

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA**



**TESIS**

**“DISEÑO DE UN CONTROLADOR MULTIVARIABLE CON  
MODELAMIENTO DIFUSO TAKAGI-SUGENO PARA PLANTAS NO  
LINEALES DE PROCESOS INDUSTRIALES VÍA LMIs”**

**PARA OBTENER EL TÍTULO PROFESIONAL DE  
INGENIERO MECATRÓNICO**

**ELABORADO POR  
JORGE CAMARENA BERROSPÍ**

 [0000-0003-2615-4617](https://orcid.org/0000-0003-2615-4617)

**ASESOR  
MSc. RONALD EDER CHAVEZ PALOMINO**

 [0000-0002-9195-228X](https://orcid.org/0000-0002-9195-228X)

**LIMA - PERÚ**

**2023**

Dedico este trabajo a mis padres, Alberto y Faustina, que siempre cuidan de mí;  
a mis hermanos Juana, Isidro y en especial a Rosa y Werner que siempre los tengo  
presente;  
a mi madrina Norma, su esposo Pedro y sus hijos José Luis, Pilar y Lizeth;  
y a Eveline Herrera.

## AGRADECIMIENTOS

Mis sinceros agradecimientos a familiares, amigos, colegas, profesores y trabajadores de la FIM-UNI, que directa o indirectamente contribuyeron para realizar este trabajo. En especial dedico mis agradecimientos:

- A Dios por guiar mi camino, darme salud y por la fuerza espiritual para que este trabajo sea concluido.
- A mis padres que siempre los tengo presente.
- A mi madrina Norma, su esposo Pedro y a mis hermanos Juana, Rosa, Isidro y José Luis por su apoyo incondicional.
- A mi asesor Ing. Ronald Eder Chávez Palomino y a los profesores Walter Galarza y Fausto Godofredo por el apoyo y orientación.
- Al profesor Dr. Rodrigo Cardim por la oportunidad de continuar mis estudios y a Eveline Herrera por la paciencia y el apoyo brindado.
- A mis amigos y colegas de la facultad de ingeniería mecánica Jherson Marchan, Richard Wilcamango, Franco Brünner, Juan Requena y Martín Velarde por la amistad y contribución de forma directa o indirecta.

“Sé amable, porque toda persona que  
conoces está librando una gran batalla”.

**Platón**

## RESUMEN

La gran mayoría de lazos de control en plantas de producción industrial utilizan el clásico control Proporcional Integral Derivado (PID), que no necesariamente puede garantizar un comportamiento adecuado debido a la complejidad de los modelos que rigen estos procesos. El gran uso del control PID se debe principalmente a su sencillez y facilidad de implementación. En este trabajo se propone una metodología para abordar modelos de plantas de procesos industriales con el control difuso Takagi-Sugeno (TS). Para lograr un error cero en las variables de salida en estado estable, se agrega un nuevo estado al sistema a través de una acción integral. Para acelerar la velocidad de respuesta del sistema, se considera una asignación de tasas de decaimiento específicos para cada variable de estado. Para resolver el problema de que, en aplicaciones prácticas, algunas o todas las variables de estado no pueden medirse, se considera un observador de estado difuso TS. El diseño de las ganancias del controlador y observador se obtuvo aplicando el principio de separación y basado en la teoría de Lyapunov utilizando Desigualdades Matriciales Lineales (LMIs). La metodología propuesta se aplica a una planta térmica de vapor para generación eléctrica y en la simulación se verifica el adecuado comportamiento del sistema para un amplio rango de operación.

**Palabras clave:** Procesos industriales. Planta Térmica. Modelos difusos Takagi-Sugeno. Control con seguimiento integral. Observador de estado. Desigualdades Matriciales Lineales (LMIs).

## ABSTRACT

The vast majority of control loops in industrial production plants use the classic Proportional Integral Derivative (PID) control, which cannot necessarily guarantee an adequate behavior due to the complexity of the models that govern these processes. The great use of PID control is mainly for its simplicity and ease of implementation. In this work, a methodology is proposed to approach industrial process plant models with the fuzzy Takagi-Sugeno (TS) control. To achieve zero error in steady state output variables, a new state is added to the system through an integral action. To speed up the system response an assignment of specific decay rates for each state variable is considered. To solve the problem that in practical applications, some or all of the state variables cannot be measurable, a fuzzy TS state observer is considered. The design of the controller and observer gains were obtained applying the separation principle and based on Lyapunov's theory using Linear Matrix Inequalities (LMIs). The proposed methodology is applied to a thermal steam plant for electrical generation and in the simulation verifies the adequate behavior of the system for a wide operating range.

**Keywords:** Industrial processes. Thermal plant. Takagi-Sugeno fuzzy models. Control with tracking integral. State observer. Linear Matrix Inequalities (LMIs).

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Procesos en Hidrocarburos .....	16
Figura 2 – Procesos en generación eléctrica. ....	18
Figura 3 – Principales operaciones de un proceso minero. ....	19
Figura 4 – Proceso del Benceno a partir de la hidrodeshalquilación del Tolueno. ....	22
Figura 5 – Superficie $P-v-T$ de una sustancia que se expande al congelarse. ....	27
Figura 6 – Diagrama $P-v$ de una sustancia pura. ....	28
Figura 7 – Diagrama $T-v$ de una sustancia pura. ....	28
Figura 8 – Partes principales de una central térmica de vapor. ....	32
Figura 9 – Ciclo Rankine ideal simple. ....	35
Figura 10 – Ciclo Rankine ideal simple con recalentamiento. ....	36
Figura 11 – Ciclo Rankine regenerativo con recalentamiento. ....	38
Figura 12 – Control con realimentación de estados y salidas. ....	51
Figura 13 – Diagrama de proceso del sistema planta térmica de vapor. ....	70
Figura 14 – Señales de los estados originales y observados. ....	84
Figura 15 – Salidas controladas con control difuso TS y PID. ....	87
Figura 16 – Amplitud de las señales de control con difuso TS y PID. ....	88
Figura 17 – Velocidad de cambio de las señales de control con difuso TS y PID. ....	89
Figura 18 – Señal de estado original y observado $x_3(t)$ .....	89
Figura 19 – Arquitectura para el control difuso TS y planta térmica. ....	91
Figura 20 – Implementación física para el control difuso TS. ....	92
Figura 21 – Interfaz gráfica para el control difuso TS y planta térmica. ....	93

**LISTA DE TABLAS**

Tabla 1 – Nombre de elementos de una central térmica de vapor .....	33
Tabla 2 – Puntos de operación del sistema planta térmica de vapor.....	71

**LISTA DE ABREVIACIONES Y SIGLAS**

CAA	Calentador de Agua de Alimentación
CPU	<i>Central Processing Unit</i>
DCS	<i>Distributed Control System</i>
ERP	<i>Enterprise Resource Planning</i>
E/S	Entradas y Salidas
GLP	Gas Licuado de Petróleo
GPC	<i>Generalized Predictive Control</i>
LMIs	<i>Linear Matrix Inequalities</i>
MatLab®	MATrix LABoratory
MPC	<i>Model-based Predictive Control</i>
MW	MegaWatt
PDC	<i>Parallel Distributed Compensation</i>
PID	Proporcional-Integral-Derivativo
PLC	<i>Programmable Logic Controller</i>
P-v-T	Presión Volumen Temperatura
SAG	Semi-AutoGeno
SeDuMi	<i>Self-Dual Minimization Inequalities</i>
SISO	<i>Single-Input Single-Output</i>
TS	Takagi-Sugeno
T-s	Temperatura y Entropía

**LISTA DE SÍMBOLOS**

$\mathfrak{R}$	Conjunto de números reales.
$\mathfrak{R}^{n \times m}$	Conjunto de matrices reales de dimensión $n \times m$ .
$M^T$	Transpuesta de la matriz real M.
$I$	Matriz identidad de dimensión apropiada.
$\ x\ $	Norma euclidiana del vector $x \in \mathfrak{R}_x^n$ ; $\ x\  = \sqrt{x^T x}$ .
$\lim_{t \rightarrow \infty}$	Limite cuando $t$ tiende al infinito.
$\in$	Pertenece.
$\subset$	Contenido.
$\prod$	Productorio entre elementos.
$\sum$	Sumatoria entre elementos.

## ÍNDICE

PRÓLOGO.....	1
CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN.....	3
1.1 Planteamiento del problema.....	5
1.2 Objetivos.....	6
1.3 Hipótesis.....	7
1.4 Metodología.....	8
1.5 Alcance.....	12
CAPÍTULO II: DESCRIPCIÓN DE LOS PROCESOS INDUSTRIALES.....	13
2.1 Procesos de producción industrial.....	13
2.1.1 Procesos en hidrocarburos.....	15
2.1.2 Procesos en generación eléctrica.....	17
2.1.3 Procesos en minería.....	18
2.1.4 Procesos químicos.....	20
2.2 Características de las plantas y dispositivos utilizados en los procesos industriales.....	22
2.3 Fundamentos termodinámicos en plantas térmicas de vapor.....	25
2.3.1 Sustancia pura, fases y cambio de fase.....	26
2.3.2 Diagramas y tablas de propiedades para procesos de cambio de fase..	26
2.3.3 Primera y segunda ley de la termodinámica.....	29
2.4 Partes principales de una planta térmica de vapor.....	29
2.5 Principio de operación de una planta térmica de vapor.....	33
2.5.1 Ciclo Rankine ideal.....	34
2.5.2 Ciclo Rankine regenerativo + recalentador.....	35
2.6 Sistemas de control más aplicados actualmente en los procesos industriales	39

2.7	Discusiones del capítulo .....	41
CAPÍTULO III: CONTROL DIFUSO TS PARA SISTEMAS NO LINEALES .....		42
3.1	Sistemas no lineales descritos por modelos difusos TS.....	42
3.2	Condiciones de estabilidad para reguladores difuso TS y tasa de decaimiento vía LMIs .....	44
3.3	Control con seguimiento integral basado en modelamiento difuso TS .....	50
3.4	Modelamiento de observador de estados difuso TS .....	57
3.5	Diseño del controlador y observador de estados difuso TS vía LMIs .....	59
3.5.1	Cálculo de las LMIs para diseño de ganancias del controlador.....	60
3.5.2	Cálculos de las LMIs para diseño de ganancias del observador.....	62
3.6	Discusiones del capítulo .....	64
CAPÍTULO IV: DISEÑO DE UN CONTROLADOR DIFUSO TS MULTIVARIABLE PARA UNA PLANTA TÉRMICA.....		66
4.1	Modelo matemático para una planta térmica de vapor .....	67
4.2	Modelamiento difuso TS del sistema con seguimiento integral .....	71
4.3	Ley de control con observador de estados difuso TS y análisis de estabilidad 80	
4.4	Resultados y simulaciones .....	83
4.5	Discusiones del capítulo .....	94
CONCLUSIONES .....		96
RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS.....		98
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....		99

## PRÓLOGO

En la presente tesis se desarrolla una metodología para abordar modelos de planta complejos, altamente no lineales, fuertemente acoplados y multivariados como el caso de plantas de procesos industriales con la finalidad de diseñar un controlador con modelamiento difuso Takagi-Sugeno (TS) vía Desigualdades Matriciales Lineales (del inglés *Linear Matrix Inequalities* – LMIs). En base a Teoremas de estabilidad publicados en artículos científicos, se amplían y se plantean las estrategias necesarias para obtener las condiciones que permitan diseñar el sistema de control.

Este trabajo está dividido en cuatro capítulos y organizado de la siguiente manera:

- En el Capítulo 1, se presenta la introducción donde se comenta la importancia del uso de sistemas de control modernos en los procesos industriales, así como también, se plantea el problema a abordar, los objetivos que se busca alcanzar, la metodología seguida para el desarrollo y las limitaciones del trabajo propuesto.
- En el Capítulo 2, se presentan conceptos y características de los procesos industriales y, en particular, de una planta térmica de vapor, así como información más relevante de los sistemas de control más aplicados en la industria actual.
- En el Capítulo 3, se presentan conceptos fundamentales, definiciones matemáticas y teoremas correspondientes al modelamiento difuso TS con

seguimiento integral, observador de estados, tasas de decaimiento y se obtienen las LMIs necesarias para el análisis de estabilidad.

- En el Capítulo 4, se abordan las estrategias presentadas y desarrolladas en el Capítulo 3 para la aplicación en una planta térmica de vapor y los resultados son simulados para varios puntos de referencia. En las simulaciones también se considera un control Proporcional Integral Derivativo (PID) de lazos independientes en las que sus ganancias son encontradas por medio de la sintonización con las herramientas que cuenta MatLab®, esto con la finalidad de hacer la comparación con el control difuso TS. También es mostrado una implementación del controlador difuso TS en un microcontrolador y ejecutado en tiempo real con la planta térmica simulada.

Finalmente se presentan las conclusiones, las recomendaciones para el desarrollo de trabajos futuros y las referencias bibliográficas utilizadas para el desarrollo de este trabajo.

## CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

La aplicación de sistemas de control modernos en plantas de procesos industriales puede mejorar significativamente la eficiencia del proceso y contribuir en la productividad. En las últimas décadas, los avances en el desarrollo de nuevas técnicas de control y análisis de estabilidad han tenido múltiples aportes los cuales permiten abordar con éxito sistemas muy complejos que, con las técnicas control clásicos, los resultados podrían no ser favorables desde el punto de vista de operación y en ocasiones desde el punto de vista de la productividad. Uno de los factores que permitió estos grandes avances en la teoría del control fue el avance en la informática. Hoy en día existen sistemas informáticos muy avanzados que pueden procesar muchos cálculos por segundo y esto es aprovechado para resolver algoritmos del control con bastante precisión.

En este trabajo, todos los conceptos y características de los procesos industriales están orientados principalmente a los procesos relacionados con fluidos y en la producción por lotes, en masa y continuos. Actualmente, para que una industria de producción sobreviva en el mercado, es necesario que sus procesos sean automatizados, lo que permite a las empresas generar productos de mejor calidad y reducir los costos de producción para poder competir en un mercado cada vez más exigente (CORRIOU, 2018). Existen procesos industriales en los cuales el comportamiento de sus procesos desde el punto de vista de modelamiento matemático es muy complejo, como por ejemplo en los procesos de minería, petroquímica, energía, refinería, químico y otros, en los cuales es necesario utilizar algoritmos de control que permitan ejecutar el proceso de la manera más eficiente.

Hasta el siglo pasado, casi todos los sistemas de control implementados en procesos industriales en el mundo eran principalmente con el control Proporcional Integral Derivativo (PID) (ASTROM & HAGGLUND, 1995) y en las últimas dos décadas, solo una pequeña cantidad de industrias comenzaron a utilizar el control predictivo en algunos de sus subprocesos, mejorando notablemente la eficiencia en su operación.

Los modelos de planta de los procesos industriales tienen algunas particularidades debido a los fenómenos que rigen el proceso, los cuales se deben principalmente al comportamiento de los fluidos e insumos en sus diferentes fases como sólido, líquido o gas. En este contexto, ocurren fenómenos como cambios de fase, reacciones químicas, mezclas y separación de materiales, movimientos mecánicos, etc (SKORMIN, 2016).

La tecnología también ha experimentado un gran avance en los últimos años, tanto es así que ahora estamos viviendo el momento de la Industria 4.0, la cual es considerada la cuarta revolución industrial, donde muchas de las actividades se realizan a través de equipos inteligentes y de manera digital (CHAKRABARTI & ARORA, 2020). Los equipos utilizados para el control industrial en la actualidad cuentan con varias características como alta velocidad de procesamiento, alta robustez del hardware, capacidad para procesar algoritmos complejos, capacidad de mantener una comunicación fluida con todos los equipamientos de los subprocesos de la planta, etc. Todo esto facilita mucho la producción y permite el monitoreo y control de todo el proceso en una plataforma definida.

En este trabajo, se pretende abordar modelos de planta complejos de procesos industriales con la finalidad de aplicar un método de control avanzado que cumpla adecuadamente con los requisitos de operación aprovechando las capacidades de cómputo existentes para el diseño de sus parámetros.

## **1.1 Planteamiento del problema**

A pesar de los grandes avances en ingeniería de control y en la tecnología, la mayoría de las plantas de producción no consiguen implementar algoritmos de control avanzados que podrían mejorar la eficiencia en la operación y la productividad. Muchos de ellos incluso cuentan con equipos de tecnología avanzada, que no son utilizados para aprovechar sus grandes capacidades y solo ejecutan algoritmos de control que funcionan bien en la práctica, pero que no necesariamente son los más adecuados para la operación y producción. Cuando existe la necesidad de construir una nueva planta de proceso o ampliar una existente con nuevos subprocesos, generalmente optan por algoritmos de control clásicos por su facilidad de implementación, como es el caso del ampliamente utilizado control PID. La mayor parte de las industrias de producción utilizan este algoritmo en sus procesos, y que normalmente sus parámetros no son diseñados adecuadamente siguiendo los procedimientos de modelamiento del sistema. Normalmente, en una situación real en la industria, los ajustes de las ganancias de control se realizan mediante prueba y error, o en el mejor de los casos, estos ajustes son realizados mediante técnicas de sintonización (CHIDAMBARAM & SAXENA, 2018).

El problema es que los métodos de sintonización conocidos y los ajustes mediante prueba y error como por ejemplo al utilizar el control PID, pueden ser

ventajosos sólo para modelos de Entrada Simple y Salida Simple (del inglés *Single Input Single Output* - SISO), sin embargo, para modelos multivariables esto no es factible, más aún si se trata con modelos complejos y altamente no lineales.

Otro problema es que, al utilizar los métodos de control clásicos como el PID, normalmente sólo se toma en cuenta la estabilidad de las señales que serán controladas, no así, el comportamiento de las señales de control tanto en amplitud como en su velocidad de cambio, pudiendo disminuir la vida útil de los actuadores, así como provocar paradas innecesarias y mayor tiempo de mantenimiento.

Utilizar los métodos de control avanzados como por ejemplo el control difuso TS para abordar modelos de planta complejos como el de los procesos industriales multivariables, altamente no lineales y fuertemente acoplados, pueden resolver los problemas comentados anteriormente, garantizando así, una adecuada operación del sistema.

## **1.2 Objetivos**

El objetivo principal de esta tesis es establecer un método que permita diseñar un controlador difuso TS para abordar modelos de plantas de procesos industriales que sean complejos, altamente no lineales, fuertemente acoplados y multivariables; que sea capaz de operar adecuadamente en un amplio rango de operación del sistema, así también, incentivar el uso de sistemas de control modernos, en particular el control difuso TS en el control de procesos industriales.

Para cumplir con el objetivo principal, a continuación, se señalan los objetivos específicos necesarios, los cuales son:

- Acondicionar el sistema no lineal para un análisis mediante la función cuadrática de Lyapunov.
- Realizar el modelamiento difuso TS para un sistema aumentado con seguimiento integral.
- Realizar el modelamiento difuso TS para estimar los estados que no pueden ser medidos.
- A partir de los Teoremas propuestos en la teoría de control difuso TS, desarrollar y obtener las condiciones LMIs que permitan diseñar las ganancias para el controlador y observador difuso TS multivariable.
- Verificar en simulación la efectividad del método desarrollado para el control difuso TS en un modelo de planta de un proceso industrial complejo, en este caso se aplicará la metodología en una planta térmica de vapor para generación eléctrica, tal que cumpla los requisitos de diseño en un amplio rango de operación y compararlo con un control PID sintonizado con lazos independientes.

### 1.3 Hipótesis

En base a lo descrito anteriormente, la hipótesis general de este trabajo viene dado por la posibilidad de establecer una metodología para diseñar un controlador difuso TS que permita abordar modelos de plantas de procesos industriales que sean complejos, altamente no lineales, fuertemente acoplados y multivariables, el cual sea capaz de operar adecuadamente en un amplio rango de operación para el sistema.

Como hipótesis específicas se tienen los siguientes:

- Es posible acondicionar el sistema no lineal para un análisis mediante la función cuadrática de Lyapunov.
- Es factible realizar un modelamiento difuso TS para un sistema aumentado no lineal con seguimiento integral.
- Se puede realizar el modelamiento difuso TS para estimar los estados que no pueden ser medidos.
- A partir de los Teoremas propuestos, es posible desarrollar y obtener las condiciones LMIs que permitan diseñar las ganancias para el controlador y observador difuso TS multivariable.
- En las simulaciones es utilizado como ejemplo de aplicación un modelo de una planta térmica de vapor para generación eléctrica. La metodología desarrollada para el control difuso TS para un modelo de planta de un proceso industrial complejo, cumplen los requisitos de diseño en un amplio rango de operación y además su capacidad es superior al control PID sintonizado con lazos independientes.

#### **1.4 Metodología**

Debido a que la gran mayoría de los modelos de planta de los procesos industriales son de naturaleza compleja, no lineales, acoplados y muchos de ellos multivariables, la ruta de investigación que se seguirá en este trabajo es el enfoque mixto ya que se requerirá de la metodología cuantitativa y cualitativa. La investigación cuantitativa que es basado en medición numérica nos permitirá desarrollar los cálculos necesarios y analizar resultados con la posibilidad de generalizar los planteamientos. La investigación cualitativa nos permitirá profundizar en los datos, contextualizar el

estudio, adecuada interpretación de resultados y obtener experiencias únicas producto del estudio abordado (HERNANDEZ & MENDOZA, 2018). Por tanto, será necesario realizar una revisión bibliográfica y plasmar los aspectos teóricos aportados por diversos autores con la finalidad de desarrollar el modelamiento del sistema de control difuso TS y establecer un procedimiento para abordar modelos de planta de procesos industriales.

Para establecer un procedimiento, es necesario que permita abordar los modelos de plantas complejas como el de los procesos industriales con el control difuso TS, se toma en cuenta que una amplia clase de sistemas no lineales pueden ser descritos por modelos difuso TS, siendo representados por una combinación de modelos locales en una región de operación dada, siendo ponderados por funciones de pertenencia (TAKAGI & SUGENO, 1985). De acuerdo con Taniguchi et al. (2001), la representación de sistemas no lineales en una región del espacio de estados permite diseñar el controlador a través de su descripción exacta de modelos difuso TS, con la condición de que el sistema permanezca en la región del espacio de estados en la que fue obtenido el modelo. La técnica de control clásica para sistemas no lineales descrita por modelos difuso TS es la Compensación Distribuida Paralela (del inglés *Parallel Distributed Compensation* - PDC) (TANAKA et al., 1996; TANAKA & WANG, 2001), en la que se deben conocer las funciones de pertenencia que describen el sistema. Este tipo de representación permite el diseño de controladores considerando un enfoque lineal, ya que se consideran modelos locales lineales. Para establecer las condiciones de estabilidad se utilizarán Desigualdades Matriciales Lineales (del inglés *Linear Matrix Inequalities* - LMIs) (BOYD et al., 1994).

Un sistema no lineal puede tener puntos de equilibrio distintos al origen en determinados instantes. En este contexto, una técnica de diseño para el control con el objetivo de alcanzar valores diferentes al origen es la inserción de un integrador al sistema y así aumentar la dimensión (OGATA, 2010; TEIXEIRA et al., 2006). En Teixeira et al., (2006) es presentado un enfoque para el modelamiento difuso TS con seguimiento integral para una estructura del sistema de espacio de estados que no considera la matriz de control en el vector de variables de salida, en este, se aumenta el orden del sistema adicionando una nueva variable de estado a la planta para eliminar el error en el seguimiento de la señal de referencia, dada por el error entre el valor deseado y el valor medido de las señales de salida, con la finalidad de alcanzar la referencia en estado estacionario. En este trabajo se amplía el desarrollo para abordar un sistema de espacio de estados que toma en cuenta la matriz de control en el vector de variables de salida, los cuales en muchos modelos podría ser considerado.

Una de las estrategias utilizadas para diseñar los sistemas de control difuso TS es la realimentación de estados, sin embargo, en muchos casos no es posible tener acceso a todos los estados del sistema. Una alternativa para estimar los estados es utilizar un observador de estados, los cuales, para sistemas lineales, el vector de estados observados se puede determinar utilizando las mismas matrices del sistema original más un término que corresponde al producto de la ganancia y la resta de las señales de salida real y observada (OGATA, 2010). Por tanto, para abordar sistemas no lineales como el de los procesos industriales, se toma en cuenta el trabajo propuesto en Tanaka et al. (1998), en el cual son presentadas las condiciones para estimar los estados de orden completa mediante un modelamiento difuso TS considerando el caso

en que los términos no lineales no contienen a los estados que requieren ser estimados. En este trabajo, se desarrolla y se obtiene las condiciones LMIs que permitan diseñar las ganancias del observador de estados difuso TS a partir del Teorema de estabilidad propuesto en Tanaka et al. (1996).

Para el diseño tanto del controlador y observador difuso TS, también se pueden considerar otros parámetros de diseño tal como la tasa de decaimiento para acelerar la velocidad de respuesta transitoria (BOYD et al., 1994) y las limitaciones en las señales de control (BOYD et al., 1994; TANAKA et al., 1998). En un sistema controlado es posible acelerar su respuesta considerando una tasa de decaimiento general para todos los estados (BOYD et al., 1994). En Lian et al. (2006) es presentado una estrategia que permite mejorar el comportamiento del sistema asignando tasas de decaimiento específicos para cada estado, esto es realizado eligiendo los valores de los elementos diagonales de una matriz diagonal definida positiva.

Tanto el diseño del controlador y observador se realizará a través de LMIs basados en la teoría de Lyapunov considerando el principio de separación, y que, haciendo uso del *solver* SEDUMI, utilizado en el *software* MatLab®, se puede resolver el problema de optimización para encontrar las ganancias adecuadas para el sistema.

Por conveniencia, se define el conjunto  $I_{n_r} = \{1, 2, \dots, n_r\}$  con  $n_r \in \mathbb{N}^+$  en el cual  $n_r$  representa el número de reglas SI-ENTONCES del sistema difuso TS. Así también, son definidos otros conjuntos de números limitados por el número de variables de estados  $n_x$ , por el número de entradas  $n_u$ , el número de salidas  $n_y$  y

número de términos no lineales del sistema  $n_p$ . Se define también los conjuntos

$$I_{n_r-1} = \{1, 2, \dots, n_r - 1\} \text{ y } I_{i n_r} = \{i + 1, i + 2, \dots, n_r\}.$$

## 1.5 Alcance

La metodología desarrollada en este trabajo permitirá abordar modelos de planta complejos y multivariables como el de los procesos industriales mediante un control difuso TS, con la finalidad de alcanzar un mejor comportamiento en un amplio rango de operación en comparación con el uso del control PID de lazos independientes.

Por tanto, el alcance de esta tesis consiste en el desarrollo matemático de todas las estrategias necesarias para proponer una metodología para la aplicación de un control con modelamiento difuso TS para plantas complejas, altamente no lineales, fuertemente acoplados y multivariables. En la metodología propuesta no se considera la saturación de los actuadores, tanto en amplitud como en velocidad de cambio.

## **CAPÍTULO II: DESCRIPCIÓN DE LOS PROCESOS INDUSTRIALES**

En este capítulo se presentarán algunos conceptos relacionados con los procesos industriales, con especial atención al proceso en una planta térmica de vapor. El objetivo es contextualizar al lector sobre las características de los procesos industriales y los sistemas de control más utilizados.

Inicialmente se presentarán algunas características de los procesos, filosofías operativas y equipos utilizados. A continuación, se describirán algunos detalles del proceso de una planta térmica, como las propiedades termodinámicas, sus principales componentes y el principio de funcionamiento. Finalmente, se discutirán los sistemas de control más utilizados en los procesos industriales actualmente.

### **2.1 Procesos de producción industrial**

Un proceso industrial es un conjunto de actividades y procedimientos que se realizan para transformar materia prima o insumos en un producto final. Para lograr este propósito es necesario utilizar diferentes métodos y el resultado del producto final pueden ser materiales, herramientas, alguna sustancia química, productos orgánicos, entre otros (GARCIA, 2017). Desde un punto de vista económico, puede ser de dos tipos: primario (o extractivo) y secundario (o manufacturero). El primario consiste en identificar la fuente del recurso natural para luego realizar el procedimiento de extracción, y el secundario consiste en procesos que necesitan ser abastecidos con insumos o materias primas para luego ser llevados al proceso productivo para ser convertidos en productos finales (NIEBEL & FREIVALDS, 2009). Es importante

resaltar que en el proceso productivo es necesario que los recursos se utilicen de manera eficiente y racional, con la finalidad de que los costos de producción sean bajos y al mismo tiempo obtener productos con precios competitivos en el mercado, por lo tanto, una empresa que pretende extraer o transformar materias primas, para maximizar sus beneficios, reducir sus costos de producción y generar productos de calidad, una de las acciones más importantes que debe realizar es la inversión en equipamientos, tecnología y la implementación de algoritmos que le permitan optimizar sus recursos.

Los diversos productos que se utilizan a diario son transformados con complejos procedimientos en los centros de producción industrial; estos se realizan siguiendo procesos que se componen de diferentes subprocesos, donde en cada uno de ellos se alcanza un objetivo. Cada subproceso transforma el material que recibe, y en su salida habrá un producto que alimenta al siguiente subproceso hasta obtener un producto final. Por lo tanto, cada uno de ellos opera con una filosofía establecida, de acuerdo con la generación de datos de entrada y salida.

Para lograr una mayor eficiencia y productividad en el proceso, se pueden diseñar e implementar técnicas de control para diferentes subprocesos o para los más críticos del sistema; para ello, cada subproceso puede ser modelado matemáticamente utilizando leyes físicas y químicas en conjunto con métodos de identificación de sistemas, obteniendo así ecuaciones diferenciales que simulan el comportamiento del sistema. Estas ecuaciones deben ser lo suficientemente simples como para ser utilizadas en algoritmos de control, pero no tan simples como para que el modelo no represente el sistema a controlar. Como en cualquier sistema de control, para modelar

y aplicar un algoritmo de control es necesario conocer la filosofía de funcionamiento del proceso o subproceso a tratar. En las siguientes secciones se describirá la filosofía de funcionamiento en forma general de algunos procesos industriales conocidos.

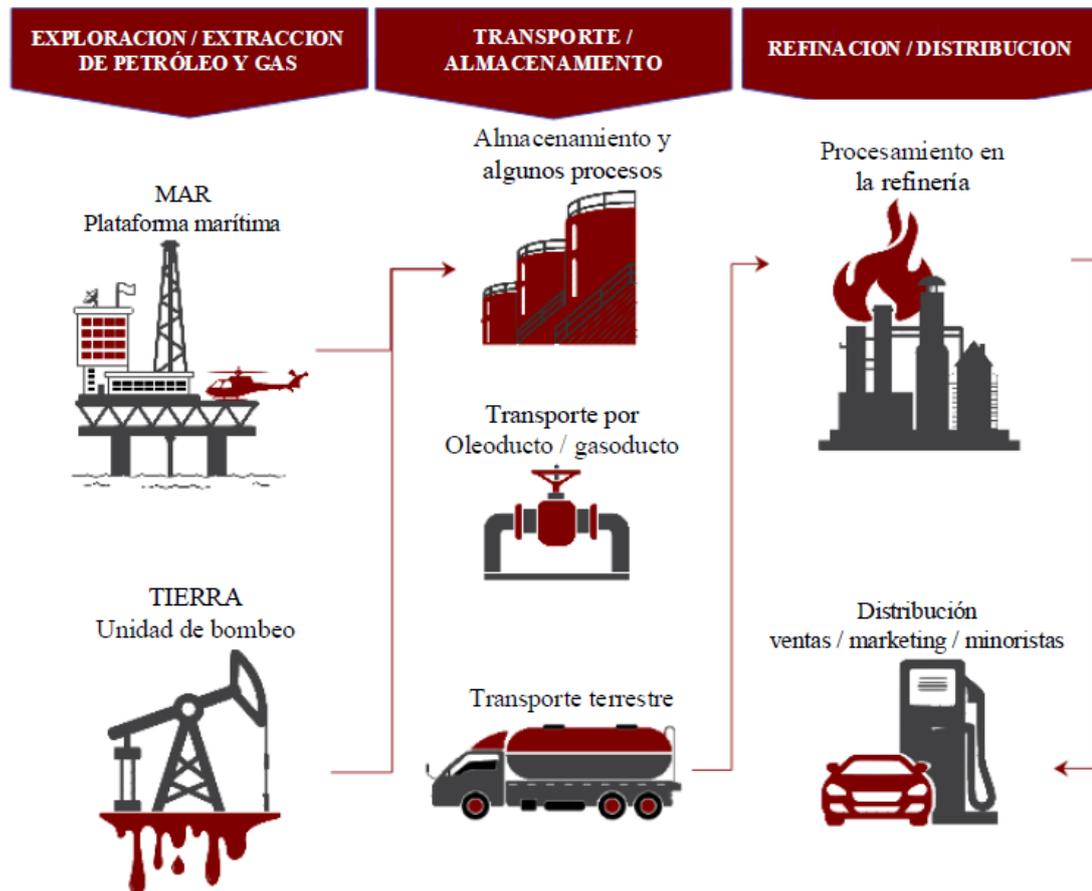
### **2.1.1 Procesos en hidrocarburos**

El proceso de hidrocarburos consiste en la obtención de gases y derivados del petróleo. Se inicia con la exploración y confirmación de la materia prima, para luego realizar cuatro grandes etapas de manera continua hasta que se agota la materia prima. Estas etapas son extracción, transporte, refinación y distribución.

La etapa de refinación es el más importante y complejo del proceso, que se compone de varios subprocesos. En el caso del petróleo, llega con residuos, agua y gases, para lo cual se utilizan separadores para aislar el crudo, agua, residuos y gases. Luego, el crudo se calienta y se lleva a la torre de destilación en la que los componentes del petróleo serán separados por evaporación de acuerdo a su temperatura de ebullición, quedando en los platos colocados uno sobre otro al enfriarse. Estos productos separados son los derivados del petróleo. En el fondo de la torre de destilación se depositan los residuos que aún se pueden utilizar, pero es necesario llevarlos a procesos químicos, ya que tienen un fuerte enlace a nivel molecular (HSU & ROBINSON, 2019).

Después de la refinación, estos productos están listos para ser distribuidos a los distintos centros de suministro para los usuarios finales. La Figura 1 muestra las etapas que sigue un proceso de hidrocarburos para la obtención de sus derivados.

Figura 1 – Procesos en Hidrocarburos



Fuente: Modificado de (DAVCHEVA, 2019).

En este proceso se pueden encontrar varios subprocesos que necesitan implementar algún algoritmo de control para tener un correcto funcionamiento; algunos requerirán técnicas de control más avanzadas y robustas que otros. Los subprocesos más críticos se encuentran en la refinería, pudiendo ser considerados como subprocesos la columna de destilación, reactores, hornos, intercambiadores de calor, calderas, torres de enfriamiento, etc.

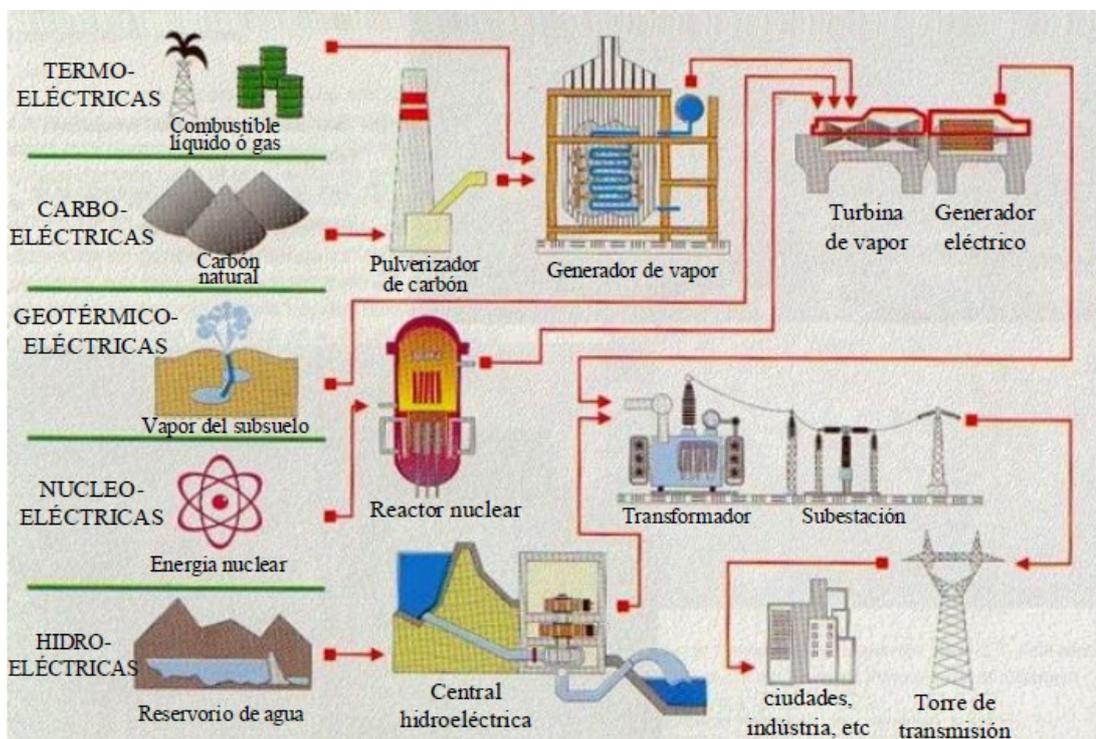
### 2.1.2 Procesos en generación eléctrica

La filosofía de funcionamiento de los procesos de generación de energía eléctrica es muy variada y depende de la fuente de energía; esta se puede generar a partir de fuentes renovables, como hidráulicas, eólicas, fotovoltaicas, geotermales, mareomotrices, etc, y de fuentes no renovables, como las nucleares, mediante fisión nuclear y térmicas mediante la quema de combustibles fósiles. Todos estos procesos se llevan a cabo en plantas compuestas por subprocesos. Muchos de los subprocesos adquieren mejoras en la producción y operación con la aplicación de tecnologías y algoritmos de control mediante el adecuado comportamiento del sistema. Por ejemplo, en las centrales térmicas se utilizan conjuntamente la caldera, turbinas de alta y baja presión, generador eléctrico, entre otros; estos pueden modelarse y controlarse como un sistema multivariable que mejora significativamente su comportamiento. En secciones posteriores, se verá con más detalle la filosofía del proceso de generación de electricidad a partir del carbón.

En el caso de las centrales nucleares, el proceso consiste en utilizar un reactor nuclear para realizar la fisión del uranio, liberando energía en forma de calor, que se utiliza para calentar agua a más de  $300^{\circ}\text{C}$  en estado líquido debido a la alta presión. Esto calienta otro ciclo de agua a través de un intercambiador de calor, transformando el agua en vapor que impulsa una turbina conectada a un generador eléctrico. En este caso también hay subprocesos que pueden mejorarse en eficiencia y operación haciendo un adecuado modelamiento y diseño de alguna técnica de control.

En la Figura 2 se muestran diferentes procesos de generación de energía eléctrica, en los que se podría modelar como sistemas multivariables.

Figura 2 – Procesos en generación eléctrica.



Fuente: Modificado de (VASCONCELOS, 2013).

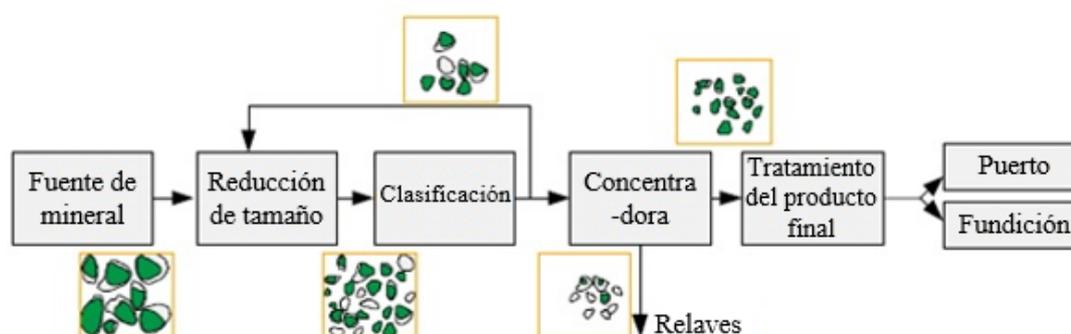
### 2.1.3 Procesos en minería

Los procesos mineros son muy complejos y críticos. Se componen de varios subprocesos que, para su correcto funcionamiento, requieren restricciones muy severas debido al daño humano y ambiental que pueden ocasionar, por lo que, normalmente, los requisitos de seguridad y estándares ambientales son muy exigentes. Existen diferentes tipos de procesos mineros según el mineral que se extraerá y procesará. En el caso de los minerales metálicos, todos tienen una secuencia de proceso similar. Estos se encuentran bajo tierra mezclados con otros minerales y, dependiendo de la

profundidad a la que se encuentren pueden ser a tajo abierto si se ubica en áreas cercanas a la superficie, o subterránea si se ubica a gran profundidad.

En ambos casos, el mineral de la fuente minera se llevará al área de trituración primaria, donde el tamaño de las rocas se reducirá considerablemente. El subproceso de trituración se realiza en seco (sin agua). Luego, una cinta transportadora llevará el mineral a la zona de molienda para reducir aún más el tamaño; aquí el mineral se mezcla con agua, pasando por un molino de bolas (actualmente el más utilizado es el Molino Semi-AutoGeno - SAG), luego pasa por una rejilla que filtra la mezcla de mineral del tamaño adecuado, y los que son demasiado grandes se devuelven al molino SAG mediante el uso de ciclones o clasificadores mecánicos. Luego, el mineral pasa a la planta concentradora, donde será sometido a diversos procesos químicos para finalmente obtener el mineral deseado con alta pureza (SBÁRBARO & DEL VILLAR, 2010). En la Figura 3 se muestra la secuencia general del proceso de minería.

Figura 3 – Principales operaciones de un proceso minero.



Fuente: Modificado de (SBÁRBARO & DEL VILLAR, 2010).

Uno de los procesos mineros más comunes en el mundo es el proceso de producción de cobre y este puede seguir dos trayectorias de proceso dependiendo del

tipo de fuente del mineral: si el mineral está en tajo abierto, el proceso se denomina Sulfurado y si es subterráneo es llamado Oxidado. El mineral sulfurado sigue la secuencia general descrita anteriormente, pasando por trituración, molienda y separación. En la planta concentradora es realizado la etapa de separación y obtención del producto final mediante los subprocesos de flotación, fundición, conversión, refino y fundición. En esta última se obtienen los ánodos de cobre; estos pasan por el subproceso de electro-refinación para finalmente obtener cátodos de cobre en forma de placas con una pureza del 99,99%.

El proceso de oxidación solo pasa por la etapa de trituración sin necesidad de una etapa de molienda, luego pasa a una zona de aglomeración para realizar la etapa de lixiviación, en la cual se trata con ácido sulfúrico para reducir las impurezas, luego se lleva al paso extracción por solvente, en la que se extrae cobre de la solución con reactivos orgánicos, seguido de la etapa de electro-extracción, en la que, finalmente, se obtendrán cátodos de cobre con una pureza del 99,99% (BUSTILLO, 2018). Los subprocesos correspondientes a los molinos, celdas y columnas de flotación son sistemas multivariados que requieren una atención especial en cuanto a la lógica de control, estos pueden mejorar su desempeño en operación y producción, con un modelamiento y aplicación de técnica de control adecuado.

#### **2.1.4 Procesos químicos**

Los procesos químicos se basan principalmente en el uso de leyes físicas y químicas como la cinética química de la materia, la conservación de la masa, la energía, el momento, los fenómenos de transporte y las ecuaciones de estado. Estos procesos están principalmente orientados a la generación de nuevos productos o la

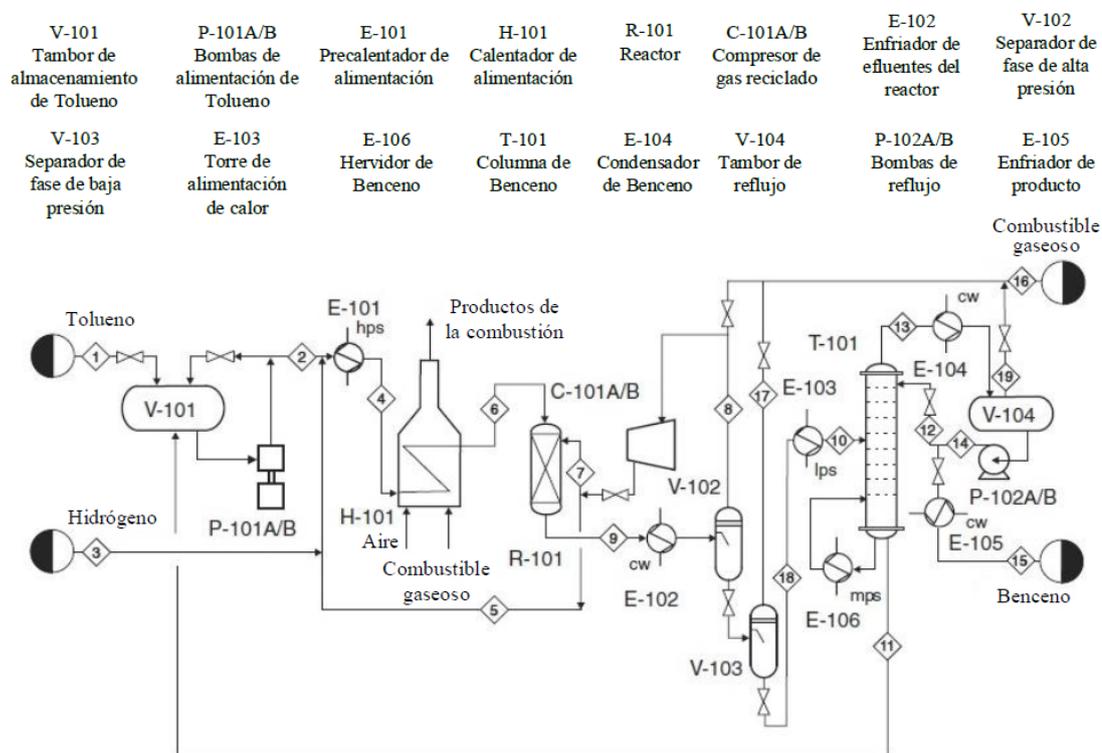
separación de compuestos o elementos químicos, todo ello basado principalmente en reacciones químicas.

Los procesos químicos son muy diversos según el tipo de industria donde se desarrollan como por ejemplo la producción de amoníaco, productos farmacéuticos, obtención de metales, etc. Muchos de estos procesos se llevan a cabo en un reactor químico, que es el principal elemento utilizado para realizar reacciones químicas controladas en función de datos de entrada como caudales, concentraciones, temperaturas, etc., y a la salida se producen nuevos componentes.

Los procesos químicos mencionados anteriormente se componen de varios subprocesos donde elementos como el reactor nuclear, columnas de flotación en procesos mineros, columnas de destilación para separación de hidrocarburos, quemadores industriales, etc., pueden modelarse para diseñar técnicas de control adecuado para mejorar la eficiencia del proceso.

La Figura 4 muestra un ejemplo de un proceso químico, en el que se obtiene benceno a partir de la hidrogenación del tolueno. En este, el reactor se encarga de realizar la reacción química para generar benceno y en el proceso se utilizan otros componentes que contribuyen al proceso general.

Figura 4 – Diagrama de flujo del Proceso Obtención del Benceno a partir de la hidrodesalquilación del Tolueno.



Fuente: Modificado de (TURTON et al., 2012).

## 2.2 Características de las plantas y dispositivos utilizados en los procesos industriales

Un proceso industrial se compone de diferentes subprocesos. Cada subproceso posibilita un objetivo específico y contribuye al cumplimiento del proceso global. Un subproceso está interrelacionado de forma lógica con otro subproceso que recibe datos de entrada y mediante funciones establecidas genera datos de salida.

Desde el punto de vista operacional, un subproceso puede considerarse como una planta que se comporta de acuerdo con los datos de entrada, generando así datos de salida. Este comportamiento se puede establecer con un modelo matemático que,

de acuerdo a sus características, se puede aplicar alguna técnica de control para tener un mejor desempeño operativo y una mayor eficiencia en el proceso productivo.

Los modelos de plantas de diferentes subprocesos industriales tienen algunas características específicas que es importante tener en cuenta a la hora de diseñar un sistema de control adecuado, estas características pueden ser:

- Normalmente tienen más de una entrada y una salida, es decir, son sistemas multivariados.
- La gran mayoría son sistemas altamente no lineales.
- Poseen funciones de transferencia que generan acoplamientos entre estados y entradas.
- Están expuestos a fuertes ruidos eléctricos, magnéticos, mecánicos y ambientales.
- Existen modelos en los que un control ON / OFF es suficiente.
- Algunas variables no se pueden medir debido a la complejidad del proceso.
- Algunos pueden aproximarse con combinaciones de modelos de primer y segundo orden con retrasos.
- Los métodos de identificación son muy útiles por la complejidad del proceso.

Los equipamientos utilizados para controlar los procesos industriales son diversos y dependerá del tipo de proceso. En general, los instrumentos de medición y actuadores son los que interactúan con el proceso (CREUS, 2010). Las redes de comunicación son de gran importancia porque permiten el intercambio de información entre dispositivos de medición, actuadores, controladores y *softwares* de supervisión

(GUERRERO et al., 2010). Los dispositivos de control deben ser altamente robustos para que el proceso no sea interrumpido por las fuertes de perturbación que se originan tales como eléctricas, magnéticas, vibratorias, ambientales, etc (LAMB, 2013). El mayor porcentaje de plantas de procesos industriales en el mundo utilizan el dispositivo denominado Controlador Lógico Programable (del inglés *Programmable Logic Controller* - PLC), estos son altamente robustos para operar en entornos hostiles y se utilizan principalmente en procesos de producción pequeños y medianos, son muy poco utilizados en procesos grandes. Una arquitectura de control con PLC suele estar orientada a controlar subprocesos centralizados.

Los grandes procesos de producción como petroquímicas, refinerías, minería, termoeléctricas y otras utilizan el Sistema de Control Distribuido (del inglés *Distributed Control System* - DCS) debido a la complejidad del proceso, la gran cantidad de subprocesos, el volumen de información y el elevado número de lazos de control. El DCS tiene una gran ventaja operativa sobre sobre la arquitectura de control basada en PLC, ya que opera como un sistema que integra todo el proceso de producción, además de contar con características superiores en relación al *software* y *hardware*. Las características más destacadas del DCS en relación al PLC son (ROCKWELL AUTOMATION, 2019):

- Alta confiabilidad en la operación del proceso.
- Trabaja con velocidades superiores.
- Posee una estación de ingeniería, estación de operación, unidades de control, dispositivos de campo inteligentes con comunicación distribuida en todo el proceso.

- Puede ejecutar una gran cantidad de lazos de control ya que es un sistema multitarea.
- Posibilidad de implementar redundancia en todos los niveles del sistema como CPU, redes de comunicación, fuentes de alimentación y módulos de E / S.
- Le permite realizar cambios de los algoritmos de control y configuración de *software* y *hardware* en caliente, es decir, sin provocar una parada del proceso.
- Está preparado para la conexión con los sistemas de gestión de la empresa como ERP, logístico y corporativo.
- Permite la integración de diferentes redes de comunicación en todos los niveles del proceso.
- Tiene un solo reloj de sincronización que le permite sincronizar todos los dispositivos, controladores y *softwares* de supervisión.
- Las bases de datos son integradas en el mismo sistema.
- Permite el diagnóstico de la instrumentación.

### **2.3 Fundamentos termodinámicos en plantas térmicas de vapor**

La termodinámica aborda conceptos y leyes que permiten explicar y cuantificar el comportamiento de diversos fenómenos relacionados con los fluidos térmicos. En esta sección se presentan algunas definiciones, propiedades y leyes de la termodinámica para una mejor comprensión del proceso que se lleva a cabo en una planta térmica. En una central térmica, el agua es el fluido principal del proceso, lo que permite transportar la energía a los equipos encargados de convertirla en otro tipo de energía.

### 2.3.1 Sustancia pura, fases y cambio de fase

Sustancia pura es toda sustancia que tiene una composición fija en cualquier parte que se tomó como muestra, puede estar conformada por uno o más elementos o compuestos químicos (ÇENGEL & BOLES, 2013). Una mezcla también puede ser considerada una sustancia pura siempre que la mezcla sea homogénea. Por ejemplo, el agua, el nitrógeno, el dióxido de carbono y el aire son sustancias puras. Una mezcla de dos o más fases de la misma sustancia también se considera sustancia pura siempre que la composición química de las fases sea la misma, por ejemplo, la mezcla de agua líquida y vapor sigue siendo una sustancia pura (ÇENGEL & BOLES, 2013).

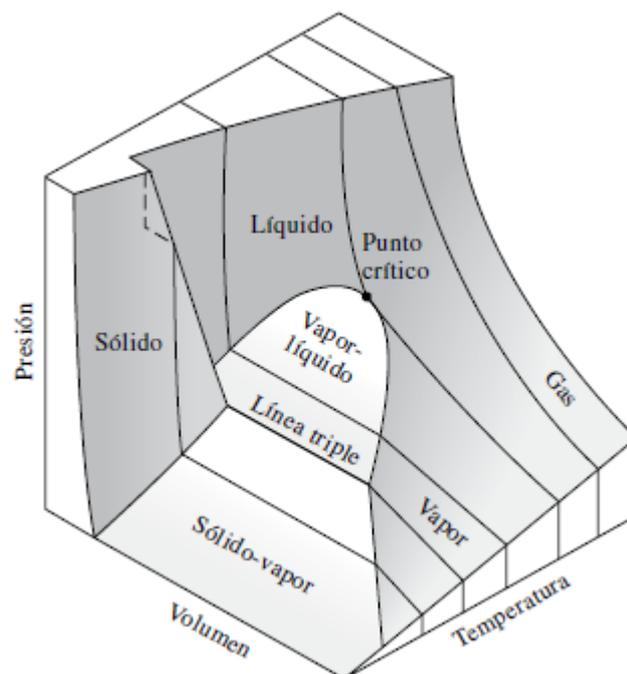
Una sustancia puede tener varias fases que depende principalmente de sus condiciones de temperatura y presión, además, el cambio de fase se realiza en condiciones constantes (MORAN & SHAPIRO, 2004). Por ejemplo, en el caso del agua que puede estar en estado líquido, y con la adición de calor, aumentará su temperatura hasta hervir a presión constante, iniciando así el cambio de fase de líquido a vapor hasta finalmente tener un 100% de vapor. Si el agua en forma de vapor sigue recibiendo calor, la temperatura y la presión seguirán aumentando en este mismo estado.

### 2.3.2 Diagramas y tablas de propiedades para procesos de cambio de fase

El comportamiento de cambio de fase de las sustancias puras se puede representar mediante gráficos tridimensionales con variables de presión, volumen y temperatura, conocido como diagrama  $P-v-T$  y datos numéricos de las propiedades que se muestran en las tablas termodinámicas de las sustancias puras (CENGEL et al.,

2019). Con los diagramas y los datos en las tablas, se describe el comportamiento de una sustancia ante diferentes condiciones y, además, es gran utilidad para realizar cálculos de procesos. La Figura 5 muestra un diagrama general para los estados de una sustancia pura.

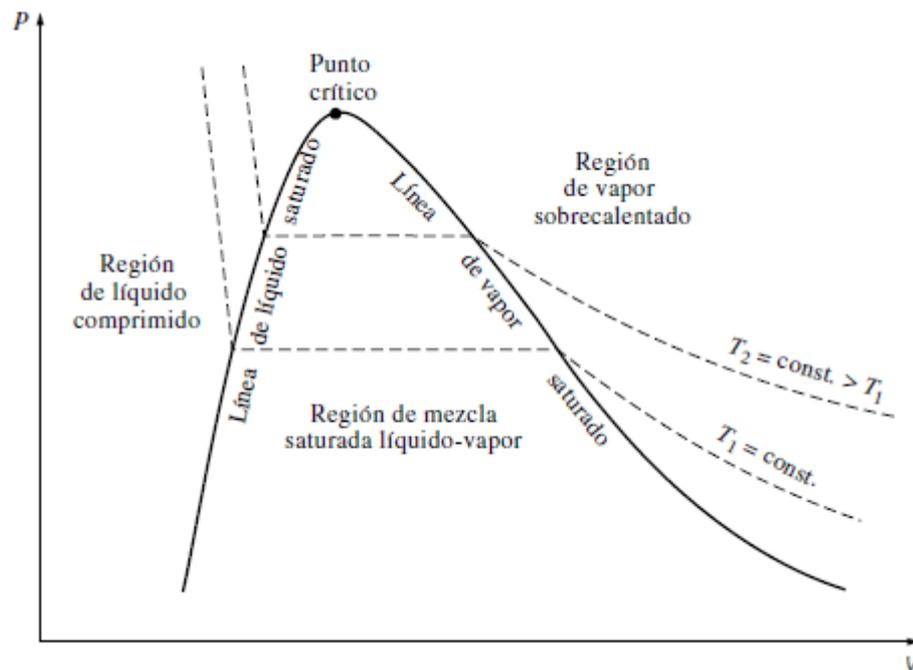
Figura 5 – Superficie  $P-v-T$  de una sustancia que se expande al congelarse.



Fuente: (CENGEL & BOLES, 2012).

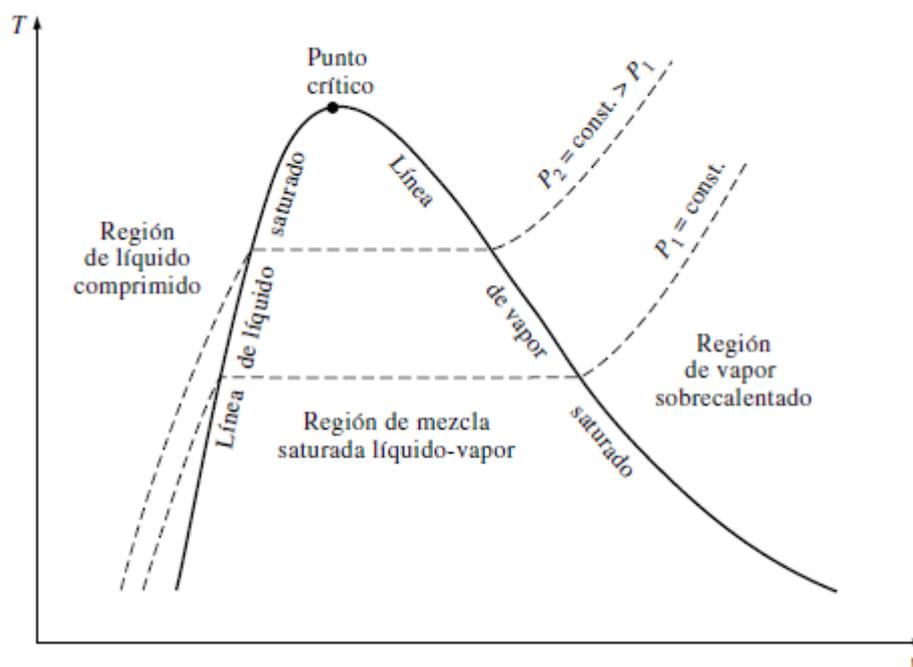
Para el caso del proceso en una planta térmica, la sustancia pura utilizada es el agua, este proceso se realiza de forma cíclica con cambios de fases de líquido a vapor y viceversa. Por lo tanto, para el análisis de procesos solo es necesario utilizar la parte que contiene líquido, mezcla líquido más vapor y vapor. También por comodidad, basta con utilizar diagramas en dos dimensiones como  $P-v$  o  $T-v$  según la necesidad. En la Figura 6 y Figura 7 se muestran las curvas mencionadas con los estados de proceso para el agua.

Figura 6 – Diagrama  $P-v$  de una sustancia pura.



Fuente: (CENGEL & BOLES, 2012).

Figura 7 – Diagrama  $T-v$  de una sustancia pura.



Fuente: (CENGEL & BOLES, 2012).

### **2.3.3 Primera y segunda ley de la termodinámica**

En un proceso con flujo térmico, por ejemplo, cuando el fluido en estudio es el agua, en estado de vapor puede transportar una gran cantidad de energía en forma de presión y temperatura, llevándolos hasta los equipos de proceso. A lo largo de su trayectoria, la energía del agua va cambiando, en algunas partes recibe energía y en otra entrega, esta energía puede ser descrita principalmente por la primera y segunda ley de la termodinámica.

La primera ley de la termodinámica también conocida como principio de conservación de la energía, nos permite estudiar las relaciones entre las diferentes formas de energía. Esta ley establece que:

“La energía no puede crearse ni destruirse durante un proceso, solo puede cambiar de forma” (CENGEL et al., 2019, pág. 70).

La segunda ley complementa a la primera, también se la conoce como ley de la entropía o ley de las máquinas térmicas. Esta describe la dirección en la que debe fluir la energía. Además, establece que la entropía de un sistema debe aumentar o permanecer constante, también indica que una máquina térmica no puede ser 100% eficiente (SMITH et al., 2007). Existen diversas formulaciones, pero todas se refieren al cambio de entropía o la eficiencia de las máquinas térmicas.

## **2.4 Partes principales de una planta térmica de vapor**

Una planta térmica está formada por muchos equipos y todos ellos son muy importantes para llevar a cabo el proceso de generación de energía eléctrica. El proceso

de generación eléctrica a través de una planta térmica de vapor consiste en aprovechar el cambio de fase del agua. Por lo tanto, cada planta térmica tiene equipos similares y la mayor diferencia está en el proceso de uso de la fuente de energía. La fuente de energía proviene de la quema de combustible, este puede ser combustible sólido como el carbón, combustible líquido como el diésel, combustible gaseoso como el GLP o gas natural. También existen otras fuentes de combustible alternativas como la biomasa, pero debido a la potencia calorífica y la eficiencia de combustión, la mayoría de las centrales térmicas utilizan combustible gaseoso y diésel. Las centrales eléctricas a carbón son actualmente las menos utilizadas, debido al impacto ambiental que pueden causar, sin embargo, en la actualidad existen equipamientos modernos que permiten filtrar los residuos contaminantes del medio ambiente.

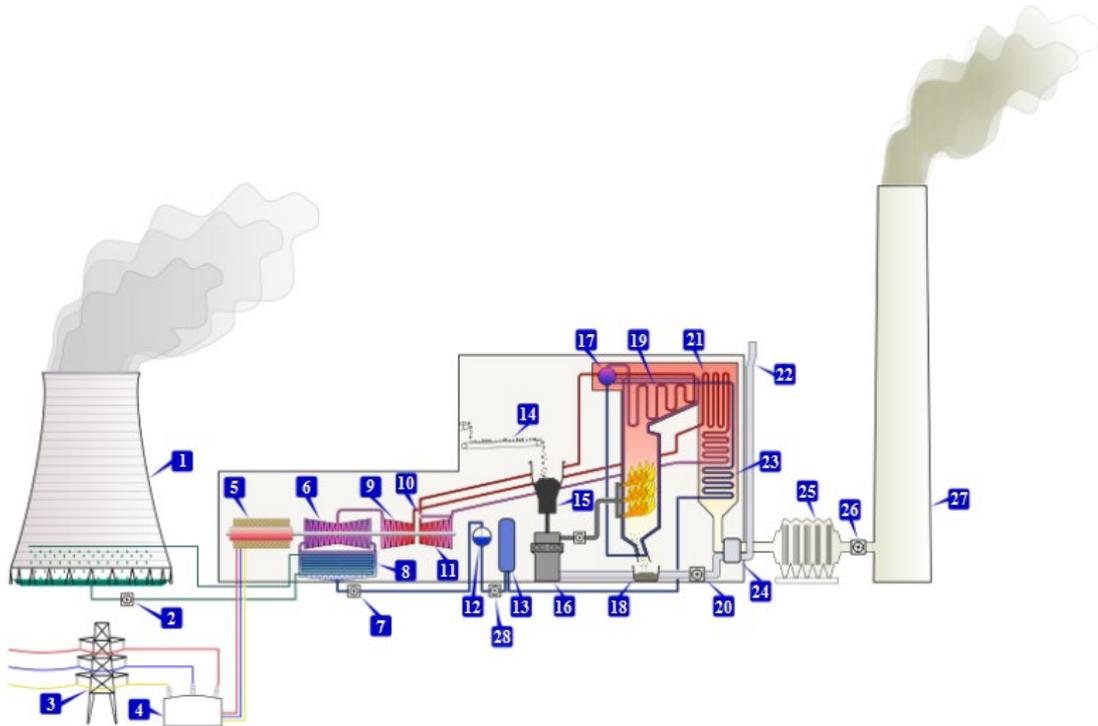
Los principales equipamientos de una planta térmica de vapor para la operación de un proceso de generación eléctrica son:

- Generador de vapor: contiene el quemador de combustible, generando gases a altas temperaturas y con esto transforma el agua líquida en vapor a presión y temperatura suficiente.
- Turbina de vapor: transforma la energía térmica y presión del flujo de vapor en energía mecánica del eje; suele estar compuesto por turbinas de alta, media y baja presión para aprovechar al máximo la energía del vapor.
- Generador eléctrico: transforma la energía mecánica del eje en energía eléctrica.
- Condensador: es un intercambiador de calor que permite que el vapor proveniente de la turbina de baja presión condense el agua, es decir, cambie a la fase líquida para ser devuelto al generador de vapor.

- Bombas de agua: permite el movimiento de agua líquida en diferentes partes del proceso, por ejemplo, envía el agua desde la salida del condensador al generador de vapor para repetir el ciclo; también se utiliza para mover agua desde la torre de enfriamiento al condensador.
- Sobrecalentador: se encarga de calentar aún más el vapor de salida de la caldera. Éste recibe el vapor saturado y, al intercambiar calor con los gases de combustión, eleva la temperatura del vapor, transformándolo en vapor sobrecalentado.
- Economizador: es un intercambiador de calor que calienta el agua de alimentación del generador de vapor mediante los gases de escape de la combustión.
- Ventilador de tiro forzado: permite expulsar los gases de combustión por succión, es resistente a altas temperaturas y residuos de combustión, lleva los gases de la combustión a la chimenea.

En la Figura 8 se muestra una planta térmica de vapor con los elementos necesarios para la generación de electricidad, aquí la fuente de combustible es el carbón.

Figura 8 – Partes principales de una central térmica de vapor.



Fuente: Modificado de (Bright Hub PM, 2020).

En la Tabla 1 se muestran los nombres de los elementos que componen la planta térmica de vapor según la numeración indicada en la Figura 8.

Tabla 1 – Nombre de elementos de una central térmica de vapor

Nº	Equipamiento	Nº	Equipamiento
1	Torre de refrigeración	15	Tolva de carbón
2	Bomba de agua de refrigeración	16	Pulverizador de carbón
3	Torre de transmisión eléctrica	17	Domo de vapor
4	Transformador	18	Tolva de cenizas
5	Generador eléctrico	19	Supercalentador
6	Turbina de baja presión	20	Ventilador de tiro forzado
7	Bomba de condensación	21	Re-calentador
8	Condensador	22	Entrada de aire de combustión
9	Turbina de presión intermedia	23	Economizador
10	Válvula de control de vapor	24	Pré-calentador de aire
11	Turbina de alta presión	25	Precipitador electrostático
12	Desgasificador	26	Ventilador de tiro inducido
13	Calentador de agua de alimentación	27	Chimenea de emisión de gases de escape
14	Correa transportadora de carbón	28	Bomba alimentación de agua de caldera

Fuente: Modificado de (Bright Hub PM, 2020).

## 2.5 Principio de operación de una planta térmica de vapor

La producción de electricidad a partir de la energía térmica del vapor es generada en una central térmica, en el cual, se aprovecha la propiedad del cambio de fase del agua. El agua para cambiar de fase necesita de una gran cantidad de calor; este puede transportar energía a través de la presión y temperatura.

La principal fuente de energía es la quema de un combustible que puede ser sólido, líquido o gaseoso; esta entrega calor al agua dando como resultado en un cambio de fase aumentando así su presión y temperatura. El agua realiza ciclos repetitivos de cambio de fase en el generador vapor, para luego dar movimiento a las turbinas de vapor, cuyo eje se acopla al eje del generador eléctrico, obteniendo así

energía eléctrica. La salida del agua se condensa y se vuelve a convertir en líquido para luego regresar al generador de vapor y repetir el proceso.

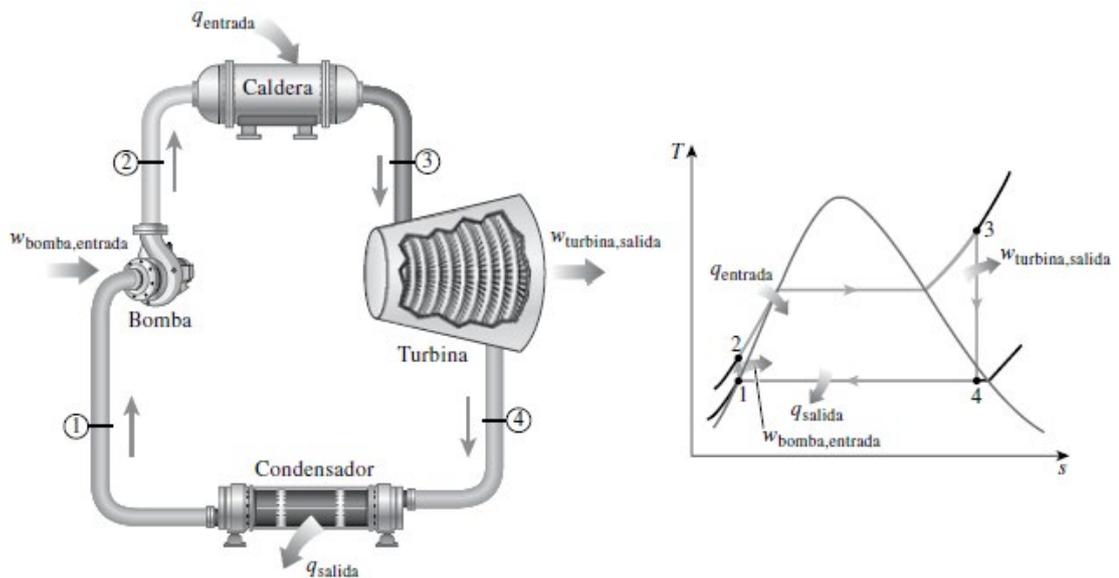
Los gases resultantes de la combustión pasan a través de equipos que filtran los residuos tóxicos y luego los expulsan al exterior a través de la chimenea. Una planta térmica opera siguiendo procesos termodinámicos de sustancias puras, en este caso el proceso del ciclo de Rankine y sus variantes. A continuación, se describen los detalles y las características del ciclo Rankine que opera en una central de generación.

### **2.5.1 Ciclo Rankine ideal**

El proceso básico del ciclo de Rankine es un proceso ideal. Aquí no se considera la pérdida de energía, posee una baja eficiencia de generación eléctrica, pero es un proceso sencillo que sirve de base para entender otras variantes de este.

El ciclo Rankine ideal consiste en obtener vapor a alta presión y temperatura, debido a la quema de combustible en el generador de vapor. La salida de este vapor se encuentra como sobrecalentado; el cual se expande en la turbina, disminuyendo su presión y temperatura hasta convertirse en una mezcla de agua líquida y vapor, que se enfría en el condensador, obteniéndose así agua completamente líquida, para luego ser llevada al generador de vapor por medio de la bomba. La Figura 9 muestra el proceso ideal del ciclo Rankine y la curva termodinámica que sigue al agua.

Figura 9 – Ciclo Rankine ideal simple.



Fuente: (CENGEL & BOLES, 2012).

Los estados del agua en los puntos de proceso termodinámico son (MORAN & SHAPIRO, 2004):

- 1: líquido saturado.
- 2: líquido comprimido.
- 3: vapor sobrecalentado.
- 4: mezcla de vapor y agua líquida.

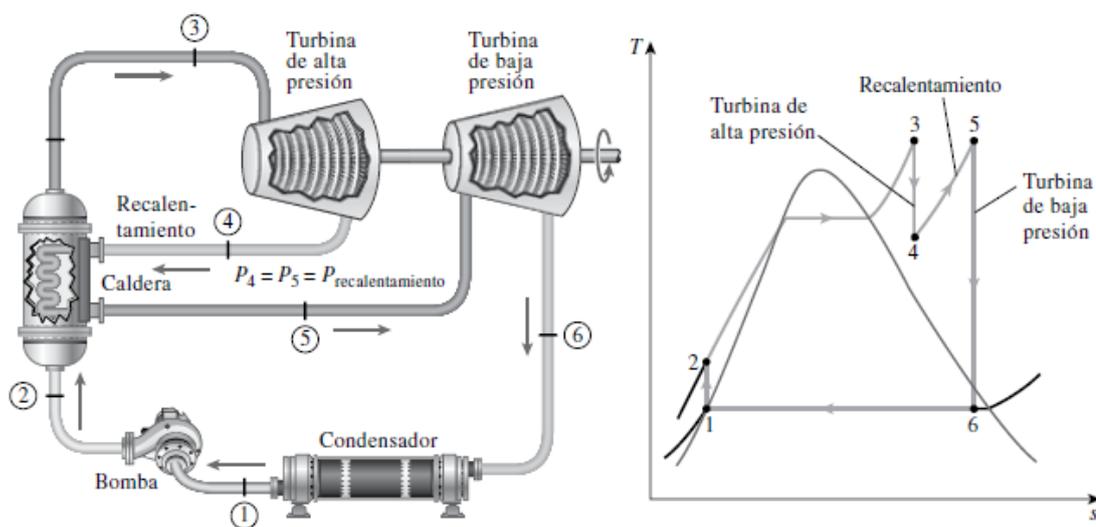
### 2.5.2 Ciclo Rankine regenerativo + recalentador

El ciclo de Rankine simple no es utilizado debido a la baja eficiencia en la producción de energía. Para aumentar la eficiencia del ciclo, las modernas plantas utilizan el proceso de recalentamiento, que consiste en expandir el vapor en turbinas de dos etapas, y recalentarlo entre ellas, es decir, se toma la salida de vapor de la

turbina de alta presión y se retorna al generador de vapor pasando por el recalentador que permite al vapor aumentar su temperatura a presión constante, logrando así la misma temperatura que tenía a la entrada de la primera turbina; luego el vapor es expandido en las turbinas de presión intermedia y baja hasta obtener la presión del condensador.

Por tanto, la incorporación del recalentador aumenta notablemente la eficiencia en la producción de energía eléctrica al aumentar la temperatura media a la que se transfiere el calor al vapor (CENGEL et al., 2019). En la Figura 10 se muestra un proceso de ciclo Rankine con recalentamiento.

Figura 10 – Ciclo Rankine ideal simple con recalentamiento.



Fuente: (CENGEL & BOLES, 2012).

De acuerdo con el ciclo Rankine ideal simple, el calor se transfiere a una temperatura promedio relativamente baja, por tanto, la eficiencia del ciclo también

resulta bajo. Para minimizar este problema, es necesario que el agua que ingresa al generador de vapor tenga una temperatura más alta (MORAN & SHAPIRO, 2004).

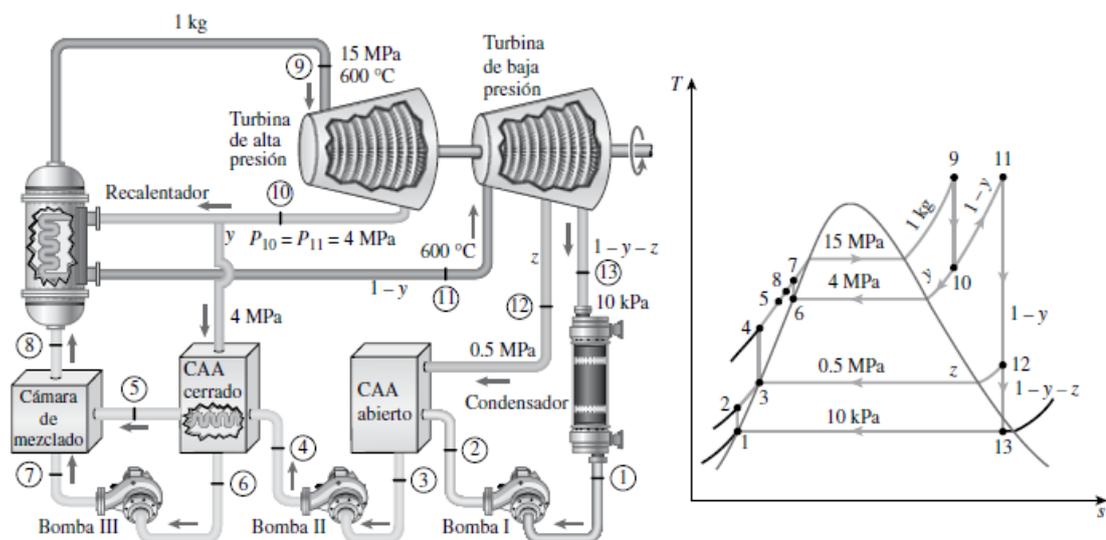
Las plantas modernas de generación eléctrica utilizan el proceso de regeneración, que consiste en la extracción de vapor de la turbina en varios puntos; este vapor que podría estar produciendo trabajo en las turbinas se utiliza para calentar el agua de alimentación. El equipo en el que se calienta el agua de alimentación se denomina regenerador o calentador de agua de alimentación (CAA). El uso del proceso con regeneración tiene muchas ventajas como mejorar la eficiencia del ciclo, purgar el aire del agua de alimentación para evitar la corrosión de la caldera, también ayuda a reducir el gran caudal volumétrico de vapor en las últimas etapas de la turbina debido a los altos volúmenes específicos a presiones bajas (ÇENGEL & BOLES, 2013). Prácticamente, en un calentador se produce la transferencia de calor del vapor al agua líquida de alimentación de la caldera, ya sea con la mezcla de estas dos corrientes de fluidos o sin mezclarse. Los tipos de calentadores de agua de alimentación para la regeneración son los siguientes:

- Calentadores de agua de alimentación abiertos, también llamados de contacto directo, son básicamente una cámara de mezcla, donde el vapor extraído de la turbina se mezcla con el agua de alimentación líquida proveniente del condensador a través de bombas. Teóricamente, la mezcla que sale del calentador está en estado líquido saturado a la presión del calentador.
- Calentadores de agua de alimentación cerrados, no hay mezcla de vapor y agua de alimentación líquida, el calor se transfiere del vapor al agua

proveniente del condensador a través del contacto con las tuberías. Las dos corrientes tienen presiones diferentes y continúan hasta que llegan a una cámara de mezcla o calentador abierto. Teóricamente, el vapor que ingresa al calentador sale como un líquido saturado.

El ciclo Rankine regenerativo con recalentador es el proceso más utilizado en las plantas de generación eléctrica, estos junto con los sobrecalentadores y economizadores aumentan significativamente la eficiencia de producción de la energía eléctrica, pero el análisis del proceso se vuelve más complejo (CENGEL et al., 2019). En la Figura 11 se muestra un ejemplo de un proceso de ciclo Rankine regenerativo con recalentador, en este caso el agua de alimentación se calienta a través de calentadores abiertos y cerrados. En el diagrama Temperatura-Entropía (T-s) se muestra el proceso termodinámico del ciclo.

Figura 11 – Ciclo Rankine regenerativo con recalentamiento.



Fuente: (CENGEL & BOLES, 2012).

## 2.6 Sistemas de control más aplicados actualmente en los procesos industriales

Actualmente, en la práctica, muchos de los procesos industriales están controlados por lógicas ON / OFF, pero también una gran parte son por técnicas de control continuo que no necesariamente son diseñados haciendo un adecuado modelamiento matemático. De acuerdo con Astrom & Hagglund (1995), hasta 1995, más del 90% de los lazos de control en las industrias de producción usaban el control PID. Es así como hoy en día la mayoría de las plantas de procesos industriales siguen utilizando esta técnica de control, y las plantas termicas de generación eléctrica no son una excepción.

Una de las razones por lo que actualmente el control PID es ampliamente utilizado podría deberse principalmente a que durante el último siglo fue implementado en diversas plantas y generó comportamientos aceptables del sistema desde el punto de vista operacional, ya que en ese momento lo esencial de un sistema de control era solo tener un comportamiento estable, sin embargo, esto no es necesariamente ideal para la productividad. Otro motivo que actualmente motiva su aplicación es la facilidad de implementación, ya que es posible utilizar métodos de ajuste de ganancias sin la necesidad de realizar estudios de modelamiento y diseño, o en el caso más simple, es que un operador con experiencia en el proceso podría ajustar los parámetros de controlador manualmente mediante prueba y error hasta que se logre un comportamiento aceptable.

En el caso de las centrales térmicas de generación eléctrica, la gran mayoría cuenta con una gran cantidad de lazos de control independientes, es decir, cada variable de proceso tiene un controlador PID dedicado para cada una de ellas,

normalmente teniendo como control valores de ganancias que se encontraron mediante prueba y error o ajuste manual. El problema con este tipo de implementación es que no considera los efectos de los acoplamientos entre variables y las ganancias de control no necesariamente son los adecuados.

En Cutler & Ramaker (1979), es presentado el primer algoritmo de Control Predictivo Basado en Modelo (del inglés *Model-based Predictive Control* - MPC) aplicado a la industria petroquímica, reemplazando el control PID y cubriendo así varias de sus deficiencias que benefician a la productividad. Desde entonces, ha tenido otras variantes como el caso del Control Predictivo Generalizado (del inglés *Generalized Predictive Control* - GPC). Debido a los avances en la tecnología y capacidad de procesamiento de datos en equipamientos de control, a fines del siglo pasado, varias industrias, incluidas las termoeléctricas, ya habían implementado el control predictivo en sus procesos. Es así que en la actualidad, el segundo algoritmo de control más utilizado en los procesos industriales, especialmente en plantas termoeléctricas, es el control predictivo; estos también se encuentran en procesos complejos como los que se llevan a cabo en minería, petroquímica, refinerías, entre otros. La desventaja del control predictivo en relación al PID es la complejidad del algoritmo, que requiere un alto costo computacional, pero con el avance de la tecnología en controladores industriales como los DCS, este se está implementando cada vez más en varias plantas.

El control difuso es una de las técnicas de control más avanzadas y actuales y en la práctica no es muy utilizado en los procesos industriales debido a la complejidad del diseño a pesar de los grandes aportes realizados por la comunidad científica. Sin

embargo, existen dispositivos de control industrial como DCS que ya contienen librerías que facilitan la implementación del algoritmo.

## **2.7 Discusiones del capítulo**

En los procesos industriales existen muchos subprocesos en los que se podría modelar y aplicar técnicas de control más adecuadas, que permitan mejorar el funcionamiento del sistema y al mismo tiempo aumentar la eficiencia y productividad del proceso. Comprender los conceptos, filosofías operativas, leyes fundamentales de la termodinámica y la transferencia de calor es muy importante para abordar los subprocesos de una planta térmica de vapor para generación eléctrica, esto con el objetivo de implementar algoritmos de control, especialmente cuando se realiza una implementación práctica.

El control PID independiente para cada variable predomina en la práctica en las industrias, pero no es necesariamente el más adecuado, por lo que diseñar leyes de control que tengan un mejor comportamiento y desempeño podría mejorar el funcionamiento del sistema.

La aplicación del control con modelamiento difuso TS en plantas de procesos industriales podría generar buenos resultados aprovechando sus capacidades y los grandes avances en la teoría del control.

## CAPÍTULO III: CONTROL DIFUSO TS PARA SISTEMAS NO LINEALES

En este capítulo se presentarán conceptos y cálculos que permitirán abordar modelos que representan el comportamiento de un proceso industrial y aplicación para el diseño de un controlador difuso TS para modelos no lineales, con el fin de orientar al lector para una mejor comprensión.

Inicialmente será presentado el modelamiento de sistemas no lineales descritos por los modelos difusos TS. También se describirán los detalles matemáticos que permiten el desarrollo del algoritmo de control difuso TS con seguimiento integral, incluido el observador de estados y la asignación de tasas de decaimiento específico para cada estado. Finalmente, se realizarán cálculos para obtener las ganancias del observador de estado y controlador.

### 3.1 Sistemas no lineales descritos por modelos difusos TS

Los modelos difusos TS (TAKAGI & SUGENO, 1985) son descritos por reglas SI-ENTONCES. Estos modelos relacionan localmente las entradas y salidas del sistema no lineal.

**Regla  $i$ :**

SI  $z_1(t)$  es  $M_1^i$  y ... y  $z_{n_p}(t)$  es  $M_{n_p}^i$ ,

$$\text{ENTONCES } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t), \\ y(t) = C_i x(t) + D_i u(t), \end{cases} \quad (1)$$

donde  $i \in \{1, \dots, n_r\}$ ,  $j \in \{1, \dots, n_p\}$ ,  $M_j^i$  es el conjunto difuso  $j$  de la regla  $i$ ;  $x(t) \in \mathfrak{R}^{n_x}$  es el vector de estados,  $u(t) \in \mathfrak{R}^{n_u}$  es el vector de entradas,  $y(t) \in \mathfrak{R}^{n_y}$  es el vector de salidas;  $A_i \in \mathfrak{R}^{n_x \times n_x}$ ,  $B_i \in \mathfrak{R}^{n_x \times n_u}$ ,  $C_i \in \mathfrak{R}^{n_y \times n_x}$  y  $D_i \in \mathfrak{R}^{n_y \times n_u}$  son las matrices locales lineales;  $z_1(t), \dots, z_{n_p}(t)$  son las variables premisas que pueden ser funciones de las variables de estado y parámetros inciertos del sistema, disturbios externos y/o tiempo. Será usado  $z(t)$  para denotar al vector que contiene a todos los elementos individuales  $z_1(t), \dots, z_{n_p}(t)$ . Cada una de las ecuaciones lineales representadas por  $A_i x(t) + B_i u(t)$  es llamada modelo local o subsistema.

El modelamiento difuso TS consiste en la combinación de los modelos locales lineales a través de las funciones de pertenencia. Dado el par  $(x(t), u(t))$ , el modelamiento difuso TS es inferido de la siguiente forma (TANIGUCHI et al., 2001):

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)], \\ y = \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) [C_i x(t) + D_i u(t)], \end{cases} \quad (2)$$

donde para todo  $t$ :

$$\begin{aligned} z(t) &= [z_1(t) \ z_2(t) \ \dots \ z_{n_p}(t)], \\ w_i(z(t)) &= \prod_{j=1}^{n_p} M_j^i(z(t)), \\ h_i(z(t)) &= \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^{n_r} w_i(z(t))}. \end{aligned} \quad (3)$$

El término  $M_j^i(z(t))$  es el grado de pertenencia del conjunto difuso en relación con la variable premisa  $z_j(t)$ . La función de pertenencia  $h_i(z(t))$  es el peso normalizado de cada modelo local. Estos cumplen lo siguiente:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n_r} w_i(z(t)) > 0, \\ w_i(z(t)) \geq 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) = 1, \\ h_i(z(t)) \geq 0. \end{cases}$$

### 3.2 Condiciones de estabilidad para reguladores difuso TS y tasa de decaimiento vía LMIs

De acuerdo con Tanaka et al. (1996), en la PDC, cada regla de control se diseña a partir de la regla correspondiente del modelo difuso TS. El proyecto del controlador difuso TS comparte los mismos conjuntos difusos con los del modelo en las partes premisas. El modelo dado en (1), para una regla  $i$ , se tiene la siguiente ley de control con realimentación de estados  $x(t)$  (TANAKA et al., 1996):

**Regla  $i$ :**

SI  $z_1(t)$  es  $M_1^i$  y ... y  $z_{n_p}(t)$  es  $M_{n_p}^i$ ,

ENTONCES  $u(t) = -K_i x(t)$ ,  $i \in \{1, \dots, n_r\}$ , (4)

por lo tanto, la ley de control difuso TS global será por

$$u(t) = -\sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t))K_i x(t), \quad (5)$$

donde  $K_i$  representa las ganancias de realimentación de estado.

Reemplazando la ley de control (5) en la dinámica de (2)

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) [A_i x(t) + B_i (-\sum_{j=1}^{n_r} h_j(z(t))K_j x(t))],$$

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_r} h_i(z(t))h_j(z(t)) [A_i - B_i K_j] x(t),$$

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_r} h_i(z(t))h_j(z(t))G_{ij} x(t), \quad (6)$$

donde el sistema realimentado (6) puede ser reescrito por

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{n_r} h_i^2(z(t))G_{ii} x(t) + 2 \sum_{i < j}^{n_r} h_i(z(t))h_j(z(t)) \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) x(t), \quad (7)$$

siendo  $G_{ij} = A_i - B_i K_j$  para  $i, j \in \{1, \dots, n_r\}$ .

La condición de estabilidad suficiente para el sistema controlado (7) puede ser definido por el Teorema 1.

**Teorema 1.** (TANAKA et al., 1996) El punto de equilibrio  $x = 0$  del sistema de control difuso TS continuo descrito por (7) con  $G_{ij} = A_i - B_i K_j$ , es globalmente asintóticamente estable si existe una matriz simétrica  $P$  definida positiva común tal que las siguientes desigualdades sean factibles:

$$P > 0, \quad (8)$$

$$G_{ii}^T P + P G_{ii} < 0, \quad i \in \mathbf{l}_{n_r}, \quad (9)$$

$$\left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) \leq 0, \quad (10)$$

$$i \in \mathbf{l}_{n_r-1} \text{ e } j \in \mathbf{l}_{in_r}.$$

En el diseño de control, muchas veces no es suficiente considerar solo la estabilidad, otros índices de desempeño también pueden mejorar significativamente el comportamiento del sistema controlado, tales como la velocidad de respuesta, las restricciones de entrada y salida, entre otros. La velocidad de respuesta está relacionada con la tasa de decaimiento definida por un número real  $\beta > 0$  (BOYD et al., 1994), tal que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{\beta t} \|x(t)\| = 0, \quad (11)$$

para todas las trayectorias de  $x(t)$ . Se puede usar una función de Lyapunov  $V(x(t)) = x(t)^T P x(t)$  para establecer el limitante inferior para la tasa de decaimiento del sistema en lazo cerrado (BOYD et al., 1994). Si la condición conforme (12)

$$\dot{V}(x(t)) \leq -2\beta V(x(t)), \quad (12)$$

fuera satisfecha para todas las trayectorias  $x(t)$ , entonces  $V(x(t)) \leq V(x(0))e^{-2\beta t}$  y consecuentemente  $\|x(t)\| \leq \mu(P)^{1/2} \|x(0)\| e^{-\beta t}$  con  $\mu(P) = \lambda_{\max}(P) / \lambda_{\min}(P)$ , siendo  $\lambda_{\max}(P)$  y  $\lambda_{\min}(P)$  los autovalores máximo y mínimo de la matriz  $P$ , por tanto la tasa

de decaimiento es mayor o igual a  $\beta$  (SLOTINE & LI, 1991; BOYD et al., 1994). De acuerdo con el Teorema 1 y considerando la condicion de tasa de decaimiento, las nuevas condiciones de estabilidad son dadas en el Teorema 2 (TANAKA et al., 1997).

**Teorema 2.** (TANAKA et al., 1997) El punto de equilibrio  $x=0$  del sistema de control difuso TS continuo descrito por (7) con  $G_{ij} = A_i - B_i K_j$  y tasa de decaimiento  $\beta$ , es globalmente asintóticamente estable si existe una matriz simétrica  $P$  definida positiva común tal que las siguientes desigualdades sean factibles:

$$P > 0, \quad (13)$$

$$G_{ii}^T P + P G_{ii} + 2\beta P < 0, \quad i \in I_{n_r}, \quad (14)$$

$$\left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) + 2\beta P \leq 0, \quad (15)$$

$$i \in I_{n_r-1} \text{ e } j \in I_{i n_r}.$$

Las condiciones de estabilidad del Teorema 2 atribuyen la misma tasa de decaimiento para cada elemento del vector de estados. En Lian et al. (2006) es propuesto una modificación al Teorema 2 que tiene la flexibilidad de atribuir tasas de decaimiento específico para cada estado al escoger adecuadamente los elementos diagonales de la matriz  $D_i$  conforme el Teorema 3, con el cual se podría conseguir un mejor comportamiento transitorio.

**Teorema 3.** (LIAN et al., 2006) Sea  $D_i$  una matriz diagonal definida positiva, el punto de equilibrio  $x=0$  del sistema de control difuso TS continuo descrito por (6) con

$G_{ij} = A_i - B_i K_j$  puede ser estabilizado exponencialmente a través de la ley de control

(5) si existe una matriz simétrica  $P$  definida positiva común tal que las siguientes desigualdades sean factibles:

$$P > 0, \quad (16)$$

$$G_{ij}^T P + P G_{ij} + D_i P D_i < 0, \quad i, j \in \{1, \dots, n_r\}. \quad (17)$$

Verificación: escogiendo la función cuadrática de Lyapunov  $V(x(t)) = x^T(t) P x(t) > 0$ , donde  $P$  es una matriz simétrica definida positiva. Aplicando la derivada con respecto al tiempo y utilizando la dinámica de (6), es obtenida conforme (18):

$$\dot{V}(x(t)) = \dot{x}^T(t) P x(t) + x^T(t) P \dot{x}(t),$$

$$\dot{V}(x(t)) = \sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_r} h_i(z(t)) h_j(z(t)) x^T(t) (G_{ij}^T P + P G_{ij}) x(t). \quad (18)$$

De la desigualdad (17), pré-multiplicando por  $x(t)^T$  y pós-multiplicando por  $x(t)$ , es obtenida (19):

$$G_{ij}^T P + P G_{ij} < -D_i P D_i,$$

$$x^T(t) (G_{ij}^T P + P G_{ij}) x(t) < -x^T(t) (D_i P D_i) x(t). \quad (19)$$

De (18) y (19), es obtenida la desigualdad (20)

$$\dot{V}(x(t)) \leq -x^T(t) D_i P D_i x(t),$$

$$\dot{V}(x(t)) \leq -\beta V(x(t)), \quad (20)$$

donde la tasa de convergencia es dada por  $\beta = (\lambda_{\min}(D_t P D_t) / \lambda_{\max}(P))$  (SLOTINE & LI, 1991), el cual tiene una estructura similar conforme (12). Luego, es obtenido  $V(x(t)) \leq V(0)e^{-\beta t}$  y consecuentemente  $\|x(t)\|^2 \leq (V(0) / \lambda_{\min}(P))e^{-\beta t}$ , con el cual la verificación queda concluida.

Una herramienta bastante útil para transformar expresiones matriciales no lineales en lineales es el complemento de Schur. Para el caso de la teoría de control, este permitirá obtener expresiones LMIs que pueden ser resueltos con menor dificultad utilizando métodos de optimización lineal implementados en algún *solver*. Considere una matriz cuadrada simétrica  $X$  particionada de la siguiente forma (BOYD et al., 1994):

$$X = \begin{bmatrix} A & B \\ B^T & C \end{bmatrix}, \quad (21)$$

con  $A = A^T$  y  $C = C^T$ .

- Si  $\det(A) \neq 0$ , entonces la matriz  $C - B^T A^{-1} B$  es el complemento de Schur de  $X$  en relación a  $A$ .
- Si  $\det(C) \neq 0$ , entonces la matriz  $A - B C^{-1} B^T$  es el complemento de Schur de  $X$  en relación a  $C$ .

Otra característica importante respecto al complemento de Schur es que permite concluir respecto de la positividad de la matriz  $X$  o, aún mejor, plantear

condiciones para que  $X$  sea definida positiva o semi definida positiva. Por tanto, a partir de (21) se puede concluir (BOYD et al., 1994):

- $X > 0$  sí y solamente sí,  $A > 0$  y  $C - B^T A^{-1} B > 0$ .
- $X > 0$  sí y solamente sí,  $C > 0$  y  $A - B C^{-1} B^T > 0$ .

En la Sección 3.5 será utilizada el complemento de Schur para el diseño del controlador difuso TS.

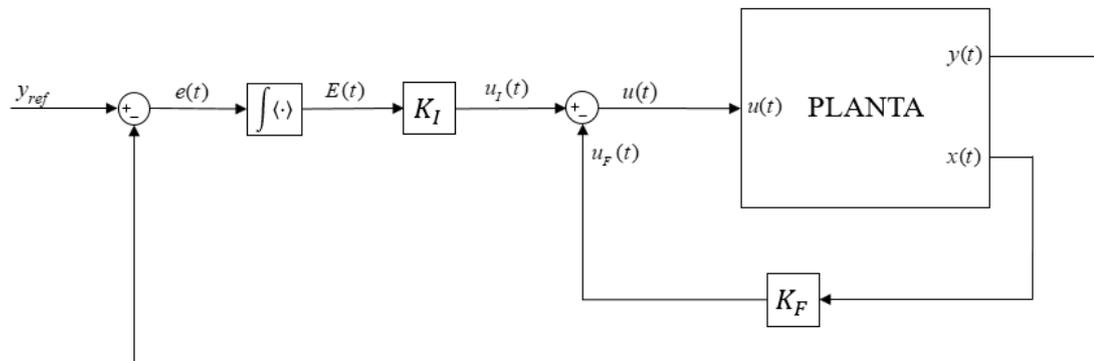
### 3.3 Control con seguimiento integral basado en modelamiento difuso TS

El objetivo del control de plantas de los procesos industriales es llevar a cero el valor del error entre los valores deseados y las variables de salida medidas en el estado estacionario, para garantizar esto es necesario utilizar una estructura de control que permita la retroalimentación de la dinámica de estados y rastrear las señales de salida, ósea, realimentar también las señales de salida. Esto se puede resolver agregando una acción integral al sistema a través de una nueva variable de estado.

Em Teixeira et al. (2006) es presentado un enfoque de control con la adición de un nuevo estado, representado por la integral del error entre el valor deseado y el valor medido de la salida.

En la Figura 12 es mostrado una estructura de control con lazos de realimentación de estados y de salidas.

Figura 12 – Control con realimentación de estados y salidas.



Fuente: Elaboración propia.

Considerando un sistema no lineal dado por:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x, u), \\ y(t) &= g(x, u). \end{aligned} \quad (22)$$

Donde  $x(t) \in \mathfrak{R}^{n_x}$  es el vector de estados,  $u(t) \in \mathfrak{R}^{n_u}$  es el vector de entradas,

$y(t) \in \mathfrak{R}^{n_y}$  es el vector de salidas.

Sea  $y_{ref}$  el valor deseado para las salidas, el objetivo de control con seguimiento integral puede ser alcanzado tal que en estado estacionario

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} [y_{ref} - y(t)] = 0.$$

Definiendo el nuevo estado para el error y reemplazando  $y(t)$  de (22)

$$E(t) = \int_0^t e(t) dt = \int_0^t [y_{ref} - y(t)] dt,$$

$$\dot{E}(t) = y_{ref} - g(x, u). \quad (23)$$

Juntando (22) y (23), el sistema dinámico aumentado es

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, u), \\ \dot{E}(t) = y_{ref} - g(x, u), \\ y(t) = g(x, u). \end{cases} \quad (24)$$

Del sistema (24), asumiendo que el par  $(x, u) = (x_s, u_s)$  son puntos de equilibrio de estado  $x$  y entrada de control  $u$ , respectivamente. Por tanto, la dinámica del sistema queda de la siguiente forma

$$\begin{cases} f(x_s, u_s) = 0, \\ y_{ref} - g(x_s, u_s) = 0, \end{cases} \quad (25)$$

donde por conveniencia asumimos que las ecuaciones de (25) tiene una única solución.

El sistema (24) puede ser descrito por modelos difuso TS y para una regla  $i$ , es obtenida la siguiente

**Regla  $i$ :**

SI  $z_1(t)$  es  $M_1^i$  y ... y  $z_{n_p}(t)$  es  $M_{n_p}^i$ ,

$$\text{ENTONCES} \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t), \\ \dot{E}(t) = y_{ref} - C_i x(t) - D_i u(t), \\ y(t) = C_i x(t) + D_i u(t). \end{cases} \quad i \in \{1, \dots, n_r\}. \quad (26)$$

De (26), el sistema aumentado global descrito por modelos difuso TS es de la siguiente forma

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) [\bar{A}_i \bar{x}(t) + \bar{B}_i u(t)] + H, \\ y(t) = \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) [C_i x(t) + D_i u(t)]. \end{cases} \quad (27)$$

siendo  $\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ E(t) \end{bmatrix}$ ,  $\bar{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ -C_i & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\bar{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ -D_i \end{bmatrix}$ ,  $H = \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ref} \end{bmatrix}$ ,  $\sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) = 1$  y

$h_i(z(t)) \geq 0$  para todo  $i \in \mathbf{l}_{n_r}$ .

La ley de control global para el modelo difuso TS aumentado (27) puede ser expresado de la misma forma que en la Sección 3.2, con realimentación del vector de estado  $\bar{x}(t)$ , donde es considerado el nuevo estado  $E(t)$ . Por tanto, la ley de control para el sistema aumentado es dada en (28).

$$u(t) = -\sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) \bar{K}_i \bar{x}(t), \quad i \in \mathbf{l}_{n_r}, \quad (28)$$

$$u(t) = -\sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) \begin{bmatrix} K_{Fi} & K_{Li} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ E(t) \end{bmatrix}, \quad i \in \mathbf{l}_{n_r},$$

$$u(t) = u_F(t) + u_I(t),$$

siendo que  $u_F(t) = -\sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) K_{Fi} x(t)$ ,  $u_I(t) = -\sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) K_{Li} E(t)$ ,  $\bar{K}_i = \begin{bmatrix} K_{Fi} & K_{Li} \end{bmatrix}$

$$\text{y } \bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ E(t) \end{bmatrix}.$$

Reemplazando (28) en la dinámica de (27) es obtenido

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) &= \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) [\bar{A}_i \bar{x}(t) + \bar{B}_i (-\sum_{j=1}^{n_r} h_j(z(t)) \bar{K}_j \bar{x}(t))] + \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ref} \end{bmatrix}, \\ \dot{\bar{x}}(t) &= \sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_r} h_i(z(t)) h_j(z(t)) [\bar{A}_i - \bar{B}_i \bar{K}_j] \bar{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ref} \end{bmatrix}, \\ \dot{\bar{x}}(t) &= \sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_r} h_i(z(t)) h_j(z(t)) \bar{G}_{ij} \bar{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ref} \end{bmatrix}, \\ \dot{\bar{x}}(t) &= \sum_{i=1}^{n_r} h_i^2(z(t)) \bar{G}_{ii} \bar{x}(t) + 2 \sum_{i < j}^{n_r} h_i(z(t)) h_j(z(t)) \left( \frac{\bar{G}_{ij} + \bar{G}_{ji}}{2} \right) \bar{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ref} \end{bmatrix}, \\ \dot{\bar{x}}(t) &= \sum_{i=1}^{n_r} h_i^2(z(t)) \bar{G}_{ii} \bar{x}(t) + 2 \sum_{i < j}^{n_r} h_i(z(t)) h_j(z(t)) \left( \frac{\bar{G}_{ij} + \bar{G}_{ji}}{2} \right) \bar{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ref} \end{bmatrix}, \quad (29) \end{aligned}$$

siendo  $\bar{G}_{ij} = \bar{A}_i - \bar{B}_i \bar{K}_j$  para todo  $i, j \in \{1, \dots, n_r\}$ .

Para el caso en que  $y_{ref} = 0$ , la estabilidad del sistema (29) puede ser analizado utilizando las condiciones de estabilidad de los Teoremas 1, 2 o 3 para el punto de equilibrio  $(x, E) = (0, 0)$ .

Para el caso en que  $y_{ref} \neq 0$  se puede obtener una dinámica equivalente para el sistema (29) para analizar su estabilidad de forma similar como es desarrollado en (TEIXEIRA et al., 2006). Sea  $\bar{x}_e = (x_s, E_s)$  y  $u_e = u_s$  el punto de equilibrio de la dinámica del sistema aumentado (29). Definiendo nuevas variables para llevar el sistema al origen como es mostrado en (30):

$$\begin{aligned}\tilde{x}(t) &= \bar{x}(t) - \bar{x}_e \Rightarrow \bar{x}(t) = \tilde{x}(t) + \bar{x}_e, \\ \tilde{u}(t) &= u(t) - u_e \Rightarrow u(t) = \tilde{u}(t) + u_e.\end{aligned}\quad (30)$$

Reemplazando (30) en la dinámica del sistema (27), es obtenida

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}}(t) &= \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) [\bar{A}_i (\tilde{x}(t) + \bar{x}_e) + \bar{B}_i (\tilde{u}(t) + u_s)] + \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ref} \end{bmatrix}, \\ \dot{\tilde{x}}(t) &= \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) \left[ \bar{A}_i \tilde{x}(t) + \bar{B}_i \tilde{u}(t) + \underbrace{\bar{A}_i \bar{x}_e + \bar{B}_i u_s + \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ref} \end{bmatrix}}_{\varphi} \right].\end{aligned}\quad (31)$$

De (31), haciendo operaciones para  $\varphi$  y ordenando términos

$$\begin{aligned}\varphi &= \bar{A}_i \bar{x}_e + \bar{B}_i u_s + \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ref} \end{bmatrix}, \\ \varphi &= \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ -C_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ E_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_i \\ -D_i \end{bmatrix} u_s + \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ref} \end{bmatrix}, \\ \varphi &= \begin{bmatrix} A_i x_s + B_i u_s \\ y_{ref} - C_i x_s - D_i u_s \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

Considerando el par  $(x, u) = (x_s, u_s)$  para (26) y utilizando (25), el valor de  $\varphi$

es

$$\varphi = \begin{bmatrix} f(x_s, u_s) \\ y_{ref} - g(x_s, u_s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Entonces, la dinámica (31) queda de la siguiente forma

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) [\bar{A}_i \tilde{x}(t) + \bar{B}_i \tilde{u}(t)]. \quad (32)$$

En el modelo difuso TS aumentado (32), para una regla  $i$ , el sistema tiene la siguiente ley de control con realimentación del vector de estados  $\tilde{x}(t)$ , considerando el nuevo estado  $E(t)$  (TEIXEIRA et al., 2006):

**Regla  $i$ :**

SI  $z_1(t)$  es  $M_1^i$  y ... y  $z_{n_p}(t)$  es  $M_{n_p}^i$ ,

ENTONCES  $\tilde{u}(t) = -[K_{Fi} \quad K_{Ii}] \tilde{x}(t)$ ,  $i \in \{1, \dots, n_r\}$ .

por tanto, la ley de control difuso TS global será

$$\begin{aligned} \tilde{u}(t) &= -\sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) \bar{K}_i \tilde{x}(t), \\ \bar{K}_i &= [K_{Fi} \quad K_{Ii}], \quad i \in \{1, \dots, n_r\}. \end{aligned} \quad (33)$$

donde  $K_{Fi}$  representa las ganancias de realimentación de estados y  $K_{Ii}$  representa las ganancias de la acción integral del error entre el valor deseado y el valor medido para las salidas. Reemplazando la ley de control (33) en (32)

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) [\bar{A}_i \tilde{x}(t) + \bar{B}_i (-\sum_{j=1}^{n_r} h_j(z(t)) \bar{K}_j \tilde{x}(t))],$$

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_r} h_i(z(t)) h_j(z(t)) [\bar{A}_i - \bar{B}_i \bar{K}_j] \tilde{x}(t),$$

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_r} h_i(z(t)) h_j(z(t)) \bar{G}_{ij} \tilde{x}(t), \quad (34)$$

siendo que:

$$\bar{G}_{ij} = \bar{A}_i - \bar{B}_i \bar{K}_j, \quad i, j \in 1_{n_r}. \quad (35)$$

Por tanto, la ley de control (33) es equivalente a la ley de control (28) y la dinámica de (34) es equivalente a la dinámica de (27). Entonces, la estabilidad de la dinámica dada en (32) puede ser analizada utilizando el Teorema 1, 2 o 3 para el punto de equilibrio  $\tilde{x} = 0$ .

### 3.4 Modelamiento de observador de estados difuso TS

En aplicaciones prácticas, algunas variables de estado pueden no ser medibles o los instrumentos de medición pueden ser demasiado costosos. En sistemas lineales, el uso de observadores de estado permite resolver este problema, proporcionando una estimación de los estados, siempre que el sistema sea observable. De la misma forma se podría construir un observador de estado difuso TS. Como en todo diseño de observador, este debe garantizar lo siguiente

$$x(t) - \hat{x}(t) \rightarrow 0, \text{ cuando } t \rightarrow \infty.$$

Como en el caso de diseño del controlador, el concepto de la PDC puede ser aplicado para obtener el observador difuso TS.

En Tanaka et al. (1998) es desarrollado un enfoque para el observador difuso TS de orden completa; que proporciona todas las variables de estado estimadas del sistema. Para una regla  $i$  se tiene el siguiente:

**Regla de observador  $i$ :**

SI  $z_1(t)$  es  $M_1^i$  y ... y  $z_{n_p}(t)$  es  $M_{n_p}^i$ ,

$$\text{ENTONCES } \begin{cases} \hat{\dot{x}}(t) = A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i (y(t) - \hat{y}(t)), \\ \hat{y}(t) = C_i \hat{x}(t) + Du(t). \end{cases} \quad (36)$$

Siendo que  $\hat{x}(t) \in \mathfrak{R}^{n_x}$  es el vector de estados observados y  $\dot{\hat{x}}(t) \in \mathfrak{R}^{n_x}$  es su derivada;  $u(t) \in \mathfrak{R}^{n_u}$  es el vector de entradas;  $y(t) \in \mathfrak{R}^{n_y}$  y  $\hat{y}(t) \in \mathfrak{R}^{n_y}$  son el vector de salidas de la planta original y vector de salidas observadas;  $L_i \in \mathfrak{R}^{n_x \times n_y}$  es la matriz de ganancias del observador;  $A_i \in \mathfrak{R}^{n_x \times n_x}$ ,  $B_i \in \mathfrak{R}^{n_x \times n_u}$ ,  $C_i \in \mathfrak{R}^{n_y \times n_x}$  y  $D_i \in \mathfrak{R}^{n_y \times n_u}$  son las matrices locales lineales del sistema original;  $z_1(t), \dots, z_{n_p}(t)$  son las variables premisas también del sistema original, para todo  $i \in \{1, \dots, n_r\}$ .

El diseño de observador difuso TS utiliza el mismo peso  $w_i(z(t))$  y la misma función de pertenencia, como la  $i$ -ésima regla en el caso del modelo difuso TS. Para el caso donde las variables premisas del vector de términos no lineales  $z(t)$  no dependan de las variables de los estados que serán estimados (TANAKA et al., 1998; TANAKA & WANG, 2001), el observador difuso TS global es representado por (37) y (38).

$$\hat{\dot{x}}(t) = \frac{\sum_{i=1}^{n_r} w_i(z(t)) [A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i (y(t) - \hat{y}(t))]}{\sum_{i=1}^{n_r} w_i(z(t))},$$

$$\hat{x}(t) = \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) [A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i (y(t) - \hat{y}(t))], \quad (37)$$

$$\hat{y}(t) = \frac{\sum_{i=1}^{n_r} w_i(z(t)) [C_i \hat{x}(t) + Du(t)]}{\sum_{i=1}^{n_r} w_i(z(t))},$$

$$\hat{y}(t) = \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) [C_i \hat{x}(t) + Du(t)]. \quad (38)$$

Por tanto, para el sistema aumentado con seguimiento integral basado en modelamiento difuso TS, como es mostrado en (27) y haciendo la analogía con (33), la ley de control difuso TS con PDC y con estados observados, podría ser expresada de la misma forma conforme (39).

$$u(t) = - \frac{\sum_{i=1}^{n_r} w_i(z(t)) [K_{Fi} \quad K_{Ii}] \begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ E(t) \end{bmatrix}}{\sum_{i=1}^{n_r} w_i(z(t))},$$

$$u(t) = - \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) [K_{Fi} \quad K_{Ii}] \begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ E(t) \end{bmatrix}, \quad (39)$$

$$\bar{K}_i = [K_{Fi} \quad K_{Ii}], \quad i \in \{1, \dots, n_r\}.$$

En la Sección 3.5.2 será desarrollada el diseño de las ganancias del observador de estados difuso TS vía LMIs a partir del Teorema 1.

### 3.5 Diseño del controlador y observador de estados difuso TS vía LMIs

Como fue mostrado en la Sección 3.3, un sistema de control con seguimiento integral necesita de la retroalimentación del vector de estados, sin embargo, como fue indicado en la Sección 3.4, algunos o todos los estados del sistema pueden no ser

accesibles, por lo que una alternativa propuesta fue estimar los estados con un observador de estado difuso TS. En Ma et al. (1998) es probado que el principio de separación para el modelamiento difuso TS puede ser considerado para el diseño del controlador y el observador de estados de orden completa en forma independiente sin comprometer la estabilidad del sistema. Para el diseño de las ganancias del observador difuso TS, es importante tener en cuenta que el principio de separación solo puede ser aplicado si las variables premisas no dependen de los estados que necesitan ser estimados (TANAKA & WANG, 2001), caso contrario se podría utilizar el sistema aumentado entre los estados originales y el error de observador para después aplicar criterios de estabilidad.

A continuación, son obtenidas las restricciones LMIs para el diseño del controlador y observador de estados considerando los criterios de estabilidad, índices de rendimiento descritos en la Sección 3.2 y haciendo uso del principio de separación.

### **3.5.1 Cálculo de las LMIs para diseño de ganancias del controlador**

Cuando se aborda una planta de un subproceso o proceso industrial, si se requiere tener el control de muchas variables en simultaneo y relacionados, lo más adecuado es realizar un modelamiento multivariable para de esta forma tener un control más amplio de un proceso en lugar de tener controladores individuales aislados que no necesariamente pueden garantizar un adecuado comportamiento. La gran ventaja de este enfoque es que el sistema puede lograr una adecuada ponderación en la actuación de cada señal de entrada que permitirá que el controlador sea capaz de garantizar un adecuado comportamiento en plantas complejas, altamente no lineales y fuertemente acoplados.

Como fue comentado en la Sección 3.2, para muchos sistemas de control, no es suficiente sólo garantizar la estabilidad del sistema, considerar otros índices de rendimiento como la tasa de decaimiento permite conseguir comportamientos más adecuados. El Teorema 2 considera estabilidad del sistema y una tasa de decaimiento general para todos los estados, sin embargo, estas condiciones podrían no ser adecuadas para cuando se trabaja con plantas multivariadas pudiendo llevar el sistema a inestabilidades. El Teorema 3 considera estabilidad y atribución de tasa de decaimiento específico para cada estado, este puede generar mejor comportamiento transitorio cuando se trabaja con sistemas multivariados ya que se puede acelerar o desacelerar los estados en forma independiente con sólo modificar los elementos diagonales de la matriz  $D_t$ .

En este trabajo el diseño del controlador se realizará considerando el Teorema 3, para ello, multiplicando a la izquierda y derecha a (17) por  $P^{-1}$  con  $P = P^T$  y  $P > 0$ , para luego hacer el cambio de variable  $X = P^{-1}$ , finalmente ordenando términos y aplicando el complemento de Schur es obtenida la desigualdad (40).

$$P^{-1}G_{ij}^T + G_{ij}P^{-1} + P^{-1}D_tPD_tP^{-1} < 0,$$

$$XG_{ij}^T + G_{ij}X + XD_tX^{-1}D_tX < 0,$$

$$XG_{ij}^T + G_{ij}X - (XD_t)(-X)^{-1}(XD_t)^T < 0,$$

$$\begin{bmatrix} XG_{ij}^T + G_{ij}X & XD_t \\ D_tX & -X \end{bmatrix} < 0, \quad (40)$$

Siendo  $G_{ij} = A_i - B_i K_j$ . Reemplazando  $G_{ij}$  en (40) y haciendo el cambio de variable  $M_j = K_j X$  y finalmente siendo obtenida (41).

$$\begin{bmatrix} X(A_i - B_i K_j)^T + (A_i - B_i K_j)X & XD_i \\ D_i X & -X \end{bmatrix} < 0,$$

$$\begin{bmatrix} A_i X + X A_i^T - B_i M_j - M_j^T B_i^T & XD_i \\ D_i X & -X \end{bmatrix} < 0, \quad \forall i, j \in 1_{n_r}. \quad (41)$$

Resolver la LMI (41) permitirá diseñar el controlador difuso TS considerando tasa de decaimiento específico para cada estado. Las ganancias del controlador pueden ser recuperados con la expresión  $K_j = M_j X^{-1}$ .

### 3.5.2 Cálculos de las LMIs para diseño de ganancias del observador

A continuación, son realizados los cálculos para obtener las LMIs que permitirán calcular las ganancias del observador de estados. El error de observador y su derivada son dados conforme (42) y (43).

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t), \quad (42)$$

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t). \quad (43)$$

Reemplazando en (43) la dinámica del vector de estados del modelo difuso TS dado en (2), la dinámica del vector de estados observados (37), vector de salida del modelo (2), vector de salidas observadas (38) y el error de observador (42). Haciendo operaciones es obtenido el modelo difuso TS global del error de observador conforme (44).

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_r} h_i(z(t))h_j(z(t))[A_i - L_i C_j]e(t),$$

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_r} h_i(z(t))h_j(z(t)) \cdot G_{eij} e(t), \quad (44)$$

siendo que

$$G_{eij} = A_i - L_i C_j, \quad i, j \in \{1, \dots, n_r\}. \quad (45)$$

De acuerdo con el Teorema 1, las LMIs dados en (8), (9) y (10) son suficientes para garantizar la estabilidad asintótica global del sistema (44), siendo  $P$  una matriz simétrica positiva definida común, tal que

$$P > 0. \quad (46)$$

Reemplazando (45) en (9) con índice  $i$ , y haciendo el cambio de variable  $M_i = PL_i$  es obtenida (47).

$$(A_i - L_i C_i)^T P + P(A_i - L_i C_i) < 0,$$

$$A_i^T P - C_i^T L_i^T P + P A_i - P L_i C_i < 0,$$

$$A_i^T P - C_i^T M_i^T + P A_i - M_i C_i < 0. \quad (47)$$

Reemplazando (45) en (10), y haciendo el cambio de variable  $M_i = PL_i$  es obtenida (48).

$$\begin{aligned}
& (A_i - L_j C_i + A_j - L_i C_j)^T P + P(A_i - L_j C_i + A_j - L_i C_j) \leq 0, \\
& A_i^T P - C_i^T L_j^T P + A_j^T P - C_j^T L_i^T P + P A_i - P L_j C_i + P A_j - P L_i C_j \leq 0, \\
& A_i^T P - C_i^T M_j^T + A_j^T P - C_j^T M_i^T + P A_i - M_j C_i + P A_j - M_i C_j \leq 0. \quad (48)
\end{aligned}$$

Por tanto (46), (47) y (48) son las LMIs que permitirán diseñar el observador de estados difuso TS. Estos pueden resumirse al resolver el siguiente problema de optimización:

$$P > 0, \quad (49)$$

$$A_i^T P - C_i^T M_i^T + P A_i - M_i C_i < 0, \quad i \in I_{n_r}, \quad (50)$$

$$A_i^T P - C_i^T M_j^T + A_j^T P - C_j^T M_i^T + P A_i - M_j C_i + P A_j - M_i C_j \leq 0, \quad i \in I_{n_r-1}, j \in I_{i n_r}. \quad (51)$$

Las ganancias de observador de estados difuso TS pueden ser recuperados por la ecuación  $L_i = P^{-1} M_i$  para todo  $i \in I_{n_r}$ .

### 3.6 Discusiones del capítulo

En este capítulo, fueron desarrollados estrategias para el diseño de control con seguimiento integral y observador de estados para sistemas no lineales descritos por modelos difuso TS. Los enfoques de estas técnicas se orientaron principalmente para tratar con modelos de plantas que abarcan a un subproceso o proceso industrial que normalmente son sistemas complejos, altamente no lineales, fuertemente acoplados y multivariados.

El uso de un observador de estados permite estimar algunos o todos los estados para retroalimentar la dinámica del sistema ya que, en una implementación real de un sistema de control en un proceso industrial, suelen existir variables que no pueden ser medidos.

El diseño del controlador y observador de estados difuso TS se puede realizar en forma independiente considerando el principio de separación, siempre que las variables premisas no dependan de los estados que serán estimados. En (41), se plantea la condición LMI para estabilizar exponencialmente un sistema no lineal considerando la asignación de tasas de decaimiento específicos para cada estado a través de los elementos diagonales de la matriz  $D_t$ , siendo que este permitirá mejorar el comportamiento transitorio del sistema.

## **CAPÍTULO IV: DISEÑO DE UN CONTROLADOR DIFUSO TS MULTIVARIABLE PARA UNA PLANTA TÉRMICA**

La aplicación en un modelo de proceso industrial de las estrategias y enfoque presentado en el capítulo anterior es uno de los principales objetivos de este trabajo, en este caso se aplicará a un sistema de una planta térmica de vapor para generación eléctrica. Para ello, en este capítulo se realiza un análisis de un modelo dinámico multivariable de una planta real, luego el modelo será acondicionado para utilizar las estrategias y enfoque descrito. Finalmente, se realiza el modelado y diseño del controlador y observador de estados difuso TS con la finalidad de estabilizar el sistema en puntos de operación diferentes al origen.

Los requisitos principales de un problema de control para una planta térmica de vapor, compuesta principalmente por un sistema de caldera, turbina y generador eléctrico son:

- La potencia generada debe satisfacer la demanda de carga.
- La presión en el domo se debe mantener dentro de las tolerancias a pesar de las variaciones de carga.
- El nivel de agua en el domo superior se debe mantener en el nivel deseado para evitar sobrecalentamiento o inundaciones.
- La temperatura de vapor se debe mantener en el nivel deseado para evitar sobrecalentamiento o fuga de vapor húmedo a las turbinas.
- Limitaciones en los actuadores.

Normalmente, la temperatura del vapor y el nivel del agua en el domo se requieren que sean mantenidos en niveles deseados fijos en todo el rango de operación. La variable más crítica y compleja para el modelado y control es el nivel de agua en el domo de la caldera, el cual está matemáticamente relacionado con la conversión de agua líquida en vapor y, por tanto, relacionado con la eficiencia termodinámica del proceso. Además, un buen control del nivel del agua puede garantizar una adecuada protección del sistema; si el nivel del agua estuviera demasiado bajo, el sobrecalentamiento de los materiales de la caldera puede causar accidentes graves y daños cuya reparación podría ser costosa y requeriría de mucho tiempo. Por otro lado, si el nivel estuviera demasiado alto, el exceso de agua en la caldera puede causar daños al sobrecalentador o a la turbina debido a la baja calidad del vapor y pequeñas gotas de agua.

#### **4.1 Modelo matemático para una planta térmica de vapor**

El modelo utilizado en este trabajo corresponde a una central térmica real localizada en Malmo - Suecia. Esta central térmica puede generar hasta 160MW de potencia y el combustible utilizado es el carbón. Esta planta sigue un ciclo Rankine regenerativo con recalentador y puede suministrar un caudal de hasta 140 kg/s de vapor a una presión máxima de 140 kg/cm<sup>2</sup> para accionar dos turbinas, una de alta presión que puede generar hasta 45MW y el otro de baja presión que puede generar hasta 115MW, cada uno de ellos está acoplado de forma independiente a un generador eléctrico. La temperatura del agua de alimentación para el generador de vapor es de unos 300 °C y del vapor sobrecalentado de unos 535 °C (EKLUND, 1971).

El modelo matemático final de esta planta, es el resultado de varias investigaciones realizadas por varios autores y cada uno de ellos contribuyó para obtener el modelo dinámico más simple y al mismo tiempo que contenga la complejidad necesaria para describir el comportamiento del sistema. En todos ellos, el modelamiento del sistema se realizó utilizando las leyes termodinámicas y métodos de identificación de sistemas. La mayor complejidad en el modelamiento de una planta térmica de vapor es en el análisis de la caldera, ya que este es un sistema altamente no lineal que puede tener muchas variables a controlar, sin embargo, existen muchas variables que pueden operar solo con un control on/off y algunas que son más críticas requieren de un control continuo. En Åström & Eklund (1972) es presentado un modelo no lineal del sistema caldera-turbina donde las variables de entrada son el flujo de combustible, posición de la válvula de control de vapor y el flujo de agua de alimentación, mientras que las variables de salida son la presión de vapor y la potencia en el eje de la turbina. En Åström & Eklund (1975) es presentado un modelo mejorado al trabajo desarrollado en Åström & Eklund (1972), en este se corrige principalmente la ecuación de cálculo del flujo de vapor, dando así una mejor interpretación física al modelo. En Morton & Price (1977) es desarrollado un modelo lineal de segundo orden que permite estimar la presión de vapor y el nivel del agua, sin embargo, si los parámetros en sus ecuaciones se expresan como funciones de las condiciones de operación, entonces el modelo obtenido resulta un modelo no lineal. En Bell & Åström (1979) se presenta un modelo que permite estimar la presión de vapor, la potencia de salida de la turbina y el nivel de agua en el domo, este es un modelo que tiene alta precisión, pero el inconveniente es que es un modelo complejo de orden 7. En Åström & Bell (1987a) es presentado un modelo simple de orden 3 que estima la presión de

vapor, la potencia de salida en la turbina y el nivel de agua en el domo con buena precisión, sin embargo, tiene la limitación en la predicción del nivel de agua cuando sucede que la tasa de evaporación es constante, resultando en una transferencia de masa de agua que se encuentra en los tubos ascendentes hacia el domo superior, provocando así una disminución del nivel del agua. En Åström & Bell (1987b) es obtenido un nuevo modelo basado principalmente en los trabajos de Åström & Eklund (1972), Åström & Eklund (1975) y Morton & Price (1977), este es un modelo de orden 3 que permite estimar la presión de vapor, la potencia de salida en la turbina y el nivel de agua en el domo, este modelo describe adecuadamente el comportamiento del sistema, un resultado que solo fue posible con un modelo de orden 7 en estudios anteriores. Este último modelo es dado conforme (52).

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1(t) = -0.0018u_2(t)x_1^{9/8}(t) + 0.9u_1(t) - 0.15u_3(t), \\ \dot{x}_2(t) = (0.073u_2(t) - 0.016)x_1^{9/8}(t) - 0.1x_2(t), \\ \dot{x}_3(t) = [141u_3(t) - (1.1u_2(t) - 0.19)x_1(t)] / 85, \\ y_1(t) = x_1(t), \\ y_2(t) = x_2(t), \\ y_3(t) = 0.05(0.13073x_3(t) + 100a_{cs}(t) + \frac{q_e(t)}{9} - 67.975), \\ a_{cs}(t) = \frac{(1 - 0.001538x_3(t))(0.8x_1(t) - 25.6)}{x_3(t)(1.0394 - 0.00123404x_1(t))}, \\ q_e(t) = (0.854u_2(t) - 0.147)x_1(t) + 45.59u_1(t) - 2.514u_3(t) - 2.096. \end{array} \right. \quad (52)$$

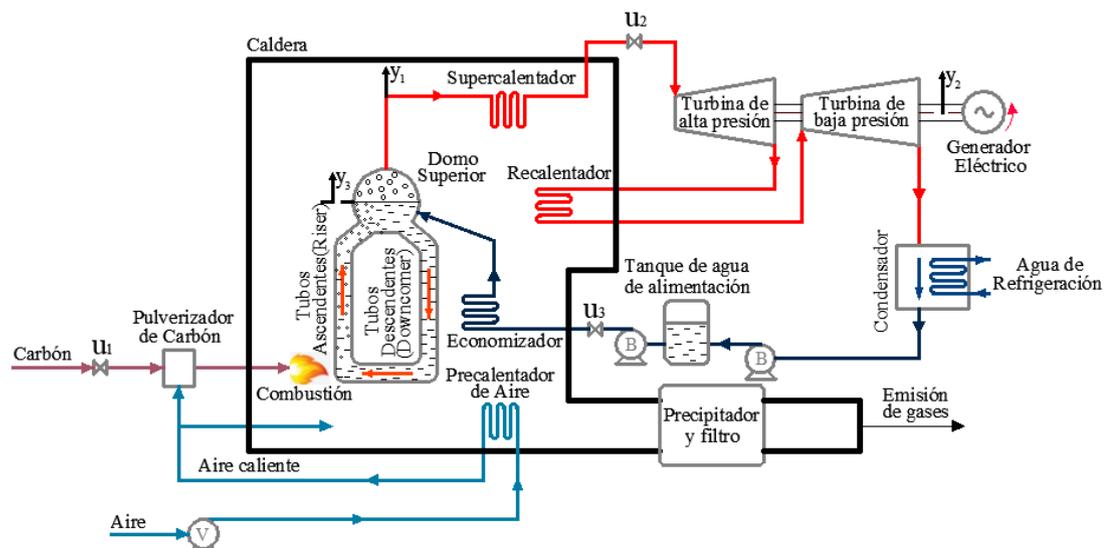
Las variables de estado  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  y  $x_3(t)$  son la presión del domo ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ), potencia de salida en la turbina (MW) y densidad de la mezcla líquido-vapor ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ) en el generador de vapor, respectivamente. Las entradas  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$  y  $u_3(t)$  son señales normalizadas para la posición de las válvulas de flujo de combustible, flujo de

vapor y flujo de agua de alimentación, respectivamente. La salida  $y_3(t)$  es la desviación del nivel de agua con respecto al centro del domo superior del generador de vapor (m).  $a_{cs}(t)$  y  $q_e(t)$  son la calidad de vapor en el sistema y flujo de evaporación en el domo, respectivamente. En la Figura 13 es mostrado el diagrama de proceso del sistema con las variables de entradas y salidas. Las señales de entrada están sujetas a las restricciones de amplitud y velocidad de cambio (53).

$$\begin{aligned} 0 &\leq u_i(t) \leq 1, & \forall i = 1, 2, 3. \\ -0.007 &\leq \dot{u}_1(t) \leq 0.007, \\ -2 &\leq \dot{u}_2(t) \leq 0.02, \\ -0.05 &\leq \dot{u}_3(t) \leq 0.05. \end{aligned} \quad (53)$$

**Observación 1:** El actuador para el control del flujo de carbón es una válvula de tipo compuerta y se coloca entre la tolva y el pulverizador de carbón. Esta es una válvula especialmente para el control de flujo de sólidos.

Figura 13 – Diagrama de proceso del sistema planta térmica de vapor.



Fuente: Elaboración propia.

El sistema posee siete puntos de equilibrio que también son utilizados como puntos de operación. El punto de operación principal es el punto número 4 (ÅSTRÖM & BELL, 1987b). En la Tabla 2 son mostrados estos valores.

Tabla 2 – Puntos de operación del sistema planta térmica de vapor.

	#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7
$y_1^0 = x_1^0$	75.6	86.40	97.20	108	118.8	129.6	140.4
$y_2^0 = x_2^0$	15.27	36.65	50.52	66.65	85.06	105.8	128.9
$x_3^0$	299.6	342.4	385.2	428	470.8	513.6	556.4
$u_1^0$	0.156	0.209	0.271	0.34	0.418	0.505	0.6
$u_2^0$	0.483	0.552	0.621	0.69	0.759	0.828	0.897
$u_3^0$	0.183	0.256	0.340	0.433	0.543	0.663	0.793
$y_3^0$	-0.97	-0.65	-0.32	0	0.32	0.64	0.98

Fuente: (ÅSTRÖM & BELL, 1987b).

En las secciones siguientes será abordado el sistema dado en (52) con las estrategias de control desarrolladas en el Capítulo 3 para cumplir con los requisitos de diseño, siendo considerado para el análisis de estabilidad el punto de equilibrio número 4 de la Tabla 2.

#### 4.2 Modelamiento difuso TS del sistema con seguimiento integral

Como se mencionó anteriormente, de acuerdo con la Tabla 2, el punto de equilibrio principal es el punto 4. Para usar las técnicas y el enfoque desarrollados en el Capítulo 3, el sistema necesita ser trasladado al punto de equilibrio de interés. En este punto, las variables del sistema tienen los siguientes valores:

$$x_e = [108 \quad 66.65 \quad 428]^T, u_e = [0.34 \quad 0.69 \quad 0.433]^T, y_e = [108 \quad 66.65 \quad 0]^T. \quad (54)$$

En el sistema dado en (52), se puede notar que los estados  $x_1(t)$  y  $x_2(t)$  son accesibles por medio de las salidas  $y_1(t)$  y  $y_2(t)$ ; el estado  $x_3(t)$  no es accesible y para utilizar un sistema de control con seguimiento integral como el mostrado en la Figura 12 es necesario contar con todos los estados para ser realimentados, este tiene sentido porque en una situación real la densidad de la mezcla líquido-vapor no puede ser medido con algún instrumento de medición o sensor porque este depende de otros parámetros termodinámicos que al mismo tiempo necesitan ser medidos. La densidad de la mezcla vapor-líquido normalmente podría interpolarse utilizando datos de tablas o gráficos termodinámicos conociendo otros parámetros necesarios. Por esta razón los sensores de densidad de una mezcla líquido-vapor no son comerciales ya que dependen de parámetros que cambian constantemente como el caso del proceso en la caldera. Con todo lo anterior, es necesario estimar el estado  $x_3(t)$  para tener disponible todos los estados.

Para diseñar el controlador y el observador de estados de forma independiente, es necesario considerar el principio de separación, teniendo en cuenta que esto sólo es posible cuando las variables que necesitan ser estimados no forman parte de las variables premisas, tal como se indica en la Sección 3.5.

Cuando el sistema está en operación, la temperatura del agua líquida que ingresa al generador de vapor está alrededor de los 300 °C en estado líquido saturado, por lo que se puede suponer que esta es la temperatura mínima donde el agua cambia de fase en el generador de vapor. De acuerdo con los conceptos termodinámicos en el proceso de la planta térmica descrito en el Capítulo 2, el cambio de fase del agua en el

generador de vapor se realiza a presión constante, por tanto, con el uso de tablas y gráficos termodinámicos, la temperatura de 300 °C corresponde a una presión de 87.57 kg/cm<sup>2</sup> (CENGEL et al., 2019). Esto significa que, cuando el sistema está en operación, este valor será la presión mínima, es decir, siempre  $x_1(t) > 0$ . Esto puede ser verificado con el rango de valores de la Tabla 2, donde el punto de operación #1 tiene el menor valor de presión en operación el cual es de 75.6 kg/cm<sup>2</sup>.

Expresando el sistema (52) en forma matricial es obtenido conforme (55) y (56).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -0.016x_1^{1/8}(t) & -0.1 & 0 \\ \frac{0.19}{85} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.9 & -0.0018x_1^{9/8}(t) & -0.15 \\ 0 & 0.073x_1^{9/8}(t) & 0 \\ 0 & -\frac{1.1}{85}x_1(t) & \frac{141}{85} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \end{bmatrix}, \quad (55)$$

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \end{bmatrix} = 0.05 \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{0.147}{9} & 0 & 0.13073 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 45.59 & 0.854x_1(t) & -2.514 \end{bmatrix} \right. \\ \left. + \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 100a_{cs}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{613.871}{9} \end{bmatrix} \right\}. \quad (56)$$

De la dinámica del sistema (55) se puede notar que existen tres términos no lineales que pueden generar dieciséis modelos locales con el modelamiento difuso TS. En este  $x_1(t)$  es común en la segunda columna de la matriz de entrada. Por tanto, de acuerdo con el análisis realizado en el párrafo anterior, se puede hacer el cambio de

variable  $\bar{u}_2(t) = u_2(t)x_1(t)$  ya que siempre  $x_1(t) > 0$ . De esta forma, la dinámica del sistema sólo dependerá de un término no lineal y se tendrá un nuevo vector de entradas dado por (57).

$$\left. \begin{array}{l} \bar{u}_1 = u_1 \\ \bar{u}_2 = u_2 \cdot x_1 \\ \bar{u}_3 = u_3 \end{array} \right\} \Rightarrow \bar{u}(t) = [\bar{u}_1(t) \quad \bar{u}_2(t) \quad \bar{u}_3(t)]^T. \quad (57)$$

Reemplazando el nuevo vector de entradas (57) en (55) y (56) son obtenidas:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -0.016x_1^{1/8}(t) & -0.1 & 0 \\ \frac{0.19}{85} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.9 & -0.0018x_1^{1/8}(t) & -0.15 \\ 0 & 0.073x_1^{1/8}(t) & 0 \\ 0 & -\frac{1.1}{85} & \frac{141}{85} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1(t) \\ \bar{u}_2(t) \\ \bar{u}_3(t) \end{bmatrix}, \quad (58)$$

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \end{bmatrix} = 0.05 \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{0.147}{9} & 0 & 0.13073 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 45.59 & 0.854 & -2.514 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1(t) \\ \bar{u}_2(t) \\ \bar{u}_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 100a_{cs}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{613.871}{9} \end{bmatrix} \right\}, \quad (59)$$

en que el nuevo punto de equilibrio #4 es ahora dado por (60).

$$x_e = [108 \quad 66.65 \quad 428]^T, \quad \bar{u}_e = [0.34 \quad 74.52 \quad 0.433]^T, \quad y_e = [108 \quad 66.65 \quad 0]^T. \quad (60)$$

En la expresión de variables de salida (59) se puede notar que  $a_{cs}(t)$  genera una no linealidad y en ella se encuentra  $x_3(t)$ , por tanto, no se podría utilizar el

principio de separación. Una alternativa es linealizar  $a_{cs}(t)$  cuando el sistema sea llevado al punto de equilibrio de interés. Del modelo del sistema equivalente (58) y (59), cuando  $a_{cs}(t)$  es linealizado, el sistema equivalente llevado al punto de equilibrio quedaría sólo con un término no lineal dado por  $x_1^{1/8}(t)$  que genera dos modelos locales en el modelamiento difuso TS.

El sistema dado por (58) y (59), manteniendo el mismo orden de sus términos puede ser representado por

$$\dot{x}(t) = A_{(x)}x(t) + B_{(x)}\bar{u}(t), \quad (61)$$

$$y(t) = Cx(t) + D\bar{u}(t) + a_{(x)} + b, \quad (62)$$

donde se puede notar que  $C$ ,  $D$  y  $b$  son matrices constantes.

Como fue desarrollado en la Sección 3.3, para abordar el sistema con seguimiento integral es definido un nuevo estado para la dinámica del error de las variables de salida deseada y medida dado por

$$\dot{E}(t) = y_{ref} - y(t). \quad (63)$$

Reemplazando (62) en (63) y considerando la dinámica (61) es obtenido el sistema aumentado dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{E}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{(x)} & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ E(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{(x)} \\ -D_{(x)} \end{bmatrix} \bar{u}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ref} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -a_{(x)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -b \end{bmatrix},$$

$$\dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}_{(x)}\bar{x}(t) + \bar{B}_{(x)}\bar{u}(t) + R + \bar{A}_{cs(x)} + T, \quad (64)$$

siendo  $\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ E(t) \end{bmatrix}$ ,  $\bar{A}_{(x)} = \begin{bmatrix} A_{(x)} & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\bar{B}_{(x)} = \begin{bmatrix} B_{(x)} \\ -D_{(x)} \end{bmatrix}$ ,  $R = \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ref} \end{bmatrix}$ ,  $\bar{A}_{cs(x)} = \begin{bmatrix} 0 \\ -a_{(x)} \end{bmatrix}$  y

$$T = \begin{bmatrix} 0 \\ -b \end{bmatrix}.$$

Sea el par  $(\bar{x}_e, \bar{u}_e)$  el punto de equilibrio de la dinámica (64), entonces en el punto de equilibrio se tiene que

$$0 = \bar{A}_{(x_e)} \bar{x}_e + \bar{B}_{(x_e)} \bar{u}_e + R + \bar{A}_{cs(x_e)} + T. \quad (65)$$

Definiendo nuevas variables para llevar el sistema al punto de equilibrio, se tiene que

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t) &= \bar{x}(t) - \bar{x}_e \Rightarrow \bar{x}(t) = \tilde{x}(t) + \bar{x}_e, \\ \tilde{u}(t) &= \bar{u}(t) - \bar{u}_e \Rightarrow \bar{u}(t) = \tilde{u}(t) + \bar{u}_e. \end{aligned} \quad (66)$$

Reemplazando (66) en (64) y haciendo operaciones es obtenida

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \bar{A}_{(x)} \tilde{x}(t) + \bar{B}_{(x)} \tilde{u}(t) + \bar{A}_{(x)} \bar{x}_e + \bar{B}_{(x)} \bar{u}_e + R + \bar{A}_{cs(x)} + T, \quad (67)$$

donde los términos  $\bar{A}_{(x)} \bar{x}_e(t)$ ,  $\bar{B}_{(x)} \bar{u}_e(t)$  y  $\bar{A}_{cs(x)}$  pueden ser ajustados al punto de equilibrio  $x_e$  utilizando la serie de Taylor hasta el primer orden, estos son dados por

$$\begin{aligned} \bar{A}_{(x)} &= \bar{A}_{(x_e)} + \left. \frac{\partial \bar{A}_{(x)}}{\partial x} \right|_{x_e} \cdot \tilde{x} = \bar{A}_{(x_e)} + \bar{A}'_{(x_e)} \cdot \tilde{x}(t), \\ \bar{B}_{(x)} &= \bar{B}_{(x_e)} + \left. \frac{\partial \bar{B}_{(x)}}{\partial x} \right|_{x_e} \cdot \tilde{x} = \bar{B}_{(x_e)} + \bar{B}'_{(x_e)} \cdot \tilde{x}(t), \\ \bar{A}_{cs(x)} &= \bar{A}_{cs(x_e)} + \left. \frac{\partial \bar{A}_{cs(x)}}{\partial x} \right|_{x_e} \cdot \tilde{x} = \bar{A}_{cs(x_e)} + \bar{A}'_{cs(x_e)} \cdot \tilde{x}(t). \end{aligned} \quad (68)$$

Reemplazando las igualdades de (68) en (67), haciendo operaciones y considerando (65) es obtenido el modelo equivalente (69).

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (\bar{A}_{(x)} + \bar{A}'_{(xe)}\bar{x}_e + \bar{B}'_{(xe)}\bar{u}_e + \bar{A}'_{cs(xe)})\tilde{x}(t) + \bar{B}_{(x)}\tilde{u}(t) + \underbrace{\bar{A}_{(xe)}\bar{x}_e + \bar{B}_{(xe)}\bar{u}_e + R + \bar{A}'_{cs(xe)} + T}_{=0},$$

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (\bar{A}_{(x)} + \bar{A}'_{(xe)}\bar{x}_e + \bar{B}'_{(xe)}\bar{u}_e + \bar{A}'_{cs(xe)})\tilde{x}(t) + \bar{B}_{(x)}\tilde{u}(t),$$

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{A}_{(x)}\tilde{x}(t) + \tilde{B}_{(x)}\tilde{u}(t), \quad (69)$$

donde  $\tilde{A}_{(x)} = \bar{A}_{(x)} + \bar{A}'_{(xe)}\bar{x}_e + \bar{B}'_{(xe)}\bar{u}_e + \bar{A}'_{cs(xe)}$  y  $\tilde{B}_{(x)} = \bar{B}_{(x)}$ . Tener en cuenta que algunos términos de  $\tilde{A}_{(x)}$ , como por ejemplo  $\bar{A}'_{(xe)}\bar{x}_e$  pueden resultar con dimensiones incorrectas, pudiendo ser corregidas con la adición de ceros.

Para obtener el vector de salidas llevado al punto de equilibrio, primero, (62) en el punto de equilibrio  $(x_e, \bar{u}_e)$  es dado por

$$y_e = Cx_e + D\bar{u}_e + a_{(xe)} + b. \quad (70)$$

Definiendo las nuevas variables para el equilibrio se tiene que

$$\begin{aligned} \hat{y}(t) &= y(t) - y_e \quad \Rightarrow \quad y(t) = \hat{y}(t) + y_e, \\ \hat{x}(t) &= x(t) - x_e \quad \Rightarrow \quad x(t) = \hat{x}(t) + x_e, \\ \tilde{u}(t) &= \bar{u}(t) - \bar{u}_e \quad \Rightarrow \quad \bar{u}(t) = \tilde{u}(t) + \bar{u}_e. \end{aligned} \quad (71)$$

De forma similar al procedimiento hecho para la dinámica aumentada, el vector de salidas llevado al punto de equilibrio es dado conforme

$$\hat{y}(t) = (C + a'_{(xe)})\hat{x}(t) + D\tilde{u}(t),$$

$$\hat{y}(t) = \hat{C}\hat{x}(t) + D\tilde{u}(t), \quad (72)$$

siendo que  $\hat{C} = C + a'_{(xe)}$  resulta una matriz constante y  $D$  es la misma de la matriz equivalente original.

Como fue comentado anteriormente, el sistema equivalente en el punto de equilibrio dado por (69) y (72) tiene un término no lineal  $x_1^{1/8}(t)$ , generando  $n_r = 2$  número de reglas y modelos locales. De acuerdo con los valores mínimos y máximos de la planta descritos en pasos previos, se asume un rango de operación aceptable para  $x_1(t) \in [50;150]$ , entonces será obtenida las funciones de pertinencia y los modelos locales para el modelamiento difuso TS. Se define la variable premisa dado por

$$z_1(t) = x_1^{1/8}(t), \quad x_1(t) \in [50;150],$$

donde los valores máximo y mínimo son

$$a_{11} = \max(z_1(t)) = 150^{1/8} \quad \wedge \quad a_{12} = \min(z_1(t)) = 50^{1/8}.$$

Para obtener los modelos locales, los términos no lineales deben ser descritos como una combinación convexa por medio de los grados de pertenencia y de los valores máximo y mínimo como se muestra a continuación

$$\begin{aligned} z_1(t) &= M_{11}(z_1(t)) \cdot a_{11} + M_{12}(z_1(t)) \cdot a_{12}, \\ M_{11}(z_1(t)) &\geq 0, \quad M_{12}(z_1(t)) \geq 0, \\ M_{11}(z_1(t)) + M_{12}(z_1(t)) &= 1, \end{aligned} \quad (73)$$

entonces, desarrollando (73) de acuerdo con (3), los grados y funciones de pertenencia son obtenidas con base en  $z_1(t)$ .

$$h_1(z(t)) = M_{11}(z_1(t)) = \frac{z_1(t) - a_{12}}{a_{11} - a_{12}} \quad \wedge \quad h_2(z(t)) = M_{12}(z_1(t)) = \frac{a_{11} - z_1(t)}{a_{11} - a_{12}},$$

Por tanto, la dinámica del sistema aumentado y señales de salida no lineal dados por (69) y (72) pueden ser representados por modelos difuso TS, donde el sistema global es de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= \sum_{i=1}^2 h_i(z(t)) [\tilde{A}_i \tilde{x}(t) + \tilde{B}_i \tilde{u}(t)], \\ \hat{y}(t) &= \sum_{i=1}^2 h_i(z(t)) [\hat{C}_i \hat{x}(t) + D_i \tilde{u}(t)], \end{aligned} \quad (74)$$

y las matrices de los modelos locales después de hacer operaciones para (69) y (72)

tienen la forma de  $\tilde{A}_i = \begin{bmatrix} \hat{A}_i & 0 \\ -\hat{C} & 0 \end{bmatrix}$  y  $\tilde{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ -D_i \end{bmatrix}$  para el sistema aumentado y para el

vector de salidas. Los valores numéricos de cada matriz que componen los modelos

locales son dados por

$$\begin{aligned} \hat{A}_1 &= \begin{bmatrix} -0.0025 & 0 & 0 \\ 0.06826 & -0.1 & 0 \\ -0.0067 & 0 & 0 \end{bmatrix}, & B_1 &= \begin{bmatrix} 0.9 & -0.00336 & -0.15 \\ 0 & 0.1365 & 0 \\ 0 & -0.01294 & 1.6588 \end{bmatrix}, \\ \hat{A}_2 &= \begin{bmatrix} -0.0025 & 0 & 0 \\ 0.0721 & -0.1 & 0 \\ -0.0067 & 0 & 0 \end{bmatrix}, & B_2 &= \begin{bmatrix} 0.9 & -0.00293 & -0.15 \\ 0 & 0.1190 & 0 \\ 0 & -0.01294 & 1.6588 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\hat{C}_1 = \hat{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0.0063 & 0 & 0.0047 \end{bmatrix},$$

$$D_1 = D_2 = D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.253 & 0.0047 & -0.014 \end{bmatrix}.$$

### 4.3 Ley de control con observador de estados difuso TS y análisis de estabilidad

De acuerdo con el principio de separación comentado en la Sección 3.5, la ley de control difuso TS para el sistema con seguimiento integral puede ser calculado de forma independiente del observador. De (39), la ley de control difuso TS con PDC y vector de estados observados para la planta térmica es

$$\tilde{u}(t) = -\sum_{j=1}^2 h_j(z(t)) [K_{Fj} \quad K_{Ij}] \begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ E(t) \end{bmatrix},$$

$$\tilde{K}_j = [K_{Fj} \quad K_{Ij}],$$

y la dinámica en lazo cerrado de acuerdo con las estructuras de (34) y (35) es dado por

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 h_i(z(t)) h_j(z(t)) \tilde{G}_{ij} \tilde{x}(t) \quad (75)$$

siendo que

$$\tilde{G}_{ij} = \tilde{A}_i - \tilde{B}_i \tilde{K}_j; \quad i, j \in I_2. \quad (76)$$

La estabilidad del sistema también puede ser analizada utilizando el Teorema 1 o Teorema 2 presentado en la Sección 3.2. En este caso, la necesidad de la planta térmica exige que, para garantizar la estabilidad y un adecuado comportamiento en estado transitorio, es necesario utilizar la LMI dado en (41) porque permite atribuir tasas de decaimiento específico para cada estado mediante la matriz  $D_i$  ya que el sistema tiene variables fuertemente acoplados. En Lian et al. (2006) no es indicado un procedimiento para encontrar la matriz  $D_i$  más adecuada, sin embargo, una sugerencia

por parte de este trabajo y basada en la experiencia es comentada para el caso de sistemas con seguimiento integral. Para un modelo dinámico general que tiene una forma similar a (34), primero se debe escoger valores aleatorios para los elementos de la diagonal correspondiente a los estados originales del sistema, por ejemplo, se puede atribuir un valor de 1.0 para luego aumentar o disminuir cada uno de ellos, buscando que las señales de salida queden estables. Aquí, puede resultar que los valores de las señales de control queden fuera del rango de trabajo. Luego, atribuir valores aleatorios a los elementos diagonales correspondiente a los nuevos estados. Estos tienen un gran efecto en la amplitud de las señales de control, pudiendo aumentar grandemente con cambios repentinos en pequeños instantes y pudiendo quedar fuera del rango deseado. Por tanto, estos valores se deben aumentar o disminuir con cautela, buscando mantener o mejorar la estabilidad del sistema y que las señales de control permanezcan dentro del rango de valores permitidos.

El sistema abordado fue estabilizado adecuadamente para una matriz  $D_t$  de la siguiente forma

$$D_t = \begin{bmatrix} 0.14 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.09 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.08 \end{bmatrix},$$

Por tanto, utilizando (41), las LMIs para el problema del control difuso TS que puede estabilizar adecuadamente el sistema son:

$$\begin{aligned}
& X > 0, \\
& \begin{bmatrix} \tilde{A}_1 X + X \tilde{A}_1^T - \tilde{B}_1 M_1 - M_1^T \tilde{B}_1^T & X D_t \\ D_t X & -X \end{bmatrix} < 0, \\
& \begin{bmatrix} \tilde{A}_1 X + X \tilde{A}_1^T - \tilde{B}_1 M_2 - M_2^T \tilde{B}_1^T & X D_t \\ D_t X & -X \end{bmatrix} < 0, \\
& \begin{bmatrix} \tilde{A}_2 X + X \tilde{A}_2^T - \tilde{B}_2 M_1 - M_1^T \tilde{B}_2^T & X D_t \\ D_t X & -X \end{bmatrix} < 0, \\
& \begin{bmatrix} \tilde{A}_2 X + X \tilde{A}_2^T - \tilde{B}_2 M_2 - M_2^T \tilde{B}_2^T & X D_t \\ D_t X & -X \end{bmatrix} < 0,
\end{aligned} \tag{77}$$

donde  $X = P^{-1}$  y  $\tilde{K}_j = M_j X^{-1}$  para todo  $j \in \{1, 2\}$ .

Recordando las transformaciones de la ley de control

$$\begin{aligned}
\tilde{u}_1 = \bar{u}_1 = u_1 - u_{1e} & \quad \rightarrow \quad u_1 = \tilde{u}_1 + u_{1e}, \\
\tilde{u}_2 = \bar{u}_2 \cdot x_1 = (u_2 - u_{2e}) \cdot x_1 & \quad \rightarrow \quad u_2 = \frac{\tilde{u}_2}{x_1} + u_{2e}, \\
\tilde{u}_3 = \bar{u}_3 = u_3 - u_{3e} & \quad \rightarrow \quad u_3 = \tilde{u}_3 + u_{3e},
\end{aligned}$$

por tanto, la ley de control de la planta original es

$$u(t) = \begin{bmatrix} \tilde{u}_1(t) \\ \frac{\tilde{u}_2(t)}{x_1(t)} \\ \tilde{u}_3(t) \end{bmatrix} + u_e. \tag{78}$$

El cálculo de las ganancias del observador de estados es realizado utilizando (49), (50) y (51). Las LMIs correspondientes son

$$\begin{aligned}
& P_2 > 0, \\
& A_1^T P_2 - C_1^T M_1^T + P_2 A_1 - M_1 C_1 < 0, \\
& A_2^T P_2 - C_2^T M_2^T + P_2 A_2 - M_2 C_2 < 0, \\
& A_1^T P_2 - C_1^T M_2^T + A_2^T P_2 - C_2^T M_1^T + P_2 A_1 - M_2 C_1 + P_2 A_2 - M_1 C_2 \leq 0,
\end{aligned} \tag{79}$$

y las ganancias son recuperados mediante  $L_i = P_2^{-1} M_i$  para todo  $i \in I_2$ .

#### 4.4 Resultados y simulaciones

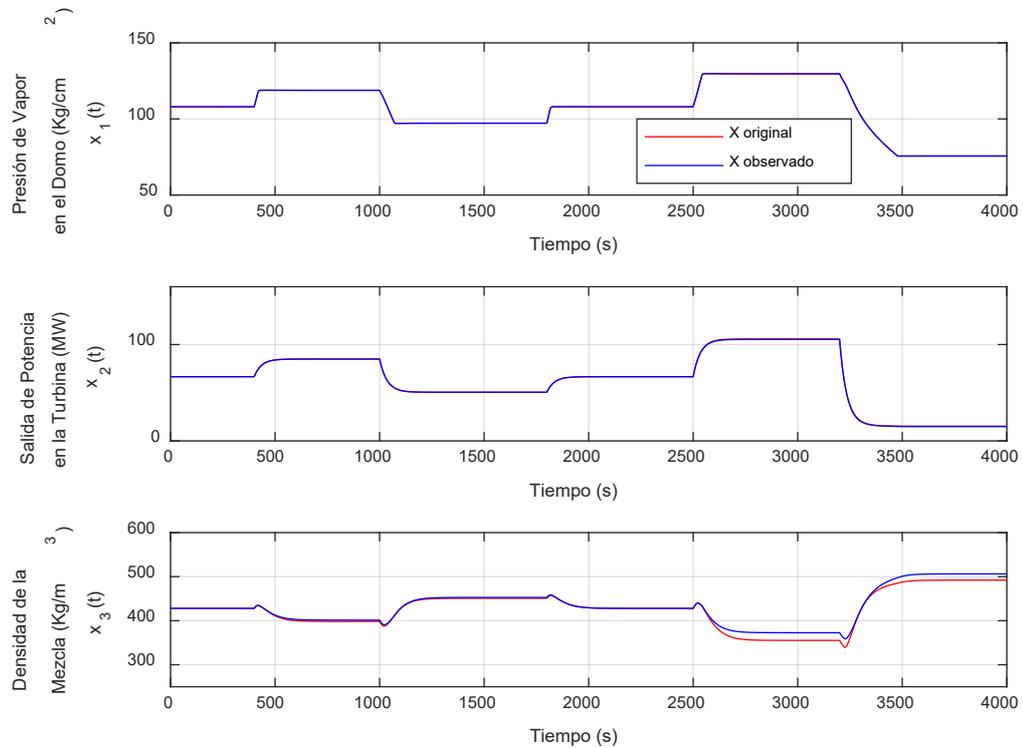
Con todo lo desarrollado en el Capítulo 3 y restricciones planteadas en el Capítulo 4 para la planta térmica en particular, son realizados los cálculos para el diseño del controlador y observador de estados. A continuación, son presentadas una serie de resultados y simulaciones que permitirán obtener conclusiones a la teoría descrita y desarrollada en capítulos anteriores. Las simulaciones fueron realizadas utilizando el *software* Simulink de MatLab® y LabView de National Instruments®.

El diseño del observador de estados difuso TS se realizó considerando el principio de separación, los resultados de las ganancias son obtenidas al resolver (79) y son las siguientes:

$$L_1 = \begin{bmatrix} 0.3757 & 0.0341 & -0.5097 \\ 0.0341 & 0.2750 & -0.0001 \\ -0.5097 & -0.0001 & 79.6888 \end{bmatrix}, \quad L_2 = \begin{bmatrix} 0.3757 & 0.0361 & -0.5097 \\ 0.0361 & 0.2750 & -0.0001 \\ -0.5097 & -0.0000 & 79.6885 \end{bmatrix}.$$

Donde las respuestas de los estados estimados en lazo abierto para puntos próximos y distantes al punto de equilibrio son mostradas en la Figura 14. La condición inicial de la simulación es  $x(0) = [108 \quad 66.65 \quad 428]^T$  que corresponde al punto de equilibrio #4 de acuerdo con la Tabla 2.

Figura 14 – Señales de los estados originales y observados.



Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 14 se puede notar que los estados estimados tienen una buena aproximación, sin embargo, para el caso del estado  $x_3(t)$ , para valores distantes al punto de equilibrio y cercanos a sus límites inferior y superior de operación, existe una ligera desviación que podría generar inconvenientes al sistema en lazo cerrado, esto se verificará en las próximas simulaciones. La estimación de los estados se colocará en las simulaciones del sistema en lazo cerrado junto con el controlador difuso TS. En las próximas simulaciones, solo se presentará la respuesta del estado  $x_3(t)$  estimado porque los estados para  $x_1(t)$  y  $x_2(t)$  son conocidas por medio de las salidas  $y_1(t)$  y  $y_2(t)$ .

Para el diseño del controlador se resuelve las LMIs de (77) teniendo como resultado

$$P = \begin{bmatrix} 37.7542 & 5.8707 & 1.5560 & -1.0202 & 1.8737 & 130.0924 \\ 5.8707 & 7.6585 & 0.3102 & -0.0967 & 0.1148 & 20.7593 \\ 1.5560 & 0.3102 & 0.5345 & -0.0237 & 0.0942 & 5.5122 \\ -1.0202 & -0.0967 & -0.0237 & 1.0263 & -0.0281 & -2.3926 \\ 1.8737 & 0.1148 & 0.0942 & -0.0281 & 1.8172 & 6.6524 \\ 130.0924 & 20.7593 & 5.5122 & -2.3926 & 6.6524 & 461.4294 \end{bmatrix},$$

$$K_{F1} = \begin{bmatrix} -10.7310 & 0.4809 & 7.0062 \\ -1.3489 & 64.0972 & 0.5878 \\ -10.5596 & 0.0462 & 0.3351 \end{bmatrix}, \quad K_{I1} = \begin{bmatrix} -0.5916 & -0.3207 & -36.1642 \\ 0.3786 & -1.9047 & -3.2387 \\ 2.9793 & -0.0499 & -4.9279 \end{bmatrix},$$

$$K_{F2} = \begin{bmatrix} -11.1322 & 0.4569 & 7.2387 \\ -1.3489 & 64.0972 & 0.5878 \\ -10.8987 & 0.0362 & 0.3332 \end{bmatrix}, \quad K_{I2} = \begin{bmatrix} -0.5661 & -0.3308 & -37.4087 \\ 0.3786 & -1.9047 & -3.2387 \\ 3.0789 & -0.0509 & -5.0366 \end{bmatrix},$$

A pesar que se encuentra solución para el diseño del controlador, no se tiene la garantía de que las señales de control serán limitadas en su rango de operación para su amplitud y velocidad de cambio, estos podrían alcanzar grandes impulsos ante cambios de referencia. Una alternativa muy utilizada en la industria en implementaciones prácticas es hacer una limitación directa a las señales de control, sin embargo, normalmente esto solo puede funcionar bien en lazos de control independientes para cada variable, es decir, para sistemas de control SISO o en sistemas no acoplados. Para el caso de sistemas multivariables y acoplados, la estrategia de limitación directa puede llevar el sistema a la inestabilidad, peor aún si el sistema es altamente no lineal. Este fue verificado con el modelo de planta térmica y el sistema se volvió inestable. Una solución alternativa para aplicaciones prácticas en sistemas multivariables es utilizar

un compensador antiwindup con descarga de la acción integral, este adiciona un lazo de error de la ley de control al integrador de seguimiento.

Las simulaciones para el sistema en lazo cerrado son realizadas para un tiempo total de  $t = 4000$  segundos, siendo el valor deseado inicial  $y_{(0)}^{ref} = [108 \quad 66.65 \quad 0]^T$  que corresponde a las salidas del punto de equilibrio principal, para después hacer cambios de referencias próximas y distantes respecto a este punto. Son realizados 5 cambios de referencia para cada componente del vector de salidas dadas por:

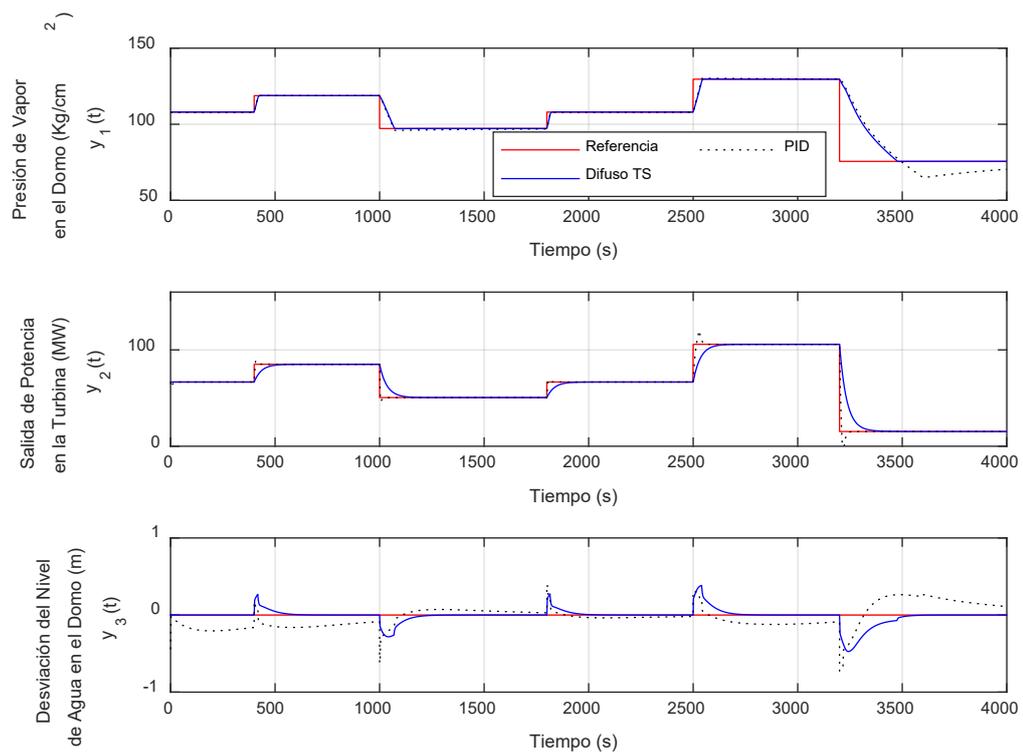
$$\begin{aligned}
 y_1^{ref} &= 118.8(t-400) + 97.20(t-1000) + 108(t-1800) + 129.6(t-2500) + \\
 &\quad + 75.6(t-3200), \\
 y_2^{ref} &= 85.06(t-400) + 50.52(t-1000) + 66.65(t-1800) + 105.8(t-2500) + \\
 &\quad + 15.27(t-3200), \\
 y_3^{ref} &= 0.
 \end{aligned}$$

Notar que el nivel de agua siempre debe mantenerse en el punto medio del domo de acuerdo a los requisitos de control de la caldera. Notar también que, para  $y_1^{ref}$  y  $y_2^{ref}$ , los dos primeros términos son los cambios para valores deseados próximos al punto de equilibrio, el tercer término vuelve al valor inicial y los dos últimos términos corresponden para valores distantes del punto de equilibrio, cerca de los límites inferior y superiores de operación del sistema.

Como fue comentado en el Capítulo 2, en aplicaciones prácticas de control en la industria, normalmente es utilizado el control PID con lazos cerrados independientes para cada variable y las ganancias del controlador normalmente son encontrados mediante prueba y error o en el mejor de los casos utilizando algún método de sintonización que aparentemente podrían funcionar de forma aceptable para sistemas SISO o no acoplados. Sin embargo, esto no necesariamente es lo más adecuado para

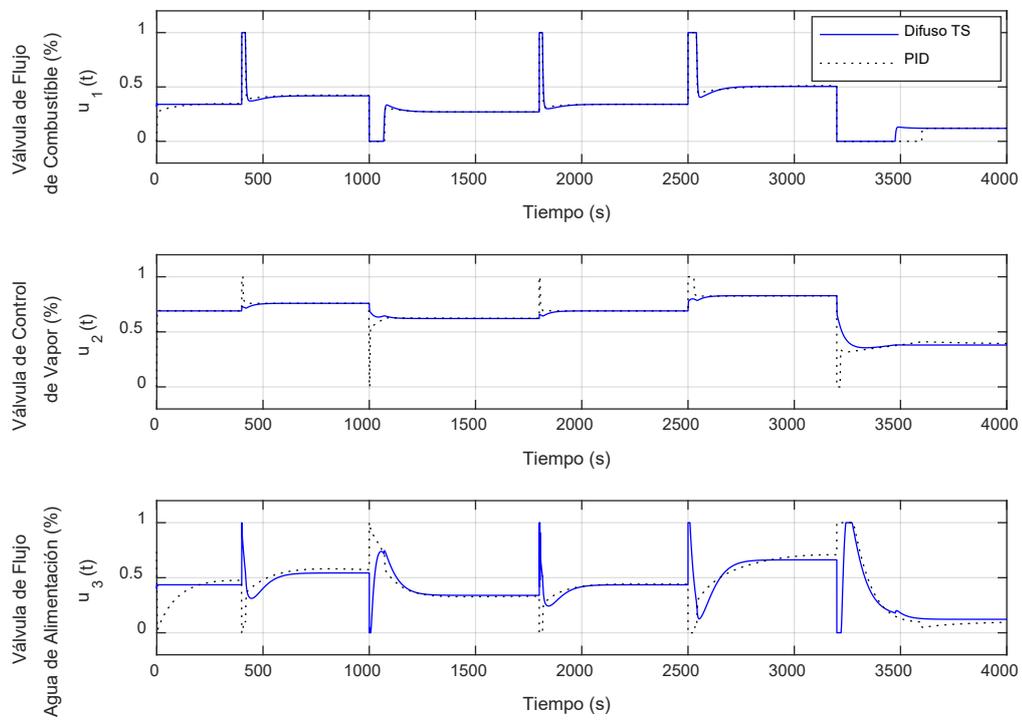
el sistema ya que con esos procedimientos sólo se busca conseguir la estabilidad sin tomar en cuenta otros aspectos. En este trabajo también es realizado una sintonización para controladores PID independientes para la planta térmica utilizando las herramientas de sintonización con el que cuenta MatLab, en este caso se considera sólo lazos de realimentación de salidas tal como sería realizado en una situación real, esto con la finalidad de hacer la comparación con el control difuso TS. En las Figuras 15, 16, 17 y 18 son mostradas las respuestas de las señales controladas, amplitud de las señales de control, velocidad de cambio de las señales de control y estado observado  $x_3(t)$  para el control difuso TS y PID de lazos independientes.

Figura 15 – Salidas controladas con control difuso TS y PID.



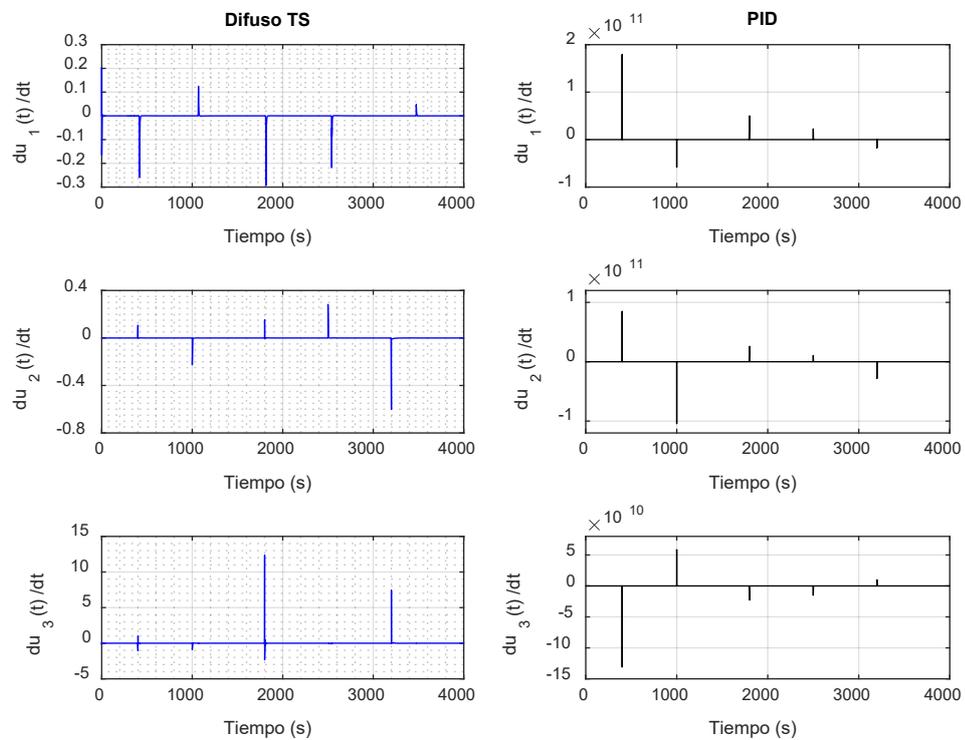
Fuente: Elaboración propia.

Figura 16 – Amplitud de las señales de control con difuso TS y PID.



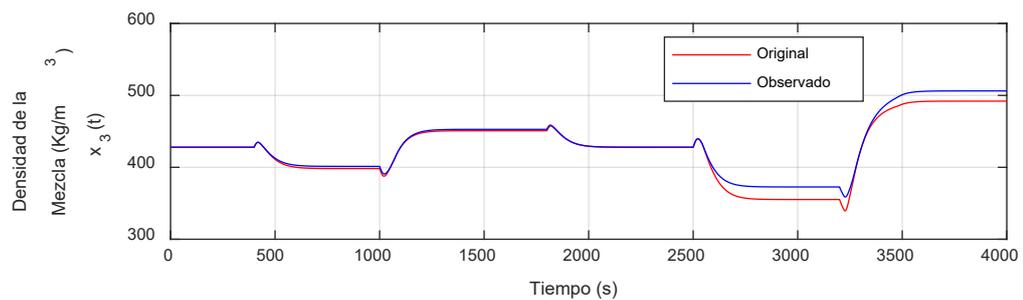
Fuente: Elaboración propia.

Figura 17 – Velocidad de cambio de las señales de control con difuso TS y PID.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 18 – Señal de estado original y observado  $x_3(t)$ .



Fuente: Elaboración propia.

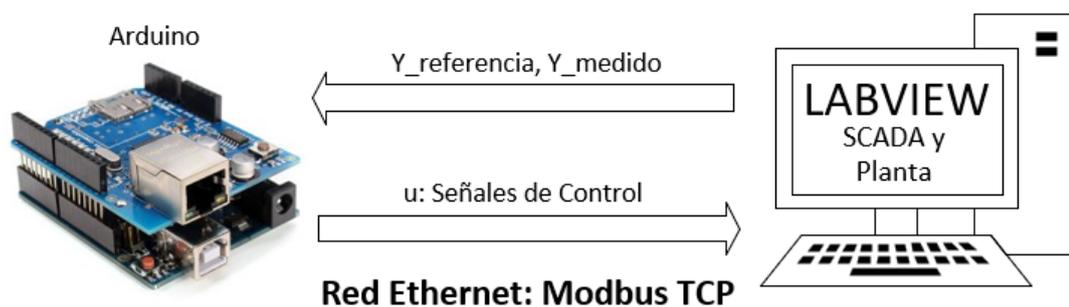
En la Figura 15 se puede notar que para el control difuso TS, ante un cambio de referencia, las tres señales de salida presión, potencia y nivel de agua, alcanzan el valor deseado en tiempos aceptables tanto para cambios a valores próximos y distantes del punto de equilibrio, mientras que para el caso del control PID, ante cambios de

referencia próximos al punto de equilibrio tiene un buen comportamiento para la presión y potencia, no así para cambios distantes ya que la presión se ve afectado requiriendo un tiempo considerable para alcanzar el nuevo valor deseado; el nivel de agua también no logra alcanzar el valor deseado con facilidad ya que requiere de tiempos considerables para esto, tanto para cambios de referencia en la presión y potencia sean próximos o distantes al punto de equilibrio. En la Figura 16 se observa que las amplitudes de las tres señales de control permanecen dentro del rango de trabajo tanto para el control difuso TS y PID, para ambos casos las señales de control quedan saturados en el valor mínimo o máximo por pequeños instantes de tiempo ante cualquier cambio de referencia; para la válvula de control de vapor, el controlador difuso TS tiene un comportamiento más suave que genera menos exigencia a la parte mecánica de la válvula. En la Figura 17 es mostrado la velocidad de cambio de las señales de control ante los cambios en la referencia, se puede notar que tanto para el control difuso TS y PID se tiene el inconveniente de que su velocidad de cambio consigue salir fuera del rango operativo dado en (53), sin embargo, se aprecia la mayor robustez del difuso TS ya que los valores de desfase son enormemente más pequeños que para el caso del control PID. Los cambios bruscos y repentinos en las señales de control pueden ocasionar daños a la parte electromecánica de los actuadores, pudiendo así disminuir su vida útil, mayor tiempo de mantenimiento y por tanto mayor tiempo de parada e incluso provocar fenómenos físicos como por ejemplo el golpe de ariete y flashing en las tuberías pudiendo pasar a daños mayores. En la Figura 18 es mostrado que el estado observado  $x_3(t)$  tiene una adecuada estimación para valores próximos al equilibrio, para valores más distantes y más próximos a los límites inferior y superior

del rango de operación, existe una ligera desviación, pero esto no compromete la estabilidad del sistema

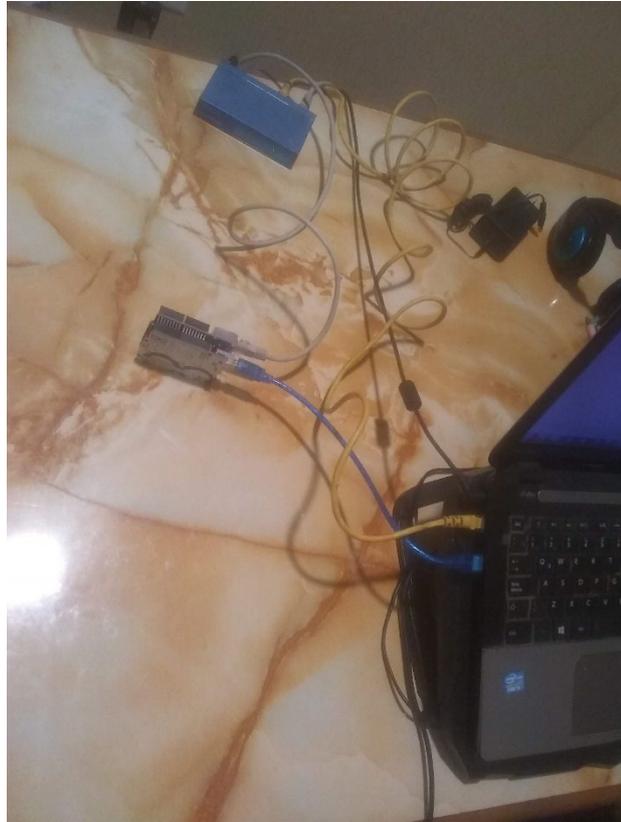
A continuación, es presentada la implementación del controlador difuso TS con seguimiento integral en un microcontrolador Arduino Mega 2560, esto con la finalidad de verificar el comportamiento del controlador en un dispositivo *hardware*. La planta térmica será una planta simulada de acuerdo al modelo matemático (52) con una interfaz gráfica realizada en el *software* LabView®. El controlador difuso TS diseñado en este trabajo es cargado al microcontrolador Arduino, en este caso no es implementado el observador de estados debido a las limitaciones en capacidad de memoria y velocidad de procesamiento del Arduino. La conexión en tiempo real del controlador en el Arduino y la planta simulada es realizada mediante una comunicación Modbus TCP. En las Figuras 19, 20 y 21 son mostrados la arquitectura de control, implementación física y la interfaz gráfica operando en tiempo real, respectivamente.

Figura 19 – Arquitectura para el control difuso TS y planta térmica.



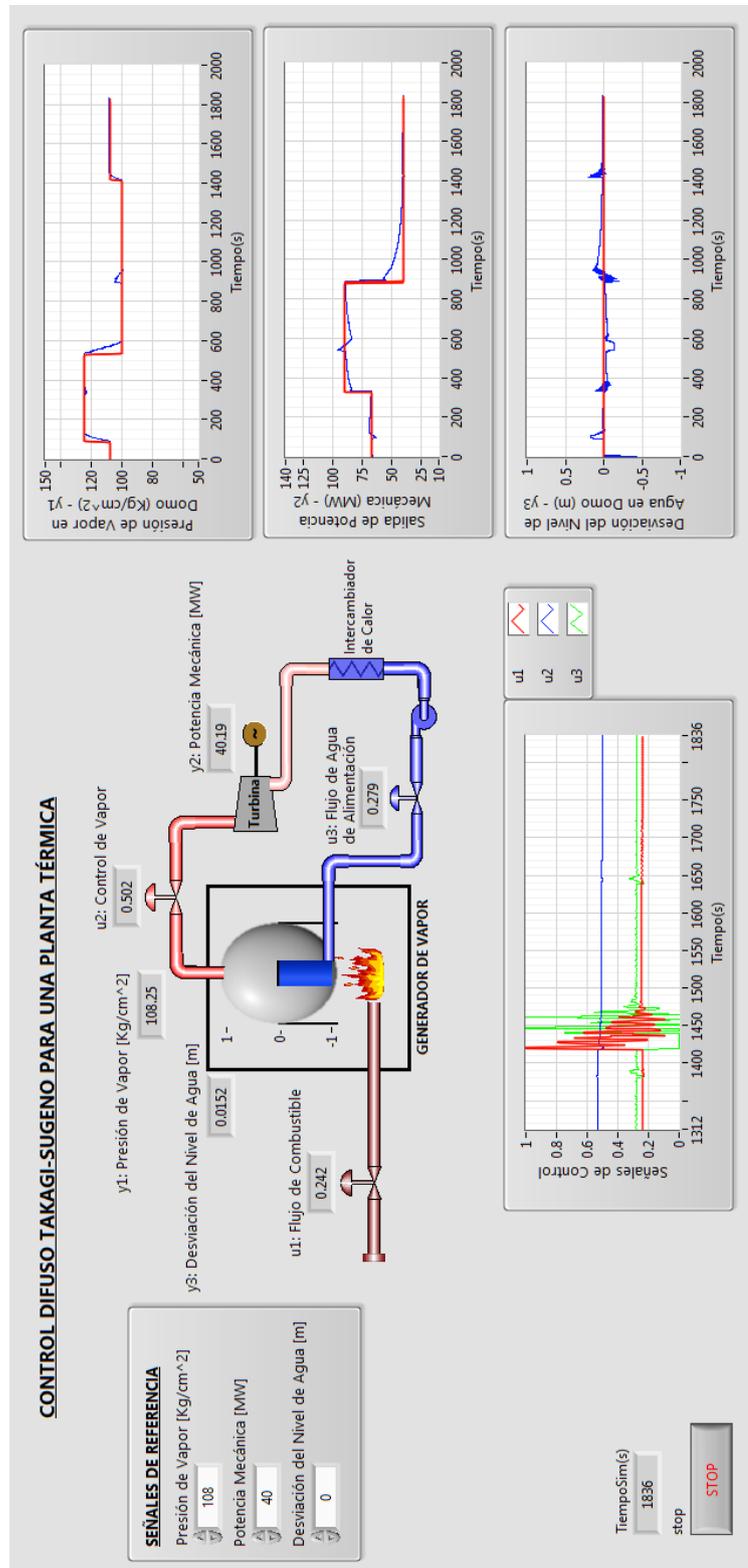
Fuente: Elaboración propia.

Figura 20 – Implementación física para el control difuso TS.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 21 – Interfaz gráfica para el control difuso TS y planta térmica.



Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 21 se observa que las variables de salida quedan estabilizadas en las referencias deseadas, las señales de control permanecen limitados en amplitud de acuerdo al rango de trabajo, sin embargo, como era de esperarse ante algún cambio de referencia, la señal de control de combustible y de agua de alimentación reaccionan de forma repentina con cambios bruscos en pequeños instantes, pudiendo ocasionar daños o reduciendo el tiempo de operación en los actuadores.

#### 4.5 Discusiones del capítulo

El uso de la estrategia de control difuso TS con seguimiento integral desarrollada en la Sección 3.3 fue verificado en el modelo de planta térmica abordado, en este, la adición de un segundo lazo de control con nuevas variables de estado permitió al sistema no lineal eliminar el error en régimen estacionario.

Las condiciones LMIs obtenidas en la Sección 3.5.2 a partir del Teorema 1 permitió diseñar un observador difuso TS capaz de estimar adecuadamente los estados. El estado  $x_3(t)$  que representa la densidad de la mezcla líquido-vapor no puede ser medido, sus valores estimados tienen buen comportamiento para casi todo el rango de operación de las variables de referencia; para cuando las señales de referencia son cambiados a puntos distantes del equilibrio, la estimación de  $x_3(t)$  tiene un ligero desvío, sin embargo, esto no perjudica la condición de estabilidad, comprobando así la robustez del control con seguimiento integral con modelamiento difuso TS.

Las condiciones LMIs obtenidas en la Sección 3.5.1 a partir del Teorema 3 permitió diseñar el controlador difuso TS para el sistema aumentado con seguimiento integral, logrando estabilizar adecuadamente el sistema no lineal. La asignación de

tasas de decaimiento específico para cada estado mediante los elementos diagonales de la matriz  $D_t$ , permitió mejorar el comportamiento en estado transitorio ya que con una tasa de decaimiento general considerado en el Teorema 2, el sistema de planta térmica se tornaba inestable o en el mejor de los casos con una estabilidad sujeta a sobreimpulsos por instantes cortos ante algún cambio de referencia.

En las simulaciones se puede observar la gran robustez del controlador difuso TS respecto del control PID de lazos independientes, principalmente en el comportamiento de las señales de control que en la mayoría de las implementaciones prácticas no es tomado en cuenta, pudiendo reducir drásticamente la vida útil de los actuadores.

En el desarrollo de este capítulo, son contrastados también la hipótesis general y todas las hipótesis específicas, logrando así validar lo planteado en el Capítulo 1.

## CONCLUSIONES

En este trabajo se desarrolló satisfactoriamente una metodología que permite diseñar un sistema de control difuso TS para abordar plantas con características complejas, altamente no lineales, fuertemente acoplados y multivariables con la finalidad de orientarlos a las aplicaciones de procesos industriales para conseguir un adecuado comportamiento en un amplio rango de operación. Cada parte de la metodología desarrollada en este trabajo como son el modelamiento difuso TS, control con seguimiento integral, observador de estados y asignación de tasas de decaimiento específico para cada estado, son una extensión y/o combinación de publicaciones existentes y son sustentados matemáticamente a lo largo del capítulo 3.

En muchos procesos industriales existen algunas variables que no pueden ser medidos y que son necesarios para la implementación práctica de un sistema de control, esto es resuelto satisfactoriamente utilizando un observador de estados con la finalidad de estimar los estados necesarios para la realimentación en lazo cerrado. Asimismo, la estrategia desarrollada con seguimiento integral permitió eliminar el error en estado estacionario y alcanzar la estabilidad en puntos diferentes al equilibrio. La asignación de tasas de decaimiento específico para cada estado por medio de los elementos diagonales de la matriz  $D_i$  permite obtener mejores respuestas en estado transitorio en comparación cuando es usado una tasa de decaimiento general que para sistemas complejos podría llevar a la inestabilidad. El uso del principio de separación para modelamiento difuso TS con la condición de que los estados que necesitan ser estimados no forman parte de las variables premisas, permitió diseñar

satisfactoriamente el controlador y observador de estados de manera independiente mediante las desigualdades descritas en (41), (49), (50) y (51).

En la aplicación de la planta térmica, la metodología de control difuso TS desarrollada en este trabajo logra estabilizar adecuadamente a las tres variables de salidas en tiempos aceptables ante cambios de referencia próximos o distantes del punto de equilibrio, no así para cuando se usa el control PID con lazos independientes que sólo logra estabilizar la presión y potencia para valores próximos al punto de equilibrio, mientras que para valores distantes al equilibrio la presión requiere de tiempo considerable para estabilizarse y peor aún el nivel de agua no consigue llegar al valor deseado fácilmente. Tanto para el control difuso TS y PID, las amplitudes de las señales de control permanecen dentro del rango de operación, sin embargo, en los instantes de cualquier cambio de referencia, estos permanecen saturados por pequeños instantes de tiempo; la señal de control de la válvula de inyección de vapor posee un comportamiento más suave para el control difuso TS que el PID. Ante cualquier cambio en las referencias, la velocidad de cambio de las señales de control logra salir fuera del rango de operación tanto para el control difuso TS y PID, sin embargo, para el caso del difuso TS estos valores de desfase son enormemente pequeños comparados con el caso del PID. Finalmente, la mayor robustez del control difuso TS queda en evidencia al verificar que la velocidad de cambio en las señales de control es notablemente menor respecto del PID, esto puede evitar daños a la parte electromecánica de los actuadores, pudiendo así prolongar su vida útil, menor tiempo de mantenimiento y hasta incluso evitar daños mayores.

## RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS

A continuación, son sugeridos algunos trabajos relacionados con este que podrían desarrollarse a futuro, todos estos orientados para abordar plantas no lineales y multivariantes. Estos podrían ser:

- Diseñar el controlador difuso TS considerando la saturación de los actuadores y tasas de decaimiento específico para cada estado.
- Diseñar el controlador difuso TS considerando la saturación de los actuadores para un conjunto de puntos de equilibrio.
- Diseñar el controlador difuso TS para un sistema sujeto a perturbaciones considerando tasas de decaimiento específico para cada estado.
- Determinar nuevas condiciones que permitan considerar la tasa de variación de la amplitud de las leyes de control, además de considerar la saturación en amplitud.
- Determinar nuevas condiciones que permitan considerar la saturación asimétrica en los actuadores.
- Aplicar la metodología propuesta de un modelo no lineal a un recuperador de calor de un ciclo combinado.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ÅSTRÖM, K. J., & BELL, R. (1987a). *Simplified Models of Boiler-Turbine Units*. Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Lund.
- ÅSTRÖM, K. J., & BELL, R. (1987b). *Dynamic Models for Boiler-Turbine Alternator Units: Data Logs and Parameter Estimation for a 160 MW Unit*. Research Reports TFRT-3192, Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Department of Automatic Control, Lund.
- ÅSTRÖM, K. J., & EKLUND, K. (1972). A Simplified Nonlinear Model of a Drum Boiler-Turbine Unit. *International Journal of Control*, 16(1), 145-169.
- ÅSTRÖM, K. J., & EKLUND, K. (1975). A simple non-linear drum boiler model. *International Journal of Control*, 22(5), 739-740.
- ASTROM, K., & HAGGLUND, T. (1995). *PID Controllers: Theory, Design and Tuning* (2 ed.). Research Triangle Park: Instrument Society of America.
- BELL, R. D., & ÅSTRÖM, K. J. (1979). *A Low Order Nonlinear Dynamic Model for Drum Boiler-Turbine-Alternator Units*. Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Lund.
- BOYD, S., GHAOUI, L. E., FERON, E., & BALAKRISHNAN, V. (1994). *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Philadelphia: SIAM.
- Bright Hub PM. (2020). *Analysis of Vapor Power Cycles Used in Steam Power Plant - Rankine Cycle, Carnot Cycle, Regenerative Cycle, and Reheat Cycle*. Recuperado el 07 de Janeiro de 2020, de Bright Hub Engineering: <https://www.brighthouseengineering.com/hvac/68322-vapor-power-cycles-used-in-steam-power-plants/>
- BUSTILLO, M. (2018). *Mineral Resources*. Madrid: Springer International Publishing.
- CENGEL, Y. A., & BOLES, M. A. (2012). *TERMODINÁMICA* (7 ed.). Ciudad de México: McGraw-Hill.
- CENGEL, Y. A., BOLES, M. A., & KANOGLU, M. (2019). *Thermodynamics: An Engineering Approach* (9 ed.). New York: McGraw-Hill Education.
- ÇENGEL, Y., & BOLES, M. (2013). *Termodinâmica* (7 ed.). (V. Nepomuceno, Ed.) Porto Alegre: AMGH Editora Ltda.
- CHAKRABARTI, A., & ARORA, M. (2020). *Industry 4.0 and Advanced Manufacturing*. East: Springer Nature Singapore.

- CHIDAMBARAM, M., & SAXENA, N. (2018). *Relay Tuning of PID Controllers: For Unstable MIMO Processes*. East: Springer Nature Singapore.
- CORRIOU, J. P. (2018). *Process Control: Theory and Applications* (2 ed.). Cham: Springer International Publishing AG.
- CREUS, A. (2010). *Instrumentación industrial* (8 ed.). Ciudad de México: Alfaomega.
- CUTLER, C., & RAMAKER, B. (1979). Dynamic matrix control – a computer control algorithm. *AIChE 86th national meeting* (págs. 17-72). Houston: IEEE Transactions on Automatic Control.
- DAVCHEVA, M. (2019). *Oil and Gas Industry Overview*. Recuperado el 10 de Marzo de 2021, de ScheduleReader: <https://www.schedulereader.com/blog/oil-and-gas-industry-overview>
- EKLUND, K. (1971). *Linear Drum Boiler-Turbine Models*. Lund Institute of Technology, Department of Automatic Control, Malmo, Suecia.
- GARCIA, C. (2017). *Controle de Processos Industriais* (Vol. I). São Paulo: Edgard Blücher Ltda.
- GUERRERO, V., YUSTE, R., & MARTINEZ, L. (2010). *Comunicaciones Industriales* (1 ed.). Buenos Aires: Alfaomega.
- HERNANDEZ, R., & MENDOZA, C. P. (2018). *Metodología de la Investigación: Las rutas Cuantitativa, Cualitativa y Mixta*. McGraw-Hill.
- HSU, C. S., & ROBINSON, P. (2019). *Petroleum Science and Technology*. Tallahassee, USA: Springer Nature Switzerland AG.
- LAMB, F. (2013). *Industrial Automation Hands-On*. Nueva York: McGraw-Hill Education.
- LIAN, K. Y., LIOU, J. J., & HUANG, C. Y. (FEBRUARY de 2006). LMI-Based Integral Fuzzy Control of DC-DC Converters. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 14(1), 71-80.
- MA, X. J., SUN, Z. Q., & HE, Y. Y. (1998). Analysis and Design of Fuzzy Controller and Fuzzy Observer. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 6(1), 41-51.
- MORAN, M. J., & SHAPIRO, H. N. (2004). *Fundamentos de Termodinámica Técnica* (2 ed.). Barcelona: Editorial Reverté SA.
- MORTON, A. J., & PRICE, P. H. (1977). The Controllability of Steam Output, Pressure and Water Level in Drum Boilers. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 75-84.

- NIEBEL, B. W., & FREIVALDS, A. (2009). *Ingeniería Industrial: Metodos, estandares y diseño del trabajo* (12 ed.). Ciudad de México: McGraw-Hill Educación.
- OGATA, K. (2010). *Engenharia de Controle Moderno* (5 ed.). (T. Babaoka, Ed.) São Paulo: Pearson Education do Brasil.
- ROCKWELL AUTOMATION. (2019). *PlantPAx Distributed Control System*. Recuperado el 27 de Dezembro de 2020, de Rockwell Automation: [https://literature.rockwellautomation.com/idc/groups/literature/documents/rm/proces-rm001\\_-en-p.pdf](https://literature.rockwellautomation.com/idc/groups/literature/documents/rm/proces-rm001_-en-p.pdf)
- SBÁRBARO, D., & DEL VILLAR, R. (2010). *Advanced Control and Supervision of Mineral Processing Plants*. London: Springer-Verlag.
- SKORMIN, V. A. (2016). *Introduction to Process Control: Analysis, Mathematical Modeling, Control and Optimization*. Cham: Springer International Publishing.
- SLOTINE, J.-J. E., & LI, W. (1991). *Applied Nonlinear Control*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.
- SMITH, J. M., VAN NESS, H. C., & ABBOTT, M. M. (2007). *Introdução à Termodinâmica da Engenharia Química* (7 ed.). Rio de Janeiro: LTC-Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. .
- TAKAGI, T., & SUGENO, M. (Jan/Feb de 1985). Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control. *IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS*, 15(1), 116-132.
- TANAKA, K., & WANG, H. O. (2001). *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- TANAKA, K., IKEDA, T., & WANG, H. (1996). Design of Fuzzy Control Systems Based on Relaxed LMI Stability Conditions. *Proceedings of 35th IEEE Conference on Decision and Control*, 1, 598-603.
- TANAKA, K., IKEDA, T., & WANG, H. O. (1997). Fuzzy Control System Design via LMIs. *Proceedings of the 1997 American Control Conference*, 5, 2873-2877.
- TANAKA, K., IKEDA, T., & WANG, H. O. (Maio de 1998). Fuzzy Regulators and Fuzzy Observers: Relaxed Stability Conditions and LMI-Based Designs. *IEEE TRANSACTIONS ON FUZZY SYSTEMS*, 6(2), 250-265.
- TANIGUCHI, T., TANAKA, K., OHTAKE, H., & WANG, H. O. (AUGUST de 2001). Model Construction, Rule Reduction, and Robust Compensation for Generalized Form of Takagi–Sugeno Fuzzy Systems. *IEEE TRANSACTIONS ON FUZZY SYSTEMS*, 9(4), 525-538.

- TEIXEIRA, M. C., SILVA, N. A., ASSUNÇÃO, E., & MACHADO, E. R. (2006). Design of Fuzzy Regulators with Optimal Initial Conditions Compensation. *IEEE International Conference on Fuzzy Systems* (págs. 84-91). Vancouver: Piscataway IEEE.
- TURTON, R., BAILIE, R. C., WHITING, W. B., SHAEIWITZ, J. A., & BHATTACHARYYA, D. (2012). *Analysis, Synthesis, and Design of Chemical Processes* (4 ed.). (B. Goodwin, J. Fuller, R. Elizabeth, & B. Wood, Edits.) Michigan: Pearson Education.
- VASCONCELOS, J. (2013). *Central Termoeléctrica Salamanca*. Recuperado el 23 de Dezembro de 2020, de [dcejosevasconcelos.blogspot.com/2013/10/central-termoelectrica-salamanca.html](http://dcejosevasconcelos.blogspot.com/2013/10/central-termoelectrica-salamanca.html)