

Universidad Nacional de Ingeniería

Facultad de Ingeniería Mecánica



**Diseño eléctrico de una línea de transmisión
por el método modal usando
microcomputadora**

TESIS

Para optar el título profesional de

Ingeniero Mecánico Electricista

JUAN CARLOS COCKBURN KRUMDIECK

Promoción 1983-2

LIMA - PERÚ

1988

INDICE GENERAL

Pág.

PROLOGO	
I. INTRODUCCION	1
II. ANALISIS DE LOS PARAMETROS Y CONSTANTES DE UNA LINEA DE TRANSMISION	
2.1 GENERALIDADES	3
2.2 LA IMPEDANCIA	6
2.2.1 Cálculo de Z_c	7
2.2.1.1 Efecto de la Temperatura en la Resistencia	14
2.2.2 Cálculo de X_g	15
2.2.3 Cálculo de Z_e	17
2.3 LA ADMITANCIA	20
2.4 CALCULO DE LAS MATRICES B, Y, y Z	23
III. FORMAS DE DETERMINAR LOS PARAMETROS Y CONSTANTES DE UNA LINEA DE TRANSMISION	1
3.1 METODO CLASICO	26
3.1.1 Caso de un solo conductor en presencia de un plano infinito de tierra.	26

3.1.1.1	La Ecuación de Onda.	26
3.1.1.2	La Constante de Propagación.	26
3.1.1.3	La impedancia característica.	29
3.1.1.4	Ecuación de Cuadripolo.	29
3.1.1.5	El Factor de Reflexión.	33
3.1.2	Caso de dos conductores en presencia de un plano infinito de tierra.	34
3.1.2.1	La Ecuación de Onda.	34
3.1.2.2	Las Constantes de Propagación.	36
3.2	METODO MODAL	41
3.2.1	Caso de dos conductores en presencia de un plano infinito de tierra.	41
3.2.2	Caso general de n conductores.	45
3.2.2.1	Impedancia y Admitancia de componentes.	48
3.2.2.2	Factor de Reflexión e Impedancia Característica.	49
3.2.2.3	Admitancia Característica.	52
3.2.2.4	Constante de Propagación.	53
3.2.2.5	Ecuaciones de Cuadripolo.	54
3.3	CALCULO DE LOS PARAMETROS MODALES	57

IV.	DESARROLLO DE UN PROGRAMA PARA EL CALCULO DE LOS PARAMETROS Y CONSTANTES DE UNA LINEA DE TRANSMISION POR EL METODO MODAL.	
4.1	GENERALIDADES	59
4.2	LA ESTACION DE DISEÑO CON MICROCOMPUTADORAS	61
4.2.1	El Hardware.	61
4.2.2	El Software.	65
4.2.2.1	Lenguajes de Desarrollo.	66
4.3	DESARROLLO DEL PROGRAMA MMZY.COM	69
4.3.1	Filosofía del Programa.	69
4.3.2	Estructura General.	70
4.3.3	Algoritmos Principales.	74
4.3.3.1	Inversión de Matrices. ⁴	74
4.3.3.2	Valores y Vectores Propios.	76
V.	EJEMPLO DE APLICACION DEL METODO MODAL A UNA LINEA DE 138 KV.	81
	CONCLUSIONES	99
	BIBLIOGRAFIA	100
	LISTADOS	103

PROLOGO

El presente trabajo muestra como el uso de una microcomputadora no sólo nos permite aplicar métodos más precisos para el cálculo eléctrico de una línea de transmisión sino que también nos facilita el análisis inmediato e interactivo de los resultados durante el proceso de diseño.

Se ha escogido el método modal porque sirve de base para el estudio de fenómenos de propagación de onda para resolver los problemas de onda portadora, protección de líneas muy largas, localización de fallas, efecto de la resistividad no uniforme del suelo, y muchas otras. De esta manera esta tesis servirá de base a estudios más profundos en estos campos.

Agradecido en forma especial al Ing. Hugo Loureiro por brindarme su apoyo continuo durante el desarrollo de esta tesis, a la DMI de COSAPI.SA por darme todas las facilidades necesarias para la implementación y pruebas de los programas así como para la edición de este trabajo y para terminar agradezco a todas aquellas personas muy cercanas a mí, amigos y familiares que pasaron conmigo los momentos difíciles que fue necesario superar para la culminación de este proyecto.

J.C.C.K

INTRODUCCION

Nuestro país se caracteriza por su gran potencial hídrico y geografía abrupta. La energía que proviene de nuestras Centrales (hidroeléctrica) debe ser transportada a los centros de consumo (de carga) que muchas veces se encuentran a cientos de kilómetros de distancia.

A medida que la línea de transmisión de potencia se hace más larga, los fenómenos de propagación de onda se acentúan más y más y debemos considerar sus efectos para que nuestra línea sea eficiente. Así mismo, es importante conocer la interacción mutua entre conductores, los efectos de inducción en los cables de guarda y la influencia de la corriente de retorno por tierra.

El método modal nos permite elaborar un modelo matemático de la línea que considera todos los factores antes mencionados.

Debido a la naturaleza matricial de las ecuaciones de propagación de onda en sistemas polifásicos y a que las variables involucradas son complejas se hace necesario el uso de una computadora digital.

En el Capítulo II se realiza un análisis físico matemático de los principales parámetros y constantes que sirven para representar una línea de transmisión y en el Capítulo III se desarrolla el método modal para obtener el modelo deseado.

En el Capítulo IV se describe una estación de diseño con microcomputadora y cómo se implementó un programa en Pascal para el cálculo eléctrico de una línea de transmisión por el método modal. En el Capítulo V están los resultados de aplicar este programa a una línea de 138 kV.

Finalmente en las conclusiones se muestran las ventajas y limitaciones de este método y se resalta el potencial de nuevas aplicaciones que se pueden desarrollar en base a este modelo gracias a la ayuda de las microcomputadoras.

CAPITULO II

ANALISIS DE LOS PARAMETROS Y CONSTANTES DE UNA LINEA DE TRANSMISION

2.1 GENERALIDADES

Al conectar una carga a una fuente se forma un circuito eléctrico a través del cual se efectúa una transferencia de energía. Una cantidad apreciable de esta energía se disipa en forma de calor (debido a la resistencia propia de los conductores), otra se almacena en campos eléctricos (capacitancia) y magnéticos (inductancia).

El circuito puede ser considerado como una combinación de resistencia, inductancia y capacitancia, a los cuales llamaremos parámetros.

Puede darse el caso en que la mayor parte de la energía disipada o almacenada esté localizada, entonces se hablará de parámetros concentrados; sin embargo, se puede dar el caso en que un número finito de parámetros concentrados no sea suficiente para describir el proceso de transferencia de energía.

Supóngase una fuente y una carga conectadas por cables conductores a través de terminales apropiados.

Según el grado de precisión que requiera nuestro análisis siempre sería posible encontrar una distancia entre fuente y carga tal que el efecto de los cables de conexión en el flujo de corriente pueda ser despreciable. Esta distancia depende de la naturaleza de la excitación (continua o alterna), las propiedades físicas y disposición de los conductores, y la calidad del aislamiento entre

otros.

Conforme aumenta la distancia entre fuente y carga el primer efecto notable es el aumento de la resistencia (debido a la mayor longitud de los cables de conexión) y el aumento de la inductancia (al aumentar el flujo magnético que enlaza el circuito). Si se trata de calcular las condiciones eléctricas en los extremos (fuente o carga), el aumento de resistencia e inductancia se puede asumir concentrado en un punto de los cables de conexión.

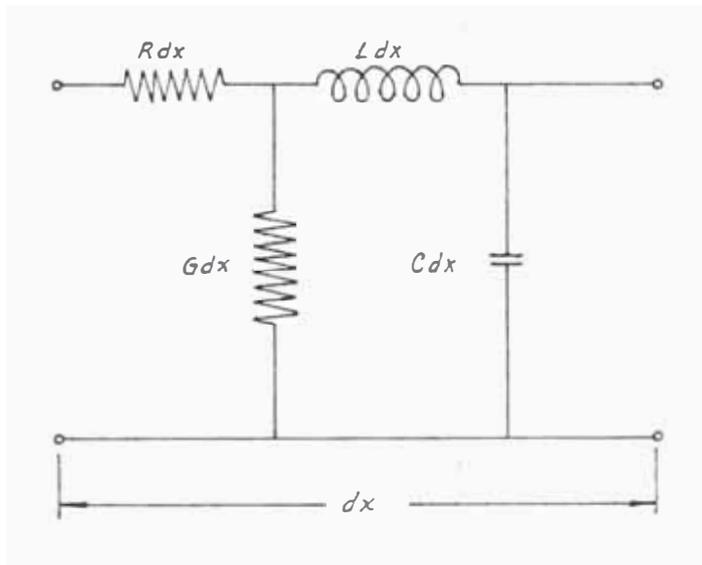
Si seguimos aumentando la distancia entre fuente y carga la situación se complica aún más. Las corrientes que fluyen entre fuente y carga difieren entre sí debido a "fugas" de corriente a través de la conductancia (del aire, aisladores y medio circundante) y la capacitancia (efecto del campo electrostático) entre conductores. Nuevamente habrá que decidir a qué distancia es importante este efecto para la precisión de nuestro análisis. Es obvio que llegará un momento en que nos veremos forzados a analizar un sistema en el cual la tensión y la corriente varían apreciablemente en el tiempo y a lo largo de las conexiones entre fuente y carga. Es en este momento en que nuestro circuito se convierte en una línea de transmisión.

Cuando un circuito eléctrico es tan extenso que no puede representarse adecuadamente como una combinación finita de elementos circuitales, puede ocurrir un retraso entre la imposición de un estímulo en un punto y la aparición de la respuesta en otro. Los dos puntos considerados se dice están unidos por una Línea de Transmisión.

Bajo tales condiciones los campos eletromagnéticos no son afectados por la misma línea y podemos

considerar a la inductancia y capacitancia directamente proporcionales a la longitud de la Línea; de esta manera podremos expresarla por unidad de longitud sin perder su significado físico.

En conclusión, un modelo matemático que represente adecuadamente el comportamiento físico de una línea de transmisión consta de cuatro parámetros fundamentales: la resistencia (R), la inductancia (L), la conductancia (G) y la capacitancia (C).



(Fig.# 2.1)

Estos cuatro parámetros fundamentales los podemos agrupar de la siguiente manera:

$$Z_{dx} = R_{dx} + j\omega L_{dx}$$

$$Y_{dx} = G_{dx} + j\omega C_{dx}$$

donde $\omega = 2\pi f$

f = frecuencia [Hz]

Z = impedancia específica

Y = admitancia específica

2.2 LA IMPEDANCIA

Para el cálculo de la impedancia podemos considerar los siguientes efectos:

- 1.- La resistencia del conductor considerando una distribución no uniforme de corriente en la sección transversal del conductor (R_c).
- 2.- La inductancia propia del conductor considerando solamente a los enlaces de flujo dentro de éste (L_c).
- 3.- La inductancia del conductor debido a la presencia de los otros conductores, esto es, los enlaces de flujo externos al propio conductor (L_g).
- 4.- La resistencia equivalente del camino de retorno por tierra (R_e).
- 5.- La inductancia debida a la corriente que fluye en el camino de retorno por tierra (L_e).

Siendo $X = \omega L$ y usando los subíndices correspondientes tendremos:

$$Z = (R_c + R_e) + j(X_g + X_c + X_e)$$

$$Z_c = R_c + jX_c$$

$$Z_e = R_e + jX_e$$

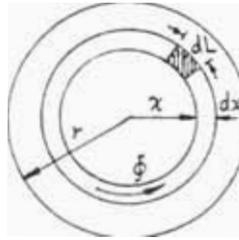
donde $Z_c =$ Impedancia propia del conductor considerando del efecto pelicular.

$X_g =$ Impedancia debido a los enlaces de flujo externos al conductor (geometría).

$Z_e =$ Impedancia debido a la corriente que retorna por tierra (Carson).

2.2.1 Cálculo de Z_c

Supongamos que el camino de retorno para la corriente en este conductor está lejos de él de manera que no afecte apreciablemente su campo magnético y las líneas de flujo sean concéntricas al conductor.



(Fig.# 2.2)

Aplicando la ley de Ampère:

$$\oint H \cdot dL = I$$

donde: H = Intensidad de campo magnético (ampère-vueltas/m).

L = distancia a lo largo del camino de integración (m).

I = corriente encerrada por el camino (amp.).

La intensidad del campo a una distancia x (H_x) es tangente a la trayectoria, luego:

$$H_x (2\pi x) = I_x \quad (2.1)$$

donde I_x es la corriente encerrada en el camino circular de radio x .

Despejando H_x obtenemos:

$$H_x = I_x / 2\pi x \quad (2.2)$$

Para calcular I_x trataremos de encontrar una función para la densidad de corriente J_x (Amp/m). La corriente se puede expresar en función de J_x .

$$I_x = \int_0^x 2\pi x J_x dx \quad (2.3)$$

$$H_x (2\pi x) = \int_0^x 2\pi x J_x dx \quad (2.4)$$

Derivando (2.4) con respecto a x tendremos

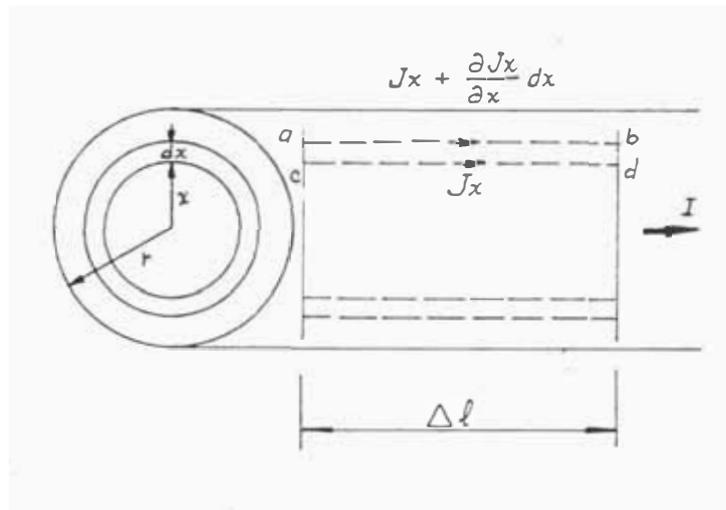
$$2\pi [(\partial H_x / \partial x) x + H_x] = 2\pi x J_x \quad (2.5)$$

Dividiendo entre $2\pi x$ se obtiene

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{H_x}{x} = J_x \quad (2.6)$$

H_x y J_x son variables dependientes de x . Debemos encontrar una relación entre H_x y J_x para obtener una Ecuación Diferencial cuya única variable sea J_x . Para esto apli-

caremos la segunda ley de Kirchhoff al camino abdc :



(Fig.# 2.3)

Esta caída de tensión tiene dos causas, una debido a la resistencia del conductor y la otra debido a la tensión inducida por la variación del flujo en el recinto abdc.

La caída de tensión será

$$\Delta V_r = [J_x + \frac{\partial J_x}{\partial x} dx - J_x] \rho \Delta l \quad (2.7)$$

donde ρ es la resistividad del conductor.

$$\Delta V_r = \rho \Delta l \frac{\partial J_x}{\partial x} dx \quad (2.8)$$

luego, considerando la variación de flujo

$$\rho \Delta l \frac{\partial J_x}{\partial x} dx - \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (2.9)$$

El flujo en la sección tubular considerada es

$$= B_m dS = B_m (\Delta l dx) = \mu H_m \Delta l dx$$

luego

$$\rho \Delta l \frac{\partial (J_m / \partial x)}{\partial t} - [\frac{\partial (\mu H_m \Delta l)}{\partial t}] dx = 0$$

Como se sabe, J_m y H_m son funciones implícitas del tiempo, además de ser dependientes de x , por lo tanto, antes de continuar es necesario escribir la ecuación en forma explícita.

Representaremos H_m por $H_m \exp(j\omega t)$, donde H_m es el valor eficaz de h_m y tomaremos la parte real de $H_m \exp(j\omega t)$; lo mismo es válido para J_m .

$$\rho \Delta l \frac{\partial (J_m / \partial x) \exp(j\omega t)}{\partial t} dx - \frac{\partial (\mu H_m \exp(j\omega t))}{\partial t} dx = 0$$

$$\rho \Delta l \frac{\partial (J_m / \partial x) \exp(j\omega t)}{\partial t} dx - j\omega \mu \exp(j\omega t) \Delta l dx = 0$$

Despejando H_m tendremos

$$\underline{\underline{H_m = -j(\rho/\omega\mu) \frac{\partial J_m}{\partial x}}} \quad (2.10)$$

Reemplazando H_x de (2.10) en (2.6)

$$-j(\rho/\omega\mu) \partial^2 J_x / \partial x^2 - j(\rho/\omega\mu) \partial J_x / \partial x = J_x$$

$$\partial^2 J_x / \partial x^2 + 1/x \partial J_x / \partial x + J_x = 0 \quad (2.11)$$

Como la única variable independiente es x , podemos reemplazar la ED (2.11) por una ecuación de segundo orden tal como:

$$d^2 J_x / dx^2 + 1/x dJ_x / dx + J_x = 0 \quad (2.12)$$

Esta ED tiene la forma de la ecuación de Bessel de orden cero cuya solución es la siguiente:

$$J_x = a_0 [\text{ber}(mx) + j \text{bei}(mx)] \quad (2.13)$$

donde

$$m = \sqrt{[\omega\mu/\rho]} \quad (2.14)$$

$$\text{ber}(mx) = 1 - (mx)^4/2^2 4^2 + (mx)^8/2^2 4^2 6^2 8^2 - \dots$$

$$\text{bei}(mx) = (mx)^2/2^2 - (mx)^6/2^2 4^2 6^2 + (mx)^{10}/2^2 4^2 6^2 8^2 10^2 - \dots$$

El coeficiente a_0 se puede determinar con las condiciones de borde de J_x .

Para $x=r$

$$J_r = a_0 [\text{bei}(mr) + j \text{ber}(mr)]$$

$$a_0 = J_r / [\text{ber}(mr) + j \text{bei}(mr)]$$

de donde

$$J_x = \frac{\text{ber}(mx) + j \text{bei}(mx)}{\text{ber}(mr) + j \text{bei}(mr)} \quad (2.15)$$

Ahora que ya tenemos una expresión para la densidad de corriente en cualquier punto del conductor, podemos calcular la impedancia Z_c que toma en cuenta el flujo interno y la resistencia propia del conductor.

Si seleccionamos un filamento en la superficie del conductor, este será afectado por el flujo externo mas no por el interno, luego, la caída de tensión en este elemento se deberá únicamente a su propia resistencia y podremos escribir:

$$V_c = \rho J_r$$

$$Z_c = V_c / I_r = \rho J_r / I_r \quad (2.16)$$

De las ecs (2.1), (2.10) y (2.14), para $x=r$

$$I_r = 2\pi r H_r \quad (2.17)$$

$$H_r = j/m^2 (\partial J_x / \partial x)_r \quad (2.18)$$

luego

$$H_r = - \frac{j J_r}{m^2} \frac{m[\text{bei}'(mr) - j \text{ber}'(mr)]}{\text{ber}(mr) + j \text{bei}(mr)} \quad (2.19)$$

donde

$$\text{bei}' = d/d(mx) [\text{bei}(mr)] = 1/m \, d/dx [\text{bei}(mx)]$$

$$\text{ber}' = d/d(mx) [\text{ber}(mr)] = 1/m \, d/dx [\text{ber}(mx)]$$

o lo que es lo mismo

$$\text{bei}' = mx/2 - (mx)^5/2^24^26 + \dots$$

$$\text{ber}' = -(mx)^3/2^24 + (mx)^7/2^24^26^28 - \dots$$

de (2.19) y (2.17) despejamos J_r

$$J_r = I_r \frac{m}{2\pi r^2} \frac{\text{ber}(mr) + j \text{bei}(mr)}{\text{bei}'(mr) - j \text{ber}'(mr)}$$

que al reemplazarla en (2.16) nos da

$$Z_c = \frac{\rho m}{2\pi r^2} \frac{\text{ber}(mr) + j \text{bei}(mr)}{\text{bei}'(mr) - j \text{ber}'(mr)} \quad (2.20)$$

El coeficiente mr (skin efect resistance ratio) puede expresarse en función de la resistencia de corriente continua R_0 .

$$R_0 = \rho/\pi r^2 \quad (2.21)$$

$$mr = \sqrt{[2f\mu/R_0]} \quad (2.22)$$

además el factor $\rho_m/2\pi r$ de la ecuación (2.20) también se puede escribir así

$$\begin{aligned} \frac{\rho_m r}{2\pi r^2} &= \frac{\rho}{\pi r^2} \frac{mr}{2} = \frac{R_o}{2}(mr) \\ &= \sqrt{[R_o f \mu / 2]} \end{aligned}$$

y finalmente la ec (2.20) quedará

$$Z_c = R_o \frac{mr}{2} \frac{\text{ber}(mr) + j \text{bei}(mr)}{\text{bei}'(mr) - j \text{ber}'(mr)} \quad (2.23)$$

De esta manera estamos considerando el efecto de la frecuencia en el modelo de nuestra línea de transmisión.

2.2.1.1 Efecto de la temperatura sobre la resistencia R_o

La resistencia R_o de un conductor varía con la temperatura en una forma aproximadamente lineal. Mientras que en los metales y muchas aleaciones aumenta con la temperatura, en el carbón y electrolitos varía inversamente.

Para condiciones usuales, la variación de la resistencia está dada por la siguiente ecuación:

$$R_{t_2} = R_{t_1} [1 + \alpha_{t_1} (t_2 - t_1)] \quad (2.24)$$

donde t_1 = Temp. inicial ($^{\circ}\text{C}$).

t_2 = Temp. final ($^{\circ}\text{C}$).

α_{t_1} = Coef. Temperatura-Resistencia.

Por lo general la temperatura de referencia t_1 es 20°C .

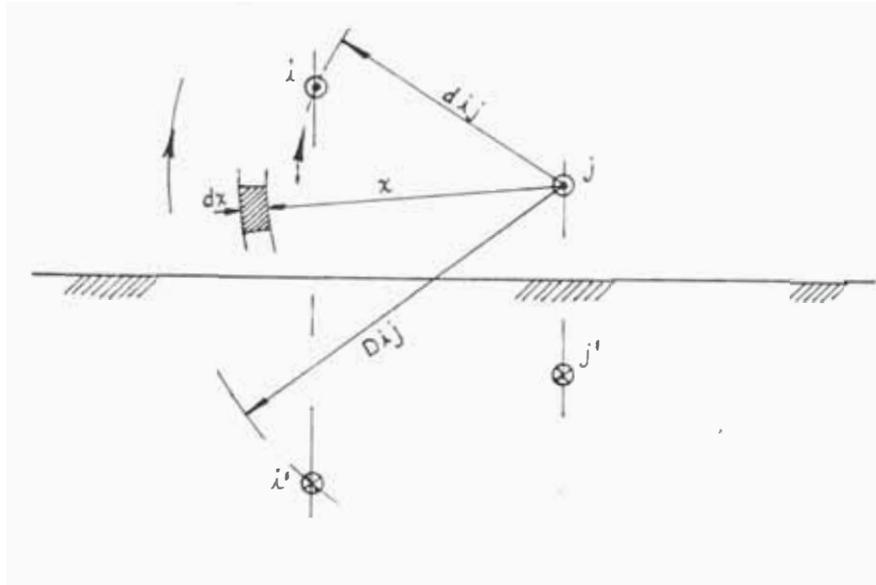
Los valores de α_{t_1} para diversos materiales se pueden encontrar en la Tabla 4-3, pp 4-9 de la Referencia [10].

2.2.2 Cálculo de X_g

La impedancia debida a los enlaces de flujo mutuo depende básicamente de la geometría de la línea. Para empezar derivaremos una expresión para calcular los enlaces de flujo entre dos puntos i, i' externos a un conductor j que lleva una corriente I_j .

De la ec (2.2) y sabiendo que la derivada del flujo magnético es igual a la permeabilidad del medio por la intensidad de campo magnético, tenemos que:

$$B_x = \mu I_j / 2\pi x \quad (2.25)$$



(Fig.# 2.4)

En el elemento tubular de ancho dx , el flujo por unidad de longitud es:

$$d\phi = (\mu I_j / 2\pi x) dx \quad (2.26)$$

Como estamos evaluando el flujo en una región exterior a j , los enlaces de flujo son iguales al flujo, luego:

$$d\psi = (\mu I_j / 2\pi x) dx \quad (2.27)$$

Integrando en la región i, i'

$$\psi_{i,i'} = \int_{d_{ij}}^{D_{ij}} (\mu I_j / 2\pi x) dx = (\mu / 2\pi) \ln(D_{ij} / d_{ij})$$

Se sabe también que

$$V = j\omega LI$$

$$Y = LI$$

entonces

$$V = j\omega\psi$$

$$X_g = j\omega\psi/I$$

por lo tanto

$$\text{-----}$$

$$X_{g_{1j}} = j\omega\mu/2\pi \ln(D_{1j}/d_{1j}) \quad (2.28)$$

$$\text{-----}$$

2.2.3 Cálculo de Ze

La contribución a la resistencia (Re) y reactancia (Xe) de una línea debida al camino de retorno por tierra (de la corriente) se puede calcular en base a las series infinitas de Carson [5]. Carson desarrolló su teoría basándose en las ecuaciones de Maxwell y algunos conceptos de la teoría de circuitos. La solución a estas ecuaciones se obtiene mediante el desarrollo en series llamadas series de Carson.

Se calculan matrices de corrección reales e imaginarias P y Q respectivamente, en función a dos parámetros r y θ tales que:

$$r_{i,j} = \sqrt{[\omega\mu/\rho]D_{i,j}}$$

$\theta_{i,j}$ = Arco que subtende el i -ésimo conductor con su imagen y la imagen del j -ésimo conductor.

donde

ρ = resistividad de tierra

$D_{i,j}$ = distancia entre el i -ésimo conductor y la imagen de j -ésimo conductor.

La matriz de corrección de Carson sería:

$$Z_e = R_e + jX_e$$

Cuando $r_{i,j} > 5$:

$$P_{i,j} = \frac{\cos\theta}{r\sqrt{2}} - \frac{\cos 2\theta}{r^2} + \frac{\cos 3\theta}{r^3\sqrt{2}} - \frac{3\cos 5\theta}{r^5\sqrt{2}} \quad (2.29)$$

$$Q_{i,j} = \frac{\cos\theta}{r\sqrt{2}} - \frac{\cos 3\theta}{r^3\sqrt{2}} + \frac{3\cos 5\theta}{r^5\sqrt{2}} \quad (2.30)$$

Cuando $r \leq 5$:

$$F_{1,j} = \frac{\pi}{8}(1-S_4) + \frac{1}{2} \log\left(\frac{2}{\gamma r}\right) S_2 + \frac{1}{2} \theta S_2' - \frac{\sigma_1}{\sqrt{2}} + \frac{\sigma_2}{2} - \frac{\sigma_3}{2} \quad (2.31)$$

$$Q_{1,j} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \log\left(\frac{2}{\gamma r}\right) (1-S_4) - \frac{\theta S_4}{2} + \frac{\sigma_1}{\sqrt{2}} + \frac{\sigma_3}{\sqrt{2}} - \frac{\sigma_4}{2} \quad (2.32)$$

donde γ es la constante de Euler (1.7811) y $S_2, S_2', S_4, S_4', \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ son las siguientes series infinitas

$$S_2 = \sum a_n \cos(4n+2)\theta$$

$$S_2' = \sum a_n \sin(4n+2)\theta$$

$$S_4 = \sum c_n \cos(4n+4)\theta$$

$$S_4' = \sum c_n \sin(4n+4)\theta$$

$$\sigma_1 = \sum e_n \cos(4n+1)\theta$$

$$\sigma_2 = \sum g_n (S_2)_n$$

$$\sigma_3 = \sum f_n (\cos(4n+3)\theta)$$

$$\sigma_4 = \sum h_n (S_4)_n$$

y

$$a_n = \frac{-a_{n-1}}{2n(2n+1)^2(2n+2)} \frac{r^4}{2^4}, \quad a_0 = \frac{r^2}{8}$$

$$c_n = \frac{-c_{n-1}}{(2n+1)(2n+1)^2(2n+3)} \frac{r^4}{2^4}, \quad c_0 = \frac{r^4}{192}$$

$$e_n = \frac{-e_{n-1}}{(4n-1)(4n+1)^2(4n+3)} r^4, \quad e_0 = \frac{r}{3}$$

$$f_n = \frac{-f_{n-1}}{(4n+1)(4n+3)^2(4n+5)} r^4, \quad f_0 = \frac{r^3}{45}$$

$$g_n = g_{n-1} + \frac{1}{4n} + \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} - \frac{1}{4n+4}$$

$$h_n = h_{n-1} + \frac{1}{4n+2} + \frac{1}{2n+2} + \frac{1}{2n+3} - \frac{1}{4n+6}$$

$$\text{siendo } g_0 = 5/4, \quad h_0 = 5/3$$

Actualmente existen teorías "exactas" basadas solo en las ecuaciones de Maxwell [19].

2.3 LA ADMITANCIA

Para el cálculo de la admitancia consideraremos las siguientes hipótesis:

- 1.- Debido a que la conductancia del aire es despreciable, Y no tendrá componente real.
- 2.- Los conductores se consideran como líneas rectas con una densidad de carga lineal uniforme.
- 3.- Los conductores y el plano de tierra se consideran como superficies equipotenciales.

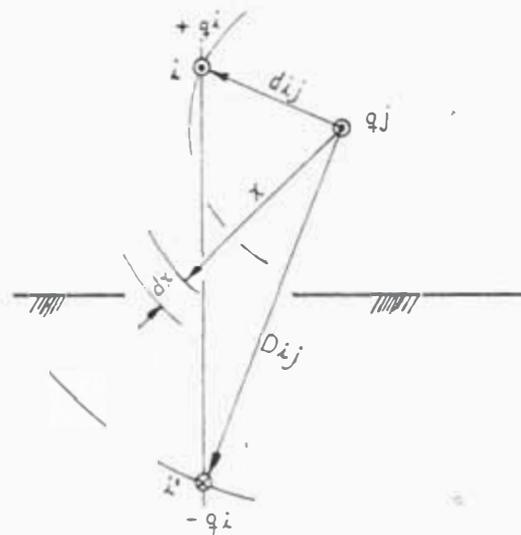
Aplicando la ley de Gauss, la densidad de flujo eléctrico (D) en un cilindro unitario de radio x que encierra una carga q será

$$D = q/(2\pi x)$$

Sabemos que $D = \epsilon E$, donde ϵ es la permitividad de medio y E la intensidad de campo eléctrico; luego

$$E = q / (2\pi\epsilon x)$$

(para el aire $\epsilon = \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ farad/m)



(Fig.# 2.5)

La diferencia de potencial entre dos puntos i, i' debido a la carga q_j , se calcula integrando la sgte. ecuación

$$V_{i,i'} = \int_{d_{i,j}}^{D_{i,j}} E \cdot dl \quad (2.33)$$

Escogemos un camino de integración apropiado que una las superficies equipotenciales que pasan por i' e i

$$V_{i,i'} = \int_{d_{i,j}}^{D_{i,j}} \frac{q_j}{2\pi\epsilon_0 x} dx = (q_j/2\pi\epsilon_0) \ln(D_{i,j}/d_{i,j})$$

La capacidad C se define como $C = Q/V$ donde Q es la carga unitaria y V la tensión, entonces, la capacitancia entre i e i' debido a la carga q_j será

$$C_{i,j} = 2\pi\epsilon_0 \ln(D_{i,j}/d_{i,j}) \quad (2.34)$$

Pero $Y = j\omega C$, entonces

$$Y_{i,j} = j 2\pi\omega\epsilon_0 [\ln(D_{i,j}/d_{i,j})]^{-1} \quad (2.35)$$

La presencia de tierra se toma en cuenta considerando cargas "imagen". Esta suposición es válida desde que hemos considerado el plano de tierra como una superficie equipotencial.

2.4 CALCULO DE LAS MATRICES B, Y y Z

Antes de continuar debe notarse que nuestro modelo no incluye el efecto corona pero sí considera el efecto de la no transposición de conductores y de las corrientes de retorno por tierra.

El cálculo de las matrices de Admitancias (Y) e Impedancias (Z) se hará según la siguiente secuencia [2]:

- 1.- Formar la matriz de coeficientes de potencial B (geometría de la línea)

$$B_{i,j} = \ln(D_{i,j}/d_{i,j})$$

donde

$D_{i,j}$ = Distancia entre el conductor i y la imagen del conductor j

$d_{i,j}$ = Distancia entre el conductor i y el j. Cuando $i=j$ $d_{i,j}$ es el radio del conductor.

- 2.- Calcular la matriz de admitancias Y

$$Y = j2\pi\omega\epsilon_0 B^{-1}$$

3.- Calcular la matriz de Impedancias Z

$$Z = Z_c + Z_g + Z_e$$

donde

$$Z_g = j\omega\mu_0/2\pi B$$

$$Z_c = \text{Diag}(Z_{c_i})$$

$$Z_e = (2\omega\mu/2\pi)P + j (2\omega\mu/2\pi)Q$$

donde P_{ij} y Q_{ij} se calculan con las ecuaciones (2.29) y (2.30) o (2.31) y (2.32) según el valor de r_{ij} .

4.- Calculo de Z e Y Modificada

Supongamos que tenemos p conductores de fase y q cables de guarda. Las matrices Y y Z serán de orden p+q. Sin embargo, podemos reducir Y y Z a matrices de orden p que incluyan el efecto de los q cables de guarda. Para esto hacemos que las tensiones en los cables de guarda sean cero y luego resolvemos las corrientes en estos y así reducimos la matriz.

Esto equivale a seguir el siguiente procedimiento:

4.1 - Invertir la matriz Z obtenida en el paso 3.

- 4.2 - Eliminar las últimas q filas y columnas (que corresponden a los cables de guarda).
- 4.3 - Volver a invertir esta matriz reducida, obteniendo así Z modificada.

Para obtener la matriz Y modificada simplemente eliminar las q últimas filas y columnas.

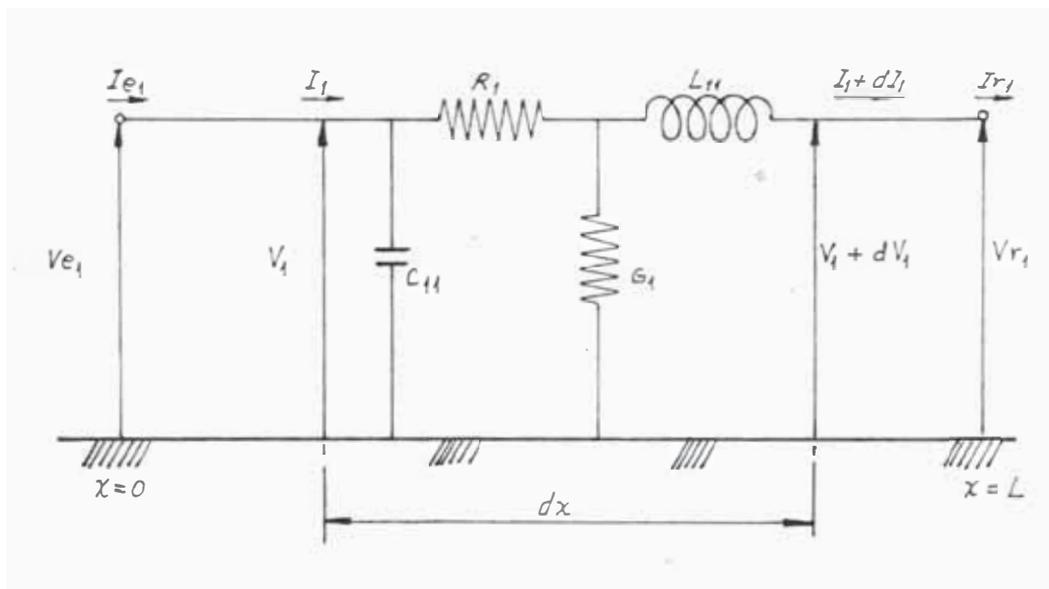
CAPITULO III

FORMAS DE DETERMINAR LOS PARAMETROS Y CONSTANTES DE UNA LINEA DE TRANSMISION

3.1 METODO CLASICO

El método clásico consiste en resolver analíticamente la ecuación diferencial de onda. Esto es posible en casos muy sencillos como demostraremos a continuación.

3.1.1 Caso de un solo conductor en presencia de un plano infinito de tierra.



(Fig.# 3.1)

3.1.1.1 La Ecuación de Onda:

En la Fig.# 3.1 se ha representado el equivalente monofásico de un sistema. Aplicando las leyes de Kirchhoff a una porción diferencial de línea, de longitud dx obtenemos dos ecuaciones:

$$V_1 - (V_1 + dV_1) = (R_1 + j\omega L_{11}) I_1 dx$$

$$I_1 - (I_1 + dI_1) = (G_1 + j\omega C_{11}) V_1 dx$$

Reemplazando $(R_1 + j\omega L_{11})$ por Z_{11} y $(G_1 + j\omega C_{11})$ por Y_{11} y reduciendo términos:

$$dV_1 = -Z_{11} I_1 dx \quad (3.1)$$

$$dI_1 = -Y_{11} V_1 dx \quad (3.2)$$

Derivando (3.1) con respecto a x y reemplazando el valor de dI_1 según (3.2) obtenemos

$$\frac{d^2 V_1}{dx^2} = Z_{11} Y_{11} V_1 \quad (3.3)$$

En forma análoga procedemos con la ec (3.2)

$$\frac{d^2 I_1}{dx^2} = Y_{11} Z_{11} I_1 \quad (3.4)$$

La solución de la ecuación (3.3) es directa

$$V_1 = A \exp(-\sqrt{[Z_{11} Y_{11}]x}) + B \exp(\sqrt{[Z_{11} Y_{11}]x}) \quad (3.5)$$

Las constantes A y B se determinan según las condiciones de contorno (por ejemplo la corriente y el voltaje en los extremos de envío y recepción).

3.1.1.2 La Constante de Propagación (γ):

La interpretación física de la ecuación (3.5) son dos ondas, una que viaja hacia "adelante" (de $x=0$ hacia $x=1$) llamada incidente y representada por $A \exp(-\sqrt{[Z_{11}Y_{11}]x})$ y otra que viaja hacia "atras", llamada onda reflejada, representada por $B \exp(\sqrt{[Z_{11}Y_{11}]x})$.

La constante de propagación se define como

$$\gamma = \sqrt{[Z_{11}Y_{11}]} \quad (3.6)$$

γ es un número complejo; la parte real (α) se llama Cte. de atenuación y la parte imaginaria (β) Cte. de fase.

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (3.7)$$

Reemplazando (3.7) en (3.5)

$$V_1 = A \exp(-\alpha_1 x) \exp(j\beta_1 x) + B \exp(+\alpha_1 x) \exp(j\beta_1 x)$$

El término $\exp(\alpha x)$ aumenta conforme lo hace x mientras que $\exp(-\alpha x)$ lo hace en forma

inversa. Es por esto que α recibe el nombre de Cte. de atenuación.

El término $\exp(\beta x)$, que es equivalente a $\cos(\beta x) + j\text{sen}(\beta x)$ tiene como magnitud siempre la unidad y su efecto es provocar un desfasaje de β grados por unidad de longitud en la onda que viaja por la línea.

3.1.1.3 La Impedancia Característica (Z_0):

La impedancia característica es la impedancia que debe existir en el extremo terminal de una línea para que no exista onda reflejada. Posteriormente se demostrará que:

$$Z_0 = \sqrt{[Z_{11}/Y_{11}]} \quad (3.8)$$

También podemos definirla como la impedancia de entrada de una línea infinita, en estado estable, con pérdidas.

3.1.1.4 Ecuación de Cuadrípulo:

Para poder establecer relación con el método matricial escribiremos la ec. (3.5) de la siguiente manera:

$$V_1 = S_1 [V_1^+ \exp(-\gamma_1 x) + V_1^- \exp(\gamma_1 x)] \quad (3.9)$$

V_1^+ , V_1^- y S_1 son constantes arbitrarias.

Si hacemos que:

$$V_1^e = V_1^{e+} \exp(-\gamma_1 x) + V_1^{e-} \exp(\gamma_1 x) \quad (3.10)$$

entonces la ecuación (3.9) será:

$$V_1 = S_1 V_1^e \quad (3.11)$$

Hacemos notar que si $V_1^{e+} \exp(-\gamma_1 x)$ representa la onda incidente y $V_1^{e-} \exp(\gamma_1 x)$ la reflejada; resulta natural la elección de V_1^{e+} y V_1^{e-} .

Para el cálculo de la corriente I_1 partimos de la ecuación (3.1) y despejamos I_1

$$I_1 = -1/Z_{11} dV_1/dx$$

Reemplazando V_1 por (3.9) y derivando obtenemos:

$$I_1 = -S_1 \gamma_1 / Z_{11} [V_1^{e+} \exp(-\gamma_1 x) + V_1^{e-} \exp(\gamma_1 x)]$$

pero

$$\gamma_1 / Z_{11} = \sqrt{[Z_{11} Y_{11} / Z_{11} Z_{11}]} = [Z_{11}^{-1}]^{-1/2}$$

y haciendo

$$V_1^e = V_1^{e+} \exp(-\gamma_1 x) - V_1^{e-} \exp(\gamma_1 x) \quad (3.12)$$

entonces

$$I_1 = (S_1/Z_1)V_1^{\pm} \quad (3.13)$$

Las constantes V_1^{\pm} y V_1^{\mp} se calculan imponiendo condiciones de contorno:

$$\begin{aligned} \text{para } x=0 & , \quad I=Ie_1 , \quad V=Ve_1 \quad (\text{envío}) \\ \text{para } x=l & , \quad I=Ir_1 , \quad V=Vr_1 \quad (\text{recepción}) \end{aligned}$$

Para recalcar la dependencia de x escribiremos I_{x_1} , V_{x_1} en vez de I_1 y V_1 . Reemplazando las condiciones de contorno en (3.11) y (3.13)

$$Ve_1 = S_1 [V_1^{\pm} + V_1^{\mp}] \quad (3.14)$$

$$Vr_1 = S_1 [V_1^{\pm} \exp(-\gamma_1 x) + V_1^{\mp} \exp(\gamma_1 x)] \quad (3.15)$$

$$Ie_1 = S_1/Z_1 [V_1^{\pm} + V_1^{\mp}] \quad (3.16)$$

$$Ir_1 = S_1/Z_1 [V_1^{\pm} \exp(-\gamma_1 x) + V_1^{\mp} \exp(\gamma_1 x)] \quad (3.17)$$

La tensión y la corriente se pueden expresar en función de estos cuatro parámetros. La ecuación de cuadripolos se obtiene a partir de éstas.

Teniendo presente que

$$\cosh(\gamma x) = \frac{1}{2} [\exp(-\gamma x) + \exp(\gamma x)]$$

$$\sinh(\gamma x) = \frac{1}{2} [\exp(-\gamma x) - \exp(\gamma x)]$$

podemos escribir

$$V_{r_1} = V_{e_1} \cosh(\gamma_1 r) - I_{e_1} Z_i \sinh(\gamma_1 r) \quad (3.18)$$

$$I_{r_1} = -(V_{e_1}/Z_i) \sinh(\gamma_1 r) + I_{e_1} \cosh(\gamma_1 r) \quad (3.19)$$

Las ecs. (3.18) y (3.19) las podemos escribir para una distancia x cualquiera del extremo de envío.

- En función de la tensión y corriente en el extremo de envío

$$V_{x_1} = V_{e_1} \cosh(\gamma_1 x) - I_{e_1} Z_i \sinh(\gamma_1 x) \quad (3.20)$$

$$I_{x_1} = -(V_{e_1}/Z_i) \sinh(\gamma_1 x) + I_{e_1} \cosh(\gamma_1 x) \quad (3.21)$$

- En función de la tensión y corriente en el extremo receptor

$$V_{x_1} = V_{e_1} \cosh \gamma_1 (1-x) - I_{e_1} Z_i \sinh \gamma_1 (1-x) \quad (3.21)$$

$$I_{x_1} = (V_{e_1}/Z_i) \sinh \gamma_1 (1-x) + I_{e_1} \cosh \gamma_1 (1-x) \quad (3.22)$$

3.1.1.5 El Factor de Reflexión (K):

Las ondas incidente y reflejada se pueden relacionar de una manera muy simple a través del factor de reflexión. Para esto definimos primeramente la impedancia terminal

$$Z_1^T = V_{r1} / I_{r1}$$

Despejamos V_{r1} de la ecuación anterior y reemplazamos V_{r1} e I_{r1} por (3.15) y (3.17)

$$V_1^{e+} \exp(-\gamma_1 l) + V_1^{e-} \exp(\gamma_1 l) \\ - (Z_1^T / Z_i) V_1^{e+} \exp(-\gamma_1 l) - (Z_1^T / Z_i) V_1^{e-} \exp(\gamma_1 l)$$

luego

$$V_1^{e+} \exp(-\gamma_1 l) (Z_1^T / Z_i - 1) = V_1^{e-} \exp(\gamma_1 l) (1 + Z_1^T / Z_i)$$

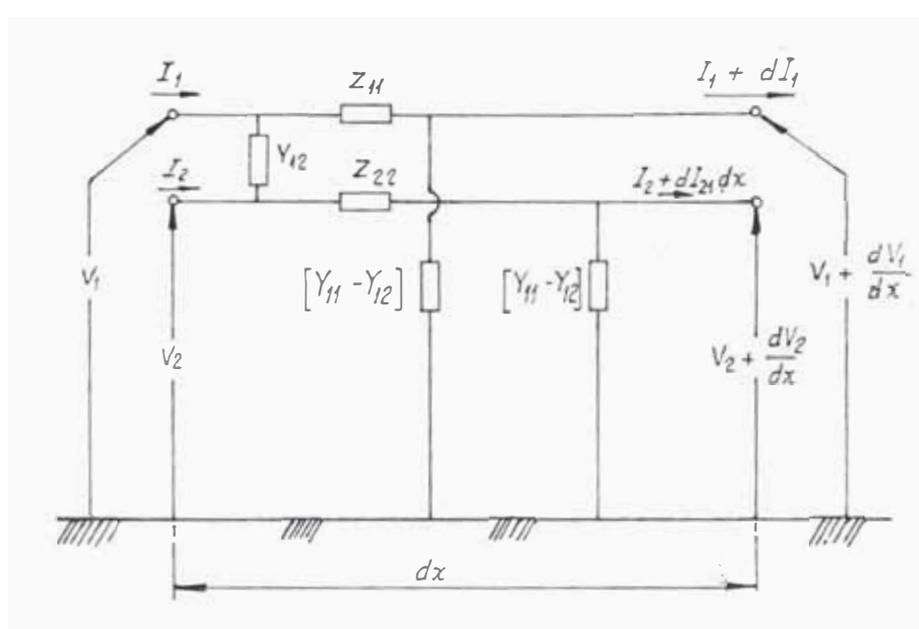
$$K = [Z_1^T - Z_i] / [Z_1^T + Z_i]$$

El factor de reflexión K representa la relación entre las ondas incidente y reflejada. Si $K=0$, tendremos el caso en que no se refleja ninguna onda; la impedancia Z_r sería igual a Z_i , o dicho de otro modo la impedancia característica Z_i es aquella que debe existir en los terminales de una línea para que no se reflejen ondas de tensión y corriente.

3.1.2 Caso 2: Dos conductores en presencia de un plano infinito de tierra:

3.1.2.1 La Ecuación de Onda:

Al aplicar las leyes de Kirchhoff al circuito mostrado en la Fig.# 3.2 obtenemos:



(Fig.# 3.2)

$$-dV_1/dx = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \quad (3.25)$$

$$-dV_2/dx = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \quad (3.26)$$

$$-dI_1/dx = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 \quad (3.27)$$

$$-dI_2/dx = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \quad (3.28)$$

Para abreviar la notación, usaremos para la derivada d/dx el operador D .

Derivando (3.25) y reemplazando las ecs. (3.27) y (3.28) en esta.

$$D^2V_1 = Z_{11}(Y_{11}V_1 - Y_{12}V_2) + Z_{12}(-Y_{21} + Y_{22})$$

$$D^2V_1 = [Z_{11}Y_{11} + Z_{12}(-Y_{21})]V_1 + [Z_{11}(-Y_{12}) + Z_{12}Y_{22}]V_2$$

$$D^2V_1 = P_{11}V_1 + P_{12}V_2 \quad (3.29)$$

$$\text{donde } P_{11} = Z_{11}Y_{11} + Z_{12}(-Y_{21})$$

$$P_{12} = Z_{11}(-Y_{12}) + Z_{12}Y_{22}$$

Análogamente para la ec. (3.26) tendremos

$$D^2V_2 = P_{21}V_1 + P_{22}V_2 \quad (3.30)$$

$$\text{donde } P_{21} = Z_{21}Y_{11} + Z_{22}(-Y_{21})$$

$$P_{22} = Z_{21}(-Y_{12}) + Z_{22}Y_{22}$$

Si siguiendo el mismo procedimiento para las ecs (3.27) y (3.28) obtenemos

$$D^2I_1 = Q_{11}I_1 + Q_{12}I_2 \quad (3.31)$$

$$D^2I_2 = Q_{21}I_1 + Q_{22}I_2 \quad (3.32)$$

$$\text{donde } Q_{11} = Y_{11}Z_{11} + (-Y_{12})Z_{21}$$

$$Q_{12} = Y_{11}Z_{12} + (-Y_{12})Z_{22}$$

$$Q_{21} = (-Y_{21})Z_{12} + Y_{22}Z_{21}$$

$$Q_{22} = (-Y_{21})Z_{12} + Y_{22}Z_{22}$$

3.1.2.2 Las Constantes de Propagación (γ):

Las ecs. (3.29) y (3.30) se pueden escribir:

$$(D^2 - P_{11})V_1 - P_{12}V_2 = 0 \quad (3.33)$$

$$-P_{21}V_1 + (D^2 - P_{22})V_2 = 0 \quad (3.34)$$

Combinando (3.33) y (3.34) para obtener una ecuación en función de V_1

$$[D^4 - (P_{11} + P_{22})D^2 + (P_{11}P_{22} - P_{12}P_{21})]V_1 = 0$$

Factorizándola a la forma $(D^2 - A)(D^2 - B)$

$$A + B = P_{11} + P_{22}$$

$$AB = P_{11}P_{22} - P_{12}P_{21}$$

resolviendo el sistema

$$A = \frac{1}{2}[(P_{11} + P_{22}) + \sqrt{(P_{11} - P_{22})^2 + 4P_{12}P_{21}}]$$

$$B = \frac{1}{2}[(P_{11} + P_{22}) - \sqrt{(P_{11} - P_{22})^2 + 4P_{12}P_{21}}]$$

Haciendo $\gamma_1^2 = A$, $\gamma_2^2 = B$, podemos reescribir la ecuación (3.35) factorizada

$$(D^2 - \gamma_1^2)(D^2 - \gamma_2^2)V_1 = 0 \quad (3.36)$$

$$\gamma_1^2 = \frac{1}{2}[(P_{11} + P_{22}) + \sqrt{(P_{11} - P_{22})^2 + 4P_{12}P_{21}}] \quad (3.37)$$

$$\gamma_2^2 = \frac{1}{2}[(P_{11} + P_{22}) - \sqrt{(P_{11} - P_{22})^2 + 4P_{12}P_{21}}] \quad (3.38)$$

γ_1 y γ_2 serían las constantes de propagación correspondientes.

La solución de la ec (3.36) será la suma de las soluciones de:

$$(D - \gamma_1^2)V_1^c = 0$$

y $(D - \gamma_2^2)V_2^c = 0.$

Como se dijo anteriormente; la solución buscada es de la forma

$$V_1 = S_{11}[V_1^{c+} \exp(-\gamma_1 x) + V_1^{c-} \exp(\gamma_1 x)] + S_{12}[V_2^{c+} \exp(-\gamma_2 x) + V_2^{c-} \exp(\gamma_2 x)] \quad (3.39)$$

donde $V_1^{c+}, V_1^{c-}, V_2^{c+}, V_2^{c-}, S_{11}$ y S_{12} son constantes arbitrarias que dependen de las condiciones de borde del sistema.

Análogamente

$$V_2 = S_{21}[V_1^{c+} \exp(-\gamma_1 x) + V_1^{c-} \exp(\gamma_1 x)] + S_{22}[V_2^{c+} \exp(-\gamma_2 x) + V_2^{c-} \exp(\gamma_2 x)] \quad (3.40)$$

Usando la relación propuesta en (3.10) podemos reescribir (3.39) y (3.40) así

$$V_1 = S_{11}V_1^c + S_{12}V_2^c \quad (3.41)$$

$$V_2 = S_{21}V_1^c + S_{22}V_2^c \quad (3.42)$$

Para el cálculo de las corrientes, primero despejamos I_1 de las ecs (3.25) y (3.26)

$$I_1 = (-Z_{22}DV_1 + Z_{12}DV_2) / (Z_{11}Z_{22} - Z_{21}Z_{12})$$

De la misma manera lo hacemos para I_2

$$I_2 = (-Z_{11}DV_2 + Z_{21}DV_1) / (Z_{11}Z_{22} - Z_{21}Z_{12})$$

Ahora derivamos las ecs (3.41) y (3.42)

$$DV_1 = -S_{11}\gamma_1\underline{V}_1^e - S_{12}\gamma_2\underline{V}_2^e$$

$$DV_2 = -S_{21}\gamma_1\underline{V}_1^e - S_{22}\gamma_2\underline{V}_2^e$$

Reemplazando en las ecs. anteriores y reduciendo obtenemos para I_1 e I_2

$$I_1 = [\gamma_1 (S_{11}Z_{22} - S_{21}Z_{12})\underline{V}_1^e + \gamma_2 (S_{12}Z_{22} - S_{22}Z_{12})\underline{V}_2^e] / \det Z \quad (3.43)$$

$$I_2 = [\gamma_1 (S_{21}Z_{11} - S_{11}Z_{12})\underline{V}_1^e + \gamma_2 (S_{22}Z_{11} - S_{12}Z_{12})\underline{V}_2^e] / \det Z \quad (3.44)$$

$$\text{donde } \det Z = Z_{11}Z_{22} - Z_{21}Z_{12}$$

Hablaremos ahora de las constantes S_{ij} .
De la ec (3.33) despejamos V_2

$$V_2 = (D^2 - P_{11})V_1 / P_{12} = D^2V_1 / P_{12} - P_{11}V_1 / P_{12}$$

En esta última expresión reemp. V_1 por (3.41) y después de derivar tendremos:

$$V_2 = S_{11}(\gamma_1^2 - P_{11})V_1^E / P_{12} + S_{12}(\gamma_2^2 - P_{11})V_2^E / P_{12}$$

Comparando esta última ecuación con (3.42) llegamos a la conclusión que

$$S_{21} = S_{11}(\gamma_1^2 - P_{11}) / P_{12} \quad (3.45)$$

$$S_{22} = S_{12}(\gamma_2^2 - P_{11}) / P_{12} \quad (3.46)$$

y si reemplazamos γ_1^2 y γ_2^2 por (3.37) y (3.38)

$$S_{21} / S_{11} = 1/2 P_{12} * [(P_{22} - P_{11}) + \sqrt{(P_{11} - P_{22})^2 + 4P_{12}P_{21}}]$$

$$S_{22} / S_{12} = 1/2 P_{12} * [(P_{22} - P_{11}) - \sqrt{(P_{11} - P_{22})^2 + 4P_{12}P_{21}}]$$

Las ecs (3.43) y (3.44) las podemos escribir así

$$I_1^c = \frac{V_1^c}{Z_{11}^c} - \frac{V_2^c}{Z_{12}^c}$$

$$I_2^c = \frac{V_1^c}{Z_{21}^c} - \frac{V_2^c}{Z_{22}^c}$$

donde

$$Z_{11}^c = \det Z / \gamma_1 [Z_{22} - S_{21} Z_{12} / S_{11}]$$

$$Z_{12}^c = \det Z / \gamma_2 [S_{12} Z_{22} / S_{11} - Z_{12}]$$

$$Z_{21}^c = \det Z / \gamma_1 [S_{21} Z_{11} / S_{11} - Z_{12}]$$

$$Z_{22}^c = \det Z / \gamma_2 [Z_{11} - S_{12} Z_{12} / S_{22}]$$

Cada una de estas impedancias relacionan la tensión y corriente de un tipo de componente particular y son constantes que dependen solamente de los parámetros del sistema.

3.2 METODO MODAL

El método matricial (o modal)[1] consiste en aplicar una transformación lineal adecuada a las variables V e I de manera que la matriz ZY transformada sea diagonal, para que la solución de la ecuación $D^2V=[ZY]V$ sea directa.

3.2.1 Caso de 2 conductores en presencia de un plano infinito de tierra

A partir de ahora nuestras variables serán matriciales, esto es V se refiere a la matriz de tensiones. Las ecs (3.25) (3.27) se pueden escribir así

$$DV = - ZI \quad (3.47)$$

$$DI = - YV \quad (3.48)$$

Las ecs (3.29) a (3.32) se resumen en

$$D^2V = ZYV = PV \quad (3.49)$$

$$D^2I = YZI = P_t I \quad (3.50)$$

V e I son matrices columna correspondientes a las tensiones y corrientes en cada fase. Z e Y son matrices cuadradas, siendo los elementos de la entrada i,j la impedancia o admitancia mútua entre las fases i y j . Los elementos de la matriz P , que también es cuadrada serán

$$P_{ij} = \sum_{k=1} Z_{ik} Y_{kj}$$

Aplicamos una transformación lineal $T: V \rightarrow V^c$ y escribimos

$$V = SV^c \quad (3.51)$$

Luego, sustituyendo en (3.49)

$$D^2V^c = S^{-1}PSV^c$$

Se escoge S de manera que $S^{-1}PS$ sea diagonal

$$\gamma = S^{-1}PS \quad (3.52)$$

$$D^2V^c = \gamma^2V^c \quad (3.53)$$

En forma explícita

$$\begin{vmatrix} dV_1^c/dx \\ dV_2^c/dx \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \gamma_1^2 & 0 \\ 0 & \gamma_2^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_1^c \\ V_2^c \end{vmatrix}$$

La solución a estas ecuaciones es directa

$$V_1^c = A \exp(-\gamma_1 x) + B \exp(\gamma_1 x)$$

$$V_2^c = C \exp(-\gamma_2 x) + E \exp(\gamma_2 x)$$

Ahora hallaremos los valores de S para que γ^2 sea diagonal. De la ecuación (3.52)

$$PS - \gamma^2S = [P - \gamma^2]S = 0$$

Expandiendo estas matrices

$$\begin{vmatrix} (P_{11}-\gamma_1^2)S_{11}+P_{12}S_{22} & (P_{11}-\gamma_2^2)S_{12}-P_{12}S_{22} \\ P_{21}S_{11}+(P_{22}-\gamma_1^2)S_{21} & P_{12}S_{12}+(P_{22}-\gamma_2^2)S_{22} \end{vmatrix} = 0 \quad (3.54)$$

Para que se cumpla la ecuación anterior, es necesario que c/u de las columnas de esta matriz sea cero.

Tomando la primera

$$(P_{11}-\gamma_1^2)S_{11}+P_{12}S_{22} = 0 \quad (3.55)$$

$$P_{21}S_{11}+(P_{22}-\gamma_1^2)S_{21} = 0 \quad (3.56)$$

o en forma matricial

$$\begin{vmatrix} (P_{11}-\gamma_1^2) & P_{12} \\ P_{21} & (P_{22}-\gamma_1^2) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_{11} \\ S_{21} \end{vmatrix} = 0$$

Para que el sistema tenga solución no trivial es necesario que el determinante de la matriz de coeficientes sea cero, esto es:

$$(P_{11}-\gamma_1^2)(P_{22}-\gamma_1^2) - P_{21}P_{12} = 0$$

Esta condición también deberá cumplirse para los elementos de la 2^{da} columna de S. De manera general, para que (3.54) tenga solución no trivial debe cumplirse

$$\det(P - \gamma) = 0 \quad (3.57)$$

Expandiendo (3.57), tendremos

$$(P_{11}-\gamma^2)(P_{22}-\gamma^2) - P_{12}P_{21} = 0$$

entonces

$$\begin{aligned} \gamma_1^2 &= 1/2 \{ (P_{11}+P_{22}) + \sqrt{[(P_{11}-P_{22})^2+4P_{12}P_{21}]} \} \\ \gamma_2^2 &= 1/2 \{ (P_{11}+P_{22}) - \sqrt{[(P_{11}-P_{22})^2+4P_{12}P_{21}]} \} \end{aligned}$$

Este resultado coincide exactamente con la ecs (3.37) y (3.38)

El razonamiento anterior puede generalizarse a n fases, en cuyo caso la ec (3.55) daría un polinomio de grado n, el cual se resuelve para c/u de los n valores de γ^2 .

Los valores de S pueden calcularse directamente columna por columna. Por ejemplo, resolviendo (3.55)

$$S_{21} = - (P_{11}-\gamma_1^2)S_{11}/P_{12}$$

Como (3.55) y (3.56) son dependientes, será necesario dar un valor a priori a S_{11} o S_{12} .

De manera similar

$$S_{12} = - (P_{22}-\gamma_2^2)S_{22}/P_{21}$$

Estos valores son idénticos a los obtenidos con el método clásico, ecs (3.45) y (3.46). Es importante recalcar que este resultado es válido para cualquier número de fases.

Una vez obtenidos los n valores de γ^2 , se calculan los elementos de S columna por

columna, siendo siempre necesario especificar uno de ellos arbitrariamente, debido al carácter dependiente de las ecuaciones. Finalmente, conocidos S y V^c podremos hallar V .

Según la ecuación (3.51)

$$\begin{vmatrix} V_1 \\ V_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A \exp(-\gamma_1 x) + B \exp(\gamma_1 x) \\ C \exp(-\gamma_2 x) + E \exp(\gamma_2 x) \end{vmatrix}$$

Este resultado coincide con el de la sección anterior si $A=V_1^{c+}$, $B=V_1^{c-}$, $C=V_2^{c+}$, $E=V_2^{c-}$.

3.2.2 Caso General de n conductores

Las ecuaciones diferenciales de segundo orden que relacionan voltajes y corrientes

$$D^2 V = P V$$

$$D^2 I = P_c I$$

están relacionadas a componentes de tensión y corriente mediante las transformaciones lineales

$$V = S V^c \quad (3.60)$$

$$I = Q I^c \quad (3.61)$$

Sustituyendo (3.60) y (3.61) en (3.58) y (3.59)

$$D^2V^c = \gamma^2 V^c \quad (3.62)$$

$$D^2I^c = \gamma'^2 I^c \quad (3.63)$$

donde $\gamma^2 = S^{-1}PS$ (3.64)

$$\gamma'^2 = Q^{-1}P_tQ \quad (3.65)$$

Escogiendo S y Q de manera que γ^2 y γ'^2 sean diagonales, se determina γ^2 y γ'^2 y luego se resuelve (3.62) y (3.63), dando para el voltaje

$$V_1^c = \exp(-\gamma x) V^{c+} + \exp(\gamma x) V^{c-} \quad (3.66)$$

Las corrientes se resuelven de manera similar.

El problema de hallar una matriz S tal que cumpla (3.64) es equivalente a hallar los valores propios de la matriz P ; los valores propios de P conformarán la matriz diagonal γ^2 . Esto se escribe en forma matemática:

$$(P - \gamma^2)S = 0 \quad (3.67)$$

o también

$$(P - \gamma_1^2)S_1 = 0 \quad (3.68)$$

donde S_i representa la i -ésima columna de S .

Como señalamos anteriormente, para que este sistema tenga soluciones no triviales

$$\det(P - \gamma_i^2) = 0 \quad (3.69)$$

De manera similar para Q debe cumplirse

$$\det(P_t - \gamma_i^2) = 0$$

Como γ'^2 es diagonal

$$P_t - \gamma'^2 = (P - \gamma'^2)_t$$

y como el determinante de una matriz es igual al de su transpuesta

$$\det(P - \gamma^2) = \det(P - \gamma'^2) \quad (3.70)$$

De aquí podemos concluir que $\gamma^2 = \gamma'^2$ y que en realidad γ^2 representa los coeficientes de propagación de cada componente.

La ecuación (3.63) nos lleva al polinomio característico de P , cuyo grado n será igual al número de conductores de la línea. Resolviendo este polinomio obtenemos los n elementos de γ^2 .

Cada uno de estos elementos (valores propios) está asociado un vector (vector propio) según las ecuaciones

$$(P - \gamma_i^2)S_i = 0$$

y

$$(P_t - \gamma_i^2)Q_i = 0$$

Cada una de las columnas de S_1 estará conformada por el vector propio correspondiente a λ_1^2 , y como se dijo anteriormente, habrá que especificar uno de los elementos de S_1 y resolver el resto en función de éste. Lo mismo es válido para Q .

3.2.2.1 Impedancia y Admitancia de Componentes

La matriz Z^c que relaciona las componentes de corriente y tensión se halla de la siguiente manera:

Sean las matrices diagonales

$$D_z = S^{-1} Z S \quad (3.71)$$

$$D_y = Q^{-1} Y Q \quad (3.72)$$

Entonces se cumple que

$$D V^c = -D_z I^c$$

$$-\gamma V^c = -D_z I^c$$

$$V^c = \gamma^{-1} D_z I^c$$

$$\text{-----} \\ V^c = Z^c I^c \quad (3.73) \\ \text{-----}$$

donde

$$\text{-----} \\ Z^c = \gamma^{-1} D_z = \gamma^{-1} S^{-1} Z Q \quad (3.74) \\ \text{-----}$$

Nótese que Z^e es diagonal, ya que γ y D_z también lo son.

Podemos seguir el mismo procedimiento para hallar Y^e ; de la ec (3.72)

$$DI^e = -D_y V^e$$

$$-\gamma I^e = -D_y V^e$$

$$I^e = \gamma^{-1} D_y V^e$$

$$\underline{I^e = Y^e V^e} \quad (3.75)$$

donde

$$\underline{Y^e = \gamma^{-1} D_y = \gamma^{-1} Q^{-1} Y S} \quad (3.76)$$

Esta matriz también es diagonal, por lo tanto cada componente de tensión actúa solamente sobre su correspondiente componente de corriente y viceversa.

3.2.2.2 Factor de Reflexión e Impedancia Característica

Sea una línea de transmisión por la cual viaja una onda desde el extremo transmisor ($x=0$) hacia el extremo receptor ($x=r$).

Según las ecuaciones (3.60), (3.61), (3.66) y (3.73)

$$\begin{aligned} V(r) &= SV^e(r) \\ &= SZ^e I^e(r) \end{aligned}$$

$$I(r) = QI^e(r)$$

En el extremo receptor

$$V(r) = Z^r I(r)$$

entonces

$$\begin{aligned} SV^e(r) &= Z^r QI^e(r) \\ S[Z^e I^e(r)] &= Z^r QI^e(r) \\ S[Z^e Q^{-1} I^e(r)] &= Z^r I^e(r) \\ SZ^e Q^{-1} [\exp(-\gamma r) I^{e+} - \exp(\gamma r) I^{e-}] \\ &= Z^r [\exp(-\gamma r) I^{e+} + \exp(\gamma r) I^{e-}] \end{aligned}$$

Separando las componentes incidentes y reflejadas

$$\begin{aligned} (SZ^e Q^{-1} - Z^r) \exp(-\gamma r) I^{e+} \\ = (SZ^e Q^{-1} + Z^r) \exp(\gamma r) I^{e-} \end{aligned}$$

Luego

$$\exp(\gamma r) I^{e-} = -K \exp(-\gamma r) I^{e+}$$

donde

$$K = \frac{[Z^r - Z^e][Z^r + Z^e]^{-1}}{\quad} \quad (3.77)$$

$$\underline{\underline{Z^{\circ} = SZ^{\circ}Q^{-1}}} \quad (3.78)$$

K es el factor de reflexión, el cual relaciona las ondas incidentes y reflejadas.

Z° es la impedancia característica, esto es, la impedancia que presentaría una línea para que no existan ondas reflejadas (el factor de reflexión es cero), lo cual es equivalente a la impedancia de una línea con pérdidas, de longitud infinita.

La ec (3.16) se puede escribir en función de Z basándonos en la ec (3.74)

$$\underline{\underline{Z^{\circ} = [S^{\dagger}]^{-1} S^{-1} Z}} \quad (3.79)$$

La matriz Z° es simétrica. Esto se demuestra tomando la transpuesta a (3.78)

$$Z_{\dagger}^{\circ} = Q_{\dagger}^{-1} [Z^{\circ}]_{\dagger} S_{\dagger} = Q_{\dagger}^{-1} Z^{\circ} S_{\dagger}$$

$[Z^{\circ}]_{\dagger} = Z^{\circ}$ ya que Z° es diagonal.

Si escogemos Q de modo que $Q_{\dagger} S = I$, entonces

$$Q_{\dagger}^{-1} = SI$$

$$S_{\dagger} = QI$$

luego

$$Z_{\xi}^{\circ} = SIZ^{\circ}IQ^{-1}$$

$$Z_{\xi}^{\circ} = SZ^{\circ}Q^{-1}$$

Esta ecuación es idéntica a la ec (3.78), por lo tanto $Z^{\circ} = Z_{\xi}^{\circ}$, lo cual demuestra su simetría.

3.2.2.3 Admitancia Característica

Si repetimos el procedimiento anterior para las tensiones en lugar de las corrientes tendremos

$$I(r) = Y^r V(r)$$

$$QI^{\circ}(r) = Y^r S V^{\circ}(r)$$

también

$$\underline{V}^{\circ}(r) = Z^{\circ} I^{\circ}(r)$$

$$I^{\circ}(r) = [Z^{\circ}]^{-1} \underline{V}^{\circ}(r)$$

luego

$$QZ^{\circ-1}V^{\circ}(r) = Y^r S V^{\circ}(r)$$

$$QZ^{\circ-1}S^{-1}V^{\circ}(r) = Y^r V^{\circ}(r)$$

como

$$\exp(\gamma r) V^{\circ-} = K \exp(-\gamma r) V^{\circ+}$$

$$K = [QZ^{\circ-1}S^{-1} - Y^r][QZ^{\circ-1}S^{-1} + Y^r]^{-1}$$

Cuando el factor de reflexión sea cero, la admitancia terminal Y^o será igual a la admitancia característica, luego

$$\begin{aligned} Y^o &= QZ^{-1}S^{-1} \\ Y^o &= [SZ^{-1}Q^{-1}]^{-1} \\ Y^o &= [Z^o]^{-1} \end{aligned}$$

y de (3.79)

$$\underline{\underline{Y^o = Z^{-1}S\Gamma S^{-1}}} \quad (3.80)$$

3.2.2.4 Constante de Propagación

Como ya se ha visto en (3.64), los valores propios de la matriz $P(\lambda)$ están relacionados con las constantes de propagación (γ) por la ecuación $S^{-1}PS = \lambda = \gamma^2$, luego

$$\gamma = \sqrt{\lambda} \quad (3.81)$$

Esto quiere decir que las ctes. de propagación se calculan sacando la raíz cuadrada a c/u de los valores propios de P . Además, γ_i es un número complejo de la forma

$$\gamma_i = \alpha_i + j\beta_i \quad (3.82)$$

donde α_i es la cte. de atenuación y β_i la cte. de velocidad del i -ésimo modo.

La velocidad de propagación u_1 está dada por

$$\frac{u_1}{\omega} = \frac{1}{\beta_1} \quad (3.83)$$

donde ω es la frecuencia angular.

3.2.2.5 Ecuaciones de Cuadripolo

Según (3.51) y (3.47)

$$\begin{aligned} V &= SV^e \\ DV &= -ZI \end{aligned}$$

entonces

$$SDV^e = -ZI$$

$$-S\gamma V^e = -ZI$$

$$I = Z^{-1}S\gamma(S^{-1}S)V^e$$

$$I = Y^e S V^e$$

luego, para una distancia x del extremo de envío tendremos que

$$V_x = S[\exp(-\gamma x)V^{e+} + \exp(\gamma x)V^{e-}] \quad (3.84)$$

$$I_x = Y^e S[\exp(-\gamma x)V^{e+} - \exp(\gamma x)V^{e-}] \quad (3.85)$$

Las condiciones en los extremos serán:

para $x=0$:

$$V_e = S[V^{e+} + V^{e-}]$$

$$I_e = Y \cdot S[V^{e+} - V^{e-}]$$

despejando V^{e+} y V^{e-}

$$V^{e+} = \frac{1}{2}[S^{-1}V_e + S^{-1}Z \cdot I_e] \quad (3.86)$$

$$V^{e-} = \frac{1}{2}[S^{-1}V_e - S^{-1}Z \cdot I_e] \quad (3.87)$$

para $x=1$:

$$V_r = S[\exp(-\gamma l)V^{e+} + \exp(\gamma l)V^{e-}] \quad (3.88)$$

$$Y_r = Y \cdot S[\exp(-\gamma l)V^{e+} - \exp(\gamma l)V^{e-}] \quad (3.89)$$

Reemplazando (3.86) y (3.87) en (3.88) y reduciendo

$$V_r = S \cosh(\gamma l) S^{-1} V_e - S \sinh(\gamma l) S^{-1} Z \cdot I_e$$

Aplicando el concepto de funciones matriciales

$$\cosh(\psi_1) = S \cosh(\gamma_1) S^{-1}$$

$$\sinh(\psi_1) = S \sinh(\gamma_1) S^{-1}$$

donde

$$\psi = S \gamma S^{-1} \quad (3.89)$$

Luego, podemos escribir

$$V_r = \cosh(\psi_1) V_e - \sinh(\psi_1) Z^\circ I_e \quad (3.90)$$

Realizando la misma operación con la ec (3.89)

$$I_r = -Y^\circ \sinh(\psi_1) V_e + Y^\circ \cosh(\psi_1) Z^\circ I_e \quad (3.91)$$

Escribiendo las ecs (3.90) y (3.91) en forma matricial tenemos finalmente

$$\begin{vmatrix} V_r \\ I_r \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cosh(\psi_1) & -\sinh(\psi_1) Z^\circ \\ -Y^\circ \sinh(\psi_1) & Y^\circ \cosh(\psi_1) Z^\circ \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_e \\ I_e \end{vmatrix} \quad (3.92)$$

Si invertimos (3.92) podemos calcular las condiciones que deben existir a la entrada de la línea para obtener una salida deseada. La ecuación que se obtiene es la sgte:

$$\begin{vmatrix} V_e \\ I_e \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cosh(\psi_1) & \sinh(\psi_1) Z^\circ \\ Y^\circ \sinh(\psi_1) & Y^\circ \cosh(\psi_1) Z^\circ \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_r \\ I_r \end{vmatrix} \quad (3.93)$$

A partir de las ecuaciones (3.92) se pueden obtener también las ecuaciones de cuadripolo siguientes:

Las ecuaciones de Admitancia de cuadripolo

$$\begin{vmatrix} I_e \\ I_r \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Y^\circ \coth(\psi_1) & -Y^\circ \operatorname{cosech}(\psi_1) \\ -Y^\circ \operatorname{cosech}(\psi_1) & Y^\circ \coth(\psi_1) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_e \\ V_r \end{vmatrix} \quad (3.94)$$

y las ecuaciones de Impedancia de cuadripolo

$$\begin{vmatrix} V_e \\ V_r \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \coth(\psi_1)Z^\circ & \operatorname{cosech}(\psi_1)Z^\circ \\ \operatorname{cosech}(\psi_1)Z^\circ & \coth(\psi_1)Z^\circ \end{vmatrix} \begin{vmatrix} I_e \\ I_r \end{vmatrix} \quad (3.95)$$

3.3 CALCULO DE LOS PARAMETROS MODALES*

Después de haber calculado las matrices Z e Y tal como se explica en la sección 3.4 se prosigue de la siguiente manera:

- 1.- Formar la matriz $F = ZY$
- 2.- Calcular los valores (λ) y vectores (S) propios de la matriz F .
- 3.- Hallar la matriz $Q = [S_e]^{-1}$
- 4.- Calcular las constantes de propagación modales $\gamma_i = \sqrt{\lambda}$
- 5.- Formar la matriz $Z^\circ = S\gamma^{-1}S^{-1}Z$
- 6.- Si se requiere calcular $Y^\circ = [Z^\circ]^{-1}$

7.- Formar las matrices de constantes de cuadripolo [ABCD] según (3.93)

$$A = S \cosh(\gamma l) S^{-1}$$

$$B = S \sinh(\gamma l) S^{-1} Z^{\circ}$$

$$C = Y^{\circ} S \sinh(\gamma l) S^{-1}$$

$$D = Y^{\circ} S \sinh(\gamma l) S^{-1} Z^{\circ}$$

8.- Si se requiere se pueden hallar las constantes de admitancia de cuadripolo según la ecuación (3.94)

$$A' = Y^{\circ} S \coth(\gamma l) S^{-1}$$

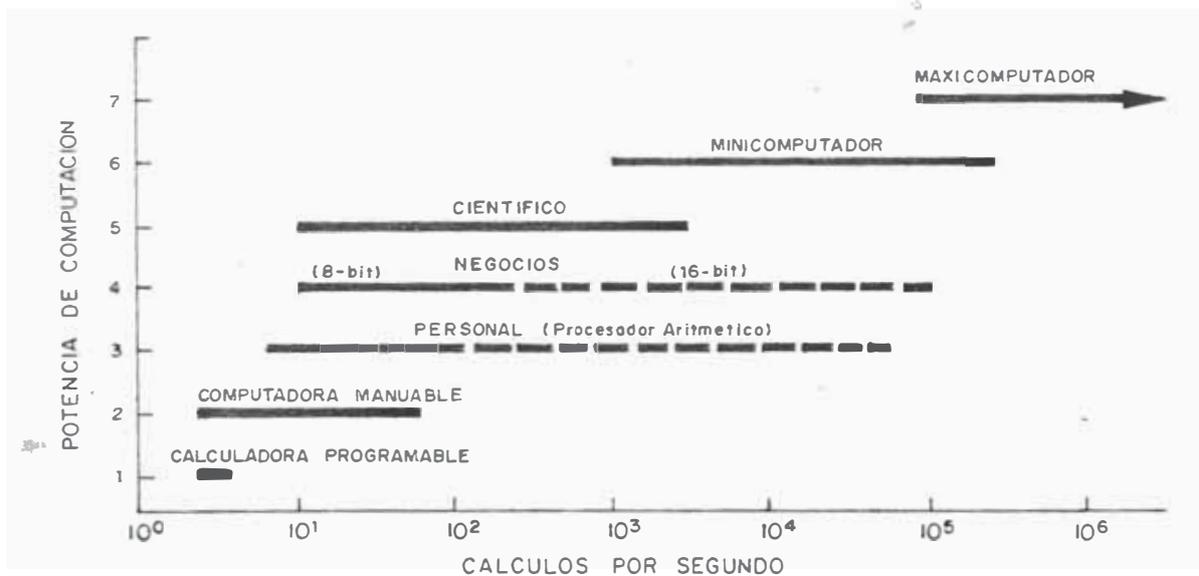
$$B' = Y^{\circ} S \operatorname{cosech}(\gamma l) S^{-1}$$

CAPITULO IV

DESARROLLO DE UNA APLICACION DE INGENIERIA EN UNA MICROCOMPUTADORA

4.1 GENERALIDADES

El rápido desarrollo de la tecnología de los circuitos integrados ha permitido que las microcomputadoras de hoy sean lo suficientemente potentes para resolver problemas de ingeniería, invadiendo el terreno de las mini y maxicomputadoras a un costo tal que cualquier ingeniero podría tener una. A continuación daremos algunas pautas para seleccionar una microcomputadora que será utilizada para desarrollar aplicaciones de ingeniería y luego explicaremos el desarrollo del programa MMZY.COM para el cálculo de los parámetros de una línea de transmisión por el método matricial.



(Fig # 4.1)

La Figura 4.1 muestra comparativamente la potencia de cálculo (número de operaciones de punto flotante por segundo) de las micros, minis y maxis. De aquí resulta claro que una maxicomputadora puede realizar operaciones mil veces más rápido que una micro. Pero si observamos la diferencia del costo de una y otra veremos que mientras una micro nos cuesta alrededor de \$ 5,000 (una sola vez), una maxi cuesta en promedio \$ 100/hora. Evidentemente la ventaja de una micro está en su bajo costo y en la gran versatilidad para diversas aplicaciones (procesadores de Texto, Hojas electrónicas, programas de dibujo y CAD, comunicaciones, control en tiempo real, etc).

En promedio, un ingeniero consume el 30% de su tiempo analizando datos y preparando reportes, una microcomputadora puede reducir esto a la tercera parte. Además, la facilidad de integración de una micro a un sistema de información local o remoto via modem o cable coaxial permite el acceso inmediato a información técnica en cualquier parte del mundo. La microcomputadora es una herramienta que incrementa la productividad a todo nivel, sea técnico, administrativo o gerencial, el ingeniero de hoy no puede seguir prescindiendo de ella.

4.2 LA ESTACION DE DISEÑO CON MICROCOMPUTADORAS

4.2.1 EL HARDWARE:

Los cálculos de ingeniería se caracterizan por tener pocos datos de entrada y muchos de salida. Al seleccionar una micro para desarrollar aplicaciones de ingeniería debemos tener en cuenta lo siguiente:

1.- Capacidad Gráfica: Es muy común en ingeniería el uso de gráficos y curvas para mostrar los resultados de un experimento; la gran ventaja que presentan las microcomputadoras es su capacidad gráfica. Actualmente existe una gran variedad de monitores, monocromáticos o color, de diversas resoluciones y precios por lo cual será fácil encontrar el que más se adecúe a nuestra aplicación.

2.- Velocidad de Cálculo: Quizás éste sea el factor limitante de las micros en aplicaciones gráficas (sistemas CAD) y de tiempo real.

La velocidad de cálculo está íntimamente ligada a la frecuencia del reloj que controla las acciones del microprocesador (el CPU) de una micro. En general mientras más rápido sea este, mayor la velocidad de cálculo.

A continuación mostramos algunas de las computadoras más usadas y sus velocidades de cálculo:

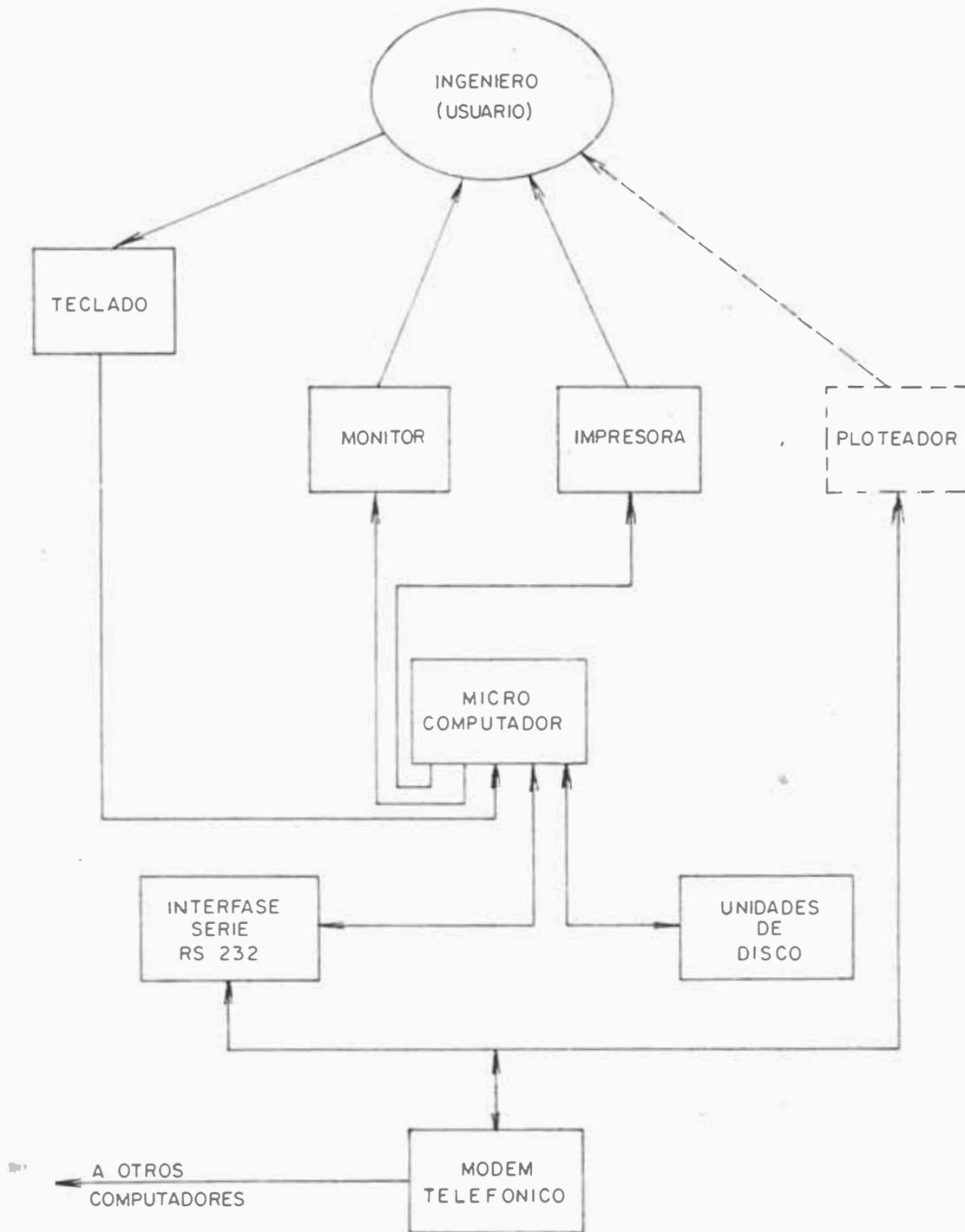
COMPUTADORA	VELOCIDAD DE CALCULO (MEGAFLOPS)
IBM PC	0.1
VAX-11/780	1.0
IBM 4331	9.0
CRAY-1	160.0
CRAY-XMP4	1,000.0

3.- Precisión Aritmética: La cantidad de cifras significativas con que puede trabajar una máquina en operaciones de punto flotante es muy importante en algunas aplicaciones de ingeniería. En realidad ésta es ilimitada, pues depende más del Software; sin embargo a mayor precisión mayor tiempo de ejecución. Para acelerar estas operaciones, la IBM PC y compatibles utilizan el coprocesador matemático 8087 (o 80287 en la AT), con éste se reduce en 15 veces el cálculo con aritmética flotante.

4.- Capacidad de Memoria: Los programas son cargados en memoria para poder ser ejecutados por el microcomputador. En esta memoria, llamada memoria RAM (Random Access Memory) se almacenan las instrucciones y los datos que serán procesados por el programa. Actualmente el standard es 256K (1K = 1,024 bytes, 1 byte = 8

bits) pero **es recomendable** por lo menos 512K, **sobre** todo si se piensa en aplicaciones de dibujo y CAD.

- 5.- **Capacidad de Almacenamiento:** Para almacenar la **información y** los programas se utilizan diskettes o discos duros. El escoger unos u otros depende del volumen de **información** que procesaremos. Si se piensa en un sistema CAD, un disco duro es indispensable. Un diskette standard de 5 1/4" puede almacenar 360K, mientras un disco duro puede guardar entre 10MB y 40MB.
- 6.- **Dispositivos de Entrada:** Entre estos tenemos las tabletas digitalizadoras, las tarjetas de digitalización de imágenes, los convertidores A/D etc. La selección de estos depende del **Hardware y Software** de nuestro sistema.
- 7.- **Dispositivos de Salida:** Básicamente nos **interesan** las impresoras gráficas y los ploteadores. Las **impresoras gráficas** (como la EPSON) **nos permiten usar este** dispositivo tanto como una máquina de escribir como también para generar gráficos por mapeo de bits. Los ploteadores son dispositivos más complejos que generalmente forman parte de un sistema CAD para generar planos a escala o dibujos vectorizados.



(Fig. # 4.2)

8.- Dispositivos de Comunicación: La potencia del microcomputador **crece** más aún **cuando está** conectado con otros computadores para intercambio de información. La micro se puede conectar fácilmente con bases de datos remotas (vía modem) o con un sistema central de cómputo a un costo relativamente bajo.

La Fig 4.2 muestra la configuración típica de una microcomputadora en una oficina de ingeniería.

La IBM PC ha marcado un standard en las microcomputadoras personales, es así como se habla de "IBM PC y compatibles"; de aquí en adelante nos referiremos a un sistema basado en la IBM PC.

4.2.2 EL SOFTWARE:

De **manera** general podemos distinguir **tres** tipos de software:

1.- Programas de Control: Son los que manejan los componentes externos al **micro-**computador, tales como el monitor, teclado, impresoras, etc. Aquí están incluidos los Sistemas Operativos y los de control de comunicaciones.

2.- Programas Utilitarios: Estos programas se ubican en un nivel intermedio entre los sistemas operativos y programas de aplicación. Entre estos tenemos los compiladores, las ventanas, los programas de multiples tareas (multitask), etc.

3.- Programas de Aplicación: Son los que hacen realmente útiles a las computadoras realizando eficientemente las tareas asignadas al sistema. Entre estos podemos distinguir dos tipos:

- De uso general: Aquellos que se pueden utilizar en múltiples aplicaciones como por ejemplo el LOTUS 123, dBASE II, etc.
- Específicos: Estos son programas dedicados a una sola tarea como los procesadores de texto (WordPerfect, Multimate), programas CAD (AutoCad, VersaCad), programas de planeamiento (Harvard Total Project Manager, PMS) y el software desarrollado para aplicaciones particulares como en nuestro caso.

4.2.2.1 LENGUAJES DE DESARROLLO:

Lenguajes de Programación: Los principales lenguajes de desarrollo usados en microcomputadoras son el BASIC (Intér-

prete o Compilado), Pascal, C, Fortran y Assembly.

A pesar de que el BASIC es un lenguaje fácil y conveniente para probar algoritmos, carece de estructura, auto-documentación y convenciones flexibles para el ensamblaje de programas por lo que no es una herramienta eficiente de desarrollo de aplicaciones excepto para programas muy simples.

Aritmética de punto flotante: Un factor importante que debe tenerse presente es el tiempo de ejecución. Para dar una idea un programa de prueba en BASIC compilado tomó 18 seg. bajo aritmética entera 715 seg. en aritmética de punto flotante; Este último tomó 1920 seg. en BASIC sin compilar (intérprete).

Para ayudar a resolver este problema y aumentar la velocidad de procesamiento en aritmética de punto flotante la IBM PC ofrece el coprocesador matemático 8087 que se inserta en un socket adyacente al microprocesador 8088 y puede reducir hasta en 15 veces el tiempo de ejecución de operaciones de punto flotante. Por esto se deberá seleccionar un compilador que soporte el uso del coprocesador sobre todo si se piensa en aplicaciones de cálculo numérico. Algunos compiladores generan rutinas que simulan el coprocesador.

Programación Estructurada: Otro factor importante es la programación estructurada y diseño modular. La mayor parte de los lenguajes modernos de alto nivel (Pascal, Modula 2, ADA, C) son estructurados (el uso de la instrucción GOTO está muy limitado y en algunos no existe) lo cual facilita enormemente su mantenimiento y lectura. Además algunos de ellos permiten la compilación separada de módulos que posteriormente se ensamblan para formar el programa final (Modula 2, ADA, C).

Pascal o Fortran: El Pascal es un lenguaje diseñado para enseñar a programar correctamente. Presenta las siguientes ventajas: permite una buena documentación y un desarrollo por módulos. Un módulo es simplemente una subrutina que recibe una entrada y entrega una salida. Esto permite formar librerías de subrutinas que ensambladas con otros programas conformarán nuevas aplicaciones. La capacidad de resolver nuevos problemas crecerá conforme se desarrollan nuevos módulos.

Teniendo en cuenta las razones ya expuestas y considerando que era necesario manejar números complejos se seleccionó al Pascal (Turbo Pascal Ver 3.0) como lenguaje de desarrollo. No se usó el

FORTRAN primeramente porque los compiladores de FORTRAN para microcomputadores disponibles en ese momento no implementaban las operaciones con complejos; en segundo el costo de un compilador de FORTRAN equivalente era diez veces más que el compilador del Pascal (\$400 vs \$40), y **en tercer** lugar, el Pascal permite definir tipos de **datos** lo cual se usó para definir los números complejos. El Pascal ofrece la ventaja de su modularidad y es un paso previo hacia otros lenguajes más **potentes como** el Modula 2 y el ADA que están actualmente al frente de los grandes centros de investigación y desarrollo.

4.3 DESARROLLO DEL PROGRAMA MMZY.COM

4.3.1 Filosofía del Programa - Interactividad

Las microcomputadoras **de hoy** son superiores a **las grandes computadoras de antaño** por su **habilidad de interactuar con el usuario**, esto es proveen **una retroalimentación** inmediata durante **la programación**.

El **programa** MMZY.COM ha sido desarrollado con **este** concepto de interactividad en base a **menús** cual presenta las siguientes ventajas:

- **Proporciona** al usuario un mayor contacto con los datos y resultados lo cual posibi-

lita el análisis de éstos en forma inmediata y facilita la detección de errores o incongruencias.

- Da una mejor sensación de lo que está haciendo el programa, lo cual permite detectar los puntos débiles del programa y cambiar algunos algoritmos de cálculo si fuera necesario.

El desarrollo de un programa interactivo implica una gran atención en las rutinas de Entrada/Salida pues éstas constituyen la interfase usuario-máquina y deben hacer que esta comunicación sea lo más natural. Esto obliga a tener un profundo conocimiento de la microcomputadora y su sistema operativo.

4.3.2 Estructura General del Programa

El programa MMZY.COM se ha desarrollado en forma modular, pues esto facilita su mantenimiento y adaptación a otros programas de aplicación.

Podemos distinguir tres tipos de módulos:

- 1.- Las Librerías: Son conjuntos de procedimientos (subrutinas) que realizan operaciones genéricas, por ejemplo las operaciones con números complejos (ARITCOMP.LIB), operaciones con matrices complejas (ARITMATR.LIB), etc. Las librerías desarrolladas para el programa MMZY son:

ARITCOMP.LIB	Tienen todos los procedimientos de las operaciones con números complejos.
FUN HIPC.LIB	Se encarga de evaluar las funciones hiperbólicas complejas para el cálculo de las constantes de cuadripolo.
ARITMATR.LIB	Agrupar las rutinas de operaciones y manipulación de matrices complejas.
MMSALIDA.LIB	Contiene todas las rutinas que controlan los mensajes, y manejo de salidas (impresora y pantalla).

2.- Módulos de Entrada/Salida: Son la interfase usuario-máquina y se encargan del flujo de información del programa hacia los periféricos y viceversa.

Los módulos de Entrada/Salida usados por MMZY son:

MMVARIOS.INC	Contiene las rutinas que muestran mensaje en la pantalla, formatean las salidas numéricas, etc.
MMMENU.INC	Muestra el menú en la pantalla y espera una respuesta del usuario.
MMCURSOR.INC	Controla el ingreso de datos del teclado, chequea que los caracteres ingresados sean válidos.

LISTADO L13 : PROGRAMA PRINCIPAL

```

{-----}
{1.- Ingreso de Datos Generales }
{-----}
1:BEGIN
  DATOS (Vez1,TituloProy,Cond,Guarda,Frec,GradosC,RoTierra);
  { Calculos Preliminares }
  OMEGA := 2*PI*FREC; { Frecuencia Angular }
  NCC:=Cond.Cant ; { Numero de Conductores }
  NCG:=Guarda.Cant ; { Cables de Guarda }
  N:=NCC+NCG ; { Numero total de cond. }
  Vez1:=False ;
END;

{-----}
{2.- Disposicion de los conductores }
{-----}
2:BEGIN
  IF Vez1
  THEN BEGIN
    Gotoxy(1,25);Color(1,7);
    Write(^G,'Primero Ingrese los Datos - Opcion 1');
    Delay(2000);
  END
  ELSE BEGIN
    Color(10,0);ClrScr;
    IngresarGeometria(Vez2,Cond.Cant,Guarda.Cant,Geometria,DD,Theta);
    Vez2:=False;
  END;
END; {CASE}

{-----}
{3.- Calculos V&V Propios y Matrices }
{-----}
3:BEGIN
  IF (Vez2)OR(Vez1)
  THEN BEGIN
    Gotoxy(1,25);Color(1,7);
    Write(^G,'Primero Ingrese los Datos - Opcion 1 y 2 ');
    Delay(2000);
  END
  ELSE BEGIN
    Vez3:=False;
    CALCULOS;
  END;
END; {CASE}

```

LISTADO L13 : PROGRAMA PRINCIPAL

```
{-----}
{4.- Calculos de Potencia      }
{-----}
4:BEGIN
  if Vez3
  THEN BEGIN
    Gotoxy(1,25);Color(1,7);
    Write(^G,'Primero Calcule los Parametros Basicos - Opcion 3');
    Delay(2000)
  END
  ELSE BEGIN
    KVACALC(Vez4);
  END;{ ELSE IF}
END; {CASE}

{-----}
{5.- Mostrar los Resultados    }
{-----}
5:BEGIN
  IF Vez3
  THEN BEGIN
    Gotoxy(1,25);Color(1,7);
    Write(^G,'Primero Calcule los Parametros Basicos - Opcion 3');
    Delay(2000);
  END
  ELSE Reporte(N);
END;

{-----}
{6.- Fin del Programa <DOS>    }
{-----}
6:BEGIN  FIN;Color(7,0);ClrScr;GotoXY(1,1);Halt END;
END; {Case}
END; {While}
END.
{ . . . . . }
```

MMDATOS.INC	Utiliza los procedimientos de los módulos anteriores (MMVARIOS, MMCURSOS) para ingresar los datos, en un formato de pantalla.
MMGEOM.INC	También utiliza algunos de los procedimientos anteriores para ingresar los datos de la geometría de la Línea y calcular algunas distancias y ángulos.

3.- Módulos de Cálculo: Forman parte de nuestra aplicación particular, por ejemplo cálculo de las matrices de Impedancias y Admitancias, cálculo de los valores y vectores propios de una matriz compleja (MMEIGEN.INC), etc. Los módulos de cálculo del programa MMZY son:

IMC.INC	Se encarga de la inversión de matrices complejas.
EIGEN.INC	Se encarga del cálculo de los valores y vectores propios de una matriz compleja.
MMFOT.INC	Calcula los coeficientes de potencial de Maxwell y forma la matriz.
MMMODOS.INC	Forma las matrices de Modos de Voltaje y Corriente y Calcula las constantes de propagación en base a los valores y vectores propios.
MMZY.INC	Forma las matrices de admitancias e impedancias, calcula el efecto pelicular y las Series de Carson . Finalmente calcula

la matriz de impedancias modificada eliminando los cables de guarda.

MMZOYO.INC Calcula las matrices de impedancia y admitancia característica, velocidad de propagación y atenuación.

MMABCD.INC Calcula los parámetros de cuadripolo A,B,C y D (matrices).

MMREPORT.INC Muestra los resultados de los cálculos y genera los reportes.

Este programa es la base de una aplicación. Así, sólo basta con añadir los módulos necesarios a la aplicación deseada y modificar la rutina del menú (MMMENU.INC) para que acepte nuevas opciones. De esta manera se ha añadido el cálculo del comportamiento de la línea bajo diferentes cargas. Estos módulos son:

KVADEF.INC Contiene la definición de tipos y variables de los módulos KVA.

KVADAT.INC Se encarga de controlar el ingreso de datos.

KVACALC.INC Realiza los cálculos de las tensiones y corrientes, potencias, etc en base a las ecuaciones de cuadripolo.

KVAREP.INC Muestra los resultados de los cálculos y genera los reportes correspondientes.

Debido a las limitaciones del espacio de memoria disponible para las instrucciones de un programa (64K) y al diseño del compilador

(modelo chico) se ha utilizado la técnica de OVERLAYS la cual permite diseñar un programa de manera que en la memoria del microcomputador sólo estarán las rutinas necesarias; el resto se encuentran en el disco y son cargadas en la memoria cuando son requeridas por el programa. Los procedimientos MMCALC.OVL y KVACALC.OVL contienen las llamadas a las rutinas de cálculo de los parámetros básicos y cálculo de las características de la Línea respectivamente.

4.3.3 Algoritmos Principales:

En esta sección describiremos algunos de los algoritmos más importantes del programa MMZY. Estos son el cálculo de los valores y vectores propios y la inversión de matrices.

4.3.3.1 Inversión de Matrices: Dada una matriz cuadrada de orden n M , el problema de inversión de M consiste en hallar una matriz B tal que $MB = I$ (I es la matriz identidad). La matriz B hallada será la inversa de M o lo que es lo mismo $M^{-1} = B$. No toda matriz es inversible.

Actualmente existen muchos métodos numéricos para la inversión de matrices, cada uno presenta ventajas según las características de la matriz por invertir.

El Método de Particionamiento:

Este método presenta la ventaja de reducir al mínimo los errores acumulados en los cálculos.

El algoritmo es el siguiente:

1.- Repetir n veces, cada vez con un pivote diferente (n es el orden de la matriz).

2.- Escoger un elemento de la diagonal, que sea diferente de cero, como pivote v realizar la siguiente operación

$$M^p[k,k] = 1/M[k,k]$$

3.- Reducir los elementos de la columna que contiene el pivote

$$M^p[i,k] = M[i,k] * M^p[k,k] -$$

$$\forall i \neq k$$

4.- Reducir los elementos de la matriz excepto la fila y columna que contienen al pivote

$$M^p[i,j] = M[i,j] - M[k,j] * M^p[i,k]$$

$$\forall i, j \neq k$$

5.- Reducir los elementos de la fila que contiene al pivote

$$M^p[k,j] = -M[k,j] * M^p[k,k]$$

$$\forall j \neq k$$

M^p representa la matriz modificada que al cabo de n interacciones representará la inversa de M .

Los pivotes deben escogerse de tal suerte que se eliminen primero los de mayor valor absoluto, de este modo se logra una mayor precisión. Cada pivote se escoge sólo una vez.

Este método falla cuando los elementos de la diagonal a ser tomados como pivote se hacen cero durante el proceso. En las matrices que manejamos esto nunca ocurre.

Los detalles de la implementación se pueden ver en el listado correspondiente.

4.3.3.2 Valores y Vectores Propios (V&VP):

El problema de hallar los V&VP de una matriz M cualquiera consiste en encontrar todos los escalares λ y vectores v tales que cumplan con

$$Mv = \lambda v \quad (4.01)$$

Si M es una matriz de orden n , entonces tendrá n autopares (λ, v) ; cada valor propio tiene un vector propio asociado.

Para resolver la ec. (4.01) volvemos a escribirla en su forma más usual

$$(M - \lambda I)v = 0 \quad (4.02)$$

y para que (4.02) tenga solución (no trivial)

$$\det(M - \lambda I) = 0 \quad (4.03)$$

Matriz Inicial	Técnica	Matriz de Transformación	Método, originador
Real	Iteración y Deflación	-----	Método de las Potencias
Real, simétrica	Diagonalización	Ortogonal	Jacobi
Hermitiana	Diagonalización	Unitaria	Jacobi Generalizado
Normal	Diagonalización	Unitaria	Goldstine-Horwitz
Real, simétrica	Tridiagonalización	Ortogonal (rotaciones)	Givens
Real, simétrica	Tridiagonalización	Ortogonal (reflexiones)	Householder
Real	Tridiagonalización	-----	Lanczos
Real	Tridiagonalización	-----	La Budde
Real	Triangularización	-----	Ruthishauer (LR)
Hesseberg	Triangularización	Unitaria	Francis (QR)
Compleja	Triangularización	Unitaria	Lotkin, Greenstadt
Compleja	Reducción a la forma de Hesseberg	Unitaria (rotaciones)	Givens
Compleja	Reducción a la forma de Hesseberg	Unitaria (reflexiones)	Householder
Compleja	Reducción a una matriz Normal	-----	Patricia Eberlein
Triagonal	Secuencia de Sturm e Interpolación		Givens, Wilkinson, Wielandt
Hesseberg	Evaluación Recursiva e interpolación		Hyman, Wielandt

(Tabla 4.1)

Desarrollando (4.03) se obtiene un polinomio de grado n en λ llamado polinomio característico.

Aunque teóricamente el problema de los V&VP se reduce a encontrar las n raíces de dicho polinomio y resolver n sistemas de n ecuaciones lineales homogéneas, en la práctica se siguen otros procedimientos. Casi todos los métodos numéricos para calcular los V&VP de una matriz modifican a las matrices en cuestión sin **alterar** sus valores propios. La Tabla 4.1 muestra algunos de estos.

El Método de Elevaciones al Cuadrado:

Este método pertenece a los métodos de iteración directa y se basa en el siguiente teorema:

TEOREMA.- Dada una matriz M cualquiera de orden n se cumple que:

$$\begin{aligned} M^{k+1} &= \lambda M^k & k \rightarrow \text{infinito} \\ M^k &= v & , k \rightarrow \text{infinito} \end{aligned}$$

donde λ y v son el valor propio y el vector propio predominante respectivamente.

Para hallar los $n-1$ V&VP no predominantes se procede a modificar la matriz M de modo que la última solución hallada sea eliminada del espacio de soluciones de M . Este proceso se conoce como "deflación".

Hay muchos métodos de deflación; nosotros utilizamos el siguiente.

$$M^i = M - (1/v_i)Mfv_i^t$$

donde M^i = matriz modificada

v = último vector propio encontrado

v_i = i-ésimo elemento de v (no nulo)

M_i = i-ésima columna de M .

Este procedimiento falla cuando existen dos valores propios iguales o cuya diferencia sea menor que el dígito menos significativo de las variables de punto flotante usadas (simple o doble precisión). El Turbo Pascal trabaja con 11 decimales.

La convergencia de este método es proporcional al alejamiento de los valores propios. Esto quiere decir que mientras más alejados estén unos de otros mayor será la rapidez de convergencia. Si los valores propios son muy próximos unos de otros probablemente el método no converge debido a pérdidas de precisión. Además se deben calcular los valores propios con una gran precisión ya que en el proceso de deflación se van acumulando los errores.

Para acelerar (o asegurar) la convergencia se modifica la matriz de modo que la nueva matriz modificada tenga los mismos vectores propios pero sus valores propios estén más alejados entre sí. Este procedimiento se

conoce como translación. Se puede demostrar que si λ y v son los V&VP de M entonces $\lambda+t$ y v serán los V&VP de $M - tI$. De esta manera escogiendo un **valor apropiado** de t podemos acelerar la convergencia **cuanto queramos**. Wedephol demostró que un buen valor de t para calcular los valores propios de la matriz ZY es $-\omega^2\mu\epsilon$ que es el valor al que tienden los valores propios de dicha matriz cuando la frecuencia es muy grande.

El algoritmo genérico para el cálculo de los V&VP por el método de la elevaciones al cuadrado es:

- 1.- Aplicar Translación a la matriz M

$$M' \leftarrow M - tI, \quad t = -\omega^2\mu\epsilon$$
- 2.- Hallar el Valor y Vector propio predominante λ y v de la nueva matriz M' .
- 3.- Aplicar deflación

$$M'' = M' - (1/v_i)M\lambda v^t$$
- 4.- Si ya se hallaron los n V&VP continuar, sino regresar a 2.
- 5.- Calcular los verdaderos valores propios de M . (Proceso complementario a translación).

$$\lambda = \lambda + t$$

Para los detalles de la implementación de este método ver los listados.

CAPITULO V
EJEMPLO DE APLICACION DEL METODO MODAL
A UNA LINEA DE 138 kV.

En este capítulo evaluaremos las ventajas de aplicar el método modal para el cálculo eléctrico de una Línea de Transmisión para lo cual consideraremos tres objetivos:

- 1.- Cálculo de los Parámetros de una Línea.
- 2.- Cálculo de las características de operación en condiciones nominales.
- 3.- Estudio del desbalance y comportamiento de la Línea bajo cargas muy pequeñas.

Para esto tomamos como ejemplo la Línea de Transmisión de 138 kV Chimbote-Casma. Todos los cálculos de esta línea por el método convencional se encuentran en la referencia [20].

- Cálculo de los Parámetros de una L.T.

La tabla 5.1 muestra los datos generales de la línea Chimbote-Casma, las tablas 5.2 y 5.3 muestran los parámetros de dicha línea obtenidos por el método modal. En la tabla 5.4 están los valores calculados con el método convencional.

En base a esos resultados podemos observar lo siguiente:

- a) El método modal nos permite usar un modelo en el cual se puede estudiar el efecto

- de cada conductor (tanto las fases como cables de guarda) en la impedancia y admitancia de la línea.
- b) El cálculo de la matriz de Impedancias es más preciso en cuanto **toma en cuenta el efecto de las corrientes** de retorno por tierra y el aporte de cada uno de los conductores.
 - c) El **cálculo** de la matriz de Impedancia Característica es más preciso ya que toma en cuenta **el aporte de todos los conductores** y se realiza en base al cálculo de las constantes de propagación.
 - d) En el trabajo de Wedephol se comparan los cálculos de la línea de Bodio-Cunardo (en Suiza) y se demuestra que la teoría modal arroja resultados más reales que aquellos obtenidos por el método convencional.

- Características de Operación Nominal

En base a los parámetros obtenidos se procede a calcular las condiciones de operación de la línea. Debido a que el método modal realiza un cálculo fase por fase, obtendremos los valores **promedio de las tensiones y corrientes de línea como representativos** de esta. Así se obtienen los resultados que se muestran en las tablas 5.5, 5.6 y 5.7 y en las figuras 5.1, 5.2, 5.3 y 5.4. Estos nos permiten analizar el comportamiento global de la misma para diferentes valores de carga, tensión, factor de potencia. También se pueden estudiar los efectos de la variación de la frecuencia, la disposición de los conductores, variación del factor de potencia, etc.

- Comportamiento de una Línea bajo cargas pequeñas

Cuando las cargas son muy pequeñas, el desbalance propio de la línea de transmisión se torna muy significativo. Para constatar esto basta con observar las tablas 5.8, 5.9, 5.10 y 5.11 que muestran fase por fase la tensión, corriente, ángulo de potencia, caída de tensión, etc. Vemos que conforme aumentamos la carga en la línea, este desbalance va desvaneciéndose. El método modal nos permite de esta manera analizar el efecto del desbalance propio de una línea de transmisión y el efecto de cargas desbalanceadas entre otros.

21/3/1986 - 08:01:12
L.T. CHIMBOTE - CASMA

- PAG 1/ 3 -

CARACTERISTICA DE LOS CONDUCTORES

Conductores de Fase ACSR

Cantidad[u]: 3
Radio[mm]: 7.2850
Resistencia a 20 Gr.C : 0.2585
Coef T-R a 20 Gr.C :0.004030

GEOMETRIA DE LA LINEA

	No.	Eje-X[m]	Eje-Y[m]
Conductores de Fase	1	0.0000	9.4488
	2	4.1148	9.4488
	3	-4.1148	9.4488

OTROS DATOS

TRAMO: Chimbote-Nepena

Longitud del Tramo [km]: 41.90
Temperatura [Gr. C]: 50.00
Resistividad de Tierra [Ohm-m]:1000.00
Frecuencia[Hz]: 60.00

(TABLA 5.1)

21/3/1986 - 08:01:12
L.T. CHIMBOTE - CASMA

- PAG 2/ 3 -

PARAMETROS BASICOS

Matriz Base B

(7.860973 +j 0.000000)(1.547606 +j 0.000000)(1.547606 +j 0.000000)
(1.547606 +j 0.000000)(7.860973 +j 0.000000)(0.918125 +j 0.000000)
(1.547606 +j 0.000000)(0.918125 +j 0.000000)(7.860973 +j 0.000000)

Matriz de Admitancias Y [mhos/Km x10^6]

(0.000000 +j 2.866984)(0.000000 -j 0.505400)(0.000000 -j 0.505400)
(0.000000 -j 0.505400)(0.000000 +j 2.793977)(0.000000 -j 0.226824)
(0.000000 -j 0.505400)(0.000000 -j 0.226824)(0.000000 +j 2.793977)

Matriz de Impedancias Z [ohms/Km]

(0.349379 +j 0.795222)(0.059162 +j 0.299666)(0.059162 +j 0.299666)
(0.059162 +j 0.299666)(0.349379 +j 0.795222)(0.059105 +j 0.250176)
(0.059162 +j 0.299666)(0.059105 +j 0.250176)(0.349379 +j 0.795222)

Matriz de Impedancias Caracteristicas Z0 [ohms]

(555.77 -j 119.82)(154.21 -j 10.67)(154.21 -j 10.67)
(154.21 -j 10.67)(555.29 -j 119.15)(116.62 -j 9.63)
(154.21 -j 10.67)(116.62 -j 9.63)(555.29 -j 119.15)

PARAMETROS DE COMPONENTES SIMETRICAS

Z secuencia positiva [Ohm/Km] = 0.2902 +j 0.5121
Z secuencia cero [Ohm/Km] = 0.4677 +j 1.3616
Z mutua entre fases [Ohm/Km] = 0.0591 +j 0.2832
Z retorno por tierra [Ohm/Km] = 0.3494 +j 0.7952

C secuencia positiva [Farad/Km] = 8.5284E-09
C secuencia cero [Farad/Km] = 5.2800E-09
C mutua entre fases [Farad/Km] = 4.1586E-08
C retorno por tierra [Farad/Km] = 7.0771E-09

(TABLA 5.2)

21/3/1986 - 08:01:13
L.T. CHIMBOTE - CASMA

- PAG 3/ 3 -

PARAMETROS MODALES

Modos de Voltaje

(1.000000 +j 0.000000)(-2.192695 +j 0.218682)(-0.000000 -j 0.000000)
(0.994393 -j 0.055390)(1.000000 +j 0.000000)(-1.000000 +j 0.000000)
(0.994393 -j 0.055390)(1.000000 -j 0.000000)(1.000000 +j 0.000000)

Modos de Intensidad

(0.312057 +j 0.033381)(-0.312156 -j 0.015909)(-0.000000 +j 0.000000)
(0.345773 +j 0.002476)(0.156029 +j 0.016690)(-0.500000 -j 0.000000)
(0.345773 +j 0.002476)(0.156029 +j 0.016690)(0.500000 +j 0.000000)

Cond : Ctes. de Propagacion : Aten. : Veloc.
No. : [Nepers/K] [Rad/Km] : [dB/Km] : [Km/seg]

2 2.795E-04 1.670E-03 0.002428 225760.04
-2 3.730E-04 1.337E-03 0.003240 282045.91
3 3.309E-04 1.325E-03 0.002874 284495.85

(TABLA 5.3)

RESULTADOS EXTRAIDOS DE LA MEMORIA DESCRIPTIVA
Y NOTAS DE CALCULO DE LA LINEA DE TRANSMISION
DE 138 KV CHIMBOTE-CASMA

TRAMO : CHIMBOTE-NEPENA
LONGITUD [Km] : 41.9

PARAMETROS BASICOS:

RESISTENCIA[Ohm/Km] : 0.28713
REACTANCIA INDUCTIVA[Ohm/Km] : 0.52870
CONDUCTANCIA[Siemens/Km] : 1.540E-07
SUCEPTANCIA[Siemens/Km] : 3.180E-06

IMPEDANCIA : 0.598 L 61.22
ADMITANCIA : 3.18 E-6 L 87.20

IMPEDANCIA CARACTERISTICA[Ohm] : 422.11 -j 97.38

CONSTANTE DE PROPAGACION * [Nepers/Km] [Rad/Km]
3.7420E-04 1.324E-03

ATENUACION[dB/Km] : 0.00325
VELOCIDAD DE PROPAGACION ..[Km/s] : 284.700

PARAMETROS DE CUADRIPOLO:

CONSTANTE A = 0.9985 L 0.05
CONSTANTE B = 24.9900 L 61.22
CONSTANTE C = 1.332E-04 L 87.20
CONSTANTE D = 0.9985 L 74.21

(TABLA 5.4)

FECHA DE EMISION: 11/3/1986 HORA : 08:03:22

PROYECTO: L.T. CHIMBOTE - CASMA
 TRAMO : Chimbote-Nepena
 LONGITUD: 41.90 km

PARAMETROS DE CUADRIPOLO

Parametro A

(0.998265 L 0.047)(0.000323 L-176.138)(0.000323 L-176.138)
 (0.000292 L-173.631)(0.998233 L 0.047)(0.000326 L 171.344)
 (0.000292 L-173.631)(0.000326 L 171.344)(0.998233 L 0.047)

Parametro B

(36.370108 L 66.296)(12.785921 L 78.850)(12.785921 L 78.850)
 (12.785921 L 78.850)(36.370015 L 66.297)(10.759650 L 76.729)
 (12.785921 L 78.850)(10.759650 L 76.729)(36.370015 L 66.297)

Parametro C

(0.000120 L 90.016)(0.000021 L -89.981)(0.000021 L -89.981)
 (0.000021 L -89.981)(0.000117 L 90.016)(0.000010 L -89.997)
 (0.000021 L -89.981)(0.000010 L -89.997)(0.000117 L 90.016)

Parametro D

(0.998265 L 0.047)(0.000292 L-173.631)(0.000292 L-173.631)
 (0.000323 L-176.138)(0.998233 L 0.047)(0.000326 L 171.344)
 (0.000323 L-176.138)(0.000326 L 171.344)(0.998233 L 0.047)

(TABLA 5.5)

FECHA DE EMISION: 11/3/1986 HORA : 08:03:24

PROYECTO: L.T. CHIMBOTE - CASMA

TRAMO : Chimbote-Nepena

LONGITUD: 41.90 km

CONDICIONES DE BORDE EN EL EXTREMO DE ENVIO

fdp. []	Ve [kV]	Vr [kV]	+Delta [Grad]	Ir [Amp]	Ir [Ang]	Ie [Amp]	Ie [Ang]	Pot. de Envio [MW]	Pot. de Envio [MVAR]	Pot. Recibida [MW]	Pot. Recibida [MVAR]	fdp(r) []	Perd. [%]	Caida. [%]
0.850	138.00	137.62	0.0053	14.02	-72.65	4.92	-31.79	1.000	0.620	0.997	3.186	0.30	0.33	0.28
"	"	136.79	-0.1848	33.97	-47.41	27.07	-31.79	5.500	3.409	5.466	5.906	0.68	0.61	0.88
"	"	135.96	-0.3772	55.59	-41.24	49.22	-31.79	10.000	6.197	9.900	8.563	0.76	1.00	1.48
"	"	135.13	-0.5719	77.49	-38.54	71.37	-31.79	14.500	8.986	14.298	11.157	0.79	1.39	2.08
"	"	134.31	-0.7691	99.48	-37.03	93.52	-31.79	19.000	11.775	18.660	13.687	0.81	1.79	2.67
"	"	133.49	-0.9687	121.52	-36.07	115.67	-31.79	23.500	14.564	22.987	16.155	0.82	2.18	3.27
"	"	132.67	-1.1707	143.58	-35.40	137.82	-31.79	28.000	17.353	27.278	18.560	0.83	2.58	3.86
"	"	131.85	-1.3753	165.66	-34.91	159.96	-31.79	32.500	20.142	31.533	20.902	0.83	2.98	4.46
"	"	131.03	-1.5824	187.75	-34.54	182.11	-31.79	37.000	22.931	35.752	23.180	0.84	3.37	5.05
"	"	130.21	-1.7921	209.84	-34.24	204.26	-31.79	41.500	25.719	39.936	25.396	0.84	3.77	5.64
"	"	129.40	-2.0045	231.94	-34.01	226.41	-31.79	46.000	28.508	44.083	27.549	0.85	4.17	6.23
"	"	128.59	-2.2195	254.04	-33.81	248.56	-31.79	50.500	31.297	48.195	29.639	0.85	4.56	6.82
0.900	138.00	137.64	0.0003	13.48	-71.94	4.65	-25.84	1.000	0.484	0.997	3.052	0.31	0.30	0.26
"	"	136.90	-0.2121	31.75	-43.61	25.57	-25.84	5.500	2.664	5.470	5.170	0.73	0.54	0.79
"	"	136.17	-0.4268	52.03	-36.55	46.49	-25.84	10.000	4.843	9.912	7.233	0.81	0.88	1.33
"	"	135.44	-0.6438	72.65	-33.47	67.40	-25.84	14.500	7.023	14.321	9.240	0.84	1.23	1.85
"	"	134.71	-0.8631	93.40	-31.76	88.32	-25.84	19.000	9.202	18.699	11.190	0.86	1.58	2.38
"	"	133.99	-1.0849	114.19	-30.67	109.24	-25.84	23.500	11.382	23.045	13.084	0.87	1.94	2.91
"	"	133.26	-1.3090	135.02	-29.92	130.16	-25.84	28.000	13.561	27.359	14.922	0.88	2.29	3.43
"	"	132.54	-1.5356	155.86	-29.37	151.08	-25.84	32.500	15.740	31.641	16.703	0.88	2.64	3.96
"	"	131.82	-1.7647	176.71	-28.94	172.00	-25.84	37.000	17.920	35.891	18.429	0.89	3.00	4.48
"	"	131.10	-1.9963	197.57	-28.61	192.91	-25.84	41.500	20.099	40.109	20.098	0.89	3.35	5.00
"	"	130.39	-2.2304	218.43	-28.34	213.83	-25.84	46.000	22.279	44.295	21.711	0.90	3.71	5.52
"	"	129.67	-2.4671	239.30	-28.12	234.75	-25.84	50.500	24.458	48.450	23.268	0.90	4.06	6.03

continua

(TABLA 5.6)

FECHA DE EMISION: 11/3/1986 HORA : 08:03:32

PROYECTO: L.T. CHIMBOTE - CASMA

TRAMO : Chimbote-Nepena

LONGITUD: 41.90 km

 CONDICIONES DE BORDE EN EL EXTREMO DE ENVIO

fdp.	Ve	Vr	+Delta	Ir	Ie	Pot. de Envio	Pot. Recibida	fdp(r)	Perd.	Caida.				
[]	[kV]	[kV]	[Grad]	[Amp]	[Ang]	[MW]	[MVAR]	[]	[%]	[%]				
0.950	138.00	137.66	-0.0054	12.87	-71.04	4.40	-18.19	1.000	0.329	0.997	2.897	0.33	0.27	0.25
"	"	137.04	-0.2434	29.39	-38.56	24.22	-18.19	5.500	1.808	5.474	4.324	0.78	0.47	0.70
"	"	136.41	-0.4836	48.43	-30.36	44.04	-18.19	10.000	3.287	9.922	5.700	0.87	0.78	1.15
"	"	135.79	-0.7259	67.90	-26.83	63.86	-18.19	14.500	4.766	14.342	7.026	0.90	1.09	1.60
"	"	135.18	-0.9705	87.52	-24.87	83.67	-18.19	19.000	6.245	18.733	8.301	0.91	1.40	2.05
"	"	134.56	-1.2174	107.19	-23.63	103.49	-18.19	23.500	7.724	23.096	9.526	0.92	1.72	2.49
"	"	133.95	-1.4665	126.91	-22.78	123.31	-18.19	28.000	9.203	27.429	10.701	0.93	2.04	2.94
"	"	133.34	-1.7179	146.64	-22.15	143.13	-18.19	32.500	10.682	31.734	11.825	0.94	2.36	3.38
"	"	132.73	-1.9715	166.39	-21.68	162.94	-18.19	37.000	12.161	36.011	12.898	0.94	2.67	3.82
"	"	132.13	-2.2276	186.14	-21.30	182.76	-18.19	41.500	13.640	40.259	13.921	0.95	2.99	4.26
"	"	131.53	-2.4859	205.90	-21.00	202.58	-18.19	46.000	15.119	44.478	14.894	0.95	3.31	4.69
"	"	130.93	-2.7466	225.67	-20.75	222.40	-18.19	50.500	16.599	48.669	15.816	0.95	3.63	5.13
1.000	138.00	137.71	-0.0174	11.58	-68.85	4.18	0.00	1.000	0.000	0.998	2.570	0.36	0.21	0.21
"	"	137.32	-0.3093	25.38	-25.10	23.01	0.00	5.500	0.000	5.479	2.530	0.91	0.38	0.49
"	"	136.93	-0.6028	43.14	-14.43	41.84	0.00	10.000	0.000	9.935	2.444	0.97	0.65	0.78
"	"	136.54	-0.8981	61.52	-10.05	60.66	0.00	14.500	0.000	14.364	2.313	0.99	0.93	1.06
"	"	136.16	-1.1949	80.10	-7.69	79.49	0.00	19.000	-0.000	18.768	2.136	0.99	1.22	1.34
"	"	135.78	-1.4935	98.76	-6.22	98.32	0.00	23.500	0.000	23.146	1.914	1.00	1.51	1.61
"	"	135.40	-1.7937	117.46	-5.22	117.14	0.00	28.000	0.000	27.498	1.646	1.00	1.79	1.88
"	"	135.03	-2.0956	136.20	-4.49	135.97	0.00	32.500	0.000	31.825	1.332	1.00	2.08	2.15
"	"	134.66	-2.3991	154.94	-3.94	154.80	0.00	37.000	0.000	36.125	0.973	1.00	2.36	2.42
"	"	134.30	-2.7043	173.70	-3.51	173.62	0.00	41.500	0.000	40.400	0.569	1.00	2.65	2.68
"	"	133.94	-3.0112	192.47	-3.16	192.45	0.00	46.000	0.000	44.649	0.119	1.00	2.94	2.94
"	"	133.58	-3.3197	211.24	-2.88	211.28	0.00	50.500	0.000	48.872	-0.377	-1.00	3.22	3.20

(TABLA 5.7)

FECHA DE EMISION: 11/3/1986 HORA : 08:57:05

PROYECTO: L.T. CHIMBOTE - CASMA

TRAMO : Chimbote-Nepena

LONGITUD: 41.90 km

FDP(e) []	Ve [kV]	Ie [Amp]	[Ang]	Potencia Enviada [MW]	[MVAR]	Potencia Recibida [MW]	[MVAR]
0.850	79.67	4.92	-31.788	1.000	0.620	0.997	3.186

Delta [Grad]	Vr [kV]	Ir [Amp]	[Ang]	fdp(r) []	Perd. [%]	Caida [%]		
F #1	0.0016	79.46	0.002	13.56	-75.573	0.249	19.48	0.26
F #2	0.0055	79.44	-119.995	14.04	170.799	0.355	-18.82	0.30
F #3	0.0088	79.46	120.009	14.46	46.819	0.289	0.34	0.27

FDP(e) []	Ve [kV]	Ie [Amp]	[Ang]	Potencia Enviada [MW]	[MVAR]	Potencia Recibida [MW]	[MVAR]
0.850	79.67	27.07	-31.788	5.500	3.409	5.466	5.906

Delta [Grad]	Vr [kV]	Ir [Amp]	[Ang]	fdp(r) []	Perd. [%]	Caida [%]		
F 1	-0.2083	79.02	-0.208	33.25	-48.144	0.670	3.98	0.83
F 2	-0.1741	78.92	-120.174	34.34	-166.144	0.695	-2.76	0.95
F #3	-0.1717	78.99	119.828	34.32	72.070	0.672	0.61	0.87

FDP(e) []	Ve [kV]	Ie [Amp]	[Ang]	Potencia Enviada [MW]	[MVAR]	Potencia Recibida [MW]	[MVAR]
0.850	79.67	49.22	-31.788	10.000	6.197	9.900	8.563

Delta [Grad]	Vr [kV]	Ir [Amp]	[Ang]	fdp(r) []	Perd. [%]	Caida [%]		
F #1	-0.4206	78.57	-0.421	54.83	-41.603	0.753	2.74	1.41
F #2	-0.3561	78.41	-120.356	56.03	-160.510	0.764	-0.74	1.62
F #3	-0.3544	78.52	119.646	55.90	78.405	0.752	1.00	1.47

continua

(TABLA 5.8)

FECHA DE EMISION: 11/3/1986 HORA : 08:57:05

PROYECTO: L.T. CHIMBOTE - CASMA

TRAMO : Chimbote-Nepena

LONGITUD: 41.90 km

FDP(e) []	Ve [kV]	Ie [Amp]	[Ang]	Potencia Enviada [MW] [MVAR]		Potencia Recibida [MW] [MVAR]	
0.900	79.67	4.65	-25.842	1.000	0.484	0.997	3.052

Delta [Grad]	Vr [kV]	Ir [Amp]	[Ang]	fdp(r) []	Perd. [%]	Caida [%]		
F #1	-0.0026	79.48	-0.003	13.01	-74.955	0.260	19.46	0.25
F #2	-0.0002	79.45	-120.000	13.52	171.649	0.369	-18.86	0.28
F #3	0.0039	79.47	120.004	13.92	47.491	0.300	0.31	0.26

FDP(e) []	Ve [kV]	Ie [Amp]	[Ang]	Potencia Enviada [MW] [MVAR]		Potencia Recibida [MW] [MVAR]	
0.900	79.67	25.57	-25.842	5.500	2.664	5.470	5.170

Delta [Grad]	Vr [kV]	Ir [Amp]	[Ang]	fdp(r) []	Perd. [%]	Caida [%]		
F #1	-0.2315	79.08	-0.231	31.00	-44.307	0.718	3.92	0.75
F #2	-0.2055	78.99	-120.206	32.17	-162.305	0.742	-2.84	0.87
F #3	-0.1990	79.05	119.801	32.07	75.794	0.719	0.54	0.79

FDP(e) []	Ve [kV]	Ie [Amp]	[Ang]	Potencia Enviada [MW] [MVAR]		Potencia Recibida [MW] [MVAR]	
0.900	79.67	46.49	-25.842	10.000	4.843	9.912	7.233

Delta [Grad]	Vr [kV]	Ir [Amp]	[Ang]	fdp(r) []	Perd. [%]	Caida [%]		
F #1	-0.4626	78.69	-0.463	51.24	-36.871	0.805	2.64	1.25
F #2	-0.4132	78.53	-120.413	52.53	-155.817	0.815	-0.88	1.46
F #3	-0.4041	78.63	119.596	52.31	83.040	0.803	0.88	1.32

continua

(TABLA 5.9)

FECHA DE EMISION: 11/3/1986 HORA : 08:57:05

PROYECTO: L.T. CHIMBOTE - CASMA

TRAMO : Chimbote-Nepena

LONGITUD: 41.90 km

FDP(e) []	Ve [kV]	Ie [Amp]	[Ang]	Potencia Enviada [MW]	[MVAR]	Potencia Recibida [MW]	[MVAR]
0.950	79.67	4.40	-18.195	1.000	0.329	0.997	2.897

Delta [Grad]	Vr [kV]	Ir [Amp]	[Ang]	fdp(r) []	Perd. [%]	Caida [%]		
F #1	-0.0075	79.49	-0.008	12.38	-74.176	0.273	19.43	0.23
F #2	-0.0068	79.46	-120.007	12.92	172.711	0.386	-18.90	0.26
F #3	-0.0018	79.48	119.998	13.30	48.331	0.315	0.27	0.24

FDP(e) []	Ve [kV]	Ie [Amp]	[Ang]	Potencia Enviada [MW]	[MVAR]	Potencia Recibida [MW]	[MVAR]
0.950	79.67	24.22	-18.195	5.500	1.808	5.474	4.324

Delta [Grad]	Vr [kV]	Ir [Amp]	[Ang]	fdp(r) []	Perd. [%]	Caida [%]		
F #1	-0.2581	79.16	-0.258	28.62	-39.180	0.778	3.87	0.65
F #2	-0.2415	79.07	-120.241	29.88	-157.230	0.799	-2.93	0.77
F #3	-0.2303	79.13	119.770	29.69	80.744	0.777	0.47	0.69

FDP(e) []	Ve [kV]	Ie [Amp]	[Ang]	Potencia Enviada [MW]	[MVAR]	Potencia Recibida [MW]	[MVAR]
0.950	79.67	44.04	-18.195	10.000	3.287	9.922	5.700

Delta [Grad]	Vr [kV]	Ir [Amp]	[Ang]	fdp(r) []	Perd. [%]	Caida [%]		
F #1	-0.5108	78.83	-0.511	47.62	-30.603	0.865	2.56	1.07
F #2	-0.4786	78.67	-120.479	49.01	-149.645	0.873	-1.00	1.27
F #3	-0.4609	78.77	119.539	48.67	89.164	0.863	0.77	1.15

continua

(TABLA 5.10)

PROYECTO: L.T. CHIMBOTE - CASMA

TRAMO : Chimbote-Nepena

LONGITUD: 41.90 km

FDP(e) []	Ve [kV]	Ie [Amp]	[Ang]	Potencia Enviada [MW] [MVAR]		Potencia Recibida [MW] [MVAR]	
1.000	79.67	4.18	0.000	1.000	-0.000	0.998	2.570

Delta [Grad]	Vr [kV]	Ir [Amp]	[Ang]	fdp(r) []	Perd. [%]	Caida [%]	
F #1 -0.0178	79.52	-0.018	11.07	-72.243	0.305	19.39	0.19
F #2 -0.0206	79.49	-120.021	11.66	175.312	0.428	-18.98	0.23
F #3 -0.0139	79.51	119.986	12.00	50.388	0.349	0.21	0.21

FDP(e) []	Ve [kV]	Ie [Amp]	[Ang]	Potencia Enviada [MW] [MVAR]		Potencia Recibida [MW] [MVAR]	
1.000	79.67	23.01	0.000	5.500	0.000	5.479	2.530

Delta [Grad]	Vr [kV]	Ir [Amp]	[Ang]	fdp(r) []	Perd. [%]	Caida [%]	
F #1 -0.3142	79.33	-0.314	24.55	-25.392	0.906	3.80	0.44
F #2 -0.3173	79.23	-120.317	26.01	-143.872	0.917	-3.04	0.56
F #3 -0.2963	79.28	119.704	25.58	93.950	0.901	0.37	0.49

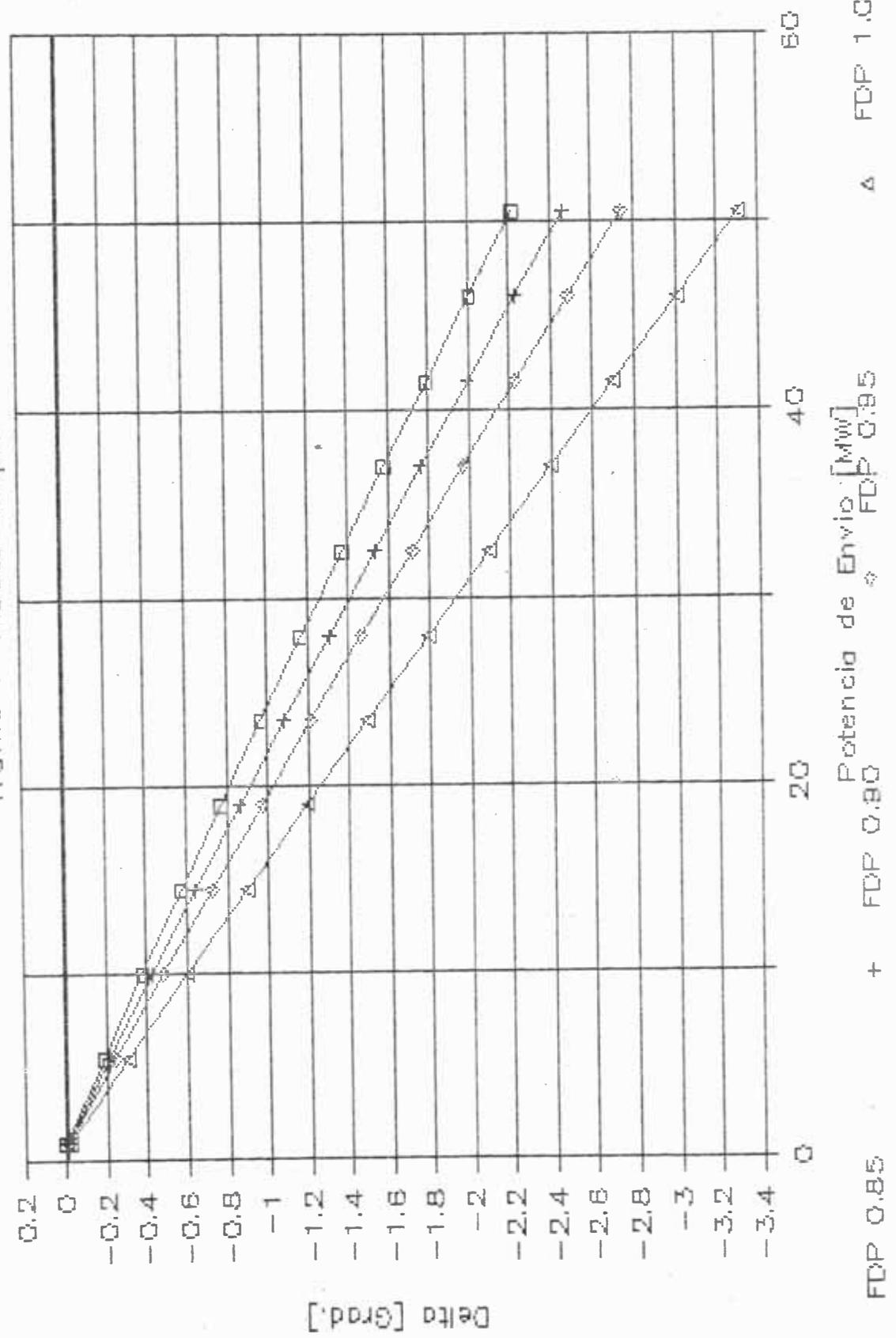
FDP(e) []	Ve [kV]	Ie [Amp]	[Ang]	Potencia Enviada [MW] [MVAR]		Potencia Recibida [MW] [MVAR]	
1.000	79.67	41.84	0.000	10.000	0.000	9.935	2.444

Delta [Grad]	Vr [kV]	Ir [Amp]	[Ang]	fdp(r) []	Perd. [%]	Caida [%]	
F #1 -0.6120	79.13	-0.612	42.30	-14.387	0.971	2.46	0.68
F #2 -0.6159	78.97	-120.616	43.86	-133.865	0.973	-1.15	0.89
F #3 -0.5804	79.06	119.420	43.26	104.972	0.968	0.65	0.78

(TABLA 5.11)

VARIACION DEL ANGULO DE POTENCIA

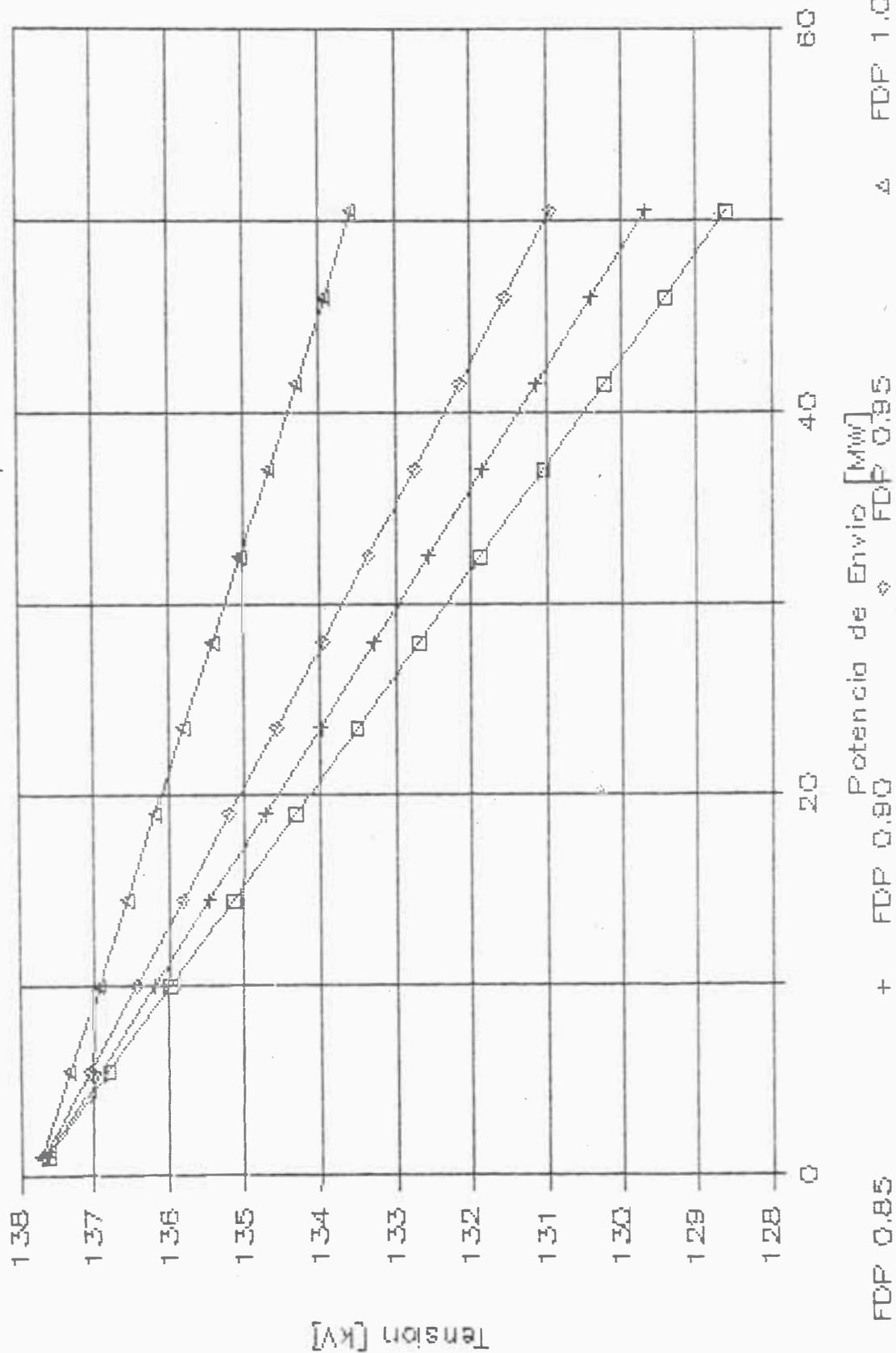
Tramo Chimbote - Nepeña



(Fig. # 5.1)

VARIACION DE LA TENSION RECIBIDA

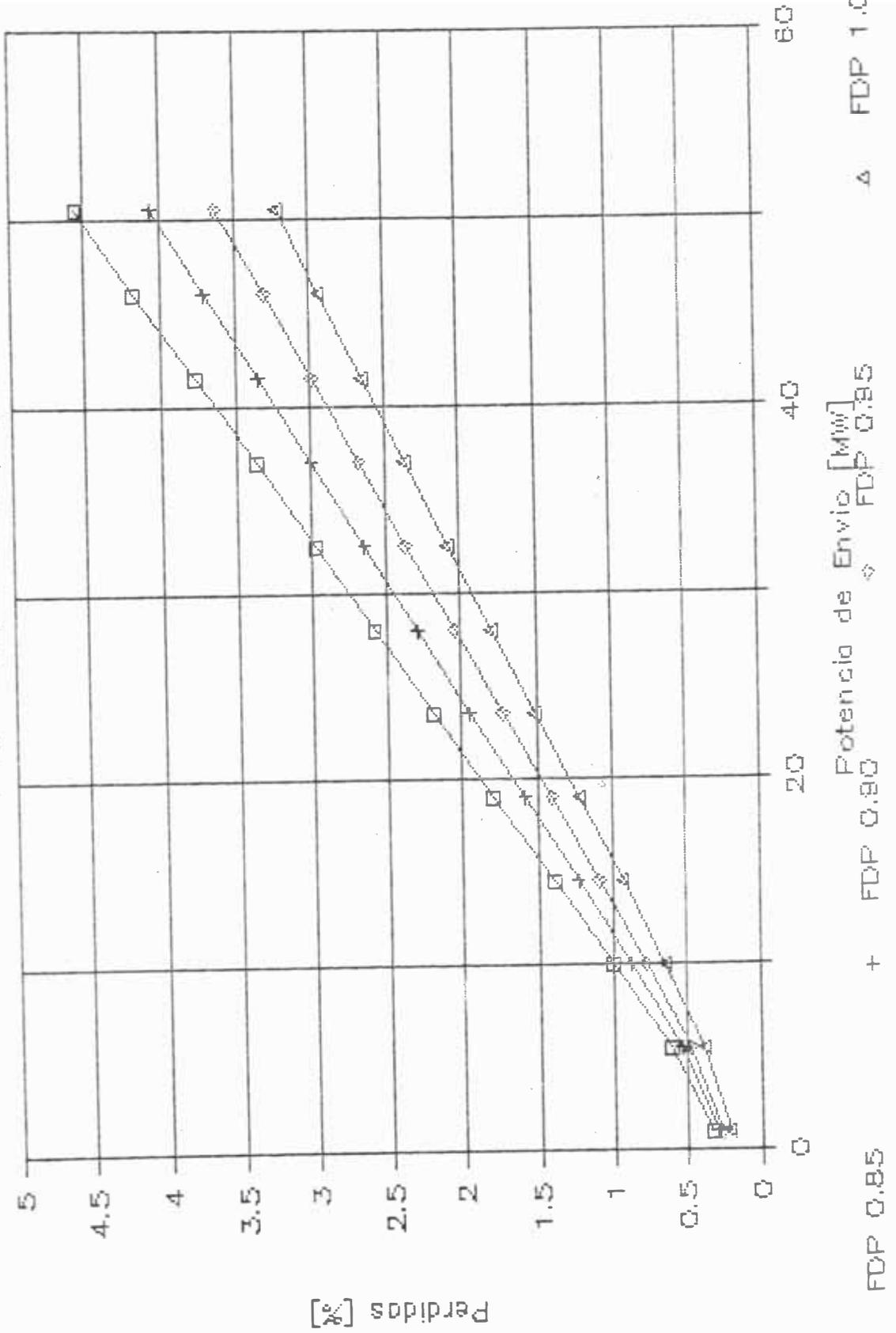
Tramo Chimbote-Nepena



(Fig. # 5.2)

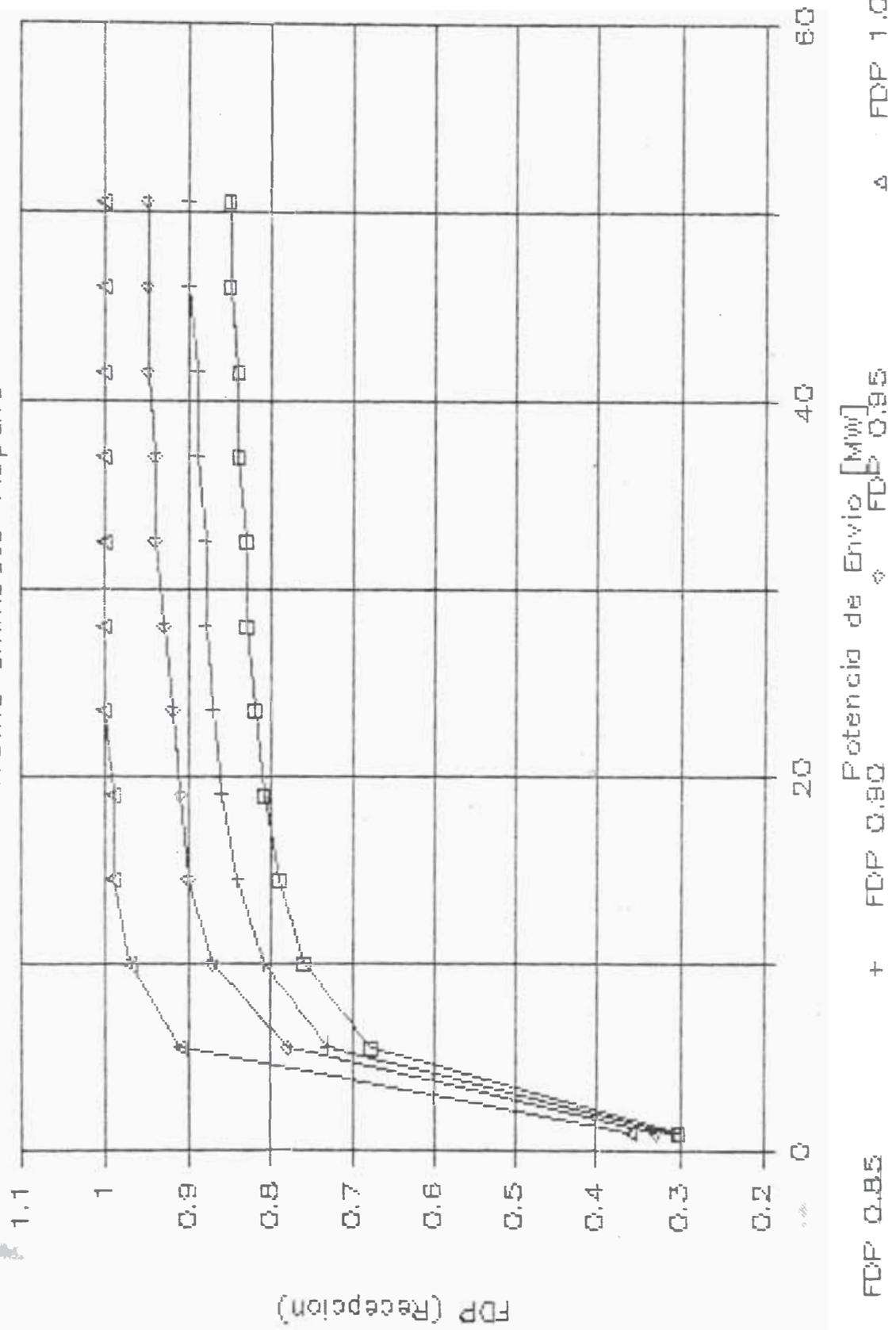
VARIACION DE LAS PERDIDAS

Tramo Chimboza - Nepeña



VARIACION DEL FACTOR DE POTENCIA

Tramo Chimbo - Nepeño



(Fig. # 5.4)

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES:

- 1.- El Método Modal permite obtener resultados más cercanos a la realidad.
- 2.- El uso de una microcomputadora permite la aplicación de este método en tiempos muy cortos.
- 3.- Por lo expuesto en los puntos anteriores es posible realizar análisis de sensibilidad que se van a traducir en el estudio del comportamiento de una línea de transmisión de potencia.
- 4.- Con el desarrollo este programa muchos problemas de interés pueden examinarse sin que su complejidad sea una restricción.
- 5.- El desarrollo del estudio de una línea por el Método Modal produce todas las condiciones necesarias que permiten su integración en un análisis detallado de un sistema de Potencia.
- 6.- El Método Modal puede optimizar el diseño de una línea pues nos permite encontrar una distribución de conductores que elimine el desbalance natural de la línea.

RECOMENDACIONES:

- 1.- Este desarrollo hecho con motivo de la tesis y por ello con limitaciones de tiempo ha tomado algunas simplificaciones que podrían ser reanalizadas, tal es el caso de las Series de Carson o los métodos de obtención de valores y vectores propios. Estos problemas podrían ser estudiados y tratados en otra tesis.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Wedephol L.M. (1963)
Application of matrix methods to the solution of travelling wave phenomena in polyphase systems.
PROC IEE, Vol 110, No. 12, 1963
- [2] Galloway H., Shorrocks W.B. & Wedephol L.M (1964)
Calculation of electrical parameters for short & long polyphase transmission lines.
PROC IEE, Vol 111, No. 12, 1964
- [3] Wedephol L.M. (1965)
Electrical characteristics of polyphase transmission systems with special reference to boundary-value calculations at power-line carrier frequencies
PROC IEE Vol 112, No. 11, 1965
- [4] Wedephol L.M. & Wasley R.G (1965)
Wave propagation in polyphase transmission systems
PROC IEE, Vol 112, No. 11, 1965
- [5] Carson Jr. (1926)
Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return.
Bell System Technical Journal, pp 539-554,
Oct 1926.
- [6] Stevenson Jr. W.D. (1965)
Elements of power systems analysis.
Ed. McGraw Hill/Novaro, 2da Edición
- [7] Gridley J.H. (1967)
Principles of Electrical Transmission Lines in Power and Communication.
Pergamon Press, London. 1ra Edición.
- [8] Elgerd Olle I. (1971)
Electric Energy Systems Theory.
Ed. McGraw Hill, 1ra Edición.

- [9] Ortega F. V.
Análisis Matricial de Circuitos
UNI
- [10] Fink & Beaty (1978)
Standard Handbook for Electrical Engineers
Ed. McGraw Hill, 11va Edición, 1978
- [11] Ayres Frank (1962)
Matrices.
Ed. McGraw Hill,
- [12] Anton Howard
Introducción al Álgebra Lineal
Ed. Limusa-Wiley. 2da Edición, 1972.
- [13] Bathe, Klaus-Jürgen (1976)
Numerical Methods in Finite Elements Analysis.
Cap 11
Ed. Prentice Hall, 1976.
- [14] Goldfarb S. & Griffin S. (1982)
Microcomputer Hardware
Chem. Eng. May 31, 1982 pp 105-112
- [15] Bloomfield D. (1982)
Microcomputing Software
Chem. Eng. May 31, 1982 pp 113-115
- [16] Roberts Thomas G. (1984)
Using computer technology competitively
Chem. Eng. Jan 23, 1984, pp 83-86
- [17] Goldfarb S. & Griffin S. (1984)
Microcomputers for Chemical Engineers
Chem. Eng. March 19, 1984, pp 171-176
- [18] Stephen L. Moshier (1986)
Computer Approximations
BYTE Vol.11, No.4, April 1986, pp 161-178

- [19] Olsen R.C & Pankaskie T.A (1983)
On Exact, Carson and Image Theories for Wires at or
Above Earth's Interface
IEEE Transactions, PAS Vol 102, No. 4, April 1983.
- [20] ORDEZA, Dirección Regional del Ministerio de
Energía y Minas
LINEA DE TRANSMISION DE 138 KV CHIMBOTE-CASMA
Vol. 1, Memoria Descriptiva y Notas de Cálculo.