

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA  
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**



**INCREMENTO DE LA CAPACIDAD DE COLUMNAS DE  
CONCRETO CON LA ADICIÓN DE CONFINAMIENTO  
EXTERNO CON MANTAS DE FIBRA DE CARBONO**

**INFORME DE SUFICIENCIA**

**Para optar el Título Profesional de:**

**INGENIERO CIVIL**

**JOSÉ JULIO FLORES BALDEÓN**

**Lima - Perú**

**2015**

## ÍNDICE

<b>RESUMEN.....</b>	<b>3</b>
<b>LISTA DE CUADROS.....</b>	<b>4</b>
<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>5</b>
<b>LISTA DE SIGLAS.....</b>	<b>8</b>
<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>9</b>
<b>CAPÍTULO I: DESCRIPCIÓN DE LOS MATERIALES.....</b>	<b>11</b>
1.1 Fibras de carbono.....	11
1.1.1 Propiedades y guías de selección del tipo de fibra.....	12
1.1.2 Guías de selección del tipo de fibra.....	13
1.2 Concreto armado.....	15
1.2.1 Cemento.....	15
1.2.2 Acero de refuerzo.....	17
<b>CAPÍTULO II: DETERMINACIÓN DE LA CAPACIDAD DE COLUMNAS DE CONCRETO ARMADO.....</b>	<b>20</b>
2.1 Columnas.....	20
2.1.1 Columnas Cortas Cargadas Axialmente.....	21
2.1.2 Análisis de columnas cortas sometidas a flexo-compresión.....	22
2.1.3 Diseño de columnas cortas de concreto armado.....	30
2.1.4 Columnas Esbeltas de Concreto Armado.....	31
<b>CAPÍTULO III: MODELOS MATEMATICOS PARA EL CONFINAMIENTO EXTERNO DE COLUMNAS CON FRP.....</b>	<b>34</b>
3.1 Desarrollo de los FRP.....	34
3.2 Refuerzo y confinamiento.....	35
3.3 Refuerzo por FRP de columnas de sección rectangular.....	36
3.4 Modelos de análisis y diseño de refuerzos por FRP.....	37
3.4.1 Introducción.....	37
3.4.2 Modelo para concreto Confinado.....	39
3.4.3 Modelos para Concreto reforzado con fibra de carbono.....	45

---

<b>CAPÍTULO IV: DETERMINACIÓN DE LA CAPACIDAD DE COLUMNAS REFORZADAS CON MANTAS DE FIBRAS DE CARBONO.....</b>	<b>49</b>
4.1 Relevancia del trabajo.....	49
4.2. Etapa de análisis.....	50
4.2.1 Detalles del estudio.....	50
4.2.2 Procedimiento de diseño de las secciones rectangulares sobrerreforzadas.....	50
4.2.3 Ecuación de diseño propuesta para la carga axial nominal.....	72
<b>CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....</b>	<b>74</b>
BLOGRAFIA.....	77
ANEXOS .....	79

## RESUMEN

El presente Informe de Suficiencia presenta los resultados de un estudio teórico del comportamiento de elementos de concreto armado reforzados con fibra de carbono. El análisis se realiza utilizando resistencias a la compresión del concreto de  $f'c=210$ ; 280 y 350 kg/cm<sup>2</sup>. En todos los casos se evalúa el comportamiento con la curva de esfuerzo – deformación propuesta por Kent y Park (1978). Posteriormente se analiza el comportamiento de la sección reforzada con varias capas de fibra de carbono con la curva de esfuerzo – deformación propuesta por Liam y Teng, publicada por la Deutscher Ausschuss für Stahlbeton DAfStb (German Committee for Structural Concrete).

Se hace mención del cálculo de la curva de esfuerzo deformación con un ejemplo (Ver Anexo 01) del cálculo de la curva de interacción y de momento – curvatura para una resistencia del concreto dada.

El capítulo III se refiere a los principales modelos de confinamiento aplicados a una sección con FRP; de estas metodologías el modelo a usar es el de Liam y Teng comentado y aplicado en el DAfStb, que se va a usar como guía para la construcción de las gráficas de momento – curvatura y de interacción.

En el capítulo IV se menciona la teoría aplicada y los resultados obtenidos con los cuales muestra que el punto de flexión pura de la curva de iteración de una sección con y sin refuerzo con fibra de carbono no varía o duplica su valor si no que el incremento es mínimo; también se muestra mejoras en la ductilidad de la sección con la adición de varias capas de fibra de carbono.

La adición de fibra de carbono adherida externamente a una columna funciona como un confinamiento pasivo el cual comienza cuando el concreto empieza a fisurarse, esto quiere decir que el concreto antes del inicio de la fisuración se comporta como un concreto sin reforzar.

El reforzamiento de columnas, ya sea calculado con la metodología DAfStb, o la del ACI 440 prevé el uso de un número de capas mínimo o de activación del reforzamiento. El incremento generado con el reforzamiento es menor a medida que se incrementa la resistencia del concreto; de por si es muy útil en concreto de bajas resistencias.

## LISTA DE CUADROS

	Pág.
Cuadro N°01: Guía para la selección de la fibra utilizando sistemas Sika Carbodur	04
Cuadro N°02: Peso y diámetro de varillas de acero Grado 60	07
Cuadro N°03: Valores de # de capas para diferentes $f'c$	53
Cuadro N°04: . Valores de $\varphi$ para $f'c=210\text{kg/cm}^2$ , con $\varnothing 5/8$ "	58
Cuadro N°05: Valores de $\varphi$ para $f'c=210\text{kg/cm}^2$ , con $\varnothing 1$ "	58
Cuadro N°06: Valores de $\varphi$ para $f'c=280\text{kg/cm}$ , con $\varnothing 5/8$ "	59
Cuadro N°07: Valores # de capas mínimo, código alemán DafStb Guideline	64
Cuadro N°08: Valores # de capas mínimo, código ACI 440	65
Cuadro N°09: Valores obtenidos para el trazado de grafica momento – curvatura, parte 1	71
Cuadro N°10: Valores obtenidos para el trazado de grafica momento – curvatura, parte 2	71



Figura N°19: Distintas curvas para un determinado concreto con las características	55
Figura N°20: Distintas curvas para un determinado concreto con las características	55
Figura N°21: Curva de iteración para diferentes cuantías de acero vertical, $f'c=210\text{kg/cm}^2$	56
Figura N°22: Curva de iteración para diferentes cuantías de acero vertical, $f'c=280\text{kg/cm}$	56
Figura N°23: Curva de iteración para una $\epsilon = 0.003$ del concreto	58
Figura N°24: Curva de iteración para deformación de última	59
Figura N°25: Esfuerzo - deformación del acero en tensión y compresión	60
Figura N°26: Esfuerzo- deformación real del acero en tensión y compresión a usar en el análisis..	60
Figura N°27: Esfuerzo – deformación del concreto sobrerreforzado	61
Figura N°28: Esfuerzo- deformación real del concreto sobrerreforzado	61
Figura N°29: Sección con deformaciones, esfuerzo y distribución de fuerzas, columna	61
Figura N°30: Variación de curva momento - curvatura por influencia de la carga axial	66
Figura N°31: Momento – curvatura, usando curva de esfuerzo deformación con Kenty Park Modificado y la curva esfuerzo deformación con refuerzo de FRP	66
Figura N°32: Relación teórica de momento – curvatura de concreto sobrerreforzado	68
Figura N°33: Momento – curvatura, en concreto sin reforzar, reforzado y sobrerreforzado, $f'c=245\text{kg/cm}^2$	68

---

Figura N°34: Relación teórica de momento – curvatura de concreto $f'c=245 \text{ kg/cm}^2$ sobrerreforzado	69
Figura N°35: Relación teórica de momento – curvatura con varias	71
Figura N°36: Momento – curvatura con 1 capas de fibra de carbono Vs incremento de $f'c$ .	71
Figura N°37: Curva de iteración con deformación de última de sección sobrerreforzada	73

## LISTA DE SÍMBOLOS Y DE SIGLAS

- $k$ : Factor de longitud efectiva que puede ser estimado empleando los monogramas de Jackson & Moreland
- $l_u$ : Longitud libre de la columna
- $r$ : Radio de giro de la sección
- $M_1$ : Menor momento amplificado en el extremo de la columna.
- $M_2$ : Mayor momento amplificado en el extremo de la columna
- D: Diámetro equivalente de la columna de concreto
- Dc: Diámetro del área del núcleo de la columna confinada por refuerzo de acero
- $E_{jt}$ : Rigidez relativa del refuerzo de confinamiento de la fibra de carbono
- $f_{cc}$ : Esfuerzo de compresión admisible en el concreto confinado en la falla del material de refuerzo de fibra
- $f_{wy}$ : Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo
- $S_w$ : Espaciado de estribos de la columna
- $\Delta p$ : Variación en la compresión transversal
- $\epsilon_c$ : Deformación por el esfuerzo de compresión en el concreto confinado.
- $\epsilon_{cu}$ : Deformación longitudinal del concreto confinado en la falla del material reforzado con fibras
- $\sigma_c$ : Esfuerzo de compresión del concreto sin confinar
- Ec: Módulo tangente del concreto sin confinar sujeto a compresión axial
- E2: Pendiente de la línea recta
- $f_c^*$ : Punto en el eje de esfuerzos "y" que proyecta la intersección del tramo recto y la curva

## INTRODUCCIÓN

En los últimos años, se ha producido un gran incremento de la población en las ciudades. Este crecimiento ha llevado a que las construcciones actuales sufran modificaciones las cuales son principalmente el incremento del número de pisos, así como el cambio de uso y adaptación a la nueva normativa existente. Este genera que las estructuras deben ser, en muchos casos, reforzadas.

El reforzamiento en vigas se puede hacer externo con fibras de carbono. Esto genera un incremento de la capacidad a flexión y corte. Esta solución ha permitido que los elementos estructurales tipo viga sean reforzados a través de la adición externa de platinas o mantas de fibras de carbono para soportar mayores cargas.

Se debe generar el reforzamiento externo de columnas de concreto a través de un confinamiento pasivo o activo con mantas de fibra de carbono con la cual se tendrá un incremento de la resistencia o capacidad axial de las columnas. Esta consideración ha sido comprobada en diversas partes del mundo. Algunos códigos de diseño son: Código alemán: "DEUTSCHER AUSSCHUSS FÜR STAHLBETON (GERMAN COMMITTEE FOR REINFORCED CONCRETE)", y el "ACI 4402r-08 GUIDE FOR THE DESIGN AND CONSTRUCTION OF EXTERNALLY BONDED FRP SYSTEMS FOR STRENGTHENING CONCRETE STRUCTURES".

El cambio de uso y los cambios en las normas de diseño con el devenir del tiempo, entre otros, obligan en algunas ocasiones a reforzar o aumentar la capacidad de los elementos estructurales en los edificios. La necesidad de adecuar las estructura a cambios de uso o adecuación a las nuevas normativas, han obligado a la búsqueda de nuevos materiales que sean capaces de soportar las nuevas demandas. En ese sentido, las fibras de carbono se muestran como una alternativa atractiva de reforzamiento en elementos estructurales de concreto debido a su fácil instalación, bajo costo de mano de obra, pero principalmente por aumentar la capacidad de los elementos estructurales.

### **Objetivo General:**

Los objetivos a alcanzar en la presente tesina son:

- Analizar el comportamiento teórico, el aumento de la capacidad de columnas de concreto armado mediante la adición de confinamiento externo con mantas de fibra de carbono.

### **Objetivos Específicos:**

- Analizar y comprender, como la adición de nuevo confinamiento externo con mantas de fibra de carbono sobre una columna de concreto armado existente aumenta la capacidad en flexocompresión y su ductilidad.
- Revisar y comentar lo estipulado en algunos códigos sobre el reforzamiento con la adición de refuerzo externo con mantas de fibras de carbono.

## **CAPÍTULO I: DESCRIPCIÓN DE LOS MATERIALES**

En este capítulo se hace mención a los principales materiales a usar para la sección reforzada, la cual consiste en una sección con cuantía de acero vertical y de estribos; adicionalmente se coloca externamente la fibra de carbono (FRP).

### **1.1 Fibras de carbono**

En respuesta a la creciente necesidad de reparar o rehabilitar las estructuras de concreto armado, ha surgido una nueva tecnología de reforzamiento estructural. Los desarrollos actuales de las técnicas de producción para Polímeros Reforzados con Fibras de Carbono (CFRP) han progresado a tal nivel que estos una vez denominados como materiales “de la edad del espacio” son ya utilizados para la industria de la construcción dada la relación costo - beneficio. Los ahorros de mano de obra inherentes con su bajo peso, lo que facilita su instalación, y su alta resistencia, lo que reduce el área de refuerzo, hacen del CFRP una alternativa atractiva con respecto a las platinas de acero para el reforzamiento de estructuras.

La adhesión de platinas de acero ha sido una herramienta para la industria de reparación del concreto en las últimas décadas. Sin embargo, el alto costo de instalación de las platinas, usualmente pesadas, las dificultades con el traslapeo de las platinas, y lo relacionado con la corrosión de las platinas de acero, han limitado el uso de esa técnica.

Los principios para la adhesión externa de platinas o tejidos CFRP a las estructuras de concreto son muy similares a los principios utilizados en la aplicación de platinas de acero adheridas. En general, la resistencia a flexión, a fuerza del elemento es incrementada por las aplicaciones externas del material que trabaja a la tensión. El reforzamiento externo con CFRP es adecuado para varias aplicaciones estructurales, entre ellas:

- Aumento de capacidad debido a algún cambio en el uso.
- Confinamiento pasivo para aumentar la resistencia sísmica.
- Control y reparación de fisuras.
- Reforzamiento alrededor de las nuevas aberturas en las placas.

El uso de CFRP para el reforzamiento estructural tiene un corto historial y son necesarias pruebas de laboratorio adicionales, así como soporte con datos analíticos, para ampliar su uso. En consecuencia, el uso de CFRP en reforzamiento estructural y aplicaciones de rehabilitación debe ser llevado a cabo con precaución y con el juicio de un ingeniero competente. CFRP no debe ser usado en las siguientes situaciones:

- La condición del substrato es desconocida o está muy deteriorado.
- Existe una corrosión sustancial en curso en el acero de refuerzo interno.
- No existe acero de refuerzo suave para proporcionar comportamiento dúctil.

Los materiales FRP registran propiedades mecánicas reducidas después de la exposición a ciertos factores ambientales incluyendo temperatura, humedad y exposición química. La exposición ambiental, duración de la exposición, tipo de resina y formulación, tipo de fibra, y método de curado de la resina son algunos de los factores que influyen el monto de la reducción en las propiedades mecánicas. Las propiedades a tensión reportadas por los fabricantes están basadas en ensayos realizados en condiciones de laboratorio y no reflejan los efectos de exposición ambiental. Estas propiedades deben ser ajustadas para tener en cuenta el ambiente de servicio al cual el sistema FRP puede ser expuesto durante su vida de servicio.

### 1.1.1 Propiedades y guías de selección del tipo de fibra Sika Carbodur

Sistema de reforzamiento de alto desempeño para concreto armado. Sistema de dos componentes: Adhesivo Sikadur-30 para la unión del reforzamiento y platina Sika Carbodur.

- **Platinas Sika Carbodur**

- Base: Fibras de carbono en matriz epóxica
- Color: Negro
- Contenido de fibras en volumen: > 68%
- Resistencia a temperatura: > 150°C

### 1.1.2 Guías de selección del Tipo de Fibra

Las fibras solas presentan buenas características de durabilidad a largo plazo, pero son todavía afectadas directa o indirectamente por la humedad; los ciclos de temperatura, exposición a químicos y exposición UV.

El refuerzo a flexión está controlado por el módulo de rigidez del material, ya que el refuerzo en general se da en grandes luces con la necesidad de limitar las deformaciones. Por esta razón para el refuerzo a flexión se recomienda el uso de fibras de carbono por su alto módulo de rigidez comparado con otros tipos de fibras y su bajo peso.

El cuadro que se presenta a continuación proporciona algunas guías básicas para la selección de la fibra de acuerdo con el uso y la exposición ambiental.

Las recomendaciones también se basan en consideraciones económicas una vez la idoneidad de la fibra es tomada en consideración. El carbono puede siempre ser sustituido por vidrio; lo contrario no es cierto.

**Cuadro N°01: Guía para la selección de la fibra utilizando sistemas Sika Carbodur**

CONDICION		Fibra de Carbono	Fibra de Vidrio
Carga pasiva	Tejidos adicionales como soporte estructural auxiliar		X
Carga activa	Estructura primaria, esfuerzo menor al 25% (Ultimate tension strength - resistencia ultima a la tension)		X
Carga activa	Estructura primaria, entre el 25% y el 80% UTS	X	
Bajo agua	Completamente sumergido o mojado constantemente	X	
Bajo agua	Zona de salpicaduras	X	
Aplicaciones regidas por resistencia			X
Aplicaciones regidas por rigidez		X	
Bajo tierra	Condiciones de humedad ciclica; seco y mojado		X
Conductibilidad electrica / problema con celdas galvanicas			X
Concreto joven - aplicacio interna o externa		X	
Condiciones alcalinas extremas; pH 9.5 - 13.5		X	
Condiciones acidas extremas; pH 2.0 a 7.0			X
Bajos esfuerzos, alto ciclo de fatiga			X
Altos esfuerzos, alto ciclo de fatiga		X	
Altos esfuerzos de compresion		X	

Fuente: Carlos Aire Untiveros, "Estudio Experimental del Comportamiento del Hormigón Confinado Sometido a Compresión"

Cabe señalar que en el cuadro anterior se muestra una comparación entre fibras de vidrio y de carbono; la fibra de vidrio no será abordada en este Informe de Suficiencia.

**Resina Epoxi (matriz):** Las resinas epoxi son consideraras como el mejor material matriz para el uso con Sika Wrap, debido a su resistencia superior, propiedades adhesivas, resistencia a la fatiga, resistencia química y baja retracción. El factor determinante en la durabilidad CFRP a largo plazo es la habilidad de la resina para mantener las propiedades del material a lo largo de la vida de servicio de la rehabilitación.

**Imprimante y/o adhesivo:** El imprimante es usado como adhesivo para unir los compuestos del Sika Wrap al elemento estructural y para sellar el substrato previniendo la pérdida del epoxi desde el tejido saturado. Es frecuente un epoxi básico como se describe arriba, mostrando las mismas buenas características de durabilidad como el epoxi matriz. La calidad del imprimante y/o adhesivos es crítica porque es responsable de la transferencia de varios esfuerzos entre los compuestos Sika Carbodur y el concreto.

## 1.2 Concreto armado

El concreto es un material compuesto muy empleado en construcción, formado esencialmente por un aglomerante al que se añaden partículas o fragmentos de un agregado (arena y piedra), agua y aditivos específicos.

El aglomerante es en la mayoría de las ocasiones cemento (generalmente cemento Portland) mezclado con una proporción adecuada de agua para que se produzca una reacción de hidratación. Las partículas de agregados, dependiendo fundamentalmente de su diámetro medio, son los áridos (que se clasifican en grava y arena). La sola mezcla de cemento con arena y agua (sin la participación de un agregado) se denomina mortero. Existe concreto que se producen con otros conglomerantes que no son cemento, como el concreto asfáltico que utiliza betún para realizar la mezcla.

### 1.2.1 Cemento

El cemento es un material pulverulento que por sí mismo no es aglomerante, y que mezclado con agua, al hidratarse se convierte en una pasta moldeable con propiedades adherentes, que en pocas horas fragua y se endurece tornándose en un material de consistencia pétreo. El cemento consiste esencialmente en silicato cálcico hidratado (S-C-H) Este compuesto es el principal responsable de sus características adhesivas. Se denomina cemento hidráulico cuando el cemento, resultante de su hidratación, es estable en condiciones de entorno acuosas. Para poder modificar algunas de sus características o comportamiento, se añaden aditivos (en cantidades inferiores al 1% de la masa total del concreto),

existiendo una gran variedad de ellos: colorantes, aceleradores, retardadores de fraguado, fluidificantes, impermeabilizantes, fibras, etc.

### Esfuerzos de Compresión uniaxial en el concreto

La resistencia a compresión del concreto se obtiene del ensayo de probetas de 12" de altura por 6" de diámetro. Las probetas se cargan longitudinalmente a una tasa lenta de deformación para alcanzar la deformación máxima en 2 o 3 minutos. La curva esfuerzo-deformación se obtiene de este ensayo, en el cual se relaciona la fuerza de compresión por unidad de área versus el acortamiento por unidad de longitud.

El modelo tensión-deformación adoptado por Mander<sup>1</sup> se basa en las ecuaciones sugeridas por Popovics (1973), como se muestra en la siguiente figura.

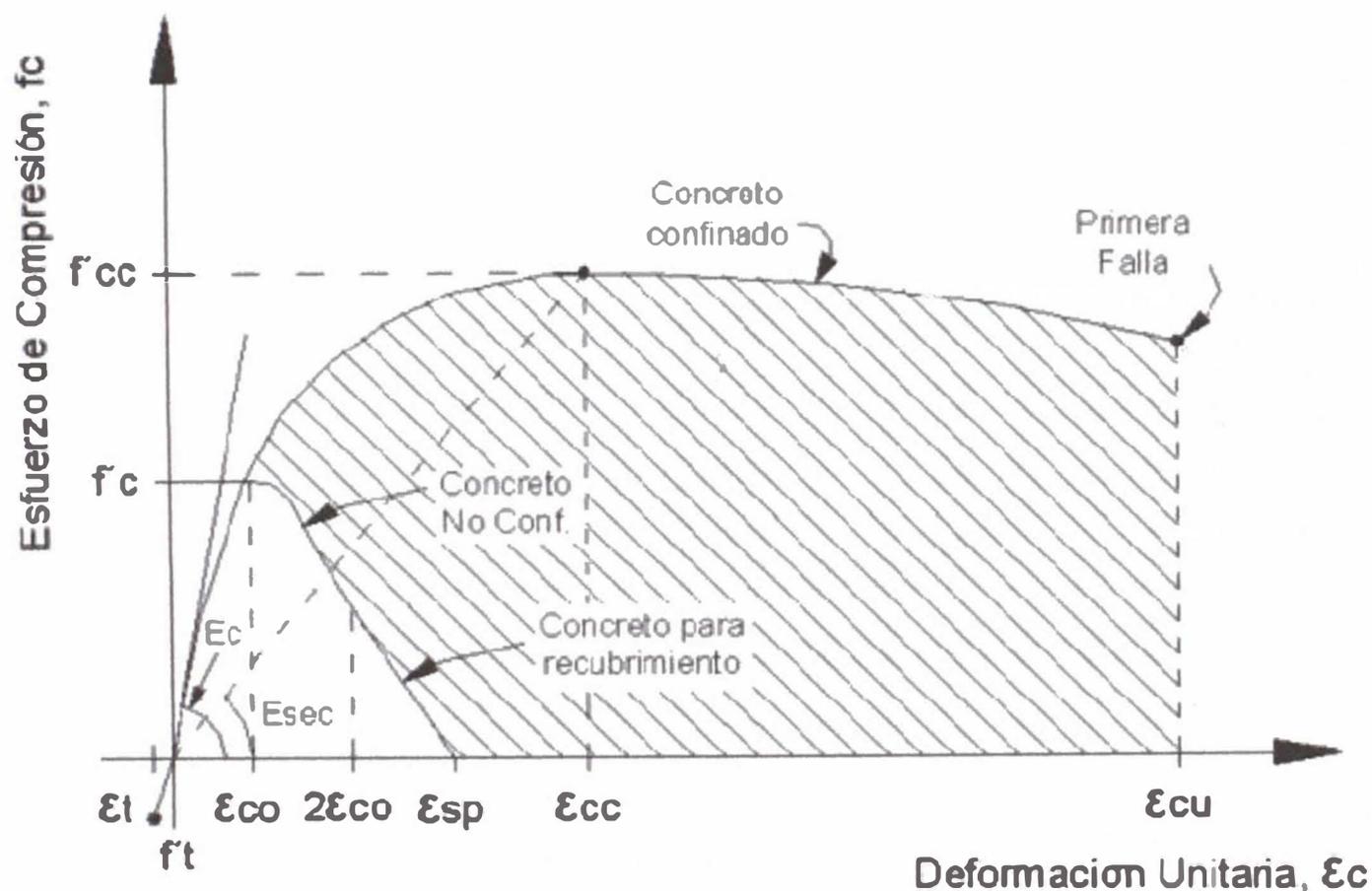


Figura N°1. Curva esfuerzo deformación propuesta por Mander

<sup>1</sup> El modelo propuesto por Mander (1988) para concreto confinado se basa en resultados experimentales de columnas de concreto reforzado, y en una expresión sugerida por Popovics (1973), este modelo es aplicable para elementos de distintas secciones transversales y de diferente nivel de confinamiento.

Se observa de la gráfica que el concreto no es un material de comportamiento lineal; sin embargo, se puede considerar una porción de recta hasta aproximadamente el 40% de la carga máxima. Además, el colapso se produce comúnmente a una carga menor que la máxima.

### 1.2.2 Acero de refuerzo

El acero de refuerzo en el concreto armado está conformado por varillas de sección redonda, las cuales tienen corrugaciones cuyo fin es restringir el movimiento longitudinal de la varilla relativa al concreto que las rodea. A continuación se da un tabla con varillas de producción común en nuestro medio.

Tabla 2: Peso y diámetro de varillas de acero Grado 60

Barra num.	Diámetro		Peso kg/m	Área cm <sup>2</sup>	Perímetro cm
	pulg.	cm			
3	3/8	0.95	0.559	0.71	2.99
4	1/2	1.27	0.993	1.27	3.99
5	5/8	1.59	1.552	1.98	4.99
6	3/4	1.91	2.235	2.85	5.98
7	7/8	2.22	3.042	3.88	6.98
8	1	2.54	3.973	5.07	7.98
9	1 1/8	2.86	5.028	6.41	8.98
10	1 1/4	3.18	6.207	7.92	9.97
11	1 3/8	3.49	7.511	9.58	10.97
12	1 1/2	3.81	8.938	11.40	11.97

Fuente: Manual de la Construcción - ICG, Agenda Técnica ICG 2014, Décimo Tercera Edición 2014, Lima, Perú, 2014

Generalmente el tipo de acero se caracteriza por el límite o esfuerzo de fluencia. Entre estos tipos tenemos los de grado 40, 50, 60, que corresponden a los límites de fluencia de 2800, 3500 y 4200 kg/cm<sup>2</sup>.

Las curvas esfuerzo deformación del acero muestran una porción inicial elástica lineal, una plataforma de fluencia (es decir donde la deformación continua sin aumento del esfuerzo (esfuerzo de fluencia), una región de endurecimiento por

deformación, y finalmente una zona donde el esfuerzo decae hasta ocurrir la fractura.

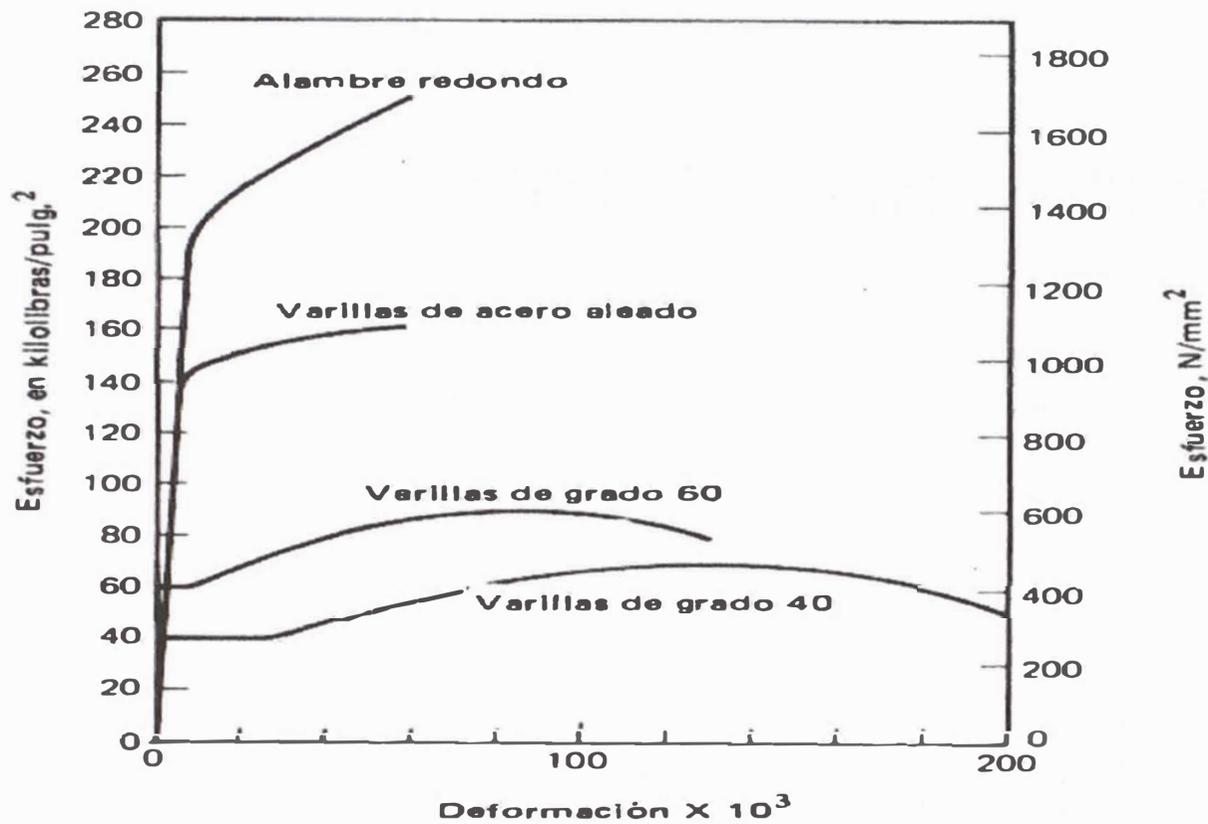


Figura 2. Idealización de la curva esfuerzo - deformación para el acero en tensión o compresión

#### a) Módulo de elasticidad del acero

El módulo de elasticidad del acero está dado por la pendiente de la porción elástica lineal de la curva esfuerzo - deformación. El valor del módulo de elasticidad de los distintos tipos de acero cambia muy poco y generalmente se toma igual  $2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

#### b) Confinamiento del concreto por el refuerzo

En la práctica, se confina al concreto mediante refuerzo transversal por estribos (zunchos y/o aros rectangulares de acero). El concreto queda confinado cuando a esfuerzos que se aproximan a la resistencia uniaxial  $f'_c$ , las deformaciones transversales se hacen muy elevadas debido al agrietamiento interno progresivo y el concreto se apoya contra el refuerzo transversal, el que entonces aplica una reacción de confinamiento al concreto. El refuerzo transversal proporciona confinamiento pasivo. Las pruebas realizadas por investigadores han demostrado que el confinamiento por el refuerzo transversal puede mejorar considerablemente las características esfuerzo-deformación del concreto a deformación del concreto a deformaciones elevadas; además se ha demostrado que los zunchos confinan al concreto con mayor eficiencia que los estribos.

El concreto no está confinado fuera del área del refuerzo transversal, y se puede esperar que este concreto de recubrimiento tenga características esfuerzo-deformación distintas a las del concreto dentro del núcleo. El recubrimiento generalmente comienza a desprenderse cuando se alcanza la resistencia no confinada, especialmente si la cuantía del acero transversal es elevada debido a la presencia de un gran número de varillas transversales, lo que crea un plano de debilidad entre el núcleo y el recubrimiento, facilitando el desprendimiento.

## CAPITULO II: DETERMINACIÓN DE LA CAPACIDAD DE COLUMNAS DE CONCRETO ARMADO

### 2.1 Columnas

El término columna tiene su origen en el latín. Proviene de columna, columnae, que tiene idéntico significado que en español, agregando también el de apoyo, sostén. Este vocablo está formado con un sufijo arcaico -umnus / -umna que algunos estudiosos consideran de posible origen etrusco, agregado a la raíz de origen indoeuropeo kel cuyo concepto es prominente, cumbre.

Es un elemento estructural que trabaja en compresión, pero debido a su ubicación en el sistema estructural deberá soportar también solicitaciones de flexión, corte y torsión.

Para dimensionar correctamente una columna son necesarias las siguientes especificaciones:

- a) Las columnas deben dimensionarse conforme a todos los momentos flectores relacionados con una condición de carga.
- b) En el caso de columnas situadas en esquina y de otras cargadas en forma desigual en lados opuestos de direcciones perpendiculares, deben tomarse en consideración los momentos flectores biaxiales.
- c) Es necesario dimensionar todas las columnas para por lo menos una excentricidad  $0.6 + 0.03h$  donde  $h$  es el peralte del elemento y para cargas axiales máximas no superiores a  $0.80 P_o$  cuando las columnas son con estribos o de  $0.85P_o$  cuando llevan refuerzo en espiral o helicoidal.
- d) La cuantía mínima de refuerzo longitudinal (respecto al área transversal total de la columna,  $A_g$ ) es 0.01. La cuantía máxima es de 0.06. Sin embargo, en el caso de columnas cuya área seccional sea mayor que la exigida por las cargas puede usarse un valor más pequeño para  $A_g$ , aunque nunca inferior a la mitad del área bruta de dichas columnas, para calcular la capacidad de carga y el área mínima de varillas longitudinales. Esta excepción permite reutilizar encofrados

para columnas más grandes de lo necesario y permite que el área de las varillas longitudinales sean apenas 0.005 veces el área real de la columna. Deberán utilizarse por lo menos cuatro varillas longitudinales en los arreglos rectangulares del refuerzo y seis en los circulares.

En la siguiente gráfica se presenta el diagrama fuerza axial vs acortamiento en su plano axial cuando esta sometido a compresión pura la columna. Los máximos se presentan cuando empieza a agrietarse el recubrimiento por fuera de los estribos, después la capacidad resistente del núcleo se reduce.

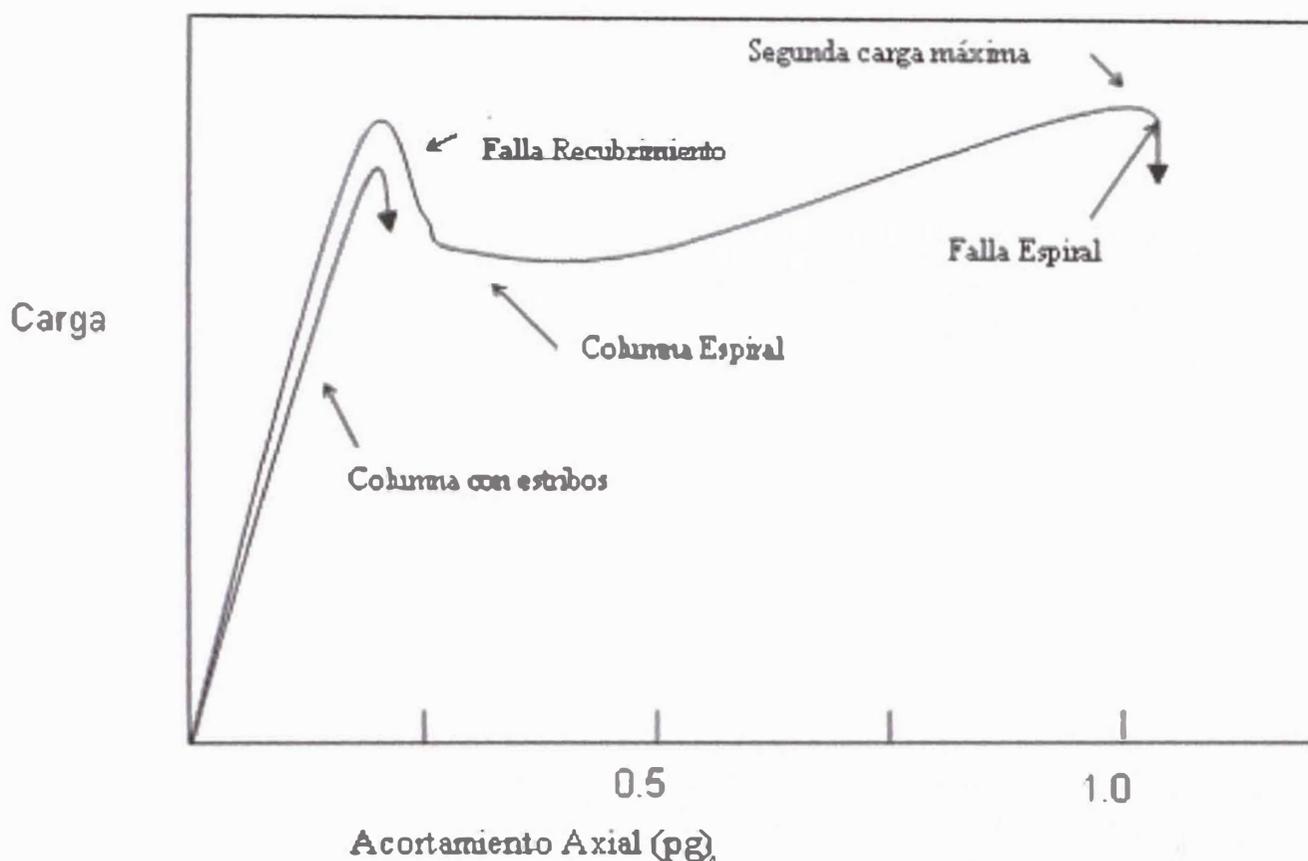


Figura 3. Curva esfuerzo deformación idealizada para una columna

### 2.1.1 Columnas Cortas Cargadas Axialmente

La resistencia de columnas cortas de concreto armado sometidas a compresión pura está dada por la expresión:

$$P_n = A_{st} \times f_y + (A_g - A_{st}) f'_c \quad 1-1$$

Sin embargo, el código ACI reconoce que no existe una columna real sometida a carga axial con excentricidad nula. En versiones anteriores, 1963 y 1971, se definieron excentricidades accidentales o excentricidades mínimas que debían ser consideradas en el diseño de cualquier columna para tomar en cuenta este efecto. A partir de 1977, el concepto de excentricidad accidental se suprimió y se

reemplazó por otro mecanismo cuyo objetivo también era tomar en cuenta el hecho que no existen columnas con carga axial totalmente centrada. Este consistía en reducir la resistencia definida por la ecuación 1-1, transformándola en:

Si el refuerzo está constituido por espirales:

$$P_n = 0.85 \left[ A_{st} \times f_y + 0.85 \times (A_g - A_{st}) f'_c \right] \quad 1-2$$

Si el refuerzo está constituido por estribos:

$$P_n = 0.85 \left[ A_{st} \times f_y + 0.80 \times (A_g - A_{st}) f'_c \right] \quad 1-3$$

Dónde:

$A_g$  : Área de la sección bruta de la sección de concreto

$A_{st}$  : Área del refuerzo de la sección

Los factores 0.85 y 0.80 son equivalentes a excentricidades de aproximadamente, 5% y 10% del lado para columnas con espiral y con estribos, respectivamente.

Los valores de  $P_u$  no podrán ser mayores que  $\phi P_n$  tanto para columnas sometidas a compresión pura como para columnas a flexo-compresión.

### 2.1.2 ANÁLISIS DE COLUMNAS CORTAS SOMETIDAS A FLEXO-COMPRESIÓN

Una columna sometida a flexo-compresión puede considerarse como el resultado de la acción de una carga axial y un momento flector.

Para el análisis, la excentricidad de la carga axial se tomará respecto al centro plástico. Este punto se caracteriza porque tiene la propiedad de que una carga aplicada sobre él produce deformaciones uniformes en toda la sección. En secciones simétricas el centro plástico coincide con el centroide de la sección bruta y en secciones asimétricas coincide con el centroide de la sección transformada. Conforme la carga axial se aleja del centro plástico, la distribución de deformaciones se modifica, como se muestra en la figura.

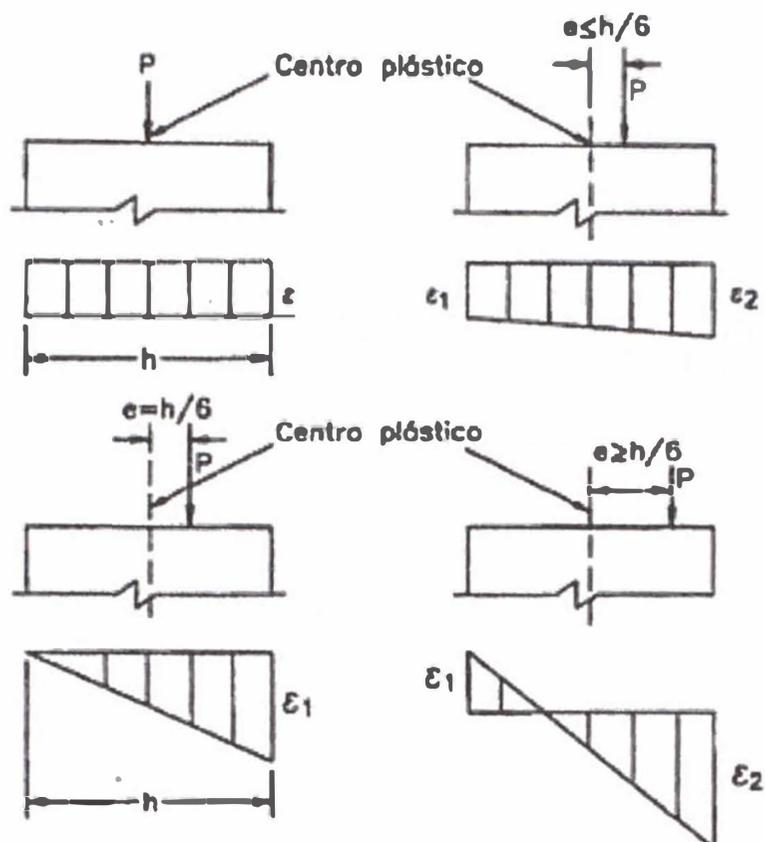


Figura N°04: Variación de la distribución de deformaciones en la sección de acuerdo a la ubicación de la carga axial.

Las hipótesis para el análisis de concreto a flexión pura son válidas también para el análisis de elementos sometidos a flexo-compresión.

Una columna con una distribución determinada de refuerzo y dimensiones definidas tiene infinitas combinaciones de carga axial y momento flector que puedan ocasionar su falla o lo que es equivalente, las cargas axiales que ocasionan el colapso dependen de la excentricidad con la que son aplicadas. Al igual que las secciones sometidas a flexión pura, las columnas pueden presentar falla por compresión, por tensión, o falla balanceada. Sin embargo, a diferencia de ellas, una columna puede presentar cualquiera de los tres tipos de falla dependiendo de la excentricidad de la carga axial que actúe sobre ellas. Si esta es pequeña, la falla será por compresión; si la excentricidad es mayor, la falla es por tensión. Además, cada sección tiene una excentricidad única, denominada excentricidad balanceada que ocasiona la falla balanceada de la sección.

Puesto que cada columna puede presentar tres tipos de falla distintas, cada una cuenta con tres juegos de ecuaciones que definen su resistencia, ya sea en términos de carga axial y momento resistente, o en términos de carga axial resistente para una determinada excentricidad. El procedimiento para determinar estas ecuaciones es sencillo.

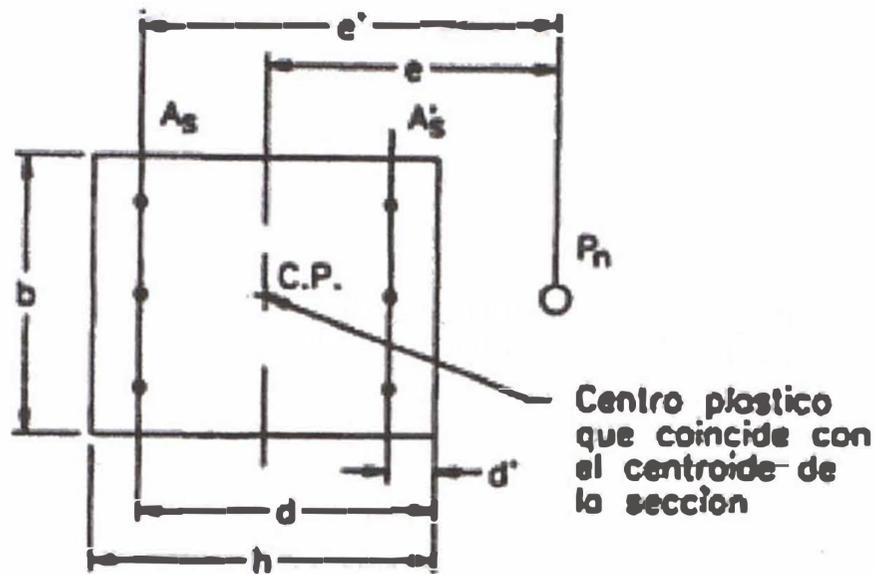


Figura N°05: Sección rectangular analizada con refuerzo simétrico

Para determinar la ecuación que corresponde a la condición de falla por compresión, se supone un diagrama de deformaciones, el cual es mostrado en la figura 6, en el cual se genera los esfuerzos internos mostrados. La capacidad resistente del elemento estará dada por la resultante de las fuerzas desarrolladas en el acero y concreto. Por lo tanto:

$$P_n = 0.85 \times f'_c b a + A'_s f'_s - A_s f_s \quad 1-4$$

$$M_n = 0.85 \times f'_c b a \left( \frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + A'_s f'_s \left( \frac{h}{2} - d' \right) + A_s f_s \left( d - \frac{h}{2} \right) \quad 1.5$$

Los esfuerzos en el acero en compresión y en tensión se determinan por semejanza de triángulos:

$$f'_s = \frac{0.003(c - d')}{c} E_s = \frac{6117(c - d')}{c} \leq f_y \quad 1.6$$

$$f_s = \frac{0.003(c - d')}{c} E_s = \frac{6117(c - d')}{c} \quad 1.7$$

Whitney propuso la siguiente aproximación para determinar la resistencia a compresión de una columna que falla en compresión:

$$P_n = \frac{A'_s \times f_y}{\left[ \frac{e}{(d - d')} \right] + 0.5} + \frac{b h f'_c}{\left( \frac{3 h e}{d^2} \right) + 1.18} \quad 1.8$$

Esta expresión es válida para secciones con refuerzo simétrico dispuesto en capas paralelas al eje alrededor del cual se produce la flexión.

Cuando la falla es balanceada, el refuerzo en tensión alcanza el esfuerzo de fluencia y simultáneamente el concreto llega a una deformación unitaria de 0.003. La deformación en la sección es como se muestra en la figura 6(b). En este caso, la resistencia de la columna será:

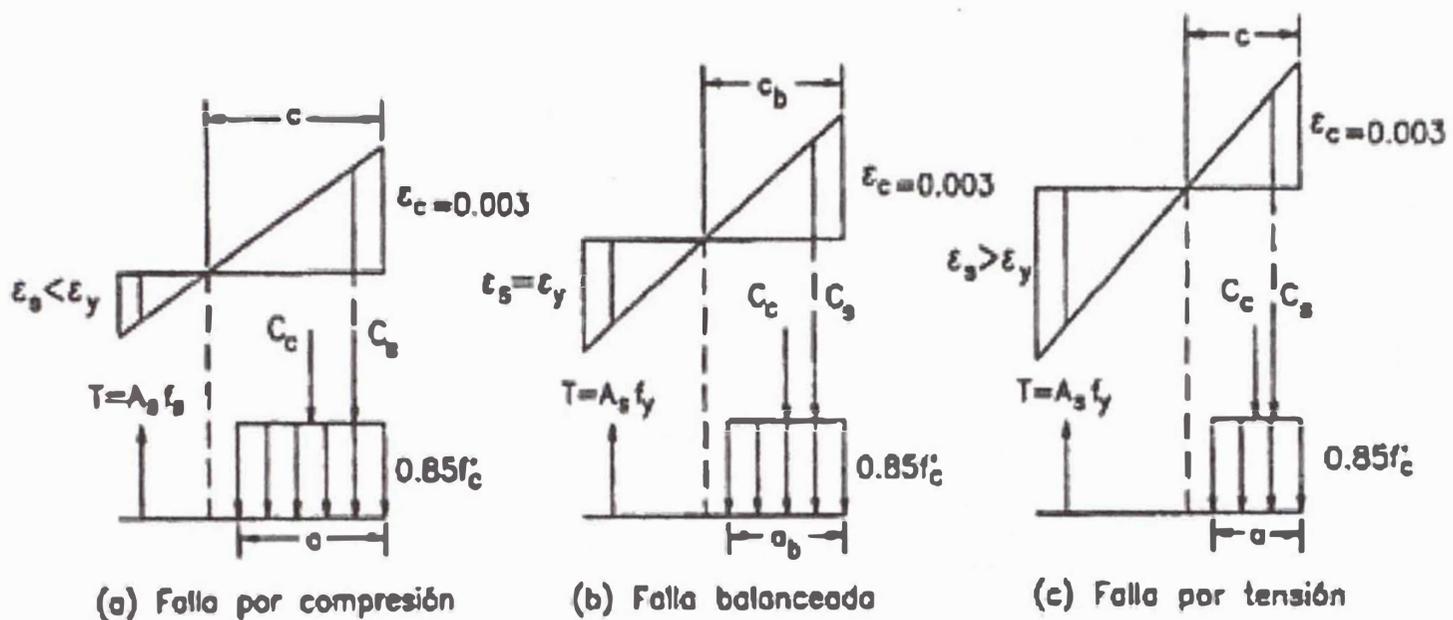


Figura 6.- Tipos de falla de columnas sometidas a flexo-compresión.

$$P_n = 0.85 \times f'_c b a + A'_s f'_s - A_s f_s \quad 1-4$$

$$M_n = 0.85 \times f'_c b a_b \left( \frac{h}{2} - \frac{a_b}{2} \right) + A'_s f'_s \left( \frac{h}{2} - d' \right) + A_s f_s \left( d - \frac{h}{2} \right) \quad 1-9$$

Donde:

$$a_b = \beta_1 \frac{6117}{6117 + f_y} d \quad 1-10$$

La excentricidad balanceada de la sección estará dada por:

$$e_b = \frac{M_{nb}}{P_{nb}} \quad 1-11$$

Whitney propuso las siguientes expresiones simplificadas para la determinación de la excentricidad balanceada de una sección:

- Sección rectangular

$$e_b = h(0.20 + 0.77 o_i m) \quad 1-12$$

- Sección circular

$$e_b = h(0.20 + 0.39 \rho_l m) \quad 1-13$$

Donde:  $\rho_l = \frac{A_{st}}{bd}$  y  $m = \frac{f_y}{0.85 f'_c}$  1-14

Si la columna falla por tracción, el acero en tensión alcanzara el esfuerzo de fluencia, la carga ultima será menor que  $P_b$  y la excentricidad de la carga será mayor que la excentricidad balanceada. La deformación en la sección será la mostrada en la figura N°6 (c) y su resistencia está dada por:

$$P_n = 0.85 \times f'_c b a + A'_s f'_s - A_s f_s \quad 1-4$$

$$M_n = 0.85 \times f'_c b a \left( \frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + A'_s f'_s \left( \frac{h}{2} - d' \right) + A_s f_s \left( d - \frac{h}{2} \right) \quad 1.5$$

La resistencia nominal de una columna que falla por tensión se puede determinar aproximadamente a través de la siguiente expresión, propuesta por el Comité ACI 318ACI de 1963:

$$P_n = 0.85 f'_c b d \left[ \left( -\rho + 1 - \frac{e'}{d} \right) + \sqrt{\left( 1 - \frac{e'}{d} \right)^2 + 2 \rho m' \left( 1 - \frac{d'}{d} \right) + 2 \rho \frac{e'}{d}} \right] \quad 1-15$$

Donde:  $m' = m + 1$  y  $e' = e + \frac{d}{2}$

La expresión anterior es válida para secciones simétricas.

La representación gráfica de las combinaciones carga axial-momento flector que generan la falla de una sección se denomina diagrama de iteración. En la Figura N°07.

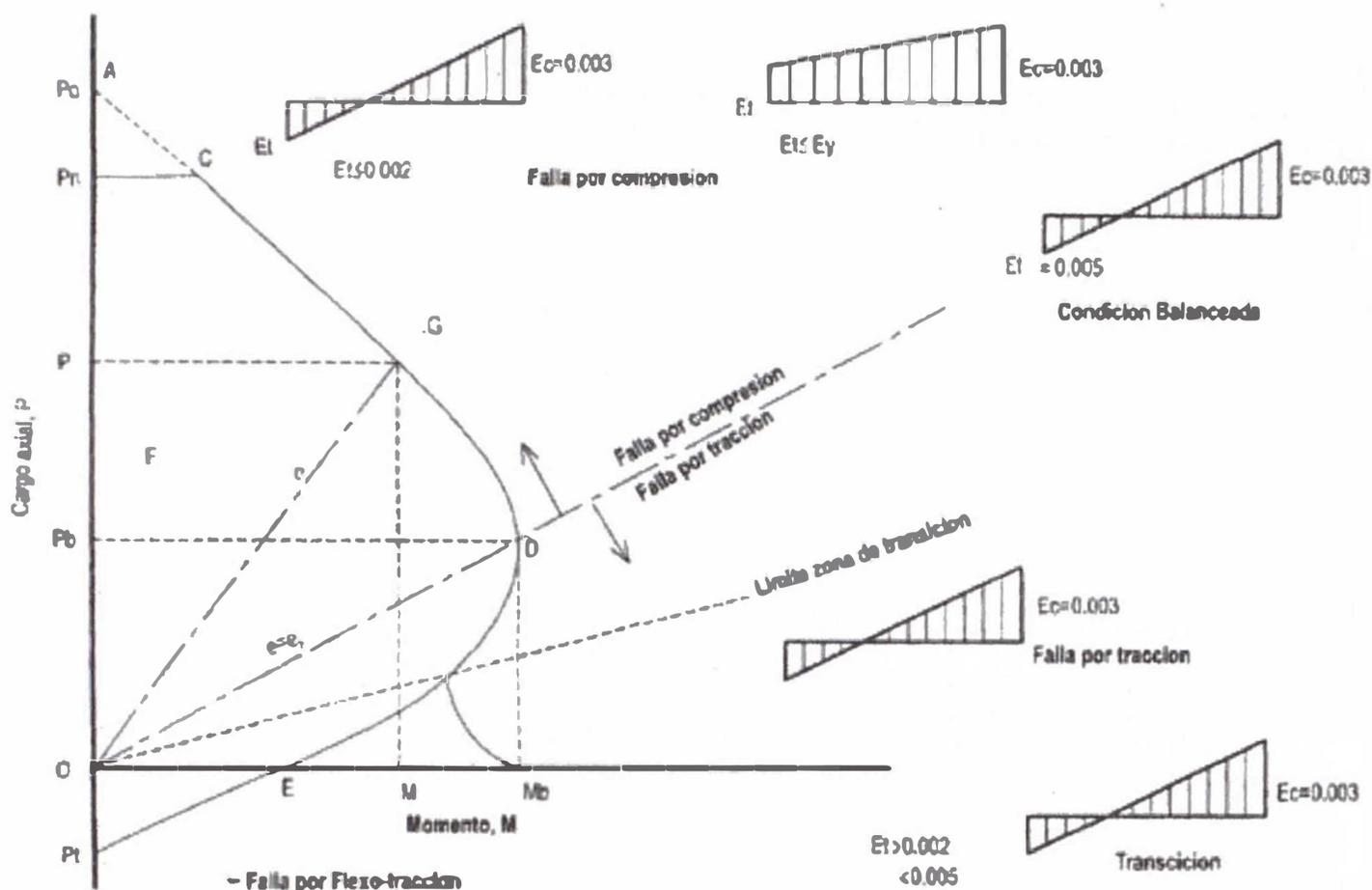


Figura N°07: Diagrama de iteración de una sección rectangular con refuerzo simétrico.

El punto A corresponde a la carga axial de rotura teórica cuando la sección no está sometida a flexión. El código ACI recomienda tomar un porcentaje de esta carga como resistencia de la sección. La recta BC responde a esta limitación. El punto D de la curva representa la combinación de carga y momento que define la condición balanceada. Las combinaciones carga axial-momento contenidas en el tramo CD generan fallas por compresión, mientras que en el tramo DE, las fallas son por tensión. El punto E del diagrama de interacción representa un estado de flexión pura en el elemento. El comportamiento en este caso es similar al de una viga.

En torno al diagrama presentado en la Figura N°07, se puede observar que:

- La carga máxima axial que puede soportar una columna corresponde a la combinación carga axial-momento flector en el cual el momento es nulo.

- El máximo momento flector que puede soportar una columna corresponde al estado de flexión pura.
- Cada carga axial se combina solo con un momento flector para producir la falla, mientras que cada momento flector puede combinarse con dos cargas axiales para lograr el mismo efecto.
- Todos los puntos dentro del diagrama de interacción, como el punto F, representan combinaciones de carga axial-momento flector que pueden ser resistidas por la sección. Los puntos fuera del diagrama, como el punto G son combinaciones que ocasionaría la falla.
- Una recta que une el origen con un punto sobre el diagrama de interacción puede interpretarse como la historia de carga de una sección con carga excéntrica fija que es incrementada hasta la rotura.

El diagrama de interacción representa todas las combinaciones de falla y por ende constituye una descripción completa de la capacidad resistente de una sección.

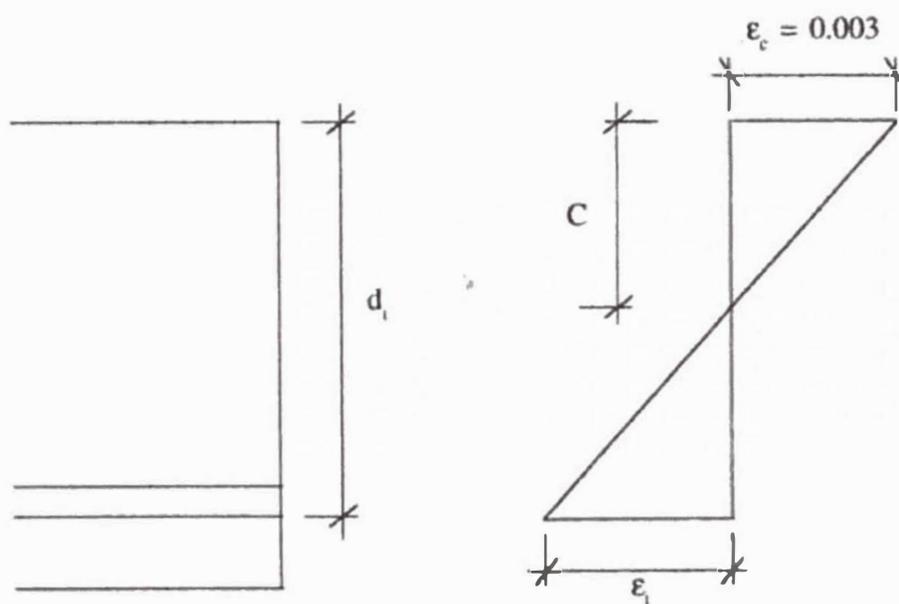


Figura N°08: Distribución de deformaciones unitarias en una sección

Se considera una sección controlada por compresión cuando la deformación por tracción en el acero  $\epsilon_s$  es igual o menor que la que corresponde al límite elástico del acero  $f_y$  en el momento que el concreto llega a una deformación  $\epsilon_c = 0.003$ . Se puede tomar  $\epsilon_s = 0.002$  para acero grado 60 ó para refuerzo de pretensado.

Se considera una sección controlada por tracción cuando  $\varepsilon_t \geq 0.005$ . Para secciones con cargas axiales menores de  $0.1 f'_c A_g \varepsilon_t$ , no se toman valores menores que 0.004.

Las secciones con deformaciones unitarias entre  $\varepsilon_t = 0.002$  y  $\varepsilon_t = 0.005$  son de transición y en ellas se puede variar el factor entre los límites indicados para compresión,  $\phi = 0.70$  para elementos con refuerzo en espiral a  $\phi = 0.65$  para otros elementos en compresión, o  $\phi = 0.90$  para los elementos controlados por tracción.

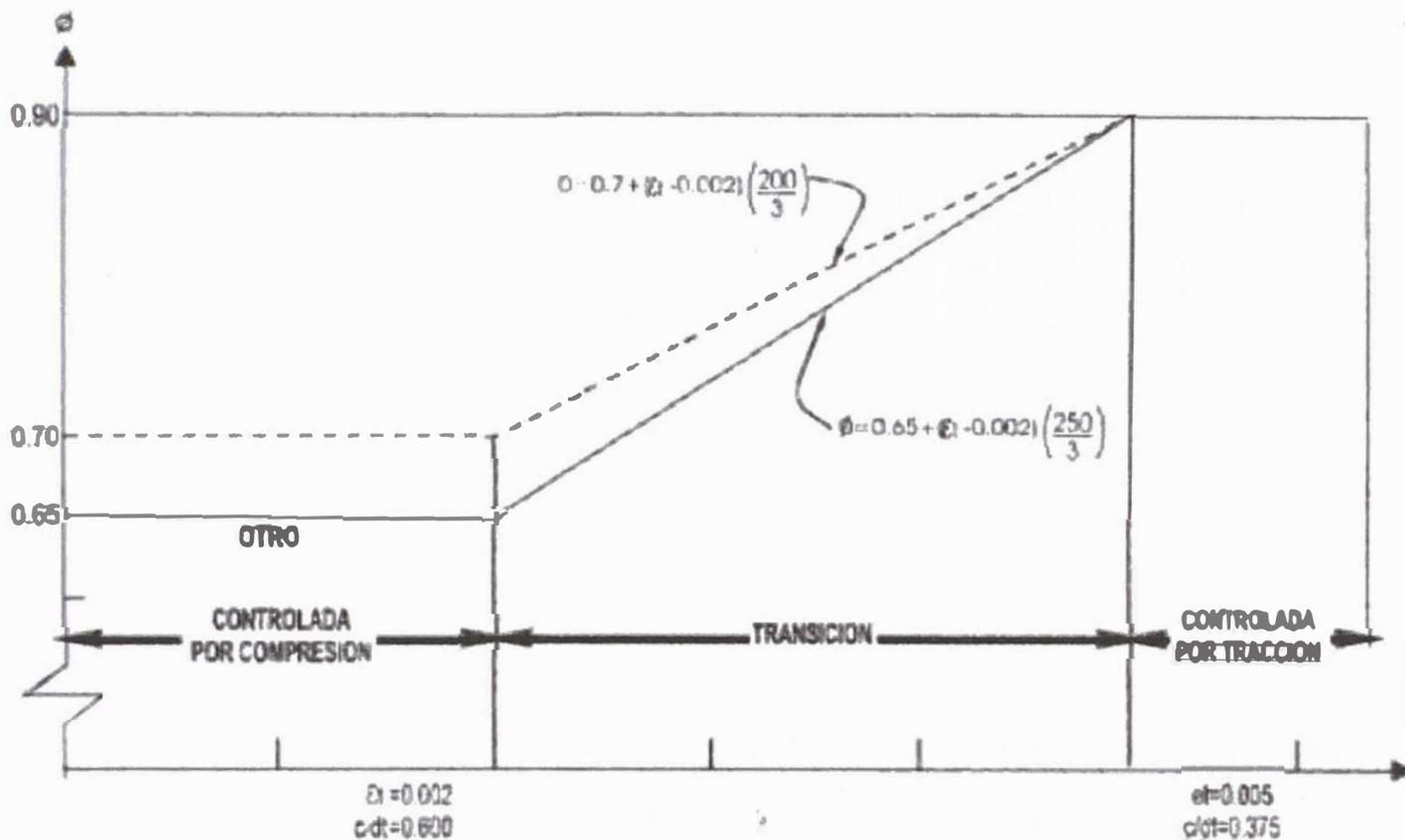


Figura N°09: Variación del factor  $\phi$  (columnas)

Interpretación en  $c/d_t$ :

Refuerzo en espiral	$\phi = 0.70 + 0.20 \left( \frac{1}{c/d_t} - \frac{5}{3} \right)$	1.13
---------------------	---	------

Refuerzo de estribo	$\phi = 0.65 + 0.25 \left( \frac{1}{c/d_t} - \frac{5}{3} \right)$	1.14
---------------------	---	------

Los diagramas de interacción pueden expresarse en términos de esfuerzos, de modo que no dependan de las dimensiones de la sección. Estas curvas son especialmente útiles para el diseño de columnas.

### 2.1.3 Diseño de columnas cortas de concreto armado

Para estimar, en principio, las dimensiones de la sección, se suele emplear expresiones como las siguientes:

$$A_g \geq \frac{P}{0.10(f'_c + f_y \times \rho_t)} \quad 1.16$$

$$\text{O} \quad A_g \geq \frac{P}{0.10 f'_c}$$

Para columnas con refuerzo en espiral:

$$A_g \geq \frac{P}{0.15(f'_c + f_y \times \rho_t)} \quad 1.17$$

$$\text{O} \quad A_g \geq \frac{P}{0.15 f'_c}$$

$$\text{Donde: } \rho_t = \frac{A_{st}}{A_g}$$

A partir del área estimada, se definen las dimensiones de la sección del elemento, las cuales suelen ser múltiplos de 5cm. Si la columna está sometida a momentos flectores elevados, el área estimada a través de las expresiones 1-16 y 1-17 puede resultar insuficiente.

### Limitaciones del refuerzo en miembros a compresión

El código ACI recomienda una cuantía mínima y una cuantía máxima de refuerzo que se debe utilizar en columnas, de acuerdo a algunos criterios que se presentan a continuación (ACI-10.9).

El refuerzo longitudinal de una columna le provee resistencia a la flexión y reduce los efectos de creep y contracción del concreto bajo cargas sostenidas. Los ensayos han demostrado que estos efectos tienden a transferir la carga del concreto al refuerzo, con el consiguiente incremento del esfuerzo en el acero. Esta transferencia se acentúa conforme la cuantía disminuye y cuando esta es muy pequeña, el acero entra en fluencia bajo cargas de servicio. Por ello, el

código recomienda un área de refuerzo longitudinal de, por lo menos, 0.01 veces el área de la sección bruta de la columna.

En términos prácticos, la cantidad de acero está limitada por cuestiones constructivas ya que si la columna cuenta con demasiado refuerzo, el vaciado del concreto se vuelve un proceso muy difícil. Las cuantías altas sugieren que es conveniente reconsiderar las dimensiones de la sección transversal. El código sugiere, como máximo, un área de acero equivalente a 0.06 veces el área de la sección de la columna (en zonas sísmicas). Sin embargo, en la práctica, rara vez se excede 0.04 por las dificultades que se presentan durante su armado.

Las columnas con estribos rectangulares y circulares requieren, como mínimo, cuatro varillas longitudinales. Si se emplea refuerzo transversal espiral son necesarias, por lo menos, seis barras longitudinales (ACI-10.9.2). Las columnas que tengan secciones diferentes requieren de, por lo menos, una varilla en cada esquina.

#### **2.1.4 Columnas Esbeltas de Concreto Armado**

Las columnas de concreto armado, son por lo general, son poco esbeltas y su falla no se produce por pandeo. Sin embargo, los momentos de segundo orden reducen la capacidad resistente y dependiendo de la esbeltez de la columna, dicha reducción podría ser considerable.

En la Figura N°05 se presenta una columna sometida a una carga  $P$  con una excentricidad  $e$ , igual en ambos extremos. El momento flector en el elemento es constante e igual a  $Pe$  y genera una deformada cuya configuración corresponde, aproximadamente, a media onda sinusoidal. Estas deflexiones, conocidas como deformaciones de primer orden, incrementan la excentricidad de la carga axial a lo largo del elemento y generan momentos de segundo orden que a su vez ocasionan deformaciones adicionales.

En la Figura N°06 se muestra el diagrama de interacción de una columna, el cual como se indicó, es la representación gráfica de las combinaciones de carga axial y momento flector que ocasionan la falla. La falla definida por el diagrama de iteración se produce cuando se alcanza la resistencia del concreto y por lo tanto, es independiente de la esbeltez. Si una columna corta es cargada progresivamente con una excentricidad constante, su historia de carga puede ser representada por una línea, por ejemplo la línea de puntos  $OA$ . Por el contrario,

en una columna esbelta, los momentos secundarios cobran importancia y la excentricidad se incrementa con las solicitaciones. En este caso, la línea curva OB representa la historia de carga. La excentricidad se incrementa gradualmente por lo que la curva se inclina cada vez más hasta alcanzar la falla. Si se presentara el caso poco común de falla por pandeo, la curva OC representaría su proceso de carga. Como se aprecia, la curva no intercepta el diagrama de interacción, ya que la columna nunca alcanza su resistencia máxima.

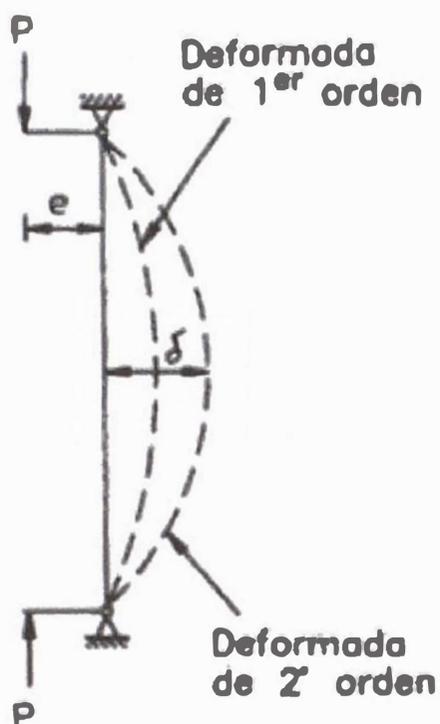


Figura 10. Columna de concreto armado sometida a carga  $P$ , excéntrica

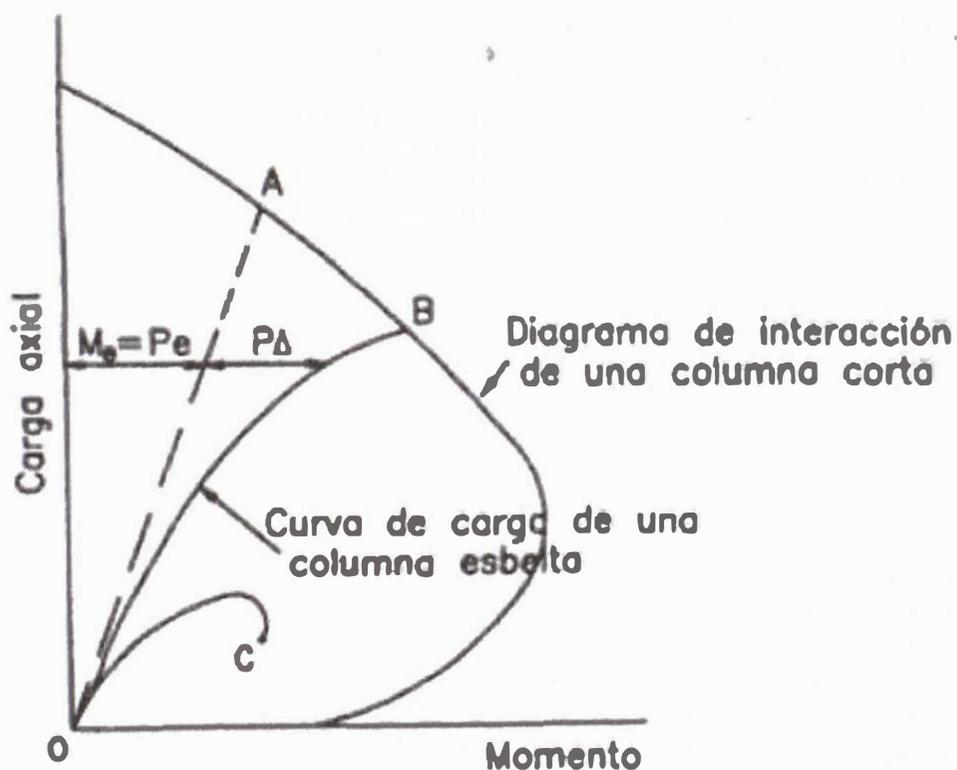


Figura 11.- Diagrama de interacción de columnas cortas y esbeltas

Si los efectos de 2° orden disminuyen la resistencia de la columna a la carga axial en menos del 5%, estos pueden despreciarse y la columna se diseña sin tomar en cuenta el efecto de la esbeltez.

El código del ACI recomienda que el efecto de esbeltez se desprecie si se cumple:

Para columnas no arriostradas: 
$$\frac{kl_u}{r} \leq 22 \quad 1.18$$

Para columnas arriostradas: 
$$\frac{kl_u}{r} \leq 34 - 12 \frac{M_1}{M_2} \quad 1.19$$

Donde:

$k$ : Factor de longitud efectiva, que puede ser estimado empleando los nomogramas de Jackson & Moreland..

$l_u$ : Longitud libre de la columna. En la Figura N°12 se muestra el valor de  $l_u$  para diferentes casos.

$r$ : Radio de giro de la sección de la columna que puede considerarse igual a 0.3h para columnas rectangulares y a 0.25d para las circulares, donde h y d son las dimensiones de la sección transversal en la dirección del análisis.

$M_1$ : Menor momento amplificado en un extremo de la columna. Es positivo si la columna se deforma bajo curvatura simple y negativo si se deforma bajo curvatura doble.

$M_2$ : Mayor momento amplificado en el otro extremo de la columna. Siempre es positivo.

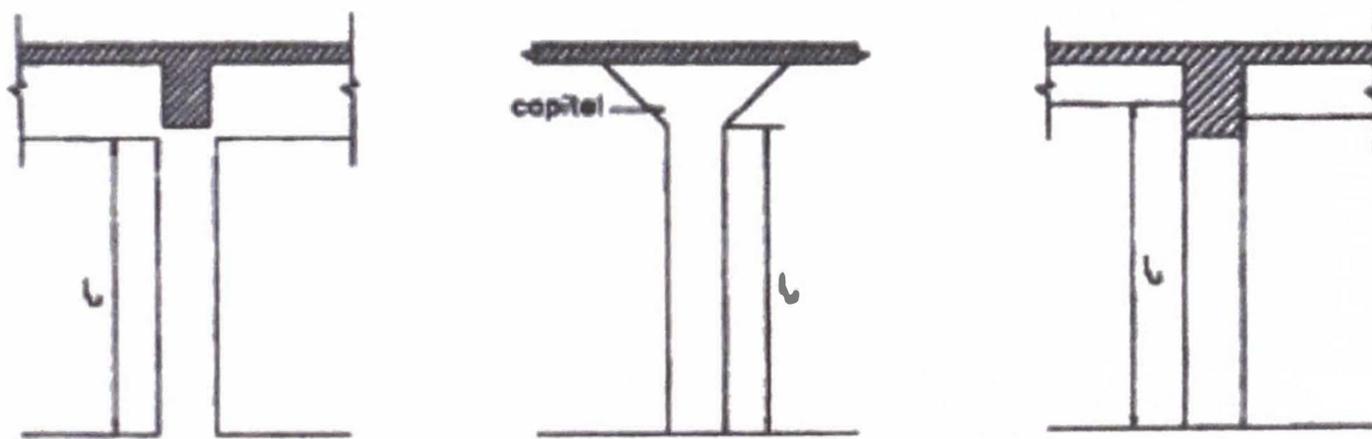


Figura 12.- Longitud libre de la columna.

En la expresión (1-19), el cociente  $\frac{M_1}{M_2}$  debe considerarse siempre mayor que 0.5.

## CAPÍTULO III: MODELOS MATEMÁTICOS PARA EL CONFINAMIENTO EXTERNO DE COLUMNAS CON FRP

### 3.1 Desarrollo de los FRP

El primer trabajo experimental donde se usaron los materiales de FRP para el refuerzo de estructuras de concreto armado se remonta al año 1978 en Alemania. Sin embargo, las primeras aplicaciones se realizaron en Suiza, tras unos trabajos dirigidos a la mejora de la resistencia a flexión de las estructuras de algunos puentes de concreto armado en 1987.

Las primeras aplicaciones de la técnica de confinamiento por FRP, a columna de concreto armado se realizaron en Japón en los años ochenta. Sin embargo, el uso de FRPs en ese país aumento en forma súbita en 1995 tras el terremoto de Hyogoken Nanbu.

En Estados Unidos se ha mantenido, desde los años treinta, un interés constante y continuo en el refuerzo por FRP de las estructuras de concreto armado. Sin embargo, el desarrollo en el uso de estos refuerzos tuvo lugar en los años ochenta, tras iniciativas de la National Science Foundation (NSF) y de la Federal Highway Administration (FHWA).

Las aportaciones más significativas en cuanto a investigación y aplicación del refuerzo mediante FRP en la rehabilitación de estructuras de concreto armado ocurren a final de los noventa y principios de este siglo.

En los últimos diez años, ha tenido lugar el desarrollo de códigos y normas para el refuerzo mediante FRP en Europa, Japón, Canadá, y los Estados Unidos. La Japan Society of Civil Engineers (JSCE), la Japan Concrete Institute (JCI) y el Railway Technical Research Institute (RTRI) han publicado varios documentos relacionados al uso de materiales de FRP en estructuras de concreto.

En Europa, la International Federation for Structural Concrete (FIB) publicó, en 2001 un boletín con una guía de diseño por refuerzos de estructuras de concreto armado por FRP. La Canada Standards Association han sido instituciones muy activas en el desarrollo de guías de diseño por refuerzos de estructuras de concreto armado por FRP.

En los Estados Unidos, el criterio por evaluar los sistemas de FRP está empezando a estar disponible en la industria de la construcción.

### 3.2 Refuerzo y confinamiento

El tensor de deformaciones relativo al sólido teórico de Saint Venant es sometido a compresión simple (3-1, 3-2, 3-3), se puede comprobar que el estado tensional es de tipo monoaxial y que si se quisiera proporcionar una disminución de la tensión axial,  $\sigma_3 = P/A$ , sin disminuir  $P$ , se podría proceder de dos formas distintas:

- Aumentar la sección resistente,  $A$ ;
- Impedir la libre dilatación en el plano ortogonal al eje.

$$\varepsilon_1 E = -\nu \frac{N}{A} \quad 3-1$$

$$\varepsilon_2 E = -\nu \frac{N}{A} \quad 3-2$$

$$\varepsilon_3 E = \frac{N}{A} \quad 3-3$$

Se puede comprobar que cuando las dilataciones tienden a cero,  $P$  tiende al infinito. De esta forma, las técnicas para el refuerzo de columnas actúan y se servirán de ambos mecanismos, con distintas proporciones entre ellas.

Con la técnica de encamisado del concreto el efecto más eficaz es el aumento de la sección resistente proporcionado por el recredido de concreto, mientras que en el caso del refuerzo por FRP este efecto es insignificante en la mayoría de las ocasiones.

Impedir totalmente la libre dilatación del concreto es imposible, pero es posible limitarla por medio de un confinamiento, que puede ser pasivo o activo. En el primer caso, el confinamiento del conjunto de materiales que constituyen la sección resistente se consigue mediante fuerzas internas. En el segundo caso, el confinamiento lo proporcionan fuerzas externas, como en el caso de un cuerpo sumergido sometido a la presión hidrostática del agua.

En todas las técnicas de refuerzo, el confinamiento es de tipo pasivo: en la técnica por encamisado del concreto armado el confinamiento lo proporcionan los estribos de acero, incluidos en el recredido de concreto; en la técnica por encamisado de acero, el confinamiento lo realiza el conjunto de angulares y platinas, en el plano de la sección; en el caso del FRP, el confinamiento lo realizan las fibras de polímero.

Se demostró que la resistencia y la correspondiente deformación longitudinal del concreto confinado por una presión hidrostática pueden representarse por las siguientes expresiones:

$$f'_{cc} = f'_{co} + k_1 \times f_1 \quad 3-4$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \left( 1 + k_2 \frac{f_1}{f'_{co}} \right) \quad 3-5$$

Donde  $f'_{cc}$  y  $\varepsilon_{cc}$  son la tensión máxima y la correspondiente deformación, respectivamente, del concreto sometido a la presión uniforme de confinamiento,  $f_1$ ;  $f'_{co}$  y  $\varepsilon_{co}$  son la tensión máxima y la correspondiente deformación, respectivamente, del concreto no confinado.

Las formulas expuestas representan la base de los modelos de diseño, que sucesivamente fueron propuestos por otros investigadores.

### 3.3 Refuerzo por FRP de columnas de sección rectangular

Las fórmulas propuestas (3-4 y 3-5) se aplican directamente al caso de columnas con sección circular, donde la tensión de confinamiento, proporcionado por el FRP, se puede suponer aproximadamente uniforme, en el plano de la sección, -como en el caso de la presión hidrostática-, mientras en el caso de secciones rectangulares la tensión de confinamiento no es uniforme; lo que hace el estado tensional de tipo triaxial.

Para determinar la presión de confinamiento real proporcionada por los FRP es posible referirse al equilibrio del cuerpo rígido de la sección transversal (Figura N°13) sometida a la presión de confinamiento uniforme  $f_1$  y a las fuerzas localizadas en las condiciones límite del FRP.

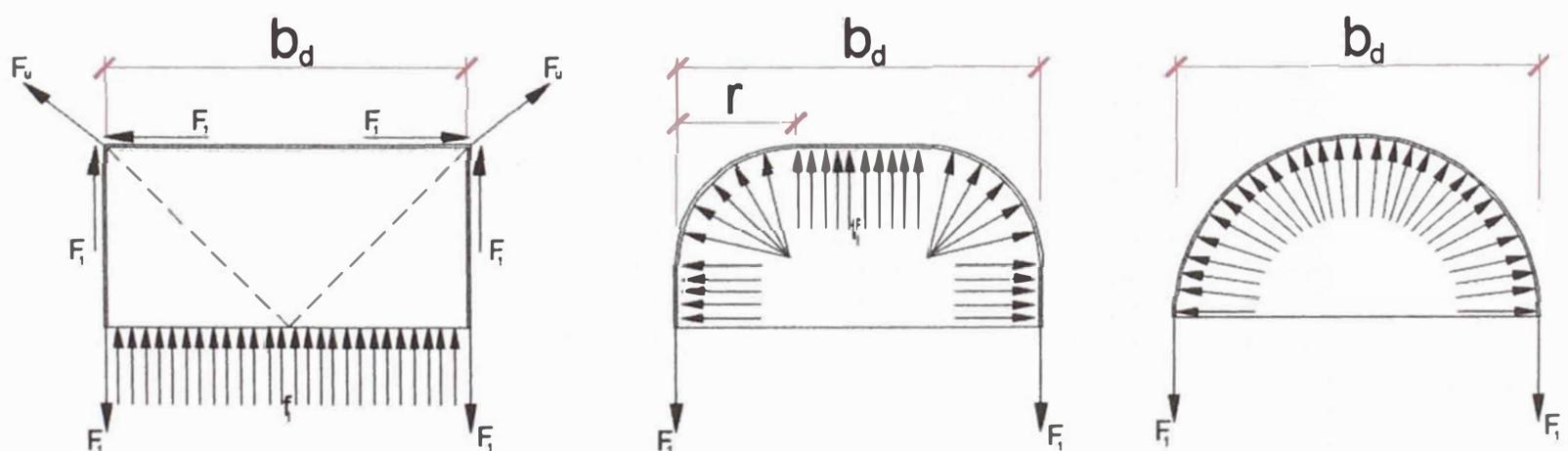


Figura 13. Equilibrio de cuerpo rígido en una sección transversal

Es evidente que en las secciones no circulares se verifica una concentración de la tensión en las esquinas, tanto mayor cuanto menor es el radio de dicha esquina, lo que provoca una variación de la presión de confinamiento que afecta a la sección.

Esta circunstancia implica una menor efectividad del confinamiento por FRP en el caso de las secciones cuadrangulares, debido al hecho que, a diferencia de la sección circular, la sección efectivamente confinada es menor que la sección total.

La proporción entre el área efectivamente confinada y área total proporcionará el coeficiente de confinamiento, relativo a la sección de concreto,  $k_e$ .

### **3.4 Modelos de análisis y diseño de refuerzos por FRP**

#### **3.4.1 Clasificación de los modelos de análisis y diseño**

En la última década se han desarrollado varios modelos, propuestos por varios autores, para la representación del comportamiento tensión-deformación de columnas de concreto confinado mediante FRP, sometidas a compresión simple, con secciones circulares y cuadrangulares.

Estos modelos se clasifican en dos categorías principales: Modelos de diseño, donde la resistencia a compresión axial, la deformación axial última y el comportamiento tensión-deformación se determinan utilizando expresiones en forma cerrada, obtenidas como mejor aproximación de los datos experimentales y es el que se usará en el análisis de las secciones, y modelos de análisis, que permiten predecir diagramas tensión-deformación mediante procesos numéricos iterativos.

Los modelos de análisis tienen una mejor capacidad predictiva de los modelos de diseño, y por eso un acercamiento racional para el desarrollo de un modelo de diseño se basa en los resultados de un modelo de análisis numérico. Una recopilación completa de modelos de análisis se ha publicado recientemente por Lian y Teng (2009).

Otras investigaciones relativas al refuerzo de columnas de concreto armado, de sección circular y cuadrangular, todavía han quedado incompletas o aproximadas, debido a los altos importes y al requerimiento de ensayos complejos. Eso ha causado, en la mayoría de los modelos disponibles, la ausencia o la imprecisión de algunos importantes efectos relativos al comportamiento de los elementos ensayados:

- La dimensión de la sección.
- Las proporciones entre dimensiones de la sección.
- La presencia de eventuales efectos perjudiciales debidos a la inestabilidad del armado longitudinal.
- El comportamiento no lineal de los materiales.
- La contribución del armado transversal.

A pesar de estos obstáculos muchos modelos propuestos, en el caso de columnas de sección cuadrangular, han sido empleados como bases de los códigos de diseño. La mayoría de estos modelos proceden de investigaciones relativas a columnas de sección circular y adaptados, al caso de sección rectangular, mediante utilización de un factor de forma, o bien un factor de eficiencia, con la intención de simular una equivalencia en los efectos de confinamiento entre la sección rectangular y la circular, para poder utilizar el modelo.

Muchas investigaciones desarrollan la base teórica de los modelos de confinamiento por acero, equiparando el comportamiento de los polímeros al del acero.

En el siguiente subcapítulo, se recopilara un elenco de modelos de análisis y de diseño que se usaran para el análisis y diseño de las secciones a reforzar, con la intención de coger los aspectos fundamentales de los efectos debidos al confinamiento y de las variables que los causan.

Se informara del desarrollo completo del modelo de Mander (1988); a pesar de que se desarrolló por confinamiento mediante estribos de acero, constituye la base de muchas investigaciones sucesivas por la calibración de modelos de confinamiento por FRP y fue uno de los primeros modelos para predecir el comportamiento de la sección con FRP.

### 3.4.2 Modelo para concreto Confinado

#### a) Modelo de Mander 1988

El modelo general para concretos confinados, con un estado de tensión triaxial de confinamiento real:

$$f'_{cc} = f'_{co} \left( -1.254 + 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 f'_l}{f'_{co}}} - 2 \frac{f'_l}{f'_{co}} \right) \quad 3-6$$

Donde  $f'_{co}$  es la resistencia del concreto no confinado y  $f'_l$  es la tensión lateral de confinamiento real:

$$f'_l = f_l k_e \quad 3-7$$

Donde  $f'_l$  es la tensión lateral de confinamiento teórica y  $k_e$  es el coeficiente de eficiencia del confinamiento que toma en cuenta la disminución de sección realmente confinada, a causa de la distribución de tensiones de confinamiento a lo largo del arco parabólico (Figura N°14).

$$k_e = \frac{A_e}{A_{cc}} \quad 3-8$$

Siendo:

$A_e$ : Área confinada.

$A_{cc}$ : Área del concreto incluida en el eje de los estribos.

$\rho_{cc}$ : Es el porcentaje del armado longitudinal.

$$A_{cc} = A_c (1 - \rho_{cc}) \quad 3-9$$

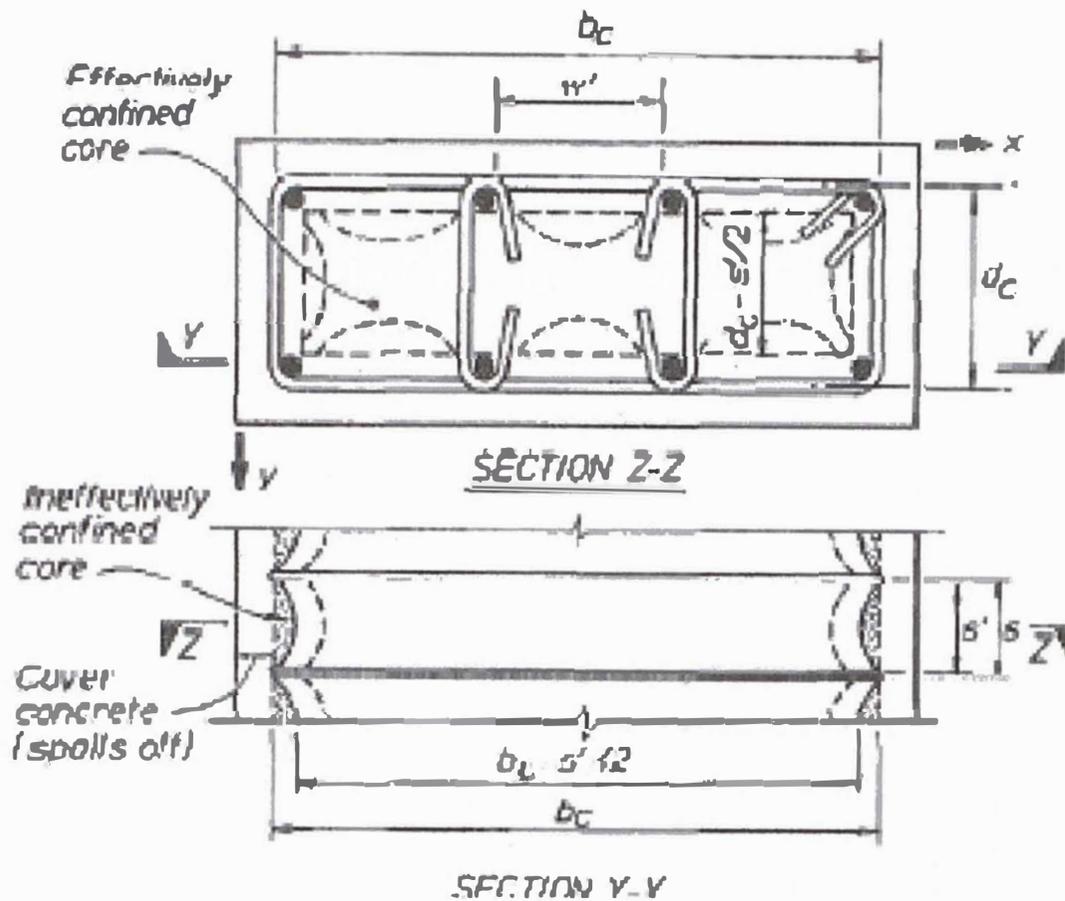


Figura N°14. Areas no confinadas por estribos en planta y elevacion

Mander 1988

En el caso específico de secciones rectangulares, confinadas por estribos de acero, el confinamiento actúa a lo largo de arcos, horizontalmente entre barras longitudinales y verticalmente entre estribos. Estos arcos tienen forma de parábola de segundo grado con origen tangente a 45°.

En la sección horizontal, el área efectivamente confinada se halla sustrayendo de la sección real las partes ineficaces limitadas por las parábolas.

Para una parábola, el área ineficaz:

$$\frac{(w'_j)^2}{6} \quad 3-10$$

Siendo  $w'_j$  la distancia genérica entre dos barras longitudinales adyacentes.

Entonces el área total ineficaz en una sección con n barras longitudinales:

$$A_i = \sum_{i=1}^n \frac{(w'_j)^2}{6} \quad 3-11$$

Añadiendo el efecto que se produce verticalmente, a la distancia media entre estribos, el área total ineficaz:

$$A_e = \left( b_c d_c - \sum_{i=1}^n \frac{(w'_j)^2}{6} \right) \left( 1 - \frac{s'}{2b_c} \right) \left( 1 - \frac{s'}{2b_c} \right) \quad 3-12$$

Entonces el coeficiente de eficiencia de confinamiento:

$$k_e = \frac{\left( 1 - \sum_{i=1}^n \frac{(w'_j)^2}{6} \right) \left( 1 - \frac{s'}{2b_c} \right) \left( 1 - \frac{s'}{2b_c} \right)}{1 - \rho_{cc}} \quad 3-13$$

En las secciones rectangulares, en el caso que haya diferente cantidad de armado transversal en las direcciones x e y, hay que recurrir a las siguientes expresiones:

$$\begin{cases} \rho_x = \frac{A_{sx}}{sd_c} \\ \rho_y = \frac{A_{sy}}{sd_c} \end{cases} \quad 3-14$$

Donde  $A_{sx}$  y  $A_{sy}$  representan el área total de barras en las direcciones x e y respectivamente.

Las tensiones laterales de confinamiento están dadas por:

$$\begin{cases} f_{lx} = \frac{A_{sx}}{sd_c} f_{yh} = \rho_x f_{yh} \\ f_{ly} = \frac{A_{sy}}{sd_c} f_{yh} = \rho_y f_{yh} \end{cases} \quad 3-15$$

En fin, las tensiones laterales de confinamiento reales:

$$\begin{cases} f_{lx} = k_e \rho_x f_{yh} \\ f_{ly} = k_e \rho_y f_{yh} \end{cases} \quad 3-16$$

El modelo tensión-deformación adoptado por Mander se basa en las ecuaciones sugeridas por Popovics (1973).

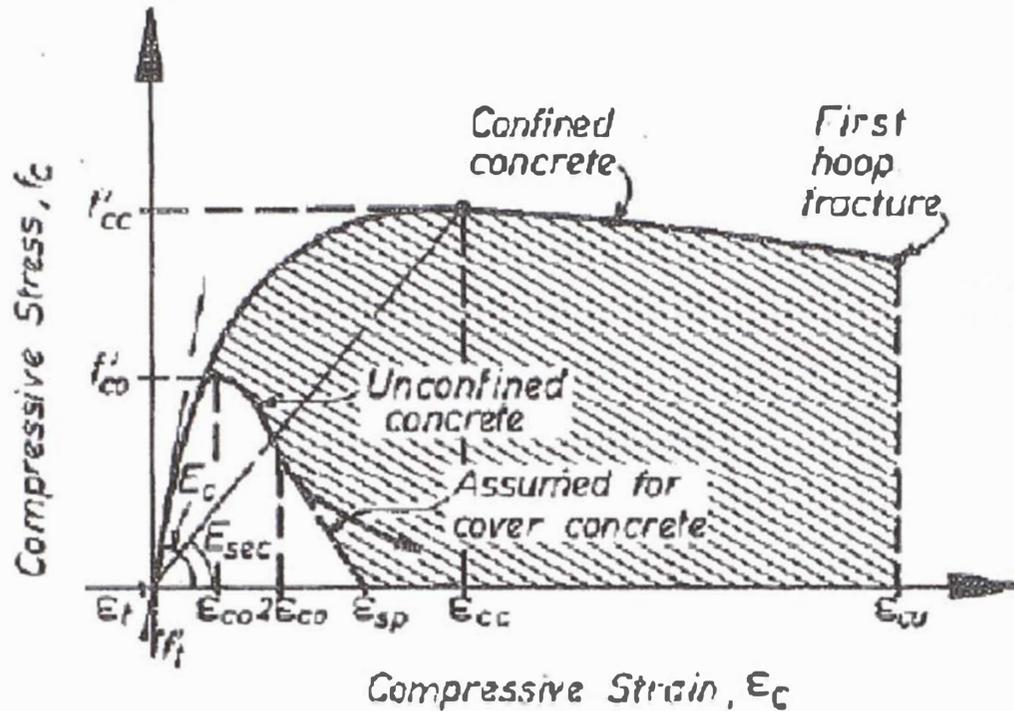


Figura N°15: Curva esfuerzo-deformación para el concreto reforzado con acero propuesto por Mander (1988)

La tensión de compresión en el concreto se calcula:

$$f_c = \frac{f'_{cc} x r}{r - 1 + x^r} \quad 3-17$$

Con  $x = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cc}}$ , en la que  $\epsilon_c$  es la deformación longitudinal del concreto y  $\epsilon_{cc}$  se

calcula con la fórmula:

$$\epsilon_{cc} = \epsilon_{co} \left[ 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_{co}} - 1 \right) \right] \quad 3-18$$

Donde  $f'_{co}$  y  $\epsilon_{co}$  son respectivamente la tensión en el concreto no confinado y la correspondiente deformación:

$$Y \text{ con } r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}},$$

$$\text{Donde } E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\epsilon_{cc}}$$

### 3.4.2. Modelo de Kent Park

Distintos investigadores han propuesto relaciones esfuerzo-deformación para el concreto confinado por estribos rectangulares. La figura 16 muestra la curva propuesta por Sargin y otros cuya ecuación general proporciona una curva continua esfuerzo-deformación relacionando con la cuantía, el espaciamiento y

resistencia de cedencia del acero transversal, además, del gradiente de deformación a través de la sección y la resistencia del concreto.

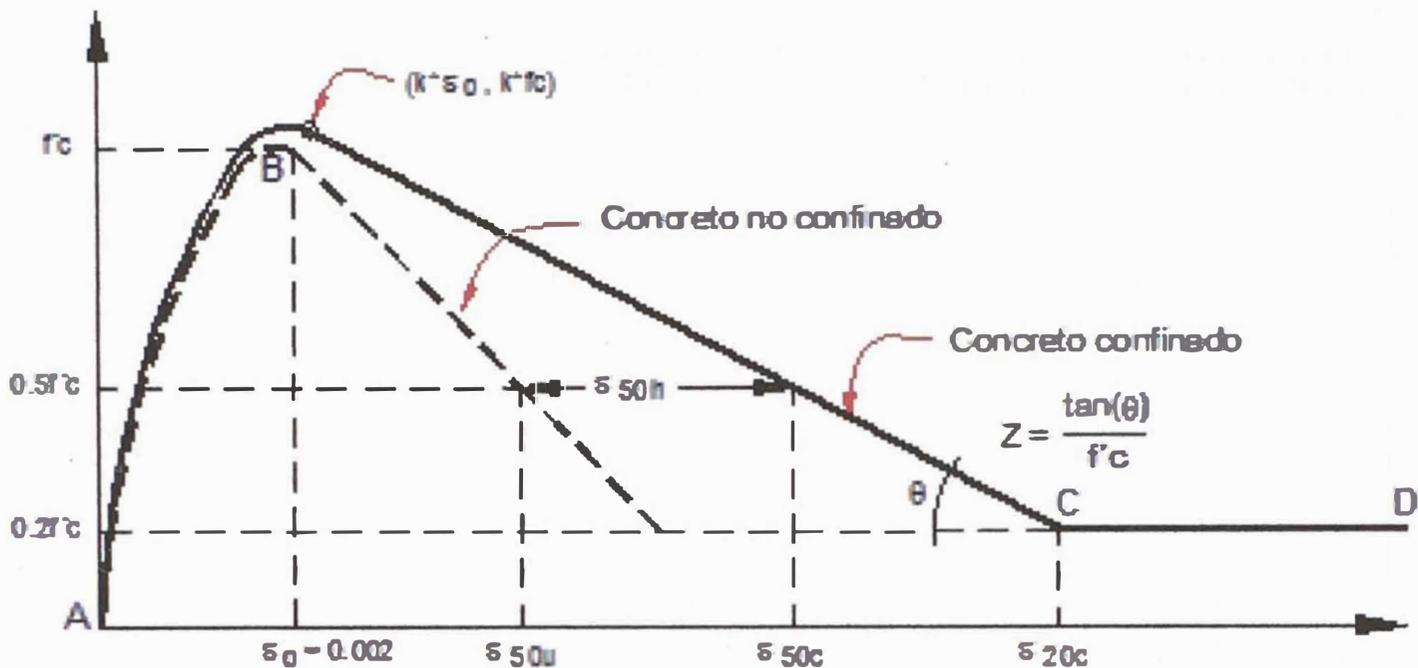


Figura N°16: Curva esfuerzo deformación para concreto confinado por estribos rectangulares, Kent y Park.

En base a la evidencia experimental existente, Kent y Park propusieron la curva esfuerzo-deformación de la figura 16 para concreto confinado por estribos rectangulares. Esta relación combina muchas de las características propuestas por Sargin. Las características de la curva propuesta son como sigue:

Región AB:  $\varepsilon_c \leq 0.002$

$$f_c = f'_c \left[ \frac{2\varepsilon_c}{0.002} - \left( \frac{\varepsilon_c}{0.002} \right)^2 \right] \quad 3-19$$

Esta parte ascendente de la curva está representada por una parábola de segundo grado y supone que el acero de confinamiento no afecta el perfil de esta parte de la curva o la deformación al esfuerzo máximo. También se supone que el esfuerzo máximo que alcanza el concreto confinado es la resistencia  $f'_c$  de la probeta.

Región BC:  $0.002 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{20c}$

$$f_c = f'_c [1 - Z(\varepsilon_c - 0.002)] \quad 3-20$$

Donde:

$$Z = \frac{0.5}{\varepsilon_{50u} + \varepsilon_{50h} - 0.002} \quad 3-21$$

$$\varepsilon_{50u} = \frac{3 + 0.002 f'_c}{f'_c - 1000} \quad 3-22$$

$$\varepsilon_{50h} = \frac{3}{4} \rho_s \sqrt{\frac{b''}{s_h}} \quad 3-23$$

Donde:

$f'_c$ : Resistencia a compresión del cilindro de concreto.

$\rho_s$ : Relación del volumen de refuerzo transversal al del núcleo de concreto confinado medido al exterior de los estribos.

$b''$ : Ancho del núcleo confinado medido al exterior de los estribos.

$s_h$ : Espaciamiento de los estribos.

El parámetro Z define la pendiente de la recta de la rama descendente. La pendiente de la rama descendente se especifica por la deformación presente cuando el esfuerzo ha caído hasta  $0.5 f'_c$  y se obtiene de resultados experimentales. La ecuación 3-22 para  $\varepsilon_{50u}$  toma en cuenta el efecto de la resistencia del concreto en la pendiente de la rama descendente del concreto no confinado, ya que el concreto de alta resistencia es más frágil que el concreto de baja resistencia. La ecuación 3-23 para  $\varepsilon_{50h}$  da la ductilidad adicional debida a los estribos rectangulares. El recubrimiento se cae cuando el esfuerzo ha disminuido hasta la mitad del esfuerzo máximo. Se supuso que el núcleo confinado llegaba hasta los ejes centrales de los lados de los estribos, aunque es evidente que se tendrá solo un pequeño error si se considera que el núcleo confinado llega hasta el borde exterior de los estribos. Esto podría explicar la presencia de cierto recubrimiento a deformaciones altas.

Región CD:  $\varepsilon_c \geq \varepsilon_{20C}$

$$f_c = 0.2 f'_c \quad 3-24$$

Esta ecuación toma en cuenta la capacidad del concreto de soportar ciertos esfuerzos a deformaciones muy altas.

Es claro que hay una considerable mejora en el comportamiento de la rama descendente para pequeñas cantidades de estribos rectangulares, pero esta mejora es consistentemente menos significativa al agregar más estribos.

### 3.4.3 Modelos para Concreto reforzado con fibra de carbono

#### a) Modelo de ACI Committee 440 2002 (ACI 440-2R-2002)

En el modelo publicado en el ACI 440.2R 2002 se propone el uso, para refuerzo de pilares en concreto con FRP, del modelo de Mander (1988), originariamente propuesto para confinamiento mediante estribos de acero.

$$f'_{cc} = f'_{co} \left( -1.254 + 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 f'_l}{f'_{co}}} - 2 \frac{f'_l}{f'_{co}} \right) \quad 3-25$$

Donde  $f'_l$  es la tensión lateral de confinamiento real:

$$f'_l = f_l k_e \quad 3-26$$

Donde  $f_l$  es la tensión de confinamiento equivalente que se explica en la forma:

$$f_l = \frac{2E_f \varepsilon_{clu} t_f}{D} \quad 3-27$$

Con D diámetro equivalente de la sección rectangular

$$D = \frac{2bh}{b+h} \quad 3-28$$

$$\text{y } \varepsilon_{clu} = 0.004 < 0.75\varepsilon_{fum}$$

La deformación axial última del concreto confinado se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$\varepsilon_{cu} = \frac{1.71(5f'_{cc} - 4f'_{co})}{E_c},$$

donde

$$E_c = 4730 \sqrt{f'_{co}}$$

#### b) Modelo de Teng et. Al (2009)

Este es el último modelo presentado por Teng muestra los resultados de recientes estudios que han tratado de perfeccionar y refinar el diseño orientado a

determinar el modelo tensión-deformación que originalmente presentaron Lam y Teng (2203, 2007) para concreto confinado con FRP. Se proponen expresiones más precisas para el cálculo de la deformación axial última y la resistencia a compresión.

Para comprender estas variables incorporadas al nuevo modelo se han explicado anteriormente algunas desventajas y/o carencias que tenían los anteriores modelos de 2003 y 2007 y que han intentado subsanarse.

En la que sigue se usan de 3 relaciones entre variables definidas como: la relación de confinamiento  $f_l / f'_{co}$ , relación de la rigidez de confinamiento  $\rho_k$ , y la relación de deformación  $\rho_\epsilon$ . Las expresiones matemáticas de estas 3 relaciones son las siguientes:

$$\frac{f_l}{f'_{co}} = \frac{2E_{FRP}t\epsilon_{h,rup}}{f'_{co}D} = \rho_k \rho_\epsilon \quad 3-29$$

$$\rho_k = \frac{2E_{FRP}t}{(f'_{co} / \epsilon_{co})D} \quad 3-30$$

$$\rho_\epsilon = \frac{\epsilon_{h,rup}}{\epsilon_{co}} \quad 3-31$$

Donde:

$f_l$ : Presión de confinamiento proveniente de la camisa de FRP cuando falla por ruptura debido a las tensiones circunferenciales a tracción.

$E_{FRP}$ : Módulo elástico de FRP en la dirección circunferencial.

t: Espesor de la camisa de FRP

$\epsilon_{h,RUP}$ : Deformación circunferencial en rotura de la camisa de FRP

D: Diámetro del cilindro de concreto confinado. La relación de confinamiento

$f_l / f'_{co}$ : Relación de confinamiento.

$\rho_k$ : Rigidez de confinamiento del FRP relativa al núcleo de concreto.

$\rho_\epsilon$ : Relación de deformación, o capacidad de deformación de la camisa FRP.

Continuando con la misma forma matemática que Richard. (1928), se puede escribir la expresión siguiente con las relaciones mencionadas.

$$\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} = C_{\sigma} + F_{\sigma}(\rho_k) f_{\sigma}(\rho_{\epsilon}) \quad 3-32$$

Donde:

$F_{\sigma}(\rho_k)$  y  $f_{\sigma}(\rho_{\epsilon})$ : Funciones de relación de la rigidez de confinamiento y de la relación de deformación, respectivamente.

$C_{\sigma}$ : Constante.

La ecuación de resistencia a compresión fue refinada en base experimental y analítica. Modelos experimentales de multitud de ensayos muestran que las curvas tenso-deformacionales exhiben una forma bilineal, con las dos partes suavemente conectadas por una zona de transición cercana a la resistencia no confinada del concreto. Tanto la forma de la primera como de la segunda parte son muy cercanas a una línea recta. Estas líneas rectas pueden representarse por:

$$\frac{\sigma_c}{f'_{co}} = 1 + K \frac{\epsilon_l}{\epsilon_{co}} \quad 3-33$$

Lo que significa que la constante  $C_{\sigma}$  se toma la unidad por la razón expuesta más arriba.  $K$  = pendiente de la línea recta. Es obvio que la tensión axial  $\sigma_c$  alcanza  $f'_{cu}$  cuando  $\epsilon_l = -\epsilon_{h,rupt}$ , y entonces surge la siguiente ecuación:

$$\frac{f'_{cu}}{f'_{co}} = 1 - K \frac{\epsilon_{h,rupt}}{\epsilon_{co}} = 1 - K\rho_{\epsilon} \quad 3-34$$

Donde  $K = F_{\sigma}(\rho_k)$  se determina mediante estudio paramétrico y se encuentra que:

$$K = F_{\sigma}(\rho_k) = -3.2\rho_k^{0.9} + 0.06 \quad 3-35$$

Y sustituyendo en la ecuación obtenemos:

$$\frac{f'_{cu}}{f'_{co}} = 1 + (3.2\rho_k^{0.9} + 0.06)\rho_{\epsilon} \quad 3-36$$

Al ser un inconveniente para sus uso en el diseño por su no linealidad, se propuso una aproximación lineal, obteniendo la ecuación definitiva de Teng et al. (2009) para el cálculo de la resistencia a compresión del concreto confinado.

$$\frac{f'_{cu}}{f'_{co}} = 1 + 3.5(\rho_k - 0.01)\rho_{\epsilon} \quad 3-37$$

Debe apreciarse que la siguiente ecuación predice la tensión axial en la deformación axial última, pero no en la resistencia a compresión  $f'_{cc}$  de concreto confinado con FRP, aunque son las mismas a menos que la curva tensión-deformación tenga una rama descendiente (Lam y Teng, 2007). Por ello esta expresión queda dividida en:

$$\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} = 1 + 3.5(\rho_k - 0.01)\rho_s, \text{ si } \rho_k \geq 0.01 \quad 3-38$$

$$\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} = 1, \text{ si } \rho_k < 0.01 \quad 3-39$$

## **CAPÍTULO IV: DETERMINACIÓN DE LA CAPACIDAD DE COLUMNAS REFORZADAS CON MANTAS DE FIBRAS DE CARBONO**

Se han realizado diversos estudios sobre cilindros de concreto confinado con FRP que demuestran que el uso de estos materiales incrementa la resistencia, la deformación última y la ductilidad con respecto a los cilindros de concreto convencional. Sin embargo, la mayoría de los estudios se han realizado con cilindros pequeños fabricados con concreto de resistencias entre 15 y 50 MPa. Se han propuesto diversos modelos analíticos para predecir el comportamiento tensión-deformación, muchos de los cuales han sido derivados de modelos existentes desarrollados para concreto armado con acero de refuerzo y predicen, en algunos casos, la resistencia y deformación última, y en otros, el comportamiento tensión-deformación. Debido al incremento del uso de los FRP en la industria de la construcción, varios comités de organización profesionales han desarrollado y publicado recomendaciones de diseño, técnicas de construcción y uso, especificaciones, métodos de ensayo y sus aplicaciones. A pesar de las aplicaciones exitosas del uso de los FRP en prototipos de laboratorio y aplicaciones en campo, es todavía necesaria una mayor investigación para comprender el mecanismo de interacción entre los FRP y el concreto, porque la información es limitada en cuanto a niveles de resistencia y tamaño de probetas.

### **4.1. RELEVANCIA DEL TRABAJO**

Este trabajo presenta los resultados de un estudio sobre análisis en secciones rectangulares de concreto armado, de resistencia normal y alta, confinados con materiales compuestos (FRP) en análisis para una compresión axial. Se analizará la influencia del número de capas de confinamiento sobre la resistencia y deformación última de los concretos ya reforzados con estribos y con acero longitudinal. También se propone un modelo analítico para predecir el comportamiento tensión-deformación del concreto confinado y sin confinar de cilindros de concreto cargados axialmente. El modelo se basa en la idea de que la rigidez axial del concreto confinado y sin confinar está relacionada con la deformación lateral.

## 4.2. ETAPA DE ANALISIS

### 4.2.1 Detalles del estudio

El estudio consistió en diseñar la curva de esfuerzo - deformación teóricas de concretos sin confinar y confinados con fibras de carbono (FRP). Se usaron varios concretos con resistencias nominales de 210 kg/cm<sup>2</sup>, 280 kg/cm<sup>2</sup>, 560 kg/cm<sup>2</sup>, 630 kg/cm<sup>2</sup>. Para el confinamiento se usaron fibras de carbono; la de carbono es una fibra unidireccional de 0.337mm de espesor, 3500 N/mm<sup>2</sup> de resistencia a la tracción, 230 000 N/mm<sup>2</sup> de modulo elástico, 1.55% de elongación máxima. Se considerará un amplio rango de capas de confinamiento entre 0 y 10 capas para las resistencias finales de la sección compuesta concreto-FRP a usar.

### 4.2.2 Procedimiento de diseño de las secciones rectangulares sobrerreforzada

El procedimiento está basado en los trabajos de Eid y Paultre, y una curva de esfuerzo-deformación propuesta para diseño por Liam y Teng, la cual como ya se describió. En el origen la pendiente de la curva está dada por el módulo de elasticidad  $E_c$  del concreto sin confinar.

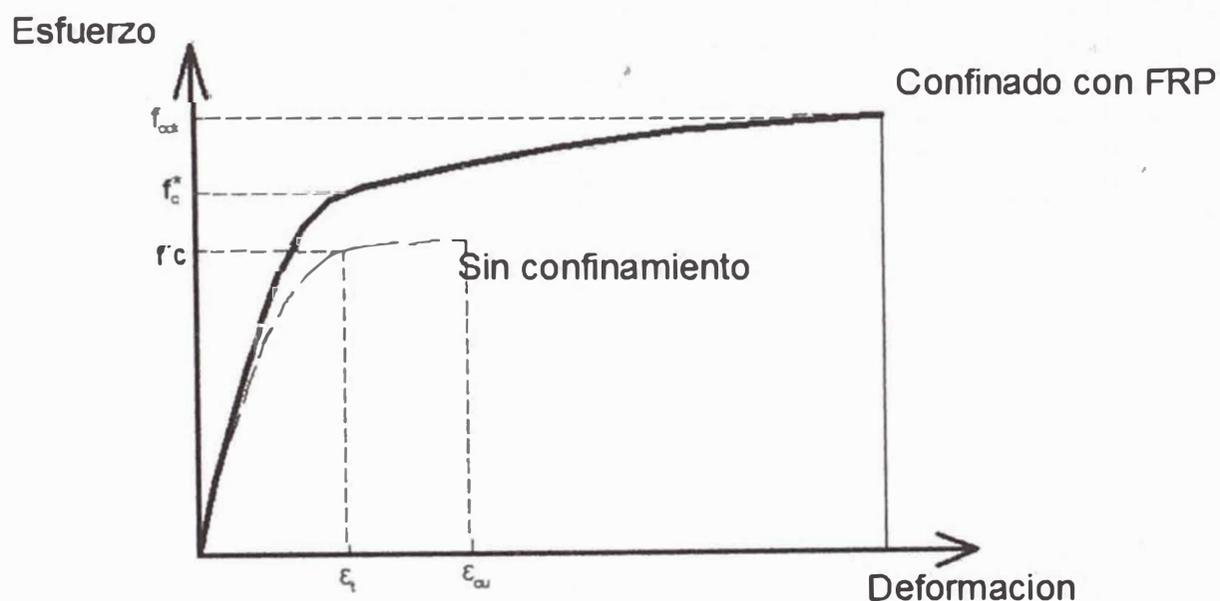


Figura 17. Simplificación de la curva para diseño esfuerzo-deformación

. El diseño que se usara está definido por la siguiente ecuación:

$$\sigma = \begin{cases} E_c \cdot \varepsilon_c - \frac{(E_c - E_2)^2}{4 \cdot f_c^*} \cdot \varepsilon_c^2, \text{ para } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_1^* \\ f_c^* + E_2 \cdot \varepsilon_c, \text{ para } \varepsilon_1^* \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu} \end{cases} \quad 4-1$$

Donde:

$\varepsilon_c$ : Deformación por el esfuerzo de compresión en el concreto confinado.

$\varepsilon_{cu}$ : Deformación longitudinal del concreto confinado en la falla del material reforzado con fibras.

$\sigma_c$ : Esfuerzo de compresión del concreto sin confinar.

$E_c$ : módulo tangente del concreto sin confinar sujeto a compresión axial.

$E_2$ : Pendiente de la línea recta.

$f_c^*$ : Punto en el eje de esfuerzos; "y"; que proyecta la intersección del tramo recto y la curva.

$$E_2 = \frac{f_{cc} - f_c^*}{\varepsilon_{cu}} \quad 4-2$$

$$f_c^* = f_c + 2[\rho_{wy} \cdot f_{wy} - \Delta p] \left( \frac{D_c - \frac{S_w}{2}}{D} \right)^2 \quad 4-3$$

$$\varepsilon_{cu} = \varepsilon_{cu} \left( 1.75 + 19 \frac{E_{jl} \varepsilon_{ju}}{f_{cm}} \right) \quad 4-4$$

Donde:

D: diámetro equivalente de la columna de concreto.

$D_c$ : Diámetro del área del núcleo de la columna confinada por refuerzo de acero.

$E_{jl}$ , Rigidez relativa del refuerzo de confinamiento de la fibra de carbono.

$f_{cc}$ : Esfuerzo de compresión admisible en el concreto confinado en la falla material de refuerzo de fibra.

$f_{wy}$ : Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo.

$S_w$ : Espaciado de los estribos de la columna.

$\Delta p$ : Decrecimiento en la compresión transversal como resultado de las diferentes áreas de influencia del refuerzo.

$\rho_{wy}$ : Cuantía de acero de refuerzo transversal

$\varepsilon_{ju}$ : Deformación ultima con la fibra de carbono y uso de un concreto reforzado.

$$f_{cc} = f_c + 2 \left[ E_{jl} \cdot \varepsilon_{jl} + (\rho_{wy} \cdot f_{wy} - \Delta p) \left( \frac{D_c - \frac{S_w}{2}}{D} \right)^2 \right] \quad 4-5$$

$$\rho_{wy} = \frac{2 \cdot t_{w,eff}}{D_c} \quad 4-6$$

$$E_{jl} = \frac{2 \cdot E_L \cdot t_L}{D} \quad 4-7$$

Donde:

$E_L$ : Módulo de elasticidad del reforzamiento de fibra de carbono relativo a la sección de concreto.

$t_L$ : Espesor teórico de la fibra de carbono.

$t_{w,eff}$ : Espesor equivalente del acero de refuerzo.

$$t_{w,eff} = \frac{A_{sw}}{2 \cdot s_w} \quad 4.8$$

Donde:

$A_{sw}$ , área total de acero de la sección confinada (estribos).

Para el uso de las secciones rectangulares se hará una transformación a una equivalencia para el diámetro, usando:

$$D = \sqrt{a^2 + b^2}, \text{ donde:}$$

a, b : Lados de la sección rectangular.

#### 4.2.2.1 Columnas Rectangulares.-

Para observar la influencia que tiene la cantidad de acero y también el refuerzo con fibra de carbono en la forma del diagrama de Momento – Curvatura así como en la ductilidad, se han construido los diagramas para una sección de 0.30x0.30m. con diversas cantidades de acero y el refuerzo con fibra de

carbono, El concreto a usar es desde un concreto de 210 kg/cm<sup>2</sup> hasta un concreto de 700 kg/cm<sup>2</sup>. Los diagrama de esfuerzo – deformación a usar serán con una diagrama parabólico-lineal de Park y Paulay, diagrama de Kent y Park y la elaboración de un diagrama de esfuerzo deformación para la sección reforzada con fibra de carbono basado en los trabajos de Eid y Paultre y la simplificada de Liam y Teng, descrita en el ítem 3.2.2.

Existe una variación lineal entre la carga axial última de la sección sobrerreforzada y el número de capas. Esto se establece mediante la siguiente gráfica obtenida a partir del Código alemán.

**Cuadro 3. Valores de # de capas para diferentes f'c**

Concreto f'c=175 kg/cm2				
# capas	εu	f'cc	f'cu	f'cu/f'c
1	0.006911	183.021	217.531	1.24
2	0.010323	183.065	252.084	1.44
5	0.020557	183.195	355.744	2.03
7	0.027380	183.282	424.850	2.43
9	0.034203	183.369	493.957	2.82
10	0.037614	183.413	528.510	3.02
15	0.054671	183.630	701.276	4.01
20	0.071728	183.847	874.042	4.99

Concreto f'c=315 kg/cm2				
# capas	εu	f'cc	f'cu	f'cu/f'c
1	0.006177	253.021	287.531	1.17
2	0.008853	253.065	322.084	1.31
5	0.016883	253.195	425.744	1.74
7	0.022237	253.282	494.850	2.02
9	0.02759	253.369	563.957	2.30
10	0.030267	253.413	598.510	2.44
15	0.04365	253.630	771.276	3.15
20	0.057033	253.847	944.042	3.85

Concreto f'c=210 kg/cm2				
# capas	εu	f'cc	f'cu	f'cu/f'c
1	0.006500	218.021	252.531	1.20
2	0.009499	218.065	287.084	1.37
5	0.018498	218.195	390.744	1.86
7	0.024498	218.282	459.85	2.19
9	0.030497	218.369	528.957	2.52
10	0.033497	218.413	563.510	2.68
15	0.048495	218.630	736.276	3.51
20	0.063494	218.847	909.042	4.33

Concreto f'c=560 kg/cm2				
# capas	εu	f'cc	f'cu	f'cu/f'c
1	0.004859	568.021	602.531	1.08
2	0.006218	568.065	637.084	1.14
5	0.010296	568.195	740.744	1.32
7	0.013015	568.282	809.850	1.45
9	0.015733	568.369	878.957	1.57
10	0.017092	568.413	913.510	1.63
15	0.023889	568.630	1,086.276	1.94
20	0.030685	568.847	1,259.042	2.25

Concreto f'c=245 kg/cm2				
# capas	εu	f'cc	f'cu	f'cu/f'c
1	0.006177	253.021	287.531	1.17
2	0.008853	253.065	322.084	1.31
5	0.016883	253.195	425.744	1.74
7	0.022237	253.282	494.850	2.02
9	0.02759	253.369	563.957	2.30
10	0.030267	253.413	598.510	2.44
15	0.04365	253.630	771.276	3.15
20	0.057033	253.847	944.042	3.85

Como se observa de la cuadro N°3 a medida que se incrementa la resistencia nominal del concreto la eficacia del confinamiento con FRP disminuye, razón por la cual este reforzamiento es más efectivo en concreto de bajas resistencias.

Como se puede observar en la gráfica siguiente este incremento tiene una variación lineal en el esfuerzo a compresión.

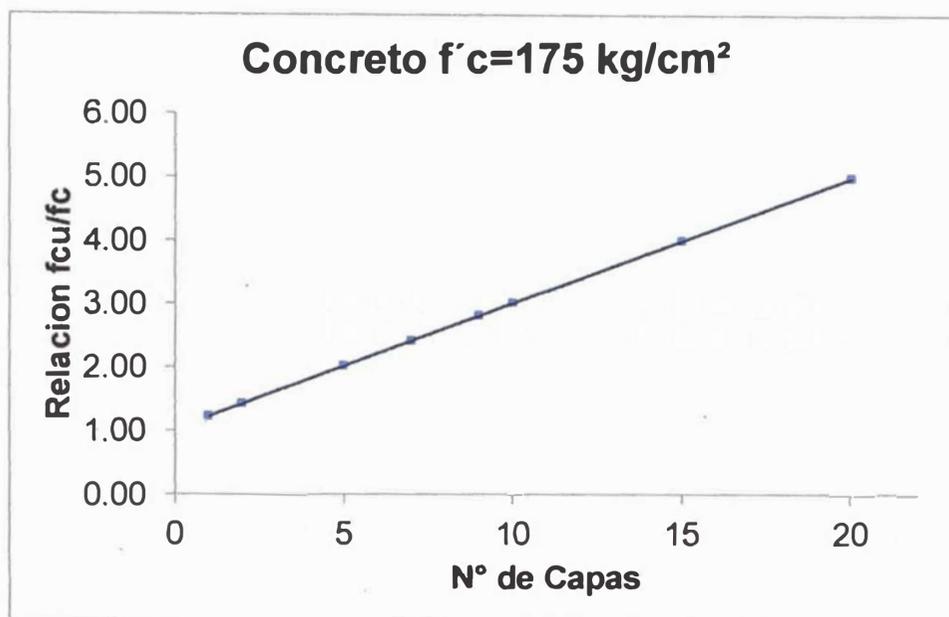


Figura 18. Variación del esfuerzo último en relación al número de capas colocadas

### Diagrama de interacción de columna de concreto Sobreconfinado

La carga axial influye en la curvatura; en consecuencia, no hay una curva única de momento – curvatura para una sección dada de columna, lo contrario al caso de una sección de viga determinada. Sin embargo, es posible graficar las combinaciones de carga axial  $P$  y momento  $M$  que hacen que la sección alcance la capacidad última y la curvatura  $\phi$  correspondiente a esas combinaciones. La Figura 19 es para una columna con refuerzo en dos caras opuestas y un sobre-refuerzo de 01 capa de fibra de carbono. En la figura aparecen los detalles de la sección y la curva supuesta esfuerzo-deformación para el concreto sobrerreforzado. La curva 1 del diagrama  $P$ - $M$  indica las combinaciones de  $P$  y  $M$  que hacen que la columna alcance el límite útil de la deformación (0.004 para el concreto) sin confinamiento. La curva 1 del diagrama  $P$ - $\phi h$  muestra la curvatura de la sección que corresponde a las combinaciones de  $P$  y  $M$  cuando se alcanza esta condición última. La curva 2 da la combinación de  $P$ ,  $M$  y  $\phi h$  que corresponde al punto en que el acero de tensión alcanza primeramente la resistencia por encima de ese punto. Por debajo del punto de falla balanceada en el diagrama  $P$ - $\phi h$  las curvas 1 y 2 se separaran e indican la cantidad de deformación inelástica de flexión que ocurre una vez iniciada la cedencia. En el punto de falla balanceada,  $P/P_o = 0.58$  para la gráfica del concreto sobrerreforzado.

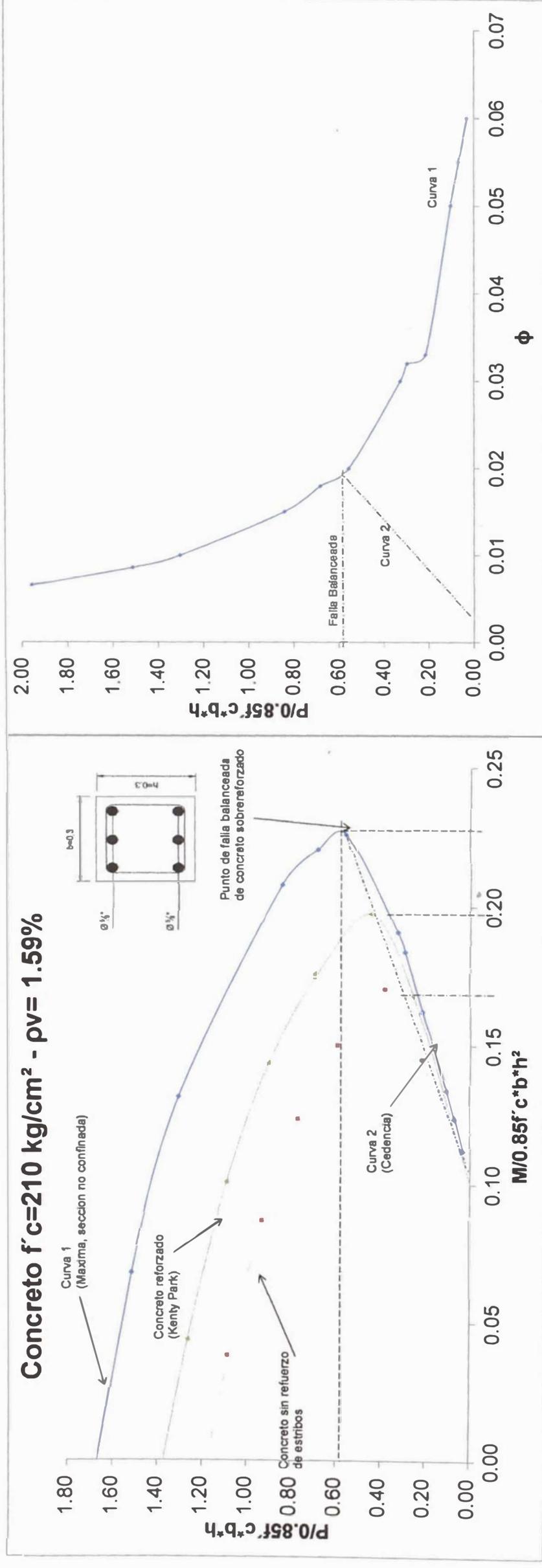


Figura 19 y 20: Muestra las distintas curvas para un determinado concreto con las características: Sin confinar (sin estribos), confinado según Kent y Park y con una envoltura de 01 capa de fibra de carbono, estas curvas fueron construidas asumiendo una deformación unitaria de 0.003.

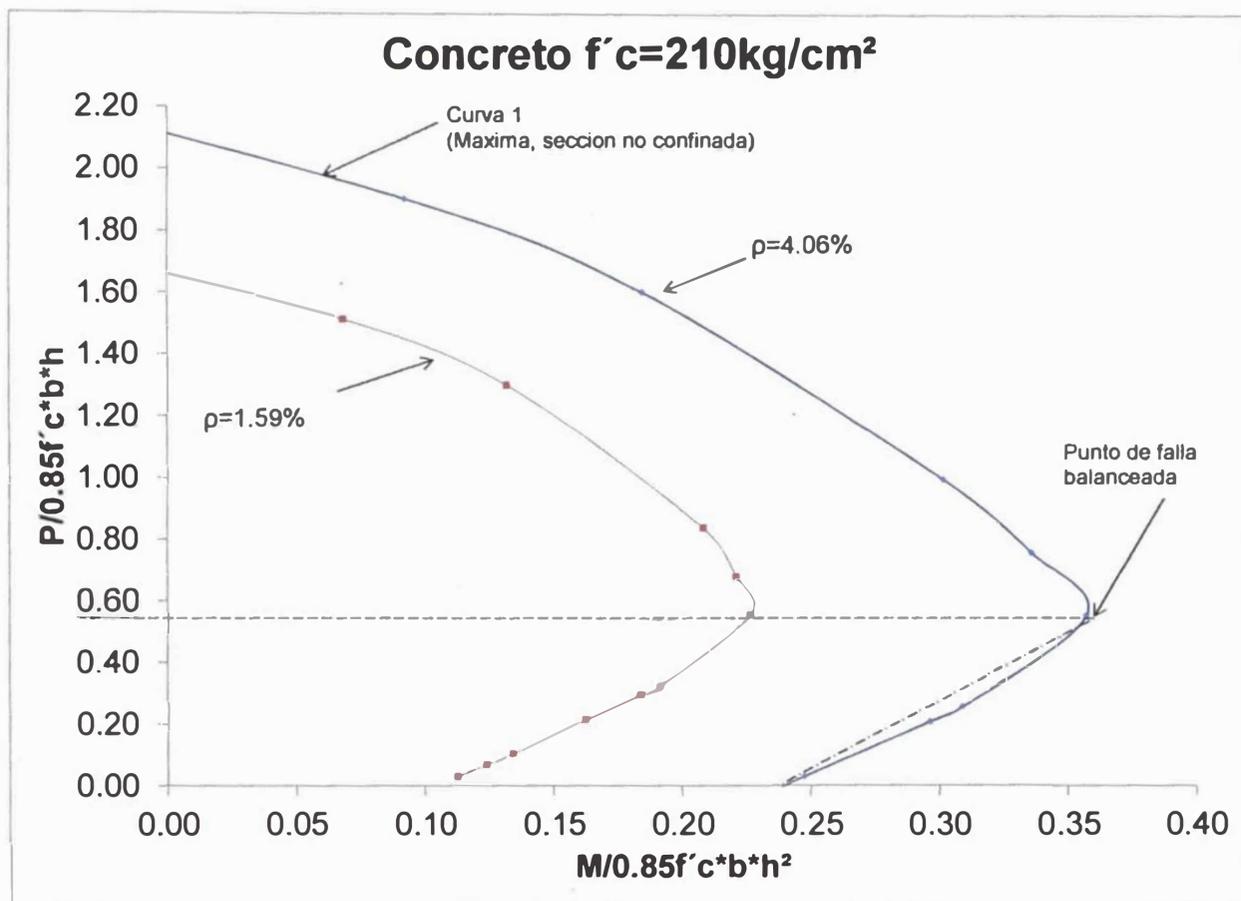


Figura 21: Curva de iteración para diferentes cuantías de acero vertical, ambas secciones están reforzadas 01 capa de fibra de carbono.

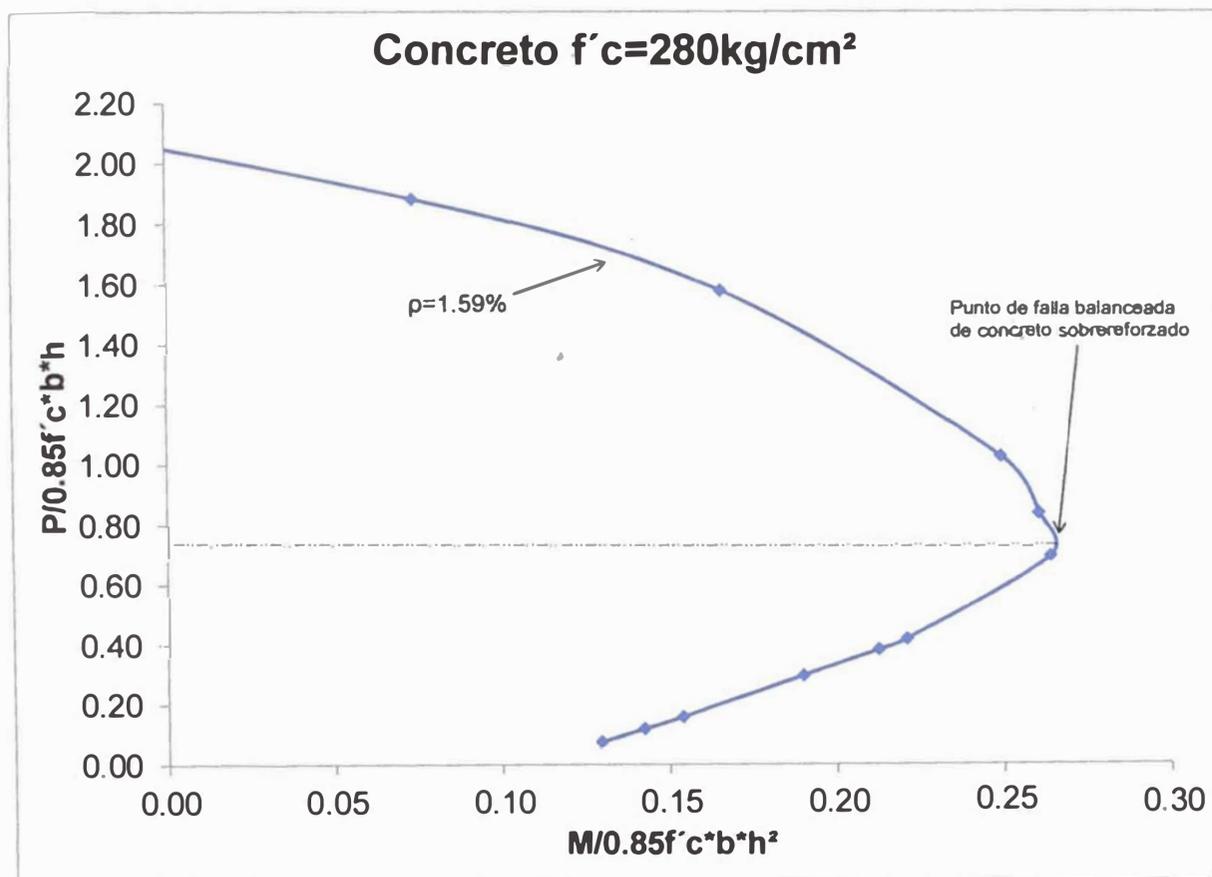


Figura 22: Curva de iteración para diferentes cuantías de acero vertical, ambas secciones están reforzadas 01 capa de fibra de carbono

Las figuras N°20 y 21 muestran los reforzamientos comúnmente utilizados en los cuales se envuelve con solo 01 capa.

Se presentan los valores obtenidos de la curva esfuerzo deformación para un concreto sobreconfinado para un estado de deformación unitaria de 0.003 en el concreto:

Las gráficas presentadas son para un concreto de resistencia  $f'_c=245 \text{ kg/cm}^2$ .

**Cuadro 4. Valores de  $\phi$  para  $f'_c=210\text{kg/cm}^2$ , con  $\emptyset 5/8''$**

Concreto  $f'_c=210 \text{ kg/cm}^2$   
Columna 30x30  
**6  $\emptyset 5/8''$ , estribos  $\emptyset 3/8''@.30$ , 01 capa FRP**

P (kg)	$P/(f_{ck} \cdot b \cdot h)$	M (kg-m)	$M/(f_{ck} \cdot b \cdot h^2)$	$\phi h$
4,759.1	0.030	6,361.1	0.112	0.060
10,967.8	0.068	7,007.0	0.124	0.055
16,636.7	0.104	7,587.3	0.134	0.050
34,455.9	0.214	9,202.3	0.162	0.033
47,322.4	0.295	10,420.0	0.184	0.032
52,271.6	0.325	10,834.0	0.191	0.030
89,095.7	0.555	12,826.0	0.226	0.020
109,148.6	0.679	12,523.0	0.221	0.018
134,826.8	0.839	11,801.0	0.208	0.015
209,068.9	1.301	7,473.0	0.132	0.010
243,008.9	1.513	3,864.0	0.068	0.009
314,431.2	1.957	-7,888.4	-0.139	0.007

Fuente: Propia

**Cuadro 5. Valores de  $\phi$  para  $f'_c=210\text{kg/cm}^2$ , con  $\emptyset 1''$**

Concreto  $f'_c=210 \text{ kg/cm}^2$   
Columna 30x30  
**6  $\emptyset 1''$ , estribos  $\emptyset 3/8''@.30$ , 01 capa FRP**

P (kg)	$P/(f_{ck} \cdot b \cdot h)$	M (kg-m)	$M/(f_{ck} \cdot b \cdot h^2)$	$\phi h$
-34,116.4	-0.212	10,256.0	0.181	0.060
-22,851.9	-0.142	11,407.0	0.201	0.055
-12,969.4	-0.081	12,409.0	0.219	0.050
4,867.9	0.030	14,026.0	0.247	0.033
33,176.1	0.207	16,788.0	0.296	0.032
41,216.1	0.257	17,511.0	0.309	0.030
89,186.3	0.555	20,246.0	0.357	0.020
122,001.9	0.759	19,040.0	0.336	0.018
159,958.4	0.996	17,093.0	0.301	0.015
257,419.0	1.602	10,449.0	0.184	0.010
305,761.2	1.903	5,218.1	0.092	0.008
378,988.0	2.359	-6,529.5	-0.115	0.007

Fuente: Propia

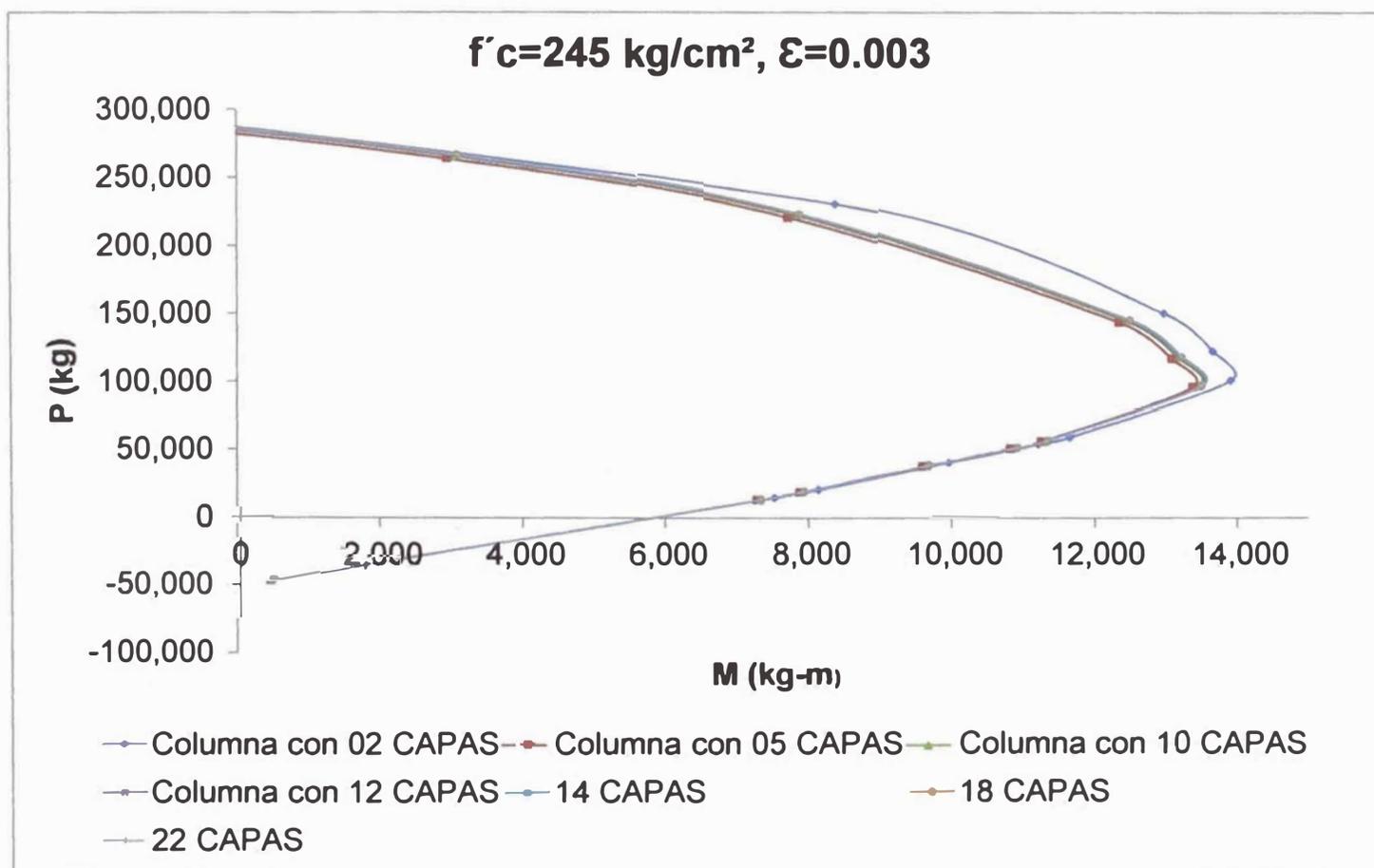
**Cuadro 6. Valores de  $\phi$  para  $f'c=280\text{kg/cm}$ , con  $\varnothing 5/8''$**

Concreto  $f'c=280\text{ kg/cm}^2$   
Columna 30x30  
**6  $\varnothing 5/8''$ , estribos  $\varnothing 3/8''@.30$ , 01 capa FRP**

P (kg)	$P/(fck*b*h)$	M (kg-m)	$M/(fck*b*h^2)$
12,085.6	0.075	7,329.8	0.129
19,027.1	0.118	8,058.3	0.142
25,428.7	0.158	8,718.5	0.154
47,643.7	0.297	10,758.0	0.190
61,242.9	0.381	12,038.0	0.212
66,924.7	0.417	12,511.0	0.221
111,075.5	0.691	14,950.0	0.264
134,059.0	0.834	14,754.0	0.260
164,133.2	1.022	14,113.0	0.249
253,028.4	1.575	9,377.3	0.165
302,406.9	1.882	4,175.0	0.074
381,835.8	2.377	-8,803.4	-0.155

Fuente: Propia

Se muestra el diagrama de iteración para una sección de 0.30x0.30m y estribos de  $3/8''@0.30$  con distintos reforzamiento de FRP. Se colocarán los valores encontrados para poder observar que no existe variación si se considera la elaboración de estas graficas usando una deformación unitaria de 0.003 para todos los sistemas de reforzamiento.



**Figura 23: Curva de iteración para una deformación de 0.003 del concreto**

Según la gráfica se puede observar que a medida que se incrementa el número de capas de reforzamiento la gráfica con mayor número de capas no envuelve a la anterior. Esta curva se deberá construir con la deformación última de la sección reforzada con FRP según la fórmula:

$$\varepsilon_{cu} = \varepsilon_{cu} \left( 1.75 + 19 \frac{E_{jl} \varepsilon_{ju}}{f_{cm}} \right)$$

La utilización de la deformación última para cada sistema de reforzamiento la construcción es mostrada en la siguiente gráfica:

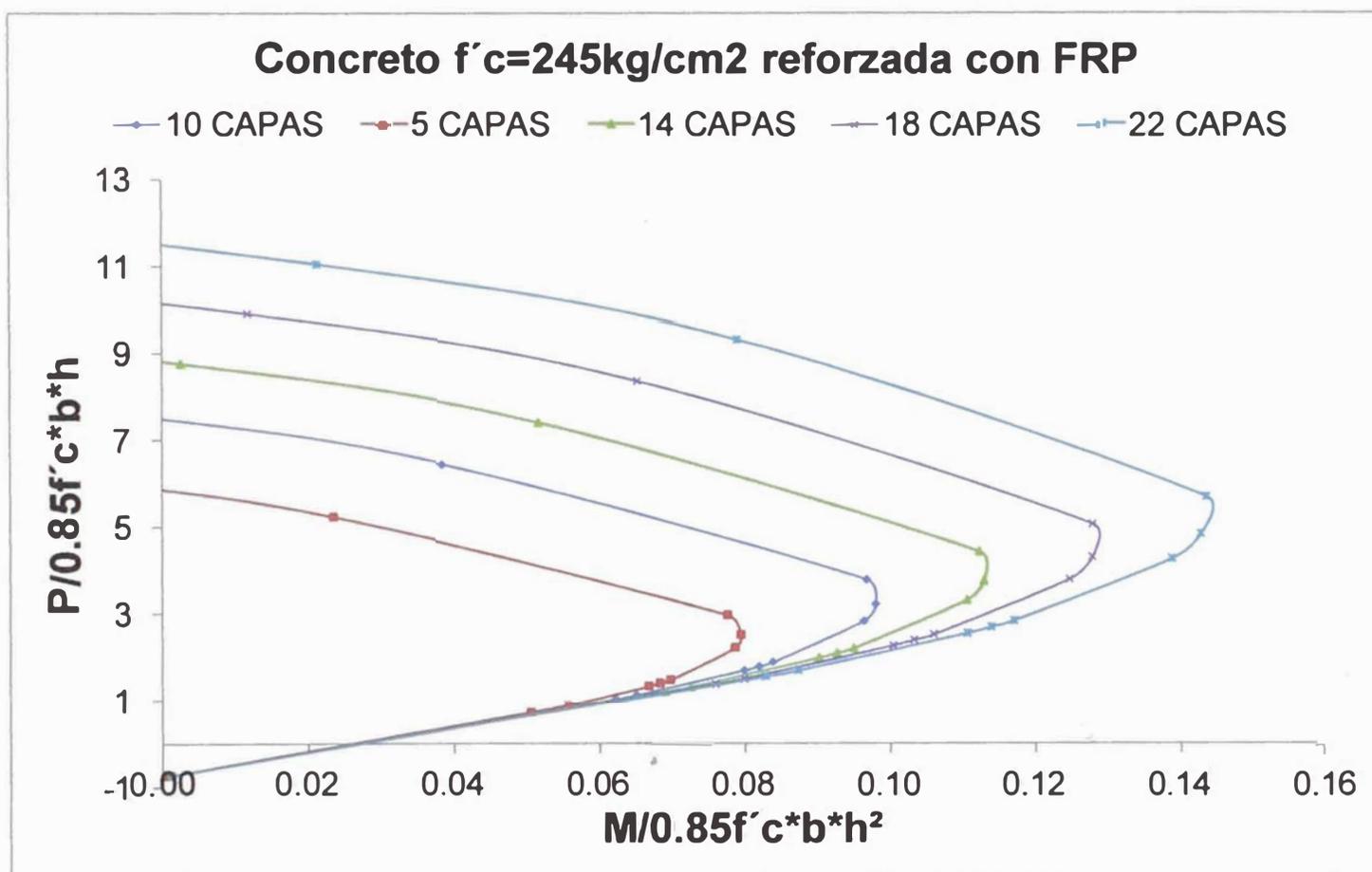


Figura 24: Curva de iteración para deformación de última

Se observa que el incremento de ductilidad y carga axial está directamente relacionado con el número de capas colocadas como reforzamiento. Se puede observar de la gráfica que el punto de intersección con el eje "X" es casi el mismo independientemente del número de capas de reforzamiento. Del diagrama de iteración último del concreto confinado se puede observar que podría obtenerse un diagrama de interacción de diseño agregando un parámetro de reducción.

### 4.2.2.3 Diagrama de Momento-Curvatura de una columna de concreto sobreconfinado

Para la determinación de las curvas teóricas de momento – curvatura para las secciones de concreto sobrerreforzado con flexión y carga axial, las suposiciones se harán semejantes a las utilizadas para la determinación de la resistencia a flexión. Se supone que las secciones planas antes de la flexión permanecen planas después de la flexión y que se conoce la curva esfuerzo - deformación para el concreto sobrerreforzado y el acero. Las curvas asociadas con un rango de momentos flexionantes y cargas axiales pueden determinarse utilizando estas suposiciones y a partir de los requerimientos de compatibilidad de deformación y equilibrio de las fuerzas.

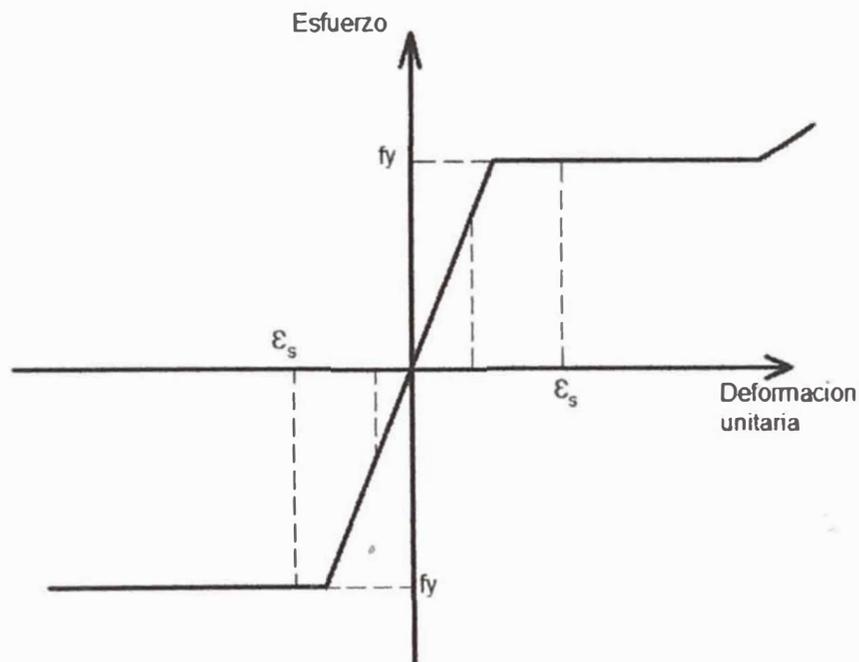


Figura 25. Esfuerzo - deformación del acero en tensión y compresión

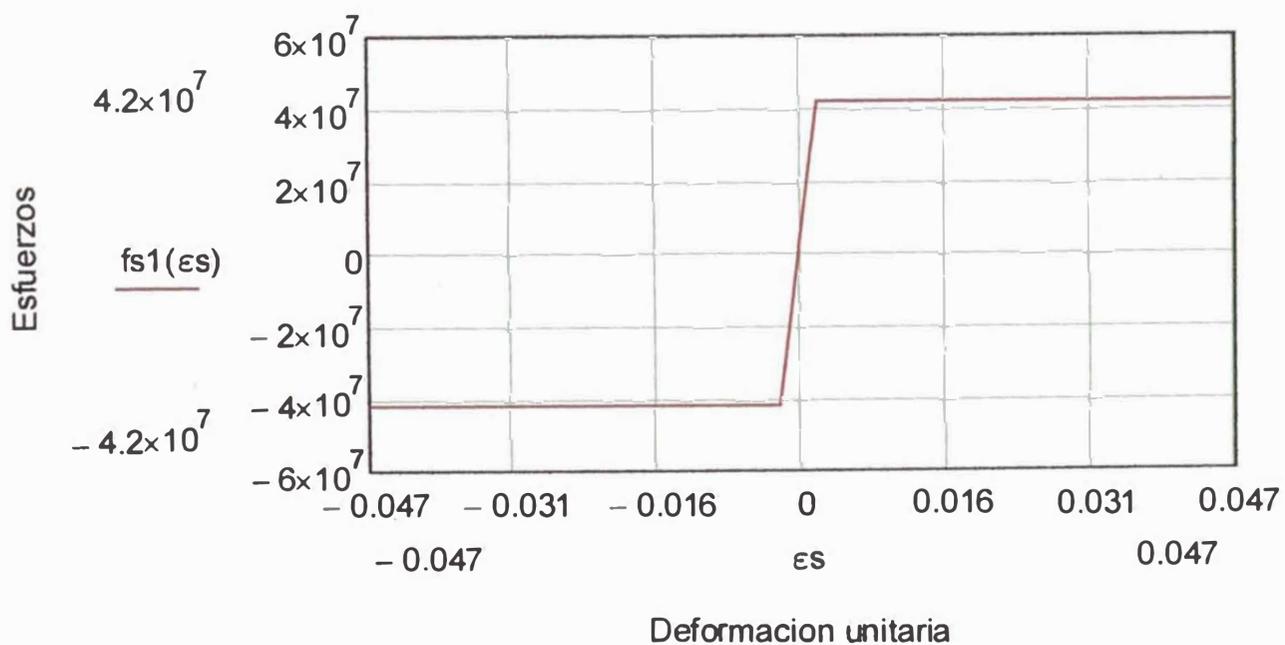


Figura 26. Esfuerzo- deformación real del acero en tensión y compresión a usar en el análisis.

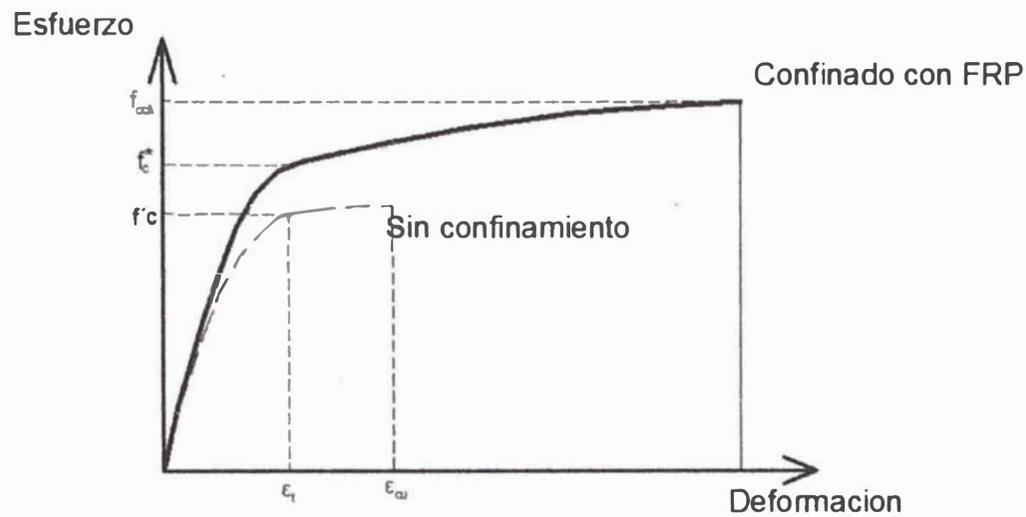


Figura 27. Esfuerzo – deformación del concreto sobrerreforzada

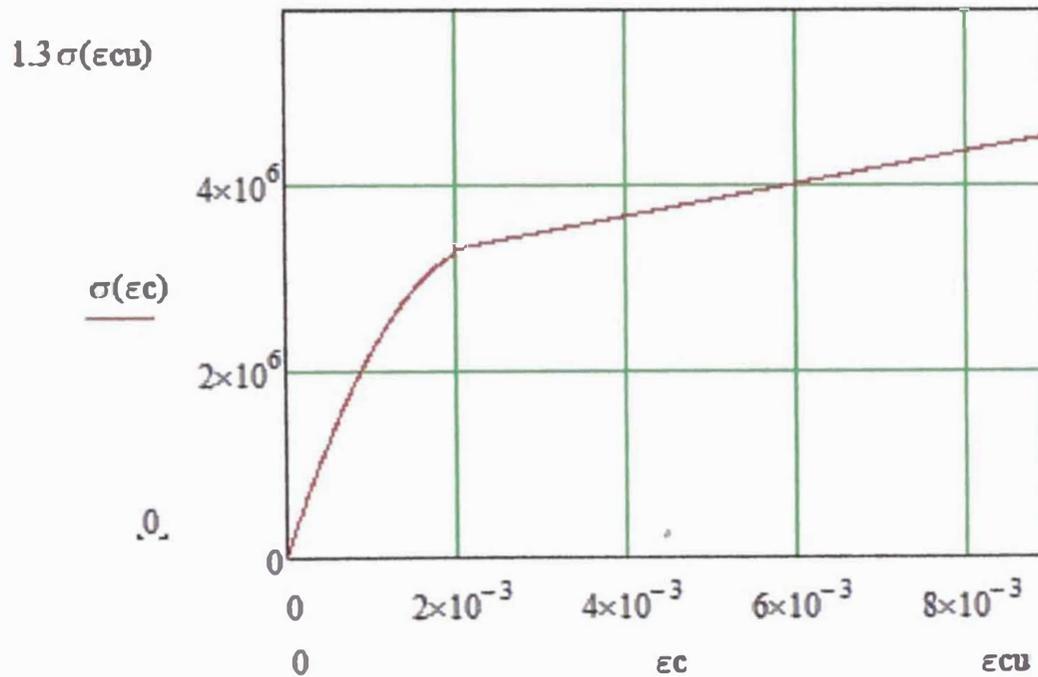


Figura 28. Esfuerzo- deformación real del concreto sobrerreforzado a usar en el análisis, la curva presentada corresponde a un concreto  $f'_c=280\text{kg/cm}^2$  con 01 capa de FRP.

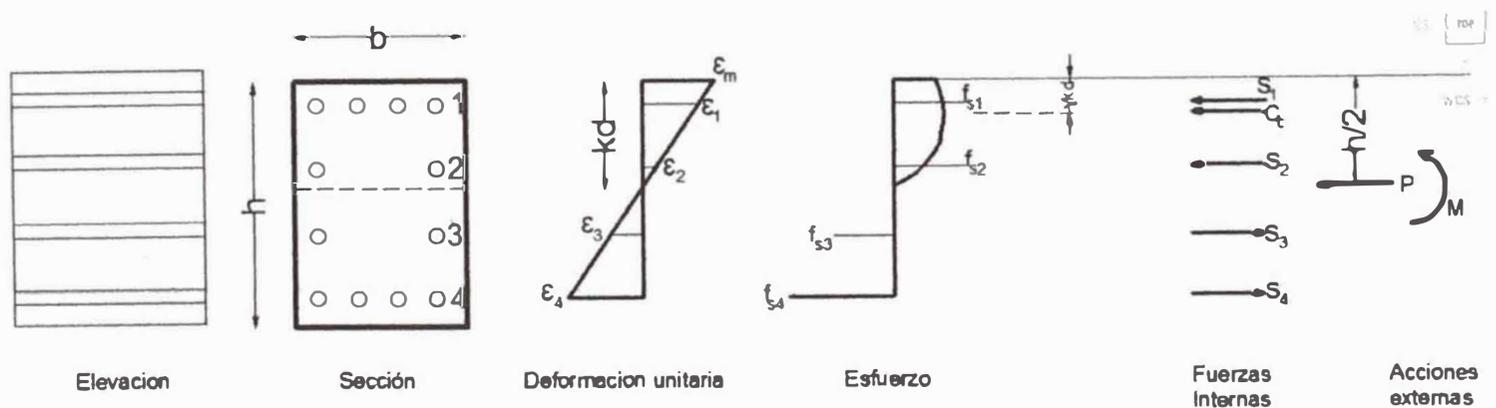


Figura 29. Sección con deformaciones, esfuerzo y distribución de fuerzas, columna

Con la gráfica del acero (figura 28) se pueden encontrar los esfuerzos  $f_{S1}, f_{S2}, f_{S3}, \dots$ , correspondientes a las deformaciones  $\varepsilon_{S1}, \varepsilon_{S2}, \varepsilon_{S3}, \dots$ , a partir de la curva esfuerzo – deformación para el acero. En seguida se pueden encontrar las fuerzas del acero  $S_{S1}, S_{S2}, S_{S3}, \dots$ , a partir de los esfuerzos del acero y las áreas del mismo. Por ejemplo, para la varilla  $i$ , la ecuación de la fuerza es:

$$S_i = f_{Si} \times A_{Si}$$

Se puede encontrar la distribución del esfuerzo del concreto en la parte comprimida de la sección de la figura 29 a partir del diagrama de deformaciones y la curva esfuerzo – deformación para el concreto. Para cualquier deformación dada del concreto  $\varepsilon_{cm}$  en la fibra extrema a compresión, se puede definir la fuerza de compresión del concreto  $C_c$  y su posición en términos de los parámetros  $\alpha$  y  $\gamma$ , en que:

$$C_c = \alpha f_c'' b \times kd$$

Actúa a la distancia  $\gamma kd$  de la fibra extrema a compresión. Se puede determinar el factor  $\alpha$  del esfuerzo medio y el factor  $\gamma$  del centroide para cualquier deformación  $\varepsilon_{cm}$  en la fibra extrema a compresión para secciones rectangulares a partir de la relación esfuerzo-deformación como sigue:

$$\text{Área bajo la curva esfuerzo-deformación} = \int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c d\varepsilon_c = \alpha f_c'' \varepsilon_{cm}$$

Por lo tanto:

$$\alpha = \frac{\int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c d\varepsilon_c}{f_c'' \varepsilon_{cm}}$$

El primer momento alrededor del origen del área bajo la curva esfuerzo-deformación resulta:

$$= \int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c \varepsilon_c d\varepsilon_c = (1 - \gamma) \varepsilon_{cm} \int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c d\varepsilon_c$$

Por lo tanto:

$$\gamma = 1 - \frac{\int_0^{\varepsilon_{cm}} \varepsilon_c f_c d\varepsilon_c}{\varepsilon_{cm} \int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c d\varepsilon_c}$$

En consecuencia, se puede escribir el esfuerzo  $f_c$  en el concreto en términos de la deformación  $\varepsilon_c$  usando las ecuaciones anteriormente descritas y su línea de acción.

Se puede escribir las ecuaciones de equilibrio de fuerzas como:

$$P = \alpha f_c'' b \times kd + \sum_{i=1}^n f_{si} A_{si}$$

$$M = \alpha f_c'' b \times xkd \left( \frac{h}{2} - \gamma \times kd \right) + \sum_{i=1}^n f_{si} A_{si} \left( \frac{h}{2} - d_i \right)$$

Y la curvatura está dada, por similitud del concreto:

$$\varphi = \frac{\varepsilon_{cm}}{kd}$$

Se puede determinar la relación teórica momento-curvatura para un nivel dado de carga axial, incrementando la deformación del concreto en la fibra  $\varepsilon_{cm}$  extrema a compresión. Para cada valor de  $\varepsilon_{cm}$  se encuentra la profundidad  $kd$  hasta que las fuerzas internas calculadas utilizando las ecuaciones anteriores satisfagan. Para el análisis de los momentos-curvatura de las columnas sobrerreforzadas en la presente tesina se calculará usando  $P = 10\text{ton}$

Se observa que un aumento en la carga axial de la columna genera una nueva gráfica de Momento – Curvatura en la sección y por ende se modifica su ductilidad disminuyendo cuando la carga axial aumenta.

#### 4.2.2.4 Determinación del espesor necesario para la activación del refuerzo pasivo con FRP

Cuando no existe un límite de rigidez adecuado se produce un tramo descendente. Para evitar esto el comité para el reforzamiento del concreto (Código alemán) propone el uso de esta fórmula:

$$tl \geq \frac{0.2 \times D \times f_c^2}{E_l}$$

Donde:

$tl$  , espesor mínimo del FRP de reforzamiento de la columna.

En la tabla siguiente se muestra el número de capas mínimo para diferentes columnas y resistencia del concreto, según la fórmula anterior:

**Cuadro 7. Valores Número de capas mínimo, según código alemán DafStb Guideline (DEUTSCHER AUSSCHUSS FÜR STAHLBETON (Comité alemán para reforzamiento de concreto))**

Columna		Diametro Equivalente	Resistencia del concreto (kg/cm <sup>2</sup> )	Modulo de elasticidad del FRP (kg/cm <sup>2</sup> )	Espesor de FRP necesario	# de capas de FRP
b (cm)	h (cm)					
25	25	35.36	175.0	2,400,000	0.09	1.0
30	30	42.43	175.0	2,400,000	0.11	1.0
40	40	56.57	175.0	2,400,000	0.14	1.0
50	50	70.71	175.0	2,400,000	0.18	2.0

Columna		Diametro Equivalente	Resistencia del concreto (kg/cm <sup>2</sup> )	Modulo de elasticidad del FRP (kg/cm <sup>2</sup> )	Espesor de FRP necesario	# de capas de FRP
b (cm)	h (cm)					
25	25	35.36	210.0	2,400,000	0.13	2.0
30	30	42.43	210.0	2,400,000	0.16	2.0
40	40	56.57	210.0	2,400,000	0.21	3.0
50	50	70.71	210.0	2,400,000	0.26	3.0

Columna		Diametro Equivalente	Resistencia del concreto (kg/cm <sup>2</sup> )	Modulo de elasticidad del FRP (kg/cm <sup>2</sup> )	Espesor de FRP necesario	# de capas de FRP
b (cm)	h (cm)					
25	25	35.36	245	2,400,000	0.18	2.0
30	30	42.43	245	2,400,000	0.21	3.0
40	40	56.57	245	2,400,000	0.28	3.0
50	50	70.71	245	2,400,000	0.35	4.0

Columna		Diametro Equivalente	Resistencia del concreto (kg/cm <sup>2</sup> )	Modulo de elasticidad del FRP (kg/cm <sup>2</sup> )	Espesor de FRP necesario	# de capas de FRP
b (cm)	h (cm)					
25	25	35.36	280	2,400,000	0.23	3.0
30	30	42.43	280	2,400,000	0.28	3.0
40	40	56.57	280	2,400,000	0.37	4.0
50	50	70.71	280	2,400,000	0.46	5.0

Columna		Diametro Equivalente	Resistencia del concreto (kg/cm <sup>2</sup> )	Modulo de elasticidad del FRP (kg/cm <sup>2</sup> )	Espesor de FRP necesario	# de capas de FRP
b (cm)	h (cm)					
25	25	35.36	385	2,400,000	0.44	5.0
30	30	42.43	385	2,400,000	0.52	6.0
40	40	56.57	385	2,400,000	0.70	7.0
50	50	70.71	385	2,400,000	0.87	9.0

Columna		Diametro Equivalente	Resistencia del concreto (kg/cm <sup>2</sup> )	Modulo de elasticidad del FRP (kg/cm <sup>2</sup> )	Espesor de FRP necesario	# de capas de FRP
b (cm)	h (cm)					
25	25	35.36	560	2,400,000	0.92	10.0
30	30	42.43	560	2,400,000	1.11	12.0
40	40	56.57	560	2,400,000	1.48	15.0
50	50	70.71	560	2,400,000	1.85	19.0

De la tabla 6 se puede observar que para la sección utilizada para el estudio es una sección de 0.30x0.30m con un concreto de  $f'c=245\text{kg/cm}^2$  y en la cual es necesario el uso de como mínimo 3 capas de FRP.

**Cuadro 8. Valores Número de capas mínimo, según código ACI 440**

Columna		INCREMENTO DE CARGA	Diametro Equivalente	Resistencia del concreto ( $\text{kg/cm}^2$ )	Modulo de elasticidad del FRP ( $\text{kg/cm}^2$ )	# de capas de FRP
b (cm)	h (cm)					
25	25	20%	35.36	175.0	2,400,000	2.0
30	30	20%	42.43	175.0	2,400,000	3.0
40	40	20%	56.57	175.0	2,400,000	4.0
50	50	20%	70.71	175.0	2,400,000	5.0

Columna		INCREMENTO DE CARGA	Diametro Equivalente	Resistencia del concreto ( $\text{kg/cm}^2$ )	Modulo de elasticidad del FRP ( $\text{kg/cm}^2$ )	# de capas de FRP
b (cm)	h (cm)					
25	25	20%	35.36	210.0	2,400,000	3.0
30	30	20%	42.43	210.0	2,400,000	4.0
40	40	20%	56.57	210.0	2,400,000	5.0
50	50	20%	70.71	210.0	2,400,000	6.0

Columna		INCREMENTO DE CARGA	Diametro Equivalente	Resistencia del concreto ( $\text{kg/cm}^2$ )	Modulo de elasticidad del FRP ( $\text{kg/cm}^2$ )	# de capas de FRP
b (cm)	h (cm)					
25	25	20%	35.36	245.0	2,400,000	3.0
30	30	20%	42.43	245.0	2,400,000	4.0
40	40	20%	56.57	245.0	2,400,000	6.0
50	50	20%	70.71	245.0	2,400,000	8.0

Columna		INCREMENTO DE CARGA	Diametro Equivalente	Resistencia del concreto ( $\text{kg/cm}^2$ )	Modulo de elasticidad del FRP ( $\text{kg/cm}^2$ )	# de capas de FRP
b (cm)	h (cm)					
25	25	20%	35.36	280.0	2,400,000	4.0
30	30	20%	42.43	280.0	2,400,000	5.0
40	40	20%	56.57	280.0	2,400,000	7.0
50	50	20%	70.71	280.0	2,400,000	9.0

Columna		INCREMENTO DE CARGA	Diametro Equivalente	Resistencia del concreto ( $\text{kg/cm}^2$ )	Modulo de elasticidad del FRP ( $\text{kg/cm}^2$ )	# de capas de FRP
b (cm)	h (cm)					
25	25	20%	35.36	385.0	2,400,000	6.0
30	30	20%	42.43	385.0	2,400,000	7.0
40	40	20%	56.57	385.0	2,400,000	9.0
50	50	20%	70.71	385.0	2,400,000	12.0

Columna		INCREMENTO DE CARGA	Diametro Equivalente	Resistencia del concreto ( $\text{kg/cm}^2$ )	Modulo de elasticidad del FRP ( $\text{kg/cm}^2$ )	# de capas de FRP
b (cm)	h (cm)					
25	25	20%	35.36	560.0	2,400,000	8.0
30	30	20%	42.43	560.0	2,400,000	10.0
40	40	20%	56.57	560.0	2,400,000	14.0
50	50	20%	70.71	560.0	2,400,000	18.0

De la tabla 8 se puede observar que para la sección utilizada para el estudio es una sección de 0.30x0.30m con un concreto de  $f'c=245\text{kg/cm}^2$  y en la cual es necesario el uso de como mínimo 4 capas de FRP.

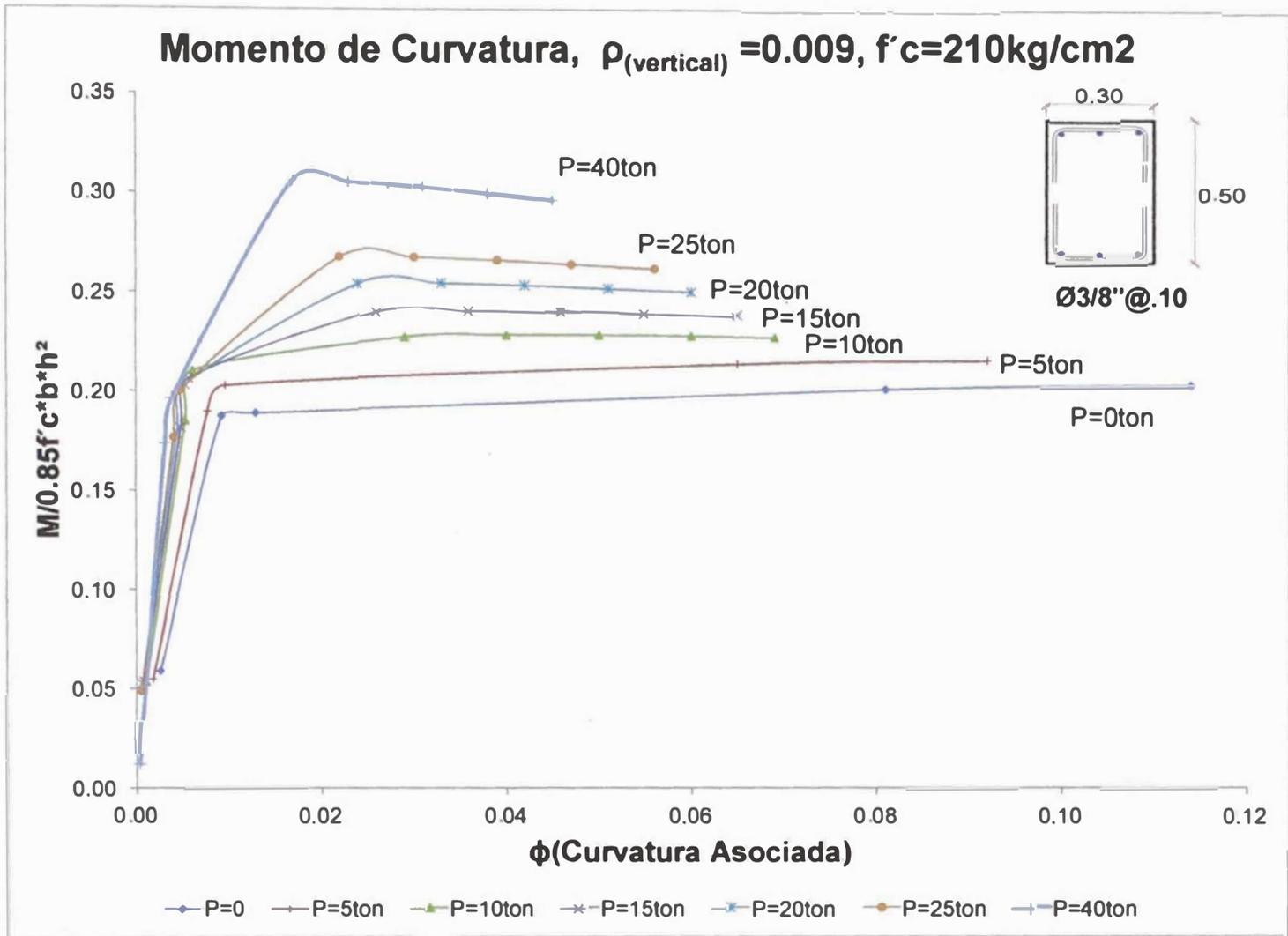


Figura N°30. Variación de curva momento - curvatura por influencia de la carga axial.

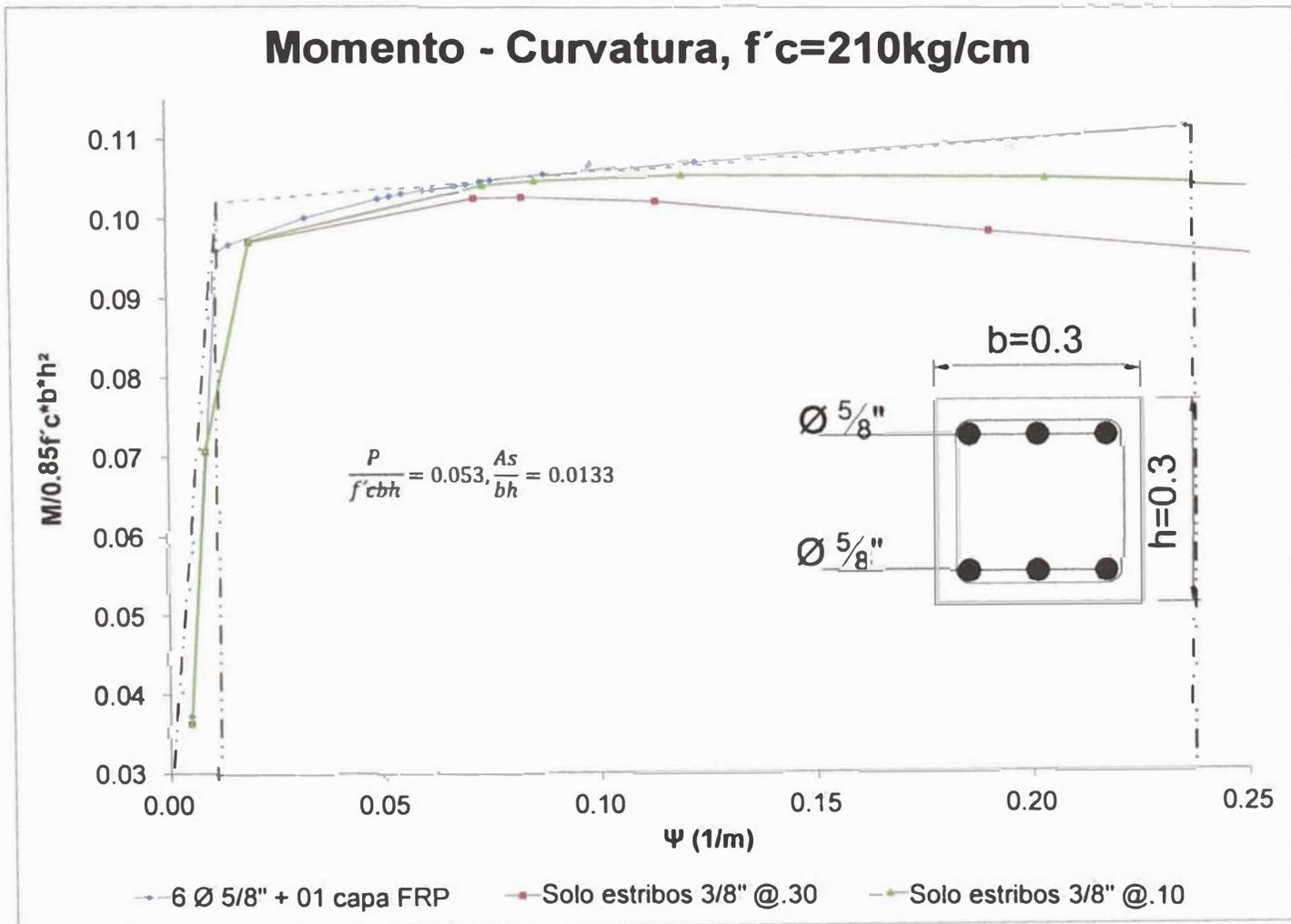


Figura 31. Comparación de momento - curvatura, usando curva de esfuerzo deformación con Kenty Park Modificado y la curva esfuerzo deformación con refuerzo de FRP.

La grafica 27 da algunas relaciones teóricas momento – curvatura que se obtuvieron para secciones rectangulares de concreto o secciones de un concreto sobrerreforzado con dos obtenidos de la curva esfuerzo – deformación de Kent y Park con diferentes distribuciones de estribo. Las curvas momento – curvatura se han terminado cuando la deformación  $\epsilon_{FRP}$  de la fibra extrema a compresión alcanzo 0.01, punto máximo de la deformación unitaria de la sección sobrerreforzada. Las curvas muestran que a medida que se disminuye la separación entre estribos se mejora el comportamiento dúctil de la sección.

De la gráfica 27 de Momento-Curvatura, la sección sobrerreforzada se puede considerar como un material muy frágil debido a que la carga máxima o resistencia a la tensión de la sección concreto - fibra de carbono ocurre en el punto de falla. También se puede apreciar que el concreto en la fibra extrema a compresión alcanza el agrietamiento más rápido, aunque el acero fluye mucho después, y el diagrama momento –curvatura no tiene una respuesta dúctil, aunque la resistencia es mucho mayor.

De la tabla N°6 se puede observar que para concretos de resistencia mayor (580kg/cm<sup>2</sup>) no es económico su reforzamiento ya que el número de capas para su activación es como mínimo de 10 capas para una sección de 25x25cm

A continuación se muestran las gráficas para un concreto de  $f'c=245$  kg/cm<sup>2</sup> y 280 kg/cm<sup>2</sup>:

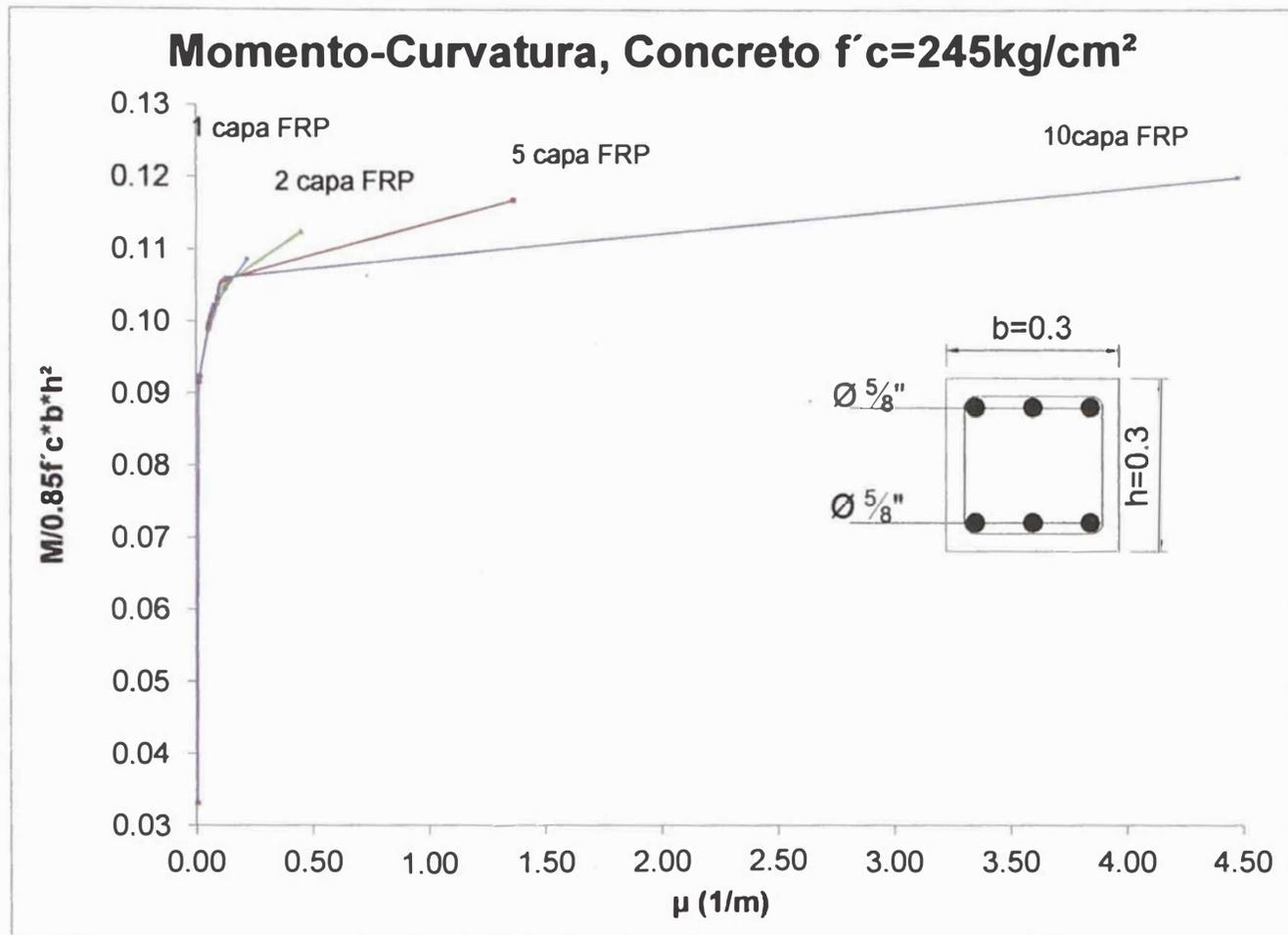


Figura 32. Relación teórica de momento – curvatura de concreto sobrerreforzado

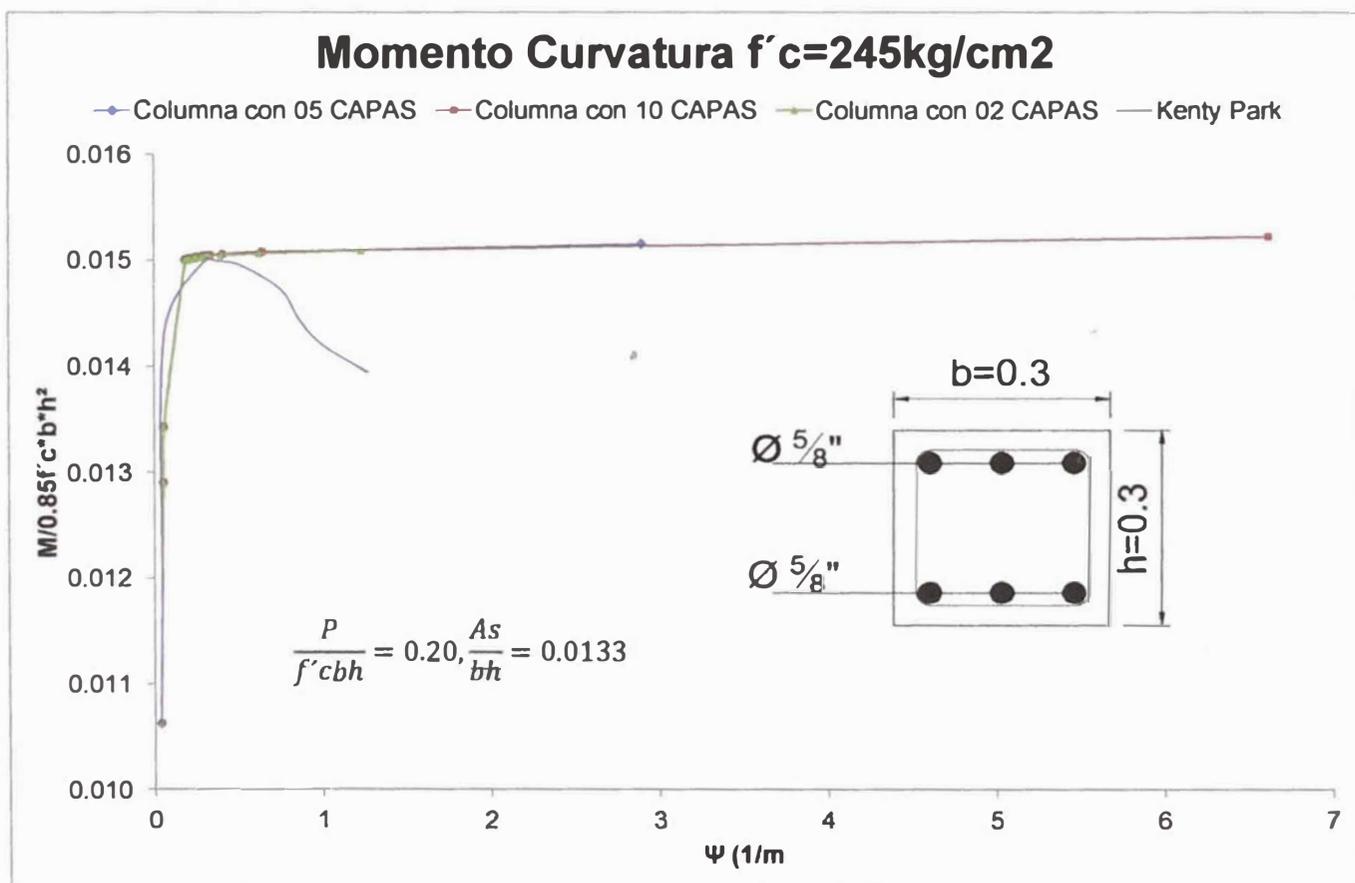
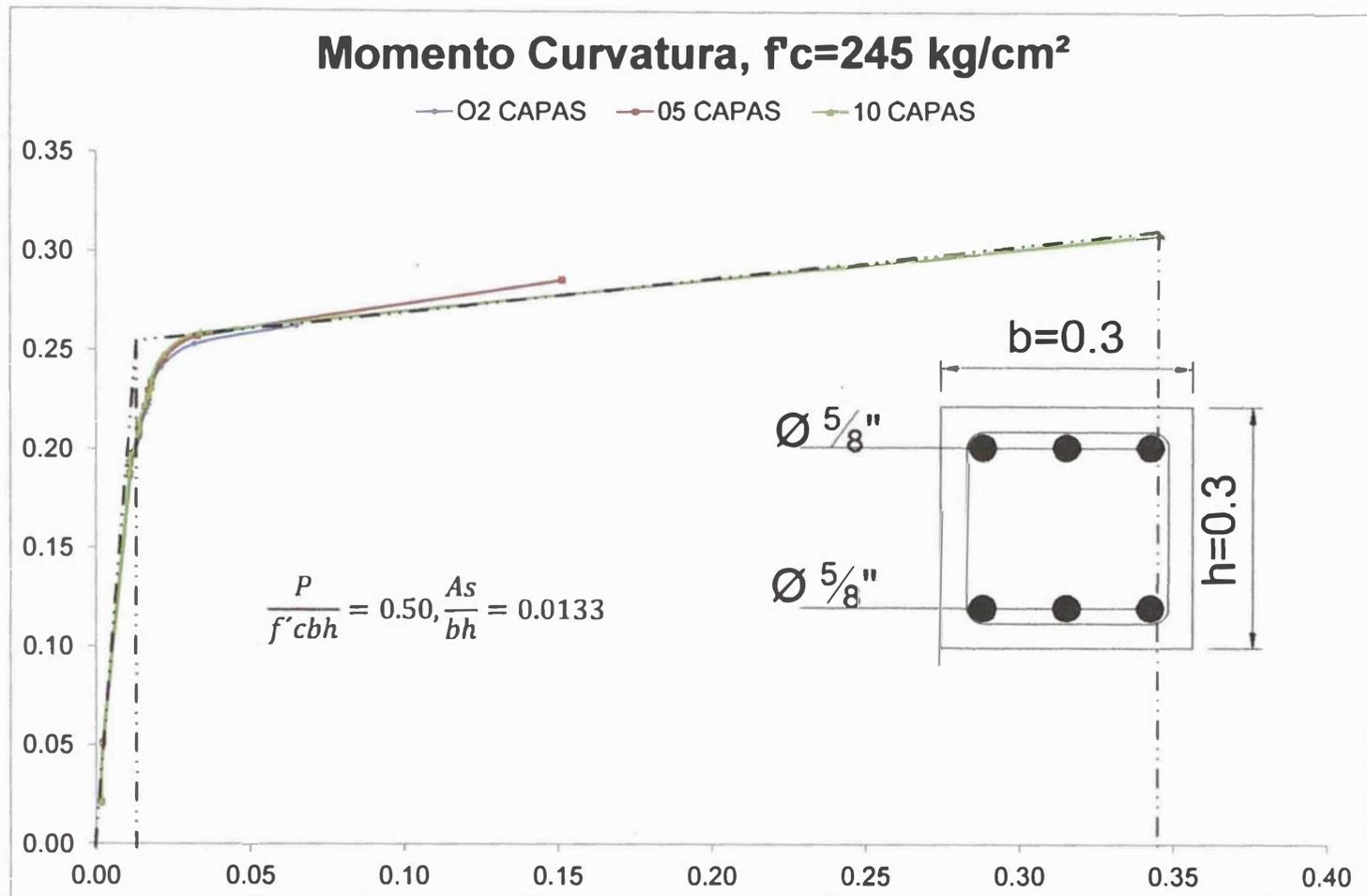


Figura 33. Momento – curvatura, en concreto sin reforzar, reforzado y sobrerreforzado,  $f'_c=245\text{kg/cm}^2$ .



**Figura 34. Relación teórica de momento – curvatura de concreto  $f'_c=245 \text{ kg/cm}^2$  sobrerreforzado**

De la gráfica 31 se puede observar que al colocar una capa menor a la cantidad de capas mínimas mostrada en la tabla N°6, (se colocó 01 capa de FRP), se produce una disminución en ductilidad de la sección reforzada, la no activación del reforzamiento y la falla prematura del FRP. Para este caso se recomienda dejar la sección con el estriado existente.

De las gráfica se puede observar que hasta el punto de cambio de pendiente, cuyo valor deformación unitaria es 0.002 el comportamiento de las 03 gráficas es parecido; esto quiere decir que el comportamiento en el rango elástico es el mismo o parecido al de un concreto confinado o no confinado. La diferencia empieza cuando el concreto empieza a fisurarse y la fibra actúa como un esfuerzo de confinamiento y ayuda a mejorar la capacidad axial de la sección sobrerreforzada.

Se puede observar que el incremento de los valores es significativo posteriormente al punto de fluencia y se vuelve de mayor importancia mientras se aproxima más al punto de falla.

Para el cálculo de la ductilidad esta se incrementa si se calcula respecto al primer punto de primera fluencia del acero longitudinal y decrece si se toma en cuenta la primera fluencia del concreto.

Sin embargo, si hacemos una comparación entre el sistema de reforzamiento con FRP y el confinamiento solo con estribos se puede observar que todas las propiedades mejoran.

**Cuadro 9. Valores obtenidos para el trazado de grafica momento – curvatura, parte 1**

Concreto $f'c=280$ kg/cm <sup>2</sup> Columna 30x30 6 Ø 5/8" + 01 capa FRP			Concreto $f'c=280$ kg/cm <sup>2</sup> Columna 30x30 6 Ø 5/8" + 05 capa FRP		
	$\mu=$	14.65		$\mu=$	94.91
	$f'cck=$	296.15		$f'cck=$	296.93
	$\epsilon_{cu}=$	0.0089		$\epsilon_{cu}=$	0.0306
M (kg-m)	$M(fck*b*h^2)$	$\Psi$ (1/m)	M (kg-m)	$M(fck*b*h^2)$	$\Psi$ (1/m)
1,632.44	0.0290	0.0050	1,633.47	0.0339	0.0050
4,435.00	0.0789	0.0128	4,437.65	0.0921	0.0129
4,473.33	0.0796	0.0159	4,476.53	0.0929	0.0159
4,810.17	0.0855	0.0530	4,826.73	0.1002	0.0536
4,831.18	0.0859	0.0560	4,849.80	0.1006	0.0566
4,850.31	0.0863	0.0589	4,871.18	0.1011	0.0596
4,884.60	0.0869	0.0646	4,909.32	0.1019	0.0654
4,899.95	0.0871	0.0674	4,926.62	0.1022	0.0683
4,928.20	0.0876	0.0729	4,958.43	0.1029	0.0739
4,941.09	0.0879	0.0757	4,973.28	0.1032	0.0767
4,953.43	0.0881	0.0784	4,987.35	0.1035	0.0795
4,965.19	0.0883	0.0810	5,001.01	0.1038	0.0822
5,017.28	0.0892	0.0941	5,061.93	0.1050	0.0956
5,135.79	0.0913	0.1314	5,206.53	0.1080	0.1339
5,325.09	0.0947	0.2330	5,664.94	0.1175	1.5090

**Cuadro 10 Valores obtenidos para el trazado de grafica momento – curvatura, parte 2**

Concreto $f'c=280$ kg/cm <sup>2</sup> Columna 30x30 6 Ø 5/8" + 10 capa FRP		
	$\mu=$	283.68
	$f'cck=$	297.91
	$\epsilon_{cu}=$	0.0578
M (kg-m)	$M(fck*b*h^2)$	$\Psi$ (1/m)
1,633.69	0.0339	0.0050
4,438.28	0.0921	0.0129
4,477.25	0.0929	0.0160
4,830.51	0.1002	0.0537
4,854.18	0.1007	0.0567
4,875.90	0.1012	0.0597
4,915.04	0.1020	0.0656
4,932.73	0.1023	0.0685
4,965.48	0.1030	0.0742
4,980.70	0.1033	0.0770
4,995.25	0.1036	0.0797
5,009.11	0.1039	0.0825
5,072.00	0.1052	0.0959
5,221.86	0.1083	0.1345
5,792.65	0.1202	4.5388

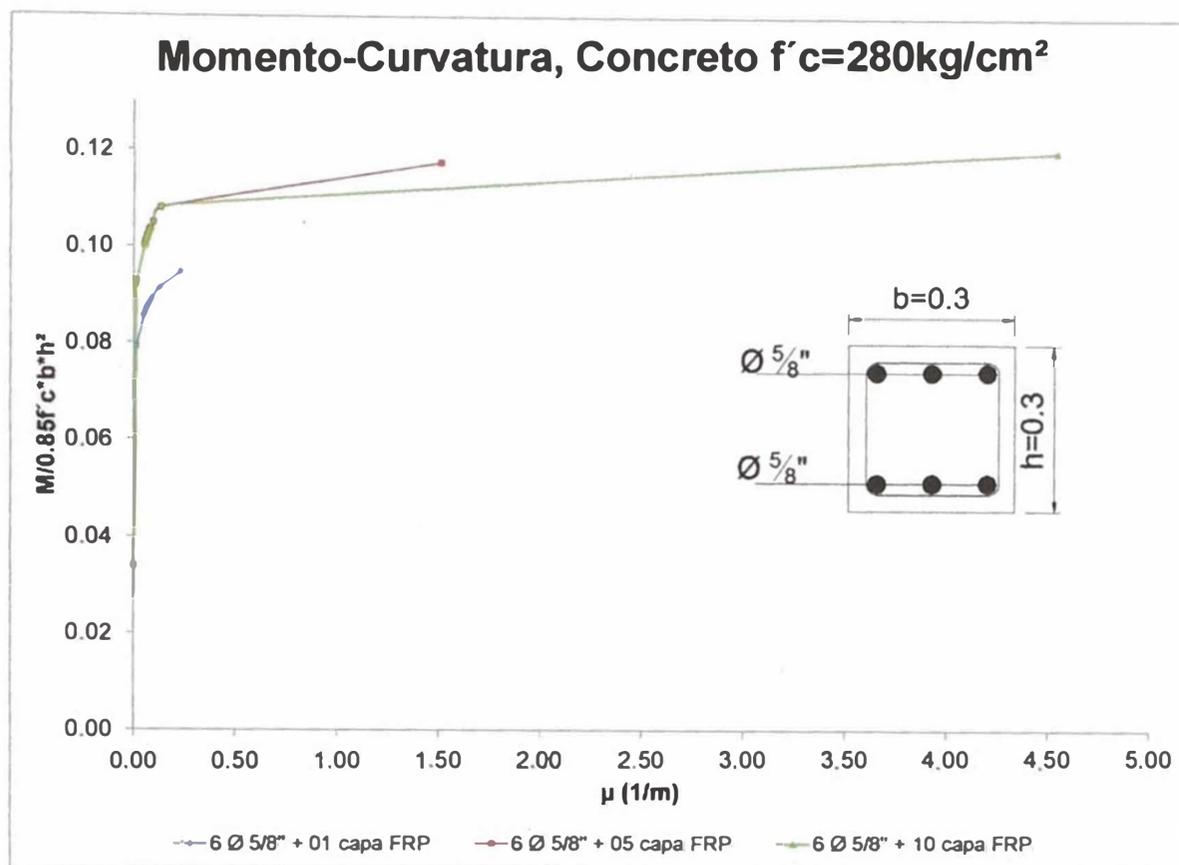


Figura N°35. Relación teórica de momento – curvatura con varias capas de envoltura de fibra de carbono.

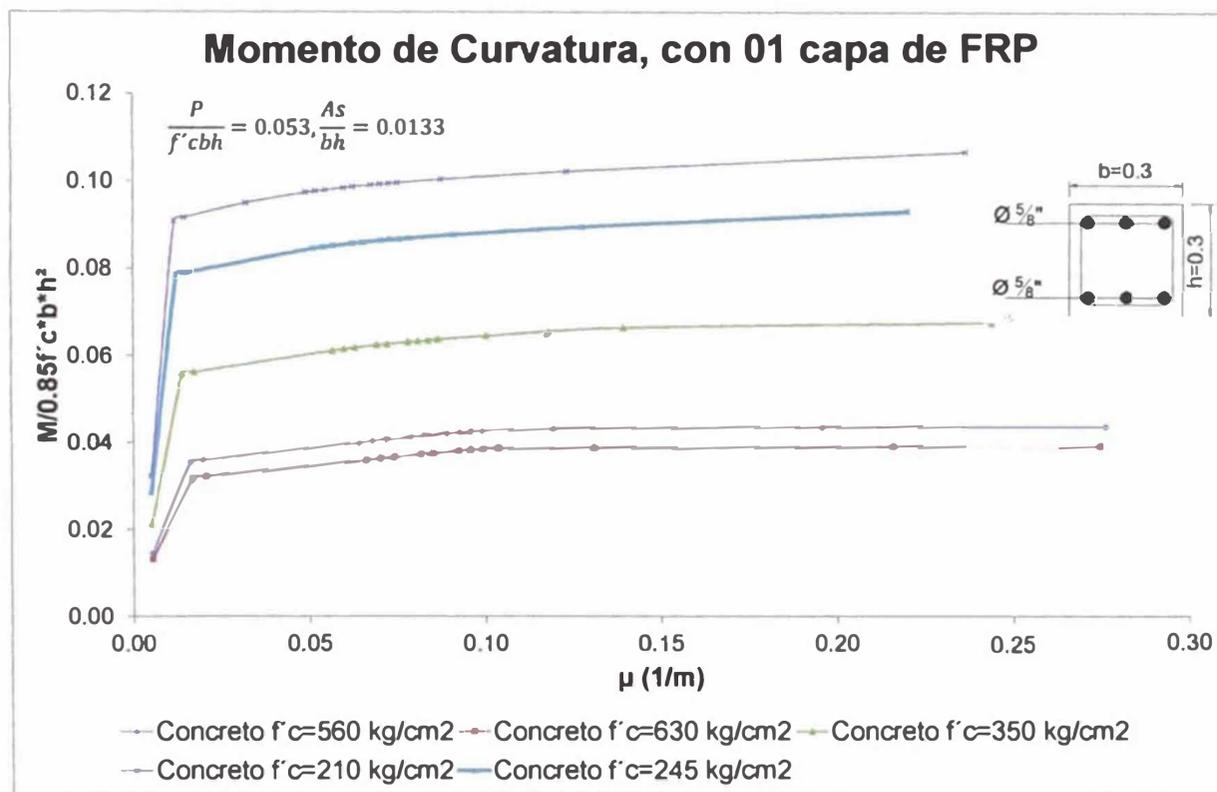


Figura 36. Momento – curvatura con 1 capas de fibra de carbono Vs incremento de  $f'_c$ .

La figura N°30 muestra el reforzamiento comúnmente utilizado en el cual la mayoría de veces se refuerza con solo 01 capa. Se puede observar la baja ductilidad de las secciones reforzadas, aún para una baja carga axial, la rotura anticipada del sistema FRP antes de que el concreto alcance la ductilidad esperada o los valores de resistencia esperados. El reforzamiento con solo 01

capa es efectivo cuando la resistencia del concreto es de 175 kg/cm<sup>2</sup>, según lo mostrado en la tabla N°6.

Se observa que a medida que el concreto tiene una mayor resistencia a compresión el reforzamiento con fibra de carbono mejora las características de ductilidad de la sección reforzada. Esto es debido a que  $\phi_u$  aumenta y disminuye  $\phi_y$  debido a que disminuye tanto  $k$  como  $a$ , esto quiere decir es mejor usar este sistema en concreto de bajas resistencias.

#### 4.2.3. Curva de diseño propuesta para la carga axial nominal

Los encamisados con fibra de carbono proporcionan un confinamiento de tipo pasivo; es decir el esfuerzo o presión de confinamiento lateral es activado solo cuando la columna comienza a expandirse lateralmente por la compresión y agrietamiento vertical en la cara de tensión de la columna, lo cual extiende el dispositivo de confinamiento. También puede conseguirse un confinamiento de tipo activo a través de pretensado del tejido de fibra de carbono antes de su aplicación.

Una vez encontrada la resistencia máxima a compresión del concreto armado confinado con fibra de carbono mediante la teoría usada con el Método Alemán (DAfStb) o Americano (ACI 440); se obtiene el punto de la máxima resistencia a compresión; el cual coincide con la falla del material de confinamiento o FRP.

El gráfico presentado está calculado con la deformación última del sistema de reforzamiento concreto + FRP y se podría usar como diseño siempre y cuando este afectado por un parámetro de reducción.

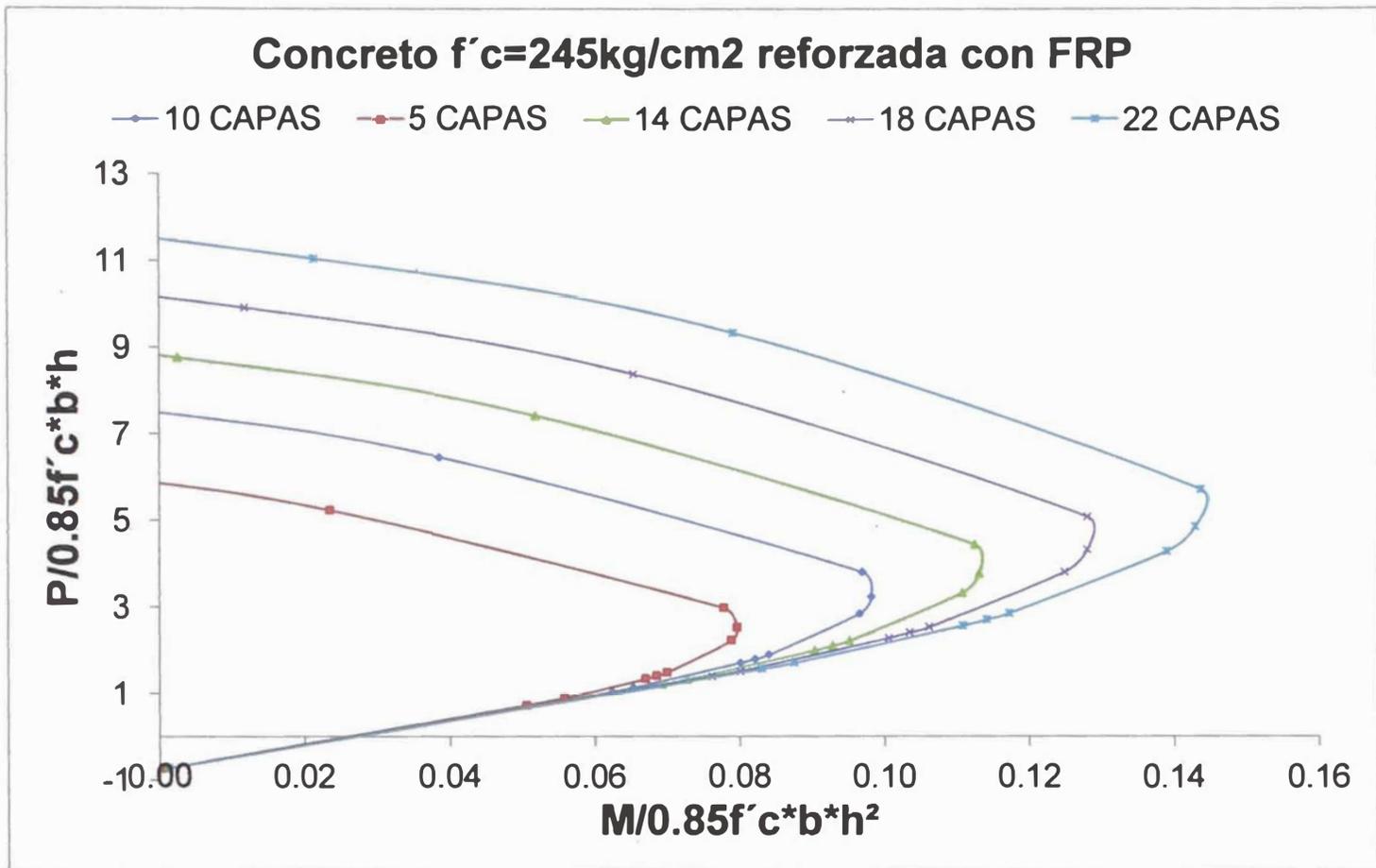


Figura 37: Curva de iteración con deformación de última de sección sobrerreforzada

## 5.1. CONCLUSIONES

- El sistema de reforzamiento con FRP produce un incremento de la resistencia y capacidad de deformación (ductilidad) cuando los elementos columna son confinados considerando el número de capas mínimo; sin embargo, se observa una mayor influencia en concreto de baja resistencia.
- El confinamiento produce un incremento en la deformación unitaria. Cuando el concreto alcanza este punto la sección alcanza el esfuerzo máximo de rotura; por lo tanto, se afirma que su fallo es abrupto y explosivo.
- El concreto reforzado con fibra de carbono adherida externamente tendrá un comportamiento lineal hasta que el concreto empieza a fisurarse, sin importar el número de capas colocadas de fibra.
- La fibra de carbono tiene una capacidad de aumentar la ductilidad del elemento columna, esto se indica por su mayor área bajo la curva de esfuerzo-deformación. Basado en un enfoque de balance de energía, esto resulta en un aumento de la carga axial máxima y ductilidad para la sección reforzada con fibra de carbono, que es mayor que para la sección sin reforzar.
- El aumento de la capacidad máxima a momento es menor que en el factor de carga axial y ductilidad final. Este comportamiento es deseable en fortalecimiento sísmico de columnas de concreto porque da lugar a un modo de fallo dúctil de flexión en lugar de un modo de falla frágil.
- Para el cálculo del factor de ductilidad, se observa que este varía linealmente con el aumento en el espesor de las de fibras de carbono que se usan para envolver a la sección. En teoría la principal limitación de la colocación del sistema de reforzamiento con FRP es el costo.

## 5.2. RECOMENDACIONES

- Se debe verificar la influencia del aumento del radio en el redondeo de las esquinas de las columnas de sección rectangular, ya que a un mayor redondeo de las esquinas de la sección mejora el efecto del confinamiento.
- Establecer límites para el diseño o deformaciones máximas a fin de que la sección concreto-fibra de carbono no llegue a su estado máximo de deformación unitaria.
- El diseño del refuerzo debe analizarse bajo teoría y ensayos de Liam y Teng; no debe considerarse el diseño con la teoría de Mander ya que esta teoría fue hecha para un concreto reforzado con estribos.
- Continuar con la línea de investigación sobre la influencia de cargas cíclicas sobre la sección concreto-fibra de carbono.

## BIBLIOGRAFÍA

- ACI Committee 440, "Guide for Design and Construction of Externally Bonded FRP System for Strengthening Concrete Structures", ACI 440-2R-2002, Farmington Hill, 2004.
- Aguiar Falconi Roberto, "Conferencia: Memorias de Curso Avanzado de FRP", Quito, Ecuador, 2014.
- Aire Untiveros Carlos, "Estudio Experimental del Comportamiento del Hormigon, Barcelona, 2002.
- Aire Untiveros Carlos, Gettu Ravindra, Casas Joan Ramón, Marques Severino y Marques Dilze, "Modelo del Comportamiento Tensión-Deformación de Concreto Confinado con FRP", Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural, Acapulco, 2004.
- Deutscher Ausschuss für Stahlbeton – DAfStb, "Guideline on the reinforcement of concrete parts with adhesive bonding", Berlin, 2012.
- Instituto de la Construcción y Gerencia, "Manual de la Construcción – ICG Agenda Técnica ICG 2014", Décimo Tercera Edición 2014, Lima, 2014
- Liam, L. and Teng, J.G. "Design-oriented stress-strain model for FRP-confined concrete. Construction and Building Materials", 17, 471-489, 2003.
- Morales Morales, Roberto "Diseño en Concreto Armado", Tercera Edición, Editorial ICG, Lima, 2006.
- Park, R. y Paulay, T "Estructuras de Concreto Reforzado", Primera Edición, Editorial Limusa S.A., México DF, 1986.
- Paulay, T. y Priestley, M. Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings, John Wiley & Sons, New York, 1992.

- Saadatmanesh, H.M.R. Ehsan y M.W.Li, "ACI Structur Journal, TECHINCAL PAPER", ACI, Farmington Hill, 1994.
- SIKA, ""Hoja Técnica Sika Wrap 600C, Segunda Edición, Editorial SIKA, Lima, Perú, 2011.
- Xiao, Y, and Wu, H. (2000) Compressive behaviour of concrete confined by carbón fiber composite jackets, Journal of Materials in Civil Engineering.
- Zilch, Konrad; Niedermeier, Roland y Finch, Wolfgang, "Strengthening of Concrete Structures with Adhesively Bonded Reinforcement", Primera Edición, Editorial Wiley Ernest & Shon, Berlin, 2014.