Universidad Nacional de Ingeniería

PROGRAMA ACADEMICO DE INGENIERIA CIVIL

ESTUDIO DE LOS SILOS DEL CALLAO DESPUES DEL TERREMOTO DEL 03 - X - 74

T E S I S

PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE INGENIERO CIVIL

GERMAN ALBERTO ARROYO RIZO PATRON

LIMA ★ PERU ★ 1975

I N D I C E

PAG.

CAPITULO I

INTRODUCCION ---------- 2

CAPITULO II COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL DE SILOS

2.10.- GENERALIDADES ---------- 5
2.11.- DESCRIPCION GENERAL ---------- 5
2.12.- CLASIFICACION ---------- 7
2.13.- SILOS ESPECIALES ---------- 15
2.14.- TECNOLOGIA ---------- 15
2.20.- EMPUJES ESTATICOS : GENERALIDADES ---------- 26
2.21.- FENOMENOS DE CONJUNTO ---------- 32
2.22.- HISTORIA ---------- 35
2.23.- TEORIAS ---------- 36
2.24.- PRESION LATERAL ---------- 49
2.25.- ENSAYOS ---------- 72
2.30.- EFECTOS DINAMICOS ---------- 77
2.31.- GENERALIDADES ---------- 77
2.32.- ANTIGUOS DATOS ---------- 78
2.33.- ENSAYOS MODERNOS ---------- 78
2.34.- CALCULOS PRACTICOS ---------- 85
2.40.- INFLUENCIA DE LAS VARIACIONES DE TEMPERATURA, HYGROMETRIA Y EFECTOS DE VIENTO ---------- 105

PAG.

CAPITULO III ANALISIS Y DISEÑO ESTRUCTURAL DE SILOS

3.00.- Calculos de Concreto Armado ---------- 107
3.10.- Paredes ---------- 107
3.11.- Efectos de los Esfuerzos Horizontales en Paredes Planas ---------- 107
3.12.- En Paredes Circulares ---------- 115
3.13.- Paredes Especiales Prefabricadas ---------- 132
3.2 .- Tolvas ---------- 137
3.20.- Esfuerzos a tomarse en consideracion ---------- 137
3.21.- Calculo de la Tolva Trocononica ---------- 148
3.22.- Calculo de la Tolva Piramidal sobre un plano rectangular ---------- 151
3.221 Ejemplo de Calculo ---------- 165
3.222 Calculo de la Tolva Piramidal sobre un plano poligonal ---------- 172

ESTUDIO DEL SILO DEL CALLAO

CAPITULO IV ESTUDIO DE ANTECEDENTES

4.10.- Ubicacion ---------- 174
4.20.- Estudio Fotografico del Silo ---------- 175
4.21.- Antes del Sismo del 03/X/74 ---------- 175
4.22.- Despues del Sismo del 03/X/74 ---------- 178
4.30.- Estudio y Evaluacion de datos sobre Cimentacion, Estructura y Reparacion del Silo ---------- 183

PAG.

4.31 .- CIMENTACION ---------- 183
4.311.- DESCRIPCION DEL SUBSUELO DEL PUERTO DEL CALLAO --- 183
4.312.- NUMERO, DISTRIBUCION Y DISPOSICION DE LOS PILOTES- 186
4.32 .- ESTRUCTURAS ---------- 190
4.321.- DESCRIPCION DE LAS ESTRUCTURAS DEL SISMO -------- 190
4.322.- CELDAS DE ALMACENAMIENTO ---------- 192
4.323.- PISO DE DISTRIBUCION SOBRE CELDAS ---------- 194
4.324.- CARGA QUE LA ESTRUCTURA IMPONE A LA CIMENTACION -- 194
4.33 .- REPARACION DEL SILO ---------- 194

CAPITULO V ANALISIS SISMICO DEL SILO DEL CALLAO

5.10 .- IDEALIZACION DE UN MODELO ESTRUCTURAL ---------- 196
5.11 .- METRADO DE CARGAS ---------- 197
5.111.- CALCULO DEL PESO DE LAS LOSAS DE LA TOLVA -------- 197
5.112.- CALCULO DE LOS PESOS DE LAS PAREDES ---------- 201
5.20 - PASOS A SEGUIR PARA ENCONTRAR LAS RIGIDECES EN AMBAS DIRECCIONES ---------- 213
5.21 - CALCULO DE INERCIAS ---------- 216
5.22 - CALCULO DE LAS MASAS PARA LOS DISTINTOS NIVELES -- 219
5.23 - CALCULO DE LAS RIGIDECES EN EL EJE X ---------- 220
5.24 - DETERMINACION DE PERIODOS DE VIBRACION Y FORMAS DE MODO CORRESPONDIENTES ---------- 230
5.30 .- ANALISIS DINAMICO DE MODELOS ESTRUCTURALES EMPLEANDO ENVOLVENTES SISMICAS DE VELOCIDADES ---------- 230
5.31 .- METODO ---------- 230

PAG.

5.32 .- FUERZA SISMICA ---------- 235
5.33 .- FUERZA DE CORTE Y DESPLAZAMIENTOS ---------- 236
5.34 .- RECOMENDACIONES PARA EL USO DEL NUEVO METODO ----- 237
5.35 .- PROGRAMAS DE COMPUTACION ---------- 247
5.40 .- ANALISIS ESTATICO DE FUERZAS EQUIVALENTES -------- 243
5.41 .- ANALISIS ESTATICO EN EL EJE X-X ---------- 243
5.411.- CALCULO DE LA FUERZA SISMICA EN EL EJE X-X ------- 243
5.412.- CALCULO DE LA CORTANTE ESTATICA EN CADA NIVEL EJE X-X ---------- 245
5.42 .- ANALISIS ESTATICO EN EL EJE Y-Y ---------- 246
5.421.- CALCULO DE LA FUERZA SISMICA EN DIRECCION Y-Y ---- 246
5.422.- CALCULO DE LA CORTANTE ESTATICA EN CADA NIVEL EJE Y-Y ---------- 247

CAPITULO VI ANALISIS Y DISEÑO ESTRUCTURAL DEL SILO

6.10 .- ANALISIS ESTRUCTURAL USANDO EL PROGRAMA "ELAS" 252
6.11 .- DETERMINACION DE ZONAS CRITICAS ---------- 252
6.111.- DESCRIPCION DEL PROGRAMA "ELAS" ---------- 252
6.112.- METODO DE SOLUCION ---------- 253
6.113.- DEFINICION DE CONDICIONES DE EQUILIBRIO -------- 253
6.114.- DETERMINACION DE ZONAS CRITICAS ---------- 254
6.12 .- CALCULO DE DEFORMACIONES ---------- 257
6.13 .- CALCULO DE ESFUERZOS ---------- 257
6.20 .- DISEÑO ESTRUCTURAL ---------- 289

PAG.

CAPITULO VII CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.10 .- EVALUACION DE DAÑOS ---------- 292
7.11 .- CIMENTACION ---------- 292
7.111.- PARED EXTERIOR LADO SUR ---------- 294
7.112.- PARED EXTERIOR LADO NORTE ---------- 297
7.113.- PAREDES INTERIORES ---------- 297
7.114.- TOLVAS ---------- 297
7.115.- TECHOS DE SILOS ---------- 302
7.20 .- POSIBLES CAUSAS DEL COLAPSO ---------- 302
7.30 .- RECOMENDACIONES ---------- 303

ANEXOS

BIBLIOGRAFIA

C A P I T U L O I

INTRODUCCION

INTRODUCCION

Este trabajo tiene por objetivo, el estudio de estructuras de Silos. En los años venideros tendremos que familiarizarnos con este tipo de estructuras, ya que ellas se construirán en nuestro país para almacenar alimentos.

En el Perú, durante la época del Imperio Incaico, ya existieron Silos llamados Tambos, en los que nuestros antepasados almacenaban sus alimentos. Cuando fué necesario iniciar la construcción de Silos en nuestro país, se contrataron los servicios de compañías y profesionales especializados, generalmente, extranjeros para realizar los diseños. Sin embargo, estando el Perú situado en una zona sísmica, es imperativo considerar en el diseño de estructuras especiales, como son los Silos, el efecto del sismo.

El presente trabajo, que compila aspectos de análisis, diseño y tecnología de Silos, comprende los siguientes capítulos

- En el Capítulo II se trata los factores importantes que deben tenerse en cuenta para efectuar un buen diseño de Silos. El aspecto sísmico se ha tratado en un capítulo aparte por

éste uno de los factores más importantes en nuestro medio.

- En el Capítulo III se estudian las partes principales de un Silo, las diversas configuraciones que puede adoptar las estructura y la forma de analizarlas estructuralmente. Una de las configuraciones que se ve en este capítulo corresponde a los Silos del Callao.
- En el Capítulo IV se estudian los Silos del Puerto del Callao, presentándose planos y fotos, estas muestran el estado de la estructura antes y después del sismo del 03/X/74.
  En el Capítulo V se presenta el análisis sísmico de los Si - los del Callao. El programa de computación utilizado emplea dos métodos dinámicos, el del Reglamento Peruano y del Reglamento Japonés.
- En el Capítulo VI se presenta un análisis de las zonas críticas de los Silos del Callao, para lo cual se ha empleado un programa de Computación que usa el método de "Elementos Finitos".

C A P I T U L O II

COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL DE SILOS

2.10 SILOS GENERALIDAES.-

2.11 DESCRIPCION GENERAL.-

Los silos son reservorios especiales destinados a almacenar a granel las materias mas diversas, tales como: granos, cementos, carbón etc.

Estos reservorios son de diversas formas en planta (cuadradas, circulares etc.) pueden ser independientes o unidos. Pueden ser de muy gran altura con respecto a las dimensiones en planta o al contrario, pueden ocupar una gran superficie en planta y alamcenar las materias sobre una altura reducida.

Pueden ser cerradas o abiertas. Sus fondos pueden ser planos o formas especiales (ubres y tolvas) con orificio de vaciado.

Pueden ser independientes y construidos al aire libre (Fig. 2.1) o pueden formar parte del interior de un conjunto constructivo (Fig. 2.2).

Tambien pueden servir de soportes y de medios de anclaje a dispositivos mecánicos muy diversos como: elevadores, transportadores, aparatos evacuadores, instalaciones térmicas, dispositivos de pesaje, desecado, de ventilación, etc.

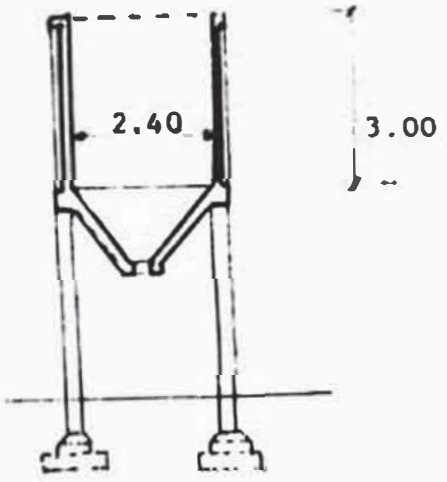


Fig. 2.1

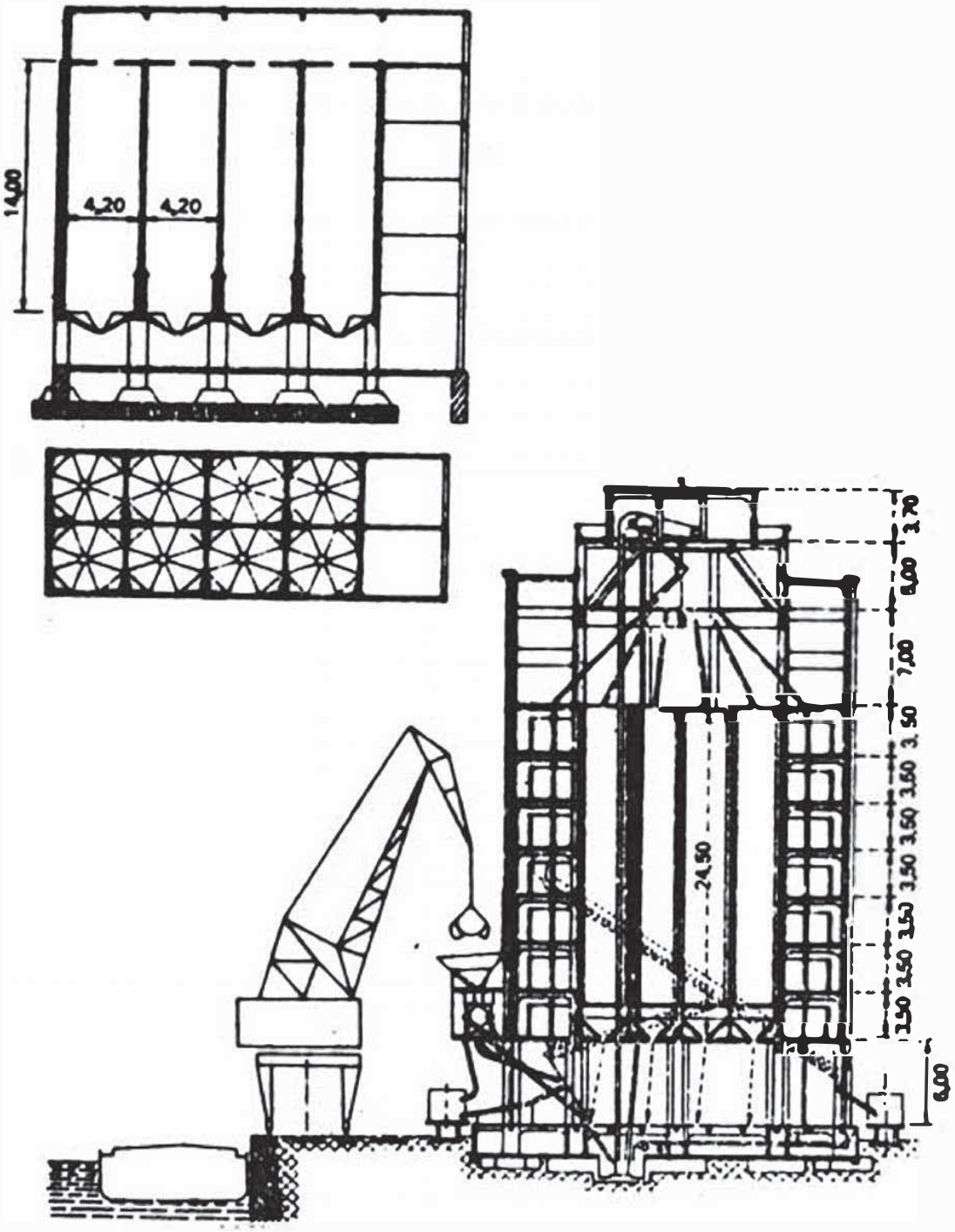


Fig. 2.2 Puerto de Estrasburgo-Corte transversal del silo del depósito de Austerlitz.

La cubartura puede estar dotada de diversos accesorios: aereadores, dispositivos da alumbrado, atc. Los fondos se pueden hacer a nivel del suelo entarrados o sobreelevados.

Las caracteristicas de las materias almacenadas son mu: diversas, ellas influyen de manara considerable sobre las presiones de equilibrio. Las principales son, la masa volumétrica y el ángulo de frotamiento interno.

Ciertas clases de materias pueden algunas veces amontonarse (carbón polvoriento), y formar arcos momentaneamente unidos cuyo hundimiento puede provocar esfuerzos dinámicos importantes sobre los fondos y las tolvas. Las pendientes de aquella deben ser importante para facilitar el deslizamiento de las materias hacia las compuertas de salida; existen varios sistemas de fludificación que se acomodan a las pendientes débiles.

Los parmentos interiores de la células son generalmente dejados en bruto al desencofrarse, o también pueden revestirse de materias vidriosas para facilitar los deslizmientos.

• El caracter muy abraaivo de ciertos productos ensilados, pueden hacer necesaria la apertura de orificios auxiliares de salida y de revestimientos especiales resistentes al uso, o también placas de acero.

Conviene también proteger el concreto armado contra el ataque químico de los productos almacenados.

Dentro de ciertos casos, se instalan unos acondicionamientos interiores como tubos colocados dentro del espesor de las paredes. Muchas veces es preciso calentar las paredes (caso de silos de azúcar para evitar el aglutinamiento del material), se emplean por ejemplo:

Fibras Isober de 7 a 12 cm. y chapa exterior.
Corcho de 2 a 3 cm. con su chapa.
Concreto celular de 10 a 15 cm.

La mayor parte de los silos son construidos en el sitio pero también se emplean silos prefabricados.

2.12 CLASIFICACION.-

Se pueden clasificar:

a) Ségun la forma en planta de la célula:

- Cuadrado Rectangular (Fig. 2.3)
- Exagonales (Fig. 2.4)
- Octogonales Circulares (Fig. 2.5)
- As de cuadros

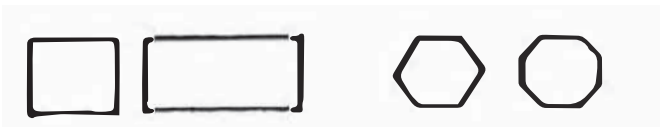


Fig. 2.3 Fig. 2.4

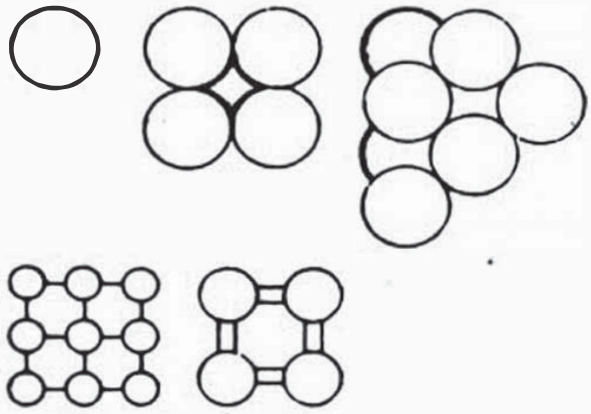


Fig. 2.5.

Las formas cuadradas y rectangulares permiten el máximo de capacidad sobre un terreno dado, y permite disponer pilares y soportes muy simples; en cambio las paredes estan expuestas a flexiones, el conjunto es relativamente costoso.

Las formas circulares presentan capacidades menores, pero el conjunto es menos costoso; las células en se de cuadros permiten una mejor utilización del espacio pero su cálculo es difícil y costoso.

Las células octogonales y exagonales están en una posición intermedia.

b) Según la forma general

- Silo profundo (Fig. 2.6)
- Silo plano (Fig. 2.7)
- Silo de formas achatadas (Fig. 2.8)
- Silos de formas especiales (Fig. 2.9, 2.10, 2.11, y 2.12)

Fig. 2.6

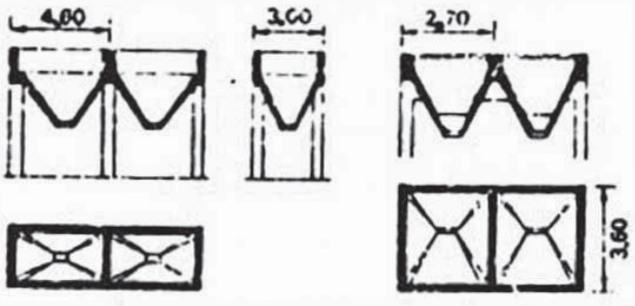


Fig 2.7.

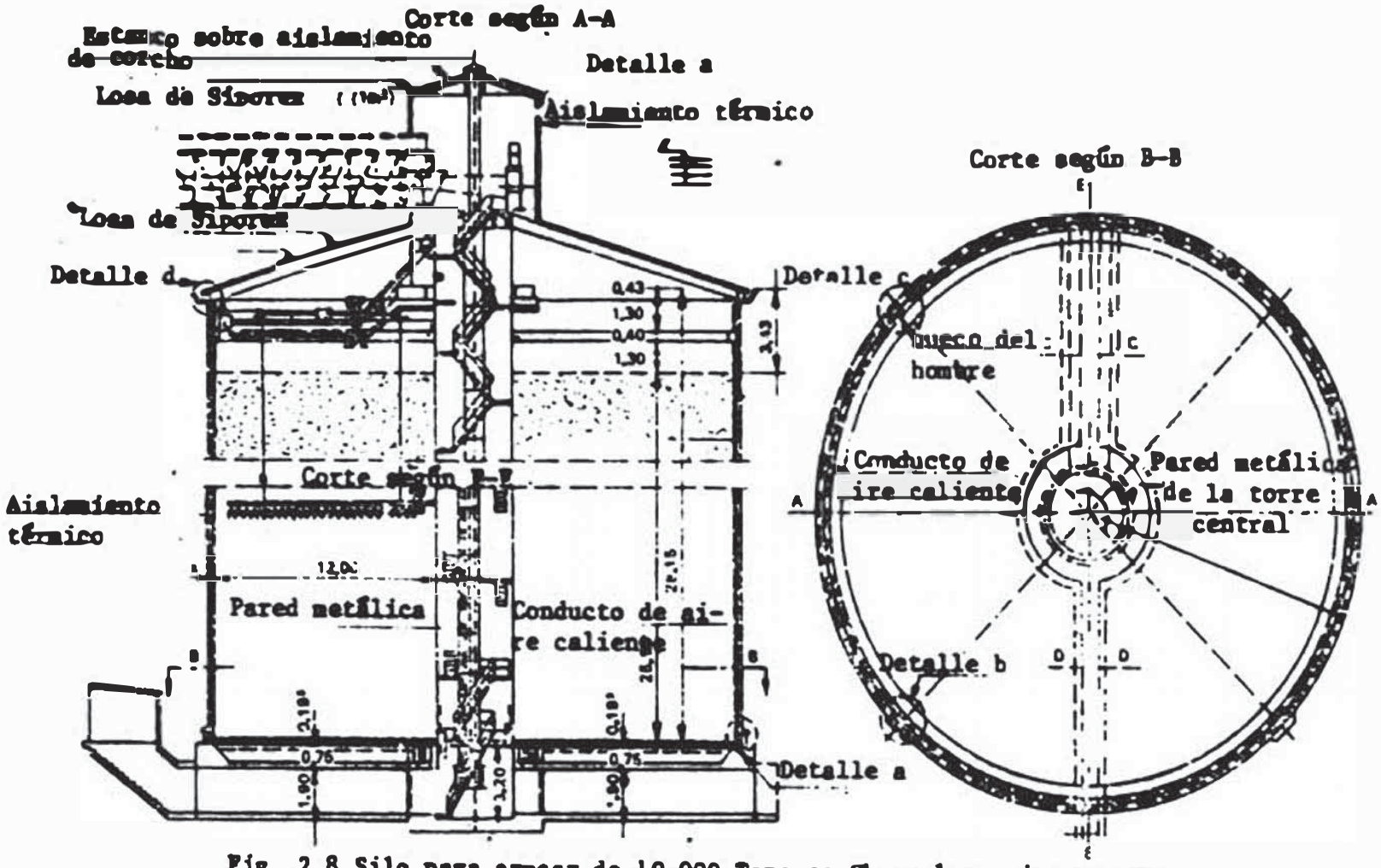


Fig. 2.8 Silo para azucar de 10,000 Tons en Checoslovaquia: cortes

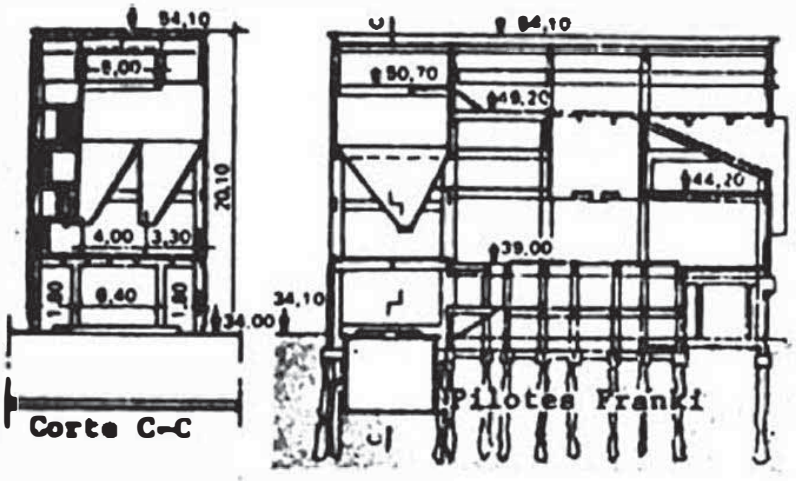


FIG. 2.9.

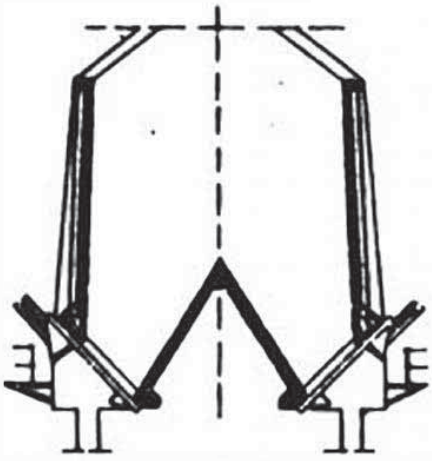


FIG. 2.10.

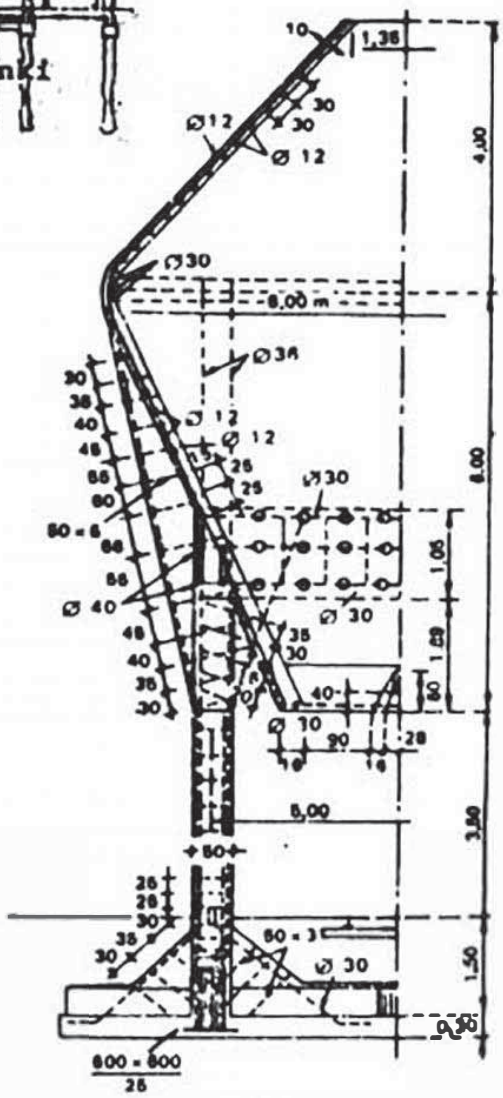


FIG. 2.11.

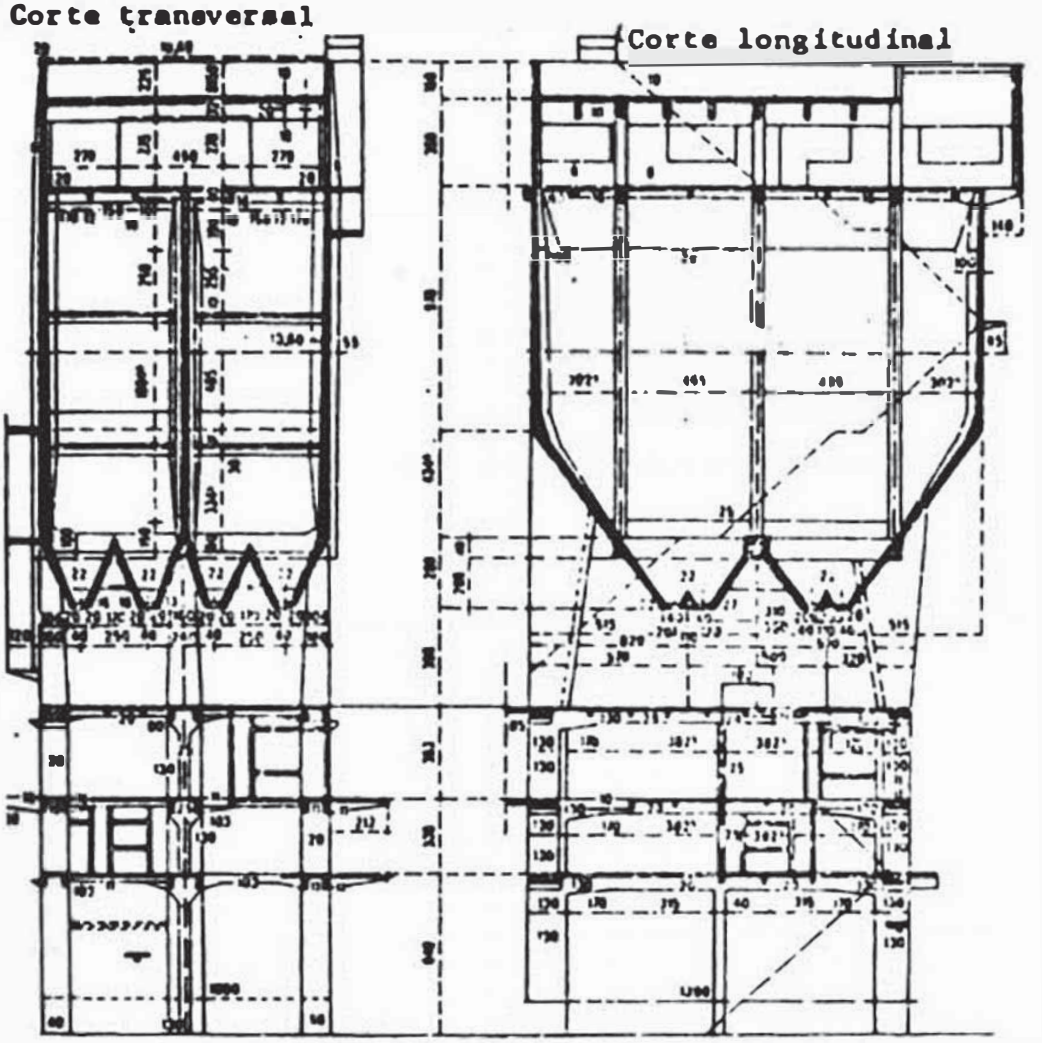


Fig. 2.12 Torre para carbón en Lens-Empresa Limousin y Cía (Procedimiento Freyssinet)

c) Según el agrupamiento de las células

Un silo puede estar constituido por una célula única según las formas en planta que habíamos mencionado anteriormente, o se puede también efectuar agrupamientos.

- De células cuadradas. La figura 2.2 da un ejemplo con tolvas octogonales.
- De células rectangulares. La figura 2.13 representa los silos de Soubry y Roulers, de tolvas simétricas.

Se puede también realizar con tolvas disimétricas (Fig. 2.14)

- De células exagonales (Fig. 2.15)

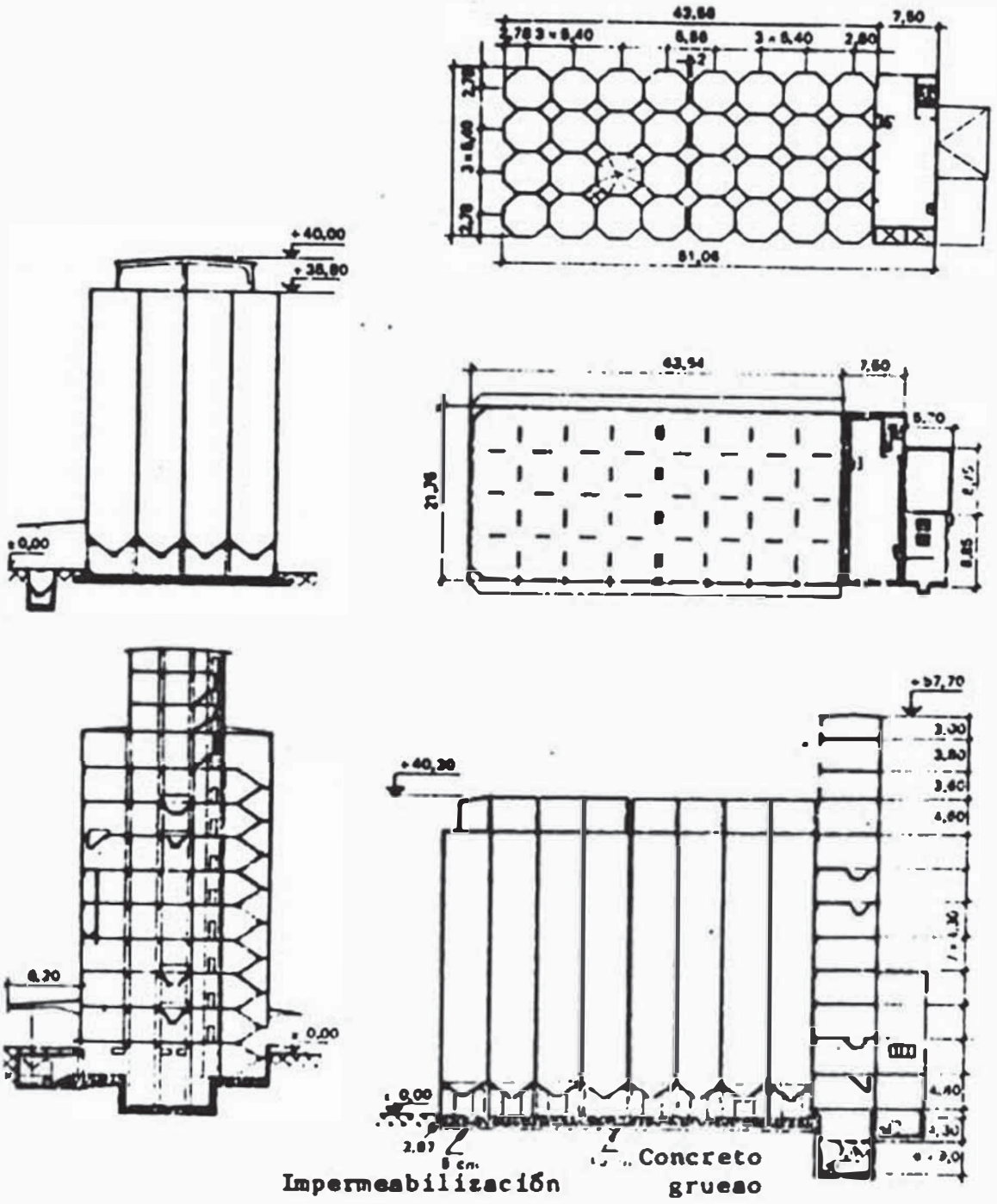


FIG. 2.16 Silo para cereales del Puerto de Alejandria

- De células octogonales. Necesariamente se pueden utilizar en el caso de células cuadradas intermedias, se pueden utilizer sea como almacen o como locación de los aparatos elevadores. La Fig. 2.16 represente el silo para cereales del Puerto de Alejandria y la Fig. 2.17 la planta del conjunto del silo de Rabat-Salé.

Practicamente se pueda realizar conjuntos de silos de formas cualquiera. La Fig. 2.18 da por ejemplo la forma de los silos de Pettjean en Marruecos que estén constituidos por un conjunto de 4 torres independientes en forma de cuadrados truncados y comprendiendo cada una cuatro grandes células y cuatro pequeñas células.

Fig. 2.17 Plano del conjunto del silo de Rabat-Salé

- De células circulares. Sean sin contacto, la unión se solamente realiza da en los cimientos, en el techo (Fig. 2.19) y las paredes diametrales (Fig. 2.5). Esto no nos lleva a considerar técnicamente, al cálculo de las células interiores pues ello es un poco incierto; luego el conjunto es costoso.

Sea con contacto (Fig. 2.5) con células intermediarias en "As de cuadros" y eventualmente de paredes circulares en el contorno.

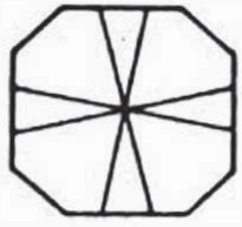


FIG. 2.18 Silo de Patitjean

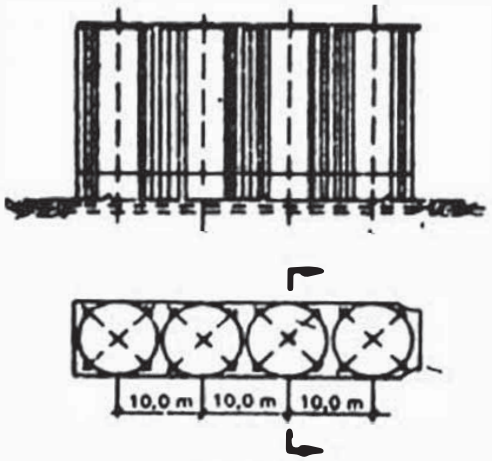


FIG. 2.19.

d) Según la materia almacenada; se distinguen:

Los silos agricolas que guardan: cereales, trigo, cebada, avena etc.
De productos diversos: malta, coco, semillas, granos.
Los silos industriales que guardan:
Carbón, coke, finos,
Cemento,
Minerales, escorias,
Azúcar, sal, fertilizantes,
Granulares de construcción: arenas, gravas,
Productos plásticos.

2.13 SILOS ESPECIALES.-

El almacenaje se fectúa sobre una altura relativamente reducida, pero sobre una gran extensión. Estos silos son siempre levantados directamente apoyados sobre el suelo. Las paredes constituyen simples muros de sostenimiento autoestables. Existen dos tipos diferentes:

- El silo almacen que está conformado por una construcción metálica o en concreto armado de un tipo cualquiera dotado de puentes rodantes con el interior de las células autonomas; ciertas paredes de estos silos pueden servir para el transporte en angarillaje. La figura 2.20 reproduce el silo almacen de Genneviller.

  El silo Hangar constituido por un circuito cerrado, tabicado o no y cubierto. Todo el conjunto está sometido al empuje de la materia almacenada y soporta al techado. Las paredes pueden ser tratadas de manera variable. Si la superficie en planta es muy elevada se trata de verdaderos muros de sostenimiento que se deben estudiar como tales. Para las superficies más reducidas, se construye un edificio en concreto armado, los barrajes y los anillos interiores se apoyan sobre el esqueleto de la construcción calculada como se acostumbra.

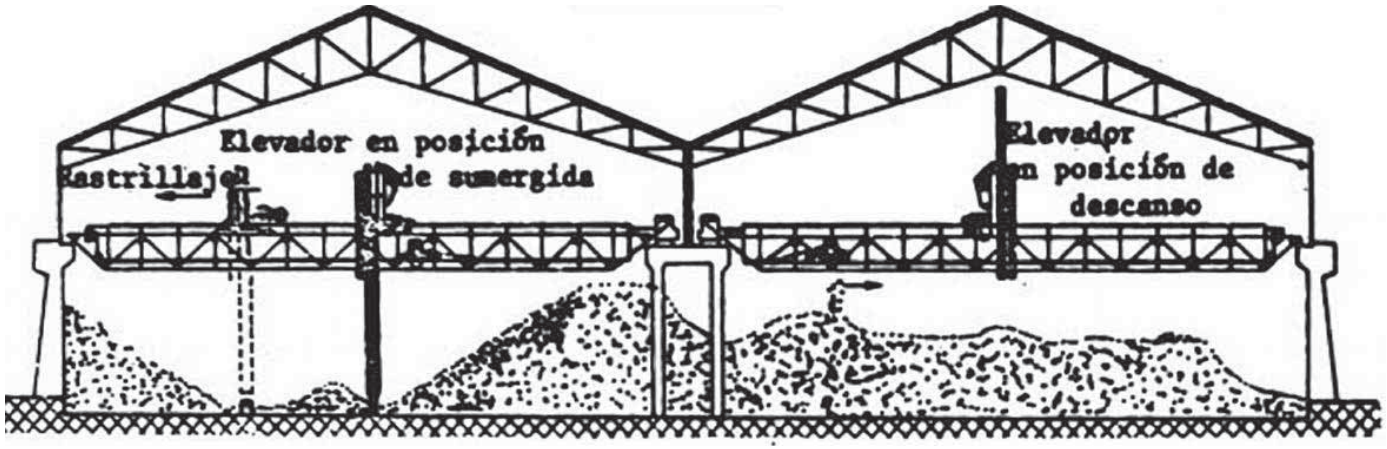
2.14 TECNOLOGIA.-

Veremos sucesivamente: la cimentación y los soportes, las paredes, las tolvas, el techo, y el enfierrado.

a) Cimentación y soporte.

No hay nada en especial que decir se adaptan a las condiciones de cada caso particular y sobre todo a la naturaleza del terreno.

Como referencia podemos tomar los silos para trigo situados en el puerto del Callao, en los cuales para su cimentación se han usado pilotes debido a la baja resistencia del suelo del puerto del Callao.



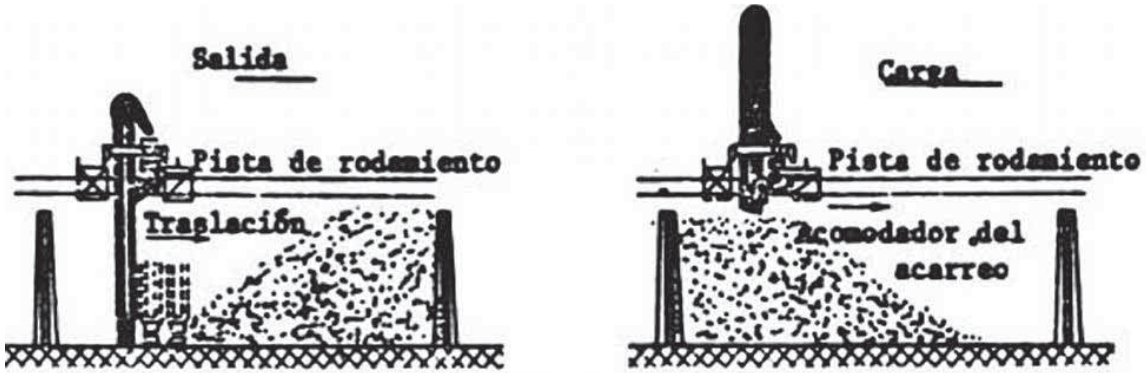


Fig. 2.20. Silo de Gennevilliers

b) Paredes.-

Las paredes circulares son de espesor constante, de 7 a 25 cm. sobre un plano horizontal. Este espesor es constante sobre toda la altura para los silos bajos mientras que este varía para los silos profundos. A manera de indicación, notamos:
- Las células octogonales del Dock-silo de Marrakech que tiene 5.55 m. de ancho, 19.63m. de alto y 11cm de espesor.
- Las células cuadradas del silo deMechra Bel Kairi que tiene 5.30m. de ancho, 10.80m. de altura y 16cm de espesor.
- Las células circulares de Fes que tienen 5.85 de diámetro, 23.80m. de altura y 12cm de espesor.
- Las células circulares de Casablanca que tienen 5.80m. de diámetro, 22.00m. de altura y 12cm de espesor.
- Las células circulares de Safi que tienen 5.70m. de diámetro, 34.00m. de altura y 12cm de espesor.

Las células en "As de cuadros" conforman cartelas de unión (Fig. 2.21); lo mismo para las paredes planas. Las uniones pueden ser a dos paños como en el caso de las paredes octogonales (fig. 2.22) o con un solo paño (fig. 2.23) como en el caso de las células exagonales u octogonales.

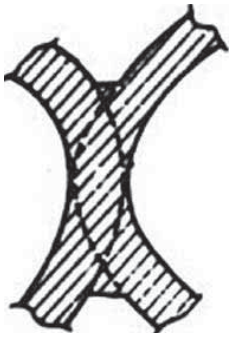


FIG. 2.21.

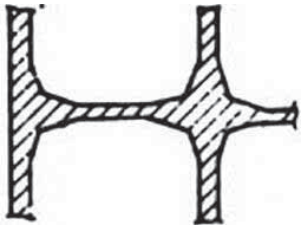


FIG. 2.22.

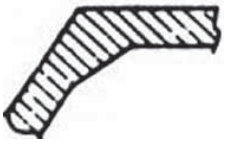
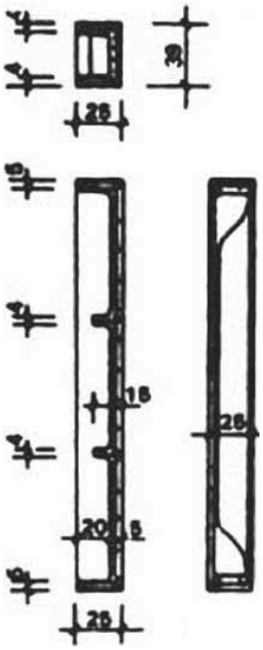


FIG. 2.23.

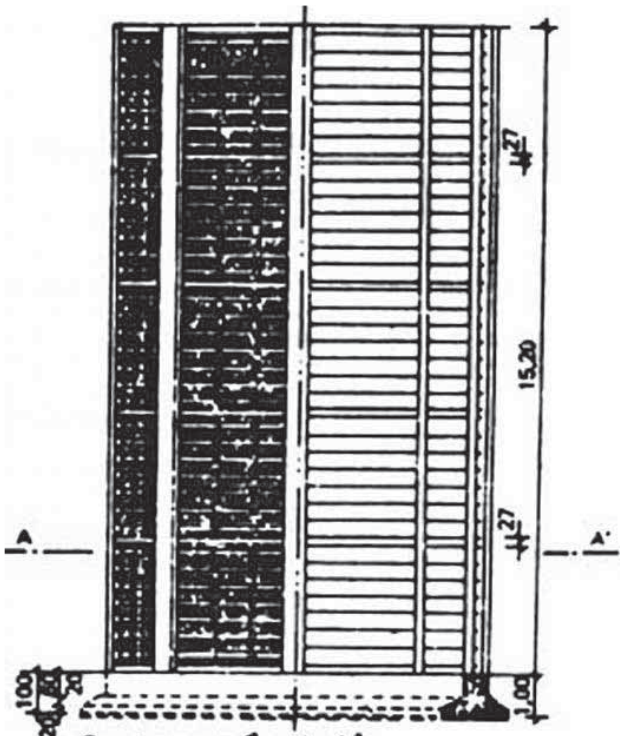
Corte parcial de una pared compuesta de elementos pre-fabricados de concreto armado.

Vista en perspectiva de un elemento pre-fabricado "esquinero".

FIG. 2.24.



Detalle de una placa prefabricada



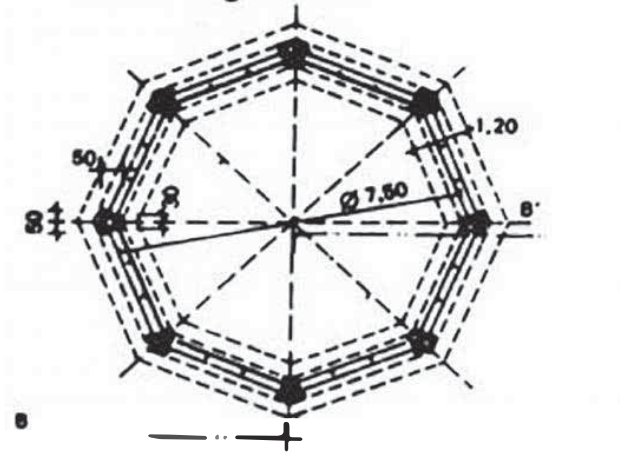


FIG. 2.25 Corte según B-B'

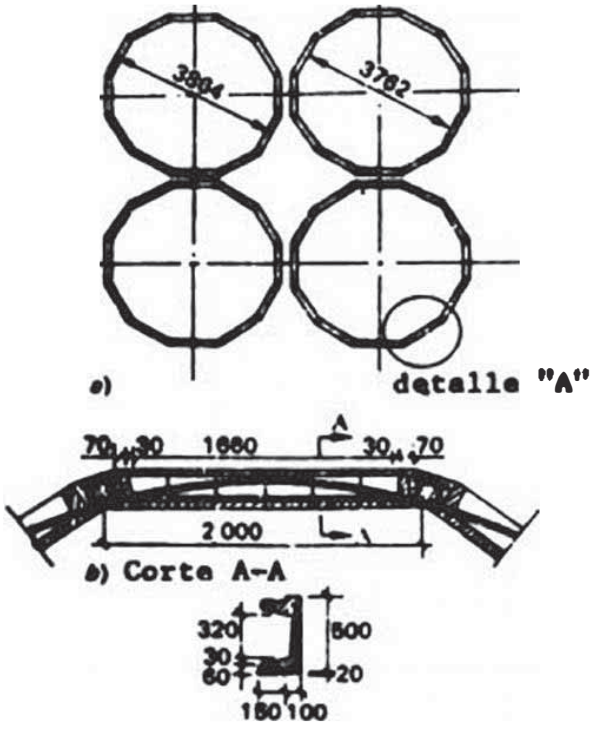


FIG. 2.24.

Las células con paredes planas (cuadradas, rectangulares o poligonales) pueden también construirse según el sistema compuesto Reimbert (fig. 2.17), que esta conformado por; pilotes de ángulos verticales colocados sobre el lugar y de elementos prefabricados horizontales en forma de esquinas que, ajustan a los unos sobre los otros, realizando una pared plegada (fig. 2.24). Las inclinaciones son de 45° para asegurar un perfecto empotramiento del conjunto. Las esquinas son de 5 a 7 cm. de espesor constante; el enfierrado varía según la altura. Lo mismo los pilotes que tienen la sección constante y enfierrado variable. Existe también el sistema Clet (fig. 2.25). La figura 2.26 nos da un sistema holandés reproducido según Fisher.

c) Tolvas

Las formas en volumen son adaptadas a la forma de la célula (fig. 2.27) pero pueden tener también tolvas dimétricas (fig. 2.14), de fondos chatos (fig. 2.28) o de formas especiales (fig. 2.29, 2.30, 2.31) o una forma análoga a aquella de la torre de carbón de Lens (fig. 2.12) o parecida al silo de Mimizan (A. Reimbert, Ing° Conseil); como las células de la figura 2.10 o aquella de la figura 2.20 (volumen octogonal sobre célula cuadrada en planta).

d) Techos

Las disposiciones pueden ser muy diversas desde la cubertura simple en losa, cono, cúpulas sobre plano circular o poligonal (fig. 2.33) hasta los sistemas más complejos, galerías en construcciones para diferentes usos y coronamientos.

Fig. 2.34 silo para trigo de Sidi-Aigh
Fig. 2.8 silo para azúcar en Checoslovaquia
Fig. 2.35 silo para azúcar en Suecia
Fig. 2.19 silo para cemento en Limuiden
Fig. 2.36 silo en La Palice

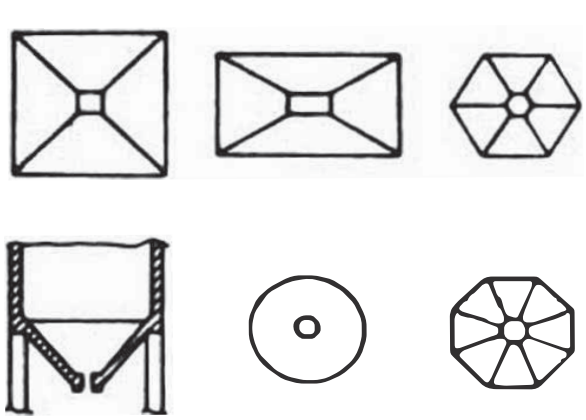


FIG. 2.27.

FIG. 2.28.

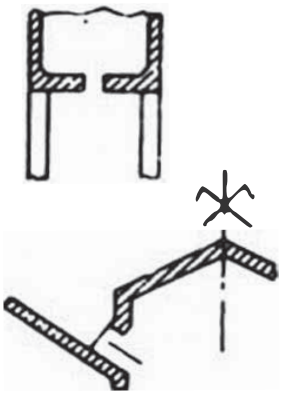


FIG. 2.29.

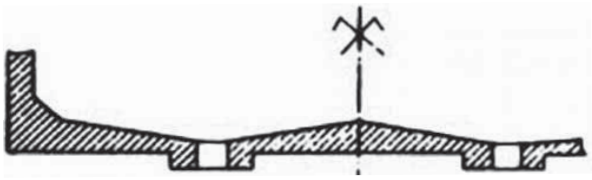


FIG. 2.30

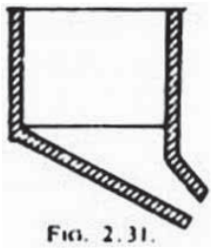


FIG. 2.31.

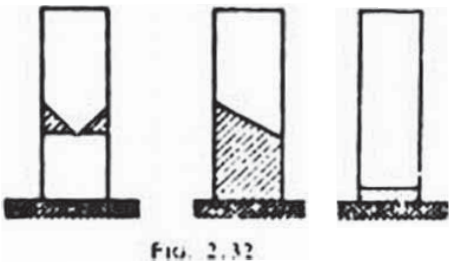


FIG. 2.32

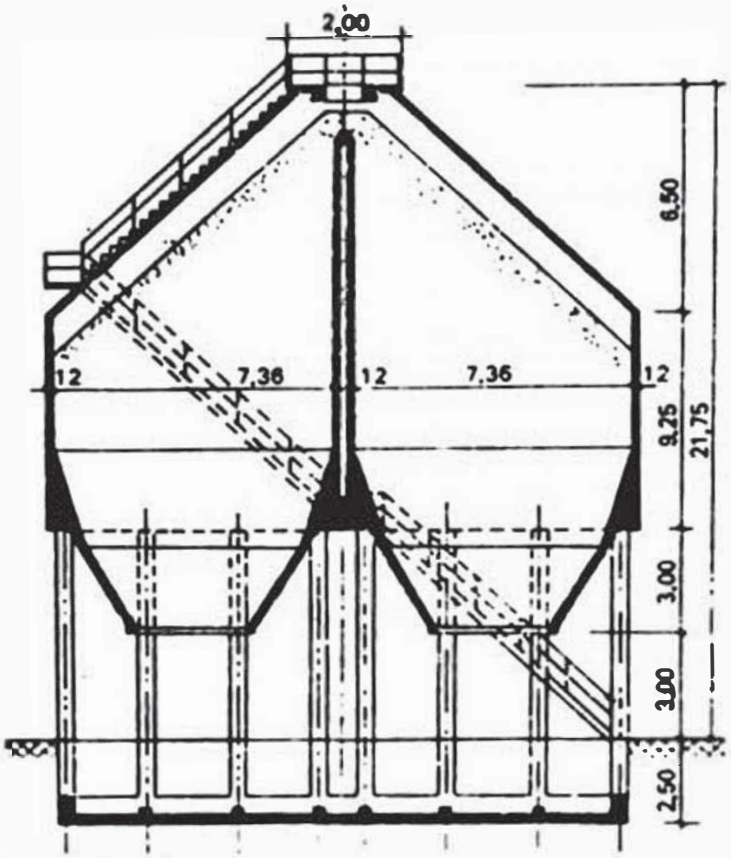


FIG. 2.32 **Silos de cal de las papelerías de Gascogne en Mimizan (corte vertical).**

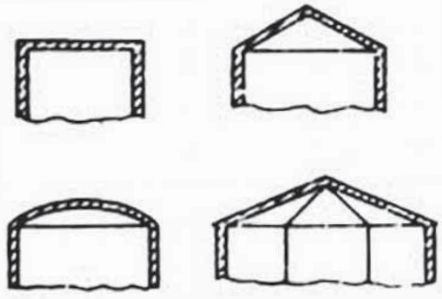


FIG. 2.33

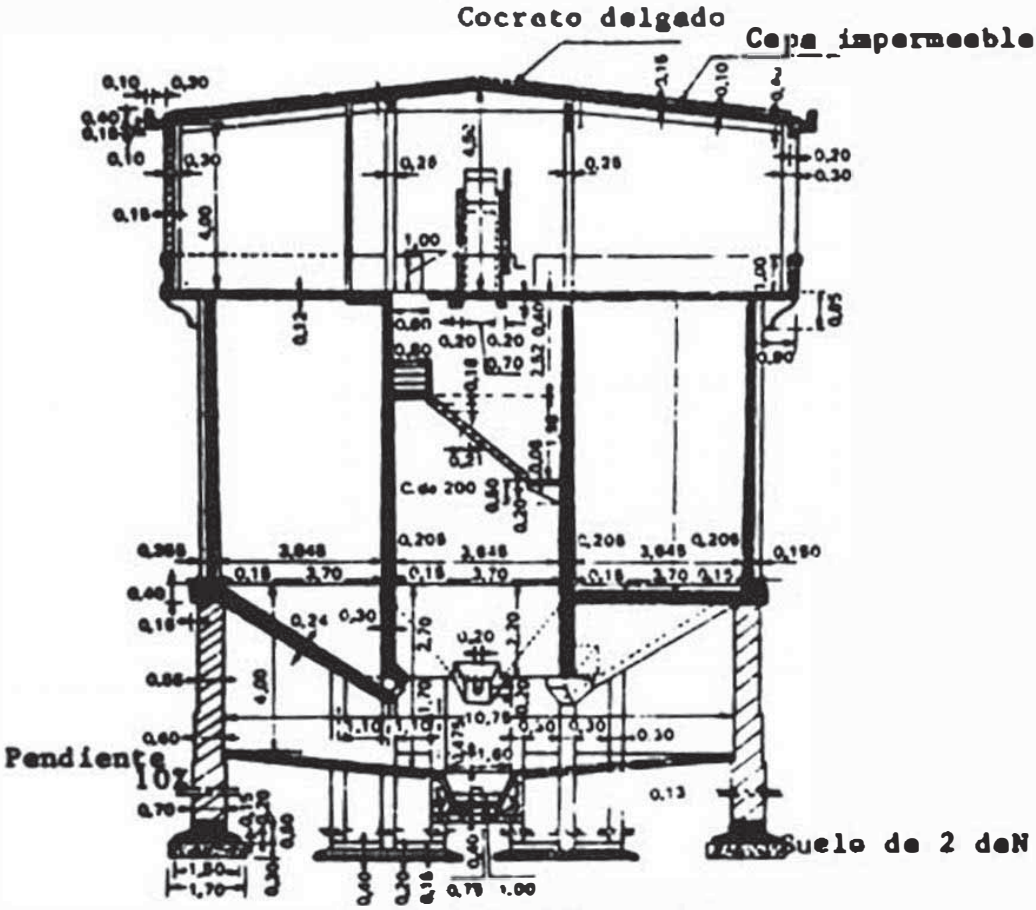


FIG. 2.34. Silo en Side - Aigh

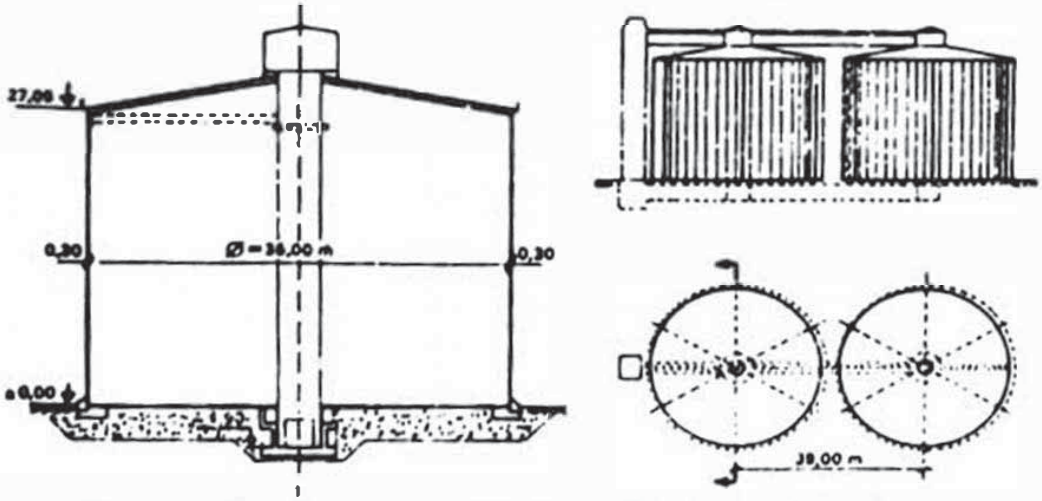


FIG. 2.35. Silos para azúcar (2 x 25,500 m3) Kopingebro Suecia: Cortes y elevaciones

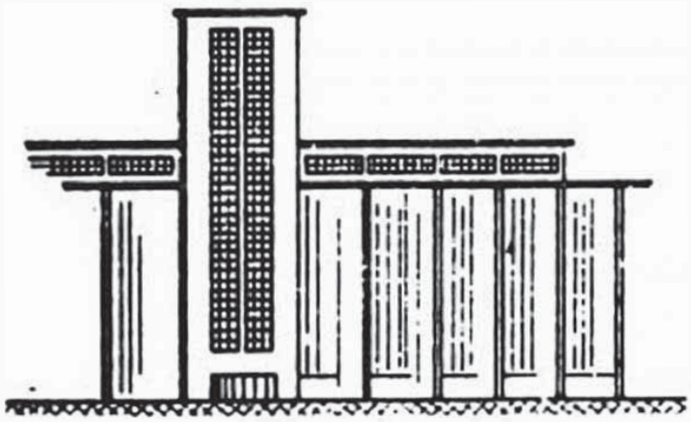


Fig. 2.36

a) Acero

Nada en especial es preciso indicar en lo referente al [illegible] de las fundaciones, de los pilotes de soporte y de las cubiertas. Vamos a estudiar los aceros: en las paredes y en las tolvas

Paredes

La pared circular corriente se arma por un cuadrillaje simple o doble. Y tiene complicación si hay un contacto con las "células" o se emplea el tipo de "As de cuadros". Para las células tangentes entre sí es suficiente de hacer penetrar las uniones de los aceros y de unir los aceros con los estribos (fig. 2.37). En el caso de las células decaladas como el "As de cuadros" la figura 2.38 da según Keller un ejemplo de colocación de aceros.

Si se trata de paredes planas la forma de colocar los aceros es idéntica a aquella que se usa para los reservorios rectangulares. La figura 2,39 nos da un ejemplo según Keller.

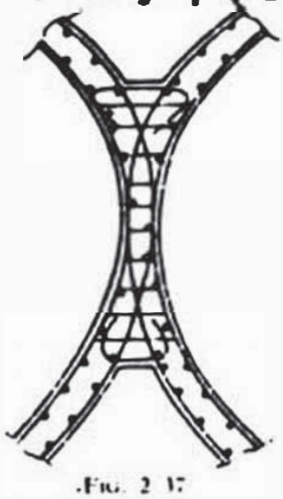


Fig. 2.37

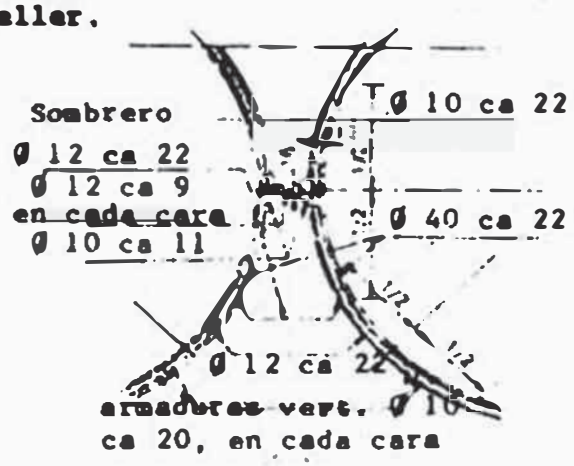
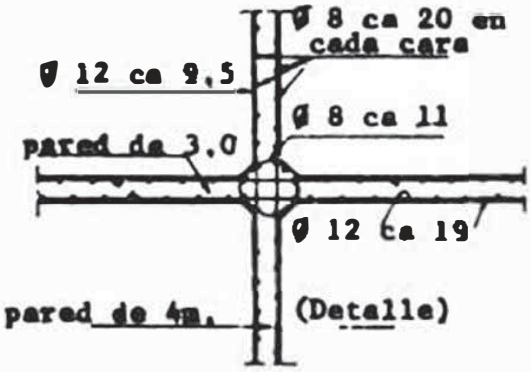


Fig. 2.38

TOLVAS. - La figura 2.41 da un ejemplo del acareje de una tolva circular, y la figura 2.42 nos da el correspondiente de una tolva de caras planas. El encoletado de las tolvas sobre las caras planas verticales de un silo es un punto muy importante lo mismo que la transmisión de esfuerzos a los pilotes. La figura 2.43 nos da un ejemplo; la parte baja de las paredes verticales están sentadas en vigas tabiques; la cuestión se todavía mas delicada en el caso de un silo circular soportado por 4 pilotes, la figura 2.44 nos da un ejemplo.



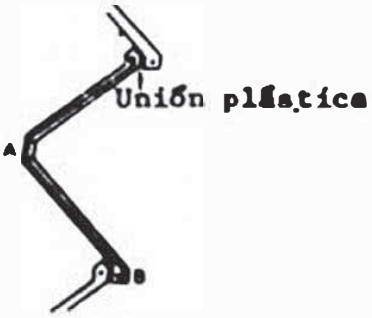
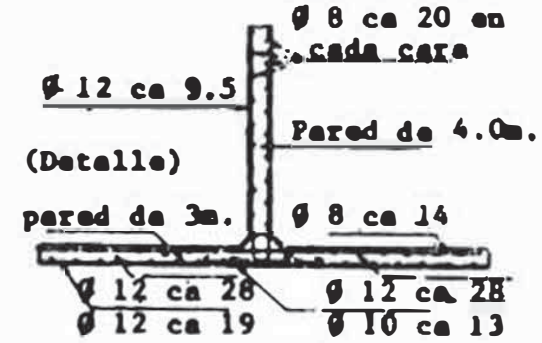


FIG. 2.40.



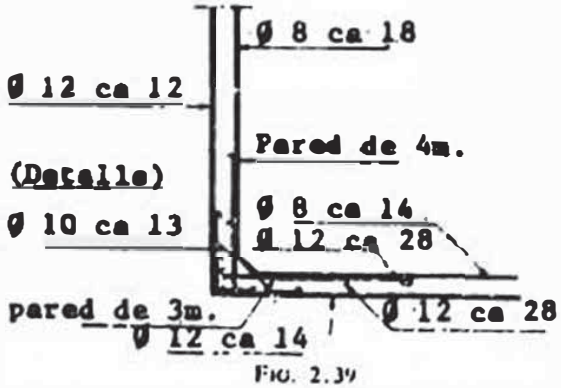


FIG. 2.39

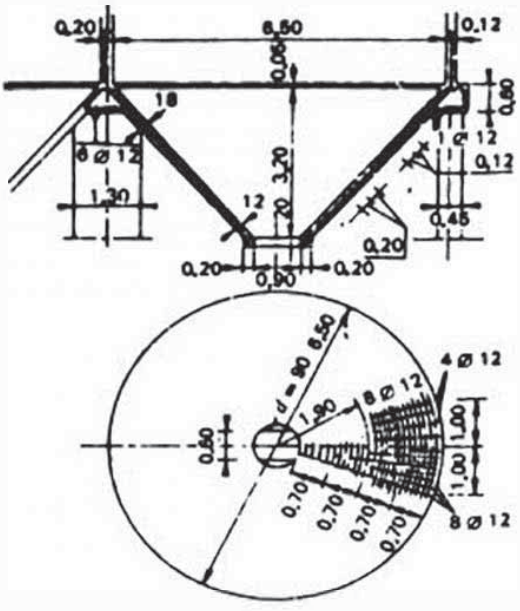


FIG. 2.41

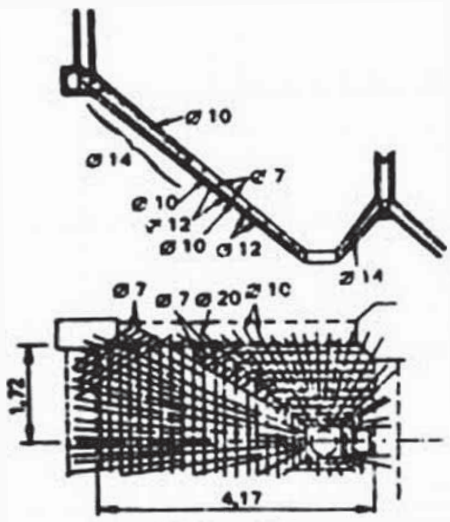


FIG. 2.42.

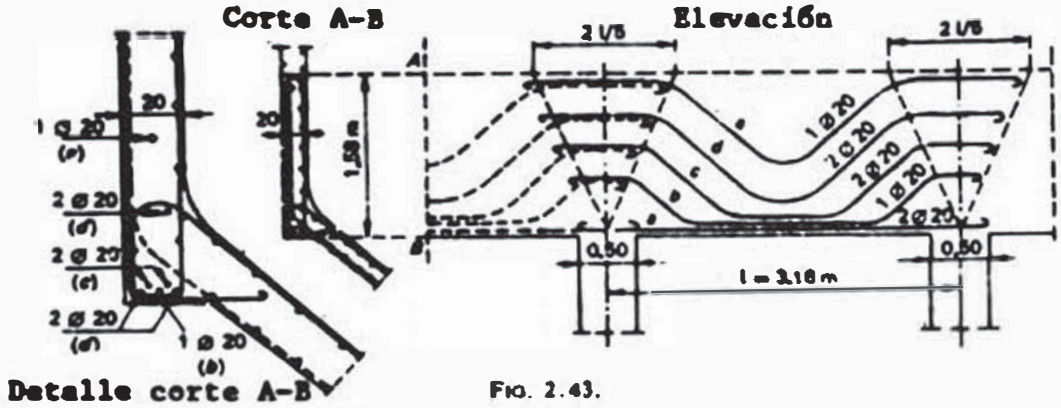


FIG. 2.43.

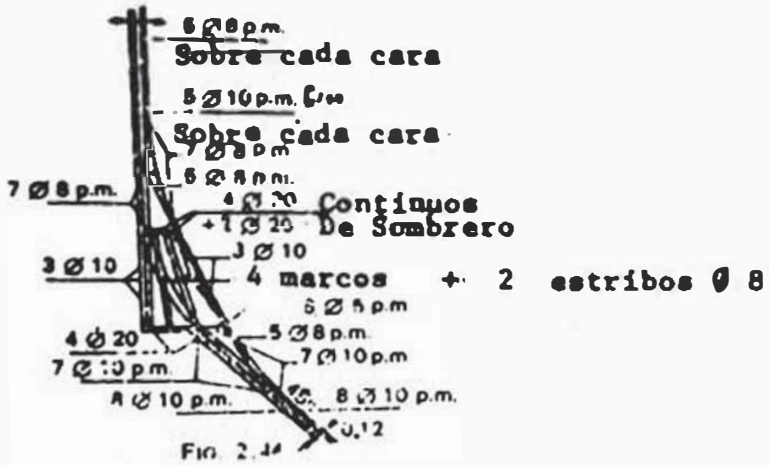


FIG. 2.44

ESFUERZOS A EQUILIBRAR.-

Fuera de los pesos propios de la construcción no hay nada en especial que decir, nosotros veremos:

Los empujes estáticos que originan los materiales almacenados en el silo.
Los esfuerzos dinámicos introducidos por los deslizamientos de los materiales durante el vaciado, así como también los efectos motivados por otras causas, tales como las acciones climáticas (temperatura, higrometría, vientos) y también el efecto de los sismos.

2.20 EMPUJES ESTATICOS.-

GENERALIDADES.-

La determinación de los empujes estáticos que actúan sobre las paredes y sobre el fondo de un silo originado por los materiales ensilados y en reposo, es un problema bastante complejo y que se asemeja a los concernientes a los empujes originados por pulverulentos materiales. Parece improbable llegar a conocer, con precisión, esta acción, puesto que no se trata de un problema de dos dimensiones. En un silo el problema se plantea en tres dimensiones e intervienen, notablemente, la forma en proyección horizontal del silo, lo que complica singularmente el cálculo, a tal punto que la solución rigurosa no se conoce. El problema será, pues, tratado con el criterio dominante de no sacrificar la seguridad de la estructura.

Entre los más importantes factores que intervienen, podemos indicar los tres siguientes: el peso volumétrico Δ, el ángulo de frotamiento interno φ, y el ángulo de frotamiento del contacto material ensilado-revestimiento de la pared φ'.

La tabla siguiente da estos tres valores para los productos que se almacenan mas frecuentemente. Las cifras que se indican en estas tablas son extremas y medias. De hecho los margenes son visiblemente importantes(conservadores). Para la precisión en una u otra forma nosotros daremos las cifras registradas después de los ensayos por la Comisión general de silos.

La tabla 2 que se indica a continuación da los valores de las medidas del frotamiento sobre las paredes lisas y rugosas en concreto armado y en tolvas de acero bajo una presión media de 0.162 bar.

Se encontrara también información en la tabla 3 que se reproduce después, esta tabla le pertenece a Fischer.

Pero es evidente que las características: masa volumétrica, frotamiento sobre paredes, frotamiento interno y ángulo de talud natural no pueden ser fijas, puesto que dependen de las circunstancias del medio ambiente temperatura, higrometría, como también del modo en que son colocados los materiales: lento, rápido, por medio de chute, por resbalamiento dirigido o por ligeras vibraciones.

TABLA 1

Materiales almacenados	γ daN/m³	φ	φ' sobre concreto	φ' sobre metal liso	φ' sobre plancha ondulada
Minerales:					
hierro en polvo	1 900/2 100	43/46	35/40		35
cascajo	1 600/1 850	40/45	30/40		27
arena seca	1 500/1 800	30/45	30/40		27
blenda	1 700/2 400	25/27			
metales	1 900/2 000	40/45			
greves	1 700/1 900	30/40	30/35		
escorias	900/1 100	25/45			
Cereales, frutas:					
arroz	580/620	24/26	28/31		22
trigo	740/850	24/26	22/25	15	20
cebada	520/700	25/28	22/25	15	18
avena	490/550	28	22/25		20
maíz	780/820	26/29	18/23	13	17
nuez de palmeras	800/900	35	25		
coco	600	35			
habas	750	30			
malta	530/600	21/23	18/24	14	18
soya	750	30	15	13	
alverjas	800/880	24/26	20/24		15
lino	600/680	23/26	22		17
col	600/700	27			
girasol	550/650	29			
nabo	600/700	29			
camelina	620/700	29			
Diversos:					
harina	600/1 100	25/40	30/40	23	30
carbón graso	800/880	35/45	25/35		22
carbón no graso	820/880	27/32	25/35		19
antracita	800/850	26/28	25/28		25
coke	400/450	35/40	25/35		35
cenizas	600/750	25/40	25/35		25
cementos	1 400/1 500	30/40	27/30	20	20
fosfatos	800/1 400	35/45	30/40		
azucar en terrones	950	35			

TABLA 2

Naturaleza de la materia	frotamiento sobre	tg φ máxima	tg φ mínima	Angulo de frotamiento φ máx.	Angulo de frotamiento φ mín.
Nabo	cemento liso	0,387	0,311	21°10'	17°15'
	— rugoso	0,858	0,655	40°40'	33°15'
	chapa lisa	0,310	0,274	17°15'	15°20'
	— rugosa	0,538	0,470	28°20'	25°10'
Camelina	cemento liso	0,405	0,396	22°05'	21°05'
	— rugoso	0,698	0,597	34°-	30°50'
	chapa lisa	0,382	0,356	20°55'	19°40'
	— rugosa	0,443	0,429	23°55'	23°15'
Colza	cemento liso	0,355	0,327	19°35'	18°10'
	— rugoso	0,524	0,405	27°40'	22°-
	chapa lisa	0,337	0,319	18°40'	17°40'
	— rugosa	0,302	0,291	16°50'	16°15'
Clavel	cemento liso	0,448	0,417	24°10'	22°40'
	— rugoso	0,723	0,642	35°50'	32°45'
	chapa lisa	0,362	0,330	19°55'	18°15'
	— rugosa	0,474	0,374	25°20'	20°30'
Mijo	cemento liso	0,542	0,486	28°30'	25°55'
	— rugoso	0,536	0,404	28°10'	22°-
	chapa lisa	0,343	0,324	18°55'	18°-
	— rugosa	0,412	0,343	22°20'	18°55'
Fosfatos Gafsa	cemento liso	0,715	0,629	35°30'	32°10'
	chapa lisa	1,040	0,825	46°15'	39°30'
	— rugosa	0,468	0,342	25°05'	18°55'
Fosfatos Réno	cemento liso	0,653	0,530	33°10'	27°55'
	chapa lisa	0,872	0,561	41°05'	29°20'
	— rugosa	0,715	0,468	35°30'	25°05'
Fosfatos Mouiu	cemento liso	0,678	0,512	34°10'	27°10'
	chapa lisa	0,678	0,555	34°10'	29°-
	— rugosa	0,637	0,570	32°30'	29°40'
Fosfatos Agrophos	cemento liso	0,745	0,590	36°40'	30°35'
	chapa lisa	0,752	0,651	36°55'	33°10'
	— rugosa	0,905	0,715	42°10'	35°35'

TABLA 3

Materia almacenada	γ	φ	tg φ	f_1	f_2
Apatita	1,900	35	0,60	0,493	0,384
Bauxita	1.250	30	—	0,414	0,325
Arcilla inchada	0,600	35	—	0,493	0,384
Carbón:					
seco	0,800	35	0,431	0,493	0,384
húmedo	1.000	30	—	0,414	0,325
cieco	0.500	25	—	0,339	0,268
briquetas	0,800	30	—	0,414	0,325
carnalita	0,900	35	0,500	0,493	0,384
cloruro de cal	0,700	35	—	0,493	0,384
dolomita	1.850	40	—	0,577	0,445
mineral de hierro	3,000	40	0,502	0,577	0,445
arena de cantera	1.100	30	—	0,414	0,325
Yesos:					
en trozos	1,600	30	0,450	0,414	0,325
molido	1,500	25	0,550	0,466	0,466
escorias de alto horno	1.200	20	—	0,364	0,364
escorias granuladas	1,400	25	—	0,339	0,268
Carbón de madera:					
con aire	0,400	35	—	0,493	0,384
sin aire	1.500	30	—	0,414	0,325
virutas de madera	0,250	35	—	0,700	0,700
trozos de madera	0,200	45	—	0,668	0,510
legumbres secas	0,800	25	—	0,339	0,268
café	0,700	45	—	0,668	0,510
Potasa:					
en granos finos	1.500	35	—	0,493	0,384
pulverulenta	1,500	20	—	0,364	0,364
Cal:					
cal viva					
tostada en pedazos	0,700	45	—	0,669	0,510
tostada molida	0,700	25	—	0,466	0,446
Cal hidráulica:					
calcinada en trozos	1,200	45	—	0,668	0,510
calcinada molida	1,200	25	—	0,466	0,466
harina calcarea	1,600	25	—	0,466	0,466
carburo	0,900	30	—	0,414	0,325
trozos de tierra	0,700	30	—	0,414	0,325
copos de tierra	0,150	45	—	0,668	0,510
Arena y grava					
seca	1,800	30	0,500	0,414	0,325
mojada	2,000	30	0,400	0,414	0,325
kieselgur	0,250	25	—	0,339	0,268
afrecho	0,300	45	—	0,668	0,510

TABLA 3 (Continuación)

Materia almacenada	γ	φ	tg φ'	f_1	f_2
creta o yeso o greda en pedazos	1,400	40		0,577	0,445
en polvo	1,150	40		0,839	0,518
mineral de cobre	1,850	35		0,493	0,384
magnesita humeda	1,300	25	0,520	0,466	0,366
malta	0,550	20		0,268	0,213
harina	0,600	25		0,466	0,466
forraje mezclado	0,550	45		0,868	0,510
frutas oleaginosas	0,650	25		0,339	0,268
Pirita:					
lista para el tratamiento	2,700	45		0,868	0,510
tostada	1,400	45		0,868	0,510
Soda:					
calcinada	2,500	20		0,364	0,364
cristalina	1,500	40	0,500	0,577	0,445
Carbones:					
coke	0,650	35	0,577	0,493	0,384
carbón en bruto	1,000	35	0,577	0,493	0,384
en cisco	0,700	25	0,299	0,339	0,268
	0,850	30		0,414	0,325
carbón mojado	1,250	35	0,364	0,493	0,384
Sal gema:					
en bolsas	2,200	45		0,868	0,510
molida	1,200	40		0,577	0,445
Fosfatos:					
en granos finos	2,200	30		0,414	0,325
pulverulentos	2,200	20		0,364	0,364
tierra arcillosa	1,200	40	0,500	0,577	0,577
turba seca	0,300	45		0,868	0,510
Cemento:					
molido	1,700	20	0,299	0,364	0,364
klinker	1,500	30	0,299	0,414	0,325
arcilla de briquetas	1,500	35		0,493	0,384
azúcar	0,950	35		0,493	0,384
betarragas de azúcar:					
tubérculos	0,700	35		0,493	0,384
retazos	0,300	60		1,000	0,727
granos	0,300	30		0,414	0,325

El hecho es más conocido ya sea para materias con consistencia aparente acentuada, como las aranas y gravas. Por ejemplo se da en el cuadro los valores del rozamiento interno para dos categorias de arenas secas según la compacidad de la masa. (Terzaghi).

CUADRO 4

	φ grados	
Poco compacto	Granos redondos granulometría uniforme	Granos angulosos Granulometría continua
	28°5	34°
	35° -	34°

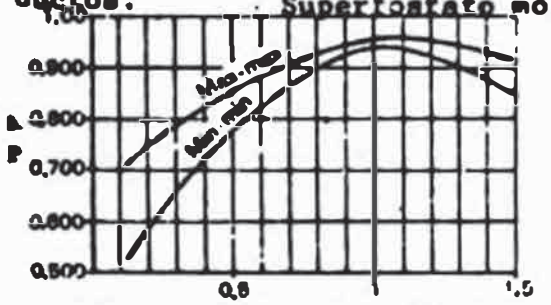
Para los materiales y granos deformables, que la mayor parte corresponden a productos agrícolas, como semillas y fruta, la variable "presión vertical" sobre los granos es extremadamente importante , puesto que ella puede modificar mucho la forma, las condiciones de contacto y el frotamiento φ

Los trabajos de la Comisión de silos vienen dados por ejemplo, por las curvas de tg φ = f - esfuerzo normal. Según la naturaleza del producto se encuentran dos formas de curvas:

- Curvas con máximo. Como para el caso del maíz y de superfosfato molido. La figura 2.45 de las curvas del superfosfato molido, las de la figura 2.46 corresponden al maíz.
- Curvas con mínimo. Para las semillas, la camelina, la col, el trigo, la cebada, el superfosfato grueso.

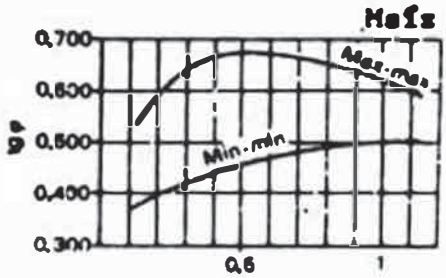
Las curvas que figuran en los diagramas 2.47, 2.48, 2.49 corresponden a las semillas de trigo, de cebada y del superfosfato de Gafsa.

Se indica la amplitud de las variaciones que dan la plasticidad de los productos.



Esfuerzos normales (bar)

Fig. 2.45



Esfuerzos normales (bar)

Fig. 2.46

Coeficientes de Frotamiento interno

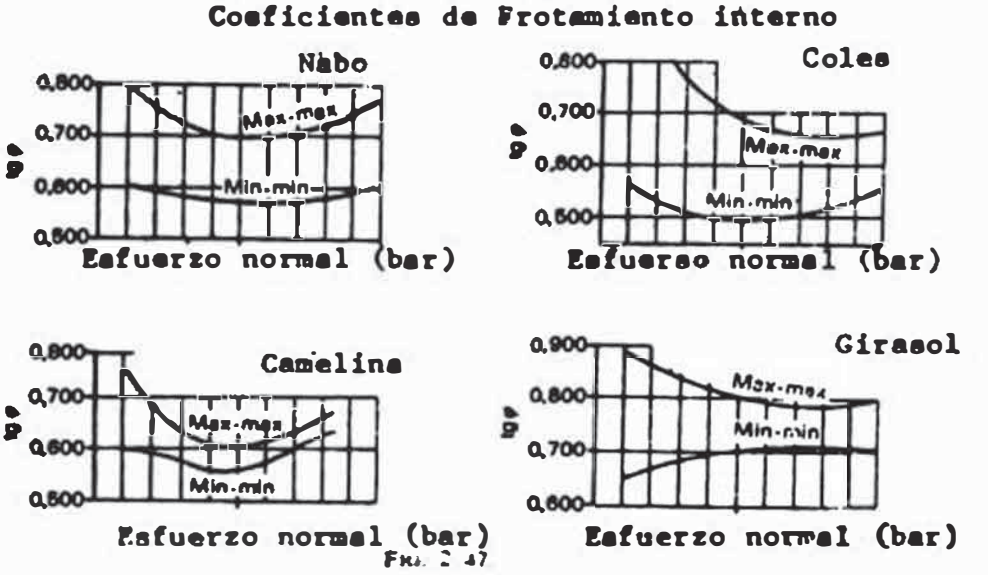


FIG. 2.47

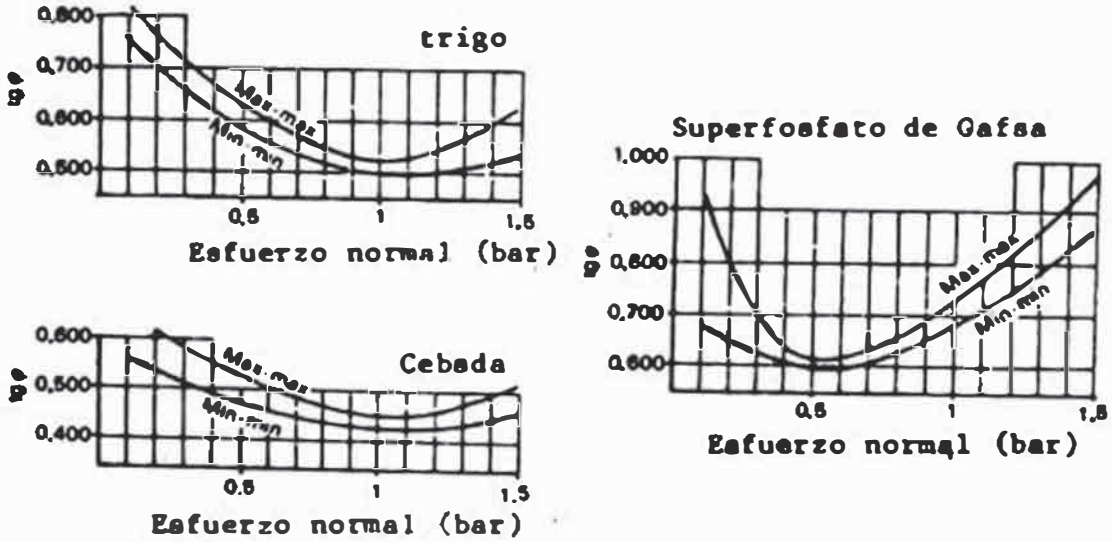


FIG. 2.48

FIG. 2.49

2.21 FENOMENOS DE CONJUNTO

Hemos dicho que no se pueden conocer con precisión, las presiones ejercidas por una materia almacenada sobre las paredes y el fondo de un silo.

Más bien se puede conocer perfectamente el fenómeno de conjunto, que lo expondremos siguiendo a Reimbert.

Sea el silo de la figura 2.50. En la superficie o sea en la parte superior del silo la materia almacenada hace con la horizontal un ángulo φ y ejerce presiones sobre las paredes y el fondo. En cada punto de la pared el esfuerzo Q es oblicuo y hace un ángulo φ' con la perpendicular a la pared. La componente N normal a la pared se llama el empuje lateral:

$$N = Q \cos \varphi'$$

La componente T está equilibrada por el frotamiento del material sobre la pared, y da dos ecuaciones

$$T = Q \sin \varphi'$$

$$T = N \operatorname{tg} \varphi'$$

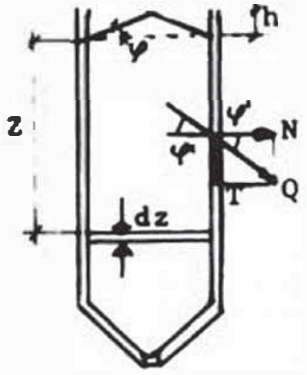


Fig. 2.50

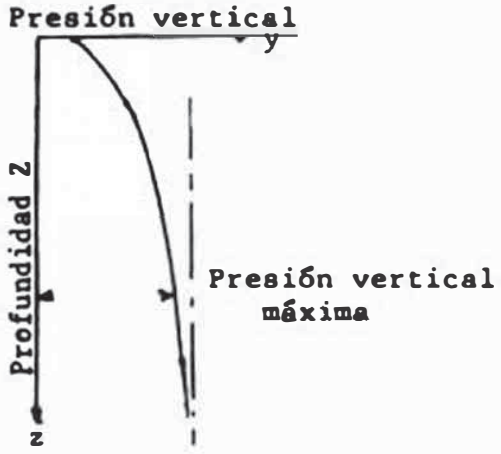


Fig. 2.51

A una profundidad dada Z la carga sobre el plano correspondera a la presión vertical total y es la diferencia entre el peso total del material ensilado y la carga total equilibrada por el frotamiento. Para los efectos de los cálculos se indica que esta presión vertical aumenta con la profundidad de una manera asintótica; es decir que por debajo de cierto nivel, ella no crece mucho como se indica (figura 2.51) de allí la existencia de una presión vertical máxima.

De la misma manera se tiene un crecimiento asintotico del empuje sobre la pared y existe un empuje horizontal máximo.

Si llamamos S a la superficie de la sección recta del silo, C su perimetro, r = S/C al radio medio, p al empuje lateral, q la presión vertical media, se puede escribir:

Peso de la tajada de espesor dz: $S \Delta dz$.

Presión lateral sobre todo el perimetro: $p.C\ dz$.

Si llamamos p_{max}, al empuje lateral mäximo, aquel será tal que, por causa del frotamiento, será equilibrado por el peso mismo de la tajada considerada, tenemos entonces:

$$p_{max}\ C.dz.\operatorname{tg} \varphi' = S.dz\ \Delta$$

De allí que:

$$Pmax = \frac{\Delta S}{C\ tg\varphi'} = \frac{\Delta r}{tg\varphi'} \qquad (1)$$

A la profundidad Z la carga equilibrada por el frotamiento sobre todo el perimetro de la tajada dz es:

$$p_z.C.dz.tg\varphi'$$

De O a Z la carga equilibrada es:

$$\int_o^z p_z.C.tg\varphi'dz = C\ tg\varphi' \int_o^z p_z dz$$

Si q_z es la presión vertical media ejercida sobre la tajada considerada, la carga total sobre esta tajada es:

$$q_z.S.$$

Si despreciamos el cono superior del almacenamiento, el peso total de la materia es:

$$SZ\Delta,$$

De donde:

$$q_z\ S + C\ tg\varphi' \int_o^z p_z dz = \Delta.S.Z. \qquad (2)$$

El peso del cono superior sera igual a:

$$Q_o = \Delta S\frac{h}{3}$$

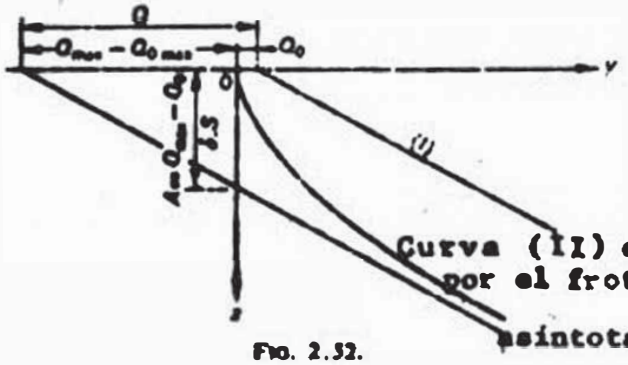
Si no tomamos en consideración el frotamiento la carga total a la profundidad Z será:

$$Q_z = \Delta SZ + Q_o$$

La curva representativa de esta carga será la recta (I)(Fig. 2.52) de coeficiente angular ΔS y de ordenada en el origen Q_o. Por causa del frotamiento la curva de la carga equilibrada por el frotamiento es la curva (II). Las ordenadas de esta curva son la diferencia entre aquellas de la recta (I) y las de la curva de la carga real sobre el fondo; como esta última es constante al infinito (carga máxima sobre el fondo) se deduce que al infinito la curva (II) tiene por dirección asintótica la recta (I).

Llamando F(z) la curva (II) función de la carga equilibrada por el frotamiento. Su diferencial es:

$$F'(z)dz = p_z.C.tg\varphi'.dz$$



Curva (II) de la carga equilibrada por el frotamiento

asintota

Fig. 2.32.

De Donde la presión lateral:

$$p_z = \frac{F'(Z)}{C\,tg\,\varphi'} \qquad (3)$$

A la profundidad z la carga total del material ensilado es:

$$\Delta S z + \Delta S \frac{h}{3} = \Delta S \left(z + \frac{h}{3} \right).$$

La carga sobre el fondo es:

$$\Delta S \left(z + \frac{h}{3} \right) - F(z).$$

Luego la presión vertical media es:

$$q_z = \Delta \left(z + \frac{h}{3} \right) - \frac{F(z)}{S}. \qquad (4)$$

En consecuencia las ecuaciones anteriores (3) y (4) resuelven el problema y permiten el cálculo en cada nivel z de la presión lateral y la presión vertical media; siempre y cuando se conozca la función (Fz) de la carga equilibrada por el frotamiento sobre las paredes.

La teoría de los silos constituye precisamente la busqueda de esta función F(z), los ensayos son igualmente dirigidos a determinarla mas o menos directamente.

2,22 HISTORIA.-

a) Teorías.-

Los primeros métodos de cálculo consideraron a la materia pulverulenta como ejerciendo presiones hidrostáticas.

La primera concepción de un funcionamiento diferente parece deberse a Airy, quien tuvo la idea de la importancia del frotamiento dentro de los fenomenos en juego e hizo la distinción entre φ y φ'.

También Koenen y Jansaen asimilaron el "seudo líquido" de Airy a un material pulverulento al que aplicaban la función de Rankine. Revisada por Morah constituyó durante largo tiempo la carta general de cálculo de los empujes.

En el intervalo Alexandre Sée aporta una simplificación, calculando todas las paredes por la presión límite, en dicho cálculo no se sacrificaba la seguridad.

En nuestra época estas antiguas teorías han sido reemplazadas con ventaja por Caquot-Buisson y Reimbert.

b) Ensayos.-

Veremos dentro del orden pertinente los antiguos ensayos: Prante, Airy Janssen y Jamicson.

En la época moderna dominan los correspondientes a Buisson y Reimbert.

2.23 TEORIAS.-

a) Teoría hidrostática.-

La antigua teoría hidrostática, evidentemente, no se ha considerado, la presión no crece proporcionalmente a la altura. Se puede aceptar como válida en la parte alta de las paredes y sobre los fondos de silos de poca altura pero es insuficiente dentro de los casos generales.

b) Cálculo de Airy (fig. 2.53)

El método se aplica a un silo cuadrado y toma en cuenta:

El ángulo de talud natural del material θ,
El ángulo de frotamiento interno φ,
El ángulo de frotamiento sobre las paredes φ'.

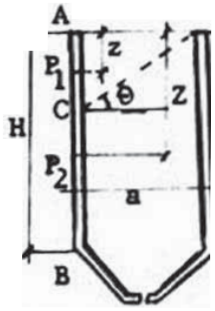


Fig. 2.53

De A a C, el empuje lateral a la cota z sobre la altura $\overline{AP}_1 = z$:

$$Q = \frac{\Delta z^2}{2}\left(\frac{1}{tg\varphi\,(tg\varphi + tg\varphi') + \sqrt{1 + tg^2\varphi}}\right)^2$$

De C a B, sobre la altura $\overline{AP}_2 = z$

$$Q = \frac{\Delta a^2}{2}\left(\frac{\sqrt{\frac{2z}{a}\,(tg\varphi + tg\varphi') + (1 - tg\varphi\, tg\varphi') - \sqrt{1 + tg^2\varphi}}}{tg\varphi + tg\varphi'}\right)^2$$

Se calcula así los empujes de metro en metro, facilmente por diferencia de empujes al m^2.

c) Teoría de Koenen-Janssen

La hipótesis que sirve de base a la teoría es la relación p_z/q_z = constante; esta conatante esta asimilada a la relación clasica de Rankine, concerniente a la materia pulverulenta, sea:

$$\frac{p_z}{q_z} = \frac{1 - \sin\varphi}{1 + \sin\varphi} = tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$$

Y reemplazando dentro de la ecuación (2) q_z por el valor:

$$q_z = p_z \times \frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi}$$

Se calcula:

$$p_z = \frac{\Delta r}{tg\varphi'}\,(1 - e^{-z/h_o}),$$

y

$$q_z = \Delta h_o (1 - e^{-z/h_o}),$$

con

$$h_o = \frac{r}{tg\varphi' tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}$$

Pz y q_z siguen a la vez, una ley exponencial, lo que pone en evidencia dos límites asintóticos que son perfectamente verificados en los ensayos. Su inconveniente es que ella esta basada sobre la constante de la relación: q_z/p_z para una materia dada. Los ensayos muestran que q_z/p_z no dependen solamente de φ, sino también de la profundidad z y de la forma en planta del silo.

Llamando F(z/ho) la función tal que:

$$F\left(\frac{z}{h_0}\right) = (1 - e^{-z/h_0}).$$

Se tiene:

$$p_z = \frac{\Delta r}{\operatorname{tg}\varphi} \times F\left(\frac{z}{h_0}\right)$$

y:

$$q_z = \Delta h_0 \times F\left(\frac{z}{h_0}\right)$$

La tabla que viene a continuación da los valores de F(z/ho)

TABLA 5

$\frac{z}{h_0}$	$F\left(\frac{z}{h_0}\right)$	$\frac{z}{h_0}$	$F\left(\frac{z}{h_0}\right)$	$\frac{z}{h_0}$	$F\left(\frac{z}{h_0}\right)$
0,00	0,000 00	1,00	0,632 12	3,0	0,950 21
0,05	0,048 77	1,1	0,667 13	3,1	0,954 90
0,10	0,095 16	1,2	0,698 81	3,2	0,959 24
0,15	0,139 29	1,3	0,727 47	3,3	0,963 12
0,20	0,182 27	1,4	0,753 40	3,4	0,966 63
0,25	0,221 20	1,5	0,776 87	3,5	0,969 80
0,30	0,259 18	1,6	0,798 10	3,6	0,972 68
0,35	0,295 31	1,7	0,817 32	3,7	0,975 28
0,40	0,329 68	1,8	0,834 70	3,8	0,977 63
0,45	0,362 37	1,9	0,850 43	3,9	0,979 76
0,50	0,393 47	2,0	0,864 46	4,0	0,981 68
0,55	0,423 05	2,1	0,877 54	4,1	0,983 43
0,60	0,451 19	2,2	0,889 20	4,2	0,985 00
0,65	0,477 95	2,3	0,899 74	4,3	0,986 43
0,70	0,503 41	2,4	0,909 28	4,4	0,987 72
0,75	0,527 63	2,5	0,917 92	4,5	0,988 89
0,80	0,550 67	2,6	0,925 73	4,6	0,989 95
0,85	0,572 59	2,7	0,932 79	4,7	0,990 91
0,90	0,593 43	2,8	0,939 19	4,8	0,991 77
0,95	0,613 26	2,9	0,944 98	4,9	0,992 55
1,00	0,632 12	3,0	0,950 21	5,0	0,993 26

La figura 2.54 representa la función:

$$F\left(\frac{z}{h_0}\right) = (1 - e^{-z/h_0}).$$

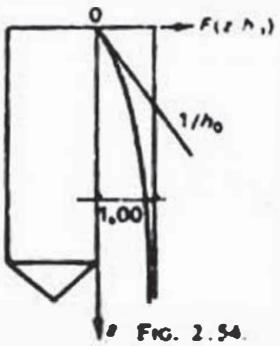


FIG. 2.54

Su límite para z→∞vale 1.00. La tangente en el origen es tal que:

$$\operatorname{tg}\alpha = \left[\frac{d[R(z/h_0)]}{dz}\right]_{z=0} = \frac{1}{h_0}.$$

Los valores de p_z y q_z siguen las mismas variaciones.
Para q_z la tangente en el origen vale:

$$\frac{1}{h_0} \times \Delta h_0 = \Delta$$

Y su valor límite vale:

$$1{,}00 \times \Delta h_0 = \Delta h_0.$$

Para p_z, la tangente en el origen es:

$$\frac{1}{h_0} \times \frac{\Delta r}{\operatorname{tg}\varphi'} = \Delta \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right).$$

Si se trata de masa pulverulenta.
El valor límite es:

$$1{,}00 \times \frac{\Delta r}{\operatorname{tg}\varphi'} = \frac{\Delta r}{\operatorname{tg}\varphi'}.$$

Se pueda extraer de la teoría de Jansaen un método aproximado (simplificación de Sor).

En lugar de calcular la presión por:

$$p_z = \frac{\Delta r}{\operatorname{tg}\varphi'}(1 - e^{-z/h_0}),$$

Puede computarse (figura 2.55) en forma aproximada por:

$$p_z = p_{max}\left(\frac{0{,}736}{h_{max}} z + 0{,}264\right).$$

Con:

$$h_{max} = \frac{2p_{max}}{\Delta \, tg^2(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2})}$$

La fórmula aproximada coincide con la de Jenssen para: $z = h_{max}/2$
Para otros valores de z ella siempre da resultados por exceso.

Una simplificación de la misma naturaleza es la de Forestier que toma en cuenta una ley lineal.

$$p_z = \Delta z tg^2(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}),$$

Hasta que a una profundidad Z varía según la forma de la célula.

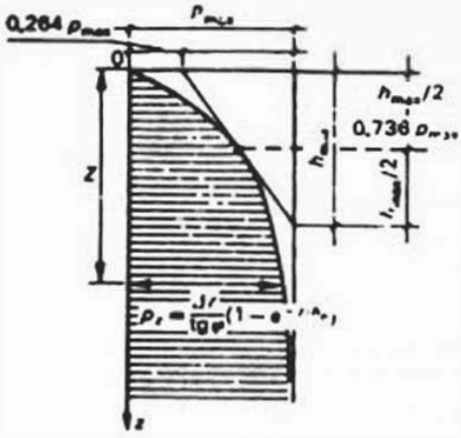


FIG. 2.55.

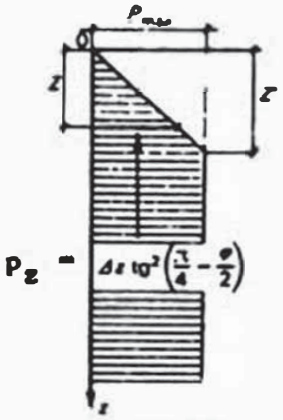


FIG. 2.56.

Para la célula cuadrada de lado a:

$$Z = \frac{a}{4 tg\varphi' tg^2(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2})}$$

Para la célula rectangular de lados a y b

$$Z = \frac{ab}{2 \, tg\varphi'(a+b) tg^2(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2})}$$

Por debajo de Z la presión queda constante según indica Sor (Fig. 2.56).

d) Teoría de Reimbert

Los ensayos de este investigador han demostrado que la curva (II) de la figura 2.52 puede ser representada con una buena aproximación por la hipérbola:

$$y = \frac{Az^2 + Bz + C}{Dz + c}$$

La discusión de esta fórmula general ha permitido llegar a la función:

$$y = F(z) = \frac{\Delta S z^2}{z + A},$$

con

$$A = \frac{Q_{max} - Q_o}{\Delta S},$$

y

$$Q_{max} = S.q_{max} = Sp_{max}x \frac{1}{tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}$$

$$Q_{max} = \frac{\Delta r}{tg\varphi'} \cdot \frac{S}{tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}$$

El valor de A que se indica a continuación tiene las dimensiones de una longitud, es la abscisa característica que fija el origen de la asintota a la curva de las cargas equilibradas por el frotamiento.
Es suficiente entonces aplicar las ecuaciones generales:

$$F'(z) = \Delta S \left[1 - \left(\frac{z}{A} + 1\right)^{-2}\right]$$

De donde:

$$p_z = \frac{F'(z)}{Ctg\varphi'} = \frac{\Delta r}{tg\varphi'}\left[1 - \left(\frac{z}{A} + 1\right)^{-2}\right]$$

$$= p_{max}\left[1 - \left(\frac{z}{A} + 1\right)^{-2}\right]$$

y

$$q_z = \Delta\left(z + \frac{h}{3}\right) - \frac{F(z)}{S}$$

$$= \Delta\left(z + \frac{h}{3}\right) - \frac{\Delta z^2}{z + A}$$

$$q_z = \Delta\left[z\left(\frac{z}{A} + 1\right)^{-1} + \frac{h}{3}\right]$$

El empuje total por unidad de longitud periférica de pared a la profundidad z es:

$$P_z = \frac{\Delta r}{tg\varphi}\int_o^z \left[1 - \left(\frac{z}{A} + 1\right)^{-2}\right].dz$$

Efectuando todos los cálculos:

$$P_z = \frac{\Delta r}{tg\varphi} \cdot \frac{z^2}{Z + A}$$

Posición de la resultante de los empujes a la altura Z:

$$Z_g = \frac{\int_o^z z p_z dz}{\int_o^z p_z dz}$$

Efectuando todos los calculos:

$$Z_g = \frac{z^2/2 - A^2\, L(z/A + 1) - \frac{A^2}{z/A + 1} + A^2}{Z + \frac{A^2}{Z + A}}$$

Los resultados precedentes son validos para los silos circulares. Para los de otra sección, los ensayos de M. Reimbert permiten cierta corrección

- Silo poligonal.-

La abecisa característica A para un silo circulares es:

$$A = \frac{Q_{max} - Q_o}{\Delta S}, \qquad \text{con} \quad Q_{max} = S.q_{max}$$

Experimentalmente, los ensayos han mostrado que q_{max} en el fondo de un silo poligonal era k veces mas grande que el q_{max} de un silo circular inscrito dentro del precedente, k es igual a la relación de perimetros de estos dos silos. Sea:

- Silo octogonal k = 1.052,
- " exagonal k = 1.104,
- " pentagonal k = 1.156,
- " cuadrado k = 1.273,
- " triangular k = 1.654.

Para las presiones p_z y q_z, la fórmula de silos circulares son aplicables.

- Silo rectangular.

Dentro de tal silo (a x b) los ensayos mostraron que los empujes sobre la pequeña pared de lado a son los mismos que se ejercen sobre un silo cuadrado de lado a. Esto suficientemente permite el cálculo de los empujes sobre la pared grande. Se escribe que los empujes que sobre las paredes (pequeñas y grandes) obran, actúan sobre una tajada horizontal de espesor dz y son máximos cuando el frotamiento que corresponde a estos empujes equilibran a los pesos de las tajadas consideradas:

$$ab\ dz\ \Delta = p_{ma}\ 2\ a\ dz\ tg\ \varphi' + p_{mb}\ 2\ b\ dz\ tg\ \varphi',$$

o

$$p_{ma} = \frac{\Delta r}{tg\ \varphi'} = \frac{\Delta S}{C\ tg\ \varphi'} = \frac{\Delta\ a^2}{4\ a\ tg\ \varphi'} = \frac{\Delta\ a}{4\ tg\ \varphi'},$$

de donde

$$p_{mb} = \frac{\Delta}{4\ tg\ \varphi'}\ \frac{2ab - a^2}{b}$$

Lo que significa que el empuje máximo p_{mb} sobre las paredes grandes es aquella que se ejercería sobre las paredes de un silo cuadrado de lado:

$$a' = \frac{2ab - a^2}{b}$$

De allí la regla de cálculo de las presiones que dice: el empuje sobre las pequeñas paredes es igual a aquel que se ejercería dentro de un silo cuadrado de lada a y el empuje sobre las grandes paredes es igual a aquel que obraría en un silo cuadrado de lado a':

$$a' = \frac{2ab - a^2}{b}$$

- Silo indefinido entre dos paredes paralelas:

Es preciso ver que b tiende hacia el infinito en la expresión precedente, de donde: $a' \rightarrow 2a$.

TABLA 6

Cuadro de valores de la función: $1 - \left(\frac{z}{A} + 1\right)^{-2} = U(z)$.

$\frac{z}{A}$	$U(z)$	$\frac{z}{A}$	$U(z)$	$\frac{z}{A}$	$U(z)$	$\frac{z}{A}$	$U(z)$	$\frac{z}{A}$	$U(z)$	$\frac{z}{A}$	$U(z)$	$\frac{z}{A}$	$U(z)$	$\frac{z}{A}$	$U(z)$
0,01	0,020	0,41	0,497	0,81	0,695	1,21	0,795	1,61	0,853	2,07	0,894	2,90	0,934	5,20	0,974
0,02	0,039	0,42	0,504	0,82	0,698	1,22	0,797	1,62	0,854	2,09	0,895	2,93	0,935	5,33	0,975
0,03	0,057	0,43	0,511	0,83	0,701	1,23	0,799	1,63	0,855	2,10	0,896	2,96	0,936	5,46	0,976
0,04	0,075	0,44	0,518	0,84	0,705	1,24	0,801	1,64	0,857	2,11	0,897	2,99	0,937	5,60	0,977
0,05	0,093	0,45	0,524	0,85	0,708	1,25	0,803	1,65	0,858	2,13	0,898	3,02	0,938	5,75	0,978
0,06	0,110	0,46	0,531	0,86	0,711	1,26	0,804	1,66	0,859	2,15	0,899	3,05	0,939	5,91	0,979
0,07	0,127	0,47	0,537	0,87	0,714	1,27	0,806	1,67	0,860	2,16	0,900	3,08	0,940	6,08	0,980
0,08	0,143	0,48	0,544	0,88	0,717	1,28	0,808	1,68	0,861	2,18	0,901	3,12	0,941	6,26	0,981
0,09	0,158	0,49	0,550	0,89	0,720	1,29	0,809	1,69	0,862	2,20	0,902	3,15	0,942	6,45	0,982
0,10	0,174	0,50	0,556	0,90	0,723	1,30	0,811	1,70	0,863	2,21	0,903	3,19	0,943	6,65	0,983
0,11	0,188	0,51	0,561	0,91	0,726	1,31	0,813	1,71	0,864	2,23	0,904	3,23	0,944	6,88	0,984
0,12	0,203	0,52	0,567	0,92	0,729	1,32	0,814	1,72	0,865	2,25	0,905	3,26	0,945	7,17	0,985
0,13	0,217	0,53	0,573	0,93	0,732	1,33	0,816	1,73	0,866	2,27	0,906	3,30	0,946	7,45	0,986
0,14	0,231	0,54	0,578	0,94	0,734	1,34	0,817	1,74	0,867	2,28	0,907	3,34	0,947	7,77	0,987
0,15	0,244	0,55	0,584	0,95	0,737	1,35	0,819	1,75	0,868	2,30	0,908	3,38	0,948	8,13	0,988
0,16	0,257	0,56	0,589	0,96	0,740	1,36	0,820	1,76	0,869	2,31	0,909	3,43	0,949	8,53	0,989
0,17	0,270	0,57	0,594	0,97	0,742	1,37	0,822	1,77	0,870	2,33	0,910	3,47	0,950	9,00	0,990
0,18	0,282	0,58	0,600	0,98	0,745	1,38	0,824	1,78	0,871	2,35	0,911	3,52	0,951	9,54	0,991
0,19	0,294	0,59	0,605	0,99	0,748	1,39	0,825	1,79	0,872	2,37	0,912	3,56	0,952	10,18	0,992
0,20	0,306	0,60	0,609	1,00	0,750	1,40	0,826	1,80	0,873	2,39	0,913	3,61	0,953	10,95	0,993

0,21	0,317	0,61	0,614	1,01	0,753	1,41	0,828	1,82	0,879	2,41	0,914	3,66	0,954	11,50	0,994
0,22	0,328	0,62	0,619	1,02	0,755	1,42	0,829	1,83	0,875	2,43	0,915	3,71	0,955	13,15	0,995
0,23	0,339	0,63	0,624	1,03	0,757	1,43	0,831	1,84	0,876	2,45	0,916	3,77	0,956	14,81	0,996
0,24	0,350	0,64	0,628	1,04	0,760	1,44	0,832	1,85	0,877	2,47	0,917	3,82	0,957	17,25	0,997
0,25	0,360	0,65	0,633	1,05	0,762	1,45	0,833	1,86	0,878	2,49	0,918	3,88	0,958	21,35	0,998
0,26	0,370	0,66	0,637	1,06	0,764	1,46	0,835	1,87	0,879	2,51	0,919	3,94	0,959	30,62	0,999
0,27	0,380	0,67	0,641	1,07	0,767	1,47	0,836	1,89	0,880	2,54	0,920	4,00	0,960		
0,28	0,390	0,68	0,646	1,08	0,769	1,48	0,837	1,90	0,881	2,56	0,921	4,07	0,961		
0,29	0,399	0,69	0,649	1,09	0,771	1,49	0,839	1,91	0,882	2,58	0,922	4,13	0,962		
0,30	0,408	0,70	0,654	1,10	0,773	1,50	0,840	1,92	0,883	2,60	0,923	4,20	0,963		
0,31	0,417	0,71	0,658	1,11	0,775	1,51	0,841	1,94	0,884	2,63	0,924	4,27	0,964		
0,32	0,426	0,72	0,662	1,12	0,778	1,52	0,843	1,95	0,885	2,65	0,925	4,34	0,965		
0,33	0,435	0,73	0,666	1,13	0,780	1,53	0,844	1,96	0,886	2,68	0,926	4,42	0,966		
0,34	0,443	0,74	0,670	1,14	0,782	1,54	0,845	1,97	0,887	2,70	0,927	4,50	0,967		
0,35	0,451	0,75	0,674	1,15	0,784	1,55	0,846	1,98	0,888	2,73	0,928	4,59	0,968		
0,36	0,459	0,76	0,677	1,16	0,786	1,56	0,847	1,99	0,889	2,75	0,929	4,68	0,969		
0,37	0,467	0,77	0,680	1,17	0,788	1,57	0,849	2,00	0,890	2,78	0,930	4,77	0,970		
0,38	0,475	0,78	0,684	1,18	0,790	1,58	0,850	2,02	0,891	2,81	0,931	4,89	0,971		
0,39	0,482	0,79	0,688	1,19	0,792	1,59	0,851	2,04	0,892	2,84	0,932	4,98	0,972		
0,40	0,490	0,80	0,691	1,20	0,793	1,60	0,852	2,06	0,893	2,87	0,933	5,08	0,973		

Luego:

$$q_{max} = \frac{\Delta a'}{4 \operatorname{tg}\varphi' \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)} = \frac{\Delta a}{2 \operatorname{tg}\varphi' \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}$$

Esto es el doble del valor de q_{max} para el silo cuadrado. Para el silo rectangular, se tiene:

$$A = \frac{a'}{\pi \operatorname{tg}\varphi' \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} \quad \frac{\varphi}{2}\right)} \quad \frac{h}{3}$$

Para el silo indefinido ($b \rightarrow \infty$), es suficiente reemplazar a' por 2a.

Para los calculos prácticos la tabla anterior da, según Reimbert, los valores de la función:

$$1 - \left(\frac{z}{A} + 1\right)^{-2}$$

El método Reimbert como el método Janssen se basan sobre las relaciones admitidas constantes a priori:

$$\frac{q_z}{p_z} = \frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi}$$

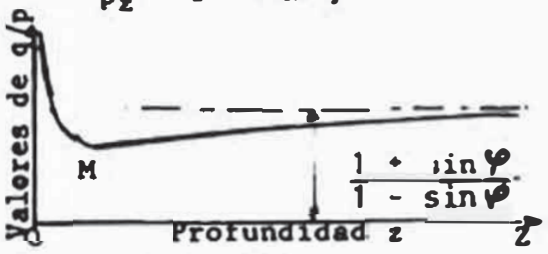


Fig. 2.57

Se sabe que esto es inexacto y que Reimbert mismo lo ha constatado. Esta relación varía de hecho con z y con la forma de la célula. Para una célula determinada la figura 2.57 da la curva experimental, el valor de la relación no continúa en un límite asintótico variable para las grandes profundidades z. Se ve, con todo, que a pequeñas profundidades la relación q/p es mas pequeña que el límite indicado arriba.

Para obtener la influencia de la forma de la célula se da la figura 2.58. Antes de Reimbert, era bien conocido que la relación q/p no era constante ; los trabajos de Magnel, Lossier, Buisson y Janssen así lo habían demostrado.

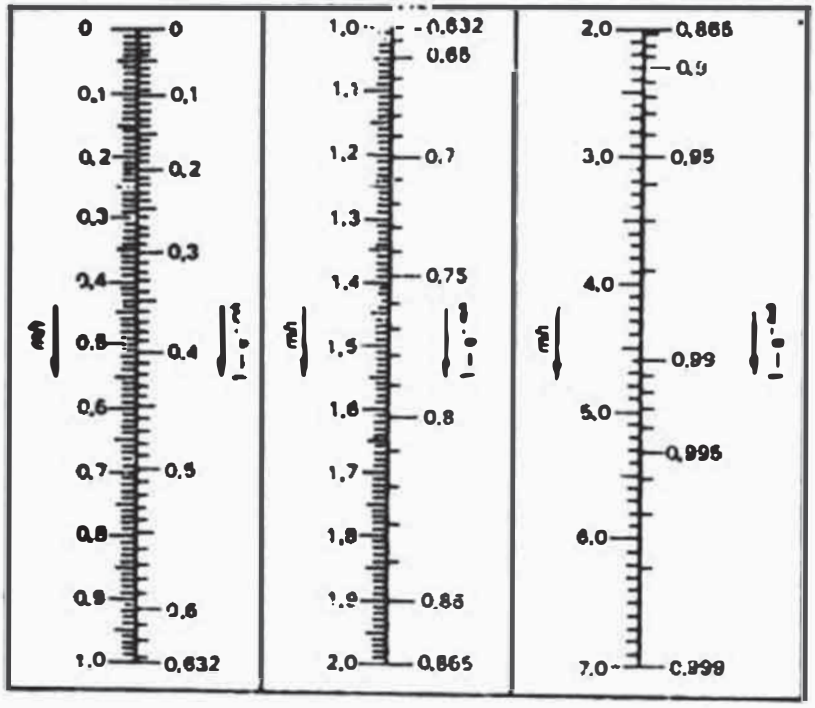


FIG. 2.5K

Se conoce desde hace mucho tiempo (Janssen , 1895), por ejemplo que sobre las paredes de una célula cuadrada la presión disminuye del centro hacia las esquinas. Esto también lo conocía Caquot, según el cual "será prudente de contar dentro de la zona central de largos lados de un silo rectangular que cualquier contracción sea una aproximación con la contracción de los silos indefinidos del mismo ancho".

e) Teoría de Caquot.-
La teoría de la presión de las tierras ha permitido a aquel autor llegar a la fórmula que se da a continuación:

$$p_z = \frac{\Delta r}{tg\varphi'} (1 - e^{-mz})$$

Con:

$$m = \frac{tg^2(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}) \sin 2\varphi}{2r}$$

f) Simplificación de Pamelard.-

Ella parte de la utilización de un diagrama parabólico para la curva de p_z (fig. 2.59)

El peso total de la tajada de altura z es:

$$Q_1 = \Delta S z .$$

El peso equilibrado por el frotamiento es igual a la superficie achurada de perímetro C. Su expresión es:

$$\int p . \operatorname{tg} \varphi' . z . C .$$

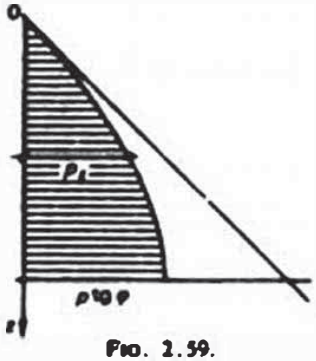


Fig. 2.59.

La presión media q es igual a la diferencia de los dos valores anteriores relativos a la unidad de superficie, luego:

$$q = \frac{Q}{S} = \frac{\Delta S z - 2/3\, p \operatorname{tg} \varphi' . z . C}{S} .$$

$$q = \Delta z - \frac{2}{3} \frac{p . \operatorname{tg} \varphi' . z}{r}$$

Pero:

$$p = q \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) .$$

Y el que tiene, todos los cálculos hechos:

$$q = q_0 \times \frac{1}{\frac{2}{3} + \frac{r}{\operatorname{tg} \varphi' \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) z}} .$$

Con:

$$q_o = \frac{\Delta r}{tg\varphi' tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)},$$

y

$$p = q\ tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right).$$

g) Comparación entre los diferentes métodos:

Nosotros eliminaremos la teoría hidrostática y el método de Airy por ser ambiguo. Quedan los métodos de cálculo de: Janssen, Reimbert, Caquot, y Pamelard.

Bien entendido el empuje lateral máximo es siempre:

$$p_{max} = \frac{\Delta r}{tg\varphi'}$$

En lo que respecta a la carga media máxima nosotros disponemos de la fórmula de Janssen (revisada por Reimbert y Pamelard):

$$q_{max} = \frac{\Delta r}{tg\varphi' tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}$$

Se admite con Caquot: $tg\varphi' = 0.80\ tg\varphi$ donde:

$$q_{max} = \Delta r \times \frac{1}{0.80\ tg\varphi tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}$$

La table que viene da el valor de la fracción. Las dos últimas columnas han sido calculadas admitiendo que r varía practicamente de 0.50 m. a 5.00 m.

Veamos mientras tanto la ley de variación en profundidad de los empujes laterales y de las cargas verticales hasta los valores máximos determinados de antemano.

2.24 PRESION LATERAL.-

Según Janssen:

$$p_z = \frac{\Delta r}{tg\varphi'}\left(1 - e^{-z/h_o}\right),$$

Con:

$$h_0 = \frac{r}{\operatorname{tg}\varphi' \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}.$$

Según Sor:

$$p_z = \frac{\Delta r}{\operatorname{tg}\varphi'}\left(\frac{0{,}736}{h_{max}} z + 0{,}264\right).$$

Con:

$$h_{max} = \frac{2r}{\operatorname{tg}\varphi' \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}.$$

y p_z constante para $z > h_{max}$

TABLA 7

$\varphi°$	$\frac{1}{0{,}80 \operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}$	$\frac{r}{0{,}80 \operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}$	
		$r = 0{,}50$ m	$r = 5{,}00$ m
20	7,02	3,51	35,1
25	6,61	3,30	33,0
30	6,53	3,27	32,7
35	6,59	3,30	33,0
40	6,89	3,45	34,5
45	7,19	3,64	36,4

Según Terzaghi:

$$p_z = dz \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) = \frac{\Delta r}{\operatorname{tg}\varphi'} \times \frac{z}{r} \operatorname{tg}\varphi' \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$$

con h_{max}, variando según la forma:

Silo cuadrado: $$h_{max} = \frac{a}{4 \operatorname{tg}\varphi' \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}.$$

Silo rectangular:

$$h_{max} = \frac{ab}{2(a+b)\,tg\varphi' tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}$$

Según Reimbert:

$$p_z = \frac{\Delta r}{tg\varphi'}\left[1 - \left(\frac{z}{A} + 1\right)^{-2}\right],$$

con:

$$A = \frac{q_{max} - q_o}{s} \quad y \quad q_{max} = \frac{\Delta r\, s}{tg\varphi' tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}$$

Según Caquot:

$$p_z = \frac{\Delta r}{tg\varphi'}(1 - e^{-mz}),$$

con:

$$m = \frac{tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \sin 2\varphi}{2r}$$

Según Pamelard:

$$p_z = \frac{\Delta r}{tg\varphi'} \cdot \frac{1}{\frac{2}{3} + \frac{r}{tg\varphi' tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) z}}$$

Todas estas fórmulas pueden expresarse como el producto de un coeficiente β, (función de z y de r), por el empuje lateral máximo:

$$p_{max} = \frac{\Delta r}{tg\varphi'},$$

$$p_z = p_{max} \times \beta = p_{max} \times f(z,r).$$

Dentro de todas las formas $\beta = f(z,r)$, se puede considerar β como una función de la relación z/r, o sea $\beta = f(z/r)$.

Es también fácil obtener las funciones β para las fórmulas de los diferentes autores:

- Janssen:

$$\beta = 1 - \exp\left[-\frac{z}{r}\, tg\varphi' \cdot tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\right].$$

— Sor:

$$\beta = 0.264 + 0.368 \frac{z}{r}.tg\varphi'.tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right);$$

(Pero limitado por z)

— Forestier:

$$\beta = \frac{z}{r} tg\varphi' tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right);$$

(Pero limitado por z)

— Reimbert:

$$\beta = 1 - \left[\frac{z}{r} tg\varphi' tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) + 1\right]^{-2}$$

— Caquot:

$$\beta = 1 - \exp\left[-\frac{z}{r} \frac{tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \sin 2\varphi}{2}\right];$$

— Pamelard:

$$\beta = \frac{1}{\frac{2}{3} \frac{1}{\frac{z}{r} tg\varphi' tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}}$$

Para la comparación de estas seis fórmulas nosotros admitiremos según Caquot:

$$tg\varphi' = 0.80\ tg\varphi \quad \text{(sobre concreto)}$$

Hemos agrupado en las tablas que vienen después, los valores de β en función de la relación z/r, para los ángulos φ variando de 20 a 45°.

También se ha agrupado en las cinco figuras que vienen a continuación (2.60 a 2.64), las curvas de diferantes autoras. Se constata inmediatamente, con excepción da las curvas de Caquot, que:

1° Las curvas están muy cercanas para rangos de variación de los ángulos φ extremadamante grandes, de 20 a 45°, lo que significa que el ángulo da frotamiento interno no juega un rol esencial.

2° El empuje lateral no siempre aumenta cuando el ángulo disminuya.

Estas conclusiones no son validas para las curvas de Caquot donde es visible que al ángulo φ interviene sensiblemente.

TABLA 8

$\varphi = 20°$

z/r \ β	Jansen	Sor	Forestier	Reimbert	Caquot	Pamelard
0	0,000	0,264	0,000	0,000	0.000	0.000
1	0,133	0,316	0,142	0,230	0,146	0,130
2	0,246	0,368	0,284	0,390	0,272	0,239
4	0,433	0,472	0,568	0,591	0,468	0,412
6	0,574	0,576	0,852	0,707	0,612	0,542
8	0,678	0,680		0,780	0,718	0,646
10	0,759	0,784		0,828	0,794	0,786
15	0,881	1,044		0,897	0,906	0,879
20	0,942			0,932	0,957	0,984
25	0,961			0,951	0,981	
30	0,986			0,964	0,991	
35	0,993			0,972	0,996	
40	0,997			0,977	0,998	
∞	1,000			1,000	1,000	1,500

$\varphi = 25°$

z/r \ β	Jansen	Sor	Forestier	Reimbert	Caquot	Pamelard
0	0,000	0,264	0,000	0,000	0,000	0,000
1	0.140	0,322	0,151	0.240	0,143	0,137
2	0,260	0,380	0,302	0,400	0,208	0,251
4	0,453	0,496	0,604	0,618	0,463	0,432
6	0,596	0,612	0,906	0,724	0,607	0,564
8	0,701	0,728		0,794	0,712	0,664
10	0,779	0,844		0,841	0,789	0,750
15	0,896			0,903	0,904	0,910
20	0,951			0,939	0,950	
25	0,977			0,956	0,980	
30	0,990			0,967	0,991	
35	0,995			0,975	0,996	
40	0,998			0,980	0,998	
∞	1,000			1,000	1,000	1,500

$\varphi = 30°$

β / z/r	Jansen	Sor	Forestier	Reimbert	Caquot	Pamelard
0	0,000	0,264	0,000	0,000	0,000	0,000
1	0,142	0,324	0,152	0,244	0,134	0,139
2	0,262	0,382	0,304	0,405	0,251	0,254
4	0,455	0,499	0,608	0,620	0,438	0,438
6	0,596	0,615	0,912	0,729	0,578	0,570
8	0,703	0,730		0,801	0,684	0,669
10	0,781	0,850		0,845	0,764	0,758
15	0,898			0,907	0,885	0,915
20	0,952			0,941	0,944	
25	0,978			0,960	0,973	
30	0,990			0,971	0,987	
35	0,995			0,980	0,994	
40	0,998			0,986	0,997	
∞	1,000			1,000	1,000	1,500

$\varphi = 35°$

β / z/r	Jansen	Sor	Forestier	Reimbert	Caquet	Pamelard
0	0,000	0,264	0,000	0,000	0,000	0,000
1	0,142	0,324	0,152	0,244	0,116	0,139
2	0,262	0,382	0,304	0,405	0,224	0,254
4	0,455	0,499	0,608	0,620	0,398	0,438
6	0,596	0,615	0,912	0,729	0,533	0,570
8	0,703	0,730		0,801	0,638	0,669
10	0,781	0,850		0,845	0,719	0,758
15	0,898			0,907	0,852	0,915
20	0,952			0,941	0,921	
25	0,978			0,960	0,958	
30	0,990			0,971	0,979	
35	0,995			0,980	0,988	
40	0,998			0,986	0,994	
∞	1,000			1,000	1,000	1,500

$\varphi = 40°$

z/r \ β	Janssen	Sor	Forestier	Reimbert	Caquot	Pumelard
0	0,000	0,264	0,000	0,000	0,000	0,000
1	0,136	0,319	0,146	0,235	0,098	0,134
2	0,252	0,374	0,292	0,395	0,186	0,244
4	0,442	0,482	0,584	0,607	0,338	0,421
6	0,583	0,590	0,876	0,715	0,462	0,553
8	0,689	0,645		0,787	0,563	0,655
10	0,768	0,750		0,835	0,613	0,770
15	0,888	0,945		0,900	0,788	0,890
20	0,946			0,935	0,874	
25	0,974			0,953	0,924	
30	0,988			0,965	0,951	
35	0,994			0,973	0,973	
40	0,996			0,979	0,983	
∞	1,000			1,000	1,000	1,500

$\varphi = 45°$

z/r \ β	Janssen	Sor	Forestier	Reimbert	Caquot	Pumelard
0	0,000	0,264	0,000	0,000	0,000	0,000
1	0,128	0,304	0,137	0,228	0,082	0,126
2	0,239	0,364	0,274	0,378	0,158	0,235
4	0,422	0,464	0,548	0,596	0,290	0,406
6	0,560	0,564	0,822	0,696	0,402	0,539
8	0,606	0,664		0,772	0,496	0,640
10	0,746	0,764		0,824	0,576	0,780
15	0,872			0,893	0,724	0,870
20	0,935			0,929	0,830	0,979
25	0,968			0,949	0,883	
30	0,984			0,963	0,924	
35	0,992			0,971	0,950	
40	0,996			0,978	0,967	
∞	1,000			1,000	1,000	1,000

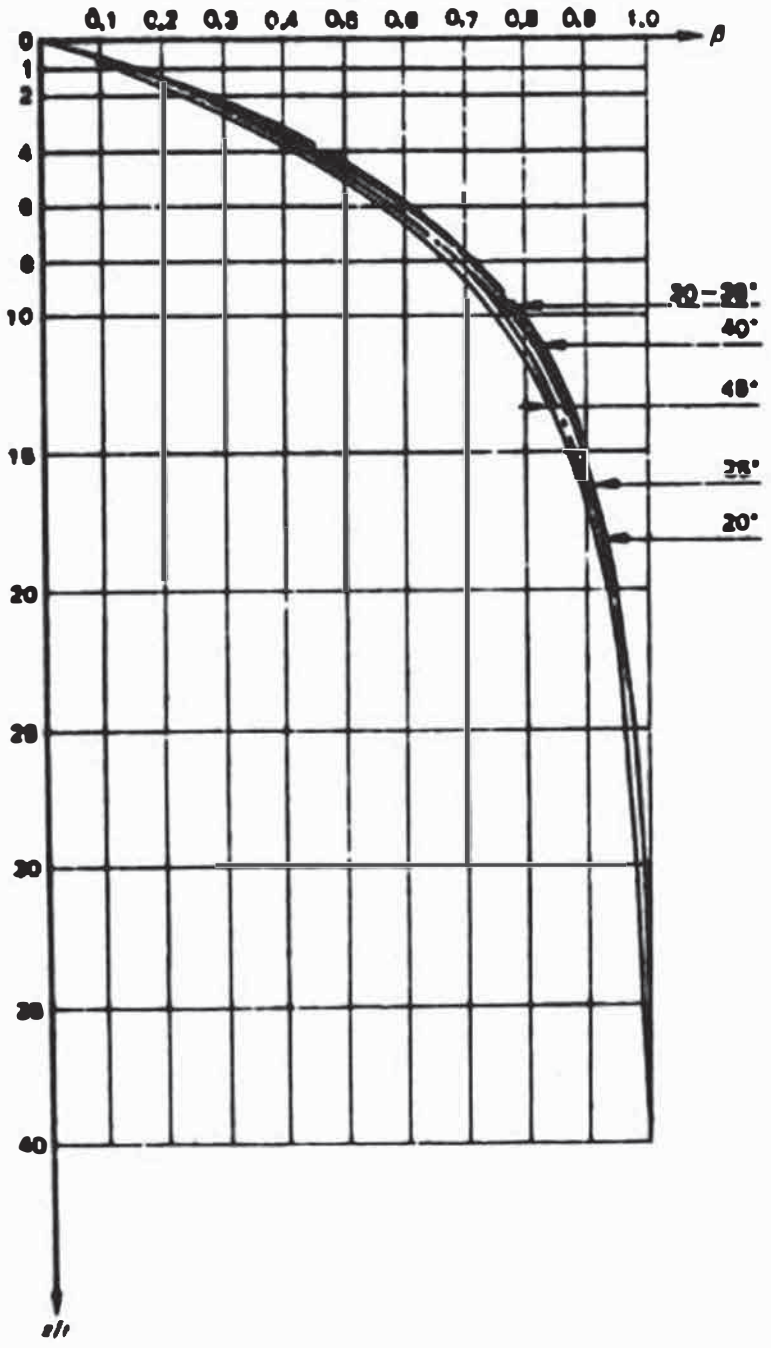


FIG. 2 M: Curves Janssen

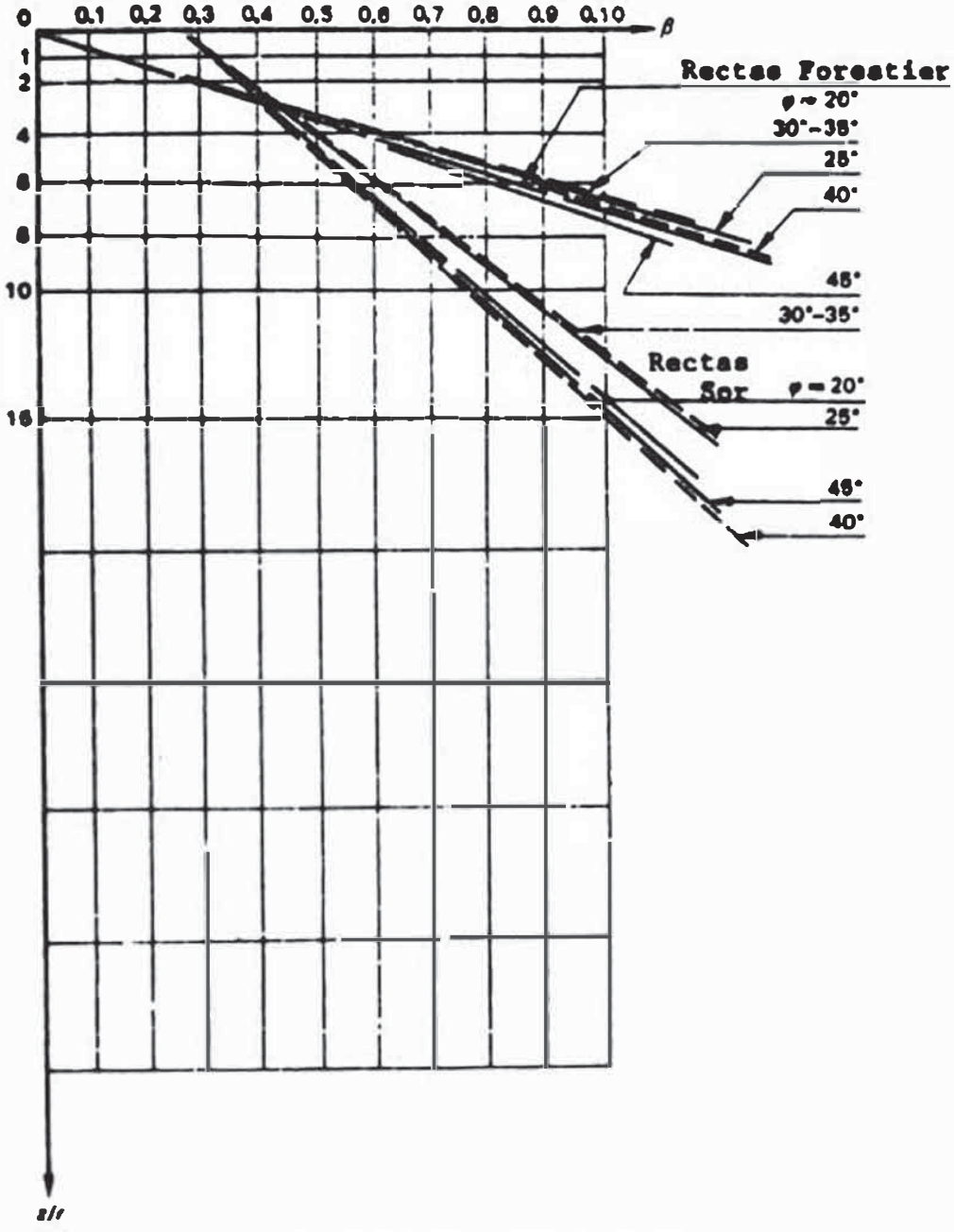


Fig 2.61 Rectas Sor y Forestier

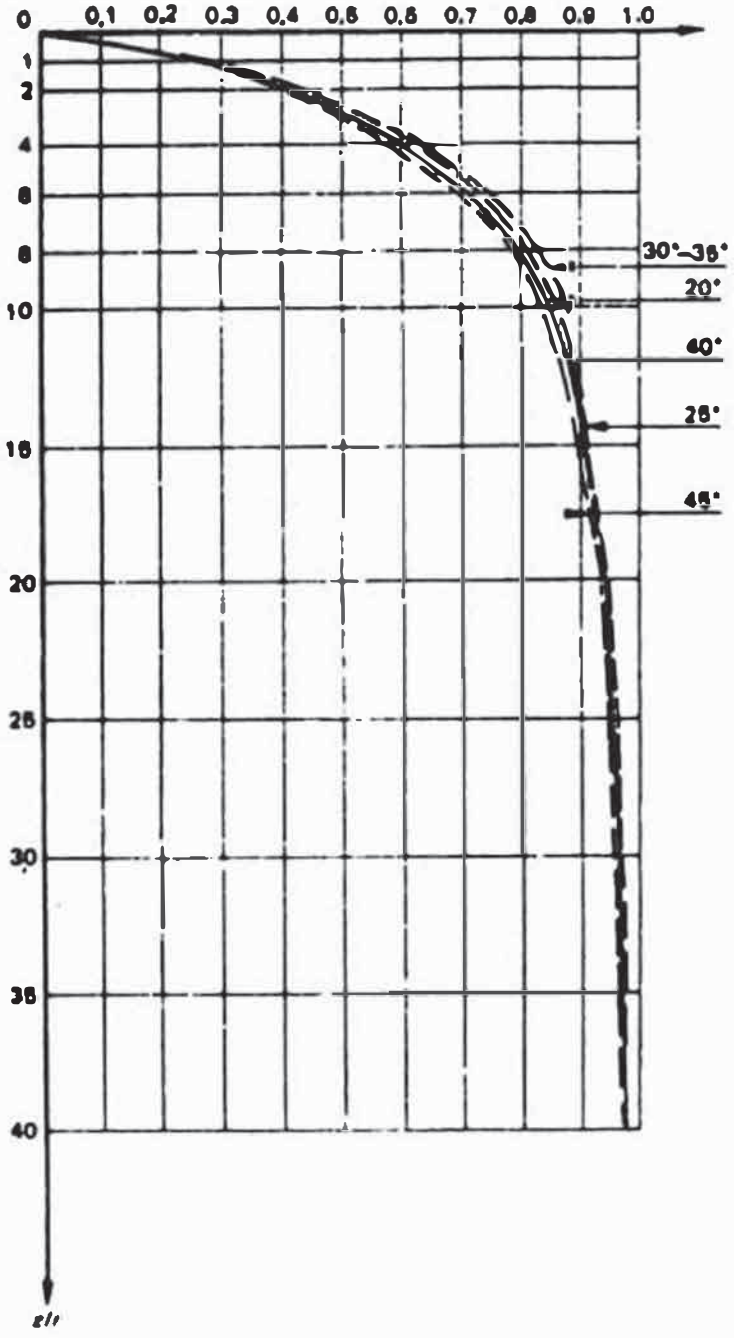


Fig. 2.62 Curvas Reimbert

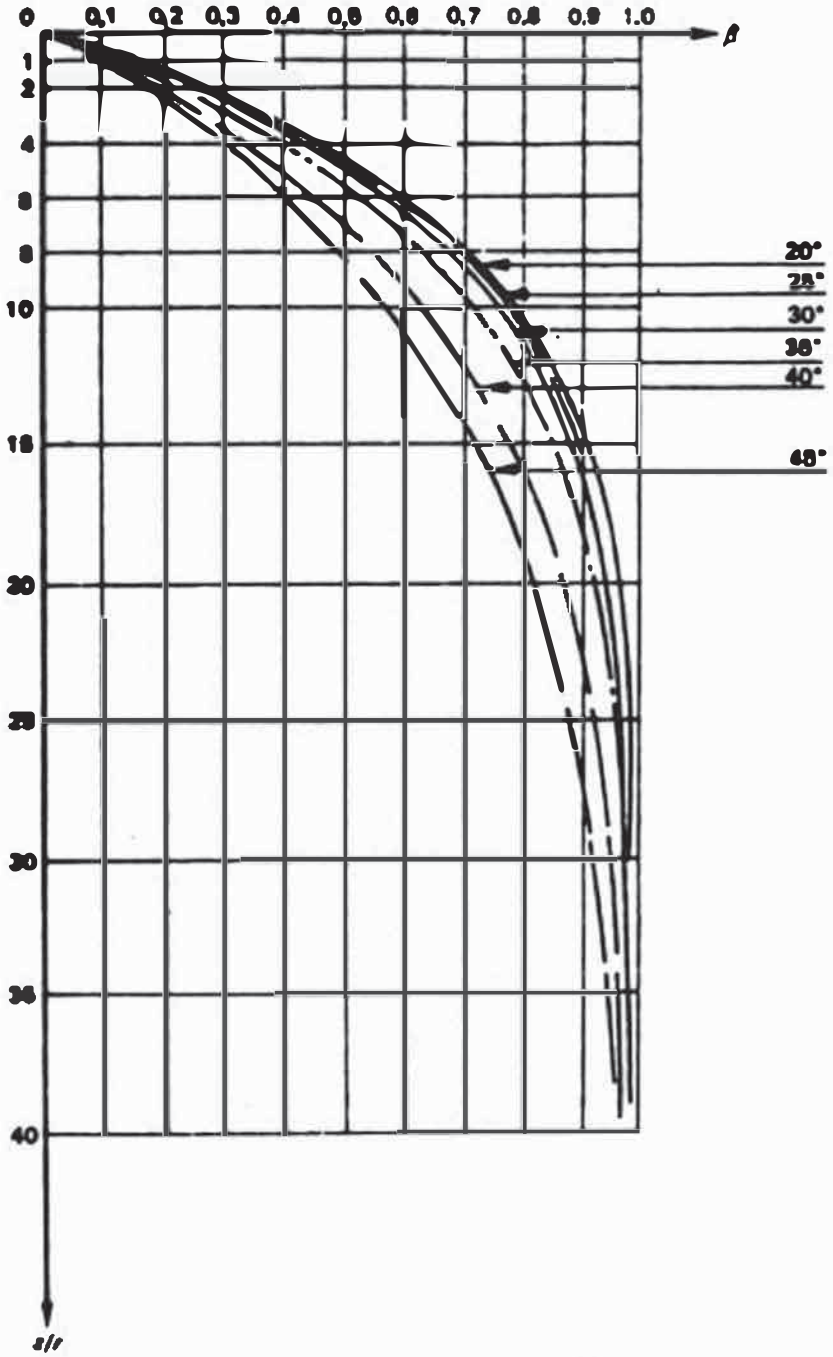


FIG. 2.63 Curvas Caquot

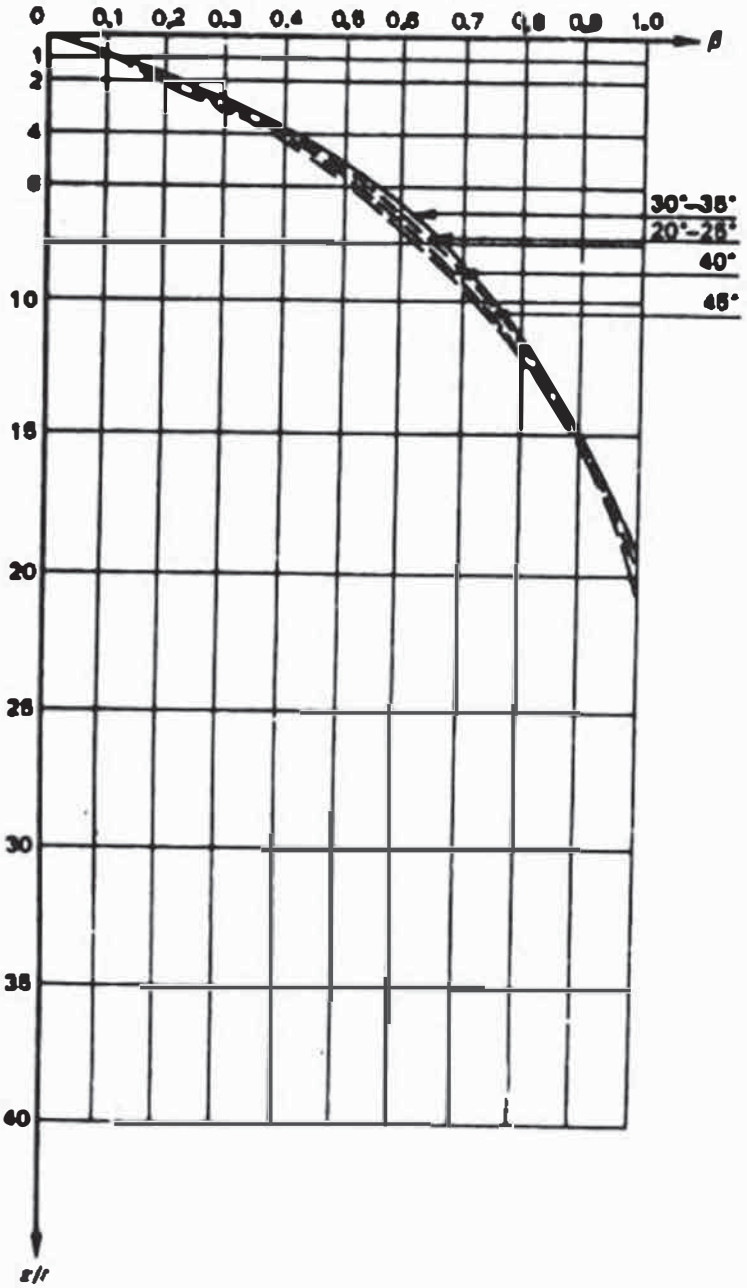


FIG. 2.4 Curves Pamelard

Pero de las curvas indicadas de tipo experimental, solamente, se dispo nen las de Reimbert. No es por consiguiente que se deba afirmar que las condiciones de frotamiento interno no tienen importancia dentro de la teo ría de los silos o que tiene un rol esencial. Estas consideraciones permi ten sin embargo simplificar la teoría, nosotros escogeremos para cada au- tor una curva $f(\varphi)$ media pero que nos conduzca a valores de empujes por exceso para no sacrificar la seguridad. Esto es lo que nos da la figura 2.65.

Precisamos que todas las curvas representadas son aquellas correspondien- tes a $\varphi = 25°$; la de Caquot da el empuje mínimo. Por el contrario la de Reimbert nos da los empujes mas bien elevados. Ella es la única que refle ja la realidad algo experimental, y nos parece la única digna de fe.

2. Cargas verticales.

— Según Janssen:

$$q_z = \Delta h_o (1 - e^{-z/h_o}),$$

con

$$h_o = \frac{r}{tg\varphi' tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}$$

— Según Reimbert:

$$q_z = \Delta \lambda z \left(\frac{z}{A} + 1\right)^{-1},$$

con:

$$A = \frac{Q_{max} - Q_o}{\Delta S}, \qquad \text{Donde } Q_o = S\Delta h$$

y

$$Q_{max} = \frac{\Delta r}{tg\varphi'} \frac{S}{tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}$$

— Según Caquot. Tomemos la fórmula de p_z:

$$p_z = \frac{\Delta r}{tg\varphi'} (1 - e^{-mz}),$$

con:

$$m = \frac{tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \sin 2\varphi}{2r}$$

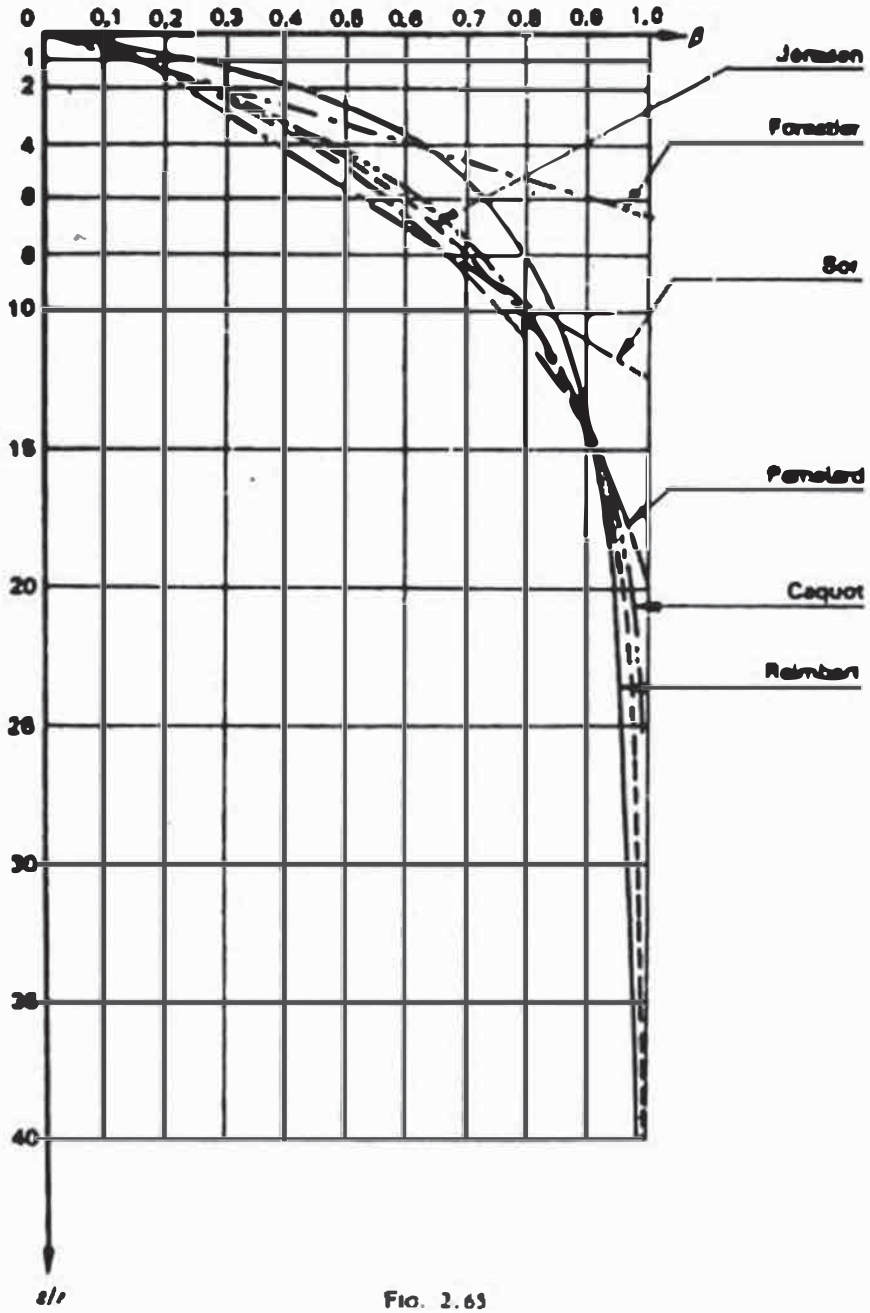

0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1,0
β
1
2
4
6
8
10
16
20
26
30
36
40
s/r
Jérusalem
Forestier
Sol
Pensiard
Caquot
Reinhart

FIG. 2.63

Es fácil deducir la expresión de q_z.

Fuerza total lateral sobre una longitud unitaria de perímetro, sobre toda la altura z:

$$P = \frac{\Delta r}{\operatorname{tg}\varphi'}\int_0^z \left[1 - \exp\left[-\frac{z}{r}\,\frac{\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\sin 2\varphi}{2}\right]dz\right].$$

Haciendo los cálculos, se tiene:

$$P = \frac{\Delta r}{\operatorname{tg}\varphi'}\left[Z - \frac{2r}{\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\sin 2\varphi}\,(1 - e^{-m})\right].$$

Sobre todo el perímetro y sobre la altura z las paredes equilibran: PL tg φ'.
Y queda sobre el fondo: $P' = \Delta SZ - PL\operatorname{tg}\varphi'$.

De donde: $$q_z = \frac{P'}{S}.$$

o, $$q_z = \Delta Z - \frac{\Delta r}{S}L\left[Z - \frac{2r}{\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\sin 2\varphi}\,.\,(1 - e^{-m})\right]$$

pero $L/S = 1/r$. de donde:

$$q_z = \frac{2\Delta r}{\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\sin 2\varphi}\left[1 - \exp\left(-\frac{z}{r}\,\frac{\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\sin 2\varphi}{2}\right)\right]$$

- Según Pamelard:

$$q_z = \frac{\Delta r}{\operatorname{tg}\varphi'\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)} \times \frac{1}{\frac{2}{3} + \frac{1}{\frac{Z}{r}\operatorname{tg}\varphi'\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)}}.$$

Y reuniendo las fórmulas para establecer comparaciones:

- Jansen:

$$q_z = \Delta r \times \frac{1}{\operatorname{tg}\varphi'\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)}\left[1 - \exp\left(-\frac{z}{r}\operatorname{tg}\varphi'\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\right)\right].$$

— Reimbert :

$$q_s = \Delta r \times \frac{1}{tg\,\varphi' \, tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) + \frac{r}{z}}$$

— Caquot :

$$q_s = \Delta r \times \frac{2}{tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \sin 2\varphi} \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{z}{r} tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \sin 2\varphi\right)\right].$$

TABLA 9

$\varphi = 20°$

z/r	Jansen	Reimbert	Caquot	Pamelard
0	0,00	0,00	0,00	0,00
1	0,93	0,88	0,93	0,91
2	1,73	1,60	1,73	1,68
4	3,06	2,58	2,98	2,90
6	4,04	3,19	3,92	3,82
8	4,73	3,82	4,64	4,55
10	5,32	4,27	5,05	5,55
15	6,21	4,76	5,74	6,19
20	6,64	5,18	6,10	6,94
25	6,76	5,45	6,24	
30	6,94	5,59	6,27	
35	7,00	5,80	6,36	
40	7,05	5,87	6,37	

$\varphi = 25°$

z/r	Jansen	Reimbert	Caquot	Pamelard
0	0,00	0,00	0,00	0,00
1	0,93	0,87	0,92	0,91
2	1,73	1,56	1,73	1,66
4	3,00	2,58	2,98	2,86
6	3,96	3,16	3,92	3,74
8	4,64	3,64	4,59	4,40
10	5,16	3,99	5,09	4,99
15	5,94	4,59	5,82	6,02
20	6,31	4,99	6,14	
25	6,48	5,24	6,30	
30	6,56	5,44	6,39	
35	6,59	5,65	6,42	
40	6,61	5,70	6,44	

— **Pamelard :**

$$q_e = \Delta r \times \frac{1}{\operatorname{tg}\varphi' \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)} \times \frac{1}{\frac{2}{3} + \frac{1}{\frac{z}{r}\operatorname{tg}\varphi' \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}}$$

Hemos agrupado dentro de lo que sigue los valores de los coeficientes de (Δr) en función de φ y de z/r

$\varphi = 30°$

z/r	Janssen	Reimbert	Caquot	Pamelard
0	0,00	0,00	0,00	0,00
1	0,93	0,87	0,93	0,92
2	1,72	1,54	1,75	1,67
4	2,99	2,56	3,08	2,88
6	3,92	3,14	4,04	3,75
8	4,63	3,62	4,74	4,40
10	5,14	3,96	5,34	4,98
15	5,89	4,56	6,17	6,02
20	6,27	4,95	6,59	
25	6,43	5,21	6,80	
30	6,50	5,40	6,86	
35	6,55	5,59	6,90	
40	6,57	5,64	6,95	

$\varphi = 35°$

z/r	Janssen	Reimbert	Caquot	Pamelard
0	0,00	0,00	0,00	0,00
1	0,93	0,87	0,93	0,91
2	1,72	1,54	1,70	1,67
4	2,99	2,56	3,14	2,88
6	3,92	3,14	4,22	3,75
8	4,63	3,62	5,04	4,40
10	5,14	3,96	5,69	4,98
15	5,89	4,56	6,72	6,02
20	6,27	4,95	7,24	
25	6,43	5,21	7,49	
30	6,50	5,40	7,74	
35	6,55	5,59	7,80	
40	6,57	5,64	7,88	

$\varphi = 40°$

z/r	Jansen	Reimbert	Caquot	Pamelard
0	0,00	0,00	0,00	0,00
1	0,93	0,87	0,95	0,92
2	1,73	1,55	1,81	1,67
4	3,19	2,51	3,28	2,88
6	4,00	3,20	4,49	3,78
8	4,73	3,75	5,45	5,50
10	5,26	4,19	5,96	5,27
15	6,09	4,70	7,65	6,09
20	5,49	5,10	8,44	
25	6,69	5,37	8,85	
30	6,79	5,51	9,22	
35	6,81	5,72	9,45	
40	6,83	5,79	9,72	

$\varphi = 45°$

z/r	Jansen	Reimbert	Caquot	Pamelard
0	0,00	0,00	0,00	0,00
1	0,94	0,88	0,96	0,92
2	1,74	1,57	1,85	1,71
4	3,80	2,59	3,40	2,97
6	4,07	3,29	4,72	3,93
8	4,32	3,79	5,82	4,67
10	5,44	4,22	6,75	5,59
15	6,36	4,87	8,50	6,35
20	7,05	5,35	9,60	7,14
25	7,07	5,62	10,45	
30	7,16	5,89	10,85	
35	7,24	6,03	11,15	
40	7,27	6,19	11,72	

Las figuras 2.66, 2.67, 2.68, y 2.69 agrupan las curvas de los diferentes autores, se ve todavía que la variable φ no tiene gran influencia, salvo para la teoría de Caquot. En la figura 2.70 hemos agrupado las curvas ($\varphi = 20°$) de los cuatro autores, Podemos ver las diferencias importantes entre las cuatro curvas (y se acentúa la curva Caquot) entre el conjunto de las curvas Jenssen, Pamelard y Reimbert, esta da los valores de q_z menores mientras que lo contrario sucede con la curva p_z (fig. 2.65).

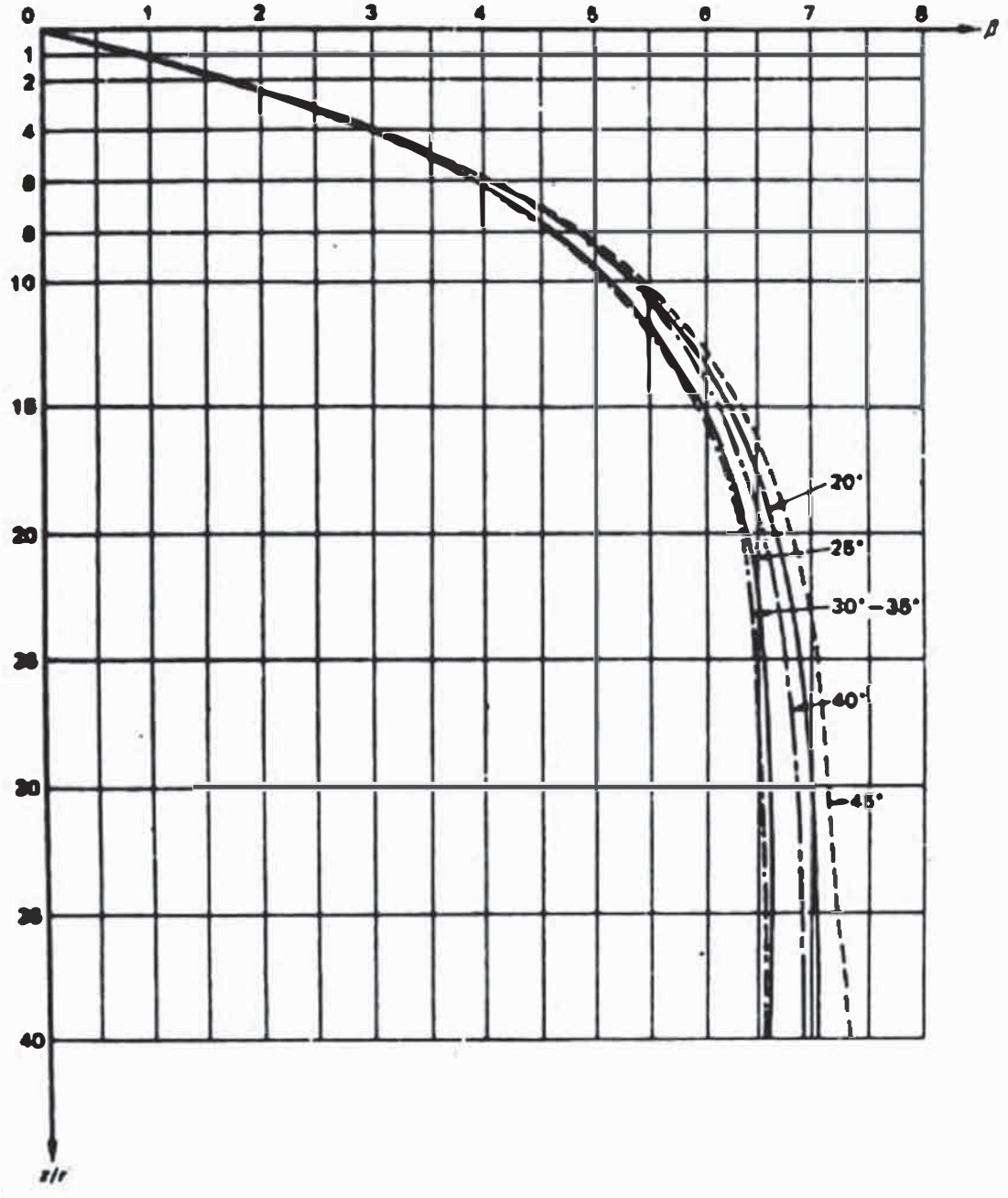


FIG. 3.6b Curvas de Jansen

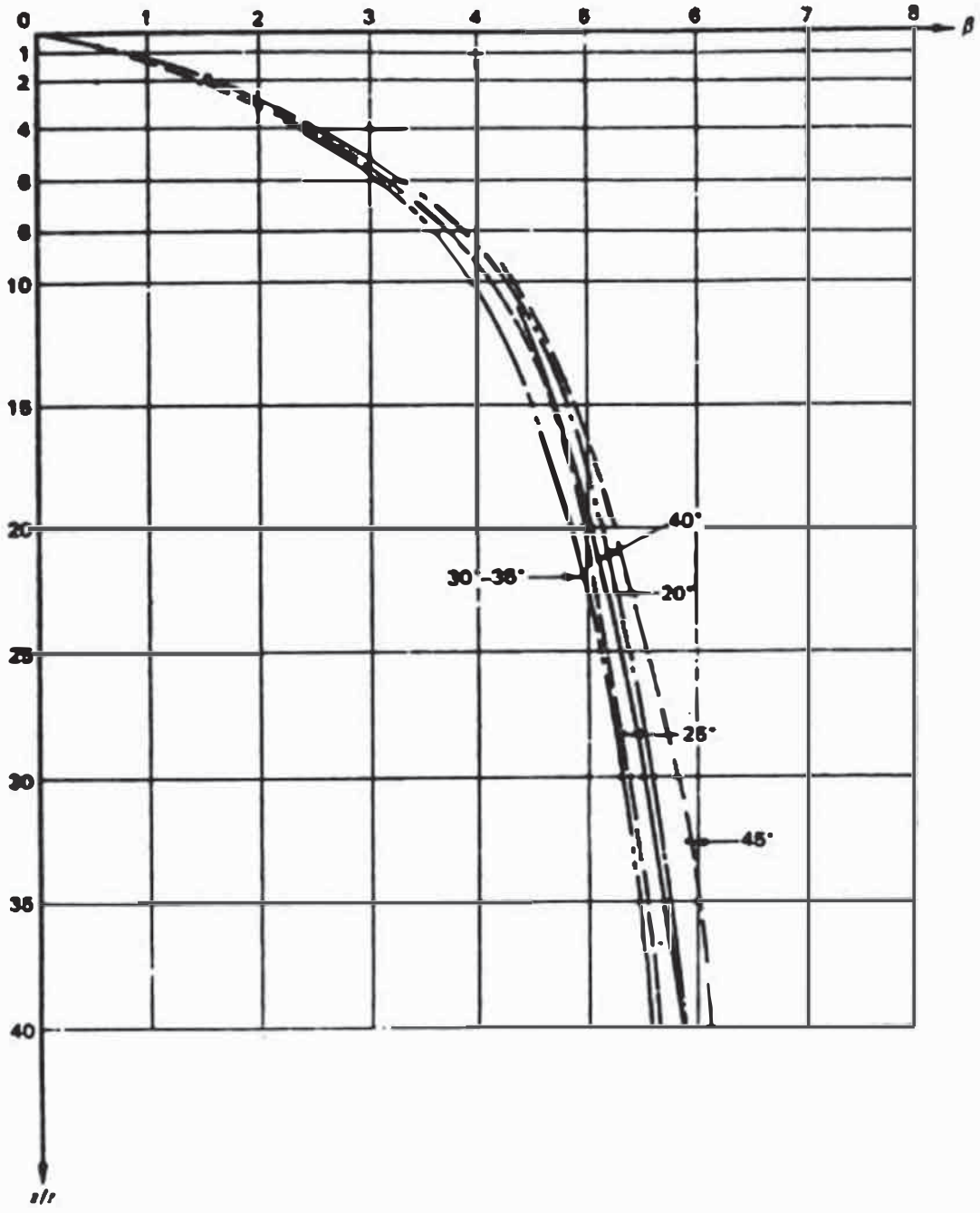


Fig. 2.67. Curvas de Reimbert

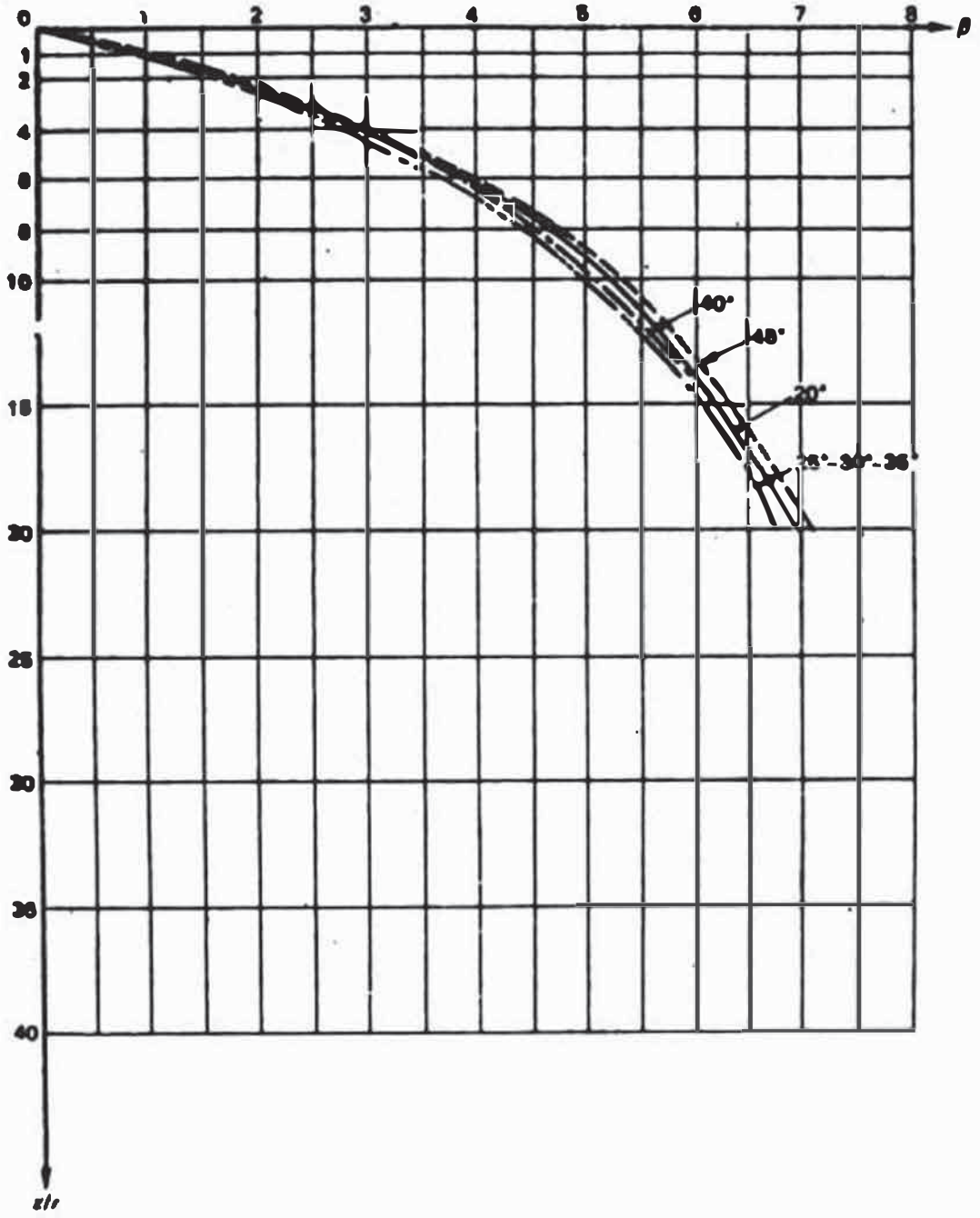


FIG. 2.68 Curvas de Pamelard

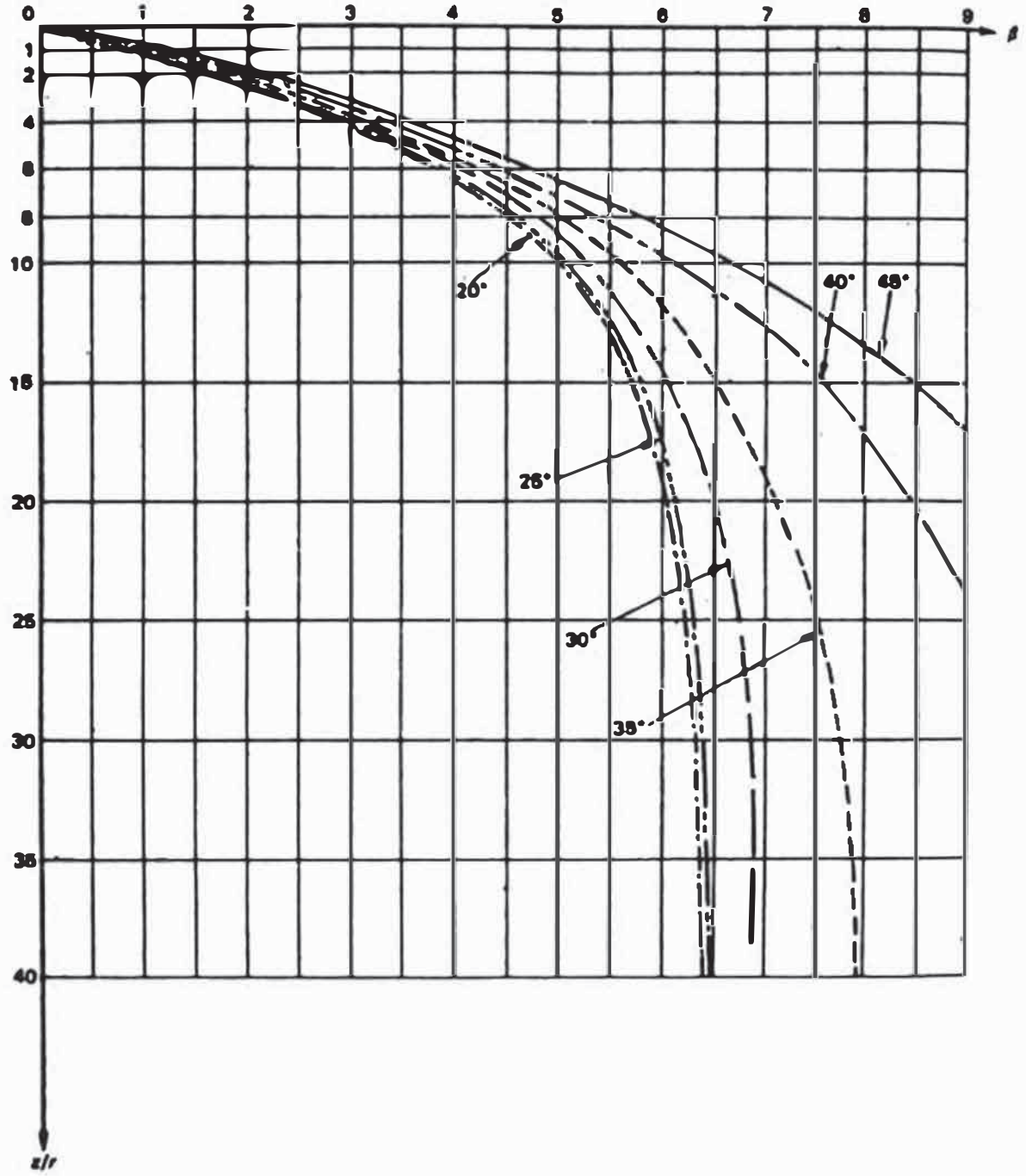


FIG. 2.69. Curvas de Caquot

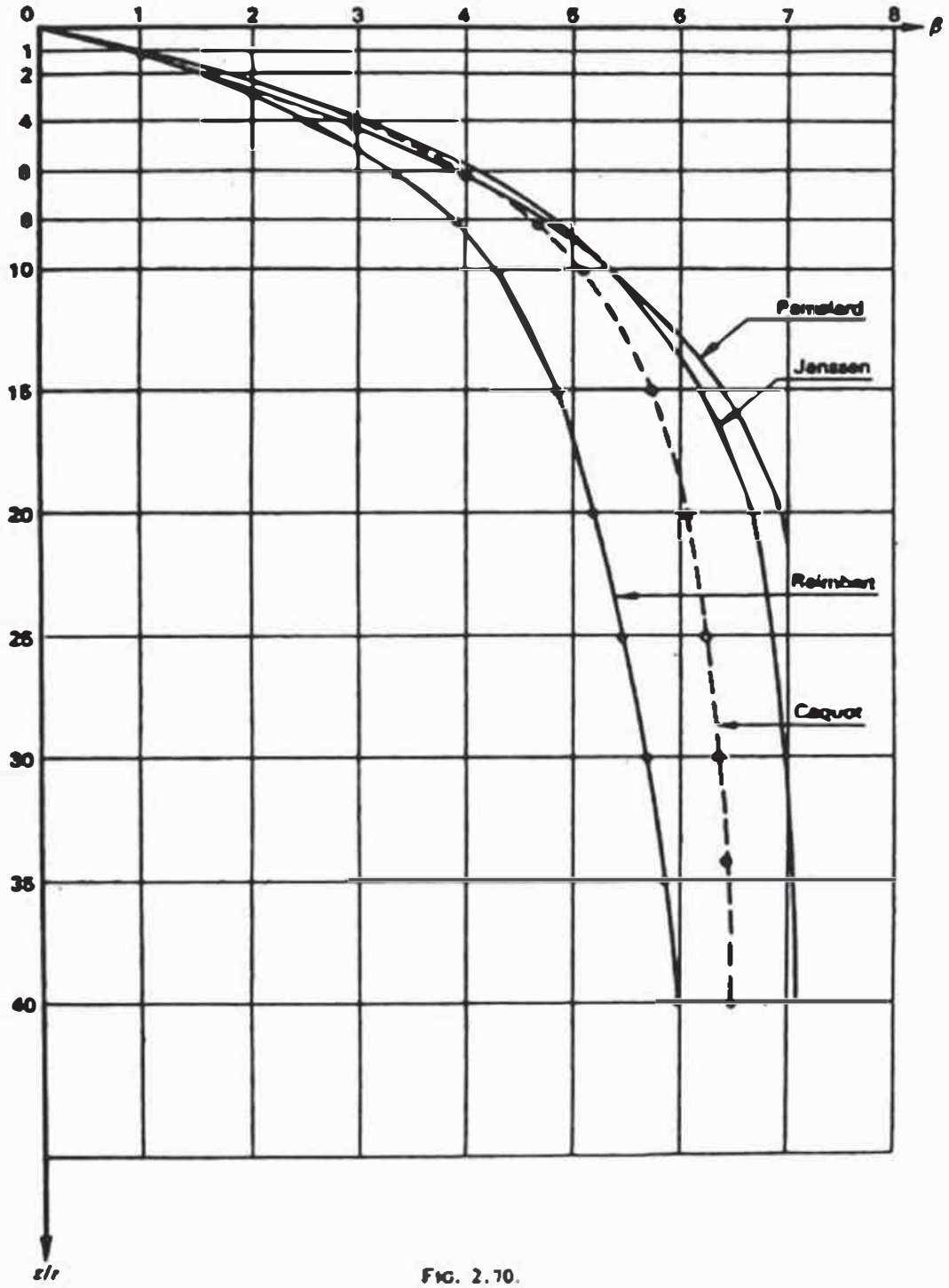

0
1
2
3
4
5
6
7
8
β
1
2
4
6
8
10
15
20
25
30
35
40
Pemsteard
Jenssen
Reimbert
Caquot
z/r

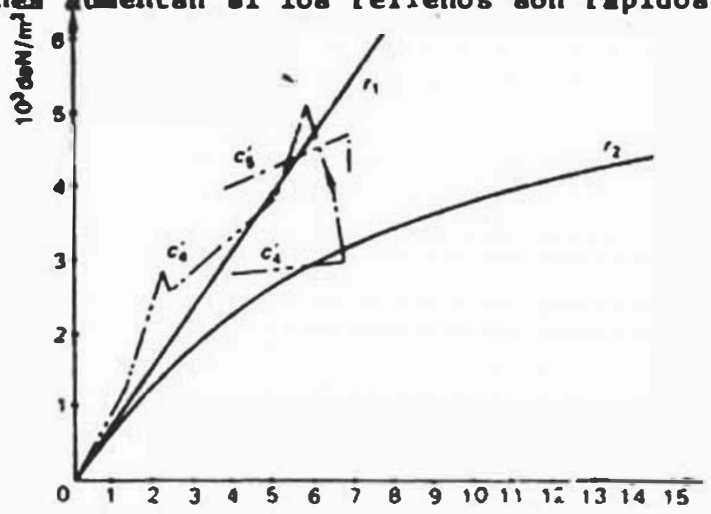
FIG. 2.70.

2.25 ENSAYOS

a) Ensayos de Frante, Airy y Jannicson.

Estos ensayos, los más antiguos, permiten establecer las conclusiones que se dan a continuación:

1. La presión hidrostática no rige para las presiones horizontales sobre las paredes de un silo, salvo en las vecindades de los niveles superiores de la materia almacenada,
2. La relación de la presión lateral sobre las paredes y la presión vertical sobre un plano horizontal al mismo nivel varía de 0,3 a 0.5
3. La presión lateral aumenta muy poco con la profundidad a partir de alrededor de 2.5 a 3 veces el lado o el diámetro de las células.
4. La relación citada en el número 2 varía con la materia de las células.
5. La puesta en movimiento de los granos puede originar sobrepresiones de 10%,
6. Si el orificio de vaciado no esta centrado sobre la célula y es excentrico sobre el fondo o esta colocado en una pared, la presión lateral es menor hacia el lado del orificio, pero aumenta considerablemente sobre la pared opuesta (principio de la acción y la reacción); la presión así indicada puede llegar a ser de 2 a 4 veces la presión estática.
7. Las presiones aumentan si los rellenos son rápidos.



Altura del Trigo encima de la cápsula

r_1 Peso de una altura h de trigo
r_2 Curva teórica $\varphi = 20° - d = 0.8 - a = 3.75$
$- c'_4$ Cápsula libre cerca de la pared (media) nivel 6.60
$-c'_5$ Cápsula libre colocada al centro de la célula-nivel 6.6

Fig. 2.71 Presiones verticales en función de la altura del trigo y de la situación de la cápsula

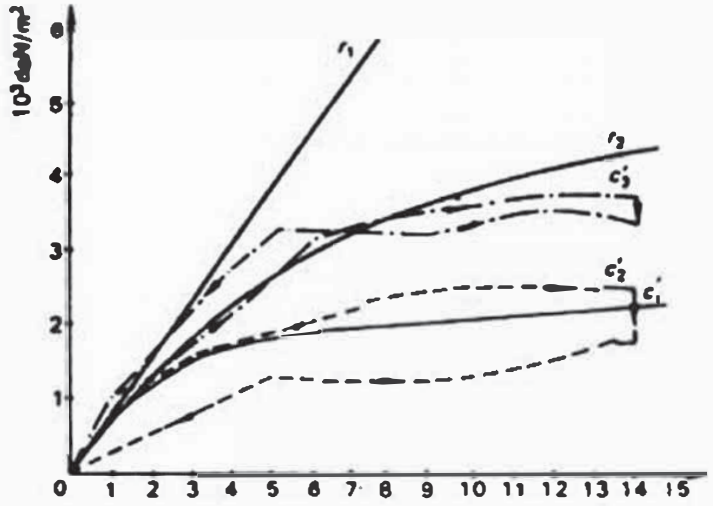
b) Ensayos de Buisson

Han sido practicados sobre dos silos cuadrados utilizando cápsulas manométricas y cuerdas vibrantes colocadas verticalmente y horizontalmente.

Las figuras 2.71 y 2.72 dan las presiones verticales a niveles diferentes en comparación:

- de la carga hidrostática

- de la curva teórica de Janssen



Altura del trigo por encima de la cápsula

r_1 Peso de una altura h de trigo
r_2 Curva teórica φ = 20° - d = 0.8 - a = 3.75
- c_1' Presión sobre el canalón
- - c_2' 1/3 inferior de la tolva
· — c_3 1/3 superior de la tolva

Fig. 2.72 Presiones verticales en función de la altura del trigo y de la situación de la cápsula

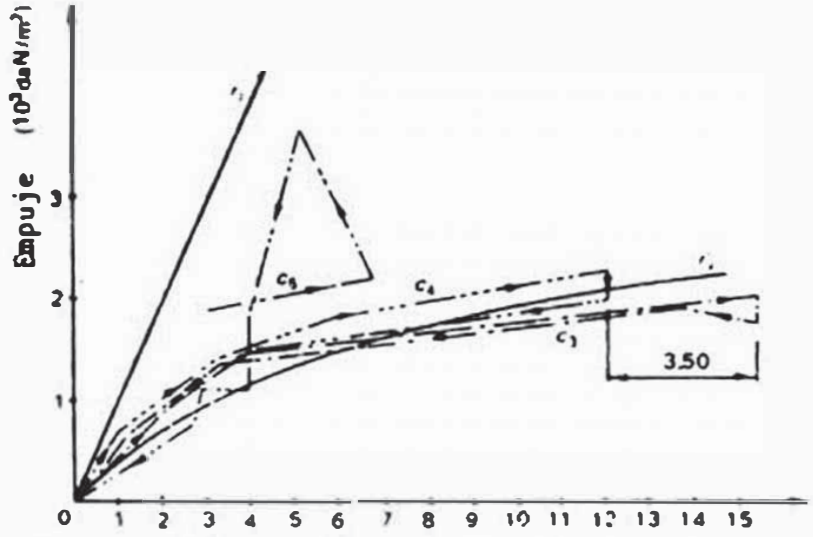
FIG 2.73

La interpretación de estas curvas experimentales no es muy simple.

Las presiones verticales debajo de 6.60m. de grano (Fig. 2.71) son muy superiores a las curvas teoricas y pueden corresponder al mismo origen de la presión hidrostática, esto es válido también para la cápsula colocada en las vecindades de las paredes y para las que son colocadas al centro del silo. Parece que dentro del conjunto, la preaión vertical es más elevada al centro (Fig. 2.73).

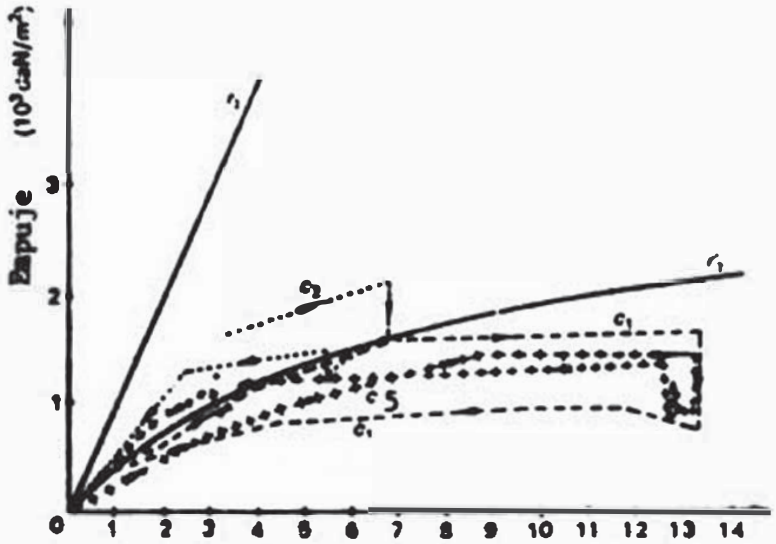
Por el contrario al nivel de la tolva (fig. 2.72), las presiones verticales son netamente inferiores a las que da la ley de Janssen. Sin duda esto hace ver la influencia de series de vóbedas que pueden formarse sobre la altura del silo, tomando apoyo sobre las paredes y sobreelevandose por ello mismo sobre las partes inferiores del silo vecinas a la tolva. En resumen el cambio posible de las presiones verticales pueden ser extremadamente importante y decrecer desde la presión hidrostática a
blemente igual a la mitad de la presión de Janssen .

Las figuras 2.74 y 2.75 dan los valores de las presiones horizontales sobre las paredes, dentro del conjunto se ven que estas presiones son vecinas o netamente inferiores a la presión de Janssen.



- r_2' Curva teorica que da la presión en función de la altura del trigo, según Janssen Koenen-ángulo de frotamiento = 20°. Masa volumetrica del trigo 0.8. Célula cuadrada 3.75 x 3.75
- r_2 Curva que da la presión en función de la altura del trigo en auperficie indefinida.
- c_3 Cápsula vertical colocada al comienzo de la tolva y al medio de la pared
- c_5 d° a 6.60 de alto
- c_4 d° a 3.50 de alto

Fig. 2.74 Presiones horizontales sobre las paredes en función de la altura del trigo y de la situación de la cápsula



Altura del trigo por encima de la cápsula

— $r_{\frac{1}{2}}$ Curva teórica que dá la presión en función de la altura del trigo según Janssen Koenan, ángulo de frotamiento 20°. Masa volumétrica del trigo 0.8 Célula cuadrada 3.75 x 3.75

— r_2 Curva que da la presión en función de la altura del trigo en superficie indefinida.

---c_1 Cápsula vertical colocada al principio de la tolva en medio de la pared.

.....c_2 A 6.60 de altura

♦♦♦♦c_5 Cápsula vertical colocada en el ángulo h

Fig. 2.75 Presiones horizontales sobre las paredes en función de la altura del trigo y de la cápsula

Muchas veces se arriba a la curva c_5 de la figura 2.75 y para alturas medias de carga se registran presiones que pasan el doble de la de Janssen que se acercan a la presión hidrostática.

Se ve pues lo extremadamente delicado de estas cuestiones y se debe tener en consideración que las leyes del frotamiento externo (materia almacenada sobre paredes) y de frotamiento interno dominan estos fenómenos; que sus leyes no pueden ser expresadas sino por desigualdades y es difícil en consecuencia citar cifras. En efecto decir "frotamiento" es decir "desplazamiento". Las teorías elaboradas suponen la movilización del frotamiento en toda la superficie perimetral de las paredes. Esto no puede ser exacto ya que el desplazamiento de la masa hacia la base es suficiente.

Bujasson plantea la pregunta "cómo el frotamiento puede variar durante el llenado del silo". Unicamente el hecho del asentamiento de la masa debido a la compresibilidad de los elementos almacenados y todavía a condición.

que las paredes no sean damasiadas felxibles. Para el trigo por ejemplo la compresibilidad es del orden de 2.5 mm por metro y para 100 g. de presión (que corresponda casi a 1.25 m. de trigo). Es fácil de ver como este orden de magnitud puede estar en el orden de 7 a 10 mm por el desplazamiento debido a la variación del frotamiento, que por debajo de 2.00 a 2.50 m. el frotamiento puede ser considerado como enteramente variable. Es pues que debajo de ese orden de magnitud que las teorías tienen alguna posibilidad de ser consideradas como exactas.

Se puede ver también que para un material casi incompresible como la arena mineral, puede ser aventurado suponer un cambio importante del frotamiento sobre las paredes ya que en este caso las presiones verticales sobre los fondos se pueden aproximar a las presion hidrostática. Si se tiene en cuenta que el apisonamiento es de solo 1/5 del anterior se ve que en los silos de 10 a 12 m. de altura las tolvas corren el riesgo de ser cargadas con la totalidad de la materia almacenada. Lo mismo puede suceder con las paredes extremadamente flexibles que ceden ante los empujes y que entrañan de hecho una sobrecarga sobre el fondo.

Las cosas son todavía mas complejas en la zona de salida de las tol - vas y se aprecia que a medida que el nivel superior disminuye, las pre - siones descienden. Lo mismo sucede en cierta medida con los granos que se hinchan disminuyendo relativamente el apisonamiento. Todo esto introduce modificaciones en las condiciones del frotamiento, puesto que los experimentos han demostrado que el hinchamiento de los granos es casi la mitad del apisonamiento inicial de compresión.

A la luz de estos ensayos y con las consideraciones precedentes se concluye que una teoría sobre silos perfectamente adecuada no será digna de fe si se hace abstracción (como son todas actualmente) de las condiciones del desplazamiento vertical de la materia almacenada.

Una teoría concreta no puede ser basada, sino sobre datos experimentales y los ensayos llevan a la conclusión de que aquella no debe olvidar los esfuerzos debidos a los desplazamientos. Todavía estamos lejos de esta teoría.

c) Ensayos de Reimbert

Los ensayos de este autor son los mas completos. Ellos se han basado principalmente en la medida de la presión total sobre los fondos del silo: $P(z)$. Hemos visto dentro de la teoría general da silos que con la buqueda de una relación p_z/q_z, una medida (q_z) bastaba para el conocimiento por el cálculo de p_z. De estas medidas el autor ha deducido las fórmulas experimentales que hemos visto.

Por otra parte la influencia de otros parámetros también ha sido esclarecida, sobre todo en el llenado. Las curvas obtenidas por este autor son desde este punto de vista muy explícitas. Las presiones sobre los fondos de mayor intensidad se obtiene por un llenado lento en forma de lluvia. La diferencia puede alcnazr hasta 50% con un llenado rápido en forma de chorro.

Una de las razones de esta diferencia es el aumento de la masa volumétrica aparente que provoca el reemplazamiento en forma de lluvia: por ejemplo sobre las arenas de Fontainebleau, Δ = 1,450 dentro del caso del chorro y 1,620 para el caso de la lluvia:

Inversamante el empuje sobre las paredes se tiene entendido que alcanza valores mucho mas grandes en el caso del llenado rápido en forma de chorro.

2.30 EFECTO DINAMICO.-

2.31 GENERALIDADES.-

Se entiende por efectos dinámicos aquellos introducidos por los fenómenos que se producen por las salidas de los granos almacenados en el momento del vaciado. Una abertura pequeña de la compuerta de salida produce un deslizamiento hacia la parte baja, rompiendo el equilibrio de la masa almacenada e introduciendo inmediatamente sobrepresiones en las paredes. M. Caquot ha asimilado el empuje total en ese momento a un empuje pasivo, el empuje estático al final del llenado no es sino un empuje activo de menor amplitud. La diferencia considerable entre esos dos aquilibrios límites, han sido algunas veces la causa de graves incidentes en los Silos en servicio.

Masa en movimiento

Fig. 2.76

Físicamente el fenómeno se presenta también según Reimbert (fig. 2.76) los granos de la materia almacenada tienen una velocidad vertical menor a lo largo de las paredes en razón del frotamiento sobre aquellas; las velocidades al contrario aumentaban en el eje de la tolva directamente , aplomo la cual forma un cono de desprendimiento dentro de la masa en forma de un embudo en la parte superior.

Este fenómeno ha sido estudiado desde el punto de vista teórico por Caquot y experimentalmente por Reimbert. Ha sido siempre conocido por lo menos cualitativamente, pero frecuentemente se olvida . Por otra parte en el caso de orificio de vaciado no centrado en planta, se constata aumento de las presiones sobre las paredes opuestas y diaminución en las cercanas al orificio de salida.

En fin, en los silos se puede producir cambios de la estructura típica de los granos o materia almacenada relativamente plástica y fenómeno de esfuerzos debido a la solidificación de la masa. La consecuencia es una disminución de las presiones laterales y sobre presión sobre las tolvas en forma de ubres.

2,32 Antiguos Datos.-

Según Forestier, Prante, se había constatado que "cuando el registro es abierto con una velocidad débil correspondiente a una salida de 150 de trigo por minuto la presión sobre las paredes es alrededor de 3 a 4 veces más grande que aquella ejercida por el trigo en reposo".

Mersh ha admitido un coeficiente de 2.5 con relación a la presión estática. En cambio otros experimentadores como (Airy, Jamieson) no habían registrado sino relativos aumentos, de un 10%.

Los servicios del Génie Rural impusieron en Francia un coeficiente variable de 1.5 a 2.

Lossier teniendo en cuenta la excentricidad de la salida, aumenta en 10% las presiones laterales.

2,33 Ensayos Modernos.-

Los primeros ensayos sistemáticos de las medidas de presión sobre los fondos de silo han sido hechos por Reimbert.

Fig. 2.77.- Silo cilíndrico. Rellenos con chorro y vaciado centrado
Fig. 2,78.- Silo cilíndrico. Rellenos con chorro y vaciado excentrico para orificios dentro de la pared.
Fig. 2.79.- Silo cilíndrico. Rellenos con lluvia y vaciado centrado
Fig. 2,80.- Silo cilíndrico. Rellenos con lluvia y vaciado centrado

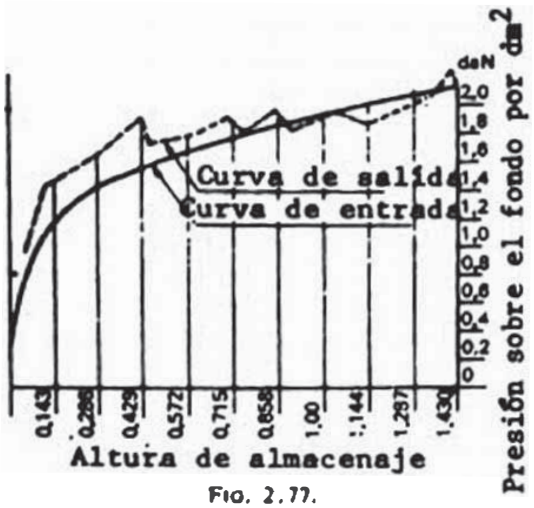


Fig. 2.77.

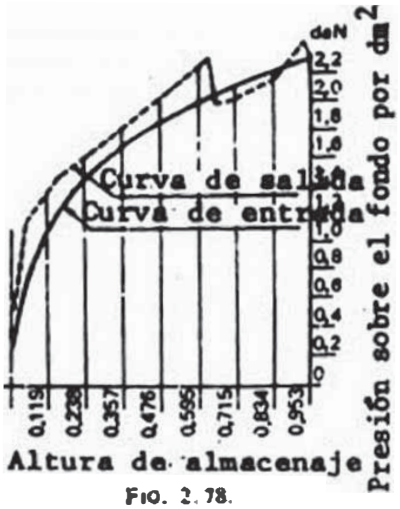


Fig. 2.78.

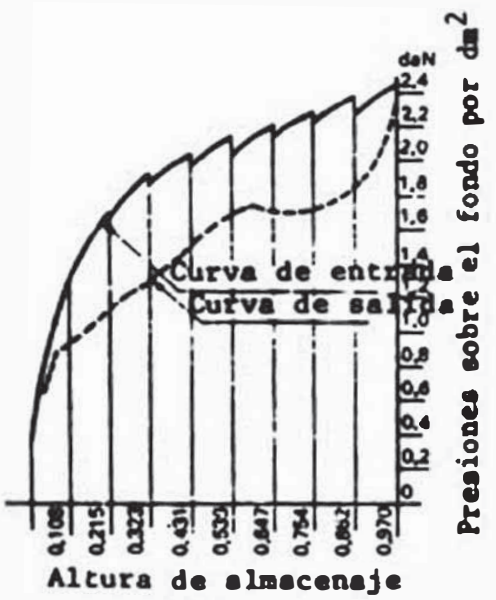


FIG. 2.79

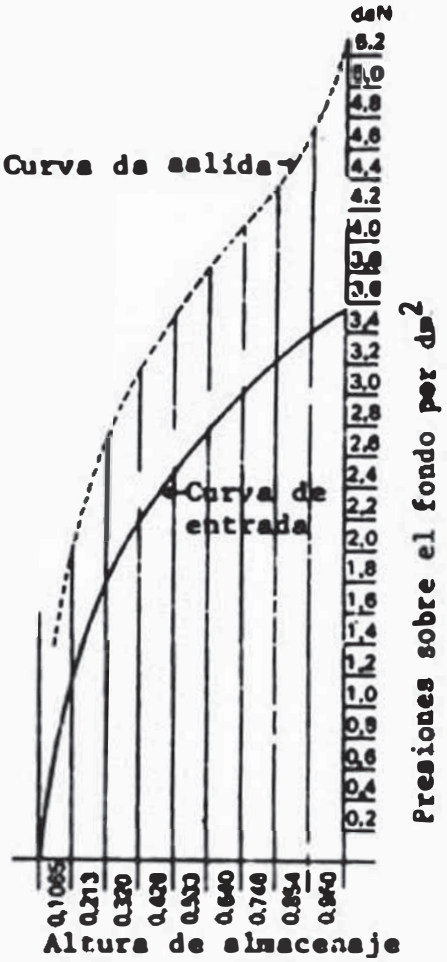


FIG. 2.80

Los comentarios son difíciles.

Dentro de 3 sobre 4 casos hay sobrepresiones durante el vaciado. Esta sobrepresión bien entendendido es nula, en la parte superior aumenta pues teniendo desde una presión nula hasta varias veces por la función de la altura del almacenado (Fig. 2.77 y 2.78). Ella puede ser al contrario máxima (= + 47%) (curva de la figura 2.80).

Dentro de un caso (fig. 2.79) la presión sobre los fondos del vaciado es al contrario inferior a aquella correspondiente al llenado ya sea según los ensayos de Caughey, Tales y Scheer practicados sobre silos cilíndricos en un vaciado excéntrico, las curvas de vaciado y entrada no presentan casos notables.

Esto se acerca a lo que indica los ensayos precedentes (fig. 2.77 y 2.78)

Los ensayos más recientes han sido realizados por Reimbert, Chateau-Landon y Masnieres.

Ensayos de Chateau-Landon:

Se trataba de un silo cuadrado de 4.10m. de lado y 10,00m. de altura. Con un vaciado de tipo continuo y registros de esfuerzos colocados dentro de las paredes.

La fig. 2.81 y 2.82 representan los coeficientes de sobrepresiones dentro de las paredes cuyo máximo está a la mitad de la altura.

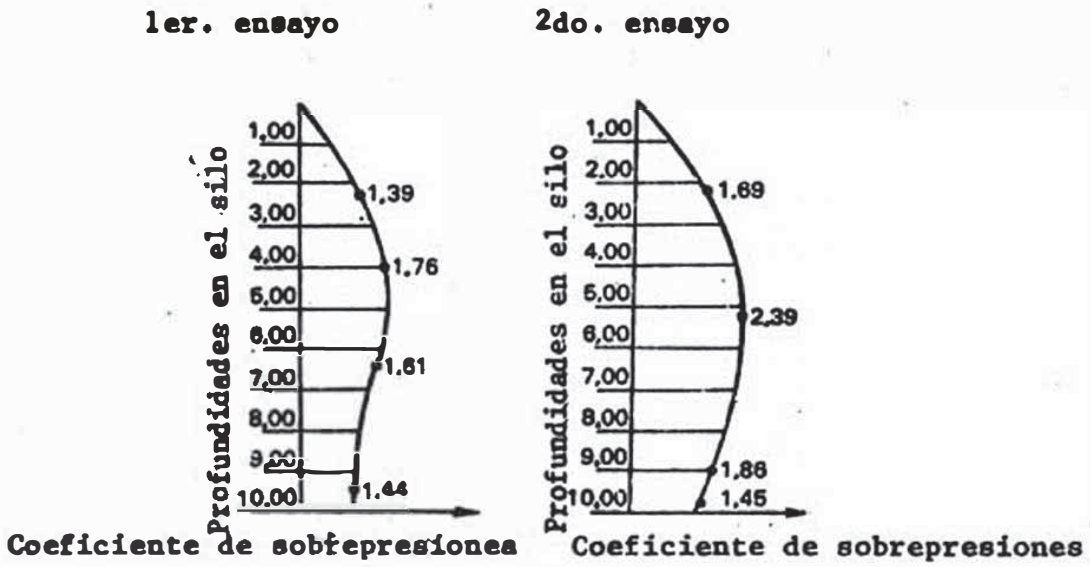


FIG. 2.81. FIG 2.82.

- Ensayos de Masnieres

Silo octogonal de 2,00m. de lado y 22m. de altura.

Las curvas de las figs. 2,83 y 2,84, dan los resultados de dos ensayos que muestran las sobrepresiones en las paredes; la máxima se producía en la parte superior donde el coeficiente alcanza el valor de 4,6.

Caquot ha asimilado el estado en equilibrio de la masa almacenada durante el vaciado a un estado límite superior (como una presión pasiva) y ha terminado con una fórmula que da la presión al vaciado.

$$p_z = \frac{\Delta r}{\operatorname{tg} i\varphi} \left[1 - \exp\left(-\frac{z}{r}\beta\right)\right]$$

con

$$\beta = \frac{i\varphi \sin 2i\varphi}{2}$$

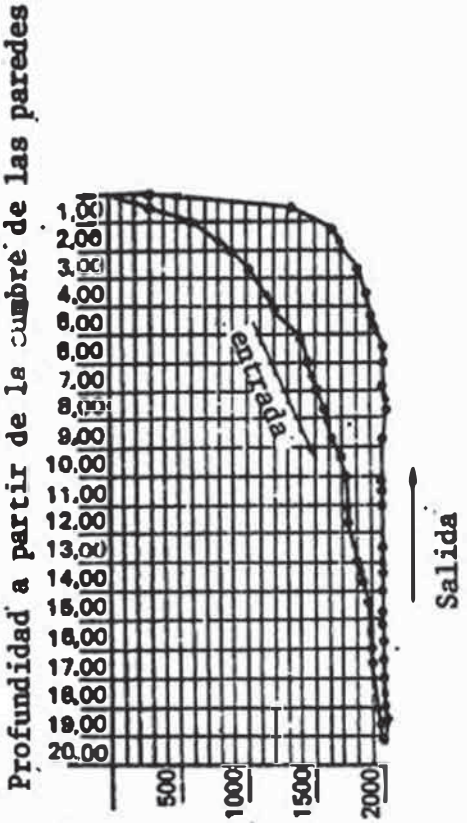


FIG. 2.83.

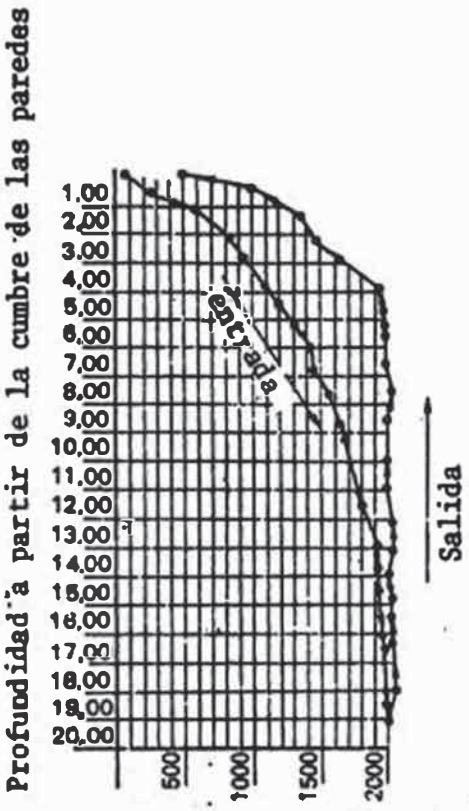


FIG. 2.84.

La tabla que se da a continuación indica los valores de los paréntesis en función de z/r y de φ

TABLA 10

z/r	20°	25°	30°	35°	40°	45°
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1	0,118	0,156	0,203	0,249	0,290	0,324
2	0,203	0,283	0,364	0,436	0,496	0,543
4	0,366	0,487	0,597	0,682	0,746	0,791
6	0,497	0,632	0,744	0,821	0.872	0,904
8	0,598	0,737	0,837	0.899	0.936	0.956
10	0,679	0,812	0,897	0,944	0.968	0.980
15	0.819	0,919	0,963	0.987	0.994	0.997
20	0,898	0,965	0,989	0,997	0.999	0.999
25	0,942	0,985	0,997	0,999	0.999	1.000
30	0,967	0,993	0,998	0,999	1.000	
35	0,981	0,997	0,999	1,000		
40	0,990	0,999	0,999	1.000		

La figura 2.85 representa los valores de la tabla. Se ve que las presiones de vaciado sobre las paredes depende fuertemente de φ y aumenta con él, (Esto es lo inverso para las presiones estáticas).

Es interesante calcular el coeficiente de sobrepresión: presión de vaciado sobre la presión de llenado.

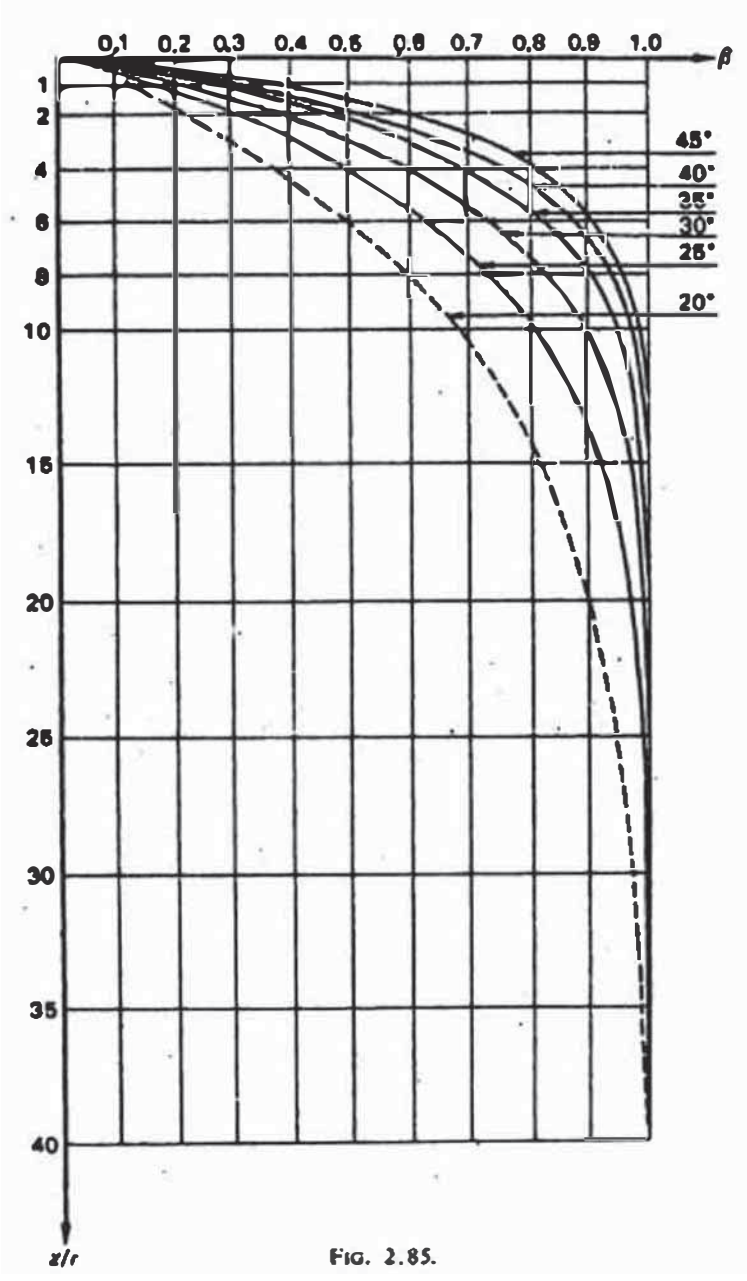


FIG. 2.85.

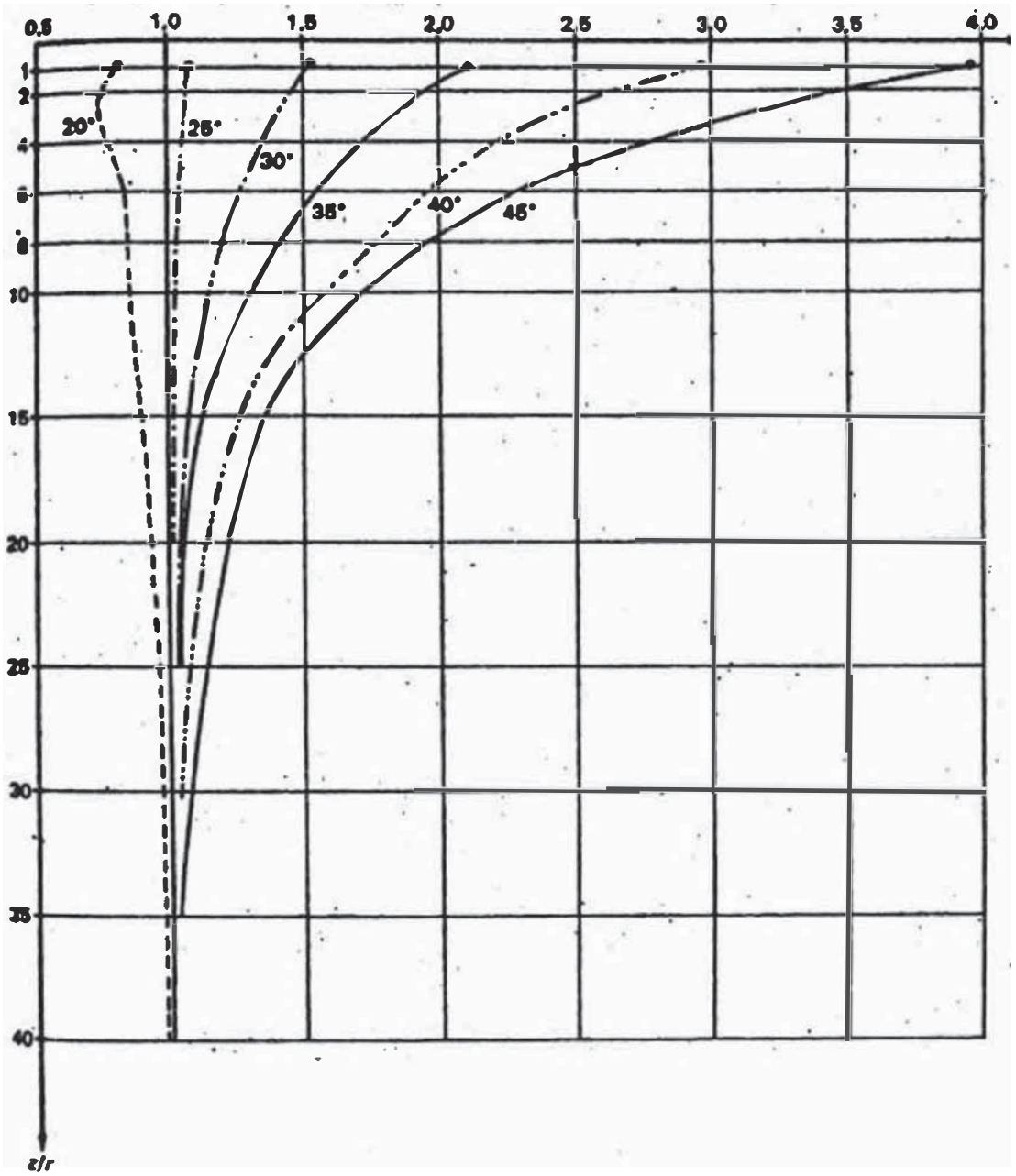

0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
β
1
2
4
6
8
10
15
20
25
30
35
40
z/r
20°
25°
30°
35°
40°
45°

FIG. 2.86.

La tabla que se da a continuación indica dichos valores, así mismo ellos estan dados en la figura 2.86

TABLA 11

z/r	20°	25°	30°	35°	40°	45°
0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
1	0,81	1.09	1.51	2,10	2,96	3.96
2	0.75	1.06	1.45	1.95	2.67	3.43
4	0,78	1.05	1.36	1.71	2.20	2.76
6	0,81	1.04	1.29	1.54	2.17	2.26
8	0,83	1.03	1.27	1.41	1.88	1.92
10	0,85	1.02	1.17	1.31	1.58	1.75
15	0,90	1.02	1.09	1.15	1.26	1.37
20	0.94	1.01	1.05	1.08	1.14	1.21
25	0,96	1.01	1.02	1.03	1.04	1.17
30	0,97	1.00	1.01	1.02	1.06	1.07
35	0,98	1.00	1.00	1.01	1.03	1.04
40	0,99	1.00	1.00	1.00	1.02	1.02

Se constata que:

El coeficiente de sobrepresión tiende hacia 1.00 cuando la relación z/r aumenta.

Apartir de $z/r \geq 25$, no hay practicamente sobrepresión; el coeficiente de sobrepresión aumenta mucho con φ sobre todo más allá de 35°,

Para φ vecino hasta los 25° no hay ninguna sobrepresión.

Para ángulos inferiores hay al contrario, depresiones.

Una teoría de Pamelard justifica un coeficiente de sobrepresión máxima de 1.50.

La parte inferior de la columna de material que se encuentra más allá de la altura H es equilibrada enteramente con el frotamiento sobre las paredes, El diagrama de presiones horizontales comienza con un valor 0 en la parte superior y aumenta hasta un máximo a una profundidad H y se anula hacia abajo (Fig. 2.87).

$$P = \Delta SH$$

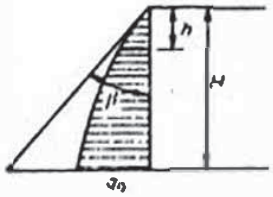


FIG. 2.87.

Si nosotros admitimos una ley parabólica que tiene:

$$P = p_v \, tg\varphi' cH \times \frac{2}{3}, \qquad c = \text{perímetro}$$

Luego:

$$p_v = \frac{3S\Delta}{2\,c\,tg\varphi'} = \frac{3\,\Delta r}{2\,tg\,\varphi'}$$

o $\frac{\Delta r}{tg\varphi'} = p_{max}$ Donde $p_v = \frac{3}{2} p_{max}$

2.34 CALCULOS PRACTICOS.-

El cálculo práctico correcto de un silo requiere la necesidad de suponer los empujes máximos que se van a tener tanto sobre las paredes como sobre el fondo. Lo que antecede es suficiente para indicar que es imposible hacer un cálculo preciso dentro de la fase de llenado y sobre todo a la salida donde se producen importantes sobrepresiones, pero esto no es una regla general, puesto que con una materia almacenda con un ángulo φ mayor que 25° puede originarse depresiones sobre las paredes y sobrepresiones, sobre el fondo.

La razón de tal estado de cosas es esencialmente la multiplicidad de parámetros que intervienen dentro de los calculos: masa volumétrica, ángulo de frotamiento interno, frotamiento sobre las paredes, húmedad de la materia almacenada, altura del silo, forma de la célula en planta, flexibilidad de las paredes, modo de llenado, modo de vaciado, excentricidad de los orificios.

Comentaremos algunos de estos parámetros.

a) Masa volumétrica de la materia almacenada.
Los empujes p_z y q_z son proporcionales a la masa volumétrica. Se dice que las variaciones de aquella pueden alcanzar hasta el 15% normalmente y más, motivados por la presión vertical de granos (función de z) que pueden introducirse deformaciones plásticas y una disminución correlativa del indice de vacíos, dando un aumento de la masa volumétrica aparente. Para no sacrificar la seguridad conviene escoger, debido a la ausencia de cifras precisas, una masa volumétrica mas elevada.

b) Angulo de frotamiento interno φ.
Hemos indicado las variaciones considerables de φ para una misma materia. Como φ interviene dentro de las expresiones de p_z y de q_z:

$$p_z = \frac{\Delta r}{tg\varphi'}\left[1 - \left(\exp - \frac{z}{r}\right)\right]$$

y

$$q_z = \Delta r \beta'$$

los parámetros β y β' están todos dados en función de φ.
Nosotros hemos notado que:

Para p_z en todas las expresiones de β (según lo anterior) es fácil de ver que si φ aumenta, p_z disminuye;
Para q_z es lo contrario.

Se entiende pues que la seguridad exige calcular:

p_z con un ángulo φ mas bien pequeño

q_z con un ángulo φ mas bien grande

c) Frotamiento sobre las paredes, φ'

p_z aumenta si φ' disminuye. Para q_z los resultados son menos precisos
Según los diversos autores: dentro del conjunto se puede decir que la variación es identica a la precedente. Se comprueba sin embargo que es preciso calcular p_z con un ángulo φ' mas bien pequeño.

Se llega pues a la conclusión que de acuerdo con los gráficos, final - mente los ángulos de frotamiento (φ y φ') intervienen relativamente poco (1).

d) Húmedad de la materia almacenada

No se conoce bien los efectos tan diversas que pueden producir la húmedad de la materia almacenada. La influencia de la estructura de la mate - ria almacenada y el porcentaje de húmedad son las dos variables principales. Si se trata de una materia demasiada rígida y fina (tipo arena) la masa volumétrica crece a medida que aumente el porcentaje de húmedad, en seguida se estabiliza y disminuye (- 15 a - 20%) para rodear la superfi - cie de los granos de una pelicula de agua contínua: el contacto entre gra no y grano se pierde, lo mismo las fuerzas capilares y disminuye la masa volumétrica aparente puesto que la materia es mas densa que el agua. Si la húmedad aumenta todavía y produce los meniscos entre granos, la masa volumétrica aumenta; cuando los meniscos están completos pero hay que tener en cuenta el agua intersicial.

Sea: Δ, la masa volumétrica de la materia seca.
C, la compacidad de esta materia.

(1) Salvo para los valores límites a los cuales φ' tiene una fuerte incidencia.

La masa volumétrica aparente del conjunto es:

$$\Delta' = \Delta + 1{,}000\ (1 - C)$$

Si $\Delta = 1{,}600$ y C varía de 60 a 70% se tiene:

$$\Delta' = 1{,}600 + 300 = 1{,}900\ Kg/m^3$$

y

$$\Delta' = 1{,}600 + 400 = 2{,}000\ Kg/m^3$$

Sobre el fondo se tendrá:

$$q_z = \Delta' z.$$

Correlativamente el empuje sobre las paredes es aquel del agua contenida dentro de la materia almacenada de masa volumétrica: $\Delta'' = \Delta - 1{,}000\ C$

De aqui la importancia de los dispositivos de escurrimiento de las tolvas para arena. Si se trata de una materia ponderada de elementos gruesos como (gravas, macadan, carbón solidificado), no hay disminución inicial de la masa volumétrica aparente, las fuerzas capilares son en este caso insuficientes para provocar un ensanchamiento del conjunto. La masa volumétrica aumenta pues de manera contínua con la húmedad hasta valores que alcanzan Δ' y Δ''

Si se trata de una materia rígida pero cavernosa; la posibilidad del humedecimiento de los elementos es ahora mucho más importante que para el caso precedente pero el fenómeno es idéntico.

Si se trata de un producto plástico (granos, frutas) pueden hincharse mucho debido a la húmedad, la tasa de este crecimiento algunas veces es muy limitada, la masa volumétrica aumenta siempre con la tasa higrométrica; puede aumentar de 50 a 100 Kg/m^3.

Si se tiene, aunque raramente, una influencia en masa por aglutinamiento cerrado de granos, el aumento de Δ puede ser ahora mas considerable: de 100 a 200 kg/m^3 suplementarios.

En consecuencia la húmedad puede así intervenir sobre los frotamientos: φ y φ'. Ella puede modificar el frotamiento interno φ puesto que sin exageración puede introducir influencia en masa. Lo mismo pasa con el frotamiento sobre las paredes: φ' disminuye o puede decrecer hasta cero.

Las consideraciones arriba indicadas, sobre todo las cualitativas pueden ayudar a resolver casos particulares. Para los casos normales se tendra en cuenta la necesidad de no subestimar la masa volumétrica.

e) Altura del silo

Cualquiera que sea la ley tanto (teórica o experimental) notamos en que la mayor parte de las leyes de los empujes los límites máximos dependen fuertemente del frotamiento sobre las paredes sea que estas leyes sean exponenciales, hiperbólicas o parabólicas, se constata en los ensayos que

la ley del crecimiento tiende hacia un límite dependiente del frotamiento interno; ciertas teorias conducen también a este resultado y parece posible admitirlo como general.

f) Forma en planta de la célula

Las teorías y los ensayos están de acuerdo en considerar que la forma en planta interviene a través del radio medio:

$$r = S/c.$$

Este es un resultado que puede ser apreciado en forma práctica por un constructor, pero es insuficiente dentro del plano teórico.

Si el resultado es riguroso para un silo circular donde las presiones son uniformemente repartidas sobre todo el contorno, no tiene mucha validez para silos de otras formas puesto que interviene el "efecto de ángulo" haciendo variables la distribución de las presiones sobre los perímetros.

Los ensayos de Reimbert han permitido precisar la incidencia de este efecto, pero todavía queda insuficiente para el caso de las presiones de una altura dada Z ya que está lejos de ser uniformemente repartida sobre el contorno de la célula. Para las presiones verticales por ejemplo la figura 2.73 da la curva de repartición de presiones, en la cual hay acentuación dentro del eje del silo.

g) Flexibilidad de las paredes.

Se ha visto que cuando la pared es deformable ella no puede reaccionar frente a los empujes horizontales. Por consiguiente mas pequeña será la parte de cargas verticales equilibradas por el frotamiento y mayor será la presión sobre el fondo. Desgraciadamente nuestro conocimiento sobre la intervención de este parámetro no está muy desarrollado.

h) Modo de llenado

Hemos visto que un llenado lento en froma de lluvia permite un apisonamiento progresivo y conduce a una masa volumétrica aparentemente más importante que un llenado rápido en forma de chorro. Se dispone de algunos resultados de ensayos a los cuales ya nos hemos referido, pero todavía nuestros conocimientos son insuficientes y será necesario efectuar ensayos sistemáticos para esclarecer esta cuestión.

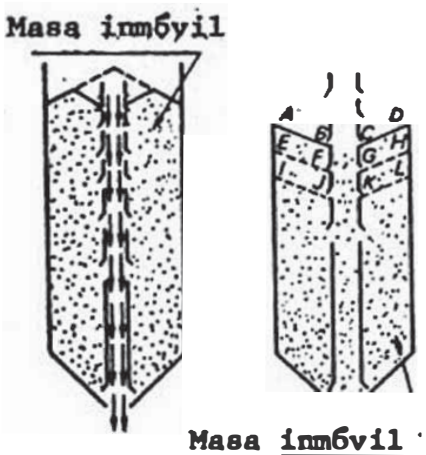
i) Modo de vaciado.

Se ha subrayado la importancia de los fenómenos que se producen en el vaciado de los silos. Hay generalmente, ya lo hemos visto, sobrepresiones. Esto no sucede siempre para los materiales de muy débil frotamiento interno.

Se puede recurrir a las curvas de Caquot o bien a los coeficientes empíricos que son mejores y varían de 1.10 a 2.50.

También de no tener en cuenta estos efectos del vaciado, y procesos mal conocidos, para cada célula del dispositivo Reimbert (Fig. 2.88), el funcionamiento de estas esta por debajo de lo que han previsto los inventores.

Cuando se abre el orificio de vaciado de un silo para hacer correr una cantidad ínfima de materia almacenada, [illegible] entera que se encuentra en el interior se pone en movimiento y provoca un aumento considerable de los esfuerzos.



Masa inmóvil

FIG. 2.88.

La manera de como encontrar estos aumentos de los esfuerzos y cuidar que la masa almacenada no se ponga en movimiento es por un dispositivo apropiado tal que el vaciado se haga por capas sucesivas que comiencen por las de mayor altura haciendo que la masa inferior quede inmovil.

En realidad asi se produce una descompresión progresiva de las materias almacenadas, que permite medir el resbalamiento de las mismas.

Estos resultados estan de acuerdo con los establecidos para los ejes de los silos, sobre todo cuando tienen una altura considerable y un conducto de evacuación constituido esencialmente por un tubo sobre el conjunto de su longitud y donde la extremidad inferior se abre un orificio de vaciado del silo.

Cuando el silo esta lleno, la presión ejercida sobre las paredes es función del radio medio hidraúlico del silo, es mucho más grande que aquella de los granos en el interior del tubo, donde el radio medio hidraúlico es relativamente débil. En seguida se ve que si se abre el orificio de salida del silo, son los granos que se encuentran en el interior de la columna los que comienzan a ponerse en movimiento, la chimenea de evacuación de los granos se produce en el interior del tubo, mientras que el resto de la masa almacenada queda en reposo.

Desde que se produce el descenso del nivel superior de los granos en el interior de la columna de depresión se ve que en la parte más elevada del tubo, los granos de las partes altas de la masa almacenada penetran por ciertas aberturas al interior de la columna para seguir el movimiento descendente del vaciado, mientras que todo el reato de la masa permanece inmóvil.

Así, sólo el volumen ABCDEFGH de la figura 2.88 se pone en movimiento y penetra dentro de la columna por el orificio FG.

Cuando el nivel superior de los granos que ahora sigue la línea EFGH es un segundo lecho, EFGHIJKL permite que sigan JK y se pongan cuando les llegue su turno en movimiento, la parte inferior restante permanece siempre inmóvil.

Es preciso preveer que las paredes de la columna de depresión tenga una abertura suficientemente aproximada para que el vaciado se haga de una manera contínua sin aumento de la presión sobre las paredes. Este hecho aparece netamente en la figura de una maqueta de un silo cuyas paredes son de vidrio (fig. 2.88).

Un resultado así verificado en el laboratorio sobre modelos reducidos, fue confirmado por los ensayos que fueron efectuados sobre silos reales de grandes dimensiones en la cooperativa agrícola de Masnieres donde los silos metálicos prefabricados son los más altos del mundo.

j) Excentricidad de los orificios.

Hemos visto que existe un efecto de excentricidad introducido por un orificio de vaciado no central. Hay depresión a la altura del orificio y al contrario sobrepresión sobre las paredes opuestas este es el efecto de acción y reacción, que aparenta un funcionamiento a la manera de un torniquete hidraúlico. Desgraciadamente es muy poco lo que se sabe, algunas experiencias antiguas han podido registrar unos aumentos de 10% y un modo de cálculo particular de las normas alemanas (1) que veremos a continuación.

Norma alemana DIN-1055.

La norma alemana DIN-1055, ha indicado y estilizado el cálculo de silos; es un método práctico, simple y ciertamente suficiente.

TABLA 12

Materia almacenada	ángulo de frotamiento del muro φ' en el llenado φ'_1	en el vaciado φ'_v
Materia con diámetro medio de granos > 0.2 mm	0.75 φ	0.60 φ
Materia con diametro medio de granos < 0.06 mm	1.00 φ	1.00 φ

(1) Tengamos en cuenta que existen algunos tubos de centro (sistema Reimbert) disminuyendo considerablemente los efectos de la excentricidad en el vaciado.

Ello reposa antes que nada en el hecho de que el ángulo de frotamiento entre la materia almacenada y la pared permanece independiente de la rugosidad propia del muro y depende solo del frotamiento interno φ según una tabla reproducida anteriormente: (nosotros habíamos admitido, precedentemente según Caquot, una relación constante igual a 0.80).

La norma admite para toda la altura de la célula, la relación $\lambda = p_z/q_z$ la cual permanece constante, sea:

- Para el llenado $\lambda_1 = 0.50$
- Para el vaciado $\lambda_v = 1.00$

El cálculo práctico es muy simple

- En el llenado

$$p_{max} = \frac{\Delta r}{tg\ 1}$$

$$q_{max} = \frac{\Delta r}{\lambda_1 tg\varphi'_1} = \frac{\Delta r}{tg\varphi'_1} ;$$

- En el vaciado

$$p_{max} = \frac{\Delta r}{tg\varphi'_v}$$

$$q_{max} = \frac{\Delta r}{\lambda_v tg\varphi'_v} \quad \frac{\Delta r}{tg\varphi'_v}$$

La relación p_z dinámica/p_z estática será así mismo igual a la relación $tg\varphi'_1/tg\varphi'_v$ y tendremos entonces:

1.00 para los granos de diámetro inferior a 0.06 mm.

tg 0.75φ/tg 0.60φ para los granos de diámetro superior a 0.2 mm que es el caso general. Para $\varphi = 20°$, está relación vale 1.252 y para $\varphi = 45°$ la relación vale 1.31.

Estas cifras son mas bien moderadas que, de hecho pueden ser largamente sobrepasadas.

Hemos visto que para el caso de crecimiento de la carga con la profundidad la norma admite:

$$p_z = p_{max}(1 - e^{-z/z_o})$$

con:

- Para el llenado $z_o = \frac{2r}{tg\varphi'_1}$
- Para el vaciado $z_o = \frac{r}{tg\varphi'_v}$

La tabla que se da a continuación da los valores de $(1 - e^{-z/z_o})$, en función de z/z_o.

z/z_0	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	0,00	0,10	0,18	0,26	0,33	0,39	0,45	0,50	0,55	0,59
1	0,63	0,67	0,70	0,73	0,75	0,78	0,80	0,82	0,83	0,85
2	0,86	0,88	0,89	0,90	0,91	0,92	0,93	0,93	0,94	0,94
3	0,95	0,96	0,96	0,96	0,97	0,97	0,97	0,98	0,98	0,98

En el caso que se produzcan arcos dentro de la materia almacenada con posibilidad de hundimientos fuertes, la norma aconseja calcular las presiones q sobre los fondos con el doble del valor que resulte al hacer los calculos considerando un límite Δz

La norma trata también el caso del vaciado excéntrico que introduce un aumento de las presiones p_z, también introduce presiones suplementarias p'_z antisimétricas que engendrán de hecho sobre cargas las paredes opuestas al vaciado (fig. 2,89):

$$p'_z = p_{zi} - p_z,$$

Donde p_{zi} es la presión sobre las paredes de una célula ficticia simétrica de la célula real con relación al eje del orificio de vaciado.

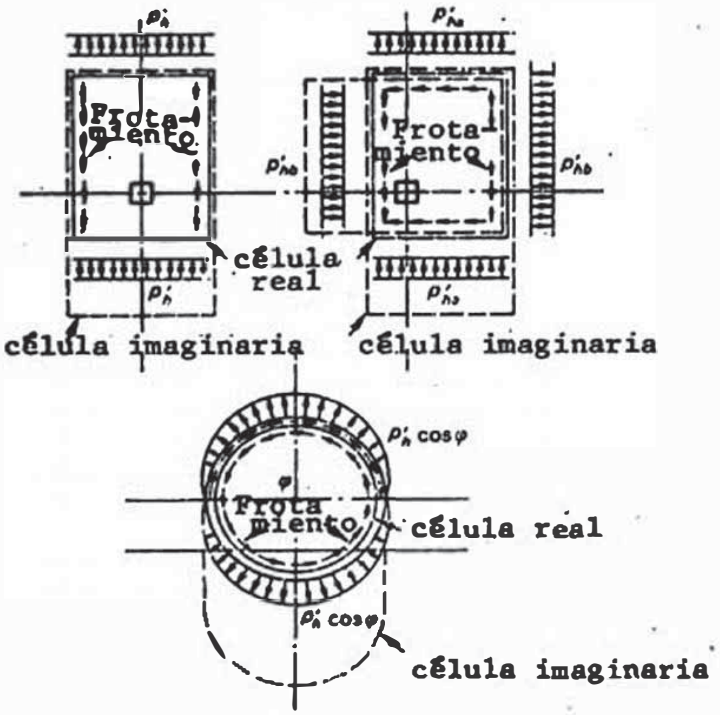


Fig. 2.89.

Se puede sin embargo considerar este suplemento p'_z como despreciable, si la excentricidad del derramamamiento no pasa de d/6 (d es el diámetro del círculo inscrito dentro de la célula), o todavía si la altura de la célula no es mayor que 2d.

Si el silo está provisto de dispositivo de aereación de la materia en reposo la norma aconseja aumentar los enpujes de la presión de soplado del aire.

Se puede obrar así también en los silos de homogenización donde el aire comprimido presiona la materia almacenada. En ese caso:

$$p_z = q_z = 0.60\,\Delta z$$

La norma distingue también los silos de materias fermentables. Ella aconseja en tal caso las cifras que se dan en la tabla a continuación:

TABLA 14

	Clase I	Clase II	Clase III
	materias fuertemente fermentadas	materias fermentadas	materias humedecidas
Masa seca en % de peso de la materia fresca	> 35%	23 a 35%	< 23%
Masa volumétrica Δ de cálculo	0.50	0.75	1.00
q_z	Δ z	Δz	Δz
p_z	0.70 Δz	0.70 Δz	Δz
Carga de frotamiento sobre las paredes	0.16 p_z	0.14 p	0.10 p_z

Nota:

Hemos explicado dentro de las paginas anteriores, los tres métodos principales que permiten calcular los empujes de la materia almacenada, todas hacen intervenir el radio r y el nivel z por debajo de la superficie libre. Hemos hecho la comparación desde el punto de vista de los resultados que ellas dan para los calculos prácticos.

Hemos visto también que, para aquellos, el método de Reimbert, como resultado de las experiencias, es susceptible de dar las cifras mas cercanas a los empujes reales. No nos referiremos a las criticas que se le puedan hacer a este método, porque desde el punto de vista práctico son despreciables. En cambio una nota nos parece esencial para la buena comprensión de los fenómenos en juego.

A un nivel cualquiera z, el empuje horizontal es función de r.

Es evidente que, si dejamos z constante y se hace crecer r, el empuje efectivo debe tender hacia el empuje de la materia almacenada en estado de equilibrio límite inferior.

Es fácil de verificar que si bien en los casos de las formulas de Janssen y de Caquot que tienden, la primera hacia la horizontal de Rankine y la segunda hacia al coeficiente de empuje de este autor con $\alpha = \varphi$

Por el contrario, no es lo mismo para la fórmula de Reimbert.

Las curvas de la figura 2.90 a 2.93 lo muestran netamente como de otra parte las de las figuras 2.94 a 2.97.

Esta constatación, no es nada alarmante puesto que los métodos de Janssen y Caquot estan precisamente basados en el estado límite inferior de las presiones, que ellas tienen una forma exponencial asíntota horizontal y que ellas son resultado de una teoría que tiene en cuenta los límites.

Por el contrario, la fórmula de Reimbert es el resultado de un "juego matematico" según una ley "admitida hiperbólicamente" y acreditada, a priori, de una representación de uniones experimentales juzgadas satisfactorias dentro de los límites del campo experimental explorado. Y esta manera de hacer es sin duda permisible, dentro de un punto de vista puramente práctico, ella no puede repreaentar ningun peligro puesto que no hay ninguna chance, a priori, que una ley matemática así escogida represente efectivamente la esencia del fenómeno estudiado.

En consecuencia, la operación matemática de diferenciación, de derivación o de integración practicada sobre una tal curva son seguramente excesivas. Se puede pretender lo mismo que ellas sean estrictamente interdictas metodológicamente hablando.

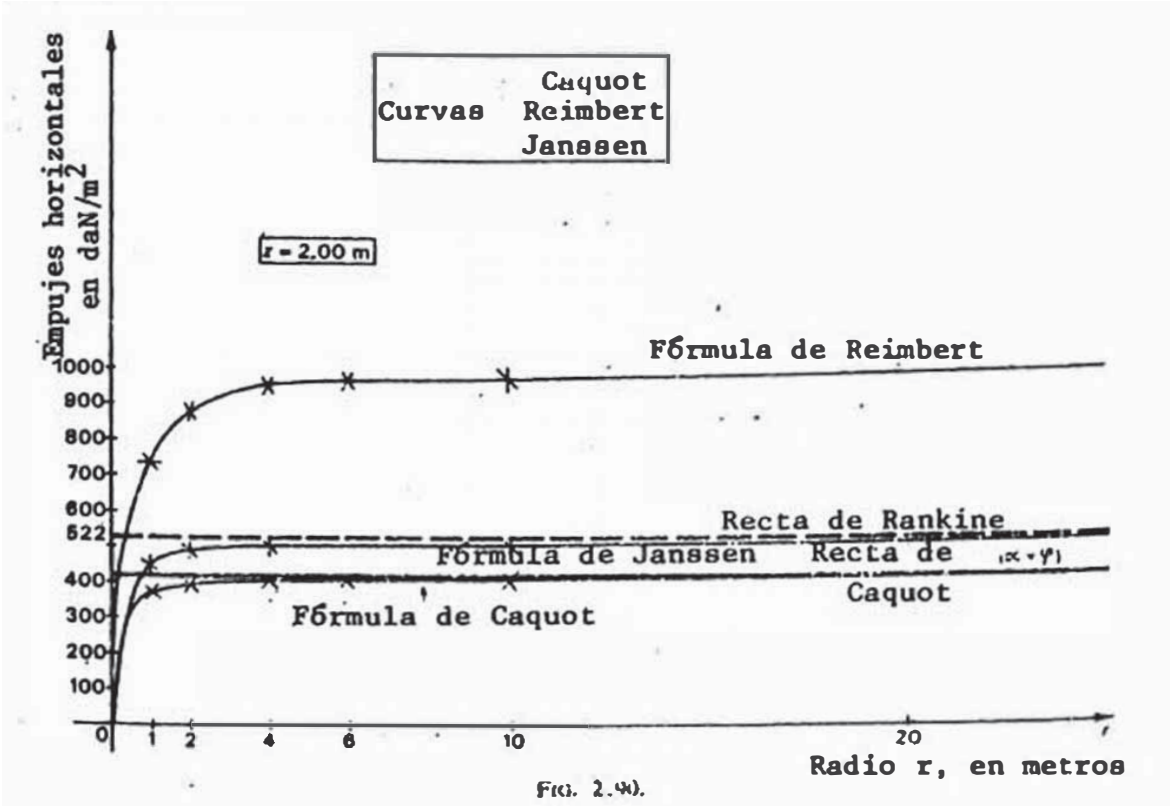


FIG. 2.90.

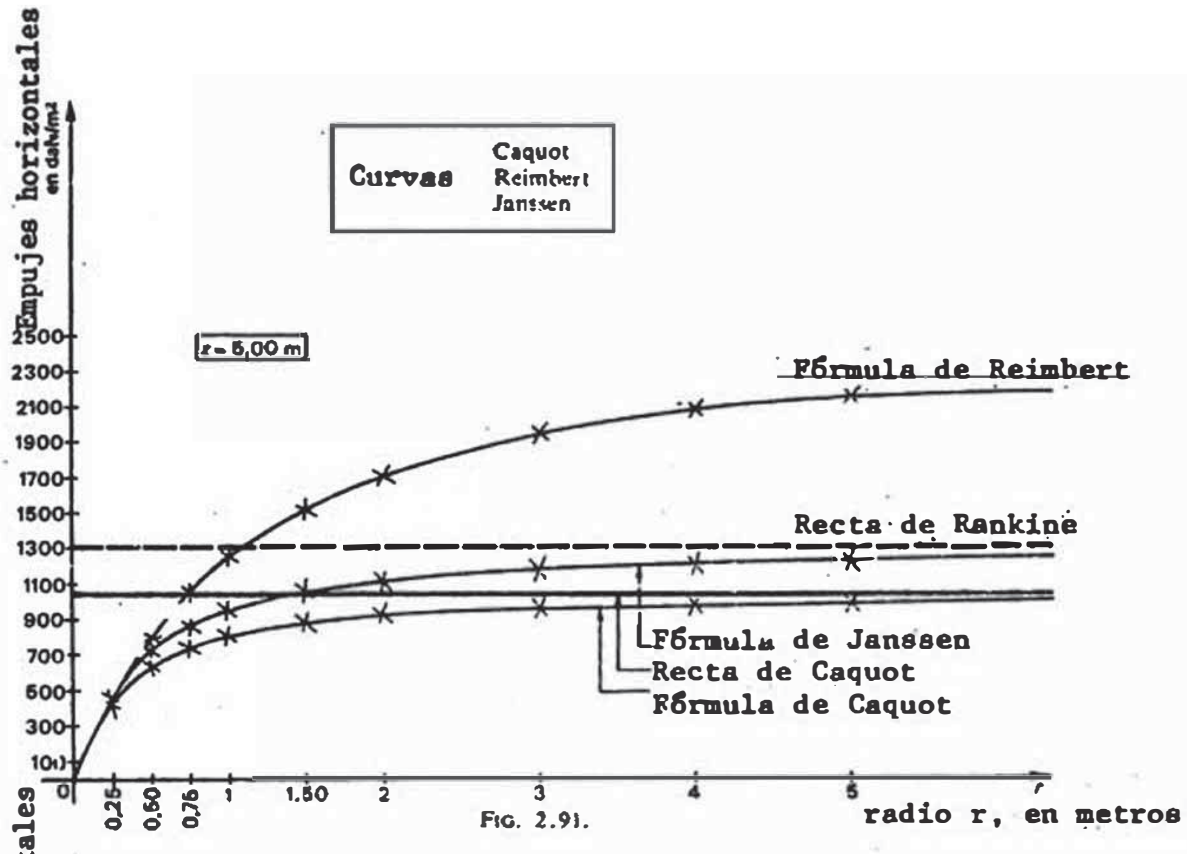


FIG. 2.91.

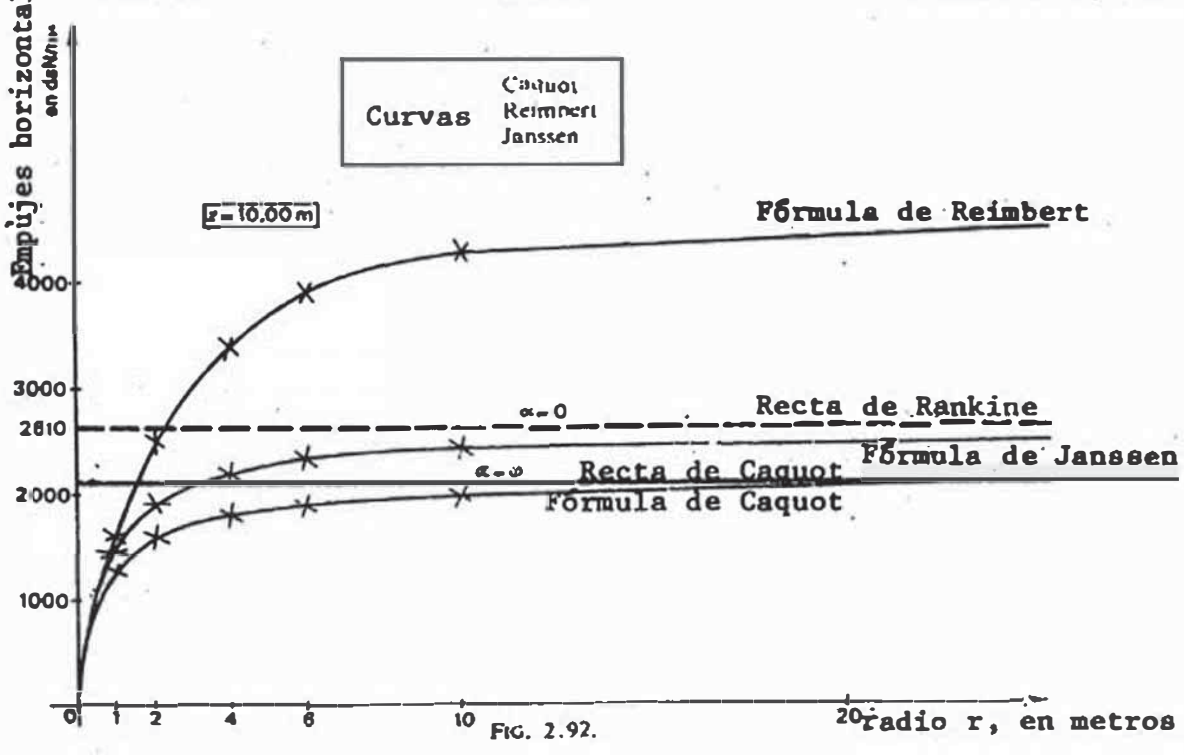


FIG. 2.92.

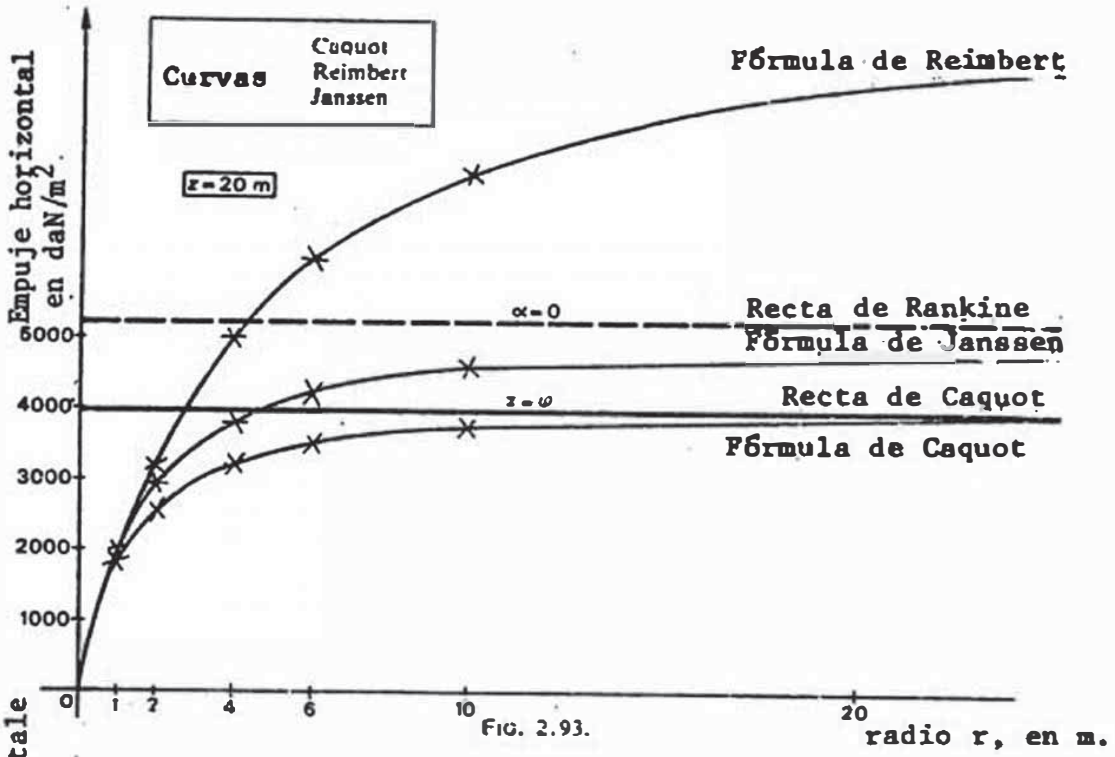


FIG. 2.93.

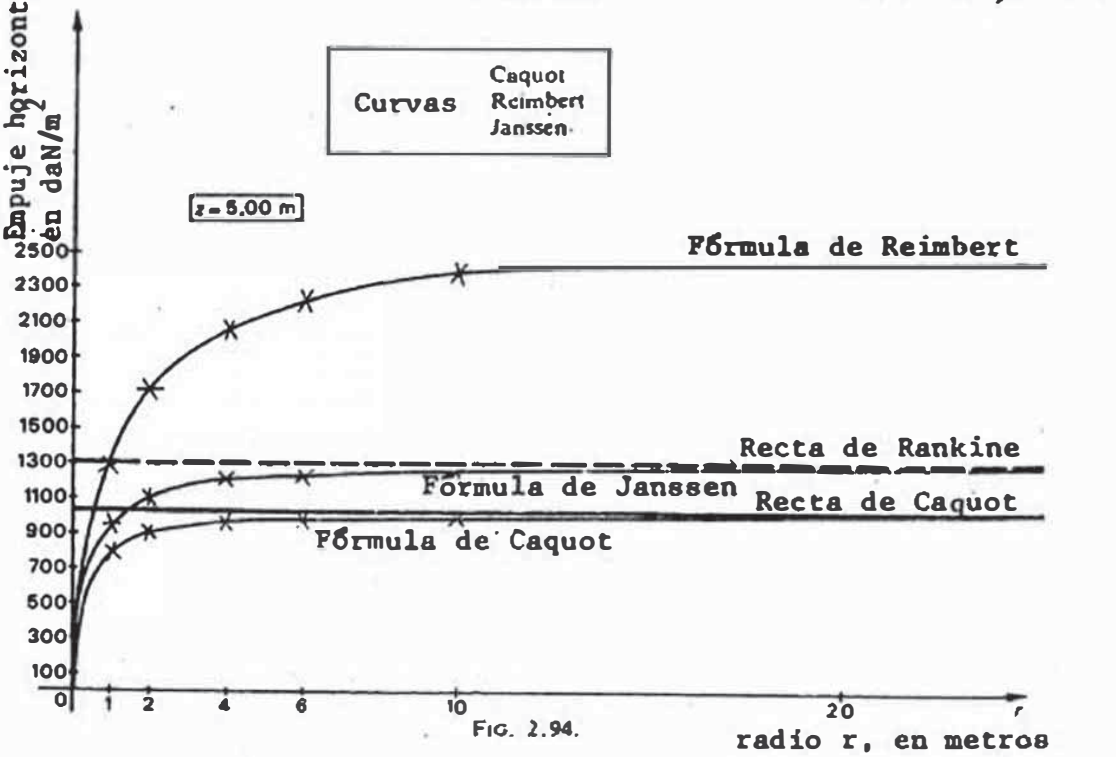


FIG. 2.94.

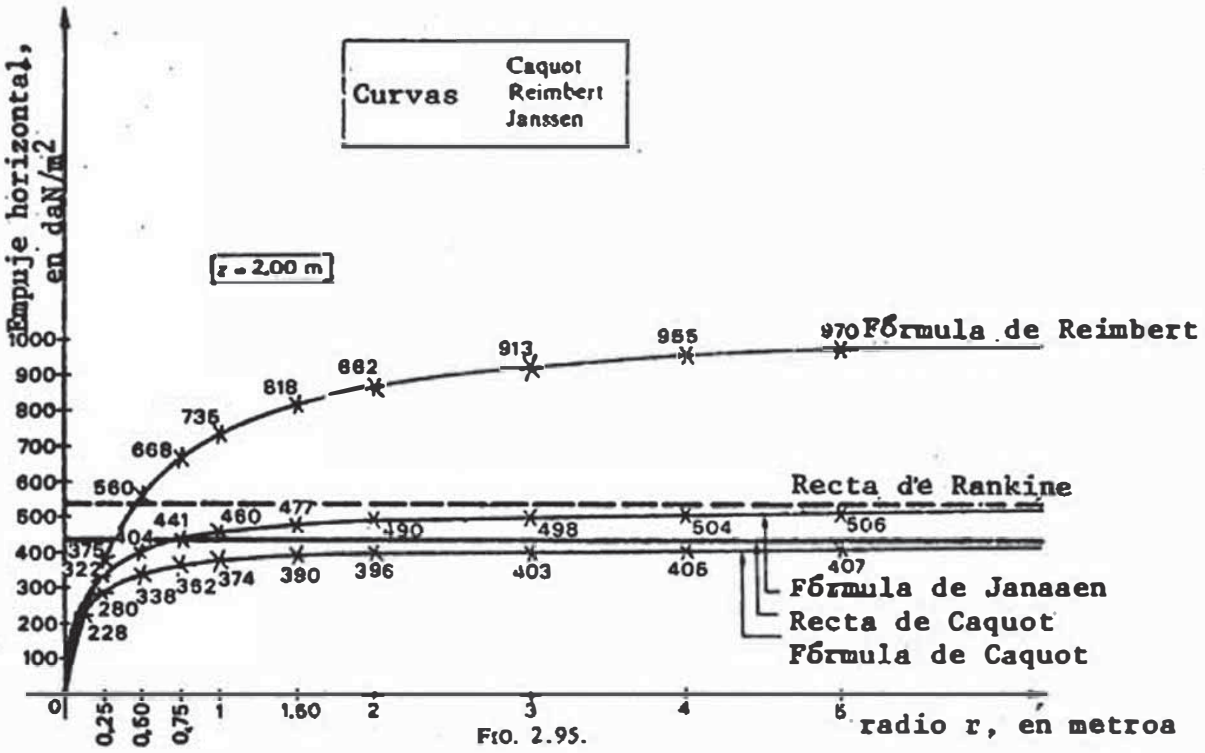


FIG. 2.95.

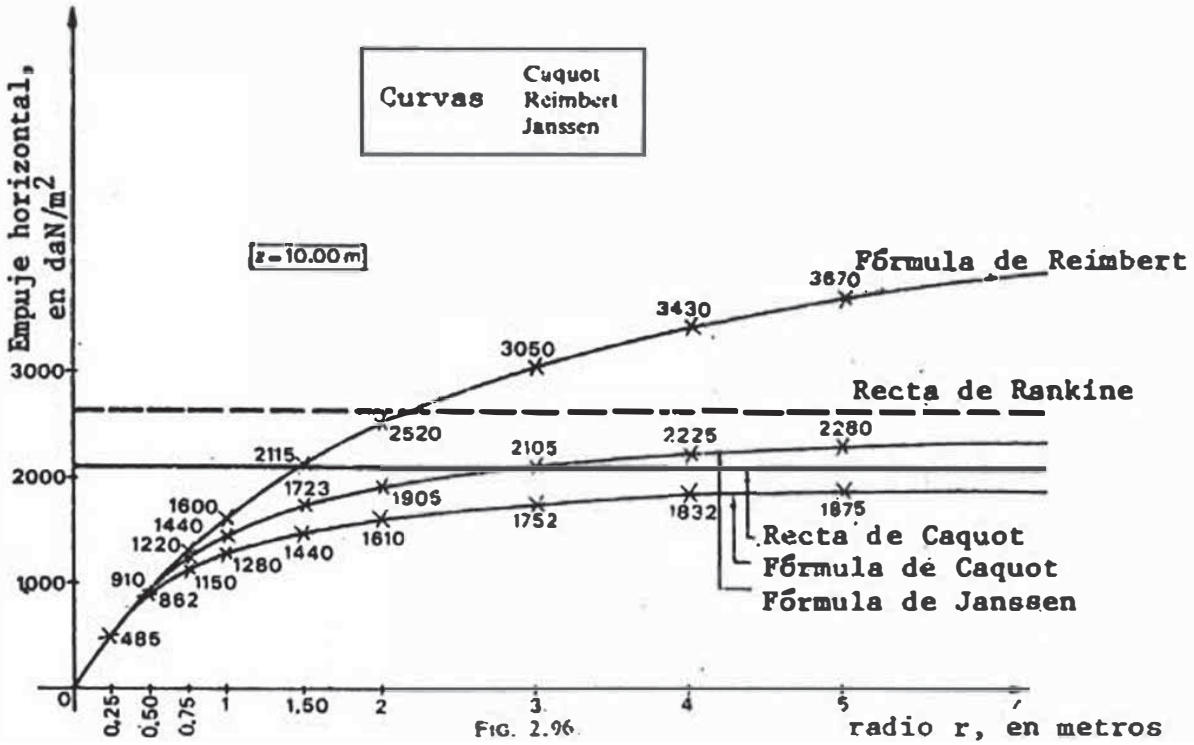


FIG. 2.96.

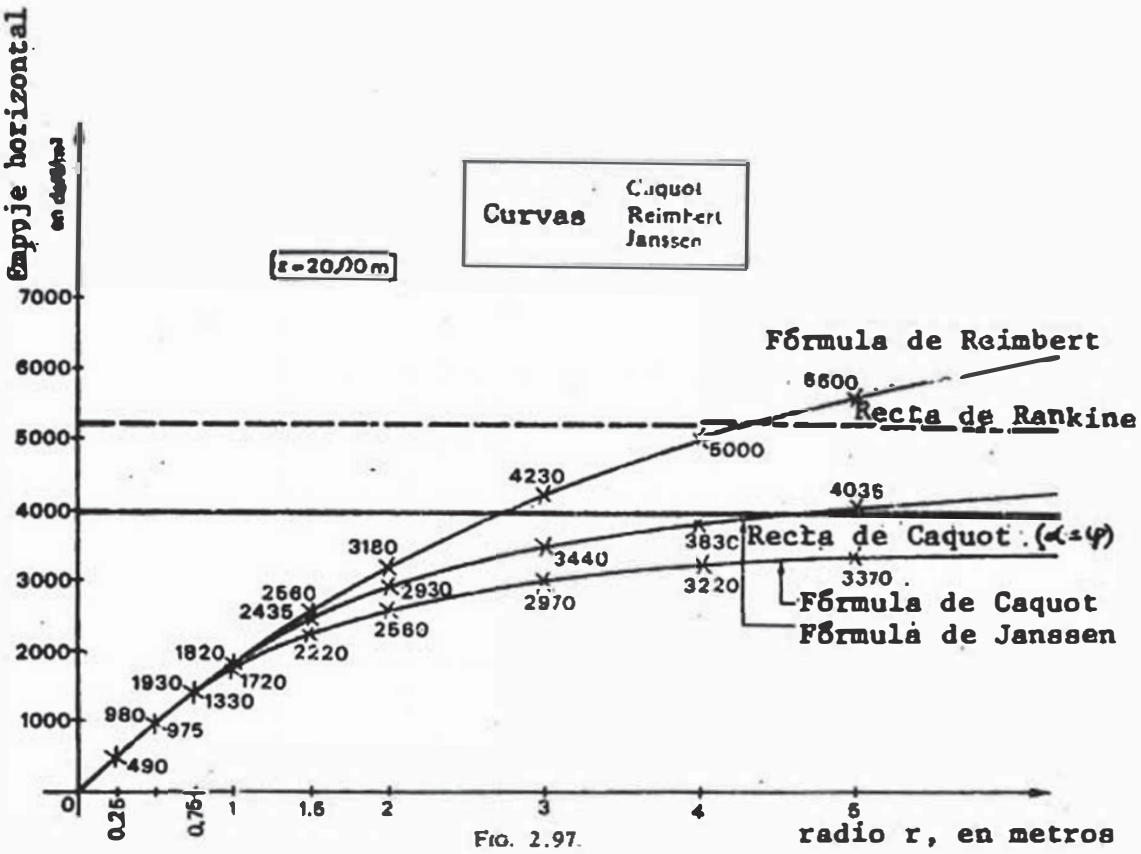


FIG. 2.97.

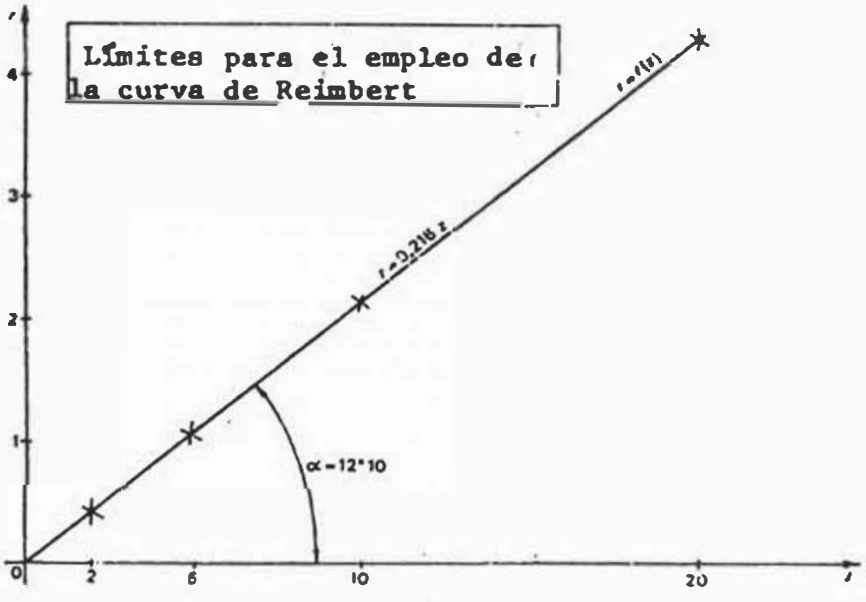


FIG. 2.98.

De otra manera, si una teoría puede ser confirmada por los resultados experimentales, es imposible obtener de resultados de ensayos una teoría valedera.

Tal es el caso que nos ocupa y hace que la fórmula hiperbólica de Reimbert sea seguramente falsa, con todo rigor.

Ella no es aplicable para pequeños valores de r. Y es fácil de determinar con la ayuda de las curvas precedentes sus límites de aplicación. Se encuentra así mismo el límite teórico (recta de Rankine):

$$r \leq 0.216\ z \qquad \text{(fig. 2,98)}$$

De hecho, se trata de un límite superior totalmente teórico que no representa sino la intersección de la horizontal de Rankine con la curva de Reimbert.

Y para ser prudente, debe tomarse un margen de seguridad y no aplicar Reimbert mas allá de:

$$r = z/10$$

Ejemplo aplicación

Calcular los esfuerzos sobre las paredes y el fondo de un silo cuadrado de 2,00m. de lado y de 18m. de altura conteniendo trigo y teniendo las características que se indican a continuación:

Masa volumétrica: mínima: 730 Kg/m^3; máxima: 840 Kg/m^3

Angulo de frotamiento interno: mínimo: $\varphi = 21°30'$; máximo: $\varphi = 31°$

Angulo de talud natural $\varphi = 25°$

Angulo de frotamiento sobre el concreto: $\varphi = 31°$

1. Cálculo según Reimbert.

Radio medio $r = \frac{\overline{2.00}^2}{4 \times 2} = 0.50$ m.

Empuje máximo = $p_{max} = \Delta r / tg\varphi'$

Para el ángulo φ' es prudente el tomar en cuenta un valor no mayor de $\varphi' = 31°$, pero el ángulo de frotamiento interno mínimo es: 21°30'

$$tg\ 21°30' = 0,394,$$

$$p_{max} = \frac{730 \times 0,50}{0.394} = 928\ daN/m^2,$$

$$h = 0.466\ m.$$

$$A = \frac{Q_{max}\, k - Q_o}{\Delta S}$$ (puesto que q_{max} dentro del silo poligonal es k veces más grande que q_{max} dentro del silo circular).

Teniendo:

$$Q_{max} = P_{max} \frac{S}{tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)} \quad y \quad Q_o = \frac{\Delta Sh}{3};$$

donde

$$A = \frac{P_{max} k}{\Delta\, tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)} - \frac{h}{3}.$$

$k = 1.273$ (puesto que el silo es cuadrado)

para los más fuertes empujes:

$$A_1 = \frac{928 \times 1.273}{730\, tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{21°30}{2}\right)} - \frac{0.466}{3} = 3.35$$

Para las más fuertes presiones:

$$A_2 = \frac{928 \times 1.273}{730\, tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{31°}{2}\right)} - \frac{0.466}{3} = 4.92$$

Para la carga máxima sobre el fondo (a la cota 17.53 m):

$$Q = 840 \times \overline{2.00}^2 \left[17.53\left(\frac{17.53}{4.92} + 1\right)^{-1} + \frac{0.466}{3}\right] = 16{,}800 \text{ daN}$$

Empujes laterales a la profundidad z:

$$p_z = P_{max}\left[1 - \left(\frac{z}{3.35} + 1\right)^{-2}\right]$$

De la tabla 15 a continuación:

2. Cálculo según Koenen - Janssen.

$$h_o = \frac{r}{tg\varphi' tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)};$$

— Fuertes empujes:

$$h_o = \frac{0.50}{0.394\, tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{21°30}{2}\right)} = 2.75 \text{ m};$$

TABLA 15

z	p_z
2.00	561
4.00	735
6.00	809
8.00	847
10.00	869
12.00	883
14.00	893
16.00	900
17.53	903
18.00	928

Fuertes presiones.

$$h_0 = \frac{0.50}{0.394\ \mathrm{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{31^\circ}{2}\right)} = 3.98\ \mathrm{m}.$$

carga máxima sobre el fondo ($z = 17.53$ m)

$$q_z = \Delta h_0 \times F(z/h_0)$$

$$\frac{z}{h_0} = \frac{17.53}{2.75} = 6.38.$$

Para este valor $F(z/h_0) = 1.00$.

$$q_z = 840 \times 3.98 = 3\,340\ \mathrm{daN/m^2},$$

de donde:

$$Q = \overline{2.00}^2 \times 3{,}340 + \frac{\Delta S h}{3}$$

$$= 13{,}800 + 840 \times 4.00 \times \frac{0.466}{3}$$

$$= 13{,}800 + 540 = 14{,}340\ \mathrm{daN}.$$

Para las presiones laterales:

$$p_z = p_{max} \times F(z/h_0)$$

$$= 9.28 \times F(z/h_0) \quad (\qquad h_0 = 2.75)$$

De la tabla que sigue:

TABLA 16

z	z/h_0	$F(z/h_0)$	p_z
2,00	0,725	0,518	482
4,00	1,450	0,765	711
6,00	2,175	0,880	816
8,00	2,900	0,945	879
10,00	3,625	0,974	904
12,00	4,350	0,986	915
14,00	5,075	0,994	924
16,00	5,800	0,996	925
17,53	6,350	0,998	927
18,00	6,525	1,000	928

En lo que concierne a los empujes horizontales p se ve que ellos son muy cercanos según las dos teorías (fig. 2.99).

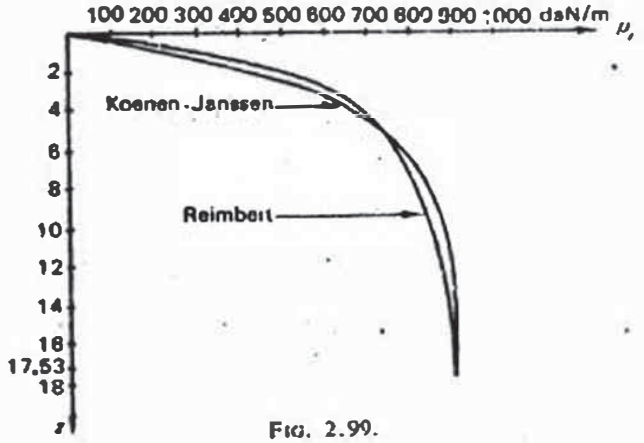


FIG. 2.99.

Tomando en cuenta por ejemplo los valores más elevados de las dos formas de cálculo, se tiene:

z	2	4	6	8	10	12	14	16	17,53	18
p_z	561	735	816	879	904	915	924	925	927	928

Para el empuje total sobre el fondo:
- Según Reimbert: 16,800 daN,
- Según Koenen-Janssen: 14,340 daN.

Los empujes p_z son todavía pequeños en el vaciado si se tienen los dispositivos para silos que indica Reimbert. Para el caso contrario se debe de calcular los empujes dinámicos correspondientes.

Nosotros hemos visto la dificultad, en los ensayos anteriormente indicados.

En base a los ensayos de Reimbert se puede decir:

- En la zona superior (pequeños valores de z); coeficientes de sobrepresiones moderados: de 1.00 a 1.50 por ejemplo.
- En las zonas medianas, el coeficiente máximo llega a 3,5 aproximadamente;
- Hacia las tolvas el coeficiente desciende cerca de 1.00/1.20,

Según los servicios de Génie Rural, se puede tomar de 1,50 a 2.00. Hemos visto qué Pasalard ha podido juatificar un coeficiente de 1.50 sobre la presión máxima

Veamos la teoría de Caquot

$$p_z = \frac{\Delta r}{\operatorname{tg} \varphi'} (1 - e^{-(z/r)\beta})$$

Con:

$$\beta = \frac{\varphi \sin 2\varphi}{2}.$$

Calculando con: $\varphi = 31°$. Δ_{max} et $\varphi_{min} = 21°30$

$$\frac{\Delta r}{\operatorname{tg} \varphi'} = \frac{840 \times 0.50}{0.394} = 1\,068 \text{ daN/m}^2.$$

La tabla que sigue da los calculos

TABLA 17

z	z/r	$1 - e^{-(z/r)\beta}$	p_z dinámica	p_z estática	p_z estática / p_z dinámica
2,00	4,00	0,487	516	561	0.920
4,00	8,00	0,737	785	737	1,070
6,00	12,00	0,850	905	816	1,110
8,00	16,00	0,922	980	879	1,120
10,00	20,00	0,965	1 030	904	1,140
12,00	24,00	0,981	1 046	915	1,145
14,00	28,00	0,990	1 052	924	1,145
16,00	32,00	0,994	1 058	925	1,145
17,53	35,06	0,996	1 061	927	1,145
18,00	36,00	0,998	1 068	928	1,150

Se ve que el mejoramiento para efectos dinámicos será relativamente moderado y no pasa del 15%.

Refiriendonos a los ensayos de Masnieres y de Chateau-Landon, nos permiten calcular los coeficientes de la sobrepresión considerablemente más elevado puesto que llegan a 4.

En total se ve la gran incertidumbre de este género de apreciaciones y el interés del sistema de Reimbert anti-dinámico.

Si se parte de la ausencia de un tal dispositivo nosotros proponemos la curva que se da a continuación (fig. 2.100), que da los coeficientes de la sobrepresión que deben de tomarse en cuenta según la profundidad considerada y finalmente las presiones de cálculo que se muestran en la tabla a continuación.

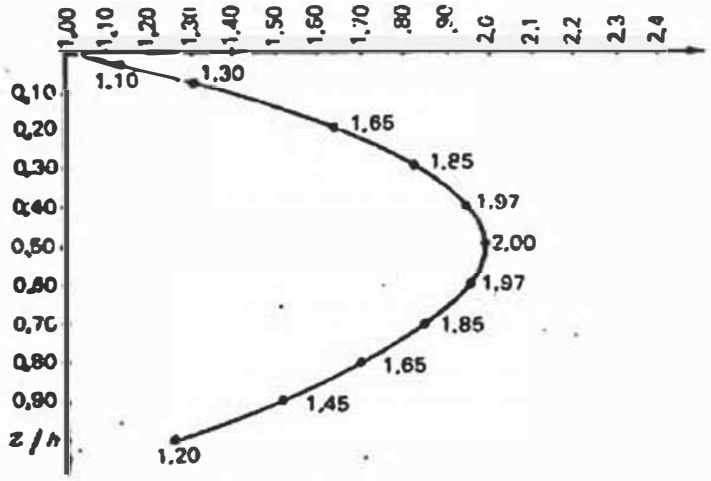


FIG. 2.100.

TABLA 18

z	$\alpha = z/h$	p_s estática	coeficiente sobrepresión	p_z dinámica
2,00	0,111	561	1,32	740
4,00	0,222	735	1,70	1 250
6,00	0,333	816	1,90	1 550
8,00	0,444	879	1,98	1 760
10,00	0,555	904	1,99	1 810
12,00	0,666	915	1,90	1 740
14,00	0,777	924	1,70	1 570
16,00	0,888	925	1,46	1 355
17,53	0,974	927	1,27	1 190
18,00	1,000	928	1,20	1 130

La presión máxima en el vaceado alcanza a 1810 daN/m^2. El coeficiente de 1.50 sobre la presión estática máxima da:

$$1.50 \times 928 = 1390 \text{ daN/m}^2$$

2.4 Influencia de las Variaciones de Temperatura, Hygrometria y Efectos de Viento.-

Son los mismos que hay que tomar en cuenta en toda construcción en concreto armado.

C A P I T U L O III

ANALISIS Y DISEÑO ESTRUCTURAL DE SILOS

3.00 CALCULOS DE CONCRETO ARMADO.-

Estos cálculos se refieren al techo, paredes y tolvas, bajo las influencias diversas que hemos visto anteriormente. No diremos nada de los techos, ni de los pilotes y pasaremos a ver las paredes.

3.10 PAREDES.-

Se trataran sucesivamente los efectos introducidos por los esfuerzos horizontales debidos a la materia almacenada, también los esfuerzos verticales originados por la materia almacenada, los efectos del peso propio y las retracciones debidas a las variaciones de la temperatura.

En cada uno de estos casos, examinaremos las paredes planas, las paredes circulares y las paredes especiales prefabricadas.

3.11 EFECTOS DE LOS ESFUERZOS HORIZONTALES.-

Paredes Planas.

El silo enplanta puede ser cuadrado, rectangular, exagonal u octogonal o mas generalmente poligonal. El modo de cálculo dependera de su altura: Poca altura, gran altura.

Es muy difícil precisar los límites entre estos dos tipos de altura. Se puede definir en función de la relación h/l, donde h es la altura del silo y l la dimensión horizontal de la pared plana considerada.

Así tendremos:

Para $h/l < 1.4$ Consideraremos el silo como de baja altura;
Para $h/l \geq 1.4$ Consideraremos al silo como de gran altura.

a) Silo de poca altura: $h/l < 1.4$

En este caso (fig. 2.101) la pared vertical va a funcionar como una placa plana cargada poco a poco, o rigurosamente hidrostática, y apoyada sobre todo su contorno. Para las aristas verticales, la presencia de placas vecinas introduce un apoyo rigurosamente empotrado, salvo en el caso de una célula rectangular en la cual el empotramiento es parcial.

En lo que concierne a laa aristas horizontales, el apoyo está constituido por la tolva del fondo y la cubertura superior, el apoyo empotrado se considera como admisible salvo en caso particular.

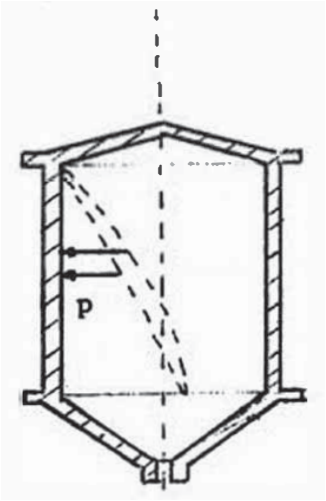


Fig. 2.101

En resumen, la losa va a funcionar como una placa empotrada sobre su contorno y cargada como ya se ha dicho anteriormente. El cálculo es conocido, el método más simple es el cálculo a la ruptura que permite tomar en cuenta tal grado de empotramiento, que podría ser variable sobre el contorno. El método elástico no tiene para estos casos suficiente flexibilidad. La armadura de la losa para el cálculo no ofrece dificultades especiales se reduce a un emparrillado sobre la cara exterior y a dos sombreros sobre los apoyos anclados cuidadosamente mas allá de los límites de la placa.

Las reacciones del apoyo de la losa son fáciles de calcular, están, equilibradas, de una parte por los marcos horizontales constituidos al nivel de la tolva de salida y de la cubertura, de otra parte por la intersección de las placas vecinas, a lo largo de las aristas vertical.

No se puede omitir las tracciones introducidas dentro de las placas mismas, por este juego de esfuerzos cortantes y del acero suplementario de amarre que resulta (fig. 2.102) y que se podrá combinar con el acero de flexión.

Los silos de poca altura pueden ser también de gran longitud. Las paredes pueden ser:

— Empotradas o apoyadas solamente, al nivel de la tolva, ellas se calculan como un volado; este es el caso de un silo no cubierto.

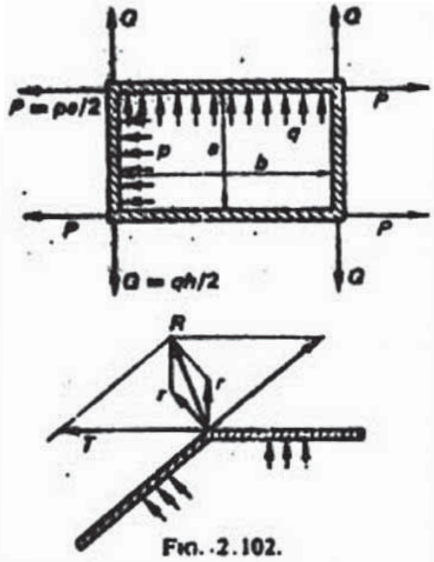


FIG. 2.102.

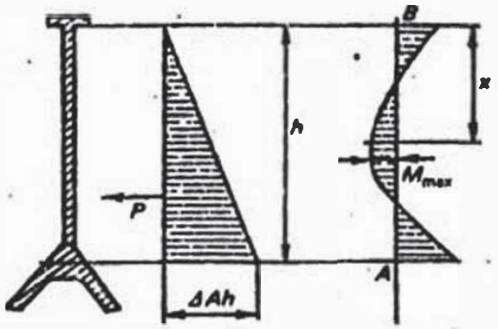


FIG. 2.103.

- Sean empotradas en la cabeza o en la base el cálculo será en consecuencia (fig. 2.103); este es el caso de un silo cubierto:

$$M_A = Ph/10 .$$

$$M_B = Ph/15 .$$

Momento en un punto a distancia x del empotramiento superior:

$$M_x = Ph\left(\frac{1}{15} - \frac{3x}{10h} + \frac{x^3}{3h^3}\right).$$

Momento máximo en el tramo:

$$M_{max} = Ph/23.3 .$$

para x = 0.548h
Se dan las fórmulas

$$P = A\Delta h^2/2$$ (A es el coeficiente de empuje).

Para las fuerzas cortantes:

$$T_A = 0.7\ P \qquad T_B = 0.3\ P$$

b) Silo de gran altura: $h/l \geq 1.4$

En este caso, se considera como para los reservorios de gran altura que cada trozo de 1.00m. de altura de célula funciona en marco independiente (fig. 2.104).

y que la presión actuante sobre cada trozo es la presión existente en la parte media.

Los momentos máximos son como se ve en (fig. 2.105), para una célula rectangular.

Momento en las esquinas:

$$M = -\frac{p}{12} \cdot \frac{b^2 + Ka^2}{1 + K}$$

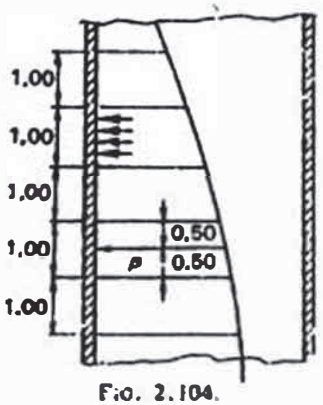


Fig. 2.104.

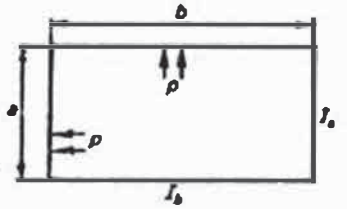


Fig. 2.105.

Con:

$$K = al_b/bl_a, \qquad \text{б} \qquad a < b.$$

Momento a la mitad de la pared:

$$M_a = \frac{pa^2}{8} - M,$$

$$M_b = \frac{pb^2}{8} - M.$$

Si b/a es grande, M_a puede ser negativo, y del mismo signo que M. Por consiguiente, y para tener en cuenta el hecho de que se puede tener a un mismo nivel horizontal, desigualdades en la repartición de presiones p sobre el contorno, es prudente de preveer a pesar de todo armaduras en la cara exterior, susceptibles de equilibrar un cierto momento M_a que puede ser igual a:

$$M = pa^2/24$$

Por consiguiente, no se debe omitir el tener en cuenta las tracciones de las fuerzas cortantes sobre las paredes, sea;

- Pared a: pb/2;
- Pared b: pa/2.

Finalmente, las paredes son calculadas en flexión y tracción combinadas.

	En la esquina	Al medio
Pared b	$My\ \frac{pa}{2}$	$\frac{pb^2}{8} - My\ \frac{pa}{2}$
Pared a	$My\ \frac{pb}{2}$	$\frac{pa^2}{8} - M(1)\ y\ \frac{pb}{2}$

Se puede suponer que las dos paredes son de igual espesor; en ese caso $I_a = I_b$, y M se simplifica:

$$M = \frac{p}{12}\,\frac{a^3 + b^3}{a + b}.$$

Para una célula cuadrada:

$$M = pa^2/12.$$

Esto es igualmente el caso de una célula poligonal, "a" es el lado del polígono.

Para los silos cuya planta es un polígono regular (fig. 2.106 bis), la reacción del apoyo de un lado sobre el otro es:

$$R = pa/2$$

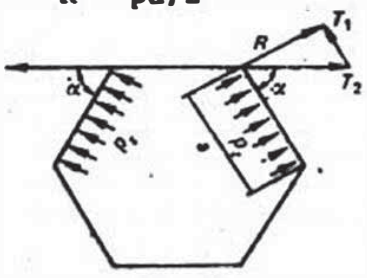


FIG. 2.106.

Las dos componentes según las dos paredes valen:

$$T_1 = \frac{R}{\operatorname{tg}\alpha} \quad \text{et} \quad T_2 = \frac{R}{\sin\alpha}.$$

Donde la fuerza de tracción en cada pared es:

$$T = T_1 + T_2 = R\left(\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} + \frac{1}{\sin\alpha}\right) = R\left(\frac{1 + \cos\alpha}{\sin\alpha}\right).$$

$$T = \frac{pa(1 + \cos\alpha)}{2\sin\alpha} = \alpha' pa.$$

(1) Si este valor es negativo, se debe calcular con $pa^2/24$

Según los polígonos considerados:

TABLA 19

	α	α'
Triángulo	120°	0.288
Cuadrado	90°	0.500
Pentágono	72°	0.688
Exagono	60°	0.865
Octógono	45°	1.205
Decagono	36°	1.530

Es raro que sobre las paredes del marco rectángular que constituye la célula, las presiones sean uniformes sobre todo el contorno. Hemos visto, que al contrario, ellas son diferentes sobre las grandes y las pequeñas paredes: p_a y p_b.

En este caso, los momentos en las esquinas son:

$$M = \frac{kp_a a^2 + p_b b^2}{12(K + 1)}$$

con

$$K = \frac{aI_b}{bI_a}$$

Cuando se trata de células enlazadas, el cálculo es entonces mas complejo, para resolverlo de una manera rigurosa, es necesario tener en cuenta todas las combinaciones posibles: Células llenas o vacías. La solución es ciertamente conocida, la más simple consiste en usar el método de Cross, que no tiene dificultad especial.

Kellner ha comparado, para los casos de 2 y 3 células, el cálculo exacto con aquel que admite las células independientes calculadas como ya se ha visto.

Dos células (Fig. 2.107):

$a = 2.00$ m. $\quad b = 3.00$ m. $\quad b/a = 1.50$

$I_a = I_b$

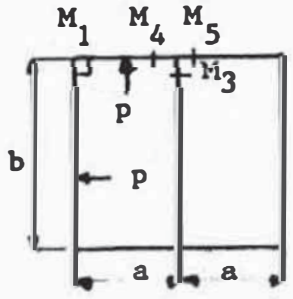


Fig. 2.107

Cálculos exactos	Cálculos aproximados
$M_1 = 0.605\ p$	$M_1 = 0.584\ p$
$M_3 = 0.650\ p$	$M_3 = 0.584\ p$
$M_4 = 0.415\ p$	$M_4 = 0.584\ p$
$M_5 = 0.240\ p$	

Se ve que el error relativo para el momento en la esquina es de 10% aproximadamente.

- Tres células: se trabaja en la misma forma que la precedente.

Se obtiene:

- Momento máximo en las esquinas:

$$0.686\ p \text{ en lugar de } -0.584\ p$$

- Momento máximo al medio de la pared grande:

$$+0.523\ p \text{ en lugar de } +0.541\ p$$

- Momento máximo al medio de la pared pequeña:

$$+0.214\ p \text{ en lugar de } +0.084\ p$$

La diferencia es mas importante que en el caso precedente, es preciso notar que ella será reducida dentro del caso normal cuando $I_b > I_a$.

A falta de cálculos rigurosos en las células enlazadas, Magnei aconseja tomar en cada punto del contorno el más grande de los dos momentos resultantes :

La primera hipótesis de cálculo admite las paredes perfectamente empotradas.

- La segunda, el cálculo admite las células independientes.

A partir de los momentos así calculados, la determinación de las armaduras no presenta grandes dificultades. El acero teóricamente útil puede también no existir sobre ciertas caras, región central de la cara interior de paredes de los bordes, por ejemplo. Sin embargo, las razones siguientes hacen que sea prudente armar las dos caras de las paredes:

Esfuerzos introducidos por el viento que hay que considerarlos.

La necesidad de no admitir otras fisuraciones diferentes que las capilares: la calidad del estanco puede ser comprometida y la constitución de cangrejeras;

La incertidumbre de los métodos de cálculo: las paredes comprimidas pueden estar también sujetas a tracción.

Dentro de ciertos casos especiales, se puede tener un cálculo de una célula cualquiera (ver figura 2.5). Donde se puede aplicar el método de Cross, que es general o todavía el del Círculo nodal.

Existe también otro método, más aproximado.

Que asimila la curva de presiones a un círculo. Dentro de este círculo, el esfuerzo de tracción es: pr, si r es el radio del círculo y p la presión unitaria. Por ejemplo, para un cuadrado (fig. 2.108), el momento al medio de la pared es:

$$M = prx.$$

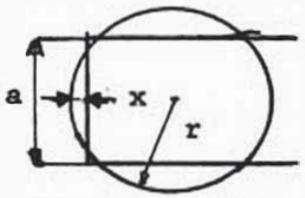


Fig. 2.108

Exactamente el da: $pa^2/24$.
Igualando estos dos valores, se encuentra:

$$r = 0.573\ a.$$

Cualquiera que sea la forma de la célula, se puede tomar como círculo de presiones a aquel que tiene la misma superficie que el círculo de radio r, sea:

$$\pi \times (0.573\ a)^2 = 1.03\ a^2.$$

Aplicando por ejemplo este método a un exagono de lado a = 3.00 m., y con p = 2,000 daN/m^2.
Los valores exactos del cálculo son:

— Para las esquinas: $M = \frac{2{,}000 \times 3.00^2}{12} = 1{,}500$ mdaN;

— Para la sección transversal: $M = \frac{1{,}500}{2} = 750$ mdaN;

— Tracción: 0.87 x 2,000 x 3.00 = 5,230 daN.

Superficie del exagono: 23.4 m^2.
Superficie del círculo: 1.03 x 23.4 = 24.1 m^2.
Radio $r = \sqrt{24.1/\pi} = 2.77$ m.
En las esquinas: M = 5,540(2.77 - 3.00) = 1,275 mdaN.
En la sección transversal: M = 5,540(2.77 - 2.60) = 940 mdaN.
Tracción: T = 2.77 x 2,000 = 5,540 daN.

Estos son resultados aproximados mientras que el método del círculo nodal es más exacto.

3.12 PAREDES CIRCULARES.-

Si se trata de una célula aislada, el cálculo es simple, la tracción es:

$$T = pr \quad (r = \text{radio de la célula}).$$

Generalmente el acero es calculado para equilibrar toda la tracción T.

Ciertos silos sin embargo son construidos admitiendo la intervención del concreto sometido a tensión (con un esfuerzo de 10 a 15 bars por ejemplo), de allí que:

$$15 = \frac{T}{100\ e + 15\ A}$$

donde A es la sección de acero y e el espesor de la pared.

Sea por ejemplo, r = 3.00 m., p = 4,000 daN/m^2 y e = 8 cm:

$$\overline{\sigma_a} = 1{,}600 \text{ bars.}$$

Para:

$$T = 4{,}000 \times 3 = 12{,}000 \text{ daN.}$$

No teniendo en cuenta el concreto:

$$A = \frac{12{,}000}{1{,}600} = 7.5 \text{ cm}^2 \text{ por cada metro.}$$

Porcentaje:

$$w = \frac{7.5}{8 \times 1.00} = 0.94\%$$

este es un porcentaje alto, 0.6% es suficiente, se tiene:

$$A = 0.6\% \times 800 = 4.8 \text{ cm}^2$$

El concreto soporta un esfuerzo de:

$$\overline{\sigma_b} = \frac{12{,}000}{8 \times 100 + 15 \times 4.8} = 14 \text{ bars,}$$

esto es perfectamente admisible sin riesgo de fisuración.

Otros autores calculan el espesor como si no tuviese armadura, el concreto trabajando a 25 bars.

Aquí:

$$e = \frac{12{,}000}{100 \times 25} = 4{,}8 \text{ cm}.$$

esto bien es débil para un recubrimiento correcto.
Por otra parte, las presiones horizontales no son siempre uniformemente repartidas sobre el contorno circular.

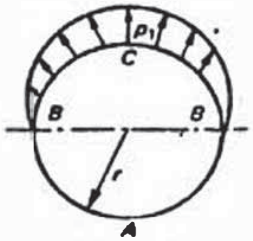


Fig. 2.109.

admitamos, por ejemplo una repartición suplementaria de valor máximo p_1 (fig. 2,109). Dentro del caso de la figura, según Morsch:

— En B: $M_B = \frac{p_1 r^2}{12} = 0{,}083\, p_1 r^2$.

Tracción: $T_B = \frac{p_1 r}{3} = 0{,}333\, p_1 r$.

— En C: $M_C = \frac{p_1 r^2}{36}\left(\frac{20}{\pi} - 3\right) = 0{,}094\, p_1 r^2$

Tracción: $T_C = \frac{p_1 r}{9}\left(3 + \frac{7}{\pi}\right) = 0{,}580\, p_1 r$.

— En A: $M_A = \frac{p_1 r^2}{36}\left(9 - \frac{20}{\pi}\right) = 0{,}073\, p_1 r^2$.

Compresión: $T_A = \frac{7}{9\pi} p_1 r = 0{,}258\, p_1 r$.

Bien entendido, se ignora el aumento de la presión p_1. Cuando se tiene el caso del cálculo de silos circulares se admite:

$p_1 = p/10$. esto no es exagerado

Para nuestro caso:

$$p_1 = \frac{4{,}000}{10} = 400 \text{ daN/m}^2.$$

A la tracción precedente: T = 12.000 daN, mas o menos:

— Un momento: $M = 0.094 \times 400 \times \overline{3.00}^2 = 339$ mdaN;

— Una tracción: $T_1 = 0.580 \times 400 \times 3.00 = 695$ daN.

La sección: 100 x 8 cm. esta calculada para:

$$T_T = 12{,}000 + 695 = 12{,}695 \text{ daN.}$$

y $$M = 339 \text{ mdaN}$$

Excentricidad: $$e = \frac{339}{12{,}695} = 0.027 > \frac{8}{6} = 0.0135.$$

Exsite dentro de la sección contracciones de signos contrarias. Distancia de T_c a los aceros tensionados:

$$Z = 2.7 + \frac{6}{2} - 2.7 = 4 \text{ cm.}$$

Momento de T_T con relación a los aceros tensionados:

$$M = 12{,}695 \times 0.04 = 507 \text{ mdaN.}$$

$$y = (8 - 2.7)\ \frac{15 \times 162}{15 \times 162 + 1{,}600} = 3.2,$$

$$M_{BC} = 100 \times 3.2 \times \frac{162}{2}\left(8 - 2.7 - \frac{3.2}{3}\right),$$

$$= 25{,}900 \times 4.2 = 108{,}400 \text{ cmdaN,}$$

Sea 1,084 mdaN > 507 → A = 0

$$F_{AT} = 25{,}900 \times \frac{507}{1{,}084} + 12{,}695 = 12{,}100 + 12{,}695 = 24{,}795 \text{ daN,}$$

$$A = \frac{24{,}795}{1{,}600} = 15.5 \text{ cm}^2, \qquad \varpi = \frac{15.5}{100 \times 8} = 1.94\%.$$

La introducción del momento de flexión ha doblado la cantidad del acero necesario. Es pues prudente no confiar en la resistencia propia del concreto a la tensión o al contrario, de tomar en cuenta una disimetría posible de la presión radial sobre el contorno de la célula. Veremos que esta conclusión será reforzada por la acción de la retracción del concreto.

De la cabeza a los pies de las paredes, es decir del nivel del techo al nivel de las tolvas, el funcionamiento en anillo circular, tal como se indica después, se perturba por la presencia de elementos que anulan las deformaciones en estos puntos y empotran a la pared. Es posible tener en cuenta estos efectos.

De empotramiento como ya se ha visto.

Hasta ahora hemos tratado las células circulares aisladas. Pero las células pueden ser tomadas en conjunto según el sistema indicado en las figuras 2.110 y 2.111 donde las células en As de cuadros intermediarias se indican. El cálculo de tales células es muy complejo como por otra parte también lo son las células circulares.

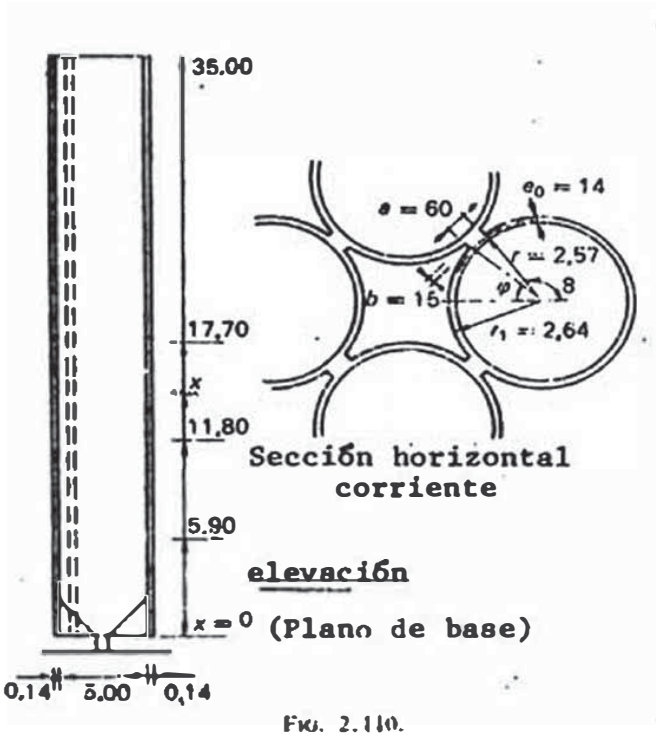


Fig. 2.110.

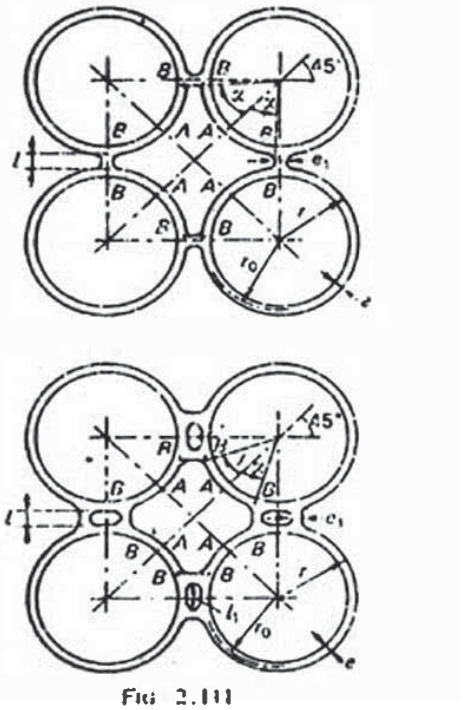


Fig. 2.111

El cálculo elemental que se hace algunas veces consiste en admitir una dessolidarización ficticia tanto de las células circulares como de las células en As de cuadros. Esto será, bien entendido, un cálculo demasiado desfavorable que olvida completamente los contactos entre las células disminuyendo las tracciones tangenciales, pero generando momentos de flexión. Se ve que un grupo de células, tal como indica la figura 2.112, introduce un reforzamiento de cada célula elemental, por consiguiente:

- De una parte, la presencia de vigas verticales de gran inercia, constituidas por elementos macizos de contacto de células circulares;
- De otra parte, de la solidarización de células en los extremos inferiores (fundación o macizos de las tolvas) y superiores (plancha o cubertura).

Se comprende también que la entrada en juego de deformaciones de esfuerzos normales y de momentos de flexión de otras células que aquellas directamente cargan.

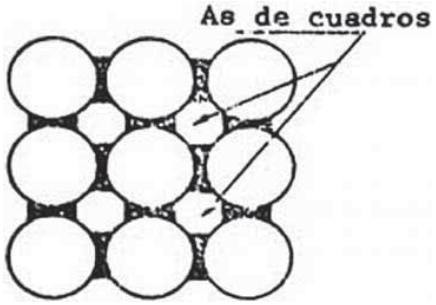


FIG. 2.112.

y particularmente las cuatro adyacentes al As de cuadros, deben perturbar considerablemente el funcionamiento de la célula aislada ficticiamente. Se concibe que hay una economía que puede llegar del 30 al 40% en el caso del acero.

El cálculo como célula aislada no puede ser concebible que como anteproyecto para un cálculo rápido susceptible de conducir a un límite superior del cuantitativo.

El método de cálculo que se da a continuación lo produce el método de Laredo concerniente al As de cuadros libremente dilatable (Fig. 2.113).

Sea:

- Inercia de la pared curva de espesor e: I
- Inercia de la pared recta de espesor e_o: $J = \delta I$
- Largo de la pared recta : $b = 2kr$
- Distancia $\overline{On}$: $r\left[(\sin\overline{\varphi_o} + \cos\overline{\varphi_o}) - 1 + k\sqrt{2}\right]$

Momento de flexión en n:

$$M_n = -pr^2 \frac{k^3 + 3[k\sqrt{2} + (\sin\overline{\varphi}_0 + \cos\overline{\varphi}_0)][\delta(\sin\overline{\varphi}_0 - \overline{\varphi}_0) + (\cos\overline{\varphi}_0 - 1)k]}{3(\overline{\varphi}_0 \cdot \delta + k)}.$$

Fuerza normal en n:

$$N_n = -[(\sin\overline{\varphi}_0 + \cos\overline{\varphi}_0) - 1 + k\sqrt{2}]\,pr.$$

Caso particular (Fig. 2.114):

$$\overline{\varphi}_0 = \varphi_0 = \pi/4.$$

$$M_n = -pr^2 \frac{k^3 + \frac{3\sqrt{2}}{4}(k+1)[(2\sqrt{2} - \pi)\delta + (2\sqrt{2} - 4)k]}{3\left(\frac{\pi}{4}\delta + k\right)}$$

$$N_n = -[\sqrt{2}(k+1) - 1]\,pr.$$

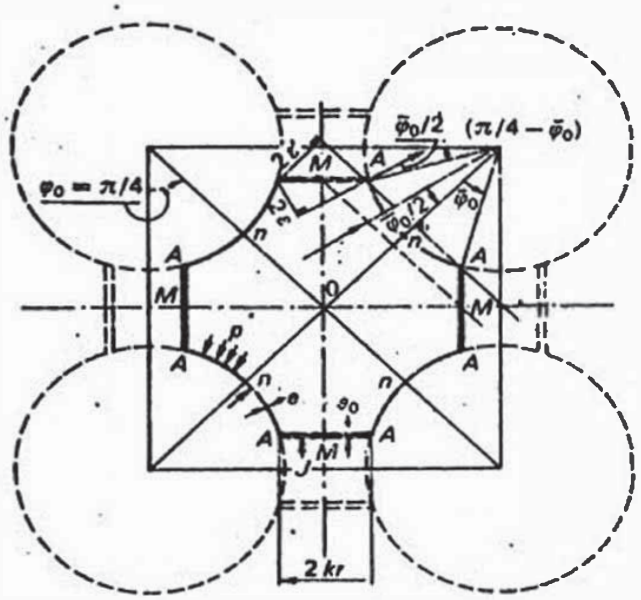


FIG. 2.113.

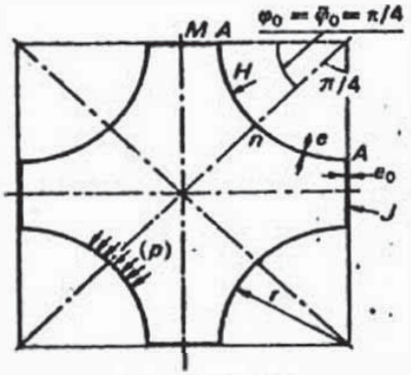


Fig. 2.114

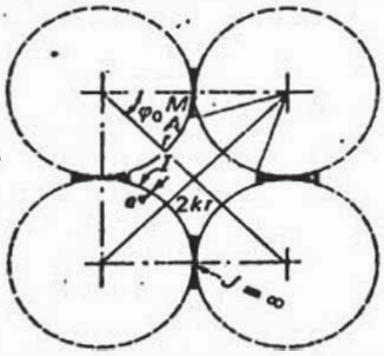


Fig. 2.115 Caso particular cuando J = ∞ (de la zona común a los cilíndros tangentes)

Caso particular (Fig. 2.115): J = ∞, δ = ∞

- En n:

$$M_n = -pr^2\left[(\sin\bar{\varphi}_0 + \cos\bar{\varphi}_0) + K\sqrt{2}\right]\left[\frac{\sin\bar{\varphi}_0}{\bar{\varphi}_0} - 1\right],$$

$$N_n = pr - pr\left[(\cos\bar{\varphi}_0 + \sin\bar{\varphi}_0) + K\sqrt{2}\right],$$

$$T_n = 0$$

— En A :

$$M_A = pr^2[(\cos\bar{\varphi}_0 + \sin\bar{\omega}_0) + k\sqrt{2}] \times \left[\cos\bar{\varphi}_0 - \frac{\sin\bar{\omega}_0}{\bar{\varphi}_0}\right],$$

$$N_A = pr - pr[(\cos\bar{\varphi}_0 + \sin\bar{\varphi}_0) + k\sqrt{2}].\cos\bar{\varphi}_0 .$$

$$T_A = -pr[(\cos\bar{\varphi}_0 + \sin\bar{\varphi}_0 + k\sqrt{2}].\sin\bar{\varphi}_0 .$$

— En B (Fig. 2.116) :

$$M_B = pr^2[(\cos\bar{\varphi}_0 + \sin\bar{\varphi}_0) + k\sqrt{2}]\left[\cos\omega - \frac{\sin\bar{\varphi}_0}{\bar{\varphi}_0}\right]$$

$$N_B = pr - pr[(\cos\bar{\varphi}_0 + \sin\bar{\varphi}_0) + k\sqrt{2}]\cos\omega ,$$

$$T_B = -pr[(\cos\bar{\varphi}_0 + \sin\bar{\varphi}_0) + k\sqrt{2}]\sin\omega .$$

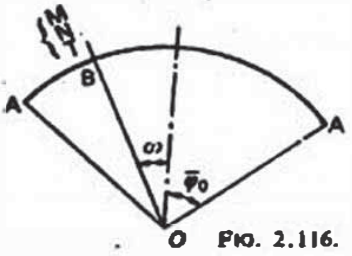


FIG. 2.116.

(Se ha tomado, para este caso particular, las fórmulas de Martinet).

No omite la fuerza que tiende a separar las células dentro de las partes comunes. Esta fuerza vale:

$$\sqrt{2pr\ \sin\varphi_0}\quad \text{(Fig. 2.115)}$$

Las fórmulas que preceden dan los momentos, fuerzas normales y las fuerzas cortantes de la célula en As de cuadros supuesta libre. (Notemos que el método del círculo nodal también puede dar una solución exacta).

Se podrá así calcular la célula en As de cuadros como estando perfectamente rígida sobre sus apoyos, dicho en otra forma, considerando que cada pared circular de la célula constituye un arco circular perfectamente empotrado sobre sus apoyos no deformables.

La teoría es perfectamente conocida y los resultados son como indica (Fig. 2.117),

$$M = -Qy,$$
$$N = R + Q\cos\varphi ,$$
$$T = Q\sin\varphi ;$$

Con:

$$y = r\left(\cos x - \frac{\sin \varphi}{\varphi}\right),$$

$$R = pr,$$

$$Q = \frac{-R}{C_1 \beta^2 + C_2}.$$

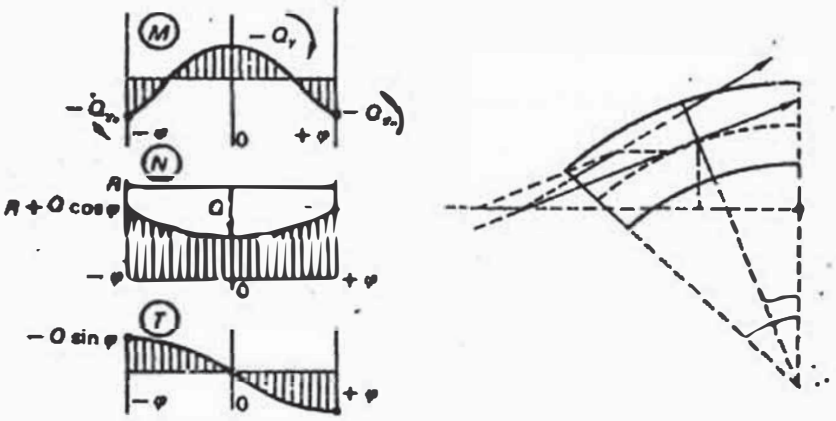


FIG. 2.117.

Dentro de estas fórmulas:

$$\beta = r/e,$$

$$C_1 = \frac{12}{\sin \varphi}\left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\sin 2\varphi}{4} - \frac{\sin 2\varphi}{\varphi}\right),$$

$$C_2 = \frac{1}{\sin \varphi}\left[\frac{\varphi}{2}\left(1 + \frac{E}{G} - \frac{\sin 2\varphi}{4} 1 - \frac{E}{G}\right)\right].$$

Dentro de estas condiciones: E/G = 2(1+n), donde n es el coeficiente de Poisson.

1. Método de Laredo

Se comporta como un método exacto y un procedimiento aproximado que permite calcular con suficiente precisión lo que pasa dentro de los cuartos extremos de arriba y de abajo, la mitad central puede ser tratada como libremente dilatable.

A la luz de las indicaciones dadas por este proceso, sin duda se permite :nsar que un procedimiento de cálculo demasiado alejado de la verdad, que :roxime, debe considerar al calcular:
Los anillos de las células sobre la mitad central en altura como libremen te dilatables,
Las zonas curvas de los anillos superiores e inferiores sobre los cuatro extremos como perfectamente empotradas a los contactos tangenciales.

. Método Albiges-Lumbroso

Dos procedimientos diatintos son estudiados;
El primero corresponde al caso (fig. 2.110) donde el contacto de longitud "a" entre dos cilindos es de poca longitud con respecto a "r";
El segundo por el cual el sólido en contacto tiene gran inercia (fig. 2.118)

Los autores han estudiado igualmente el funcionamiento de las células ci indrica, sean centrales, o de borde.

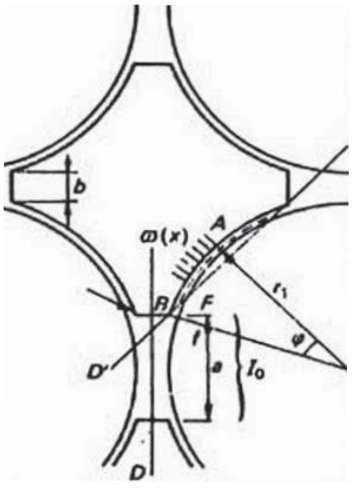


FIG. 2.118.

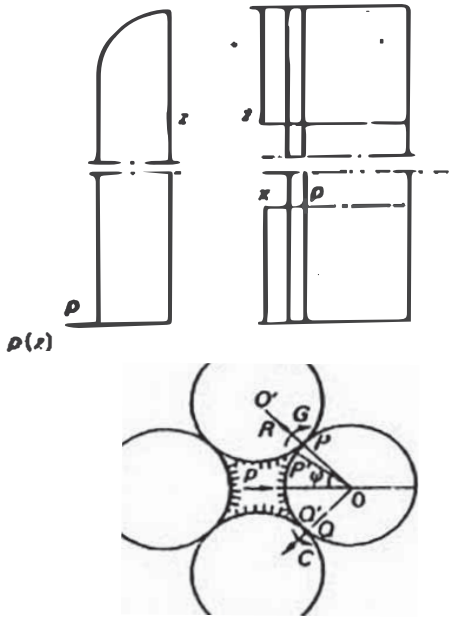


FIG. 2.119.

a) Primer caso (fig. 2.119).
A partir de una ley de empujes

$$p_z = p_{max}\left(1 - e^{-z/l}\right)$$

Con las notaciones de la figura 2.120 que llama:

θ el ángulo en el centro correspondiente al punto M:
m(θ,x) el momento transversal por unidad de altura correspondiente al punto M de cota x a partir de abajo,
i la inercia de la pared sobre una altura unitaria,
I la inercia de la sección recta del cilindro de base circular.
E el módulo de elasticidad.

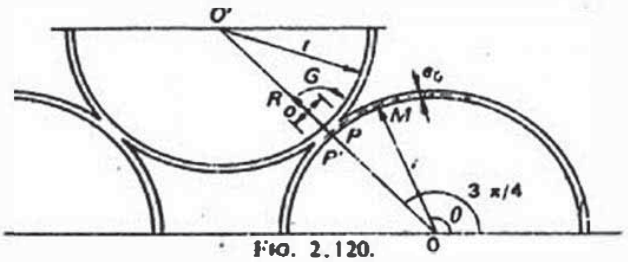


FIG. 2.120.

TABLA 20

φ	2φ	C_1	C_2
15°	30°	0,001	1,057
30	60	0,020	1,228
45	90	0,103	1,514
60	120	0,331	1,918
75	150	0,829	2,451
90	180	1,785	3,142

La figura 2.117 da la forma de las curvas de M, N y T.
Calculemos, por ejemplo, el caso (fig. 2.123) donde: $\varphi = 45°$ y $2\varphi = 90°$

$$C_1 = 0,103 \qquad C_2 = 1,514.$$

tenemos, por ejemplo: $r = 2,57$ m y $e = 0,14$ m :

$$\beta = \frac{r}{e} = \frac{2,57}{0,14} = 18,35.$$

$$Q = \frac{-pr}{0,103 \times 18,35 + 1,514} = -0,294\,pr.$$

De donde:

$$M = 0.294\ pry,$$

$$N = pr - 0.294\ pr \cos\alpha$$

$$T = - 0.294\ pr \sin$$

Veamos el caso de la base y de la clave.
En la clave:

$$\alpha = 0,\ \cos\alpha = 1.00,\ \sin\varphi = \sin 45° = 0.707,$$

$$y = r\left(1.00 - \frac{0.707}{0.78}\right) = 0.094\ r,$$

$$M = 0.294\ pr \times 0.094\ r = 0.0278\ pr^2,$$

$$N = pr - 0.294\ pr \times 1.00 = 0.706\ pr,$$

$$T = - 0.294\ p \times 0 = 0,$$

— En la base:

$$\alpha = 45°,\ \cos\alpha = \sin\alpha = 0.707,$$

$$y = r\left(0.707 - \frac{0.707}{0.78}\right) = 0.200\ r,$$

$$M = 0.294\ pr \times (- 0.200\ r) = - 0.0598\ pr^2,$$

$$N = pr - 0.294\ pr \times 0.707 = 0.792\ pr,$$

$$T = -0.294\ pr \times 0.707 = - 0.208\ pr.$$

La realidad se sitúa, bien entendido, entre los dos polos extremos:
a) Células (circulares y en as de cuadros) independientes;
b) Paredes circulares empotradas perfectamente a los extremos de los sólidos tangentes supuestos indeformables.

Es probable que esta realidad se situe más proxima, o menos dentro del conjunto, de la hipótesis b) que de la hipótesis a). Dentro del mismo orden de ideas las células próximas al centro del grupo (tal como la célula central, figura 2.112) deben ser halladas en función muy próxima del caso b).

Por otra parte, para tomar en cuenta, la sola inercia horizontal de los elementos macizos de contacto no pueden dar sino un método de cálculo aproximado, puesto que, esa es la inercia global de toda la sección recta horizontal del grupo que interviene, y que se acerca así a la realidad del caso (b).

Es preciso contar también con la variable principal que constituye la altura del silo: una altura pequeña ante la dimensión en planta del grupo nos acerca todavía al caso b). Una otra variable será así mismo tomar en

cuenta las condiciones de extremidad de las células verticales al nivel de sus apoyos horizontales (base y cumbre): a tal efecto, los autores distinguen generalmente:

— 1er. caso: empotrado en la base y articulado en la cumbre;
— 2do. caso: empotrado en la base y libre en la cumbre;
— 3er. caso: articulado en la base y en la cumbre.

Bien entendido, el primer caso se aproxima al funcionamiento de la hipótesis b).

Remarquemos aquí que los anillos de células vecinas a la mitad de la altura del silo, lejos de la influencia de los extremos se comporta casi libremente (hipótesis a) si la altura es grande, mientras que aquellas vecinas a la cumbre y al pie pueden ser consideradas como dotadas de contactos indeformables (hipótesis b).

Una u otra consideración predomina sobre si se trata de combinaciones de "células llenas" y "células vacías", de quienes dependerán mucho las deformaciones.

Estas consideraciones nos llevan a comprender la complejidad de los estudios y la imposibilidad práctica de llegar a un comportamiento real y de adaptar un enfierrado perfectamente correcto: donde, como siempre , no se deba de sacrificar la seguridad.

Fuera de estos dos casos extremos: células libres y agrupamientos fijos deben de estudiarse siempre para poderse conocer métodos de aproximación que tomen en cuenta la inercia horizontal de las vigas verticales de contacto, tales son los métodos de Laredo y de Albiges-Lumbroso y admitiendo la célula empotrada en la base y simplemente apoyada en la parte superior, el cálculo conduce a:

1° $m(\theta,x) = p_o \cdot r \cdot f(\theta,x)$.

El valor $f(\theta,x) = m(\theta,x)/p_o\, r$ está dado por los dos gráficos (fig. 2.121 y 2.122), en función de una expresión γx, donde γ vale:

$$\gamma = \sqrt[4]{\frac{115\ i}{4r^3 I}},$$

y con p (resultante de acciones de empuje por metro de altura):

$$p_o = \left(2r_i \sin\varphi + \frac{\sqrt{2}}{2} b\right) p_{max}$$

2° Momento y esfuerzo cortante del cilindro:

$$M = -0.4488 \frac{p_o}{\gamma^2} e^{-\gamma x}(\cos\gamma x - \sin\gamma x),$$

$$T = 0.8976 \frac{p_o}{\gamma} e^{-\gamma x} \cos\gamma x.$$

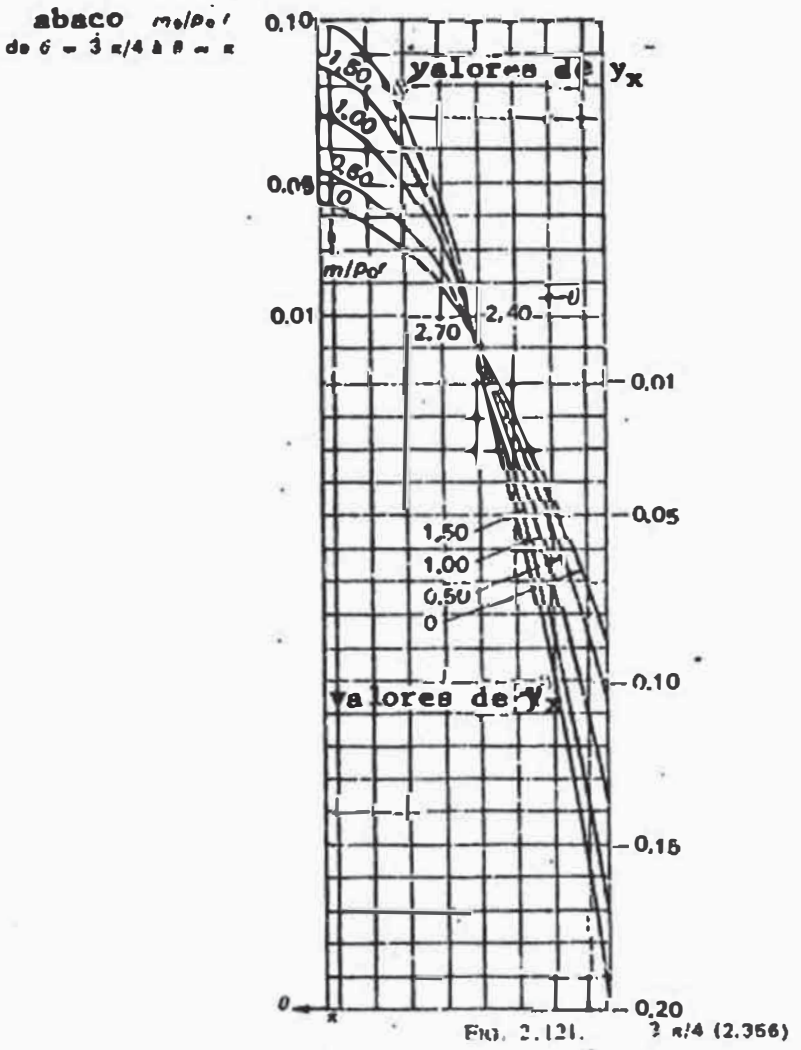


FIG. 2.121.

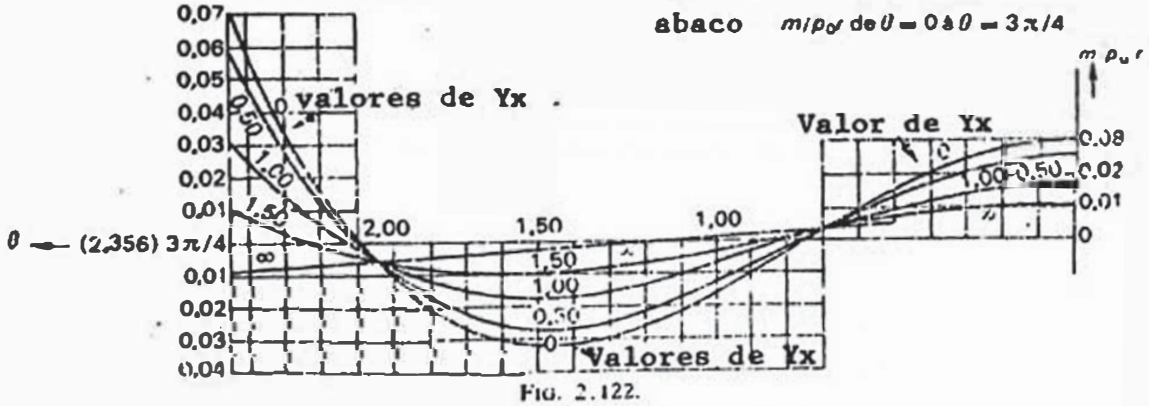


FIG. 2.122.

3° La reacción total R y el par de ligazón G en P y Q (fig. 2.119 y 2.120) son dados por la tabla que se da a continuación:

TABLA 21.

γx →	0	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	∞
$\frac{R}{p_0}$	0,072	0,106	0,185	0,283	0,384	0,477	0,556	0,618	0,665	0,707
$\frac{G}{p_0 r}$	0,157	0,158	0,161	0,166	0,170	0,174	0,177	0,179	0,181	0,183

En la parte supetior del silo, sus valores son:

$$R = p_0\left[0{,}707 - \frac{0{,}635}{1 + 4\gamma^4 l^4} e^{-\gamma x}(\cos\gamma\xi + 2\gamma^2 l^2 \sin\gamma\xi) - \right.$$
$$\left. - \left(0{,}707 - \frac{0{,}635}{1 + 4\gamma^4 l^4} e^{-\gamma l_0}\right)\right]$$

$$G = p_0 r\left[0{,}183 - \frac{0{,}026}{1 + 4\gamma^4 l^4} e^{-\gamma x}(\cos\gamma\xi + 2\gamma^2 l^2 \sin\gamma\xi) - \right.$$
$$\left. - \left(0{,}029 - \frac{0{,}026}{1 + 4\gamma^4 l^4} e^{-\gamma l_0}\right)\right]$$

4° Para el caso de la célula circular llena y si se trata de una célula central (fig. 2.123), se tiene:

$$R_1 = 167 \frac{l}{e_0 r} \cdot p_{max}$$

y para los momentos:

- para $\vartheta = 3\pi/4$: $m = + 0{,}137\, R_1 r$ (a la derecha de R)
- para $\vartheta = \pi$: $m = - 0{,}071\, R_1 r$.

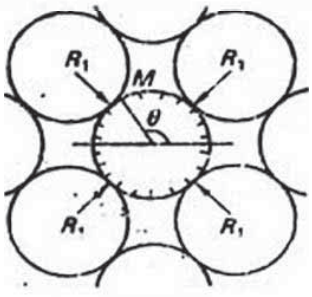


Fig. 2.123.

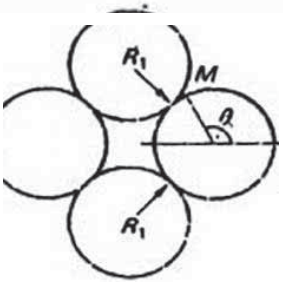


Fig. 2.124.

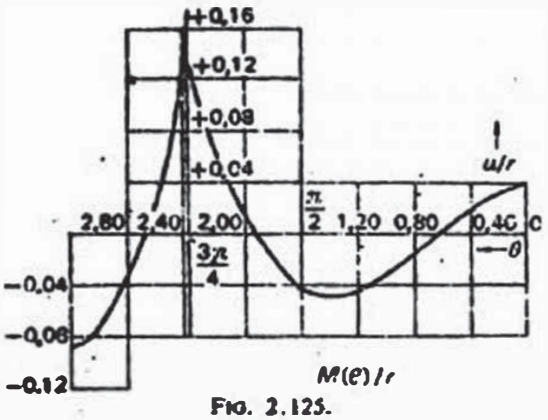


FIG. 2.125.

En el caso de una célula de borde (Fig. 2.124):

$$m(\theta, x) = \frac{115\, ip_{max}}{e_0} e^{-\gamma x}(\cos \gamma x + \sin \gamma x) \frac{\mu(\theta)}{r}.$$

La función $\mu(\theta)/r$ está representada por la curva, figura 2.125.
La flexión del cilindro dada verticalmente por:

$$M = -81{,}3 \frac{ip_{max}}{\gamma^2 re_0} e^{-\gamma x}(\cos \gamma x - \sin \gamma x),$$

$$T = 162{,}6 \frac{ip_{max}}{\gamma re_0} e^{-\gamma x} \cos \gamma x,$$

y $$R_1 = -\lambda_{max}\, e^{-\gamma x}(\cos \gamma x + \sin \gamma x),$$

donde: $$\lambda = \frac{115\, i}{re_0}$$

Ejemplo de cálculo (fig. 2.110)
Nosotros reproduciremos a continuación los cálculos del ejemplo tratado por los autores:

$$\Delta = 800\ \text{daN/m}^3 :$$

$$\varphi' = 20^\circ \quad \text{tg}\, \varphi' = 0.364.$$

Coeficiente dinámico: 1.10
Coeficiente de sobre carga: 1.20
En el caso de formas de silos variables, el cálculo puede ser conducido muy simplemente con la teoría del circulo nodal, que permi soluciones monómicas de células agrupadas (Fig. 2.126).

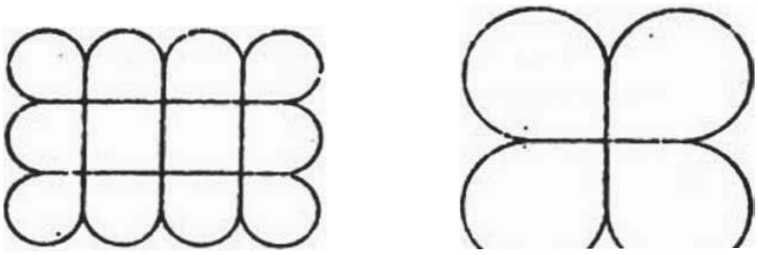


FIG. 2.126.

Radio hidraúlico de la célula en As de cuadros: r = 0.45 m.

Presiones límite:

— Célula en As de cuadros:

$$p_{lim} = 1.10 \times 1.20 \times \frac{800 \times 0.45}{0.364} = 1\,310 \text{ daN/m}^2 ;$$

— Célula cilíndrica:

$$p_{lim} = 1.10 \times 1.20 \times \frac{800 \times 1.25}{0.364} = 3\,630 \text{ daN/m}^2 ,$$

$$p_0 = \left(2 r_1 \sin \varphi + \frac{\sqrt{2}}{2} h \right) 1\,310 = 4\,440 \text{ daN/m}^2 .$$

Para γ en el cálculo: $\gamma = 0{,}0848$

Se calcula ahora los momentos a lo largo de los círculos de los lados.

$$x = 0 ,$$

$$x_1 = 0.50/\gamma = 5.90 \text{ m} ,$$

$$x_2 = 1.00/\gamma = 11.80 \text{ m} ,$$

$$x_3 = 1.50/\gamma = 17.70 \text{ m} .$$

Es suficiente por lo tanto multiplicar las ordenadas de las cinco curvas de las figuras 2.121 y 2.122 por el factor $p_0 r = 4440 \times 2.57 = 11{,}400$ daN/m.

De las curvas de la figura 2.127, para los momentos a lo largo de los cilindros dentro de un plano vertical, al nivel $x = 0$:

$$M = - 0{,}449 \, p_0/\gamma^2 = - 0.449 \times \frac{4\,440}{0.007\,2} = - 277\,000 \text{ daN/m} ,$$

$$T = + 0{,}898 \, p_0/\gamma = 0.898 \times \frac{4\,440}{0.0848} = 47\,000 \text{ daN} .$$

b) segundo caso.

El caso es idéntico a aquel presentado por Laredo

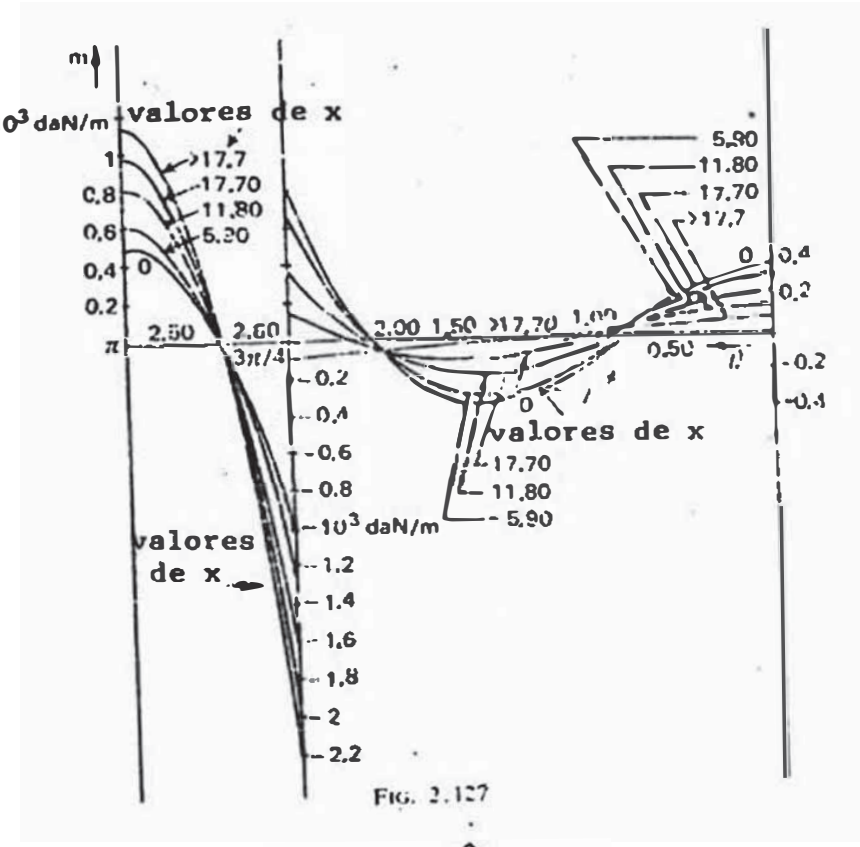


FIG. 2.127

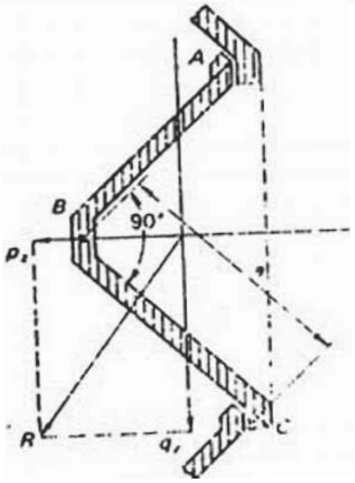


FIG 2.128

3.13 PAREDES ESPECIALES PREFABRICADAS.-

Hay que ver las condiciones de cada caso particular. Sea, por ejemplo, el sistema Reimbert (fig. 2.128).

La pared ondulada construida de elementos independientes está sometida:

a la presión horizontal unitaria: p_z;
a la presión vertical de frotamiento: $q_z = p_z \operatorname{tg}\varphi'$.

Los ángulos o cantoneras trabajan a flexión desviada. El cálculo se puede conducir como ya se conoce.

Se puede también calcular más simplemente sumando los esfuerzos introducidos por estos dos géneros de solicitaciones:

flexión alrededor de un eje vertical debida a p_z;
— flexión alrededor de un eje horizontal debida a q_z.

Para estos cálculos, la cantonera o esquinero se supone perfectamente empotrada sobre los pilares del ángulo. Se calcula de tal suerte, el acero horizontal y el longitudinal a preveer dentro de las menbranas A, B y C, el acero inclinado del alma que juega el rol de estribos. No se deben omitir los esfuerzos normales de tracción calculados como en el caso de las paredes planas y que vienen a equilibrarse por los aceros horizontales del alma.

Existen también felxiones locales del alma. La más importante actúa sobre el alma BC sobre la cual obra la componente normal de la resultante R de p_z y de q_z y que se admite repartida uniformemente sobre BC, que es una placa portante apoyada sobre las menbranas B y C, lo que conduce a un reforzamiento de los estribos del alma calculados precedentemente.

Para todo otro sistema prefabricado (sistema Clet por ejemplo, figura 2.25) el cálculo no presenta mayores dificultades.

A) Efectos de los esfuerzos verticales.

Es preciso distinguir el caso de paredes prefabricadas plegadas del género de las mostradas en la figura 2.128, de aquellas corrientes de paredes lisas. Antes nunca habiamos dicho, como se han tenido en cuenta los esfuerzos verticales introducidos por la materia almacenada sobre los elementos prefabricados del primer caso, aquellos son transmitidos directamente a los pilotes, no hay nada más que decir acerca de esto.

En el caso de las paredes lisas, estas son solicitadas a cada nivel y por metro horizontal de pared, según:

$$q_z = \int_0^z p_z \operatorname{tg}\varphi' \, dz,$$

$$q'_z = \operatorname{tg}\varphi' \int_0^z p_z \, dz.$$

Por ejemplo, con la fórmula de Reimbert:

$$q'_z = tg\varphi' \frac{\Delta r}{tg\varphi'} \times \frac{Z^2}{Z + A},$$

o

$$q'_z = \frac{\Delta r Z^2}{Z + A}$$

Ciertos constructores admiten una fórmula simplificada:

$$q'_z = \Delta r Z,$$

Una de ellas da valores por exceso:

$$\frac{q''_z}{q'_z} = \frac{Z + A}{Z}$$

Si se desprecia Q_o se puede poner A bajo la forma:

$$A = \frac{r}{tg\varphi' tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}$$

Si se toma, un valor medio:

$$tg\varphi' = 0.400 \text{ y } tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) = 0.450,$$

se encuentra:

$$A = \frac{r}{0.400 \times 0.450} = 5.59\ r.$$

De donde:

$$\frac{q''_z}{q'_z} = \frac{Z + 5.59\ r}{Z} = 1 + \frac{5.59\ r}{Z}$$

Para un silo cuadrado de lado a, por ejemplo:

$$\frac{q''_z}{q'_z} = 1 + \frac{5.59\ a}{4\ Z} = 1 + 1.40\frac{a}{Z}$$

Practicamente, para a/Z variando de 1.00 a 1/20, se tiene: q''_z/q'_z variando de 2.40 a 1.07.

Por esto es que para las grandes profundidades la fórmula simplificada que no sacrifica la seguridad, puede ser adoptada.

La presión vertical q'_z se aplica en el interior de la célula (Fig. 2.129), por consiguiente, teóricamente, la pared vertical está sometida a una flexión compuesta de compresión:

$$N = q'_z \qquad y \qquad M = \frac{Ne}{2} = \frac{q'_z e}{2}.$$

En efecto, se tiene raramente cuenta de M y se admite N centrado. Se debe indicar, en efecto, que la deformación que resultaría de un N excentrico (Fig. 2.129) esta sujeta de hecho por la forma en planta de la célula (Fig. 2.130). En cambio es preciso, que se recuerde y que se considere que al lado de esta compresión vertical del concreto de la pared,

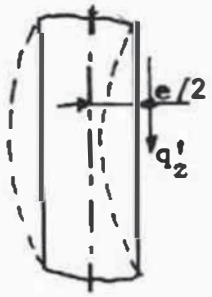


Fig. 2.129

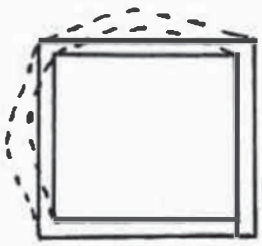


Fig. 2.130

intervienen tracciones horizontales introducidas por p_z. Esto limita las posibilidades a la compresión vertical del concreto. Con respecto a este asunto existe los ensayos americanos, relatados y comentados por A. Couard y según los cuales σ'_b disminuye cuando σ_b perpendicularmente aumenta.

Los esfuerzos verticales q'_z así calculados descienden hasta las tolvas donde son recuperados los pesos de aquellas, en otra forma, a este nivel se debe equilibrar el peso total de la construcción (peso propio + peso de la materia almacenada) y transmitirlo a los pilotes de soporte. Hay dos maneras de realizar este equilibrio:

— Sea calculando como vigas cerradas las paredes planas de la célula. nosotros tenemos dado el caso anteriormente, tratado dentro del caso de las vigas cerradas planas. Bien entendido, no se debería omitir el considerar, la ayuda de los aceros verticales dentro de las vigas cerradas, hasta una altura vecina de la distancia entre postes, para las cargas transmitidas por las tolvas. La figura 2.43 da un ejemplo del enfierrado para este caso.

Sea conformado por vigas circulares o poligonales de contorno. Este es el sistema antiguo que se empleaba para calcular y es bien conocido.

ara las vigas de cinturón de los reservorios sobreelevados y que son utilizadas solamente para las células circulares.

emos un ejemplo, el caso de la figura 2.131

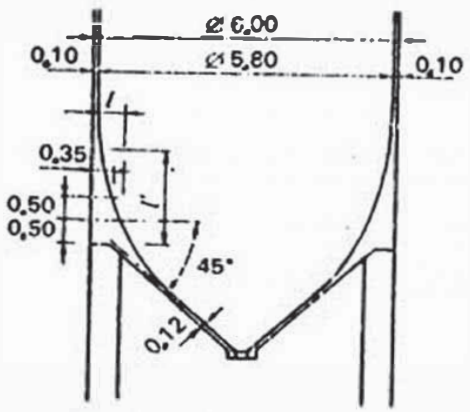


Fig. 2.131.

a viga de cordón circular se apoya sobre cuatro pilotes. Ella equilibra a
as cargas verticales introducidas por:
- El peso de las paredes de la célula.
- El peso propio.
- La componente vertical de la tracción inclinada introducida por la tolva cargada.
- El frotamiento de la materia almacenada.
- El peso propio del anillo de la materia almacenada de ancho 1.

Estas cargas uniformemente repartidas introducen dentro del cinturon:
- Momentos de flexión,
- Momentos de torsión,
- Esfuerzos cortantes.

Ciertos constructores reducen en 25% la torsión así calculada para te- en cuenta la ligazón del contorno o cintura con las tolvas y la pared tical.

Cargas horizontales:
- Carga centrífuga proveniente del empuje de la materia almacenada sobre la altura 1',
- Centrípeta y representada por la componente horizontal de la tracción inclinada de la tolva cargada.

La resultante de estas dos fuerzas inversas engendrara dentro del cintu- un esfuerzo normal de compresión o de tracción, según el caso.
La figura 2.44 da el enfierrado del cinturón del caso dado en la figura 31,

B) Efectos de la retracción y de la variación de temperatura.

Sobre los efectos de la retracción no vamos a decir nada porque son los mismos problemas que se presentan para el diseño de reservorios.

En cambio es posible conseguir para el caso de la temperatura, la posible existencia de una variación de temperatura Δt que afecte a la totalidad del espesor e de la pared de la célula. Si la célula esta llena y suponiendo que la materia es incomprensible, el retraimiento generado en la pared (en el caso de una baja de temperatura) introducirá una tracción dentro de la pared igual a:

$$R = E\alpha\Delta t.$$

Con: $E = 100{,}000$ bars (puestos en equilibrio lento),

$\alpha = 11 \times 10^{-6}$

y $\Delta t = 20°$

$$R = 100{,}000 \times 11 \times 10^{-6} \times 20 = 22 \text{ bars.}$$

De hecho, esta cifra es un límite superior, todavía es raro que la materia almacenada sea incomprensible, la cifra real se tendrá entre 0 y 22 bars. Generalmente se admite una cifra media de 10 bars.

Tracción correspondiente por metro de pared:

$$T = 10 \times 100\ e = 1{,}000\ e \text{ daN.}$$

Si $e = 10\text{cm.}$ $\quad T = 10{,}000$ daN.

De donde la cantidad de acero necesaria para equilibrar esta variación de temperatura será:

$$A = \frac{10{,}000}{2{,}670} = 3.75 \text{ cm}^2$$

que corresponde a un porcentaje de:

$$\varpi = \frac{3.75}{100 \times 10} = 0.375\%$$

Por otra parte, una gradiente de temperatura puede existir desde el interior hacia le exterior, produciéndose un momento:

$$M = \frac{E\alpha\Delta tI}{e}$$

y la contracción:

$$R' = \frac{Mu}{I} \text{ (donde } u = e/2)$$

y

$$R' = \frac{E \alpha \Delta t}{2}$$

O sea que es la mitad de la contracción R ya indicada.

Por otra parte, el esfuerzo de contracción R' no es duradero puesto que la gradiente Δt tiende a 0 después de un cierto tiempo puesta en equilibrio. En cambio, Δt puede alcanzar valores importantes:

— 30° en los silos para cereales.
— 60 a 80° en los silos para cemento.

Para $\Delta t = 50°$ por ejemplo:

$$R' = \frac{100{,}000 \times 11 \times 10^{-6} \times 50}{2} = 27.5 \text{ bars}$$

Esto esta lejos de ser despreciable y explica, en todo caso suficientemeate, las fisuras verticales constatadas varias veces en los silos en servicio.

De otra parte los fenómenso son mucho mas complicados y no dan lugar a que sean tratados mediante un análisis simplista como el que nosotros hemos realizado, y es un hecho, la presencia del acero circular que absorve las deformaciones introducidas por las contracciones suplementarias de tracción producidas dentro del concreto.

Estas diversas circunstancias asociadas, hacen como lo habiamos dicho, que las posibilidades de empujes no uniformemente repartidos sobre el contorno de la célula circular, conducen a la necesidad de un porcentaje ω poco menor, cualquiera que sea los empujes debidos a la materia almacenada: ω mínimo es del orden de 0.8 a 1% para el acero. El acero debe ser repartido sobre cada cara y permanecer constante sobre una altura del orden de la magnitud del diámetro.

3.2 TOLVAS.-

Nosotros indicaremos en seguida los esfuerzo a tomar en cuenta, en el diseño de la tolva y después veremos los métodos de cálculo para dos tipos de tolvas, la tolva troncocónica y la tolva piramidal. En cada uno de estos casos el orificio de salida puede ser centrico o excéntrico.

3.20 ESFUERZOS A TOMARSE EN CONSIDERACION.-

La figura 2.132 indica estos esfuerzos:

— Peso propio de la tolva: P_1;
— Peso de los aparejos fijados a la tolva: P_2;
— Reacciones de la materia almacenada: R.

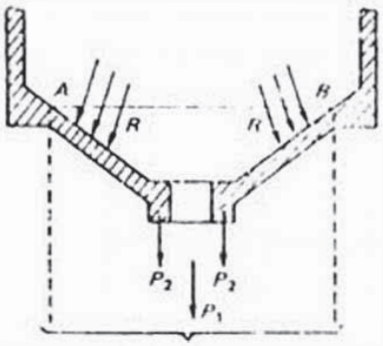


Fig. 2.132

Si los pesos P_1 y P_2 son bien conocidos, lo que no significa de antemano que l cálculo que precise de su intervención sea así también conocido, el peso R s difícilmente conocido, sobre todo si la tolva es disimétrica. Se usa para los cálculos aproximaciones, más o menos cercanas a la realidad.

) Peso propio de la tolva (P_1 de la figura 2.132).

La evaluación total es así. Dos métodos se pueden tomar en cuenta:
Se reparte el peso P_1 sobre cada metro cuadrado horizontal: $p_1 = P_1/S$ (S es la sección horizontal AB), se suma p_1 al peso de la materia almacenada dentro de la tolva y se tendrá en cuenta también lo que nosotros hemos dicho antes. Cabe que bien entendido un método así aproximado, puede estimarse suficiente para ciertos casos cuando P_1 es pequeño, comparado con R que es la variable principal.
Es rigurosamente, se puede considerar las diferentes partes del peso propio de la tolva como interviniendo precisamente donde ellos estan situados realmente. Si se considera $1m^2$ de pared de la tolva de peso p (fig. 2.133), se puede descomponer p según p_i, en dirección de la tolva y p_h, fuerza horizontal. La componente p_i está remontada en tracción dentro de la pared inclinada (el acero necesario se debe calcular) donde ella continua para la viga-ventura que nosotros ya habiamos explicado. En cuanto a p_h, ella solicita a un marco cuadrangular o a un zuncho circular tensionado.

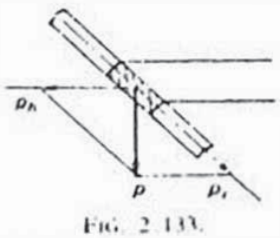


Fig. 2.133.

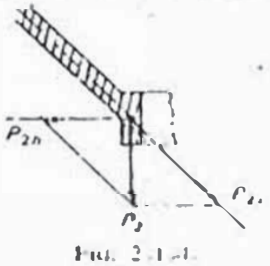


Fig. 2.134.

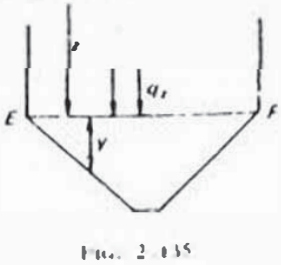


Fig. 2.135

b) Peso de los aparejos fijados en las tolvas (P_2)

Dos métodos se indican a continuación. En el primer caso, se acumula con P_1. En el segundo caso, se toma en cuenta y es calculado como P_1 (Fig. 2.134). P_{2h} está equilibrado por el marco o el zuncho inferior.

c) Reacciones de la materia almacenada.

Existen cuatro formas diversas de tratar este problema:

Primer método: Se considera (Fig. 2.135) la presión q_z vertical en el nacimiento de la tolva (q_z puede ser calculada con el efecto del silo normalmente, o como una carga hidrostática en el caso de los silos profundos; se puede incrementar de 10 a 50% para tener en cuenta el juego de socavamiento brutal de la materia almacenada, de acuerdo al caso). A esta presión q_z se le añade el efecto del peso de la materia llenando la tolva. Hay dos maneras para hacer esto. O se puede repartir uniformemente el peso sobre la sección horizontal de la tolva y sumar esta constante al peso q_z unitario como se indica después. O también se puede sumar a q_z no una constante, sino un valor Δy (Fig. 2.135) variable en cada punto de cota "y" por debajo de EF.

Cualquiera que sea el método utilizado (O sea el precedente y el que vamos a ver a continuación), se encunetra cada punto de la pared inclinada, en presencia de un esfuerzo vertical:

sea: $$q = q_z + \frac{P}{q^2} \qquad \text{(constante)};$$

sea: $$q = q_z + \Delta y \qquad \text{(variable)}.$$

Por otra parte, existe también un empuje horizontal en cada punto igual a:

$$P_y = P_{(z+y)},$$

en la cual se toma frecuentemente: $p_y = p_z$ y se estima que "y" es siempre pequeña en relación con z, esto es rigurosamente cierto si z es grande en ese momento:

$$p_y = p_{max} = \frac{\Delta r}{tg\varphi}.$$

Dicho de otra forma, se esta en presencia, en cada punto de la pared inclinada de la tolva (Fig. 2.136):

- De un esfuerzo vertical: q_y;
  De un esfuerzo horizontal: p_y.

Estos esfuerzos pueden ser constantes o variables según el método elegido según lo acabamos de ver. Componiendo estos dos esfuerzos se puede calcular en cada punto la resultante "R", que representa finalmente la

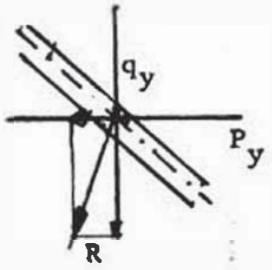


Fig. 2.136

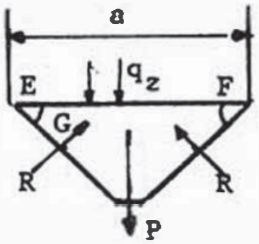


Fig. 2.137

acción de la materia almacenada, en cada punto de la tolva.

Segundo método: Este es el método de Magnel, donde este autor ha mostrado y fundamentado para el caso del marco (Fig. 2.137)."La materia sobre el plano EF está en equilibrio bajo la acción de":

- $q_z a^2$ vertical,
- el peso de la materia en la tolva P,
- las cuatro reacciones inclinadas R,admitidas normales a la pared.

La ecusción de equilibrio se puede escribir:

$$q_z a^2 + P = 4\ R \cos\alpha\ ,$$

de donde:

$$R = \frac{q_z a^2 + P}{4 \cos\alpha}$$

Si se supone que R está uniformemente repartida sobre una cara de la tolva, de superficie:

$$\frac{a^2}{4 \cos\alpha}$$

(y despreciando la superficie del agujero de salida), se tiene para la presión normal a la cara inclinada:

$$q_n = \frac{q_z a^2 + P}{a^2} = q_z + \frac{P}{a^2}$$

Lo que nos lleva a suponer que la materia actúa como un fluido perfecto. Este es un método por exceso que da valores de q_n muy exagerado si α es grande. El esfuerzo q_n aquí es constante y normal a la pared que corresponde al esfuerzo R precedente.

Tercer método: Se emplea entre los valores de q_y y p_y del primer método, escogidos como constantes, o como variables en cada punto de la pared inclinada, Reimbert ha propuesto considerar estas contracciones constantes sobre cada cara e iguales a:

ellos que se produzcan en el centro de gravedad G (fig. 2.138) en la ca-
de al lado tenemos:

$$z' = z + h'/3$$

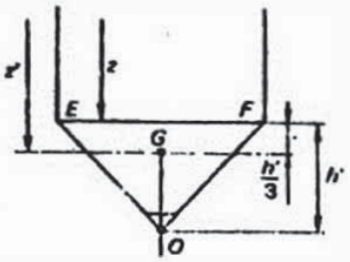


FIG. 2.138.

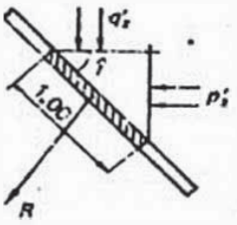


FIG. 2.139.

Bien entendido, a partir de q'_z y de p'_z por m^2 así determinadas, las so-
licitaciones de la pared inclinada de $\hat{i}$ serán por m^2 inclinado (fig. 3.139)

$$q'_z = q_z \cos \hat{i},$$

$$p'_z = p_z \sin \hat{i},$$

la resultante será R como en el primer método
ro método: M. Sarrazin ha criticado el método clásico

licamos $$q_y = q_z + \Delta y$$

Y ha mostrado que no era exacta aquella fórmula para un caso particular.
Con sus notaciones, viene a dar la siguiente fórmula:

$$q = q_0 + A(h - x) \qquad \text{(Fig. 2.140 y 2.141)}.$$

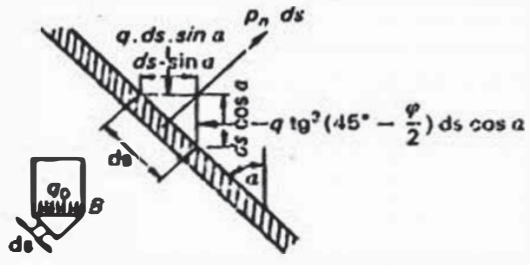


FIG. 2.140.

por lo tanto $p_h = q\,tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$, de acuerdo, con la figura 2.140

$$p_n = q\left[\sin^2 \alpha + tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\cos^2 \alpha\right].$$

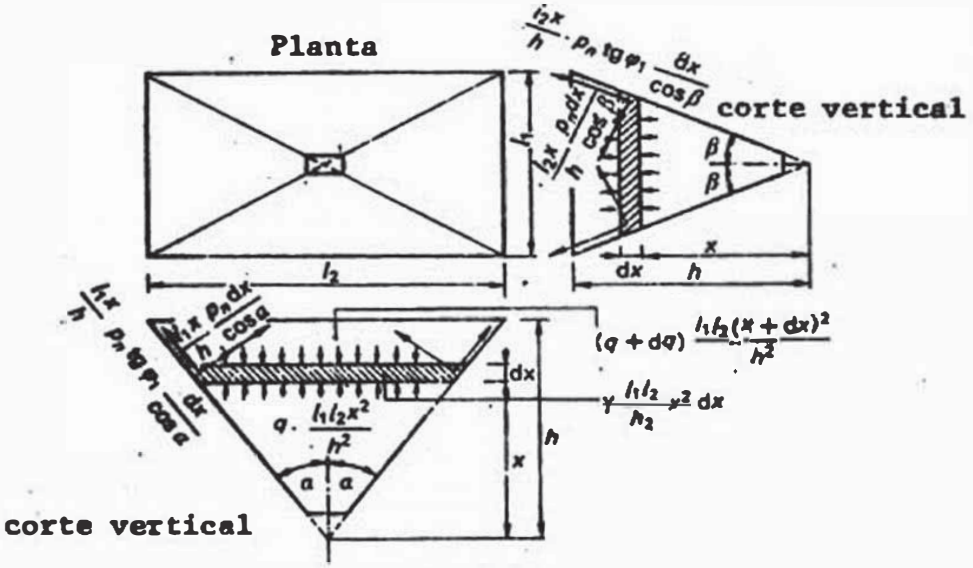


FIG. 2.141.

Escribiendo el equilibrio de las fuerzas (Fig. 2.141)
Y teniendo:

$$a = \left[\sin^2 \alpha + tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\cos^2 \alpha\right]\left(1 + \frac{tg\,\varphi'}{tg\,\alpha}\right),$$

$$+ \left[\sin^2 \beta + tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\cos^2 \beta\right]\left(1 + \frac{tg\,\varphi'}{tg\,\beta}\right),$$

Se obtiene la ecuación diferencial:

$$\frac{dq}{dx} - \frac{(a-2)\,q}{x} = -\Delta,$$

la integral es:

$$q = \frac{x^{a-2}}{C} + \frac{\Delta x}{a-3},$$

Donde C es una constante determinada por las condiciones que para $x = h$, $q = q_o$

Se encuentra:

$$q = q_0\left(\frac{x}{h}\right)^{a-2} + \frac{\Delta h}{a-3}\left[\frac{x}{h} - \left(\frac{x}{h}\right)^{a-2}\right].$$

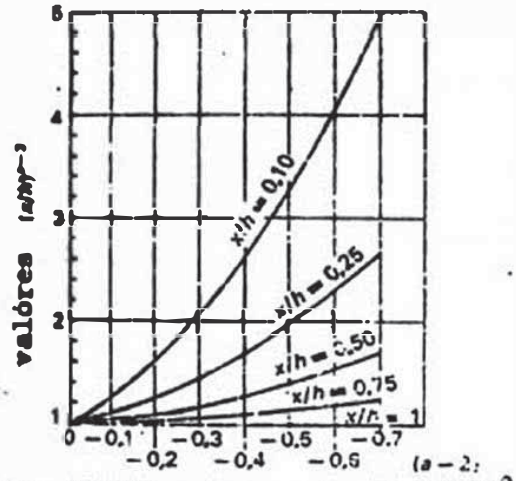
Si la base es cuadrada: $\alpha = \beta$ y:

$$a = 2\left[\sin^2\alpha + \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\cos^2\alpha\right]\left(1 + \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{tg}\alpha}\right).$$

(La expresión es idéntica para un cono)

La presión q es conocida, se calcula p_n. Las curvas (Fig. 2.142) facilitan el cálculo de q.

Para el valor particular: a = 2, se encuentra $q = q_0 + \Delta(h-x)$



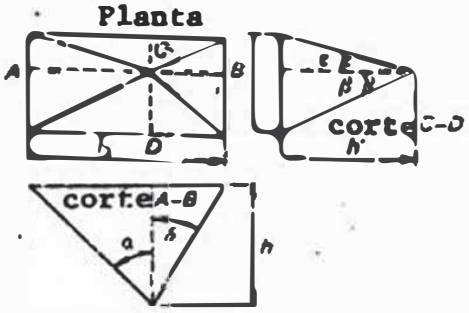


Fig. 2.142 valores de $(x/h)^{a-2}$ para (a-2) variando de 0 a 0.7

De hecho, para los otros valores de a, q es más elevado que el indicado en la expresión establecida más arriba.

Para una tolva disimétrica (fig. 2.143) el equilibrio de las fuerzas horizontales exige los frotamientos horizontales paralelos a las paredes, pero todavía se puede aplicar el método precedente a condición de calcular:

$$a = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\delta}\left\{\left[\sin^2\alpha + \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\cos^2\alpha\right](\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\varphi) + \right.$$
$$\left. + \left[\sin^2\delta + \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\cos^2\delta\right](\operatorname{tg}\delta + \operatorname{tg}\varphi)\right\} +$$

$$+\frac{1}{\operatorname{tg}\beta+\operatorname{tg}\varepsilon}\left\{\left[\sin^2\beta+\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\cos^2\beta\right](\operatorname{tg}\beta+\operatorname{tg}\varphi')\right.$$
$$\left.+\left[\sin^2\varepsilon+\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\cos^2\varepsilon\right](\operatorname{tg}\varepsilon+\operatorname{tg}\varphi')\right\}.$$

Ejemplo de aplicación:

Sea la tolva rectangular a 45° (fig. 2.144) de 3.00 x 4.00m en planta; de 16m. de altura y 16cm. de espesor de pared en la base. El trigo que el silo contiene, tiene por característica Δ = 800Kg/m , φ = 30°, φ' = 20° (tg 20° = 0.364)

Primer método:

$$r=\frac{S}{p}=\frac{3{,}00\times 4{,}00}{2(3{,}00+4{,}00)}=0{,}855\ \text{m}.$$

Empuje máximo:

$$p_{max}=\frac{800\times 0{,}855}{0{,}364}=1\,880\ \text{daN/m}^2.$$

Al nivel superior de la tolva (z = 16.00), se calcula:

$$p_{16{,}00}=1\,880\times 0{,}900=1\,700\ \text{daN/m}^2.$$

De donde:

$$q_s=\frac{1\,700}{\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{30}{2}\right)}=\frac{1\,700}{0{,}333}=5\,100\ \text{daN/m}^2.$$

El peso de la tolva y el trigo almacenado es más o menos de:

6,500 (trigo) + 7,300 (tolva) = 13,800 daN

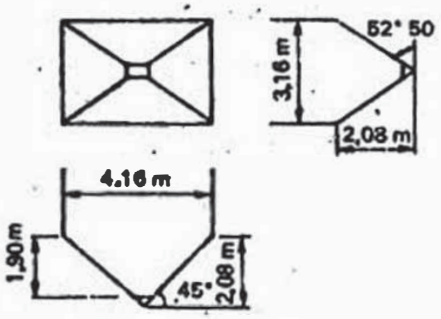


Fig. 2.144.

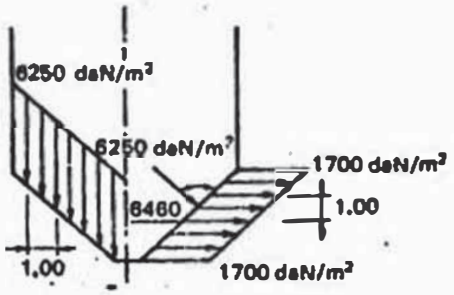


Fig. 2.145.

Sea sobre la superficie de la tolva:

$$q' = \frac{13,800}{3.00 \times 4.00} = 1,150 \text{ daN/m}^2$$

Por cada m^2 vertical, en todos los puntos de la pared inclinada de la tolva, se tiene:

— efecto vertical: $q_y = 5,100 + 1,150 = 6,250$ daN/m^2;
— efecto horizontal: $p_y = 1,800$ daN/m^2 (Fig. 2.145).

De donde:

$$R = \sqrt{\overline{6,250}^2 + \overline{1,700}^2} = 6,460 \text{ daN/m}^2$$

La variante de este primer método de cálculo consiste en admitir la ley hidrostática para la materia almacenda en la tolva, es decir que se llama q_y al ángulo tolva/pared:

$$q_{y1} = 5,100 + \frac{7,300}{3.00 \times 4.00} = 5,100 + 607 = 5,707 \text{ daN/m}^2;$$

q_y esta dentro del eje de la tolva

$q_{y2} = 5,100 + 607 + 1.90 \times 800 = 5,100 + 2,127 = 7,227$ daN/m^2 (Fig. 2.146)

De donde:

$$R_1 = \sqrt{\overline{5,707}^2 + \overline{1,700}^2} = 5,950 \text{ daN/m}^2,$$

y

$$R_2 = \sqrt{\overline{7,227}^2 + \overline{1,700}^2} = 7,400 \text{ daN/m}^2,$$

Segundo método.
Componente normal:

$$q_n = 5,100 + 1,150 = 6,250 \text{ daN/m}^2 \qquad \text{(Fig. 2.147).}$$

Tercer método.
Cota del centro de gravedad G (Fig. 2.138).

$$z' = 16.00 + \frac{2.08}{3} = 16.70 \text{ m.}$$

En este punto se calcula:

$$P_{z'} = 1,730 \text{ daN/m}^2$$

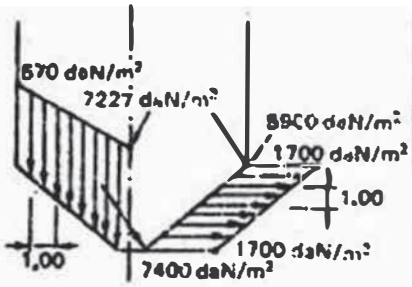


Fig. 2.146.

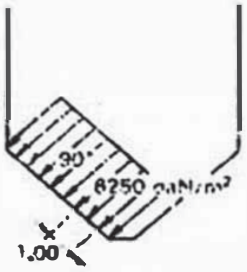


Fig. 2.147.

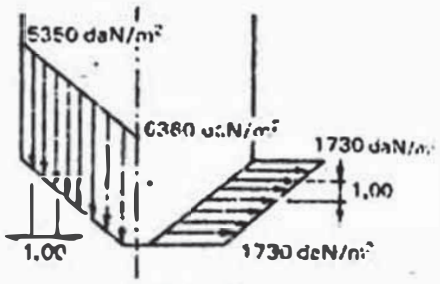


Fig. 2.148.

de donde:

$$q_{s'} = \frac{1\,730}{0.333} = 5{,}210 \text{ daN/m}^2 .$$

Si tomamos en cuenta el peso de la tolva:

- **verticalmente:** $q_v = 5{,}210 + 1{,}150 = 6{,}360 \text{ daN/m}^2$;
- **horizontalmente:** $p_h = 1{,}730 \text{ daN/m}^2$;

$$R = \sqrt{6\,360^2 + 1\,730^2} = 6{,}670 \text{ daN/m}^2 \quad \text{(Fig. 2.148)} .$$

Cuarto método:

$$q_0 = 5{,}100 \text{ daN/m}^2$$

Calcularemos la presión vertical por m² horizontal en 3 puntos:

- **Borde superior:** $x = 2.08$ m ;
- **medio:** $x = 1.04$ m ;
- **fondo:** $x = 0.18$ m.

Calcularemos el valor del parametro a:

$\alpha = 45°$, $\sin \alpha = 0{,}707$. $\cos \alpha = 0.707$. $\operatorname{tg} \alpha = 1{,}00$;

$\beta = 37°5$. $\sin \beta = 0.608$. $\cos \beta = 0.793$. $\operatorname{tg} \beta = 0.765$;

$$\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) = 0{,}333 :$$

$$\operatorname{tg} \varphi' = 0{,}364 .$$

De donde:

$$a = [0{,}500 + 0{,}333 \times 0{,}500]\left(1 + \frac{0{,}364}{1{,}00}\right) +$$

$$+ [0{,}370 + 0.333 \times 0{,}630]\left(1 + \frac{0{,}364}{0.765}\right)$$

$$= 0.667 \times 1.364 + 0.581 \times 1{,}476 = 1.765 .$$

— Borde superior: sea x = 2.08 m.

$$a - 2 = -0.235, \quad \frac{x}{h} = 1.00, \quad \left(\frac{x}{h}\right)^{a-2} = 1.00;$$

$$q = q_o = 5{,}100 \text{ daN/m}^2$$

— Medio de la pared inclinada, sea x = 1.04 m.

$$a - 2 = -0.235, \quad \frac{x}{h} = 0.50, \quad \left(\frac{x}{h}\right)^{a-2} = 1.20 \text{ (Fig. 2.142)}$$

$$q = 5{,}100 \times 1.20 + \frac{800 \times 2.08}{1.765 - 3} (0.50 - 1.20)$$

$$= 6{,}100 + 940 = 7{,}050 \text{ daN/m}^2.$$

— Fondo de la tolva: sea x = 0.18 m.

$$a - 2 = -0.235, \qquad x/h = 0.0865, \qquad (x/h)^{a-2} = 1.79;$$

$$q = 5{,}100 \times 1.79 + \frac{800 \times 2.08}{1.765 - 3} (0.0865 - 1.79)$$

$$= 9{,}110 + 2{,}290 = 11{,}400 \text{ daN/m}^2.$$

A estos valores de q, es preciso añadir la influencia del peso propio de la tolva, sea:

$$q' = \frac{7{,}300}{3.00 \times 4.00} = 607 \text{ daN/m}^2$$

De donde, el total, para los tres puntos considerados:

a) $q_y = 5{,}100 + 607 = 5{,}707 \text{ daN/m}^2$,
b) $q_y = 7{,}050 + 607 = 7{,}657 \text{ daN/m}^2$,
c) $q_y = 11{,}400 + 607 = 12{,}007 \text{ daN/m}^2$,

y para los empujes horizontales:

a) $p_y = 5{,}100 \times 0.333 = 1{,}700 \text{ daN/m}^2$,
b) $p_y = 7{,}050 \times 0.333 = 2{,}350 \text{ daN/m}^2$,
c) $p_y = 11{,}400 \times 0.333 = 3{,}800 \text{ daN/m}^2$ (Fig. 2.149)

La comparación de los diagramas de las figuras 2.145 a 2.149 permite las siguientes conclusiones:

— Los métodos 1 y 3 son practicamente equivalentes,
— El método 3 (Reimbert, es intermediario entre las dos variantes del método 1,
— El método 2 (Margel) Parece dar los resultados por defecto, para las tolvas corrientes.

- .(método 4 (Zarrazin) da los esfuerzos más elevados. El autor pretende, con ızón indicar, que subestima clasicamente las presiones en las tolvas. En el ıso especial estudiado, la presión vertical asciende a: 12,007 daN/m^2 mien- cas el empuje hidrostático es de:

$$800 \times (16.00 + 1.98) = 14,500 \text{ daN/m}^2$$

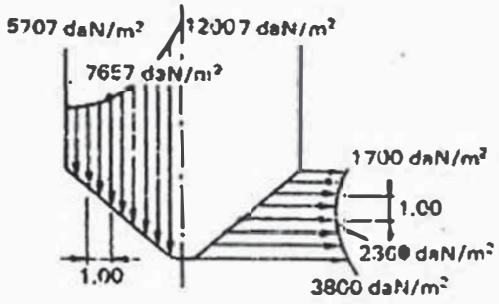


FIG. 2.149.

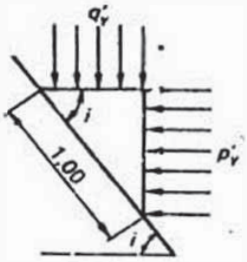


FIG. 2.150.

3.i. CALCULO DE LA TOLVA TRONCOCONICA.-

aX olva Simétrica:

ean p_y y q_y las presiones horizontales y verticales calculadas como, lo habia- os visto, por m^2 (horizontal y vertical).

i i es la inclinación de la pared (fig. 2.150), las presiones por unidad de su erficie de pared, serán:

$$p'_y = p_y \sin i$$

$$q'_y = q_y \cos i$$

Si se compone p'_y y q'_y se obtiene la resultante R_y que actúa sobre cada m^2 de pa red (fig. 2.151). Se descompone R_y según una parte R_T paralela a la pared y o - tra parte, R_H horizontal. Se ve que la tolva está solicitada según dos direccio nes:

- Una extensión tangencial circular T introducida por la fuerza horizontal radial R_H;
- Una extensión lineal inclinada introducida por la fuerza inclinada radial R_T.

El equilibrio necesitara de barras horizontales y de barras meridianas.

Secciones circulares: Sean dos barras horizontales de sección A espaciadas en Δx (fig. 2.152).

- Extenaión T debida a R_H: $R_H r' \Delta x$

T debe ser equilibrada por A trabajando a un esfuerzo $\bar{\sigma}_a$. De donde:

$$\Delta x = \frac{A\bar{\sigma}_a}{R_H r'}.$$

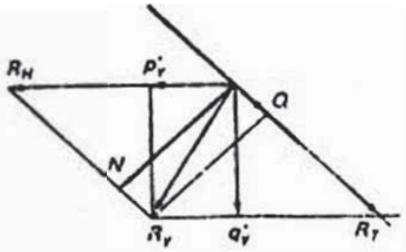


FIG. 2.151.

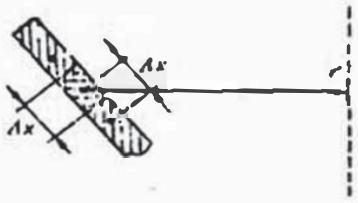


FIG. 2.152.

El cálculo se puede hacer también por porciones de 1.00 m. de longitud, y admite R_H y r' constantes en el centro (Fig. 2.153), entonces:

$$A_T = \frac{R_H\, r'}{\delta_a}.$$

Meridiano: Llamando I' la tracción inclinada introducida en A por las tolvas y sus aparejos.

En un nivel cualquiera x (Fig. 2.154), la fuerza total inclinada que se debe equilibrar es:

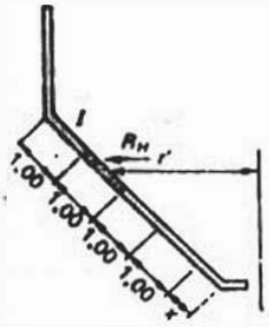
$$I = I' + \sum_A^B R_T\, ds\,.$$

Si R_T es constante,

$$I = I' + R_T \sum_A^B ds\,;$$

pero

$$\sum_A^B ds = 1{,}00 \times \frac{r'}{\cos i} \times \frac{1}{2}\,.$$



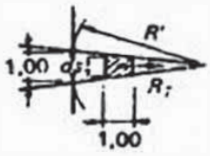


FIG. 2.153.

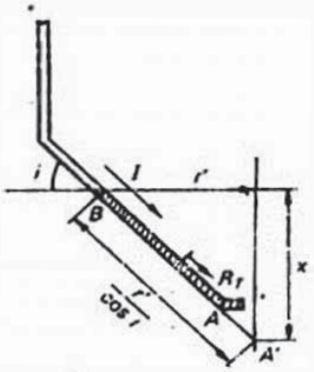


FIG. 2.154.

De donde:

$$I = I' + \frac{R_T r'}{2 \cos i},$$

es el esfuerzo a equilibrar por metro periférico. De donde:

$$A = I/\bar{\sigma}_a.$$

Al nivel superior de la tolva I es máximo. Y la componente vertical de I será igual al peso vertical total que actúa sobre la tolva (hay que hacer está verificación). Su componente horizontal introduce un esfuerzo centrípeto dentro del collarin superior donde se debe tener en cuenta, como ya lo hemos viato, el cálculo de la parte baja de las paredes verticales de las células.

El cálculo de la tolva troncocónica tal como lo tenemos (es el método clásico), se puede admitir como que él refleja la verdad dentro de todo el conjunto, y en efecto es insuficiente dentro de la parte alta, en las vecindades del cinturón. Puesto que introduce, en efecto, de hecho un efecto de rígidez en el sistema: tolva, cinturón, pared vertical, una flexión radial que disminuye el efecto de tracción tangencial circular. El funcionamiento es idéntico a lo que pasa en la unión; fondo/pared del reservorio, mientras que como lo hemos visto anteriormente, se puede aplicar en el caso de silos, un método de cálculo idéntico. Aunque no es muy útil. Se puede operar más simplemente; será suficiente calcular todos los collarines (Fig. 2.153) a partir de la base como ya se ha hecho salvo el último que será considerado como empotrado sobre la cintura bajo la influencia de la carga normal N y tenaionado bajo la influencia de Q (Fig. 2.151).

b) Tolva disimetrica (Fig. 2.155)

Los mismos principios de cálculo son aplicados para la determinación de los esfuerzos R_T y R_H. Pero estos varían con la generatriz considera-

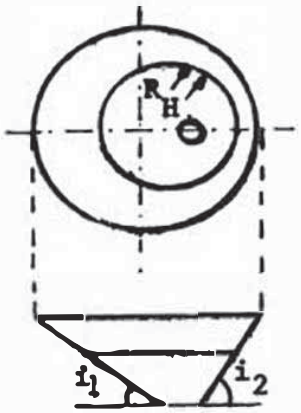


Fig. 2.155

da puesto que el ángulo de aquella varía de i_1 a i_2. Se deduce que los meridianos serán variables sobre el contorno y que los zunchos horizontales son circulos cargados de fuerzas horizontales R_H normales al contorno pero desigualmente repartidas sobre la célula. Por esto resulta que los esfuerzos normales de tracción dentro de los zunchos así como los momentos de flexión son muy importantes. Estas aclaraciones serán bien entendidas para las cinturas superior e inferior.

3.22 Calculo de la Tolva Piramidal sobre un Plano Rectangular.-

A) Orificio centrado.

Tres grupos de métodos diferentes pueden ser utilizados:
admitinedo que el fondo de la célula se comporta como una placa única en el plano ficticio, de dimensiones a y b iguales a aquellas de la célula;
cálculo en marcos horizontales análogos a aquellos de la célula;
cálculo en placas triangulares o trapezoidales asociadas.

1. Placa unica en un plano ficticio.

Se le considera como cargada con una carga uniforme por m^2:

$$p = P/ab.$$

P comprende el peso de la materia almacenada al nivel de la parte superiro de la tolva, el peso de la materia dentro de la tolva, el peso propio de aquellas y las cargas localizadas sobre las tolvas. Se tiene en cuenta el efecto de la placa y del empotramiento parcial sobre las paredes verticales. El funcionamiento que supone tal método de cálculo no es muy efectivo, seguramente. Pero las tolvas calculadas siguiendo este procedimiento se han comportado muy bien, los métodos siguientes son preferibles.

2. Cálculo en marcos horizontales.

El método consiste en calcular sobre aquellos marcos de células de una parte, y de otra tolvas troncocónicas. Se parte de las cargas R_H y R_T (Fig. 2.151), que se pueden repartir sobre marcos superpuestos (Fig. 2.153) y se calcula exactamente como para los marcos de paredes verticales de células, el enfierrado se deduce sin dificultad.

3. Cálculo como placas elementales asociadas.

Consideraremos la tolva rectangular (Fig. 2.156). Se le puede considerar como constituida de cuatro placas trapezoidales inclinadas y cargadas (Fig. 2.129):
De la carga tangencial Q remontada en tracción dentro de la placa hasta la cintura superior.

— De la carga normal N que flexiona a la placa.
Cada placa apoya sobre su contorno:
— vigas de perimetro ABCD;
— el contorno EFGH del orificio de salida;
— aristas inclinadas AE, BF, CG y DA.

El cálculo de la tolva comprende primeramente a la placa y seguidsmente al perímetro.

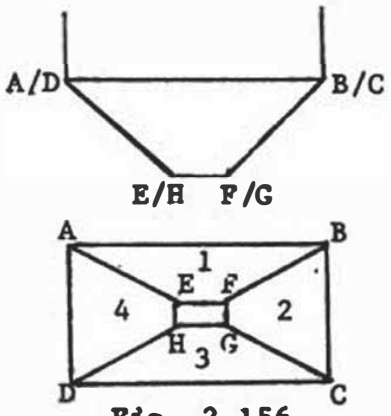


Fig. 2.156

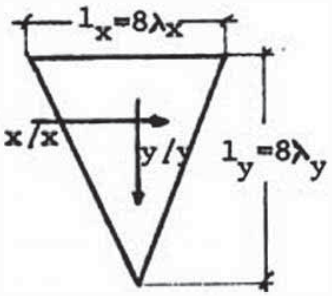


Fig. 2.157

a) Placa

Geométricamente, las placas son trapezoidales, se puede pues calcularlas como tales; ellas son también muy próximas al triangulo; (a este se asimilan); es posible también concebir placas circulares equivalentes. Siendo posible admitir las placas como perfectamente empotradas sobre su contorno: esto es verdaderamente riguroso para las aristas inclinadas y es aproximado para los apoyos horizontales. Se puede admitir como uniformemente repartidas la carga actuante N. Se tendrá, según el contorno admisible en el cálculo, los momentos de flexión como se indica a continuación:

— Placa triangular (Fig. 2.157).

Según Arcady Grekow, Vadim Isnard y Paul Mrozowicz, para el empotramiento perfecto sobre todo el contorno:

$$\text{con:} \quad \lambda_x = l_x/8 \qquad y \qquad \lambda_y = l_y/8$$

$$M_x = \eta_x \cdot p \cdot \lambda_x^2 \ ,$$

$$M_y = \eta_y \cdot p \cdot \lambda_y^2 \ .$$

Los coeficientes η_x y η_y son funciones de λ_x/λ_y. La tabla que viene a continuación nos da los valoresmáximos (positivos y negativos de n_x y n_y según λ_x/λ_y).

TABLA 22

		λ_x/λ_y				
		0,50	0,75	1,00	1,50	2,00
η_x	+	0,979	0,828	0,622	0,383	0,224
η_x	−	2,290	1,600	1,102	0,543	0,288
η_y	+	0,686	0,671	0,587	0,403	0,310
η_y	−	1,342	1,398	1,255	0,922	0,661

La figura 2.158 da las curvas correspondientes de estos coeficientes momentos.

Se puede también hacer un cálculo a la ruptura.

Para un triángulo equilatero empotrado de lado a, se tiene:

$$M = pa^2/144$$

O aún función de la carga total P aplicada al triángulo

$$M = P/62,4$$

O también, en función del radio r del círculo inscrito

$$M = pr^2/12$$

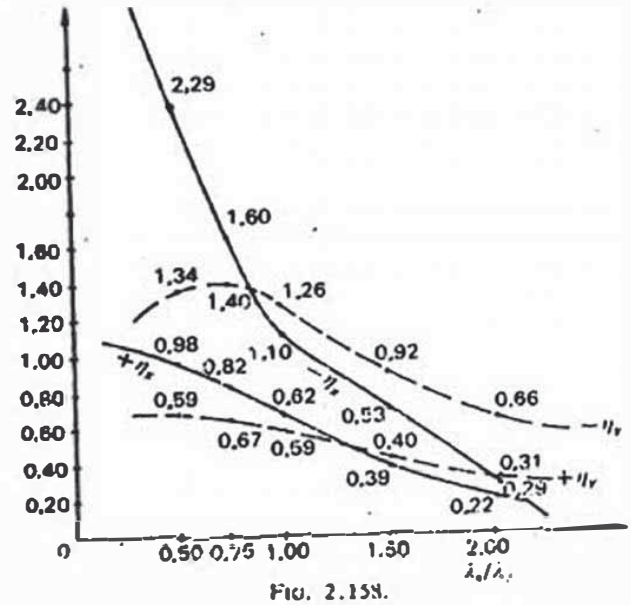


FIG. 2.158.

Esta fórmula es desde ya general y puede ser establecida para un triangulo cualquiera (fig. 2.159). El mecanismo de ruptura nos da 3 triángulos de centro O. Si x es la altura de la perpendicular de O sobre BC = a, el equilibrio el triangulo OBC permita escribir:

$$p\frac{a}{2}.x.\frac{x}{3} = 2am,$$

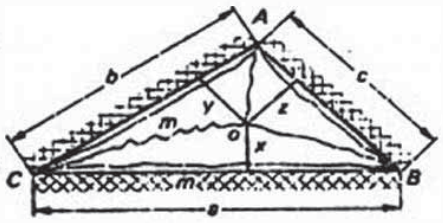


FIG. 2.159.

de donde:

$$m = \frac{px^2}{12}.$$

Lo mismo para los otros triángulos:

$$m = py^2/12 \quad \text{y} \quad m = pz^2/12.$$

de donde: $x = y = z = r.$

Tabla 22. Placa Circular con carga uniforme

Momento radial: $M_r = \xi.p_o.r^2.$

Momento tangencial: $M_t = \eta.p_o.r^2.$

Flecha: $f = \frac{\varepsilon.p_o.r^4}{E.I}.$

Momento sobre los apoyos en el caso de empotramiento:

$$M_{st} = -0{,}1250\,p_o.r^2$$

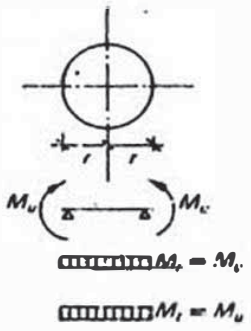
TABLA 23

y/r	ξ	η	ε
0,0	0,187 5	0,187 5	0,078 1
0,1	0,185 6	0,186 9	0,077 2
0,2	0,180 0	0,185 0	0,074 4
0,3	0,170 6	0,181 9	0,069 8
0,4	0,157 5	0,177 5	0,063 6
0,5	0,140 6	0,171 9	0,055 7
0,6	0,120 0	0,165 0	0,046 4
0,7	0,095 6	0,156 9	0,035 9
0,8	0,067 5	0,147 5	0,024 6
0,9	0,035 6	0,136 9	0,012 4
1,0	0,000 0	0,125 0	0,000 0

Placa circular cargada sobre el borde por un momento perimétrico de eje tangencial M_u –

Flecha: $$f = \varepsilon \frac{M_u \cdot r^2}{E \cdot J}.$$

Angulo de rotación sobre el apoyo: $$\varphi = \frac{M_u \cdot r}{E \cdot J}.$$



y/r	ε	y/r	ε
0,0	0,500	0,5	0,175
0,1	0,495	0,6	0,320
0,2	0,480	0,7	0,255
0,3	0,455	0,8	0,180
0,4	0,420	0,9	0,095
		1,0	0,000

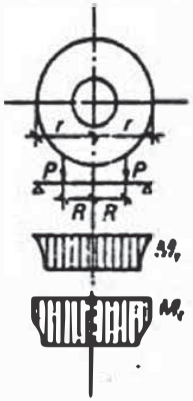
TABLA 24

Placa de forma anular cargada de un momento periférico a lo largo del perímetro exterior de la placa

Momento radial: $M_r = \zeta . M_0$.

Momento tangencial: $M_t = \eta . M_0$.

Flecha: $f = \varepsilon \frac{M_0 . r^2}{E . J}$.



Coeficiente	y/r	Relación del radio del agujero al radio de la placa (R/r)										
		0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
ξ	0	1,000 0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,1	1,000 0	0	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,2	1,000 0	0,757 6	0	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,3	1,000 0	0,897 9	0,578 7	0	—	—	—	—	—	—	—
	0,4	1,000 0	0,947 0	0,781 2	0,480 6	0	—	—	—	—	—	—
	0,5	1,000 0	0,969 7	0,875 0	0,703 3	0,428 6	0	—	—	—	—	—
	0,6	1,000 0	0,982 0	0,925 9	0,824 2	0,661 4	0,407 4	0	—	—	—	—
	0,7	1,000 0	0,989 5	0,956 6	0,897 1	0,801 7	0,653 1	0,414 5	0	—	—	—
	0,8	1,000 0	0,994 3	0,976 6	0,944 4	0,892 9	0,812 5	0,683 6	0,459 6	0	—	—
	0,9	1,000 0	0,997 6	0,990 2	0,976 8	0,955 3	0,921 8	0,868 1	0,774 6	0,583 0	0	—
	1,0	1,000 0	1,000 0	1,000 0	1,000 0	1,000 0	1,000 0	1,000 0	1,000 0	1,000 0	1,000 0	1,000 0

TABLA 24 (Continuación)

Coeficiente	y/r	Relación del radio del agujero al radio de la placa (R/r)										
		0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
η	0	1,000 0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,1	1,000 0	2,020 2	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,2	1,000 0	1,262 6	2,083 3	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,3	1,000 0	1,122 3	1,504 6	2,197 8	—	—	—	—	—	—	—
	0,4	1,000 0	1,073 2	1,302 1	1,717 0	2,381 0	—	—	—	—	—	—
	0,5	1,000 0	1,050 5	1,208 3	1,494 5	1,952 4	2,666 7	—	—	—	—	—
	0,6	1,000 0	1,038 2	1,157 4	1,373 6	1,719 6	2,259 3	3,125 0	—	—	—	—
	0,7	1,000 0	1,030 7	1,126 7	1,300 7	1,579 2	2,013 6	2,710 4	3,921 6	—	—	—
	0,8	1,000 0	1,025 9	1,106 8	1,253 4	1,488 1	1,854 2	2,441 4	3,462 0	5,555 6	—	—
	0,9	1,000 0	1,022 6	1,093 1	1,221 0	1,425 6	1,744 8	2,256 9	3,146 9	4,972 6	10,526 4	—
	1,0	1,000 0	1,020 2	1,083 3	1,197 8	1,381 0	1,666 7	2,125 0	2,921 6	4,555 6	9,526 4	—
ε	0	0,500 0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,1	0,495 0	0,523 3	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,2	0,480 0	0,491 0	0,556 6	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,3	0,455 0	0,471 8	0,524 1	0,619 1	—	—	—	—	—	—	—
	0,4	0,420 0	0,433 5	0,475 7	0,552 2	0,674 6	—	—	—	—	—	—
	0,5	0,375 0	0,305 8	0,419 5	0,480 6	0,578 4	0,731 0	—	—	—	—	—
	0,6	0,320 0	0,328 4	0,354 6	0,402 2	0,478 2	0,596 9	0,783 3	—	—	—	—
	0,7	0,255 0	0,261 2	0,280 5	0,315 5	0,371 5	0,458 9	0,596 0	0,842 7	—	—	—
	0,8	0,180 0	0,184 1	0,196 8	0,219 9	0,256 8	0,314 4	0,404 7	0,567 3	0,896 7	—	—
	0,9	0,095 0	0,097 0	0,103 3	0,114 8	0,133 2	0,161 8	0,206 6	0,287 5	0,451 2	0,949 2	—
	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	—

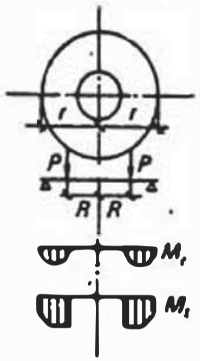
TABLA 25

Placa de forma anular cargada de un momento periférico M sobre el contorno del agujero

Momento radial: $M_r = \zeta . M_o$.

Momento tangencial: $M_t = -\eta . M_o$.

Flecha: $f = c \frac{M_o . r^2}{E . J}$.



Coeficiente	y/r	Relación del radio del agujero al radio de la placa										
		0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
ζ	0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,1	0	1,000	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,2	0	0,242 4	1,000 0	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,3	0	0,102 1	0,421 3	1,000 0	—	—	—	—	—	—	—
	0,4	0	0,053 0	0,218 7	0,519 2	1,000 0	—	—	—	—	—	—
	0,5	0	0,030 3	0,125 0	0,296 7	0,571 4	1,000 0	—	—	—	—	—
	0,6	0	0,018 0	0,074 1	0,175 8	0,338 6	0,592 6	1,000 0	—	—	—	—
	0,7	0	0,010 5	0,043 4	0,102 9	0,198 3	0,346 8	0,585 5	1,000 0	—	—	—
	0,8	0	0,005 7	0,023 4	0,055 6	0,107 1	0,187 5	0,316 4	0,540 4	1,000 0	—	—
	0,9	0	0,002 4	0,009 8	0,023 2	0,044 7	0,078 2	0,131 9	0,225 4	0,527 8	1,000 0	—
	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TABLA 25 (Continuación)

Coeficiente	y/r	Relación del radio del agujero al radio de la placa										
		0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
ζ	0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,1	0	1,020 2	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,2	0	0,262 6	1,083	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,3	0	1,223	0,504 6	1,197 8	—	—	—	—	—	—	—
	0,4	0	0,673 2	0,302 1	0,717 0	1,381 0	—	—	—	—	—	—
	0,5	0	0,050 5	0,208 3	0,494 5	0,952 4	1,666 7	—	—	—	—	—
	0,6	0	0,038 2	0,157 4	0,373 6	0,719 6	1,259 3	2,125 0	—	—	—	—
	0,7	0	0,030 7	0,126 7	0,300 7	0,579 2	1,013 6	1,710 5	2,921 6	—	—	—
	0,8	0	0,025 9	0,106 8	0,253 4	0,488 1	0,854 2	1,441 4	2,462 0	4,555 4	—	—
	0,9	0	0,022 6	0,093 1	0,221 0	0,425 6	0,744 9	1,256 9	2,146 9	3,972 4	9,526 2	—
	1,0	0	0,020 2	0,083 3	0,197 8	0,381 0	0,666 7	1,125 0	1,921 6	3,555 4	8,526 2	—
ε	0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,1	0	0,028 3	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,2	0	0,021 1	0,087 1	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,3	0	0,016 8	0,069 1	0,164 1	—	—	—	—	—	—	—
	0,4	0	0,013 5	0,055 7	0,132 2	0,254 5	—	—	—	—	—	—
	0,5	0	0,010 8	0,044 6	0,105 6	0,203 5	0,356 0	—	—	—	—	—
	0,6	0	0,008 4	0,034 6	0,082 2	0,158 3	0,276 9	0,467 3	—	—	—	—
	0,7	0	0,006 2	0,025 5	0,060 5	0,116 5	0,203 9	0,244 1	0,587 7	—	—	—
	0,8	0	0,004 1	0,016 8	0,039 9	0,076 8	0,134 4	0,226 8	0,387 3	0,716 7	—	—
	0,9	0	0,002 0	0,008 3	0,019 8	0,038 2	0,066 8	0,112 7	0,192 5	0,356 2	0,854 2	—
	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

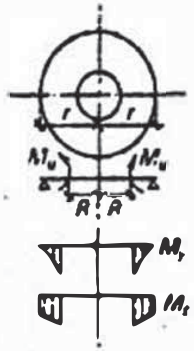
TABLA 26

Placa anular con carga circular

Momento radial: $M_r = \xi . P . R .$

Momento tangencial: $M_t = \eta . P . R .$

Flecha: $f = \varepsilon \frac{P . r^2 . R}{E . J} .$



Momento en el apoyo en el caso de empotramiento:

$$M_{r_1} = - \psi . P . R .$$

Coeficiente	y/r	Relación del radio del agujero al de la placa (R/r)										
		0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
ξ	0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,1	1,151 3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,2	0,804 7	0	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,3	0,602 0	0,484 4	0,263 9	0	—	—	—	—	—	—	—
	0,4	0,458 1	0,397 1	0,282 1	0,145 6	0	—	—	—	—	—	—
	0,5	0,346 6	0,311 7	0,246 0	0,168 0	0,084 8	0	—	—	—	—	—
	0,6	0,255 4	0,234 7	0,195 8	0,149 5	0,100 3	0,050 0	0	—	—	—	—
	0,7	0,178 3	0,166 2	0,143 4	0,116 4	0,087 5	0,058 1	0,028 8	0	—	—	—
	0,8	0,111 6	0,105 0	0,092 7	0,078 1	0,062 5	0,046 6	0,030 8	0,015 2	0	—	—
	0,9	0,052 7	0,050 0	0,044 8	0,038 7	0,032 2	0,025 6	0,019 0	0,012 5	0,006 1	0	—
	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TABLA 26 (Continuación)

Coeficiente	r/r	Relación del radio del agujero al de la placa (R/r)										
		0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
η	0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,1	1,651 3	2,825 9	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,2	1,304 7	1,607 1	2,176 5	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,3	1,102 0	1,242 8	1,508 1	1,823 0	—	—	—	—	—	—	—
	0,4	0,958 1	1,042 5	1,201 2	1,389 8	1,590 8	—	—	—	—	—	—
	0,5	0,846 6	0,904 7	1,014 2	1,144 2	1,282 9	1,424 2	—	—	—	—	—
	0,6	0,755 4	0,799 3	0,882 1	0,980 3	1,085 1	1,191 8	1,298 2	—	—	—	—
	0,7	0,678 3	0,713 7	0,780 3	0,859 4	0,943 7	1,029 6	1,115 2	1,199 3	—	—	—
	0,8	0,611 6	0,641 4	0,697 5	0,764 1	0,835 2	0,907 6	0,979 7	1,050 6	1,119 9	—	—
	0,9	0,552 8	0,578 7	0,627 6	0,685 7	0,747 7	0,810 8	0,873 7	0,935 5	0,995 9	1,054 6	—
	1,0	0,500 0	0,523 3	0,567 1	0,619 1	0,674 5	0,731 0	0,787 3	0,842 7	0,896 7	0,949 2	1,000 0
ε	0	0,375 0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,1	0,365 5	0,398 0	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,2	0,343 9	0,368 2	0,413 0	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,3	0,321 2	0,333 4	0,369 8	0,412 9	—	—	—	—	—	—	—
	0,4	0,278 3	0,293 9	0,323 1	0,357 9	0,395 0	—	—	—	—	—	—
	0,5	0,237 9	0,250 3	0,273 7	0,301 5	0,331 1	0,361 3	—	—	—	—	—
	0,6	0,194 0	0,203 7	0,221 9	0,243 5	0,266 5	0,290 0	0,313 4	—	—	—	—
	0,7	0,147 6	0,154 7	0,168 1	0,184 0	0,200 9	0,218 3	0,235 4	0,252 4	—	—	—
	0,8	0,099 3	0,104 0	0,112 8	0,123 3	0,134 5	0,145 9	0,157 2	0,168 4	0,179 3	—	—
	0,9	0,049 9	0,052 2	0,056 6	0,061 8	0,067 4	0,073 1	0,078 7	0,084 2	0,089 7	0,094 9	—
	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ε	0	0,500 0	0,523 3	0,567 1	0,619 1	0,674 5	0,731 0	0,787 3	0,842 7	0,896 7	0,949 2	1,000 0

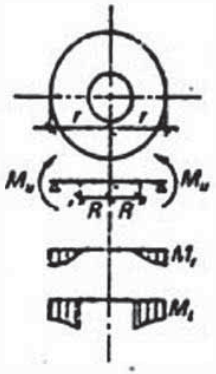
TABLA 27

Placa Circular con carga anular

Momento radial: $M_r = \xi . P . R$.

Momento tangencial: $M_t = \eta . P . R$.

Flecha: $f = \epsilon \frac{P . r^2 . R}{E . J}$.



Momento en los apoyos para el empotramiento:

$$M_{st} = - u . P . R .$$

Coeficiente	y/r	Relación del radio de la carga al de la placa										
		0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
	0	--	1,398 8	1,044 7	0,829 5	0,668 1	0,534 1	0,415 4	0,305 8	0,201 6	0,130 2	0
	0,1	1,151 3	1,398 8	1,044 7	0,829 5	0,668 1	0,534 1	0,415 4	0,305 8	0,201 6	0,100 2	0
	0,2	0,804 7	0,864 7	1,044 7	0,829 5	0,668 1	0,534 1	0,415 4	0,305 8	0,201 6	0,100 2	0
	0,3	0,602 0	0,627 2	0,703 0	0,829 5	0,668 1	0,534 1	0,514 4	0,305 8	0,201 6	0,100 2	0
	0,4	0,458 1	0,471 3	0,510 6	0,576 3	0,668 1	0,534 1	0,415 4	0,305 8	0,201 6	0,100 2	0
	0,5	0,346 6	0,354 1	0,376 6	0,414 1	0,466 6	0,534 1	0,415 4	0,305 8	0,201 6	0,100 2	0
	0,6	0,255 4	0,259 9	0,273 2	0,295 4	0,326 5	0,366 5	0,415 4	0,305 8	0,201 6	0,100 2	0
	0,7	0,178 3	0,186 9	0,188 7	0,201 8	0,220 0	0,243 4	0,272 0	0,305 8	0,201 6	0,100 2	0
	0,8	0,111 6	0,113 0	0,117 2	0,124 2	0,134 1	0,146 7	0,162 2	0,180 5	0,201 6	0,100 2	0
	0,9	0,052 7	0,053 5	0,055 0	0,058 0	0,062 1	0,067 3	0,073 8	0,081 4	0,090 2	0,100 2	0
	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TABLA 27 (Continuación)

Coeficiente	r/a	Relación del radio de la carga al de la placa										
		0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
η	0	—	1,398 8	1,044 7	0,829 5	0,668 1	0,534 1	0,415 4	0,305 8	0,201 6	0,100 2	0
	0,1	1,651 3	0,398 8	1,044 7	0,829 5	0,668 1	0,534 1	0,415 4	0,305 8	0,201 6	0,100 2	0
	0,2	1,304 7	1,239 7	1,044 7	0,829 5	0,668 1	0,534 1	0,415 4	0,305 8	0,201 6	0,100 2	0
	0,3	1,102 0	1,071 7	0,981 0	0,829 5	0,668 1	0,534 1	0,415 4	0,305 8	0,201 6	0,100 2	0
	0,4	0,958 1	0,940 0	0,885 6	0,795 0	0,668 1	0,534 1	0,415 4	0,305 8	0,201 6	0,100 2	0
	0,5	0,846 6	0,834 1	0,796 6	0,734 1	0,646 6	0,534 1	0,415 4	0,305 8	0,201 6	0,100 2	0
	0,6	0,755 4	0,746 0	0,717 6	0,670 4	0,604 3	0,519 3	0,415 4	0,305 8	0,201 6	0,100 2	0
	0,7	0,678 3	0,670 7	0,647 9	0,609 9	0,556 7	0,488 3	0,404 7	0,305 8	0,201 6	0,100 2	0
	0,8	0,611 6	0,605 2	0,585 9	0,553 9	0,509 1	0,451 4	0,386 9	0,297 7	0,201 6	0,100 2	0
	0,9	0,552 8	0,547 1	0,559 3	0,502 4	0,462 3	0,413 0	0,351 6	0,278 9	0,195 1	0,100 2	0
	1,0	0,500 0	0,495 0	0,4800	0,455 0	0,420 0	0,375 0	0,320 0	0,255 0	0,180 0	0,095 0	0
ε	0	0,375 0	0,365 5	0,343 9	0,314 2	0,278 3	0,237 9	0,194 0	0,147 6	0,095 3	0,049 9	0
	0,1	0,365 5	0,358 5	0,338 7	0,309 0	0,275 0	0,235 3	0,191 9	0,146 0	0,098 3	0,049 4	0
	0,2	0,343 9	0,338 7	0,323 0	0,297 6	0,265 6	0,227 2	0,185 7	0,141 4	0,095 3	0,047 9	0
	0,3	0,314 2	0,310 0	0,297 6	0,276 8	0,248 3	0,213 9	0,175 3	0,133 8	0,090 2	0,045 4	0
	0,4	0,278 3	0,275 0	0,265 0	0,246 3	0,224 9	0,195 2	0,160 8	0,123 1	0,083 2	0,041 9	0
	0,5	0,237 9	0,235 3	0,227 2	0,213 9	0,195 2	0,171 2	0,142 1	0,109 0	0,074 1	0,037 4	0
	0,6	0,194 0	0,191 9	0,185 7	0,173 5	0,160 8	0,142 1	0,119 2	0,092 5	0,063 0	0,031 9	0
	0,7	0,147 6	0,146 0	0,141 4	0,133 8	0,123 1	0,109 3	0,092 5	0,072 6	0,049 9	0,025 4	0
	0,8	0,099 3	0,098 3	0,095 3	0,090 2	0,083 2	0,074 1	0,063 0	0,049 9	0,034 8	0,017 8	0
	0,9	0,049 9	0,049 4	0,047 9	0,045 4	0,041 9	0,037 4	0,031 9	0,025 4	0,017 8	0,009 8	0
	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ν	0	0,500 0	0,495 0	0,480 0	0,455 0	0,420 0	0,375 0	0,320 0	0,255 0	0,180 0	0,095 0	0

— Placa trapezoidal (Fig. 2.160)

En el caso en el cual: $a_1/a_2 \leq 0{,}25$ es suficiente calcularlo como si se tratase de una placa triangular OAB.

En el caso contrario, se prefiere el cálculo como si fuese una placa rectangular de dimensiones:

$$a_c = \frac{2}{3}(2a_1 + a_2) \cdot \frac{a_2}{a_1 + a_2}$$

y

$$h_c = h - \frac{a_2(a_2 - a_1)}{6(a_1 + a_2)}$$

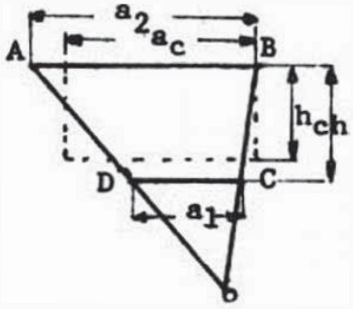


Fig. 2.160

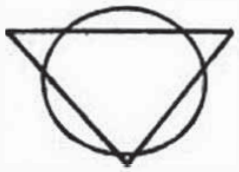


Fig. 2.161

Se puede así mismo calcular según Magnel y tomar:

$$a_c = \frac{2}{3}(a_1 + a_2)$$

y

$$h_c = \frac{2}{3} h$$

— Placa circular.

Ciertos autores han considerado el cálculo de la placa triangular como una placa circular de la misma superficie (Fig. 2.161).

Este método, era admisible en una época en que se ignoraba el cálculo de una placa triangular, actualmente debe ser abandonado.

b) Contorno de los apoyos de las placas.

Las cargas introducidas sobre los apoyos de las tolvas son variables sobre el contorno. Se admite, para el cálculo, que aquellas importantes son las superficies delimitadas por los trazos, figura 2.162: Las tres superficies achuradas nos muestran las aristas que nos interesan: AE, EF y EH. Es fácil de calcular para cada una de estas tres aristas, la carga variable admitida por metro lineal. Se obtiene también en cada punto, una carga N normal a la arista y que la flexiona: estudiaremos la arista AE.

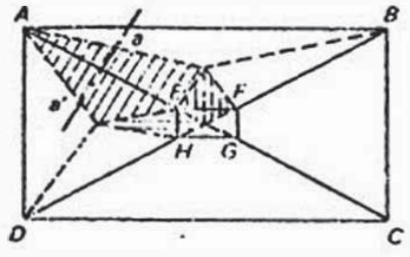


Fig. 2.162.

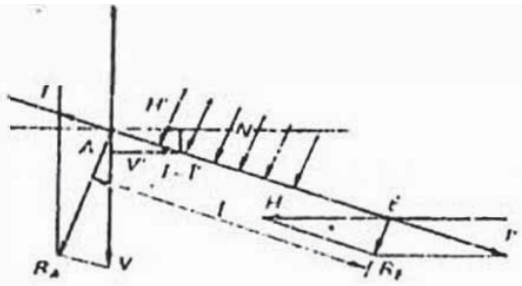


Fig. 2.163.

La figura 2.163 representa un plano vertical pasando por esa arista; aquella es una viga de longitud l cargada con el conjunto de cargas N, Sea Mo el momento máximo que solicitará a esta viga admitiendose que los apoyos A y E son simples. En efecto, a continuación tenemos;

- En los apoyos: $M_A = M_E = 0.35$ Mo
- En el tramo: $M_T = 0.80$ Mo

Cual será la sección de esta viga de luz l? Un corte normal a AE da el croquis de la figura 2.164. Geometricamente, se puede pensar que tiene una altura h. Pero fisicamente, se debe considerar mas bien como una viga de altura h' > h.

Bien entendido h' es desconocida, se puede apreciar considerando la traza a' de la figura 2.162 que puede dar, acaso, un límite superior.

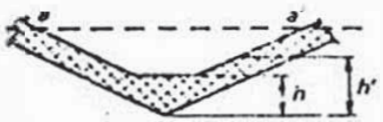


Fig. 2.164.

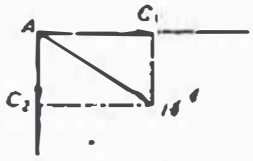


Fig. 2.165.

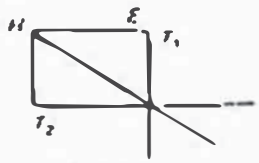


Fig. 2.166.

Sea R_A y R_E las dos reacciones en el apoyo de la arista AE. Se le debe equilibrar R_A en la cual y según la pared vertical equilibrada por aquella o directamente por el poste de apoyo Rg que introduce un esfuerzo horizontal H y un esfuerzo inclinado I', La arista AE es solicitada por el esfuerzo I'-I que se remonta en A, El esfuerzo I-I' da un esfuerzo vertical y' que se suma a V y un esfuerzo horizontal centrípeto H' equilibrado en el marco central (fig. 2.166) por dos compresiones: C_1 y C_2. Lo mismo en E (fig, 2,163) el esfuerzo centrífugo H se equilibra dentro del marco de la tolva (fig, 2,166) por dos tracciones T_1 y T_2.

3,21 Ejemplo de Calculo.-

Nos remitimos a la tolva (fig, 2,144) sometida a los esfuerzos cuya intensidad ya se ha determinado.

Vamos a calcular admitiendo los esfuerzos constantes relativamente elevados:

$$q_y = 7\,300 \text{ daN/m}^2 .$$

y:

$$p_y = 2\,300 \text{ daN/m}^2$$

De donde por unidad de superficie de pared:

$$q'_y = 7\,300 \cos i \qquad y \qquad p'_y = 2\,300 \sin i$$

- Para $i = 45°$. $\sin 45 = \cos 45° = 0{,}707$

$$q'_y = 7\,300 \times 0{,}707 = 5\,150 \text{ daN/m}^2 .$$

y:

$$p'_y = 2\,300 \times 0{,}707 = 1\,625 \text{ daN/m}^2 .$$

$$R_y = \sqrt{5\,150^2 + 1\,625^2} = 5\,390 \text{ daN/m}^2 .$$

- Para $i = 52°50$. $\sin 52°50 = 0{,}790$.

$\cos 52°50 = 0{,}605$:

$$q'_y = 7\,300 \times 0{,}605 = 4\,400 \text{ daN/m}^2 ;$$

y:

$$p'_y = 2\,300 \times 0{,}790 = 1\,820 \text{ daN/m}^2 .$$

$$R_y = \sqrt{4\,400^2 + 1\,820^2} = 4\,780 \text{ daN/m}^2 .$$

1. Cálculo de Marcos horizontales.

Descomponemos R_y según la horizontal y según la pared misma (fig. 2.167) Tenemos, para $i = 45°$:

$$R_H = 6\,750 \text{ daN/m}^2 \qquad y \qquad R_T = 7\,300 \text{ daN/m}^2$$

y para $i = 52°50$ (Fig. 2.168) :

$$R_H = 5\,200 \text{ daN/m}^2 \qquad y \qquad R_T = 5\,600 \text{ daN/m}^2 .$$

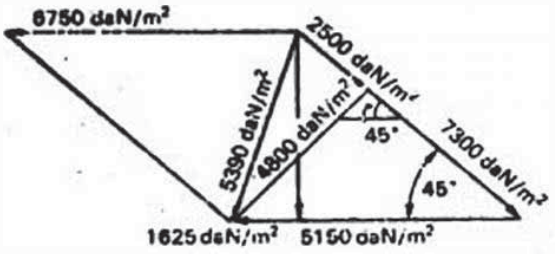


Fig. 2.167.

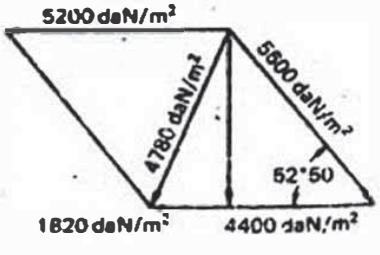


Fig. 2.168.

Considerando los 3 marcos inclinados superpuestos de la figura 2,169; el marco (1) será calculado como empotrado sobre la cintura del ángulo y la pared superior vertical, los marcos (2) y (3) serán admitidos como independientes.

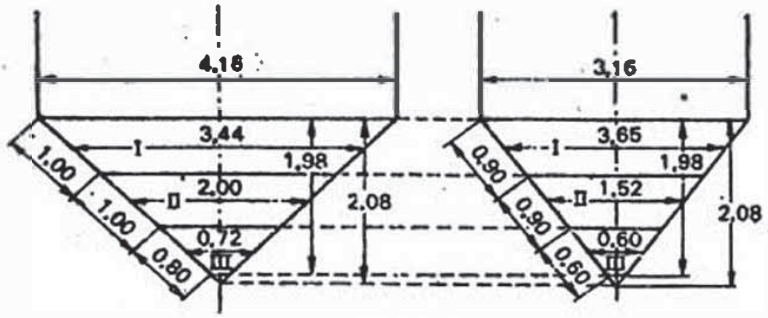
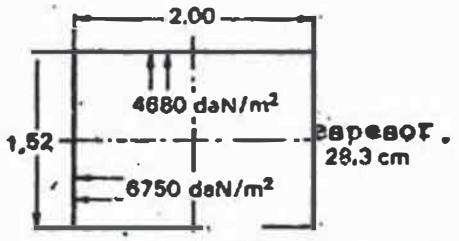


FIG. 2.169.



.,espesor 25,3 cm.

FIG. 2.170.

Marco (II) Dimensiones: 2.00m. x 1,52m. (Fig. 2,170).

- Presiones normales:

En las caras grandes (sentido de 2.00m.): 5,200 x 0.9m = 4,680 daN/m^2

En las caras pequeñas (sentido de 1.52m.): 6,750 x 1.00m = 6,750 daN/m^2

Admitimos el mismo espesor o sea 20 cm. Los espesores horizontales de cálculo serán:

- Para las grandes caras inclinadas a 52°5 = 25.3 cm.
- Para las pequeñas caras inclinadas a 45° = 28.3 cm.

$$k = \frac{I_b}{I_a} \cdot \frac{a}{b} = \frac{\overline{25,3^2}}{\overline{28,3^3}} \cdot \frac{1,52}{2,00} = 0,54.$$

Momento en la esquina:

$$M = \frac{0.54 \times \overline{1.52^2} \times 6.750 + \overline{2.00^2} \times 4\,680}{12(0.54 + 1.00)} = 1,360 \text{ daN/m}.$$

Momento al medio de las grandes caras:

$$M = \frac{4,680 \times \overline{2.00}^2}{8} - 1,360 = 630 \text{ mdaN}$$

Momento al medio de las pequeñas caras:

$$M = \frac{6,750 \times \overline{1.52}^2}{8} - 1,360 = 630 \text{ mdaN}$$

— Enfierrado de las esquinas

M = 1,360 mdaN, b = 90 cm. h_t = 25.3 cm, h = 22 cm;

$$y = 22 \times \frac{15 \times 162}{15 \times 162 + 2,670} = 10.5 \text{ cm};$$

$$z = 22 - \frac{10.5}{3} = 18.5 \text{ cm};$$

$$F = \frac{1,360}{0.185} = 7,350 \text{ daN};$$

$$A = \frac{7,350}{2,670} = 2.75 \text{ cm}^2, \quad \text{serán 6 T 8};$$

$$\sigma_b' = \frac{2 \times 7,350}{90 \times 10.5} = 15.5 \text{ bars}.$$

— Grandes caras: M = 980 mdaN: $A = 2.75 \times \frac{980}{1,360} = 1.98 \text{ cm}^2$.

— Pequeñas caras: M = 630 mdaN: $A = 27.5 \times \frac{630}{1,360} = 1.27 \text{ cm}^2$.

Se debe de equilibrar también los esfuerzos cortantes.

— Grandes caras: $T = 6,750 \times \frac{1.52}{2} = 5,210$ daN;

$$A = \frac{5,120}{2,670} = 1.92 \text{ cm}^2.$$

— Pequeñas caras: $T = 4,680 \times \frac{2.00}{2} = 4,680$ daN;

$$A = \frac{4,680}{2,670} = 1.76 \text{ cm}^2.$$

En total, tendremos:

— Grandes caras: A = 1.98 + 1.92 = 3.90 cm^2, serán 8 T 8.
— Pequeñas caras: A = 1.27 + 1.76 = 3.03 cm^2, serán 6 T 8.

Marco (II).

Es fácil tener en cuenta que un enfierrado mínimo: 5 T 6 p.m. será suficiente. Mas convendrá reforzar la parte baja del orificio con 4 T 12 en el perímetro y con 5 T 6 p.m. en marcos transversales.

Marco (I).

Lo consideraremos como flexionado en cartela. Sea el esfuerzo máximo N perpendicular a la pared, con un valor de 4,800 daN/m^2 (Fig. 2.167).

$$M = \frac{4,800 \times \overline{1.00}^2}{2} = 2,400 \text{ mdaN},$$

$$A = 2.75 \times \frac{2,400}{1,360} = 4.85 \text{ cm}^2,$$

serán 5 T 12 p.m. siguiendo la pendiente.

Horizontalmente, nosotros continuaremos con los aceros del marco (II).

Nos queda determinar los aceros que equilibran las tracciones siguiendo las pendientes.

Según las pequeñas caras: R_T = 7,300 daN/m^2,

Para la cara completa, de superficie:

$$S = 3.16 \times \frac{2.38}{2} = 3.28 \text{ m}^2,$$

$$T = 7,300 \times 3.28 = 23,900 \text{ daN},$$

$$A = \frac{23,900}{2,670} = 8.95 \text{ cm}^2.$$

Sea, sobre los 3.16 m. de la longitud máxima de la cara:

18 T 8 = 9 cm^2.

Espaciamiento: 316/17 ≈ 18.5 cm.

Estas armaduras serán radiales y reducidas a 9 T 8 a partir del nivel que corresponde a la mitad del marco (II) hasta el orificio de salida.

2. Cálculo de las losas elementales.

Calculemos el triangulo de la cara grande (Fig. 2.171):

N = 4,800 daN/m^2 (Fig. 2.145). T = 2,500 daN/m^2

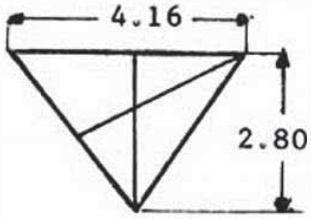


Fig. 2.17i

a) Cálculo elástico:

$$\lambda_x/\lambda_y = \frac{4.16}{2.80} = 1.485,$$

$$\lambda_x = \frac{4.16}{8} = 0.52,$$

$$\lambda_y = \frac{2.80}{8} = 0.35,$$

$$M_x = \eta_x p \lambda_x^2 \qquad \text{y} \qquad M_y = \eta_y p \lambda_y^2$$

Las curvas (Fig. 2.158) Dan:

$$-\eta_x = 0.78,$$

$$+\eta_x = 0.38,$$

$$-\eta_y = 0.92,$$

$$+\eta_y = 0.43,$$

De donde según x:

$$-M_x = -0.78 \times 4{,}800 \times \overline{0.52}^2 = -1{,}000 \text{ mdaN},$$

$$+M_x = 0.38 \times 4{,}800 \times \overline{0.52}^2 = 494 \text{ mdaN}.$$

según y:

$$-M_y = 0.92 \times 4{,}800 \times \overline{0.35}^2 = -547 \text{ mdaN},$$

$$+M_y = 0.43 \times 4{,}800 \times \overline{0.35}^2 = 266 \text{ mdaN}.$$

Con M = - 1,000 mdaN, h_t = 20 cm, h = 17 cm:

$$y = 17 \times \frac{15 \times 162}{15 \times 162 + 2{,}670} = 7.8 \text{ cm},$$

$$z = 17 - \frac{78}{3} = 14.4 \text{ cm}.$$

$$F = \frac{1,000}{0.144} = 6,950 \text{ daN},$$

$$A = \frac{6,950}{2,670} = 2.6 \text{ cm}^2.$$

Sean 6 T 8 p.m. horizontalmente sobre los apoyos inclinados.
Con M = + 474 mdaN 5 T 6 p.m. dispuestos horizontalmente en el tramo.
Con M = - 547 mdaN 7 T 6 p.m. inclinados, entre los apoyos.
Con M = + 266 mdaN una sección: 1.2 cm^2 será suficiente. Pero es preciso también equilibrar el esfuerzo inclinado de 2,500 daN/m^2, sea:

$$T_T = 2,500 \times \frac{4.16 \times 2.80}{2} = 14,600 \text{ daN},$$

que necesita:

$$A_1 = \frac{14,600}{2,670} = 5.46 \text{ cm}^2.$$

En total:

$$A_2 = 1.2 + 5.46 = 6.66 \text{ cm}^2.$$

serán 23 T 6 a repartir sobre 4.26 m. de longitud, inclinados y radiales, donde el acartelamiento es: e = 416/22 = 19 cm.
Un cálculo a la ruptura nos dará, con r = radio del círculo inscrito = 0.98 m:

$$M = \pm \frac{pr^2}{12} = \frac{4,800 \times \overline{0.98}^2}{12} = \pm 383 \text{ mdaN}.$$

El esfuerzo inclinado, de conformidad con la pared, será equilibrado como lo hemos visto dentro del caso del cálculo elástico.
El estudio de las pequeñas caras triángulares se hará como se ha indicado anteriormente.

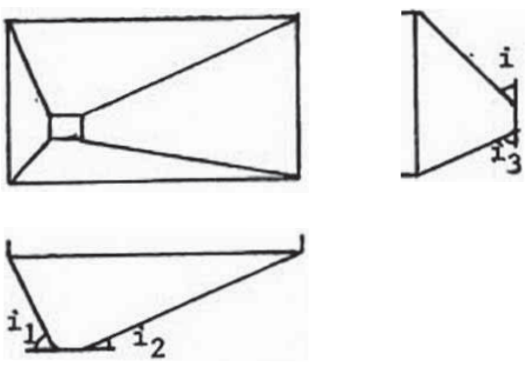


Fig. 2.172

Resta calcular las aristas inclinadas de las losas triangulares, para las cuales no hay dificultad alguna para comentar.

B) Orificio Excéntrico.

La excentricidad del orificio de salida no introduce ningún punto especial de cálculo. Solamente se debe de tener en cuenta, bien entendido, los diferentes ángulos de inclinación de los triángulos asociados (Fig. 2.172).

3.222 Calculo de la Tolva Piramidal sobre un Plano Poligonal.-

Los principios y los métodos de cálculo expuestos anteriormente y que se refieren a la tolva rectangular son enteramente válidos, si la forma del orificio de salida es idéntica al de la célula (Fig. 2.173).

Mas esta similitud en forma, no es de ningún modo obligatoria para el orificio, es suficiente que sea comprendido y de forma cualquiera (cuadrado o circular) en el interior de este pequeño polígono (Fig. 2.174) Ninguna dificultad especial ofrece pues el caso del orificio excéntrico (Fig. 2.175).

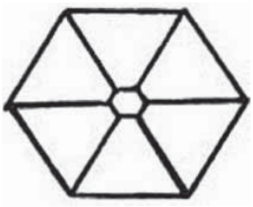


Fig. 2.173

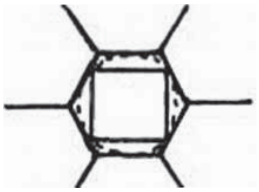


Fig. 2.174

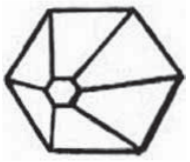
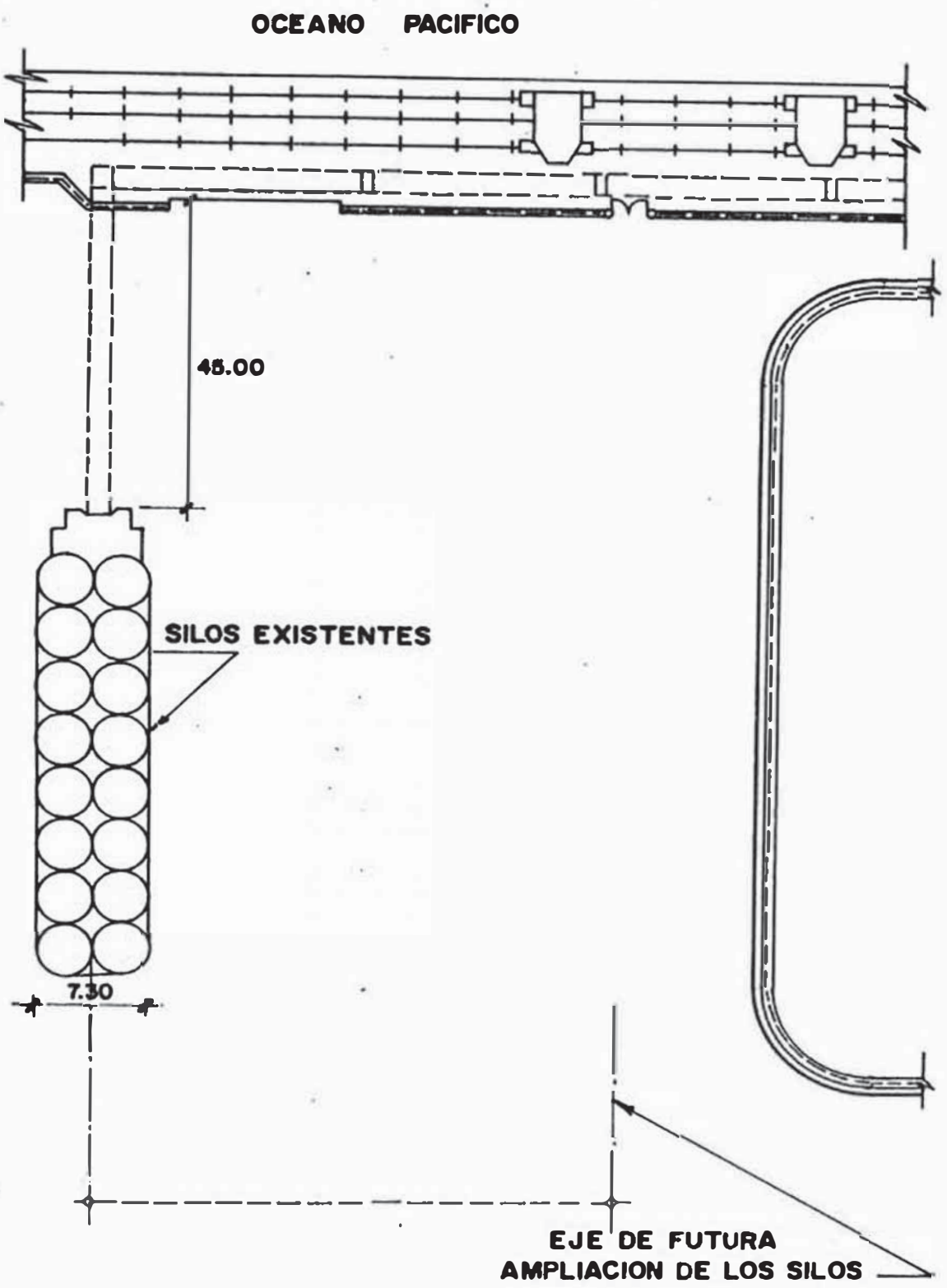


Fig. 2.175

C A P I T U L O IV

ESTUDIO DEL SILO DEL CALLAO

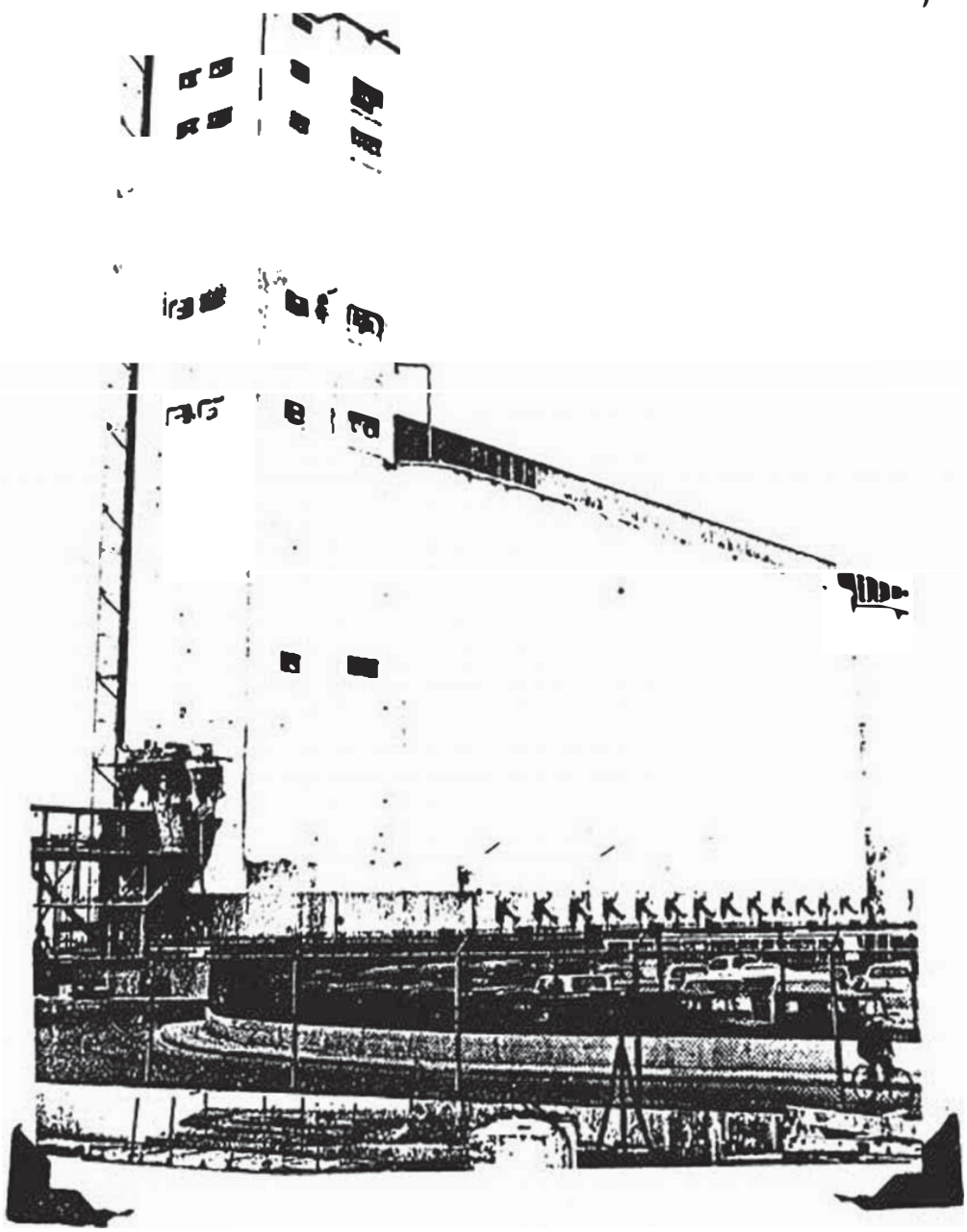
ESTUDIO DE ANTECEDENTES



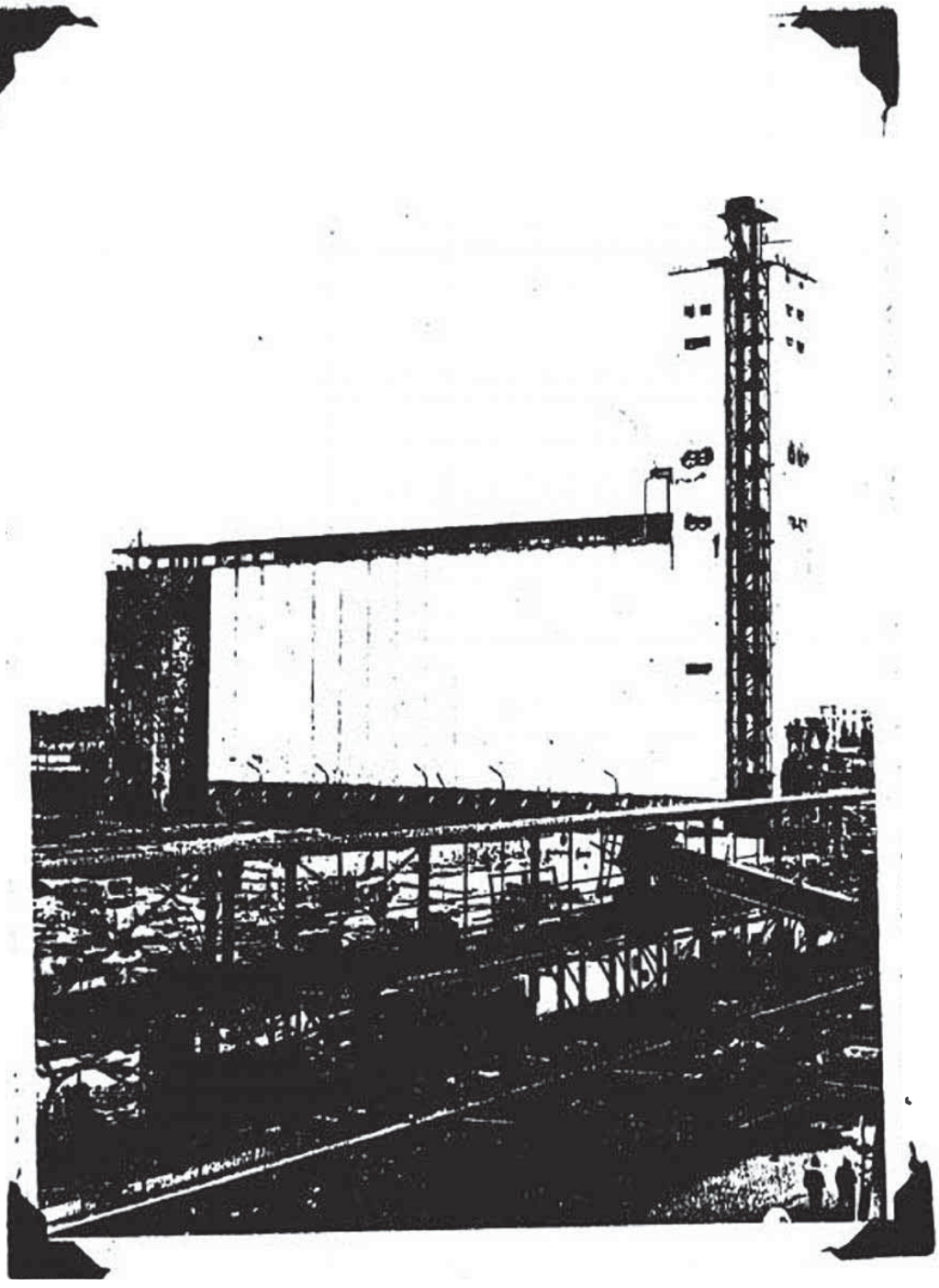
UBICACION DE LOS SILOS

4.2 ESTUDIO FOTOGRAFICO DE LOS SILOS DEL CALLAO.-

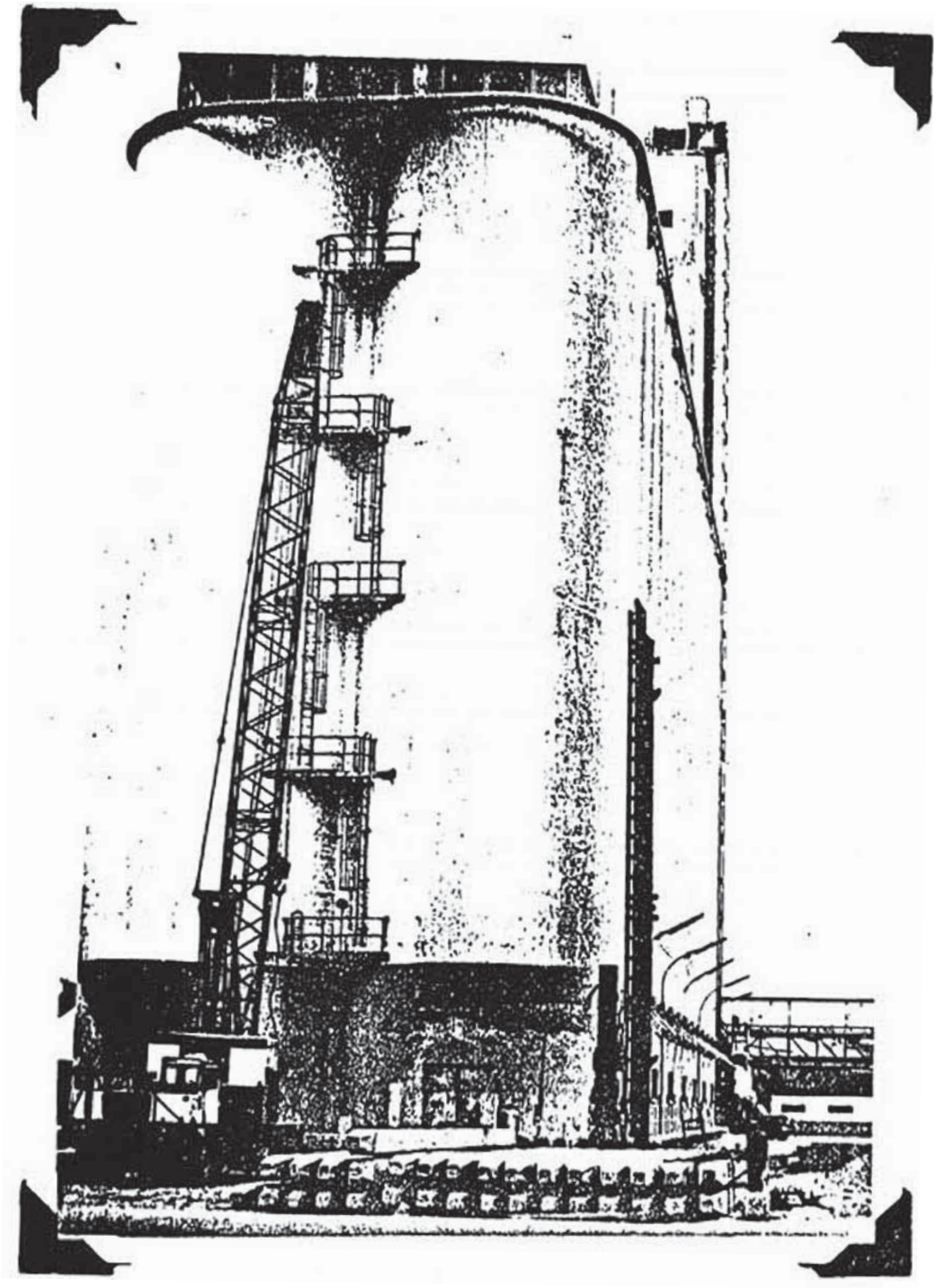
4,21 ANTES DEL SISMO DEL 03/X/74.-



SILOS LADO SUR Y OESTE - ANTES DEL TERREMOTO DEL 03/X/74

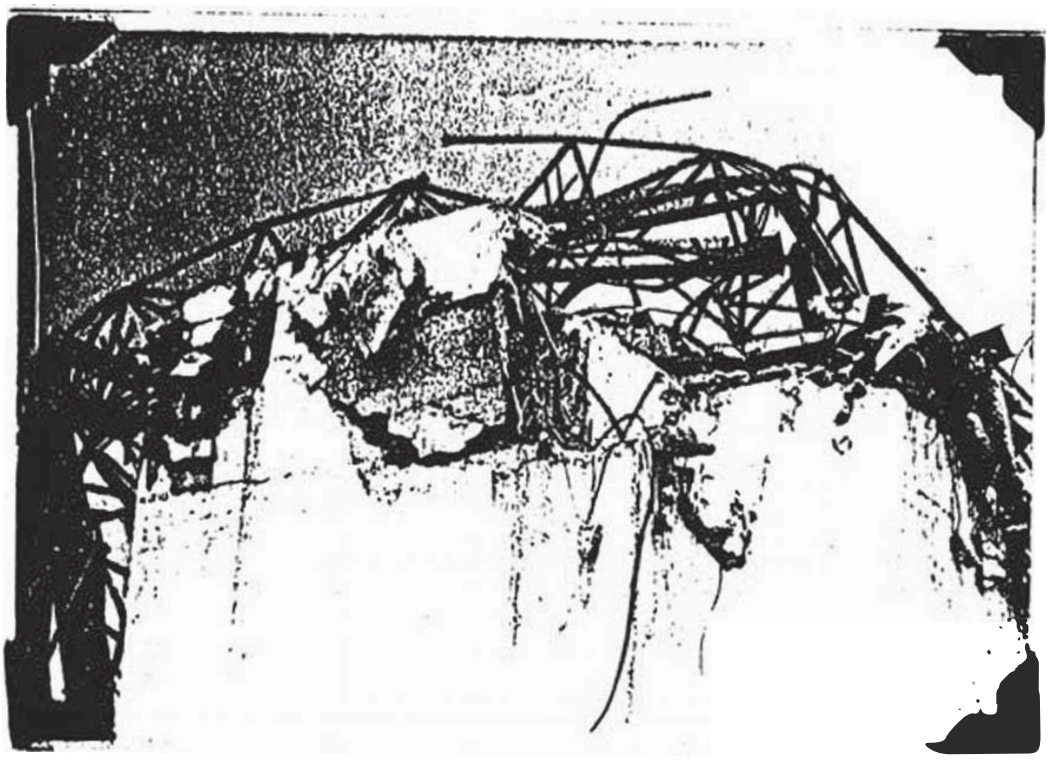


Silos Lado Norte - Antes del Terremoto del 03/X/74

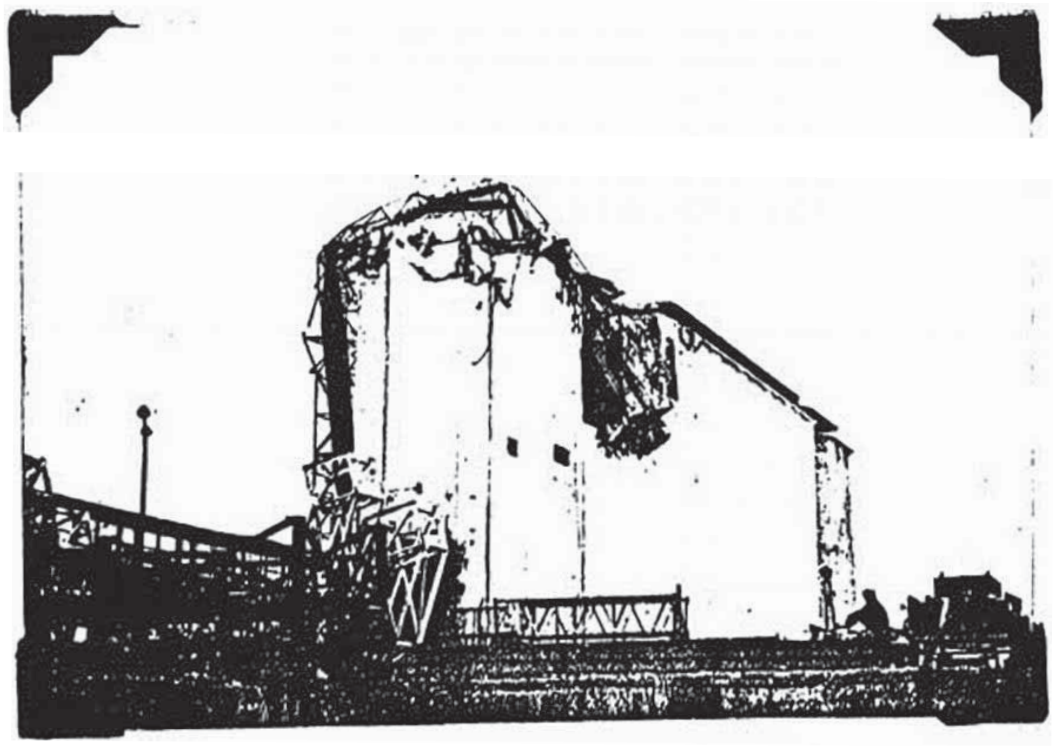


Silos Lado Este - Antes del Terremoto del 03/X/74

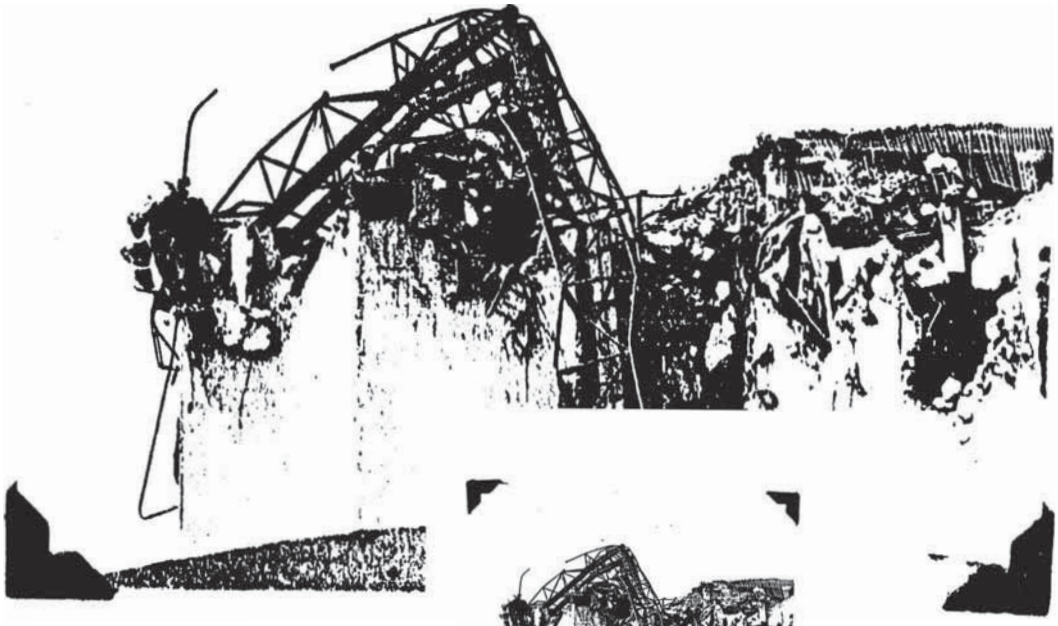
4.22 DESPUES DEL SISMO DEL 03/X/74.-



Lado Oeste de la Torre de los Silos donde se puede apreciar el estado en que quedó la armadura en las esquinas

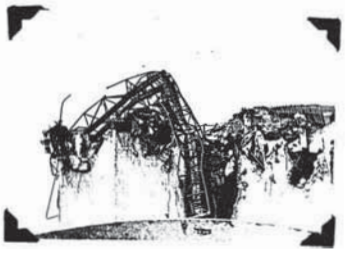


Lado Oeste que nos muestra la magnitud de los daños de los Silos



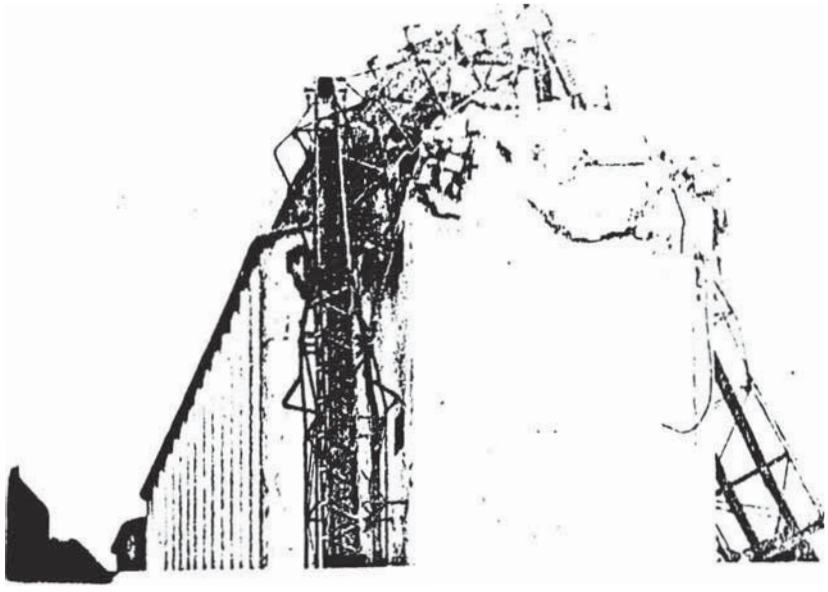
Nivel de la coronació
ciar claramente la de
Torre como de los Sil
gas y columnas en el

:de apre-
ıto de la
a en vi-



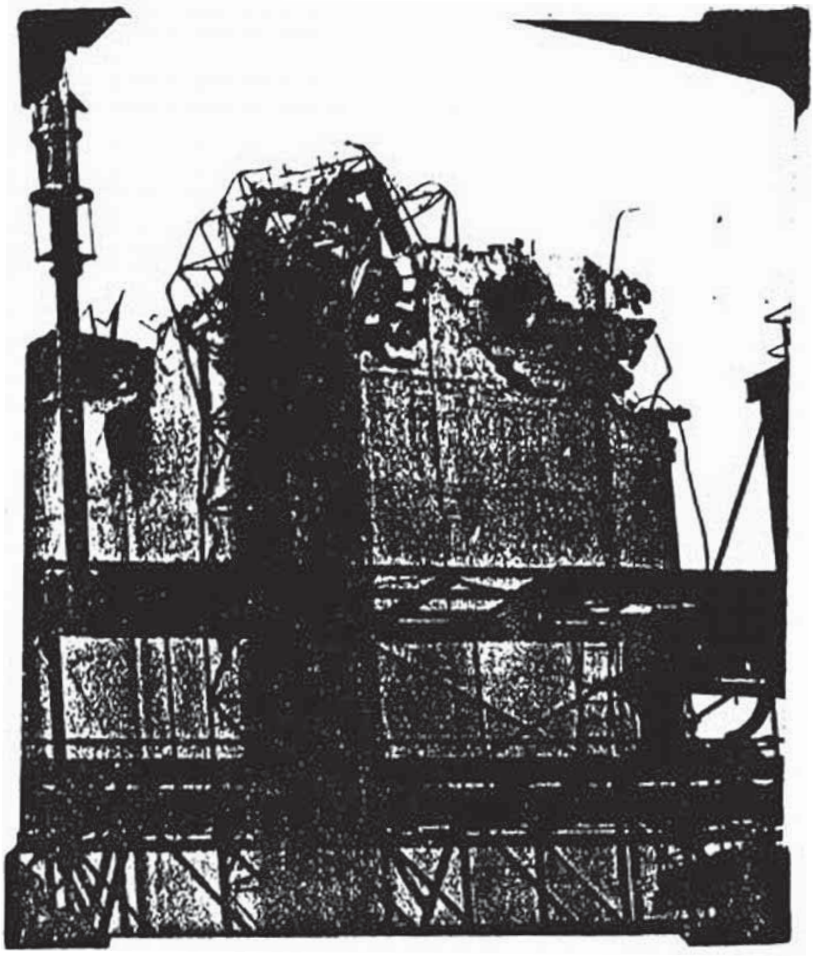
Nivel de la coronación de los Silos, donde se puede apreciar claramente la destrucción en las paredes tanto de la Torre como de los Silos, así como también la falla en vigas y columnas en el pasadiso sobre los Silos.

Lado Oeste donde se puede apreciar la Torre exterior (de acero) totalmente doblada hacia el lado Sur.



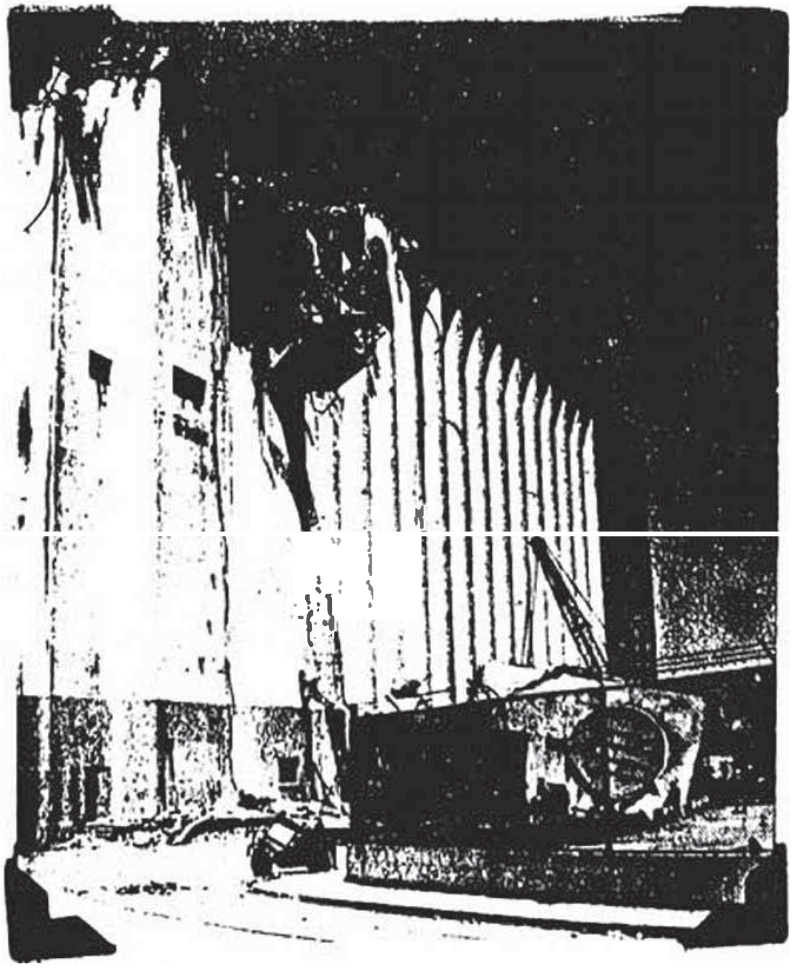
Lado Oeste donde se puede apreciar la Torre exterior
talmente doblada hacia el lado Sur.

Se muestra muy de cerca la falla de la Torre. Se puede apreciar la esquina derecha donde estaba localizado el ascensor.

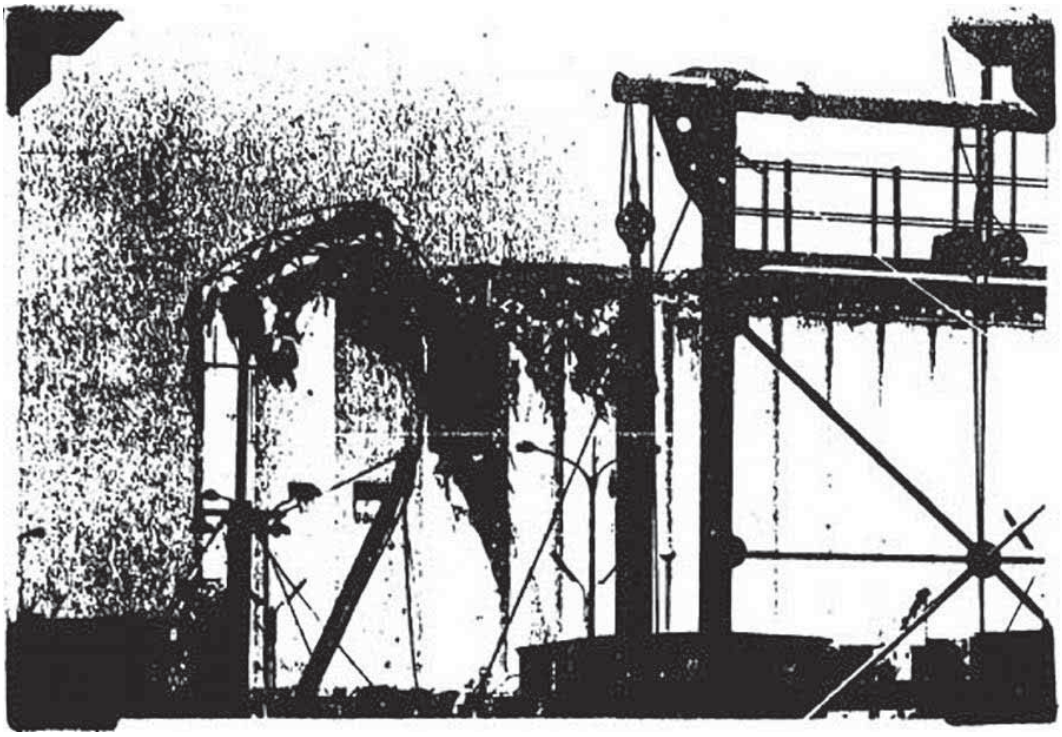


Lado Oeste donde se puede apreciar que existe una parte de la pared de la Torre que está totalmente fallada y lista para caerse.

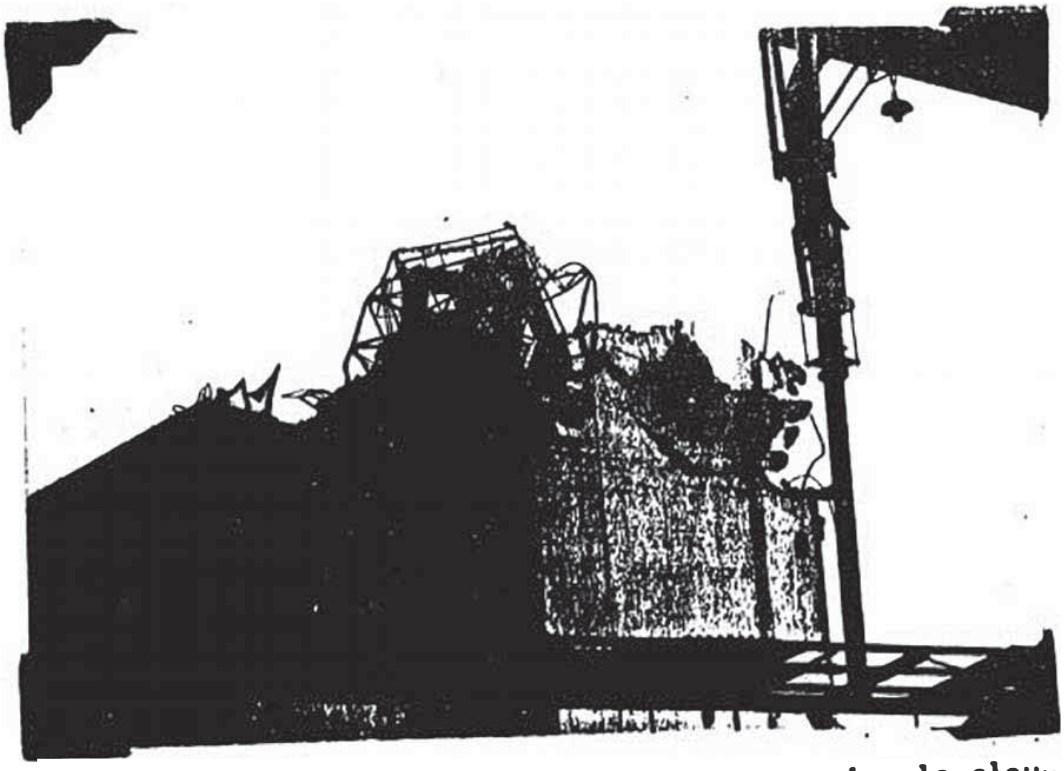
Lado Sur en la que se puede apreciar la magnitud de los daños si la comparamos con la misma foto antes del terremoto.



Lado Sur de los Silos donde se puede apreciar la Torre caída sobre este lado, también el estado en que quedaron las ventanas en la Torre.



Lado Sur en que se puede apreciar que casi 1/3 de la pared del Silo que está junto a la Torre, esta destruída.



Lado Norte de los Silos en que se puede apreciar la claudicación de la Torre al nivel de la tapa de los Silos.

4.3 ESTUDIO Y EVALUACION DE DATOS SOBRE CIMENTACION, ESTRUCTURA Y REPARACION DEL SILO.-

4.31 CIMENTACION.-

4.311 DESCRIPCION DEL SUBSUELO DEL PUERTO DEL CALLAO.-

El Puerto del Callao es esencialmente una obra ganada al mar, desde sus orígenes en el Muelle y Dársena. Los terrenos que se han creada son todos, en consecuencia, rellenos mas o menos recientes, ejecutados en gran parte cuando la ciencia de la Mecánica de Suelos era prácticamente inexistente, dando lugar a áreas susceptibles de fuertes deformaciones por consolidación.

En sus diferentes etapas de ampliación, se han ido mejorando los procedimientos de realización, y los rellenos de reciente creación son mas consistentes y menos deformables que los antiguos, a pesar del mejoramiento que experimentan con el transcurso del tiempo.

Se puede clasificar el subsuelo del terminal en 4 categorias, de acuerdo a la antiguedad y métodos de ejecución:

a) Rellenos del antiguo Muelle y Dársena.- con materiales arcillosos traídos de la zona de La Perla y apisonados entre los muros de contención de albañileria de esa obra. Su edad ya centenaria le hubiera comunicado una consistencia comparable al material in situ, a no ser por el corrimiento lateral que experimentaron sus muros de contención con el terremoto de 1940 y probablemente en otros anteriores.

b) Rellenos corresponientes a la primera etapa del Terminal Marítimo, entre el alineamiento de arranque de los espigo-

nes (1) a (4). Esto fue ejecutado en los años 1929 y 1930, con material dragado descansando sobre el fondo natural del mar. Las primeras descargas de la draga se establecieron en el extremo Norte del alineamiento de arranque (calle Oeste) entre calles 4 y 8), y por allí se depositaron los materiales provenientes de los cortes más profundos del fondo, o sea con abundante conchuela, arena y arcilla compacta. A medida que se fue dragando material más superficial, al alejarse la draga de la orilla, fue desmejorando su calidad, dando así, en la zona Sur del terraplén, un terreno de alto contenido de húmedad, muy fino y de difícil aglomeración. Al desecarse este material, experimentó una fuerte contracción que excedió la sobre-elevación que se le dió (por medio de ataguías de sacos de arena) Reaultó entonces provindecial la ejecución del dique seco de la Base Naval, que proporcionó bastante material seco y de buena calidad para completar el nivel de la explanada entre los muelles y tierra firme, en casi toda su extensión.

Las construcciones en este relleno se hicieron sobre pilotes, que fue una buena previsión; con el terremoto de 1940 el relleno se asentó en forma apreciable sobre todo en la zona Sur de la explanada.

Este relleno presenta además zonas de gran rigidez, correspondientes a los enrocados que limitan el relleno, paralelamente a la calle 8, por el Norte, y en el alineamiento de la calle Ayacucho por el Sur, y en los dos arcos de la vía férrea que permitieron el acceso de los trenes transportadores de enrocado durante la construcción , al malecón de arranque, de los espigones (1) a (4). Estos enrocados están hoy incorporados al relleno y son capaces

de crear dificultades de cimentación de edificaciones por su gran diferencia de consistencia y rigidez con respecto a las zonas inmediatas.

c) Relleno de la segunda etapa de construcción del Terminal Marítimo: 1938 - 1939.- La explanada comprendida entre las calles Grau y Oeste, y el alineamiento del Jirón Ayacucho, fue rellenada también sobre fondo natural, de calidad poco adecuada. Por ser reciente e insuficientemente consolidado, el relleno sufrió importantes deformaciones y acentamientos con el terremoto de 1940 y tuvo que ser rellenado y nivelado posteriormente con desmontes secos (conteniendo material gravo-limoso), sobre el cual se han colocado los pavimentos del Terminal.

En este terreno se construyeron los silos del Terminal.

d) Relleno del Muelle para minerales.- Con un mejor conocimiento de los requisitos necesarios para un buen terraplén, destinado a soportar fuertes sobrecargas; éste se ha establecido sobre un área dragada hasta el nivel de material consistente en el fondo, y se ha constituído con material de grava y arena de escasa deformación por contracción o asentamiento bajo el peso de las capas superpuestas y sobrecargas. Es por lo tanto un terreno en el cual se ha eliminado, el problema de la consolidación. En cambio su comportamiento, que depende de la compactación experimentada durante su construcción presenta la posibilidad de diferencias de consistencia, provenientes, ya sea de variaciones locales en la proporción de grava a arena, o de irregularidades de compactación, que son difíciles de evitar durante el proceso de construcción.

4.312 Numero, Distribucion y Disposicion de los Pilotes.-

El hincado de un grupo de pilotes en un suelo friccionante aumenta la resistencia de éste por compactación. Los estudios de Meyerhof indican el incremento de la densidad relativa por los esfuerzos producidos por la hinca.

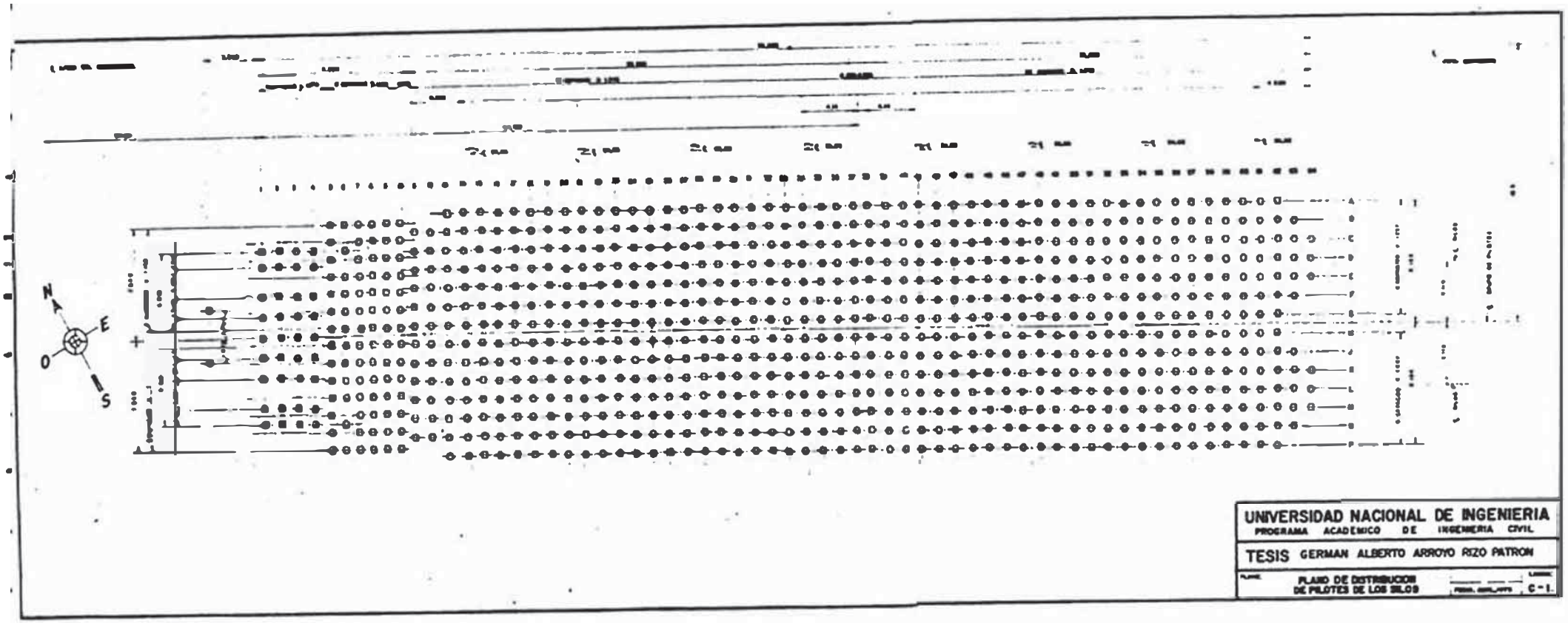
Por otro lado, los procedimientos para el cálculo de la fricción negativa propuestos por Terzaghi-Peck y por Zeevaert indican que ésta disminuye al juntarse los pilotes.

Según éste, técnicamente es recomendable buscar una separación entre pilotes, pequeña, como la que se ha tomado para la cimentación de los silos del Terminal (Ver plano C-1).

Otro aspecto que hay que considerar es la distribución de los pilotes. Así, una distribución uniforme es mucho más práctica y sencilla especialmente durante el proceso constructivo.

Por estas razones la distribución y número de pilotes que se tomó para los silos del Terminal es como figura en el plano C-1.

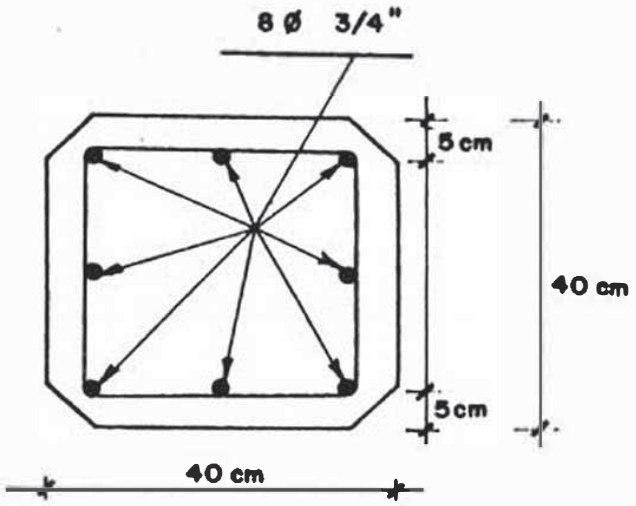
Un factor importante que se considera, en cimentaciones por pilotes es la disposición de éstos para contrarrestar las fuerzas horizontales que se producen sobre las estructuras (sismo, oleaje, empuje de tierras), comunmente se debe disponer de pilotes inclinados, los que tomarán las fuerzas de empuje horizontal. La norma DIN 1054 especifica que: "Las fuerzas horizontales deben ser absorbidas mediante pilotes inclinados (en edificios ésto no suele ser necesario), generalmente si la fuerza horizontal que solicita un pilote totalmente embebido en el terreno o un grupo de pilotes, no es



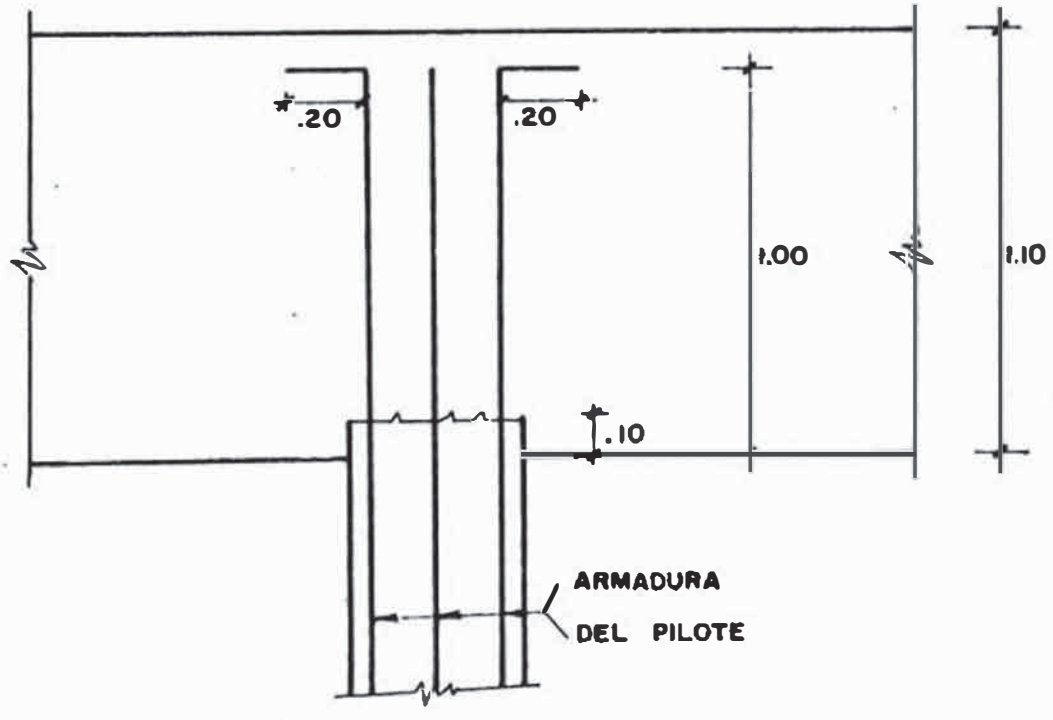
UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
PROGRAMA ACADEMICO DE INGENIERIA CIVIL

TESIS GERMAN ALBERTO ARROYO RIZO PATRON

PLANO DE DISTRIBUCION DE PILOTES DE LOS SILOS — C - 1.

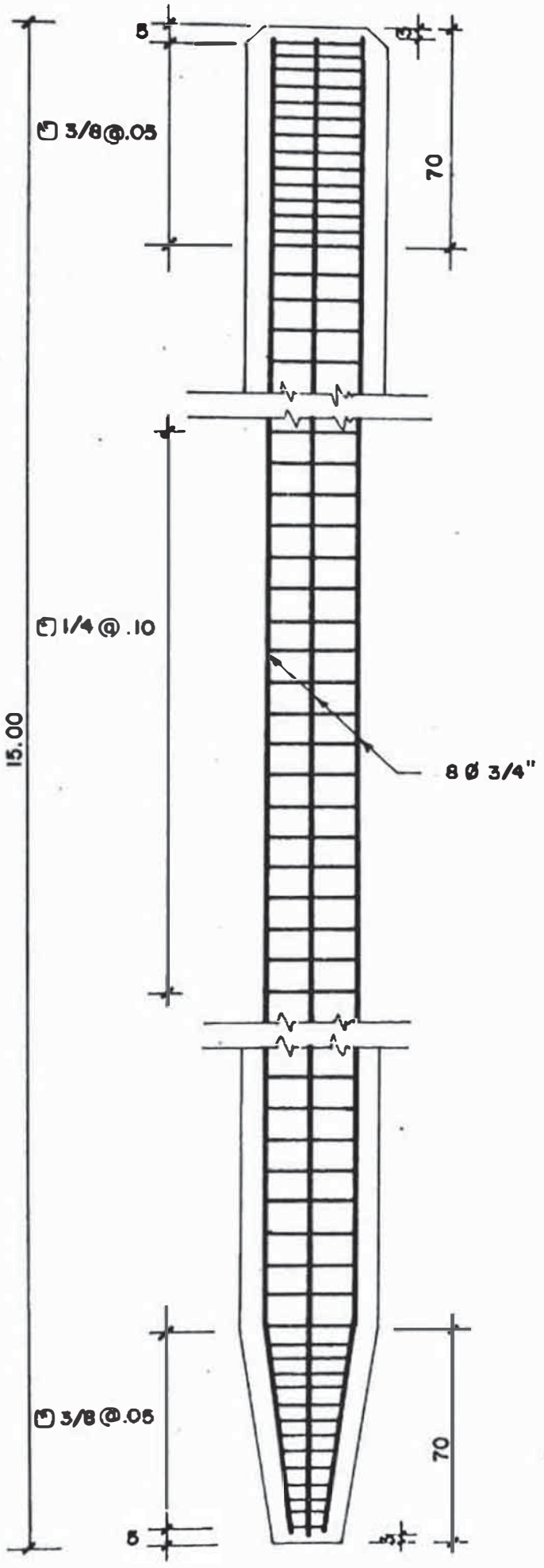


PLANTA DEL PILOTE



ELEVACION AL NIVEL DE LA LOSA
DE CIMENTACION DE PILOTE
TIPICO

LAMINA C-2



PILOTE

LAMINA C-3

superior a un 3% o como máximo a un 5% de la carga vertical, se puede prescindir en general de los pilotes inclinados.

En nuestro caso no se sabe si es que se ha tomado en cuenta dicha norma, pero lo que si se sabe es que no existen pilotes inclinados, y además al realizar la inspección luego del terremoto, se ha podido constatar que los pilotes han trabajado muy bien.

Por esta razón se ha escogido una disposición vertical de todos los pilotes del grupo, que deriva de las facilidades constructivas, puesto que la colocación de un pilote vertical es mas sencilla que la de uno inclinado.

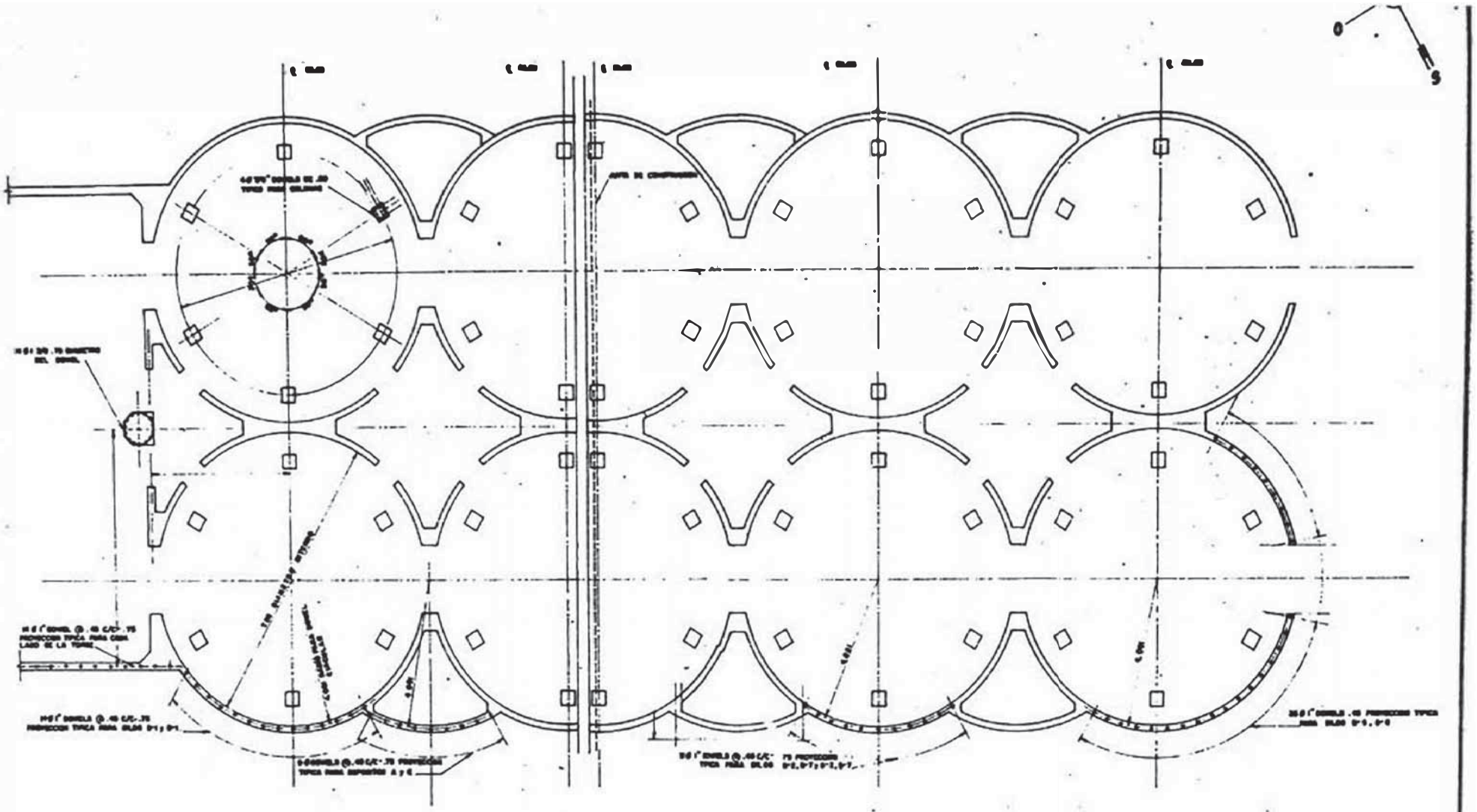
Las cargas se transmiten integramente al estrato garvo-arenoso fijado, mediante pilotes que desarrollan su capacidad de carga por punta, por este motivo la longitud de los pilotes es aproximadamente 15 m.

4.32 ESTRUCTURA.-

4.321 DESCRIPCIONES DE LAS ESTRUCTURAS DEL SILO.-

El proyecto completo de los Silos comprende un conjunto de celdas, de dimensiones en su base de 17.30 m de ancho por 76.40 m. con una capacidad de almacenamiento de 26,730 m^3, cuya mecanización y operación se realiza por medio de fajas transportadoras. Se tiene proyectado, duplicar esta capacidad mediante una ampliación futura paralela a la actual. Se proyecta una capacidad que se estima en 35,000 Tn. También esta programada la mejora y modernización de las obras de mecanización como parte de esta segunda fase.

Las obras civiles comprenden la cimentación, la estructura de almacenamiento propiamente dicha, el piso de distribución



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
PROGRAMA ACADEMICO DE INGENIERIA CIVIL

TESIS: GERMAN ALBERTO ARROYO RIZO PATRON

PLANO: ESTRUCTURA DE SILOS

LAMINA: E-1

sobre celdas, el techo sobre el nivel de distribución, elementos metálicos, (puertas, ventanas, mallas, barandas, vigas WF, puente metálico, etc.).

4.322 CELDAS DE ALMACENAMIENTO.-

Son un conjunto de 16 celdas circulares, 14 interceldas exteriores y 7 interceldas centrales.

Las celdas circulares tienen 7.92 m. de diámetro interior; con dos interceldas exteriores y la intercelda central con estas dimensiones de la estructura se establece que cada una de las celdas circulares almacena un volumen de 1,430 m^3, lo que arroja un total de 22,880 m^3. Cada una de las intercel - das exteriores arroja un volumen de 118 m^3, con lo que todas suman 1,652 m^3 y en las interceldas interiores un volumen total de 2,198 m^3. Resulta entonces un volumen total de almacenamiento de 26,730 m^3.

De acuerdo a los ensayos de laboratorio para obtener la densidad mínima seca en las calidades de trigo más usuales en nuestro medio (Americano duro, americano winter, manitoba canadiense, australiano) se obtuvo un valor promedio de 0.75 Tn/m^3, lo que nos da una capacidad total de almacenamiento de 20,048 Tn. para el conjunto de celdas del silo del Puerto del Callao.

Con la finalidad de describir de una forma mas clara, se va ha subdividir con finea de explicación las celdas circulares en doa pertes: tolva y cilindro.

La tolva tiene una forma troncocónica invertida, con un diámetro superior de 7.92 m. e inferior de 1.50 m. y un talud de 38°. El diámetro inferior se encuentra en el nivel

+6.83 y el diámetro superior en el nivel +9.35. Esta estructura de concreto armado tiene un espesor de paredes de 0.18m. y se apoya sobre una viga circular de sección irregular y 6 columnas de sección cuadrada, de 0.70 m. de lado, equidistantes entre sí y localizadas circularmente a una distancia de 2.99 m. del eje del cilindro, las mismas que están empotradas en la losa de cimentación.

Los cilindros tangentes entre sí en una longitud de 1.40m. vienen a ser las estructuras propias de contención de los granos. estas estructuras van apoyadas en la losa de cimentación y nacen en la cota +4.08, llegando hasta la cota +37.92. El diámetro interior que poseen es de 7.92 m. y el exterior de 8.28 m. siendo el espesor de las paredes de 0.18 m.

La intercelda central que ocupa el espacio interior dejado por los cuatro cilindros circulres tiene conformadas sus paredes por cuatro segmentos de circunferencia.

En el fondo existe una losa plana de 0.30 m. de espesor, la cual posee una abertura circular en su eje central de 1.05 m, El espesor de los muros es obviamente de 0.18 m., la pendiente necesaria para favorecer la descarga es de 38°, la cual es dada mediante un relleno de concreto ciclópeo. Las interceldas exteriores, localizadas en los lados Norte y Sur, se forman mediante dos segmentos de las celdas circulres y un tercero exterior qua también nace en el nivel +4.08. Estas estructuras disponen de una salida lateral que sirve para descargar el grano hacia los camiones, de 0.45 m. de ancho por 0.615 m. de alto, localizada en el muro exterior y a una elevación de +8.30 m. La losa de fondo también está rellenada con concreto ciclópeo con pendiente hacia la salida lateral de 38°.

Para el tráfico del personal, ventilación y paso de tuberías, existen ciertas aberturas en la estructura; por ejemplo, en el nivel +4.08 hay cuatro aberturas para el tráfico del personal y dos aberturas (de diferente tipo) de 1.80 m. de ancho por 2.40 m. de alto. Así mismo existen otras aberturas destinadas a diferentes funciones.

4.323 Piso de Distribucion sobre Celdas.-

El piso de distribución sobre celdas, ubicado en el nivel +37.92, es la estructura que cubre las referidas celdas. Es una losa de concreto armado de 0.12 m. de espesor. La sobrecarga que debe soportar es de 600 kg/m^2.

4.324 Carga que la Estructura Impone a la Cimentacion.-

Considerando las cargas vivas y muertas actuantes, se tiene que la estructura transmite a la cimentación una presión que uniformemente distribuida es del orden de 27.5 Tn/m^2, la que añadida al peso de la cimentación dará una presión estimada de 30 Tn/m^2, actuando sobre el terreno.

Para la armadura ver plano E-1.

4.33 REPARACION DEL SILO.-

Se han realizado reparaciones durante el año 1968, las cuales todavia son visibles debido a que se usaron resinas epóxicas. Las zonas donde se puede apreciar estas reparaciones son: las tolvas y las paradas laterales, sobre todo en las zonas donde hay aberturas (ventanas). Ver fotos.

Desgraciadamente, el Departamento de Ingeniería de ENAPU se creó posteriormente a la realización de esas reparaciones, por lo cual no existen datos sobre las reparaciones.

C A P I T U L O V

ANALISIS SISMICO DEL SILO DEL CALLAO

1 IDEALIZACION DE UN MODELO ESTRUCTURAL.-

Para poder analizar el silo voy a considerar 11 niveles de los cuales los 5 primeros corresponderán a lo que es propiamente Silo y los 6 restantes o lo que es la continuación de la torre de limpieza del trigo.

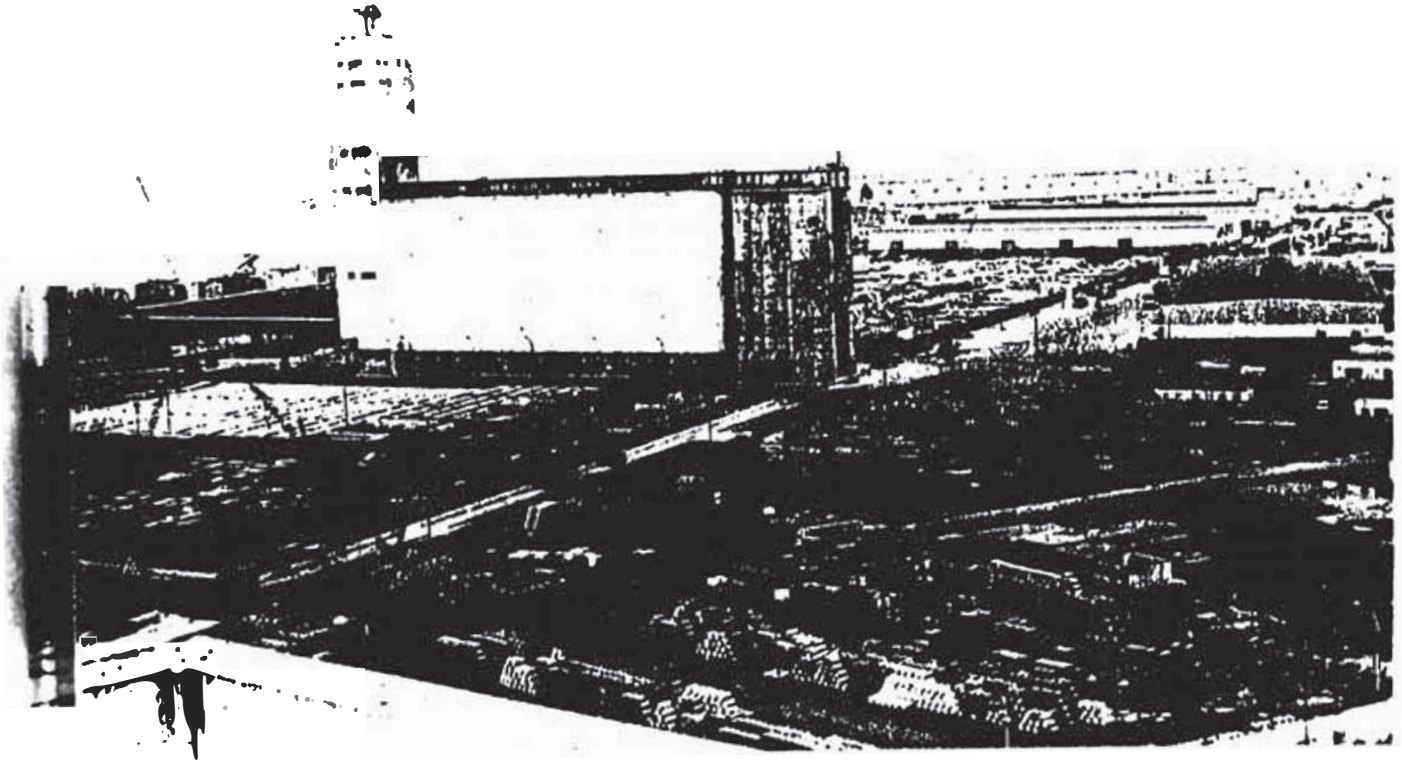


Foto 1

Los 6 primeros niveles tendrán como altura 5.64 m.

$h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = h_5 = h_6 = 5.64$ m.

$h_7 = 7.41$ m.

$h_8 = 6.10$ m.

$h_9 = 7.21$ m.

$h_{10} = 3.66$ m.

$h_{11} = 6.71$ m.

(Ver planta de torre dibujo 1)

5.11 METRADO DE CARGAS.-

Para poder realizar este metrado, primero voy a metrar las losas, luego las paredes, el peso del trigo y la S/C.

5.111 CALCULO DEL PESO DE LAS LOSAS DE LA TORRE.-

Voy a considerar como si la losa fuese continua y luego le voy a rrestar las aberturas que existen a los distintos niveles.

a) Considerando toda el área:

$A_T = A_1 + A_2$

$A_T = 9.85 \times 5.35 + 13.30 \times 6.15 = 134.50$ m^2

Descontando aberturas de ascensor y escalera

Escalera = $5.35 \times 1.30 = 7.00$

Ascensor = $1.60 \times 1.90 = 3.04$

10.04 m^2

- Area a considerar = $134.50 - 10.04 = 124.46$ m^2

- Peso = 124.46 x 0.20 x 2,400 = 59,741 Kg = P

b) Peso de la losa del primer nivel = 5.64 m.

P = 59,741 Kg.

A este peso hay que restarle las aberturas existentes y agregarle el peso adicional de los conos de concreto que servían para darle la pendiente de caída al grano.

- Peso de aberturas:

6 x .55 x .85 x 0.20 x 2,400 = 1,346.4 Kg.
3 x 1.40 x 0.20 x 2,400 = 2,016.0 Kg.
P_2 = 3,362.4 Kg.

- Peso de cono de concreto:

$P_{cono} = (V_{cubo} - V_{piramide}) \times 2{,}400$ (1)

$V_{cubo} = 2.5 \times 3.5 \times 0.80 = 7m^3$

$V_{Tpiramide} = \frac{a}{3}(B + B' + \sqrt{B\ B'})$

$B = .55 \times .85 = 0.4675$
$B' = 2.5 \times 3.5 = 8.75$
$a = 0.80$

$V_{Tp} = \frac{0.80}{3}(0.4675 + 8.75 + \sqrt{0.4675 \times 8.75}) =$
$= 3.00\ m^3$

Reemplazando lo anterior en (1)

$P_{cono} = (7 - 3) \times 2{,}400 = 9{,}600$ Kg.

Pero a este nivel son 8 los conos

$\therefore P_{conos} = 8 \times 9{,}600 = 76{,}800$ Kg.

- Peso al 1 nivel = 59,741 - 3,362.4 + 76,800 = 133,179 Kg.

c) Segundo Nivel = 11,28 m.

A este nivel no existe losa.

d) Tercer Nivel = 16,92 m,

- P_{Todo} = 13.30 x 6.15 x 0.20 x 2,400 = 39,264 Kg.
- Peso de aberturas = 4 x .55 x .55 x 0.20 x 2,400 = = 581 Kg.
- P_{LN3} = 39,264 - 581 = 38,683 Kg.

e) Peso al Cuarto Nivel = 22,56 m.

- Peso de toda la losa = 59,741 Kg.
- Peso de aberturas = 4 x 0.45 x 0.45 x 0.20 x 2,400 = = 389 Kg
- Peso de conos de concreto = 8 x 9,600 = 76,800 Kg.
- Peso de la losa al nivel 4 = P_{LN4}

P_{LN4} = 59,741 - 389 + 76,800 = 136,152 Kg.

f) Peso al Quinto Nivel = 28.20 m.

No hay losa a este nivel.

g) Peso al Sexto Nivel = 33.84 m.

- Peso de toda la losa = 59,741 Kg.
- Peso de aberturas: 2 x 0.70 x 0.45 = 0.63 m^2
  2 x 0.45 x 0.45 = 0.405
  1.035
  " " " = 1.035 x 0.20 x 2,400 = 497 Kg.
- Peso de la losa al Sexto nivel P_{LN6}

P_{LN6} = 59,741 - 497 = 59,244 Kg.

h) Peso al Septimo Nivel = 41.25 m.

- Peso de toda la losa = 59,741 Kg.
- Peso de aberturas = 4 x 0.45 x 0.20 x 2,400 = 389 Kg.
- Peso al Septimo Nivel = P_{LN7}

P_{LN7} = 59,741 - 389 = 59,352 Kg.

i) Peso al Octavo Nivel = 47.35 m.

- Peso de toda la losa = 59,741 Kg.
- Peso de aberturas = 4 x .45 x .45 x 0.20 x 2,400 = = 389 Kg.
- Peso de conos de concreto = 4 x 9,600 = 38,400 Kg.
- Peso al Octavo Nivel = P_{LN8}

P_{LN8} = 59,741 - 389 + 38,400 = 97,752 Kg.

j) Peso de Losa al Noveno Nivel = 54.56 m.

- Peso de toda la losa = 59,741 Kg.
- Peso de aberturas = 0.75 x 0.45 = 0.34 m^2
  6 x 0.45 x 0.45 = 1.22
  1.56
  " " " = 1.56 x 0.20 x 2,400 = 746 Kg.
- Peso al Noveno Nivel = P_{LN9}

P_{LN9} = 59,741 - 746 = 58,995 Kg.

k) Peso de Losa al Décimo Nivel = 58.22 m.

- Peso de toda la losa = 59,741 Kg.
- Peso de aberturas = 0.45 x o.45 = 0.2025
  .72 x .45 = 0.324
  0.5265
  " " " = 0.5265 x 0.20 x 2,400 = 156 Kg.

- Peso al Décimo Nivel = P_{LN10}

P_{LN10} = 59,741 - 156 = 59,585 Kg.

1) Peso de Losa al Onceavo Nivel = 64.93 m.

- Peso de toda la losa = 134.5 x 0.20 x 2,400 = 64,560 Kg.
- Peso de aberturas = 0.80 x 0.45 x 0.20 x 2,400 = 173 Kg.
- Peso al Onceavo Nivel = P_{LN11}

P_{LN11} = 64,560 - 173 = 64,387 Kg.

5.112 Calculo de los Pesos de las Paredes.-

A.- AREAS DE LAS SECCIONES TRANSVERSALES A LOS DISTINTOS NIVELES

a) Area de la Sección Transversal al Nivel 1 = 5.64 m.

- Area de Paredes del Silo

R_i = 3.96 m.
R_e = 4.14 m.

$A_{toda\ la\ sección\ del\ silo} = \pi(4.14)^2 - \pi(3.96)^2 = 4.58\ m^2$

$A_{falso\ silo} = \frac{1}{6}A_{total} = \frac{4.58}{6} = 0.76\ m^2$

$\therefore$ Area = 4.58 x 16 + 0.76 x 14 = 83.42 m^2

NOTA: En estos niveles no hay aberturas prácticamente, ya que estoy despreciando los orificios laterales de salida de trigo.

$A_{silo\ 1\ nivel} = 83.92\ m^2 \cong 84\ m^2$

- Area de la Torre al Primer nivel

- Perimetral = (9.85 + 2 x 5.35 + 2 x 1.5 + 13.30 + 1.6) 0.20 = 10.33 m^2 hay que añadirle paredes interiores

- Paredes Interiores = (4.25 + 0.60)0.20 = 0.97 + 0.06 = $= 1.03\ m^2$

- Columnas = $2\left[0,85 + 0.48 + \left(\frac{0.85 + 0.40}{2}\right) 0.33\right] = 1.52 m^2$

$\therefore A_{ST1} = 84 + 10.33 + 1.03 + 1.52 = 96.88\ m^2$

b) <u>Area de la Sección Tranaversal al Nivel 2 = 11.28 m.</u>

- Paredes interiores = (3 x 2.89 + 2 x 2.06 + 2.07)0.20 = $= 3.39 + 0.38 = 3.77\ m^2$

- Area nivel anterior = $96.88\ m^2$

- $A_{ST2} = 96.88 + 3.77 = 100.65\ m^2$

c) <u>Area de la Sección Transveraal al Nivel 3 = 4 = 5 = $= 100.65\ m^2$</u>

d) <u>Area de la Sección Transveraal al Nivel 6 = 33.84 m.</u>

- Area perimetral = $10.33\ m^2$

- Area de puertas = 6.60 x 0.20 = $1.32\ m^2$

- Area interior = (4.54 + 0.90 + 1.5 + 2.93) 0.20 = $= 1.98\ m^2 + 0.06\ m^2$

- Columnas = $\left[0.85 \times 0.48 + \left(\frac{0.85 + 0.40}{2}\right) \times 0.33\right] \times 2 =$ $= 1.52\ m^2$

- $A_{ST6} = 10.33 - 1.32 + 1.98 + 0.06 + 1.52 = 12.57\ m^2$

e) <u>Area de la Sección Transveraal al Nivel 7 = 41.25 m.</u>

- Area perimetral = $10.33\ m^2$

- Area interior = (3.40 + 1.25) 0.20 = $0.93\ m^2 + 0.10\ m^2$

- Columna = 0.32 x 2 = $0.64\ m^2$

$A_{ST7} = 10.33 + 0.93 + 0.10 + 0.64 = 12.00\ m^2$

f) Area de la Sección Transversal al Nivel 8 = 47.35 m.

- Igual a la anterior

$A_{ST8} = A_{ST7} = 12.00\ m^2$

g) Area de la Sección Transversal al Nivel 9 = 54.56 m.

- Area perimetral = $10.33\ m^3$
- Area interior = $(4.65 + 0.45 + 2.87 + 2.03 + 2.73 + + 0.40)0.20 = 2.63\ m^2 + 0.20\ m^2$.
- Columnas = $0.32 \times 2 = 0.64\ m^2$

$A_{ST9} = 10.33 + 2.83 + 0.64 = 13.80\ m^2$

h) Area de la Sección Transversal al Nivel 10 = 58.22 m.

- Area perimetral = $10.33\ m^2$
- Area interior = $(1.32 + 1.95 + 5.83 + 2.34 + 0.66 + + 2.23 + 2.43)\ 0.20 = 3.35\ m^2 + 0.26\ m^2$
- Columnas = $0.32 \times 2 = 0.64\ m^2$

$A_{ST10} = 10.33 + 3.35 + 0.26 + 0.64 = 14.58\ m^2$

i) Area de la Sección Transversal al Nivel 11 = 64.93 m.

$A_{ST11} = A_{ST10} = 14.58\ m^2$

B.- CONCENTRACION DE PESOS EN CADA NIVEL COMO ESTABA EL DIA DEL TERREMOTO (03-10-74)

I) Peso de los Silos

a) Nivel 1 = 5.64 m.

$V_{Silos} = A \times h = 4.58 \times 5.64 = 25.83 \times 16 = 413.30\ m^3$

$V_{F.silos} = A \times h = 0.76 \times 5.64 = 4.29 \times 14 = 60.01$ "

$473.31\ m^3$

$\therefore$ Peso = 473.31 x 2,400 = 1'135,944 Kg.

$Peso_{niveles}$ = 1 = 2 = 3 = 4 = 5

b) Nivel 6 = 1/2 Peso Nivel 5 + Losa

1/2 Peso Nivel 5 = 567,972 Kg.

Peso de Losa de Tapas de Silos = 17.11 x 66.24 x 0.20 =
= 226.67 x 2,400 = 544,016 Kg.

$\therefore$ $Peso_6$ = 567,972 + 544,016 = 1'111,988 Kg.

NOTA: Hay que sumarle a estos pesos el peso del trigo, de la torre, la S/C. y las losas

II) <u>Concentración del Peso de la Torre en Cada Nivel</u>

Para esto voy a utilizar las áreas calculadas en A.-

a) <u>Peso para el Primer Nivel = 5.64 m.</u>

- V = A x h = 12.88 x 5.64 = 72.64 m^3

- Volumen de ventanas = V_6 = 2.13 x 1.23 x 0.20 =
= 0.52 m^3

$\therefore$ 72.64 - 0.52 = 72.12 m^3

P_{TN1} = 72.12 x 2,400 = 173,088 Kg.

b) <u>Peso al Segundo Nivel = 11.28 m.</u>

- V = A x h = 16.55 x 5.64 = 93.34 m^3

- Vol. ventanas = V_6 = 2.13 x 1.23 x 0.20 = 0.52 m^3

$\therefore$ V = 93.34 - 0.52 = 92.82

P_{TN2} = 92.82 x 2,400 = 222,773 Kg.

c) <u>Peso al Tercer Nivel = 16.92 m.</u>

- V = A x h = 16.55 x 5.64 = 93.34 m^3

- Ventanas = $3V_3$ = 3 x 1.84 x 1.22 x 0.20 = 1.35
  $2V_4$ = 2 x 3.07 x 1.22 x 0.20 = 1.50

$\therefore$ V = 93.34 - 1.35 - 1.50 = 90.49 m^3

P_{Tn3} = 90.49 x 2,400 = 271,181 Kg.

d) <u>Peso al Cuarto Nivel = 22.56 m.</u>

- V = A x h = 16.55 x 5.64 = 93.34 m^3

- Ventanas V_6 = 2.13 x 1.23 x 0.20 = 0.52 m^3

$\therefore$ V = 93.34 - 0.52 = 92.82 m^3

P_{TN4} = 92.82 x 2,400 = 222,773 Kg.

e) <u>Peso al Quinto Nivel = 28.20 m.</u>

- El peso es igual al cuarto nivel

$\therefore$ P_{TN5} = P_{TN4} = 222,773 Kg.

f) <u>Peso de Torre al Sexto Nivel = 33.84 m.</u>

- V = A x h = 12.57 (2.82 + 3.705) = 82.02 m^3

- Ventanas $3V_1$ = 3 x 1.98 x 1.22 x 0.20 = 1.45
  V_2 = 3.04 x 1.21 x 0.20 = 0.74
  V_4 = 3.05 x 1.23 x 0.20 = 0.75
  V_3 = 1.82 x 1.23 x 0.20 = <u>0.45</u>
  3.39 m^3

$\therefore$ V = 82.02 - 3.39 = 78.63 m^3

P_{TN6} = 78.63 x 2,400 = 188,710 Kg.

g) <u>Peso de Torre al Séptimo Nivel = 41.25 m.</u>

- V = 12.00 (3.705 + 3.05) = 81.06 m^3

- Ventanas $2V_1 = 2 \times 2 \times 1.22 \times 0.20 = 0.98\ m^3$

$V_{11} = 2.23 \times 1.19 \times 0.20 = 0.53$

$2V_4 = 2 \times 3.07 \times 1.22 \times 0.20 = 0.75$

$2V_5 = 2 \times 3.66 \times 1.22 \times 0.20 = 1.79$

$V_3 = 1.84 \times 1.22 \times 0.20 = 0.45$

$4.50\ m^3$

$\therefore V = 81.06 - 4.50 = 76.56\ m^3$

$P_{TN7} = 76.56 \times 2{,}400 = 183{,}744$ Kg.

h) <u>Peso de la Torre al Octavo Nivel = 47.35 m.</u>

- $V = A \times h = 12.00\ (3.05 + 3.605) = 79.86\ m^3$

- Ventanas $2V_6 = 2 \times 2.13 \times 1.23 \times 0.20 = 1.05\ m^3$

$\therefore V = 79.86 - 1.05 = 78.81\ m^3$

$P_{TN8} = 78.81 \times 2{,}400 = 189{,}144$ Kg.

i) <u>Peso de la Torre al Noveno Nivel = 54.56 m.</u>

- $V = A \times h = 13.80\ (3.605 + 1.83) = 75.003\ m^3$

- Ventanas $2V_1 = 2 \times 2 \times 1.22 \times 0.20 = 0.98\ m^3$

$V_6 = 2.13 \times 1.23 \times 0.20 = 0.53$

$2V_4 = 2 \times 3.07 \times 1.22 \times 0.20 = 1.50$

$V_5 = 3.66 \times 1.22 \times 0.20 = 0.89$

$V_{10} = 3.78 \times 1.23 \times 0.20 = 0.93$

$V_3 = 1.84 \times 1.22 \times 0.20 = 0.45\ m^3$

$5.28\ m^3$

$\therefore V = 75.003 - 5.28 = 69.72\ m^3$

$P_{TN9} = 69.72 \times 2{,}400 = 167{,}335$ Kg.

j) Peso de la Torre al Décimo Nivel = 58.22 m.

- $V = A \times h = 14.58\ (1.83 + 3.355) = 75.60\ m^3$

- Ventanas
$2V_1 = 2 \times 2 \times 1.22 \times 0.20 = 0.976$
$V_6 = 2.13 \times 1.23 \times 0.20 =$
$2V_2 = 2 \times 1.25 \times 1.22 \times 0.20 =$
$V_7 = 3.65 \times 1.22 \times 0.20 =$
$V_3 = 1.84 \times 1.22 \times 0.20 =$
$V_8 = 1.37 \times 1.21 \times 0.20 =$
$V_9 = 1.84 \times 1.21 \times 0.20 =$
$24.89 \times 0.20 = 4.978\ m^3$

$\therefore V = 75.60 - 4.978 = 70.62\ m^3$

$P_{TN10} = 70.62 \times 2{,}400 = 169{,}487$ Kg.

k) Peso de la Torre al Onceavo Nivel = 64.93 m.

- $V = A \times h = 14.58\ (3.355 + 0) = 48.92\ m^3$

- Ventanas $V_9 = 1.84 \times 1.21 \times 0.20 = 0.45\ m^3$

$\therefore V = 48.92 - 0.45 = 48.47\ m^3$

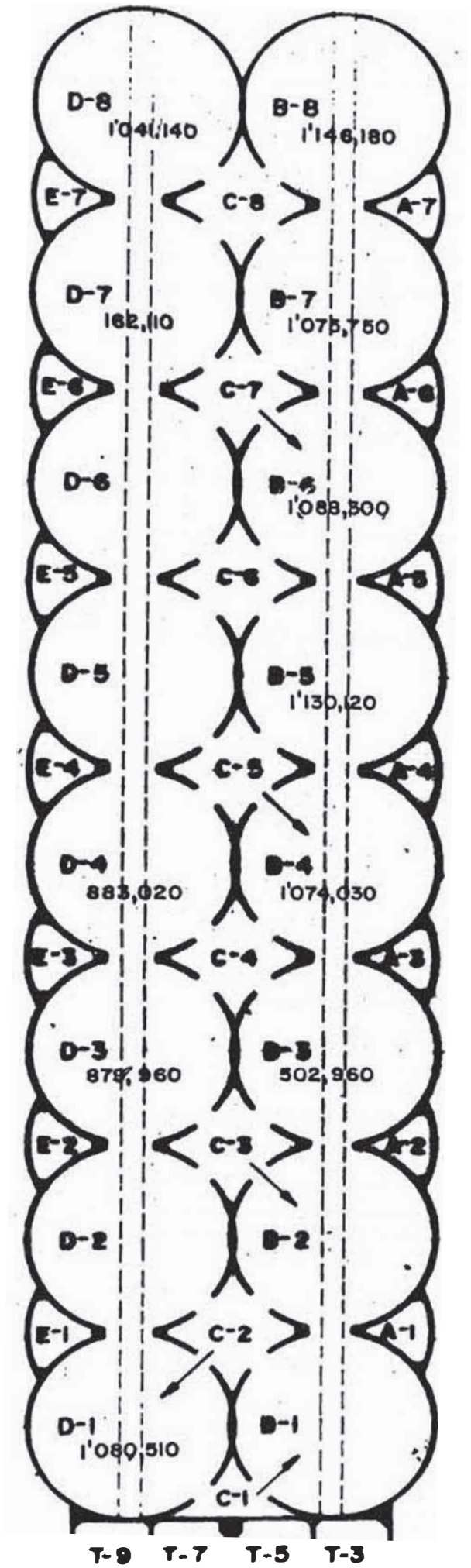
$P_{TN11} = 48.47 \times 2{,}400 = 116{,}328$ Kg.

DISTRIBUCION DEL TRIGO EN ALTURA SEGUN ESTABA EL DIA DEL TERREMOTO

1) Densidad promedio del trigo = 0.75 Tn/m^3 (esta densidad es baja pero la vamos a considerar como cierta).

2) Volumen ocupado por el tronco de cono o sea la parte de la tolva.

$V = \frac{\pi a}{3}(r^2 + r'^2 + rr')$



PLANTA TIPICA DE LOS SILOS

CON EL TRIGO SEGUN DIA DEL TERREMOTO

TOTAL = 10'064,080 kg.

a = (5.27 - 2.45) = 2.82 m.

r = 3.96 m.

r' = 0.75 m.

$$V = \frac{\pi \times 2.82}{3} (\overline{3.96}^2 + \overline{0.75}^2 + 3.96 \times 0.75) = 56.74 \text{ m}^3$$

3) Area neta de cada silo = $\pi \times \overline{3.96}^2 = 49.27 \text{ m}^2$

4) Volumen que existía el día del terremoto

CELDA	V m^3	$V-V_c$ (m^3)	H = $V-V_c$/AREA (m)
B_3	502.960 ÷.75 = 670.62	613.88	12.46
B_4	1,074.030 ÷.75 = 1,432.04	1,375.3	27.92
B_5	1,130.120 ÷.75 = 1,506.83	1,450.09	29.43
B_6	1,088.300 ÷.75 = 1,451.07	1,394.33	28.30
B_7	1,075.750 ÷.75 = 1,434.33	1,377.59	27.96
B_8	1,146.180 ÷.75 = 1,528.24	1,451.50	29.87
D_1	1,080.510 ÷.75 = 1,440.68	1,383.94	28.09
D_3	879.960 ÷.75 = 1,173.28	1,116.54	22.66
D_4	883.020 ÷.75 = 1,117.36	1,120.62	22.75
D_7	162.110 ÷.75 = 216.15	159.41	3.24
D_8	1,041.140 ÷.75 = 1,388.19	1,331.45	27.03

DISTRIBUCION DEL TRIGO SEGUN NIVELES

a) Nivel 1 = 5.64 m.

P_1 = 11 x 56.74 x 0.75 = 468.105 Tn.

P_2 = 11 x 2.82 x 49.27 = 1,528.36 x 0.75 = 1,146.27 Tn.

P_T = 1,614.37 Tn. (Al Nivel 1 = 5.64 m.)

b) Nivel 2 = 11.28 m.

P_1 = 10 x 5.64 x 49.27 x 0.75 = 2,084.12 Tn.

P_T = 2,084.12 Tn. (Al Nivel 2 = 11.28 m.)

c) Nivel 3 = 16.92 m.

P_1 = 9 x 5.64 x 49.27 x 0.75 = 1,875.71 Tn.

P_2 = 3.63 x 49.27 x 0.75 = 134.14 Tn.

P_T = 2,009.85 Tn. (Al Nivel 3 = 16.92 m.)

d) Nivel 4 = 22.56 m.

P_1 = 9 x 5.64 x 49.27 x 0.75 = 1,875.71 Tn.

P_T = 1,875.71 Tn. (Al Nivel 4 = 22.56 m.)

e) Nivel 5 = 28.20 m.

P_1 = 7 x 5.64 x 49.27 x 0.75 = 1,458.88 Tn.

P_2 = 5.19 x 49.27 x 0.75 = 191.78 Tn.

P_T = 1,650.66 Tn. (Al Nivel 5 = 28.30 m.)

f) Nivel 6 = 33.84 m.

P_1 = 7 x 2.82 x 49.27 x 0.75 = 729.44 Tn.

P_T = 729.44 Tn. (Al Nivel 6 = 33.84 m.)

CUADRO DE RESUMEN I

PESOS EN LA TORRE

NIVEL	PESO DE PAREDES TN.	PESO DE LOSAS TN.	S/C CONSIDERADA TRIGO+MAQUINARIA TN.	PESO TOTAL TN.
1	173.088	133.179	50.00	356.267
2	222.773	---	50.00	272.773
3	217.181	38.683	50.00	305.864
4	222.773	136.152	50.00	408.925
5	222.773	---	50.00	272.773
6	188.710	59.244	50.00	297.954
7	183.744	59.352	50.00	293.096
8	189.144	97.752	50.00	336.896
9	167.335	58.995	50.00	276.330
10	169.487	59.585	50.00	279.072
11	116.328	64.387	50.00	230.715

CUADRO DE RESUMEN II

PESOS TOTALES (TN.) SEGUN EL DIA DEL TERREMOTO

NIVEL	PESO DE SILOS TN.	PESO DE LA TORRE TN.	PESO DEL TRIGO TN.	PESO TOTAL TN.
1	1,135.944	356.267	1,614.37	3,106.581
2	1,135.944	272.773	2,084.12	3,492.837
3	1,135.944	305.864	2,009.85	3.451.658
4	1,135.944	408.925	1,875.71	3,420.579
5	1,135.944	272.773	1,650.66	3,059.377
6	1,111.988	297.954	729.44	1,139.382
7		293.096		293.096
8		336.896		336.896
9		276.330		276.330
10		279.072		279.072
11		230.715		230.715
			TOTAL =	20,086.523

5.2 PASOS A SEGUIR PARA ENCONTRAR LAS RIGIDECES EN AMBAS DIRECCIONES.-

1) El c.g. tiene que estar sobre el eje x-x (Por simetría).

2) Para hallar el valor de $\bar{x}$:

$$\bar{x} = \frac{W_1X_1 + W_2X_2 + \ldots W_nX_n}{W_1 + W_2 + W_3 \ldots W_n}$$

W = son áreas en este caso

3) Datos:

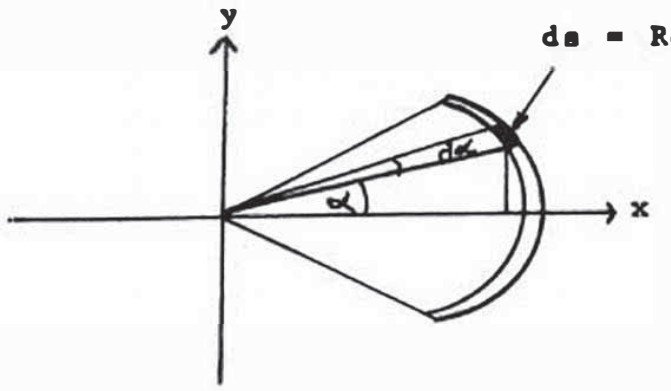
Radios = R_i = 3.96 m.
R_e = 4.14 m.

Espesor = 0.18 m.

Area del Anillo = 4.58 m^2

Area del Falso Silo = 0.76 m^2

4) Método aproximado para calcular la cordenadas del centro de gravedad para los Silos E y A



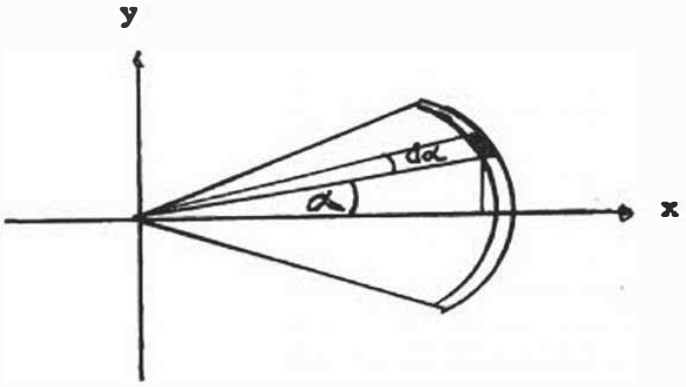
$$\bar{X}_g = \frac{\int_0^{\alpha} X ds}{\int_0^{\alpha} ds} = \frac{\int_0^{\alpha} R\cos\alpha \, Rd\alpha}{\int_0^{\alpha} Rd\alpha}$$

$$\bar{X}_g = \frac{R\int_0^{\alpha}\cos\alpha \, d\alpha}{\alpha^d} = \frac{R\,|\operatorname{sen}\alpha|_0^{\alpha}}{|\alpha|_0^{\alpha}} = \frac{R\,\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}$$

$$\bar{X}_g = \frac{R\,\operatorname{sen}\alpha}{\alpha} = \frac{4.14 \times 0.5 \times 6}{\pi} = 3.95 \qquad \text{A USAR}$$

$$\bar{Y}_g = 0$$

5) Inercia



$d_A = Rd\alpha\,(h)$

$Y = R\,\operatorname{sen}\alpha$

$X = R\cos\alpha$

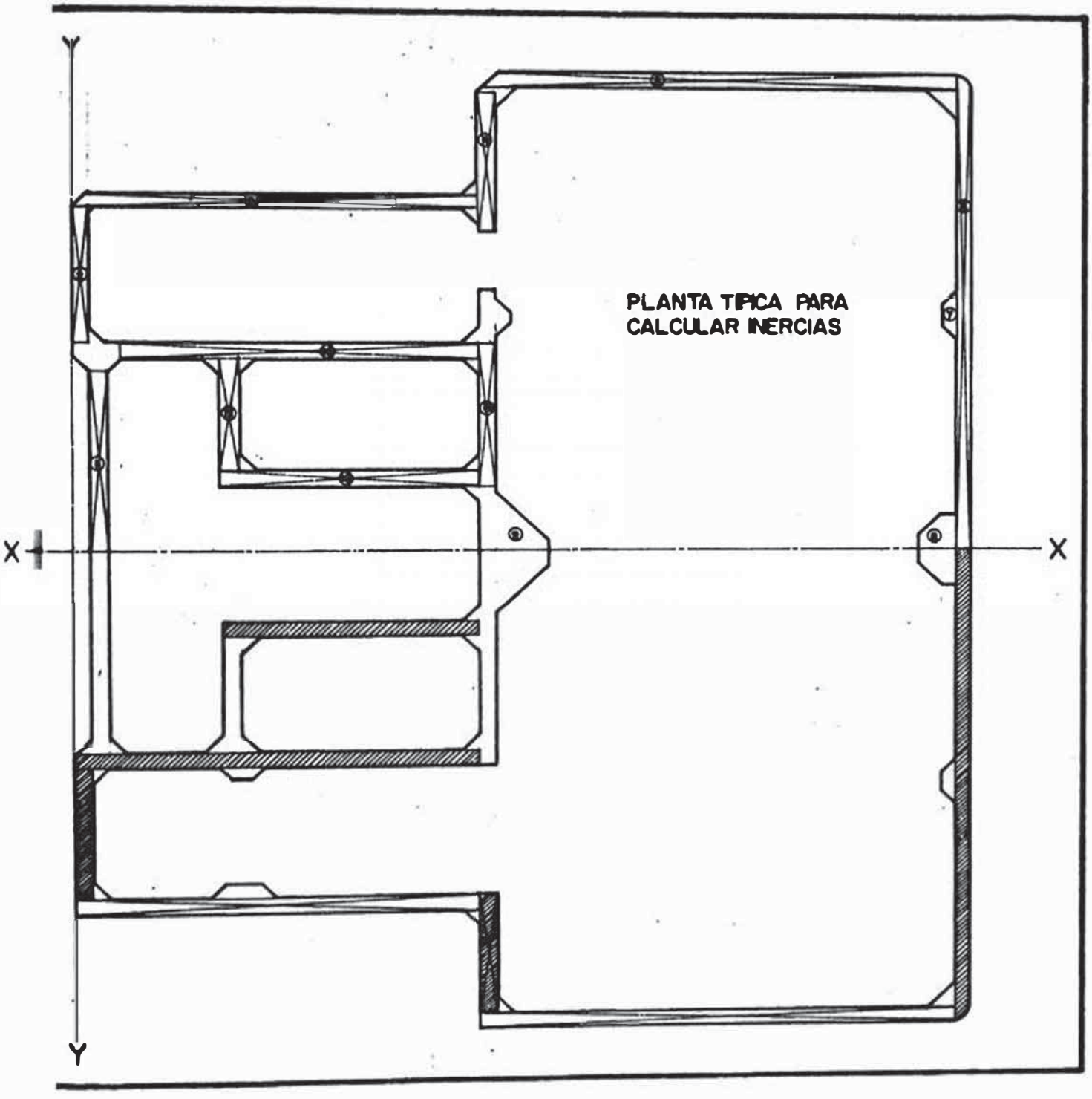
$I_X =$

$d\,I_X = Y^2\,d_A = (R\,\operatorname{sen}\alpha)^2 \; Rhd\alpha$

$$I_X = 2R^3h \int \operatorname{sen}^2\alpha \, d\alpha = 2R^3k \int_0^{\alpha} \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} d\alpha$$

Integrando:

$$I_X = 2R^3h \left[\frac{\alpha}{2} - \frac{\operatorname{sen} 2\alpha}{4}\right]_0^{\alpha} = 2R^3h \left[\frac{\alpha}{2} - \frac{\operatorname{sen} 2\alpha}{4}\right]_0^{\alpha}$$


PLANTA TIPICA PARA
CALCULAR INERCIAS
X
X
Y

$$-I_X = R^3 h \left[\alpha - \operatorname{sen}\alpha\cos\alpha\right]$$ (Es con relación al origen Se necesita con respecto al g.g)

$$I_X = I'_X + A\,\bar{Y}_g^2$$

$$I'_X = I_X - A\,\bar{Y}_g^2 = R^3 h \left[\alpha - \operatorname{sen}\alpha\cos\alpha\right] - \alpha Rh\ (\ldots..)$$

$$-I_Y = R^3 h \left[\alpha + \operatorname{sen}\alpha\cos\alpha\right]$$

$$I_Y = I'_Y + A\,\bar{X}_g^2$$

$$I'_Y = I_Y - A\,\bar{X}_g^2$$

$$I'_Y = R^3 h\ (\alpha + \operatorname{sen}\alpha\cos\alpha) - \alpha Rh\ \left(\frac{R\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}\right)^2$$

$$I'_Y = R^3 h\ (\alpha + \operatorname{sen}\alpha\cos\alpha) - \frac{R^3 h \operatorname{sen}^2\alpha}{\alpha}$$

$$I'_Y = R^3 h\ (\alpha + \operatorname{sen}\alpha\cos\alpha - \frac{\operatorname{sen}^2\alpha}{\alpha})$$ A USAR

5.21 CALCULO DE INERCIA DE LOS ELEMENTOS PARA SER USADAS EN EL CALCULO DE LAS COORDENADAS DEL C.G DE TODA LA PLANTA (En m^4)

$$I_{X\,1} = \frac{0.20 \times \overline{2.8}^3}{12} = 0.37$$

$$I_{Y\,1} = \frac{2.8 \times \overline{0.20}^3}{12} = 0.00186666$$

$$I_{X\,2} = \frac{0.20 \times \overline{1.8}^3}{12} = 0.0972$$

$$I_{Y\,2} = \frac{1.8 \times \overline{0.20}^3}{12} = 0.0012$$

$$I_{X\ 3} = \frac{5.30 \times \overline{0.20}^3}{12} = 0.0035333$$

$$I_{Y\ 3} = \frac{0.20 \times \overline{5.30}^3}{12} = 2.4812833$$

$$I_{X\ 4} = \frac{0.20 \times \overline{1.7}^3}{12} = 0.0818833$$

$$I_{Y\ 4} = \frac{1.7 \times \overline{0.20}^3}{12} = 0.0011333$$

$$I_{X\ 5} = \frac{6 \times \overline{0.20}^3}{12} = 0.004$$

$$I_{Y\ 5} = \frac{0.20 \times \overline{6}^3}{12} = 3.6$$

$$I_{X\ 6} = \frac{0.20 \times \overline{6.80}^3}{12} = 5.2405333$$

$$I_{Y\ 6} = \frac{6.80 \times \overline{0.20}^3}{12} = 0.0045333$$

$$I_{X\ 7} = \frac{0.15 \times \overline{0.20}^3}{12} = 0.0001$$

$$I_{Y\ 7} = \frac{0.20 \times \overline{0.15}^3}{12} = 0.0000562$$

$$I_{X\ 8} = \frac{0.40 \times \overline{0.50}^3}{36} = 0.0013888$$

$$I_{Y\ 8} = \frac{0.50 \times \overline{0.40}^3}{36} = 0.0008888$$

$$I_{X\ 9} = \frac{0.95 \times \overline{0.82}^3}{36} = 0.0145499$$

$$I_{Y\ 9} = \frac{0,82 \times \overline{0,95}^3}{36} = 0.019529$$

$$I_{X\ 10} = \frac{3.4 \times \overline{0.20}^3}{12} = 0.0022666$$

$$I_{Y\ 10} = \frac{0.20 \times \overline{3.4}^3}{12} = 0.6550666$$

$$I_{Y\ 11} = \frac{0.20 \times \overline{1.5}^3}{12} = 0.05625$$

$$I_{Y\ 11} = \frac{1.5 \times \overline{0.20}^3}{12} = 0.001$$

$$I_{X\ 12} = \frac{5.3 \times \overline{0.20}^3}{12} = 0.0035333$$

$$I_{Y\ 12} = \frac{0.20 \times \overline{5.3}^3}{12} = 2.4812833$$

$$I_{X\ 13} = \frac{0,20 \times \overline{2.1}^3}{12} = 0.15435$$

$$I_{Y\ 13} = \frac{2.1 \times \overline{0.20}^3}{12} = 0,0014$$

INERCIA DEL SILO

$$I_{T} = \frac{\pi(R_e^4 - R_i^4)}{4} = \frac{\pi}{4}\left[(4.14)^4 - (3.96)^4\right]$$

$x=y$

$$= \frac{\pi(47.85331)}{4} = 37.5839 \text{ m}^4$$

INERCIA DE FALSO SILO

$$I'_X = R^3 h \left[\alpha + \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha - \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{\alpha} \right]$$

$$= (4.14)^3 \times 0.18 \left[\frac{\pi}{6} + \operatorname{sen} 30° \cos 30° - \frac{\operatorname{sen}^2 30°}{\frac{\pi}{6}} \right]$$

$$= (4.14)^3 \times 0.18 \left[\frac{\pi}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{6}{\pi} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right]$$

$$= \underline{3.3999256 \text{ m}^4}$$

$$I_Y = R^3 h \left[\alpha - \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha \right]$$

$$= (4.14)^3 \times 0.18 \left[\frac{\pi}{6} - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right]$$

$$= (4.14)^3 \times 0.18 \left[0.5235987 - 0.4330127 \right]$$

$$= 1.1570033 \text{ m}^4$$

5.22 CALCULO DE LAS MASAS PARA LOS DISTINTOS NIVELES.-

NIVEL 1 $m_1 = \frac{3'106,581}{981} = 3,166.75 \quad \frac{\text{Kg-seg}^2}{\text{cm.}}$

NIVEL 2 $m_2 = \frac{3'492,837}{981} = 3,560.48$ "

NIVEL 3 $m_3 = \frac{3'451,658}{981} = 3,518.51$ "

NIVEL 4 $\quad m_4 = \frac{3'420,579}{981} = 3,486.83 \quad \frac{Kg\text{-}seg^2}{cm.}$

NIVEL 5 $\quad m_5 = \frac{3'059,377}{981} = 3,118.63 \quad$ "

NIVEL 6 $\quad m_6 = \frac{2'139,382}{981} = 2,180.82 \quad$ "

NIVEL 7 $\quad m_7 = \frac{293,096}{981} = 297.26 \quad$ "

NIVEL 8 $\quad m_8 = \frac{336,896}{981} = 343.42 \quad$ "

NIVEL 9 $\quad m_9 = \frac{276,330}{981} = 281.68 \quad$ "

NIVEL 10 $\quad m_{10} = \frac{279,072}{981} = 284.48 \quad$ "

NIVEL 11 $\quad m_{11} = \frac{230,715}{981} = 235.18 \quad$ "

5.23 CALCULO DE LAS RIGIDECES EN EL EJE "X".-

Se tomarán cuando analisemos el sismo por Y.

1) Rigidez para Nivel 1, 2, 3, 4, 5, 6

$$K_{1X} = \frac{12EI}{h^3} = \frac{12 \times 2.1 \times 10^5 \times 2 \times 1,433.4456 \times 10^8}{(5.64 \times 10^2)^3}$$

$$K_{1X} = \frac{12 \times 2.1 \times 10^5 \times 2 \times 1,433.4456 \times 10^2}{(5.64)^3}$$

$$K_{1X} = K_{2X} = K_{3X} = K_{4X} = K_{5X} = K_{6X} = 402.69329 \times 10^7 \text{ Kg/cm.}$$

2) Rigidez para el Nivel 7

$$K_{7X} = \frac{12EI}{h^3} = \frac{12 \times 2.1 \times 10^5 \times 2 \times 132.79621 \times 10^2}{(7.41)^3}$$

$$K_{7X} = 16.449835 \times 10^7 \text{ Kg/cm.}$$

3) Rigidez para el Nivel 8

$$K_{8X} = \frac{12 \times 2.1 \times 10^5 \times 2 \times 132.79621 \times 10^2}{(6.10)^3}$$

$$K_{8X} = 29.486734 \times 10^7 \text{ Kg/cm.}$$

4) Rigidez para el Nivel 9

$$K_{9X} = \frac{12 \times 2.1 \times 10^5 \times 2 \times 132.79621 \times 10^2}{(7.21)^3}$$

$$K_{9X} = 17.857077 \text{ Kg/cm.}$$

5) Rigidez para el Nivel 10

$$K_{10X} = \frac{12 \times 2.1 \times 10^5 \times 2 \times 132.79621 \times 10^2}{(3.66)^3}$$

$$K_{10X} = 136.51265 \times 10^7 \text{ Kg/cm.}$$

6) Rigidez para el Nivel 11

$$K_{11X} = \frac{12 \times 2.1 \times 10^5 \times 2 \times 132.79621 \times 10^2}{(6.71)^3}$$

$$K_{11X} = 22.153821 \times 10^7 \text{ Kg/cm.}$$

CALCULO DE LAS RIGIDECES EN EL EJE "Y"

Se tomaran cuando analisemos el sismo por X

1) Rigidez para Nivel 1, 2, 3, 4, 5, 6

$$K_{1Y} = \frac{12 \times 2.1 \times 10^5 \times 2 \times 25.236.722 \times 10^2}{(5.64)^3}$$

$$K_{1Y} = K_{2Y} = K_{3Y} = K_{4Y} = K_{5Y} = K_{6Y} = 7,089.6716 \times 10^7 \text{ Kg/cm.}$$

2) Rigidez para el Nivel 7

$$K_{7Y} = \frac{12 \times 2.1 \times 10^5 \times 2 \times 125.29236 \times 10^2}{(7.41)^3}$$

$$K_{7Y} = 15.520313 \times 10^7 \text{ Kg/cm.}$$

3) Rigidez para el Nivel 8

$$K_{8Y} = \frac{12 \times 2.1 \times 10^5 \times 2 \times 125.29236 \times 10^2}{(6.10)^3}$$

$$K_{8Y} = 27.820542 \times 10^7 \text{ Kg/cm.}$$

4) Rigidez para el Nivel 9

$$K_{9Y} = \frac{12 \times 2.1 \times 10^5 \times 2 \times 125.29236 \times 10^2}{(7.21)^3}$$

$$K_{9Y} = 16.848037 \times 10^7 \text{ Kg/cm.}$$

5) Rigidez para el Nivel 10

$$K_{10Y} = \frac{12 \times 2.1 \times 10^5 \times 2 \times 125.29236 \times 10^2}{(3.66)^3}$$

$$K_{10Y} = 128.79881 \times 10^7 \text{ Kg/cm.}$$

6) Rigidez para el Nivel 11

$$K_{11Y} = \frac{12 \times 2.1 \times 10^5 \times 2 \times 125.29236 \times 10^2}{(6.71)^3}$$

$$K_{11Y} = 20.901985 \times 10^7 \text{ Kg/cm.}$$

(Ver tabla I y II)

CALCULO DEL C.G DE TODA LA PLANTA

$$X_g = \frac{\Sigma Ax}{\Sigma A} = \frac{1,915.452}{49.863} = 38.42 \text{ m.}$$

CALCULO DEL C.G DE LA TORRE (PLANTA)

$$X_g = \frac{43.176}{7.903} = 5.46 \text{ m.}$$

INERCIA DE TODA LA PLANTA CON RESPECTO A "X"

$$I_X = \Sigma Ixc + \Sigma Ay^2$$

$$I_{XT} = 37.5839 \times 8 = 300.6712 \text{ m}^4$$

$$I_{Xf} = 3.3999256 \times 7 = \frac{23.799479 \text{ m}^4}{324.47067 \text{ m}^4}$$

$$A_Y{}^2{}_T = 78.499368 \times 8 = 627.99494 \text{ m}^4$$

$$A_Y{}^2{}_f = 49.740556 \times 7 = \frac{348.18389 \text{ m}^4}{976.17883 \text{ m}^4}$$

CALCULO DE LAS RIGIDECES POR CORTE

Por ser para este tipo de estructuras la rigidez por corte más importante que la de flexión será también necesario considerar estas para cada nivel:

$K_s = \frac{GA}{fh}$ donde: $G = 0.4\ E$ y $f = 1.2$

- Con las rigideces por corte y flexión se calcularan las rigideces a usar

$K_{usar} = \frac{K_f\ K_s}{K_s + K_f}$ (se usarán en los cálculos)

NIVEL	K_s (Kg/cm)	K_x (Kg/cm)	K_y (Kg/cm)
1	12.024×10^7	11.6754×10^7	12.0036×10^7
2	12.492 x "	12.1162 x "	12.4700 x "
3	12.492 x "	12.1162 x "	12.4700 x "
4	12.492 x "	12.1162 x "	12.4700 x "
5	12.492 x "	12.1162 x "	12.4700 x "
6	1.560 x "	1.5540 x "	1.5597 x "
7	1.134 x "	1.0609 x "	1.0568 x "
8	1.377 x "	1.3156 x "	1.3120 x "
9	1.340 x "	1.2465 x "	1.2409 x "
10	2.789 x "	2.7332 x "	2.7299 x "
11	1.521 x "	1.4233 x "	1.4178 x "

TABLA I

CALCULO DEL C.G. DE TODO EL CONJUNTO Y DE LA TORRE SOLA

CALCULO DE INERCIAS EN EL EJE "X" E "Y" DE TORRE Y SILOS

ELEMENTO	AREA (m^2)	X(m)	Y(m)	$AX(m^2)$	$IX_c(m^4)$	$IY_c(m^4)$	$AY^2(m^4)$
1	2.80 x 0.20 = 0.56	0.30	1.40	0.168	0.37	0.0018666	1.0976
2	1.80 x 0.20 = 0.36	0.10	3.90	0.036	0.0972	0.0012	5.4756
3	5.30 x 0.20 = 1.06	2.65	5.00	2.809	0.0035333	2.4812833	26.50
4	1.70 x 0.20 = 0.34	5.40	5.75	1.836	0.0818833	0.0011333	11.24125
5	6.00 x 0.20 = 1.20	8.50	6.70	10.20	0.004	3.6	53.868
6	6.80 x 0.20 = 1.36	11.60	3.40	15.776	5.2405333	0.004533	15.7216
7	0.053 m^2 = 0.053	11.425	3.40	0.61	0.0001	0.0000562	0.61268
8	0.12 m^2 = 0.12	11.30	0.16	1.356	0.0013888	0.0008888	0.003072
9	0.39 m^2 = 0.39	5.62	0.27	2.192	0.0145499	0.019529	0.028431
10	3.40 x 0.20 = 0.68	3.70	1.00	2.516	0.0022666	0.6550666	8.68
11	1.50 x 0.20 = 0.30	2.00	1.85	0.60	0.05625	0.001	1.02675
12	5.30 x 0.20 = 1.06	2.65	2.90	2.809	0.0035333	2.4812833	8.9146
13	2.10 x 0.20 = 0.42	5.40	1.95	2.268	0.15435	0.0014	1.59705
	Σ = 7.903			Σ = 43.176	Σ = 6.0295885		Σ = 126.76663

TABLA II

CALCULO DEL C.G. DE TODO EL CONJUNTO Y DE LA TORRE SOLA

CALCULO DE INERCIAS EN EL EJE "X" E "Y" DE TORRE Y SILOS

ELEMENTO	AREA (m^2)	X(m)	Y(m)	AX(m^2)	IX_c (m^4)	IY_c (m^4)	AY^2 (m^4)
Vienen	7.903			43.176	6.0295885		126.76663
D-1	4.58	15.64	4.14	71.63	37.5839	37.5839	78.49936
E-1	0.76	19.78	8.09	15.03	3.3999256	1.1570033	49.74055
D-2	4.58	23.92	4.14	109.55	37.5839	37.5839	78.49936
E-2	0.76	28.06	8.09	21.33	3.3999256	1.1570033	49.74055
D-3	4.58	32.20	4.14	147.476	37.5839	37.5839	78.49936
E-3	0.76	36.34	8.09	27.62	3.3999256	1.1570033	49.74055
D-4	4.58	40.48	4.14	185.40	37.5839	37.5839	78.49936
E-4	0.76	44.62	8.09	33.91	3.3999256	1.1570033	49.74055
D-5	4.58	48.76	4.14	223.32	37.5839	37.5839	78.49936
E-5	0.76	52.90	8.09	40.21	3.3999256	1.1570033	49.74055
D-6	4.58	57.04	4.14	261.24	37.5839	37.5839	78.49936
E-6	0.76	61.18	8.09	46.50	3.3999256	1.1570033	49.74055
D-7	4.58	65.32	4.14	299.17	37.5839	37.5839	78.49936
E-7	0.76	69.46	8.09	52.80	3.3999256	1.1570033	49.74055
D-8	4.58	73.60	4.14	337.09	37.5839	37.5839	78.49936
	Σ = 49.863			Σ = 1,915.452			Σ = 1,102.9454

Σ = 330.50025

INERCIA TOTAL DE LA PLANTA EN "X" (Válida para los 6 primeros niveles)

$I_{TPX} = \sum I_{Xc} + \sum A_Y^2 = 330.50025 + 1,102.9454 =$
$= 1,433.4456\ m^4$ (hay que multiplicarla x 2 debido a la simetría).

INERCIA DE LA TORRE EN "X" (válida para los 5 últimos niveles)

$I_{TOX} = \sum I_{Xc} + \sum A_Y^2 = 6.0295885 + 126.76663 =$
$= 132.79621\ m^4$ (hay que multiplicarla x 2 debido a la simetría)

$X_{cg} = 38.42$ m. $X_{cgTorre} = 5.46$ m.

Ver tablas III y IV

INERCIA TOTAL DE LA PLANTA EN "Y" (válida para los 6 primeros niveles)

$I_{TPY} = \sum I_{Xc} + \sum A_X^2$

$I_{YT} = 37.5839 \times 8 = 300.6712\ m^4$

$I_{Yf} = 1.1570033 \times 7 = \underline{8.0990231}$
$308.7702231\ m^4$

$I_{TOY} = 318.01946 + 24,918.703 = 25,236.722\ m^4$ (hay que multiplicarla x 2 debido a la simetría)

INERCIA PARA LOS 5 ULTIMOS NIVELES EN EL EJE "Y"

$I_{TOY} = 9.2492401 + 116.04312 = 125.29236\ m^4$ (hay que multiplicarla x 2 debido a la simetría)

TABLA III

CALCULO DE LAS INERCIAS CON RESPECTO AL EJE "Y" PARA TODA LA PLANTA Y PARA LA TORRE SOLA

ELEMENTO	AREA m^2	X(m) ANTIGUA	X(m) NUEVA	$AX^2(m^4)$ NUEVA	$I_{Yc}(m^4)$	X (NUEVA) PARA TORRE	$AX^2(m^4)$
1	0.56	0.30	38.12	813.75526	0.0018666	5.16	14.910336
2	0.36	0.10	38.32	528.63206	0.0012	5.36	10.342656
3	1.06	2.65	35.77	1,356.2624	2.4812833	2.81	8.369866
4	0.34	5.40	33.02	370.70893	0.0011333	0.06	0.001224
5	1.20	8.50	29.92	1,074.2476	3.6	3.04	11.08992
6	1.36	11.60	26.82	978.26486	0.004533	6.14	51.271456
7	0.053	11.425	26.995	38.622691	0.0000562	5.965	1.8858049
8	0.12	11.30	27.12	88.259328	0.0008888	5.84	4.092672
9	0.39	5.62	32.8	419.5776	0.019529	0.16	0.009984
10	0.68	3.70	34.72	819.72531	0.6550666	1.76	2.106368
11	0.30	2.00	36.42	397.92492	0.001	3.46	3.59148
12	1.06	2.65	35.77	1,356.2624	2.4812833	2.81	8.369866
13	0.42	5.40	33.02	457.93456	0.0014	0.06	0.001512
					Σ= 9.2492401		Σ= 116.04312

TABLA IV

CALCULO DE LAS INERCIAS CON RESPECTO AL EJE "Y" PARA TODA LÁ PLANTA Y PARA LA TORRE SOLA

ELEMENTO	AREA m^2	X(m) ANTIGUA	x(m) NUEVA	AX^2 (m^4) NUEVA	I_{Yc} (m^4)
D-1	4.58	15.64	22.78	2,335.1423	37.5839
E-1	0.76	19.78	18.64	264.06169	1.1570033
D-2	4.58	23.92	14.50	962.945	37.5839
E-2	0.76	28.06	10.36	81.570496	1.1570033
D-3	4.58	32.20	6.22	177.19287	37.5839
E-3	0.76	36.34	2.18	3.611824	1.1570033
D-4	4.58	40.48	2.06	19.435688	37.5839
E-4	0.76	44.62	6.20	29.2144	1.1570033
D-5	4.58	48.76	10.34	489.67344	37.5839
E-5	0.76	52.90	14.48	159.3495	1.1570033
D-6	4.58	57.04	18.62	1,587.9061	37.5839
E-6	0.76	61.18	22.76	393.69337	1.1570033
D-7	4.58	65.32	26.90	3,314.1338	37.5839
E-7	0.76	69.46	31.04	732.24601	1.1570033
D-8	4.58	73.60	35.18	5,668.3563	37.5839
				Σ= 24,918.703	Σ= 318.01946

5.24 DETERMINACION DE PERIODOS DE VIBRACION Y FORMAS DE MODO CORRESPONDIENTES.

Ver listado del computador al final de este capítulo.

5.3 ANALISIS DINAMICO DE MODELOS ESTRUCTURALES EMPLEANDO ENVOLVENTES SISMICAS DE VELOCIDADES.-

5.31 METODO:

1) Se calcula una velocidad de diseño que depende de la ubicación, uso de la estructura, interacción suelo-estructura, y de la velocidad espectral

2) A su vez la velocidad espectral depende del período predominante del suelo, del período de vibración y amortiguamiento de la estructura, y de la velocidad standard.

3) La velocidad standard toma en cuenta la sismicidad de la zona donde esta ubicada la estructura; este valor será diferente para zonas de mayor o menor sismicidad. El Japón como consecuencia de un estudio de su sismicidad para la velocidad standard ha adoptado el valor de 60 cm/seg.

4) En base a la velocidad de diseño es posible calcular los desplazamientos y fuerza cortante de los pisos por intermedio de las fórmulas que son variantes del método espectral. Estas fórmulas incluyen las formas de modo, factor de participación, masa de cada piso y frecuencia angular de vibración. Este método también nos da la oportunidad de incluir un parámetro que toma en cuenta el comportamiento no-lineal de la estructura representado por su

ductilidad y que modificará los cortantes obtenidos.

En nuestro medio para el análisis de estructuras usuales se utiliza el procedimiento propuesto por el Reglamento Peruano de Diseño Antisismico, el cual en resumen viene a ser el Método Estático de Fuerzas Equivalentes.

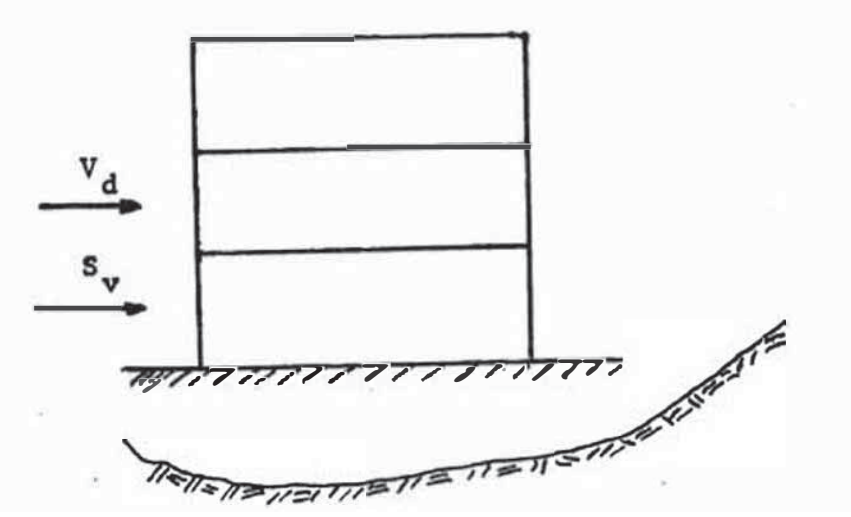
Para análisis de estructuras de mayor importancia se recomienda usar un análisis dinámico sobre la base de un espectro teórico

$$S\ a = c.g. = 0.05\ g\sqrt[3]{T}$$

Dada las condiciones expuestas anteriormente creemos que es necesario contar con un método de análisis práctico más real y que a su vez represente tiempos mínimos de computación empleados.

S_v = velocidad de diseño. En este caso lo representare - moa por V_d. Para obtener V_d debe hallarse primero S_v que a la vez está determinado po S_o.

En forma esquemática puede representarse como:



V_o = velocidad standard
S_v = velocidad básica espectral
V_d = velocidad de diseño

La velocidad de diseño se obtiene con la siguiente fórmula:

$$V_d = Z.\ I.\ E.\ S_v$$

donde:

V_d = velocidad de diseño
Z = factor que depende de la ubicación del edificio
I = factor que depende del uso del edificio
E = factor de modificación debido a la relación suelo-estructura
S_v = velocidad básica de respuesta espectral

A su vez S_v está relacionada con el período del edificio, período del suelo, amortiguamiento del edificio, de la siguiente manera:

$$S_v = M_1 . M_2 . S_r . V_o$$

donde:

M_1 = coeficiente que depende del período predominante del suelo
M_2 = coeficiente dependiente del factor de amortiguamiento
S_r = velocidad especial normalizada decidida por:

$$r = \frac{Tb}{\bar{T}g}$$

$S_r = r$ si $0 \leq r \leq 1$
$S_r = 1$ si $r > 1$

T_b = período de la estructura en un modo arbitrario
T_g = período predominante de diseño del subsuelo
T_g = período predominante del suelo
V_o = velocidad standard que se obtiene de los mapas de regionalización sísmica. En este caso primero debemos multiplicar esta velocidad por el factor de amplificación.

A continuación se muestran las tablas para escoger los valores de todos los factores que intervienen en la obtención de la velocidad de diseño.

Z de 0.8 a 1.0 según sea zona de mayor o menor sismicidad

FACTOR I	
EDIFICIOS	I
Estaciones radiales, televisión, hospitales, reservorios	1.5
Estaciones telegráficas, telefónicas, bomberos	1.3
Oficinas gubernamentales, edificios escolares, edificios muy altos ($h > 60$ m), edificios de grandes plantas ($A > 10{,}000$ m^2)	1.2
Otros	1.0

FACTOR E

CONDICION DEL SUELO	EDIFICIO DE							
	MADERA	ALBAÑILERIA	PORTICO C. ARMADO	PAREDES C. ARMADO	PAREDES C. PRE-TENSADO	ESTRUCTURAS MIXTAS	ACERO	PORTICOS C. ARMADO C/PERF
Suelo muy estable y duro (roca, grava, arena gravosa)	0.7	1.5	1.0	1.3	1.5	1.0	0.9	0.9
Suelo bueno (arenosa, gravosa, arena dura)	1.0	1.3	1.1	1.2	1.3	0.9	1.0	1.0
Suelo estable (arcilla arenosa y gravosa y mixtos)	1.3	1.0	1.2	1.0	1.2	0.9	1.0	1.2
Suelo malo y blando	1.5	1.9	1.3	0.9	1.2	0.9	1.1	1.3

VALORES DE M_1		
Tg (seg)	$\bar{T}g$ (seg)	M_1
$Tg \leq 0.5$	0.5	1.0
$0.5 < Tg \leq 1.5$	1.0	1.5
$Tg \geq 1.5$	2.0	2.0

VALORES DE M_2	
Amortiguamiento h	M_2
$h \leq 0.01$	1.0
$h = 0.05$	0.7
$h = 0.20$	0.4
$h \geq 0.5$	0.2

Una vez obtenida la velocidad de diseño se entra a calcular la fuerza sísmica, los cortantes y el desplazamiento.

5.32 FUERZA SISMICA.-

$$F_i = M_i \sqrt{\sum_{n=1}^{n} (B_n \cdot \phi_{in} \cdot W_n \cdot V_d)^2}$$

donde:

F_i = fuerza sísmica en el i° piso (Ton.)
M_i = masa del i° piso (Ton x $seg^2/cm.$)
ϕ_{in} = n° forma de modo en el i° piso
B_n = n° factor de participación
W_n = frecuencia angular del n° modo
V_d = velocidad sísmica de diseño
n = máximo número de modos considerados

5.33 Fuerza de Corte y Desplazamientos.-

$$Q_i = \sum_{i=1}^{N} \sqrt{\left(\sum_{n=1}^{n} M_i \cdot B_n \cdot \phi_{in} \cdot W_n \cdot V_d\right)^2}$$

$$U_i = \sqrt{\sum_{n=1}^{n} \left(B_n \cdot \phi_{in} \cdot V_d / W_n\right)^2}$$

donde:

Q_i = fuerza de corte en el i° piso
U_i = desplazamiento de la base del i° piso
N = número de pisos

Como la mayoría de las estructuras son dúctiles y ésto les permite soportár más fuerzas, el cortante debe ser modificado en la siguiente forma:

$$Q'_i = Q_i / \sqrt{2u - 1}$$

donde:

Q'_i = fuerza de corte en el i° piso, considerando el factor de ductilidad

Q_1 = fuerza de corte dada por la ecuación anterior
u = factor de ductilidad mayor de 1.0

El factor de ductilidad puede escogerse con la ayuda de la siguiente tabla:

FACTOR DE DUCTILIDAD (u)

EDIFICIO	u
Estaciones de radio, hospitales, almacenes peligrosos en el área urbana	1.0
Partes bajas del Edificio	1.0 a 1.5
Estaciones telegráficas, telefónicas, bomberos, oficinas administrativas, edificios escolares, estructuras grandes	1.0 a 2.0
Otras estructuras dúctiles	2.0 a 3.0

Podemos notar que las fórmulas qua nos dan la fuerza cortante y desplazamiento incluyen los términos para utilizar todos o algunos modos. También se nota que se toma como respuesta la más aproximada hasta ahora, que es la raíz media cuadrática.

5.34 RECOMENDACIONES PARA EL USO DEL NUEVO METODO.-

Como parte adicional se dá unas sugerencias para la selección de valores de diseño que son producto de otras investigaciones, y más que nada se incluyen como deducción teórica.

a) Valor del Factor "Z"

Como se ha dicho anteriormente, es un factor que depende de la zona de ubicación de la estructura. En este caso nos ayudaremos con los mismos mapas de regionalización sísmica que dan idea de las zonas más desfavorables.

b) Valor del Factor "I"

Es un valor que depende del uso a que va a ser destinado el edificio y se basa en la prioridad y cantidad de personas que va a albergar durante su vida.

c) Valor del Factor "E"

Debe tenerse bastante cuidado al seleccionar este valor porque es uno de los que toma en cuenta el suelo; es sabido que la Geología local tiene marcada influencia sobre la intensidad del movimiento del suelo y ello sobre el comportamiento de la estructura. Los grados de daño dependen en algunos casos del suelo y el espesor de las capas superficiales. La clasificación de los edificios por su material se debe a que su comportamiento va a ser diferente y en especial su rigidez.

d) Valor del Factor "M_1"

Se considera que el período predominante del suelo tiene gran importancia en el diseño de estructuras asísmicas porque el fenómeno de resonancia puede ocurrir cuando el período natural del edificio es igual al período predominante del suelo sobre el cuál se cimienta el edificio.

El período predominante del suelo es determinado por observaciones de microterremotos, pero una investigación

completa requiere además de lo anterior, de perforacio - nes, estudio geológico, estudio microtopográfico.

Como información se puede dar los siguientes valores para perfodos predominantes de diferentes suelos:

SUELO	PERIODO Tg (seg)
Roca, tererno duro	0.1 a 0.2
Firme aluvional	0.2 a 0.4
Suave aluvional	0.3 a 0.6
Suave de gran potencia	0.2 a 1.0

e) Valor de "M_2"

Este depende del amortiguamiento de la estructura. Se sabe que esta caracteriatica reduce la respuesta de la estructura; el amortiguamiento es provisto por los materiales de los miembros de la estructura y también por los miembros no estructurales, sin embargo no existe una teorfa definida que permita establecer el coeficiente de amortiguamiento.

En el presente el factor de amortiguamiento es estimado por medio de trabajos experimentales y las siguientes conclusiones han sido establecidas:

- En edificios rígidos y masivos el amortiguamiento es mayor.

- Parece haber tendencia a que el amortiguamiento se incremente con un decremento en el período natural, el cual depende de la forma, tamaño y altura del edificio. Se dice que de edificios altos debe esperarse un amortiguamiento menor.

- Partes no estructurales como paredes divisorias, tabiquería, incrementan el amortiguamiento.

- El amortiguamiento se incrementa con los modos de vibración.

- El amortiguamiento se incrementa con el desplazamiento.

- El amortiguamiento en estructuras de concreto armado es mayor que en estructuras de acero.

Diferentes autores dan valores diferentes para el factor de amortiguamiento, y éstos son:

TIPO CONSTRUC.	J BLUME	L JACOBSON	R MERRIT & HOUSNER	S NAFET-VARINE	E ROSEN-BLUETH	F TSUI	H UNEMURA	J BORGES & RAVARA
CONCRETO REFORZ	0.05 a 0.10	0.10 a 0.16	0.07 a 0.10	0.09	0.05 a 0.08	0.07 a 0.14	0.05 a 0.09	0.04 a 0.05
ESTRUCT. ACERO	---	---	---	0.03	0.01 a 0.04	0.03 a 0.06	0.01 a 0.08	Elast. Plast.
EDIFICIO MADERA	---	0.10 a 0.20	---	0.06	---	---	0.20	---
EDIFICIO ALBAÑILER.	---	0.10 a 0.18	---	0.06	---	---	0.20	---

f) Factor de Ductilidad "u"

Ductilidad es la habilidad de una estructura para incrementar su deformación inicial mientras permanece sosteniendo una carga.

Se define como la relación de la deflexión máxima permisible a la deformación límite.

La propiedad de ductilidad es importante por dos razones básicas:

- Es económicamente imprácticó diseñar las estructuras para resistir el máximo sismo esperado dentro del rango elástico de esfuerzos.

- Es difícultoso predecir las características de un movimiento sísmico en un lugar dado.

Por las razones mencionadas, la mayoría de los códigos de Antisismica especifican fuerzas más pequeñas que la fuerza esperada por un sismo severo.

Muchas veces las estructuras resisten sismos más fuertes que aquel para el cual fueron diseñadas, no por los coeficientes de seguridad que se hayan tomado, sino porque la estructura entra al comportamiento no-lineal debido a la ductilidad que poses.

En salvaguarda de la integridad se toman en cuenta muchos detalles que permiten que la estructura sea dúctil y pueda tomar más esfuerzos, tales son aquellos de estribamiento y limitaciones de cuantía. La magnitud del factor de ductilidad que puede ser alcanzado en una estructura depende del material y configuración estructural,

la velocidad de carga, la tendencia de algunos materia - les a fallar con fractura frágil y otros como; nudos, co nexiones y algunas concentraciones de esfuerzos.

Existen muchas fórmulas y gráficos que tratan de hallar el factor de ductilidad y experimentalmente se ha obteni do valores de 4 ó 5 para el factor de ductilidad.

5.35 PROGRAMAS DE COMPUTACION.-

A continuación se detallan los programas de computación usados en este trabajo. Los programas están lo suficiente - mente detalladoa para permitir que cualquier persona que es té familiarizada con los elementos de programación pueda u- sarlos. (Ver listado del computador al final del capítulo)

A la computadora debe suministrarse las masas y rigide - ces de cada piso y los valores de los factores de correc- ción que usa el nuevo método Japonés para calcular la velo- cidad del diseño. En base a ésto la computadora nos dará co mo resultado los desplazamientos y cortantes por piso para el Método Espectral del Reglamento Peruano y también los desplazamientos y cortantes por piso para el nuevo método Japonés.

El nombre de las variables usadas están definidas en el programa principal a excepción de los nombres de las varia- bles de los factores que nos sirven para calcular la veloci dad de diseño que son dadas a continuación:

Z = valor de Z (depende de la ubicación del Edificio)

USOI = valor de I

E = valor del factor E

TG = período predominante del suelo
VO = velocidad standard
DUCT = $\sqrt{2u - 1}$ = (Factor de ductilidad)

XM_1 = valor de M_1
XM_2 = valor de M_2

Valores del Método Japonés a Usar

Z = 1.0 por estar ubicados los Silos en el Callao
I = 1.5 se puede considerar como Reservorio
E = 1.0 por ser el suelo arcilla
Tg = 0.4 suave aluvional
V_o = 6 x 5 = 30 cm/seg. período de retorno 50 años
DUCT = $\sqrt{2u - 1}$ = $\sqrt{2 \times 2 - 1}$ = $\sqrt{3}$ = 1.732
M_1 = 1.0
M_2 = 0.7 por ser K = 0.05 (Umemura)
Amortiguamiento 5%

5.4 ANALISIS ESTATICO DE FUERZAS EQUIVALENTES.-

5.41 ANALISIS ESTATICO EN EL EJE X-X.-

5.411 CALCULO DE LA FUERZA SISMICA EJE X-X.-

- Fuerza Horizontal en la Base Eje X-X

H = ZUCKP

a) Z = factor de zona = 2 (Asumido)

b) U = zona = 2 Callao

Uso de la edificación = "C"

.. U = 1.00

c) K = estructura tipo cajón

K = 1.33

d) Cálculo de "C"

$$C = \frac{0.05}{\sqrt[3]{T}}$$

T = 0.05 h/$\sqrt{D}$ (Muros de corte)

h = 64.93 m.

D_x = 76.34 m.

T = 0.05 x 64.93/ $\sqrt{76.34}$ = 0.3715688

C = 0.05 / $\sqrt[3]{0.3715688}$ = 0.0695342

e) P = 20,086.523 T

Luego:

H_X = ZUKCP = 2 x 1 x 1.33 x 0.0695342 x 20,086.523

H_X = 3,715.22 Tn.

Peso Concentrado al Ultimo Nivel = 0.10 x 3,715.22 =

= 371.522 Tn.

$$F_i = 0.90 \times H \times \frac{W_i h_i}{\sum W_i h_i}$$

cte. = 0.90 x 3,715.22 = 3,343.698

5.412 VER CUADRO

5.412 CALCULO DE LA CORTANTE ESTATICA EN CADA NIVEL - EJE X-X.-

NIVEL	h_i ACUMULADA (m)	PESO EN CADA NIVEL (W_i) (Tn)	$W_i h_i$	$\frac{W_i h_i}{\Sigma W_i h_i}$	F_i = cte. $\frac{W_i h_i}{\Sigma W_i h_i}$ (Tn)	CORTANTE "H" ESTATICA (Tn)
1	5.64	3,106.581	17,521.116	0.0411768	137.68	3,715.22
2	11.28	3,492.837	39,399.201	0.0925932	309.60	3,577.54
3	16.92	3,451.658	58,402.053	0.1372524	458.93	3,267.94
4	22.56	3,420.579	77,168.262	0.1813554	606.40	2,809.01
5	28.20	3,059.377	86,274.431	0.2027561	677.96	2,202.61
6	33.84	2,139.382	72,396.686	0.1701416	568.90	1,524.65
7	41.25	293.096	12,090.21	0.0284135	95.00	955.75
8	47.35	336.896	15,952.025	0.0374893	125.35	860.75
9	54.56	276.330	15,076.564	0.0354318	118.47	735.40
10	58.22	279.072	16,247.571	0.0381839	127.68	616.93
11	64.93	230.715	14,980.324	0.0352056	117.72 +371.522	489.25
		Σ = 425,508.42				

5.42 ANALISIS ESTATICO EN EL EJE Y-Y.-

5.421 CALCULO DE LA FUERZA SISMICA EN DIRECCION Y-Y.-

- Fuerza Horizontal en la base eje Y-Y

H = ZUCKP

a) Z = factor de zona = 2 (Asumido)

b) U = zona 2 = Callao

uso de edificación = "C"

$\therefore$ U = 1.00

c) K = 1.33 (Estructura tipo cajón)

d) Cálculo de "C"

$$C = \frac{0.05}{\sqrt[3]{T_y}}$$

T = 0.05 h/ $\sqrt{D}$ (Muros de corte)

h = 64.93

D = 16.56 m.

$$T = \frac{0.05 \times 64.93}{\sqrt{16.56}} = 0.7978$$

$$C = \frac{0.05}{\sqrt[3]{0.7978}} = 0.0539$$

Luego:

H_y = ZUNCKP = 2 x 1 x 0.0539 x 1.33 x 20,086.523 Tn.

H_y = 2,879.89 Tn.

$$F_i = 0.90 \times H_y \times \frac{W_i h_i}{\sum W_i h_i}$$

cte. 0.90 x 2,879.89 = 2,591.90 Tn.

Peso concentrado al Ultimo Nivel = 0.10 x 2,879.89 = H_y = 287.989 Tn.

5.422 Calculo de la Cortante Estatica en Cada Nivel - Eje Y-Y.-

NIVEL	h_i ACUMULADA (m)	PESO EN CADA NIVEL	CTE. $\frac{W_i h_i}{\sum W_i h_i} = F_i$	CORTANTE "H" Tn.
1	5.64	3,106.581	106.73	2,879.89
2	11.28	3,492.837	239.99	2,773.16
3	16.92	3,451.658	355.75	2,533.17
4	22.56	3,420.579	470.05	2,177.42
5	28.20	3,059.377	525.52	1,707.37
6	33.84	2,139.382	440.99	1,181.85
7	41.25	293.096	73.65	740.86
8	47.35	336.896	97.17	667.21
9	54.56	276.330	91.84	570.04
10	58.22	279.072	98.97	478.2
11	64.93	230.715	91.25 +287.989	379.23

C A P I T U L O VI

ANALISIS Y DISEÑO ESTRUCTURAL DEL SILO

6.1 ANALISIS ESTRUCTURAL USANDO EL PROGRAMA "ELAS".-

6.11 DETERMINACION DE ZONAS CRITICAS.-

6.111 DESCRIPCION DEL PROGRAMA "ELAS".-

Este programa se conoce con el nombre de "ELAS". Este nombre representa las dos primeras sílabas de la palabra elasticidad, nombre con el cual se conoce a la teoría estructural utilizada para el estudio de los medios continuos. El programa requiere como datos de entrada lo siguiente:

1º Las coordenadas expresadas en un sistema de coordenadas generales, de cada uno de los puntos nodales del modelo establecido que represente a la estructura en un medio continuo.

2º La topología geométrica de la estructura indicando las características principales elásticas de los materiales y las condiciones de carga actuante sobre los elementos del modelo.

3º Las condiciones de borde pre-establecidas que identifiquen los modelos escogidos con el prototipo de la estructura.

Como resultado que se muestra en las hojas de listado se obtiene lo siguiente:

1º La repetición de las propiedades geométricas de los puntos nodales y la topología de los elementos de la estructura, con el objeto de proceder a una verificación de los datos de entrada.

2º Las deformaciones producidas en cms. en cada uno de los puntos nodales del modelo.

6.112 METODO DE SOLUCION.-

Dentro de la solución del programa, ELAS genera las ecuaciones que definen el comportamiento de las deformaciones desconocidas de cada punto del modelo y encuentra el punto estacionario de la energía potencial mínima asociada con cada una de las condiciones de carga.

En el caso que la distribución de las deformaciones en los límites de cada elemento no sea conocida se asume un comportamiento lineal dentro de cada región del elemento.

Los esfuerzos y deformaciones se expresan en los listados en el sistema de coordenadas locales imprimiendo también los cosenos directores de ubicación de los ejes locales con respecto a los ejes generales de la estructura.

6.113 DEFINICION DE CONDICIONES DE EQUILIBRIO.-

a) Grado de Libertad de Un punto:

En el programa ELAS, el sistema primario de variables desconocidas está constituído básicamente por las deformaciones y son éstas las que conocemos comúnmente como grados de libertad.

Dadas las condiciones del problema, ELAS asume de que todos los puntos tienen el mismo número de grados de libertad.

b) Geometría de la Estructura:

Esta se define construyendo un modelo de la estructura

por medio de puntos nodales cuyas coordenadas serán dadas a conocer al computador a través de un sistema de coordenadas globales. Pueden idealizarse estos puntos del modelo como conjunto de líneas rectas o planos que definen subdominios no superpuestos entre sí, y que cubren totalmente el volumen de la estructura. Estos subdominios así definidos son llamados elementos finitos.

En el presente estudio he utilizado para la solución de las estructuras los elementos triangulares y cuadrilateros que mas se asemejaban a las condiciones estructurales del modelo de este problema.

c) Material:

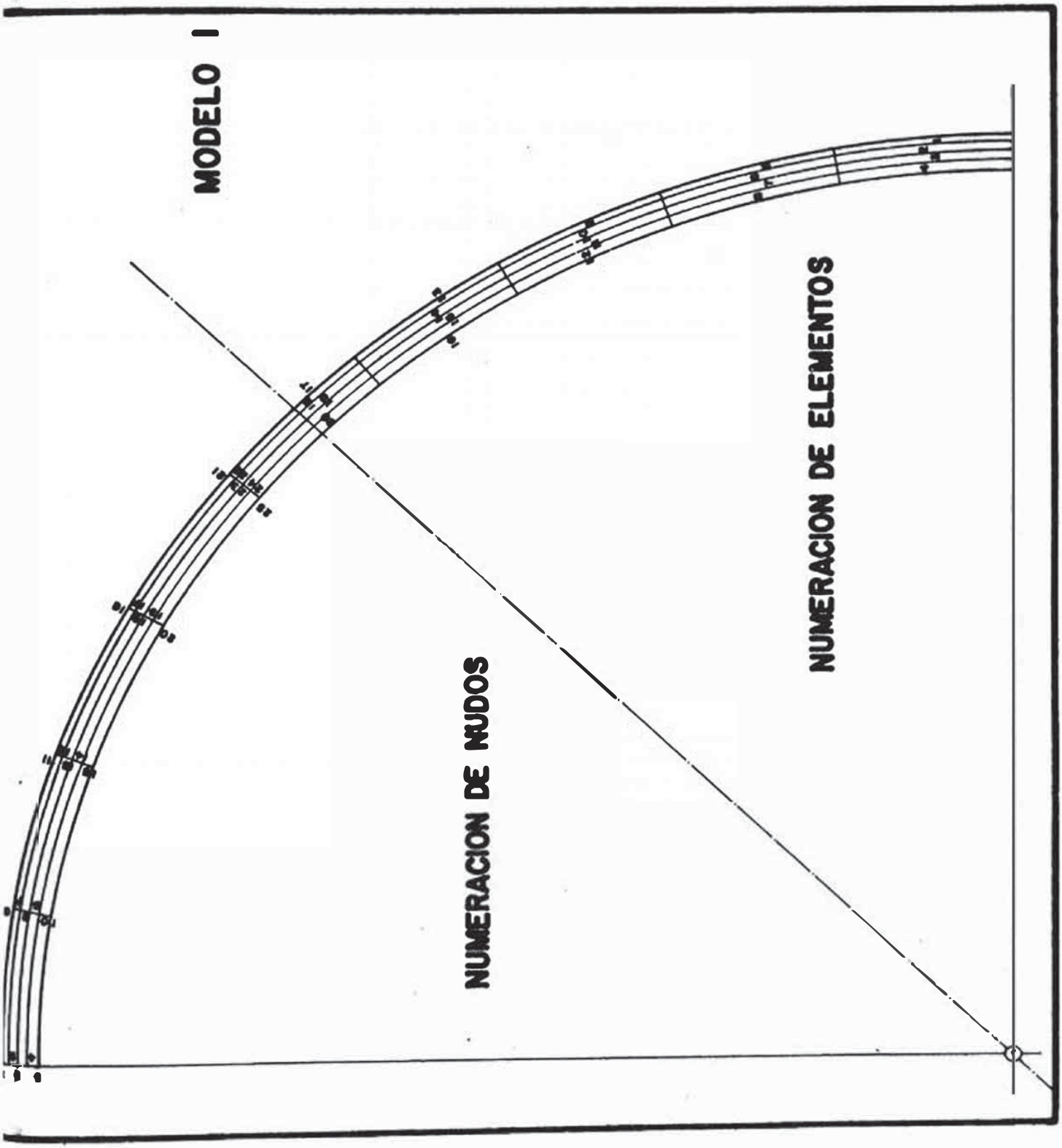
En cada uno de los elementos se asume que el material es homogéneo.

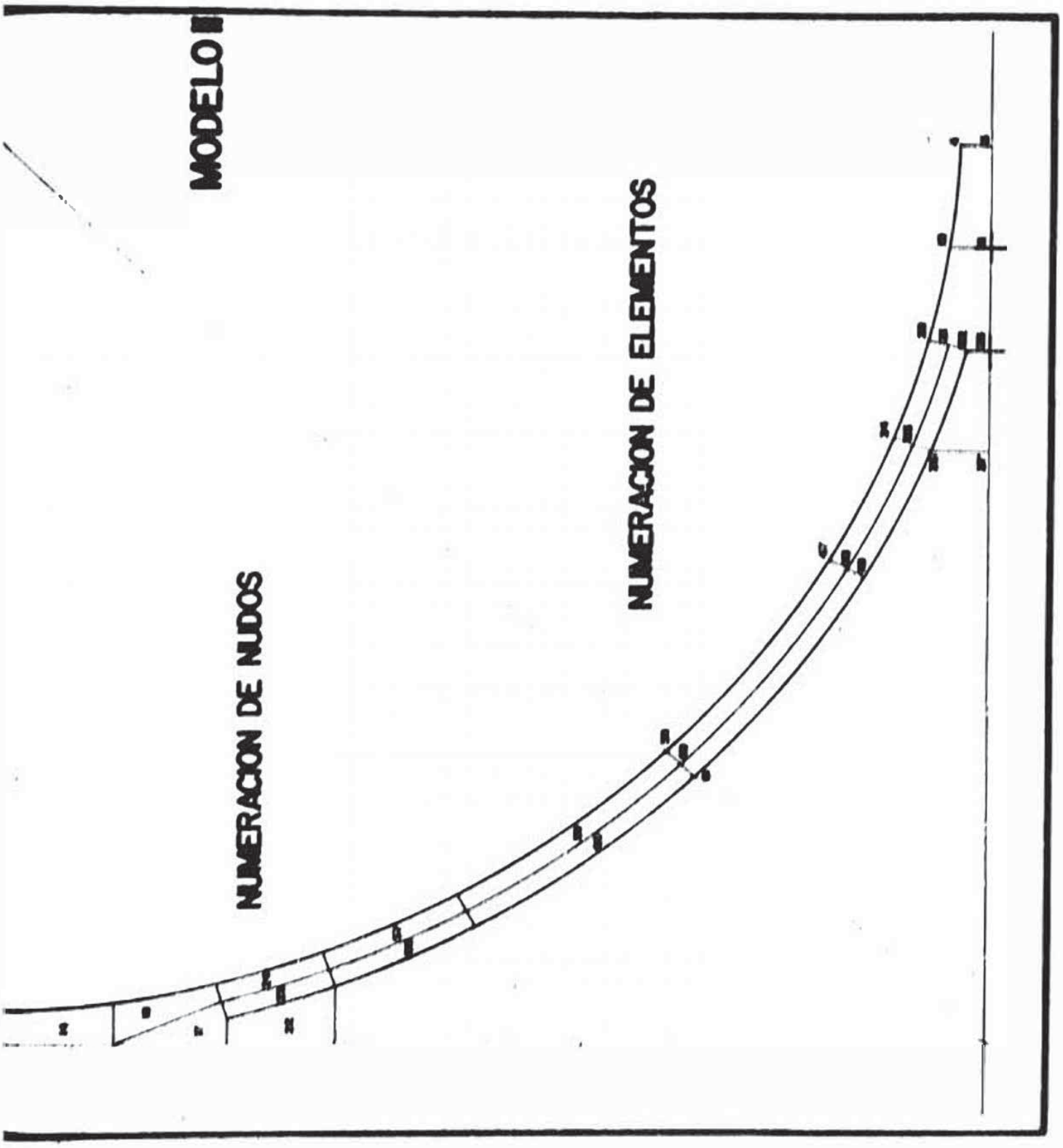
6.114 DETERMINACION DE ZONAS CRITICAS.-

Para este estudio se han determinado 2 zonas a analizar para las cuales se han definido sus respectivos modelos que se llamarán I y II. El primero corresponde a un cuadrante típico del Silo y el segundo a la intercelda central.

MODELO I

Se representa un cuadrante típico del Silo a ser estudiado teniendo en cuenta las consideraciones del análisis elástico para el caso de deformación plana. El modelo sugerido contiene 50 nudos que definen 36 elementos de concreto de la pared del Silo. La estructura así definida contiene 100 grados de libertad, lo que a su vez implica para su solución un siatema de 100 ecuaciones simultáneas con 100 incóg


MODELO I
NUMERACION DE NUDOS
NUMERACION DE ELEMENTOS


MODELO
NUMERACION DE NUDOS
NUMERACION DE ELEMENTOS

nitas. Este modelo será sometido a cargas de presión interna que generarán posteriormente esfuerzos tangenciales de tracción en la totalidad de las paredes del Silo.

Las cargas de presión interna fueron consideradas teniendo en cuenta las presiones generadas por la presencia de granos con todos sus efectos y la posibilidad mas desfavorable de no contener sobrecarga de granos en las caras exteriores que fueran a contrarrestar los efectos de tensión.

MODELO II

Tiene como finalidad el estudio y análisis estructural de las intersecciones producidas por el encuentro de 4 Silos, llamadas interceldas centrales.

Con la finalidad de conocer las concentraciones de esfuerzos que pudieran también generarse ante los cambios bruscos de sección producidos en las uniones propiamente dichas, se usará un modelo de 116 puntos nodales con 80 elementos constituyentes de las paredes de concreto. El análisis que se fectuará será siguiendo las consideraciones del caso de deformación plana.

6.12 Calculo de Deformaciones.-

Ver listado del Computador.

6.13 Calculo de Esfuerzos.-

Del listado del computador se obtiene: para cada modelo los siguientes datos los cuales servirán para calcular los esfuerzos.

Para el cálculo de los esfuerzos principales se usarán las siguientes tablas:

COLUM.	NOMBRE	COMENTARIO
1	$tg2\alpha = -2\tau_{xy}/(\sigma_x - \sigma_y)$	Angulo que indica las direcciones principales con respecto a los ejes cartesianos
2	Nudo	Ver dibujo
3	σ_x	Esfuerzo en el nudo (Ver listado del computador).
4	σ_y	IDEM
5	τ_{xy}	Cortante en el nudo (Ver listado del computador)
6	$(\sigma_x+\sigma_y)/2$	Centro del círculo de MOHR
7	$(\sigma_x-\sigma_y)/2$	Semidiferencia de esfuerzos.
8	$[(\sigma_x-\sigma_y)/2]^2$	Columna 7 al cuadrado
9	τ_{xy}^2	Columna 5 al cuadrado
10	$\tau_{xy}^2 + [(\sigma_x-\sigma_y)/2]^2$	Suma de 8 y 9
11	$\tau_{max} = \sqrt{\tau_{xy}^2 + [(\sigma_x-\sigma_y)/2]^2}$	Cortante máxima (radio del círculo de MOHR).
12	$\sigma_{max} = (\sigma_x+\sigma_y)/2 - \tau_{max}$	Esfuerzo principal-maxima compresión (Mínima tracción)
13	$\sigma_{min} = (\sigma_x+\sigma_y)/2 + \tau_{max}$	Esfuerzo principal-mínima compresión (máxima tracción)

MODELO I - CALCULO DE LOS ESFUERZOS PRINCIPALES

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	7	9.32	0.616	1.54								
	42	9.72	0.636	-1.48								
9.5°	PROMEDIO	9.27	0.63	1.51	4.95	4.32	18.66	2.28	20.94	4.58	0.37	9.53
	12	8.50	1.40	-2.91								
	37	8.33	1.57	-3.04								
20.5°	PROMEDIO	8.42	1.48	2.97	4.95	3.47	12.04	8.82	20.86	4.57	0.38	9.52
	17	7.57	2.27	-3.64								
	32	7.36	2.53	-3.88								
28°	PROMEDIO	7.46	2.40	3.76	4.93	2.53	6.40	14.14	20.54	4.53	0.40	9.46
	22	5.66	3.92	-4.33								
	27	6.17	3.57	-4.28								
38°	PROMEDIO	5.92	3.74	4.31	4.83	1.09	1.19	18.58	19.76	4.45	0.38	9.28
	9	9.46	0.526	-1.58								
	43	9.32	0.508	-1.41								
9.5°	PROMEDIO	9.39	0.52	1.50	4.95	4.43	19.67	2.25	21.92	4.68	0.27	9.63
	13	8.63	1.31	-2.97								
	38	8.33	1.52	-3.12								
20.5°	PROMEDIO	8.48	1.42	3.05	4.95	3.53	12.46	9.30	21.76	4.67	0.28	9.62

MODELO I - CALCULO DE LOS ESFUERZOS PRINCIPALES

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	18	7.63	2.24	-3.74								
	33	7.36	2.52	-3.98								
28°	PROMEDIO	7.50	2.38	3.86	4.94	2.56	6.55	14.90	21.45	4.63	0.31	9.57
	23	5.72	3.85	-4.42								
	28	6.16	3.57	-4.38								
38°	PROMEDIO	5.94	3.71	4.40	4.83	1.12	1.24	19.36	20.60	4.54	0.29	9.37
	9	9.60	0.433	-1.62								
	44	9.42	0.374	-1.32								
9°	PROMEDIO	9.51	0.41	1.47	4.96	4.55	20.70	2.16	22.86	4.78	0.18	9.74
	14	8.78	1.21	-3.01								
	39	8.33	1.48	-3.21								
20.5°	PROMEDIO	8.56	1.34	3.11	4.95	3.61	13.03	9.67	22.70	4.76	0.19	9.71
	19	7.62	2.21	-3.88								
	34	7.37	2.51	-4.07								
28.5°	PROMEDIO	7.50	2.36	3.98	4.93	2.57	6.60	15.84	22.44	4.74	0.19	9.67
	24	5.77	3.79	-4.51								
	29	6.16	3.56	-4.48								
38°	PROMEDIO	5.97	3.67	4.50	4.82	1.15	1.32	20.25	21.57	4.64	0.18	9.46

NOTA: Por ser el modelo simétrico se usará el promedio para calcular los esfuerzos para cada nudo. Ver dibujo y listado del computador.

De los cálculos anteriores podemos resumir que los esfuerzos principales son:

NUDO	α	τ max (Kg/cm^2)	σmax (Kg/cm^2)	$\sigma u'$ (Kg/cm^2)
7	+ 9.5°	4.58	0.37	9.53
8	+ 9.5°	4.68	0.27	9.63
9	+ 9°	4.78	0.18	9.74
12	+20.5°	4.57	0.38	9.52
13	+20.5°	4.67	0.28	9.62
14	+20.5°	4.76	0.19	9.71
17	+28°	4.53	0.40	9.46
18	+28°	4.63	0.31	9.57
19	+28.5°	4.74	0.19	9.67
22	+38°	4.45	0.38	9.28
23	+38°	4.54	0.29	9.37
24	+38°	4.64	0.18	9.46

NOTA:

El signo (+) corresponde a tracción.
El signo (-) corresponde a compresión.

Los resultados de este análisis demuestran un valor máximo de tracción de 9.74 Kg/cm., que no es excesivo.

MODELO II - CALCULO DE LOS ESFUERZOS PRINCIPALES

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	11	2.76	-0.263	0.0035								
	106	2.70	-0.213	0.0004								
0°	PROMEDIO	2.73	-0.24	0.0015		1.48				1.48	-0.24	2.75
	23	1.70	0.116	0.0482								
	94	1.66	0.068	0.0219								
-1.5°	PROMEDIO	1.68	0.09	0.035		0.80				0.80	0.09	1.68
	22	1.53	0.118	-0.723								
	95	1.53	0.157	-0.639								
+22	PROMEDIO	1.53	0.14	0.68	0.84	0.70	0.49	0.4624	0.9524	0.98	-0.14	1.82
	21	2.16	0.619	-1.58								
	96	2.05	0.656	-1.47								
+32°	PROMEDIO	2.10	0.64	1.52	1.37	0.73	0.5329	2.3104	2.8433	1.69	-0.32	3.06
	35	2.62	-1.92	-0.0235								
	82	2.64	-1.92	0.0268								
0°	PROMEDIO	2.63	-1.92	0.0016		2.27				2.275	-1.92	2.63
	48	2.87	-0.165	-0.133								
	72	2.77	-0.831	-0.045								
1.5°	PROMEDIO	2.82	-0.50	0.089		1.66				1.66	-0.5	2.82
41.5°	60	1.45	1.30	-0.634	1.38	0.07	0.0049	0.4019	0.4168	0.64	0.74	2.02

Cuadro Resumen Esfuerzos Principales

NUDO	α	τ_{max} (Kg/cm^2)	σ_{max} (Kg/cm^2)	σ_u' (Kg/cm^2)
11	0°	1.48	0.24	2.73
23	-1.5°	0.80	0.09	1.68
22	+22°	0.98	-0.14	1.82
21	+32°	1.69	-0.32	3.06
35	0°	2.28	-1.92	2.63
48	+1.5°	1.66	-0.5	2.82
60	+41.5°	0.64	0.74	2.02

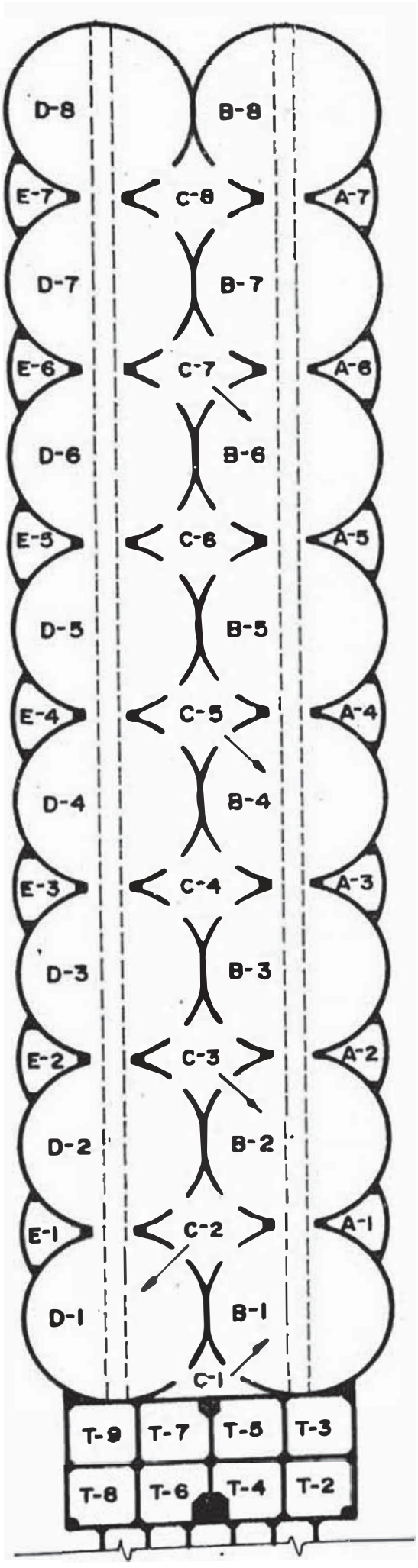
6.2 DISENO ESTRUCTURAL.-

Una vez mas quiero resaltar en este punto la importancia de un buen análisis estructural, el cual redundará en un buen diseño estructutal. Para realizar el diseño estructu - ral hay que seguir las pautas indicadas en los Capitulos II y III de este trabajo, y poner especial énfasis en lo que al análisis dinámico se refiere, para lo cual sera necesa - rio seguir los pasos que se indican en el Capitulo V, usando, de acuerdo al caso que se quiera estudiar, el programa de computación que estoy adjuntando para realizar el análisis dinámico.

Se puede concluir diciendo que el Silo del puerto del Callao estuvo bien diseñado estructuralmente, mientras no se hable del aspecto dinámico de la estructura.

C A P I T U L O VII

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES



PLANTA TIPICA
DE LOS SILOS

7.1 EVALUACION DE DAÑOS.-

Se ha procedido a realizar una detallada relación de daños, donde lamentablemente no se ha podido entrar ha sido a la Torre de los Silos debido a su peligrosidad.

7.11 CIMENTACION.-

Para poder estudiar el estado de los pilotes ENAPU ha procedido a realizar calicatas en las siguientes zonas; y en las cuales se encontró lo siguiente:

Punto B-1: Se observaron 4 pilotes los que no tenían daño

Punto B-4: IDEM

Punto B-5: IDEM

Punto B-6 IDEM

Punto B-7: Se observaron 4 pilotes, uno de ellos tenía en la unión con la losa una cangrejera.

Punto B-8: Se observaron 4 pilotes, uno de ellos tenía una pequeña fisura (Ver foto); otro pilote presentaba una ligera cangrejera.

Punto D-1: Se observaron 4 pilotes, de los cuales 2 de ellos presentaban señales da haber sido reparados con resinas epóxicas.

Punto D-2: Se observaron 4 pilotes de los cuales 2 de ellos presentaban pequeñas cangrejeras en sus esquinas.

Pilote B - 7 , se puede apreciar una pequeña cangrejera

Pilote B - 8, presenta una pequeña fisura

Punto D-3: Se observaron 4 pilotes, uno de ellos había sido reparado.

Punto D-4: Se observaron 4 pilotes, no encontrándose daño alguno.

Punto D-5: IDEM

Punto D-6: IDEM

Punto D-7: IDEM

Punto D-8: Se observaron 4 pilotes, encontrándose que 3 de ellos tenían pequeñas fisuras en diagonal.

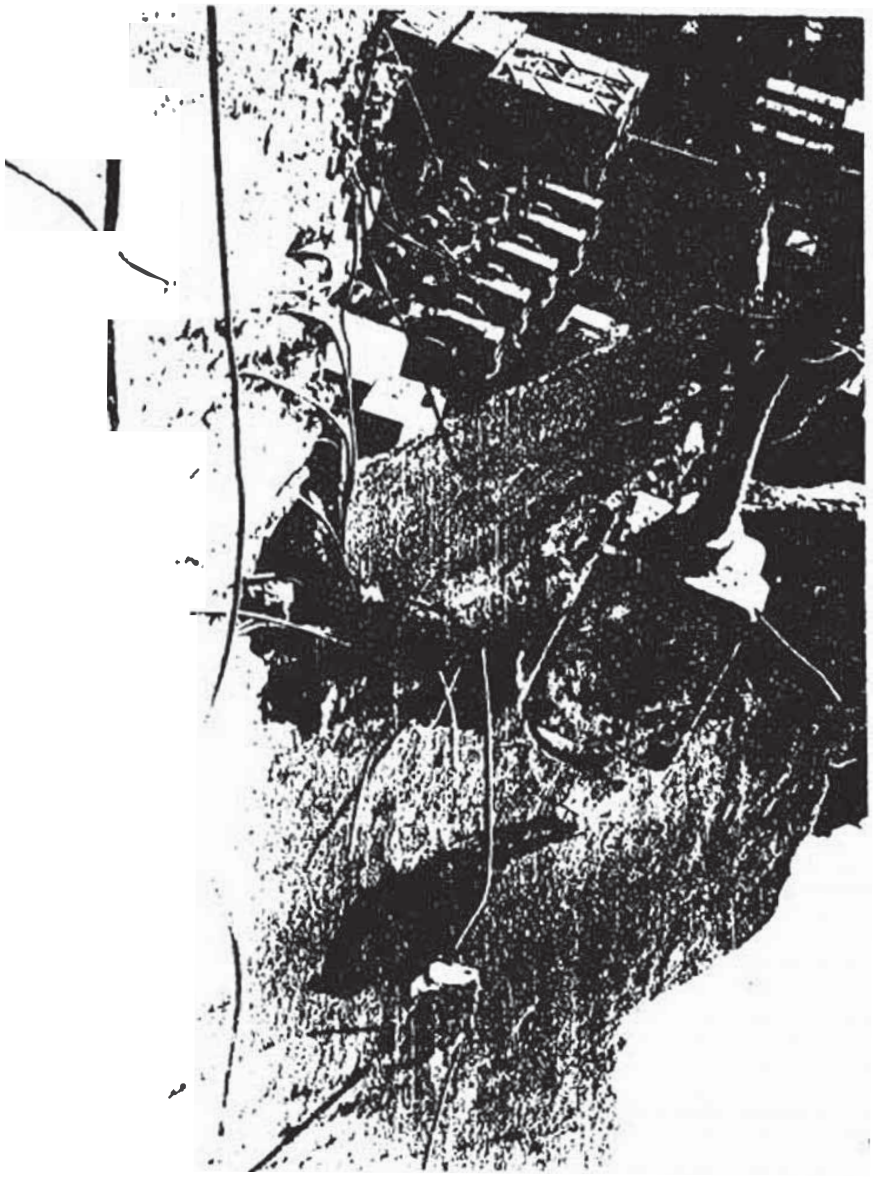
7.111 Pared Exterior Lado Sur.-

La Torre falló por completo al nivel del techo de los Silos, es decir a los 32.00 metros de altura.

- La pared del Silo B-1 como consecuencia de golpear a la Torre está destruída en su parte superior. Esta pared presenta rajaduras a la mitad de su altura y también en la parte inferior. En la zona de las aberturas (Ventanas y descraga) a pesar de haber sido reparadas con resinas epoxicas, las rajaduras se han vuelto a abrir; el Silo estuvo vacío durante el terremoto.

- La pared del Silo A-1 presenta un colapso en su parte superior (en forma de "U"). En la parte inferior hay grietas antiguas (reparadas) y nuevas (ver fotos); el Silo estuvo vacío al momento del sismo.

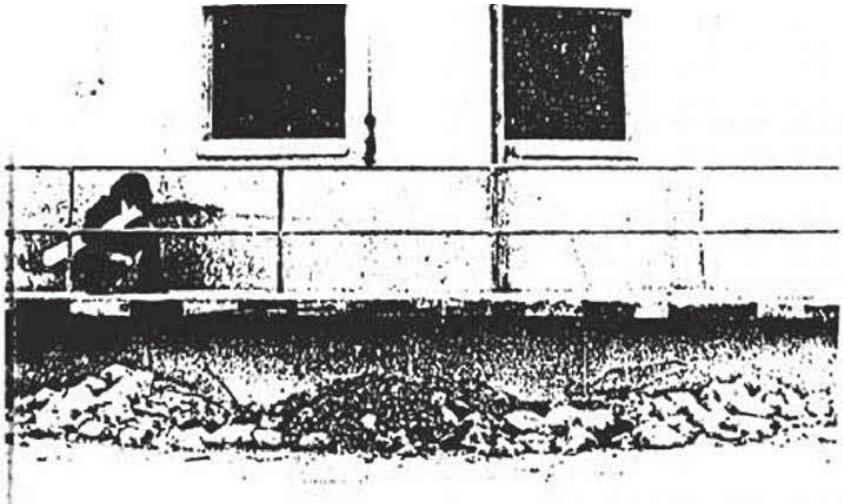
La pared del Silo B-2 en su parte superior presenta un agujero de 4 m. de diámetro donde se puede apreciar la ar-

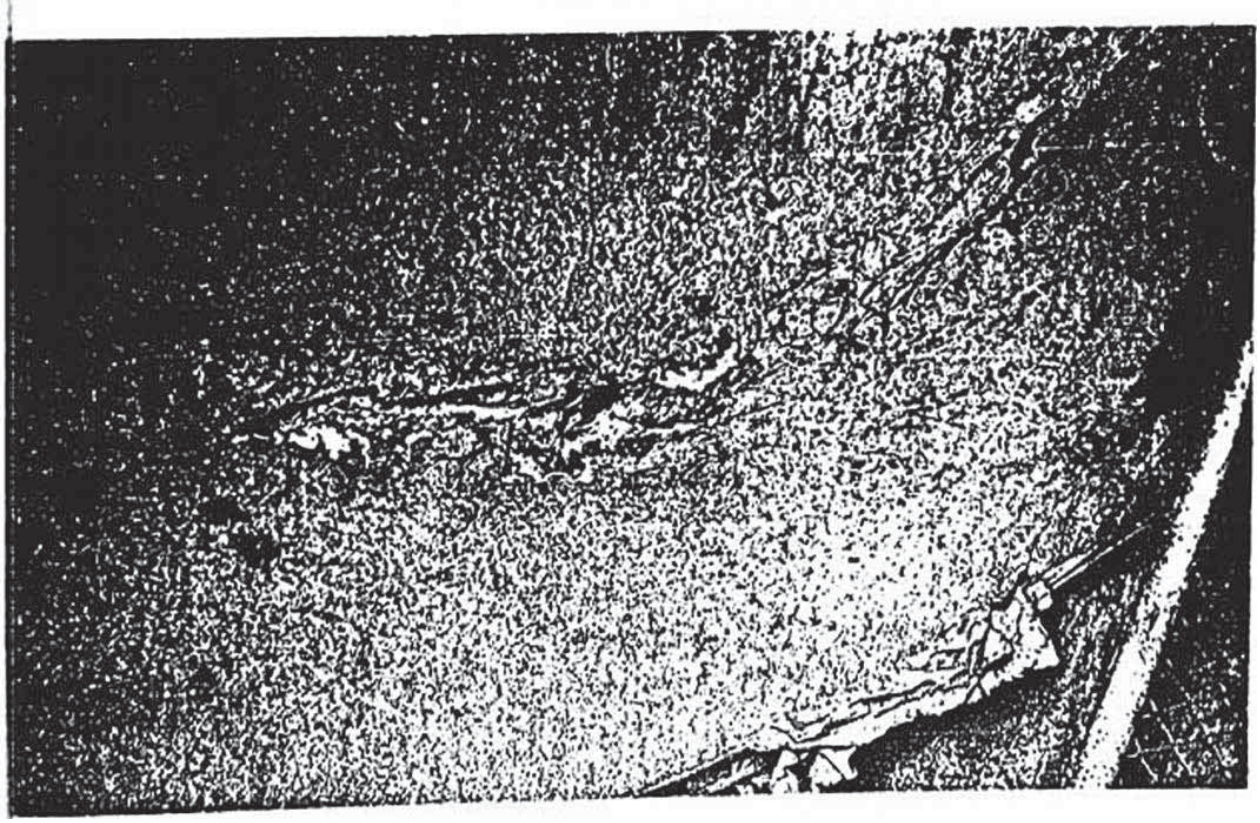


Pared del Silo A-1 vista desde arriba

Pared del Silo B-2 vista desde arriba

El autor de la Tesis señalando las rajaduras cerca a las aberturas





Detalles de una rajadura

madura (ver foto).

- Todas las demás paredas de este lado presentan grietas en las zonas de las aberturas (ventanas y orificios de descarga). Estas rajaduras son debidas a la concentración de esfuerzos. Hay que resaltar que la pared del Silo B-8 presenta rajaduras a la mitad de su altura (ver foto).

7.112 Pared Exterior Lado Norte.-

- Más o menos a la misma altura que al otro lado se presenta la claudicación de la Torre. El Silo D-1, que es adyacente a la Torre, estuvo lleno de trigo el día del terremoto; este Silo no está tan dañado como su simétrico (B-1).

- Al igual que en el lado Sur, las grietas se presentan en las zonas adyacentes a las aberturas (ventanas y aberturas de descarga).

7.113 Paredes Interiores.-

Tanto en el lado Norte como Sur, las paredes están bas - tanta agrietadas, sobre todo en las zonas donde existen aberturas. Se ha podido observar que las paredes que tenian antiguas rajaduras han sido reparadas usando resinas epóxicas, pero en su mayoría se han vuelto a abrir y éstas han crecido. Las rajaduras nuevas son fáciles de apreciar.

7.114 Tolvas.-

En las tolvas se pueda apreciar los efectos dinámicos de los granos al ser descargados, ya que durante la descarga las presiones ejercidas sobre laa tolvas, aumentan considerablemente. Esto ha traído como consecuencia la rajadura de

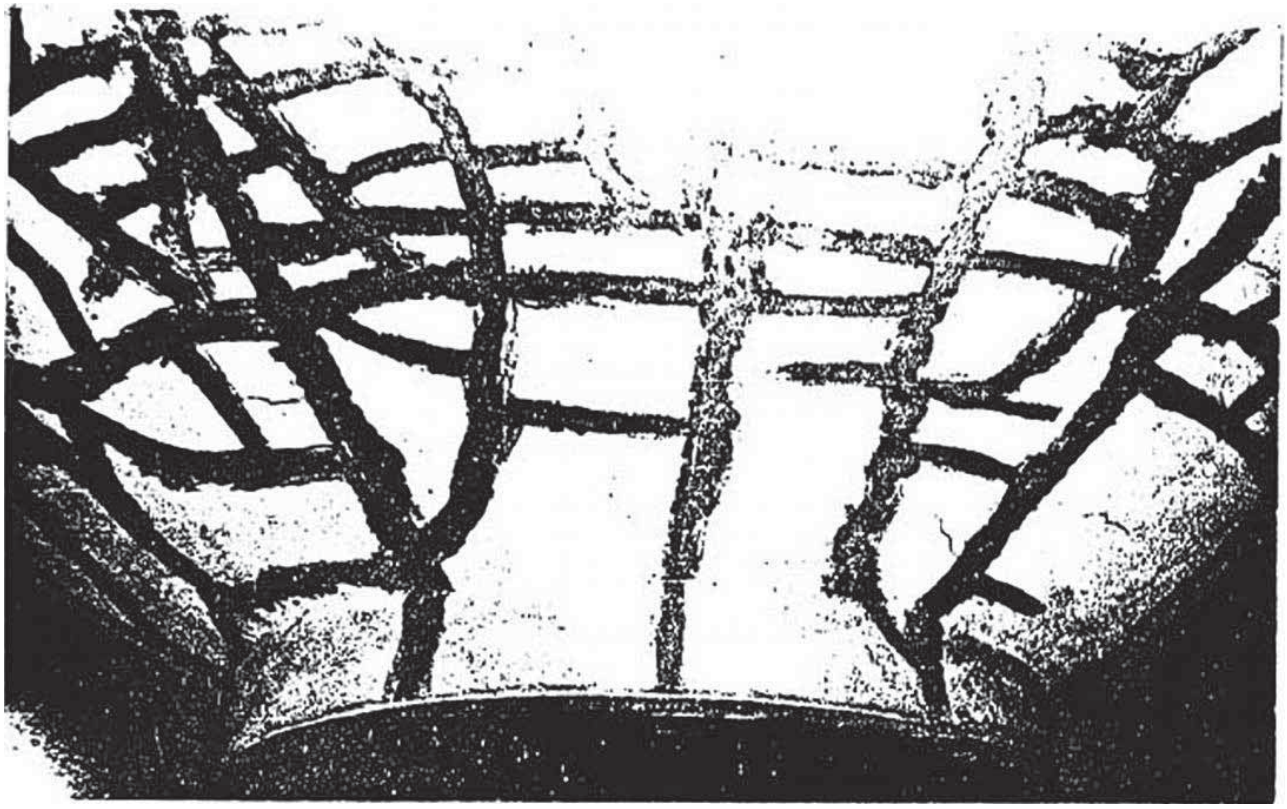
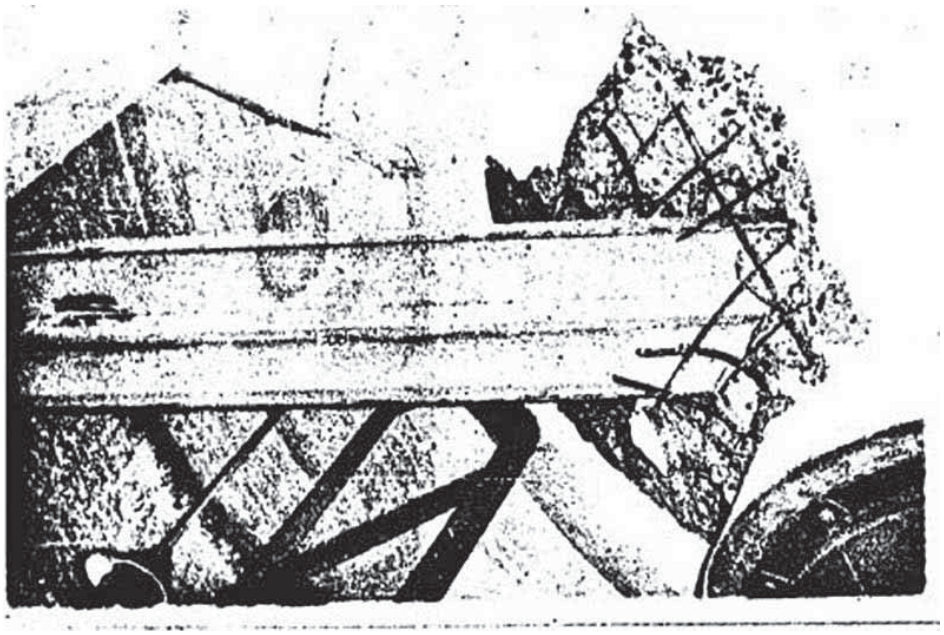
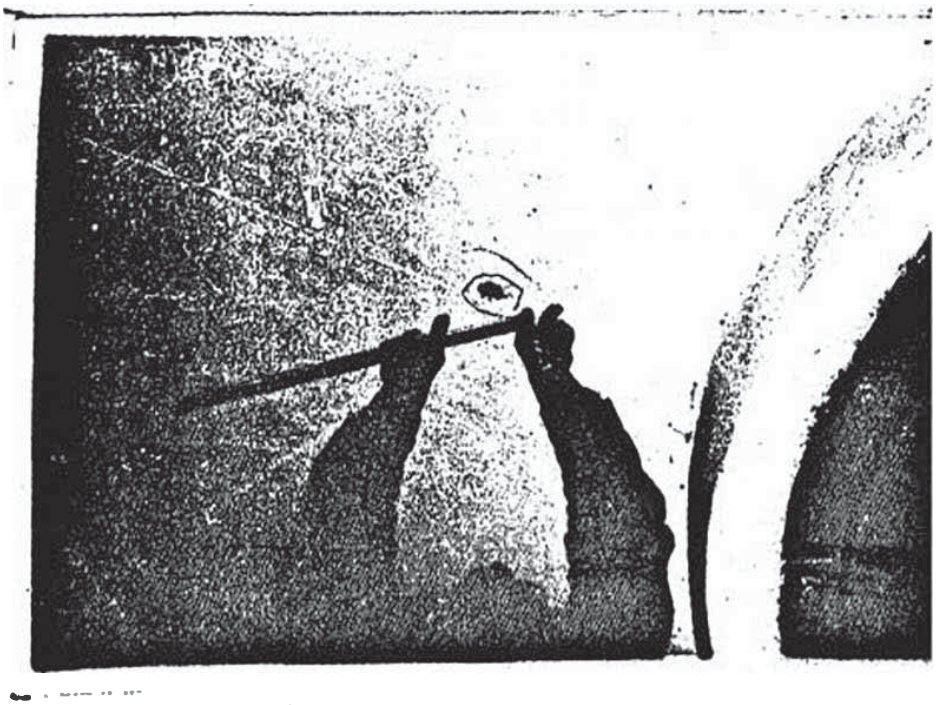


Foto donde se muestra la Tolva B-5 reparada antes del sismo

Tolva D-5 se puede apreciar que el concreto ha saltado en el borde de la tolva



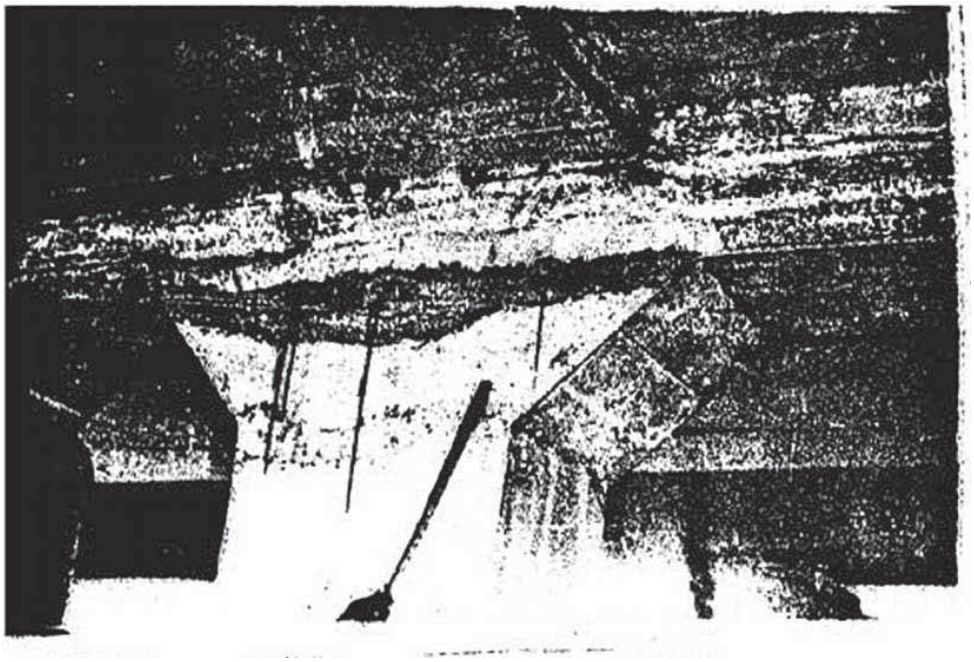
Tolva B 1, atravesada por una Viga WF



Tolva D 5 que presenta un pequeño agujero

Techo de Silos B - 1 y B - 2 folladas.

Viga que ha claudicado en el techo de los Silos



Columna reparada que ha vuelto a fallar.

Losa en el Techo que ha fallado.

las tolvas, lo que fácilmente se puede ver por las señales que han dejado las resinas epóxicas usadas en su reparación. No se ha podido observar en ninguna tolva (salvo tolva B-1 que después se explica) que como consecuencia del sismo se hayan producido nuevas grietas.

En la tolva B-1 se ha presentado una gran abertura debida que al fallar la losa superior (techo del Silo) se desprendió una gran viga de acero WF, la cual se fué a clavar en la tolva, cual si fuese un ariete, y atravezandola de lado a lado.

7.115 TECHOS DE SILOS.-

Se ha producido la claudicación del techo de los Silos B-1, A-1, B-2, D-1 (ver fotos).

También ha fallado un sistema de pórticos que existía a este nivel (ver fotos).

7.2 POSIBLES CAUSAS DEL COLAPSO.-

Los Silos fueron diseñados hace 22 años. En aquella época no se conocían mucho, ya que estaban en estudio los Aspectos Dinámicos del diseño, ya que sin la necesidad de un terremoto se puede comprobar ésto al mirar el alto grado de agrietamiento que presentan las tolvas, como consecuencia de la descarga de los granos; con mayor razón el diseño antisísmico estuvo ausente en el diseño de los Silos, ya que no era exigencia de nuestro Código de Diseño. El sismo tiene efectos dinámicos, los cuales incrementan las presiones sobre las paredes y fondo del Silo.

Como consecuencia de la falta de un diseño sismico de la Torre, se presentaron los siguientes problemas antes del te

rremoto del 3 de Octubre de 1974.

Se presentaban fisuras en la zona de unión de la Torre elevadora y los Silos adyacentes por la acción de chicoteo a la que estuvieron expuestos las dos estructuras como consecuencia de los sismos anteriores.

- Los Silos y la Torre tenían por ejemplo una alta diferencia entre sus inercias, ya que la inercia de la Torre era el 8% de la de los Silos.

- La Torre y los Silos tenían períodos y modos de vibración completamente distintos, como si fuesen dos edificios.

- Había un brusco cambio de rigideces en el nivel donde terminaban los Silos y continuaba sola la Torre.

- El chicoteo era eminente debido a la gran reducción en planta que se producía en la zona donde terminaban los Silos y seguía sola la Torre.

- La Torre se comportaba como si estuviese empotrada en el nivel superior de los Silos.

Como corolario de todo lo expuesto anteriormente se puede aseverar que la falla era de esperar.

7.3 RECOMENDACIONES.-

- En lo que respecta a la Torre, se le debe dejar a la misma altura que los Silos para evitar la posible consecuencia del chicoteo que se podría presentar por el brusco cambio en las dimensiones en la planta de la estructura También se evitaría la acción de ariete que realizan los Silos sobre la Torre.

- Se debe de limitar la capacidad de carga de granos de los Silos a un 75% de su altura para que disminuyan los efectos de las presiones dinámicas durante la descarga del trigo.

- Las paredes deberán de repararse mediante la inyección de resinas epóxicas. Es difícil precisar el estado de las paredes debido al "envejecimiento" que presenta la estructura con mas de 20 años de servicio.

- Aberturas (ventanas) deberán de anularse o reforzarse en sus extremos mediante la inclusión de columnas.

- El techo de los Silos debe repararse y restituirse en su capacidad original, tanto la losa como los pórticos sobre ella. Debe construirse un sistema de tapajunta que en caso de sismo permita que los Silos se muevan en forma independiente.

BIBLIOGRAFIA

1.- A. Guerrín

Traité de Béton Armé

Tomo XI Editorial Dunod-París 1968

2.- Timcahenko and Goodier

Theory of Elaaticity

Editorial Mc Graw-Hill-Segunda edición

3.- Walter C. Hurty-Moshe F. Rubinstein

Dynamics of Structures

Editorial Prentice-Hall-1964

4.- Daniel D. Mc Cracken

Programación Fortran IV

Editorial Limusa-Wiley-1971

5.- C. Kersten

Construcciones de Hormigón Armado

Editorial Gustavo Gili-13va edición

6.- Housner, Jorge

Mecanica Aplicada-Dinamica

7.- Deen, Gordon F.
Elastic Design for Earthquakes Motions-Tecnical committee No. 4.

8.- Newmark, N.M. y Rosemblueth, E.
Fundamentals of Earth quake Engineering

9 - Robert, L. Wiegel
Eath Quake Engineering
Prentice Hall, In, 1970

10.- Morales M., Roberto
Influence of Shear walls to the Stiffness and strength of Structure
Vol. 7 Febrero 72. International Institute of Seismology and Earth Quake Engineering - Tokio.

11 - Clough, Ray W.
Efectos Dinamicos de los Sismos

12 - Housner, Jorge
Espectrum Analysis of Strong motion Earth Quakes

13.- Wen-Lieh Lin
Static and Dynamic Analysis of Composite Reinforced concrete Building
Vol. 8, Oct. 72. International Institute of Seismology and Earthquake Engineering - Tokio - Japan.

14.- Gere, James y Weaver, William Jr.
Analisis de Estructuras Recticulares

15.- Merino Caballero
Influencia del Suelo en el Comportamiento Sismico de Estructuras
Tesis - UNI.

16.- Reglamento General de Construcciones. Lima - Perú
Normas Peruanas de Diseño Antisismico.

17.- Morales, Roberto
Copias de Clase de Ingenieria Antisismica.
UNI. 1974

18.- Mazanori Izumi
Electronic Computer and its Application to Analysis of Structural Dynamics and Aseismic Design.

19.- Crandall, S.H.
Engineering Analysis

20.- Third Simposium of Seismology and Earthquake Engines - ring
Tokio - Japan

21.- IBM Systems
Fortrem IV Language. System 360
Reference Library

22.- Elas 75 Computer Program for Linear Equilibrium Pro -
blems of Structures
User's Manual.