

Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ingeniería Geológica Minera y Metalúrgica




TESIS

**Aumento de capacidad de molienda de 19,600 TPD a 22,000 TPD
aplicando técnicas de modelamiento, simulación y
dimensionamiento**

Para obtener el título profesional de Ingeniero Metalurgista


Elaborado por

Bruno Antony Pino Espinoza

 0009-0003-6516-1411

Asesor

Dr. Ricardo Castillo Ungaro

 0000-0001-8044-3079

LIMA – PERÚ

2024

Citar/How to cite	Pino Espinoza [1]
Referencia/Reference	[1] B. Pino Espinoza, “ <i>Aumento de capacidad de molienda de 19,600 TPD a 22,000 TPD aplicando técnicas de modelamiento, simulación y dimensionamiento</i> ” [Tesis de pregrado]. Lima (Perú): Universidad Nacional de Ingeniería, 2023.
Estilo/Style: IEEE 2020)	

Citar/How to cite	(Pino, 2023)
Referencia/Reference	Pino, B. (2023). <i>Aumento de capacidad de molienda de 19,600 TPD a 22,000 TPD aplicando técnicas de modelamiento, simulación y dimensionamiento</i> . [Tesis de pregrado, Universidad Nacional de Ingeniería]. Repositorio institucional Cybertesis UNI.
Estilo/Style: APA (7ma ed.)	

Dedicatoria

A mis queridos padres y hermanos por su gran sacrificio, orientación y apoyo incondicional durante todos estos años que me han permitido llegar a cumplir mis objetivos.

Resumen

En la actualidad muchas plantas concentradoras presentan problemas con la capacidad del circuito de molienda por aumento de carga circulante, producto P80 de molienda y aumento de consumo energético ocasionado por el cambio mineralógico en el yacimiento (minerales de mayor dureza). Con el objetivo de reducir el impacto económico que genera la disminución de la producción de concentrados, el presente trabajo de investigación empleara técnicas de modelos y simulación para ejecutar un dimensionamiento óptimo del circuito de molienda clasificación y aumentar su capacidad de 19,600 tpd a 22,000 tpd.

La primera etapa del proyecto consistirá en realizar y validar los modelos de los equipos utilizados del circuito de molienda base de 19,600 tpd basados en información de muestreo, para posteriormente ejecutar una simulación de aumento de tonelaje a 22,000 tpd y otra con modificación de parámetros operacionales para generar consistencia metalúrgica en el dimensionamiento y operación de los equipos.

La principal inconsistencia metalúrgica es la deficiencia energética en el molino de bolas y la deficiencia de clasificación en el nido de hidrociclones (efecto roping), para lo cual se modificó el Vortex/Apex generando un incrementando del P80 a flotación de 180 a 201 μm . Debido a la falta de energía en el circuito para mantener el P80 de molienda en la simulación a 22,000 tpd, es necesario la implementación de nuevos equipos que suministren energía, para lo cual se evaluaron diferentes alternativas.

Palabras claves — Tratamiento, modelamiento, simulación, dimensionamiento.

Abstract

At present, many concentrator plants present problems with the capacity of the grinding circuit due to an increase in circulating load, P80 grinding product and an increase in energy consumption caused by the mineralogical change in the deposit (more competitive minerals - Hardness). With the objective of reducing the economic impact generated by the decrease in the production of concentrates, this research work will use technical models and simulation to execute an optimal sizing of the classification grinding circuit to increase the treatment capacity from 19,600 tpd to 22,000 tpd. optimally.

The first stage of the Project will consist of carrying out and validating the models of the equipment used in the 19,600 tpd Base Grinding circuit based mainly on information from screens, to later execute a simulation of a tonnage increase to 22,000 tpd and another with parameter modification. operations to generate metallurgical consistency with the sizing and operation of the equipment.

The main metallurgical inconsistency found is the energy deficiency in the ball mill and the classification deficiency in the hydrocyclone (Roping Effect), for which the Vortex/Apex parameters were modified, causing an increase in the P80 produced at Flotation from 180 to 201 microns.

Due to the lack of energy available in the circuit to maintain the P80 Grinding product when the simulation is executed at 22,000 tpd, it is necessary to implement new equipment that supplies energy for fracturing the circuit, for which different alternatives were evaluated.

Keywords — Treatment, modeling, simulation, sizing.

Tabla de Contenido

	Pág.
Resumen	iv
Abstract	v
Introducción	xiv
Capitulo I. Parte Introdutoria del Trabajo.....	1
1.1 Generalidades.....	1
1.2 Memoria Descriptiva Circuito de Molienda.	1
1.3 Técnicas de Modelamiento y simulación	3
1.4 Descripción del Problema de investigación.	8
1.4.1 Problema General.	8
1.4.2 Problema Específico.	9
1.5 Objetivo del estudio.....	9
1.5.1 Objetivo General.	9
1.5.2 Objetivo Específico.....	9
1.6 Justificación de la investigación.....	9
1.7 Hipótesis.	10
1.7.1 Hipótesis General.....	10
1.7.2 Hipótesis Especifica	10
1.8 Alcance y Limitaciones del Estudio	10
Capítulo II. Marcos teórico y conceptual	11
2.1 Modelamiento y Simulación.....	11
2.2 Modelo y dimensionamiento de chancadora.....	11
2.2.1 Función Fractura	12
2.2.2 Función Clasificación	13
2.2.3 Modelo Matemático para Proceso de comminución	14
2.2.4 Dimensionamiento de Chancadoras:.....	16
2.3 Modelo y dimensionamiento molino SAG	17

2.3.1	Ley de Transferencia de Masa	19
2.3.2	Función Fractura	19
2.3.3	Velocidad de fractura o rompimiento	21
2.3.4	Función Clasificación de descarga:	24
2.3.5	Velocidad de descarga	25
2.3.6	Dimensionamiento Molino SAG	26
2.4	Modelo y dimensionamiento molino de bolas.	32
2.4.1	Función Descarga	34
2.4.2	Función Fractura	35
2.4.3	Ratio/Velocidad de Fractura especifica	36
2.4.4	Dimensionamiento Molino de Bolas	39
2.5	Modelo y dimensionamiento de hidrociclones	41
2.5.1	Modelo de Nageswararao	42
Capítulo III. Desarrollo de la investigación		47
3.1	Desarrollo de la Investigación.	47
3.2	Modelamiento circuito de molienda actual.....	47
3.2.1	Modelamiento Base Molino SAG:.....	51
3.2.2	Modelamiento Base Trommel SAG:	55
3.2.3	Modelamiento Base Chancadora de Pebbles:.....	57
3.2.4	Modelamiento Base Molino de Bolas:	59
3.2.5	Modelamiento Hidrociclón:	61
3.2.6	Balance de Masa Circuito de Molienda Actual.....	64
3.2.7	Validación del Modelo por JKSimmet	65
3.3	Simulación del circuito de molienda actual.	70
3.3.1	Simulación del Circuito a 920 tph	71
3.3.2	Dimensionamiento de la Simulación a 920 tph.....	72
3.4	Simulación del Circuito con Parámetros Modificados	77
3.4.1	Dimensionamiento de la simulación con Parámetros Modificados.....	80

3.5	Simulación Circuito de Molienda con Ampliación	81
3.5.1	Evaluación de alternativas de ampliación del Circuito	82
3.5.2	Simulación de Alternativa de Ampliación del Circuito	83
3.5.3	Dimensionamiento de la Ampliación del Circuito	89
	Capítulo IV. Análisis y discusión de resultados	92
	Conclusiones	97
	Recomendaciones	99
	Referencias bibliográficas	100
	Anexos	1

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1: Parámetros Generales - Molino SAG/Ch Pebbles	2
Tabla 2: Parámetros Generales - Molino de Bolas/hidrociclón	2
Tabla 3: Costo Operativo– Tratamiento de 19,600 TPD.....	3
Tabla 4: Consumo y Costo Energético por áreas – Tratamiento de 19,600	3
Tabla 5: Nodos de interpolación para la velocidad de rompimiento.....	21
Tabla 6: Coeficientes de regresión – Velocidad de rompimiento.....	23
Tabla 7: Forma Tabular limitación SPOC.....	45
Tabla 8: Forma tabular relación empírica de Plitt.....	45
Tabla 9: Datos de Muestro de planta de comminución en condiciones estables.....	51
Tabla 10: Parámetros de Modelo – Molino SAG	52
Tabla 11: Datos Operacionales – Molino SAG.....	52
Tabla 12: Calculo dmax en función al modelo de transferencia de masa.....	53
Tabla 13: Parámetros del Modelo – Trommel	55
Tabla 14: Datos Operacionales – Trommel.....	55
Tabla 15: Parámetros del Modelo – Pebbles	57
Tabla 16: Datos Operacionales – Pebbles.....	57
Tabla 17: Parámetros del Modelo – Molino de Bolas	59
Tabla 18: Datos Operacionales – Molino de Bolas.....	59
Tabla 19: Parámetros del Modelo – Hidrociclones	62
Tabla 20: Datos Operacionales – Molino de Bolas.....	62
Tabla 21: Resultados Balance de Masa - Modelo Desarrollado y JKsimmet.....	67
Tabla 22: Parámetros Modelo desarrollado/JKSimmet – Molino SAG.....	68
Tabla 23: Parámetros Modelo desarrollado/JKSimmet – Trommel.....	68
Tabla 24: Parámetros Modelo Desarrollado/JKSimmet – Molino Bola	69
Tabla 25: Parámetros Modelo desarrollado/JKSimmet – Ch Pebbles	69
Tabla 26: Parámetros Modelo desarrollado/JKSimmet – Hidrociclón	70

Tabla 27: Resultado del dimensionamiento de los equipos a 920 tph	73
Tabla 28: Dimensionamiento Molino SAG.....	74
Tabla 29: Dimensionamiento Chancadora de Pebbles.....	75
Tabla 30. Dimensionamiento Molino de Bolas 20´x34´	76
Tabla 31: Dimensionamiento Hidrociclones D-15.....	77
Tabla 32: Dimensionamiento Molino Bolas/Hidrociclón Parámetros Modificados.....	80
Tabla 33: Energía requerida para la Molienda-Bond.....	81
Tabla 34: Energía disponible en el Circuito de Molienda.....	81
Tabla 35: Resumen de Casos de Evaluación	83
Tabla 36: Energía adicional en la molienda para la ampliación a 920 tph	83
Tabla 37: Estimación de Potencia Instalada – Molino Vertimill.....	84
Tabla 38: Modelos Catalogo Metso - Equipo Vertimill.....	85
Tabla 39: Parámetros del modelo y operacionales - Nuevo Nido de Hidrociclones.....	87
Tabla 40: Parámetros del modelo y operacionales - Nuevo Molino Vertimill	87
Tabla 41: Dimensionamiento del Nuevo Molino Vertimill.....	90
Tabla 42: Dimensionamiento del Nuevo Nido de Hidrociclones	91
Tabla 43: Comparación de Resultado de las simulaciones	94

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1: Programas de Simulación - Funciones Estadísticas Matemáticas.....	5
Figura 2: Representación de Simulación DEM - Molino de Bolas.....	6
Figura 3: Redes neuronales de aprendizaje – Inteligencia Artificial.....	7
Figura 4: Esquema sistema experto – Molino SAG	7
Figura 5: Gráfico Box Plot Tratamiento por Año.....	8
Figura 6: Evento de clasificación en chancadora de quijadas	12
Figura 7: Típica función de clasificación interna de una chancadora.....	13
Figura 8: Representación simbólica del modelo de trituración	15
Figura 9: Función fractura acumulada respecto al tamaño de partícula	16
Figura 10: Estructura del modelo del molino autógeno	18
Figura 11: Esquema del mecanismo del proceso en un molino AG/SAG	19
Figura 12: Caracterización de la distribución de la velocidad de rompimiento.....	22
Figura 13: Representación de la función descarga molino SAG	25
Figura 14: Estructura general del modelo de potencia bruta SAG.....	27
Figura 15: Esquema de carga del molino para el equilibrio energético	28
Figura 16: Esquema de bordes cónicos en el molino	30
Figura 17: Representación de modelo matemático para un molino.....	33
Figura 18: Mecanismo del modelo de mezcla perfecta en molino de bolas.....	34
Figura 19: Típico grafico de la función de descarga del molino de bolas.....	35
Figura 20: Variación de la velocidad de fractura con el tamaño de partícula.....	37
Figura 21: Variación R/D* relación del tamaño de bola y tamaño de partícula	38
Figura 22: Efecto del α y β en la curva de eficiencia reducida.....	44
Figura 23: Circuito de Comminución Actual	47
Figura 24: Flujograma – Representación de la interacción de los modelos.....	48
Figura 25: Velocidad específica de fractura – Molino SAG.....	53
Figura 26: Ratio de Descarga – Molino SAG	54

Figura 27: Granulometría producto SAG – Data Modelado y Data Muestreo	54
Figura 28: Diagrama de paridad – Producto SAG modelado vs Muestreo	55
Figura 29: Granulometría OS/US Trommel – Data Modelado y Data Muestreo	56
Figura 30: Eficiencia de Clasificación Muestreo vs Modelo	56
Figura 31: Diagrama de paridad – Producto Trommel modelado vs Muestreo	57
Figura 32: Granulometría Producto Pebbles – Data Modelado y Data Muestreo	58
Figura 33: Diagrama de paridad – Producto Pebbles modelado vs Muestreo	58
Figura 34: Función Velocidad de Fractura R/D* – Molino de Bolas	60
Figura 35: Función Ratio de Descarga D* – Molino de Bolas.....	60
Figura 36: Granulometría Molino de Bolas – Data Modelado y Data Muestreo	61
Figura 37: Diagrama de paridad – Granulometría Molino de Bolas Granulometría	61
Figura 38: Eficiencia de Clasificación Hidrociclón Muestreo vs Modelo.....	63
Figura 39: Eficiencia de Clasificación corregida - Modelo Hidrociclón	63
Figura 40: Granulometría Hidrociclón – Data Modelado y Data Muestreo	64
Figura 41: Diagrama paridad – Productos Hidrociclón modelado vs Muestreo.....	64
Figura 42: Balance de Masa Modelo desarrollado a 820 tph.....	65
Figura 43: Distribución Granulométrica modelado vs muestreo	65
Figura 44: Balance de Masa modelo JKsimmet 820tph	66
Figura 45: Distribución Granulométrica JKSimmet vs muestreo.....	66
Figura 46: Balance de Masa desarrollado Simulación 920 tph.....	71
Figura 47: Balance de Masa JKsimmet Simulación 920 tph.....	72
Figura 48: Balance de Masa Simulación 920 tph modificado	79
Figura 49: Balance de Masa Simulación 920 tph JKSimmet	79
Figura 50: Descripción de Alternativas para la ampliación	82
Figura 51: Diagrama de Flujo Hipótesis – Molino Vertimill/Nido Hidrociclones.....	84
Figura 52: Balance de Masa Molienda Terciaria Vertimill/ZAF	88
Figura 53: Balance de Masa Molienda Terciaria Vertimill/ZAF JKSimmet	89

Figura 54: Zona de aceptación y rechazo hipótesis nula.....	95
Figura 55: Impacto en la capacidad de tratamiento planta – Distribución Normal.....	96

Introducción

En la actualidad las plantas de procesos utilizan equipos de grandes dimensiones debido a la baja ley de los minerales encontrados en sus yacimientos y una forma de compensar es procesando gran cantidad de mineral, por ello las plantas existentes buscan ampliar su capacidad de procesamiento con el fin de obtener una mayor margen de ganancia operativa al final del tiempo de vida de la mina. Otro punto importante que lleva a la ampliación de planta es la reducción de la capacidad de procesamiento, la cual puede ser restringida por cambio en la dureza del mineral.

El mineral procesado en la planta en evaluación presenta un incremento en la dureza lo que genera la disminución de la capacidad de planta de 22,000 a 19,600 TPD, siendo el cuello el circuito de molienda, generando pérdidas económicas. Por ello se busca retomar la capacidad de planta de 22,000 TPD, realizando un estudio de optimización o ampliación del circuito utilizando técnicas de modelamiento y simulación con el objetivo de disponer con la energía necesaria para el procesamiento del mineral de mayor dureza de forma continua/estable sin afectar el tamaño de partícula requerido en Flotación.

El tema de modelamiento y simulación de procesos es una parte importante en el diseño, ampliación y optimización de plantas en las últimas décadas, debido a que permite estimar su comportamiento bajo nuevas condiciones. Diferentes programas de simulación de procesos se vienen desarrollando para facilitar la simulación, diseño y optimización de Plantas. Las grandes empresas mineras y de consultoría a nivel mundial consideran indispensable estos programas de simulación, la cual proporciona una mayor exactitud, versatilidad y rapidez en el diseño y optimización de Plantas. Entre los Programas de simulación de procesos se encuentran el JKSimmet, JKSimflow, Metsim, Linm Process entre otros, los cuales son considerados Programas de caja negra (Bajo un estímulo obtiene un resultado), estos programas no te permiten conocer el funcionamiento interno de los diferentes modelos de simulación, es por este motivo que un valor de entrada mal interpretada en un modelo ocasionaría un resultado erróneo en la simulación, por eso la

importancia del entendimiento de cada modelo para obtener un resultado satisfactorio. Este trabajo describe y aplica modelos utilizados en estos programas para la simulación y diseño en la ampliación de una planta concentradora, el cual cuenta con un circuito de chancado, molienda, clasificación, flotación, espesamiento de relaves y concentrados.

Capítulo I. Parte Introductoria del Trabajo.

1.1 Generalidades.

La Planta de Proceso en evaluación cuenta con una capacidad actual de 19,600 tpd o su equivalente de 820 tph y procesa minerales de cobre con contenido de oro, limitada por el circuito de molienda (cuello de botella), el cual está conformada el cual está conformado por un molino SAG en circuito abierto, una chancadora de Pebbles y un molino de bolas, que trabajarán en circuito cerrado con un nido de hidrociclones.

La investigación consta en la búsqueda de alternativas para poder incrementar la capacidad de tratamiento del circuito de molienda a 22,000 tpd, por el cual se utilizarán técnicas de modelamiento y simulación asociadas a criterios de dimensionamiento de equipos con el objetivo de predecir el comportamiento del circuito de molienda bajo nuevas condiciones.

Estas técnicas proporcionan una mayor exactitud, versatilidad, eficiencia y rapidez en el diseño y optimización de plantas. Las grandes empresas mineras y de consultoría a nivel mundial consideran indispensable estos programas de simulación.

Los modelos que aplicaremos en el desarrollo de la investigación son del tipo estadístico-matemático el cual está basado en la relación del estímulo con el resultado, relacionados a la reducción del tamaño en los diferentes eventos de fractura en la molienda, sienta esta una etapa muy importante de analizar en los procesos metalúrgicos por su impacto en el consumo energético y en la etapa de flotación de minerales.

1.2 Memoria Descriptiva Circuito de Molienda.

El mineral chancado es alimentado al molino SAG Ø24' x L14.5', el producto del molino SAG descarga a través de un trommel generando dos productos: oversize y undersize. El producto Oversize del Trommel es enviado por fajas transportadoras a la chancadora de pebbles SP200. El producto de la chancadora es enviado a los molinos de bolas Ø20' x L34' a través de las fajas. El producto de los molinos de bolas descargará en un cajón de bomba, junto con el producto underflow del trommel. La pulpa del cajón de

bomba es enviada a un nido de hidrociclones D26 de 9 unidades. El producto underflow del nido de hidrociclones alimenta al molino de bolas, mientras que el producto overflow alimenta a flotación.

En las Tablas a continuación de muestras los parámetros de diseño base de los Equipos del circuito de Molienda.

Tabla 1

Parámetros Generales - Molino SAG/Ch Pebbles

Parámetro	Valor	Unidad	Parámetro	Valor	Unidad
Número de Equipos	1		#Equipos	1	
Dimensiones	24'x14.5'	pies	Tipo de Chancadora	Cónica SP200	
Potencia Instalada	3,730	kW	Potencia Instalada	147	kw
Horas de operación	24	h/d	Horas operación	24	h/d
%Sólidos Alimento	81	%	%Humedad Pebbles	0.34	
Tamaño de Bola	125	mm	Producción Pebbles	6.6	%
Carga de Bola	16-26	%			
Velocidad Critica	64	%			

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 2

Parámetros Generales - Molino de Bolas/hidrociclón

Parámetro	Valor	Unidad	Parámetro	Valor	Unidad
Número de Equipos	1		#Ciclones Instalados	9	
Dimensiones	20x34	pies	Diámetro del Ciclón	26	pulg
Potencia Instalada	7,460	kW	Horas de Operación	24	h/d
Horas de operación	24	h/d	Overflow, P80	0.18	mm
%Sólidos Alimento	76.42	%	Carga Circulante	250	%
Tamaño de Bola		mm	%Sólidos Alimento	57	%
Carga de Bola (Max)	45	%	%Sólidos Underflow	77	%
Velocidad Critica	75	%	%Sólidos Overflow	30	%
			Presión de Operación	10-17	psi

Fuente: Elaboración Propia

Los costos operativos asociados al proceso para un tratamiento de 19,600 tpd son presentados en la Tabla 3 dividido por tipo de concepto y áreas.

Tabla 3**Costo Operativo– Tratamiento de 19,600 tpd**

Concepto	US\$/año	US\$/t	Áreas	US\$/año	US\$/t
Materiales/consumibles	13,973,312	1.95	Chancado	4,235,023	0.59
Energía	12,461,474	1.73	Molienda - Clasificación	21,859,144	3.04
Mano de Obra	5,524,732	0.77	Flotación - Remolienda	6,420,580	0.89
Mantenimiento	14,537,851	2.02	Espesamiento de Relaves	238,317	0.03
Servicios	4,761,996	0.66	Espesamiento/Filtrado Conc	1,326,986	0.18
			Reactivos	3,849,044	0.54
			Otros	13,330,272	1.86
Total	51,259,365	7.14	Total	51,259,365	7.14

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 4**Consumo y Costo Energético por áreas – Tratamiento de 19,600**

Áreas (Precio Energía =0.065 US\$/kwh)	Energía kwh/t	Energía %Dist	Costo US\$/año	Costo US\$/t
Chancado	1.99	7.45	928,424	0.13
Molienda-Clasificación	14.16	53.07	6,613,623	0.92
Flotación- Remolienda	5.27	19.73	2,458,441	0.34
Espesamiento de Relaves	0.02	0.08	9,481	0.00
Espesamiento/Filtrado Concentrados	0.83	3.12	388,645	0.05
Reactivos	0.29	1.09	135,530	0.02
Otros	4.13	15.47	1,927,331	0.27
Total	26.69	100	12,461,474	1.73

Fuente: Elaboración Propia

Nota: En el Anexo “H” se detallan los costos Operativos por concepto de Energía

1.3 Técnicas de Modelamiento y simulación

Durante casi un siglo el proceso de reducción de tamaño dimensional era estudiado en términos de la potencia consumida durante la marcha del proceso de molienda, este basado por la gran proporción de los costos de tratamiento de mineral que involucra la reducción de tamaño (potencia consumida/energía).

Si bien el interés en la reducción de costo continua, el enfoque se está desarrollando por medio del estudio del mismo proceso de la reducción dimensional y la obtención de relaciones matemáticas que ligan las variables operativas.

La aproximación mecánica a los modelos de los procesos de reducción dimensional está basada en el reconocimiento de los hechos físicos que se producen y se ha

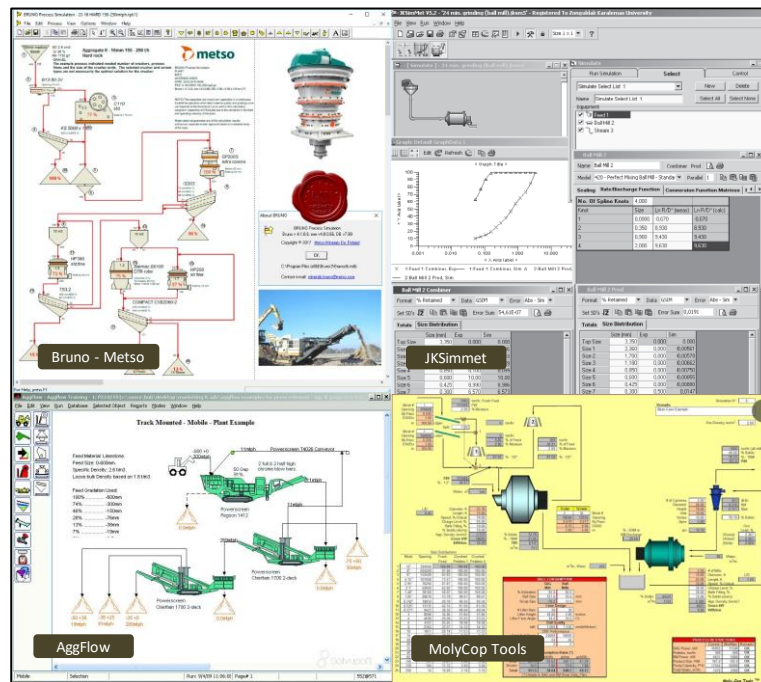
conseguido obtener modelos estadísticos-matemáticos que son satisfactorios para la simulación. La idea básica fundamental de los modelos fue propuesta por Epstein (1948), que demostró que la función distribución después de “n” etapas en un proceso de fragmentación repetitivos, puede ser descrito por una función de probabilidad y una función de distribución asintóticamente logarítmica-normal, el cual está de acuerdo con unas características frecuentemente observadas en las distribuciones granulométricas de los productos de trituración.

Muchos modelos estadísticos-Matemáticos han sido desarrollados para los diferentes equipos de cominución (Chancadoras/Molinos) y clasificación (Zarandas/Hidrociclones), la aplicación o la selección de los modelos a utilizar depende en muchos casos de la información disponible o la complejidad de su determinación para su aplicación en las plantas industriales, otro punto importante es nivel de precisión/representatividad que pueda generar el modelo seleccionado.

Debido a la complejidad en la utilización de los modelos, diferentes programas de simulación de procesos se vienen desarrollando para facilitar la simulación, diseño y optimización de Plantas. Entre los Programas de simulación de procesos se encuentran el JKSimmet, JKSimflow, Metsim, Linn Process entre otros, los cuales son considerados programas de caja negra (Bajo un estímulo obtiene un resultado basado en ecuaciones matemáticas), estos programas no te permiten conocer el funcionamiento interno de los diferentes modelos de simulación, por lo tanto un valor de entrada mal interpretada en un modelo ocasionaría un resultado erróneo en la simulación, por eso la importancia del entendimiento de cada modelo para obtener un resultado satisfactorio.

Figura 1

Programas de Simulación - Funciones Estadísticas Matemáticas



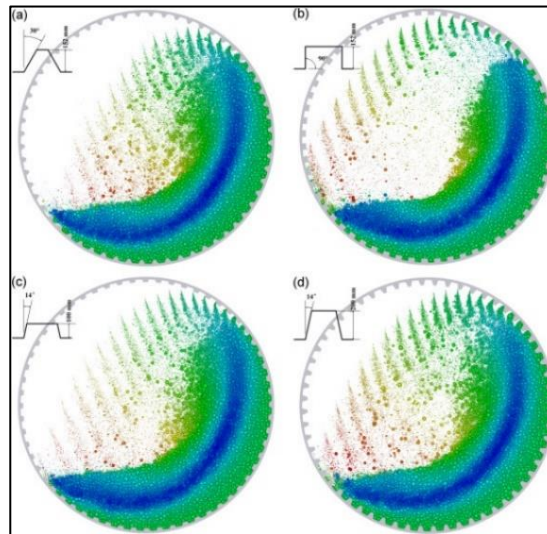
Fuente: Elaboración Propia

Este tipo de modelamiento y simulación es basado a ecuaciones estadísticas-matemáticas es una parte importante en el diseño, ampliación y optimización de plantas en las últimas décadas, debido a que permite estimar su comportamiento bajo nuevas condiciones (Granulometría, %Sólidos, Tratamiento, Nivel de Bolas, Velocidad Crítica, Work Index, tamaño Apex, tamaño Vortex, Efecto Roping, etc). Estos modelos estadísticos-matemáticos (Nageswararao, modelo población de mezcla perfecta, función fractura, velocidad de fractura, etc) son las herramientas más utilizadas para la interpretación del comportamiento en cuando reducción de tamaño y clasificación de partículas.

Otros tipos de modelamientos se vienen desarrollando en paralelo, sim embargo la información que brinda es utilizada en otros aspectos como las Simulaciones tipo DEM (Método de Elementos Discretos).

Figura 2

Representación de Simulación DEM - Molino de Bolas



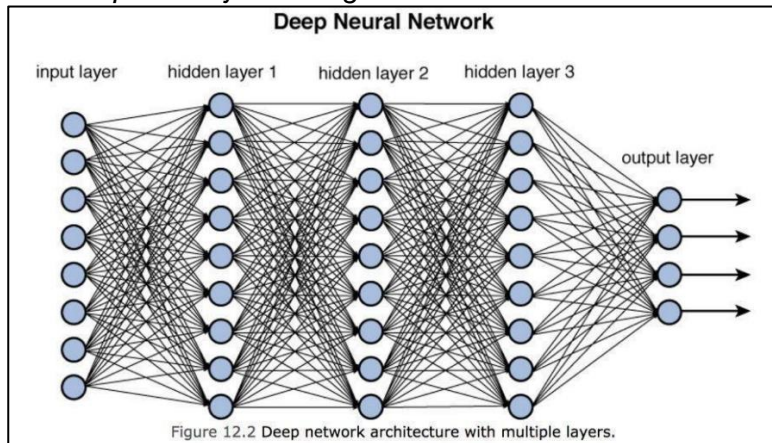
Fuente: Lei Xu, Kun Luo, and Yongzhi Zhao (2018). Numerical prediction of wear in SAG mills based on DEM simulations.

Estas simulaciones están basadas en la actuación de fuerzas neta sobre cada partícula, mostrando el movimiento de carga de bolas (formación de cascada, Angulo de impacto, etc) en el interior por acción de la geometría de las zonas de levante para la predicción de desgaste en forros. Aplicaciones de optimización pueden ejecutar al correlacionar variables de interés.

Otro tipo de herramienta de modelamiento y simulación son los sistemas expertos la cual se basa en la capacidad de simular el razonamiento humano experto (Proceso complejo). Los Sistemas Expertos (SE), son sistemas informáticos que simulan el proceso de aprendizaje, de memorización, de razonamiento, de comunicación y de acción en consecuencia de un experto humano en cualquier rama de la ciencia. Un SE puede controlar un proceso de simulación, ya que el modelo está basado en el conocimiento, evolución en función de hechos, el motor de inferencia y no de un conjunto de ecuaciones aritméticos lógicos.

Figura 3

Redes neuronales de aprendizaje – Inteligencia Artificial

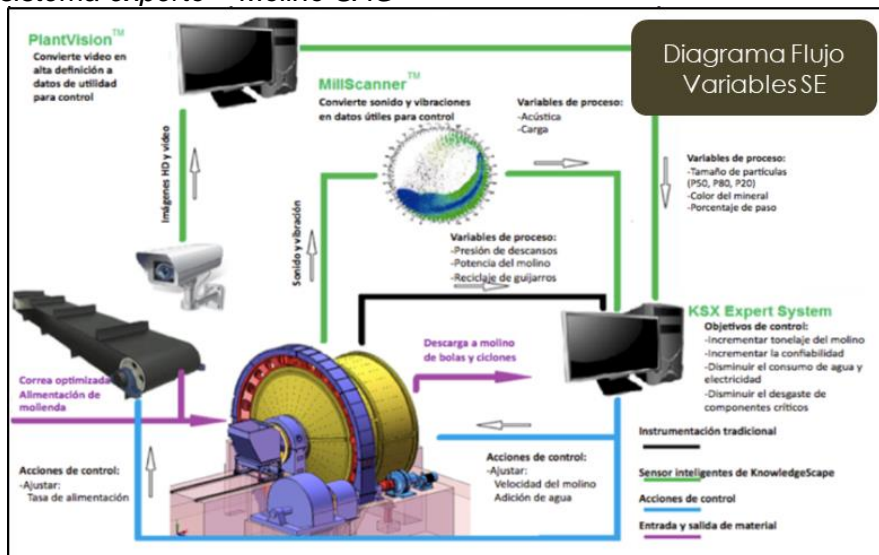


Fuente: <https://towardsdatascience.com/training-deep-neural-networks-9fdb1964b964>

Toda la información es para crear puntos de ajuste óptimos de la que sus algoritmos de redes neuronales y genéticos pueden continuamente, aprender, predecir y optimizar aún más el rendimiento del proceso, sin embargo estos tipos de simulaciones requieren una infraestructura e instrumentación adecuada para desarrollarse. En un molino se tiene como función ver, escuchar, y pensar en la mejor manera de aumentar el tonelaje y optimizar en todo momento las condiciones (agua al molino, velocidad del molino, etc).

Figura 4

Esquema sistema experto – Molino SAG



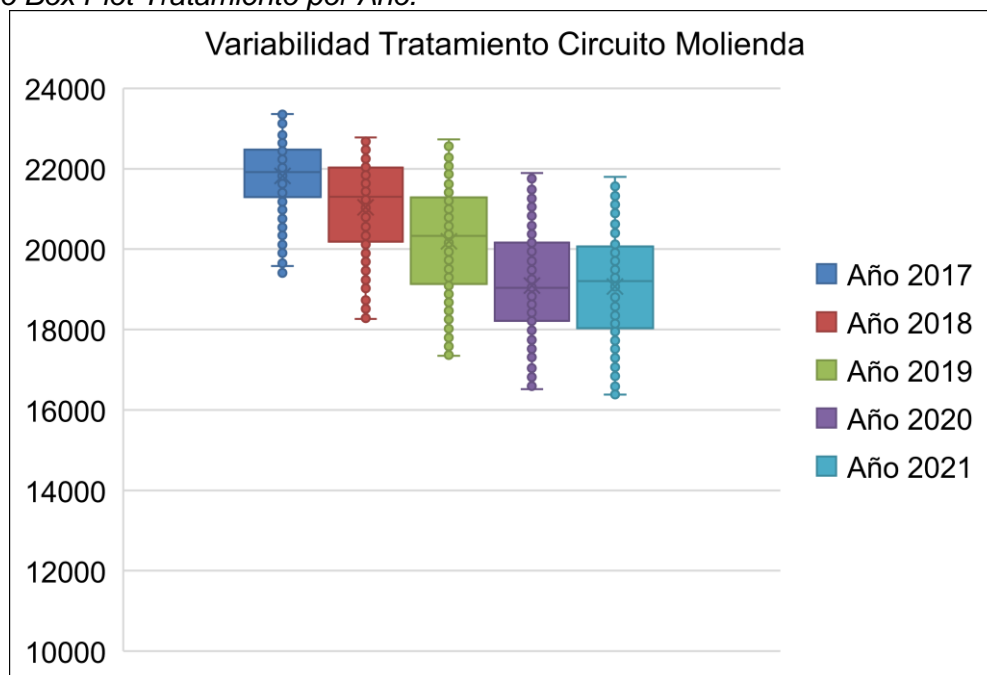
Fuente: <https://kscapedotmxdotcom.wordpress.com/grindingexpert/>.

1.4 Descripción del Problema de investigación.

El circuito de Molienda fue diseñado para procesar 22,000 tpd con una dureza de mineral de BWI de 12 kwh/t para producir un P80 de 180 a 185 micrones a Flotación, conforme el desarrollo de extracción del yacimiento la dureza del mineral se ha incrementado a Valores de 17 kwh/t, ocasionando un aumento del consumo energético del circuito de molienda de 12.6 kwh/t a 14.16 kwh/t, aumento de la carga Circulante en el circuito cerrado Molino de Bolas/Nido de hidrociclón cercanos a 300% y deficiencia de clasificación en el Nido de hidrociclón por el aumento del flujo de alimentación provocando una granulometría más gruesa a flotación ($P_{80} > 180 \mu m$). Para mantener la estabilidad operacional y la Calidad del producto a Flotación la capacidad del circuito se ha reducido a 19,600 tpd.

Figura 5

Gráfico Box Plot Tratamiento por Año.



Fuente: Elaboración Propia

1.4.1 Problema General.

Reducción de la Capacidad de Tratamiento del circuito de Molienda generado por el aumento en la Dureza del Mineral.

1.4.2 Problema Específico.

Los Problemas específicos generados por el aumento de dureza son:

- Aumento de la carga circulante en el circuito.
- Aumento del consumo de energía kw/tph.
- Aumento tamaño del producto granulométrico P80 a flotación.
- Deficiencia en Capacidad del Circuito Instalado de Molienda.

1.5 Objetivo del estudio.

1.5.1 Objetivo General.

Objetivo de la investigación es aumentar la capacidad del circuito de molienda mediante el redimensionamiento del circuito aplicando técnicas de modelamiento y simulación.

1.5.2 Objetivo Específico.

- Reducir de la carga circulante del circuito de molienda, el cual afecta la performance de clasificación de los Hidrociclones.
- Disminuir el consumo de Energía kwh por tonelada procesada
- Mantener el producto granulométrico P80 adecuado para el proceso de flotación.
- Definir un diseño optimo del circuito de molienda para el procesamiento del mineral de mayor dureza de forma estable.

1.6 Justificación de la investigación.

La reducción de tratamiento en la planta por la dureza del mineral genera pérdidas económicas por la disminución de la producción diaria de concentrado y por un aumento de costo unitario por tonelada procesada US\$/tph.

Como proceso metalúrgico el no contar con los parámetros de diseño adecuados en el circuito de molienda para el procesamiento de un mineral con mayor dureza, generaría un aumento en el P80 al circuito de flotación afectando la recuperación de los metales valiosos.

En el aspecto socio ambiental es justificado por la reducción del consumo de energía por tonelada en el circuito de molienda, lo cual hace que el proceso será más sostenible ya que reduciría el impacto del efecto invernadero de forma indirecta.

1.7 Hipótesis.

1.7.1 Hipótesis General.

Mediante las técnicas de modelamiento y simulación se dimensionará el circuito de molienda para aumentar su capacidad.

1.7.2 Hipótesis Especifica

Utilizando el modelamiento, simulación y el dimensionamiento de equipos garantizaremos la optimización del circuito en los siguientes puntos:

- Reducción la carga circulante
- Reducción del consumo de energía kwh/Ton
- Garantizar el P80 requerido en Flotación.
- Diseño adecuado para lograr el tonelaje optimo

1.8 Alcance y Limitaciones del Estudio

El estudio de ampliación de tonelaje solo abarca los procesos de molienda y clasificación, los procesos aguas abajo y agua arriba no se incluyen ya que en otros estudios se determinó que tienen la capacidad necesaria para soportar la ampliación (no son cuellos de botella).

Capítulo II. Marcos teórico y conceptual

2.1 Modelamiento y Simulación

Los modelos de cominución son aquellos que consideran la reducción de tamaño como una transformación entre la distribución de tamaño del alimento para la generación de un producto, considerando los diferentes elementos/variables dentro del proceso, estos tipos de modelos son considerados como de caja negra (Black Box). Un modelo de caja negra de cominución tiene como objetivo predecir la distribución del tamaño del producto a partir de una distribución del tamaño de la alimentación, la caracterización de la rotura, experiencia con dispositivos similares y una base de datos que encapsulara en un determinado algoritmo. Los modelos de cominución del tipo caja negra son fenomenológico en el sentido de que busca representar el fenómeno de rotura, en lugar de los principios fundamentales físicos que generan la rotura a diferencia de un modelo fundamental que es generar relación entre condiciones físicas detalladas dentro de una máquina y el resultado de su proceso. La simulación de un proceso es el cambio de las variables operacionales de un modelo desarrollado con el objetivo de conocer su comportamiento y realizar optimización de procesos o ampliaciones de planta.

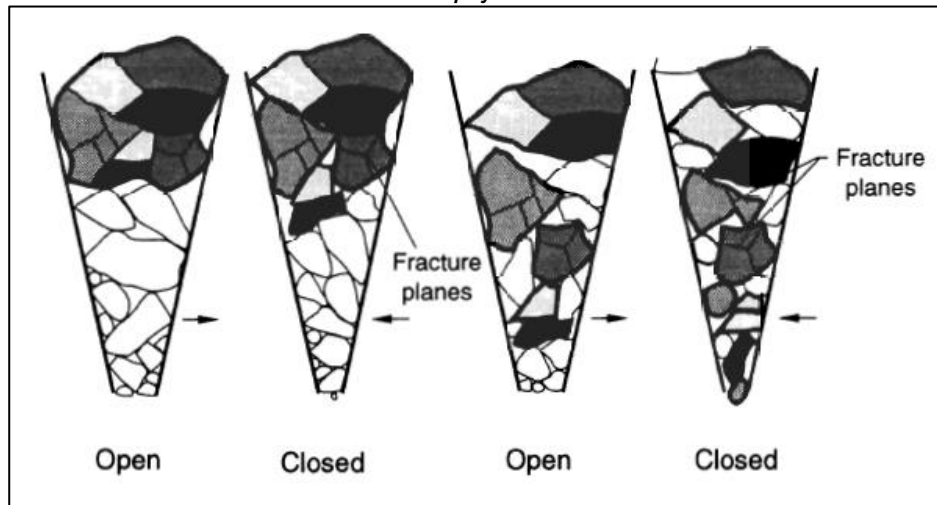
2.2 Modelo y dimensionamiento de chancadora

Napier –Munn, Morrell, Morrison y Kajovic., (1996), “Mineral Comminution Circuits, Their operation and Optimization”, indican que un proceso de cominución usualmente consiste en una combinación de muchos eventos de fractura con un proceso de selección, los cuales operaran simultáneamente, consecutivamente. Sin embargo, el proceso puede operarse de modo que los productos de cada evento estén sujeto a alguna separación por tamaño antes que este sea sometido al siguiente evento de fractura. [2] (p. 136)

Este concepto es simple para representar el caso de la chancadora de quijadas y esto se muestra gráficamente en la Figura 6.

Figura 6

Evento de clasificación en chancadora de quijadas



Fuente: Napier - Munn et al., (1996). Mineral Comminution Circuits, Their operation and Optimization”

Napier - Munn et al., (1996), menciona que durante el movimiento de chancado (Cerrado), una porción de mineral es aplastados y durante el movimiento inverso (abertura), los fragmentos más largos que la abertura de descarga son retenidos entre las quijadas para ser más triturado [2] (p. 136).

2.2.1 Función Fractura

R.P. King., (2012), “Modeling and Simulation of mineral Processing Systems”, menciona que hasta el momento ningún modelo teórico confiable ha sido encontrado para reproducir la distribución granulométrica en una prueba de fractura de impacto. Sin embargo, algunos modelos empíricos para proporcionar una buena descripción de la fractura en base a datos experimentales tales como: [3] (p. 166)

- Método de Klimpel y Austin’s
- Método de Broadbent and Callcott
- Método de Napier-Munn (JKMRC)
- Método de Austin y Luckie

El más popular de estos modelos está basado en la generación poblacional la cual deriva del método de Austin y Luckie (funciones de potencia). Este modelo está

desarrollado de una mezcla de dos poblaciones. Cada distribución granulométrica (población) puede ser modelada por la siguiente relación: [3] (p. 167)

$$B(x; y) \text{ es proporcional a } \frac{x^n}{y}$$

Diferentes valores de n describen los productos más grandes producidos por esfuerzo de tracción y los productos más pequeños producidos por la fuerza de compresión intensa en el punto de aplicación. Las dos distribuciones son agregadas usando un factor de ponderación fraccional. [3] (p. 167)

$$B(x; y) = K \left(\frac{x}{y}\right)^{n_1} + (1 - K) \left(\frac{x}{y}\right)^{n_2}$$

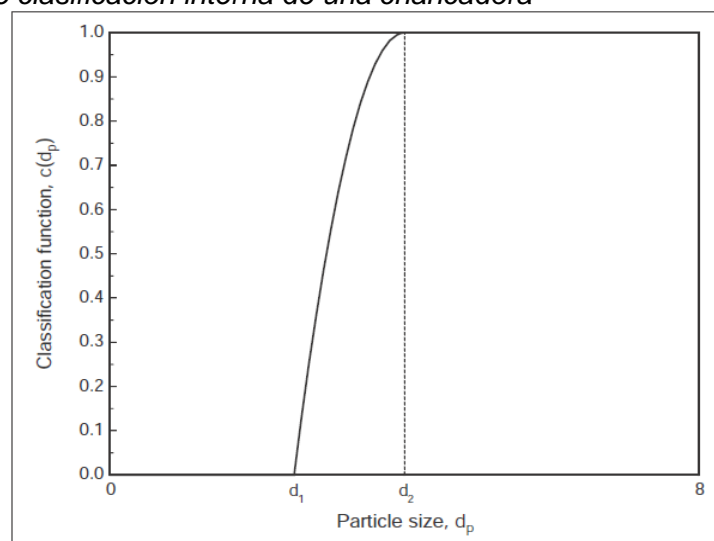
El primer término en la ecuación describe la distribución granulométrica de la fracción fina de la población de partículas generadas y K es la fracción de productos desintegrados que contribuyen a la fracción fina. [3] (p. 167).

2.2.2 Función Clasificación

R.P. King., (2012), indica que la función clasificación es usualmente de la forma mostrada en la Figura 3.2. El cuál fue desarrollado por Whiten, (c_i) y representa la probabilidad que una partícula de tamaño d_i entre a la etapa de fractura de la chancadora. [3] (p. 187)

Figura 7

Típica función de clasificación interna de una chancadora



Fuente: R.P. King., (2012). Modeling and Simulation of mineral Processing Systems

Los parámetros d_1 y d_2 son característicos del chancado y son determinados principalmente por el setting (ajuste/abertura).

La función clasificación es expresada de la siguiente manera:

$$c_i = 1 - \left(\frac{d_i - d_2}{d_1 - d_2} \right)^n \text{ para } d_1 < d_i < d_2$$

$$c_i = 0 \text{ para } d_i \leq d_1 \text{ y } c_i = 1 \text{ para } d_i \geq d_2$$

Tanto para las chancadoras estándar y de cono Symons los parámetros están relacionados con el CSS (Close side setting). [3] (p. 187)

$$d_1 = \alpha_1 CSS; d_2 = \alpha_2 CSS + d^*$$

El valor α_1 varía entre 0.5 a 0.95, el valor de α_2 varía desde 1.7 a 3.5 y el valor de n es usualmente 2 pero puede ser tan bajo como 1 y tan alto como 3. [3] (p. 187).

2.2.3 Modelo Matemático para Proceso de cominución

A. Gupta and D.S. Yan., (2006), "Mineral Processing Design and Operation, an Introduction" indica que el balance de material de un sistema de cominución en funcionamiento puede expresarse como un balance materia de los componentes y un balance de energía del sistema: [1] (p. 263).

$$[Alimento + Fractura] = [Producto Total]$$

Y un balance de energía tal como:

$$\begin{bmatrix} \text{Energía de} \\ \text{Entrada} \\ \text{(para fractura)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Energía transmitida} \\ \text{en la fractura} \\ \text{de partículas} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{Energía} \\ \text{Transformada} \\ \text{en calor y sonido} \end{bmatrix}$$

La transformación de energía de entrada produce calor y energías de sonido son comúnmente muy pequeñas por lo tanto nunca se considera en la ecuación de balance de energía. [1] (p. 264).

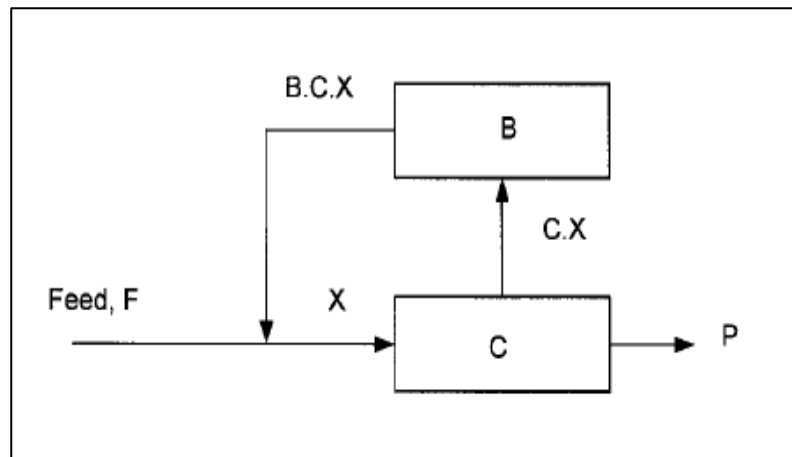
A.J. Lynch., expreso la relación entre la función selección C y el análisis del alimento usando un modelo matricial en N rangos de tamaño el cual fue adaptado al modelo de balance de equilibrio estático para la trituración de chancadoras de cono/quijadas, donde cada variable se representa de forma matricial: [1] (p. 264).

A.J. Lynch., (1980), "Mineral Crushing and Grinding Circuits, Their simulation, optimisation, design and control" señalo que la función fractura B está determinada por una matriz triangular inferior, C es la función selección y es representada por una matriz diagonal. Los balances de equilibrio (estático) se muestran a continuación: [6] (p. 47).

$$X = F + B.C.X \dots (1); P = (I - C).X \dots (2)$$

Figura 8

Representación simbólica del modelo de trituración



Fuente: A.J. Lynch., (1980). Mineral Crushing and Grinding Circuits, Their simulation, optimisation, design, and control.

Combinando las ecuaciones (1) y (2) se obtiene el producto de la chancadora en función a la alimentación fresca (A.J Lynch 1980). [6] (p. 47)

$$P = (I - C).(I - B.C)^{-1}.F \dots (3)$$

La matriz de fractura está compuesta por valores b_{ij} la cual representa la función fractura acumulada remanente en cada intervalo de tamaño j . [3] (p. 187)

$$b_{ij} = B(D_{i-1}; d_{pj}) - B(D_i; d_{pj}); b_{ij} = 1 - B(D_j; b_{pj}); d_{pj} = \sqrt{D_{j-1} * D_j}$$

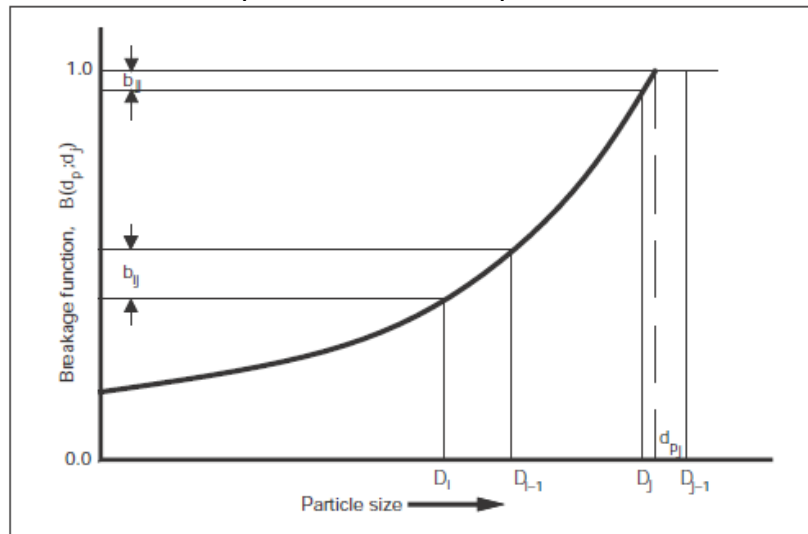
$$D_{j \text{ o } i} = \text{tamano de intervalo de clase}$$

Representación Matricial de la función fractura acumulada es:

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ b_{21} & b_{22} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & \dots & 0 \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{N1} & b_{N2} & b_{N3} & b_{N4} & \dots & S_{NN} \end{bmatrix}$$

Figura 9

Función fractura acumulada respecto al tamaño de partícula



Fuente: R.P. King., (2012). Modeling and Simulation of mineral Processing Systems

2.2.4 Dimensionamiento de Chancadoras:

A. Gupta and D.S. Yan., (2006), indicaron que para el dimensionamiento de chancadoras es necesario calcular la energía consumida por el equipo, para lo cual utilizaremos la relación desarrollada por Rose and English, el cual relaciona el Bond Work Index. [1] (p. 119)

$$Power\ Draw\ del\ Equipo = W_1 Q 10 \left[\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right]$$

$$F_{80} = 0.9 * G * 0.7 * 10^6 = 6.3 * 10^5 G$$

$$P_{80} = 0.7(L_{min} + L_t) * 10^6 = 7 * 10^5 * (L_{min} + L_t)$$

$$L_t = 0.0502G^{0.85}$$

Donde Q es la capacidad de la chancadora en tph, W_i es el Work Index de chancado en kwh/t por el método de Bond, $P(80)$ y $F(80)$ es el tamaño 80% porcentaje pasante del alimento y descarga, G: es el gape de la chancadora en metros, L_{min} es la abertura lado cerrado (CSS) y L_t es el Stroke/Throw de la chancadora. [1] (p. 119)

Rosin and English observo que al incrementar la frecuencia del movimiento del toggle la producción incrementa hasta un determinado valor, pero disminuyó con un

aumento adicional en la frecuencia. Rose and English derivo una expresión de capacidad para frecuencias lentas Q_s (capacidad Volumétrica). [1] (p. 106)

$$Q_s = 60L_t * v * W * (2 * L_{min} + L_t) \left(\frac{R}{R-1} \right) \dots m3/h$$

$$Q_t = Q_s * \rho_s \dots tph$$

Frecuencias altas la capacidad es inversamente proporcional a la frecuencia.

$$Q_f = 132435 * W * (2 * L_{min} + L_t) \left(\frac{1}{v} \right) \dots m3/h$$

En la cual v es la frecuencia de trabajo del toggle (ciclos/min), W es el ancho de la abertura de alimentación, R ratio de reducción (gate/set), ρ_s densidad relativa del material y Q capacidad en toneladas por hora. [1] (p. 107)

Para determinar la energía requerida para la reducción de tamaño del mineral procesado por la chancadora se utilizará la función planteada por Bond considerando el $P(80)$ y $F(80)$ experimental (muestreo) o del resultado del modelo realizado. El modelo de Rose and English también aplica para determinar la capacidad de una chancadora cónica o giratoria. [1] (p. 119)

$$Q_t(\text{Chancadora}) > Q_{real}$$

$$\text{Carga de Llenado} = \frac{Q_{real}}{Q_t(\text{Chancadora})} < 70\% \dots \text{chancadora quijada}$$

$$\text{Carga de Llenado} = \frac{Q_{real}}{Q_t(\text{Chancadora})} < 95\% \dots \text{chancadora conica}$$

$$\text{Energia Req Bond} < \text{Power Draw del Equipo} < \text{Potencia Instalada}$$

Las capacidades de las chancadoras también se pueden obtener de los catálogos del proveedor de los equipos.

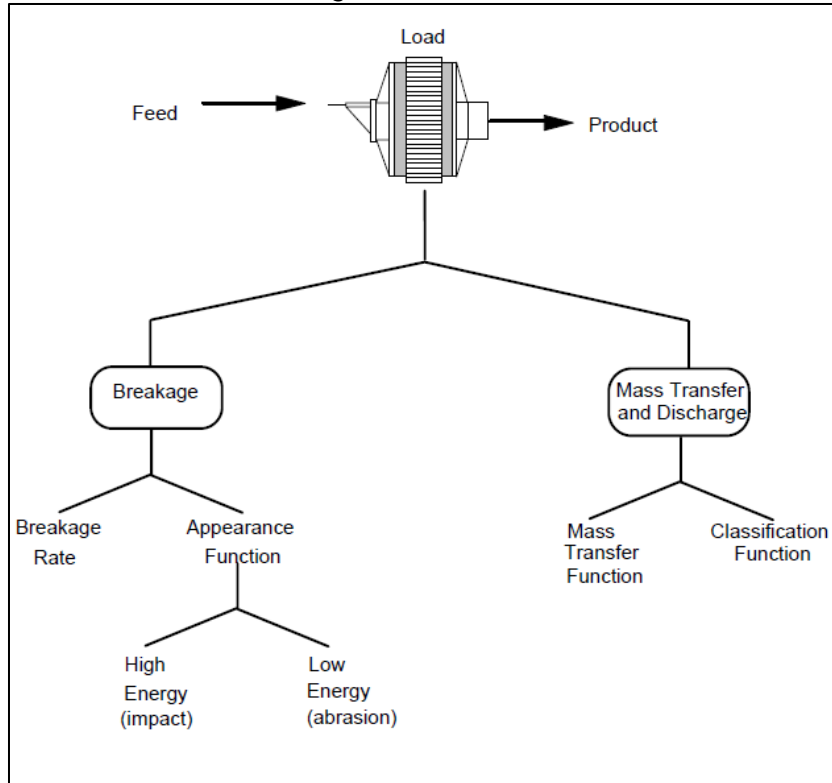
2.3 Modelo y dimensionamiento molino SAG

JKTech Pty Ltd, (2014) ha estado involucrado en el desarrollo de un modelo de molienda autógena y semi-autógena durante muchos años. El primer modelo que proporciono una predicción útil fue el modelo de Leung en 1987, el cual ha sido remplazado en gran medida por el modelo de ratios variables (Variable rates).

En la Figura 10 se presenta las funciones que estructuran del modelo del molino AG o SAG, en la cual el modelo de ratios variables es utilizado para determinar la función aparición o fractura. [5] (p. A-81)

Figura 10

Estructura del modelo del molino autógeno.



Fuente: JKTech Pty Ltd, (2014). Steady State Mineral processing Simulator.

Napier - Munn et al., (1996). Menciona que el modelo del molino AG y SAG está basado en que el contenido del molino está perfectamente mezclado y en estado estático, de esta manera el balance de materia puede ser determinado para cada fracción de tamaño de forma general como: [2]

$$[Feed] + \begin{bmatrix} \text{Aparicion de} \\ \text{fractura de} \\ \text{particulas largas} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Material} \\ \text{seleccionado} \\ \text{para fractura} \\ \text{en el molino} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{Material} \\ \text{Descargado} \end{bmatrix}$$

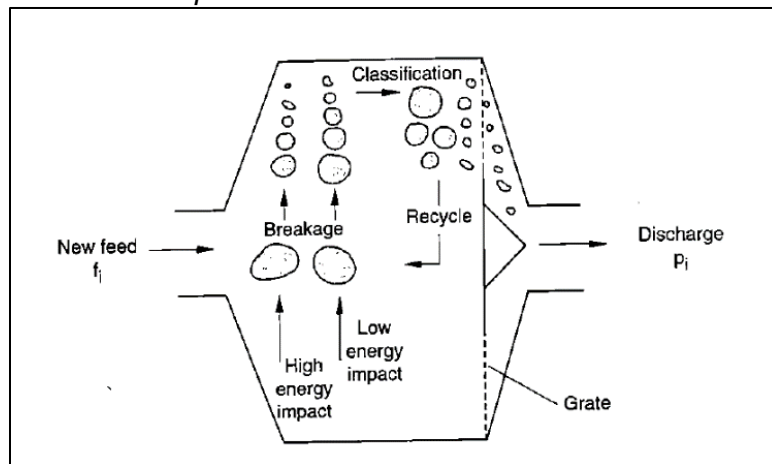
JKTech Pty Ltd, (2014) indica que el modelo de mezcla perfecta en estado estático proporciona una estructura que combina varios componentes del modelo, que se relacionan de la siguiente manera. [5] (p. A-88)

$$f_i - r_i s_i + \sum_{j=1}^i r_j s_j a_{ij} - d_i s_i = 0$$

Donde f_i , s_i , r_i , d_i y p_i son el ratio de alimentación, contenido, velocidad de fractura, velocidad de descarga y vector del producto; a_{ij} es la función apariencia combinada. A Continuación, describiremos cada uno de los componentes del modelo. [5] (p. A-88)

Figura 11

Esquema del mecanismo del proceso en un molino AG/SAG



Fuente: Napier - Munn et al., (1996). Mineral Comminution Circuits, Their operation and Optimization"

2.3.1 Ley de Transferencia de Masa

La forma de la ecuación de mezcla perfecta permite que la carga del molino como el producto sean calculados, ajustando la misma carga del molino y velocidad de descarga hasta que la ecuación de transferencia de masa este satisfecha -Mass Transfer "Law". [5] (p. A-88)

$$L = m_1 * F^{m_2}; \text{ donde } m_1 = 0.37 \text{ y } m_2 = 0.37$$

L es la fracción del volumen activo del molino ocupado por material de menor tamaño a la abertura de la parrilla y F es la velocidad de alimentación volumétrica por minuto dividida por el volumen activo del molino. [5] (p. A-88)

2.3.2 Función Fractura

La función aparición para el molino AG/SAG es una combinación de la fractura por impacto y abrasión (A, b and t_a), el cual sigue la estructura del modelo de Leung, el modelo

asume que cada fracción de tamaño solo experimenta una distribución niveles de energía de fractura o rompimiento. [2] (p. 81)

JKTech Pty Ltd, (2014), clasifica los niveles de energía de fractura en Alta y baja:

- Alta energía de fractura/rompimiento: Relación entre la cantidad de ruptura y la energía que ingresa:

$$t_{10} = A * (1 - e^{-b*Ecs})$$

Donde t_{10} es el porcentaje de la partícula fracturada que pasa por un harnero, cuyo tamaño será un décimo de la partícula original y Ecs es la energía absorbida por masa durante el rompimiento medida en kwh/t.

A y b son los parámetros que caracterizan esta ecuación para un mineral particular. Con frecuencia A es tomado como 50. El parámetro b es derivado de una prueba de rompimiento caída en peso (Drop-weight). [5] (p. A-83)

- Baja energía de fractura/rompimiento: En un molino pequeño se hace girar por 10 min una o más muestras de 3 kg de 50 mm de mineral al 70% de la velocidad crítica. Los productos de cada corrida son medidos para determina el t_{10} . [5] (p. A-83)

Una vez determinada las energías de rompimiento de alta o baja energía (modelo de Leung) se pude describir la distribución en que la partícula es fracturada por una interpolación de función cubica (Spline cubic funcion). [5] (p. A-83)

A. Gupta and D.S. Yan., (2006), menciona que Napier-Munn desarrollo un método para determinar la función de aparición, en el cual la distribución de tamaño relativa después de la fractura T_N (%pasante $1/N^{th}$ del tamaño padre) es traza contra el porcentaje acumulado pasante y índice de rotura t_{10} (%fracción) generando la función de fractura del material. [1] (p. 259)

$$T_N = 1 - (1 - t_{10})^{\left(\frac{10-1}{N-1}\right)^\alpha}$$

Donde α es parámetro específico del material, este método es utilizado por JKMRC, para lo cual se determina el valor de N.

$$N = \frac{\text{Tamaño Inicial (Antes de la fractura)}}{\text{Tamaño final (despues de la fractura)}}$$

El valor de T_N (%pasante) se determinará para cada tamaño de formación (tamaño después de la fractura). La función fractura b_{ij} es obtenido sustrayendo el %acumulativo T_N pasante respecto al valor previo T_{N-1} . [1] (p. 261)

$$b_{ij} = T_N - T_{N-1}$$

El Valor de $b_{1,1}$ debería ser cero ya que no existirá material de tamaño inicial después de la fractura; de no ser cero se procede a fijar este valor y la diferencia es ajustada en cada intervalo de formación de partícula de forma dividida. [1] (p. 261)

Napier - Munn et al., (1996), definió una función de aparición/fractura de alta y baja energía para finalmente determinar la función aparición combinada. [2] (p. 84)

$$a_{ij} = a = \frac{t_{LE} * b_{LE} + t_{HE} * b_{HE}}{t_{LE} + t_{HE}}$$

a : Función aparición combinada

t_{LE}, t_{HE} : parámetro t_{10} de baja y alta energía respectivamente

b_{LE}, b_{HE} : función aparición de baja y alta energía respectivamente.

2.3.3 Velocidad de fractura o rompimiento

JKTech Pty Ltd, (2014), indica que para definir la velocidad de fractura se utilizara una función polinómica cubica (Cubic spline) de cinco nodos. Los mejores valores para los nodos ya se encuentran establecidos preliminarmente y se muestran en la siguiente Tabla. [5] (p. A-86)

Tabla 5

Nodos de interpolación para la velocidad de rompimiento

Nodos interpolados (mm)	1n (Velocidad de rompimiento	1n (Velocidad de Rompimiento)
	autógeno)	SAG
0.250	2.63	2.176
4.00	4.04	4.444
16.0	3.32	3.577
44.8	1.98	2.753
128	3.37	4.082

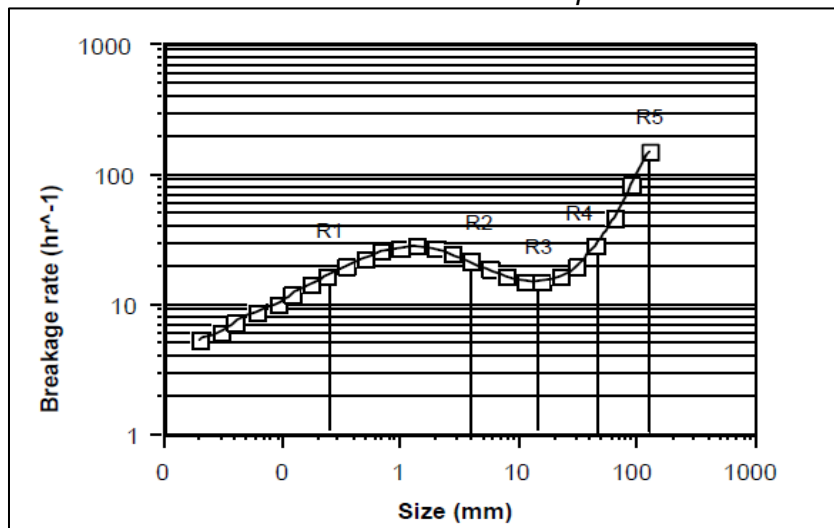
Fuente: JKTech Pty Ltd, (2014). Steady State Mineral processing Simulator

El modelo de velocidad variable es aplicado para determinar los cambios de distribución de velocidad de rompimiento relacionadas a las condiciones operativas dentro de la base de datos del molino piloto de JKMRC. [5] (p. A-105)

La distribución de la velocidad de rompimiento es descrita usando las interpolaciones cubicas (Ahlberg, 1967). Esto da origen a cinco valores de velocidad de rompimiento (Knot), donde cada uno se relaciona a un tamaño en particular. Los cinco tamaños estándar elegidas son 0.25, 4, 16, 44 y 128 mm que han asociado con ellos la velocidad de rompimiento que son clasificadas como R1, R2, R3, R4, R5. [5] (p. A-105)

Figura 12

Caracterización de la distribución de la velocidad de rompimiento



Fuente: JKTech Pty Ltd, (2014). Steady State Mineral processing Simulator

Estas curvas de velocidad exhiben una forma característica. La velocidad más gruesa (R5 Y R4) se relaciona con el rompimiento abrasivo mientras que la más fina R1 y R2 tienen características similares al de molino de bolas (Predomina la fractura por impacto). La inclinación pronunciada en R3 está asociada con el tamaño crítico que puede limitar el producto total del molino al acumular niveles excesivos. [5] (p. A-106)

A continuación, se determinará la relación entre las condiciones de operación y la distribución de la velocidad de rompimiento. [5] (p. A-106)

$$\ln(R_1) = (k_{11} + k_{12}\ln(R_2) - k_{13}\ln(R_3) + J_B * (k_{14} - k_{15}F_{80}) - D_B)/S_B$$

$$\ln(R_2) = k_{21} + k_{22}\ln(R_3) - k_{23}\ln(R_4) + k_{24}F_{80}$$

$$\ln(R_3) = S_a + (k_{31} + k_{32}\ln(R_4) - k_{33}R_r)/S_B$$

$$\ln(R_4) = S_b(k_{41} + k_{42}\ln(R_5) + J_B k_{43} - k_{44}F_{80})$$

$$\ln(R_5) = S_a + S_b(k_{51} + k_{52}F_{80} + J_B(k_{53} - k_{54}F_{80})) - 3D_B$$

Donde:

S_a = Ln (molino simulado rpm/23.6); Factor de escalamiento rpm.

S_b = molino simulado con una fracción de velocidad crítica/0.75; Factor de escalamiento de fracción de la velocidad crítica.

D_B = Ln (diámetro de bola simulado/90); escalamiento de diámetro de bola.

J_B = Carga de bolas en el molino.

R_r = (material reciclado tph -20+4mm) / [(nueva alimentación tph) + (material reciclado tph -20+4mm)]; razón de recirculación.

F_{80} = 80% del tamaño pasante de alimentación nueva (mm).

k_{ij} = Coeficiente de regresión.

JKTech Pty Ltd, (2014), menciona que Los coeficientes de regresión para las ecuaciones fueron hechos con datos de JKMRC en 1996. Estos coeficientes sean modificados con el tiempo conforme más datos son recolectados y a la ampliación de nuestro conocimiento. [5] (p. A-106)

Tabla 6

Coeficientes de regresión – Velocidad de rompimiento

j	K1j	K2j	K3j	K4j	K5j
1	2.504	4.682	3.141	1.057	1.894
2	0.397	0.468	0.402	0.333	0.014
3	0.597	0.327	4.632	0.171	0.473
4	0.192	0.0085	--	0.0014	0.002
5	0.002	--	--	--	--

Fuente: JKTech Pty Ltd, (2014). Steady State Mineral processing Simulator

El modelo de velocidad Variable contiene un “modelo de retención de pulpa” la cual indica el transporte de pulpa atreves del molino por una función de la retención de pulpa, el diseño de la parrilla, área abierta, velocidad del molino y velocidad de descarga volumétrica en la parrilla (Morrell y Stephenson 1996). [5] (p. A-104)

$$J_p = k * Q^{0.5} \gamma^{-1.25} A^{-0.5} \phi^{0.67} D^{-0.25}$$

Donde

J_p = Retención fraccional de pulpa.

D = Diámetro del molino

A = Área total de las aberturas de la parrilla (m²).

ϕ = Fracción de la velocidad crítica

Q = Flujo volumétrico fuera del molino (m³/hr)

γ = Posición radial relativa media de las aberturas de la parrilla

$$\gamma = \frac{\sum r_i a_i}{r_m \sum a_i}$$

a_i = área abierta de todos los huecos en la posición radial r_i

r_m = radio del molino dentro de los forros

JKTech Pty Ltd, (2014), indica que el modelo de velocidad variable permite considerar de manera independiente los efectos de una serie de parámetros clave. Es importante señalar que el “modelo base/original” no proporciona una base para el escalamiento como si lo hace en los modelos de bolas y barras. [5] (p. A-107)

- Efecto de Carga de Bola
- Efecto de Tamaño de bolas
- Efecto de Tamaño de alimentación F80
- Efecto de la carga circulante
- Efecto de la velocidad y diámetro del molino

2.3.4 Función Clasificación de descarga:

JKTech Pty Ltd, (2014), menciona que la parrilla del molino es modelada como un clasificador muy simple. La relación entre la función clasificación, descarga y las condiciones operativas no estaban bien definidas cuando se desarrolló este modelo. Por ello, se considera que para tamaños menores a la abertura de la parrilla la operación de clasificación/descarga es constante. [5] (p. A-87)

$$d = 1; \quad x < x_m$$

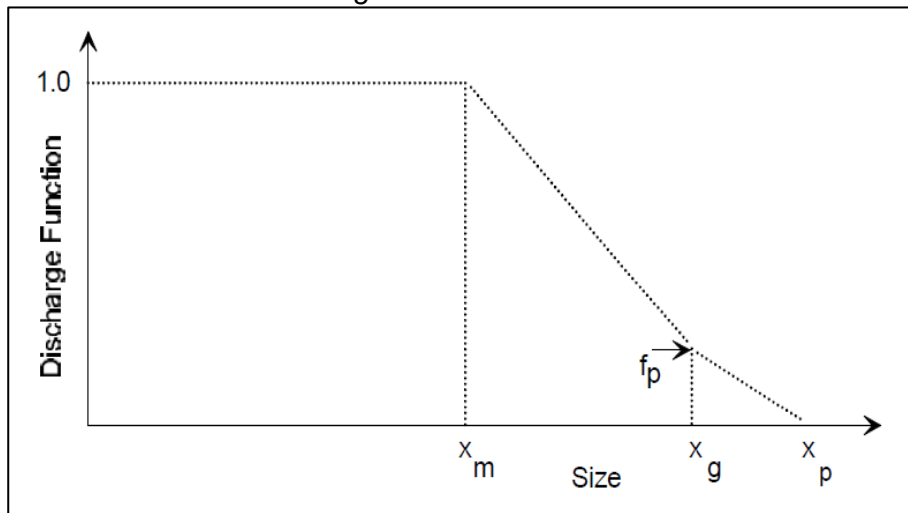
$$d = \frac{\ln(x) - \ln(x_g)}{\ln(x_m) - \ln(x_g)}; \quad x_g > x > x_m$$

Donde x_m es el tamaño de partícula menor que siempre pasara por la parrilla en caso se presente, es decir si actúa como agua. x_g es el tamaño de la parrilla por el que pasaran las partículas más grandes. [5] (p. A-87)

La puerta del guijarro permite una pequeña velocidad de descarga (Pebbles) de partículas substancialmente más gruesas. Esta modificación afecta la curva de clasificación como se muestra a continuación: [5] (p. A-87)

Figura 13

Representación de la función descarga molino SAG



Fuente: JKTech Pty Ltd, (2014). Steady State Mineral processing Simulator

Donde x_p es el tamaño teórico de la puerta de los guijarros y f_p es la fracción área abierta teórica de los guijarros comparada con el área abierta de la parrilla.

Los valores típicos para f_p son de 0.02 a 0.05; la fracción de áreas solo son teóricas y en realidad refleja la velocidad relativa de la descarga. [5] (p. A-87)

2.3.5 Velocidad de descarga

JKTech Pty Ltd, (2014), señala que la cantidad de pulpa descargada dependerá de la cantidad por unidad de tiempo presentada en la parrilla multiplicada por la función de clasificación. [5] (p. A-88)

$$d = d_{max} * D$$

Donde d_{max} es la fracción de la carga presente en la parrilla por unidad de tiempo y D es la función de clasificación. Se asume que el agua sigue las partículas sub tamaño, el valor real de D se encuentra de manera interactiva y satisface la siguiente ley empírica de transferencia de masa (Austin 1976). [5] (p. A-88)

2.3.6 Dimensionamiento Molino SAG

Napier - Munn et al., (1996). "Mineral Comminution Circuits, Their operation and Optimization" menciona que la ecuación que proporciona una descripción teórica de la potencia del equipo asociado con el movimiento de la carga dentro del molino se denomina power draw, el cual en la práctica se debe proporcionar energía adicional para superar las pérdidas energía mecánica, eléctrica y de otro tipo consumidas en el proceso. Morrell agrego estos factores y construyo un modelo de potencia de fábrica con las diferentes fuentes de consumo de energía asociada con el movimiento de carga (potencia general o bruto). [2] (p. 266)

$$gross\ power = no\ load\ power + (k * charge\ motion\ power)$$

gross power: potencia bruta – potencia de ingreso al motor

no load power: Potencia de entrada al motor cuando el molino está vacío

charge motion power: Potencia asociada al movimiento de carga

*k * charge motion power*: potencia neta

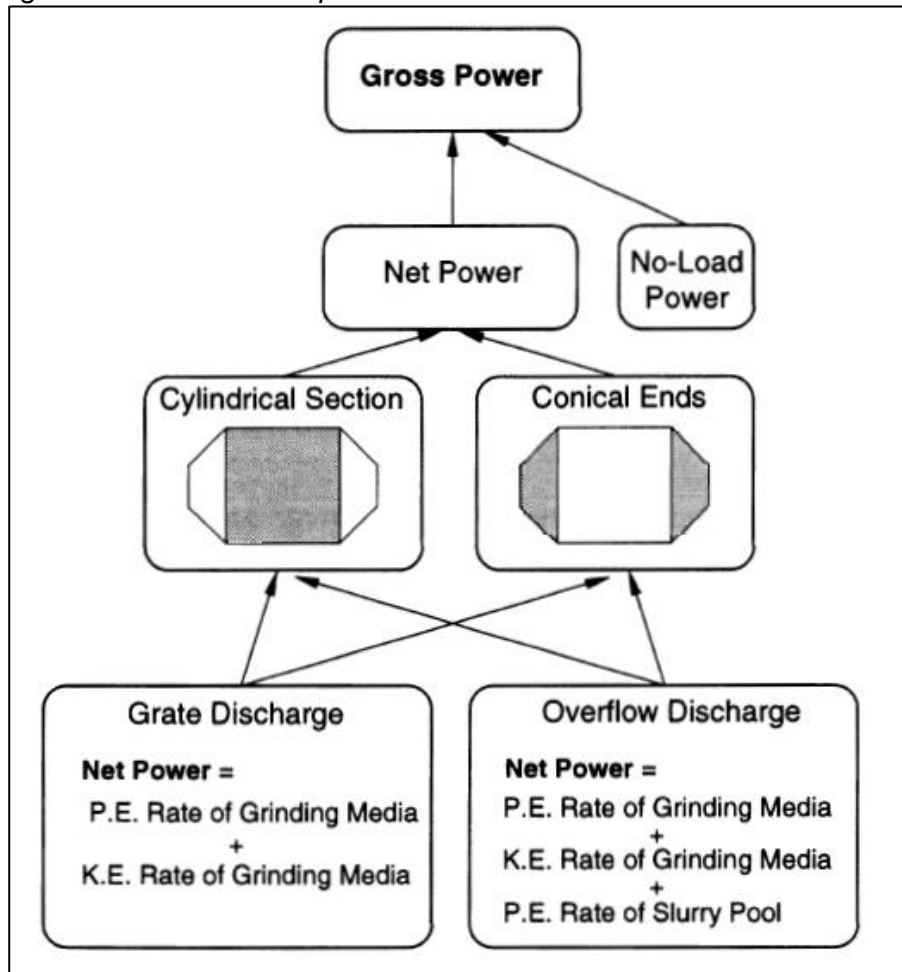
net power: potencia total de entrada con carga

k: parámetro que explica las pérdidas de calor debido a la fricción, energía de atracción/abrasión de fractura y rotación de los medios de molienda, más imprecisiones asociadas con suposiciones y el movimiento de la carga. [2] (p. 266)

Napier - Munn et al., (1996). En la literatura la potencia neta a veces se usa como sinónimo de la potencia en el eje del piñón del molino, el cual incluye la potencia suministrada a la carga más la potencia necesaria para superar las pérdidas en el engranaje de piñón y los cojinetes del molino. [2] (p. 266)

Figura 14

Estructura general del modelo de potencia bruta SAG



Fuente: Napier - Munn et al., (1996). Mineral Comminution Circuits, Their operation and Optimization”

La potencia neta en el modelo JKSimmet se define como la potencia de entrada a la carga y no es la misma que la potencia en el eje del piñón. [2] (p. 266)

No- Load Power: Un modelo de potencia necesita predecir con exactitud la potencia bruta, la diferencia entre el consumo de potencia bruta y neta en un molino se debe a las pérdidas asociadas con varios componentes eléctricos y mecánicos. [2] (p. 267)

Para determinar la relación entre la potencia sin carga (no load power) y parámetros de diseño de molino, se analizaron datos de nueve fábricas con diámetros que variaron de 1.75 a 9.75 m, desarrollando la siguiente relación: [2] (p. 266)

$$No - Load\ power\ (kw) = 1.68(D^{2.5}\phi(0.667L_d + L))^{0.82}$$

D : diámetro del molino

L : Longitud de la sección cilíndrica

L_d : Longitud del extremo del cono

ϕ : fracción de la velocidad crítica

Ecuación de Potencia del molino (Power Draw):

Potencia Neta sección cilíndrica: Las ecuaciones que describen el consumo de energía del molino se formula considerando la velocidad a la que se transfiere la energía cinética y potencial a la carga, esto se puede demostrar que un enfoque de equilibrio de fuerza de fricción o de brazo de torsión, cuales dan respuestas similares (morrell 1993). [2] (p. 259)

Napier - Munn et al., (1996), menciona que la velocidad tangencial de las partículas a través de esta superficie es V_r y por lo tanto el caudal volumétrico a través de la superficie es $V_r L dr$, mientras que el flujo de masa es $V_r \rho_c L dr$. [2] (p. 259)

Así, la velocidad a la que se imparte energía potencial es $V_r \rho_c L dr gh$

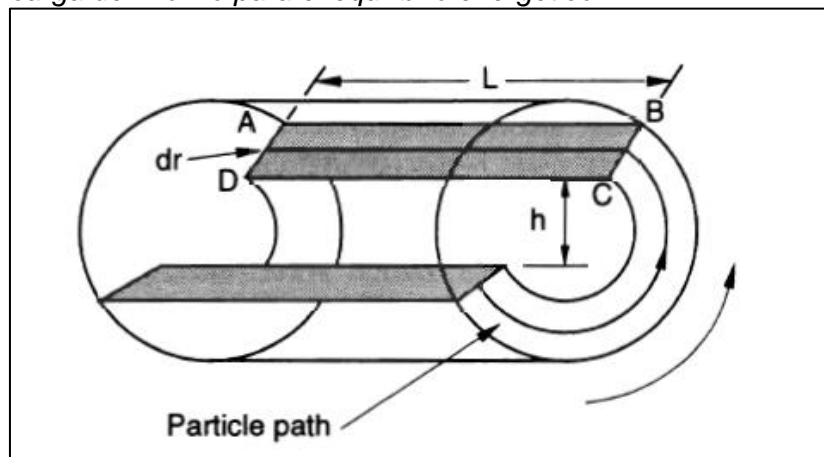
Donde la diferencia de altura h es dad por: $h = r(\sin\theta_s - \sin\theta_T)$

La velocidad a la que se imparte energía cinética a las partículas es $\frac{V_r^3 \rho_c L dr}{2}$.

En la figura se representa el esquema de carga de molino para el Equilibrio energético en una superficie ABCD.

Figura 15

Esquema de carga del molino para el equilibrio energético



Fuente: Napier - Munn et al., (1996). Mineral Comminution Circuits, Their operation and Optimization"

Suponiendo que la energía de las partículas que pasan a través de la superficie ABCD no es recuperada, entonces la suma de la velocidad a la que se genera energía cinética y potencial de las partículas que pasan a través de la superficie (P_{net}) es: [2] (p. 260)

$$P_{net} = \int_{r_i}^{r_m} \left\{ V_r L \rho_c r_g (\sin \theta_s - \sin \theta_T) + \frac{V_r^3 \rho_c L}{2} \right\} dr$$

Descripción matemática del perfil de velocidad es definida como:

$$N_r = \frac{Vr}{2\pi r}$$

Si expresamos la ecuación en velocidad rotacional utilizando una relación lineal entre velocidad tangencial y posición radial normalizada se obtiene: [2] (p. 259)

$$N_r = \frac{N_m r_m (r - z r_i)}{r (r_m - z r_i)}; \text{ donde } z = (1 - J_T)^{0.4532}$$

r_i : radio de la superficie interna de carga (límite entre la parte activa de carga y el riñón inactivo), r_m : radio del molino. [2] (p. 259)

Remplazando la ecuación del perfil de velocidad y resolviendo la integral de potencia neta se obtiene lo siguiente. [2] (p. 261)

$$P_{net-cilindro} = \frac{\pi g L \rho_c N_m r_m}{3(r_m - z r_i)} \{ 2r_m^3 - 3z r_m^2 r_i + r_i^3 (3z - 2) \} \{ \sin \theta_s - \sin \theta_T \} \\ + L \rho_c \left\{ \frac{N_m r_m \pi}{r_m - z r_i} \right\}^3 \{ (r_m - z r_i)^4 - r_i^4 (z - 1)^4 \}$$

Napier - Munn et al., (1996), la ecuación se obtuvo asumiendo que la forma de carga representa a un molino de descarga de rejillas, para los molinos de descarga por desbordamiento, se debe incorporar el efecto piscina de lodo incluyendo un factor de flotabilidad a la ecuación, dando como resultado la siguiente ecuación de potencia de sección cilíndrica para molinos de rejilla y rebose. [2] (p. 261)

$$P_{net-cilindro} = \frac{\pi g L \rho_c N_m r_m}{3(r_m - z r_i)} \{ 2r_m^3 - 3z r_m^2 r_i + r_i^3 (3z - 2) \} \{ \rho_c (\sin \theta_s - \sin \theta_T) \\ - \rho_p (\sin \theta_T - \sin \theta_{TO}) \} + L \rho_c \left\{ \frac{N_m r_m \pi}{r_m - z r_i} \right\}^3 \{ (r_m - z r_i)^4 - r_i^4 (z - 1)^4 \}$$

ρ_p : densidad de pulpa - ρ_c : densidad de la carga de molienda

θ_{TO} : Ángulo del dedo del pie de pulpa para molino de descarga (3.395 rad)

θ_{TO} : θ_T para molino de descarga por rejillas.

$$\theta_T = 2.5307(1.2796 - J_t)(1 - e^{-19.42(\phi_c - \phi)}) + \pi/2$$

$$\phi_c = \phi; \text{ si } \phi > 0.35(3.364 - J_t)$$

$$\phi_c = 0.35(3.364 - J_t); \text{ si } \phi \leq 0.35(3.364 - J_t)$$

$$\theta_s = \frac{\pi}{2} - \left(\theta_T - \frac{\pi}{2}\right) \left((0.3386 + 0.1041\phi) + (1.54 - 2.5673\phi)J_t \right)$$

Potencia Neta bordes cónicos: Algunos molinos tienen extremos con forma cónica, por lo tanto, la carga que se mueve en esta sección del molino también consumirá energía y este debe considerarse para el consumo de energía general,

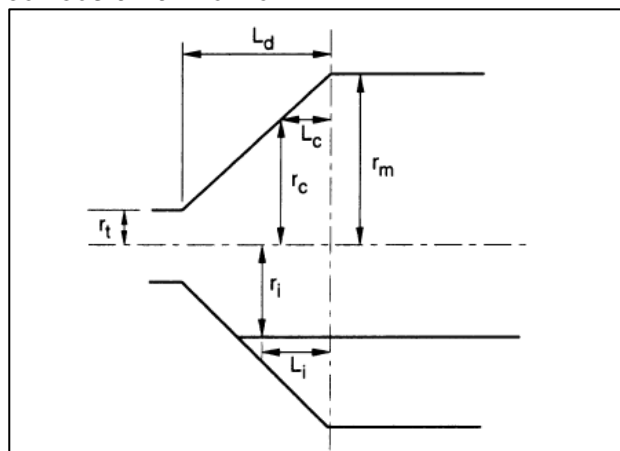
Napier - Munn et al., (1996), indica que para un elemento de longitud dL_c dentro de la sección del cono, la ecuación de consumo de energía tendrá la misma forma que para un recipiente cilíndrico, con la diferencia que la longitud dL_c en un radio de cono r_c , el consumo de energía para un molino de descarga de rejilla estará dado por: [2] (p. 262)

$$P_{net} = dL_c \int_{r_i}^{r_c} \{2\pi N_m \rho_c r^2 g(\sin\theta_s - \sin\theta_T) + 4\pi^3 N_m^3 r^3 \rho_c\} dr$$

En la Figura 2.11 se representa el esquema de bordes cónicos en el molino.

Figura 16

Esquema de bordes cónicos en el molino



Fuente: Napier - Munn et al., (1996). Mineral Comminution Circuits, Their operation and Optimization"

Como el radio del cono varía con respecto a su longitud, entonces la ecuación del cono completo debe integrarse con respecto a la longitud en ambos extremos L_c , por lo tanto, la potencia total asociada ($P_{net\ cono}$) está dada por: [2] (p. 263)

$$P_{net} = 2 \int_0^{L_i} \int_{r_i}^{r_c} \{2\pi N_m \rho_c r^2 g(\sin\theta_s - \sin\theta_T) + 4\pi^3 N_m^3 r^3 \rho_c\} dr dL_c$$

Geoméricamente se tiene:

$$L_c = \frac{(r_m - r_c)}{(r_m - r_t)} L_d; \text{ por lo tanto } dL_c = \frac{-L_d dr_c}{(r_m - r_t)}$$

Reemplazando en la ecuación de potencia dL_c y resolviendo se obtiene:

$$P_{net\ cono} = \frac{2L_d}{(r_m - r_t)} \left\{ \frac{1}{6} \pi N_m \rho_c g(\sin\theta_s - \sin\theta_T) (r_m^4 - 4r_m r_i^3 + 3r_i^4) + \frac{1}{5} \pi^3 N_m^3 \rho_c (r_m^5 - 5r_m r_i^4 + 4r_i^5) \right\}$$

Usando el enfoque que se adoptó para el consumo de energía de la ecuación de sección cilíndrica se puede expandir para abarcar la parte cónica. [2] (p. 264)

$$P_{net\ cono} = \frac{\pi L_d g N_m}{3(r_m - r_t)} (r_m^4 - 4r_m r_i^3 + 3r_i^4) \{ \rho_c (\sin\theta_s - \sin\theta_T) + \rho_p (\sin\theta_T - \sin\theta_{TO}) \} + \frac{2\pi^3 N_m^3 L_d \rho_c}{5(r_m - r_t)} (r_m^5 - 5r_m r_i^4 + 4r_i^5)$$

Potencia Bruta – Total: Las ecuaciones $P_{net\ cilindrica}$ y $P_{net\ cono}$ constituyen las dos principales ecuaciones para calcular la potencia consumida (power draw). Por tanto, la Potencia bruta queda definido de la siguiente manera. [2] (p. 264)

$$gross\ power = no\ load\ power + P_{net\ cilindrica} + P_{net\ cono}$$

Las ecuaciones desarrolladas contienen tres variables cuyos valores deben conocerse: r_i = Radio de superficie interna de carga, ρ_c = densidad de carga y ρ_p = densidad de descarga. [2] (p. 264)

Radio de superficie interna:

$$r_i = r_m \left(1 - \frac{2\pi B J_t}{2\pi + \theta_s - \theta_T} \right)^{0.5}; \quad B = \frac{t_c}{t_f + t_c}$$

$$t_c = \frac{2\pi - \theta_T + \theta_s}{2\pi N} \text{ y } t_f = \left(\frac{2\Re(\sin\theta_s - \sin\theta_T)}{g} \right)^{0.5}$$

$$\Re = \frac{r_m}{2} \left[1 + \left(1 - \frac{2\pi J_t}{2\pi + \theta_s - \theta_T} \right)^{0.5} \right]$$

Densidad de Carga y Pulpa (Morrell 1992)

$$\rho_c = 0.8\rho_0 + \frac{0.6J_B(\rho_B - \rho_0)}{J_t} + 0.2$$

Modelo de Barratt - Energía requerida para la molienda: Alex Doll, (2013), "A comparasion of SAG Mill Power models", menciona que Barratt" (1979) publicó un modelo basado en una mina de pórfido de cobre (Island Copper) en Canadá, el modelo utiliza tres parámetros de índice de trabajo de Bond para caracterizar tres clases de tamaño: un componente de "trituration" a un tamaño intermedio de 18850 μm , un componente de "molienda de barras" a un tamaño intermedio de 2,1 mm, y un componente de "molienda de bolas" al tamaño final P80. Unas variedades de ajustes son incluidas en los factores de Rowland and kjos EF4 y EF5. [9] (p. 5)

$$E_{SAG} = 12.5 \left[Wi_c \left(\frac{1}{\sqrt{18850}} - \frac{1}{F_{80}} \right) + Wi_{RM} \left(\frac{1}{\sqrt{2100}} - \frac{1}{18850} \right) EF4_{RM} \right. \\ \left. + Wi_{BM} \left(\frac{1}{\sqrt{110}} - \frac{1}{2100} \right) EF4_{BM} EF5 \right] - 10 Wi_{BM} \left(\frac{1}{\sqrt{110}} - \frac{1}{P_{80}} \right) EF4_{BM} EF5$$

$$EF4_{RM} = \left[1 + \frac{0.907 * \text{Max}(Wi_{RM}; Wi_c) - 7}{(18850/2100)} \left(\frac{18850}{16000(14.33/Wi_{RM})^{0.5}} - 1 \right) \right]$$

$$EF4_{BM} = \left[1 + \frac{(0.907 * (Wi_{BM}) - 7)}{(2100/P_{80})} \left(\frac{2100}{4000(14.33/Wi_{RM})^{0.5}} - 1 \right) \right]$$

$$EF5_{BM} = \left[\frac{P_{80} + 10.3}{(1.145 * P_{80})} \right]$$

Si EF4 o EF5 < 1 entonces los factores toman el valor de 1

2.4 Modelo y dimensionamiento molino de bolas.

A. Gupta and D.S. Yan., (2006), menciona que el modelo del molino de bolas considera que el contenido dentro del molino está mezclado perfectamente ya sea en

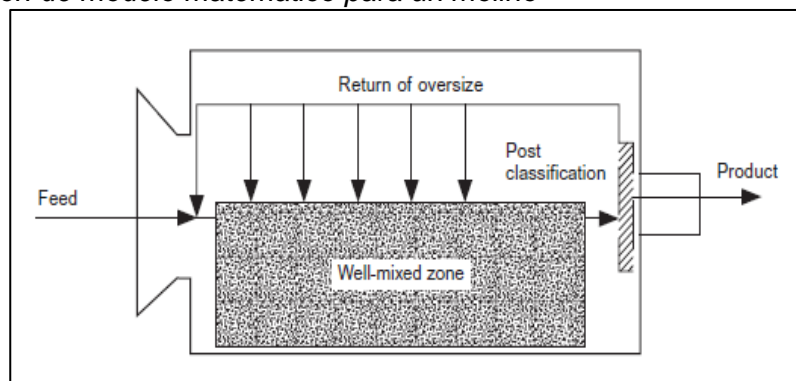
operaciones batch o continua, por lo tanto, un balance de masa en estado estático forma la base del modelo: [1] (p. 274)

$$[Feed] + \begin{bmatrix} \text{Aparicion de} \\ \text{fractura de} \\ \text{particulas largas} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Material} \\ \text{seleccionado} \\ \text{para fractura} \\ \text{en el molino} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{Material} \\ \text{Descargado} \end{bmatrix}$$

En la Figura 17 se representa el modelo matemático de un molino, la cual cuenta con clasificación interna, denominada como ratio de descarga.

Figura 17

Representación de modelo matemático para un molino



Fuente: R.P. King., (2012). Modeling and Simulation of mineral Processing Systems

Gupta and D.S. Yan., (2006), evaluó los parámetros del modelo de la siguiente forma: [1] (p. 274)

- Ratio de alimentación: Denotado por la matriz F .
- Ratio de remoción de fractura: $R \cdot s$ donde R es la matrix de ratio de fractura de cada componente i contenido del molino. La matriz s representa la masa del contenido del molino retenida en cada fracción de tamaño i .
- Ratio de función apariencia: Denotado por $A \cdot R \cdot s$ donde A es la matriz fractura triangular y R el factor de ratio de fractura (Velocidad Fractura).
- Ratio de Descarga: Denotado por $P = D \cdot s$, donde D es una matriz que da el ratio de fracción a la que descarga cada componente del molino.

Los factores son combinados para obtener el cambio del contenido del molino:

$$\frac{\partial s}{\partial t} = A \cdot R \cdot s - R \cdot s + F - P$$

En estado estático el ratio de cambio del contenido del molino es cero, o $\partial s/\partial t=0$, por lo tanto, la ecuación sería: [1] (p. 274)

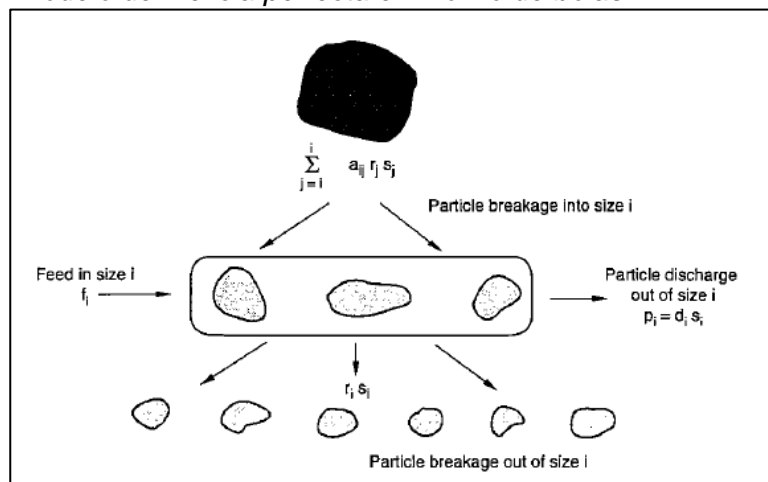
$$P = A.R.s - R.s + F$$

Ya que $P = D.s$ o $s = D^{-1}.P$ al sustituirlo en la ecuación and simplificando el resultado de ecuación del modelo matemático para el molino de bolas sería.

$$P = DR^{-1}.(D.R^{-1} + I - A)^{-1}.F$$

Figura 18

Mecanismo del modelo de mezcla perfecta en molino de bolas



Fuente: Napier - Munn et al., (1996). Mineral Comminution Circuits, Their operation and Optimization"

Este modelo de mezcla perfecta está siendo satisfactoriamente usado para simular la operación de un molino de bolas y un molino de rodillos. [1] (p. 275)

Napier - Munn et al., (1996), indica que otra manera de representa el modelo del molino de bolas es por tamaño de partícula, donde a_{ij} representa los valores de la matriz fractura, r_j es el factor de ratio de fractura (velocidad de fractura), s_j representa la distribución granulométrica del contenido del molino y d_i representa los valores de la función descarga del molino. [2] (p. 213)

$$f_i - r_i s_i + \sum_{j=1}^i a_{ij} r_j s_j - d_i s_i = 0; p_i = d_i s_i \text{ o } s_i = \frac{p_i}{d_i}$$

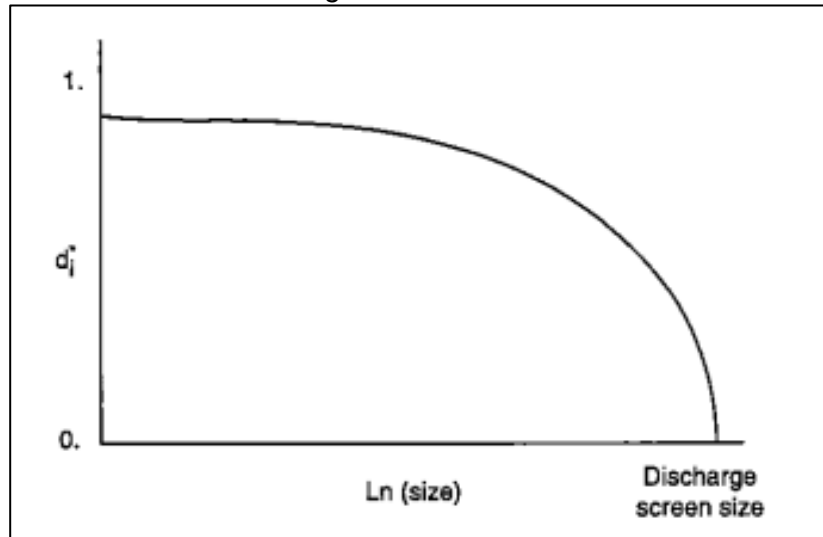
2.4.1 Función Descarga

Napier - Munn et al., (1996), menciona que el ratio de descarga es cercano a la unidad para las partículas pequeñas que se comportan como el agua, después disminuye

rápidamente al tamaño de partícula cercano al tamaño de la carga de la bola tal como se muestra en la Figura 19. [2] (p. 215)

Figura 19

Típico gráfico de la función de descarga del molino de bolas.



Fuente: Napier - Munn et al., (1996). Mineral Comminution Circuits, Their operation and Optimization”

Los elementos de descarga pueden ser aproximado por: [2] (p. 215)

$$D_i = D_i^* 4Q / (d^2 l)$$

Donde D_i^* esta cerca de la unidad, Q es el ratio volumen total alimentado al molino, d y l representan el diámetro y el largo del molino. [2] (p. 215)

2.4.2 Función Fractura

R.P. King., (2012), La matriz de la función fractura será descrito por un modelo estándar de comminución también denominada función de distribución de fractura primaria, la cual tiene la siguiente forma. [3] (p. 188)

$$B(x; y) = K \left(\frac{x}{y}\right)^{n_1} + (1 - K) \left(\frac{x}{y}\right)^{n_2}$$

$$a_{ij} = b_{ij} = B(D_{i-1}; D_j) - B(D_i; D_j)$$

$$b_{jj} = 0$$

Los valores K varía entre 0 a 1, n_1 varia en el rango de 0.5 a 1.5 y n_2 entre 2.5 a 5.

$$\frac{D_i}{D_j} = \frac{D_i}{(\sqrt{2})^{i-j} D_i}$$

Para el modelo de molino este denominador D_j es el valor superior o inferior de intervalo, mientras que en el modelo de trituración el denominador es representado por d_{pj} la cual representa la media geométrica de los extremos de un intervalo.

$$a_{ij} = K \left(\frac{D_{i-1}}{D_j} \right)^{n_1} + (1 - K) \left(\frac{D_{i-1}}{D_j} \right)^{n_2} - K \left(\frac{D_i}{D_j} \right)^{n_1} - (1 - K) \left(\frac{D_i}{D_j} \right)^{n_2}$$

JKTech Pty Ltd, (2014), JKMRC desarrollo la función fractura/aparición usando la prueba de caída con peso (drop-weight) es cual es una función dependiente del mineral. El programa Jksimmet cuenta con funciones aparición para una variedad de tipos de minerales y índices de trabajos operativos. [5] (p. A-79)

2.4.3 Ratio/Velocidad de Fractura específica

Leonardo G. Austin – Fernando Concha A. “Diseño y Simulación de Circuitos de Molienda y Clasificación” menciona que el ratio de fractura incrementa con el tamaño de partícula hasta un punto máximo donde el ratio de fractura empieza a disminuir, Klimpel y Austin utilizan suposición simplificada sobre la función R_i con respecto al tamaño de partícula, definido de la siguiente manera: [10] (p. 131)

$$R_i = \alpha(x_i/x_0)^\alpha$$

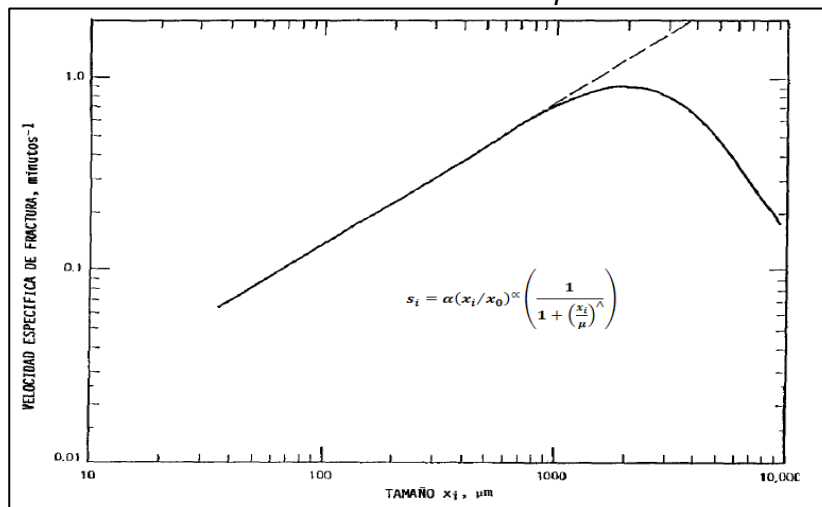
Donde $x_0 = 1mm$, α varía con las condiciones del molino, α varía entre 0.5 a 1.5.

Existe un tamaño máximo x_m de modo que R_i empieza a disminuir por la presencia de fractura ineficiente en las partículas que son demasiado grandes, por lo tanto, la función velocidad de fractura es definida de la siguiente manera: [10] (p. 86)

$$R_i = \alpha(x_i/x_0)^\alpha \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{x_i}{\mu} \right)^\lambda} \right)$$

Figura 20

Variación de la velocidad de fractura con el tamaño de partícula.



Fuente: Leonardo G. Austin – Fernando Concha A. “Diseño y Simulación de Circuitos de Molienda y Clasificación”

El valor de μ indica el tamaño de partícula para una correlación de 0.5 y varia con las condiciones operativas del mineral, mientras β es un número positivo que indica la rapidez de caída de la velocidad de fractura con el aumento de tamaño. La velocidad de fractura de un mineral depende de otros parámetros como el tamaño de las bolas de molienda, el tamaño del molino, dureza del mineral, velocidad de rotación y densidad del medio del molino entre otros. [10] (p. 90)

JKTech Pty Ltd, (2014), JKSimmet interpreta, que el contenido del molino “S” no son conocidos y no es posible separar del ratio R/D^* (Velocidad de fractura y descarga) en componentes. La función R/D^* es representada por una función de interpolación de una serie de nodos (2 a 4 nodos) que son ajustados en la función $\ln(R/D)$. El escalamiento del molino de bolas se consigue al modificar la función ajustada R/D^* según las dimensiones y condiciones de operación. [5] (p. A-71)

Diámetro del Molino: Este factor es además un efecto directo del volumen.

$$FactA = \sqrt{\frac{d_{SIM}}{d_{FIT}}}$$

Fracción de Carga: La Fracción de carga LF es el volumen del molino ocupado por la carga y los medios de molienda cuando la carga es molida. [5] (p. A-71)

$$FactB = \frac{(1 - LF_{SIM}) * LF_{SIM}}{(1 - LF_{FIT}) * LF_{FIT}}$$

Fracción de Velocidad Crítica: [5] (p. A-72)

$$FactC = \left(\frac{CS_{SIM}}{CS_{FIT}} \right); 55\% < CS < 78\%$$

Índice de Trabajo: [5] (p. A-72)

$$FactD = \left(\frac{WI_{SIM}}{WI_{FIT}} \right)^{0.8}$$

Escalamiento Tamaño de bola: Al asumir que los mecanismos de impacto y atrición ocurren en el molino, las siguientes relaciones pueden derivarse: [5] (p. A-72)

Rompimiento por impacto $\propto D_b^3$ y Rompimiento por atrición $\propto 1/D_b$

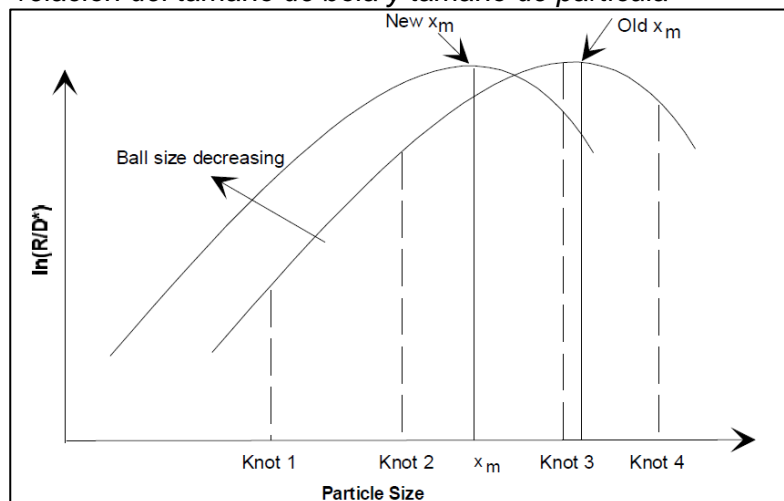
Donde D_b = diámetro del tamaño máximo de la bola

JKTech Pty Ltd, (2014), menciona que el rompimiento por impacto predomina sobre cierto tamaño x_m , mientras que la atrición es predominante en tamaños menores a x_m . Se asume que el tamaño x_m es donde ocurre el rompimiento máximo y puede relacionarse al diámetro de bolas de la siguiente manera: $x_m = k \cdot D_b^2$.

Donde k es la máxima factor de la tasa de rompimiento ($k = 4.4E-04$). El factor de escalamiento del tamaño de bolas depende de la posición del nodo. [5] (p. A-72)

Figura 21

Variación R/D^* relación del tamaño de bola y tamaño de partícula



Fuente: JKTech Pty Ltd, (2014). Steady State Mineral processing Simulator

Para la posición del Nodo tamaño $\leq xm_{small}$

$$FactD = \frac{Db_{FIT}}{Db_{SIM}}$$

Para la posición del Nodo tamaño $\geq xm_{large}$

$$FactE = \left(\frac{Db_{SIM}}{Db_{FIT}}\right)^2$$

Estos factores son aplicados en cada nodo de la siguiente manera: [5] (p. A-73)

$$R/D^*_{SIM} = \frac{R/D^*_{FIT} FactA * FactB * FactC}{FactD} * FactE$$

2.4.4 Dimensionamiento Molino de Bolas

A. Gupta and D.S. Yan., (2006), menciona que para determinar la energía requerida (Power Draw) Bond's establecido una ecuación empírica para la potencia en el eje del molino (mil Shaft power). [1] (p. 193)

$$P_s = 7.33 \phi_C J_B (1 - 0.937 J_B) \left(1 - \frac{0.1}{2^{(9-10\phi_C)}}\right) \rho_b L D^{2.3}$$

La molienda húmeda es común en la industria metalúrgica, por tal motivo Bond's encontró una relación empírica para determinar la energía requerida expresada en unidades de masa de medio de molienda (M_B). [1] (p. 194)

$$\frac{P_M}{M_B} = 15.6 D^{0.3} \phi_C (1 - 0.937 J_B) \left(1 - \frac{0.1}{2^{(9-10\phi_C)}}\right); M_B = \frac{\pi D^2}{4} J_B L \rho_S (1 - \phi)$$

Donde ϕ es la porosidad de la cama

D: es el diámetro interno del molino

ϕ_C : % Velocidad crítica del molino

J_B : Fracción de carga de bolas en el molino

ρ_S : Densidad del medio de molienda (7.9 t/m³)

L: Longitud interna del molino

En la práctica el cálculo del shaft power parecía producir resultados más altos que el calculado cuando el máximo tamaño de bola $d_{max} < 45.7$ mm y Diámetro interno del

Molino >2.4 m, para corregir esto Bond introdujo un factor de pulpa definido de la siguiente manera en el cálculo del shaft power: [1] (p. 194)

$$F_s = 1.102 \left(\frac{45.72 - d_{max}}{50.8} \right) \dots kw/t$$

Para inserta la corrección del factor F_s en la potencia del molino, Rowland modifico la ecuación para diámetros de molinos superiores a 3.3 m. [1] (p. 195)

$$F_B = 1.102 \left(\frac{d_{max} - 12.5D}{50.8} \right) \dots kw/t$$

Por lo tanto, la ecuación para la potencia debe incluir el factor F_B , Rowland y Kjos sugieren la siguiente modificación a la ecuación de Bond's. [1] (p. 195)

$$Potencia Equipo = \frac{P_M}{M_B} = 4.879 D^{0.3} \phi_C (3.2 - 3J_B) \left(1 - \frac{0.1}{2^{(9-10\phi_C)}} \right) + F_B$$

A. Gupta and D.S. Yan., (2006), indica que la energía requerida para la molienda es determinada mediante la ecuación de energía específica de Bond's, el cual relaciona el Work index (Wi) de laboratorio (test), tamaño 80% pasante de la alimentación $F(80)$ y descarga $P(80)$ del molino, sin embargo, Rowland y Kjos sugiere las siguientes correcciones para el Wi. [1] (p. 195)

$$Energia Req Molienda = 10 W_{i \text{ corregido}} Q \left[\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right]$$

Los factores de Corrección de Rowland y Kjos son los siguientes:

Factor de tipo de molienda Seca/Húmeda. [1] (p. 221)

$$F_1 = 1 \text{ molienda humeda}; F_1 = 1.3 \text{ molienda en seco}$$

Factor de tipo de circuito de molienda. [1] (p. 221)

$$F_2 = 1 \text{ circuito cerrado}; F_2 = 1.2 \text{ circuito abierto}$$

Factor de diámetro del molino. [1] (p. 221)

$$Diametro Interno > 3.81 m; F_3 = 0.914$$

$$Diametro Interno < 3.81; F_3 = \left(\frac{2.44}{D} \right)^{0.2}$$

Factor de Sobre tamaño de alimentación para molino de bolas. [1] (p. 196)

$$F_{OS} = 4000 \left(\frac{13}{W_i \text{ test}} \right)^{0.5} = F_{opt}; \text{ Si } F_{80} < F_{OS} \text{ entonces } F_4 = 1$$

$$\text{Si } F_{80} > F_{opt} \text{ entonces } F_4 = 1 + \frac{1}{R} \left(\frac{W_i}{1.1} - 7 \right) \left[\frac{F_{80}}{F_{opt}} - 1 \right]$$

Factor de Sobre tamaño de alimentación para molino de barras. [1] (p. 223)

$$\text{Si } F_{80} > F_{OS}, \text{ entonces } F_{opt} = 16000 \left(\frac{14.3}{W_i} \right)^{0.5}$$

$$F_4 = 1 + \frac{1}{R} \left(\frac{W_i}{1.1} - 7 \right) \left[\frac{F_{80}}{F_{opt}} - 1 \right]$$

Factor de finos de Molienda, P(80) < 75 micrones. [1] (p. 196)

$$\text{Si } F_{80} > F_{OS} \text{ entonces } F_5 = \left[\frac{P_{80} + 10.3}{1.145P_{80}} \right]$$

Factor de ratio de reducción (bajo o alto) para molino de barras, la corrección de facto F_6 no tiene que ser aplicada si: (p. 223)

$$-2 < R - R^* < +2; \text{ donde } R^* = 8 + \frac{5L_R}{D}$$

L_R : largo del molino de barras en metros

D : diámetro interno del molino de barras

$$F_6 = 1 + 0.0067(R - R^*)^2$$

Factor de bajo ratio de reducción para molinos de bolas, $R < 6$. [1] (p. 196)

$$F_7 = 1 + \frac{0.13}{(R - 1.35)}$$

Por lo tanto, el W_i corregido es define de la siguiente manera.

$$W_i \text{ corregido} = W_i \text{ test } (F_1 F_2 F_3 F_4 F_5 F_6 F_7)$$

2.5 Modelo y dimensionamiento de hidrociclones

El ciclón es un dispositivo de flujo de fluido, y por lo tanto deben ser descrito por aplicación de teorías básicas (Navier-Stokes). Charkraborti y miller, devulapalli (1992), rajamani (1996) y concha (1996) han demostrado un continuo progreso. Sin embargo, para el enfoque metalúrgico, quedan dos problemas: [2] (p. 312)

- Los modelos todavía no son lo suficientemente precisos para las condiciones de operación de ciclones, particularmente a altas concentraciones de sólidos.
- Los modelos verdaderamente fundamentales serán siempre computacionalmente intensivos (horas en una estación de trabajo pueden ser necesarias para una solución) y por lo tanto no son adecuadas para la optimización de plantas.

Por estas y otras razones, los modelos empíricos siguen siendo la herramienta para el diseño rutinario de ciclones y el trabajo de optimización, entre los modelos más utilizados tenemos el modelo de Plitt y Modelo de Nageswararao: [2] (p. 312)

2.5.1 Modelo de Nageswararao

JKTech Pty Ltd, (2014), el modelo de Nageswararao es el modelo principal de hidrociclón usado en JKSImMet, desarrollado bajo la supervisión de A.J. Lynch y L. Elber (Nageswararao 1878,1995; Lynch y Morrell 1992. [2] (p. 316)

Las ecuaciones del modelo son descritas a continuación:

La relación de rendimiento de presión puede expresarse como: [5] (p. A-7)

$$Q = K_{Q2}(D_c)^2(P/\rho_p)^{0.5}(D_o/D_c)^{0.68}$$

$$K_{Q2} = K_{Q1}(Di/D_c)^{0.45}(\theta)^{-0.1}(L_c/D_c)^{0.2}$$

La constante de proporcionalidad, K_Q1 es una función del material de alimentación y diámetro del ciclón, el cual es representada en la siguiente ecuación.

$$K_{Q1} = K_{Q0}(D_c)^{-0.1}$$

Donde K_Q0 depende únicamente de las características del sólido de alimentación (gravedad específica). [5] (p. A-8)

Para las industrias de operaciones normales, la clasificación de tamaños puede ser relacionado según las variables de la ecuación:

$$d_{50c}/D_c = K_{D2}(D_o/D_c)^{0.52}(D_u/D_c)^{-0.47}\lambda^{0.93}(P/\{\rho_p g D_c\})^{-0.22}$$

$$K_{D2} = K_{D1}(Di/D_c)^{-0.5}(L_c/D_c)^{0.2}(\theta)^{0.15}$$

$$K_{D1} = K_{D0}(D_c)^{-0.65}$$

K_{D0} depende de las características del sólido alimentado (como la distribución de tamaño y la gravedad específica). [5] (p. A-8)

JKTech Pty Ltd, (2014), menciona que la clasificación de tamaño para un mineral específico sin la línea de alimentación puede ser estimado utilizando la siguiente fórmula: [5] (p. A-8)

$$d_{50c}(m) = \frac{FeedSG - 1}{MineralSG - 1} * d_{50c}$$

Donde FeedSG es la densidad media de sólidos alimentado, MineralSG es la densidad específica y $d_{50c}(m)$ es el d_{50} corregido del mineral en interés.

La Relación de recuperación de agua R_f y pulpa volumétrica en el Underflow se relacionan con las variables principales de la siguiente manera: [5] (p. A-8)

$$R_f = K_{w2}(D_o/D_c)^{-1.19}(D_u/D_c)^{2.40}(P/\{\rho_p g D_c\})^{-0.53} \lambda^{0.27}$$

$$R_v = K_{v2}(D_o/D_c)^{-0.94}(D_u/D_c)^{1.83}(P/\{\rho_p g D_c\})^{-0.31}$$

Adicional, los efectos del inlet diámetro, Angulo de cono y longitud del cilindro han sido evaluados como: [5] (p. A-8)

$$K_{w2} = K_{w1}(D_i/D_c)^{-0.50}(\theta)^{-0.24}(L_c/D_c)^{0.22}$$

$$K_{v2} = K_{v1}(D_i/D_c)^{-0.25}(\theta)^{-0.24}(L_c/D_c)^{0.22}$$

Aquí, k_{w1} y k_{v1} son constantes que dependen de las características del sólido alimentado, además son independientes del diámetro del ciclón para ciclones geoméricamente similares. [5] (p. A-8)

La Relación de Curva de Eficiencia es la siguiente. [5] (p. A-9)

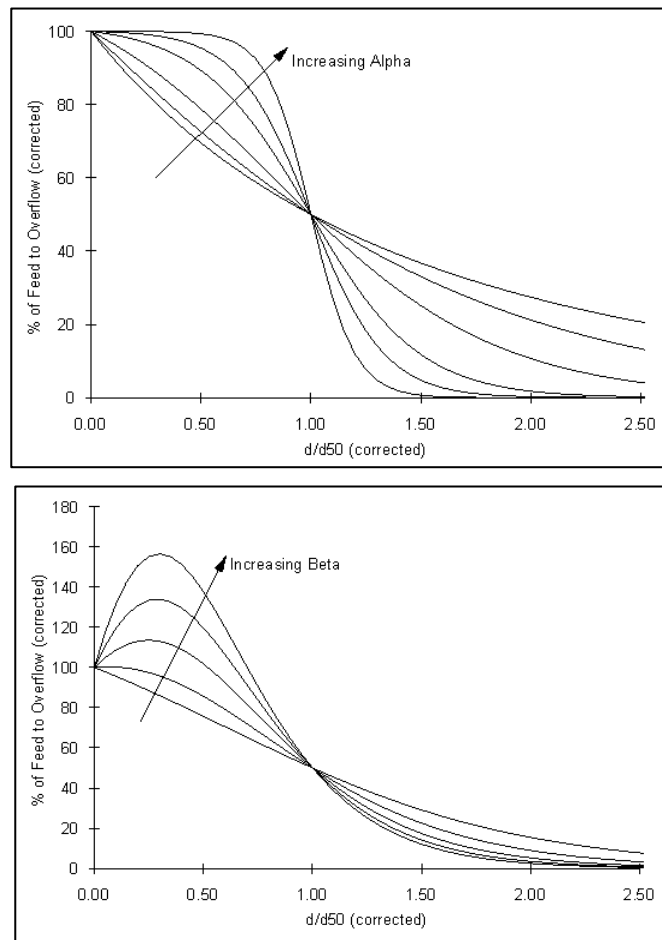
$$E_0(d/d_{50c}) = \frac{C(1 + \beta\beta^*d/d_{50c})(\exp(\alpha) - 1)}{(\exp(\alpha\beta^*d/d_{50c}) + \exp(\alpha) - 2)}$$

Donde β es 0, β^* es 1 la ecuación anterior se reduce a:

$$E_0(d/d_{50c}) = \frac{C(\exp(\alpha) - 1)}{(\exp(\alpha d/d_{50c}) + \exp(\alpha) - 2)}$$

Figura 22

Efecto del α y β en la curva de eficiencia reducida



Fuente: Napier - Munn et al., (1996). Mineral Comminution Circuits, Their operation and Optimization”

Tanto α como β son constante para un determinado solido de alimentación, mientras C y d_{50c} varia con las dimensiones del ciclón y condiciones de operación. El valor de β^* es determinado interactivamente, por la condición de $E_0(1) = C/2$:

Efecto Roping y deficiencia de Clasificación:

JKTech Pty Ltd, (2014), menciona que existen algunas restricciones importantes del modelo que está relacionado al desempeño del equipo (Roping), las cuales mencionaremos a continuación: [5] (p. A-14)

Restricción del cortocircuito del ciclón: Si la densidad de alimentación del ciclón es menor que 35% de sólidos en volumen, se dice que la limitación SPOC (Laguiton, 1985) predice el inicio de cortocircuito. [5] (p. A-15)

$$Vol\%SolidoUF = LimiteVol\%Solido(\sim 56) + 0.2(Vol\%SolidsFeed - 20)$$

El % de sólidos limitante se define como el inicio del cortocircuito a una densidad de alimentación volumétrica de 20%. En forma tabular: [5] (p. A-15)

Tabla 7

Forma Tabular limitación SPOC

		At sg 2.7		At sg 4.0	
Feed Density	Underflow Density	Feed Density	Underflow Density	Feed Density	Underflow Density
% by Volume		% by Weight		% by Weight	
5	53	12.4	75.3	17.4	81.8
10	54	23.1	76.0	30.8	82.4
15	55	32.3	76.7	41.4	83.0
20	56	40.3	77.5	50.0	83.6
25	57	47.4	78.2	57.1	84.1
30	58	53.6	78.8	63.1	84.7
35	59	59.2	79.5	68.3	85.2

Fuente: JKTech Pty Ltd, (2014). Steady State Mineral processing Simulator

Restricción Empírica: La experiencia en la industria demuestra que un flujo de descarga grueso permanecerá con una descarga en abanico, a mayor densidad que un flujo de descarga fino. Por intuición esto resulta aceptable por la viscosidad de la pulpa, pero difícil de predecir. Plitt et al (1987) ha desarrollado una relación empírica basada en la información de Lynch (1965) y otros. [5] (p. A-15)

$$Vol\%Sólidos\ in\ UF = 62.3 * (1 - \exp\left(\frac{-50\%Passing\ UF\ size\ um}{60}\right))$$

Tabla 8

Forma tabular relación empírica de Plitt

Inicio del cortocircuito % Sólidos por Vol.	Tamaño del flujo de descarga al 50% pasante (um)	% de Sólidos a 2.7 sg	% de Sólidos a 4.0 sg
35.2	50	59.4	68.5
39.0	60	63.3	71.9
45.9	80	69.6	77.2
50.5	100	73.4	80.3
53.9	120	75.9	82.4
58.6	170	79.3	85.0
60.0	200	80.2	85.7
61.3	250	81.0	86.4

Fuente: JKTech Pty Ltd, (2014). Steady State Mineral processing Simulator

Cada operación tiene un límite de trabajo en la densidad de descarga del ciclón que puede ser mucho menor que los límites anteriormente indicados. [5] (p. A-16)

Dimensionamiento de Hidrociclones:

El modelo de Nageswararao también contempla el dimensionamiento del equipo ya que este relaciona las dimensiones del ciclón tales como diámetro, longitud de sección cilíndrica y ángulo de cono como principales, además brinda información del desempeño del equipo con las variables operacionales como la presión de alimentación (inlet), d_{50c} , %agua recuperada y volumen de pulpa al underflow.

Con los resultados obtenidos del modelo con las dimensiones determinadas del equipo se evalúa el efecto roping (cortocircuito) el cual es un indicativo de una mala clasificación, de ser así se procede a cambiar las condiciones de operación del equipo modificando las dimensiones del apex, vortex o inlet del hidrociclón.

Capítulo III. Desarrollo de la investigación

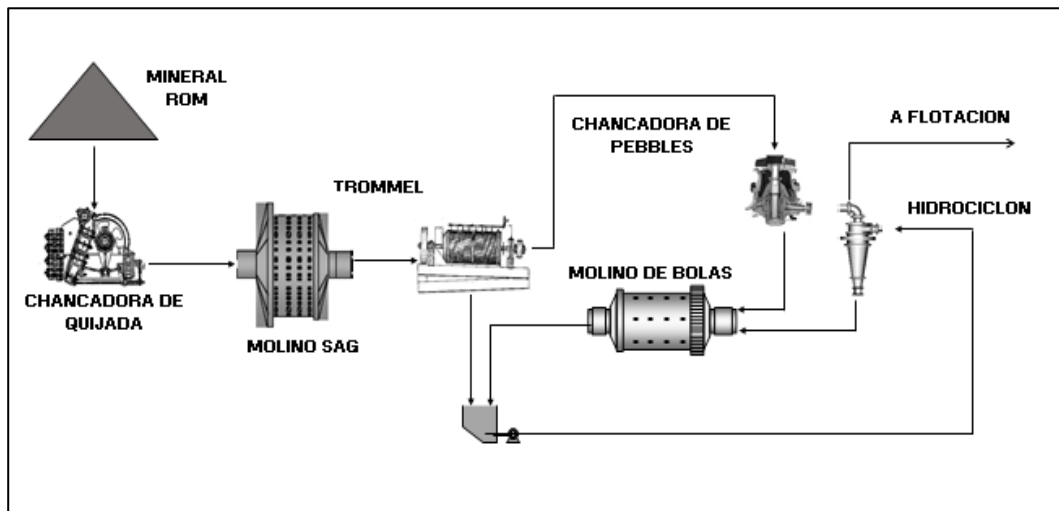
3.1 Desarrollo de la Investigación.

Para esta investigación se utilizará técnicas de modelamiento, simulación y dimensionamiento para optimizar y aumentar el tonelaje de 19,600 tpd a 22,000 tpd en el circuito de molienda, para lo cual se tiene como primera etapa realizar el modelamiento/dimensionamiento actual del circuito con la finalidad de obtener los diferentes parámetros de los modelos relacionados a los equipos existentes en la operación.

Una vez definido el modelo base se ejecutará simulaciones del circuito a un tonelaje de tratamiento a 22,000 tpd, el cual estará acompañado de la modificación de los parámetros operacionales de los equipos. El resultado de la simulación y dimensionamiento de los equipos existente bajo esta nueva condición de trabajo definirá el direccionamiento para lograr el objetivo del aumento de tratamiento.

Figura 23

Circuito de Comminución Actual.



Fuente: Elaboración Propia

3.2 Modelamiento circuito de molienda actual.

El circuito de Molienda cuenta con un molino SAG, el cual será clasificado por un trommel, el overflow del trommel alimenta a una chancadora de Pebbles, el producto de esta chancadora y el underflow del nido de hidrociclones alimentaran al molino de bolas,

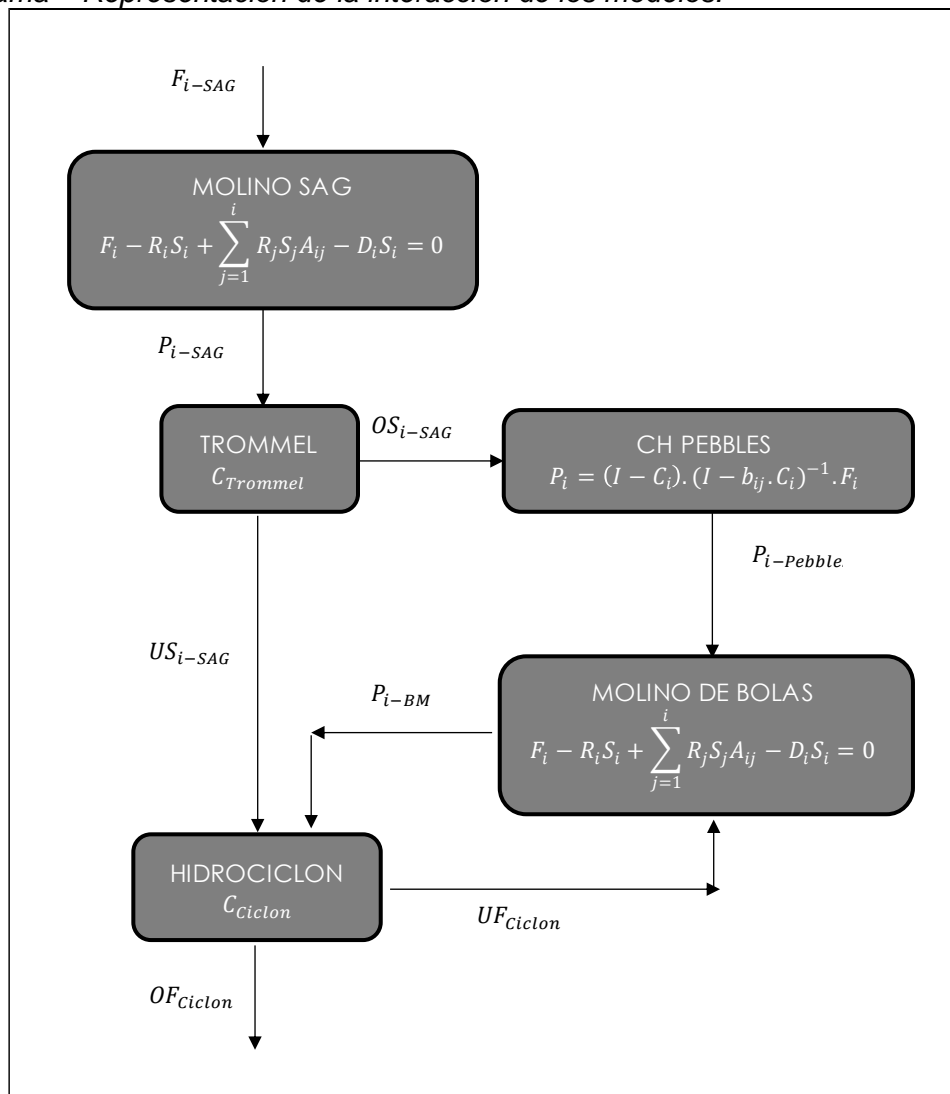
la descarga del molino de bolas con el underflow del trommel alimentaran al nido de hidrociclones cerrando el circuito, el producto overflow del nido de hidrociclones alimentara a la etapa de flotación.

Para desarrollar el modelo que represente el comportamiento de todos los flujos dentro el circuito de molienda debemos correlacionar todas las funciones principales de los modelos que influyen para esto se realizó un flujograma general del circuito.

Para los molinos utilizaremos el modelo de mezcla perfecta con la diferencia que la función fractura de aparición para el molino SAG será calculado por la prueba Drop weight test, mientras que para el molino de bolas se calculará por el método de Austin y Lucky.

Figura 24

Flujograma – Representación de la interacción de los modelos.



Fuente: Elaboración Propia

En la chancadora Pebbles Utilizaremos el Modelo de Austin y Lucky para representar la fractura y el modelo de Whiten para representar la función clasificación. Para los equipos de clasificación como Trommel y Hidrociclón utilizaremos un modelo de clasificación estándar y el modelo de Nageswararao respectivamente.

A continuación, se correlacionará las funciones principales de los modelos en los diferentes flujos del circuito.

- **Modelamiento Molino SAG**

Alimento Molino SAG: F_{i-SAG}

Modelo de Balance Poblacional y Mezcla Perfecta:

$$F_{i-SAG} - R_{i-SAG}S_{i-SAG} + R_{j-SAG}S_{j-SAG}A_{ij-SAG} - D_{i-SAG}S_{i-SAG} = 0$$

$$F_{i-SAG} = (D_{i-SAG} + R_{i-SAG} - A_{ij-SAG}R_{i-SAG})S_{i-SAG}$$

Producto Interno Molino SAG:

$$[(D_{i-SAG} + R_{i-SAG} - A_{ij-SAG}R_{i-SAG})Inv] * F_{i-SAG} = S_{i-SAG}$$

Producto Molino SAG: $P_{i-SAG} = D_{i-SAG} * S_{i-SAG}$

- **Modelamiento Trommel**

Modelo Clasificación Estándar: $C_{trommel} = C_t$

Producto Undersize Trommel: $US_{i-Trommel} = P_{i-SAG}C_t$

Producto Oversize Trommel: $OS_{i-Trommel} = P_{i-SAG}(1 - C_t)$

- **Modelamiento Chancadora de Pebbles**

Alimento Chancadora: $F_{i-Pebbles} = OS_{i-Trommel}$

Producto Producto Chancadora: $P_{i-Pebbles} = F_i * (1 - C_i)(1 - b_{ij}C_i)Inv$

- **Modelamiento Molino de Bolas – hidrociclón**

Alimento Molino de Bolas

$$F_{i-BM} = P_{pebble} + (P_{i-BM} + P_{i-sag}C_{trommel})C_{ciclón}$$

Modelo de Balance Poblacional y Mezcla Perfecta:

$$F_{i-BM} - R_{i-BM}S_{i-BM} + R_{j-BM}S_{j-BM}A_{ij-BM} - D_{i-BM}S_{i-BM} = 0$$

Calculo Producto del Molino Bolas: $P_{i-BM} = D_{i-BM} * S_{i-BM}$

$$S_i = P_{i-bolas}(D_{i-bolas}Inv)$$

$$P_{pebble} + (P_{i-BM} + P_{i-sag}C_t)C_{ciclon} - R_{i-BM}S_{i-BM} + R_{j-BM}S_{j-BM}A_{ij-BM} = P_{i-BM}$$

$$P_{pebble} + P_{sag}C_tC_{ciclon} = P_{BM}(1 - C_{ciclon} + R_{i,BM}D_{i,BM}Inv - R_{j,BM}A_{ij,BM}D_{i,BM}Inv)$$

$$P_{BM} = [P_{pebble} + P_{sag}C_tC_{ciclon}](1 - C_{ciclon} + (R_{i,BM} - A_{ij,BM}R_{i,BM})D_{i,BM}Inv)Inv$$

Modelo Clasificación Nageswararao: C_{ciclon}

Alimento hidrociclón: $F_{ciclon} = P_{BM} + P_{sag}C_{trommel}$

Producto Underflow Ciclón: $UF_{ciclon} = F_{ciclon}C_{ciclon}$

Producto Overflow Ciclón: $OF_{ciclon} = F_{ciclon}(1 - C_{ciclon})$

Para que el modelo del circuito en mención represente el comportamiento de la planta es necesario a la ejecución de muestreos bajo condiciones estable (Análisis Granulométrico, Flujos, %Sólidos, Gravedad Especifica), además de la recolección de información parámetros operacionales. En la Tabla 9 se presenta los Datos del muestreo de Planta que será utilizado para la Modelamiento (Mineral Problema - Mayor dureza).

Tabla 9

Datos de Muestra de planta de cominución en condiciones estables

MUESTREO DE PLANTA DE PROCESOS											
Flujo de Sólidos	821	780	42	41	2043	2823	2002	821	2043	821	
Flujo de Agua	43	356	0.22	0.61	650	2070	533	1694	650	357	
% Sólidos	95	68.66	99.46	98.54	75.85	57.7	78.96	32.65	75.85	69.71	
ASTM	Abertura	Feed SAG	U/S Tromel	O/S Tromel	Discharge Pebbles	Discharge Mill	Feed Ciclon	U/F Ciclon	O/F Ciclon	Feed Ball	Flujo de Trasf
8"	203200	97.3	100	100	100	100	100	100	100	100	100
7"	177800	95.1	100	100	100	100	100	100	100	100	100
6"	1552400	92.1	100	100	100	100	100	100	100	100	100
5"	127000	87.9	100	100	100	100	100	100	100	100	100
4"	101600	82.3	100	100	100	100	100	100	100	100	100
3"	76200	74.8	100	100	100	100	100	100	100	100	100
2"	50800	64.6	100	99.2	100	100	100	100	100	100	100
1 ½"	38100	58.0	100	72.6	100	100	100	100	100	100	100
1"	25400	49.8	100	28.9	98	100	100	100	100	100	99.9
¾"	19050	44.7	100	10.1	78.5	100	100	99.6	100	99.2	98.9
½"	12700	38.6	97.9	1.4	24.3	100	100	98.7	100	97.2	94.2
3/8"	9525	34.9	95.3	1.3	13.6	99.6	98.8	97.1	100	95.4	91.3
¼"	6350	30.4	92.8	1.2	7.9	98.2	97.57	95.2	100	93.4	86.7
4	4750	27.7	90.4	1.2	5.8	97.6	96.2	93.5	100	91.7	83.3
6	3350	24.8	87.2	1.2	4.2	96.3	94.9	92.7	100	90.9	79.3
8	2360	22.4	82.8	1.2	3.2	95.7	92.7	90.5	100	88.7	75.1
12	1700	20.4	77.4	1.2	2.8	92.6	90.5	87.2	100	85.5	72.7
16	1180	18.4	70	1.2	2.2	90.5	85.8	79.4	100	77.9	66.7
20	850	16.9	65.2	1.2	2.1	86.4	81.4	72.9	99.8	71.5	62
30	600	15.5	60.4	1.2	2	82.3	75.4	64.7	99.7	63.4	57.5
40	425	14.2	55.6	1.2	1.9	71.4	70.6	55.8	99.4	54.7	52.9
50	300	13.1	49.7	1.2	1.7	62.3	61.8	44.9	98.1	44.0	47.4
60	250	12.6	46.5	1.2	1.7	53.2	56	37.1	94.9	36.4	44.3
80	180	11.7	40.1	1.2	1.5	45.1	44.8	28.4	84.8	27.9	38.2
100	150	11.3	36.7	1.2	1.3	38.5	38.8	22.4	76.2	22.0	34.9
140	106	10.5	31.1	1.2	1.1	25.6	28.7	14.5	63.5	14.2	29.6
200	75	9.8	26.4	1.1	1	18.6	20.8	8.5	54.9	8.3	25.1
270	53	9.2	21.4	1.1	1	16.2	15.3	5.2	43.8	5.1	20.4
325	45	8.9	19.9	1.1	1	13	13.6	4.5	39.8	4.4	18.9
400	38	8.6	19.5	1.1	1	11.2	13.2	4.3	39.1	4.2	18.6
-400	0	0.0	0	0	0	0	0	0	0	0.0	0

Fuente: Elaboración Propia

3.2.1 Modelamiento Base Molino SAG:

El modelo de mezcla perfecta relaciona la función aparición de fractura a_{ij} , la velocidad de descarga d_i , velocidad específica de fractura r_j , distribución granulométrica del contenido s_i .

$$f_i - r_i s_i + \sum_{j=1}^i a_{ij} r_j s_j - d_i s_i = 0$$

A continuación, se muestran los parámetros del modelo.

Tabla 10*Parámetros de Modelo – Molino SAG*

Parámetro de Modelo – SAG						
Parámetro	Valor	Unidad	Parámetro	Valor	Unidad	
BWi, Work Index	17	Kwh/t	Ratio de Descarga/Clasificación			
A	84	-	Xg	50	mm	
B	0.55	-	Xm	1.0	mm	
Axb	46.2	-	Xp	100	mm	
Función Aparición Chancado			Fg	0	mm	
ECS	0.036	-	Velocidad de Fractura – Cubic Spline			
Ta	1.65	-	Knot	Size	Ctk	Ln(K)
Alfa	1.1	-	Knot 1	0.25	1	1.61
Función Aparición Abrasión			Knot 2	4	-0.6	4.50
Ta	0.35	-	Knot 3	16	1.45	5.59
Alfa	2.5	-	Knot 4	44.8	1.1	4.23
Medios de Molienda			Knot 5	128	0	4.92
Tam Bola	5.0	pulgada				
Tam Bola	125.0	mm				

Fuente: Elaboración Propia

Nota: Los parámetros de los modelos mostrados fueron ajustados con los análisis granulométricos del muestreo minimizando el error SD. (Desviación Estándar)

Tabla 11*Datos Operacionales – Molino SAG*

Datos Operacionales - SAG					
Parámetro	Valor	Unidad	Parámetro	Valor	Unidad
Diámetro de Molino	24	pies	Potencia Instalada	3730	kw
Longitud de Molino	14.5	pies	Tamaño de Bola	125	mm
Diámetro Molino	7.3	m	Velocidad Critica	75	%
Longitud de Molino	4.4	m	Carga de Bola	12	%

Fuente: Elaboración Propia

Tener presente que los valores de $d_i = d_{max} * D$, en la cual d_{max} se calcula de manera iterativa cumpliendo la transferencia de masa, para nuestro caso $d_{max} = 57.169$.

Tabla 12

Calculo dmax en función al modelo de transferencia de masa

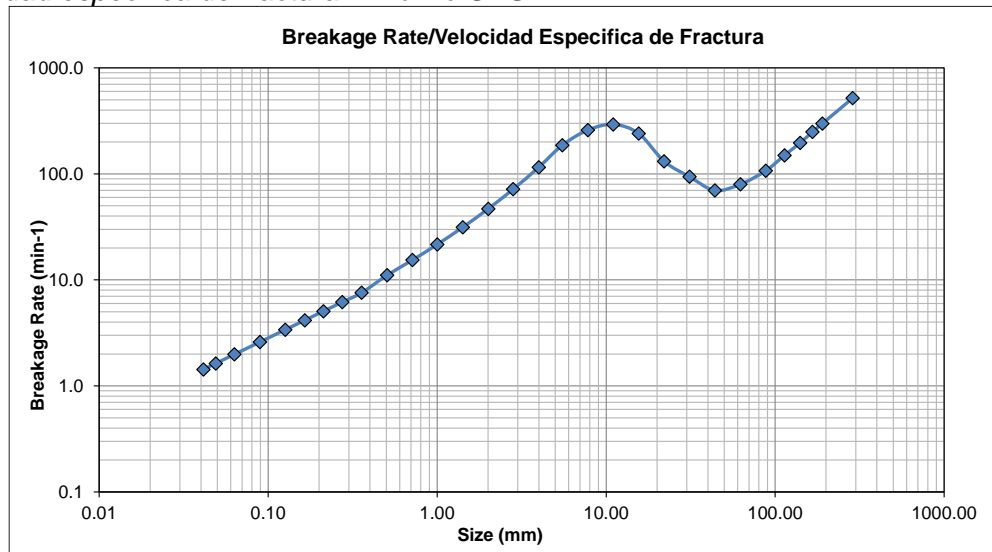
Modelo de Transferencia de Masa		
Parámetro	Valor	Unidad
m1 (Constante)	0.401	-
m2 (Constante)	0.500	-
F	0.305	-
L	0.2213	-
Cálculo del Factor de Descarga en el Modelo		
Vol. De Descarga Pulpa	697.0	m3/hr
Volumen de Molino Total	167.22	m3
Carga Total del Molino	30	%
Volumen activo del Molino	50.167	m3
Carga Pulpa/Bolas	18/12	%
Volumen de Carga Pulpa/Bolas	30/20	m3
Porosidad del Lecho	40	%
Vol., Pulpa en Lecho	8.027	m3
Vol. Pulpa Total	38.13	m3
Material por debajo del Grate	13.32	ton
Volumen por debajo del Grate	5.33	m3
Vol. de Pulpa debajo del Grate	11.10	m3
L	0.2213	-
Solver	0.000	-
Factor Descarga Max	57.169	-

Fuente: Elaboración Propia

En la Figura 25 se observa un comportamiento estándar de la velocidad específica de Fractura r_j (Cubic Spline) del molino SAG, el cual determina la coherencia del modelo.

Figura 25

Velocidad específica de fractura – Molino SAG

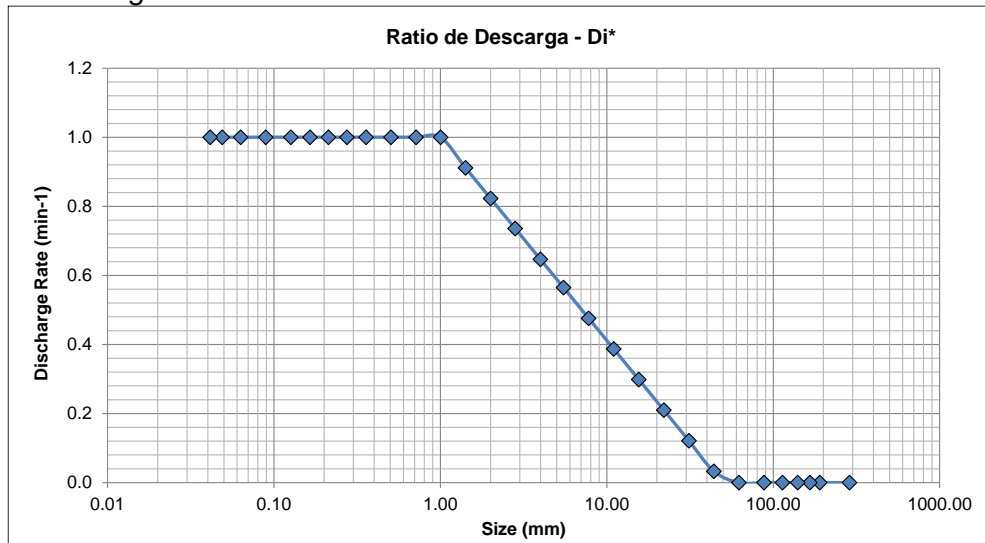


Fuente: Elaboración Propia

Figura 26 se presenta la Ratio de descarga d_i (Función Clasificación).

Figura 26

Ratio de Descarga – Molino SAG.

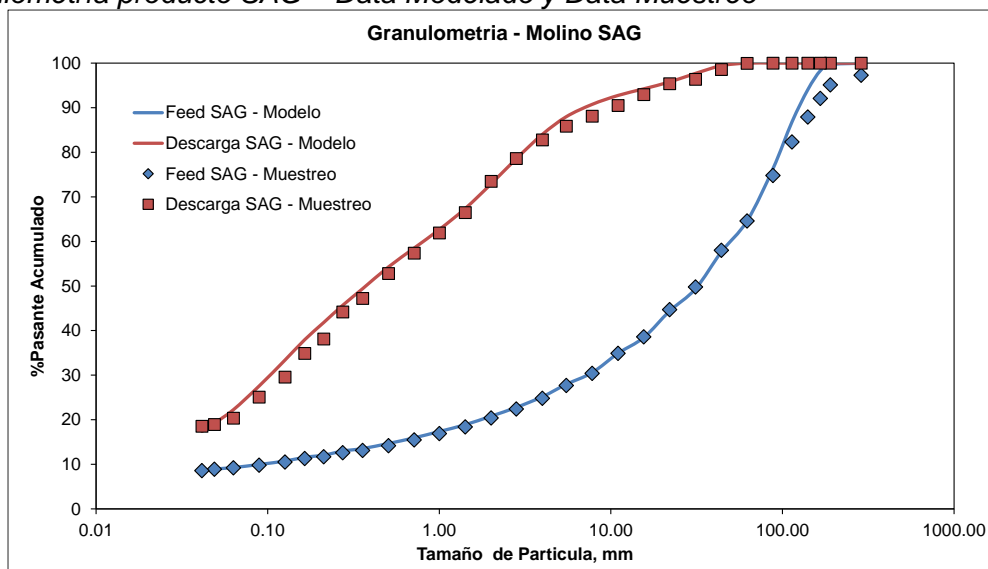


Fuente: Elaboración Propia

En la Figura 27 se muestra buena correlación del Modelo SAG al comparar la granulometría modelada respecto al dato de muestreo, siendo esto validado con un Error en la desviación estándar de 5.3 (Error SD).

Figura 27

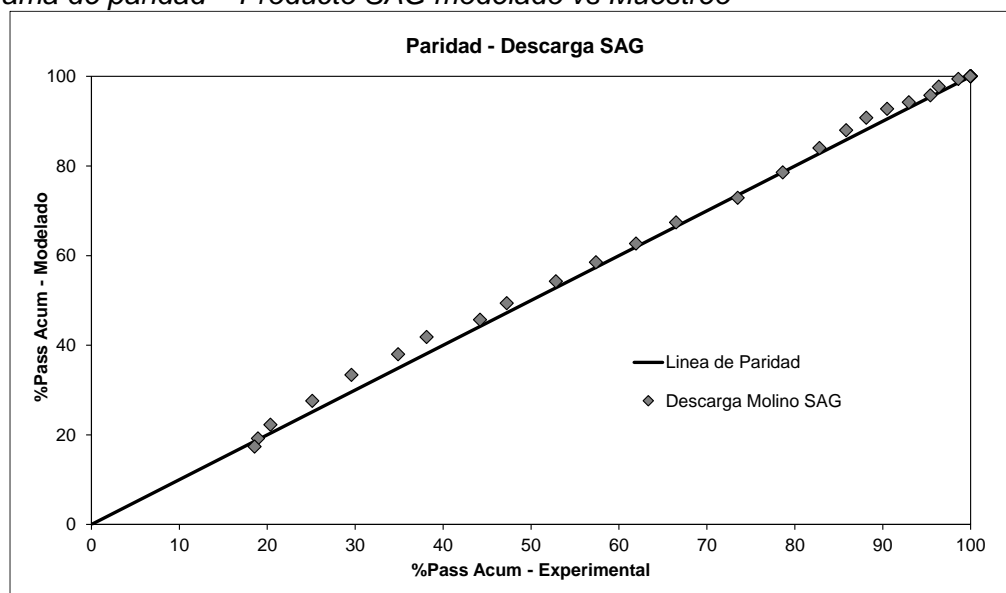
Granulometría producto SAG – Data Modelado y Data Muestreo



Fuente: Elaboración Propia

Figura 28

Diagrama de paridad – Producto SAG modelado vs Muestreo



Fuente: Elaboración Propia

3.2.2 Modelamiento Base Trommel SAG:

Los parámetros del modelo (clasificación estándar) y parámetros operacionales del trommel se muestra en la Tabla 13 y Tabla 14 respectivamente.

Tabla 13

Parámetros del Modelo – Trommel

Parámetro de Modelo - Trommel		
Parámetro	Valor	Unidad
D50	20000	um
Alfa	8.6	-
Beta/Beta*	0.8/1.11	-
C (by pass)	0.9958	-

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 14

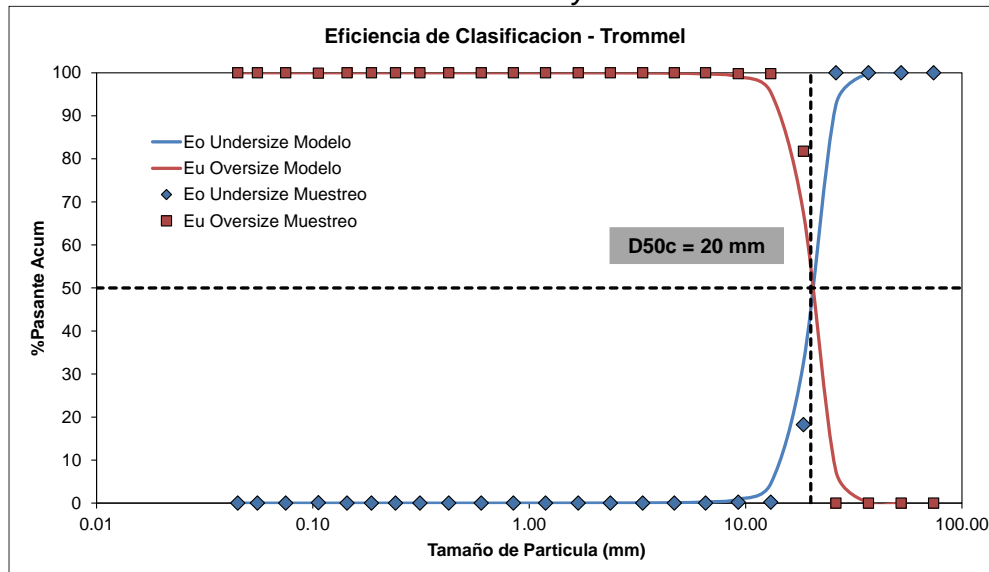
Datos Operacionales – Trommel

Datos Operacionales Trommel		
Parámetro	Valor	Unidad
Abertura	20	mm
%Solidos UF/OF	68.7/99.5	%

Fuente: Elaboración Propia

Figura 29

Granulometría OS/US Trommel – Data Modelado y Data Muestreo

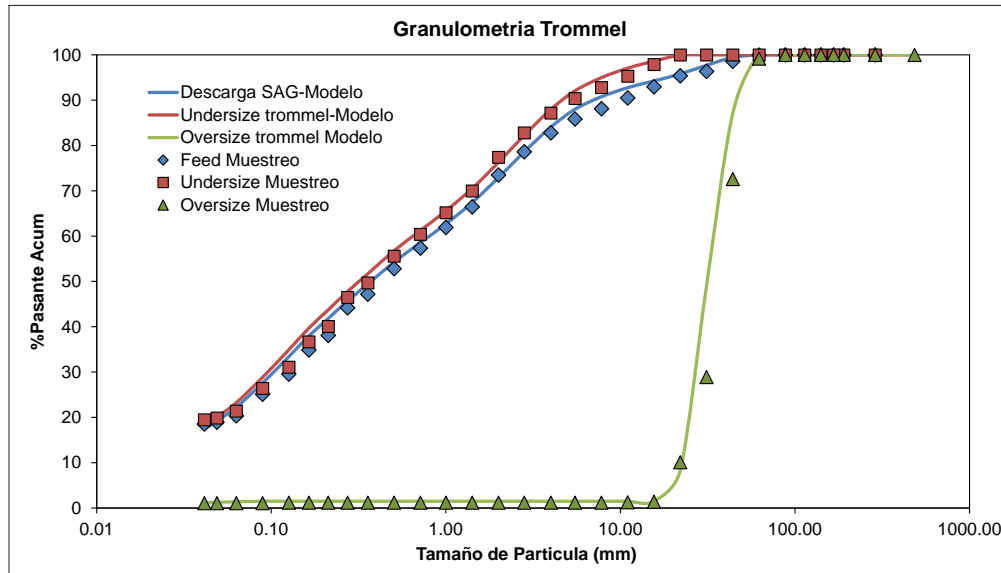


Fuente: Elaboración Propia

En la Figura 30 se muestra una buena correlación del Modelo del Trommel al comparar la granulometría modelada respecto al dato de muestreo, siendo esto validado con una desviación estándar de Error de 4.3 (Error SD).

Figura 30

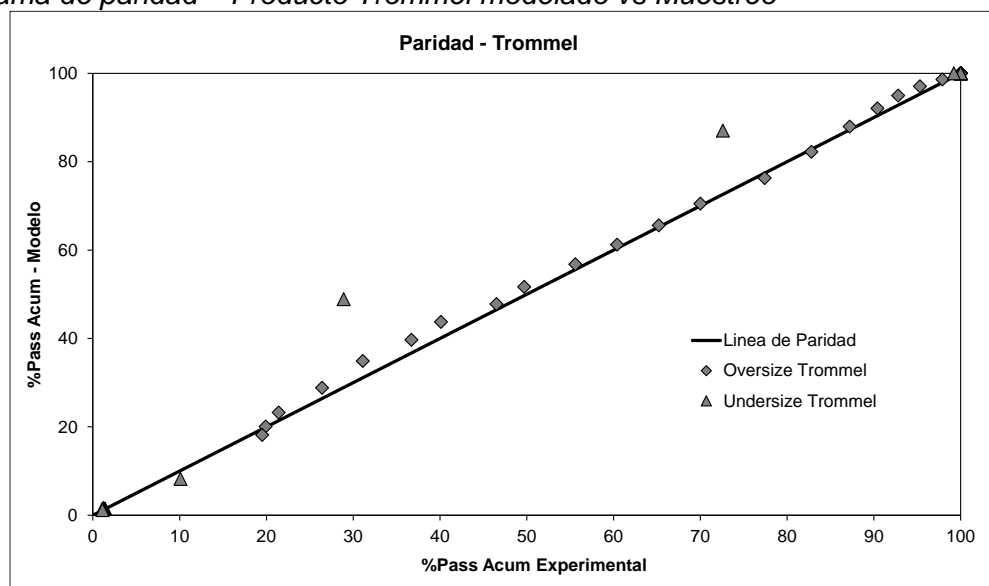
Eficiencia de Clasificación Muestreo vs Modelo



Fuente: Elaboración Propia

Figura 31

Diagrama de paridad – Producto Trommel modelado vs Muestreo



Fuente: Elaboración Propia

3.2.3 Modelamiento Base Chancadora de Pebbles:

Los parámetros del modelo (Austin/Lucky) y parámetros operacionales de la chancadora de Pebbles se muestra en la Tabla 15 y Tabla 16 respectivamente.

Tabla 15

Parámetros del Modelo – Pebbles

Datos Modelo Pebbles		
Parámetro	Valor	Unidad
Función Fractura Austin/Lucky		
K	0.42	-
n1	1.7	-
n2	4.0	-
Función Clasificación Whiten		
d2	37.6	-
d1	15.58	-
n	3.2	-

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 16

Datos Operacionales – Pebbles

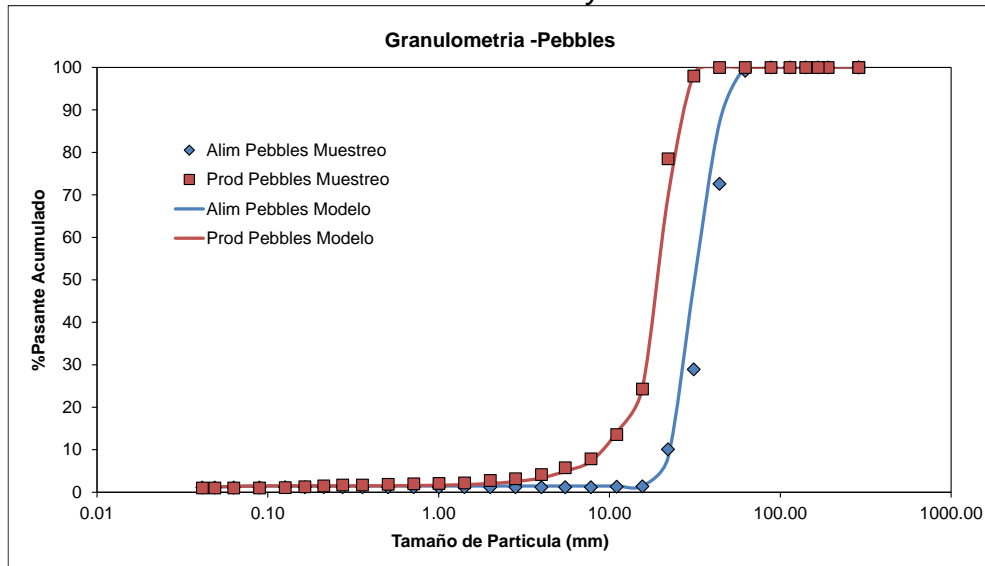
Datos Operacionales Pebbles SP200		
Parámetro	Valor	Unidad
CSS	19	-
Work Index, Crushing	16	Kwh/t
Max, Tonelaje - CSS	120	Tph
Excentricidad	18	Mm
Potencia	147	Kw

Fuente: Elaboración Propia

En la Figura 32 se muestra una buena correlación del Modelo de la Chancadora Pebbles al comparar la granulometría modelada respecto al dato de muestreo, siendo esto validado en el diagrama de paridad con una Error SD de 4.1.

Figura 32

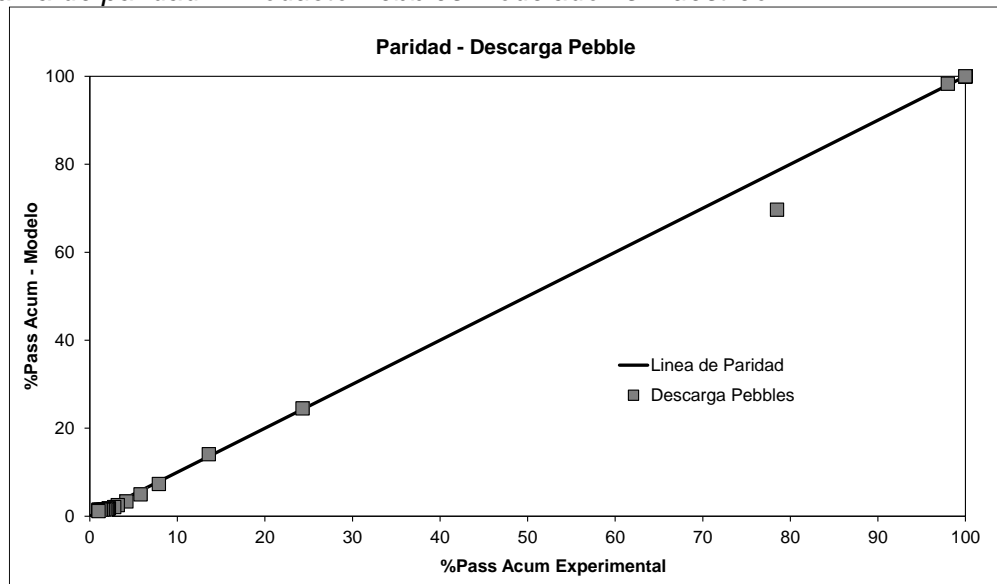
Granulometría Producto Pebbles – Data Modelado y Data Muestreo



Fuente: Elaboración Propia

Figura 33

Diagrama de paridad – Producto Pebbles modelado vs Muestreo



Fuente: Elaboración Propia

3.2.4 Modelamiento Base Molino de Bolas:

Los parámetros del modelo y parámetros operacionales del molino de bolas se muestran en la Tabla 17 y Tabla 18 respectivamente.

Tabla 17

Parámetros del Modelo – Molino de Bolas

Datos de Modelo Molino					
Parámetro	Valor	Unidad	Parámetro	Valor	Unidad
Función Fractura Austin/Lucky			Velocidad de Fractura – Cubic Spline		
K	0.77	-	Knot, mm	Tamaño	Valor
\square	0.6	-	Knot 1	0.2	0.70
β	1.6	-	Knot 2	1.5	3.40
Función Clasificación Whiten			Knot 3	15	4.10
Xg	300	-	Knot 4	20	4.50
Xm	0.2	-			
n	1	-			

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 18

Datos Operacionales – Molino de Bolas

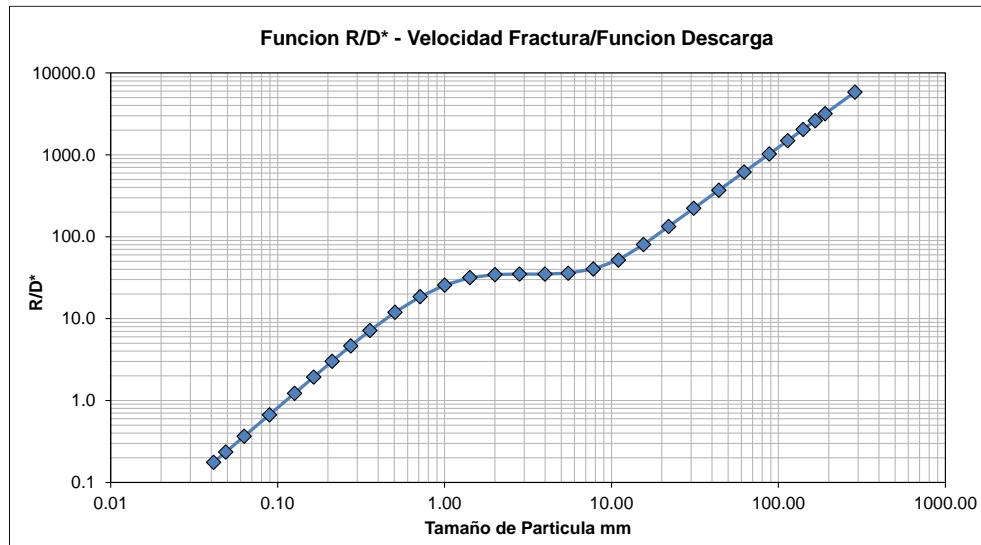
Datos Operacionales Molino de Bolas		
Parámetro	Valor	Unidad
Diámetro Molino	20	pies
Diámetro Molino	6.10	m
Largo Molino	34	pies
Largo Molino	10.36	m
Potencia Instalada	7460	kw
%Carga de Bolas	45	%
Velocidad Critica	17.21	rpm
%Velocidad Critica	75	%
Wi (Work Index)	17	Kwh/t
Diámetro de Bola	64	mm

Fuente: Elaboración Propia

En la Figura 34 y Figura 35 se presenta gráficamente la función r_j/d_j (Cubic Spline) y ratio de descarga d_i (Función Clasificación) respectivamente.

Figura 34

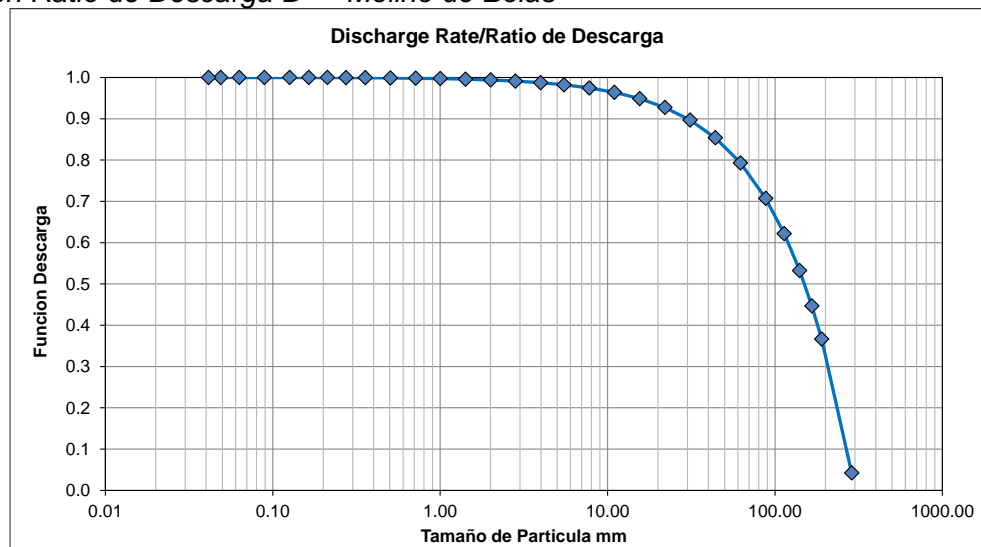
Función Velocidad de Fractura R/D – Molino de Bolas*



Fuente: Elaboración Propia

Figura 35

Función Ratio de Descarga D – Molino de Bolas*



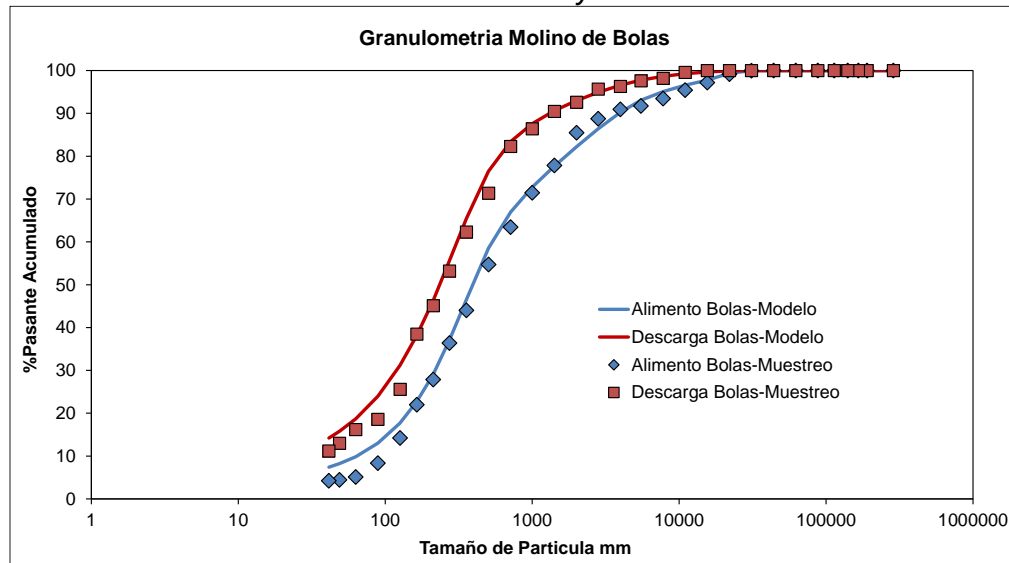
Fuente: Elaboración Propia

Se observa que el Ratio específico de fractura del molino bolas presenta un comportamiento característico, el cual determina la coherencia del modelo.

En la Figura 36 se muestra buena correlación del Modelo de Molino de Bolas al comparar de la granulometría modelada respecto al dato de muestreo, siendo esto validado en el diagrama de paridad con un Error SD de 6.5.

Figura 36

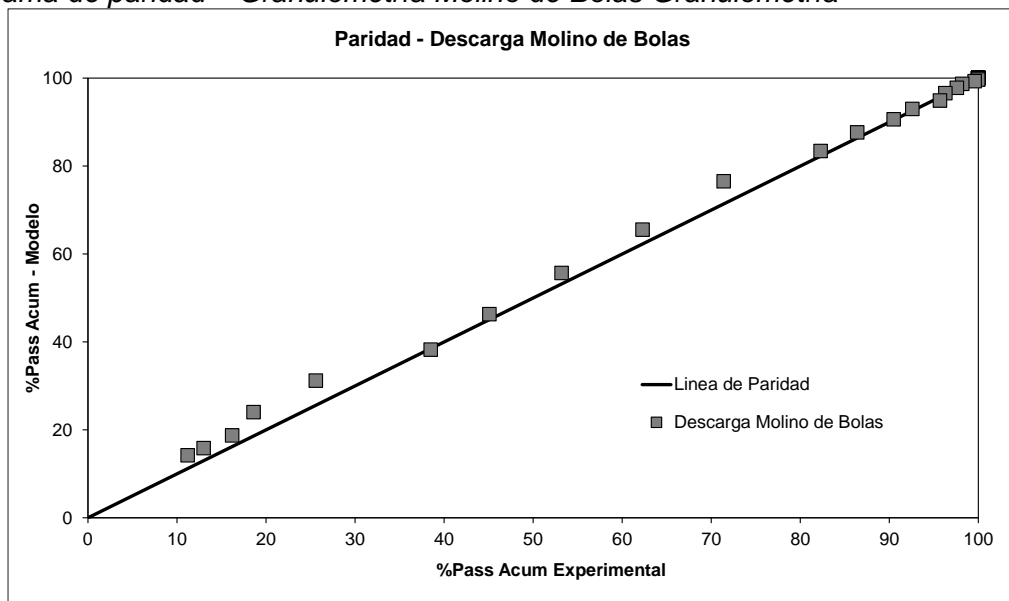
Granulometría Molino de Bolas – Data Modelado y Data Muestreo



Fuente: Elaboración Propia

Figura 37

Diagrama de paridad – Granulometría Molino de Bolas Granulometría



Fuente: Elaboración Propia

3.2.5 Modelamiento Hidrociclón:

Los parámetros del modelo y parámetros operacionales del hidrociclón se muestran en la Tabla 19 y Tabla 20 respectivamente.

Tabla 19*Parámetros del Modelo – Hidrociclones*

Datos de Modelo Nageswararao		
Parámetro	Valor	Unidad
Kd0	0.00008	-
Kq0	440	-
Kw1	7.30	-
Kv1	9	-
Curva de Eficiencia α	1.4	-
Curva de eficiencia β	0	-

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 20*Datos Operacionales – Molino de Bolas*

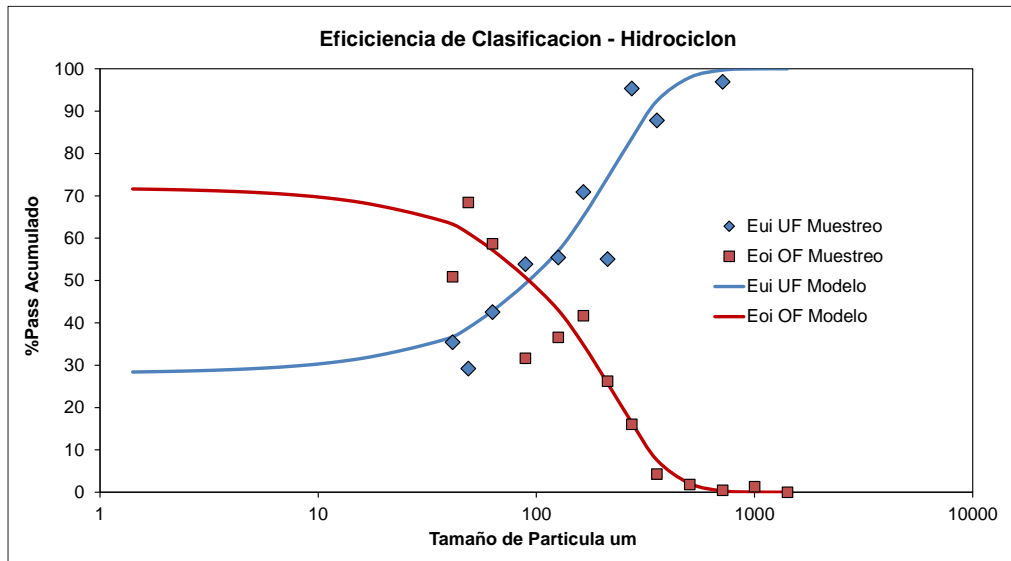
Datos Operacionales Hidrociclones		
Parámetro	Valor	Unidad
N° Hidrociclones Instalados/Stand by	11/2	-
Diámetro del Ciclón	26	pulg
Do	270	mm
Du	150	mm
Di	211	mm
H	2500	mm
Lc	660	mm
Gravedad Especifica, SG	2.5	-
Flujo de Solidos, muestreo	2823	tph
%Solidos Alimento	57.2	%
%Solidos Underflow	77.2	%
%Solidos Overflow	33.4	%
Presion, kpa	84.0	%
Corte Agua U/F	73.0	%

Fuente: Elaboración Propia

En la Figura 38 presenta la curva de partición modelada respecto a los datos de muestreo, mientras que la Figura 39 muestra la curva de clasificación modela corregida y D50c.

Figura 38

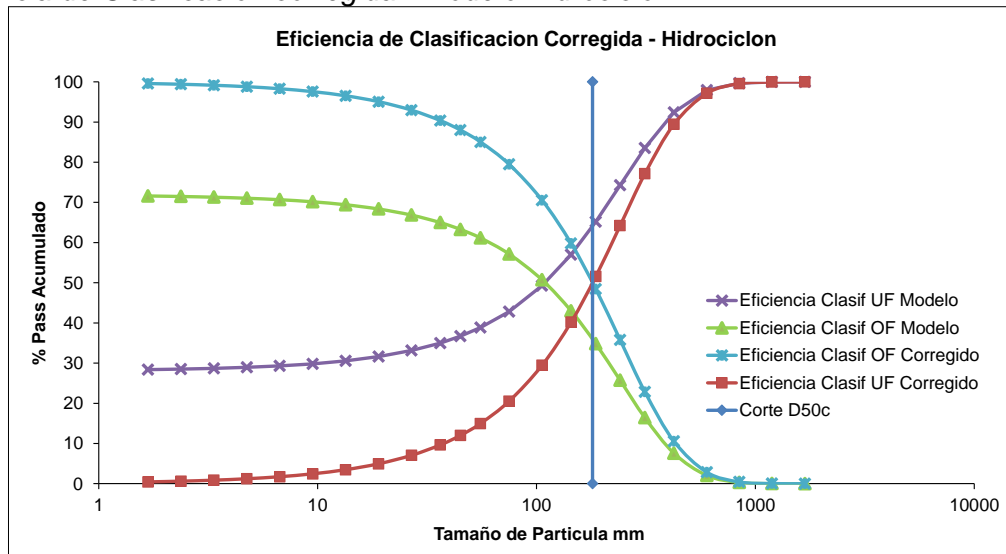
Eficiencia de Clasificación Hidrociclón Muestreo vs Modelo



Fuente: Elaboración Propia

Figura 39

Eficiencia de Clasificación corregida - Modelo Hidrociclón.

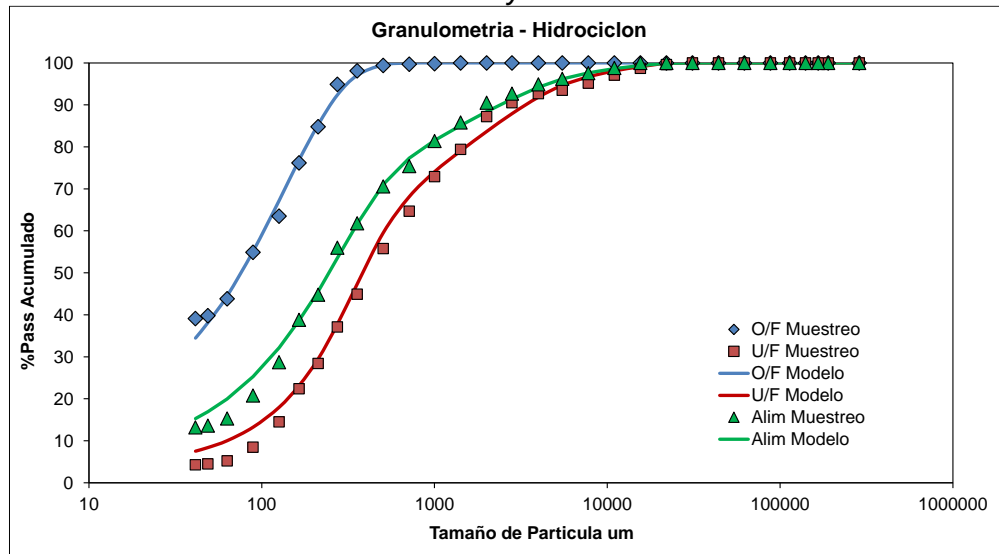


Fuente: Elaboración Propia

La Figura 40 muestra una buena correlación del modelo del hidrociclón a comparación de la granulometría modela respecto al dato de muestreo, siendo esto validado en el diagrama de paridad con un Error SD de 5.4.

Figura 40

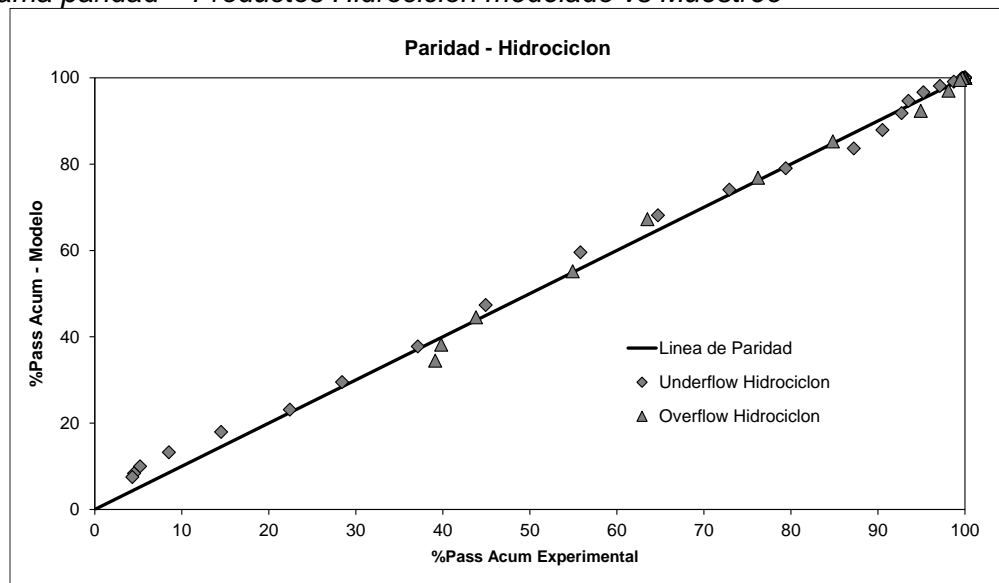
Granulometría Hidrociclón – Data Modelado y Data Muestreo



Fuente: Elaboración Propia

Figura 41

Diagrama paridad – Productos Hidrociclón modelado vs Muestreo



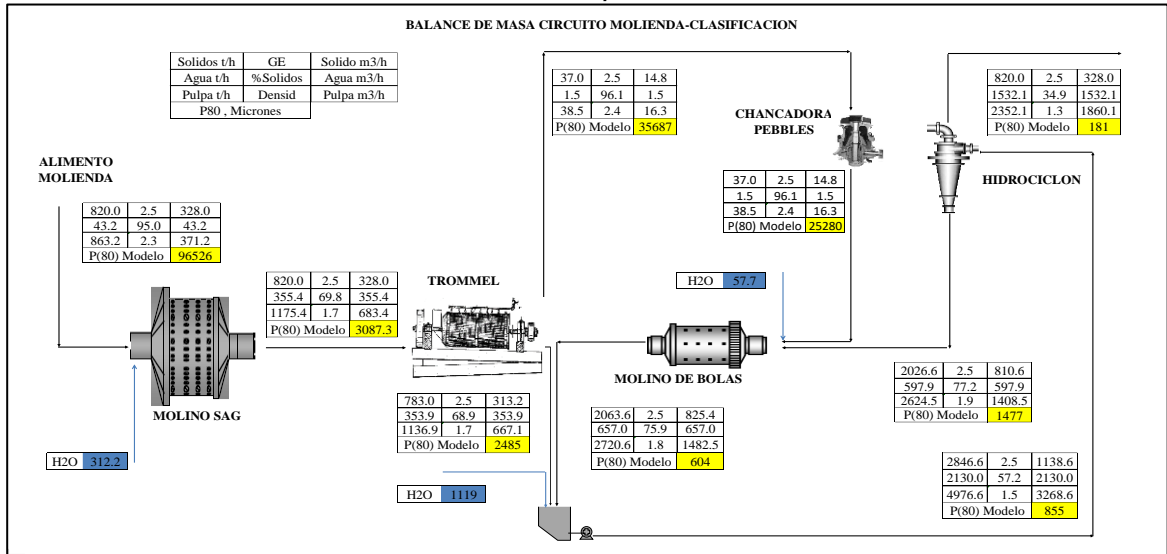
Fuente: Elaboración Propia

3.2.6 Balance de Masa Circuito de Molienda Actual

La Figura 42 se muestra el balance de masa obtenido con las distribuciones granulométricas del modelamiento.

Figura 42

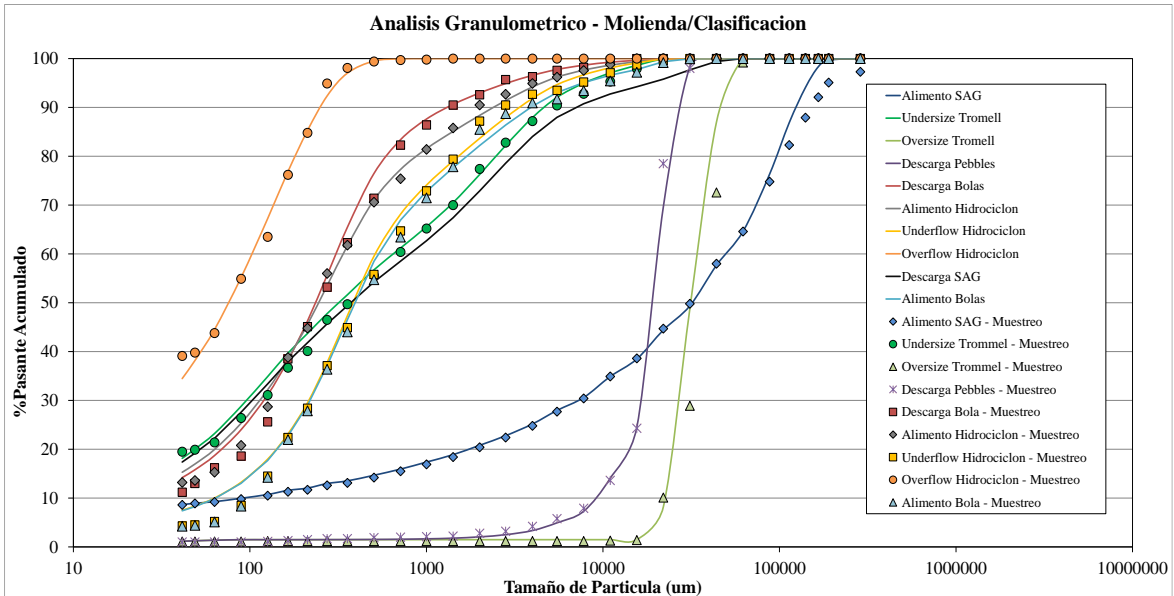
Balace de Masa Modelo desarrollado a 820 tph.



Fuente: Elaboración Propia

Figura 43

Distribución Granulométrica modelado vs muestreo.



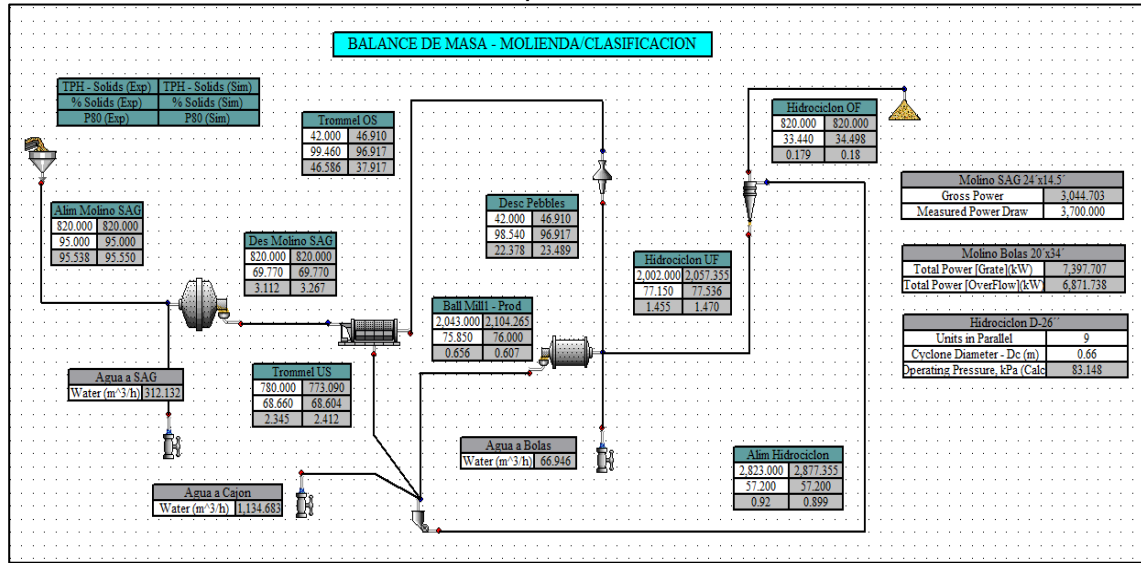
Fuente: Elaboración Propia

3.2.7 Validación del Modelo por JKSimmet

La Figura 44 presenta el balance de masa de validación en JKSimmet

Figura 44

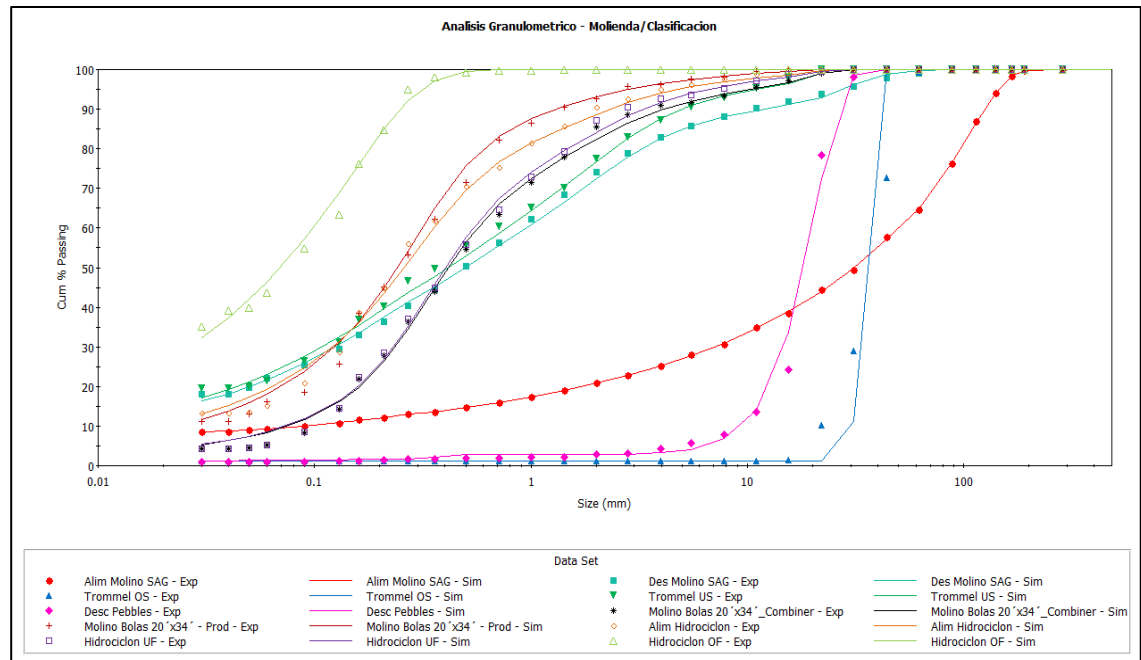
Balace de Masa modelo JKsimmet 820tph



Fuente: Elaboración Propia

Figura 45

Distribución Granulométrica JKSimmet vs muestreo



Fuente: Elaboración Propia

Al realizar la comparación entre el modelo desarrollado y la validación JKSimmet se observaron valores similares de flujo, granulometría, %sólidos y parámetros de modelo.

Tabla 21*Resultados Balance de Masa - Modelo Desarrollado y JKsimmet*

Descripción	Modelo desarrollado Excell			Modelo JKSIMMET		
	Sólidos, tph	Sólidos, %	P(80), um	Sólidos, tph	%Sólido s, %	P(80), um
Líneas de Balance						
Alimento Molino SAG	820	95	96,526	820	95	95,550
Descarga Molino SAG	820	69.77	3,087	820	69.77	3,267
Oversize Trommel	36.97	96.12	36,687	46.91	96.92	37,917
Undersize Trommel	783.03	68.87	2,485	773.09	68.60	2,412
Descarga Pebbles	36.97	96.12	25,280	46.91	96.92	23,489
Underflow Ciclón	2026.62	77.22	1,477	2,057.36	77.54	1,470
Descarga Molino Bolas	2063.59	75.85	604	2,104.27	76.00	607
Alimento Ciclón	2846.62	57.20	855	2,877.36	57.20	899
Overflow Ciclón	820	34.86	181	820	34.50	180

Fuente: Elaboración Propia

Existen varios métodos para determinar el P(80) de una distribución Granulométrica como Rosin Rammler o Gaudin Schumann entre los más conocidos, para el modelo desarrollado se realizó una linealización en escala logarítmica para interpolar el 80% pasante, JKSimmet para determina el P(80) utiliza la función Cubic Spline, el cual realiza una función cubica en la interpolación entre cada 2 puntos. Para más información de la función Cubic Spline revisar el Apéndice sección - b.

En las Tablas siguiente se muestra la comparación de los parámetros del Modelo desarrollado y JKSimmet para cada equipo.

La carga circulante obtenida en el modelo desarrollado fue de 247% con un P80 a flotación de 180 um. El consumo energético del circuito de molienda actual es de 14.16 kwh/t, mientras que el consumo general de la planta es de 26.69 kwh/t.

Tabla 22*Parámetros Modelo desarrollado/JKSimmet – Molino SAG*

Descripción	Modelo desarrollado		Modelo JKSIMMET	
Parámetros Operacionales Molino SAG				
Diámetro entre liners, m	7.12		7.12	
Longitud entre liners, m	4.20		4.20	
%Carga Bolas	12		12	
Max Tamaño Bolas, mm	125		125	
%Velocidad critica	75		75	
Gravedad específica Bola	7.8		7.8	
Porosidad de Carga Bola	0.40		0.40	
Parámetros Modelo Molino SAG				
Split Knots	Constante	Breakage Rate	Constante	Breakage Rate
Knot 1, 0.25mm	1	1.610	1	1.604
Knot 2, 1.4mm	-0.6	4.496	-0.6	4.502
Knot 3, 16mm	1.4	5.591	1.45	5.607
Knot 4, 44.8mm	1.1	4.226	1.1	4.231
Knot 5, 128mm	0	4.920	0	4.934
Función Fractura	Drop weigt test		Drop weigt test	
Parámetro A	0.84		0.84	
Parámetro B	0.55		0.55	
Abrasión Parámetro ta	0.35		0.35	
Transferencia de Masa				
Trasferencia – m1	0.401		0.401	
Trasferencia – m2	0.500		0.500	
Función Clasificación	Whiten		Whiten	
Grate Size - Xg	50		50	
Fine Size – Xm	1		1	
Pebble Port Size- Xp	100		100	

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 23*Parámetros Modelo desarrollado/JKSimmet – Trommel*

Descripción	Modelo desarrollado	Modelo JKSIMMET
Parámetros Modelo Trommel		
Corregido D50 - d50c, mm	20	25
Curva de eficiencia -alfa/beta	8.6/0.8	8.6/0.8
Beta*	1.11	1.12
Corte de agua de finos C	99.58	99.58

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 24

Parámetros Modelo Desarrollado/JKSimmet – Molino Bola

Descripción	Modelo desarrollado		Modelo JKSIMMET	
Parámetros Operacionales Molino Bolas				
Diámetro Interno, m	5.94		5.94	
Longitud interna, m	10.21		10.21	
%Velocidad Critica	75		75	
%Carga de Bolas	0.45		0.45	
Bond Work Index, kwh/t	17		17	
Max Tamaño Bola, mm	64		64	
Parámetros Modelo Molino Bolas				
Velocidad de Fractura/Función Descarga				
Split Knots	Constante	Ln R/D	Constante	Ln R/D
Knot 1, 0.25mm	0.2	0.70	0.2	0.70
Knot 2, 1.4mm	1.5	3.40	1.5	3.40
Knot 3, 16mm	15	4.10	15	4.10
Knot 4, 44.8mm	20	4.50	20	4.50
Función Fractura	Austin/Lucky		Drop weight test / Datos Base	
Parámetro	k	0.8	Función de generación de partículas	
Parámetro	γ	0.6	(Drop weight test) en base al Work	
Parámetro	β	1.2	Index	
Función Clasificación	Whiten		Whiten	
Xg/ Xm, mm	300/0.2		D*, se calcula en base a la función	
N	1		fractura y ratio de descarga	

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 25

Parámetros Modelo desarrollado/JKSimmet – Ch Pebbles

Descripción	Modelo desarrollado Excell		Modelo JKSIMMET	
Parámetros Operacionales Ch Pebbles				
CSS, Close size setting, mm	19		19	
Work Index, Chancado, kwh/t	16		-	
Parámetros Modelo Ch Pebbles				
Función Fractura	Austin/Lucky		Andersen/ Datos Base	
Parámetro	K	0.42	T10	0.25
Parámetro	n1	1.7	La Función generación de	
Parámetro	n2	4	partículas en base al T10	
Función Clasificación	Whiten		Whiten	
Parámetro	d1/d2	15.58/37.62	d1/d2	14.25/36
Parámetro	n	3.2	n	3.2

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 26*Parámetros Modelo desarrollado/JKSimmet – Hidrociclón*

Descripción	Modelo desarrollado Excell	Modelo JKSIMMET
Parámetros Operacionales Nido de Hidrociclones		
Diámetro Ciclon Dc, m	0.66	0.66
Diámetro Inlet Di, m	0.211	0.211
Diámetro Vortex Do, m	0.27	0.27
Diámetro Spigot, m	0.15	0.15
Longitud Cilindro, Lc, m	0.66	0.66
Angulo Cono, grados	15	15
Corte de Agua O/F	71.93	72.31
D50, Corregido, mm	0.180	0.179
Presión de operación, Kpa	81.38	83.1
Parámetros Modelo Hidrociclones - Nageswararao		
D50 constante kd0	0.00008	0.00008
Const. Capacidad Kq0	440	440
Const. Corte Volumen Kv1	9	9
Corte de Agua Kw1	7.3	7.3
Curva de Eficiencia – Alfa/Beta	1.4/0.0	1.4/0.0

Fuente: Elaboración Propia

3.3 Simulación del circuito de molienda actual.

Una vez validado el modelo del circuito de molienda se procede ejecutar la simulación de aumento de tonelaje de 820 tph a 920 tph para cumplir los 22,000 tpd. La simulación del circuito de Molienda estará dividido en 2 etapas.

- La primera etapa será una simulación/dimensionamiento modificando únicamente el tonelaje a 920 tph, sin modificar las variables operaciones del circuito, se revisarán las posibles restricciones e inconsistencias del circuito.
- La Segunda etapa será una simulación/dimensionamiento con modificando los parámetros operaciones a un tonelaje de 920 tph, con el objetivo de eliminar las restricciones e inconsistencias que se pudieran generar en el circuito.

Es necesario tener una simulación consistente metalúrgicamente para poder evaluar si es posible lograr la ampliación de tonelaje manteniendo la %carga circulante, consumo energético kwh/t y producto P80 flotación con los equipos actuales.

3.3.1 Simulación del Circuito a 920 tph

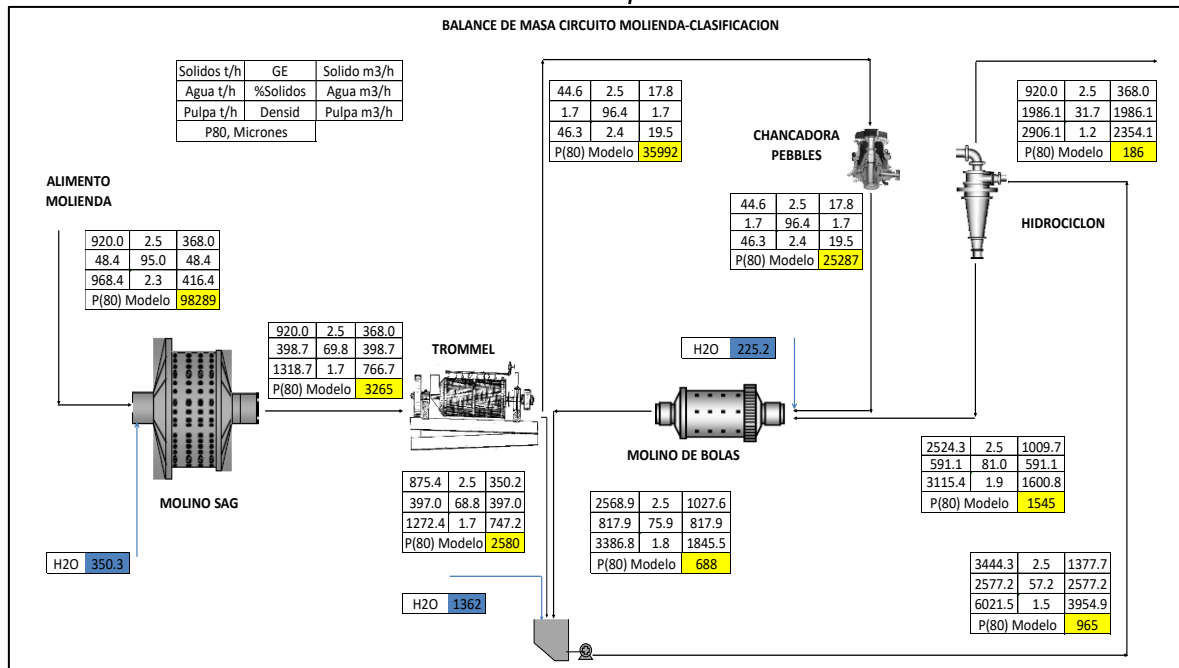
En esta primera simulación no se realizará modificación de ningún parámetro operacional; las Simulación Desarrolladas como la simulación de validación con JKSimmet generaron Roping (método SPOC/Plitt) indicativo de una deficiente clasificación, además de un aumento de P80 a flotación 180 a 186 um.

En necesario acompañar el resultado de la simulación con el dimensionamiento del equipo para corroborar un funcionamiento correcto y lógico metalúrgicamente.

En la Figura 46 y Figura 47 se muestra el Balance de Masa Simulado desarrollado y en JKsimmet respectivamente

Figura 46

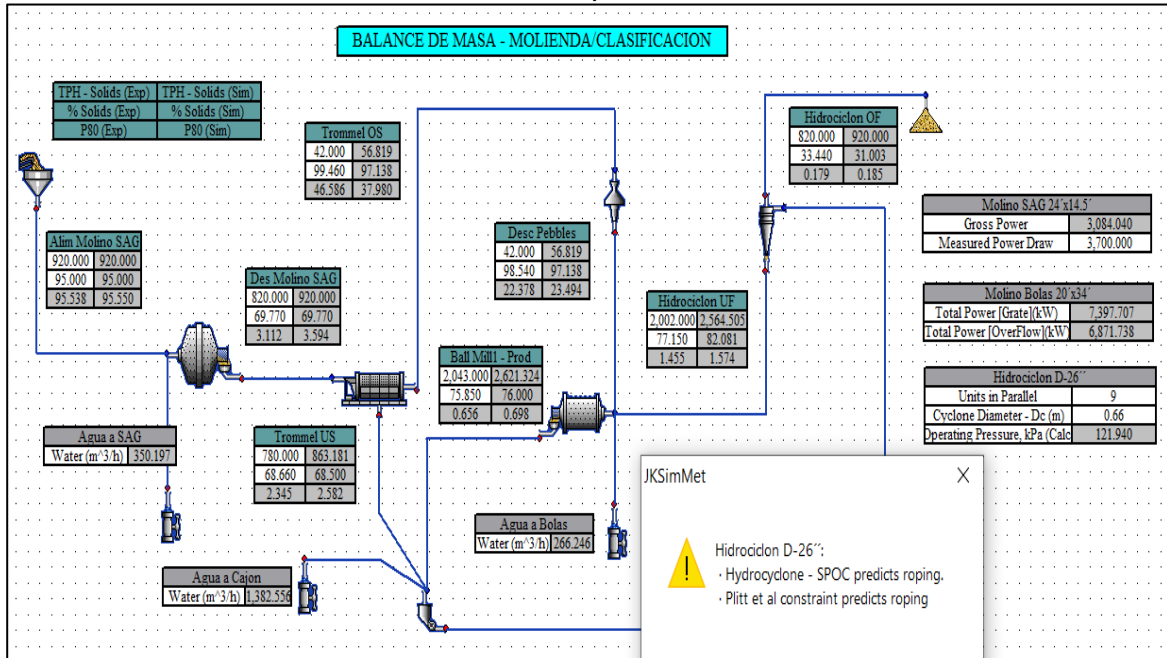
Balance de Masa desarrollado Simulación 920 tph



Fuente: Elaboración Propia

Figura 47

Balace de Masa JKsimmet Simulación 920 tph



Fuente: Elaboración Propia

3.3.2 Dimensionamiento de la Simulación a 920 tph

Una vez realizado la simulación a 920 tph se procede a dimensionar los equipos. Las limitaciones encontradas en esta simulación a un tratamiento de 920 tph son:

- Molino de Bolas: El dimensionamiento de este equipo determino una potencia mínima requerida en el motor 7670 kw, mientras que la instalada es de 7460 kw, siendo esta una limitación para generar el tamaño de liberación requerido.
- Hidrociclones: Se genera el efecto Roping, indicativo de una deficiente clasificación, ya que el porcentaje de sólidos en Volumen del underflow en la simulación es de 63.08%, el cual es mayor al %Solidos en volumen teórico SPOC=58.97%. La mayor acumulación de Solidos en el UF es ocasionado por sobre flujo de alimentación (Aumento %CC de 254% a 274).
- Aumento de presión Alimento al Ciclón de trabajo de 82 kpa a 113 kpa.
- Estimar el consumo energético kwh/t no será posible debido a la inconsistencia energética generada en el molino de Bolas.

En la Tabla 27 se presenta el resumen de los resultados obtenidos

Tabla 27*Resultado del dimensionamiento de los equipos a 920 tph*

	Unidad	Base 820 tph	Simulación 920tph
Molino SAG			
Potencia Instalada SAG	kw	3,730	3,730
Min Tamaño Motor (Power Draw)	kw	3,480	3,480
Min Tamaño Motor BarratMethod	kw	3,061	3,357
Verificación de Diseño	kw	OK	OK
Chancadora Pebbles – SP200			
Potencia Instalada, Pebbles	kw	147	147
Min Tamaño Motor (Power Draw)	kw	72	90
Min Tamaño Motor - Bond	kw	15	18
Verificación de Diseño		OK	OK
Molino de Bolas			
Potencia Instalada, Bolas	kw	7,460	7,460
Min Tamaño Motor Rowland Kjos	kw	7,320	7,320
Min Tamaño Motor - Bond	kw	6,890	7,670
Verificación de Diseño		OK	CHECK
Hidrociclones			
Presión Alimentación Inlet	kpa	81.4	113.5
%Ss Underflow V/v Process	%	57.55	63.08
%Ss Underflow V/v SPOC <	%	58.97	58.97
Condición roping (SPOC)		No Roping	Roping
Verificación de Diseño		OK	CHECK

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 28*Dimensionamiento Molino SAG*

Dimensionamiento Molino SAG			
Descripción	Unidad	Base	Simulación
Datos Generales			
Tonelaje	t/h	820	920
Horas Operación	h	24	24
Toneladas por día	t/d	19,680	22,080
Diámetro Exterior	ft	24	24
Longitud Exterior	ft	14.5	14.5
Diámetro Interior	ft	23.5	23.5
Longitud Interior	ft	14	14
%Sólido de Descarga	%	69.8	69.8
Densidad Pulpa		1.72	1.72
SG Sólido	-	2.5	2.5
%Velocidad Crítica	%	72	72
Nivel de Carga de molturante	%	12	12
Densidad Medio de Molienda		290	290
F(80)	micrones	96,526	98,289
P80	micrones	3,087	3,265
Radio de Reducción de la Etapa	-	31.27	30.10
Work Index (Crushing)	kwh/t	16	16
Work Index (Rod Mill)	kwh/t	18.25	18.25
Work Index (Ball Mill)	kwh/t	17	17
Potencia Instalada, Power Draw	kw	3,730	3,730
Ratio Power	-	0.937	0.937
Energía efectiva de Molienda	kw	3,496	3,496
Energía requerida Molino SAG			
Energía Req. por molino/Power Draw	kw	3,262	3,262
Min Tamaño Motor (@98%)	kw	3,480	3,480
Cálculo de la Energía –Barrat Method			
Energía Req para Molienda	kw	2,908	3,189
Min Tamaño Motor (@95%)	kw	3,061	3,357
Verificación de Dimensionamiento			
Check, Potencia Instalada	-	OK	OK

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 29

Dimensionamiento Chancadora de Pebbles

Dimensionamiento Chancadora Pebbles –SP200			
Descripción	Unidad	Base	Simulación
Datos Generales			
Tonelaje	t/h	37	45
Horas Operación	h	24	24
Toneladas por día	t/d	887	1070
F(80), Alimento	mm	35.7	36
P(80), Descarga	mm	25.4	25.3
Ratio de Reducción	-	1.5	1.5
Max, Tamaño de Partícula	mm	62.2	62.2
Work Index, Crushing	Kwh/t	16	16
# Unidades	#	1	1
Potencia HP	HP	200	200
Lmin, CSS	mm	18	18
Max, Tonelaje – Catalogo	t/h	100	100
Max, Tonelaje del Circuito - Catalogo	t/h	100	100
Diámetro de Taza	m	0.94	0.94
B, Gape	m.	0.45	0.45
V	rpm	350	350
Lmax, OSS	mm	24	24
Lt, Stroke/Throw	m	0.025	0.025
Máximo Tamaño aceptado	m	0.4	0.4
Q, Capacidad Chancadora estimada -CSS	t/h	59.6	59.6
%Carga de Llenado	%	61.99	74.76
F(80), Estimado	mm	255.2	255.2
P(80), Estimado	mm	30.4	30.4
Cálculo de Energía Chancadora			
Energía Req, Circuito, Bond Work Index	kw	12	15
Min Tamaño Motor – Bond (@80%)	kw	15	18
Power Draw, Chancadora	kw	72	72
Min Potencia Instalada, Power Draw (@80%)	kw	90	90
Potencia Instalada en el Circuito	kw	147	147
Verificación de Dimensionamiento			
Check, Capacidad, Nivel de Llenado < 95%	-	OK	OK
Check, Potencia	-	OK	OK

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 30

Dimensionamiento Molino de Bolas 20'x34'

Dimensionamiento Molino Bolas			
Descripción	Unidad	Base	Simulación
Datos Generales			
Tonelaje Fresco Circuito	t/h	820	920
Horas Operación	h	24	24
Toneladas por día	t/d	19,680	22,080
Diámetro Exterior	ft	20	20
Longitud Exterior	ft	34	34
Diámetro Interior	ft	19.5	19.5
Longitud Interior	ft	33.5	33.5
%Sólido de Descarga	%	75.9	75.9%
Densidad Pulpa		1.84	1.84
SG Sólido	-	2.5	2.5
%Velocidad Crítica	%	75	75
Nivel de Carga de molturante	%	45	45
Densidad Medio de Molienda		290	290
F(80), Circuito	micrones	3076	3,252
P80	micrones	181	186
Radio de Reducción de la Etapa	-	16.97	17.50
Work Index (Rod Mill)	kwh/t	18.25	18.25
Work Index (Ball Mill)	kwh/t	17	17.00
Energía Instalada, Power Draw	kw	7,460	7,460
Ratio Power	-	0.9137	0.9137
Energía efectiva de Molienda	kw	6,817	6,817
Energía Requerida Bond Work Index			
Energía Req para la Molienda	kw	6,334	7052
Min Tamaño Motor (@92%)	kw	6,890	7670
Mill Shaft Power - Rowland y Kjos			
Energía Req. por molino/Power Draw	kw	6,689	6689
Min Tamaño Motor (@95%)	kw	7,320	7320
Verificación de Dimensionamiento			
Check, Energía	-	OK	CHECK

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 31**Dimensionamiento Hidrociclones D-15**

Dimensionamiento Hidrociclones			
Descripción	Unidad	Base	Simulación
Datos Generales			
Tonelaje Alim Hidrociclón	t/h	2847	3444
Horas Operación	h	24	24
Toneladas por día	t/d	68,319	82,663
N° Ciclones por Nido	#	9	9
Diámetro Ciclón	pulg	26	26
Oversize, 80% pasante	micrones	160	160
Total, Flujo Alimentación	m3/h	3269	3955
%Sólido Alim	%	57.2	57.2
%Sólido Underflow	%	77.2	81.0
%Sólido Overflow	%	34.9	31.7
%Sólido Alim en V/v	%	34.8	34.8
SG sólido	-	2.5	2.5
Tonelaje Underflow	t/h	2026	2524
Densidad Pulpa	kg/l	1.52	1.52
Diámetro (Dc)	m	0.66	0.66
Inlet (Di)	m	0.211	0.211
Vortex (Do)	m	0.27	0.27
Apex (Du)	m	0.15	0.15
Lc (length of cylindrical Section)	m	0.66	0.66
Φ (Cone full angle, degrees)	Grados	15	15
Flujo de Alimentación por Ciclón	m3/h	363.2	439.4
Modelo Nagewarao			
Numero de Ciclones	#	9	9
Presión Alim Inlet	kpa	81.4	119.1
d50 corregido	micrones	171.4	157.6
Verificación de Dimensionamiento Roping			
%Sólido Underflow V/v Modelo	%	57.55	63.08
%Sólido Underflow V/v SPOC <	%	58.97	58.97
%Sólido Underflow V/v Plitt <	%	61.98	62.06
Check, SPOC (Roping)	-	OK	CHECK
Check, Plitt	-	OK	CHECK

Fuente: Elaboración Propia

3.4 Simulación del Circuito con Parámetros Modificados

Las restricciones en los equipos para lograr una capacidad de 920 tph son:

- Potencia del Molino de Bolas (Potencia Requerida > Potencia Instalada)
- Efecto Roping en el nido de Hidrociclones.

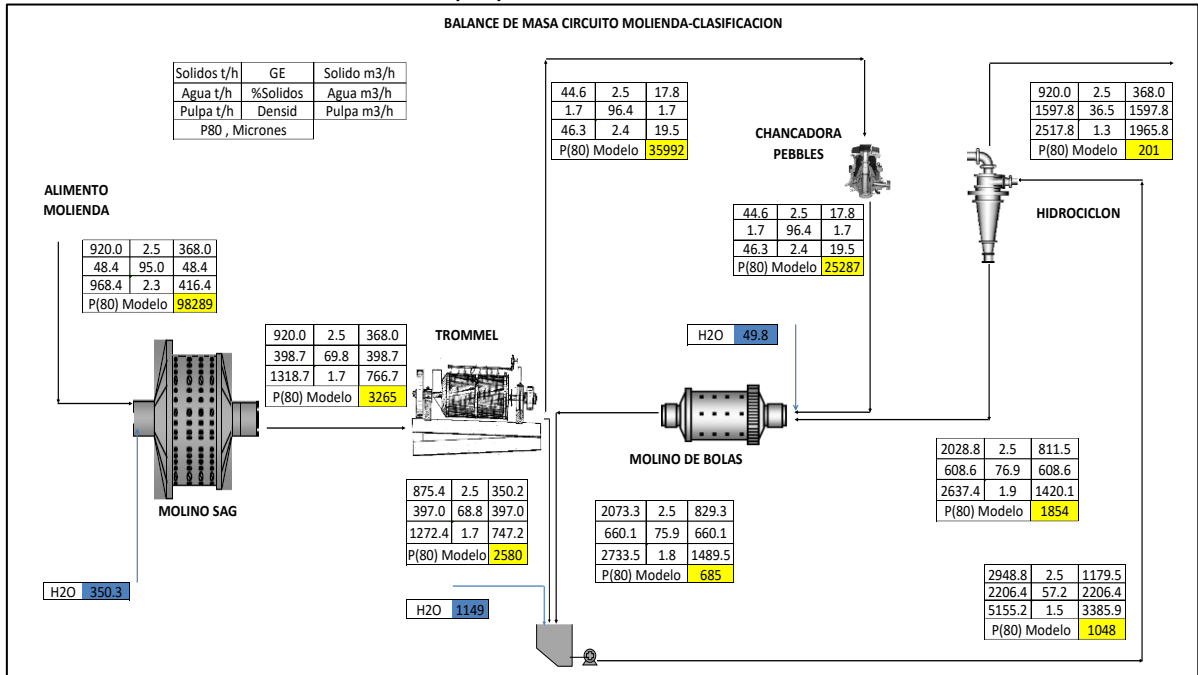
La capacidad del Molino y el efecto roping en los Hidrociclones se encuentran entrelazados. En la simulación a 920 tph el producto de la overflow tiene un P(80) de 188 micrones, sin embargo, el molino de bolas no tiene la capacidad para generar esa reducción de tamaño, por lo cual el producto overflow P(80) debe ser ajustado a un granulometría más grueso hasta que el molino se encuentre dentro de su capacidad ($\text{Potencia Requerida} < \text{Potencia Instalada}$), para esto se modifica los parámetros de operación de los hidrociclones (Apex/Vortex), evitando el efecto Roping.

Ampliando el Vortex a 0.37 m y Apex a 0.16 m se elimina el efecto roping (Reducción de Carga Circulante de 274% a 220%), generando un producto más grueso a flotación P(80) = 201 micrones, con lo cual el molino de bolas se encontraría dentro de su capacidad, el consumo energético del Circuito de molienda estimado de 12.6 kwh/t.

Las figuras a continuación muestran los balances de masa generados con los parámetros modificado de Vortex y Apex en la simulación desarrolladas. La simulación de validación de JKSimmet con los nuevos parámetros de Vortex/Apex también valido la coherencia de resultados entre ambas simulaciones.

Figura 48

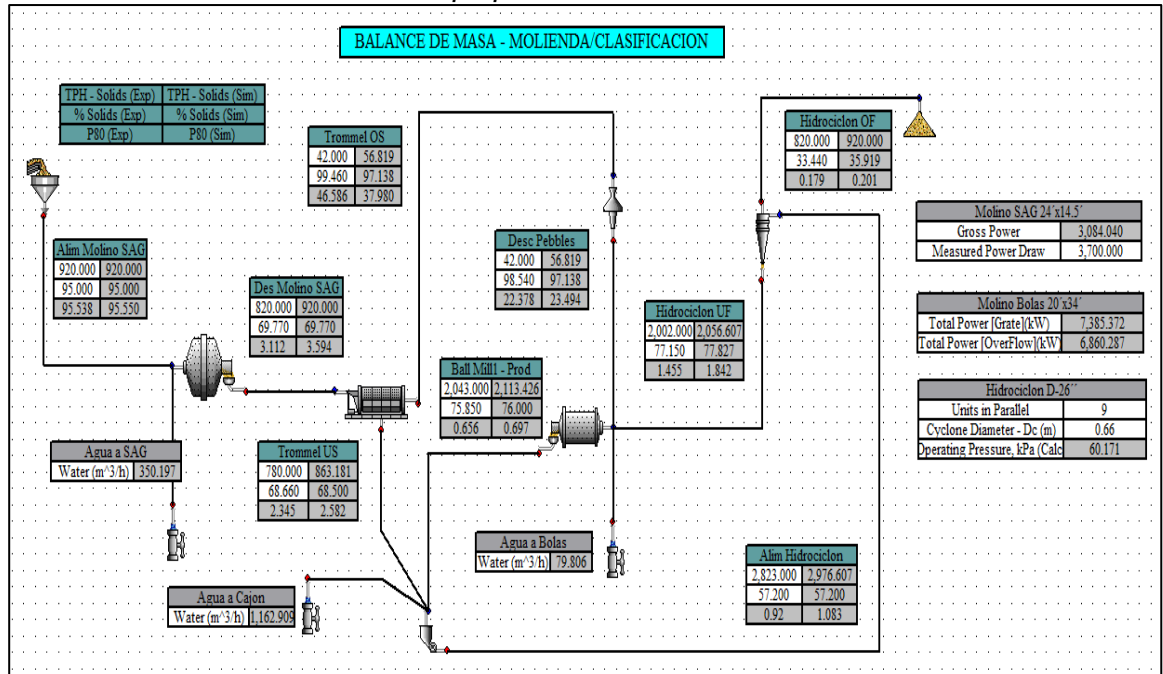
Balance de Masa Simulación 920 tph parámetros modificado.



Fuente: Elaboración Propia

Figura 49

Balance de Masa Simulación 920 tph parámetros modificados JKSimmet.



Fuente: Elaboración Propia

3.4.1 Dimensionamiento de la simulación con Parámetros Modificados

En la Tabla 32 se detallan el dimensionamiento a 920 tph del Molino de Bolas y de los Hidrociclones levantando las restricciones de los equipos con los nuevos parámetros (Vortex/Apex), pero generando un producto más grueso P80.

Tabla 32

Dimensionamiento Molino Bolas/Hidrociclón Parámetros Modificados

Descripción	Unidad	Base	Simulación
Dimensionamiento Molino Bolas con Parámetros Modificados			
Tonelaje	t/h	820	920
Velocidad Critica/%Carga Bolas	%	75/45	75/45
F(80)	Um	3,076	3,252
P(80) del Circuito	Um	181	201
Energía Instalada, Power Draw	Kw	7,460	7,460
Energía Requerida Bond Work Index			
Energía Req para la Molienda	Kw	6,334	6704
Min Tamaño Motor (@92%)	Kw	6,890	7290
Mill Shaft Power - Rowland y Kjos			
Energía Req. por molino/Power Draw	Kw	6,689	6689
Min Tamaño Motor (@95%)	Kw	7,320	7320
Verificación de Dimensionamiento			
Check, Energía (Requerido<Instalado)	-	OK	OK
Dimensionamiento Hidrociclón con Parámetros Modificados			
Flujo de Alimentación por Ciclón	m3/h	363.3	377.2
Diametro (Dc)	M	0.66	0.66
Inlet (Di)	m	0.211	0.211
Vortex (Do)/Apex (Du)	M	0.27/0.15	0.37/0.16
Lc (length of cylindrical Section)	M	0.66	0.66
Φ (Cone full angle, degrees)	Grados	15	15
Modelo Nageswararao			
Numero de Ciclonas	#	9	9
Presión Alim Inlet	Kpa	81.4	57.2
d50 corregido	micrones	171	185.2
Verificación de Dimensionamiento Roping			
%Solido Underflow V/v Modelo	%	57.55	57.14
%Solido Underflow V/v SPOC <	%	58.97	58.97
%Solido Underflow V/v Plitt <	%	61.98	62.06
Check, SPOC/Plitt (Roping)	-	OK	OK

Fuente: Elaboración Propia

3.5 Simulación Circuito de Molienda con Ampliación

En esta sección se describirán las diferentes alternativas consideradas para solucionar la falta de energía disponible en el circuito para la reducción de tamaño en la simulación a 22,000 tpd con parámetros modificados, con los cuales se corrigió las restricciones de inconsistencia en la energía del molino de bolas y el efecto de roping en los hidrociclones obteniendo un incrementada del P80 a flotación de 180 a 201 um, lo cual afectara la recuperación de los metales valiosos por la falta de liberación de partículas. La energía disponible para la reducción de tamaño es de 9,704 kw, para la ampliación a 920 tph (22,000 tpd) la energía mínima requerida es de 10,896 kw manteniendo el P80 a flotación, evidenciándose la limitación energética.

Tabla 33

Energía requerida para la Molienda-Bond

Descripción	Base 820 tph	Ampliación 920 tph	Unidades
Tonelaje	820	920	Ton
F(80)	96,526	96526	Um
P(80)	184	184	Um
Wi Operativo (kwh/t)	16.8	16.8	Kwh/t
Energía Req/ton	11.84	11.84	Kwh/t
Energía Req Molienda	9,712.4	10,896.8	Kw

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 34

Energía disponible en el Circuito de Molienda

Descripción	Potencia	Perdida por	Eficiencia	Energía para
	Instalada, kw	transmisión, 10%	Motor, 95%	Fractura
Molino SAG	3730	373	167.9	3198.15
Molino Bolas	7460	746	335.7	6378.3
Chancadora Pebbles	160	16	7.2	136.8
Energía Circuito Base	11350	1135	510.75	9704.3
Nuevo Equipo	1395	139.5	62.8	1192.6
Energía Ampliación	12744	1274.5	573.5	10896.8

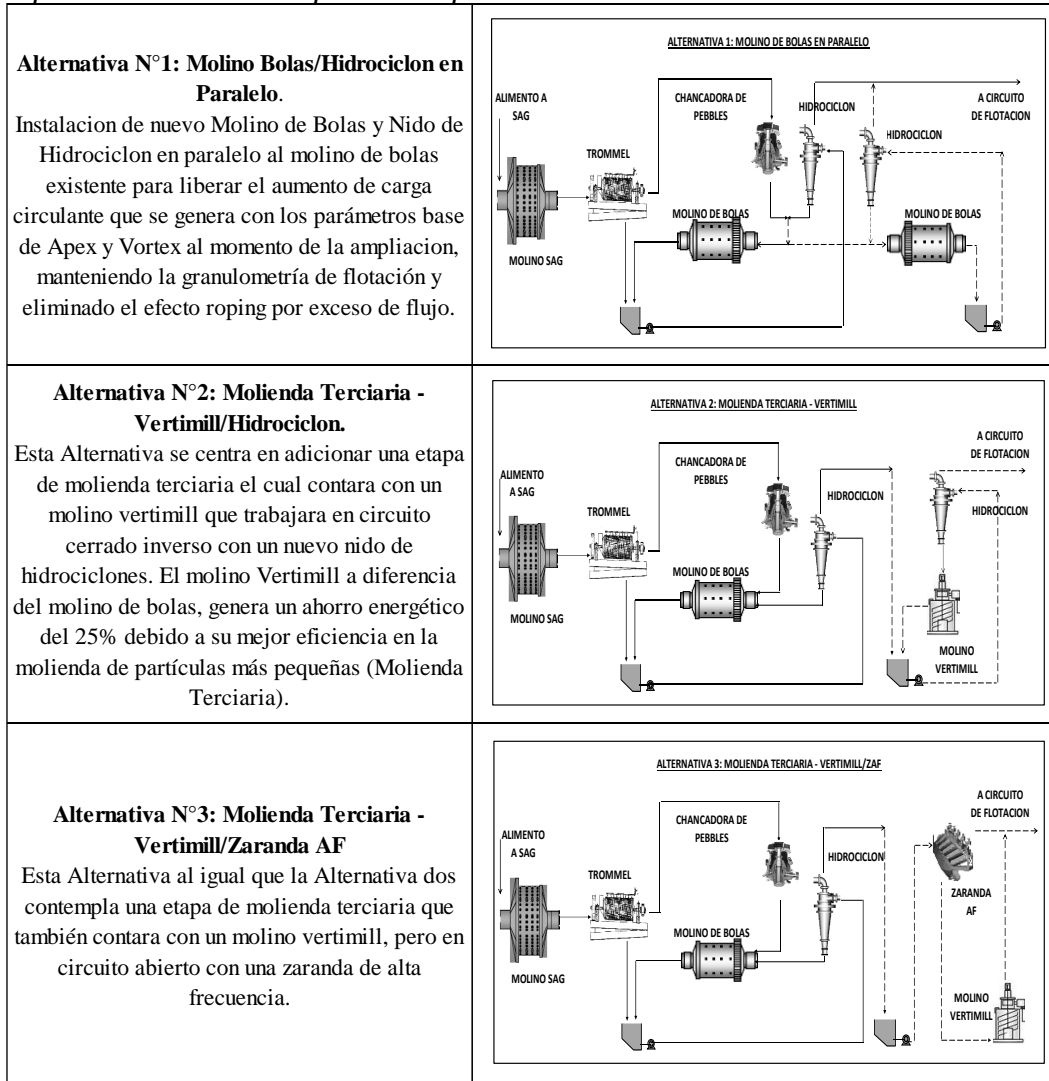
Fuente: Elaboración Propia

Las alternativas evaluadas para el aumento de la capacidad deben contemplar la instalación de un nuevo equipo de reducción de tamaño. Las alternativas escogidas para esta ampliación son:

- Nuevo Molino Bolas/Hidrociación en Paralelo
- Molienda Terciaria – Vertimill/Hidrociación
- Molienda Terciaria – Vertimill/Zaranda Alta Frecuencia

Figura 50

Descripción de Alternativas para la ampliación.



Fuente: Elaboración Propia

3.5.1 Evaluación de alternativas de ampliación del Circuito

La evaluación de la mejor alternativa para el proyecto estará basada principalmente en la ventaja económica que presenten en costo capital (CAPEX) y el costo operativo (OPEX). Las tres alternativas planteadas son viables técnicamente para el incremento de la capacidad de la Planta.

En la Tabla 35 se muestra el resumen de CAPEX y OPEX de los casos en evaluación, En el cual se observa como mejor alternativa la instalación de un Molino Vertimill y Nido de Hidrociclón debido a su menor Capex (23,413,701 US\$) y menor OPEX (0.257 US\$/t).

Tabla 35

Resumen de Casos de Evaluación

	Descripción	CAPEX US\$	OPEX US\$/t
Alternativa 1	Circuito Paralelo Molino de Bolas/Ciclón	26,846,351	0.379
Alternativa 2	Remolienda con molino Vertimill/Ciclón	23,413,701	0.260
Alternativa 3	Remolienda con molino Vertimill/ZAF	33,979,514	0.390

Fuente: Elaboración Propia

Los costos Capitales de las alternativas planteadas están basados en cotizaciones de equipos del 2020 y escalamiento, el nivel de precisión de esta evaluación es +/- 30%. Los costo Operativo desarrollados representa solamente la sección de implementar.

3.5.2 Simulación de Alternativa de Ampliación del Circuito

La mejor alternativa en costo beneficio a desarrollar para subsanar el déficit de energía es la implementación de un circuito de molienda terciario vertimill/nido de hidrociclones.

Tabla 36

Energía adicional en la molienda para la ampliación a 920 tph

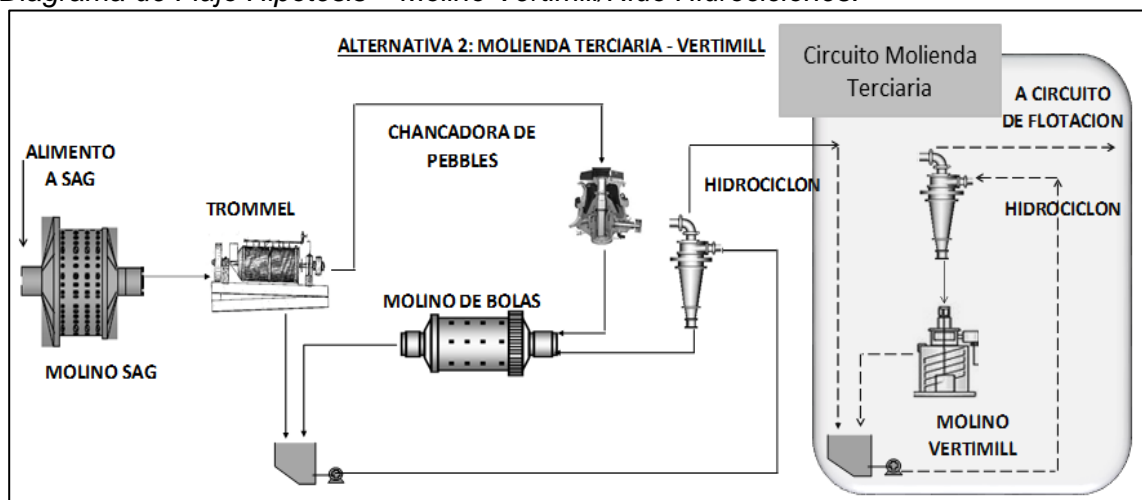
Descripción	Potencia Instalada, kw	Perdida por transmisión, 10%	Eficiencia Motor, 95%	Energía para Fractura
Energía Circuito Actual	11350	1135	510.75	9704.3
Nuevo Equipo	1395	139.5	62.8	1193
Energía Ampliación	12722	1272	572.5	10877.5
Energía Necesaria para la reducción de tamaño a 920 tph				10877.5

Fuente: Elaboración Propia

Este circuito será alimentado por el overflow del nido de ciclones existente, con un P(80) de 201 micrones, que descargara en un cajón de bomba nuevo, desde el cual se bombeara la pulpa a un nuevo nido de hidrociclones D-26", el overflow del nuevo nido de hidrociclones será el producto a flotación con una granulometría P(80) menor a 181 micrones, mientras que el underflow será enviado al molino vertimill, el cual descargara en el nuevo cajón de bombas cerrando el circuito.

Figura 51

Diagrama de Flujo Hipótesis – Molino Vertimill/Nido Hidrociclones.



Fuente: Elaboración Propia

La potencia instalada estimada en el equipo de molienda debe ser mayor a 1395 kw, sin embargo, esta fue calculada por el método de Bond el cual representa la energía de un molino Horizontal de bolas/Barras, la ventaja del molino Vertimill radica en su mayor eficiencia en el uso de la energía para la molienda fina, lo cual representa una disminución de la energía requerida, el proveedor sugiere una disminución mayor al 25% de la energía estimada por Bond en un molino de bolas. [18] (p. 4)

Tabla 37

Estimación de Potencia Instalada – Molino Vertimill

Descripción	Potencia Instalada	Unidad
Potencia Instalada Mínimo Molienda por Bond	1395	kw
Potencia Instalada Vertimill (25% Ahorro)	1046	kw
Potencia Instalada Vertimill (25% Ahorro)	1366	HP
Potencia Instalada Vertimill Seleccionado VTM	1500	HP

Fuente: Elaboración Propia

La potencia instalada mínima en el equipo de molienda seleccionado para la ampliación de capacidad a 920 tph es de 1366 HP, por lo cual se seleccionó Molino Vertimill VTM 1500–WB. [7] (p. 3:51)

Tabla 38*Modelos Catalogo Metso - Equipo Vertimill*

Descripción	Altura, pulgadas	Largo, Pulgadas	Ancho Pulgadas	Peso Equipo ton	Potencia Motor
VTM-650-WB	483	128	152	82.6	650 HP
VTM-800-WB	530	140	160	100.4	800 HP
VTM-1000-WB	530	144	168	116.1	1000 HP
VTM-1250-WB	530	161	178	125.4	1250 HP
VTM-1500-WB	560	172	180	167	1500 HP
VTM-3000-WB	692	268	271	343	3000 HP

Fuente: Elaboración Propia

La velocidad del tornillo del molino vertical es de 30 rpm, con una carga molturante de 45% y se utilizaran bolas de 1 pulgada.

Para realizar el modelo del molino vertimill, primero se debe señalar que no hay un modelo desarrollado de forma precisa para determinar su comportamiento, debido a que existe información limitada de estos molinos en la industria del procesamiento de mineral. Sin embargo, JKSimmet recomienda usar el modelo de balance poblacional (Morrell, Sterns and Weller 1993). [2] (p. 242)

$$f_i - \left(\frac{r_i}{d_i}\right)p_i + \sum_{j=1}^i a_{ij} \left(\frac{r_i}{d_i}\right)p_j = p_i = d_i s_i$$

Para representar efecto del tiempo de residencia provocados en la velocidad de fractura por el cambio del caudal volumétrico del material al molino y cambios por retención de sólidos por modificación del volumen del molino, carga de bolas y densidad de pulpa es utilizada la siguiente relación: [2] (p. 242)

$$\left(\frac{r_i}{d_i}\right) = \frac{u}{v} \left(\frac{r_i}{d_i^*}\right)$$

$u = \text{Volumen del molino ocupado por pulpa}$

$u = \text{Flujo volumetrico de alimentacion}$

Para el circuito nuevo de molienda terciaria no se cuenta con información del muestreo, por lo cual los parámetros de los modelos de estos equipos no pueden ser ajustados, sin embargo, estos pueden ser asociados a los parámetros de los modelos ya

desarrollados en los equipos existentes ya que estos están directamente relacionados en gran parte a la característica del material.

- Molino Vertimill: Para el Molino Vertimill que trabajara como molienda terciaria utilizaremos el modelo del molino de bolas (mezcla perfecta – balance población), por lo tanto utilizaremos los mismos valores k obtenidos en el modelo del molino de bolas para representar la función $\left(\frac{r_i}{d_i^*}\right)$, el cual será afectada por la modificación del tamaño de bolas utilizado por un método de escalamiento ya que este utiliza tamaño de bolas de menor dimensión en comparación de un molino de bolas. Para la función fractura utilizaremos la función propuesta por Austin 1984, por tanto, los parámetros a utilizar serán los determinados en el molino de bolas existente, ya que esta contempla las características del mineral.

$$\text{Funcion Fractura: } B(x; y) = K \left(\frac{x}{y}\right)^{n_1} + (1 - K) \left(\frac{x}{y}\right)^{n_2}$$

- Nuevo Nido de Hidrociclones: Para el nuevo nido de hidrociclones los parámetros del modelo utilizados serán los mismo que los modelados en el Nido de hidrociclones D-26 existente, ya que se utilizara un equipo de las mismas dimensiones que procesara un material características muy similares en Granulometría y %Sólidos.

Tabla 39*Parámetros del modelo y operacionales - Nuevo Nido de Hidrociclones*

Descripción	Modelo Desarrollado	Modelo JKSIMMET
Nido de Hidrociclones Nuevo		
Parámetros Operacionales	Valor	Valor
Diámetro Ciclon Dc, m	0.66	0.66
Diámetro Inlet Di, m	0.211	0.211
Diámetro Vortex Do, m	0.32	0.32
Diámetro Spigot, m	0.15	0.15
Longitud Cilindro, Lc, m	0.66	0.66
Angulo Cono, grados	15	15
Corte de Agua O/F	78.0	78.14
D50, Corregido, um	150	150
Presión de operación, Kpa	80.3	80.8
Parámetros de Modelo Nageswararao		
D50 constante kd0	0.00008	0.00008
Const. Capacidad Kq0	440	440
Const. Corte Volumen Kv1	9	9
Corte de Agua Kw1	7.3	7.3
Curva de Eficiencia - Alfa	1.4	1.4
Curva de Eficiencia - Beta	0	0

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 40*Parámetros del modelo y operacionales - Nuevo Molino Vertimill*

Descripción	Modelo Desarrollado	Modelo JKSIMMET		
Parámetros Operacionales Molino Vertimill				
Diámetro Interno, m	4.07	4.07		
Altura interna, m	3.74	3.74		
%Velocidad Crítica	75	75		
%Carga de Bolas	0.45	0.45		
Max Tamaño Bola, mm	24.5	24.5		
Parámetros Modelo Molino Bolas				
Velocidad de Fractura/Función Descarga				
Split Knots	Constante	Ln R/D	Constante	Ln R/D
Knot 1, 0.25mm	0.2	0.70	0.2	0.7
Knot 2, 1.4mm	1.5	3.35	1.5	3.35
Knot 3, 16mm	15	4.10	15	4.10
Knot 4, 44.8mm	20	4.50	20	4.50
Función Fractura	Austin/Lucky	Drop weight test / Datos Base		
Parámetro	K	0.77	Función de generación de partículas (Drop weight test)	
Parámetro	Y	0.6		
Parámetro	B	1.2		

Fuente: Elaboración Propia

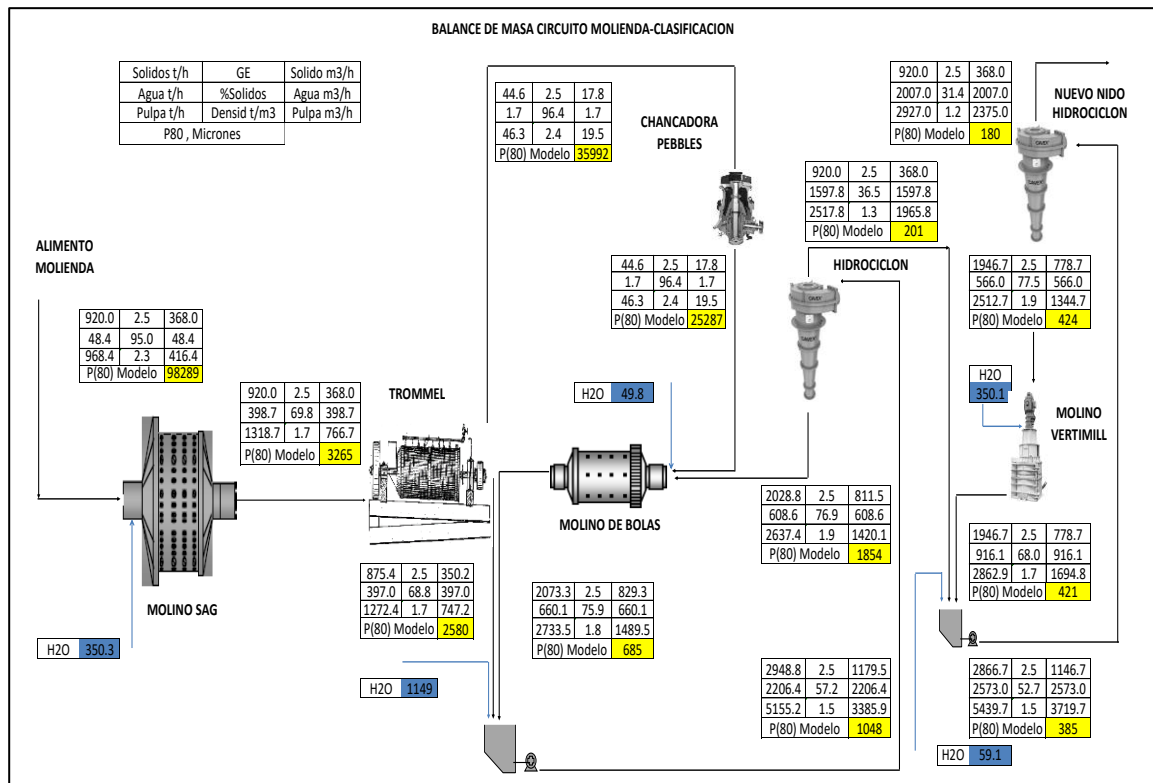
El cálculo de Consumo energético del circuito de molienda es de 14.38 kwh/t, mientras que el consumo de la planta se reduciría de 26.7 kwh/t a 25.2 kwh/t por el incremento del tonelaje principalmente (Tabla 43 resumen de consumo energético)

Los parámetros de la función clasificación no se recalculan ya que se encuentra contenido en la función velocidad de fractura/función descarga $\left(\frac{r_i}{d_i^*}\right)$ con los split knots del modelo.

En la Figura 52 se muestra el balance de masa desarrollado para alternativa de ampliación a 920 tph, mientras que en la Figura 53 se presenta el balance de masa de validación en JKSimmet.

Figura 52

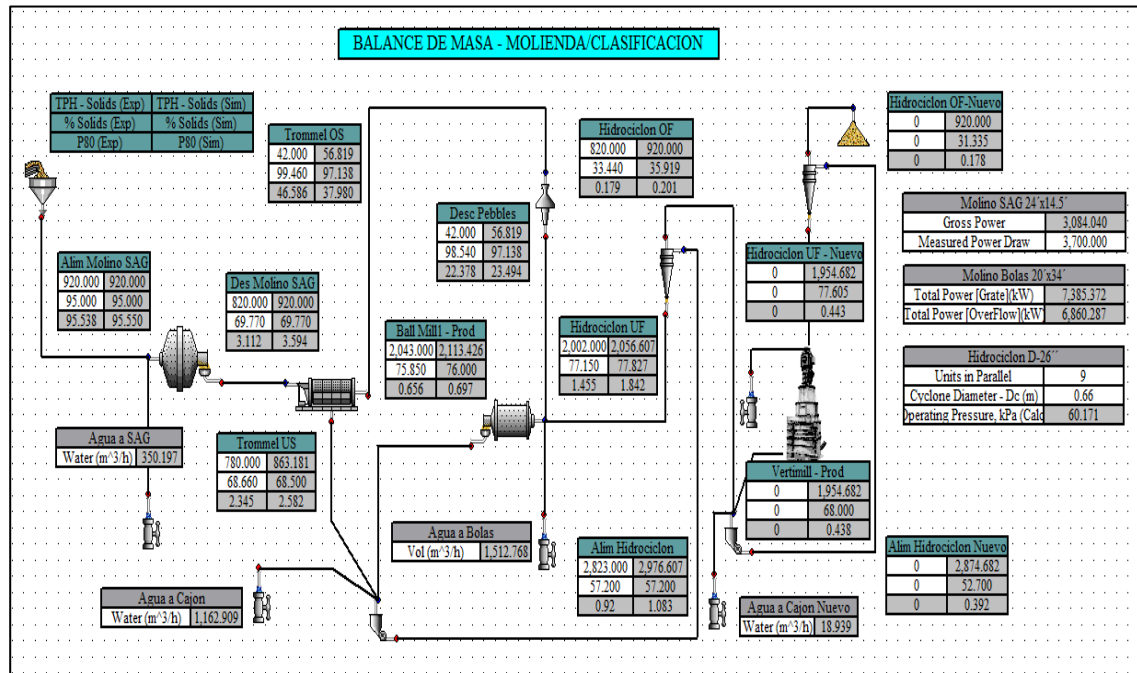
Balance de Masa Molienda Terciaria Vertimill/ZAF



Fuente: Elaboración Propia

Figura 53

Balace de Masa Molienda Terciaria Vertimill/ZAF JKSimmet



Fuente: Elaboración Propia

3.5.3 Dimensionamiento de la Ampliación del Circuito

Para comprobar la coherencia de los resultados obtenidos en el balance de masa a 920 tph para la Alternativa desarrollada, se procederá a redimensionar el molino Vertimill y el Nido de Hidroclón nuevo instalados como molienda terciaria.

Tabla 41*Dimensionamiento del Nuevo Molino Vertimill*

Descripción	Unidad	Simulación
Datos Generales		
Tonelaje Fresco Circuito	t/h	920
Horas Operación	h	24
Toneladas por día	t/d	22,080
Diámetro Exterior	ft	13.3
Altura Exterior	ft	14.3
Diámetro Interior	ft	12.3
Altura Interior	ft	13.3
%Sólido de Descarga	%	68%
SG Sólido	-	2.5
Densidad de Pulpa		1.69
Velocidad de Giro	rpm	30
F(80), Circuito	micrones	201
P80	micrones	180
Work Index	kwh/t	24
Potencia Instalada, Power Draw	HP	1500
Energía Instalada, Power Draw	kw	1149
Ratio Power	-	0.90
Energía efectiva de Molienda	kw	1034
Energía Requerida Bond Work Index		
Energía Req para la Molienda	kw	883
Ahorro de Energía Vertimill 25%	kw	220
Energía Req Molino Vertimill	kw	662
Min Tamaño Motor (@90%)	kw	736
Min Tamaño Motor (@90%)	HP	961
Verificación de Dimensionamiento		
Check, Energía	-	OK

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 42*Dimensionamiento del Nuevo Nido de Hidrociclones*

Descripción	Unidad	Simulación
Datos Generales		
Tonelaje	t/h	2,866
Horas Operación	h	24
N° Ciclones por Nido	#	9
Diámetro Ciclón	pulg	26
Oversize, 80% pasante	micrones	180
Total, Flujo Alimentación	m3/h	3,720
%Sólido Alim	%	52.7
%Sólido Underflow	%	77.5
%Sólido Overflow	%	31.4
SG sólido	-	2.5
Tonelaje Underflow	t/h	1,946
Densidad Pulpa Alim	kg/l	1.46
Diámetro (Dc)	m	0.66
Inlet (Di)	m	0.211
Vortex (Do)	m	0.32
Apex (Du)	m	0.15
Lc (length of cylindrical Section)	m	0.66
Φ (Cone full angle, degrees)	Grados	15
Flujo de Alimentación por Ciclón	m3/h	413
Modelo Nageswararao		
Presión Alim Inlet	kpa	80.34
d50 corregido	micrones	150
Verificación de Dimensionamiento Roping		
%Sólido Underflow V/v Modelo	%	57.91
%Sólido Underflow V/v SPOC <	%	58.17
%Sólido Underflow V/v Plitt <	%	61.51
Check, SPOC/Plitt (Roping)	-	OK

Fuente: Elaboración Propia

No se obtuvo restricción en capacidad de energía, tratamiento, P(80) a flotación, performance de clasificación (roping) en el dimensionamiento de los nuevo equipos consideraros en esta alternativa de aumento el tratamiento a 920 tph (22,000 tpd).

Capítulo IV. Análisis y discusión de resultados

Una vez realizado el modelamiento base del circuito de molienda a 820 tpd, se ejecutó la simulación y dimensionamiento de los equipos a 920 tph con el objetivo de procesar 22,000 tpd sin ejecutar algún tipo de modificación de parámetros, encontrándose las siguientes limitaciones e inconsistencias metalúrgicas.

- Molino de Bolas: El dimensionamiento de este equipo determinó una potencia mínima requerida en el motor 7670 kw, mientras que la instalada es de 7460 kw, siendo esta una limitación para generar el tamaño de liberación requerido.
- Hidrociclones: Se genera el efecto Roping, indicativo de una deficiente clasificación, ya que el porcentaje de sólidos en Volumen del underflow en la simulación es de 63.08%, el cual es mayor al %Sólidos en volumen teórico SPOC=58.97%.

Estas inconsistencias fueron eliminadas realizando simulaciones con parámetros modificados, encontrándose que ampliando el Vortex a 0.37 m y Apex a 0.16 m se elimina el efecto roping (Reducción de Carga Circulante de 274% a 220%), generando un producto más grueso a flotación $P(80) = 201$ micrones, con lo cual el molino de bolas se encontraría dentro de su capacidad (Potencia Requerida < Potencia Instalada). Uno de los objetivos en la ampliación de capacidad es mantener el P80 al circuito de flotación para no afectar la recuperación de los metales valiosos por la falta de liberación de partículas.

Al analizar los resultados de las simulaciones y cálculos de dimensionamiento de equipos, se observa que la energía disponible para la reducción de tamaño es de 9,704 kw, mientras que para la ampliación a 920 tph (22,000 tpd) la energía mínima requerida es de 10,896 kw manteniendo el P80 a flotación, evidenciándose la limitación energética.

La alternativa considerada para lograr los objetivos debe contemplar la instalación de un nuevo equipo de reducción de tamaño y la ventaja económica que presenten en costo capital (CAPEX) y el costo operativo (OPEX), siendo en ese aspecto la instalación de un Molino Vertimill VTM-1500-WB y Nido de Hidrociclón D15 la mejor alternativa.

En las simulaciones del circuito de ampliación (molienda terciaria), se logró obtener un P80 de 180 micrones como producto a flotación sin ningún tipo de inconsistencias metalúrgicas. El modelo desarrollado en los equipos nuevos fue escalado en base a los parámetros obtenidos del circuito de molienda base.

Cada simulación/dimensionamiento realizado se enfocó principalmente en determinar las restricciones generadas en la ampliación de tonelaje y la consistencia metalurgia, generando información para evaluar los problemas específicos de %Carga Circulante, Consumo energético kwh/t, P80 flotación.

Simulación del Circuito 920 tph.

- Inconsistencia Energética Molino de Bolas: Potencia mínima requerida en el motor para la reducción de tamaño es 7670 kw, mientras que la instalada es de 7460 kw.
- Efecto Roping Hidrociclones: Deficiente clasificación, %Sólidos en Volumen UF en la simulación es de 63.08% > %Solidos volumen teórico SPOC=58.97%.
- Presión de trabajo Hidrociclón: Aumento de Presión de 82 kpa a 113 kpa
- Granulometría P80 Flotación: Aumento P80 de 180 um a 186 um.
- %Carga Circulante: aumento de 245% a 274% respecto al Caso Base Actual
- Consumo Energético: simulación con inconsistencia energético en molino de Bolas

Simulación del Circuito con Parámetros Modificados

- Con la modificación de parámetros Vortex y Apex se eliminó la inconsistencia Energética en el Molino de Bolas y el efecto Roping en el Nido de Hidrociclones
- Presión de trabajo Hidrociclón: Reducción de Presión de Alimentación 60 kpa
- Granulometría P80 Flotación: Aumento P80 de 180 um a 201 um.
- %Carga Circulante: Reducción de %CC a 220%
- Consumo Energético: Circuito Molienda: 12.6 kwh/t – Planta: 23.8 kwh/t

Simulación del circuito de molienda con Ampliación (Molienda Terciaria)

- Alimento: Producto de la simulación con parámetros modificados P80:201 um
- Nuevo Hidrociclón D-26: Parámetros Vortex: 0.32 m, Parámetro Apex: 0.15 m
- Presión de trabajo Nuevo Nidos de Hidrociclón: 80 kpa

- Granulometría P80 Flotación: 181 um
- %Carga Circulante - Molienda Terciaria: %CC 212%
- Consumo Energético: Circuito Molienda: 14.4 kwh/t – Planta: 25.2 kwh/t

Tabla 43

Comparación de Resultado de las simulaciones

Descripción	Caso Base Actual	Simulación Aumento de Tonelaje	Simulación Parámetros Modificados	Simulación Implementación Equipos
Tratamiento	820	920	920	920
Bond Work Index, kwh/t	17	17	17	17
P80 Alimento Flotación	181	186	201	181
Circuito Existente				
Modelo Hidrociclón	D-26	D-26	D-26	D-26
Diámetro Hidrociclón, m	0.66	0.66	0.66	0.66
%Carga Circulante Existente	245%	274%	220%	220%
Presión Hidrociclón, kpa	82	113	60	60
Apex Hidrociclón, m	0.15	0.15	0.16	0.16
Vortex Hidrociclón, m	0.27	0.27	0.36	0.36
Efecto Roping	OK	CHECK	OK	OK
Inconsistencia Energética	OK	CHECK	OK	OK
Circuito Nuevo				
Modelo Hidrociclón Nuevo	-	-	-	CAVEX D-26
Diámetro Hidrociclón, m	-	-	-	0.66
%Carga Circulante	-	-	-	211%
Presión Hidrociclón, kpa	-	-	-	80
Apex Hidrociclón, m	-	-	-	0.15
Vortex Hidrociclón, m	-	-	-	0.32
Efecto Roping	-	-	-	OK
Molino Vertimill VTM1500	-	-	-	1500 HP
Inconsistencia Energética	-	-	-	OK
Áreas (Precio 0.065 US\$/kwh)	Energía kwh/t	Energía kwh/t	Energía kwh/t	Energía kwh/t
Chancado	1.99		1.77	1.77
Molienda-Clasificación	14.16		12.63	14.38
Flotación- Remolienda	5.27		4.33	4.33
Espesamiento de Relaves	0.02	Inconsistencia energética	0.02	0.02
Espesamiento/Filtrado Concentrados	0.83		0.74	0.74
Reactivos	0.29		0.26	0.26
Otros	4.13		3.68	3.68
Total	26.69	-	23.43	25.18

Fuente: Elaboración Propia

Validación de Hipótesis

La prueba de hipótesis es un procedimiento basado en la evidencia muestral y en teoría de probabilidades, que se utiliza para determinar si la hipótesis es un enunciado racional y no debe rechazarse o si es irracional y debe ser rechazado. Cuando se rechaza la hipótesis nula significa que el factor estudiado ha influido significativamente en los resultados y se acepta la hipótesis alternativa. Para esto se utilizará la capacidad de tratamiento antes y después de la implementación del circuito de molienda terciaria.

Interpretación de la hipótesis nula:

- 0.10, hay cierta evidencia de que H_0 no es verdadera
- 0.05, hay evidencia fuerte de que H_0 no es verdadera
- 0.01, hay evidencia muy fuerte de que H_0 no es verdadera
- 0.001, hay evidencia extremadamente fuerte de que H_0 no es verdadera

Planteamiento de hipótesis nula y alternativa (media poblacional)

$$H_0: u \leq 22,000 \text{ tpd}$$

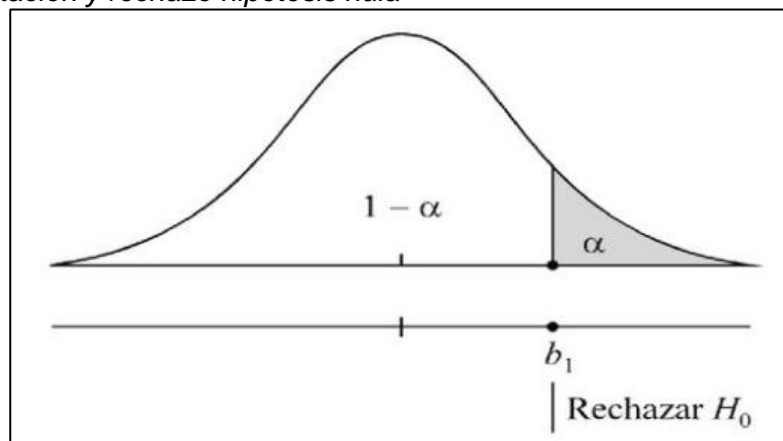
$$H_a: u > 22,000 \text{ tpd}$$

Nivel de Significancia: $\alpha = 0.05$

En la figura a continuación se muestra las zona de aceptación y rechazo de la hipótesis nula planteada.

Figura 54

Zona de aceptación y rechazo hipótesis nula



Fuente: Elaboración Propia

Determinación de la función pivotal

$$Z = \frac{x - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$Z = \frac{22,174 - 22,000}{1165/\sqrt{312}} = 2.64$$

Formulación de regla de decisión

Toma de decisión e interpretación de resultados (Tabla normal estándar):

Se rechaza la hipótesis nula si: $Valor - p \leq \alpha$

$$0.0041 \leq 0.05$$

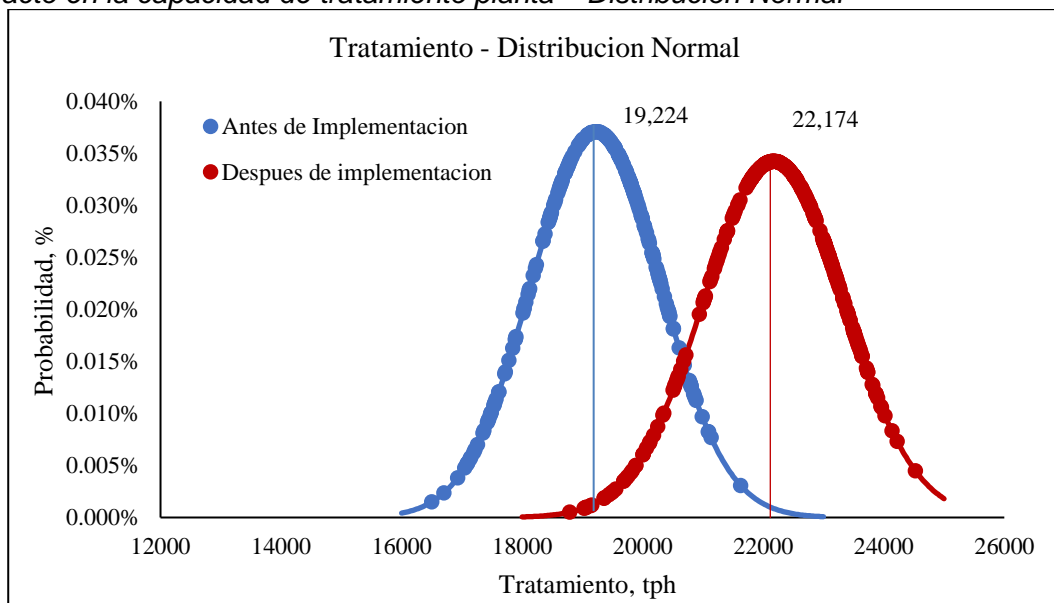
Entonces se rechaza la hipótesis nula

$$H_0: u \leq 22,000 \text{ tpd}$$

Por lo tanto, existe una evidencia muy fuerte de que H_0 no es verdadera, entonces rechazamos la hipótesis nula que indica que la media población de la capacidad de tratamiento de planta es menor o igual a 22,000 tpd y se acepta la hipótesis alternativas con la premisa de que la implementación del circuito de molienda terciaria influyo determinadamente para lograr un tratamiento mayor a 22,000 tpd.

Figura 55

Impacto en la capacidad de tratamiento planta – Distribución Normal



Fuente: Elaboración Propia

Conclusiones

El modelo base desarrollado del circuito de molienda a 19,600 TPD presento consistencia técnica en el dimensionamiento de equipos y una desviación estándar SD < 5% entre las distribuciones granulométricas modeladas y experimentales de los diferentes flujos del circuito cual es un indicativo de una buena precisión.

La simulación/redimensionamiento del circuito de molienda para el aumento de tonelaje a 22,000 TPD con el modelo base desarrollado, genero un ligero aumento del P80 de 181 a 186 um, además se observó inconsistencia en el dimensionamiento del molino de bolas por falta de energía para reducción de tamaños (Energía Instalada < Energía requerida) y deficiencia de clasificación (roping) en el nido de hidrociclones D-26 por el aumento de carga circulante de 250% a 280%.

La ejecución de la simulación/redimensionamiento a 22,000 TPD modificando los parámetros operaciones de Apex (015 mm a 0.16 mm) y Vortex (0.27 mm a 0.36 mm) eliminaron la inconsistencia de déficit de energía en el molino de bolas y el efecto roping, por lo cual la carga circulante se ve reducida de 274% a 220%, sin embargo el P(80) se incrementa de 186 um a 201 um, por falta de energía en el circuito para la reducción de tamaño, quedando esta simulación a 22,000 TPD con parámetros modificados como punto de partida para la evaluación de la ampliación.

La energía disponible en el circuito de molienda para la reducción de tamaño es de 9,704 kw, para la ampliación a 920 tph (22,000 TPD) la energía mínima requerida es de 10,896 kw manteniendo el P(80) a flotación, evidenciándose la limitación energética del circuito, la cual debe ser contemplada en las alternativas de ampliación.

La mejor alternativa para la ampliación de capacidad de tratamiento es la implementación del circuito de molienda terciaria (Molino Vertimill VTM-1500/Hidrociclones D-26), basado en una estimación de mejor costo CAPEX y OPEX. La selección de equipos fue en base a un cálculo preliminar de déficit energía y flujos requeridos para la ampliación.

En la Simulación del circuito de Aplicación con molienda terciaria se utilizó el modelo de Nageswarararo para el Nuevo Nido Hidrociclón D-26 y para el Molino Vertimill VTM-1500 utilizo el modelo Mezcla Perfecta – Balance Poblacional, los parámetros utilizados para la simulación que dependen de las características del material fueron derivados/escalados de los modelos obtenidos en el circuito de molienda Base, obteniendo como producto un P80 de 181 micrones hacia la flotación.

En el dimensionamiento de los equipos nuevos de la molienda terciaria no se encuentro restricción en capacidad de energía, tratamiento, P(80) a flotación o performance de clasificación (roping), obteniendo una simulación consistente para la ampliación del circuito a 22,000 TPD.

El consumo energético en molienda se incrementará de 14.16 a 14.38 kwh/t con la implementación circuito terciario de molienda por la mayor dureza del mineral, sin embargo, el consumo general se reducirá de 26.69 a 25.18 kwh/t.

Con la utilización de técnicas de modelamiento/Simulación se logró definir los parámetros de diseño óptimo de la nueva configuración del circuito de molienda para el procesamiento estable de 22,000 TPD del mineral de mayor dureza.

Las modelos/Simulaciones realizadas presentaron consistencia Técnica en los flujos de las líneas del circuito base, distribución granulometría y parámetros de los modelos con respecto a las simulaciones de validación ejecutadas en JKSimmet

Recomendaciones

Es recomendable ampliar los estudios/información de equipos de molienda tipo vertimill de modo de generar un modelo propio para las características/parámetros de estos equipos y mejora la precisión de las simulaciones.

Actualmente los programas de modelamiento no incorporan al 100% en sus algoritmos lógicos criterios de dimensionamiento de equipo, generando un riesgo alto al momento de la interpretación de los resultados.

Se recomienda realizar estudios geometalurgicos a mediano y largo plazo para conocer y predecir los cambios en el comportamiento del mineral en dureza, velocidad sedimentación, texturas, mineralogía, etc. ya que las simulaciones desarrolladas en la implementación del circuito de molienda terciaria están basadas únicamente en el incremento de dureza/características del mineral actual que está procesando la planta y no contempla algún tipo de contingencia para cambios de mineral futuro.

Referencias bibliográficas

- A. Gupta and D.S. Yan. Mineral Processing Design and Operation, an Introduction. Perth, Australia, enero 2016. **[1]**.
- A.J. Lynch. Mineral Crushing and Grinding Circuits, Their simulation, optimisation, design and control. 1980 Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre. **[6]**.
- Alex Doll. A comparasion of SAG Mill Power models. Procemin 2013, Doll Consulting Ltd, Canada. **[9]**.
- Armer Morten Kvarving– Natural Cubic spline Department of mathematical sciencies Norwegian University of science and Technology October 2008. **[19]**.
- Barratt, D.J. (1979). Semi-autogenous grinding: a comparison with the conventional route, CIM Bulletin. **[8]**.
- Bhadani Kanishk, Asbjornson Gauti & other, Simulation-Drive Development for Coarse Comminution Process – A Case Study of Geita Gold Mine, Tanzania Using PlantSmith Process Simulator, August 2021.
- Djalolitdin Pakhritdinovich &Sanjar Boybutayev. Problems of Modeling and Control of the Technological Process of Ore Grinding, August 2021.
- Edited by Andrew L. Mular, Doug N. Halbe, and Drek J. Barrat. Mineral Processing Plant Design, Practice, and Control Proceedings Volumen 1 – Volumen 2. 2002 Society for mining, Metallurgy and Exploration, Inc (SME), 8307 Shaffer Parkway, Littleton, Colorado, USA. **[15]**.
- Edited by K.S.E. Forssberg, K. Schonert. Comminution 1994, Proceedings of the 8 th European Symposium on Comminution and 50th event of the European Federation of chemical Engineering. 1996 Elsevier Science B.V, Sara Burgerhartstraat 25, P.O. Box 211, 1000 AE Amsterdam, The Netherlands. **[16]**.
- Edited by Maurice C. Fuerstenau and Kenneth N. Han. Principles of Mineral Processing. 2003 Published by the Society for mining, metallurgy, and exploration, Inc, 8307 Shaffer Parkway, Littleton, Colorado, USA. **[14]**.

- Edited by S. Komar Kawatra. Advances in Comminution. 2006 Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Inc. (SME)8307 Shaffer Parkway, Littleton, Colorado, USA 80127. **[4]**.
- G. Rosales Marin y J.A. Delgadillo. Determinación de parámetros de Fractura Axb, t10 y ta para minerales Pb-Cu. Instituto de Metalurgia, Universidad autónoma de San Luis, Minpro Consultants SC. **[13]**.
- Haijie Li, Dynamic Modeling and Simulation of SAG Mill Circuits with Pebble Crushing, Chalmers University of Technology – Gothenburg, Sweden 2020.
- J.A.Finch & S.Makni, The Truth about population balance modeling, June 2023
- JKTech Pty Ltd. JKSimmet Version 6.0 Steady State Mineral processing Simulator. 40 Isled Road, Indooroopilly, Brisbane, Quesland 4068, Australia 2014. **[5]**.
- Leonardo G. Austin – Fernando Concha A. Diseño y Simulación de Circuitos de Molienda y Clasificación. Programa Iberoamericano de Ciencia y Tecnología para el Desarrollo CYTED. Concepción, Chile, Abril de 1994. **[10]**.
- Leonel E. Sepulvera - Jaime Sepulvera. Dimensionamiento y optimización Plantas Concentradoras Mediante Técnicas de Modelamiento Matemático. Centro de Investigacion Minera y Metalurgica 1986. Impreso por Impresos Verman, Pedro Subercaseaux 3118, Santiago, Chile. **[11]**.
- Metso Handbook – Basic in Minerals Processing Equipment. 2018 - 11 edición. **[7]**.
- Metso – Proposal Vertimill grinding mill; October 2015. **[18]**.
- Mohsen Mhadhbi, DEM Modeling and Optimization of the High Energy Ball Milling, National Institute of Research and Physicochemical Analysis, July 202
- Paul W. Cleary, Matt D. Sinnott & Rob D Morrison, Manuel Saldaña, Luis Ayala & Javier Gonzales, Modeling the Dynamic of a SAG Milling System Through Regression Models and Neural Networks, October 2021.
- Qiyue Xie, Caifengyao Zhong, Daifei Liu & others, Operation Analysis of a SAG Mill under Different Conditions Based on DEM and Breakage Energy Method, October 2020.

- R.P. King, edited by C.L. Scheider and E.A King. Modeling and Simulation of mineral Processing Systems, 2nd edition. Published by the society for mining, Metallurgy, and Exploration, Inc. **[3]**.
- Rasoul Fatahi & Kianoush Barani, Modeling and simulation of vertical roller mill using population balance model, September 2019.
- Modelling and Simulation of the Santa Rita Mine Milling Circuit, June 2016.
- Rodrigo M. de Carvalho, Tulio M. Campos & Others, Mechanistic modeling and simulation of grinding iron ore pellet feed in pilot and industrial-scale ball mills, November 2021.
- Sajjad Chehrehgani, Hojjat Hosseinzadeh & Sahand Haghikia, Power consumption management and simulation of optimized operational conditions of ball mills using the Morrell Power model: A case study, The Mining-Geology-Petroleum Engineering, 2021.
- Scale-Up Investigation of a Pilot and Industrial Scale Semi-Autogenous Mill Using a Particle Scale Model, November 2023.
- T.J. Napier-Munn, S. Morrel, R.D. Morrison y T. Kojovic. Mineral Comminution Circuits, Their operation and Optimisation. Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre, Isles Road, Indooroopilly, Queensland 4068, Australia 1996. **[2]**.
- W. Valey Jnr and S, Morrel. The development of a dynamic model for autogenous and semi autogenous grinding. Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre, Univerity Queensland, Isles Road, Indooroopilly, Qld 4068, Australia July 1995. **[12]**.
- Weir Minerals Latin América - Propuesta Budget NI-31415 Expansión Planta Batería de Hidrociclones (CAVEX), Nov-2015. **[17]**.

Anexos

	Pág.
Anexo 1: Matrices del Modelo de Molino SAG	2
Anexo 2: Matrices del Modelo del Trommel	8
Anexo 3: Matrices del Modelo de Chancadora de Pebbles	9
Anexo 4: Matrices del Modelo Molino de Bolas - Hidrociclón	11
Anexo 5: Cubic Split Funtion - Definición	15
Anexo 6: Cubic Spline – Función R Velocidad Especifica Fractura SAG Mill	18
Anexo 7: Cubic Spline – Función R/D* Molino de Bolas.....	19
Anexo 8: Detalle Costo Operativo por Concepto de Energía.....	20

Modelamiento Molino SAG $[(D_i + R_i - A_{ij}R_i)Inv] * F_i = S_i \wedge P_{sag} = P_i = D_i * S_i$:

ASTM	Mid Size	Fila Matriz	Fi	Si	Aij.Rj.Si	(1-R)*Si	Di*Si	R*Si	Pi = Psag	Validación
8"	287368	1	0.00	0.0000	0.00	0.00	0.000	0.00	0.00	0.0000
7"	190076	2	0.00	0.0000	0.00	0.00	0.000	0.00	0.00	0.0000
6"	166138	3	0.01	0.0001	0.00	-0.01	0.000	0.01	0.00	0.0000
5"	140412	4	0.04	0.0002	0.00	-0.05	0.000	0.05	0.00	0.0000
4"	113592	5	0.07	0.0006	0.02	-0.09	0.000	0.09	0.00	0.0000
3"	87988	6	0.11	0.0015	0.05	-0.16	0.000	0.16	0.00	0.0000
2"	62217	7	0.12	0.0028	0.11	-0.22	0.000	0.23	0.00	0.0000
1 1/2"	43994	8	0.07	0.0031	0.15	-0.21	0.006	0.22	0.01	0.0000
1"	31109	9	0.08	0.0025	0.17	-0.23	0.017	0.23	0.02	0.0000
3/4"	21997	10	0.05	0.0016	0.18	-0.21	0.019	0.21	0.02	0.0000
1/2"	15554	11	0.06	0.0009	0.17	-0.21	0.015	0.22	0.02	0.0000
3/8"	10999	12	0.04	0.0007	0.17	-0.19	0.015	0.20	0.01	0.0000
1/4"	7777	13	0.04	0.0007	0.17	-0.19	0.020	0.19	0.02	0.0000
4	5492	14	0.03	0.0008	0.16	-0.16	0.028	0.16	0.03	0.0000
6	3989	15	0.03	0.0011	0.13	-0.12	0.039	0.12	0.04	0.0000
8	2812	16	0.02	0.0013	0.12	-0.09	0.054	0.09	0.05	0.0000
12	2003	17	0.02	0.0012	0.09	-0.05	0.057	0.06	0.06	0.0000
16	1416	18	0.02	0.0010	0.07	-0.03	0.055	0.03	0.06	0.0000
20	1001	19	0.02	0.0008	0.05	-0.02	0.047	0.02	0.05	0.0000
30	714	20	0.01	0.0007	0.04	-0.01	0.042	0.01	0.04	0.0000
40	505	21	0.01	0.0007	0.04	-0.01	0.043	0.01	0.04	0.0000
50	357	22	0.01	0.0008	0.04	-0.01	0.049	0.01	0.05	0.0000
60	274	23	0.01	0.0006	0.04	0.00	0.037	0.00	0.04	0.0000
80	212	24	0.01	0.0007	0.03	0.00	0.039	0.00	0.04	0.0000
100	164	25	0.00	0.0007	0.04	0.00	0.039	0.00	0.04	0.0000
140	126	26	0.01	0.0008	0.04	0.00	0.046	0.00	0.05	0.0000
200	89	27	0.01	0.0010	0.05	0.00	0.058	0.00	0.06	0.0000
270	63	28	0.01	0.0009	0.05	0.00	0.053	0.00	0.05	0.0000
325	49	29	0.00	0.0005	0.03	0.00	0.030	0.00	0.03	0.0000
400	41	30	0.00	0.0003	0.02	0.00	0.018	0.00	0.02	0.0000
-400	32	31	0.09	0.0030	0.09	0.00	0.174	0.00	0.17	0.0000

1.00	0.0317	2.32	-2.29	1.00	2.32	1.00	0.00
------	--------	------	-------	------	------	------	------

Anexo 2: Matrices del Modelo del Trommel

Modelamiento Trommel Curva de Partición Eu ($C_{trommel}$) \wedge $US_i = P_{sag} C_{trommel} \wedge OS_i = P_{sag}(1 - C_{trommel})$:

Mallas			Curva de Partición			Descarga SAG - Data de Modelo					U/S Trommel - Data de Model					O/S Trommel - Data de Model				
ASTM	Abertura	Mid Size	C trommel	Eo Model	Eu Model	% Ret	Pes Ret	%Ret Acum	%Pass Acum	Psag	% Ret	Pes Ret	%Ret Acum	%Pass Acum	USi	% Ret	Pes Ret	%Ret Acum	%Pass Acum	OSi
	um	um	Eu	%Eu	%Eo															
16"	406400	483293	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	100.0	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00
8"	203200	287368	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	100.0	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00
7"	177800	190076	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	100.0	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00
6"	155240	166138	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	100.0	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00
5"	127000	140412	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	100.0	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00
4"	101600	113592	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	100.0	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00
3"	76200	87988	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	100.0	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00
2"	50800	62217	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	100.0	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00
1 1/2"	38100	43994	0.00	0.00	100.00	0.59	4.80	0.59	99.41	0.01	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00	12.99	4.80	12.99	87.01	0.01
1"	25400	31109	0.00	0.03	99.97	1.72	14.10	2.31	97.69	0.02	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00	38.14	14.10	51.13	48.87	0.02
3/4"	19050	21997	0.04	4.33	95.67	1.92	15.72	4.22	95.78	0.02	0.09	0.68	0.09	99.91	0.00	40.68	15.04	91.80	8.20	0.02
1/2"	12700	15554	0.80	80.35	19.65	1.54	12.65	5.76	94.24	0.02	1.30	10.16	1.39	98.61	0.01	6.72	2.49	98.52	1.48	0.00
3/8"	9525	10999	1.00	100.00	0.00	1.49	12.21	7.25	92.75	0.01	1.56	12.21	2.95	97.05	0.01	0.00	0.00	98.52	1.48	0.00
1/4"	6350	7777	1.00	100.00	0.00	2.00	16.39	9.25	90.75	0.02	2.09	16.39	5.04	94.96	0.02	0.00	0.00	98.52	1.48	0.00
4	4750	5492	1.00	100.00	0.00	2.77	22.71	12.02	87.98	0.03	2.90	22.71	7.94	92.06	0.03	0.00	0.00	98.52	1.48	0.00
6	3350	3989	1.00	100.00	0.00	3.95	32.39	15.97	84.03	0.04	4.14	32.39	12.07	87.93	0.04	0.00	0.00	98.52	1.48	0.00
8	2360	2812	1.00	100.00	0.00	5.45	44.69	21.42	78.58	0.05	5.71	44.69	17.78	82.22	0.05	0.00	0.00	98.52	1.48	0.00
12	1700	2003	1.00	100.00	0.00	5.68	46.56	27.10	72.90	0.06	5.95	46.56	23.73	76.27	0.06	0.00	0.00	98.52	1.48	0.00
16	1180	1416	1.00	100.00	0.00	5.51	45.15	32.61	67.39	0.06	5.77	45.15	29.49	70.51	0.06	0.00	0.00	98.52	1.48	0.00
20	850	1001	1.00	100.00	0.00	4.71	38.60	37.31	62.69	0.05	4.93	38.60	34.42	65.58	0.05	0.00	0.00	98.52	1.48	0.00
30	600	714	1.00	100.00	0.00	4.16	34.14	41.48	58.52	0.04	4.36	34.14	38.78	61.22	0.04	0.00	0.00	98.52	1.48	0.00
40	425	505	1.00	100.00	0.00	4.26	34.92	45.73	54.27	0.04	4.46	34.92	43.24	56.76	0.04	0.00	0.00	98.52	1.48	0.00
50	300	357	1.00	100.00	0.00	4.88	40.01	50.61	49.39	0.05	5.11	40.01	48.35	51.65	0.05	0.00	0.00	98.52	1.48	0.00
60	250	274	1.00	100.00	0.00	3.70	30.31	54.31	45.69	0.04	3.87	30.31	52.22	47.78	0.04	0.00	0.00	98.52	1.48	0.00
80	180	212	1.00	100.00	0.00	3.87	31.72	58.18	41.82	0.04	4.05	31.72	56.27	43.73	0.04	0.00	0.00	98.52	1.48	0.00
100	150	164	1.00	100.00	0.00	3.86	31.64	62.04	37.96	0.04	4.04	31.64	60.31	39.69	0.04	0.00	0.00	98.52	1.48	0.00
140	106	126	1.00	100.00	0.00	4.58	37.54	66.61	33.39	0.05	4.79	37.54	65.11	34.89	0.05	0.00	0.00	98.52	1.48	0.00
200	75	89	1.00	100.00	0.00	5.81	47.66	72.43	27.57	0.06	6.09	47.66	71.19	28.81	0.06	0.00	0.00	98.52	1.48	0.00
270	53	63	1.00	99.91	0.09	5.34	43.77	77.76	22.24	0.05	5.58	43.73	76.78	23.22	0.05	0.11	0.04	98.63	1.37	0.00
325	45	49	1.00	99.82	0.18	3.04	24.90	80.80	19.20	0.03	3.17	24.85	79.95	20.05	0.03	0.12	0.04	98.75	1.25	0.00
400	38	41	1.00	99.78	0.22	1.82	14.93	82.62	17.38	0.02	1.90	14.90	81.86	18.14	0.02	0.09	0.03	98.84	1.16	0.00
-400	27	32	1.00	99.70	0.30	17.38	142.5	100	0.00	0.17	18.14	142.08	100.00	0.00	0.17	1.16	0.43	100.00	0.00	0.00
Total						100.00	820.00			1.00	100.00	783.03		0.955	100.00	36.97				0.045

Modelamiento Hidrociclón Eficiencia Clasificación

$$F_{ciclón} = F_i = P_{bolas} + P_{sag} C_{trommel} \quad \wedge \quad UF_i = F_i C_{ciclón} \quad \wedge \quad OF_i = F_i (1 - C_{ciclón})$$

ASTM	Mallas		Fila Matriz	Curva de Partición			UF Hidrociclón - Data de Model					UF Hidrociclón - Data de Model					OF Hidrociclón - Data de Model							
	Abertura	Mid Size		C ciclón	Eo Model	Eu Model	%Ret	Pes Ret	%Ret Acum	%Pass Acum	Fi	%Ret	Pes Ret	%Ret Acum	%Pass Acum	UFi	%Ret	Pes Ret	%Ret Acum	%Pass Acum	OFi			
	um	um		Eo	%Eo	%Eu																		
8"	203200	287368	1	1.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00			
7"	177800	190076	2	1.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00			
6"	155240	166138	3	1.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00			
5"	127000	140412	4	1.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00			
4"	101600	113592	5	1.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00			
3"	76200	87988	6	1.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00			
2"	50800	62217	7	1.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00			
1 1/2"	38100	43994	8	1.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00			
1"	25400	31109	9	1.00	0.00	100.00	0.00	0.05	0.00	100.00	0.00	0.00	0.1	0.00	100.00	0.00	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00			
3/4"	19050	21997	10	1.00	0.00	100.00	0.07	2.09	0.08	99.92	0.00	0.10	2.1	0.11	99.89	0.00	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00			
1/2"	12700	15554	11	1.00	0.00	100.00	0.57	16.21	0.64	99.36	0.02	0.80	16.2	0.91	99.09	0.02	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00			
3/8"	9525	10999	12	1.00	0.00	100.00	0.70	20.02	1.35	98.65	0.02	0.99	20.0	1.89	98.11	0.02	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00			
1/4"	6350	7777	13	1.00	0.00	100.00	1.02	29.00	2.37	97.63	0.04	1.43	29.0	3.32	96.68	0.04	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00			
4.00	4750	5492	14	1.00	0.00	100.00	1.44	40.87	3.80	96.20	0.05	2.02	40.9	5.34	94.66	0.05	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00			
6.00	3350	3989	15	1.00	0.00	100.00	2.01	57.16	5.81	94.19	0.07	2.82	57.2	8.16	91.84	0.07	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00			
8.00	2360	2812	16	1.00	0.00	100.00	2.78	79.16	8.59	91.41	0.10	3.91	79.2	12.07	87.93	0.10	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00			
12.00	1700	2003	17	1.00	0.00	100.00	3.04	86.57	11.63	88.37	0.11	4.27	86.6	16.34	83.66	0.11	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00			
16.00	1180	1416	18	1.00	0.00	100.00	3.29	93.60	14.92	85.08	0.11	4.62	93.6	20.96	79.04	0.11	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00			
20.00	850	1001	19	1.00	0.02	99.98	3.52	100.20	18.44	81.56	0.12	4.94	100.2	25.90	74.10	0.12	0.00	0.0	0.00	100.00	0.00			
30.00	600	714	20	1.00	0.31	99.69	4.26	121.14	22.70	77.30	0.15	5.96	120.8	31.86	68.14	0.15	0.05	0.4	0.05	99.95	0.00			
40.00	425	505	21	0.98	2.05	97.95	6.24	177.57	28.93	71.07	0.22	8.58	173.9	40.44	59.56	0.21	0.44	3.6	0.49	99.51	0.00			
50.00	300	357	22	0.92	7.58	92.42	9.38	267.04	38.31	61.69	0.33	12.18	246.8	52.62	47.38	0.30	2.47	20.2	2.96	97.04	0.02			
60.00	250	274	23	0.84	16.45	83.55	8.20	233.30	46.51	53.49	0.28	9.62	194.9	62.24	37.76	0.24	4.68	38.4	7.64	92.36	0.05			
80.00	180	212	24	0.74	25.74	74.26	7.91	225.09	54.42	45.58	0.27	8.25	167.2	70.49	29.51	0.20	7.06	57.9	14.71	85.29	0.07			
100.00	150	164	25	0.65	34.83	65.17	6.96	198.25	61.38	38.62	0.24	6.38	129.2	76.86	23.14	0.16	8.42	69.1	23.13	76.87	0.08			
140.00	106	126	26	0.57	43.02	56.98	6.45	183.51	67.83	32.17	0.22	5.16	104.6	82.02	17.98	0.13	9.63	78.9	32.75	67.25	0.10			
200.00	75	89	27	0.49	50.74	49.26	6.85	195.00	74.68	25.32	0.24	4.74	96.1	86.76	13.24	0.12	12.07	98.9	44.82	55.18	0.12			
270.00	53	63	28	0.43	57.17	42.83	5.37	152.94	80.05	19.95	0.19	3.23	65.5	89.99	10.01	0.08	10.66	87.4	55.48	44.52	0.11			
325.00	45	49	29	0.39	61.16	38.84	2.98	84.96	83.04	16.96	0.10	1.63	33.0	91.62	8.38	0.04	6.34	52.0	61.82	38.18	0.06			
400.00	38	41	30	0.37	63.29	36.71	1.69	48.03	84.72	15.28	0.06	0.87	17.6	92.49	7.51	0.02	3.71	30.4	65.53	34.47	0.04			
-400.00	0	32	31	0.35	65.00	35.00	15.28	434.87	100.00	0.00	0.53	7.51	152.2	100.00	0.00	0.19	34.47	282.7	100.00	0.00	0.34			
Total							100.0	2846.6			3.47	100.0	2026.6			2.47	100.0	820.0			1.00			

Modelamiento Molino de Bolas - Hidrociclón

$$P_{bolas} = [P_{pebble} + P_{sag}(1 - C_{trommel})C_{ciclón}] (R_i D_i - A_{ij} R_i (D_i Inv)) Inv \wedge S_i = P_i (D_i Inv)$$

$$F_{ciclón} = P_{bolas} + P_{sag} C_{trommel} \wedge UF_{ciclón} = F_{ciclón} C_{ciclón} \wedge OF_{ciclón} = F_{ciclón} (1 - C_{ciclón}) \wedge F_{bolas} = P_{pebble} + (P_{bolas} + P_{sag} C_{trommel}) C_{ciclón}$$

AST M	Abertura um	Mid Size um	Fila Matriz	Fi = Fbolas	Ppebble+Psag(1- Ctrommel)*Cciclón	Pi = Pbolas	Si=Pi*(D)In v	Aij.RjS i	RiSi	Cciclo n	FsagCtromme l	Ppebble e	Fciclón n	UF ciclón	OF ciclón	Validació n
8"	203200	287368	1	0.00	0.000	0.000	0.000	0.00	0.00	1.00	0.000	0.00	0.000	0.00	0.00	0.00
7"	177800	190076	2	0.00	0.000	0.000	0.000	0.00	0.00	1.00	0.000	0.00	0.000	0.00	0.00	0.00
6"	155240	166138	3	0.00	0.000	0.000	0.000	0.00	0.00	1.00	0.000	0.00	0.000	0.00	0.00	0.00
5"	127000	140412	4	0.00	0.000	0.000	0.000	0.00	0.00	1.00	0.000	0.00	0.000	0.00	0.00	0.00
4"	101600	113592	5	0.00	0.000	0.000	0.000	0.00	0.00	1.00	0.000	0.00	0.000	0.00	0.00	0.00
3"	76200	87988	6	0.00	0.000	0.000	0.000	0.00	0.00	1.00	0.000	0.00	0.000	0.00	0.00	0.00
2"	50800	62217	7	0.00	0.000	0.000	0.000	0.00	0.00	1.00	0.000	0.00	0.000	0.00	0.00	0.00
1 1/2"	38100	43994	8	0.00	0.000	0.000	0.000	0.00	0.00	1.00	0.000	0.00	0.000	0.00	0.00	0.00
1"	25400	31109	9	0.00	0.001	0.000	0.000	0.00	0.00	1.00	0.000	0.00	0.000	0.00	0.00	0.00
3/4"	19050	21997	10	0.02	0.014	0.002	0.000	0.00	0.01	1.00	0.001	0.01	0.003	0.00	0.00	0.00
1/2"	12700	15554	11	0.04	0.033	0.007	0.000	0.00	0.04	1.00	0.012	0.02	0.020	0.02	0.00	0.00
3/8"	9525	10999	12	0.03	0.020	0.010	0.001	0.01	0.03	1.00	0.015	0.00	0.024	0.02	0.00	0.00
1/4"	6350	7777	13	0.04	0.023	0.015	0.001	0.01	0.04	1.00	0.020	0.00	0.035	0.04	0.00	0.00
4.0	4750	5492	14	0.05	0.029	0.022	0.001	0.02	0.05	1.00	0.028	0.00	0.050	0.05	0.00	0.00
6.0	3350	3989	15	0.07	0.040	0.030	0.002	0.02	0.06	1.00	0.039	0.00	0.070	0.07	0.00	0.00
8.0	2360	2812	16	0.10	0.055	0.042	0.003	0.03	0.09	1.00	0.054	0.00	0.097	0.10	0.00	0.00
12.0	1700	2003	17	0.11	0.057	0.049	0.003	0.05	0.10	1.00	0.057	0.00	0.106	0.11	0.00	0.00
16.0	1180	1416	18	0.11	0.055	0.059	0.004	0.06	0.11	1.00	0.055	0.00	0.114	0.11	0.00	0.00
20.0	850	1001	19	0.12	0.047	0.075	0.005	0.07	0.12	1.00	0.047	0.00	0.122	0.12	0.00	0.00
30.0	600	714	20	0.15	0.042	0.106	0.006	0.08	0.12	1.00	0.042	0.00	0.148	0.15	0.00	0.00
40.0	425	505	21	0.21	0.042	0.174	0.011	0.09	0.13	0.98	0.043	0.00	0.217	0.21	0.00	0.00
50.0	300	357	22	0.30	0.045	0.277	0.017	0.10	0.12	0.92	0.049	0.00	0.326	0.30	0.02	0.00
60.0	250	274	23	0.24	0.031	0.248	0.015	0.08	0.07	0.84	0.037	0.00	0.285	0.24	0.05	0.00
80.0	180	212	24	0.20	0.029	0.236	0.014	0.08	0.04	0.74	0.039	0.00	0.274	0.20	0.07	0.00
100.0	150	164	25	0.16	0.025	0.203	0.012	0.07	0.02	0.65	0.039	0.00	0.242	0.16	0.08	0.00
140.0	106	126	26	0.13	0.026	0.178	0.011	0.06	0.01	0.57	0.046	0.00	0.224	0.13	0.10	0.00
200.0	75	89	27	0.12	0.029	0.180	0.011	0.07	0.01	0.49	0.058	0.00	0.238	0.12	0.12	0.00
270.0	53	63	28	0.08	0.023	0.133	0.008	0.06	0.00	0.43	0.053	0.00	0.187	0.08	0.11	0.00
325.0	45	49	29	0.04	0.012	0.073	0.004	0.03	0.00	0.39	0.030	0.00	0.104	0.04	0.06	0.00
400.0	38	41	30	0.02	0.007	0.040	0.002	0.02	0.00	0.37	0.018	0.00	0.059	0.02	0.04	0.00
-400	0	32	31	0.19	0.061	0.357	0.022	0.17	0.00	0.35	0.173	0.00	0.530	0.19	0.34	0.00
			2.517	2.517		2.517	0.153				0.955	0.045	3.471	2.47	1.00	0.00

Anexo 5: Cubic Split Funtion - Definición

Es una herramienta poderosa ya que proporciona un método de interpolación que permite cambiar fácilmente una distribución de tamaño en diferentes series de tamices, representar una distribución de un proceso de rotura, o encontrar la tasa de rotura AG / SAG para cualquier tamaño de partículas en el molino. [2] (p. 360)

En esencia, las funciones de spline une una serie de puntos en el plano x-y, utilizando alguna función para interpolar entre cada par de puntos. La spline cúbica es un método para dibujar una curva muy suave a través de varios puntos de datos y en la mayoría de los casos debería dar una curva muy cercana a la dibujada por una curva flexible.

$$S_0(x) = a_0x^3 + b_0x^2 + c_0x + d_0; t_0 \leq x \leq t_1$$

$$S_1(x) = a_1x^3 + b_1x^2 + c_1x + d_1; t_1 \leq x \leq t_2$$

⋮

$$S_{n-1}(x) = a_{n-1}x^3 + b_{n-1}x^2 + c_{n-1}x + d_{n-1}; t_{n-1} \leq x \leq t_n$$

El cual satisface lo siguiente [19] (p. 10)

$$S(x) \in C^2 [t_0, t_n]: S_{i-1}(x_i) = S_i(x_i); S'_{i-1}(x_i) = S'_i(x_i); S''_{i-1}(x_i) = S''_i(x_i)$$

Para encontrar $S(x)$, el cual es un cubic spline natural tenemos lo siguiente:

$$t_i = x_i; i = 0, \dots, n$$

$z_i = S''(x_i), i = 0, \dots, n$ donde la condición para determinar un cubic spline natural es $z_0 = z_n = 0$

Dado que $S(x)$ es un polinomio de tercer orden, sabemos que $S''(x)$ es un spline lineal el cual interpola (t_i, z_i) , por lo tanto, construiremos primero la spline lineal interpolada de $S''(x)$ y luego integrar dos veces para obtener $S(x)$. [19] (p. 13)

$$S''_i(x) = z_i \frac{x - t_{i+1}}{t_i - t_{i+1}} + z_{i+1} \frac{x - t_i}{t_{i+1} - t_i}$$

Introducimos la variable $h_i = t_{i+1} - t_i, i = 0, \dots, n$ obteniendo lo siguiente

$$S''_i(x) = z_i \frac{t_{i+1} - x}{h_i} + z_{i+1} \frac{x - t_i}{h_i}$$

Integrando se obtiene. [2] (p. 14)

$$S_i(x) = \frac{z_{i+1}}{6h_i}(x - t_i)^3 + \frac{z_i}{6h_i}(t_{i+1} - x)^3 + C_i(x - t_i) + D_i(t_{i+1} - x)$$

Interpolando

$$S_i(t_i) = y_i, \text{ entonces } \frac{z_i}{6}h_i^2 + D_i h_i = y_i, i = 0, \dots, n.$$

Continuidad

$$S_i(t_{i+1}) = y_{i+1}, \text{ entonces } \frac{z_{i+1}}{6}h_i^2 + C_i h_i = y_{i+1}$$

Insertamos estas expresiones para encontrar la siguiente forma a la función $S(x)$.

$$S_i(x) = \frac{z_{i+1}}{6h_i}(x - t_i)^3 + \frac{z_i}{6h_i}(t_{i+1} - x)^3 + \left(\frac{y_{i+1}}{h_i} - \frac{z_{i+1}}{6}h_i\right)(x - t_i) + \left(\frac{y_i}{h_i} - \frac{h_i}{6}z_i\right)(t_{i+1} - x)$$

Tomando la primera derivada a la expresión obtenida se obtiene: [19] (p. 17)

$$S'_i(x) = \frac{z_{i+1}}{2h_i}(x - t_i)^2 - \frac{z_i}{2h_i}(t_{i+1} - x)^2 + \frac{1}{h_i}(y_{i+1} - y_i) - \frac{h_i}{6}(z_{i+1} - z_i)$$

Donde se define: $b_i = \frac{1}{h_i}(y_{i+1} - y_i)$

Reemplazando valores de las abscisas de los puntos tenemos: [19] (p. 17)

$$S'_i(t_i) = -\frac{1}{2}z_i h_i + b_i - \frac{h_i}{6}z_{i+1} + \frac{1}{6}h_i z_i$$

$$S'_i(t_{i+1}) = \frac{z_{i+1}}{2}h_i + b_i - \frac{h_i}{6}z_{i+1} + \frac{1}{6}h_i z_i$$

$$S_{i-1}(t_i) = \frac{1}{3}z_i h_{i+1} + \frac{1}{6}h_{i-1}z_{i-1} + b_{i-1}$$

$$S'_i(t_i) = S_{i-1}(t_i) \rightarrow 6(b_i - b_{i-1}) = h_{i-1}z_{i-1} + 2(h_{i-1} + h_i)z_i + h_i z_{i+1}$$

Por lo tanto, podemos encontrar nuestra solución usando el siguiente procedimiento: [19] (p. 10)

$$h_i = t_{i+1} - t_i; \quad i = 0, \dots, n - 1$$

$$b_i = \frac{1}{h_i}(y_{i+1} - y_i); \quad i = 0, \dots, n - 1$$

$$v_i = 2(h_{i-1} + h_i); \quad i = 0, \dots, n - 1$$

$$u_i = 6(b_i - b_{i-1}); \quad i = 0, \dots, n - 1$$

$$z_0 = z_n = 0$$

Y solucionando este sistema diagonal de soluciones. [19] (p. 19)

$$\begin{bmatrix} v_1 & h_1 & & & & & & & & \\ h_1 & v_2 & h_2 & & & & & & & \\ & h_2 & v_3 & h_3 & & & & & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & & & & & \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots & h_{n-2} & & & \\ & & & & \ddots & \ddots & h_{n-2} & v_{n-1} & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ \vdots \\ z_{n-2} \\ z_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_{n-2} \\ u_{n-1} \end{bmatrix}$$

Anexo 6: Cubic Spline – Función R Velocidad Especifica Fractura SAG Mill

KNOT	Knot-Apendice JKSIMMET Manual				
J	kj	kj	kj	kj	kj
1	2.50	4.68	3.14	1.06	1.89
2	0.40	0.47	0.40	0.33	0.01
3	0.60	0.33	4.63	0.17	0.47
4	0.19	0.01	-	0.00	0.00
5	0.00	-	-	-	-

Knot - Variable Breakage Rate AG/SAG							
Constante	LN R	R	Size	Mid Size			
1	LN(R1)	1.610	R1	5.03	X1	0.25	0.21
-0.6	LN(R2)	4.496	R2	91.17	X2	4.00	3.36
1.45	LN(R3)	5.591	R3	273.51	X3	16.00	13.45
1.1	LN(R4)	4.226	R4	69.50	X4	44.80	37.67
0	LN(R5)	4.920	R5	139.54	X4	128.00	107.63

Variables de Escalamiento para la funcion R/D				
F80	96.5	mm		
Db	0.33	Factor relacionado a tamaño de bola		
Sa	-0.70	Factor relacionado a RPM		
Sb	1.00	Factor relacionado a la Velocidad Critica		
Rr	0.00	Relacion de producto de Pebbles		
D ball	125	Diametro de Bolas		
%Vel	75	%Velocidad Critica	Diametro	24
RPM	11.73		Vel Critica	15.64
JB	12	Carga de Bolas	rpm	11.73

Resultado del Calculo Cubic Spline					
i	1	2	3	4	
xi=ti	0.21	3.36	13.45	44.80	107.63
yi	5.03	91.17	273.51	69.50	139.54

i	0	1	2	3	4
xi=ti	-0.68	0.527	1.13	0.00	0.00
yi	0.70	1.96	2.44	0.00	0.00
hj	1.20	0.60	-1.13	0.00	0.00
bj	1.04	0.8	2.2	0.00	0
vj	0	3.612	-1.054	0.00	0
uj	0	-1.5	8.2	0.0	0
Zj	0	0.8	-7.3	0.0	0

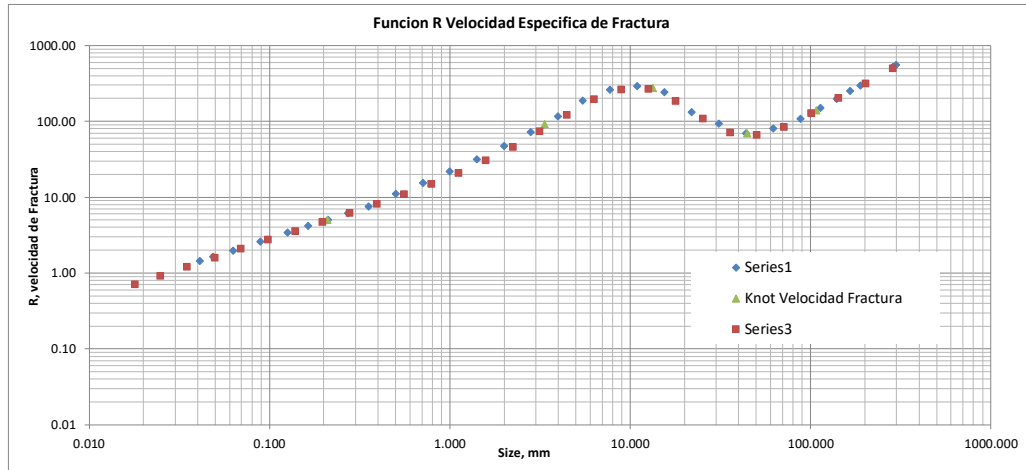
Matriz vj, hi	3.612	0.60	ui	-1.5
Matriz Inversa vj, hi	0.253	0.144	0.80	
	0.144	-0.867	-7.32	

i	0	1	2	3	4
xi=ti	0	0.53	1.13	1.65	2.03
yi	0	1.96	2.44	1.84	2.14
hj	-	0.60	0.52	0.38	0.00
bj	-	0.8	-1.1	0.80	0.00
vj	-	0.0	2.25	1.81	0.00
uj	-	0.0	-11.6	11.6	0.0
Zj	-	0.0	-7.1	8.5	0.00

Matriz vj, hi	2.2	0.52	ui	-11.6
Matriz Inversa vj, hi	0.477	-0.138	-7.12394894	
	-0.138	0.594	8.485420078	

Cubic Spline Function			
LOG(Size)	Size (mm)	LOG(R)	R
2.03	139.54	2.14	139.54
2.48	300.00	2.74	550.00
2.46	287.368	2.72	519.23
2.28	190.076	2.48	298.65
2.22	166.138	2.40	249.42
2.15	140.412	2.29	196.30
2.06	113.592	2.18	149.91
1.94	87.988	2.03	107.26
1.79	62.217	1.90	79.91
1.64	43.994	1.84	69.90
1.49	31.109	1.97	94.02
1.34	21.997	2.12	131.64
1.19	15.554	2.38	241.11
1.04	10.999	2.47	292.94
0.89	7.777	2.41	259.07
0.74	5.492	2.27	186.22
0.60	3.989	2.06	115.69
0.45	2.812	1.86	71.76
0.30	2.003	1.67	46.91
0.15	1.416	1.50	31.42
0.00	1.001	1.34	21.66
-0.15	0.714	1.19	15.41
-0.30	0.505	1.04	11.08
-0.45	0.357	0.88	7.58
-0.56	0.274	0.79	6.17
-0.67	0.212	0.70	5.07
-0.78	0.164	0.62	4.16
-0.90	0.126	0.53	3.39
-1.05	0.089	0.41	2.59
-1.20	0.063	0.30	1.98
-1.31	0.049	0.21	1.63
-1.38	0.041	0.16	1.43
-2.70	0.002	-0.86	0.14
-0.68	0.21	0.70	5.03

Data JKSimmet	
Size (mm)	Rate Breakage
300.00	550.00
287.37	494.83
203.20	314.71
143.69	200.16
101.60	127.31
71.84	84.15
50.80	65.93
35.92	70.85
25.40	108.56
17.96	185.56
12.70	264.14
8.98	260.53
6.35	193.09
4.49	121.38
3.18	73.04
2.25	45.91
1.59	30.31
1.12	20.86
0.79	14.86
0.56	10.88
0.40	8.13
0.28	6.16
0.20	4.69
0.14	3.58
0.10	2.73
0.07	2.08
0.05	1.58
0.04	1.21
0.03	0.92
0.02	0.70
0.01	0.54
0.01	0.41
0.01	0.31
0.00	0.24
0.00	0.18
0.00	0.14
0.00	0.11
0.00	0.08
0.00	0.06
0.00	0.05
0.00	0.00



Anexo 7: Cubic Spline – Función R/D* Molino de Bolas

Variables de Escalamiento para la función R/D			
Factor A	1.00	Factor Diametro	
Factor B	1.00	Factor Carga de Bolas	
Factor C	1.00	Factor Velocidad Critica	
Factor D	1.00	Factor Work mindex	
Xm, Sim	1.80		
Xm, Fit	1.80		
Factor E	1.00	Factor de Bolas, <Xm	
Factor E	1.00	Factor de Bolas, >Xm	
Factor Total	1.0	A*B*C*D	

Knot				
Size	Ln (R/D)	R/D* Mod	R/D* Sim	Mid size
0.2	0.70	2.01	2.01	0.1682
1.5	3.40	29.96	29.96	1.2613
15	4.10	60.34	60.34	12.6134
20	4.50	90.02	90.02	16.8179

Interpolación para knot (Xmfit - XmSim)		
1.80	1.00	0
1.50	1.00	0
1.80	1.00	0

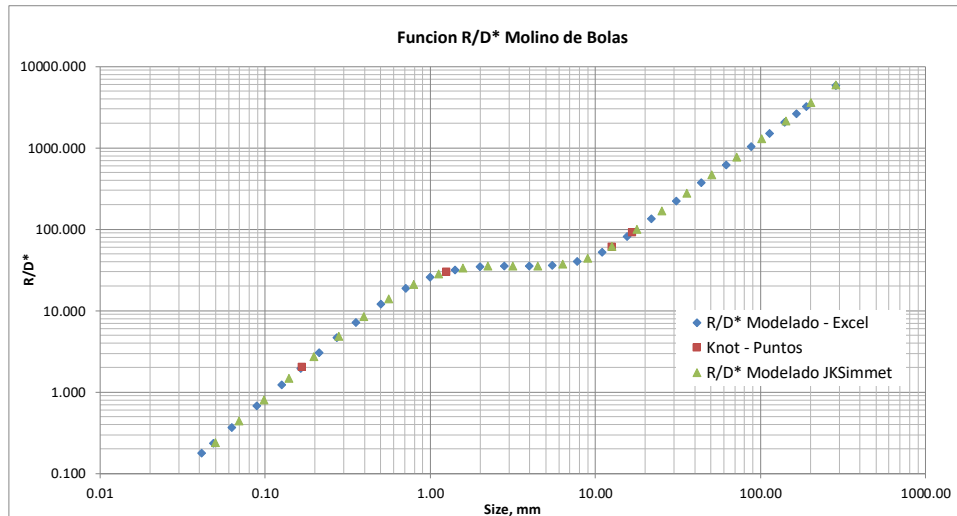
Resultado del Calculo Cubic Spline					
i	0	1	2	3	4
xi=ti	0.17	1.26	12.61	16.82	0.00
yi	2.01	29.96	60.34	90.02	0.00

i	0	1	2	3	4
xi=ti	-0.77	0.10	1.10	1.23	0.0
yi	0.30	1.48	1.78	1.95	0.0
hj	0.88	1.00	0.12	-1.23	0.0
bj	1.34	0.30	1.39	1.59	0.0
vi	0	3.750	2.250	0.0	0.0
uj	0	-6.2	6.5	0.0	0.0
Zj	0	-2.8	4.1	0.0	0.0

Matriz vi, hi	ui
3.750 1.00	-6.22
1.00 2.2	6.52
Matriz Inversa vi, hi	zi
0.303 -0.134	-2.76
-0.134 0.504	4.12

Cubic Spline Function				
Size	Modelado	R/D*	Simulado	R/D*
mm	LOG(Size)	R/D*	LOG(R/D*)	R/D*
16.82	1.23	90.02	1.954	90.017
287.37	2.46	5838.10	3.77	5838.102
190.08	2.28	3179.81	3.50	3179.810
166.14	2.22	2608.97	3.42	2608.966
140.41	2.15	2037.36	3.31	2037.364
113.59	2.06	1491.95	3.17	1491.946
87.99	1.94	1024.95	3.01	1024.946
62.22	1.79	615.82	2.79	615.819
43.99	1.64	370.00	2.57	370.002
31.11	1.49	222.31	2.35	222.309
22.00	1.34	133.57	2.13	133.570
15.55	1.19	80.25	1.90	80.253
11.00	1.04	51.90	1.72	51.898
7.78	0.89	40.27	1.60	40.267
5.49	0.74	35.92	1.56	35.918
3.99	0.60	34.93	1.54	34.934
2.81	0.45	35.03	1.54	35.032
2.00	0.30	34.51	1.54	34.507
1.42	0.15	31.64	1.50	31.639
1.00	0.00	25.68	1.41	25.681
0.71	-0.15	18.54	1.27	18.535
0.50	-0.30	11.99	1.08	11.986
0.36	-0.45	7.17	0.86	7.166
0.27	-0.56	4.66	0.67	4.655
0.21	-0.67	3.01	0.48	3.014
0.16	-0.78	2.21	0.29	1.934
0.13	-0.90	1.75	0.09	1.221
0.09	-1.05	1.43	-0.17	0.669
0.06	-1.20	1.26	-0.44	0.366
0.05	-1.31	1.18	-0.63	0.235
0.04	-1.38	1.14	-0.75	0.176
0.17	-0.77	2.01	0.30	2.01

Data JKSimmet		
Size	Modelado	Simulado
mm	R/D*	R/D*
287.37	5943.974	5943.974
203.201	3563.495	3563.495
143.685	2136.365	2136.365
101.601	1280.781	1280.781
71.843	767.846	767.846
50.8	460.334	460.334
35.921	275.977	275.977
25.4	165.452	165.452
17.961	99.191	99.191
12.7	60.848	60.848
8.98	43.851	43.851
6.35	37.164	37.164
4.49	35.091	35.091
3.175	34.975	34.975
2.245	34.862	34.862
1.588	32.924	32.924
1.123	27.926	27.926
0.794	20.764	20.764
0.561	13.821	13.821
0.397	8.441	8.441
0.281	4.849	4.849
0.198	2.685	2.685
0.14	1.469	1.469
0.099	0.803	0.803
0.07	0.439	0.439
0.05	0.24	0.24
0.035	0.131	0.131
0.025	0.072	0.072
0.018	0.039	0.039
0.012	0.021	0.021
0.009	0.012	0.012
0.006	0.006	0.006
0.004	0.004	0.004
0.003	0.002	0.002
0.002	0.001	0.001
0.002	0.001	0.001
0.001	0	0
0.001	0	0
0.001	0	0
0	0	0



Anexo 8: Detalle Costo Operativo por Concepto de Energía.

Descripción	Kwh/año	US\$/año	Costo en US\$	Kwh/año	US\$/año
Chancado	15,697	928,424	Flotación- Remolienda		2,458,441
Locotracks	3,547,800	230,607	Aire Acondicionado	421,794	27,417
Sistema de aire acondicionado	63,072	4,100	Sistema de Presurización	4,336	282
Sistema de presurización	23,652	1,537	Agitador Acondicionamiento	1,017,036	1,017,036
Sistema de Compresora	1,441,195	93,678	Soplador/Filtro de Vacío	8,213,551	533,881
Grizzly Vibratorios	2,759,400	179,361	Puentes Grúas Flotación	408,643	26,562
Apron Feeder N°1/N°2	3,500,496	227,532	Ventilador	89,878	5,842
Winch N°1/N°2/N°3	130,086	8,456	Filtro de Vacío	14,191	922
Carrete de Descarga N°1/N°2	34,690	2,255	Celdas Flotación Rougher	10,209,780	663,636
Transportador Descarga N°1/N°2	583,416	37,922	Celdas Flotación Cleaner 1	2,838,240	184,486
Transportador Alim SAG	1,971,000	128,115	Celdas Flotación Cl Scav	2,838,240	184,486
Electroimán de Faja N°1/N°2	228,636	14,861	Celdas Flotación Cleaner 2	1,419,120	92,243
Molienda - Clasificación		2,268,831	Molino Remolienda	5,282,280	343,348
Unidad de ventilación	1,182,600	76,869	Monitores de Flotación	3,942	256
Puentes Grúas – Molienda	91,139	5,924	Bomba Alim Rougher	1,182,600	76,869
Fajas Transportador Alim Molinos	86,724	5,637	Bomba Remolienda a Ciclón	1,458,540	94,805
Inchi Drive	733,212	47,659	Bomba Alim Cleaner 1	709,560	46,121
Alimentador de Bolas - Molinos	23,652	1,537	Bomba Conc Cleaner 1	291,708	18,961
Unid, Hidráulica N°1/N°2	260,172	16,911	Bomba Conc Cleaner 2	173,448	11,274
Controlador de Línea SAG	244,404	15,886	Bomba Cleaner Scv	433,620	28,185
Sist. Lubricación engranaje SAG	7,884	512	Bomba de Recirculación	74,898	4,868
Sist. Lubricación Cojinetes SAG	608,645	39,562	Cajón de Bomba Surge Tank	86,724	5,637
Sist. Lubricación Reductor SAG	29,171	1,896	Cajón de Bomba Rougher	236,520	15,374
Sist. Lubricación Motor SAG	22,469	1,461	Cajón de Bomba Cleaner 1	173,448	11,274
Sist. Lubricación engranaje Bolas	7,884	512	Cajón de Bomba Remolienda	236,520	15,374
Sist. Lubricación Cojinetes Bolas	827,820	53,808	Válvula Adición de Bolas	17,739	1,153
Sist. Lubricación Reductor Bolas	58,342	3,792	Reactivos		135,530
Sist. Lubricación Motor Bolas	44,939	2,921	Preparación/Adición Colectores	103,028	6,697
Molino SAG	29,428,607	1,912,859	Preparación/Adición Floculante	342,623	22,270
Molino Bolas	58,828,043	3,823,823	Preparación/Adición Depresor	49,275	3,203
Bomba Alimento Ciclones	7,647,480	497,086	Preparación/Adición Espumante	11,747	764
Bomba Sumidero	236,520	15,374	Preparación/Dosificación Cal	1,578,402	102,596
Fajas Transportadoras Ch-Pebbles	235,164	15,286	Otras Áreas		1,927,331
Chancadora Cónica SP200	1,143,180	74,307	Bombas de Estanque N°1/N°2	2,215,404	144,001
Espesadores de Relave		9,481	Bomba de Relave N°1/N°2	11,826,000	768,690
Preparación/Adición Colectores	145,854	9,481	Bomba de agua recuperada	1,182,600	76,869
Espesamiento/Filtrado Conc		388,645	Bomba de agua potable	29,171	1,896
Unid Energía (Espesadores)	59,130	3,843	Bomba de agua Fresca N°1/N°2	346,896	22,548
Bomba U/F (Concentrado)	86,724	5,637	Bomba de agua glandular	441,504	28,698
Bomba Alim (Concentrado)	291,708	18,961	Bomba de agua para fuego	372,125	24,188
Cajón Bomba (Concentrado)	86,724	5,637	Bomba de agua de proceso N°1	4,730,400	307,476
Agitador Concentrado	236,520	15,374	Bomba a espesador de Relave	1,182,600	76,869
Puente Grua Conc	44,466	2,890	Bomba a espesador de Conc	86,724	5,637
Compresora de aire de filtrado	1,261,440	81,994	Bomba de agua de proceso N°2	591,300	38,435
Transportador de Descarga	291,708	18,961	Bomba alim Planta Tratamiento	2,365,200	153,738
Transportador a Stock Pile	59,130	3,843	Bomba agua de refrigeración	86,724	5,637
Transportadores de Tornillos	118,260	7,687	Compresor de Planta N°1/N°2	4,099,680	266,479
Ventiladores	1,225,962	79,688	Planta de tratamiento de agua	74,898	4,868
Unidad Hidráulica	693,792	45,096	Bb de alimentación de agua	17,345	1,127
Bomba alim Filtro	867,240	56,371	Agitador Tk de Cloro	1,971	128
Bomba lavado de tela	591,300	38,435	Bomba dosificadora de Cloro	710	46
Bomba de filtrado	5,913	384	Proyecto de Ampliación		
Válvula Rotación Conc/Polvo	11,826	769	Molino Vertimill Nuevo	8,818,648	573,212
Tanque almacenamiento Conc	47,304	3,075	BB Alim Hidrociclón Nuevo	5,329,584	346,423