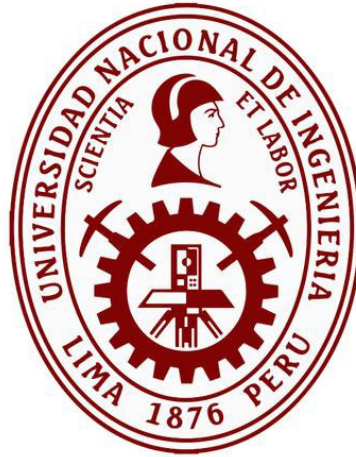


UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

FACULTAD DE CIENCIAS



## TESIS

"Comparación de técnicas de optimización para el diseño de divisores de potencia fotónicos en sustratos de silicio sobre aislante"

PARA OBTENER EL TÍTULO PROFESIONAL DE:

Ingeniero Físico

ELABORADA POR:

Roy Ronald Prosopio Galarza

ASESOR:

Dr. Ludwin Misael León Hilario

Lima – Perú  
2022

# Dedicatoria

“La presente investigación se la dedico a mi madre Dora, por haberme apoyado en cada uno de mis pasos y enseñarme buenos valores, por la motivación constante que permitieron que hoy en día sea la persona que soy y por su amor incondicional, y ser el arquetipo de mi vida; aprendiendo que todo lo que uno se propone, se logra con esfuerzo. “

# Agradecimientos

A mi madre, mi familia y a mi amigo Edson Diez por ser los motores fundamentales para ser cada día mejores y motivarnos a superarnos académicamente.

A la doctora Ruth Rubio Noriega, quien me guió en el rumbo de esta investigación científica que resultará fuente de conocimiento para futuras generaciones.

A los profesores de nuestra bella alma mater e investigadores compañeros del INICTEL-UNI, por ser fuente de conocimiento y vocación.

## Resumen

En el presente trabajo, se compara la eficiencia de los métodos de optimización de diferentes algoritmos utilizados en diseño de interferómetros multimodales. Los interferómetros multimodales (MMI) son dispositivos pasivos con un rol fundamental en el área de circuitos ópticos y su mejora se ha basado en su geometría durante los últimos años. Mediante la optimización de estos dispositivos se planteó una comparación entre 3 métodos de optimización en términos de la velocidad de convergencia, resultado de la figura de mérito obtenida y la convergencia hacia una mejor posición según el algoritmo utilizado. Los métodos utilizados fueron Algoritmo genético (GA), optimización enjambre de partículas (*Particle Swarm Optimization, PSO*) y estrategia de evolución de adaptación de matriz de covarianza (*Covariance Matrix Adaptation-Evolution Strategy, CMA-ES*).

Se obtuvo transmitancias del modo fundamental por encima de 47% en todos los dispositivos en un rango de longitudes de onda desde 1460 nm a 1625 nm, siendo la transmitancia del 40 % en un MMI sin optimizar. Los mejores resultados se obtuvieron con el algoritmo *PSO*, que es una variante del algoritmo genético ampliamente utilizado actualmente en esta área. Sin embargo, se ha demostrado un gran potencial de *CMA-ES* lo cual puede ser conveniente debido a que su funcionamiento depende solo de la cantidad de población.

El dispositivo más eficiente fue obtenido mediante el algoritmo *PSO* y alcanzo una transmitancia mayor a 47.4% a lo largo de un rango desde 1460 nm a 1625 nm (banda SCL).

## Abstract

We report the comparison between three optimization methods used for the design of Y-junction in terms of convergence velocity, maximum transmitted power and best position convergence. The optimization techniques include Particle Swarm Optimization, Genetic algorithm, and Covariance matrix adaptation evolution strategy. We demonstrate transmittance values of 49 % with areas on chip down to  $2.05 \mu\text{m}^2$ . The practical application of this work is to design compact, low-loss and wavelength independent splitters for sub-micron silicon-on-insulator (SOI) photonic integrated circuits, compatible with typical commercial standard microfabrication processes.

# Prólogo

La siguiente generación de interconexiones de centros de datos demandan hardware más eficiente y más rápido. La solución de la industria actual son los sistemas de interconexión óptica de ultra alta velocidad y bajo consumo energético basados en Silicio. Estos sistemas están basados en dispositivos fotónicos integrados de alta velocidad desde los fotodetectores, láser, moduladores hasta los multiplexores y switches. Estos dispositivos integrados son realizados en plataforma *Silicon-On-Insulator (SOI)*, que es un método de fabricación de dispositivos semiconductores de silicio en un sustrato de silicio-aislante-silicio en capas, para reducir la capacitancia parásita en el dispositivo. A parte de sus múltiples ventajas para la industria, el proceso de microfabricación es compatible con la mayoría de los procesos de fabricación convencionales, es decir, pueden ser implementados utilizándola tecnología ampliamente conocida y establecida actualmente.

En la búsqueda por diseñar dispositivos fotónicos de silicio cada vez más eficientes, muchos grupos de investigación han estudiado métodos intuitivos y basados en teorías clásicas como la teoría de modos acoplados o de perturbación. Sin embargo, el uso de métodos de optimización y métodos de diseño inverso han demostrado una eficiencia por encima de los métodos mencionados previamente en términos de reducción de pérdidas y de tamaño del dispositivo.

Este trabajo consiste en proponer el uso de tres métodos distintos de optimización para el diseño de divisores de potencia fotónicos sobre una plataforma de silicio sobre aislante. Los tres métodos son: *Particle Swarm Optimization* (PSO, también conocido como la optimización mediante enjambre de partículas), *Covariance Matrix Adaptation - Evolution Strategy* (CMA-ES) y el Algoritmo Genético (GA). Con el fin de probar y evaluar las optimizaciones con las características establecidas en estos 3 métodos, estos serán aplicados en un divisor de potencia fotónico para un rango de frecuencias de comunicaciones ópticas, asegurando así una aplicación directa a las interconexiones ópticas en centros de datos de alta velocidad. Cabe resaltar que los tres métodos estudiados, serán comparados utilizando métricas de desempeño de métodos heurísticos y se propondrán metodologías y ajustes específicos para cada una de las funciones de optimización analizadas.

# Índice general

Dedicatoria	II
Agradecimientos	III
Resumen	IV
Abstract	V
Prólogo	VI
Lista de figuras	IX
Lista de tablas	XI
1 Introducción	1
1.1 Problemática	2
1.2 Hipótesis	3
1.3 Objetivos	3
1.4 Plataforma Silicon-On-Insulator (SOI)	4
1.1.1 Silicio	4
1.1.2 Dióxido de Silicio	6
1.1.3 Guías de onda	6
1.1.4 Circuitos fotónicos integrados	7
2 Marco Teórico	9
2.1 Análisis Modal	9
Propagación en una guía de onda plana	12
Ecuaciones de dispersión para los modos TE y TM	14
Propagación en una guía de onda rectangular	16
Ecuaciones de dispersión para los modos $E_{pq}^x$ y $E_{pq}^y$	17
2.1.1 Análisis de Potencia	22
2.2 Divisores de Potencia	22
2.2.1 Ramificación en forma de Y (Y-branch)	22
2.2.2 Interferómetro Multimodal (MMI)	23
2.2.3 Interferómetro multimodal como divisor de potencia	26
2.3 Métodos Heurísticos para el diseño de dispositivos fotónicos	27
2.3.1 Optimización de la geometría y Figura de Mérito	27
2.3.2 Estado del arte	29
3 Optimización de MMI con PSO	33
3.1 Introducción a la optimización por enjambre de partículas-PSO	33
3.1.1 Desarrollo de la optimización por enjambre de partículas	34
3.2 Resultados de la optimización del divisor de potencia	35
3.2.1 1era optimización	36
3.2.2 2da optimización	38
3.2.3 3era optimización	40
3.3 Conclusiones del capítulo	42

4	Optimización de MMI con GA	43
4.1	Introducción a la optimización por Algoritmo Genético	43
4.1.1	Desarrollo del Algoritmo Genético	44
4.2	Resultados de la optimización del divisor de potencia	47
4.2.1	1era optimización	48
4.2.2	2da optimización	50
4.2.3	3era optimización	52
4.3	Conclusiones del capítulo	54
5	Optimización de MMI con CMA-ES	55
5.1	Introducción a la optimización por estrategia de evolución de adaptación de matriz de covarianza-CMA-ES	55
5.1.1	Desarrollo de la optimización por estrategia de evolución de adaptación de matriz de covarianza	55
5.2	Resultados de la optimización del divisor de potencia	58
5.2.1	1era optimización	58
5.2.2	2da optimización	60
5.2.3	3era optimización	62
5.3	Conclusiones del capítulo	64
6	Comparación y evaluación de resultados	65
6.1	Transmitancia del modo fundamental TE	65
6.2	Análisis de convergencia	66
	Conclusiones	71
	Recomendaciones	72
	Referencias	73
	Anexos	81



# Índice de figuras

Figura 1 Pronóstico del mercado de Silicon Photonics del 2013 al 2014. <b>Fuente: Reporte de Silicon Photonics; Yole: Centros de datos ópticos emergentes de las grandes empresas de Internet impulsarán el crecimiento del mercado a partir del año 2018</b> .....	2
Figura 2: Vista transversal de una oblea SOI. <b>Fuente: autor</b> .....	4
Figura 3: Índice de refracción del silicio a una temperatura de 300 K. La curva fue graficada utilizando el modelo de Lorentz. <b>Fuente: autor</b> .....	5
Figura 4. Circuito hecho en oblea de silicio sobre aislante. <b>Fuente: Creative Commons</b> .....	7
Figura 5. Ilustración de resultados del proceso de fabricación. <b>Fuente: autor</b> .....	8
Figura 6. Interferómetro multimodal y transmitancia del modo fundamental $TE_0$ . <b>Fuente: autor</b> .....	8
Figura 7: Reflexión interna en una guía de onda. <b>Fuente: <i>Fundamentals of optical Waveguides, Katsunari Okamoto</i></b> .....	10
Figura 8: Ilustración de guía de onda plana <b>Fuente: autor</b> .....	13
Figura 9: Guía de onda rectangular en 2 dimensiones. $2d$ y $2a$ son las dimensiones de la guía. <b>Fuente: <i>Fundamentals of optical Waveguides, Katsunari Okamoto</i></b> .....	17
Figura 10: Definición de modo y distribución de campo eléctrico según el método de Marcatili. <b>Fuente: <i>Fundamentals of optical Waveguides, Katsunari Okamoto</i></b> .....	20
Figura 11: Intensidad de campo eléctrico en una guía de onda de dimensiones $500\text{ nm} \times 220\text{ nm}$ y sus componentes en los ejes $x$ , $y$ y $z$ . <b>Fuente: autor</b> .....	21
Figura 12: Intensidad de campo magnético en una guía de onda de dimensiones $500\text{ nm} \times 220\text{ nm}$ y sus componentes en los ejes $x$ , $y$ y $z$ . <b>Fuente: autor</b> .....	21
Figura 13: Vista superior de dispositivo <i>Y-branch</i> . <b>Fuente: autor</b> .....	23
Figura 14: Región multimodal de un MMI con ancho de índice $n_1$ . <b>Fuente: <i>Fundamentals of optical Waveguides, Katsunari Okamoto</i></b> .....	23

Figura 15: Representación bidimensional de un interferómetro multimodal. <b>Fuente:</b> <i>Fundamentals of optical Waveguides, Katsunari Okamoto</i> .....	24
Figura 16: Formación de imágenes de una señal entrante en el MMI. En $z=L/2$ se forman 2 imágenes, en $z=L/3$ y $z=2L/3$ se forman 3 imágenes, en $z=L/4$ y en $z=3L/4$ se forman 4 imágenes, etc. <b>Fuente:</b> <i>Fundamentals of optical Waveguides, Katsunari Okamoto</i> .....	26
Figura 17: Propagación del campo eléctrico en un interferómetro multimodal. <b>Fuente: autor</b> .....	27
Figura 18: Esquema inicial del diseño del dispositivo. <b>Fuente: autor</b> .....	27
Figura 19: Ilustración del comportamiento de la transmitancia en un MMI divisor ideal. <b>Fuente: autor</b> .....	28
Figura 20: Vista superior de dispositivo divisor de potencia PSO 1. a) Diseño de la geometría optimizada mediante PSO. b) Distribución del campo eléctrico de la señal propagándose en el eje x. <b>Fuente: autor</b> .....	36
Figura 21: Transmitancia y FOM de los resultados de la primera optimización utilizando algoritmo PSO. <b>Fuente: autor</b> .....	37
Figura 22: Vista superior de dispositivo divisor de potencia PSO 2. a) Diseño de la segunda geometría optimizada mediante PSO. b) Distribución del campo eléctrico de la señal propagándose en el eje x. <b>Fuente: autor</b> .....	38
Figura 23: Transmitancia y FOM de los resultados de la segunda optimización utilizando algoritmo PSO. <b>Fuente: autor</b> .....	39
Figura 24: Vista superior de dispositivo divisor de potencia PSO 3. a) Diseño de la tercera geometría optimizada mediante PSO. b) Distribución del campo eléctrico de la señal propagándose en el eje x. <b>Fuente: autor</b> .....	40
Figura 25: Transmitancia y FOM de los resultados de la tercera optimización utilizando algoritmo PSO. <b>Fuente: autor</b> .....	41
Figura 26: Comparación de las transmitancias entre las 3 optimizaciones. <b>Fuente: autor</b> .....	42

Figura 27: Vista superior de dispositivo divisor de potencia GA 1. a) Diseño de la primera geometría optimizada mediante GA. b) Distribución del campo eléctrico de la señal propagándose en el eje x. **Fuente: autor** .....48

Figura 28: Transmitancia y FOM de los resultados de la primera optimización utilizando algoritmo GA. **Fuente: autor** .....49

Figura 29: Vista superior de dispositivo divisor de potencia GA 2. a) Diseño de la segunda geometría optimizada mediante GA. b) Distribución del campo eléctrico de la señal propagándose en el eje x. **Fuente: autor** .....50

Figura 30: Transmitancia y FOM de los resultados de la segunda optimización utilizando algoritmo GA. **Fuente: autor** .....51

Figura 31: Vista superior de dispositivo divisor de potencia GA 3. a) Diseño de la tercera geometría optimizada mediante GA. b) Distribución del campo eléctrico de la señal propagándose en el eje x. **Fuente: autor** .....52

Figura 32: Transmitancia y FOM de los resultados de la tercera optimización utilizando algoritmo GA. **Fuente: autor** .....53

Figura 33: Comparación de las transmitancias entre las 3 optimizaciones. **Fuente: autor** .....54

Figura 34: Vista superior de dispositivo divisor de potencia CMA-ES 1. a) Diseño de la geometría optimizada mediante CMA-ES. b) Distribución del campo eléctrico de la señal propagándose en el eje x. **Fuente: autor** .....58

Figura 35: Transmitancia y FOM de los resultados de la primera optimización utilizando algoritmo CMA-ES. **Fuente: autor** .....59

Figura 36: Vista superior de dispositivo divisor de potencia CMA-ES 2. a) Diseño de la segunda geometría optimizada mediante CMA-ES. b) Distribución del campo eléctrico de la señal propagándose en el eje x. **Fuente: autor** .....60

Figura 37: Transmitancia y FOM de los resultados de la segunda optimización utilizando algoritmo CMA-ES. **Fuente: autor** .....61

Figura 38: Vista superior de dispositivo divisor de potencia CMA-ES 3. a) Diseño de la tercera geometría optimizada mediante CMA-ES. b) Distribución del campo eléctrico de la señal propagándose en el eje x. **Fuente: autor**.....62

Figura 39: Transmitancia y FOM de los resultados de la tercera optimización utilizando algoritmo CMA-ES. <b>Fuente: autor</b> .....	63
Figura 40: Comparación de las transmitancias entre las 3 optimizaciones. <b>Fuente: autor</b> .....	64
Figura 41: Transmitancia del modo fundamental utilizando los parámetros obtenidos en las optimizaciones. <b>Fuente: autor</b> .....	65
Figura 42: Historias de las figuras de mérito de los algoritmos utilizados con sus respectivas historias de las medias geométricas. <b>Fuente: autor</b> .....	67
Figura 43: Deviación de la figura de mérito de los dispositivos optimizados mediante los distintos algoritmos utilizados en este trabajo. <b>Fuente: autor</b> .....	69
Figura A2-1: Ilustración del índice de refracción del silicio a 293 K [99]. A una longitud de onda de 1.55 $\mu\text{m}$ , el valor es de 3.4757.....	84

## Índice de tablas

Tabla 1: Espacio de exploración para los parámetros en los procesos de optimización.....	28
Tabla 2: Número de citaciones en las optimizaciones en general y exclusivamente en el área de la fotónica.....	29
Tabla 3: Tabla de términos principales de la optimización PSO.....	34
Tabla 4: Resultados de las optimizaciones mediante PSO en $\mu\text{m}$ .....	35
Tabla 5: Resumen de resultados de los procesos de optimización con PSO.....	42
Tabla 6: Tabla de términos principales de la optimización GA.....	44
Tabla 7: Resultado de las optimizaciones mediante GA en $\mu\text{m}$ .....	47
Tabla 8: Resumen de resultados de los procesos de optimización con GA.....	54
Tabla 9: Tabla de términos principales de la optimización CMA-ES. Escalares, vectores y matrices utilizadas internamente en la optimización CMA-ES.....	56
Tabla 10: Resultado de las optimizaciones mediante CMA-ES en $\mu\text{m}$ .....	58
Tabla 11: Resumen de resultados de los procesos de optimización con CMA-ES.....	64

# Glosario

WDM:	Wavelength-Division-Multiplexing
HPC:	High-Performance Computing
MMI:	Multimode Interferometer
CMOS:	Complementary Metal-Oxide-Semiconductor
SOI:	Silicon-On-Insulator
FDTD:	Finite-Difference Time-Domain
TE:	Transversal eléctrico
TM:	Transversal magnético
PSO:	Particle Swarm Optimization
GA:	Genetic Algorithm
PEC:	Perfect Electric Conductor
CMA-ES:	Covariance Matrix Adaptation-Evolution Strategy

# Capítulo 1

## Introducción

*Silicon photonics* es el estudio y la aplicación de sistemas fotónicos que utilizan el silicio como medio en el cual viaja la señal electromagnética en un rango de longitudes de onda establecido (en el infrarrojo, comúnmente a  $1.55 \mu\text{m}$ ). Actualmente, *silicon photonics* es aceptado como un estudio clave en el desarrollo de sistemas de comunicaciones y de interconexiones en centros de datos, porque genera dispositivos adecuados a las demandas de bajo consumo energético y de ultra alta velocidad en la industria [1]. A parte de sus múltiples ventajas para la industria, el proceso de microfabricación es compatible con la mayoría de los procesos de fabricación convencionales, es decir pueden ser implementados utilizando la tecnología ampliamente conocida y establecida actualmente [2].

Uno de los principales problemas en fotónica es que los procesos son prácticamente especializados para cada aplicación utilizando diferentes materiales. Con dispositivos de diferente material conectados mediante fibras, estos dispositivos no pueden crearse como circuitos completos en un chip porque son fabricados en procesos fundamental e irreconciliablemente incompatibles. *Silicon photonics* permite la integración de múltiples funciones en un solo empaque o chip, además de que es compatible con la microelectrónica. Esto se corroboró en los estudios de guías de onda en plataforma *Silicon-On-Insulator* (SOI) en el año 1985 [3 - 4], y se comenzó a comercializar como alternativa cerrando el año 1989 por Bookham Technology Ltd. [5] siendo bastante atractiva en términos de reducción de costos de fabricación y eficiencia. La comercialización comenzó a inicios de los 90 con aplicaciones en sensores con varios prototipos como giroscopios y sensores de presión. Luego se empezó a incluir en el área de las telecomunicaciones con los multiplexores (wavelength-division-multiplexing WDM). Aquí llamó mucho la atención la posible multiplexación de muchos canales de datos de alta velocidad en una sola fibra. Esto fue una enorme promesa tecnológica. Finalmente, mediante la realización de guías de onda en la plataforma SOI y de moduladores ópticos, se obtuvieron grandes avances en el área de la transmisión de datos.

La fotónica en silicio, puede llegar a tener diversas ventajas, las cuales han generado que actualmente estudios recientes [3 - 4], señalen que las interconexiones ópticas de silicio llegarán a ser una fuerte competencia de las interconexiones eléctricas,

multiprocesadores o redes en chips [6] y las interconexiones de fibras multi-modo debido a que su costo cae a 1 \$/Gbps debido a la integración de alta densidad y WDM. En el año 2016, grandes compañías de computación de alto rendimiento y centros de datos estimaron un gran despliegue de las interconexiones basadas en silicio, como se muestra en la Figura 1 [1]. Se estima que para el año 2024 las principales aplicaciones de *Silicon Photonics* serán en la optimización de centros de datos y de Computación de alto rendimiento (*High-Performance Computing, HPC*).

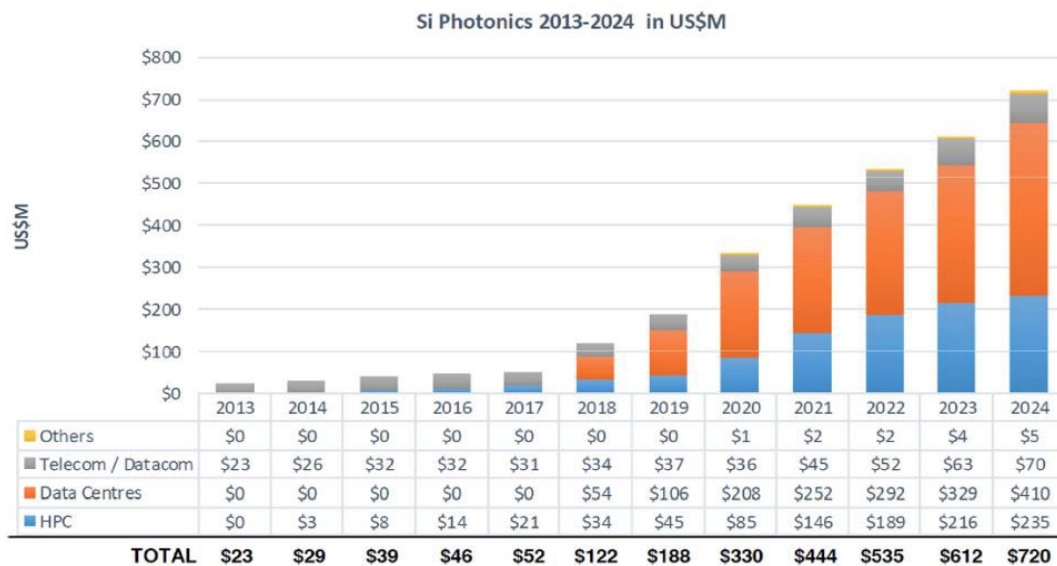


Figura 1: Pronóstico del mercado de Silicon photonics del 2013 al 2024. **Fuente:** Reporte de *Silicon photonics*; Yole: Centros de datos ópticos emergentes de las grandes empresas de Internet impulsarán el crecimiento del mercado a partir del año 2018.

## 1.1 Problemática:

En los últimos años, la demanda por dispositivos ópticos altamente eficientes utilizados en circuitos, procesadores o centros de datos ha crecido exponencialmente. La expectativa de la eficiencia de estos dispositivos se estima mediante simulaciones de manera que siempre se busca mejorar mediante diseño de la geometría, testeado de materiales, dopajes, etc. Estas simulaciones vinculan las características del diseño del dispositivo y las propiedades del material, que en los textos se tratan por separado debido a su complejidad. Para efectos de análisis de simulaciones, se deben de considerar las pérdidas debido a las características de los materiales y geometría de los dispositivos debido a que tienen un fuerte impacto en su desempeño.

Con el fin de elevar la eficiencia de estos dispositivos, se puede encontrar en la literatura a lo largo de los años, se desarrollaron diversos métodos de mejora de características dependiendo del tipo de aplicación (como transmitancia de la energía, tamaño del dispositivo, rango de trabajo, etc.). Entre estos métodos, encontramos los métodos de optimización heurísticos los cuales son bastante utilizados en varias ramas de diseño. Los métodos heurísticos son capaces de mejorar características específicas mediante evaluación de funciones y están basados en el **número de individuos**



(cantidad de evaluaciones en el espacio de búsqueda por iteración). La optimización más citada en el campo de los dispositivos ópticos es PSO; sin embargo, presenta algunas debilidades o carencias como:

- Elección de los valores de los parámetros necesarios en el algoritmo (ej. la elección del valor del factor de inercia).
- Los individuos (ubicados en el espacio de búsqueda) tienden a converger hacia un mínimo/máximo local en lugar a un mínimo/máximo global.
- Es bastante sensible a la cantidad de individuos (se busca minimizar la cantidad de individuos debido a que se reduce el costo computacional).

Por lo tanto, este trabajo propone exponer métodos de optimización alternativos a PSO donde la cantidad de individuos no tenga tanta relevancia, la convergencia de cada individuo sea al mínimo/máximo global y con pocos (o ningún) parámetro en el algoritmo. Se considera la velocidad de convergencia y calidad del mejor individuo encontrado en cada método.

## 1.2 Hipótesis:

Al realizar un estudio de métodos de optimización en términos de velocidad de convergencia y calidad del individuo entre algoritmos genéticos y estrategias evolucionarias, es posible determinar métodos de optimización que no necesiten la búsqueda de valores adecuados en los parámetros del algoritmo, con una convergencia de los individuos al máximo global y con poca dependencia a la cantidad de individuos.

## 1.3 Objetivos:

### **Principal**

- Brindar una caracterización estadística en términos de velocidad de convergencia y calidad de solución de algoritmos genéticos (PSO y GA) y estrategias evolucionarias (CMA-ES) optimizando el diseño en la geometría de dispositivos fotónicos pasivos.

### **Secundarios**

- Estudiar del análisis modal y propagación de la señal electromagnética dentro de una guía de onda considerando la plataforma SOI.
- Realizar una investigación del estado del arte de optimización de dispositivos fotónicos usando métodos metaheurísticos.
- Mejorar la transmitancia de divisores de potencia 1x2 sobre una plataforma SOI.
- Estudio de la velocidad de convergencia de los métodos en función de la iteración de convergencia y tiempo requerido para optimizar.

## 1.4 Plataforma *Silicon-On-Insulator* (SOI)

Las obleas más utilizadas en *Silicon Photonics* son llamadas Plataforma *Silicon-On-Insulator* (SOI) y son utilizadas para circuitos de alto rendimiento en la industria electrónica. Las típicas obleas de 200 mm consisten en un sustrato de silicio de aproximadamente 725  $\mu\text{m}$  de espesor, 2  $\mu\text{m}$  de espesor de Dióxido de Silicio, una capa de Silicio cristalino de 220 nm de espesor (Altura requerida para la propagación del modo fundamental de una señal electromagnética de 1550 nm de longitud de onda) y finalmente un recubrimiento de dióxido de silicio para proteger el circuito. Esta plataforma se ilustra en la Figura 2.

El espesor de 220 nm se ha convertido en un valor estándar en la fabricación de obleas y proveedores de servicios de fundición como lo son imec, LETI e IME. Sin embargo, hay que recalcar que otros valores pueden ser utilizados.

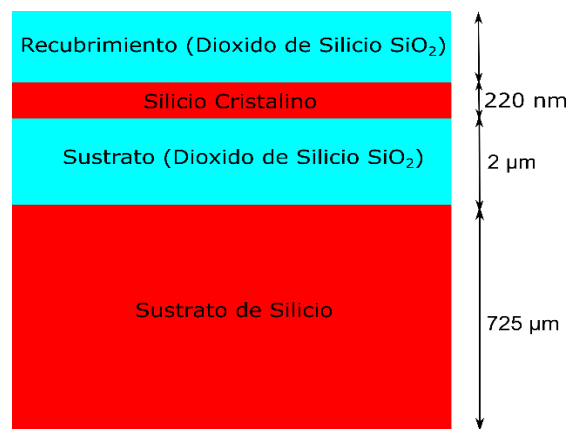


Figura 2: Vista transversal de una oblea SOI. Fuente: autor.

### 1.1.1. Silicio

El silicio es un elemento químico semiconductor situado en el grupo 14 de la tabla periódica. En esta sección se describirá la dependencia del índice de refracción del silicio con la temperatura y con la longitud de onda de la señal electromagnética entrante. Estas dependencias son las más críticas debido a que las propiedades pueden variar conforme haya un calentamiento del circuito o que la señal esté desintonizada.

#### Dependencia de la longitud de onda

El silicio no tiene un índice de refracción constante para todas las señales entrantes. La dependencia es mostrada en el anexo I. Los dispositivos generalmente funcionan en un rango de longitudes de onda pequeño o grande según su aplicación o en las bandas que trabajen, por lo que la variación del índice de refracción del silicio y del dióxido de silicio (comúnmente usado como recubrimiento) deben de ser tomados en cuenta de manera que se describa correctamente los efectos de dispersión. Para una descripción

completa de la dependencia del índice de refracción con la longitud de onda de la señal entrante, se utiliza la ecuación de Sellmeier. En el caso del Silicio:

$$n^2(\lambda) - 1 = \frac{10,66843\lambda^2}{\lambda^2 - 0,30152^2} + \frac{0,00304\lambda^2}{\lambda^2 - 1,13475^2} + \frac{1,54133\lambda^2}{\lambda^2 - 1104^2} \quad (1.1.1)$$

Sin embargo, este modelo no puede ser usado directamente por simulaciones *Finite-Difference Time-Domain* (FDTD). En su lugar, se utiliza el modelo de Lorentz [7]:

$$n^2(\lambda) = \epsilon + \frac{\epsilon_{Lorentz}\omega_0^2}{\omega_0^2 - 2i\delta_0\frac{2\pi c}{\lambda} - \left(\frac{2\pi c}{\lambda}\right)^2} \quad (1.1.2)$$

siendo  $c$  la velocidad de la luz,  $\lambda$  la longitud de onda de la señal entrante,  $\omega_0$  la frecuencia angular cuyo valor es mencionado más adelante,  $\epsilon_{Lorentz}$  y  $\epsilon$  son valores asignados según el material y  $n$  es el índice de refracción.

El modelo de Lorentz se muestra en la Figura 3 y se observa que se ajusta considerablemente a la data experimental del handbook de Palik [8] para un rango de longitudes de onda de 1.15 a 1.8  $\mu\text{m}$ .

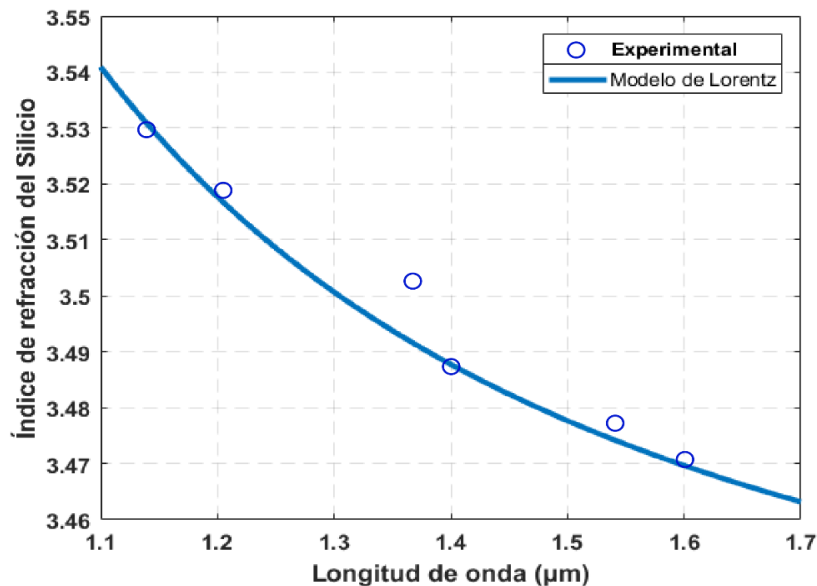


Figura 3: Índice de refracción del silicio a una temperatura de 300 K. La curva fue graficada según el modelo de Lorentz. **Fuente: autor.**

Es importante reconocer el ajuste de los valores del índice de refracción debido a los rangos de longitudes de onda en los que trabajan los dispositivos ópticos.

La ventaja de este modelo es que se puede utilizar el mismo modelo de material para el silicio en los *eigenmode solvers* (hace cálculos de los modos ópticos de la sección transversal de una guía de onda de dimensiones arbitrarias), y en los cálculos del FDTD, lo cual garantiza coherencia en las simulaciones. Los coeficientes deben de ser apropiados para que el modelo de Lorentz se ajuste a los datos del silicio en el *Handbook* de Palik [8] para un rango de longitudes de onda desde 1.15 a 1.8  $\mu\text{m}$ :  $\epsilon = 7.9874$ ,

$\epsilon_{Lorentz} = 3.688$ ,  $\omega_0 = 3.9328 \times 10^{15}$ ,  $\delta_0 = 0$ . Este modelo satisface las relaciones de Kramer-Kronig, por lo tanto, es compatible con el modelaje FDTD. Cuando  $\delta_0 \rightarrow 0$ , la simulación se vuelve sin pérdidas.

## Dependencia de la temperatura

La temperatura juega un rol bastante importante en el desempeño de estos dispositivos debido a que una pequeña variación de temperatura cambiará el espectro de transmisión de dispositivos fotónicos como anillos resonadores. Generalmente esta dependencia es útil en dispositivos de sintonización.

La modificación del índice de refracción del silicio es debido a los cambios en las funciones de distribución de los fonones y portadores, y la contracción inducida por la temperatura en la banda prohibida. Afortunadamente, la dependencia de la temperatura puede ser aproximada a  $\frac{dn}{dT} = 1,87 \times 10^{-4} K^{-1}$  a una longitud de onda de 1500 nm [9].

En este trabajo se considerará el modelo dispersivo de Lorentz para modelar el silicio a una temperatura fija de 300 K.

### 1.1.2. Dióxido de Silicio

El dióxido de silicio,  $SiO_2$  (también conocido como sílice), tiene un índice de refracción constante de 1,444 a longitudes de onda alrededor de 1550 nm. Cuando se utiliza como recubrimiento, la luz queda confinada en su gran mayoría en el silicio (Debido a que el silicio presenta un índice de refracción mucho mayor), además la dispersión en el óxido y su dependencia con la temperatura no son factores a consideración en el desempeño de circuitos fotónicos de silicio.

Para simulaciones FDTD, se recomienda usar un modelo simple y al usar dióxido de silicio se puede asumir un índice de refracción constante, debido a que en el rango de longitudes de onda utilizados en comunicaciones ópticas la dispersión es menor al 1 % [2]. En este trabajo se considerará un valor fijo para el índice de refracción de  $SiO_2$  ( $n_{SiO_2} = 1.444$ ) a lo largo de las longitudes de onda estudiadas.

### 1.1.3. Guías de onda

Las guías de onda tienen la función de acoplar la luz (o la mayor cantidad de luz posible) dentro de su geometría. Hay una gran variedad de geometrías que se han desarrollado en sistemas compatibles con silicio. La guía de onda puede ser hecha de casi cualquier material transparente con un índice de refracción mayor que el del vidrio. Sin embargo, debido a los límites del proceso *Complementary Metal-Oxide-Semiconductor* (CMOS), la comunidad científica ha convergido a una reducida cantidad de geometrías. Las guías de onda de alto acoplamiento de energía más comunes están hechas de capas de dispositivos activos en obleas SOI como en la Figura 4, grabado completa o parcialmente sobre el sustrato, que comúnmente es dióxido de silicio.

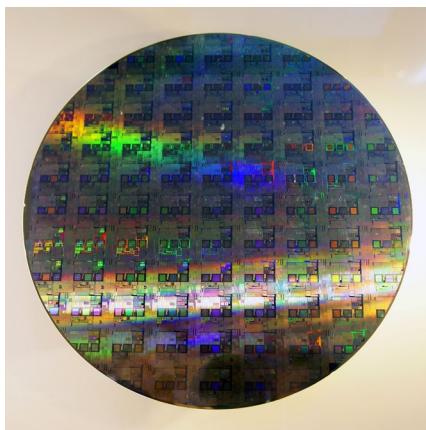


Figura 4: Circuito hecho en oblea de silicio sobre aislante. **Fuente: Creative Commons.**

En los últimos años se ha trabajado bastante para reducir las pérdidas de energía en las guías de onda micrométricas debido a que la fuerte interacción de los campos ópticos en las interfaces entre núcleo y sustrato o recubrimiento pueden dar lugar a pérdidas considerablemente altas debido a la rugosidad de las paredes laterales por los procesos de fabricación o corrosión, o a la geometría. En este último caso, la pérdida de energía puede ser reducida evitando ángulos pronunciados en las caras laterales del dispositivo [10]. Más adelante, en el Capítulo II, se profundizará en las nociones teóricas más profundas de este dispositivo.

#### 1.1.4. Circuitos fotónicos integrados

Hay diferentes tipos de guías de onda utilizadas en *Silicon Photonics*. La guía de onda canal (*Strip*), mostrada en la Figura 5.a es típicamente usada para circuitos ópticos y ofrece una baja pérdida. La guía de onda de la Figura 5.b, denominada *Rib*, es utilizada para otro tipo de dispositivos electroópticos como moduladores, debido a que permite la aplicación de conexiones eléctricas. Uno de los aspectos más considerables para asegurar el confinamiento de la señal electromagnética, es que el material de núcleo debe tener un índice de refracción mayor al del recubrimiento y dependiendo de la aplicación puede ser de diversos materiales.

Considerando que el recubrimiento debe tener un índice de refracción menor, es posible encontrar aplicaciones biomédicas (tipo *lab-on-chip* [11 - 12]), donde es posible usar sensores que funcionen con cambios en su campo evanescente, considerando por lo tanto el aire como recubrimiento (el índice de refracción del aire es 1). Sin embargo, también se utilizan materiales como óxido de silicio  $n_{\text{SiO}_2} = 1,444$  para proteger el dispositivo y permitir la fabricación de interconexiones metálicas por encima de las guías de onda.

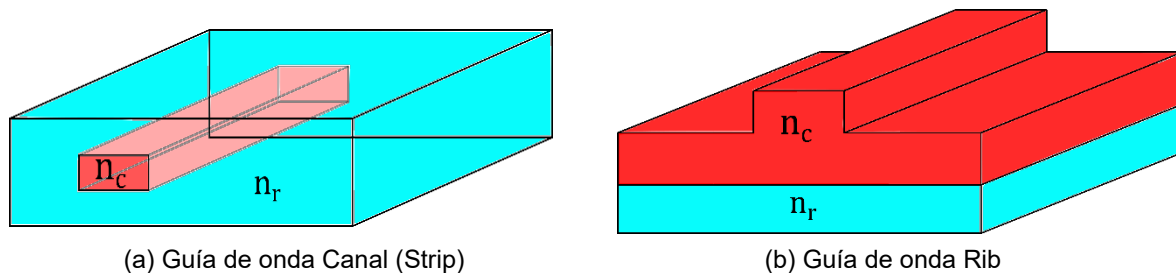
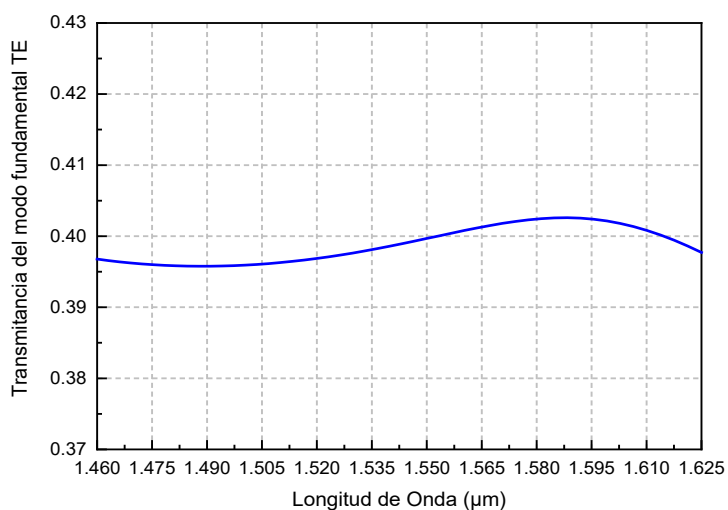
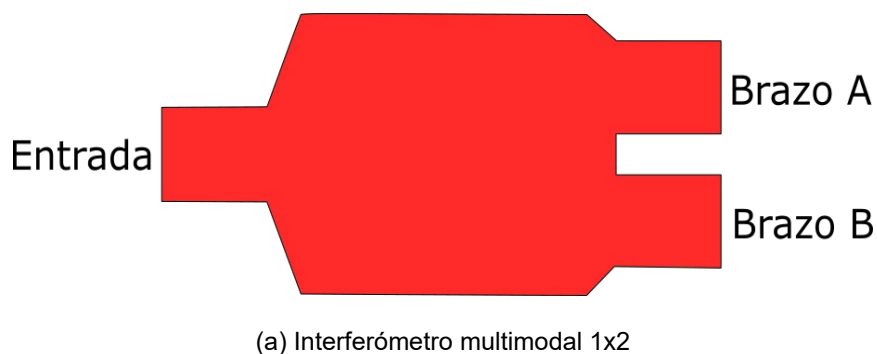


Figura 5: Ilustración de resultados del proceso de fabricación. **Fuente: autor.**

Uno de los dispositivos básicos, pero de una importancia fundamental en circuitos basados en guías de onda canal son los divisores de potencia 1x2 basados en el interferómetro multimodal (MMI). En la Figura 6.a se muestra un divisor 1x2 no optimizado y en la Figura 6.b se muestra la transmitancia del modo fundamental de un dispositivo sin optimizar.



(b) Transmitancia de un interferómetro multimodal sin optimizar.

Figura 6: Interferómetro multimodal 1x2 y transmitancia del modo fundamental TE<sub>0</sub>. **Fuente: autor.**

# Capítulo 2

## Marco Teórico

### 2.1. Análisis Modal

La fotónica del Silicio, desde el punto de vista de las dimensiones en el que se realiza este trabajo (mayores a 120 nm), puede ser totalmente caracterizada por las ecuaciones de Maxwell (régimen clásico). Consecuentemente, las ecuaciones de Maxwell pueden ser reducidas a una sola ecuación, con una sola variable, la cual está descrita en el Anexo I, y las soluciones de estas ecuaciones de Helmholtz son soluciones de onda planas.

Ampliaremos la definición de un modo propagante en una guía de onda como un conjunto de campos electromagnéticos que mantienen su distribución espacial transversal mientras viajan a lo largo del eje “z”, entonces  $E$  y  $H$  son asumidas a tener la forma:

$$E(x, y, z) = E(x, y)e^{-ik_z z} \quad (2.1.1)$$

$$H(x, y, z) = H(x, y)e^{-ik_z z} \quad (2.1.2)$$

donde  $k_z$  es la constante de propagación.

En el Anexo 1, se observa que las soluciones para  $E$  y  $H$  son del tipo ondulatoria y por lo tanto tiene infinitas soluciones a las cuales se les llama modos. Ahora veamos las soluciones de los modos TE, que en este ejemplo está polarizado a lo largo del eje Y. Basados en la descripción de la Figura 7, tenemos que entre los extremos donde  $x = a$  y  $x = -a$  está el núcleo con un índice de refracción  $n_c$ . Mientras que cuando  $|x| > a$ , el material es del recubrimiento con un índice de refracción  $n_r$ . Los campos dentro y fuera del núcleo vienen a ser de la siguiente forma (ecu. 2.1.3, 2.1.4 y 2.1.5):

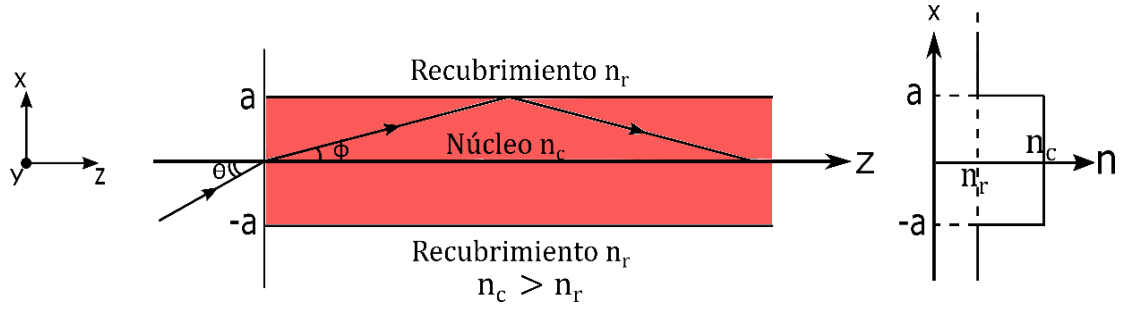


Figura 7: Reflexión interna en una guía de onda. Fuente: *Fundamentals of optical Waveguides*, Katsunari Okamoto.

$$E_y(x, z) = A_1 e^{-\alpha_x x} e^{-ik_z z} \quad x > a \quad (2.1.3)$$

$$E_y(x, z) = A_2 \begin{bmatrix} \cos(k_{2x} x) e^{-ik_z z} \\ \text{sen}(k_{2x} x) e^{-ik_z z} \end{bmatrix} \quad |x| \leq a \quad (2.1.4)$$

$$E_y(x, z) = \pm A_1 e^{\alpha_x x} e^{-ik_z z} \quad x < -a \quad (2.1.5)$$

La paridad del modo influye en la ecuación 2.1.4, es decir si el modo es par utilizamos coseno, si es impar utilizamos seno. Además,  $\alpha_x$  y  $k_{2x}$  son obtenidos de las relaciones de dispersión en el núcleo y son dados por:

$$k_{2x} = \sqrt{\omega^2 \mu \varepsilon_{nu} - k_z^2} \quad (2.1.6)$$

$$\alpha_x = \sqrt{k_z^2 - \omega^2 \mu \varepsilon_{rec}} \quad (2.1.7)$$

Donde  $\varepsilon_{nu}$  y  $\varepsilon_{rec}$  son las permitividades relativas del núcleo y del recubrimiento respectivamente,  $\omega$  es la frecuencia angular de la señal,  $\mu$  es la permitividad magnética del material y  $k_z$  es la componente del número de onda en el eje z, que según la Figura 7 es el eje de propagación.

Asumimos además que  $\mu = \mu_0$ . Los coeficientes están relacionados mediante la continuidad del campo. Luego, la componente tangencial de H es obtenida mediante las ecuaciones de Maxwell (Anexo I):

$$H_z(x, z) = \frac{-i}{\omega \mu} \alpha_x A_1 e^{-\alpha_x x} e^{-ik_z z} \quad x > a \quad (2.1.8)$$

$$H_z(x, z) = \pm \frac{-i}{\omega \mu} k_{2x} A_2 \begin{bmatrix} \text{sen}(k_{2x} x) e^{-ik_z z} \\ \cos(k_{2x} x) e^{-ik_z z} \end{bmatrix} \quad |x| \leq a \quad (2.1.9)$$

$$H_z(x, z) = \mp \frac{-i}{\omega \mu} \alpha_x A_1 e^{\alpha_x x} e^{-ik_z z} \quad x < -a \quad (2.1.10)$$



De las condiciones de frontera y de la condición de continuidad en  $x=a$  tenemos:

### Para soluciones pares

A continuación, se presentará las ecuaciones que requieren continuidad en  $x=a$

$$E_{tan} : \quad A_1 e^{-\alpha_x a} = A_2 \cos(k_{2x} a) \quad (2.1.11)$$

$$H_{tan} : \quad A_1 e^{-\alpha_x a} = \frac{k_{2x}}{\alpha_x} A_2 \sin(k_{2x} a) \quad (2.1.12)$$

De las ecuaciones 2.1.11 y 2.1.12 tenemos:

$$\tan(k_{2x} a) = \frac{\alpha_x}{k_{2x}} \quad (2.1.13)$$

### Para soluciones impares

Análogamente a como se obtiene la ecuación 2.1.13, se procede con las soluciones impares y se obtiene:

$$\cot(k_{2x} a) = -\frac{\alpha_x}{k_{2x}} \quad (2.1.14)$$

Supongamos una onda electromagnética propagándose a lo largo del eje  $z$ . Estamos interesados en la propagación de la onda plana de la forma:

$$\vec{E} = \vec{E}_{(x,y)} \cdot e^{i(\omega t - \beta z)} \quad (2.1.15)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_{(x,y)} \cdot e^{i(\omega t - \beta z)} \quad (2.1.16)$$

Donde  $\beta$  es la constante de propagación,  $t$  es el tiempo y  $z$  es la coordenada en el eje de propagación.

La constante de propagación es la relación entre la frecuencia angular y la velocidad de propagación de la señal. Debido a esto, tiene una gran dependencia del medio en el que la señal se está propagando. Por ejemplo, en el vacío, la permitividad eléctrica es una constante conocida  $\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$  y la permeabilidad magnética también es una constante conocida  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}/\text{A}$ . En esta situación, la constante  $\beta = \beta_0 = \omega/c$ .

Considerando las ecuaciones 2.1.15 y 2.1.16 en su forma vectorial:

$$\vec{E} = (E(x,y)_x \hat{i} + E(x,y)_y \hat{j} + E(x,y)_z \hat{k}) \cdot e^{i(\omega t - \beta z)} \quad (2.1.17)$$

$$\vec{H} = (H(x, y)_x \hat{i} + H(x, y)_y \hat{j} + H(x, y)_z \hat{k}) \cdot e^{i(\omega t - \beta z)} \quad (2.1.18)$$

Desarrollando las ecuaciones de Maxwell (Anexo 2), tenemos que la componente del campo eléctrico en el eje x es:

$$\frac{\partial E(x, y)_z}{\partial y} + i\beta E(x, y)_y = -i\omega\mu_0 H(x, y)_x \quad (2.1.19)$$

En la componente "y" es:

$$-\frac{\partial E(x, y)_z}{\partial x} - i\beta E(x, y)_x = -i\omega\mu_0 H(x, y)_y \quad (2.1.20)$$

y finalmente en el eje z es:

$$\frac{\partial E(x, y)_y}{\partial x} - \frac{\partial E(x, y)_x}{\partial y} = -i\omega\mu_0 H(x, y)_z \quad (2.1.21)$$

Análogamente, desarrollando las ecuaciones de Maxwell (Anexo 2), tenemos que la componente del campo magnético en el eje x es:

$$\frac{\partial H(x, y)_z}{\partial y} + i\beta H(x, y)_y = i\omega\varepsilon_0 n^2 E(x, y)_x \quad (2.1.22)$$

La componente del eje y es:

$$-\frac{\partial H(x, y)_z}{\partial x} - i\beta H(x, y)_x = i\omega\varepsilon_0 n^2 E(x, y)_y \quad (2.1.23)$$

Finalmente, la componente en el eje z es:

$$\frac{\partial H(x, y)_y}{\partial x} - \frac{\partial H(x, y)_x}{\partial y} = i\omega\varepsilon_0 n^2 E(x, y)_z \quad (2.1.24)$$

siendo  $n$  el índice de refracción del material en el que viaja señal,  $\varepsilon_0$  la permitividad eléctrica del vacío y  $\mu_0$  la permeabilidad magnética del vacío. Con intención de simplificar  $M(x, y)_k = M_k$ , donde  $M$  es  $E$  ó  $H$  y  $k$  es  $x, y, z$ .

Las ecuaciones 2.1.19-2.1.24 son las bases para el análisis de las guías de onda planas y rectangulares.

### Propagación en una guía de onda plana:

En una guía de onda plana, como la ilustrada en la Figura 8, tenemos que núcleo tiene dimensiones finitas solo en el eje "x", mientras que en el eje "y" y "z" es infinita idealmente. Partimos de esta suposición para luego trabajar con dimensiones finitas en los ejes transversales al eje de propagación. Los campos electromagnéticos  $E$  y  $H$  no tienen dependencia en el eje "y" ( $\frac{\partial E}{\partial y} = \frac{\partial H}{\partial y} = 0$ ) suponiendo que las caras laterales se

propaguen hacia el infinito. Las ecuaciones obtenidas previamente 2.1.19-2.1.24 se reducen a:

$$\text{En el eje x:} \quad i\beta E_y = -i\omega\mu_0 H_x \quad \wedge \quad i\beta H_y = i\omega\varepsilon_0 n^2 E_x \quad (2.1.25)$$

$$\text{En el eje y:} \quad i\beta E_x - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -i\omega\mu_0 H_y \quad \wedge \quad -i\beta H_x - \frac{\partial H_z}{\partial x} = i\omega\varepsilon_0 n^2 E_y \quad (2.1.26)$$

$$\text{En el eje z:} \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} = -i\omega\mu_0 H_z \quad \wedge \quad \frac{\partial H_y}{\partial x} = i\omega\varepsilon_0 n^2 E_z \quad (2.1.27)$$

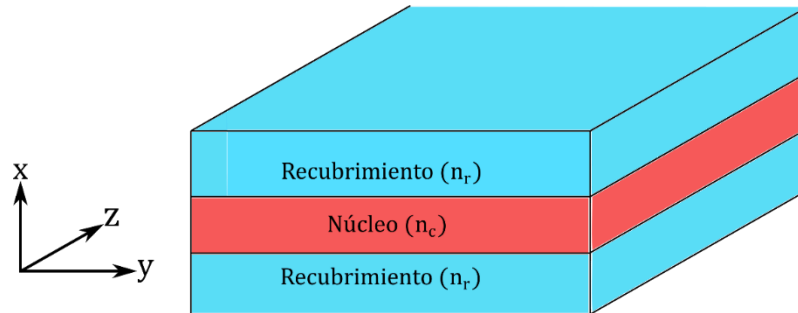


Figura 8: Ilustración de guía de onda plana. **Fuente:** autor.

De estas ecuaciones se obtienen 2 modos electromagnéticos independientes, los cuales son denotados como modos TE y TM.

Los modos TE satisfacen la siguiente ecuación de onda:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \left( \frac{\omega^2}{c^2} n^2 - \beta^2 \right) E_y = 0, \quad (2.1.28)$$

Siendo  $c$  la velocidad de la luz en el vacío. Además, se cumple que:

$$H_x = -\frac{\beta}{\omega\mu_0} \cdot E_y \quad \wedge \quad H_z = \frac{i}{\omega\mu_0} \cdot \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad \wedge \quad E_x = E_z = H_y = 0 \quad (2.1.29)$$

También las componentes  $E_y$  y  $H_z$  deben de ser continuas en las fronteras del núcleo. De lo demostrado, tenemos que la componente del campo eléctrico  $E_z$  es 0. Como la única componente del campo eléctrico restante es  $E_y$  y es diferente de 0, esta distribución de campo es llamado modo transversal eléctrico (TE).

Los modos TM satisfacen la siguiente ecuación de onda:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{n^2} \frac{\partial H_y}{\partial x} \right) + \left( k^2 - \frac{\beta^2}{n^2} \right) H_y = 0, \quad (2.1.30)$$

Donde:

$$E_x = \frac{\beta}{\omega\varepsilon_0 n^2} \cdot H_y \quad \wedge \quad E_z = \frac{-i}{\omega\varepsilon_0 n^2} \cdot \frac{\partial H_y}{\partial x} \quad \wedge \quad H_x = H_z = E_y = 0 \quad (2.1.31)$$

Como se puede observar de la ecuación 2.1.31, la componente del campo magnético a lo largo del eje "z" es cero  $H_z = 0$ . Debido a que el campo magnético se encuentra en el plano que es perpendicular al eje "z", esta distribución del campo electromagnético se llama modo transversal magnético (TM).

### Ecuaciones de dispersión para los modos TE y TM:

Mediante las ecuaciones 2.1.28-2.1.29 se calculan las constantes de propagación y los campos electromagnéticos para los modos TE y TM. Ahora calcularemos las ecuaciones de dispersión (también llamadas ecuaciones de eigenvalor) y obtendremos las distribuciones del campo electromagnético. Consideremos una guía de onda plana con un índice de refracción constante en el núcleo. Considerando el grosor de la guía plana como  $2a$  con centro  $x=0$  (así como mostrado en la Figura 7),  $n_c$  y  $n_s$  como los índices del núcleo y recubrimiento respectivamente, y el hecho de que la señal electromagnética se confina en el núcleo y decae exponencialmente en el recubrimiento, la distribución del campo eléctrico será:

$$E_y = \begin{cases} A \cos(\kappa a - \phi) e^{-\sigma(x-a)} & (x > a) \\ A \cos(\kappa x - \phi) & (-a \leq x \leq a) \\ A \cos(\kappa a + \phi) e^{\xi(x+a)} & (x < -a) \end{cases} \quad (2.1.32)$$

Donde  $\kappa$ ,  $\sigma$  y  $\xi$  son los números de onda a lo largo del eje x en el núcleo y en el recubrimiento. Estos valores están descritos mediante las ecuaciones 2.1.33:

$$\begin{cases} \kappa = \sqrt{k^2 n_c^2 - \beta^2} \\ \sigma = \sqrt{\beta^2 - k^2 n_f^2} \\ \xi = \sqrt{\beta^2 - k^2 n_f^2} \end{cases} \quad (2.1.33)$$

Los valores de  $\sigma$  y de  $\xi$  en general son distintos en algunas referencias asumiendo que material del sustrato es distinto al recubrimiento. En este trabajo asumimos que el material es el mismo debido a que el proceso de fabricación establece que el recubrimiento y el sustrato son del mismo material, generalmente Óxido de Silicio ( $\text{SiO}_2$ ).

La componente del campo eléctrico  $E_y$  en la ecu. (2.1.32) debe de ser continua en las fronteras donde se encuentran el núcleo y el sustrato ( $x=\pm a$ ). Además, hay otra condición en la frontera; esta es que la componente del campo magnético  $H_z$  debe de ser también continua y se puede obtener de la ecuación (2.1.29). De las ecuaciones 2.1.32 y 2.1.29 podemos obtener los valores de  $dE_y/dx$ .

$$dE_y/dx = \begin{cases} -\sigma A \cos(\kappa a - \phi) e^{-\sigma(x-a)} & (x > a) \\ -\kappa A \sin(\kappa x - \phi) & (-a \leq x \leq a) \\ \xi A \cos(\kappa a + \phi) e^{\xi(x+a)} & (x < -a) \end{cases} \quad (2.1.34)$$

De las condiciones de continuidad en ( $x=\pm a$ ) se obtienen:

$$\begin{cases} -\kappa A \operatorname{sen}(\kappa(-a) - \phi) = \xi A \cos(\kappa a + \phi) e^{\xi((-a)+a)} & x = -a \\ -\kappa A \operatorname{sen}(\kappa(a) - \phi) = -\sigma A \cos(\kappa a - \phi) e^{-\sigma((a)-a)} & x = a \end{cases} \quad (2.1.35)$$

Eliminando las constantes A, las exponenciales que se hacen 1 y los signos negativos tenemos:

$$\begin{cases} \tan(u + \phi) = \frac{w}{u}, \\ \tan(u - \phi) = \frac{w'}{u} \end{cases} \quad (2.1.36)$$

Donde:

$$\begin{cases} u = \kappa a \\ w = \xi a \\ w' = \sigma a \end{cases} \quad (2.1.37)$$

De las ecuaciones 2.1.36, mediante transformaciones trigonométricas básicas:

$$u = \frac{m\pi}{2} + \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{w}{u}\right) + \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{w'}{u}\right) \quad (2.1.38)$$

$$\phi = \frac{m\pi}{2} + \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{w}{u}\right) - \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{w'}{u}\right) \quad (2.1.39)$$

A modo de encontrar todos los valores de  $u$  y  $\phi$  añadimos el término  $\frac{m\pi}{2}$  donde  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

Los valores  $u$ ,  $w$  y  $w'$  no son independientes entre sí. De las ecuaciones 2.1.33 y 2.1.37, obtenemos:

$$u^2 + w^2 = k^2 a^2 (n_c^2 - n_r^2) \equiv v^2 \quad (2.1.40)$$

Donde  $v$  es la frecuencia normalizada. Recordemos que en nuestro caso  $w = w'$  porque el recubrimiento es del mismo material que el sustrato. Una vez que los parámetros geométricos de la guía de onda están determinados, podemos hallar  $v$ . Los valores  $u$ ,  $w$ ,  $w'$ , y  $\phi$  son calculadas mediante las ecuaciones (2.1.38)-(2.1.40). Esto se cumple para cuando el sustrato es igual o no al recubrimiento. Ahora, de la ecuación 2.1.33, el valor de  $\kappa$  debe de ser un número real del campo óptico confinado en el núcleo. Por lo que se necesita la condición 2.1.41:

$$n_s \leq \frac{\beta}{k} \leq n_c \quad (2.1.41)$$

Donde, desde ahora, llamaremos a  $\frac{\beta}{k}$  el **índice de refracción efectivo** ( $n_{eff}$ ). Cuando  $n_{eff} < n_s$ , el campo electromagnético en el recubrimiento es oscilatorio a lo largo de la dirección transversal, es decir el campo es disipado como radiación. A partir de  $n_{eff} = n_s$  es una condición crítica llamada condición de corte (*cutoff condition*) porque es el punto en donde un modo puede propagarse y donde se disipa. Es aquí donde debemos de introducir un nuevo parámetro  $b$  llamado constante de propagación normalizada, el cual está definido como:

$$b = \frac{n_{eff}^2 - n_r^2}{n_c^2 - n_r^2} \quad (2.1.42)$$

De las ecuaciones 2.1.41 y de 2.1.42 tenemos que  $0 \leq b \leq 1$  y que la condición de corte es  $b = 0$ .

Ahora analizaremos exclusivamente nuestra situación, es decir cuando el material del recubrimiento es el mismo que el del sustrato. Las ecuaciones 2.1.38 y 2.1.39 quedan como:

$$u = \frac{m\pi}{2} + \tan^{-1}\left(\frac{w}{u}\right) \quad (2.1.43)$$

$$\phi = \frac{m\pi}{2} \quad (2.1.44)$$

La ecuación 2.1.43 también se expresa mediante:

$$w = u \tan\left(u - \frac{m\pi}{2}\right) \quad (2.1.45)$$

O

$$v\sqrt{1-b} = \frac{m\pi}{2} + \tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{b}{1-b}}\right) \quad (2.1.46)$$

### Propagación en la guía de onda rectangular

Ahora consideraremos un método analítico propuesto por Marcatili [13] para resolver las ecuaciones en guías de onda tridimensionales. En este método asumimos que el campo electromagnético en las áreas azules en la Figura 9 es despreciable comparado con el campo eléctrico dentro de la guía debido a que decae muy rápido en la región fuera de la guía. No se imponen condiciones de frontera para el campo electromagnético en las áreas azules.

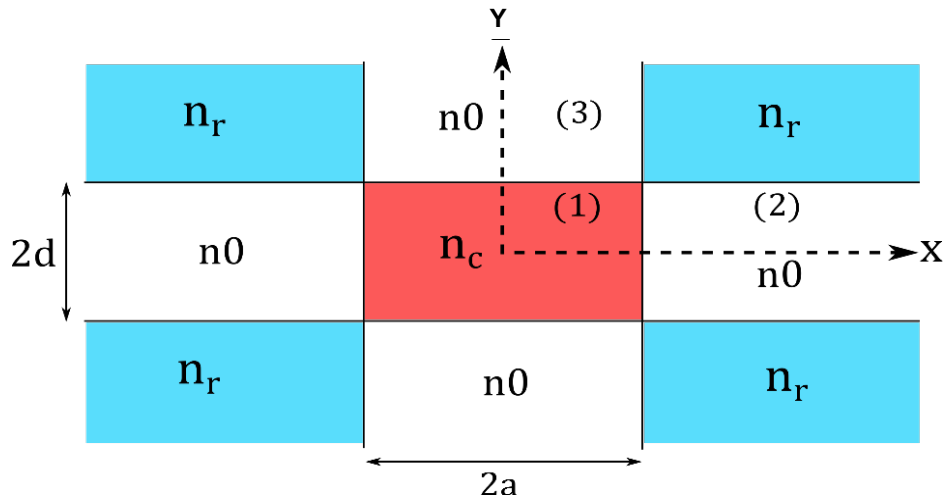


Figura 9: Guía de onda rectangular en 2 dimensiones.  $2d$  y  $2a$  son las dimensiones de la guía. **Fuente:** *Fundamentals of optical Waveguides, Katsunari Okamoto.*

Primero, consideramos el modo en el que  $E_x$  y  $H_y$  son predominantes. Según Marcatili, establecemos que la componente del campo magnético en el eje  $x$  es cero,  $H_x = 0$  para las ecuaciones 2.1.19-2.1.24. Luego, la ecuación de onda y el campo electromagnético son reescritas (Desarrollo en el Anexo 3) y queda como:

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial y^2} + (k^2 n^2 - \beta^2) H_y = 0 \quad (2.1.47)$$

Luego establecemos  $H_y = 0$  para las ecuaciones 2.1.19-2.1.24, en donde las componentes predominantes del campo electromagnético son  $E_y$  y  $H_x$ . Análogamente al Anexo 3, la representación del campo eléctrico queda:

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + (k^2 n^2 - \beta^2) H_x = 0 \quad (2.1.48)$$

Los modos de las ecuaciones 2.1.47 y del anexo 3 son descritas como  $E_{pq}^x$  (los valores de  $p$  y  $q$  son enteros) debido a que  $E_x$  y  $H_y$  son las componentes dominantes. Análogamente, los modos de las ecuaciones 2.1.48 y del anexo 3 son descritos como  $E_{pq}^y$  debido a que  $E_y$  y  $H_x$  son las componentes dominantes. En el siguiente apartado mostraremos detalladamente la solución de las ecuaciones para el modo  $E_{pq}^x$ , y solo los resultados para el modo  $E_{pq}^y$ .

### Ecuaciones de dispersión para los modos $E_{pq}^x$ y $E_{pq}^y$

Debido a la simetría en los ejes y a la forma rectangular de la guía de onda, como es mostrado en la Figura 9, solo analizaremos las regiones (1), (2) y (3). Comenzamos con expresar las soluciones que satisfacen la ecuación 2.1.47, lo que nos brinda:

$$H_y = \begin{cases} A \cos(k_x x - \phi) \cos(k_y y - \psi) & \text{region (1)} \\ A \cos(k_x a - \phi) e^{-\gamma_x(x-a)} \cos(k_y y - \psi) & \text{region (2)} \\ A \cos(k_x x - \phi) e^{-\gamma_y(y-d)} \cos(k_y d - \psi) & \text{region (3)} \end{cases} \quad (2.1.49)$$

Donde los números de onda transversales  $k_x, k_y, \gamma_x$  y  $\gamma_y$  y las fases ópticas  $\phi$  y  $\psi$  están dadas por:

$$\begin{cases} -k_x^2 - k_y^2 + n_c^2 k^2 - \beta^2 = 0 & \text{region (1)} \\ \gamma_x^2 - k_y^2 + n_0^2 k^2 - \beta^2 = 0 & \text{region (2)} \\ -k_x^2 + \gamma_y^2 + n_0^2 k^2 - \beta^2 = 0 & \text{region (3)} \end{cases} \quad (2.1.50)$$

Y

$$\begin{cases} \phi = (p-1) \frac{\pi}{2} & (p = 1, 2, 3, \dots) \\ \psi = (q-1) \frac{\pi}{2} & (q = 1, 2, 3, \dots) \end{cases} \quad (2.1.51)$$

Los valores enteros de  $p$  y  $q$  comienzan de 1 debido a que seguimos la definición de modo de Marcatili. Debido a la definición convencional de modo, el modo más bajo en una guía de onda slab es el modo  $TE_{m=0}$  el cual tiene un pico de campo eléctrico. Sin embargo, los modos más bajos en una guía de onda rectangular son  $E_{p=1,q=1}^x$  o  $E_{p=1,q=1}^y$  los cuales solo tienen un pico de campo eléctrico a lo largo de los ejes "x" y "y". Por lo tanto, según la definición de Marcatili, los enteros  $p$  y  $q$  representan el número de picos de campos eléctricos locales a lo largo de los ejes "x" y "y".

Cuando aplicamos la condición de frontera de tal forma que el campo eléctrico  $E_z \propto (1/n_2) \frac{\partial H_y}{\partial x}$  debe de ser continua en  $x=a$  y el campo magnético  $H_z \propto \frac{\partial H_y}{\partial y}$  debe de ser continuo en  $y=d$ , obtenemos las siguientes ecuaciones de dispersión:

$$\begin{aligned} k_x a &= (p-1) \frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \left( \frac{n_c^2 \gamma_x}{n_0^2 k_x} \right) \\ k_y d &= (q-1) \frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \left( \frac{\gamma_y}{k_y} \right) \end{aligned} \quad (2.1.52)$$

Los números de onda transversales  $k_x, k_y, \gamma_x$  y  $\gamma_y$  están relacionadas mediante la ecuación 2.1.50:

$$\gamma_x^2 = k^2 (n_c^2 - n_0^2) - k_x^2, \quad (2.1.53)$$

$$\gamma_y^2 = k^2 (n_c^2 - n_0^2) - k_y^2, \quad (2.1.54)$$

El valor de  $k_x$  se obtiene de las ecuaciones 2.1.52 y 2.1.53, y  $k_y$  es determinado de las ecuaciones 2.1.54 y 2.1.52. La constante de propagación  $\beta$  se obtiene de:

$$\beta = k^2 n_1^2 - (k_x^2 + k_y^2) \quad (2.1.55)$$

Finalmente, para calcular las ecuaciones de dispersión para el modo  $E_{pq}^y$ , de manera análoga se expresa la ecuación del campo magnético como:



$$H_x = \begin{cases} A \cos(k_x x - \phi) \cos(k_y y - \psi) & \text{region (1)} \\ A \cos(k_x a - \phi) e^{-\gamma_x(x-a)} \cos(k_y y - \psi) & \text{region (2)} \\ A \cos(k_x x - \phi) e^{-\gamma_y(y-d)} \cos(k_y d - \psi) & \text{region (3)} \end{cases} \quad (2.1.56)$$

Aplicando las condiciones de frontera en las cuales el campo magnético  $H_z \propto \frac{\partial H_x}{\partial x}$  debe de ser continuo en  $x = a$  y el campo eléctrico  $E_z \propto \left(\frac{1}{n^2}\right) \frac{\partial H_x}{\partial y}$  debe de ser continuo en  $y = d$ , obtenemos las siguientes ecuaciones de dispersión.

$$\begin{aligned} k_x a &= (p - 1) \frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \left( \frac{\gamma_x}{k_x} \right) \\ k_y d &= (q - 1) \frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \left( \frac{n_e^2 \gamma_y}{n_0^2 k_y} \right) \end{aligned} \quad (2.1.57)$$

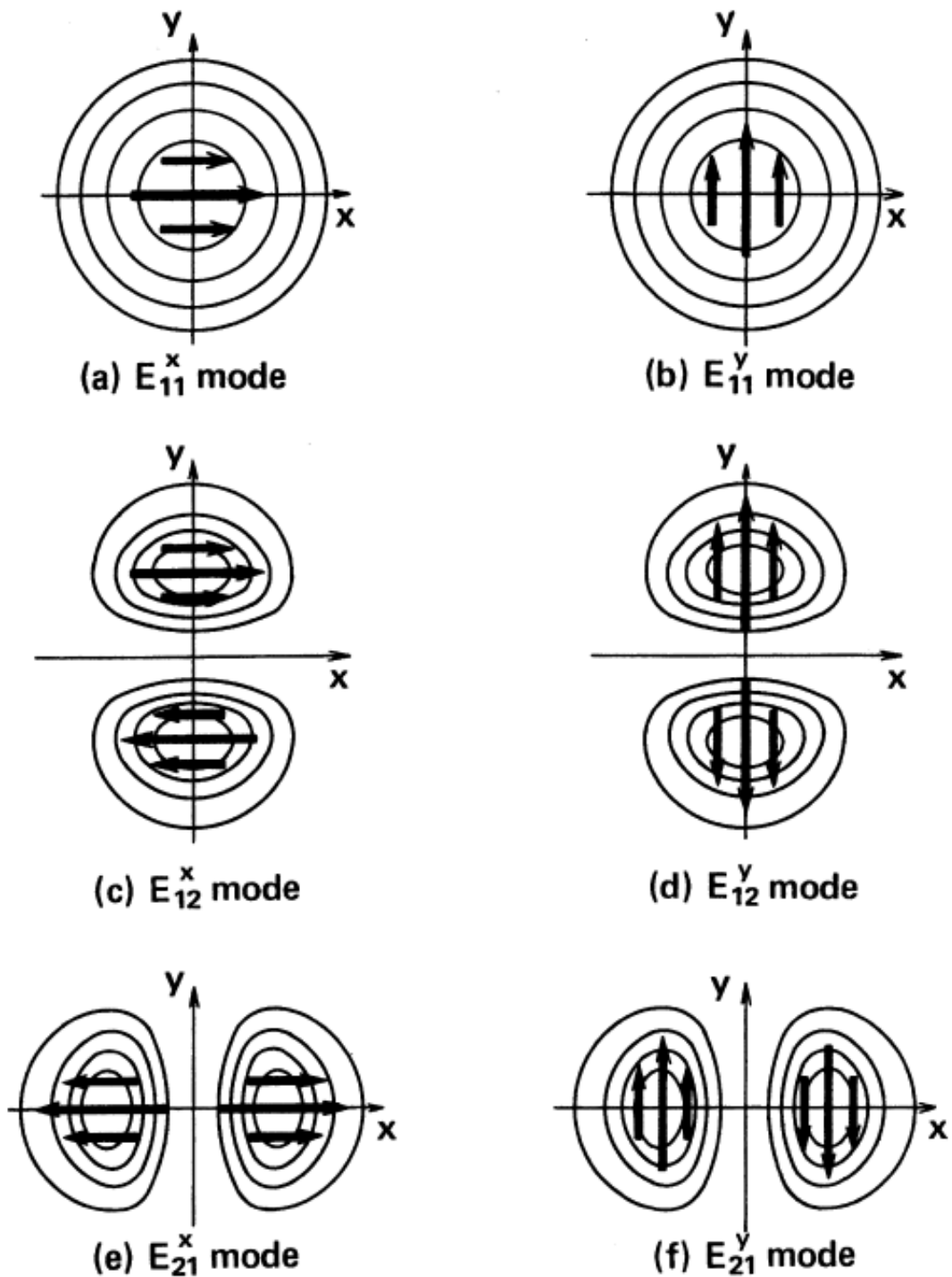


Figura 10: Definición de modo y distribución de campo eléctrico según el método de Marcatili. Fuente: *Fundamentals of optical Waveguides, Katsunari Okamoto.*

En la Figura 10 ilustramos el modelo teórico y la distribución de campo eléctrico teórico del modelo de Marcatili, además en la Figura 11 y 12 ilustramos la simulación de todas las componentes del primer y del segundo modo respectivamente, campo eléctrico y magnético. Los resultados de la simulación son muy cercanos a los teóricos.

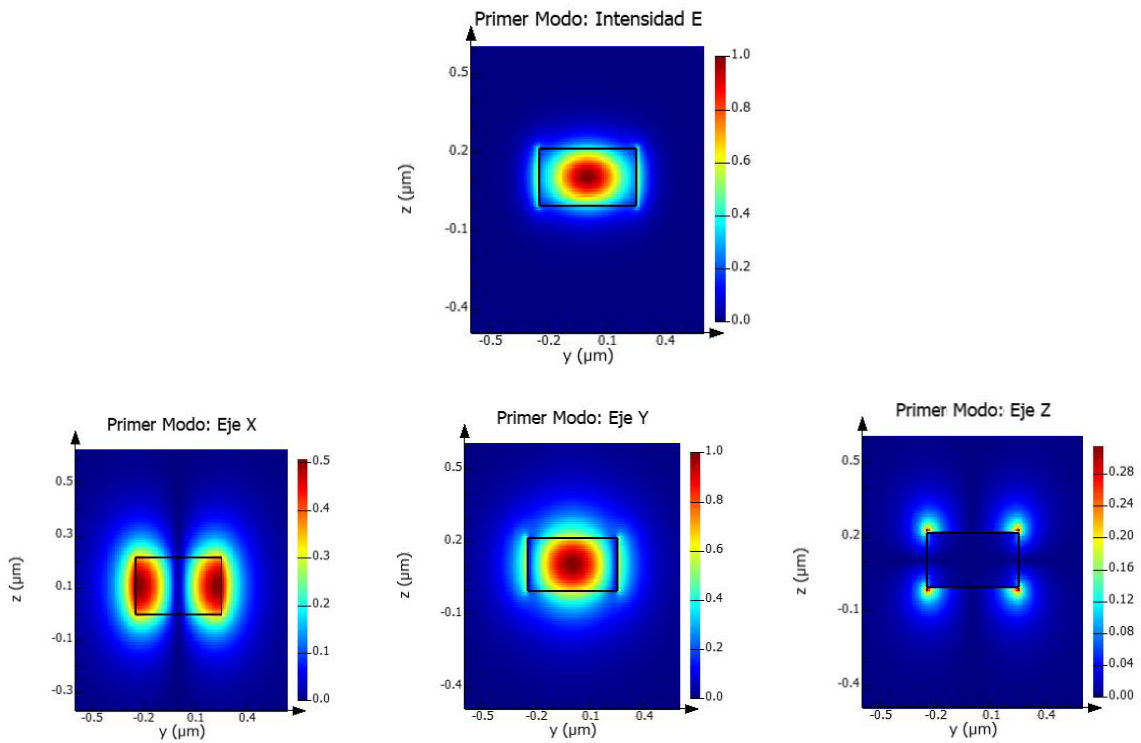


Figura 11: Intensidad de campo eléctrico en una guía de onda de dimensiones  $500 \text{ nm} \times 220 \text{ nm}$  y sus componentes en los ejes x, y y z. **Fuente:** autor.

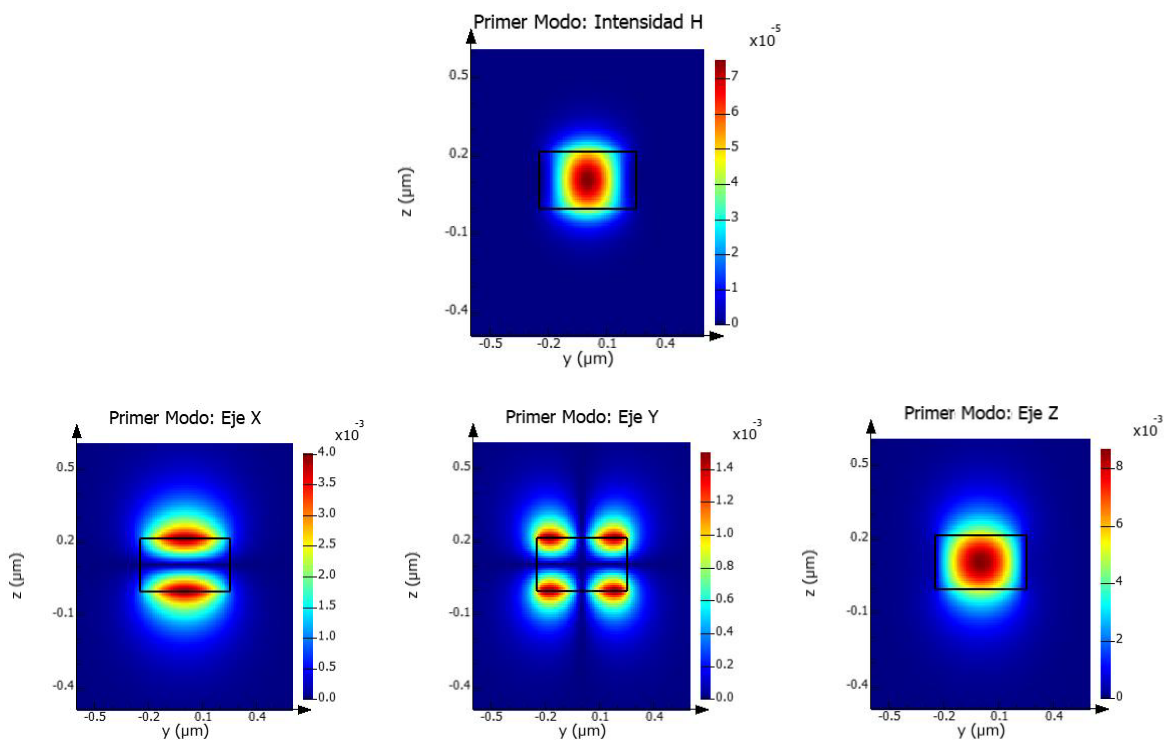


Figura 12: Intensidad de campo magnético en una guía de onda de dimensiones  $500 \text{ nm} \times 220 \text{ nm}$  y sus componentes en los ejes x, y y z. **Fuente:** autor.

### 2.1.1. Análisis de Potencia

En esta sección, presentamos una serie de herramientas útiles en el diseño y simulación componentes y circuitos fotónicos basados en silicio. El enfoque principal del diseño de componentes es la reducción de pérdidas de energía, por lo que el análisis incluye las componentes eléctricas y magnéticas de la señal, como lo indica la magnitud del vector de Poynting.

#### Vector de Poynting

Una característica muy importante de las ondas electromagnéticas es que pueden transportar energía de un punto a otro. La rapidez del flujo de energía por unidad de área en una onda electromagnética plana se define mediante un vector  $S$  llamado vector de Poynting. El vector  $S$  en términos de campos microscópicos se define como:

$$S = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad (2.1.58)$$

Donde  $\mu_0$  es la permeabilidad del vacío (o del medio),  $\vec{B}$  es el campo magnético y  $\vec{E}$  es el campo eléctrico. Está claro que el vector  $S$  apunta en la dirección de propagación de la onda.

## 2.2. Divisores de Potencia

En esta sección presentaremos los divisores de potencia, cuyo rol principal de los divisores de potencia es precisamente dividir la luz entrante en  $N$  guías de onda de manera equitativa o el de combinar la luz entrante en  $N$  guías de onda en una. Consideraremos los divisores de potencia básicos, que son los divisores con una guía de onda en la entrada y dos guías de onda en la salida. Estos divisores son fundamentales en el desarrollo de moduladores ópticos.

En esta sección describiremos 2 tipos de divisores fotónicos:

### 2.2.1. Ramificación en forma de Y (*Y-branch*)

En la óptica integrada, la ramificación en forma de Y o *Y-branch* es usada como dispositivos de entrada para otros componentes en paralelo. Este divisor de potencia  $1 \times N$  tiene como unidad básica al divisor de potencia  $1 \times 2$  conocido como *Y-branch*. Intuitivamente cuando hablamos de *Y-branch* es un dispositivo  $1 \times 2$ . El dispositivo *Y-branch* se muestra en la Figura 13. Es fundamental entender que, para una intensidad entrante  $I$ , la luz en las guías de onda de salida sea dividida equitativamente y tengan una intensidad  $I_1 = I_2 = \frac{I}{2}$ .

La gran diferencia entre los dispositivos *Y-branch* (ramificaciones en forma de Y) y los interferómetros multimodales (MMI)  $1 \times 2$  son los contrastes de pérdida y tamaño.

Mientras que los MMI son bastante compactos comparados con las ramificaciones, las ramificaciones tienen bajas pérdidas comparados con los MMI.

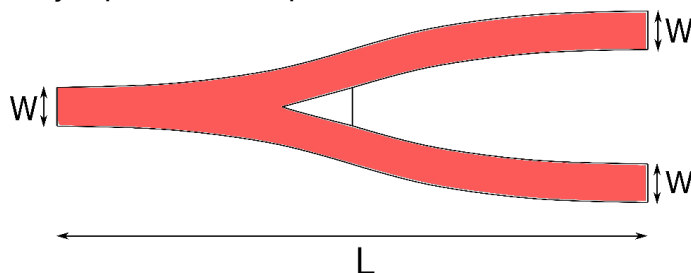


Figura 13: Vista superior de dispositivo *Y-branch*. Fuente: autor.

Las mayores pérdidas se deben a la rugosidad de las caras laterales y al ángulo entre ambos brazos. También, los dispositivos *Y-branch* son optimizados parametrizando el ángulo de separación entre los brazos y la longitud donde comienza a dividirse la señal.

### 2.2.2. Interferómetro Multimodal (MMI)

Existen diversos tipos de interferómetros, entre los cuales se conocen el interferómetro de Michelson, o el de Mach-Zehnder que generalmente son bastante grandes. Sin embargo, también existen dispositivos que provocan interferencia de manera interna, es decir en los mismos dispositivos y estos son los interferómetros multimodales.

Los MMI son dispositivos en los cuales la energía se puede redistribuir (generalmente de una manera predecible) debido a la variación en la dimensión de la guía de onda en la que se propaga la señal. Los dispositivos llamados interferómetros multimodales están basados en el efecto de auto-imagen [14]. Estos dispositivos son componentes ópticos integrados muy importantes que pueden tener funciones de combinador o divisor. La Figura 14 muestra una configuración esquemática del interferómetro multimodal.

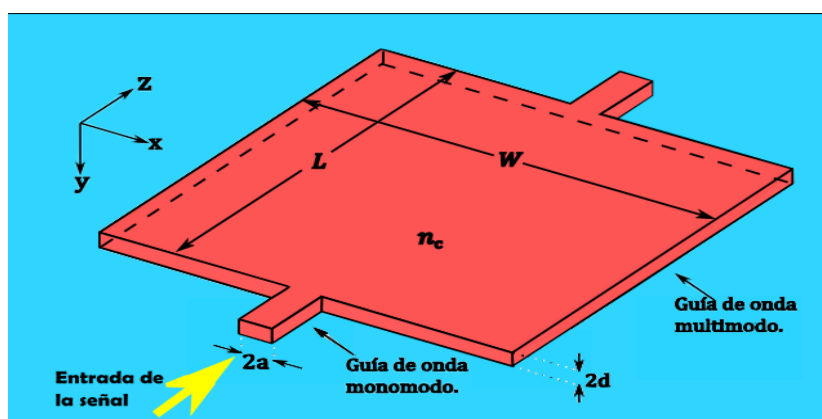


Figura 14: Región multimodal de un MMI con ancho de índice  $n_c$ . Fuente: *Fundamentals of optical Waveguides, Katsunari Okamoto*.

La estructura clave de un MMI es una guía de onda capaz de alojar un gran número de modos. El ancho, el largo y el alto de la región multimodal son  $W$ ,  $L$  y  $2d$  respectivamente. Una guía de onda monomodo de ancho  $2a$  y alto  $2d$  es conectada a la

guía de onda multimodo. Los índices de refracción del núcleo (guía monomodo y multimodo) y del recubrimiento son  $n_c$  y  $n_0$  respectivamente. La estructura tridimensional de la guía de onda puede ser reducida a un problema bidimensional utilizando el método del índice efectivo. El índice efectivo  $n_{eff}$  del núcleo de la guía multimodo se obtiene del análisis de Marcatili a lo largo del eje "y".

La Figura 15 muestra una vista bidimensional superior de un interferómetro multimodal de índice efectivo  $n_{eff}$ , e índice de refracción de recubrimiento  $n_0$ . El campo eléctrico en la región multimodal es calculado mediante las ecuaciones de dispersión. Los parámetros de la guía de onda multimodal son cambiados.  $n_c$ ,  $a$  y  $n_s$  en esas ecuaciones son reemplazadas por  $n_{eff}$ ,  $W/2$  y  $n_0$  respectivamente. El perfil del campo eléctrico para el modo  $TE_m$ ,  $E_y^m(x, y)$ , en la guía de onda multimodal es expresado por:

$$E_y^m(x, y) \begin{cases} A_m \cos\left(u_m + \frac{m\pi}{2}\right) \exp\left[\frac{2w_m}{W}\left(x + \frac{W}{2}\right) - i\beta_m z\right] & (x < -W/2) \quad (2.2.1) \\ A_m \cos\left(\frac{2u_m}{W}x - \frac{m\pi}{2}\right) \exp(-i\beta_m z) & (|x| \leq W/2) \quad (2.2.2) \\ A_m \cos\left(u_m - \frac{m\pi}{2}\right) \exp\left[-\frac{2w_m}{W}\left(x - \frac{W}{2}\right) - i\beta_m z\right] & (x > W/2) \quad (2.2.3) \end{cases}$$

Donde  $u_m$  y  $w_m$  denota los numero de onda transversales del modo m-ésimo en el nucleo y recubrimiento, mientras que  $A_m$  es constante. Los números de onda transversales son obtenidos de la ecuación de eigenvalores (o ecuaciones de dispersión):

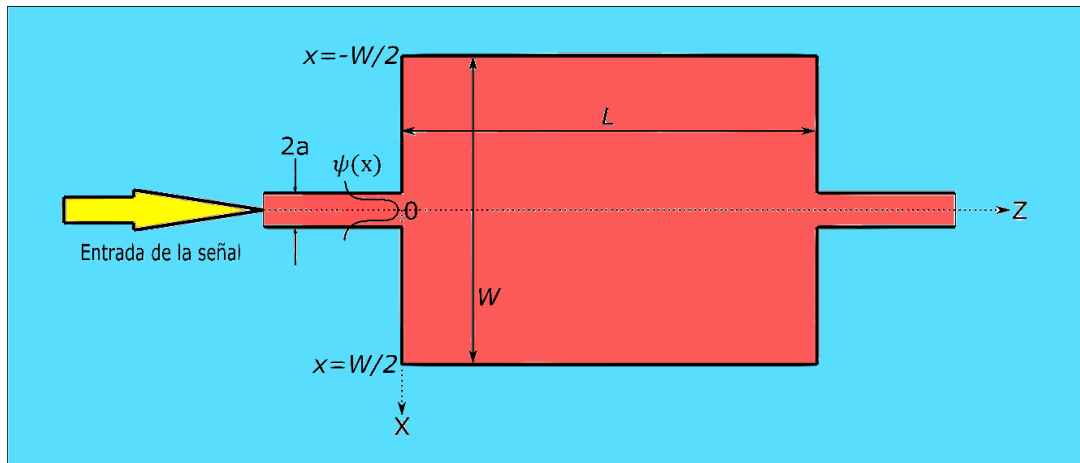


Figura 15: Representación bidimensional de un interferómetro multimodal. Fuente: *Fundamentals of optical Waveguides, Katsunari Okamoto*.

$$w_m = u_m \tan\left(u_m - \frac{m\pi}{2}\right) \quad (2.2.4)$$

Y

$$u_m^2 + w_m^2 = k^2 \left(\frac{W}{2}\right)^2 (n_{eff}^2 - n_0^2) \equiv v^2 \quad (2.2.5)$$

Cuando el ancho del núcleo  $W$  de la región del MMI es grande, la frecuencia normalizada  $v$  también se hace grande. Cuando  $v$  se hace grande,  $u_m$  se aproxima a  $u_m \cong (m + 1)\pi/2$ . Luego, la constante de propagación para el modo  $m$  es aproximadamente expresada como:

$$\beta_m = \sqrt{k^2 n_{eff}^2 - (2u_m/W)^2} \cong kn_{eff} - \frac{(m+1)^2 \lambda}{4n_{eff} W^2} \pi \quad (2.2.6)$$

En la ecuación 2.2.6 se nota el principio de autoimagen, que es una propiedad de guías de onda multimodales mediante en el cual el perfil de una onda entrante es reproducido en una o varias imágenes en intervalos periódicos a lo largo de la dirección de propagación,  $kn_{eff} = \beta_0$ .

El campo eléctrico total dentro de la región del interferómetro multimodal es obtenido mediante la suma de todos los campos eléctricos de todos modos (asumiendo  $M$  modos).

$$\Psi(x, z) = \sum_{m=0}^M E_y^m(x, z)$$

$$\Psi(x, z) = e^{-ikn_{eff}z} \sum_{m=0}^M A_m \cos \left[ \frac{(m+1)\pi}{W} x - \frac{m\pi}{2} \right] \times \exp \left[ i \frac{(m+1)^2 \lambda \pi}{4n_{eff} W^2} z \right] \quad (2.2.7)$$

En  $z=0$ ,  $\Psi(x, 0)$  coincide con el campo eléctrico en la entrada de la guía de onda  $\psi(x)$ . La amplitud  $A_m$  del campo eléctrico es calculada mediante la ecuación (2.2.8).

$$A_m = \frac{2}{W} \int_{-W/2}^{W/2} \psi(x) \cos \left[ \frac{(m+1)\pi}{W} x - \frac{m\pi}{2} \right] dx \quad (2.2.8)$$

En este trabajo, consideramos que la guía de onda entrante está en el centro de la región del MMI. Bajo esta condición, los modos dentro de la región son simétricos; por lo que  $m$  es un número par  $m=2p$ , donde  $p$  es un entero.

$$\exp \left( i \frac{(m+1)^2 \lambda \pi}{4n_{eff} W^2} z \right) = \exp \left( i \frac{(2p+1)^2 \lambda \pi}{4n_{eff} W^2} z \right) = \exp \left[ \left( ip(p+1)\pi + i \frac{\pi}{4} \right) \times \frac{\lambda}{n_{eff} W^2} z \right] \quad (2.2.9)$$

Definimos ahora la longitud característica:

$$L_{MMI} = n_{eff} W^2 / \lambda \quad (2.2.10)$$

En el punto  $z=L_{MMI}$  y con  $m=2p$ , la ecuación 2.2.7 se reescribe y queda:

$$\Psi(x, L_{MMI}) = e^{-ikn_{eff} L_{MMI} + i\pi/4} \sum_{m=0}^M A_m \cos \left[ \frac{(m+1)\pi}{W} x - \frac{m\pi}{2} \right] \quad (2.2.11)$$

Debido a que en  $(x; 0)$  es el campo que proviene de la guía de onda en la entrada  $(x)$ , la ecuación se puede reescribir como:

$$\Psi(x, L_{MMI}) = \psi(x)e^{-ikn_{eff} L_{MMI} + i\pi/4} \quad (2.2.12)$$

Lo que corrobora que el campo eléctrico saliente vuelve a tomar el mismo formato que el campo eléctrico entrante a una longitud específica  $L_{MMI}$  con una fase distinta.

### 2.2.3 Interferómetro multimodal como divisor de potencia:

Debido a las características de autoimagen (que son confirmadas por el método de propagación de rayo, BPM) se generan imágenes de la señal entrante a lo largo de la guía de onda. La Figura 16 muestra la formación de la señal entrante a lo largo del MMI. Esta imagen fue compartida de “*Fundamentos de guías de ondas ópticas*” [14]. La longitud de onda de la señal es  $1.55 \mu\text{m}$ , las dimensiones  $2a=7 \mu\text{m}$ ,  $2d=6 \mu\text{m}$ ,  $W=150 \mu\text{m}$  y  $L=25.99 \mu\text{m}$ . El valor de  $L_{MMI}=25.89 \mu\text{m}$ . La longitud de corrección  $\delta_L = 100 \mu\text{m} = 0.1 \text{ mm} = L - L_{MMI}$ . De la Figura 16, es evidente que  $N$  imágenes son formadas en la posición  $z=L_{MMI}/N$ , para cualquier  $N$  entero.

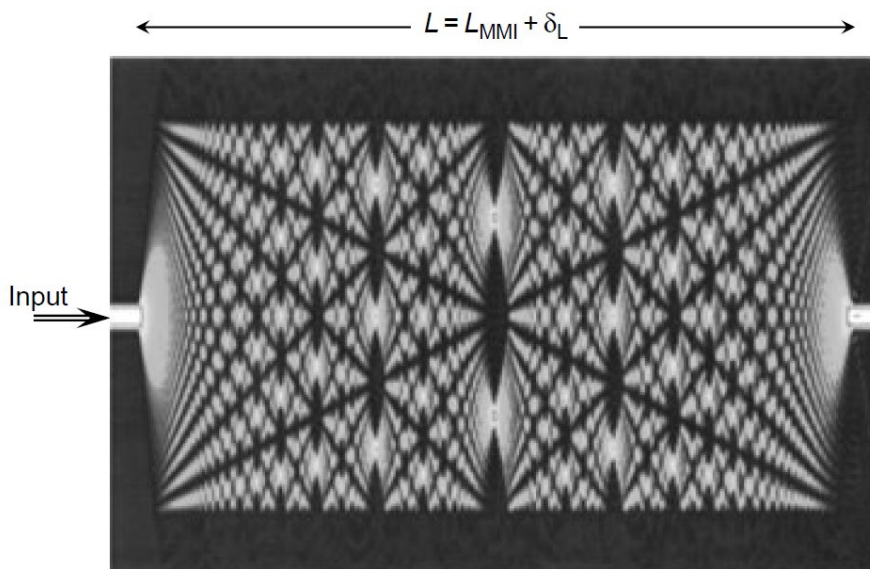


Figura 16: Formación de imágenes de una señal entrante en el MMI. En  $z=L/2$  se forman 2 imágenes, en  $z=L/3$  y  $z=2L/3$  se forman 3 imágenes, en  $z=L/4$  y en  $z=3L/4$  se forman 4 imágenes, etc. **Fuente:** *Fundamentals of optical Waveguides, Katsunari Okamoto.*

En nuestro caso, buscamos 2 imágenes generadas, por lo que el MMI debe de tener una longitud  $L=L_{MMI}/2$ . Para nuestro diseño inicial (con  $W=1.5 \mu\text{m}$ , como se mencionará en el subcapítulo 2.3) a una longitud de onda de  $1.55 \mu\text{m}$ , tenemos un  $n_{eff} = 2.8$  para el modo fundamental, por lo que de la ecuación 2.2.10 tenemos:

$$L_{MMI} = \frac{2.8 \times (1.5 \times 10^{-6})^2}{1.55 \times 10^{-6}} \approx 4 \times 10^{-6} = 4 \mu\text{m}$$



Por lo que la longitud del dispositivo debería de ser  $2 \mu\text{m}$ . La distribución del campo eléctrico del dispositivo inicial se presenta en la Figura 17 con el fin de corroborar lo establecido.

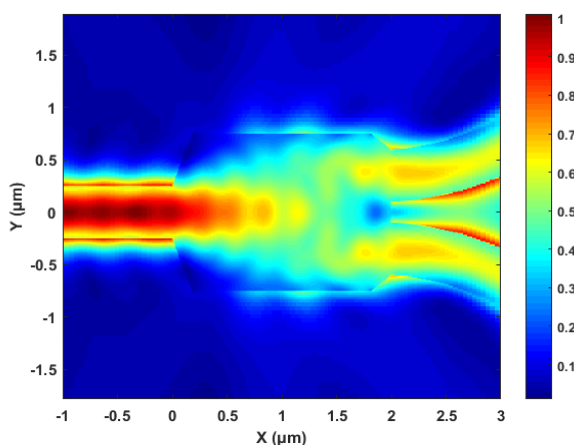


Figura 17: Propagación del campo eléctrico en un interferómetro multimodal. Fuente: autor.

## 2.3. Métodos Heurísticos para el diseño de dispositivos fotónicos

### 2.3.1. Optimización de la geometría y Figura de Mérito

Como sustrato y recubrimiento fue utilizado dióxido de silicio con un espesor de  $4 \mu\text{m}$  y un índice de refracción  $n_{\text{SiO}_2} = 1.444$ ; mientras que índice del núcleo  $n_{\text{Si}} = 3.4757$ .

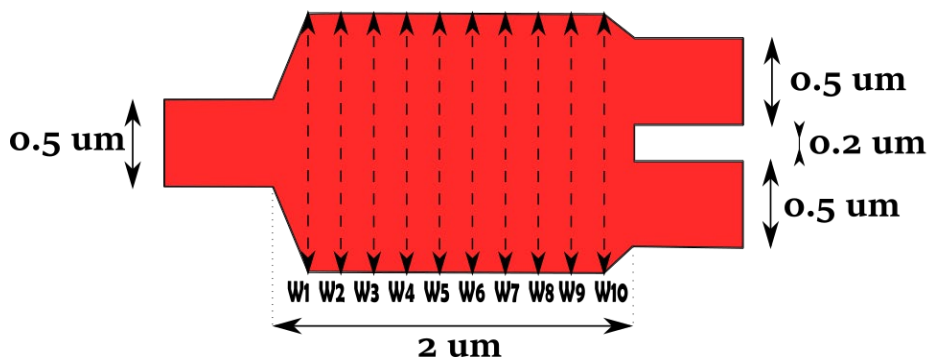


Figura 18: Esquema inicial del diseño del dispositivo. Fuente: autor.

Guías de onda monomodo fueron consideradas para la entrada y para las salidas de dimensiones fijas. La altura a lo largo de todo el dispositivo es  $0.22 \mu\text{m}$  y el ancho de las guías de onda fue  $0.5 \mu\text{m}$ . Estas dimensiones aseguran que a través de cada guía de onda pase solamente un modo.

De la figura 18, la geometría optimizada será obtenida mediante la variación de los anchos del dispositivo ( $W1, W2, W3, \dots, W10$ ). Los valores de  $W1, W2, W3, \dots, W10$  inicialmente fueron de  $1.5 \mu\text{m}$ . En todas las optimizaciones intentamos maximizar la transmitancia del modo fundamental en un ancho de banda de  $1.46\text{-}1.625 \mu\text{m}$ , que es el

ancho de bandas S, C y L en el infrarrojo. La banda C (1.530-1.565  $\mu\text{m}$ ) es la dominante para las redes de telecomunicaciones de larga distancia.

Exploraremos los mejores resultados variando los parámetros en los rangos que se muestran según la Tabla 1, que fueron previamente evaluados considerando los límites de fabricación. Todos los valores están en  $\mu\text{m}$ .

Parámetro	Mínimo	Máximo
W1	0.5	0.6
W2	0.5	0.7
W3	0.6	0.8
W4	0.8	1.0
W5	1.0	1.5
W6	1.3	1.5
W7	1.3	1.5
W8	1.3	1.5
W9	1.2	1.5
W10	1.2	1.3

Tabla 1: Espacio de exploración para los parámetros en los procesos de optimización.

Una vez establecido el rango de los parámetros, se estableció que la distancia entre los anchos esté igualmente espaciada y que los extremos tengan una medida fija de 0.5  $\mu\text{m}$  y de 1.2  $\mu\text{m}$ , tal y como fue asignado en el estado del arte [15]. El diseño inicial es mostrado en la Figura 18 y la rejilla utilizada al simular tenía dimensiones de 5 nm x 5 nm x 5 nm.

Debido a que la transmitancia del modo fundamental en un ancho de banda es una función continua, nuestra figura de mérito fue la integral de la función transmitancia en el ancho de banda de 1.46  $\mu\text{m}$  – 1.625  $\mu\text{m}$  tal y como lo muestra la ecuación 2.3.1.

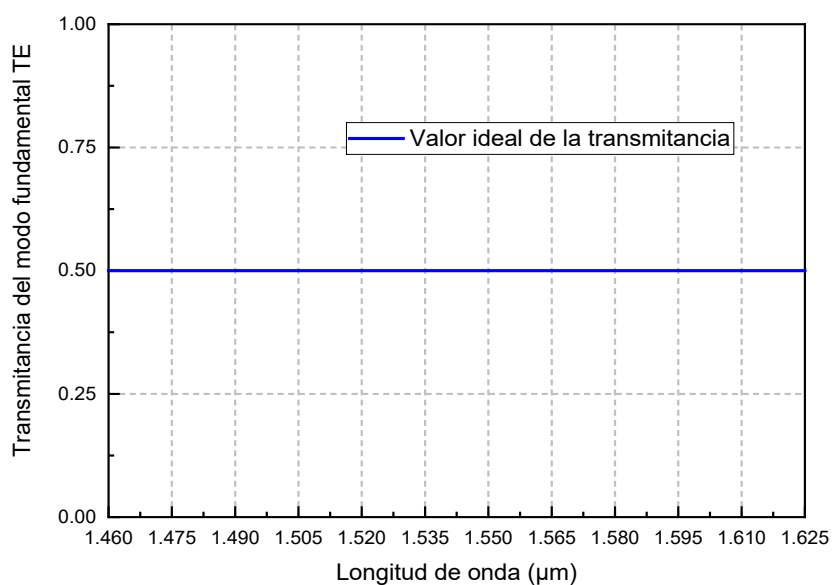


Figura 19: Ilustración del comportamiento de la transmitancia en un MMI divisor ideal. Fuente: autor.

$$FOM = \int_{c/1.625 \times 10^{-6}}^{c/1.46 \times 10^{-6}} \text{Transmitancia} \times 10^{-12} \times df \quad (2.3.1)$$

Donde  $f$  es el valor de la frecuencia en Hz y  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío en m/s ( $c=299792458$  m/s). Los valores limítrofes de la FOM son de 0 en el peor de los casos (cuando la transmitancia es 0 en todo el ancho de banda), y de 10.425 en el mejor de los casos que es cuando la transmitancia es 0.5 en todo el ancho de banda como se muestra en la Figura 19.

### 2.3.2. Estado del arte

Las estrategias de optimización son algoritmos iterativos que apuntan a minimizar una función de costo determinada por el usuario dado un conjunto de parámetros y configuraciones. Los parámetros optimizables son un conjunto de valores binarios o codificados que pasan a la función de costo que es construida de tal forma que los valores de bajo costo representen valores que son más deseables que aquellos con valores más altos. Para dispositivos optoelectrónicos pasivos, la evaluación de la función de costo incluye algunas simulaciones que determinan la eficiencia del dispositivo generado utilizando los parámetros entrantes asociados. El costo de la función puede devolver uno o varios valores dependiendo de si la optimización tiene uno o varios objetivos, respectivamente. Debido a que estas simulaciones, en su mayoría computacionales, son procesos que consumen mucho tiempo es necesario tener estrategias de optimización las cuales requieren la menor cantidad de llamadas de funciones de costo (iteraciones) para lograr el objetivo de función de costo deseado.

Existen distintos tipos de estrategias de optimización, y no es usual que algunos de ellos funcionen mejor para ciertos tipos de dispositivos. En este trabajo realizaremos un resumen de la operación, funcionalidad y se proporcionara el uso de varios algoritmos comúnmente usados en el diseño de antenas. Además de algunas comparaciones entre la evaluación de estas funciones serán presentadas. Las optimizaciones fueron elegidas considerando el número de citas en el área de las optimizaciones en general y exclusivamente en el área de la fotónica, según lo indica la tabla 2.

	General	Fotónica
GA	73338	36100
PSO	68280	22000
CMA-ES	3929	320

Tabla 2: Número de citas en las optimizaciones en general y exclusivamente en el área de la fotónica.

Examinaremos de cerca 3 tipos de optimización. Ellos son el algoritmo genético (GA), la optimización del enjambre de partículas (PSO) y la estrategia evolutiva de adaptación de matriz de covarianza (CMA-ES). Realizaremos 3 optimizaciones para cada método

con los mismos parámetros con fines comparativos y de evaluación estadística. Los rangos en los que varían los parámetros tuvieron como base un trabajo previo [15].

### **Algoritmo Genético:**

El algoritmo genético es uno de los primeros algoritmos estocásticos basados en la población propuestos en la historia. Nació a finales de los años 70 de la mano de Jhon Henry Holland, y particularmente en su libro *Adaptation in natural and artificial systems* (1975) [16] con fines aplicativos a la propuesta de Alan Turing “*Learning Machine*” que es el estudio de algoritmos computacionales que mejoran automáticamente a través de experiencia y uso de datos. Esto se fue profundizando durante los años 80 de la mano de Goldberg [17-18].

En los 90's, la optimización mediante GA fue muy considerada en el diseño de antenas. Fue utilizada para reducir los lóbulos laterales producidos por la antena en matrices delgadas y no uniformes [19-21] donde se optimizó el grosor de las matrices, reducción de la amplitud o fase [22-24], antenas reflectoras [25] y antenas Yagi [26]. Además del diseño de antenas, se usó en el diseño de dispositivos electromagnéticos de varias capas como fibras ópticas tratando de minimizar la diferencia entre las características del filtro deseado y el observado [27-28] y el diseño de absorbedores que consisten en un conductor eléctrico perfecto (PEC) cubierto con materiales disipadores con el objetivo de minimizar la reflexión de ondas de choque [29-31]. En estática también ha sido aplicado a problemas de magnetostática inversa [32-33], donde las optimizaciones GA son adecuadas debido a los parámetros (la ubicación, la orientación y el tamaño de la grieta [32]) son codificados como cromosomas y se minimiza la diferencia entre el campo producido por la configuración descrita por el conjunto de parámetros (cromosoma) y el campo deseado.

Debido al éxito de la optimización GA, en la primera década de los 2000 diversos grupos de investigación se dedicaron a trabajar en novedosas técnicas derivadas del GA (*Cuckoo search* [34], *Fyrefly algorithm* [35], *ant colony* [36], etc) y también modificando algunas características de la optimización dependiendo de la aplicación (tratando de optimizar la población o el factor de mutación [37-38] u optimizando varios objetivos [39]). Además, las aplicaciones del GA se enfocaron en el desarrollo en combinación con redes neuronales [40-44] y comenzaron a entrar en el ámbito de la fotónica [45-47] a longitudes de onda de 1550 nm y en el diseño de cristales fotónicos [36], [48].

Durante la última década (2010-2020), el algoritmo genético comenzó a causar impacto en el rubro de la medicina [52], en el diseño de paneles solares [53] y en el diseño de metasuperficies ópticas [54]. En este último trabajo se optimizaron 4 dispositivos: una metasuperficie de patrón binario con intención de elevar la eficiencia de reflexión para longitudes de onda en el infrarrojo cercano (cerca de 1.55  $\mu\text{m}$ ). El segundo dispositivo es una antena a medida *dual-beam aperiodic optical Leaky-Wave* donde se optimizó toda una matriz para irradiar un modo transversal eléctrico (TE) y otro modo transversal magnético (TM) en dos direcciones deseadas. El tercer dispositivo fueron celdas unitarias

de metasuperficies totalmente dieléctricas birrefringentes compactas con la intención de manipular cada componente de la luz incidente de manera independiente. Finalmente, una metasuperficie emisora/receptora de infrarrojos transparente al visible. También se diseñaron diferentes dispositivos ópticos como divisores de potencia en diferentes plataformas de fabricación [55-58].

### **Optimización del enjambre de partículas (PSO):**

La optimización por enjambre de partículas ha demostrado ser muy efectiva en optimizar problemas multidimensionales discontinuos en una amplia variedad de campos [59] desde su creación en 1995 por Kennedy y Eberhart [60]. El concepto original tuvo como objetivo simplificar el comportamiento social mediante simulaciones. El intento original fue simular gráficamente el agraciado, pero impredecible movimiento de una bandada de aves.

En la década de los 2000, la optimización PSO fue aplicada con buenos resultados en la optimización de antenas [61] y la evolución artificial de las redes neuronales [62]. Como un ejemplo de la evolución de las redes neuronales, PSO fue aplicada al análisis de los temblores humanos, incluido el Parkinson. PSO fue utilizado para distinguir entre personas normales y personas con temblores con un sistema actígrafo [63]. Durante esta década también se buscó estandarizar el método mediante estudios de población y parámetros [64-65].

A partir del año 2010 se aplicó la optimización a dispositivos fotónicos pasivos como interferómetros multimodales [15], [66-71] con buenos resultados y variados enfoques. PSO fue aplicado también en *Clustering análisis* [72-73] y también en redes de sensores sin cables [74].

### **Matriz de covarianza adaptativa-Estrategia de evolución (CMA-ES)**

Presentado en el año 2001 de la mano de Hansen y Ostermeier [75]. Al igual que las previas optimizaciones, la aplicación principal fue el desarrollo de redes neuronales e inteligencia artificial [76-78] desde su creación hasta la fecha. Algunas aplicaciones de la optimización CMA-ES fueron en el diseño de capas térmicas [79] y energía solar [80], además de aplicaciones en la fotónica [81-83]. Los últimos trabajos de optimización mediante CMA-ES fueron en diseños de metasuperficies [84-88] para la reflexión y absorción de señales en el rango visible o cercano al infrarrojo cercano.

### **Divisores de potencia:**

Los divisores de potencia son usados son dispositivos que divide de forma equitativa o proporcionada la potencia en las salidas. Debido a la gran variedad de aplicaciones de los divisores, es fundamental el estudio de diferentes métodos para optimizar estos dispositivos reduciendo pérdidas o mejorando las proporciones de la transmitancia. El

diseño de dispositivos pasivos como guías de onda en forma de S o ramificaciones en forma de Y (idealmente sin pérdidas) a escala los micrómetros (el orden de las longitudes de onda usadas en telecomunicaciones) se ha incrementado debido a la alta demanda [89-94]. Los métodos *Inverse design* [92-93] son de los más utilizados, sin embargo, las optimizaciones mediante algoritmos son más estructuradas debido a los pasos del proceso. En el caso de divisores de potencia o combinadores, se han optimizado mediante *Inverse design* y optimizaciones mediante distintos algoritmos [70].

## Capítulo 3

# Optimización de MMI con PSO

### 3.1. Introducción a la optimización por enjambre de partículas-PSO

A inicios del 2000 se presentaron resultados muy prometedores sobre la aplicación de la optimización del enjambre de partículas en el campo del diseño de antenas [95]. Este método estocástico ha demostrado en ciertos casos superar a otros métodos como el algoritmo genético [96].

Este método es fácilmente entendible mediante una analogía. Imaginemos un enjambre de abejas en un amplio bosque, siendo el objetivo de cada abeja encontrar el lugar con mayor densidad de flores. Debido a que ninguna abeja tiene algún tipo de conocimiento a priori del bosque, cada una parte de un punto aleatorio en él con una velocidad aleatoria en búsqueda de flores. Al inicio, de alguna forma, cada abeja recuerda la locación de dónde encontró la mayor cantidad de flores y en qué dirección están dependiendo de la actual ubicación de sí misma. Asimismo, también saben la locación del campo con la mayor cantidad de flores ubicada hasta ese momento por todo el enjambre. Cada abeja siente que debe buscar cerca del lugar en donde encontró la mayor cantidad de flores y también cerca de donde todo el grupo encontró la mayor cantidad de flores, es por eso que la ambivalente abeja acelera hacia un punto entre ambas direcciones, modificando así su velocidad dependiendo de que tanto quiere acercarse a su antigua localización o de si es influenciada socialmente. A lo largo de su camino, la abeja puede encontrar un campo en donde haya mayor cantidad de flores de todas las que había encontrado anteriormente. Este se convertirá en su nuevo lugar con mayor cantidad de flores, por lo que ahora será atraída a este nuevo lugar y también al campo en donde se ha reportado la mayor cantidad de flores de todo el grupo. Ocasionalmente también se puede encontrar un nuevo campo con una cantidad de flores mayor a la encontrada por todo el enjambre, lo que generara que todo el enjambre cambie de dirección tomando en cuenta también la dirección de donde tuvieron su propio descubrimiento.

De esta manera es que todo el enjambre explora el bosque, las abejas encuentran los campos de grandes cantidades de flores y son jaladas hacia ellos esperando encontrar el campo con la mayor cantidad de flores en todo el bosque.

Los términos utilizados para describir la optimización del enjambre de partículas son presentados en la Tabla 3:

<b>Partícula/agente/individuo</b>	Un solo individuo en el <b>enjambre</b> .
<b>Posición</b>	Coordenada N-dimensional, la cual representa una solución al problema.
<b>Enjambre</b>	La colección completa de <b>agentes</b> .
<b>Aptitud</b>	Número el cual cuantiza la efectividad de una solución.
<b>Pbest (mejor posición individual)</b>	La posición en el espacio de parámetros en donde un agente encontró su mejor aptitud.
<b>Gbest (mejor posición global)</b>	La posición en el espacio de parámetros en donde todo el <b>enjambre</b> encontró su mejor <b>aptitud</b> .
<b>V max</b>	La máxima velocidad permitida en una dirección dada.

Tabla 3: Tabla de términos principales de la optimización PSO.

### 3.1.1. Desarrollo de la optimización por enjambre de partículas

**1. Definir el espacio de soluciones:** Establecer el rango en todos los parámetros de una forma razonable en la cual se buscará la solución.

**2. Definir una función de aptitud:** Este es un importante paso que proporciona el enlace entre el algoritmo de optimización y la posición. Es crucial que una buena función sea elegida y que represente en un solo número la calidad de esa posición.

**3. Inicialización aleatoria de las posiciones y velocidades iniciales:** Para comenzar la búsqueda por la posición óptima, cada agente debe de comenzar en una posición aleatoria con una velocidad aleatoria tanto en dirección como en magnitud. Como al inicio la única posición que conocen es la inicial, esta posición se convierte en su respectivo Pbest. El primer Gbest es seleccionada de todas las posiciones iniciales.

**4. Descripción del vuelo de los agentes:** Cada agente debe de moverse a través del espacio de solución como si fueran abejas en un enjambre y en cada uno de ellos actuará el algoritmo. Los siguientes pasos serán para cada agente:

a) Evaluar la aptitud de la partícula, comparar la aptitud con la de Gbest y Pbest: La función de aptitud utiliza los valores de las coordenadas de la posición para esa solución. Si el resultado es mejor que el de Pbest, Pbest será actualizado y de ser mejor incluso que Gbest, Pbest y Gbest serán actualizados.



b) Actualizar la velocidad de la partícula: Debido a que la dirección de las abejas se ve influenciada por los valores de Pbest y de Gbest, se debe de actualizar los valores de la velocidad. Esta nueva velocidad está determinada por la siguiente ecuación:

$$v_n = \omega_{in} * v_n + c_1 * rand1 * (p_{best,n} - x_n) + c_2 * rand2 * (g_{best,n} - x_n) \quad (3.1.1)$$

Donde  $v_n$  es la velocidad de la partícula en la n-ésima dimensión y  $x_n$  es la coordenada de la partícula en la n-ésima dimensión. Según la ecuación la nueva velocidad es la antigua velocidad multiplicada por  $\omega_{in}$ , llamado factor de inercia que indica que tanto el agente quiere seguir su trayectoria. Luego  $c_1$  y  $c_2$  son valores que representan la influencia de la nostalgia de la ubicación de su mejor campo. Los valores  $rand1$  y  $rand2$  son valores entre 0 y 1 que simulan la componente impredecible del comportamiento natural de un enjambre. Notar que mientras más lejos este el valor de  $x_n$ , mayor será la velocidad del agente.

c) Mover el agente: Después de hallar la velocidad, es simple que el agente se mueva de posición. la ecuación es la siguiente:

$$x_n = x_n + v_n * \Delta t \quad (3.1.2)$$

Donde  $\Delta t$  es el tiempo de paso, que usualmente se elige como uno.

## 5. Repetir.

### 3.2. Resultados de la optimización del divisor de potencia

El software utilizado para la optimización fue Lumerical MODE solutions, el cual tiene una configuración por defecto de los valores  $\omega_{in}$ ,  $c_1$  y  $c_2$  que han demostrado converger muy bien en muchas pruebas de optimización para diseño de dispositivos fotónicos. Establecimos el número de iteraciones en 60 y el tamaño de la generación (Número de agentes) en 40. Los resultados de las optimizaciones son mostrados en la Tabla 4, cuyas dimensiones están en  $\mu\text{m}$ :

	W1	W2	W3	W4	W5	W6	W7	W8	W9	W10
PSO 1	0.600	0.621	0.640	0.800	1.000	1.466	1.342	1.340	1.246	1.300
PSO 2	0.600	0.600	0.700	0.816	1.000	1.500	1.360	1.378	1.255	1.300
PSO 3	0.600	0.604	0.700	0.817	1.000	1.500	1.355	1.377	1.256	1.300

Tabla 4: Resultados de las optimizaciones mediante PSO en  $\mu\text{m}$ .

### 3.2.1. 1era optimización

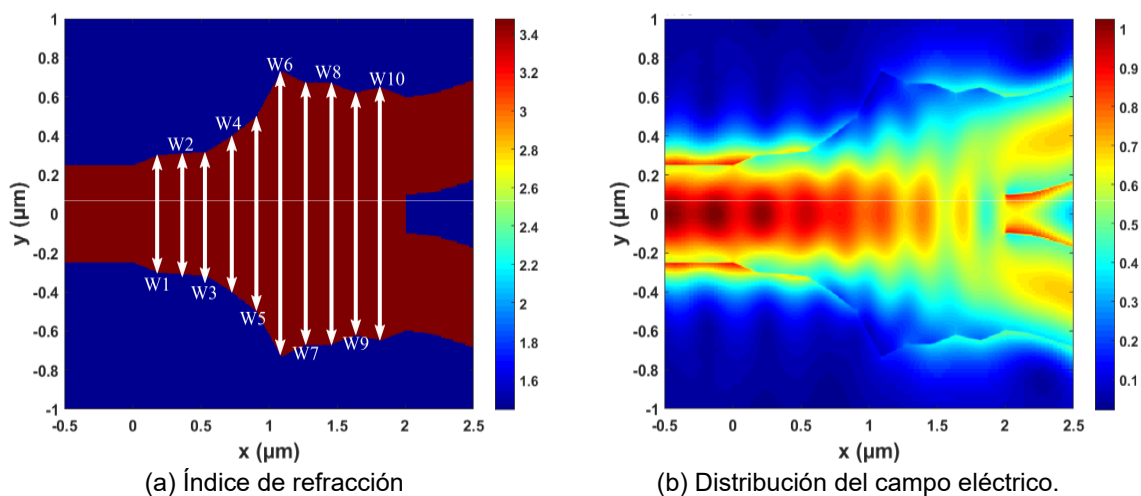
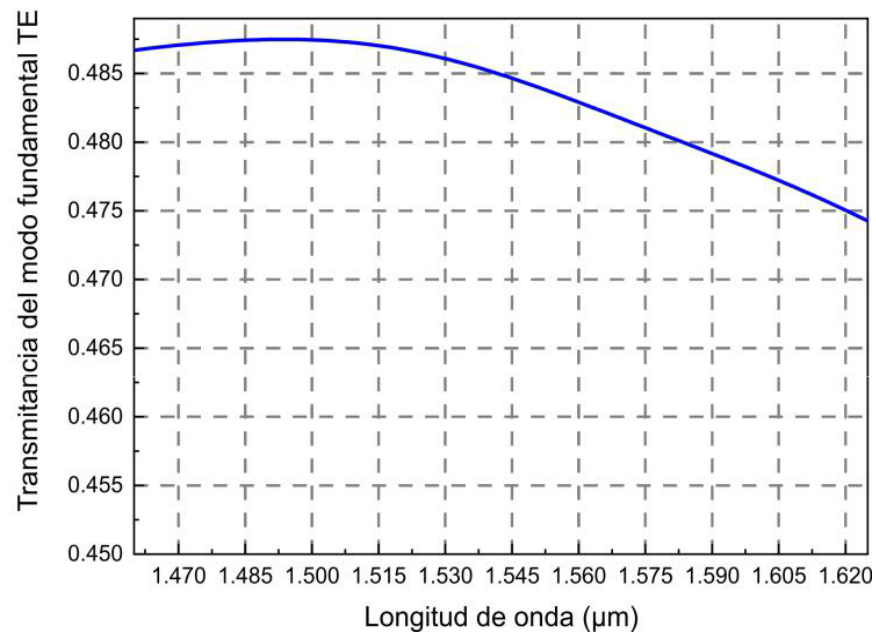


Figura 20: Vista superior de dispositivo divisor de potencia PSO 1. a) Diseño de la geometría optimizada mediante PSO. b) Distribución del campo eléctrico de la señal propagándose en el eje x. **Fuente:** autor.

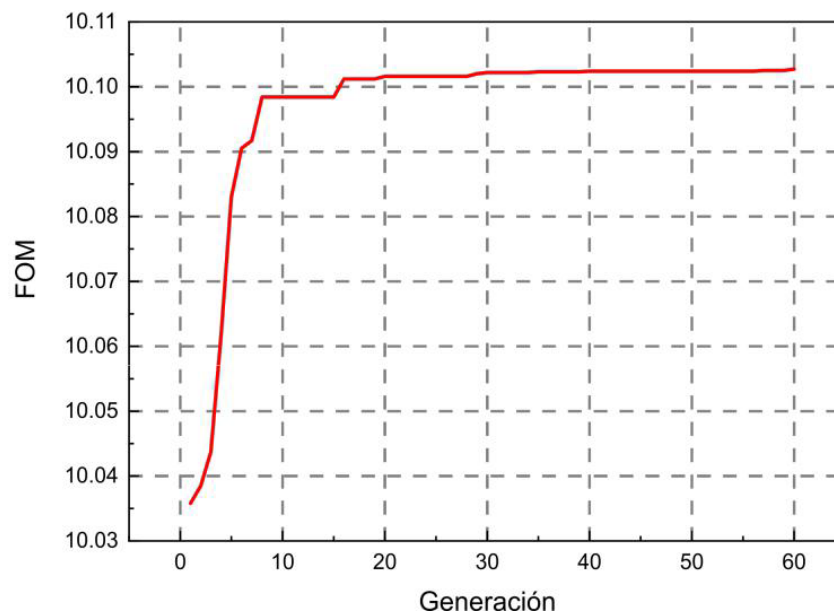
Los resultados obtenidos desde la primera simulación fueron bastante prometedores en cuanto a confinamiento de la potencia en el núcleo. Se observa que la intensidad de la potencia de la señal electromagnética se está concentrando mucho mejor en nuestra geometría y que la intensidad de las ondas evanescentes fuera del divisor es muy pequeña. Aunque la geometría observada en la Figura 20.a es considerablemente irregular, tiene ángulos mayores a  $85^\circ$  lo que reduce los errores de fabricación, en la Figura 20.b se observa que la transmisión del campo eléctrico es adiabática desde una guía de onda de 500 nm a dos guías de onda con la misma geometría y mitad de potencia eléctrica. Gracias a la condición de simetría aplicada se observa la misma transmitancia tanto en el brazo A como en el brazo B. En la Fig. 20.b, la distribución del campo eléctrico está principalmente en la guía de onda de silicio y observamos que la intensidad de las ondas evanescentes en el exterior del interferómetro multimodal es muy baja, lo que nos indica la poca pérdida de energía del modo fundamental.

Al evaluar la transmitancia del modo fundamental, obtuvimos resultados mostrados en la Figura 21.a. El objetivo en nuestra figura de mérito fue el de maximizar la integral de la función transmitancia del modo fundamental TE, es decir, la de maximizar el área debajo de la gráfica de la transmitancia.

En la Figura 21.b, se observa que el valor de la figura de mérito converge a su valor máximo aproximadamente en la iteración 35, lo que indica la velocidad de convergencia. Entre las iteraciones 8 y 16 aproximadamente se observa una pequeña convergencia debido a una aparente solución, pero luego fue corregida muy gradualmente. La transmitancia del modo fundamental en el ancho de banda optimizado (de 1.46-1.625  $\mu\text{m}$ ) en una guía de onda de salida estuvo por encima del 47.4 % de la potencia entrante, teniendo como máximo 48.7%.



(a) Transmitancia del modo fundamental TE a lo largo de las bandas S, C y L del infrarrojo.



(b) Historia de la figura de mérito de la optimización.

Figura 21: Transmitancia y FOM de los resultados de la primera optimización utilizando algoritmo PSO.

**Fuente: autor.**

### 3.2.2. 2da optimización

Con el fin de poder caracterizar estadísticamente el algoritmo PSO, se realizó una segunda optimización para corroborar el valor al cual convergen las optimizaciones. No es adecuado el caracterizar el método con solo un resultado.

En la Figura 22.a se muestra el interferómetro obtenido con los parámetros PSO 2 de la Tabla 4. La geometría resultante obtenida es bastante brusca en el contorno, sin embargo, la propagación del campo es bastante confinada en el dispositivo, como se ilustra en la Figura 22.b. También tiene ángulos mayores a  $85^\circ$ , que es una condición necesaria para su fabricación. Como se puede observar de la figura 22.b conforme la señal se propaga a lo largo del eje x, la intensidad se divide en 2 partes iguales llegando a las guías de onda de salida, donde la intensidad del campo eléctrico es de aproximadamente 0.65 según la leyenda (La energía es proporcional al campo eléctrico al cuadrado, por lo que la intensidad está en aproximadamente en 0.42). Idealmente deben de ser 0.7 para que la intensidad se encuentre en 0.5 aproximadamente.

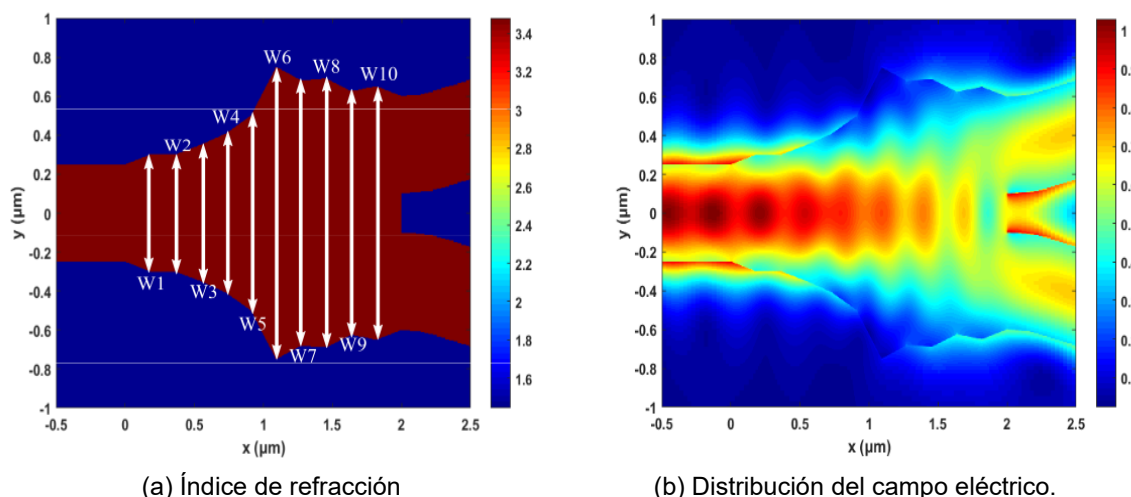
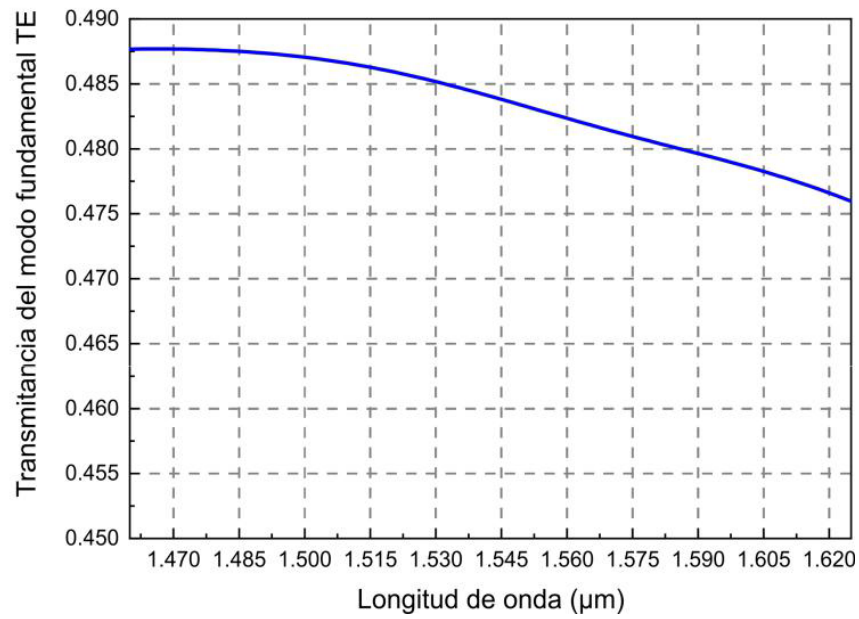


Figura 22: Vista superior de dispositivo divisor de potencia PSO 2. a) Diseño de la segunda geometría optimizada mediante PSO. b) Distribución del campo eléctrico de la señal propagándose en el eje x.

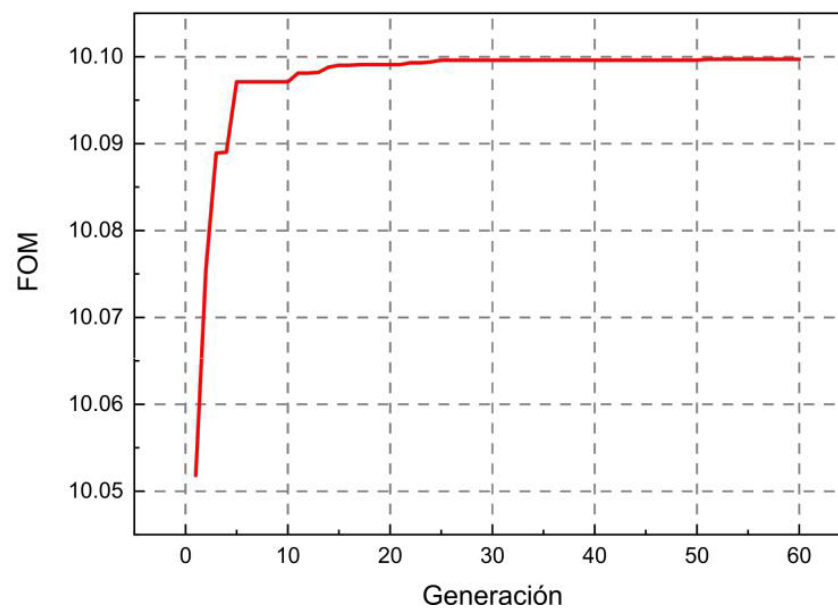
**Fuente: autor.**

La transmitancia obtenida a lo largo de las longitudes de onda supera el 47.6%, teniendo un máximo de 48.8% según la Figura 23.a. De esto se obtiene que la planaridad es de 1.2%. La mejor transmitancia fue obtenida en la banda S de las telecomunicaciones en el infrarrojo (de 1460-1530 nm), mientras que la menor transmitancia se da en la banda L (de 1565-1625 nm).

La historia de la figura de mérito (Figura 23.b) muestra que la convergencia inicia aproximadamente en la iteración 25, donde llega a un valor aproximado de 10.10. Se observa una pequeña convergencia entre las iteraciones 4 y 10, la cual fue corregida rápidamente.



(a) Transmitancia del modo fundamental TE a lo largo de las bandas S, C y L del infrarrojo.



(b) Historia de la figura de mérito de la optimización.

Figura 23: Transmitancia y FOM de los resultados de la segunda optimización utilizando algoritmo PSO.

**Fuente: autor.**

### 3.2.3. 3era optimización

Con el fin de poder caracterizar estadísticamente el algoritmo PSO, se realizó una tercera optimización para corroborar el valor al cual convergen las optimizaciones. Mientras más optimizaciones se obtengan, mejor se pueden caracterizar el método.

En la Figura 24.a se muestra el interferómetro obtenido con los parámetros PSO 3 de la Tabla 4. La geometría resultante obtenida es bastante brusca en el contorno, sin embargo, la propagación del campo es bastante confinada en el dispositivo, como se ilustra en la Figura 24.b. También tiene ángulos mayores a  $85^\circ$ , que es una condición ventajosa para evitar errores en la fabricación. Como se puede observar de la Figura 24.b conforme la señal se propaga a lo largo del eje x, la intensidad se divide en 2 partes iguales llegando a las guías de onda de salida, donde la intensidad del campo eléctrico es de aproximadamente 0.65 según la leyenda, al igual que la segunda optimización y la primera.

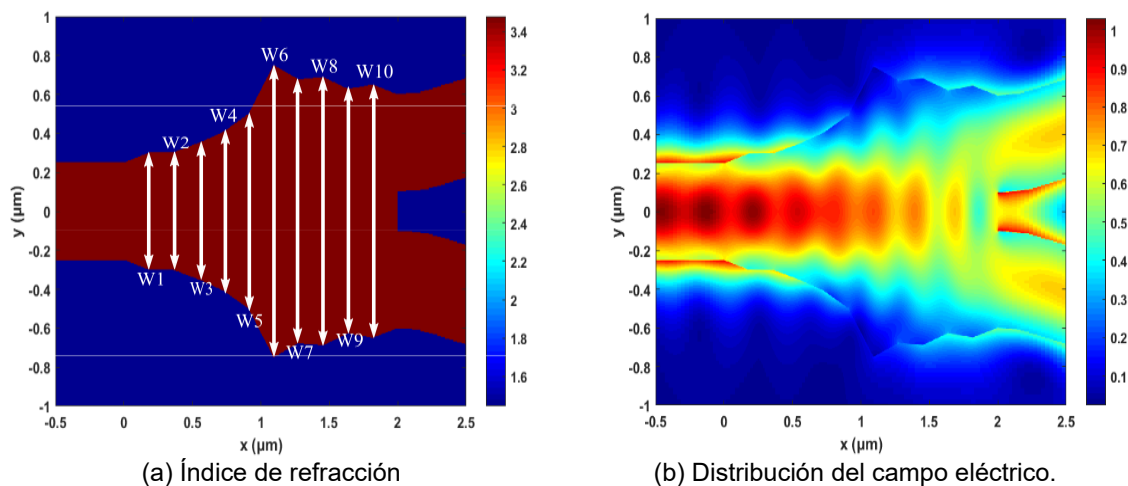
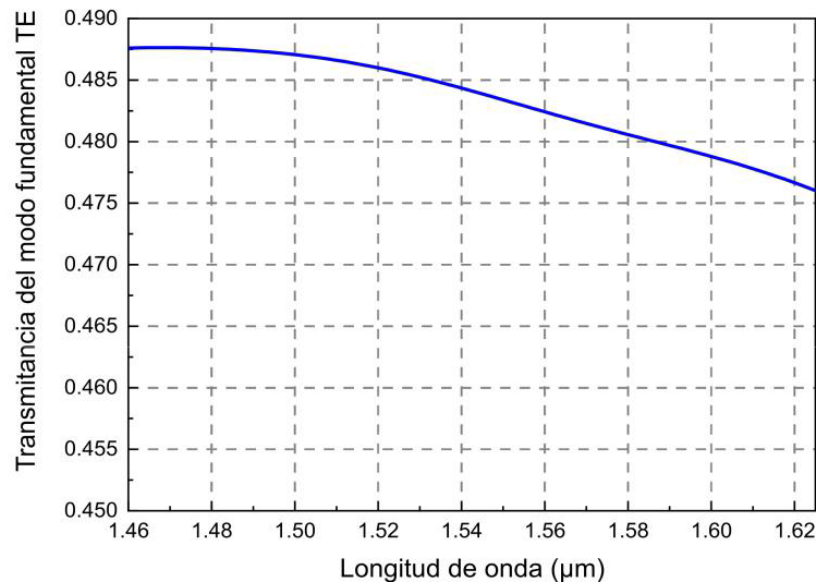


Figura 24: Vista superior de dispositivo divisor de potencia PSO 3. a) Diseño de la tercera geometría optimizada mediante PSO. b) Distribución del campo eléctrico de la señal propagándose en el eje x.

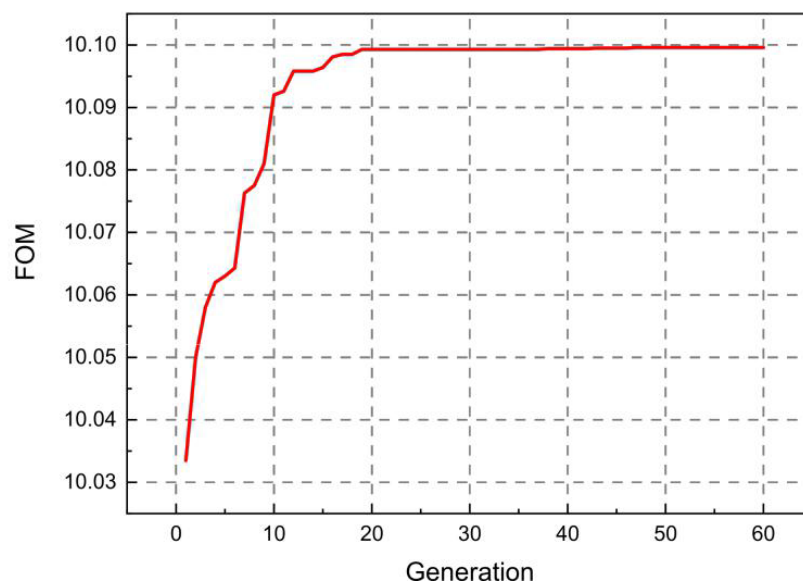
**Fuente:** autor.

La transmitancia obtenida a lo largo de las longitudes de onda supera el 47.6%, teniendo un máximo de 48.8% según la Figura 25.a. De esto se obtiene que la planaridad es de 1.2%. La mejor transmitancia fue obtenida en la banda S de las telecomunicaciones en el infrarrojo (de 1460-1530 nm), mientras que la menor transmitancia se da en la banda L (de 1565-1625 nm).

La historia de la figura de mérito (Figura 25.b) muestra que la convergencia inicia aproximadamente en la iteración 19, donde llega a un valor aproximado de 10.10. Desde la iteración 1 hasta la iteración 19 muestra aumento de la figura de mérito, con lo que deducimos que en cada iteración se obtuvo una nueva mejor solución. Esto fue la causa de la baja velocidad de convergencia.



(a) Transmitancia del modo fundamental TE a lo largo de las bandas S, C y L del infrarrojo.



(b) Historia de la figura de mérito de la optimización.

Figura 25: Transmitancia y FOM de los resultados de la tercera optimización utilizando algoritmo PSO.

**Fuente: autor.**

### 3.3. Conclusiones del capítulo

En este capítulo se realizaron 3 optimizaciones mediante PSO con el fin de establecer características en un pequeño espacio muestral. Las principales características a observar de las optimizaciones están en la tabla 5. De estas 3 optimizaciones, podemos obtener una media con la que podemos caracterizar la optimización. En este caso, elegimos definirla mediante la media geométrica (MG) de los datos.

Resumen PSO	Tiempo (min)	Iteración de convergencia	Planaridad (%)	Tiempo de convergencia (min)	FOM	T máxima (%)
PSO 1	680	35	1.32	396.7	10.1025	48.75
PSO 2	726	25	1.17	302.5	10.0997	48.77
PSO 3	644	19	1.14	203.9	10.0996	48.76
MG	682.5	25.5	1.21	290.3	10.1006	48.76

Tabla 5: Resumen de resultados de los procesos de optimización con PSO.

La figura de mérito atribuida estadísticamente al algoritmo PSO tiene un valor de 10.1 aproximadamente con una velocidad de convergencia de 26 iteraciones con un tiempo de convergencia de 290 minutos, lo que es proporcional la velocidad. En la Figura 26 se observan las 3 transmitancias en el ancho de banda con fines comparativos. Las transmitancias de las PSO 2 y PSO 3 están casi superpuestas debido a que sus parámetros obtenidos son muy cercanos. Los valores de la figura de mérito en las 3 optimizaciones son bastante cercanos, por lo que deducimos que los valores llegan a converger a casi los mismos resultados.

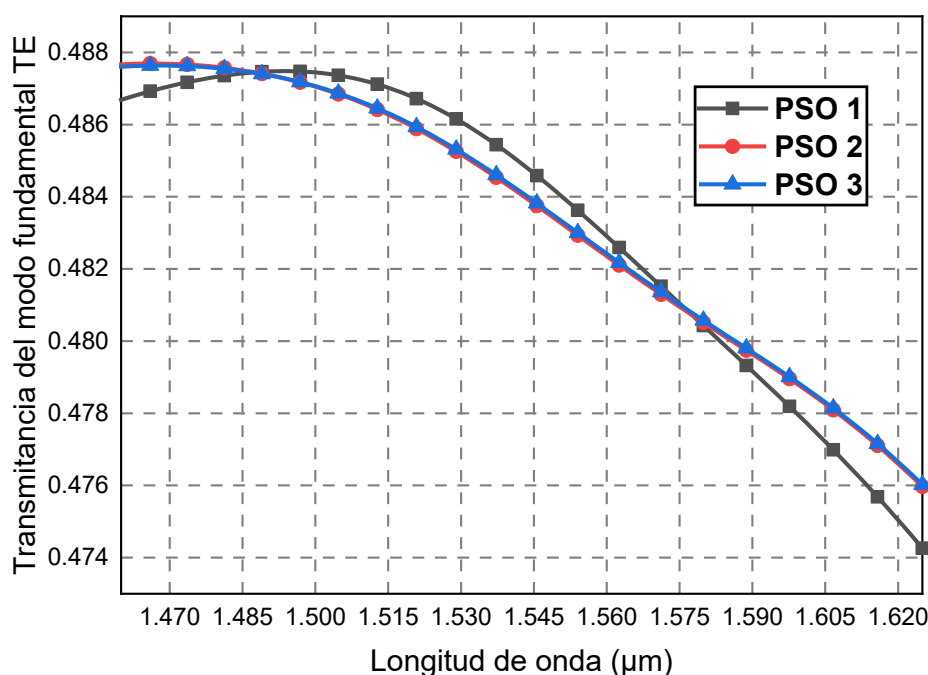


Figura 26: Comparación de las transmitancias entre las 3 optimizaciones. Fuente: autor.



# Capítulo 4

## Optimización de MMI con GA

### 4.1. Introducción a la optimización por Algoritmo Genético

Presentado por Jhon Henry Holland [16] aplicado en muchos problemas por Goldberg [17].

Algunas ventajas del algoritmo genético sobre otros métodos de aproximación son:

1. Optimiza con parámetros continuos o discretizados.
2. No requiere información derivada.
3. Trabaja con un gran número de variables.
4. Trabaja con datos generados por simulación, experimentales o funciones analíticas.
5. Otorga una serie de parámetros optimizados, es decir, no da solo una solución.
6. Funciona bien para computadoras en paralelo.
7. Puede codificar los parámetros y la optimización se realiza con los parámetros codificados.
8. Optimiza variables con superficies de costo muy complejas.
9. Búsqueda simultánea de una amplia muestra de la superficie de costos.

Es un algoritmo de optimización basado en el bien conocido proceso biológico de genética y evolución, los que son estudios de los rasgos biológicos de herencia y variación. Las manipulaciones de las fuerzas detrás de la genética se encuentran en animales reproductores e ingeniería genética. Esto da resultado a cambios genéticos a través de la selección natural, derivación genética, mutación y migración. La evolución y la genética tiene como resultado una población que se adapta con éxito a su medio ambiente. Una combinación de genética y evolución es análoga a

optimizaciones numéricas en la que ambos se esfuerzan en encontrar un buen resultado dependiendo de las variables. Los términos utilizados para describir la optimización mediante algoritmo genético son presentados en la Tabla 6:

Población	Conjunto de posibles soluciones
Padres	Miembro de la actual generación.
Descendientes	Miembro de la siguiente generación.
Generación	Población creada satisfactoriamente (Iteración).
Cromosoma	Forma codificada de un vector de solución de prueba (cadena) que consiste en genes hechos de alelos.
Aptitud	Numero positivo asignado a una solución para cuantizar la calidad de esa solución.

Tabla 6: Tabla de términos principales de la optimización GA.

#### 4.1.1. Desarrollo del Algoritmo Genético

La entrada de la función objetivo es un cromosoma, la salida de la función objetivo es conocido como el costo cuando se minimiza. Cada cromosoma consiste en genes o variable individuales. Los genes toman ciertos alelos como las variables toman ciertos valores. Un grupo de cromosomas es conocido como población, por lo que se le llamara así desde ahora.

Para nuestro propósito, la población es una matriz con cada fila correspondiente a un cromosoma:

$$\begin{array}{c}
 \mathbf{población} = \begin{bmatrix} chrom_1 \\ chrom_2 \\ \vdots \\ chrom_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \dots & g_{1M} \\ g_{21} & g_{22} & \dots & g_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N1} & g_{N2} & \dots & g_{NM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} rojo & 1 & \dots & 19.132 \\ azul & 4 & \dots & -12.954 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ verde & 2 & \dots & 0.125 \end{bmatrix} \\
 \text{Cromosomas} \qquad \qquad \qquad \text{genes} \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \text{alelos}
 \end{array} \tag{4.1.1}$$

Cada cromosoma es la entrada en la función objetivo  $f$ . El costo asociado con cada cromosoma es calculado por la función objetivo una a la vez o en paralelo:

$$f \left\{ \begin{bmatrix} chrom_1 \\ chrom_2 \\ \vdots \\ chrom_N \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} cost_1 \\ cost_2 \\ \vdots \\ cost_N \end{bmatrix} \tag{4.1.2}$$

Es el costo el que determina la aptitud de un individuo de la población. Un bajo costo implica una gran aptitud.

El algoritmo tiene los siguientes pasos:

1. Crear una población inicial.
2. Evaluar la aptitud de cada miembro de la población.
3. Invocar selección natural.
4. Seleccionar miembros de la población para apareamiento.
5. Generar descendientes.
6. Mutar miembros seleccionados de la población.
7. Terminar algoritmo o volver al paso 2.

Discutiremos en detalle:

**1. Crear una población inicial:** La población inicial es la matriz inicial de cromosomas. Cada fila es una solución al conjunto de parámetros con valores aleatorios en el rango establecido por el usuario. Es decir, el número de columnas es el número de parámetros y los valores en cada celda situada en la columna  $i$  y fila  $j$  de la matriz es un valor del parámetro  $i$  para la solución  $j$ .

**2. Evaluar aptitud:** Los cromosomas son evaluados mediante la función de costo. Cada cromosoma tiene asociado un costo. De forma más general, al optimizar podríamos no solo tener un solo objetivo, sino más de uno. Como ejemplo podríamos querer optimizar un dispositivo maximizando su transmitancia y reduciendo su geometría. Este tipo de optimización es llamado *optimización multiobjetivo*. Una manera muy común de lidiar con una optimización multiobjetivo es normalizando el costo de cada objetivo, pesar cada costo (según lo asigne el usuario), luego agregar los costos pesados juntos para obtener un solo costo. Así, la salida de la función objetivo que tiene  $N$  objetivos es:

$$costo = \sum_{n=1}^N w_n c_n \quad (4.1.3)$$

Donde  $\sum_{n=1}^N w_n = 1$  y  $0 \leq c_n \leq 1$ . Normalizar el costo es importante para asegurar el control sobre la ponderación relativa de cada costo.

**3. Selección Natural:** Solo los miembros más saludables de la población sobreviven para la siguiente generación. Hay dos maneras de invocar la selección natural. La primera es la conservación de los cromosomas más saludables y descartar el resto. La segunda mantiene todos los cromosomas que están por encima (o por debajo según sea la función objetivo) de un valor de costo.

**4. Selección de parejas:** Los miembros de la población que tengan mejores costos tendrán más probabilidad de ser seleccionados a aparearse. Hay muchas

maneras de seleccionar a las posibles parejas, en este trabajo utilizaremos el método de la ruleta, debido a que es muy sencillo de codificar.

a) Rueda de la ruleta:

A cada cromosoma se le asigna una probabilidad de ser seleccionado basándonos en la buena calidad de sus costos. A mayor calidad, más probabilidad de ser seleccionado. Los cromosomas seleccionados darán origen a descendientes en la siguiente generación. Hay algunos problemas con la ruleta:

- 1) La ruleta debe ser recalculada para cada iteración.
- 2) Si la tasa de mutación es baja, en las siguientes generaciones todos los cromosomas tendrán aproximadamente la misma probabilidad de selección.
- 3) Los costos deben de ser normalizados con la finalidad de desarrollar las probabilidades. La normalización es arbitraria.

Luego de que las probabilidades sean asignadas, debemos de computar los valores de probabilidad acumulados, es decir, generamos un vector con dimensiones  $1 \times N$ , donde  $N$  es la cantidad de probabilidades (número de cromosomas en la población). En cada celda se irán acumulando los valores de las probabilidades, es decir, en la primera celda del vector irá la probabilidad del cromosoma 1, en la segunda celda irá la probabilidad del cromosoma 1 sumado con la probabilidad del cromosoma 2, en la tercera celda irá la probabilidad del cromosoma 1 sumado con la probabilidad del cromosoma 2 sumado con la probabilidad del cromosoma 3, . . . etc. De esta manera, en la última celda el valor será 1.

Un número entre 0 y 1 es generado aleatoriamente. Este número obviamente se encontrará en alguno de los rangos de los valores entre celda y celda del vector establecido previamente. Si este valor es mayor que el valor en la celda  $i$  y menor que en la celda  $i + 1$ , entonces el cromosoma  $i + 1$  es seleccionado para aparearse.

**5. Generación de descendientes:** Los descendientes son generados por los padres seleccionados. Estos son creados de las porciones de cada padre. Este enfoque baraja los valores de las variables entre los cromosomas para producir descendencia.

**6. Mutación:** La mutación induce variaciones aleatorias en la población. La constante de mutación es el valor con el que modificaremos el valor del descendiente, para obtener mayor variedad en la siguiente generación. Existen

muchos métodos de mutación, para nuestro propósito usaremos el más simple de codificar, un tipo de mutación lineal.

$$Parametro2 = Parametro + \alpha \cdot rand() \quad (4.1.4)$$

Donde *Parametro* es el valor actual del parámetro utilizado (ancho  $W_i$ ),  $\alpha$  es el factor de mutación, que en nuestra optimización es  $10^{-8}$ , y *rand()* es un valor aleatorio entre 0 y 1.

**7. Final de la optimización:** El proceso se repite hasta que la condición de finalización se alcance. Algunas de las condiciones son:

- a) Se alcanza el número máximo de generaciones.
- b) Se alcanza el tiempo máximo establecido.
- c) La función de aptitud alcanza una tolerancia menor a la tolerancia máxima establecida.
- d) La mejor solución no varía después de una cantidad establecida de generaciones.

Cabe mencionar que PSO es un derivado del GA, en donde la descendencia proviene de un solo padre debido a que la siguiente posición se basa en la mejor posición global de todos los agentes, asociado con la velocidad de la iteración previa y con la mejor posición del agente de manera individual.

## 4.2. Resultados de la optimización del divisor de potencia

El proceso de optimización GA fue realizado en Lumerical MODE solutions, en donde asignamos valores específicos de algunas variables utilizadas en la optimización (Anexo 4). La cantidad de padres para nuestro proceso de optimización fue de 40, el número de iteraciones fue de 60 y el factor de mutación es de  $1 \times 10^{-8}$ . Este último fue establecido como  $10^{-8}$  debido a que mutan las dimensiones  $W_i$ , que están en el orden de los micrómetros. Los resultados de las optimizaciones se muestran en la Tabla 7, todos los valores están en  $\mu\text{m}$ .

	W1	W2	W3	W4	W5	W6	W7	W8	W9	W10
GA 1	0.599	0.653	0.759	0.831	1.313	1.434	1.379	1.419	1.320	1.300
GA 2	0.570	0.653	0.720	0.864	1.085	1.421	1.379	1.333	1.314	1.300
GA 3	0.600	0.600	0.700	0.813	1.000	1.500	1.300	1.396	1.246	1.300

Tabla 7: Resultado de las optimizaciones mediante GA en  $\mu\text{m}$ .

### 4.2.1. Primera optimización

En la Figura 27.a se muestra el interferómetro obtenido con los parámetros GA 1 de la Tabla 7. La geometría resultante obtenida es bastante suave en el contorno y la propagación del campo es bastante confinada en el dispositivo, como se ilustra en la Figura 27.b. Debido a que los lados laterales son suaves, este dispositivo está menos propenso a errores de fabricación.

Al entrar en el dispositivo, la energía solo está confinada a la guía de onda de entrada y conforme se propague en el eje  $x$  y las dimensiones de la guía cambien, la energía se redistribuye dando lugar a interferencias que en las guías de onda de salida se divide en 2. Como se puede observar de la figura 27.b conforme la señal se propaga a lo largo del eje  $x$ , la intensidad se divide en 2 partes iguales llegando a las guías de onda de salida, donde la transmitancia es de aproximadamente 0.65 según la leyenda. Idealmente deben de ser 0.7 debido a que energía es proporcional a la intensidad del campo eléctrico al cuadrado, por lo que la energía llegaría a 0.5.

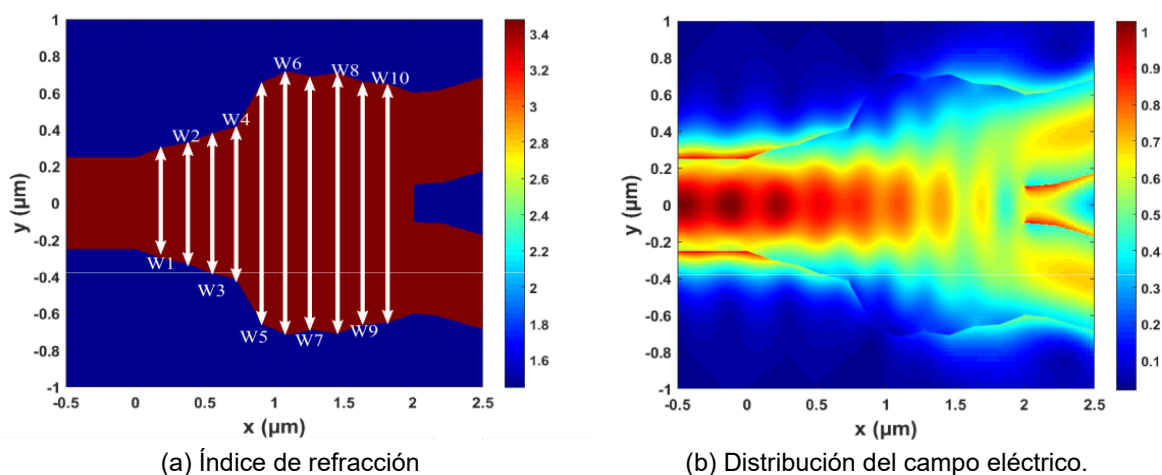
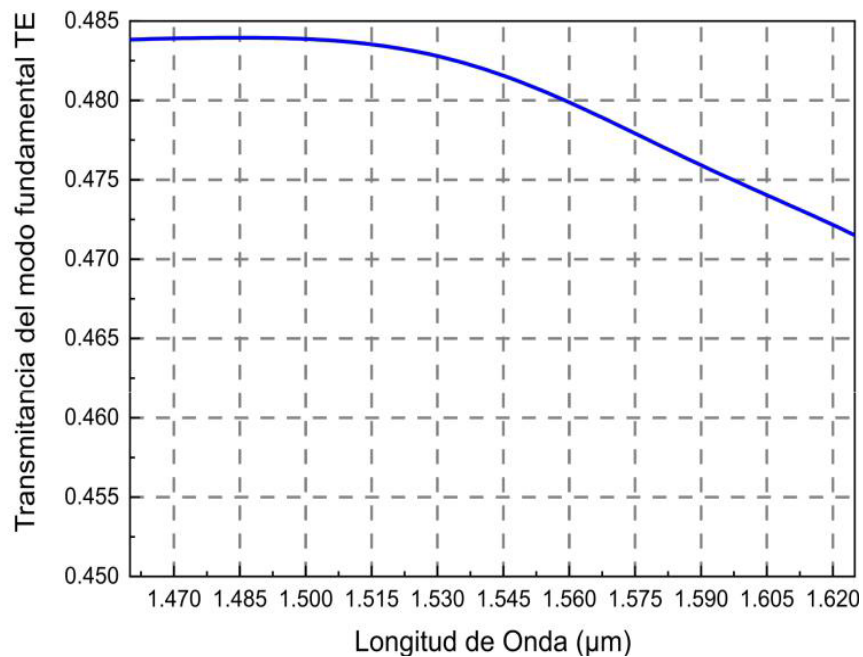


Figura 27: Vista superior de dispositivo divisor de potencia GA 1. a) Diseño de la primera geometría optimizada mediante GA. b) Distribución del campo eléctrico de la señal propagándose en el eje  $x$ .

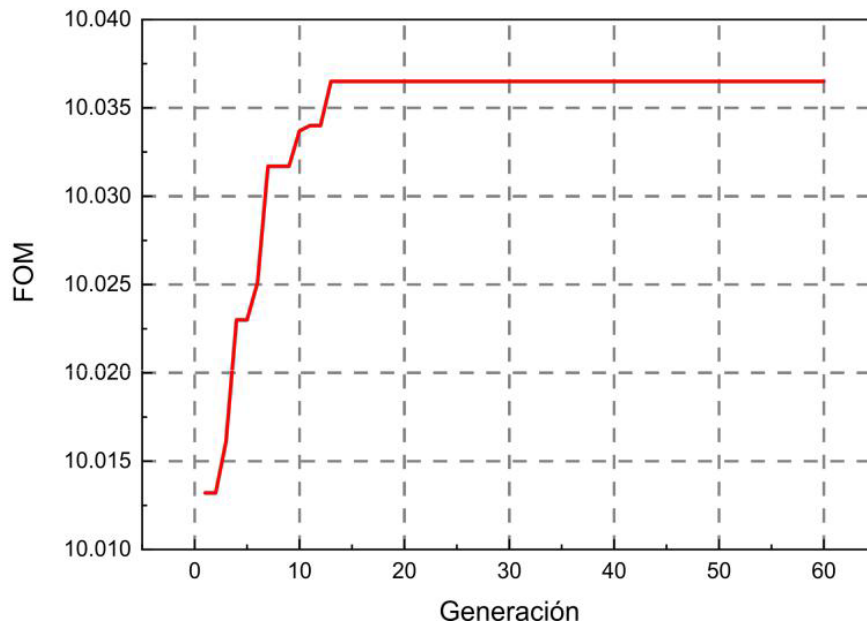
**Fuente: autor.**

La transmitancia obtenida a lo largo de las longitudes de onda supera el 47.2%, teniendo un máximo de 48.4% según la Figura 28.a. De esto se obtiene que la planaridad es de 1.2%. La mejor transmitancia fue obtenida en la banda S de las telecomunicaciones en el infrarrojo (de 1460-1530 nm) con una alta planaridad, mientras que la menor transmitancia se da en la banda L (de 1565-1625 nm).

La historia de la figura de mérito (Figura 28.b) muestra que la convergencia inicia aproximadamente en la iteración 13, donde llega a un valor aproximado de 10.037. este valor es relativamente bajo. Desde la iteración 1 hasta la iteración 13 muestra aumento de la figura de mérito, con lo que deducimos que en cada iteración se obtuvo una nueva mejor solución. Esto fue la causa de la baja velocidad de convergencia.



(a) Transmitancia del modo fundamental TE a lo largo de las bandas S, C y L del infrarrojo.



(b) Historia de la figura de mérito de la optimización.

Figura 28: Transmitancia y FOM de los resultados de la primera optimización utilizando algoritmo GA.

**Fuente: autor.**

## 4.2.2. Segunda optimización

Con el fin de poder caracterizar estadísticamente el algoritmo GA, se realizó una segunda optimización para corroborar el valor al cual convergen las optimizaciones. No es adecuado el caracterizar el método con solo un resultado.

En la Figura 29.a se muestra el interferómetro obtenido con los parámetros GA 2 de la Tabla 7. Los ángulos interiores en cada vértice del dispositivo cumplen con la condición de ser mayores a  $85^\circ$ . La geometría resultante obtenida es un poco brusca en el contorno, aunque la propagación del campo es bastante confinada en el dispositivo, como se ilustra en la Figura 29.b.

Al entrar en el dispositivo, la energía solo esta confinada a la guía de onda de entrada y conforme se propague en el eje x y las dimensiones de la guía cambien, la energía se redistribuye dando lugar a interferencias y que en las guías de onda de salida la energía se divida en 2. Como se puede observar de la figura 29.b conforme la señal se propaga a lo largo del eje x, la intensidad se divide en 2 partes iguales llegando a las guías de onda de salida, donde la intensidad del campo eléctrico se encuentra entre 0.6 y 0.7 aproximadamente según la leyenda. Idealmente deben de ser 0.7 por la teoría mencionada previamente.

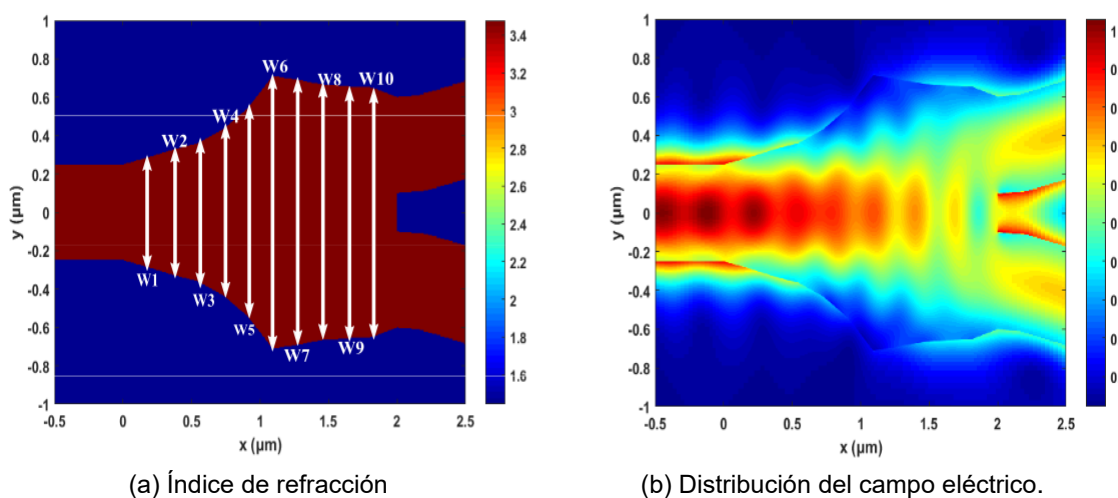


Figura 29: Vista superior de dispositivo divisor de potencia GA 2. a) Diseño de la segunda geometría optimizada mediante GA. b) Distribución del campo eléctrico de la señal propagándose en el eje x.

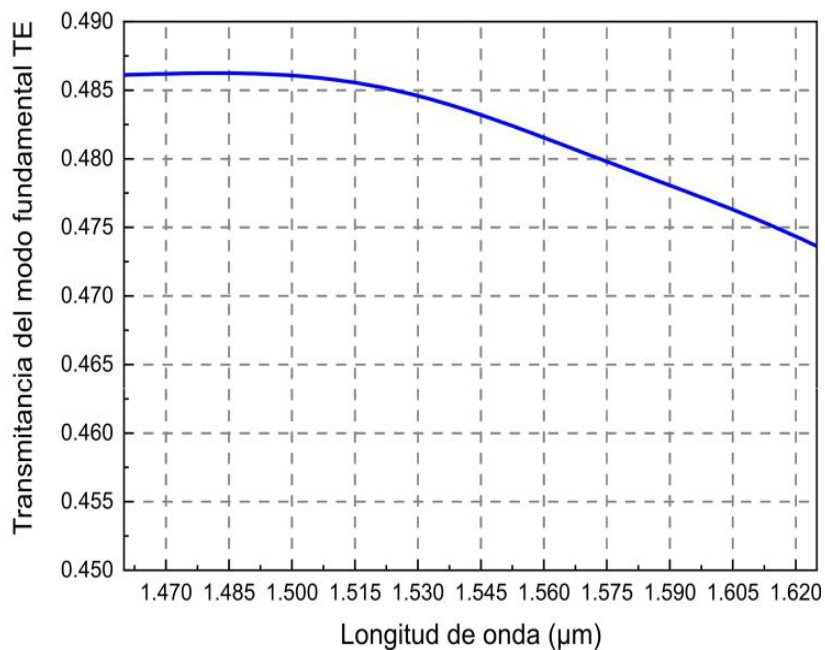
**Fuente: autor.**

La transmitancia obtenida a lo largo de las longitudes de onda supera el 47.4%, teniendo un máximo de 48.6% según la Figura 30.a. De esto se obtiene que la planaridad es de 1.2%. La mejor transmitancia fue obtenida en la banda S de las telecomunicaciones en el infrarrojo (de 1460-1530 nm) con una transmitancia mayor al 48.4%, mientras que la menor transmitancia se da en la banda L (de 1565-1625 nm).

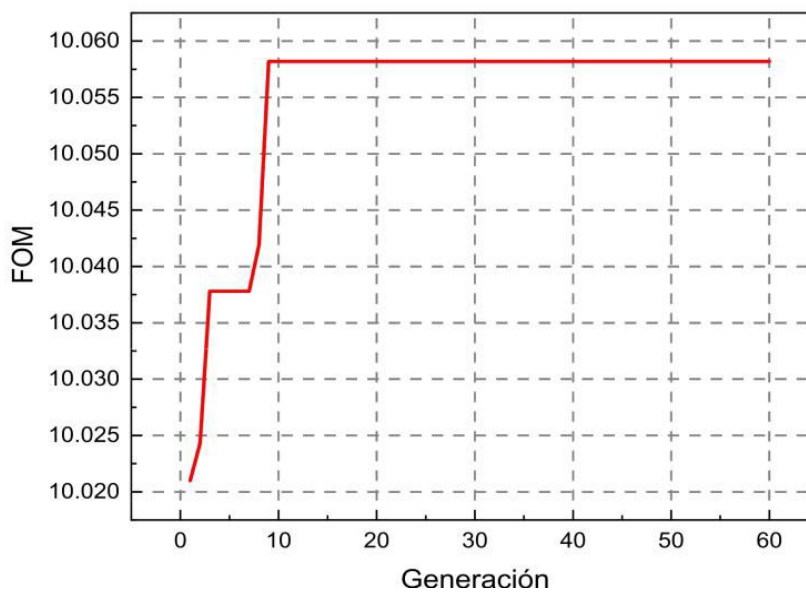
La historia de la figura de mérito (Figura 30.b) muestra que la convergencia inicia aproximadamente en la iteración 9, donde llega a un valor aproximado de 10.058. Este valor es relativamente bajo, aunque la velocidad de convergencia fue bastante alta.



Desde la iteración 3 hasta la iteración 7 se muestra una solución, la cual fue corregida en la iteración 9. Esto fue la causa de la baja velocidad de convergencia.



(a) Transmitancia del modo fundamental TE a lo largo de las bandas S, C y L del infrarrojo.



(b) Historia de la figura de mérito de la optimización.

Figura 30: Transmitancia y FOM de los resultados de la segunda optimización utilizando algoritmo GA.

**Fuente: autor.**

### 4.2.3. Tercera optimización

Con el fin de poder caracterizar estadísticamente el algoritmo GA, se realizó una tercera optimización para corroborar el valor al cual convergen las optimizaciones. Mientras más optimizaciones se obtengan, mejor se puede caracterizar el método.

En la Figura 31.a se muestra el interferómetro obtenido con los parámetros GA 3 de la Tabla 7. Los ángulos interiores en cada vértice del dispositivo cumplen con la condición de ser mayores a  $85^\circ$ . La geometría resultante obtenida es brusca en el contorno, aunque la propagación del campo es bastante confinada en el dispositivo, como se ilustra en la Figura 31.b.

Al entrar en el dispositivo, la energía solo esta confinada a la guía de onda de entrada y conforme se propague en el eje x y las dimensiones de la guía cambien, la energía se redistribuye dando lugar a interferencias y que en las guías de onda de salida la energía se divida en 2. Como se puede observar de la figura 31.b conforme la señal se propaga a lo largo del eje x, la intensidad se reduce en 2 partes iguales llegando a las guías de onda de salida, donde la intensidad del campo eléctrico es de aproximadamente 0.65 según la leyenda. Idealmente deben de ser 0.7 por lo que deducimos que la optimización dio un resultado eficiente. Recordar que la transmitancia es proporcional a la intensidad del campo eléctrico al cuadrado, por lo que si buscamos una transmitancia de 0.5, el campo eléctrico debe de ser 0.7 aproximadamente.

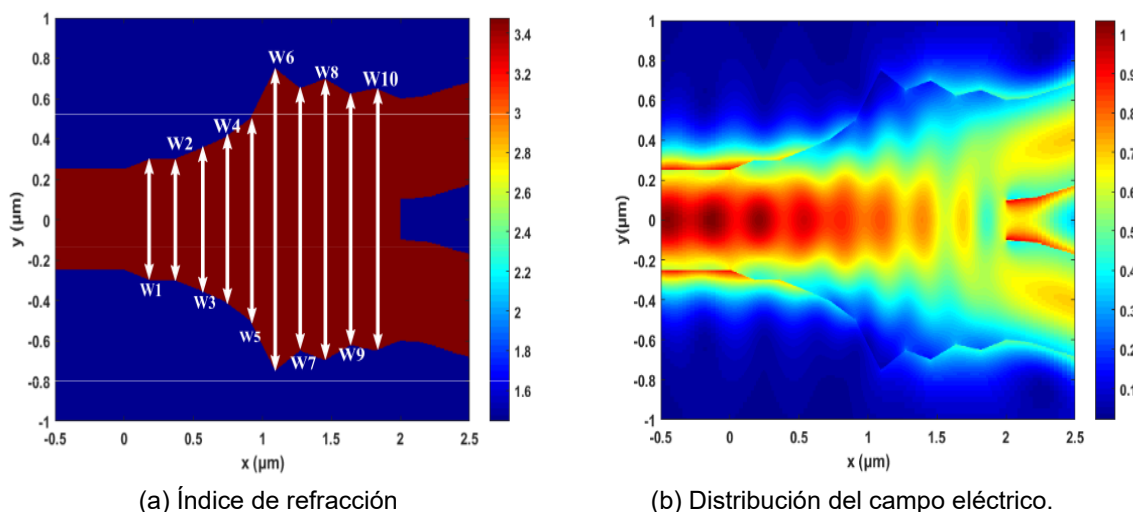
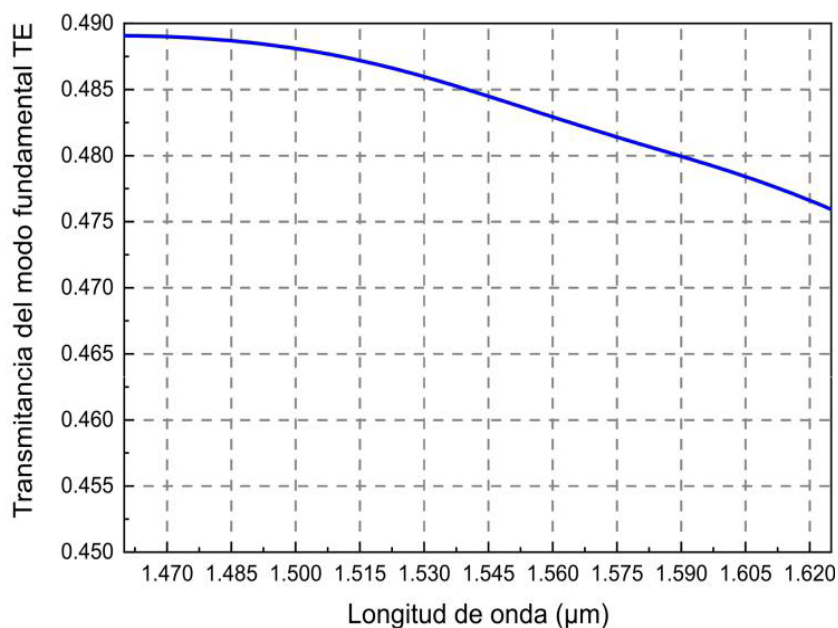


Figura 31: Vista superior de dispositivo divisor de potencia GA 3. a) Diseño de la tercera geometría optimizada mediante GA. b) Distribución del campo eléctrico de la señal propagándose en el eje x.

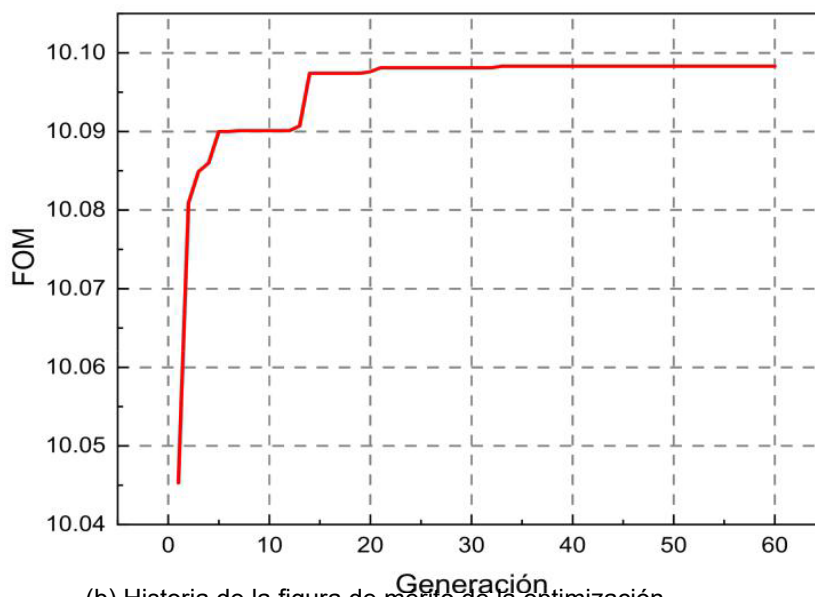
**Fuente: autor.**

La transmitancia obtenida a lo largo de las longitudes de onda supera el 47.6%, teniendo un máximo de 48.9% según la Figura 32.a. De esto se obtiene que la planaridad es de 1.3%. La mejor transmitancia fue obtenida en la banda S de las telecomunicaciones en el infrarrojo (de 1460-1530 nm) con una transmitancia mayor al 48.6%, mientras que la menor transmitancia se da en la banda L (de 1565-1625 nm).

La historia de la figura de mérito (Figura 32.b) muestra que la convergencia inicia aproximadamente en la iteración 21, donde llega a un valor aproximado de 10.099. Este valor es relativamente alto, aunque la velocidad de convergencia fue de 21 iteraciones aproximadamente, lo cual es relativamente bajo. Desde la iteración 4 hasta la iteración 12 y de la iteración 14 hasta la 20 se muestran 2 soluciones, saliendo en la iteración 21.



(a) Transmitancia del modo fundamental TE a lo largo de las bandas S, C y L del infrarrojo.



(b) Historia de la figura de mérito de la optimización.

Figura 32: Transmitancia y FOM de los resultados de la tercera optimización utilizando algoritmo GA.

**Fuente: autor.**

### 4.3. Conclusiones del capítulo

En este capítulo se realizaron 3 optimizaciones mediante GA con el fin establecer características en un pequeño espacio muestral de optimizaciones. Las principales características a observar están resumidas en la tabla 8 con datos de la sección 4.2. De estas 3 optimizaciones, podemos caracterizar estadísticamente la optimización. En este caso, elegimos definirla mediante la media geométrica (MG) de los datos.

Resumen GA	Tiempo (min)	Iteración de convergencia	Planaridad (%)	Tiempo de convergencia (min)	FOM	T máxima (%)
GA 1	460	13	1.25	99.7	10.0365	48.40
GA 2	453	9	1.26	68.0	10.0568	48.62
GA 3	450	21	1.31	157.5	10.0983	48.91
MG	454.3	13.5	1.27	102.2	10.0638	48.64

Tabla 8: Resumen de resultados de los procesos de optimización con GA.

La figura de mérito atribuida estadísticamente al algoritmo GA tiene un valor de 10.06 aproximadamente con una velocidad de convergencia de 13 iteraciones con un tiempo de convergencia de 102 minutos. Todas las optimizaciones obtuvieron un valor de FOM relativamente lejano uno del otro y eso se observa en las transmitancias obtenidas en la Figura 33, de donde tenemos claramente que el mejor resultado es el obtenido en GA 3. Otra evidencia de la diferencia en los valores de FOM es en los parámetros obtenidos en la optimización (Tabla 7), cuyos resultados son dispositivos con diseños considerablemente distintos. De esto concluimos que la optimización GA no tiene una convergencia definida.

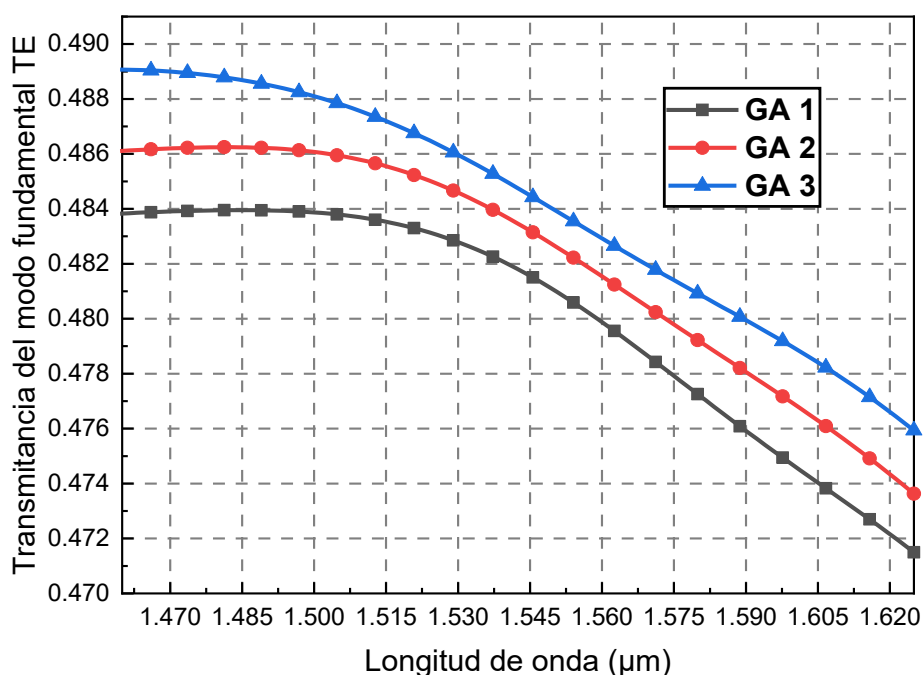


Figura 33: Comparación de las transmitancias entre las 3 optimizaciones.

Fuente: autor.

## Capítulo 5

# Optimización de MMI con CMA-ES

### 5.1. Introducción a la optimización por estrategia de evolución de adaptación de matriz de covarianza- CMA-ES

La estrategia de evolución de adaptación de matriz de covarianza es una técnica de optimización relativamente nueva en el campo de la computación evolutiva, así como en el diseño de dispositivos electromagnéticos. Es un algoritmo de optimización basado en el número de población que opera sobre una serie de iteraciones como el PSO. Aunque el algoritmo es mucho más complejo que en la optimización PSO, es auto adaptativo (incrementa o reduce el espacio de búsqueda para la siguiente generación) y solo requiere que el usuario elija el tamaño de la generación, que es la cantidad de individuos, en lugar de escoger tamaño de la generación y varios parámetros evolutivos.

Algunas razones por las cuales elegimos este método de optimización son:

- En problemas de electromagnetismo, se han presentado mejores resultados que las optimizaciones típicas como PSO o GA [97].
- Pequeñas poblaciones tienen un buen rendimiento y eso reduce el costo computacional, además de no afectar a la alta tasa de éxito [98].

#### 5.1.1. Desarrollo de la optimización por estrategia de evolución de adaptación de matriz de covarianza

CMA-ES es un algoritmo basado en la distribución, su población inicial se elige aleatoriamente en el dominio de búsqueda, y su tamaño es configurado de tal forma que la desviación estándar de la distribución es (típicamente)  $1/3$  del rango de parámetros para cada parámetro. Esto es diferente a algunos algoritmos de optimización en donde la población inicial se elige en el espacio de búsqueda de forma discretizada dependiendo de la cantidad de individuos.

$N$	Dimensión del problema o número de parámetros.
$\lambda$	Tamaño de la generación.
$\mu$	Número de individuo.
$g$	Número de iteración.
$\sigma$	Tamaño de paso.
$m \in \mathbb{R}^N$	Media de distribución.
$x_k \in \mathbb{R}^N$	Conjunto de parámetros para el individuo $k$ .
$C \in \mathbb{R}^{N \times N}$	Matriz de covarianza.
$B \in \mathbb{R}^{N \times N}$	Eigenvectores de la matriz de covarianza.
$D \in \mathbb{R}^{N \times N}$	Eigenvalores de la matriz de covarianza.
$p_c \in \mathbb{R}^N$	Camino de la evolución.
$p_\sigma \in \mathbb{R}^N$	Conjugado del camino de la evolución.

Tabla 9: Tabla de términos principales de la optimización CMA-ES. Escalares, vectores y matrices utilizadas internamente en la optimización CMA-ES.

**1. Ajuste de parámetros de estrategia:** Definir el valor de  $N, \lambda, \mu$ , los pesos  $\omega_i, i = 1, \dots, \mu$  y los parámetros  $c_\sigma, d_\sigma, c_c, c_1$ , y  $c_\mu$  que son usados para cálculos complementarios.

**2. Inicialización:** Inicializar el número de generación  $g = 0$ , la matriz de covarianza  $C^{(0)} = I$ , el tamaño de paso  $\sigma^{(0)} = 0.5$ , el camino de la evolución  $p_c = 0, p_\sigma = 0$ , y el valor inicial de la media  $m^{(0)} \in \mathbb{R}^n$ .

**3. Inicio:** Generar una población de puntos de búsqueda usando una distribución normal, de la siguiente manera:

$$x^{(g+1)}_k \sim \mathcal{N}(m^g, (\sigma^g)^2 C^{(g)}) \quad \text{para } k = 1, \dots, \lambda. \quad (5.1.1)$$

**4. Selección y recombinación.** Obtener el valor de la función de aptitud  $f(x_k^{(g+1)})$  de los puntos de búsqueda y seleccionar los  $\mu$  mejores puntos  $x_{i:\lambda}^{(g+1)}$  para  $i = 1, \dots, \mu$ . Actualizar el valor de la media de la distribución usada para la búsqueda como sigue:

$$m^{(g+1)} = \sum_{i=1}^{\mu} \omega_i x_{i:\lambda}^{(g+1)} \quad (5.1.2)$$

**5. Adaptación de matriz de covarianza:** la actualización es como sigue:

$$C^{(g+1)} = (1 - c_1 - c_\mu) C^{(g)} + c_1 (p_c p_c^T + \delta (h_\sigma) C^{(g)}) + c_\mu \sum_{i=1}^{\mu} \omega_i \left( \frac{x_{i:\lambda} - m}{\sigma} \right) \left( \frac{x_{i:\lambda} - m}{\sigma} \right)^T \quad (5.1.3)$$

Donde:

$$\mathbf{p}_c^{(g+1)} = (1 - c_c)\mathbf{p}_c^{(g)} + h_\sigma \sqrt{c_\sigma(2 - c_\sigma)\mu_{eff}} \frac{\mathbf{m}^{(g+1)} - \mathbf{m}^{(g)}}{\sigma}, \quad (5.1.4)$$

$$c_c = \frac{4 + \mu_{eff}/n}{n + 4 + 2\mu_{eff}/n}, \quad (5.1.5)$$

$$c_1 = \frac{2}{(n + 1.3)^2 + \mu_{eff}}, \quad (5.1.6)$$

$$c_\mu = \min\left(1 - c_1, \alpha_\mu \frac{\mu_{eff} - 2 + 1/\mu_{eff}}{(n + 2)^2 + \alpha_\mu \mu_{eff}/2}\right), \quad (5.1.7)$$

$$\alpha_\mu = 2, \quad (5.1.8)$$

$$\delta(h_\sigma) = (1 - h_\sigma)c_c(2 - c_c), \quad (5.1.9)$$

$$h_\sigma = \begin{cases} 1 & \text{if } \frac{\|\mathbf{p}_\sigma\|}{\sqrt{1 - (1 - c_\sigma)^{2(g+1)}}} \\ & < (1.4 + \frac{2}{n+1})E\|\mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})\|, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}, \quad (5.1.10)$$

$$E\|\mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})\| = \sqrt{n} \left(1 - \frac{1}{4n} + \frac{1}{21n^2}\right). \quad (5.1.11)$$

**6. Control de tamaño de paso:** el tamaño de paso se actualiza de la siguiente manera:

$$\sigma^{(g+1)} = \sigma^{(g)} \exp\left(\frac{c_\sigma}{d_\sigma} \left(\frac{\|\mathbf{p}_\sigma\|}{E\|\mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})\|} - 1\right)\right) \quad (5.1.12)$$

Donde,

$$\mathbf{p}_\sigma^{(g+1)} = (1 - c_\sigma)\mathbf{p}_\sigma^{(g)} + \sqrt{c_\sigma(2 - c_\sigma)\mu_{eff}} \cdot (\mathbf{C}^{(g)})^{-\frac{1}{2}} \frac{\mathbf{m}^{(g+1)} - \mathbf{m}^{(g)}}{\sigma^{(g)}}. \quad (5.1.13)$$

**7. Criterio de finalización:** Si se cumple con alguna de las siguientes condiciones:

- a) Se alcanza el número máximo de generaciones.
- b) Se alcanza el tiempo máximo establecido.
- c) La función de aptitud alcanza una tolerancia menor a la tolerancia máxima establecida.
- d) La mejor solución no varía después de una cantidad establecida de generaciones.

entonces se termina el proceso de búsqueda. Si no se cumple ninguna de las condiciones anteriores, entonces  $g = g + 1$  y se regresa al Paso 3.

## 5.2. Resultados de la optimización del divisor de potencia

Debido a que la optimización CMA-ES es auto adaptativa, se espera que la convergencia llegue más rápido que con las optimizaciones anteriores. Establecimos el número de iteraciones en 60. Una de las principales ventajas de este algoritmo es que ya existe en la literatura un número de población (o tamaño de generación) mínimo el cual se encuentra en el trabajo de Hansen (ecu. (5.1.14)) [75]:

$$\lambda_{min} = 4 + Ln(N) \times 3 \quad (5.1.14)$$

donde N es el número de parámetros. Debido a que la cantidad de parámetros es 10, el tamaño de la generación recomendada como mínimo es 11 según 5.1.14. En este trabajo el tamaño de la generación fue de 40 debido a el objetivo comparativo entre los 3 procesos de optimización. Los valores de W1, W2, W3,..., W10 obtenidos se muestran en la Tabla 10. Todos los valores están en  $\mu\text{m}$ .

Las geometrías obtenidas se muestran en la Figura 34.a, 36.a y 38.a. Las leyendas indican el valor del índice de refracción del dispositivo y la intensidad de la energía entrante normalizada.

	W1	W2	W3	W4	W5	W6	W7	W8	W9	W10
CMA-ES 1	0.600	0.625	0.681	0.845	1.000	1.500	1.385	1.336	1.300	1.300
CMA-ES 2	0.600	0.628	0.629	0.821	1.000	1.443	1.325	1.371	1.244	1.300
CMA-ES 3	0.600	0.626	0.633	0.819	1.000	1.484	1.314	1.379	1.242	1.300

Tabla 10: Resultado de las optimizaciones mediante CMA-ES en  $\mu\text{m}$ .

### 5.2.1. Primera optimización

Las dimensiones mencionadas en la tabla 10 (CMA-ES 1) son ilustradas en la Figura 34.a. La geometría llega a ser un poco desafiante en el campo de la fabricación, pero bastante similar a los resultados obtenidos previamente con PSO.

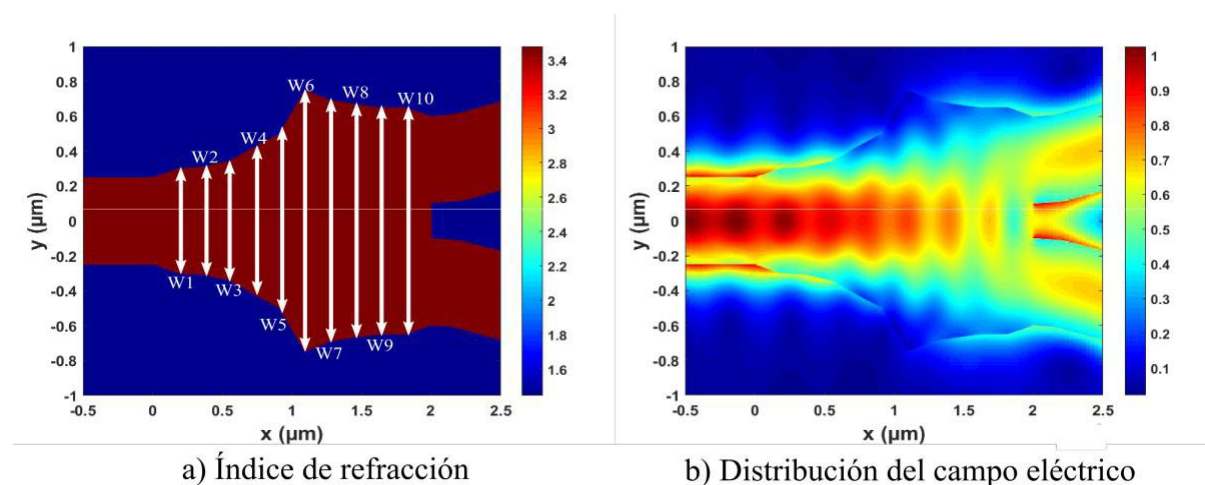


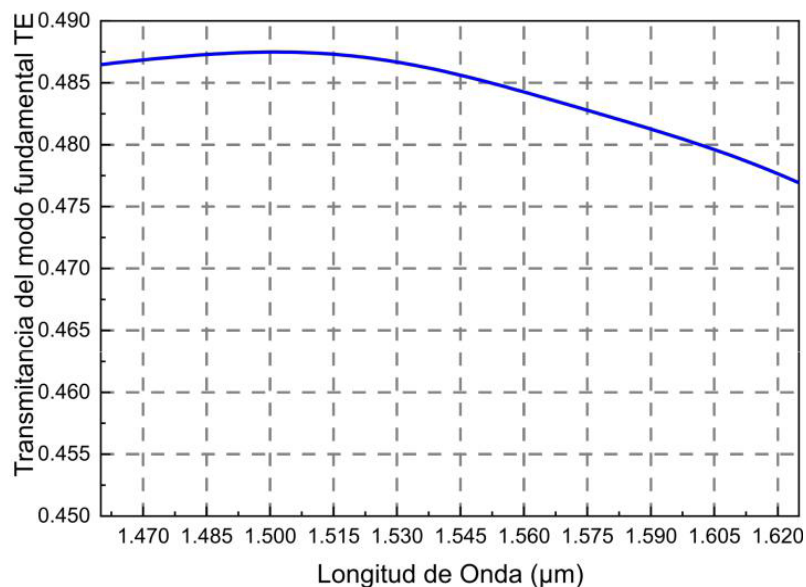
Figura 34: Vista superior de dispositivo divisor de potencia CMA-ES 1. a) Diseño de la geometría optimizada mediante CMA-ES. b) Distribución del campo eléctrico de la señal propagándose en el eje x.

Fuente: autor.

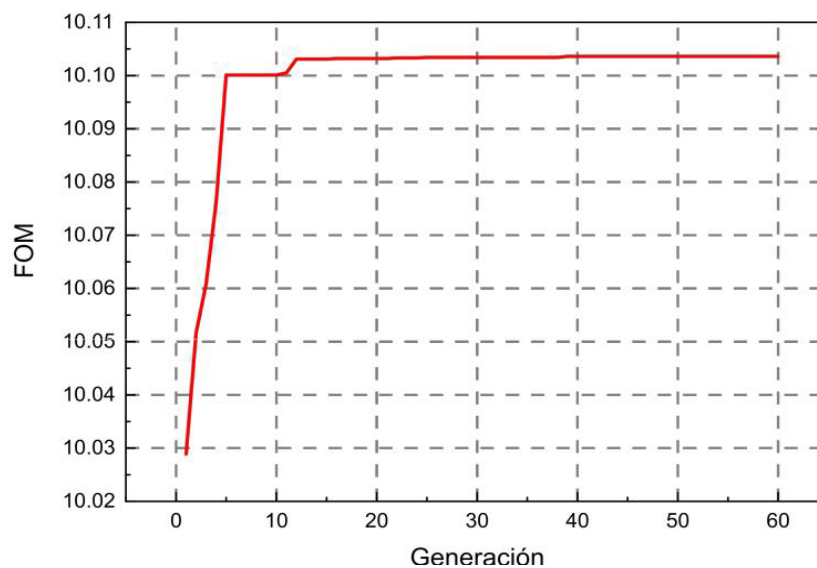


En la Figura 34.b, la distribución del campo eléctrico está principalmente en la guía de onda de silicio y observamos que la intensidad de las ondas evanescentes en el exterior del interferómetro es muy baja, lo que nos indica la poca pérdida de energía.

Al evaluar la transmitancia del modo fundamental obtuvimos resultados mostrados en la Figura 35.a. La transmitancia estuvo por encima del 47.5 % de la potencia entrante. La mejor transmitancia fue obtenida en la banda S de las telecomunicaciones en el infrarrojo (de 1460-1530 nm) con una transmitancia mayor al 48.6%, mientras que la menor transmitancia se da en la banda L (de 1565-1625 nm).



(a) Transmitancia del modo fundamental TE a lo largo de las bandas S, C y L del infrarrojo.



(b) Historia de la figura de mérito de la optimización.

Figura 35: Transmitancia y FOM de los resultados de la primera optimización utilizando algoritmo CMA-ES.

**Fuente: autor.**

En la Figura 35.b, el valor de la figura de mérito converge a su valor máximo de 10.104 aproximadamente en la iteración 12. Esto indica la velocidad a la que obtuvimos el resultado de esta optimización. Entre las iteraciones 5 y 11 aproximadamente se observa una pequeña convergencia debido a una aparente solución que fue corregida rápidamente (solo tomó 2 iteraciones) por el mismo algoritmo.

## 5.2.2. Segunda optimización

Con el fin de poder caracterizar estadísticamente el algoritmo CMA-ES, se realizó una segunda optimización para corroborar el valor al cual convergen las optimizaciones. No es adecuado el caracterizar el método con solo un resultado.

Las dimensiones mencionadas en la tabla 10 (CMA-ES 2) son ilustradas en la Figura 36.a. La geometría llega a ser un poco desafiante en el campo de la fabricación. En la Fig. 36.b, la distribución del campo eléctrico está principalmente en la guía de onda de silicio y observamos que la intensidad de las ondas evanescentes en el exterior del interferómetro es muy baja, lo que nos indica la poca pérdida de energía.

Al entrar en el dispositivo, la energía solo esta confinada a la guía de onda de entrada y conforme se propague en el eje x y las dimensiones de la guía cambien, la energía se redistribuye dando lugar a interferencias y que en las guías de onda de salida la energía se divida en 2. Como se puede observar de la figura 36.b conforme la señal se propaga a lo largo del eje x, la intensidad se reduce en 2 partes iguales llegando a las guías de onda de salida, de manera similar a las optimizaciones mencionadas previamente. Con una intensidad del campo eléctrico entre 0.6 y 0.7, lo que da una transmitancia entre 0.422 a 0.5.

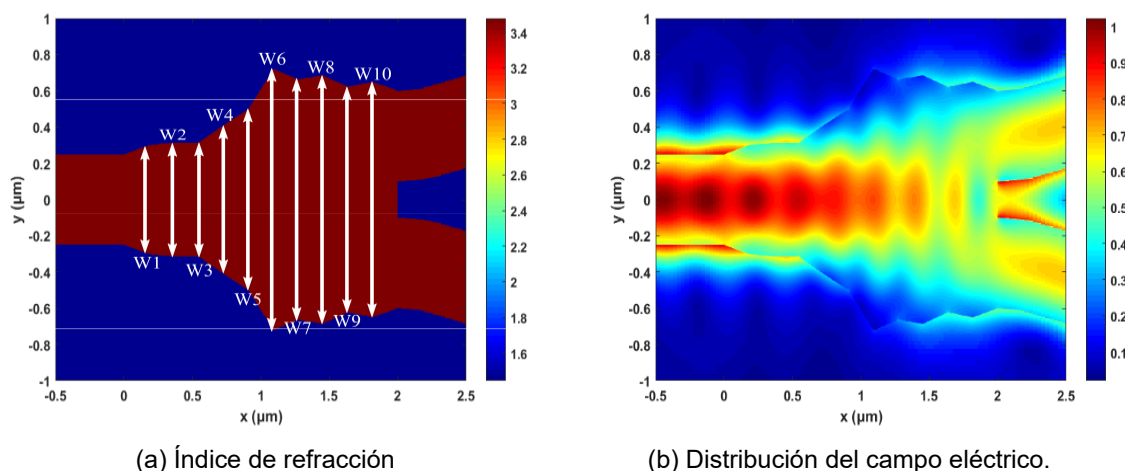


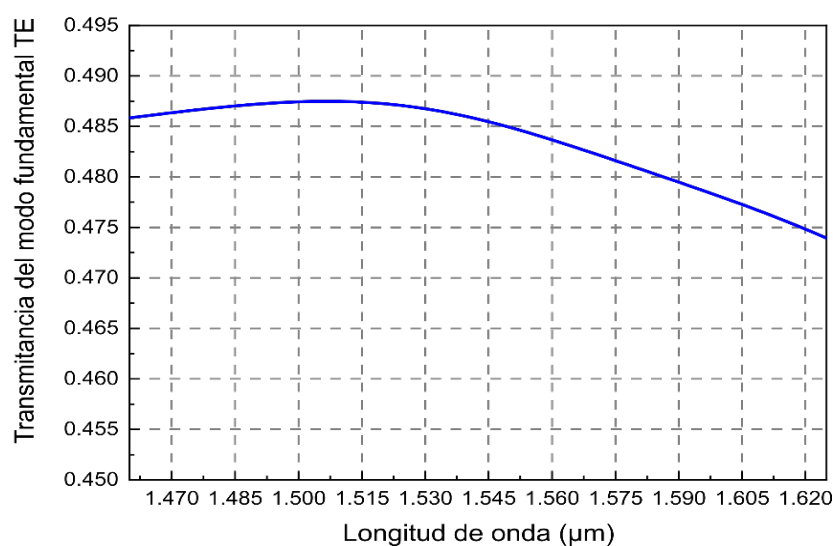
Figura 36: Vista superior de dispositivo divisor de potencia CMA-ES 2. a) Diseño de la segunda geometría optimizada mediante CMA-ES. b) Distribución del campo eléctrico de la señal propagándose en el eje x.

**Fuente: autor.**

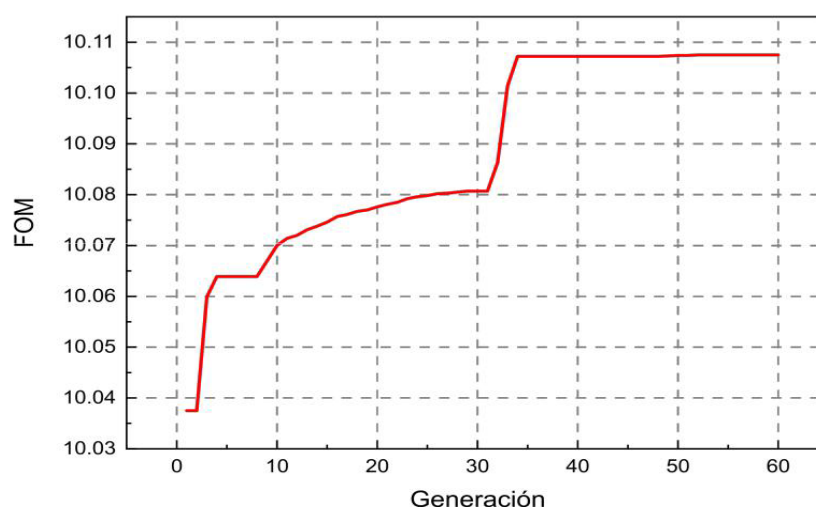
Al evaluar la transmitancia del modo fundamental obtuvimos resultados mostrados en la Figura 37.a. La transmitancia estuvo por encima del 47.4 % de la potencia entrante. La

mejor transmitancia fue obtenida en la banda S de las telecomunicaciones en el infrarrojo (de 1460-1530 nm) con una transmitancia mayor al 48.6%, mientras que la menor transmitancia se da en la banda L (de 1565-1625 nm).

La historia de la figura de mérito (Figura 37.b) muestra que la convergencia inicia aproximadamente en la iteración 35, donde llega a un valor aproximado de 10.108. Este valor es alto, aunque la velocidad de convergencia fue de 34 iteraciones aproximadamente, lo cual es bajo. Desde la iteración 4 hasta la iteración 8 se encontró una solución que luego fue corregido convergiendo hacia 10.08 en la iteración 21. Luego la solución volvió a ser corregida para, en 4 iteraciones, llegar a 10.108 aproximadamente en la iteración 34.



(a) Transmitancia del modo fundamental TE a lo largo de las bandas S, C y L del infrarrojo.



(b) Historia de la figura de mérito de la optimización.

Figura 37: Transmitancia y FOM de los resultados de la segunda optimización utilizando algoritmo CMA-ES. Fuente: autor.

### 5.2.3. Tercera optimización

Con el fin de poder caracterizar estadísticamente el algoritmo CMA-ES, se realizó una segunda optimización para corroborar el valor al cual convergen las optimizaciones. A mayor número de optimizaciones realizadas, mejor se puede caracterizar el método.

Las dimensiones mencionadas en la tabla 10 (CMA-ES 3) son ilustradas en la Figura 38.a, la geometría llega a ser un poco desafiante en el campo de la fabricación. En la Fig 38.b, la distribución del campo eléctrico está principalmente en la guía de onda de silicio y observamos que la intensidad de las ondas evanescentes en el exterior del interferómetro es muy baja, lo que nos indica la poca pérdida de energía.

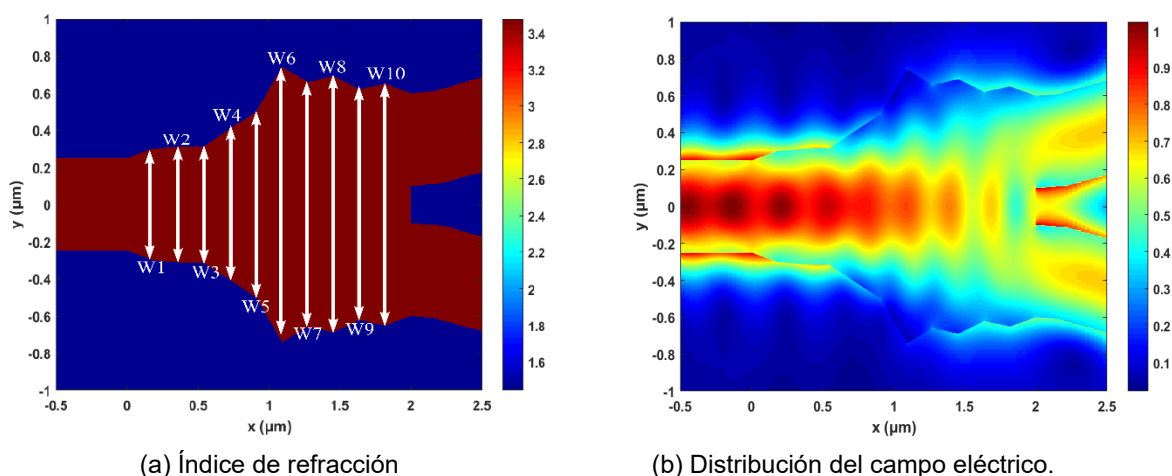


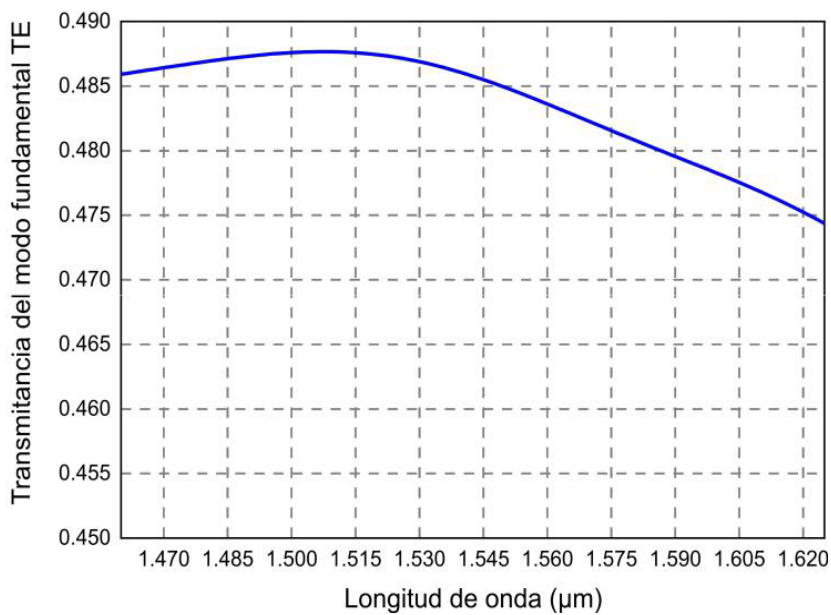
Figura 38: Vista superior de dispositivo divisor de potencia CMA-ES 3. a) Diseño de la tercera geometría optimizada mediante CMA-ES. b) Distribución del campo eléctrico de la señal propagándose en el eje x.

**Fuente: autor.**

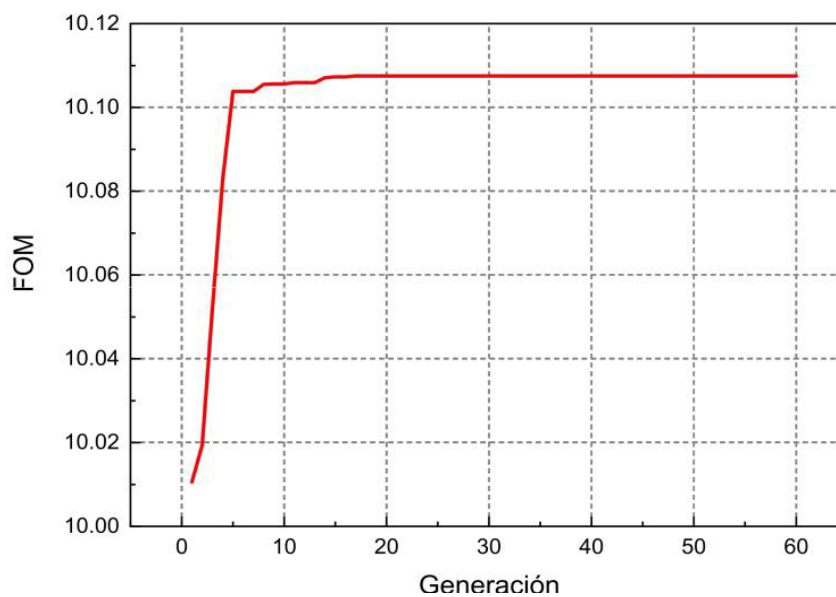
Al entrar en el dispositivo, la energía solo está confinada a la guía de onda de entrada y conforme se propague en el eje x y las dimensiones de la guía cambien, la energía se redistribuye dando lugar a interferencias y que en las guías de onda de salida la energía se divide en 2. Como se puede observar de la figura 38.b conforme la señal se propaga a lo largo del eje x, la intensidad se distribuye en 2 partes iguales llegando a las guías de onda de salida, donde nuevamente obtenemos intensidades del campo eléctrico en el rango entre 0.6 y 0.7 según la leyenda.

Al evaluar la transmitancia del modo fundamental obtuvimos resultados mostrados en la Figura 39.a. La transmitancia estuvo por encima del 47.4 % de la potencia entrante. La mejor transmitancia fue obtenida en la banda S de las telecomunicaciones en el infrarrojo (de 1460-1530 nm) con una transmitancia mayor al 48.6%, mientras que la menor transmitancia se da en la banda L (de 1565-1625 nm).

La historia de la figura de mérito (Figura 39.b) muestra que la convergencia inicia aproximadamente en la iteración 14, donde llega a un valor aproximado de 10.108. Este valor es alto, y la velocidad de convergencia fue bastante alta. Se encontraron algunas soluciones previas en donde se estancó la optimización, pero fueron corregidas muy rápidamente.



(a) Transmitancia del modo fundamental TE a lo largo de las bandas S, C y L del infrarrojo.



(b) Historia de la figura de mérito de la optimización.

Figura 39: Transmitancia y FOM de los resultados de la tercera optimización utilizando algoritmo CMA-ES.

**Fuente: autor.**

### 5.3. Conclusiones del capítulo

En este capítulo se realizaron 3 optimizaciones mediante CMA-ES con el fin de establecer características en un pequeño espacio muestral de optimizaciones. Las principales características a observar están resumidas en la tabla 11 con datos de la sección 5.2. De estas 3 optimizaciones, podemos caracterizar estadísticamente la optimización. En este caso, elegimos definirla mediante la media geométrica (MG) de los datos.

Resumen CMA-ES	Tiempo (min)	Iteración de convergencia	Planaridad (%)	Tiempo de convergencia (min)	FOM	T máxima (%)
CMA-ES 1	774	11	0.990	141.9	10.1040	48.61
CMA-ES 2	754	34	1.350	427.3	10.1075	48.75
CMA-ES 3	793	14	1.330	185.0	10.1075	48.77
MG	773.5	17.4	1.210	223.9	10.1063	48.71

Tabla 11: Resumen de resultados de los procesos de optimización con CMA-ES.

La figura de mérito atribuida estadísticamente al algoritmo CMA-ES tiene un valor de 10.106 aproximadamente con una velocidad de convergencia de 17 iteraciones con un tiempo de convergencia de 224 minutos. Todas las optimizaciones obtuvieron un valor de FOM cercano uno del otro y eso se observa en las transmitancias obtenidas en la Figura 40, donde incluso tenemos que las optimizaciones CMA-ES 2 y CMA-ES 3 están casi superpuestas. De esto se puede deducir que la optimización CMA-ES tiene un valor de convergencia bien definido.

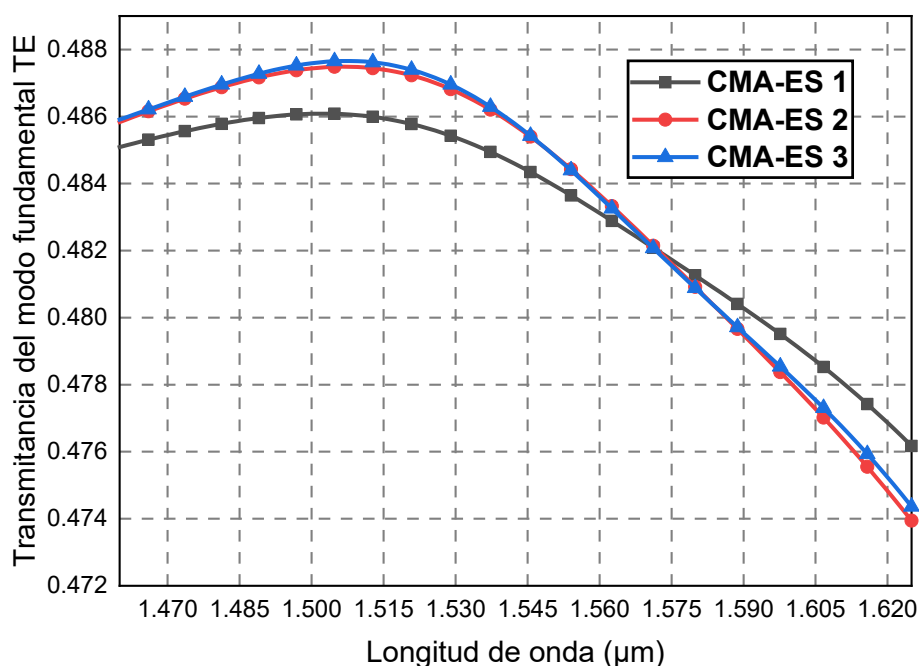


Figura 40: Comparación de las transmitancias entre las 3 optimizaciones. Fuente: autor.

## Capítulo 6

# Comparación y evaluación de resultados

En este capítulo, evaluaremos y compararemos los resultados con mayor figura de mérito obtenidos en los capítulos III, IV y V en función de transmitancia. Otros parámetros analizados fueron el tiempo de convergencia e iteración de convergencia de las optimizaciones en promedio obtenidas en los capítulos previos.

### 6.1. Transmitancia del modo fundamental TE

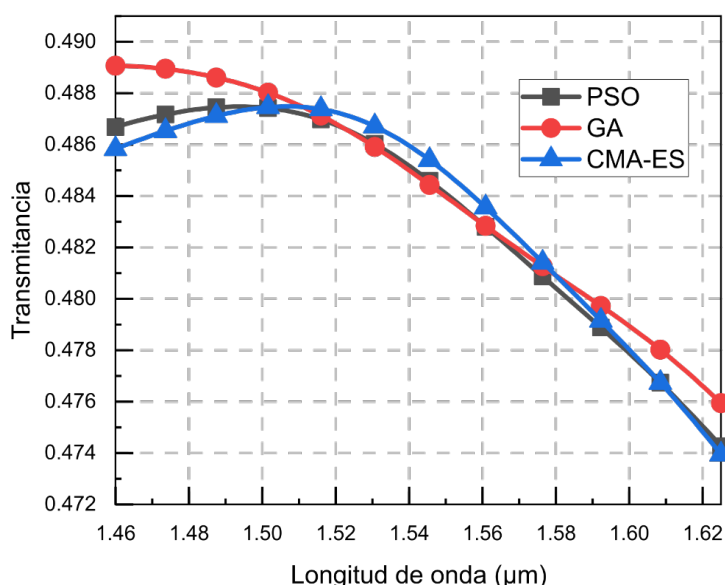


Figura 41: Transmitancia del modo fundamental utilizando los parámetros obtenidos en las optimizaciones.  
Fuente: autor.

En la Figura 41 se muestra una comparación entre los mejores resultados de cada optimización obtenida, que son PSO 1, GA 3 y CMA-ES 3. La diferencia en las FOM entre estos resultados es del orden de 1%, por lo que el resultado muestra una gran semejanza entre los dispositivos PSO1, GA 3 y CMA-ES 3, 2.

El tiempo de convergencia de la media geométrica de las optimizaciones 223.9 minutos para la optimización CMA-ES, 102.2 minutos para GA y 290.3 minutos para PSO.

Las optimizaciones se realizaron en una maquina con 2 núcleos con procesador Intel Core i7-7500 U con 16 GB de RAM.

## 6.2 Análisis de la convergencia:

En orden de evaluar los rendimientos de las optimizaciones según la convergencia, tenemos que comparar las historias de las figuras de mérito de las optimizaciones de cada algoritmo utilizado y evaluar la tendencia hacia encontrar la mejor posición combinación de parámetros obtenida. Debido a que no conocemos los valores de la mejor combinación de parámetros *a priori*, utilizaremos el promedio geométrico de la figura de mérito obtenida y lo denominaremos la potencial solución según el algoritmo utilizado. Esta aproximación nos permitirá evaluar las discrepancias entre las optimizaciones en cada algoritmo.

Conforme avanza la optimización, los valores de las figuras de mérito deben ir convergiendo hacia un determinado valor, que es la mejor posición. Para evaluar la eficiencia de la optimización, hemos creado una variable *Eff* que nos indica la diferencia entre la figura de mérito de la optimización y de la figura de mérito calculada del promedio geométrico, tal como lo muestra la ecu. 6.2.1.

$$Eff_{Alg\ i} = |Geomean_{Alg} - Alg\ i| \quad (6.2.1)$$

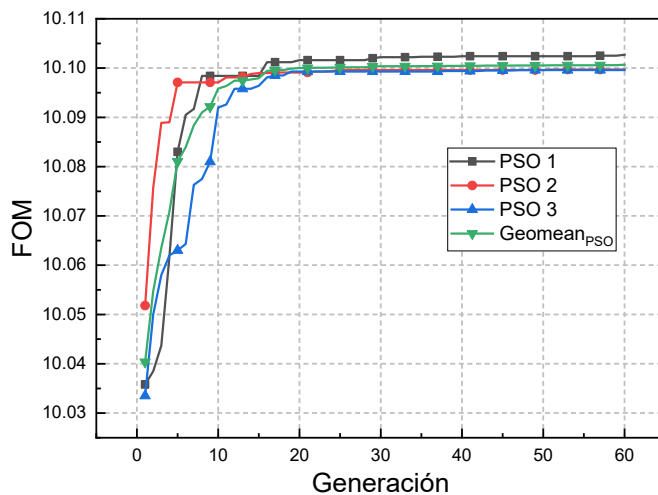
$$Geomean_{Alg} = \sqrt[3]{Alg\ 1 \times Alg\ 2 \times Alg\ 3} \quad (6.2.2)$$

donde  $Geomean_{Alg}$  es el valor de la media geométrica del algoritmo *Alg* (PSO, GA, CMA-ES), *Alg i* es el dispositivo optimizado e *i* es el número de dispositivo (1, 2 o 3).

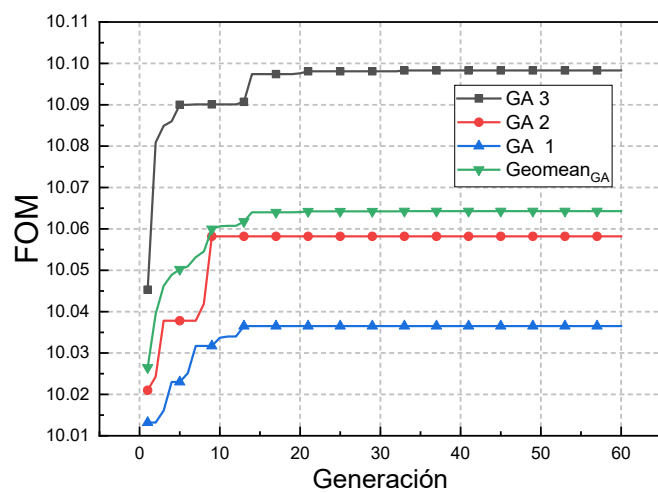
La figura 42 muestra las historias de las figuras de mérito de todos los algoritmos utilizados. Como ya hemos mencionado en los capítulos anteriores, se optimizaron 3 dispositivos por cada algoritmo utilizado. Con la intención de corroborar la convergencia de las optimizaciones a un solo valor (que idealmente es la mayor FOM encontrada) calculamos la media geométrica de las Figuras de Mérito durante los procesos. En la última iteración evaluamos la discrepancia en los resultados de las historias, teniendo como historia de FOM característica de un algoritmo a la historia calculada mediante la media geométrica de los dispositivos propios.

La figura 42.a corrobora que la mejor optimización fue obtenida mediante PSO 1, que llevo a una FOM de 10.1025, mientras que los valores PSO 2 y PSO 3 llegaron a 10.0997 y 10.0996 respectivamente. Debido a que los valores son muy cercanos (menos del 0.03% de diferencia), la media geométrica obtenida al final de la optimización es 10.1006, que es un valor relativamente alto comparado con los otros algoritmos. por lo que deducimos que las 3 optimizaciones tienden a converger a una misma mejor posición.

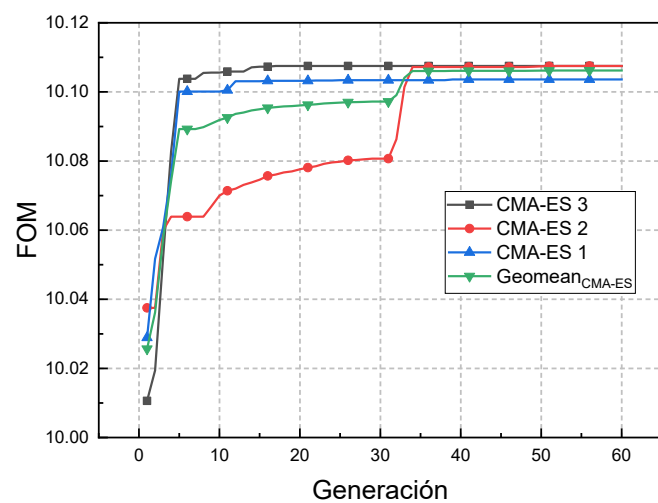




(a) Historia de las figuras de mérito de los dispositivos optimizados mediante PSO.



(b) Historia de las figuras de mérito de los dispositivos optimizados mediante GA.



(c) Historia de las figuras de mérito de los dispositivos optimizados mediante CMA-ES.

Figura 42: Historias de las figuras de mérito de los algoritmos utilizados con sus respectivas historias de las medias geométricas. **Fuente:** autor.

La figura 42.b muestra las historias de las figuras de mérito de los dispositivos optimizados mediante nuestra configuración del GA. Observamos que GA 3 obtuvo la FOM más alta llegando a un valor de 10.983, mientras que los valores siguientes son GA 2 y GA 1 con 10.0568 y 10.0365 respectivamente al final de la optimización. La media geométrica de las figuras de mérito es 10.0638, que es un valor considerablemente lejano a GA 1 y GA 3 y relativamente bajo comparado con los demás algoritmos. Las figuras de mérito de GA no muestran mejora a partir de la iteración 15 aproximadamente, lo que es una característica desfavorable para el método. GA, debido a que no convergen a un mismo valor, muestran tener mejores posiciones diferentes a 60 iteraciones.

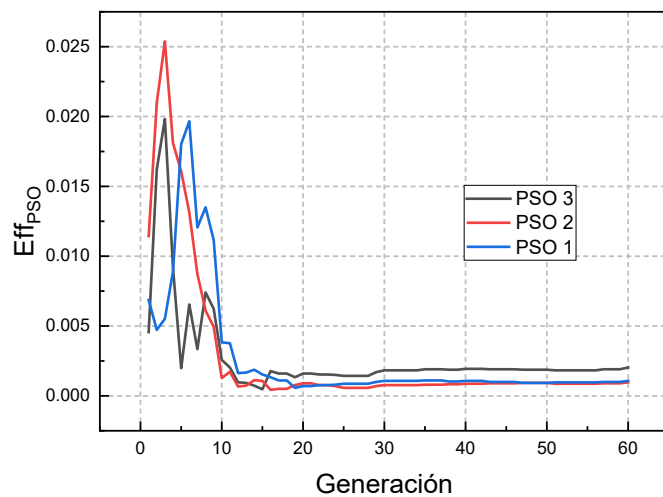
Finalmente, las historias de los dispositivos optimizados mediante CMA-ES son ilustradas en la figura 42.c. CMA-ES 1 llegó a una FOM de 10.104, mientras CMA-ES 2 y CMA-ES 3 llegaron a 10.1075. Los valores finales de las figuras de mérito de las optimizaciones son bastante cercanos, lo que indica que las optimizaciones tenían la misma mejor posición. La media geométrica tuvo una FOM de 10.1063, que es el valor más alto entre las optimizaciones estudiadas en este trabajo. CMA-ES 1 y CMA-ES 3 llegaron a 10.104 y 10.1075 antes de la iteración 15, lo cual fue bastante rápido. Sin embargo, CMA-ES 2 alcanzó la máxima FOM a partir de la iteración 35 aproximadamente.

Como ya se mencionó previamente, se estableció la ecuación 6.2.1 como una desviación de los valores de las figuras de mérito de las optimizaciones con la media geométrica. Se evaluó cada método de optimización mediante la ecuación 6.2.1 con sus respectivos dispositivos, obteniendo  $Eff_{PSO}$ ,  $Eff_{GA}$  y  $Eff_{CMA-ES}$ . Los valores de  $Eff_{PSO}$ ,  $Eff_{GA}$  y  $Eff_{CMA-ES}$  son ilustradas en la Figura 43. En cada iteración se calcula el valor de FOM y con su media geométrica en el respectivo método de optimización. Con esos valores se calcula  $Eff$  en cada iteración y la tendencia de los valores de  $Eff$  es hacia el valor 0 conforme continúe el número de iteraciones.

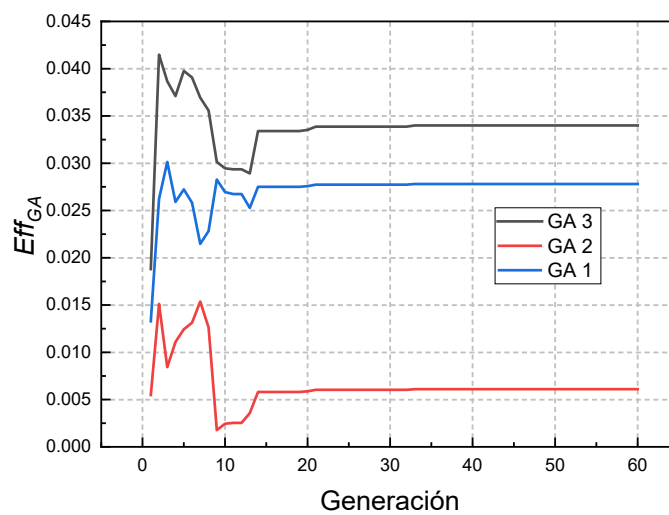
Los valores de  $Eff_{PSO}$  conforme avanza la optimización son mostrados en la Figura 43.a. Se observa que, al inicio de la optimización, la diferencia es bastante alta comparada con la diferencia al final. Esto se debe a que las mejores posiciones de cada dispositivo están convergiendo a un mismo valor en ese espacio de búsqueda. Esto permite concluir que las optimizaciones del algoritmo PSO tienen la misma mejor posición con un valor de FOM alto.

Los valores de  $Eff_{GA}$  no muestran tan buenas características como PSO. De la figura 43.b, se puede observar que las 3 optimizaciones tienen una gran diferencia a la media geométrica, especialmente GA 1. Las mejores posiciones de cada dispositivo son distintas, y el factor más negativo es que no son valores altos.

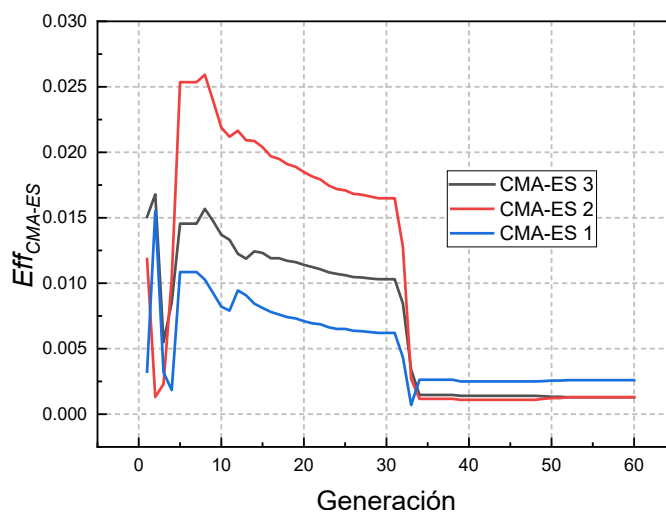
Finalmente, los valores de  $Eff_{CMA-ES}$  durante las optimizaciones están ilustradas en la figura 43.c. Al inicio de la optimización, los valores de  $Eff$  para los dispositivos es considerablemente alta. Conforme avanza la optimización, van disminuyendo hasta valores menores a 0.003, que son bastante bajos. Estos valores se consiguen a partir de la iteración 35 aproximadamente, lo que indica una rápida convergencia de las optimizaciones hacia su mejor posición. Es importante mencionar que la FOM de la media geométrica llegó a un valor de 10.1063, que es bastante alto.



(a) Deviación de la figura de mérito de los dispositivos optimizados mediante PSO.



(b) Deviación de la figura de mérito de los dispositivos optimizados mediante GA.



(c) Deviación de la figura de mérito de los dispositivos optimizados mediante CMA-ES.

Figura 43: Deviación de la figura de mérito de los dispositivos optimizados mediante los distintos algoritmos utilizados en este trabajo. **Fuente: autor.**

Del análisis en esta sección, se concluye que los algoritmos PSO y CMA-ES tuvieron un resultado altamente eficiente. Mientras la optimización GA, aunque los resultados obtenidos fueron bastante eficientes comparada a un MMI sin optimizar, no se compara a las optimizaciones PSO y CMA-ES en convergencia ni en FOM. Las optimizaciones realizadas con PSO a 60 iteraciones obtienen una FOM aproximada a 10.10 y convergen a un valor muy rápidamente. Las optimizaciones realizadas con CMA-ES llegaron a valores de FOM aproximadas de 10.10 a 60 iteraciones con una velocidad de convergencia más lenta que PSO.

CMA-ES demuestra un gran potencial en el diseño de dispositivos ópticos con las características que le asignamos. Un estudio más profundo de los parámetros en el método puede brindar resultados mucho más eficientes. La característica más importante del algoritmo CMA-ES es su adaptabilidad conforme se incrementa el número de generaciones.

En este espacio de búsqueda (definido en la Tabla 1 del capítulo 2) las figuras de mérito alcanzaron valores de 10.1075. Las optimizaciones PSO y CMA-ES tuvieron las cualidades para converger a ese valor, es decir, tienen el potencial para alcanzar este resultado en el definido espacio de búsqueda.

# Conclusiones

Como una conclusión general de este trabajo, brindamos una comparación entre algoritmos genéticos (PSO y GA) y estrategias evolucionarias (CMA-ES). Este último es utilizado como técnica de optimización global y con un único parámetro requerido, que es el número de población. GA es la optimización metaheurística en su forma general presentada en 1975, PSO que es una optimización metaheurística derivada de GA (donde solo se tiene 1 padre en términos de GA) muy utilizada en diseño de dispositivos ópticos y CMA-ES tiene las ventajas particulares de adaptarse internamente y con una cantidad de población recomendada por Hansen. Según las evaluaciones realizadas en este trabajo, las diferencias entre los resultados obtenidos con los algoritmos CMA-ES y PSO son menores al 1% para el espacio de optimización mencionado en la Tabla 1. Una conclusión importante de este trabajo es que el algoritmo CMA-ES tiene un alto potencial en el diseño de dispositivos fotónicos siendo relativamente nuevo y teniendo poco estado del arte. Además de que el algoritmo CMA-ES converge al mejor valor global, el único valor necesario en su algoritmo es la cantidad de individuos y con un valor recomendado mínimo que es descrito por Hansen en la ecu. 5.1.14. Esto quiere decir que para un valor mayor al recomendado el algoritmo tiene poca dependencia a la cantidad de individuos. Si bien necesitamos más factores de evaluación (que son mencionadas en las recomendaciones), hay que tomar en cuenta la gran limitante de este trabajo que fue las propiedades del equipo utilizado.

Se estudió en análisis modal de la señal electromagnética en una guía de onda canal rectangular y en el interferómetro multimodal considerando la plataforma SOI, que simplifica el análisis considerablemente. Se corroboró el fundamento teórico con las simulaciones en el programa Lumerical MODE solutions.

Se realizó una investigación del estado del arte de optimizaciones en el área de diseño de antenas, metasuperficies y dispositivos ópticos pasivos, donde se aprecia el impacto de los métodos utilizados.

Se diseñaron interferómetros multimodales asumiendo plataforma SOI con la intención de elevar la transmitancia en las guías de onda de salida. Se obtuvieron resultados por encima del 47% hasta 49%. Los resultados de la transmitancia del modo fundamental con el método PSO estuvieron entre 47.4% y 48.8%, con el método GA estuvieron entre 47.1% y 48.9% y finalmente con el método CMA-ES estuvieron entre 47.4% y 48.8%.

Se estudio la velocidad de convergencia de todos los algoritmos y son resumidos en las tablas 5, 8 y 11, perteneciente a los métodos PSO, GA y CMA-ES respectivamente. El tiempo promedio de optimización para 100 iteraciones es de 684, 455 y 774 con errores de  $\pm 40$ ,  $\pm 5$  y  $\pm 20$  minutos aproximadamente para PSO, GA y CMA-ES respectivamente. El número de iteración en donde se aprecia la convergencia de cada algoritmo es de 26 iteraciones para PSO, 14 iteraciones para GA y 18 iteraciones para CMA-ES.

# Recomendaciones

La principal limitante de este trabajo fue el equipo en donde se corrieron las optimizaciones. De esto se derivan varias recomendaciones a considerar para evaluar a profundidad la comparación de algoritmos, las cuales serán mencionadas a continuación:

1. Diseñar al menos 3 experimentos: Para caracterizar un algoritmo como eficiente en diseño de dispositivos ópticos deberíamos evaluar el desempeño en diferentes dispositivos con la intención de generalizarlo o de particularizarlo.
2. Incrementar el número de optimizaciones por experimento: En este trabajo nos limitamos a 3 diseños de MMI por algoritmo, pero para obtener un mejor estudio estadístico y evaluar la convergencia hacia un solo valor necesitamos más dispositivos. Recomendamos repetir 20 veces el experimento.
3. Influencia del número de individuos en una población: El valor recomendado en optimizaciones basados la cantidad de individuos en una población es de 40. Sin embargo, el número de individuos brinda un mapeo con mayor cantidad de diseños a evaluar.
4. Influencia del número de iteraciones: el número de iteraciones utilizado en diferentes artículos de renombre son del orden de los miles.

# Referencias

- [1] Thomson, D., Zilkie, A., Bowers, J. E., Komljenovic, T., Reed, G. T., Vivien, L., Marris-Morini, D., Cassan, E., Viot, L., Fédéli, J.-M., et al. (2016). Roadmap on silicon photonics. *Journal of Optics*.
- [2] Chrostowski, L. and Hochberg, M. (2015). *Silicon photonics design: from devices to systems*. Cambridge University Press.
- [3] Reed, G. T., Headley, W. R., and Png, C. J. (2005). Silicon photonics: the early years. In *Optoelectronic Integration on Silicon II*. International Society for Optics and Photonics.
- [4] Soref, R. and Lorenzo, J. (1985). Single-crystal silicon: a new material for 1.3 and 1.6  $\mu\text{m}$  integrated-optical components. *Electronics Letters*.
- [5] Rickman, A. (2014). The commercialization of silicon photonics. *Nature Photonics*.
- [6] Shacham, A., Bergman, K., and Carloni, L. P. (2008). Photonic networks-on-chip for future generations of chip multiprocessors. *IEEE Transactions on Computers*.
- [7] Oughstun, K. E. and Cartwright, N. A. (2003). On the lorentz-lorenz formula and the lorentz model of dielectric dispersion. *Optics Express*.
- [8] Palik, E. D. (1998). *Handbook of optical constants of solids, volume 3*. Academic press.
- [9] Frey, B. J., Leviton, D. B., and Madison, T. J. (2006). Temperature-dependent refractive index of silicon and germanium. *International Society for Optics and Photonics*.
- [10] Lee, K. K., Lim, D. R., Kimerling, L. C., Shin, J., and Cerrina, F. (2001). Fabrication of ultralow-loss  $\text{Si/SiO}_2$  waveguides by roughness reduction. *Optics letters*.
- [11] Iqbal, M., Gleeson, M. A., Spaugh, B., Tybor, F., Gunn, W. G., Hochberg, M., Baehr-Jones, T., Bailey, R. C., and Gunn, L. C. (2010). Label-free biosensor arrays based on silicon ring resonators and high-speed optical scanning instrumentation. *IEEE Journal of selected topics in quantum electronics*.
- [12] Wang, X., Grist, S., Flueckiger, J., Jaeger, N. A., and Chrostowski, L. (2013). Silicon photonic slot waveguide bragg gratings and resonators. *Optics Express*.
- [13] Marcatili, E. A. (1969). Dielectric rectangular waveguide and directional coupler for integrated optics. *Bell System Technical Journal*.
- [14] Okamoto, K. (2006). *Fundamentals of optical waveguides*. Academic press.
- [15] Zhang, Y., Yang, S., Lim, A. E. J., Lo, G. Q., Galland, C., Baehr-Jones, T., & Hochberg, M. (2013). A compact and low loss Y-junction for submicron silicon waveguide. *Optics Express*.

- [16] Holland, J. H. (1992). *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. MIT press.
- [17] Goldberg, D. E., & Holland, J. H. (1988). *Genetic algorithms and machine learning*. Kluwer academic publishers.
- [18] Goldberg, D. E., Korb, B., & Deb, K. (1989). *Messy genetic algorithms: Motivation, analysis, and first results*. *Complex systems*.
- [19] Haupt, R. L. (1994). Thinned arrays using genetic algorithms. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*.
- [20] Buckley, M. J. (1996). Linear array synthesis using a hybrid genetic algorithm. *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*.
- [21] O'Neill, D. J. (1994). Element placement in thinned arrays using genetic algorithms. In *Proceedings of OCEANS'94*.
- [22] Ares, F., Rengarajan, S. R., Villaneuva, E., Skochinski, E., & Moreno, E. (1996). Application of genetic algorithms and simulated annealing technique in optimizing the aperture distributions of antenna array patterns. *Electronics Letters*.
- [23] Marcano, D., & Nieto, A. (1996). Genetic algorithms for the synthesis of planar arrays. In *Proceedings of the USNC/URSI Radio Science Meeting*.
- [24] Marcano, D., Duran, F., & Chang, O. (1995). Synthesis of multiple beam linear antenna arrays using genetic algorithms. *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*.
- [25] Johnson, J. M., & Samii, Y. R. (1996). Genetic algorithms in electromagnetics. *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*.
- [26] Linden, D. S., & Altschuler, E. (1996). The design of Yagi antennas using a genetic algorithm. *Proc. USNC/URSI Radio Sci. Meet.*
- [27] Michielssen, E., Ranjithan, S., & Mittra, R. (1992). Optimal multilayer filter design using real coded genetic algorithms. *IEE Proceedings J (Optoelectronics)*.
- [28] Martin, S., Brunet-Bruneau, A., Rivory, J., & Schoenauer, M. (1994). Darwinian evolution of homogeneous multilayer systems: a new method for optical coatings design. *International Society for Optics and Photonics*.
- [29] Tennant, A., & Chambers, B. (1994). Adaptive optimization techniques for the design of microwave absorbers. In *Proceedings of Adaptive Computing in Engineering Design and Control*.



- [30] Michielssen, E., Sajer, J. M., Ranjithan, S., & Mittra, R. (1993). Design of lightweight, broad-band microwave absorbers using genetic algorithms. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*.
- [31] Chambers, B., & Tennant, A. (1994). Design of wideband Jaumann radar absorbers with optimum oblique incidence performance. *Electronics Letters*.
- [32] Arkadan, A. A., Sareen, T., & Subramaniam, S. (1994). Genetic algorithms for nondestructive testing in crack identification. *IEEE Transactions on Magnetics*.
- [33] Enokizono, M., & Akinari, Y. (1995). Estimation of current distribution by a hybrid of genetic algorithm and sampled pattern matching method. *IEEE Transactions on Magnetics*.
- [34] Rajabioun, R. (2011). Cuckoo optimization algorithm. *Applied soft computing*.
- [35] Yang, X. S. (2009). Firefly algorithms for multimodal optimization. In *International symposium on stochastic algorithms*.
- [36] Dorigo, M., Birattari, M., & Stutzle, T. (2006). Ant colony optimization. *IEEE computational intelligence magazine*.
- [37] Haupt, R. L. (2000). Optimum population size and mutation rate for a simple real genetic algorithm that optimizes array factors. In *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*.
- [38] Rojas, I., González, J., Pomares, H., Merelo, J. J., Castillo, P. A., & Romero, G. (2002). Statistical analysis of the main parameters involved in the design of a genetic algorithm. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*.
- [39] Coello, C. A. C. C., & Pulido, G. T. (2001, March). A micro-genetic algorithm for multiobjective optimization. In *International conference on evolutionary multi-criterion optimization*.
- [40] Leung, F. H. F., Lam, H. K., Ling, S. H., & Tam, P. K. S. (2003). Tuning of the structure and parameters of a neural network using an improved genetic algorithm. *IEEE Transactions on Neural networks*.
- [41] Cook, D. F., Ragsdale, C. T., & Major, R. L. (2000). Combining a neural network with a genetic algorithm for process parameter optimization. *Engineering applications of artificial intelligence*.
- [42] Shen, C., Wang, L., & Li, Q. (2007). Optimization of injection molding process parameters using combination of artificial neural network and genetic algorithm method. *Journal of materials processing technology*.
- [43] Wong, M. D., & Nandi, A. K. (2004). Automatic digital modulation recognition using artificial neural network and genetic algorithm. *Signal Processing*.

- [44] Wang, L. (2005). A hybrid genetic algorithm–neural network strategy for simulation optimization. *Applied Mathematics and Computation*.
- [45] Marqués-Hueso, J., Sanchis, L., Cluzel, B., de Fornel, F., & Martínez-Pastor, J. P. (2010). Genetic algorithm designed silicon integrated photonic lens operating at 1550 nm. *Applied Physics Letters*.
- [46] Wang, Q., Lu, J., & He, S. (2002). Optimal design of a multimode interference coupler using a genetic algorithm. *Optics Communications*.
- [47] Sanchis, P., Villalba, P., Cuesta, F., Håkansson, A., Griol, A., Galán, J. V., ... & Martí, J. (2009). Highly efficient crossing structure for silicon-on-insulator waveguides. *Optics letters*.
- [48] Jia, W., Jiang, L., Li, H., Zheng, G., & Li, X. (2009). Genetic algorithm for band gap optimization under light line in two-dimensional photonic crystal slab. *Optica Applicata*.
- [49] Sedaghat-Pisheh, H., Naghshi, M., Rashed-Mohassel, J., Shahabadi, M., Aliakbarian, H., & Razavi, F. (2007). Genetic algorithm optimization of a CPW-fed on-chip slot loop antenna on photonic crystal substrate using silicon micromachining. In *2007 IEEE Radio and Wireless Symposium*.
- [50] Drupp, R. P., Bossard, J. A., Werner, D. H., & Mayer, T. S. (2005). Single-layer multiband infrared metallodielectric photonic crystals designed by genetic algorithm optimization. *Applied Physics Letters*.
- [51] Håkansson, A., Sanchis, P., Sánchez-Dehesa, J., & Martí, J. (2005). High-efficiency defect-based photonic-crystal tapers designed by a genetic algorithm. *Journal of Lightwave Technology*.
- [52] Ghaheri, A., Shoar, S., Naderan, M., & Hoseini, S. S. (2015). The applications of genetic algorithms in medicine. *Oman medical journal*.
- [53] Sellami, A., & Bouaïcha, M. (2011). Application of the genetic algorithms for identifying the electrical parameters of PV solar generators. *InTech*.
- [54] Jafar-Zanjani, S., Inampudi, S., & Mosallaei, H. (2018). Adaptive genetic algorithm for optical metasurfaces design. *Scientific reports*.
- [55] Fu, P. H., Huang, T. Y., Fan, K. W., & Huang, D. W. (2018). Optimization for ultrabroadband polarization beam splitters using a genetic algorithm. *IEEE Photonics Journal*.
- [56] Fu, P. H., & Huang, D. W. (2018). Optimization of a Polarization Beam Splitter for Broadband Operation using a Genetic Algorithm. *IEEE 15th International Conference on Group IV Photonics (GFP)*.

- [57] Wang, P., Brambilla, G., Semenova, Y., Wu, Q., & Farrell, G. (2011). Design of an extra-low-loss broadband Y-branch waveguide splitter based on a tapered MMI structure.
- [58] Tahersima, M. H., Kojima, K., Koike-Akino, T., Jha, D., Wang, B., Lin, C., & Parsons, K. (2019). Deep neural network inverse design of integrated photonic power splitters. *Scientific reports*.
- [59] Eberhart, R. C., & Shi, Y. (1998). Evolving artificial neural networks. In *Proceedings of the international conference on neural networks and brain*.
- [60] Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995). Particle swarm optimization. In *Proceedings of ICNN'95-international conference on neural networks (Vol. 4)*.
- [61] Robinson, J., Sinton, S., & Rahmat-Samii, Y. (2002). Particle swarm, genetic algorithm, and their hybrids: optimization of a profiled corrugated horn antenna. In *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium (Vol. 1)*.
- [62] Shi, Y., & Eberhart, R. C. (2001). Fuzzy adaptive particle swarm optimization. In *Proceedings of the 2001 congress on evolutionary computation (Vol. 1)*.
- [63] Eberhart, R. C., & Hu, X. (1999). Human tremor analysis using particle swarm optimization. In *Proceedings of the 1999 congress on evolutionary computation-CEC99 (Vol. 3)*.
- [64] Pedersen, M. E. H. (2010). Good parameters for particle swarm optimization. Hvas Lab., Copenhagen, Denmark, Tech. Rep.
- [65] Bratton, D., & Kennedy, J. (2007). Defining a standard for particle swarm optimization. In *2007 IEEE swarm intelligence symposium*.
- [66] Li, H., Chen, W., Wang, P., Dai, S., Liu, Y., Fu, Q., ... & Yang, J. (2020). Compact and low-loss  $1 \times 3$  polarization-insensitive optical power splitter using cascaded tapered silicon waveguides. *Optics Letters*.
- [67] Mak, J. C., Sideris, C., Jeong, J., Hajimiri, A., & Poon, J. K. (2016). Binary particle swarm optimized  $2 \times 2$  power splitters in a standard foundry silicon photonic platform. *Optics letters*.
- [68] Zhang, B., Chen, W., Wang, P., Dai, S., Li, H., Lu, H., ... & Yang, J. (2019). Particle swarm optimized polarization beam splitter using metasurface-assisted silicon nitride Y-junction for mid-infrared wavelengths. *Optics Communications*.
- [69] Rubio-Noriega, R. E., Prosopio-Galarza, R., Oliveira, L. P., Rahman, B. M. A., & Hernandez-Figueroa, H. E. (2021). A particle swarm optimization approach for designing III-V/Si vertical couplers. *International Society for Optics and Photonics*.

- [70] Prosopio-Galarza, R., De la Cruz-Coronado, J., Hernandez-Figueroa, H. E., & Rubio-Noriega, R. (2019). Comparison between optimization techniques for Y-junction devices in SOI substrates. *IEEE XXVI International Conference on Electronics, Electrical Engineering and Computing (INTERCON)*.
- [71] Juan, M., Prosopio-Galarza, R., & Rubio-Noriega, R. E. (2020). Silicon Photonics Foundry-oriented Y-junction Optimization. *IEEE XXVII International Conference on Electronics, Electrical Engineering and Computing (INTERCON)*. IEEE.
- [72] Chen, C. Y., & Ye, F. (2012). Particle swarm optimization algorithm and its application to clustering analysis. *Proceedings of 17th Conference on Electrical Power Distribution*.
- [73] Cura, T. (2012). A particle swarm optimization approach to clustering. *Expert Systems with Applications*.
- [74] Kulkarni, R. V., & Venayagamoorthy, G. K. (2010). Particle swarm optimization in wireless-sensor networks: A brief survey. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*.
- [75] Hansen, N., & Ostermeier, A. (2001). Completely derandomized self-adaptation in evolution strategies. *Evolutionary computation*.
- [76] Miyatake, Y., Sekine, N., Toprasertpong, K., Takagi, S., & Takenaka, M. (2020). Computational design of efficient grating couplers using artificial intelligence. *Japanese Journal of Applied Physics*.
- [77] Shala, G., Biedenkapp, A., Awad, N., Adriaensen, S., Lindauer, M., & Hutter, F. (2020, September). Learning step-size adaptation in CMA-ES. In *International Conference on Parallel Problem Solving from Nature*.
- [78] Kuang, X., Liu, H., Wang, Y., Zhang, Q., Zhang, Q., & Zheng, J. (2019). A CMA-ES-Based adversarial attack on black-box deep neural networks. *IEEE Access*.
- [79] Fujii, G., Akimoto, Y., & Takahashi, M. (2018). Exploring optimal topology of thermal cloaks by CMA-ES. *Applied Physics Letters*.
- [80] Kämpf, J. H., & Robinson, D. (2009). A hybrid CMA-ES and HDE optimization algorithm with application to solar energy potential. *Applied Soft Computing*.
- [81] Xing, Y., Wang, M., Ruocco, A., Geessels, J., Khan, U., & Bogaerts, W. (2020). Compact silicon photonics circuit to extract multiple parameters for process control monitoring. *OSA Continuum*.
- [82] Freiberger, M., Katumba, A., Bienstman, P., & Dambre, J. (2018). Training passive photonic reservoirs with integrated optical readout. *IEEE transactions on neural networks and learning systems*.

- [83] Zhang, H., Li, S., Wang, X., Yang, C., & Cheng, W. (2019). Optimization of defect compensation for extreme ultraviolet lithography mask by covariance-matrix-adaption evolution strategy (Erratum). *Journal of Micro/Nanolithography, MEMS, and MOEMS*.
- [84] Elsayy, M. M., Lanteri, S., Duvigneau, R., Brière, G., & Genevet, P. (2019). Optimized 3D metasurface for maximum light deflection at visible range. In *META 2019-10th International Conference on Metamaterials, Photonic Crystals and Plasmonics*.
- [85] Elsayy, M. M., Duvigneau, R., Lanteri, S., Ni, P., Brière, G., & Genevet, P. (2019). Optimal design of all-dielectric 3D gradient metasurfaces. In *PIERS 2019-Photonics & Electromagnetics Research Symposium (Vol. 4)*.
- [86] Martinez, I., Panaretos, A. H., Werner, D. H., Oliveri, G., & Massa, A. (2013). Ultra-thin reconfigurable electromagnetic metasurface absorbers. *7th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP)*.
- [87] Martinez, I., & Werner, D. H. (2014). Reconfigurable beam steering metasurface absorbers. In *2014 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium (APSURSI)*.
- [88] Ashbach, J. A., Bossard, J. A., Wang, X., & Werner, D. H. (2013). Metamaterial absorber for the near-IR with curvilinear geometry based on Beziér surfaces. *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium (APSURSI)*.
- [89] Wu, M., Han, Z., & Van, V. (2010). Conductor-gap-silicon plasmonic waveguides and passive components at subwavelength scale. *Optics Express*.
- [90] Fan, G., Li, Y., & Han, B. (2017). A wide wavelength range of 1×8 optical power splitter with an imbalance of less than  $\pm 1.0$  dB on silicon-on-insulator technology. *IEEE Photonics Journal*.
- [91] Tao, S. H., Fang, Q., Song, J. F., Yu, M. B., Lo, G. Q., & Kwong, D. L. (2008). Cascade wide-angle Y-junction 1×16 optical power splitter based on silicon wire waveguides on silicon-on-insulator. *Optics Express*.
- [92] Su, L., Piggott, A. Y., Sapra, N. V., Petykiewicz, J., & Vuckovic, J. (2018). Inverse design and demonstration of a compact on-chip narrowband three-channel wavelength demultiplexer. *Acs Photonics*.
- [93] Piggott, A. Y., Petykiewicz, J., Su, L., & Vučković, J. (2017). Fabrication-constrained nanophotonic inverse design. *Scientific reports*.
- [94] Frellsen, L. F., Ding, Y., Sigmund, O., & Frandsen, L. H. (2016). Topology optimized mode multiplexing in silicon-on-insulator photonic wire waveguides. *Optics Express*.

- [95] Robinson, J., Sinton, S., and Rahmat-Samii, Y. (2002). Particle swarm, genetic algorithm, and their hybrids: optimization of a profiled corrugated horn antenna. In *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium (IEEE Cat. No. 02CH37313)*, volume 1.
- [96] Kennedy, J. and Spears, W. M. (1998). Matching algorithms to problems: an experimental test of the particle swarm and some genetic algorithms on the multimodal problem generator. *IEEE World Congress on Computational Intelligence (Cat. No. 98TH8360)*.
- [97] Chen, Z. N., Liu, D., Nakano, H., Qing, X., and Zwick, T. (2016). *Handbook of Antenna Technologies*. Springer Publishing Company, Incorporated.
- [98] Gregory, M. D., Bayraktar, Z., and Werner, D. H. (2011). Fast optimization of electromagnetic design problems using the covariance matrix adaptation evolutionary strategy. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*.
- [99] Li, H. (1980). Refractive index of silicon and germanium and its wavelength and temperature derivatives. *Journal of Physical and Chemical Reference Data*.
- [100] Jayatilleka, H., Sacher, W. D., and Poon, J. K. (2013). Analytical model and fringing field parasitics of carrier-depletion silicon-on-insulator optical modulation diodes. *IEEE Photonics Journal*.

# Anexos

## Anexo I: Ecuaciones de Maxwell y ecuación de onda

Se parte de las ecuaciones de Maxwell para medios no conductores lineales libres de fuentes con permitividad eléctrica  $\epsilon$  y permeabilidad magnética  $\mu$ , las cuales son:

$$1. \quad \vec{\nabla}_x \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$2. \quad \vec{\nabla}_x \vec{H} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$3. \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$$

$$4. \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0$$

Al hacer:

$$\vec{\nabla}_x \vec{\nabla}_x \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{\nabla}_x \vec{H}}{\partial t} = -\mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Además, por propiedad:

$$\vec{\nabla}_x \vec{\nabla}_x \vec{E} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\nabla^2 \vec{E}$$

Reemplazando:

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad \rightarrow \quad \nabla^2 \vec{E} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

Donde:  $\mu \epsilon = \frac{1}{v_p^2}$

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{v_p^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$



Análogamente:

$$\nabla^2 \vec{H} - \frac{1}{v_p^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

Recordemos ahora la dependencia armónica que tienen  $\vec{E}$  y  $\vec{H}$  con el tiempo, es decir son de la forma:  $\vec{\Psi} = \vec{\Psi}_0 \cdot e^{-i\omega t}$  donde  $\vec{\Psi}$  puede ser tanto  $\vec{E}$  como  $\vec{H}$ .

Entonces tenemos:

$$\nabla^2 \vec{E} + \frac{\omega^2}{v_p^2} \vec{E} = 0 \quad \text{y} \quad \nabla^2 \vec{H} + \frac{\omega^2}{v_p^2} \vec{H} = 0$$

Para resolver estas ecuaciones podemos identificar las soluciones  $\vec{E}$  y  $\vec{H}$  como los autovectores y la expresión  $\frac{1}{v_p^2}$  como los autovalores.

## Anexo II: Permeabilidad magnética de Silicio

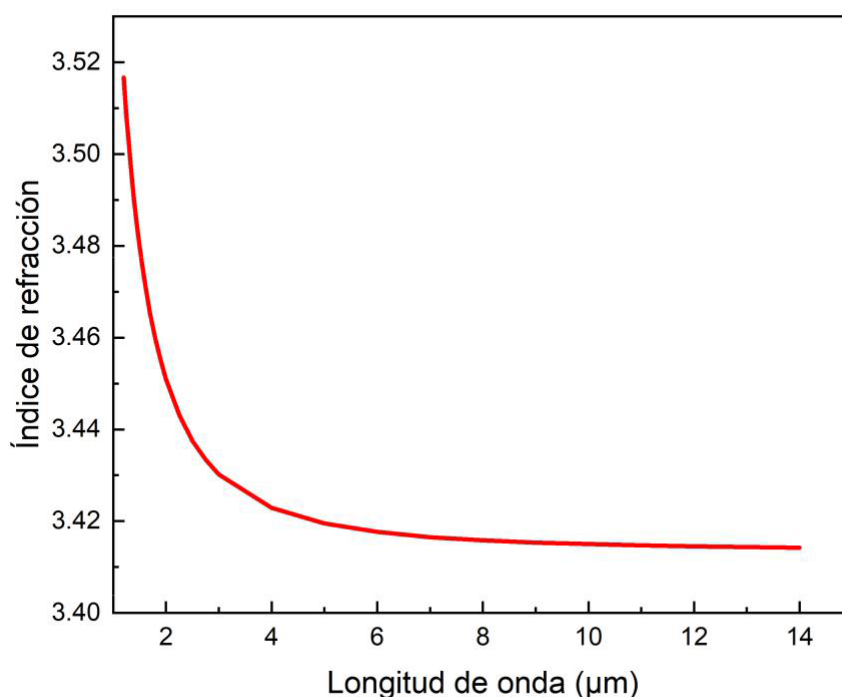


Figura A.2.1: Ilustración del índice de refracción del silicio a 293 K [99]. A una longitud de onda de 1.55  $\mu\text{m}$ , el valor es de 3.4757.

Por definición, el índice de refracción ( $n$ ) de un material es la relación entre la velocidad de la onda electromagnética en el vacío (velocidad de la luz  $c$ ) y la velocidad de la misma onda a través del material ( $v$ ), como se muestra en la ecu. (A.2.1):

$$n = \frac{c}{v} \quad \text{A.2.1}$$

Donde los valores  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ , y  $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{Si} \mu_{Si}}}$

$\epsilon_{Si,0}$ : Permitividad eléctrica del Silicio, vacío respectivamente.  $\epsilon_{Si} = \epsilon_{r_{Si}} \epsilon_0$ .

$\mu_{Si,0}$ : Permeabilidad magnética del Silicio, vacío respectivamente.  $\mu_{Si} = \mu_{r_{Si}} \mu_0$ .

Los valores  $\epsilon_{r_{Si}}$ ,  $\mu_{r_{Si}}$  son los valores llamados permitividad y permeabilidad relativa del Silicio.

Segun la Figura A.2.1, a una longitud de onda de 1.55  $\mu\text{m}$  tenemos:

$$3.4757 = \sqrt{\epsilon_{r_{Si}} \mu_{r_{Si}}}$$

El valor de la permitividad relativa del silicio es 11.68 [100], de esto:

$$\mu_{r_{Si}} \approx 1.03$$

Por lo tanto  $\mu_{Si} = \mu_{r_{Si}} \mu_0 \approx 1 \times \mu_0 \approx \mu_0$ .

## Anexo III: Tratamiento de Marcatili

Primero consideramos los modos en los cuales  $E_x$  y  $H_y$  son dominantes, por lo que establecemos  $H_x = 0$  en las ecu. (2.1.19) – (2.1.24). Debido a esto lo reescribimos algunas de las ecuaciones.

Reescribiendo la ecuación 2.1.19:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = -i\beta E_y \quad (\text{A.3.1})$$

También reescribimos 2.1.23

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = -i\omega\varepsilon_0 n^2 E_y \quad (\text{A.3.2})$$

Y también la ecuación 2.1.24, en:

$$E_z = -\frac{i}{\omega\varepsilon_0 n^2} \frac{\partial H_y}{\partial x} \quad (\text{A.3.3})$$

Derivando la ecu. (A.3.3) con respecto al eje Y, y de la ecu. (A.3.1)

$$E_y = \frac{1}{\omega\varepsilon_0 n^2 \beta} \frac{\partial^2 H_y}{\partial y \partial x} \quad (\text{A.3.4})$$

Remplazando el valor de  $E_y$  de la ecu. (A.3.4) en la ecu. (A.3.2) tenemos:

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = -i\omega\varepsilon_0 n^2 \left( \frac{1}{\omega\varepsilon_0 n^2 \beta} \frac{\partial^2 H_y}{\partial y \partial x} \right) \quad (\text{A.3.5})$$

De donde:

$$H_z = -\frac{i}{\beta} \frac{\partial H_y}{\partial y} \quad (\text{A.3.6})$$

Reemplazamos también en la ecu. (2.1.22) el valor de  $H_z$  de la ecu. (A.3.6), por lo que obtenemos:

$$-\frac{i}{\beta} \frac{\partial^2 H_y}{\partial y^2} + i\beta H_y = i\omega\varepsilon_0 n^2 E_x \quad (\text{A.3.7})$$

Llegando a:

$$\beta^2 H_y - \omega \varepsilon_0 n^2 \beta E_x = \frac{\partial^2 H_y}{\partial y^2} \quad (\text{A.3.8})$$

De la ecu. (2.1.20) tenemos:

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = i\omega \mu_0 H_y - i\beta E_x \quad (\text{A.3.9})$$

Luego, derivando la ecu. (2.1.24) con respecto al eje x llegamos a:

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} = i\omega \varepsilon_0 n^2 \frac{\partial E_z}{\partial x} = i\omega \varepsilon_0 n^2 (i\omega \mu_0 H_y - i\beta E_x) \quad (\text{A.3.10})$$

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} = -\frac{\omega^2 n^2}{c^2} H_y + \omega \varepsilon_0 n^2 \beta E_x \quad (\text{A.3.11})$$

De la ecu. (A.3.11) podemos despejar el valor de  $E_x$ :

$$\frac{1}{\omega \varepsilon_0 n^2 \beta} \frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \frac{\omega \mu_0}{\beta} H_y = E_x \quad (\text{A.3.12})$$

Finalmente, al sumar las ecu. (A.3.8) y (A.3.11) llegamos a:

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial y^2} + (k^2 n^2 - \beta^2) H_y = 0 \quad (\text{A.3.13})$$

## Anexo IV: Códigos implementados en Lumerical MODE Solutions de Algoritmo Genético y de Estrategia de Evolución de Adaptación de Matriz de Covarianza

**Variables por defecto:** Son variables que por defecto usa lumerical y no se pueden utilizar de manera distinta a como están asignadas en Lumerical. Estas variables son:

- Ng** – Máximo número de generaciones (valor entero)
- Nm** – Tamaño de generación (valor entero, numero de población)
- Np** – Número de parámetros (valor entero)
- pRange** – Rango de parámetros (matriz:  $N_p \times 2$ )
- pValues** – Valores de los parámetros en la primera iteración (comúnmente aleatorios, matriz:  $N_p \times N_m$ ).
- Cg** – Numero de generación actual.  $C_g > 2$ .
- fomHistory** – Historia de la Figura de Mérito (matriz:  $N_m \times N_g - 1$ ).
- pHistory** – Historia de los valores de los parámetros (matriz:  $N_p \times N_m \times N_g - 1$ ).

### Algoritmo Genético:

Primera iteración:

```

INF = 1e9;
n = Np;
m = Nm;
n_parents = 20;
alpha = 1e-8;

# turn on debugging to write script information to file
debug_output = 1;
if (debug_output)
{
    del("first-generation.txt");
    del("next-generation.txt");
    write("first-generation.txt", "-- in First generation script --");
    write("first-generation.txt", "initial parameter values");
    write("first-generation.txt", num2str(pRange));
    write("first-generation.txt", "-- done First generation script --");
}

```

## Siguientes iteraciones:

```

if (debug_output)
{
    ?"-- in Next generation script --";
    write("next-generation.txt", "-- in Next generation script --");
    write("next-generation.txt", "Generation");
    write("next-generation.txt", num2str(Cg));
}

# Selection: Roulette selection
value = matrix(m);
parent = matrix(n_parents);
used = matrix(m);

min_fitness = fomHistory(1, Cg);
value(1) = fomHistory(1, Cg);
for (i = 2:m)
{
    current_fitness = fomHistory(i, Cg);
    value(i) = current_fitness;
    if (current_fitness < min_fitness)
    {
        min_fitness = current_fitness;
    }
}
sum_values = 0;
for (i = 1:m)
{
    value(i) = value(i) - min_fitness;
    sum_values = sum_values + value(i);
}
if (abs(sum_values) < 1e-7)
{
    sum_values = 1.0;
}
for (i = 1:m)
{
    used(i) = 0;
    value(i) = value(i) / sum_values;
}

for (p = 1:n_parents)
{
    u = rand();
    choose = rand(1, m, 2);
    l = 0;
    for (i = 1:m)
    {
        if ((l <= u) & (u <= l + value(i)))
        {
            choose = i;
        }
        l = l + value(i);
    }
}

```

```

    }
    write("next-generation.txt", num2str(choose));
    parent(p) = choose;
    used(choose) = 1;
}

# Crossover: Uniform crossover
cur = 1;
for (i = 1:m)
{
    if (used(i) == 1)
    {
        x = pinch(pHistory(1:n, i, Cg));
        for (parameter = 1:n)
        {
            pValues(parameter, i) = x(parameter);
        }
    }
    else
    {
        x1 = pinch(pHistory(1:n, parent(cur), Cg));
        cur = cur + 1;
        if (cur == n_parents + 1)
        {
            cur = 1;
        }
        x2 = pinch(pHistory(1:n, parent(cur), Cg));
        for (parameter = 1:n)
        {
            u = rand(0, 1, 2);
            write("next-generation.txt", num2str(u));
            if (u == 0)
            {
                pValues(parameter, i) = x1(parameter);
            }
            else
            {
                pValues(parameter, i) = x2(parameter);
            }
        }
    }
}

# Mutation
for (i = 1:m)
{
    if (used(i) == 0)
    {
        for (parameter = 1:n)
        {
            pValues(parameter, i) = pValues(parameter, i) +
            alpha * rand();
            if (pValues(parameter, i) > max(pRange(parameter,
            1:2)))
            {

```



```

        pValues(parameter, i) = max(pRange(parameter,
        1:2));
    }
    if (pValues(parameter, i) < min(pRange(parameter,
    1:2)))
    {
        pValues(parameter, i) =
        min(pRange(parameter, 1:2));
    }
}
}
}

```

## Estrategia de Evolución de Adaptación de Matriz de Covarianza:

Primera iteración:

```

n = Np;
sigma = (max(pRange(1, 1:2)) - min(pRange(1, 1:2))) / 2;
for (i = 1:n)
{
    sigma_tmp = (max(pRange(i, 1:2)) - min(pRange(i, 1:2))) / 2;
    if (sigma_tmp < sigma)
    {
        sigma = sigma_tmp;
    }
}
# 2 <= Nm and recommended value is 4 + int(3 * log(n))
m = Nm - 1;
m_elite = floor(m / 2.0);
if (m_elite == 0)
{
    m_elite = 1;
}

# Define and normilize ws
ws = zeros(m);
for (i = 1:m_elite)
{
    ws(i) = log((m + 1) / 2.0) - log(i);
}
ws_norm = norm(ws);
sq_sum = 0.0;
for (i = 1:m)
{
    ws(i) = ws(i) / ws_norm;
    sq_sum = sq_sum + ws(i) * ws(i);
}

```

```

# Define other parameters
mu_eff = 1.0 / sq_sum;
c_sigma = (mu_eff + 2.0) / (n + mu_eff + 5.0);
d_sigma_part = 0;
if (mu_eff >= 1)
{
    tmp = sqrt((mu_eff - 1.0) / (n + 1.0)) - 1.0;
    if (tmp > 0)
    {
        d_sigma_part = tmp;
    }
}
d_sigma = 1.0 + c_sigma + 2.0 * d_sigma_part;
c_SIGMA = (4.0 + mu_eff / n) / (n + 4.0 + 2.0 * mu_eff / n);
c_1 = 2.0 / ((n + 1.3) * (n + 1.3) + mu_eff);
c_mu_op1 = 1.0 - c_1;
c_mu_op2 = 2.0 * (mu_eff - 2.0 + 1.0 / mu_eff) / ((n + 2.0) * (n + 2.0) +
mu_eff);
c_mu = c_mu_op1;
if (c_mu_op2 < c_mu_op1)
{
    c_mu = c_mu_op2;
}
E = (n ^ 0.5) * (1.0 - 1.0 / (4.0 * n) + 1.0 / (21.0 * n * n));
p_sigma = zeros(n);
p_SIGMA = zeros(n);
SIGMA = matrix(n, n);
for (i = 1:n)
{
    SIGMA(i, i) = 1;
}
EPS = 1e-14;
MAX_SIGMA = 4;
MAX_SIGMA_EXPONENT = 2;

# turn on debugging to write script information to file
debug_output = 1;
if (debug_output)
{
    write("first-generation.txt", "-- in First generation script --");
    write("first-generation.txt", "initial parameter values");
    write("first-generation.txt", num2str(pRange));
    write("first-generation.txt", "-- done First generation script --");
}

```

Siguientes iteraciones:

```

if (debug_output)
{
    write("next-generation.txt", "-- in Next generation script --");
    write("next-generation.txt", "Generation");
    write("next-generation.txt", num2str(Cg));
}
# EVALUATE
mu = pinch(pHistory(1:n, m + 1, Cg));

```

```

if (debug_output)
{
    write("next-generation.txt", "mu");
    write("next-generation.txt", num2str(mu));
    write("next-generation.txt", "f(mu)");
    write("next-generation.txt", num2str(fomHistory(m + 1, Cg)));
}
iys = zeros(m);
for (x = 1:m)
{
    iys(x) = x;
}
for (x = 1:m)
{
    for (y = x:m)
    {
        y_px = -fomHistory(iys(x), Cg);
        y_py = -fomHistory(iys(y), Cg);
        if (y_px > y_py)
        {
            tmp = iys(x);
            iys(x) = iys(y);
            iys(y) = tmp;
        }
    }
}

# UPDATE

# Selection and mean update
sigma_s = matrix(m, n);
for (point = 1:m)
{
    x = pinch(pHistory(1:n, point, Cg));
    for (parameter = 1:n)
    {
        sigma_s(point, parameter) = (x(parameter) - mu(parameter))
        / sigma;
    }
}
sigma_w = zeros(n);
for (point = 1:m_elite)
{
    for (parameter = 1:n)
    {
        sigma_w(parameter) = sigma_w(parameter) + ws(point) *
        sigma_s(iys(point), parameter);
    }
}
for (parameter = 1:n)
{
    mu(parameter) = mu(parameter) + sigma * sigma_w(parameter);
}

# Step-size control

```

```

C = matrix(n, n);
for (i = 1:n)
{
    for (j = 1:n)
    {
        C(i, j) = sqrt(C(i, j));
        if (abs(C(i, j)) > EPS)
        {
            C(i, j) = 1.0 / C(i, j);
        }
    }
}

for (i = 1:n)
{
    dproduct = 0.0;
    for (j = 1:n)
    {
        dproduct = dproduct + C(i, j) * sigma_w(j);
    }
    p_sigma(i) = (1.0 - c_sigma) * p_sigma(i) + dproduct * sqrt(c_sigma
    * (2.0 - c_sigma) * mu_eff);
}

exponent = (c_sigma / d_sigma) * (norm(p_sigma) / E - 1);
if (exponent > MAX_SIGMA_EXPONENT)
{
    exponent = MAX_SIGMA_EXPONENT;
}
sigma = sigma * exp(exponent);
if (sigma > MAX_SIGMA)
{
    sigma = MAX_SIGMA;
}

# Covariance matrix adaptation
val_1 = norm(p_sigma) / sqrt(1.0 - (1.0 - c_sigma) ^ (2 * Cg));
val_2 = (1.4 + 2.0 / (n + 1)) * E;
h_sigma = 0;
if (val_1 < val_2)
{
    h_sigma = 1;
}
p_SIGMA_part = h_sigma * sqrt(c_SIGMA * (2.0 - c_SIGMA) * mu_eff);
for (parameter = 1:n)
{
    p_SIGMA(parameter) = (1.0 - c_SIGMA) * p_SIGMA(parameter) +
    p_SIGMA_part * sigma_w(parameter);
}
w_theta = zeros(m);
for (i = 1:m)
{
    if (ws(i) >= 0)
    {
        w_theta(i) = ws(i);
    }
}

```

```

    }
    else
    {
        row = zeros(n);
        for (x = 1:n)
        {
            for (y = 1:n)
            {
                row(x) = row(x) + C(x, y) * sigma_s(iys(i), y);
            }
        }
        w_theta(i) = n * ws(i) / (norm(row) ^ 2);
    }
}
SIGMA_part_1 = matrix(n, n);
for (i = 1:n)
{
    for (j = 1:n)
    {
        SIGMA_part_1(i, j) = (1.0 - c_1 - c_mu) * SIGMA(i, j);
    }
}
SIGMA_part_2 = matrix(n, n);
for (i = 1:n)
{
    for (j = 1:n)
    {
        SIGMA_part_2(i, j) = p_SIGMA(i) * p_SIGMA(j);
        SIGMA_part_2(i, j) = SIGMA_part_2(i, j) + (1.0 - h_sigma) *
        c_SIGMA * (2.0 - c_SIGMA) * SIGMA(i, j);
        SIGMA_part_2(i, j) = SIGMA_part_2(i, j) * c_1;
    }
}
SIGMA_part_3 = matrix(n, n);
for (i = 1:n)
{
    for (x = 1:n)
    {
        for (y = 1:n)
        {
            SIGMA_part_3(x, y) = SIGMA_part_3(x, y) +
            w_theta(i) * sigma_s(iys(i), x) * sigma_s(iys(i), y);
        }
    }
}
for (x = 1:n)
{
    for (y = 1:n)
    {
        SIGMA_part_3(x, y) = SIGMA_part_3(x, y) * c_mu;
        SIGMA(x, y) = SIGMA_part_1(x, y) + SIGMA_part_2(x, y) +
        SIGMA_part_3(x, y);
    }
}
for (x = 1:n)

```

```

{
    for (y = 1:x)
    {
        SIGMA(x, y) = SIGMA(y, x);
    }
}

# ASK
K = sigma * sigma * SIGMA;
M = svd(K);
S = M{2};
for (i = 1:n)
{
    S(i, i) = sqrt(S(i, i));
}
K_sq = mult(M{1}, S, M{3});
for (point = 1:m)
{
    u = zeros(n);
    for (parameter = 1:n)
    {
        u(parameter) = randn(0, 1);
    }
    d = mult(K_sq, u);
    x = mu + d;
    for (parameter = 1:n)
    {
        pValues(parameter, point) = x(parameter);
    }
    if (pValues(parameter, point) > max(pRange(parameter, 1:2)))
    {
        pValues(parameter, point) = max(pRange(parameter, 1:2));
    }
    if (pValues(parameter, point) < min(pRange(parameter, 1:2)))
    {
        pValues(parameter, point) = min(pRange(parameter, 1:2));
    }
}
}

for (parameter = 1:n)
{
    pValues(parameter, m + 1) = mu(parameter);
}
}

```