## Universidad Nacional de Ingeniería

Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica



TESIS

Diseño de convertidores AC-DC bidireccionales aislados, utilizando la topología QUAD ACTIVE BRIDGE para sistemas de recarga DC de vehículos eléctricos

Para obtener el Título Profesional de Ingeniero Electrónico.

Elaborada por

Ricardo Aznaran Herrera

D<u>0009-0001-4738-2646</u>

Asesor

M.Sc. Ing. Juan Francisco Tisza Contreras

(D) <u>0000-0003-2548-2686</u>

LIMA – PERÚ

2024

| Aznaran Herrera [1]  |
|--|
| [1] R. Aznaran Herrera, "Diseño de convertidores AC-DC bidireccionales aislados, utilizando la topología QUAD ACTIVE           |
| BRIDGE para sistemas de recarga DC de vehículos eléctricos"<br>[Tesis]. Lima (Perú): Universidad Nacional de Ingeniería, 2024. |
|  |

| Citar/How to cite              | (Aznaran, 2024)  |
|--------------------------------|--|
| Referencia/Reference           | Aznaran, R. (2024). Diseño de convertidores AC-DC bidireccionales aislados. utilizando la topología QUAD ACTIVE BRIDGE para                  |
| Estilo/Style:<br>APA (7ma ed.) | sistemas de recarga DC de vehículos eléctricos. [Tesis,<br>Universidad Nacional de Ingeniería]. Repositorio institucional<br>Cybertesis UNI. |

## Dedicatoria

Dedico el presente trabajo a mis padres, familiares y amigos que siempre me apoyaron. A mi alma mater la UNI y a los docentes, Que me proporcionaron los conocimientos para lograrlo.

#### Agradecimientos

Esta tesis de tipo investigación aplicada presentada a continuación, no hubiera sido posible sin la colaboración y el gran apoyo del Ing. Damián Eleazar Sal y Rosas Celi y a mi asesor de tesis, el Ing. Juan Francisco Tisza Contreras quienes me brindaron su tiempo para desarrollar la presente tesis.

También agradecer al personal docente y administrativo de la FIEE, quienes me brindaron conocimientos, metas, recursos y valores para conseguir el objetivo.

Por último, agradezco a mis familiares que siempre me guiaron por el buen camino con sus sabios consejos.

#### Resumen

En esta Tesis se describe el diseño, la comparación y el control de dos convertidores, el primer convertidor es el QUAD ACTIVE BRIDGE CON RECTIFICADORES, el cual consiste en un convertidor DC-AC conformado por 3 transformadores, 3 rectificadores, 4 puentes activos (3 del lado de la red eléctrica y 1 en el lado DC); cuyo flujo de corriente se controla mediante una INDUCTANCIA de alta frecuencia. El segundo convertidor DC-AC, pero está conformado por 3 transformadores, un capacitor como voltaje DC u OFFSET (que se adiciona a cada voltaje de red y luego ese voltaje sumado acciona los puentes activos), 4 puentes activos que, del mismo modo regulan el flujo de corriente mediante la INDUCTANCIA HF. Con el control de la corriente se controla de forma indirecta la potencia de salida.

Ambos convertidores se diseñan utilizando valores reales de los componentes, es decir parámetros utilizados en laboratorio; también se utiliza una estrategia de control muy parecida para ambos convertidores, para obtener la mejor comparación entre ellos.

Se comparan los resultados obtenidos (que muestran las principales corrientes y formas de onda), entre ellos y también con circuitos ampliamente conocidos como el DAB (Dual Active Bridge) y con el modelo ideal del DAB, para así obtener mejores comparaciones y conclusiones acertadas.

Ambos convertidores muestran la aplicación de los conocimientos de la electrónica de potencia, y pueden ser utilizados en la industria de los vehículos eléctricos.

Palabras clave — QUAD ACTIVE BRIDGE CON RECTIFICADORES, QUAD ACTIVE BRIDGE SIN RECTIFICADORES, INDUCTANCIA HF, DAB.

V

### Abstract

This Thesis describes the design, comparison and control of two converters, the first converter is the QUAD ACTIVE BRIDGE WITH RECTIFIERS, which consists of a DC-AC converter made up of 3 transformers, 3 rectifiers, 4 active bridges (3 on the grid side and 1 on the DC side); whose current flow is controlled by a high frequency INDUCTANCE. The second converter is the QUAD ACTIVE BRIDGE WITHOUT RECTIFIERS, which is also a DC-AC converter, but is made up of 3 transformers, a capacitor as DC voltage or OFFSET (which is added to each grid voltage and then that added voltage drives the active bridges), 4 active bridges that, in the same way, regulate the current flow through HF INDUCTANCE. Controlling the current indirectly controls the output power.

Both converters are designed using real values of the components, that is, parameters used in the laboratory; a very similar control strategy is also used for both converters, to obtain the best comparison between them.

The results obtained (showing the main currents and waveforms) are compared among themselves and also with widely known circuits such as DAB (Dual Active Bridge) and with the ideal DAB model, in order to obtain better comparisons and accurate conclusions.

Both converters show the application of power electronics knowledge, and can be used in the electric vehicle industry.

Keywords — QUAD ACTIVE BRIDGE WITH RECTIFIERS, QUAD ACTIVE BRIDGE WITHOUT RECTIFICADORES, INDUCTANCIA HF, DAB.

vi

## Tabla de Contenido

|                  | Pág.  |
|------------------|---|
| Resu             | menv  |
| Abstr            | actvi   |
| Introd           | ucciónxiv   |
| Capít            | ulo I. Parte introductoria del trabajo1   |
| 1.1              | Problemática1   |
| 1.2              | Estado del arte2  |
| 1.3              | Objetivos5  |
| 1.3.1            | Objetivo general  |
| 1.3.2            | Objetivos específicos   |
| 1.4              | Hipótesis5  |
| 1.4.1            | Hipótesis general6  |
| 1.4.2            | Hipótesiss específicas6   |
| Capít            | ulo II. Marco teórico y conceptual7   |
| 2.1              | Dual active bridge (DAB)7   |
| 2.2              | Quad active bridge ac-dc10  |
| 2.3              | Quad active bridge trifásico ac-dc13  |
| 2.4              | Zero voltage switching (ZVS)15  |
| Capít<br>rectifi | ulo III. Convertidor AC-DC trifásico tipo QUAD ACTIVE BRIDGE (QAB) con<br>cadores17 |
| 3.1              | Estructura electrónica17  |
| 3.2              | Modulación del convertidor19  |
| 3.2.1            | Análisis en estado estacionario29   |
| 3.3              | Análisis en ZVS   |
| 3.4              | Diseño del convertidor34  |
| 3.4.1            | Transformador   |

| 3.4.2              | Inductor de Alta Frecuencia  | 35        |
|--------------------|--|-----------|
| 3.5                | Circuito de control  | 38        |
| 3.6                | Circuito de Sincronismo  | 40        |
| 3.7                | Simulación del controlador   | 41        |
| 3.8                | Comparación con el DAB   | 43        |
| 3.9                | Comparación con el Modelo Ideal  | 47        |
| Capítu<br>rectific | ulo IV. Convertidor AC-DC trifásico tipo QUAD ACTIVE BRIDGE (QAB)<br>cadores | sin<br>50 |
| 4.1                | Estructura electrónica   | 50        |
| 4.2                | Modulación del convertidor   | 52        |
| 4.2.1              | Análisis en estado estacionario  | 61        |
| 4.3                | Análisis en ZVS  | 65        |
| 4.4                | Diseño del convertidor   | 65        |
| 4.4.1              | Transformador  | 66        |
| 4.4.2              | Inductor de Alta Frecuencia  | 66        |
| 4.5                | Circuito de control  | 69        |
| 4.6                | Simulación del controlador   | 70        |
| 4.7                | Comparación con el DAB   | 73        |
| 4.8                | Comparación con el Modelo Ideal  | 76        |
| Capítu             | Ilo V. Análisis de resultados  | 77        |
| Conclu             | usiones  | 84        |
| Refere             | encias bibliográficas  | 86        |
| Anexo              | )S   | 88        |

## Lista de Tablas

| Pág.  |
|---|
| Tabla 1: Parámetros de entrada para el diseño del convertidor   |
| Tabla 2: Comparativa entre datos de simulación y teóricos en la corriente i $'_L$   |
| Tabla 3: Valores de diseño para el QAB  |
| Tabla 4: Parámetros a usar en la simulación (PSIM)41  |
| Tabla 5: Tabla de comparación entre simulación y forma analítica de $i_R$ 42  |
| Tabla 6: Principales armónicos de la corriente de red $i_R$ 43  |
| Tabla 7: Valores de diseño para la comparativa QAB - DAB44  |
| Tabla 8: Tabla de comparación entre simulación, forma analítica de la corriente en elinductor para QAB y DAB.45                     |
| Tabla 9: Comparativa de armónicos de las corrientes del inductor HF entre el QAB y elDAB  |
| Tabla 10: Tabla de comparación entre simulación, forma analítica de la corriente en elinductor para QAB y el circuito IDEAL.48      |
| Tabla 11: Parámetros de entrada para el diseño del convertidor65  |
| Tabla 12: Comparativa entre datos de simulación y teóricos en la corriente $i'_L$   |
| Tabla 13: Valores de diseño para el QAB.    69  |
| Tabla 14: Parámetros a usar en la simulación (PSIM)71   |
| Tabla 15: Tabla de comparación entre simulación y forma analítica de $i_R$  |
| Tabla 16: Principales armónicos de la corriente de red $i_R$  |
| Tabla 17: Tabla de comparación entre simulación, forma analítica de la corriente en elinductor para QAB sin rectificadores y DAB74  |
| Tabla 18: Comparativa de armónicos de las corrientes del inductor HF entre el QAB2 y elDAB  |
| Tabla 19: Tabla de comparación entre simulación, forma analítica de la corriente en el inductor para $QAB_2$ y el circuito IDEAL76  |
| Tabla 20: Tabla de comparación entre simulación, forma analítica de la corriente en el inductor para QAB, DAB y el circuito IDEAL77 |

Tabla 21: Tabla de comparación entre simulación, forma analítica de la corriente en el inductor para  $QAB_2$ , DAB y el circuito IDEAL......78

Tabla 22: Tabla de comparación entre simulación, forma analítica de la corriente en el inductor para el QAB con rectificadores (QAB) y el QAB sin rectificadores ( $QAB_2$ )......79

 Tabla 25: Tabla de similitud de las corrientes en el inductor para QAB2, QAB, DAB respecto

 al circuito IDEAL

 82

## Lista de Figuras

|   | Pág.                                |
|---|-------------------------------------|
| Figura 1: Sistema de recarga DC de vehículos eléctricos   | 1                                   |
| Figura 2: Convertidor DC-AC de una etapa de conversión para sistemas de recarga de vehículos eléctricos                         | DC<br>2                             |
| Figura 3: Topología del Quad Active Bridge AC-DC  | 3                                   |
| Figura 4: Convertidor trifásico AC-DC en base al DAB  | 4                                   |
| Figura 5: Topología del DAB   | 7                                   |
| Figura 6: Señales de comando del DAB  | 8                                   |
| Figura 7: Forma de onda de la corriente en el inductor del DAB  | 9                                   |
| Figura 8: Topología del QAB DC-DC   | 11                                  |
| Figura 9: Modulación del QAB DC-DC  | 12                                  |
| Figura 10: Modulación del QAB AC-DC con OFFSET  | 13                                  |
| Figura 11: Formas de onda de los voltajes de entrada de los puentes activos del QA<br>DC con OFFSET                             | B AC-<br>14                         |
| Figura 12: Señales de disparo de los puentes activos  | 14                                  |
| Figura 13: Formas de onda de voltaje y corriente de un MOSFET de Conmutación<br>Dura  | 16                                  |
| Figura 14: Topología del Quad Active Bridge con rectificadores  | 17                                  |
| Figura 15: Representación de las señales de comando del QAB con rectificadores  | 21                                  |
| Figura 16: Circuito equivalente en el lado del secundario de los transformadores de a frecuencia                                | alta<br>22                          |
| Figura 17: Modelo del convertidor en series de Fourier  | 29                                  |
| Figura 18: Señales del circuito de alta frecuencia  | 31                                  |
| Figura 19: Corriente resultante en el inductor de alta frecuencia   | 32                                  |
| Figura 20: Corriente resultante en el inductor de alta frecuencia comparada con la corriente de red y la tensión modulada en HF | 32                                  |
| Figura 21: Análisis ZVS entre la corriente en el inductor $i_L$ , y los voltajes modulados $v_{ohf}$                            | <sup>,</sup> <sub>ihf</sub> ,<br>33 |

| Figura 22: Forma de onda de la corriente en el inductor de alta frecuencia  | 37   |
|---|--|
| Figura 23: Control de las corrientes de red en PSIM   | 38   |
| Figura 24: Circuito de Sincronismo para la red trifásica  | 40   |
| Figura 25: Forma de onda en la red (PSIM)   | 41   |
| Figura 26: Transformada rápida de Fourier de la corriente en la red $i_R$   | 42   |
| Figura 27: Modelo simplificado del DAB  | 43   |
| Figura 28: Corriente HF en el QAB vs Corriente HF en el DAB.  | 44   |
| Figura 29: FFT de las corrientes HF del QAB y del DAB   | 46   |
| Figura 30: Topología del circuito ideal de un DAB   | 47   |
| Figura 31: Circuito ideal en PSIM   | 48   |
| Figura 32: Corriente HF en el QAB vs Corriente HF en el circuito ideal  | 48   |
| Figura 33: Topología del Quad Active Bridge con offset y sin rectificadores   | 50   |
| Figura 34: Representación de las señales de comando del QAB sin rectificadores  | 54   |
| Figure 25: Circuite equivelente en el lede del ecoundarie de les transformederes de   | alta   |
| frecuencia  | alla<br>55   |
| Figura 36: Modelo del convertidor en series de Fourier  | ana<br>55<br>61  |
| Figura 35: Circuito equivalente en en ado del secundano de los transformadores de frecuencia<br>Figura 36: Modelo del convertidor en series de Fourier<br>Figura 37: Señales del circuito de alta frecuencia  | 61<br>63   |
| Figura 35: Circuito equivalente en el lado del secundano de los transformadores de frecuencia<br>Figura 36: Modelo del convertidor en series de Fourier<br>Figura 37: Señales del circuito de alta frecuencia<br>Figura 38: Corriente resultante en el inductor de alta frecuencia  | 61<br>63<br>64   |
| <ul> <li>Figura 35: Circuito equivalente en el lado del secundano de los transformadores de frecuencia</li> <li>Figura 36: Modelo del convertidor en series de Fourier</li> <li>Figura 37: Señales del circuito de alta frecuencia</li> <li>Figura 38: Corriente resultante en el inductor de alta frecuencia.</li> <li>Figura 39: Corriente resultante en el inductor de alta frecuencia comparada con la corriente de red y la tensión modulada en HF</li> </ul>  | 61<br>63<br>64<br>64   |
| <ul> <li>Figura 35: Circuito equivalente en el lado del secundano de los transformadores de frecuencia</li> <li>Figura 36: Modelo del convertidor en series de Fourier</li> <li>Figura 37: Señales del circuito de alta frecuencia</li> <li>Figura 38: Corriente resultante en el inductor de alta frecuencia.</li> <li>Figura 39: Corriente resultante en el inductor de alta frecuencia comparada con la corriente de red y la tensión modulada en HF</li> <li>Figura 40: Forma de onda de la corriente en el inductor de alta frecuencia .</li> </ul>  | 61<br>63<br>64<br>64<br>64   |
| <ul> <li>Figura 35: Circuito equivalente en el nado del secundano de los transionnadores de frecuencia</li> <li>Figura 36: Modelo del convertidor en series de Fourier</li> <li>Figura 37: Señales del circuito de alta frecuencia</li> <li>Figura 38: Corriente resultante en el inductor de alta frecuencia.</li> <li>Figura 39: Corriente resultante en el inductor de alta frecuencia comparada con la corriente de red y la tensión modulada en HF</li> <li>Figura 40: Forma de onda de la corriente en el inductor de alta frecuencia frecuencia</li> <li>Figura 41: Control de las corrientes de red en PSIM</li> </ul>  | aita<br>55<br>61<br>63<br>64<br>64<br>64<br>68<br>69                             |
| <ul> <li>Figura 35: Circuito equivalente en el lado del secundano de los transionnadores de frecuencia</li> <li>Figura 36: Modelo del convertidor en series de Fourier</li> <li>Figura 37: Señales del circuito de alta frecuencia</li> <li>Figura 38: Corriente resultante en el inductor de alta frecuencia.</li> <li>Figura 39: Corriente resultante en el inductor de alta frecuencia comparada con la corriente de red y la tensión modulada en HF</li> <li>Figura 40: Forma de onda de la corriente en el inductor de alta frecuencia .</li> <li>Figura 41: Control de las corrientes de red en PSIM</li> <li>Figura 42: Forma de onda en la red (PSIM).</li> </ul>   | aita<br>55<br>61<br>63<br>64<br>64<br>64<br>64<br>69<br>71                       |
| <ul> <li>Figura 35: Circuito equivalente en el lado del secundano de los transformadores de frecuencia</li> <li>Figura 36: Modelo del convertidor en series de Fourier</li> <li>Figura 37: Señales del circuito de alta frecuencia</li> <li>Figura 38: Corriente resultante en el inductor de alta frecuencia.</li> <li>Figura 39: Corriente resultante en el inductor de alta frecuencia comparada con la corriente de red y la tensión modulada en HF</li> <li>Figura 40: Forma de onda de la corriente en el inductor de alta frecuencia</li> <li>Figura 41: Control de las corrientes de red en PSIM</li> <li>Figura 42: Forma de onda en la red (PSIM).</li> <li>Figura 43: FFT de la corriente de red</li> </ul>  | aita<br>55<br>61<br>63<br>64<br>64<br>64<br>64<br>64<br>61<br>64<br>64<br>61<br> |
| <ul> <li>Figura 35: Circuito equivalente en el lado del secundano de los transionnadores de frecuencia</li> <li>Figura 36: Modelo del convertidor en series de Fourier</li> <li>Figura 37: Señales del circuito de alta frecuencia</li> <li>Figura 38: Corriente resultante en el inductor de alta frecuencia.</li> <li>Figura 39: Corriente resultante en el inductor de alta frecuencia comparada con la corriente de red y la tensión modulada en HF</li> <li>Figura 40: Forma de onda de la corriente en el inductor de alta frecuencia</li> <li>Figura 41: Control de las corrientes de red en PSIM</li> <li>Figura 42: Forma de onda en la red (PSIM).</li> <li>Figura 43: FFT de la corriente de red</li> <li>Figura 44: Corriente HF en el QAB sin rectificadores vs Corriente HF en el DAB.</li> </ul> | aita<br>55<br>61<br>63<br>64<br>64<br>64<br>64<br>69<br>71<br>72<br>72           |
| Figura 33: Circuito equivalente en el nado del secundano de los transformadores de frecuencia   | alta<br>55<br>61<br>63<br>64<br>64<br>64<br>64<br>64<br>71<br>72<br>74<br>75     |

| Figura 47: Corriente HF en el QAB vs ideal vs DAB                                     | 77         |
|---|------------|
| Figura 48: Corriente HF en el QAB <sub>2</sub> vs ideal vs DAB                        | 78         |
| Figura 49: Gráficas de la FFT de las corrientes HF en $QAB_2$ vs $QAB_1$              | 79         |
| Figura 50: Gráficas de la FFT de las corrientes HF en $QAB_2$ vs $QAB_1$ cerca 360kHz | ı de<br>80 |

## Introducción

A pesar de que en la actualidad existen muchos convertidores para todo tipo de necesidades, en el presente trabajo se presentan dos convertidores con tipología Quad Active Bridge por sus principales características, pues brinda aislamiento galvánico, flujo de potencia bidireccional y cuesta relativamente poco por lo que su estudio es interesante.

En el primer capítulo se describen las generalidades de la tesis presentada, la problemática, revisión del estado del arte, objetivos e hipótesis generales y específicos.

En el segundo capítulo se muestra el marco teórico y conceptual, necesario para el desarrollo de la presente tesis.

En el tercer capítulo se explica el diseño del convertidor AC-DC trifásico tipo QUAD ACTIVE BRIDGE con rectificadores, su dimensionamiento, control y simulación.

En el cuarto capítulo se explica el diseño del convertidor AC-DC trifásico tipo QUAD ACTIVE BRIDGE sin rectificadores, su dimensionamiento, control y simulación.

En el quinto capítulo se analizan los resultados obtenidos y en base a ellos se presentan las conclusiones respectivas.

Esta tesis ha sido financiada por CONCYTEC-FONDECYT dentro de la convocatoria de Proyectos E063-2019-01.BM

## Capítulo I. Parte introductoria del trabajo

#### 1.1 Problemática

En los últimos tiempos los daños ambientales generados en la obtención de combustibles fósiles (Fernández, 2020) están aumentando y la excesiva demanda de dichos combustibles fósiles genera la escasez de algunos recursos naturales, por lo que las energías renovables se vuelven imprescindibles ya que son de rápida implementación y permiten limpiar el medio ambiente. La mayoría de vehículos convencionales utilizan motores que requieren combustibles fósiles para funcionar, esta gran demanda genera contaminación ambiental y agota los recursos naturales, para reducir las emisiones de CO2 generadas por el uso de combustibles fósiles, se han tomado distintas iniciativas entre las cuales se estableció el protocolo de Kyoto (*Protocolo de Kyoto*, 1998).

Los vehículos eléctricos y/o híbridos requieren recargar sus baterías, para lograr dicha recarga se utilizan diversos tipos de convertidores, como se ilustra en la figura 1:

#### Figura 1

Sistema de recarga DC de vehículos eléctricos.



En la figura 1 se muestra el sistema de recarga DC de vehículos eléctricos, dicho convertidor electrónico está compuesto por **2 etapas**, la **primera** es un convertidor DC-DC y la **segunda** un inversor o VSI, los cuales se unen en cascada por medio de un capacitor de enlace. El VSI opera en "Hard Switching" o "Conmutación Dura", que implica una **eficiencia media** del convertidor, y al estar compuesto por 2 etapas, su tamaño es **grande**, por lo que se debe buscar nuevos convertidores que tengan **menor tamaño** o sean de una etapa, de **mayor eficiencia** y que posean **aislamiento galvánico**.

Ante la problemática presentada, este trabajo propone utilizar un nuevo convertidor AC-DC de una sola etapa tipo Quad Active Bridge para la recarga de los vehículos eléctricos y/o híbridos, como se la muestra en la figura 2:

#### Figura 2

Convertidor DC-AC de una etapa de conversión para sistemas de recarga DC de vehículos eléctricos



DC-AC Aislado de una etapa de conversión





#### 1.2 Estado del arte

Actualmente, se encuentran disponibles en el mercado diversos convertidores (Singh et al., 2004), (Everts et al., 2012) que se encargan de la carga de las baterías de los vehículos eléctricos. Se anhela que estos convertidores cumplan con ciertos requisitos, como la bidireccionalidad, que permite que la potencia fluya en ambas direcciones. Esto resulta útil para cargar los vehículos durante el día con energía solar y luego utilizar esa energía durante la noche o en otros momentos del día.

Además, otro requisito importante para un buen convertidor es el aislamiento galvánico, que garantiza la seguridad y minimiza las corrientes de fuga. Sin embargo, no siempre se logra cumplir este requisito debido a su alto costo y dificultad técnica.

A lo largo de los años, se han realizado varios intentos para lograr la conversión con aislamiento, pero la mayoría de los convertidores disponibles (Castelino et al., 2012), (Cardoso, 2005) no permiten el flujo bidireccional de potencia o presentan altas corrientes pico en sus componentes. No obstante, existe un convertidor llamado QUAD ACTIVE BRIDGE AC-DC (Vermulst et al., 2017), (Vermulst et al., 2014) que proporciona tanto flujo de potencia bidireccional como aislamiento galvánico. Además, este convertidor se destaca

por ser de bajo costo y ofrecer una conmutación suave al utilizar la modulación por ángulo de fase.

#### Figura 3

Topología del Quad Active Bridge AC-DC (Vermulst et al., 2017)



En la figura 3 se muestra un convertidor AC-DC bidireccional de una etapa con aislamiento galvánico, que utiliza en su modulación "phase shift" o "desplazamiento de fase", que introduce los ángulos de fase de cada puente activo y en la diferencia de dichas fases genera el flujo de corriente hacia ambos lados del convertidor y genera la potencia de salida. Para este convertidor se utilizan tres fases variantes en tiempo  $\varphi_{14}, \varphi_{24}, \varphi_{34}$ . Sin embargo, esta modulación es muy difícil de implementar. De hecho, los autores del convertidor propuesto en (Vermulst et al., 2017) no indican como se implementa la modulación, lo cual hace muy difícil la corroboración de este convertidor.

#### Figura 4



Convertidor trifásico AC-DC en base al DAB (Lu et al., 2018)

En la figura 4 se muestra un convertidor trifásico AC-DC basado en el DAB (Dual Active Bridge). Este convertidor consta de tres DABs y se han agregado rectificadores con el mismo propósito que el OFFSET en la figura 3. El objetivo de estos rectificadores es obtener un voltaje positivo a la entrada de los puentes activos. Para este convertidor, se utilizan tres fases que varían en el tiempo, representadas por  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ . Esta variación temporal se realiza de manera simultánea con la variación de la frecuencia de conmutación, lo que hace que esta modulación sea bastante compleja de implementar.

Considerando las problemáticas mencionadas anteriormente, este trabajo propone una modificación de los convertidores presentados en las figuras 3 y 4, combinando ambos conceptos para presentar una nueva modulación que permite el flujo bidireccional de potencia y brinda aislamiento galvánico. Como resultado, el convertidor desarrollado se presenta como una buena alternativa para los sistemas de recarga de vehículos eléctricos en corriente continua (DC).

#### 1.3 Objetivos

Los objetivos de la tesis son:

#### 1.3.1 Objetivo general

Diseñar dos convertidores AC-DC Bidireccionales Aislados, utilizando la topología Quad Active Bridge para sistemas de recarga DC de vehículos eléctricos.

#### 1.3.2 Objetivos específicos

- Desarrollar una estrategia de modulación para el convertidor QAB AC-DC trifásico, basándose en el funcionamiento de los convertidores DAB DC-DC y del QAB DC-DC.
- Desarrollar una estrategia de dimensionamiento para el QAB AC-DC trifásico, basándose en la estrategia de modulación previamente desarrollada.
- Corroborar mediante simulación el funcionamiento de los Quad Active Bridge diseñados, utilizando el software de simulación PSIM.
- Corroborar que el convertidor QAB AC-DC trifásico, que utiliza puentes rectificadores, que permite aislamiento galvánico y controlar el flujo de potencia bidireccional entre la red eléctrica trifásica y una fuente de voltaje DC de una etapa de conversión, es funcional en un sistema de recarga DC de vehículos eléctricos.
- Corroborar que el convertidor QAB AC-DC trifásico con OFFSET y que no utiliza puentes rectificadores, que permite aislamiento galvánico y controlar el flujo de potencia bidireccional entre la red trifásica y una fuente DC de una etapa de conversión, es funcional en un sistema de recarga DC de vehículos eléctricos.

#### 1.4 Hipótesis

Las hipótesis de la tesis son:

#### 1.4.1 Hipótesis general

Con el diseño de dos convertidores AC-DC Bidireccionales Aislados, utilizando la topología Quad Active Bridge, se logran establecer sistemas de recarga DC de vehículos eléctricos

#### 1.4.2 Hipótesis específicas

- En base al funcionamiento de los convertidores DAB DC-DC y QAB DC-DC, se logra desarrollar una estrategia de modulación para el funcionamiento del convertidor QAB AC-DC trifásico.
- En base a la estrategia de modulación previamente desarrollada, se logra desarrollar una estrategia de dimensionamiento para el QAB AC-DC trifásico.
- Utilizando el software de simulación PSIM, se logra corroborar mediante simulación el funcionamiento de los Quad Active Bridge diseñados.
- El convertidor QAB AC-DC trifásico, que utiliza puentes rectificadores, que permite aislamiento galvánico y controlar el flujo de potencia bidireccional entre la red eléctrica trifásica y una fuente de voltaje DC de una etapa de conversión, es funcional en un sistema de recarga DC de vehículos eléctricos.
- El convertidor QAB AC-DC trifásico con OFFSET y que no utiliza puentes rectificadores, que permite aislamiento galvánico y controlar el flujo de potencia bidireccional entre la red trifásica y una fuente DC de una etapa de conversión, es funcional en un sistema de recarga DC de vehículos eléctricos.

## Capítulo II. Marco teórico y conceptual

#### 2.1 Dual active bridge (DAB)

El convertidor DUAL ACTIVE BRIDGE DC-DC es un sistema compuesto por dos puentes activos, cada uno de ellos conformado por 4 MOSFETs. Estos puentes se encuentran interconectados mediante una inductancia y un transformador de alta frecuencia, y cuentan con entrada y salida DC (figura 5).

Entre las principales características del convertidor, destacan las siguientes: brinda aislamiento galvánico, permite el flujo de potencia en ambas direcciones, presenta una conmutación suave y posee una alta densidad de potencia.

#### Figura 5



Topología del DAB

La característica principal de este convertidor es su capacidad para controlar el flujo de potencia en ambas direcciones entre la fuente DC1 y la fuente DC2. Esto se logra mediante la modulación de las tensiones ( $v_{ihf}$  y  $v_{ohf}$ ). Para ello, se utilizan dos señales de comando:

- El duty ratio *α*
- El desplazamiento de fase  $\varphi$

En la figura 6 se muestran las gráficas de las tensiones moduladas:

#### Figura 6





En ambos puentes, se utiliza el mismo **duty ratio** " $\alpha$ ", que representa el ancho de la señal, como se muestra en la figura 6. Sin embargo, se emplea un **ángulo de fase** " $\phi$ "**diferente** para regular la potencia de salida y, por lo tanto, el voltaje en la salida de cada puente.

La representación matemática de las señales de disparo para ambos puentes (teniendo en cuenta que en ambos puentes se utiliza el mismo duty ratio  $\alpha$ ) son las siguientes:

$$s_{a1} = sgn\left(\cos\left(\omega_{s}t - \frac{\alpha}{2}\right)\right)$$

$$s_{a2} = sgn\left(\cos\left(\omega_{s}t + \frac{\alpha}{2}\right)\right)$$

$$s_{o1} = sgn\left(\cos\left(\omega_{s}t - \frac{\alpha}{2} - \varphi\right)\right)$$

$$s_{o2} = sgn\left(\cos\left(\omega_{s}t + \frac{\alpha}{2} - \varphi\right)\right)$$
(1)

Donde  $\omega_s$  es la frecuencia de conmutación,  $\alpha$  es el duty ratio y  $\varphi$  es el ángulo de fase.

Y la forma de onda de la corriente en el inductor, se genera a partir de la dinámica del inductor del DAB (según se muestra en la figura 5) y está descrita en la ecuación 2:

$$L\frac{di}{dt} = (n * v_{ohf} - v_{ihf}) \qquad (2)$$

#### Figura 7

Forma de onda de la corriente en el inductor del DAB



En la figura 7 se observa que la corriente en el inductor del DAB se forma a partir de la diferencia de voltaje generada sobre el inductor, tal como se indica en la ecuación (2.2). Dicho voltaje resultante es el responsable de generar la forma de onda de la corriente en el inductor.

Posteriormente para un duty ratio  $\alpha = 50\%$ , se obtienen las siguientes expresiones para la corriente  $i_L(DAB)$  en las ecuaciones 22 y 24 del anexo 2:

$$I_{max} = \frac{V_o \varphi}{2\pi f_s L} \tag{3}$$

$$I_{rms} = \frac{V_o \varphi}{\pi f_s L} \sqrt{\frac{3\pi - 2\varphi}{12\pi}} \quad (4)$$

 $I_{max}$  e  $I_{rms}$  son los valores pico y medio de  $i_L(DAB)$  respectivamente.

Donde  $f_s = \frac{\omega_s}{2\pi}$  es la frecuencia de conmutación,  $\varphi$  es el ángulo de fase,  $V_o$  es el voltaje DC a la salida y *L* es la inductancia HF.

#### 2.2 Quad active bridge ac-dc

El convertidor QUAD ACTIVE BRIDGE DC-DC es un sistema altamente eficiente que ofrece aislamiento galvánico. Su flujo de potencia se controla mediante el desfasaje entre los lados primario y secundario de los puentes activos. Este convertidor posee características destacadas, que incluyen: conmutación suave y bajo requerimiento de almacenamiento de energía de los componentes magnéticos.

La configuración del QUAD ACTIVE BRIDGE DC-DC se logra mediante la colocación de dos puentes activos de entrada y salida DC en cada lado del convertidor, tal como se muestra en la figura 8:

## Figura 8



Topología del QAB DC-DC (Buticchi et al., 2018)

En la figura 8, se observa que la topología mostrada es la combinación de dos DAB DC-DC juntos. La modulación utilizada es el ángulo de fase o "phase shift" (Buticchi et al., 2018).

## Figura 9





La expresión para calcular el valor de la potencia en cada puerto, es la siguiente (Buticchi et al., 2018):

$$P_i = \sum_{j \neq i} \frac{n_i f V_i V_j}{2\pi L_{ij}} \varphi_{ij} (1 - \frac{\varphi_{ij}}{\pi}) \qquad (5)$$

De la ecuación 5, se obtiene la expresión de la corriente de salida en cada puerto:

$$I_i = \frac{P_i}{V_i} = \sum_{j \neq i} \frac{n_i f V_j}{2\pi L_{ij}} \varphi_{ij} (1 - \frac{\varphi_{ij}}{\pi}) \quad (6)$$

Donde:

 $n_i$  es el número de vueltas entre el puerto i y el puerto 1

 $V_j$  es el voltaje DC en el puerto j

 $\varphi_{ij}$  es el ángulo de fase entre los puertos i y j

 $L_{ij}$  es la inductancia equivalente entre los puertos i y j

f es la frecuencia de conmutación.

No se debe confundir al **QAB DC-DC** con el **QAB AC-DC**, el cual es el convertidor estudiado en esta tesis.

#### 2.3 Quad active bridge trifásico ac-dc

La topología del QAB AC-DC con OFFSET se muestra en la figura 10:

#### Figura 10

Modulación del QAB AC-DC con OFFSET (Vermulst et al., 2017)



Para el convertidor QAB AC-DC, se incluye un capacitor ( $C_{NVL}$ ) en la línea neutra de la red con el fin de crear un voltaje de compensación que se adiciona a cada voltaje de fase. Debido a que el sistema está balanceado, la corriente a través de dicho capacitor es igual a cero, lo que ocasiona que el voltaje sea constante.

Luego de agregar el voltaje del capacitor (u OFFSET) a la red, se obtienen las siguientes formas de onda en los voltajes de entrada de los puentes completos ( $v_R$ ,  $v_S$ ,  $v_T$ ):

#### Figura 11

Formas de onda de los voltajes de entrada de los puentes activos del QAB AC-DC con OFFSET (Vermulst et al., 2017)



La modulación utilizada por el convertidor QAB AC-DC se muestra en la figura 12.

#### Figura 12

Señales de disparo de los puentes activos (Vermulst et al., 2017)



De la figura 12 se observa que el QAB AC-DC utiliza **duty ratio** y **ángulo de fase** en su modulación, por lo que de acuerdo a la referencia [3], **la corriente en el inductor**, considerando solo el primer armónico, se calcula de la siguiente manera:

$$I'_{\sigma} = \sqrt{0.5(\sum_{n=1}^{i} \frac{4v_n X_n}{\pi \omega_s L} \sin(\varphi_n))^2 + 0.5(\sum_{n=1}^{i} \frac{4v_n X_n}{\pi \omega_s L} \cos(\varphi_n))^2}$$
(7)

Donde:

 $v_n$  son los voltajes de entrada de los puentes activos ( $v_a$ ,  $v_b$ ,  $v_c$ ,  $v_{dc}$ )

$$X'_n = \sin(0.5\pi d_n) = \sin(\frac{\alpha_n}{2})$$
 tiene cada duty ratio  $(\alpha_a, \alpha_b, \alpha_c, \alpha_{dc})$ .

 $\varphi_n$  son los ángulos de fase ( $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c, \varphi_{dc}$ )

 $\omega_s$  es la frecuencia de conmutación y L es la inductancia de alta frecuencia.

De la ecuación 7, se observa que la corriente  $I'_{\sigma}$  depende de varias variables. Por lo tanto, puede expresarse de la siguiente forma como una función que considera todas las variables involucradas:

$$I'_{\sigma} = f(\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c, \varphi_{dc}, \alpha_a, \alpha_b, \alpha_c, \alpha_{dc}, \nu_a, \nu_b, \nu_c, \nu_{dc}, \omega_s, L)$$
(8)

#### 2.4 Zero voltage switching (ZVS)

El Zero Voltage Switching (ZVS), también conocido como Conmutación a Voltaje Cero, es una técnica que se utiliza para realizar la conmutación de forma sincronizada con el punto en que la tensión alcanza el valor cero. Esta técnica se emplea principalmente debido a su ventaja de permitir que se encienda la carga justo antes de que comience a fluir corriente, y apagarla cuando no fluya corriente (Keeping, 2014).

 El ZVS se utiliza en situaciones en las que es necesario encender y apagar una carga repetidamente o en frecuencias de conmutación altas, ya que minimiza las pérdidas asociadas a la conmutación.  El ZVS permite operar a frecuencias de operación más altas, lo que facilita el filtrado del ruido presente en el sistema.

## Figura 13

*Formas de onda de voltaje y corriente de un MOSFET de Conmutación Dura (Keeping, 2014).* 



Durante la conmutación del MOSFET, se producen pérdidas en el regulador de voltaje debido a la superposición de voltaje y corriente.

# Capítulo III. Convertidor AC-DC trifásico tipo QUAD ACTIVE BRIDGE (QAB) con rectificadores

En este capítulo se presenta el análisis del convertidor de una etapa de conversión AC-DC trifásico denominado QAB con rectificadores de entrada sin OFFSET DC.

## 3.1 Estructura electrónica

En la figura 14, se muestra la estructura electrónica del convertidor AC-DC QAB con rectificadores y sin OFFSET.

## Figura 14

Topología del Quad Active Bridge con rectificadores



En la figura 14 se aprecian las siguientes partes del convertidor:

• Tres rectificadores que permiten rectificar las tensiones de red.

- Cuatros Puentes activos (3 en el lado AC y uno en el lado DC), los 3 primeros permiten modular las señales rectificadas, mientras que el del lado DC hace de rectificador y demodulador a la vez. Estos puentes activos están compuestos por MOSFETS canal N de carbono silicio cuyo código es C3M0030090K.
- Tres transformadores de alta frecuencia, cada uno con relación de vueltas de 1 : n, lo cual permite aumentar o reducir el voltaje y controlar el voltaje sobre la inductancia.
- Un inductor de alta frecuencia  $L_{\sigma}$ , el cual permite controlar el flujo de potencia de un lado del convertidor al otro mediante sus propiedades eléctricas.
- Tres filtros RC en el lado de la red eléctrica, los cuales funcionan como filtros pasabajos y eliminan los armónicos generados por el convertidor antes de llegar a la red.

Asimismo, se presentan las siguientes señales de disparo de los interruptores de potencia:

- Para los Rectificadores: Señales  $s_{ar}$ ,  $s_{br}$ ,  $s_{cr}$  y sus respectivos complementos.
- Para los puentes activos en el lado AC: Señales s<sub>a1</sub>, s<sub>a2</sub>, s<sub>b1</sub>, s<sub>b2</sub>, s<sub>c1</sub>, s<sub>c2</sub> y sus respectivos complementos.
- Para el puente activo en el lado DC: Señales *s*<sub>dc</sub> y su respectivo complemento.

Además, en la misma figura se observan las siguientes señales de comando:

 Duty Ratio: α<sub>a</sub>, α<sub>b</sub> y α<sub>c</sub>, estos parámetros permiten controlar parcialmente la potencia transmitida, ya que representan el ancho de pulso en el cual las señales de disparo de los puentes activos trabajan. Mas adelante se demostrará como controlan la fase de las corrientes de red.  Desplazamiento de fase: φ<sub>dc</sub>, este parámetro también permite controlar la potencia transmitida, ya que representa la diferencia de fase entre el convertidor del lado DC y los convertidores del lado AC. Más adelante se ahondará sobre su implicancia directa en la amplitud de las corrientes de entrada y salida.

#### 3.2 Modulación del convertidor

Para deducir los cálculos de las corrientes del convertidor QAB con rectificadores, se consideran las siguientes expresiones para las tensiones de red:

$$v_{an} = V_m \left( \sin(\omega_g t) \right)$$
$$v_{bn} = V_m \left( \sin\left(\omega_g t - \frac{2\pi}{3}\right) \right) \quad (9)$$
$$v_{cn} = V_m \left( \sin\left(\omega_g t + \frac{2\pi}{3}\right) \right)$$

Donde  $V_m$  es la amplitud del voltaje de red y  $\omega_g$  es la frecuencia de red.

Las señales de modulación se denotan mediante las siguientes ecuaciones:

a) Para los rectificadores

$$s_{ar} = sgn(\sin(\omega_g t))$$
  

$$s_{br} = sgn\left(\sin\left(\omega_g t - \frac{2\pi}{3}\right)\right)$$
  

$$s_{cr} = sgn\left(\sin\left(\omega_g t + \frac{2\pi}{3}\right)\right)$$
(10)

#### b) Para los puentes activos en el lado AC

$$s_{i1} = sgn\left(\cos\left(\omega_s t - \frac{\alpha_i}{2}\right)\right)$$
  

$$s_{i2} = sgn\left(\cos\left(\omega_s t + \frac{\alpha_i}{2}\right)\right)$$
Para  $i = a, b, c$  (11)

c) Para el puente activo en el lado DC

$$s_{dc} = sgn(sin (\omega_s t - \varphi_{dc})) \quad (12)$$

La función "sgn" está definida por:

$$sgn(x) = \begin{cases} 1, & para \ x \ge 0\\ 0, & para \ x < 0 \end{cases}$$
(13)

Donde  $\omega_s$  es la frecuencia de conmutación;  $\frac{\alpha_a}{2}$ ,  $\frac{\alpha_b}{2}$ ,  $\frac{\alpha_c}{2}$  son los duty ratios y  $\varphi_{dc}$  es el desplazamiento de fase entre los puentes activos del lado AC y el puente activo del lado DC.

En la figura 15 se observan las formas de los duty ratios  $\frac{\alpha_a}{2}$ ,  $\frac{\alpha_b}{2}$  y  $\frac{\alpha_c}{2}$ , que representan el porcentaje de tiempo que la señal de alta frecuencia está en ON (voltaje diferente a 0) y también se encargan de modular los voltajes rectificados  $|v_a|$ ,  $|v_b|$  y  $|v_c|$ . La tensión DC  $V_{dc}$ , es modulada por un duty ratio de 50%. También se observa el ángulo de fase  $\varphi_{dc}$  que es el desfase entre las tensiones moduladas del lado AC y la tensión modulada del lado DC. El desfase  $\varphi_{dc}$ , controla el flujo de potencia entre la fuente DC y la red eléctrica, tal como fue detallado previamente en el capítulo 2, para el funcionamiento de convertidores DAB.

#### Figura 15



Representación de las señales de comando del QAB con rectificadores

Note que las tensiones moduladas varían

- En amplitud ( $|v_a|, |v_b| \neq |v_c|$ ), varían a la frecuencia ( $2\omega_g$ )
- En ancho de pulso ( $\alpha_a, \alpha_b, \alpha_c$ ), varían a la frecuencia ( $\omega_g$ ) mientras que  $\alpha_{dc}$  es 50%

Como la frecuencia de conmutación es mucho mayor que la frecuencia de red ( $\omega_s \gg \omega_g$ ), las variaciones mencionadas pueden considerarse constantes para un periodo de conmutación ( $\frac{1}{f_s}$ ). Donde  $\omega_s = 2\pi f_s$ 

El circuito equivalente en el lado del secundario de los transformadores de alta frecuencia se muestra en la figura 16.

Donde  $v_{ahf_1}, v_{bhf_1}, v_{chf_1}$  son los voltajes modulados por los puentes activos.

## Figura 16

Circuito equivalente en el lado del secundario de los transformadores de alta frecuencia



La corriente  $i'_L$ , se define considerando la dinámica del inductor, mediante la siguiente ecuación:

$$L_{\sigma} \frac{di'_{L}(t)}{dt} = u'_{L}(t)$$

Donde:

$$u'_{L}(t) = nv_{eq_{1}} - v_{ohf_{1}}$$
 (14)

Donde  $u'_{L}(t)$  e  $i'_{L}(t)$  son las representaciones de  $u'_{L}$  e  $i'_{L}$  en el tiempo.

 $u'_{L}(t)$  es el voltaje resultante sobre el inductor y  $L_{\sigma}$  es el valor del inductor HF.

Esta ecuación de la dinámica del inductor, se reescribe de la siguiente forma para el cálculo de la corriente:

$$i'_{L}(t) = \frac{\int u'_{L}(t)dt}{L_{\sigma}} \quad (15)$$
La solución de la ecuación 15 se encuentra en el anexo 1. Por lo tanto, la corriente  $i'_{L}(t)$  se expresa como:

$$i'_{L}(t) = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} -U'_{bm}(k)\cos((2k-1)\omega_{s}t)}{(2k-1)\omega_{s}L_{\sigma}} + \frac{\sum_{k=1}^{\infty} U'_{am}(k)\sin((2k-1)\omega_{s}t)}{(2k-1)\omega_{s}L_{\sigma}}$$
$$i'_{L}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} I'_{\sigma a}(k)\cos((2k-1)\omega_{s}t) + I'_{\sigma b}(k)\sin((2k-1)\omega_{s}t)$$
(16)

Donde  $U'(k) = \frac{2nv_m}{\pi(2k-1)}$ ,  $\omega_s$  es la frecuencia de conmutación (120kHz) y n = 1 para

m = dc ("m es el índice de la variable, que puede ser a, b, c, dc")

$$I'_{\sigma a}(k) = \frac{-\sum_{m=1}^{i} U'_{bm}(k)}{(2k-1)\omega_{s}L_{\sigma}}, I'_{\sigma b}(k) = \frac{\sum_{m=1}^{i} U'_{am}(k)}{(2k-1)\omega_{s}L_{\sigma}}$$
$$U'_{bm}(k) = \frac{-4nv_{m}\sin((2k-1)\varphi_{m})\sin\left((2k-1)\frac{\alpha_{m}}{2}\right)}{\pi(2k-1)}$$
$$U'_{am}(k) = \frac{4nv_{m}\cos((2k-1)\varphi_{m})\sin\left((2k-1)\frac{\alpha_{m}}{2}\right)}{\pi(2k-1)}$$
(17)

La potencia media  $P'_m$ , de la fuente "m" se calcula de la siguiente forma:

$$P'_m = \langle i'_L . u'_m(t) \rangle$$

Donde  $i'_L$  se encuentra en la ecuación 16 y  $u'_m(t)$ , que es el voltaje en la fuente "m" y se ve en la figura 15, se expresa de la siguiente forma:

$$u'_{m}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} (U'_{am}(k) \cos((2k-1)\omega_{s}t) + U'_{bm}(k) \sin((2k-1)\omega_{s}t))$$
(18)

Reemplazando las ecuaciones 18 y 16 en la ecuación de la potencia  $P'_m$ 

$$P'_{m} = < \left[ \sum_{k=1}^{\infty} I'_{\sigma a}(k) \cos((2k-1)\omega_{s}t) + I'_{\sigma b}(k) \sin((2k-1)\omega_{s}t) \right] \cdot \left[ \sum_{k=1}^{\infty} (U'_{am}(k) \cos((2k-1)\omega_{s}t) + U'_{bm}(k) \sin((2k-1)\omega_{s}t)) \right]$$

$$P'_{m} = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \left[ \sum_{k=1}^{\infty} I'_{\sigma a}(k) \cos((2k-1)\omega_{s}t) + I'_{\sigma b}(k) \sin((2k-1)\omega_{s}t) \right] \cdot \left[ \sum_{k=1}^{\infty} (U'_{am}(k) \cos((2k-1)\omega_{s}t) + U'_{bm}(k) \sin((2k-1)\omega_{s}t)) \right] d(\omega_{s}t)$$

La solución de la ecuación anterior se muestra en el anexo 1, por lo que la potencia  $P'_m$  se reescribe de la manera siguiente:

$$P'_{m} = \frac{1}{2} \left( \sum_{k=1}^{\infty} (I'_{\sigma a}(k) . U'_{am}(k) + I'_{\sigma b}(k) . U'_{bm}(k)) \right)$$

Así, la potencia en la fuente "m" usando solo el primer armónico (k=1), es:

$$P'_{m} = 0.5I'_{\sigma a}(1)U'_{am}(1) + 0.5I'_{\sigma b}(1)U'_{bm}(1)$$

$$P'_m = \frac{8n}{\omega_s L_\sigma \pi^2} v_m X_m (\sum_{i=1}^m v_i X_i \sin(\varphi_i - \varphi_m))$$

Donde  $X_m = \sin\left(\frac{\alpha_m}{2}\right)$ , donde  $\alpha_m$  es el duty ratio "m" (m= *a*, *b*, *c*, *dc*)

La potencia  $P'_m$  depende de los duty ratios  $\alpha_m$  y los desfasajes  $\varphi_m$ , es decir, al controlar de una manera correcta los duty ratios  $\alpha_m$  y los desfasajes  $\varphi_m$ , se controla la potencia.

Las corrientes de la red eléctrica, después de ser rectificadas, se calculan de la siguiente manera (en particular para la corriente en el transformador se usa la siguiente expresión):

$$i'_{m} = \frac{P'_{m}}{v_{m}}$$
 (Para  $m = a, b, c, dc$ ) (19)

Reemplazando la ecuación de la potencia  $P'_m$  para un armónico en la ecuación 19, se obtienen las siguientes expresiones para las corrientes de la red eléctrica rectificadas y la corriente de salida del lado DC (ecuaciones 20 y 21 respectivamente):

$$i'_{a} = \frac{8n}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}X_{a}(v_{b}X_{b}\sin(\varphi_{b}-\varphi_{a})+v_{c}X_{c}\sin(\varphi_{c}-\varphi_{a})+v_{dc}X_{dc}\sin(\varphi_{dc}-\varphi_{a}))$$

$$i'_b = \frac{8n}{\omega_s L_\sigma \pi^2} X_b (v_a X_a \sin(\varphi_a - \varphi_b) + v_c X_c \sin(\varphi_c - \varphi_b) + v_{dc} X_{dc} \sin(\varphi_{dc} - \varphi_b))$$
(20)

$$i'_c = \frac{8n}{\omega_s L_\sigma \pi^2} X_c (v_a X_a \sin(\varphi_a - \varphi_c) + v_b X_b \sin(\varphi_b - \varphi_c) + v_{dc} X_{dc} \sin(\varphi_{dc} - \varphi_c))$$

Note que,  $i'_a$ , depende de  $\alpha_a$  ,  $\alpha_b$  ,  $\alpha_c$  ,  $\varphi_a$  ,  $\varphi_b$  ,  $\varphi_c$  ,  $\varphi_{dc}$ 

Note que,  $i{'}_b,$  depende de  $\alpha_a$  ,  $\alpha_b$  ,  $\alpha_c$  ,  $\varphi_a$  ,  $\varphi_b$  ,  $\varphi_c$  ,  $\varphi_{dc}$ 

Note que,  $i'_c$ , depende de  $\alpha_a$  ,  $\alpha_b$  ,  $\alpha_c$  ,  $\varphi_a$  ,  $\varphi_b$  ,  $\varphi_c$  ,  $\varphi_{dc}$ 

$$i'_{dc} = \frac{8n}{\omega_s L_\sigma \pi^2} X_{dc} (v_a X_a \sin(\varphi_a - \varphi_{dc}) + v_b X_b \sin(\varphi_b - \varphi_{dc}) + v_c X_c \sin(\varphi_c - \varphi_{dc}))$$
(21)

Note que,  $i'_{dc}$ , depende de  $\alpha_{dc}$ ,  $\alpha_a$ ,  $\alpha_b$ ,  $\alpha_c$ ,  $\varphi_a$ ,  $\varphi_b$ ,  $\varphi_c$ ,  $\varphi_{dc}$ 

En las ecuaciones 20 y 21 se obtienen expresiones complicadas que se simplifican al realizar el siguiente arreglo:

$$\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = 0$$
 ,  $\alpha_{dc} = \pi (X_{dc} = 1)$  (22)

Al reemplazar la ecuación 22 en la ecuación 20 se obtiene:

$$i'_{a} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin\left(\frac{\alpha_{a}}{2}\right)$$
$$i'_{b} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin\left(\frac{\alpha_{b}}{2}\right)$$
$$i'_{c} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin\left(\frac{\alpha_{c}}{2}\right)$$
(23)

En la ecuación 23, la fase de cada corriente es  $\frac{\alpha_m}{2}$  para cada caso y la amplitud de cada corriente depende de  $\varphi_{dc}$ . Por lo tanto, la amplitud puede ser contralada por el desfasaje  $\varphi_{dc}$  y el ángulo de fase de la corriente por el duty ratio.

Al reemplazar el arreglo 22 en la ecuación 21 se obtiene:

$$i'_{dc} = \frac{-8n\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}(v_{a}X_{a} + v_{b}X_{b} + v_{c}X_{c})$$
(24)

La solución de la ecuación 24 se encuentra al analizar la potencia utilizada por el circuito:

$$P_o = V_{an} \times i_R + V_{an} \times i_S + V_{an} \times i_T = 3 \frac{V_m \times I_m}{2}$$

$$P_{o} = \left(V_{m}\sin(\omega_{g}t)\right)\left(I_{m}\sin(\omega_{g}t)\right)$$
$$+ \left(V_{m}\sin\left(\omega_{g}t - \frac{2\pi}{3}\right)\right)\left(I_{m}\sin\left(\omega_{g}t - \frac{2\pi}{3}\right)\right)$$
$$+ \left(V_{m}\sin\left(\omega_{g}t + \frac{2\pi}{3}\right)\right)\left(I_{m}\sin\left(\omega_{g}t + \frac{2\pi}{3}\right) = 3\frac{V_{m} \times I_{m}}{2}$$
(25)

Considerando que los voltajes trifásicos balanceados están dados por:

$$V_{an} = V_m \sin(\omega_g t)$$
$$V_{bn} = V_m \sin\left(\omega_g t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (26)$$
$$V_{cn} = V_m \sin\left(\omega_g t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Las representaciones matemáticas de las tensiones trifásicas rectificadas son las siguientes:

$$v_{a} = |V_{an}| = V_{m} \left| \sin \left( \omega_{g} t \right) \right|$$
$$v_{b} = |V_{bn}| = V_{m} \left| \sin \left( \omega_{g} t - \frac{2\pi}{3} \right) \right| \quad (27)$$
$$v_{c} = |V_{cn}| = V_{m} \left| \sin \left( \omega_{g} t + \frac{2\pi}{3} \right) \right|$$

Al reemplazar la ecuación 27 en la ecuación 24, la corriente  $i'_{dc}$  adquiere la siguiente expresión:

$$i'_{dc} = \frac{-8n\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}} \left( V_{m} |\sin(\omega_{g}t)| \left( \sin\left(\frac{\alpha_{a}}{2}\right) \right) + \left( V_{m} \left| \sin\left(\omega_{g}t - \frac{2\pi}{3}\right) \right| \right) \left( \sin\left(\frac{\alpha_{b}}{2}\right) \right) + \left( V_{m} \left| \sin\left(\omega_{g}t + \frac{2\pi}{3}\right) \right| \right) \left( \sin\left(\frac{\alpha_{c}}{2}\right) \right) \right)$$

$$(28)$$

Comparando las expresiones 25 y 28, se obtienen las siguientes igualdades para los duty ratios:

$$\frac{\alpha_a}{2} = \operatorname{asin} \left( \left| \sin(\omega_g t) \right| \right);$$

$$\frac{\alpha_b}{2} = \operatorname{asin} \left( \left| \sin\left( \omega_g t - \frac{2\pi}{3} \right) \right| \right); \quad \text{donde} \quad \omega_g t \in \left[ 0; \frac{\pi}{2} \right] \quad (29)$$

$$\frac{\alpha_c}{2} = \operatorname{asin} \left( \left| \sin\left( \omega_g t + \frac{2\pi}{3} \right) \right| \right);$$

Al reemplazar la expresión 29, las ecuaciones 23 y 28 se transforman en las ecuaciones 30 y 31 respectivamente:

$$i'_{a} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}} |\sin(\omega_{g}t)|$$

$$i'_{b} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}} |\sin\left(\omega_{g}t - \frac{2\pi}{3}\right)| \quad (30)$$

$$i'_{c} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}} |\sin\left(\omega_{g}t + \frac{2\pi}{3}\right)|$$

$$i'_{dc} = \frac{-12nV_{m}}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin(\varphi_{dc}) \quad (31)$$

En la figura 14 se observa que las corrientes halladas en la ecuación 30 son las corrientes rectificadas de red, entonces quitando el valor absoluto se obtienen las siguientes expresiones para las corrientes de red:

$$i_{R} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin(\omega_{g}t)$$
$$i_{S} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin\left(\omega_{g}t - \frac{2\pi}{3}\right)$$
$$i_{T} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin\left(\omega_{g}t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

#### 3.2.1 Análisis en estado estacionario

En el circuito de alta frecuencia, conformado por 4 señales y un inductor de alta frecuencia, se presenta a continuación el modelo en series de Fourier del convertidor:

## Figura 17

Modelo del convertidor en series de Fourier



De la figura 17, siguiendo la dinámica del inductor y de las ecuaciones 16 y 17, se obtienen las ecuaciones 32 y 33 para dos armónicos (k=1,2)

$$i'_{L}(t) = I'_{\sigma a}(1)\cos(\omega_{s}t) + I'_{\sigma b}(1)\sin(\omega_{s}t) + I'_{\sigma a}(2)\cos(3\omega_{s}t) + I'_{\sigma b}(2)\sin(3\omega_{s}t)$$
(32)

Donde:

$$I'_{\sigma a}(1) = \frac{-4v_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\pi\omega_s L_{\sigma}}, I'_{\sigma b}(1) = \frac{6nV_m}{\pi} + \frac{4v_{dc}}{\pi\omega_s L_{\sigma}}\cos(\varphi_{dc})$$
$$I'_{\sigma a}(2) = \frac{4v_{dc}\sin(3\varphi_{dc})}{9\pi\omega_s L_{\sigma}}, I'_{\sigma b}(2) = -\frac{4v_{dc}}{9\pi\omega_s L_{\sigma}}\cos(3\varphi_{dc})$$

$$i'_{L}(t) = \frac{-4v_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\pi\omega_{s}L_{\sigma}}\cos(\omega_{s}t) + \left(\frac{6nV_{m}}{\pi} + \frac{4v_{dc}}{\pi\omega_{s}L_{\sigma}}\cos(\varphi_{dc})\right)\sin(\omega_{s}t) + \frac{4v_{dc}\sin(3\varphi_{dc})}{9\pi\omega_{s}L_{\sigma}}\cos(3\omega_{s}t) - \frac{4v_{dc}}{9\pi\omega_{s}L_{\sigma}}\cos(3\varphi_{dc})\sin(3\omega_{s}t)$$
(33)

Simplificando la ecuación 33 se obtiene la siguiente expresión para  $i'_L$  :

$$i'_{L} = I_{L-amp} \sin(\omega_{s}t - \gamma) - \left(\frac{4}{9\pi\omega_{s}L_{\sigma}}v_{dc}\right) \sin(3\omega_{s}t - 3\varphi_{dc})$$
(34)

Donde 
$$I_{L-amp} = \frac{\sqrt{\left(\frac{6nV_m}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{4v_{dc}}{\pi}\right)^2 + \frac{48nV_m v_{dc} \cos(\varphi_{dc})}{\pi^2}}}{\omega_s L_\sigma}, \gamma = sin^{-1} \left(\frac{\frac{4v_{dc}}{\pi} \sin(\varphi_{dc})}{I_{L-amp} \omega_s L_\sigma}\right)$$

 $\omega_s$  es la frecuencia de conmutación,  $v_{dc}$  es el voltaje DC a la salida,  $V_m$  es el voltaje pico de la red,  $\varphi_{dc}$  es el ángulo de fase y  $L_{\sigma}$  es la inductancia.

De la ecuación 34 se nota que el sistema balanceado de los duty ratios (de la ecuación 29), no anula las otras componentes de  $i'_L(3\omega_s)$  y que la amplitud en el tercer armónico  $(3\omega_s)$  es  $\frac{4}{\pi(9\omega_s)L_{\sigma}}v_{dc}$ , que es aproximadamente 7.856% de la amplitud de la componente principal  $(\frac{8V_{dc}\cos(\frac{\varphi_{dc}}{2})}{\pi\omega_s L_{\sigma}})$ , por lo que se considera solo la principal  $(i'_{L(k=1)})$  para efectos de cálculo.

$$i'_{L} = i'_{L(k=1)} = I_{L-amp} \sin(\omega_{s}t - \gamma) \quad (35)$$

Donde 
$$I_{L-amp} = \frac{\sqrt{\left(\frac{6nV_m}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{4v_{dc}}{\pi}\right)^2 + \frac{48nV_m v_{dc} \cos(\varphi_{dc})}{\pi^2}}}{\omega_s L_\sigma}, \gamma = sin^{-1} \left(\frac{\frac{4v_{dc}}{\pi} \sin(\varphi_{dc})}{I_{L-amp} \omega_s L_\sigma}\right)$$

De la ecuación 35 se concluye que la amplitud de la corriente  $i'_L$  es  $I_{L-amp}$  la cual se considera constante para valores de " $\varphi_{dc}$ " y "n" constantes (lo cual será confirmado posteriormente); e  $i'_L$  es una señal cuasi-sinusoidal pues se ha despreciado el armónico para k=2.

 $I_{L-amp}$  es la amplitud de la corriente promedio en la inductancia, corriente que se quiere reducir, se observa de la ecuación 35 que  $I_{L-amp}$  es una función dependiente de dos variables ( $I_{L-amp}(\varphi_{dc}, n)$ ), por lo que se aplica el procedimiento de derivadas parciales sobre ambas variables para calcular el mínimo (dicho procedimiento se puede apreciar en el anexo 1) y se obtiene el siguiente valor para *n*:

$$n = \frac{2v_{dc}}{3V_m} \quad (36)$$

Las tensiones de alta frecuencia  $v_{ahf_1}, v_{bhf_1}, v_{chf_1}, v_{ohf_1}$  de la figura 16 se muestran a continuación a mayor detalle en la siguiente figura:

#### Figura 18





La gráfica de la corriente resultante en el inductor de alta frecuencia, se muestra en la figura 19:

#### Figura 19

Corriente resultante en el inductor de alta frecuencia



En la figura 19 se prueba que la señal consta de 50 tramos (se puede apreciar en el intervalo de 0 a  $6\pi$ ), que implicaría un cálculo de la expresión matemática de la corriente resultante muy difícil y tedioso. La amplitud de esta corriente está dada por  $I_{L-amp}$ , cuya expresión se encuentra en la ecuación 35.

Comparando la corriente del inductor de alta frecuencia de la figura 19, con la corriente de red y la tensión modulada HF se obtiene la figura 20:

# Figura 20





En la figura 20 se observa que la corriente  $i'_L$  es una señal cuasi-sinusoidal de amplitud constante aproximadamente y que la señal de la red (a 60Hz en color naranja) se ve como una señal constante en contraste por la alta frecuencia. También en la imagen se

ve la tensión modulada  $v_{ahf_1}$  (a escala 1:20) de color verde cuya frecuencia es la misma que la de  $i'_L$ .

# 3.3 Análisis en ZVS

# Figura 21



Análisis ZVS entre la corriente en el inductor  $i_L$ , y los voltajes modulados  $v_{ihf}$ ,  $v_{ohf}$ 

La ecuación 35 presenta la representación matemática para la corriente en el inductor:

$$i'_L = I_{L-amp} \sin(\omega_s t - \gamma)$$

Donde: 
$$I_{L-amp} = \frac{8v_{dc}\cos\left(\frac{\varphi_{dc}}{2}\right)}{\pi\omega_s L_{\sigma}}, \gamma = sin^{-1}\left(\frac{\frac{4v_{dc}}{\pi}\sin(\varphi_{dc})}{I_{L-amp}\omega_s L_{\sigma}}\right) = sin^{-1}(\sin\left(\frac{\varphi_{dc}}{2}\right)) = \frac{\varphi_{dc}}{2}$$

Entonces de acuerdo a la figura 21 se presentan las siguientes condiciones para ZVS:

$$i_L < 0, \qquad para \ \omega_s t = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha_i}{2}$$
  
$$i_L \ge 0, \qquad para \ \omega_s t = \varphi$$
(37)

Al reemplazar la ecuación 35 en la 37, se obtienen las condiciones de ZVS:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha_i}{2} - \left(\frac{\varphi_{dc}}{2}\right)\right) < 0, \quad (38)$$
$$\sin\left(\frac{\varphi_{dc}}{2}\right) \ge 0$$

De las condiciones presentadas en la ecuación 38, la segunda se cumple siempre ya que  $\frac{\varphi_{dc}}{2}$  está en el rango de  $0 < \frac{\varphi_{dc}}{2} < \frac{\pi}{2}$ . En cambio, la primera representa una limitante e indica que el ZVS se pierde cuando  $(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha_i}{2}) \ge (\frac{\varphi_{dc}}{2})$  pues como se muestra en la figura 21;  $v_{ihf}$  conmuta en  $\omega_s t = (\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha_i}{2})$  y en ese instante la corriente debe ser negativa, por lo que su fase inicial  $\gamma = \frac{\varphi_{dc}}{2}$  debe ser mayor.

#### 3.4 Diseño del convertidor

El diseño de los componentes del circuito se realiza partiendo de los parámetros de entrada, que son valores de laboratorio:

# Tabla 1

| te entrada para el diseño del convertidor  |                      |  |  |  |
|--|----------------------|--|--|--|
| Variable                                   | Valor                |  |  |  |
| Potencia                                   | 2kW                  |  |  |  |
| F <sub>s</sub> (frecuencia de conmutación) | 120kHz               |  |  |  |
| Tensión DC                                 | 400v                 |  |  |  |
| Tensión de red                             | 220V rms phase, 60Hz |  |  |  |

Parámetros de entrada para el diseño del convertidor

#### 3.4.1 Transformador

De acuerdo a la ecuación 36, "n" se calcula de la siguiente manera:

$$n = \frac{2(400)}{3(220\sqrt{2})} = 0.857$$

#### 3.4.2 Inductor de Alta Frecuencia

En el diseño de la magnitud del inductor de alta frecuencia, se analiza la relación de la potencia suministrada con la corriente de red que la misma suministra, al reemplazar la ecuación 36 en la ecuación 30 se obtiene la siguiente expresión para una de las corrientes de red rectificadas:

$$i'_{a} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}} |\sin(\omega_{g}t)| = I_{m} |\sin(\omega_{g}t)|$$
(39)

De la ecuación 39, la corriente  $i'_a$  es la corriente de red  $i_R$  rectificada, entonces al quitar el valor absoluto para eliminar la rectificación se obtiene la corriente de red:

$$i_R = I_m \sin(\omega_g t) \quad (40)$$

Donde  $I_m$  es la amplitud de  $i'_a$ :

$$I_m = \frac{16v_{dc}^2 \sin(\varphi_{dc})}{3V_m \omega_s L_\sigma \pi^2} \quad (41)$$

 $\omega_g$  es la frecuencia de la red,  $i'_a$  es una de las corrientes de la red rectificada, cuya amplitud  $I_m$  se relaciona con la potencia suministrada ( $P_o$ ) utilizando la ecuación 25:

$$P_o = 3 \frac{V_m \times I_m}{2}$$

De la ecuación 41 se deduce que  $L_{\sigma}$  depende del ángulo de fase  $\varphi_{dc}$  directamente, entonces para el valor a utilizar del inductor de alta frecuencia  $L_{\sigma}$ ; primero se determina la impedancia critica ( $L_{\sigma_c cr}$ ), que es el máximo de la inductancia con los valores del circuito previamente considerados. Entonces se hace  $\varphi_{dc} = \frac{\pi}{2}$  para tener el valor máximo o crítico de  $L_{\sigma} = L_{\sigma_c cr}$ 

$$L_{\sigma\_cr} = \frac{8v_{dc}^2}{P_o\omega_s\pi^2} \qquad (42)$$

$$L_{\sigma cr} = 86 u H$$

Se elige  $L_{\sigma}$  que sea menor a  $L_{\sigma_c cr}$  debido a que para inductancias mayores no se podría transmitir toda la potencia y se debe considerar un rango aceptable de operación:

$$L_{\sigma} = 70 u H \quad (43)$$

De la ecuación 41 se obtiene el valor de  $\varphi_{dc}$ :

$$\varphi_{dc} = \sin^{-1}(\frac{P_o\omega_s L_\sigma \pi^2}{8v_{dc}^2}) \quad (44)$$

Al reemplazar el valor de "n" obtenido en la ecuación 36 en la ecuación 35, se obtiene la siguiente expresión para la corriente  $i'_L$ :

$$i'_{L} = i'_{L(k=1)} = I_{L-amp} \sin(\omega_s t - \gamma) \quad (45)$$

Donde: 
$$I_{L-amp} = \frac{8v_{dc}\sin\left(\frac{\varphi_{dc}}{2}\right)}{\pi\omega_s L_{\sigma}}, \gamma = sin^{-1}\left(\frac{\frac{4v_{dc}}{\pi}\sin(\varphi_{dc})}{I_{L-amp}\omega_s L_{\sigma}}\right) = sin^{-1}(\cos\left(\frac{\varphi_{dc}}{2}\right))$$

La amplitud teórica de  $i'_L$  se calcula utilizando la ecuación 45, que luego se compara con la simulación en PSIM de la figura 20 en la figura 22:

# Figura 22



Forma de onda de la corriente en el inductor de alta frecuencia

De la figura 22 que muestra la simulación en PSIM de la corriente  $i'_L(QAB)$ , se obtienen los valores amplitud y rms; los cuales se comparan con los valores teóricos obtenidos usando la ecuación 45 en la siguiente tabla:

# Tabla 2

Comparativa entre datos de simulación y teóricos en la corriente i'L

|                       | Amp (Teórico) | Amp (PSIM) | RMS (Teórico) | RMS (PSIM) |
|-----------------------|---------------|------------|---------------|------------|
| i′ <sub>L</sub> (QAB) | 8.7933        | 8.3247     | 6.2178        | 6.3147     |

\* Teórico: Se considera solo el primer armónico

\* PSIM: Se consideran todos los armónicos

Se observa un comportamiento muy similar en amplitud y valor RMS de  $i'_L$  obtenido analíticamente y los resultados obtenidos en PSIM. En resumen, los parámetros de diseño se detallan en la siguiente tabla:

# Tabla 3

Valores de diseño para el QAB

| Variable                                   | Valor                |  |
|--|----------------------|--|
| Potencia                                   | 2kW                  |  |
| n (nro. de vueltas)                        | 0.86                 |  |
| F <sub>s</sub> (frecuencia de conmutación) | 120kHz               |  |
| Tensión DC                                 | 400v                 |  |
| Tensión de red                             | 220V rms phase, 60Hz |  |
| $\mathrm{L}_{\sigma}$ (inductancia de HF)  | 70uH                 |  |

# 3.5 Circuito de control

A continuación, se muestra el control de las corrientes:

# Figura 23





Solo se controlan las corrientes de la red ya que se asume que la salida DC es constante.

El control se detalla de la siguiente manera:

- La corriente de la red (ian), pasa por un filtro pasa bajos (fc=800Hz) (para filtrar solamente las frecuencias pequeñas que son las que se desea eliminar pues son los armónicos más representativos (120 Hz, 180Hz))
- Luego con el valor absoluto se resta de la corriente de referencia, que es la corriente que idealmente se debería obtener (iaref=  $abs(V_m sin(w_a t))$ )
- Para luego pasar por otro filtro pasa bajos mucho más selectivo (fc=12Hz) (Se quiere que la señal de error sea una señal DC sin perturbaciones para el control, entonces se escoge una frecuencia 5 veces menor a la frecuencia de red (60Hz) para que filtre) que entregará la descompensación iac.
- Luego la descompensación, se agrega (esto se hace dentro del bloque C en PSIM) al sistema junto con la referencia (iaref) como se muestra en la figura 23. utilizando las ecuaciones teóricas (29 y 40) para obtener para obtener el duty ratio de cada puente (alpha\_a)
- Finalmente, alpha\_a ingresa al sistema como el duty ratio del puente A para completar el control cerrando el lazo, de la misma manera con los otros puentes.

#### 3.6 Circuito de Sincronismo

#### Figura 24

Circuito de Sincronismo para la red trifásica



En la figura 24 se observa el Circuito de Sincronismo para la red trifásica, el cual es un PLL (Phase-locked Loop) o "Lazo de Seguimiento de fase", que ha sido adaptado de Lui et al. (2017) a la red trifásica para ambos convertidores de este trabajo, de dicho PLL, su componente a dimensionar es el bloque PI o sus ganancias. Se obtienen las siguientes ecuaciones (Lui et al., 2017):

$$t_{s} = (\frac{9.2}{K_{p}})$$

$$\xi = \frac{K_{p}}{2\sqrt{K_{i}}}$$
(46)

Donde  $t_s$  es el tiempo de establecimiento y  $\xi$  es el factor de amortiguamiento.

Se escoge  $t_s = 40ms$  y  $\xi = 0.7$ , y al reemplazar en las ecuaciones en 46, se obtienen los valores  $K_p = 230$  y  $K_i = 26989.796$  para el controlador PI.

# 3.7 Simulación del controlador

Para todas las simulaciones se utiliza el SOFTWARE PSIM, que brinda respuestas precisas de los circuitos a simular.

Los parámetros de simulación usados son los mismos que los del diseño:

# Tabla 4

Parámetros a usar en la simulación (PSIM)

| Variable                                   | Valor                |  |
|--|----------------------|--|
| Potencia                                   | 2kW                  |  |
| n (nro. de vueltas)                        | 0.86                 |  |
| F <sub>s</sub> (frecuencia de conmutación) | 120kHz               |  |
| Tensión DC                                 | 400v                 |  |
| Tensión de red                             | 220V rms phase, 60Hz |  |
| $\mathrm{L}_{\sigma}$ (inductancia de HF)  | 70uH                 |  |

La forma de onda de la corriente  $i_R$  en la red:

# Figura 25

Forma de onda en la red (PSIM)



Para una potencia  $P_o = 2kW$ , de las ecuaciones 41 y 25 se obtiene:  $i_R(amp) = \frac{P_o}{\frac{3Vm}{2}}$ = 4.2855, al ser teóricamente aproximado a una onda sinusoidal:  $i_R(rms) = \frac{i_R(amp)}{\sqrt{2}} =$  3.0303

Tabla 5

| Tabla de comparación entre simulación y forma analítica de $i_R$ |
|--|
|--|

| Variable             | Valor Teórico | Valor PSIM |
|----------------------|---------------|------------|
| i <sub>R</sub> (amp) | 4.2855        | 4.3946     |
| i <sub>R</sub> (rms) | 3.0303        | 3.0266     |

En la figura 25 se observa un comportamiento senoidal muy marcado que se comprueba al medir sus principales componentes y THD, como se ve a continuación:

# Figura 26

Transformada rápida de Fourier de la corriente en la red  $i_R$ 



De la figura 26 se obtiene la tabla 6:

# Tabla 6

Principales armónicos de la corriente de red  $i_R$ 

| Componente                       | Valor     |
|----------------------------------|-----------|
| i <sub>R</sub> (0Hz)             | 0.0001955 |
| i <sub>R</sub> (60Hz)fundamental | 4.2742    |
| i <sub>R</sub> (120Hz)           | 0         |
| i <sub>R</sub> (180Hz)           | 0.1278    |
| THD                              | 3.797%    |

Nótese que la componente fundamental de  $i_R$  es 4.2742, es muy parecida al valor teórico de  $i_R(amp)$  = 4.2855, no hay componente en 120Hz, la componente en 180Hz es muy pequeña y la componente DC es despreciable.

## 3.8 Comparación con el DAB

#### Figura 27

Modelo simplificado del DAB



De la figura 27 analizada en el anexo 3, se obtiene:

$$I_{max} = \frac{V_o \varphi}{2\pi f L} = I_{amp} \qquad (47)$$

$$I_{rms} = \frac{V_o \varphi}{\pi f L} \sqrt{\frac{3\pi - 2\varphi}{12\pi}}$$
(48)

Donde  $\varphi$  es el angulo de fase,  $V_o$  es el voltaje DC a la salida, f es la frecuencia de conmutación, L es la inductancia.

La tabla 7 se elabora de la comparación de los resultados de ambos circuitos (QAB y DAB) utilizando los siguientes parámetros de simulación:

# Tabla 7

| Variable                                   | Valor                |
|--|----------------------|
| Potencia                                   | 2kW                  |
| n (nro. de vueltas)                        | 0.86                 |
| F <sub>s</sub> (frecuencia de conmutación) | 120kHz               |
| Tensión $DC(V_o = V_{dc})$                 | 400v                 |
| Tensión de red                             | 220V rms phase, 60Hz |
| ${\rm L}_\sigma$ (inductancia de HF)       | 70uH                 |

Valores de diseño para la comparativa QAB - DAB

Al simular en PSIM se obtiene la siguiente figura:

# Figura 28

Corriente HF en el QAB vs Corriente HF en el DAB



Donde la señal azul es del DAB y la señal roja es del QAB.

#### Tabla 8

Tabla de comparación entre simulación, forma analítica de la corriente en el inductor para QAB y DAB

|        | Amp (Teórico) | Amp (PSIM) | RMS (Teórico) | RMS (PSIM) |
|--------|---------------|------------|---------------|------------|
| lh_QAB | 8.7933        | 8.3247     | 6.2178        | 6.3147     |
| Ih_DAB | 7.1707        | 8.0210     | 6.4105        | 6.8815     |

De la figura 28 y tabla 8 se nota que las formas de onda, valores rms y amplitudes son valores muy parecidos a pesar de que el QAB presenta una topología mucho más compleja que la del DAB.

Las FFT (Transformada Rápida de Fourier) de ambas corrientes para comparar más a profundidad los resultados, se observan a continuación:

# Figura 29

FFT de las corrientes HF del QAB y del DAB



De la figura 29 se elabora la siguiente tabla comparativa:

#### Tabla 9

Comparativa de armónicos de las corrientes del inductor HF entre el QAB y el DAB

| Componente (QAB)              | Valor (QAB) | Componente (DAB)             | Valor (DAB) |
|-------------------------------|-------------|------------------------------|-------------|
| i <sub>ohf_QAB</sub> (0Hz)    | 0.0028      | i <sub>hf_DAB</sub> (0Hz)    | 0.0688      |
| i <sub>ohf_QAB</sub> (120kHz) | 9.0118      | i <sub>hf_DAB</sub> (120kHz) | 9.3898      |
| i <sub>ohfqab</sub> (240kHz)  | 0           | i <sub>hf_DAB</sub> (240kHz) | 0           |
| i <sub>ohfqab</sub> (360kHz)  | 0.7801      | i <sub>hf_DAB</sub> (360kHz) | 1.9367      |

Se observa que el armónico del DAB en 360kHz es mayor, la componente DC del DAB es muy pequeña igual que la del QAB (ambas son despreciables), sin embargo, el armónico del QAB (360kHz), es mucho menor que el del DAB y también la señal del QAB se aprecia en su espectro con menor ruido y más limpia.

# 3.9 Comparación con el Modelo Ideal

# Figura 30

Topología del circuito ideal de un DAB



De la figura 30, sobre el voltaje en el inductor se obtiene lo siguiente:

$$L\frac{di}{dt} = V_1 - V_2 = \frac{4V_{dc}}{\pi}\sin(wt - \varphi) - \frac{4V_{dc}}{\pi}\sin(wt)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{\frac{-8V_{dc}}{\pi}\cos\left(wt - \frac{\varphi}{2}\right)\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{L} = \left(\frac{-8V_{dc}}{\pi L}\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right)\cos\left(wt - \frac{\varphi}{2}\right)$$

$$i = \left(\frac{-8V_{dc}}{w\pi L}\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right)\sin\left(wt - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (49)$$

Al ser un modelo ideal,  $\varphi$  es el desfasaje entre  $V_1$  y  $V_2$ .

Se muestra el circuito en PSIM en la figura 31:

# Figura 31



Para la simulación, se utilizan los mismos parámetros de simulación que en la comparación con el DAB (TABLA 7)

# Figura 32





Donde la señal roja es del QAB y la señal verde es del circuito ideal.

De la figura 32, se elabora la tabla 10:

# Tabla 10

Tabla de comparación entre simulación, forma analítica de la corriente en el inductor para QAB y el circuito IDEAL

|          | Amp (Teórico) | Amp (PSIM) | RMS (Teórico) | RMS (PSIM) |
|----------|---------------|------------|---------------|------------|
| lh_QAB   | 8.7933        | 8.3247     | 6.2178        | 6.3147     |
| Ih_ideal | 8.7933        | 8.8000     | 6.2178        | 6.1451     |

Al igual que en la comparativa con el DAB, los valores rms y amplitudes son muy acertados, lo cual indica el buen performance del circuito al acercarse bastante a un modelo ideal.

# Capítulo IV. Convertidor AC-DC trifásico tipo QUAD ACTIVE BRIDGE (QAB) sin rectificadores

En este capítulo se presenta el convertidor de una etapa de conversión AC-DC trifásico denominado QAB sin rectificadores de entrada y con OFFSET DC.

# 4.1 Estructura electrónica

En la figura 33, se muestra la estructura electrónica del convertidor AC-DC QAB sin rectificadores y con OFFSET:

# Figura 33

Topología del Quad Active Bridge con offset y sin rectificadores



En la figura 33 se aprecian las siguientes partes del convertidor:

- Cuatros Puentes activos (3 en el lado AC y uno en el lado DC), los 3 primeros permiten modular las señales rectificadas, mientras que el del lado DC hace de rectificador y demodulador a la vez. Estos puentes activos están compuestos por MOSFETS canal N de carbono silicio cuyo código es C3M0030090K.
- Tres transformadores de alta frecuencia, cada uno con relación de vueltas de 1 : n, lo cual permite aumentar o reducir el voltaje y controlar el voltaje sobre la inductancia.
- Un inductor de alta frecuencia  $L_{\sigma}$ , el cual permite controlar el flujo de potencia de un lado del convertidor al otro mediante sus propiedades eléctricas.
- Tres filtros RC en el lado de la red eléctrica, los cuales funcionan como filtros pasabajos y eliminan los armónicos generados por el convertidor antes de llegar a la red.
- Un OFFSET DC que se adiciona al voltaje de red para eliminar la parte negativa de su tramo.

Asimismo, se presentan las siguientes señales de disparo de los interruptores de potencia:

- Para los puentes activos en el lado AC: Señales s<sub>a1</sub>, s<sub>a2</sub>, s<sub>b1</sub>, s<sub>b2</sub>, s<sub>c1</sub>, s<sub>c2</sub> y sus respectivos complementos.
- Para el puente activo en el lado DC: Señales  $s_{dc}$  y su respectivo complemento.

Además, en la misma figura se observan las siguientes señales de comando:

- Duty Ratio: α<sub>a</sub>, α<sub>b</sub> y α<sub>c</sub>, estos parámetros permiten controlar parcialmente la potencia transmitida, ya que representan el ancho de pulso en el cual las señales de disparo de los puentes activos trabajan. Mas adelante se mostrará como controlan la fase de las corrientes de red.
- Desplazamiento de fase: φ<sub>dc</sub>, este parámetro también permite controlar la potencia transmitida, ya que representa la diferencia de fase entre el convertidor del lado DC y los convertidores del lado AC. Más adelante se ahondará sobre su implicancia directa en la amplitud de las corrientes de entrada y salida.

## 4.2 Modulación del convertidor

Se consideran las siguientes expresiones de las tensiones de red:

$$v_{an} = V_m \left( \sin(\omega_g t) \right)$$
$$v_{bn} = V_m \left( \sin\left(\omega_g t - \frac{2\pi}{3}\right) \right) \quad (50)$$
$$v_{cn} = V_m \left( \sin\left(\omega_g t + \frac{2\pi}{3}\right) \right)$$

Donde  $V_m$  es la amplitud del voltaje de red y  $\omega_q$  es la frecuencia de red.

Los voltajes de entrada de los puentes en el lado AC son por lo tanto la adición de cada voltaje de fase con el OFFSET:

$$v_{a} = v_{an} + V_{offset} = V_{m} \left( \sin(\omega_{g}t) \right) + V_{offset}$$

$$v_{b} = v_{bn} + V_{offset} = V_{m} \left( \sin\left(\omega_{g}t - \frac{2\pi}{3}\right) \right) + V_{offset}$$

$$v_{c} = v_{cn} + V_{offset} = V_{m} \left( \sin\left(\omega_{g}t + \frac{2\pi}{3}\right) \right) + V_{offset}$$
(51)

Las señales de modulación están denotadas por las siguientes ecuaciones.

a) Para los puentes activos en el lado AC

$$s_{i1} = sgn\left(\cos\left(\omega_s t - \frac{\alpha_i}{2}\right)\right)$$
  

$$s_{i2} = sgn\left(\cos\left(\omega_s t + \frac{\alpha_i}{2}\right)\right)$$
Para  $i = a, b, c$  (52)

b) Para el puente activo en el lado DC

$$s_{dc} = sgn(sin (\omega_s t - \varphi_{dc})) \quad (53)$$

La función "sgn" es definida por:

$$sgn(x) = \begin{cases} 1, & para \ x \ge 0 \\ 0, & para \ x < 0 \end{cases}$$
(54)

Donde  $\omega_s$  es la frecuencia de conmutación;  $\frac{\alpha_a}{2}, \frac{\alpha_b}{2}, \frac{\alpha_c}{2}$  son los duty ratios y  $\varphi_{dc}$  es el desplazamiento de fase entre los puentes activos del lado AC y el puente activo del lado DC.

En la figura 34 se observan las formas de los duty ratios  $\frac{\alpha_a}{2}$ ,  $\frac{\alpha_b}{2}$  y  $\frac{\alpha_c}{2}$ , que representan el porcentaje de tiempo que la señal de alta frecuencia está en ON (voltaje diferente a 0) y también se encargan de modular los voltajes  $v_a$ ,  $v_b$  y  $v_c$ . La tensión DC  $V_{dc}$ , es modulada por un duty ratio de 50%. También se observa el ángulo de fase  $\varphi_{dc}$  que es el desfase entre las tensiones moduladas del lado AC y la tensión modulada del lado DC. El desfase  $\varphi_{dc}$ , controla el flujo de potencia entre la fuente DC y la red eléctrica, tal como fue detallado en el capítulo 2, para el funcionamiento de convertidores DAB.

#### Figura 34



Representación de las señales de comando del QAB sin rectificadores

Note que las tensiones moduladas varían:

- En amplitud ( $v_a$ ,  $v_b$ ,  $v_c$ ), varían a la frecuencia ( $\omega_q$ )
- En ancho de pulso ( $\alpha_a, \alpha_b, \alpha_c$ ), varían a la frecuencia ( $\omega_g$ ) mientras que  $\alpha_{dc}$  es 50%

Como la frecuencia de conmutación es mucho mayor que la frecuencia de red ( $\omega_s \gg \omega_g$ ), las variaciones mencionadas pueden considerarse constantes para un periodo de conmutación ( $\frac{1}{f_s}$ ). Donde  $\omega_s = 2\pi f_s$ 

El circuito equivalente en el lado del secundario de los transformadores de alta frecuencia se muestra en la figura 35

Donde  $v_{ahf_2}$ ,  $v_{bhf_2}$ ,  $v_{chf_2}$  son los voltajes modulados por los puentes activos.

# Figura 35

Circuito equivalente en el lado del secundario de los transformadores de alta frecuencia



La corriente  $i'_L$ , se define considerando la dinámica del inductor, mediante la siguiente ecuación:

$$L_{\sigma} \ \frac{di'_{L}(t)}{dt} = u'_{L}(t)$$

Donde:

$$u'_{L}(t) = nv_{eq_{2}} - v_{ohf_{2}}$$
(55)

Donde  $u'_{L}(t) \in i'_{L}(t)$  son las representaciones de  $u'_{L} \in i'_{L}$  en el tiempo.

 $u'_{L}(t)$  es el voltaje resultante sobre el inductor y  $L_{\sigma}$  es el valor del inductor HF.

Esta ecuación de la dinámica del inductor, se reescribe de la siguiente forma para el cálculo de la corriente:

$$i'_{L}(t) = \frac{\int u'_{L}(t)dt}{L_{\sigma}} \quad (56)$$

La solución de la ecuación 56 se encuentra en el anexo 2. Por lo tanto, la corriente  $i'_{L}(t)$  se expresa como:

$$i'_{L}(t) = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} -U'_{bm}(k)\cos((2k-1)\omega_{s}t)}{(2k-1)\omega_{s}L_{\sigma}} + \frac{\sum_{k=1}^{\infty} U'_{am}(k)\sin((2k-1)\omega_{s}t)}{(2k-1)\omega_{s}L_{\sigma}}$$
$$i'_{L}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} I'_{\sigma a}(k)\cos((2k-1)\omega_{s}t) + I'_{\sigma b}(k)\sin((2k-1)\omega_{s}t)$$
(57)

Donde  $U'(k) = \frac{2nv_m}{\pi(2k-1)}$ ,  $\omega_s$  es la frecuencia de conmutación (120kHz) y n = 1 para

m = dc ("m es el índice de la variable, que puede ser a, b, c, dc")

$$I'_{\sigma a}(k) = \frac{-\sum_{m=1}^{i} U'_{bm}(k)}{(2k-1)\omega_{s}L_{\sigma}}, I'_{\sigma b}(k) = \frac{\sum_{m=1}^{i} U'_{am}(k)}{(2k-1)\omega_{s}L_{\sigma}}$$
$$U'_{bm}(k) = \frac{-4nv_{m}\sin((2k-1)\varphi_{m})\sin\left((2k-1)\frac{\alpha_{m}}{2}\right)}{\pi(2k-1)}$$
$$U'_{am}(k) = \frac{4nv_{m}\cos((2k-1)\varphi_{m})\sin\left((2k-1)\frac{\alpha_{m}}{2}\right)}{\pi(2k-1)}$$
(58)

La potencia media  $P'_m$ , de la fuente "m" se calcula de la siguiente forma:

$$P'_m = \langle i'_L . u'_m(t) \rangle$$

Donde  $i'_L$  se encuentra en la ecuación 57 y  $u'_m(t)$ , que es el voltaje en la fuente "m" y se ve en la figura 34, está expresado de la siguiente forma:

$$u'_{m}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} (U'_{am}(k) \cos((2k-1)\omega_{s}t) + U'_{bm}(k) \sin((2k-1)\omega_{s}t))$$
(59)

Reemplazando las ecuaciones 59 y 57 en la ecuación de la potencia  $P^{\prime}{}_m$ 

$$P'_{m} = < \left[ \sum_{k=1}^{\infty} I'_{\sigma a}(k) \cos((2k-1)\omega_{s}t) + I'_{\sigma b}(k) \sin((2k-1)\omega_{s}t) \right] \cdot \left[ \sum_{k=1}^{\infty} (U'_{am}(k) \cos((2k-1)\omega_{s}t) + U'_{bm}(k) \sin((2k-1)\omega_{s}t)) \right]$$

$$P'_{m} = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \left[ \sum_{k=1}^{\infty} I'_{\sigma a}(k) \cos((2k-1)\omega_{s}t) + I'_{\sigma b}(k) \sin((2k-1)\omega_{s}t) \right] \cdot \left[ \sum_{k=1}^{\infty} (U'_{am}(k) \cos((2k-1)\omega_{s}t) + U'_{bm}(k) \sin((2k-1)\omega_{s}t)) \right] d(\omega_{s}t)$$

La solución de la ecuación anterior se muestra en el anexo 2, por lo que la potencia  $P'_m$  se reescribe de la manera siguiente:

$$P'_{m} = \frac{1}{2} \left( \sum_{k=1}^{\infty} \left( I'_{\sigma a}(k) . U'_{am}(k) + I'_{\sigma b}(k) . U'_{bm}(k) \right) \right)$$

Así, la potencia en la fuente "m" usando solo el primer armónico (k=1), es:

$$P'_{m} = 0.5I'_{\sigma a}(1)U'_{am}(1) + 0.5I'_{\sigma b}(1)U'_{bm}(1)$$

$$P'_m = \frac{8n}{\omega_s L_\sigma \pi^2} v_m X_m (\sum_{i=1}^m v_i X_i \sin(\varphi_i - \varphi_m))$$

Donde  $X_m = \sin\left(\frac{\alpha_m}{2}\right)$ , donde  $\alpha_m$  es el duty ratio "m" (m= *a*, *b*, *c*, *dc*)

La potencia  $P'_m$  depende de los duty ratios  $\alpha_m$  y los desfasajes  $\varphi_m$ , es decir, al controlar de una manera correcta los duty ratios  $\alpha_m$  y los desfasajes  $\varphi_m$ , se controla la potencia.

Las corrientes de la red eléctrica, se calculan de la siguiente manera (en particular para la corriente en el transformador se usa la siguiente expresión):

$$i'_{m} = \frac{P'_{m}}{v_{m}}$$
 (Para  $m = a, b, c, dc$ ) (60)

Reemplazando la ecuación de la potencia  $P'_m$  para un armónico en la ecuación 60, se obtienen las siguientes expresiones para las corrientes de la red eléctrica (que se aprecian en la ecuación 61) y la corriente de salida del lado DC (ecuación 62):

$$i'_{a} = \frac{8n}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}X_{a}(v_{b}X_{b}\sin(\varphi_{b}-\varphi_{a})+v_{c}X_{c}\sin(\varphi_{c}-\varphi_{a})+v_{dc}X_{dc}\sin(\varphi_{dc}-\varphi_{a}))$$
$$i'_{b} = \frac{8n}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}X_{b}(v_{a}X_{a}\sin(\varphi_{a}-\varphi_{b})+v_{c}X_{c}\sin(\varphi_{c}-\varphi_{b})+v_{dc}X_{dc}\sin(\varphi_{dc}-\varphi_{b}))$$
(61)

$$i'_{c} = \frac{8n}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}X_{c}(v_{a}X_{a}\sin(\varphi_{a}-\varphi_{c})+v_{b}X_{b}\sin(\varphi_{b}-\varphi_{c})+v_{dc}X_{dc}\sin(\varphi_{dc}-\varphi_{c}))$$

Note que,  $i'_a$ , depende de  $\alpha_a$  ,  $\alpha_b$  ,  $\alpha_c$  ,  $\varphi_a$  ,  $\varphi_b$  ,  $\varphi_c$  ,  $\varphi_{dc}$ 

Note que,  ${i'}_b,$  depende de  $\alpha_a$  ,  $\alpha_b$  ,  $\alpha_c$  ,  $\varphi_a$  ,  $\varphi_b$  ,  $\varphi_c$  ,  $\varphi_{dc}$ 

Note que,  $i'_c$ , depende de  $\alpha_a$ ,  $\alpha_b$ ,  $\alpha_c$ ,  $\varphi_a$ ,  $\varphi_b$ ,  $\varphi_c$ ,  $\varphi_{dc}$ 

$$i'_{dc} = \frac{8n}{\omega_s L_\sigma \pi^2} X_{dc} (v_a X_a \sin(\varphi_a - \varphi_{dc}) + v_b X_b \sin(\varphi_b - \varphi_{dc}) + v_c X_c \sin(\varphi_c - \varphi_{dc}))$$
(62)

Note que,  $i'_{dc}$ , depende de  $\alpha_{dc}$ ,  $\alpha_a$ ,  $\alpha_b$ ,  $\alpha_c$ ,  $\varphi_a$ ,  $\varphi_b$ ,  $\varphi_c$ ,  $\varphi_{dc}$ 

Además, se observa que las ecuaciones en 61 y 62 son iguales a las 20 y 21 respectivamente; y el procedimiento para calcularlas es el mismo. Por lo que se hace el mismo arreglo utilizado en la expresión de la ecuación 22:

$$\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = 0 \quad , \ \alpha_{dc} = \pi \ (X_{dc} = 1) \tag{63}$$
Al reemplazar la ecuación 63 en la ecuación 61 se obtiene:

$$i'_{a} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin\left(\frac{\alpha_{a}}{2}\right)$$
$$i'_{b} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin\left(\frac{\alpha_{b}}{2}\right)$$
$$i'_{c} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin\left(\frac{\alpha_{c}}{2}\right)$$
(64)

Nótese que en las ecuaciones de 64, del mismo modo que en la ecuación 23, la amplitud de cada corriente depende de  $\varphi_{dc}$  y la fase es  $\frac{\alpha_m}{2}$  para cada caso. Por lo tanto, la amplitud puede ser contralada por el desfasaje  $\varphi_{dc}$  y el ángulo de fase de la corriente por el duty ratio.

Al reemplazar el arreglo 63 en la ecuación 62 se obtiene:

$$i'_{dc} = \frac{-8n\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}(v_{a}X_{a} + v_{b}X_{b} + v_{c}X_{c})$$
(65)

La solución de la ecuación 65 se encuentra al analizar la potencia utilizada por el circuito:

$$P_{o} = V_{an} \times i_{R} + V_{an} \times i_{S} + V_{an} \times i_{T} = 3 \frac{V_{m} \times I_{m}}{2}$$

$$P_{o} = \left(V_{m} \sin(\omega_{g} t)\right) (I_{m} \sin(\omega_{g} t)) + \left(V_{m} \sin\left(\omega_{g} t - \frac{2\pi}{3}\right)\right) (I_{m} \sin\left(\omega_{g} t - \frac{2\pi}{3}\right))$$

$$+ \left(V_{m} \sin\left(\omega_{g} t + \frac{2\pi}{3}\right)\right) (I_{m} \sin\left(\omega_{g} t + \frac{2\pi}{3}\right) = 3 \frac{V_{m} \times I_{m}}{2}$$
(66)

Considerando que los voltajes trifásicos balanceados están dados por:

$$V_{an} = V_m \sin\left(\omega_g t\right)$$

$$V_{bn} = V_m \sin\left(\omega_g t - \frac{2\pi}{3}\right)$$
(67)  
$$V_{cn} = V_m \sin\left(\omega_g t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Las representaciones matemáticas de las tensiones trifásicas de entrada de los puentes activos son las siguientes:

$$v_{a} = v_{an} + V_{offset} = V_{m} \left( \sin(\omega_{g}t) \right) + V_{offset}$$

$$v_{b} = v_{bn} + V_{offset} = V_{m} \left( \sin\left(\omega_{g}t - \frac{2\pi}{3}\right) \right) + V_{offset}$$

$$v_{c} = v_{cn} + V_{offset} = V_{m} \left( \sin\left(\omega_{g}t + \frac{2\pi}{3}\right) \right) + V_{offset}$$
(68)

Al reemplazar la ecuación 68 en la ecuación 64, la corriente  $i'_{dc}$  adquiere la siguiente expresión:

$$i'_{dc} = \frac{-8n\sin(\varphi_{dc})}{\omega_s L_\sigma \pi^2} \left( \left( V_m \left( \sin(\omega_g t) \right) + V_{offset} \right) \left( \sin\left(\frac{\alpha_a}{2}\right) \right) + \left( V_m \left( \sin\left(\omega_g t - \frac{2\pi}{3}\right) \right) + V_{offset} \right) \left( \sin\left(\frac{\alpha_b}{2}\right) \right) + \left( V_m \left( \sin\left(\omega_g t + \frac{2\pi}{3}\right) \right) + V_{offset} \right) \left( \sin\left(\frac{\alpha_c}{2}\right) \right) \right)$$
(69)

Comparando las expresiones 66 y 69, se obtienen las siguientes igualdades para los duty ratios:

$$\frac{\alpha_a}{2} = \omega_g t;$$

$$\frac{\alpha_b}{2} = \left(\omega_g t - \frac{2\pi}{3}\right); \quad \text{donde} \quad \omega_g t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \quad (70)$$

$$\frac{\alpha_c}{2} = \left(\omega_g t + \frac{2\pi}{3}\right);$$

Al reemplazar la expresión 70, las ecuaciones 64 y 69 se transforman en las ecuaciones 71 y 72 respectivamente:

$$i'_{a} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin(\omega_{g}t)$$

$$i'_{b} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin\left(\omega_{g}t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$i'_{c} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin\left(\omega_{g}t + \frac{2\pi}{3}\right)$$
(71)

$$i'_{dc} = \frac{-12nV_m}{\omega_s L_\sigma \pi^2} \sin(\varphi_{dc})$$
(72)

Donde  $i'_{a}$ ,  $i'_{b}$ ,  $i'_{c}$  son las corrientes de red  $i_{R}$ ,  $i_{S}$ ,  $i_{T}$  respectivamente.

## 4.2.1 Análisis en estado estacionario

En el circuito de alta frecuencia, conformado por 4 señales y un inductor de alta frecuencia, se presenta a continuación el modelo en series de Fourier del convertidor:

## Figura 36

Modelo del convertidor en series de Fourier



De la figura 36, siguiendo la dinámica del inductor y de las ecuaciones 57 y 58 se obtienen las ecuaciones 73 y 74 para dos armónicos (k=1,2)

$$i'_{L}(t) = I'_{\sigma a}(1)\cos(\omega_{s}t) + I'_{\sigma b}(1)\sin(\omega_{s}t) + I'_{\sigma a}(2)\cos(3\omega_{s}t) + I'_{\sigma b}(2)\sin(3\omega_{s}t)$$
(73)

Donde

$$I'_{\sigma a}(1) = \frac{-4v_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\pi\omega_s L_{\sigma}}, I'_{\sigma b}(1) = \frac{6nV_m}{\pi} + \frac{4v_{dc}}{\pi\omega_s L_{\sigma}}\cos(\varphi_{dc})$$
$$I'_{\sigma a}(2) = \frac{4v_{dc}\sin(3\varphi_{dc})}{9\pi\omega_s L_{\sigma}}, I'_{\sigma b}(2) = -\frac{4v_{dc}}{9\pi\omega_s L_{\sigma}}\cos(3\varphi_{dc})$$

$$i'_{L}(t) = \frac{-4v_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\pi\omega_{s}L_{\sigma}}\cos(\omega_{s}t) + \left(\frac{6nV_{m}}{\pi} + \frac{4v_{dc}}{\pi\omega_{s}L_{\sigma}}\cos(\varphi_{dc})\right)\sin(\omega_{s}t) + \frac{4v_{dc}\sin(3\varphi_{dc})}{9\pi\omega_{s}L_{\sigma}}\cos(3\omega_{s}t) - \frac{4v_{dc}}{9\pi\omega_{s}L_{\sigma}}\cos(3\varphi_{dc})\sin(3\omega_{s}t)$$
(74)

Simplificando la ecuación 74 se obtiene la siguiente expresión analítica para  $i'_{L}$ :

$$i'_{L} = I_{L-amp} \sin(\omega_{s}t - \gamma) - \left(\frac{4}{9\pi\omega_{s}L_{\sigma}}v_{dc}\right) \sin(3\omega_{s}t - 3\varphi_{dc})$$
(75)

Donde 
$$I_{L-amp} = \frac{\sqrt{\left(\frac{6nV_m}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{4v_{dc}}{\pi}\right)^2 + \frac{48nV_m v_{dc} \cos(\varphi_{dc})}{\pi^2}}}{\omega_s L_\sigma}, \gamma = sin^{-1} \left(\frac{\frac{4v_{dc}}{\pi} \sin(\varphi_{dc})}{I_{L-amp} \omega_s L_\sigma}\right)$$

 $\omega_s$  es la frecuencia de conmutación,  $v_{dc}$  es el voltaje DC a la salida,  $V_m$ es el voltaje pico de la red,  $\varphi_{dc}$  es el ángulo de fase y  $L_{\sigma}$  es la inductancia.

Se observa que la ecuación 75 es igual a la ecuación 34, por lo que del mismo modo se considera solo la componente principal para efectos de cálculo:

$$i'_{L} = i'_{L(k=1)} = I_{L-amp} \sin(\omega_s t - \gamma) \quad (76)$$

Donde 
$$I_{L-amp} = \frac{\sqrt{\left(\frac{6nV_m}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{4v_{dc}}{\pi}\right)^2 + \frac{48nV_m v_{dc} \cos(\varphi_{dc})}{\pi^2}}}{\omega_s L_\sigma}, \gamma = sin^{-1} \left(\frac{\frac{4v_{dc}}{\pi} \sin(\varphi_{dc})}{I_{L-amp} \omega_s L_\sigma}\right)$$

De la ecuación 76 se concluye que la amplitud de la corriente  $i'_L$  es  $I_{L-amp}$  la cual se considera constante para valores de " $\varphi_{dc}$ " y "n" constantes (lo cual será confirmado posteriormente); e  $i'_L$  es una señal cuasi-sinusoidal pues se ha despreciado el armónico para k=2.

 $I_{L-amp}$  es la amplitud de la corriente promedio en la inductancia, corriente que se quiere reducir, se observa de la ecuación 76 que  $I_{L-amp}$  es una función dependiente de dos variables ( $I_{L-amp}(\varphi_{dc}, n)$ ), por lo que del mismo modo que para el capítulo 3 se aplica el procedimiento de derivadas parciales de las sobre ambas variables para calcular el mínimo (dicho procedimiento se puede apreciar en el anexo 2) y se obtiene el siguiente valor para *n*:

$$n = \frac{2v_{dc}}{3V_m} \quad (77)$$

Las tensiones de alta frecuencia  $v_{ahf_2}$ ,  $v_{bhf_2}$ ,  $v_{chf_2}$ ,  $v_{ohf_2}$  de la figura 35 se muestran a continuación a mayor detalle:

#### Figura 37





La gráfica de la corriente resultante en el inductor de alta frecuencia, se muestra en la figura 38:

## Figura 38

Corriente resultante en el inductor de alta frecuencia



En la figura 38 se prueba que la señal consta de 50 tramos (se puede apreciar en el intervalo de 0 a  $6\pi$ ), del mismo modo que en la figura 38 del capítulo 3 (siendo señales muy parecidas pero no iguales), por lo que también implicaría un cálculo de la expresión matemática de la corriente muy complicado. La amplitud de esta corriente está dada por  $I_{L-amp}$ , cuya expresión está en la ecuación 76.

Comparando la corriente del inductor de alta frecuencia de la figura 38, con la corriente de red y la tensión modulada HF se obtiene la figura 39:

## Figura 39



Corriente resultante en el inductor de alta frecuencia comparada con la corriente de red y la tensión modulada en HF

En la figura 39. se observa que la corriente  $i'_L$  es una señal cuasi-sinusoidal de amplitud constante aproximadamente y que la señal de la red (a 60Hz en color naranja) se ve como una señal constante en contraste por la alta frecuencia, con un comportamiento

muy parecido, pero no igual a la figura 39. También en la imagen se ve la tensión modulada  $v_{ahf_2}$  (a escala 1:50) de color verde cuya frecuencia es la misma que la de  $i'_L$ .

## 4.3 Análisis en ZVS

Debido a que la ecuación 76 es exactamente igual a la ecuación 35 de la corriente en el inductor, entonces las condiciones de ZVS son exactamente las mismas que las explicadas en el subcapítulo 3.3 y detalladas en las ecuaciones en 37.

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha_i}{2} - \left(\frac{\varphi_{dc}}{2}\right)\right) < 0,$$
  
$$\sin\left(\frac{\varphi_{dc}}{2}\right) \ge 0$$
(78)

## 4.4 Diseño del convertidor

El diseño de los componentes del circuito se realiza partiendo de los parámetros de entrada, que son valores de laboratorio y son los mismos valores de la tabla 1:

## Tabla 11

Parámetros de entrada para el diseño del convertidor

| Variable                                     | Valor                |
|--|----------------------|
| Potencia                                     | 2kW                  |
| $\mathrm{F_{s}}$ (frecuencia de conmutación) | 120kHz               |
| Tensión DC                                   | 400v                 |
| Tensión de red                               | 220V rms phase, 60Hz |

#### 4.4.1 Transformador

De acuerdo a la ecuación 77, "n" se calcula de la siguiente manera:

$$n = \frac{2(400)}{3(220\sqrt{2})} = 0.857$$

#### 4.4.2 Inductor de Alta Frecuencia

En el diseño de la magnitud del inductor de alta frecuencia, se analiza la relación de la potencia suministrada con la corriente de red que la misma suministra, al reemplazar la ecuación 77 en la ecuación 71 se obtiene la siguiente expresión para una de las corrientes de red:

$$i'_{a} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin(\omega_{g}t) = I_{m}\sin(\omega_{g}t) \quad (79)$$

De la ecuación 79 la corriente  $i'_a$  es la corriente de red  $i_R$ , entonces:

$$i_R = I_m \sin(\omega_g t) \quad (80)$$

Donde  $I_m$  es la amplitud de  $i'_a$ :

$$I_m = \frac{16v_{dc}^2 \sin(\varphi_{dc})}{3V_m \omega_s L_\sigma \pi^2} \quad (81)$$

 $\omega_g$  es la frecuencia de la red,  $i'_a$  es una de las corrientes de la red rectificada, cuya amplitud  $I_m$  se relaciona con la potencia suministrada ( $P_o$ ) de la siguiente forma (de la ecuación 66):

$$P_o = 3\frac{V_m \times I_m}{2}$$

De la ecuación 81 se deduce que  $L_{\sigma}$  depende del ángulo de fase  $\varphi_{dc}$  directamente, entonces para el valor a usar del inductor de alta frecuencia  $L_{\sigma}$ , del mismo modo que en el subcapítulo 3.4.2, primero se determina la impedancia critica ( $L_{\sigma_{-}cr}$ ), que es el máximo valor de la inductancia con los valores del circuito previamente considerados. Entonces se hace  $\varphi_{dc} = \frac{\pi}{2}$  para tener el valor máximo o crítico de  $L_{\sigma} = L_{\sigma_{-}cr}$ 

$$L_{\sigma\_cr} = \frac{8v_{dc}^2}{P_o\omega_s\pi^2} \qquad (82)$$

$$L_{\sigma cr} = 86 u H$$

Se elige  $L_{\sigma}$  que sea menor a  $L_{\sigma_c cr}$  debido a que para inductancias mayores no se podría transmitir toda la potencia y se debe considerar un rango aceptable de operación, entonces se elige el mismo valor que para el QAB con rectificadores pues el rango de operación para la inductancia es el mismo:

$$L_{\sigma} = 70 u H$$
 (83)

De la ecuación 81 se obtiene también el valor de  $\varphi_{dc}$ :

$$\varphi_{dc} = \sin^{-1}(\frac{P_o\omega_s L_\sigma \pi^2}{8v_{dc}^2}) \quad (84)$$

Al reemplazar el valor de n obtenido en la ecuación 77 en la ecuación 76, se obtiene la siguiente expresión para la corriente  $i'_L$ :

$$i'_{L} = i'_{L(k=1)} = I_{L-amp} \sin(\omega_{s}t - \gamma)$$
 (85)

Donde 
$$I_{L-amp} = \frac{8v_{dc}\sin\left(\frac{\varphi_{dc}}{2}\right)}{\pi\omega_s L_\sigma}$$
,  $\gamma = sin^{-1}\left(\frac{\frac{4v_{dc}}{\pi}\sin\left(\varphi_{dc}\right)}{I_{L-amp}\omega_s L_\sigma}\right) = sin^{-1}\left(\cos\left(\frac{\varphi_{dc}}{2}\right)\right)$ 

La amplitud teórica de  $i'_L$  se calcula utilizando la ecuación 85, que luego se compara con la simulación en PSIM de la figura 38 en la figura 40:

## Figura 40





De la figura 40 que muestra la simulación en PSIM de la corriente  $i'_L(QAB)$ , se obtienen los valores amplitud y rms; los cuales se comparan con los valores teóricos obtenidos usando la ecuación 85 en la siguiente tabla:

## Tabla 12

Comparativa entre datos de simulación y teóricos en la corriente i'

|                       | Amp (Teórico) | Amp (PSIM) | RMS (Teórico) | RMS (PSIM) |
|-----------------------|---------------|------------|---------------|------------|
| i´ <sub>L</sub> (QAB) | 8.7933        | 8.4063     | 6.2178        | 6.3047     |

\* Teórico: Se considera solo el primer armónico

\* PSIM: Se consideran todos los armónicos

Se observa un comportamiento muy similar en amplitud y valor RMS de  $i'_L$  obtenido analíticamente y los resultados obtenidos en PSIM. En resumen, los parámetros de diseño son (los mismos que en la tabla 3):

## Tabla 13

Valores de diseño para el QAB

| Variable                                   | Valor                |  |
|--|----------------------|--|
| Potencia                                   | 2kW                  |  |
| n (nro. de vueltas)                        | 0.86                 |  |
| F <sub>s</sub> (frecuencia de conmutación) | 120kHz               |  |
| Tensión DC                                 | 400v                 |  |
| Tensión de red                             | 220V rms phase, 60Hz |  |
| ${\rm L}_{\sigma}$ (inductancia de HF)     | 70uH                 |  |

## 4.5 Circuito de control

A continuación, se muestra el control de las corrientes:

## Figura 41



Control de las corrientes de red en PSIM

El control es muy parecido al del subcapítulo 3.5, pero en este no hay valor absoluto pues no se hace uso de rectificadores. El control se detalla de la siguiente manera:

- La corriente de la red (ian), pasa por un filtro pasa bajos (fc=800Hz) (para filtrar solamente las frecuencias pequeñas que son las que se desea eliminar pues son los armónicos más representativos (120 Hz, 180Hz))
- Luego se resta de la corriente de referencia, que es la corriente que idealmente se debería obtener (iaref= V<sub>m</sub>sin(w<sub>a</sub>t))
- Para luego pasar por otro filtro pasa bajos mucho más selectivo (fc=12Hz) (Se desea que la señal de error sea una señal DC sin perturbaciones para el control, entonces se escoge una frecuencia 5 veces menor a la frecuencia de red (60Hz) para que filtre) que entregará la descompensación iac.
- Luego la descompensación, se agrega (esto se hace dentro del bloque C en PSIM) al sistema junto con la referencia (iaref) como se muestra en la figura 41 utilizando las ecuaciones teóricas (70 y 80) para obtener para obtener el duty ratio de cada puente (alpha\_a)
- Finalmente, alpha\_a ingresa al sistema como el duty ratio del puente A para completar el control cerrando el lazo, de la misma manera con los otros puentes.

## 4.6 Simulación del controlador

Para todas las simulaciones se utiliza el SOFTWARE PSIM, que brinda respuestas precisas de los circuitos a simular.

Los parámetros de simulación usados son los mismos que los del diseño:

### Tabla 14

Parámetros a usar en la simulación (PSIM)

| Variable                                   | Valor                |
|--|----------------------|
| Potencia                                   | 2kW                  |
| n (nro. de vueltas)                        | 0.86                 |
| F <sub>s</sub> (frecuencia de conmutación) | 120kHz               |
| Tensión DC                                 | 400v                 |
| Tensión de red                             | 220V rms phase, 60Hz |
| ${ m L}_{\sigma}$ (inductancia de HF)      | 70uH                 |

La forma de onda de la corriente  $i'_a$  en la red:

## Figura 42

Forma de onda en la red (PSIM)



Para una potencia  $P_o = 2kW$ , de las ecuaciones 81 y 66 se obtiene:  $i_R(amp) = \frac{P_o}{\frac{3Vm}{2}}$ = 4.2855, al ser teóricamente aproximado a una onda sinusoidal:  $i_R(rms) = \frac{i_R(amp)}{\sqrt{2}} =$  3.0303

## Tabla 15

| Variable             | Valor Teórico | Valor PSIM |
|----------------------|---------------|------------|
| i <sub>R</sub> (amp) | 4.2855        | 4.5544     |
| i <sub>R</sub> (rms) | 3.0303        | 3.0609     |

Tabla de comparación entre simulación y forma analítica de  $i_R$ 

En la figura 42 se observa un comportamiento senoidal muy marcado que se comprueba al medir sus principales componentes y THD, como se ve a continuación:

## Figura 43

## FFT de la corriente de red



De la figura 43 se obtiene la tabla 16:

#### Tabla 16

Principales armónicos de la corriente de red  $i_R$ 

| Componente              | Valor   |
|-------------------------|---------|
| i′ <sub>a</sub> (0Hz)   | 0.0616  |
| i'a(60Hz)fundamental    | 4.3654  |
| i' <sub>a</sub> (120Hz) | 0.115   |
| i' <sub>a</sub> (180Hz) | 0.0394  |
| THD                     | 4.3316% |

Nótese que la componente fundamental de  $i_R$  es 4.3654, es muy parecida al valor teórico de  $i_R(amp)$  = 4.2855, la componente en 120Hz es 0.115, la cual es muy pequeña; la componente en 180Hz y la componente DC son despreciables.

#### 4.7 Comparación con el DAB

La parte analítica del DAB se encuentra en el anexo 3 y se utilizan los datos de la tabla 7 en el subcapítulo 3.7 para la simulación, se obtiene la siguiente figura en PSIM:

### Figura 44





Donde la señal azul es del DAB y la señal roja es del QAB sin rectificadores (QAB<sub>2</sub>).

#### Tabla 17

Tabla de comparación entre simulación, forma analítica de la corriente en el inductor para QAB sin rectificadores y DAB

|                     | Amp (Teórico) | Amp (PSIM) | RMS (Teórico) | RMS (PSIM) |
|---------------------|---------------|------------|---------------|------------|
| lh_QAB <sub>2</sub> | 8.7933        | 8.4062     | 6.2178        | 6.2733     |
| lh_DAB              | 7.1707        | 8.0210     | 6.4105        | 6.8815     |

De la figura 44 y la tabla 17, se nota claramente que las formas de onda, valores rms y amplitudes son valores muy parecidos en la simulación, del mismo modo que en el capítulo anterior.

Las FFT (Transformada Rápida de Fourier) de ambas corrientes (*lohf\_DAB* y  $lohf_QAB_2$ ) para comparar más a profundidad los resultados, se observan a continuación:

#### Figura 45



FFT de las corrientes del QAB sin rectificadores y del DAB

De la figura 45, se elabora la siguiente tabla comparativa:

#### Tabla 18

Comparativa de armónicos de las corrientes del inductor HF entre el QAB<sub>2</sub> y el DAB

| Componente (QAB <sub>2</sub> ) | Valor (QAB <sub>2</sub> ) | Componente (DAB)             | Valor (DAB) |
|--------------------------------|---------------------------|------------------------------|-------------|
| $i_{ohf_QAB_2}(0Hz)$           | 0.0089                    | i <sub>hf_DAB</sub> (0Hz)    | 0.0688      |
| i <sub>ohf_QAB2</sub> (120kHz) | 8.9726                    | i <sub>hf_DAB</sub> (120kHz) | 9.3898      |
| i <sub>ohf_QAB2</sub> (240kHz) | 0                         | i <sub>hf_DAB</sub> (240kHz) | 0           |
| i <sub>ohf_QAB2</sub> (360kHz) | 0.8344                    | i <sub>hf_DAB</sub> (360kHz) | 1.9367      |

Se puede notar que a diferencia del capítulo 3, la componente en 360kHz del QAB es ligeramente mayor, de la figura 45 se observa que el DAB no tiene perturbaciones cercanas a la frecuencia 0 a diferencia del QAB (lo cual es muy importante ya que implica una menor saturación del núcleo del transformador y también a la hora de diseñarlo) y no tiene otros armónicos considerables, sin embargo la componente DC y el armónico en 360kHz del QAB son mucho menores que los del DAB, valores que podrían ser requeridos para otro tipo de aplicaciones.

#### 4.8 Comparación con el Modelo Ideal

La parte analítica se encuentra en el subcapítulo 3.9, y se utilizan los parámetros de simulación de la tabla 7 para la simulación, entonces en PSIM se obtiene:

### Figura 46





Donde la señal roja es del QAB<sub>2</sub> y la señal verde es del circuito ideal.

De la figura 46 se elabora la tabla 19:

### Tabla 19

Tabla de comparación entre simulación, forma analítica de la corriente en el inductor para  $QAB_2$  y el circuito IDEAL

|                     | Amp (Teórico) | Amp (PSIM) | RMS (Teórico) | RMS (PSIM) |
|---------------------|---------------|------------|---------------|------------|
| lh_QAB <sub>2</sub> | 8.7933        | 8.4062     | 6.2178        | 6.2733     |
| lh_ideal            | 8.7933        | 8.8000     | 6.2178        | 6.1451     |

Al igual que en la comparativa con el DAB, los valores rms y amplitudes son muy acertados, lo cual indica el buen performance del circuito al acercarse bastante a un modelo ideal.

## Capítulo V. Análisis de resultados

En la figura 47. se aprecian las 3 variables de corriente de alta frecuencia, del QAB, del modelo ideal y del DAB.

#### Figura 47

Corriente HF en el QAB vs ideal vs DAB



De la figura 47, se elabora la tabla comparativa 20:

## Tabla 20

Tabla de comparación entre simulación, forma analítica de la corriente en el inductor para QAB, DAB y el circuito IDEAL

|          | Amp (Teórico) | Amp (PSIM) | RMS (Teórico) | RMS (PSIM) |
|----------|---------------|------------|---------------|------------|
| lh_QAB   | 8.7933        | 8.3247     | 6.2178        | 6.3147     |
| lh_DAB   | 7.1707        | 8.0210     | 6.4105        | 6.8815     |
| lh_ideal | 8.7933        | 8.8000     | 6.2178        | 6.1451     |

De la tabla 20, se deduce que el comportamiento más cercano al circuito ideal es el del QAB, debido a que el armónico en gran medida es mucho menor que en el convertidor QAB, para la componente en el triple de la frecuencia fundamental. En la figura 48 se aprecian las 3 variables de corriente de alta frecuencia, del QAB<sub>2</sub>, del modelo ideal y del DAB.

## Figura 48

Corriente HF en el QAB<sub>2</sub> vs ideal vs DAB



De la figura 48, se elabora la tabla comparativa 21:

### Tabla 21

Tabla de comparación entre simulación, forma analítica de la corriente en el inductor para  $QAB_2$ , DAB y el circuito IDEAL

| <u>, </u> ,         | Amp (Teórico) | Amp (PSIM) | RMS (Teórico) | RMS (PSIM) |
|---------------------|---------------|------------|---------------|------------|
| lh_QAB <sub>2</sub> | 8.7933        | 8.4062     | 6.2178        | 6.2733     |
| lh_DAB              | 7.1707        | 8.0210     | 6.4105        | 6.8815     |
| lh_ideal            | 8.7933        | 8.8000     | 6.2178        | 6.1451     |

En la tabla 21 se observa que la corriente HF mostrada en el capítulo 4 presenta valores comparativamente más cercanos y por lo tanto más parecidos al modelo ideal que al convertidor DAB.

Al comparar los valores obtenidos de la corriente en el inductor los capítulos 3 (Ih\_QAB) y 4 (Ih\_QAB<sub>2</sub>), se elabora la tabla comparativa 22:

## Tabla 22

Tabla de comparación entre simulación, forma analítica de la corriente en el inductor para el QAB con rectificadores (QAB) y el QAB sin rectificadores ( $QAB_2$ )

|                     | Amp (Teórico) | Amp (PSIM) | RMS (Teórico) | RMS (PSIM) |
|---------------------|---------------|------------|---------------|------------|
| lh_QAB <sub>2</sub> | 8.7933        | 8.4062     | 6.2178        | 6.2733     |
| lh_QAB              | 8.7933        | 8.3247     | 6.2178        | 6.3147     |

## Figura 49

Gráficas de la FFT de las corrientes HF en el QAB<sub>2</sub> vs QAB<sub>1</sub>



En la figura 49 se observa que la componente principal de ambas corrientes son aproximadamente iguales, entonces al hacer un zoom en la componente de 360kHz:

## Figura 50





En la figura 49 se aprecia que las señales de las corrientes  $QAB_2$  y  $QAB_1$ , presentan similar comportamiento (120kHz), pero en (*lohf\_QAB*<sub>2</sub>) se aprecia una pequeña señal de ruido de muy baja frecuencia.

En la figura 50 se aprecia que la señal del generador produce bandas laterales considerables en el armónico secundario (360kHz).

De la figura 49, las tablas 9 y 18, se elabora la siguiente tabla comparativa:

### Tabla 23

Comparativa de armónicos de las corrientes del inductor HF entre el  $QAB_2$ , el QAB y el DAB

| Componente (QAB)              | Valor  | Componente                     | Valor               | Componente                   | Valor  |
|-------------------------------|--------|--------------------------------|---------------------|------------------------------|--------|
|                               | (QAB)  | (QAB <sub>2</sub> )            | (QAB <sub>2</sub> ) | (DAB)                        | (DAB)  |
| i <sub>ohf_QAB</sub> (0Hz)    | 0.0028 | $i_{ohf_QAB_2}(0Hz)$           | 0.0089              | i <sub>hf_DAB</sub> (0Hz)    | 0.0688 |
| i <sub>ohf_QAB</sub> (120kHz) | 9.0118 | i <sub>ohf_QAB2</sub> (120kHz) | 8.9726              | i <sub>hf_DAB</sub> (120kHz) | 9.3898 |
| i <sub>ohfqab</sub> (240kHz)  | 0      | i <sub>ohf_QAB2</sub> (240kHz) | 0                   | i <sub>hf_DAB</sub> (240kHz) | 0      |
| i <sub>ohfqab</sub> (360kHz)  | 0.7801 | i <sub>ohf_QAB2</sub> (360kHz) | 0.8344              | i <sub>hf_DAB</sub> (360kHz) | 1.9367 |

De la tabla 23 se observa lo siguiente:

- En 0 Hz la corriente del QAB es la menor y es por lo tanto la que satura menos al núcleo del transformador.
- En 120 kHz la corriente del **QAB** presenta el valor más cercano al DAB.
- En 240 kHz no se produce armónico para ninguna de las corrientes.
- En 360kHz el QAB presenta el menor armónico, que es muy parecido al del QAB<sub>2</sub>
   y ambos son mucho menores que el del DAB cuyo armónico es muy grande

De las tablas 20 y 21 se elabora la siguiente tabla de error (valores de simulación respecto a los teóricos) de las corrientes en el inductor para el  $QAB_2$ , QAB, DAB y el circuito IDEAL.

#### Tabla 24

|                     | Error (Amp) | Error (rms) |
|---------------------|-------------|-------------|
| Ih_QAB <sub>2</sub> | 4.40%       | 0.89%       |
| Ih_QAB              | 5.33%       | 1.56%       |
| Ih_DAB              | 11.85%      | 7.35%       |
| Ih_ideal            | 0.076%      | 1.17%       |
|                     |             |             |

Tabla de error de las corrientes en el inductor para QAB<sub>2</sub>, QAB, DAB y el circuito IDEAL

De las tablas 20 y 21 se elabora la siguiente tabla que muestra la similitud de los valores de las corrientes (respecto a los valores de simulación obtenidos del **circuito ideal**) en el inductor para el  $QAB_2$ , QAB, DAB.

## Tabla 25

Tabla de similitud de las corrientes en el inductor para  $QAB_2$ , QAB, DAB respecto al circuito IDEAL

|                     | Similitud (Amp) | Similitud (rms) |
|---------------------|-----------------|-----------------|
| lh_QAB <sub>2</sub> | 95.53%          | 97.91%          |
| lh_QAB              | 94.60%          | 97.24%          |
| lh_DAB              | 91.15%          | 88.02%          |

De la tabla 25, se obtienen los siguientes resultados:

 La corriente lh\_QAB<sub>2</sub> presenta un comportamiento más cercano al circuito ideal del DAB la corriente lh\_DAB.

- La corriente lh\_QAB presenta un comportamiento más cercano al circuito ideal del DAB la corriente lh\_DAB.
- La corriente lh\_QAB<sub>2</sub> presenta un comportamiento ligeramente más cercano al circuito ideal del DAB que la corriente

## Conclusiones

Después de realizar este trabajo de tesis, se concluye lo siguiente:

1. La investigación reveló que los convertidores presentados, muestran un comportamiento muy similar respecto a sus corrientes de red pues ambas corrientes son muy parecidas en cuanto a formas de onda, valores rms y amplitud, a pesar de la diferencia de sus topologías.

 Las estrategias de modulación y dimensionamiento propuestas para los convertidores QAB AC-DC trifásicos y corroboradas mediante el software de simulación PSIM permiten a los convertidores funcionar correctamente.

3. Ambos convertidores presentan un comportamiento más cercano al circuito ideal del DAB que propio DAB en 11% aproximadamente.

4. El convertidor QAB sin rectificadores presenta bandas laterales (generadas por el desfasaje entre la frecuencia de conmutación y la frecuencia de red) en su armónico principal mientras que en el QAB con rectificadores las anula.

5. Las corrientes en el inductor HF de ambos convertidores poseen una componente DC muy pequeña o prácticamente nula (lo cual es muy beneficioso para no saturar los transformadores), y ambas son mucho menores que la componente DC del DAB.

6. En el convertidor QAB sin rectificadores se obtienen resultados ligeramente más cercanos (1% aproximadamente) al del modelo ideal del DAB, que en el convertidor QAB con rectificadores lo cual lo hace un convertidor ligeramente más acertado a pesar de sus armónicos.

84

7. El QAB con rectificadores consta de un circuito más complejo de replicar debido a que se requieren rectificadores y también en su control de corrientes, ya que en el QAB sin rectificadores no entra al cálculo el valor absoluto al no tener rectificadores.

8. Como conclusión general ambos convertidores son prácticamente equivalentes, pero utilizan algunos componentes diferentes, al analizarse a mayor profundidad se observa que el QAB con rectificadores es un convertidor un poco más difícil de replicar, pero ligeramente mejor ya que se aproxima más a un modelo ideal.

9. Este trabajo de investigación puede ser continuado en una investigación futura que ejecuta la etapa de construcción de los convertidores simulados pudiendo realizarse un análisis comparativo de resultados entre los obtenidos por los circuitos construidos físicamente y los que se tienen a partir de las simulaciones desarrolladas.

## **Referencias bibliográficas**

- Buticchi G., Costa L.F. & Liserre M. (2018). Multi-port DC/DC converter for the electrical power distribution system of the more electric aircraft. Mathematics and Computers in Simulation. 158. 10.1016/j.matcom.2018.09.019.
- Cardoso R. & Barbi I. (2005). "New bi-directional dc-ac converters with high frequency isolation," in Signals, Circuits and Systems. International Symposium on, vol. 2, pp. 593–596 Vol. 2.
- Castelino G., Basu K., & Mohan N. (2012). "A novel three-phase bi-directional, isolated, single-stage, dab-based ac-dc converter with open-loop power factor correction," in Power Electronics, Drives and Energy Systems (PEDES), 2012 IEEE International Conference on, pp. 1–6.
- Everts J., Krismer F., Van den Keybus J., Driesen J., & Kolar J. W. (2012). "Comparative evaluation of soft-switching, bidirectional, isolated ac/dc converter topologies," in Proc. Annu. IEEE Appl. Power Electron. Conf. Expo., Orlando, FL, USA, pp. 1067– 1074.
- Fernández, A., (12 de enero de 2020). La contaminación de los combustibles fósiles nos sale muy cara. Greenpeace https://es.greenpeace.org/es/noticias/lacontaminacion-de-los-combustibles-fosiles-nos-sale-muy-cara/)
- Keeping, S., (05 de agosto de 2014) Digikey https://www.digikey.com/en/articles/a-reviewof-zero-voltage-switching-and-its-importance-to-voltageregulation#:~:text=Two%20other%20advantages%20of%20ZVS,use%20of%20sm aller%20filter%20components.
- Liu Y., Xu W., Ke L. & Blaabjerg F. (2017). "An improved synchronous reference frame phase-locked loop for stand-alone variable speed constant frequency power generation systems," 20th International Conference on Electrical Machines and

Systems (ICEMS), Sydney, NSW, Australia, pp. 1-5, doi: 10.1109/ICEMS.2017.8056370.

Lu J. (2018) "A Modular-Designed Three-Phase High-Efficiency High-Power-Density EV Battery Charger Using Dual/Triple-Phase-Shift Control," in IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 33, no. 9, pp. 8091-8100, doi: 10.1109/TPEL.2017.2769661.

Protocolo de Kyoto(1988).OMS https://unfccc.int/resource/docs/convkp/kpspan.pdf

- Singh B., Singh B. N., Chandra A., Al-Haddad K., Pandey A., & Kothari D. P. (2004). "A review of three-phase improved power quality ac-dc converters," IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 51, no. 3, pp. 641–660.
- Vermulst B. J. D., Duarte J. L., Wijnands C. G. E., & Lomonova E. A. (2014). "Single-stage three-phase ac to dc conversion with isolation and bidirectional power flow," in Proc.
  Annu. Conf. IEEE Ind. Electron. Soc., Dallas, TX, USA, pp. 4378–4383.
- Vermulst B. J. D., Duarte J. L., Wijnands C. G. E. & Lomonova E.A. (2017) "Quad-Active-Bridge Single-Stage Bidirectional Three-Phase AC-DC Converter With Isolation: Introduction and Optimized Modulation" in IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 32, no. 4, pp. 2546-2557.

# Anexos

| Anexo 1: Circuito QAB con OFFSET sin RECTIFICADORES (Quad Active Bridge) | 1  |
|--|----|
| Anexo 2: Circuito QAB sin OFFSET con RECTIFICADORES (Quad Active Bridge) | 10 |
| Anexo 3: Dual Active Bridge (DAB)  | 16 |

# Anexo 1

Circuito QAB con OFFSET sin RECTIFICADORES (Quad Active Bridge)

Topología del Quad Active Bridge con offset y sin rectificadores



De la figura mostrada, la frecuencia de muestreo de los puentes es  $\omega_s$ , la cual al ser mucho más grande que el resto de frecuencias en el suministro de voltaje de los puentes, se considera que:

$$v_m(t) = v_m(t+T_s), \quad para \quad m = \{a, b, c, dc\}$$

Donde  $T_s = \frac{2\pi}{\omega_s}$ 

De los elementos de la figura anterior se obtienen los siguientes arreglos:

$$u'(t) = \begin{pmatrix} u'_{a}(t) \\ u'_{b}(t) \\ u'_{c}(t) \\ u'_{dc}(t) \end{pmatrix}, \quad v(t) = \begin{pmatrix} v_{a} \\ v_{b} \\ v_{c} \\ v_{dc} \end{pmatrix}, \quad d = \begin{pmatrix} d_{a} \\ d_{b} \\ d_{c} \\ d_{dc} \end{pmatrix}, \quad \varphi = \begin{pmatrix} \varphi_{a} \\ \varphi_{b} \\ \varphi_{c} \\ \varphi_{dc} \end{pmatrix}$$

Donde u'(t) es el conjunto de voltajes  $u'_m(t)$  en el lado secundario de los transformadores de alta frecuencia, v(t) es el conjunto de voltajes  $v_m$ , d es el conjunto de valores de duty cycles  $(d_m)$  y finalmente  $\varphi$  es el conjunto de ángulos de fase  $(\varphi_m)$ .

La función u'(t) se reescribe en series ortogonales de Fourier de la siguiente manera:

$$u'_{m}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} (U'_{am}(k) \cos((2k-1)\omega_{s}t) + U'_{bm}(k) \sin((2k-1)\omega_{s}t))$$
(1)  
$$U'_{a}(k) = U'(k)(\sin((2k-1)(\varphi+0.5\pi d)) - \sin((2k-1)(\varphi-0.5\pi d)))$$
  
$$U'_{b}(k) = U'(k)(\cos((2k-1)(\varphi+0.5\pi d)) - \cos((2k-1)(\varphi-0.5\pi d)))$$

Donde  $U'(k)=rac{2nv_m}{\pi(2k-1)}$  , para m=dc , n=1

El valor de la corriente a través de  $L_{\sigma}$  es la contribución de cada voltaje  $v'_{n}(t)$  y es igual a la integral de la suma del voltaje inductor dividido entre la reactancia del inductor:

$$i'_{L}(t) = \frac{\int u'_{L}(t)dt}{L_{\sigma}} \qquad (2)$$

Al reemplazar  $u'_{L}(t)$  de la ecuación 1 en la ecuación 2, se obtiene la siguiente expresión:

$$i'_{L}(t) = \frac{\int \sum_{k=1}^{\infty} (U'_{a}(k) \cos((2k-1)\omega_{s}t) + U'_{b}(k) \sin((2k-1)\omega_{s}t)) dt}{L_{\sigma}}$$

$$i'_{L}(t) = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} -U'_{bm}(k)\cos((2k-1)\omega_{s}t)}{(2k-1)\omega_{s}L_{\sigma}} + \frac{\sum_{k=1}^{\infty} U'_{am}(k)\sin((2k-1)\omega_{s}t)}{(2k-1)\omega_{s}L_{\sigma}}$$
$$i'_{L}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} I'_{\sigma a}(k)\cos((2k-1)\omega_{s}t) + I'_{\sigma b}(k)\sin((2k-1)\omega_{s}t)$$
(3)

Donde:

$$I'_{\sigma a}(k) = \frac{-\sum_{m=1}^{i} U'_{bm}(k)}{(2k-1)\omega_{s}L_{\sigma}}, I'_{\sigma b}(k) = \frac{\sum_{m=1}^{i} U'_{am}(k)}{(2k-1)\omega_{s}L_{\sigma}}$$
$$U'_{bm}(k) = \frac{-4nv_{m}\sin((2k-1)\varphi_{m})\sin\left((2k-1)\frac{\alpha_{m}}{2}\right)}{\pi(2k-1)}, \qquad (4)$$
$$U'_{am}(k) = \frac{4nv_{m}\cos((2k-1)\varphi_{m})\sin\left((2k-1)\frac{\alpha_{m}}{2}\right)}{\pi(2k-1)}$$

Se define  $X_m = \sin(0.5\pi d_m) = \sin(\frac{\alpha_m}{2})$ 

Al calcular la potencia, se obtiene lo siguiente:

$$P'_m = \langle i'_\sigma . u'_m(t) \rangle$$

$$P'_{m} = \left\langle \left[ \sum_{k=1}^{\infty} I'_{\sigma a}(k) \cos\left((2k-1)\omega_{s}t\right) + I'_{\sigma b}(k) \sin\left((2k-1)\omega_{s}t\right) \right] \cdot \left[ \sum_{k=1}^{\infty} (U'_{am}(k) \cos\left((2k-1)\omega_{s}t\right) + U'_{bm}(k) \sin\left((2k-1)\omega_{s}t\right)) \right] \right\rangle$$

Se utilizan por lo tanto las siguientes propiedades para el cálculo de la potencia:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos(n\theta) \cdot \cos(m\theta) = 0, \text{ para } n \neq m$$
$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos(n\theta) \cdot \sin(m\theta) = 0$$
$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2(n\theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) = \frac{1}{2}$$

Al reemplazar en la expresión de  $P'_m$ , se obtiene la siguiente expresión:

$$P'_{m} = \left\langle \sum_{k=1}^{\infty} I'_{\sigma a}(k) \cos\left((2k-1)\omega_{s}t\right) \right| \cdot \left[\sum_{k=1}^{\infty} (U'_{am}(k) \cos\left((2k-1)\omega_{s}t\right) + U'_{bm}(k) \sin\left((2k-1)\omega_{s}t\right)\right] \right\rangle + \left\langle \left[\sum_{k=1}^{\infty} I'_{\sigma b}(k) \sin\left((2k-1)\omega_{s}t\right) \right] \cdot \left[\sum_{k=1}^{\infty} (U'_{am}(k) \cos\left((2k-1)\omega_{s}t\right) + U'_{bm}(k) \sin\left((2k-1)\omega_{s}t\right)\right] \right\rangle$$

$$P'_{m} = < \left[ \sum_{k=1}^{\infty} (I'_{\sigma a}(k) . U'_{am}(k) cos^{2} ((2k-1)\omega_{s}t) + I'_{\sigma b}(k) . U'_{bm}(k) sin^{2} ((2k-1)\omega_{s}t)) \right] >$$

$$P'_{m} = \frac{1}{2} \left( \sum_{k=1}^{\infty} \left( I'_{\sigma a}(k) \cdot U'_{am}(k) + I'_{\sigma b}(k) \cdot U'_{bm}(k) \right) \right)$$

La potencia en la fuente "m" ( $P'_m$ ) usando solo el primer armónico, viene dada por:

$$P'_{m} = 0.5I'_{\sigma a}(1)U'_{am}(1) + 0.5I'_{\sigma b}(1)U'_{bm}(1)$$

$$P'_m = \frac{8n}{\omega_s L_\sigma \pi^2} v_m X_m (\sum_{i=1}^m v_i X_i \sin(\varphi_i - \varphi_m))$$

La corriente en cada puente se calcula de la siguiente manera:

$$i'_m = \frac{P'_m}{v_m}$$

Cuando se da el caso "m = dc", se obtiene la siguiente expresión para la corriente:

$$i'_{dc} = \frac{P'_{dc}}{v_{dc}} = \frac{8n}{\omega_s L_\sigma \pi^2} X_{dc} \left(\sum_{i=1}^m v_i X_i \sin(\varphi_i - \varphi_{dc})\right)$$

$$i'_{dc} = \frac{8n}{\omega_s L_\sigma \pi^2} X_{dc} (v_a X_a \sin(\varphi_a - \varphi_{dc}) + v_b X_b \sin(\varphi_b - \varphi_{dc}) + v_c X_c \sin(\varphi_c - \varphi_{dc}))$$

Se obtienen las siguientes expresiones análogas para  $i'_a, i'_b, i'_c$ :

$$i'_{a} = \frac{8n}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}X_{a}(v_{b}X_{b}\sin(\varphi_{b}-\varphi_{a})+v_{c}X_{c}\sin(\varphi_{c}-\varphi_{a})+v_{dc}X_{dc}\sin(\varphi_{dc}-\varphi_{a}))$$
$$i'_{b} = \frac{8n}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}X_{b}(v_{a}X_{a}\sin(\varphi_{a}-\varphi_{b})+v_{c}X_{c}\sin(\varphi_{c}-\varphi_{b})+v_{dc}X_{dc}\sin(\varphi_{dc}-\varphi_{b}))$$
$$i'_{c} = \frac{8n}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}X_{c}(v_{a}X_{a}\sin(\varphi_{a}-\varphi_{c})+v_{b}X_{b}\sin(\varphi_{b}-\varphi_{c})+v_{dc}X_{dc}\sin(\varphi_{dc}-\varphi_{c}))$$

Se utiliza el siguiente arreglo para simplificar las expresiones de las corrientes y el ajuste de fases de acuerdo al sistema balanceado de la red:

$$\begin{split} \varphi_a &= \varphi_b = \varphi_c = 0 \text{,} \alpha_{dc} = \pi (X_{dc} = 1) \\ \frac{\alpha_a}{2} &= \omega_g t \text{;} \frac{\alpha_b}{2} = \left( \omega_g t - \frac{2\pi}{3} \right) \text{;} \frac{\alpha_c}{2} = \left( \omega_g t + \frac{2\pi}{3} \right) \end{split}$$

Al reemplazar dichos arreglos en la expresión obtenida para  $i'_{dc}$ , se obtiene:

$$i'_{dc} = \frac{8n}{\omega_s L_\sigma \pi^2} X_{dc} (v_a X_a \sin(-\varphi_{dc}) + v_b X_b \sin(-\varphi_{dc}) + v_c X_c \sin(-\varphi_{dc}))$$
$$i'_{dc} = \frac{-8n \sin(\varphi_{dc})}{\omega_s L_\sigma \pi^2} (v_a X_a + v_b X_b + v_c X_c)$$

5

$$i'_{dc} = \frac{-8n\sin(\varphi_{dc})}{\omega_s L_\sigma \pi^2} \left( (V_m \sin(w_g t) + V_{offset})(\sin(\omega_g t)) + (V_m \sin\left(\omega_g t - \frac{2\pi}{3}\right) + V_{offset})(\sin(\omega_g t - \frac{2\pi}{3})) + (V_m \sin\left(\omega_g t + \frac{2\pi}{3}\right) + V_{offset})(\sin(\omega_g t + \frac{2\pi}{3})) \right)$$

$$i'_{dc} = \frac{-12nV_m}{\omega_s L_\sigma \pi^2} \sin(\varphi_{dc})$$
(5)

Análogamente para  $i'_a$ ,  $i'_b$ ,  $i'_c$ :

$$i'_{a} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin(\omega_{g}t)$$
$$i'_{b} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin\left(\omega_{g}t - \frac{2\pi}{3}\right)$$
$$i'_{c} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin\left(\omega_{g}t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Al ser  $i'_a, i'_b, i'_c$  las corrientes de red  $i_R, i_S, i_T$  respectivamente, se obtienen las siguientes expresiones:

$$i_{R} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin(\omega_{g}t)$$

$$i_{S} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin\left(\omega_{g}t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$i_{T} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin\left(\omega_{g}t + \frac{2\pi}{3}\right)$$
(6)
Se analiza el modelo del convertidor en series de Fourier para la corriente en el inductor:

Modelo del convertidor en series de Fourier



De la figura mostrada y siguiendo la dinámica del inductor, las ecuaciones 3 y 4 para dos armónicos (k=1,2); se obtiene:

$$i'_{L}(t) = I'_{\sigma a}(1)\cos(\omega_{s}t) + I'_{\sigma b}(1)\sin(\omega_{s}t) + I'_{\sigma a}(2)\cos(3\omega_{s}t) + I'_{\sigma b}(2)\sin(3\omega_{s}t)$$

Donde:

$$I'_{\sigma a}(1) = \frac{-4v_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\pi\omega_{s}L_{\sigma}}, I'_{\sigma b}(1) = \frac{6nV_{m}}{\pi} + \frac{4v_{dc}}{\pi\omega_{s}L_{\sigma}}\cos(\varphi_{dc})$$
$$I'_{\sigma a}(2) = \frac{4v_{dc}\sin(3\varphi_{dc})}{9\pi\omega_{s}L_{\sigma}}, I'_{\sigma b}(2) = -\frac{4v_{dc}}{9\pi\omega_{s}L_{\sigma}}\cos(3\varphi_{dc})$$

$$i'_{L}(t) = \frac{-4v_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\pi\omega_{s}L_{\sigma}}\cos(\omega_{s}t) + \left(\frac{6nV_{m}}{\pi} + \frac{4v_{dc}}{\pi\omega_{s}L_{\sigma}}\cos(\varphi_{dc})\right)\sin(\omega_{s}t) + \frac{4v_{dc}\sin(3\varphi_{dc})}{9\pi\omega_{s}L_{\sigma}}\cos(3\omega_{s}t) - \frac{4v_{dc}}{9\pi\omega_{s}L_{\sigma}}\cos(3\varphi_{dc})\sin(3\omega_{s}t)$$

Se obtiene la siguiente expresión analítica para  $i'_L$  :

$$i'_{L} = I_{L-amp} \sin(\omega_{s}t - \gamma) - \left(\frac{4}{9\pi\omega_{s}L_{\sigma}}v_{dc}\right) \sin(3\omega_{s}t - 3\varphi_{dc})$$

Donde 
$$I_{L-amp} = \frac{\sqrt{\left(\frac{6nV_m}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{4v_{dc}}{\pi}\right)^2 + \frac{48nV_m v_{dc}\cos(\varphi_{dc})}{\pi^2}}}{\omega_s L_\sigma}, \gamma = sin^{-1} \left(\frac{\frac{4v_{dc}}{\pi}\sin(\varphi_{dc})}{I_{L-amp}\omega_s L_\sigma}\right)$$

Luego, para efectos de cálculo y debido al pequeño valor de la componente del armónico en  $3\omega_s$ , se considera solo el primer armónico:

$$i'_{L} = i'_{L(k=1)} = I_{L-amp} \sin(\omega_{s} t - \gamma)$$
(7)

Para minimizar la corriente  $I_{L-amp}$ , se trata de una función dependiente de dos variables ( $n, \varphi_{dc}$ ) por lo que se utiliza el procedimiento de derivadas parciales:

$$\frac{\partial (I_{L-amp})}{\partial (n)} = 0, \frac{\partial (I_{L-amp})}{\partial (\varphi_{dc})} = 0$$

• 
$$\frac{\frac{\partial (I_{L-amp})}{\partial (n)}}{\partial (n)} = 0$$

$$\frac{\left(2\left(\frac{6nV_m}{\pi}\right)\left(\frac{6V_m}{\pi}\right) + \frac{48nV_mV_{dc}\cos(\varphi_{dc})}{\pi^2}\right)}{2\sqrt{\left(\frac{6nV_m}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{4V_{dc}}{\pi}\right)^2 + \frac{48nV_mV_{dc}\cos(\varphi_{dc})}{\pi^2}}w_{sw}L} = 0$$

$$n = \frac{-2V_{dc}\cos(\varphi_{dc})}{3V_m}$$
(8)

• 
$$\frac{\partial (I_{L-amp})}{\partial (\varphi_{dc})} = 0$$

$$\frac{\frac{48nV_mV_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\pi^2}}{2\sqrt{\left(\frac{6nV_m}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{4V_{dc}}{\pi}\right)^2 + \frac{48nV_mV_{dc}\cos(\varphi_{dc})}{\pi^2}}w_{sw}L} = 0$$
$$\sin(\varphi_{dc}) = 0 \qquad (9)$$

De la ecuación 9 se obtiene que:

$$\cos(\varphi_{dc}) = \pm 1 \tag{10}$$

Al reemplazar la ecuación 10 en la ecuación 8 para un valor positivo de "n", se obtiene el valor óptimo para "n":

$$n = \frac{2V_{dc}}{3V_m} \tag{11}$$

Al reemplazar el valor óptimo de n de la ecuación 11 en las ecuaciones 7, 6 y 5; se obtiene:

$$i'_{L} = \frac{8v_{dc}\sin\left(\frac{\varphi_{dc}}{2}\right)}{\pi\omega_{s}L_{\sigma}}\sin\left(\omega_{s}t + phi\right)$$
$$i_{R} = \frac{16v_{dc}^{2}\sin(\varphi_{dc})}{3V_{m}\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin\left(\omega_{g}t\right)$$
$$i_{S} = \frac{16v_{dc}^{2}\sin(\varphi_{dc})}{3V_{m}\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin\left(\omega_{g}t - \frac{2\pi}{3}\right)$$
$$i_{T} = \frac{16v_{dc}^{2}\sin(\varphi_{dc})}{3V_{m}\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin\left(\omega_{g}t + \frac{2\pi}{3}\right)$$
$$i'_{dc} = \frac{-8v_{dc}}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin(\varphi_{dc})$$

## Anexo 2

Circuito QAB sin OFFSET con RECTIFICADORES (Quad Active Bridge)

Topología del Quad Active Bridge con rectificadores



Del anexo 1 se obtienen las siguientes expresiones:

$$i'_{L}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} I'_{\sigma a}(k) \cos((2k-1)\omega_{s}t) + I'_{\sigma b}(k) \sin((2k-1)\omega_{s}t)$$
(12)

Donde:

$$I'_{\sigma a}(k) = \frac{-\sum_{m=1}^{i} U'_{bm}(k)}{(2k-1)\omega_{s}L_{\sigma}}, I'_{\sigma b}(k) = \frac{\sum_{m=1}^{i} U'_{am}(k)}{(2k-1)\omega_{s}L_{\sigma}}$$
$$U'_{bm}(k) = \frac{-4v_{m}\sin((2k-1)\varphi_{m})\sin((2k-1)\alpha_{m})}{\pi(2k-1)}, \quad (13)$$
$$U'_{am}(k) = \frac{4v_{m}\cos((2k-1)\varphi_{m})\sin((2k-1)\alpha_{m})}{\pi(2k-1)}$$

Análogamente al anexo 1, se obtiene la misma expresión para la potencia de la fuente "m", la cual se considera usando solo el primer armónico:

$$P'_{m} = 0.5I'_{\sigma a}(1)U'_{am}(1) + 0.5I'_{\sigma b}(1)U'_{bm}(1)$$
$$P'_{m} = \frac{8n}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}v_{m}X_{m}(\sum_{i=1}^{m}v_{i}X_{i}\sin(\varphi_{i}-\varphi_{m}))$$

Y por lo tanto la corriente en cada puente se puede calcular de la siguiente manera:

$$i'_m = \frac{P'_m}{v_m}$$

Por lo que, del mismo modo, para m = dc, se obtiene:

$$i'_{dc} = \frac{P'_{dc}}{v_{dc}} = \frac{8n}{\omega_s L_\sigma \pi^2} X_{dc} (\sum_{i=1}^m v_i X_i \sin(\varphi_i - \varphi_{dc}))$$

$$i'_{dc} = \frac{8n}{\omega_s L_\sigma \pi^2} X_{dc} (v_a X_a \sin(\varphi_a - \varphi_{dc}) + v_b X_b \sin(\varphi_b - \varphi_{dc}) + v_c X_c \sin(\varphi_c - \varphi_{dc}))$$

Análogamente para  $i'_{a}$ ,  $i'_{b}$ ,  $i'_{c}$ :

$$i'_{a} = \frac{8n}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}X_{a}(v_{b}X_{b}\sin(\varphi_{b}-\varphi_{a})+v_{c}X_{c}\sin(\varphi_{c}-\varphi_{a})+v_{dc}X_{dc}\sin(\varphi_{dc}-\varphi_{a}))$$

$$i'_b = \frac{8n}{\omega_s L_\sigma \pi^2} X_b (v_a X_a \sin(\varphi_a - \varphi_b) + v_c X_c \sin(\varphi_c - \varphi_b) + v_{dc} X_{dc} \sin(\varphi_{dc} - \varphi_b))$$

$$i'_{c} = \frac{8n}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}X_{c}(v_{a}X_{a}\sin(\varphi_{a}-\varphi_{c})+v_{b}X_{b}\sin(\varphi_{b}-\varphi_{c})+v_{dc}X_{dc}\sin(\varphi_{dc}-\varphi_{c}))$$

Se utiliza el siguiente arreglo para simplificar las expresiones de las corrientes y el ajuste de fases de acuerdo al sistema balanceado de la red:

$$\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = 0$$
 ,  $\alpha_{dc} = \pi (X_{dc} = 1)$ 

$$\frac{\alpha_a}{2} = \operatorname{asin}(|\operatorname{sin}(\omega_g t)|), \frac{\alpha_b}{2} = a \operatorname{sin}(|\operatorname{sin}(\omega_g t - \frac{2\pi}{3})|), \frac{\alpha_c}{2} = a \operatorname{sin}(|\operatorname{sin}(\omega_g t \frac{2\pi}{3})|)$$

Al reemplazar dichos arreglos en la expresión obtenida para  $i'_{dc}$ , se obtiene:

$$i'_{dc} = \frac{-8n\sin(\varphi_{dc})}{\omega_s L_\sigma \pi^2} (v_a X_a + v_b X_b + v_c X_c)$$

$$i'_{dc} = \frac{-8n\sin(\varphi_{dc})}{\omega_s L_\sigma \pi^2} \left( V_m |\sin(\omega_g t)| \left( \sin\left(\frac{\alpha_a}{2}\right) \right) + \left( V_m \left| \sin\left(\omega_g t - \frac{2\pi}{3}\right) \right| \right) \left( \sin\left(\frac{\alpha_b}{2}\right) \right) \right. \\ \left. + \left( V_m \left| \sin\left(\omega_g t + \frac{2\pi}{3}\right) \right| \right) \left( \sin\left(\frac{\alpha_c}{2}\right) \right) \right)$$

$$i'_{dc} = \frac{-12nV_m}{\omega_s L_\sigma \pi^2} \sin(\varphi_{dc}) \qquad (14)$$

Análogamente para  $i'_a$ ,  $i'_b$ ,  $i'_c$ :

$$i'_{a} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}} \left|\sin(\omega_{g}t)\right|$$
$$i'_{b} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}} \left|\sin\left(\omega_{g}t - \frac{2\pi}{3}\right)\right|$$
$$(15)$$
$$i'_{c} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}} \left|\sin\left(\omega_{g}t + \frac{2\pi}{3}\right)\right|$$

Al ser  $i'_a$ ,  $i'_b$ ,  $i'_c$  las corrientes de red rectificadas, se obtienen las siguientes expresiones para las corrientes de red:

$$i_{R} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin(\omega_{g}t)$$

$$i_{S} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin\left(\omega_{g}t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$i_{T} = \frac{8nv_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin\left(\omega_{g}t + \frac{2\pi}{3}\right)$$
(16)

Se analiza el modelo del convertidor en series de Fourier para la corriente en el inductor:

Modelo del convertidor en series de Fourier



De la figura mostrada, y siguiendo la dinámica del inductor, las ecuaciones 12 y 13 para dos armónicos (k=1,2); se obtiene:

$$i'_{L}(t) = I'_{\sigma a}(1)\cos(\omega_{s}t) + I'_{\sigma b}(1)\sin(\omega_{s}t) + I'_{\sigma a}(2)\cos(3\omega_{s}t) + I'_{\sigma b}(2)\sin(3\omega_{s}t)$$

Donde

$$I'_{\sigma a}(1) = \frac{-4v_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\pi\omega_s L_{\sigma}}, I'_{\sigma b}(1) = \frac{6nV_m}{\pi} + \frac{4v_{dc}}{\pi\omega_s L_{\sigma}}\cos(\varphi_{dc})$$
$$I'_{\sigma a}(2) = \frac{4v_{dc}\sin(3\varphi_{dc})}{9\pi\omega_s L_{\sigma}}, I'_{\sigma b}(2) = -\frac{4v_{dc}}{9\pi\omega_s L_{\sigma}}\cos(3\varphi_{dc})$$

$$i'_{L}(t) = \frac{-4v_{dc}\sin(\varphi_{dc})}{\pi\omega_{s}L_{\sigma}}\cos(\omega_{s}t) + \left(\frac{6nV_{m}}{\pi} + \frac{4v_{dc}}{\pi\omega_{s}L_{\sigma}}\cos(\varphi_{dc})\right)\sin(\omega_{s}t) + \frac{4v_{dc}\sin(3\varphi_{dc})}{9\pi\omega_{s}L_{\sigma}}\cos(3\omega_{s}t) - \frac{4v_{dc}}{9\pi\omega_{s}L_{\sigma}}\cos(3\varphi_{dc})\sin(3\omega_{s}t)$$

Se obtiene la siguiente expresión analítica para  $i'_L$  :

$$i'_{L} = I_{L-amp} \sin(\omega_{s}t - \gamma) - \left(\frac{4}{9\pi\omega_{s}L_{\sigma}}v_{dc}\right) \sin(3\omega_{s}t - 3\varphi_{dc})$$
  
Donde  $I_{L-amp} = \frac{\sqrt{\left(\frac{6nV_{m}}{\pi}\right)^{2} + \left(\frac{4v_{dc}}{\pi}\right)^{2} + \frac{48nV_{m}v_{dc}\cos(\varphi_{dc})}{\pi^{2}}}}{\omega_{s}L_{\sigma}}, \gamma = \sin^{-1}\left(\frac{\frac{4v_{dc}}{\pi}\sin(\varphi_{dc})}{I_{L-amp}\omega_{s}L_{\sigma}}\right)$ 

Se nota que la expresión es idéntica a la encontrada en el anexo 1, por lo que del mismo modo que para el anexo 1, se considera solo el primer armónico:

$$i'_{L} = i'_{L(k=1)} = I_{L-amp} \sin(\omega_{s}t - \gamma)$$
(17)

Para minimizar la corriente  $I_{L-amp}$ , se trata de una función dependiente de dos variables ( $n, \varphi_{dc}$ ), la cual es idéntica a la hallada en el anexo 1, por lo que bajo el mismo procedimiento de derivadas parciales, se obtiene el siguiente valor óptimo para "n":

$$n = \frac{2V_{dc}}{3V_m} \tag{18}$$

Al reemplazar la expresión 18 en las ecuaciones 17, 16 y 14; se obtiene:

$$i'_{L} = \frac{8v_{dc}\sin\left(\frac{\varphi_{dc}}{2}\right)}{\pi\omega_{s}L_{\sigma}}\sin\left(\omega_{s}t + phi\right)$$
$$i_{R} = \frac{16v_{dc}^{2}\sin(\varphi_{dc})}{3V_{m}\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin(\omega_{g}t)$$
$$i_{S} = \frac{16v_{dc}^{2}\sin(\varphi_{dc})}{3V_{m}\omega_{s}L_{\sigma}\pi^{2}}\sin\left(\omega_{g}t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

14

$$i_T = \frac{16v_{dc}^2 \sin(\varphi_{dc})}{3V_m \omega_s L_\sigma \pi^2} \sin(\omega_g t + \frac{2\pi}{3})$$
$$i'_{dc} = \frac{-8v_{dc}}{\omega_s L_\sigma \pi^2} \sin(\varphi_{dc})$$

## Anexo 3

## Dual Active Bridge (DAB)

Topología del DAB



Cuando el número de vueltas del transformador es  $n = \frac{V_i}{V_o}$ , en la inductancia de alta frecuencia, los valores pico de los voltajes producidos a los lados de la inductancia se igualan, y su diferencia genera el almacenamiento de voltaje en la inductancia, a continuación, se ven las formas de onda mencionadas:



Formas de onda en el DAB

Las señales azul y roja son Vi y n\*Vo respectivamente, y la señal verde es la corriente en el inductor a escala 1:20.

Se analiza el modelo simplificado del DAB:

Modelo simplificado del DAB



De la figura mostrada, al analizar el voltaje sobre la inductancia:

$$L\frac{di}{dt} = nv_{ahf} - v_{ohf}$$
$$i_L = \left(\frac{nv_{ahf} - v_{ohf}}{L}\right) \left(\frac{\theta}{2\pi f}\right) + i_{L(0)}$$
(19)

Donde  $\theta = \omega t$ ,  $\omega = 2\pi f$ , f es la frecuencia de conmutación.

De la figura de las formas de onda del DAB, se ve que la corriente en el inductor se compone de 4 tramos, los cuales se analizan de la siguiente manera siguiendo la ecuación (19):

(1): 
$$i_L = I_{min} + \frac{v_o}{\pi f L} \theta$$
  
(2):  $i_L = I_{max}$   
(3):  $i_L = I_{max} - \frac{v_o}{\pi f L} (\theta - \pi)$   
(4):  $i_L = I_{min}$ 

El punto máximo de intersección entre (1) y (2); ocurre cuando  $\theta = \varphi$ ; entonces:

$$I_{min} + \frac{v_o}{\pi f L} \varphi = I_{max}$$
(20)

De acuerdo a la simetría de la forma de onda apreciable en la figura 6, se obtiene la siguiente expresión:

$$I_{max} = -I_{min} \tag{21}$$

Al reemplazar la expresión 21 en la ecuación 20, se obtiene la expresión analítica para la corriente máxima en el DAB:

$$I_{max} = \frac{v_o \varphi}{2\pi f L} \tag{22}$$

Donde *L* es la inductancia, *f* es la frecuencia de conmutación,  $v_o$  es el voltaje DC de salida y  $\varphi$  es el ángulo de fase de los puentes activos del DAB.

Al reescribir las ecuaciones de los tramos del DAB, se obtiene:

(1): 
$$i_L = \frac{v_o}{\pi f L} (\theta - \frac{\varphi}{2})$$
  
(2):  $i_L = I_{max} = \frac{v_o \varphi}{2\pi f L}$   
(3):  $i_L = \frac{v_o}{\pi f L} (\pi - \theta + \frac{\varphi}{2})$   
(4):  $i_L = I_{min} = \frac{-v_o \varphi}{2\pi f L}$ 

Se analiza el cálculo de la corriente rms, de la siguiente forma:

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} (i_{L(\theta)})^2 \, d\theta}$$
(23)

18

I<sub>rms</sub>

$$= \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \left( \int_{0}^{\varphi} \frac{v_{o}}{\pi f L} (\theta - \frac{\varphi}{2}) \right)^{2} d\theta + \int_{\varphi}^{\pi} \left( \frac{v_{o}\varphi}{2\pi f L} \right)^{2} d\theta + \int_{\pi}^{\pi+\varphi} \left( \frac{v_{o}}{\pi f L} (\pi - \theta + \frac{\varphi}{2}) \right)^{2} d\theta + \int_{\pi+\varphi}^{2\pi} \left( \frac{-v_{o}\varphi}{2\pi f L} \right)^{2} d\theta \right)$$

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \left( \left( \frac{v_{o}\varphi}{\pi f L} \right)^{2} \left( \frac{\varphi^{3}}{12} \right) + \left( \frac{v_{o}\varphi}{2\pi f L} \right)^{2} (\pi - \varphi) + \left( \frac{v_{o}\varphi}{\pi f L} \right)^{2} \left( \frac{\varphi^{3}}{12} \right) + \left( \frac{v_{o}\varphi}{2\pi f L} \right)^{2} (\pi - \varphi) \right)$$

$$I_{rms} = \frac{v_{o}\varphi}{\pi f L} \sqrt{\frac{\left( \frac{\varphi^{3}}{12} + \frac{(\pi - \varphi)\varphi^{2}}{4} + \frac{\varphi^{3}}{12} + \frac{(\pi - \varphi)\varphi^{2}}{4} \right)}{2\pi}}$$

$$I_{rms} = \frac{v_{o}\varphi}{\pi f L} \sqrt{\frac{3\pi - 2\varphi}{12\pi}}$$

$$(24)$$