

Universidad Nacional de Ingeniería

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA



“ Diseño de un Transformador de Distribución de 800 KVA 10/0. 44 KV de Mínimo Precio Financiero ”

T E S I S

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:

INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA

LUIS E. IPARRAGUIRRE VASQUEZ

PROMOCION: 1980 - I

LIMA • PERU • 1986

I N D I C E

	Página
PROLOGO	1
INTRODUCCION	4
<u>CAPITULO 2</u>	
2.0. El Transformador y el Circuito Magnético	6
2.1. Descripción breve de la Construcción del transformador	8
2.1.1. Partes principales	8
2.1.1.1. El Núcleo	8
2.1.1.2. Las bobinas	9
2.1.2. Partes auxiliares	9
2.1.2.1. El tanque, recipiente o cubierta	9
2.1.2.2. Los atravezadores o aisladores - pesantes	10
2.1.2.3. El refrigerante	10
2.1.2.4. Los conmutadores	10
2.1.2.5. Los indicadores	12
2.1.2.6. Otros accesorios	12
2.1.3. Accesorios de Protección	15
2.1.3.1. El Relé de Buchholz	15
2.1.3.2. El Relé de Imagen Térmica	18
2.2. Comparación entre el circuito eléctrico y magnético	21
2.3. Parámetros del circuito magnético	23
2.4. Unidades en el sistema C.G.S.	25
2.5. Unidades en el sistema M.K.S.	26

	Página
2.6. Equivalencias	27
2.7. Curva de Inducción	27
2.7.1. Chapas laminadas en caliente	29
2.7.2. Chapas laminadas en frío o de grano orientado	29
2.8. Aspectos constructivos del circuito magnético.	35
2.8.1. Unión entre núcleo y culatas	35
2.8.1.1. Junta lisa o a tope	35
2.8.1.2. Junta ensamblada o al solape	36
2.8.2. Secciones del núcleo	39
2.8.2.1. Sección cuadrada o rectangular	39
2.8.2.2. Sección aproximadamente circular	39
2.8.3. Sujeción de las chapas	41
 <u>CAPITULO 3</u>	
3.0. Inductancia, permeancia y tensión de reactancia.	42
3.1. Coeficiente de autoinducción	43
3.2. Inductancia en un circuito electromagnético de concatenación concentrada	44
3.3. Inductancia en un circuito electromagnético de concatenación progresiva	46
3.4. Inductancia mutua entre dos bobinas de espiras concentradas	49
3.5. Inductancia mutua entre bobinas de concatenación progresiva	51
3.6. Inductancia mutua entre dos bobinas con -	

	Página
céntricas	53
3.7. Inductancia combinada de dispersión	56
3.8. Permeancia combinada de dispersión	56
3.9. Permeancia de dispersión de bobinados de columnas concéntricas	56
3.10. Inductancia, Reactancia y Tensión de reactancia por fase	58
3.11. Permeancia específica p_x	59
<u>CAPITULO 4</u>	
4.0. Ecuaciones fundamentales	61
4.1. Potencia parente	61
4.2. Pérdidas en el hierro	65
4.3. Pérdidas en el cobre	67
4.4. Tensión de reactancia en % de la tensión nominal	70
4.5. Resumen y evaluación de ecuaciones fundamentales	72
<u>CAPITULO 5</u>	
5.0. Análisis Económico	73
5.1. Precios del transformador	73
5.1.1. Precio de venta V	73
5.1.2. Capitalización de pérdidas Q'	74
5.1.3. Precio financiero F	74
5.2. Precios del transformador en función de sus dimensiones principales	75

	Página
5.2.1. Precio de venta V	76
5.2.2. Capitalización de pérdidas Q'	76
5.2.3. Precio financiero F	77
5.3. Optimización del transformador al mínimo precio financiero	78
5.3.1. Optimización con respecto a la longitud de columna L	78
5.3.2. Optimización con respecto al diámetro de la columna D	79
5.4. Gráfica de la optimización del diámetro del núcleo	83
5.5. Gráfica de la optimización de la longitud de columna	86
5.6. Gráfica de la optimización de la anchura de ventana	90
5.7. Gráfica de las dimensiones óptimas en función de la potencia	93
 <u>CAPITULO 6</u>	
6.0. Sección, aislamiento, distribución y calentamiento de los conductores	100
6.1. Sección de los conductores	100
6.1.1. Tensiones primarias de fase U_{f1}	100
6.1.2. Corrientes primarias por fase I_{f1}	100
6.1.3. Corrientes secundarias por fase I_{f2}	101
6.1.4. Arrollamientos o bobinados	101
6.1.4.1. Espiras primarias	101
6.1.4.2. Espiras entre tomas	102

	Página
6.1.5. Tensión por espira U_N	103
6.1.6. Densidad de corriente en baja tensión J_2	103
6.1.7. Densidad de corriente en alta tensión J_1	103
6.2. Aislamiento de los conductores	104
6.2.1. Evaluación del aislamiento de conductores	104
6.2.2. Aislamiento entre capas	107
6.2.3. Aislamiento entre bobinas de un mismo arrollamiento de una misma columna	108
6.2.4. Aislamiento entre bobinas concéntricas	108
6.2.5. Separación entre los bobinados y la cuba	112
6.2.6. Distancias mínimas exteriores de aislamiento	112
6.2.7. Evaluación del aislamiento de conductores	117
6.2.8. Evaluación de distancias aislantes	118
6.3. Distribución del bobinado de baja tensión	119
6.3.1. Axialmente	119
6.3.2. Radialmente	120
6.4. Distribución del bobinado de alta tensión	121
6.4.1. Distribución axial de las bobinas	122
6.4.2. Espacio axial disponible para el cobre	123
6.4.3. Distribución radial de las bobinas	125

	Página
6.4.4. Distribución axial definitiva	126
6.4.5. Distribución radial definitiva	126
6.4.6. Evaluación de la permeancia específica	126
6.5. Calentamiento de los Conductores	128
6.5.1. Evaluación del calentamiento en los arrollamientos	131
 <u>CAPITULO 7</u>	
7.0. Pérdidas	133
7.1. Pérdidas por histeresis	133
7.2. Pérdidas por corriente Foucault	136
7.3. Pérdidas en el núcleo	140
7.3.1. Evaluación de las pérdidas en el núcleo	142
7.4. Pérdidas en el cobre	143
7.4.1. Pérdidas suplementarias en los devanados	144
7.4.1.1. Ecuaciones de pérdidas suplementarias para devanados concentricos	144
7.4.2. Caída de tensión ohmica y pérdidas en los devanados	148
7.4.3. Evaluación de las pérdidas en el cobre	149
7.5. Caída de tensión absolutas en el transformador	154
7.6. Pérdida de potencia en los devanados	155

	Página
7.7. Pérdidas relativas en los devanados	157
7.7.1. Evaluación de la caída ohmica relativa en corriente alterna	159
<u>CAPITULO 8</u>	
8.0. Refrigeración	161
8.1. Refrigeración del transformador en baño de aceite	166
8.2. Evaluación de las dimensiones de la cuba	171
8.2.1. Dimensiones exteriores del conjunto activo	171
8.2.2. Dimensiones interiores de la cuba	171
8.3. Evaluación del sistema de refrigeración del aceite con cuba ondulada	174
8.4. Evaluación de la superficie de radiación de la cuba ondulada	174
<u>CAPITULO 9</u>	
9.0. Características Técnicas	177
9.1. Caída de tensión por reactancia	177
9.1.1. Evaluación de la caída de tensión por reactancia	178
9.2. Tensión de cortocircuito	178
9.2.1. Evaluación de la tensión de cortocircuito	180
9.3. Variación de la tensión secundaria de un transformador	181
9.3.1. Evaluación de la variación de tensión	184

9.4. Rendimiento del transformador en carga	184
9.4.1. Evaluación del rendimiento	184
9.5. Ensamblado del núcleo magnético	185
CONCLUSIONES	188
MATERIAL DE REFERENCIA	
- BIBLIOGRAFIA	
- APENDICES	
- PLANOS	

FUENTE DE INFORMACION DE LAS GRAFICAS

	Página
Figura (2.7.2) - Cálculo Industrial de Máquinas Eléctricas - Tomo I	96
Figura (2.7.3) - Cálculo Industrial de Máquinas Eléctricas - Tomo I	97
Figura (2.7.4) - Cálculo Industrial de Máquinas Eléctricas - Tomo I	98
Figura (2.7.5) - Cálculo Industrial de Máquinas Eléctricas - Tomo I	129
Figura (4.1.1) - Design of Electrical Aparatus	468
Figura (6.2.1) - Teoría, Cálculo y Construcción de Transformadores	507
Figura (6.2.2) - Teoría, Cálculo y Construcción de Transformadores	507
Figura (6.2.4) - Cálculo Industrial de Máquinas Eléctricas - Tomo II	449
Figura (6.2.5) - Cálculo Industrial de Máquinas Eléctricas - Tomo II	449
Figura (6.2.6) - Cálculo Industrial de Máquinas Eléctricas - Tomo II	450
Figura (6.2.7) - Cálculo Industrial de Máquinas Eléctricas - Tomo II	450
Figura (6.2.8) - Cálculo Industrial de Máquinas Eléctricas - Tomo II	451
Figura (6.2.9) - Cálculo Industrial de Máquinas Eléctricas - Tomo II	453
Figura (6.5.2) - Teoría, Cálculo y Construcción de Transformadores	452

Figura (7.3.1)	- Cálculo Industrial de Máquinas Eléctricas - Tomo I	128
Figura (7.4.1.2)	- Cálculo Industrial de Máquinas Eléctricas - Tomo I	50
Figura (8.1.2)	- Cálculo Industrial de Máquinas Eléctricas - Tomo II	458
Figura (A.1.1)	- Cálculo Optimo de Transformadores	47
Figura (A.5.4)	- Cálculo Industrial de Máquinas Eléctricas - Tomo I	458
Figura (A.5.5)	- Cálculo Industrial de Máquinas Eléctricas - Tomo I	459
Figura (A.5.8)	- Cálculo Industrial de Máquinas Eléctricas - Tomo I	453

* * * * *

P R O L O G O

La economía en estos últimos años se caracteriza por - el fuerte incremento de los costos de producción, y en - forma preponderante la referida a productos manufacturados de uso especial, como es el caso de los transformadores de distribución; razón por la cual la tendencia - de fabricación a manera de factor correctivo de costos, es la de optimizar el diseño de las máquinas eléctricas como es el caso del transformador de cuyo estudio se - ocupa la presente tesis, y sobre lo cual me permito sintetizar en lo que sigue:

En el Capítulo 2, se describe en forma breve los componentes y accesorios que conforman el transformador, así como también se expone los parámetros del circuito magnético, la característica magnética o curva de inducción y los detalles de construcción física.

En el Capítulo 3, se efectúa un serio análisis de los parámetros inductancia, permeancia y tención de reactancia. El estudio de la inductancia comprende la de bobina laminar, la bobina de concatenación progresiva e inductancias mutuas, inductancias combinadas de dispersión y permeancias. La permeancia e inductancia son evaluadas como funciones de sus magnitudes físicas.

En el Capítulo 4, básicamente está referido al estudio - de los parámetros de potencia aparente, pérdidas en el -

núcleo, pérdidas en el cobre y tensión de reactancia en porcentaje de la tensión nominal. Estos parámetros se dan en función de las dimensiones del transformador con el fin de lograr las ecuaciones fundamentales del diseño óptimo.

El Capítulo 5, está ligado al análisis económico, buscando la optimización del precio financiero, el cual obviamente depende de las dimensiones fundamentales del transformador.

Graficando luego las ecuaciones de las dimensiones fundamentales como función de la cuarta y de la potencia aparente del transformador con el criterio de determinar las dimensiones que van a permitir el diseño óptimo.

En el Capítulo 6, se estudia el conductor utilizado en los devanados en lo referido a la sección, aislamiento, distribución y efectos térmicos, utilizando en este capítulo gráficas experimentales con el fin de evitar los cortocircuitos francos y los calentamientos sobre la temperatura media del aceite circundante.

En el Capítulo 7, está dedicado al estudio de las pérdidas y su evaluación de las mismas. Estas pérdidas son evaluadas, tanto en el núcleo como en los arrollamientos.

El Capítulo 8, está destinado a la refrigeración requerida por el transformador como consecuencia del incremento de temperatura que sufre debido a las pérdidas estudiadas en el capítulo anterior, con la finalidad de no supe

rar los límites permitidos para el aceite, evaluando una superficie de radiación de la cuba ondulada.

En el Capítulo 9, se dan las características técnicas - del transformador que son finalmente los indicadores del diseño. Las características son: la caída de tensión - por reactancia, tensión de cortocircuito, variación de - la tensión secundaria, rendimiento. Además se hace una exposición del ensamble del núcleo.

I N T R O D U C C I O N

En todo desarrollo industrial usualmente el sistema de suministro de energía, tiene gran importancia por el costo que incide contra las buenas posibilidades de ejecución de un Proyecto, razón por la cual es de sumo interés la optimización y/o minimización de los costos del sistema en referencia.

Sobre lo expuesto, dentro del sistema de distribución de la energía eléctrica el costo de los transformadores para potencias moderadas que son las que caracterizan a nuestras plantas fabriles, son muy onerosas; por ello la presente tesis tiene por principal objetivo la de presentar un diseño de mínimo precio financiero, mediante la aplicación de criterios físicos, herramientas matemáticas y datos experimentales.

Un criterio que se tiene en el análisis es la de fijar como contables los precios de los materiales cuya influencia sea irrelevante frente a los precios de los otros materiales, que con propiedad se puede aseverar que conforma las variables de la ecuación de costo.

El diseño óptimo presente se refiere a minimización del precio financiero, definido como la suma del precio de venta del transformador y la de capitalización de pérdidas.

El precio financiero es analizado como función de las di

mensiones del núcleo, tratando de lograr las dimensiones óptimas como funciones de potencia aparente.

Desde luego que el diseño terminado requiere además de ciertas consideraciones técnicas, por lo cual se utiliza datos experimentales obtenidos en laboratorio, los cuales se han recopilado y tomados como fundamento del diseño.

La distribución de los arrollamientos en el transformador no es tan sencilla como parece, ya que en su diseño se presentan inconvenientes de alojamiento, por lo cual se necesita iterar no pocas veces hasta llegar a su distribución definitiva, tanto axial como radial en la columna del transformador a fin de encontrar distribución óptima concerniente a efecto térmico y reactancia de cortocircuito.

Las características técnicas son los indicadores del buen diseño, los cuales deben tener valores aceptados dentro del rango exigido por las normas técnicas.

El alcance de este Proyecto comprende hasta los diseños de transformadores dentro del rango de 10 hasta 10,000 KVA.

Una de las ventajas del diseño es que según los costos de mecanizado de las chapas, se puede variar el número de escalones del núcleo magnético, por cierto esta variación no debe alejarse de la correspondiente al mínimo precio financiero.

C A P I T U L O 2

2.0. EL TRANSFORMADOR Y EL CIRCUITO MAGNETICO

El transformador es una máquina eléctrica estática que transfiere energía (potencia) eléctrica de un circuito a otro a una misma frecuencia, bajo el principio de inducción electromagnética. La energía (potencia) transferida es transformada en dos factores: Tensión e Intensidad.

El Transformador por ser una máquina estática y no tener dispositivos en movimiento, permite que su construcción sea más sencilla que las máquinas eléctricas rotativas, no teniendo pérdidas mecánicas (fricción) siendo sus pérdidas únicamente eléctrica en los devanados (bobinas) y pérdidas en el hierro (núcleo). Estas pérdidas se estudiarán en los capítulos 4 y 7. Por tal motivo el rendimiento de un transformador es extremadamente alto comparado con las máquinas eléctricas rotativas.

El transformador de distribución que es aquel transformador que sirve para la alimentación de las redes urbanas, de los centros de carga importante de fábricas y edificios así como para la electrificación rural a tensión y frecuencias fijas y cuya potencia está comprendida entre (10 - 1000) KVA, suelen poseer rendimientos entre el (96-99%)

Se diseñará en esta tesis al transformador trifásico de

distribución con especificación:

800 KVA $10 \pm 2.5 \pm 5\%$ / 0.44 KV D y 5

de mínimo precio financiero, con circuito magnético de -
columnas y de devanados (también denominados arrollamien-
tos) concéntricos.

El arrollamiento o devanado de Baja Tensión (B.T.) está -
montado sobre el núcleo, y a continuación el arrollamien-
to de alta tensión (A.T.), con el objeto de que el bajo
voltaje quede más próximo al núcleo, de manera que no sea
posible la formación de un arco entre el núcleo y el deva-
nado de A.T. y también para facilitar las reparaciones de
este último devanado más expuesto a averías.

En la Figura (2.0.1) se muestra el esquema de una fase -
del transformador.

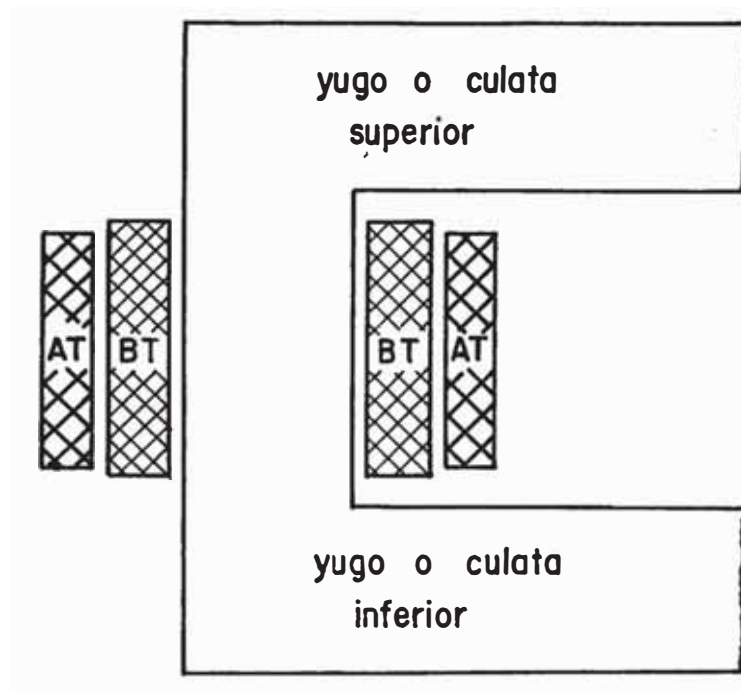


Figura (2.0.1)

El arrollamiento con mayor tensión se denomina devanado de Alta Tensión (A.T.) o devanado de tensión superior, el devanado de menor tensión se denomina devanado de baja tensión (B.T.) o devanado de tensión inferior.

La bobina o devanado que es conectada a la alimentación de la red se le denomina primario, y al devanado en la cual se induce una tensión por el principio de inducción y que alimenta la carga se llama secundario.

Los conceptos de devanado de alta y baja tensión no necesariamente coinciden con las correspondientes a devanados primario y secundario.

2.1. DESCRIPCION BREVE DE LA CONSTRUCCION DEL TRANSFORMADOR

Todo transformador consta de partes principales, partes auxiliares y accesorios.

2.1.1. Partes principales

Que está formado por el núcleo magnético y devanados o bobinas.

2.1.1.1. El núcleo

Que constituye el circuito magnético que transfiere energía de un circuito a otro, siendo la función principal la de conducir el flujo activo. Se construye de laminaciones de acero al silicio en el rango del 3% al 3.5% y sus gruesos del orden de 0.35 mm (0.014 pulgadas) con un aislante que puede ser papel, barniz o carlita.

2.1.1.2. Las bobinas

Que constituyen los circuitos de alimentación y carga, pudiendo ser de alambre delgado, grueso o barra. La función principal de las bobinas es crear un campo magnético a través del primario con una pérdida de energía - pequeña, induciéndose una fuerza electromotriz en el secundario.

2.1.2. Partes Auxiliares

Son aquellos dispositivos formados por:

2.1.2.1. Tanque, recipiente o cubierta

Que es el elemento indispensable en los Transformadores cuyo medio de refrigeración no es el aire, sin embargo se puede prescindir de él en casos especiales. Su función es la de disipar el calor producido en el Transformador.

Los tanques se fabrican con lámina de acero del grueso apropiado para cada capacidad, las uniones se sueldan por medio de soldadura eléctrica y una vez terminados se prueban por medio de un compresor de aire para localizar los poros y defectos de la soldadura.

Por el tamaño del transformador, al tanque se le dota de medios apropiados de disipación de calor, consistiendo éstos generalmente en las siguientes formas:

- a) Baterías o tubos disipadores con dos, tres o más tubos por cada batería.
- b) Ventiladores eléctricos adosados a las baterías de tubos para el enfriamiento de las mismas.

- c) Serpentes interiores de cobre por los cuales se hace circular agua o gases refrigerantes.
- d) Ductos para forzar aire al interior.

Cuando los tanques han sido terminados se procede a limpiarlos de asperezas y materias extrañas por medio de raspados o chorros de arena; a continuación se le da una mano de pintura base llamado primer y sobre ésta se le dan dos o tres manos de pintura anticorrosiva, con el objeto de proteger el tanque contra las inclemencias del tiempo atmosférico.

2.1.2.2. Los atravezadores o Aisladores pasantes

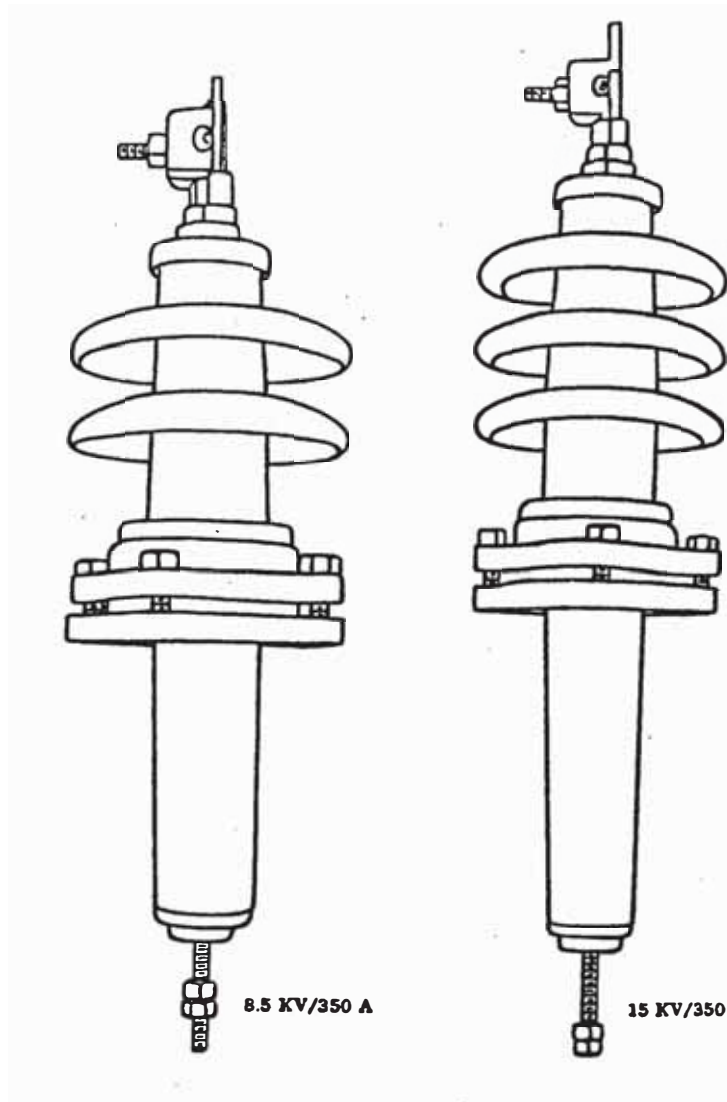
O boquillas que permiten el paso de la corriente a través del transformador y evita que haya un escape indebido de corriente y además protege contra el flameo. Ver Figura (2.1.1)a.

2.1.2.3. El refrigerante

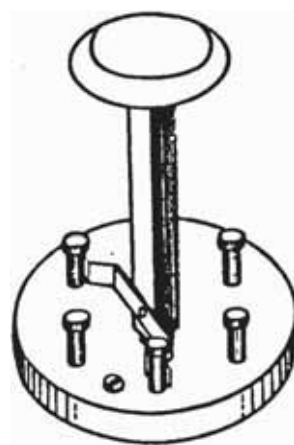
Que tiene que ser un buen dieléctrico cuando está en contacto con la parte activa y conductor del calor que pueden ser gases y líquidos. Gases como el aire, hidrógeno, nitrógeno y helio. Líquido como el aceite mineral, pyraleno, askarel, clophen, agua.

2.1.2.4. Los conmutadores

Se le llama también cambiadores de derivaciones o taps, que son órganos destinados a cambiar la relación



(a) Aisladores pasantes



(b) Taps

Fig (2.1.1)

de tensiones de entrada y salida con el objeto de regular el potencial en un sistema. Existen dos tipos de ellos. Uno es el sencillo, de cambio sin carga y el otro es el - perfeccionado de cambio con carga por medio de señal o automático.

Los valores de tensión a variar fluctúan entre el 2.5% y el 5% hacia arriba y abajo de la tensión nominal del transformador. Los taps son diseñados en material plástico de alto coeficiente dieléctrico. Cuando la tensión secundaria es menor o mayor de la deseada, se mueve la manija - del cambiador a la posición de tensión deseada, para lo cual es necesario que el transformador se encuentre desconectado. Ver Figura (2.1.1)b.

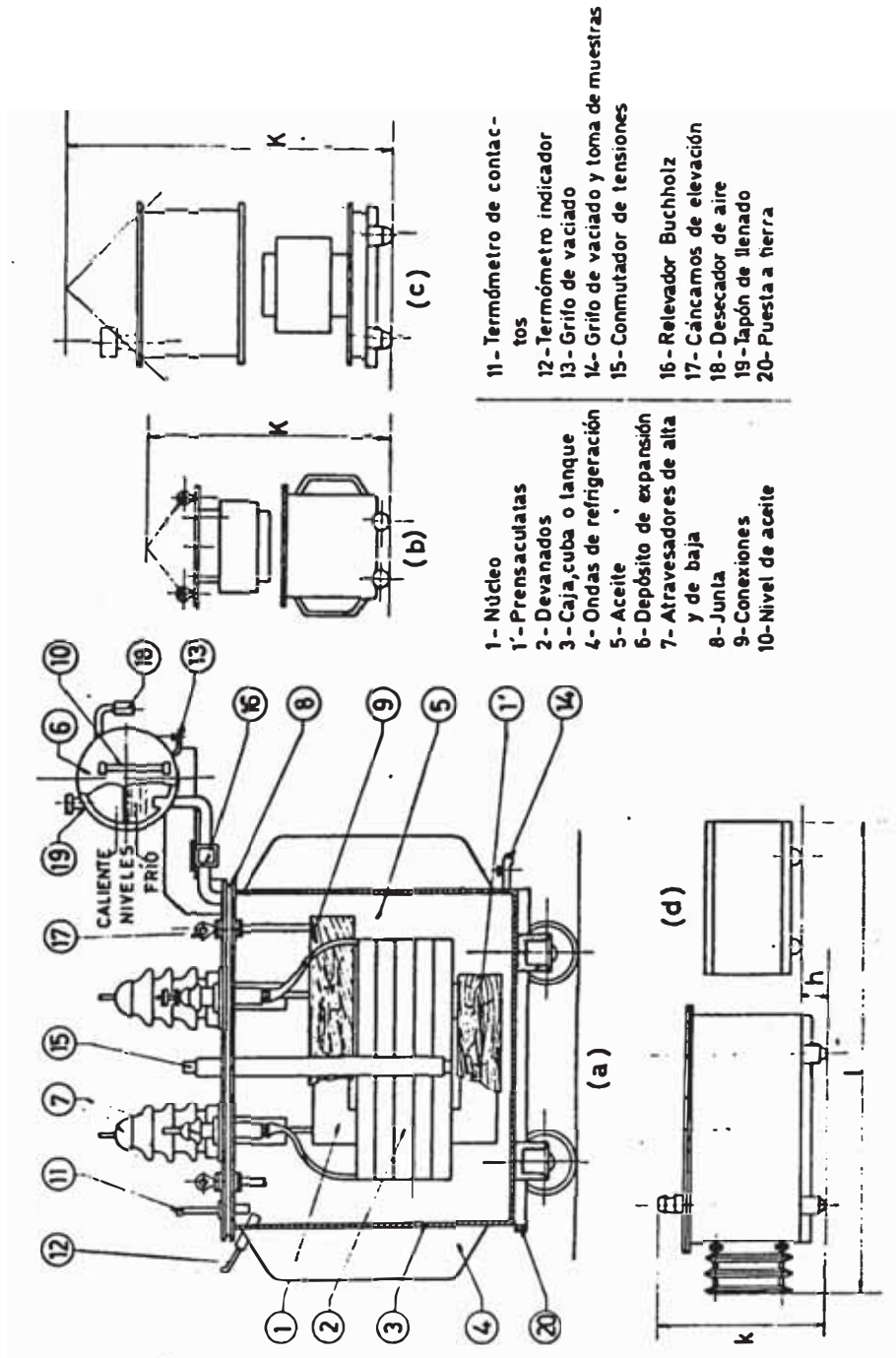
2.1.2.5. Los indicadores

Que son aparatos que nos señalan el estado del transformador, tales como indicadores de nivel de aceite, termómetros.

2.1.2.6. Otros accesorios

También tiene el transformador válvulas de drenaje, canchales de elevación, desecador de aire, tapón de llenado, puesta a tierra, grifos de vaciado, etc. etc.

En la Figura (2.1.2) se puede observar las partes principales y auxiliares del transformador y en la Tabla (2.1.1) se da una descripción de accesorios para transformadores trifásicos.



Fig(2.1.2) Accesorios del transformador

TABLA (2.1.1)

ACCESORIOS NORMALES PARA TRANSFORMADORES TRIFASICOS

50 a 60 ciclos, hasta 1 000 KVA

ACCESORIOS	9 y 15 KVA	30 a 150 KVA		225 a 1 000KVA
	15 000 V o menos	15 000 V o menos	Más de 15 000 V	TODO VOLTAJE
Válvula para drenaje de 1/2"	SI.....			
Válvula combinada para drenaje y muestreo		SI.....	SI	
Válvula combinada para drenaje, muestreo y adaptación para la conexión inferior del filtro - prensa			SI	SI ...
Indicador del nivel del aceite				SI ...
Indicador circular de temperatura para el aceite				SI ...
Válvula para la conexión superior al filtro-prensa				SI ...
Cambiador de derivaciones sin carga, de operación interior y accionamiento rápido	SI.....	SI	SI	SI ...
Cambiador de derivaciones sin carga, operación simultánea con manija exterior montada en la tapa del transformador y con provisión para asegurarse con candado				Opcional
Conector para la tierra del tanque ..	SI.....	SI.....		

Continuación de la Tabla (2.1.1)

Placa de características con diagrama de conexiones	SI	SI	SI	SI
Ganchos para levantar el transformador	SI	SI	SI	SI
Ganchos para levantar el transformador y para la tapa principal				SI
Aceite aislante necesario	SI	SI	SI	SI
Agujero de mano para inspección y cambio de conexiones ..	SI	SI	SI	SI

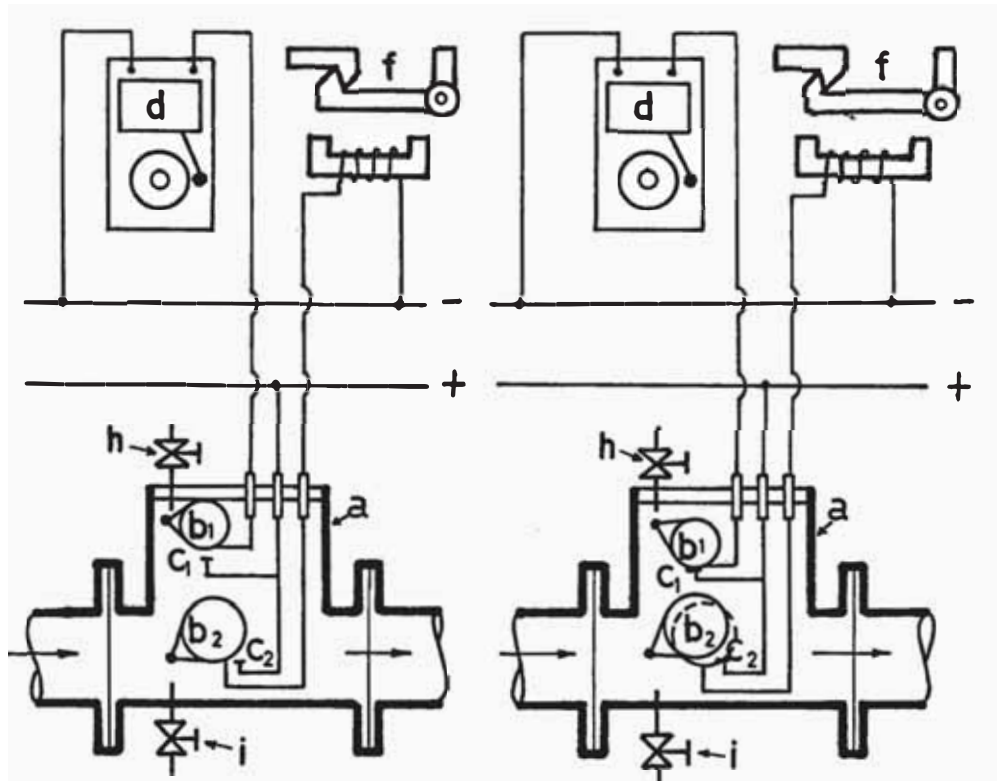
2.1.3. Accesorios de Protección

Que son dispositivos destinados a conservar en buen estado al transformador, siendo éstos los siguientes:

- El Relé de Buchholz
- El Relé de Imagen Térmica.

2.1.3.1. El Relé de Buchholz

Como consecuencia de un mal funcionamiento del transformador, se originan calentamientos en los arrollamientos y consecuentemente se producen gases en el aceite para los casos de arcos entre la cuba y arrollamientos, cortocircuitos, sobrecarga brusca, etc., que modifican las propiedades químicas del aceite y lógicamente disminuye la rigidez dieléctrica.



Fig(2.1.3) Esquema de funcionamiento de un relé Buchholz

El relé de Buchholz debe intercalarse en el tubo que une la cuba del transformador y el depósito de expansión (conservador de aceite), como se muestra en la Figura (2.1.2)

La disposición esquemática del relé de Buchholz se observa en la Figura (2.1.3).

La caja "a" que normalmente está llena de aceite, contiene los flotadores " b_1 " y " b_2 " móviles alrededor de sendos ejes fijos. Cuando se producen pequeñas burbujas de gas, éstas se elevan en la cuba hacia el conservador del aceite, siendo captadas por el aparato y almacenadas en la caja, cuyo nivel de aceite baja progresivamente. El flota-

dor "b₁" se inclina cerrando los contactos "c₁" que alimenta el circuito de alarma "d" cuando la cantidad de gas es suficiente.

Si continúa el desprendimiento de gas, el nivel de aceite en la caja, baja más, de forma que los gases pueden alcanzar el conservador de aceite. Una mirilla que contiene la caja "a" permite observar la cantidad y color de los gases captados. De la cantidad se deduce la importancia del defecto. Del color de los gases se deduce el lugar de producción del defecto, así: Gases blancos indican destrucción del papel, amarillos del deterioro de piezas de madera, negros o grises de la descomposición del aceite. El flotador "b₂" continúa en reposo, si el desprendimiento de gases es lento. Cuando el desprendimiento de gas es violento, se producen grandes burbujas, de tal forma que el aceite es enviado bruscamente por choque a través del tubo y hacia el conservador de aceite. Esta corriente rodea al flotador "b₂" arrastrándolo y provocando el cierre de los contactos "c₂" que accionan el mecanismo "f" de desconexión de interruptores de los lados de A. T. y B.T. del transformador, poniéndolo fuera de servicio.

Cabe mencionar que las pequeñas burbujas se presentan cuando la temperatura del aceite es superior a los 150 °C, temperatura a la cual se produce la volatización del aceite.

El grifo "h" permite la salida de los gases acumulados en la caja, a los cuales se inflama para apreciar si se trata

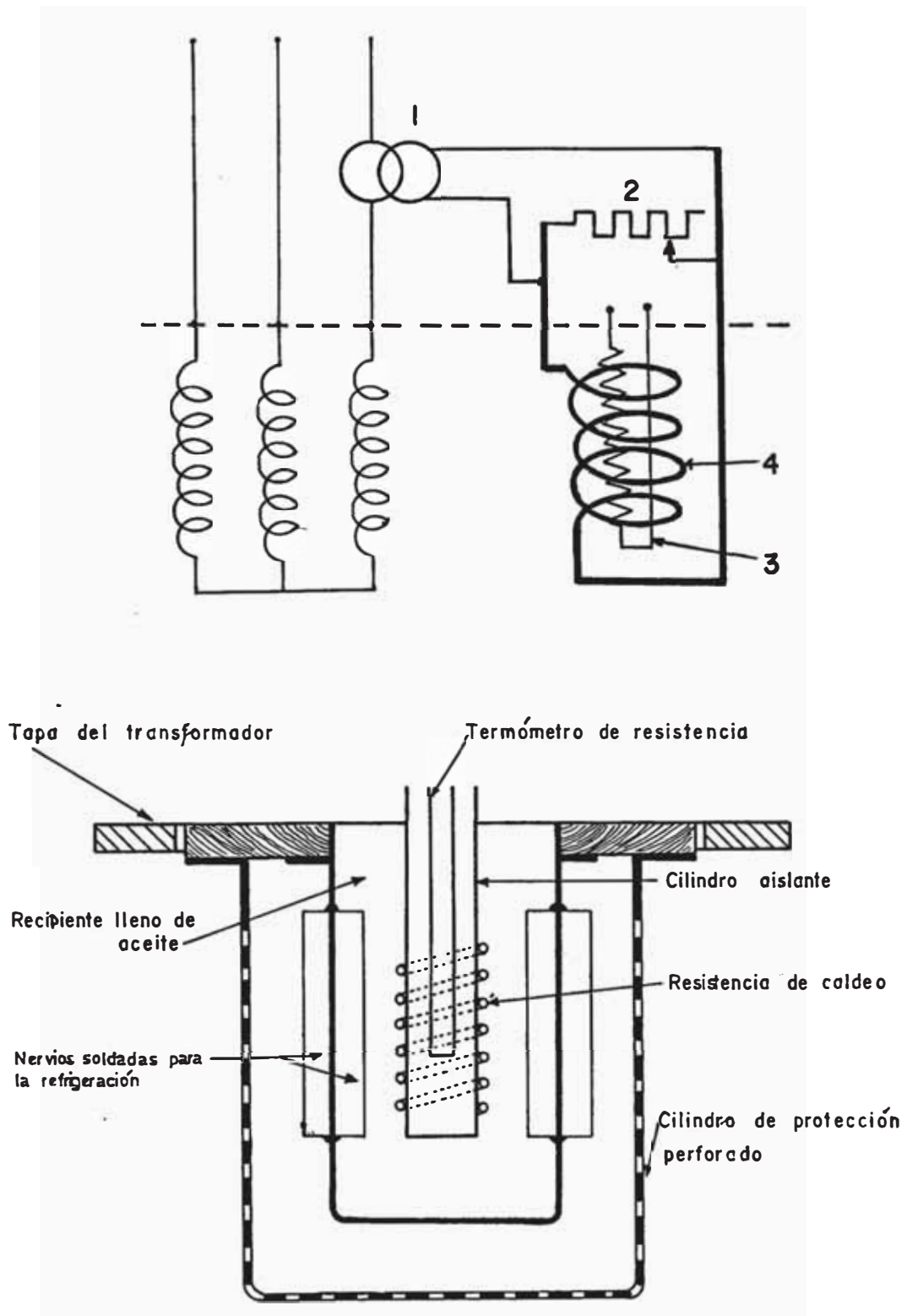
de gases de aceite o aire que hubiese penetrado en el transformador. Otro grifo de ensayo "i" permite comprobar haciendo funcionar el aparato por medio de una bomba auxiliar que los contactos, flotadores, conexiones, etc., se hallen en buen estado. Este ensayo debe realizarse terminado su montaje y durante el servicio después de cada vez que haya funcionado el dispositivo.

2.1.3.2. El Relé de Imagen Térmica

Es un dispositivo que evita que el transformador esté sometido a sobrecargas y consecuentemente al calentamiento que es perjudicial para los conductores activos. El relé de imagen térmica está constituido de las siguientes partes: Figura (2.1.4).

Un termómetro de resistencia "3" propiamente dicho que se encuentra en la parte del aparato que se halla sumergido en el aceite del transformador, y en el interior de un tubo perforado de material aislante. Este tubo sirve de soporte a la resistencia de caldeo "4" que es atravesada por una parte de la corriente secundaria de un transformador de intensidad I, situado en el circuito de alimentación del transformador.

La resistencia de caldeo está alojada en un recipiente metálico provisto de nervios interior y exteriormente, que estanco y lleno también de aceite va sumergido en el aceite del transformador.



Fig(2.1.4) Esquema del relé de imagen térmica

Las partes de aparato que se encuentran debajo de la tapa de aquel y rodeadas de aceite se protegen con una envoltura cilíndrica de plancha perforada.

En la parte superior del aparato, encima de la tapa del transformador se coloca una resistencia ajustable "2", conectada en paralelo con la resistencia de caldeo.

El recipiente metálico puede ser construído por un número de nervios diferentes, lo cual permite adaptar la constante de tiempo del termómetro de resistencia a la del bobinado del transformador.

Si no pasara corriente por la resistencia de caldeo, el aceite del recipiente, tendría la misma que del transformador, pero esta resistencia se alimenta por un transformador de corriente y es por lo tanto recorrida por una intensidad proporcional a la que da el transformador de potencia, resultando de ello un calentamiento del aceite del recipiente que corresponde a la diferencia de temperatura entre el arrollamiento y el aceite de la cuba. El instrumento indicador es de cuadro móvil con escala dividida en °C . Si las dos constantes de tiempo están bien coordinadas, el instrumento indica de una manera bastante precisa las variaciones de temperatura en el arrollamiento del transformador.

El instrumento indicador se construye en general para ser accionados por contactos de máxima, una señal de alarma o provoque la desconexión del interruptor, tan pronto como

la temperatura sobrepase los valores determinados. De lo expuesto el relé de imagen termica es pues una protección eficaz contra las sobrecargas.

2.2. COMPARACION ENTRE EL CIRCUITO ELECTRICO Y MAGNETICO

Así como un circuito eléctrico es un sistema de conductores eléctricos por los cuales pueden transmitirse corrientes eléctricas, como consecuencia de la aplicación de fuerzas electromotrices (f.e.m.); análogamente, el circuito magnético es un sistema de conductores magnéticos en los que puede ser establecido un flujo magnético como consecuencia de la aplicación de fuerzas magnetomotrices (f.m.m). Y así como un generador o una batería funcionan como fuente de f.e.m. y provocan corrientes en el circuito eléctrico, también un conductor o una bobina expuesta a un flujo magnético que varía con el tiempo, se comporta como fuente de f.m.m. y crean magnetismo en el circuito magnético.

Estas generalizaciones permiten comparar la f.m.m. con la f.e.m. y el flujo con la corriente. Puede plantearse una tercera analogía entre la oposición a la corriente en un circuito eléctrico y la oposición al establecimiento del flujo en un circuito magnético; en el primero es la resistencia y en el segundo recibe el nombre de reluctancia.

El flujo producido es directamente proporcional a la f.m.m. e inversamente proporcional a la reluctancia y las re-

laciones entre las dos clases de circuitos pueden ser comparadas sobre la base de la Ley de Ohm y de su analogía - para los circuitos magnéticos.

$$\begin{aligned} \text{corriente} &= \frac{\text{f.e.m}}{\text{resistencia}} \\ \text{Flujo} &= \frac{\text{f.m.m.}}{\text{reluctancia}} \end{aligned} \quad (2.2.1)$$

Además de las analogías indicadas existen varias diferencias importantes entre los circuitos eléctricos y magnéticos. Por ejemplo en un circuito eléctrico la corriente - puede ser reducida a cero mediante la simple apertura del interruptor principal, en estas condiciones existe una f. e.m. pero no una corriente. En cambio en un circuito magnético no existe nada semejante a un interruptor magnético que pueda ser abierto o cerrado, si existe una f.m.m. existirá un flujo porque la diferencia entre la reluctancia del aire y de los materiales magnéticos no es tan grande como la diferencia de resistencia entre los conductores y aisladores eléctricos.

Otra diferencia importante reside en las propiedades de resistencia y de reluctancia de los materiales eléctricos y magnéticos. Excepto en las variaciones relativamente pequeñas debidas a los cambios de temperatura, la resistencia de un conductor eléctrico es esencialmente constante; la resistencia no es afectada en forma significativa por la magnitud de la corriente. En cambio la reluctancia de una sustancia magnética (diferente del aire) guar-

da una relación muy definida con el flujo creado, o dicho de otra manera, la reluctancia y el flujo están ligados de tal modo que para una f.m.m. dada, la reluctancia depende de la inducción y viceversa.

2.3. PARAMETROS DEL CIRCUITO MAGNETICO

Si: ϵ es la f.m.m. o diferencia de potencial magnética a lo largo del circuito magnético.

Φ es el flujo que circula por el circuito magnético.

R es la reluctancia del circuito magnético.

Entonces según la ecuación (2.2.1) se tiene:

$$\Phi = \frac{\epsilon}{R} \quad (2.3.1)$$

La inversa de la reluctancia R, se denomina permeancia P del circuito magnético, es decir:

$$P = \frac{1}{R} = \frac{\Phi}{\epsilon} \quad (2.3.2)$$

Si el circuito magnético es de sección uniforme y naturaleza homogénea, la permeancia del mismo resulta por experiencia proporcional a la sección transversal A del circuito magnético e inversamente proporcional a su longitud l, de tal modo que:

$$P = u \frac{A}{l} \quad (2.3.3)$$

y:

$$R = \frac{l}{u A} \quad (2.3.4)$$

donde el coeficiente de proporcionalidad u, llamada permeabilidad de la sustancia desempeña un papel similar a

la conductividad de los circuitos eléctricos.

La intensidad del campo magnético H queda definida como - la f.m.m. por unidad de longitud, es decir:

$$H = \frac{\epsilon}{l} \quad (2.3.5)$$

introduciendo la densidad de flujo o inducción B , se tiene:

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{\frac{\epsilon}{R}}{A} = \frac{\epsilon}{R A}$$

$$B = \frac{\epsilon}{\frac{l}{u A} \times A} = u \frac{\epsilon}{l} \quad (2.3.6)$$

Por la ecuación (2.3.5) se tiene:

$$B = u H \quad (2.3.7)$$

El valor de la permeabilidad u depende de la sustancia - que constituye el circuito magnético y suele ser prácticamente el mismo para casi todos los materiales que se emplean en la electrotecnia tales como el aire, aceite cobre, aluminio, aleaciones y aislantes; salvo para los llamados materiales ferromagnéticos como el hierro y sus derivados en los cuales alcanza valores mucho más elevados que en las sustancias restantes.

La permeabilidad u es afectado muy poco por la temperatura dentro de los márgenes industriales, es por ello que la propiedad de la permeabilidad ha sido decisiva para - la construcción de las máquinas eléctricas.

Debido a la elevada permeabilidad de los materiales ferromagnéticos es posible la fabricación económica de las ma

quinas eléctricas, pero la inconstancia de la permeabilidad μ , trae como consecuencia en el estudio de estas máquinas, incertidumbre y dificultad, disminuyendo así el carácter racional de la buena parte de la Electrotecnia y otras ramas afines, imprimiendo al cálculo de estas máquinas un sello empírico en sus fundamentos que pesa a lo largo de todo el desarrollo.

2.4. UNIDADES EN EL SISTEMA C.G.S

En este sistema la permeabilidad del vacío que prácticamente es la misma que la del aire, se toma igual a la unidad. La unidad de permeancia en este sistema está representada por la permeancia de un cubo de 1 cm de arista en el vacío.

Si para otro medio magnético la permeancia es igual a x veces la del vacío, su permeabilidad μ con respecto a la de este último será numéricamente igual a $\mu = x$.

La f.m.m. o tensión magnética ϵ' está expresada en Gilbert (Gb); por lo que se hace necesario un factor de 0.4π para la conversión de los amper-espiras NI en Gb, es decir:

$$\epsilon = 0.4\pi NI \text{ Gb} \quad (2.4.1)$$

El flujo Φ está expresado en Maxwell (M)

$$E = - \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8} \text{ V/espira} \quad (2.4.2)$$

Según la ecuación (2.3.2) la permeancia se expresa en M/Gb y según la ecuación (2.3.3) se expresa en cm^2/cm ; unidades

que son equivalentes.

La inducción B definida como el flujo por unidad de área está expresado en M/cm^2 y se denomina Gauss (G).

El campo magnético se expresa en Gb/cm , según como se deduce de la ecuación (2.3.5). El Gb/cm se denomina Oesterd (Oe).

La permeancia P expresada en M/Gb ó cm^2/cm ; la reluctancia R en Gb/M ó cm/cm^2 y la permeabilidad μ no han recibido un nombre especial.

En este sistema la inducción B expresada en G y el campo magnético H en Oe son numéricamente iguales para el aire, vacío y una gran variedad de los dieléctricos, ya que la permeabilidad toma el valor de la unidad.

2.5. UNIDADES EN EL SISTEMA M.K.S

La unidad de flujo derivada de la Ley de Faraday:

$$E = - \frac{d\Phi}{dt} \text{ V/espiras} \quad (2.5.1)$$

y será igual a un flujo tal que extinguiéndose con ritmo uniforme durante un segundo, induzca en una espira la f. e.m. constante de un voltio.

La unidad del flujo magnético según la ecuación (2.5.1) es el voltio-segundo (Vs), llamado también Weber (Wb).

La f.m.m. o tensión magnética ϵ está expresado en amper-vueltas (Av).

La inducción B está expresada en Vs/m^2 ó Wb/m^2 que son equivalentes y se denomina Tesla (T).

El campo magnético H se expresa en Av/m .

La permeabilidad μ se expresa en $\text{T}/(\text{Av/m})$.

La permeancia P según la ecuación (2.3.2) se expresa en Wb/Av , y según la ecuación dada:

$$P = \mu_0 \mu \frac{A}{l} \frac{\text{Wb}}{\text{Av}} \left(\frac{\text{m}^2}{\text{m}}\right) \quad (2.5.2)$$

Se expresa en m^2/m , siendo ambas equivalentes.

2.6. EQUIVALENCIAS

$$\begin{aligned} 1 \text{ Wb} &= 1 \text{ Vs} = 10^8 \text{ M} \\ 1 \text{ T} &= 1 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} = \frac{10^8 \text{ M}}{10^4 \text{ cm}^2} \\ 1 \text{ T} &= 10^4 \text{ G} \end{aligned}$$

En el sistema C.G.S:

$$\mu_0 = 1 \frac{\text{G}}{\text{Oe}}$$

En el sistema M.K.S:

$$\begin{aligned} \mu_0 &= 1 \frac{\text{G}}{\text{Oe}} = \frac{\text{T} \times 10^{-4}}{\frac{\text{Gb}}{\text{cm}}} = \frac{\text{T} \times 10^{-4}}{4\pi \frac{\text{Av}}{\text{cm}} \frac{100 \text{ cm}}{\text{m}}} \\ \mu_0 &= 4\pi \times 10^{-7} \text{ T}/(\text{Av/m}) \end{aligned}$$

2.7. CURVA DE INDUCCION

Para el aire y demás sustancias no ferromagnéticas la ecuación $B = \mu H$ es solamente una expresión analítica, ya que en unidades C.G.S se transforma en: $B = H$.

Para los materiales magnéticos se requiere una representa

ción gráfica de la densidad del flujo B en función del campo H, es decir $B = f(H)$. Esta curva se denomina Característica Magnética o Curva de Inducción del material considerado. Para los transformadores en el cual los circuitos magnéticos se encuentran sometidos a un flujo alterno es necesario considerar las curvas de la chapa magnética aleadas, denominadas también chapas siliciosas, generalmente con un grosor de 0.35 mm. La aportación del silicio tiene las finalidades de reducir las pérdidas por histéresis y aumentar la resistividad del acero. Con lo último se logra lógicamente disminuir las pérdidas por corrientes parásitas. El silicio evita el envejecimiento de la chapa, originada por la acción continuada de calor, el cual trae consigo el aumento de pérdidas con el tiempo.

El contenido de silicio en una chapa magnética es inversamente proporcional a la pérdida por Kg. pero no se puede exagerar el contenido de silicio, porque la chapa se vuelve tan quebradiza que se hace difícil su manipulación, además presenta dificultades para el punzonado y corte.

Es importante que las chapas que van a emplearse y que por consiguiente estén ya cortadas, tengan el corte limpio y sin rebabas, de lo contrario podrían producirse cortocircuitos francos entre las chapas con un aumento de pérdidas.

Para evitar las pérdidas en los transformadores se aísla una cara de la chapa con un papel fino y encolado o me-

diante un barniz protector; a veces para aprovechar el espacio se recurre al silicatado, ello da lugar como resultado una disminución de pérdidas en el núcleo, aproximadamente del orden del 20%. Otro tipo de aislamiento es el llamado carlita que se emplea en ambas caras de la chapa (laminado en frío).

No se puede recurrir al limado de las chapas una vez montadas en el paquete, ya que aumentarían los cortocircuitos. En el montado de las chapas hay que procurar que estén bien apretadas entre sí, de lo contrario vibran y hacen ruidos desagradables. Conforme aumenta la inducción, aumentan las pérdidas por Kg. de chapa.

Hay dos tipos de estas chapas y son: Las chapas laminadas en caliente y las chapas laminadas en frío o de grano orientado.

2.7.1. Chapas laminadas en caliente

Es la chapa de permeabilidad y pérdidas consideradas antes como normales. Como una orientación se indica que las pérdidas por histéresis y por corrientes parásitas están en el rango de 0.8 W/Kg a 1.3 W/Kg referidas a 1 Tesla y a la frecuencia de 60 Hz.

2.7.2. Chapas laminadas en frío o de grano orientado

El acero silicioso cristaliza en el sistema regular centrado como se indica en la Figura (2.7.1).

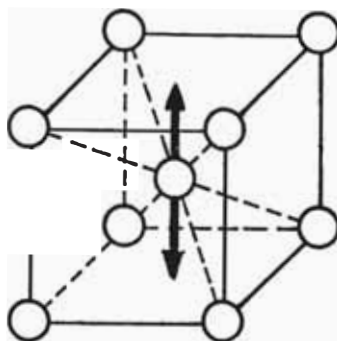


Fig (2.7.1)

Tal cristalización ofrece una anisotropía magnética. Cabe mencionar que una masa de acero no es un monocristal sino que está formada por cristales de mayor o menor tamaño, según el proceso de fabricación y tratamiento de azufre. Cada cristal tiene una malla cristalina con determinada orientación. El conjunto de cristales aún cuando cada uno es anisótropo, forma un cuerpo isótropo. Por fuertes laminaciones en frío, los cristales tienden a orientarse. Se somete a un tratamiento térmico el material con la finalidad de eliminar tensiones internas, con ello, mejora las características magnéticas conservándose la orientación. La dirección definida por el eje cuaternario es la más favorable, desde el punto de vista magnético, por el cual la chapa magnética de grano orientado sea en conjunto anisótropa, y que la dirección magnética más favorable sea la de laminación; por consecuencia la permeabilidad μ tiene valores más elevados y en campos alternos las pérdidas son mínimas.

Como orientación se indica que la chapa de grano orientado suele tener pérdidas en el rango de 0.5 W/Kg a 0.7 W/

Kg referidos a 1 Tesla (T) a la frecuencia de 60 Hz.

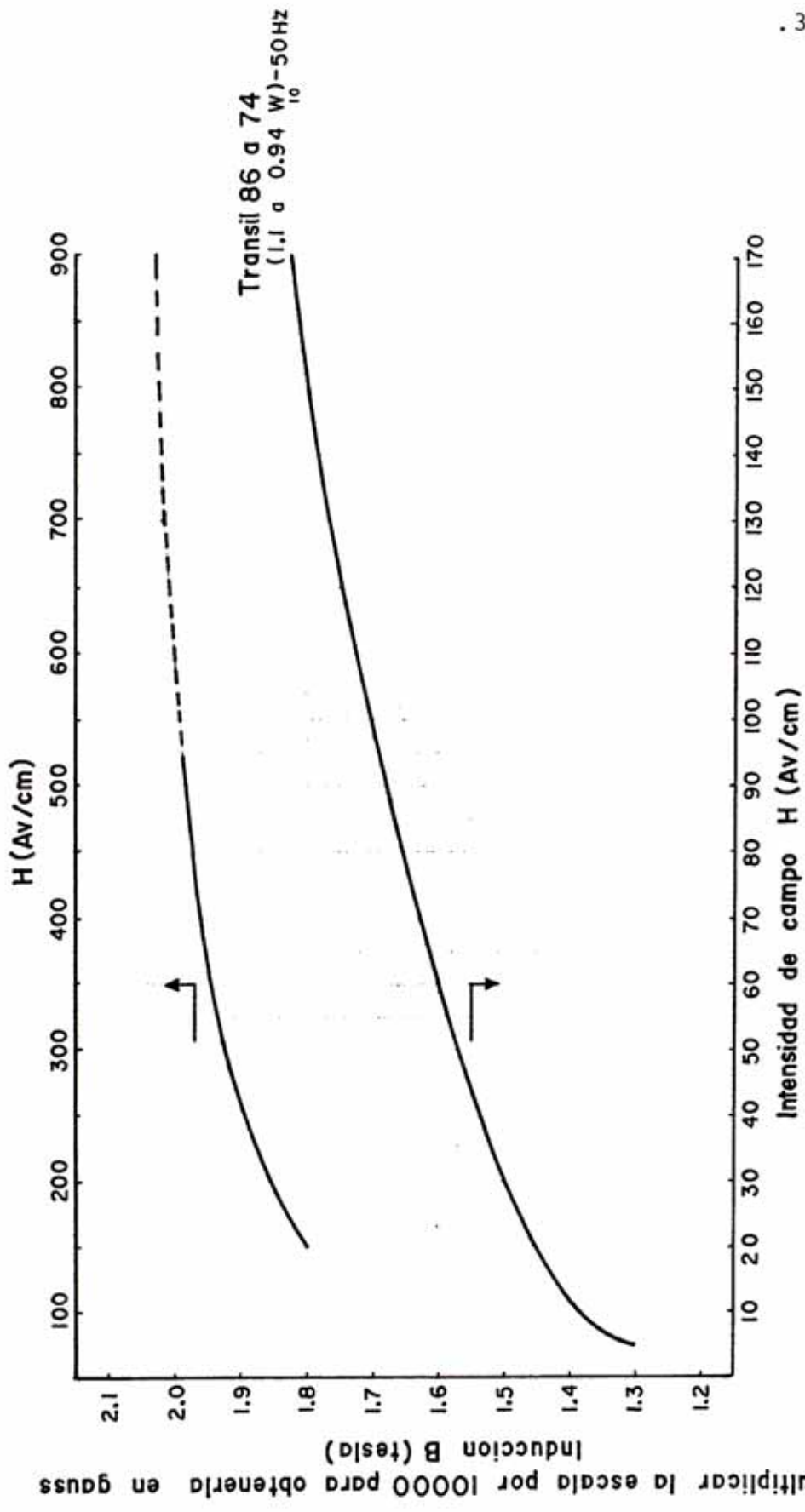
Los actuales transformadores suelen proyectarse con inducciones que oscilan entre 1.5 T a 1.85 T y que con las chapas de grano orientado a estas inducciones no se llegan a la saturación.

En términos generales se puede admitir una reducción en las pérdidas de un transformador aproximadamente de un 50 % y lógicamente al poder trabajar con inducciones de 1.7 T, no se necesita tanta sección del núcleo para un mismo transformador y aún en estas condiciones las pérdidas en el hierro vienen a ser de un 35% de la chapa normal. Indirectamente se obtiene otra ventaja, ya que siendo el núcleo de menor sección, las espiras de los arrollamientos tienen menor longitud, con lo cual los arrollamientos frecen menos resistencia existiendo como un 10% menos de pérdidas en el cobre, a la vez que se disminuye el peso del hierro que representa un 10% menos de pérdidas.

Las Figuras (2.7.2) y (2.7.3) muestran las curvas de inducción $B = f(H)$ de las chapas laminadas en caliente y laminadas en frío respectivamente.

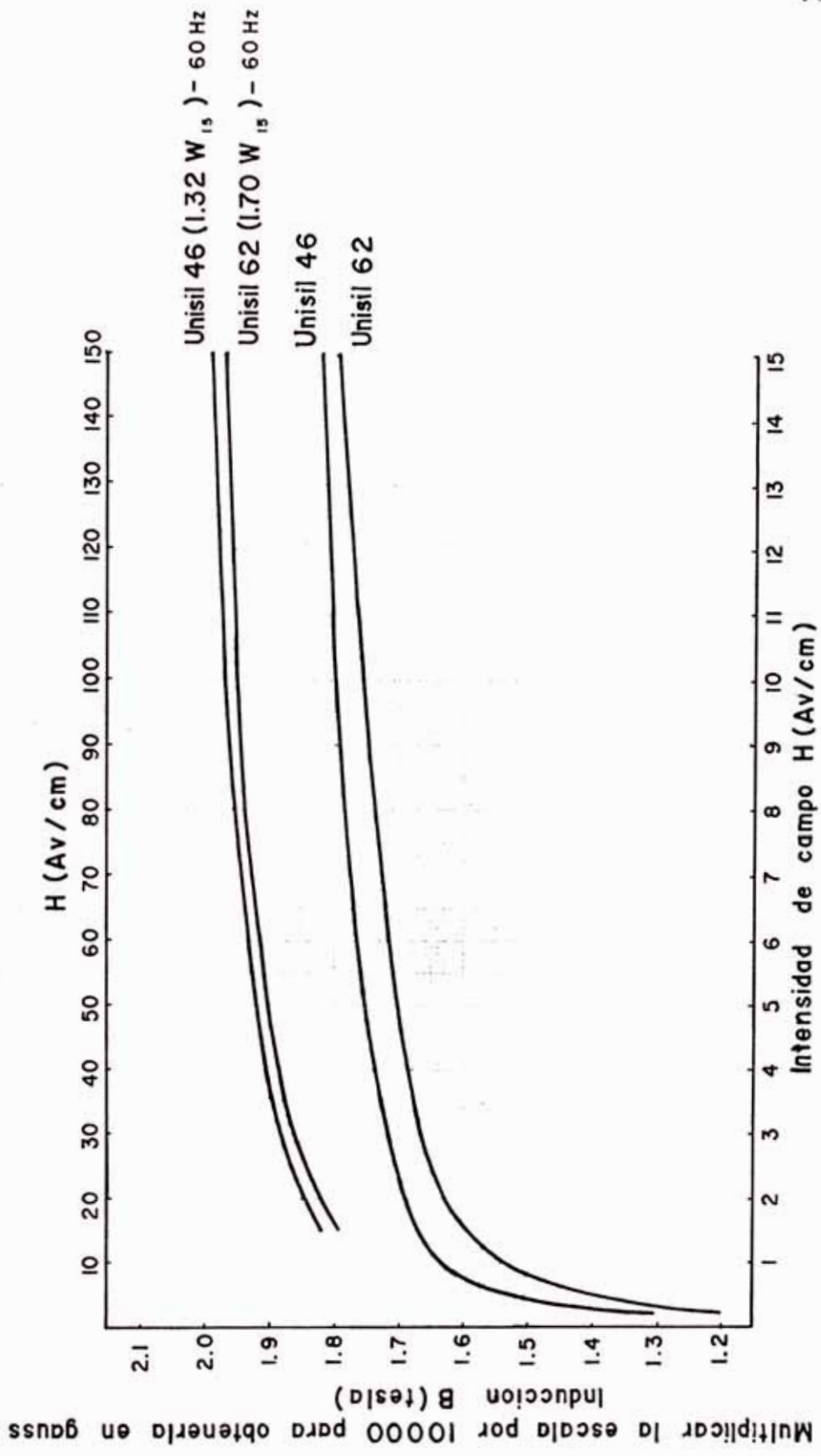
La permeabilidad μ en cada punto será en unidades C.G.S - el cociente de la inducción en G y el campo H en Oe; alcanzando magnitudes que van de 50,000 a 150 para la chapa laminada en frío.

La Figura (2.7.4) pone de manifiesto la característica fuertemente direccional de la chapa laminada en frío.



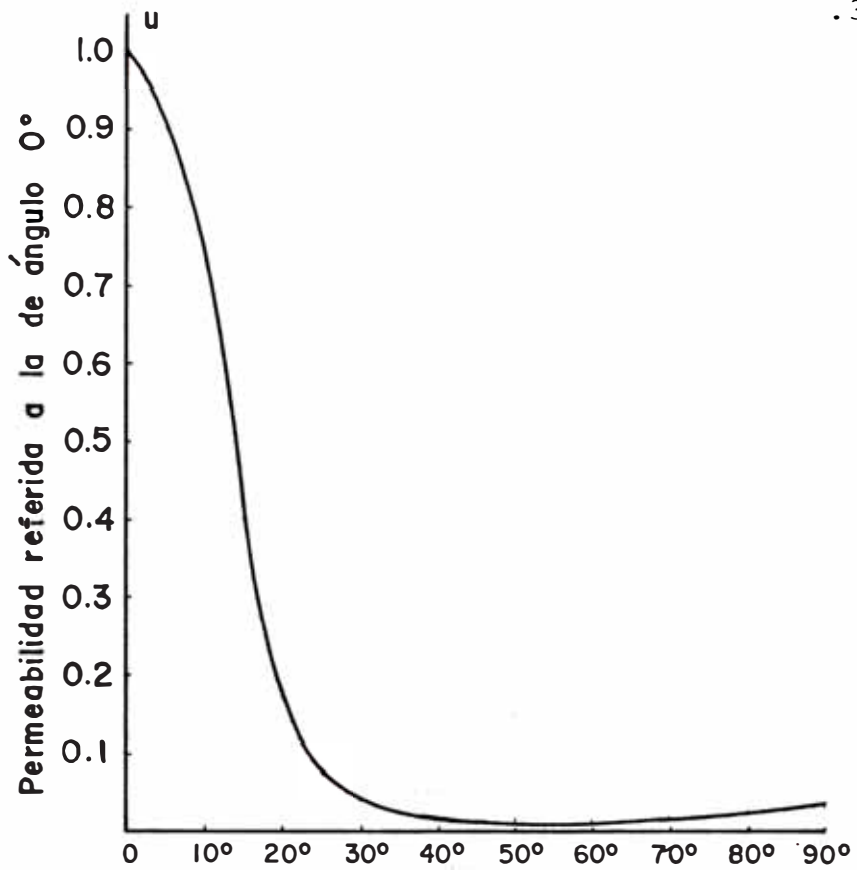
Multiplicar la escala por $\frac{4\pi}{10}$ para obtenerla en oersted

Fig (2.7.2) Curva de inducción para las chapas magnéticas de transformador laminadas en caliente

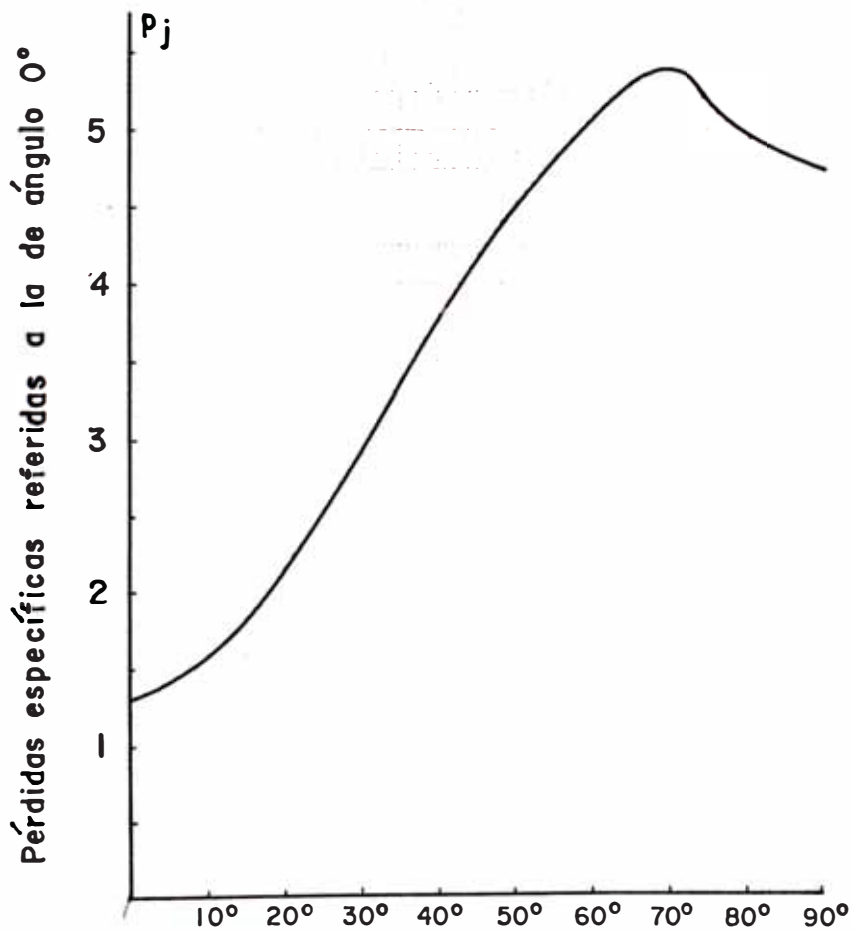


Multiplicar la escala por $\frac{4\pi}{10}$ para obtenerla en oersted

Fig(2.7.3) Curva de inducción para las chapas magnéticas de transformador laminadas en frío



Fig(2.7.4) Angulo del flujo con respecto al eje de laminación



Fig(2.7.5) Angulo del flujo con respecto al eje de laminación

Según el ángulo del flujo con la dirección del laminado, la permeabilidad μ se reduce a la centésima parte.

En las máquinas y transformadores eléctricos se calcula directamente con los valores de la inducción B y el campo H , no interviniendo casi nunca los de la permeabilidad μ .

La figura (2.7.5) nos muestra la magnitud de las pérdidas en la chapa de grano orientado en función del ángulo del flujo referidos a $1.5.T$, observándose que para una desviación axial de 70° las pérdidas son cuatro veces mayores.

2.8. ASPECTOS CONSTRUCTIVOS DEL CIRCUITO MAGNETICO

2.8.1. Unión entre núcleos y culatas

La unión entre núcleos y culatas (o yugos) puede efectuarse en dos procedimientos, que son: Junta lisa o a tope y Junta ensamblada o al solape.

2.8.1.1. Junta lisa o a tope

Es aquella unión entre núcleos y culatas (yugos) simplemente por contacto y suele emplearse en

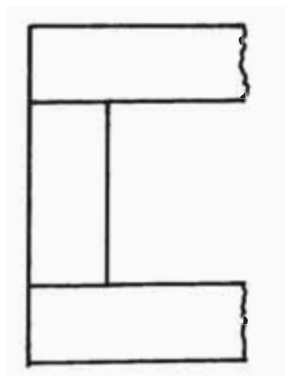


Fig (2.8.1)

transformadores de gran potencia.

La Figura (2.8.1) nos muestra este tipo de junta.

2.8.1.2. Junta ensamblada o al solape

Es aquella unión entre núcleos y culatas - por ensamble y es el procedimiento más utilizado en transformadores de pequeña y mediana potencia. Observar esta junta en la Figura (2.8.2).

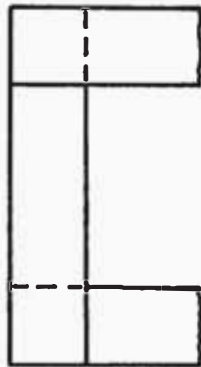


Fig (2.8.2)

En cualquiera de las dos juntas mencionadas, existen trechos en los cuales el flujo no se establece longitudinalmente en relación con la dirección del laminado como se observa en la Figura (2.8.3).

Esto origina en tales zonas cuando son de chapa de grano orientado, un aumento de pérdidas, luego disminuye el rendimiento y se tiene calentamiento a la vez,

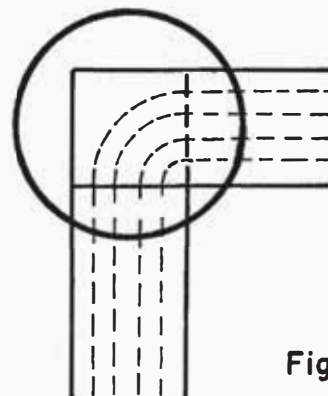


Fig (2.8.3)

En las chapas de grano orientado se evita este defecto con el llamado corte a 45° como se observa en la Figura (2.8.4)a. Otro tipo de corte

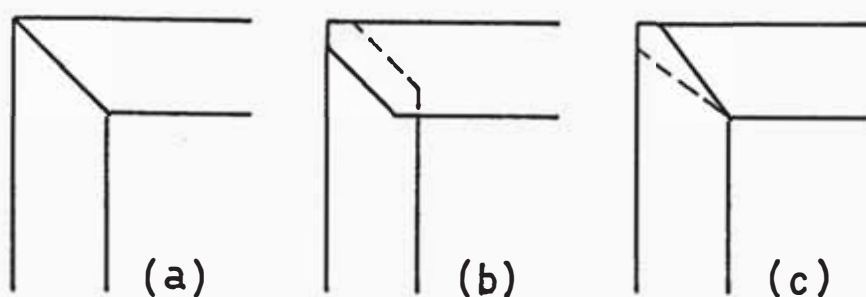


Fig (2.8.4)

que admite la disposición de junta ensamblada o al solape se observa en las Figuras (2.8.4)b y c que para los transformadores trifásicos quedarían ensamblados según las Figuras (2.8.5)a y b respectivamente.

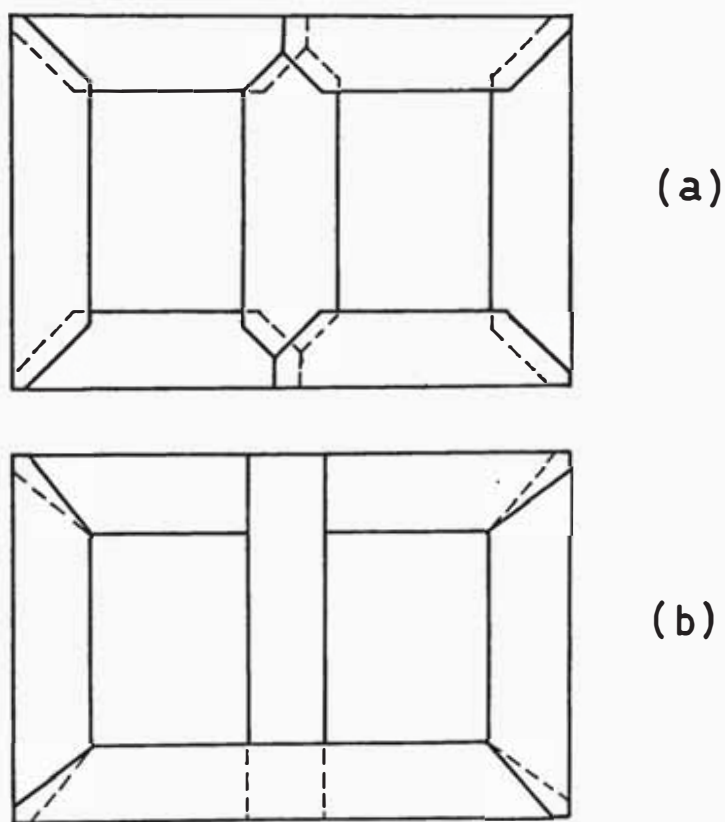


Fig (2.8.5)

Las culatas o yugos cuya forma no afecta a los arrollamientos se hacen casi siempre de sección cuadrada o rectangular y algunas veces de sección escalonada, aunque siempre más sencilla que la sección de los núcleos. La formación del circuito magnético debe hacerse de tal forma que las bobinas que constituyen los arrollamientos se coloquen de forma fácil. En los transformadores de gran potencia se disponen los núcleos y culatas separadamente y se montan después de colocar los correspondientes bobinados como se muestra en la Figura (2.8.6).

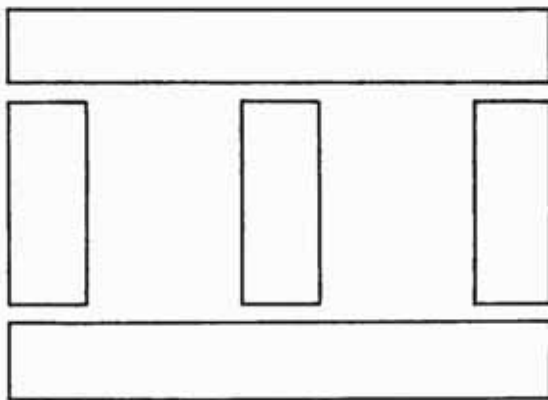


Fig (2.8.6)

Para facilitar el montaje del circuito magnético, la culata superior se coloca a tope como se observa en la Figura (2.8.7).

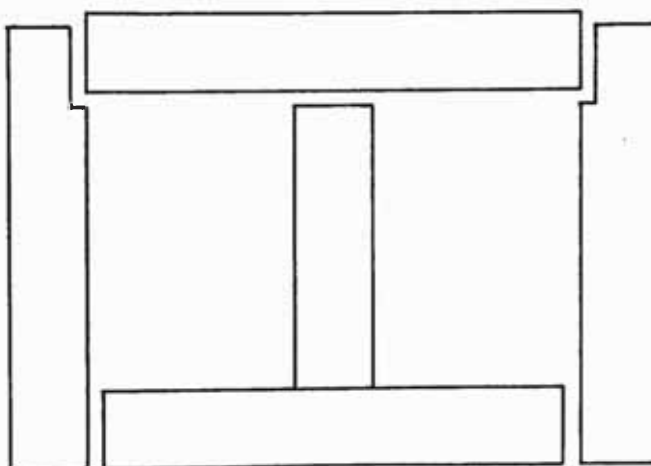


Fig (2.8.7)

2.8.2. Secciones del núcleo

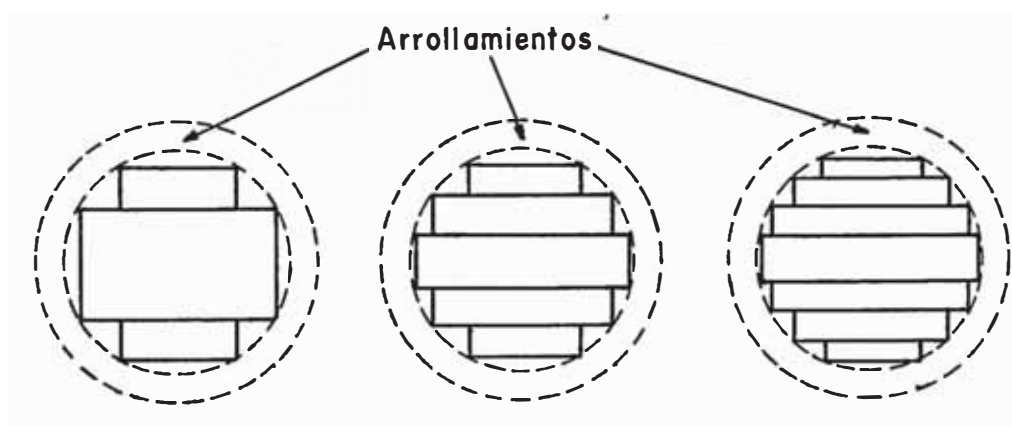
Las secciones del núcleo pueden ser: Cuadrado o rectangular y aproximadamente circular.

2.8.2.1. Sección cuadrada o rectangular

Empleada frecuentemente para pequeños transformadores y las bobinas tienen la misma forma que la sección de los núcleos.

2.8.2.2. Sección aproximadamente circular

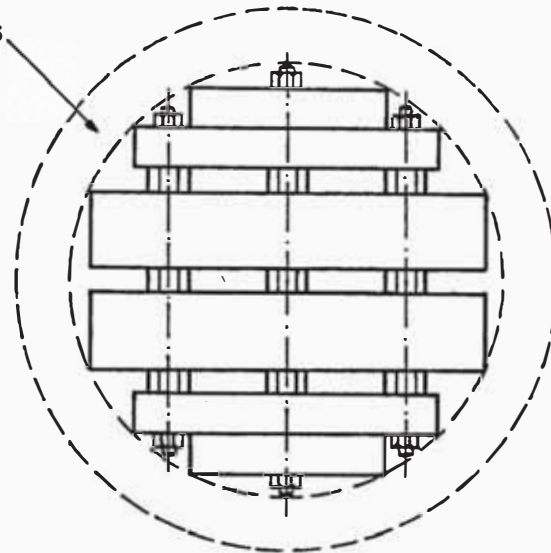
Una sección circular perfecta no es económico, ya que habría que cortar una gran cantidad de chapas de diferentes tamaños. Lo más frecuente y lógico es cortar las chapas en dos o más tamaños escalonados de forma que la sección resultante quede inscrita en una circunferencia, aprovechando así mejor la chapa magnética y aumentando a la vez la superficie de ventilación de los núcleos. Este es el procedimiento en el caso de transformadores de mediana potencia, tal como se muestra en la Figura (2.8.8).



Fig(2.8.8)

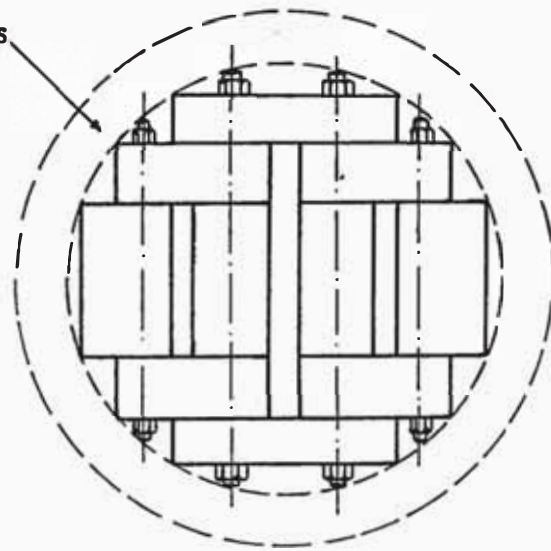
Para los transformadores de gran potencia es necesario una mayor ventilación subdividiendo las chapas mediante separadores o viguetas de hierro, constituyendo así los canales de ventilación como se muestra en la Figura (2.8.9)a y b.

Arrollamientos



Núcleo de sección escalonada, con subdivisión de los paquetes de chapas mediante separadores.

Arrollamientos



(b) Núcleo de sección escalonada con canales longitudinales de ventilación

Fig (2.8.9)

2.8.3. Sujección de las chapas

El prensado de los circuitos magnéticos según la vieja tecnología se realizaba con ayuda de espárragos, que se instalan en los agujeros pasantes de las columnas y cu latas. Los transformadores de las series nuevas se ensam blan de acuerdo a la nueva tecnología que es progresiva y que no requiere espárragos, excluyendo por lo tanto la ne cesidad de agujeros para éstos.

Los nuevos procedimientos del prensado de los circuitos - magnéticos, en combinación con el empleo de las chapas de textura orientada, mejoran las características técnicas - de los transformadores, este prensado se observa en el - plano N° 1.

La sección del circuito magnético para un ensamblaje mas compacto con los arrollamientos se aproxima a la circular lo que se consigue ejecutándola en forma de un polígono - escalonado inscrito en la circunferencia.

El apilado de los circuitos magnéticos se efectúa de mane ra que la resistencia magnética al circuito del flujo sea la mínima.

C A P I T U L O 3

3.0. INDUCTANCIA, PERMEANCIA Y TENSION DE REACTANCIA

El flujo de dispersión se caracteriza por hallarse concatenado sólo con los devanados, tanto primario como secundario, sin intervenir directamente en la transmisión de la energía entre éstos, siendo su recorrido principal a través de los arrollamientos y el aire.

Los flujos de dispersión motivan las llamadas caídas internas por reactancia. No es fácil a base de los ensayos industriales usuales, separar los efectos de los flujos de dispersión primario y secundario. La parte del flujo de dispersión que solamente concatena con el primario, oscila según los casos y formas constructivas entre el 25% y 75% siendo lo más interesante el efecto conjunto de ambos flujos de dispersión.

El flujo de dispersión al atravesar la masa de los arrollamientos, motiva corrientes de Foucault que se superpondrán a las principales. Esto aumenta las pérdidas por efecto Joule puras que pueden calcularse o medirse mediante corriente continua.

La tensión de reactancia está dada por la valoración numérica del flujo de dispersión, provocada por una corriente alterna de valor eficaz I en una bobina de N espiras. No es preciso llegar a la valoración numérica del flujo de dispersión para calcular la f.e.m. de reactancia. El coeficiente

ficiente de autoinducción relacionado con él y las reluctancias que la determinan constituyen parámetros auxiliares suficientes y dependen de las dimensiones geométricas del circuito magnético por donde recorre dicho flujo, del número de espiras de las bobinas inducidas por él y de la permeabilidad del medio.

Para la evaluación sencillamente, la permeabilidad de estos circuitos, en los cuales dominan los espacios de aire o diamagnéticos, puede considerarse constante si se desprecia la reluctancia mucho menor de las trayectorias ferromagnéticas que aparecen en serie con el aire o vacío.

Con este planteamiento se simplifica notablemente los problemas concernientes a la dispersión.

3.1. COEFICIENTE DE AUTOINDUCCION

Por definición cuando todo el flujo Φ concatena con las N espiras de una bobina, se tiene que:

$$L = N \frac{d\Phi}{di} = \frac{d\Psi}{di} \quad H \quad (3.1.1)$$

en el cual: Φ está expresado en Wb

i está expresado en A

Ψ está expresado en Wb-espiras. Luego

L representa la variación del número de concatenaciones espiras-flujo ($\Psi = N\Phi$), por unidad de variación de corriente inductora.

Si el circuito es de permeabilidad μ constante, la ecuación (3.1.1) se transforma en:

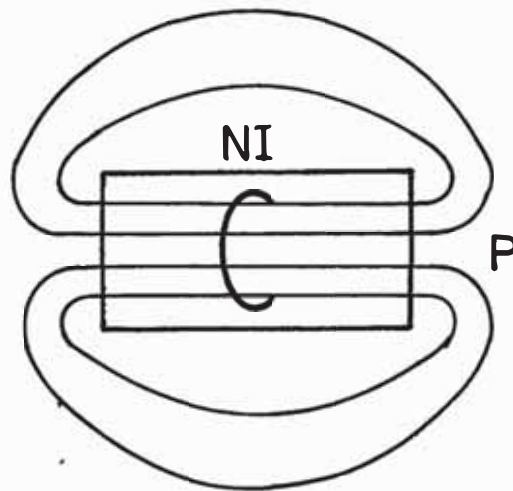
$$L = N \frac{\Phi}{I} H \quad (3.1.2)$$

Si la permeabilidad μ varía con la corriente, la ecuación (3.1.2) en términos finitos es válida como definición de la inductancia media.

3.2. INDUCTANCIA DE UN CIRCUITO ELECTROMAGNETICO DE CON-CATENACION CONCENTRADA. (Bobina laminar).

El flujo Φ se halla concatenado integramente con todas las espiras N como correspondería a un bobina de grueso radial infinitamente pequeño, como se muestra en la Figura (3.2.1).

Fig (3.2.1) Inductancia de una bobina laminar



A permeancia constante P y para cualquier valor instantáneo de el flujo Φ y la corriente i , se tiene:

En el Sistema M.K.S

Con el flujo Φ en Wb y la corriente i en A

$$L = N \frac{\Phi}{i} H \quad (3.2.1)$$

De la ecuación (2.3.2) se tiene que:

$$\Phi = \epsilon P \text{ pero } \epsilon = Ni$$

luego : $\Phi = Ni P$

$$\frac{\Phi}{i} = N P \quad (3.2.2)$$

reemplazando la ecuación (3.2.2) en (3.2.1), se tiene:

$$L = N^2 P \quad H \quad (3.2.3)$$

en donde P según la ecuación (2.5.2) es:

$$P = u_o u \frac{A}{l} \frac{Wb}{Av} \quad (3.2.4)$$

y $u_o = 4 \pi 10^{-7}$ para el vacío (aire):

$$u_o u \text{ expresadas en } \frac{T}{Av/m}$$

En el Sistema C.G.S

Con el flujo Φ en M y la corriente i en A:

$$L = N \frac{\Phi}{i} \times 10^{-8} \quad H \quad (3.2.5)$$

De la ecuación (2.3.2) se tiene que:

$$\Phi = \epsilon P$$

Pero de la ecuación (2.4.1)

$$\epsilon = 0.4 \pi Ni$$

luego:

$$\Phi = 0.4 \pi Ni P$$

$$\frac{\Phi}{i} = 0.4 \pi N P \quad (3.2.6)$$

reemplazando la ecuación (3.2.6) en la ecuación (3.2.5) - se tiene:

$$L = 4 \pi 10^{-9} N^2 P \quad H \quad (3.2.7)$$

con $P = u \frac{A}{l} \frac{M}{Gb} \quad (3.2.8)$

u : expresada en G/Oe

u = 1 para el vacío (aire)

Si la permeabilidad μ es variable en corriente alterna y al aplicar una f.e.m. senoidal, la onda de corriente no lo es; entonces puede definirse un coeficiente de autoinducción (c.d.a.i) equivalente L_{eq} expresadas en H, tal - que:

$$L_{eq} = \frac{E}{2 \pi f I_u} \quad H$$

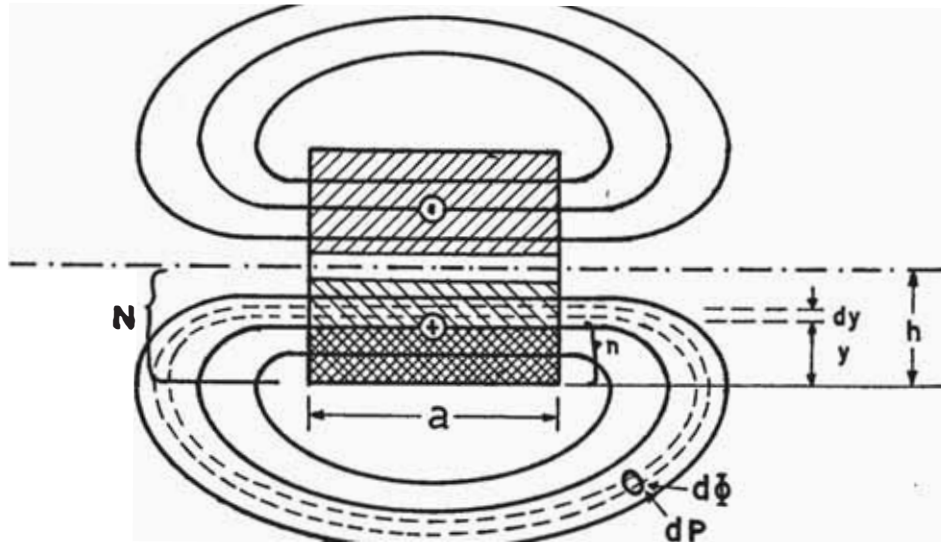
donde: E es el valor eficaz de la tensión senoidal aplicado en V.

I_u es el valor eficaz de la corriente magnetizante que es aproximadamente la corriente de vacío.

3.3. INDUCTANCIA EN UN CIRCUITO ELECTROMAGNETICO DE CONCATENACION PROGRESIVA

Cuando un flujo se encuentra concatenado progresivamente con un número creciente de espiras, de una bobina - de espesor h sin espacio libre en su eje, tal como se muestra en la Figura (3.3.1), en donde cada línea de fuerza abraza un número distinto de espiras, desde cero para las líneas que se inician en la superficie exterior de la bobina hasta el total de las N espiras abrazadas por las líneas que pasan por el eje; la expresión general del coeficiente de autoinducción en un instante determinado, cuando la corriente que circula por ella es i sería:

$$L = \frac{\int_0^{\phi} n \, d\phi}{i} = \frac{\int_0^{\psi} d\psi}{i} \quad H \quad (3.3.1)$$



Fig(3.3.1) Inductancia en el caso de concatenaciones progresivas

Siendo n el número de espiras concatenadas por el flujo $d\Phi$ en el tubo elemental establecido en el espacio anular de permeancia dP . Cabe notar que $d\Phi$ expresa en este caso la cuantía del mismo contenida en el anillo de un grueso radial elemental dy y no una variación temporal del flujo.

En el Sistema M.K.S

Con el flujo Φ en Wb y la corriente i en A, se tiene que:

$$d\Phi = ni \, dP \quad \text{Wb} \quad (3.3.2)$$

con P en Wb/Av.

Luego la ecuación (3.3.1) se transforma en:

$$L = \frac{\int_0^P n^2 i \, dP}{i} = \int_0^P n^2 \, dP \quad \text{H} \quad (3.3.3)$$

Al referir la inductancia al número total de espiras N de la bobina, según la ecuación (3.2.3):

$$L = N^2 P \quad H \quad (3.3.4)$$

resulta para P_L , permeancia equivalente:

$$P_L = \frac{\int_0^P n^2 dP}{N^2} \frac{Wb}{Av} \quad (3.3.5)$$

Mencionaremos que en las máquinas eléctricas para el cálculo de la dispersión es muy frecuente la bobina de sección rectangular.

La permeancia elemental dP del tubo de fuerza infinitesimal está dada por:

$$dP = \mu_0 \mu \frac{dA}{a} \frac{Wb}{Av} \quad (3.3.6)$$

pero $dA = l_m dy$, donde l_m es el desarrollo anular de la bobina, que reemplazando en la ecuación (3.3.6) se tiene:

$$dP = \mu_0 \mu l_m \frac{dy}{a} \frac{Wb}{Av} \quad (3.3.7)$$

a es la longitud axial de la bobina.

l_m, a, e y expresada en m. $\mu_0 = 4 \pi \times 10^{-7}$

Admitiendo que el devanado ocupe homogéneamente la sección recta de la bobina en cuestión, se tiene:

$$n = N \frac{y}{h}$$

luego:
$$n^2 = N^2 \frac{y^2}{h^2} \quad (3.3.8)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.3.7) y (3.3.8) en la ecuación (3.3.5), tenemos:

$$P_L = \frac{1}{N^2} \int_0^h N^2 \frac{y^2}{h^2} u_0 u l_m \frac{dy}{a} \frac{Wb}{Av}$$

$$P_L = \frac{u_0 u l_m}{h^2 a} \int_0^h y^2 dy \frac{Wb}{Av}$$

$$P_L = \frac{u_0 u l_m h}{3a} \frac{Wb}{Av} \quad (3.3.9)$$

Según la ecuación (3.2.4) al comparar en las mismas unidades de que el flujo se concentre en el eje, lo cual quiere decir concatenado con las N espiras totales del bobinado, la permeancia sería:

$$P_L = u_0 u \frac{l_m h}{a} \frac{Wb}{Av} \quad (3.3.10)$$

De la ecuación (3.3.9) y de la (3.3.10) se observa que en concatenación progresiva de espiras y líneas de fuerza, - se reduce la permeancia a la tercera parte, como si la inductancia disminuyese en la misma proporción.

En el Sistema C.G.S

Según la ecuación (3.2.7):

$$L = 4 \pi 10^{-9} N^2 P H \quad (3.3.11)$$

$$P = u \frac{l_m h}{3a} \frac{M}{Gb} \quad (3.3.12)$$

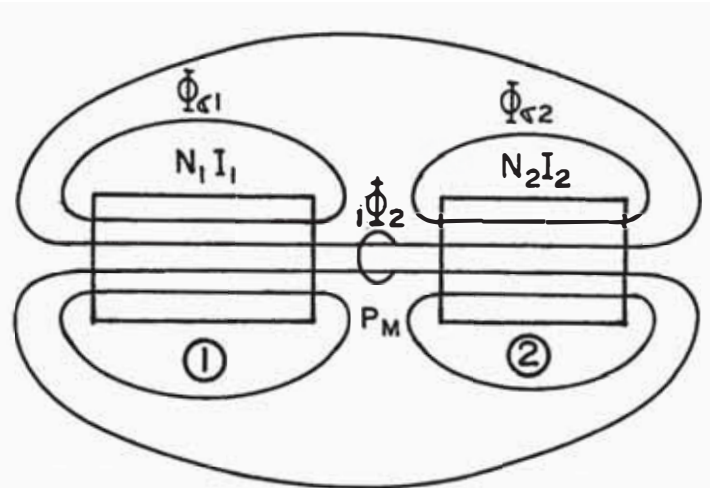
l_m , h y a expresadas en cm.

u expresado en G/Oe. Para el aire $u = 1$.

3.4. INDUCTANCIA MUTUA ENTRE DOS BOBINAS DE ESPIRAS CENTRADAS

En la Figura (3.4.1) se tiene que; siendo las bobinas primarias (circuito 1) y secundaria (circuito 2) lami

nares se tiene que el flujo ϕ_1 creado por el circuito 1, la fracción ϕ_2 que enlaza al circuito 2 se supone conca tenado con todas las espiras, tanto primario como secun- dario.



Fig(3.4.1) Inducción mutua entre dos bobinas laminares

Si P_M es la permeancia del circuito magnético común, entonces para cualquier valor instantáneo del ϕ_2 y la corriente i , la ecuación del coeficiente de inducción mutua (c.d.i.m) M a permeabilidad constante es:

En el Sistema M.K.S

Con el flujo ϕ_2 en Wb y la corriente i en A, sabemos que:

$$M = N_2 \frac{\phi_2}{i_1} \quad \text{H} \quad (3.4.1)$$

De la ecuación (2.3.2) se deduce que:

$$\phi_2 = \epsilon_1 P_M \text{ Wb}$$

pero :

$$\epsilon_1 = N_1 i_1 ; \text{ luego:}$$

$$\phi_2 = N_1 i_1 P_M \text{ Wb}$$

$$\frac{1\phi_2}{i_1} = N_1 P_M \quad (3.4.2)$$

reemplazando la ecuación (3.4.2) en la ecuación (3.4.1) - se tiene que:

$$M = N_1 N_2 P_M \quad H \quad (3.4.3)$$

con P_M expresado en $\frac{Wb}{Av}$.

En el Sistema C.G.S

Con el flujo $1\phi_2$ en M y corriente i en A

$$M = N_2 \frac{1\phi_2}{i_1} \times 10^{-8} \quad H \quad (3.4.4)$$

De la ecuación (2.3.2) se deduce que:

$$1\phi_2 = \epsilon_1 P_M \quad M$$

De la ecuación (2.4.1) se tiene:

$$\epsilon_1 = 0.4 \Pi N_1 i_1 \quad Gb$$

luego:

$$1\phi_2 = 0.4 \Pi N_1 i_1 P_M \quad M$$

$$\frac{1\phi_2}{i_1} = 0.4 \Pi N_1 P_M \quad (3.4.5)$$

Reemplazando la ecuación (3.4.5) en la ecuación (3.4.4) - se tiene:

$$M = 4 \Pi 10^{-9} N_1 N_2 P_M \quad H \quad (3.4.6)$$

con P_M expresadas en $\frac{M}{Gb}$.

3.5. INDUCTANCIA MUTUA ENTRE BOBINAS DE CONCATENACION - PROGRESIVA

El flujo de inducción mutua no siempre concatena íntegramente con las bobinas, debido al grueso real de és

tas, por lo menos en una de ellas. Toda disposición relativa distinta entre las dos bobinas conducirá a una situación diferente en el proceso de concatenaciones proporcionando en cada caso un valor particular del coeficiente M.

En el Sistema M.K.S

Siendo $d_2\phi_1$ un flujo elemental procedente de la bobina 2 que concatena n_2 espiras de un total N_2 de esta bobina, y n_1 espiras del total N_1 de la bobina 1: para un instante determinado de la corriente i_2 , se tiene:

$$dM = n_1 \frac{d_2\phi_1}{i_2} H \quad (3.5.1)$$

$$\text{pero } d_2\phi_1 = n_2 i_2 dP_M. \quad (3.5.2)$$

reemplazando la ecuación (3.5.2) en la (3.5.1) se tiene:

$$dM = n_1 \frac{n_2 i_2 dP_M}{i_2} H$$

$$dM = n_1 n_2 dP_M H$$

luego:

$$M = \int_0^P n_1 n_2 dP_M H \quad (3.5.3)$$

Introduciendo una permeancia común equivalente P_M tal que

$$M = N_1 N_2 P_M H \quad (3.5.4)$$

De las ecuaciones (3.5.3) y (3.5.4) se deduce que:

$$P_M = \frac{1}{N_1 N_2} \int_0^P n_1 n_2 dP_M \frac{Wb}{Av} \quad (3.5.5)$$

En el Sistema C.G.S

De la ecuación (3.5.3) se deduce que:

$$M = 4 \pi \times 10^{-9} \int_0^P n_1 n_2 dP_M H \quad (3.5.6)$$

De forma análoga introduciendo una permeancia común equivalente P_M tal que:

$$M = 4 \pi \times 10^{-9} N_1 N_2 P_M \quad (3.5.7)$$

De las ecuaciones (3.5.6) y (3.5.7) se deduce que:

$$P_M = \frac{1}{N_1 N_2} \int_0^P n_1 n_2 dP_M \frac{M}{Gb} \quad (3.5.8)$$

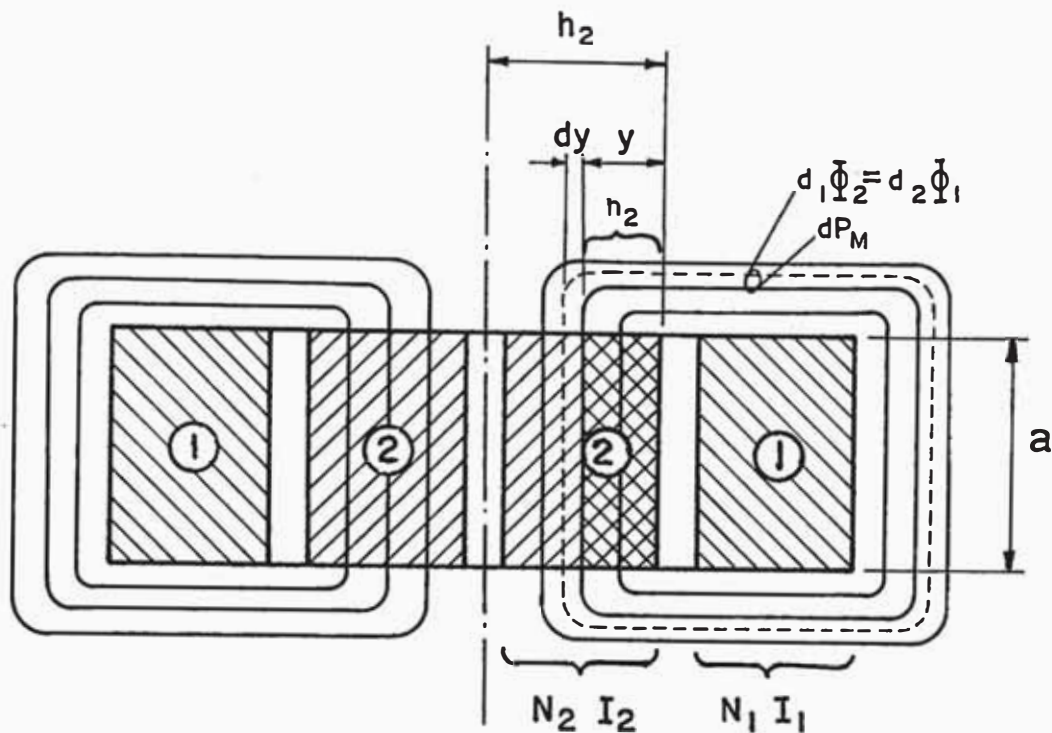
3.6. INDUCTANCIA MUTUA ENTRE DOS BOBINAS CONCENTRICAS

Como se muestra en la Figura (3.6.1) es sólo de interés en este acápite el flujo común concatenado en forma parcial con las espiras de la bobina interior 2, ya que el resto que pudiera abrazar el conjunto de todas las espiras de las bobinas 1 y 2 están dentro del concepto referente al coeficiente de inducción mutua estudiado en el párrafo 3.4. Este último flujo de enlace total es el que circularía por el espacio cilíndrico limitado por la superficie interna de la bobina 2.

Para prescindir de este flujo, dicho espacio lo reducimos a cero; como si el cuerpo de la bobina 2 llegase hasta el eje.

No tendrá efecto mutuo el flujo de la bobina 1 que no atravieze la bobina 2 y por lo tanto será de autoinducción para aquel devanado.

Aplicando las ecuaciones (3.5.3) y (3.5.5) y sustituyendo



Fig(3.6.1) Inductancia mutua de dos bobinas concéntricas de la misma anchura a

el valor de n_1 variable por el total de las N_1 espiras - constante en este caso de la bobina 1, se tiene:

En el Sistema M.K.S

$$M = N_1 \int_0^P n_2 \, dP_M \, H \quad (3.6.1)$$

$$P_M = \frac{1}{N_2} \int_0^P n_2 \, dP \, \frac{Wb}{Av} \quad (3.6.2)$$

Siendo l_{m2} el desarrollo anular medio expresado en m afectado por el flujo considerado de la bobina interior se tiene:

$$dP_M = u_o \, u \, \frac{l_{m2} \, dy}{a} \, \frac{Wb}{Av} \quad (3.6.3)$$

Admitiendo una distribución homogénea del bobinado en - cuestión se tiene:

$$n_2 = N_2 \frac{y}{h_2} \quad (3.6.4)$$

Reemplazando las ecuaciones (3.6.3) y (3.6.4) en la ecuación (3.6.2) se obtiene:

$$P_M = \frac{1}{N_2} \int_0^h N_2 \frac{y}{h_2} u_o u \frac{l_{m2}}{a} dy \quad \frac{Wb}{Av}$$

$$P_M = u_o u \frac{l_{m2} h_2}{2a} \frac{Wb}{Av} \quad (3.6.5)$$

Introduciendo una permeancia P_M común equivalente tal que:

$$M = N_1 N_2 P_M H \quad (3.6.6)$$

con:

$$P_M = u_o u \frac{l_{m2} h_2}{2a} \frac{Wb}{Av} \quad (3.6.7)$$

de lo cual se deduce una permeancia del circuito magnético común a ambas bobinas, como la mitad de la que correspondería a una concatenación concentrada de espiras y flujo.

Todas las longitudes se expresan en m; para el aire $u = 1$, $u_o = 4 \pi \cdot 10^{-7}$.

En el Sistema C.G.S.

En forma análoga se tendría:

$$M = 4\pi \cdot 10^{-9} N_1 N_2 P_M H \quad (3.6.8)$$

$$\text{con: } P_M = u \frac{l_{m2} h_2}{2a} \frac{M}{Gb} \quad (3.6.9)$$

NOTA: Se observa que la única altura radial que interviene en el cálculo de la inductancia mutua por concatenación progresiva, en este caso de bobinas concéntricas es la del arrollamiento interior h_2 .

3.7. INDUCTANCIA COMBINADA DE DISPERSION

En los transformadores generalmente un arrollamiento se encuentra concatenado a su propio flujo de dispersión, también al mismo tiempo al flujo de dispersión de otra bobina próxima que actúa sobre ella por inducción mutua.

Los aspectos de ambos flujos pueden recogerse en una sola inductancia combinada o equivalente denotada L_x .

3.8. PERMEANCIA COMBINADA DE DISPERSION

Es aquella permeancia que corresponde a la inductancia combinada de dispersión. La permeancia combinada de dispersión es denotada P_x .

En el Sistema M.K.S

Para la bobina primaria, según la ecuación (3.2.3) se deduce:

$$L_{x1} = N_1^2 P_{x1} \quad \text{H} \quad (3.8.1)$$

con P_{x1} en Wb/Av.

En el Sistema C.G.S

De la ecuación (3.2.7) se deduce para la bobina primaria:

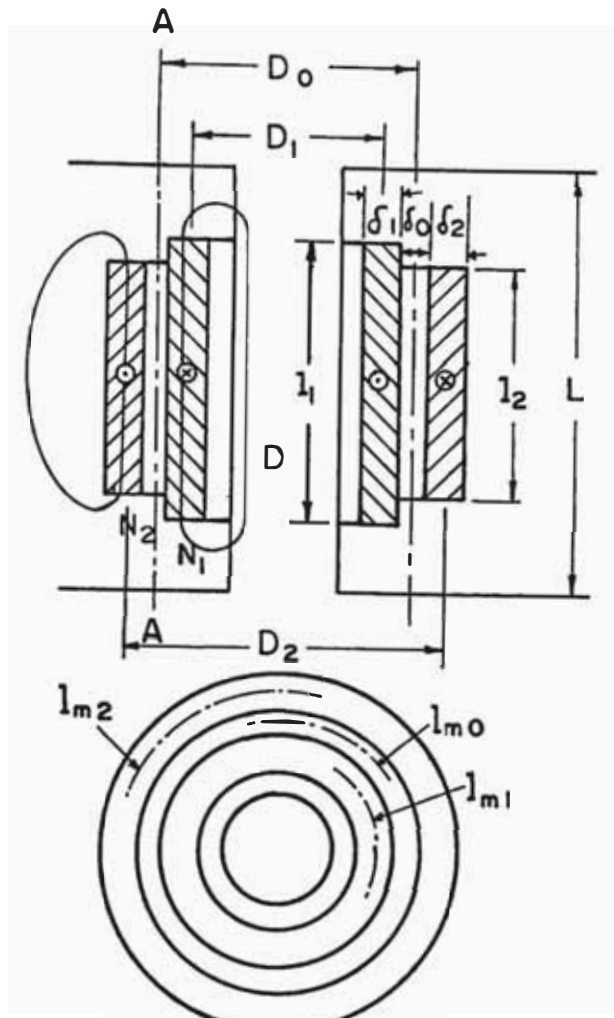
$$L_{x1} = 4 \pi 10^{-9} N_1^2 P_{x1} \quad \text{H} \quad (3.8.2)$$

con P_{x1} en M/Gb.

3.9. PERMEANCIA DE DISPERSION DE BOBINADOS DE COLUMNAS CONCENTRICAS

Los arrollamientos primario y secundario de una misma fase van montadas en forma concéntrica sobre las

columnas y con el flujo de dispersión como se muestra en la Figura (3.9.1).



Fig(3.9.1) Dispersión en los transformadores de arrollamientos concéntricos

La sección cilíndrica por la generatriz AA asimila el flujo de cada bobinado primario y secundario y para los efectos prácticos de reluctancia, el circuito puede considerarse limitado por las entrecaras y cuerpos de las bobinas, recorridas por el flujo considerado en forma paralela al eje de la columna, es decir la dirección del flujo disperso.

Se expondrá la permeancia en el sistema C.G.S (M/Gb), las longitudes en cm y con $\mu_0 = 1$.

Para cada arrollamiento se le asigna la mitad de la permeancia, correspondiente a la corona central donde el flujo es de concatenación íntegra con todas las espiras.

Por lo tanto, la permeancia de dispersión del bobinado primario será:

$$P_{x1} = \left(\frac{\delta_0}{2} \frac{l_{mo}}{L_1} + \frac{\delta_1}{3} \frac{l_{m1}}{L_1} \right) M/Gb \quad (3.9.1)$$

donde: L_1 es la longitud equivalente para las líneas medias de fuerza que aproximadamente

$$L_1 = l_1 + 2 \delta_1 \text{ cm}$$

y siempre $L_1 \leq L$ (L es la luz axial de la ventana).

l_{mo} , l_{m1} son las circunferencias medias de la entrecara y el arrollamiento primario respectivamente.

3.10. INDUCTANCIA, REACTANCIA Y TENSION DE REACTANCIA - POR FASE

La inductancia por fase se obtiene de las ecuaciones (3.8.2) y (3.9.1), dando consecuentemente:

$$L_{x1} = 4 \pi 10^{-9} \frac{N_1^2}{L_1} \left(\frac{\delta_0}{2} \frac{l_{mo}}{L_1} + \frac{\delta_1}{3} \frac{l_{m1}}{L_1} \right) \frac{H}{\text{fase}} \quad (3.10.1)$$

con: $L_1 = l_1 + 2\delta_1 \text{ cm.}$

Conocida la inductancia de dispersión por fase, se obtiene la reactancia de dispersión por fase, mediante la ecuación sencilla:

$$X_1 = 2 \pi f L_{x1} \Omega/\text{fase} \quad (3.10.2)$$

Reemplazando la ecuación (3.10.1) en la (3.10.2) se tiene:

$$X_1 = 8 \pi^2 \cdot 10^{-9} f \frac{N_1^2}{L_1} \left(\frac{\delta_o l_{mo}}{2} + \frac{\delta_1 l_{m1}}{3} \right) \frac{\Omega}{\text{fase}} \quad (3.10.3)$$

$$\text{con } L_1 = l_1 + 2 \delta_1 \text{ cm.}$$

Luego la tensión de reactancia por fase está dada por la ecuación:

$$E_{x1} = X_1 I_{f1} \text{ V/fase} \quad (3.10.4)$$

Reemplazando la ecuación (3.10.3) en la (3.10.4) se tiene:

$$E_{x1} = 8 \pi^2 \cdot 10^{-9} f \frac{N_1^2}{L_1} \left(\frac{\delta_o l_{mo}}{2} + \frac{\delta_1 l_{m1}}{3} \right) I_{f1} \frac{V}{\text{fase}} \quad (3.10.5)$$

$$\text{con } L_1 = l_1 + 2 \delta_1 \text{ cm.}$$

3.11. PERMEANCIA ESPECIFICA p_x

La permeancia especifica se define como la permeancia por desarrollo del núcleo, es decir:

$$P_x = \frac{P_{x1} + P_{x2}}{\pi D} = p_{x1} + p_{x2} \frac{M/Gb}{\text{cm}} \quad (3.11.1)$$

siendo P_{x1} y P_{x2} las permeancias absolutas del primario y secundario respectivamente dadas por la ecuación (3.9.1) que reemplazadas en la ecuación (3.11.1) se tiene:

$$P_x = \frac{\left(\frac{\delta_o D_o}{2D} + \frac{\delta_1 D_1}{3D} \right)}{L_1} + \frac{\left(\frac{\delta_o D_o}{2D} + \frac{\delta_2 D_2}{3D} \right)}{L_2} \frac{M/Gb}{\text{cm}} \quad (3.11.2)$$

Si se sustituye L_1 y L_2 por L_{eq} , y haciendo:

$$L_{eq} = \frac{L_1 + L_2}{2} = \frac{(l_1 + 2 \delta_1) + (l_2 + 2 \delta_2)}{2} \text{ cm} \quad (3.11.3)$$

$$L_{eq} = \frac{l_1 + l_2}{2} + (\delta_1 + \delta_2) \text{ cm} \quad (3.11.4)$$

Si se instituye asimismo un diámetro medio D_m tal que:

$$D_1 \delta_1 + D_2 \delta_2 = D_m (\delta_1 + \delta_2)$$

$$D_m = \frac{D_1 \delta_1 + D_2 \delta_2}{\delta_1 + \delta_2} \text{ cm} \quad (3.11.5)$$

Se tiene que con gran aproximación y sin cometer mucho error, al reemplazar las ecuaciones (3.11.3), (3.11.4) y (3.11.5) en la ecuación (3.11.2) la permeancia específica será:

$$P_x = \frac{1}{L_{eq}} \left(\frac{\delta_o D_o}{D} + \frac{\delta_1 D_1 + \delta_2 D_2}{3D} \right) \frac{M/Gb}{\text{cm}} \quad (3.11.6)$$

$$P_x = \frac{1}{L_{eq}} \left(\frac{\delta_o D_o}{D} + \frac{D_m (\delta_1 + \delta_2)}{3D} \right) \frac{M/Gb}{\text{cm}} \quad (3.11.7)$$

con todas las longitudes expresadas en cm.

C A P I T U L O 4

4.0. ECUACIONES FUNDAMENTALES

En el diseño de un transformador fijado cierta tensión, potencia y condiciones de calentamiento, es susceptible a obtener infinitas soluciones.

La finalidad de este estudio es obtener la solución constructiva óptima a través de las características técnicas como son la potencia, las pérdidas, tensión de cortocircuito o económicas, como son el costo y gasto de explotación.

En este acápite se determinará expresiones relacionadas con las dimensiones geométricas del transformador, las cuales están ligadas a los pesos de los materiales activos y por consiguiente al costo del mismo.

En el estudio presente se supondrá por el momento los devanados sin tomas de regulación y el circuito magnético de sección constante.

4.1. POTENCIA APARENTE

Tomaremos la ecuación (A.2.3) de la potencia aparente del transformador referido al primario S_1 :

$$S_1 = m \frac{f_{Fe}}{22.5} \frac{f}{100} N_1^2 D^2 \hat{B} J_1 s_1 \quad \text{VA} \quad (4.1.1)$$

en donde

m : es el número de fases

f_{Fe} : es el factor global de utilización del cuadrado circunscrito al núcleo. Sus valores se toman de la Figura (A.1.1).

f : es la frecuencia en Hz.

N_1 : es el número de espiras por fase prima
ria.

D : es el diámetro en cm de la circunferen
cia circunscrita a la sección de una -
columna.

\hat{B} : es la inducción máxima (amplitud) en -
Tesla (T), uniforme en todo el circui-
to magnético.

J_1 : es la densidad de corriente primaria -
en A/mm^2 .

s_1 : es la sección del conductor primario -
en mm^2 .

Expresando la potencia aparente primaria S_1 en KVA se -
tiene:

$$S_1 = \frac{m f_{Fe} f}{22.5 \cdot 10^5} N_1^2 D^2 \hat{B} J_1 s_1 \quad \text{KVA} \quad (4.1.2)$$

Sea A_1 el área del cobre primario, luego esta sección to
tal del cobre del mismo bobinado expresada en cm^2 con las
unidades elegidas será:

$$A_1 = \frac{N_1 s_1}{100} \quad cm^2 \quad (4.1.3)$$

con lo cual la ecuación (4.1.2) se transforma en:

$$S_1 = \frac{m f_{Fe} f}{22.5 \cdot 10^3} A_1 D^2 \hat{B} J_1 \quad \text{KVA} \quad (4.1.4)$$

En forma análoga para el secundario se tiene:

$$S_2 = \frac{m f_{Fe} f}{22.5 \cdot 10^3} A_2 D^2 \hat{B} J_2 \quad \text{KVA} \quad (4.1.5)$$

Con relación a los dos devanados se tiene:

$$S = \frac{m f_{Fe} f}{2 (22.5) 10^3} (A_1 J_1 + A_2 J_2) D^2 \hat{B} \quad \text{KVA} \quad (4.1.6)$$

Siendo A_{cu} la sección de cobre de la suma de ambos devanados expresados en cm^2 , y haciendo intervenir una densidad media de corriente J expresados en A/mm^2 , de tal forma - que:

$$A_{cu} = A_1 + A_2 \quad \text{cm}^2 \quad (4.1.7)$$

$$J A_{cu} = J_1 A_1 + J_2 A_2 \quad (4.1.8)$$

Por lo tanto la potencia aparente de la ecuación (4.1.6) resultará:

$$S = \frac{m f_{Fe} f}{2 (22.5) 10^3} J A_{cu} D^2 \hat{B} \quad \text{KVA} \quad (4.1.9)$$

Expresando el A_{cu} en función de las dimensiones fundamentales del núcleo, se tiene:

$$f_{cu} = \frac{2 A_{cu}}{L a} \quad (4.1.10)$$

donde f_{cu} : Es el factor de utilización de la ventana para el paso de cobre.

L : Es la longitud interior de la columna que constituye una fase expresados en cm.

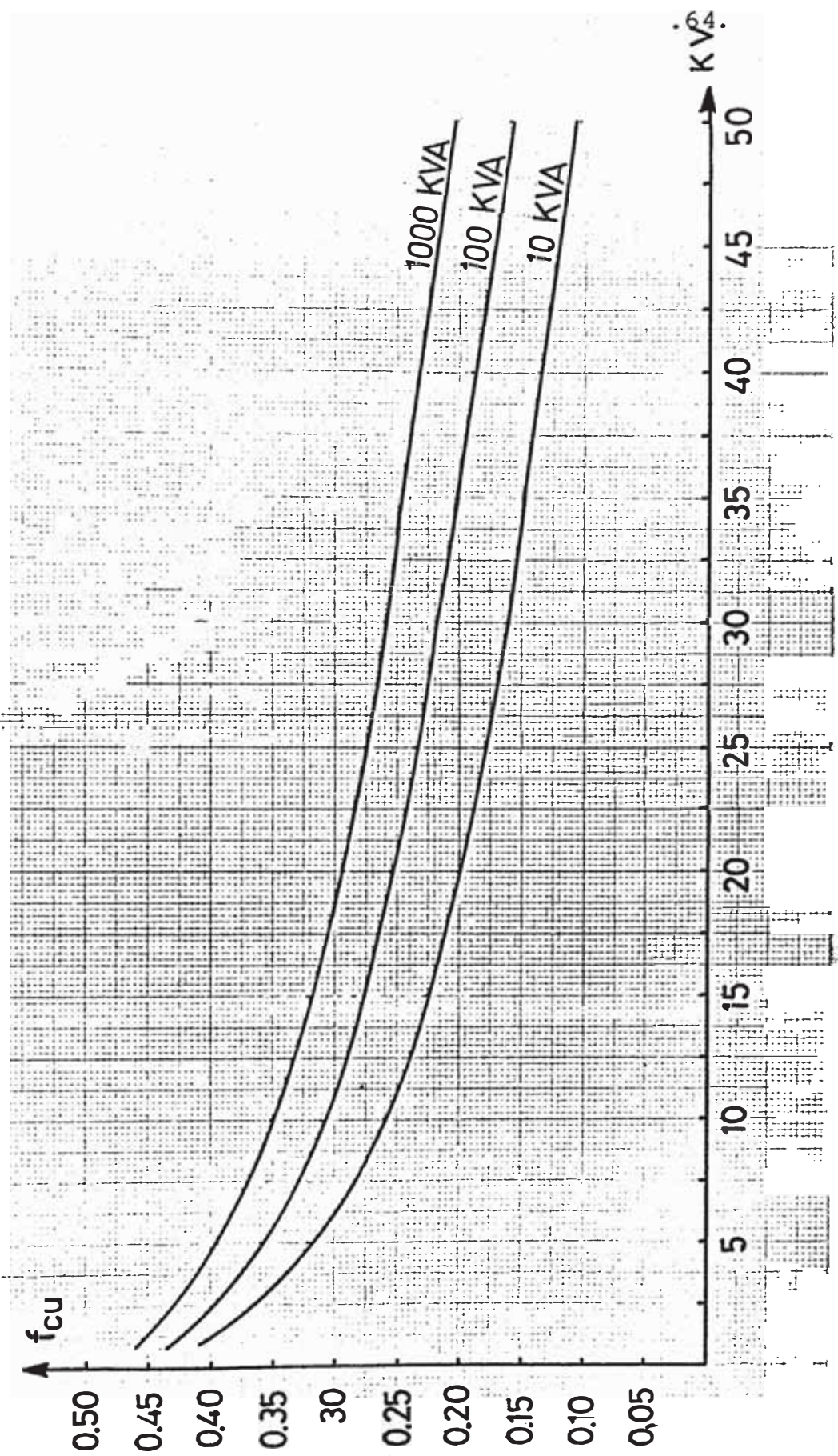
a : Es la anchura de la ventana en cm.

En la Figura (4.1.1) se muestran los valores promedios del f_{cu} de los transformadores.

De la ecuación (4.1.10) se tiene que:

$$A_{cu} = f_{cu} \frac{L a}{2} \quad \text{cm}^2 \quad (4.1.11)$$

Reemplazando la ecuación (4.1.11) en la ecuación (4.1.9)



Fig(4.1.1) Factor de utilización de la ventana para el paso del cobre

se tiene:

$$S = \frac{m f_{Fe} f_{cu} f_{\hat{B}} J}{4 (22.5) 10^3} D^2 L a \quad \text{KVA} \quad (4.1.12)$$

Como $m = 3$ (transformador trifásico), se tiene:

$$S = \frac{f_{Fe} f_{cu} f_{\hat{B}} J}{30,000} D^2 L a \quad \text{KVA} \quad (4.1.13)$$

haciendo:

$$C_s = \frac{f_{Fe} f_{cu} f_{\hat{B}} J}{30,000} \quad \text{KVA/cm}^4 \quad (4.1.14)$$

la ecuación (4.1.13) se transforma en:

$$S = C_s D^2 L a \quad \text{KVA} \quad (4.1.15)$$

NOTA: El producto $Q = D^2 L a$ se le denomina cuártica del transformador, ver ecuación (5.2.20).

4.2. PERDIDAS EN EL HIERRO

Es conveniente expresarla también en función de las tres dimensiones principales del núcleo.

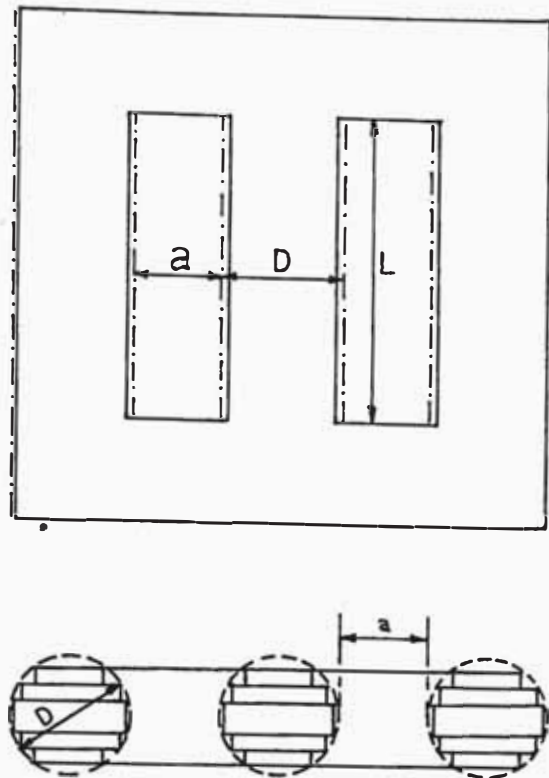
Con D , L y a en cm y el peso específico de la chapa γ_{Fe} - en Kg/dm^3 , el peso total del hierro G_{Fe} en Kg, según se deduce examinando la Figura (4.2.1) está dada por:

$$G_{Fe} = \frac{\gamma_{Fe}}{1000} f_{Fe} D^2 \left[3 L + 4 a + (4 D + 2 D f_m) \right] \text{Kg} \quad (4.2.1)$$

en el cual:

$$f_m = \frac{h_m}{D} \quad (4.2.2)$$

f_m : Es la relación de la altura media h_m de la sección escalonada del núcleo al diámetro circunscrito. Los valores de este coeficiente se obtiene como factor ante D para h_m de la Figura (A.1.1).



Fig(4.2.1) Dimensiones principales del núcleo.

haciendo: $f_y = 4 + 2 f_m$ (4.2.3)

y multiplicando por D ambos miembros de la ecuación (4.2.3) se tiene: $D f_y = 4 D + 2 D f_m$ (4.2.4)

Reemplazando el segundo miembro de la ecuación (4.2.4) en la ecuación (4.2.1), esta última se transforma en:

$$G_{Fe} = \frac{\gamma_{Fe}}{1000} f_{Fe} D^2 [3 L + 4 a + D f_y] \quad \text{Kg}$$

introduciendo D^2 en el corchete:

$$G_{Fe} = \frac{\gamma_{Fe}}{1000} f_{Fe} [f_y D^3 + 3 L D^2 + 4 a D^2] \quad \text{Kg} \quad (4.2.5)$$

La introducción de h_m tiene en cuenta la longitud exacta de las culatas en sus extremos a partir del eje de columnas laterales.

Si p_{fe} son las pérdidas en W/Kg de hierro a la inducción B de trabajo, luego las pérdidas en el hierro p_{Fe} expresado en W está dado por:

$$p_{Fe} = p_{fe} G_{fe} W \quad (4.2.6)$$

Reemplazando la ecuación (4.2.5) en la ecuación (4.2.6) - se tiene:

$$p_{Fe} = \frac{p_{Fe} \gamma_{Fe} f_{Fe}}{1000} (f_y D^3 + 3 L D^2 + 4 a D^2) W \quad (4.2.7)$$

haciendo: $C_{Fe} = \frac{p_{fe} \gamma_{Fe} f_{Fe}}{1000} \text{ W/cm}^3 \quad (4.2.8)$

la ecuación (4.2.7) se convierte en:

$$p_{Fe} = C_{Fe} (f_y D^3 + 3 L D^2 + 4 a D^2) W \quad (4.2.9)$$

4.3. PERDIDAS EN EL COBRE

Expresando las pérdidas en el cobre en función de las tres dimensiones principales del núcleo D, L y a en cm.

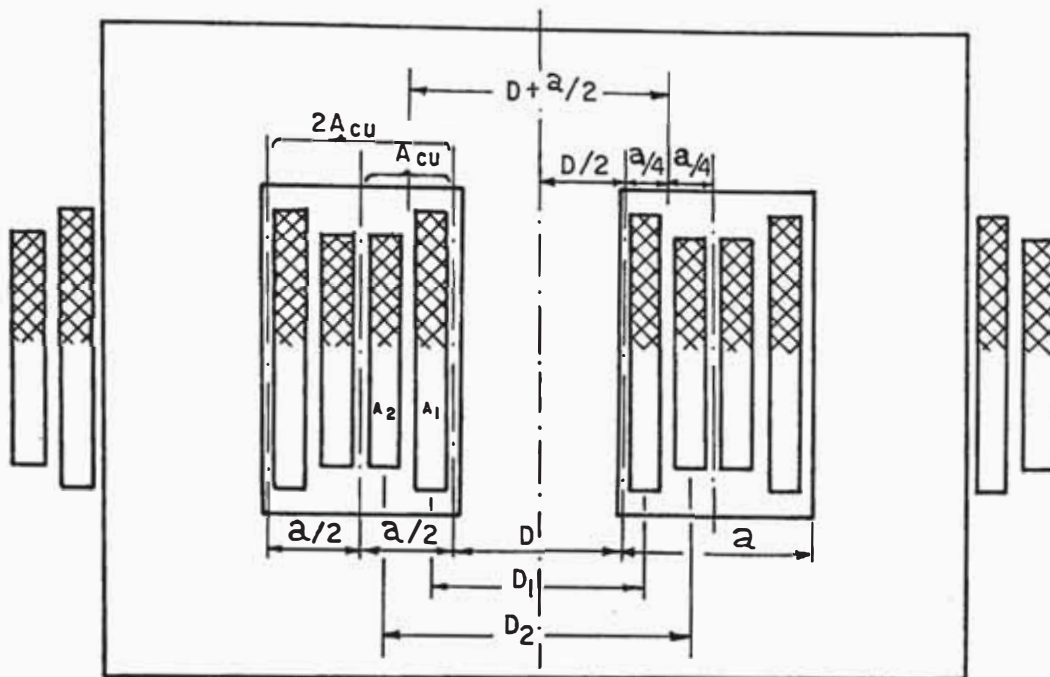
Si G_{cu} : Es el peso total del cobre en Kg.

γ_{cu} : Es el peso específico del cobre en Kg/dm^3

A_1, A_2 : Son las secciones totales del cobre neto para las bobinas primarias y secundarias respectivamente en cm^2 .

A_{cu} : Es la suma de A_1 con A_2

D_1, D_2 : Son los diámetros medios de las bobinas primaria y secundaria respectivamente en cm.



Fig(4.3.1) Dimensiones de los bobinados

Entonces según la Figura (4.3.1) el peso total del cobre es:

$$G_{cu} = \frac{3 \gamma_{cu}}{1000} \pi (D_1 A_1 + D_2 A_2) \quad \text{Kg} \quad (4.3.1)$$

El diámetro medio efectivo D_{ef} está dado por:

$$D_{ef} = \frac{D_1 A_1 + D_2 A_2}{A_1 + A_2} \quad \text{cm} \quad (4.3.2)$$

$$A_1 + A_2 = A_{cu} \quad \text{cm}^2$$

El diámetro medio ideal D_{id} del conjunto de ambos arrollamientos está dado por:

$$D_{id} = D + \frac{a}{2} = \frac{2D + a}{2} \quad \text{cm} \quad (4.3.3)$$

Representando por ρ_D la relación del diámetro medio efectivo al diámetro medio ideal se tiene:

$$\rho_D = \frac{D_{ef}}{D_{id}}$$

$$\rho_D = \frac{\frac{D_1 A_1 + D_2 A_2}{A_1 + A_2}}{\frac{2D + a}{2}} \quad ; \quad A_1 + A_2 = A_{cu}$$

$$\rho_D = \frac{2(D_1 A_1 + D_2 A_2)}{A_{cu} (2D + a)} \quad (4.3.4)$$

De la ecuación (4.3.4) se tiene:

$$D_1 A_1 + D_2 A_2 = \rho_D A_{cu} \frac{(2D + a)}{2} \quad \text{cm}^3 \quad (4.3.5)$$

la ecuación (4.1.11) indica:

$$A_{cu} = f_{cu} \frac{L a}{2} \quad \text{cm}^2 \quad (4.3.6)$$

Reemplazando el primer miembro de la ecuación (4.3.6) en la ecuación (4.3.5) se tiene:

$$D_1 A_1 + D_2 A_2 = \frac{\rho_D f_{cu}}{4} (2D + a) L a \quad \text{cm}^3 \quad (4.3.7)$$

Reemplazando el primer miembro de esta última ecuación - en la ecuación (4.3.1) tenemos:

$$G_{cu} = \frac{2.356 \gamma_{cu} f_{cu} \rho_D}{1000} (2D + a) L a \quad \text{Kg} \quad (4.3.8)$$

Si p_j es la pérdida específica en el cobre, expresadas en W/Kg; entonces las pérdidas en el cobre será:

$$p_J = p_j G_{cu} \quad \text{W} \quad (4.3.9)$$

Reemplazando la ecuación (4.3.8) en la ecuación (4.3.9) - se tiene:

$$p_J = \frac{2.356 \gamma_{cu} f_{cu} \rho_D p_j}{1000} (2D + a) L a \quad \text{W} \quad (4.3.10)$$

haciendo:

$$C_{cu} = \frac{2.356 \gamma_{cu} f_{cu} \rho_D p_j}{1000} \quad \text{W/cm}^3 \quad (4.3.11)$$

La ecuación (4.3.10) se transforma en:

$$p_J = C_{cu} (2 D + a) L a \quad W \quad (4.3.12)$$

4.4. TENSION DE REACTANCIA EN % DE LA TENSION NOMINAL

De la ecuación (3.10.5) la cilíndrica:

$$E_{X1} = 8 \pi^2 10^{-9} f \frac{N_1^2 I_1}{L_1} \left(\frac{\delta_0 l_{m0}}{2} + \frac{\delta_1 l_{m1}}{3} \right) \quad V \quad (4.4.1)$$

$$\text{con} \quad L_1 = l_1 + 2 \delta_1 \quad \text{cm}$$

siendo: U_1 : la tensión nominal del arrollamiento

e_{x1}^* : la expresión numérica de E_{X1} en % de U_1 , entonces:

ces:

$$e_{x1}^* = \frac{E_{X1}}{U_1} 100 \quad (4.4.2)$$

La fuerza contraelectromotris opuesta a e_{x1}^* es u_{x1}^* , luego:

$$u_{x1}^* = \frac{E_{X1}}{U_1} 100 \quad (4.4.3)$$

Sea $(av)_x$ la f.m.m. del devanado en carga expresados en Amper-vuelta por centímetro de longitud de entrecara, luego:

$$(av)_x = \frac{N_1 I_1}{L_1} \quad \frac{Av}{cm} \quad (4.4.4)$$

Sea N_U las espiras por voltio del arrollamiento, es decir:

$$N_U = \frac{N_1 \text{ espiras}}{U_1 \quad V} \quad (4.4.5)$$

reemplazando las ecuaciones (4.4.1), (4.4.4) y (4.4.5) en

(4.4.3) y ordenando en forma conveniente se tiene:

$$u_{x1}^* = 8 \pi^2 10^{-7} f N_U (av)_x \left(\frac{\delta_0 l_{m0}}{2} + \frac{\delta_1 l_{m1}}{3} \right) \% \quad (4.4.6)$$

en forma análoga para el secundario se tiene:

$$u_{x2}^* = 8 \pi^2 10^{-7} f N_U (av)_x \left(\frac{\delta_0 l_{m0}}{2} + \frac{\delta_2 l_{m2}}{3} \right) \% \quad (4.4.7)$$

Sea u_x^* la tensión de reactancia común en tanto por ciento luego:

$$u_x^* = u_{x1}^* + u_{x2}^* \quad (4.4.8)$$

reemplazando las ecuaciones (4.4.6) y (4.4.7) en la (4.4.8) se convierte en:

$$u_x^* = 8 \pi^2 10^{-7} f N_U (av)_x \left(\delta_0 l_{m0} + \frac{\delta_1 l_{m1} + \delta_2 l_{m2}}{3} \right) \% \quad (4.4.9)$$

haciendo en (4.4.9):

$$A_x = \delta_0 l_{m0} + \frac{\delta_1 l_{m1} + \delta_2 l_{m2}}{3} \text{ cm}^2 \quad (4.4.10)$$

Ver Figura (3.9.1).

Se tiene que:

$$u_x^* = 8 \pi^2 10^{-7} f N_U (av)_x A_x \% \quad (4.4.11)$$

Reemplazando las ecuaciones (A.4.10), (A.4.18) y (A.4.20) en la ecuación (4.4.11) se tiene:

$$u_x^* = 0.349 \frac{\rho_x f_{cu} J}{\rho_L f_{Fe} \hat{B}} \left(\frac{a}{D} \right)^2 (2D + a) \% \quad (4.4.12)$$

haciendo:

$$C_x = 0.349 \frac{\rho_x f_{cu} J}{\rho_L f_{Fe} \hat{B}} \quad (4.4.13)$$

entonces la ecuación (4.4.12) se transforma en:

$$u_x = C_x \left(\frac{a}{D}\right)^2 (2D + a) \% \quad (4.4.14)$$

NOTA: De la ecuación (4.4.12) se observa que para un transformador, u_x^* es independiente de la frecuencia.

4.5. RESUMEN Y EVALUACION DE ECUACIONES FUNDAMENTALES

a) La ecuación (4.1.15) de la potencia aparente:

$$S = C_s D^2 L a \quad \text{KVA} \quad (4.5.1)$$

b) La ecuación (4.2.9) de pérdidas en el hierro:

$$P_{Fe} = C_{Fe} (f_y D^3 + 3 L D^2 + 4 a D^2) \quad \text{W} \quad (4.5.2)$$

c) La ecuación (4.3.12) de pérdidas en el cobre:

$$P_J = C_{Cu} (2D + a) L a \quad \text{W} \quad (4.5.3)$$

d) La ecuación (4.4.14) de la tensión de reactancia:

$$u_x^* = C_x \left(\frac{a}{D}\right)^2 (2D + a) \%$$

Ecuaciones fundamentales a evaluación.

Las ecuaciones (4.5.2) y (4.5.3) se compactan en una sola indicando así las pérdidas totales p , es decir:

$$p = P_{Fe} + P_J \quad \text{W}$$

Luego de las cuatro ecuaciones fundamentales de (4.5.1) a (4.5.4) se reducen solamente a tres, siendo éstas:

$$S = C_s D^2 L a \quad \text{KVA} \quad (4.5.1)$$

$$p = C_{Fe} (f_y D^3 + 4 a D^2 + 3 L D^2) + C_{Cu} (2D + a) L a \quad \text{W} \quad (4.5.5)$$

$$u_x = C_x \left(\frac{a}{D}\right)^2 (2D + a) \% \quad (4.5.4)$$

5.0. ANALISIS ECONOMICO

Se estudiará los diferentes precios del transformador estimándolos como funciones principales del núcleo D-L-a, para luego optimizarlo por medio de las derivadas matemáticas y graficar las dimensiones principales como función de la cuártica, así como también en función de la potencia.

5.1. PRECIOS DEL TRANSFORMADOR5.1.1. Precio de Venta V

El precio de venta "V" de un transformador, está dado por el valor reducido a las componentes activas del mismo; es decir a la chapa magnética (núcleo) y al cobre (arrollamientos), esto se valora por el importe que resulta una vez terminados y montados fuera de la caja (tanque).

En aceite, aislantes, accesorios' estructurales, etc., se tomarán como constantes aditiva para llegar al precio global. Siendo:

ψ_{Fe} : el costo en \$/Kg de chapa magnética armada.

ψ_{Cu} : El costo en \$/Kg de arrollamientos terminados y montados.

Luego el precio de venta V del transformador será:

$$V = \psi_{Fe} G_{Fe} + \psi_{Cu} G_{Cu} \quad \$ \quad (5.1.1)$$

La relación ρ designada como:

$$\rho_{\psi} = \frac{\psi_{cu}}{\psi_{Fe}} \quad (5.1.2)$$

acostumbra tener valores en el rango de 4 a 4.5.

5.1.2. Capitalización de Pérdidas " Q' "

Debido a que todo transformador por efecto de las pérdidas en el hierro y en el cobre, se genera una capitalización en \$.

Siendo ψ_{Fe} : El factor de capitalización en \$/W de pérdidas en el hierro.

ψ_{cu} : Es el factor de capitalización en \$/W de pérdidas en el cobre.

La capitalización de pérdidas será entonces:

$$Q' = \psi_{Fe} p_{Fe} + \psi_{cu} p_{cu} \quad \$ \quad (5.1.3)$$

Las ecuaciones (4.2.6) y (4.3.9) indican:

$$p_{Fe} = p_{fe} G_{Fe} \quad W$$

$$p_J = p_j G_{cu} \quad W$$

Luego la ecuación (5.1.3) se transforma en:

$$Q' = \psi_{Fe} p_{fe} G_{Fe} + \psi_{cu} p_j G_{cu} \quad \$ \quad (5.1.4)$$

5.1.3. Precio Financiero F

El precio financiero F del transformador está dado por la suma del precio de venta "V" más la capitalización de pérdidas " Q' ", luego:

$$F = V + Q' \quad \$ \quad (5.1.5)$$

$$F = (\varphi_{Fe} G_{Fe} + \varphi_{cu} G_{cu}) + (\psi_{Fe} p_{fe} G_{Fe} + \psi_{cu} p_j G_{cu}) \text{ \$} \quad (5.1.6)$$

$$F = (\varphi_{Fe} + \psi_{Fe} p_{fe}) G_{Fe} + (\varphi_{cu} + \psi_{cu} p_j) G_{cu} \text{ \$} \quad (5.1.7)$$

haciendo: $F_{Fe} = \varphi_{Fe} + \psi_{Fe} p_{fe}$ El costo financiero por -
Kg. de hierro. (5.1.8)

$F_{cu} = \varphi_{cu} + \psi_{cu} p_j$ El costo financiero por -
Kg. de cobre. (5.1.9)

Se tiene que la ecuación (5.1.7) se convierte en:

$$F = F_{Fe} G_{Fe} + F_{cu} G_{cu} \quad (5.1.10)$$

La relación ρ_F designada como:

$$\rho_F = \frac{F_{cu}}{F_{Fe}} \quad (5.1.11)$$

acostumbra tener valores en el rango de 3 a 3.5.

5.2. PRECIOS DEL TRANSFORMADOR EN FUNCION DE SUS DIMENSIONES PRINCIPALES

Haciendo en las ecuaciones (4.2.8) y (4.3.11):

$$C'_{Fe} = \frac{C_{Fe}}{p_{fe}} = \frac{\gamma_{Fe} f_{Fe}}{1000} \text{ Kg/cm}^3 \quad (5.2.1)$$

$$C'_{cu} = \frac{C_{cu}}{p_j} = 2.356 \frac{\gamma_{cu} f_{cu} \rho_D}{1000} \text{ Kg/cm}^3 \quad (5.2.2)$$

las ecuaciones (4.2.5) y (4.3.8) se transforman en:

$$G_{Fe} = C'_{Fe} (f_y D^3 + 3 L D^2 + 4 a D^2) \text{ Kg} \quad (5.2.3)$$

$$G_{cu} = C'_{cu} (2 D + a) L a \text{ Kg} \quad (5.2.4)$$

5.2.1. Precio de Venta V

Según la ecuación (5.1.1) que al reemplazar en esta las ecuaciones (5.2.3) y (5.2.4) es:

$$V = \varphi_{Fe} C'_{Fe} (f_y D^3 + 3 L D^2 + 4 a D^2) + \varphi_{cu} C'_{cu} (2 D + a) L a \quad \$ \quad (5.2.5)$$

haciendo: $k_{Fe} = \varphi_{Fe} C'_{Fe} \quad \$/cm^3$: Costo de venta por cm^3 de hierro. (5.2.6)

$k_{cu} = \varphi_{cu} C'_{cu} \quad \$/cm^3$: Costo de venta por cm^3 de cobre. (5.2.7)

entonces el precio de venta de la ecuación (5.2.5) es:

$$V = k_{Fe} (f_y D^3 + 3 L D^2 + 4 a D^2) + k_{cu} (2 D + a) L a \quad \$ \quad (5.2.8)$$

5.2.2. Capitalización de Pérdidas Q'

O costo de capitalización que al reemplazar las ecuaciones (5.2.3) y (5.2.4) en la ecuación (5.1.4) se tiene:

$$Q' = \psi_{Fe} p_{fe} C'_{Fe} (f_y D^3 + 3 L D^2 + 4 a D^2) + \psi_{cu} p_j C'_{cu} (2 D + a) L a \quad \$ \quad (5.2.9)$$

haciendo: $q_{Fe} = \psi_{Fe} p_{fe} C'_{Fe} \quad \$/cm^3$: Costo de Capitalización por cm^3 de hierro. (5.2.10)

$q_{cu} = \psi_{cu} p_j C'_{cu} \quad \$/cm^3$: Costo de Capitalización por cm^3 de cobre. (5.2.11)

luego la ecuación (5.2.9) se convierte en:

$$Q' = q_{Fe} (f_y D^3 + 3 L D^2 + 4 a D^2) + q_{cu} (2 D + a) L a \quad \$ \quad (5.2.12)$$

5.2.3. Precio Financiero F

Que es la suma del precio de venta y capitalización de pérdidas. Luego sumando las ecuaciones (5.2.8) y (5.2.12) tenemos:

$$F = (k_{Fe} + q_{Fe}) (f_y D^3 + 3 L D^2 + 4 a D^2) + (k_{cu} + q_{cu}) (2 D + a) L a \quad \text{\$/cm}^3 \quad (5.2.13)$$

haciendo: $K_{Fe} = k_{Fe} + q_{Fe} \quad \text{\$/cm}^3$: El costo financiero por cm^3 de hierro. (5.2.14)

$K_{cu} = k_{cu} + q_{cu} \quad \text{\$/cm}^3$: El costo financiero por cm^3 de cobre. (5.2.15)

Se tiene que la ecuación (5.2.13) es:

$$F = K_{Fe} (f_y D^3 + 3 L D^2 + 4 a D^2) + K_{cu} (2 D + a) L a \quad \text{\$/cm}^3 \quad (5.2.16)$$

en donde según las ecuaciones (5.2.6) y (5.2.10) para el hierro; (5.2.7) y (5.2.11) para el cobre, se tiene que:

$$K_{Fe} = C'_{Fe} (\varphi_{Fe} + p_{fe} \psi_{Fe}) = C'_{Fe} F_{Fe} \quad \text{\$/cm}^3 \quad (5.2.17)$$

$$K_{cu} = C'_{cu} (\varphi_{cu} + p_j \psi_{cu}) = C'_{cu} F_{cu} \quad \text{\$/cm}^3 \quad (5.2.18)$$

Las dimensiones D, L y a deben satisfacer como condición previa la ecuación (4.1.15) de la potencia aparente S que

indica: $S = C_s D^2 L a \quad \text{KVA} \quad (5.2.19)$

haciendo: $Q = D^2 L a \quad \text{cm}^4 \quad (5.2.20)$

Se denomina a Q la cuártica del transformador, luego:

$$Q = \frac{S}{C_s} \quad \text{cm}^4 \quad (5.2.21)$$

5.3. OPTIMIZACION DEL TRANSFORMADOR AL MINIMO PRECIO FINANCIERO

Tomando la ecuación (5.2.20) de la cuártica del transformador Q , y la ecuación (5.2.16) del costo financiero F respectivamente:

$$Q = D^2 L a \quad \text{cm}^4 \quad (5.3.1)$$

$$F = K_{Fe} (f_y D^3 + 3 L D^2 + 4 a D^2) + K_{cu} (2 D + a) L a \quad (5.3.2)$$

Despejando "a" de la ecuación (5.3.1) e introduciéndolo en la ecuación (5.3.2) se tiene:

$$F = K_{Fe} (f_y D^3 + 3 L D^2 + 4 \frac{Q}{L}) + K_{cu} (2 \frac{Q}{D} + \frac{Q^2}{D^2 L}) \quad (5.3.3)$$

5.3.1. Optimización con respecto a la longitud de columna L

Derivando la ecuación (5.3.3) con respecto a la longitud L e igualando a cero se tiene:

$$K_{Fe} (3 D^2 - 4 \frac{Q}{L^2}) + K_{cu} (-\frac{Q^2}{D^4 L^2}) = 0 \quad (5.3.4)$$

dividiendo la ecuación anterior entre K_{Fe} se tiene:

$$3 D^2 - 4 \frac{Q}{L^2} - \frac{K_{cu}}{K_{Fe}} \frac{Q^2}{D^4 L^2} = 0 \quad (5.3.5)$$

haciendo en la anterior ecuación:

$$\rho_K = \frac{K_{cu}}{K_{Fe}} \quad (5.3.6)$$

ρ_K tiene valores en el rango de 3 a 7 también por las ecuaciones (5.2.17) y (5.2.18) en la (5.3.6) se tiene:

$$\rho_K = \frac{C'_{cu} (\psi_{cu} + p_j \psi_{cu})}{C'_{Fe} (\psi_{Fe} + p_{fe} \psi_{Fe})} \quad (5.3.7)$$

Se tiene que al reemplazar la ecuación (5.3.6) en la ecuación (5.3.5) y multiplicando por $\frac{1}{3} D^4 L^2$

$$L^2 D^6 - \frac{4}{3} Q D^4 - \frac{\rho_K}{3} Q^2 = 0 \quad (5.3.8)$$

luego:

$$L^2 D^6 = \frac{4}{3} Q D^4 + \frac{\rho_K}{3} Q^2 \quad (5.3.9)$$

extrayendo la raíz cuadrada se tiene:

$$L D^3 = \left(\frac{4}{3} Q D^4 + \frac{\rho_K}{3} Q^2 \right)^{1/2} \quad (5.3.10)$$

haciendo en los segundos miembros de las ecuaciones (5.3.9) y (5.3.10):

$$\lambda = D^4 \quad (5.3.11)$$

se tiene:

$$L^2 D^6 = \frac{4}{3} Q \lambda + \frac{1}{3} \rho_K Q^2 = \frac{1}{3} Q^2 \left(4 \frac{\lambda}{Q} + \rho_K \right) \quad (5.3.12)$$

$$L D^3 = \left(\frac{4}{3} Q \lambda + \frac{1}{3} \rho_K Q^2 \right)^{1/2} = \frac{Q}{\sqrt{3}} \left(4 \frac{\lambda}{Q} + \rho_K \right) \quad (5.3.13)$$

5.3.2. Optimizando con respecto al diámetro de la columna D

Derivando la ecuación (5.3.3) con respecto al diámetro D e igualando a cero tenemos:

$$K_{Fe} (3 f_y D^2 + 6 L D) + K_{cu} \left(-\frac{2 Q}{D^2} - \frac{4 Q^2}{L D^5} \right) = 0 \quad (5.3.14)$$

dividiendo la anterior ecuación entre K_{Fe} , teniendo presente la ecuación (5.3.6) y que con el objeto de eliminar denominadores multiplicamos por $L D^5$ y simplificando se

$$\frac{1}{2} f_y L D^7 + L^2 D^6 - \frac{1}{3} \rho_K (Q L D^3 + 2 Q^2) = 0 \quad (5.3.15)$$

la anterior ecuación se puede escribir:

$$\frac{1}{2} f_y (L D^3) D^4 + L^2 D^6 - \frac{1}{3} \rho_K [Q (L D^3) + 2 Q^2] = 0 \quad (5.3.16)$$

reemplazando las ecuaciones (5.3.9), (5.3.10) y (5.3.11)

se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} f_y \frac{Q}{\sqrt{3}} \left(\frac{4\lambda}{Q} + \rho_K \right)^{1/2} \lambda + \frac{1}{3} Q^2 \left(\frac{4}{Q} + \rho_K \right) \\ - \frac{1}{3} \rho_K \left[\frac{Q^2}{\sqrt{3}} \left(\frac{4\lambda}{Q} + \rho_K \right)^{1/2} + 2 Q^2 \right] = 0 \quad (5.3.17) \end{aligned}$$

multiplicando en la anterior ecuación por $\frac{3}{4Q}$ sin alterar

los términos que sean $\left(\frac{4\lambda}{Q} + \rho_K \right)$ y ordenando se tiene:

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{8} f_y \lambda - \frac{1}{4\sqrt{3}} \rho_K Q \right) \left(\frac{4\lambda}{Q} + \rho_K \right)^{1/2} = \frac{1}{4} \rho_K Q - \lambda \quad (5.3.18)$$

elevando al cuadrado ambos miembros de la ecuación anterior,

efectuando operaciones y ordenando en potencias decrecient

tes de λ se tiene:

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{16} \frac{f_y^2}{Q} \right) \lambda^3 + \left(\frac{3}{64} f_y^2 \rho_K - \frac{1}{4} f_y \rho_K - 1 \right) \lambda^2 + \left(\frac{1}{12} \rho_K^2 Q + \right. \\ \left. \frac{1}{2} \rho_K Q - \frac{1}{16} f_y \rho_K^2 Q \right) \lambda = \frac{1}{16} \rho_K^2 Q^2 - \frac{1}{48} \rho_K^3 Q^2 \quad (5.3.19) \end{aligned}$$

dividiendo la ecuación anterior entre $\left(\frac{3}{16} \frac{f_y^2}{Q} \right)$ para obten

ner el coeficiente de λ^3 la unidad, se tiene:

$$\begin{aligned} \lambda^3 + \left(\frac{1}{4} \rho_K Q - \frac{4}{3} \frac{\rho_K}{f_y} Q - \frac{16}{3} \frac{Q}{f_y^2} \right) \lambda^2 + \\ \left(\frac{4}{9} \frac{\rho_K^2}{f_y^2} Q^2 + \frac{8}{3} \frac{\rho_K}{f_y^2} Q^2 - \frac{1}{3} \frac{\rho_K^2}{f_y} Q^2 \right) \lambda = \frac{1}{3} \frac{\rho_K^2}{f_y^2} Q^3 - \frac{1}{9} \frac{\rho_K^3}{f_y^2} Q^3 \quad (5.3.20) \end{aligned}$$

La ecuación (5.3.20) es de la forma:

$$f(\lambda) = \lambda^3 + A \lambda^2 + B \lambda - C = 0 \quad (5.3.21)$$

donde:

$$A = \frac{1}{4} \rho_K Q - \frac{4}{3} \frac{\rho_K}{f_Y} Q - \frac{16}{3} \frac{Q}{f_Y^2} \quad (5.3.22)$$

$$B = \frac{4}{9} \frac{\rho_K^2}{f_Y^2} Q^2 + \frac{8}{3} \frac{\rho_K}{f_Y^2} Q^2 - \frac{1}{3} \frac{\rho_K^2}{f_Y^2} Q^2 \quad (5.3.23)$$

$$C = \frac{1}{3} \frac{\rho_K^2}{f_Y^2} Q^3 - \frac{1}{9} \frac{\rho_K^2}{f_Y^2} Q^3 \quad (5.3.24)$$

Sacando factor común en los segundos miembros de las ecuaciones (5.3.22), (5.3.23) y (5.3.24) los factores:

$\left(\frac{\rho_K}{f_Y}\right) Q$; $\left(\frac{\rho_K}{f_Y}\right)^2 Q^2$ y $\left(\frac{\rho_K}{f_Y}\right)^3 Q^3 f_Y$ respectivamente

se tiene:

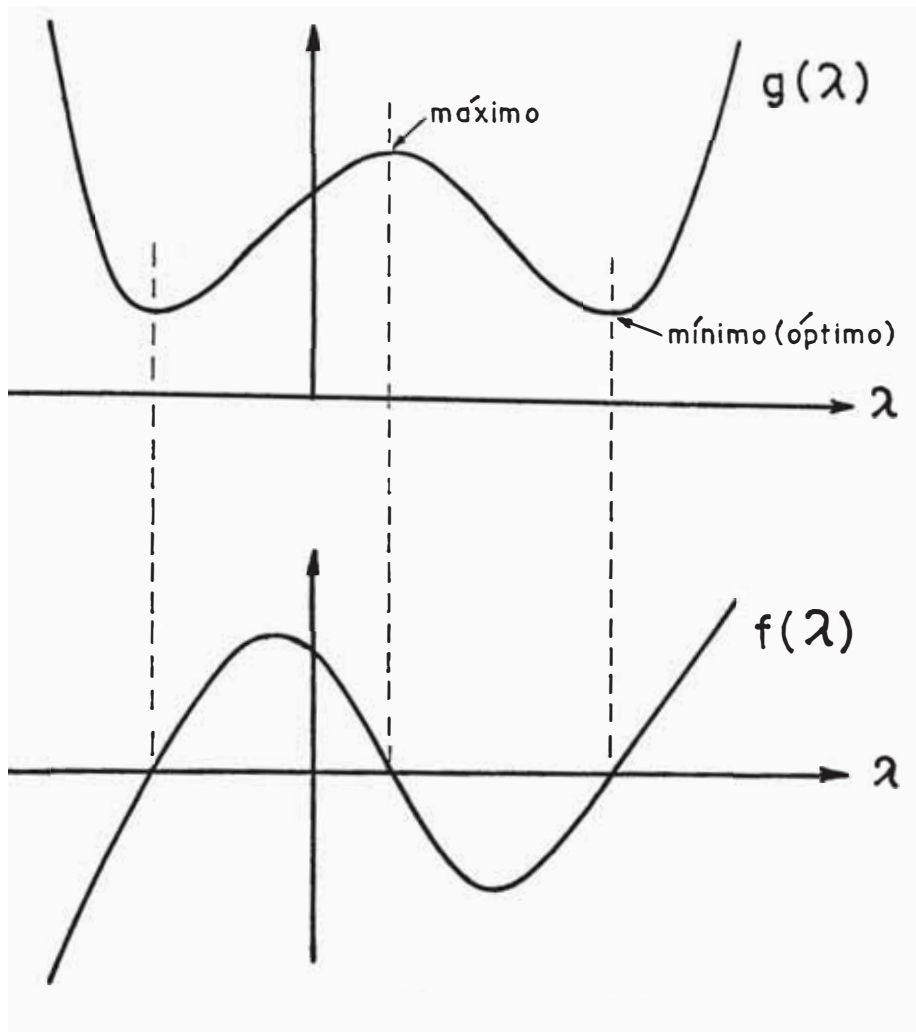
$$A = \left(\frac{\rho_K}{f_Y}\right) \left(\frac{1}{4} f_Y - \frac{16}{3} \frac{1}{\rho_K f_Y} - \frac{4}{3}\right) Q \quad (5.3.25)$$

$$B = \left(\frac{\rho_K}{f_Y}\right)^2 \left(\frac{8}{3} \frac{1}{\rho_K} - \frac{1}{3} f_Y + \frac{4}{9}\right) Q^2 \quad (5.3.26)$$

$$C = \left(\frac{\rho_K}{f_Y}\right)^3 f_Y \left(\frac{1}{3} \frac{1}{\rho_K} - \frac{1}{9}\right) Q^3 \quad (5.3.27)$$

Por los valores de f_Y y ρ_K se tiene que los coeficientes A, B y C de la ecuación (5.3.21) son negativos, por lo tanto dicha ecuación presenta una raíz real negativa que es descartada y dos raíces reales positivas. De estas dos raíces positivas, la menor corresponde a un máximo y la raíz mayor a un mínimo en la antiderivada de la ecuación (5.3.21), como se muestra en la Figura (5.3.1).

En la solución de la ecuación cúbica (5.3.21) se tendrá



$$f(\lambda) = \frac{d}{d\lambda} g(\lambda)$$

$$f(\lambda) = \lambda^3 + A \lambda^2 + B \lambda - C = 0$$

Fig(5.3.1)

en cuenta únicamente a la raíz superior positiva.

5.4. GRAFICA DE LA OPTIMIZACION DEL DIAMETRO DEL NUCLEO

Para el Transformador de cinco escalones se obtiene de la Figura (A.1.1): $f_y = 5.564$

Luego de las ecuaciones (5.3.25), (5.3.26) y (5.3.27) se tiene:

$$A = (0.0104 \rho_K - 0.1722) Q \quad (5.4.1)$$

$$B = \rho_K (0.0861 - 0.0455 \rho_K) Q^2 \quad (5.4.2)$$

$$C = \rho_K^2 (0.1076 - 0.003587 \rho_K) Q^3 \quad (5.4.3)$$

Dándole a ρ_K los valores enteros desde tres hasta siete, se tendrá cinco ecuaciones cúbicas a resolver.

Cuando $\rho_K = 3$, se tiene la ecuación:

$$\lambda^3 - (0.141 Q)\lambda^2 - (0.1512 Q^2)\lambda = 0 \quad (5.4.4)$$

lógicamente una raíz de esta última ecuación tiene valor cero, quedando a continuación una ecuación de 2º grado de la forma:

$$\lambda^2 - (0.141 Q)\lambda - (0.1512 Q^2) = 0 \quad (5.4.5)$$

de donde se tiene las otras dos soluciones.

Las tres raíces de la ecuación (5.4.4) son:

$$\lambda_1 = 0.4655 Q$$

$$\lambda_2 = 0.$$

$$\lambda_3 = -0.3245 Q$$

De la ecuación (5.3.11) se deduce:

$$D_{\text{opt}} = \sqrt[4]{\lambda} = \sqrt[4]{0.4655 Q}$$

$$D_{\text{opt}} = 0.8263 \sqrt[4]{Q}$$

Siendo D_{opt} = el diámetro óptimo del núcleo del transformador.

Cuando $\rho_K = 4$, se tiene la ecuación:

$$\lambda^3 - (0.1306 Q) \lambda^2 - (0.3836 Q^2) \lambda + 0.0574 Q^3 = 0 \quad (5.4.6)$$

al multiplicar Q por 10^4 , las raíces de la ecuación (5.4.6) quedarán también multiplicadas por 10^4 . Es decir que si a Q_1 le corresponde la raíz λ_1 se cumple:

$$\lambda_1^3 - (0.1306 Q_1) \lambda_1^2 - (0.3836 Q_1^2) \lambda_1 + 0.0574 Q_1^3 = 0 \quad (5.4.7)$$

Multiplicando Q_1 por 10^4 , la nueva raíz λ_2 satisface la ecuación:

$$\lambda_2^3 - (0.1306 Q_1 10^4) \lambda_2^2 - (0.3836 Q_1 10^8) \lambda_2 + 0.0574 Q_1^3 10^{12} = 0$$

luego:

$$\lambda_2 = \lambda_1 10^4 \quad (5.4.9)$$

reemplazando la ecuación (5.4.9) en la ecuación (5.4.8) - tenemos:

$$\lambda_1^3 10^{12} - (0.1306 Q_1 10^4) \lambda_1^2 10^8 - (0.3836 Q_1^2 10^8) \lambda_1 10^4 + 0.0574 Q_1^3 \times 10^{12} = 0 \quad (5.4.10)$$

Dividiendo todos los términos entre 10^{12} , se tiene otra vez la ecuación de partida (5.4.7):

$$\lambda_1^3 - (0.1306 Q_1) \lambda_1^2 - (0.3836 Q_1^2) \lambda_1 + 0.0574 Q_1^3 = 0 \quad (5.4.11)$$

Luego podemos concluir que si $D_1 = \sqrt[4]{\lambda_1}$ es el diámetro óptimo para Q_1 , entonces:

$$D_2 = \sqrt[4]{\lambda_2} = \sqrt[4]{10^4 \lambda_1} = 10 \sqrt[4]{\lambda_1}$$

$$D_2 = 10 D_1 \text{ será el diámetro óptimo para } Q_2 = 10^4 Q_1$$

Los diámetros óptimos crecen como la raíz cuarta de las cuárticas dimensionales del transformador:

$$D_{\text{opt}} = K_D \sqrt[4]{Q} \quad (5.4.12)$$

Luego sólo es suficiente la raíz positiva superior de la ecuación en función de λ y $D_{\text{opt}} = \sqrt[4]{\lambda}$ con un valor conveniente de Q ($Q = 1$). Multiplicando Q por 10^4 , tenemos otro valor del diámetro óptimo igual a 10 veces el primero.

Dándole el valor de $Q = 1$ se tiene la ecuación:

$$\lambda^3 - 0.1306 \lambda^2 - 0.3836 \lambda + 0.0574 = 0 \quad (5.4.13)$$

de donde se tiene:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 0.60685 \\ \lambda_2 &= 0.15082 \\ \lambda_3 &= -0.62701 \end{aligned}$$

tomando pues la raíz positiva superior λ_1 , se tiene:

$$D_{\text{opt}} = \sqrt[4]{0.60685} = 0.8826 = K_D \sqrt[4]{1}$$

ya que $Q = 1$

Por lo tanto para cualquier Q se tiene:

$$D_{\text{opt}} = 0.8826 \sqrt[4]{Q} \quad (5.4.14)$$

Siguiendo este proceso para los siguientes valores de ρ_K , se tabula la Tabla (5.4.1).

La ecuación (5.4.12) indica:

$$D = K_D \sqrt[4]{Q} \quad (5.5.2)$$

introduciendo la ecuación (5.5.2) en la ecuación (5.5.1) y despejando el valor de L, se tiene:

$$L = \frac{2}{\sqrt{3} K_D} \sqrt{1 + \frac{\rho_K}{4 K_D^4}} \sqrt[4]{Q} \quad (5.5.3)$$

haciendo:

$$K_L = \frac{2}{\sqrt{3} K_D} \sqrt{1 + \frac{\rho_K}{4 K_D^4}} \quad (5.5.4)$$

la ecuación (5.5.3) se transforma en:

$$L = K_L \sqrt[4]{Q} \quad (5.5.5)$$

dando valores de ρ_K , K_D y Q se tiene la tabla (5.5.1). En la figura (5.5.1) se observa la ecuación (5.5.5) graficada en papel logaritmico.

TABLA 5.5.1

ρ_K	K_D	K_L	Q (cm^4)	L (cm)
3	0.8263	2.2571	10^3	12.69
			10^7	126.92
4	0.8826	2.1289	10^3	11.97
			10^7	119.71
5	0.9293	2.0326	10^3	11.43
			10^7	114.30
6	0.9693	1.9571	10^3	11.00
			10^7	110.05
7	1.004	1.8975	10^3	10.67
			10^7	106.70

5.6. GRAFICA DE LA OPTIMIZACION DE LA ANCHURA DE VENTANA

De la ecuación (5.2.20) se tiene que:

$$a = \frac{Q}{D^2 L} \quad (5.6.1)$$

introduciendo en esta última las ecuaciones (5.4.12), (5.5.5) y efectuando operaciones se tiene:

$$a = \frac{1}{K_D^2 K_L} \sqrt[4]{Q} \quad (5.6.2)$$

haciendo:

$$K_a = \frac{1}{K_D^2 K_L} \quad (5.6.3)$$

la ecuación (5.6.2) se convierte en:

$$a = K_a \sqrt[4]{Q} \quad (5.6.4)$$

La ecuación (5.6.4) es también una recta cuando se grafica en papel logaritmico. Dando valores de ρ_K , K_D , K_L y Q , se tiene la tabla (5.6.1)

TABLA 5.6.1

ρ_K	K_D	K_L	K_a	Q (cm ⁴)	a (cm)
3	0.8263	2.2571	0.6488	10 ³	3.64
				10 ⁷	36.48
4	0.8826	2.1289	0.6029	10 ³	3.39
				10 ⁷	33.90
5	0.9293	2.0326	0.5696	10 ³	3.20
				10 ⁷	32.03
6	0.9693	1.9571	0.5438	10 ³	3.05
				10 ⁷	30.58

sigue ...

Final de la Tabla 5.6.1

7	1.004	1.8975	0.5227	10^3	2.93
				10^7	29.39

En la Figura (5.6.1) se observa la familia de rectas graficadas, según la ecuación (5.6.4).

Cabe mencionar que para cada valor de ρ_K , las relaciones entre las tres dimensiones óptimas, permanece casi constante independiente de Q.

Dándole el valor de la unidad al diámetro se tiene la siguiente tabla (5.6.2).

TABLA 5.6.2

ρ_K	D (cm)	L (cm)	a (cm)	L/a
3	1	2.73	0.78	3.48
4	1	2.41	0.68	3.53
5	1	2.18	0.61	3.56
6	1	2.02	0.56	3.59
7	1	1.88	0.52	3.63

A medida que aumenta el valor de ρ_K , es decir a medida que aumenta el costo de cobre, la altura de la columna "L" y la anchura de ventana "a" disminuyen y las proporciones de la ventana se mantiene casi constante en la relación $L/a = 3.56$.

5.7. GRAFICA DE LAS DIMENSIONES OPTIMAS EN FUNCION DE LA POTENCIA

De las Figuras (5.4.1), (5.5.1) y (5.6.1) ya que las familias de rectas están muy juntas y que para este efecto se tomarán los valores correspondientes a la gráfica intermedia, es decir para $\rho_K = 5$. Como datos técnicos tenemos:

- Inducción máxima $\hat{B} = 1.65 \text{ T}$
- Densidad medio de corriente $J = 3. \text{ A/mm}^2$
- Factor global de utilización de la chapa $f_{Fe} = 0.655$
- Factor de utilización de la ventana $f_{cu} = 1/3$
- Frecuencia $f = 60 \text{ Hz}$

la ecuación (4.1.14) indica:

$$C_s = \frac{f_{Fe} f_{cu} f}{30,000} \hat{B} J \text{ KVA/cm}^4$$

evaluando con los datos técnicos se tiene:

$$C_s = 2.1615 \cdot 10^{-3} \text{ KVA/cm}^4$$

De la ecuación (4.1.15):

$$S = C_s D^2 L a \text{ KVA}$$

pero $Q = D^2 L a$; luego

$$S = C_s Q$$

cuando $Q = 10^3 \text{ cm}^4$; $S = 2.1615 \text{ KVA}$

$$Q = 10^7 \text{ cm}^4, \quad S = 21,615 \text{ KVA}$$

En la tabla (5.7.1) se resumen los valores de las dimensiones óptimas en función de la potencia aparente S.

TABLA 5.7.1

ρ_K	Q (cm ⁴)	S (KVA)	D (cm)	L (cm)	a (cm)
3	10^3	2.1615	4.64	12.69	3.64
	10^7	21,615	46.44	126.92	36.48
4	10^3	2.1615	4.96	11.97	3.39
	10^7	21,615	49.63	119.71	33.90
5	10^3	2.1615	5.22	11.43	3.20
	10^7	21,615	52.22	114.30	32.03
6	10^3	2.1615	5.45	11.00	3.05
	10^7	21,615	54.50	110.05	30.58
7	10^3	2.1615	5.64	10.67	2.93
	10^7	21,615	56.49	106.70	29.39

En las Figuras (5.7.1), (5.7.2) y (5.7.3) se observan las gráficas de D, L y a en función de la potencia S para cada valor de ρ_K respectivamente.

Partiendo del valor intermedio $\rho_K = 5$, de la Figura (5.7.1) para 800 KVA se tiene: D = 23 cm.

De la ecuación (A.1.4) haciendo $E_f = U_{f2}$ y $N_f = N_2$ referidas al secundario tenemos:

$$N_2 = \frac{U_{f2}}{f_{Fe} \frac{f}{100} \left(\frac{D}{4.74}\right)^2 \hat{B}}$$

$$N_2 = \frac{254}{0.655 \frac{60}{100} \left(\frac{23}{4.74}\right)^2 1.65} = 16.63$$

Tomamos luego $N_2 = 17$ espiras.

Despejando de la ecuación (A.1.4) el diámetro del núcleo, efectuando operaciones con $N_2 = 17$ espiras se tiene:

$$D = 22.8 \quad \text{cm}$$

De la Figura (5.7.1) el valor de $D = 22.8$ cm está aproximadamente en el valor de $\rho_K = 4.75$.

Nuevamente buscamos en las Figuras (5.7.2), (5.7.3) para el valor de $\rho_K = 4.75$ los valores correspondientes de la longitud del núcleo y anchura de la ventana, teniendo:

$$L = 51.6 \quad \text{cm}$$

$$a = 14.4 \quad \text{cm}$$

La distancia "M" entre centros de columnas es:

$$M = D + a = 22.8 + 14.4$$

$$M = 37.2 \quad \text{cm}$$

De la tabla (5.7.1) interpolando se tiene que:

ρ_K	Q_4 cm	S	D	L	a
4.75	10^3	2.1615	5.157	11.835	3.342
	10^7	21,615	51.57	118.35	33.425

La Figura (5.7.4) muestra los valores del diámetro "D", la longitud "L" de la ventana y el ancho "a" de ventana versus la potencia, cuando $\rho_K = 4.75$

C A P I T U L O 6

6.0. SECCION, AISLAMIENTOS, DISTRIBUCION Y CALENTAMIENTOS DE LOS CONDUCTORES

6.1. SECCION DE LOS CONDUCTORES

En los transformadores de distribución, la densidad media de corriente J está comprendida entre 3.0 a 3.5 A/mm^2 . Para los transformadores mayores que tienen circulación forzada llega hasta 5.0 A/mm^2 .

Como el transformador a diseñar es de una potencia $S = 800 \text{ KVA}$.

$10,000 \pm 2.5 \pm 5\%/440-254 \text{ V} \quad \text{D y 5}$

se tiene:

6.1.1. Tensiones primarias de fase U_{f1}

Según las características, el transformador tiene 5 tomas de regulación, siendo la nominal la toma central. En la tabla (6.1.1) se dan las tensiones correspondientes a cada toma.

TABLA (6.1.1)

Toma	U_{f1} (V)
1	10,500
2	10,250
3	10,000
4	9,750
5	9,500

6.1.2. Corrientes primarias por fase I_{f1}

Siendo m el número de fases, esta corriente está

dada por la ecuación:

$$I_{f1} = \frac{S/m}{U_{f1}} \quad A \quad (6.1.1)$$

En la Tabla (6.1.2) se indican las corrientes primarias - de fase en A para cada toma de regulación

Tabla (6.1.2)

Toma	I_{f1} (A)
1	25.40
2	26.00
3	26.67
4	27.35
5	28.00

6.1.3. Corrientes secundarias por fase I_{f2}

La corriente secundaria está regida por la fórmula:

$$I_{f2} = \frac{S/m}{U_{f2}} \quad A \quad (6.1.2)$$

Como el secundario está conectado en estrella:

$$U_{f2} = \frac{U_2}{\sqrt{3}} = \frac{440}{\sqrt{3}} = 254 \quad V.$$

Luego $I_{f2} = 1050 \quad A$

6.1.4. Arrollamientos o bobinados

Se tendrá en cuenta las espiras de los bobinados y sección de los conductores.

6.1.4.1. Espiras primarias

Se hace el proyecto con respecto a la toma nominal o central:

$$N_1 = N_2 \frac{U_{f1}}{U_{f2}} \text{ espiras} \quad (6.1.3)$$

Las dimensiones óptimas que se obtuvo del apartado (5.7) fueron:

$$D = 22.8 \text{ cm} ; L = 51.6 \text{ cm} ; a = 14.4 \text{ cm}$$

De la ecuación (A.1.4) se obtiene:

$$N_2 = \frac{U_{f2}}{f_{Fe} \frac{f}{100} \left(\frac{D}{4.74}\right)^2 \hat{B}} \text{ espiras}$$

cuando $B = 1.65 \text{ T}$, se tiene $N_2 = 16.92$ espiras.

Luego se toma $N_2 = 17$ espiras

$$\text{con: } \hat{B} = 1.64 \text{ T}$$

Con 17 espiras para la toma central se tiene de (6.1.3)

$$N_1 = 669 \text{ espiras}$$

6.1.4.2. Espiras entre tomas

Se evalúa las espiras con una variación del 2.5% con respecto a la toma central. Luego:

$$\% \text{ variación} = \frac{2.5}{100} 6.69 = 16.72 \text{ espiras}$$

Se adoptará 16 espiras, ya que al tomar 17, la variación de tensión entre tomas será mayor del 10%. En la Tabla - (6.1.3) se indica las espiras primarias correspondientes a cada toma.

Tabla (6.1.3)

Toma	N_1 (espiras)
1	701
2	685
3	669
4	653
5	637

6.1.5. Tensión por espira U_N

Evaluando con respecto a la toma central:

$$U_N = \frac{U_{f1}}{N_1} = \frac{10,000}{669} = 14.94 \text{ V/espira}$$

6.1.6. Densidad de corriente en B.T. J_2

Asumimos $J_2 = 3.3 \text{ A/mm}^2$. Luego la sección del co
bre por conductor en B.T. s_2 será:

$$s_2 = \frac{I_{f2}}{J_2} = \frac{1050}{3.3} = 318.18 \text{ mm}^2$$

da en la Tabla (6.1.4).

Tabla (6.1.4)

Toma	J_1 (A/mm ²)
1	2.72
2	2.78
3	2.85
4	2.93
5	3.00

6.2. AISLAMIENTO DE LOS CONDUCTORES

Los materiales aislantes usados en los transformadores deben tener alta resistencia dieléctrica, buenas propiedades mecánicas y no deben ser solubles en el aceite - del transformador caliente.

6.2.1. Aislamiento de los conductores propriadamente dicho

Para transformadores en aceite, se emplea casi exclusivamente el papel en varias capas, a tope o solapadas hasta conseguir el espesor deseado. Para los transformadores de distribución en aceite con bobinas de hilo redondo es muy usado como aislamiento el esmalte sintético (P.V.C), a la vez que proporciona una gran factor de espacio

KV/mm	Espesor doble pared	Rígidez dieléctrica KV/mm
- Hilos esmaltados	0.10 mm	50-100
- Doble capa de seda	0.12 mm	5
- Doble capa de papel	0.15 mm	24- 28
- Doble capa de algodón.	0.30 mm	50-100
- Cinta de algodón <u>so</u> lapado a 1/2, al <u>ai</u> re.	0.60 mm	21
- Tela de vidrio im - pregnada con isocia nato, al aire.	0.15 mm	70

En las Figuras (6.2.1) y (6.2.2) se indican los valores me
dios recomendados en función de la tensión nominal. La -
primera figura está referida para el cuerpo normal del bo
binado. La segunda figura está referida a las espiras de
choque o de entrada de la línea sobre cada toma; el número
de estas espiras debe ser un 3% del total, del cual el 1%
como mínimo con el aislamiento indicado y el 2% con el mis
mo grosor o en disminución progresiva hasta coincidir con
el espesor de las bobinas normales.

6.2.2. Aislamiento entre capas

Es muy usado en forma general el prespán de 0.1 mm
a 0.2 mm, sobre todo si la tensión normal entre espiras ex
tremas de dos capas juntas es mayor de 100 voltios. Para

barras gruesas el espesor de prespan debe ser hasta -
Se entiende que la tensión máxima por capa es i-
e la tensión por espira multiplicado por el

número de espiras por capa. Las bobinas de choque como son las bobinas extremas, de neutro y de tomas de conmutación, generalmente son de menos espiras por capa que las normales, esto es para reducir la tensión por capa y también la tensión máxima entre espiras de capas sucesivas, evitando así el reforzamiento del aislante, lo cual tiene como consecuencia disminuir la capacidad entre espiras y debilitar con ello la resistencia a las ondas de choque.

6.2.3. Aislamiento entre bobinas de un mismo arrollamiento de una misma columna

El devanado de A.T. y a veces ambos arrollamientos se subdividen en bobinas parciales con canales de refrigeración radial. Estos canales de refrigeración deben tener una distancia de 4 mm como mínimo para los transformadores en aceite. Estas distancias son conservadas con unos tacos que pueden ser de baquelita o prespán.

La tensión por bobina individual, no debe exceder de 1,000 voltios, o sea 2,000 voltios entre cualquier punto de dos bobinas inmediatas. Para las bobinas de choque, la tensión por bobina se reduce a 500 voltios como máximo.

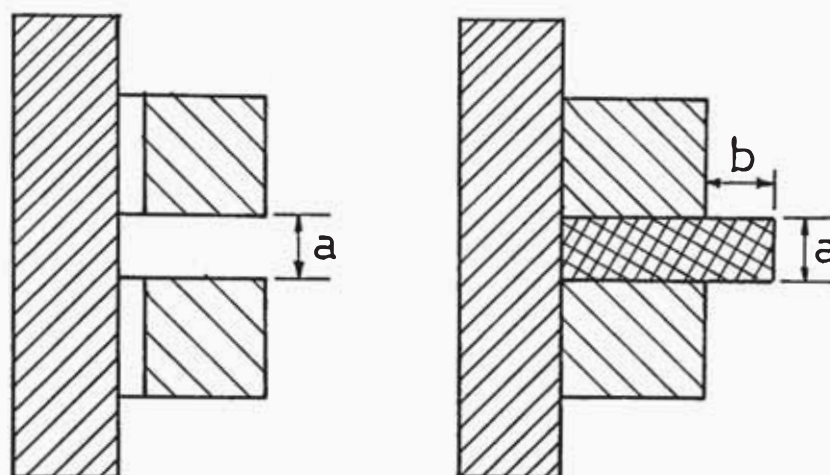
6.2.4. Aislamiento entre bobinados concéntricos

En este acápite se tendrá en cuenta sólo para -
ores en aceite. B.T.

a ol

B.T. re

1 a



$$a \geq 4 \text{ mm}$$

$$a = 2 \dots 3 \text{ mm}$$

$$b = 3 \text{ mm}$$

Fig(6.2.3) Aislamiento entre bobinas para bobinados de columnas de los transformadores en aceite.

como se muestra en la Figura (6.2.4), distinguiendo al caso de que los tubos aislantes sean rectos o terminen con sombretes.

- b) El grueso l de los tubos aislantes entre ambos bobinados se muestra en la Figura (6.2.5), el cual puede ser de papel baquelizado o de prespán.
- c) La distancia k entre el arrollamiento interior de B.T. y el núcleo y el grueso m del tubo valen los mismos datos que entre A.T. y B.T.

En las Figuras (6.2.4) y (6.2.5), considerando solamente como tensión de línea lo que corresponda a dicho

devanado interior. Para los transformadores de distribución, el devanado de B.T. de 220 voltios, 380 voltios y 440 voltios, las distancias aislantes son más bien de paso para el fluido refrigerante y dependen a su vez de la rigidez mecánica de los bobinados. Para los transformadores en aceite se llega a bajar hasta los 3.0 mm e incluso se emite el tubo de baquelita, que en todo caso no suele pasar de 1.5 mm a 2.0 mm de grueso.

- d) Las distancias o y n de los bobinados de B.T. y A.T. al yugo respectivamente, con valonas en ángulo o sobre tes y sin éstos se obtienen de la Figura (6.2.6).
- e) La distancia p entre superficies próximas de los bobinados exteriores o de A.T. y grosor q del tabique aislante intercalado se obtienen de la Figura (6.2.7).
Contra las descargas que pueda ocurrir en los bobinados de A.T., se encuentra el tabique o barrera de papel baquelizado o prespán, cuyo grosor " q " sea $1/3$ del que se indica para los tubos aislantes según la Figura (6.2.7), siendo el grosor mínimo 2.0 mm.

6.2.5. Separación entre los bobinados y la cuba

Son recomendadas las especificaciones de la Figura (6.2.8). A menudo se establecen las mismas separaciones que entre los arrollamientos y el yugo Figura (6.2.6) sobre todo si se intercalan tabiques separadores que desempeñan un papel similar al de las valonas.

6.2.6. Distancias mínimas exteriores de aislamiento

Distancia mínima "r" entre las partes activas de los bornes exteriores y con respecto a masa "s" y "t", así como las distancias de ajustes para los explosores "x". Las normas alemanas graficada en la Figura (6.2.9), proporciona estas distancias en función de la tensión nominal.

6.2.7. Evaluación del aislamiento de conductores

a) Aislamiento entre espiras

B.T. Se usará cinta de algodón solapado a 1/2; luego el incremento de espesor (doble pared) será de 0.6 mm.

A.T.

Espiras Normales. Según la Figura (6.2.1) el incremento de doble pared para 10 KV es de 0.3 mm, luego se usará dos capas de tela de vidrio impregnada con isocianato, al aire.

Espiras principales de choque. De la Figura (6.2.2) para 10 KV, el doble espesor de pared es de 0.375 mm, se usará luego 3 capas de tela de vidrio impregnada con isocianato, al aire, haciendo un espesor de pared de 0.45 mm.

Espiras de choque intermedia. Según el criterio 6.2.A se colocará 3 capas de tela de vidrio impregnada con isocianato al aire, con un espesor de 0.45 mm.

b) Espiras mínimas de choque en los lados de la línea
Refuerzo máximo será 1% de N_1

$$\frac{1}{100} 701 = 7 \text{ espiras}$$

Refuerzo medio será 2% de N_1

$$\frac{2}{100} 701 = 14 \text{ espiras}$$

6.2.8. Evaluación de distancias aislantes

- a) Distancia axial entre espiras o bobinas de B.T. para la refrigeración (o aislamiento). De la Figura (6.2.3) se tiene: $a' = 4.0 \text{ mm}$
- b) Separación axial entre bobinas de A.T., arrollamiento concéntrico. De la Figura (6.2.3) se tiene: $a = 4 \text{ mm}$
- c) Distancia entre el bobinado de B.T. y la columna. De la Figura (6.2.4) con $U_2 = 440 \text{ V}$ se tiene que: $k = 5.0 \text{ mm}$. Se adopta $k = 6 \text{ mm}$.
- d) Distancia entre bobinas de B.T y A.T. De la Figura (6.2.4) con $U_1 = 10 \text{ KV}$, se tiene que $j = 16.00 \text{ mm}$. Se adopta $j = 16.00 \text{ mm}$.
- e) Grosor del tubo aislante entre B.T y el núcleo. Según la Figura (6.2.5) con $U_2 = 440 \text{ V}$, se tiene que $m = 1.5 \text{ mm}$. Debido a que el aislamiento de los conductores y la distancia $k = 6.0 \text{ mm}$ son suficientes, se suprime este tubo quedando luego una mejor refrigeración. Luego se adopta $m = 0.0 \text{ mm}$.
- f) Grosor de los tubos entre B.T y A.T. De la Figura (6.2.5), con $U_1 = 10 \text{ KV}$, se tiene que $l = 2.0 \text{ mm}$

- Figura (6.2.6), con $U_2 = 440 \text{ V}$, se tiene que $0 = 10.0$ mm. Se adopta $0 = 15.00$ mm
- h) Distancia axial entre el final de A.T. al yugo. De la Figura (6.2.6), con $U_1 = 10 \text{ KV}$, se tiene que $n = 20$ - mm. Se adopta $n = 29.00$ mm.
- i) Distancia entre bobinas de A.T. de columnas adyacentes. De la Figura (6.2.7), con $U_1 = 10 \text{ KV}$, se tiene que : $p = 10.0$ mm. Se adopta $p = 11.00$ mm.
- j) Tabique de prespán entre fases. De la Figura (6.2.7), para $U_1 = 10 \text{ KV}$, se tiene que $q = \frac{1}{3} 1 = \frac{1}{3} 2 = \frac{2}{3}$ mm. Luego según criterio 6.2.D.e se toma $q = 2.0$ mm (míni
mo)

6.3. DISTRIBUCION DEL BOBINADO DE B.T.

Lo más usual y recomendable es la bobina de barra. Para evitar grandes corrientes de remolino, las grandes - secciones de conductor deben formarse por varios conductores de menor sección en paralelo.

Ya que un conductor interno tendrá mayor reactancia que otro externo, con la transposición de conductores, se lo gra que la corriente se distribuya uniforme en dichos conductores en paralelo.

6.3.1. Axialmente

Se utilizará dos conductores en paralelo, con aislante de doble capa de algodón con una altura de bobina - aislada b_{b2} y una transposición.

- El espacio A ocupado por distancias aislantes, refrige-

ración y una transposición:

$$A = 20 + N_2 a + b_{b2}$$

$$A = 2(15) + 17(4) + b_{b2} = 98 + b_{b2}$$

- Longitud B disponible para el bobinado de B.T.

$$B = L - A = 17 b_{b2}$$

$$516 - 98 - b_{b2} = 17 b_{b2} \quad \text{de donde:}$$

$$b_{b2} = 23.22 \text{ mm}$$

- Altura de bobina desnuda $b_{c2} = 22.62 \text{ mm}$.

- Sección del cobre de B.T.

$$s_2 = 318.18 \text{ mm}^2$$

- Sección por barra = $\frac{318.18}{2} = 159.09 \text{ mm}^2$

- Grosor por barra desnuda $h_{c2} = \frac{159.09}{22.62} = 7.03 \text{ mm}$

- Grosor por barra aislada = $7.03 + 0.6 = 7.63 \text{ mm}$

- Dimensiones del conductor de B.T. Ver Figura (6.3.1)

6.3.2. Radialmente

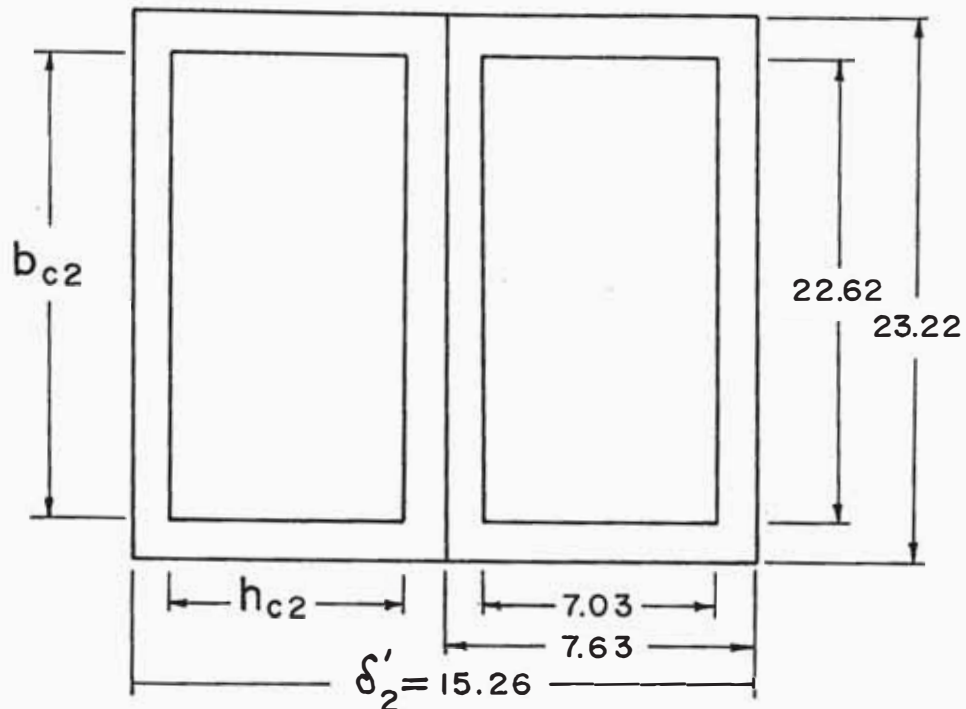
- Grueso radial del bobinado $\delta'_2 = 15.26 \text{ mm}$

- Espacio total ocupado por distancias aislantes.

$$C = k + j + \frac{D}{2} = 6 + 16 + \frac{11}{2} = 27.5 \text{ mm}$$

- Espacio radial disponible para los bobinados

$$E = \frac{a}{2} - C = \frac{144}{2} - 27.50 = 44.50$$



Dimensiones en mm.

Fig(6.3.1) Conductor de baja tensión con dos barras en paralelo con una transposición

- Espacio radial disponible para bobinado de A.T.

$$\delta_1 = E - \delta'_2 = 44.50 - 15.26 = 29.24 \text{ mm}$$

6.4. DISTRIBUCION DEL BOBINADO DE A.T.

Se formará por bobinas individuales, debidamente aisladas y distanciadas para obtener una buena refrigeración. Las bobinas individuales serán de barra, disponiéndose en dobletes cuando sean en número par.

Como la tensión por bobina individual no debe ser mayor de 1,000 voltios, como se recomienda en el párrafo 6.2.3, tenemos:

- Número máximo de espiras por bobina:

$$N_b = \frac{1000}{U_N} = \frac{1000}{14.94} = 67$$

- Número mínimo de bobinas principales:

$$\frac{N}{b} = \frac{637}{67} = 10$$

6.4.1. Distribución axial de las bobinas

CLASE DE BOBINA	Nº DE BOBINAS	ESPIRAS BOBINA	ESPIRAS CLASE	ESPIRAS CAPA	GROSOR AXIAL DE AISLAMIENTO
De choque principales	2	15	30	1	2 * 1 * 0.45 = 0.90
Normales	13	19	247	1	13 * 1 * 0.30 = 3.90
De choque intermedia	2	16	32	1	2 * 1 * 0.45 = 0.90
De regulación	5	16	80	1	5 * 1 * 0.45 = 2.25
De choque intermedia	2	15	30	1	2 * 1 * 0.45 = 0.90
Normales	14	19	266	1	14 * 1 * 0.30 = 4.20
De choque Neutro	1	16	16	1	1 * 1 * 0.45 = 0.45
TOTAL	39		701		13.50

6.4.2. Espacio axial disponible para el cobre

Espacio entre las 39 bobinas (38x4)	152.00 mm
Aislamiento axial de los conduc - tores	13.50 mm
Distancias extremas del bobinado (2x29)	58.00 mm
	223.50 mm
Longitud de columna	516.00 mm

Espacio axial disponible para el cobre = 516.00 - 223.50
= 292.50 mm.

Altura de la bobina desnuda b_{c1} :

$$b_{c1} = \frac{292.50}{39} = 7.50 \text{ mm}$$

Grosor por barra desnuda h_{c1}

$$h_{c1} = \frac{s_1}{b_{c1}} = \frac{9.33}{7.50} = 1.24 \text{ mm}$$

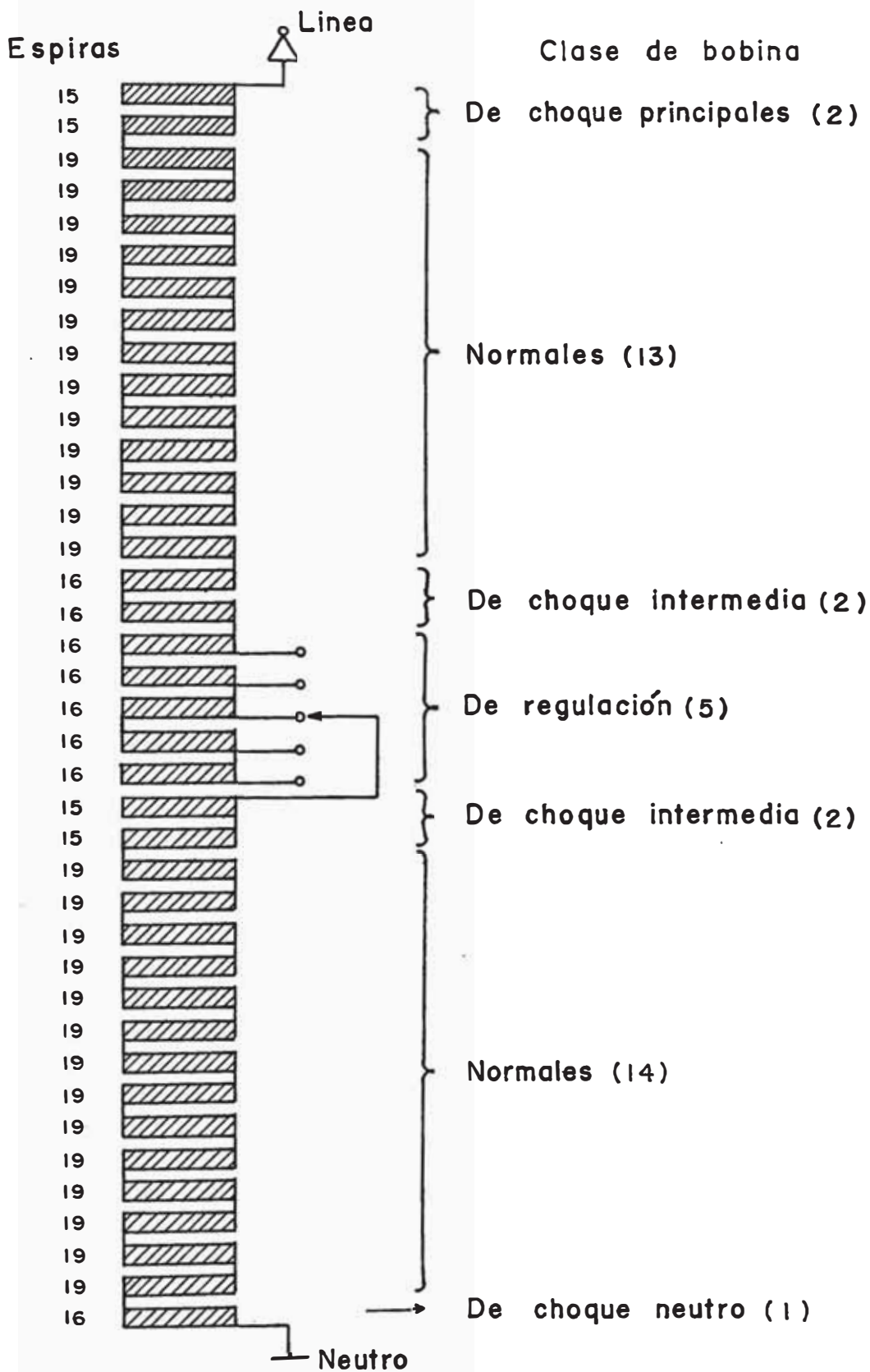


Fig (6.4.1) Distribucion de las bobinas de A.T.

6.4.3. Distribución radial de las bobinas

CLASE DE BOBINA	CONDUCTORES		GROSOR DE BOBINAS (mm)
	DESNUDOS	AISLADOS	
De choque principales	7.50 x 1.24	7.95 x 1.69	15 x 1 x 1.69 = 25.35
Normales	7.50 x 1.24	7.80 x 1.54	19 x 1 x 1.54 = 29.26
De choque intermedia	7.50 x 1.24	7.95 x 1.69	16 x 1 x 1.69 = 27.04
De regulación	7.50 x 1.24	7.95 x 1.69	16 x 1 x 1.69 = 27.04
De choque intermedia	7.50 x 1.24	7.95 x 1.69	15 x 1 x 1.69 = 25.35
Normales	7.50 x 1.24	7.80 x 1.54	19 x 1 x 1.54 = 29.26
De choque neutro	7.50 x 1.24	7.95 x 1.69	16 x 1 x 1.69 = 27.04

6.4.4. Distribución axial definitiva

39 conductores 7.50 ^{mm} conductor	292.50 mm
Aislamiento de las 39 bobinas	13.50 mm
38 separaciones de 4 mm entre bobinas para refrigeración	152.00 mm
Distancias extremas entre de vanados al yugo	58.00 mm
		516.00 mm

6.4.5. Distribución radial definitiva

Distancia entre núcleo y bobinado B.T.	6.00 mm
Grueso del bobinado de B.T.	15.26 mm
Distancia entre bobinado A.T. y B.T. con tubo intermedio de 2 mm.	16.00 mm
Grueso máximo del bobinado de A.T.	29.26 mm
Mitad de distancia entre bobinado A.T. con tabique de prespán de 2 mm.	5.48 mm

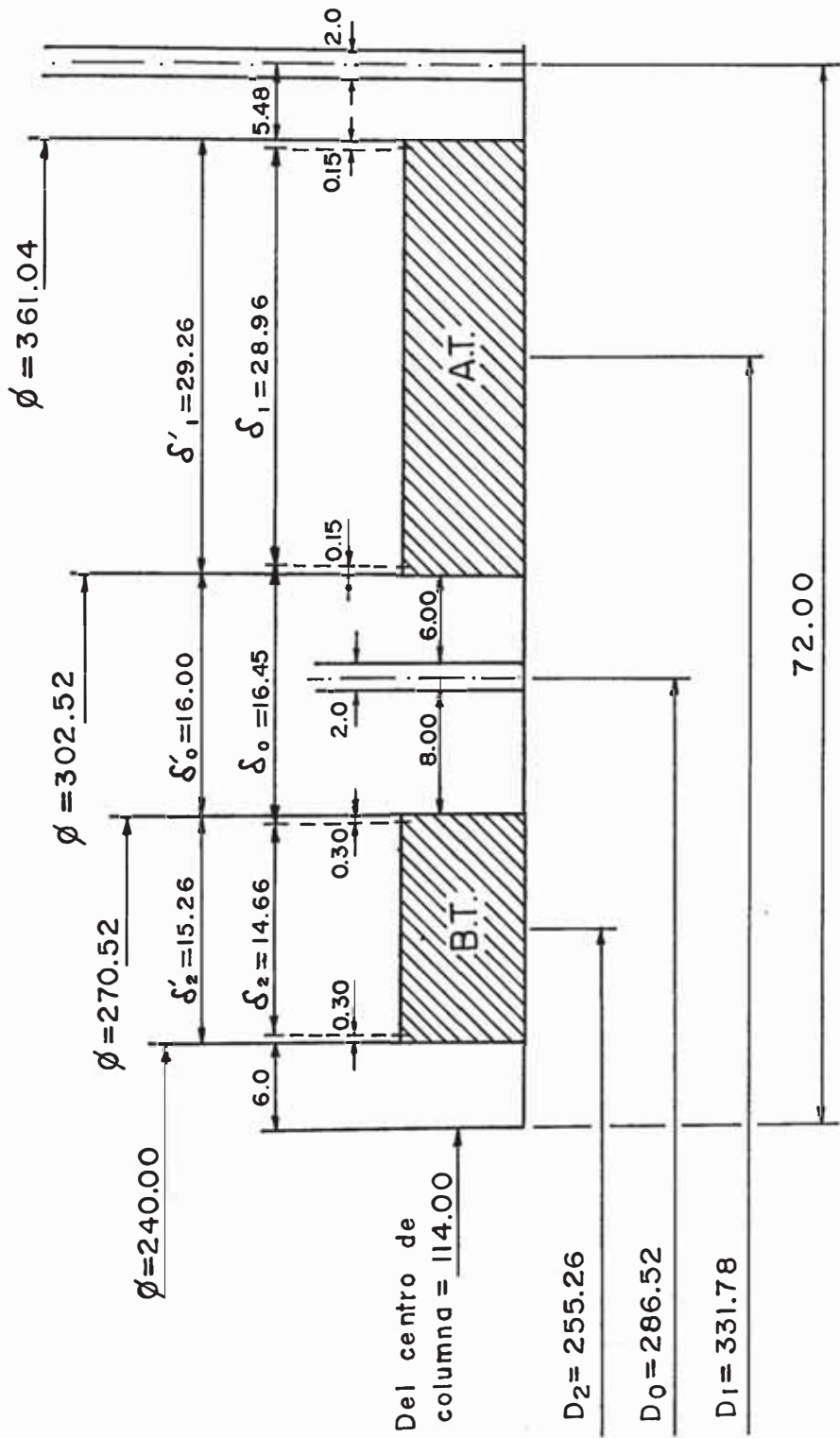
$$\text{media ventana} = \frac{a}{2} - 72.00 \text{ mm}$$

La distribución radial puede observarse en el plano 1 y en la Figura (6.4.2).

6.4.6. Evaluación de la permeancia específica

De la Figura (6.4.2) se tiene: (plano 1)

$$L_1 = l_1 + 2 \delta_1 = 45.8 + 2(2.896) = 51.592 \text{ cm}$$



Fig(6.4.2) Distribucion radial en media ventana. (Distancias en mm)

$$L_2 = l_2 + 2 \delta_2 = 48.6 + 2(1.466) = 51.532 \text{ cm}$$

$$\delta_0 = 1.645 \text{ cm}$$

$$l_{m0} = \pi D_0 = \pi (28.652) = 90.01 \text{ cm}$$

$$l_{m1} = \pi D_1 = \pi (33.178) = 104.23 \text{ cm}$$

$$l_{m2} = \pi D_2 = \pi (25.526) = 80.19 \text{ cm}$$

Evaluando las permeancias de dispersión para el devanado primario P_{x1} y devanado secundario P_{x2} según la ecuación (3.9.1) en M/Gb obtenemos:

$$P_{xi} = \left(\frac{\delta_0 l_{m0}}{2 L_i} + \frac{\delta_i l_{mi}}{3 L_i} \right) \text{ M/Gb}$$

$$P_{x1} = 3.385 \text{ M/Gb}$$

$$P_{x2} = 2.196 \text{ M/Gb}$$

Evaluando la permeancia específica mediante la ecuación (3.11.1) se tiene:

$$p_x = \frac{P_{x1} + P_{x2}}{\pi D} = 0.0779 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

6.5. CALENTAMIENTO DE LOS CONDUCTORES

El producto de la carga lineal q , por la densidad de corriente J , es un aspecto decisivo sobre el calentamiento de las bobinas con respecto a la temperatura del medio en que se encuentran (aire, aceite, etc). Al evaluar la carga lineal específica, los amperios vueltas deben referirse exclusivamente a la longitud axial bobinada, no tomando en consideración los canales de refrigeración que cortan al devanado en su desarrollo axial.

Este valor q se representará por q_b y su expresión es:

$$q_b = \frac{N_b I_b}{l_b} = \frac{N_f I_f}{\Sigma l_b} \quad (6.5.1)$$

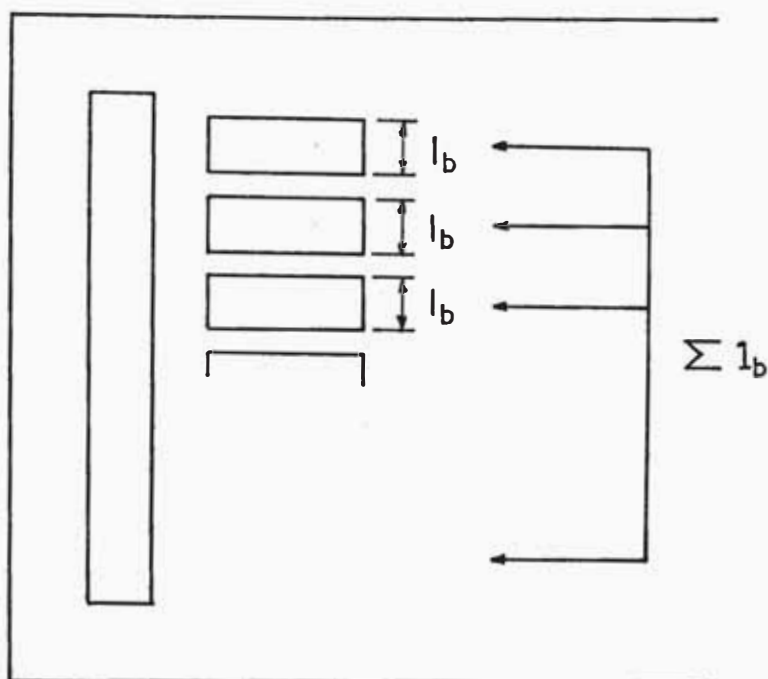


Fig (6.5.1) Carga específica q_b a efectos del calentamiento de las bobinas

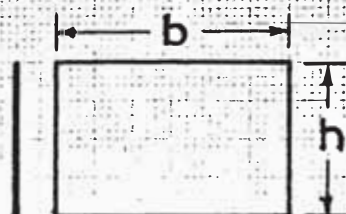
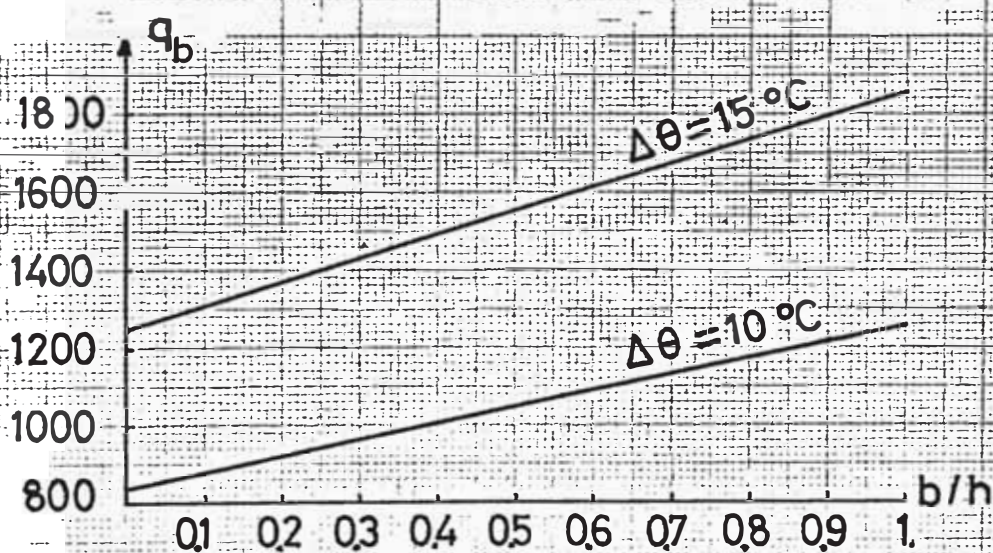
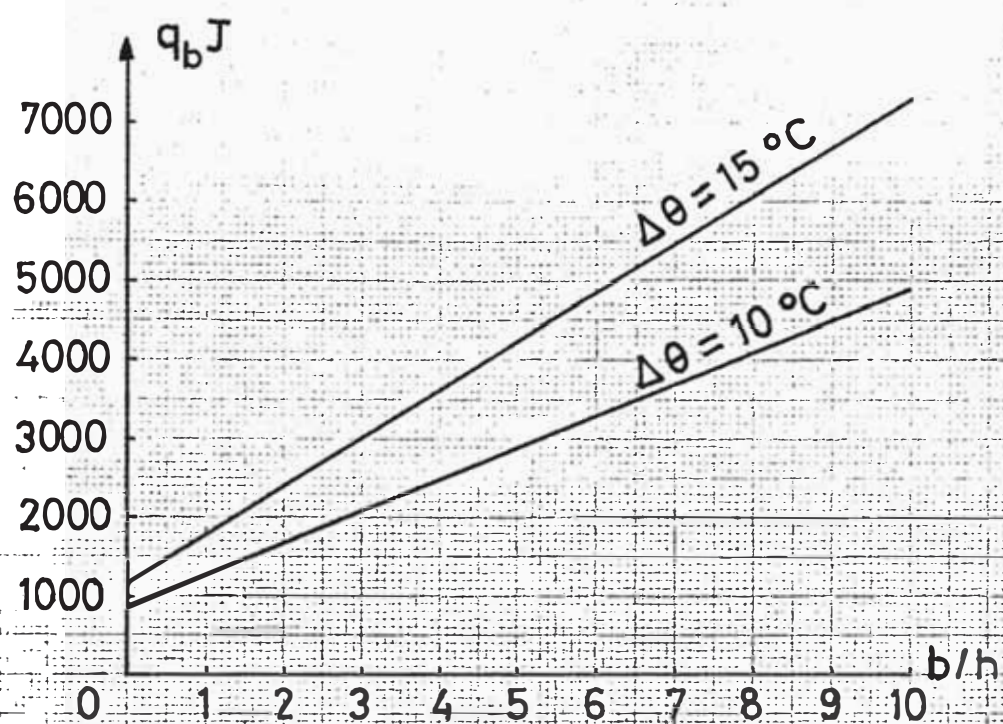
donde:

N_b , I_b , l_b : indican el número de espiras, corriente en amperios y longitud axial en cm de una bobina.

N_f , I_f , Σl_b : indican las espiras, corriente y longitud total de bobinas por fase.

Los valores admisibles de q_b J dependen de las condiciones de enfriamiento del bobinado, íntimamente ligados a la extensión y eficacia de las superficies expuestas a la acción del medio refrigerante.

Es aquí en la evaluación de estas superficies y en el cri



Fig(6.5.2) Carga admisible en los devanados en aceite

terio sobre la distinta efectividad de las bobinas, según su ubicación con respecto al fluido activo refrigerante - donde se tiene la principal dificultad para calcular las elevaciones de temperatura. Una superficie bobinada sumergida en aceite puede disipar alrededor de $100 \text{ m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$.

La Figura (6.5.2) resume experiencias directas de construcciones de transformadores normales, con bobinas en aceite. La relación b/h del grosor radial de la bobina a su altura axial, modifica considerablemente la capacidad media de disipación térmica. Las dos rectas de $q_b \text{ J}$ en función de la relación b/h que se muestran corresponden a los calentamientos de 10°C y 15°C sobre la temperatura media del aceite circundante, siendo en casos extremos hasta 20°C , no pasándose sobre esta elevación de temperatura.

Para los transformadores de distribución en aceite, la densidad de corriente J está comprendida entre 3.0 y 3.5 A/mm^2 y con circulación forzada, toma el valor hasta 5.0 A/mm^2 .

6.5.1. Evaluación del calentamiento en los arrollamientos

a) Devanado de B.T.

Espiras por bobina	$N_b = 1$
Corriente por bobina	$I_b = 1050. \text{ A}$
Longitud axial de bobina	$l_b = 2.322 \text{ cm}$
Carga lineal por bobina	$q_b = \frac{N_b I_b}{l_b} = 452. \frac{\text{Ac}}{\text{cm}}$
Indice de calentamiento	$q_b \text{ J} \quad J_1 = 3.3 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$
	$q_b \text{ J} = 1492$

$$\begin{aligned} \text{Relación rectangular} & & \frac{b}{h} &= \frac{15.26}{23.22} \\ \text{de la bobina} & & \frac{b}{h} &= 0.657 \end{aligned}$$

De la Figura (6.5.2) con $q_b J = 1492$ y $b/h = 0.657$ se obtiene $\Delta \theta_2 = 14$ °C (sobre la temperatura media del aceite circundante).

b) Devanado de A.T.

$$\begin{aligned} \text{Espiras por bobina} & & N_b &= 19 \\ \text{Corriente por bobina} & & I_b &= 28 \quad \text{A} \\ \text{Longitud axial de bobina} & & l_b &= 0.78 \quad \text{cm} \\ \text{Carga lineal por bobina} & & q_b &= 682 \quad \frac{\text{Ac}}{\text{cm}} \\ \text{Indice de calentamiento} & & q_b J &= 2046 \\ & & J_2 &= 3. \quad \text{A/mm} \end{aligned}$$

Relación rectangular de la bobina b/h

$$b = 19 \cdot 1.54 = 29.26 \text{ mm}$$

$$h = 7.80 \text{ mm}$$

$$\frac{b}{h} = 3.75$$

De la Figura (6.5.2) con $q_b J = 2046$ y $b/h = 3.75$ se tiene $\Delta \theta_1 = 9$ °C

C A P I T U L O 7

7.0. PERDIDAS

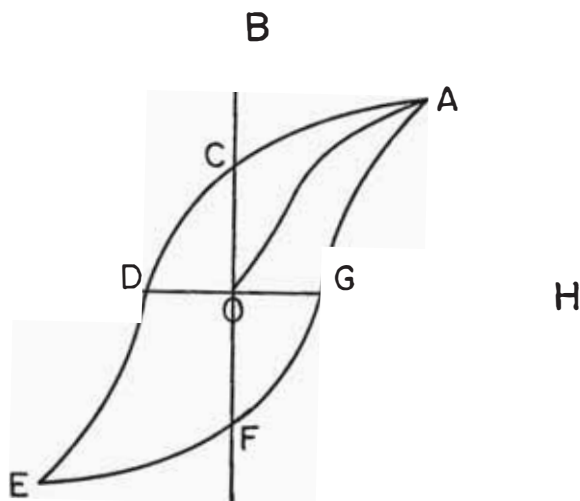
Toda máquina en funcionamiento experimenta ciertas pérdidas. En un transformador se distinguen:

- Pérdidas por histéresis
- Pérdidas por corrientes Foucault.
- Pérdidas en el cobre.

Las pérdidas por histéresis más las pérdidas por corrientes Foucault, forman las denominadas pérdidas en el hierro.

7.1. PERDIDAS POR HISTERESIS

Al excitar un núcleo de hierro completamente desmagnetado mediante una bobina o arrollamiento, de tal forma que aumentando la intensidad del campo magnético H , la inducción B empieza a aumentar desde cero, como se observa en la Figura (7.1.1), en forma proporcional a la intensidad del campo H . Para valores muy pequeños de la intensidad del campo comienza la magnetización a aumentar más intensamente, alcanzando pronto su máxima perpendicularidad y luego una vez rebasado un punto de inversión, continúa en aumento hasta alcanzar finalmente su valor límite A , muy próximo al valor de saturación. Al proceso OA se le denomina curva de magnetización inicial.



Fig(7.1.1) Ciclo de Histéresis

cimiento no coinciden con los valores de la curva de magnetización inicial, y al ser la excitación nula siempre queda un número de líneas de fuerza apreciable en el hierro. A este magnetismo residual C-O se le denomina magnetismo remanente o simplemente remanencia. Para eliminarlo y poder alcanzar nuevamente el punto cero inicial de inducción, hay que invertir la excitación. En tal caso la curva obtenida cae verticalmente y alcanza el punto D. La intensidad del campo representada por este punto, en el que la inducción justo se anula, es lo que se llama fuerza coercitiva. Si se continúa aumentando la excitación invertida, la inducción invierte también su dirección o sentido; primeramente experimenta un aumento rápido, luego lo hace más lentamente hasta aproximarse paula-

tinamente a su valor de saturación E. Si se reduce seguidamente la intensidad del campo en dirección a cero, se alcanza el punto F y continuando la inversión de la intensidad del campo hasta G, la inducción vuelve a decrecer hasta cero. Si se aumenta la intensidad del campo en la dirección primitiva, se alcanza el valor de saturación A. La curva que queda encerrada se llama lazo o ciclo de histéresis. La superficie o área abarcada A_h por dicha curva es una medida para determinar el trabajo necesario para la desimantación por m^3 de hierro. Por lo tanto las pérdidas específicas por unidad de volumen y por ciclo de imanación o magnetización será:

$$j_h = k_1 A_h \quad \text{J/m}^3 \text{ ciclo} \quad (7.1.1)$$

donde k_1 : Es un coeficiente de proporcionalidad

A_h : Diferencia entre la potencia absorbida durante la fase de acumulación de energía y la restitución de la misma, traduciéndose como pérdida en forma de calor en el seno del hierro, sometido al proceso de imanación.

Si el número de ciclos por segundo es f (frecuencia), luego la potencia perdida por unidad de volumen p_h es:

$$p_h = k_1 A_h f \quad \text{W/m}^3 \quad (7.1.2)$$

Steinmetz determinó experimentalmente que la superficie A_h era proporcional a la potencia 1.6 de la inducción máxima \hat{B} alcanzada, es decir:

$$p_h = k_2 f \hat{B}^{1.6} \quad \text{W/m}^3 \quad (7.1.3)$$

Posteriormente para inducciones comprendidas entre 1.4 T y 1.5 T se observó que el exponente de la inducción máxima \hat{B} era 2.0. Y para las chapas siliciosas modernas de bajas pérdidas se ha podido constatar que el exponente está comprendido entre 2.1 a 2.2.

Es más conveniente evaluar estas pérdidas por unidad de peso, es decir:

$$p_h = k_h f \hat{B}^2 \quad \text{W/Kg} \quad (7.1.4)$$

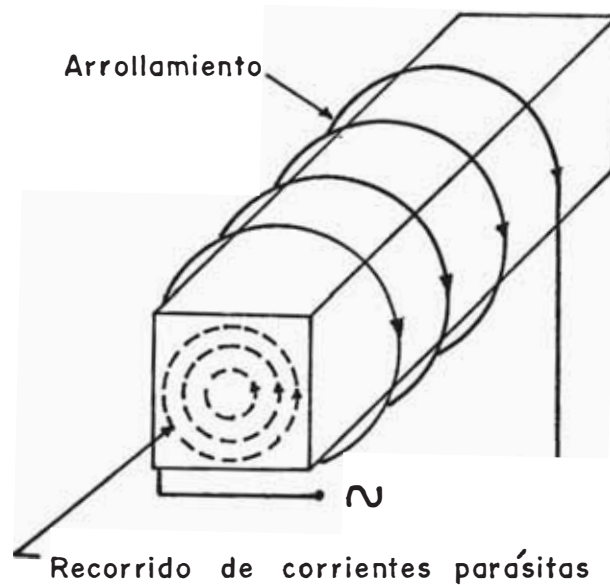
en donde k_h : Son los vatios pérdidas por histéresis en cada Kg de material férnico, cuando se le somete a un flujo alterno de $B = 1 \text{ T}$ a razón de un ciclo, por segundo.

Las pérdidas por histéresis no se hallan afectadas por la forma de onda del flujo o inducción, sino que dependen exclusivamente de la inducción máxima B.

7.2. PERDIDAS POR CORRIENTES FOUCAULT

Al imanar o magnetizar un núcleo de hierro con corriente continua, se obtiene resultados distintos que al hacerlo con corriente alterna, pues el número máximo de líneas de flujo alterno producido por corriente alterna - cuyo máximo valor de intensidad corresponde exactamente a la intensidad en continua, queda muy retrazado con respecto al número de líneas del flujo continuo. Si en el núcleo de hierro tienen lugar variaciones de inducción magnética, circularán por áquel corrientes, puesto que el hierro no es aislante. Dichas corrientes circulan por circuitos o trayectorias cerradas y se les llama corrientes

parásitas o de Foucault. De lo expuesto se deduce que de nuevo tenemos ante nosotros un transformador.

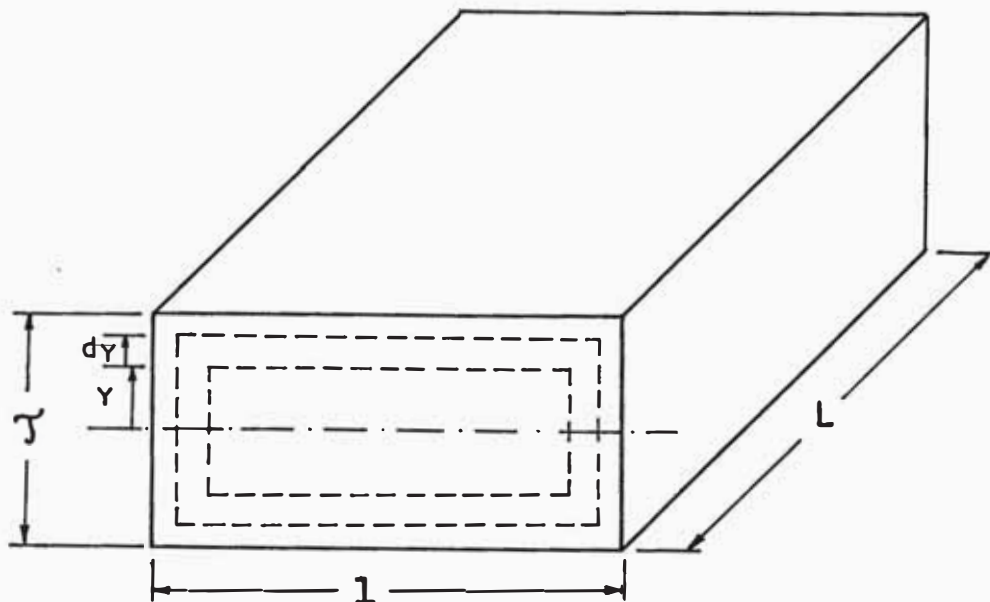


Fig(7.2.1)

El arrollamiento primario produce el flujo alterno en el núcleo ferromagnético, el cual es un flujo de fuerza del transformador y las corrientes parásitas forman, lo que podríamos llamar flujo secundario. La resistencia ohmica eléctrica del hierro es la resistencia secundaria. Así queda establecido que a través del núcleo pasa una pequeña parte de las líneas de fuerza que atravesaría una corriente continua de intensidad máxima igual a la de la corriente alterna excitante.

Con el fin de evitar que las corrientes parásitas circulen por el núcleo en grandes trayectorias, es necesario subdividir la sección del hierro en láminas o chapas que para transformadores es de 0.35 mm de espesor, debidamente aisladas eléctricamente unas de otras.

Incide pues un flujo alterno senoidal en forma perpendicular a la sección $l \times \gamma$ según la Figura (7.2.2), el cual no es afectado por las corrientes inducidas en la lámina.



Fig(7.2.2) Perdidas específicas por corrientes de Foucault.

En el circuito anular elemental marcados por líneas punteadas, la f.e.m. eficaz para este anillo según la ecuación (A.1.2) es:

$$E = 4 f_f f N_f A_{Fe} \hat{B} \quad \text{Voltios}$$

El anillo se comporta como una espira y el área del hierro $A_{Fe} = 2 Y l$. Por lo tanto la ecuación anterior se transforma en:

$$E = 4 f_f f 2 Y l \hat{B} \quad \text{Voltios} \quad (7.2.1)$$

donde f : Es la frecuencia en Hz

f_f : Es el factor de forma $f_f = \pi/2 \sqrt{2}$

y, l : Expresadas en m

\hat{B} : Inducción máxima en T.

Despreciando τ porque $\tau \ll 1$, luego la resistencia R del circuito elemental es:

$$R = \rho_{Fe} \frac{2 l}{(1000 L)(1000 dy)} \Omega \quad (7.2.2)$$

ρ_{Fe} : es la resistividad del hierro en $\Omega \text{ mm}^2/\text{m}$.

La pérdida por efecto Joule en el anillo considerado es:

$$dp_F = \frac{E^2}{R} = \frac{4 \cdot 10^6 \pi^2}{\rho_{Fe}} f^2 l L \hat{B}^2 y^2 dy \quad \text{W} \quad (7.2.3)$$

integrando:

$$p_F = \frac{4 \cdot 10^6 \pi^2}{\rho_{Fe}} f^2 l L \hat{B}^2 \int_0^{J/2} y^2 dy \quad \text{W} \quad (7.2.4)$$

$$p_F = \frac{10^6 \pi^2}{6 \rho_{Fe}} f^2 l L \hat{B}^2 \tau^3 \quad \text{W} \quad (7.2.5)$$

Las pérdidas por unidad de volumen V es:

$$p_f = \frac{p_F}{V}; \quad \text{siendo } V = l L \tau \quad \text{m}^3$$

$$p_f = \frac{10^6 \pi^2}{6 \rho_{Fe}} (f \hat{B} \tau)^2 \quad \text{W/m}^3 \quad (7.2.6)$$

Si se expresa τ en mm y p_f en W/dm^3 , se tiene:

$$p_f = \frac{\pi^2}{6 \cdot 10^3 \rho_{Fe}} (f \hat{B} \tau)^2 \quad \text{W/dm}^3 \quad (7.2.7)$$

Expresando las pérdidas por corrientes Foucault en W/Kg , tenemos:

$$p_f = \frac{\pi^2}{6 \cdot 10^3 \rho_{Fe} \gamma_{Fe}} (f \hat{B} \tau)^2 \quad \text{W/Kg} \quad (7.2.8)$$

haciendo en esta última ecuación:

$$k_F = \frac{\pi^2}{6 \cdot 10^3 \rho_{Fe} \gamma_{Fe}} \quad \text{se tiene:} \quad (7.2.9)$$

que:

$$p_f = k_F (f \hat{B} \tau)^2 \quad \text{W/Kg} \quad (7.2.10)$$

7.3. PERDIDAS EN EL NUCLEO

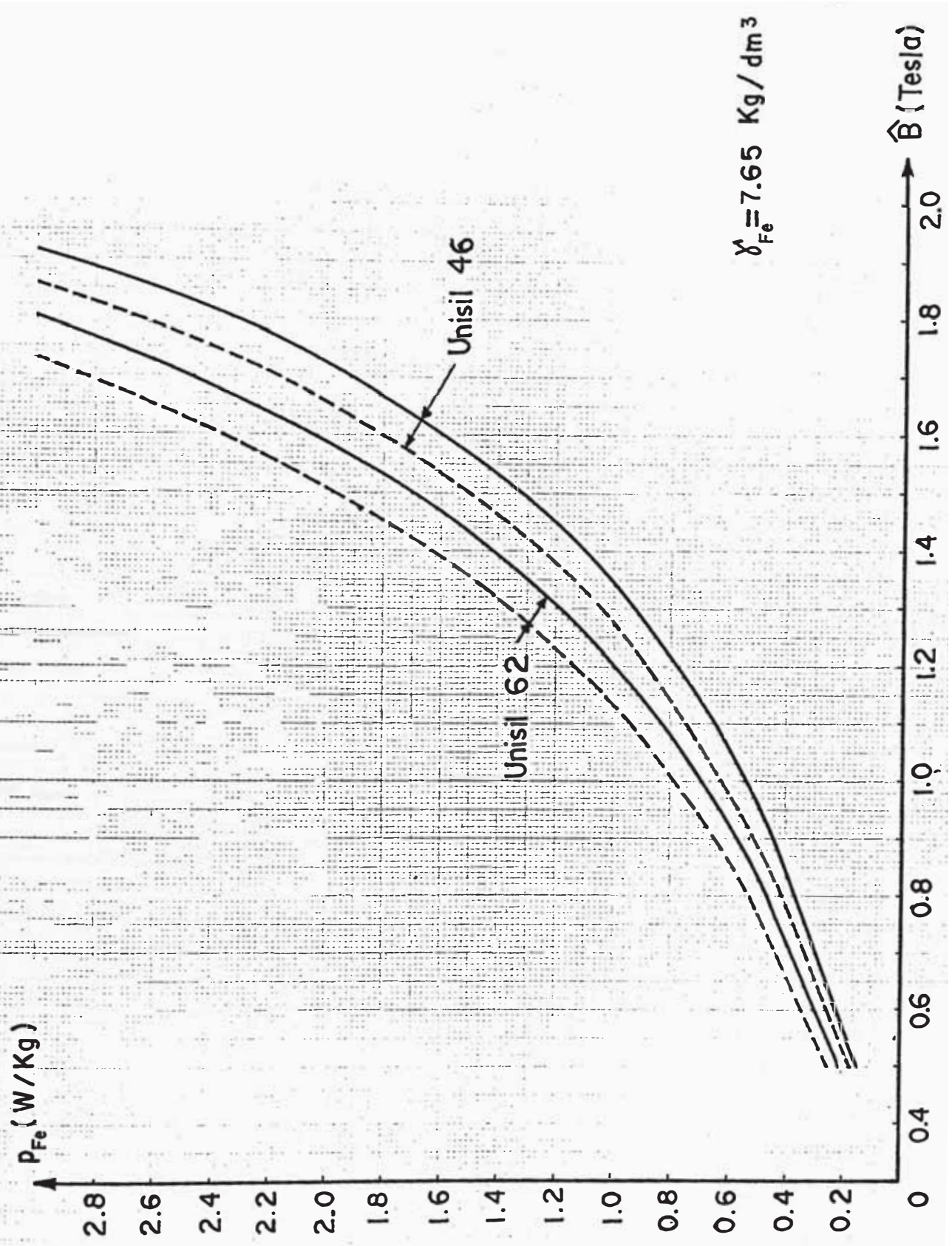
No es muy conveniente separar las pérdidas por histéresis de las pérdidas por corriente Foucaults, es mucho más ventajoso tenerlas como pérdidas específicas en el hierro p_{Fe} .

$$p_{fe} = k_h f \hat{B}^2 + k_F (f \hat{B} \tau)^2 \quad \text{W/Kg} \quad (7.3.1)$$

Estas pérdidas específicas pueden representarse gráficamente en función de \hat{B} , mediante curvas cuyos parámetros sean f y τ . El grueso de las chapas para transformadores suelen ser de 0.35 mm.

Estas curvas de pérdidas específicas en el hierro se determinan en forma experimental en el aparato de Epstein. Las chapas magnéticas se clasifican precisamente por las cifras de pérdidas totales p_{Fe} en W/Kg, medidas con el aparato Epstein a la frecuencia de 60 Hz y 1.5 T para la chapa laminada en frío de grano orientado, como se observa en la Figura (7.3.1) correspondientes a dos calidades de chapa de 0.35 mm de grueso, de 1.32 W/Kg y 1.7 W/Kg respectivamente.

El cortado y punzonado de la plancha tiende a aumentar las pérdidas con la presencia de las rebabas y sobre todo en las chapas de grano orientado a consecuencia de las altera



Fig(7.3.1) Curvas de pérdidas al aparato EPSTEIN de dos calidades de chapas de grano orientado 60 Hz
Grosor de la chapa 0.35 mm

ciones que la más mínima deformación introduce en la estructura cristalina del material, lo cual se recomienda proceder a un recocido final de los paquetes a unos 800 °C en atmósfera neutra.

Se tomarán pues cifras de pérdidas aumentadas entre un 10% a 20% sobre las obtenidas mediante el ensayo del aparato - Epstein. En la Figura (7.3.1) se muestra también en línea punteada las pérdidas incrementadas en un 15%.

7.3.1. Evaluación de las pérdidas en el núcleo

-Datos para la chapa.

Unisil 46.

$$\gamma_{Fe} = 7.65 \text{ Kg/dm}^3$$

Inducción $\hat{B} = 1.64 \text{ T}$ para yugos y columnas.

-Cálculos de pesos.

La sección neta del yugo = $A_y = A_{Fe} = f_{Fe} D^2$

$f_{Fe} = 0.655$ (De la Figura(A.1.1) con cinco escalones)

$$D = 22.8 \text{ cm}$$

$$A_y = A_{Fe} = 0.655 (2.28)^2 \text{ dm}^2$$

$$A_y - A_{Fe} = 3.4 \text{ dm}^2$$

Longitud media de una culata escalonada

$$L_y = 2M + h_m$$

$$M = 37.2 \text{ cm}$$

$$h_m = 0.782 D \text{ (De la Figura(A.1.1))}$$

$$L_y = 2(3.72 \text{ dm}) + 0.782 \cdot 2.28 \text{ dm}$$

$$L_y = 9.22 \text{ dm}$$

Peso total del yugo G_y .

$$G_y = 2 A_y L_y \gamma_{Fe} = 2.34 \cdot 9.22 \cdot 7.65$$

$$G_y = 479.62 \text{ Kg}$$

Peso total de la columnas G_n :

$$G_n = 3 A_{Fe} L \gamma_{Fe} = 3 \cdot 3.4 \cdot 5.16 \cdot 7.65$$

$$G_n = 402.63 \text{ Kg}$$

Peso total del núcleo G_{Fe} :

$$G_{Fe} = G_y + G_n = 479.62 + 402.63$$

$$G_{Fe} = 882.25 \text{ Kg}$$

Pérdidas en la chapa Inisil 46.

De la Figura (7.3.1) con $\hat{B} = 1.64 \text{ T}$ las pérdidas específicas incrementadas en 15% por ausencia del recocido se tiene:

$$p_{fe} = 1.92 \text{ W/Kg}$$

$$P_{Fe y} = p_{fe y} G_y = 1.92 \cdot 479.62 = 920.87 \text{ Vatios}$$

$$P_{Fe n} = p_{fe n} G_n = 1.92 \cdot 402.63 = 773.04 \text{ Vatios}$$

Pérdidas totales en el hierro

$$P_{t Fe} = 1,694 \text{ Vatios}$$

7.4. PERDIDAS EN EL COBRE

Las pérdidas en el cobre son aquellas pérdidas debidas a la carga y se producen en los arrollamientos primario y secundario de cada fase. Se deben al efecto Joule por causa del paso de corrientes primarias y secundarias por los respectivos arrollamientos. Para una fase:

$$p_{cu} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 \text{ Vatios}$$

Por lo tanto son propiedades de la corriente de carga.

En el apéndice A-3. se estudia las pérdidas en el cobre - de una forma práctica, como calcularlas en función del pe so y de la temperatura, complementándose el estudio a es tas pérdidas con el del apéndice A-5.

La capitalización es decir el valor presente del gasto _ nual o anualidad de estas pérdidas sumadas al precio de - venta del transformador considerado, es decir lo que se - llama el costo financiero, es un factor de criterio entre las múltiples soluciones posibles del diseño de un trans formador.

7.4.1. Pérdidas suplementarias en los devanados

Son las pérdidas causadas en los arrollamientos - del transformador en carga, debidas al efecto Skin o peli cular por causa del flujo de dispersión.

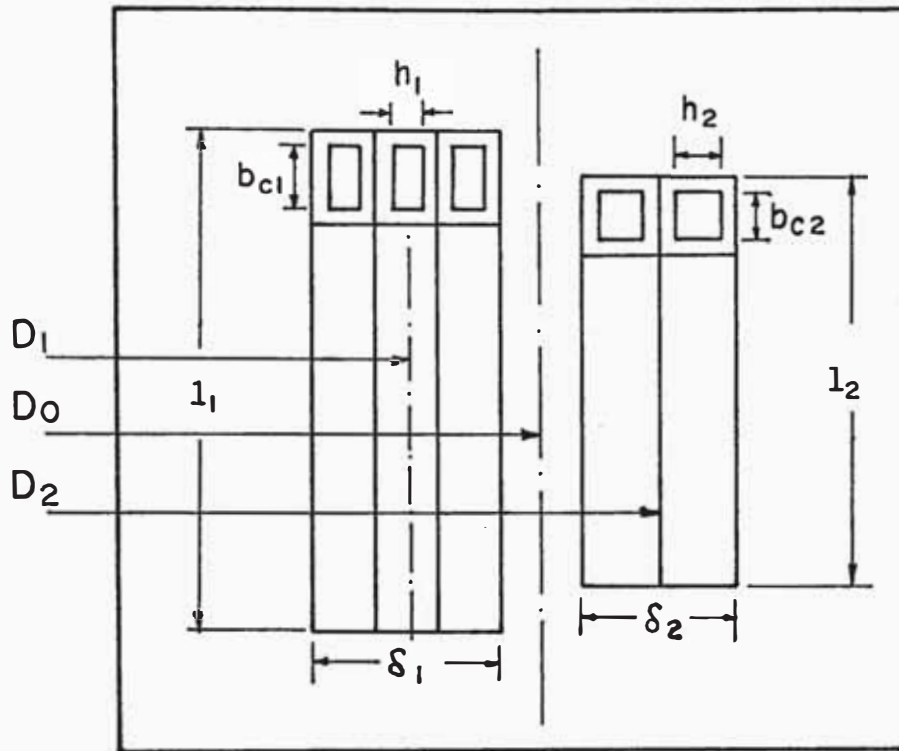
Para los transformadores, se equipara al de las máquinas rotatorias, con sólo suponer que el núcleo magnético for ma alrededor de los devanados, una gran ranura cruzada por el flujo de dispersión.

7.4.1.1. Ecuaciones de pérdidas suplementarias para deva nados concéntricos.

Se darán las ecuaciones para el devanado prima- rio aplicándose al secundario, cambiando el subíndice 1 - por 2, según la Figura (7.4.1.1).

a) Altura ficticia ζ_1

Las ecuaciones (A.5.7) y (A.5.17) para el devanado pri



Fig(7.4.1.1) Magnitudes para el cálculo de las pérdidas suplementarias

mario indican:

$$\zeta_1 = \alpha_1 h_1 \quad \text{cm}^\circ \quad (7.4.1.1)$$

$$\alpha_1 = 0.2 \pi \sqrt{\frac{l_{c1}}{L_1} \frac{\delta_{c1}}{\delta_1} \frac{f}{10^3 \rho}} \quad \text{cm}^{-1} \quad (7.4.1.2)$$

siendo l_{c1} : La longitud total neta de conductores, medida paralelamente al flujo de dispersión

$$l_{c1} = \sum b_{c1} \quad \text{cm} \quad (7.4.1.3)$$

b_{c1} : La altura individual de los conductores, en la dirección del flujo disperso.

L_1 : La longitud equivalente del circuito de - dispersión en el aire. Ecuación:

$$L_1 = l_1 + 2 \delta_1 \quad \text{cm} \quad (7.4.1.4)$$

l_1 : La longitud de las bobinas entre caras ex tremas paralelo al flujo disperso.

δ_1 : El grosor de la bobina por entrecara.

δ_{c1} : La altura neta de los conductores por en trecara

$$\delta_{c1} = \Sigma h_1 \quad (7.4.1.5)$$

h_1 : La altura individual en cm de los conduc tores perpendicularmente a la dirección - del flujo de dispersión ($h_1 = h_{c1}$, $h_2 = h_{c2}$)

Si el conductor está formado por barras en paralelo, h_1 es la altura total del conductor múltiple como si se tratase de una sola barra, es decir, la simple subdivisión de las barras no altera prácticamente las pérdidas suplementarias.

Cuando al subdividir los conductores se efectúan transposi ciones completas sobre todas las barras en paralelo que lo constituyen, la altura h_1 queda reducida de nuevo para es tos efectos a la de un solo elemento o barra componente.

f : La frecuencia en Hz

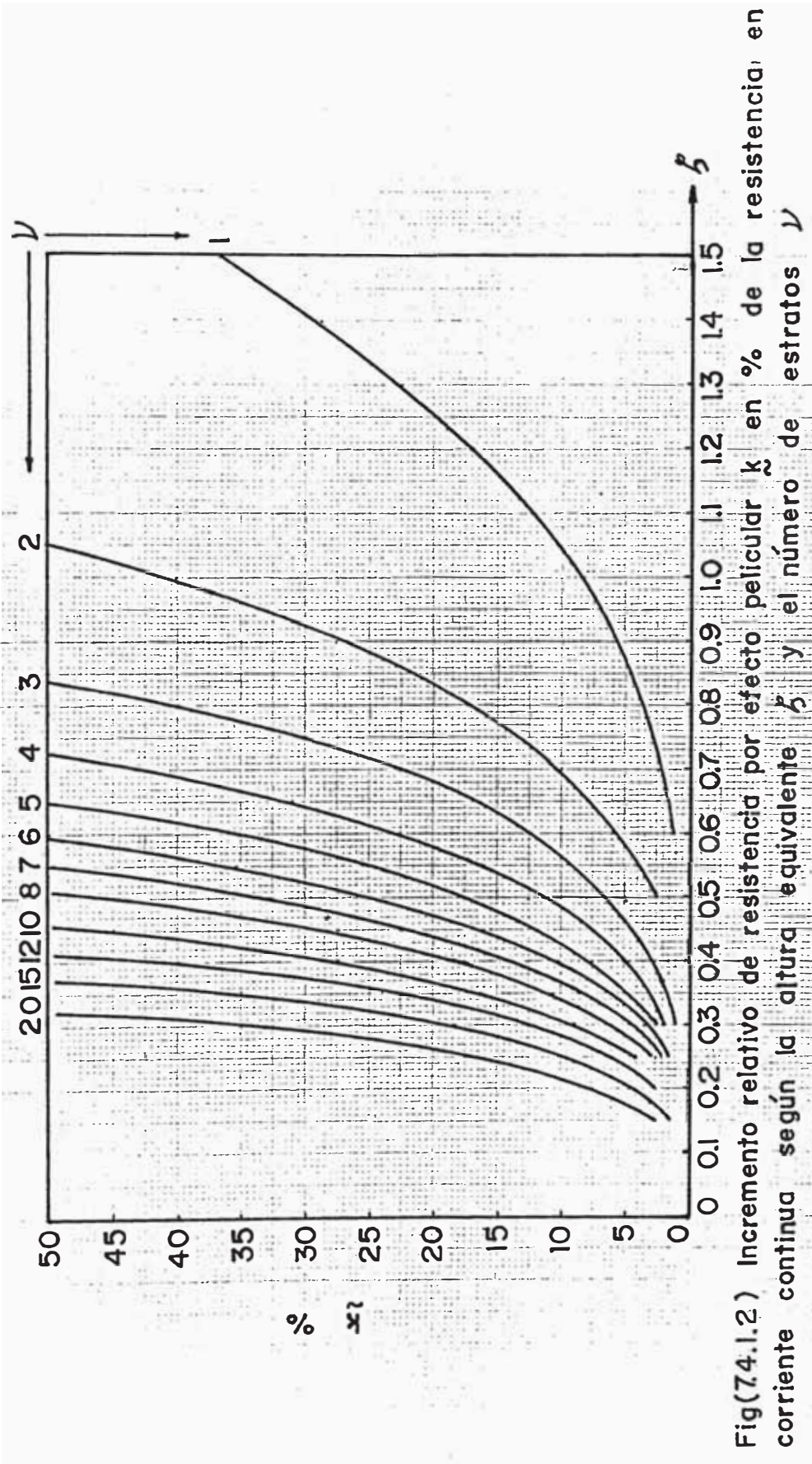
ρ : La resistividad del material a la tempera tura considerada en $\Omega \text{ m}^2/\text{m}$.

b) Incremento de pérdidas o de resistencia k para devana dos primario y secundario

Las ecuaciones (A.5.15), (A.5.5) y (A.5.12) para el de vanado primario indican:

$$k_1 = \psi(\zeta_1) + \frac{v^2 e_1 - 1}{3} \psi(\zeta_1) \quad (7.4.1.6)$$

$$\psi(\zeta_1) = 1 + \frac{4}{45} (\zeta_1)^4 \quad (7.4.1.7)$$



Fig(74.1.2) Incremento relativo de resistencia por efecto pelicular k en % de la resistencia, en corriente continua según la altura equivalente h y el número de estratos n

$$\psi(\zeta_1) = \frac{\zeta_1^4}{3} \quad (7.4.1.8)$$

siendo v_{e1} el número de estratos o capas de altura h_1 por entrecara.

La ecuación (A.5.16) para el arrollamiento primario será:

$$k_1 = K_1^{-1} = \frac{v_{e1}^{-0.2}}{9} \zeta_1^4 \quad (7.4.1.9)$$

c) Curva de pérdidas suplementarias

Para el caso más frecuente y sencillo de un transformador con desarrollos primario y secundario, la ecuación (7.4.1.9) es traducido graficamente en la Figura (7.4.1.2) para evitar los cálculos numéricos que sólo es aplicable a la parte del bobinado alojado en la ranura.

7.4.2. Caída de tensión ohmica relativa u_R y pérdidas u_J en los devanados

Siendo U voltios la tensión que se induce en una bobina, I amperios la corriente que circula por dicha bobina y R ohmios su resistencia, entonces la caída de tensión ohmica será: $u_R = R I$ V (7.4.2.1)

y en valor relativo con respecto a la tensión inducida será:

$$* u_R = \frac{u_R}{U} 100 = \frac{R I}{U} 100 \quad (7.4.2.2)$$

La potencia pérdida por efecto Joule será:

$$p_J = R I^2 \quad W \quad (7.4.2.3)$$

y en valor relativo de la potencia engendrada $P = U I$ en el bobinado será:

$$*P_J = \frac{P_J}{U I} 100 = \frac{R I}{U} 100 = *u_R$$

Por lo tanto se concluye:

La caída ohmica referida a la tensión en barras y a las pérdidas por efecto Joule referida a la potencia en bornes de cualquier bobinado son numéricamente iguales.

$$*P_J = *u_R \quad (7.4.2.4)$$

El principio es válido para corriente continua o alterna.

7.4.3. Evaluación de las pérdidas en el cobre

De la Figura (6.4.2) se tiene:

$$D_2 = 0.25526 \text{ mt}$$

$$D_1 = 0.33178 \text{ mt}$$

por lo tanto en:

$$\text{B.T.} \quad l_{m2} = \pi D_2 = 0.801 \text{ mt}$$

$$\text{A.T.} \quad l_{m1} = \pi D_1 = 1.042 \text{ mt}$$

A - Peso del cobre

Para la baja tensión podemos suponer que para conectar este devanado a los bornes del transformador utilizaremos $\Delta l_{c2} = 0.7$ metros de cobre por fase, luego:

$$G_{cu2} = 3 \gamma_{cu} (N_2 l_{m2} + \Delta l_{c2}) \frac{s_2}{1000} \text{ Kg}$$

$$G_{cu2} = 3 \times 8.9 (17 \times 0.801 + 0.7) \frac{318.18}{1000}$$

$$G_{cu2} = 121.63 \text{ Kg}$$

En A.T. para la toma media con $N_1 = 669$ espiras

$$G_{cu1} = 3 \gamma_{cu} (N_1 l_{m1}) \frac{s_1}{1000} \quad \text{Kg}$$

$$G_{cu1} = 3 \cdot 8.9 (669 \cdot 1.043) \frac{9.33}{1000}$$

$$G_{cu1} = 173.83 \text{ Kg}$$

Luego para la toma media se tiene:

$$G_{cu} = G_{cu1} + G_{cu2} \quad \text{Kg}$$

$$G_{cu} = 295.5 \text{ Kg}$$

B - Pérdidas por efecto Joule

B.1. Evaluando estas pérdidas a $T = 75 \text{ }^\circ\text{C}$ en corriente continua, según la ecuación (A.3.12) se deduce:

$$p_J = 2.44 \left(\frac{235 + T}{310} \right) J_2^2 G_{cu2} \quad \text{Vatios}$$

$$\text{B.T. } p_{J2} = 2.44 \left(\frac{235 + 75}{310} \right) (3.3)^2 \cdot 121.63$$

$$p_{J2} = 3,232. \quad \text{Vatios}$$

$$\text{A.T. } p_{J1} = 2.44 \left(\frac{235 + 75}{310} \right) (2.85)^2 \cdot 173.83$$

$$p_{J1} = 3,445. \quad \text{Vatios}$$

Luego las pérdidas totales por corriente continua a $T = 75 \text{ }^\circ\text{C}$ será:

$$p_J = p_{J1} + p_{J2} = 6,677. \quad \text{Vatios}$$

B.2. Evaluando las pérdidas a $T = 105 \text{ }^\circ\text{C}$, se tiene:

$$\text{B.T. } p_{J2} = 2.44 \left(\frac{235 + 105}{310} \right) (3.3)^2 \cdot 121.63$$

$$p_{J2} = 3544.6 \quad \text{Vatios}$$

$$\text{A.T. } P_{J1} = 2.44 \left(\frac{235 + 105}{310} \right) (2.85)^2 = 173.83$$

$$P_{J1} = 3,778.5 \quad \text{Vatios}$$

Luego las pérdidas totales por corriente continua a $T = 105 \text{ }^\circ\text{C}$ será:

$$P_J = P_{J1} + P_{J2} = 7,323.1 \quad \text{Vatios}$$

C - Pérdidas adicionales

Efectuadas con las transposiciones completas en el devanado de B.T.

- La ecuación (7.4.1.3) indica la longitud de cobre paralela al flujo de dispersión:

$$\text{B.T. } l_{c2} = \Sigma b_{c2} = 17 \times 22.62 = 384.54 \text{ mm}$$

$$\text{A.T. } l_{c1} = \Sigma b_{c1} = 39 \times 7.50 = 292.50 \text{ mm}$$

- El grosor del cobre por entrecara según la ecuación (7.4.1.5) es:

$$\text{B.T. } \delta_{c2} = \Sigma h_{c2} = 2 \times 7.03 = 14.06 \text{ mm}$$

$$\text{A.T. } \delta_{c1} = \Sigma h_{c1} = 19 \times 1.24 = 23.56 \text{ mm}$$

- El grosor de la bobina por entrecara según la Figura (6.4.2):

$$\text{B. T. } \delta_2 = 2 \times 7.63 - 0.6 = 14.66 \text{ mm}$$

$$\text{A.T. } \delta_1 = 19 \times 1.54 - 0.3 = 28.96 \text{ mm}$$

- Grosor de entrecara de la Figura (6.4.2):

$$\delta_2 = 16.00 + 0.3 + 0.15 = 16.45 \text{ mm}$$

- Longitud de dispersión equivalente

$$\text{B.T. } L_2 = l_2 + 2 \delta_2 = 486.00 + 2 \times 14.66$$

$$L_2 = 515.32 \text{ mm} < L = 516.$$

$$\text{A.T. } L_1 = l_1 + 2 \delta_1 = 458.00 + 2 \cdot 28.96$$

$$L_1 = 515.92 \text{ mm} < L = 516.$$

- Alturas ficticias a T = 75°C

$$\rho_{\text{cu } 75^\circ\text{C}} = 0.0217 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$$

De las ecuaciones (7.4.1.1) y (7.4.1.2) tenemos:

$$\zeta_i = \alpha_i h_i = 0.2 \pi \sqrt{\frac{l_{ci} \delta_{ci} f}{L_i \delta_i 10^3}} h_i$$

$$\text{B.T. } \zeta_2 = 0.2 \pi \sqrt{\frac{384.54 \times 14.06 \times 60}{515.32 \times 14.66 \times 10^3 \times 0.0271}} = 0.703$$

$$\zeta_2 = 0.62 \text{ cm}^\circ$$

$$\text{A.T. } \zeta_1 = 0.2 \pi \sqrt{\frac{292.50 \times 23.56 \times 60}{515.92 \times 28.96 \times 10^3 \times 0.0217}} = 0.124$$

$$\zeta_1 = 0.08 \text{ cm}^\circ$$

- Alturas ficticias a T = 105 °C

$$k_T = \frac{235 + T}{310} = 1.1$$

De las ecuaciones (7.4.1.1) y (7.4.1.2) se observa que para cualquier otra temperatura T las alturas ficticias estarán regidas por la ecuación:

$$\zeta_{iT} = \frac{\zeta_i \text{ 75 }^\circ\text{C}}{\sqrt{kT}}$$

$$\text{B.T. } \zeta_2 = \frac{0.62}{\sqrt{1.1}} = 0.591 \text{ cm}^\circ$$

$$\text{A.T.} \quad \zeta_1 = \frac{0.08}{\sqrt{1.1}} = 0.076 \text{ cm}^\circ$$

- Número de caras transversales por entrecara.

De la Figura (6.3.1) y (6.4.1) de los bobinados de B. T. y A.T. respectivamente, tenemos:

$$\text{B.T.} : \text{ con 2 permutaciones } v_{e2} = 2$$

$$\text{A.T.} \quad v_{e1} = 19$$

- Coeficiente de pérdidas adicionales a $T = 75 \text{ }^\circ\text{C}$.

De la Figura (7.4.1.2):

B.T. para $\zeta_2 = 0.62$ y v_{e2} se tiene que:

$$k_{\sim 2} = 6\% \quad \text{luego } K_{\sim 2} = 1.06$$

Como la Figura (7.4.1.2) llega sólo hasta 20 capas - se utilizará la ecuación (7.4.1.9) que indica:

$$k_{\sim 1} = \frac{v_{e1}^2 - 0.2}{9} \zeta_1^4$$

$$k_{\sim 1} = \frac{19^2 - 0.2}{9} (0.08)^4 = 0.0016 \approx 0$$

$$\text{Luego } K_{\sim 1} = 1.0$$

- Coeficiente de pérdidas adicionales a $T = 105 \text{ }^\circ\text{C}$

B.T. para $\zeta_2 = 0.591$ y $v_{e2} = 2$ se tiene:

$$k_{\sim 2} = 5\% \quad \text{luego } K_{\sim 2} = 1.05$$

$$\text{A.T.} \quad k_{\sim 1} = \frac{19^2 - 0.2}{9} 0.076 = 0.0013 \approx 0$$

$$\text{luego } K_{\sim 1} = 1.0$$

- Pérdidas totales en el cobre

a) A la temperatura $T = 75 \text{ }^\circ\text{C}$ con corriente alterna

a 60 Hz (a efectos del rendimiento).

$$\text{B.T. } p_{\text{cu}2} = K_2 p_{J2} = 1.06 \times 3232 = 3426 \text{ Vatios}$$

$$\text{A.T. } p_{\text{cu}} = K_1 p_{J1} = 1.0 \times 3,445 = 3445 \text{ Vatios}$$

$$\text{Pérdidas totales en el cobre} = \frac{3426 + 3445}{\text{Pt}_{\text{cu}}} = 6,871 \text{ Vatios}$$

En valor relativo:

$$p_{\text{cu}}^* = \frac{6871}{800,000} 100 = 0.858\% \text{ de } S_1$$

b) A la temperatura de $T = 105 \text{ }^\circ\text{C}$ con corriente alterna a 60 Hz (para efectos de calentamiento).

$$\text{B.T. } p_{\text{cu}2} = K_2 p_{J2} = 1.05 \times 3544.6 = 3721.8 \text{ Vatios}$$

$$\text{A.T. } p_{\text{cu}1} = K_1 p_{J1} = 1.0 \times 3778.5 = 3778.5 \text{ Vatios}$$

$$\text{Pérdidas totales en el cobre} = \frac{3721.8 + 3778.5}{\text{Pt}_{\text{cu}}} = 7500.3 \text{ Vatios}$$

En valor relativo:

$$p_{\text{cu}}^* = \frac{7500.3}{800,000} 100 = 0.937\% \text{ de } S_1$$

7.5. CAIDAS DE TENSION ABSOLUTAS EN EL TRANSFORMADOR

La ecuación (A.6.17) indica:

$$R_{\text{CC}} = R_1 + R_2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \quad \Omega \quad (7.5.1)$$

Luego la caída ohmica debido a la corriente primaria I_1 será:

$$U_{\text{Rcc}} = R_{\text{CC}} I_1 = \left[R_1 + R_2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \right] I_1 \quad \text{V} \quad (7.5.2)$$

Las resistencias R_1 y R_2 ó R_2' se deben calcular a la temperatura $T = 75 \text{ }^\circ\text{C}$ para el cálculo de la eficiencia o ren

dimiento; y a la temperatura $T = 105 \text{ }^\circ\text{C}$ para el cálculo del calentamiento.

La ecuación (A.6.19) indica:

$$X_{cc} = X_1 + X_2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \quad \Omega \quad (7.5.3)$$

luego la caída de tensión en la reactancia será:

$$E_{Xcc} = X_{cc} I_1 = \left[X_1 + X_2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \right] I_1 \quad V \quad (7.5.4)$$

7.6. PERDIDA DE POTENCIA EN LOS DEVANADOS

Las pérdidas por efecto Joule en los devanados está dado por:

$$P_J = P_{cu} = R_{cc} I_1^2 = \left[R_1 + R_2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \right] I_1^2 \quad W \quad (7.6.1)$$

Según la ecuación (A.3.15), las pérdidas específicas p_j en un devanado de cobre indica:

$$p_j = \frac{1000 \rho_{cu}}{\gamma_{cu}} J^2 \quad \frac{W}{Kg} \quad (7.6.2)$$

siendo $\gamma_{cu} = 8.9 \text{ Kg/dm}^3$ ó (gr/cm^3)

J = la densidad de corriente en A/mm^2

A la temperatura de $75 \text{ }^\circ\text{C}$, la resistividad del cobre es:

$$\rho_{cu 75} = 0.0217 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{m}$$

corrigiendo la variación de la resistividad para cualquier otra temperatura mediante la fórmula (A.3.9) se tiene:

$$p_j = \frac{1000 \rho_{cu 75}}{\gamma_{cu}} k_T J^2 \quad \frac{W}{Kg} \quad (7.6.3)$$

siendo G el peso del devanado en Kg, entonces la pérdida de potencia en el devanado será:

$$P_J = \frac{1000 \rho_{cu} 75}{\gamma_{cu}} k_T G J \quad W \quad (7.6.4)$$

Evaluando las pérdidas de potencia en los devanados primario y secundario, mediante la ecuación (7.6.4), se tiene:

$$P_J = \frac{1000 \rho_{cu} 75}{\gamma_{cu}} \left[k_{T1} G_1 J_1^2 + k_{T2} G_2 J_2^2 \right] W$$

Adicionando las pérdidas por el efecto Skin o pelicular - mediante los coeficientes de pérdidas $\tilde{K}_1 = 1 + \tilde{k}_1$ y $\tilde{K}_2 = 1 + \tilde{k}_2$ se tiene

$$P_J = \frac{1000 \rho_{cu} 75}{\gamma_{cu}} \left[k_{T1} \tilde{K}_1 G_1 J_1^2 + k_{T2} \tilde{K}_2 G_2 J_2^2 \right] W \quad (7.6.5)$$

siendo según la ecuación (A.3.9):

$$k_{T1} = \frac{235 + T_1}{310} \quad k_{T2} = \frac{235 + T_2}{310}$$

Para obtener un cálculo sencillo en los factores de corrección de la resistividad k_T y los factores de pérdidas por concentración de corriente \tilde{K} , mientras que los arrollamientos no se construyan con barras simples o múltiples de grupo total transversal (perpendicularmente a las líneas de dispersión) superior a 1 cm, o en caso contrario, se dispongan las transposiciones adecuadas, puede tomarse:

Para	$T = 75 \text{ } ^\circ\text{C}$	$k_T = 1$	$\tilde{K} \approx 1.1$
	$T = 105 \text{ } ^\circ\text{C}$	$k_T = 1.1$	$\tilde{K} \approx 1.1$

Luego la ecuación (7.6.5) se convierte en:

- Cuando T = 75 °C

$$p_J = 2.44 \left[1 \times 1.1 \times G_1 J_1^2 + 1 \times 1.1 \times G_2 J_2^2 \right] \text{ W}$$

$$p_J = 2.68 \left[G_1 J_1^2 + G_2 J_2^2 \right] \text{ Vatios} \quad (7.6.6)$$

- Cuando T = 105 °C

$$p_J = 2.44 \left[1.1 \cdot 1.1 \cdot G_1 J_1^2 + 1.1 \cdot 1.1 \cdot G_2 J_2^2 \right] \text{ W}$$

$$p_J = 2.95 \left[G_1 J_1^2 + G_2 J_2^2 \right] \text{ W} \quad (7.6.7)$$

En la evaluación de los pesos G_1 y G_2 en Kg y cuando el bobinado es de pocas espiras, se debe tener en cuenta, las conexiones hacia los terminales de salida, puente - entre bobinas y puente en neutro. Las densidades de co rriente siempre expresados en A/mm^2 .

7.7. PERDIDAS RELATIVAS EN LOS DEVANADOS

El peso de cobre para un arrollamiento de N espiras y longitud de espira media de l_m cm, con conductor de s mm^2 de sección de peso específico γ_{cu} Kg/dm^3 está dada por:

$$G = \gamma_{cu} \frac{N l_m s}{10^4} \text{ Kg} \quad (7.7.1)$$

La pérdida de potencia en los devanados primario y secundario de las tres fases está dada según la ecuación (7.6.5):

$$p_J = \frac{3 \times 1000 \rho_{cu} 75}{\gamma_{cu}} \left[k_{T1} K_1 G_1 J_1^2 + k_{T2} K_2 G_2 J_2^2 \right] \text{ W}$$

introduciendo la ecuación (7.7.1) en la ecuación (7.7.2), se tiene:

$$p_J = \frac{3}{100} \rho_{cu} 75 \left[k_{T1} K_1 N_1 l_{m1} s_1 J_1^2 + k_{T2} K_2 N_2 l_{m2} s_2 J_2^2 \right] \text{ W} \quad (7.7.3)$$

Según la ecuación (A.2.3), la potencia aparente S_1 en bornes del primario es:

$$S_1 = 3 \frac{f_{Fe}}{22.5} \frac{f}{100} N_1 D^2 \hat{B} J_1 s_1 \text{ VA} \quad (7.7.4)$$

siendo D el diámetro circunscrito o una columna en cm.

Las pérdidas relativas en los arrollamientos será:

$$p_J^* = \frac{P_J}{S_1} 100\% \quad (7.7.5)$$

Reemplazando las ecuaciones (7.7.3) y (7.7.4) en la (7.7.5) y simplificando se tiene:

$$p_J^* = \frac{2250 \rho_{cu} 75 \pi}{f_{Fe} f \hat{B} D} \left[k_{T1} K_1 J_1 \frac{D_1}{D} + k_{T2} K_2 \frac{J_2^2}{\left(\frac{N_1}{N_2}\right)} \frac{D_2}{D} \frac{s_2}{J_1 s_1} \right] \% \quad (7.7.6)$$

pero $\frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{J_2 s_2}{J_1 s_1}$ que reemplazada en la ecuación -

(7.7.6) y simplificando se tiene:

$$p_J^* = \frac{7068.5 \rho_{cu} 75}{f_{Fe} f \hat{B} D} \left[k_{T1} K_1 J_1 \frac{D_1}{D} + k_{T2} K_2 J_2 \frac{D_2}{D} \right] \% \quad (7.7.7)$$

de U_1 ó S_1 , donde:

D : en cm

\hat{B} : en T

J_1, J_2 : en A/mm²

D_1 : Diámetro medio del bobinado primario en cm

D_2 : Diámetro medio del bobinado secundario en cm.

Concluyendo que las caídas ohmicas relativas y las pérdidas relativas en los devanados son directamente proporcionales a las densidades de corriente e inversamente proporcionales al flujo y a la frecuencia.

Lógicamente que al evaluar D_1 y D_2 habrá que corregir en ellas las longitudes de las ecuaciones o puentes l_{c1} , l_{c2} como incrementos de dichos diámetros, siendo así:

$$\Delta D_1 = \frac{l_{c1}}{\pi N_1} \text{ cm} \quad (7.7.8)$$

$$\Delta D_2 = \frac{l_{c2}}{\pi N_2} \text{ cm} \quad (7.7.9)$$

En esta corrección sólo es necesaria a menudo para el devanado de baja tensión con potencias medianas o grandes. Luego reemplazando la ecuación (7.7.9) en la ecuación (7.7.7) y considerando la ecuación (7.4.2.4) se obtiene:

$$u_R^* = p_J^* = \frac{7068.5 \rho_{cu} 75}{f_{Fe} f \hat{B} D} \left[k_{T1} K_1 J_1 \frac{D_1}{D} + k_{T2} K_2 J_2 \frac{(D_2 + \Delta D_2)}{2} \right] \% \quad (7.7.10)$$

de U_1 ó S_1 .

7.7.1. Evaluación de la caída ohmica relativa en corriente alterna

$$\Delta D_2 = \frac{l_{c2}}{\pi N_2} = \frac{70}{\pi \cdot 17} = 1.31 \text{ cm}$$

$$\rho_{cu} 75 = 0.0217 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$$

$$D = 22.800 \text{ cm} \quad D_1 = 33.178 \text{ cm}$$

$$D_2 = 25.526 \text{ cm} \quad J_1 = 2.85 \text{ A/mm}^2$$

$$J_2 = 3.30 \text{ A/mm}^2$$

A - Para 75 °C

$$k_{T1} = k_{T2} = 1.0 \quad K_1 = 1.0 \quad K_2 = 1.06$$

reemplazando valores en la ecuación (7.7.10) obtenemos:

$$u_R^* = p_J^* = 0.858\% \text{ de } U_1$$

valor que coincide con las pérdidas totales del cobre en valor relativo p_{cu}^* a la temperatura de 75°C.

B - Para 105 °C

$$k_{T1} = k_{T2} = 1.1 \quad k_1 = 1.0 \quad k_2 = 1.05$$

reemplazando valores en la ecuación (7.7.10), se tiene:

$$u_R^* = p_J^* = 0.937\% \text{ de } U_1$$

valor que coincide con las pérdidas totales en el cobre a 105 °C en valor relativo p_{cu}^* .

7.7.2. Evaluación del precio financiero

Los datos según B.B.C., son:

$$\begin{aligned} \varphi_{Fe} &= 3.6 \text{ \$/Kg} & \varphi_{cu} &= 8.0 \text{ \$/Kg} \\ \psi_{Fe} &= 3.7 \text{ \$/W} & \psi_{cu} &= 1.25 \text{ \$/W} \end{aligned}$$

De la página 143 $p_{fe} = 1.92 \text{ W/Kg}$

De la ecuación (5.1.8) se tiene $F_{Fe} = 10.7 \text{ \$/Kg}$

De la página 150 $G_{cu} = 295.5 \text{ Kg}$

De la página 154 $p_{tcu} = 6871 \text{ W}$

De la ecuación (5.1.9) $F_{cu} = 37.07 \text{ \$/Kg}$.

Por lo tanto evaluando este precio según ecuación (5.1.10) se tiene que:

$$F = 20,394.26 \text{ \$}$$

C A P I T U L O 8

8.0. REFRIGERACION

Las pérdidas de energía que se producen en un transformador en servicio, tanto en el circuito magnético como en los arrollamientos se convierten en calor, el cual es necesario evacuar al medio exterior con el objeto de que la elevación de temperatura interna sea inferior al calentamiento admitido como normal en los distintos elementos que constituyen el transformador.

A continuación se dan los cuadros referentes a los aspectos térmicos en los transformadores, según la norma VDE.

CUADRO I

Clasificación de aislantes

Clase	Aislante	Tratamiento	Temperatura permanente, máxima permisible, en el punto más caliente
A	Substancias orgánicas, por ejemplo: algodón, seda, papel y análogas.	Impregnado ¹	105 °C
A ₀	Substancias orgánicas, por ejemplo: algodón, seda, papel y análogas, - así como esmalte para hilos.	Bajo aceite	115 °C
E	Folios sintéticos resistentes al calor, papel con laca, esmalte para hilos.	No impregnado	120 °C
	Papel	Impregnado ¹	

Continuación del Cuadro I

B	Substancias inorgánicas, por ejemplo mica, asbesto, productos a base de vidrio y materias minerales parecidas.	Impregnado ¹	130 °C
F		Impregnado ¹ (por ejemplo con siliconas modificadas - con sustancias orgánicas sintéticas)	155 °C
<p>¹ La sustancia impregnante debe ser adecuada, a efectos de la temperatura a la correspondiente clase de material. Además, debe poseer buenas propiedades aislantes, recubrir completamente las fibras, o componentes y ser adherente en relación con aquellas sustancias y con los conductores. Al evaporarse el diluyente, o por otras causas, no deben producirse cavidades. El aislamiento puede considerarse impregnado si el aire entre fibras o componentes ha sido reemplazado totalmente por el impregnante.</p>			

A continuación (cuadro II) se indican los calentamientos (aumentos de temperatura "sobretemperaturas") admisibles en las diversas partes constituyentes del transformador, según los aislantes empleados. Tratándose de los arrollamientos, los calentamientos son medios, por ejemplo, medidos por variación de resistencia. Los valores que siguen son válidos en el supuesto de que el medio refrigerante cumple condiciones que se precisarán después.

CUADRO II

Calentamientos admisibles

Elementos del transformador	Clases de aislantes				
	A grd	A ₀ ¹ grd	E grd	B grd	F grd
1 Arrollamientos	60	65	75	80	100
2 Aceite, capa superior	-	60 ¹ - (55)	-	-	-
3 Núcleo y otros elementos	Los calentamientos no deberán perjudicar a elementos vecinos, incluidos aislamientos de chapas y de pasadores.				
<p>1 Estos valores se han establecido en atención a la buena conservación del aceite. El valor superior, 60 grd, supone que la carga de aceite, situada en la caja, está separada del aire exterior, por ejemplo, mediante un depósito de expansión. En caso contrario, rige el valor - 55 grd. El mantenimiento del calentamiento permisible en el aceite no garantiza el calentamiento admisible en los arrollamientos².</p>					

Las "sobretemperaturas" anteriores son admisibles si los elementos refrigerantes no sobrepasan las temperaturas del cuadro III.

CUADRO III

Temperatura de los elementos refrigerantes

- a) 1. En transformadores con refrigeración por agua:
Temperatura de entrada del agua refrigerante 25 °C.
2. En transformadores refrigerados por aire:
2.1. máxima temperatura del aire 40 °C,
2.2. temperatura media diaria del aire 30 °C,
2.3. temperatura media anual del aire 20 °C.
- b) En la instalación de transformadores en interiores se da por supuesta existencia de adecuadas aberturas de aportación y eliminación del aire necesario.

- Reducción de calentamientos admisibles, si se utilizan refrigerantes con temperaturas elevadas.

Las recomendaciones CEI 76, & 18 prescriben:

Los calentamientos de los arrollamientos, del aceite y de los circuitos magnéticos de transformadores, en los cuales las temperaturas del aire de refrigeración sobrepasan en cuantía igual o inferior a 5°C, o bien igual o inferior a 10 °C, uno cualquiera de los límites indicados en el Cuadro III, deberán ser iguales a los valores apropiados, según el Cuadro II, disminuídos en 5 °C, respectivamente 10 °C.

Añadiremos que, además de las temperaturas convenientes

los elementos refrigerantes deberán aportarse en la cantidad necesaria.

- Reducción de calentamientos en los casos de transformadores empleados en altitudes elevadas.

Los transformadores han de considerarse aptos para trabajar en altitudes de hasta 1 000 m.s.n.m. CEI 79 & 2b.

Tratándose de trabajo en alturas superiores, las recomendaciones CEI 79 & 19 prescriben:

En el caso de transformadores refrigerados por aire, destinados a funcionar en altitudes superiores a 1 000 metros, pero ensayados en altitudes normales, los límites de calentamiento indicados en el Cuadro II se reducirán de acuerdo con los valores que siguen, por cada 500 metros con que la altitud a que el transformador esté destinado a funcionar sobrepase 1 000 metros.

- transformadores en baño de aceite,
con refrigeración natural 2,0 %
- transformadores en seco, con refrigeración natural 2,5 %
- transformadores en aceite, con ventilación forzada 3,0 %
- transformadores en seco, con ventilación forzada 5,0 %

Nota: Lo anterior se refiere al aspecto térmico, no se olvide además, el aspecto aislamiento (tensiones de ensayo).

8.1. REFRIGERACION DEL TRANSFORMADOR EN BAÑO DE ACEITE

Según la norma VDE-0532-41 Cuadro II, la temperatura máxima del aceite $\hat{\theta}_{ac}$, en la capa superior, no debe exceder de 60 °C con conservador, sobre un ambiente de 40 °C, que también está de acuerdo con la norma CEI-76.

Al calentamiento máximo del aceite θ_{ac} , le corresponde una elevación media de temperatura inferior, que es función de la disposición constructiva del transformador.

El calentamiento medio del aceite θ_{ac-m} se debe tomar como un 85% del calentamiento máximo, por lo que se tiene que:

$$\theta_{ac-m} = 0.85 \hat{\theta}_{ac} \quad (8.1.1)$$

También hay que tener en cuenta la diferencia de temperatura θ_{ac-c} entre la temperatura media del aceite y la superficie exterior de la cuba θ_c , que es la que determina la disipación térmica.

$$\theta_{ac-c} = \theta_{ac-m} - \theta_c \quad (8.1.2)$$

$$\theta_c = 0.85 \hat{\theta}_{ac} - \theta_{ac-c} \quad (8.1.3)$$

Por dato técnico θ_{ac-c} se toma igual a 8 °C.

$$\theta_c = 0.85 \hat{\theta}_{ac} - 8 \text{ °C} \quad (8.1.4)$$

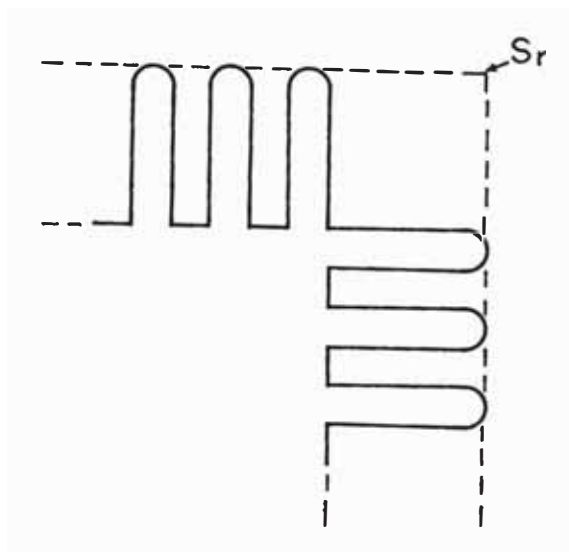
La altura del aceite sobre el transformador no deberá ser nunca menor de 5.0 cm. Las dimensiones de la cuba o tanque, son generalmente de proporciones tales, que la cantidad de aceite, sea lo más pequeña posible.

Existen elementos del transformador que no son conductores de calor, como los bornes, conmutadores, la tapa superior de la cuba y el mismo fondo de la cuba que tienen dificultades de convección y radiación, y que por lo tanto no se pueden contar como una superficie útil a la ventilación. No es de gran utilidad prolongar los elementos de disipación térmica, como son las aletas o tubos más abajo de los devanados, en donde el aceite tiene una temperatura casi fría.

Las cubas de lámina plana se utilizan generalmente para los transformadores de distribución hasta unos 30 KVA de capacidad. Las cubas onduladas son utilizadas para los transformadores hasta 5,000 KVA de capacidad; cuya superficie de radiación efectiva es lo que se desprende del perímetro circunscrito a las ondulaciones como se muestra en la Figura (8.1.1); en cambio para la convección interviene toda la superficie desarrollada de las aletas, mientras los canales de aire entre ellas permitan una gran circulación del mismo y es que con este fin debe preverse una distancia media entre sus paredes exteriores de 2.5 a 3 veces la del canal interior del aceite.

En la Figura (8.1.2) se indican los datos técnicos de tipos de aletas comunes, dando a la vez los coeficientes de refrigeración que proporcionan.

Estos coeficientes promedios obtenidos por ensayos directos se refieren a la temperatura máxima del aceite, indi -



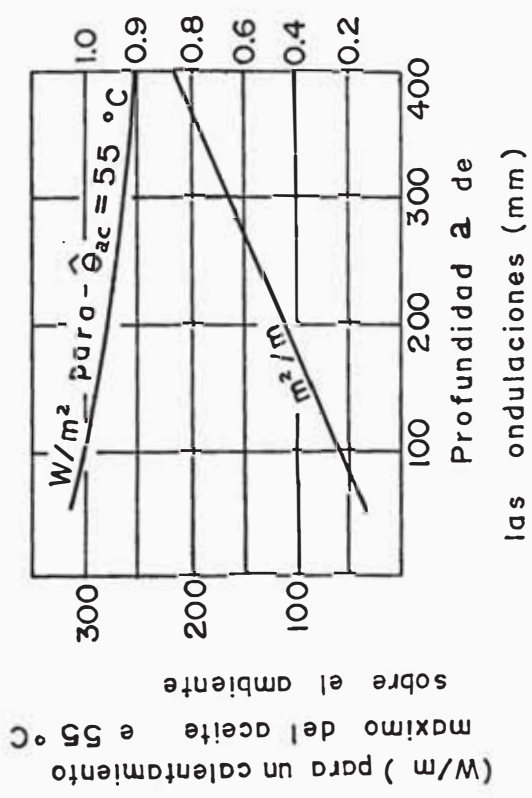
Fig(8.1.1) Superficie radiante S_r de las paredes de una capa ondulada

cando la pérdida de potencia en W/m^2 de superficie de alea que puede admitirse con un calentamiento máximo del aceite $\hat{\theta}_{ac} = 55$ °C. Para otra temperatura de $\hat{\theta}_{ac}$, el coeficiente de ventilación en W/m^2 se debe considerar proporcional al calentamiento $\hat{\theta}_{ac}$, si este valor está cerca de los 55 °C de calentamiento máximo.

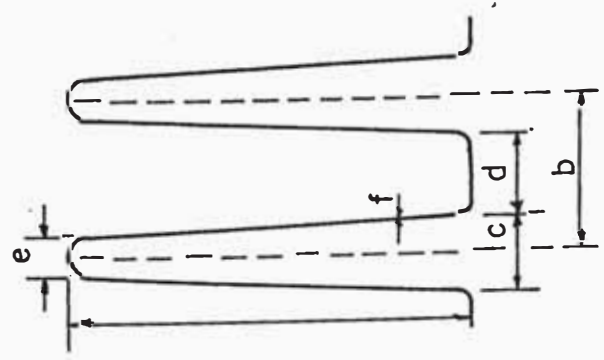
Los datos técnicos de la Figura (8.1.2) sólo son aplicables cuando la ondulación comienza a la altura del bobinado.

Para potencias más elevadas las superficie de la caja ondulada no puede evacuar el calor de pérdidas, recurriéndose entonces a la caja liza con radiadores adicionales, colocando estos radiadores normalmente a la superficie de la cuba, aumentándose de esta manera la superficie de radiación sin necesidad de dimensionar la cuba excesivamente; la unión de los radiadores a la caja se consigue me-

Superficie de refrigeración
(m / m lineal)



(W/m²) para un calentamiento e 55 °C sobre el ambiente



Dimensiones (mm)	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	<u>e</u>	<u>f</u>	$\frac{m^2}{m}$	Vol.de aceite $\frac{l}{m}$
1	50	40	9	31	3	0,8	0,130	0,30
2	75	45	12	33	3	0,8	0,183	0,56
3	100	50	15	35	5	1	0,234	1,0
4	150	55	18	37	5	1	0,334	1,72
5	200	60	21	39	5	1,25	0,437	2,6
6	250	65	24	41	6	1,5	0,538	3,75
7	300	70	27	43	6	1,5	0,640	4,95
8	350	75	30	45	6	1,5	0,743	6,3
9	400	80	30	50	6	1,5	0,852	7,2

Fig(8.1.2)

diente tubos embriados o por soldadura.

La refrigeración con cajas de tubos es para una potencia mayor de 5 KVA y hasta unos 20,000 KVA, cuyos tubos de 1 mm de espesor aproximadamente son de hierro dulce sin soldadura, siendo más eficaz para la refrigeración por estar expuesto todo su perímetro a la corriente natural convectiva del aire.

Para potencias superiores a 20 MVA, es difícil montar en el contorno de la cuba, los suficientes radiadores para disipar en forma natural el calor producido por las pérdidas de energía; usando para estos casos el soplado de los radiadores adosados, que enfrían con aire dichos radiadores. A partir de las potencias de 20 MVA es económico usar ventiladores porque con este método se reducen las dimensiones exteriores del transformador a pesar de los gastos de instalación de ventiladores.

Para transformadores de potencias muy elevadas es necesario recurrir al sistema de circulación forzada de aceite, según aumenta la potencia se puede disipar el calor del transformador mediante tres formas:

- Circulación forzada de aceite con refrigeración por convección de aire, es decir por autorefrigeración.
- Circulación forzada de aceite con ventilación independiente.
- Circulación forzada de aceite con refrigeración por agua.

8.2. EVALUACION DE LAS DIMENSIONES DE LA CUBA

8.2.1. Dimensiones exteriores del conjunto activo

- Longitud de culatas = $2M + D$

$$= 2(372) + 228 = 972 \text{ mm}$$

- Altura del yugo escalonado de la Figura (A.1.

1) para 5 escalones.

$$h_y = 0.95 D = 0.95(228) = 216 \text{ mm}$$

- Altura total del núcleo = $L + 2 h_y$

$$= 516 + 2(216) = 948 \text{ mm}$$

$$950 \text{ mm}$$

- Diámetro exterior de los arrollamientos de

A.T. $D_{\text{ext}} = 361.04 \quad 365 \text{ mm}$

- Longitud entre superficies exteriores de las

bobinas = $2M + D_{\text{ext}}$

$$= 2(372) + 365 = 1109$$

$$1110. \text{ mm}$$

- Dimensiones del conjunto activo

$$\text{Longitud} \times \text{anchura} \times \text{altura} = 1110 \times 365 \times 950 \text{ mm}^3$$

8.2.2. Dimensiones interiores de la cuba

- Distancia mínima del bobinado de A.T. a la cu

ba. De la Figura (6.2.8) con $U = 10 \text{ KV}$ se -

tiene que: $g = 25 \text{ mm}$

- Anchura mínima interior de la cuba A_c

$$A_c = D_{\text{ext}} + 2 g = 365 + 2(25) = 415$$

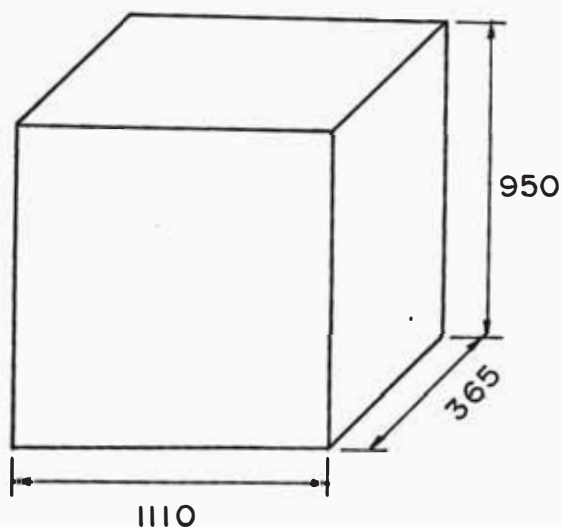
Se adopta $A_c = 490 \text{ mm}$

- Longitud mínima interior de la cuba L_c

$L_c =$ Longitud entre superficies extremas de bobinado + 2 g

$$L_c = 1110 + 2(25) = 1160 \text{ mm}$$

Se adopta $L_c = 1400 \text{ mm}$



Fig(8.2.1) Dimensiones exteriores del conjunto activo en mm

- Altura interior de la cuba H_c .

Zócalo de apoyo 50 mm

Altura total del núcleo 950 mm

Distancia desde el núcleo a bornes del conmutador de alturas = 9 25 mm

Longitud interior de un borne conmutador de A.T. 80 mm

1105 mm

Se adopta $H_c = 1270 \text{ mm}$

- Desarrollo interior de la cuba (perímetro de la base)

$$= 2(1400 + 490) = 3780 \text{ mm}$$

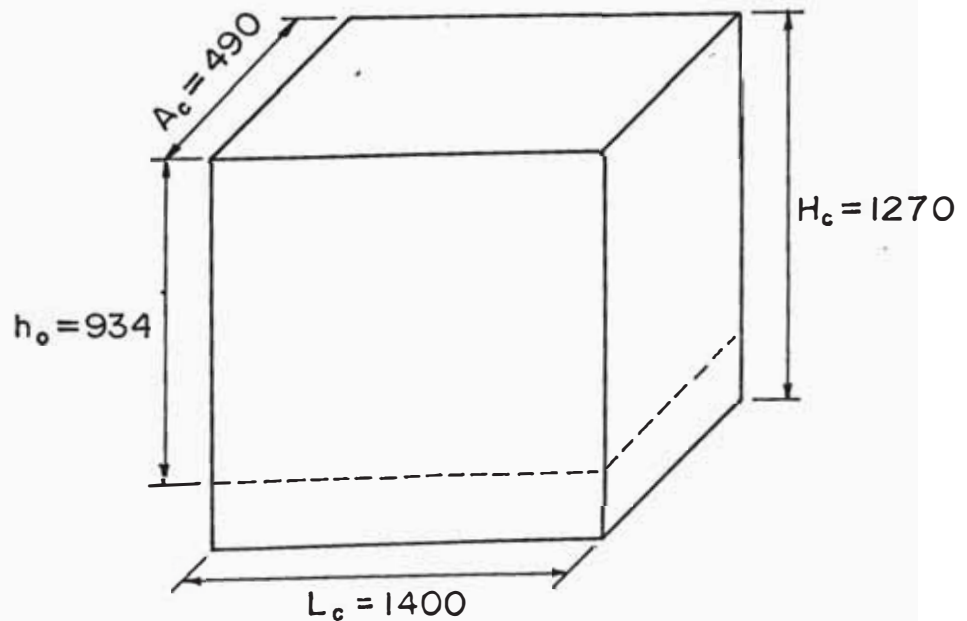
- Altura admisible para las ondulaciones
- Zócalo de apoyo 50 mm
- Altura del yugo inferior 216 mm
- Distancia de las bobinas de A.T.
al yugo inferior 20

- Altura inicial de las bobinas so
bre el fondo: h_{ib} 286 mm
- Altura ocupada por el marco supe-
rior en ángulo de la cuba h_{mc} = 50 mm
- Altura admisible para las ondulaciones h_o

$$h_o = H_c - (h_{ib} + h_{mc})$$

$$h_o = 1270 - (286 + 50)$$

$$h_o = 934 \text{ mm}$$



Fig(8.2.2) Dimensiones interiores de la cuba en mm

8.3. EVALUACION DEL SISTEMA DE REFRIGERACION DEL ACEITE CON CUBA ONDULADA

El aceite tiene que disipar las pérdidas totales - del fierro más la del cobre, evaluada esta última a la temperatura de 105 °C.

$$P_{TOT} = P_t Fe + P_t cu$$

$$= 1694 + 7500 = 9194 \text{ Vatios}$$

El calentamiento máximo resultante de las bobinas corresponde al bobinado de B.T. siendo ésta:

$$\Delta \theta = 14 \text{ °C}$$

El calentamiento admisible en arrollamientos, según el Cuadro II - Norma VDE 0532 & 41 para transformadores sumergidos en aceite es de 65 °C.

El calentamiento medio aceptable para el aceite es:

$$\theta_{ac-m} = 65 \text{ °C} - 14 \text{ °C} = 51 \text{ °C}$$

La temperatura máxima que corresponde al aceite :

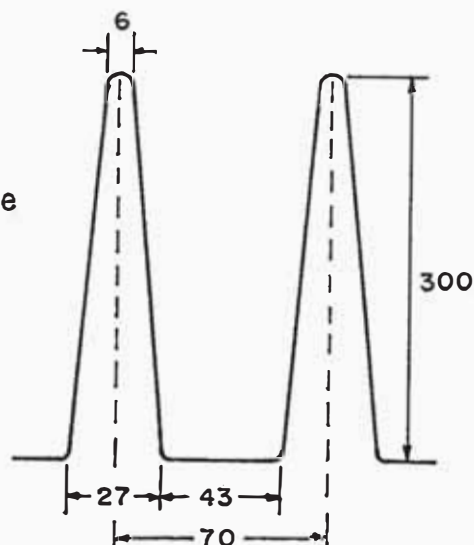
$$\hat{\theta}_{ac} = \frac{\theta_{ac-m}}{0.85} = \frac{51}{0.85} = 60 \text{ °C}$$

que es admisible según norma VDE, Cuadro II indicando - justo la temperatura para el aceite de 60 °C en la capa superior.

8.4. EVALUACION DE LA SUPERFICIE DE RADIACION DE LA CUBA ONDULADA

- Utilizando los datos técnicos de la Figura (8.1. 2) para las aletas tipo 7.

Fig(8.4.1) Superficie de radiación de la cuba ondulada en mm



- En el desarrollo de la cuba se tiene que hay:

$$\frac{3780 \text{ mm}}{70 \text{ mm/aleta}} = 54 \text{ aletas}$$

- La longitud total de aletas es:

$$54 \text{ aletas} \cdot 0.934 \frac{\text{m}}{\text{aleta}} = 50.43 \text{ m}$$

- El área de las ondulaciones será:

$$54 \text{ m} \cdot 0.64 \text{ m}^2/\text{m} = 32.27 \text{ m}^2$$

- El coeficiente de ventilación para $\hat{\theta}_{ac} = 55 \text{ }^\circ\text{C}$ se obtiene de la Figura (8.1.2) con un valor correspondiente de 265 W/m^2 .

- Corrigiendo el coeficiente de ventilación para $\hat{\theta}_{ac} = 60 \text{ }^\circ\text{C}$ en forma proporcional al calentamiento máximo $\hat{\theta}_{ac}$, se tiene:

$$265 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot \frac{60 \text{ }^\circ\text{C}}{55 \text{ }^\circ\text{C}} = 289 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

- La potencia que se disipa a $\hat{\theta}_{ac} = 60 \text{ }^\circ\text{C}$ de calentamiento máximo del aceite será:

$$32.27 \text{ m}^2 \cdot 289 \text{ W/m}^2 = 9,326 \text{ W}$$

- Luego el factor de corrección de temperatura es:

$$f_{\theta} = \frac{9194 \text{ W}}{9326 \text{ W}} = 0.985$$

- La temperatura $\hat{\theta}_c$ del aceite según las dimensiones de la cuba es:

$$\hat{\theta}_{ac} = 60 \text{ }^{\circ}\text{C} \times f_{\theta} = 59 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad (\text{valor aceptado})$$

C A P I T U L O 9

9.0. CARACTERISTICAS TECNICAS

9.1. Caída de tensión por reactancia

De la ecuación (3.10.3) se deduce:

$$X_1 = 8 \pi^2 10^{-9} f N_1^2 P_{x1} \quad \Omega \quad (9.1.1)$$

$$X_2 = 8 \pi^2 10^{-9} f N_2^2 P_{x2} \quad \Omega \quad (9.1.2)$$

La caída de tensión en la reactancia se tiene de la ecuación (7.5.4), siendo ésta:

$$E_{x_{cc}} = \left[X_1 + X_2 \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \right] I_1 \quad V \quad (9.1.3)$$

Reemplazando las ecuaciones (9.1.1), (9.1.2) en (9.1.3) tenemos:

$$E_{x_{cc}} = 8 \pi^2 10^{-9} f N_1^2 I_1 (P_{x1} + P_{x2}) \quad V \quad (9.1.4)$$

La reactancia específica en tanto por ciento de la tensión primaria es:

$$e_x^* = \frac{E_{x_{cc}}}{U_1} 100 \quad \% \text{ de } U_1 \quad (9.1.5)$$

$$e_x^* = \frac{8 \pi^2 10^{-7} f N_1^2 I_1}{U_1} (P_{x1} + P_{x2}) \quad \% \text{ de } U_1 \quad (9.1.6)$$

según la ecuación (A.1.5)

$$U_1 = \frac{f F_e}{22.5} \frac{f}{100} N_1 D^2 \hat{B} \quad V \quad (9.1.7)$$

Reemplazando la ecuación (9.1.7) en la (9.1.6) y multiplicando en esta última el numerador y denominador del segundo miembro por la longitud de ventana L , se tiene:

$$e_x^* = \frac{18 \pi^2 10^{-4} \frac{N_1 I_1}{L}}{f_{Fe} D^2 \hat{B}} (P_{x1} + P_{x2}) L \quad (9.1.8)$$

$$\frac{N_2 I_2}{L} = \frac{N_1 I_1}{L} = q \quad \text{es la carga lineal media por columna en Av/cm.}$$

De la ecuación (3.11.1) se tiene que:

$$P_{x1} + P_{x2} = p_x \pi D \quad (9.1.9)$$

Por lo tanto la ecuación (9.1.8) quedaría en:

$$e_x^* = 18 \pi^3 10^{-4} \frac{q}{f_{Fe}} \frac{L}{D} \frac{p_x}{\hat{B}} \quad \% \text{ de } U_1 \quad (9.1.10)$$

9.1.1. Evaluación de la caída de tensión por reactancia

$$q = \frac{N_2 I_2}{2} = \frac{17 \times 1050}{51.6} = 346^{(1)}$$

$$f_{Fe} = 0.655 \quad \text{De la Figura (A.1.1)}$$

$$L = 51.6 \text{ cm} \quad \text{de 5.7}$$

$$D = 22.8 \text{ cm}$$

$$p_x = 0.0779 \frac{M/Gb}{\text{cm}} \quad \text{de 6.4.6}$$

$$\hat{B} = 1.64 \text{ T}$$

Reemplazando valores en (9.1.10) se tiene:

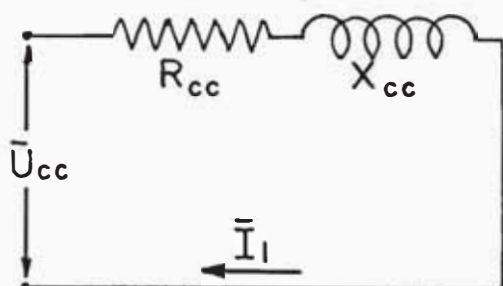
$$e_x^* = 3.169 \% \text{ de } U_1$$

9.2. Tensión de Cortocircuito

La tensión de cortocircuito es la tensión que hay - que alimentar al transformador en el lado primario para

NOTA: ⁽¹⁾ Al evaluar q con respecto al primario se hará para tona central.

que suministre la corriente nominal al secundario, con el secundario en cortocircuito.



$$\bar{U}_{cc} = (R_{cc} + j X_{cc}) \bar{I}_1 \quad (9.2.1)$$

$$\bar{U}_{cc} = U_{Rcc} + j E_{xcc} \quad (9.2.2)$$

Figura (9.2.1) Circuito equivalente por fase de un transformador en cortocircuito.

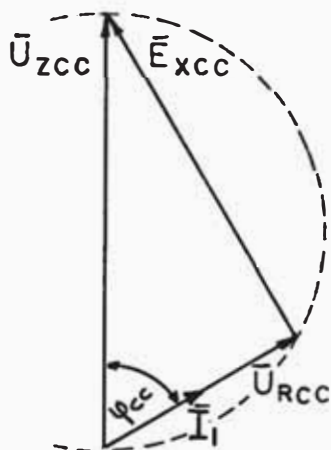


Figura (9.2.2) Diagrama fasorial por fase del transformador en cortocircuito.

$$R_{cc} = \frac{U_{Rcc}}{I_1} = \frac{U_{zcc}}{I_1} \cos \psi_{cc} \quad (9.2.3)$$

$$X_{cc} = \frac{E_{xcc}}{I_1} = \frac{U_{zcc}}{I_1} \text{Sen } \psi_{cc} \quad (9.2.4)$$

En la práctica las tensiones de cortocircuito se expresan en sus valores porcentuales referidos a la tensión primaria nominal, variando esta tensión de cortocircuito entre 2 al 13%. La tensión de cortocircuito porcentual queda expresado por:

$$u_z^* = \frac{U_{zcc}}{U_1} 100 = \frac{z_{cc} I_1}{U_1} 100 \quad (9.2.5)$$

$$u_R^* = \frac{U_{Rcc}}{U_1} 100 = \frac{R_{cc} I_1}{U_1} 100 \quad (9.2.6)$$

$$e_x^* = \frac{E_{Xcc}}{U_1} 100 = \frac{X_{cc} I_1}{U_1} 100 \quad (9.2.7)$$

además
$$\frac{u_Z^*}{U_1} = \frac{u_R^*}{U_1} + j \frac{e_x^*}{U_1} \quad (9.2.8)$$

$$u_Z^* = \sqrt{u_R^{*2} + e_x^{*2}} \% U_1 \quad (9.2.9)$$

Para los transformadores trifásicos que son los que tienen mayor aplicación industrial; las tensiones de cortocircuito son del orden:

Transformadores hasta 1,000 KVA $u_Z^* = (2 - 6) \%$

Transformadores desde 1,000 KVA $u_Z^* = (6 - 13) \%$

Además es corriente saber que $e_x^* > u_R^*$ siendo así:

transformadores hasta 1,000 KVA

$$e_x^* = (2.5 - 6) \% \quad u_R^* = (1.1 - 2.5) \% \quad \frac{e_x^*}{u_R^*} = (1.2 - 6)$$

transformadores desde 1,000 KVA

$$e_x^* = (5 - 13) \% \quad u_R^* = (0.4 - 1.3) \% \quad \frac{e_x^*}{u_R^*} = (3 - 30)$$

9.2.1. Evaluación de la tensión de cortocircuito

De 7.7.1 para 75°C $u_R^* = 0.858$

De 9.1.1 $e_x^* = 3.169$

La tensión de cortocircuito a 75°C según la ecuación (9.2.

9) será:

$$u_Z^* = \sqrt{u_R^{*2} + e_x^{*2}} = 3.283 \% \text{ de } U_1$$

9.3. VARIACION DE LA TENSION SECUNDARIA DE UN TRANSFORMADOR

Se define como variación de la tensión secundaria de un transformador para un factor de potencia determinado $\cos \varphi_2$, la variación que experimenta la tensión secundaria en sus bornes, al pasar del funcionamiento en vacío al funcionamiento en carga, permaneciendo constantes la tensión aplicada al primario y la frecuencia.

En vacío el transformador proporciona la tensión secundaria nominal U_2 . En carga la tensión secundaria es U_{2c} diferente de U_2 ; luego la variación de tensión secundaria es

$$\Delta U = U_2 - U_{2c} \quad (9.3.1)$$

Generalmente esta caída de tensión es frecuente darla en % de la tensión nominal secundaria, siendo ésta

$$\Delta u^* = \frac{\Delta U}{U_2} = \frac{U_2 - U_{2c}}{U_2} 100 \quad (9.3.2)$$

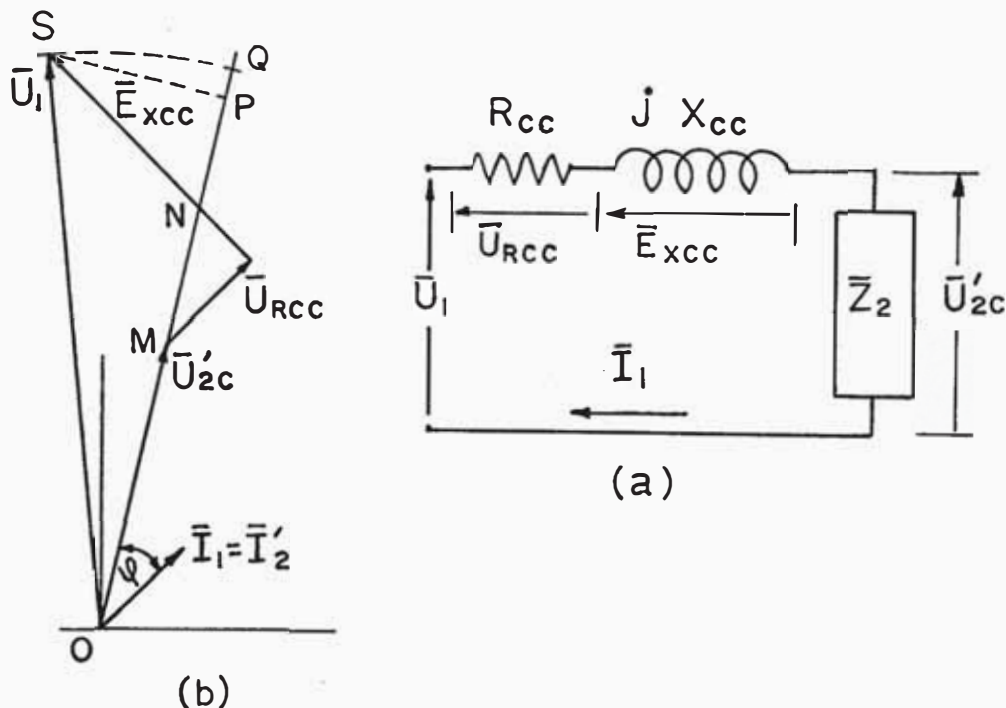
Multiplicando la ecuación (9.3.2) en el numerador y denominador por la relación de transformación nominal U_1/U_2 se obtiene que:

$$\Delta u^* = \frac{U_1 - U'_{2c}}{U_1} 100 \quad (9.3.3)$$

donde se observa que la variación de tensión secundaria por efecto de carga, resulta prácticamente igual a la diferencia entre la tensión nominal primaria U_1 y la secundaria en carga reducida al primario U'_{2c} , esto es suponiendo que la corriente secundaria en carga es la nominal I_2 .

En la Figura (9.3.1)(b) se observa el diagrama fasorial

del transformador con el secundario reducido al primario, a base de plena carga y cualquier factor de potencia.



Fig(9.3.1)

El segmento \overline{MQ} es la diferencia $U_1 - U'_{2c}$, bastará dividir tal diferencia por la relación de transformación nominal U_1/U_2 para obtener la caída absoluta secundaria $U_2 - U_{2c} = \Delta U$.

En la Figura (9.3.2) se reproduce el diagrama, habiendo referido todos los fasores en tanto por ciento a U_1 , es decir a base de $U_1 = 100$.

Las ecuaciones (9.2.6) y (9.2.7), indican:

$$*u_R = \frac{U_{Rcc}}{U_1} 100 \quad (9.3.4)$$

$$*e_x = \frac{E_{xcc}}{U_1} 100 \quad (9.3.5)$$

El segmento \overline{MQ} será de la Figura (9.3.2).

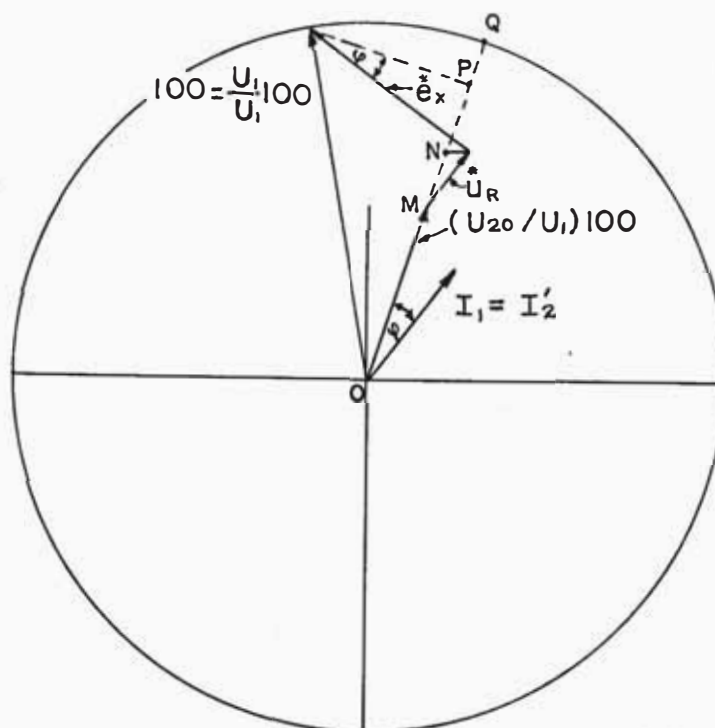


Fig (9.3.2)

$$\overline{MQ} = \frac{U_1 - U_2'c}{U_1} 100 = \Delta u^* \quad (9.3.6)$$

$$\Delta u^* = \overline{MQ} = \overline{MN} + \overline{NP} + \overline{PQ} \quad (9.3.7)$$

$$\overline{MN} = u_R^* \cos \psi \quad (9.3.8)$$

$$\overline{NP} = e_x^* \sin \psi \quad (9.3.9)$$

$$\overline{SP} = e_x^* \cos \psi - u_R^* \sin \psi \quad (9.3.10)$$

$$\overline{PQ} = \frac{\overline{SP}^2}{\overline{PQ}'} \approx \frac{\overline{SP}^2}{\overline{QQ}'} = \frac{(e_x^* \cos \psi - u_R^* \sin \psi)^2}{200} \quad (9.3.11)$$

Reemplazando las ecuaciones (9.3.8), (9.3.9) y (9.3.11) en la ecuación (9.3.7) se obtiene:

$$\Delta u^* = u_R^* \cos \psi + e_x^* \sin \psi + \frac{(e_x^* \cos \psi - u_R^* \sin \psi)^2}{200} \% U_1 \quad (9.3.12)$$

En valores absolutos se tiene:

$$\Delta U = u_R \cos \varphi + e_x \operatorname{Sen} \varphi + \frac{(e_x \cos \varphi - u_R \operatorname{Sen} \varphi)^2}{2 U_1} \quad \text{V} \quad (9.3.13)$$

9.3.1. Evaluación de la variación de tensión en % a 75°C

Para $\cos \varphi = 0.8$ $\operatorname{Sen} \varphi = 0.6$ según la ecuación (9.3.12) con los valores obtenidos de $u_R^* = 0.858$ y $e_x^* = 3.169$ - se tiene:

$$\Delta u^* = 2.598 \quad \% \quad U_1$$

9.4. RENDIMIENTO DEL TRANSFORMADOR EN CARGA

El rendimiento o eficiencia del transformador en carga se evalúa a la temperatura de 75°C y se rige por:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{cu}} \quad (9.4.1)$$

siendo P_1 : Potencia absorbida por el primario

P_2 : Potencia cedida por el secundario

P_{Fe} : Pérdidas totales en el hierro = $P_t \text{ Fe}$

P_{cu} : Pérdidas totales en el cobre = $P_t \text{ cu}$ (75 °C)

9.4.1. Evaluación del rendimiento

Para la temperatura de 75°C y factor de potencia

$\cos \varphi = 0.8$ se tiene

$$P_2 = 800 \times 0.8 = 640 \text{ KW}$$

$$P_{Fe} = 1694 \text{ W}$$

$$P_{cu} = 6871 \text{ W}$$

La eficiencia según la ecuación será:

$$\eta = \frac{640,000}{640,000 + 1694 + 6,871} = 0.9867$$

9.5. Ensamblado del núcleo magnético

Las chapas laminadas en frío de grano orientado se ensamblara según plano 2, y para minimizar las pérdidas en el núcleo, el troquelado son hechos a 45° y con traslape de $5\sqrt{2}$ mm.

En la tabla (9.5.1) se indica el escalón, espesor, N° de chapas, altura del yugo y la magnitud Δa del núcleo por cada escalón. En la tabla (9.5.2) se indica el dimensionado para el corte de las chapas del núcleo, valores que corresponden al plano 2, Figura (b). El prensado del núcleo se muestra también en el plano 1

Tabla (9.5.1) - Datos de las chapas de cada escalón, según plano 2

Escalón	Espesor (mm)	N° de chapas	h_y (mm)	Δa
1	0.32 D 72.96	204	0.95 D 216.60	0.05 D 11.40
2	0.21 D 47.88	134	0.85 D 193.80	0.15 D 34.20
3	0.17 D 38.76	110	0.71 D 161.88	0.29 D 66.12
4	0.12 D 27.36	78	0.56 D 127.68	0.44 D 100.32
5	0.08 D 18.24	52	0.42 D 95.76	0.58 D 132.24
TOTAL:		578		

Los valores obtenidos de las dimensiones óptimas del capítulo 5 son:

$$D = 228 \text{ mm}$$

$$L = 516 \text{ mm}$$

$$a = 144 \text{ mm}$$

$$M = 372 \text{ mm}$$

En el plano 2 con núcleo armado con $e = 5 \text{ mm}$, se tiene un traslape igual a $5 \sqrt{2} \text{ mm}$.

TABLA (9.5.2)

Dimensionado para el corte de dos chapas del núcleo, según plano 2

	Escalón 1	Escalón 2	Escalón 3	Escalón 4	Escalón 5
$\frac{a}{2}$	$a + \Delta a$	178.20	210.12	244.32	276.24
	$h_y/2 - e$	91.90	75.94	58.84	42.88
	$h_y - e$	188.80	156.88	122.68	90.76
	Σ	470.30	442.94	425.84	409.88
$\frac{a}{2}$	$a + \Delta a + 2e$	188.20	220.12	254.32	286.24
	$h_y/2$	96.90	80.94	63.84	47.88
	$h_y - e$	188.80	156.88	122.68	90.76
	Σ	485.30	457.94	440.84	424.88
Pieza C	$L + 2e$	526.00	526.00	526.00	526.00
	$L + 2 h_y$	949.20	839.76	771.36	707.52
Pieza D	$L + 2e$	526.00	526.00	526.00	526.00
Pieza E	$L + 2 h_y - 2e$	959.20	829.76	761.36	697.52

C O N C L U S I O N E S

1. Como las pérdidas específicas en el núcleo aumentan - al variar el ángulo de flujo con respecto al eje de laminación, el troquelado del circuito magnético son hechas con ángulo de 45° como se muestra en el plano 2.

2. Sobre la eficiencia del transformador es importante - mantener, las pérdidas en el núcleo tan bajas como sea posible, usando en el diseño materiales magnéticos de alto grado, es decir de grano orientado (UNISIL 46). El material de alta calidad, aumenta el costo inicial del transformador, sin embargo para una condición de carga dada, hay en el diseño óptimo en el cual los intereses anuales y cargo por depreciación sobre el costo inicial, más el costo anual de pérdidas por energía es un mínimo.

La eficiencia en este diseño es $\eta = 98.67\%$

3. La tensión de cortocircuito a la temperatura de 75°C, tiene una magnitud:

$$\dot{u}_Z^* = 3.283\% \quad \text{de} \quad U_1$$

Si se desea aumentar la tensión de cortocircuito es necesario que la anchura de ventana aumente con el criterio de que el grosor de la entrecara activa δ_0 aumente y consecuentemente aumente la tensión de reactancia

La regulación del transformador tiene como magnitud - $\Delta u^* = 2.598\%$ de U_1 , referida a la temperatura de 75 °C.

4. La protección del transformador tiene dos funciones es
pecíficas:

4.1. Protección del Sistema

Cuando falla el transformador, la protección pri
maria debe operar quedando solo el transformador ais
lado del sistema.

4.2. Protección propia del transformador

Protegido contra sobrecargas y fallas secundarias
que pueden causar daños térmicos. Es por eso que las
guías de carga del transformador y las guías de protec
ción deben ser compatibles, es decir la protección pri
maria debe ser tal, que pueda funcionar la máxima car
ga dada por la guía de carga.

El interruptor del circuito de salida es de una poten
cia:

$$\frac{MVA}{u_z} = \frac{0.8}{3.280} = 24.37 \text{ KVA} = 25 \text{ MVA}$$

5. Las pérdidas en el núcleo son independientes de la car
ga y por lo tanto los costos de demanda y energía es
tán asociados con las pérdidas y es necesario conside
rarlas en un caso para hacer los cargos adecuados y en
el otro para saber en cuanto aumenta el costo de operación.
Las pérdidas en el cobre, varían con el cuadrado de la
corriente en el transformador, por tanto el cargo por
demanda, debe ser modificado por un factor de coinci
dencia de carga pico, para tomar en cuenta la coinci

dencia de la carga.

6. La altura de operación también es un factor físico preponderante, ya que la eficiencia de disipación de calor producido en el transformador varía con la altura. En el diseño de este transformador, la altura de operación es al nivel del mar, de lo contrario se tendría que reducir el calentamiento del Cuadro II, página 163 con el criterio CEI 79-19 de la página 165.
7. El precio financiero F del núcleo y arrollamientos del transformador según página 160 es de ~~\$~~ 20,394.26

B I B L I O G R A F I A

1. J. CORRALES MARTIN - Teoría, Cálculo y Construcción de Transformadores 5ta. Edición Editorial Labor.
2. J. CORRALES MARTIN - Cálculo Industrial de Máquinas Eléctricas, Tomo I - Tomo 2. Editorial Marcombo.
3. J. CORRALES MARTIN - Cálculo Optimo de Transformadores - Editorial Marcombo.
4. P. CAMARENA M. - Transformadores Eléctricos Industriales - Editorial CECSA.
5. H. KUHLMAN - Design of Electrical Aparatus John Wiley and Sons Inc.
6. YU V. KORNILOV - Montador Ajustador Editorial MIR.
7. P. CAMARENA M. - Manual Práctico de Bobinado Editorial CECSA.
8. LAWRENCE AN RICHARD - Theory of Electric Machines Editorial Mac. Graw Hill.
9. M.I.T. - Magnetic Circuits and Transformers.
10. G. ZOPPETTI - Estaciones Transformadoras y de Distribución - Ediciones G. Gili S.A.
11. Transformadores- Convertidores - Enciclopedia CEAC - Tomo 4.

12. J. PICHOIR - Electrotecnia II
Editorial Marcombo.
13. V. M. MONTSINGER - Loading transformer by temperaa
ture AIEE trans.
January 1938.
14. G.R. SLEMON - Equivalente Circuits for transu
former and Machines.
IEEE - Vol. 100.
15. ARNOLD, ROTH - Técnica de la Alta Tensión
Ed. Labor.