

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA  
FACULTAD DE CIENCIAS



TESIS

**Determinación de parámetros físicos  
de sistemas binarios compuestos por  
una enana blanca y una enana roja**

PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE  
DOCTOR EN CIENCIAS CON MENCIÓN EN FÍSICA

ELABORADA POR:  
**ELIO WILLIAM CORI CASIMIRO**

ASESOR:  
DR. JULIO CÉSAR TELLO GÁLVEZ

LIMA - PERÚ  
2022

*Dedicado a mis padres.*

# *Agradecimientos*

El presente trabajo es el producto de mi participación como estudiante del programa de Doctorado en Ciencias con Mención en Física de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional de Ingeniería financiado por el Convenio 168-2015 UNIMINEDU-CONCYTEC. En ese sentido, mi profundo agradecimiento a quienes hicieron posible este programa, en especial al Dr. Héctor Loro, quién fue el responsable del programa.

Mis agradecimientos también a los organizadores de la escuela *ESO/NEON Observing School* llevada a cabo en las instalaciones de ESO y el observatorio La Silla en Chile, especialmente a la PhD. Linda Schmidtobreick, que bajo su asesoría trabajamos en estrellas variables cataclísmicas. En este trabajo se ha hecho uso de varias bases de datos como el Sloan Digital Sky Survey, Gaia project, ESO Archive, Spanish Virtual Observatory, a quienes hacen posible su existencia mi agradecimiento. Un agradecimiento especial al PhD. Detlev Koester por proporcionarme su grid de espectros sintéticos de enanas blancas y por responder algunas preguntas mediante correo electrónico.

Las observaciones fotométricas las realizamos en el Observatorio de la Universidad Nacional de Ingeniería (OAUNI) que se ubica dentro de las instalaciones del Observatorio de Huancayo del Instituto Geofísico del Perú (IGP) en el año 2017. En ese entonces, el OAUNI era soportado por el Convenio 102-2015 Fondecyt-Cienciactiva, cuyo investigador principal era el Dr. Antonio Pereyra, a él y todo el personal del IGP mi agradecimiento por permitir nuestra estancia en las instalaciones del IGP. Un agradecimiento especial también a mis compañeros de la asociación estudiantil Grupo Astronomía de la UNI por su apoyo en las observaciones realizadas.

Mi agradecimiento especial al Dr. Julio Tello, mi asesor de tesis, por su constante apoyo en la realización de este trabajo.

Un agradecimiento muy especial a los revisores de esta tesis, a la Dra. Myriam Pajuelo de la Pontificia Universidad Católica del Perú y al Dr. Nobar Baella del Área de Astronomía del Instituto Geofísico del Perú por sus valiosos aportes, principalmente estableciendo puntos de vista alternos o complementarios a los desarrollados en este trabajo, que conducirán, sin dudas, a futuros trabajos de investigación.

Finalmente, el más especial agradecimiento a toda mi familia, que con su amor, comprensión y paciencia fueron de invaluable apoyo en la realización de este trabajo, sobretodo después de vivir en carne propia la terrible experiencia de haberse contagiado de un virus que apareció el 2019 lejos de aquí.

# Índice general

<b>Agradecimientos</b>	<b>II</b>
<b>Índice general</b>	<b>IV</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>VI</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>VIII</b>
<b>Resumen</b>	<b>IX</b>
<b>Abstract</b>	<b>X</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes . . . . .	1
1.2. Objetivos . . . . .	3
1.3. Justificación . . . . .	3
<b>2. Fundamento Teórico</b>	<b>5</b>
2.1. Clases de Estrellas Variables Cataclísmicas . . . . .	10
2.1.1. Nova Clásica y Recurrente . . . . .	10
2.1.2. Novas Enanas . . . . .	10
2.1.3. Variables tipo-Nova . . . . .	11
2.1.4. Variables Cataclísmicas Magnéticas . . . . .	12
2.2. Parámetros estelares de un Sistema Binario . . . . .	12
2.3. Características Espectrales . . . . .	14
<b>3. Metodologías de trabajo:     en espectroscopía y en fotometría</b>	<b>16</b>

3.1. Metodología aplicada . . . . .	20
3.1.1. En espectroscopia . . . . .	20
3.1.2. En fotometría . . . . .	20
<b>4. Espectroscopía - Modelo de ajuste</b>	<b>22</b>
4.1. Obtención y reducción de espectros de una base de datos . . . . .	22
4.1.1. Reducción espectroscópica de la estrella V893 Sco . . . . .	24
4.1.2. Reducción espectroscópica de la estrella HS 0220+0603 . . . . .	29
4.2. <i>Grid</i> de espectros sintéticos de enanas blancas . . . . .	31
4.3. Plantillas de enanas rojas . . . . .	34
4.4. Programa de ajuste . . . . .	35
4.5. Aplicación del programa de ajuste . . . . .	40
4.5.1. Sistema estelar HS 0220+0603 . . . . .	42
4.5.2. Sistema estelar SDSSJ121130.94-024954.4 . . . . .	44
4.5.3. Sistema estelar SDSSJ222108.45+002927.7 . . . . .	47
4.5.4. Sistema estelar SDSSJ155712.05+151534.3 . . . . .	48
4.5.5. Sistema estelar SDSSJ015225.38-005808.5 . . . . .	49
4.5.6. Sistema estelar SDSSJ212051.92-005827.3 . . . . .	50
4.5.7. Sistema estelar IR Com . . . . .	51
4.5.8. Sistema estelar SDSS J150118.41+042232.3 . . . . .	52
4.6. Estimación de regiones de confianza de los parámetros . . . . .	58
4.7. Cálculo de radios de las enanas blancas . . . . .	70
4.8. Análisis de resultados . . . . .	74
<b>5. Fotometría</b>	<b>80</b>
5.1. Observaciones y reducción de datos . . . . .	80
5.1.1. Reducción de datos del sistema estelar V893 Sco . . . . .	83
5.2. Análisis de resultados . . . . .	85
5.2.1. Sistema estelar V893 Sco . . . . .	85
5.2.2. Sistema estelar EI Psc . . . . .	89
5.2.3. Sistema estelar ASASSN-17hx . . . . .	90
5.2.4. Sistema estelar V701 Tau . . . . .	92
<b>Conclusiones</b>	<b>95</b>
<b>Trabajo futuro</b>	<b>97</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>99</b>

# Índice de figuras

2.1. Estrellas variables cataclísmicas . . . . .	6
2.2. Lóbulos de Roche . . . . .	6
2.3. Evolución de binarias con envoltura común . . . . .	7
2.4. Sistema binario eclipsante . . . . .	9
2.5. Curva de luz de una estrella variable cataclísmica eclipsante . . . . .	9
2.6. Curva de luz de U Geminorum . . . . .	11
2.7. Esquema de un sistema binario . . . . .	13
2.8. Espectros de las componentes de una estrella variable cataclísmica . . . . .	15
3.1. Espectro de la estrella HS 2237+8154 y sus componentes . . . . .	17
3.2. Espectro de la estrella SDSS J092444.48+080150.9 y contrapartidas . . . . .	18
3.3. Espectro sintético de enana blanca . . . . .	19
3.4. Plantilla de enana roja . . . . .	19
4.1. Dato espectroscópico de la estrella V893 Sco . . . . .	25
4.2. Calibración en longitud de onda con IRAF . . . . .	26
4.3. Espectro calibrado en longitud de onda V893 Sco . . . . .	26
4.4. Espectro de la estrella V893 Sco, literatura . . . . .	27
4.5. Doble pico $H\alpha$ . . . . .	27
4.6. Espectros V893 Sco . . . . .	28
4.7. Espectro calibrado en longitud de onda y flujo de HS 0220+0603 . . . . .	30
4.8. Grid de espectros sintéticos de las enanas blancas . . . . .	32
4.9. Espectros sintéticos a temperatura constante, Koester . . . . .	33
4.10. Bandas moleculares, Lépine . . . . .	38
4.11. Resultados del programa en consola . . . . .	40
4.12. Espectro ajustado de HS 0220+0603 . . . . .	43
4.13. Espectro ajustado de HS 0220+0603, literatura . . . . .	44
4.14. Espectro ajustado de SDSSJ121130.94-024954.4 . . . . .	45
4.15. Espectro ajustado de SDSSJ121130.94-024954.4 evaluado en siete puntos . . . . .	46
4.16. Espectro ajustado de SDSSJ222108.45+002927.7 . . . . .	47
4.17. espectro ajustado de SDSS J155712.05+151534.3 . . . . .	48
4.18. Espectro ajustado de SDSSJ015225.38-005808.5 . . . . .	49

4.19. Espectro ajustado de SDSSJ212051.92-005827.3 . . . . .	50
4.20. Espectro ajustado de IR Com . . . . .	51
4.21. Espectro ajustado de SDSS J150118.41+042232.3 . . . . .	52
4.22. Espectro ajustado de IR Com (zoom1) . . . . .	56
4.23. Espectro ajustado de IR Com (zoom2) . . . . .	57
4.24. Regiones con niveles de confianza, estrella SDSSJ015225.38-005808.5 . .	62
4.25. Regiones con niveles de confianza, estrella SDSSJ212051.92-005827.3 . .	63
4.26. Regiones con niveles de confianza, estrella SDSSJ222108.45+002927.7 .	64
4.27. Regiones con niveles de confianza, estrella SDSSJ121130.94-024954.4 . .	65
4.28. Regiones con niveles de confianza, estrella IR Com . . . . .	66
4.29. Regiones con niveles de confianza, estrella SDSS J150118.41+042232.3 .	67
4.30. Regiones con niveles de confianza, estrella SDSSJ155712.05+151534.3 .	68
5.1. Magnitud “calibrada” vs error fotométrico (NGC 6192) . . . . .	81
5.2. Campo de visión OAUNI . . . . .	83
5.3. Perfil radial IRAF . . . . .	84
5.4. Curva de luz de la estrella V893 Sco, OAUNI . . . . .	87
5.5. Curva de luz de la estrella V893 Sco, literatura . . . . .	87
5.6. PDM V893 Sco . . . . .	88
5.7. Curva de luz EI Psc, OAUNI . . . . .	89
5.8. PDM, EI Psc . . . . .	90
5.9. Curva de luz de ASASSN-17hx, OAUNI . . . . .	91
5.10. PDM ASASSN-17hx . . . . .	92
5.11. Curva de luz de V701 Tau, OAUNI . . . . .	93
5.12. PDM V701 Tau . . . . .	93



# Índice de tablas

4.1. Espectros obtenidos en base de datos. . . . .	24
4.2. Grid de enanas blancas - pasos, Koester . . . . .	32
4.3. Plantillas de enanas rojas . . . . .	35
4.4. Bandas moleculares, Lépine. . . . .	39
4.5. Resultados calculados con el programa de ajuste y la literatura . . . . .	54
4.6. <i>factor</i> para definir regiones de confianza . . . . .	59
4.7. Lista de espectros ordenado por temperatura . . . . .	60
4.8. Señal-ruido de los espectros observados . . . . .	70
4.9. Paralaje dado por Gaia y radios de las enanas blancas . . . . .	73
4.10. Resumen de resultados calculados en este trabajo y en la literatura . . . . .	76
4.11. Distancias ( <i>parsec</i> ) medidas por Gaia y literatura . . . . .	78
5.1. Ubicación del OAUNI . . . . .	81
5.2. Observaciones 2017 OAUNI . . . . .	82
5.3. Comparación de periodos PDM-literatura . . . . .	94

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA  
FACULTAD DE CIENCIAS  
UNIDAD DE POSGRADO

## *Resumen*

### **Determinación de parámetros físicos de sistemas binarios compuestos por una enana blanca y una enana roja**

por Elio William CORI CASIMIRO

Doctor en Ciencias con Mención en Física

Parámetros físicos de las componentes de un sistema binario compuesto por una enana blanca y una enana roja pueden ser determinados analizando su espectro. En este trabajo hemos implementado un programa que encuentra temperatura y gravedad superficial de la enana blanca y tipo M de la enana roja por medio del ajuste del espectro del sistema binario con un modelo que suma los espectros individuales de una enana blanca y una enana roja. Los espectros individuales de la enana blanca son modelos teóricos que van desde los 5000 K a 80000 K de temperatura y  $\log g$  de 6.5 a 9.5 para la gravedad superficial, mientras que los espectros individuales de la enana roja son espectros observados entre M0 y M6 de tipo espectral. Los valores de los parámetros físicos hallados con el programa han sido ubicados dentro de regiones con niveles de confianza de 90 %, 95 % y 99 %. También, calculamos el radio de la enana blanca de cada sistema estudiado. Además, con datos fotométricos obtenidos en el Observatorio Astronómico de la Universidad Nacional de Ingeniería hemos calculado el periodo de una estrella variable cataclísmica con muy buena concordancia con el valor encontrado en la literatura, y otros tres periodos con una diferencia de  $\pm 20\%$  aproximadamente respecto a lo encontrado en la literatura.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA  
FACULTAD DE CIENCIAS  
UNIDAD DE POSGRADO

## *Abstract*

### **Physical parameters determination of binary systems composed of a white dwarf and a red dwarf**

by Elio William CORI CASIMIRO

Doctor in Sciences with mention in Physics

Physical parameters of the components of a binary system composed of a white dwarf and a red dwarf can be determined by analyzing its spectrum. In this work we have implemented a program that finds surface temperature and gravity of the white dwarf and M-type of the red dwarf by fitting the spectrum of the binary system with a model that sums the individual spectra of a white dwarf and a red dwarf. The individual white dwarf spectra are theoretical models ranging from 5000 K to 80000 K for temperature and 6.5 to 9.5  $\log g$  for surface gravity, while the individual red dwarf spectra are observed spectra between M0 and M6 of spectral type. The values of the physical parameters found with the program have been located within regions with confidence levels of 90%, 95% y 99%. Also, we calculate the radius of the white dwarf of each system studied. In addition, with photometric data obtained at the Astronomical Observatory of the National University of Engineering, we have calculated the period of a cataclysmic variable star with very good agreement with the value found in the literature, and three other periods with a difference of approximately  $\pm 20\%$  with respect to that of what was found in the literature.

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Antecedentes

Uno de los sistemas binarios compuestos por una enana blanca y una enana roja son los sistemas variables cataclísmicos. Estos sistemas tienen periodos orbitales del rango de horas con la existencia de transferencia de masa de una estrella a la otra (ver figura 2.1). La estrella receptora de la masa es una estrella enana blanca denominada estrella primaria, y la que pierde masa es una estrella enana roja denominada estrella secundaria. La transferencia de masa toma lugar mediante un flujo de gas de la estrella secundaria a la primaria vía el primer punto lagrangiano del sistema (ver figura 2.2). Este flujo de gas forma un disco de acreción alrededor de la enana blanca. Así, la masa subsecuente en su camino hacia la estrella primaria se encuentra con el disco de acreción formado, previamente, alrededor de ella. Este punto de encuentro entre el flujo de gas y el disco de acreción usualmente constituye la fuente luminosa dominante del sistema, por eso se le conoce como “mancha brillante” o “mancha caliente” (*Bright Spot* o *Hot Spot* en inglés, respectivamente).

En el 2016 participé en la escuela de astronomía *ESO/NEON Observing School* realizada en Chile, organizada por la ESO<sup>1</sup> donde recibí clases teóricas y prácticas de diversos temas astronómicos. Las clases teóricas se realizaron en la sede central de la ESO en Santiago de Chile y las clases prácticas en el observatorio La Silla en La Serena.

Precisamente, en la parte práctica de la escuela participé en un grupo de trabajo bajo la asesoría de un investigador del observatorio con el cual aplicamos las técnicas de fotometría y espectroscopia de estrellas variables cataclísmicas. Los datos fotométricos fueron tomados con el telescopio danés de 1.54m y los datos espectroscópicos con el telescopio NTT<sup>2</sup> de 3.54m.

Por otro lado, en 2015 se había logrado poner en funcionamiento el Observatorio Astronómico de la Universidad Nacional de Ingeniería (OAUNI), cuya implementación fue tema de tesis de mi maestría bajo la asesoría del Dr. Antonio Pereyra y del Dr. Julio Tello.

Es así que se exploró la posibilidad de estudiar estrellas variables cataclísmicas incluyendo datos fotométricos que puedan ser adquiridos en el OAUNI. La interrogante era averiguar si en el OAUNI era posible detectar este tipo de estrellas y determinar periodos de variación.

Paralelamente, se revisó bibliografía relacionada. Encontrando dos libros de texto base en este tema: *Cataclysmic Variable Stars* (Warner *et al.*, 1995) y *Cataclysmic Variable Stars, How and Why They Vary* (Hellier, 2001). Además se revisaron publicaciones al respecto.

En espectroscopía, aplicamos técnicas para obtener espectros a partir de medidas. De la literatura se ha visto que parámetros como la temperatura y tipo espectral pueden obtenerse a partir de un modelo (Southworth *et al.*, 2010 ). Sin embargo, estos modelos

---

<sup>1</sup> *European Southern Observatory*

<sup>2</sup> *New Tecnology Telescope*

no están disponibles. Ante ello surge la necesidad de crear un modelo capaz de ajustar espectros de sistemas binarios que puedan ser obtenidos de bases de datos disponibles. En particular, sistemas formados por una enana blanca y una enana roja.

## 1.2. Objetivos

Uno de los objetivos del presente trabajo es la elaboración de un programa que permita el cálculo de parámetros físicos de ambas componentes de un sistema estelar binario compuesto por una enana blanca y una enana roja a partir de sus espectros observacionales disponibles en bases de datos de diversos observatorios astronómicos. Este programa podría también ser aplicado, en algunos casos, a sistemas variables cataclísmicos.

También, otro de los objetivos de nuestro trabajo es estimar el periodo orbital de estos sistemas a partir de datos fotométricos propios tomados en el observatorio astronómico de nuestra universidad, OAUNI.

## 1.3. Justificación

Determinar los parámetros físicos de objetos estelares a partir de los datos observacionales es de vital importancia en astronomía. Por tal motivo, hemos desarrollado una herramienta de análisis de datos observacionales, particularmente espectros, para la determinación de dichos parámetros.

En el caso de sistemas estelares binarios compuestos por una enana blanca y una enana roja, se encontró en la literatura trabajos que encuentran parámetros físicos a partir de espectros, como el de Southworth *et al.*, 2006 y el de Rebassa-Mansergas *et al.*, 2007. En el primer caso analiza espectros de objetos variables cataclísmicos

ajustando su espectro a un modelo que resulta de la suma de espectros de una enana blanca, una enana roja y disco de acreción, donde el aporte del disco de acreción se modela bajo ciertas consideraciones teóricas de otros autores. En el segundo trabajo se ajustan espectros de sistemas estelares usando modelos sin disco de acreción, es decir, considerando solo el espectro de una enana blanca y una enana roja, cuyo método ha sido utilizado posteriormente para hallar parámetros físicos de variables cataclísmicas con disco de acreción débil (Southworth *et al.*, 2010). En ambos casos, los códigos no están disponibles.

Además, para desarrollar nuestras herramientas, aprovechamos la disponibilidad, a través de Internet, de datos observacionales y modelos teóricos de objetos estelares involucrados en estos sistemas, tales como espectros observados de sistemas binarios como las variables cataclísmicas, espectros patrones de enanas rojas observados (llamados plantillas) y modelos de espectros teóricos de enanas blancas (llamados espectros sintéticos).

Con la implementación de una herramienta computacional propia para el análisis de espectros de sistemas binarios compuestos de una enana blanca y una enana roja que determine la temperatura y gravedad superficial de la enana blanca y el tipo espectral de la enana roja adquirimos los conocimientos teóricos-prácticos para el estudio de estos sistemas estelares, y además se sienta una base para un futuro desarrollo de herramientas de análisis para sistemas más complejos, como los sistemas variables cataclísmicos con disco de acreción.

Por otro lado, para el cálculo del periodo orbital de este tipo de sistemas a partir de sus curvas de luz, se pudo obtener datos observacionales propios en el OAUNI. De esta manera, se verificó la capacidad del OAUNI para el estudio de este tipo de objetos. Experiencia que será útil en futuros proyectos.

# Capítulo 2

## Fundamento Teórico

Las estrellas variables cataclísmicas (ver figura 2.1) son sistemas binarios compuestos por una estrella enana roja<sup>1</sup> y una estrella enana blanca<sup>2</sup>. En cierto instante de su evolución estas estrellas llegan a estar lo suficientemente cerca una de otra como para que exista una transferencia de materia desde la enana roja hacia la enana blanca.

La transferencia se produce por el crecimiento de la enana roja, que al sobrepasar los límites dados por los llamados lóbulos de Roche (ver figura 2.2), en especial cuando pasan más allá del punto  $L_1$  (primer punto de Lagrange), comienza a transferir la masa de sus capas exteriores a la enana blanca.

Previamente, la enana blanca ha pasado por una etapa de evolución y crecimiento como gigante roja, de tal manera que todo el sistema binario queda embebido por las capas externas de la gigante roja, a esto se le conoce como la fase de envoltura común. La figura 2.3 muestra las diferentes etapas hacia la formación de una supernova tipo Ia después que el sistema ha pasado por la fase de envoltura común (Postnov & Yungelson, 2014).

---

<sup>1</sup> Estrella con una masa menor a una masa solar y una superficie relativamente fría ( $\sim 3000$  K).

<sup>2</sup> Estrella en su etapa final de evolución (remanente de la pérdida de las capas superiores en una estrella gigante roja) que no supera los 1.4 masas solares (límite de Chandrasekhar) y que posee una alta densidad, con una masa similar a la del Sol y un volumen similar al de la Tierra.



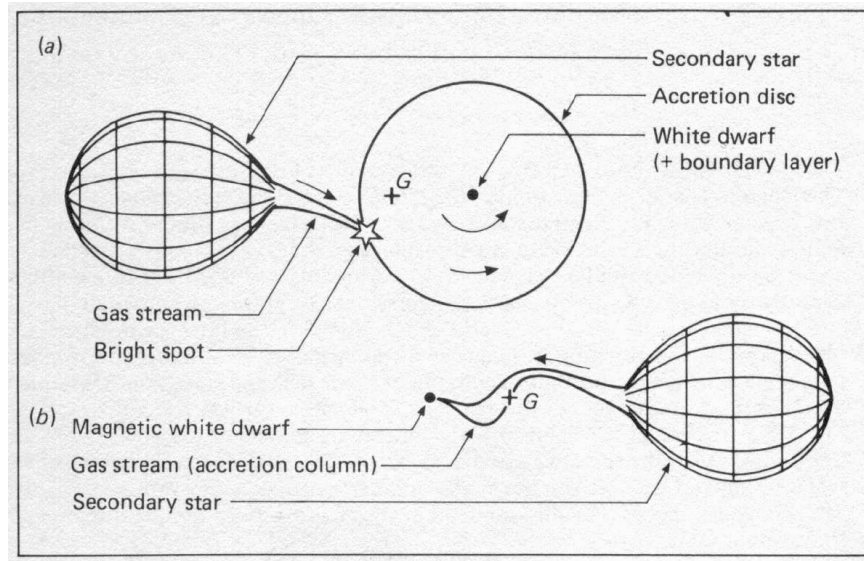


FIGURA 2.1: a) Estrella variable cataclísmica cuya enana blanca no presenta campo magnético. b) Estrella variable cataclísmica con presencia de campo magnético en la enana blanca. Aquí no se forma un disco de acreción.

Fuente: Smith, 2006.

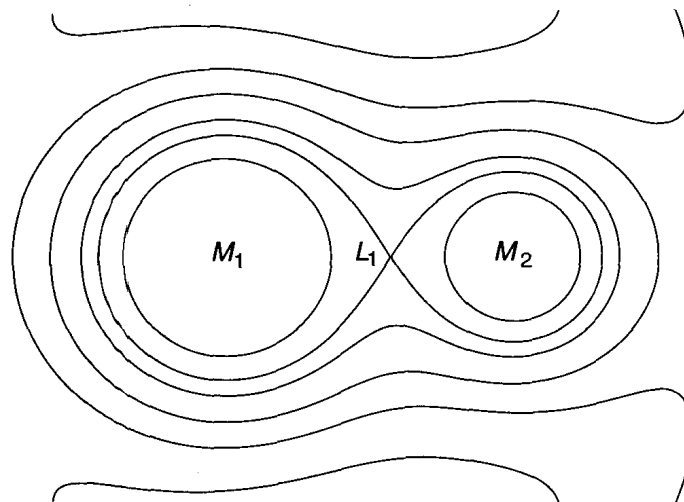


FIGURA 2.2: Lóbulos de Roche. Estos lóbulos están definidos por la curva que se cruza en  $L_1$  (primer punto de Lagrange del sistema binario), que al igual que las otras curvas son curvas equipotenciales gravitatorias del sistema. Al crecer la estrella de masa  $M_2$ , debido a su evolución natural, una parte de su superficie alcanzará el punto  $L_1$  y comenzará a transferir materia hacia la estrella de masa  $M_1$ .

Fuente: Hellier, 2001.

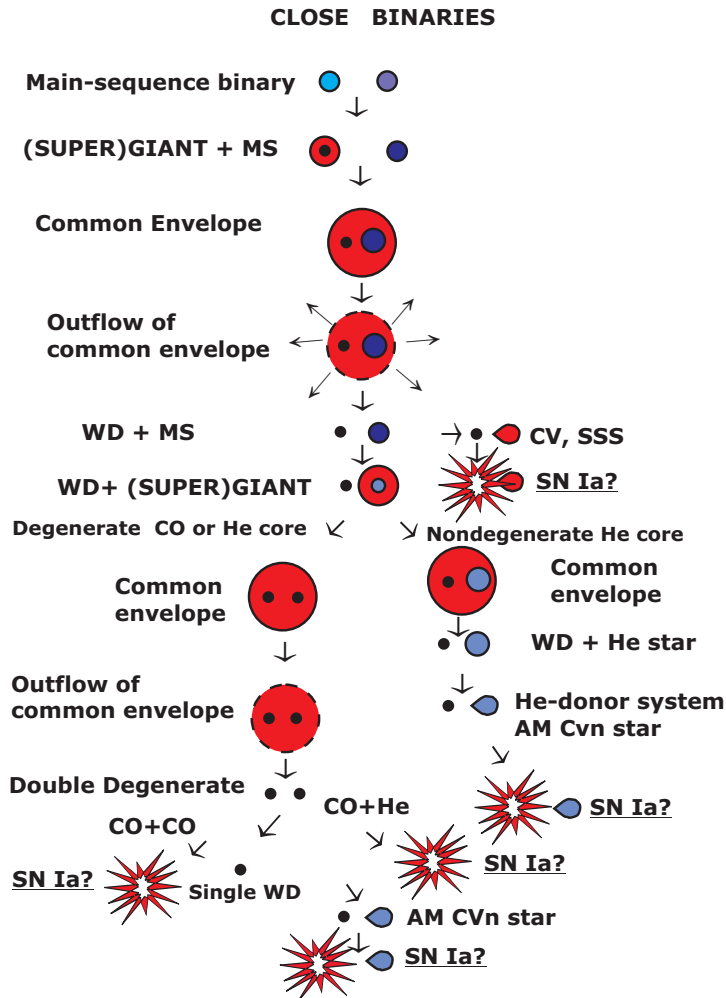


FIGURA 2.3: Evolución de un sistema binario donde la primera estrella que crece como gigante roja llega a contener en su interior a la otra estrella (fase de envoltura común). Fuente: Postnov & Yungelson, 2014.

La figura 2.4 muestra un sistema cataclísmico cuyo plano de órbita está ligeramente inclinado a la línea de visión del observador. Se aprecia una flecha indicando el sentido de la rotación, donde se tiene a la enana roja al frente y a la enana blanca con su disco de acreción atrás. En la figura también aparece la mancha caliente (*hot spot*) que es una zona del disco donde está cayendo la materia transferida. Como se puede ver de la figura, a medida que continúe el movimiento de rotación del sistema se producirán eclipses tanto de la enana blanca como del hot spot, ambos ocultos

por la enana roja. Estos eclipses producen las caídas en las medidas del flujo luminoso total de este objeto celeste.

El flujo luminoso de un sistema como el mostrado en la figura 2.4 varía con el tiempo y produce curvas como el de la figura 2.5. Esta curva llamada curva de luz indica como varía el flujo luminoso conforme el sistema va rotando. La cresta o joroba de la curva indica la presencia en primer plano del hot spot, mientras que dos tipos de valles superpuestos indican la presencia de dos tipos de eclipses. Primero, el flujo luminoso, expresado en *counts/sec* (cuentas/segundo), disminuye debido al eclipse de la enana blanca, y a continuación, disminuye aún más debido al eclipse del hot spot hasta llegar a un valor mínimo. Así, de obtener curvas de luz como esta, podemos inferir que se trata de sistemas variables cataclísmicos cuyo plano de órbita esté cercana a la dirección de la línea de visión del observador. Del intervalo entre un mínimo y otro consecutivo podemos estimar el periodo de rotación, mientras que de los tiempos que duran los eclipses podemos obtener información de la razón de masas de los componentes y la inclinación del plano de órbita con respecto a la línea de visión (Hellier, 2001).

Por otro lado, lo que se ha visto hasta el momento es el comportamiento de una estrella variable cataclísmica en el corto plazo, hablamos de periodos que duran menos de 12 horas, mientras que en el largo plazo, hasta varias decenas de años, el comportamiento de estos objetos es algo más complejo.

En determinado momento la luz que proviene de estos objetos se incrementa considerablemente de modo que su flujo aumenta en promedio unas 100 veces, es decir disminuye su magnitud<sup>3</sup> ( $m$ ) en 5 unidades. Este aumento en el flujo puede durar desde días a años. Estos cambios repentinos suceden debido a procesos muy violentos en el sistema, y de allí deriva el nombre de este tipo de estrellas “cataclísmicas”. Sin embargo estos procesos no siempre llegan a ser destructivos. Así, el rango de amplitud

---

<sup>3</sup>  $m = -2.5 \log \frac{F}{F_0}$ , donde  $F$  y  $F_0$  son los flujos de estrellas de magnitudes  $m$  y 0, respectivamente.

en el incremento del flujo, su duración y su recurrencia definen varias clases y subclases de este tipo de estrellas (Warner, 1995).

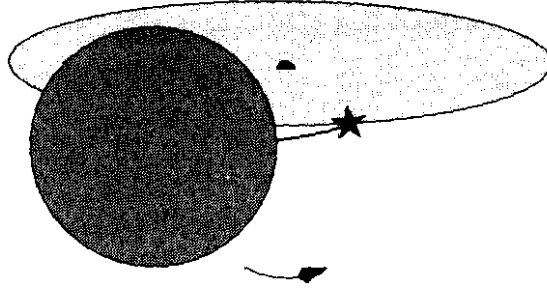


FIGURA 2.4: Sistema binario eclipsante. En la figura, la estrella secundaria es la más cercana a nosotros y en la parte posterior se encuentra la estrella principal rodeada por su disco de acreción. Si el plano orbital de un sistema binario, incluyendo las cataclísmicas, está cerca a la línea de visión entonces se producirán eclipses de manera periódica. El símbolo estrella en la figura representa el hot spot. Fuente: Hellier, 2001.

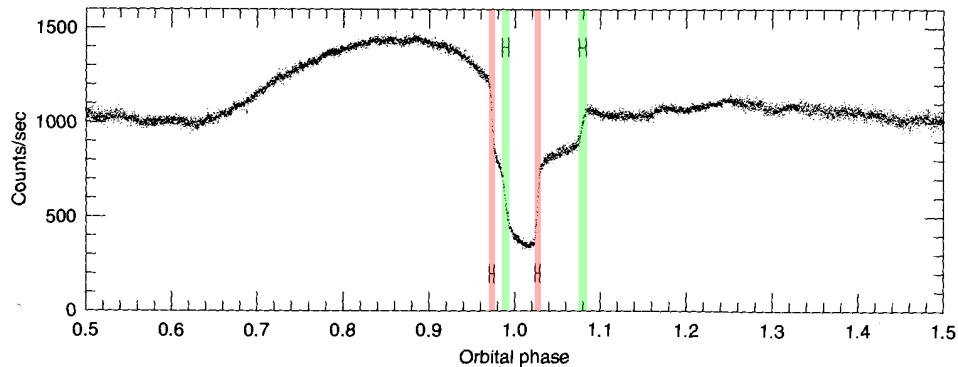


FIGURA 2.5: Curva de luz típica de una estrella variable cataclísmica eclipsante. En este caso la estrella Z Chamaeleontis. Las franjas verticales de color rosado indican el inicio y final del valle correspondiente al eclipse de la enana blanca, mientras que las franjas verticales de color verde indican el inicio y final del valle correspondiente al eclipse del hot spot. La curva también muestra lo que se conoce en inglés como “orbital humps” (joroba orbital) que es producido por el incremento del brillo en el sistema al tener en primer plano al punto brillante. Fuente: imagen modificada en este trabajo de la imagen original de Hellier, 2001 (curva de luz, Wood *et al.*, 1986).

## 2.1. Clases de Estrellas Variables Cataclísmicas

### 2.1.1. Nova Clásica y Recurrente

La Nova Clásica (NC) fue el primer tipo de cataclísmica observada. Su brillo se puede incrementar entre 6 y 19 magnitudes y puede durar de días a semanas (Nova rápida) o de meses a años (Nova lenta). En este tipo de cataclísmicas el incremento del brillo ha sido observado una sola vez, mientras que en la Nova Recurrente (NR) se ha observado su incremento de brillo en varias ocasiones. En la NR se da un incremento del brillo entre 2 y 6 magnitudes que duran desde días a semanas; asimismo, el periodo de recurrencia está en el orden de días a semanas.

El mecanismo responsable del incremento del brillo es la explosión termonuclear producida en una delgada capa de hidrógeno sobre la superficie de la enana blanca, por lo que el material de esta capa es expulsada hacia el exterior.

### 2.1.2. Novas Enanas

Las Novas Enanas (NE) tienen propiedades similares a las NR. Sin embargo, el mecanismo por el cual incrementa su brillo es diferente, el modelo que más se ajusta a las observaciones es la inestabilidad del disco de acreción, la cual consiste en la alternancia entre dos estados, uno donde el disco contiene hidrógeno no ionizado y otro donde el hidrógeno está totalmente ionizado, que es cuando alcanza el mayor brillo.

De acuerdo a las características de la curva de luz se conocen tres subtipos, cuyos denominaciones son los nombres de las estrellas de referencia de estos subtipos: *SU UMa*, *Z Cam* y *U Gem*.

La figura 2.6 muestra la curva de luz de la estrella U Geminorum a lo largo de un poco más de 3 años. Aquí se puede apreciar el incremento abrupto del flujo (disminución en 5 magnitudes aprox.) del sistema de manera no periódica.

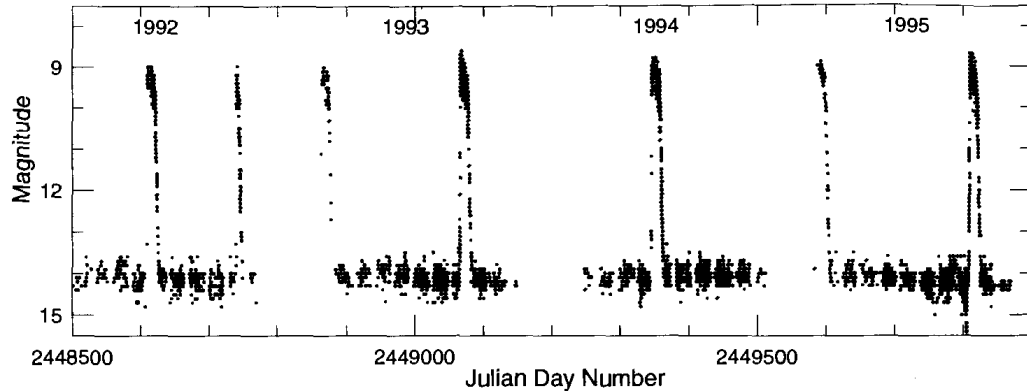


FIGURA 2.6: Curva de Luz de la estrella U Geminorum. Se aprecia un incremento repentino del brillo cada cierto tiempo, no periódico. Este incremento súbito en la curva de luz es consecuencia de procesos violentos en el sistema estelar, lo cual le da el nombre a este tipo de estrellas “cataclísmicas”. Fuente: Hellier, 2001.

### 2.1.3. Variables tipo-Nova

Las variables tipo-Nova son estrellas que presentan un comportamiento regular de las variables cataclísmicas pero que hasta el momento no ha sido observado un comportamiento eruptivo. Esto puede deberse a que el tiempo de observación de estas estrellas ha sido muy corto, o a que la tasa de transferencia de masa sea lo suficientemente alta como para contrarrestar el mecanismo de inestabilidad en el disco de acreción.

Las variables tipo-Nova se dividen en tres subgrupos, cuyas estrellas patronas son: *UX UMa*, *RW Tri* y *AM CVn*. Las estrellas tipo *UX UMa* muestran fuertes líneas de absorción en su espectro, mientras que las *RW Tri* presentan líneas de emisión

y ocasionalmente líneas de absorción; las *AM CVn* son ricas en Helio con periodos orbitales muy cortos.

#### 2.1.4. Variables Cataclísmicas Magnéticas

Esta clase incluye a estrellas polares (*AM Her*) y polares intermedias (*DQ Her*). En estos sistemas, el campo magnético de la enana blanca es lo suficientemente fuerte para perturbar la formación del disco de acreción. Esta perturbación puede ser parcial en el caso de polares intermedias, cuyo resultado es un disco interno truncado, o total en el caso de las polares, donde no se forma un disco de acreción por lo que el material fluye directamente a la superficie de la enana blanca vía las líneas de campo magnético. El campo magnético es del orden de  $10^6 - 10^8$  Gauss en las polares por lo que la enana blanca es forzada a rotar sincronizadamente con su órbita, mientras que en el caso de las polares intermedias el campo magnético es mucho menor y la rotación de la enana blanca no está sincronizada con su órbita.

## 2.2. Parámetros estelares de un Sistema Binario

La figura 2.7 muestra un sistema binario de masas  $M_1$  y  $M_2$  orbitando sobre un plano con un ángulo de inclinación<sup>4</sup>  $i$ . Estas masas orbitan alrededor del centro de masa del sistema (indicado con una  $\times$  en la figura) con un periodo  $P_{orb}$  y una separación  $a = a_1 + a_2$ . Para este sistema, asumiendo órbitas circulares, la velocidad orbital,  $K$ , de cada estrella es:

$$K_1 = \frac{2\pi a_1}{P_{orb}} \sin i \quad \text{y} \quad K_2 = \frac{2\pi a_2}{P_{orb}} \sin i \quad (2.1)$$

---

<sup>4</sup> La inclinación se define como el ángulo entre la perpendicular al plano de órbita del sistema binario y la línea de visión del observador.

y usando la Ley de Kepler:

$$a^3 = \frac{G(M_1 + M_2) P_{orb}^2}{4\pi^2} \quad (2.2)$$

tenemos las fracciones:

$$\frac{(M_2 \sen i)^3}{(M_1 + M_2)^2} = \frac{P_{orb} K_1^3}{2\pi G} \quad \text{y} \quad \frac{(M_1 \sen i)^3}{(M_1 + M_2)^2} = \frac{P_{orb} K_2^3}{2\pi G} \quad (2.3)$$

las cuales se denominan funciones de masa.

Dividiendo las ecuaciones 2.3 obtenemos:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{M_2}{M_1} = q \quad (2.4)$$

donde  $q$  es conocido como la relación de masas.

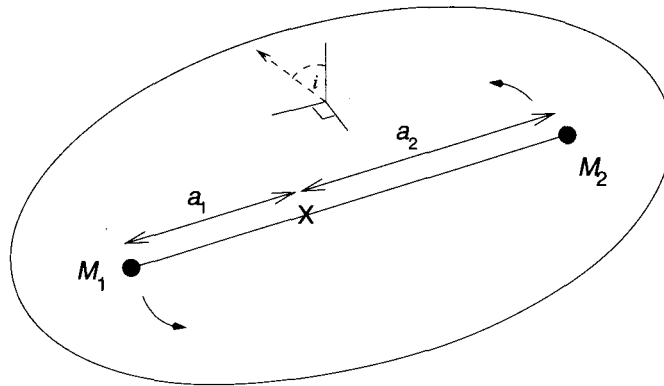


FIGURA 2.7: Dos estrellas de masa  $M_1$  y  $M_2$  orbitando en un plano alrededor del centro de masa del sistema (indicado con una  $\times$ ). La flecha punteada apunta hacia la Tierra, definiendo el ángulo de inclinación  $i$ . Fuente: Hellier, 2001.



## 2.3. Características Espectrales

Las estrellas pueden ser consideradas, con buena aproximación, cuerpos negros<sup>5</sup>. Por lo que su distribución espectral y su intensidad total emitida obedecen la ley de Planck y la ley de Stefan-Boltzmann, respectivamente. Además, la ley de Wien señala que las longitudes de onda en los máximos de los espectros serán menores cuando mayor sea la temperatura del cuerpo negro. Así, para una enana roja ( $T \sim 3000K$ ) el máximo de su espectro está en el infrarrojo, mientras que para una enana blanca ( $T > 12000K$ ) su máximo está en el ultravioleta y, en algunos casos, en los rayos X. (Hellier, 2001).

Como se ve en la figura 2.8, el espectro de la enana blanca presenta líneas de absorción. Estas son producidas en su atmósfera debido a la absorción del Hidrógeno (a veces Helio). En el óptico están las líneas de Balmer y en el UV las líneas de Lyman.

Cabe mencionar también que las líneas de absorción que presentan las enanas blancas son más anchas de lo regular y esto es debido al principio de incertidumbre de Heisenberg. Debido a la alta gravedad en la superficie de la enana blanca, los átomos soportan una gran presión y ellos son impactados muy frecuentemente por sus vecinos. Así, estos átomos permanecen un muy breve tiempo en determinado estado de energía, lo que permite un más amplio rango de energía. Por lo tanto, estos átomos pueden absorber fotones con un más amplio rango de longitudes de onda.

La enana roja (ver figura 2.8) tiene líneas de absorción más profundas y variadas, esto debido a que su menor temperatura permite la existencia de moléculas en su atmósfera, y estas absorben los fotones en una forma más variada. Asimismo, cabe mencionar que el brillo de la enana blanca no supera a la de la enana roja en infrarrojo debido a que la enana roja tiene una mayor área superficial, unas mil veces la de la enana blanca.

---

<sup>5</sup> Un cuerpo negro es un cuerpo que absorbe toda la luz que recibe y emite la máxima radiación que le permite su temperatura.

Mientras los espectros de las estrellas son bien estudiados y comprendidos, los disco de acreción son más problemáticos. Debido principalmente a que no tienen una temperatura uniforme, ésta tiende a aumentar a medida que nos acercamos a la enana blanca. Una buena aproximación de su espectro se obtiene dividiendo el disco por capas y considerando el espectro total como la suma de espectros de estrellas a distintas temperaturas según su radio. Además, su espectro puede presentar líneas de emisión o absorción o ambas al mismo tiempo.

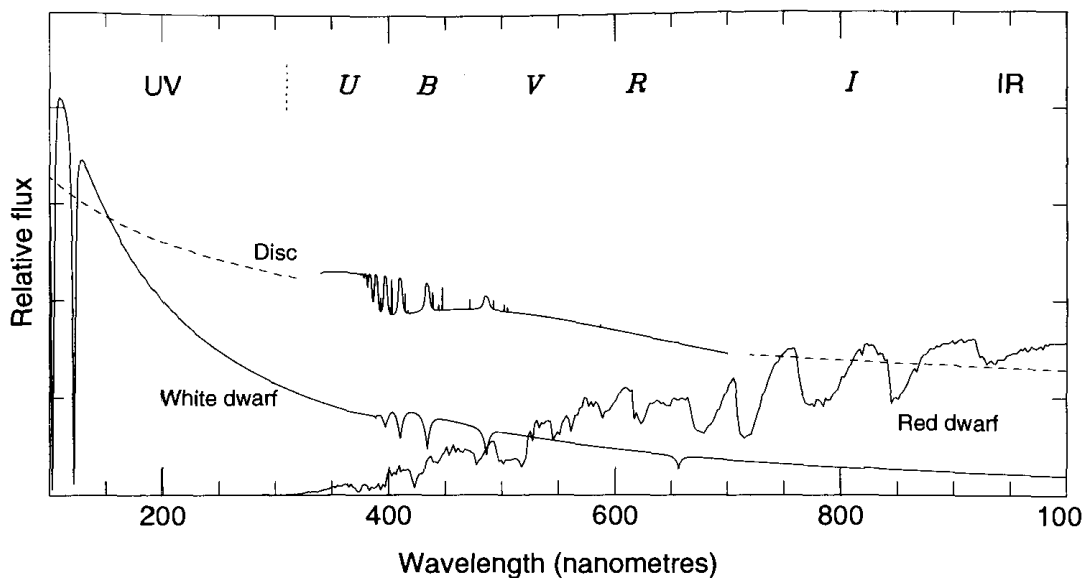


FIGURA 2.8: Espectros de las componentes de una estrella variable cataclísmica. La enana blanca, al tener mayor temperatura superficial, brilla más en longitudes de onda corta. Y la enana roja brilla más en longitudes de onda largas, debido a su menor temperatura superficial. La línea discontinua representa una aproximación al espectro producido por el disco de acreción, considerado como la suma de cuerpos negros de distintas temperaturas; y en el óptico se muestra el espectro de un modelo de disco de acreción con líneas de emisión, hecha por Martin Still. Observaciones en la región UV (izquierda de la línea discontinua vertical) son hechas exclusivamente desde satélites, ya que la atmósfera absorbe las ondas de esta región. Observaciones en el óptico y en el infrarrojo son realizadas desde tierra. Fuente: Hellier. 2001.

# Capítulo 3

## Metodologías de trabajo: en espectroscopía y en fotometría

En espectroscopía existen técnicas para ajustar espectros de estrellas individuales y también de sistemas estelares. Dos ejemplos del ajuste de sistemas estelares compuestos por una enana blanca y una enana roja son mostrados en las figuras 3.1 y 3.2, respectivamente. La primera se trata del ajuste de un sistema sin disco de acreción (Gänsicke *et al.*, 2004), donde el espectro observado del sistema se ajusta con buena aproximación a un modelo que es la suma de un espectro de una enana blanca de  $T_{eff} = 12000K$  y  $\log g = 8.0$ , y un espectro de una enana roja de tipo M3.5. Se trata de un espectro sintético de una enana blanca (Gänsicke *et al.*, 1995) y una plantilla de espectros observados para una enana roja tipo M3.5 (Beuermann *et al.*, 1998), respectivamente.

Podemos observar también (ver figura 3.1) que mientras que el espectro de la enana blanca tiene su máximo en longitudes de onda cercanas a los 4000 Å, el espectro de la enana roja alcanza un máximo en longitudes de onda cercanas a los 9000 Å.

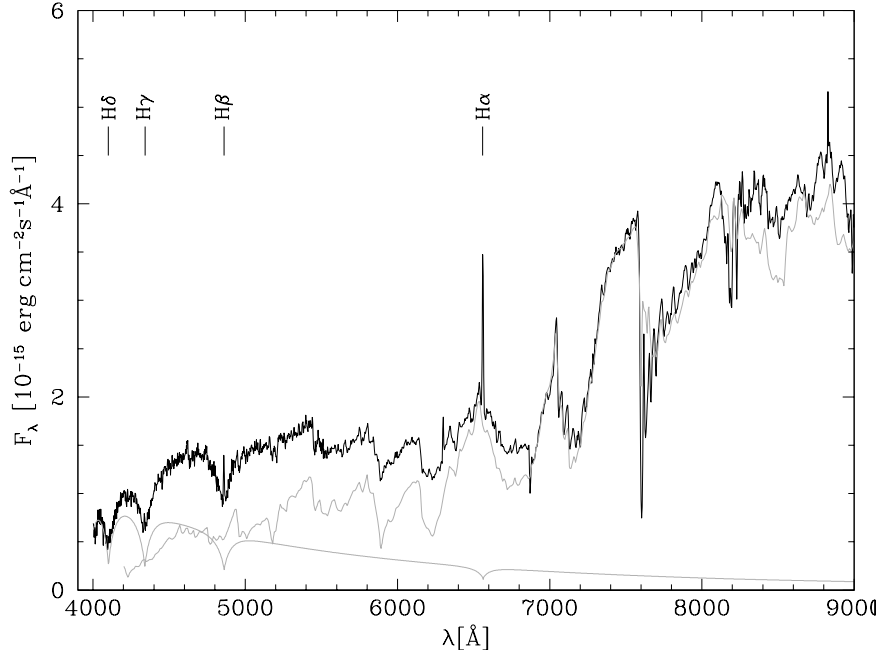


FIGURA 3.1: Espectro de la estrella HS 2237+8154 (trazo oscuro), obtenida con el instrumento TWIN del observatorio de Calar Alto. En trazo gris están los espectros de una enana blanca de  $T_{eff} = 12000K$  y  $\log g = 8.0$  cuyo máximo está cerca a los 4000 Å, y una enana roja tipo M3.5 cuyo máximo está cerca de los 9000 Å. Fuente: Gänsicke *et al.*, 2004.

Por otro lado, en la figura 3.2 tenemos un espectro de una variable cataclísmica con presencia de fuertes líneas de emisión en el rango de 4000 a 7000 Å (Southworth *et al.*, 2010), por lo que no pudo ajustarse su espectro únicamente con la suma de los espectros de una enana blanca y una enana roja en ese intervalo de longitudes de onda. Para caracterizar este espectro, se tuvo que buscar contrapartidas en otras longitudes de onda. Estos datos fueron encontrados en los surveys GALEX (Morrissey *et al.*, 2007) y UKIDSS (Lawrence *et al.*, 2007) medidos en UV e IR, respectivamente. Los flujos obtenidos del survey GALEX para este objeto (Schlegel *et al.*, 1998), permitieron obtener un espectro ajustado de la enana blanca en UV dando como resultado una estrella con una temperatura de 17000K y  $\log g = 8.3$ . Los flujos obtenidos de UKIDSS permitieron ajustar un espectro de enana roja en IR (Rebassa-Mansergas *et al.*, 2007), resultando el espectro de una estrella de tipo M2.

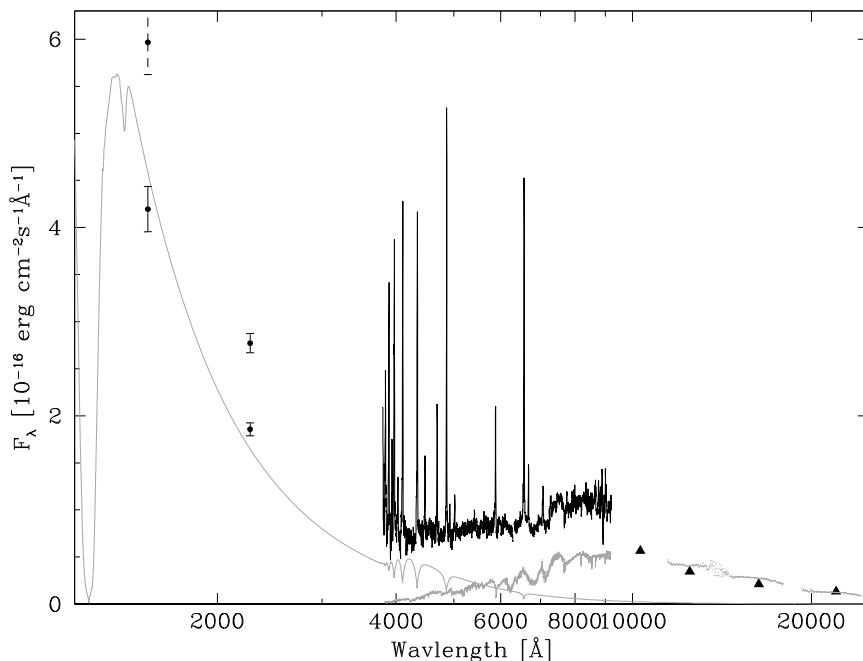


FIGURA 3.2: Espectro de la estrella SDSS J092444.48+080150.9 obtenida con el *New Technology Telescope* del observatorio La Silla. Los puntos negros son flujos medidos por el survey GALEX. Los triángulos negros son flujos medidos por UKIDSS. Los espectros de trazos grises corresponden a los ajustes de la enana blanca y la enana roja a partir de las observaciones de GALEX y UKIDSS. Fuente: Southworth *et al.*, 2010.

Así pues, es posible determinar características de las componentes de una estrella variable cataclísmica a partir del ajuste de su espectro. Por lo tanto, espectros de modelos de enanas blancas y plantillas de enanas rojas son herramientas importantes para el análisis de los espectros de estrellas variables cataclísmicas. Estos espectros están disponibles en Internet, en ciertos observatorios virtuales o en páginas personales de investigadores.

Por ejemplo, en la figura 3.3 se muestra el espectro de una enana blanca de 20000 K y  $\log g = 8.3$  obtenida de la página web de la *German Astrophysical Virtual Observatory* (GAVO)<sup>1</sup>, y en la figura 3.4 se muestra una plantilla para una estrella de tipo M0 (Bochanski *et al.*, 2007).

<sup>1</sup> <http://dc.zah.uni-heidelberg.de/theossa/q/web/form>

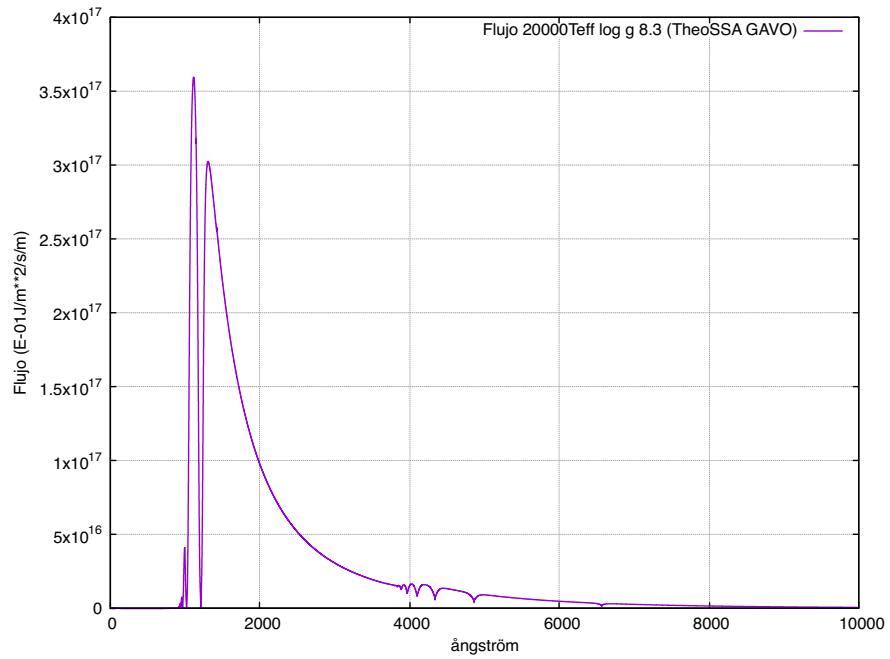


FIGURA 3.3: Espectro de una enana blanca a partir de un modelo. Fuente: Elaboración propia con datos de GAVO.

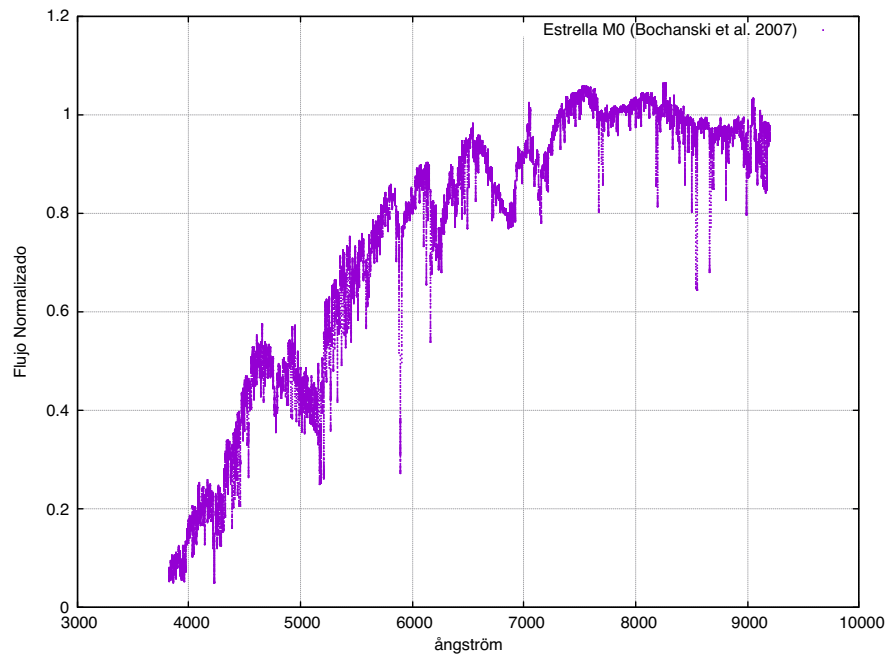


FIGURA 3.4: Espectro de una enana roja de tipo M0. Fuente: Elaboración propia con datos de Bochanski *et al.*, 2007.

## 3.1. Metodología aplicada

### 3.1.1. En espectroscopia

Elaboramos un programa de ajuste en Python para la obtención de los parámetros físicos de las componentes de un sistema estelar compuesto por una enana blanca y una enana roja, como las variables cataclísmicas, mediante el análisis de su espectro observado. El programa encuentra la combinación de un espectro sintético de enana blanca, con determinada temperatura y gravedad superficial, y una plantilla de enana roja, de determinado tipo M, cuya suma minimiza la función de ajuste ( $\chi^2$ ) respecto al espectro observado del sistema. De esta manera, se determinaron temperatura y gravedad superficial de la enana blanca y el tipo M de la enana roja. Además, se establecieron regiones con niveles de confianza para los parámetros hallados.

Uno de los subproductos del programa permite hallar el ángulo sólido que subtende el disco de la enana blanca del sistema en Tierra. Así, con la distancia a la que se encuentra el sistema, medido por proyectos espaciales como Gaia<sup>2</sup>, se pudo calcular los radios de las enanas blancas.

### 3.1.2. En fotometría

Se construyeron curvas de luz de estrellas variables cataclísmicas a partir de imágenes propias tomadas en el OAUNI. En estas curvas de luz, se calcularon periodos

---

<sup>2</sup> Misión espacial europea, cuya base de datos, disponible en <https://gea.esac.esa.int/archive/>, contiene astrometría, fotometría y espectroscopía de más de 1000 millones de objetos estelares de la Vía Láctea.

de órbita como la diferencia temporal entre dos eclipses consecutivos. Alternativamente, se usó software especializado para la detección de periodos en datos de series de tiempo. Para la reducción de las imágenes se usó IRAF<sup>3</sup>.

---

<sup>3</sup> IRAF (*Image Reduction and Analysis Facility*) es un sistema de software para la reducción y análisis de imágenes astronómicas desarrollado en la década de 1980 por la *National Optical Astronomy Observatories* (NOAO) en Tucson, Arizona, Estados Unidos, pero que en la actualidad ya no brinda soporte al sistema. Sin embargo, diversos observatorios astronómicos, foros y comunidades independientes aún soportan este sistema, entre ellos <https://iraf.net/forum/index.php> y <https://github.com/iraf-community/iraf>.



# Capítulo 4

## Espectroscopía - Modelo de ajuste

### 4.1. Obtención y reducción de espectros de una base de datos

Existen en el Internet diversos catálogos o bases de datos de imágenes y espectros de objetos estelares observados en innumerables campañas o proyectos de observación. Todos estos datos, luego de un tiempo de uso exclusivo (un año en promedio) del equipo que lidera el proyecto, son liberados, es decir, cualquier investigador puede acceder a través de sus portales web y descargarlos.

Dado que nuestro programa de ajuste toma como entradas espectros de enanas blancas y enanas rojas para producir una combinación de estas, se buscaron en bases de datos espectros medidos de sistemas binarios con componentes de estos tipos de estrellas, siendo algunos de ellos correspondientes a variables cataclísmicas con disco de acreción relativamente débil, es decir, que no contribuyan considerablemente en el espectro total del sistema.

Así, se encontraron datos de interés en la base de datos del *European Southern Observatory* (ESO)<sup>1</sup>, donde se obtuvieron datos espectroscópicos crudos de dos sistemas estelares. Uno es V893 Sco, observado en el observatorio La Silla<sup>2</sup> con el telescopio NTT (*New Technology Telescope*) y el instrumento ESO *Multi Mode Instrument* (EMMI), y el otro es HS 0220+0603, observado desde el observatorio Paranal con el telescopio VLT-U1<sup>3</sup> y la segunda versión del instrumento *FOcal Reducer and low dispersion Spectrograph* (FORS2)<sup>4</sup>. Y de la base de datos del *Sloan Digital Sky Survey*<sup>5</sup> (SDSS, York *et al.*, 2000), se obtuvieron espectros reducidos y calibrados de los otros siete sistemas. Actualmente, el SDSS se encuentra en su cuarta fase de observación (Blanton *et al.*, 2017)<sup>6</sup> y en su liberación de datos número 17 (DR17, por sus siglas en inglés, Abdurro'uf *et al.*, sometido). Sin embargo, los datos para este trabajo fueron descargados en su liberación número 14 (DR14, Abolfathi *et al.*, 2018).

En la tabla 4.1 se muestran los nombres de dichos objetos, la base datos de donde se obtuvieron, los instrumentos con los que se observaron y la condición de los datos de los nueve objetos.

---

<sup>1</sup> [http://archive.eso.org/eso/eso\\_archive\\_main.html](http://archive.eso.org/eso/eso_archive_main.html)

<sup>2</sup> <http://www.eso.org/public/teles-instr/lasilla/>

<sup>3</sup> <http://www.eso.org/public/teles-instr/paranal-observatory/vlt/>

<sup>4</sup> <https://www.eso.org/sci/facilities/paranal/instruments/fors/overview.html>

<sup>5</sup> <https://skyserver.sdss.org/>

<sup>6</sup> Funding for the Sloan Digital Sky Survey IV has been provided by the Alfred P. Sloan Foundation, the U.S. Department of Energy Office of Science, and the Participating Institutions. SDSS-IV acknowledges support and resources from the Center for High-Performance Computing at the University of Utah. The SDSS web site is [www.sdss.org](http://www.sdss.org).

SDSS-IV is managed by the Astrophysical Research Consortium for the Participating Institutions of the SDSS Collaboration including the Brazilian Participation Group, the Carnegie Institution for Science, Carnegie Mellon University, the Chilean Participation Group, the French Participation Group, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, Instituto de Astrofísica de Canarias, The Johns Hopkins University, Kavli Institute for the Physics and Mathematics of the Universe (IPMU) / University of Tokyo, the Korean Participation Group, Lawrence Berkeley National Laboratory, Leibniz Institut für Astrophysik Potsdam (AIP), Max-Planck-Institut für Astronomie (MPIA Heidelberg), Max-Planck-Institut für Astrophysik (MPA Garching), Max-Planck-Institut für Extraterrestrische Physik (MPE), National Astronomical Observatories of China, New Mexico State University, New York University, University of Notre Dame, Observatório Nacional / MCTI, The Ohio State University, Pennsylvania State University, Shanghai Astronomical Observatory, United Kingdom Participation Group, Universidad Nacional Autónoma de México, University of Arizona, University of Colorado Boulder, University of Oxford, University of Portsmouth, University of Utah, University of Virginia, University of Washington, University of Wisconsin, Vanderbilt University, and Yale University.

TABLA 4.1: Espectros obtenidos de bases de datos. Fuente: Elaboración propia.

Objeto	BD*	Instrumento	Condición de los datos
V893 Sco	ESO	NTT, EMMI, grating # 13	crudo
HS 0220+0603	ESO	VLT, FORS2, GRIS_600RI	crudo
SDSSJ121130.94-024954.4	SDSS	SDSS telescopes	Reducido y calibrado
SDSSJ222108.45+002927.7	SDSS	SDSS telescopes	Reducido y calibrado
SDSSJ155712.05+151534.3	SDSS	SDSS telescopes	Reducido y calibrado
SDSSJ015225.38-005808.5	SDSS	SDSS telescopes	Reducido y calibrado
SDSSJ212051.92-005827.3	SDSS	SDSS telescopes	Reducido y calibrado
IR Com	SDSS	SDSS telescopes	Reducido y calibrado
SDSSJ150118.41+042232.3	SDSS	SDSS telescopes	Reducido y calibrado

\* BD: Base de datos.

Como se indica en la tabla 4.1, los espectros descargados de la base de datos del SDSS ya vienen reducidos y calibrados, solo se efectuó el proceso de reducción en los datos crudos descargados de la base de datos del ESO, correspondientes a los objetos estelares V893 Sco y HS 0220+0603.

#### 4.1.1. Reducción espectroscópica de la estrella V893 Sco

Se obtuvieron imágenes crudas de los espectros del sistema cataclísmico V893 Sco (Ritter & Kolb, 2003), así como imágenes *bias*, *flats* (de domo y de cielo), los espectros de comparación para la calibración en longitud de onda (espectros de lámparas de He y Ar) y un espectro para la calibración en flujo (espectro de la estrella estándar EG 274).

La figura 4.1 muestra una de las imágenes crudas que contienen los espectros de la estrella V893 Sco. Es un arreglo de  $2087 \times 300$  píxeles.

Por inspección de las imágenes crudas, los flats y los bias se seleccionó una región de trabajo y una región de *overscan*. Haciendo uso del paquete NOAO.TWODSPEC.LONGSLIT,

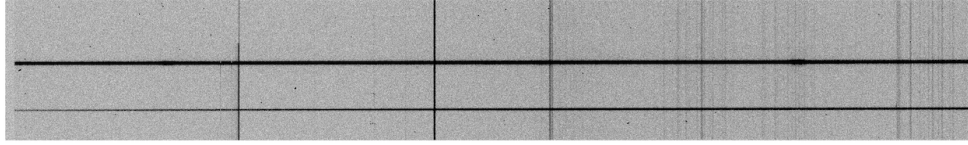


FIGURA 4.1: Imagen cruda del espectro de la estrella V893 Sco tomada el año 1998.  
Fuente: Telescopio NTT de la ESO, instrumento EMMI.

se procedió de manera similar al ejercicio número 3 del IRAF<sup>7</sup> con la salvedad de que la dispersión de los espectros de nuestros datos es a lo largo de la fila, mientras que la dispersión del espectro del ejemplo es a lo largo de la columna. Para que las tareas reconozcan esta dirección de dispersión se agregó en las cabeceras de los archivos de los espectros el parámetro “DISPAXIS” con el valor de 1.

Para la extracción y calibración en longitud de onda de los espectros 1-d se usó el paquete NOAO.IMRED.KPNOSLIT.

Se calculó el ancho de dispersión y se introdujo este valor en los parámetros de la tarea *apall*. Esta tarea se usó sólo para la extracción del espectro de la estrella. Para extraer el espectro de la lámpara de calibración se usó la tarea *apsum*.

Luego se procedió a la calibración por longitud de onda de los espectros de comparación, mediante la tarea *identify* y *reidentify*. En la figura 4.2 se muestra la ventana que se abre cuando se ejecuta la tarea *identify*. En esa ventana hay que introducir los valores de longitud de onda para las líneas que allí aparecen. Esto se hace comparando con un espectro patrón que se obtiene de la página del instrumento EMMI<sup>8</sup>.

Una vez calibrado los espectros de comparación en longitud de onda, se hace la calibración en longitud de onda de los espectros del objeto en estudio, usando la tarea *dispcor*. La figura 4.3 muestra uno de estos espectros calibrados. En ella se puede ver claramente las líneas de emisión del HeI ( $\lambda 5876$ ) y H $\alpha$  ( $\lambda 6563$ ), tal como se muestra también en Matsumoto et al., 2000 (ver figura 4.4).

<sup>7</sup> <http://www.astro.uvic.ca/~yang/a329/exer211.tar>

<sup>8</sup> <http://www.lis.eso.org/sci/facilities/lasilla/instruments/emmi/emmiAtlas.html>

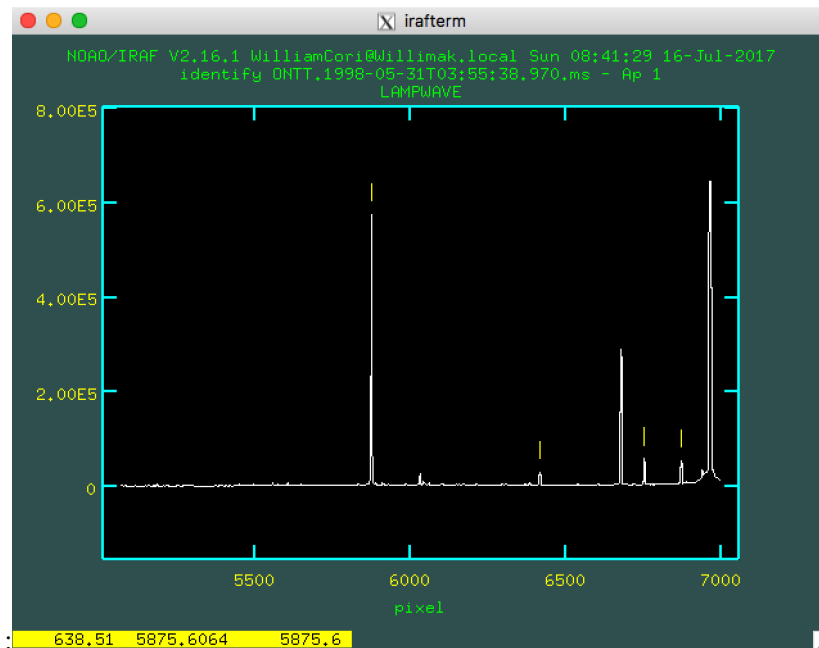


FIGURA 4.2: Ventana de la tarea *Identify* de IRAF. Calibración en longitud de onda del espectro de comparación de He-Arg. Fuente: Elaboración propia.

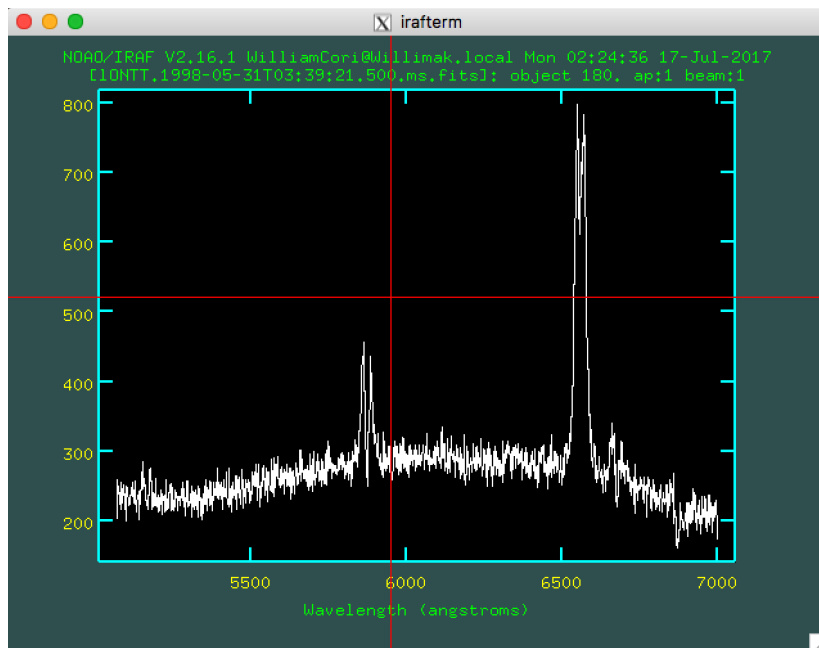


FIGURA 4.3: Espectro de la estrella V893 Sco calibrada en longitud de onda. Reducida de los datos obtenidos de la ESO del año 1998. Fuente: Elaboración propia.

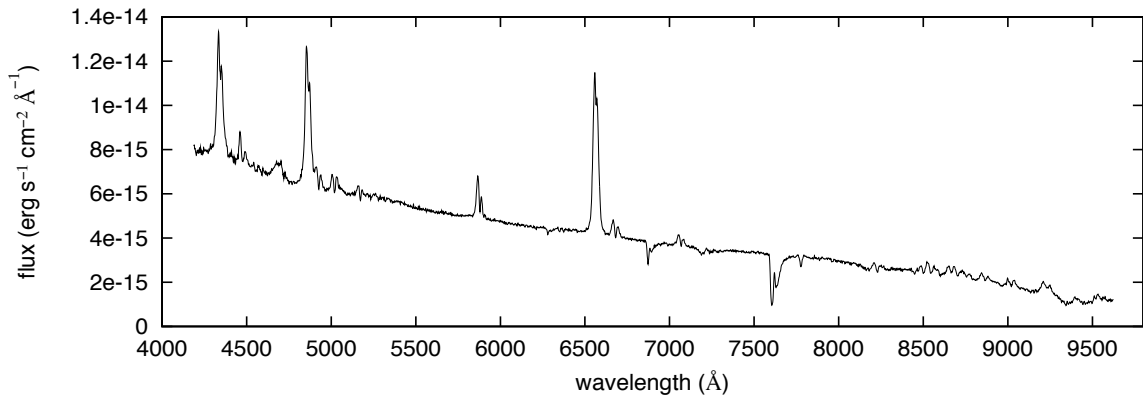


FIGURA 4.4: Espectro de la estrella V893 Sco. Fuente: Matsumoto et al., 2000.

La figura 4.5 muestra parte del espectro de la estrella V893 Sco, desde 6400 Å hasta 6800 Å, aproximadamente. En ella se puede apreciar claramente la línea de emisión de doble pico que se forma en la línea H $\alpha$  ( $\lambda$ 6563), característico de una emisión proveniente del disco de acreción, causado por efecto Doppler.

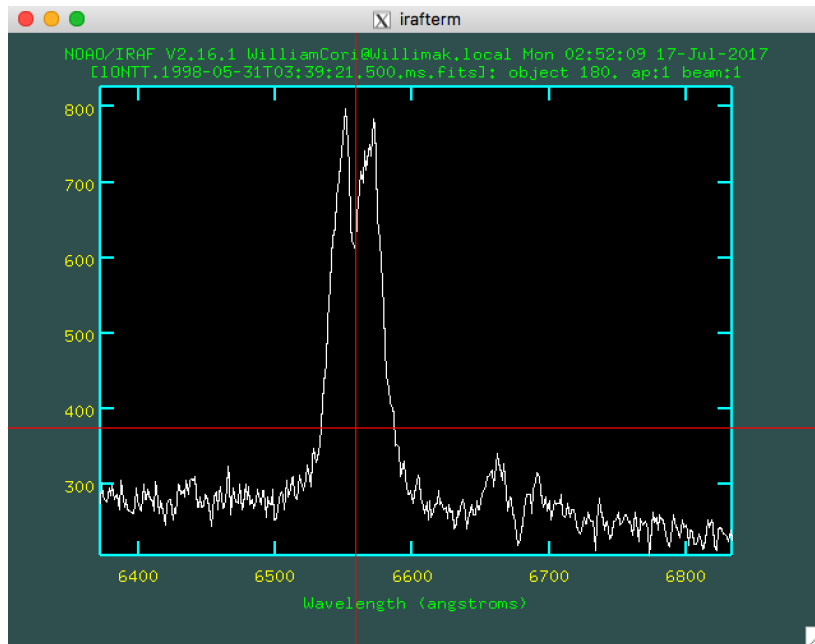


FIGURA 4.5: Línea de emisión H $\alpha$  de doble pico en el espectro de la estrella V893 Sco. Característico de la emisión del disco de acreción. Reducida de los datos de ESO de 1998. Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, la figura 4.6 nos muestra una secuencia de espectros en un intervalo de tiempo de media hora aproximadamente.

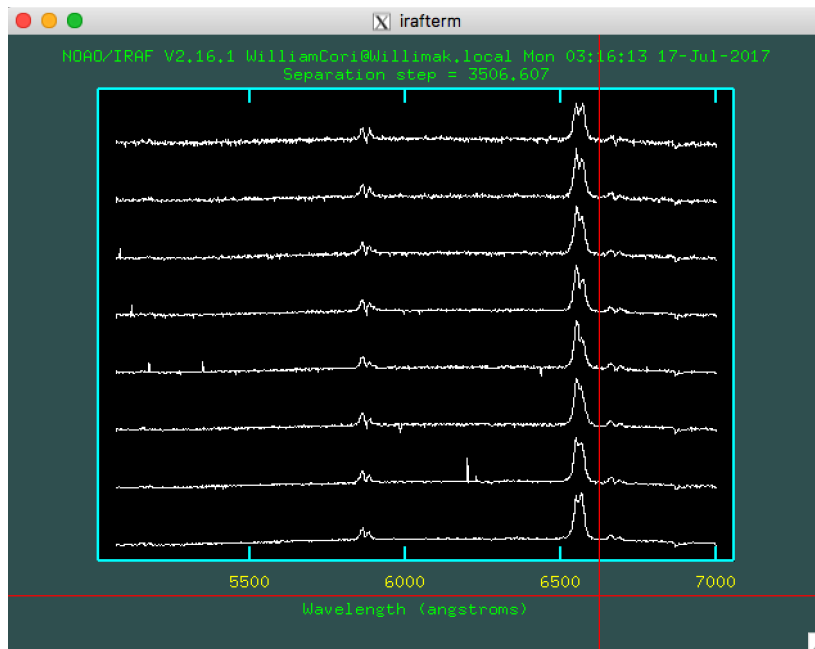


FIGURA 4.6: Espectros de la estrella V893 Sco en el lapso de 30 minutos aprox. Datos de ESO de 1998. Fuente: Elaboración propia.

Cabe mencionar que este espectro no se llegó a calibrar en flujo ya que no iba a ser ajustado con nuestro programa debido a que el intervalo de longitudes de onda que comprende (de 5000 a 7000 Å, aproximadamente) dejaba fuera, por un lado, a las líneas de Balmer entre 3800 y 5000 Å, necesarias para caracterizar a la enana blanca, y, por otro lado, a las bandas moleculares sobre los 7000 Å, necesarios para caracterizar a la enana roja.

### 4.1.2. Reducción espectroscópica de la estrella HS 0220+0603

Los datos espectroscópicos de este sistema tipo-Nova (Rodríguez-Gil *et al.*, 2015) se obtuvieron de la base de datos de ESO, correspondientes a la noche de observación del 20 de Noviembre del 2004. Entre los datos habían imágenes crudas de los espectros de la estrella en mención, *bias*, *flats*, *Arcs*<sup>9</sup> y un espectro de una estrella estándar<sup>10</sup> (con sus respectivos *flats* y *Arcs*).

Se corrigieron los espectros de la estrella de ciencia, de la estándar y de *Arcs* por *overscan* y *flatfield* de manera similar al procedimiento para corregir datos fotométricos. Luego se extrajo el espectro de la estrella de ciencia y se calibró en longitud de onda y flujo con la tarea *doslit* del paquete NOAO.IMRED.SPECRED. Posteriormente, se sustrajo el efecto de enrojecimiento interestelar con la tarea *deredden* del paquete NOAO.ONEDSPEC. Finalmente, con la tarea *wspectext* del mismo paquete, el espectro fue convertido a un archivo de texto. Este archivo contiene los datos del espectro reducido y calibrado en dos columnas: longitud de onda en Å y flujo en  $\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{Å}^{-1}$ . La figura 4.7 muestra el espectro de la estrella HS 0220+0603 calibrada en longitud de onda y flujo, y con la corrección por enrojecimiento.

Cabe mencionar que se usaron datos de extinción atmosférica y el directorio de estrellas estándar del observatorio Cerro Tololo para la extracción del espectro y su calibración en flujo. El valor de exceso de color asumido fue  $E(B - V) = 0.047$  correspondiente a  $A_v = 0.145$  mag (Rodríguez-Gil *et al.*, 2015) para la corrección por enrojecimiento interestelar.

---

<sup>9</sup> *Arcs* se denomina a los espectros de una combinación de lámparas (He, HgCd y Ar), para la calibración en longitud de onda.

<sup>10</sup> Espectro de la estrella LTT 377, para la calibración en flujo.



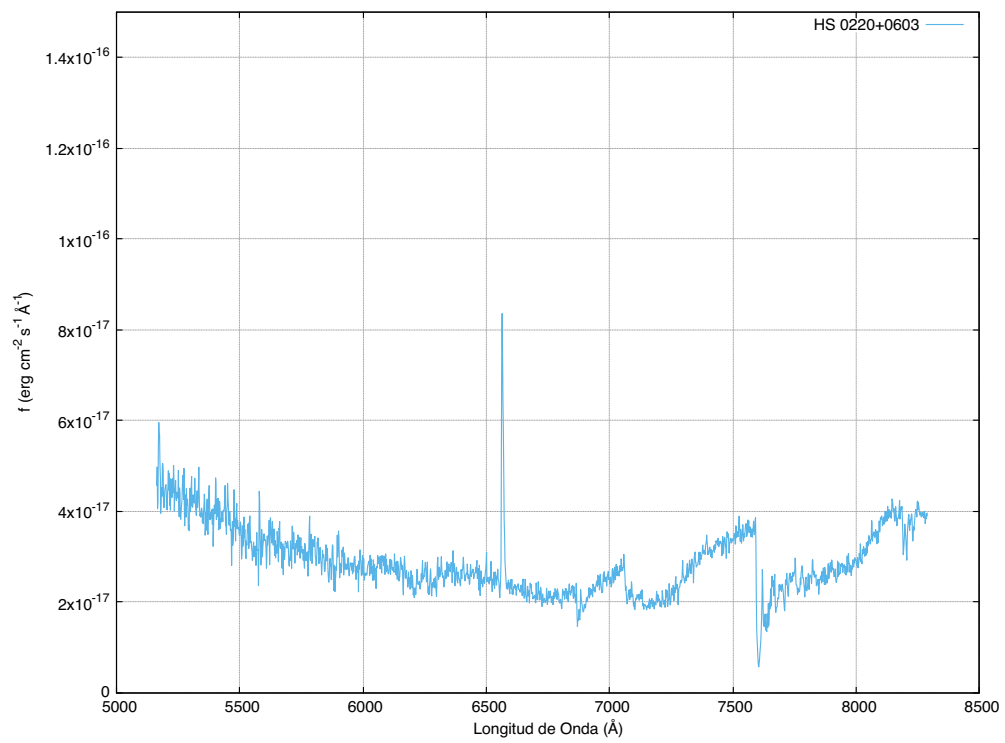


FIGURA 4.7: Espectro de la estrella HS 0220+0603 calibrada en longitud de onda y flujo, y corregida por enrojecimiento. Estrella observada con el telescopio VLT-U1 y el instrumento FORS2 de ESO. Fuente: Elaboración propia.

## 4.2. *Grid* de espectros sintéticos de enanas blancas

Se tiene un conjunto de 1066 espectros sintéticos<sup>11</sup> de enanas blancas de tipo DA (solo con hidrógeno en su atmósfera) de diversas temperaturas, entre 5000 y 80000 K, y  $\log g$ , entre 6.5 y 9.5 (Koester, 2010), proporcionados por el autor vía comunicación privada. A este conjunto de espectros se le conoce como *grid* (vocablo en inglés que significa red) dado el aspecto que adquiere luego de varias combinaciones de los parámetros  $\log g$  y temperatura como muestra la figura 4.8. Esta *grid* es una versión de finales del 2017<sup>12</sup>, disponible en la página web del Spanish Virtual Observatory (SVO)<sup>13</sup>.

Cabe mencionar que en esta *grid* las variaciones de  $\log g$  son fijas ( $\Delta \log g = 0.25$ ). Sin embargo, en lo que respecta al rango de temperaturas (de 5000 a 80000 K), las variaciones no son de manera uniforme. Así, estas variaciones crecen conforme se tienen espectros con mayor temperatura. Por ejemplo, entre 5000K y 20000K los incrementos son de 250K, pero entre 20000 K y 30000 K las variaciones son de 1000 K. A estas variaciones de  $\log g$  y de temperatura los llamaremos “pasos”. La figura 4.8 muestra la distribución de la *grid* en el espacio temperatura -  $\log g$ , aquí se puede ver que para cada temperatura se tienen valores de  $\log g$  entre 6.5 y 9.5 con pasos constantes de 0.25, mientras que para cada valor de  $\log g$  tenemos temperaturas entre 5000 y 80000 K, pero con pasos que se van incrementando conforme sube la temperatura. La tabla 4.2 muestra los pasos en temperatura.

Los modelos de Koester proporcionan espectros que abarcan longitudes de onda entre 1000 y 30000 Å. La figura 4.9 muestra un conjunto de 13 espectros del modelo

---

<sup>11</sup> Espectros simulados en base a modelos teóricos.

<sup>12</sup> Nota enviada por Detlev Koester: These models are for white dwarfs of spectral type DA with pure hydrogen atmospheres. They use LTE (local thermodynamic equilibrium), hydrostatic equilibrium and plane-parallel, one-dimensional structure. Basic methods and data are described in Koester (2010, Mem.S.A.It. Vol. 81, 921). Since then many improvements were implemented, most notably the hydrogen Stark profiles by Tremblay & Bergeron (2009, ApJ 696,1755), and Tremblay (2015, priv. comm).

<sup>13</sup> <http://svo2.cab.inta-csic.es/theory/newov2/index.php?models=koester2>

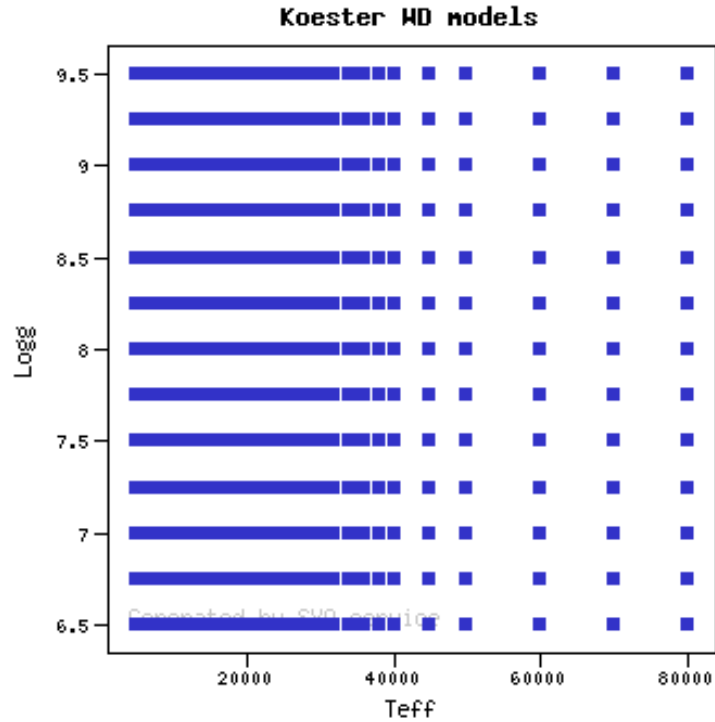


FIGURA 4.8: Grid de los espectros sintéticos de enanas blancas.  
Fuente: <http://svo2.cab.inta-csic.es/theory/newov2/index.php?models=koester2>

TABLA 4.2: Pasos de acuerdo a la temperatura en la *grid* de espectros de enanas blancas. Fuente: Koester, 2010.

Temperaturas (K)	pasos (K)
5000 - 20000	250
20000 - 30000	1000
30000 - 40000	2000
40000 - 50000	5000
50000 - 80000	10000

de Koester a temperatura constante de 10000 K, y el valor de  $\log g$  está entre 6.5 y 9.5 variando en 0.25 entre un espectro y otro. En ella se puede apreciar el efecto que tiene sobre el espectro un cambio en el valor de  $\log g$ .

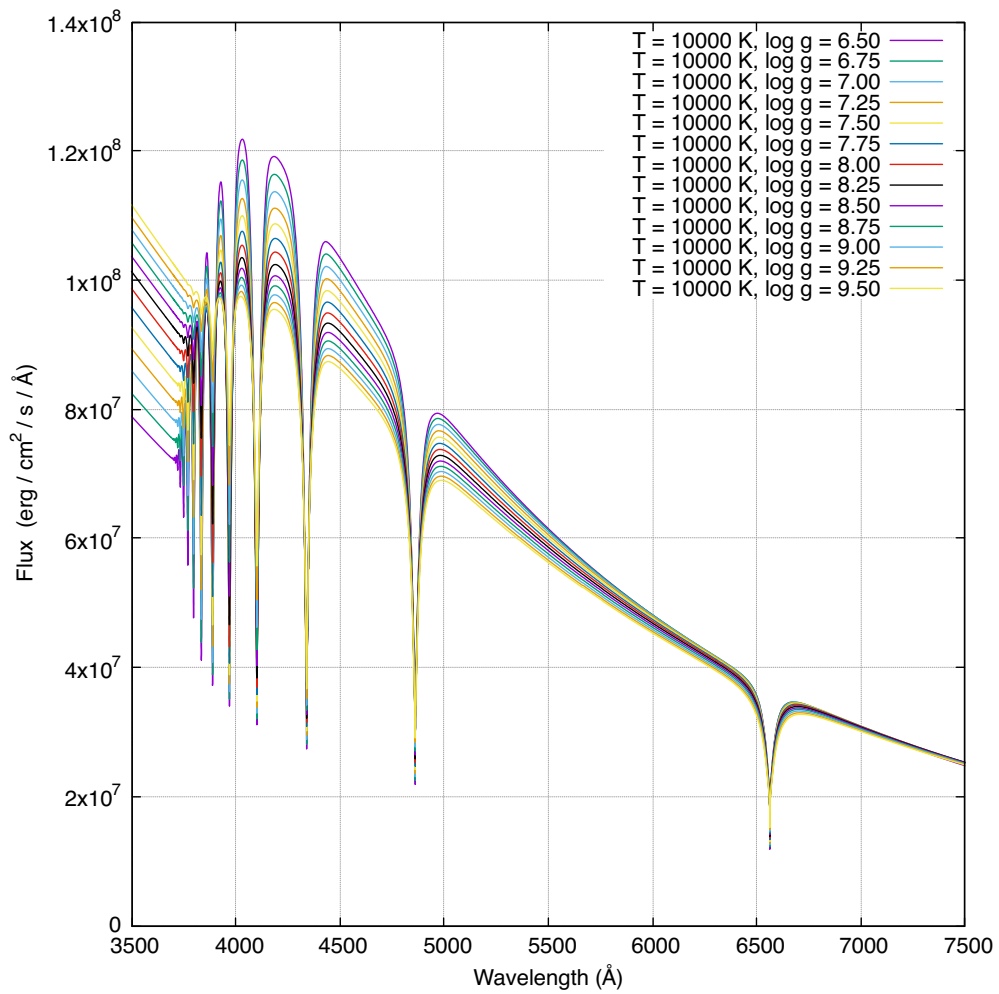


FIGURA 4.9: Espectros sintéticos de enanas blancas de tipo DA de 10000 K y  $\log g$  entre 6.50 y 9.50 con pasos de 0.25 (Koester, 2010; versión 2017). Las líneas de absorción corresponden a la serie de Balmer. Fuente: Elaboración propia.

### 4.3. Plantillas de enanas rojas

Se le conoce como plantillas al conjunto de espectros observados representativo de determinados tipos de estrella. En el caso de las enanas rojas, hasta el momento hemos trabajado con dos plantillas de espectros de estrellas tipo M de secuencia principal procedentes de dos catálogos diferentes. Una publicada por Kirkpatrick *et al.* (1991) y la otra publicada por el proyecto MILES (Medium-resolution Isaac Newton telescope Library of Empirical Spectra, Sánchez-Blázquez P. *et al.*, 2006)<sup>14</sup>.

Las plantillas de estrellas tipo M clasificadas bajo el sistema definido por Kirkpatrick *et al.* (1991) corresponden a espectros entre longitudes de onda de 6200 a 9000 Å, aproximadamente. Estos espectros fueron descargados desde la página web del SVO<sup>15</sup> y está compuesta por diez plantillas de estrellas tipo M desde M4.5 hasta M9.5 con pasos de 0.5 (a excepción de la plantilla M8.5 que no estaba en el grupo descargado).

Las plantillas de estrellas de tipo M descargadas de la página web del proyecto MILES<sup>16</sup> comprenden espectros entre longitudes de onda de 3525 y 7500 Å con una resolución espectral de 2.50 Å (FWHM). Estas plantillas fueron obtenidas con el telescopio Isaac Newton<sup>17</sup> de 2.5m de apertura y van desde el tipo M0V al M6V con un paso de 1 (no se cuenta con la plantilla M4V), además se tiene la plantilla correspondiente al tipo M0.5V, haciendo un total 7 plantillas de estrellas de tipo M.

La tabla 4.3 muestra detalles de las plantillas como el rango de longitudes de onda que comprenden y los elementos que las conforman.

Cabe mencionar que las plantillas elaboradas por Kirkpatrick *et al.* (1991) fueron usadas en las primeras versiones de nuestro programa de ajuste. De hecho, cuando se hizo el ajuste sobre el espectro de la estrella HS 0220+0603 (ver figura 4.12) se usaron

---

<sup>14</sup> <http://www.iac.es/proyecto/miles/>

<sup>15</sup> [http://svo2.cab.inta-csic.es/theory/newov2/index.php?models=tpl\\_keck](http://svo2.cab.inta-csic.es/theory/newov2/index.php?models=tpl_keck)

<sup>16</sup> <http://www.iac.es/proyecto/miles/pages/stellar-libraries/miles-library.php>

<sup>17</sup> <http://www.ing.iac.es/Astronomy/telescopes/int/>

TABLA 4.3: Plantillas de estrellas tipo M. Fuente: Elaboración propia.

Plantillas	Rango $\lambda(\text{\AA})$	Tipo M
Kirkpatrick <i>et al.</i>	6200 - 9000	M4.5, M5.0, M5.5, M6.0, M6.5, M7.0, M7.5, M8.0, M9.0 y M9.5
MILES	3525 - 7500	M0.0, M0.5, M1.0, M2.0, M3.0, M5.0 y M6.0

estas plantillas ya que el espectro reducido de esta estrella comprendía longitudes de onda de 5200 a 8300  $\text{\AA}$  (ver figura 4.7), aproximadamente, donde las líneas de Balmer no están incluidas a excepción de la línea  $H\alpha$  a 6563  $\text{\AA}$ .

Así, para poder realizar un ajuste donde se incluyan longitudes de onda alrededor de las líneas de Balmer fue necesario buscar nuevas plantillas de enanas rojas, las cuales fueron encontradas en el proyecto MILES. Estas plantillas han sido usadas en el ajuste de los espectros de todos los objetos, a excepción de V893 Sco y HS 0220+0603.

#### 4.4. Programa de ajuste

Hemos visto que en las variables cataclísmicas los espectros de emisión de doble pico indican la presencia de un disco. En otros espectros donde no aparece este doble pico podemos considerar que el disco no contribuye significativamente en el espectro del sistema. Por lo tanto, podemos considerar que para este tipo de variables cataclísmicas sus espectros podrían obtenerse con la suma de espectros individuales de una enana blanca, de determinada temperatura y gravedad superficial, y de una enana roja, de determinado tipo espectral M. Por lo tanto, nuestro modelo es definido por la ecuación 4.1. Evidentemente, este modelo incluye sistemas no cataclísmicos compuestos por una enana blanca y una enana roja.

$$F^m(\lambda_i | c_{WD}, c_M, T, \log g, M) = c_{WD} F_{WD}(\lambda_i | T, \log g) + c_M F_M(\lambda_i | M) \quad (4.1)$$

donde:

$F^m$ : flujo dado por el modelo.

$F_{WD}$ : flujo del espectro sintético de la enana blanca.

$F_M$ : flujo de la plantilla de la estrella tipo M.

$\lambda_i$ : longitud de onda, variable independiente.

$c_{WD}, c_M, T, \log g, M$ : parámetros del modelo (a ser ajustados):

$c_{WD}$ : factor de proporcionalidad para el flujo de la enana blanca.

$c_M$ : factor de proporcionalidad para el flujo de la enana roja.

$T$ : temperatura de la enana blanca.

$\log g$ : gravedad superficial de la enana blanca.

$M$ : tipo M de la enana roja.

Sea  $F^o(\lambda_i)$  el flujo observado en la longitud de onda  $\lambda_i$ , y al compararlo con el flujo del modelo  $F^m$  nos permite definir la función  $\chi^2$  (Wall & Jenkins, 2003) que se muestra en la ecuación 4.2, cuyo valor mínimo a determinados valores de  $c_{WD}, c_M, T, \log g$  y  $M$ , se obtiene cuando el espectro dado por el modelo alcanza su mejor ajuste al espectro observado.

$$\chi^2(c_{WD}, c_M, T, \log g, M) = \sum_{i=1}^N \frac{[F^o(\lambda_i) - F^m(\lambda_i | c_{WD}, c_M, T, \log g, M)]^2}{F^m(\lambda_i | c_{WD}, c_M, T, \log g, M)} \quad (4.2)$$

Se escribió un programa en Python que encuentra los valores de los cinco parámetros que minimizan la función  $\chi^2$ . A estos valores los llamaremos  $\hat{c}_{WD}$ ,  $\hat{c}_M$ ,  $\hat{T}$ ,  $\hat{\log g}$  y  $\hat{M}$  (ver ecuación 4.3).

$$\chi^2(\hat{c}_{WD}, \hat{c}_M, \hat{T}, \hat{\log g}, \hat{M}) = \chi_{min}^2(c_{WD}, c_M, T, \log g, M) \quad (4.3)$$

El programa produce un modelo de un sistema binario y que es generado por una combinación de un espectro sintético de una enana blanca y el espectro de una plantilla de una enana roja tipo M. Para construir cada modelo el programa hace un barrido entre los diferentes valores de  $\log g$  y temperatura de la enana blanca y los diferentes valores de tipo M para la enana roja. El modelo es comparado con el espectro observado obteniendo el valor de la función  $\chi^2$  para cada combinación. Para la comparación se utilizan 288 puntos dentro del intervalo de longitudes de onda observados. Finalmente el programa graba el mínimo valor  $\chi_{min}^2$  de todos ellos.

Los parámetros del modelo que corresponden al  $\chi_{min}^2$  habrán sido ajustados y estos valores de  $\hat{c}_{WD}$ ,  $\hat{c}_M$ ,  $\hat{T}$ ,  $\hat{\log g}$  y  $\hat{M}$ , son guardados junto al flujo ajustado.

Los 288 puntos en los que se evalúa la función  $\chi^2$  están distribuidos en 32 intervalos o bandas de 9 puntos cada uno. De estas bandas, 23 de ellas están próximas a las líneas de Balmer de los espectros y las otras 9 corresponden a las bandas usadas por Lépine *et al.* (2003) para clasificar estrellas enanas rojas de tipo M (ver figura 4.10).

Cabe mencionar que las primeras versiones del programa de ajuste realizaba un test  $\chi^2$  solo en siete puntos de todo el espectro sin tener en cuenta las líneas de Balmer y las bandas de Lepine. El ajuste realizado sobre el espectro observado de la estrella HS 0220+0603 fue realizado con esta primera versión del programa (ver figura 4.12). Sin embargo, el ajuste realizado sobre otros sistemas mostraba un ajuste pobre de sus espectros (ver figura 4.15). Es así, que nos propusimos a hacer un programa que obtenga el valor  $\chi^2$  en bandas cercanas a las líneas de Balmer y en las bandas usadas



por Lépine porque en estas bandas se manifiestan las diferencias entre enanas blancas de determinado valor de  $\log g$  y temperatura, y las diferencias entre distintos tipos M, respectivamente. Evidentemente esto va directamente ligado al tiempo de ejecuci3n del programa. Hubieron versiones que luego de 12 horas de ejecuci3n aún no terminaba de evaluar el cinco por ciento de todas las combinaciones posibles.

Con la idea de mejorar el ajuste y reducir el tiempo de ejecuci3n del programa, se restringe la comparaci3n a longitudes de onda claves donde se pueda hacer una evaluaci3n  $\chi^2$  con resultados 3ptimos y en tiempos no tan prolongados (en el orden de horas). De esta forma se incluyeron las longitudes de onda utilizadas por Lépine, Reich & Shara, 2003, para clasificar estrellas de tipo M. Estas longitudes de onda corresponden a bandas moleculares de CaH, CaH<sub>2</sub>, CaH<sub>3</sub>, TiO<sub>5</sub>, TiO<sub>6</sub>, TiO<sub>7</sub>, VO<sub>1</sub> y VO<sub>2</sub>, y un par de bandas usada por Lépine, Reich & Shara para definir lo que llama el Color-M (ver figura 4.10 y tabla 4.4).

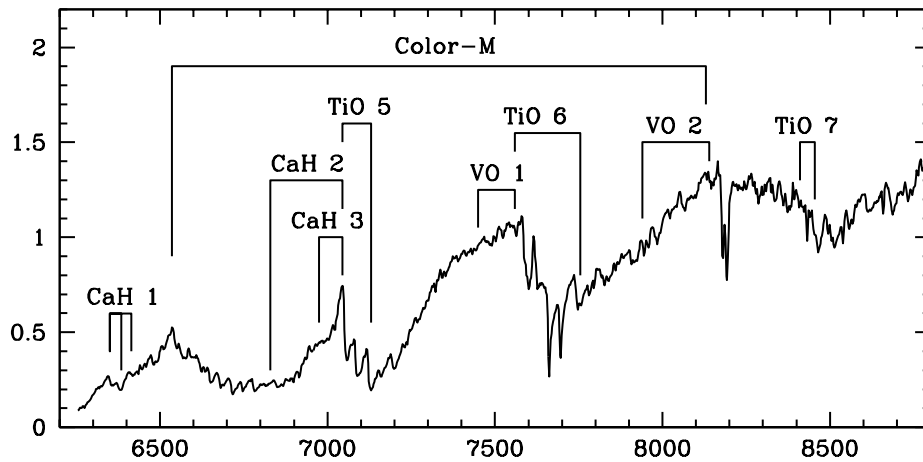


FIGURA 4.10: Espectro de la estrella LSR 1809-0247 (M5.0 V) donde se muestran las bandas moleculares usadas en el cálculo de los índices espectrales para estrellas de tipo M en el rango de 6000 a 9000 Á. Las bandas de CaH1, CaH2, CaH3 y TiO5 fueron tomadas de Reid *et al.*, 1995; VO1 y TiO7 fueron tomadas de Hawley *et al.*, 2002; y las demás introducidas en Lépine, Rich & Shara, 2003. Todas estas bandas fueron tomadas en cuenta en la elaboraci3n de la versi3n más reciente de nuestro programa de ajuste. Fuente: Lépine, Rich & Shara, 2003.

TABLA 4.4: Bandas usadas por Lépine para la clasificación de estrellas tipo M.  
Fuente: Lépine *et al.*, 2003.

Molécula	Bandas (Å)	Referencia
CaH1	6380–6390, 6410–6420 & 6345–6355	Reid <i>et al.</i> , 1995.
CaH2	6814–6846 & 7042–7046	Reid <i>et al.</i> , 1995.
CaH3	6960–6990 & 7042–7046	Reid <i>et al.</i> , 1995.
TiO5	7126–7135 & 7042–7046	Reid <i>et al.</i> , 1995.
VO1	7430–7470 & 7550–7570	Hawley <i>et al.</i> , 2002.
TiO6	7550–7570 & 7745–7765	Lépine <i>et al.</i> , 2003.
VO2	7920–7960 & 8130–8150	Lépine <i>et al.</i> , 2003.
TiO7	8440–8470 & 8400–8420	Hawley <i>et al.</i> , 2002.
Color-M	6960 - 6990 & 6510–6560	Lépine <i>et al.</i> , 2003.

Por el lado azul del espectro, una inspección visual de los espectros sintéticos de las enanas blancas (ver figura 4.9) nos permite detectar las bandas que podrían hacer la diferencia en los cálculos de  $\chi^2$ . Así, se tomaron bandas correspondientes al continuo y a los alrededores de las líneas de absorción de Balmer sin tomar bandas que contengan a las líneas en sí debido a que podrían haber líneas de emisión en lugar de absorción. Por ejemplo, las bandas (4810-4820) Å y (4896-4906) Å antes y después de la línea de absorción  $H_\beta$  (4861 Å). También se evitaron las líneas de He, ya que nosotros solo contamos con espectros sintéticos para enanas blancas tipo DA, o sea solo con Hidrógeno en su atmósfera.

## 4.5. Aplicación del programa de ajuste

La figura 4.11 muestra la imagen final en consola tras la ejecución del programa. En ella se ven las últimas evaluaciones realizadas y las combinaciones con valores decrecientes de  $\chi^2$  (columna 5) hasta mostrar la combinación con el menor valor (resaltado en celeste).

```
da100000_800_2.7.dat m950.txt 86 99 5.73862145257e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 86 100 5.62087725655e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 87 99 5.51507205338e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 87 100 5.40703832287e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 88 99 5.30946842204e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 88 100 5.21098842356e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 89 99 5.12137930692e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 89 100 5.03230026359e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 90 99 4.95038830996e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 90 100 4.87056126057e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 91 99 4.79609322167e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 91 100 4.72537288624e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 92 99 4.65810539251e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 92 100 4.59635004413e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 93 99 4.53604913835e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 93 100 4.48312048085e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 94 99 4.4295611779e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 94 100 4.38532422901e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 95 99 4.33829009996e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 95 100 4.30261307972e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 96 98 4.30168212765e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 96 99 4.26189585877e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 96 100 4.23465008282e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 97 98 4.23139849996e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 97 99 4.2000492956e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 97 100 4.18110907314e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 98 98 4.1754688087e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 98 99 4.15243168503e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 98 100 4.1416742212e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 99 98 4.13358147684e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 99 99 4.11873430444e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
da100000_800_2.7.dat m950.txt 99 100 4.11603960684e-18 1.10466249018e+25 41.3259292165
(None, None, None)
['da010000_800_2.7.dat', 'm450.txt', '6.7000000000000000e+01', '7.4000000000000000e+01',
 '1.222756548020275002e-18', '1.345921939379944728e+23', '6.941963241357070658e+00\n']
['da010000_800_2.7.dat', 'm500.txt', '8.2000000000000000e+01', '7.2000000000000000e+01',
 '4.739466448956091716e-19', '1.345921939379944728e+23', '1.539092720665807379e+00\n']
['da010000_800_2.7.dat', 'm550.txt', '8.4000000000000000e+01', '7.6000000000000000e+01',
 '2.193608554257705163e-19', '1.345921939379944728e+23', '2.927218732187533590e+00\n']
['da015000_800_2.7.dat', 'm550.txt', '8.5000000000000000e+01', '7.9000000000000000e+01',
 '1.777115017556319685e-19', '2.693944998210864981e+23', '2.927218732187533590e+00\n']
['da020000_800_2.7.dat', 'm550.txt', '8.4000000000000000e+01', '8.1000000000000000e+01',
 '1.292443863428538741e-19', '4.098965697420971192e+23', '2.927218732187533590e+00\n']
['da025000_800_2.7.dat', 'm550.txt', '8.4000000000000000e+01', '8.2000000000000000e+01',
 '1.185456809736372106e-19', '5.747049837279970916e+23', '2.927218732187533590e+00\n']
['da030000_800_2.7.dat', 'm550.txt', '8.3000000000000000e+01', '8.3000000000000000e+01',
 '1.146416621989642549e-19', '7.957554840278841678e+23', '2.927218732187533590e+00\n']
Williamak:programas WilliamCoris
```

FIGURA 4.11: Consola con los resultados del programa de ajuste. La franja resaltada de color celeste contiene la combinación de espectros de una enana blanca y una enana roja que mejor se ajustan a nuestro espectro observado. Fuente: Elaboración propia.

La línea resaltada en celeste en la figura 4.11 muestra la combinación con el mejor ajuste a nuestro espectro en estudio, según el  $\chi^2$  del ajuste, donde:

- `da030000_800_2.7.dat`, es el nombre del archivo que contiene el espectro sintético de una enana blanca de  $T = 30000 K$  y  $\log g = 8.0$ .
- `m550.txt`, es el nombre del archivo que contiene el espectro de una estrella tipo M5.5.
- `8.300000000000000000e+01 (/100)`, es la fracción del espectro sintético que da el mejor ajuste.
- `8.300000000000000000e+01 (/100)`, es la fracción del espectro de la estrella tipo M con el mejor ajuste.
- `1.146416621989642549e-19` es el menor valor de  $\chi^2$  ( $\chi^2_{min}$ ).
- `7.957554840278841678e+23`, es el divisor inicial del espectro sintético de tal manera que esta no sea mayor que el espectro del sistema en estudio.
- `2.927218732187533590e+00`, es el divisor inicial de la plantilla de tal manera que esta no sea mayor que nuestro espectro del sistema en estudio.

El resultado final de la ejecución del programa es la elaboración de un archivo de texto donde se almacenan el espectro observado y el espectro ajustado en tres columnas de datos: longitud de onda, flujo del espectro observado y flujo del espectro ajustado. Además, los parámetros ajustados por el programa, mostrados en la figura 4.11, también son almacenados en dicho archivo de texto.

Ahora, nuestra última versión del programa de ajuste usa 32 bandas de 9 puntos cada una (288 puntos de evaluación), correspondientes a las bandas antes mencionadas, para evaluar  $1066 \times 10 \times 120 \times 120$  combinaciones posibles.

En las secciones siguientes se muestran los resultados obtenidos por la última versión de nuestro programa de ajuste ejecutados sobre todos los datos espectroscópicos obtenidos, excepto sobre las estrellas V893 Sco y HS 0220+0603. El espectro de esta última estrella fue ajustada con las primeras versiones del programa de ajuste.

#### 4.5.1. Sistema estelar HS 0220+0603

El espectro observado de este sistema estelar fue reducido en este trabajo a partir de los datos crudos obtenidos en la base de datos del ESO (ver sección 4.1.2). El espectro ajustado se obtuvo con la primera versión del programa, que evaluaba un test  $\chi^2$  sobre siete puntos del espectro.

Con estos valores, obtenidos por nuestro programa, se hizo la gráfica de la figura 4.12. Esta figura se divide en dos partes, en el recuadro superior se muestran al espectro en estudio de color gris, al espectro sintético de color celeste, al espectro de la plantilla de la enana roja (tipo M) de color rojo y a la suma de estas dos últimas de color violeta. En la parte inferior se muestran los residuales de color gris, a los cuales se le ha restado una constante ( $2 \times 10^{-17}$ ) para una mejor visualización, y la línea horizontal de referencia de color violeta.

Por otro lado, la figura 4.13 muestra los resultados obtenidos por Rodríguez-Gil, 2015, para esta misma estrella. De igual manera, en la parte superior se muestran al espectro observado en color gris, al espectro sintético de la enana blanca trazado con línea de color azul, al espectro de la enana roja en color rojo y a la suma de estas dos últimas en color negro. Mientras que en la parte inferior se muestran los residuales.

En la publicación de Rodríguez-Gil *et al.*, 2013, se obtuvo una composición de una enana blanca de 30000 K y  $\log g = 8.35$ , y una enana roja de tipo M5.5V, mientras que nuestros cálculos dan una combinación de una enana blanca de 30000 K y  $\log g = 8.00$ , y una enana roja de tipo M5.5V, resultados bastante similares. Sin embargo,

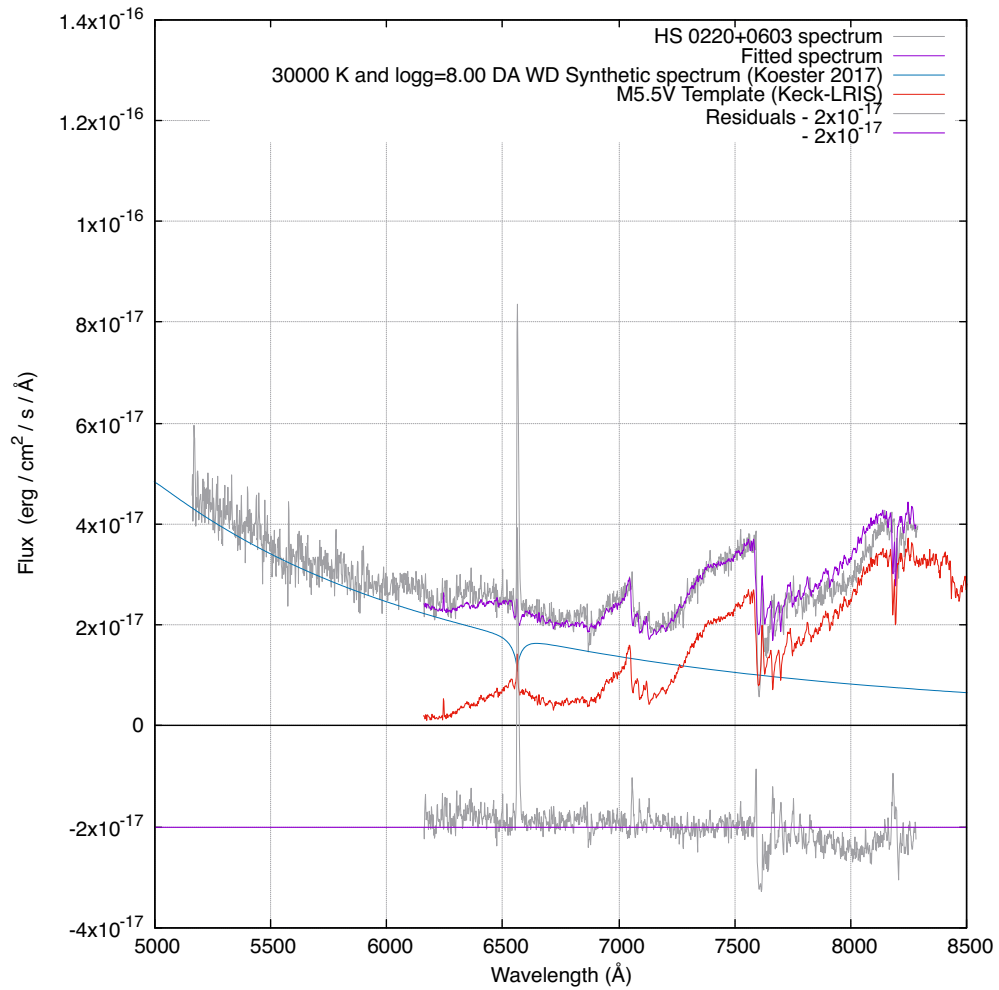


FIGURA 4.12: En el recuadro superior: el espectro observado de la estrella HS 0220+0603 (gris), el espectro sintético de la enana blanca de 30000 K y  $\log g = 8.0$  (celeste), la plantilla de la estrella de tipo M5.5 (rojo) y la suma de la enana blanca y la enana roja (violeta). En el recuadro inferior: los residuales (gris), a los cuales se le ha restado una constante para una mejor visualización. Fuente: Elaboración propia.

debemos mencionar que nuestros residuales (ver figura 4.12) muestran una deficiencia en el ajuste, especialmente a partir de los 7600  $\text{\AA}$  aproximadamente.

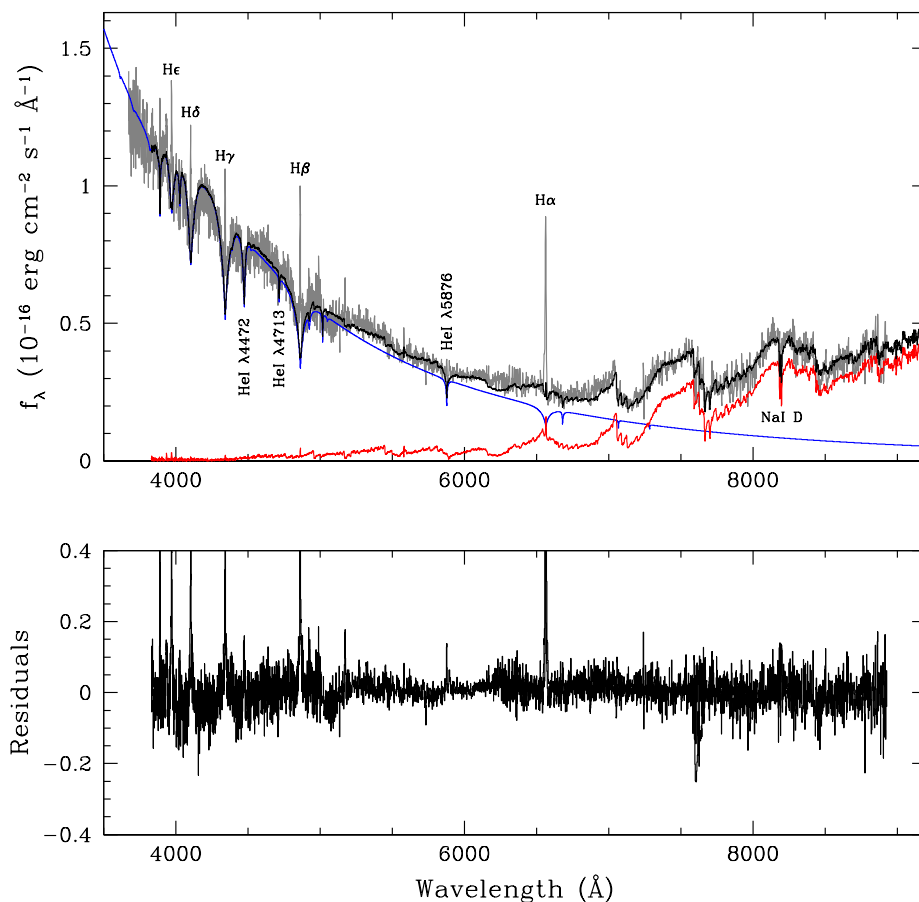


FIGURA 4.13: Arriba: espectro de la estrella HS 0220+0603 (gris), la enana blanca de tipo DAB, con líneas de Balmer y He I, de 30000 K y  $\log g = 8.35$  (azul), la enana roja M5.5 (rojo) y la suma de la enana blanca y de la enana roja (negro). Abajo: residuales. Fuente: Rodríguez-Gil *et al.*, 2015.

#### 4.5.2. Sistema estelar SDSSJ121130.94-024954.4

El espectro de esta estrella y de las que siguen fueron obtenidas en la base de datos del SDSS. Estos espectros se encuentran reducidos y calibrados.

La figura 4.14 muestra los resultados obtenidos por nuestro nuevo programa de ajuste. En el recuadro superior se muestran el espectro de la estrella en estudio de color gris, el espectro de la enana blanca de color celeste, el espectro de la enana roja de color rojo y la suma de estas dos últimas de color violeta. En el recuadro

inferior, se muestran los residuales, estos fueron restados por una constante para una mejor visualización, la línea de referencia se muestra en color violeta. Para la estrella SDSSJ121130.94-024954.4 se obtuvo como sus componentes a una enana blanca de 18750 K de temperatura y 8.00 de gravedad superficial, y una enana roja de tipo M6V.

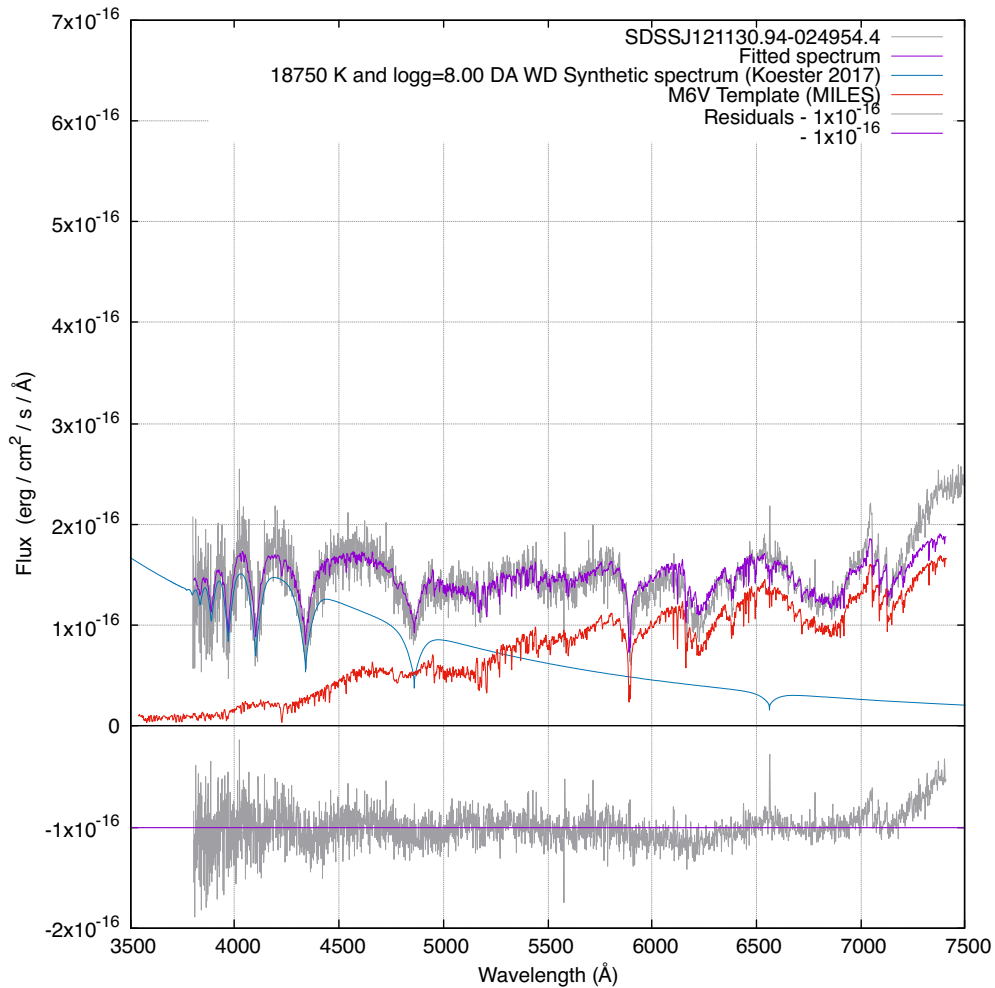


FIGURA 4.14: En el recuadro superior: el espectro observado de la estrella SDSSJ121130.94-024954.4 (gris), el espectro sintético de la enana blanca de 18750 K y  $\log g = 8.00$  (celeste), la plantilla de la estrella de tipo M6V (rojo) y la suma (espectro ajustado con la última versión del programa) de la enana blanca y la enana roja (violeta). En el recuadro inferior: los residuales menos una constante (gris) y la constante de referencia (violeta). El espectro observado fue descargado, ya reducido, de la base de datos de SDSS. Fuente: Elaboración propia.



Cabe mencionar que también ajustamos este espectro con la primera versión del programa. La figura 4.15 muestra los resultados de este ajuste, donde para la gráfica de residuales es evidente la deficiencia en el ajuste.

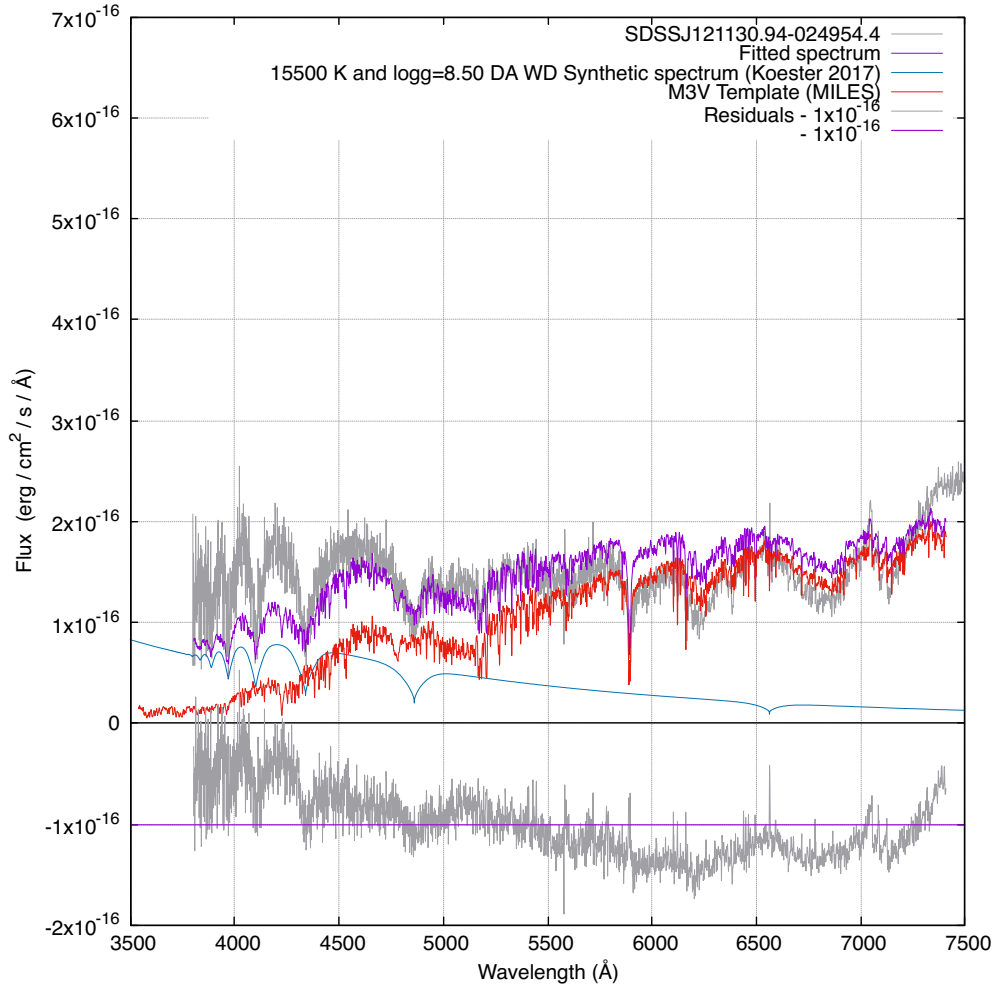


FIGURA 4.15: Resultados obtenidos al evaluar el espectro observado con la primera versión del programa que evalúa el test  $\chi^2$  en solo siete puntos. En el recuadro superior: el espectro observado de la estrella SDSSJ121130.94-024954.4 (gris), el espectro sintético de la enana blanca de 15500 K y  $\log g = 8.50$  (celeste), la plantilla de la estrella de tipo M3V (rojo) y la suma de la enana blanca y la enana roja (violeta). En el recuadro inferior: los residuales menos una constante (gris) y la constante de referencia (violeta). Se puede apreciar la dispersión claramente asimétrica de los residuales, indicativo de un ajuste deficiente. El espectro observado fue descargado, ya reducido, de la base de datos de SDSS. Fuente: Elaboración propia.

### 4.5.3. Sistema estelar SDSSJ222108.45+002927.7

Estrella encontrada en la publicación de Rebassa-Mansergas *et al.*, 2012b, cuyo espectro se descargó del SDSS. En la figura 4.16 se muestran los resultados obtenidos con nuestra nueva versión del programa de ajuste. La mejor combinación que obtuvimos es de una enana blanca de 18500 K con  $\log g = 8.50$  y una enana roja de M5V.

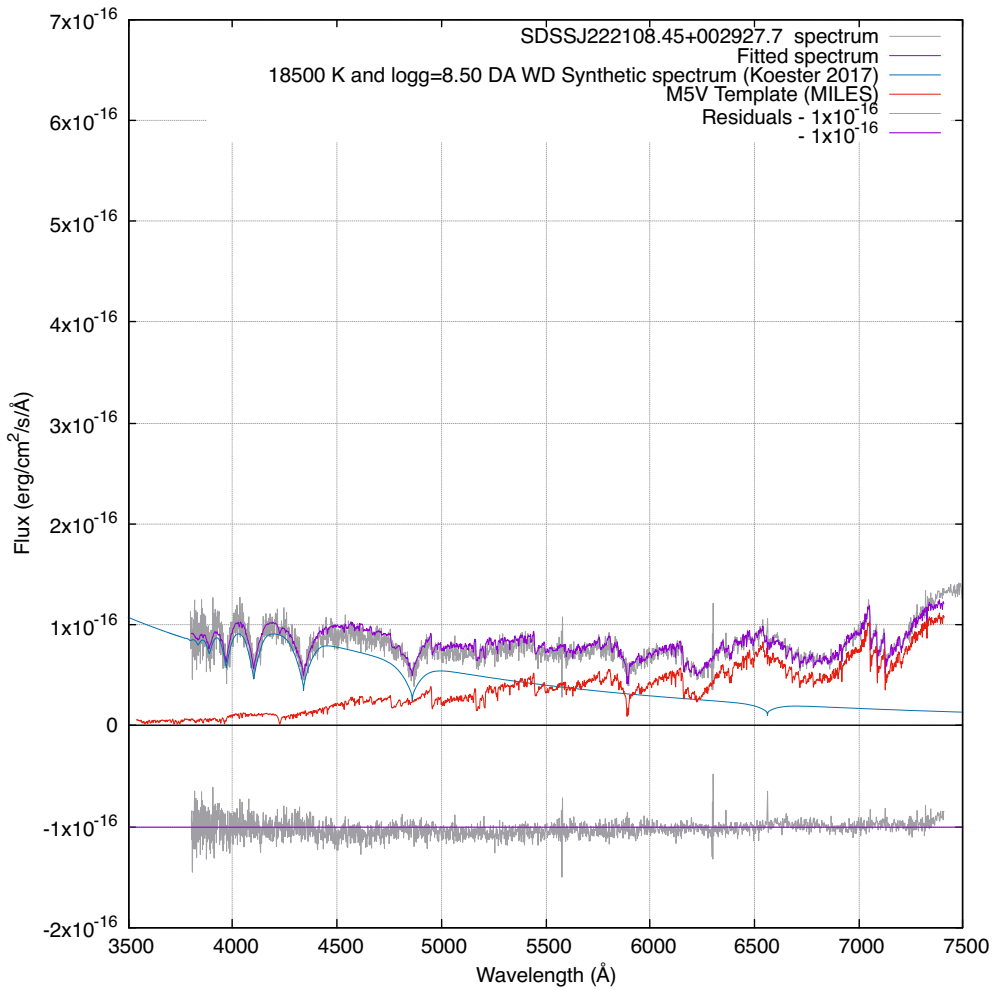


FIGURA 4.16: En el recuadro superior: el espectro observado del sistema SDSSJ222108.45+002927.7 (gris) y el espectro ajustado por nuestro programa (violeta), que se obtiene con la suma de un espectro sintético de una enana blanca de 18500 K y  $\log g = 8.50$  (celeste) con la plantilla de la estrella de tipo M5V (rojo). En el recuadro inferior: los residuales menos una constante (gris) y la constante de referencia (violeta). El espectro observado fue descargado, ya reducido, de la base de datos de SDSS. Fuente: Elaboración propia.

#### 4.5.4. Sistema estelar SDSSJ155712.05+151534.3

El espectro de este sistema se encontró directamente en el catálogo SDSS bajo una búsqueda (*query*) con los criterios basados en un trabajo de Szkody P. *et al.*, 2002. La figura 4.17 muestra los resultados encontrados. La combinación que mejor se ajusta al espectro en estudio es la de una enana blanca de 45000 K con gravedad superficial de 8.25 y una enana roja de tipo M6V.

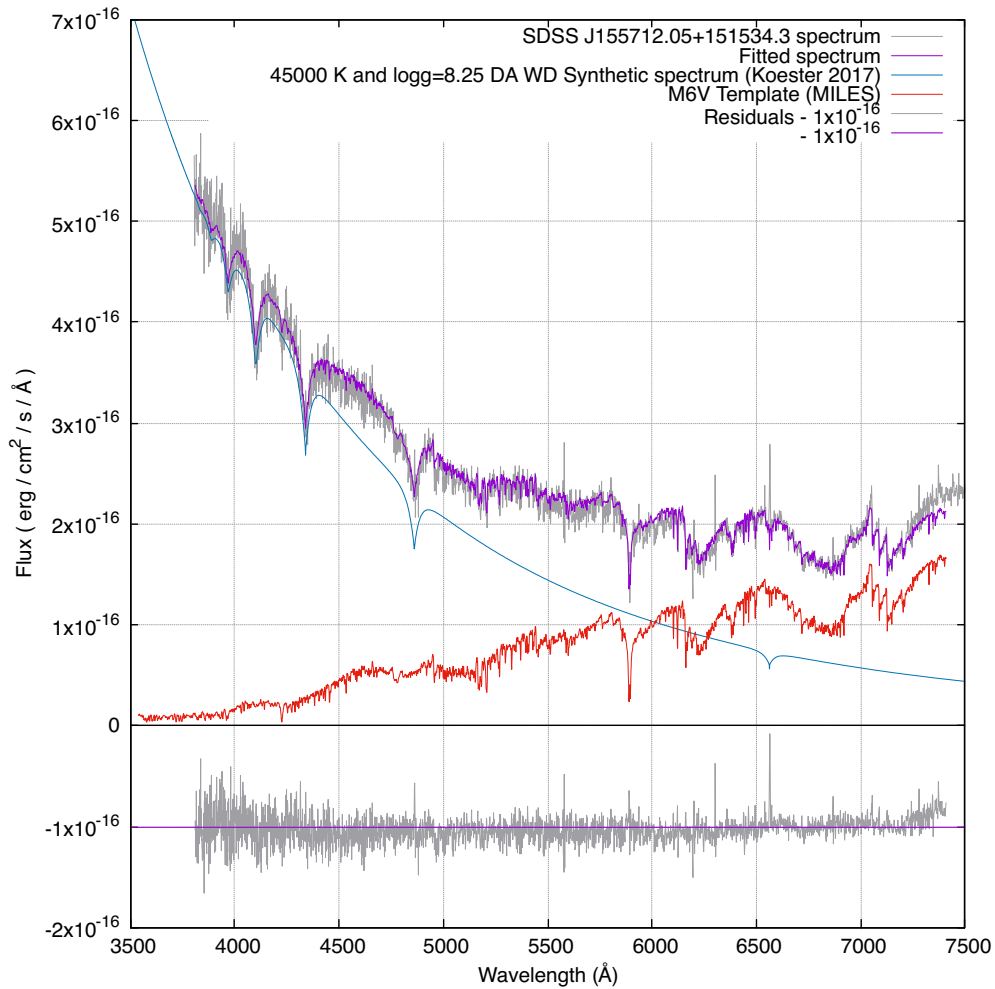


FIGURA 4.17: Recuadro superior: el espectro observado del sistema SDSS J155712.05+151534.3 (gris) y el espectro ajustado por nuestro programa (violeta), que es la suma de un espectro sintético de una enana blanca de 45000 K y  $\log g = 8.25$  (celeste) y la plantilla de la estrella de tipo M6V (rojo). Recuadro inferior: los residuales menos una constante (gris). Fuente: Elaboración propia.

#### 4.5.5. Sistema estelar SDSSJ015225.38-005808.5

Este espectro fue descargado del SDSS luego de ser encontrado en una publicación de Nebot Gómez-Morán *et al.*, 2011. Los resultados hallados se muestran en la figura 4.18. La combinación de una enana blanca de 9250 K de temperatura y gravedad superficial de 8.75, y una enana roja de tipo M5V da el mejor ajuste al espectro observado.

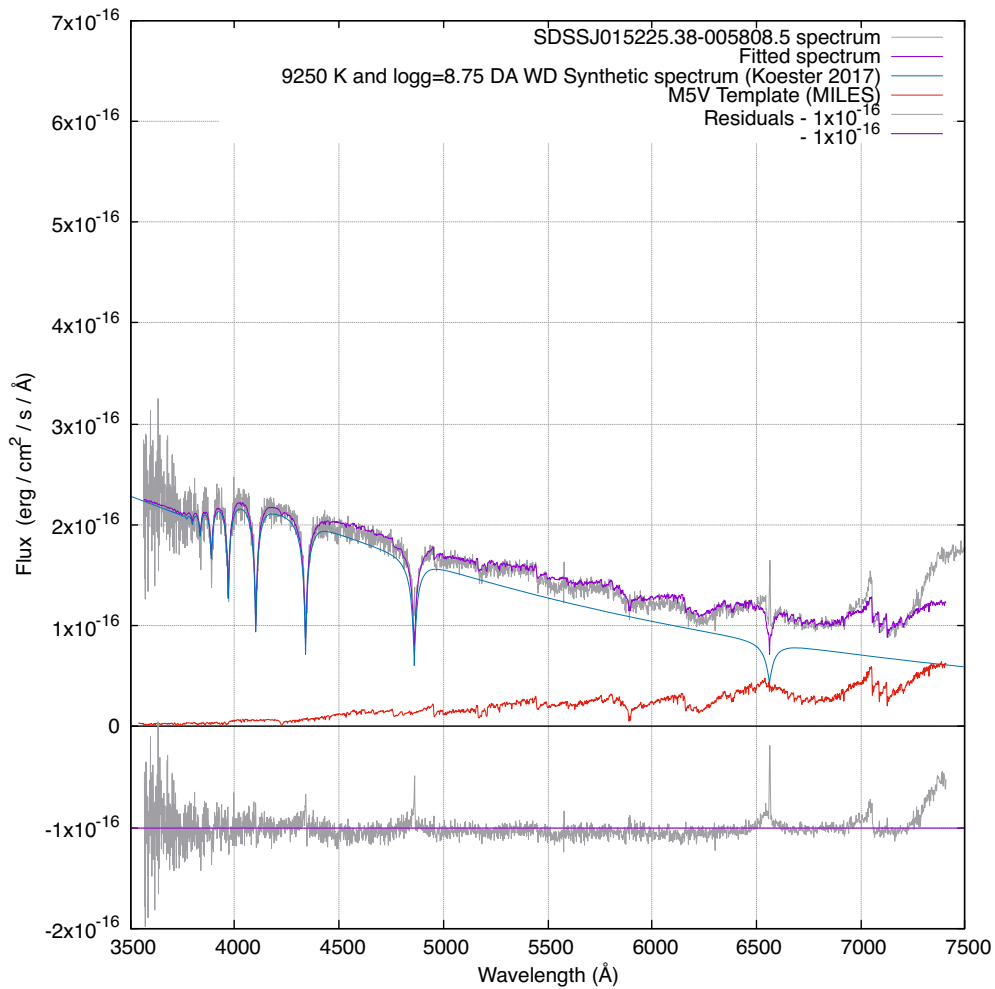


FIGURA 4.18: En el recuadro superior: el espectro observado de la estrella SDSSJ015225.38-005808.5 (gris), el espectro sintético de la enana blanca de 9250 K y  $\log g = 8.75$  (celeste), la plantilla de la estrella de tipo M5V (rojo) y la suma de la enana blanca y la enana roja (violeta). En el recuadro inferior: los residuales (gris). El espectro observado fue descargado, ya reducido, de la base de datos de SDSS. Fuente: Elaboración propia.

#### 4.5.6. Sistema estelar SDSSJ212051.92-005827.3

Este espectro fue estudiado por Nebot Gómez-Morán *et al.*, 2011, y su espectro se obtuvo de la base de datos del SDSS. Los resultados del programa de ajuste se muestran en la figura 4.19. El mejor ajuste al espectro en estudio se consigue con una combinación de una enana blanca de 16000 K de temperatura y 8.00 de gravedad superficial, y una enana roja de tipo M5V.

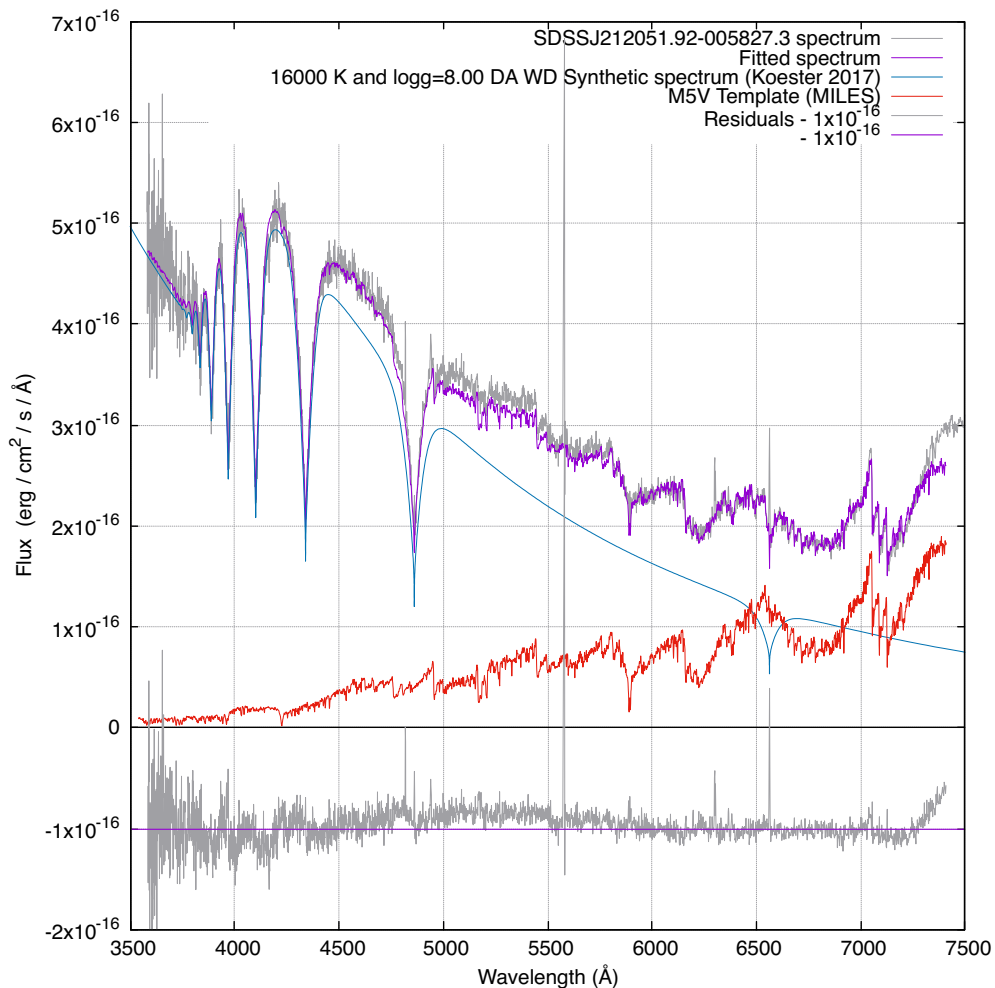


FIGURA 4.19: En el recuadro superior: el espectro observado de la estrella SDSSJ212051.92-005827.3 (gris), el espectro sintético de la enana blanca de 16000 K y  $\log g = 8.00$  (celeste), la plantilla de la estrella de tipo M5V (rojo) y la suma de la enana blanca y la enana roja (violeta). En el recuadro inferior: los residuales menos una constante (gris). Fuente: Elaboración propia.

### 4.5.7. Sistema estelar IR Com

Este sistema fue estudiado por Manser *et al.* (2014). Su espectro se obtuvo de la base de datos del SDSS. Una combinación de una enana blanca de 19750 K y  $\log g = 9.5$ , y una enana roja de tipo M5V es la que mejor se ajusta al espectro observado según nuestro programa de ajuste (ver figura 4.20).

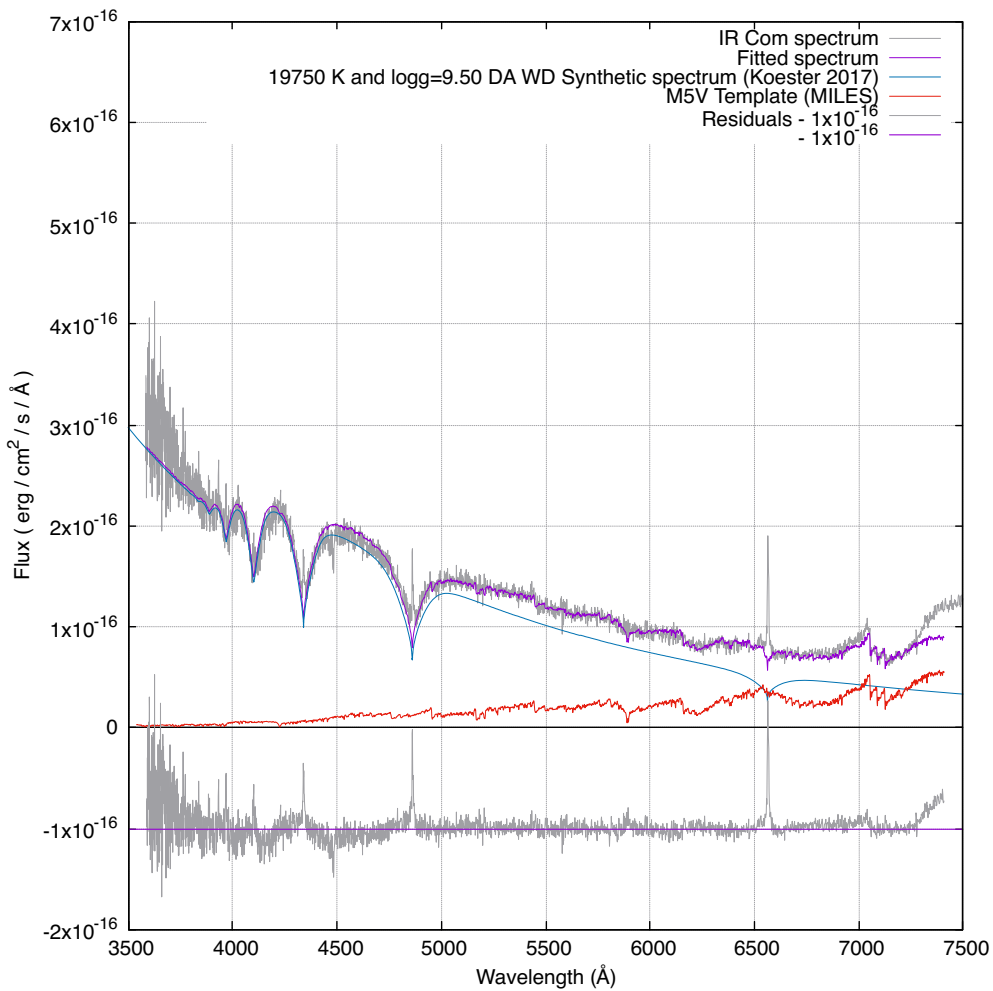


FIGURA 4.20: En el recuadro superior: el espectro observado de la estrella IR Com (gris), el espectro sintético de la enana blanca de 19750 K y  $\log g = 9.5$  (celeste), la plantilla de la estrella de tipo M5 (rojo) y la suma de la enana blanca y la enana roja (violeta). En el recuadro inferior: los residuales menos una constante (gris). El espectro observado fue descargado, ya reducido, de la base de datos de SDSS. Fuente:

Elaboración propia.

#### 4.5.8. Sistema estelar SDSS J150118.41+042232.3

Este espectro se encontró en la base de datos del SDSS mediante un *query* que encuentra espectros de estrellas variables cataclísmicas entre otros espectros. Una combinación de una enana blanca de 32000 K y  $\log g = 8.00$ , y una enana roja de tipo M0V es la que mejor se ajusta al espectro observado según nuestro programa de ajuste (ver figura 4.21).

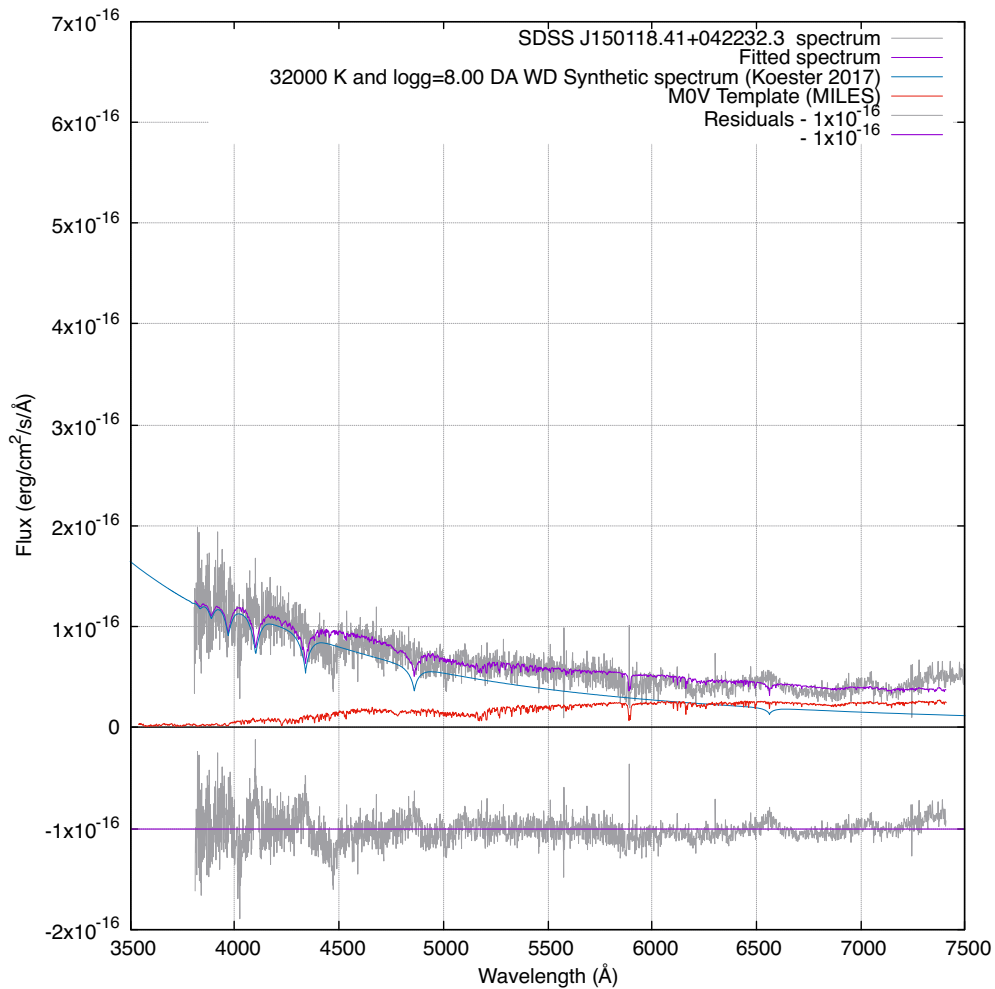


FIGURA 4.21: En el recuadro superior: el espectro observado de la estrella SDSS J150118.41+042232.3 (gris), el espectro sintético de la enana blanca de 32000 K y  $\log g = 8.00$  (celeste), la plantilla de la estrella de tipo M0 (rojo) y la suma de la enana blanca y la enana roja (violeta). En el recuadro inferior: los residuales menos una constante (gris). Fuente: Elaboración propia.

Un resumen de los resultados obtenidos hasta el momento con nuestro modelo de ajuste y los resultados encontrados en la literatura para los sistemas en estudio se muestra en la tabla 4.5. La columna 1 muestra los nombres de los sistemas; las columnas 2, 3 y 4 los resultados del programa de ajuste de  $T_{WD}$  y  $\log g_{WD}$  de la enana blanca, y tipo M de la enana roja, respectivamente; las columnas 5, 6 y 7 los valores de  $T_{WD}$ ,  $\log g_{WD}$  y tipo M encontrados en la literatura, cuyas publicaciones se muestran en la columna 8.



TABLA 4.5: Temperatura y gravedad superficial de la enana blanca y tipo M de la enana roja obtenidos con el programa de ajuste y lo hallado en la literatura. Fuente: Elaboración propia.

Sistema estelar	Este trabajo			Literatura			
	Enana blanca $T$ (K)	E. roja $\log g$	E. roja Tipo M	Enana blanca $T$ (K)	E. roja $\log g$	E. roja Tipo M	Publicación
HS 0220+0603	30000	8.00	M5.5V	30000	8.35	M5.5V	Rodríguez-Gil <i>et al.</i> , 2015
SDSSJ121130.94-024954.4	18750	8.00	M6.0V	13130	7.84	M2.5V	Rebassa-Mansergas <i>et al.</i> , 2012b
SDSSJ222108.45+002927.7	18500	8.50	M5.0V	18440	7.85	M3.0V	Rebassa-Mansergas <i>et al.</i> , 2012b
SDSSJ155712.05+151534.3	45000	8.25	M6.0V	40000	8.25	M2.0V	Morgan D. P., 2017 (PhD Thesis)
SDSSJ015225.38-005808.5	9250	8.75	M5.0V	8773	8.19	M6.0V	Nebot Gómez-Morán A. <i>et al.</i> , 2011
SDSSJ212051.92-005827.3	16000	8.00	M5.0V	16336	8.04	M4.0V	Nebot Gómez-Morán A. <i>et al.</i> , 2011
IR Com	19750	9.50	M5.0V	15000	9.50	M6-7V	Manser C. J. & Gänsicke B. T., 2014
SDSSJ150118.41+042232.3	32000	8.00	M0.0V	26020	*	M3.0V	van den Besselaar E. J. M. <i>et al.</i> , 2005

\* No hay el dato en la publicación.

La figura 4.22 muestra la región entre longitudes de onda de 6550 y 6580 Å del espectro de la figura 4.20, donde hay una línea de emisión  $H_\alpha$ . En ella se puede ver la densidad de puntos que tiene cada espectro. El espectro sintético de la enana blanca (celeste) es la que tiene una densidad de puntos no uniforme (mayor en las zonas donde hay líneas de absorción y menor en el continuo). El espectro de la enana roja (rojo) tiene una densidad de puntos aproximadamente uniforme. La suma de estos espectros, el espectro ajustado (violeta), tiene una densidad de puntos igual a la del espectro observado (gris), ya que el programa construye al espectro ajustado sobre las longitudes de onda del espectro observado.

La figura 4.23 es una región comprendida entre longitudes de onda de 4200 y 4500 Å del espectro de la figura 4.20 alrededor de la línea de Balmer  $H\gamma$  (4341 Å), donde se puede apreciar el doble pico de la línea de emisión, que estaría indicando la presencia de un disco de acreción alrededor de la enana blanca lo que estaría dificultando el cálculo del ajuste, ya que nuestro modelo considera un disco de acreción despreciable.

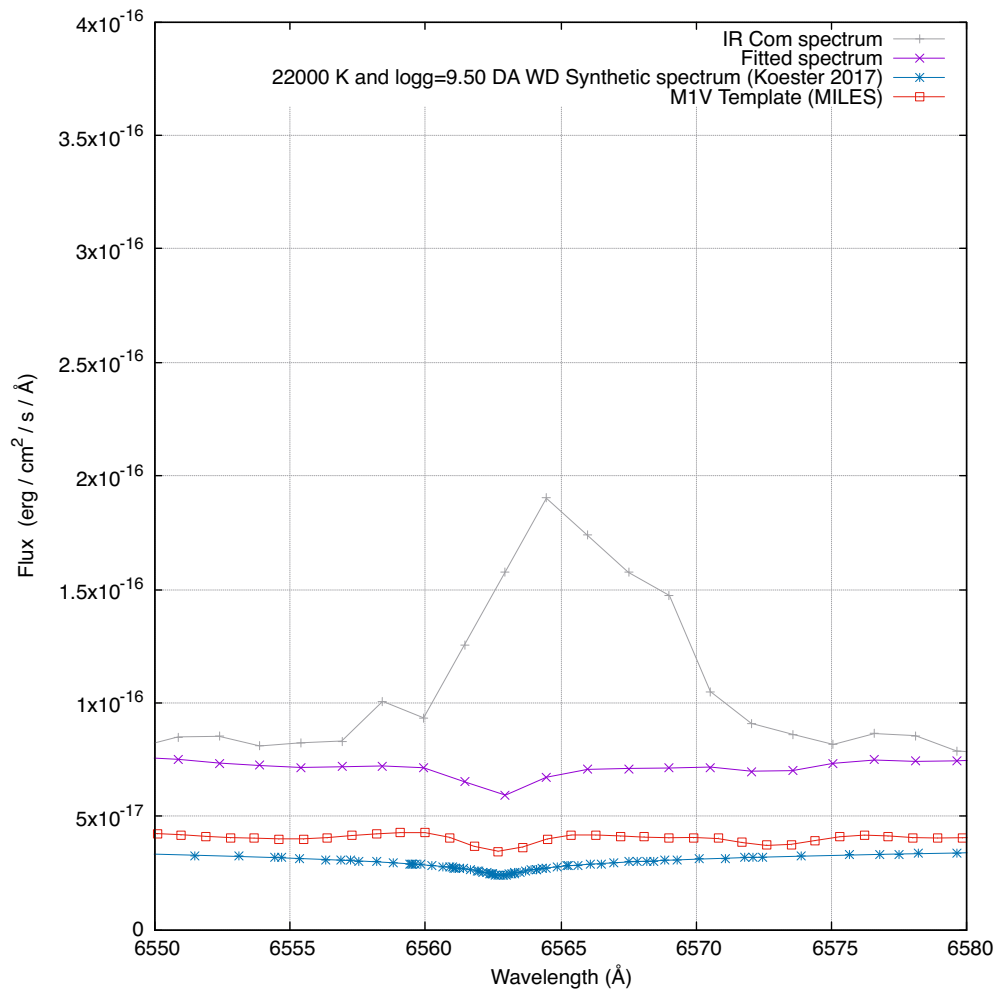


FIGURA 4.22: Acercamiento de la figura 4.20 donde se puede apreciar que la densidad de puntos en cada espectro son diferentes. En el caso de los espectros observados de la estrella IR Com (gris) y de la plantilla M1V (rojo) la densidad de puntos tiene que ver con la resolución espectral de los instrumentos con los que fueron observados. En el caso del espectro sintético de la enana blanca (celeste) tiene una distribución diferenciada, más densa donde hay líneas de absorción y menos densa en el continuo. El espectro que resulta de la suma de la enana blanca y la enana roja (violeta) fue construida tomando como referencia los puntos del espectro en estudio, en este caso IR Com (gris). Fuente: Elaboración propia.

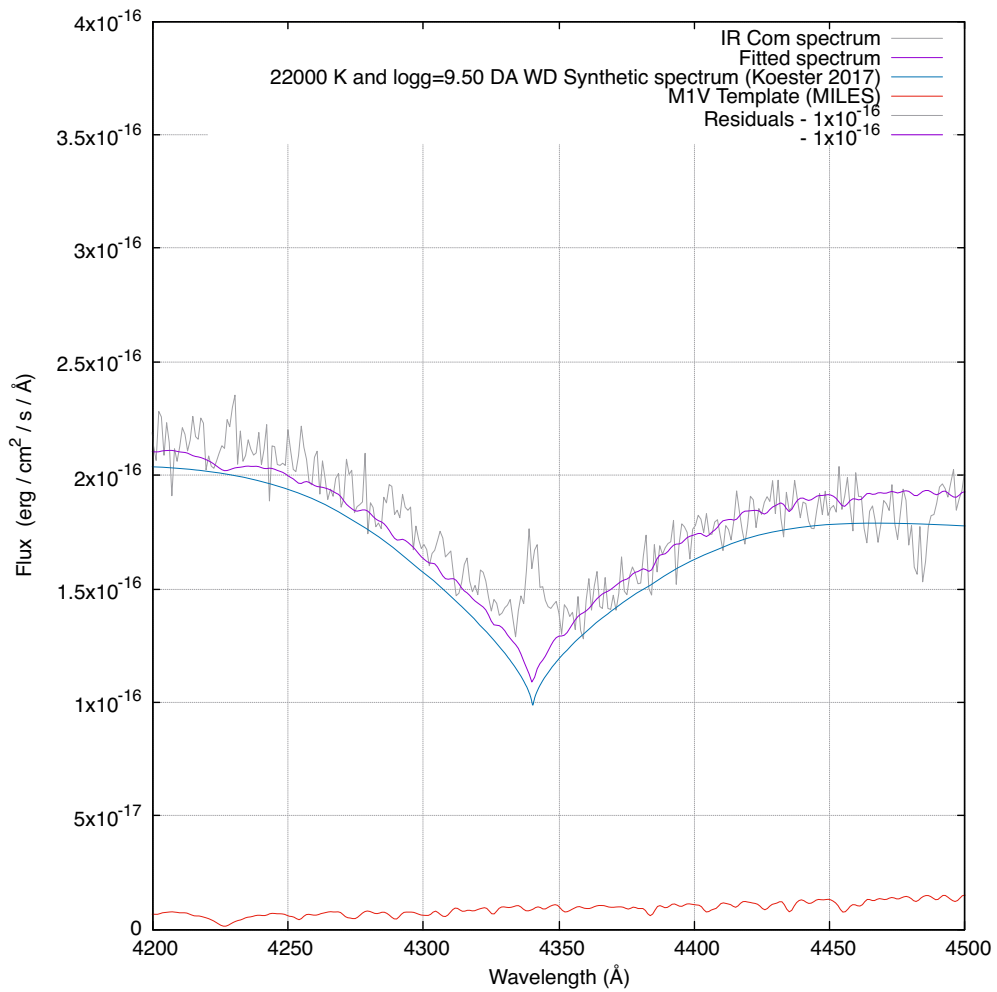


FIGURA 4.23: Acercamiento de la figura 4.20. En ella se puede apreciar la línea de emisión de doble pico correspondiente a la línea H $\gamma$ , esto indicaría la presencia de disco de acreción alrededor de la enana blanca. Fuente: Elaboración propia.

## 4.6. Estimación de regiones de confianza de los parámetros

La ecuación 4.4 (Schwaab *et al.*, 2007) define una región con un determinado nivel de confianza alrededor de los parámetros calculados en un proceso de ajuste cuando el modelo es no lineal. La región está compuesta por los valores de  $\alpha$  que satisfacen esta ecuación. El miembro derecho de esta ecuación indica el valor límite que puede obtener  $F_{Obj}(\alpha)$ ,  $\chi^2$  en nuestro caso, y por lo tanto representa la región de valores que puede tener el conjunto de parámetros ( $\alpha$ ) para un cierto nivel de confianza.

$$F_{Obj}(\alpha) \leq F_{Obj}(\hat{\alpha}) \left( 1 + \frac{NP}{N - NP} F_{NP, N-NP}^\alpha \right) \quad (4.4)$$

donde:

- $F_{Obj}$ : Función objetivo (función a minimizar)
- $\alpha$ : Valores de los parámetros que cumplen la desigualdad (región de confianza)
- $\hat{\alpha}$ : Valores de los parámetros donde la función objetivo es mínimo
- $NP$ : Número de parámetros
- $N$ : Número de datos evaluados
- $F_{NP, N-NP}^\alpha$ : Límite superior de la distribución  $F$  de Fisher, con un nivel de confianza  $\alpha$  y  $NP$ ,  $N - NP$  grados de libertad.

Para el cálculo de  $\chi^2$  se considera 288 puntos ( $N = 288$ ) del espectro. La función  $\chi^2$  es nuestra función objetivo (ecuación 4.2), el cual depende de cinco parámetros ( $NP = 5$ ). La ecuación 4.4 se transforma en:

$$\chi^2(c_{WD}, c_M, T, \log g, M) \leq \chi^2(\hat{c}_{WD}, \hat{c}_M, \hat{T}, \log \hat{g}, \hat{M}) \left( 1 + \frac{5}{288 - 5} F_{5, 288-5}^\alpha \right) \quad (4.5)$$

donde  $\hat{\phantom{x}}$  indica el valor, obtenido por ajuste, de dicho parámetro que minimiza la función objetivo. Así, los parámetros  $c_{WD}, c_M, T, \log g$  y  $M$  que cumplan la desigualdad 4.5 definen una región del espacio de cinco dimensiones con determinado nivel de confianza. Reduciendo:

$$\chi^2(c_{WD}, c_M, T, \log g, M) \leq \chi^2(\hat{c}_{WD}, \hat{c}_M, \hat{T}, \log \hat{g}, \hat{M}) \left( 1 + \frac{5}{283} F_{5, 283}^\alpha \right) \quad (4.6)$$

$$\chi^2(c_{WD}, c_M, T, \log g, M) \leq \chi^2(\hat{c}_{WD}, \hat{c}_M, \hat{T}, \log \hat{g}, \hat{M}) \times factor \quad (4.7)$$

donde:

$$factor = \left( 1 + \frac{5}{283} F_{5, 283}^\alpha \right) \quad (4.8)$$

cuyo valor depende del nivel de confianza impuesto (ver tabla 4.6).

TABLA 4.6: Cálculo de *factor*. Fuente: Elaboración propia.

Nivel de confianza	$*F_{5, 283}^\alpha$	<i>factor</i>
90 %	1.87	1.033
95 %	2.25	1.040
99 %	3.08	1.054

\* Calculado en <https://stattrek.com/online-calculator/f-distribution.aspx>

Por lo tanto, las regiones  $a, b, T, \log g, M$ , con un nivel de confianza de 90 %, 95 % y 99 %, quedan definidas por los parámetros cuyos valores cumplan las desigualdades 4.9, 4.10 y 4.11, respectivamente.

$$\chi^2(c_{WD}, c_M, T, \log g, M) \leq 1.033 \quad \chi^2(\hat{c}_{WD}, \hat{c}_M, \hat{T}, \log \hat{g}, \hat{M}) \quad (4.9)$$

$$\chi^2(c_{WD}, c_M, T, \log g, M) \leq 1.040 \quad \chi^2(\hat{c}_{WD}, \hat{c}_M, \hat{T}, \log \hat{g}, \hat{M}) \quad (4.10)$$

$$\chi^2(c_{WD}, c_M, T, \log g, M) \leq 1.054 \quad \chi^2(\hat{c}_{WD}, \hat{c}_M, \hat{T}, \log \hat{g}, \hat{M}) \quad (4.11)$$

En la tabla 4.7 se muestran los espectros observados, obtenidos de la base de datos del SDSS, ordenados de acuerdo a la temperatura ajustada de la enana blanca (ver tabla 4.5).

TABLA 4.7: Espectros observados ordenados según las temperaturas de la enana blanca obtenidas en este trabajo. Fuente: Elaboración propia.

Sistema	Nombre	$T_{WD}$ (K)	$\log g_{WD}$	Tipo M
1	SDSSJ015225.38-005808.5	9250	8.75	M5.0V
2	SDSSJ212051.92-005827.3	16000	8.00	M5.0V
3	SDSSJ222108.45+002927.7	18500	8.50	M5.0V
4	SDSSJ121130.94-024954.4	18750	8.00	M6.0V
5	IR Com	19750	9.50	M5.0V
6	SDSSJ150118.41+042232.3	32000	8.00	M0.0V
7	SDSSJ155712.05+151534.3	45000	8.25	M6.0V

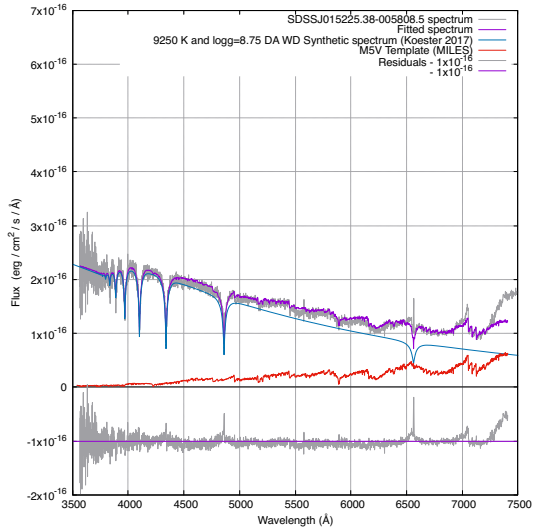
Así, en las siguientes páginas (figuras 4.24 al 4.30), y en el orden dado en la tabla 4.7, se muestran cómo varían las regiones con niveles de confianza de 90 %, 95 % y

99 % según los valores de los parámetros  $c_{WD}$ ,  $c_M$ ,  $T$ ,  $\log g$ ,  $M$  proyectando el  $\chi^2$  en un espacio bidimensional de 2 de esos parámetros.

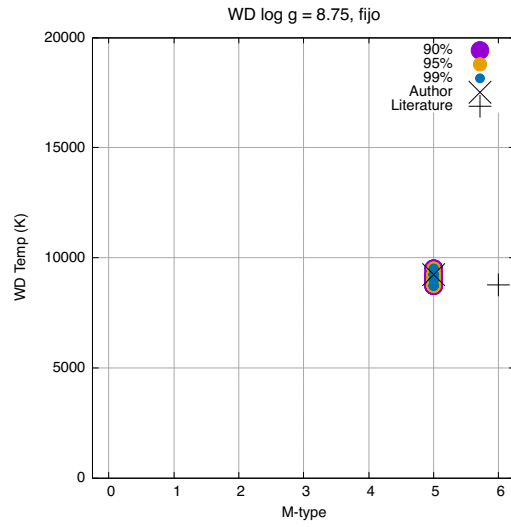
Los cálculos se hacen para los parámetros  $T$ ,  $\log g$  y  $M$ , fijando uno de ellos en el valor hallado en el ajuste (ver tabla 4.7) y haciendo variar los otros dos.

Para obtener las regiones con determinado nivel de confianza, se vuelve ejecutar el programa de ajuste fijando uno de estos tres parámetros ( $T$ ,  $\log g$  o  $M$ ) en el valor que minimiza la función objetivo, obtenido en el ajuste, y dejando libre a los otros dos parámetros, así como a los factores de proporcionalidad  $c_{WD}$  y  $c_M$ .

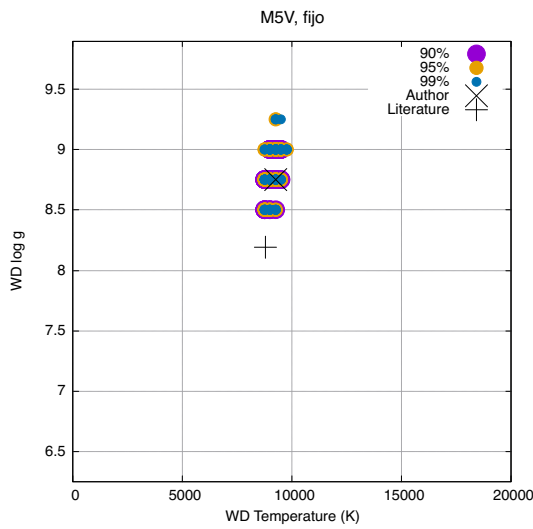




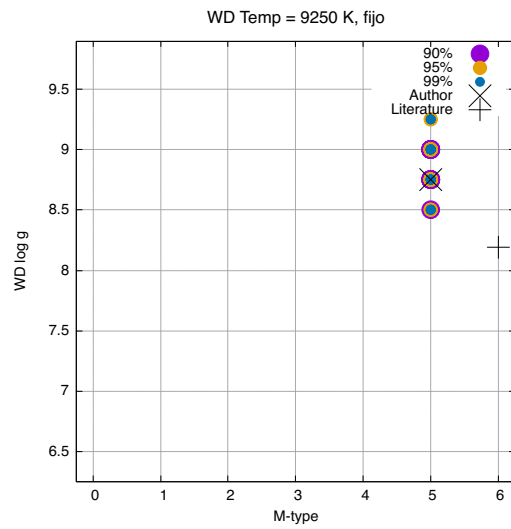
(a)



(b)



(c)



(d)

FIGURA 4.24: (a) Resultados del ajuste del sistema 1 (Fig. 4.18): WD Temp = 9250 K, WD log  $g = 8.75$  y tipo M5V. Regiones con niveles de confianza de 90 %, 95 % y 99 % para: (b) WD log  $g$  fijo, (c) M fijo y (d) WD Temp fijo. Fuente: Elaboración propia.

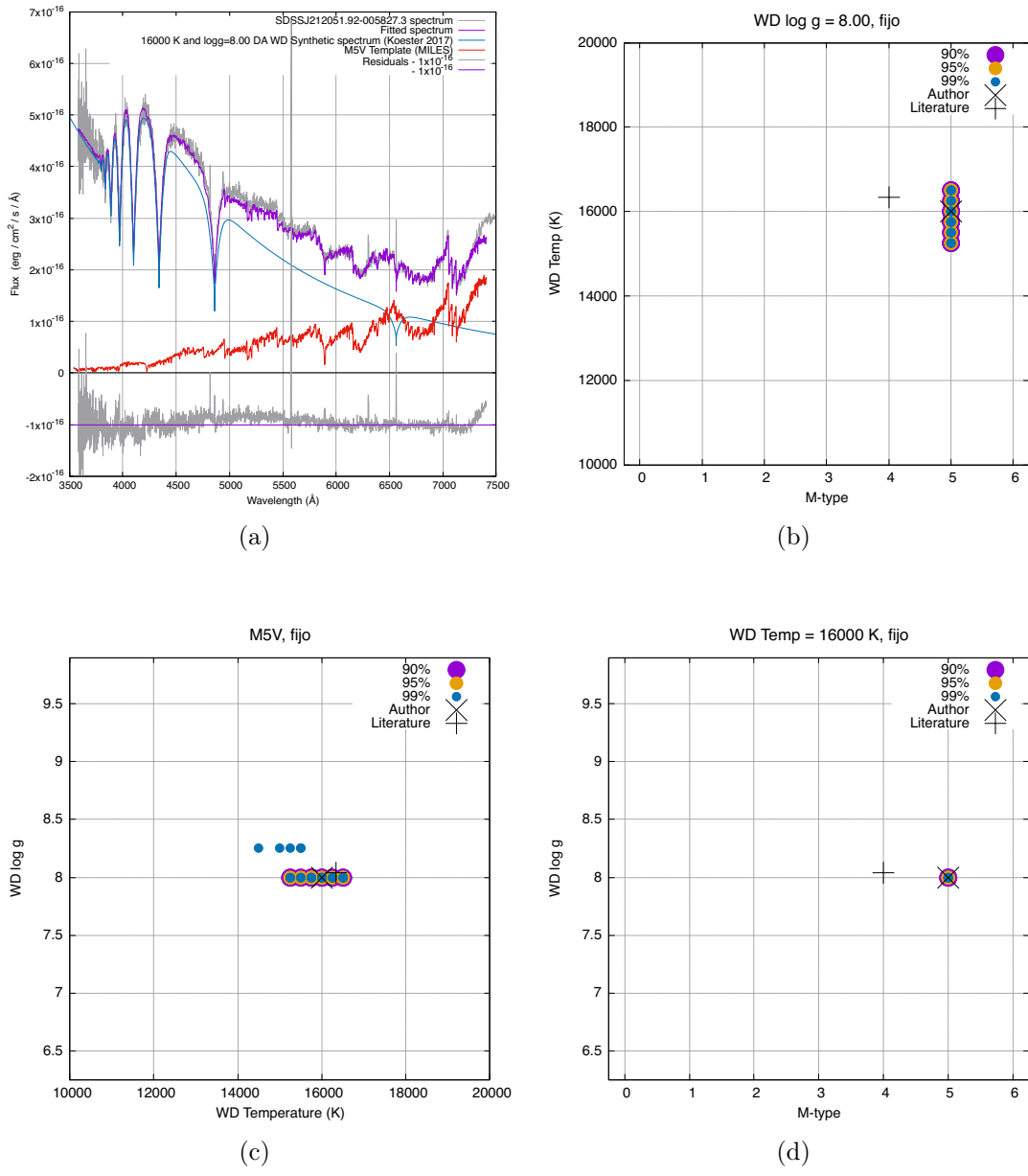


FIGURA 4.25: (a) Resultados del ajuste del sistema 2 (Fig. 4.19): WD Temp = 16000 K, WD  $\log g = 8.00$  y tipo M5V. Regiones con niveles de confianza de 90 %, 95 % y 99 % para: (b) WD  $\log g$  fijo, (c) M fijo y (d) WD Temp fijo. Fuente: Elaboración propia.

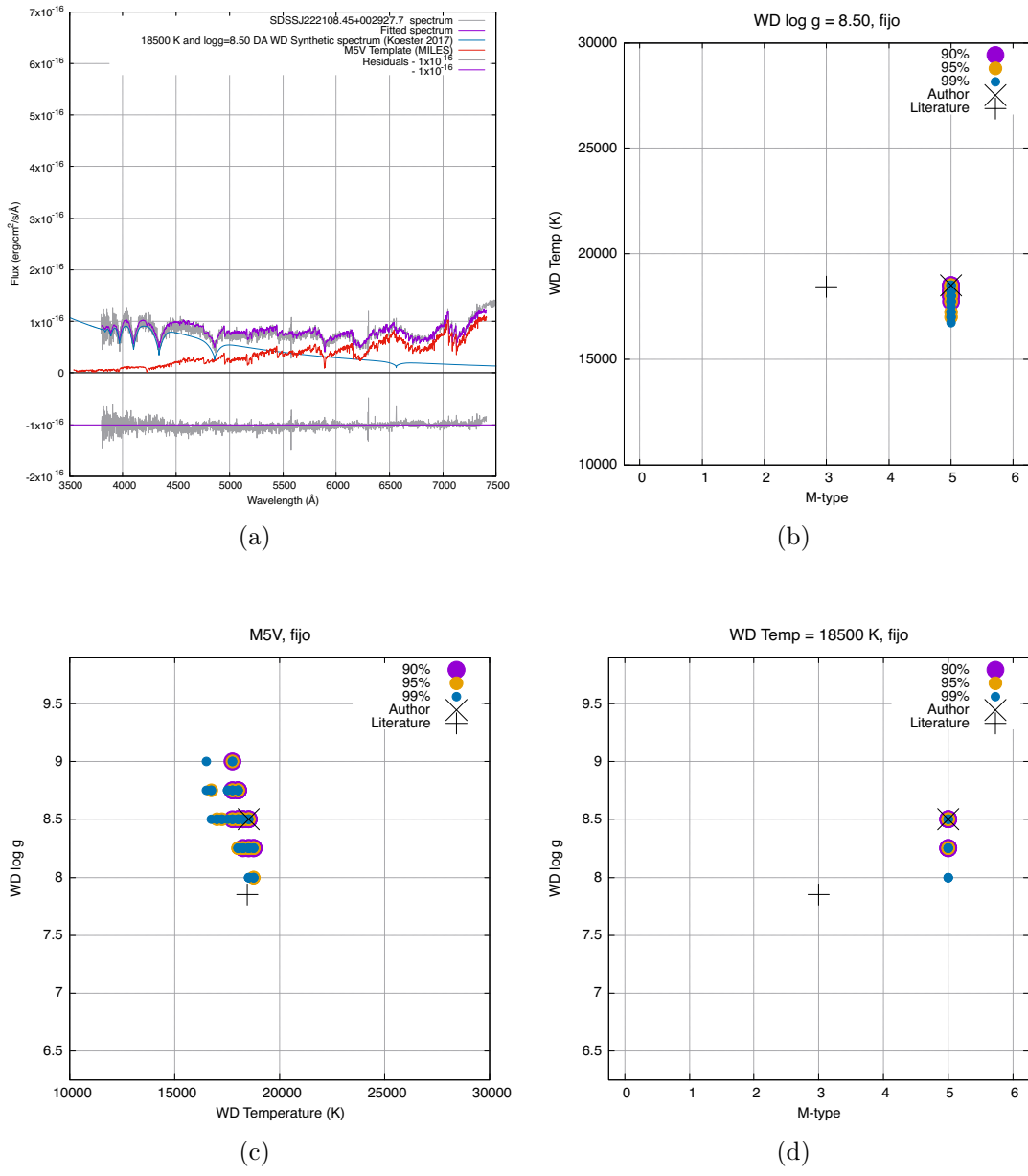


FIGURA 4.26: (a) Resultados del ajuste del sistema 3 (Fig. 4.16): WD Temp = 18500 K, WD log  $g$  = 8.50 y tipo M5V. Regiones con niveles de confianza de 90 %, 95 % y 99 % para: (b) WD log  $g$  fijo, (c) M fijo y (d) WD Temp fijo. Fuente: Elaboración propia.

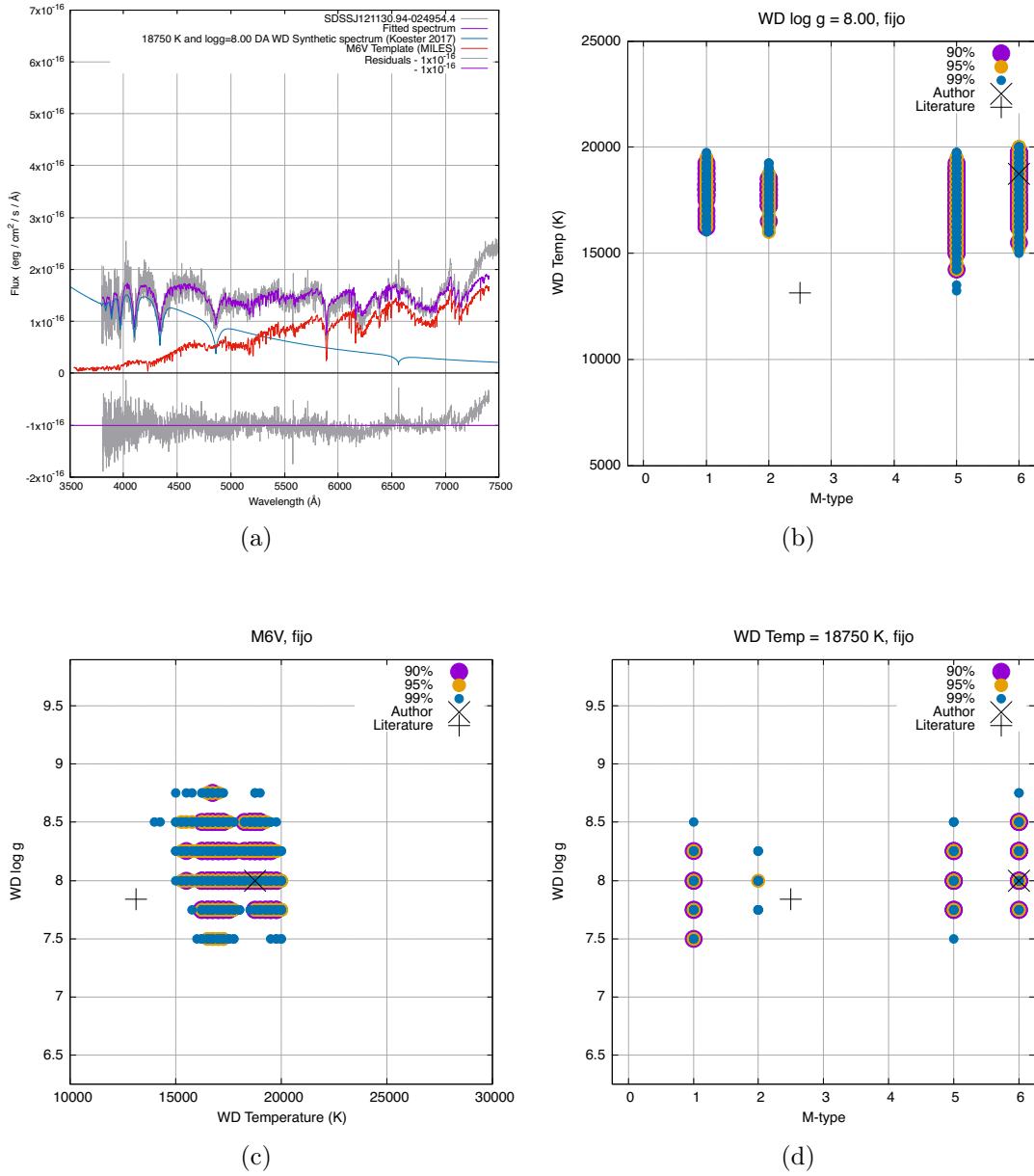


FIGURA 4.27: (a) Resultados del ajuste del sistema 4 (Fig. 4.14): WD Temp = 18750 K, WD log  $g$  = 8.00 y tipo M6V. Regiones con niveles de confianza de 90 %, 95 % y 99 % para: (b) WD log  $g$  fijo, (c) M fijo y (d) WD Temp fijo. Fuente: Elaboración propia.

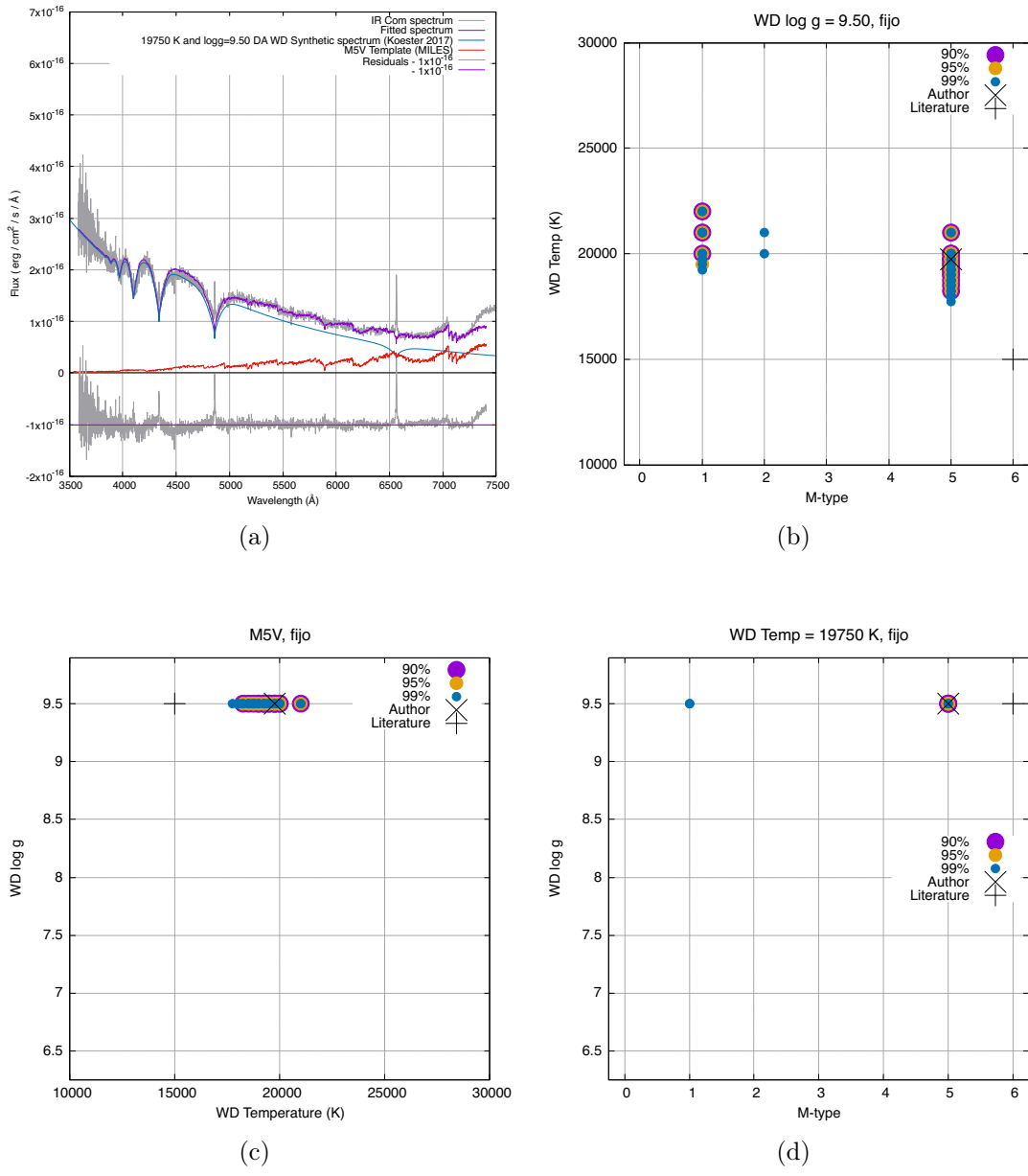


FIGURA 4.28: (a) Resultados del ajuste del sistema 5 (Fig. 4.20): WD Temp = 19750 K, WD log  $g = 9.50$  y tipo M5V. Regiones con niveles de confianza de 90 %, 95 % y 99 % para: (b) WD log  $g$  fijo, (c) M fijo y (d) WD Temp fijo. Fuente: Elaboración propia.

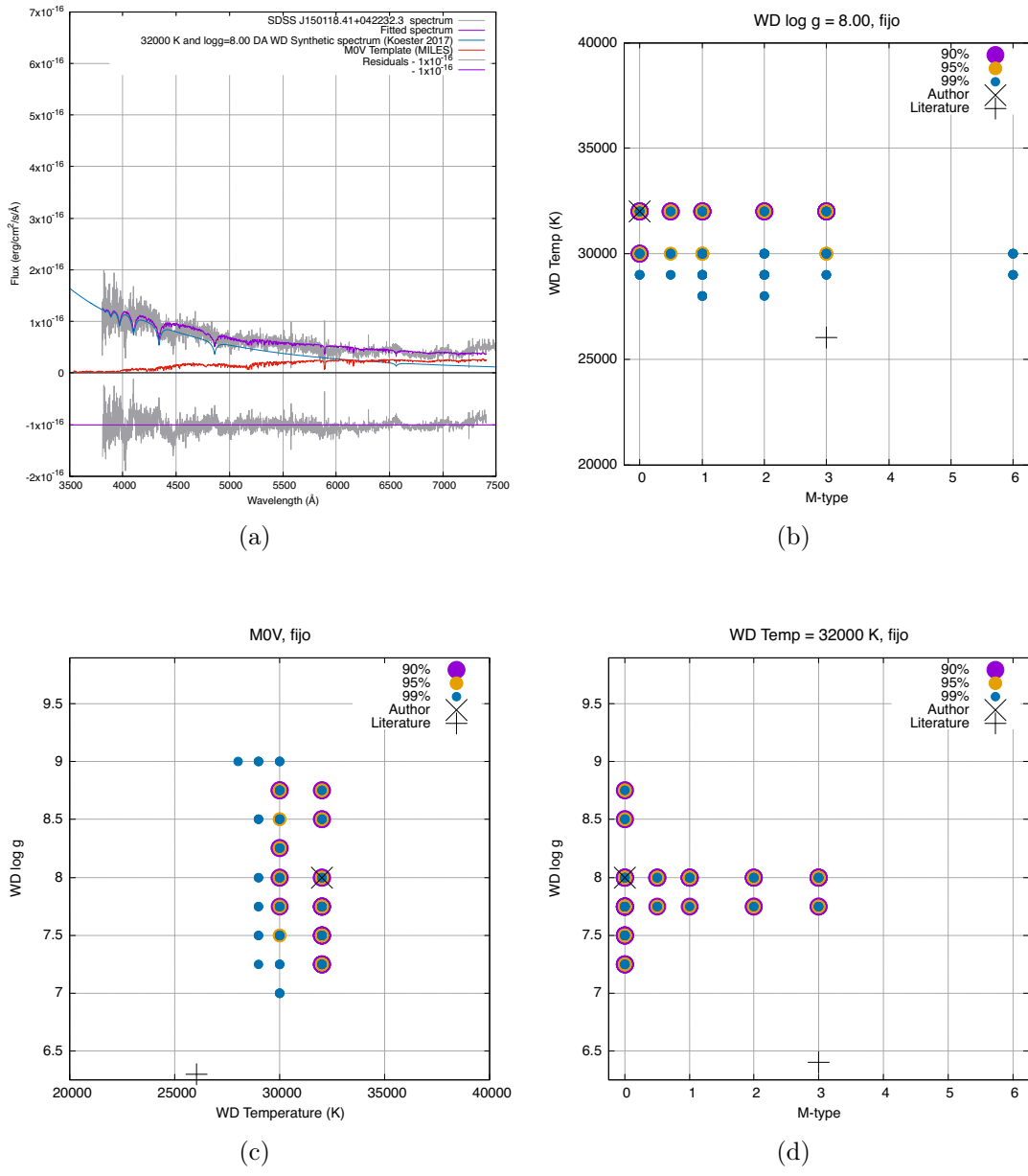


FIGURA 4.29: (a) Resultados del ajuste del sistema 6 (Fig. 4.21): WD Temp = 32000 K, WD log  $g = 8.00$  y tipo M0V. Regiones con niveles de confianza de 90 %, 95 % y 99 % para: (b) WD log  $g$  fijo, (c) M fijo y (d) WD Temp fijo. Fuente: Elaboración propia.

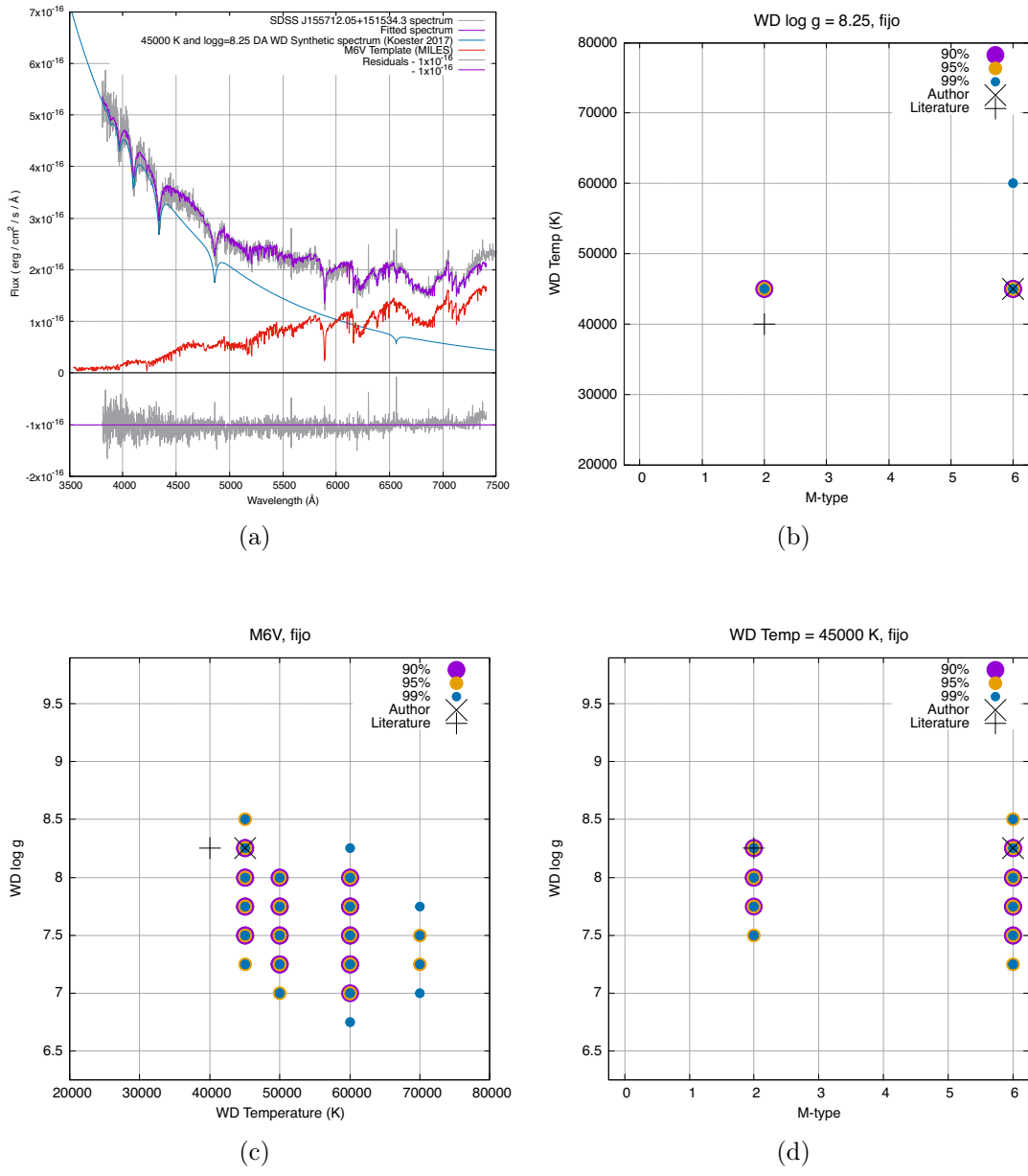


FIGURA 4.30: (a) Resultados del ajuste del sistema 7 (Fig. 4.17): WD Temp = 45000 K, WD log  $g = 8.25$  y tipo M6V. Regiones con niveles de confianza de 90 %, 95 % y 99 % para: (b) WD log  $g$  fijo, (c) M fijo y (d) WD Temp fijo. Fuente: Elaboración propia.

Observando desde la Fig. 4.24 hasta la Fig. 4.30, podemos notar una tendencia hacia una mayor dispersión de las regiones con nivel de confianza, mientras mayor es la temperatura de la enana blanca. Esto podría deberse a que en la *grid* de espectros de enanas blancas no se tiene suficientes espectros sintéticos a temperaturas altas, de modo que el ajuste no es tan fino como sí ocurre a temperaturas menores (ver figura 4.8).

Sin embargo, el incremento de la dispersión de las regiones con nivel de confianza también podría estar relacionado con la calidad de los espectros observados. Un indicador de la calidad de los espectros es el valor de la razón señal/ruido ( $S/N$ , por sus siglas en inglés) que le corresponde a cada espectro observado. Estos valores se encuentran en la cabeceras de los archivos fits de los espectros y se muestran en la tabla 4.8. En la primera columna se muestra el número de sistema (según el orden mostrado en la tabla 4.7), en la segunda columna el valor de la razón señal/ruido para el filtro G,  $(S/N)_G^2$ , en la tercera columna el valor de la razón señal/ruido para el filtro R,  $(S/N)_R^2$ , y en la cuarta columna el valor de la temperatura de la enana blanca obtenido en nuestros ajustes. Los valores de  $S/N$  en ambos filtros no muestran una tendencia directa ni inversa con la temperatura de la enana blanca, por lo tanto tampoco con la dispersión de las regiones con nivel de confianza.



TABLA 4.8: Señal/Ruido de los espectros observados. Fuente: Elaboración propia.

Sistema	* $(S/N)_G^2$	** $(S/N)_R^2$	$T_{WD}$
1	21.6360	51.4796	9250
2	11.9696	40.8829	16000
3	45.6919	48.1298	18500
4	12.3479	15.3585	18750
5	11.2124	36.2032	19750
6	21.7411	24.0392	32000
7	25.7652	27.9204	45000

\* Valor de señal-ruido al cuadrado para el filtro G, obtenido de las cabeceras de los archivos fits de los espectros descargados de la página web del SDSS.

\*\* Valor de señal-ruido al cuadrado para el filtro R, obtenido de las cabeceras de los archivos fits de los espectros descargados de la página web del SDSS.

## 4.7. Cálculo de radios de las enanas blancas

Los modelos de enanas blancas de Koester (2010) proporcionan valores promedios de intensidad, por lo que para obtener el flujo de las enanas blancas en Tierra es necesario multiplicar estos valores de intensidades por el ángulo sólido que subtiende la enana blanca vista desde Tierra<sup>18</sup> (ver ecuación 4.12).

$$F_E = \Omega B = \frac{\pi R_{WD}^2}{d^2} B = \left( \frac{R_{WD}}{d} \right)^2 \pi B \quad (4.12)$$

donde:

$F_E$ : Flujo de la enana blanca en Tierra.

$\Omega$ : ángulo sólido subtendida por la enana blanca desde Tierra.

$B$ : Intensidad promedio del modelo de Koester.

<sup>18</sup> Detlev Koester, mediante comunicación privada.

$R_{WD}$ : Radio de la enana blanca.

$d$ : Distancia Tierra-enana blanca.

Así, teniendo en cuenta que la contribución del flujo en Tierra de la enana blanca en nuestro modelo (ver ecuación 4.1) viene dada por:

$$F_E = c_{WD} F_{WD} \quad (4.13)$$

y que  $F_{WD} = \pi B$ , tenemos que:

$$\left(\frac{R_{WD}}{d}\right)^2 = c_{WD} \quad (4.14)$$

donde  $d$  puede ser calculado del valor del paralaje.

La misión Gaia (Gaia Collaboration *et al.*, 2016), actualmente en su segunda liberación de datos (DR2, Gaia Collaboration *et al.*, 2018b), posee medidas de posición en el espacio, con alta precisión, de más de mil quinientos millones de estrellas. De la página web de Gaia<sup>19</sup> buscamos el paralaje para nuestras estrellas de estudio. Estos paralajes se muestran en la segunda columna de Tabla 4.9. Así, la distancia  $d$  puede ser calculado con la ecuación 4.15.

$$d = \frac{C}{p} \quad (4.15)$$

donde:

$d$ : distancia enana blanca - Tierra (km).

---

<sup>19</sup> <http://gea.esac.esa.int/archive/>

$C$ : Factor de conversión ( $C=30856775814913670$  km en 1 kpc).

$p$ : paralaje en milisegundos de arco.

Podemos hallar el radio de la enana blanca reemplazando la ecuación 4.15 en la ecuación 4.14 y despejando  $R_{WD}$ , para obtener la ecuación 4.16.

$$R_{WD} = \frac{C}{p} \sqrt{\hat{c}_{WD}} \quad (4.16)$$

donde  $\hat{c}_{WD}$  es calculado por el programa de ajuste, y se muestra en la tercera columna de la tabla 4.9.

Los radios calculados se muestran en las columnas 4 y 5 de la tabla 4.9, en unidades de km y radios solares, respectivamente. En la columna 6 se muestra los radios de las enanas blancas, calculados mediante modelos teóricos de enanas blancas por Rebassa-Mansergas *et al.*, 2012a, publicados en <https://sdss-wdms.org>.

TABLA 4.9: Paralajes de las estrellas observadas dadas por Gaia survey, constante de proporcionalidad de las enanas blancas hallados por el programa de ajuste y radios de las enanas blancas. Fuente: Elaboración propia.

Sistema	Paralaje Gaia (mas)	$\hat{c}_{WD}$	${}^a R_{WD}$ (km)	${}^b R_{WD}$ ( $R_{\odot}$ )	${}^c R_{WD}$ ( $R_{\odot}$ )
1	8.895812336623846	2.857625674486061E-24	5863.6440	0.0084	0.01129
2	4.364204851124154	1.4949345433578698E-24	8644.8310	0.0124	0.01268
3	2.252327124490623	2.133843067597417E-25	6328.4932	0.0090	0.01408
4	2.383524702578984	3.3089958741596874E-25	7446.9597	0.0107	0.01371
5	4.4.53160064720807	4.697341011044571E-25	4666.8620	0.0067	*
6	1.4643945550380075	8.12547135482987E-26	6006.4342	0.0086	*
7	1.3520742534112238	2.0092457607066798E-25	10229.7856	0.0147	0.01550

<sup>a</sup> Calculado a partir de los valores de paralaje y  $\hat{c}_{WD}$  mediante la ecuación 4.16.

<sup>b</sup> Calculado a partir de <sup>a</sup> con  $R_{\odot} = 695700$  km.

<sup>c</sup> Publicado en <https://sdss-wdms.org> (Rebassa-Mansergas *et al.*, 2012a).

\* No hay datos en la publicación.

## 4.8. Análisis de resultados

Se han obtenido medidas de temperatura, gravedad superficial y radio de la enana blanca y tipo M de la enana roja de un sistema binario, compuesto por estos tipos de estrellas, a partir de su espectro. Con nuestro programa de ajuste se obtienen directamente la temperatura y gravedad superficial de la enana blanca y tipo M de la enana roja (ver secciones 4.4 y 4.5), cuyos resultados han sido limitados a regiones con niveles de confianza de 90 %, 95 % y 99 % (ver sección 4.6). El radio de la enana blanca se obtiene de la constante de proporcionalidad para el flujo de la enana blanca que se encuentra con nuestro programa de ajuste y de la distancia del sistema calculado a partir de su paralaje proporcionado por el proyecto Gaia (ver sección 4.7).

En la tabla 4.10 se muestran los valores de todos los parámetros físicos obtenidos en este trabajo junto a valores encontrados en la literatura. La enumeración de los sistemas (columna 1) sigue el orden ascendente de la temperatura de la enana blanca hallada en este trabajo (ver tabla 4.7). De la columna 2 a la columna 5 se muestran los valores calculados en este trabajo, temperatura, gravedad superficial y radio de la enana blanca y tipo M de la enana roja, respectivamente. De la columna 6 a la columna 9 están los valores encontrados en la literatura, temperatura, gravedad superficial y radio de la enana blanca y tipo M de la enana roja, respectivamente. En la columna 10 está la referencia para los valores de temperatura, gravedad superficial de la enana blanca y tipo M de la enana roja. Los valores de los radios encontrados en la literatura (columna 8) corresponden a Rebassa-Mansergas *et al.*, 2012a.

En esta tabla (4.10) se han resaltado en negrita los valores de los parámetros físicos calculados en este trabajo que más se aproximan a los valores hallados en la literatura. En el caso de la enana blanca, se han resaltado los valores de temperatura, gravedad superficial y radio que tienen una diferencia de hasta 5 % con respecto a los valores de estos parámetros encontrados en la literatura. En el caso de la enana roja, se ha resaltado el tipo M con una diferencia de  $\pm 1$  con respecto a lo encontrado en la

literatura. Cabe destacar que en todos los sistemas estudiados, a excepción del sistema 6, existe por lo menos uno de los parámetros calculados en este trabajo resaltado en negrita, es decir, con un valor cercano a lo encontrado en la literatura. De manera sobresaliente, mencionamos el sistema 2, cuyos parámetros físicos de sus componentes son todos cercanos a los encontrados en la literatura. Cabe mencionar también, que el sistema 6 es un sistema que contiene una enana blanca tipo DB (van den Besselaar *et al.*, 2005), es decir con presencia de helio en su atmósfera, y por lo tanto su espectro presenta líneas de absorción generadas por este elemento, mientras que los espectros sintéticos de enanas blancas usados en este trabajo, como se indicó en la sección 4.2, corresponden a sistemas con una enana blanca tipo DA que solo contiene hidrógeno en su atmósfera; sin embargo, dado que para el proceso de ajuste sólo consideramos ciertas bandas del espectro sin incluir longitudes de onda correspondientes a las líneas de absorción, pensamos que nuestro proceso de ajuste podría calcular con cierta aproximación los valores de los parámetros físicos de estos sistemas. Asimismo, cabe indicar que los radios de las enanas blancas mostrados en la columna 8 se calcularon en base a modelos teóricos de enanas blancas (Rebassa-Mansergas *et al.*, 2012a y referencias allí indicadas).

En los trabajos de los autores con quienes comparamos nuestros resultados en la tabla 4.10 también se proporcionan las distancias a los sistemas. Estas distancias se calculan a partir del radio de la enana blanca, del radio de la enana roja o de ambos radios, donde estos radios se calcularon mediante modelos teóricos que toman como argumentos a los parámetros físicos que encontraron previamente en sus procesos de ajuste. En la actualidad, se cuenta con medidas de distancias con mejor precisión como los calculados a partir del paralaje dado por Gaia. Uno de los trabajos más citados donde se calculan las distancias de objetos estelares de más de mil millones de estrellas a partir de los paralajes y sus errores dados por Gaia es el de Bailer-Jones *et al.*, 2018 (B-J, de aquí en adelante), que calcula distancias mediante consideraciones netamente geométricas.

TABLA 4.10: Resumen de los resultados obtenidos en este trabajo y lo encontrado en la literatura. Fuente: Elaboración propia.

Sistema	Este trabajo				Literatura				
	Enana blanca			E. roja	Enana blanca			E. roja	Publicación
	$T$ (K)	$\log g$	$R$ ( $R_{\odot}$ )	Tipo M	$T$ (K)	$\log g$	$R^*$ ( $R_{\odot}$ )	Tipo M	
1	<b>9250</b>	8.75	0.0084	<b>M5.0V</b>	8773	8.19	0.01129	M6.0V	Nebot Gómez-Morán A. <i>et al.</i> , 2011
2	<b>16000</b>	<b>8.00</b>	<b>0.0124</b>	<b>M5.0V</b>	16336	8.04	0.01268	M4.0V	Nebot Gómez-Morán A. <i>et al.</i> , 2011
3	<b>18500</b>	8.50	0.0090	M5.0V	18440	7.85	0.01408	M3.0V	Rebassa-Mansergas <i>et al.</i> , 2012b
4	18750	<b>8.00</b>	0.0107	M6.0V	13130	7.84	0.01371	M2.5V	Rebassa-Mansergas <i>et al.</i> , 2012b
5	19750	<b>9.50</b>	0.0067	<b>M5.0V</b>	15000	9.50	**	M6-7V	Manser C. J. & Gänsicke B. T., 2014
6***	32000	8.00	0.0086	M0.0V	26020	**	**	M3.0V	van den Besselaar E. J. M. <i>et al.</i> , 2005
7	45000	<b>8.25</b>	<b>0.0147</b>	M6.0V	40000	8.25	0.01550	M2.0V	Morgan D. P., 2017 (PhD Thesis)

En **negrita** valores de parámetros de la enana blanca con una diferencia de hasta 5% con respecto a lo encontrado en la literatura y tipo M de la enana roja con una diferencia de  $\pm 1$  con respecto a la literatura.

\* Publicado en <https://sdss-wdms.org> (Rebassa-Mansergas *et al.*, 2012a).

\*\* No hay el dato en su respectiva publicación.

\*\*\* Sistema con enana blanca de tipo DB, con helio en su atmósfera.

Así, creemos que una comparación entre las medidas de distancias calculadas por B-J con las calculadas por los otros autores nos podría dar una idea de la exactitud y precisión de los valores de los parámetros físicos de las componentes de los sistemas calculados por estos otros autores, e indirectamente inferir la validez de nuestros resultados.

La tabla 4.11 muestra los valores de las distancias a los sistemas que hemos estudiado. En la columna 2 se muestran las distancias calculados por autores que también calcularon parámetros físicos de estos sistemas y en la columna 3 sus errores, mientras que en la columna 4 están las distancias calculadas por B-J, y en las columnas 5 y 6 su intervalo con nivel de confianza de 68% y su ancho, respectivamente. Todos estos valores están en *parsec*<sup>20</sup> (*pc*). Finalmente, en las columnas 7 y 8 están las diferencias, en *parsec* y porcentaje, respectivamente, entre los valores de las distancias medidas por dos autores, donde uno de ellos es B-J.

Bajo la premisa de que los resultados obtenidos por B-J, son los valores de las distancias de objetos estelares más confiables hasta el momento, y de que las distancias calculadas por los otros autores se infieren a partir de modelos teóricos que están en función de los parámetros físicos de los componentes del sistema calculados previamente, podemos considerar que en la medida de que una distancia calculada de esta última forma por un determinado autor se aproxime al valor calculado por B-J entonces los valores de los parámetros físicos del sistema calculados por tal determinado autor tienen mayor probabilidad de ser los correctos. En ese sentido, haremos una revisión simultánea de los valores mostrados en las tablas 4.10 y 4.11. Así, cuando nos refiramos a distancias al sistema estaremos refiriéndonos a la tabla 4.11 y cuando nos refiramos a parámetros del sistema como temperatura, gravedad superficial y radio de la enana blanca, y tipo M de la enana roja estaremos refiriéndonos a la tabla 4.10.

---

<sup>20</sup> Un *parsec* es la distancia a la que una unidad astronómica subtende un ángulo de un segundo de arco. Donde una unidad astronómica es la distancia media Sol-Tierra.



TABLA 4.11: Distancias de los sistemas estelares estudiados en este trabajo (en *parsec*) calculadas por Bailer-Jones *et al.*, 2018, basados en los paralajes y sus respectivos errores medidos por el proyecto Gaia, y distancias calculadas en otras publicaciones, principalmente en Rebassa-Mansergas *et al.*, 2012a. Fuente: Elaboración propia.

Sistema	Rebassa-M.		Bailer-Jones			diferencia	
	distancia ( <i>pc</i> )	error ( <i>pc</i> )	distancia ( <i>pc</i> )	intervalo (ancho) ( <i>pc</i> , NdeC 68 %)		( <i>pc</i> )	(%)
1	98	6	112.14	109.64–114.76	(5.12)	-14.14	-12.61
2	218	9	228.06	220.63–235.99	(15.36)	-10.06	-4.41
3	719	71	456.77	374.69–583.28	(208.59)	262.23	57.41
4	356	109	417.67	385.07–456.18	(71.11)	-61.67	-14.77
5	*165–115		219.37	215.57–223.30	(7.73)		
6	**1220		748.71	513.06–1332.00	(818.94)	471.29	62.95
7	720	121	772.80	588.49–1114.75	(526.26)	-52.80	-6.83

NdeC: Nivel de confianza.

\* Publicado en Manser C. J. & Gänsicke B. T., 2014.

\*\* Publicado en van den Besselaar E. J. M. *et al.*, 2005. Sistema con enana blanca de tipo DB, con helio en su atmósfera.

En cuanto a las distancias establecidas por B-J, estas tienen diversos grados de precisión, tomando en cuenta el ancho de los intervalos con nivel de confianza de 68 %, donde las distancias con mejor precisión (ancho  $<100 pc$ ) están dadas para los sistemas 1, 2, 4 y 5, de los cuales el que tiene la menor diferencia porcentual con una distancia obtenida por otro autor es el sistema 2 (-4.41 %). Eso quiere decir que la distancia establecida por B-J para el sistema 2 tiene una alta precisión, y que esta distancia es similar a la distancia establecida por Rebassa-Mansergas *et al.*, 2012a, por lo que los parámetros físicos del sistema 2 hallados por Nebot Gómez-Morán *et al.*, 2011, quien sigue la metodología usada por Rebassa-Mansergas *et al.*, 2007, serían los correctos o están cerca de serlos. Precisamente, todos estos parámetros físicos son aproximados a los hallados en nuestro trabajo, como se puede apreciar en la tabla 4.10 resaltados en negrita; 16000 K, 8.00 y 0.0124  $R_{\odot}$  para los valores de temperatura,  $\log g$  y radio de la enana blanca, respectivamente, y tipo M5.0V para la enana roja, calculados en este trabajo versus 16336 K, 8.04 y 0.01268  $R_{\odot}$  para la enana blanca y tipo M4.0V para

la enana roja calculado por Nebot Gómez-Morán *et al.*, 2011. El que tiene la segunda menor diferencia porcentual es el sistema 1, donde tenemos dos valores próximos a los de la literatura (resaltados en negrita, tabla 4.10), 9250 K versus 8773 K y M5.0V versus M6.0V para los valores de temperatura de la enana blanca y tipo M de la enana roja calculados en nuestro trabajo versus Nebot Gómez-Morán *et al.*, 2011, respectivamente. Estos resultados nos dan la confianza de haber aplicado una buena metodología para la obtención de los parámetros físicos de estos tipos de sistemas.

# Capítulo 5

## Fotometría

### 5.1. Observaciones y reducción de datos

Los datos fotométricos fueron obtenidos con los instrumentos del Observatorio Astronómico de la Universidad Nacional de Ingeniería (OAUNI), implementado dentro del Observatorio de Huancayo del Instituto Geofísico del Perú (IGP), ubicado en el distrito de Huachac, provincia de Chupaca, Región Junín, Perú, cuyas coordenadas geográficas se muestran en la tabla 5.1.

El OAUNI cuenta con un tubo óptico *RCOS 20" f/8.2 Carbon Truss Telescope*<sup>1</sup>, de tipo reflector y diseño óptico Ritchey-Chrétien con un espejo primario de 20 pulgadas (aprox. 50 cm) de diámetro, y una cámara CCD SBIG STXL-6303E<sup>2</sup> que cuenta con un chip CCD Kodak KAF-6303E que tiene un arreglo de píxeles de  $3072 \times 2048$ , donde cada píxel tiene una dimensión de  $9 \mu m \times 9 \mu m$ . Las características del tubo óptico y la cámara CCD resultan en una escala de placa de 0.45 segundos de arco por píxel y un campo de visión de  $23.2' \times 15.5'$ . Además, cuenta con un juego de filtros

---

<sup>1</sup> <http://rcopticalsystems.com/telescopes/20truss.html>

<sup>2</sup> <https://diffractionlimited.com/product/stxl-6303/>

del sistema fotométrico UBVRI Johnson/Cousins. Esta facilidad alcanza errores fotométricos de 0.1 magnitudes en la observación de objetos de 15.5 magnitudes con 20 segundos de tiempo de exposición (Cori, 2016).

TABLA 5.1: Coordenadas geográficas y altitud del OAUNI. Fuente: Cori, 2016.

Longitud	76° 19' 15" O
Latitud	12° 02' 32" S
Altitud	3283 msnm

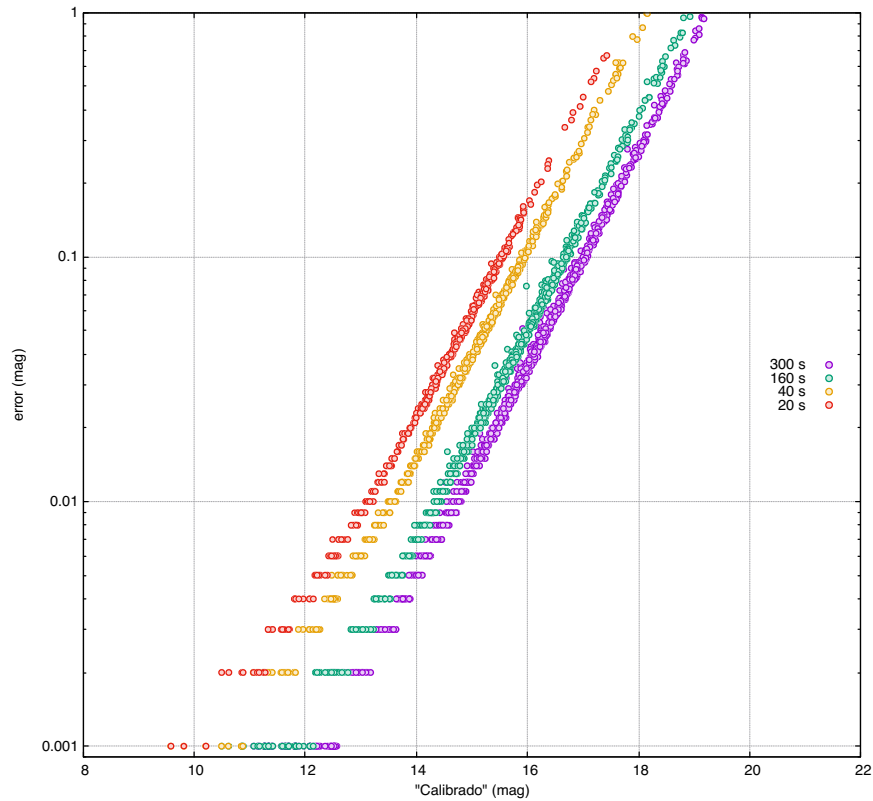


FIGURA 5.1: Error fotométrico vs magnitud “calibrada” en el cúmulo estelar abierto NGC 6192. Se muestran los resultados para tiempos de exposición acumulado de 20 s, 40 s, 160 s y 300 s obtenidas mediante apilamiento de imágenes individuales de 20 s de exposición cada una con filtro V. Fuente: Cori, 2016.

Así, datos fotométricos de cuatro estrellas variables cataclísmicas fueron obtenidos con instrumentos del OAUNI. Estas estrellas fueron escogidas de catálogos o sistemas de alertas, tomando en cuenta la ubicación geográfica del observatorio (ver Tabla 5.1) y sus capacidades observacionales (ver figura 5.1).

En la tabla 5.2 se enumeran los objetos estelares observados con el OAUNI en el año 2017. Estas observaciones fueron realizadas por nosotros con el apoyo de investigadores del Instituto Geofísico del Perú (IGP) y de la Universidad Nacional de Ingeniería (UNI), y estudiantes del Grupo Astronomía de la UNI. Se realizaron cinco salidas de campo entre los meses de abril y agosto, una salida por mes de aproximadamente una semana de duración cada una.

Aquí, en la tabla 5.2, se muestran 6 columnas de información acerca de las observaciones realizadas. En la primera columna se muestra la fecha del inicio de cada noche de observación en formato año/mes/día. En la segunda columna se muestran los nombres de los objetos observados. En la tercera columna se muestran los tiempos de duración de la observación a cada objeto. La cuarta columna muestra el número de *frames* (imágenes) tomadas por cada objeto. La quinta columna señala el tiempo de exposición de cada *frame*. Y la sexta columna indica el filtro usado para cada observación.

TABLA 5.2: Observaciones en el OAUNI, 2017. Fuente: Elaboración propia.

Fecha	Objeto	T. de Obs. (min)	Nro. de <i>frames</i>	T. exp. (s)	Filtro
2017/05/25	V893 Sco	114	243	20	V
2017/06/30	V893 Sco	123	275	20	V
2017/07/30	EI Psc	58	128	20	R
2017/08/22	ASASSN-17hx	97	257	15	V
2017/08/23	V701 Tau	115	270	20	V

### 5.1.1. Reducción de datos del sistema estelar V893 Sco

Con el software IRAF, los datos obtenidos en el OAUNI de este sistema estelar fueron corregidos por *overscan*, *dark* y *flatfield* mediante las tareas del paquete NOAO.IMRED.CCDRED, luego las imágenes fueron alineadas con la tarea *imalign* del paquete IMAGES.IMMATCH y para el cálculo de las magnitudes se usó el paquete NOAO.DIGIPHOT.DAOPHOT.

La figura 5.2 muestra la imagen reducida y alineada del campo de visión que contiene a la estrella variable cataclísmica V893 Sco. Este campo ha sido “trimado”<sup>3</sup> tanto en la reducción como en el alineamiento. La estrella V893 Sco es señalada por la intersección de las líneas perpendiculares de color rojo, mientras que las etiquetas “Comp1” y “Comp2”, de color rojo también, se refieren a las estrellas de comparación usadas en la fotometría diferencial.

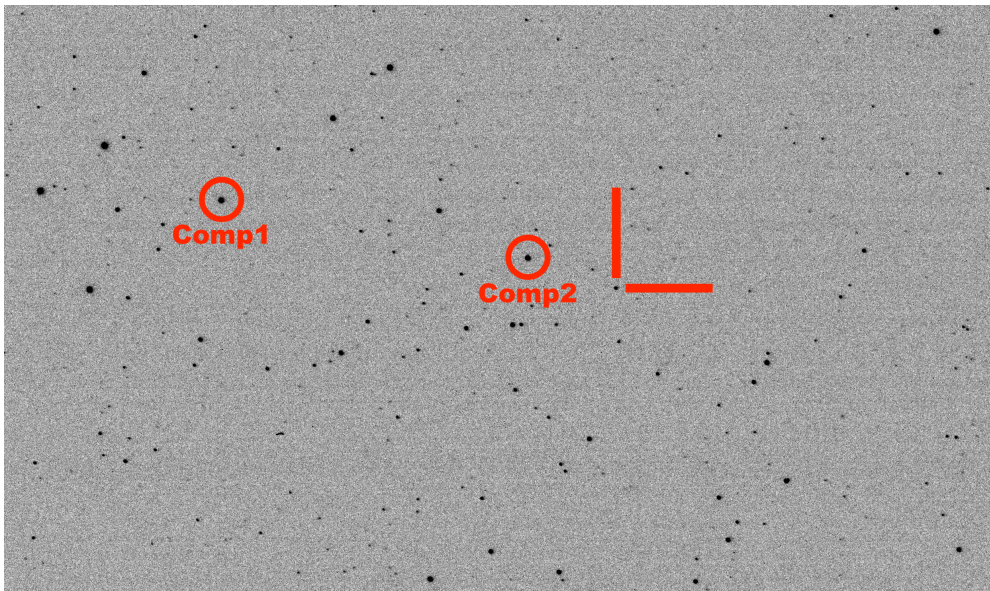


FIGURA 5.2: Campo de visión de una imagen reducida y alineada. Se muestra la estrella V893 Sco en la intersección de las líneas rojas y las estrellas de comparación, sobre las etiquetas “Comp1” y “Comp2”, respectivamente. Imagen observada desde el OAUNI el 30 de Junio del 2017. Fuente: Cori, 2018.

<sup>3</sup> Del inglés *trim* que significa recortar. Las imágenes pueden ser recortadas para centrarse en cierta región de interés, para evitar regiones defectuosas o para procesos de alineamiento, básicamente.

La tarea *imexamine* del paquete IMAGES.TV fue usada de manera continua, entre otras cosas, para el cálculo del *full width half maximum* (FWHM) de los perfiles radiales de las estrellas y de fondo de cielo, que son datos a tomarse en cuenta al momento de introducir valores de los parámetros de otras tareas de análisis de IRAF. La figura 5.3 muestra el perfil radial de una de las estrellas que está contenida en el campo de la figura 5.2. El valor del FWHM aparece en la parte inferior derecha de la figura 5.3 (4.36, en píxeles), que con la escala de placa del instrumento ( $0.45''/\text{píxel}$ ) da un valor de  $1.96''$  para el FWHM.

De manera similar se redujeron los datos observacionales, obtenidos en el OAUNI, de los otros objetos estelares mostrados en la tabla 5.2.

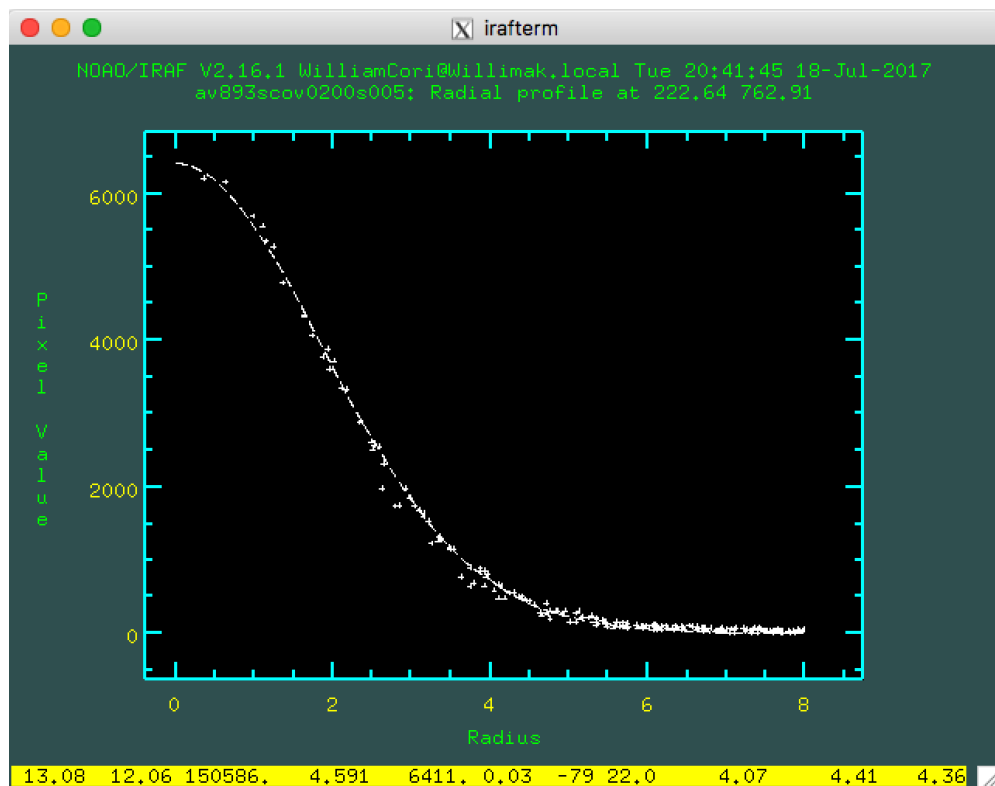


FIGURA 5.3: Perfil Radial de una de las estrellas mostradas en la figura 5.2, mediante la tarea *imexamine* de IRAF. Fuente: Elaboración propia.

## 5.2. Análisis de resultados

Mediante la técnica de fotometría diferencial se construyeron curvas de luz de cada estrella observada. Para tal fin, se usó el software IRAF, principalmente, y Gnuplot<sup>4</sup> para hacer los gráficos.

Mediante la aplicación de la tarea *pdm* (*Phase Dispersion Minimization*, Stellingwerf, 1978) del paquete NOAO.ASTUTIL de IRAF sobre las curvas de luz se calculó el periodo orbital de cada estrella observada. Además, cuando en los gráficos se pudo identificar los tiempos de los mínimos de dos eclipses consecutivos, se calculó el periodo orbital del sistema como la diferencia de los tiempos de estos dos mínimos. Esto sólo fue posible con la curva de luz de la estrella V893 Sco como se detalla a continuación.

### 5.2.1. Sistema estelar V893 Sco

Este sistema estelar cataclísmico fue seleccionado del catálogo de Ritter & Kolb, 2003, y fue observada el 30 de junio del 2017 desde el OAUNI (para la reducción de los datos, ver sección 5.1.1).

La figura 5.4 muestra un gráfico magnitud versus tiempo del sistema observado (curva de luz). El eje horizontal es el tiempo expresado en días julianos modificados ( $JD - 2457935$ ), donde 0 corresponde al mediodía y 0.5 a la medianoche. El eje vertical corresponde a las diferencias de magnitud instrumental entre dos estrellas del mismo campo. La curva en la parte superior de la gráfica representa las diferencias de magnitud de las dos estrellas de comparación (asteriscos azules), que es aproximadamente una recta horizontal (es decir constante), lo cual confirmaría que ambas estrellas no son variables. La curva en la parte media (círculos verdes) muestran las diferencias de

---

<sup>4</sup> <http://gnuplot.sourceforge.net/>



magnitud de la estrella V893 Sco con la estrella de comparación “Comp2”; la curva inferior (círculos violeta) corresponde a las diferencias entre V893 Sco y “Comp1”. Aquí, se puede apreciar características propias de este tipo de sistemas como los eclipses de la enana blanca y del hot spot, que aunque se superponen (como se vio en el capítulo 2) y son difíciles de distinguir, sí podemos ubicar el mínimo que ellos producen. El primer mínimo aparece en el punto 0.51 del eje horizontal, aproximadamente. Otro mínimo ocurre en el punto 0.59, aproximadamente. Haciendo un cálculo de la diferencia de los tiempos aproximados de los mínimos de estos eclipses podemos ver que el periodo es aproximadamente  $0.076 d^5$  que coincide con el valor calculado por Matsumoto *et al.*, 2000. Otra curva de este mismo sistema se puede apreciar en Pretorius *et al.*, 2006 (ver figura 5.5) cuyo periodo medido en horas fue de 1.823, que en días es aproximadamente 0.076. Con respecto a la joroba orbital, ello ocurre entre los puntos 0.56 y 0.59, similar a la de la figura 2.5.

También se calculó el periodo con la tarea *pdm* del paquete NOAO.ASTUTIL. El resultado se muestra en la figura 5.6, donde el periodo calculado se indica en la segunda línea de la parte superior ( $0.0912549303 d$ ). Esta discrepancia con el periodo determinado previamente podría deberse a que no tenemos suficientes puntos para la aplicación adecuada de la tarea *pdm*.

---

<sup>5</sup>  $0.593 - 0.517 = 0.076 d$

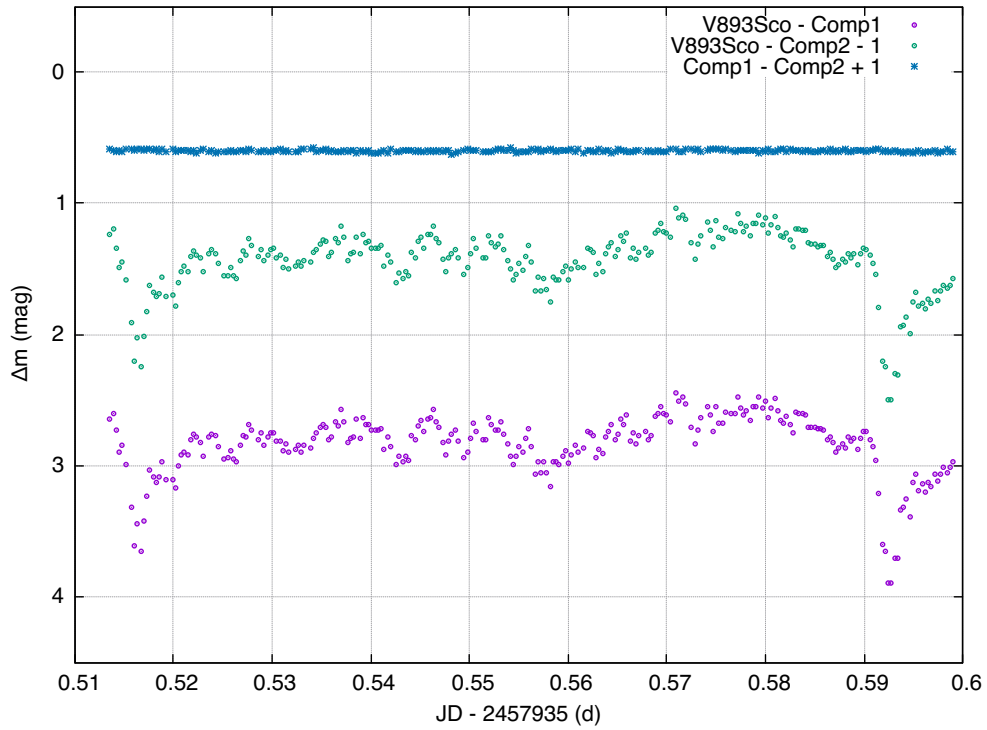


FIGURA 5.4: Curva de luz, mediante fotometría diferencial de la estrella V893 Sco, tomada en la misión de Junio. Se calcula un periodo aproximado de  $0.076 d$  a partir de las posiciones aparentes de los mínimos de los dos eclipses. Fuente: Cori, 2018.

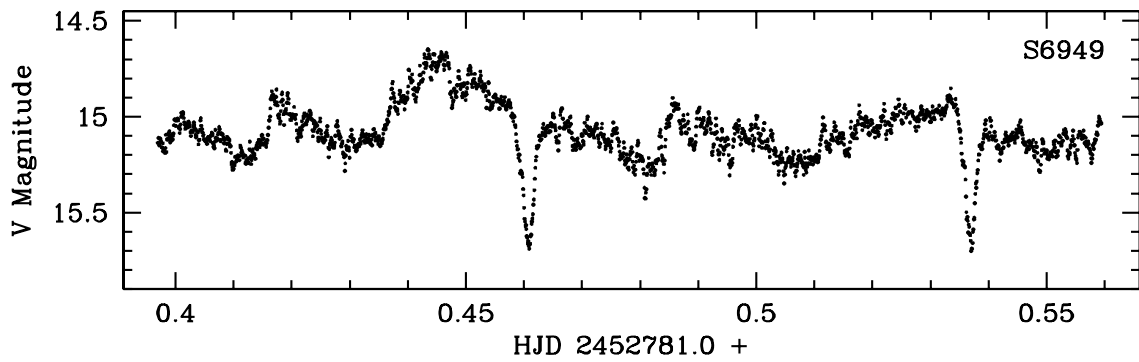


FIGURA 5.5: Curva de luz de la estrella V893 Sco. Los datos corresponden a Mayo del 2003. Fuente: Pretorius *et al.*, 2006.

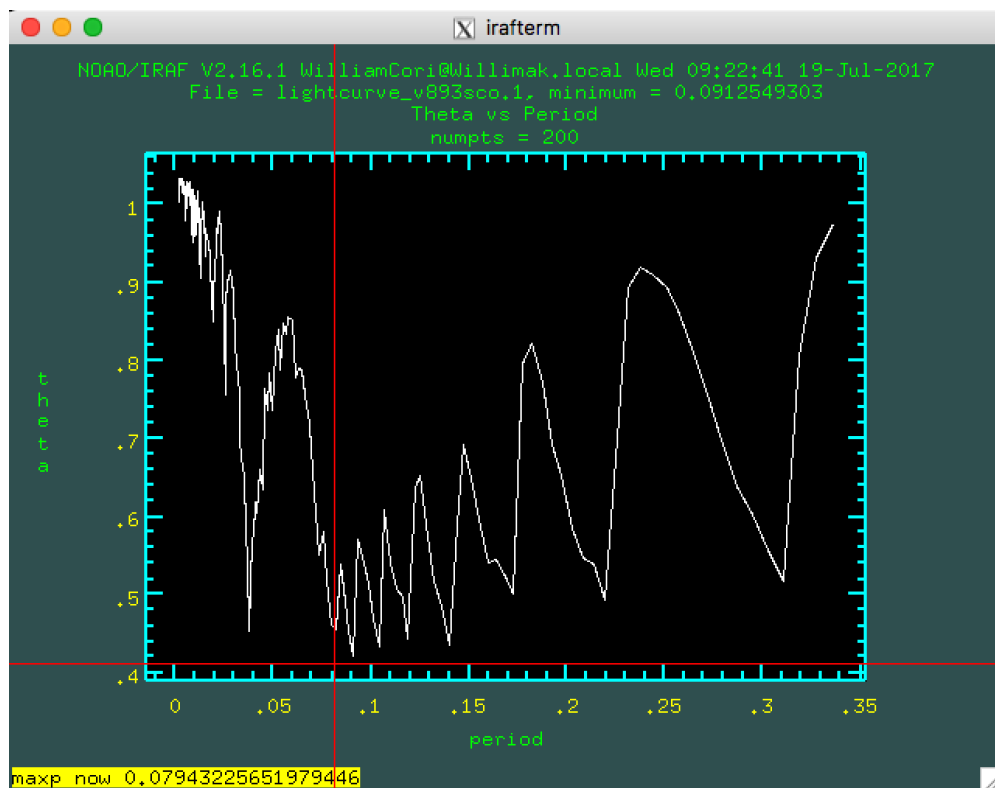


FIGURA 5.6: Ventana de la tarea *pdm* para el cálculo del periodo del sistema V893 Sco. En la segunda línea del título se indica que el periodo fue de 0.0912549303 *d*.

Fuente: Elaboración propia.

### 5.2.2. Sistema estelar EI Psc

Datos de este sistema variable cataclísmico (Ritter & Kolb, 2003) fueron obtenidos en el OAUNI el 30 de julio del 2017. El proceso de reducción de los datos obtenidos fue realizado de manera similar al proceso de reducción de los datos del sistema V893 Sco (ver sección 5.1.1).

La curva de luz obtenida se muestra en la figura 5.7. En ella no se ve de manera evidente la ocurrencia de un eclipse, como sí se notó en el caso de la estrella V893 Sco (ver figura 5.4). Sin embargo, sí se aprecia claramente la variabilidad de su flujo, que tiene una variación máxima de 0.8 mag aproximadamente.

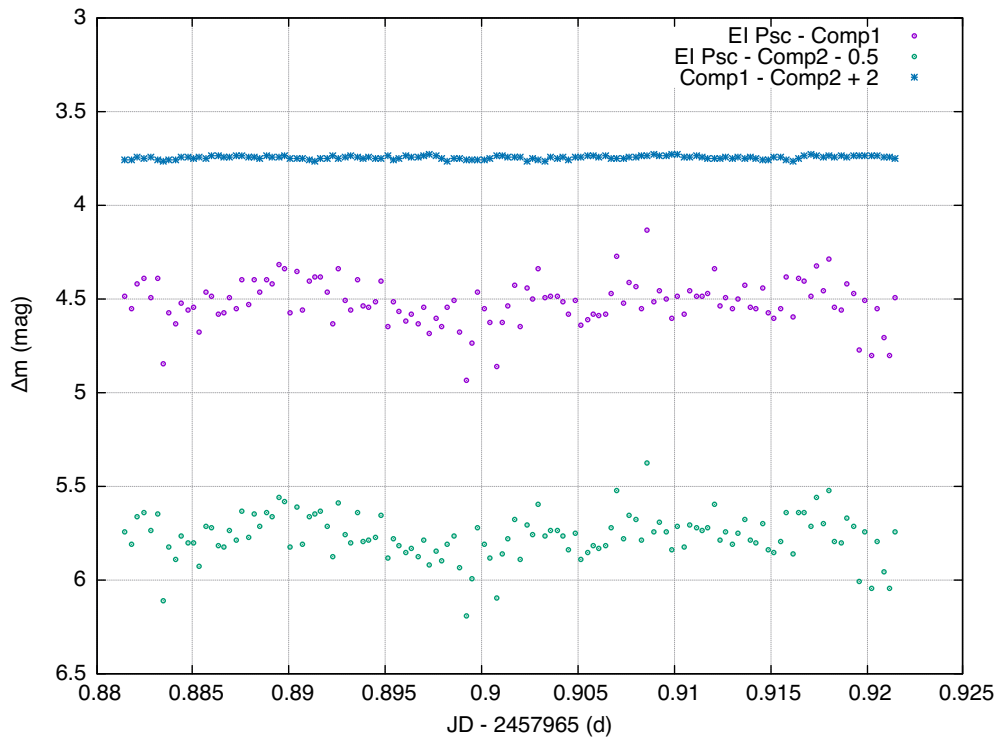


FIGURA 5.7: Curva de luz de la estrella EI Psc, calculada mediante fotometría diferencial con datos obtenidos en el OAUNI el 30 de Julio del 2017. Fuente: Elaboración propia.

Se aplicó la tarea *pdm* sobre la curva de luz, obteniéndose como periodo más probable  $0.0357012529 d$  que equivale a  $51.5 min$  aproximadamente (ver figura 5.8),

mientras que un periodo de  $0.044567 d$  ( $64.2 min$ ) fue encontrado por Ritter & Kolb, 2003.

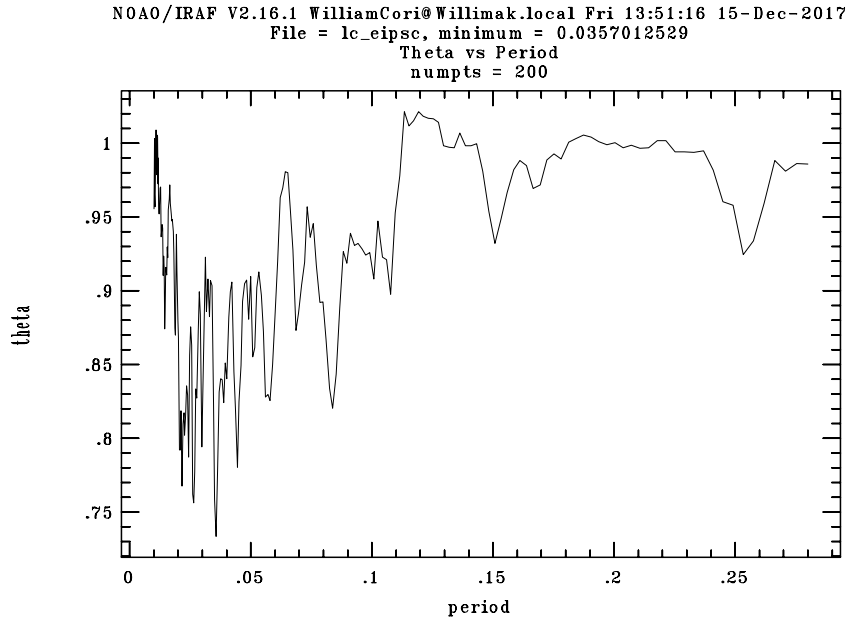


FIGURA 5.8: Ventana de la tarea *pdm* para el cálculo del periodo de la estrella EI Psc. El periodo más probable es 0.0357012529 d. Fuente: Elaboración propia.

### 5.2.3. Sistema estelar ASASSN-17hx

Este sistema fue observado el 22 de Agosto del 2017 desde el OAUNI. Los datos fueron reducidos con procedimientos similares a los empleados en la reducción de los datos de la estrella V893 Sco (ver sección 5.1.1). Se consideró este objeto en nuestra campaña de observación porque observaciones recientes de este sistema en otros observatorios habían sido reportados en el portal web *The Astronomer's Telegram*<sup>6</sup> al cual estamos suscritos. Este sistema es una nova detectada por el proyecto All Sky Automated Survey for SuperNovae (ASASSN)<sup>7</sup> el 23 de junio del 2017 (Rosenthal *et al.*, 2018).

<sup>6</sup> <https://www.astronomerstelegam.org/?read=10636>

<sup>7</sup> <https://www.astronomy.ohio-state.edu/asassn/index.shtml>

En la figura 5.9 se ve su curva de luz y se puede observar una caída en su brillo de aproximadamente 0.1 mag después de hora y media de observación aproximadamente, lo que da una tasa de caída de  $-0.066$  mag/hora aproximadamente. La figura 5.10 muestra el resultado de la tarea *pdm* sobre la curva de luz de la estrella ASASSN-17hx para el cálculo del periodo. El resultado más probable fue de  $0.0828764383 d$  ( $119.34 min$ ).

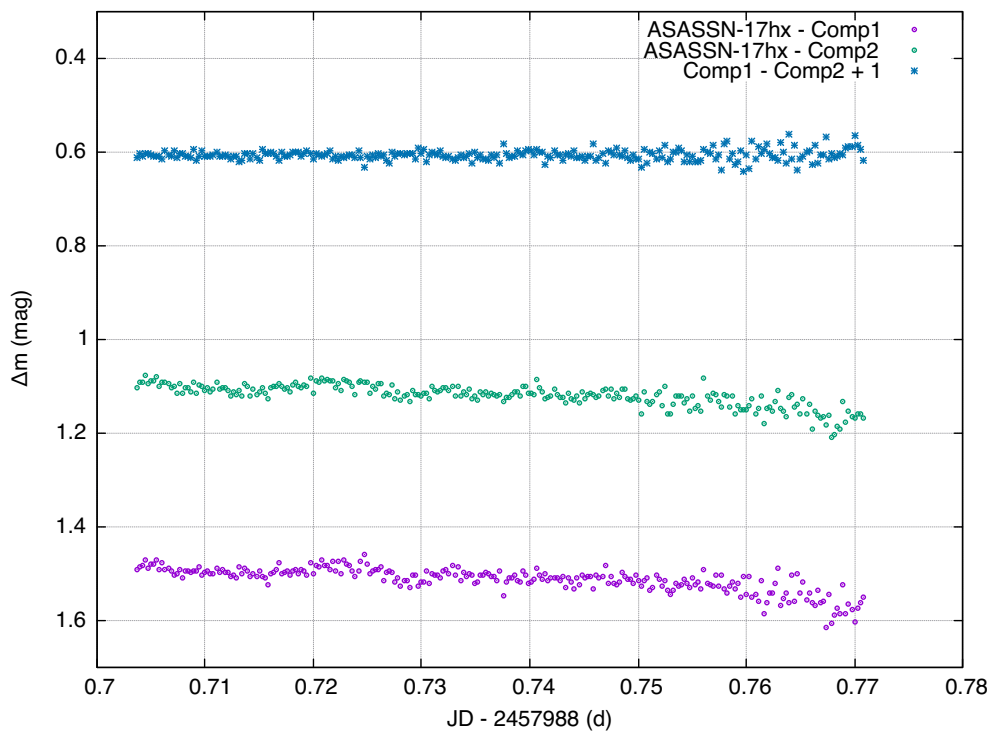


FIGURA 5.9: Curva de luz de la estrella ASASSN-17hx, calculada mediante fotometría diferencial con datos obtenidos en el OAUNI el 22 de Agosto del 2017. Fuente: Elaboración propia.

NOAO/IRAF V2.16.1 WilliamCori@Willimak.local Fri 09:45:20 15-Dec-2017  
 File = lc\_asassn-17hx, minimum = 0.0828764383  
 Theta vs Period  
 numpts = 200

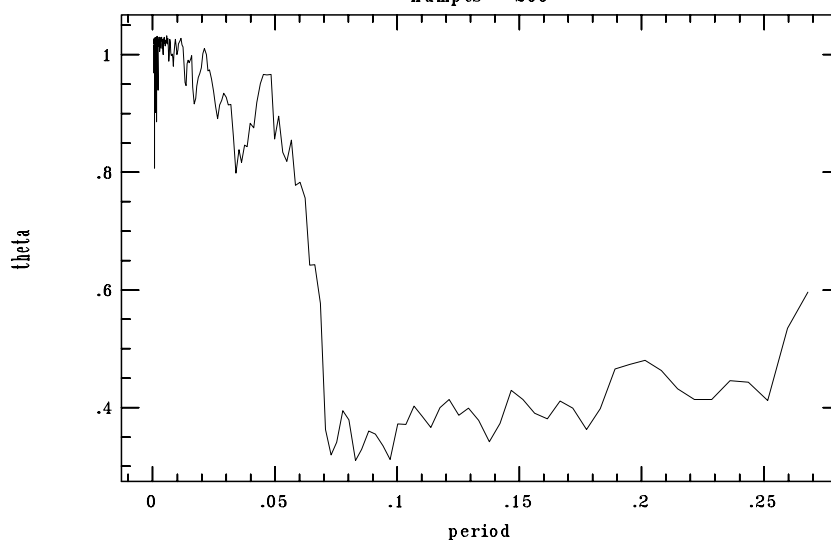


FIGURA 5.10: Ventana de la tarea *pdm* para el cálculo del periodo de la estrella ASASSN-17hx. El periodo más probable es 0.0828764383 d. Fuente: Elaboración propia.

#### 5.2.4. Sistema estelar V701 Tau

Este sistema fue observado el 23 de Agosto del 2017 desde el OAUNI, alertado vía correo electrónico por el sistema de alertas *CVnet-Outbursts*<sup>8</sup>. Fue observado por casi dos horas y sus datos se redujeron como los del objeto V893 Sco (ver sección 5.1.1).

La curva de luz obtenida se muestra en la figura 5.11. En ella se puede apreciar un rango de variación de brillo de 0.5 mag aproximadamente. Su periodo fue calculado con la tarea *pdm*, dando como periodo más probable 0.0827038688 *d*, aproximadamente 119 *min* (ver figura 5.12), mientras que un periodo de 0.069 *d* (99.3 *min*) fue medido por Shears & Boyd, 2007.

<sup>8</sup> Grupo de notificación en tiempo real vía correo electrónico sobre cambios en los brillos de las estrellas variables cataclísmicas. Actualmente en <https://groups.io/g/cvnet-outburst>, y hasta el 2020 en <https://groups.yahoo.com/neo/groups/cvnet-outburst/info>

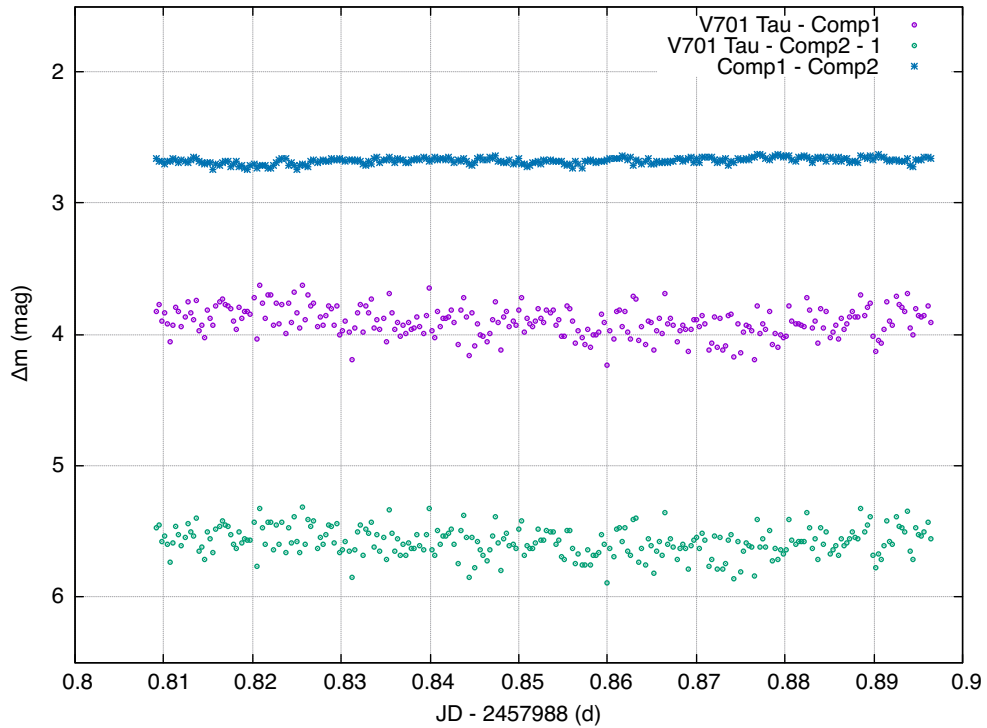


FIGURA 5.11: Curva de luz de la estrella V701 Tau, observada en el OAUNI el 23 de Agosto del 2017. Fuente: Elaboración propia.

NOAO/IRAF V2.16.1 WilliamCori@Willimak.local Wed 07:40:26 13-Dec-2017  
 File = lc\_pdm, minimum = 0.0827038688  
 Theta vs Period  
 numpts = 200

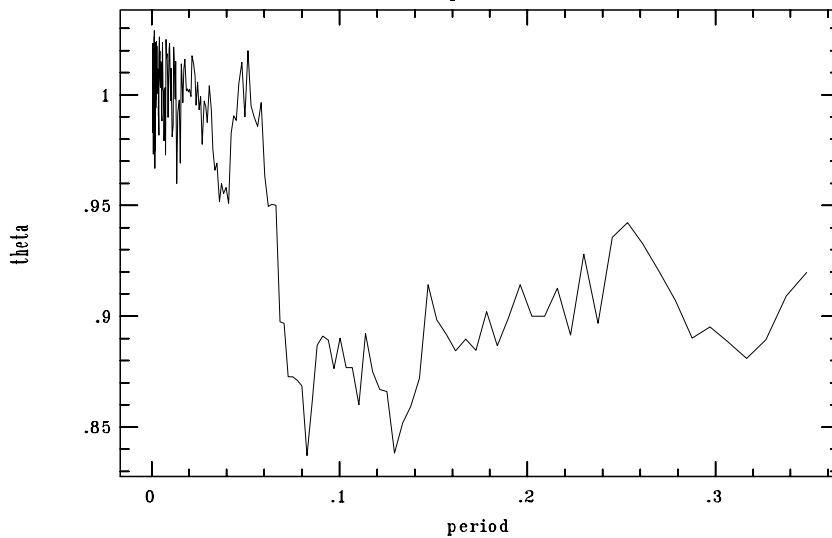


FIGURA 5.12: Ventana de la tarea *pdm* para el cálculo del periodo de la estrella V701 Tau. El periodo más probable es 0.0827038688 d. Fuente: Elaboración propia.



Se han analizado curvas de luz de cuatro sistemas observados en el OAUNI. En una de ellas fue posible detectar claramente los mínimos de dos eclipses consecutivos (ver figura 5.4), cuya medida del intervalo de tiempo entre estos mínimos es el periodo orbital del sistema (ver sección 5.2.1). En las otras tres curvas (ver figuras 5.7, 5.9 y 5.11) no fue posible visualizar los mínimos de los eclipses, por lo que los periodos orbitales de estos sistemas se calcularon mediante software.

La tabla 5.3 muestra los objetos que hemos observado y sus periodos orbitales. En la segunda columna aparecen los periodos calculados en nuestro trabajo con la tarea *pdm* de IRAF, mientras que en la columna tres se encuentran los periodos orbitales publicados en la literatura. Nuestros cálculos fluctúan en  $\pm 20\%$  comparado con lo encontrado en la literatura. Mayor tiempo de observación podría darnos los datos suficientes para que la tarea *pdm* encuentre mejores resultados en el cálculo del periodo orbital.

TABLA 5.3: Comparación entre periodos orbitales hallados en este trabajo con la tarea *pdm* y los periodos encontrados en la literatura. Fuente: Elaboración propia.

Sistema	Periodo orbital ( $d$ )			Diferencia
	<i>pdm</i>	Literatura		
V893 Sco	0.0913	0.076 *	Matsumoto <i>et al.</i> , 2000	20.07 %
EI Psc	0.0357	0.044567	Ritter & Kolb, 2003	-19.89 %
ASASSN-17hx	0.0829			
V701 Tau	0.0827	0.069	Shears & Boyd, 2007	19.86 %

\* Igual valor se obtuvo en este trabajo midiendo el intervalo de tiempo entre dos eclipses consecutivos (ver sección 5.2.1).

# Conclusiones

Espectros observados de sistemas binarios, compuestos por una enana blanca y una enana roja, pueden ser analizados para determinar las características de sus componentes. En este trabajo se desarrolló un programa que permite ajustar espectros de estos tipos de sistemas en longitudes de onda entre 3500 y 7500 Å, aproximadamente. Con este programa se puede determinar las temperaturas (entre 5000 y 80000 K) y las gravedades superficiales ( $\log g$  entre 6.5 y 9.5) de las enanas blancas y el tipo espectral (entre M0 y M6) de la enana roja. Además, es posible calcular el radio de la enana blanca de cada sistema si tomamos en cuenta la distancia al sistema publicada en otros trabajos.

Los parámetros físicos obtenidos con nuestro programa muestran valores cercanos a los hallados por otros autores. En la tabla 4.10 se puede ver que en cada sistema por lo menos uno de los parámetros físicos que hemos hallado es muy similar a lo encontrado en la literatura. En la tabla 4.11 podemos ver que las distancias del sistema 2 calculadas por Bailer-Jones *et al.*, 2018, y Rebassa-Mansergas *et al.*, 2012a, son bastante similares, y que tomando en cuenta que es una de las distancias calculadas por Bailer-Jones con mayor precisión, implican que los valores de los parámetros físicos calculados por Nebot Gómez-Morán *et al.*, 2011, basados en la metodología de Rebassa-Mansergas *et al.*, 2007, son correctos o están cerca de serlos, y como se ve en la tabla 4.10, para este sistema es donde nuestro programa de ajuste obtiene todos los parámetros físicos de sus componentes muy próximos a lo hallado en la literatura, por lo que valida el

método empleado en este trabajo para la obtención de los valores de los parámetros físicos. Sin embargo, es necesario una mayor estadística para establecer la bondad de nuestros resultados.

La curva de luz de la estrella V893 Sco (ver figura 5.4), construida en base a datos propios obtenidas en el OAUNI, muestra características similares a las obtenidas por otros autores con datos obtenidos en observatorios con mayores telescopios, por lo que con medidas realizadas con buenas condiciones de cielo y en número suficiente es posible obtener datos en el OAUNI con la calidad suficiente para ser utilizados en una publicación.

Lo mostrado en la tabla 5.3 nos indica que el método *pdm* para la determinación del periodo orbital no fue exitoso con nuestras curvas de luz ya que hubo relativamente poco tiempo de observación. Un mayor tiempo de observación podría darnos mejores resultados.

# Trabajo futuro

En espectroscopía, nuestro programa encuentra soluciones para un sistema binario por vez. Se continuará mejorando de modo que se encuentre soluciones para grandes cantidades de espectros a la vez; de igual manera, buscaremos aumentar las librerías de espectros sintéticos y plantillas para alcanzar una mejor resolución en nuestras soluciones y, eventualmente, poder establecer un rango de validez para nuestras soluciones. También, implementaremos modelos para el ajuste de espectros de sistemas cataclísmicos con disco de acreción. Además, buscaremos reducir aún más el tiempo de ejecución del programa reduciendo el número de bandas donde se haga el test  $\chi^2$ , de tal manera que pueda usarse como detector de este tipo de sistemas, es decir, ejecutar el programa en un grupo de espectros de objetos estelares y detectar cuales de ellos podrían ser candidatos a pertenecer a un sistema binario con una enana blanca y una enana roja.

En fotometría, incorporaremos más datos observacionales, ya sea realizando nuevas campañas de observación en el OAUNI o buscando en bases de datos de otros observatorios, como por ejemplo el *Transiting Exoplanet Survey Satellite* (TESS)<sup>9</sup>, para que los programas de cálculo de periodo orbital brinden mejores resultados. Asimismo, con curvas de luz de mayores tiempos de observación sería posible analizar la periodicidad de las oscilaciones pequeñas de flujo (del orden de  $10^{-1} mag$ ) que se pueden observar en las curvas de luz de los sistemas cataclísmicos V893 Sco, EI Psc

---

<sup>9</sup> <https://tess.mit.edu/science/>

y V701 Tau (figuras 5.4, 5.7 y 5.11, respectivamente). En tal sentido, el trabajo de Bruch, 2022, muestra la relevancia de largos periodos de observación para el análisis mediante espectro de potencias para encontrar periodicidad; Georgiev *et al.*, 2012, muestra resultados coherentes con trabajos previos mediante análisis fractal a curvas de luz y Bak *et al.*, 1989, indica que la fractalidad se origina en procesos críticamente auto-organizados (*Self-Organized Criticality*, SOC), por lo que un análisis de curvas de luz de variables cataclísmicas bajo el enfoque SOC sería un trabajo interesante y novedoso.

# Bibliografía

- [1] Abdurro'uf *et al.*, ApJS, sometido (arXiv:2112.02026).
- [2] Abolfathi B. *et al.*, 2018, ApJS, 235, 42.
- [3] Bailer-Jones C. A. L. *et al.*, 2018, AJ, 156, 58.
- [4] Bak, P., Chen, K. 1989, Physica D, 38, 5.
- [5] Beuermann, K., Baraffe, I., Kolb, U., Weichhold, M. 1998, A&A, 339, 518.
- [6] Blanton, M. R. *et al.*, 2017, AJ, 154:28 (35pp).
- [7] Bochanski J., West A., Hawley L., Kevin R. Covey. 2007, The Astronomical Journal, 133:531-544.
- [8] Bruch A. 2022, MNRAS, 514, 4718.
- [9] Copperwheat, C. M., Marsh, T. R., Dhillon, V. S., et al. 2010, MNRAS, 402, 1824.
- [10] Cori W. Implementación del Observatorio Astronómico de la Universidad Nacional de Ingeniería. Tesis de maestría en Ciencias con Mención en Física. Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Ingeniería, 2016. <http://cybertesis.uni.edu.pe/handle/uni/3932>
- [11] Cori, W. & Tello J. C. 2018 J. Phys.: Conf. Ser. 1143 012010
- [12] Gaia Collaboration *et al.*, 2016, A&A, 595, A1.

- [13] Gaia Collaboration *et al.*, 2018b, A&A, 616, A10
- [14] Gänsicke, B. T., Beuermann, K., de Martino, D. 1995, A&A, 303,127.
- [15] Gänsicke, B. T., *et al.*. 2004. A&A 418, 265–270.
- [16] Georgiev Ts., *et al.* 2012, Bulgarian Astronomical Journal, 18(2), 36.
- [17] Hawley S. L., *et al.* 2002, AJ, 123, 3409
- [18] Hellier C. Cataclysmic Variable Stars - How and Why they Vary. Springer Praxis Books, 2001.
- [19] Jordi C. *et al.* 2010, Gaia broad band photometry. A&A 523, A48.
- [20] Kirkpatrick *et al.* 1991, ApJS, 77, 417.
- [21] Koester D., 2010, *Memorie della Societa Astronomica Italiana*, 81, 921-931.
- [22] Lawrence, A., Warren, S. J., Almaini, O., *et al.* 2007, MNRAS, 379, 1599.
- [23] Lépine S., Rich R. & Shara M., 2003, AJ, 125, 1598.
- [24] Manser C. J. & Gänsicke B. T., 2014, MNRASL, 442, L23-L27
- [25] Matsumoto *et al.* Astron. Astrophys. 363, 1029-1039 (2000).
- [26] Morgan D. P., 2017, Boston University, PhD Thesis.
- [27] Morrissey, P., Conrow, T., Barlow, T. A., *et al.* 2007, ApJS, 173, 682.
- [28] Nebot Gómez-Morán A. *et al.*, 2011, A&A, 536, A43.
- [29] Paczynski B., Szczygie D. M., Pilecki B., Pojmanski G., 2006. Eclipsing binaries in the All Sky Automated Survey catalogue. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 368, Número 3, páginas 1311-1318.
- [30] Postnov, K. A. & Yungelson L. R.. 2014, Living Rev. Relativity, 17, 3.

- [31] Pretorius, M. L. *et al.*, 2006, Mon. Not. R. Astron. Soc. 368, 361-370.
- [32] Rebassa-Mansergas, A., Gänsicke, B. T., Rodríguez-Gil, P., Schreiber, M. R., Koester, D. 2007, MNRAS, 382, 1377.
- [33] Rebassa-Mansergas A. *et al.*, 2012a, MNRAS, 419, 806R.
- [34] Rebassa-Mansergas A. *et al.*, 2012b, MNRAS, 423, 320.
- [35] Reid I. N., Hawley S. L., & Gizis J. E. 1995, AJ, 110, 1838.
- [36] Ritter H. & Kolb U. 2003, A&A, 404, 301 (update RKcat7.24, 2016).
- [37] Rodríguez-Gil P. *et al.* 2015, MNRAS, 452, 146-157.
- [38] Rosenthal L. J. *et al.* 2018, ApJ, 869 7.
- [39] Sánchez-Blázquez P., 2006, MNRAS, 371, 703.
- [40] Schlegel, D. J., Finkbeiner, D. P., Davis, M. 1998, ApJ, 500, 525.
- [41] Schwaab M. & Pinto J. C. Análise de Dados Experimentais - Volume I. E-papers Servicos Editoriais Ltda., Rio de Janeiro 2007.
- [42] Shears J. & Boyd D. 2007, British Astronomical Association, 117, 1, 25-27.
- [43] Sistema de alerta del proyecto Gaia. <http://gsaweb.ast.cam.ac.uk/alerts>.
- [44] Smith, R. Cataclysmic variables. Apuntes del curso de Astrofísica de University of Sussex, UK 2006.
- [45] Southworth J. *et al.*, 2006, MNRAS, 373, 687-699.
- [46] Southworth J., Copperwheat C. M., Gänsicke B. T., and Pyrzas S. 2010. A&A 510, A100.
- [47] Stellingwerf R. F., 1978, ApJ, 224, 953.



- [48] Szkody P. *et al.*, 2002, AJ, 123, 430.
- [49] Tremblay P. E. & Bergeron P., 2009, ApJ, 696, 1755.
- [50] Tremblay P. E, 2015, comunicación privada con Koester D.
- [51] van den Besselaar E. J. M., 2005, A&A, 434, L13–L16.
- [52] Wall J. V. & Jenkins C. R. Practical Statistics for Astronomers. Cambridge University Press, 2003.
- [53] Warner B. Cataclysmic Variable Stars. Cambridge University Press, 1995.
- [54] Wood J., Horne K., Berriman G., *et al.* 1986, MNRAS, 219, 629.
- [55] York, D. G., Adelman, J., Anderson, J. E., Jr., *et al.* 2000, AJ, 120, 1579.