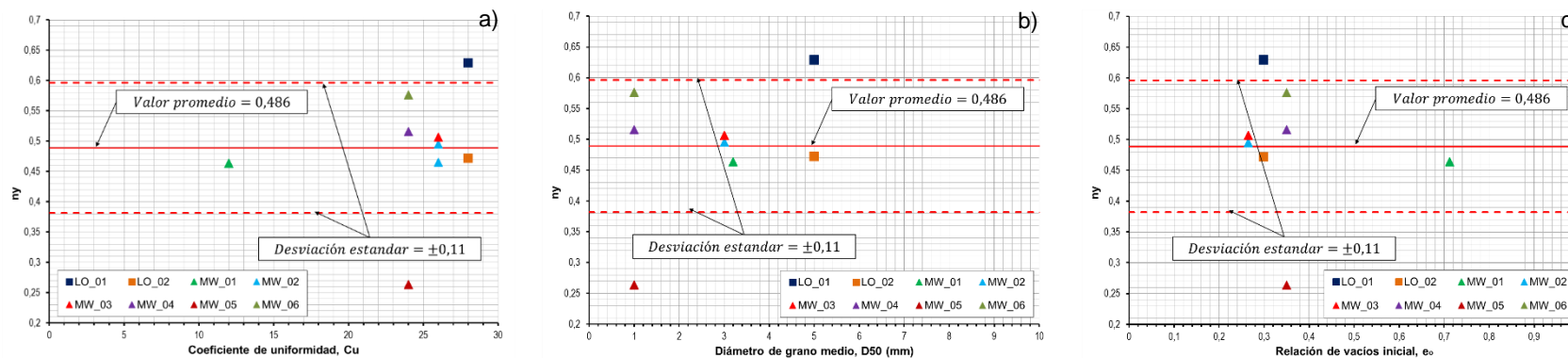


Figura 4.15 Variación del C_u , D_{50} y e_0 sobre n_y .

La Figura 4.16 muestra la comparación entre valores medidos (ensayos de laboratorio) y estimados (ecuación 4.17) de γ_r .

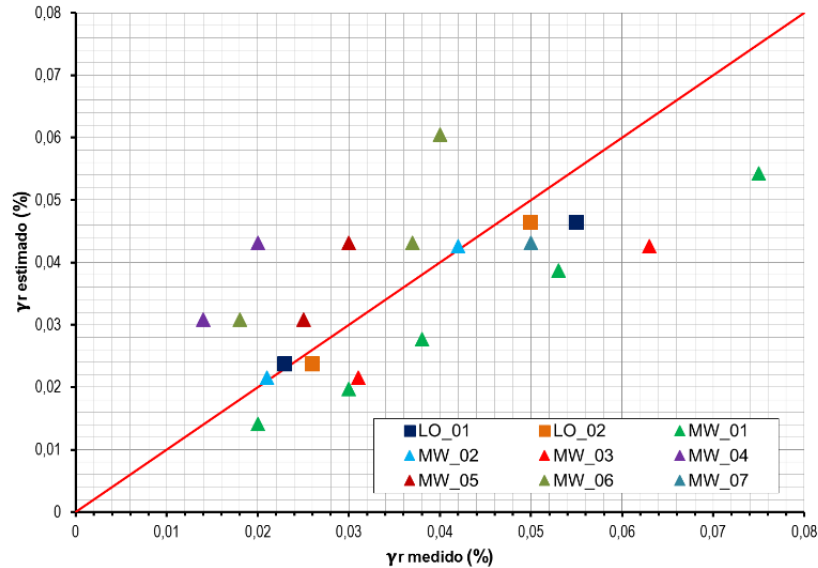


Figura 4.16 Comparación entre valores medidos y estimados de γ_r .

La Figura 4.16 muestra que σ_o no es el único factor que afecta γ_r , lo cual se evidencia en la dispersión observada entre los valores medidos y estimados de γ_r . Los parámetros tales como D_{50} , C_u y e de materiales granulares, influyen sobre γ_r (Menq (2003)⁽⁴³⁾); sin embargo, debido a la poca variabilidad de estas características en las muestras ensayadas en el presente estudio no se ha podido determinar dicha influencia.

Con base a las ecuaciones 4.13 y 4.17, la ecuación 4.12 que describe $\frac{G}{G_{max}}$ puede reescribirse de la siguiente manera:

$$\frac{G}{G_{max}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\gamma}{\gamma_r}\right)^{0,925}} \quad (4.18)$$

$$\gamma_r = 0,017 \left(\frac{\sigma_o}{Pa}\right)^{0,486} \quad (4.19)$$

La Figura 4.17 muestra la comparación entre valores medidos y estimados de $\frac{G}{G_{max}}$ empleando las relaciones de las ecuaciones 4.18 y 4.19.

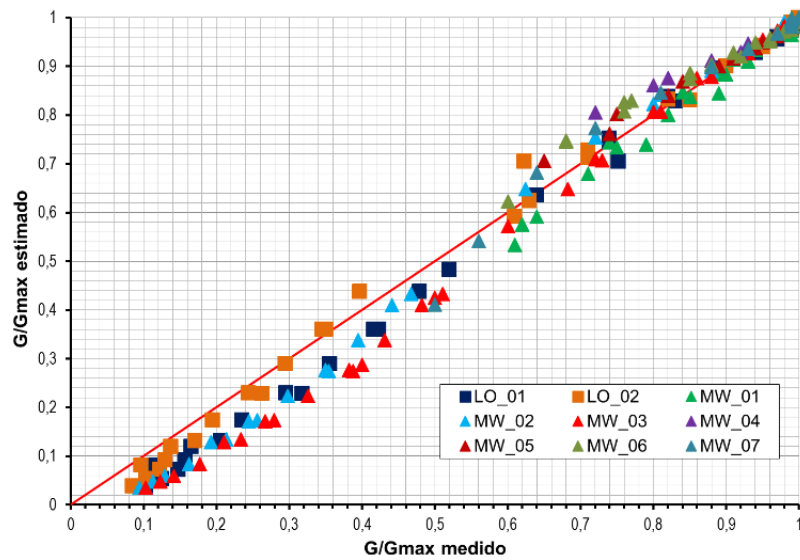


Figura 4.17 Comparación entre valores medidos y estimados de $\frac{G}{G_{max}}$.

4.3.2 Razón de amortiguamiento, D

D es representada con base a las investigaciones de Hardin y Drnevich (1972b)⁽²⁴⁾, quienes consideran que D puede ser expresada como una función de $\frac{G}{G_{max}}$. Asimismo, Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ adiciona D_{min} para obtener la razón de amortiguamiento total.

$$D = f\left(\frac{G}{G_{max}}\right) + D_{min} \quad (4.20)$$

Donde:

- D : Razón de amortiguamiento (%)
- D_{min} : Razón de amortiguamiento mínimo (%)
- $f\left(\frac{G}{G_{max}}\right)$: Función del módulo de corte normalizado (%)

4.3.2.1 Función del módulo de corte normalizado, $f\left(\frac{G}{G_{max}}\right)$

Para el presente estudio se define $f\left(\frac{G}{G_{max}}\right)$ como un ajuste polinomial de segundo orden (Anastasiadis *et al.* 2011⁽²⁾, Senetakis *et al.* 2013⁽⁵⁵⁾, Zhang *et al.* (2005)⁽⁶⁶⁾, Ishibashi y Zhang 1993⁽²⁹⁾, Andrus *et al.* 2003⁽⁴⁾).

$$f\left(\frac{G}{G_{max}}\right) = a_1 \left(\frac{G}{G_{max}}\right)^2 + a_2 \left(\frac{G}{G_{max}}\right) + a_3 \quad (4.21)$$

Donde:

- $f\left(\frac{G}{G_{\max}}\right)$: Función del módulo de corte normalizado (%)
 G : Módulo de corte (MPa)
 G_{\max} : Módulo de corte máximo (MPa)
 a_1, a_2 y a_3 : Constantes de ajuste

La Figura 4.18 muestra los valores de $D - D_{\min}$ de todas las muestras ensayadas con su correspondiente $\frac{G}{G_{\max}}$. Como se observa de esta figura el mejor ajuste mediante mínimos cuadrados entre $D - D_{\min}$ y $\frac{G}{G_{\max}}$ es expresado como:

$$D - D_{\min} = 19,36\left(\frac{G}{G_{\max}}\right)^2 - 40,28\left(\frac{G}{G_{\max}}\right) + 20,98 \quad (4.22)$$

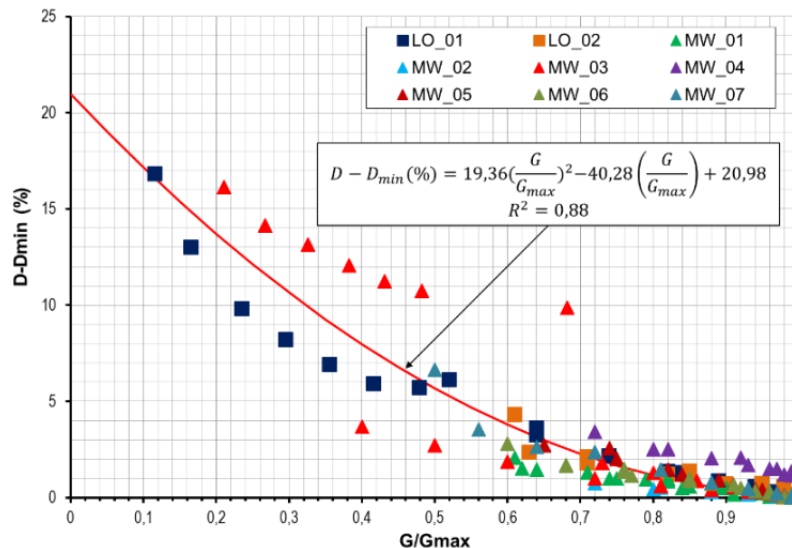


Figura 4.18 Correlación entre el módulo de corte normalizado y la razón de amortiguamiento.

Con base en la ecuación 4.22 la Figura 4.19 muestra la comparación entre valores medidos y estimados de $D - D_{\min}$. La Figura 4.19 indica que a bajos niveles de deformación cortante se presenta un mejor ajuste en comparación con el obtenido que a altos niveles de deformación cortante, esto debido a que la mayor cantidad de ensayos de laboratorio corresponden a ensayos RCTS (bajos y medios niveles de deformación cortante) cuyos resultados son más confiables que los ensayos CTX.

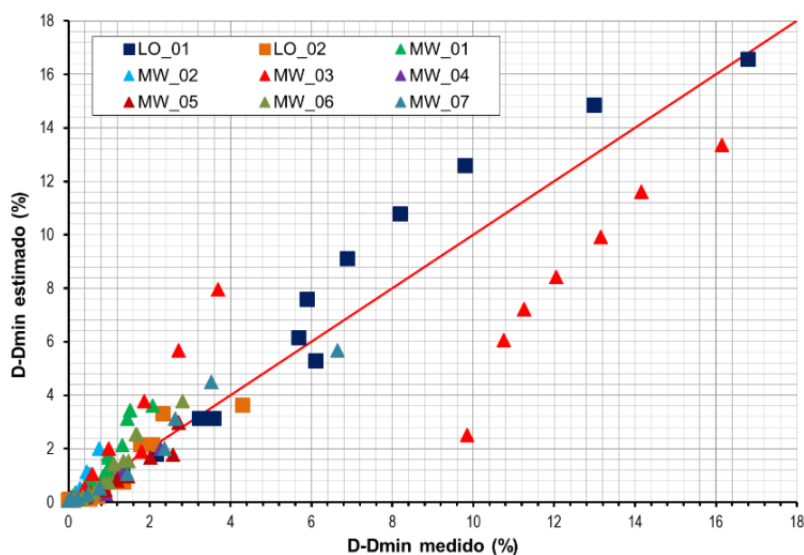


Figura 4.19 Comparación entre valores medidos y estimados de $D - D_{\min}$.

4.4 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

El presente acápite describe las comparaciones realizadas entre los resultados de laboratorio, las formulaciones propuestas en el presente estudio y la literatura existente para materiales granulares. Las comparaciones se realizan para las propiedades dinámicas a bajos niveles de deformación (comportamiento lineal del suelo) y a altos niveles de deformación (comportamiento no lineal del suelo).

4.4.1 Propiedades dinámicas a bajos niveles de deformación

A continuación se muestran las comparaciones de G_{\max} y D_{\min} entre los resultados de los ensayos de laboratorio, las formulaciones propuestas del presente estudio, Kokusho y Esashi (1981)⁽³⁵⁾, Tanaka *et al.* (1987)⁽⁵⁹⁾, Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, Menq (2003)⁽⁴³⁾ y Senetakis *et al.* (2012)⁽⁵⁴⁾.

4.4.1.1 Módulo de corte máximo, G_{\max}

Las Figuras 4.20 y 4.21 muestran los valores medidos de G_{\max} a diferentes σ_o para todas las muestras ensayadas en el presente estudio, adicionalmente se presenta la estimación de G_{\max} a partir del modelo del presente estudio y aquellas que proporcionan las formulaciones de Menq (2003)⁽⁴³⁾, Senetakis *et al.* (2012)⁽⁵⁴⁾,

Kokusho y Esashi (1981)⁽³⁵⁾ y Tanaka *et al.* (1987)⁽⁵⁹⁾. Cabe indicar que para la comparación de G_{max} del presente estudio y la literatura existente se emplearon los valores presentados en la Tabla 3.4.

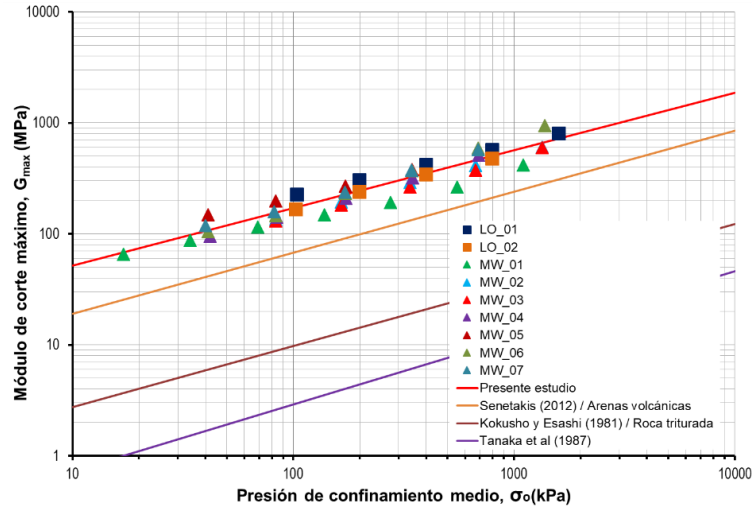


Figura 4.20 Comparación de G_{max} entre los resultados de ensayos de laboratorio, el presente estudio, Senetakis *et al.* (2012)⁽⁵⁴⁾, Kokusho y Esashi (1981)⁽³⁵⁾ y Tanaka *et al.* (1987)⁽⁵⁹⁾.

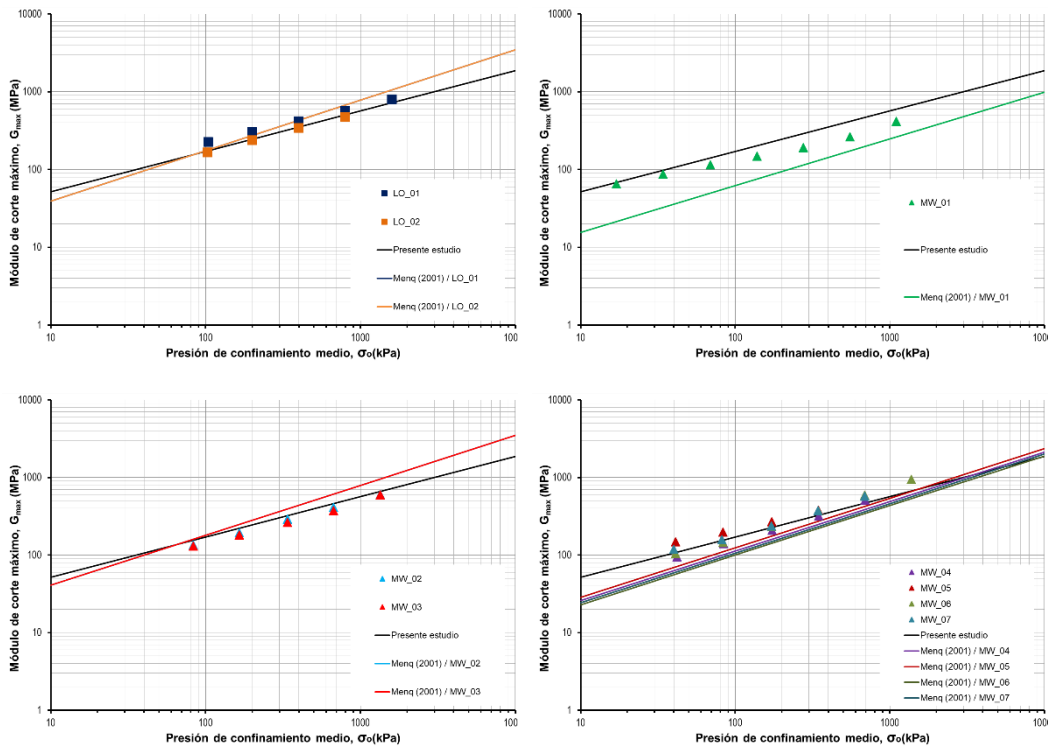


Figura 4.21 Comparación de G_{max} entre resultados de laboratorio, el presente estudio y Menq (2003)⁽⁴³⁾.

Las Figuras 4.20 y 4.21 muestran que el mejor ajuste de valores medidos con los valores estimados corresponde al modelo de la presente investigación; asimismo, se observa que Menq (2003)⁽⁴³⁾ y Senetakis *et al.* (2012)⁽⁵⁴⁾ para arenas volcánicas, presentan un mejor ajuste que Kokusho y Esashi (1981)⁽³⁵⁾ para roca triturada y Tanaka *et al.* (1987)⁽⁵⁹⁾.

4.4.1.2 Razón de amortiguamiento mínimo, D_{min}

La Figura 4.22 presenta los valores medidos de D_{min} a diferentes σ_o para todas las muestras ensayadas en el presente estudio, adicionalmente se presenta la estimación de D_{min} a partir del modelo del presente estudio, así como las formulaciones de Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, Menq (2003)⁽⁴³⁾ y Senetakis *et al.* (2012)⁽⁵⁴⁾. Cabe indicar que para la comparación de G_{max} del presente estudio y la literatura existente se emplearon los valores presentados en la Tabla 3.4.

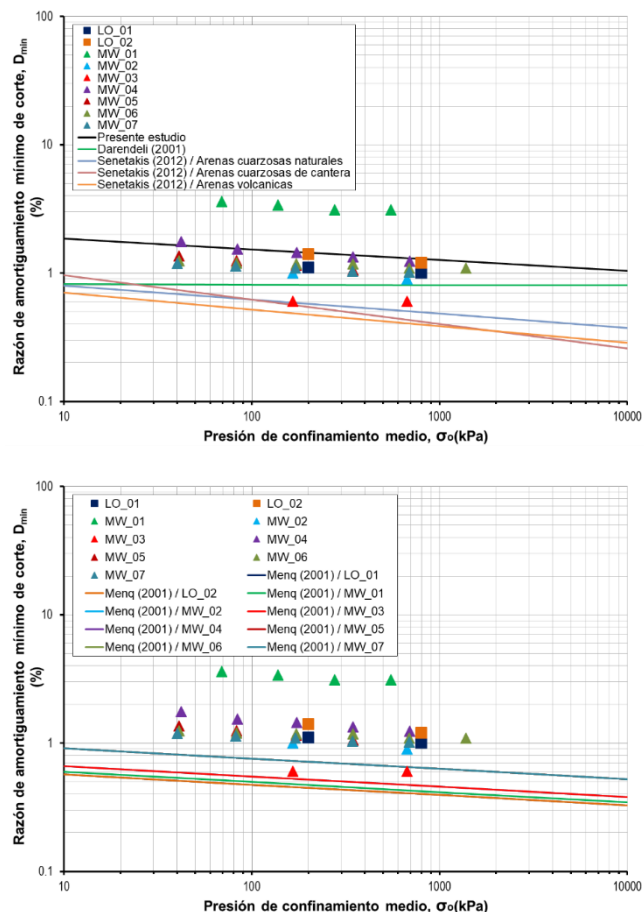


Figura 4.22 Comparación entre valores medidos, modelo del presente estudio y literatura existente para D_{min} .

La Figura 4.22 muestra que el mejor ajuste de valores medidos con valores estimados corresponde al obtenido con el modelo de la presente investigación.

4.4.2 Propiedades dinámicas a altos niveles de deformación cortante

Las comparaciones de $\frac{G}{G_{max}}$ y D se realizaron empleando los valores medidos, y los obtenidos con el modelo del presente estudio y las formulaciones de la literatura existente representada por Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, Menq (2003)⁽⁴³⁾ y Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾. Asimismo, se presentan valores estadísticos correspondientes a la relación entre valores estimados y medidos (de ahora en adelante E/M), en donde una media (\bar{X}) igual a 1 y una desviación estándar (σ^2) cercana a cero representa un ajuste ideal entre valores estimados y medidos.

4.4.2.1 Degradación del módulo de corte normalizado, $\frac{G}{G_{max}}$

La Figura 4.22 muestra la comparación entre los valores medidos y estimados mediante el modelo propuesta en la presente investigación, así como los propuestos por Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, Menq (2003)⁽⁴³⁾ y Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾.

De la Figura 4.22 se observa lo siguiente:

- Para valores de $\frac{G}{G_{max}}$ de 0,7 a 1 el mejor ajuste entre valores medidos y estimados se encuentra representado por el modelo del presente estudio y Menq (2003)⁽⁴³⁾, mientras que Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ sobreestima los valores de $\frac{G}{G_{max}}$ y Senetakis *et al.* (2012)⁽⁵⁴⁾ los sobreestima aún más.
- Para valores de $\frac{G}{G_{max}}$ de 0,4 a 0,7 el mejor ajuste entre valores medidos y estimados se encuentra representado por el modelo del presente estudio, mientras que Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ y Senetakis *et al.* (2012)⁽⁵⁴⁾ sobreestiman los valores de $\frac{G}{G_{max}}$ mientras que Menq (2003)⁽⁴³⁾ los subestima.
- Para valores de $\frac{G}{G_{max}}$ de 0,1 a 0,4 el mejor ajuste entre valores medidos y estimados se encuentra representado por el modelo del presente estudio,

Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ y Senetakis *et al.* (2012)⁽⁵⁴⁾ sobreestiman los valores de $\frac{G}{G_{max}}$ mientras que Menq (2003)⁽⁴³⁾ los subestima.

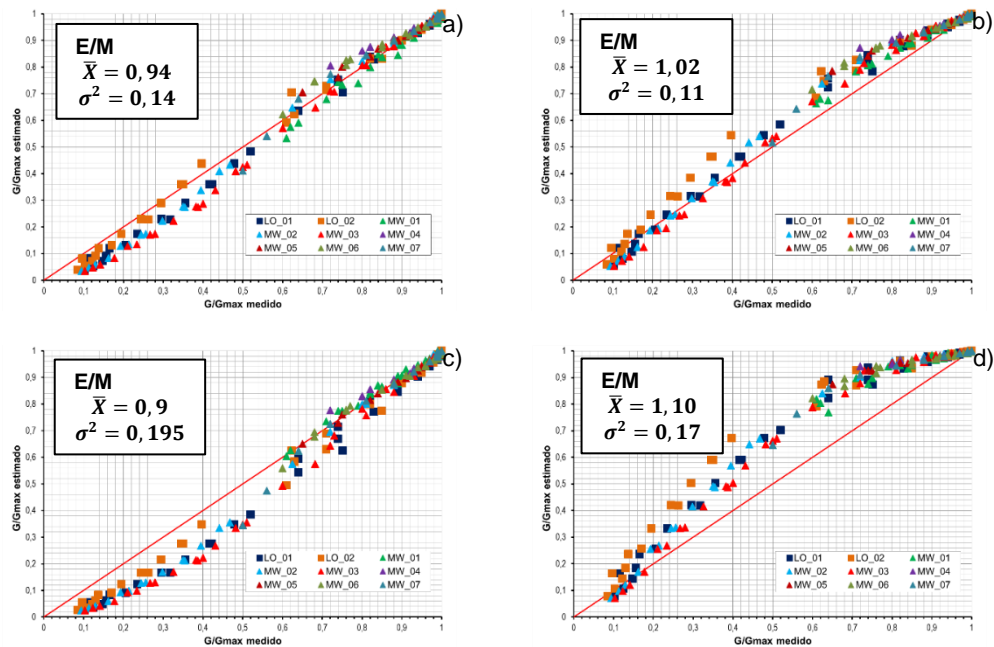


Figura 4.23 Comparación entre valores medidos y valores estimados de la degradación del módulo de corte normalizado mediante (a) el modelo del presente estudio, (b) Darendeli 2001⁽¹¹⁾, (c) Menq 2003⁽⁴³⁾, (d) y Senetakis *et al.* 2013⁽⁵⁵⁾ de $\frac{G}{G_{max}}$.

Es preciso indicar que si bien los valores estimados por Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ presentan una media y desviación estándar adecuada (Figura 4.22b), visualmente se observa que subestiman ligeramente los valores medidos; asimismo, tener presente que el modelo propuesto por Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ fue desarrollado para suelos arcillosos y arenosos. Por otro lado, a diferencia de Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ se observa en la Figura 4.22a que los valores estimados por el modelo de la presente investigación presentan un ajuste más uniforme a lo largo de los valores medidos.

4.4.2.2 Razón de amortiguamiento menos razón de amortiguamiento mínimo,

$$D - D_{min}$$

La Figura 4.23 muestra la comparación entre valores medidos y estimados mediante el modelo propuesto en la presente investigación y los propuestos por Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, Menq (2003)⁽⁴³⁾ y Senetakis *et al.* (2012)⁽⁵⁴⁾ para $D - D_{min}$.

De la Figura 4.23 se observa lo siguiente:

- Para valores medidos de $D - D_{\min}$ menores a 4 el modelo del presente estudio presenta una ligera sobreestimación de valores de $D - D_{\min}$, mientras que Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ presente una ligera sobreestimación y subestimación de valores de $D - D_{\min}$ a diferentes niveles de deformación. Por otro lado, Menq (2003)⁽⁴³⁾ presenta una mayor sobreestimación de los valores de $D - D_{\min}$ con respecto al presente estudio y a Darendeli (2001)⁽¹¹⁾. Finalmente Senetakis *et al.* (2012)⁽⁵⁴⁾ presenta una mayor subestimación de valores de $D - D_{\min}$.
- Para valores de $D - D_{\min}$ mayores a 4 el modelo del presente estudio y Darendeli (2001) presentan subestimaciones y sobreestimaciones de valores de $D - D_{\min}$ a diferentes niveles de deformación, mientras que Menq (2003) presenta sobreestimaciones de estos valores de y Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾ presenta subestimaciones de los mismos.

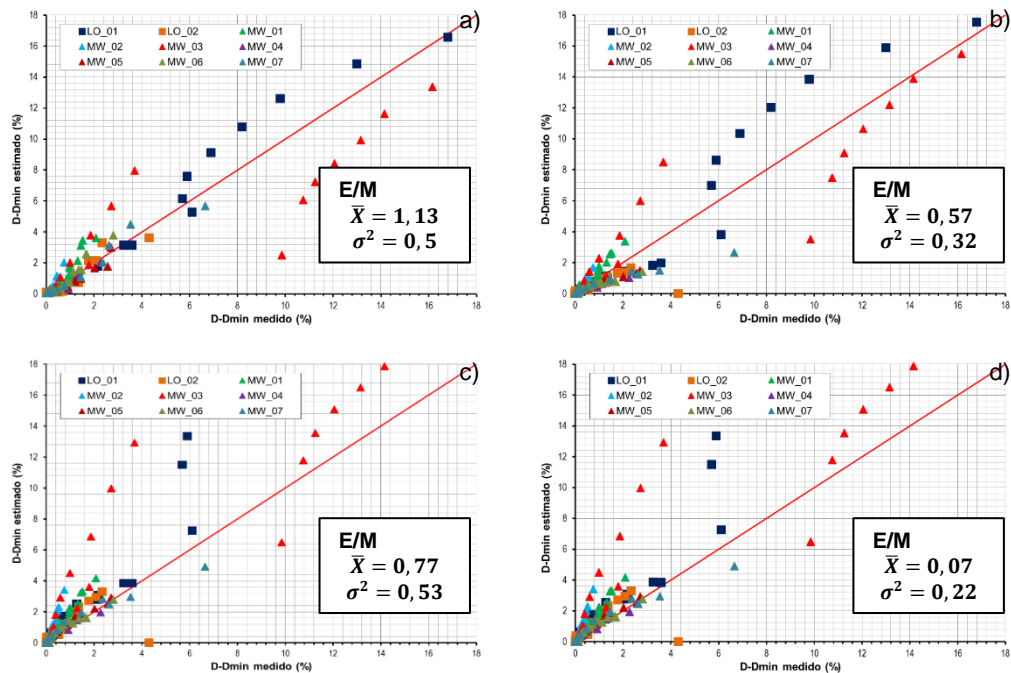


Figura 4.24 Comparación entre valores medidos y valores estimados de la razón de amortiguamiento mediante (a) el modelo del presente estudio, (b) Darendeli 2001⁽¹¹⁾, (c) Menq 2003⁽⁴³⁾, (d) y Senetakis *et al.* 2013⁽⁵⁵⁾ de $D - D_{\min}$.

4.4.3 Comparación de curvas $\frac{G}{G_{\max}} - \log(\gamma)$ y $D - \log(\gamma)$

A fin de comparar las curvas $\frac{G}{G_{\max}} - \log(\gamma)$ y $D - \log(\gamma)$ propuestas con el modelo del presente estudio y ensayos RCTS de materiales naturales y antrópicos, se presentan las Figuras 4.24, 4.25 y 4.26. La descripción de las muestras se detalla a continuación. Los materiales naturales corresponden a un suelo morrénico, mientras que los materiales antrópicos corresponden a relave y relleno estructural (relleno compactado); se describen brevemente las características de estos materiales:

- La morrena según SUCS clasifica como un limo (ML) con un contenido de gravas de 5%, contenido de arenas de 45%, contenido de finos de 50%, no plástico y con un contenido de humedad de 20%.
- El relave de grano grueso y del tipo cicloneado, el cual según SUCS presenta una clasificación de arena limosa (SM) con un contenido de gravas nulo, contenido de arenas de 70%, contenido de finos de 30%, no plástico y con un contenido de humedad de 21%.
- El relleno estructural proviene de la selección y tamizado de desmonte de mina, el cual según SUCS presenta una clasificación de arena probremente gradada con limo y grava (SP-SM) con un contenido de gravas de 30%, contenido de arenas de 62%, contenido de finos de 8%, no plástico y con un contenido de humedad de 6%

Respecto a las Figuras 4.24, 4.25 y 4.26 se puede observar lo siguientes:

- La Figura 4.24 muestra que al emplear las curvas de $\frac{G}{G_{\max}} - \log(\gamma)$ del presente estudio, estas presentan mayor degradación en comparación a los resultados de los resultados de ensayos RCTS para muestras de morrena a niveles de deformación medios, mientras que para la curva $D - \log(\gamma)$ se observa buenas aproximaciones en el rango de deformaciones analizado y sobre todo en los valores de D_{\min} .

- La Figura 4.25 muestra que al emplear las curvas de $\frac{G}{G_{\max}} - \log(\gamma)$ del presente estudio, estas presentan mayor degradación en comparación a los resultados de los ensayos RCTS para muestras de relave, similar al caso anterior, presentando mayores valores de amortiguamiento en el rango de deformaciones analizado.
- La Figura 4.26 muestra buena aproximación entre las curvas de $\frac{G}{G_{\max}} - \log(\gamma)$ del presente estudio y los ensayos RCTS sobre relleno estructural; asimismo, con respecto a la curva de $D - \log(\gamma)$ se observa menor amortiguamiento con el modelo del presente estudio. La buena aproximación del $\frac{G}{G_{\max}}$ se debe a que el relleno estructural ensayado es proveniente de la selección de desmonte, el cual tiene características granulométricas y/o mineralógicas similares a las muestras ensayadas en la presente investigación, la diferencia radica en los valores del G_{\max} siendo mayor para el relleno estructural. Finalmente al encontrarse este último material compactado, esto aparentemente influye en el incremento de la razón de amortiguamiento.

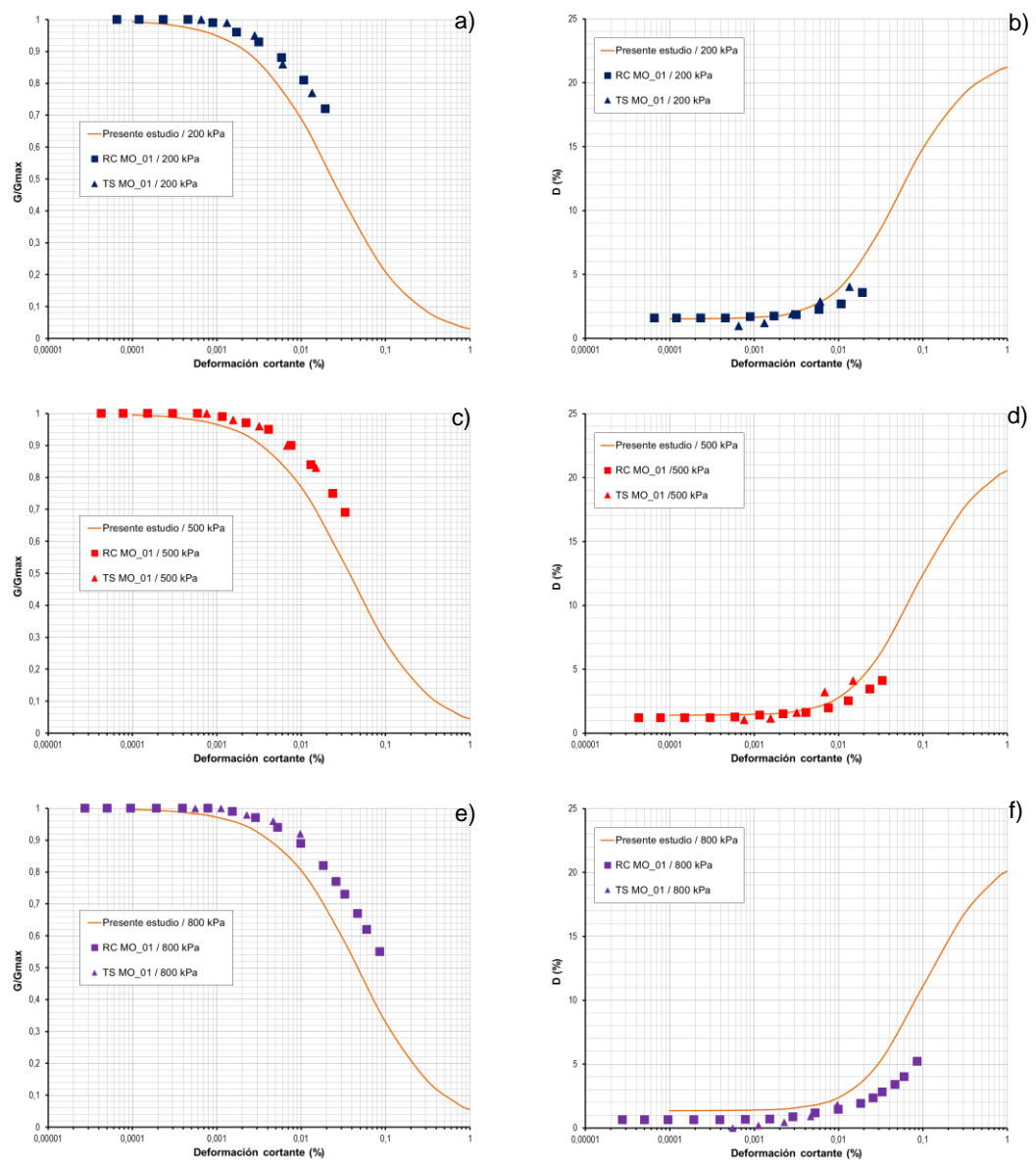


Figura 4.25 Curvas de degradación del módulo de corte normalizado y razón de amortiguamiento mediante el presente estudio y ensayos RCTS para muestras de morrenas.

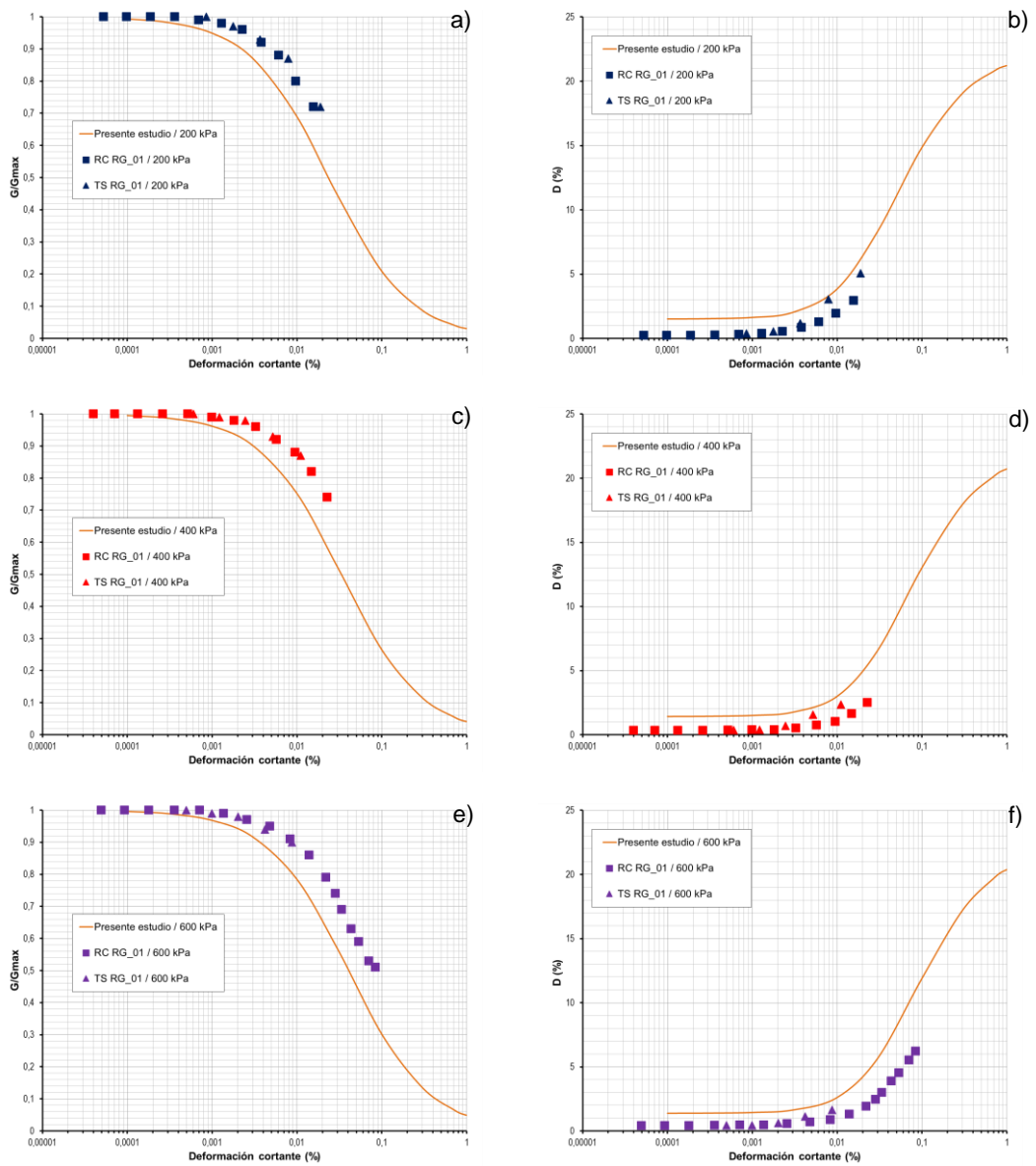


Figura 4.26 Curvas de degradación del módulo de corte normalizado y razón de amortiguamiento mediante el presente estudio y ensayos RCTS para muestras de relave grueso.

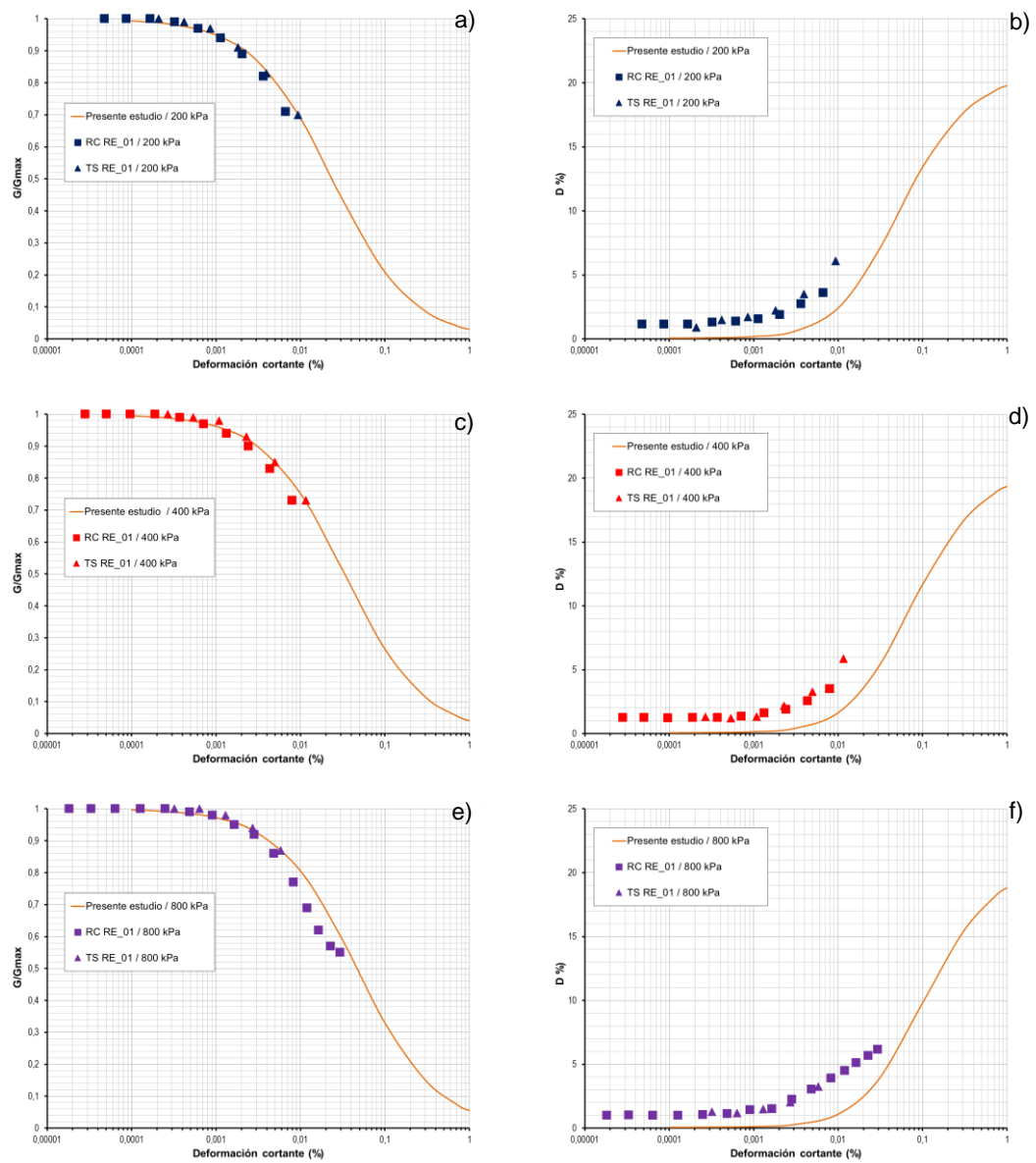


Figura 4.27 Curvas de degradación del módulo de corte normalizado y razón de amortiguamiento mediante el presente estudio y ensayos RCTS para muestras de relleno estructural.

CAPÍTULO V: ANÁLISIS DE RESPUESTA SÍSMICA UNIDIMENSIONAL

5.1 GENERALIDADES

El presente capítulo describe los análisis de respuesta sísmica no lineal (en adelante ARSNL) desarrollados sobre columnas hipotéticas de diferentes alturas que representen las características de los materiales estudiados (mineral y desmonte de mina); las alturas de las columnas fueron de 50 y 100 m.

Los análisis de respuesta sísmica unidimensional fueron desarrollados mediante el programa de cómputo Deepsoil V6.1.7.0 (Hashash *et al.* 2018⁽¹⁹⁾), el cual puede realizar análisis de respuesta sísmica de tipo lineal, lineal equivalente y no lineal en los dominios de las frecuencias y el tiempo, según corresponda. DeepSoil ha sido desarrollado y viene siendo constantemente actualizado por un equipo liderado por el profesor Youssef Hashash de la Universidad de Illinois en Urbana-Champaign, Illinois, Estados Unidos y goza actualmente de una amplia aceptación internacional.

5.2 REGISTRO SÍSMICOS

Se emplearon los registros sísmicos de los terremotos de Atico, Tarapacá, Chichi y Kobe (Figura 5.1), los cuales fueron seleccionados con base en la duración del evento, ambiente tectónico, distancia fuente-lugar, contenido de frecuencias y condiciones locales de sitio. La Tabla 5.1 presenta el resumen de los principales parámetros sismológicos de los sismos empleados.

Tabla 5.1 Parámetros sismológicos de los registros sísmicos

Sismo	Ubicación	Fecha	Sismogénesis	PGA (g)
Atico	Perú	23/06/2001	Subducción de interfase	0,3
Tarapaca	Perú	13/06/2005	Subducción de intraplaca	0,17
Chichi	Taiwan	21/08/1999	Corteza	0,18
Kobe	Japon	17/01/1995	Fallas activas	0,82

Abreviaturas:

PGA: Aceleración horizontal pico.

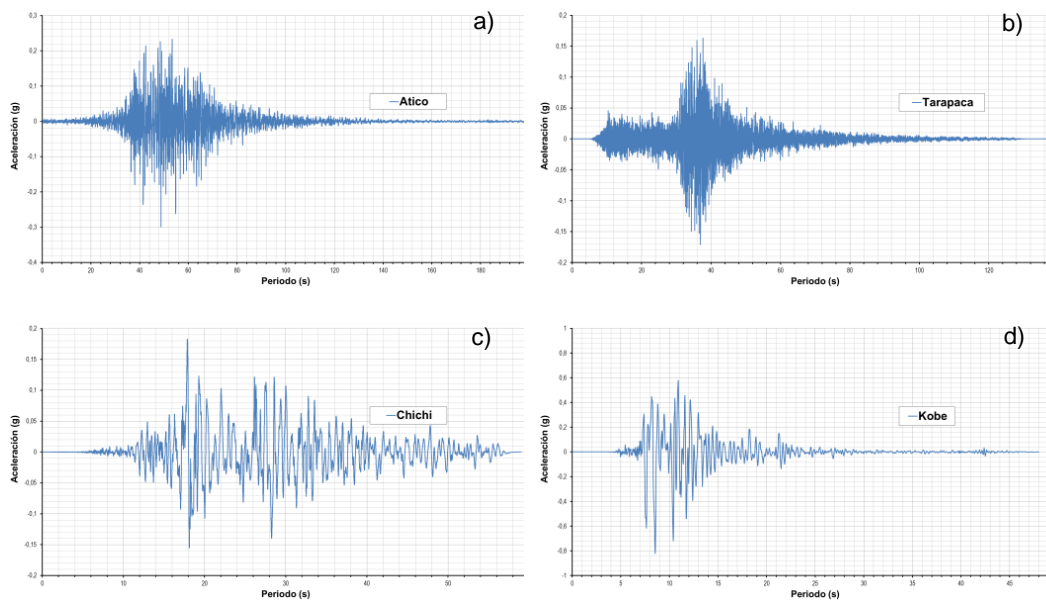


Figura 5.1 Registros sísmicos de (a) Atico, (b) Tarapaca, (c) Chichi y (d) Kobe.

5.3 PERFILES SÍSMICOS

Para los ARSNL se emplearon dos columnas hipotéticas, las cuales representan alturas de mineral ROM y/o desmonte de mina de 50 y 100 m (Figura 5.2). Asimismo, y con fines de modelamiento, se consideró un basamento rocoso rígido sobre la base de las columnas a fin de que la transmisión de sea a través del mineral ROM y/o desmonte de mina íntegramente. Cabe indicar que los perfiles de velocidades de ondas de corte de las columnas fueron determinados con base en la ecuación 4.5.

Las columnas fueron discretizadas de manera que permitan la transmisión de ondas de hasta 25 Hz de frecuencia (Hashah et al 2010⁽¹⁸⁾). Se verificó que la curva *backbone* de cada discretización tuviera un ángulo de fricción dinámico crítico o compatible con las características del mineral y/o desmonte de mina según lo recomendado por Hashah *et al.* 2010⁽¹⁸⁾.

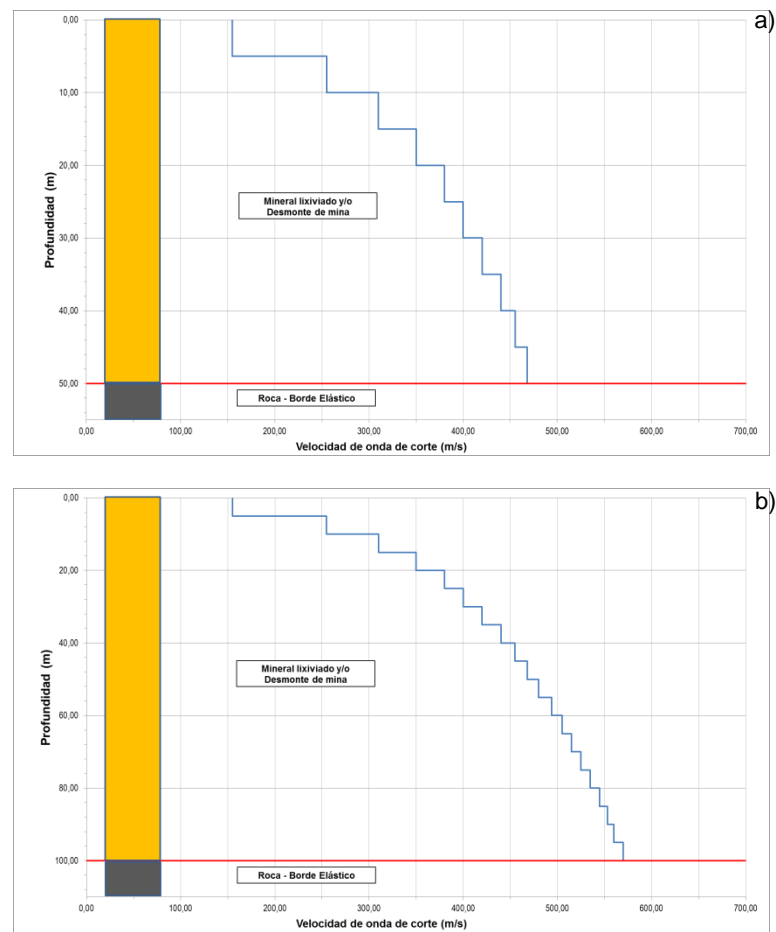


Figura 5.2 Perfiles de velocidades de ondas de corte para columnas de mineral ROM y/o desmonte de mina de (a) 50 y (b) 100 m de altura.

5.4 CURVAS DEL MÓDULO NORMALIZADO Y AMORTIGUAMIENTO

Las Figuras 5.3 y 5.4 muestran las curvas de degradación del módulo de corte normalizado e incremento de la razón de amortiguamiento con la deformación cortante, las cuales fueron determinadas con base en las formulaciones del presente estudio para mineral ROM y/o desmonte de mina, así como las curvas recomendadas por Menq (2003)⁽⁴³⁾ y Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ considerando los siguientes parámetros: ángulo de fricción interno estático de 36° , C_u de 25, D_{50} de 2 mm, IP igual a 0%, OCR igual a 1 y γ igual 20 kN/m^3 . Las presiones de confinamiento de 500, 1000, 1500 y 2000 kPa representan alturas de mineral y/o desmonte de 25, 50, 75 y 100 m, respectivamente.

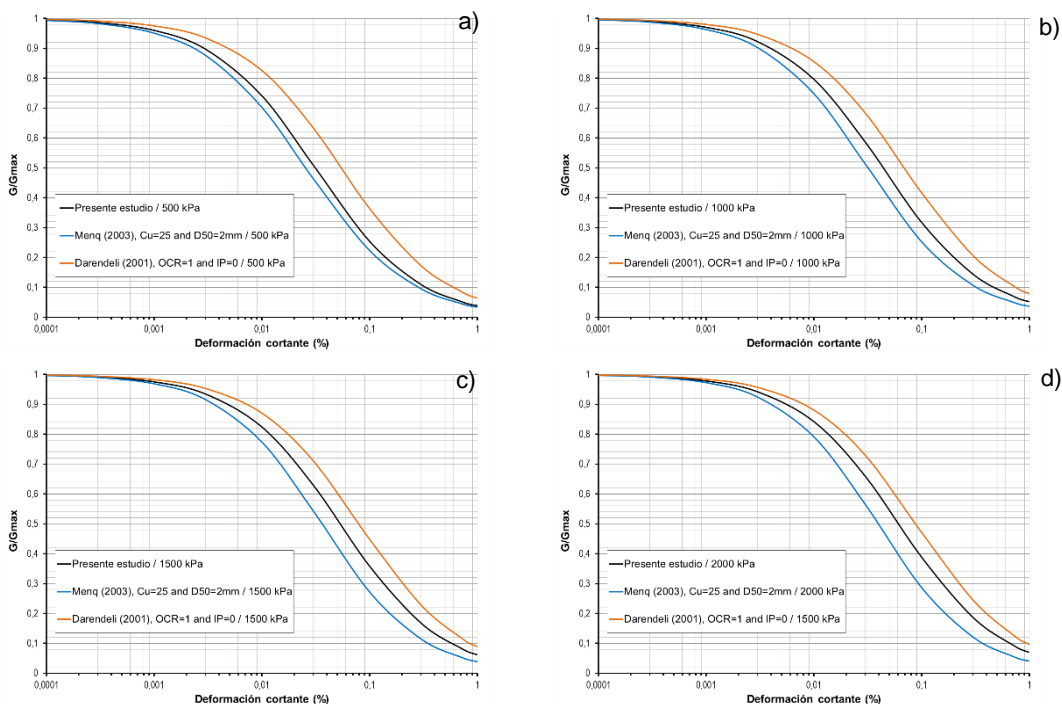


Figura 5.3 Curvas de degradación del módulo de corte normalizado mediante el modelo del presente estudio, Menq (2003) y Darendeli (2001) para 500, 1000, 1500 y 2000 kPa.

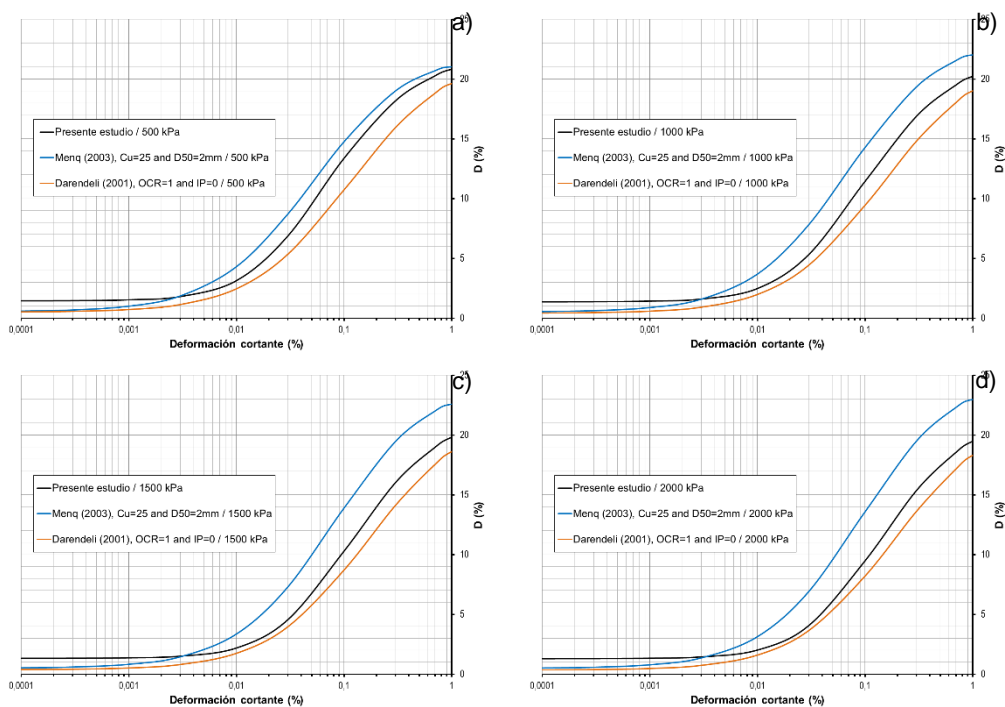


Figura 5.4 Curvas de razón de amortiguamiento mediante el modelo del presente estudio, Menq (2003) y Darendeli (2001) para 500, 1000, 1500 y 2000 kPa.

5.5 RESULTADOS

La Figura 5.5 muestra los espectros de respuesta de los ARSNL para una columna de 50 m, se concluye lo siguiente:

- La Figura 5.5a, que corresponde al espectro de respuesta empleando el registro sísmico de Atico, indica que para periodos menores a 0,9s se presentan mayores valores de aceleración empleando las curvas de Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ y una cercanía en valores empleando las curvas propuestas en el presente estudio y Menq (2003)⁽⁴³⁾, mientras que para periodos mayores a 0,9s se observan aceleraciones similares empleando las curvas propuestas en el presente estudio, Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ y Menq (2003)⁽⁴³⁾.
- La Figura 5.5b, que corresponde al espectro de respuesta empleando el registro sísmico de Tarapaca, indica que para periodos menores a 0,3s se observan aceleraciones similares empleando las curvas propuestas en el presente estudio, Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ y Menq (2003)⁽⁴³⁾, mientras que para periodos mayores a 0,3s se observan mayores aceleraciones empleando las curvas de Darendeli (2001)⁽¹¹⁾.
- La Figura 5.5c, la cual corresponde al espectro de respuesta empleando el registro sísmico de Chichi, muestra que para periodos menores a 0,8s se observa aceleraciones ligeramente mayores empleando las curvas de Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, mientras que para periodos mayores a 0,8s se observan mayores aceleraciones empleando las curvas de Menq (2003).
- La Figura 5.5d, que corresponde al espectro de respuesta empleando el registro sísmico de Kobe, evidencia que en todo el rango de periodos se observan mayores aceleraciones empleando las curvas de Menq (2003)⁽⁴³⁾ seguidas por Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ y las propuestas en el presente estudio, respectivamente.

Respecto a la Figura 5.6, la cual muestra los espectros de respuesta para una columna de 100 m de altura, se concluye lo siguiente:

- La Figura 5.6a, la cual corresponde al espectro de respuesta empleando el registro sísmico de Atico, muestra que para periodos menores a 1,9s se

presentan mayores valores de aceleración empleando las curvas de Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ y una cercanía en valores empleando las curvas propuestas en el presente estudio y Menq (2003)⁽⁴³⁾, mientras que para periodos mayores a 0,9s se observan aceleraciones similares empleando las curvas propuestas en el presente estudio, Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ y Menq (2003)⁽⁴³⁾.

- La Figura 5.6b, que corresponde al espectro de respuesta empleando el registro sísmico de Tarapaca, indica que para periodos menores a 0,2s se observan aceleraciones similares empleando las curvas de Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, mientras que para periodos mayores a 0,2s se observan aceleraciones similares empleando las curvas propuestas en el presente estudio, Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ y Menq (2003)⁽⁴³⁾.
- La Figura 5.6c, la cual corresponde al espectro de respuesta empleando el registro sísmico de Chichi, muestra que para periodos menores a 1,2s se observa ligeramente mayores aceleraciones empleando las curvas de Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, mientras que para periodos mayores a 1,2s se observan aceleraciones similares empleando las curvas de la presente investigación y Menq (2003)⁽⁴³⁾, y menores las aceleraciones empleando las curvas de Darendeli (2001)⁽¹¹⁾.
- La Figura 5.6d, que corresponde al espectro de respuesta empleando el registro sísmico de Kobe, evidencia que para periodos menores de 0,5s se observan aceleraciones similares empleando las curvas propuestas en el presente estudio, Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ y Menq (2003)⁽⁴³⁾, mientras que para periodos superiores a 0,5s se observan aceleraciones mayores empleando las curvas de Menq (2003)⁽⁴³⁾.

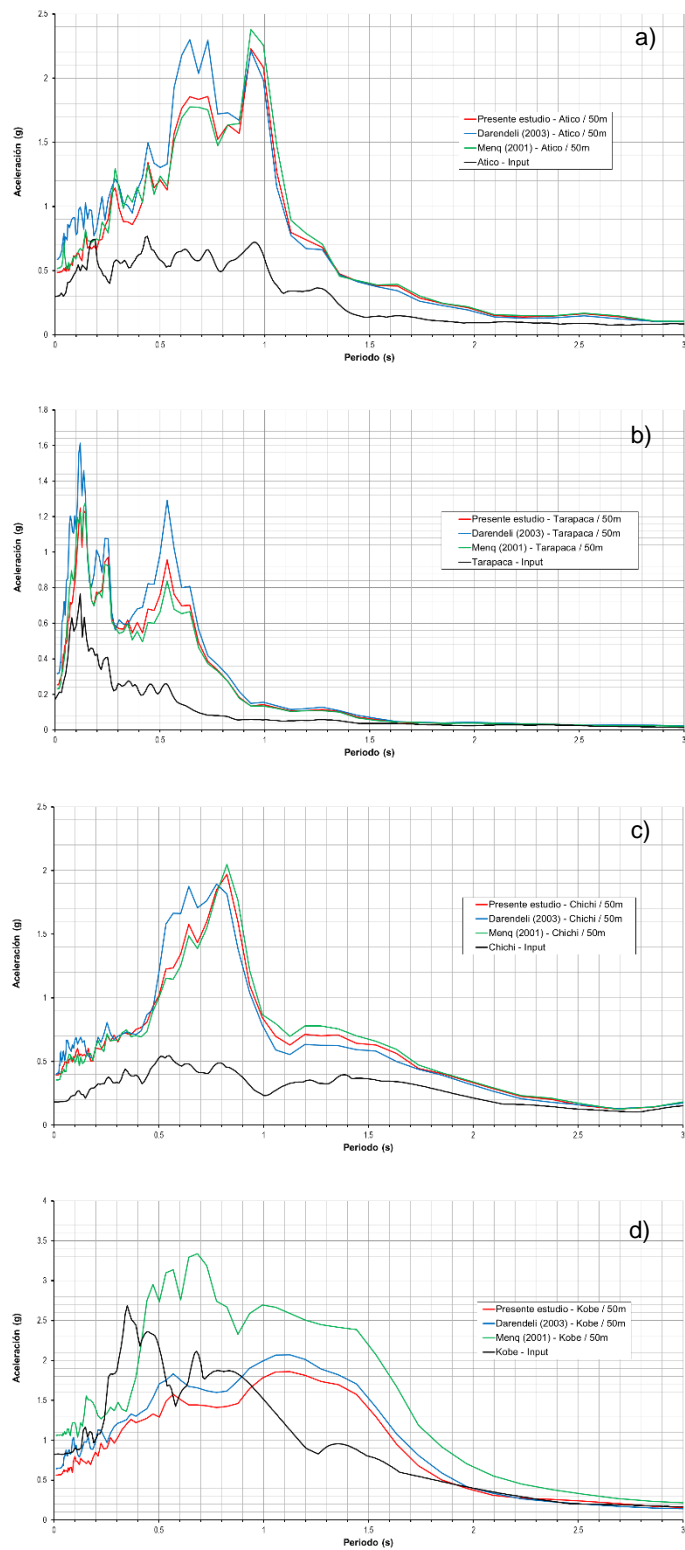


Figura 5.5 Espectros de respuesta para una columna de 50 m empleando las curvas de degradación del módulo de corte normalizado y razón de amortiguamiento del presente estudio, Darendeli (2001) y Menq (2003) y los registros sísmicos de (a) Atico, (b) Tarapaca, (c) Chichi y (d) Kobe.

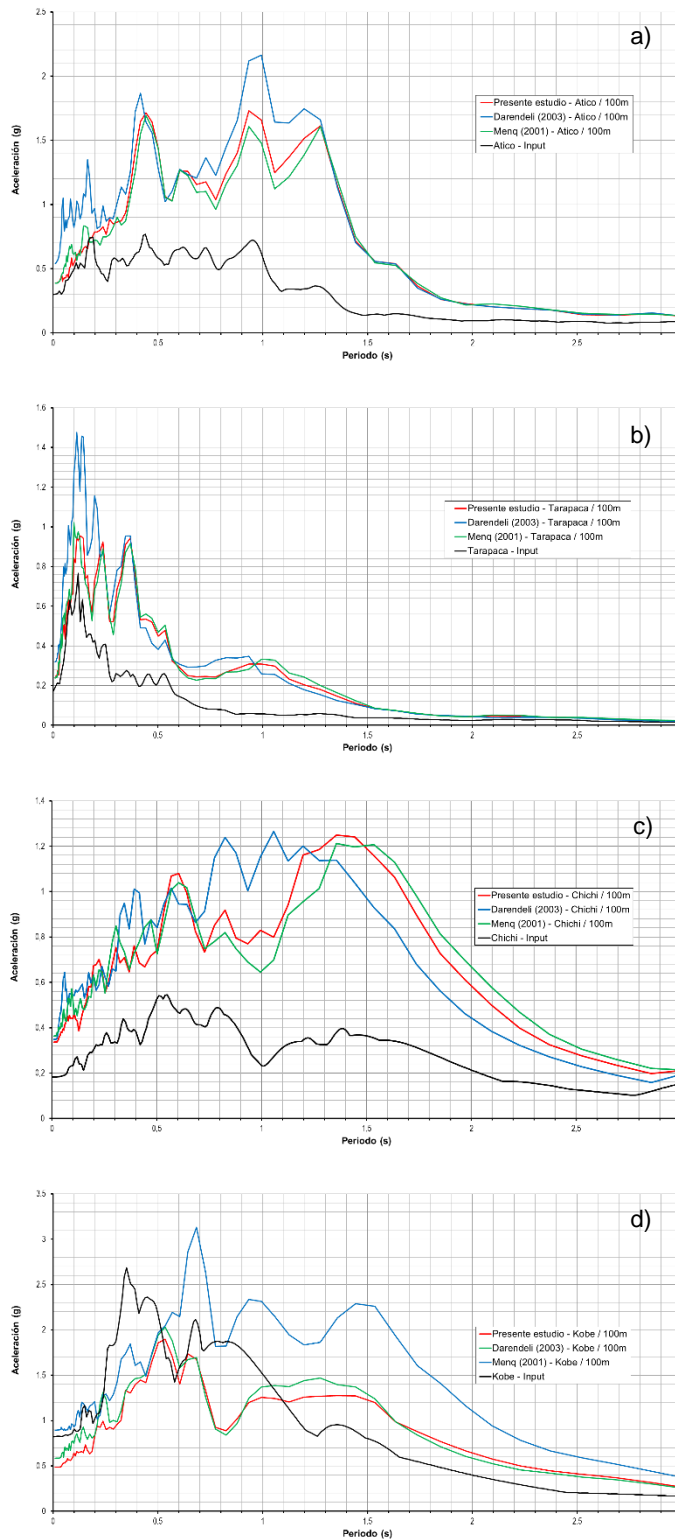


Figura 5.6 Espectros de respuesta para una columna de 100 m empleando las curvas de degradación del módulo de corte normalizado y razón de amortiguamiento del presente estudio, Darendeli (2001) y Menq (2003) y los registros sísmicos de (a) Atico, (b) Tarapaca, (c) Chichi y (d) Kobe.

CONCLUSIONES

A partir del desarrollo de la presente investigación se presentan las siguientes conclusiones:

- El desarrollo de la minería en el Perú implica la construcción de estructuras mineras de gran envergadura tales como pilas de lixiviación, depósitos de desmonte, depósitos de relaves, accesos mineros, plataformas, entre otros, dentro de estas estructuras las pilas de lixiviación y los depósitos de desmonte cobran especial relevancia por su importancia para el desarrollo de una operación minera. Esto conlleva a la necesidad de conocer las características físicas, mecánicas y químicas de los materiales que conforman estas estructuras, es decir, de materiales tales como mineral ROM y desmonte de mina, a fin de poder desarrollar un diseño sísmico adecuado para asegurar la estabilidad y seguridad de dichas estructuras.
- Debido a que el Perú se encuentra en una zona altamente sísmica, el diseño de estructuras mineras mediante análisis de equilibrio límite debe ser complementado con análisis sísmicos rigurosos que incluyan análisis de respuesta sísmica y esfuerzo-deformación. En ese sentido, este trabajo busca generar un precedente para la caracterización de las propiedades dinámicas de materiales como mineral ROM y desmonte de mina a fin de poder utilizarlas en el análisis y diseño de aquellas estructuras mineras que emplean dichos materiales.
- En la actualidad, en el Perú y en general en otros países mineros, se cuenta con poca información geotécnica referente a ensayos de laboratorio sobre mineral y desmonte de mina debido a que en muchos casos el mineral proviene directamente del tajo sin proceso de trituración, mientras que por otro el desmonte de mina es obtenido por voladura, lo cual implica que estos materiales presentan tamaños máximos que superan las 12", lo cual dificulta el desarrollo de ensayos de laboratorio. Sin embargo, en la actualidad investigadores como Marachi *et al.* (1972)⁽⁴¹⁾, Varadarajan *et al.* (2003)⁽⁶¹⁾, Verdugo y de la Hoz (2006)⁽⁶²⁾, De la Hoz (2007)⁽¹²⁾, Dorador (2010)⁽¹³⁾ y Besio (2012)⁽⁷⁾ han desarrollado y reafirmado la utilidad del método de curvas homotéticas, el cual consiste de preparar muestras escaladas de menor tamaño a la original considerando curvas

granulométricas paralelas. Este método fue empleado en la presente investigación para la reconstitución de las muestras de mineral ROM y desmonte de mina del presente estudio a fin de poder desarrollar ensayos RCTS y CTX.

- El presente estudio contempla el uso de mineral del tipo ROM (run of mine), el cual proviene directamente de la explotación del yacimiento y sobre el cual no se realizan procesos de chancado para su posterior lixiviación, mientras que el desmonte de mina es conformado por el material proveniente de las explotaciones de los yacimientos, el cual posee una ley baja (mineral no económico). Dichas características implican que el mineral tipo ROM y el desmonte de mina presentan características similares debido a que los procesos de obtención son similares. Los resultados de la presente investigación deberán ser empleados para materiales de similares características a la de los materiales evaluados, las cuales se detallan en el acápite 3.2.
- Respecto a los resultados de los ensayos de laboratorio (RCTS y CTX), se observa que para la determinación de las curvas de $\frac{G}{G_{\max}} - \log(\gamma)$ se disponen de buena cantidad de resultados que abarcan el rango lineal y no lineal de dichas curvas; sin embargo, para la determinación de las curvas $D - \log(\gamma)$ se observa que existe una mayor cantidad de resultados de laboratorio para deformaciones cortantes menores a 0,01% (ensayos RCTS), mientras que para deformaciones cortantes mayores a 0,01% (ensayos CTX) existe una menor cantidad de resultados.
- A bajos niveles de deformación el G_{\max} y D_{\min} de las muestras de mineral ROM y desmonte evaluados en el presente estudio se encuentran fuertemente influenciados por la σ_0 . Si bien se analizaron dependencias de C_u , D_{50} y e_0 con relación a las propiedades dinámicas (módulo de corte y amortiguamiento) tal como indica Menq (2003)⁽⁴³⁾, no fue posible evidenciar estas dependencias debido a la poca variabilidad observada de las propiedades dinámicas con relación a dichos parámetros analizados.
- A altos niveles de deformación se empleó el modelo hiperbólico de Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ a fin de representar la relación $\frac{G}{G_{\max}}$, la cual se encuentra relacionada con γ , γ_r y a . La presente investigación determina que a y γ_r se encuentran fuertemente influenciados por σ_0 . Finalmente

se puede concluir que la relación $\frac{G}{G_{\max}}$ de las muestras ensayadas de mineral y desmonte de mina se encuentra influenciada fuertemente por σ_o , siendo estos directamente proporcionales.

- A altos niveles de deformación D es representada mediante una función de $\frac{G}{G_{\max}}$ denominada función del módulo de corte normalizado ($f\left(\frac{G}{G_{\max}}\right)$), la cual según Anastasiadis *et al.* (2011)⁽²⁾, Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾, Zhang *et al.* (2005)⁽⁶⁶⁾, Ishibashi y Zhang (1993)⁽²⁹⁾, Andrus *et al.* (2003)⁽⁴⁾ es representada como una función polinomial de segundo orden. Es preciso indicar que D para las muestras de mineral y desmonte de mina ensayadas se encuentra fuertemente asociada a σ_o debido a la relación entre $\frac{G}{G_{\max}}$ y σ_o .
- La comparación de los resultados de laboratorio de G_{\max} con los valores propuestos por el modelo desarrollado en el presente estudio y aquellos que proponen los modelos de la literatura existente, indica que la mejor aproximación se obtiene con la formulación del modelo del presente estudio, sin embargo, Menq (2003)⁽⁴³⁾ y Senetakis *et al.* (2012)⁽⁵⁴⁾ presentan buenas aproximaciones debido a que sus estudios contemplan la influencia de D_{50} , C_u y e_o , lo cual robustece la determinación de G_{\max} en materiales granulares. Por otro lado, la comparación de los resultados de laboratorio de D_{\min} con el modelo del presente estudio y los obtenidos con los modelos propuestos en la literatura existente, indican que la mejor aproximación se obtiene con el modelo del presente estudio.
- Respecto a $\frac{G}{G_{\max}}$, los resultados de los ensayos RCTS y CTX indican que la mejor aproximación se obtiene con el modelo de la presente investigación; asimismo, se observa en líneas generales que el modelo del presente estudio subestima ligeramente el valor de $\frac{G}{G_{\max}}$ menores a 0,5, mientras que para $\frac{G}{G_{\max}}$ mayores a 0,5 presenta una muy buena aproximación. Es preciso indicar que Darendeli (2001)⁽¹¹⁾ por lo general sobrestima ligeramente los valores de $\frac{G}{G_{\max}}$, mientras que Menq (2003)⁽⁴³⁾ subestima los valores de $\frac{G}{G_{\max}}$ cuando estos son menores a 0,7. Finalmente la formulación de Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾ para muestras de origen

volcánico, sobrestima notoriamente los valores de $\frac{G}{G_{\max}}$ obtenidos en laboratorio.

- La comparación de $D - D_{\min}$ entre los resultados de los ensayos RCTS y CTX, los obtenidos a partir del modelo de la presente investigación y los obtenidos a partir de los modelos de la literatura existente, indican que para valores de $D - D_{\min}$ menores a 4%, el modelo del presente estudio, Darendeli (2001)⁽¹¹⁾, Menq (2003)⁽⁴³⁾ y Senetakis *et al.* (2013)⁽⁵⁵⁾ presenta una adecuada estimación, mientras que para valores de $D - D_{\min}$ mayores a 4% no se observa una clara aproximación entre las obtenidas con las distintas formulaciones con las mediciones de laboratorio.
- La comparación de las curvas dinámicas propuestas con el modelo del presente estudio y los resultados de laboratorio (ensayos RCTS) de morrenas y relave indican que, en general, el modelo del presente estudio presenta mayor degradación de $\frac{G}{G_{\max}}$, mientras que para D se observa buena aproximación con los resultados para morrena, pero mayores valores de D para el material de relave. Por otro lado, se observan buenas aproximaciones entre lo obtenido con el modelo del presente estudio para $\frac{G}{G_{\max}}$ y los resultados de los ensayos RCTS de las muestras de relleno estructural, esto debido a que este material proviene, para este caso particular, de la selección de desmonte de mina para ser empleado como relleno estructural; sin embargo, el modelo del presente estudio presenta mayor amortiguamiento, aparentemente debido a la mayor compacidad del relleno estructural.
- A fin de verificar la aplicabilidad de las curvas recomendadas en el presente estudio, se realizaron análisis de respuesta sísmica unidimensional no lineal empleando los registros sísmicos de los terremotos de Atico, Tarapaca, Chichi y Kobe para dos columnas hipotéticas de 50 y 100 m. Se utilizaron las curvas $\frac{G}{G_{\max}} - \log(\gamma)$ y $D - \log(\gamma)$ recomendadas en el presente estudio para mineral ROM y desmonte de mina, así como las curvas de Darendeli 2001⁽¹¹⁾ y Menq 2003⁽⁴³⁾. Como resultado se observa que en los sismos de Atico, Tarapaca, Chichi los espectros de respuesta empleando las curvas dinámicas del presente estudio, Darendeli 2001⁽¹¹⁾ y Menq 2003⁽⁴³⁾ amplifican en todo en

rango de periodos; sin embargo, en el sismo de Kobe esto no sucede debido a alta demanda sísmica de este sismo.

- Las curvas de $\frac{G}{G_{\max}} - \log(\gamma)$ y $D - \log(\gamma)$ recomendadas en el presente estudio deberán ser empleadas para análisis preliminares para el diseño de componentes que sean conformadas por mineral ROM y/o desmonte de mina o materiales de similares características; sin embargo, para diseños a nivel de ingeniería de detalle se recomienda la ejecución de ensayos de laboratorio tales como RCTS, CTX, ensayos centrífugos, etc.

RECOMENDACIONES

A partir del desarrollo de la presente investigación se presentan las siguientes recomendaciones:

- A fin de tener una mejor caracterización física y mecánica de materiales como mineral ROM y desmonte de mina, se recomienda desarrollar investigaciones de campo tales como ensayos de granulometría global, densidad de campo, ensayos *down hole* y ensayos geofísicos; así como ensayos de laboratorio tales como ensayos triaxiales cíclicos, ensayos de columna resonante y corte torsional.
- Al realizar los ensayos granulométricos sobre el mineral ROM y desmonte de mina empleados en la presente investigación se observa la carencia de un amplio rango de D_{50} , C_u y e , lo cual limita el uso de las formulaciones existentes para valores de D_{50} , C_u y e muy superiores a los presentados en la presente investigación (C_u de 12 a 28, D_{50} de 12 a 28 mm y e de 0,26 a 0,7). Se recomienda emplear las formulaciones presentadas para valores cercanos y/o dentro del rango de los valores estudiados de D_{50} , C_u y e .
- Si bien la presente investigación se centra en la evaluación de las propiedades dinámicas del mineral tipo ROM y desmonte de mina, se recomienda realizar trabajos similares sobre mineral chancado, a fin de validar y/o actualizar las formulaciones presentadas en la presente investigación.
- Se recomienda que futuras investigaciones tomen en cuenta el impacto de factores tales como la ley del material, composición mineralógica, edad geológica, etc sobre las propiedades dinámicas del mineral ROM y desmonte de mina.
- La presente investigación no pretende de ninguna manera eliminar y/o desestimar el uso de ensayos de laboratorio para la determinación de propiedades dinámicas en mineral ROM y desmonte de mina, por el contrario, se recomienda que la presente investigación sea empleada en caracterizaciones preliminares de las propiedades dinámicas de estos materiales. Los ensayos de laboratorio más adecuados para la caracterización de las propiedades dinámicas de estos materiales son: columna resonante, corte torsional y triaxial cíclico.

- Se recomienda replicar la presente investigación en otros materiales empleados en el diseño y construcción de diferentes estructuras geotécnicas, tales como: presas de relaves, presas de almacenamiento de agua, plataformas de relleno estructural y relleno masivo, depósitos de material orgánico, depósitos de materiales excedentes de construcción, etc.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Amir-Faryar, B. "Improvement of dynamic properties and seismic response of clay using fiber reinforcement", Ph. D Dissertation, Department of Civil Environmental Engineering, University of Maryland, College Park, 2012.
2. Anastasiadis, A., Ptilakis, K. y Souli, A. "Dynamic response of sandy and gravelly soil: effect of grain size characteristics on G- γ -D curves", Proceedings of the 5th International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering, Chile, 2011.
3. Anderson, D. y Woods, R. "Comparison of Field and Laboratory Moduli", Proceedings In Situ Measurement of Soil Properties, ASCE, Vol. 1, Raleigh, pp. 66-92, 1975.
4. Andrus, R., Zhang, J., Ellis, B. y Hsein, C. "Guide for Estimating the Dynamic Properties of South Carolina Soils for Ground Response Analysis", FHWA-SC-03-07, South Carolina Department of Transportation, Columbia, 2003.
5. ASTM Standard D3999. "Standard Test Methods for the Determination of the Modulus and Damping Properties of Soil Using the Cyclic Triaxial Apparatus", ASTM International, West Conshohocken, 2013.
6. Bellotti, R., Jamiolkowski, M. y Lo Presti, D. "Anisotropy of Small Strain Stiffness of Ticino Sand", Geotechnique 46, N° 1, pp. 115-131, 1996.
7. Besio, G. "Uso del método de curvas homotéticas en la representación de ensayos monotónicos y cíclicos en suelos grueso", Tesis de Ingeniero Civil, Universidad de Chile, 2012.
8. Borden, R., Shao, L. y Gupta, A. "Dynamic properties of piedmont residual soils", Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 122, pp 813-821, 1996.

9. Chang, N. y Ko, H. "Effect of Grain Size Distribution on Dynamic Properties and Liquefaction Potential of Granular Soils", Research Report R82-103, p. 145, University of Colorado at Denver, 1982.
10. Darendeli, B. "Dynamic Properties of Soils Subjected to 1994 Northridge Warthquake", M.S. Thesis, University of Texas at Austin, pp. 609, 1997.
11. Darendeli, B. "Develop of a new family of normalize modulus reduction and material damping curves", Ph.D Dissertation, University of Texas, pp. 362, 2001.
12. De la Hoz, K. "Estimación de los parámetros de resistencia al corte en suelos granulares grueso", Tesis de Ingeniero Civil y Magister, Universidad de Chile, 2007.
13. Dorador, L. "Análisis experimental de las metodologías de curvas homotéticas y corte en la evaluación de propiedades geotécnicas de suelos grueso", Tesis de Ingeniero Civil y Magister, Universidad de Chile, 2010.
14. Drnevich, V. "Effects of strain history on the dynamic properties of sand", Ph.D. dissertation, University of Michigan, 1967.
15. EPRI. "Guidelines for determining design ground motions", Electric Power Research Institute, Vol. 1, pp. 8-1 a 8-69, Palo Alto, California, 1993.
16. Golder Associates Ltd. "Regional Study of Coal Mine Waste Dumps in British Columbia", Stage II. Report prepared for Canadian British Columbia Mineral Development Agreement, pp. 862-1231, 1987.

17. Goto S., Shamoto, Y. y Tamaoki, S. "Dynamic properties of undisturbed gravel samples obtained by the in situ freezing method", Proceeding of the 8th Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, pp. 223-6, Kyoto, 1987.
18. Hashash, Y., Phillips, C. y Groholski, D. "Recent advances in non-linear site response analysis", 5th International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics, Paper N° OSP4, California, 2010.
19. Hashash, Y., Musgrove, M., Harmon, J., Groholski, D., Phillips, C. y Park, D. "DEEPSOIL V6.0.1.7 - Use Manual", 114p, 2018.
20. Hardin, B. "Shear Modulus of Gravel", Report TR74-73-CE19, Civil Engineering Department, The University of Kentucky, 1973.
21. Hardin, B. "The nature of stress-strain behavior of soils", Proceedings Geotech. Eng. Div. Specialty Conf. on Earthquake Eng. and Soil Dynamics, ASCE, Vol. 1, pp. 3-90, Pasadena, 1978.
22. Hardin, B. y Black, W. "Vibration Modulus of Normally Consolidated Clay". Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, Vol. 94, N° SM2, pp. 353-369, 1968.
23. Hardin, B. y Drnevich, V. "Shear modulus and damping in soils: Measurement and parameter effects", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 98, pp. 603-624, 1972a.
24. Hardin, B. y Drnevich, V. "Shear modulus and damping in soils: Design Equations and Curves", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 98, pp. 603-624, 1972b.
25. Hardin, B. y Richard, F. "Elastic Wave Velocities in Granular Soils", Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, Vol. 89, pp. 33-65, 1963.

26. Hatanaka, M. y Uchida, A. "Effect of test methods on the cyclic deformation characteristics of high quality undisturbed gravel samples", Static and dynamic properties of gravelly soils, Geotech. Spec. Pub. N° 56, ASCE, Reston, pp. 136-161, 1995.
27. Hwang, S. "Investigation of the Dynamic Properties of Natural Soils", Ph. D. Dissertation, University of Texas at Austin, pp. 394, 1997.
28. Hawley, M., Cunning, J. "Guidelines for Mine Waste Dump and Stockpile Design", 1° Edición, CRC Press, New York, 2017.
29. Ishibashi, I. y Zhang, X. "Unified dynamic shear moduli and damping ratios of sand and clay", Journal of Soil and Foundation, Vol. 33, pp. 182-191, Japan, 1993.
30. Ishihara, K. "Soil Behavior in Earthquake Geotechnics", Oxford University, pp. 350, Walton Street, Oxford, 1996.
31. Iwasaki, T., Tatsuoka, F. y Takagi, Y. "Shear Moduli of Sands under Cyclic Torsional Shear Loading", Soils and Foundations, Vol. 18, pp. 39-56, 1978.
32. Juarez H., Leon, A. "Álgebra Lineal Numérica, Mínimos Cuadrados y Optimización", Casa abierta al tiempo, Departamento de Matemáticos de UAM-I, México, 2010.
33. Kokusho, T. "Cyclic Triaxial Test of Dynamic Soil Properties for Wide Strain Range", Soils and Foundations, Vol. 20, pp. 45-60, 1980.
34. Kokusho, T. "In situ Dynamic Soil Properties and Their Evaluation", Proceeding of the 8th Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol. 2, pp. 215-435, Kyoto, 1987.

35. Kokusho, T. y Esashi, Y. "Cyclic triaxial test on sands and coarse materials", Proceedings of the 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Stockholm, Vol. 1, 1981.
36. Kokusho, T. y Tanaka, Y. "Dynamic Properties of Gravel Layers Investigated by in-situ Freezing Sampling", Ground Failure under Seismic Conditions, N°44, ASCE, pp. 121-140, 1994.
37. Kramer, S. "Geotechnical Earthquake Engineering", Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, New Jersey, 1996.
38. Ladd, R. "Preparing Test Specimen using Undercompaction", Geotechnical Testing Journal, Vol. 1, N°1, pp. 16-23, 1978.
39. Laird, J. "Linear and Nonlinear Dynamic Properties of Soil at High Confining Pressures", M.S. Thesis, University of Texas at Austin, pp. 291. 1994.
40. Lin, S., Lin, P., Luo, H. y Juang, C. "Shear Modulus and Damping Ratio Characteristics of Gravelly Deposits", Canadian Geotechnical Journal, Vol. 37, pp. 638-651, 2000.
41. Marachi, D., Chan, C. y Seed, H. "Evaluation of Properties of Rockfill Materials", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Vol. 98, pp. 95-114, 1972.
42. Masing, G. "Eigenspannungen und Verfestigung Beim Masing", Proceedings Second International Congress of Applied Mechanics, pp. 332-335, 1926.
43. Menq, F. "Dynamic properties of sandy and gravelly soils", Ph. D. Dissertation, University of Texas, Austin, Texas, 2003.

44. Montgomery, C., Peck E. y Vining G. "Introducción al Análisis de Regresión Lineal", 3º Edición, Compañía Editorial Continental, México, 2006.
45. Newmark, N. "A Method of Computation for Structural Dynamics", Journal of the Engineering Mechanic Division, Vol. 85, pp. 67-94, 1959.
46. O' Reilly, M. y Brown, S. "Cyclic load testing of soils", M.P. O'Reilly and S.F. Brown, Blackie, pp. 70-121, London, 1991.
47. Prange, B. "Resonant column testing of railroad ballast", Proceedings of the 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Stockholm, Vol. 1, 1981.
48. Ramberg, W. y Osgood, W. "Description of stress-strain curves by three parameters", Technical Note 902, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington D.C., 1943.
49. Redpath, B. "Seismic refraction exploration for engineering site investigations", Technical Report E-73-4, Army Corps of Engineers Waterways Experiment Station, Explosive Excavation Research Laboratory, pp. 401, Livermore, California, 1973.
50. Richard, F., Hall, J. y Wood, R. "Vibrations of soils and foundations", Prentice-Hall, pp. 401, Englewood Cliffs, New Jersey, 1970.
51. Rollins, K., Evans, M., Diehl, N. y Daily, W. "Shear modulus and damping relationship for gravels", Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, Vol. 124, N°5, pp. 396-405, 1998.
52. Seed, H. y Idriss, I. "Influence of soil conditions on ground motions during earthquakes", Journal Soil Mechanics Foundation Division, ASCE, Vol. 95, pp. 99-137, 1969.

53. Seed, H., Wong, R., Idriss, I. y Tokimatsu, K. "Moduli and Damping factors for Dynamic Analyses of Cohesionless Soil", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 112, pp. 1016-103, 1986.
54. Senetakis, K., Anastasiadis, A. y Ptilakis, K. "The small-strain shear modulus and damping ratio of quartz and volcanic sands", Geotechnical Testing Journal, N°6, Vol. 35, 2012.
55. Senetakis, K., Anastasiadis, A. y Ptilakis, K. "Normalized shear modulus reduction and damping ratio curves of quartz sand and rhyolitic crushed rock", Soil and Foundations, Geotechnical Testing Journal, Vol. 53, pp. 879-893, 2013.
56. Sherif, M., Ishibashi, I y Lee, C. "Earth pressure against rigid retaining walls", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol.108, pp 679-695, 1982.
57. Spiegel, M., Stephens, L. "Estadística", 4° Edición, McGraw-Hill, México, 2009.
58. Stokoe, K., Hwang, S., Lee, J. y Andrus, R. "Effects of Various Parameters on the Stiffness and Damping of Soils at Small to Medium Strains", Proceedings International Symposium on Prefailure Deformation Characteristics of Geomaterials, Japanese Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vo. 2, pp. 785-816, Japan, 1994.
59. Tanaka, Y., Kudo, K., Yoshida, Y. y Ikemi, M. "A study on the mechanical properties of Sandy gravel - dynamic properties of reconstituted simple", Report U87019, Central Research Institute of Electric Power Industry, Japan, 1987.
60. Universidad Nacional Mayor de San Marcos. "Capítulo V: Análisis de regresión y correlación lineal", Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Perú, 2017.

61. Varadarajan, A., Sharma, K., Venkatachalam, K. y Gupta, A. "Testing and Modeling Two Rockfill Materials", Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, Vol. 129, pp. 206-218, 2003.
62. Verdugo, R. y de la Hoz, K. "Caracterización geomecánica de suelos granulares grueso", Revista Internacional de Desastres Naturales Accidentes e Infraestructuras Civil, Vol. 6, pp. 199, 2006.
63. Woods , R. "Measurement of Dynamic soil properties", Proceedings Earthquake Engineering and Soil Dynamic Specialty Conference, ASCE, pp. 91-178, Pasadena, California, 1978.
64. Wu, C. "Large Diameter Resonant Column Apparatus for Coarse-Grained Material", Ph.D. Dissertation, University of Michigan, 1986.
65. Yu, P. y Richard, F. "Stress ratio effects on shear modulus of dry sands", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 110, pp. 331-45, 1984.
66. Zhang, J., Andrus, R. y Juang C. "Normalized Shear Modulus and Material Damping Ratio Relationships", Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, Vol. 131, N°4, pp. 453-464, 2005.