

# **UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA**

**UNIDAD DE POSGRADO  
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL**



## **TESIS**

**“MODELO PARAMÉTRICO MOMENTO-CURVATURA DE MUROS  
DE CONCRETO ARMADO”**

PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA CIVIL CON MENCIÓN EN  
ESTRUCTURAS

**ELABORADA POR:**

**Ing. JOSUE EDISON AZURIN RENDICH**

**ASESOR:**

**Dr. MIGUEL ANGEL TORRES MATOS**

**LIMA, PERÚ**

**2024**

# “MODELO PARAMÉTRICO MOMENTO-CURVATURA DE MUROS DE CONCRETO ARMADO”

JOSUE EDISON AZURIN RENDICH

Presentado a la Unidad de Posgrado de la Facultad de Ingeniería Civil en  
cumplimiento parcial de los requerimientos para el grado académico de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA CIVIL CON MENCIÓN EN  
ESTRUCTURAS

DE LA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

2024

|              |                                                                              |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------|
| Autor        | : Ing. Josué Edison Azurín Rendich                                           |
| Recomendado  | : Dr. Miguel Ángel Torres Matos<br>Asesor de la Tesis                        |
| Aceptado por | : Dra. Heddy Marcela Jiménez Yabar<br>Directora (e) de la Unidad de Posgrado |

@ 2024; Universidad Nacional de Ingeniería, todos los derechos reservados o el  
autor autoriza a la UNI-FIC a reproducir la tesis en su totalidad o en partes.



## DEDICATORIA

A Dios, que me guía para seguir creciendo como persona.

A mis padres, que siempre son un apoyo y me animan a esforzarme.



---

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco inmensamente a Dios por permitirme seguir estudiando y desarrollar la presente investigación.

Esta investigación se desarrolló bajo la guía del Dr. Miguel Ángel Torres Matos, a quien agradezco mucho por su permanente orientación, estímulo y paciencia.

Agradezco también a la Sección de Posgrado de la Facultad de Ingeniería Civil de la UNI, por permitirme alcanzar una de mis metas y por todo el calor humano brindado tanto por los docentes como el personal administrativo.



## ÍNDICE DE CONTENIDOS

|                                                                |             |
|----------------------------------------------------------------|-------------|
| <b>DEDICATORIA.....</b>                                        | <b>III</b>  |
| <b>AGRADECIMIENTOS .....</b>                                   | <b>IV</b>   |
| <b>ÍNDICE DE CONTENIDOS.....</b>                               | <b>V</b>    |
| <b>LISTA DE TABLAS .....</b>                                   | <b>VIII</b> |
| <b>LISTA DE FIGURAS .....</b>                                  | <b>IX</b>   |
| <b>RESUMEN.....</b>                                            | <b>XI</b>   |
| <b>ABSTRACT.....</b>                                           | <b>XII</b>  |
| <b>INTRODUCCIÓN.....</b>                                       | <b>XIII</b> |
| <b>CAPÍTULO I: PROTOCOLO DE LA INVESTIGACIÓN .....</b>         | <b>1</b>    |
| 1.1 IDENTIFICACIÓN Y DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA DE ESTUDIO ..... | 1           |
| 1.1.1 <i>Formulación del Problema General.....</i>             | <i>1</i>    |
| 1.1.2 <i>Formulación de los Problemas Específicos.....</i>     | <i>1</i>    |
| 1.2 OBJETIVOS.....                                             | 1           |
| 1.2.1 <i>Formulación del Objetivo General.....</i>             | <i>1</i>    |
| 1.2.2 <i>Formulación del Objetivo Específico .....</i>         | <i>2</i>    |
| 1.3 HIPÓTESIS Y VARIABLES .....                                | 2           |
| 1.3.1 <i>Formulación de la Hipótesis General .....</i>         | <i>2</i>    |
| 1.3.2 <i>Formulación de las Hipótesis Específicas .....</i>    | <i>2</i>    |
| 1.3.3 <i>Variable dependiente .....</i>                        | <i>3</i>    |
| 1.3.4 <i>Variable independiente .....</i>                      | <i>3</i>    |
| 1.3.5 <i>Alcance de la investigación .....</i>                 | <i>3</i>    |
| 1.4 JUSTIFICACIÓN .....                                        | 3           |
| 1.5 METODOLOGÍA .....                                          | 4           |
| 1.5.1 <i>Tipo de investigación .....</i>                       | <i>4</i>    |
| 1.5.2 <i>Nivel de investigación .....</i>                      | <i>4</i>    |
| 1.5.3 <i>Método de trabajo.....</i>                            | <i>4</i>    |



|                                                                              |           |
|------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1.5.4 Población y muestra .....                                              | 5         |
| 1.5.5 Tipos de diseño.....                                                   | 5         |
| 1.5.6 Técnicas e instrumentos de recolección de datos .....                  | 6         |
| 1.5.7 Técnicas e instrumentos de análisis y procesamiento de datos .....     | 7         |
| <b>CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO.....</b>                                       | <b>8</b>  |
| 2.1 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN.....                                    | 8         |
| 2.1.1 Antecedentes internacionales .....                                     | 8         |
| 2.1.2 Antecedentes nacionales .....                                          | 12        |
| 2.2 BASES TEÓRICAS.....                                                      | 15        |
| 2.2.1 Modelo esfuerzo-deformación de materiales.....                         | 15        |
| 2.2.2 Modelo constitutivo del concreto confinado.....                        | 16        |
| 2.2.3 Modelo constitutivo del concreto no confinado.....                     | 18        |
| 2.2.4 Modelo constitutivo del acero de refuerzo.....                         | 18        |
| 2.2.5 Diagrama de momento-curvatura.....                                     | 20        |
| 2.2.6 Modelo de idealización bilineal de diagramas de momento-curvatura..... | 21        |
| 2.2.7 Modelo bilineal momento-curvatura propuesto por Priestley .....        | 21        |
| 2.2.8 Modelo bilineal momento-curvatura adoptado por Caltrans y AASHTO ..... | 22        |
| 2.2.9 Cálculo numérico de momento-curvatura en el programa Octave.....       | 24        |
| 2.3 MARCO CONCEPTUAL.....                                                    | 25        |
| 2.3.1 Curvatura.....                                                         | 25        |
| 2.3.2 Ductilidad.....                                                        | 26        |
| 2.3.3 Rigidez.....                                                           | 26        |
| 2.3.4 Relación de carga axial.....                                           | 27        |
| 2.3.5 Espesor de muro.....                                                   | 27        |
| 2.3.6 Relación de aspecto o esbeltez de muro.....                            | 28        |
| 2.3.7 Elementos de borde y confinamiento en muros.....                       | 28        |
| <b>CAPÍTULO III: DESARROLLO DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN.....</b>            | <b>29</b> |



---

|                                                                            |           |
|----------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 3.1 ANÁLISIS DE LOS DATOS Y RESULTADOS .....                               | 29        |
| 3.1.1 Base de datos real .....                                             | 29        |
| 3.1.1.1 Descripción de especímenes seleccionados .....                     | 29        |
| 3.1.1.2 Características de los muros seleccionados .....                   | 31        |
| 3.1.1.3 Parámetros generalizados .....                                     | 34        |
| 3.1.1.4 Validación de la herramienta de cálculo .....                      | 35        |
| 3.1.2 Base de datos simulada .....                                         | 46        |
| 3.1.3 Ecuación de la rigidez efectiva .....                                | 51        |
| 3.1.4 Modelo paramétrico bilineal momento-curvatura .....                  | 54        |
| 3.1.5 Ejemplo numérico del modelo paramétrico bilineal .....               | 55        |
| 3.1.6 Aplicación al modelo histerético momento-curvatura de Bouc-Wen ..... | 60        |
| 3.2 DISCUSIÓN E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS .....                         | 69        |
| <b>CONCLUSIONES .....</b>                                                  | <b>72</b> |
| <b>RECOMENDACIONES .....</b>                                               | <b>74</b> |
| <b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>                                    | <b>75</b> |



## LISTA DE TABLAS

|                                                                                  |    |
|----------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Tabla 1</b> <i>Descripción de Especímenes Seleccionados</i> .....             | 31 |
| <b>Tabla 2</b> <i>Datos Geométricos de los Muros Seleccionados</i> .....         | 32 |
| <b>Tabla 3</b> <i>Datos Representativos de los Muros Seleccionados</i> .....     | 33 |
| <b>Tabla 4</b> <i>Muros con Cuantía de Refuerzo Longitudinal de 0.0025</i> ..... | 46 |
| <b>Tabla 5</b> <i>Muros con Cuantía de Refuerzo Longitudinal de 0.0050</i> ..... | 47 |
| <b>Tabla 6</b> <i>Muros con Cuantía de Refuerzo Longitudinal de 0.0100</i> ..... | 48 |
| <b>Tabla 7</b> <i>Muros con Cuantía de Refuerzo Longitudinal de 0.0200</i> ..... | 48 |
| <b>Tabla 8</b> <i>Muros con Cuantía de Refuerzo Longitudinal de 0.0300</i> ..... | 49 |





## LISTA DE FIGURAS

|                                                                                                    |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Figura 1</b> <i>Diseño de la Investigación</i> .....                                            | 6  |
| <b>Figura 2</b> <i>Modelo Constitutivo de Mander para Concreto Confinado y no Confinado</i> .....  | 18 |
| <b>Figura 3</b> <i>Modelo Constitutivo de King para Acero de Refuerzo</i> .....                    | 19 |
| <b>Figura 4</b> <i>Modelo Constitutivo de Raynor para Acero de Refuerzo</i> .....                  | 20 |
| <b>Figura 5</b> <i>Diagrama Momento-Curvatura Bilineal Propuesto por Priestly</i> .....            | 22 |
| <b>Figura 6</b> <i>Diagrama Momento-Curvatura Bilineal Adoptado por Caltrans y AASHTO</i> .....    | 23 |
| <b>Figura 7</b> <i>Estado Interno de Deformaciones de una Sección de Concreto</i> .....            | 25 |
| <b>Figura 8</b> <i>Tipos de Ensayos en Muros</i> .....                                             | 30 |
| <b>Figura 9</b> <i>Muro Rectangular Típico</i> .....                                               | 32 |
| <b>Figura 10</b> <i>Resultados Momento-Curvatura Obtenidos por Dazio de 6 Especímenes</i> .....    | 36 |
| <b>Figura 11</b> <i>Resultados Analíticos Momento-Curvatura de los Especímenes de Dazio</i> .....  | 36 |
| <b>Figura 12</b> <i>Diagrama Experimental Momento-Rotación del Especímen R1</i> .....              | 38 |
| <b>Figura 13</b> <i>Diagrama Analítico Momento-Rotación del Especímen R1</i> .....                 | 38 |
| <b>Figura 14</b> <i>Diagrama Experimental Momento-Rotación del Especímen R2</i> .....              | 39 |
| <b>Figura 15</b> <i>Diagrama Analítico Momento-Rotación del Especímen R2</i> .....                 | 39 |
| <b>Figura 16</b> <i>Diagrama Experimental Momento-Rotación del Especímen RW1</i> .....             | 41 |
| <b>Figura 17</b> <i>Diagrama Analítico Momento-Rotación del Especímen RW1</i> .....                | 41 |
| <b>Figura 18</b> <i>Diagrama Experimental Momento-Rotación del Especímen RW2</i> .....             | 42 |
| <b>Figura 19</b> <i>Diagrama Analítico Momento-Rotación del Especímen RW2</i> .....                | 42 |
| <b>Figura 20</b> <i>Diagrama Experimental Momento-Curvatura del Especímen SW7</i> .....            | 44 |
| <b>Figura 21</b> <i>Diagrama Analítico Momento-Curvatura del Especímen SW7</i> .....               | 44 |
| <b>Figura 22</b> <i>Diagrama Experimental Momento-Curvatura del Especímen SW8</i> .....            | 45 |
| <b>Figura 23</b> <i>Diagrama Analítico Momento-Curvatura del Especímen SW8</i> .....               | 45 |
| <b>Figura 24</b> <i>Resultados de Base Simulada</i> .....                                          | 50 |
| <b>Figura 25</b> <i>Rigidez Efectiva Usando Regresión Lineal para Diferentes Cuantías</i> .....    | 52 |
| <b>Figura 26</b> <i>Rigidez Efectiva para Diferentes Cuantías Usando la Ecuación General</i> ..... | 53 |



|                  |                                                                               |    |
|------------------|-------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Figura 27</b> | <i>Relación Fórmula General/Valor Riguroso de la Rigidez Efectiva .....</i>   | 54 |
| <b>Figura 28</b> | <i>Modelo Paramétrico Momento-Curvatura del Especímen WSH3 .....</i>          | 57 |
| <b>Figura 29</b> | <i>Modelo Paramétrico Momento-Curvatura de cada Especímen WSH .....</i>       | 57 |
| <b>Figura 30</b> | <i>Modelo Paramétrico y Resultado Experimental de cada Especímen WSH.....</i> | 59 |
| <b>Figura 31</b> | <i>Diferentes Formas del Bucle de Histéresis del Modelo de Bouc-Wen .....</i> | 61 |
| <b>Figura 32</b> | <i>Historia de Curvaturas.....</i>                                            | 63 |
| <b>Figura 33</b> | <i>Modelo Histerético 1 del Especímen WSH3.....</i>                           | 64 |
| <b>Figura 34</b> | <i>Modelo Histerético 2 del Especímen WSH3.....</i>                           | 64 |
| <b>Figura 35</b> | <i>Modelo Histerético 3 del Especímen WSH3.....</i>                           | 65 |
| <b>Figura 36</b> | <i>Modelo Histerético 4 del Especímen WSH3.....</i>                           | 65 |
| <b>Figura 37</b> | <i>Modelo Histerético 5 del Especímen WSH3.....</i>                           | 66 |
| <b>Figura 38</b> | <i>Modelo Histerético 6 del Especímen WSH3.....</i>                           | 66 |
| <b>Figura 39</b> | <i>Modelo Histerético 7 del Especímen WSH3.....</i>                           | 67 |
| <b>Figura 40</b> | <i>Modelo Histerético 8 del Especímen WSH3.....</i>                           | 67 |
| <b>Figura 41</b> | <i>Modelo Histerético 9 del Especímen WSH3.....</i>                           | 68 |
| <b>Figura 42</b> | <i>Modelo Histerético 10 del Especímen WSH3.....</i>                          | 68 |



## RESUMEN

En el presente trabajo se busca desarrollar un modelo paramétrico momento-curvatura de muros rectangulares de concreto armado. Para esto se necesita conocer el punto de fluencia y el punto de falla de los muros. Para definir el punto de fluencia se emplea el momento nominal según la metodología establecida por la norma ACI 318 y se utiliza una ecuación que permite hallar la rigidez efectiva de los muros. Esta ecuación de rigidez efectiva se consigue a partir de una base de datos simulada con resultados analíticos, lo cual se desarrolla y se explica con detalle en el capítulo 3 de esta tesis. Para definir el punto de falla se emplean las ecuaciones propuestas por Íñiguez (2015) para obtener la curvatura última y el momento máximo probable. Para efectos prácticos se realiza un ejemplo numérico con los pasos a seguir para generar el modelo paramétrico momento-curvatura de un muro rectangular de concreto armado.

Finalmente se demuestra que el modelo paramétrico momento-curvatura descrito puede adaptarse a un modelo histerético, lo cual extiende su empleo a estudios no lineales de mayor profundidad.



---

## ABSTRACT

The present work seeks to develop a parametric moment-curvature model of rectangular reinforced concrete walls. For this, it is necessary to know the yield point and the failure point of the walls. To define the yield point, the nominal moment is used according to the methodology established by the ACI 318 standard and an equation is used to find the effective stiffness of the walls. This effective stiffness equation is obtained from a simulated database with analytical results, which is developed and explained in detail in chapter 3 of this thesis. To define the failure point, the equations proposed by Íñiguez (2015) are used to obtain the ultimate curvature and the maximum probable moment. For practical purposes, a numerical example is made with the steps to follow to generate the parametric moment-curvature model of a rectangular reinforced concrete wall.

Finally, it is demonstrated that the parametric moment-curvature model described can be adapted to a hysteretic model, which extends its use to more in-depth nonlinear studies.



## INTRODUCCIÓN

Los muros de concreto armado son uno de los elementos de mayor importancia para la construcción de edificaciones, ya que deben brindar la rigidez y resistencia lateral adecuadas para resistir las fuerzas laterales causadas por la acción de los sismos. Esto hace que sea necesario conocer el comportamiento de muros de concreto armado dúctiles frente a las mencionadas cargas.

Una forma de conocer el comportamiento de muros de concreto armado dúctiles es a través de su diagrama momento-curvatura, diagrama que puede obtenerse mediante métodos analíticos rigurosos y que son de gran importancia para realizar análisis no lineales de edificaciones.

Por lo tanto, en esta tesis se propone emplear un modelo paramétrico momento-curvatura que se obtiene con relativa facilidad y que representa aceptablemente el comportamiento de muros rectangulares de concreto armado. Este modelo paramétrico es del tipo bilineal y se genera con la ayuda de dos puntos críticos. Uno es el punto de fluencia basado en el concepto de rigidez secante a la primera fluencia propuesto por Priestley (2003) y el otro es el punto de falla basado en los estudios de Iñiguez (2015) para muros estructurales dúctiles. Algo importante en el desarrollo de este modelo paramétrico es el cálculo de la rigidez efectiva de los muros rectangulares de concreto armado, para lo cual se propone una ecuación general en función de la relación de carga axial y la cuantía de refuerzo longitudinal.

Otro tema importante, que se detalla en esta tesis, es el empleo del modelo paramétrico momento-curvatura, en un modelo histerético, como el modelo popular de Bouc-Wen.

## CAPÍTULO I: PROTOCOLO DE LA INVESTIGACIÓN

### 1.1 IDENTIFICACIÓN Y DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA DE ESTUDIO

En la actualidad, los diagramas momento-curvatura de muros de concreto armado son esenciales en el análisis y diseño de edificaciones que cuentan con estos elementos estructurales, sin embargo, estos diagramas requieren de largos y tediosos procesos de cálculo para su elaboración y surge la necesidad de proponer una metodología más sencilla para su obtención con base en modelos paramétricos.

#### **1.1.1 Formulación del Problema General**

¿Cuál es el modelo paramétrico momento-curvatura de muros rectangulares de concreto armado?

#### **1.1.2 Formulación de los Problemas Específicos**

¿Cuál es la influencia de la cuantía de refuerzo longitudinal en diagramas de momento-curvatura de muros rectangulares de concreto armado?

¿Cuál es la influencia de la relación de carga axial  $P/A_g f'_c$  en diagramas de momento-curvatura de muros rectangulares de concreto armado?

¿Cuál es la influencia del parámetro  $k$ , que indica el porcentaje de acero longitudinal concentrado en los bordes confinados, en diagramas de momento-curvatura de muros rectangulares de concreto armado?

¿Cuál es la influencia de la relación  $s/d_b$ , donde  $s$  es el espaciamiento de estribos y  $d_b$  es el diámetro de barras longitudinales en el borde confinado, en diagramas de momento-curvatura de muros rectangulares de concreto armado?

### 1.2 OBJETIVOS

#### **1.2.1 Formulación del Objetivo General**

Determinar el modelo paramétrico momento-curvatura de muros rectangulares de concreto armado.

### **1.2.2 Formulación del Objetivo Específico**

Determinar la influencia de la cuantía de refuerzo longitudinal en diagramas de momento-curvatura de muros rectangulares de concreto armado.

Determinar la influencia de la de la relación de carga axial  $P/A_g f'_c$  en diagramas de momento-curvatura de muros rectangulares de concreto armado.

Determinar la influencia del parámetro  $k$ , que indica el porcentaje de acero longitudinal concentrado en los bordes confinados, en diagramas de momento-curvatura de muros rectangulares de concreto armado

Determinar la influencia de la relación  $s/d_b$ , donde  $s$  es el espaciamiento de estribos y  $d_b$  es el diámetro de barras longitudinales en el borde confinado, en diagramas de momento-curvatura de muros rectangulares de concreto armado.

## **1.3 HIPÓTESIS Y VARIABLES**

### **1.3.1 Formulación de la Hipótesis General**

Con el modelo paramétrico momento-curvatura de muros rectangulares de concreto armado, el análisis y diseño de estructuras que involucren muros rectangulares de concreto armado se desarrollará con mayor rapidez y facilidad sin perder fiabilidad en los resultados.

### **1.3.2 Formulación de las Hipótesis Específicas**

La cuantía de acero influye en diagramas de momento-curvatura de muros rectangulares de concreto armado.

La relación de carga axial  $P/A_g f'_c$  influye en diagramas de momento-curvatura de muros rectangulares de concreto armado.

El parámetro  $k$ , que indica el porcentaje de acero longitudinal concentrado en los bordes confinados, influye en diagramas de momento-curvatura de muros rectangulares de concreto armado.

La relación  $s/d_b$ , donde  $s$  es el espaciamiento de estribos y  $d_b$  es el diámetro de barras longitudinales en el borde confinado, influye en diagramas de momento-curvatura de muros rectangulares de concreto armado.

### **1.3.3 Variable dependiente**

Muros rectangulares de concreto armado.

### **1.3.4 Variable independiente**

Modelo paramétrico momento-curvatura para muros rectangulares de concreto armado.

### **1.3.5 Alcance de la investigación**

En esta investigación nos enfocaremos en analizar muros de concreto armado de sección rectangular con ciertas características que se han visto comunes para su buen desempeño en edificaciones a nivel nacional e internacional. Estas características son de naturaleza numérica y se acotan en intervalos que definen la muestra de nuestra investigación.

## **1.4 JUSTIFICACIÓN**

El uso de diagramas de momento-curvatura es esencial en el análisis y diseño de muros de concreto armado. Obtener estos diagramas demanda un gran esfuerzo de cálculo y su uso conlleva a un gran esfuerzo computacional en el campo de la ingeniería estructural. Por lo tanto, describir un modelo paramétrico momento-curvatura para muros de concreto armado resulta fundamental para evitar el difícil proceso que conlleva su cálculo, sin perder precisión en los resultados vinculados a su uso. Además, el modelo paramétrico momento-curvatura de muros de concreto armado reduce el esfuerzo computacional durante su uso, debido a la simplicidad de este.

Consecuentemente, el modelo paramétrico momento-curvatura de muros de concreto armado reduce el tiempo de trabajo consiguiendo resultados confiables para el ingeniero estructural.



## **1.5 METODOLOGÍA**

### **1.5.1 Tipo de investigación**

Esta investigación según su objetivo es del tipo aplicada, ya que no pretende conseguir mayor información sobre el tema tratado, sino que busca proponer y describir un modelo paramétrico a partir de información ya existente.

Según el tipo de datos es una investigación cuantitativa, ya que se trabaja con una cantidad de datos simulados suficiente a criterio del investigador, datos que se consideran esenciales para poder describir el modelo paramétrico.

Tomando en cuenta la manipulación de variables presentamos una investigación del tipo experimental, ya que el investigador tiene bajo su control las variables necesarias para generar el modelo paramétrico.

Considerando el tipo de inferencia es una investigación hipotético-deductiva, ya que se direcciona a comprobar las hipótesis planteadas con relación al modelo paramétrico de muros de concreto armado.

Según su temporalidad esta investigación es del tipo transversal, ya que no se considera la evolución en el tiempo de ninguna variable para describir el modelo paramétrico.

### **1.5.2 Nivel de investigación**

Según Hernández et al. (2014), el nivel de esta investigación es del tipo descriptivo, ya que en primera instancia se describen los parámetros que diversifican la muestra de muros de concreto armado, para posteriormente describir el modelo paramétrico que es el objetivo de esta investigación.

### **1.5.3 Método de trabajo**

Primeramente, generamos una base de datos simulada que contiene diagramas de momento-curvatura de diversos muros de concreto armado (muestra), con esta información se va realizar un análisis comparativo que busca observar cómo varía la rigidez efectiva en estos diagramas conforme varían ciertos parámetros que identifican a cada uno

de los muros y que definen su comportamiento. Esta base de datos la consigue el investigador manipulando convenientemente los parámetros de mayor influencia en los resultados, y con ayuda de un código de cálculo desarrollado en el programa Octave.

Con esta información podemos establecer una ecuación que permite obtener de forma directa la rigidez efectiva de muros rectangulares de concreto armado. Luego, podemos calcular el momento nominal del muro con la metodología del ACI para definir el punto de fluencia del modelo paramétrico. Por último, podemos definir el punto de falla del modelo paramétrico con ayuda de ecuaciones encontradas en la literatura para la curvatura última y el momento máximo probable de muros rectangulares, considerando una falla de tipo dúctil.

El método de trabajo en esta investigación es del tipo descriptivo, ya que luego de establecer una pregunta base se busca generar una respuesta que pueda suplir lo que se requiere. La respuesta buscada es el modelo paramétrico momento-curvatura.

#### **1.5.4 Población y muestra**

La población en esta investigación queda establecida por los muros rectangulares de concreto armado.

La muestra que se toma en cuenta son los muros rectangulares de concreto armado con una resistencia a compresión del concreto ( $f'_c$ ) en el intervalo de 21 a 50 MPa, para relaciones de esbeltez ( $H/L$ ) mayor o igual a 2, con relación de carga axial ( $P/f'_c A_g$ ) en el intervalo de 0.05 a 0.35 y con cuantía de refuerzo longitudinal en el intervalo de 0.0025 a 0.03.

#### **1.5.5 Tipos de diseño**

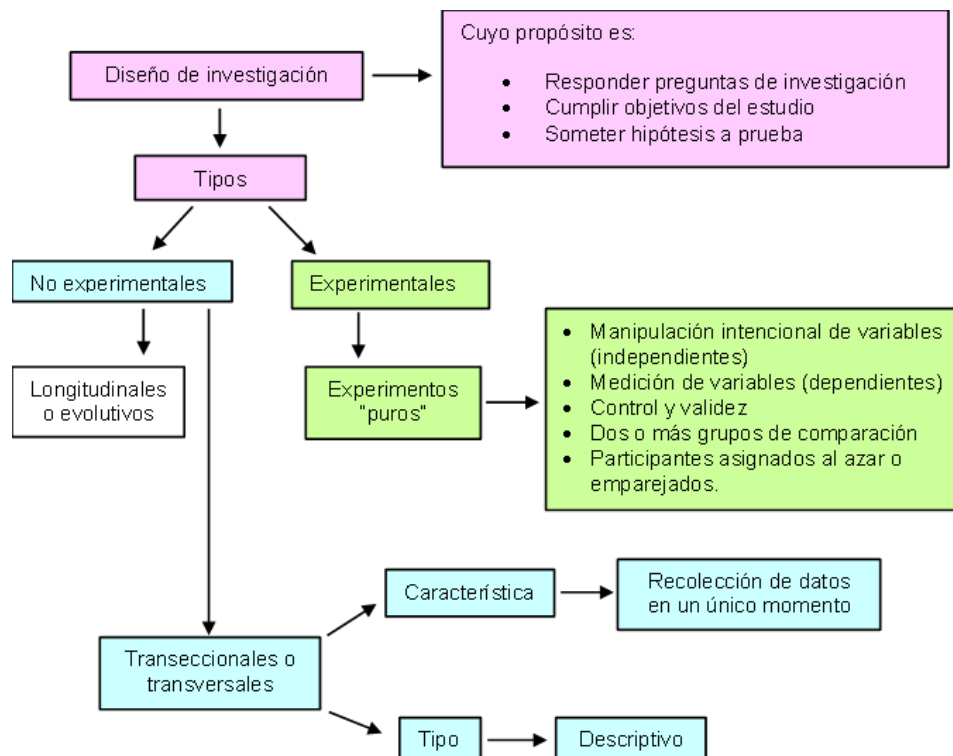
En una misma investigación pueden incluirse dos o más diseños de distintos tipos (diseños múltiples), por lo tanto, se concluye que el diseño de esta investigación tiene una naturaleza múltiple, una parte del tipo experimental y otra del tipo no experimental. El tipo de diseño de esta investigación se aprecia de forma esquemática en la Figura 1.

### 1.5.6 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Para la recolección de datos en esta investigación se va generar una realidad simulada de muros de concreto armado teniendo como referencia la muestra establecida para muros. La cantidad de muros queda determinada por los valores usados que pertenecen a los intervalos de las características que limitan la muestra. Se generan 175 muros a partir de valores promedio de uso común en la construcción para muros esbeltos de naturaleza dúctil, ya que es una referencia realista de la muestra. Como instrumento para la recolección de datos se utiliza el programa Octave, el cual nos permite realizar una diversidad de cálculos numéricos usando lenguaje de programación. Con este lenguaje de programación se establece un código que permite obtener sin dificultad los diagramas de momento-curvatura que se necesitan para completar la muestra. Este código cumple rigurosamente con los fundamentos teóricos relacionados al comportamiento de muros de concreto armado.

**Figura 1**

*Diseño de la Investigación*





### ***1.5.7 Técnicas e instrumentos de análisis y procesamiento de datos***

Para el análisis y procesamiento de datos se usa como instrumento una hoja de cálculo en Excel. Esta hoja de cálculo nos permite elaborar tablas y gráficos con los datos simulados (muestra), para luego analizarlos y poder establecer relaciones que nos conducen a la elaboración y descripción del modelo paramétrico esperado.

## CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

### 2.1 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

#### 2.1.1 *Antecedentes internacionales*

Chai y Kunnath (2005), examinaron la estabilidad de muros estructurales rectangulares sometidos a cargas sísmicas y sus implicaciones en el diseño. Factores que también influyen en el pandeo, por lo cual plantea una metodología para determinar el espesor mínimo requerido en paredes de concreto rectangulares. Para esta evaluación se utilizó una aceleración de 0.4 g, la cual es la aceleración más representativa para la zona IV del Código Uniforme de Construcción de 1997.

Para lograr determinar el espesor mínimo de paredes rectangulares frente a cargas de sismo, se estudió el efecto de la variación de la relación aceleración máxima del suelo con la velocidad máxima del suelo ( $a/v$ ), en el espesor de la pared.

En la investigación también se menciona que hay muchos parámetros de los cuales depende la estabilidad de los muros estructurales rectangulares sometidos a cargas sísmicas y sus implicaciones en el diseño, por lo cual en la investigación solo se limita a la obtención de resultados teniendo como parámetro la relación de la altura del muro, con el área de la sección de este.

Luego de realizados los ensayos, se tuvo como conclusión que existe un efecto de la relación ( $a/v$ ) en la base de los muros de concreto rectangulares, indicando que el espesor mínimo de la pared aumenta al disminuir la relación  $a/v$ , es decir se requieren paredes más gruesas para la parte inferior.

El aumento en el espesor de la pared se debe al cambio de forma del espectro de aceleración de respuesta elástica, que generalmente indica un ablandamiento del sitio para disminuir la relación  $a/v$ . Los muros de media altura generalmente caen en la región del espectro controlada por la velocidad y ya que una relación  $a/v$  decreciente tiende a resultar un mayor periodo predominante, un aumento en la respuesta espectral y, por lo tanto, se espera un espesor mayor para la relación  $a/v$  baja.

Ortiz (2014), propuso un procedimiento para el diseño sísmico de muros estructurales de concreto reforzado para edificios construidos en zonas de alta sismicidad, evaluándolos en su etapa inelástica, ya que es esta etapa, donde se ve el real comportamiento de la estructura frente a un evento sísmico.

Esta investigación desarrolló un procedimiento para el análisis dinámico no lineal de muros estructurales de concreto reforzado que no tengas las limitaciones de un análisis en etapa elástica, los resultados fueron comparado con los que se obtuvieron en ensayos de muros estructurales de concreto reforzado realizado por otros autores, ya que estos sirvieron para validar el procedimiento de análisis no lineal propuesto.

Con el modelo analítico, se encontró la historia de deformaciones en las barras de refuerzo longitudinal críticas en los muros, y en esta historia de deformaciones se identificaron las deformaciones en las barras correspondientes al pandeo de éstas, observado en los ensayos, lo que permitió validar el procedimiento que propuso Ortiz, considerando el modo de falla asociado al pandeo del refuerzo principal ubicado en las zonas de borde.

Concluyó con que los muros de sección “T” tienen una capacidad de deformación lateral menor que la de muros estructurales de sección rectangular. También, concluyó que existe una correlación entre los resultados experimentales de los especímenes estudiados, con los encontrados con el procedimiento propuesto, lo cual permitió validar el procedimiento no lineal empleado.

Iñiguez (2015), tuvo como objetivo obtener expresiones para el momento probable resistente y un procedimiento que ayude a calcular de manera aproximada el desplazamiento último de muros rectangulares de concreto reforzado que se validaron con resultados medidos experimentalmente en distintos ensayos de muros rectangulares bajo cargas cíclicas, realizados en varias partes del mundo.

Para poder obtener estas expresiones, se tuvo como metodología estudiar 20 muros de sección rectangular, ensayados bajo cargas laterales cíclicas, en distintas partes

del mundo. Para esto, los muros debieron de cumplir ciertos criterios como el de tener una relación de claro de cortante a peralte mayor que 2, que la resistencia mínima del concreto  $f_c = 21$  MPa, el esfuerzo de fluencia mínimo en el acero igual a  $f_y = 375$  MPa, que el espesor del muro sea como mínimo 84 mm, entre otros.

Iñiguez (2015), buscó identificar las deformaciones correspondientes al pandeo de barras y con base en esto se propuso expresiones que permitan predecir la curvatura última de los muros y su desplazamiento último ante cargas laterales. También buscó proponer una expresión para el cálculo de la longitud plástica de los muros, basado en un modelo físico de ésta.

Iñiguez (2015), concluyó que las expresiones propuestas para el cálculo de la longitud plástica del refuerzo longitudinal, dan resultados muy aproximados a los medidos con base en el perfil de deformaciones del refuerzo longitudinal. También concluyó que la predicción de los desplazamientos últimos de los muros, en la que se considera el modo de falla de pandeo de barras, lleva a resultados en su mayoría más conservadores respecto a los observados experimentalmente, lo cual significa que el procedimiento propuesto es aceptable.

Mander et al. (1988), mencionan que en el diseño sísmico de columnas de concreto armado, las posibles zonas donde exista una rótula plástica deben ser diseñadas para garantizar una falla dúctil frente a eventos sísmicos.

También mencionaron que la consideración de diseño más importante para una falla dúctil en las rótulas plásticas, es la provisión de suficiente refuerzo transversal en forma de espirales o aros circulares o de disposiciones rectangulares, con el fin de confinar el concreto, para así poder evitar el pandeo de las barras longitudinales, y para evitar las fallas por corte.

Con los resultados, las pruebas demostraron que el confinamiento de concreto armado mediante arreglos adecuados de refuerzo transversal generan un aumento significativo tanto en la resistencia como en la ductilidad del concreto confinado.

Concluyeron que la mejora de resistencia por el confinamiento y la pendiente de la rama descendente de la curva esfuerzo-deformación del concreto, influyen significativamente en la resistencia a flexión y la ductilidad de las columnas de concreto armado.

Herrera (2013), estudió la respuesta de elementos de borde bajo distintos espesores y configuraciones de confinamiento, comparando la respuesta analítica formulada a partir de distintos modelos tanto para el hormigón confinado como para el acero, con la respuesta empírica obtenida a partir de resultados experimentales.

Concluyó que tanto la evidencia experimental como los modelos desarrollados muestran el impacto del confinamiento en la respuesta global de la probeta. Al incluir confinamiento la degradación de la capacidad es más lenta en comparación al caso no confinado, lo que genera una falla más dúctil. Para lograr un buen confinamiento es necesario amarrar de manera efectiva la armadura de confinamiento a las barras longitudinales de refuerzo pues ganchos en  $90^\circ$  no generan confinamiento efectivo, ya que su respuesta post-peak observada es prácticamente igual al de una probeta no confinada.

Torres y Rodríguez (2013), propusieron expresiones simplificadas para calcular la capacidad de deformación de columnas para puentes prefabricados, convencionales y las del tipo presforzado. Para evaluar la capacidad de deformación de las secciones de elementos de concreto, se calcula el diagrama momento-curvatura correspondiente. De lo cual concluye que las expresiones propuestas en esta investigación predicen de forma aceptable la capacidad de deformación de las columnas aplicando el diagrama momento - curvatura en los casos de columnas sin presfuerzo, en el caso de las columnas presforzadas con cable de presfuerzo no adherido se observa que las predicciones dan resultados conservadores, lo que resulta del lado de la seguridad para el diseño.



### **2.1.2 Antecedentes nacionales**

San Bartolomé et al. (2011), mencionan que en el terremoto ocurrido el 27 de febrero del 2010 en Chile, muchas edificaciones fueron dañadas a consecuencia de este sismo, dentro de estos daños, hubo una falla peculiar y repetitiva en muros de concreto armado, esta falla fue localizada en la zona superior de los muros con el pandeo del refuerzo vertical interno.

A causa de este evento, se tomó como punto importante conocer las causas de estas fallas para que no se repitan en sismos futuros.

Como conclusión, para controlar la falla por deslizamiento, indicaron la necesidad de adicionar al refuerzo vertical requerido por flexión, espigas en las juntas de construcción, diseñadas para absorber la fuerza cortante asociada al mecanismo de falla por flexión, considerando que el momento flector y la fuerza cortante actúan en simultáneo, alcanzando sus valores máximos al mismo instante. Esta propuesta es diferente a lo especificado por la Norma E.060 peruana (Ref. 9), donde se reutiliza a las barras verticales requeridas por flexión para soportar el corte-cizalle. La aplicación de esta propuesta en los edificios chilenos, habría controlado la falla horizontal por esfuerzo cortante en su zona central superior.

Roca (2015), tuvo como objetivo, proponer una expresión confiable para determinar el momento resistente probable en muros estructurales de concreto armado, calibrada a partir de un análisis de estudios experimentales de muros sometidos a cargas laterales cíclicas.

Para esta evaluación, se tuvo como muestra 19 muros de sección rectangular y 13 muros con elementos de borde cuadrado, ensayados ante cargas laterales por diversos autores. Los resultados obtenidos por otros autores fueron comparados por los resultados que nacen a partir de la expresión elaborada para predecir la resistencia probable a flexo-compresión de muros de concreto armado de sección rectangular.

Se concluyó que la expresión propuesta hace una buena estimación de la resistencia probable a flexo-compresión de muros de concreto armado, el estudio desarrollado sirve como base para una estimación confiable del cortante de diseño, la capacidad de desplazamiento y la predicción de la rigidez efectiva lateral, lo cual es un paso importante que permite conocer mejor el desempeño del elemento.

Atao (2020), desarrolló ocho ejemplos analíticos referidos al comportamiento sísmico en flexo compresión de secciones de columnas y de muros estructurales, aplicando el modelo de pandeo longitudinal de barras de acero, que considera el efecto “Bauschinger”.

Esta investigación trabaja en referencia a las propiedades mecánicas del concreto confinado y no confinado, las propiedades mecánicas de las barras de acero de refuerzo, considerando los parámetros que definen los diagramas esfuerzo-deformación; y las consideraciones para el pandeo del acero de refuerzo longitudinal ante acciones sísmicas. Luego presenta los diagramas momento – curvatura de secciones de columnas y de muros estructurales, ya que éstos permiten definir el comportamiento sísmico de dichos elementos estructurales.

Para esta investigación se analizaron y diseñaron los elementos estructurales (viga, columna y muro) de un sistema estructural dual, pertenecientes a un edificio de concreto armado. Los resultados obtenidos mediante el diseño reglamentario por la norma E.020, E.030 y E.060, fueron comparados con los resultados de pandeo longitudinal.

Se tuvo como conclusión que para garantizar una rotulación continua en las zonas críticas de extremos de columnas y/o muros estructurales, el espaciamiento de estribos no debe ser mayor a 5 cm, para el caso de barras longitudinales de diámetro superior a 5/8”.

Chang (2015), planteó realizar el estudio de la relación momento-curvatura de secciones de concreto armado y concreto presforzado bajo flexión monotónica. Implementó una hoja de cálculo que permite la construcción de diagramas momento-curvatura.

Concluyó que se implementó de manera satisfactoria un programa en forma de hoja de cálculo capaz de construir diagramas momento-curvatura de secciones de concreto armado y presforzado.

Dávila y Pérez (2013), estudiaron los efectos del agrietamiento en los resultados del análisis sísmico de edificios constituidos completamente por muros de concreto armado. Específicamente se analizó como influía el nivel de agrietamiento en los siguientes parámetros: período fundamental, cortante basal, deriva, distribución de momentos y cortantes. Se emplearon modelos de edificios de diferente altura (8, 10, 12 y 14 pisos) con una planta típica. Para tomar en cuenta el nivel de agrietamiento se redujo la inercia bruta de los muros con factores que van de 1 a 0.35.

Se concluyó que realizar un análisis considerando agrietamiento produce valores de deriva más elevados, un aumento en los periodos y una reducción en los cortantes basales. Además, se sugirió modificar los valores para el límite de deriva y el factor de reducción R si se consideran los efectos del agrietamiento.

Choquecota y Quispe (2019), evaluaron la influencia del refuerzo transversal en los elementos estructurales, mediante la aplicación del análisis por desempeño sísmico estático (pushover) de dos edificios de 6 y 10 niveles; para esto se varió el espaciamiento del refuerzo transversal (@ 75, 100, 150 y 200 mm) en vigas, columnas y muros de corte.

Se concluyó que con una distribución del espaciamiento del confinamiento de 75 mm y 100 mm se evidencia un adecuado comportamiento a nivel local (elemento estructural) y global (estructura), por otro lado, para los espaciamientos de 150 mm y 200 mm se observó una pérdida drástica de ductilidad que ante un sismo de diseño no daría el comportamiento esperado, llevando a un sustancial daño estructural. También señalaron que los elementos de borde en los muros de corte aseguran una mayor ductilidad y resistencia que los muros de corte que no cuentan con ellos, por lo que se recomienda colocar elementos de borde, aunque el diseño no lo requiera.

Flores y Guevara (2021), realizaron un análisis comparativo entre el Código ACI 318.19, la NTE E.060–2009 y su Propuesta NTE E.060–2019 para el diseño de muros estructurales de concreto armado en edificaciones de mediana altura de 7 niveles a 20 niveles ubicadas en Lima Metropolitana, para lo cual se empleó ocho proyectos de edificios. Para el diseño de los muros se seleccionó algunos de sección rectangular simple (cortos y largos) y otros de sección compleja (C, L, E) que son usados en núcleos de ascensores y escaleras.

Concluyeron que la NTE E.060–2009 y su propuesta de actualización NTE E.060–2019, no contemplan el estado del arte actual en el diseño de muros estructurales de concreto armado como se establece actualmente en el Código ACI 318.19, faltando incluir mejores criterios para el diseño a flexión, consideraciones como el de amplificación dinámica para el corte y mejoras en el detalle del confinamiento de los elementos de borde.

## **2.2 BASES TEÓRICAS**

Un modelo paramétrico momento-curvatura de muros rectangulares de concreto armado se basa en una serie de fundamentos teóricos relacionados con la mecánica de materiales y métodos de cálculo ya conocidos. Dicho modelo puede ser desarrollado con el apoyo de un lenguaje de programación, siendo una excelente opción el software libre Octave. A continuación, se describen algunos de los conceptos teóricos involucrados:

### **2.2.1 Modelo esfuerzo-deformación de materiales**

El concreto armado es un material compuesto, conformados por concreto y acero de refuerzo. El refuerzo consiste en barras de acero, usualmente dúctil.

Durante el análisis de una sección es necesario contar con modelos que caractericen el comportamiento de los materiales que la conforman. Dichos modelos son conocidos como leyes constitutivas de los materiales o modelos esfuerzo-deformación.

Los modelos esfuerzo-deformación relacionan el esfuerzo al que se somete un material y la deformación unitaria que le corresponde.

Es fundamental conocer los modelos constitutivos de los materiales determinando la relación Esfuerzo-Deformación, tanto para el concreto y el acero de refuerzo para entender el comportamiento que estos tienen a través del diagrama momento-curvatura ( $M-\phi$ ).

El comportamiento de los materiales es complejo por naturaleza y varía según la muestra y las condiciones de demanda a las cuales se someten. Por ello, es imposible representar perfectamente el comportamiento de un material mediante un modelo esfuerzo-deformación. No obstante, las leyes constitutivas pueden caracterizar a los materiales con suficiente precisión para ser útiles en el estudio analítico de secciones.

### 2.2.2 Modelo constitutivo del concreto confinado

Mander et al. (1988) han propuesto un enfoque unificado de esfuerzo-deformación para concreto confinado (Figura 2) aplicable a secciones circulares y rectangulares. El esfuerzo de compresión longitudinal  $f_c$  está dado por:

$$f_c = \frac{f'_{cc} x r}{r - 1 + x^r} \quad (2.1)$$

Donde:

$$x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \quad (2.2)$$

$\varepsilon_c$ : Deformación unitaria longitudinal del concreto por compresión

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \left[ 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_{co}} - 1 \right) \right] \quad (2.3)$$

$\varepsilon_{co}$ : Deformación unitaria del concreto no confinado

$f'_{co}$ : Resistencia a la compresión del concreto no confinado

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad (2.4)$$

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}} \quad (2.5)$$

$$\varepsilon_{cu} = 1.4 \left[ 0.004 + \frac{1.4 \rho_s f_{yh} \varepsilon_{su}}{f'_{cc}} \right] \quad (2.6)$$

$$f'_{cc} = f'_{co} \left( -1.254 + 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 f'_l}{f'_{co}}} - 2 \frac{f'_l}{f'_{co}} \right) \quad (2.7)$$

$f'_{cc}$ : Resistencia a la compresión del concreto confinado

Para secciones circulares:

$$f'_l = \frac{1}{2} k_e \rho_s f_{yh} \quad (2.8)$$

$f_{yh}$ : Esfuerzo de fluencia del acero transversal

$$\rho_s = \frac{4A_{sp}}{d_s s} \quad (2.9)$$

$A_{sp}$ : Área de la sección transversal del espiral o estribo

$d_s$ : Diámetro del núcleo (centro a centro de espirales)

$$k_e = \frac{\left(1 - \frac{s'}{2d_s}\right)^2}{1 - \rho_{cc}} \text{ para estribos} \quad (2.10)$$

$$k_e = \frac{\left(1 - \frac{s'}{2d_s}\right)}{1 - \rho_{cc}} \text{ para espirales} \quad (2.11)$$

$s'$ : Distancia libre entre espirales o estribos

$\rho_{cc}$ : Relación del área de refuerzo longitudinal respecto al área del núcleo

Para secciones rectangulares:

$$f'_{lx} = k_e \rho_x f_{yh} , f'_{ly} = k_e \rho_y f_{yh} \quad (2.12)$$

$$\rho_x = \frac{A_{sx}}{s H_c} , \rho_y = \frac{A_{sy}}{s B_c} \quad (2.13)$$

$A_{sx}, A_{sy}$ : Área del acero transversal que corre en las direcciones x e y, respectivamente.

$B_c, H_c$ : Dimensiones del núcleo al eje del estribo perimetral en las direcciones x e y.

$s$ : Distancia entre ejes de estribos.

$$k_e = \frac{\left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{(w'_i)^2}{6B_c H_c}\right) \left(1 - \frac{s'}{2B_c}\right) \left(1 - \frac{s'}{2H_c}\right)}{1 - \rho_{cc}} \quad (2.14)$$

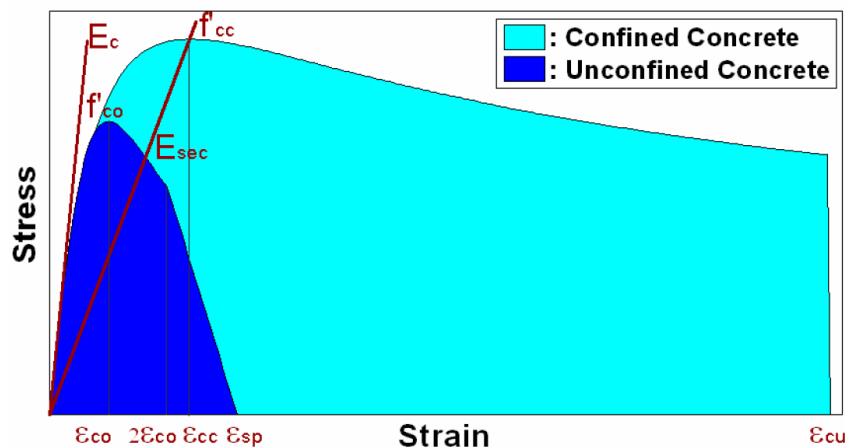
$w'_i$ : Distancia libre entre barras longitudinales adyacentes debidamente restringidas.

### 2.2.3 Modelo constitutivo del concreto no confinado

El concreto no confinado sigue la misma curva que el concreto confinado (ecuación 2.1) con un esfuerzo lateral de confinamiento  $f'_l = 0$ . Se supone que la parte de la rama que cae para deformaciones mayores que  $2\varepsilon_{co}$  es una línea recta que llega a cero en  $\varepsilon_{sp}$  (Figura 2).

**Figura 2**

*Modelo Constitutivo de Mander para Concreto Confinado y no Confinado*



*Nota:* Adaptado de *Set of Codes for the Analysis of Reinforced Concrete Members* (p. 6), por Montejó, L. A. y Kowalsky, M.J., 2007, NC State University.

### 2.2.4 Modelo constitutivo del acero de refuerzo

Modelo de King:

La relación tensión-deformación para el acero de refuerzo (Figura 3) es la misma utilizada por el programa King et al. (1986)

$$f_s = E_s \varepsilon_s \quad ; \quad \varepsilon_s \leq \varepsilon_y$$

$$f_s = f_y \quad ; \quad \varepsilon_y < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh}$$

$$f_s = f_y \left[ \frac{m(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) + 2}{60(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) + 2} + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh})(60 - m)}{2(30r + 1)^2} \right] \quad ; \quad \varepsilon_{sh} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sm}$$

Donde:

$$m = \frac{(f_{su}/f_y)(30r + 1)^2 - 60r - 1}{15r^2} \quad (2.16)$$

$$r = \varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh} \quad (2.17)$$

**Figura 3**

*Modelo Constitutivo de King para Acero de Refuerzo*



*Nota:* Adaptado de *Set of Codes for the Analysis of Reinforced Concrete Members* (p. 10), por Montejó, L. A. y Kowalsky, M.J., 2007, NC State University.

Modelo de Raynor:

Según lo propuesto por Raynor et al. (2002):

$$f_s = E_s \varepsilon_s \quad ; \quad \varepsilon_s \leq \varepsilon_y$$

$$f_s = f_y + (\varepsilon_s - \varepsilon_y) E_y \quad ; \quad \varepsilon_y < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh}$$

$$f_s = f_u - (f_u - f_{sh}) \left( \frac{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_s}{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{sh}} \right)^{c1} \quad ; \quad \varepsilon_{sh} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sm}$$



Donde:

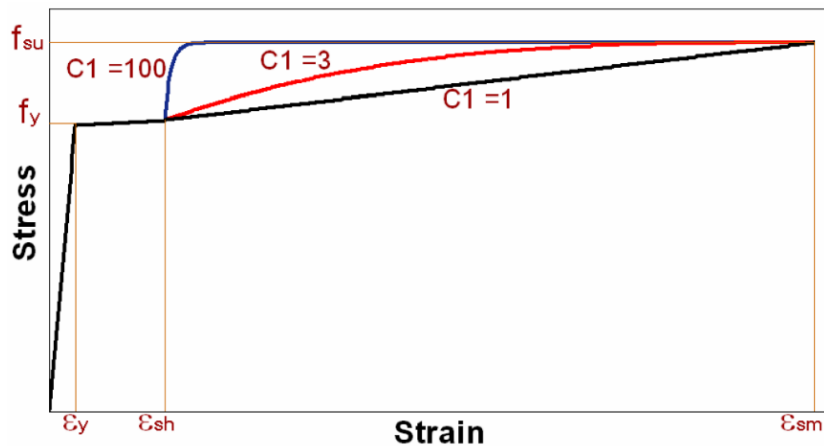
$$\varepsilon_y = \frac{f_y}{E} \quad (2.19)$$

$$f_{sh} = f_y + (\varepsilon_{sh} - \varepsilon_y)E_y \quad (2.20)$$

$E_y$  es la pendiente de la meseta de fluencia y  $C1$  es el parámetro que define la curvatura de la curva de endurecimiento por deformación (Figura 4).

**Figura 4**

*Modelo Constitutivo de Raynor para Acero de Refuerzo*



*Nota:* Adaptado de *Set of Codes for the Analysis of Reinforced Concrete Members* (p. 10), por Montejó, L. A. y Kowalsky, M.J., 2007, NC State University.

### 2.2.5 Diagrama de momento-curvatura

El diagrama momento-curvatura es la representación gráfica del lugar geométrico definido por los momentos flectores y las curvaturas asociadas a los mismos para una sección determinada. En el caso de elementos de concreto armado, los diagramas son dependientes de la geometría y disposición de los materiales que conforman la sección compuesta. Asimismo, los diagramas dependen de las leyes constitutivas consideradas para el concreto y el acero de refuerzo.

La construcción de diagramas momento-curvatura permite el estudio de la ductilidad de una sección y del elemento, así como permite entender el desarrollo de rótulas plásticas y redistribución de momentos flectores.

### **2.2.6 Modelo de idealización bilineal de diagramas de momento-curvatura**

Los diagramas momento-curvatura pueden ser simplificados convirtiéndolos en diagramas bilineales. En dichos diagramas simplificados se considera que el concreto en tracción inicia el proceso de carga en un estado agrietado, y se define un único punto de fluencia equivalente que marca el cambio de rigidez de la sección.

Los modelos simplificados permiten estimar el comportamiento de la sección de manera rápida cuando se espera un solo punto de fluencia evidente, pues se puede construir el diagrama momento-curvatura con solo los puntos iniciales, de fluencia y de agotamiento.

Usualmente la construcción de diagramas momento-curvatura se realiza con la asistencia de un computador, en cuyo caso no existe una diferencia importante entre el tiempo o trabajo utilizado para construir un diagrama simplificado o uno detallado.

En casos donde no existe un punto marcado de fluencia es útil poder definir el diagrama momento-curvatura bilineal, pues al definir un punto de fluencia equivalente único se puede determinar la ductilidad de curvatura. Para ello existen varios criterios para construir diagramas bilineales equivalentes, los más conocidos son el método propuesto por Priestley, y el adoptado por el Departamento de Transporte de California (Caltrans) y la Asociación Americana de Oficiales de Carreteras Estatales y Transportes (AASHTO).

### **2.2.7 Modelo bilineal momento-curvatura propuesto por Priestley**

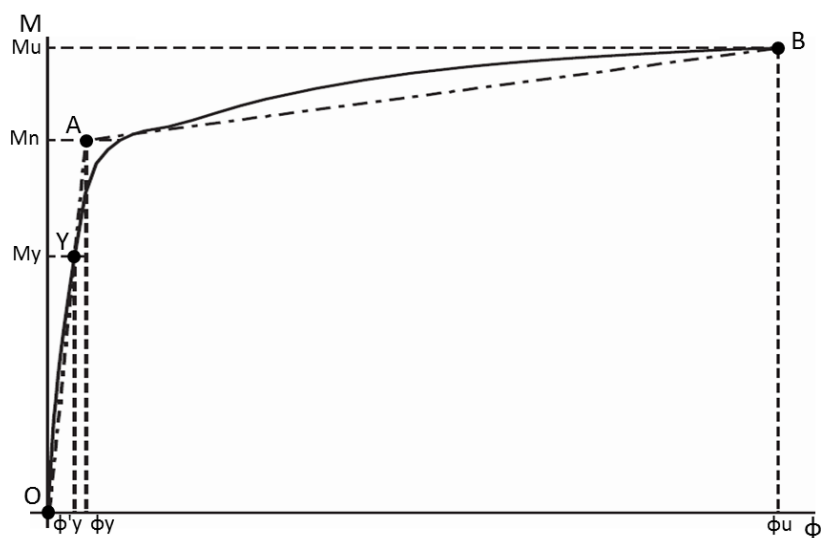
El modelo propuesto por Priestley supone un diagrama bilineal con una recta inicial que parte del punto inicial O y pasa por el punto de primera fluencia del acero Y. La recta inicial se extrapola hasta alcanzar el punto de fluencia equivalente A. El momento nominal  $M_n$  relacionado con el punto de fluencia equivalente A es el asociado a una deformación de la fibra extrema de concreto  $\epsilon_c = 0.004$  o a una deformación del acero  $\epsilon_s = 0.015$ , la

que ocurra primero. La segunda parte del diagrama es una línea recta que conecta el punto A de fluencia equivalente y el punto final B asociado al agotamiento, tal como muestra la Figura 5.

La idealización de Priestley puede utilizarse en secciones en flexión pura y secciones con carga axial. Por ello define el punto de primera fluencia Y como aquel en el cual se alcanza la primera fluencia del refuerzo, o en el que el concreto alcanza una deformación  $\epsilon_c = 0.002$ , el que ocurra primero. La deformación límite indicada para el concreto corresponde en la mayoría de los casos a la asociada a la máxima resistencia en compresión.

**Figura 5**

*Diagrama Momento-Curvatura Bilineal Propuesto por Priestly*



*Nota:* Adaptado de *Myths and fallacies in earthquake engineering, revisited* (p. 10), por Priestley, M., 2003, IUSS Press.

### **2.2.8 Modelo bilineal momento-curvatura adoptado por Caltrans y AASHTO**

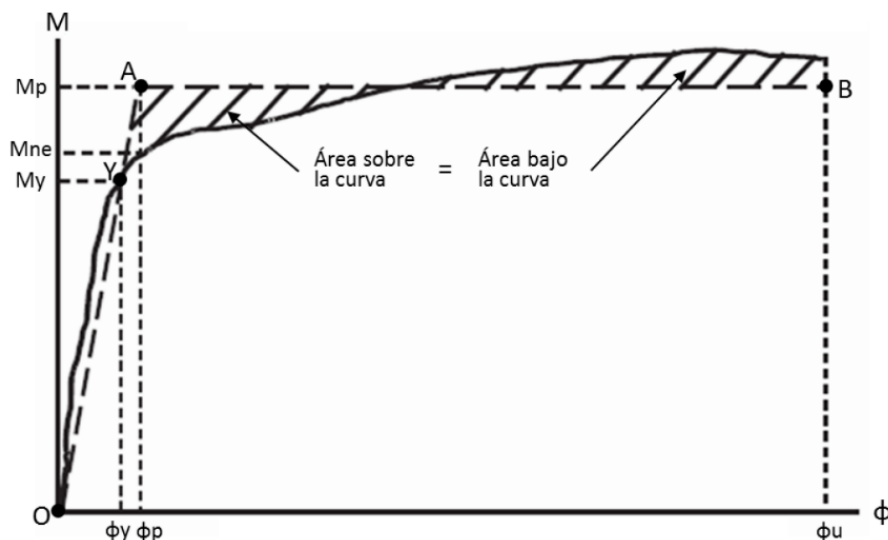
El modelo que es utilizado por el Caltrans y el AASHTO en sus manuales de diseño se basa en el equilibrio de áreas. Parte de suponer que el diagrama es bilineal elastoplástico, con una recta antes de la fluencia del acero que conecta el punto inicial O

y el punto de primera fluencia del acero  $Y$ , y que se extiende hasta el punto de fluencia equivalente  $A$ . Posteriormente se tiene una recta horizontal de comportamiento plástico que conecta el punto  $A$  hasta alcanzar el punto final  $B$  en la curvatura de agotamiento.

El punto de fluencia equivalente  $A$  se ubica de manera que se forman áreas balanceadas entre el diagrama real y el diagrama idealizado después de la fluencia del primer acero. Lo antes descrito puede observarse en la Figura 6, adaptada del manual del Caltrans.

**Figura 6**

*Diagrama Momento-Curvatura Bilineal Adoptado por Caltrans y AASHTO*



*Nota:* Adaptado de *Caltrans seismic design criteria* (p. 3-12), por Departamento de transporte de California, 2013.

El procedimiento utilizado por Caltrans y AASHTO para definir el punto de fluencia es equivalente a definir una zona de plasticidad perfecta, en donde el momento plástico  $M_p$  es igual al momento promedio en el rango inelástico.

### **2.2.9 Cálculo numérico de momento-curvatura en el programa Octave**

Octave es un lenguaje de programación de código abierto que se utiliza principalmente para realizar cálculos numéricos y análisis numéricos. Su sintaxis es compatible con MATLAB, lo que significa que muchas de las funciones y comandos de MATLAB se pueden usar en Octave. Octave proporciona un entorno de desarrollo interactivo en el que puedes ingresar comandos uno a uno y ver los resultados de inmediato. También es posible escribir programas más largos en archivos de script.

Con el fin de realizar el análisis monotónico de muros rectangulares de concreto armado hallando su respectivo diagrama de momento-curvatura, se utiliza un conjunto de códigos desarrollados por Montejó y Kowalsky (2007) en el programa Octave, el cual utiliza el lenguaje de programación propio de la aplicación. El procedimiento de cálculo usa un método de fibras.

El ingreso de los datos se realiza directamente en el código fuente, es decir; cambiando los valores de las variables ya sean de formato numérico o cadena de caracteres según corresponda, esto con el fin de ahorrar tiempo en caso de cometer algún error. Debe ingresarse las características geométricas, propiedades del refuerzo y del concreto. El código permite el análisis de elementos sometidos a flexión y carga axial (tracción o compresión).

Para analizar la sección se tabula el momento y la curvatura de la sección del muro para niveles incrementales de deformación del concreto; se utiliza un procedimiento iterativo para encontrar la profundidad del eje neutro para satisfacer el equilibrio en cada nivel de deformación del concreto. El programa se detiene cuando la deformación del concreto en el núcleo excede la deformación máxima de compresión del concreto, la deformación de tracción en las barras de acero excede la deformación máxima del acero o hay una pérdida repentina de resistencia. El programa también puede detenerse si se alcanza el número máximo de iteraciones o si el número especificado de capas de hormigón es demasiado alto. El número máximo predeterminado de iteraciones es 1000 y

el número predeterminado de capas de concreto es 40. El usuario puede cambiar estos valores directamente desde el código.

El programa utiliza el modelo constitutivo para el concreto confinado y no confinado propuesto por Mander et al. (1988). Para el acero de refuerzo se puede elegir entre dos modelos, uno propuesto por King et al. (1986) y el otro propuesto por Raynor et al. (2002).

Para obtener el momento de inercia efectivo, el programa usa el concepto de rigidez secante a la primera fluencia, definida como el punto en el cual fluye el refuerzo por primera vez o el concreto alcanza la deformación máxima de 0.002.

## 2.3 MARCO CONCEPTUAL

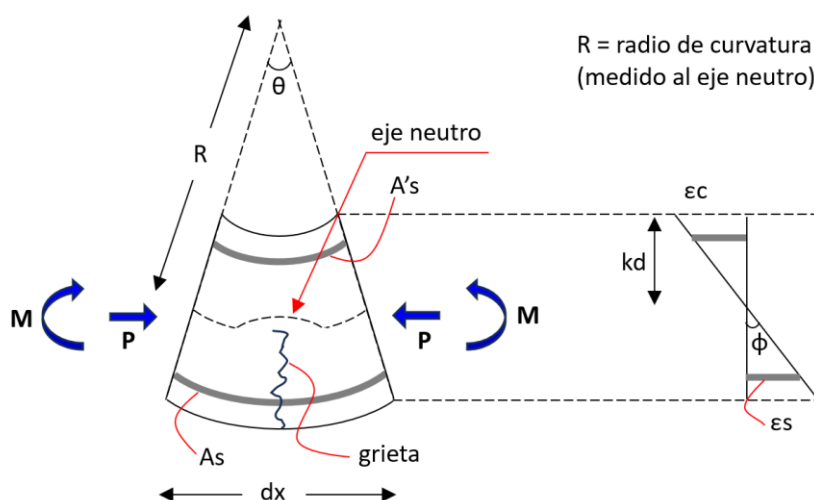
### 2.3.1 Curvatura

Es el cambio de rotación que existe en una sección y puede entenderse como el cambio de giro por unidad de longitud de un elemento sometido a flexión.

La Figura 7 muestra el estado interno de deformaciones de una sección genérica de concreto armado, en donde  $\epsilon_c$  es la deformación unitaria de la fibra extrema del concreto, y  $c$  es la profundidad de la sección neutra. La curvatura  $\phi$  de una sección de concreto armado puede definirse como  $\phi = \epsilon_c / c$ .

**Figura 7**

*Estado Interno de Deformaciones de una Sección de Concreto*



### 2.3.2 Ductilidad

La ductilidad se define como la relación entre la deformación máxima y la deformación que marca el inicio del comportamiento inelástico de un elemento o sección. La ductilidad permite expresar de manera cuantitativa la capacidad de deformación inelástica disponible, y puede entenderse como la capacidad de un elemento para soportar deformaciones inelásticas sin presentar una pérdida importante de capacidad.

En el caso de secciones de concreto armado, la ductilidad puede ser expresada en forma de ductilidad de curvatura, y se define mediante la ecuación  $\mu\phi = \phi_{\max} / \phi_y$ . Donde,  $\phi_{\max}$  es la curvatura máxima de la sección, y  $\phi_y$  es la curvatura asociada a la primera fluencia del refuerzo en tracción. La ductilidad es importante pues permite percibir el proceso de falla de una estructura, también es una cualidad importante en el diseño pues permite la absorción y disipación de energía durante eventos sísmicos. El diseño sismorresistente en el Perú considera la reducción de fuerzas sísmicas elásticas apelando a la ductilidad, y si bien existen exigencias de diseño que buscan garantizar un comportamiento dúctil, esto no se hace de manera cuantitativa.

### 2.3.3 Rigidez

La rigidez se refiere a una medida cualitativa de la resistencia a deformaciones producidas en los elementos estructurales de una edificación, debido a que contempla la capacidad que tiene la estructura para soportar esfuerzos sin adquirir grandes deformaciones. Normalmente se calcula como la razón entre la fuerza y el desplazamiento asociado a la aplicación de ella.

Es importante destacar que, para los muros de concreto reforzado, es analizada tanto la rigidez a flexión como la rigidez cortante. Estas son relevantes ya que determinan la respuesta del muro frente a cargas horizontales como lo puede ser un evento sísmico. Cada una de estas rigideces depende principalmente de las características geométricas del muro, las propiedades mecánicas de los materiales que lo componen y el detallado del acero de refuerzo que este contiene. En el diseño estos parámetros son de gran

importancia, debido a que gracias a ellos se controlan los desplazamientos excesivos, se plantea la distribución geométrica de los muros en una estructura, se analiza el comportamiento estructural de la edificación, y se analiza también de forma puntual cada elemento.

#### **2.3.4 Relación de carga axial**

Este parámetro relaciona la carga axial a la cual es sometido el elemento y la carga axial máxima que podría resistir el concreto del cual está hecho, esta última se calcula con base a la sección transversal del mismo y su respectivo valor de  $f'_c$ . Si el nivel de carga axial es alto, el muro podría presentar fallas por aplastamiento del concreto o pandeo fuera del plano, no obstante, dicho patrón de fallas puede ser controlado en el diseño de la estructura con un adecuado detallamiento, ya que el nivel de carga axial contribuye a su vez con la capacidad del elemento frente a cargas laterales.

Se considera una buena práctica ingenieril, garantizar que este parámetro no exceda en gran proporción un valor de 0.2. Se ha demostrado experimentalmente que con altos niveles de carga axial el muro adquiere mayor capacidad, no obstante, decrece su ductilidad lo cual podría ocasionar una falla tipo frágil, totalmente indeseable para un comportamiento estructural. Por otra parte, para niveles de carga axial bajos la capacidad estructural se disminuye, pero la ductilidad aumenta, teniendo en cuenta que cada uno de estos escenarios depende del diagrama de interacción de su respectivo elemento.

#### **2.3.5 Espesor de muro**

Una de las principales características geométricas para los muros estructurales es el espesor, ya que la estabilidad ante carga lateral y vertical depende de dicho parámetro.

Cuando un muro es sometido a una demanda de ductilidad alta, se presentan grandes deformaciones causadas por esfuerzo de tracción en las zonas de plastificación, las cuales pueden afectar la estabilidad del muro dependiendo de su magnitud. Con base en esto, se requiere un espesor mínimo de muro que garantice que no se presente una



falla por pandeo fuera del plano a causa de esfuerzos de compresión. Algunos códigos de diseño sugieren valores mínimos para el espesor del muro.

### **2.3.6 Relación de aspecto o esbeltez de muro**

La relación de aspecto de un muro determina si su comportamiento está dominado por flexión o corte. Los muros esbeltos son muros que tienen una relación de aspecto mayor que 2, y su comportamiento es dominado por la flexión. Los muros con una relación de aspecto menor que 2 y mayor que 1, están en una transición entre la flexión y el comportamiento dominado por corte, y ambos pueden tener una influencia significativa en el comportamiento del muro. Los muros de baja altura, son muros con una relación de aspecto de 1 o menor y su comportamiento dominante es por corte. Las fallas por corte son repentinas y de naturaleza frágil, disminuyen la capacidad de disipación de energía y ocurren con desplazamientos laterales pequeños a comparación de los muros dominados por flexión.

### **2.3.7 Elementos de borde y confinamiento en muros**

En muros de concreto es de gran importancia el uso de elementos de borde ya que proporcionan confinamiento a la sección cuando se estiman grandes deformaciones que pueden llevar a la falla del muro. Dichos elementos pueden llegar a ser del mismo espesor del muro, sin embargo, su espesor y longitud son función del área necesaria para que no se genere pandeo fuera del plano, por lo que pueden llegar a tener un ancho mayor al del alma del muro.

Según el Instituto Americano del Concreto ACI 318-14, los elementos de borde especiales, en muros de concreto armado, son necesarios cuando los esfuerzos en los extremos del elemento obtenidos a partir de un análisis elástico sobrepasen  $0.2 f'_c$  o  $0.3 f'_c$  dependiendo del nivel de disipación de energía de la estructura. Por otro lado, actualmente se puede encontrar diferentes estudios que demuestran el efecto de incremento en la resistencia y ductilidad a causa del confinamiento que se genera por la colocación del refuerzo transversal en los elementos de borde.

## CAPÍTULO III: DESARROLLO DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

### 3.1 ANÁLISIS DE LOS DATOS Y RESULTADOS

#### 3.1.1 Base de datos real

Para los propósitos de esta tesis es necesario conseguir una base de datos real que sirva de referencia para generar una base de datos simulada. Donde las características de sus especímenes sirvan de referencia para los especímenes de la base de datos simulada, y cuyos resultados experimentales permitan validar los resultados analíticos que arroja la herramienta de cálculo empleada en la base de datos simulada.

En los últimos años se ha logrado reunir una base de datos importante de muros de concreto armado ensayados ante cargas laterales cíclicas reversibles en diversos laboratorios del mundo, este es el caso de la plataforma para la investigación, colaboración y educación del Network for Earthquake Engineering Simulation (NEES), en cuya página también se almacenan publicaciones del subcomité 445 del ACI. Por lo tanto, se seleccionó de manera cuidadosa 21 muros rectangulares de la base de datos del NEES, así como de la información existente en la literatura.

##### 3.1.1.1 Descripción de especímenes seleccionados

Los 21 muros fueron seleccionados cumpliendo con los siguientes criterios:

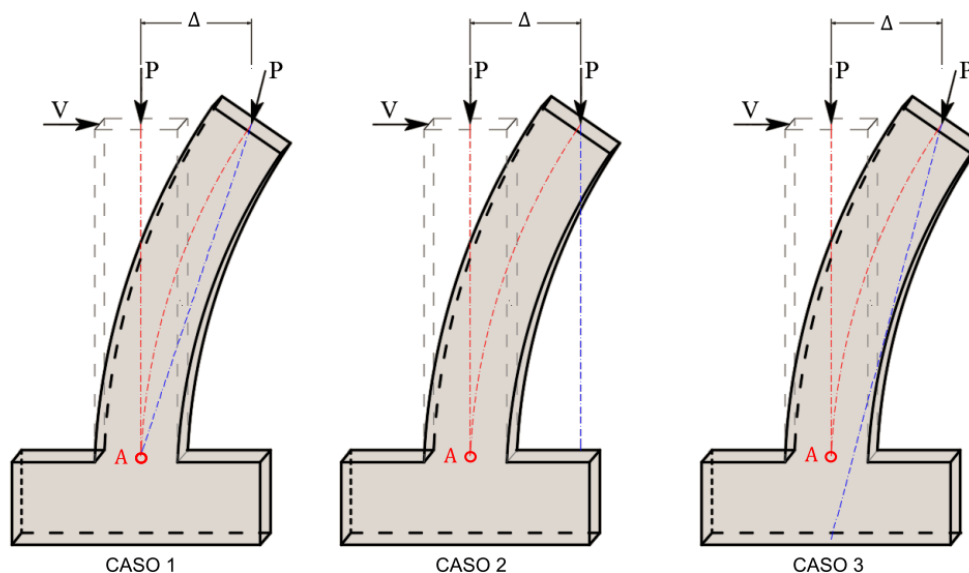
- Tener una relación de aspecto mayor que dos, es decir, muros esbeltos cuyo comportamiento es dominado por flexión. Se buscan muros con una falla del tipo dúctil.
- Resistencia mínima del concreto igual a  $f'_c = 21\text{MPa}$ , debido a que la norma NTE E.060 establece este valor como límite inferior para el concreto estructural.
- Esfuerzo de fluencia mínimo en el acero igual a  $f_y = 375\text{MPa}$ .
- Espesor del muro mínimo igual a 84mm, para que el estudio refleje muros típicos construidos en zonas sísmicas, con distribuciones del refuerzo longitudinal en dos capas, como se realiza normalmente en la práctica profesional.
- Los muros deben ser construidos con barras de acero y no con mallas debido a su poca ductilidad.

- La cuantía mínima en los muros debe ser 0.0025 tanto para el refuerzo transversal como para el longitudinal según lo indicado en la norma NTE E.060 para estructuras sismorresistentes.
- Los muros no deben tener traslapes en la zona de la base, que es donde se puede formar la articulación plástica. Esto debido a que el fenómeno de traslapes no se está estudiando en esta investigación.
- Muros con sección transversal rectangular, ya que contribuyen con mayor cantidad de especímenes en la literatura.

Es importante mencionar el tipo de ensayo que se realizó en los muros seleccionados, ya que esto nos ayuda a cuantificar el momento producido por el efecto P-Delta en dichos muros. Se distinguieron tres tipos de ensayos, tal como muestra la Figura 8.

**Figura 8**

*Tipos de Ensayos en Muros*



*Nota: Adaptado de Resistencia a flexo-compresión y capacidad de deformación lateral de muros rectangulares de concreto reforzado en zonas sísmicas (p. 4), por M. A. Íñiguez, 2015, UNAM.*

El único tipo de ensayo que no presenta efecto P-Delta es el del caso 1 (ver Figura 8), ya que, en los otros dos casos, la línea de acción de la carga axial,  $P$ , no pasa por el punto A. En la Tabla 1 se enumeran los especímenes seleccionados con sus respectivas designaciones y citas bibliográficas, también se indica el tipo de ensayo de estos.

**Tabla 1**

*Descripción de Especímenes Seleccionados*

| Nº | Designación    | Cita                     | Tipo de ensayo |
|----|----------------|--------------------------|----------------|
| 1  | B16R8-1        | Riva y Franchi (2001)    | 1              |
| 2  | WSH4           | Dazio et al. (2009)      | 1              |
| 3  | WSH2           | Dazio et al. (2009)      | 1              |
| 4  | WSH3           | Dazio et al. (2009)      | 1              |
| 5  | RW-A20-P10-S38 | Tran (2012)              | 3              |
| 6  | W-MC-N         | Villalobos (2014)        | 1              |
| 7  | RW1            | Thomsen y Wallace (1995) | 1              |
| 8  | RW2            | Thomsen y Wallace (1995) | 1              |
| 9  | WSH6           | Dazio et al. (2009)      | 1              |
| 10 | WSH5           | Dazio et al. (2009)      | 1              |
| 11 | B2C            | Ghorbani-Renani (2009)   | 1              |
| 12 | CI-1           | Shiu et al. (1981)       | 1              |
| 13 | A2C            | Ghorbani-Renani (2009)   | 1              |
| 14 | R2             | Oesterle et al. (1976)   | 2              |
| 15 | WSH1           | Dazio et al. (2009)      | 1              |
| 16 | RW-A20-P10-S63 | Tran (2012)              | 3              |
| 17 | W-MC-C         | Villalobos (2014)        | 1              |
| 18 | SW7            | Zhang y Wang (2000)      | 2              |
| 19 | SW9            | Zhang y Wang (2000)      | 2              |
| 20 | SW8            | Zhang y Wang (2000)      | 2              |
| 21 | R1             | Oesterle et al. (1976)   | 2              |

### 3.1.1.2 Características de los muros seleccionados

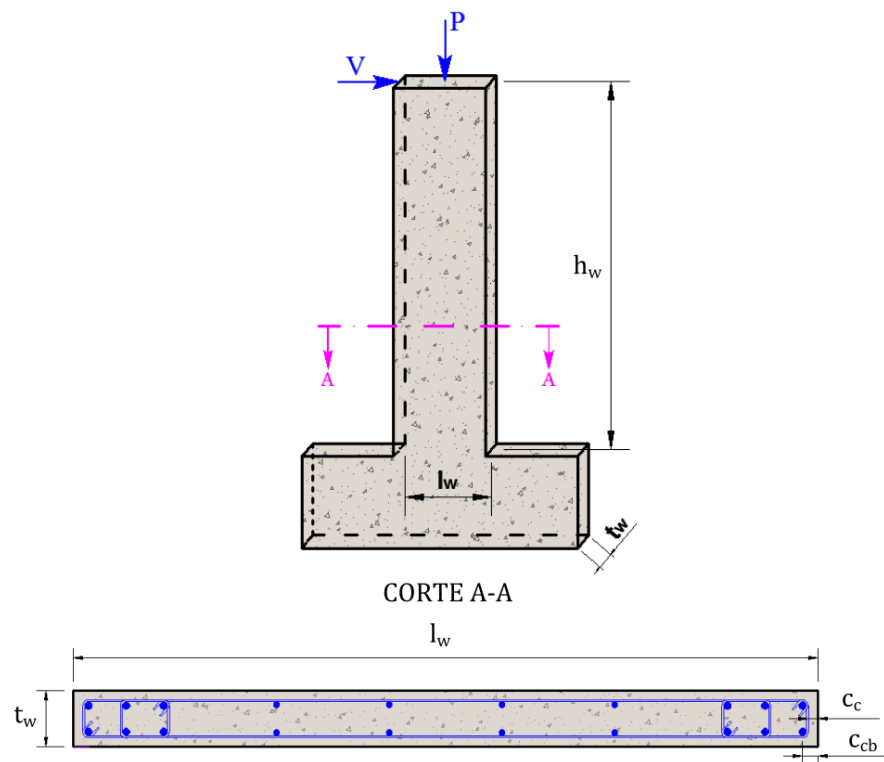
Como se mencionó anteriormente, todos los muros de la base de datos del presente trabajo son de sección rectangular y presentan características geométricas similares a las que muestran la Figura 9. Los valores geométricos para cada uno de los muros se presentan en la Tabla 2, donde  $h_w$  es la altura del muro,  $l_w$  es la longitud del muro,  $t_w$  es el espesor del muro,  $c_c$  representa el recubrimiento al extremo exterior del estribo y  $c_{cb}$  es el recubrimiento al centro de la barra de refuerzo longitudinal.

Para validar los resultados que arroja la herramienta de cálculo a emplearse en la base de datos simulada se requiere generar resultados analíticos de la base de datos real

y compararlos con los resultados experimentales. Para lograr esto, se necesita conocer con detalle las características de cada espécimen, no solo los datos geométricos. Estas características se pueden conocer con detalle revisando el texto que corresponde a la cita bibliográfica dada en la Tabla 1.

**Figura 9**

*Muro Rectangular Típico*



*Nota: Adaptado de Resistencia a flexo-compresión y capacidad de deformación lateral de muros rectangulares de concreto reforzado en zonas sísmicas (p. 7), por M. A. Íñiguez, 2015, UNAM.*

**Tabla 2**

*Datos Geométricos de los Muros Seleccionados*

| Nº | Designación    | $h_w$<br>(mm) | $t_w$<br>(mm) | $l_w$<br>(mm) | $c_{cb}$<br>(mm) | $c_c$<br>(mm) |
|----|----------------|---------------|---------------|---------------|------------------|---------------|
| 1  | B16R8-1        | 2500          | 150           | 1200          | 27               | 11            |
| 2  | WSH4           | 4560          | 150           | 2000          | 30               | 18            |
| 3  | WSH2           | 4560          | 150           | 2000          | 25               | 14            |
| 4  | WSH3           | 4560          | 150           | 2000          | 30               | 18            |
| 5  | RW-A20-P10-S38 | 2438          | 152           | 1219          | 29               | 16            |

|    |                |      |     |      |    |    |
|----|----------------|------|-----|------|----|----|
| 6  | W-MC-N         | 3658 | 203 | 1524 | 43 | 21 |
| 7  | RW1            | 3658 | 102 | 1219 | 19 | 9  |
| 8  | RW2            | 3658 | 102 | 1219 | 19 | 9  |
| 9  | WSH6           | 4560 | 150 | 2000 | 30 | 19 |
| 10 | WSH5           | 4560 | 150 | 2000 | 30 | 22 |
| 11 | B2C            | 1140 | 84  | 548  | 24 | 14 |
| 12 | CI-1           | 5486 | 102 | 1905 | 25 | 13 |
| 13 | A2C            | 2700 | 200 | 1300 | 55 | 33 |
| 14 | R2             | 4572 | 102 | 1905 | 24 | 11 |
| 15 | WSH1           | 4560 | 150 | 2000 | 25 | 14 |
| 16 | RW-A20-P10-S63 | 2438 | 152 | 1219 | 29 | 13 |
| 17 | W-MC-C         | 3658 | 203 | 1524 | 43 | 24 |
| 18 | SW7            | 1500 | 100 | 700  | 22 | 9  |
| 19 | SW9            | 1500 | 100 | 700  | 25 | 9  |
| 20 | SW8            | 1500 | 100 | 700  | 22 | 10 |
| 21 | R1             | 4572 | 102 | 1905 | 24 | 13 |

Como no se desea extender esta tesis de forma innecesaria, solo se adicionan algunos datos que son representativos de cada espécimen en la Tabla 3, donde  $\widehat{f'_c}$  es la resistencia medida a la compresión del concreto,  $\widehat{f_y}$  es el fuerza de fluencia medido del acero de refuerzo longitudinal,  $\rho_b$  es la cuantía de acero longitudinal en el borde confinado,  $\rho_t$  es la cuantía de acero longitudinal total y  $P/(A_g \widehat{f'_c})$  es la relación de carga axial.

**Tabla 3**

*Datos Representativos de los Muros Seleccionados*

| Nº | Designación    | $\widehat{f'_c}$<br>(MPa) | $\widehat{f_y}$<br>(MPa) | $\rho_b$<br>(%) | $\rho_t$<br>(%) | $\frac{P}{A_g \widehat{f'_c}}$ |
|----|----------------|---------------------------|--------------------------|-----------------|-----------------|--------------------------------|
| 1  | B16R8-1        | 40                        | 540                      | 0.67            | 1.62            | 0.000                          |
| 2  | WSH4           | 40.9                      | 576                      | 0.23            | 0.82            | 0.057                          |
| 3  | WSH2           | 40.5                      | 583.1                    | 0.16            | 0.54            | 0.057                          |
| 4  | WSH3           | 39.2                      | 601                      | 0.23            | 0.82            | 0.058                          |
| 5  | RW-A20-P10-S38 | 47.1                      | 472                      | 0.55            | 1.27            | 0.073                          |
| 6  | W-MC-N         | 32.68                     | 461.94                   | 0.66            | 1.56            | 0.088                          |
| 7  | RW1            | 36.5                      | 434                      | 0.46            | 1.12            | 0.088                          |
| 8  | RW2            | 34.28                     | 434                      | 0.46            | 1.12            | 0.089                          |
| 9  | WSH6           | 45.6                      | 576.98                   | 0.25            | 0.81            | 0.108                          |
| 10 | WSH5           | 38.3                      | 583.7                    | 0.10            | 0.39            | 0.128                          |
| 11 | B2C            | 47                        | 450                      | 0.62            | 1.69            | 0.000                          |
| 12 | CI-1           | 23.27                     | 476.4                    | 0.79            | 1.75            | 0.000                          |
| 13 | A2C            | 28.3                      | 427.6                    | 0.61            | 1.68            | 0.000                          |
| 14 | R2             | 46.44                     | 450.2                    | 0.39            | 0.99            | 0.004                          |
| 15 | WSH1           | 45                        | 547.3                    | 0.16            | 0.54            | 0.051                          |
| 16 | RW-A20-P10-S63 | 48.6                      | 477                      | 1.23            | 2.85            | 0.073                          |
| 17 | W-MC-C         | 33.09                     | 461.9                    | 0.65            | 1.55            | 0.087                          |
| 18 | SW7            | 29.7                      | 405                      | 0.88            | 2.19            | 0.240                          |
| 19 | SW9            | 35.4                      | 375                      | 1.80            | 4.02            | 0.240                          |
| 20 | SW8            | 32                        | 432                      | 0.65            | 1.72            | 0.350                          |
| 21 | R1             | 44.75                     | 511.61                   | 0.15            | 0.49            | 0.004                          |

### 3.1.1.3 Parámetros generalizados

Para el cálculo de la rigidez efectiva de muros rectangulares de concreto armado se tienen parámetros de gran importancia como son la cuantía de refuerzo longitudinal y la relación de carga axial. Se tienen también otros parámetros importantes que pueden generalizarse de forma exacta o aproximada y otros de menor importancia que pueden ser ignorados.

Un parámetro importante para obtener la rigidez efectiva en muros de concreto armado es el parámetro de concentración del refuerzo longitudinal en los bordes con respecto a la cantidad de acero total ( $k=\rho_b/\rho_t$ ), el cual según la base de datos real indica valores medidos desde 0.26 hasta 0.45 con un valor promedio de 0.37. Por lo tanto, resulta coherente generalizar este parámetro para valores cercanos a 1/3 como indica Íñiguez (2015), lo cual se tendrá en cuenta para generar la base de datos simulada a excepción de los muros que cuentan con la cuantía mínima.

Otro parámetro importante para obtener el valor de la rigidez efectiva en muros de concreto armado es el valor del esfuerzo límite de fluencia ( $f_y$ ), el cual según la base de datos real muestra valores medidos desde 375 hasta 590 MPa. Teniendo en cuenta el intervalo de las mediciones en la base de datos real y el acero común usado en el Perú, en esta investigación emplearemos el valor nominal para  $f_y$  igual a 420 MPa.

Entre los parámetros que intervienen, con menor importancia, en el cálculo de la rigidez efectiva de muros de concreto armado están los relacionados con el detalle de los bordes confinados, tales como el espaciamiento del acero de confinamiento, el diámetro del acero de confinamiento y la longitud del borde confinado. Sin embargo, debido a las normativas sismorresistentes, estos parámetros tienen poco margen de variación en su magnitud y su influencia en el cálculo de la rigidez efectiva puede suponerse poco importante.

### 3.1.1.4 Validación de la herramienta de cálculo

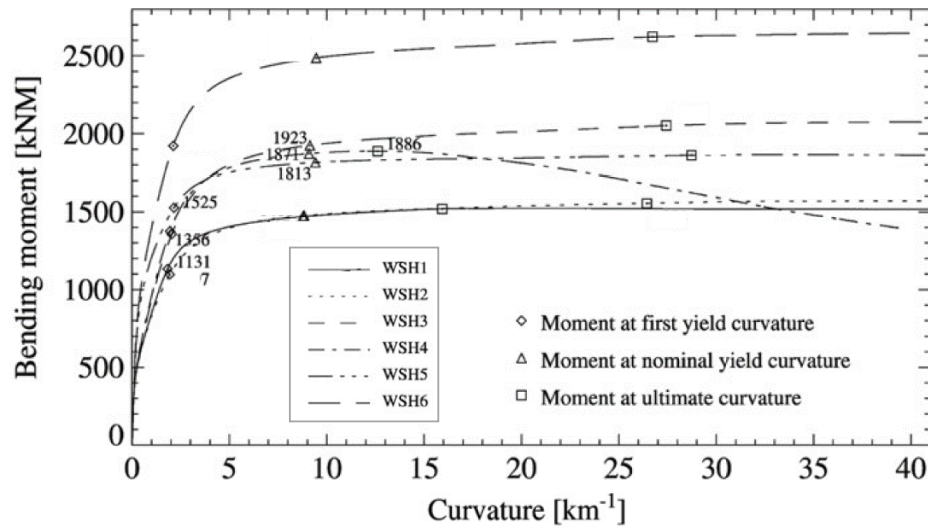
Para generar la base de datos simulada se utiliza como herramienta de cálculo el algoritmo desarrollado por Montejó y Kowalsky (2007) en el programa Octave para muros rectangulares de concreto armado, el cual puede ser validado contrastando sus resultados analíticos con resultados experimentales de especímenes ensayados por diferentes autores. Por lo tanto, se extraen resultados experimentales de la base de datos real y se escogen solo aquellos especímenes ensayados que presentan entre sus resultados diagramas de momento-curvatura o variantes de estos que puedan obtenerse analíticamente sin mucha dificultad. Conseguir algunas variantes del diagrama momento-curvatura de forma analítica puede tornarse complicado debido a las condiciones del ensayo, y conducir al uso de fórmulas que añaden más aproximaciones al proceso de cálculo, lo cual no contribuye con la validación de la herramienta utilizada para generar los resultados analíticos. Conforme a lo mencionado anteriormente, se escogen doce especímenes de la base de datos real, los especímenes WSH1, WSH2, WSH3, WSH4, WSH5 y WSH6 ensayados por Dazio et al. (2009), los especímenes R1 y R2 ensayados por Oesterle et al. (1976), los especímenes RW1 y RW2 ensayados por Thomsen y Wallace (1995) y los especímenes SW7 y SW8 ensayados por Zhang y Wang (2000).

Las Figuras 10 y 11 muestran en el eje de abscisas valores de curvatura en  $\text{km}^{-1}$  y en el eje de ordenadas valores de momento flector en kN-m. La Figura 10 muestra los resultados de momento-curvatura obtenidos por Dazio et al. (2009) de seis especímenes ensayados, en la cual se indican los puntos de primera fluencia con símbolo de rombo, los puntos de momento nominal y curvatura de fluencia con símbolo de triángulo, y los puntos con curvatura última y su correspondiente momento resistente con símbolo de cuadrado. En la Figura 11 se muestran los resultados analíticos momento-curvatura obtenidos para los mismos especímenes. Para los seis especímenes, los resultados analíticos fueron validados con los resultados obtenidos por Dazio, observando que los diagramas momento-curvatura son muy similares.



**Figura 10**

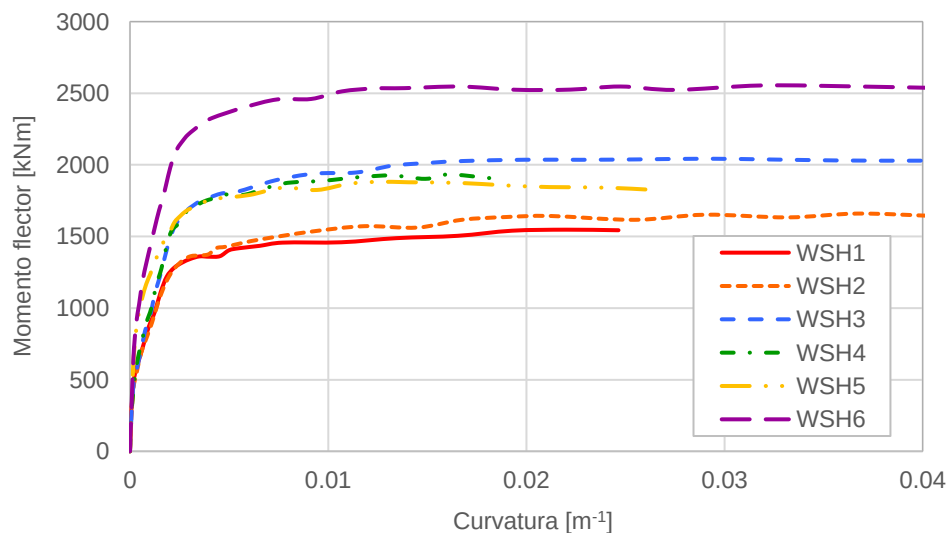
*Resultados Momento-Curvatura Obtenidos por Dazio de 6 Especímenes*



*Nota: Adaptado de Quasi-static cyclic tests and plastic hinge analysis of RC structural walls*  
(p. 1567), por A. Dazio et al., 2009, *Engineering Structures*, 31(7).

**Figura 11**

*Resultados Analíticos Momento-Curvatura de los Especímenes de Dazio*



Las Figuras 12, 13, 14 y 15 incluyen ejes de abscisas y ordenadas, con medidas de rotación y momento flector respectivamente. Las rotaciones se muestran en radianes y los momentos flectores en kip-in. Estas cuatro figuras muestran resultados relacionados a los especímenes R1 y R2 ensayados por Oesterle et al. (1976). Ambos especímenes son muros rectangulares con la misma geometría (ver Tabla 2), y cuentan con valores medidos de las propiedades de los materiales que no son muy distantes (ver Tabla 3).

En la Figura 12 se muestra la curva histerética de momento-rotación obtenida por ensayo del espécimen R1, y la Figura 13 muestra el diagrama analítico de momento-rotación del mismo espécimen con inclusión de la histéresis experimental para fines comparativos.

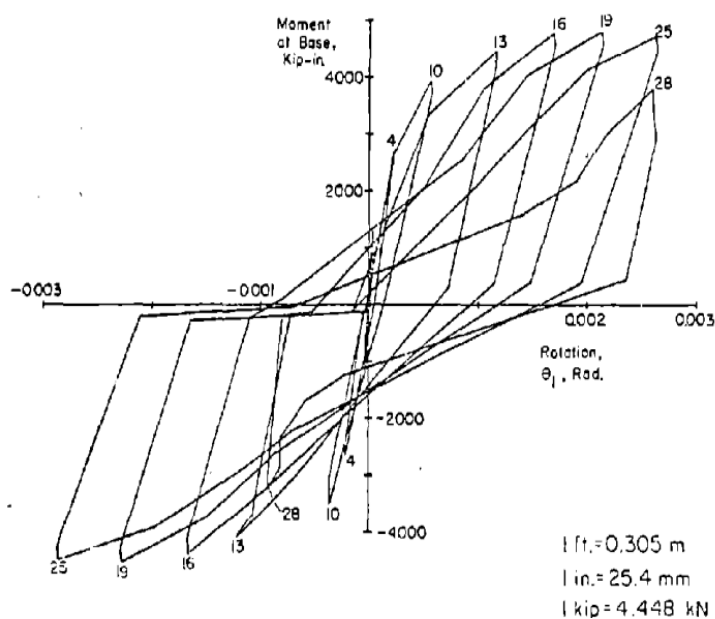
En la Figura 14 se muestra la curva histerética de momento-rotación obtenida por ensayo del espécimen R2, y la Figura 15 muestra el diagrama analítico de momento-rotación del mismo espécimen con inclusión de la histéresis experimental para fines comparativos.

Las Figuras 12 y 14 evidencian que el espécimen R2 tiene una mayor resistencia y ductilidad que el espécimen R1, esto debido principalmente a que el espécimen R2 presenta mayor cuantía de refuerzo longitudinal en los bordes confinados, otro rasgo distintivo encontrado entre ambos especímenes fue el arreglo de acero transversal en los bordes confinados.

Para ambos especímenes R1 y R2 los resultados analíticos fueron validados con los resultados experimentales, observando en las Figuras 13 y 15 que los diagramas analíticos de momento-rotación se equiparan a una envolvente de los lazos histeréticos obtenidos experimentalmente.

**Figura 12**

*Diagrama Experimental Momento-Rotación del Especimen R1*

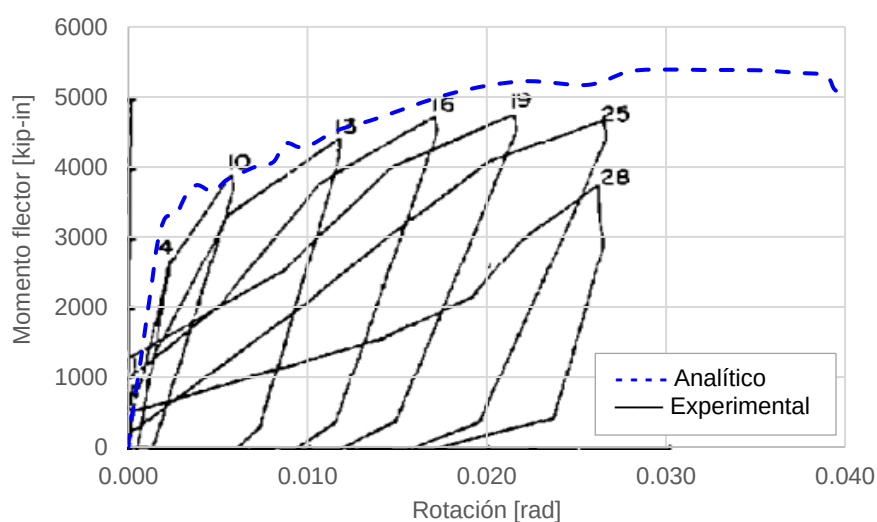


*Nota: Adaptado de Earthquake Resistant Structural Walls-Tests of Isolated Walls*

(Appendix B-24), por R. Oesterle et al., 1976, Portland Cement Association.

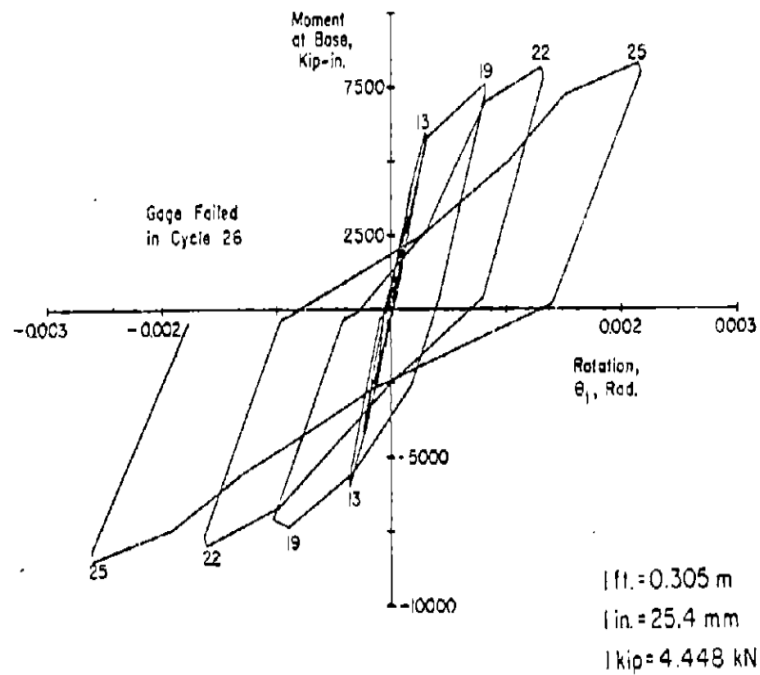
**Figura 13**

*Diagrama Analítico Momento-Rotación del Especimen R1*



**Figura 14**

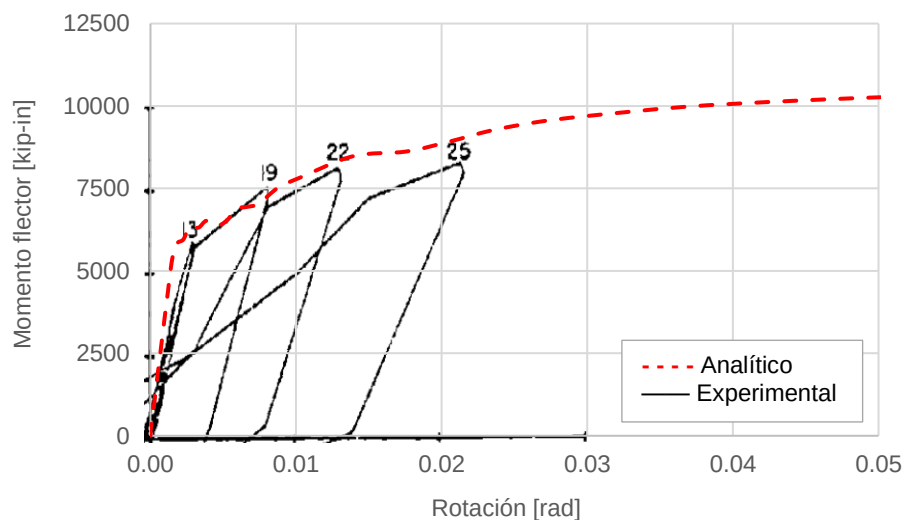
*Diagrama Experimental Momento-Rotación del Especimen R2*



*Nota:* Adaptado de *Earthquake Resistant Structural Walls-Tests of Isolated Walls* (Appendix B-50), por R. Oesterle et al., 1976, Portland Cement Association.

**Figura 15**

*Diagrama Analítico Momento-Rotación del Especimen R2*



Las Figuras 16, 17, 18 y 19 incluyen ejes de abscisas y ordenadas, con medidas de rotación y momento flector respectivamente. Las rotaciones se muestran en radianes y los momentos flectores en kip-in. Estas cuatro figuras muestran resultados relacionados a los especímenes RW1 y RW2 ensayados por Thomsen y Wallace (1995). Ambos especímenes son muros rectangulares con la misma geometría (ver Tabla 2), y cuentan con valores medidos de las propiedades de los materiales que no son muy distantes (ver Tabla 3).

En la Figura 16 se muestra la curva histerética de momento-rotación obtenida por ensayo del espécimen RW1, y la Figura 17 muestra el diagrama analítico de momento-rotación del mismo espécimen con inclusión de la histéresis experimental para fines comparativos.

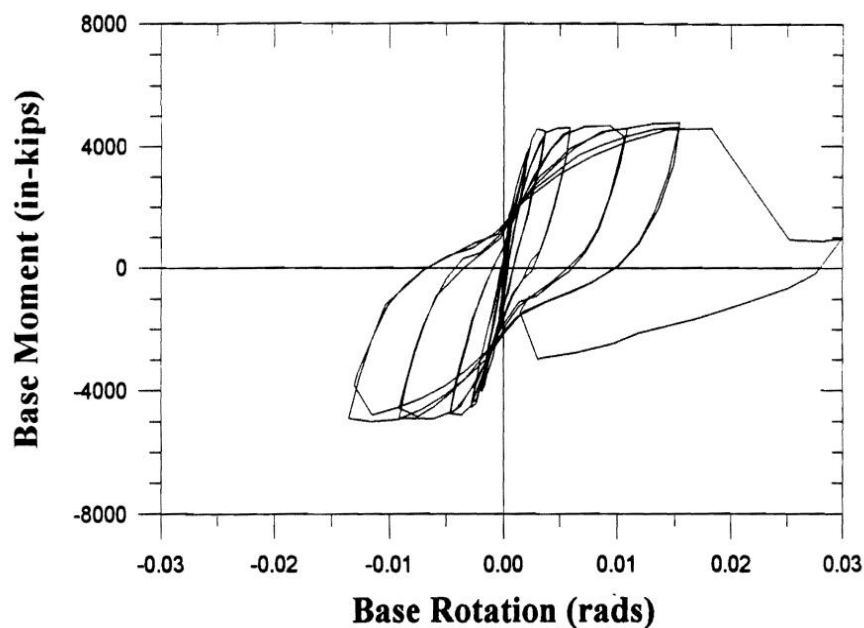
En la Figura 18 se muestra la curva histerética de momento-rotación obtenida por ensayo del espécimen RW2, y la Figura 19 muestra el diagrama analítico de momento-rotación del mismo espécimen con inclusión de la histéresis experimental para fines comparativos.

Las Figuras 16 y 18 muestran que los especímenes RW1 y RW2 tienen valores de resistencia y ductilidad similares, lo cual evidencia la poca relevancia del arreglo de acero transversal colocado en los bordes confinados, ya que esto es el único rasgo distintivo entre ambos especímenes.

Se validaron los resultados analíticos con los experimentales para ambos especímenes RW1 y RW2, observando en las Figuras 17 y 19 que los diagramas analíticos de momento-rotación se asemejan a una envolvente de los lazos histeréticos obtenidos experimentalmente.

**Figura 16**

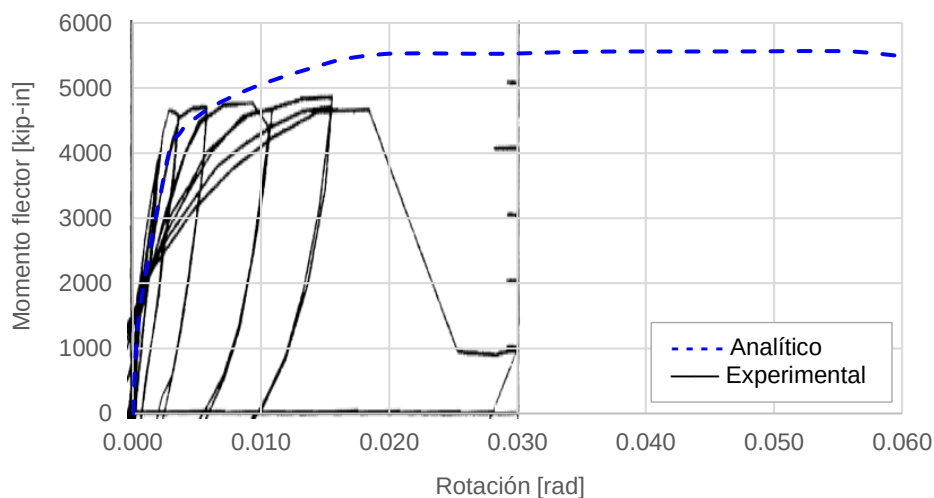
*Diagrama Experimental Momento-Rotación del Especimen RW1*



*Nota: Adaptado de Displacement-Based Design of Reinforced Concrete Structural Walls: An Experimental Investigation of Walls with Rectangular and T-Shaped Cross Sections (p. 213), por J. H. Thomsen y J. W. Wallace, 1995, Clarkson University.*

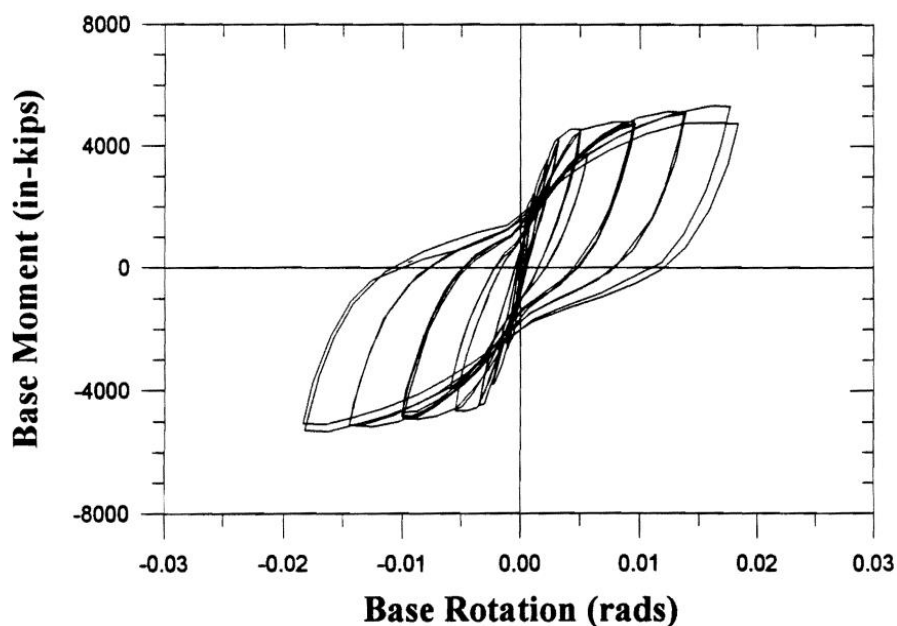
**Figura 17**

*Diagrama Analítico Momento-Rotación del Especimen RW1*



**Figura 18**

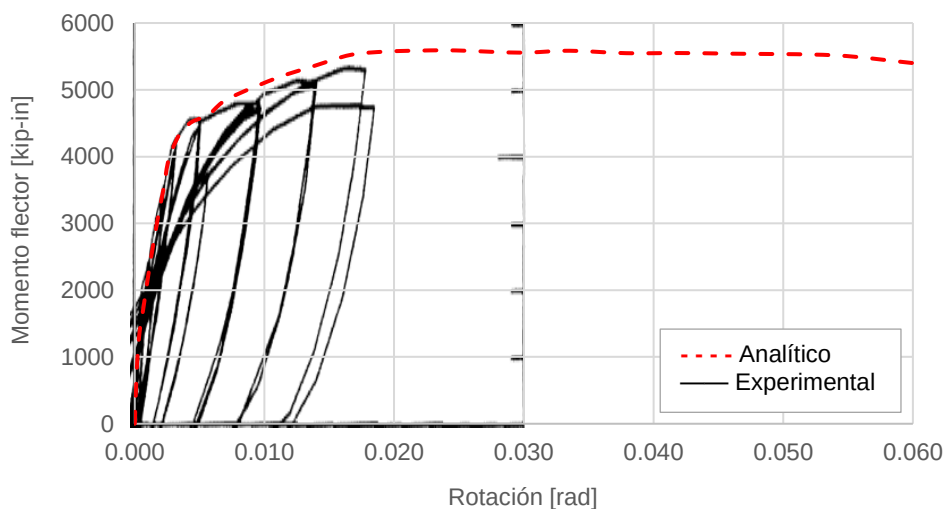
*Diagrama Experimental Momento-Rotación del Especimen RW2*



*Nota: Adaptado de Displacement-Based Design of Reinforced Concrete Structural Walls: An Experimental Investigation of Walls with Rectangular and T-Shaped Cross Sections (p. 213), por J. H. Thomsen y J. W. Wallace, 1995, Clarkson University.*

**Figura 19**

*Diagrama Analítico Momento-Rotación del Especimen RW2*



Las Figuras 20, 21, 22 y 23 incluyen ejes de abscisas y ordenadas, con medidas de curvatura y momento flector respectivamente. Las curvaturas se muestran en  $m^{-1}$  y los momentos flectores en kN-m. Estas cuatro figuras muestran resultados relacionados a los especímenes SW7 y SW8 ensayados por Zhang y Wang (2000). Ambos especímenes son muros rectangulares con la misma geometría (ver Tabla 2), y cuentan con valores medidos de las propiedades de los materiales que no son muy distantes (ver Tabla 3).

En la Figura 20 se muestra la curva histerética de momento-curvatura obtenida por ensayo del espécimen SW7, y la Figura 21 muestra el diagrama analítico de momento-curvatura del mismo espécimen con inclusión de la histéresis experimental para fines comparativos.

En la Figura 22 se muestra la curva histerética de momento-curvatura obtenida por ensayo del espécimen SW8, y la Figura 23 muestra el diagrama analítico de momento-curvatura del mismo espécimen con inclusión de la histéresis experimental para fines comparativos.

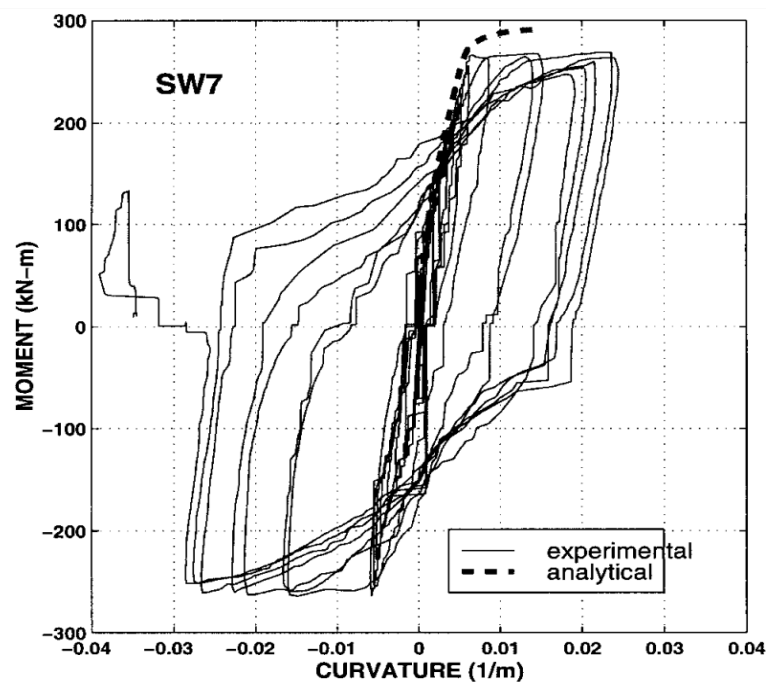
Las Figuras 20 y 22 evidencian que el espécimen SW7 tiene una mayor ductilidad que el espécimen SW8, esto debido principalmente a que el espécimen SW7 soporta aproximadamente un 35% menos de carga axial respecto al espécimen SW8, otro rasgo distintivo encontrado entre ambos especímenes fue una leve diferencia en la cuantía de refuerzo longitudinal en los bordes confinados.

Se validaron los resultados analíticos con los experimentales para ambos especímenes SW7 y SW8, observando en las Figuras 21 y 23 que los diagramas analíticos de momento-curvatura se asemejan a una envolvente de los lazos histeréticos obtenidos experimentalmente.



**Figura 20**

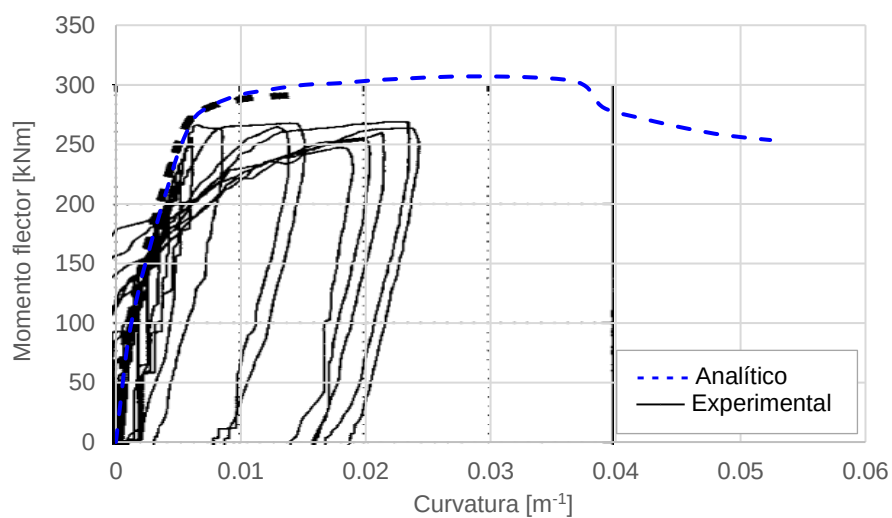
*Diagrama Experimental Momento-Curvatura del Especímen SW7*



*Nota: Adaptado de Seismic Behavior of Reinforced Concrete Shear Walls Subjected to High Axial Loading (p. 746), por Y. Zhang y Z. Wang, 2000, ACI Structural Journal, 97(5).*

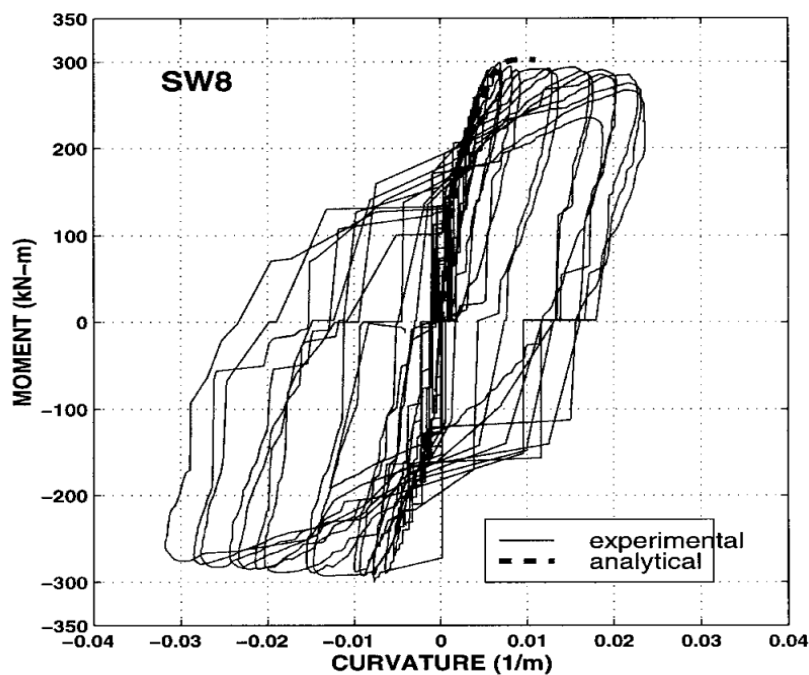
**Figura 21**

*Diagrama Analítico Momento-Curvatura del Especímen SW7*



**Figura 22**

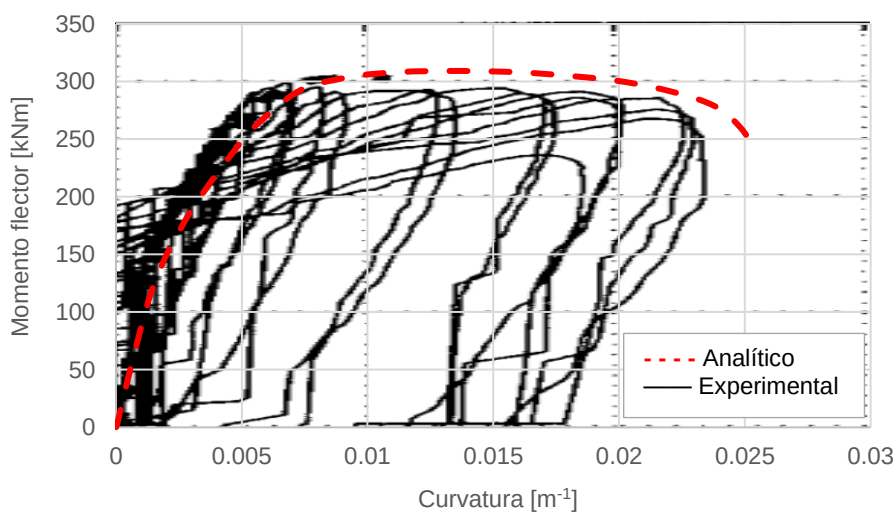
*Diagrama Experimental Momento-Curvatura del Especímen SW8*



*Nota: Adaptado de Seismic Behavior of Reinforced Concrete Shear Walls Subjected to High Axial Loading (p. 746), por Y. Zhang y Z. Wang, 2000, ACI Structural Journal, 97(5).*

**Figura 23**

*Diagrama Analítico Momento-Curvatura del Especímen SW8*



### 3.1.2 Base de datos simulada

Para darle un enfoque más realista a la base de datos simulada se trabajó con los valores de resistencia a la compresión del concreto ( $f'_c$ ) que se emplean con mayor frecuencia en el Perú, los cuales son de 21, 28, 35, 42 y 50 MPa. Además, teniendo en cuenta todo lo mencionado en la sección 3.1.1 se crea una base de datos simulada en función de la cuantía de refuerzo longitudinal ( $A_{st}/A_g$ ) y la relación de carga axial ( $P/A_g f'_c$ ). La Tabla 4 muestra las características principales de los muros de la base de datos simulada con una cuantía de refuerzo longitudinal igual a 0.0025.

**Tabla 4**

*Muros con Cuantía de Refuerzo Longitudinal de 0.0025*

| $t_w$<br>(mm) | $l_w$<br>(mm) | $A_{st}$<br>(mm <sup>2</sup> ) | $A_g$<br>(mm <sup>2</sup> ) | $f'_c$<br>(MPa) | P<br>(kN) | $P/A_g f'_c$ |
|---------------|---------------|--------------------------------|-----------------------------|-----------------|-----------|--------------|
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 21              | 588       | 0.05         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 28              | 784       | 0.05         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 35              | 980       | 0.05         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 42              | 1176      | 0.05         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 50              | 1400      | 0.05         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 21              | 1176      | 0.10         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 28              | 1568      | 0.10         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 35              | 1960      | 0.10         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 42              | 2352      | 0.10         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 50              | 2800      | 0.10         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 21              | 1764      | 0.15         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 28              | 2352      | 0.15         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 35              | 2940      | 0.15         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 42              | 3528      | 0.15         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 50              | 4200      | 0.15         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 21              | 2352      | 0.20         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 28              | 3136      | 0.20         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 35              | 3920      | 0.20         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 42              | 4704      | 0.20         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 50              | 5600      | 0.20         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 21              | 2940      | 0.25         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 28              | 3920      | 0.25         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 35              | 4900      | 0.25         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 42              | 5880      | 0.25         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 50              | 7000      | 0.25         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 21              | 3528      | 0.30         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 28              | 4704      | 0.30         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 35              | 5880      | 0.30         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 42              | 7056      | 0.30         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 50              | 8400      | 0.30         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 21              | 4116      | 0.35         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 28              | 5488      | 0.35         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 35              | 6860      | 0.35         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 42              | 8232      | 0.35         |
| 200           | 2800          | 1425.1                         | 560000                      | 50              | 9800      | 0.35         |

En las tablas siguientes, que corresponden a una mayor cuantía (tablas del 5 al 8), se añaden el diámetro de la barra de confinamiento  $d_{bt}$ , el espaciamiento de las barras de confinamiento  $s_{bt}$  y el área de acero longitudinal en la zona de confinamiento  $A_{be}$ .

La Tabla 5 muestra las características principales de los muros de la base de datos simulada con una cuantía de refuerzo longitudinal igual a 0.005.

**Tabla 5**

*Muros con Cuantía de Refuerzo Longitudinal de 0.0050*

| $t_w$<br>(mm) | $l_w$<br>(mm) | $d_{bt}$<br>(pulg.) | $s_{bt}$<br>(mm) | $A_{be}$<br>(mm <sup>2</sup> ) | $A_{st}$<br>(mm <sup>2</sup> ) | $k$  | $A_g$<br>(mm <sup>2</sup> ) | $f'_c$<br>(MPa) | $P$<br>(kN) | $P/A_g f'_c$ |
|---------------|---------------|---------------------|------------------|--------------------------------|--------------------------------|------|-----------------------------|-----------------|-------------|--------------|
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 21              | 609         | 0.05         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 28              | 812         | 0.05         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 35              | 1015        | 0.05         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 42              | 1218        | 0.05         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 50              | 1450        | 0.05         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 21              | 1218        | 0.10         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 28              | 1624        | 0.10         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 35              | 2030        | 0.10         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 42              | 2436        | 0.10         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 50              | 2900        | 0.10         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 21              | 1827        | 0.15         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 28              | 2436        | 0.15         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 35              | 3045        | 0.15         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 42              | 3654        | 0.15         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 50              | 4350        | 0.15         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 21              | 2436        | 0.20         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 28              | 3248        | 0.20         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 35              | 4060        | 0.20         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 42              | 4872        | 0.20         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 50              | 5800        | 0.20         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 21              | 3045        | 0.25         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 28              | 4060        | 0.25         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 35              | 5075        | 0.25         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 42              | 6090        | 0.25         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 50              | 7250        | 0.25         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 21              | 3654        | 0.30         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 28              | 4872        | 0.30         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 35              | 6090        | 0.30         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 42              | 7308        | 0.30         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 50              | 8700        | 0.30         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 21              | 4263        | 0.35         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 28              | 5684        | 0.35         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 35              | 7105        | 0.35         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 42              | 8526        | 0.35         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 2881.9                         | 0.35 | 580000                      | 50              | 10150       | 0.35         |

La Tabla 6 muestra las características principales de los muros de la base de datos simulada con una cuantía de refuerzo longitudinal igual a 0.010.

**Tabla 6**

*Muros con Cuantía de Refuerzo Longitudinal de 0.0100*

| $t_w$<br>(mm) | $l_w$<br>(mm) | $d_{bt}$<br>(pulg.) | $s_{bt}$<br>(mm) | $A_{be}$<br>(mm <sup>2</sup> ) | $A_{st}$<br>(mm <sup>2</sup> ) | $k$  | $A_g$<br>(mm <sup>2</sup> ) | $f'_c$<br>(MPa) | $P$<br>(kN) | $P/A_g f'_c$ |
|---------------|---------------|---------------------|------------------|--------------------------------|--------------------------------|------|-----------------------------|-----------------|-------------|--------------|
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 21              | 315         | 0.05         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 28              | 420         | 0.05         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 35              | 525         | 0.05         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 42              | 630         | 0.05         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 50              | 750         | 0.05         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 21              | 630         | 0.10         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 28              | 840         | 0.10         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 35              | 1050        | 0.10         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 42              | 1260        | 0.10         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 50              | 1500        | 0.10         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 21              | 945         | 0.15         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 28              | 1260        | 0.15         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 35              | 1575        | 0.15         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 42              | 1890        | 0.15         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 50              | 2250        | 0.15         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 21              | 1260        | 0.20         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 28              | 1680        | 0.20         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 35              | 2100        | 0.20         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 42              | 2520        | 0.20         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 50              | 3000        | 0.20         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 21              | 1575        | 0.25         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 28              | 2100        | 0.25         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 35              | 2625        | 0.25         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 42              | 3150        | 0.25         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 50              | 3750        | 0.25         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 21              | 1890        | 0.30         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 28              | 2520        | 0.30         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 35              | 3150        | 0.30         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 42              | 3780        | 0.30         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 50              | 4500        | 0.30         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 21              | 2205        | 0.35         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 28              | 2940        | 0.35         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 35              | 3675        | 0.35         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 42              | 4410        | 0.35         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1013.4                         | 3024.4                         | 0.34 | 300000                      | 50              | 5250        | 0.35         |

La Tabla 7 muestra las características principales de los muros de la base de datos simulada con una cuantía de refuerzo longitudinal igual a 0.020.

**Tabla 7**

*Muros con Cuantía de Refuerzo Longitudinal de 0.0200*

| $t_w$<br>(mm) | $l_w$<br>(mm) | $d_{bt}$<br>(pulg.) | $s_{bt}$<br>(mm) | $A_{be}$<br>(mm <sup>2</sup> ) | $A_{st}$<br>(mm <sup>2</sup> ) | $k$  | $A_g$<br>(mm <sup>2</sup> ) | $f'_c$<br>(MPa) | $P$<br>(kN) | $P/A_g f'_c$ |
|---------------|---------------|---------------------|------------------|--------------------------------|--------------------------------|------|-----------------------------|-----------------|-------------|--------------|
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1979.3                         | 5985.5                         | 0.33 | 300000                      | 21              | 315         | 0.05         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1979.3                         | 5985.5                         | 0.33 | 300000                      | 28              | 420         | 0.05         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1979.3                         | 5985.5                         | 0.33 | 300000                      | 35              | 525         | 0.05         |
| 150           | 2000          | 3/8                 | 75               | 1979.3                         | 5985.5                         | 0.33 | 300000                      | 42              | 630         | 0.05         |

|     |      |     |    |        |        |      |        |    |      |      |
|-----|------|-----|----|--------|--------|------|--------|----|------|------|
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 50 | 750  | 0.05 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 21 | 630  | 0.10 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 28 | 840  | 0.10 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 35 | 1050 | 0.10 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 42 | 1260 | 0.10 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 50 | 1500 | 0.10 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 21 | 945  | 0.15 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 28 | 1260 | 0.15 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 35 | 1575 | 0.15 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 42 | 1890 | 0.15 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 50 | 2250 | 0.15 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 21 | 1260 | 0.20 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 28 | 1680 | 0.20 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 35 | 2100 | 0.20 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 42 | 2520 | 0.20 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 50 | 3000 | 0.20 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 21 | 1575 | 0.25 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 28 | 2100 | 0.25 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 35 | 2625 | 0.25 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 42 | 3150 | 0.25 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 50 | 3750 | 0.25 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 21 | 1890 | 0.30 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 28 | 2520 | 0.30 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 35 | 3150 | 0.30 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 42 | 3780 | 0.30 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 50 | 4500 | 0.30 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 21 | 2205 | 0.35 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 28 | 2940 | 0.35 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 35 | 3675 | 0.35 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 42 | 4410 | 0.35 |
| 150 | 2000 | 3/8 | 75 | 1979.3 | 5985.5 | 0.33 | 300000 | 50 | 5250 | 0.35 |

La Tabla 8 muestra las características principales de los muros de la base de datos simulada con una cuantía de refuerzo longitudinal igual a 0.030.

**Tabla 8**

*Muros con Cuantía de Refuerzo Longitudinal de 0.0300*

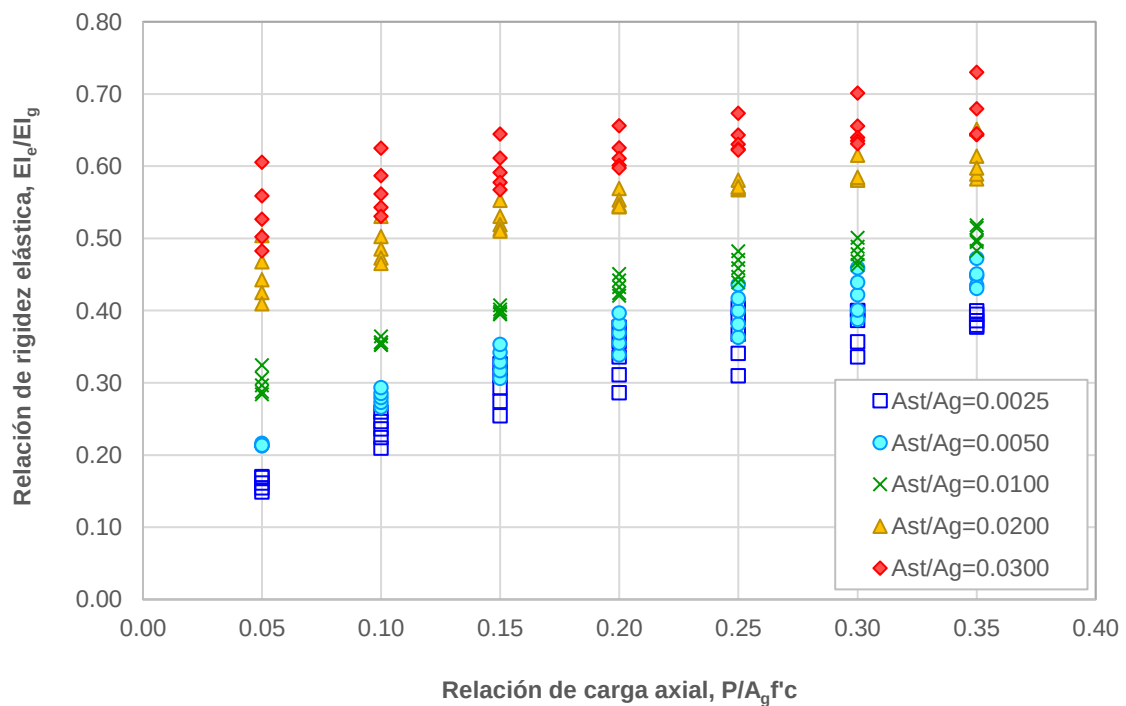
| $t_w$<br>(mm) | $l_w$<br>(mm) | $d_{bt}$<br>(pulg.) | $s_{bt}$<br>(mm) | $A_{be}$<br>(mm <sup>2</sup> ) | $A_{st}$<br>(mm <sup>2</sup> ) | $k$  | $A_g$<br>(mm <sup>2</sup> ) | $f'_c$<br>(MPa) | $P$<br>(kN) | $P/A_g f'_c$ |
|---------------|---------------|---------------------|------------------|--------------------------------|--------------------------------|------|-----------------------------|-----------------|-------------|--------------|
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 5130.4                         | 17386.4                        | 0.30 | 580000                      | 21              | 609         | 0.05         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 5130.4                         | 17386.4                        | 0.30 | 580000                      | 28              | 812         | 0.05         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 5130.4                         | 17386.4                        | 0.30 | 580000                      | 35              | 1015        | 0.05         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 5130.4                         | 17386.4                        | 0.30 | 580000                      | 42              | 1218        | 0.05         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 5130.4                         | 17386.4                        | 0.30 | 580000                      | 50              | 1450        | 0.05         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 5130.4                         | 17386.4                        | 0.30 | 580000                      | 21              | 1218        | 0.10         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 5130.4                         | 17386.4                        | 0.30 | 580000                      | 28              | 1624        | 0.10         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 5130.4                         | 17386.4                        | 0.30 | 580000                      | 35              | 2030        | 0.10         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 5130.4                         | 17386.4                        | 0.30 | 580000                      | 42              | 2436        | 0.10         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 5130.4                         | 17386.4                        | 0.30 | 580000                      | 50              | 2900        | 0.10         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 5130.4                         | 17386.4                        | 0.30 | 580000                      | 21              | 1827        | 0.15         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 5130.4                         | 17386.4                        | 0.30 | 580000                      | 28              | 2436        | 0.15         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 5130.4                         | 17386.4                        | 0.30 | 580000                      | 35              | 3045        | 0.15         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 5130.4                         | 17386.4                        | 0.30 | 580000                      | 42              | 3654        | 0.15         |
| 200           | 2900          | 3/8                 | 75               | 5130.4                         | 17386.4                        | 0.30 | 580000                      | 50              | 4350        | 0.15         |

|     |      |     |    |        |         |      |        |    |       |      |
|-----|------|-----|----|--------|---------|------|--------|----|-------|------|
| 200 | 2900 | 3/8 | 75 | 5130.4 | 17386.4 | 0.30 | 580000 | 21 | 2436  | 0.20 |
| 200 | 2900 | 3/8 | 75 | 5130.4 | 17386.4 | 0.30 | 580000 | 28 | 3248  | 0.20 |
| 200 | 2900 | 3/8 | 75 | 5130.4 | 17386.4 | 0.30 | 580000 | 35 | 4060  | 0.20 |
| 200 | 2900 | 3/8 | 75 | 5130.4 | 17386.4 | 0.30 | 580000 | 42 | 4872  | 0.20 |
| 200 | 2900 | 3/8 | 75 | 5130.4 | 17386.4 | 0.30 | 580000 | 50 | 5800  | 0.20 |
| 200 | 2900 | 3/8 | 75 | 5130.4 | 17386.4 | 0.30 | 580000 | 21 | 3045  | 0.25 |
| 200 | 2900 | 3/8 | 75 | 5130.4 | 17386.4 | 0.30 | 580000 | 28 | 4060  | 0.25 |
| 200 | 2900 | 3/8 | 75 | 5130.4 | 17386.4 | 0.30 | 580000 | 35 | 5075  | 0.25 |
| 200 | 2900 | 3/8 | 75 | 5130.4 | 17386.4 | 0.30 | 580000 | 42 | 6090  | 0.25 |
| 200 | 2900 | 3/8 | 75 | 5130.4 | 17386.4 | 0.30 | 580000 | 50 | 7250  | 0.25 |
| 200 | 2900 | 3/8 | 75 | 5130.4 | 17386.4 | 0.30 | 580000 | 21 | 3654  | 0.30 |
| 200 | 2900 | 3/8 | 75 | 5130.4 | 17386.4 | 0.30 | 580000 | 28 | 4872  | 0.30 |
| 200 | 2900 | 3/8 | 75 | 5130.4 | 17386.4 | 0.30 | 580000 | 35 | 6090  | 0.30 |
| 200 | 2900 | 3/8 | 75 | 5130.4 | 17386.4 | 0.30 | 580000 | 42 | 7308  | 0.30 |
| 200 | 2900 | 3/8 | 75 | 5130.4 | 17386.4 | 0.30 | 580000 | 50 | 8700  | 0.30 |
| 200 | 2900 | 3/8 | 75 | 5130.4 | 17386.4 | 0.30 | 580000 | 21 | 4263  | 0.35 |
| 200 | 2900 | 3/8 | 75 | 5130.4 | 17386.4 | 0.30 | 580000 | 28 | 5684  | 0.35 |
| 200 | 2900 | 3/8 | 75 | 5130.4 | 17386.4 | 0.30 | 580000 | 35 | 7105  | 0.35 |
| 200 | 2900 | 3/8 | 75 | 5130.4 | 17386.4 | 0.30 | 580000 | 42 | 8526  | 0.35 |
| 200 | 2900 | 3/8 | 75 | 5130.4 | 17386.4 | 0.30 | 580000 | 50 | 10150 | 0.35 |

La Figura 24 muestra los resultados de la relación de rigidez elástica ( $EI_e/EI_g$ ) de los muros de la base de datos simulada para diversos valores de cuantía de refuerzo longitudinal ( $A_{st}/A_g$ ) y de relación de carga axial ( $P/A_g f'_c$ ).

**Figura 24**

*Resultados de Base Simulada*



Para obtener el momento de inercia efectivo en la base de datos simulada se empleó el concepto de rigidez secante a la primera fluencia, definida como el punto en el cual fluye el refuerzo por primera vez o el concreto alcanza la deformación máxima de 0.002.

### 3.1.3 Ecuación de la rigidez efectiva

Para generar ecuaciones de rigidez efectiva de muros rectangulares de concreto armado se puede usar regresión lineal separando los muros de la muestra simulada que tienen una misma cuantía de refuerzo longitudinal. Haciendo esto, se generan ecuaciones que dependen únicamente de la relación de carga axial.

Ecuación para una cuantía de refuerzo longitudinal de 0.0025:

$$\frac{EI_e}{EI_g} = 0.738 \frac{P}{Agf'_c} + 0.159 \quad (3.1)$$

Ecuación para una cuantía de refuerzo longitudinal de 0.0050:

$$\frac{EI_e}{EI_g} = 0.754 \frac{P}{Agf'_c} + 0.201 \quad (3.2)$$

Ecuación para una cuantía de refuerzo longitudinal de 0.0100:

$$\frac{EI_e}{EI_g} = 0.652 \frac{P}{Agf'_c} + 0.288 \quad (3.3)$$

Ecuación para una cuantía de refuerzo longitudinal de 0.0200:

$$\frac{EI_e}{EI_g} = 0.509 \frac{P}{Agf'_c} + 0.439 \quad (3.4)$$

Ecuación para una cuantía de refuerzo longitudinal de 0.0300:

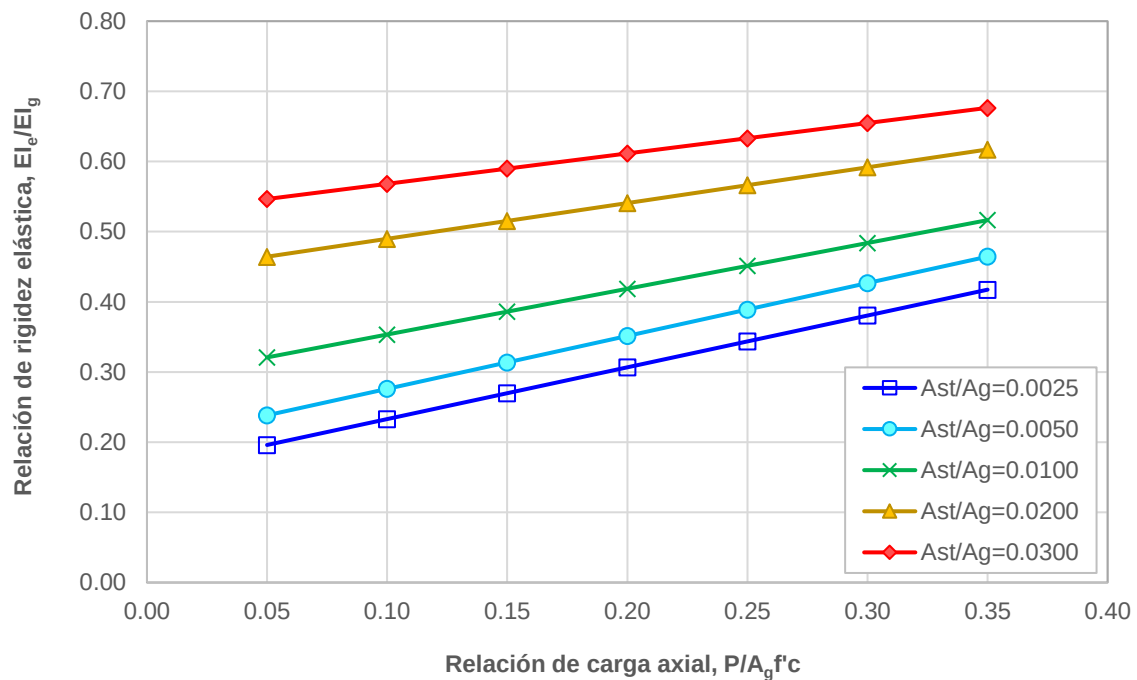
$$\frac{EI_e}{EI_g} = 0.433 \frac{P}{Agf'_c} + 0.525 \quad (3.5)$$

Estas ecuaciones de rigidez efectiva para diferentes cuantías de refuerzo longitudinal se pueden mostrar gráficamente para una relación de carga axial que va desde 0.05 hasta 0.35, según los límites establecidos para la muestra simulada, tal como muestra la Figura 25.



**Figura 25**

*Rigidez Efectiva Usando Regresión Lineal para Diferentes Cuantías*



Sin embargo, con fines prácticos resulta conveniente generar una sola ecuación en función de la cuantía de refuerzo longitudinal ( $A_{st}/A_g$ ) y la relación de carga axial ( $P/A_g f'_c$ ). Por lo tanto, una manera de conseguir esta ecuación general es usando interpolación lineal con las ecuaciones de extremo, es decir, las ecuaciones correspondientes a la menor y la mayor cuantía de refuerzo longitudinal.

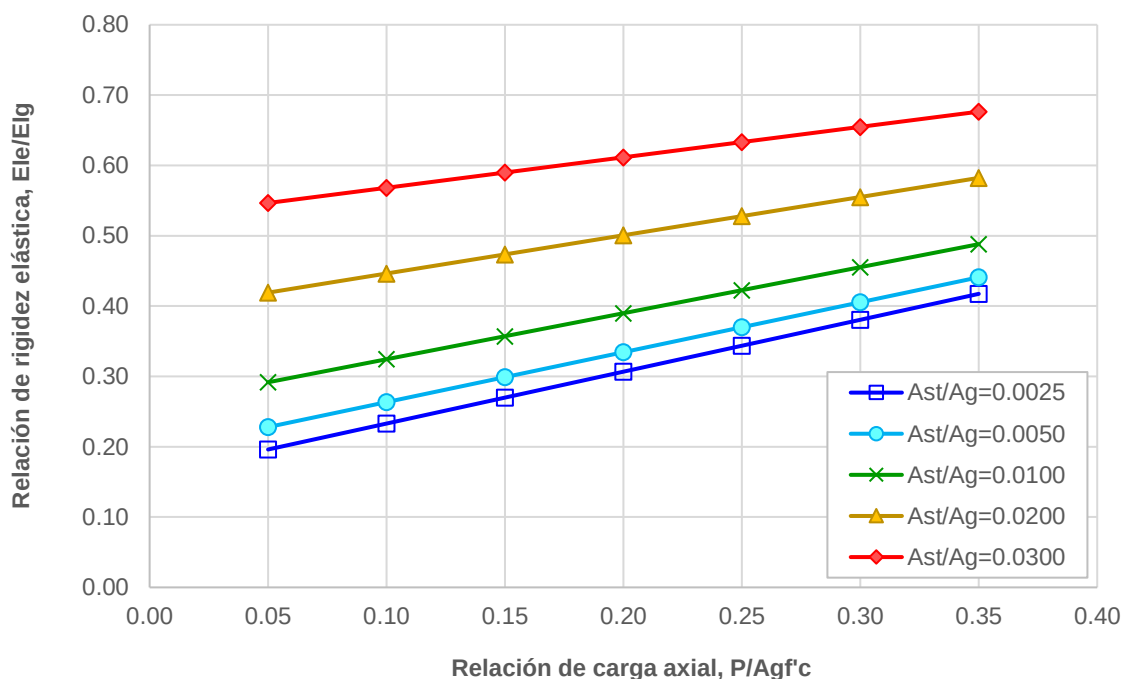
Luego, la ecuación general de rigidez efectiva de muros rectangulares de concreto armado quedaría de la siguiente manera:

$$\frac{EI_e}{EI_g} = \frac{P}{A_g f'_c} (0.765 - 11.075 \rho_l) + 13.3 \rho_l + 0.126 \quad (3.6)$$

Usando la ecuación (3.6) es posible graficar líneas de rigidez efectiva en función de la relación de carga axial ( $P/A_g f'_c$ ) para diferentes valores de cuantía de refuerzo longitudinal ( $A_{st}/A_g$ ), tal como muestra la Figura 26.

**Figura 26**

*Rigidez Efectiva para Diferentes Cuantías Usando la Ecuación General*

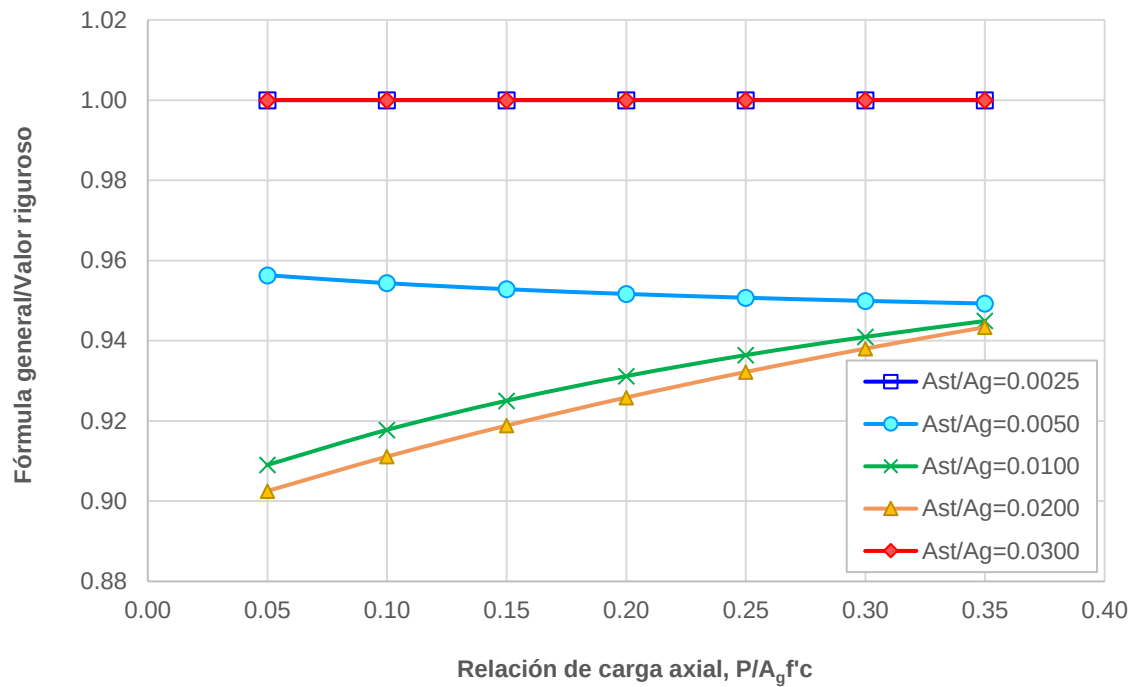


La precisión de la fórmula general respecto a los valores rigurosos obtenidos inicialmente con regresión lineal se puede evidenciar gráficamente en la Figura 27, donde se visualiza la relación de ambos resultados (Fórmula general/Valor riguroso) en función de la relación de carga axial ( $P/Agf'c$ ), para diferentes valores de cuantía de refuerzo longitudinal ( $A_{st}/A_g$ ) a partir de los datos mostrados en las Figuras 25 y 26.

En la Figura 27 se observa que los resultados de la fórmula general no superan el 10% de error respecto a los resultados de valores rigurosos. El máximo valor de error obtenido es cercano al 10%, y se da únicamente para muros que tienen una cuantía de refuerzo longitudinal de 0.02 y una relación de carga axial de 0.05. El mínimo valor de error obtenido es cercano al 4%, y se da únicamente para muros que tienen una cuantía de refuerzo longitudinal de 0.05 y una relación de carga axial de 0.05. Para cuantías de 0.0025 y 0.0300, como era de esperarse se observa una precisión del 100%.

**Figura 27**

*Relación Fórmula General/Valor Riguroso de la Rigidez Efectiva*



### 3.1.4 Modelo paramétrico bilineal momento-curvatura

Para generar un modelo paramétrico bilineal momento-curvatura es necesario generar cuatro parámetros que definen el modelo. Dos parámetros se relacionan con el punto de fluencia del muro de concreto armado, los cuales son la rigidez efectiva y el momento nominal, este último puede obtenerse fácilmente con la metodología dada por la norma americana ACI 318. Los dos parámetros restantes se relacionan con el punto de falla del muro de concreto armado, los cuales para fines de diseño serían la curvatura última y el momento máximo probable, los mismos que pueden obtenerse usando las expresiones dadas por Íñiguez (2015) con valores nominales de las propiedades de los materiales.

La curvatura última de un muro rectangular de concreto armado que falla por pandeo del refuerzo longitudinal puede calcularse con la siguiente expresión:

$$\varphi_u = \frac{\varepsilon_p^*}{l_w - 2c_c} \quad (3.7)$$

Donde  $l_w$  es la longitud del muro,  $c_c$  representa el recubrimiento al extremo exterior del estribo y  $\varepsilon_p^*$  es la deformación asociada al pandeo, en función a la relación de esbeltez  $s/d_b$ , con la siguiente expresión:

$$0.02 < \varepsilon_p^* = \frac{11 - \frac{s}{d_b}}{150} < 0.06 \quad (3.8)$$

Donde  $s$  es la separación de estribos en los bordes confinados y  $d_b$  es el diámetro de las barras longitudinales en los bordes confinados.

El momento máximo probable de un muro rectangular de concreto armado puede calcularse con la siguiente expresión:

$$M_{pr} = \frac{1.25}{3} A_{st} f_y l_w \left( \gamma_e + \left( \frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right) \right) + P l_w \left( \frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right) \quad (3.9)$$

Donde  $\gamma_e$  y la relación  $x_c/l_w$  pueden calcularse con las siguientes expresiones:

$$\gamma_e = 1 - \frac{2}{l_w} \left( c_c + d_{bt} + \sqrt{\frac{A_{st}}{3\pi}} \right) \quad (3.10)$$

$$\frac{x_c}{l_w} = 0.45 \frac{P}{A_g f'_c} + 0.05 \quad (3.11)$$

### 3.1.5 Ejemplo numérico del modelo paramétrico bilineal

En el caso de querer calcular el momento máximo de muros que cuentan con valores experimentales de las propiedades de los materiales, se debe reemplazar la expresión (3.9) por la siguiente expresión correspondiente al momento máximo creíble:

$$M_{cd} = \frac{1.15}{3} A_{st} \hat{f}_y l_w \left( \gamma_e + \left( \frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right) \right) + P l_w \left( \frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right) \quad (3.12)$$

Donde  $\hat{f}_y$  y  $\hat{f}'_c$  son los valores medidos para el esfuerzo de fluencia del acero y la resistencia a la compresión del concreto respectivamente.

Además, la expresión (3.11) se reescribe de la siguiente manera:

$$\frac{x_c}{l_w} = 0.45 \frac{P}{A_g \hat{f}'_c} + 0.05 \quad (3.13)$$

Para describir mejor el procedimiento que genera el modelo paramétrico bilineal momento-curvatura de un muro rectangular de concreto armado resulta necesario recurrir a un ejemplo numérico. Y con la finalidad de analizar los resultados y sacar mejores conclusiones mediante el ejemplo numérico a ilustrar, se escoge el espécimen WSH3 de Dazio et al. (2009), el cual cuenta con datos medidos en laboratorio. Por consiguiente, en este ejemplo numérico usaremos la expresión dada para el momento máximo creíble. A continuación, el ejemplo numérico se resume en diez pasos:

- Paso 1: Se calcula el momento nominal usando la metodología del ACI 318:

$$M_{n-ACI} = 1844.55 \text{ kN.m}$$

- Paso 2: Se calcula la relación de rigidez elástica usando la ecuación (3.6):

$$EI_e/EI_g = 0.275$$

- Paso 3: Se calcula la rigidez efectiva:

$$EI_e = 0.275EI_g = 966290.6 \text{ kN.m}^2$$

- Paso 4: Se calcula la curvatura de fluencia:

$$\phi_y = M_{n-ACI}/EI_e = 0.002 \text{ m}^{-1}$$

- Paso 5: Se calcula la deformación asociada al pandeo usando la ecuación (3.8):

$$\varepsilon_p^* = 0.032$$

- Paso 6: Se calcula la curvatura creíble usando la ecuación (3.7):

$$\phi_u = 0.0163 \text{ m}^{-1}$$

- Paso 7: Se calcula el parámetro dado en la ecuación (3.10):

$$\gamma_e = 0.96$$

- Paso 8: Se calcula la relación dada en la ecuación (3.13):

$$x_c/l_w = 0.076$$

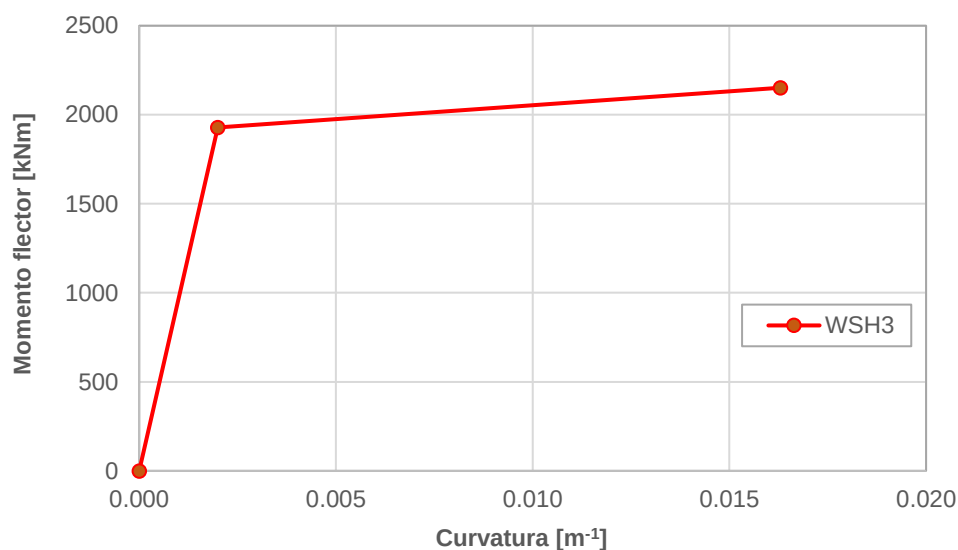
- Paso 9: Se calcula el momento máximo creíble usando la ecuación (3.12):

$$M_{cd} = 2151.58 \text{ kN.m}$$

- Paso 10: Se grafica el modelo paramétrico bilineal momento-curvatura, ver Figura 28.

**Figura 28**

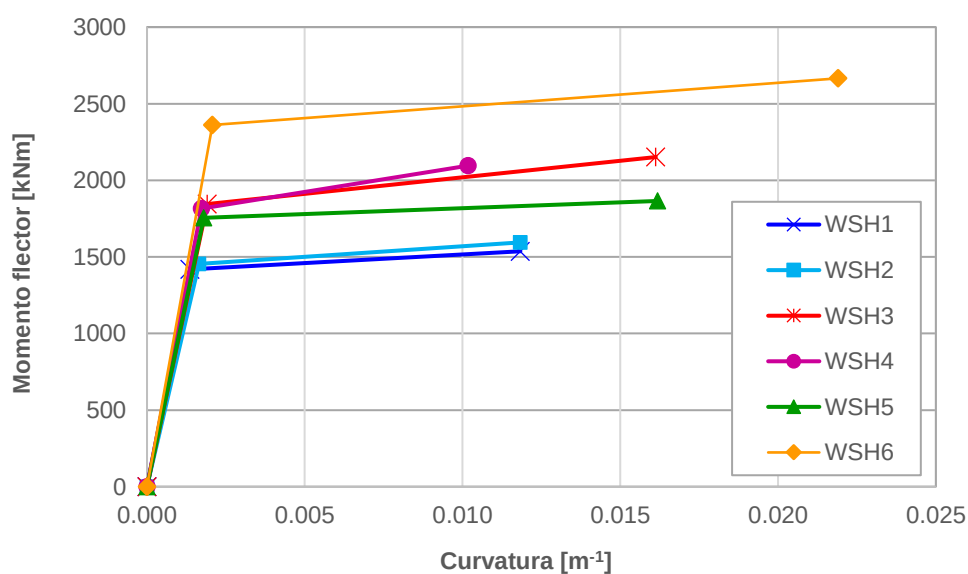
*Modelo Paramétrico Momento-Curvatura del Especímen WSH3*



Con fines ilustrativos, en la Figura 29 se muestra el modelo paramétrico generado para cada espécimen de Dazio et al. (2009) usando el procedimiento antes descrito.

**Figura 29**

*Modelo Paramétrico Momento-Curvatura de cada Especímen WSH*



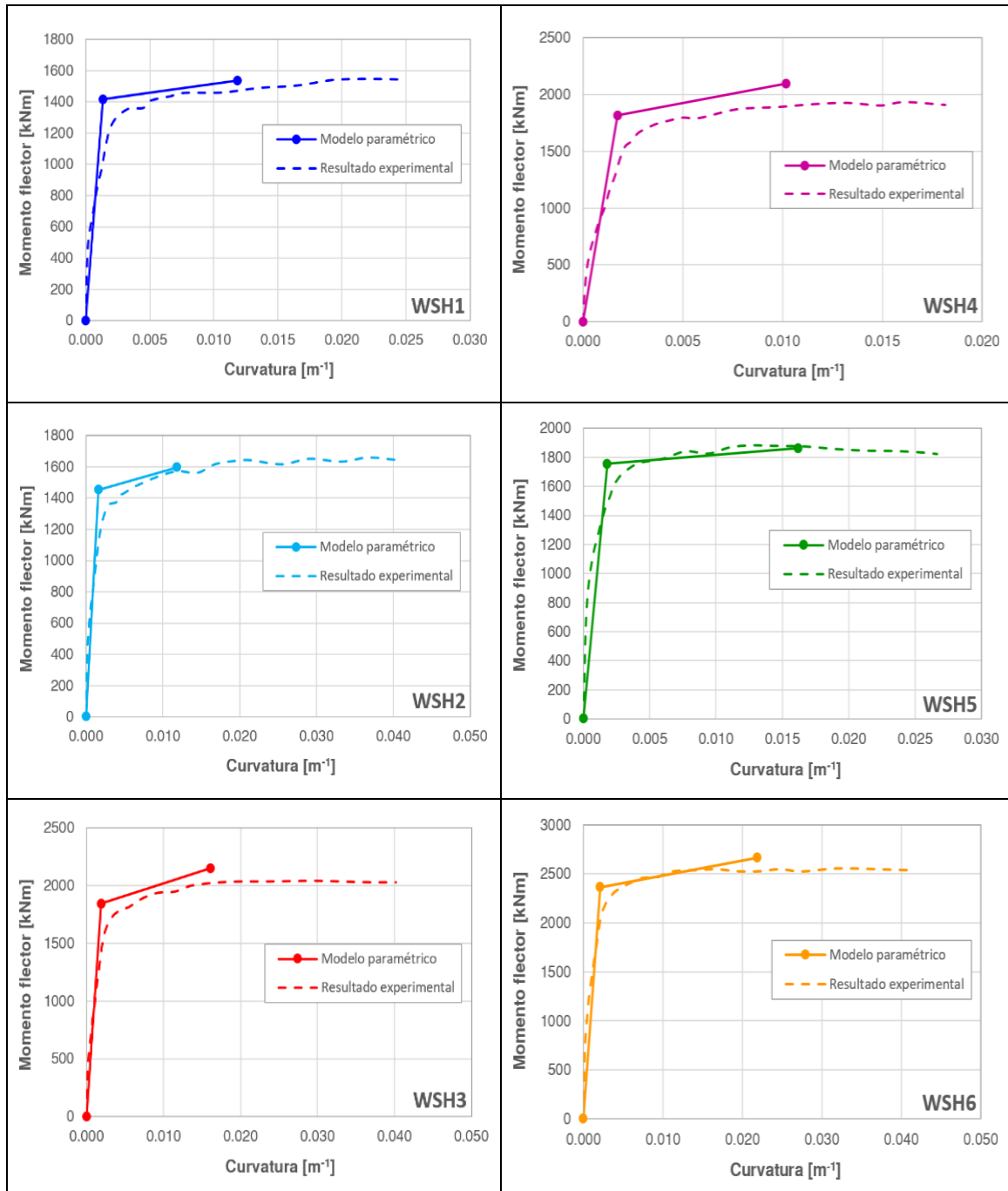
También, es posible comparar el modelo paramétrico obtenido, para cada uno de los especímenes de Dazio et al. (2009), con los resultados experimentales de los mismos en la Figura 30, donde se aprecia notoriamente para todos los especímenes, que el modelo paramétrico presenta una menor ductilidad por curvatura, además de un ligero incremento en la resistencia. Esta diferencia notable en la ductilidad por curvatura, se debe a que el modelo paramétrico se obtiene considerando un modelo de predicción de pandeo de barras sujetas a cargas reversibles. Es decir, la ductilidad por curvatura se limita al inicio del pandeo de la barra; sin embargo, la sección puede tener mayor capacidad hasta que ocurra la fractura de la barra longitudinal u otro tipo de falla de la sección.

En la Figura 30 también se observa, para todos los especímenes, que la rigidez efectiva (pendiente inicial) y el valor de la curvatura de fluencia del modelo paramétrico son compatibles con los resultados experimentales.

Se puede concluir que el modelo paramétrico momento-curvatura de muros rectangulares de concreto armado descrito, se enfoca en muros de naturaleza dúctil que predicen una falla por pandeo del acero longitudinal. Además de ser un modelo que representa eficientemente la resistencia y la rigidez efectiva del muro. Por lo tanto, es un modelo conservador y eficiente que permite analizar y diseñar estructuras que involucran muros rectangulares de concreto armado.

**Figura 30**

*Modelo Paramétrico y Resultado Experimental de cada Especímen WSH*





### 3.1.6 Aplicación al modelo histerético momento-curvatura de Bouc-Wen

El modelamiento del comportamiento histerético es cada vez más importante, especialmente en el contexto del análisis y diseño sísmico. Los modelos histeréticos pueden clasificarse en términos generales en dos tipos: modelo histerético poligonal y modelo histerético suave (Sivaselvan y Reinhorn, 2000). Los modelos basados en un comportamiento lineal por partes son modelos histeréticos poligonales, como el modelo bilineal. Y el modelo bilineal tiene una amplia aplicación en ingeniería en las últimas décadas por su forma simple y su significado físico de fácil interpretación. Sin embargo, el modelo bilineal presenta cambios bruscos que contradicen la realidad y que no reproducen con precisión los bucles de histéresis. Por otro lado, un modelo histerético suave muy popular es el modelo de Bouc-Wen, el cual se refiere a un modelo con cambio de rigidez continuo en el punto de fluencia. Este modelo histerético suave fue propuesto inicialmente por Bouc (1967) y luego fue generalizado por Wen (1976).

El modelo histerético de Bouc-Wen es un modelo versátil que puede describir con precisión sistemas histeréticos en ingeniería estructural, ya que puede generar una gran variedad de formas para los bucles de histéresis, como se aprecia en la Figura 31. Se ha demostrado que el modelo de Bouc-Wen muestra ablandamiento, endurecimiento y es casi lineal cuando se usan diferentes combinaciones de parámetros. La ecuación típica para la fuerza restauradora se expresa de la siguiente manera:

$$R_T = \alpha kx + (1 - \alpha)Qz \quad (3.14)$$

Donde  $k$  es la rigidez inicial,  $\alpha$  es la relación entre la rigidez post-fluencia y la rigidez pre-fluencia,  $x$  es el desplazamiento relativo,  $Q$  es la fuerza de fluencia y  $z$  es una componente histerética adimensional que satisface la siguiente ecuación diferencial no lineal de primer orden:

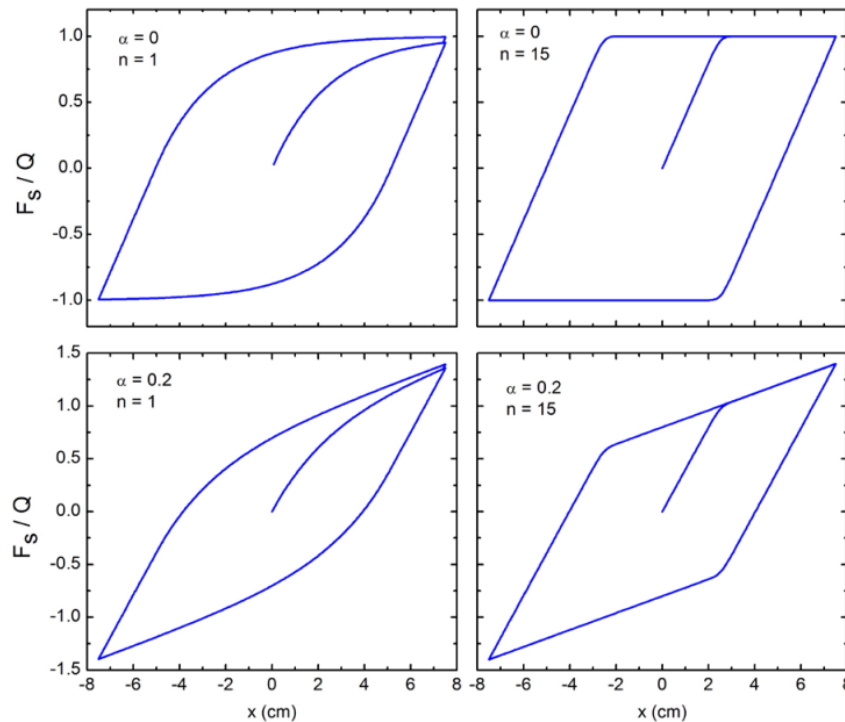
$$q\dot{z} = A\dot{x} - \beta|\dot{x}||z|^{n-1}z - \gamma\dot{x}|z|^n \quad (3.15)$$

Donde  $A$ ,  $n$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  son los parámetros adimensionales que controlan la forma del bucle de histéresis,  $q$  es el desplazamiento de fluencia y  $\dot{x}$  es la velocidad relativa.

El parámetro  $n$  es una constante entera que controla la suavidad de la transición del estado elástico al plástico. Varios parámetros de la ecuación de Bouc-Wen pueden seleccionarse de tal manera que la respuesta del modelo histerético coincida estrechamente con los resultados experimentales.

**Figura 31**

*Diferentes Formas del Bucle de Histéresis del Modelo de Bouc-Wen*



*Nota:* Adaptado de *Introduction to Earthquake Engineering* (p. 248), por R. S. Jangid, 2013, NPTEL (<https://archive.nptel.ac.in/courses/105/101/105101004/#>).

Si se trabaja a nivel de sección para generar un modelo histerético de momento-curvatura, las expresiones (3.14) y (3.15) se reemplazan respectivamente por las siguientes expresiones:

$$M = \alpha EI_e \varphi + (1 - \alpha) M_n z \quad (3.16)$$

$$\varphi_y \dot{z} = A \dot{\varphi} - \beta |\dot{\varphi}| |z|^{n-1} z - \gamma \dot{\varphi} |z|^n \quad (3.17)$$

Estas ecuaciones dependen de siete parámetros fundamentales para su solución, de los cuales cuatro ( $A$ ,  $n$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ) son los que controlan la forma del bucle de histéresis y los otros tres ( $M_n$ ,  $EI_e$ ,  $\alpha$ ) pueden obtenerse del modelo paramétrico bilineal momento-curvatura.  $M_n$  es el momento nominal calculado según la normativa ACI 318,  $EI_e$  es la rigidez efectiva que se obtiene de la ecuación (3.6):

$$EI_e = \left( \frac{P}{Agf'c} (0.765 - 11.075\rho_l) + 13.3\rho_l + 0.126 \right) EI_g \quad (3.18)$$

Y el parámetro  $\alpha$  se calcula con la siguiente expresión:

$$\alpha = \frac{M_{m\acute{a}x} - M_n}{(\varphi_u - \varphi_y)k} \quad (3.19)$$

Donde  $M_{m\acute{a}x}$  puede representar al  $M_{pr}$  o  $M_{cd}$  según la naturaleza de los valores que representan las propiedades de los materiales. Además, la curvatura de fluencia puede obtenerse directamente con  $\varphi_y = M_n/EI_e$ .

De forma opcional, se puede proceder calculando primero la curvatura de fluencia mediante la ecuación de Priestley para luego calcular el momento nominal directamente con  $M_n = EI_e\varphi_y$ , siguiendo esta opción se resta precisión al valor del momento nominal, pero esto permite obtener una expresión general para el parámetro  $\alpha$  cómo se verá a continuación.

La ecuación de Priestley para la curvatura de fluencia es la siguiente:

$$\varphi_y = \frac{2\varepsilon_y}{l_w} \quad (3.20)$$

Al multiplicar (3.18) y (3.20) se estima el momento nominal:

$$M_n = \varphi_y EI_e = \frac{2\varepsilon_y}{l_w} \left( \frac{P}{Agf'c} (0.765 - 11.075\rho_l) + 13.3\rho_l + 0.126 \right) EI_g \quad (3.21)$$

Reemplazando (3.7), (3.9), (3.18), (3.20) y (3.21) en la ecuación (3.19) se obtiene:

$$\alpha = \frac{\frac{1.25}{3} A_{st} f_y l_w \left( \gamma_e - \left( \frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right) \right) + P l_w \left( \frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right) - \left( \frac{2\varepsilon_y}{l_w} \right) \left( \frac{P}{Agf'c} (0.765 - 11.075\rho_l) + 13.3\rho_l + 0.126 \right) EI_g}{\left( \frac{\varepsilon_p^*}{l_w - 2c_c} - \frac{2\varepsilon_y}{l_w} \right) \left( \frac{P}{Agf'c} (0.765 - 11.075\rho_l) + 13.3\rho_l + 0.126 \right) EI_g} \quad (3.22)$$

La expresión anterior se obtuvo usando valores nominales de las propiedades de los materiales, en el caso de utilizar valores experimentales para las propiedades de los materiales, la expresión general para el parámetro  $\alpha$  se reescribe de la siguiente manera:

$$\alpha = \frac{\frac{1.15}{3} A_{st} \hat{f}_y l_w \left( \gamma_e - \left( \frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right) \right) + P l_w \left( \frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right) - \left( \frac{2\varepsilon_y}{l_w} \right) \left( \frac{P}{A g \hat{f}'_c} (0.765 - 11.075 \rho_l) + 13.3 \rho_l + 0.126 \right) E I_g}{\left( \frac{\varepsilon_p^*}{l_w - 2c_c} - \frac{2\varepsilon_y}{l_w} \right) \left( \frac{P}{A g \hat{f}'_c} (0.765 - 11.075 \rho_l) + 13.3 \rho_l + 0.126 \right) E I_g} \quad (3.23)$$

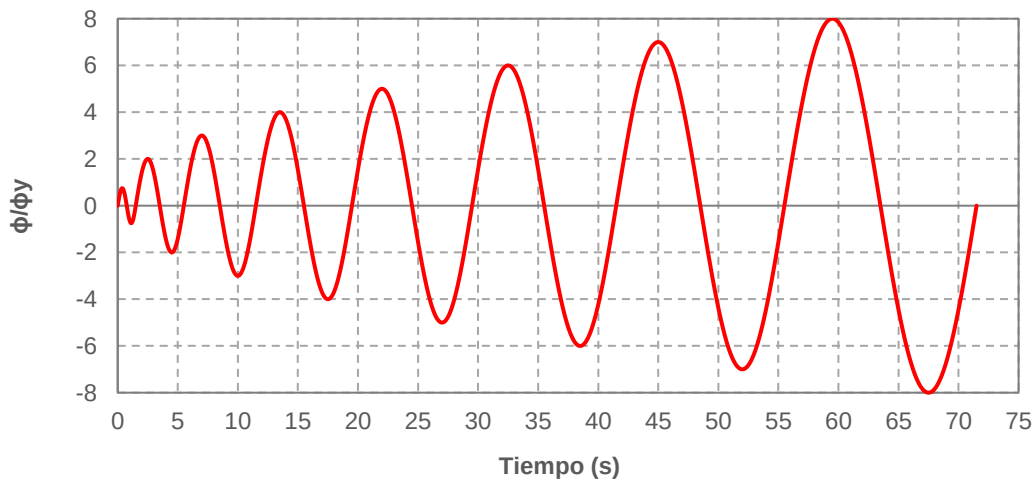
Para explicar mejor como el modelo paramétrico bilineal momento-curvatura puede extenderse a un modelo histérico como el de Bouc-Wen resulta necesario recurrir un ejemplo numérico. Para el desarrollo del ejemplo se necesita básicamente el modelo paramétrico bilineal de un muro y la historia de curvaturas que genere los lazos de histéresis. Por practicidad se escoge el modelo paramétrico del espécimen WSH3 que se vio en la sección 3.1.5 y que cuenta con los siguientes parámetros característicos:

$$M_n = 1844.55 \text{ kN.m}, \quad E I_e = 966290.6 \text{ kN.m}^2, \quad \alpha = 0.022, \quad \varphi_y = 0.00191 \text{ m}^{-1}$$

Y por conveniencia se utiliza una historia de curvaturas del tipo sinusoidal, la cual se muestra en la Figura 32. Además, dada la importancia que tiene la forma del bucle de histéresis del modelo de Bouc-Wen, a continuación, se ilustran diferentes modelos histéricos explorando la influencia de los parámetros que controlan dicha forma.

**Figura 32**

*Historia de Curvaturas*

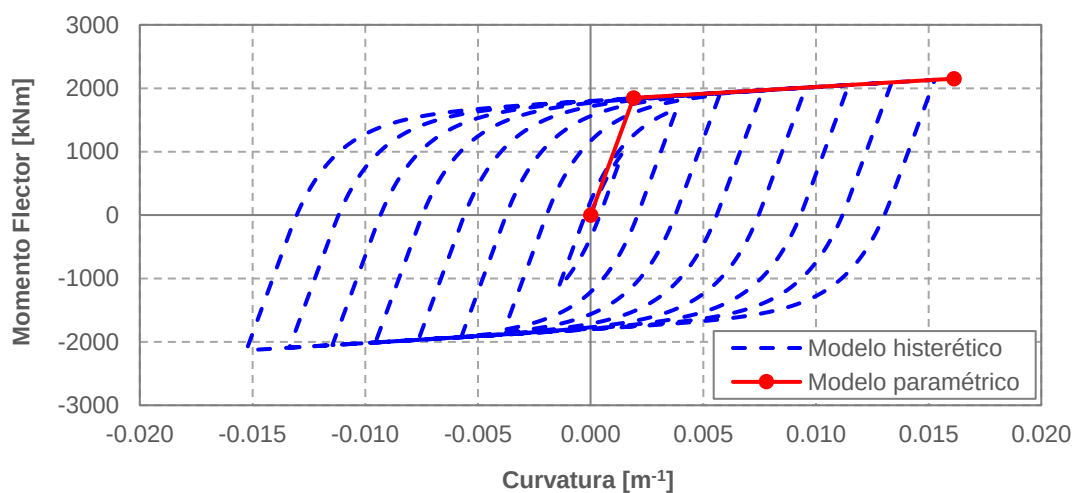


En la Figura 33 se superponen el modelo paramétrico bilineal momento-curvatura y modelo histerético correspondientes al espécimen WSH3 con los siguientes parámetros:

$$A = 1, \quad n = 1, \quad \beta = 0.5, \quad \gamma = 0.5$$

**Figura 33**

*Modelo Histerético 1 del Especímen WSH3*

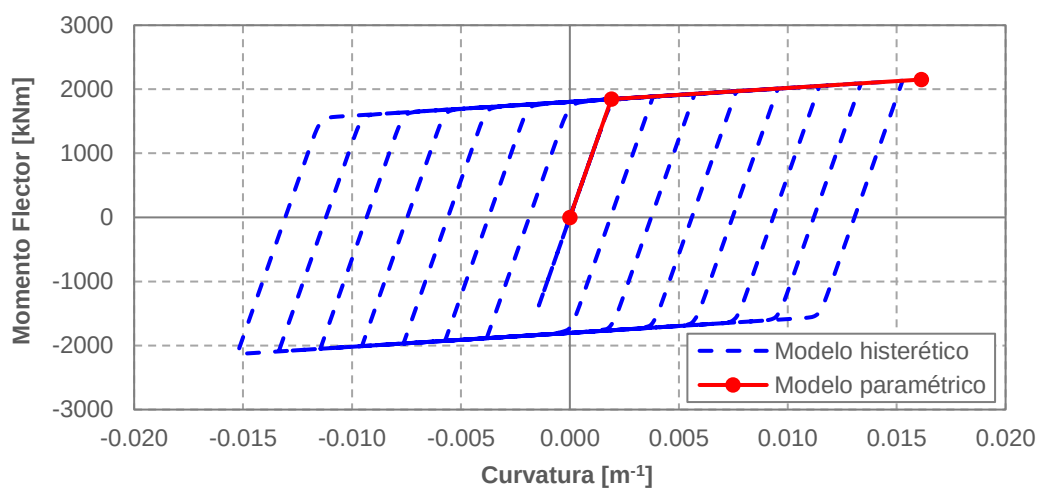


En la Figura 34 se superponen el modelo paramétrico bilineal momento-curvatura y modelo histerético correspondientes al espécimen WSH3 con los siguientes parámetros:

$$A = 1, \quad n = 15, \quad \beta = 0.5, \quad \gamma = 0.5$$

**Figura 34**

*Modelo Histerético 2 del Especímen WSH3*

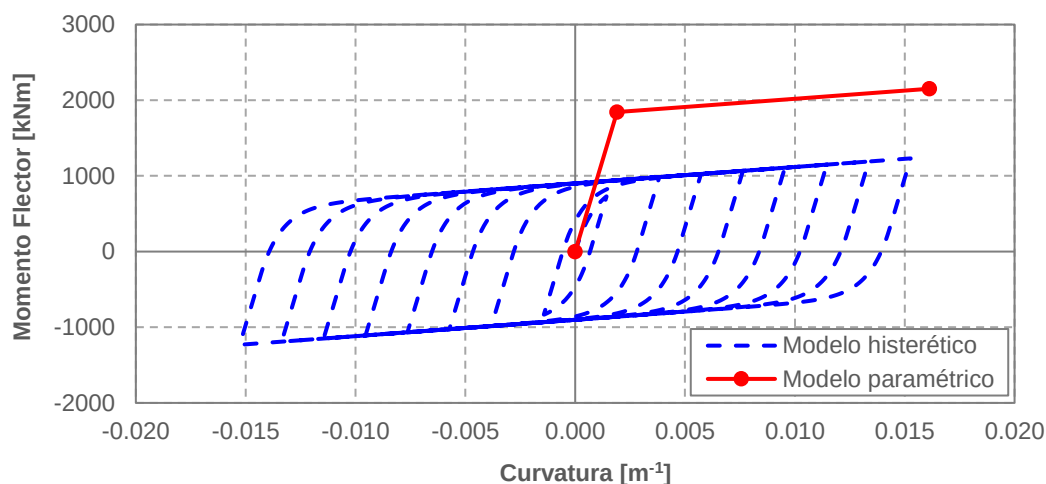


En la Figura 35 se superponen el modelo paramétrico bilineal momento-curvatura y modelo histerético correspondientes al espécimen WSH3 con los siguientes parámetros:

$$A = 1, \quad n = 1, \quad \beta = 1, \quad \gamma = 1$$

**Figura 35**

*Modelo Histerético 3 del Especímen WSH3*

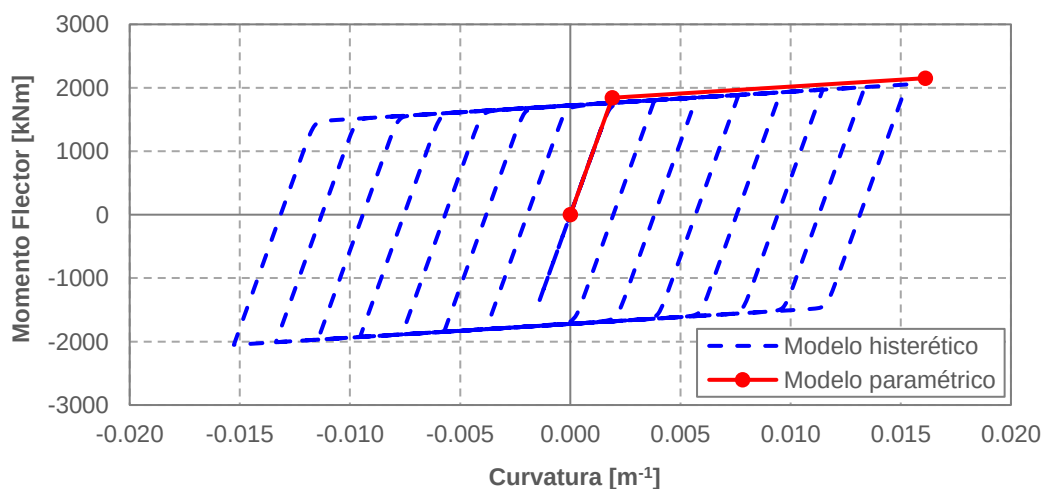


En la Figura 36 se superponen el modelo paramétrico bilineal momento-curvatura y modelo histerético correspondientes al espécimen WSH3 con los siguientes parámetros:

$$A = 1, \quad n = 15, \quad \beta = 1, \quad \gamma = 1$$

**Figura 36**

*Modelo Histerético 4 del Especímen WSH3*

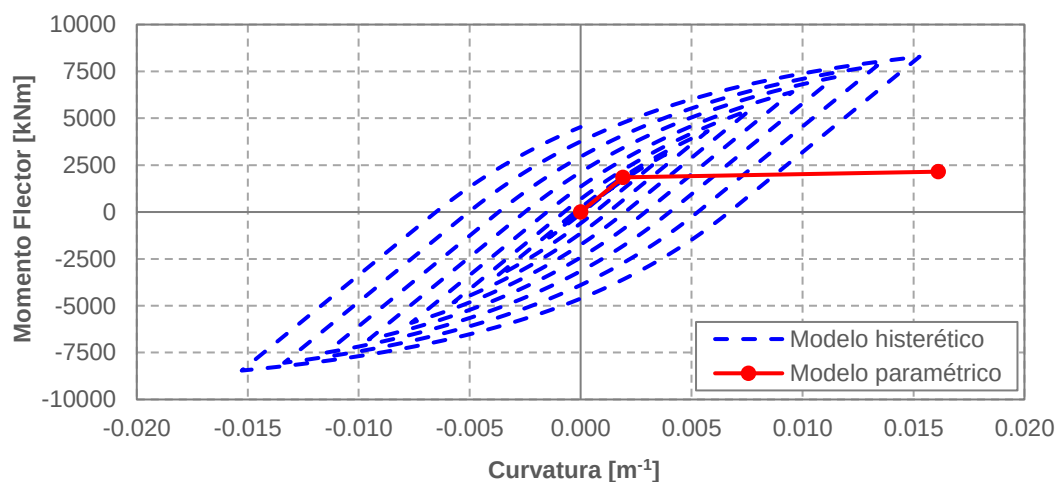


En la Figura 37 se superponen el modelo paramétrico bilineal momento-curvatura y modelo hysterético correspondientes al espécimen WSH3 con los siguientes parámetros:

$$A = 1, \quad n = 1, \quad \beta = 0.1, \quad \gamma = 0.1$$

**Figura 37**

*Modelo Histerético 5 del Especimen WSH3*

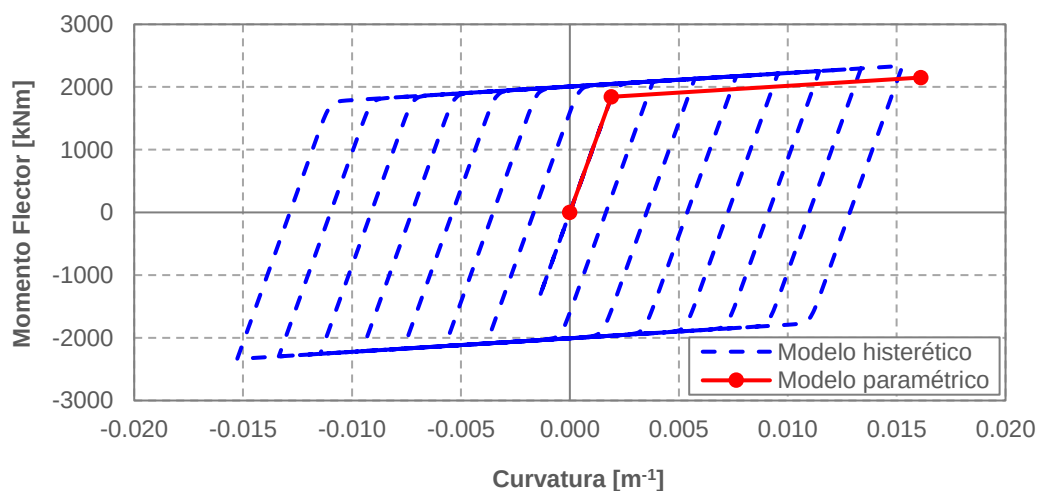


En la Figura 38 se superponen el modelo paramétrico bilineal momento-curvatura y modelo hysterético correspondientes al espécimen WSH3 con los siguientes parámetros:

$$A = 1, \quad n = 15, \quad \beta = 0.1, \quad \gamma = 0.1$$

**Figura 38**

*Modelo Histerético 6 del Especimen WSH3*

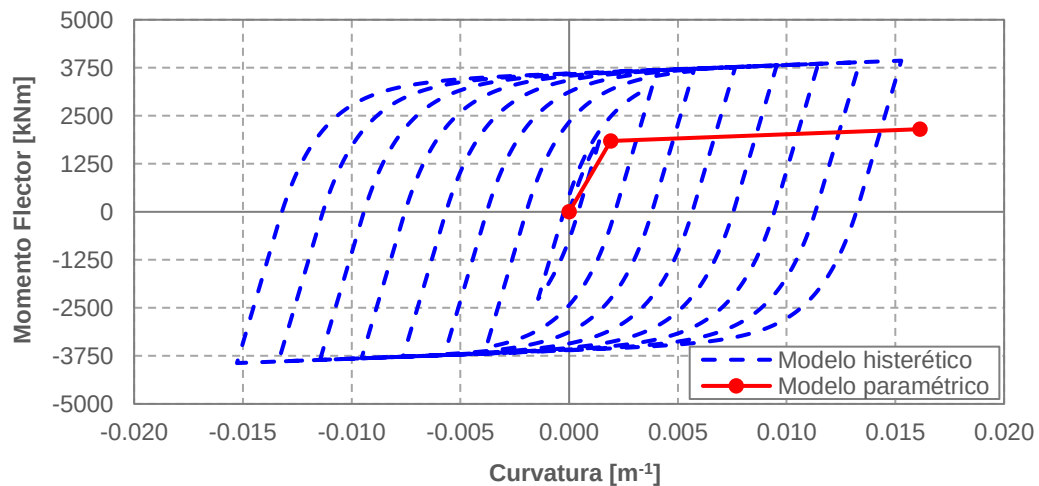


En la Figura 39 se superponen el modelo paramétrico bilineal momento-curvatura y modelo histerético correspondientes al espécimen WSH3 con los siguientes parámetros:

$$A = 2, \quad n = 1, \quad \beta = 0.5, \quad \gamma = 0.5$$

**Figura 39**

*Modelo Histerético 7 del Especímen WSH3*

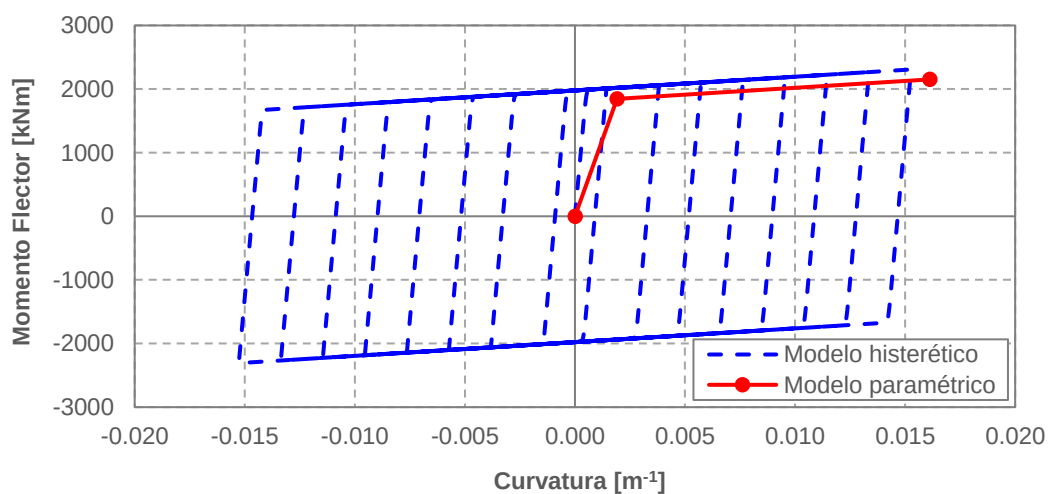


En la Figura 40 se superponen el modelo paramétrico bilineal momento-curvatura y modelo histerético correspondientes al espécimen WSH3 con los siguientes parámetros:

$$A = 2, \quad n = 15, \quad \beta = 0.5, \quad \gamma = 0.5$$

**Figura 40**

*Modelo Histerético 8 del Especímen WSH3*



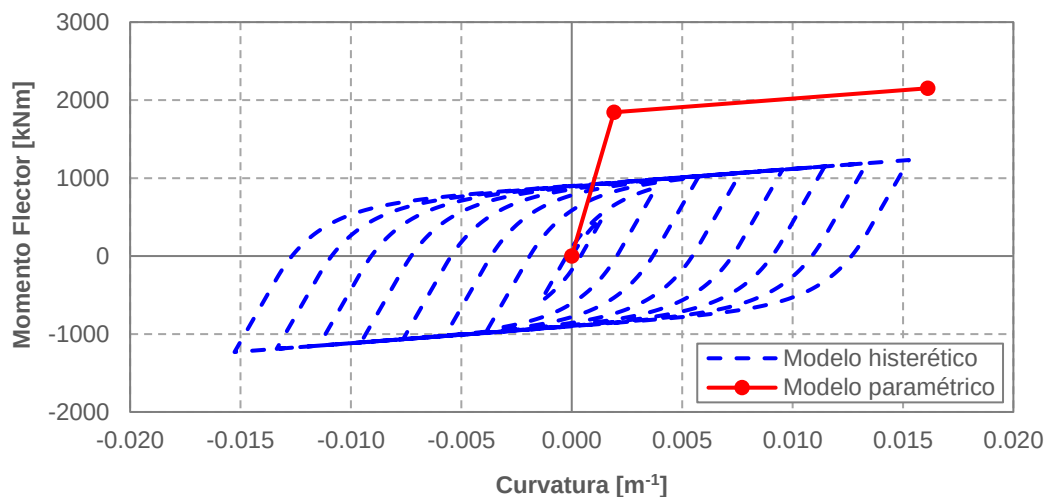


En la Figura 41 se superponen el modelo paramétrico bilineal momento-curvatura y modelo histerético correspondientes al espécimen WSH3 con los siguientes parámetros:

$$A = 0.5, \quad n = 1, \quad \beta = 0.5, \quad \gamma = 0.5$$

**Figura 41**

*Modelo Histerético 9 del Especímen WSH3*

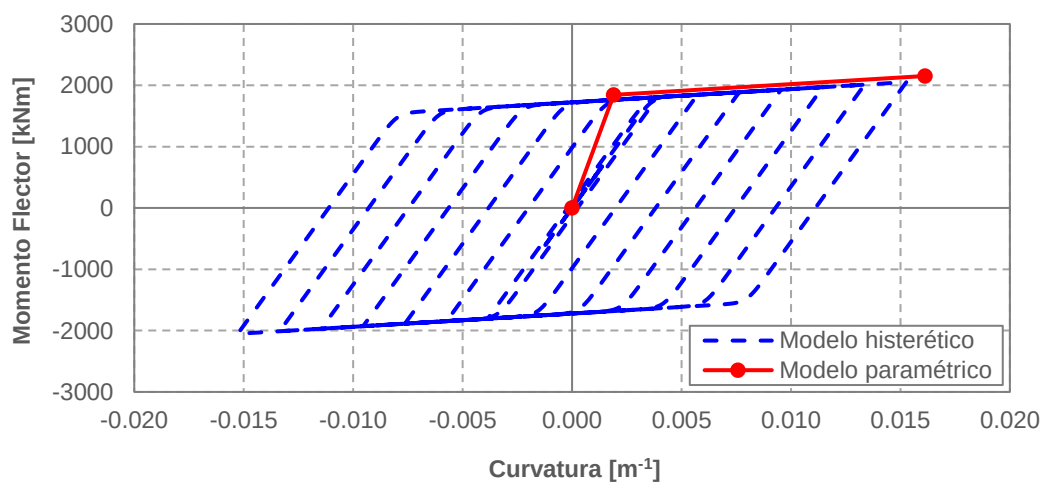


En la Figura 42 se superponen el modelo paramétrico bilineal momento-curvatura y modelo histerético correspondientes al espécimen WSH3 con los siguientes parámetros:

$$A = 0.5, \quad n = 15, \quad \beta = 0.5, \quad \gamma = 0.5$$

**Figura 42**

*Modelo Histerético 10 del Especímen WSH3*



De los ocho modelos histeréticos graficados queda en evidencia que los resultados más compatibles con el modelo paramétrico se obtienen para el siguiente conjunto de valores:  $A = 1$ ,  $\beta = 0.5$  y  $\gamma = 0.5$ . El valor del parámetro  $n$  puede variar entre 1 y 15, aportando la mayor suavidad de transición del estado elástico al plástico con el valor de 1 y un comportamiento prácticamente bilineal con el valor de 15. Los valores de  $\beta$  y  $\gamma$  pueden variar entre 0 y 1, siendo que una cercanía al valor de 1 reduce los picos de momento y una cercanía al valor de cero aumenta los picos de momento. El parámetro  $A$  funciona de forma similar a un factor de escala, incrementando y disminuyendo los picos de momento, al mismo tiempo que la rigidez elástica. La variación de los parámetros  $A, \beta$  y  $\gamma$  resulta significativa cuando se trabaja con valores de  $n$  cercanos a 1 y es de poca importancia para valores de  $n$  cercanos a 15.

Según lo observado en los diagramas histeréticos correspondientes al espécimen WSH3, se concluye que para esbozar el comportamiento histerético de muros rectangulares esbeltos de concreto armado resulta adecuado usar el modelo de Bouc-Wen, con los siguientes valores para los parámetros que controlan la forma del bucle de histéresis:  $A = 1$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $\gamma = 0.5$  y  $n = 1$ .

De la literatura se sabe que Baber y Wen (1981) y Baber y Noori (1985) realizaron otras extensiones al modelo de Bouc-Wen introduciendo formas de degradación y el efecto *pinching* en el bucle de histéresis, lo que dio como resultado un total de trece parámetros histeréticos. Estas extensiones también pueden ser usadas con la ayuda del modelo paramétrico bilineal momento-curvatura mencionado en la sección 3.1.4.

### 3.2 DISCUSIÓN E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Los resultados de la base de datos simulados son utilizados para generar una ecuación general de rigidez efectiva para muros rectangulares de concreto armado. Esta ecuación es del tipo lineal y presenta cierta similitud con las ecuaciones de rigidez efectiva que se encuentran en la literatura para columnas de sección rectangular, además generan valores cercanos a los sugeridos en diversas normativas internacionales.

Para muros con cuantías de refuerzo longitudinal entre 0.0025 y 0.03, y con relaciones de carga axial que van desde 0.05 hasta 0.35, la ecuación propuesta muestra valores para la rigidez efectiva que oscilan entre  $0.20EI_g$  y  $0.68EI_g$ . Luego, para muros con una cuantía de 0.10 y con relación de carga axial entre 0.05 y 0.2, valores que se pueden considerar típicos en muros de edificaciones de concreto, la ecuación propuesta muestra valores para la rigidez efectiva que oscilan entre  $0.30EI_g$  y  $0.40EI_g$ , lo cual es consistente con el valor de  $0.35EI_g$  encontrado comúnmente en la literatura para muros agrietados.

La coherente y fundamentada generalización de ciertos parámetros, que tienen influencia menor en el cálculo de la rigidez efectiva, así como la amplia base de datos simulados explican la fiabilidad de la ecuación propuesta para el cálculo de la rigidez efectiva en muros rectangulares de concreto armado.

Al emplear la ecuación de rigidez efectiva propuesta de manera conjunta con otras ecuaciones de respaldo científico, como las usadas por el ACI 318 para hallar el momento nominal y las propuestas por Íñiguez (2015) que se relacionan con el punto de falla, se obtiene el modelo paramétrico propuesto. El modelo paramétrico momento-curvatura generado para el espécimen WSH3 ensayado por Dazio et al. (2009) es un claro ejemplo de que el modelo paramétrico propuesto es sencillo y confiable, por lo cual puede ser útil en estudios relacionados con el comportamiento histerético de muros rectangulares de concreto armado.

El modelo paramétrico propuesto para muros rectangulares de concreto armado presenta diferencias significativas en la ductilidad de curvatura, con respecto a ensayos del tipo monotónico, esto se debe a que el modelo paramétrico se obtiene considerando un modelo de predicción de pandeo de barras sujetas a cargas reversibles. Es decir, la ductilidad por curvatura se limita al inicio del pandeo de la barra; sin embargo, la sección puede tener mayor capacidad hasta que ocurra la fractura de la barra longitudinal u otro tipo de falla de la sección.



El modelo paramétrico momento-curvatura propuesto es un modelo del tipo monotónico que puede adaptarse fácilmente a un modelo histerético como el modelo popular de Bouc-Wen.

## CONCLUSIONES

El modelo paramétrico momento-curvatura de muros rectangulares de concreto armado, descrito en esta tesis, permite analizar y diseñar estructuras que involucren muros rectangulares de concreto armado con mayor rapidez y facilidad sin perder fiabilidad en los resultados.

El modelo paramétrico momento-curvatura de muros rectangulares de concreto armado, descrito en esta tesis, se centra en muros de naturaleza dúctil que predican una falla por pandeo del acero longitudinal.

La relación de carga axial,  $P/A_g f'_c$ , es un parámetro que influye en el cálculo de la rigidez efectiva de muros rectangulares de concreto armado y por lo tanto también en el diagrama momento-curvatura y en el modelo paramétrico. Este parámetro varía entre 0.05 y 0.35, en esta tesis.

La cuantía de refuerzo longitudinal es un parámetro que influye en el cálculo de la rigidez efectiva de muros rectangulares de concreto armado y por lo tanto también en el diagrama momento-curvatura y en el modelo paramétrico. Este parámetro varía entre 0.0025 y 0.003 en esta tesis.

El parámetro  $k$ , que indica el porcentaje de acero longitudinal concentrado en los bordes confinados, es un parámetro que influye en el cálculo de la rigidez efectiva de los muros y por lo tanto también en el diagrama momento-curvatura, sin embargo, al ser generalizado por un valor aproximado no influye en el modelo paramétrico.

La relación  $s/d_b$ , donde  $s$  es el espaciamiento de estribos y  $d_b$  es el diámetro de barras longitudinales en el borde confinado, influye en la curvatura última de muros rectangulares de concreto armado y por lo tanto también en el diagrama momento-curvatura y en el modelo paramétrico. La relación  $s/d_b$  varía en un intervalo entre 2 y 8, para secciones dúctiles.

La ecuación propuesta para obtener la rigidez efectiva de muros rectangulares de concreto armado es una ecuación sencilla y confiable, que genera valores comparables a los obtenidos en ensayos recopilados en la literatura.

El modelo paramétrico propuesto para muros rectangulares de concreto armado presenta diferencias significativas en la ductilidad de curvatura, con respecto a ensayos del tipo monotónico, esto se debe a que el modelo paramétrico se obtiene considerando un modelo de predicción de pandeo de barras sujetas a cargas reversibles. Es decir, la ductilidad por curvatura se limita al inicio del pandeo de la barra; sin embargo, la sección puede tener mayor capacidad hasta que ocurra la fractura de la barra longitudinal u otro tipo de falla de la sección. Lo que sugiere que la predicción está del lado de la seguridad.

El modelo paramétrico de muros rectangulares de concreto armado puede adaptarse fácilmente a un modelo histerético como el de Bouc-Wen.

Un modelo histerético adecuado para muros rectangulares de concreto armado es el modelo de Bouc-Wen, con los siguientes valores para los parámetros que controlan la forma del bucle de histéresis:  $A = 1$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $\gamma = 0.5$  y  $n = 1$ .

## RECOMENDACIONES

Se recomienda emplear el modelo paramétrico momento-curvatura de muros rectangulares de concreto armado descrito en esta tesis para analizar estructuras con muros de concreto armado. Esto por ser un modelo sencillo y altamente confiable.

Se recomienda emplear la ecuación general de rigidez efectiva obtenida en este trabajo para analizar y diseñar estructuras que involucren muros de concreto armado dúctiles. En general, los valores de rigidez efectiva más usuales están en el intervalo de 0.3 a 0.6  $EI_g$ .

Para el cálculo analítico de los muros de la base de datos simulada se empleó el método de las fibras, el cual se recomienda para calcular diagramas momento-curvatura en muros de concreto armado. Esto debido a la practicidad del método y a la facilidad de aplicarse en un elemento de sección alargada, con capas de reforzamiento repetitivas cada cierta distancia.

Si se usa el método de las fibras, en el cálculo del diagrama momento-curvatura de muros rectangulares de concreto armado, se recomienda dividir al muro en un máximo de 40 elementos, para alcanzar la precisión suficiente, sin derrochar esfuerzo computacional.

Para analizar el comportamiento de muros ante cargas del tipo cíclico-reversible, se recomienda adaptar el modelo paramétrico momento-curvatura en modelos histeréticos, como el de Bouc-Wen.

En el caso de utilizar el modelo histerético de Bouc-Wen, se recomienda usar los siguientes valores para los parámetros que controlan la forma del bucle de histéresis:  $A = 1$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $\gamma = 0.5$  y  $n = 1$ .

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Atao Huamán, J. W. (2020). *Comportamiento en flexocompresión de columnas y muros estructurales de concreto armado: estado del arte* [Tesis de pregrado, Pontificia Universidad Católica del Perú]. Repositorio Institucional PUCP. <http://hdl.handle.net/20.500.12404/19299>
- Baber, T. T., & Wen, Y. K. (1981). Random vibration of hysteretic, degrading systems. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 107(6), 1069-1087. <https://doi.org/10.1061/JMCEA3.0002768>
- Baber, T. T., & Noori, M. N. (1985). Random vibration of degrading, pinching systems. *Journal of Engineering Mechanics*, 111(8), 1010-1026. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1985\)111:8\(1010\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1985)111:8(1010))
- Bouc, R. (5-9 September 1967). *Forced vibration of mechanical systems with hysteresis*. Proceedings of Fourth Conference on Nonlinear Oscillations, Prague, Czech Republic.
- California. (2013). *Caltrans seismic design criteria, version 1.7*. California Department of Transportation.
- Chai, Y. H., & Kunnath, S. K. (2005). Minimum thickness for ductile RC structural walls. *Engineering Structures*, 27(7), 1052-1063. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2005.02.004>
- Chang Tokushima, D. A. (2015). *Estudio de relaciones momento-curvatura en secciones de concreto armado y concreto preesforzado sometidas a flexión* [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú]. Repositorio Institucional PUCP. <http://hdl.handle.net/20.500.12404/6826>
- Choquecota Carpio, J. M., & Quispe Lope, G. (2019). *Simulación teórica de la influencia del refuerzo transversal en el desempeño sísmico estático pushover en edificios de muros estructurales* [Tesis de pregrado, Universidad Nacional de San Agustín de





Arequipa]. Repositorio Institucional UNSA.

<http://repositorio.unsa.edu.pe/handle/UNSA/9142>

Dávila Pablo, O. N., & Pérez Malpartida, A. (2013). *Influencia del agrietamiento en la respuesta sísmica de edificios peruanos de muros de concreto armado* [Tesis de pregrado, Pontificia Universidad Católica del Perú]. Repositorio Institucional PUCP.

<http://hdl.handle.net/20.500.12404/5255>

Dazio, A., Beyer, K., & Bachmann, H. (2009). Quasi-static cyclic tests and plastic hinge analysis of RC structural walls. *Engineering Structures*, 31(7), 1556-1571.

<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.02.018>

Eaton, J. W., Bateman, D., & Hauberg, S. (2008). *GNU Octave: a high-level interactive language for numerical computations (Edition 3 for Octave version 3.0.2)*. Network Theory.

Flores Olano, J., & Guevara Bravo, R. M. (2021). *Análisis comparativo entre el Código ACI 318.19, la NTE E. 060-2009 y su propuesta NTE E. 060-2019, para el diseño de muros estructurales de concreto armado en edificaciones de mediana altura de 7 niveles a 20 niveles ubicadas en Lima Metropolitana* [Tesis de pregrado, Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo]. Repositorio Institucional UNPRG.

<https://repositorio.unprg.edu.pe/handle/20.500.12893/10065>

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6a ed.). McGraw-Hill Education.

<https://www.digitalrepositorio.com/items/show/2>

Herrera Rojas, P. S. (2013). *Estudio analítico de elementos de borde de muro sometidos a distintas configuraciones de confinamiento y pre-tracción* [Tesis de pregrado, Universidad de Chile]. Repositorio Académico de la Universidad de Chile.

<https://repositorio.uchile.cl/handle/2250/115528>

Íñiguez, M. A. (2015). *Resistencia a flexo-compresión y capacidad de deformación lateral de muros rectangulares de concreto reforzado en zonas sísmicas* [Tesis de

- maestría, Universidad Nacional Autónoma de México]. Repositorio Institucional de la UNAM. <https://hdl.handle.net/20.500.14330/TES01000735225>
- Jangid R. S. (5 de abril de 2013). *Introduction to Earthquake Engineering (Web)*, Civil Engineering Course. The National Programme on Technology Enhanced Learning (NPTEL). <https://archive.nptel.ac.in/courses/105/101/105101004/#>
- King, D. J., Priestley, M. J. N., & Park, R. (1986). *Computer programs for concrete column design*. Department of Civil Engineering, University of Canterbury. <https://ingenieriasismica.utpl.edu.ec/?q=es/node/509>
- Mander, J. B., Priestley, M. J., & Park, R. (1988). Theoretical stress-strain model for confined concrete. *Journal of Structural Engineering*, 114(8), 1804-1826. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1988\)114:8\(1804\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1988)114:8(1804))
- Montejo, L. A., & Kowalsky, M. J. (2007). *CUMBIA Set of codes for the analysis of reinforced concrete members*. CFL Technical Report No. IS-07-01. Department of Civil, Construction and Environmental Engineering, North Carolina State University. <https://www.researchgate.net/publication/272829609>
- Morales Ortiz, F. A. (2021). *Desarrollo de una herramienta computacional para la evaluación del comportamiento no lineal de muros de concreto reforzado* [Tesis de maestría, Universidad Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito]. Repositorio Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito. <https://repositorio.escuelaing.edu.co/handle/001/2013>
- Oesterle, R. G., Fiorato, A. E., Johal, L. S., Carpenter, J. E., Russell, H. G., & Corley, W. G. (1976). *Earthquake resistant structural walls-tests of isolated walls*. Research and Development Construction Technology Laboratories, Portland Cement Association. <https://nehrpsearch.nist.gov/article/PB-271%20467/3/XAB>
- Ortiz, A. (2014). *Diseño sísmico de muros de concreto reforzado: bases para el diseño por desplazamientos* [Tesis de maestría, Universidad Nacional Autónoma de México].



Repositorio Institucional de la UNAM.

<https://hdl.handle.net/20.500.14330/TES01000707395>

Park, R., Paulay, T. (1978). *Estructuras de concreto reforzado*. Limusa.

Paulay, T., & Priestley, M. J. N. (1992). *Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings*. John Wiley & Sons.

<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/9780470172841>

Priestley, M. J. N., Calvi, G. M., & Kowalsky, M. J. (2007). *Displacement-based seismic design of structures*. IUSS Press. <https://doi.org/10.1002/ege.807>

Priestley, M. J. N., & Society of Earthquake and Civil Engineering Dynamics. (2003). *Myths and fallacies in earthquake engineering, revisited*. IUSS Press.

<https://books.google.com.pe/books?id=RIAhAQAAIAAJ>

Raynor, D. J., Lehman, D. E., & Stanton, J. F. (2002). Bond-slip response of reinforcing bars grouted in ducts. *Structural Journal*, 99(5), 568-576.

<https://doi.org/10.14359/12296>

Restrepo, J. I., Rodríguez, M. E., & Torres, M. (2015). *Evaluación de la rigidez lateral efectiva de columnas de concreto reforzado*. Serie investigación y desarrollo, Instituto de Ingeniería de la UNAM. <https://doi.org/10.13140/RG.2.1.5163.1128>

Roca Loayza, D. B. (2015). *Resistencia probable a flexocompresión de muros estructurales de concreto armado* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Ingeniería]. Repositorio Institucional UNI. <http://hdl.handle.net/20.500.14076/2553>

San Bartolomé, Á., Quiun, D., & Silva, W. (2011). Comentarios relativos al tipo de falla en los muros de concreto de edificios chilenos en el sismo del 27 de febrero de 2010. *Concreto y cemento. Investigación y desarrollo*, 3(1), 36-48.

<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=361233549004>

Sivaselvan, M. V., & Reinhorn, A. M. (2000). Hysteretic models for deteriorating inelastic structures. *Journal of Engineering Mechanics*, 126(6), 633-640.

[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2000\)126:6\(633\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2000)126:6(633))

- Shiu, K. N., Daniel, J. I., Aristizabal-Ochoa, J. D., Fiorato, A. E., & Corley, W. G. (1981). *Earthquake resistant structural walls-test of walls with and without openings*. Report to the National Science Foundation, Construction Technology Laboratories, Portland Cement Association.
- Thomsen, J. H., Wallace, J. W. (1995). *Displacement-based design of reinforced concrete structural walls: an experimental investigation of walls with rectangular and t-shaped cross-sections*. Clarkson University, Department of Civil and Environmental Engineering.
- Torres, M. A., & Rodríguez, M. E. (6-9 de noviembre de 2013). *Capacidad de desplazamiento lateral de columnas para puentes de concreto reforzado y presforzado en zonas sísmicas*. Memorias del XIX Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Boca del Río, Veracruz, México.  
<https://www.researchgate.net/publication/291756461>
- Tran, T. A. (2012). *Experimental and analytical studies of moderate aspect ratio reinforced concrete structural walls* [Doctoral dissertation, UCLA]. UCLA Electronic Theses and Dissertations. <https://escholarship.org/uc/item/1538q2p8>
- Wen, Y. K. (1976). Method for random vibration of hysteretic systems. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 102(2), 249-263.  
<https://doi.org/10.1061/JMCEA3.0002106>
- Zhang, Y., & Wang, Z. (2000). Seismic behavior of reinforced concrete shear walls subjected to high axial loading. *Structural Journal*, 97(5), 739-750.  
<https://doi.org/10.14359/8809>