

Universidad Nacional de Ingeniería
Programa Académico Escuela de Graduados



"CALCULOS NUMERICOS DE LA TRANSFERENCIA
DE CALOR POR CONDUCCION Y CONVECCION
EN COLECTORES SOLARES PLANOS"

T E S I S

**PARA OPTAR EL GRADO DE MAGISTER EN
CIENCIAS, MENCIÓN EN FÍSICA**

Presentada por:

MOISES SEGUNDO SANCHEZ ARTEAGA

LIMA - PERU - 1980

Resumen

Un factor importante en la limitación de la eficiencia de colectores solares planos es la transferencia del calor por conducción y convección en la zona comprendida entre las superficies absorbente y cobertora del colector. Por tanto es necesario conocer los diferentes parámetros que intervienen en este fenómeno de transferencia del calor y determinación de la dependencia.

Los cálculos para determinar la cantidad de calor transferido se realizan a partir de las ecuaciones gobernantes del estado termodinámico y de la dinámica del fluido aplicada al gas en el colector resolviéndolas por un proceso de métodos - numéricos.

Para el calor transmitido por unidad de área se calculan las contribuciones de la conducción y convección obteniéndose finalmente las dependencias respecto de la inclinación del colector, separación entre superficies, absorbente y cobertora y longitud del colector. También se obtienen las dependencias de la temperatura, presión y gas usado en el colector.

I N D I C E

	página
1. <i>Introducción</i> -----	1
2. <i>Tabla de Símbolos</i> -----	2
3. <i>Aspecto Teórico</i> - -----	3
3.1 <i>Número de Nusselt</i> -----	4
3.2 <i>Número de Rayleigh y Prandtl</i> -----	4
4. <i>Formulación del Problema</i> -----	#
4.1 <i>Modelo Matemático</i> -----	7
4.2 <i>Ecuaciones de Movimiento</i> -----	9
4.3 <i>Transferencia del Calor</i> -----	14
5. <i>Solución Numérica</i> -----	16
5.1 <i>Método de Solución</i> -----	16
5.2 <i>Análisis del Movimiento</i> -----	20
5.3 <i>Número de Nusselt y Parámetros</i> - -----	26
6. <i>Coefficiente de Transferencia del Calor</i> -----	37
6.1 <i>Dependencia de la Temperatura</i> -----	37
6.2 <i>Dependencia de la Inclinación</i> -----	40
6.3 <i>Dependencia del Gas</i> -----	43
6.4 <i>Dependencia de la separación placa-cobertor y longitud</i> -----	45
6.5 <i>Dependencia de la Presión</i> -----	50
7. <i>Conclusiones</i> -----	55
 APENDICE A	
A.1 <i>Ecuaciones de movimiento para un fluido en una cavidad rectangular bidimensional</i> -----	58
A.2 <i>Ecuaciones de movimiento con variables adimen- sionales</i> -----	60
 APENDICE B	
B.1 <i>Ecuaciones diferenciales en la aproximación de diferencia finita</i> -----	62
B.2 <i>Condiciones para la estabilidad de las solu- ciones</i> -----	64
B.3 <i>Programa de Computación</i> -----	68
<i>Referencias</i> -----	71

1. INTRODUCCION

Los efectos de la transmisión del calor por conducción y convección en colectores solares forman un mecanismo de pérdida de calor en éstos, y por lo tanto un factor importante en limitar la eficiencia del colector.

Se encuentra que para condiciones generales de trabajo de un colector, (por ejemplo superficie absorbente a 100°C , temperatura ambiente de 10°C y separación placa colector de 2.5 cm, etc.) la relación entre las pérdidas por conducción-convección y radiación son del siguiente orden de magnitud (Ref 1): (a) superficie absorbente metálica, emitancia aproximadamente 0.95, la pérdida por conducción-convección es un medio de la pérdida por radiación; - (b) superficie absorbente selectiva, emitancia aproximadamente - 0.10, la pérdida por conducción-convección es cinco veces la pérdida por radiación, lo cual muestra que la conducción-convección ofrece una contribución importante en el mecanismo de pérdida de calor en un colector solar.

En el presente trabajo se hace un estudio acerca de los parámetros que intervienen en la conducción y convección en gases, tales como la geometría del colector, inclinación, tipo de gas y sus condiciones termodinámicas.

También se obtiene una dependencia cuantitativa del coeficiente de transferencia del calor respecto de los parámetros que intervienen, quedando así en condiciones de determinar el factor de pérdida de valor para condiciones específicas.

2. TABLA DE SIMBOLOS

α	=	difusividad térmica	(cm^2/kg)
k	=	conductividad térmica	($\text{cal}/\text{seg}-^\circ\text{C}-\text{cm}$)
ρ	=	densidad	(gr/cm^3)
C_p	=	calor específico a presión constante	($\text{cal}/\text{gr}^\circ\text{C}$)
C_v	=	calor específico a volumen constante	($\text{cal}/\text{gr}^\circ\text{C}$)
β	=	coeficiente de expansión térmica	($^\circ\text{C}^{-1}$)
μ	=	viscosidad dinámica	(poise = $\text{gr}/\text{cm}-\text{seg}$)
ν	=	viscosidad cinemática	(stokes = cm^2/seg)
g	=	aceleración de la gravedad	(cm/seg^2)
Pr	=	número de Prandtl	(sin unidades)
Gr	=	número de Grashof	(sin unidades)
Ra	=	número de Rayleigh	(sin unidades)
Nu	=	número de Nusselt	(sin unidades)
h	=	coeficiente de transferencia del calor	($\text{cal}/\text{seg}-^\circ\text{C}-\text{cm}^2$)
Q	=	energía calorífica	(cal)
\dot{Q}	=	energía calorífica por unidad de tiempo	(cal/seg)
\dot{q}	=	flujo calorífico por unidad de tiempo	($\text{cal}/\text{seg}-\text{cm}^2$)
T_h, T_c	=	temperaturas caliente y fría respectivamente	($^\circ\text{C}$)
L	=	ancho del colector, S	= longitud del colector
$FORM$	=	factor de forma	(S/L)

3. ASPECTO TEORICO

Cuando el fluido se encuentra en situación de reposo, transfiere calor por conducción y bajo condiciones generales la distribución de temperaturas satisface la ecuación de conducción del calor en estado estacionario

$$\nabla^2 T = 0 \quad (3.1)$$

En el caso de una capa de fluido en reposo de ancho L limitada por superficies isotérmicas a temperaturas T_h y T_c , siendo $T_c < T_h$, la densidad del flujo calorífico \dot{q} a través de la capa es obtenida por la ecuación:

$$\dot{q} = \frac{k}{L} (T_h - T_c) \quad (3.2)$$

El coeficiente de transferencia del calor (h) a través de la capa se define como la densidad de flujo de calor dividido por la diferencia de temperaturas:

$$h = \frac{\dot{q}}{T_h - T_c} = \frac{k}{L} \quad (3.3)$$

Cuando la diferencia de temperaturas es impuesta inicialmente a un fluido, ocurre un primer proceso transitorio de redistribución de temperaturas dado por la conducción. Luego la distribución de temperaturas satisface la ecuación de conducción del calor no estacionaria:

$$\alpha \nabla^2 T = \frac{dT}{dt} \quad (3.4)$$

Debido a que la densidad de los fluidos depende de la temperatura local, lo cual origina una variación en la densidad, la densidad también variará por la redistribución de temperaturas, originando un desbalance de fuerzas locales (fuerza de flote) entre la fuerza gravitacional y la fuerza de presión hidrostática sobre cada parte del fluido, originándose así un movimiento en el fluido el cual es llamado convección libre o natural.

Es necesario mencionar que existe otro tipo de movimiento con ve ctivo llamado convección forzada el cual es originado por un gradiente de presión aplicado externamente, a diferencia de la convección natural que es originada por un gradiente de temperaturas externo.

Cuando el fluido está en movimiento, otro mecanismo para el transporte de energía térmica (en adición a la conducción) se establece en el fluido. Si el movimiento del fluido es originado por la convección libre, este mecanismo es llamado transferencia de calor por convección libre.

La transferencia de calor por convección libre aumenta el flujo de calor a través del fluido sobre el que existiría en el fluido en reposo.

3.1 NUMERO DE NUSSELT

Para cuantificar el aumento en la transferencia de calor en el fluido, se define la cantidad adimensional Número de Nusselt (Nu) como el cociente del flujo calorífico total entre el flujo por conducción.

Sea \dot{q} la densidad de flujo calorífico total y $h = \dot{q}/(T_h - T_c)$ el coeficiente de transferencia de calor correspondiente, luego el número de Nusselt será:

$$Nu \cong \frac{\dot{q}}{\dot{q}_{cond}} = \frac{h(T_h - T_c)}{\frac{k}{L}(T_h - T_c)} = \frac{hL}{k} \quad (3.5)$$

3.2 NUMERO DE RAYLEIGH (Ra) y PRANDTL (Pr)

El movimiento de convección natural y la transferencia de calor que se origina en el fluido, son fenómenos complejos dependientes de un gran número de variables que entre las más notables tenemos:

El coeficiente de expansión térmica (β), gradiente externo de temperatura, conductividad térmica (k), calor específico a presión constante (C_p), viscosidad del fluido (μ), densidad (ρ) y también la aceleración de la gravedad entre otras.

Las cantidades propiamente del fluido (β , k , C_p , μ y ρ) están sujetas a variaciones con la temperatura y de aquí que no son constantes a través del fluido. Esto es normalmente tomado en cuenta cuando se les evalúa en la temperatura promedio $T = (T_h + T_c)/2$

En adición a estas cantidades, la transferencia de calor depende también de la geometría del recipiente, del gradiente de temperatura externo, y de la orientación de este gradiente.

Por todo lo mencionado es conveniente separar la dependencia que tiene la transferencia del calor respecto al fluido propiamente y de las características geométricas. Para conseguir esto se acostumbra trabajar con variables adimensionales (ver ref. 8 y apéndice A).

Para el movimiento convectivo es necesario tener en cuenta la relación entre las fuerzas de flote (originan el movimiento) y fuerzas viscosas (fuerzas de fricción). Ver secc. 4.2.

$$\frac{F_{\text{flote}}}{F_{\text{viscosas}}} = \frac{g\beta (T - T_c)}{\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}} = \left(\frac{g\beta \Delta T \rho L^3}{\mu \alpha} \right) \frac{T_f}{\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}}$$

donde T_f , V , X son cantidades adimensionales.

El término $T_f / (\partial^2 V / \partial x^2)$ depende de la distribución de temperatura y velocidades adimensionales y corresponde sólo a consideraciones geométricas. El término entre paréntesis es llamado el número de Rayleigh. Luego la relación entre la fuerza de flote a la fuerza viscosa es proporcional al número de Rayleigh para configuraciones geométricas similares.

Resultados experimentales muestran que cuando $Ra < 1,800$ no hay movimiento convectivo, para números de Rayleigh mayores si ocurre.

El número de Prandtl ($Pr = \frac{\mu C_p}{k}$) es otro de los números adimensionales que intervienen en la dinámica. De las ecs. (4.8) rescatamos las ecs. de difusión del momento y de la energía.

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{X} + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \vec{V}$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{k}{\rho C_p} \nabla^2 T$$

def. $Pr = \text{difusión de momento} / \text{difusión del calor}$

$$Pr = \frac{\mu/\rho}{k/\rho C_p} = \frac{\mu C_p}{k}$$

El número de Prandtl es característica únicamente del fluido y para gases varía ligeramente alrededor de 0.7.

Luego el número de Nusselt para gases puede ser representado por

$$Nu = Nu (Ra, \theta, A_1, A_2, \dots, A_n)$$

siendo θ factor de orientación y A_1, A_2, \dots, A_n factores de forma geométricos.

4. FORMULACION DEL PROBLEMA

Colectores de Superficies Planas.

El colector solar de superficies planas (colector plano) es uno de los tipos más importantes dentro de los colectores solares por su simpleza y variedad de usos. Este colector es básicamente una superficie absorbente "negra", una superficie cobertora (generalmente vidrio) y paredes aislantes en las caras laterales, orientado un ángulo conveniente (Fig. 4.1).

La superficie absorbente debe poseer la propiedad de alta absorptancia para la radiación solar y baja emitancia para radiación de longitudes de onda larga. (Ver Ref. (1) y (5)).

Las paredes de cobertura transparente se usan para reducir la pérdida por convección y radiación térmica hacia la atmósfera.

Nuestro principal interés es el de estudiar las pérdidas por convección y conducción en la zona del colector comprendida entre la superficie absorbente y las cobertoras. En la práctica la temperatura de la superficie cobertora externa es menor que la temperatura de la superficie absorbente por estar en contacto con el aire.

4.1 MODELO MATEMATICO

Para aproximar un modelo matemático debemos notar que en la práctica los colectores muy raramente trabajan en condiciones de estado estacionario, sus superficies no son necesariamente isotérmicas y reciben radiaciones que varían continuamente durante el día, lo cual hace variar las temperaturas en las superficies con el tiempo. Sin embargo, dado un día de insolación constante, se puede asumir que durante la mayor parte del día las condiciones

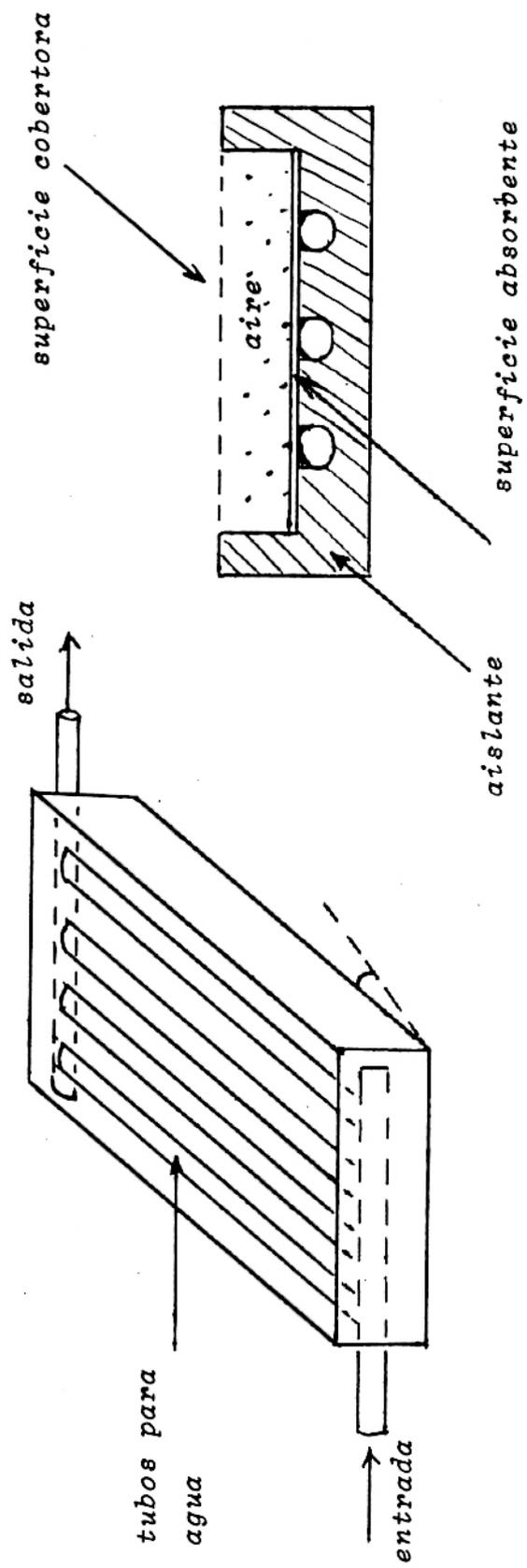


Fig. 4.1 Dos vistas de un colector plano.

de estado estacionario prevalecen durante la cual las superficies planas pueden ser consideradas isotérmicas.

Bajo estas condiciones se plantea el problema como el de un fluido gaseoso en una celda rectangular inclinada limitada por superficies isotérmicas (superficie cobertora y superficie absorbente) y paredes aislantes, siendo la temperatura de la superficie absorbente mayor que la temperatura de la superficie cobertora (Fig. 4.2).

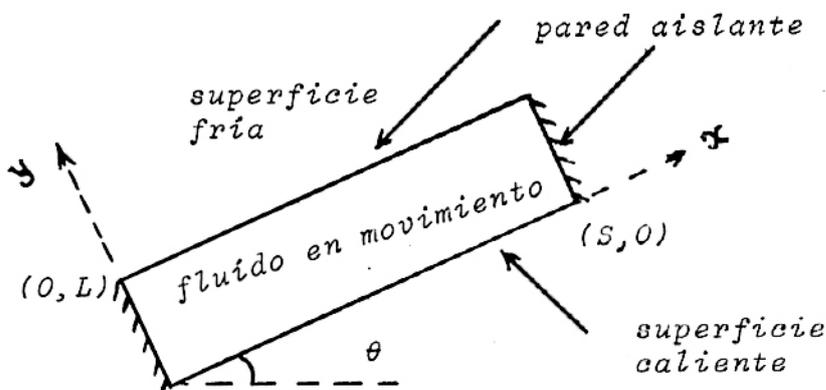


Fig. 4.2 Celda usada como modelo matemático de un colector plano.

4.2 ECUACIONES DE MOVIMIENTO^(*)

Las ecuaciones gobernantes del estado termodinámico y del movimiento del fluido dentro de la celda son:

(*) Ver referencias (3), (8), (12) y (13).

conservación de masa:

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (4.1)$$

conservación del momento:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}' - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{v} \quad (4.2)$$

conservación de la energía:

$$k \nabla^2 T + \mu \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] = \rho c_p \frac{dT}{dt} \quad (4.3)$$

Este planteo tridimensional de las ecuaciones de movimiento poseen un paso dificultoso aún para soluciones numéricas. En el presente trabajo se asumirá un movimiento bidimensional para facilitar las soluciones. Esta suposición está fundamentada por el trabajo de Peterson⁽²⁾ quien mostró que para ángulos de inclinación mayores a \approx aproximadamente igual a 10° , el movimiento del fluido es esencialmente bidimensional excepto para regiones cerca a las paredes. Algunas otras suposiciones tomaremos para facilitar los cálculos, las cuales son:

La densidad del fluido puede ser considerada como una constante (calculado en la temperatura promedio) excepto en el término de flote, el cual es considerado como una fuerza de ascensión en el sistema.

$$\vec{F}' = \vec{g}_B (T - T_0) \quad (4.4)$$

siendo T_0 una temperatura de referencia.

El coeficiente de expansión volumétrica del fluido es independiente de la presión y dado por la expresión

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (4.5)$$

Siendo el movimiento producido por convección natural, este movimiento no es muy violento y por tanto la energía disipativa (energía mecánica que se convierte en energía térmica - por choques inelástico) será despreciable, resultando la ecuación para la energía:

$$k \nabla^2 T = \rho C_p \frac{dT}{dt}$$

Siendo además $\nabla p = 0$ proveniente de un movimiento que no es producido por convección forzada.

Luego con todas estas consideraciones podemos reescribir las ecuaciones de movimiento en forma más simplificada usando las coordenadas de la fig. 4.2., resultando:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4.6a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g \operatorname{sen} \theta \beta (T - T_0) + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (4.6b)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = g \operatorname{cos} \theta \beta (T - T_0) + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (4.6c)$$

$$k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = \rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (4.6d)$$

Es conveniente introducir los conceptos de función de flujo y vórtice en las ecuaciones anteriores resultando así algunas nuevas ecuaciones que nos facilitarán el cálculo numérico (Ver Apéndice A).

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (a.4)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \beta g \left(\frac{\partial T}{\partial x} \cos \theta - \frac{\partial T}{\partial y} \sin \theta \right) \quad (a.9)$$

$$\text{vórtice:} \quad w = - \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) \quad (a.10)$$

$$\text{flujo:} \quad u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (a.8)$$

$$v = - \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

teniendo en cuenta que la derivada total respecto del tiempo es de la forma:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \left(u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) \quad (4.7)$$

siendo el primer sumando representativo de un movimiento no estacionario, mientras que el segundo (en el paréntesis) representativo de un movimiento convectivo.

Resultando un sistema de ecuaciones diferenciales par-ciales no lineales que se resuelven con las condiciones provenientes del modelo matemático:

$$\text{Temperaturas: } T(x,0) = T_h \quad (4.8a)$$

$$T(x,L) = T_c \quad (4.8b)$$

$$\text{Paredes aislantes: } \frac{\partial T}{\partial x}(0,y) = \frac{\partial T}{\partial x}(S,y) = 0 \quad (4.8c)$$

Propiedad de fluidos viscosos:

$$u = v = 0 \quad \text{en todo el contorno de la celda} \quad (4.9a)$$

$$\psi = 0 \quad \text{en todo el contorno de la celda} \quad (4.9b)$$

Una vez planteado el modelo matemático (configuración geométrica, ecuaciones de movimiento y condiciones de contorno), es de mucha utilidad para la solución por métodos numéricos pasar de las variables comunes a variables sin unidades, obteniéndose así un nuevo conjunto de ecuaciones y condiciones de contorno correspondientes a un modelo prototipo, que a partir de sus resultados podremos obtener soluciones para casos particulares (Ver Apéndice A).

Ecuaciones adimensionales.

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + U \frac{\partial T}{\partial X} + V \frac{\partial T}{\partial Y} = \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \quad (a.11)$$

$$\frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial W}{\partial \tau} + U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} \right) = \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} \right) + Ra \left(\frac{\partial T}{\partial X} \cos \theta - \frac{\partial T}{\partial Y} \sin \theta \right) \quad (a.12)$$

$$U = \frac{\partial \phi}{\partial Y} \quad (a.13)$$

$$V = -\frac{\partial \phi}{\partial X} \quad (a.14)$$

con la nueva forma de las condiciones de contorno:

$$\begin{aligned} \text{Temperaturas: } T_f(X, 0) &= 1 & (4.10) \\ T_f(X, 1) &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{Paredes aislantes: } \frac{\partial T_f}{\partial X}(0, Y) = \frac{\partial T_f}{\partial X}\left(\frac{S}{L}, Y\right) = 0 \quad (4.11)$$

Propiedad de fluidos viscosos:

$$U = V = 0 \quad \text{en todo el contorno de la celda} \quad (4.12a)$$

$$\phi = 0 \quad (4.12b)$$

4.3 TRANSFERENCIA DEL CALOR

El calor se transmite desde la superficie absorbente a la cobertora por el mecanismo de conducción y convección.

En conducción, la energía transportada por unidad de tiempo y unidad de área es dada por la expresión:

$$q_{\text{cond}} = -k \frac{\partial T}{\partial y} \quad (4.13a)$$

En convección, se tiene la siguiente forma:

$$\text{cantidad de masa transportada por unidad de tiempo y} \\ \text{unidad de área} = \frac{dm}{d(\text{área})} = \rho v$$

energía transportada por unidad de tiempo y unidad de área

$$q_{\text{conv}} = \rho v C_p T \quad (4.13b)$$

Con estas dos expresiones obtenemos la cantidad total de calor transportada en la unidad de tiempo:

$$\dot{Q} = \iint (\rho C_p v_T - k \frac{\partial T}{\partial y}) d(\text{área}) \quad (4.14)$$

y considerando la celda bidimensional (longitud unitaria en 2), tenemos:

$$d(\text{área}) = 1 \cdot dx$$

$$\dot{Q} = \int_0^S (\rho C_p v_T - k \frac{\partial T}{\partial y}) dx$$

reescribiendo en término de las variables dimensionales, obtenemos:

$$\dot{Q} = \int_0^{S/L} k \Delta T (v_{T_f} - \frac{\partial T_f}{\partial Y}) dX \quad (4.15)$$

De la ec. (3.5) calculamos el número de Nusselt:

$$Nu = \frac{\dot{Q}}{Q_{cond}} = \int_0^{S/L} k \Delta T (v_{T_f} - \frac{\partial T_f}{\partial Y}) dX / k \frac{\Delta T}{L} \cdot S$$

obteniéndose finalmente

$$Nu = \frac{L}{S} \int_0^{S/L} (v_{T_f} - \frac{\partial T_f}{\partial Y}) dX \quad (4.16)$$

5. SOLUCION NUMERICA

5.1 METODO DE SOLUCION

En vista que las ecuaciones de movimiento y sus condiciones de contorno no poseen soluciones analíticas, se recurre para su solución a un proceso de métodos numéricos y uso de la computadora.

Aquí, las ecuaciones son expresadas en la forma de diferencia finita usando la notación de diferencia central para las derivadas. El método de solución es el de diferencia finita explícita y las ecuaciones son iteradas sucesivamente partiendo de condiciones iniciales arbitrarias hasta lograr un estado estacionario; luego el número de Nusselt es calculado a partir de la ec. (4.16) y usando los campos de velocidades y temperaturas.

Del Apéndice B obtenemos las siguientes ecuaciones:

Temperatura dentro de la celda

$$T'_{i,j} = T_{i,j} + \Delta t \left[\frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{(\Delta X)^2} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{(\Delta Y)^2} - U_{i,j} \frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{2\Delta X} - V_{i,j} \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j-1}}{2\Delta Y} \right] \quad (5.1)$$

Temperaturas en los bordes usando la condición de paredes aislantes y fluido viscoso.

$$T^*_{0,j} = T_{0,j} + \Delta t \left[\frac{2(T_{i,j} - T_{0,j})}{(\Delta X)^2} + \frac{T_{0,j+1} - 2T_{0,j} + T_{0,j+1}}{(\Delta Y)^2} \right] \quad (5.2a)$$

$$T''_{M,j} = T_{M,j} + \Delta t \left[\frac{2(T_{M-1,j} - T_{M,j})}{(\Delta X)^2} + \frac{T_{M,j+1} - 2T_{M,j} + T_{M,j-1}}{(\Delta Y)^2} \right] \quad (5.2b)$$

Vórtices en el interior de la celda

$$W'_{i,j} = W_{i,j} + \Delta t \left\{ \text{Pr} \left[\frac{W_{i+1,j} - 2W_{i,j} + W_{i-1,j}}{(\Delta X)^2} + \frac{W_{i,j+1} - 2W_{i,j} + W_{i,j-1}}{(\Delta Y)^2} + \right. \right. \\ \left. \left. \text{Ra} \left(\frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{2\Delta X} \cos\theta - \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j-1}}{2\Delta Y} \sin\theta \right) \right] \right. \\ \left. - U_{i,j} \frac{W_{i+1,j} - W_{i-1,j}}{2\Delta X} - V_{i,j} \frac{W_{i,j+1} - W_{i,j-1}}{2\Delta Y} \right\} \quad (5.3)$$

Vórtices en los bordes

$$W_{0,j} = 2\phi_{1,j}/(\Delta X)^2 \quad (5.4a)$$

$$W_{M,j} = 2\phi_{M-1,j}/(\Delta X)^2 \quad (5.4b)$$

$$W_{i,N} = -2\phi_{i,N-1}/(\Delta Y)^2 \quad (5.4c)$$

$$W_{i,0} = -2\phi_{i,1}/(\Delta Y)^2 \quad (5.4d)$$

Funciones flujo

$$\phi'_{i,j} = \phi_{i,j} + \Delta t \left[\frac{\phi_{i+1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j}}{(\Delta X)^2} + \frac{\phi_{i,j+1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i,j-1}}{(\Delta Y)^2} + W_{i,j} \right] \quad (5.5)$$

Velocidades, componentes x e y .

$$U_{i,j} = \frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j-1}}{2\Delta Y} \quad (5.6a)$$

$$V_{i,j} = -\frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i-1,j}}{2\Delta X} \quad (5.6b)$$

Las cuales nos permiten hacer los cálculos de computación (Ver Programa en el Apéndice B). Referirse a la Fig. 5.1 para el diagrama de flujo.

Para el cálculo del calor transferido y el número de Nusselt usaremos la regla de integración de Simpson (Ref. 4), a las expresiones:

$$\dot{q}_{conv} = \frac{k\Delta T}{S} \int_0^{S/L} VT_f dX \quad (5.7a)$$

$$\dot{q}_{cond} = -\frac{k\Delta T}{S} \int_0^{S/L} \frac{\partial T_f}{\partial Y} dX \quad (5.7b)$$

$$\dot{q}_{total} = \dot{q}_{conv} + \dot{q}_{cond} \quad (5.8)$$

$$Nu = \frac{\dot{q}_{total} L}{k\Delta T} \quad (5.9)$$

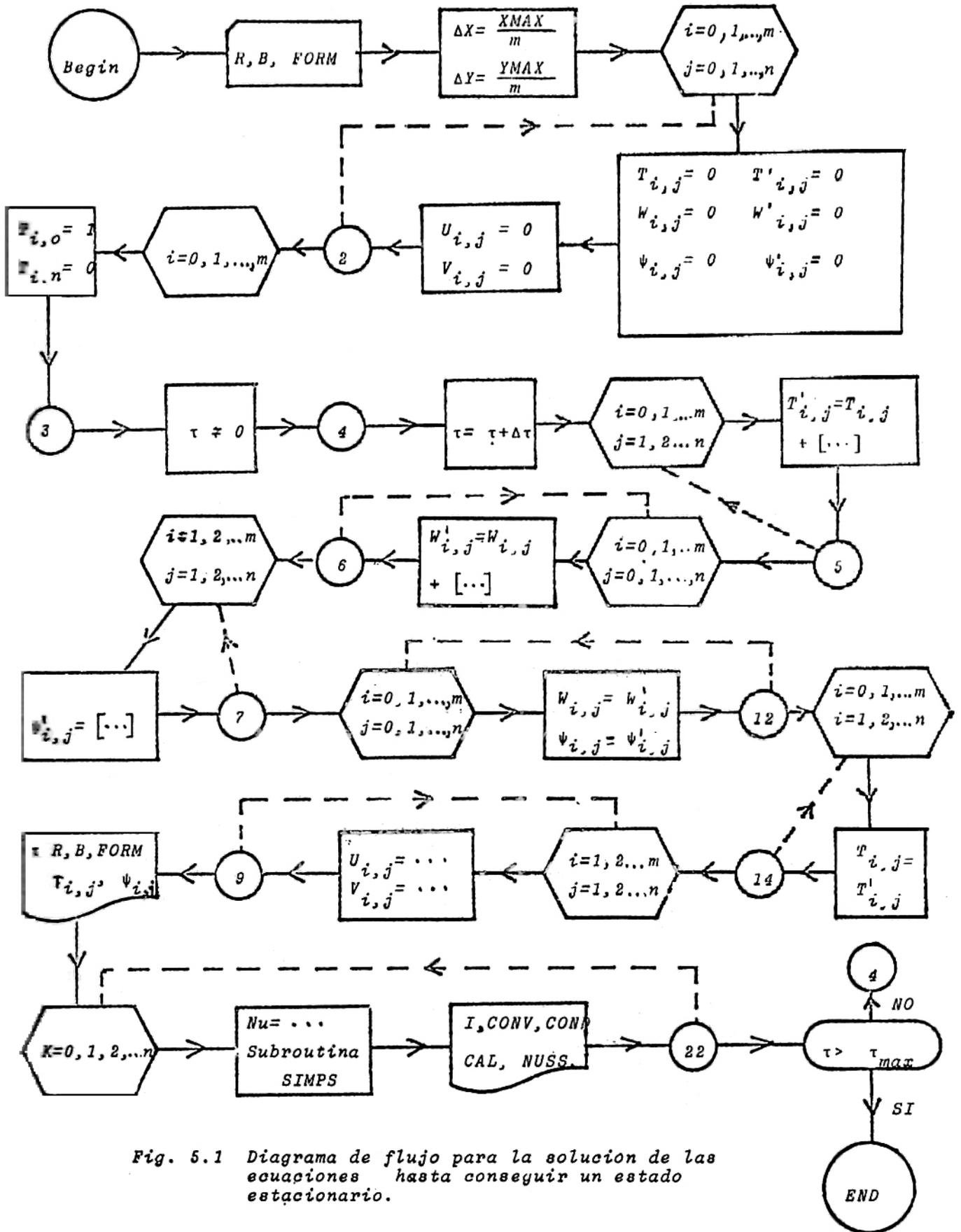


Fig. 5.1 Diagrama de flujo para la solución de las ecuaciones hasta conseguir un estado estacionario.

5.2 ANALISIS DEL MOVIMIENTO

Como podemos notar, el sistema de ecuaciones diferenciales puede ser resuelto hasta cierto grado de aproximación al haber reemplazado las derivadas por diferencias finitas y usar la regla de Simpson; para obtener finalmente el número de Nusselt en función de los parámetros: Número de Rayleigh (Ra), factor de forma ($FORM = L/S$) y ángulo de inclinación ($incl = \theta$).

Durante el proceso iterativo se simula el movimiento del fluido dentro del colector a través del tiempo hasta conseguir un estado estacionario (Fig. 5.2).

Los resultados numéricos demuestran claramente que partiendo de las condiciones iniciales el fluido pasa primero por un proceso de calentamiento a través de conducción del calor, continuando luego con el movimiento convectivo lo que comprueba las predicciones teóricas.

En las figuras (5.3a) y (5.3b) se muestran las distribuciones de temperatura y función flujo, así como también las líneas isotérmicas y líneas de flujo constante después de $t = 12 \times 10 = 120$ iteraciones.

Podemos notar de la Fig. 5.3b que en la iteración 120 le corresponde un proceso netamente conductivo. También notamos que el calor transferido por convección es en una capa vecina a las paredes laterales.

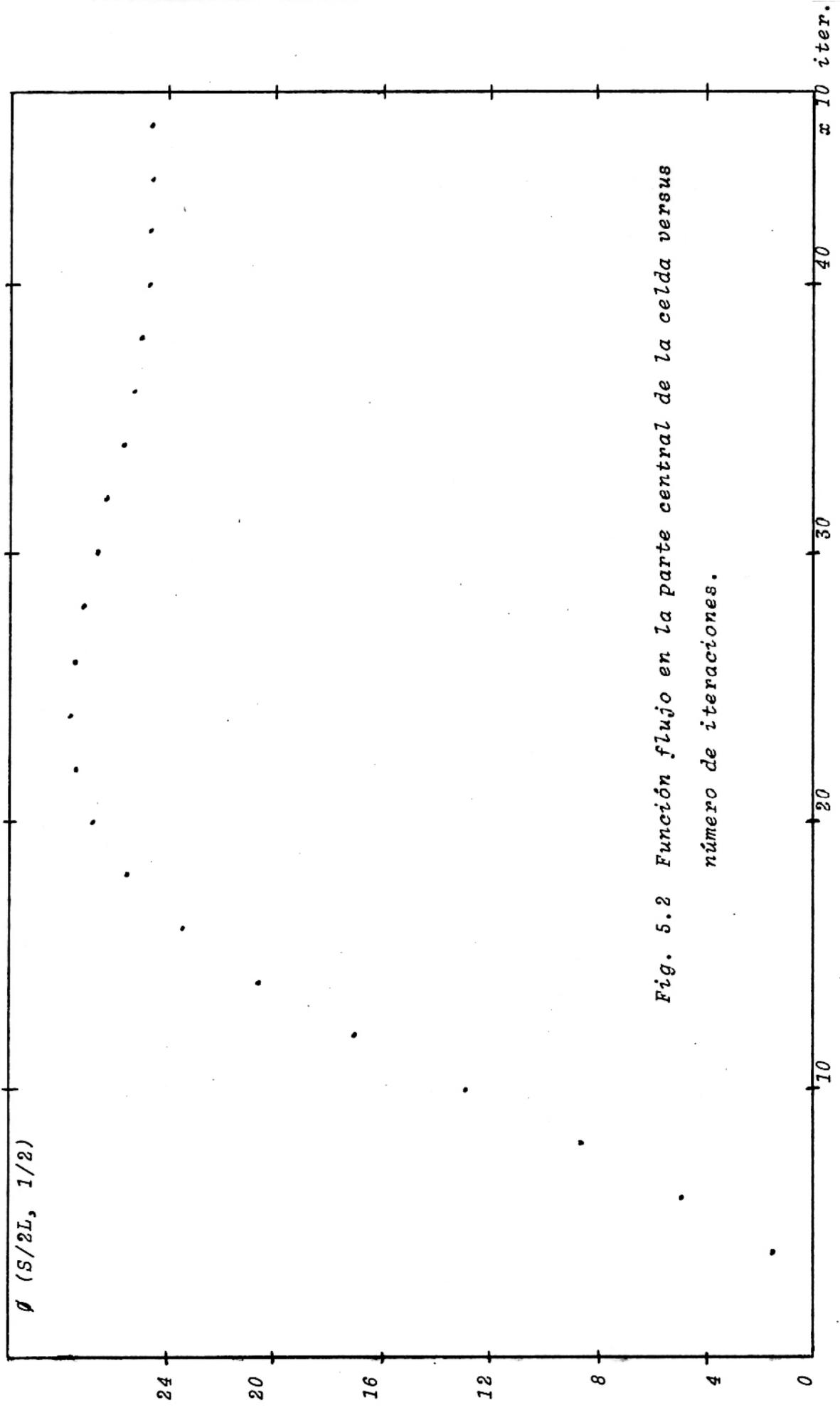


Fig. 5.2 Función flujo en la parte central de la celda versus número de iteraciones.

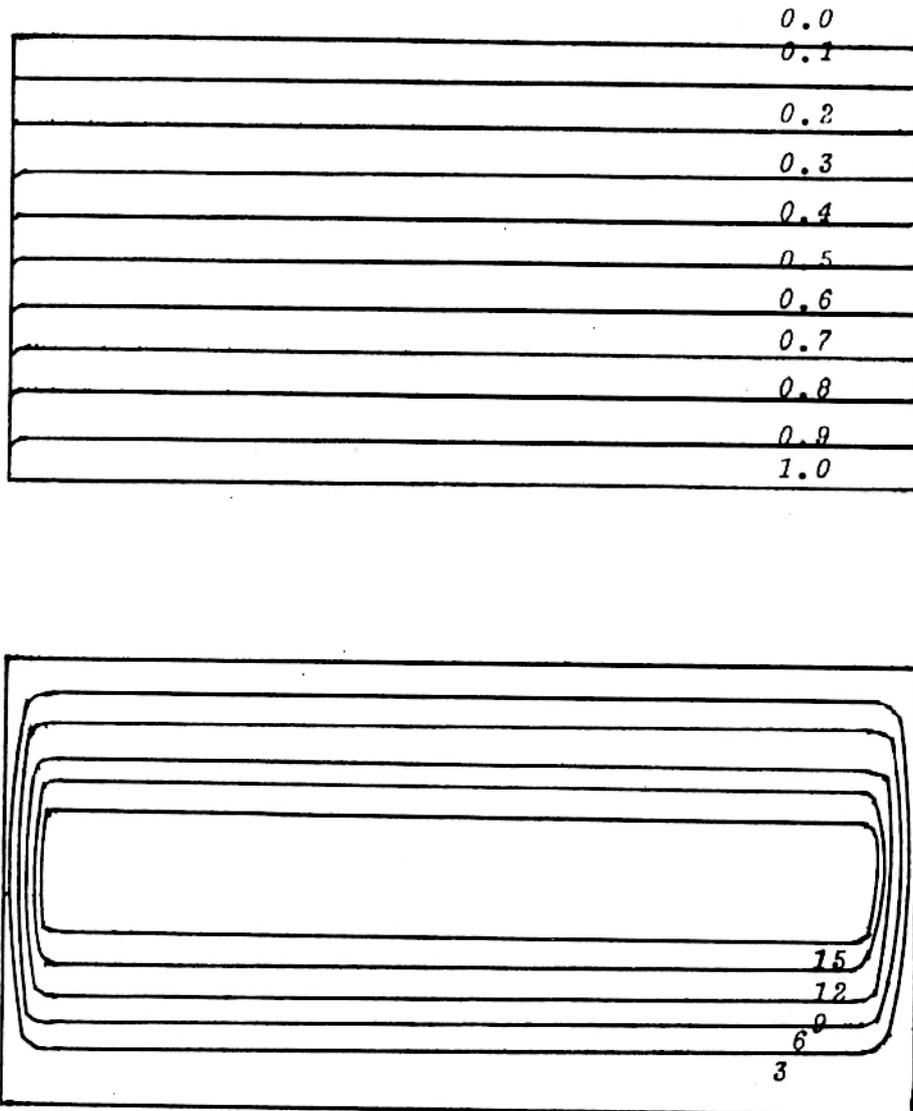


Fig. 5.3.b Líneas isotérmicas y de flujo (Ver Fig. 5.3a)

En las Figs. (5.4a) y (5.4b) se muestra las distribuciones de temperatura y función flujo, así como también las líneas isotérmicas y de flujo para la celda de las Figs. 5.3 después de 420 iteraciones.

Se puede observar en la Fig (5.4b) que en la zona intermedia de la celda el movimiento del fluido es paralelo a las superficies isotérmicas, por tanto la transferencia del calor es básicamente por conducción. En la zona vecina a las paredes laterales ocurre la conducción y convección (predominando la convección).

Luego, muchas veces se prefiere tratar el problema en la "aproximación de capa límite" (Ref. 7) y obtener soluciones analíticas.

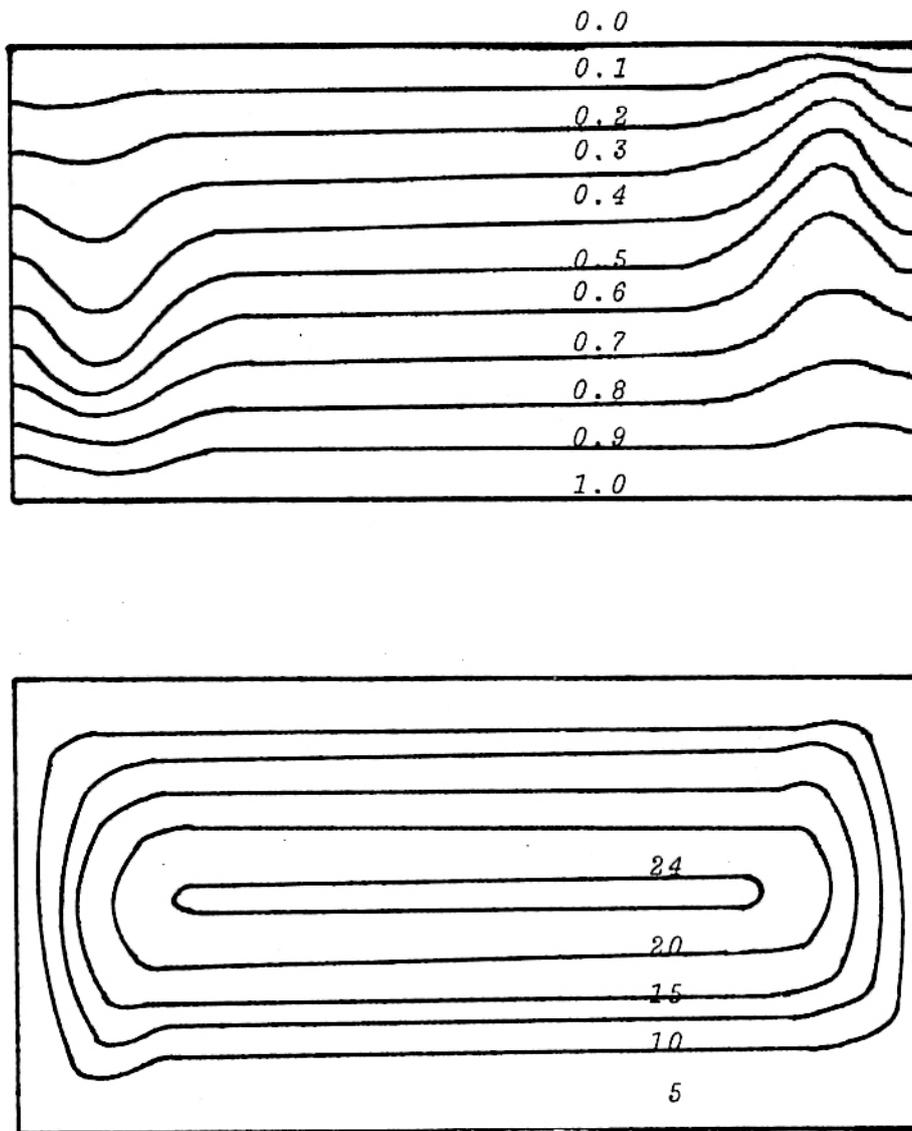


Fig. 5.4b Líneas isotérmicas y de flujo (Ver Fig. 5.4a)

5.3 NUMERO DE NUSSELT Y PARAMETROS DE DEPENDENCIA

Como mencionamos en la sección (3.1), el número de Nusselt nos dá información del calor transferido.

En el presente trabajo se calcula numéricamente Nu en función de los parámetros: Ra , $FORM$, $incl$.

$$Nu = Nu (Ra, FORM, incl) \quad (5.10)$$

a) Dependencias del Número de Rayleigh

$$Nu = Nu (Ra), \quad FORM = 40, \quad incl = 30^\circ$$

Ra	Nu
10,000	1.12
20,000	1.20
30,000	1.32
40,000	1.46
50,000	1.60
60,000	1.75
80,000	1.95

TABLA I. Valores de Nu para diferentes Ra . $FORM = 40$, $incl = 30^\circ$

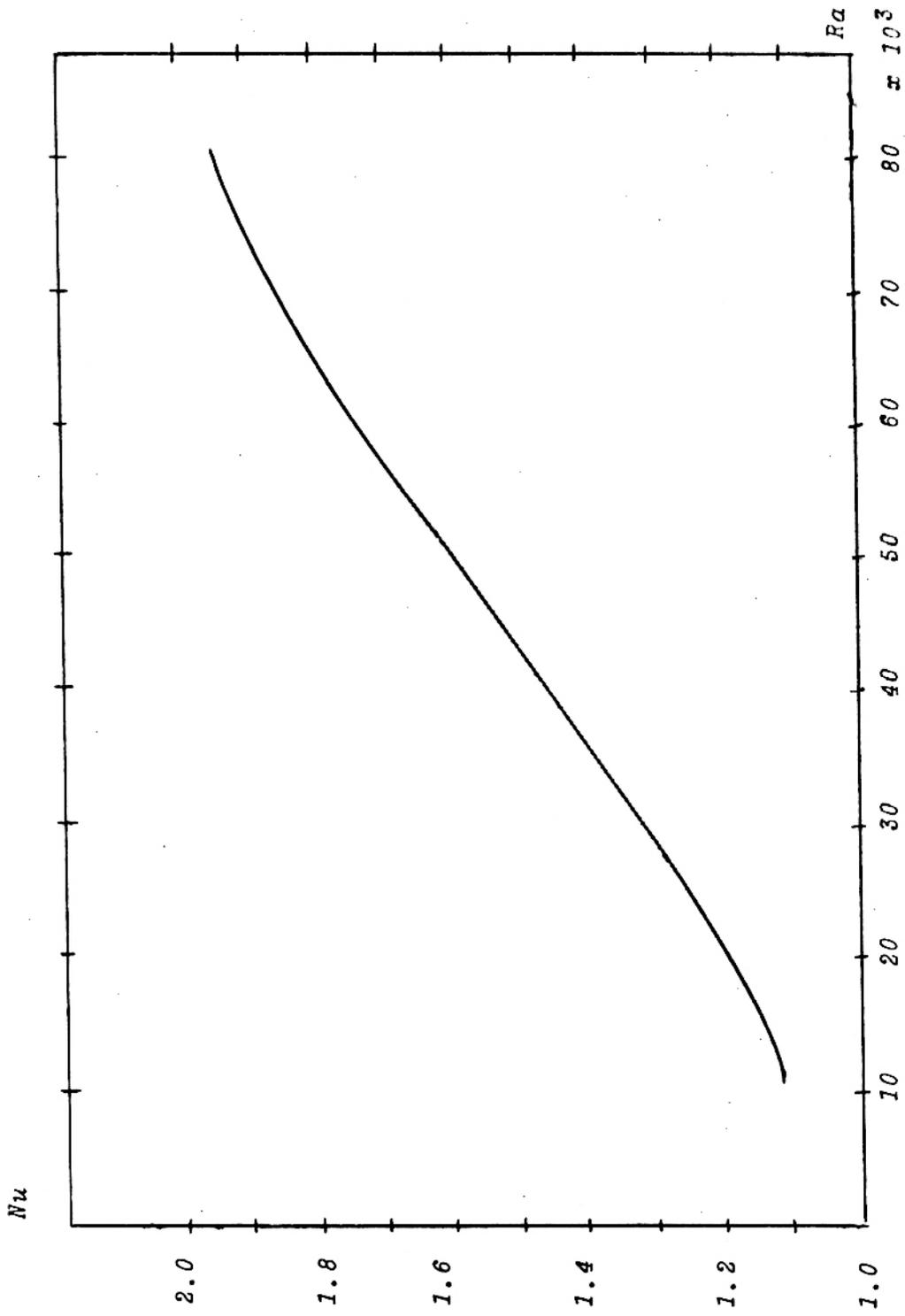


Fig. 5.5 Gráfica de Nu versus Ra , para una cavidad rectangular (TABLA I)

En vista de las cantidades que intervienen en el número de Rayleigh

$$Ra = \left(\frac{C_p \rho^2 g \beta}{\mu k} \right) (\Delta T) L^3$$

la variación de este número puede interpretarse de varias formas:

Fluido en el colector; cuando se tienen fluidos diferentes, el factor dentro del paréntesis tomará un valor diferente para cada fluido (TABLA VI). Temperatura promedio; si la temperatura promedio en el colector varía para un mismo gas también variará el factor dentro del paréntesis (TABLA V). Diferencia de temperaturas; si la diferencia de temperaturas entre la placa y el colector (ΔT) cambia, también modificará al número de Rayleigh. Ancho del colector; si tenemos dos colectores con el mismo factor de forma pero diferente ancho (L) esto indicará dos colectores con semejanza geométrica pero de diferente tamaño y por tanto diferente número de Rayleigh.

Las Figs. (5.6a) y (5.6b) muestran las características dinámicas para una celda con un número de Rayleigh igual a 30,000.

b) Dependencia del factor de forma

$$Nu = Nu(\text{FORM}), \quad Ra = 20,000, \quad \text{incl} = 10$$

FORM	Nu
40	1.19
30	1.20
20	1.26
10	1.49

TABLA II. Valores de Nu para diferentes formas del colector.
 $Ra = 20,000, \text{incl} = 10$.

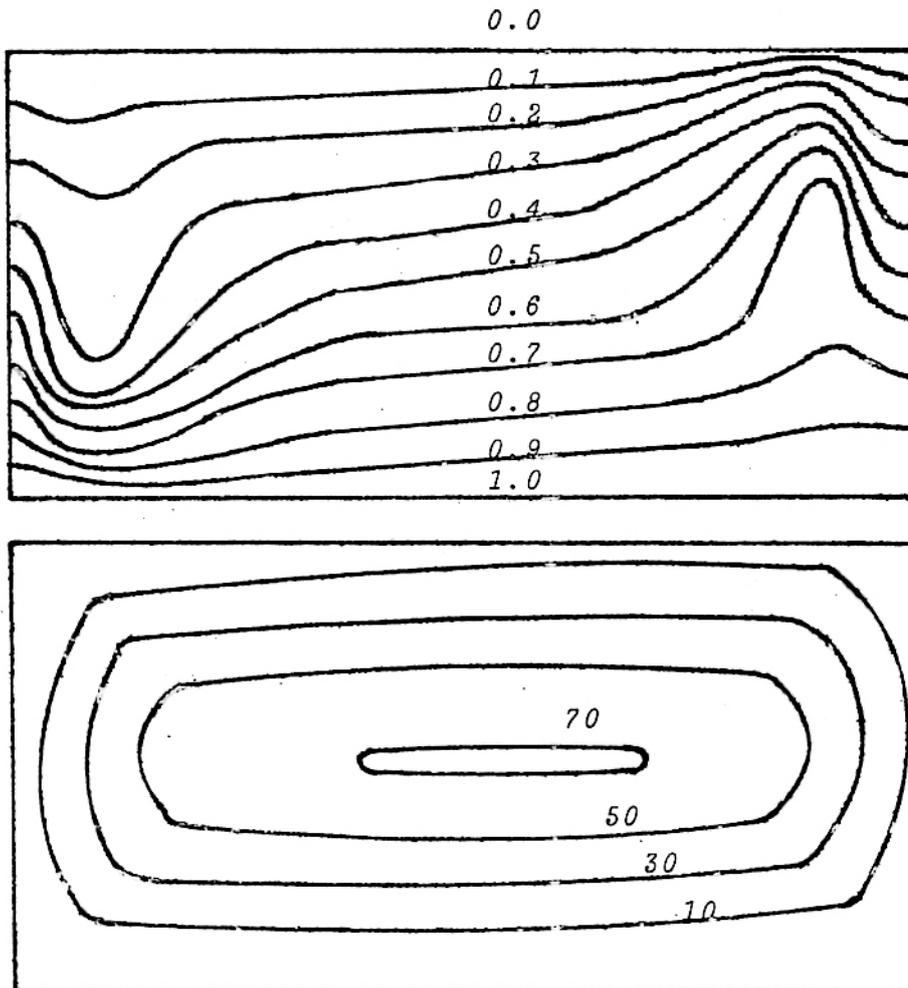


Fig. 5.6b Líneas isotérmicas y de flujo (Fig. 5.6a)

Es necesario recalcar la posibilidad de mantener constante el número de Rayleigh y variar el factor de forma independientemente; esto representaría un conjunto de colectores con la misma separación (placa-cobertor) pero de diferentes longitudes.

De la Fig. 5.7 podemos concluir que cuando la geometría del colector rectangular tiende a ser cuadrada el número de Nusselt aumenta; esto puede explicarse si recordamos que en colectores rectangulares el movimiento convectivo ocurre principalmente en la vecindad de las paredes (Ver Secs. 5.2), mientras que en la parte central predomina la conducción. Cuando el colector tiende a ser cuadrado, la zona de convección aumenta relativamente respecto de la zona de conducción y por lo tanto un aumento en el número de Nusselt.

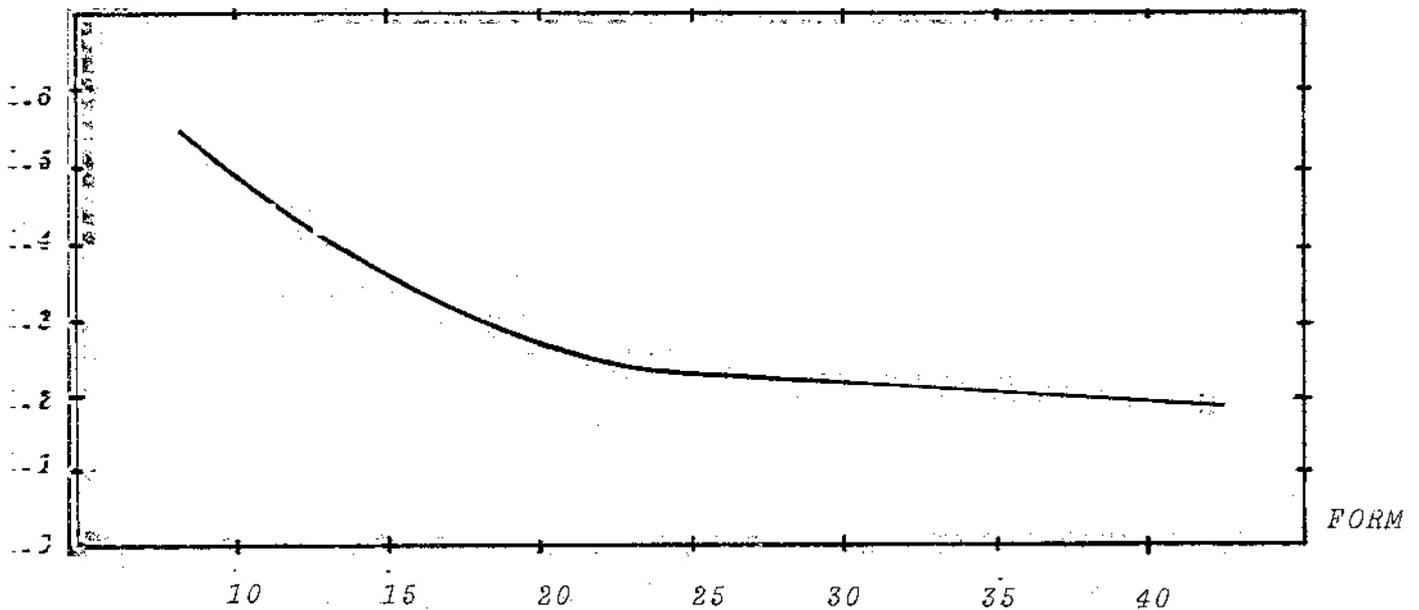


Fig. 5.7 Variación de Nu versus factor de forma (TABLA II)

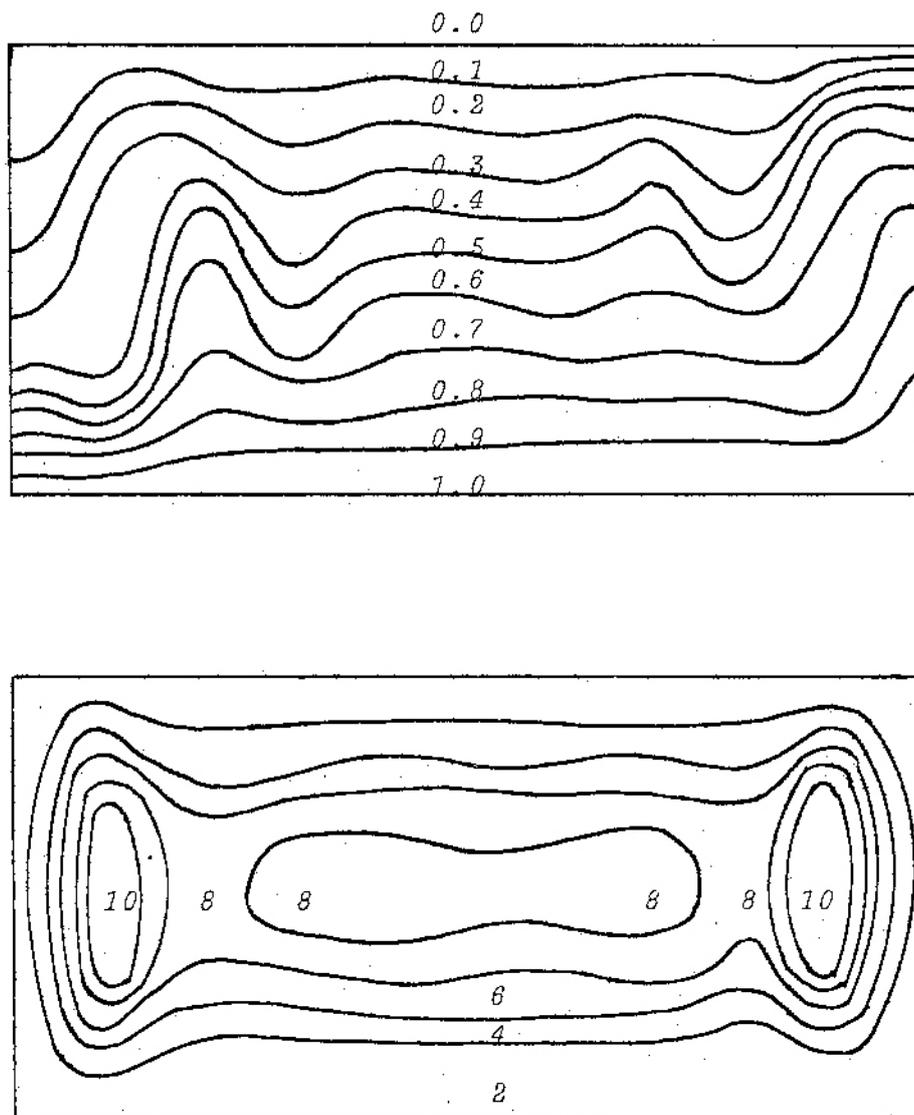


Fig. 5.8b Líneas isotérmicas y de flujo (Fig. 5.8a)

c) Dependencia de la inclinación

$$Nu = Nu(\text{incl}), \quad FORM = 40, \quad Ra = 20,000$$

incl	Nu
10	1.17
30	1.20
45	1.24
60	1.30
75	1.42
90	1.35

TABLA III. Valores de Nu para diferentes inclinaciones del colector.

$$FORM = 40, Ra = 20,000$$

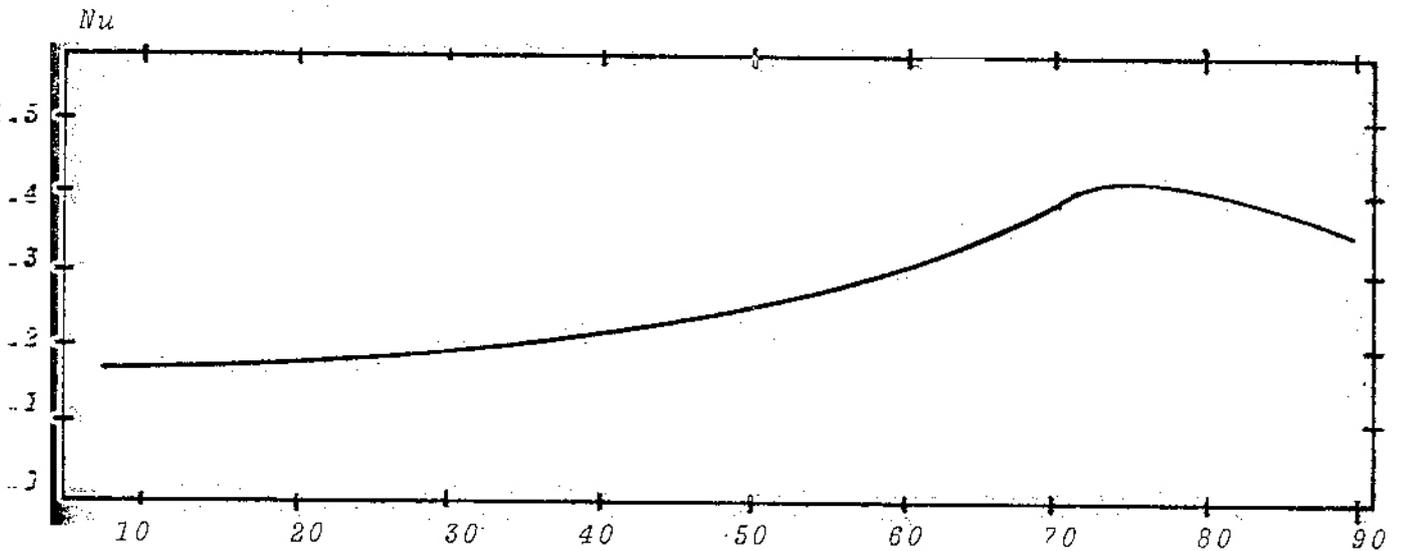


Fig. 5.9 Variación de Nu versus la inclinación del colector
 $Ra = 20,000$ $FORM = 40$.

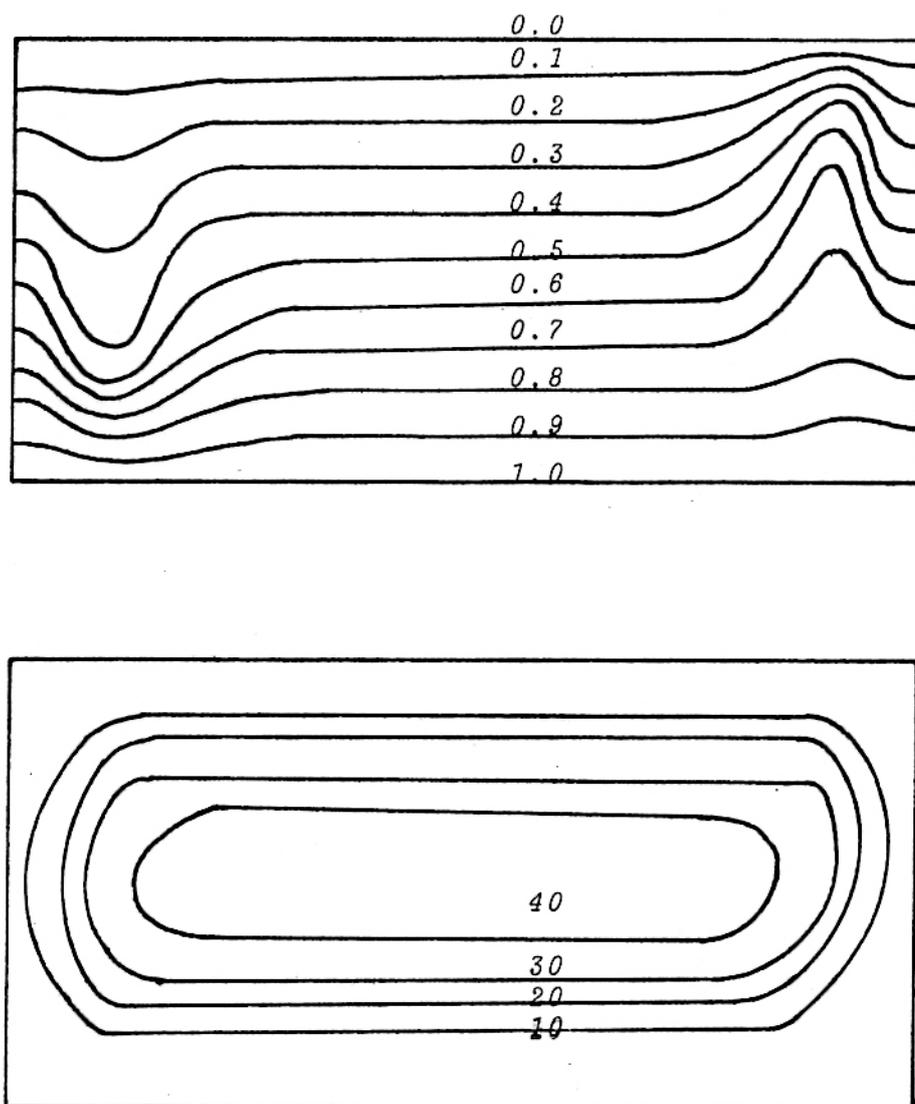


Fig. 5.10b Líneas isotérmicas y de flujo (Fig. 5.10a)

6. COEFICIENTES DE TRANSFERENCIA DEL CALOR

En la sección anterior se ha calculado el número de Nusselt para cavidades rectangulares y sus dependencias con el número de Rayleigh, factor de forma y ángulo de inclinación, lo cual nos da una relación estrecha entre nuestro modelo matemático y el colector solar real.

En vista que las cantidades mencionadas no son familiares en el laboratorio, es necesario establecer una relación entre el coeficiente de transferencia de calor total (h) de la cavidad y su dependencia con la temperatura, gas en la cavidad, ancho de la cavidad, inclinación y presión.

6.1 DEPENDENCIA DE LA TEMPERATURA

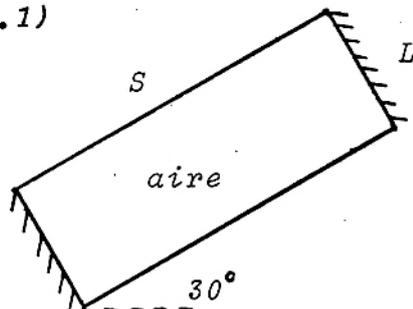
De la definición del número de Nusselt (ec. 3.5) se encuentra una expresión para el cálculo de h :

$$Nu = \frac{\dot{Q}_{total}}{\dot{Q}_{cond}} = \frac{h \times area \times \Delta T}{k \times area \times \Delta T/L} \quad (6.1)$$

resultando

$$h = Nu \times \frac{k}{L} \quad (6.2)$$

Consideremos una cavidad de las siguientes características (Fig. 6.1)



$$\begin{aligned} L &= 2 \text{ cms} \\ S &= 80 \text{ cms} \\ \Delta T &= 30^\circ \text{C} \\ p &= 1 \text{ atm.} \end{aligned}$$

Fig. 6.1 Modelo de cavidad rectangular. Temperatura como parámetro.

T ($^{\circ}C$)	k (10^{-3} W/m. $^{\circ}C$)
40	27.69
60	28.90
80	30.28
100	31.32
120	32.88
140	34.61

TABLA IV. Conductividad térmica del aire a una atmósfera de presión (Ver Ref. 3).

Para el cálculo del coeficiente de transferencia del calor es necesario hacer los siguientes cálculos previos.

$$Ra = \left(\frac{C_p \rho^2 g \beta}{\mu k} \right) \Delta T L^3 = a \Delta T L^3 \quad (6.3)$$

Luego, usando las tablas I y IV, las ecs. (6.2) y (6.3) obtenemos para la cavidad de la Fig (6.1) los siguientes resultados (Tabla V, Fig. 6.2)

$T(^{\circ}C)$	$\alpha^{(*)} (cm^{-3} \cdot ^{\circ}C^{-1})$	$Ra \times 10^{-3}$	Nu	$h(W/m^2 \cdot ^{\circ}C)$
40	82	19.7	1.20	1.66
60	72	17.3	1.17	1.69
80	64	15.3	1.15	1.73
100	55	13.2	1.14	1.78
120	48	11.5	1.13	1.85
140	40	9.6	1.12	1.93

TABLA V. Variación de h en función de la temperatura. (Ver Fig. 6.1).

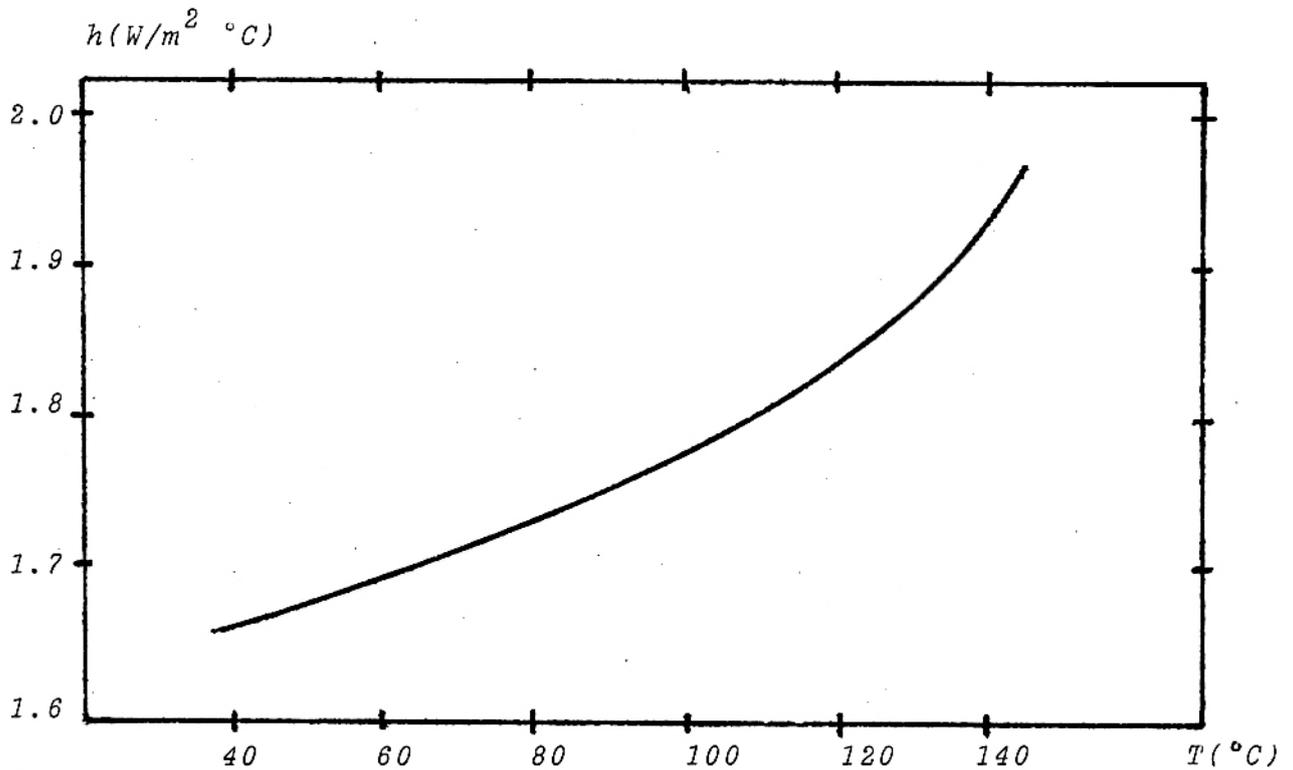


Fig. 6.2 Gráfica de h versus Temperatura (TABLA V)

(*) Los valores de a se han obtenido de la Ref. 5

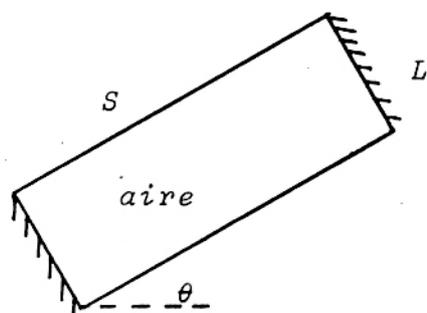
De la figura 6.2 podemos observar que mientras la temperatura (promedio en la cavidad) de trabajo aumenta, el calor transferido aumenta ligeramente, esto se explica cualitativamente teniendo en cuenta que a mayor temperatura la conducción es mayor y el coeficiente de expansión térmica menor, ambas variaciones contribuyen positivamente a un aumento en la transferencia del calor (Ver eos. (6.2) y (6.3)).

6.2 DEPENDENCIA DE LA INCLINACION

De la sección 5.3 vemos que también la inclinación de la cavidad interviene en el fenómeno de la transferencia del calor. La Fig. 5.9 nos muestra claramente como es la dependencia.

Si en la cavidad del gas, la geometría y propiedades térmicas son las mismas, la dependencia del coeficiente de transmisión del calor sobre la inclinación será similar al de la Fig. (5.9).

Consideremos la cavidad de las siguientes características:



$$\begin{aligned}\Delta T &= 30^{\circ}\text{C} \\ T &= 40^{\circ}\text{C} \\ S &= 80 \text{ cm} \\ L &= 2 \text{ cm} \\ p &= 1 \text{ atm.}\end{aligned}$$

Fig. 6.3 Modelo de cavidad rectangular. Angulo variable.

gas	peso molecular	densidad	calor específico	expansión térmica	viscosidad (poise)	conductividad térmica	α
	M	ρ	C_p	β	μ	k	
	gr/mol	10^{-3} gr/cm ³	cal/gr-°C	1/°C	10^{-6} gr/cm-sec	10^{-6} cal/cm-°C-sec	1/cm ³ -°C
				(10^{-3})			
H ₂	2	0.066	3.39	3.66	98	490	1.1
He	4	0.130	1.25	3.66	228	360	0.9
CO	28	0.915	0.25	3.67	210	74	48
aire	29	0.946	0.24	3.67	220	75	47
Ar	40	1.306	0.125	3.68	269	52	55
CO ₂	44	1.447	0.199	3.72	186	54	151
Kr	84	2.740	0.09	3.68	260	28	334

TABLA VI. Propiedades de los gases. Todos los datos están a 100°C, Ver Ref. 5.

De las Tablas I, IV y VI, eos. (6.2) y (6.3) obtenemos los siguientes resultados (TABLA VII, Fig. 6.4).

$$\alpha \text{ (cm}^{-3}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}\text{)} = 82, \quad Ra = 19,700$$

θ ($^{\circ}\text{S}$)	Nu	h ($\text{W/cm}^2\text{ }^{\circ}\text{C}$)
10	1.17	1.61
30	1.20	1.66
45	1.23	1.71
60	1.30	1.79
75	1.42	1.96
90	1.35	1.86

TABLA VII. Valores de h para diferentes inclinaciones (Ver Fig. 6.3)

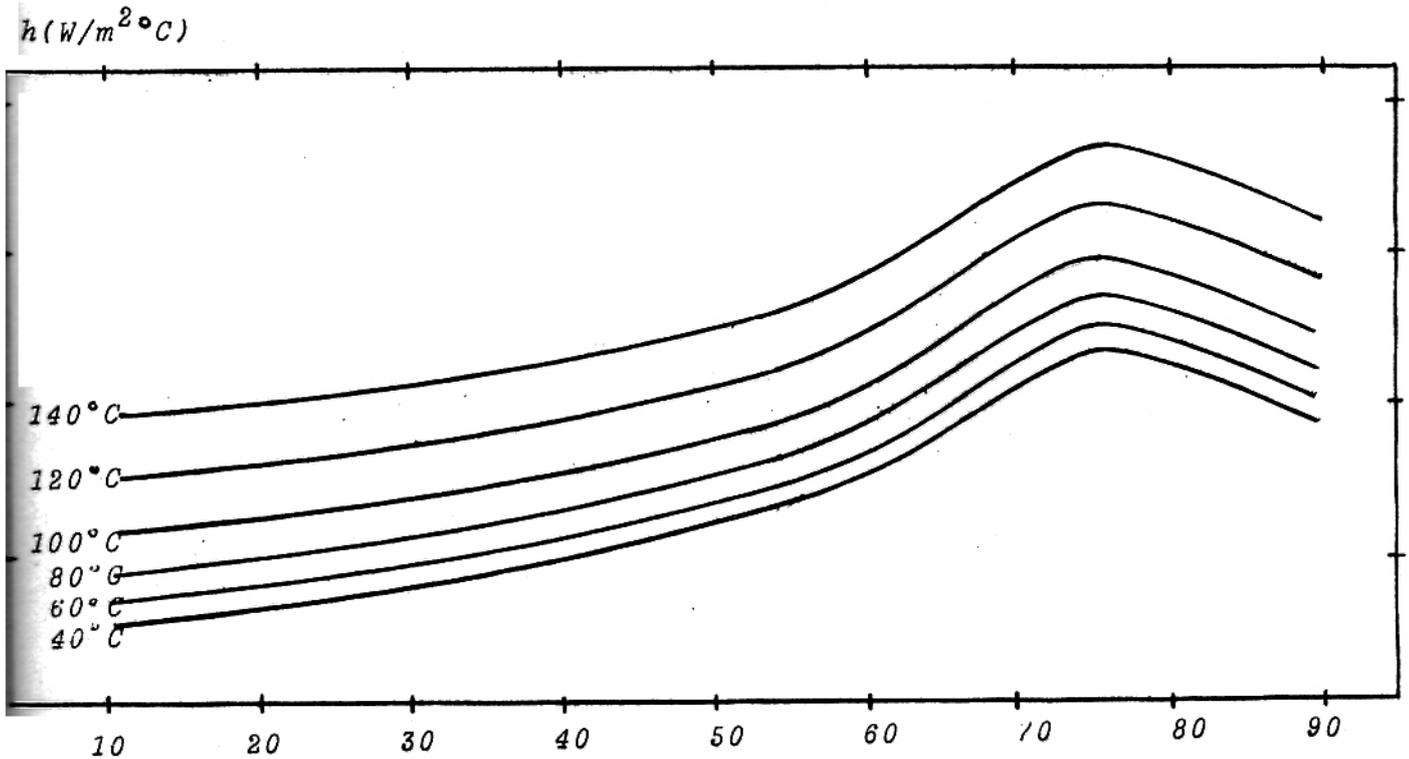
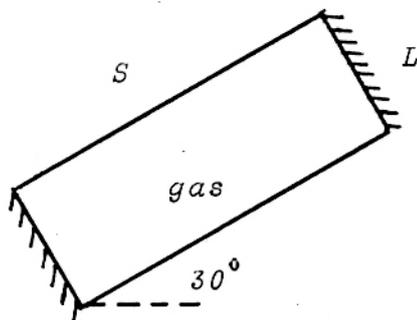


Fig. 6.4 Gráfica de h versus la inclinación (TABLA VII)

6.3 DEPENDENCIA DEL GAS

Al cambiar el gas en la cavidad se obtienen grandes modificaciones, teniendo en cuenta que es el medio por donde se transmite el calor. Una de las cantidades que identifica al gas es su peso molecular (no es la única), entonces buscaremos la variación de h versus, el peso molecular.

Consideramos la cavidad cuyas características son (Ver Fig. 6.5)



$$\begin{aligned}
 L &= 2 \text{ cm} \\
 S &= 80 \text{ cm} \\
 \Delta T &= 30^\circ \text{C} \\
 T &= 100^\circ \text{C} \\
 p &= 1 \text{ atm}
 \end{aligned}$$

Fig. 6.5 Modelo de cavidad rectangular conteniendo un gas arbitrario.

Luego usando las Tablas I, IV y VI y ecs. (6.2) y (6.3) obtenemos los siguientes resultados (Tabla VIII, Fig. 6.6).

Gas	$M(\text{grs/mol})$	$Ra \times 10^{-3}$	Nu	$h(\text{W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C})$
H_2	2	0.26	1.0	10.25
He	4	0.21	1.0	7.53
CO	28	11.5	1.13	1.74
aire	29	11.2	1.13	1.76
Ar	40	13.2	1.14	1.23
CO_2	44	36.2	1.41	1.59
Kr	84	80.1	1.93	1.13

TABLA VIII. Valores de h para diferentes gases en la cavidad de la Fig. (6.5).

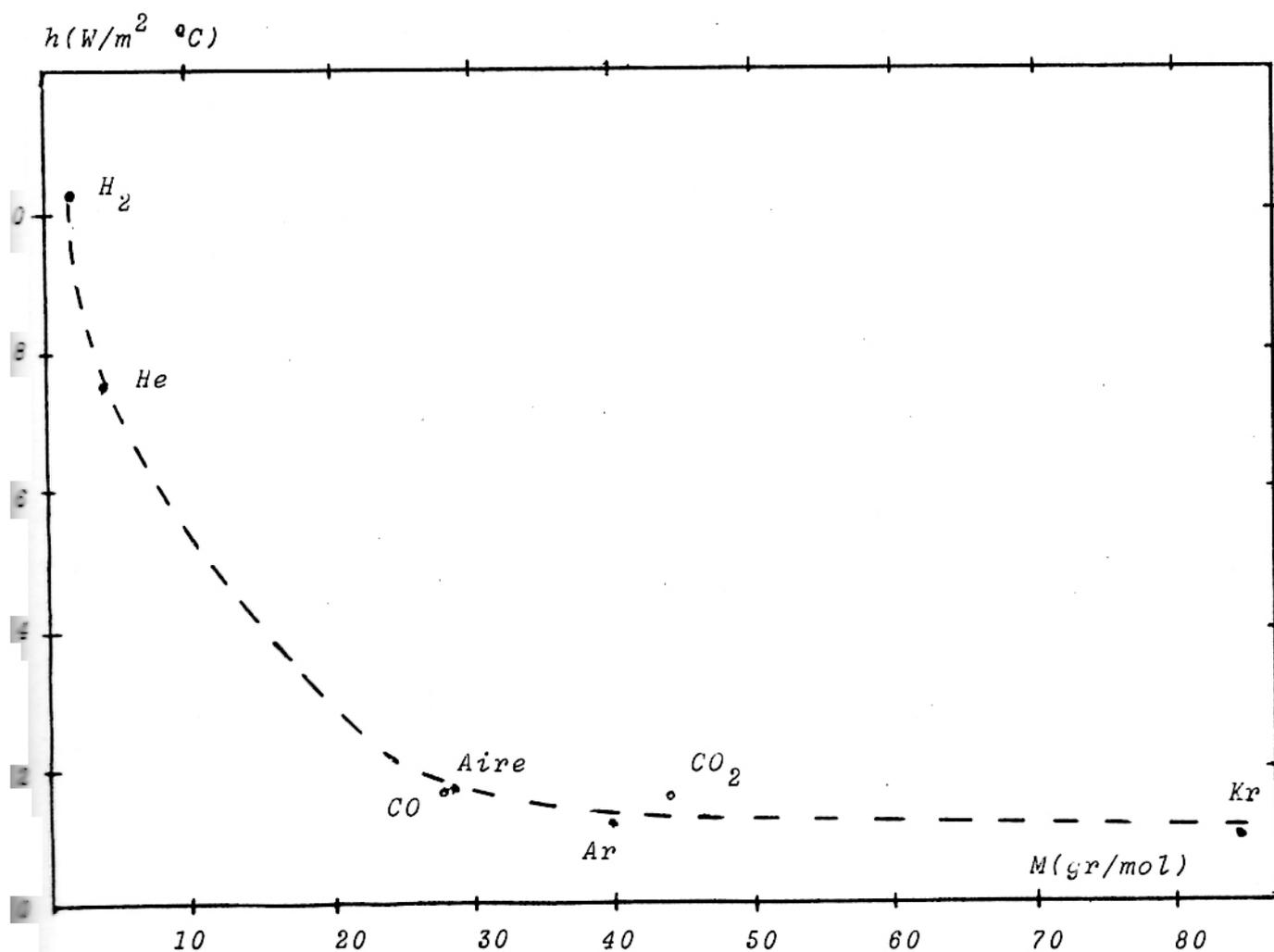


Fig. 6.6 Gráfica de h versus peso molecular del gas (Ver Fig. 6.5)

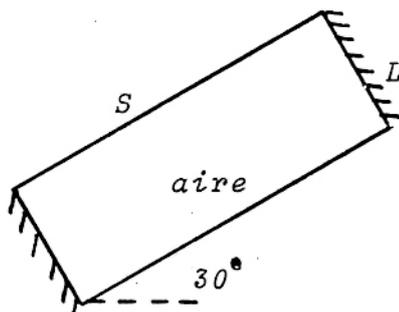
De la Fig. (6.6) podemos obtener algunas condiciones importantes. Se observa que mientras el gas encerrado es más pesado, el calor transmitido será en general menor. Esto se debe a que por un lado la conductividad térmica es menor y por tanto la pérdida por conducción; por otro lado la convección se reduce ligeramente para gases más pesados.

Es también posible afirmar que para gases cuyas moléculas poseen mayor número de grados de libertad, la capacidad calorífica será mayor y luego la transferencia por convección. (Ver ec. - (4.13b)).

6.4 DEPENDENCIA DE LA SEPARACION PLACA-COBERTOR Y LONGITUD

Como se deduce de la sección 5.3, la geometría del colector es otro de los factores importantes en la dinámica del fluido. El Número de Nusselt depende del ancho del colector a través del Número de Rayleigh y del factor de forma; es por ello que también es importante en la transferencia del calor.

Consideremos una cavidad de la siguiente característica (Fig. 6.7):



$$\begin{aligned}\Delta T &= 30^{\circ}\text{C} \\ T &= 100^{\circ}\text{C} \\ S &= 80 \text{ cm} \\ p &= 1 \text{ atm}\end{aligned}$$

Fig. 6.7 Cavidad rectangular, ancho (L) como parámetro.

Luego, usando las tablas I, IV y VI y ecs. (6.2) y (6.3) obtenemos los siguientes resultados (Tabla IX, Fig. 6.8).

$L(\text{cm})$	$Ra \times 10^{-3}$	FORM	Nu	$h(\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{C})$
0.5	0.17	160	1.0	6.26
1.0	1.4	80	1.0	3.13
1.5	4.7	160/3	1.02	2.12
2.0	11.2	40	1.14	1.78
2.5	22.0	32	1.26	1.57
3.0	38.0	80/3	1.51	1.57
4.0	90.2	20	2.12	1.65

TABLA IX. Valores de h para diferentes valores de la separación cobertor-placa de la cavidad.

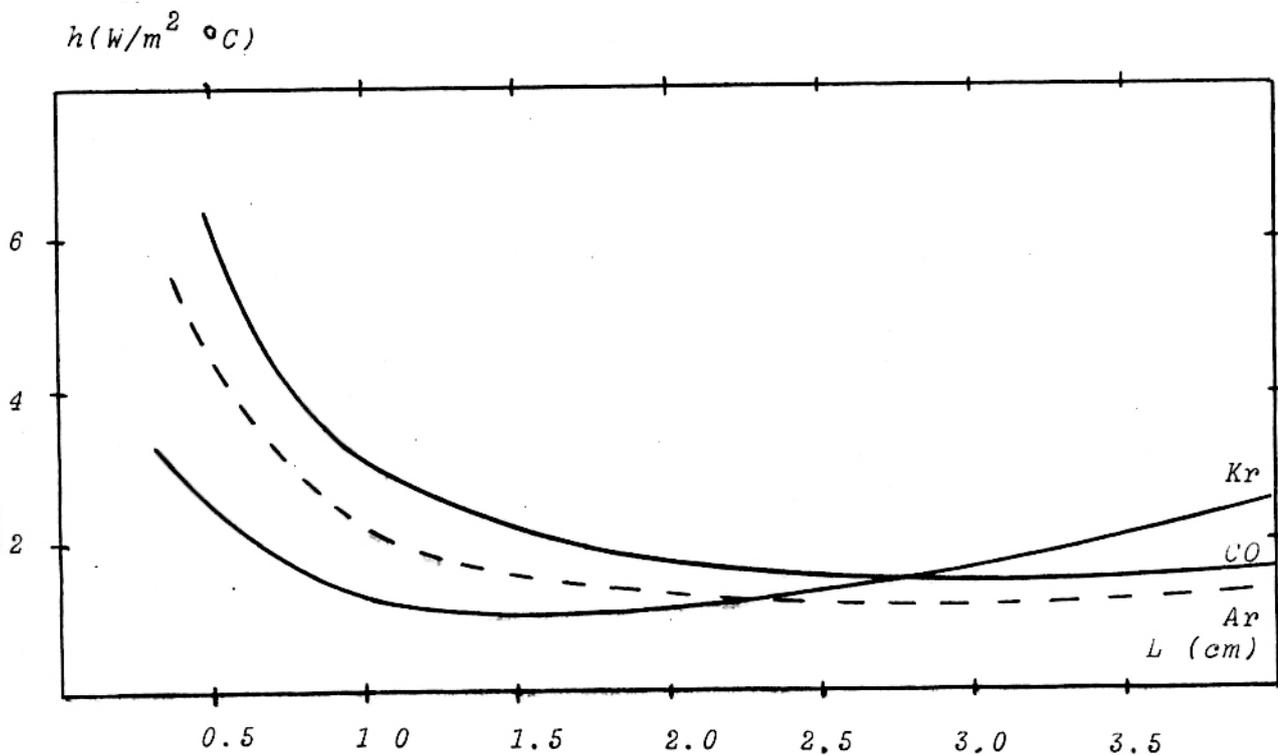


Fig. 6.8 Gráfica h versus separación cobertor-placa para la cavidad de la Fig. 6.7. Diferentes Gases.

De la Fig. 6.8 podemos notar que (para aire, CO) cuando el ancho de la cavidad es menor que aproximadamente 2.5 cm el calor transferido aumenta a medida que decrece L , esto ocurre debido a que la conducción es la forma principal de transferencia en esta región. Cuando el ancho es mayor que aproximadamente 3 cm. el calor es transferido principalmente por convección. Luego para un ancho de la cavidad determinado es posible obtener un mínimo en la pérdida de calor.

Si consideramos nuevamente la cavidad de la Fig. 6.7 pero con diferentes inclinaciones obtenemos la Fig. 6.9.

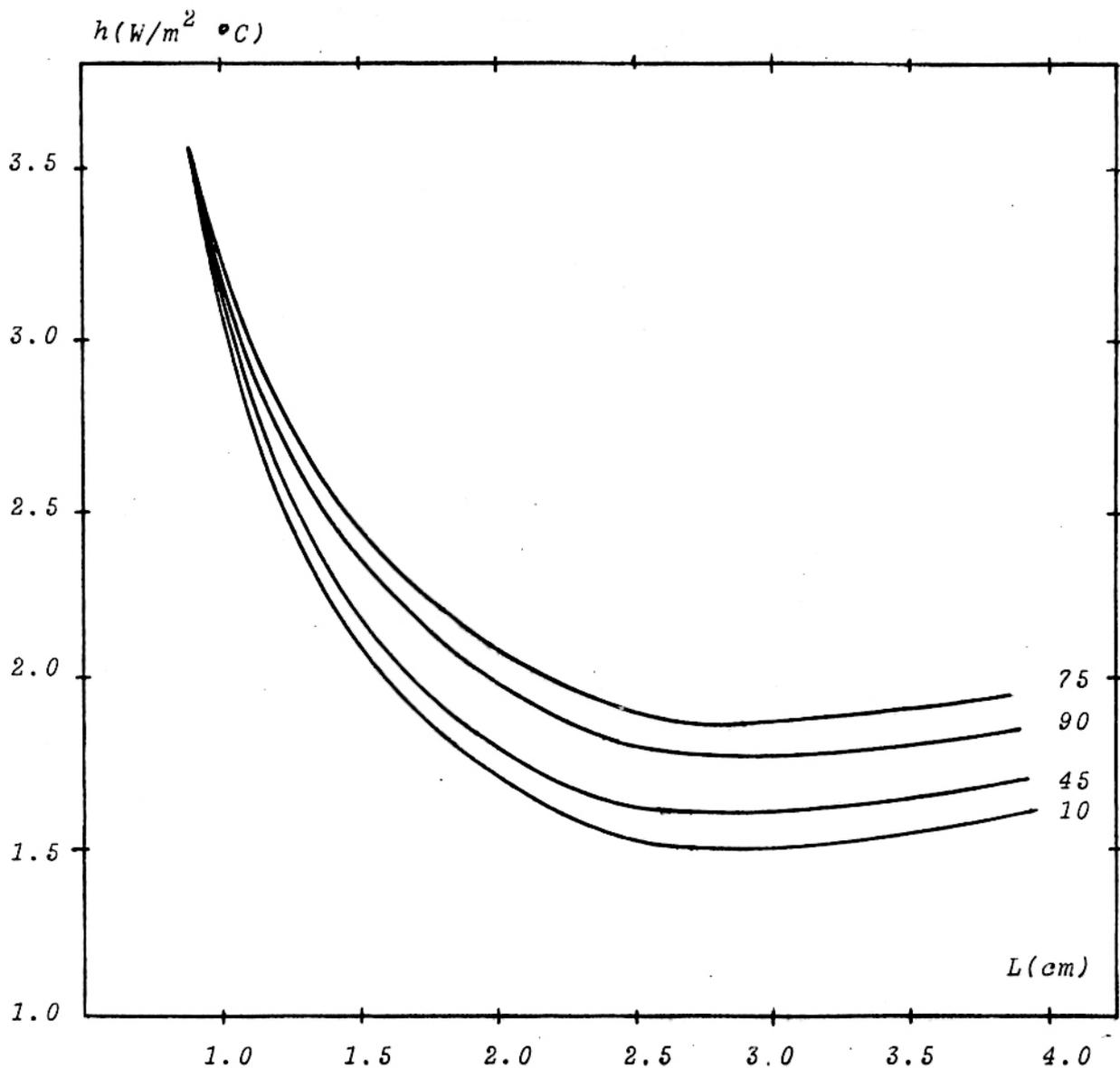
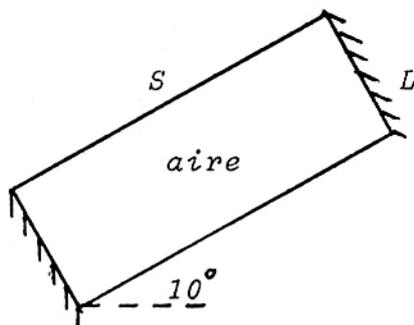


Fig. 6 9 Gráfica h versus separacion cobertor-placa para la cavidad de la Fig. 6.7 Diferentes Inclinaciones

Podemos notar que cuando el ancho de la cavidad es menor que 1.0 cms. la convección cesa y sólo la conducción es la forma de transferencia del calor, siendo independiente de la inclinación. Cuando L está aproximadamente entre 2.5 cm. a 3.0 cm. se obtiene un mínimo en la pérdida de calor.

Consideremos la siguiente cavidad Fig. (6.10)



$$\begin{aligned}\Delta T &= 30^{\circ}\text{C} \\ T &= 100^{\circ}\text{C} \\ L &= 2 \text{ cm} \\ p &= 1 \text{ atm}\end{aligned}$$

Fig. 6.10 Cavidad rectangular. Longitud (S) como parámetro.

Luego, usando las Tablas I, IV y VI, ecs. (6.2) y (6.3) obtenemos los siguientes resultados (Tabla X, Fig. 6.11).

$S(\text{cm})$	FORM	Nu	$h(\text{W}/\text{m}^2\text{C})$
80	40	1.13	1.76
60	30	1.20	1.87
40	20	1.26	1.97
20	10	1.49	2.33

TABLA X. Valores de h para diferentes longitudes de la cavidad (Ver Fig. 6.10).

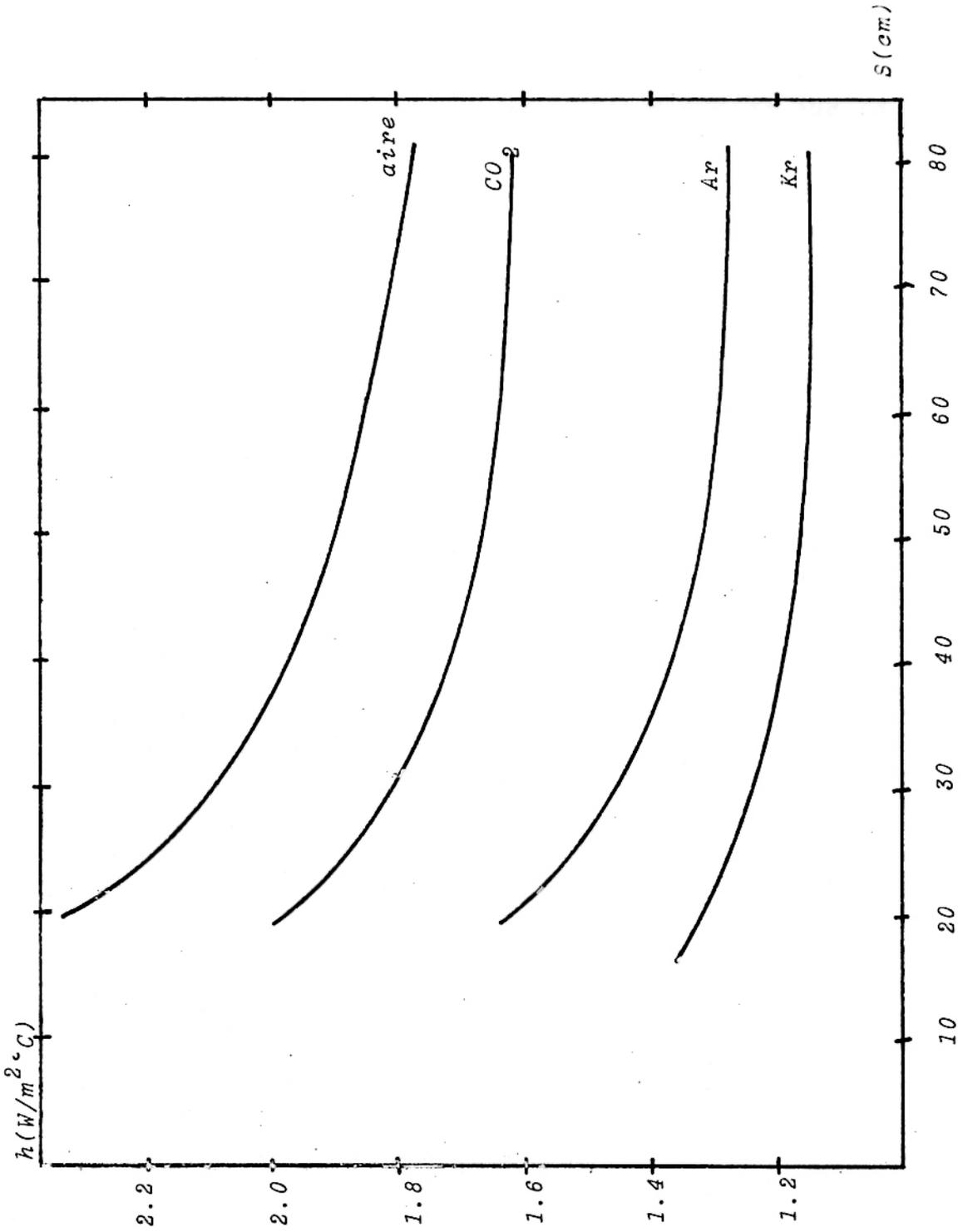


Fig. 6.11 Gráfica de h versus longitud (S) para la cavidad de la Fig. (6.10). Diferentes gases.

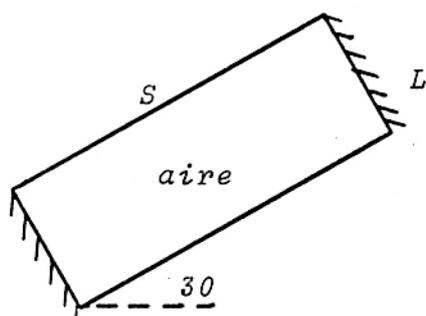
De la Fig. (6.11) podemos notar que a medida que la cavidad tiende a una forma cuadrática (factor de forma igual a 1) la transferencia de calor aumenta revelando que existe un mayor movimiento convectivo, mientras que cuando la longitud es mayor (factor de forma 70) la transferencia de calor resulta independiente de la longitud de la cavidad.

6.5 DEPENDENCIA DE LA PRESION

En cálculos numéricos anteriores se encontró una relación numérica entre el coeficiente de transferencia de calor (h) con la temperatura, inclinación, peso molecular del gas y ancho de la cavidad.

En esta sección se trata de encontrar una dependencia cualitativa de h en función de la presión.

Tomemos como referencia la siguiente cavidad:



$$\begin{aligned}\Delta T &= 30^{\circ}\text{C} \\ T &= 100^{\circ}\text{C} \\ S &= 80 \text{ cm} \\ L &= 2 \text{ cm}\end{aligned}$$

Fig. 6.12 Modelo de cavidad rectangular. Aire a presión como parámetro.

Se va a asumir que el aire en la cavidad se comporta como gas ideal, luego por sustracción de masa de aire y como la temperatura promedio del gas se mantiene constante por razones externas, se obtiene disminución en la presión (Fig. 6.13).

Ec. del gas ideal. $PV = nRT$ o $PM = \rho RT$

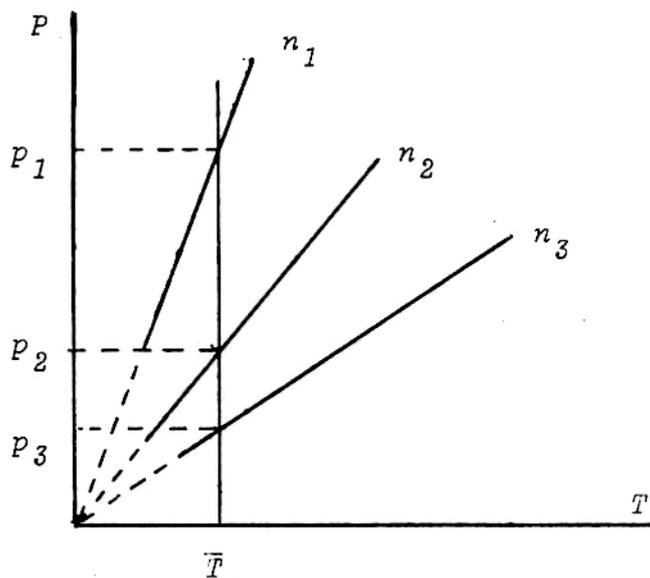


Fig. 6.13 Variación de la presión versus el número de moles para un gas ideal a volumen constante ($n_1 > n_2 > n_3$)

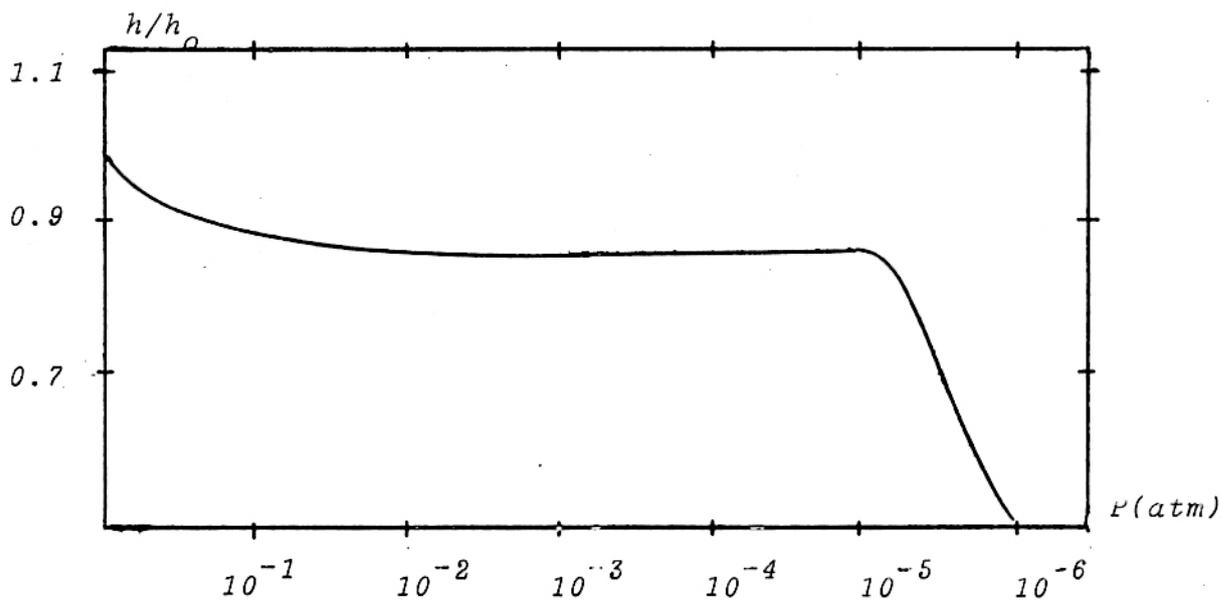


Fig. 6.14 Variación cualitativa de h/h_0 en función de la presión (Ver Fig. 6.12)

De la ec. (4.14) podemos obtener una expresión para el flujo calorífico:

$$\dot{q} = \rho C_p v T - k \frac{\partial T}{\partial y} \quad (6.4)$$

siendo el primer término del lado derecho proveniente de la convección y el segundo término correspondiente a la conducción. Estos términos varían en forma diferente cuando la presión es disminuida, por ello estableceremos tres regiones de "vacío": (A) bajo vacío, (B) medio vacío y (C) alto vacío.

(A) bajo vacío: 10^{-3} atm. $< p < 1$ atm.

En esta región C_p , K y μ son independientes de la presión, luego sólo disminuirá ρ . Encontramos una dependencia cualitativa entre h y p ; de la ec. (6.3) y ecuación ideal de los gases:

$$Ra = \left(\frac{C_p \rho^2 g \beta}{\mu k} \right) \Delta T L^3 = \left(\frac{C_p g \beta M^2 \Delta T L^3}{\mu k R^2 T^2} \right) p^2 \quad (6.5)$$

En las referencias (1), (5) y (11) se plantean relaciones matemáticas entre los números de Nusselt y Rayleigh (Ver Fig. 5.5); adoptaremos la Ref. (5)

$$Nu = 1 + \text{const} \times Ra^{0.25} \quad (6.6)$$

y de las ecs. (6.2), (6.5) y (6.6) obtenemos:

$$h = \frac{k}{L} + (\text{const})' \times p^{0.5} \quad (6.7)$$

Calculemos estas constantes de la Tabla VIII y ec. (6.7); cuando $p = 1 \text{ atm}$ (presión atmosférica a condiciones normales), $h = h_0$:

$$h_0 \approx 1.78 \frac{W}{m^2 \text{ } ^\circ\text{C}} = \frac{31.32 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}{2 \times 10^{-2} \text{ m}} + (\text{const})'$$

resultando $(\text{const})' = 0.22 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$, luego:

$$\frac{h}{h_0} = \frac{1.56 + 0.22 p^{0.5}}{1.78} = 0.87 + 0.13 p^{0.5} \quad (6.8)$$

siendo esta relación válida dentro del rango de bajo vacío. (Fig. 6.14).

(B) medio vacío: $10^{-5} \text{ atm} < p < 10^{-3} \text{ atm}$.

En esta región el término de convección es despreciable respecto de la conducción, k y μ se mantienen independientes de la presión, luego no hay variación de h con la presión (Fig. 6.14)

(C) alto vacío: $p < 10^{-5} \text{ atm}$.

Esta región comienza cuando la trayectoria libre media de las moléculas del gas son del orden de magnitud de las dimensiones del recipiente; aquí la conductividad es directamente proporcional a la presión (Fig. 6.14).

De la Fig. 6.14 podemos observar que la convección es dominante cuando la presión es cercana o igual a la presión atmosférica. A medida que la presión disminuye la convección también disminuye llegando a ser nula en la región de medio vacío ($10^{-5} < p < 10^{-3}$ atm). En el tercer rango cuando la presión es menor que 10^{-5} atm (alto vacío, el camino libre medio de las moléculas es comparable a la dimensión del recipiente que lo contiene) la conductividad es proporcional a la densidad del gas (Ref. 5).

CONCLUSIONES

Partiendo de las ecuaciones gobernantes de la dinámica de los fluidos y las condiciones de contorno geométricas que limitan el movimiento del gas en colectores solares planos, se ha obtenido una solución numérica usando el método explícito dentro de la aproximación de diferencias finitas. Los resultados acerca de la dinámica del gas incluyendo las distribuciones de temperatura y velocidades se han calculado partiendo de condiciones iniciales arbitrarias hasta conseguir un estado estacionario, lo cual representa el movimiento del gas y su dependencia del tiempo. Estos resultados nos permiten diferenciar la dependencia de las condiciones geométricas del colector y las condiciones propias del gas con sus características termodinámicas.

Todos los resultados asumen previamente un movimiento laminar del fluido dado que se cumplen las condiciones requeridas por la experimentación (Número de Rayleigh $< 10^9$).

Se encuentra que a mayor temperatura promedio de trabajo en el colector mayor es la transferencia del calor; esto se debe a dos efectos importantes, por un lado el coeficiente de conductividad térmica aumenta y por otro lado el gas se torna más liviano no adquiriendo su movimiento mayor velocidad, estos dos efectos contribuyen al aumento en la conducción y convección respectivamente.

La inclinación del colector también es un factor de dependencia de la transferencia del calor y principalmente del mecanismo de la convección.

Para ángulos pequeños el movimiento del fluido es en anillos cerrados, lo cual hace que la pérdida por convección ocurra en toda la región, pero con movimiento de lentitud relativa. A mayor inclinación, el movimiento del fluido ocurre en un solo círculo cerrado lo cual limita las pérdidas de convección a las zonas laterales del colector pero acompañada de un movimiento de mayor magnitud. Este efecto balanceado de por un lado mayor zonas de convección con menor velocidad, y por otro lado, menor zonas de convección con mayor velocidad indica la existencia de un máximo en la transferencia del calor para una inclinación comprendida entre 70° y 80°.

El gas en el colector, el cual es el medio de transferencia del calor, modifica también el calor transferido. Se obtiene que en general para gases más pesados (p.ej. Kr, CO₂, Ar respecto de H₂, He, etc.) la pérdida de calor es menor, exceptuando los casos de gases con moléculas más complejas (CCl₄, CCl₃F, etc.) las cuales poseen mayor calor específico y por tanto es mayor la energía que transfieren.

Las características geométricas del colector son especificadas tanto por la separación placa-cobertor como por la longitud del colector. Se encuentra un mínimo en la transferencia del calor para una separación de 2 cm a 2.5 cm. A menor separación la conducción aumenta y a mayor separación es la convección la que aumenta. Por otro lado, a mayor longitud del colector el coeficiente de transferencia del calor es menor debido al aumento proporcional de las zonas de conducción.

Se ha obtenido también una dependencia cualitativa de la transferencia del calor respecto de la presión del gas encerrado. Los resultados muestran básicamente la existencia de tres zonas de comportamiento del gas: la zona de bajo vacío (10⁻³ atm

$p < 1 \text{ atm}$) donde el mecanismo gobernante es el de la convección y se manifiesta por la disminución de la transferencia del calor a menor presión; la zona de medio vacío ($10^{-5} \text{ atm} < p < 10^{-3} \text{ atm}$) donde la transferencia es por conducción únicamente y se manifiesta por una conductividad térmica independiente de la presión; la zona de alto vacío ($p < 10^{-5} \text{ atm}$) donde la conductividad térmica depende de la concentración del gas (camino libre medio de la molécula del gas es comparable a las dimensiones del recipiente) disminuyendo fuertemente con disminución de la presión.

Todos estos resultados se han obtenido dentro de las aproximaciones que a continuación se resumen:

El movimiento del gas en la cavidad debe ser laminar, es decir, primero se debe calcular el número de Rayleigh y verificar las condiciones de movimiento laminar.

Se asume el movimiento del fluido como bidimensional debido a la dirección de las fuerzas que producen el movimiento.

La condición de paredes aislantes no se puede conseguir perfectamente debido a la aproximación de diferencia finita, lo cual trae como consecuencia que el calor transferido a diferentes alturas no sea constante obteniéndose un error de aproximadamente 10%.

Todas las cantidades termodinámicas se han evaluado a la temperatura promedio de trabajo de la cavidad a pesar que estas podrían variar en el interior de la cavidad.

7. REFERENCIAS

- Ref. 1 *Solar Energy Thermal Processes*
John A. Duffie, William A. Beckman
Ed. John Wiley & Sons Inc. (1974)
- Ref. 2 L.F. Peterson, *An Examination of the stability criterion for fluid layers subject of adverse temperature gradients*
M. Eng. Sc. Thesis, University of Melbourne (1971)
- Ref. 3 *Introduction to fluid mechanics and heat transfer*
Jerald D. Parker, James H. Boogs, Edward F. Blick
Ed. Addison Wesley Publishing Company, Inc. (1970)
- Ref. 4 *Applied Numerical Methods*
Brice Carnahan, H.A. Luther, James O. Wilkes
Ed. John Wiley & Sons Inc. (1969)
- Ref. 5 *Applied Solar Energy. An Introduction*
Aden B. Meinel, Marjorie P. Meinel
Ed. Addison Wesley Publishing Company (1979)
- Ref. 6 *Handbook of Chemistry and Physics. The Chemical Rubber Company A ready - Reference Book of Chemical and Physical Data.* Robert C. Weast
PhD
- Ref. 7 David Torres, *Natural Convection in a rectangular cavity.* M. Eng. Sc. Thesis
University of Iklahoma USA (1979)

- Ref. 8 Chapman A.J. "Heat Transfer" 2da. Ed. Mc. Millan
New York (1968)
- Ref. 9 Mc Craken D., Dorn W. "Métodos Numéricos y Programación Fortran". New York (1964)
- Ref.10 J. Alan Adams, David F. Rogers. "Computer Aided Heat Transfer Analysis" (1973)
- Ref.11 K.G.T. Hollands, Free Convection in solar collectors. Publicación presentada en 1978, V Curso sobre Conversión de la Energía Solar, Waterloo, Ontario, CANADA
- Ref.12 W. Koutsoheras and W.W.S. Charters. Natural Convection Phenomena in inclined cells with finite side-walls. A Numerical Solution. Solar Energy, Vol 19 pp 433 - 438. Pergamon Press (1977)
Printed in Great Britain
- Ref.13 J.C. Grondin et B. Roux. Recherche de Correlations simples experiment les fortes convectives dans une cavité bidimensionnelle, inclinée, chauffée différentiellement. Revue de Physique Appliquée. Tome 14, Janvier 1979, pag. 49.