

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE  
INGENIERIA**

**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**



**ESTUDIO SISMICO-EXPERIMENTAL  
DE EDIFICACIONES APORTICADAS DE  
CONCRETO ARMADO DE DOS PISOS**

**TESIS**

**PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE  
INGENIERO CIVIL**

**ROBERTO IVAN PEÑA TOLENTINO**

**LIMA - PERU**

**1994**

## SUMARIO

La presente tesis de investigación comprende una descripción y evaluación de los estudios experimentales llevados a cabo en las instalaciones del Laboratorio de Estructuras del CISMID, sobre modelos de concreto armado de dos pisos.

Dichos ensayos permitieron obtener algunos parámetros cuantitativos que reflejaron el comportamiento de los modelos ante sollicitaciones exteriores sísmicas. Es así que en el presente trabajo se incluyen valores reales (experimentales) de períodos, frecuencias, amortiguamientos, rigideces, desplazamientos, ductilidades, etc., entre otros parámetros de medición de la respuesta sísmica.

Los modelos fueron diseñados y construidos según los criterios de la actual Norma Nacional de Concreto Armado (Norma E-060; Ininvi) y las sollicitaciones exteriores fueron las indicadas en el actual Reglamento Nacional de Construcciones. Esto permitió obtener valores de respuesta frente a sollicitaciones sísmicas reglamentarias para estructuras diseñadas según criterios también reglamentarios.

# INDICE GENERAL

	Pág
<b>CAPITULO I</b>	
<b>ASPECTOS GENERALES</b>	
1.1 INTRODUCCION	1
1.2 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACION	4
1.3 MARCO REFERENCIAL	5
1.4 PLAN DE ENSAYOS Y PROGRAMACION DE LA TESIS	6
<b>CAPITULO II</b>	
<b>ANALISIS Y DISEÑO ESTRUCTURAL DE LOS MODELOS</b>	
2.1 CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DEL ESPECIMEN	9
2.2 PESO DEL ESPECIMEN	12
2.2.1 PESO DEL ESPECIMEN TRIDIMENSIONAL	12
2.2.1.1 PESO DE LA LOSA ALIGERADA	12
2.2.1.2 PESO DEL SEGUNDO NIVEL (P2)	12
2.2.1.3 PESO DEL PRIMER NIVEL (P1)	13
2.2.2 PESO DEL ESPECIMEN PLANO	13
2.2.2.1 PESO DEL SEGUNDO NIVEL (P2)	13
2.2.2.2 PESO DEL PRIMER NIVEL (P1)	14
2.3 CALCULO TEORICO DE LAS FRECUENCIAS Y PERIODOS DEL ESPECIMEN	15
2.4 FUERZAS SISMICAS HORIZONTALES	19
2.5 ENVOLVENTE DE MOMENTOS	25
2.6 DISEÑO DE VIGAS	27
2.7 DISEÑO DE COLUMNAS. DIAGRAMA DE INTERACCION	36
2.8 DISEÑO DEL NUDO	40
2.9 CONTROL DE FISURACION	41

<b>CAPITULO III</b>	<b>PROCESO CONSTRUCTIVO DE LOS MODELOS</b>	
3.1	INTRODUCCION	46
3.2	MATERIALES USADOS	47
3.2.1	ACERO	47
3.2.1.1	CARACTERISTICAS DEL ACERO UTILIZADO	47
3.2.1.2	ENSAYOS DE TRACCION EN EL ACERO	48
3.2.2	CONCRETO	50
3.2.2.1	CARACTERISTICAS DEL CONCRETO UTILIZADO	50
3.2.2.2	COMPONENTES DEL CONCRETO	50
3.2.2.3	ENSAYOS DE COMPRESION EN EL CONCRETO. MODULO DE ELASTICIDAD DEL CONCRETO	55
3.2.2.4	DISEÑO DE LA MEZCLA DE CONCRETO	58
3.3	DESCRIPCION DEL PROCESO CONSTRUCTIVO	58
<b>CAPITULO IV</b>	<b>ANALISIS INELASTICO DE LOS MODELOS</b>	
4.1	INTRODUCCION	63
4.2	MATRIZ DE RIGIDEZ DE LA ESTRUCTURA	64
4.3	MATRIZ DE MASAS DE LA ESTRUCTURA	64
4.4	MATRIZ DE AMORTIGUAMIENTO DE LA ESTRUCTURA	65
4.5	FRECUENCIAS Y PERIODOS DE LA ESTRUCTURA	67
4.5.1	METODO DE STODOLA	67
4.5.2	METODO DE HOLTZER	68
4.6	CALCULO DE LA CAPACIDAD ULTIMA DE LA ESTRUCTURA	69
4.6.1	CONSIDERACIONES GENERALES DE LA ESTRUCTURA	69
4.6.2	APLICACION DEL METODO DE REDISTRIBUCION DE MOMENTOS	76
4.6.3	APLICACION DEL METODO DE TRABAJOS VIRTUALES	77
4.7	ANALISIS ESPECTRAL ELASTICO	79
4.7.1	CALCULO DEL CORTANTE ELASTICO MAXIMO (QRD)	81
4.7.2	CALCULO DE LOS REQUERIMIENTOS DE DUCTILIDAD	83
4.8	SECUENCIA DE FORMACION DE ROTULAS PLASTICAS	85
4.9	CALCULO DEL REQUERIMIENTO DE DUCTILIDAD	88
4.10	CURVAS CORTANTE VERSUS DESPLAZAMIENTO	89
4.11	DEGRADACION DE RIGIDEZ (DIAGRAMA BILINEAL)	89
4.12	DIAGRAMA ELASTO-PLASTICO	91

<b>CAPITULO V</b>	<b>ENSAYO DE VIBRACION FORZADA</b>	
	5.1 DESCRIPCION DEL ENSAYO	104
	5.2 FUNDAMENTO TEORICO	105
	5.3 EQUIPO DE ENSAYO	114
	5.4 INSTRUMENTACION	114
	5.5 PROCEDIMIENTO DE ENSAYO	116
	5.6 PROCESAMIENTO DE DATOS Y OBTENCION DE RESULTADOS	118
	5.7 INTERPRETACION Y EVALUACION DE LOS RESULTADOS	124
	5.7.1 FRECUENCIAS Y PERIODOS DE LA ESTRUCTURA	124
	5.7.2 AMORTIGUAMIENTO DE LA ESTRUCTURA	126
	5.7.3 RESULTADOS DEL ENSAYO DINAMICO	127
	5.7.4 FUENTES DE ERROR	128
<b>CAPITULO VI</b>	<b>ENSAYO DE FLEXIBILIDADES</b>	
	6.1 DESCRIPCION DEL ENSAYO	146
	6.2 FUNDAMENTO TEORICO	147
	6.3 EQUIPO DE ENSAYO	148
	6.4 INSTRUMENTACION	149
	6.5 PROCEDIMIENTO DE ENSAYO	151
	6.6 PROCESAMIENTO DE DATOS Y OBTENCION DE RESULTADOS	152
	6.7 INTERPRETACION Y EVALUACION DE LOS RESULTADOS	156
	6.7.1 MATRIZ DE RIGIDEZ EXPERIMENTAL Y MATRIZ DE RIGIDEZ TEORICA	156
	6.7.2 ENSAYO DE FLEXIBILIDADES EN LA PUCP	157
	6.7.3 COMPARACION DE RESULTADOS	158
	6.7.4 FUENTES DE ERROR	159
<b>CAPITULO VII</b>	<b>ENSAYO ESTATICO-MONOTONICO</b>	
	7.1 DESCRIPCION DEL ENSAYO	162
	7.2 FUNDAMENTO TEORICO	163
	7.3 EQUIPO DE ENSAYO	167
	7.4 INSTRUMENTACION	167
	7.5 PROCEDIMIENTO DE ENSAYO	169
	7.6 PROCESAMIENTO DE DATOS Y OBTENCION DE RESULTADOS	170
	7.7 INTERPRETACION Y EVALUACION DE LOS RESULTADOS	171
	7.7.1 RIGIDEZ LATERAL	171
	7.7.2 DUCTILIDAD POR DESPLAZAMIENTO	173

7.7.3	FACTOR DE DUCTILIDAD	174
7.7.4	DESPLAZAMIENTOS LATERALES MAXIMOS	175
7.7.5	DISTORSIONES MAXIMAS	176
7.7.6	FORMACION DE GRIETAS	176
7.7.7	FUENTES DE ERROR	178
<b>CAPITULO VIII ENSAYO DINAMICO</b>		
8.1	CARACTERISTICAS DE LA SEÑAL UTILIZADA	189
8.2	CORTANTES BASALES MAXIMOS	190
8.3	FACTOR DE DUCTILIDAD	191
8.4	REQUERIMIENTOS DE DUCTILIDAD POR DESPLAZAMIENTO	192
8.5	DEGRADACION DE RIGIDEZ LATERAL	192
8.6	DESPLAZAMIENTOS LATERALES MAXIMOS	193
8.7	DISTORSIONES MAXIMAS	194
<b>CAPITULO IX CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES FINALES</b>		
ANEXO 1	PLANOS DEL ESPECIMEN TRIDIMENSIONAL CONSTRUIDO EN LAS INSTALACIONES DEL LABORATORIO DE ESTRUCTURAS DE LA PUCP.	
ANEXO 2	PLANOS DE LOS ESPECIMENES BIDIMENSIONALES CONSTRUIDOS EN LAS INSTALACIONES DEL LABORATORIO DE ESTRUCTURAS DEL CISMID.	
ANEXO 3	CALCULO DE LA MATRIZ DE FORMAS DE MODO NORMALIZADA CON EL USO DEL PROGRAMA DE COMPUTO CAL-86.	
ANEXO 4	ANALISIS ESTRUCTURAL CON EL USO DEL PROGRAMA DE COMPUTO SAP-80 (ARCHIVO DE DATOS).	
ANEXO 5	ANALISIS ESTRUCTURAL CON EL USO DEL PROGRAMA DE COMPUTO SAP-80 (ARCHIVO DE SALIDA).	

ANEXO 6 SUBROUTINA HECHA CON LA AYUDA DEL PROGRAMA DE COMPUTO CAL-86 QUE  
CALCULA LA MATRIZ DE AMORTIGUAMIENTO.

ANEXO 7 MATRIZ DE AMORTIGUAMIENTO.

ANEXO 8 FOTOGRAFIAS

## INDICE DE TABLAS

	Pág
2.1 Fuerzas sísmicas reglamentarias	21
2.2 Fuerzas sísmicas para la primera forma de modo	23
2.3 Fuerzas sísmicas para la segunda forma de modo	23
2.4 Cortantes finales	24
2.5 Momentos máximos en vigas	27
2.6 Momentos y cargas axiales últimas en columnas	37
3.1 Ensayos de tracción (Barra corrugada Ø 8mm)	48
3.2 Ensayos de tracción (Barra corrugada Ø 1/2")	49
3.3 Esfuerzos de fluencia en el acero (Resumen)	49
3.4 Análisis granulométrico del agregado fino por tamizado	51
3.5 Análisis granulométrico del agregado grueso po tamizado	51
3.6 Características físicas del agregado fino	52
3.7 Características físicas del agregado grueso	52
3.8 Ubicación del agregado fino dentro del huso C según la Norma Itintec 400.037	53
3.9 Ubicación del agregado grueso dentro del huso No.9 (Huso ASTM No.57) según la Norma Itintec 400.037	54
3.10 Ensayos de compresión en probetas de concreto. Módulo de elasticidad del concreto	56
4.1 Cargas axiales por sismo en las columnas	71
4.2 Momentos de fluencia en columnas	73
4.3 Momentos nodales de columnas y vigas	75
4.4 Cortantes últimos de fluencia (Método de redistribución de momentos)	76
4.5 Cortantes últimos de fluencia (Método de trabajos virtuales - distribución triangular inversa)	79
4.6 Cortantes últimos de fluencia (Método de trabajos virtuales - distribución uniforme)	79

4.7	Valores de pseudo-aceleraciones y pseudo-velocidades con un amortiguamiento del 10%	81
4.8	Cortantes elásticos máximos (QRD) con un amortiguamiento del 10%	81
4.9	Requerimientos de ductilidad usando el Método de redistribución de momentos	84
4.10	Requerimientos de ductilidad usando el Método de trabajos virtuales (Distribución triangular inversa)	84
4.11	Requerimientos de ductilidad usando el Método de trabajos virtuales (Distribución uniforme)	84
4.12	Secuencia de formación de rótulas plásticas. Cortantes y fuerzas laterales	87
4.13	Secuencia de formación de rótulas plásticas. Desplazamientos relativos de entrepiso	87
4.14	Degradación de rigidez según el diagrama bilineal	90
4.15	Comparación en el cálculo de la rigidez elástica	90
5.1	Capacidad de los acelerómetros	115
5.2	Ensayo de vibración forzada en el primer modelo (Primera forma de modo)	121
5.3	Ensayo de vibración forzada en el primer modelo (Segunda forma de modo)	121
5.4	Ensayo de vibración forzada en el segundo modelo (Primera forma de modo)	122
5.5	Ensayo de vibración forzada en el segundo modelo (Segunda forma de modo)	122
5.6	Ensayos de vibración forzada (Resumen)	123
5.7	Comparación en el cálculo teórico de los períodos de la estructura	124
5.8	Comparación final entre el período teórico y el período experimental	125
5.9	Períodos y amortiguamientos. Pulso basal; ensayo dinámico	128
6.1	Ubicación y características de los transductores. Ensayo de flexibilidades	150
6.2	Desplazamientos horizontales cuando actúa una carga de 150 kg en el grado de libertad No.1	152
6.3	Desplazamientos horizontales cuando actúa una carga de 150 kg en el grado de libertad No.2	153
6.4	Error en el cálculo de la matriz de rigidez elástica. Ensayo de flexibilidades en el CISMID	157

6.5	Error en el cálculo de la matriz de rigidez elástica. Ensayo de flexibilidades en la PUCP	159
7.1	Ubicación y características de los transductores. Ensayo estático-monotónico	168
7.2	Valores de rigidez elástica y rigidez inelástica obtenidos en el ensayo estático-monotónico	171
7.3	Comparación de rigideces en los tramos elástico (K1) e inelástico (K2) para el primer entrepiso	171
7.4	Comparación de rigideces en los tramos elástico (K1) e inelástico (K2) para el segundo entrepiso	172
7.5	Degradación de rigidez	172
7.6	Requerimientos de ductilidad por desplazamiento	174
7.7	Desplazamientos absolutos inelásticos máximos. Ensayo estático-monotónico	175
7.8	Desplazamientos relativos inelásticos máximos. Ensayo estático-monotónico	176
8.1	Fases para el ensayo dinámico	189
8.2	Cortantes basales máximos y desplazamientos relativos máximos para cada fase del ensayo dinámico	190
8.3	Degradación de rigidez lateral del primer entrepiso	193
8.4	Degradación de rigidez lateral del segundo entrepiso	193
8.5	Desplazamientos absolutos inelásticos máximos. Ensayo dinámico	194
8.6	Desplazamientos relativos inelásticos máximos. Ensayo dinámico	194
9.1	Módulo de elasticidad del concreto	198
9.2	Período fundamental de la estructura	199
9.3	Desplazamientos absolutos inelásticos últimos	202
9.4	Distorsiones máximas de entrepiso	203
9.5	Ductilidad por desplazamiento	203
9.6	Factor de ductilidad	204

## INDICE DE GRAFICOS

	Pág
2.1 Envolvente (Viga del primer nivel)	43
2.2 Envolvente (Viga del segundo nivel)	44
2.3 Curva de interacción	45
3.1 Promedios de 3 ensayos consecutivos	62
4.1 Método de Holtzer	92
4.2 Modelos elástico y elasto-plástico	93
4.3 Cortante vs. desplazamiento relativo (Entrepiso No.1)	94
4.4 Cortante vs. desplazamiento relativo (Entrepiso No.2)	95
4.5 Cortante vs. desplazamiento relativo (Entrepiso No.1 - Entrepiso No.2)	96
4.6 Cortante vs. distorsión de entrepiso (Entrepiso No.1)	97
4.7 Cortante vs. distorsión de entrepiso (Entrepiso No.2)	98
4.8 Diagrama bilineal - Primer entrepiso	-99
4.9 Diagrama bilineal - Segundo entrepiso	100
4.10 Modelo elasto-plástico (Entrepiso No.1)	101
4.11 Modelo elasto-plástico (Entrepiso No.2)	102
4.12 Espectro de diseño propuesto por Shibata & Sozen para suelos firmes	103
5.1 Amplitud vs. relación de frecuencias	130
5.2 Amplitud vs. frecuencia	131
5.3 Primer modelo - acelerómetro 01	132
5.4 Primer modelo - acelerómetro 02	133
5.5 Primer modelo - acelerómetro 03	134
5.6 Primer modelo - acelerómetro 04	135
5.7 Segundo modelo - acelerómetro 01	136
5.8 Segundo modelo - acelerómetro 02	137
5.9 Segundo modelo - acelerómetro 03	138

5.10 Segundo modelo - acelerómetro 04	139
5.11 Modelos 1 y 2 - acelerómetro 01	140
5.12 Modelos 1 y 2 - acelerómetro 02	141
5.13 Modelos 1 y 2 - acelerómetro 03	142
5.14 Modelos 1 y 2 - acelerómetro 04	143
5.15 FAD vs. relación de frecuencias (Primera forma de modo)	144
5.16 FAD vs. relación de frecuencias (Segunda forma de modo)	145
7.1 Criterio de ductilidad de entrepiso	182
7.2 Ensayo estático-monotónico. Fuerza del actuador (Entrepiso No.1)	183
7.3 Ensayo estático-monotónico. Fuerza del actuador (Entrepiso No.2)	184
7.4 Ensayo estático-monotónico. Fuerza cortante (Entrepiso No.1)	185
7.5 Ensayo estático-monotónico. Fuerza cortante (Entrepiso No.2)	186
7.6 Diagrama bilineal - Primer entrepiso	187
7.7 Diagrama bilineal - Segundo entrepiso	188
8.1 Señal sísmica del 31/05/70	196

# CAPITULO I

## ASPECTOS GENERALES

### 1.1 INTRODUCCION

En la actualidad es muy común realizar construcciones utilizando materiales tales como ladrillo, adobe, concreto, acero, madera, etc. Sin embargo, el diseño previo que antecede al proceso constructivo, obedece en muchos casos a criterios adoptados según estudios experimentales llevados a cabo teniendo en cuenta condiciones distintas a las de la realidad nacional. En otras palabras, en algunos campos, la influencia de códigos foráneos de diseño es muy notoria. Esta apreciación no desmerece la calidad y el nivel de los mencionados códigos, todo por el contrario, el adoptarlos como base para la elaboración de los códigos nacionales es ya un reconocimiento en sí, pero esto deja sin embargo abierta la puerta de la experimentación y la investigación para los reajustes necesarios y obligatorios que el investigador nacional debe llevar adelante.

Contar con una red nacional de laboratorios en los que periódicamente se realicen ensayos que obedezcan a un previo plan de trabajo sería lo ideal. Esto permitiría hacer

comparaciones de resultados a gran escala, pues se contaría con gran cantidad de información sobre el mismo ensayo y en condiciones similares de laboratorio; de esta manera, el progreso se alcanzaría con pasos confiables y seguros.

Esta es la bondad de las técnicas de ensayo en laboratorio, el poder obtener resultados experimentales que comparados con los valores teóricos permiten eliminar hipótesis previamente asumidas, ponderar la información y adoptar el camino correcto teniendo aquella confiabilidad que solamente pueden brindar las técnicas experimentales de laboratorio.

Hoy en día, la vanguardia tecnológica nacional, conocedora de sus limitaciones y conocedora asimismo de su capacidad y de los objetivos que desea alcanzar, realiza estudios experimentales con miras a reducir aquel número alto de variables que están siempre presentes en los cálculos que se realizan.

En el campo de la ingeniería estructural, la experimentación se realiza a diversas escalas. Por ejemplo, si se desea estudiar el comportamiento del adobe como material constructivo-estructural, lo mejor podría ser realizar una programación de ensayos que incluya ensayos en unidades de adobe en forma aislada, luego se realizarían estudios experimentales de muretes, más tarde de muros, y finalmente se ensayarían módulos a escala natural de un nivel y posteriormente de dos niveles. De este modo se buscaría abarcar todo el comportamiento estructural que pudiese mostrar el adobe.

En lo que respecta a concreto armado, debido a la gran variedad de elementos estructurales que es posible diseñar, los ensayos pueden ser de lo más variados; por ejemplo, pueden ensayarse losas, viguetas, vigas, columnas, etc.

En la presente tesis de investigación se muestran los resultados experimentales obtenidos en 2 modelos de concreto armado y la secuencia con que fueron ensayados en las instalaciones del Laboratorio de Estructuras del Centro peruano-japonés de Investigaciones Sísmicas y Mitigación de Desastres (CISMID). Ambos modelos eran semejantes y en ellos se trataba de reflejar la estructura de concreto armado típica que en forma tradicional se diseña y se construye en el medio nacional.

Para proceder al ensayo experimental de cualquier modelo estructural, se deben cumplir las 4 fases siguientes:

1. Diseño del modelo.
2. Construcción del modelo.
3. Montaje e instrumentación para el ensayo.
4. Ensayo propiamente dicho.

Una vez que ya se han cumplido la 1era. y la 2da. fase, las fases 3 y 4 se pueden repetir, siempre en ese orden, tantas veces como número de ensayos se vayan a realizar, teniendo siempre en cuenta que el último ensayo es de tipo destructivo y ocasionará el colapso de la estructura. En otras palabras, cada ensayo tiene su propio montaje e instrumentación que lo caracterizan.

Se debe subrayar que el cumplimiento correcto de cada una de estas 4 fases permitirá realizar, desde el comienzo, un correcto seguimiento de todo el ensayo, lo que a su vez proporcionará resultados experimentales confiables ausentes de algunos errores propios de cada ensayo, y por ende, de cada laboratorio.

## 1.2 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACION

Por medio de la presente tesis de investigación se desean alcanzar los siguientes objetivos

1. En vista que la tesis se fundamenta en un conjunto de ensayos experimentales, el primer objetivo es mostrar la secuencia de los pasos a seguir en un trabajo de investigación experimental, para finalmente, luego del detallado seguimiento, presentar los datos experimentales obtenidos correctamente procesados y tabulados.
2. En el presente trabajo de investigación se realizó, antes de llevarse a cabo los ensayos, un estudio teórico previo del modelo estructural. Este estudio teórico permitió obtener previamente ciertos parámetros que identificaban al modelo; luego, el segundo objetivo de la presente tesis de investigación es comparar y comprobar los resultados teóricos con los resultados experimentales, planteando las posibles fuentes de error que tan solo un correcto seguimiento del proyecto permite formular con cierto grado de certeza.
3. El tercer objetivo es servir de base para el análisis y la discusión de la Norma nacional de Concreto Armado (E-060) y del Reglamento Nacional de Construcciones (RNC-77). En el presente documento se realiza una progresiva y sutil discusión de las mencionadas normas, discusión que no ahonda en detalles excesivos. Es sin embargo muy necesario e importante el que posteriores investigadores analicen las actuales normas a la luz de los resultados experimentales de la presente tesis de investigación.

### 1.3 MARCO REFERENCIAL

El marco referencial para la presente tesis de investigación es el convenio firmado entre la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP) y el Centro peruano-japonés de Investigaciones Sísmicas y Mitigación de Desastres (CISMID).

Este convenio planteaba el estudio conjunto del Proyecto titulado "Efectos de la técnica de ensayo : estático, dinámico y pseudo-dinámico en una estructura de concreto armado de dos pisos a escala 3/4".

En total se construyeron 3 modelos 2 en las instalaciones del Laboratorio de Estructuras del CISMID (modelos "planos") y otro en las instalaciones del Laboratorio de Estructuras de la PUCP (modelo tridimensional).

Debido a las características propias del Laboratorio de Estructuras del CISMID, en sus instalaciones se planteó realizar los ensayos estático y pseudo-dinámico, mientras que fue el Laboratorio de Estructuras de la PUCP el que llevó adelante el ensayo dinámico debido a que cuenta con la infraestructura adecuada para este tipo de ensayo.

Se mantuvo en todo instante un permanente contacto entre ambas instituciones; este contacto permanente permitió que ambas partes estén presentes en cada uno de los ensayos, así como también hizo posible el periódico intercambio de información conforme se iba desarrollando el Proyecto.

Es necesario subrayar que el Proyecto en general es mucho más ambicioso de lo que en primera instancia podría parecer; y lo que en esta tesis de investigación de muestra, es tan solo un primer análisis de los ensayos realizados en el Laboratorio de Estructuras del CISMID, incluyendo, donde sea necesario por motivos de comparación y posterior discu-

sión, los resultados de los ensayos efectuados en el Laboratorio de Estructuras de la PUCP.

El Laboratorio de Estructuras del CISMID cuenta con actuadores de aplicación de carga de gran capacidad y precisión, así como también cuenta con instrumentos de medición muy refinados que hacen posible el monitoreo de desplazamientos, rotaciones y esfuerzos con un alto grado de exactitud. Esta característica muy particular de contar con actuadores de aplicación de carga, permite llevar adelante los ensayos estático y pseudo-dinámico. En los ambientes del Laboratorio de Estructuras de la PUCP se cuenta con un sistema de mesa vibradora que permite la aplicación de la onda sísmica en términos reales de tiempo; en otras palabras, la infraestructura de este laboratorio sí permite realizar con éxito ensayos de tipo dinámico en modelos de laboratorio.

#### **1.4 PLAN DE ENSAYOS Y PROGRAMACION DE LA TESIS**

Una vez concluida la construcción de los 2 modelos en los ambientes del Laboratorio de Estructuras del CISMID, se procedió a elaborar el respectivo programa de ensayos. Para el presente estudio se elaboró el siguiente plan de ensayos:

1. Ensayo de vibración forzada en el modelo No.1.
2. Ensayo de vibración forzada en el modelo No.2.
3. Ensayo de flexibilidades en el modelo No.1.
4. Ensayo estático-monotónico en el modelo No.1.
5. Ensayo pseudo-dinámico en el modelo No.2 (no se incluye en el presente trabajo).

El orden en que se presentan corresponde al orden verdadero en el cual se realizaron los ensayos.

La tesis de investigación se ha programado de tal manera que refleje la secuencia real de ejecución de los ensayos, ya que la ubicación de cada ensayo dentro del plan elaborado responde a la obtención previa de ciertos parámetros del modelo.

La presente tesis de investigación se ha dividido en 9 capítulos.

En el Capítulo I se busca enmarcar la tesis de investigación dentro del esquema real en el cual se desarrolló, para lo cual es necesario plantear los parámetros que desde un inicio le dieron al Proyecto ciertas características propias.

En el Capítulo II se realiza el análisis y diseño estructural típico que obedece a los criterios de las actuales normas peruanas de diseño sismo-resistente, mientras que en el Capítulo III se explica detalladamente el proceso constructivo de los 2 modelos.

En el Capítulo IV se realiza el análisis teórico de la estructura con la finalidad de tener una idea aproximada del comportamiento futuro del espécimen en el momento de los ensayos.

En los capítulos V y VI y VII se realiza un análisis detallado de cada uno de los ensayos ejecutados, tratando de abarcar todos los aspectos que caracterizan a cada ensayo. Los ensayos "no destructivos", en los cuales se busca obtener ciertas propiedades estructurales del modelo, se detallan en los capítulos V y VI, mientras que en el Capítulo VII se estudia el ensayo estático-monotónico de tipo destructivo que conlleva al colapso de la estructura; este ensayo permite tener una idea de los valores últimos de

deformación y esfuerzo de la estructura. Cabe subrayar que luego de la descripción del ensayo y del procesamiento de resultados, cada ítem referido a un ensayo en particular incluye la respectiva interpretación de los resultados obtenidos.

El Capítulo VIII describe en forma sucinta el ensayo dinámico llevado a cabo en las instalaciones del Laboratorio de Estructuras de la PUCP.

Finalmente, en el Capítulo IX se plantean las conclusiones a las cuales se llega luego de haber realizado el estudio ya citado; y asimismo se dan algunas recomendaciones que el autor sugiere.

## CAPITULO II

# ANALISIS Y DISEÑO ESTRUCTURAL DE LOS MODELOS

### 2.1 CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DEL ESPECIMEN

El modelo construido en las instalaciones del Laboratorio de Estructuras de la PUCP fue tridimensional, mientras que los 2 modelos construidos en las instalaciones del Laboratorio de Estructuras del CISMID tuvieron la particularidad de ser ambos prácticamente planos.

El modelo construido en las instalaciones del Laboratorio de Estructuras de la PUCP constaba de 2 pórticos de 2 niveles cada uno, unidos por las respectivas losas aligeradas cuyas viguetas iban en dirección transversal a los pórticos principales.

Las dimensiones finales que tuvo el modelo de la PUCP se debieron a 2 motivos fundamentales

1. La máxima capacidad de la mesa vibradora, en peso, es de 16 toneladas aproximadamente, por lo tanto

había que construir un espécimen cuyo peso no sobrepasara dicha capacidad.

2. Las dimensiones de la mesa vibradora limitaban las máximas dimensiones del espécimen; luego, el espécimen debía tener unas dimensiones tales que se acercara lo más que se pudiese a la realidad, pero que no sobrepasara las máximas dimensiones en planta de la mesa vibradora.

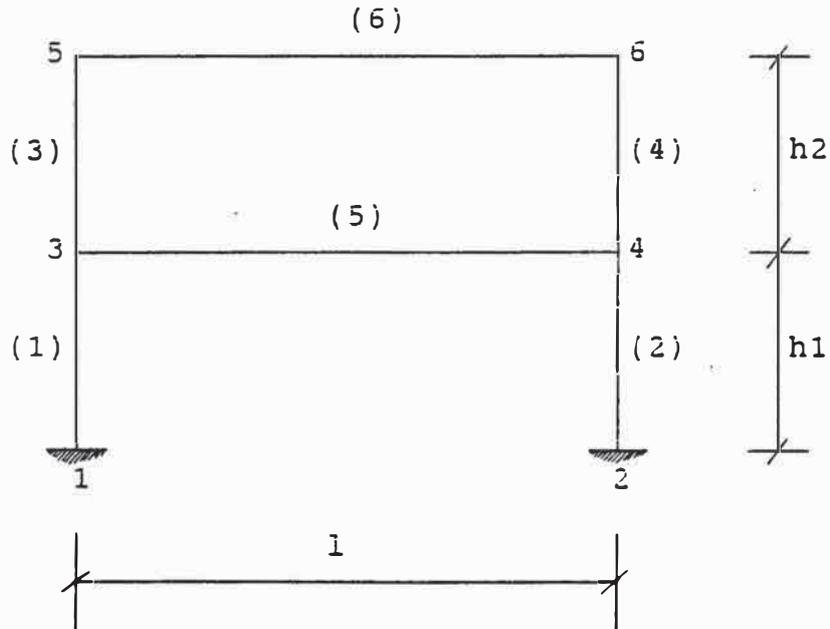
En vista de estas 2 consideraciones, el Laboratorio de Estructuras de la PUCP planteó un modelo a escala 3/4, es decir, todas las dimensiones reales fueron reducidas al 75%. Las dimensiones del espécimen tridimensional construido en las instalaciones del Laboratorio de Estructuras de la PUCP se muestran en el anexo 1. Por otro lado, en el Laboratorio de Estructuras del CISMID se construyeron 2 especímenes planos que representaban a uno de los 2 pórticos que conformaban el espécimen tridimensional. Las dimensiones de los 2 especímenes planos (ambos idénticos) se aprecian en el anexo 2.

Cabe mencionar que en este modelo plano se construyó intencionadamente, en el nivel superior de cada viga, una pequeña losa de 5 cm. de espesor, cuya finalidad fue la de soportar un peso muerto adicional que simule el peso que en el espécimen tridimensional realmente existía. Asimismo, en ambos extremos de cada viga se aprecian unas salientes con una plancha vertical adicional (ver anexo 2); esta plancha adicional, que contaba con 4 agujeros para el montaje de los actuadores, fue posteriormente eliminada por motivos de simplicidad durante el proceso constructivo.

Este pórtico plano mantuvo las mismas dimensiones que se propusieron en el modelo tridimensional; es decir, las secciones de vigas y columnas, elementos que adquieren

importancia en el sistema aporticado, fueron las mismas.

Cada pórtico, en lo que respecta a su geometría, se idealizó de la siguiente manera :



; donde se tienen los siguientes valores :

$$\begin{aligned} h_1 &= 2.125 \text{ m.} \\ h_2 &= 2.250 \text{ m.} \\ l &= 2.900 \text{ m.} \\ \text{cols.} &= 20 \times 20 \text{ cm.} \\ \text{vigas} &= 20 \times 25 \text{ cm.} \end{aligned}$$

NOTA: Los valores de  $l$ ,  $h_1$  y  $h_2$  han sido medidos de eje a eje.

## 2.2 PESO DEL ESPECIMEN

### 2.2.1 PESO DEL ESPECIMEN TRIDIMENSIONAL

Teniendo en cuenta que el pórtico plano era en realidad una idealización del espécimen tridimensional, se realizó un metrado de cargas muertas sobre cada pórtico según su ancho colaborante :

#### 2.2.1.1 PESO DE LA LOSA ALIGERADA

Se usó para el aligerado el ladrillo hueco "Carachita", con dimensiones 30\*30\*8 cm. y un peso promedio de 4.70 kg. por unidad. Al colocar una losa de 5 cm. de espesor por encima de los ladrillos, se obtuvo finalmente una losa aligerada de 13 cms. de altura. El metrado de cargas para una de las losas aligeradas, sin acabados, resultó :

No. de ladrillos	= 7*9 unidades.	
peso de ladrillos	= 63*4.70	= 296.10 kg
peso de nervios	= 2,400*0.10*0.08*2.70*6	= 311.04 kg
peso de losa	= 2,400*2.70*2.70*0.05	= 874.80 kg

-----  
 Peso del aligerado por nivel = 1,481.94 kg

#### 2.2.1.2 PESO DEL SEGUNDO NIVEL (P2)

aligerado	= 1,481.94/2	= 740.97 kg
columnas	= 2,400*0.20*0.20*1.00*2	= 192.00 kg
vigas	= 2,400*0.20*0.25*3.10 + 2,400*0.20*0.25*2*2.70/2	= 696.00 kg

-----  
 P2 = 1,628.97 kg

**2.2.1.3 PESO DEL PRIMER NIVEL (P1)**

$$\text{aligerado} = 1,481.94/2 = 740.97 \text{ kg}$$

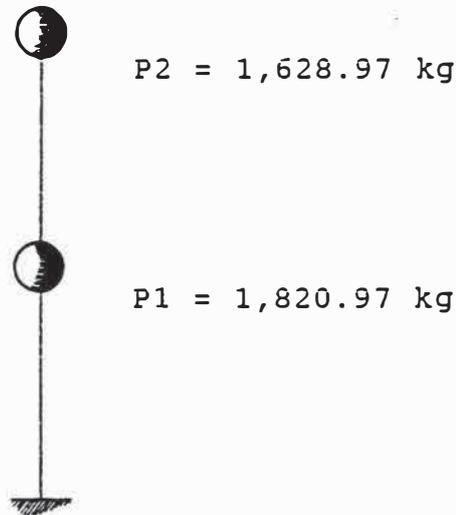
$$\text{columnas} = 2,400 * 0.20 * 0.20 * 2.00 * 2 = 384.00 \text{ kg}$$

$$\begin{aligned} \text{vigas} &= 2,400 * 0.20 * 0.25 * 3.10 + \\ & 2,400 * 0.20 * 0.25 * 2 * 2.70/2 = 696.00 \text{ kg} \end{aligned}$$

---


$$P1 = 1,820.97 \text{ kg}$$

; luego, en un modelo de masas concentradas, se tendrá :



(MODELO DE MASAS CONCENTRADAS - ESPECIMEN TRIDIMENSIONAL)

**2.2.2 PESO DEL ESPECIMEN PLANO****2.2.2.1 PESO DEL SEGUNDO NIVEL (P2)**

$$\text{columnas} = 2,400 * 0.20 * 0.20 * 1.00 * 2 = 192.00 \text{ kg}$$

$$\text{viga} = 2,400 * 3.10 * 0.20 * 0.25 = 372.00 \text{ kg}$$

$$\text{salientes} = 2,400 * 0.25 * 0.10 * 0.20 * 2 = 24.00 \text{ kg}$$

$$\text{losa} = 2,400 * 0.60 * 2.70 * 0.05 = 194.40 \text{ kg}$$

---

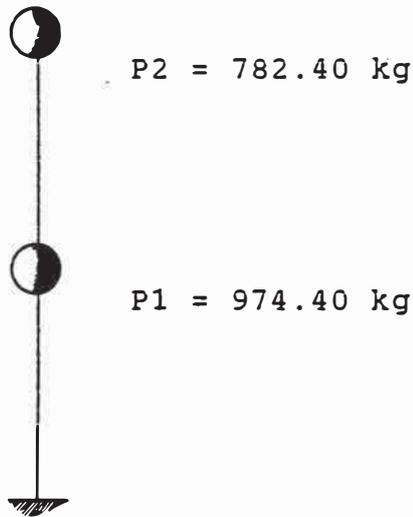

$$P2 = 782.40 \text{ kg}$$

**2.2.2.2 PESO DEL PRIMER NIVEL (P1)**

columnas =  $2,400 \times 0.20 \times 0.20 \times 1.00 \times 4 = 384.00$  kg  
 viga =  $2,400 \times 3.10 \times 0.20 \times 0.25 = 372.00$  kg  
 salientes =  $2,400 \times 0.25 \times 0.10 \times 0.20 \times 2 = 24.00$  kg  
 losa =  $2,400 \times 0.60 \times 2.70 \times 0.05 = 194.40$  kg

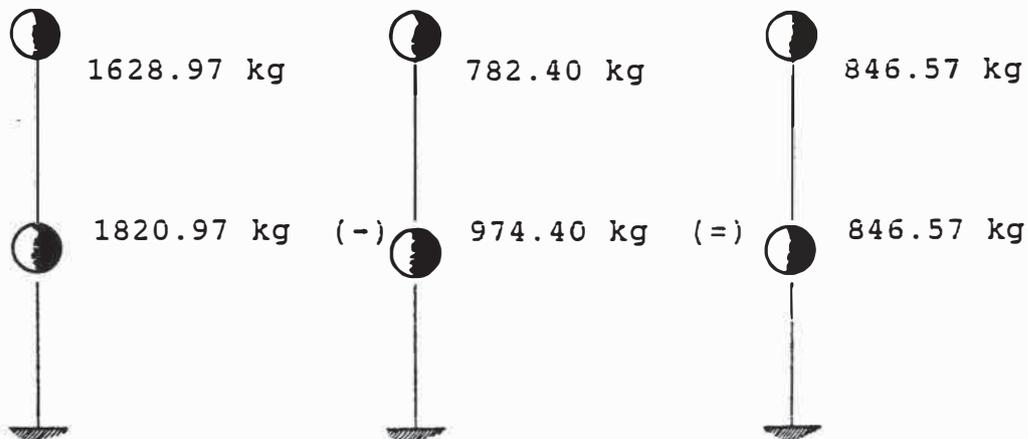
-----  
 P2 = 974.40 kg

; luego :



( MODELO DE MASAS CONCENTRADAS - ESPECIMEN PLANO )

Es evidente que para simular el peso del espécimen tridimensional, debió de agregarse al pórtico plano, por nivel, la siguiente carga :



Como se puede apreciar, el peso a agregar, por nivel, fue de 846.57 kg. (carga muerta). O sea que al momento de ensayar los pórticos planos, éstos fueron afectados por una carga adicional de 846.57 kg aproximadamente (ver fotografía 5).

### 2.3 CALCULO TEORICO DE LAS FRECUENCIAS Y PERIODOS DEL ESPECIMEN

Para el cálculo teórico de las frecuencias del espécimen se deben calcular previamente la matriz de masas y la matriz de rigidez.

; usando un modelo de masas concentradas se obtiene :

$$M \left( \frac{kg \times seg^2}{cm} \right) = \begin{bmatrix} 1.8581 & 0.0000 \\ 0.0000 & 1.6622 \end{bmatrix}$$

; para obtener la matriz de rigidez lateral se plantea la siguiente ecuación :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ F \end{bmatrix} = [K] \cdot [u]$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

; donde :

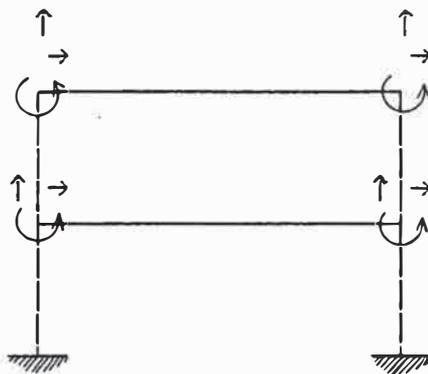
F = matriz de fuerzas laterales.

K = matriz de rigidez.

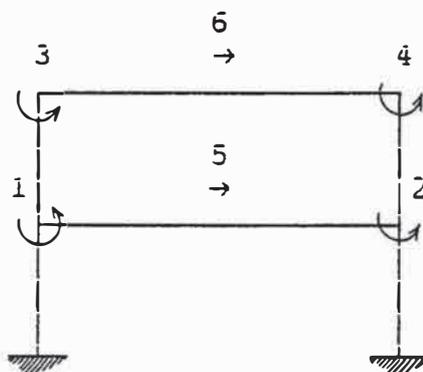
u<sub>1</sub> = matriz de rotaciones y desplazamientos verticales.

u<sub>2</sub> = matriz de desplazamientos laterales.

Como se puede apreciar, este planteamiento obedece al siguiente esquema con 12 grados de libertad :



Despreciando las deformaciones axiales en las columnas y vigas, se obtiene el siguiente esquema con los 6 grados de libertad indicados a continuación :



; de la ecuación general 2.1 se obtiene :

$$0 = K_{11} \times u_1 + K_{12} \times u_2$$

$$u_1 = -K_{11}^{-1} \times K_{12} \times u_2 \quad (2.2)$$

$$F = K_{21} \times u_1 + K_{22} \times u_2 \quad (2.3)$$

; reemplazando 2.2 en 2.3 se obtiene :

$$F = -K_{21} \times K_{11}^{-1} \times K_{12} \times u_2 + K_{22} \times u_2$$

$$F = (K_{22} - K_{21} \times K_{11}^{-1} \times K_{12}) \times u_2$$

$$F = K_2 \times u_2 \quad (2.4)$$

; por lo tanto :

$$K_L = K_{22} - K_{21} \times K_{11}^{-1} \times K_{12} \quad (2.5)$$

; donde  $K_L$  es la matriz de rigidez lateral del pórtico. Calculando la matriz  $K$  para los 6 grados de libertad se tiene :

$$[K] = \begin{bmatrix} 16944.26 & 3591.95 & 2370.37 & 0.00 & 3.83 & 31.60 \\ 3591.95 & 16944.26 & 0.00 & 2370.37 & 3.83 & 31.60 \\ 2370.37 & 0.00 & 11924.65 & 3591.95 & -31.60 & 31.60 \\ 0.00 & 2370.37 & 3591.95 & 11924.65 & 31.60 & 31.60 \\ \hline 3.83 & 3.83 & -31.60 & -31.60 & 1.23 & -0.56 \\ 31.60 & 31.60 & 31.60 & 31.60 & -0.56 & 0.56 \end{bmatrix}$$

NOTA : Las unidades están en ton/mm.

Matriz en la cual se identifican las siguientes submatrices:

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}$$

; y utilizando la expresión dada en 2.5 se obtiene :

$$K_L \left( \frac{kg}{cm} \right) = \begin{bmatrix} 10926.50 & -4560.94 \\ -4560.94 & 3620.36 \end{bmatrix}$$

Con el uso del programa de cómputo CAL-86, y con la ayuda del sub-programa JACOBI, se obtienen las frecuencias y los períodos del espécimen real a escala 3/4 :

$$w_1 = 29.01 \text{ rad/seg} \quad ; \quad T_1 = 0.22 \text{ segs.}$$

$$w_2 = 84.95 \text{ rad/seg} \quad ; \quad T_2 = 0.07 \text{ segs.}$$

Para un mayor detalle, los resultados del programa de

cómputo CAL-86 se muestran en el anexo 3.

Los resultados obtenidos con el sub-programa JACÜBI concuerdan razonablemente con el valor que se obtiene usando la fórmula propuesta por el RNC-77 : "Para edificios cuyos elementos resistentes a la fuerza sísmica están constituidos únicamente por pórticos y los muros de las cajas de ascensores, sin otros elementos que rigidicen la estructura :

$$T = \frac{0.09H}{\sqrt{D}}$$

; donde :

H = altura de la edificación; en metros.

D = dimensión horizontal de la edificación en la dirección del sismo; en metros."

; a escala 3/4 se tendrá :

$$T = 0.09 \times \frac{4.375}{\sqrt{2.90}}$$

$$T = 0.23 \text{ segs.}$$

; a escala real se tendrá :

$$T = 0.09 \times \frac{5.833}{\sqrt{3.867}}$$

$$T = 0.26 \text{ segs.}$$

Comparando el valor obtenido por el método de JACÜBI (T<sub>i</sub>=0.22 seg) con el valor obtenido según la fórmula propuesta por el RNC-77 (T<sub>i</sub>=0.23 seg), ambos para el modelo a escala 3/4, se puede concluir que la geometría del espécimen se ajusta a los criterios del código nacional.

## 2.4 FUERZAS SISMICAS HORIZONTALES

Según el RNC-77, se usará el método general para el cálculo del cortante basal según la fórmula siguiente :

$$H = \frac{Z.U.S.C.P}{R_d} \quad (2.6)$$

; donde :

H = fuerza cortante basal.

Z = factor de zona.

U = factor de uso e importancia.

S = factor de suelo.

C = coeficiente sísmico.

R<sub>d</sub> = factor de reducción por ductilidad.

P = peso de la edificación (carga permanente más un porcentaje de la sobrecarga)

; reemplazando los factores y valores adecuados se tiene :

Z = 1.0 (zona I)

U = 1.0 (categoría tipo C)

S = 1.0 (suelo tipo I)

R<sub>d</sub> = 4.0 (edificación del tipo E3)

T = 0.22 segs. (período fundamental)

T<sub>s</sub> = 0.30 segs. (suelo duro)

; el coeficiente de diseño sísmico se calcula mediante la siguiente fórmula :

$$C = \frac{0.80}{\frac{T}{T_s} + 1.0}$$

; reemplazando valores adecuados :

$$C = \frac{0.80}{\frac{0.22}{0.30} + 1.0}$$

$$C = 0.46$$

; luego, como el valor de  $C$  no debe tomarse menor que 0.16 ni mayor que 0.40, se tendrá :  $C = 0.40$  ; con lo cual :

$$\frac{Z.U.S.C}{R_d} = \frac{1.0 \times 1.0 \times 1.0 \times 0.4}{4.0} = 0.10$$

; así, el cortante basal resulta :  $H = 0.10 P$ .

Por tratarse de una edificación de categoría tipo  $C$ , en el cálculo de  $P$  se debería considerar un 25 % de la carga viva; es decir :  $0.25 * (2 * 150 \text{ kg/m}^2 * 2.9 \text{ m} * 2.9 \text{ m}) = 631 \text{ kg}$ ; pero, por motivos de ensayo, se decidió considerar la sobrecarga solamente como sollicitación por gravedad y no tenerla en cuenta en el cálculo de la sollicitación por carga lateral. Así :

$$P = PD + \%PL$$

$$P = PD + 0$$

$$P = PD$$

$$P = 3,449.94 \text{ kg.}$$

; entonces el cortante basal será :

$$H = 0.10 P$$

$$H = 0.10 * 3,449.94$$

$$H = 344.99 \text{ kg.}$$

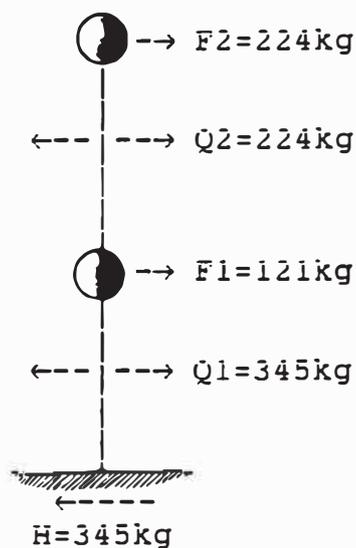
; y las fuerzas de inercia serán :

**TABLA 2.1**  
**FUERZAS SISMICAS REGLAMENTARIAS**

nivel	h(m)	P(kg)	P*h	F(kg)
1	2.125	1,820.97	3,869.56	121.40
2	4.375	1,628.97	7,126.74	223.59
		3,449.94	10,996.30	344.99

NOTA : Se ha considerado  $f=1.00$  debido a que  $H/D < 3$ .

; finalmente se tiene :



; donde la relación de fuerzas es :

$$\frac{F2}{F1} = 1.85 \quad (2.7)$$

; y resolviendo la ecuación :  $[F] = [KL]*[u]$  , se obtienen los desplazamientos elásticos máximos absolutos :

$$x1 = 0.0778 \text{ cms.}$$

$$x2 = 0.1599 \text{ cms.}$$

Asimismo, el RNC-77 señala que debe de realizarse un análisis de superposición modal reglamentario.

Previamente, del análisis realizado con el programa de cómputo CAL-86, también se obtuvo la matriz de formas de modo normalizada. Esta matriz, para fuerzas dadas en kilogramos y desplazamientos dados en centímetros, es la que se indica a continuación :

$$\Phi = [\Phi_1, \Phi_2] = \begin{bmatrix} +0.33590 & +0.65219 \\ +0.68956 & -0.35514 \end{bmatrix}$$

Para un mayor detalle ver el anexo 3.

Es necesario subrayar que para efectos del análisis modal espectral no es necesario trabajar con la matriz de formas de modo normalizada. Luego de efectuados los cálculos, los resultados serán los mismos trabajando ya sea con la matriz de formas de modo normalizada o con la matriz de formas de modo sin normalizar.

Para el análisis modal se utilizarán las siguientes fórmulas :

$$FPM_i = \frac{\sum_{\beta=1}^n \Phi_{\beta}^i \cdot \bar{m}_{\beta}}{\sum_{\beta=1}^n (\Phi_{\beta}^i)^2 \cdot m_{\beta}} \quad (2.8)$$

$$[F_i] = FPM_i \cdot Sa_i \begin{matrix} m_1 \cdot \Phi_1^i \\ m_2 \cdot \Phi_2^i \end{matrix} \quad (2.9)$$

$$[X_i] = FPM_i \cdot \frac{Sa_i}{\omega_i^2} \cdot [\Phi^i] \quad (2.10)$$

$$[Q^i] = \begin{bmatrix} F_1^i + F_2^i \\ F_2^i \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Haciendo uso de la fórmula 2.8, y usando los valores de la matriz de formas de modo normalizada, se obtienen los siguientes resultados para los factores de participación :

$$FPM_1 = 1.7703$$

$$FPM_2 = 0.6115$$

Y usando el espectro de diseño del RNC-77 donde, para períodos aproximadamente menores que 0.30 segundos se obtiene una aceleración absoluta de 0.40g, se proceden a elaborar los siguientes cuadros de resultados :

**TABLA 2.2**  
**FUERZAS SISMICAS PARA LA PRIMERA FORMA DE MODO**

nivel	X(cms)	F(kg)	Q(kg)
1	0.2759	431.43	1,227.08
2	0.5688	795.65	795.65

**TABLA 2.3**  
**FUERZAS SISMICAS PARA LA SEGUNDA FORMA DE MODO**

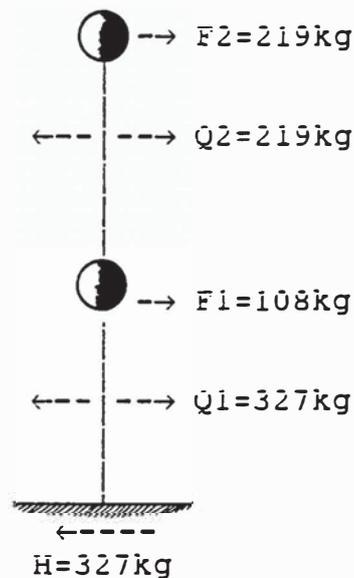
nivel	X(cms)	F(kg)	Q(kg)
1	0.0221	296.98	152.92
2	-0.0120	-144.06	-144.06

En la tabla siguiente se indican los cortantes obtenidos según el análisis modal espectral considerando los criterios de la suma absoluta, la media cuadrática y el promedio de ambos (RNC-77) :

**TABLA 2.4**  
**CORTANTES FINALES**

Q (kg)			
nivel	$\Sigma$ abs	$\sqrt{[\Sigma^2]}$	Promedio
1	1,380.00	1,236.57	1,308.29
2	939.71	808.58	874.15

Considerando :  $R_d = 4.0$ , se obtienen, para el valor promedio, los siguientes valores de fuerzas cortantes y de inercia :



El RNC-77, en su acápite 1.17.1, señala que deberá realizarse, para edificaciones de más de 25 pisos o más de 75 metros de altura, un análisis dinámico riguroso, que podría ser un análisis modal o un análisis paso a paso. En caso de optar por el primero, deberán considerarse como mínimo los 3 modos más significativos para efectos de obtener las respuestas máximas. En el presente análisis se advierte que los cortantes modales son menores que los

cortantes estáticos, y, por tratarse de una edificación simple de tan sólo 2 niveles, se usarán los valores obtenidos según el método estático.

## 2.5 ENVOLVENTE DE MOMENTOS

Para fines de diseño se consideró, sólo en la hipótesis de carga vertical, una sobrecarga de 150 kg/m<sup>2</sup> (por montaje), mientras que para las condiciones de ensayo (sismo) esta sobrecarga fue nula. Asimismo, se utilizaron los factores de carga del RNC-77.

Las hipótesis básicas de carga (en servicio) fueron :

D = carga permanente

L = sobrecarga

E = sismo del RNC-77

Las combinaciones de carga que sugiere el RNC-77 son :

$$U = 1.5 D + 1.8 L$$

$$U = 1.25 ( D + L \pm E )$$

$$U = 0.9 D \pm 1.25 E$$

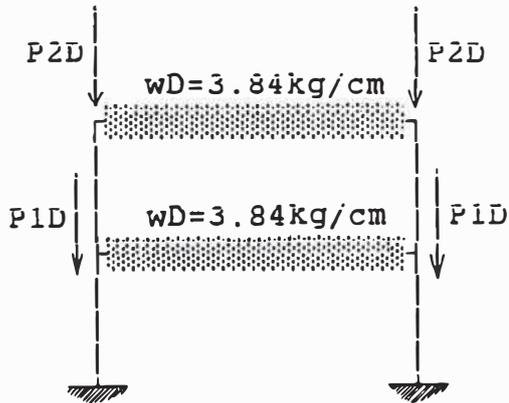
Que para el presente trabajo de investigación adoptaron la siguiente forma :

$$U = 1.50 D + 1.80 L \dots\dots(\text{por proceso constructivo})$$

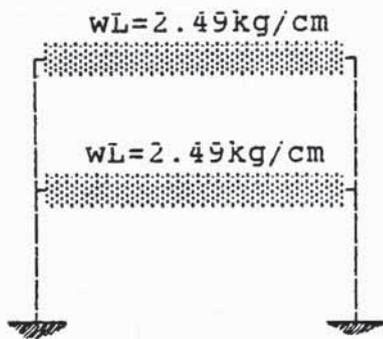
$$U = 1.25 ( D \pm E ) \dots\dots(\text{para condición de ensayo-sismo})$$

$$U = 0.90 D \pm 1.25 E \dots\dots(\text{para condición de ensayo -sismo})$$

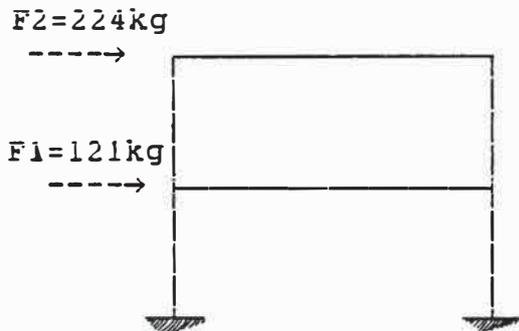
Resumiendo, en el diseño se consideraron las 3 siguientes condiciones de carga en cada pórtico :



CARGA MUERTA



SOBRECARGA



CARGA POR SISMO

Los valores que se indican provienen del siguiente metrado previo :

$$w_D (\text{alig.} + \text{viga}) = 740.97/290 + 25 \cdot 25 \cdot 2,400 \cdot 310/290 \\ = 3.84 \text{ kg/cm}$$

$$w_L = (150 \cdot 3.10 \cdot 3.10/2)/290 = 2.49 \text{ kg/cm}$$

$$P_{1D} (\text{col.} + \text{viga ort.}) = 0.20 \cdot 0.20 \cdot 2.00 \cdot 2,400 + \\ 0.20 \cdot 0.25 \cdot 2400 \cdot 2.70/2 = 354 \text{ kg}$$

$$P_{2D} (\text{col.} + \text{viga ort.}) = 0.20 \cdot 0.20 \cdot 1.00 \cdot 2,400 + \\ 0.20 \cdot 0.25 \cdot 2,400 \cdot 2.70/2 = 258 \text{ kg}$$

Se utilizó el programa de cómputo SAP-80 cuyo archivo de datos aparece en el anexo 4, así como también se indican los resultados en el anexo 5.

## 2.6 DISEÑO DE VIGAS

A partir del anexo 5 se elabora la siguiente tabla resumen:

TABLA 2.5  
MOMENTOS MÁXIMOS EN VIGAS

Nivel	+ M máx (kg-cm)	- M máx (kg-cm)
1	50,463	59,870
2	62,800	44,869

; es decir, los valores de diseño serán :

$$+ M_{\text{máx}} = 62,800 \text{ kg-cm.}$$

$$- M_{\text{máx}} = 59,870 \text{ kg-cm.}$$

Las envolventes de diseño para las vigas del primer y segundo nivel se muestran en los gráficos 2.1 y 2.2 respectivamente.

; además se sabe que :

$$f_c' = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4,200 \text{ kg/cm}^2$$

$$b = 20 \text{ cm.}$$

$$h = 25 \text{ cm.}$$

$$\beta_1 = 0.85$$

; del acápite 11.5.2 de la Norma E-060 (Capítulo 11 - Flexión) :

$$\rho_{mín} = \frac{0.7 \sqrt{f'_c}}{f_y}$$

; reemplazando valores :

$$\rho_{mín} = 0.002$$

; ahora bien, en la estimación del peralte efectivo de la viga se usará como un primer valor tentativo la siguiente aproximación :

$$d = \frac{h}{1.1}$$

; efectuando :

$$d = 22.73 \text{ cm.}$$

; diseñando para el momento positivo :

$$A_s = \rho_{mín} b d \quad (2.12)$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} \quad (2.13)$$

$$\phi M_u = \phi [A_s f_y (d - \frac{a}{2})] \quad (2.14)$$

; efectuando :

$$A_s = 0.91 \text{ cm}^2$$

$$a = 1.07 \text{ cm}$$

$$\phi M_n = 76346 \text{ kg-cm}$$

; se aprecia que el momento resistente es mayor que el momento actuante máximo (76,346 kg-cm > 62,800 kg-cm); es decir, no es necesario colocar acero en compresión. Se usará un refuerzo igual a :

$$A_s = 0.91 \text{ cm}^2$$

; usando 2 varillas de 8 mm de diámetro :  $2 * 0.50 \text{ cm}^2 = 1.00 \text{ cm}^2 > 0.91 \text{ cm}^2 \dots \dots \dots \text{OK !}$

; verificando el peralte :

$$d = h - \left( r + \frac{\phi_p}{2} \right)$$

$$d = 25 - \left( 2 + \frac{0.8}{2} \right)$$

$$d = 22.60 \text{ cm}$$

; nótese que este valor es muy aproximado al valor inicial supuesto :

$$d_{\text{teórico}} = 22.60 \text{ cm}$$

$$d_{\text{asumido}} = 22.73 \text{ cm}$$

Por lo tanto se puede asegurar que el diseño para el momento positivo es correcto. Para el momento negativo el procedimiento será el mismo y se usará el mismo refuerzo ya que, según la tabla 2.5, el valor máximo del momento negativo es muy cercano, e inclusive menor, al valor máximo del momento positivo.

La Norma E-060, en su acápite 11.5.3 señala que "...el área de refuerzo positivo o negativo, en cada sección del elemento, deberá ser por lo menos un tercio mayor que el requerido por el análisis".

Se calculará primeramente lo que el análisis requiere. Haciendo que el momento resistente sea igual al momento último actuante, y recurriendo a la fórmula 2.14, se tiene :

$$62800 = 0.9 \times A_s \times 4200 \times (22.60 - \frac{a}{2})$$

; simplificando :

$$A_s = \frac{33.23}{(45.20 - a)} \quad (2.15)$$

; reemplazando la expresión 2.15 en la ecuación 2.13 :

$$a = \frac{[\frac{33.23}{(45.20 - a)}] \times 4200}{0.85 \times 210 \times 20}$$

; simplificando y resolviendo :

$$a = \begin{cases} 44.32 \text{ cm.} \\ 0.88 \text{ cm.} \end{cases}$$

; reemplazando el valor de  $a = 0.88 \text{ cm}$  en la ecuación 2.15 :

$$A_s = \frac{33.23}{44.46}$$

$$A_g = 0.75 \text{ cm}^2$$

; luego :  $1.00/0.75 = 1.33 > 1.30 \dots \dots \dots \text{OK!}$

Esto comprueba que se está cumpliendo con el acápite 11.5.3 de la Norma E-060.

Asimismo, la misma Norma en su acápite 11.5.1 señala que "...el área de acero que se proporcione, será el necesario para que el momento resistente de la sección sea por lo menos 1.5 veces el momento de agrietamiento de la sección no agrietada ( $M_{cr}$ )".

El momento de agrietamiento se calcula con la siguiente expresión:

$$M_{cr} = \frac{2\sqrt{f'_c} \cdot I_g}{y_t}$$

; reemplazando valores :

$$M_{cr} = \frac{2\sqrt{210} \times 26042.67}{12.50}$$

$$M_{cr} = 60383 \text{ kg-cm.}$$

; es decir :  $76,346/60,383 = 1.26 < 1.50 \dots \dots \dots$  NO OK!

Por lo tanto este ítem no se cumple; sin embargo se considera de menor importancia.

Por otro lado, la longitud de desarrollo en la parte recta del gancho standar en tracción, según el acápite 8.5.1 de la Norma E-060, será el mayor de los siguientes 3 valores:

$$l_{dg} \geq \begin{cases} \frac{318 d_b}{\sqrt{f'_c}} \\ 8 d_b \\ 15 \text{cm.} \end{cases}$$

; reemplazando valores :

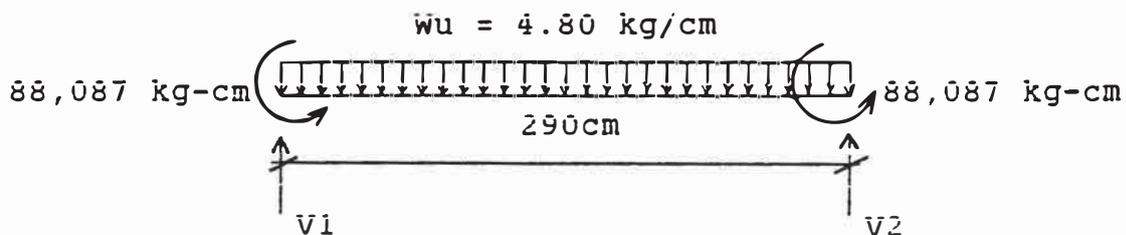
$$l_{dg} \geq \begin{cases} \frac{318 \times 0.8}{\sqrt{210}} = 17.56 \text{ cm.} \\ 8 \times 0.8 = 6.4 \text{ cm.} \\ 15 \text{ cm.} \end{cases}$$

; luego :

$$l_{dg} = 17.50 \text{ cm.}$$

; lo cual queda satisfecho ya que el peralte de la columna es 20 cm. y se está doblando el refuerzo en el interior de un nudo confinado por estribos.

Siguiendo la Norma E-060, los estribos deberán diseñarse para soportar la máxima fuerza cortante asociada al instante en que se generen las rótulas plásticas (ver ítem 4.6.1). Asimismo, se deberá amplificar la carga muerta multiplicándola por un factor igual a 1.25 :  $w_u = 1.25 w_d = 1.25 \times 3.84 \text{ kg/cm} = 4.80 \text{ kg/cm}$ .



; resolviendo :  $V_1 = 1,303 \text{ kg}$ ;  $V_2 = 89 \text{ kg}$ .

; luego :  $V_u = 1,303 \text{ kg}$ .

; deberá cumplirse que :

$$\Phi V_n \geq V_u$$

$$\Phi [0.53 \sqrt{F'_c} b d] \geq V_u$$

$$0.85 [ 0.53 \sqrt{210} \times 20 \times 22.60 ] \geq V_u$$

$$2951 \text{ kg} \geq V_u$$

$$2951 \text{ kg} \geq 1303 \text{ kg} \quad \dots\dots\dots\text{OK!}$$

Al obtenerse que el esfuerzo actuante ( $V_u$ ) no sobrepasa la resistencia al corte proporcionada por el concreto ( $V_n$ ), se usarán estribos mínimos.

El acápite 13.7.1.3 de la Norma E-060 señala los espaciamientos mínimos y máximos de los estribos.

Según el ítem b del mencionado acápite, la zona a confinar a corto espaciamiento es igual a 2 veces el peralte de la viga ( $2h = 2 \times 25 = 50 \text{ cm}$ ); con un espaciamiento  $S_o$  determinado por el menor de los siguientes valores:

$$S_o \leq \begin{cases} 0.25 d \\ 8 d_b \\ 30 \text{ cm.} \end{cases}$$

; reemplazando valores :

$$S_o \leq \begin{cases} 0.25 \times 22.60 = 5.65 \text{ cm.} \\ 8 \times 0.80 = 6.40 \text{ cm.} \\ 30 \text{ cm.} \end{cases}$$

; luego :

$$S_o = 5 \text{ cm}$$

El ítem c del mismo acápite señala que fuera de la zona de confinamiento se estribará a un espaciamiento máximo  $S$  :

$$S \leq 0.50 d$$

; asumiendo que  $d = h$  :

$$S \leq 0.50 \times 25$$

; luego :

$$S = 12.50 \text{ cm.}$$

Según el acápite 13.3.4.2 de la Norma E-060, el área mínima de corte será :

$$A_v = \frac{3.5 b_w S}{f_y}$$

; reemplazando valores :

$$A_v = \frac{3.5 \times 20 \times 12.5}{4200}$$

$$A_v = 0.21 \text{ cm}^2$$

; usando estribos de 8 mm de diámetro :  $2 \times 0.50 = 1.00 \text{ cm}^2 \gg 0.21 \text{ cm}^2 \dots\dots\dots\text{OK!}$

La resistencia al corte proporcionada por los estribos estará dada por la siguiente expresión (acápites 13.3.2.1.a de la Norma E-060) :

$$v_s = \frac{A_v f_y d}{S}$$

; reemplazando valores :

$$V_s = \frac{2 \times 0.50 \times 4200 \times 22.60}{12.50}$$

$$V_s = 7594 \text{ kg}$$

Ahora bien, según el acápite 13.3.2.4 de la Norma E-060, la resistencia al corte  $V_s$  deberá mantener la siguiente desigualdad :

$$V_s \leq 2.1 \sqrt{f'_c} b_w d$$

; reemplazando valores :

$$V_s \leq 2.1 \sqrt{210} \times 20 \times 22.60$$

$$V_s \leq 13755 \text{ kg}$$

$$7594 \text{ kg} \leq 13755 \text{ kg} \dots \dots \dots \text{OK!}$$

Asimismo, el acápite 13.3.3.2 de la Norma E-060, señala que cuando  $V_s$  exceda de :

$$1.1 \sqrt{f'_c} b_w d$$

; el espaciamiento máximo deberá reducirse a la mitad. Para el presente caso se tiene que :

$$1.1 \sqrt{210} \times 20 \times 22.60 = 7205 \text{ kg} < 7594 \text{ kg}$$

; ambos valores se consideran casi iguales; por lo tanto, no se reducirá el espaciamiento máximo a la mitad. Finalmente, la nomenclatura en los planos será :

4 Ø 8 mm; □ Ø 8 mm, 10 @ 5.00 cm , resto @ 12.50 cm

Los planos del detallado de vigas se muestran en los anexos 1 y 2 para los modelos tridimensional y plano, respectivamente.

#### RESUMEN DEL DISEÑO DE VIGAS

- a) El espesor de la viga (20 cm) es menor al mínimo valor especificado por la Norma (25 cm) debido al factor de escala (3/4).
- b) El peralte ( $h = 25$  cm) es menor a la cuarta parte de la luz libre ( $270/4 = 67$  cm) y es suficiente como para no verificar deflexiones ( $h \geq L/16 = 290/16 = 18$  cm ; ver acápite 10.4.1.3 de la Norma E-060).
- c) Los recubrimientos ( $R_1 = 2$  cm y  $R_2 = 3.5$  cm) son menores a los especificados por la Norma ( $R = 4$  cm); sin embargo, el espécimen no va a estar sujeto a acciones de intemperismo ni fuego.
- d) El diámetro del refuerzo empleado (8 mm) es inferior al mínimo de la Norma (3/8"), pero ambos tienen las mismas características : son corrugados, con  $f_y = 4,200$  kg/cm<sup>2</sup> y con la misma zona de endurecimiento.

#### 2.7 DISEÑO DE COLUMNAS. DETERMINACIÓN DE LA CANTIDAD DE REFUERZO

Básicamente se verificará el refuerzo mínimo con una cuantía del 1% ; esto es debido a que las acciones a las que están sujetas las columnas son pequeñas. Así :

$$A_s \text{ mín} = 0.01 A_g = 0.01 * 20 * 20 \rightarrow A_s \text{ mín} = 4 \text{ cm}^2$$

Empleando  $\varnothing 1/2"$ , resulta  $A_s = 4 * 1.27 = 5.08 \text{ cm}^2 > A_s \text{ mín}$ . A continuación se ilustra una tabla en la que se aprecia claramente el efecto de la carga axial

TABLA 2.6  
MOMENTOS Y CARGAS AXIALES ULTIMAS

Combinación	Primer nivel			Segundo nivel		
	Pu	Mu	n	Pu	Mu	n
U=1.5 D +1.8 Q	3,888	20,478	0.02	1,872	44,869	0.02
U=1.25D+1.25E	2,505	31,636	0.030	1,139	38,459	0.014
U=1.25D-1.25E	2,505	31,690	0.030	1,139	38,475	0.014
U=0.90D+1.25E	1,901	30,285	0.023	854	32,571	0.010
U=0.90D-1.25E	1,901	30,339	0.023	854	32,587	0.010

NOTA : Las fuerzas axiales están dadas en kilogramos y los momentos flectores en kg-cm.

En la tabla 2.6 los valores de "n" están dados por la siguiente expresión :

$$n = \frac{F_u}{f_c \cdot A_g}$$

De esta tabla se infiere que en ningún caso las columnas están traccionadas; además el valor de "n" es siempre menor que 0.10, por lo que ellas trabajan básicamente a flexión y no a compresión.

Haciendo uso de las ecuaciones 2.13 y 2.14 se verificará la capacidad resistente de las columnas a flexión pura :

$$a = \frac{2 \times 1.27 \times 4200}{0.85 \times 210 \times 20}$$

$$a = 2.99 \text{ cm}$$

$$\Phi M_u = 0.7 \times 2 \times 1.27 \times 4200 \times \left( 17.36 - \frac{2.99}{2} \right)$$

$$\Phi M_2 = 118473 \text{ kg-cm}$$

En este caso se ha usado un factor de reducción de resistencia igual a 0.70, valor que está muy por el lado de la seguridad.

Conviene indicar que la amplificación de momentos por efectos de esbeltez (factor  $\beta$ ) no es importante.

Según el acápite 11.7.2.2 de la Norma E-060, la longitud  $l_o$  de la zona de confinamiento será el mayor de los siguientes 3 valores :

$$l_o \geq \begin{cases} \frac{l}{6} \\ b_{\text{máx}} \\ 45 \text{ cm} \end{cases}$$

; reemplazando valores :

$$l_o \geq \begin{cases} \frac{200}{6} = 33.33 \text{ cm} \\ 20 \text{ cm} \\ 45 \text{ cm} \end{cases}$$

; luego :

$$l_o = 45 \text{ cm}$$

En esta zona de confinamiento, y según el acápite 13.7.2.2 de la Norma E-060, los estribos tendrán un espaciamiento  $s_o$  que no deberá exceder del menor de estos valores :

$$s_o < \begin{cases} \frac{b_{\text{mín}}}{2} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

; reemplazando valores :

$$S_o \leq \begin{cases} \frac{20}{2} = 10 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

; luego :

$$S_o = 10 \text{ cm}$$

Fuera de la zona de confinamiento, y según los acápites 7.11.2.2.c y 13.7.2.3 de la Norma E-0.60, se estribará a un espaciamiento  $S$  que no será mayor que el menor de los siguientes valores :

$$S \leq \begin{cases} 16 d_b \\ b_{\text{mín}} \\ 30 \text{ cm} \end{cases}$$

; reemplazando valores :

$$S < \begin{cases} 16 \times 1.27 = 20.32 \text{ cm} \\ 20 \text{ cm} \\ 30 \text{ cm} \end{cases}$$

; luego :

$$S = 20 \text{ cm}$$

; finalmente, la nomenclatura en los planos será :

4  $\emptyset$  1/2";  $\square$   $\emptyset$  8 mm; 1 a 5 cm, 4 @ 10 cm, resto @ 20 cm

Los planos del detallado de columnas se muestran en los anexos 1 y 2 para los modelos tridimensional y plano, respectivamente.

En el diagrama de interacción de la columna de 20\*20 cm con 4  $\varnothing$  1/2", puede apreciarse que los valores obtenidos para las diversas combinaciones de carga caen en el interior de la curva. Obsérvese también que la máxima carga axial actuante (3,888 kg) es inferior a la carga axial balanceada ( $\varnothing$  Pb = 0.7\*30,300 kg = 21,210 kg); por lo que se puede asegurar que la falla de la columna debe ser netamente por flexión. La curva de interacción respectiva se presenta en el gráfico 2.3.

#### RESUMEN DEL DISEÑO DE COLUMNAS

- a) La sección de la columna (20\*20 cm) es inferior a la mínima especificada por la Norma (25\*25 cm) debido al factor de escala (3/4).
- b) El recubrimiento (R = 2 cm) es menor al especificado por la Norma (R = 4 cm); sin embargo, el espécimen no va a estar sujeto a acciones de intemperismo ni de fuego.
- c) El diámetro del refuerzo empleado en los estribos (8 mm) es inferior al mínimo de la Norma (3/8"), pero ambos tienen las mismas características: son corrugados, con  $f_y = 4,200$  kg/cm<sup>2</sup> y con la misma zona de endurecimiento.

#### 2.8 DISEÑO DEL NUDO

Según el acápite 13.7.2.5 de la Norma E-060, el área mínima del refuerzo transversal que deberá proporcionarse dentro del nudo deberá cumplir con :

$$A_v \geq \frac{7 b s}{f_y}$$

Expresión en la cual el espaciamiento s no deberá exceder de 15 cm. Despejando la variable s :

$$s \leq \frac{A_y f_y}{7 b}$$

; usando estribos de 8 milímetros de diámetro se tendrá :

$$s = \frac{2 \times 0.50 \times 4,200}{7 \times 20}$$

$$s = 30 \text{ cm}$$

; este valor excede del máximo permisible; sin embargo, y para mayor seguridad, se usarán 3 estribos de 8 mm en el nudo.

## 2.9 CONTROL DE FISURACION

La Norma E-060, en su acápite 11.7.2.1, proporciona una distribución del refuerzo que dentro de lo razonable, controlará el agrietamiento por flexión. La recomendación de la Norma hace uso de la siguiente ecuación :

$$Z = f_s \sqrt{d_c A}$$

; donde :

$f_s$  = esfuerzo del refuerzo.

$d_c$  = espesor del recubrimiento de concreto medido desde la fibra más alejada en tracción al centro de la barra más cercana a esa fibra.

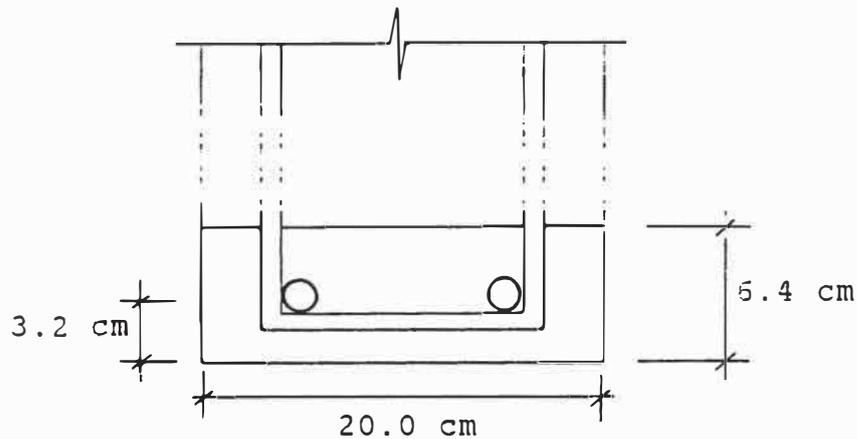
$A$  = área efectiva del concreto en tracción (por varilla) que rodea el refuerzo principal. Se define como aquella que tiene el mismo centroide que el refuerzo y

está limitada por las superficies de la sección transversal y una línea recta paralela al eje neutro.

Si :  $Z < 31,000 \text{ kg/cm}$ ; las grietas tendrán un ancho límite de 0.4 mm.

Si :  $Z > 26,000 \text{ kg/cm}$ ; las grietas tendrán un ancho límite de 0.3 mm.

El valor de  $f_s$  puede suponerse igual a 0.6  $f_y$ . Para el presente caso se tiene :



; de donde se obtienen los siguientes valores :

$$d_c = 3.2 \text{ cm}$$

$$A = \frac{6.4 \times 20.0}{2} = 64$$

; luego :

$$Z = 0.6 \times 4,200 \times \sqrt{3.2 \times 64}$$

$$Z = 14,854 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} < 26,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$$

GRAFICO 2.1  
ENVOLVENTE ( Viga del 1er. nivel )

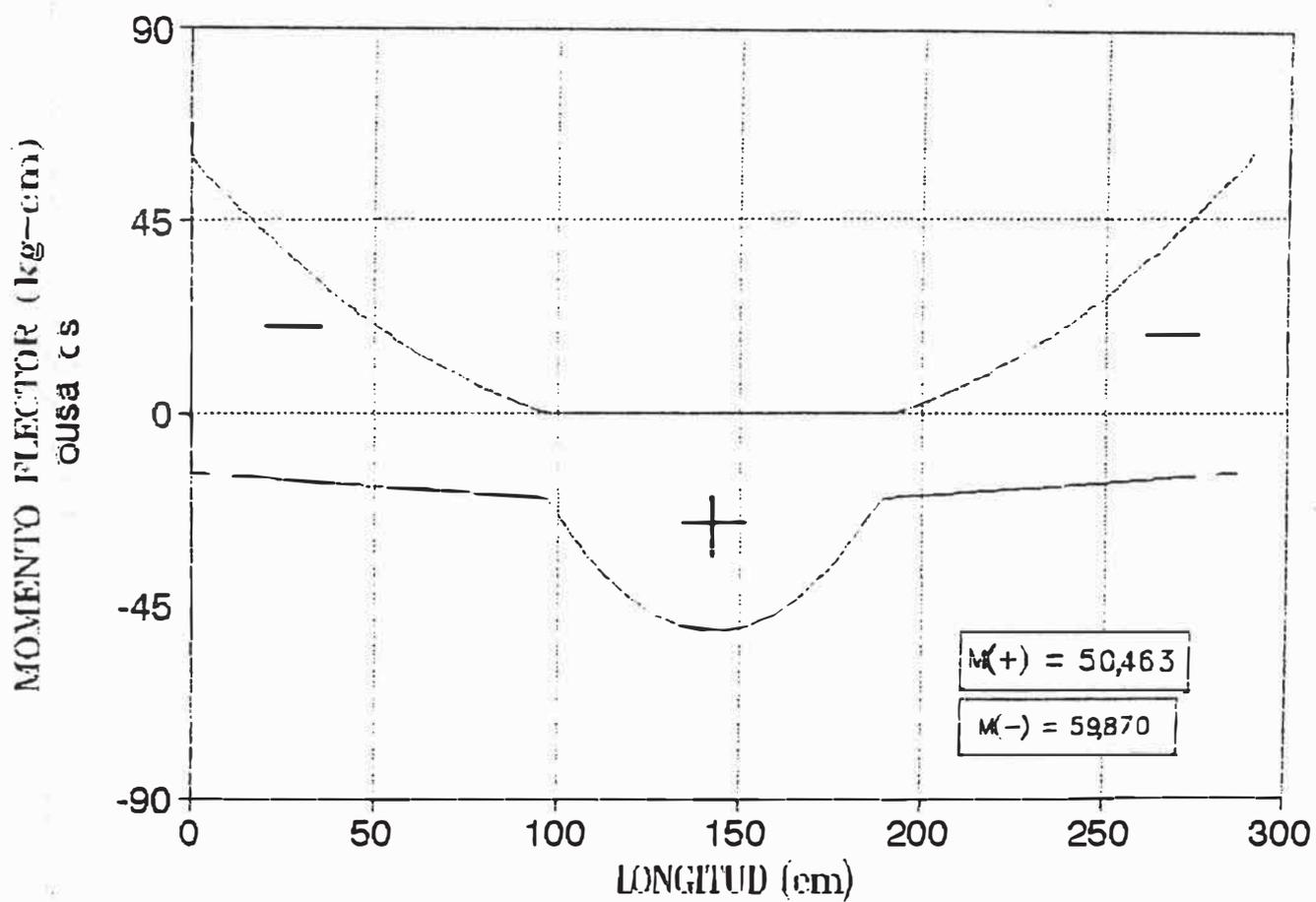


GRAFICO 2.2  
ENVOLVENTE ( Viga del 2do. nivel )

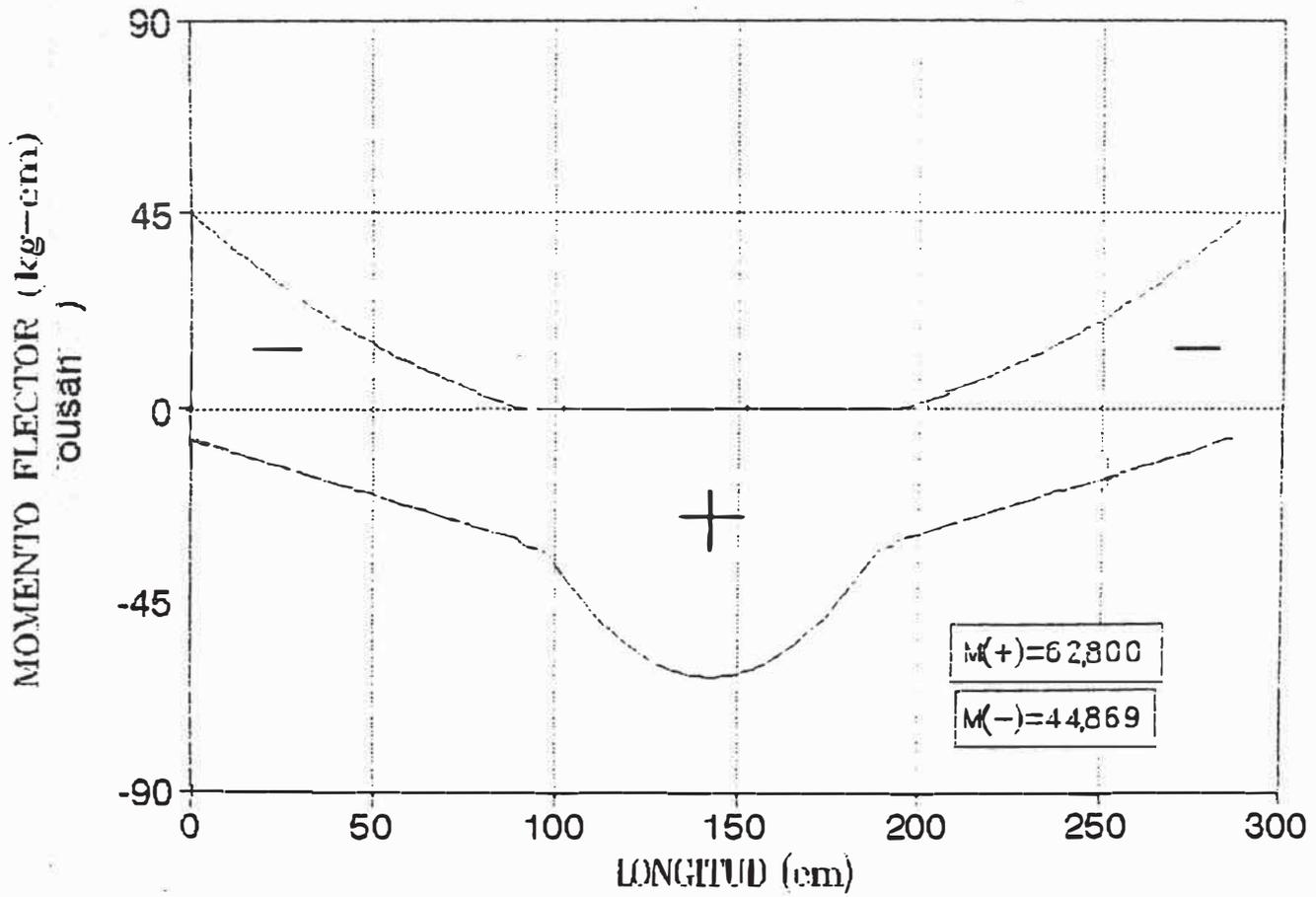
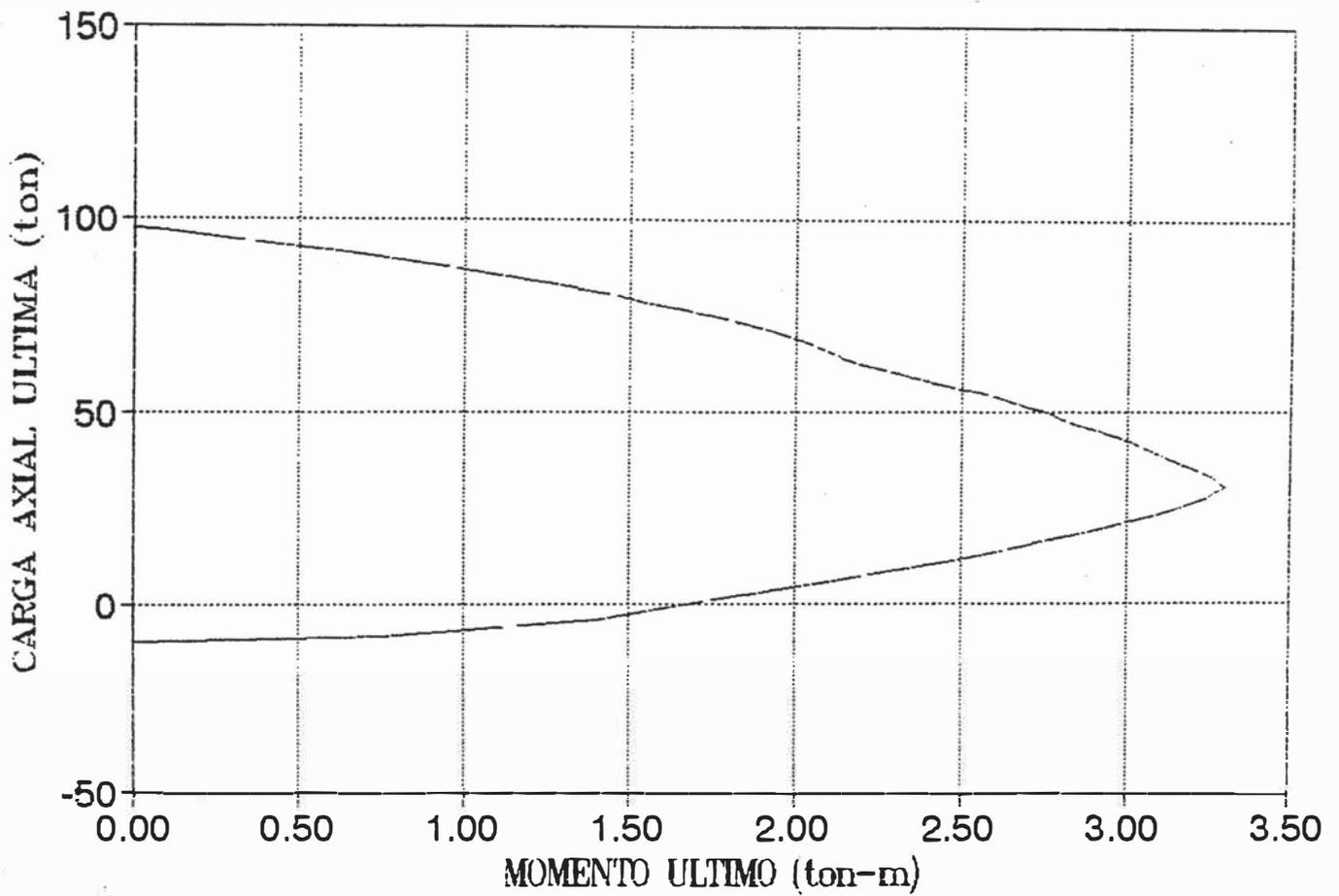


GRAFICO 2.3  
CURVA DE INTERACCION



## CAPITULO III

# PROCESO CONSTRUCTIVO DE LOS MODELOS

### 3.1 INTRODUCCION

El seguimiento del proceso constructivo que se muestra a continuación corresponde a la construcción de los 2 modelos hechos en las instalaciones del Laboratorio de Estructuras del CISMID.

La escala casi real que se adoptó (escala 3/4) se asumió en todo momento como si fuese real, y esta suposición guardó relación con el diseño estructural porque, como ya se señaló en el Capítulo II, se ha diseñado considerando las dimensiones reales de los modelos; o sea que las cargas aplicadas a la estructura fueron las que realmente soportaba el modelo a escala 3/4.

Es así que el problema usual de escalar los materiales de construcción y las cargas externas, quedó siempre latente pero en todo momento bajo control. Estudios experimentales con modelos a escalas más reducidas (1/5, 1/6, etc.) sí

obligan a tomar en cuenta el efecto del factor de escala tanto en lo que respecta a materiales como a cargas exteriores.

La incertidumbre que genera esta reducción al 75% de la escala natural, queda así, al final del estudio experimental, como una posible fuente de error.

### **3.2 MATERIALES USADOS**

Por tratarse de una estructura aporticada, se usó el concreto armado como material base para la construcción de los modelos; es decir, se embebieron las varillas de acero en una mezcla de concreto.

En lo que respecta al concreto, estuvo compuesto por los 4 constituyentes básicos de todo concreto cemento, arena, piedra y agua. No se usó ningún tipo de aditivo especial.

A continuación se detallarán las características de los materiales utilizados.

#### **3.2.1 ACERO**

##### **3.2.1.1 CARACTERÍSTICAS DEL ACERO UTILIZADO**

Se utilizaron barras corrugadas provenientes de la planta de Sider-Perú. Los diámetros utilizados fueron de 8mm y 1/2"; y, tal como se indicó en el Capítulo II, estos diámetros se obtuvieron a partir de un diseño estructural previo.

Las varillas estuvieron libres de toda impureza, no presentaron oxidación y, para verificar los valores típicos de fluencia, se realizaron ensayos de tracción con muestras

representativas de cada uno de los 2 diámetros que se usaron.

El punto teórico de fluencia de las barras corrugadas fue fijado en  $f_y=4,200$  kg/cm<sup>2</sup>; y su módulo teórico de elasticidad fue definido en  $E_s=2'000,000$  kg/cm<sup>2</sup>.

### 3.2.1.2 ENSAYOS DE TRACCION EN EL ACERO

Las barras corrugadas fueron ensayadas en las instalaciones del Laboratorio de Ensayo de Materiales de la PUCP.

Se seleccionaron aleatoriamente 3 muestras de la varilla de 8mm de diámetro; un tanto similar se hizo con la varilla de 1/2" de diámetro. En total se ensayaron 6 muestras de acero.

La longitud de las barras a ensayarse fue fijada en 20 cm, y la velocidad de ensayo se definió en 5 mm/minuto. Los resultados de los ensayos de tracción se muestran a continuación :

TABLA 3.1  
ENSAYOS DE TRACCION (BARRA CORRUGADA Ø 8mm)

	#1	#2	#3	Promedio
P flu(kg)	2,000	2,100	2,130	2,077
P máx(kg)	3,000	3,135	3,150	3,095
P rot(kg)	2,500	2,400	2,400	2,433
$f_y$ (kg/cm <sup>2</sup> )	3,979	4,178	4,237	4,131
$f_{máx}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	5,968	6,237	6,267	6,157
$f_{rot}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	4,974	4,775	4,775	4,841
elong. (cm)	3.20	3.00	2.50	2.90
% elong.	16.00	15.00	12.50	14.50

**TABLA 3.2**  
**ENSAYOS DE TRACCION (BARRA CORRUGADA  $\varnothing$  1/2")**

	#1	#2	#3	Promedio
P flu(kg)	5,600	5,360	5,440	5,467
P máx(kg)	8,960	8,440	8,560	8,653
P rot(kg)	8,160	5,200	7,440	6,933
f <sub>y</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	4,421	4,231	4,294	4,315
f <sub>máx</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	7,073	6,663	6,757	6,831
f <sub>rot</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	6,442	4,105	5,873	5,473
elong. (cm)	2.10	2.20	1.80	2.03
% elong.	10.50	11.00	9.00	10.17

; luego, se elabora la siguiente tabla resumen :

**TABLA 3.3**  
**ESFUERZOS DE FLUENCIA EN EL ACERO (RESUMEN)**

Diámetro	f <sub>y</sub> promedio (kg/cm <sup>2</sup> )	f <sub>y</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )
8 mm	4,131	4,223
1/2"	4,315	

El valor del esfuerzo de fluencia para el acero de 1/2" de diámetro resulta estar algo por encima del valor usual de diseño (f<sub>y</sub> = 4,200 kg/cm<sup>2</sup>). En cambio, el valor del esfuerzo de fluencia para el acero de 8 mm de diámetro está algo por debajo del valor especificado de diseño. Sin embargo, y sólo a modo de referencia, en la tabla 3.3 se adjunta el valor promedio para ambos tipos de refuerzo; este promedio está ligeramente mayor que el valor especificado de diseño.

A este respecto, la Norma E-060 en su acápite 11.3.2 que trata acerca de las disposiciones especiales para elementos resistentes a fuerzas de sismo, señala : "La calidad del acero de refuerzo no excederá de lo especificado para acero grado ARN 420 (414 MPa ó 4,200 kg/cm<sup>2</sup>)".

El promedio obtenido según los ensayos, tiene un error por exceso de 0.55%, error que se puede considerar casi como despreciable. Luego, se puede concluir que el acero de refuerzo cumple con lo especificado por la Norma E-060.

### **3.2.2 CONCRETO**

#### **3.2.2.1 CARACTERISTICAS DEL CONCRETO UTILIZADO**

Se trata de un concreto sometido a condiciones normales de exposición. Las principales especificaciones del concreto utilizado fueron :

$$f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$$
$$\text{slump} = 3" \text{ a } 4"$$

#### **3.2.2.2 COMPONENTES DEL CONCRETO**

El cemento escogido para la mezcla fue el Portland tipo I proveniente de la fábrica Cementos Lima - Sol. El agregado fino se obtuvo de las canteras de La Molina; el tamaño máximo del agregado grueso fue de 1".

En el Laboratorio de Ensayo de Materiales de la PUCP se realizaron los ensayos a los agregados para la determinación de sus características físicas.

Se ilustran a continuación los resultados de dichos ensayos

**TABLA 3.4**  
**ANALISIS GRANULOMETRICO DEL AGREGADO FINO POR TAMIZADO**  
 ( Peso inicial = 519.1 gramos)

Malla		Peso del material retenido		Total acumulativo ( % )	
#	mm	gramos	%	retenido	que pasa
3/8"	9.510	-	-	-	100.0
4	4.760	13.7	2.6	2.6	97.4
8	2.380	63.5	12.3	14.9	85.1
16	1.190	116.4	22.5	37.4	62.6
30	0.595	125.7	24.3	61.7	38.3
50	0.297	87.4	16.9	78.6	21.4
100	0.149	75.5	14.6	93.2	6.8
200	0.074	31.5	6.1	99.3	0.7
Bandeja		3.6	0.7	100.0	-
Total		517.3	100.0	-	-

**TABLA 3.5**  
**ANALISIS GRANULOMETRICO DEL AGREGADO GRUESO POR TAMIZADO**  
 ( Peso inicial = 10,280.0 gramos)

Malla		Peso del material retenido		Total acumulativo ( % )	
#	mm	gramos	%	retenido	que pasa
1"	25.40	-	-	-	100.0
3/4"	19.00	1,380	13.4	13.4	86.6
1/2"	12.70	4,460	43.4	56.8	43.2
3/8"	9.51	2,535	24.7	81.5	18.5
No. 4	4.76	1,810	17.6	99.1	0.9
Bandeja		90	0.9	100.0	-
Total		10,275	100.0	-	-

**TABLA 3.6**  
**CARACTERISTICAS FISICAS DEL AGREGADO FINO**

	# 1	# 2	# 3	Prom.
Absorción (%)	1.13	-	-	1.13
Peso unitario (ton/m <sup>3</sup> )	1.806	1.812	1.801	1.806
Peso específ. (ton/m <sup>3</sup> )	2.66	-	-	2.66

**TABLA 3.7**  
**CARACTERISTICAS FISICAS DEL AGREGADO GRUESO**

	# 1	# 2	# 3	Prom.
Absorción (%)	0.76	-	-	0.76
Peso unitario (ton/m <sup>3</sup> )	1.555	1.608	1.566	1.576
Peso específ. (ton/m <sup>3</sup> )	2.73	-	-	2.73

La Norma Itintec 400.037 (Agregados. Requisitos) especifica los valores de la granulometría de la arena en concordancia con la Norma ASTM C.33-83 (Standard Specification for concrete aggregates).

Esta Norma especifica 3 husos granulométricos denominados C, M y F; y además, en su acápite 5.2.1, señala que para concretos con una resistencia a la compresión igual o mayor a 210 kg/cm<sup>2</sup>, la granulometría deberá corresponder a la gradación C.

En la tabla 3.8 se muestran los valores que definen el huso C y el porcentaje que pasa (para cada malla) obtenido del análisis granulométrico por tamizado :

**TABLA 3.8**  
**UBICACION DEL AGREGADO FINO DENTRO DEL HUSO C**  
**SEGUN LA NORMA ITINTEC 400.037**

Malla #	% que pasa	
	RNC-77	Ensayo por tamizado
3/8"	100	100.0
No.4	95 a 100	97.4
No.8	80 a 100	85.1
No.16	50 a 85	62.6
No.30	25 a 60	38.3
No.50	10 a 30	21.4
No.100	2 a 10	6.8

Los valores del ensayo se ajustan casi exactamente a la mitad del huso. De la tabla 3.4 se tiene que el módulo de finura será :

$$mf = \frac{2.6 + 14.9 + 37.4 + 61.7 + 78.6 + 93.2}{100}$$

$$mf = 2.9$$

La Norma ASTM C.33-83 establece que la arena debe tener un módulo de finura no menor que 2.3 ni mayor que 3.1.

En la apreciación del módulo de finura se estima que las arenas cuyos módulos de finura están comprendidos entre 2.2 y 2.8 producen concretos de buena trabajabilidad y reducida segregación; mientras que las arenas cuyos módulos de finura están comprendidos entre 2.8 y 3.2 son las más favorables para los concretos de alta resistencia.

La Norma Itintec 400.037 especifica la granulometría de los agregados gruesos en 13 series granulométricas similares a las normalizadas por la ASTM. Entre estos 13 husos, es el 9no. (huso ASTM No. 57) el que, entre sus 2 límites, enmarca de la mejor manera la curva granulométrica del agregado grueso. Para una mejor apreciación ver a continuación la tabla 3.9 :

**TABLA 3.9**  
**UBICACION DEL AGREGADO GRUESO DENTRO DEL HUSO No. 9**  
**(HUSO ASTM No.57) SEGUN LA NORMA ITINTEC 400.037**

Malla	% que pasa	
	RNC-77	Ensayo por tamizado
1"	95 a 100	100.0
3/4"	-	86.6
1/2"	25 a 60	43.2
3/8"	-	18.5
No.4	0 a 10	0.9
No.8	0 a 5	-

Si bien la curva obtenida no se ajusta exactamente en la parte media (o central) del huso granulométrico, es sin embargo, entre los 13 husos mencionados, el que mejor enmarca la curva granulométrica del agregado grueso.

Las granulometrías del agregado grueso se definen principalmente en función de los conceptos : tamaño máximo y tamaño nominal máximo.

El tamaño máximo ( $T_m$ ) del agregado grueso corresponde a la malla más pequeña por la que pasa toda la muestra del agregado. El tamaño nominal máximo ( $T_n$ ) corresponde a la

malla más pequeña que produce el primer retenido.

Es decir, según el huso ASTM No.57 (ver tabla 3.9), se tendrán los siguientes valores :

$$T_s = 1''$$

$$T^n = 3/4''$$

### 3.2.2.3 ENSAYOS DE COMPRESION EN EL CONCRETO.

#### MODULO DE ELASTICIDAD DEL CONCRETO

Se realizaron ensayos de compresión axial en probetas standar de concreto con la finalidad de llevar a cabo un control de calidad de la mezcla. La velocidad de ensayo fue de 1.25 mm/minuto.

Se colocó en algunas probetas un LVDT vertical con bases distanciadas a 5 cms, lo que permitió graficar (con un recorder X-Y) la carga axial versus la deformación vertical, con lo cual fue posible obtener el módulo de elasticidad del concreto (E).

Las muestras fueron seleccionadas aleatoriamente tratando de abarcar ambos modelos en todos sus elementos, sean estos vigas, columnas o vigas de cimentación. En total se seleccionaron 20 probetas, tomando como dato principal la fecha de obtención de la muestra, para luego llevar las probetas al Laboratorio de Ensayo de Materiales de la PUCP, en cuyas instalaciones fueron sometidas a rotura en una prensa bajo cargas de compresión.

Los resultados se muestran en la tabla siguiente :

TABLA 3.10  
 ENSAYOS DE COMPRESIÓN EN PROBETAS DE CONCRETO  
 MODULO DE ELASTICIDAD DEL CONCRETO

# probeta	# de días	Esfuerzo (kg/cm <sup>2</sup> )	Promedio de 3 (kg/cm <sup>2</sup> )	Ec (kg/cm <sup>2</sup> )
1	7	166.25	-	-
2	7	184.85	-	-
3	7	190.53	-	-
4	29	211.64	-	-
5	28	208.24	-	220,330
6	28	212.77	210.88	220,400
7	26	240.73	220.58	220,430
8	31	251.96	235.15	220,400
9	31	262.78	251.82	274,500
10	31	208.33	241.02	272,800
11	31	208.48	226.53	266,950
12	31	231.85	216.22	271,400
13	29	282.29	240.87	240,290
14	29	278.57	264.24	235,550
15	29	249.66	270.17	214,320
16	33	231.41	253.21	230,050
17	33	248.74	243.27	191,870
18	33	250.55	243.57	246,800
19	32	261.63	253.64	226,830
20	32	263.91	258.70	221,830

Las 3 primeras muestras fueron ensayadas luego de 7 días contados a partir de la fecha de su obtención. El promedio del esfuerzo en compresión, a los 7 días, fue de

180.54 kg/cm<sup>2</sup>, aceptándose como razonable desde que este valor es mayor que el 85% del valor de diseño ( $0.85 * 210 \text{ kg/cm}^2 = 178.50 \text{ kg/cm}^2$ ). Las 17 probetas restantes se pueden considerar como ensayadas a los 28 días. A este respecto, la Norma E-060 en su acápite 4.6.4.2, señala que se deben de cumplir "las 2 condiciones siguientes:

- (a) El promedio de todas las series de 3 ensayos consecutivos es igual o mayor que la resistencia de diseño.
- (b) Ningún ensayo individual de resistencia está por debajo de la resistencia de diseño en más de 35 kg/cm<sup>2</sup>".

El acápite (a) se cumple satisfactoriamente para todas las series de 3 ensayos consecutivos. El acápite (b) también se cumple en forma satisfactoria.

Finalmente, como valor promedio experimental de la resistencia de diseño, se tiene :

$$f_c^{\text{(experimental)}} = 241.38 \text{ kg/cm}^2$$

con una desviación estándar igual a

$$s = 24.15 \text{ kg/cm}^2$$

y con un coeficiente de variación igual a

$$v = 10.00 \%$$

Estos 3 últimos parámetros estadísticos dan una idea de la calidad del concreto utilizado en la construcción de ambos modelos.

En el gráfico 3.1 se aprecia la variación de los promedios de 3 ensayos consecutivos con respecto al valor de diseño.

El valor promedio para el módulo de elasticidad del concreto fue :  $E = 236,000 \text{ kg/cm}^2$ .

En líneas generales, se puede considerar como "buena" la calidad de la mezcla de concreto.

#### **3.2.2.4 DISEÑO DE LA MEZCLA DE CONCRETO**

El diseño de los componentes del concreto se realizó en peso; la relación agua/cemento fue establecida en 0.61 (slump de 3 a 4 pulgadas). Las proporciones por metro cúbico de concreto fueron :

cemento	=	330	kg
arena	=	700	kg
piedra	=	1,200	kg
agua	=	200	kg

#### **3.3 DESCRIPCION DEL PROCESO CONSTRUCTIVO**

La habilitación del encofrado y del acero se hizo en las instalaciones del Laboratorio de Estructuras de la PUCP; luego, el encofrado y el acero ya habilitados, fueron transportados a las instalaciones del Laboratorio de Estructuras del CISMID donde fueron debidamente almacenados. En este envío también se incluyeron los tubos PVC de 2" de diámetro y 35 centímetros de longitud destinados para las vigas de cimentación.

El proceso se inició con la colocación de algún material impermeabilizante en la base de la viga de cimentación; esto se realizó con la finalidad de permitir el posterior

izaje del modelo evitando así la adherencia entre el fondo de la cimentación y la losa de ensayos. Una vez colocado este material impermeabilizante (en este caso se usó plástico corriente) se encofraron los 4 laterales de la viga de cimentación usándose pernos metálicos en la junta de contacto entre 2 planchas de madera, para posteriormente colocar la canastilla de la cimentación.

Esta canastilla fue atortolada a los 4 refuerzos por columna que posteriormente fueron colocados; estos refuerzos longitudinales recorrían toda la altura del pórtico.

Habiéndose fijado en forma segura la parte inferior del acero de las columnas, se colocaron los tubos PVC de 2" de diámetro distanciados cada 60 centímetros en sentido longitudinal para finalmente insertar los 4 ganchos de izaje a la altura de las conexiones columna-viga de cimentación.

No habiendo ningún refuerzo más o algún dispositivo especial por colocar en la cimentación, se procedió a colocar el concreto, el cual fue debidamente vibrado durante su misma colocación. Con esto se terminó la construcción de la viga de cimentación del modelo No.1; lo que siguió a continuación fue desencofrar al día siguiente para automáticamente repetir el proceso de colocar los refuerzos y el encofrado de la viga de cimentación del modelo No.2.

Al retirar el encofrado se inició el proceso de curado de la cimentación; para el caso de las vigas de cimentación se realizó el curado cubriendo el concreto con textiles húmedos con alta capacidad para retener el agua (en este caso se utilizaron textiles de yute); previamente se hacían estanques de agua mediante pequeños diques de arena a lo largo del perímetro superior de la cimentación y a cada 50 centímetros aproximadamente.

Paralelo a este proceso de curado se daba término a la colocación del concreto en el modelo No.2 para proceder, en la forma ya descrita, a realizar el curado de la cimentación.

Antes de instalar el encofrado de las columnas del primer nivel, se colocaron los strain-gages respectivos en la parte inferior de éstas para a continuación colocar el concreto. Se retiró el encofrado a las 24 horas y se inició el proceso de curado de las columnas haciendo uso de los textiles de yute. Después de 7 días, se colocó el encofrado de la viga del primer nivel y luego se instaló su refuerzo, el cual fue atortolado a la malla horizontal de la pequeña losita de 5 centímetros de espesor; se colocó el concreto para posteriormente proceder al curado respectivo.

El segundo nivel era exactamente igual al primer nivel, por lo que el proceso constructivo se repetía en forma análoga teniendo cuidado de instalar, antes de la colocación del concreto, los strain-gages respectivos en los lugares donde se deseaba contar con lecturas de deformación del acero longitudinal.

Hay que señalar que sólo se contaba con 1 juego completo de encofrados para un modelo; esto obligaba a alternar la colocación del encofrado entre los 2 modelos para asegurar un avance rápido de la construcción.

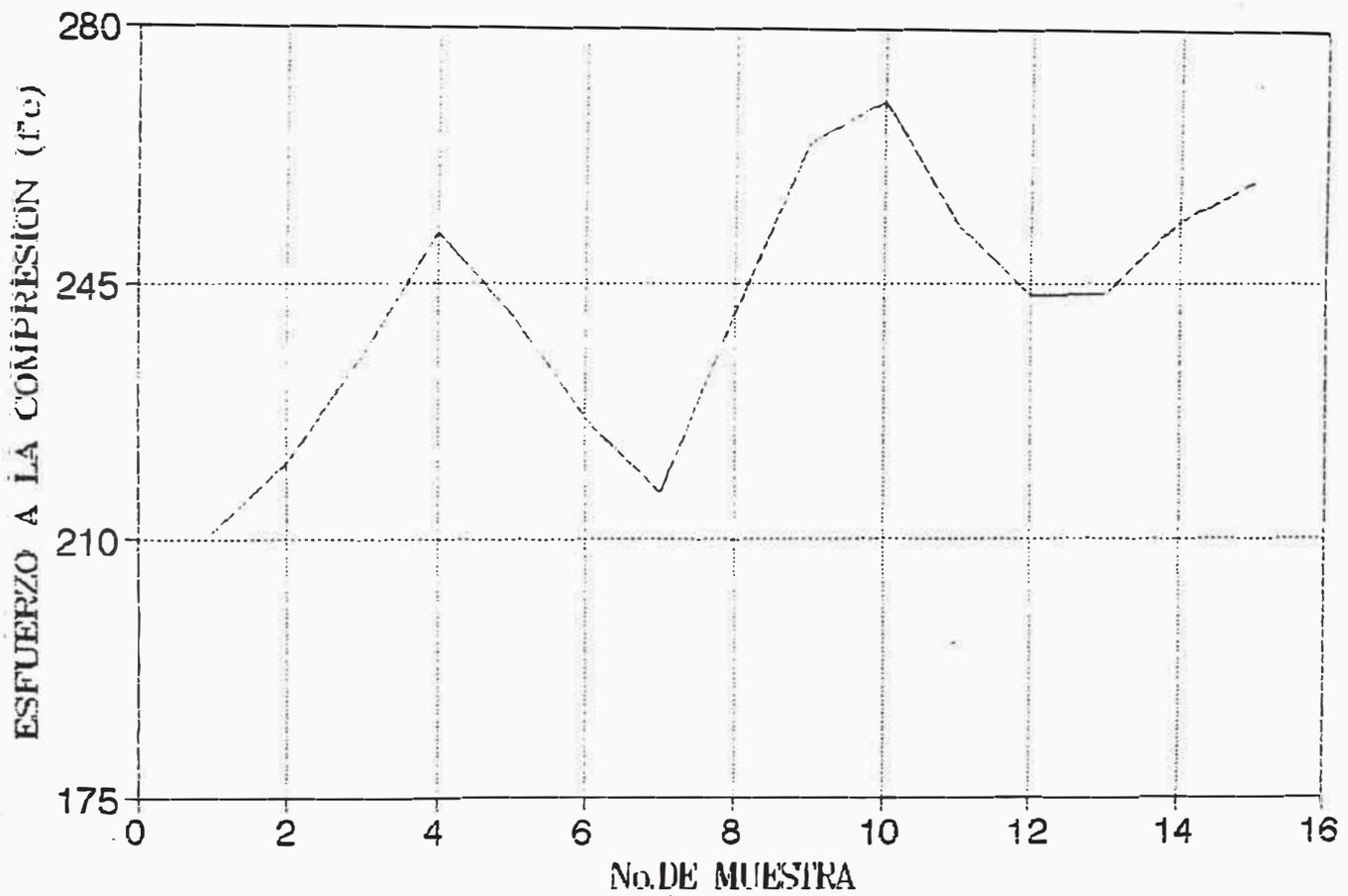
Asimismo, se debe subrayar que el personal obrero que realizó la construcción de los 2 modelos del CISMID, pertenece al Laboratorio de Estructuras de la PUCP; es así que, contando con la misma mano de obra tanto en la construcción de los 2 modelos del CISMID como para la construcción del modelo de la PUCP, se buscaba reducir el error producido por la variable "mano de obra".

Previo a la colocación del concreto, se hicieron medidas del revenimiento (slump), tratando de que este se encuentre siempre entre 3 y 4 pulgadas.

El error producido por la variable "materiales" fue asimismo reducido al mínimo porque se utilizaron, para las construcciones en ambos laboratorios, los mismos materiales procedentes de los mismos proveedores.

Y para llevar adelante una correcta supervisión de la obra, estuvieron presentes en todo instante 1 representante de la PUCP y 1 representante del CISMID.

GRAFICO 3.1  
PROMEDIOS DE 3 ENSAYOS CONSECUTIVOS



## CAPITULO IV

# ANALISIS INELASTICO DE LOS MODELOS

### 4.1 INTRODUCCION

Teniendo como base referencial el desarrollo de los capítulos anteriores, a continuación se procede a realizar un análisis teórico del modelo ya construido.

Con esto se pretende obtener información referente al comportamiento de la estructura tanto en el rango elástico como en el rango inelástico, evaluando, de esta manera, los parámetros más importantes de la estructura para ambos tipos de comportamiento.

Los resultados provenientes de este análisis harán posible, en lo que respecta a los capítulos posteriores, efectuar comparaciones cuantitativas con las respuestas experimentales de los modelos construidos. Asimismo, el control de los datos a suministrarse a las computadoras depende de los resultados teóricos previos con que se cuente.

#### 4.2 MATRIZ DE RIGIDEZ DE LA ESTRUCTURA

Para calcular la matriz de rigidez global de la estructura se usa el método de la rigidez directa. Esta matriz se ensambla mediante una adición ordenada y directa de las matrices de los elementos individuales, relacionando el número de grados de libertad de los nudos de cada elemento en forma individual con los grados de libertad de la estructura.

En una estructura irregular se acostumbra trabajar con una matriz de rigidez global que considere todos los giros y desplazamientos de los nudos. En cambio, en estructuras regulares es más razonable realizar una condensación estática que considere únicamente los desplazamientos horizontales de cada entrepiso, simplificando de esta manera la solución de la ecuación dinámica.

En el análisis estructural realizado en el Capítulo II ya se obtuvieron las expresiones numéricas para las matrices globales considerando todos los grados de libertad posibles y considerando tan sólo los desplazamientos horizontales a nivel de cada entrepiso. Así, la matriz de rigidez lateral de la estructura resultó ser :

$$K_L \left( \frac{kg}{cm} \right) = \begin{bmatrix} 10926.50 & -4560.94 \\ -4560.94 & 3620.36 \end{bmatrix}$$

#### 4.3 MATRIZ DE MASAS DE LA ESTRUCTURA

En el presente trabajo de investigación se adopta el concepto de masas concentradas a nivel de entrepiso debido a que es la mejor aproximación en lo concerniente a sistemas aporticados. Se ignoran los momentos de inercia y las fuerzas de inercia verticales en los nudos, considerando tan

sólo las fuerzas de inercia laterales correspondientes a cada entrepiso.

En el Capítulo II ya se calculó la matriz de masas, la cual ha adoptado la siguiente forma :

$$M \left( \frac{kg \times seg^2}{cm} \right) = \begin{bmatrix} 1.8581 & 0.0000 \\ 0.0000 & 1.6622 \end{bmatrix}$$

#### 4.4 MATRIZ DE AMORTIGUAMIENTO DE LA ESTRUCTURA

Todo sistema mecánico posee un mecanismo de disipación de energía. Esta capacidad de disipación de energía se denomina vagamente como "amortiguamiento" y es costumbre suponer que es del tipo viscoso debido a la simplicidad de este modelo matemático.

No existe un método exacto que permita determinar la capacidad del amortiguamiento basado en las características geométricas de la estructura y en las propiedades del material. Más aún, la capacidad de amortiguamiento no es un valor único, sino mas bien depende del nivel de excitación.

En el análisis dinámico generalmente se adopta el amortiguamiento tipo Rayleigh, que tiene la siguiente forma:

$$[C] = \alpha [K] + \beta [M] \quad (4.1)$$

; donde  $\alpha$  y  $\beta$  son constantes de proporcionalidad.

Se acostumbra asumir que la matriz de amortiguamiento es sólo proporcional a la matriz de rigidez ( $\beta = 0$ ), lo cual equivale a decir que la contribución de los modos altos de

vibración es menos significativa.

Otra forma de considerar la matriz de amortiguamiento es poniéndola en función de las formas de modo y las frecuencias naturales :

$$[C] = [M] [\Phi] [B] [\Phi]^T [M] \quad (4.2)$$

; donde :

[M] = matriz de masas.

[\Phi] = matriz de formas de modo normalizada.

[B] = matriz diagonal cuyo término i-ésimo es igual a  $2\zeta_i \omega_i$ .

Para efectos de aplicar este método se hace necesario asumir un coeficiente de amortiguamiento y calcular la matriz de formas de modo normalizada.

Se asumirá un coeficiente de amortiguamiento promedio del 5% para ambas formas de modo y la matriz de formas de modo normalizada se obtendrá haciendo uso del programa de cómputo CAL-86. Este programa de cómputo calcula la matriz de formas de modo normalizada.

El cálculo de la matriz de formas de modo normalizada se indica en el anexo 3. Asimismo, en el anexo 6 se enlista el pequeño programa que calcula la matriz de amortiguamiento, y finalmente, en el anexo 7 figura la matriz de amortiguamiento, matriz que adopta la siguiente expresión :

$$c \left( \frac{kg \times seg}{cm} \right) = \begin{bmatrix} 13.6060 & -4.0021 \\ -4.0021 & 6.7711 \end{bmatrix}$$

#### 4.5 FRECUENCIAS Y PERIODOS DE LA ESTRUCTURA

Habiéndose restringido los grados de libertad a tan sólo los 2 desplazamientos de entrepiso (condición de modelaje para el modelo cortante), la estructura tendrá tan sólo 2 frecuencias naturales.

En el ítem 2.3 se indican las frecuencias calculadas teóricamente usando el programa de cómputo CAL-86 (ver anexo 3). Estas frecuencias son :

$$f_1 = 4.62 \text{ Hz.}$$

$$f_2 = 13.52 \text{ Hz.}$$

; y los períodos respectivos son

$$T_1 = 0.22 \text{ segs.}$$

$$T_2 = 0.07 \text{ segs.}$$

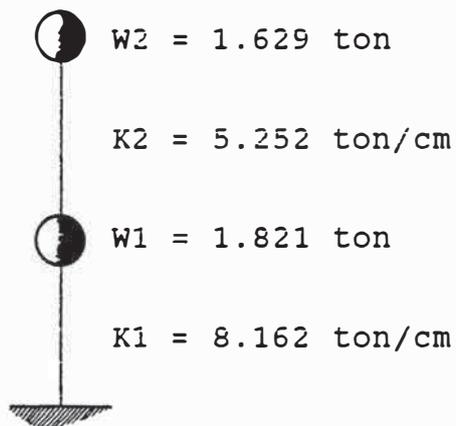
A continuación se calcularán las mismas frecuencias (y los períodos asociados a estas frecuencias) con otros métodos conocidos.

##### 4.5.1 METODO DE STODOLA

Este método simplificado permite calcular tan sólo la frecuencia fundamental de la estructura teniendo en cuenta un modelo de masas concentradas y rigideces elásticas.

Las masas concentradas corresponden a las masas reales del pórtico tridimensional (ver ítem 2.2.1) y las rigideces elásticas corresponden a las obtenidas siguiendo el procedimiento simplificado del Dr. Mutto (ver ítem 4.7.1).

El modelo usado para la aplicación de este método es el que se indica a continuación :



; aplicando el método se obtiene el siguiente valor de frecuencia :

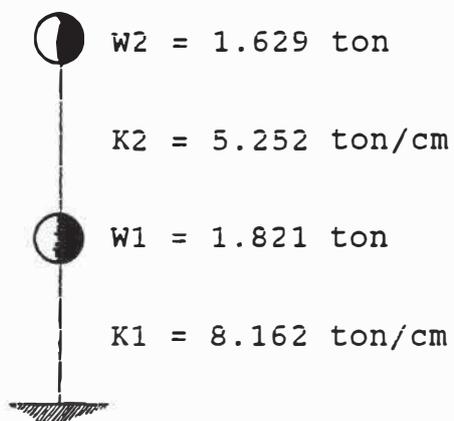
$$f_1 = 6.25 \text{ Hz.}$$

; asociado al siguiente período :

$$T_1 = 0.16 \text{ segs.}$$

#### 4.5.2 METODO DE HOLTZER

Este método plantea el mismo modelo usado en el método de Stodola, pero permite obtener todas las frecuencias naturales asociadas a los desplazamientos de entrepiso (modelo cortante). El modelo usado es el siguiente :



aplicando el método se obtienen los siguientes valores de frecuencia

$$f_1 = 6.25 \text{ Hz.}$$

$$f_2 = 14.29 \text{ Hz.}$$

asociados a los siguientes períodos

$$T_1 = 0.16 \text{ segs.}$$

$$T_2 = 0.07 \text{ segs.}$$

la curva a partir de la cual se obtuvieron ambos valores se indica en el gráfico 4.1.

#### 4.6 CALCULO DE LA CAPACIDAD ULTIMA DE LA ESTRUCTURA

La finalidad de esta sección es obtener los requerimientos de ductilidad y los desplazamientos últimos de entrepiso. Para este efecto, existen 2 métodos muy conocidos que son : método de la redistribución de momentos y método del trabajo virtual.

##### 4.6.1 CONSIDERACIONES GENERALES DE LA ESTRUCTURA

Se realizará el análisis para cada pórtico en forma independiente. Al momento, se cuenta con los siguientes datos:

$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4,200 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{vigas : } 20 \times 25 \text{ cm}$$

$$\text{columnas : } 20 \times 20 \text{ cm}$$

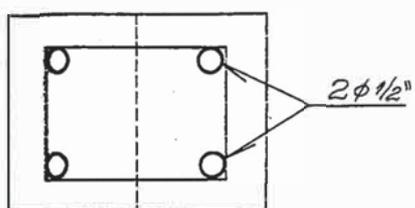
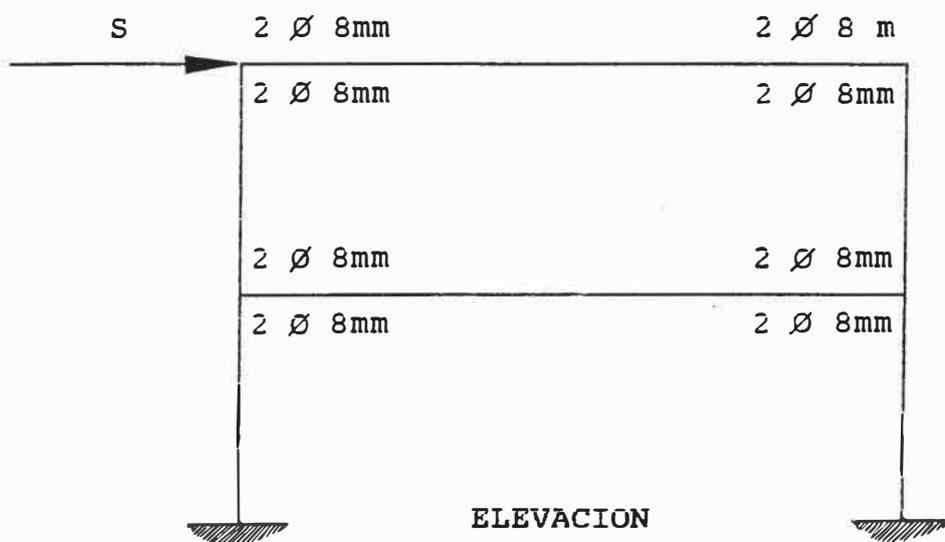
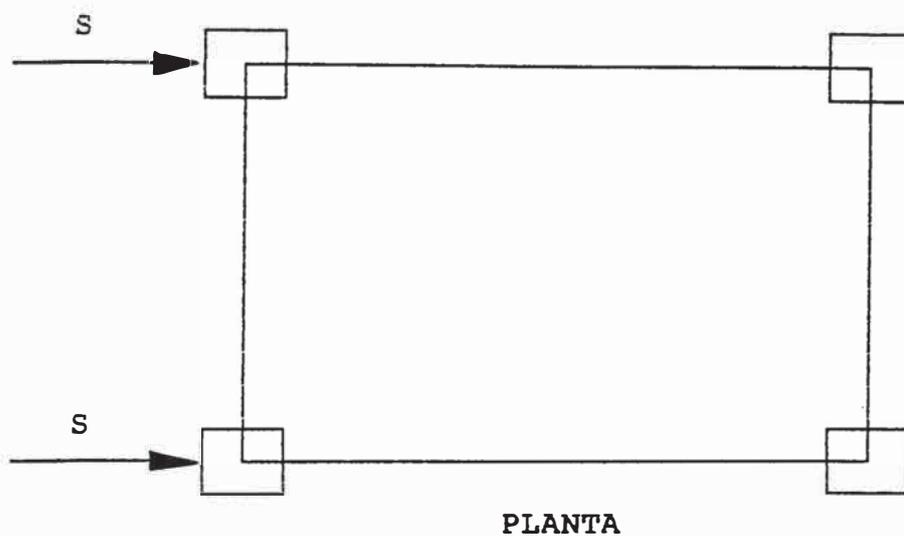
$$w_1 = 29.01 \text{ rad/seg ; } T_1 = 0.22 \text{ segs}$$

$$w_2 = 34.95 \text{ rad/seg ; } T_2 = 0.07 \text{ segs}$$

$$W_1 = 1,821 \text{ kg ; } W_2 = 1,629 \text{ kg}$$

$$FPM_1 = 1.7703 ; FPM_2 = 0.6115$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.33590 & 0.65219 \\ 0.68956 & -0.35514 \end{bmatrix}$$



Para las columnas, el área en tracción será :

$$a_t = 2 \text{ } \varnothing \text{ } 1/2''$$

$$a_t = 2 * 1.27 \text{ cm}^2$$

$$a_t = 2.54 \text{ cm}^2$$

La carga axial por sismo en las columnas estará dada por la siguiente expresión :

$$P_s = n \cdot \alpha \cdot \omega_o \cdot A_t$$

; donde :

$n$  = número de niveles por encima de la columna.

$\alpha$  = factor de amplificación según la ubicación de la columna.

$\omega_o$  = carga vertical por sismo.

$A_t$  = área tributaria de la columna.

; reemplazando valores adecuados :

$$P_s = n \times 1.10 \times 0.10 \frac{kg}{cm^2} \times 21025 \text{ cm}^2$$

$$P_s = 2313 \text{ kg} \times n$$

; luego, se elabora la siguiente tabla :

TABLA 4.1  
CARGAS AXIALES POR SISMO EN LAS COLUMNAS

Nivel	Ps (kg)
2	2,313
1	4,626

; si :  $P_s > 0.4 b D f'_c$  , se emplea la siguiente fórmula para el cálculo de los momentos de fluencia en las secciones críticas de columnas :

$$M_y = 0.8 a_c f_y D + 0.5 P_s D \left( 1 - \frac{P_s}{b D f'_c} \right)$$

; comprobando :

$$0.4 b D f'_c = 0.40 \times 20 \times 20 \times 210 = 33600 \text{ kg} > P_s$$

; en vista que se está cumpliendo la desigualdad, se utilizará la ecuación citada. Reemplazando valores adecuados :

$$M_y = 0.8 \times 2.54 \times 4200 \times 20 + 0.5 \times P_s \times 20 \left( 1 - \frac{P_s}{20 \times 20 \times 210} \right)$$

; simplificando :

$$M_y = 170688 + 10 P_s \left( 1 - \frac{P_s}{84000} \right)$$

; asimismo :

$$n = \frac{P_s}{b D f'_c}$$

; reemplazando valores adecuados y simplificando se obtiene:

$$n = \frac{P_s}{84000}$$

; y luego, a partir de estas 2 últimas expresiones, se elabora la tabla a continuación se indica :

TABLA 4.2  
MOMENTOS DE FLUENCIA EN COLUMNAS

Nivel	$M_y$	n
2	193,181	0.028
1	214,400	0.056

Para las vigas, el área en tracción será :

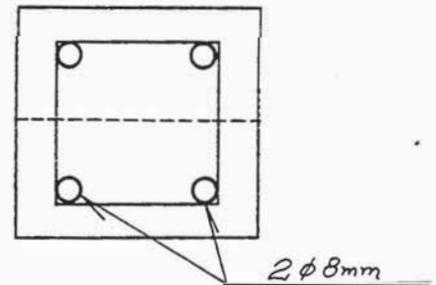
$$a_t = 2 \text{ } \varnothing \text{ } 8 \text{ mm.}$$

$$a_t = 2 * 0.50 \text{ cm}^2$$

$$a_t = 1.00 \text{ cm}^2$$

; y el peralte resulta ser :

$$d = 21.80 \text{ cm.}$$



; y el momento de fluencia se calculará haciendo uso de la siguiente fórmula :

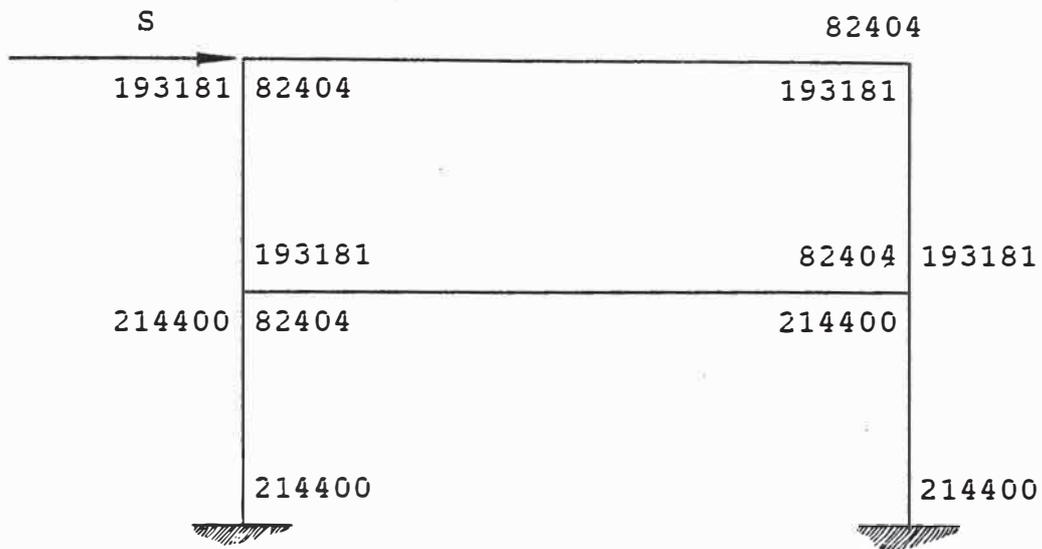
$$M_y = 0.9 a_t f_y d$$

; reemplazando valores adecuados :

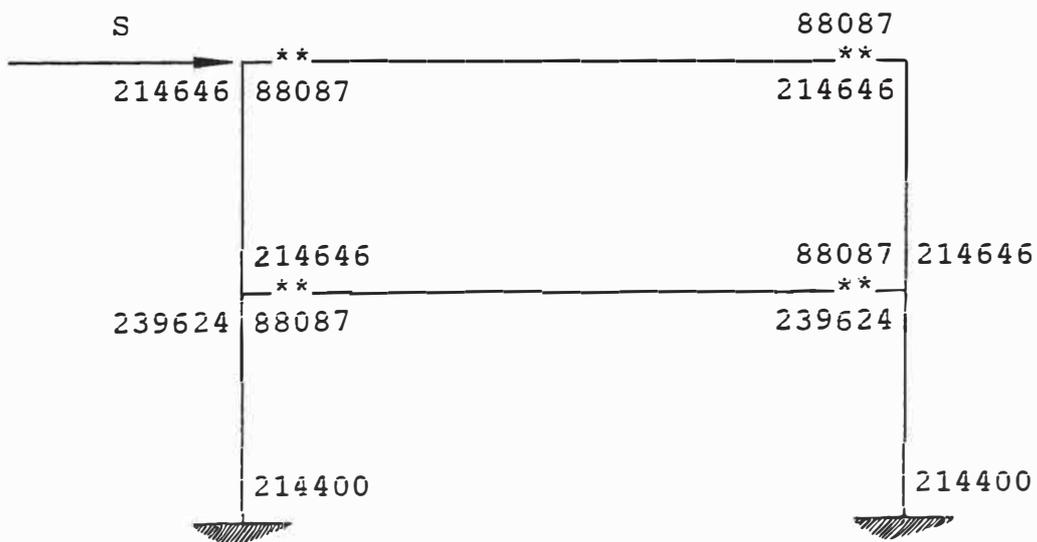
$$M_y = 0.9 \times 1.00 \times 4200 \times 21.80$$

$$M_y = 82404 \text{ kg-cm}$$

; los momentos de fluencia (en kg-cm) en la cara de los elementos serán:



A continuación se muestran los momentos nodales así como también se ilustra el mecanismo de formación de rótulas plásticas :



La Norma E-060, en su acápite 12.4.3, indica que, en cada uno de los nudos, la resistencia a la flexión de las columnas deberá ser mayor que la resistencia a la flexión de las vigas :

$$\sum M'_{yc} \geq 1.4 \sum M'_{yv}$$

; la tabla siguiente indica que se está cumpliendo con lo indicado :

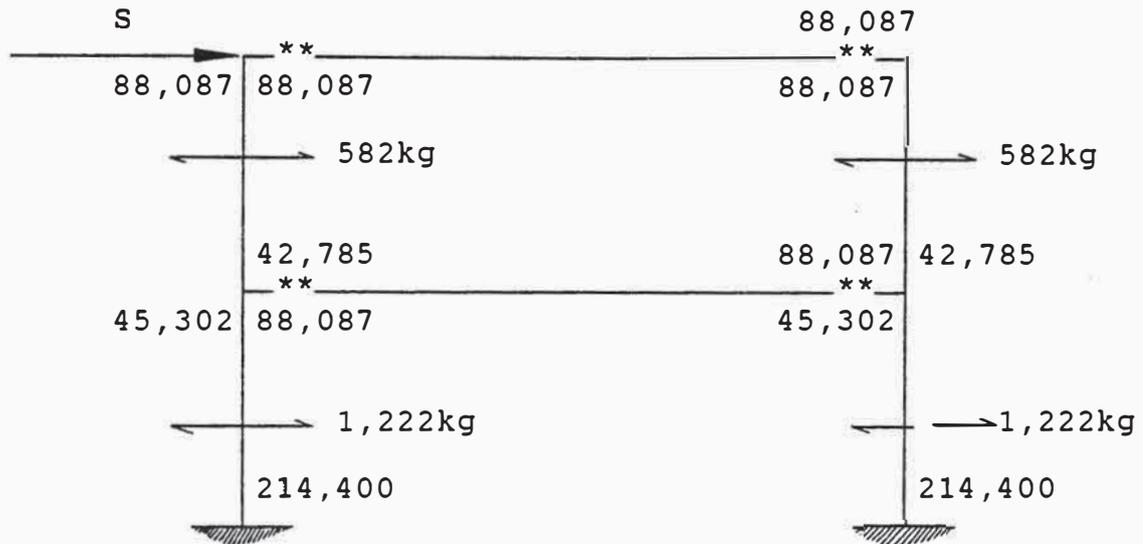
**TABLA 4.3**  
**MOMENTOS NODALES DE COLUMNAS Y VIGAS**

Nudo #	$\sum M_{yc}$	$\sum M_{yv}$	$\sum M_{yc} / \sum M_{yv}$
1	214,400	-	-
2	214,400	-	-
3	454,270	88,087	5.16
4	454,270	88,087	5.16
5	214,646	88,087	2.44
6	214,646	88,087	2.44

Tal como se puede apreciar, efectivamente la sumatoria de los momentos de fluencia de las columnas es mayor que la sumatoria de los momentos de fluencia de las vigas, para cada uno de los 6 nudos de la estructura.

#### 4.6.2 APLICACION DEL METODO DE REDISTRIBUCION DE MOMENTOS

Redistribuyendo los momentos se obtienen los siguientes cortantes de fluencia :



; para luego obtener los cortantes últimos de fluencia en cada nivel :

**TABLA 4.3**  
CORTANTES ULTIMOS DE FLUENCIA  
( Método de redistribución de momentos )

Nivel	Q (kg)	Cru	Qru (kg)
2	1,164	1.429	2,328
1	2,444	1.417	4,888

**NOTA :** El coeficiente sísmico último de piso se calcula con la siguiente expresión :

$$C_{ru} = \frac{Q_{ru}}{\sum_{j=1}^n W_j}$$

; donde :

$C_{ru}$  = coeficiente sísmico último de piso en el nivel  $r$ .

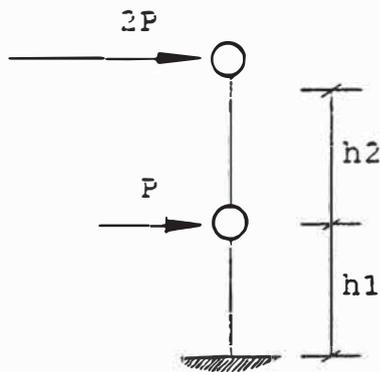
$Q_{ru}$  = cortante sísmico último en el nivel  $r$ .

$W_j$  = peso de la edificación en el nivel  $j$ .

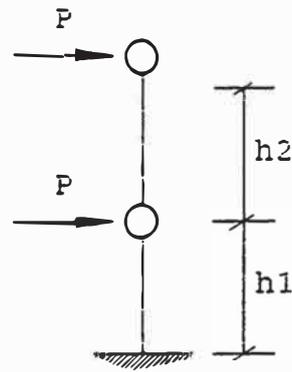
$n$  = número total de pisos de la edificación.

#### 4.6.3 APLICACION DEL METODO DE TRABAJOS VIRTUALES

Para aplicar este método es necesario asumir previamente una distribución de fuerzas sísmicas laterales. Es usual asumir una distribución "triangular inversa" o una distribución "uniforme".



DISTRIBUCION TRIANGULAR  
INVERSA



DISTRIBUCION UNIFORME

; para el caso de asumir la distribución "triangular inversa", se usará la siguiente expresión para el cálculo de  $P$  :

$$P = \frac{\sum_{\alpha=1}^m (M_y)_{\alpha}}{\sum_{r=1}^n r \left( \sum_{j=1}^r h_j \right)} \quad (4.3)$$

; y si se asume una distribución "uniforme", el valor de P se calculará con la siguiente expresión :

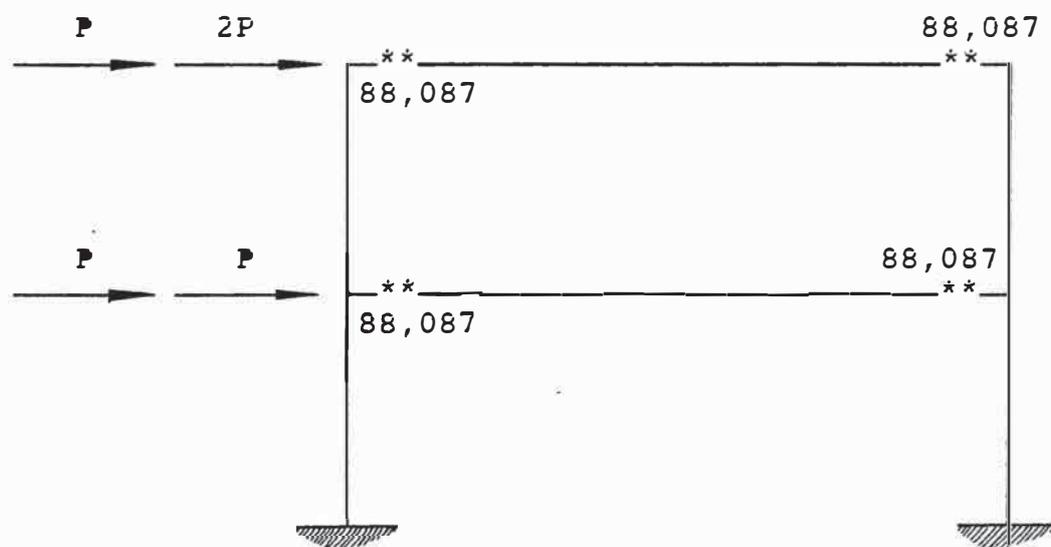
$$P = \frac{\sum_{\alpha=1}^m (M_p)_{\alpha}}{\sum_{r=1}^n (\sum_{j=1}^r h_j)} \quad (4.4)$$

; donde, para ambas expresiones, se tiene :

m = número total de rótulas plásticas en la estructura.

n = número de niveles de la estructura.

; luego :



; aplicando la fórmula 4.3 :

$$P = \frac{352348}{1087.50}$$

$$P = 324 \text{ kg}$$

; aplicando la fórmula 4.4 :

$$P = \frac{352348}{650}$$

$$P = 542 \text{ kg}$$

; es decir, se tendrán los siguientes cortantes :

TABLA 4.5  
CORTANTES ULTIMOS DE FLUENCIA  
( Método de trabajos virtuales - distribución  
triangular inversa )

Nivel	Q (kg)	Cru	Qru (kg)
2	648	0.796	1,296
1	972	0.563	1,944

TABLA 4.6  
CORTANTES ULTIMOS DE FLUENCIA  
( Método de trabajos virtuales - distribución  
uniforme )

Nivel	Q (kg)	Cru	Qru (kg)
2	542	0.665	1,084
1	1,084	0.628	2,168

#### 4.7 ANALISIS ESPECTRAL ELASTICO

Se considerará el espectro de diseño correspondiente a suelos firmes propuesto por SHIBATA & SOZEN (ver gráfico 4.12); donde, para un amortiguamiento del 2%, se tienen las siguientes expresiones para las pseudo-aceleraciones :

$$S_a = \begin{cases} 25T\ddot{X}_g & T < 0.15 \text{ seg} \\ 3.75\ddot{X}_g & 0.15 < T < 0.4 \text{ seg} \\ \frac{1.5\ddot{X}_g}{T} & T > 0.4 \text{ seg} \end{cases} \quad (4.5)$$

Posteriormente, estos valores se pasarán a otros valores de pseudo-aceleración pero teniendo en cuenta un amortiguamiento real del 10%. Para este efecto, se hará uso de la siguiente expresión :

$$\frac{S_a (b\%)}{S_a (2\%)} = \frac{8}{6 + 100b} \quad (4.6)$$

; las hipótesis básicas son :

$$\ddot{X}_g \text{ máx} = 400 \text{ gals}$$

$$b = 10\%$$

; para :  $T_1 = 0.22 \text{ segs.}$        $S_a (2\%) = 1,500 \text{ gals}$

; para :  $T_2 = 0.07 \text{ segs.}$        $S_a (2\%) = 700 \text{ gals}$

; despejando el valor de la pseudo-aceleración de la expresión 4.6 :

$$S_a(10\%) = \left[ \frac{8}{6 + 100b} \right] \times S_a(2\%)$$

; si  $b=10\%$  se tiene :

$$S_a(10\%) = \left[ \frac{8}{6 + 100 \times 0.10} \right] \times S_a(2\%)$$

$$S_a(10\%) = \frac{1}{2} \cdot S_a(2\%) \quad (4.7)$$

; reemplazando los valores correctos en la ecuación 4.7 :

; para :  $T_1 = 0.22$  segs.                       $S_a (10\%) = 750$  gals

; para :  $T_2 = 0.07$  segs.                       $S_a (10\%) = 350$  gals

; a partir de estos 2 últimos valores se elabora la siguiente tabla :

**TABLA 4.7**  
VALORES DE PSEUDO-ACELERACIONES Y PSEUDO-VELOCIDADES  
CON UN AMORTIGUAMIENTO DEL 10 %

Modo	T (segs)	S <sub>a</sub> (2%) (gals)	S <sub>a</sub> (10%) (gals)	S <sub>v</sub> (10%) (cm/seg)
1	0.22	1,500	750	26.26
2	0.07	700	350	4.12

#### 4.7.1 CALCULO DEL CORTANTE ELASTICO MAXIMO (QRD)

A continuación se obtienen los cortantes elásticos máximos :

**TABLA 4.8**  
CORTANTES ELASTICOS MAXIMOS (QRD)  
CON UN AMORTIGUAMIENTO DEL 10%

Nivel	Modo 1		Modo 2		QRD (kg) $\sqrt{[\Sigma]^2}$
	S <sub>v1</sub> (cm/seg)	QR1 (kg)	S <sub>v2</sub> (cm/seg)	QR2 (kg)	
2	26.26	1,545	4.12	-128	1,550
1	26.26	2,386	4.12	135	2,390

**NOTA :**

Los valores de  $Q_{RD}$  se obtienen a partir de la siguiente expresión :

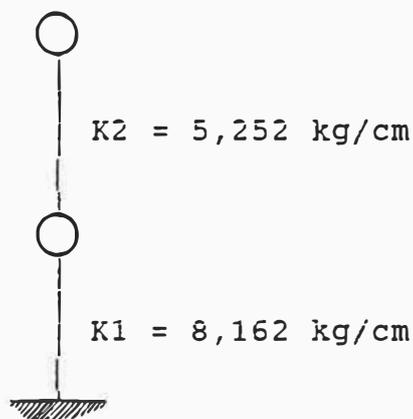
$$Q_{\alpha}^i = FPM_1 \cdot \omega_1 \cdot Sv_1 \cdot \sum_{\beta=\alpha}^n [m_{\beta} \cdot \Phi_{\beta}^i]$$

; donde :

$i$  = número de forma de modo.

$\alpha$  = nivel de la edificación.

Aplicando el Método simplificado del Dr. Mutto se obtiene, para toda la estructura (considerando los 2 pórticos), la siguiente distribución de rigideces :



Para evaluar los requerimientos de ductilidad se compararán los valores obtenidos según los criterios de igualdad de desplazamientos e igualdad de energía.

Ante todo se define el factor de reducción por ductilidad así :

$$R_D = \frac{Q_{RD}}{Q_{RU}} \quad (4.8)$$

; donde :

$R_D$  = factor de reducción por ductilidad.

$Q_{RD}$  = cortante elástico máximo.

$Q_{RU}$  = cortante último o cortante de fluencia.

Según el criterio de igualdad de desplazamientos se tiene que el requerimiento de ductilidad ( $u_1$ ) se define del modo siguiente :

$$u_{r1} = \frac{Q_{RD}}{Q_{RC}}$$

; y según el criterio de igualdad de energía se tiene que el requerimiento de ductilidad ( $u_{r2}$ ) se expresa de la manera siguiente :

$$u_{r2} = \frac{\left[\frac{Q_{RD}}{Q_{RC}}\right]^2 + 1}{2}$$

; asimismo, se sabe que el desplazamiento de fluencia se calcula a partir de la siguiente expresión :

$$\delta_y = \frac{Q_{RU}}{K}$$

; para luego obtener el desplazamiento inelástico máximo :

$$\delta_u = u_r \cdot \delta_y$$

En el gráfico 4.2 se indica la ubicación de los mencionados puntos en los modelos elástico y elasto-plástico.

#### 4.7.2 CALCULO DE LOS REQUERIMIENTOS DE DUCTILIDAD

A continuación se indican los requerimientos de ductilidad y los desplazamientos últimos considerando los resultados del análisis modal con el criterio de la media cuadrática (análisis espectral elástico) :

**TABLA 4.9**  
**REQUERIMIENTOS DE DUCTILIDAD USANDO EL METODO**  
**DE REDISTRIBUCION DE MOMENTOS**

Nivel	QRU (kg)	QRD (kg)	$\delta y$ (cm)	ur		$\delta u$ (cm)	
				ur1	ur2	$\delta u1$	$\delta u2$
2	2,328	1,550	0.44	0.67	0.72	0.29	0.32
1	4,888	2,390	0.60	0.49	0.62	0.29	0.37

**TABLA 4.10**  
**REQUERIMIENTOS DE DUCTILIDAD USANDO EL METODO**  
**DE TRABAJOS VIRTUALES ( DISTRIBUCION TRIANGULAR INVERSA )**

Nivel	QRU (kg)	QRD (kg)	$\delta y$ (cm)	ur		$\delta u$ (cm)	
				ur1	ur2	$\delta u1$	$\delta u2$
2	1,296	1,550	0.25	1.20	1.22	0.30	0.31
1	1,944	2,390	0.24	1.23	1.26	0.30	0.30

**TABLA 4.11**  
**REQUERIMIENTOS DE DUCTILIDAD USANDO EL METODO**  
**DE TRABAJOS VIRTUALES ( DISTRIBUCION UNIFORME )**

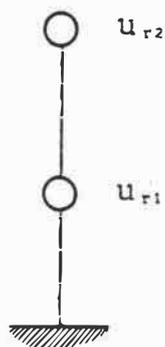
Nivel	QRU (kg)	QRD (kg)	$\delta y$ (cm)	ur		$\delta u$ (cm)	
				ur1	ur2	$\delta u1$	$\delta u2$
2	1,084	1,550	0.21	1.43	1.52	0.30	0.32
1	2,168	2,390	0.27	1.10	1.11	0.30	0.30

En la tabla 4.9 se aprecia que los desplazamientos últimos son menores que los desplazamientos de fluencia. Esta situación se considera un absurdo y se debe a que la distribución de fuerzas laterales según el Método de Redistribución de Momentos no es satisfactoria.

Comparando las tablas 4.10 y 4.11, se aprecia que los requerimientos de ductilidad para el 2do. nivel son mayores asumiendo una distribución uniforme de fuerzas laterales; sin embargo para el 1er. nivel los requerimientos de ductilidad son mayores asumiendo una distribución triangular inversa. Tomando los requerimientos de ductilidad más críticos se obtienen los siguientes valores promedios :

$$\mu_{r2} = 1.48$$

$$\mu_{r1} = 1.25$$



#### 4.8 SECUENCIA DE FORMACION DE ROTULAS PLASTICAS

El colapso de una estructura depende de la secuencia de formación de rótulas plásticas en las secciones críticas de los elementos resistentes. Esta secuencia manifiesta el requerimiento de ductilidad de cada elemento, lo cual es ya una buena aproximación para determinar con facilidad el requerimiento de ductilidad de toda la estructura.

Asimismo, esta secuencia de formación de rótulas plásticas está asociada con los desplazamientos de fluencia de cada entrepiso. Esto permite calcular el requerimiento de ductilidad de cada entrepiso.

Para obtener la secuencia de formación de rótulas plásticas en la estructura se carga a esta con todas las cargas permanentes (D) y luego se aplican las fuerzas laterales.

Estas se incrementan gradualmente, y en el instante en que se detecta la formación de una rótula plástica, se calculan los desplazamientos respectivos asociados a las fuerzas laterales actuantes.

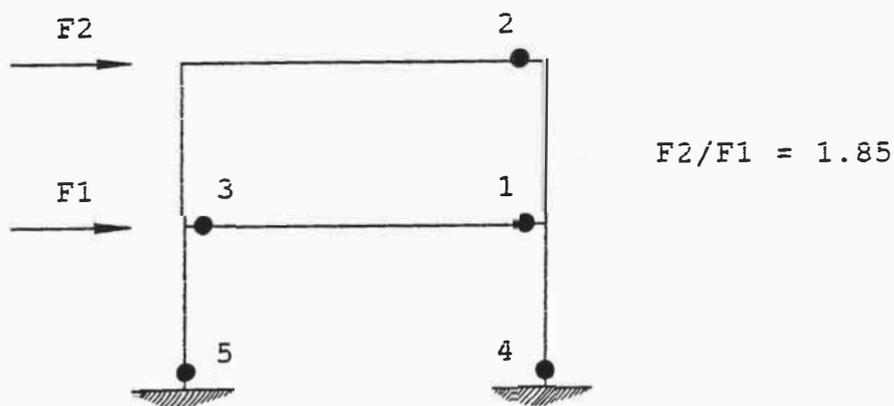
Las fuerzas laterales aplicadas mantienen en todo instante la siguiente relación :

$$\frac{F_2}{F_1} = 1.85$$

Para efectuar todos los cálculos se hace uso del programa de cómputo SAP-80.

Los momentos de fluencia teóricos de las secciones críticas de vigas y columnas son los obtenidos al calcular la capacidad última de la estructura (ver ítem 4.6.1).

La secuencia de formación de rótulas plásticas que se obtiene es :



Los cortantes y desplazamientos asociados a la formación de cada rótula se indican en las tablas 4.12 y 4.13

**TABLA 4.12**  
**SECUENCIA DE FORMACION DE ROTULAS PLASTICAS**  
**CORTANTES Y FUERZAS LATERALES**

Rótula #	F1 (kg)	F2 (kg)	Q1 (kg)	Q2 (kg)
1	208	385	593	385
2	304	562	866	562
3	578	1,069	1,647	1,069
4	765	1,415	2,180	1,415
5	770	1,425	2,195	1,425

**TABLA 4.13**  
**SECUENCIA DE FORMACION DE ROTULAS PLASTICAS**  
**DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS DE ENTREPISO**

Rótula #	$\delta_1$ (mm)	$\delta_2$ (mm)	$\delta_1/h_1$	$\delta_2/h_2$
1	1.24	1.32	1/1,714	1/1,610
2	2.49	2.72	1/853	1/781
3	6.61	10.08	1/321	1/211
4	10.57	16.90	1/201	1/126
5	10.75	17.13	1/198	1/124

Tal como se aprecia en la tabla 4.13, las distorsiones últimas son de 1/198 y 1/124 para el primer y segundo entrepiso, respectivamente. Estos valores teóricos son inferiores a los valores últimos especificados por el RNC-77, que fluctúan entre 1/100 y 1/67.

#### 4.9 CALCULO DEL REQUERIMIENTO DE DUCTILIDAD

El requerimiento de ductilidad por desplazamiento de cada entrepiso se calculará con los desplazamientos relativos asociados al instante de formación de la 5ta. y 1era. rótula:

$$\mu_{r1} = \frac{10.75}{1.24} = 8.67$$

$$\mu_{r2} = \frac{17.13}{1.32} = 12.98$$

El programa de cómputo utilizado (SAP-80) no considera la degradación de rigidez que realmente existe en el modelo; por lo tanto, el incremento del cortante es lineal partiendo desde cero y manteniendo una pendiente uniforme; esto obliga a plantear un modelo elástico (ver gráfico 4.2).

El factor de ductilidad se define del modo siguiente :

$$R_D = \frac{Q_{RD}}{Q_U}$$

; por otro lado, la ductilidad por desplazamiento se define del siguiente modo :

$$\mu_R = \frac{\delta_e}{\delta_y}$$

; Y, por relaciones de semejanza (ver gráfico 4.2), se demuestra que :

$$\mu_R = \frac{Q_{RD}}{Q_U}$$

; luego :

$$\mu_R = R_D$$

; es decir :

$$R_{D1} = 8.67$$

$$R_{D2} = 12.98$$

Estos valores están por encima del valor usado para el diseño ( $R_D = 4$ ).

#### **4.10 CURVAS CORTANTE VERSUS DESPLAZAMIENTO**

Las curvas cortante versus desplazamiento relativo de entrepiso, obtenidas para los instantes en que se forman las rótulas plásticas, se aprecian en los gráficos 4.3, 4.4 y 4.5.

Asimismo, los gráficos 4.6 y 4.7 ilustran las distorsiones de entrepiso asociadas a la secuencia de formación de rótulas plásticas.

#### **4.11 DEGRADACION DE RIGIDEZ (DIAGRAMA BILINEAL)**

Teniendo como datos el instante en que se inician la 1era. y la 5ta. rótula plástica, se elaboran los diagramas bilineales que permiten calcular la degradación de rigidez entre los tramos elástico e inelástico.

Este efecto de la disminución de rigidez se aprecia en los gráficos 4.8 y 4.9.

En los gráficos mencionados se aprecia que la degradación de rigidez es apreciable tal como se indica en la tabla siguiente :

**TABLA 4.14**  
**DEGRADACION DE RIGIDEZ SEGUN EL DIAGRAMA BILINEAL**

Entrepiso #	K1 (ton/cm)	K2 (ton/cm)	K2/K1
1	4.78	1.68	0.35
2	2.92	0.66	0.23

A modo de comprobación se aprecia que la rigidez inicial en el tramo elástico obtenida según el gráfico bilineal para cada entrepiso, es muy similar a la obtenida usando el método del Dr. Mutto (ver ítem 4.7.1). Para apreciar este efecto ver a continuación la tabla 4.15 :

**TABLA 4.15**  
**COMPARACION EN EL CALCULO DE LA RIGIDEZ ELASTICA**

	Usando el método del Dr. Mutto	Usando el SAP-80		Error (%)
		Por pórtico	Total	
K1	8.16	4.78	9.56	14.65
K2	5.25	2.92	5.84	10.10

**NOTA :**

Las unidades de rigidez están en ton/cm y el error ha sido calculado con respecto al valor obtenido según el SAP-80.

#### 4.12 DIAGRAMA ELASTO-PLASTICO

De los gráficos 4.3 y 4.4 se sabe que el área comprendida entre la curva y el eje de las abscisas representa la energía liberada por el sistema hasta antes del colapso.

Esta energía debe igualarse a la energía contenida bajo el diagrama elasto-plástico (gráfico 4.2) para luego calcular el desplazamiento inelástico (relativo) último de entrepiso ( $\delta u$ ). A continuación se indican los cálculos para cada entrepiso :

##### ENTREPISO No. 1

- ; del gráfico 4.3 : área = 14,427.53 kg-mm
- ; del gráfico 4.8 :  $Q_y = 593$  kg
- ; de la tabla 4.15 (Mutto) :  $K_o = 8,160/2 = 4,080$  kg/cm
- ; luego :  $\delta y = Q_y/K_o = 593/4,080 = 0.145$  cm = 1.45 mm
- ; el área bajo el diagrama elasto-plástico indicado en el gráfico 4.2 será :  $1/2 * 593 * 1.45 + 593 * (\delta u - 1.45)$
- ; igualando áreas y resolviendo :  $\delta u = 25.05$  mm

##### ENTREPISO No. 2

- ; del gráfico 4.4 : área = 15,716.12 kg-mm
- ; del gráfico 4.9 :  $Q_y = 385$  kg
- ; de la tabla 4.15 (Mutto) :  $K_o = 5,250/2 = 2,625$  kg/cm
- ; luego :  $\delta y = Q_y/K_o = 385/2,625 = 0.147$  cm = 1.47 mm
- ; el área bajo el diagrama elasto-plástico mostrado en el gráfico 4.2 será :  $1/2 * 385 * 1.47 + 385 * (\delta u - 1.47)$
- ; igualando áreas y resolviendo :  $\delta u = 41.56$  mm

Con estos valores ya se puede dibujar el diagrama elasto-plástico indicado en el gráfico 4.2.

Los resultados se aprecian en los gráficos 4.10 y 4.11.

GRAFICO 4.1  
METODO DE HOLTZER

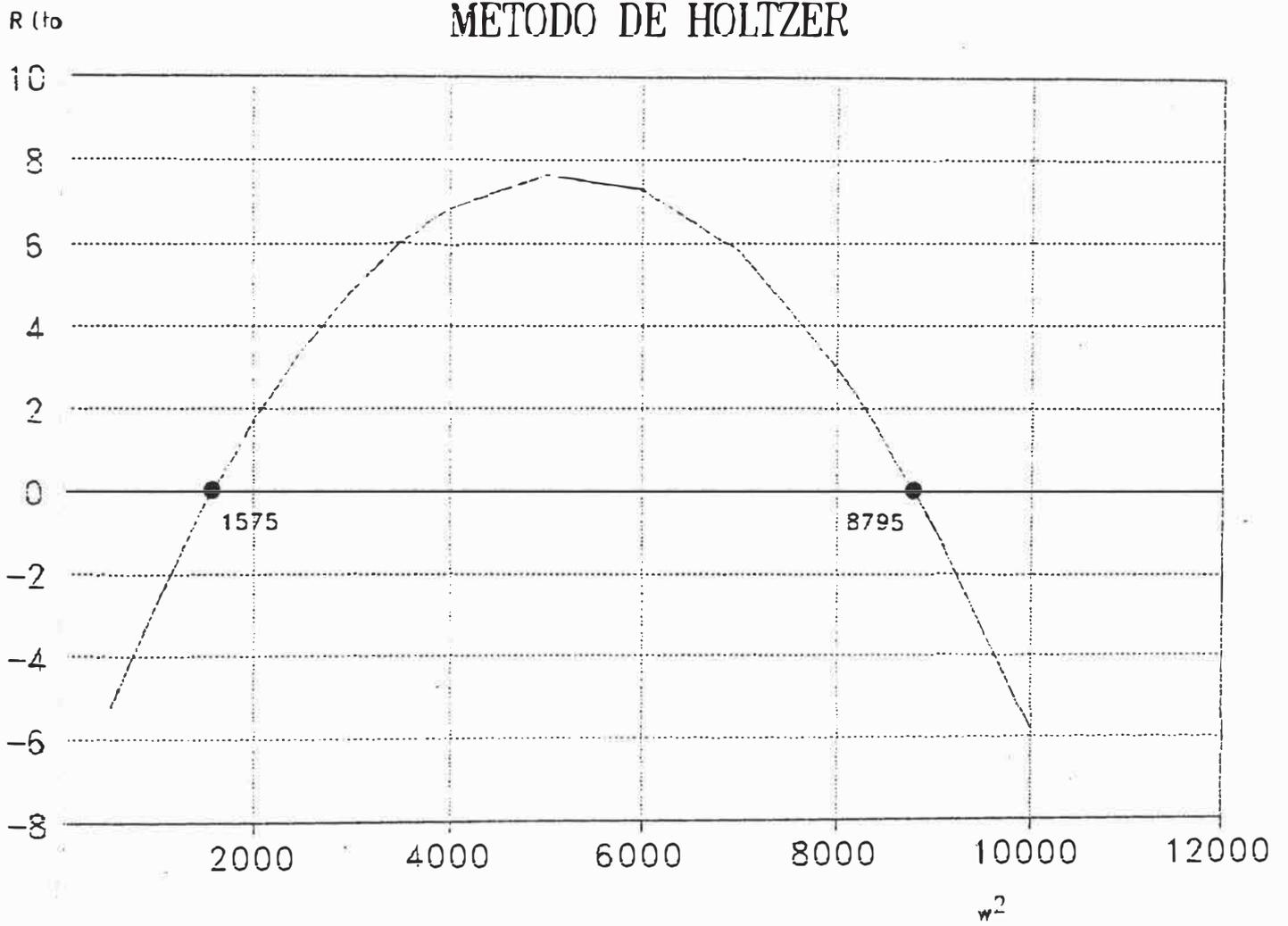


GRAFICO 4.2  
MODELOS ELASTICO Y ELASTO-PLASTICO

CARGA (Q)

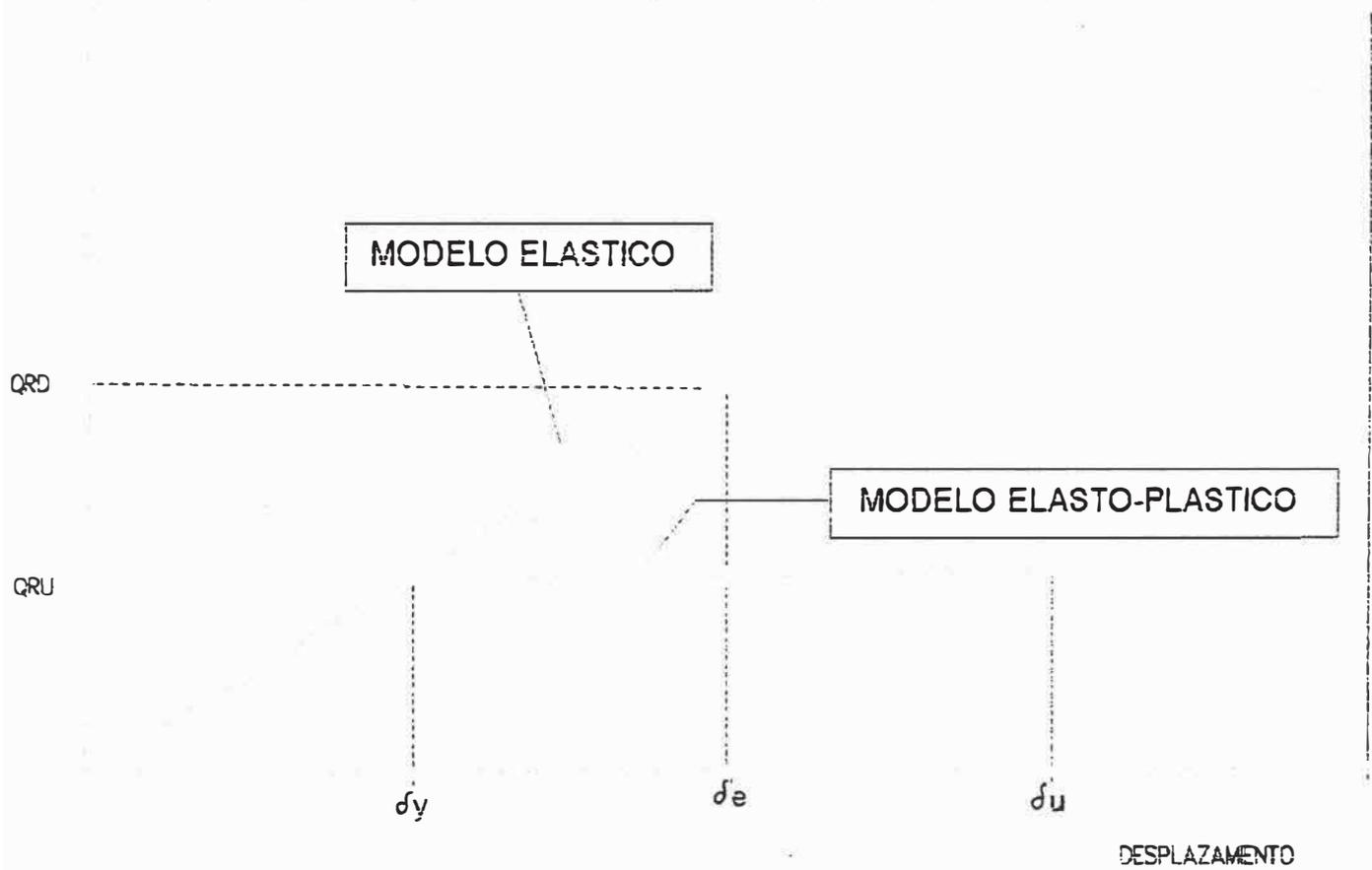


GRAFICO 4.3  
CORTANTE VS. DESPLAZAMIENTO RELATIVO

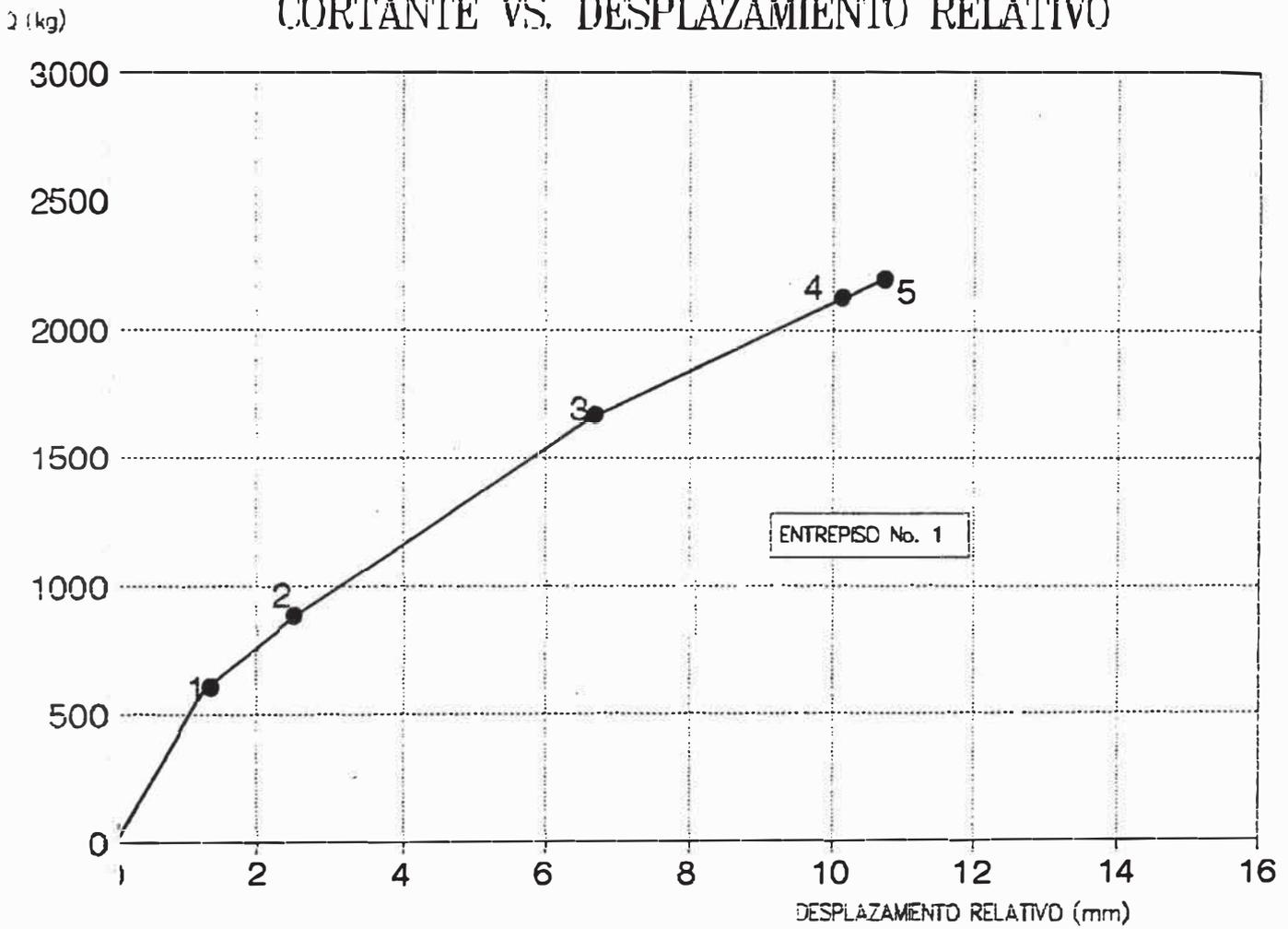


GRAFICO 4.4  
CORTANTE VS. DESPLAZAMIENTO RELATIVO

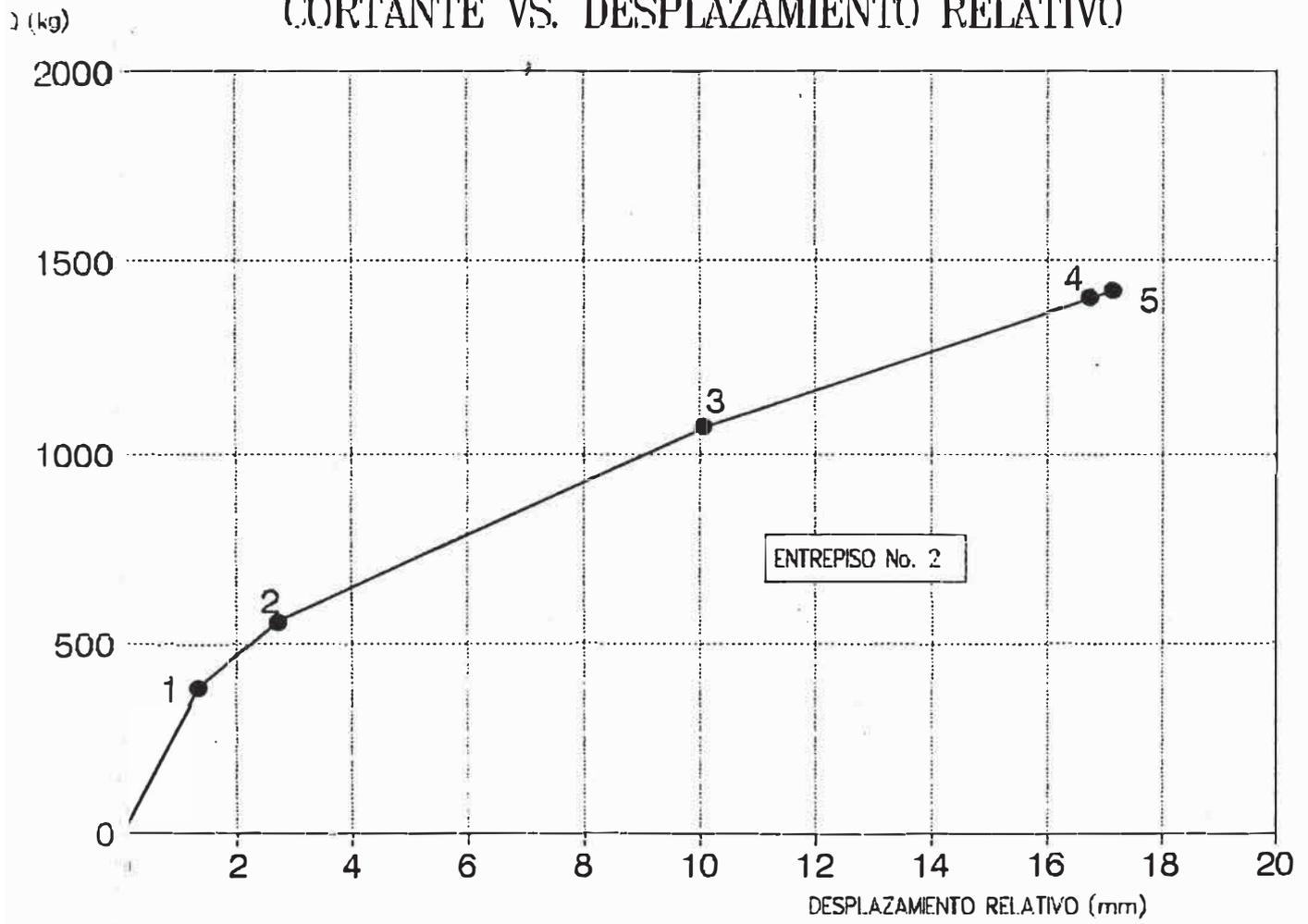


GRAFICO 4.5  
CORTANTE VS. DESPLAZAMIENTO RELATIVO

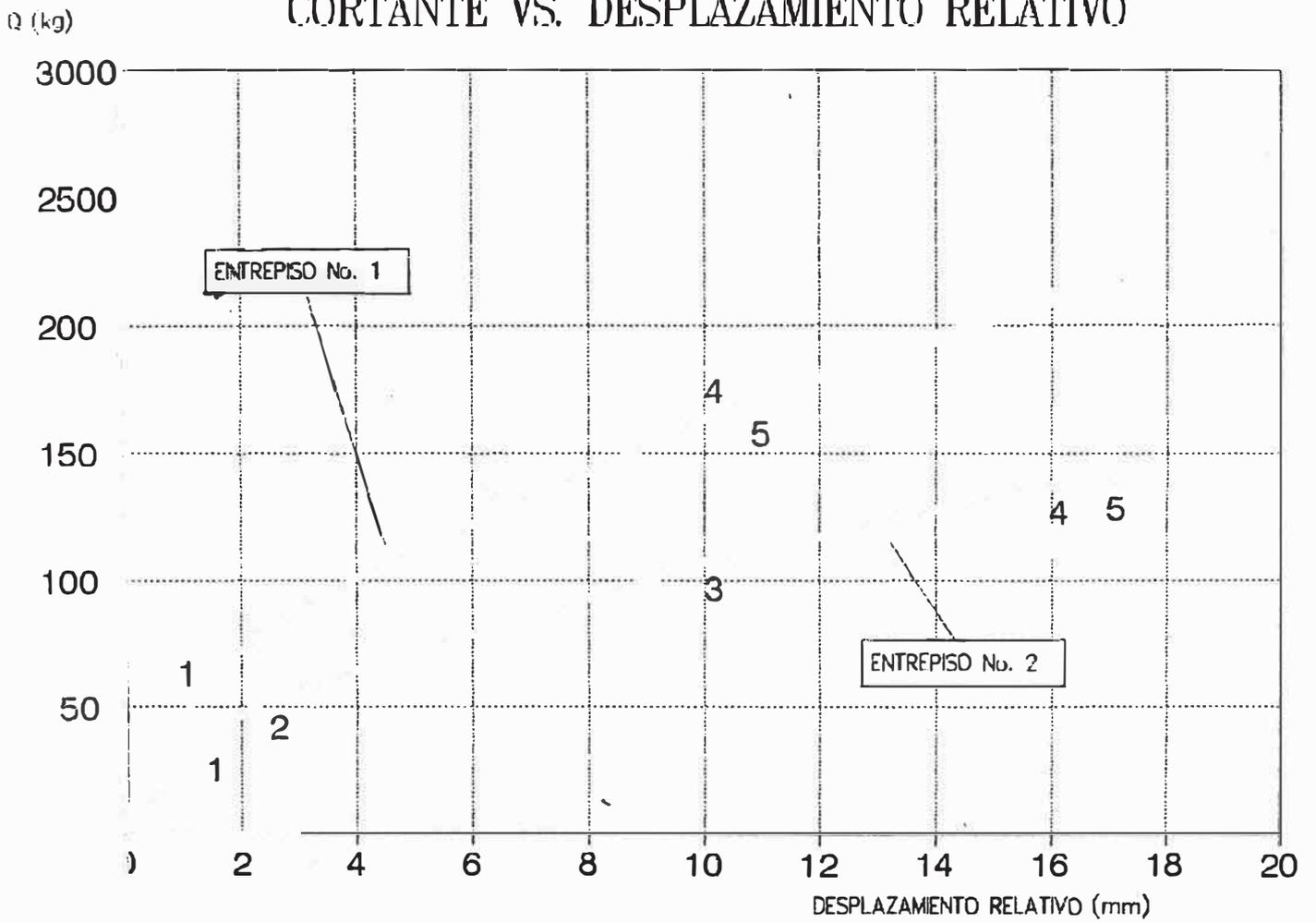


GRAFICO 4.6  
CORTANTE VS. DISTORSION DE ENTREPISO

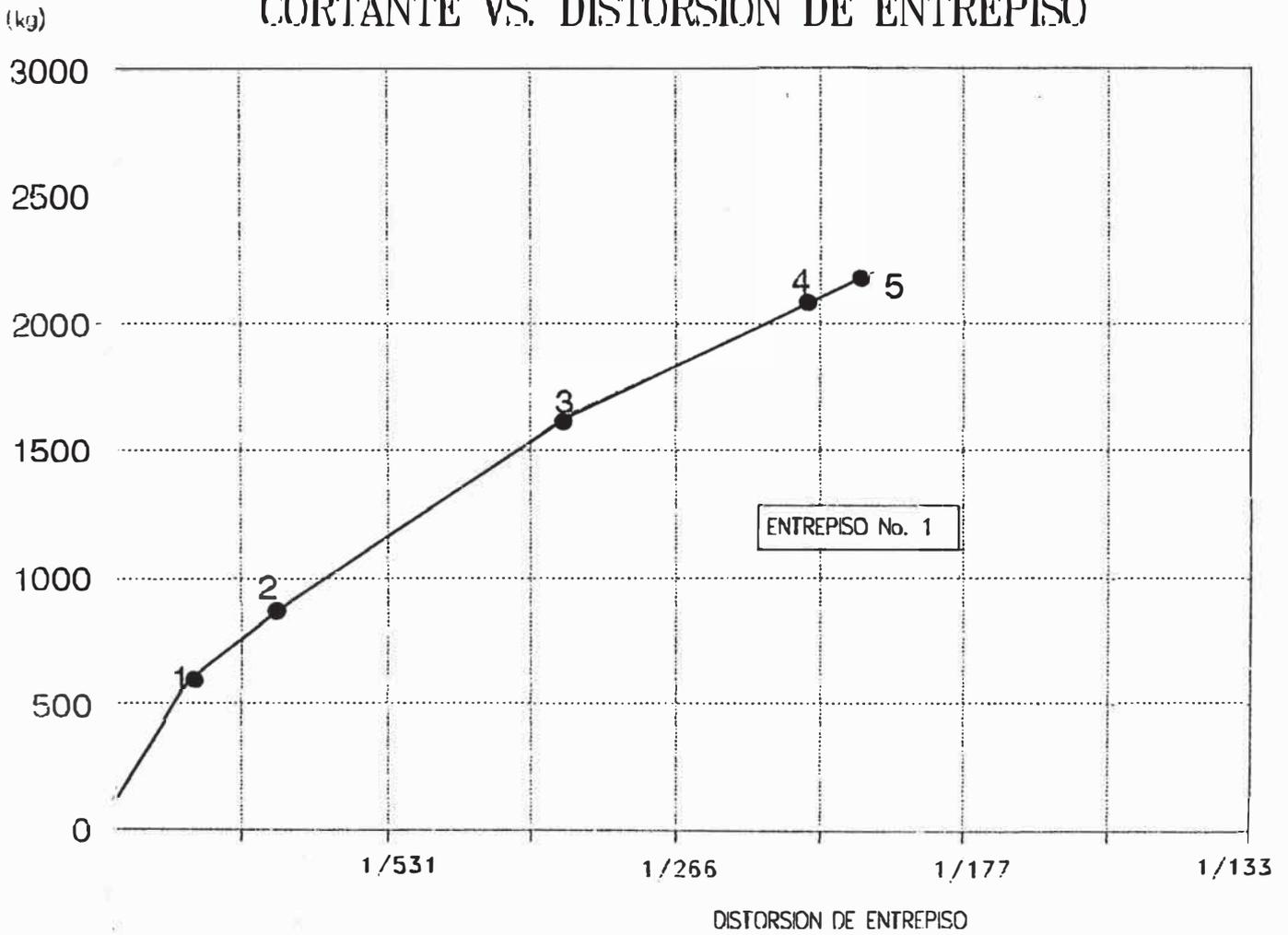


GRAFICO 4.7  
CORTANTE VS. DISTORSION DE ENTREPISO

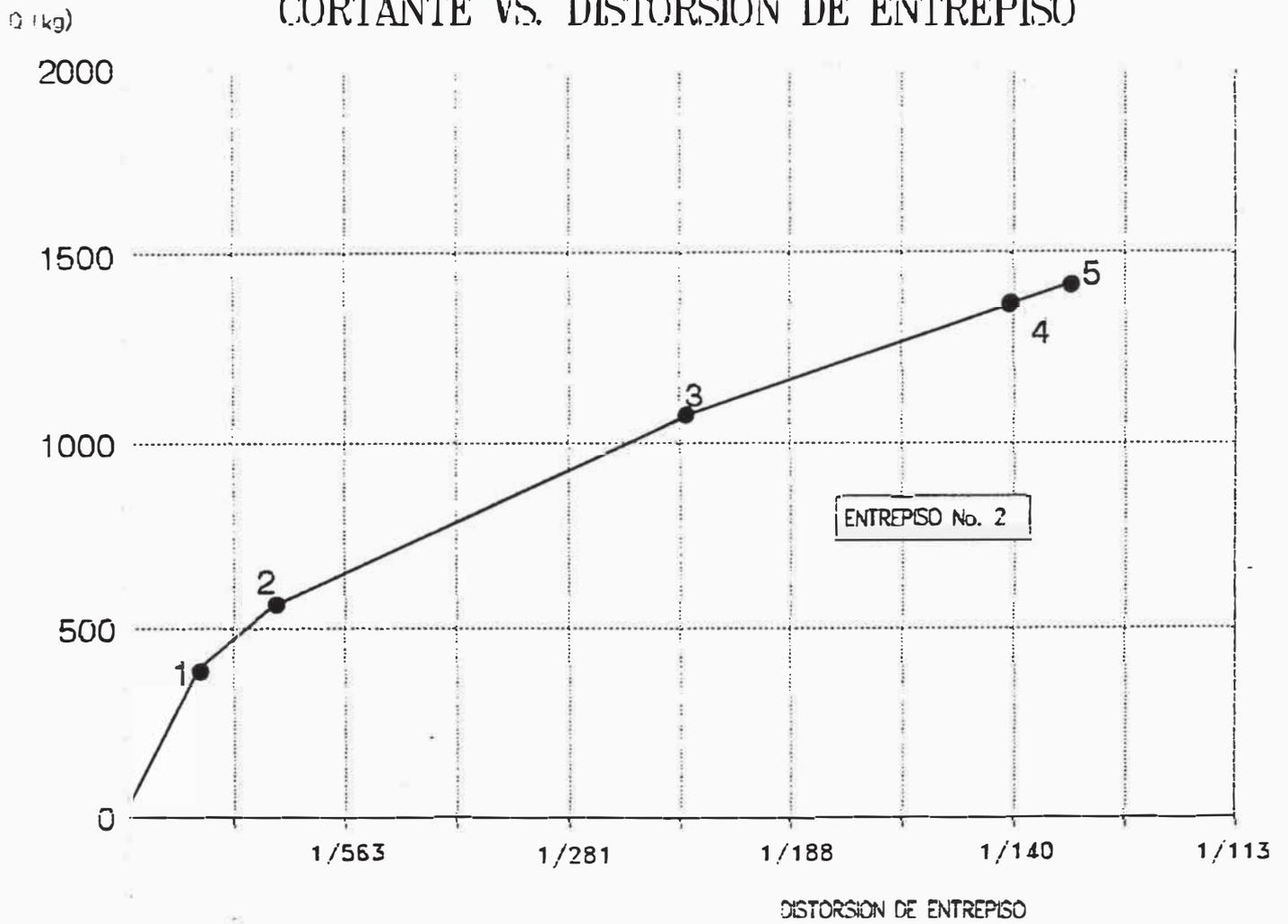


GRAFICO 4.8  
DIAGRAMA BILINEAL - 1er. ENTREPISO

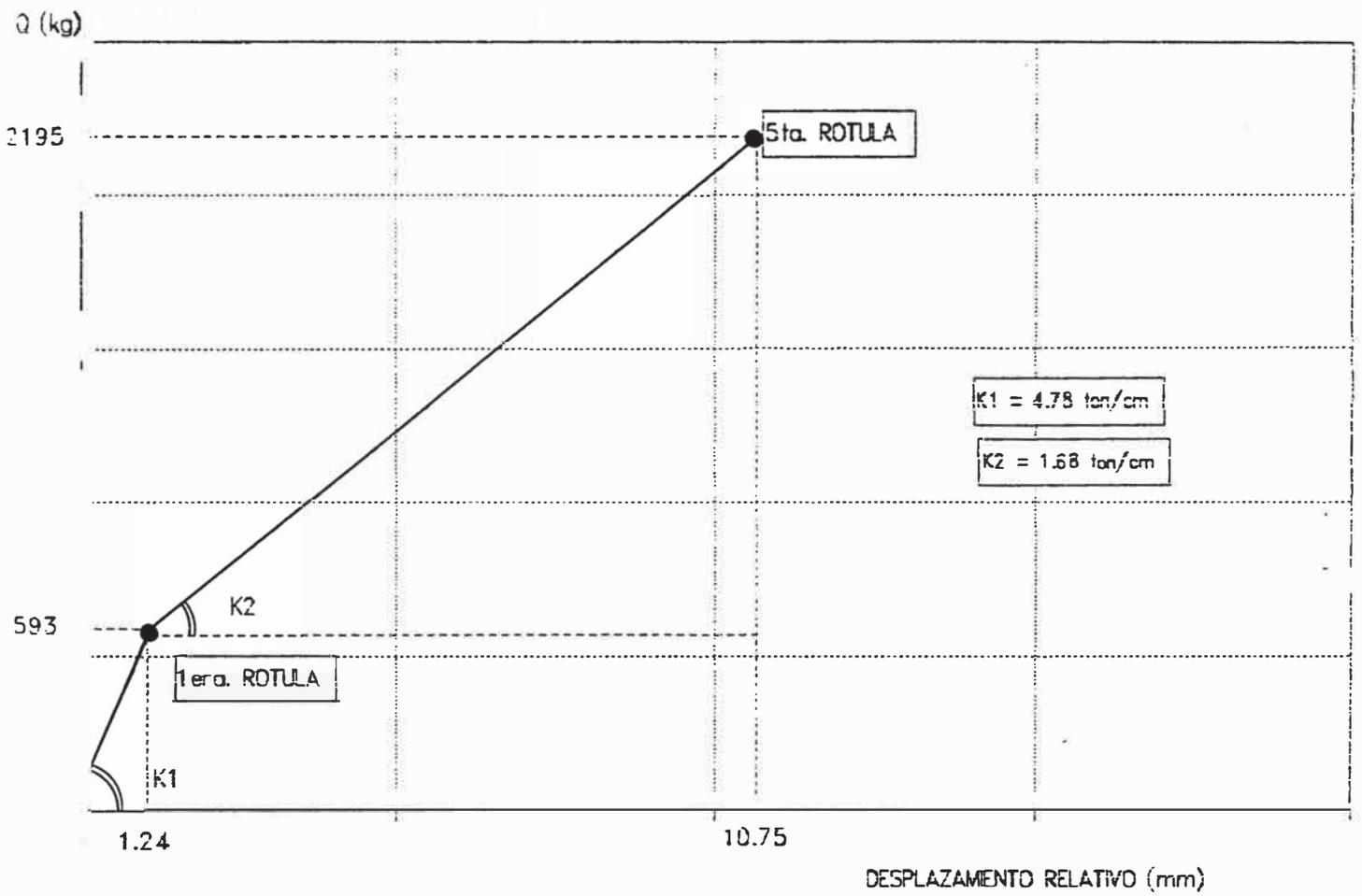
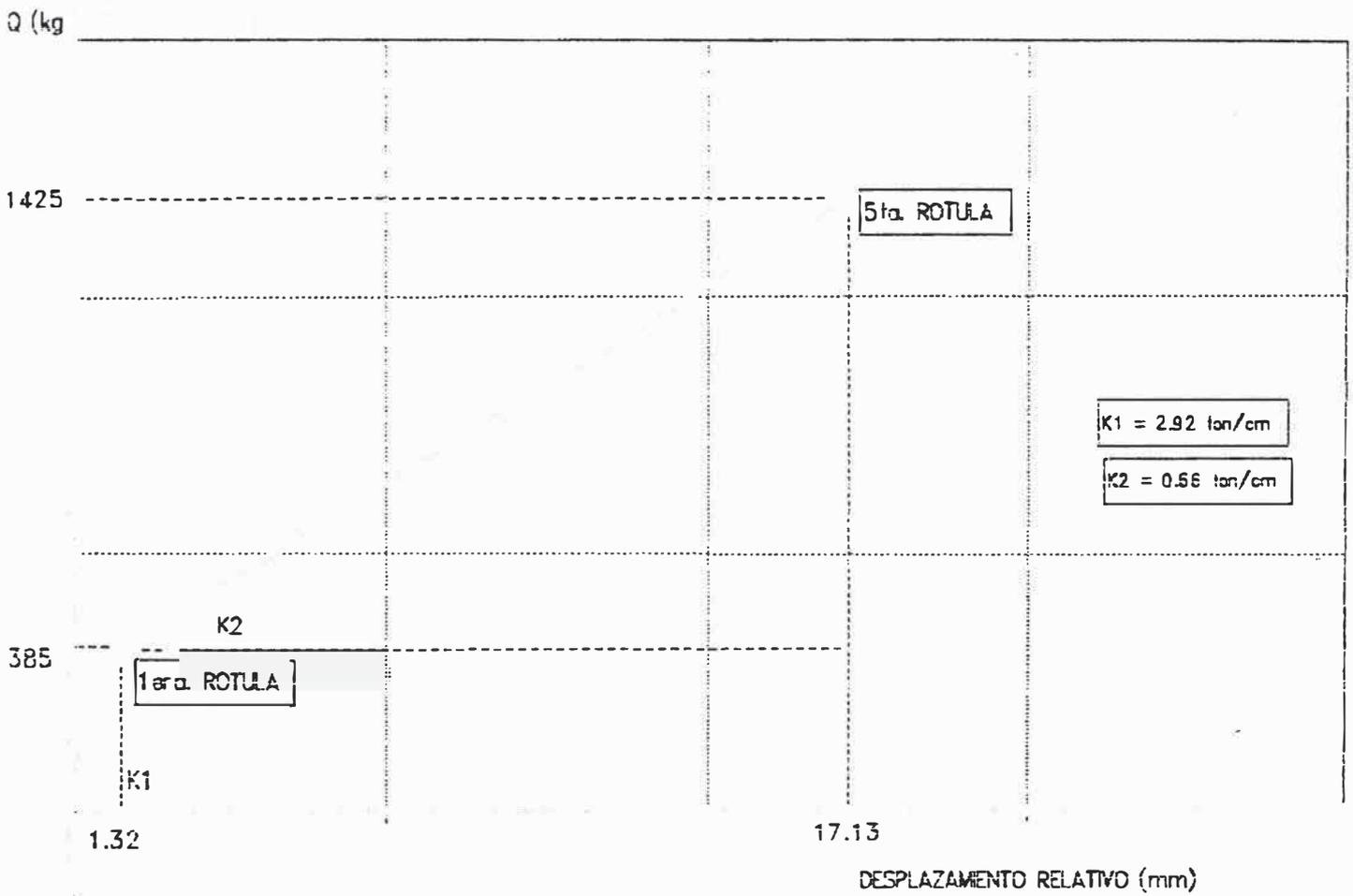
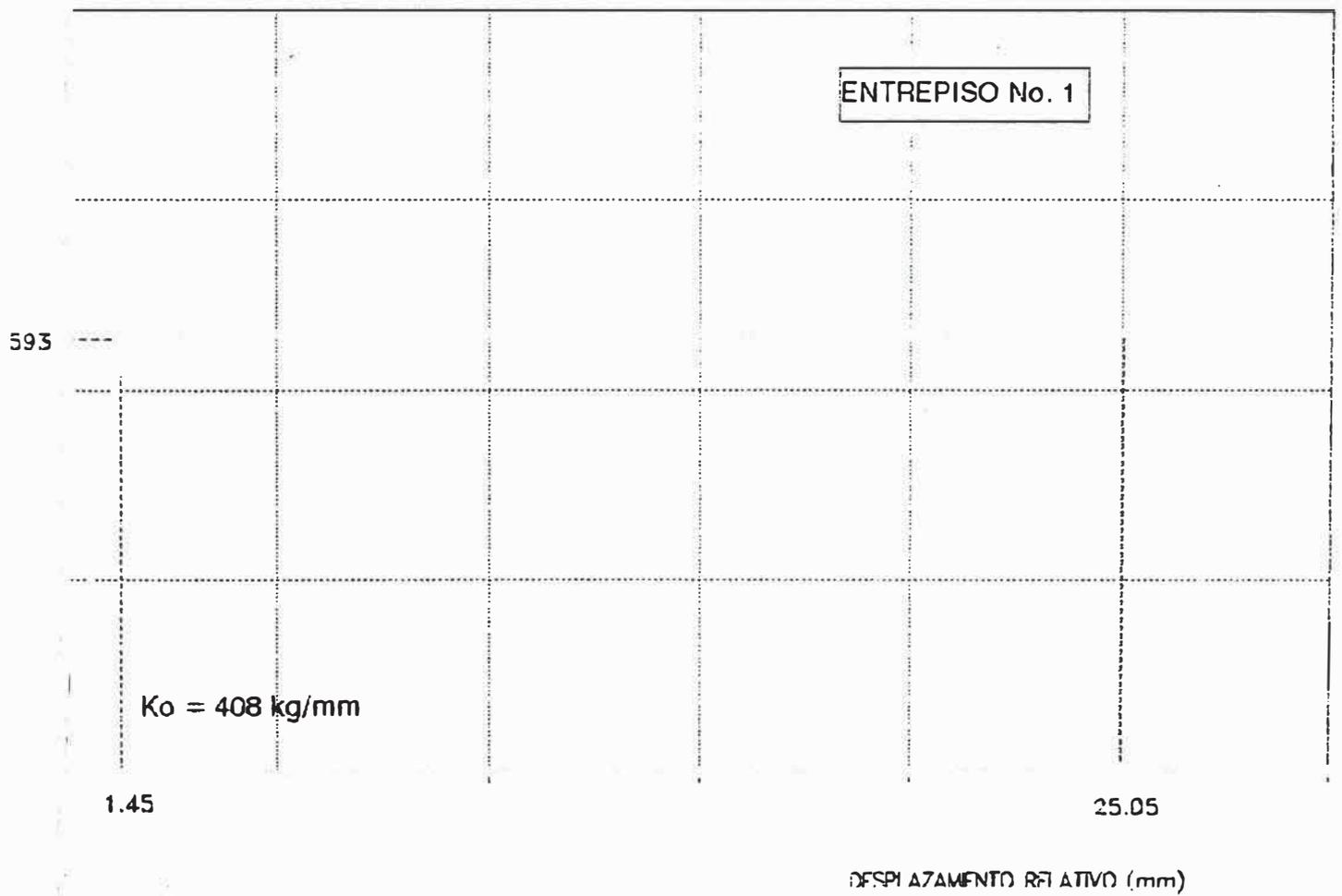


GRAFICO 4.9  
 DIAGRAMA BILINEAL - 2do. ENTREPISO



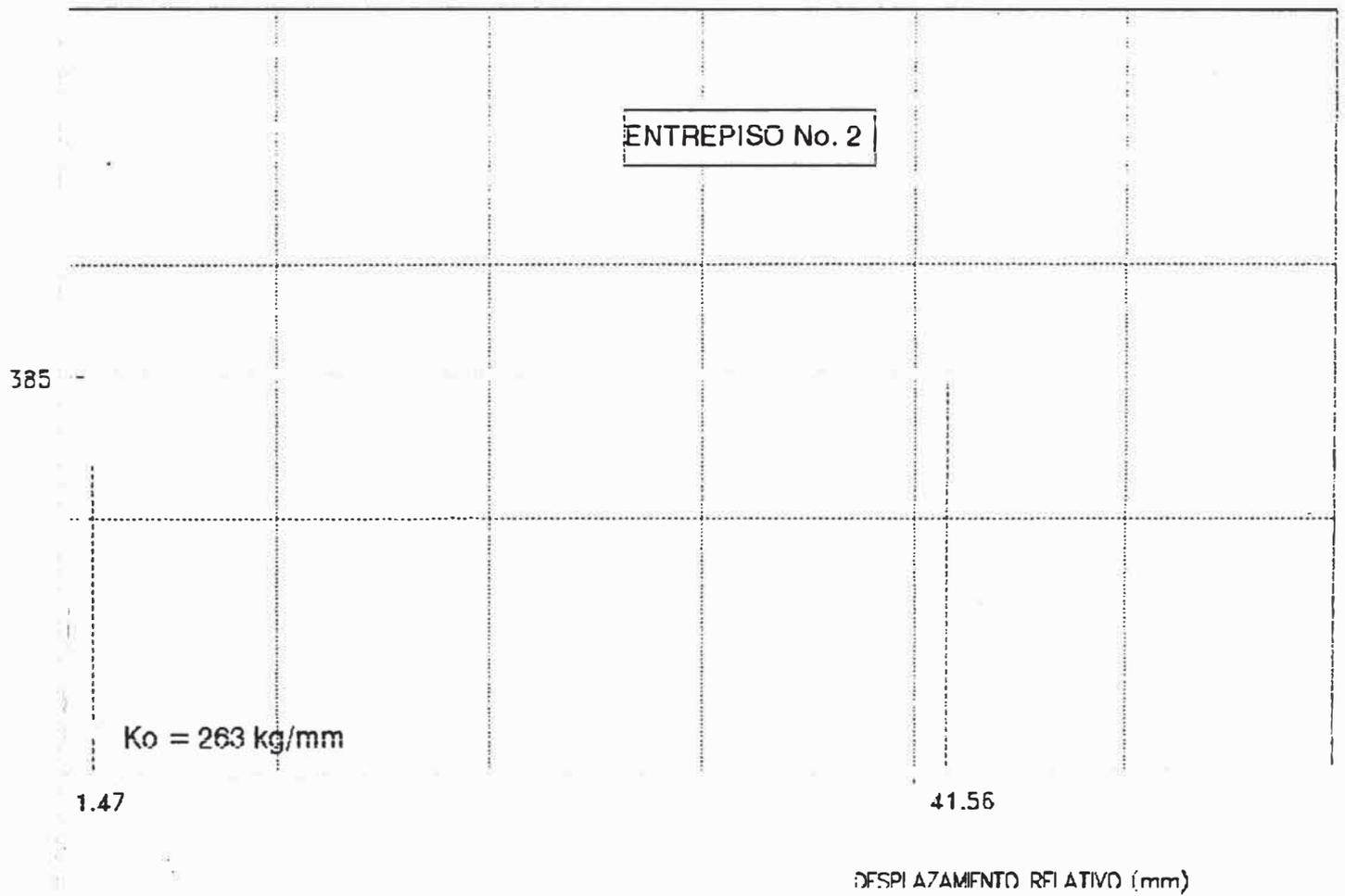
# GRAFICO 4.10 MODELO ELASTO-PLASTICO

CORT (Q)



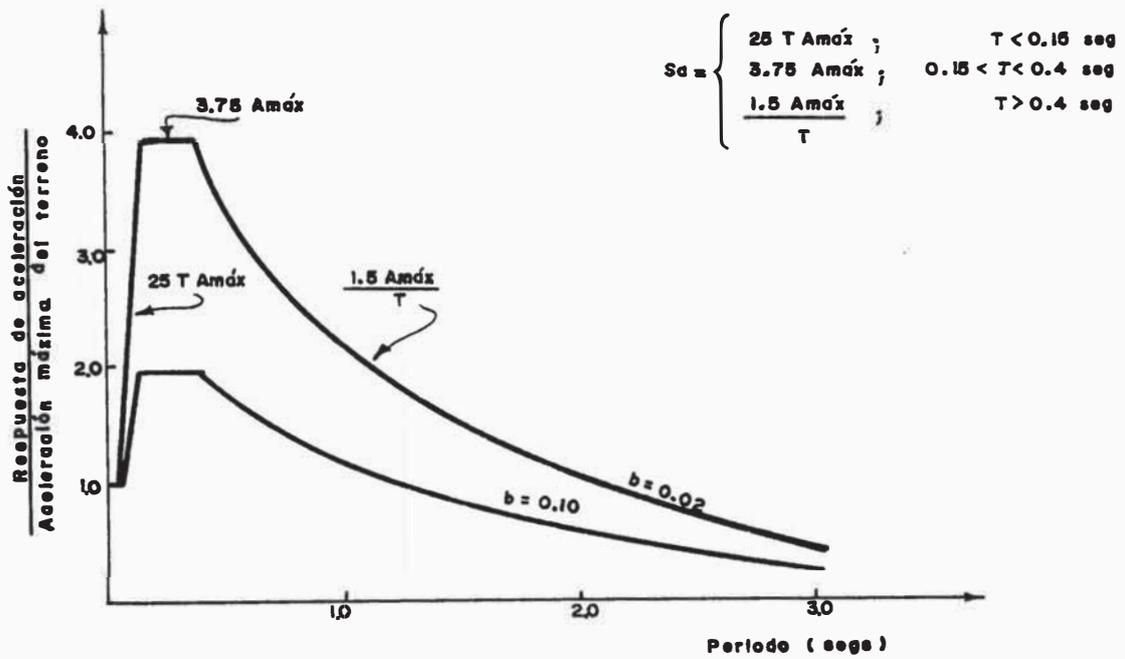
### GRAFICO 4.11 MODELO ELASTO-PLASTICO

CORT TF (Q)

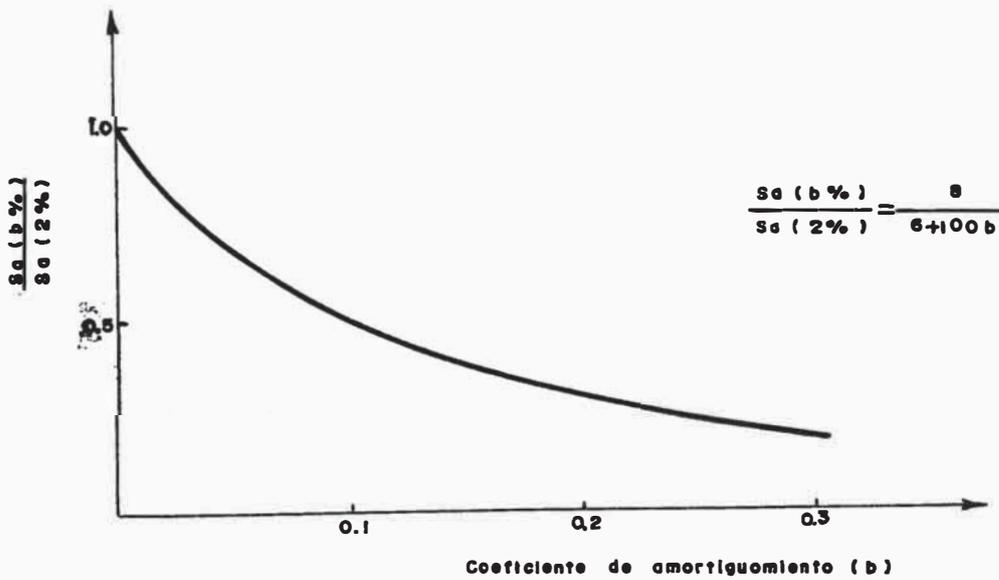


### GRAFICO 4.12

## SPECTRO DE DISEÑO PROPUESTO POR SHIBATA Y SOZEN PARA SUELOS FIRMES



ESPECTRO DE RESPUESTA DE DISEÑO



EPECTO DEL AMORTIGUAMIENTO EN LA RESPUESTA ESPECTRAL

# CAPITULO V

## ENSAYO DE VIBRACION FORZADA

### 5.1 DESCRIPCION DEL ENSAYO

El ensayo de vibración forzada es un ensayo dinámico que tiene por objetivos determinar la frecuencia natural de vibración y el amortiguamiento de un determinado sistema estructural causando intencionadamente en el modelo estados de resonancia.

El generador de vibraciones (ver fotografía 2) es la máquina encargada de aplicar a la estructura la vibración forzada. Este generador de vibraciones le aplicará a la estructura la vibración que se defina desde el control de excitaciones (ver fotografía 3).

El generador de vibraciones contiene en su interior 3 masas excéntricas dispuestas de tal modo que las 2 masas exteriores rotan en sentido opuesto que la masa central, pudiendo generar fuerzas excitadoras sinusoidales tanto en la dirección horizontal como en la dirección vertical. Estas 3 masas rotatorias no balanceadas están contrarrotando con una determinada excentricidad "e".

La dirección de aplicación de la fuerza excitadora puede cambiarse de vertical a horizontal variando solamente la fase de rotación de las 2 masas laterales excéntricas con respecto a la del centro; es decir, girando  $180^\circ$  la posición de ambas masas laterales.

El generador de vibraciones se une firmemente a la estructura para que el movimiento vibratorio se transmita íntegramente. Esto se logra mediante la colocación de pernos pasantes en la losa del primer nivel (ver fotografía 2); así, se asegura que el movimiento obtenido es realmente el que se induce desde el generador de vibraciones.

## 5.2 FUNDAMENTO TEORICO

Las masas desbalanceadas del generador de vibraciones giran alrededor de un punto fijo describiendo una circunferencia. El control de excitaciones le imprime al generador de vibraciones una velocidad angular "w". Esta velocidad angular mide la rapidez con que la partícula se mueve en un movimiento circular.

La ecuación que gobierna el movimiento del sistema es :

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = m \omega^2 e \sin\omega t \quad (5.1)$$

donde

w = frecuencia de la fuerza excitadora.

m = masa desbalanceada que gira alrededor de un punto fijo con una determinada excentricidad.

M = masa total del generador de vibraciones, incluyendo a la masa desbalanceada.

K = constante de rigidez lateral del sistema.

C = constante de amortiguamiento del sistema.

e = excentricidad.

$X$  = desplazamiento absoluto del sistema.  
 $t$  = tiempo transcurrido.

En la situación más sencilla, es posible realizar la discusión de esta última ecuación considerando un sistema de un sólo grado de libertad.

Nótese que en la ecuación 5.1, la variable " $X$ " representa el desplazamiento horizontal absoluto del sistema en función del tiempo " $t$ ".

La amplitud de la fuerza de vibración resultante es de este modo :

$$F_0 = m\omega^2 e$$

; donde " $e$ " y " $w$ " ya han sido definidas; es ahora necesario, para considerar el movimiento de las 3 masas desbalanceadas, redefinir el valor de " $m$ " del siguiente modo :

$$m = m_1 + 2m_2$$

; donde :

$m_1$  = masa central.  
 $m_2$  = masa lateral.

La ecuación diferencial mostrada en 5.1 corresponde a un sistema de masas elásticas y amortiguamiento viscoso sometido a la acción de una fuerza vibratoria periódica de amplitud constante  $F_0$ .

La respuesta dinámica de este sistema se compone de 2 estados ; un 1er. estado transitorio cuyas características de amplitud y frecuencia dependen de las condiciones iniciales de movimiento, y un 2do. estado constante cuya amplitud depende a su vez de la amplitud de la fuerza aplicada y

de las propiedades físicas y geométricas de la estructura. En este segundo estado constante, la frecuencia depende totalmente de la frecuencia externa aplicada.

La primera parte del movimiento tiende a desaparecer con el tiempo en forma rápida, en tanto que la segunda parte del movimiento perdura durante todo el tiempo que dure la aplicación de la carga oscilante.

El ensayo de vibración forzada toma en cuenta tan sólo el movimiento de la segunda parte (estado constante), y para generar la fuerza excitadora hace uso de un generador de vibraciones.

La solución matemática de la ecuación diferencial planteada en 5.1 estará dada por la suma de la solución general ( $X_g$ ) y la solución particular ( $X_p$ ). Es decir :

$$X = X_g + X_p$$

; donde las expresiones para ambas soluciones son :

$$X_g = e^{-\beta\omega_n t} \cdot [ C_1 \cos \omega_n \sqrt{1-\beta^2} t + C_2 \sin \omega_n \sqrt{1-\beta^2} t ]$$

$$X_p = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\beta\omega_n\omega)^2}} \cdot \sin(\omega t + \Phi)$$

Se tienen además las siguientes expresiones adicionales ya conocidas :

$$\frac{C}{m} = 2\beta\omega_n$$

$$\Phi = \arctan\left[\frac{2\beta\omega\omega_n}{\omega^2 - \omega_n^2}\right]$$

; donde:

$\beta$  = coeficiente de amortiguamiento del sistema.

$\omega$  = frecuencia externa de excitación.

$\omega_n$  = frecuencia natural del sistema.

$F_0$  = amplitud de la fuerza de vibración.

$m$  = masa del sistema.

$C$  = constante de amortiguamiento viscoso

$\Phi$  = ángulo de fase.

En el término de estado constante se tiene que la amplitud "A" estará dada por la expresión :

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\beta\omega_n\omega)^2}}$$

; y si se define al Factor de Amplificación Dinámica (FAD) como la relación entre la amplitud "A" y el desplazamiento estático  $X_{st}$ , se tendrá para el FAD la siguiente expresión :

$$FAD = \frac{A}{X_{st}}$$

$$FAD = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + 4\beta^2\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \quad (5.2)$$

Como se puede apreciar, la ecuación 5.2 indica que el FAD es una función de la relación  $\omega/\omega_n$ . Así, si esta última expresión se deriva con respecto a la relación  $\omega/\omega_n$ , y luego se maximiza, se obtendrá el FAD máximo :

$$FAD_{maximo} = \frac{1}{2\beta\sqrt{1-\beta^2}} \quad (5.3)$$

Este valor máximo del FAD ocurre cuando la relación de frecuencias tiende a la unidad; en ese instante se advierten grandes desplazamientos para coeficientes de amortiguamiento pequeños, y este fenómeno se conoce con el nombre de resonancia. En el estado de resonancia se produce la máxima amplitud llamada amplitud en resonancia; es decir :

$$\frac{A_{resonancia}}{X_{st}} = \frac{1}{2\beta\sqrt{1-\beta^2}}$$

De los ensayos de vibración forzada, tal como ya se mencionó anteriormente, se pueden obtener las frecuencias naturales y el amortiguamiento del sistema. Las frecuencias naturales se obtendrán del análisis de la curva obtenida al plotear valores de  $w/w_n$  para la ecuación 5.2; aunque en realidad es más usual obtener las frecuencias a partir de la curva amplitud versus frecuencia, que en todo caso es análoga a la curva anteriormente mencionada.

Para el cálculo del coeficiente de amortiguamiento viscoso ( $\beta$ ) existen 2 métodos muy conocidos; a saber :

- método de la disminución de la respuesta en vibración libre.
- método de semipotencia o ancho de banda.

Para el presente trabajo de investigación, y por condiciones de laboratorio, se ha utilizado el método de semipotencia para la estimación de  $\beta$ . Sin embargo, a continuación se describirán ambos métodos :

**METODO DE LA DISMINUCION DE LA RESPUESTA EN VIBRACION LIBRE**

Este método asume que el movimiento tiene las características de un sistema en vibración libre sub-amortiguada. En este tipo de vibración se define el decremento logarítmico del siguiente modo :

$$\delta = \frac{1}{m} \cdot \ln\left[\frac{X_n}{X_{n+m}}\right] \quad (5.4)$$

donde :

$\delta$  = decremento logarítmico.

m = número de ciclos entre los cuales se han medido entre las amplitudes  $X_n$  y  $X_{n+m}$ .

$X_n$  = amplitud inicial de referencia en el ciclo "n".

$X_{n+m}$  = amplitud final luego de "m" ciclos.

Asimismo, se conoce que el coeficiente de amortiguamiento viscoso es función del decremento logarítmico :

$$\beta = \frac{\delta}{\sqrt{4\Pi^2 + \delta^2}} \quad (5.5)$$

Así, obteniendo primero el decremento logarítmico a partir de la ecuación 5.4, es posible obtener el valor del coeficiente de amortiguamiento viscoso recurriendo a la ecuación 5.5.

**METODO DE SEMIPOTENCIA O ANCHO DE BANDA**

En la ecuación 5.2, haciendo que la relación de frecuencias sea igual a la unidad, se obtiene el FAD máximo que, para valores pequeños de amortiguamiento, es casi el mismo valor dado por la ecuación 5.3. En todo caso, despreciando el valor del coeficiente de amortiguamiento elevado al cuadrado, se obtiene que :

$$\frac{A}{X_{ST}} = \frac{1}{2\beta}$$

En este método, el amortiguamiento medio es determinado a partir de las frecuencias en las cuales la respuesta, o sea el FAD, es reducida en  $1/\sqrt{2}$ , esto es, con las frecuencias para las cuales se está muy próximo a la resonancia.

Los valores de frecuencia para los cuales se reduce el valor pico en  $1/\sqrt{2}$  se pueden calcular haciendo que el FAD tome la forma siguiente :

$$FAD = \frac{1}{2\beta\sqrt{2}}$$

; ahora, reemplazando esta última expresión en la ecuación 5.2 se obtiene :

$$\frac{1}{2\beta\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{[1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2]^2 + 4\beta^2(\frac{\omega}{\omega_n})^2}}$$

; resolviendo esta ecuación para la relación  $\omega/\omega_n$ , se obtienen 2 valores que son función únicamente del coeficiente de amortiguamiento :

$$\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 = 1 - 2\beta^2 \pm 2\beta\sqrt{1+\beta^2}$$

; de donde, despreciando el valor de  $\beta$  que se ubica al interior de la raíz cuadrada, se obtiene :

$$\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 = 1 - 2\beta^2 \pm 2\beta$$

; despejando los 2 valores a obtenerse se tiene :

$$\left(\frac{\omega}{\omega_{n1}}\right)^2 = 1 - 2\beta - 2\beta^2$$

$$\left(\frac{\omega}{\omega_{n2}}\right)^2 = 1 + 2\beta - 2\beta^2$$

; expresiones que pueden aproximarse del siguiente modo :

$$\left(\frac{\omega}{\omega_{n1}}\right) = 1 - \beta - \beta^2$$

$$\left(\frac{\omega}{\omega_{n2}}\right) = 1 + \beta - \beta^2$$

; luego :

$$\left(\frac{\omega}{\omega_{n2}}\right) - \left(\frac{\omega}{\omega_{n1}}\right) = 2\beta$$

; con lo cual el coeficiente de amortiguamiento  $\beta$  se obtendrá a partir de la siguiente expresión :

$$\beta = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_{n2}}\right) - \left(\frac{\omega}{\omega_{n1}}\right)}{2} \quad (5.6)$$

; donde el sub-índice del término  $\omega/\omega_n$  indica los 2 valores de relación de frecuencias que están muy próximos a la resonancia. El gráfico 5.1 ilustra la ubicación de estos 2 puntos en las cercanías del estado de resonancia y según la definición a partir de la cual se derivó la expresión 5.6. Ahora bien, en la expresión 5.6 se reemplazará el valor de la frecuencia circular en función de la frecuencia  $f$  :

$$\beta = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)_2 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)_1}{2}$$

$$\beta = \frac{\left(\frac{2\pi f}{2\pi f_n}\right)_2 - \left(\frac{2\pi f}{2\pi f_n}\right)_1}{2}$$

$$\beta = \frac{f_2 - f_1}{2f_n}$$

; como una buena aproximación experimental se puede estimar el valor de  $f_n$  en función de las frecuencias  $f_1$  y  $f_2$  del siguiente modo :

$$f_n = \frac{f_2 + f_1}{2} \quad (5.7)$$

; combinando estas 2 últimas expresiones se obtiene la siguiente ecuación para el cálculo del coeficiente  $\beta$  :

$$\beta = \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1} \quad (5.8)$$

; por lo tanto, es correcto señalar que se pueden obtener valores del coeficiente de amortiguamiento  $\beta$  a partir del gráfico 5.2. Es más, ambas curvas son análogas.

### 5.3 EQUIPO DE ENSAYO.

El equipo utilizado para el ensayo de vibración forzada consta de

1. Un generador de vibraciones marca ITOH SEIKI Co. Ltd. con las siguientes características :
  - máxima fuerza de excitación      200 kg-f.
  - rango de frecuencia                      50 hz.
  - máximo momento                              4 kg-cm.
2. Un osciloscopio marca IWATSU.
3. Un control del generador de vibraciones marca ITOH SEIKI Co. Ltd.
4. Un amplificador de 6 vías.

Para un mayor detalle ver fotografías 2 y 3.

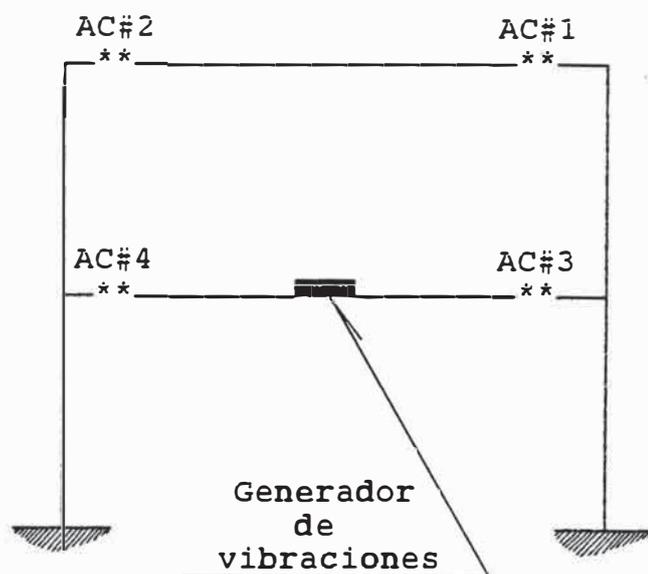
### 5.4 INSTRUMENTACION

Para captar la respuesta del modelo se usan acelerómetros. Estos son unos pequeños instrumentos que van adheridos al modelo en lugares donde se desea registrar la señal de respuesta.

Debido a su sensibilidad, los acelerómetros son protegidos con algún recubrimiento plástico para luego ser adheridos al modelo por medio de algún aglomerante que puede ser, por ejemplo, yeso o una mezcla de cemento-yeso (ver fotografía 2). Asimismo, por motivos de polaridad, es recomendable instalar estos pequeños aparatos según un mismo sentido, o sea que todos los acelerómetros a utilizarse deberán mostrar el signo positivo o negativo en un sólo sentido.

En vista que se contaba con 2 modelos, se realizaron 2 ensayos para así poder comparar los resultados obtenidos. En ambos ensayos se mantuvo el mismo esquema de la instrumentación, colocándose 2 acelerómetros en la losa del segundo nivel y otros 2 acelerómetros en la losa del primer nivel: es decir, se utilizaron 4 acelerómetros.

En el siguiente gráfico se ilustra el esquema de la instrumentación de los modelos :



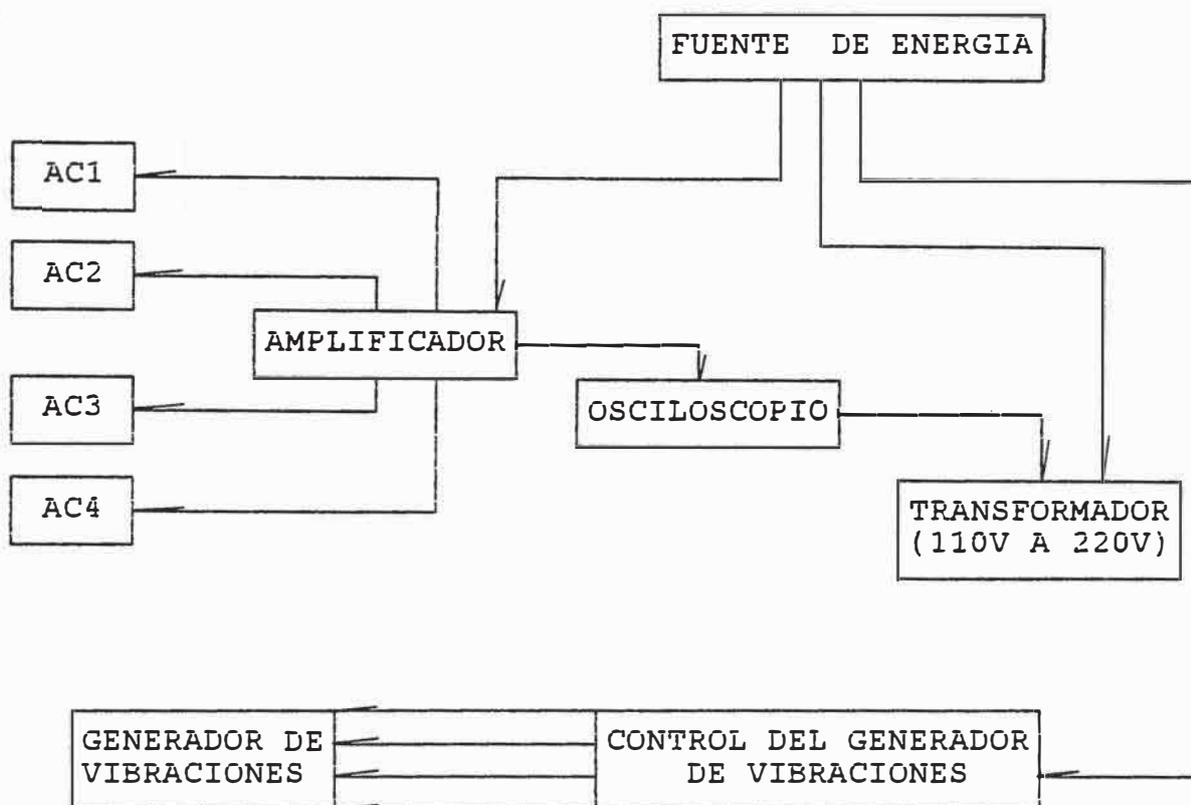
Para un mayor detalle ver fotografía 2.

La relación de las capacidades de los acelerómetros es la que se ilustra en la tabla 5.1 :

TABLA 5.1  
CAPACIDAD DE LOS ACELEROMETROS

Ubicación	#	Capacidad (g)	Capacidad (gals)
2do. nivel	AC1	1G	980
2do. nivel	AC2	2G	1,960
1er. nivel	AC3	2G	1,960
1er. nivel	AC4	2G	1,960

El equipo y la instrumentación tienen el siguiente esquema general :



Para un mayor detalle ver fotografía 3.

### 5.5 PROCEDIMIENTO DE ENSAYO

Una vez instalado el equipo, y habiéndose revisado todo el cableado y la instrumentación, se procede a realizar el ensayo.

En principio, de un análisis teórico previo ya se conocen las 2 formas fundamentales de vibración y por ende las frecuencias y períodos fundamentales. Estos valores dan una idea previa del rango de frecuencia en el cual se puede ubicar una determinada frecuencia fundamental.

El ensayo se inicia aplicándole al modelo pequeñas vibraciones que puedan ser recepcionadas a través del osciloscopio. Para el caso del presente estudio, el osciloscopio recepcionaba señales a partir de frecuencias comprendidas entre 3 y 4 hertz; para frecuencias menores la respuesta de la estructura era prácticamente imperceptible para el equipo de monitoreo.

La lectura del osciloscopio se realiza en unidades de voltaje, es decir, para una determinada frecuencia se recepciona una señal en voltios (o en milivoltios).

Una vez captada la señal se procede a incrementar cada vez más la frecuencia externa de excitación. Estos incrementos pueden ser mayores que 1 hertz en regiones donde no se esperan respuestas pico pero, a medida que la frecuencia inducida se aproxima a alguna frecuencia fundamental, las lecturas deben hacerse a intervalos cada vez menores, como por ejemplo : 0.8 hertz, 0.5 hertz, 0.1 hertz, etc. Esto se realiza con la finalidad de tener más lecturas en las regiones donde se encuentran las frecuencias fundamentales y así poder construir una curva que sea lo más exacta posible.

En el presente ensayo se escogió un rango de frecuencia teórico que iba de 0 a 20 hertz ya que dentro de este rango de frecuencia se tenía la seguridad de poder ubicar las 2 frecuencias del modelo. En la práctica, se tomaron lecturas que oscilaban entre los 3.5 y 18.0 hertz aproximadamente.

Es importante señalar que el sentido en que se tomen las lecturas influye en los resultados finales; es decir, la lectura en una determinada frecuencia cuando los hertz se están incrementando, es generalmente distinta, en la misma frecuencia, cuando los hertz se están disminuyendo.

Una vez que se han captado ambas frecuencias naturales, se procede a disminuir la frecuencia lentamente hasta llegar a una frecuencia excitadora de 0.0 hertz.

#### 5.6 PROCESAMIENTO DE DATOS Y OBTENCION DE RESULTADOS

Una vez finalizado el ensayo, lo que se obtiene es, para una lista de frecuencias cada vez mayores, una serie de lecturas (en milivoltios) para cada acelerómetro.

Para transformar las lecturas, inicialmente en milivoltios, a unidades de desplazamiento, lo primero que se hace es transformar los milivoltios a unidades de aceleración haciendo uso de la siguiente expresión :

$$a = \frac{L(mv) \times C}{2 \times 5000 mv}$$

; donde :

L = lectura del osciloscopio (en milivoltios).

C = capacidad del acelerómetro (en gals).

a = aceleración.

Como se puede apreciar, la aceleración tendrá las mismas unidades en las que esté dada la capacidad del acelerómetro; o sea que si la capacidad está dada en gals (1 gal = 1 cm/seg<sup>2</sup>), la aceleración también se estará midiendo en gals.

Para calcular la velocidad se hará uso de la siguiente expresión :

$$V = \frac{a}{2\pi f}$$

; donde :

a = aceleración.

f = frecuencia externa aplicada (en hertz).

V = velocidad.

Si la frecuencia externa aplicada se mide en hertz y la aceleración se mide en gals, se tendrá que la velocidad estará dada en cm/seg.

Ahora bien, para obtener desplazamientos se recurre a la siguiente fórmula :

$$X = \frac{V}{2\pi f}$$

; donde :

V = velocidad.

f = frecuencia externa aplicada (en hertz).

X = desplazamiento lateral.

En este caso, la variable "X" representa el desplazamiento lateral absoluto dado en centímetros (para una mejor apreciación se recomienda poner luego los desplazamientos en milímetros).

Con esta información se procede a construir la curva indicada en el gráfico 5.2 para a continuación calcular las 2 frecuencias naturales y el coeficiente de amortiguamiento siguiendo el método de ancho de banda.

En los gráficos de desplazamiento versus frecuencia (gráficos 5.3 al 5.10) se ilustra claramente la región de respuestas máximas que es donde se deben ubicar las frecuencias naturales del sistema estructural.

En los gráficos 5.3 al 5.6 se ilustra la respuesta del sistema, por cada acelerómetro, para el primer modelo.

Análogamente, en los gráficos 5.7 al 5.10 se ilustra la respuesta del sistema, por cada acelerómetro, para el segundo modelo.

Y como era de esperarse, las respuestas son muy parecidas para el mismo acelerómetro ubicado en ambos modelos.

Esta afirmación se aprecia mejor en los gráficos 5.11 al 5.14 donde se han superpuesto las respuestas de un mismo acelerómetro para ambos modelos.

Debido a los errores propios del montaje, la instrumentación y la calibración, los desplazamientos absolutos que podría mostrar el acelerómetro ubicado en la posición 1 durante el primer ensayo (primer modelo), no serán necesariamente iguales a los desplazamientos absolutos que indique el mismo acelerómetro ubicado en la misma posición durante el segundo ensayo (segundo modelo). Lo mismo ocurre con los otros 3 acelerómetros restantes.

Lo que interesa es tener la certeza que en un determinado rango de frecuencia se ubica una determinada frecuencia natural; también se adopta este criterio debido a que los desplazamientos ocurridos durante el ensayo de vibración forzada son relativamente pequeños, y por lo tanto, si bien es cierto se logra captar la frecuencia de resonancia, no se puede decir que el máximo desplazamiento obtenido para esta frecuencia corresponda a la amplitud en resonancia.

Siguiendo el método de semipotencia o ancho de bandas, se obtendrán la frecuencia y el amortiguamiento del sistema.

En vista que ya se cuenta con los gráficos de desplazamiento versus frecuencia (gráficos 5.3 al 5.10), se calcularán los valores de  $f_n$  y  $\beta$  haciendo uso de las ecuaciones 5.7 y 5.8, respectivamente. Los resultados se detallan a conti-

nuación en las tablas 5.2 a 5.5 :

**TABLA 5.2**  
**ENSAYO DE VIBRACION FORZADA EN EL PRIMER MODELO**  
**(Primera forma de modo)**

AC	Amáx	Amáx/ $\sqrt{2}$	f1	f2	fn	$\beta$ (%)
AC#1	0.132	0.094	4.28	4.50	4.39	2.51
AC#2	0.118	0.084	4.23	4.40	4.32	1.97
AC#3	0.137	0.097	4.23	4.39	4.31	1.86
AC#4	0.127	0.090	4.22	4.36	4.29	1.63
					4.33	1.99

NOTA : Frecuencias en hertz y desplazamientos en milímetros.

**TABLA 5.3**  
**ENSAYO DE VIBRACION FORZADA EN EL PRIMER MODELO**  
**(Segunda forma de modo)**

AC	Amáx	Amáx/ $\sqrt{2}$	f1	f2	fn	$\beta$ (%)
AC#1	0.235	0.167	11.07	11.18	11.13	0.49
AC#2	0.231	0.164	11.01	11.18	11.10	0.77
AC#3	0.304	0.216	11.04	11.21	11.13	0.76
AC#4	0.313	0.222	11.02	11.22	11.12	0.90
					11.12	0.73

NOTA : Frecuencias en hertz y desplazamientos en milímetros.

TABLA 5.4  
ENSAYO DE VIBRACION FORZADA EN EL SEGUNDO MODELO  
(Primera forma de modo)

AC	Amáx	Amáx/ $\sqrt{2}$	f1	f2	fn	$\beta$ (%)
AC#1	0.192	0.136	4.15	4.43	4.29	3.26
AC#2	0.196	0.139	4.15	4.41	4.28	3.04
AC#3	0.131	0.093	4.13	4.37	4.25	2.82
AC#4	0.119	0.084	4.16	4.40	4.28	2.80
					4.28	2.98

NOTA : Frecuencias en hertz y desplazamientos en milímetros.

TABLA 5.5  
ENSAYO DE VIBRACION FORZADA EN EL SEGUNDO MODELO  
(Segunda forma de modo)

AC	Amáx	Amáx/ $\sqrt{2}$	f1	f2	fn	$\beta$ (%)
AC#1	0.216	0.153	11.21	11.40	11.31	0.84
AC#2	0.238	0.169	11.21	11.41	11.31	0.88
AC#3	0.291	0.206	11.22	11.46	11.34	1.06
AC#4	0.173	0.123	11.17	11.41	11.29	1.06
					11.31	0.96

NOTA : Frecuencias en hertz y desplazamientos en milímetros.

Estos datos experimentales son resumidos a continuación en la tabla 5.6, y para tener una idea de la variación de estos resultados experimentales con respecto a los teóricos, también se ha insertado en esta tabla el error obtenido con respecto a los valores teóricos :

TABLA 5.6  
ENSAYOS DE VIBRACION FORZADA ( RESUMEN )

	1er.modelo	2do.modelo	Prom.	Teórico	Error(%)
f1	4.33	4.28	4.31	4.54	5.18
f2	11.12	11.31	11.22	13.34	15.93
$\beta$ 1	1.99	2.98	2.49	-	-
$\beta$ 2	0.73	0.96	0.85	-	-

NOTA : Las frecuencias están en hertz y los coeficientes de amortiguamiento en porcentaje. Además, f1 y f2 indican la primera y segunda frecuencia natural, respectivamente. Análogamente sucede para los coeficientes de amortiguamiento.

Asimismo, a manera de comprobar que realmente la respuesta máxima ocurre cuando la relación de frecuencias tiende a la unidad, se han elaborado los gráficos 5.15 y 5.16 en función de los datos experimentales obtenidos.

El gráfico 5.15 se ha elaborado con un coeficiente de amortiguamiento igual al 2.49 % (primera forma de modo) y con la ayuda de la ecuación 5.2.

Análogamente, el gráfico 5.16 se ha elaborado con un coeficiente de amortiguamiento igual al 0.85% (segunda forma de modo) y también haciendo uso de la ecuación 5.2.

En ambos gráficos se aprecia claramente que el factor de amplificación dinámica se vuelve máximo cuando la relación de frecuencias tiende a la unidad.

## 5.7 INTERPRETACION Y EVALUACION DE LOS RESULTADOS

### 5.7.1 FRECUENCIAS Y PERIODOS DE LA ESTRUCTURA

El error en el cálculo de la primera frecuencia es casi mínimo (5.18%), mas no ocurre así en el cálculo experimental de la segunda frecuencia donde el error obtenido (15.93%) es casi igual al triple del anterior. Esto conlleva a afirmar que el método citado arroja valores aproximadamente exactos solamente para la primera forma de modo, o sea que su validez es totalmente cierta para modelos de un sólo grado de libertad.

La primera frecuencia fundamental obtenida en el presente ensayo resulta ser la más confiable debido a que la influencia de las otras frecuencias del modelo es casi despreciable. Sin embargo, al obtener la segunda frecuencia natural, el efecto de la primera frecuencia, y de las otras más, causa distorsiones en los valores experimentales.

Las frecuencias y períodos son parámetros que no dependen del grado de excitación; mas no ocurre así con el amortiguamiento.

A continuación se muestra una tabla comparativa de los períodos calculados siguiendo diversos métodos teóricos aproximados :

**TABLA 5.7**  
**COMPARACION EN EL CALCULO TEORICO DE LOS PERIODOS DE LA ESTRUCTURA**

Método	T1 (segs)	T2 (segs)
JACOBI	0.22	0.07
RNC-77	0.23	-
STODOLA	0.16	-
HOLTZER	0.16	0.07

En esta tabla se aprecia que el período fundamental de la estructura varía según el método que se utilice. Sin embargo, el segundo período es el mismo usando ya sea el método de Jacobi o el método de Holtzer.

Hay que tener en cuenta que los métodos de Stodola y de Holtzer consideran rigideces aproximadas (Mutto), en tanto que el método de Jacobi considera una matriz de rigidez lateral.

A continuación se compara el valor del período promedio teórico con el valor obtenido según el ensayo de vibración forzada :

TABLA 5.8  
COMPARACION FINAL ENTRE EL PERIODO TEORICO Y EL PERIODO EXPERIMENTAL

	T1 (segs)	T2 (segs)
Valor teórico promedio	0.19	0.07
Valor experimental	0.23	0.09
Error (%)	21.05	28.57

Este error incluido en la tabla 5.8 se ha calculado con respecto al valor teórico promedio.

El error es algo elevado; pero este error se presume que puede haber sido causado por los procesos de montaje, ensayo, etc.

Hay que señalar que en el ensayo dinámico se obtuvieron los siguientes valores para el período fundamental y el amortiguamiento :

$$T1 = 0.22 \text{ segs.}$$

$$\beta = 4.55\%$$

Ambos valores corresponden a un comportamiento elástico.

En la tabla 5.8 se observa que el valor experimental para el período fundamental, obtenido del ensayo de vibración forzada ( $T_1 = 0.23$  seg), coincide con el valor experimental obtenido según el ensayo dinámico ( $T_1 = 0.22$  seg).

### 5.7.2 AMORTIGUAMIENTO DE LA ESTRUCTURA

En el cálculo del coeficiente de amortiguamiento ( $\beta$ ) no se pueden estimar errores en vista de no contar con un valor teórico previo. Lo que sí se observa es la disminución del amortiguamiento en la segunda forma de modo con respecto a la primera forma de modo; esto se debe a la variación inversa del coeficiente de amortiguamiento con respecto a la frecuencia natural según la expresión siguiente :

$$\beta = \frac{C}{4 \Pi M \dot{f}_n} \quad (5.9)$$

En el primer modelo, según se aprecia en la tabla 5.6, el amortiguamiento en la primera forma es 2.73 veces mayor que en la segunda forma, y en el segundo modelo el amortiguamiento en la primera forma es 3.10 veces mayor que en la segunda forma; o sea que en promedio el amortiguamiento disminuye 2.92 veces al pasar de la primera forma de modo a la segunda forma de modo.

En líneas generales se acepta que el amortiguamiento promedio obtenido para la primera forma de modo (2.49%), que es la forma predominante y la que más interesa, está dentro de un rango permisible si se considera que para mayores desplazamientos la Norma especifica un amortiguamiento del 5% para el rango elástico y 7% para el rango inelástico.

Además, y lo que es aún mucho más importante, se considera que estos valores de amortiguamiento corresponden a una determinada condición de desplazamientos; esto quiere decir que si se causaran intencionadamente en el modelo estados de mayor desplazamiento, los coeficientes de amortiguamiento también se incrementarían.

En vista que se han obtenido valores pequeños del coeficiente de amortiguamiento para pequeños desplazamientos, es posible asumir, en lo que sigue de la tesis de investigación, un coeficiente de amortiguamiento igual al 5% para el rango elástico.

Este supuesto será corroborado a continuación con los resultados del ensayo dinámico.

### 5.7.3 RESULTADOS DEL ENSAYO DINAMICO

Para el ensayo dinámico se programaron 5 fases de ensayo con las siguientes aceleraciones nominales :

Fase 1 :	aceleración máxima = 0.10 g
Fase 2 :	aceleración máxima = 0.40 g
Fase 3 :	aceleración máxima = 0.50 g
Fase 4 :	aceleración máxima = 0.65 g
Fase 5 :	aceleración máxima = 0.85 g

Previo a cada fase se efectuó un ensayo de vibración libre que consistió en someter al módulo a 4 pulsos basales, lo que permitió obtener su período natural de vibración y el grado de amortiguamiento respectivo. Los resultados se indican en la siguiente tabla :

**TABLA 5.9**  
**PERIODOS Y AMORTIGUAMIENTOS**  
**PULSO BASAL - ENSAYO DINAMICO**

Fase	T (segs)	$\xi$ (%)
Inicio	0.20	4.3
Post 1	0.22	4.5
Post 2	0.35	8.0
Post 3	0.38	8.4
Post 4	0.42	10.5
Post 5	0.42	10.5

Como ya se dijo con anterioridad, el amortiguamiento crece conforme aumenta la violencia del sismo.

Asimismo, según la ecuación 5.9, si el amortiguamiento aumenta, el período también debe aumentar; y esto es exactamente lo que se aprecia en la tabla 5.9.

#### **5.7.4 FUENTES DE ERROR**

Las principales fuentes de error son :

1. Es probable que la calibración de los equipos no haya sido la mejor.
2. Pueden haber existido errores humanos (visuales) en la lectura y monitoreo de las señales suministradas por los acelerómetros.
3. Existe la posibilidad que los pernos pasantes, que fijaban el motor vibratorio al modelo, se hubiesen aflojado ligeramente como consecuencia de la vibración misma. Esto ocasionaría que la onda de vibración no haya sido transmitida íntegramente al modelo.

4. La presencia de vibraciones externas vecinas, tales como los impactos y golpes fuertes, pueden haber ocasionado interferencia en la señal recepcionada por el osciloscopio.

GRAFICO 5.1  
AMPLITUD VS. RELACION DE FRECUENCIAS

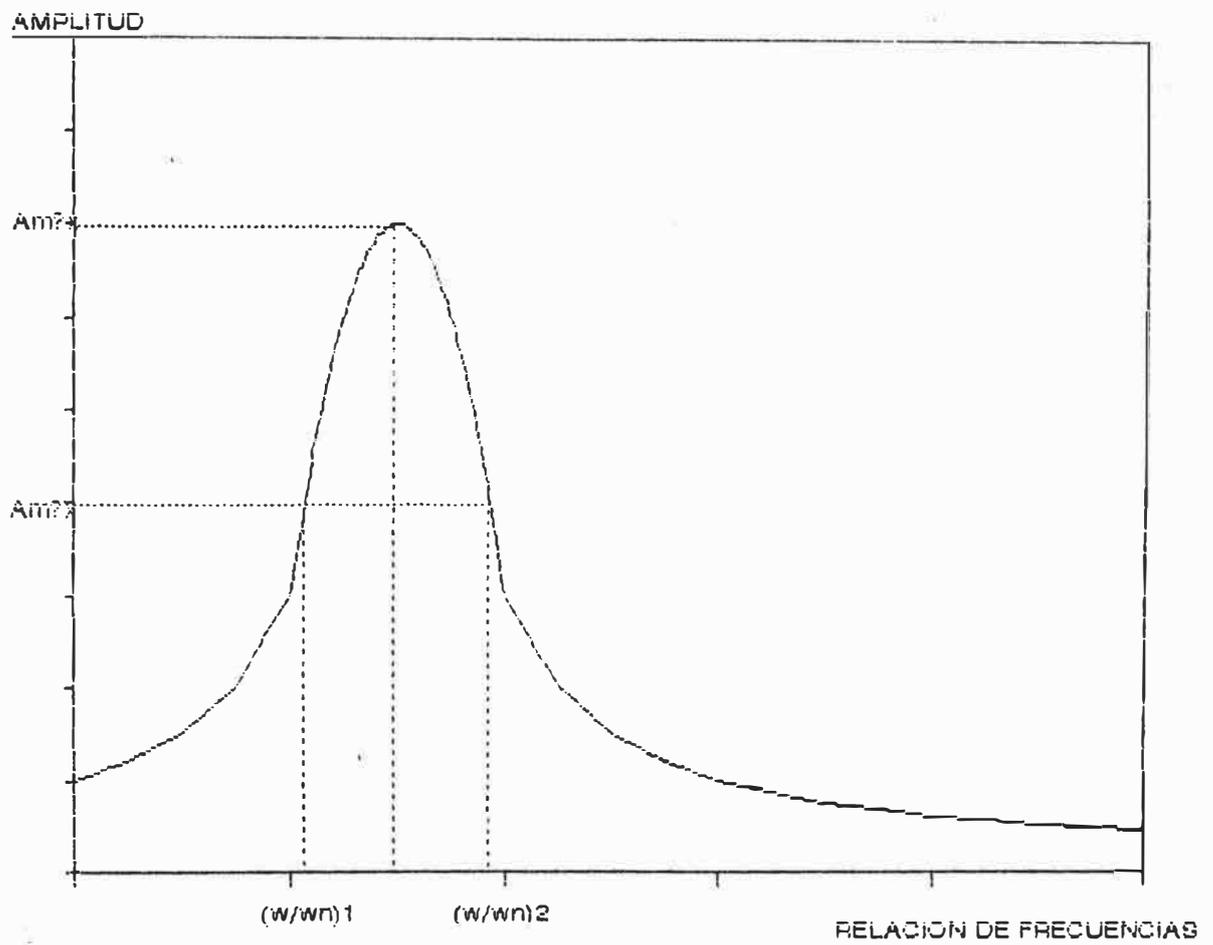


GRAFICO 5.2  
AMPLITUD VS. FRECUENCIA

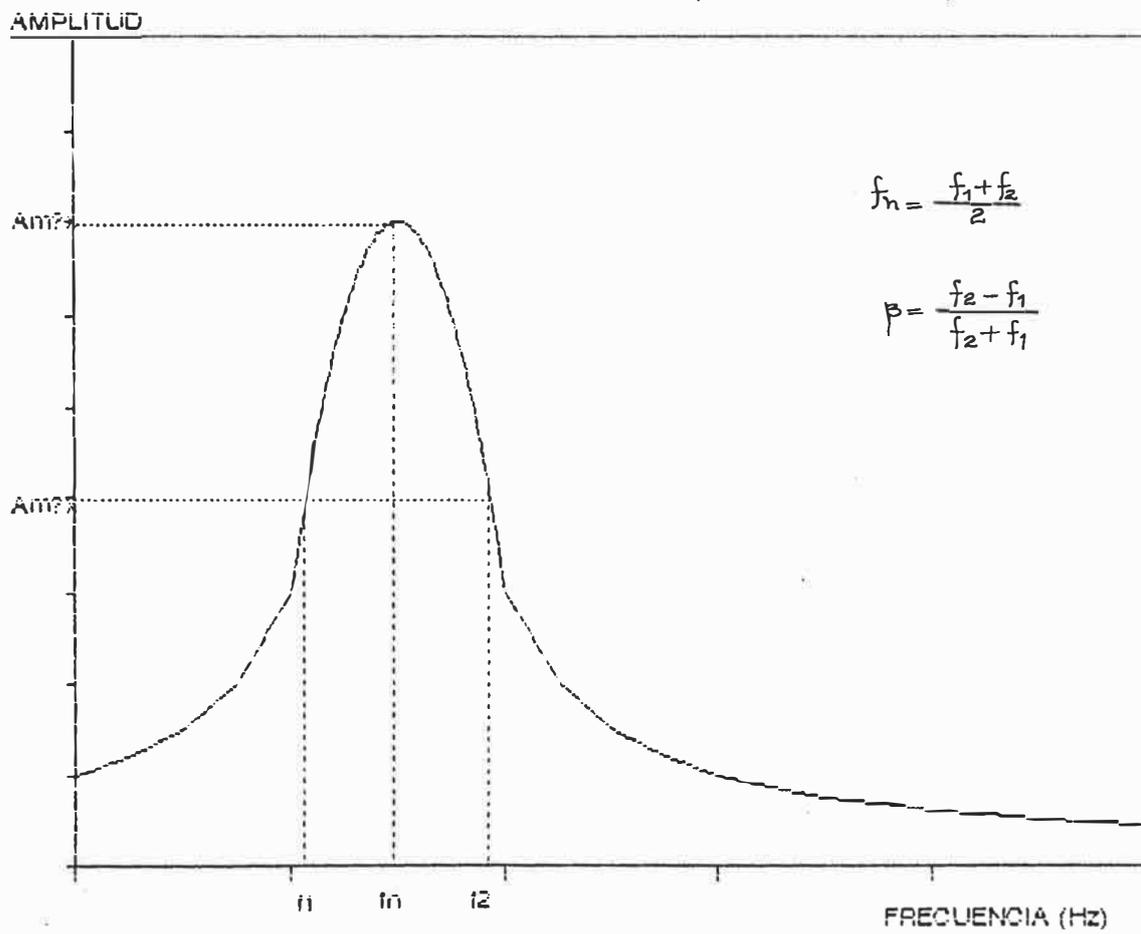


GRAFICO 5.3  
(Primer modelo - acelerómetro 01)

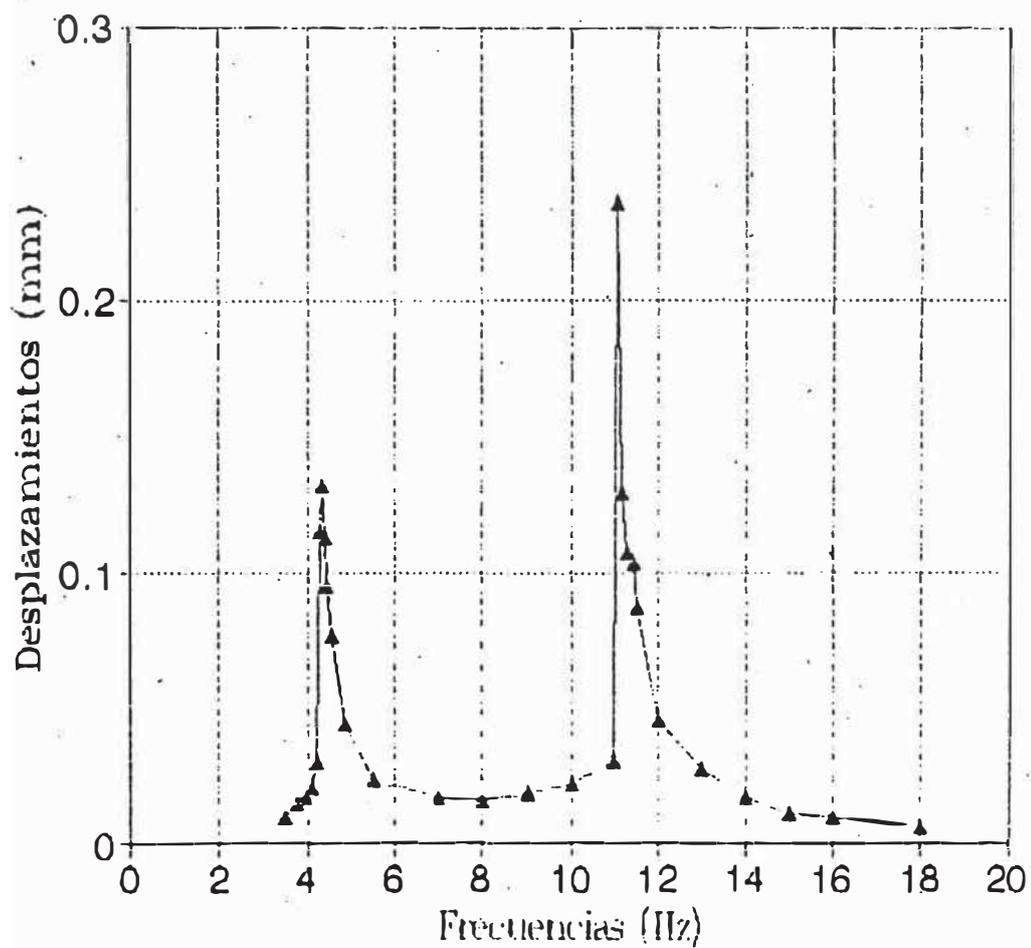


GRAFICO 5.4  
(Primer modelo - acelerómetro 02)

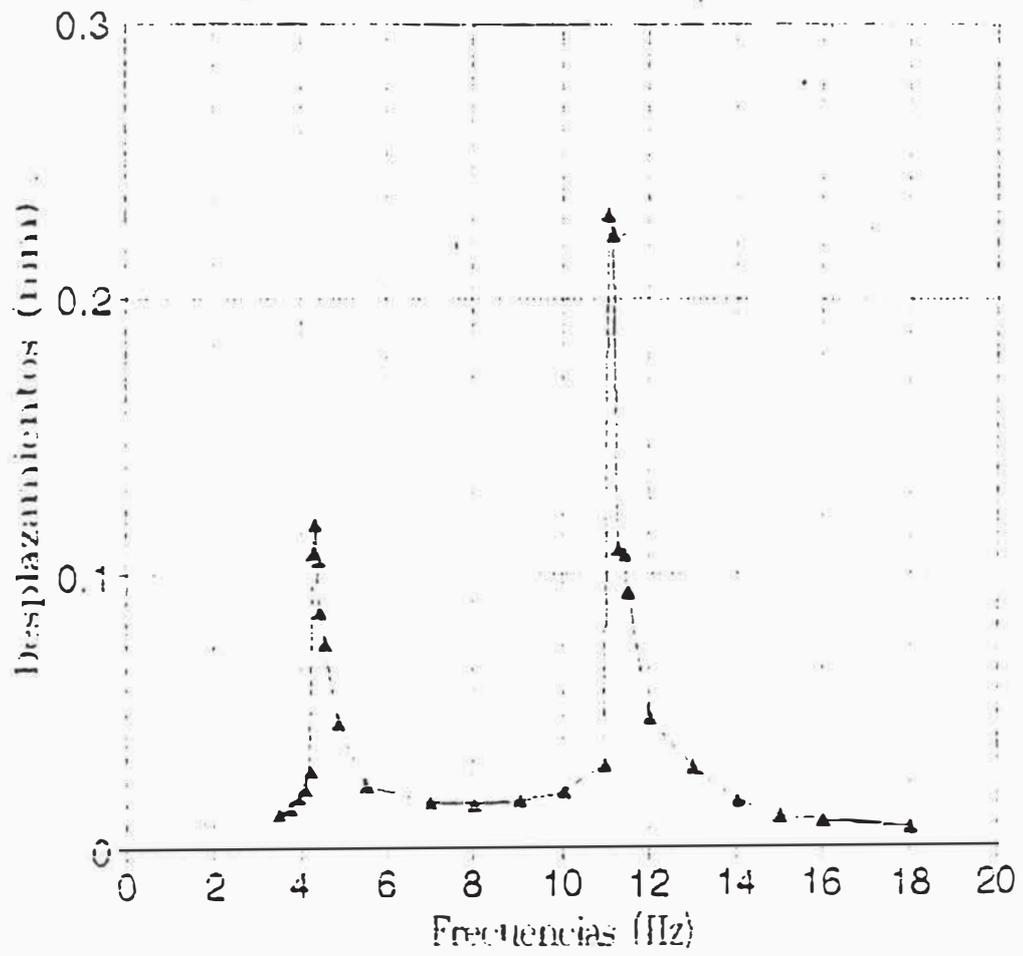


GRAFICO 5.5  
(Primer modelo - acelerómetro 03)

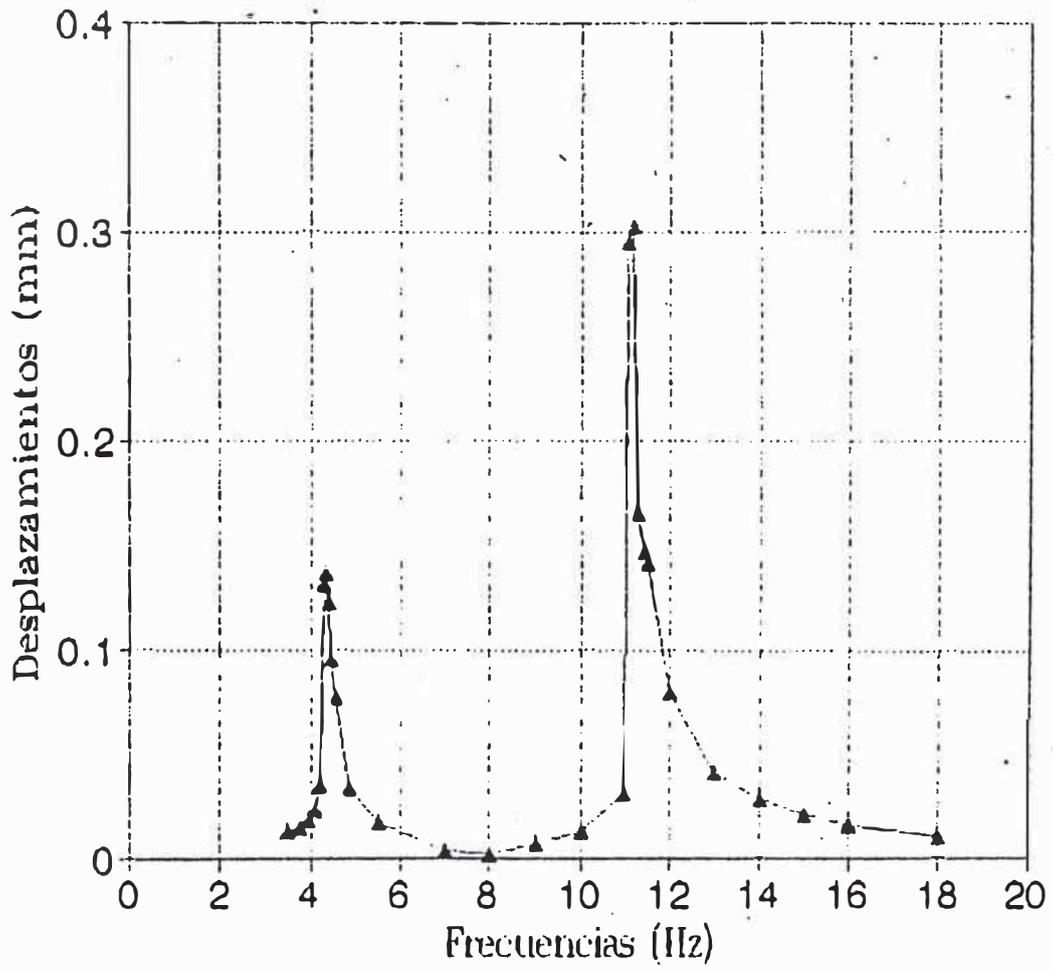


GRAFICO 5.6  
(Primer modelo - acelerómetro 04)

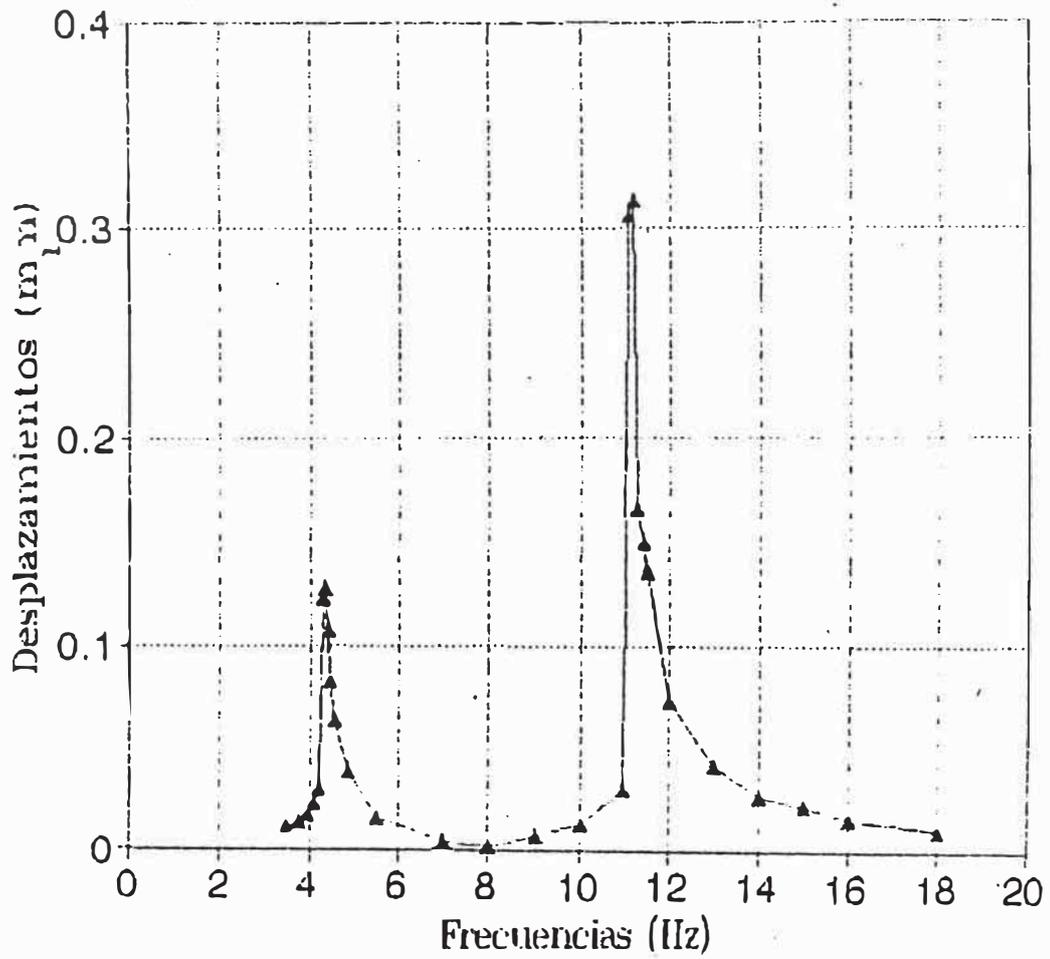


GRAFICO 5.7  
(Segundo modelo - acelerómetro 01)

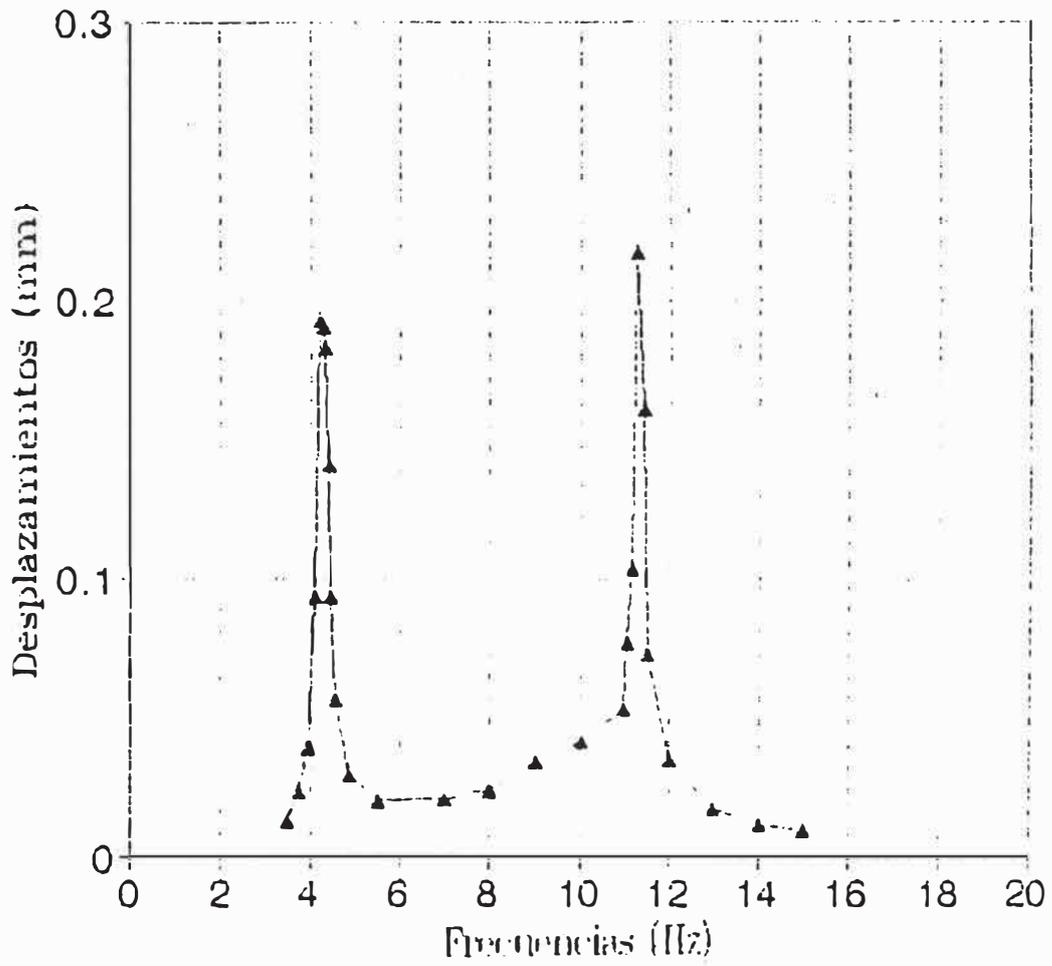


GRAFICO 5.8  
(Segundo modelo - acelerómetro 02)

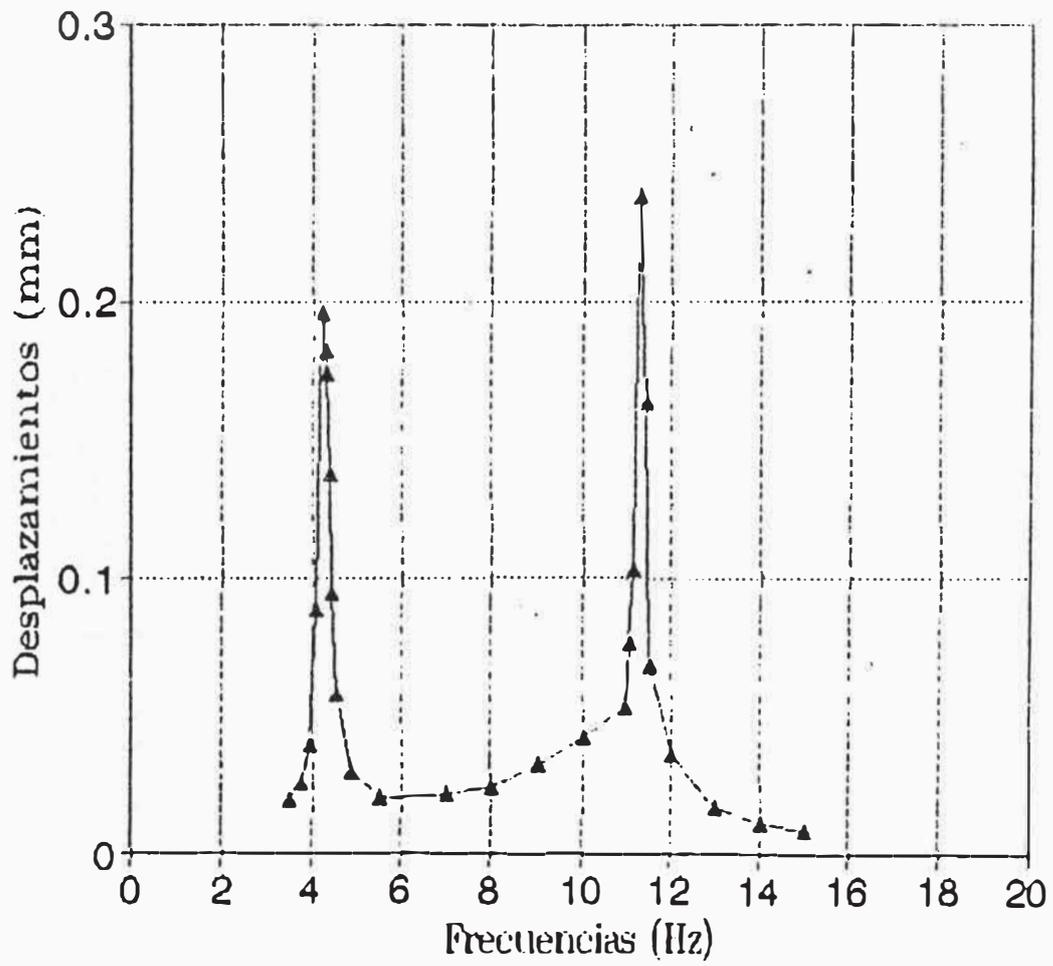


GRAFICO 5.9  
(Segundo modelo - acelerómetro 03)

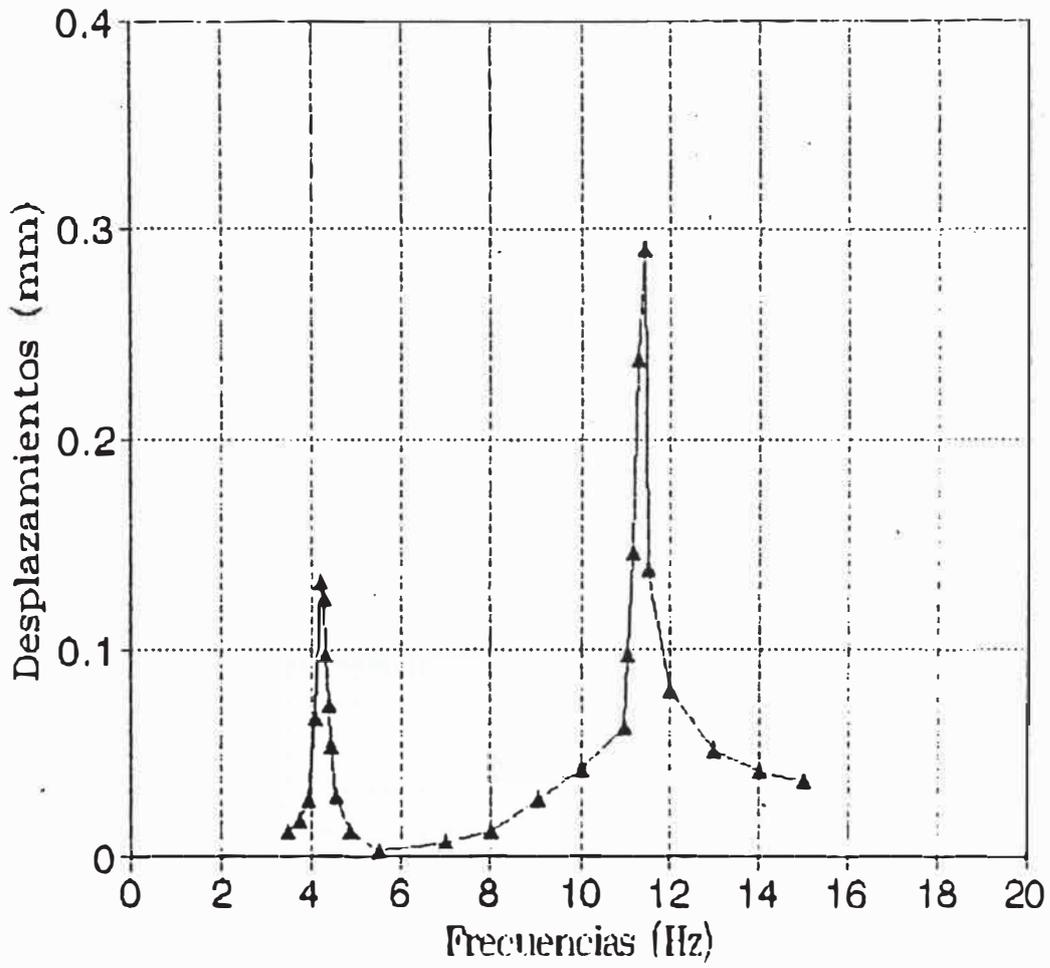


GRAFICO 5.10  
(Segundo modelo - acelerómetro 04)

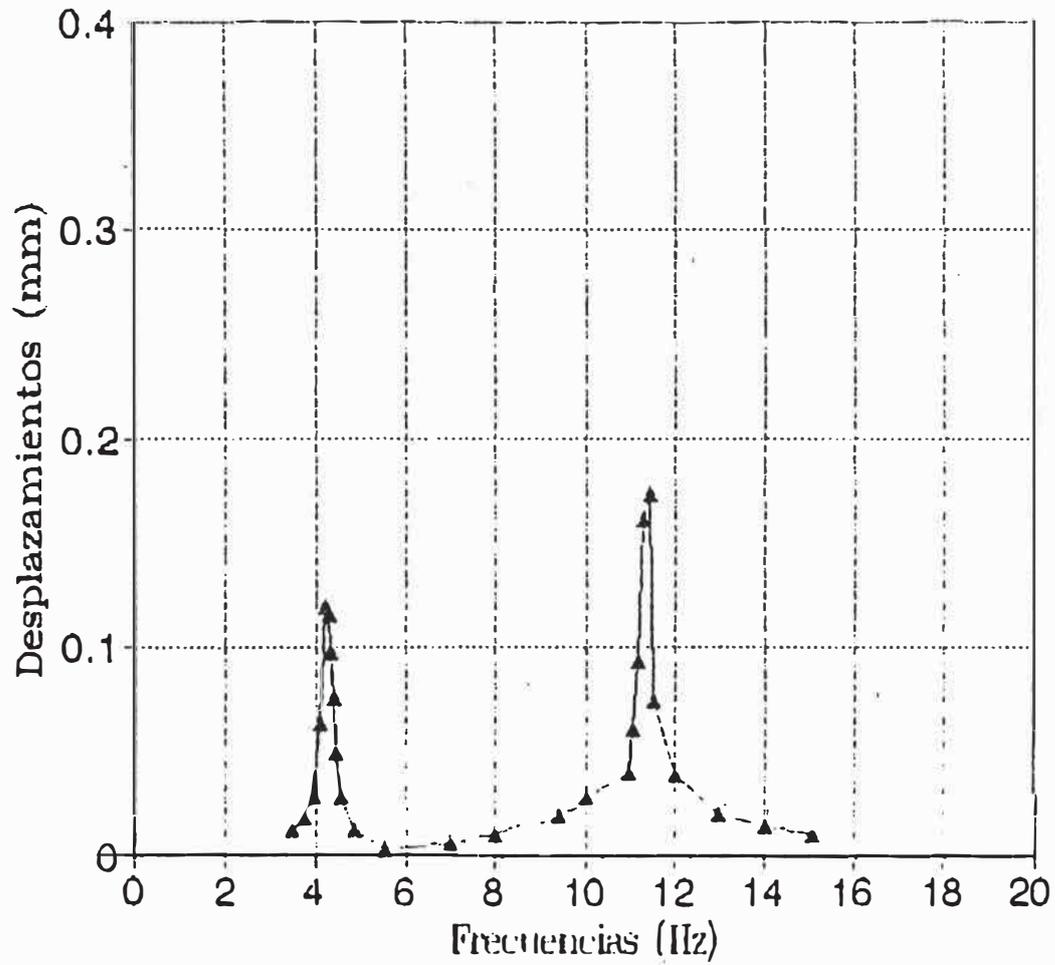
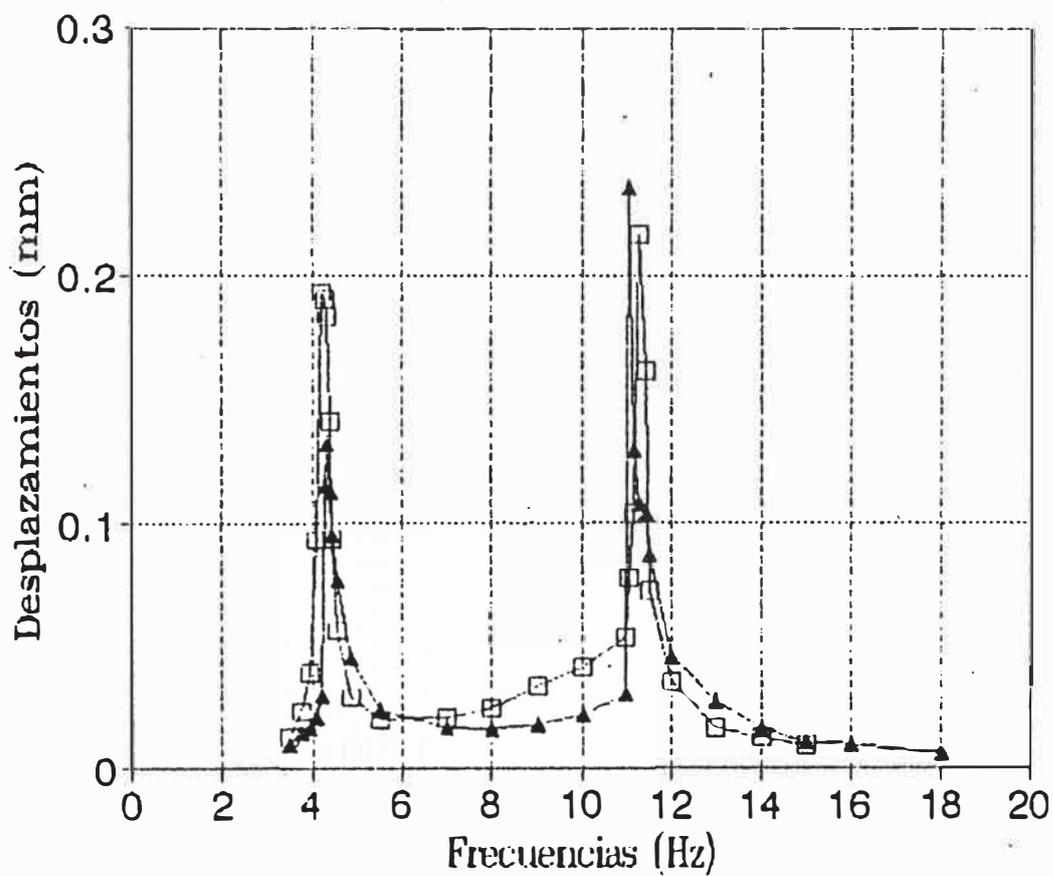


GRAFICO 5.11  
(Modelos 1 y 2 - acelerómetro 01)



—▲— modelo 1 —□— modelo 2

GRAFICO 5.12  
(Modelos 1 y 2 - acelerómetro 02)

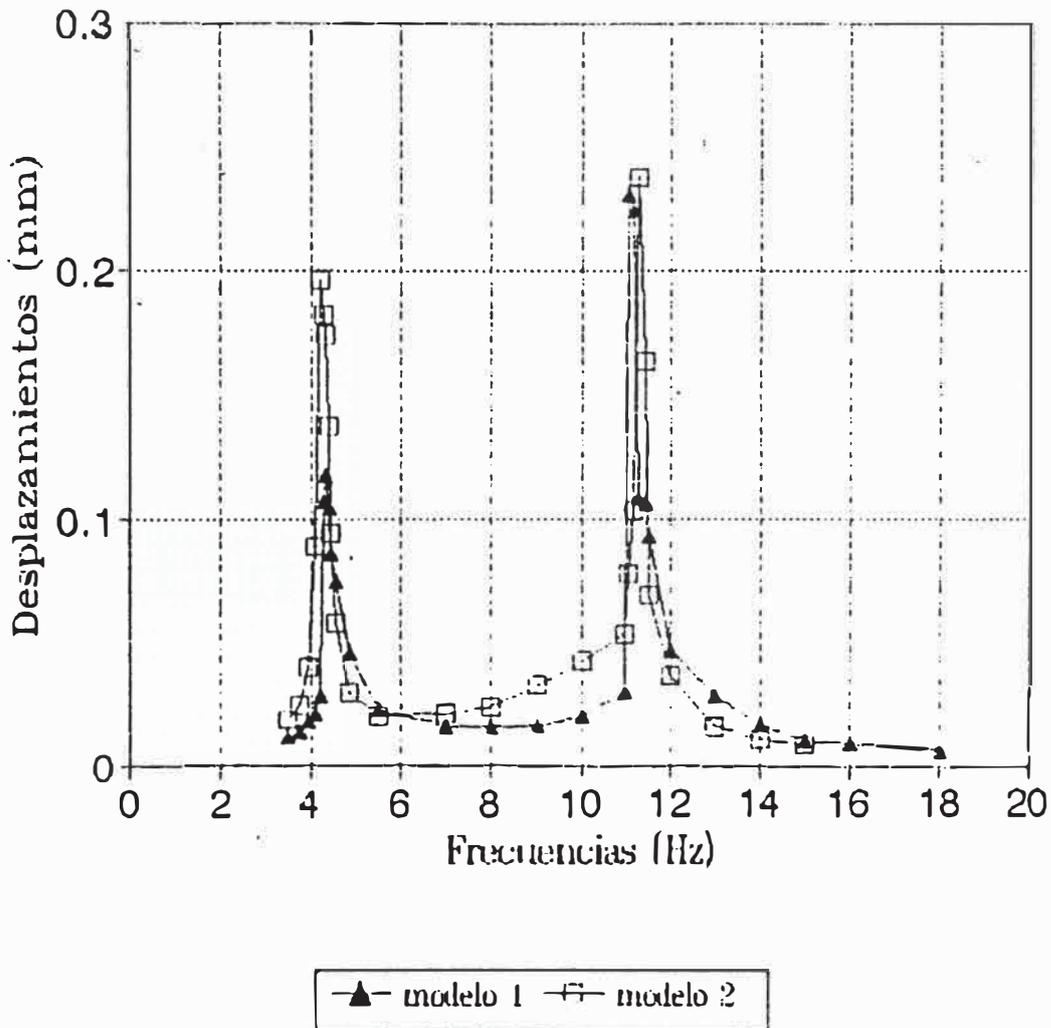


GRAFICO 5.13  
(Modelos 1 y 2 - acelerómetro 03)

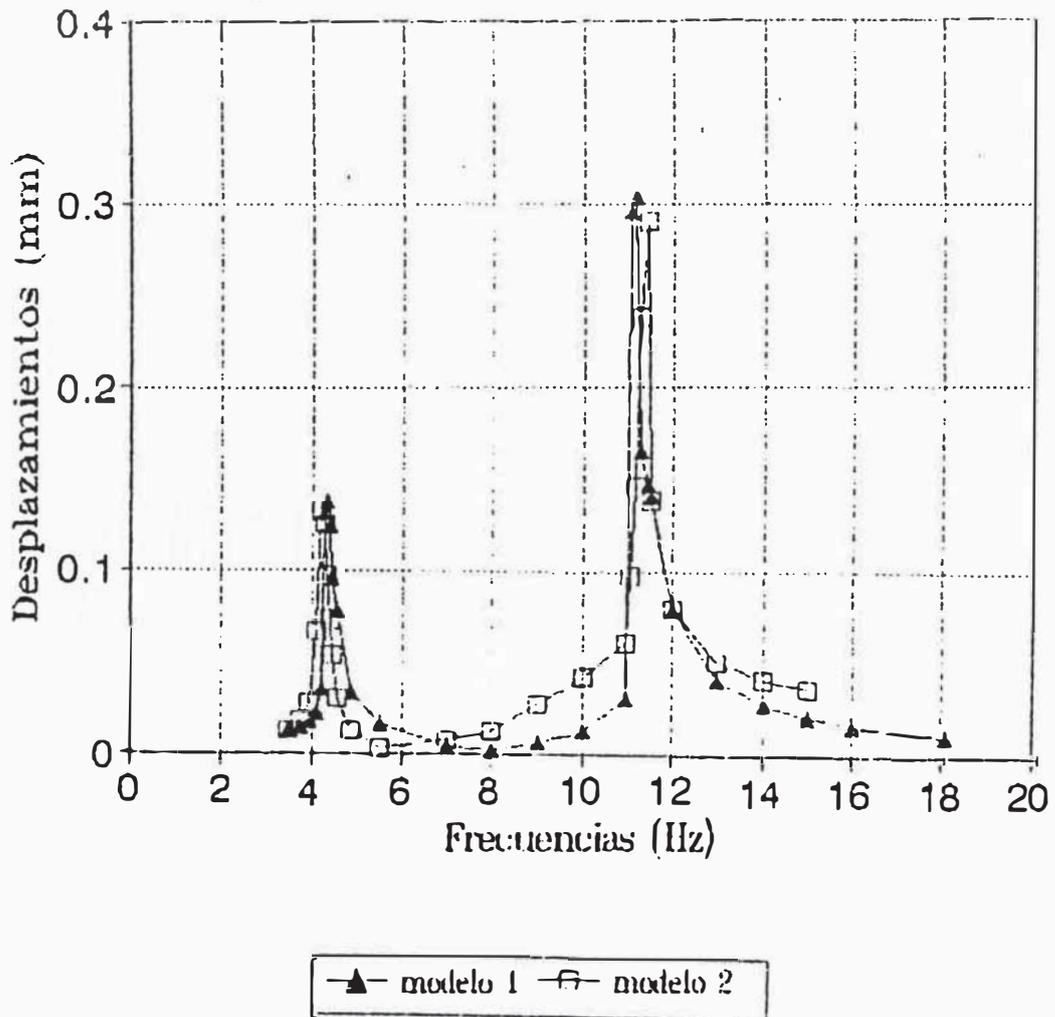


GRAFICO 5.14  
(Modelos 1 y 2 - acelerómetro 04)

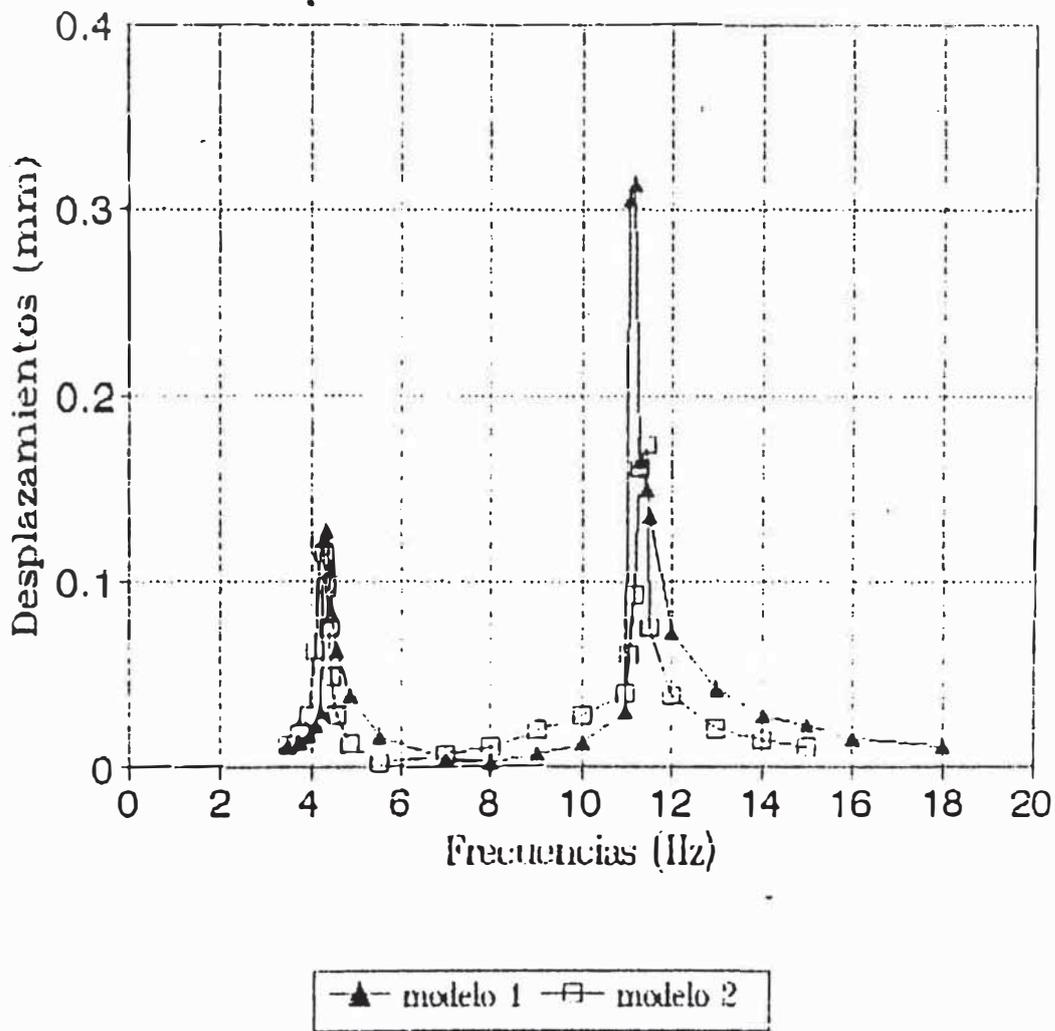


GRAFICO 5.15  
F.A.D. VS. RELACION DE FRECUENCIAS

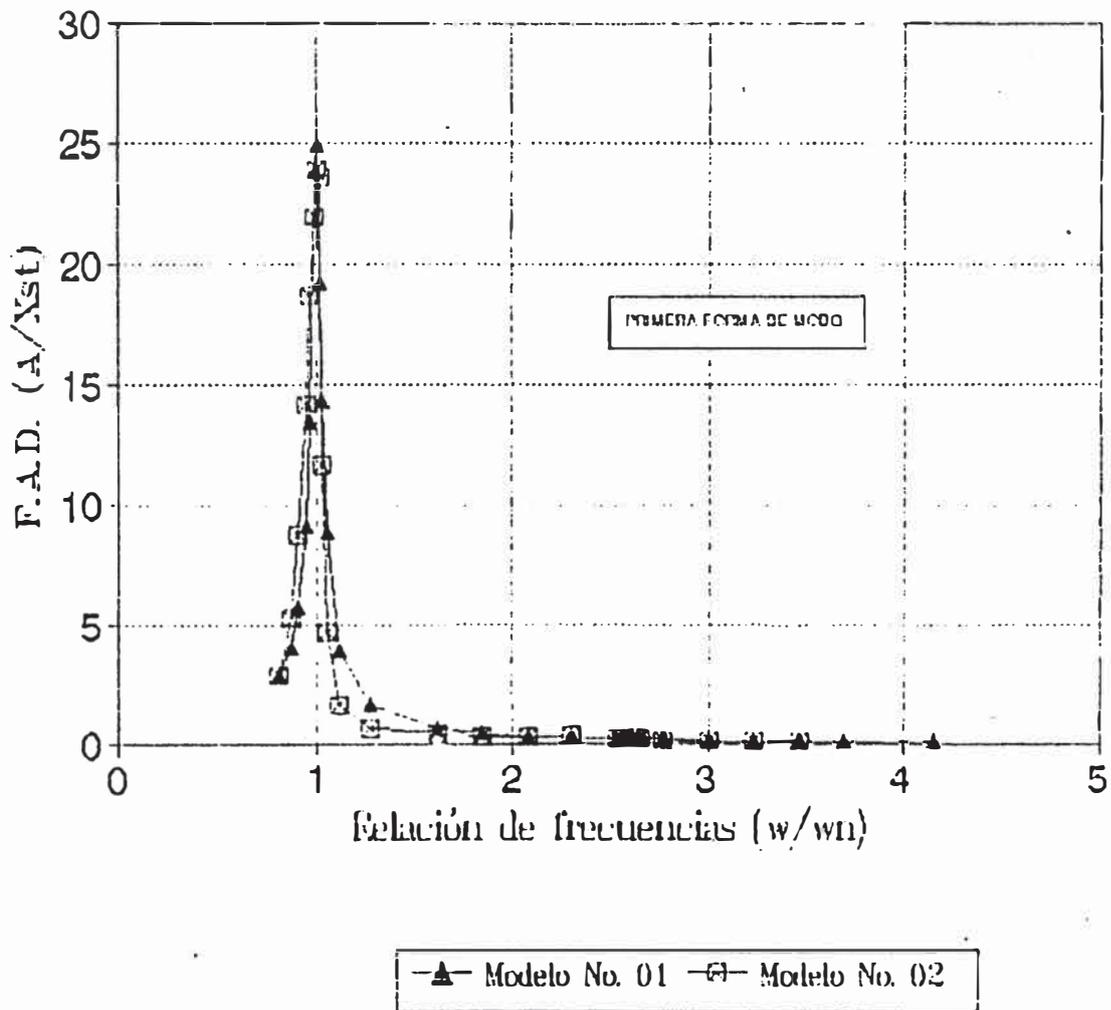
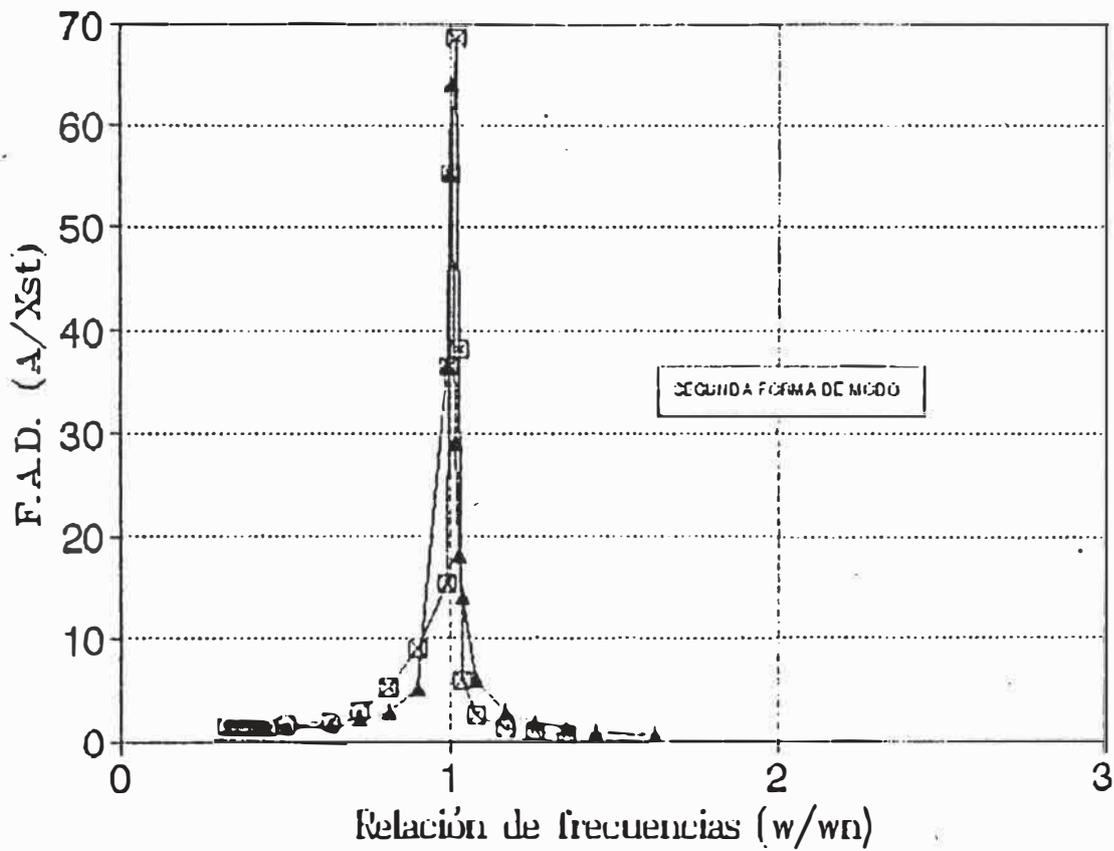


GRAFICO 5.16  
F.A.D. VS. RELACION DE FRECUENCIAS



—▲— Modelo No. 01 —■— Modelo No. 02

## CAPITULO VI

# ENSAYO DE FLEXIBILIDADES

### 6.1 DESCRIPCION DEL ENSAYO

El ensayo de flexibilidades es un ensayo de tipo "no destructivo" realizado con la finalidad de obtener la matriz de rigidez elástica a partir de la obtención experimental de la matriz de flexibilidad.

El Laboratorio de Estructuras del CISMID cuenta con un sistema de actuadores que permiten la aplicación de carga estática a una determinada estructura. La finalidad de la aplicación de estas cargas es forzar a que la estructura se deforme según determinados grados de libertad; esta es también una de las razones por las cuales se modela la estructura teniendo en cuenta tan sólo desplazamientos horizontales a nivel de entrepiso.

La matriz de rigidez lateral tiene en consideración tan sólo los desplazamientos horizontales a nivel de entrepiso, o sea que es necesario simular en laboratorio el desplazamiento horizontal en los grados de libertad asociados a las

deformaciones horizontales, esto se logra aplicando los actuadores justamente a nivel de cada entrepiso.

Este ensayo no considera los giros ni los desplazamientos verticales en los nudos; esto se debe a 2 principales motivos :

1. Es prácticamente imposible colocar un equipo de actuadores, o elementos parecidos, que deformen la estructura en los grados de libertad asociados a los giros y a los desplazamientos verticales en los nudos.
2. En el modelo más simple, solamente es de interés el tomar en cuenta los desplazamientos horizontales a nivel de cada entrepiso.

Las deformaciones horizontales son monitoreadas en la computadora de adquisición de datos que recepciona los valores registrados por los transductores de desplazamiento. Estos transductores de desplazamiento se instalan en los lugares donde se desea tener lecturas de la deformación horizontal.

El ensayo se controla por desplazamiento (no por fuerza), y culmina cuando se han aplicado ambos actuadores en forma individual en cada nivel de entrepiso.

## 6.2 FUNDAMENTO TEORICO

Del correcto ensamblaje de las matrices de rigidez de cada elemento se obtiene la matriz de rigidez de toda la estructura.

Esta matriz representa el estado de fuerzas que se produce en toda la estructura cuando se aplica una deformación unitaria en un determinado grado de libertad. La matriz de flexibilidad de toda la estructura está representada por la inversa de esta última matriz; es decir:

$$[F] = [K] \cdot [u]$$

$$[u] = [K]^{-1} [F]$$

$$[u] = [A] \cdot [F]$$

Donde la matriz  $[A]$  representa la inversa de la matriz de rigidez  $[K]$ . Esta matriz de flexibilidad representa el estado de deformaciones que se produce en toda la estructura cuando se aplica una fuerza unitaria en un determinado grado de libertad. O sea que si la matriz  $[A]$  tiene  $i$  filas y  $j$  columnas, se tiene :

$$[A] = A_{ij}$$

La  $j$ -ésima columna representa el estado de deformaciones que se produce en todos los grados de libertad cuando actúa una fuerza unitaria en el grado de libertad  $j$ .

### 6.3 EQUIPO DE ENSAYO

El equipo utilizado es el que se detalla a continuación:

1. Una computadora para el servo-control.
2. Los servo-controladores.
3. Dos actuadores de aplicación de carga.
4. Unidad de adquisición de datos.
5. Una computadora para el procesamiento de datos.

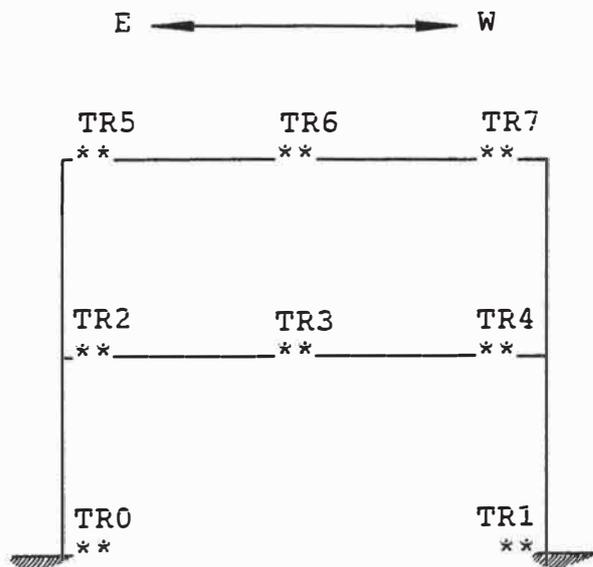
Este sistema de ensayo es el denominado "ensayo con computadora en línea".

#### 6.4 INSTRUMENTACION

Para este ensayo, por las características propias que posee, tan sólo se necesita colocar transductores a nivel de cada entrepiso.

Estando la cimentación sólidamente unida a la losa de ensayos, es sin embargo necesario colocar transductores a nivel de la cimentación (ver fotografía 4).

Se instalaron 2 transductores a nivel de la cimentación, 3 en la viga del primer nivel y otros 3 en la viga del segundo nivel; o sea que en total se instalaron 8 transductores según el siguiente esquema :

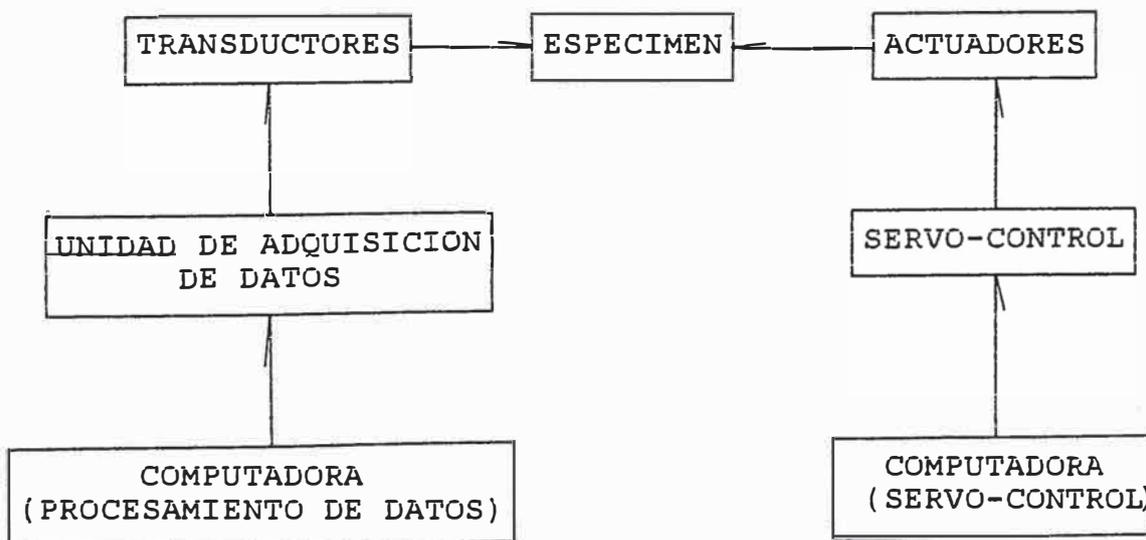


La siguiente tabla indica las características de cada transductor utilizado :

**TABLA 6.1**  
**UBICACION Y CARACTERISTICAS DE LOS TRANSDUCTORES**  
**ENSAYO DE FLEXIBILIDADES**

TR#	Ubicación	Capacidad (mm)	Código
0	Cimentación	50	YA6350038
1	Cimentación	50	YA6350003
2	1er. nivel	100	YB7890025
3	1er. nivel	100	YB7890032
4	1er. nivel	100	YB7890026
5	2do. nivel	100	YB7890010
6	2do. nivel	100	YB7890003
7	2do. nivel	100	YB7890046

Como ya se mencionó anteriormente, el sistema de ensayo es el denominado "ensayo con computadora en línea". En este sistema de ensayo, todos los componentes se conectan de tal manera que constituyen un sólo lazo cerrado :

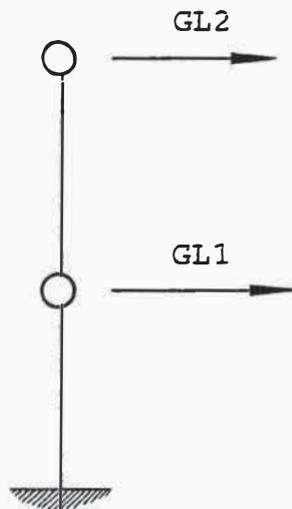


## 6.5 PROCEDIMIENTO DE ENSAYO

Antes de dar comienzo al ensayo, se debe fijar el modelo a la losa de ensayos mediante pernos pasantes. Se recomienda fijar el modelo haciendo uso de gatos hidráulicos que permiten aplicarle a los pernos fuerzas del orden de las 10 a 12 toneladas.

Antes de proceder a aplicar los actuadores, se fija la carga de ensayo; dicha carga de ensayo fue establecida en 150 kg por actuador (esta carga debe ser pequeña para que no cause esfuerzos excesivos en la estructura).

Los grados de libertad a tomarse en cuenta en la matriz de flexibilidad son los que se indican a continuación :



El ensayo de flexibilidades consiste en aplicar primero la carga de 150 kg. al grado de libertad No.1 desactivando el grado de libertad No.2, es decir, no aplicando el actuador en el grado de libertad No.2.

Luego, se desactiva el grado de libertad No.1, es decir, no se aplica el actuador en el grado de libertad No.1, y sí se aplica el actuador en el grado de libertad No.2.

El actuador realiza la siguiente secuencia de posiciones :

1era. posición : equilibrio.  
 2da. posición : desplazamiento hacia el este.  
 3ra. posición : equilibrio.  
 4ta. posición : desplazamiento hacia el oeste.  
 5ta. posición : equilibrio.

El actuador llega a las posiciones 2 y 4 cuando se alcanza una carga aplicada de 150 kgs.

#### 6.6 PROCESAMIENTO DE DATOS Y OBTENCION DE RESULTADOS

Cuando se aplicó el actuador en alguno de los 2 grados de libertad considerados, se obtuvieron lecturas para las posiciones extremas E y W; estas lecturas se promediaron y representan el máximo desplazamiento en un punto determinado de la estructura cuando se aplicó una carga máxima de 150 kg en un determinado grado de libertad. Los resultados ya procesados se indican en las tablas 6.2 y 6.3 :

**TABLA 6.2**  
**DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES CUANDO ACTUA UNA CARGA**  
**DE 150 KG. EN EL GRADO DE LIBERTAD No1**

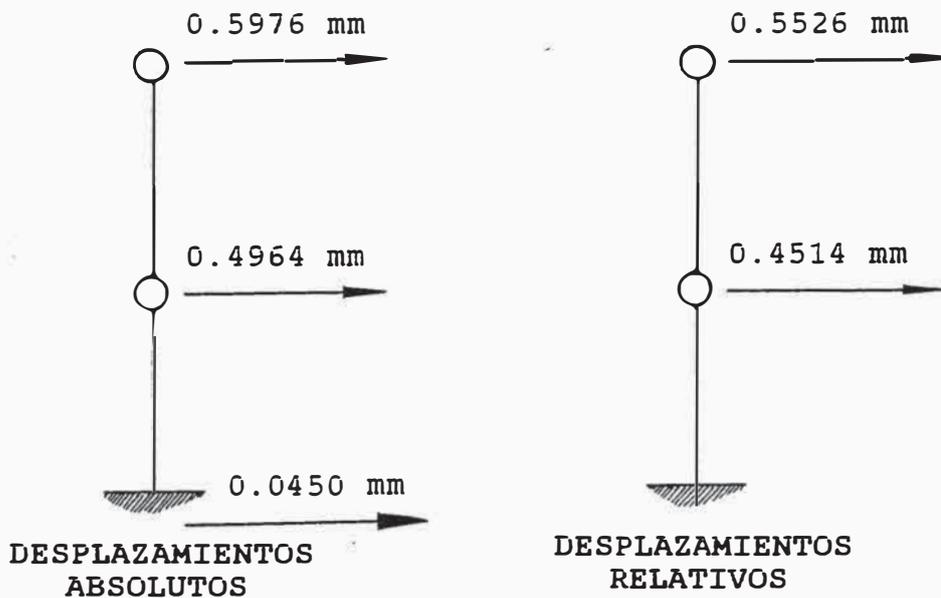
TR#	Lectura ( mm )
0	0.0630
1	0.0270
2	0.5025
3	-
4	0.4903
5	0.6110
6	0.6620
7	0.5197

**TABLA 6.3**  
**DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES CUANDO ACTUA UNA CARGA**  
**DE 150 KG. EN EL GRADO DE LIBERTAD No2**

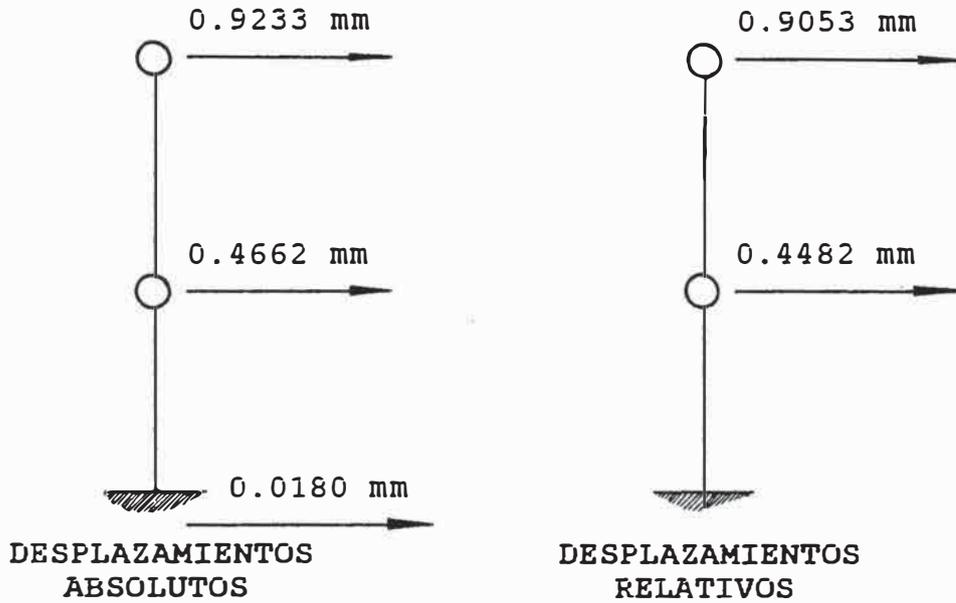
TR#	Lectura ( mm )
0	0.0180
1	0.0180
2	0.4699
3	-
4	0.4625
5	1.0055
6	0.8955
7	0.8688

Las lecturas en el transductor # 3 no fueron registradas debido a que se presentaron problemas en el cableado.

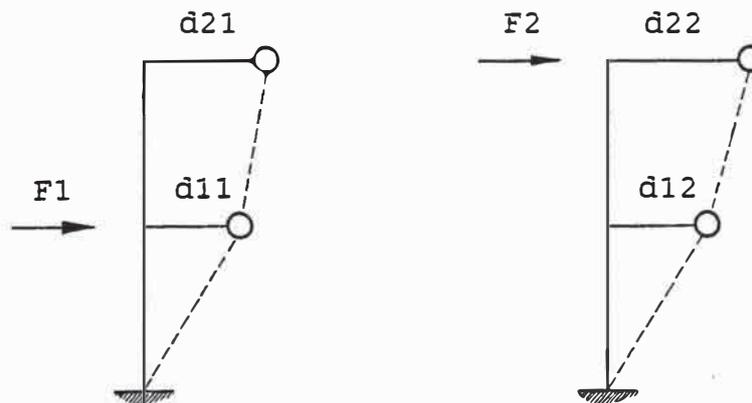
Cuando el actuador se aplicó en el primer grado de libertad, se obtuvieron los siguientes desplazamientos horizontales :



Cuando el actuador se aplicó en el segundo grado de libertad, se obtuvieron los siguientes desplazamientos horizontales :



Así, si se define el desplazamiento  $d_{ij}$ , como aquel que se produce en el grado de libertad  $i$  cuando se aplica el actuador en el grado de libertad  $j$ , se tiene :



Y así, la matriz de flexibilidad se definirá del siguiente modo :

$$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{d_{11}}{F_1} & \frac{d_{12}}{F_2} \\ \frac{d_{21}}{F_1} & \frac{d_{22}}{F_2} \end{bmatrix}$$

; los valores obtenidos experimentalmente fueron :

$$\bar{d}_{11} = 0.4514 \text{ mm}$$

$$\bar{d}_{21} = 0.5526 \text{ mm}$$

$$\bar{d}_{12} = 0.4482 \text{ mm}$$

$$\bar{d}_{22} = 0.9053 \text{ mm}$$

; reemplazando adecuadamente estos valores en la matriz de flexibilidad, se tiene:

$$A \left( \frac{\text{cm}}{\text{ton}} \right) = \begin{bmatrix} 0.3009 & 0.2988 \\ 0.3684 & 0.6035 \end{bmatrix}$$

; promediando los valores extremos fuera de la diagonal principal :

$$A \left( \frac{\text{cm}}{\text{ton}} \right) = \begin{bmatrix} 0.3009 & 0.3336 \\ 0.3336 & 0.6035 \end{bmatrix}$$

Esta última expresión representa la matriz de flexibilidad experimental obtenida para el modelo ensayado.

## 6.7 INTERPRETACION Y EVALUACION DE LOS RESULTADOS

### 6.7.1 MATRIZ DE RIGIDEZ EXPERIMENTAL Y MATRIZ DE RIGIDEZ TEORICA

Como ya se mencionó en el ítem 6.1, la finalidad del ensayo de flexibilidades es obtener la matriz de rigidez elástica a partir de la obtención de la matriz de flexibilidad.

Habiendo ya obtenido experimentalmente la matriz de flexibilidad del sistema, el paso siguiente consiste en invertir esta matriz para así obtener la matriz de rigidez elástica.

Invirtiendo la matriz de flexibilidad calculada experimentalmente se obtiene :

$$K \left( \frac{\text{ton}}{\text{cm}} \right) = \begin{bmatrix} 8.68301 & -4.83429 \\ -4.79975 & 4.32928 \end{bmatrix}$$

; pasando las toneladas a kilogramos :

$$K \left( \frac{\text{kg}}{\text{cm}} \right) = \begin{bmatrix} 8683.01 & -4834.29 \\ -4799.75 & 4329.28 \end{bmatrix}$$

; y finalmente, promediando los valores extremos se tendrá :

$$K \left( \frac{\text{kg}}{\text{cm}} \right) = \begin{bmatrix} 8683.01 & -4817.02 \\ -4817.02 & 4329.28 \end{bmatrix}$$

La matriz de rigidez lateral del pórtico plano, proveniente de una condensación estática previa, ya se obtuvo teóricamente en el ítem 4.2 :

$$K_L \left( \frac{kg}{cm} \right) = \begin{bmatrix} 10925.50 & -4560.94 \\ -4560.94 & 3620.36 \end{bmatrix}$$

En base a esta última matriz ya se pueden establecer comparaciones para determinar el error en el cálculo de la matriz de rigidez elástica.

Este error puede calcularse a nivel de cada coeficiente  $K_{ij}$  tal como se aprecia en la siguiente tabla :

**TABLA 6.4**  
**ERROR EN EL CALCULO DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ ELASTICA**  
**ENSAYO DE FLEXIBILIDADES EN EL CISMID**

Coeficiente	Error (%)	Error promedio (%)
K11	20.53	12.83
K12	5.61	
K21	5.61	
K22	19.58	

Experimentalmente se puede afirmar que el error no es muy apreciable y que la matriz de rigidez calculada teóricamente representa una buena aproximación para la matriz de rigidez real del modelo.

#### 6.7.2 ENSAYO DE FLEXIBILIDADES EN LA PUCP

Con el objeto de calcular experimentalmente la matriz de flexibilidad, se realizó un ensayo estático sobre el espécimen tridimensional.

El ensayo consistió en aplicar una carga de 300 kg (150 kg en cada pórtico) independientemente en cada nivel a una velocidad de 30 kg/minuto; para lo cual se usó una gata hidráulica de 20 ton y una celda de carga de 10 ton de

capacidad que reaccionaba contra un pórtico metálico ("mecanos"). Esta carga fue lo suficientemente pequeña de modo que no produzca ninguna fisura en el espécimen (rango elástico). Los resultados fueron los siguientes :

$$A \left( \frac{cm}{ton} \right) = \begin{bmatrix} 0.1600 & 0.1867 \\ 0.1867 & 0.4000 \end{bmatrix} \quad \text{PORTICO 1}$$

$$A \left( \frac{cm}{ton} \right) = \begin{bmatrix} 0.1467 & 0.1933 \\ 0.1933 & 0.4133 \end{bmatrix} \quad \text{PORTICO 2}$$

; con lo cual el resultado promedio para el espécimen tridimensional sujeto a una carga de 300 kg fue :

$$A \left( \frac{cm}{ton} \right) = \begin{bmatrix} 0.1534 & 0.1900 \\ 0.1900 & 0.4067 \end{bmatrix}$$

; invirtiendo esta matriz se obtiene :

$$K \left( \frac{ton}{cm} \right) = \begin{bmatrix} 14.79440 & -6.79151 \\ -6.79151 & 5.57653 \end{bmatrix}$$

; pasando las toneladas a kilogramos :

$$K \left( \frac{kg}{cm} \right) = \begin{bmatrix} 14794.40 & -6791.51 \\ -6791.51 & 5576.53 \end{bmatrix}$$

### 6.7.3 COMPARACION DE RESULTADOS

Si se compara la matriz de rigidez elástica obtenida experimentalmente en el Laboratorio de Estructuras de la PUCP, con la matriz teórica calculada en el ítem 4.2, se aprecia que la primera posee valores algo superiores a los teóricos; lo que indicaría que el aligerado aumentó la rigidez del entrepiso. A continuación se muestra una tabla en la que se aprecia el error obtenido :

**TABLA 6.5**  
**ERROR EN EL CALCULO DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ ELASTICA**  
**ENSAYO DE FLEXIBILIDADES EN LA PUCP**

Coeficiente	Error (%)	Error promedio (%)
K11	35.39	46.81
K12	48.91	
K21	48.91	
K22	54.03	

Como se puede apreciar, el error es elevado. Esto puede atribuirse, entre otras cosas, a que teóricamente se usó en los cálculos un módulo de elasticidad de 200,000 kg/cm<sup>2</sup>, inferior al obtenido experimentalmente (236,000 kg/cm<sup>2</sup>, ver ítem 3.2.2.3).

#### **6.7.4 FUENTES DE ERROR**

Las principales fuentes de error son

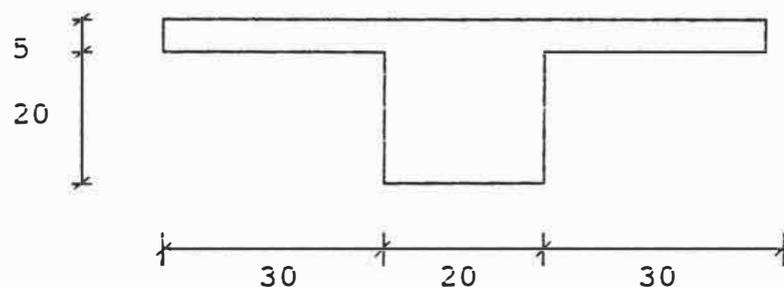
1. Si el eje del actuador no estuvo centrado con respecto al centro de gravedad de la sección en contacto, es probable que la carga monitoreada en la computadora de adquisición de datos no haya coincidido con la carga aplicada (presencia de excentricidad).
2. Todos los transductores de desplazamiento debieron estar perfectamente horizontales; de no ser así, es probable que los desplazamientos monitoreados no hayan correspondido a los desplazamientos reales del espécimen.
3. Siempre existieron desplazamientos de entrepiso relativos con respecto a la base inferior de la viga de cimentación. Estos desplazamientos fueron procesados, pero puede ser que hayan persistido errores en el cálculo.

6. Según el ítem 2.2, debió agregarse al espécimen, en el momento de ensayo, un peso adicional de 846.57 kg por nivel. Para este efecto se montaron, por nivel, 2 perfiles C-2 con un peso promedio de 385 kg por perfil; es decir, ambos perfiles hacían un peso de 770 kg. Agregando el peso adicional suministrado por los pernos, se estimó que el peso real era algo superior, pero muy próximo, al peso requerido (ver fotografía 5).
7. El valor de diseño asumido para el módulo de elasticidad del concreto fue :  $E = 200,000 \text{ kg/cm}^2$ . Sin embargo, de los ensayos de compresión axial de probetas de concreto, efectuados en el Laboratorio de Estructuras de la PUCP (ver ítem 3.2.2.3), se obtuvo :  $E = 236,000 \text{ kg/cm}^2$ .
8. El momento de inercia teórico de la sección de las vigas fue :

$$I = \frac{1}{12} \times 20 \times 25^3$$

$$I = 26,042 \text{ cm}^4$$

Sin embargo, la verdadera sección que ofreció rigidez fue:



; sección que posee un momento de inercia igual a :

$$I = 45,417 \text{ cm}^4$$

9. Finalmente, en el ajuste de los equipos, en la calibración de la instrumentación y en el manejo mismo del equipo de ensayo, siempre está presente el error humano.

# CAPITULO VII

## ENSAYO ESTATICO-MONOTONICO

### 7.1 DESCRIPCION DEL ENSAYO

Este tipo de ensayo considera el comportamiento inelástico de la estructura debido a la acción de cargas laterales monotónicamente incrementadas, es decir, cargas aplicadas en un sólo sentido.

La distribución de fuerzas laterales a lo largo de la altura de la estructura se determina acorde con la actual Norma de Diseño Sismo-Resistente. Esta distribución de fuerzas laterales se ilustra en la tabla 2.1 y la relación entre estas fuerzas sísmicas se indica en la ecuación 2.7.

El ensayo consiste en aplicar ambas fuerzas sísmicas, en la relación indicada en la ecuación 2.7, incrementándolas progresiva y lentamente hasta lograr el colapso de la estructura. Es de suponerse que con el aumento de la fuerza de corte por piso también se dé inicio a los eventos típicos asociados con la ocurrencia de rótulas plásticas en las secciones críticas de vigas y columnas.

El ensayo estático-monotónico se controla por fuerza y no por desplazamiento.

## 7.2 FUNDAMENTO TEORICO

En la filosofía del diseño sismo-resistente se supone que las edificaciones disiparán energía sísmica a través del comportamiento inelástico.

La evaluación de la respuesta inelástica, si bien es cierto es función del tipo de análisis, se basa en ciertos parámetros generales que reflejan el comportamiento de la estructura.

El comportamiento inelástico tiene que ver con la capacidad de la estructura, o de los elementos que la integran, para disipar gran parte de la energía producida por el movimiento sísmico.

A este respecto, será necesario definir ciertos parámetros previos que se relacionan con el comportamiento inelástico

**DUCTILIDAD;** este parámetro se refiere a la ductilidad del material, del elemento estructural o de toda la estructura. En todo caso, se refiere a la capacidad de deformación después de la fluencia inicial sin alguna pérdida significativa de su resistencia.

**FACTOR DE DUCTILIDAD** es la relación entre la máxima deformación de un elemento o estructura (sin alguna pérdida significativa de resistencia) y la deformación inicial de fluencia.

El uso del factor de ductilidad permite expresar las deformaciones máximas en términos adimensionales como un

índice de la deformación inelástica. El factor de ductilidad se expresa comunmente en términos de algunos parámetros importantes de respuesta relacionados con las deformaciones; estas deformaciones pueden referirse a los desplazamientos, rotaciones o curvaturas.

Es así que puede definirse el factor de ductilidad por desplazamiento del modo siguiente :

$$\mu = \frac{\Delta_{m\acute{a}x}}{\Delta_y} \quad (7.1)$$

; donde :

$\Delta_{m\acute{a}x}$  = desplazamiento máximo.

$\Delta_y$  = desplazamiento de fluencia.

De esta manera, para modelos tipo cortante, la ecuación 7.1 refleja el comportamiento a nivel de cada piso de la estructura. El factor de ductilidad por desplazamiento, considerando un comportamiento ideal elastoplástico, se ilustra en el gráfico 7.1.

El factor de ductilidad por rotación se define a nivel de cada sección crítica de la siguiente manera :

$$\mu = \frac{\theta_{m\acute{a}x}}{\theta_y} \quad (7.2)$$

; donde :

$\theta_{m\acute{a}x}$  = rotación máxima en la rótula plástica

$\theta_y$  = rotación en la región de la rótula plástica en el punto de fluencia cuando se aplica un momento igual al momento de fluencia (MP) en los extremos del elemento.

Una información importante sobre el comportamiento de las secciones críticas de los elementos viene dada por la curvatura requerida, que se define a través de la ductilidad por curvatura :

$$\mu = \frac{\phi_{m\acute{a}x}}{\phi_y} \quad (7.3)$$

; donde :

$\phi_{m\acute{a}x}$  = máxima curvatura producida en la sección.

$\phi_y$  = curvatura de fluencia.

El nivel de daño está bastante relacionado al desplazamiento de entrepiso; esto quiere decir que controlando el desplazamiento de entrepiso puede limitarse el nivel de daño, y es que son estos desplazamientos los que se asocian con la formación de las rótulas plásticas en las regiones críticas.

Hay muchas razones para controlar la distorsión de piso, una de ellas es el control de la deformación inelástica de los elementos.

Estas distorsiones de entrepiso causan graves daños sobre los elementos no estructurales de edificios diseñados y construidos cumpliendo las disposiciones más recientes en la materia.

A este respecto, las especificaciones referentes al control de las distorsiones entre piso y piso en un edificio varían entre 1/100 a 1/67 (valores máximos del RNC-77).

Por estos motivos es que en los últimos años se ha venido imponiendo el "diseño por capacidad"; es decir, para poder predecir la respuesta inelástica con una razonable seguridad, se combinan los conceptos de capacidad y resis-

tencia en una adecuada comparación.

En el diseño por capacidad de estructuras sismo-resistentes, los miembros de los sistemas de carga primaria son escogidos y adecuadamente diseñados y detallados para disipación de energía bajo deformaciones inelásticas severas. Todos los otros elementos estructurales son provistos con suficiente resistencia, de manera que el recurso escogido de disipación de energía pueda mantenerse.

Las normas peruanas indican que la energía sísmica de entrada deberá ser absorbida por la estructura según la sumación de la energía de deformación elástica más la energía de deformación inelástica :

$$E = E_e + E_i$$

donde

$E$  = energía sísmica de entrada.

$E_e$  = energía de deformación elástica (energía por capacidad estática).

$E_i$  = energía de deformación inelástica (energía por capacidad de ductilidad).

Es por eso que el diseño especificado en las normas nacionales se orienta a obtener estructuras con una mínima capacidad estática y con una máxima capacidad de ductilidad.

En resumen, se puede afirmar que aquellas estructuras que se estima pueden sufrir grandes daños como consecuencia de la acción sísmica, deben diseñarse bajo 3 criterios básicos : resistencia, ductilidad y control de desplazamientos laterales.

### 7.3 EQUIPO DE ENSAYO

El equipo utilizado es el que se detalla a continuación:

1. Una computadora para el servo-control.
2. Los servo-controladores.
3. Dos actuadores de aplicación de carga.
4. Unidad de adquisición de datos.
5. Una computadora para el procesamiento de datos.

Este sistema de ensayo es el denominado "ensayo con computadora en línea".

### 7.4 INSTRUMENTACION

Se colocaron strain-gages en la parte inferior de ambas columnas del primer nivel, de manera de contar con lecturas de deformación del acero en la base del modelo (ver fotografía 4).

Asimismo, se colocaron transductores de desplazamiento en la base de la estructura así como en los 2 entrepisos superiores; esto se hizo, al igual que el ensayo de flexibilidades, con la finalidad de obtener lecturas de desplazamientos relativos de entrepiso, que son los que causan el colapso de la estructura.

La disposición de los transductores en el espécimen se muestra en el siguiente esquema, así como también se detallan las características de estos en la tabla 7.1 :

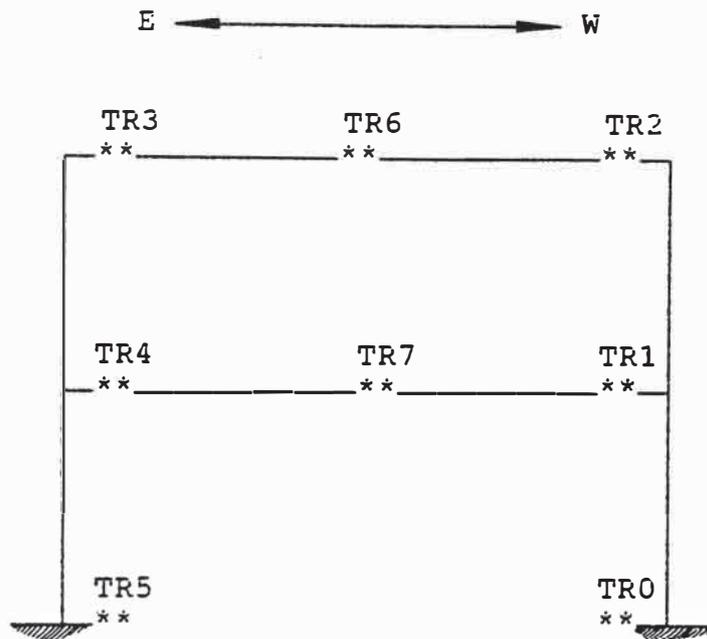


TABLA 7.1  
UBICACION Y CARACTERISTICAS DE LOS TRANSDUCTORES  
ENSAYO ESTATICO-MONOTONICO

TR#	Ubicación	Capacidad (mm)	Código
0	Cimentación	50	YA6350003
1	1er. nivel	100	YB7890026
2	2do. nivel	100	YB7890046
3	2do. nivel	100	YB7890010
4	1er. nivel	100	YB7890025
5	Cimentación	50	YA6350038
6	2do. nivel	100	YB7890003
7	1er. nivel	100	YB7890032

El sistema de ensayo corresponde al "ensayo con computadora en línea" que ya se explicó en el capítulo anterior.

### 7.5 PROCEDIMIENTO DE ENSAYO

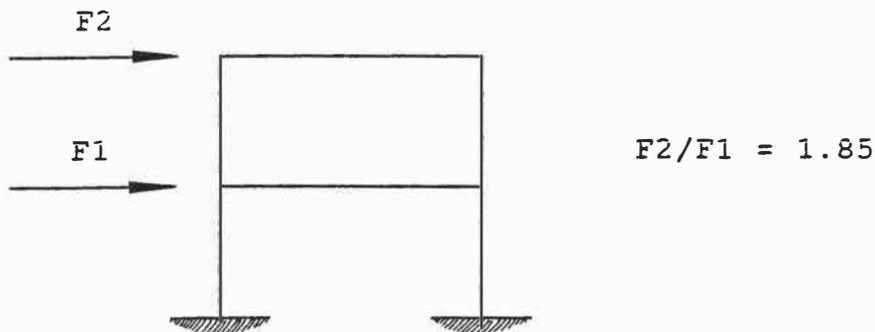
Antes de proceder al ensayo, se debe verificar que el modelo esté perfectamente empotrado a la losa de ensayos; también se debe constatar que cada uno de los transductores y strain-gages estén funcionando correctamente.

Una vez que se ha verificado el cableado respectivo, se procede a aplicarle al espécimen las cargas estáticas en ambos entrepisos según la relación siguiente :

$$\frac{F_2}{F_1} = 1.85$$

Esta relación proviene del análisis reglamentario hecho en el Capítulo II según la Norma Peruana de Diseño Sismo-Resistente.

Las cargas laterales se aplican al espécimen haciendo uso de los actuadores. Estas cargas se incrementan gradualmente desde algún valor muy pequeño (que pueda ser recepcionado por la computadora) hasta los valores que se supone causarán el colapso del espécimen. Este incremento de fuerzas laterales se realiza manteniendo en todo momento la relación :  $F_2/F_1 = 1.85$ .



En cada etapa del ensayo se monitorean los desplazamientos laterales asociados a cada incremento de carga lateral. Asimismo, se van señalizando las grietas producidas en el espécimen durante el ensayo.

A efectos de tener dibujada la curva fuerza lateral versus desplazamiento, se instaló el plotter a la computadora de adquisición de resultados.

#### **7.6 PROCESAMIENTO DE DATOS Y OBTENCION DE RESULTADOS**

Las lecturas de desplazamiento y deformación fueron monitoreadas en la computadora de adquisición de datos; asimismo, el plotter imprimió las curvas fuerza del actuador versus desplazamiento absoluto de entrepiso para cada nivel. Las curvas experimentales obtenidas en el ensayo estático-monotónico se muestran en los gráficos 7.2 y 7.3.

Estos gráficos muestran los valores de desplazamiento absoluto registrados conforme se iban incrementando las cargas laterales en el actuador. Sin embargo, es de mayor interés el plotear las curvas fuerza cortante versus desplazamiento relativo de entrepiso. Estas curvas se muestran en los gráficos 7.4 y 7.5.

A partir de estos 2 gráficos se pueden elaborar los diagramas bilineales para así calcular la rigidez inicial en el tramo elástico ( $K_1$ ) y la rigidez en el tramo inelástico ( $K_2$ ) haciendo una similitud con los gráficos 4.8 y 4.9.

Los diagramas bilineales respectivos se muestran en los gráficos 7.6 y 7.7. Asimismo se han calculado las rigideces elástica e inelástica. Estos resultados experimentales se detallan en la siguiente tabla

**TABLA 7.2**  
**VALORES DE RIGIDEZ ELASTICA Y RIGIDEZ INELASTICA**  
**OBTENIDOS EN EL ENSAYO ESTATICO-MONOTONICO**

Entrepiso #	K1 (ton/cm)	K2 (ton/cm)	K2/K1
1	12.16	1.33	0.11
2	10.03	1.93	0.19

## 7.7 INTERPRETACION Y EVALUACION DE LOS RESULTADOS

### 7.7.1 RIGIDEZ LATERAL

Es importante señalar que el montaje realizado para el ensayo estático-monotónico precomprimió demasiado ambas vigas, esto ocasionó que no apareciera el mecanismo de formación de rótulas plásticas que se esperaba (ver ítem 4.8).

De las tablas 4.14 y 7.2 se tiene que los valores de rigidez obtenidos experimentalmente son mucho más altos que los obtenidos teóricamente. En primera instancia, esto induciría a pensar que el pórtico real tuvo una rigidez lateral mucho más elevada que la rigidez teórica.

A continuación se muestran 2 tablas en las que se pueden comparar los valores de rigidez elástica (K1) e inelástica (K2), obtenidos experimentalmente, con los valores teóricos (SAP-80) :

**TABLA 7.3**  
**COMPARACION DE RIGIDEZES EN LOS TRAMOS ELASTICO (K1)**  
**E INELASTICO (K2) PARA EL PRIMER ENTREPISO**

	K1 (ton/cm)	K2 (ton/cm)
Teórico	4.78	1.68
Experimental	12.16	1.33

TABLA 7.4  
COMPARACION DE RIGIDECES EN LOS TRAMOS ELASTICO (K1)  
E INELASTICO (K2) PARA EL SEGUNDO ENTREPISO

	K1 (ton/cm)	K2 (ton/cm)
Teórico	2.92	0.66
Experimental	10.03	1.93

Se advierte que los valores experimentales son más elevados que los teóricos.

Asimismo, nótese que, tal como era de esperarse, teórica y experimentalmente la rigidez del primer entrepiso es mayor que la del segundo entrepiso.

Se estima que cuando el modelo empieza a incursionar en el rango inelástico, se aprecia una degradación de rigidez que está cuantificada por la relación  $K2/K1$ .

En la siguiente tabla se compara la relación  $K2/K1$  para los valores teóricos y experimentales :

TABLA 7.5  
DEGRADACION DE RIGIDEZ

	Teórico	Experimental
$K2/K1$ (primer entrepiso)	0.35	0.11
$K2/K1$ (segundo entrepiso)	0.23	0.19

En la tabla 7.5 se observa que la degradación de rigidez experimental es menor que la degradación de rigidez teórica.

Según las tablas 7.3 y 7.4, esto se debería a que la rigidez experimental en el tramo elástico (K1) resultó ser mucho mayor que la rigidez teórica en el mismo tramo.

En el tramo inelástico los valores teórico y experimental tienden a coincidir; de tal manera que se puede afirmar que es el tramo elástico el que gobierna la degradación de rigidez.

### 7.7.2 DUCTILIDAD POR DESPLAZAMIENTO

Reviste mucha importancia el hecho que el ensayo estático-monotónico no permite obtener exactamente el instante en que se producen los desplazamientos últimos asociados al colapso de la estructura.

Las lecturas de desplazamiento último que se obtienen corresponden al instante último en que se monitorean los valores de respuesta. Esto quiere decir que los actuadores pueden seguir aplicándole carga a la estructura mientras que los transductores de desplazamiento pueden haber dejado de enviar sus lecturas.

Esto puede deberse a fallas en el sistema de adquisición de datos o que el desplazamiento es tal que el transductor pierde su horizontalidad (ver fotografía 8).

Del ítem 4.9 ya se tienen los valores teóricos para el requerimiento de ductilidad por desplazamiento del primer y segundo entrepiso

$$\mu_{r1} = 8.67$$

$$\mu_{r2} = 12.98$$

De los gráficos 7.6 y 7.7 se pueden obtener los valores experimentales para los requerimientos de ductilidad por

desplazamiento asociados a los desplazamientos último y de fluencia:

$$\mu_{r1} = \frac{7.08}{1.82} = 3.89$$

$$\mu_{r2} = \frac{5.20}{1.11} = 4.68$$

Estos valores experimentales son inferiores a los valores teóricos.

La tabla siguiente muestra con más claridad esta apreciación :

**TABLA 7.6**  
**REQUERIMIENTOS DE DUCTILIDAD POR DESPLAZAMIENTO**

	Primer entrepiso	Segundo entrepiso
Teórico	8.67	12.98
Experimental	3.89	4.68

### 7.7.3 FACTOR DE DUCTILIDAD

Los modelos fueron diseñados empleando un valor  $R_D = 4$  (ver ítem 2.4).

Usualmente, para estructuras de período corto, el factor de ductilidad se calcula con la siguiente expresión :

$$R_D = \sqrt{2\mu - 1}$$

Reemplazando los valores para la ductilidad por desplazamiento, obtenidos experimentalmente, se tiene :

$$R_{D1} = 2.60$$

$$R_{D2} = 2.89$$

Tal como se puede apreciar, los valores para el factor de ductilidad están algo por debajo del valor de diseño.

#### 7.7.4 DESPLAZAMIENTOS LATERALES MÁXIMOS

Según el ítem 1.20.1 del RNC-77, los máximos desplazamientos inelásticos se calcularán tomando en cuenta una ductilidad igual a 0.75 RD; es decir,  $0.75 \times 4 = 3$ .

Del Capítulo II (ítem 2.4), se sabe que los desplazamientos elásticos máximos absolutos son :

$$X_1 = 0.78 \text{ mm}$$

$$X_2 = 1.60 \text{ mm}$$

; es decir, los valores inelásticos últimos serán :

$$X_{1\text{último}} = 3 \times 0.78 = 2.34 \text{ mm}$$

$$X_{2\text{último}} = 3 \times 1.60 = 4.80 \text{ mm}$$

En las tablas siguientes se muestran comparativamente los valores experimentales con los valores máximos de la Norma :

**TABLA 7.7**  
**DESPLAZAMIENTOS ABSOLUTOS INELASTICOS MAXIMOS**  
**ENSAYO ESTATICO-MONOTONICO**

	Según el RNC-77	Experimental
X1 (mm)	2.34	7.08
X2 (mm)	4.80	12.28

**TABLA 7.8**  
**DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS INELASTICOS MAXIMOS**  
**ENSAYO ESTATICO-MONOTONICO**

	Según el RNC-77	Experimental
X1 (mm)	2.34	7.08
X2 (mm)	2.46	5.20

Es decir, según el ensayo estático-monotónico, la Norma no es conservadora en lo que respecta a desplazamientos laterales.

#### **7.7.5 DISTORSIONES MAXIMAS**

El RNC-77, en su acápite 1.20.2, señala que la máxima distorsión de entrepiso será igual a 1/100 cuando existan elementos susceptibles de dañarse por la deformación relativa. Para otros casos, será igual a 1/67. Las distorsiones últimas observadas en el modelo fueron

Primer entrepiso :	1/300
Segundo entrepiso	1/433

Esto indica que, para los resultados del ensayo estático-monotónico, los valores que indica la Norma son algo conservadores.

#### **7.7.6 FORMACION DE GRIETAS**

Debido a los errores propios del montaje y otros (ver ítem 7.7.7) la estructura no pudo fallar como se esperaba (ver ítem 4.8).

Como ya se explicó en el ítem 7.5, las fuerzas de inercia mantuvieron siempre la relación  $F2/F1 = 1.85$ .

Dichas fuerzas de inercia fueron incrementándose lentamente. Cuando F1 llegó aproximadamente a 400 kg empezaron a aparecer grietas de flexo-tracción muy finas en ambos extremos de las 2 columnas del primer nivel; dichas grietas fueron aumentando de espesor, y cuando F1 llegó a 560 kg se produjo el mayor estado de fisuramiento.

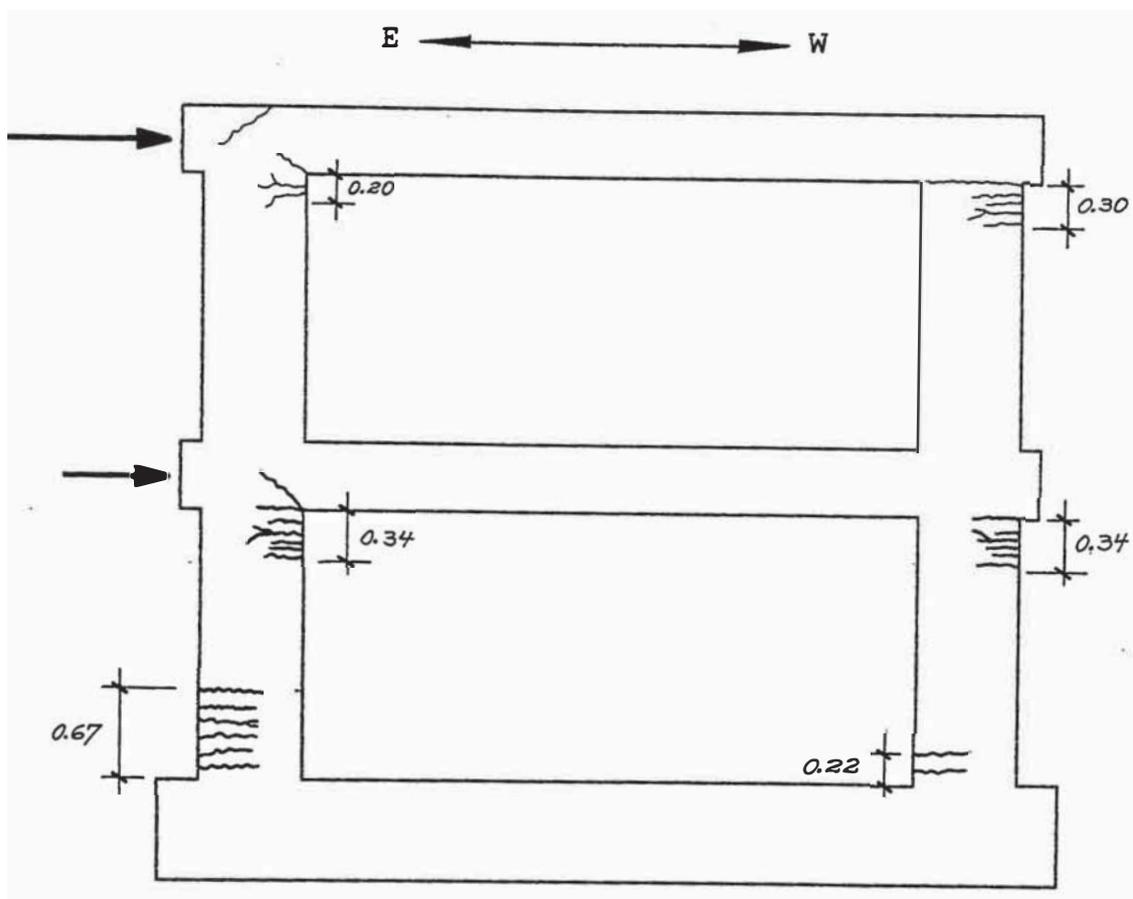
En este instante se advirtió que las grietas de flexo-tracción llegaban al eje neutro de la sección de la columna. Asimismo, se produjo el aplastamiento del concreto en las zonas de flexo-compresión (en la cara opuesta de la falla por flexo-tracción). Ambos tipos de falla se localizaron en las 2 columnas del primer nivel (ver fotografías 7 y 8).

La carga se siguió incrementando y se mantuvo el mismo patrón de falla; pero, en el instante último se advirtió el inicio de una falla por cortante (ver fotografía 6) en el extremo superior de una de las columnas del primer nivel (falla local).

Ni los nudos, ni las vigas, ni siquiera las columnas del segundo nivel sufrieron agrietamientos. Tan solo el nudo Este del primer nivel mostró en la fase final un agrietamiento en la junta entre fondo de viga y cara de la columna.

Los extremos de las columnas mostraron diversas longitudes de agrietamiento. En la parte superior la máxima longitud de agrietamiento fue de 34 cms, mientras que en la parte inferior esta fue de 67 cms (ver fotografía 8).

Se puede indicar que el comportamiento fue totalmente elástico hasta cuando se tuvieron los siguientes cortantes :  $Q_1 = 1,140$  kg,  $Q_2 = 740$  kg; valores para los cuales no se observó ninguna fisura. A continuación se muestra el plano de grietas al final del ensayo



### 7.7.7 FUENTES DE ERROR

Las principales fuentes de error son

1. Si el eje del actuador no estuvo centrado con respecto al centro de gravedad de la sección en contacto, es probable que la carga monitoreada en la computadora de adquisición de datos no haya coincidido con la carga aplicada (presencia de excentricidad).
2. Todos los transductores de desplazamiento debieron estar perfectamente horizontales; de no ser así, es probable que los desplazamientos monitoreados no hayan correspondido a los desplazamientos reales del espécimen.
3. Siempre existieron desplazamientos de entrepiso relativos con respecto a la base inferior de la viga de cimenta-

ción. Estos desplazamientos fueron procesados, pero puede ser que hayan persistido errores en el cálculo.

4. El montaje mismo puede haber ocasionado esfuerzos de corte entre perfil y perfil o entre perno y perfil. Dichos esfuerzos habrían impedido que se transmita íntegramente la fuerza que se estaba aplicando desde la computadora de control.
5. El montaje precomprimió demasiado ambas vigas, de tal manera que no se formaron rótulas plásticas en los extremos de estas. Esta precompresión representó una fuerza axial adicional que impidió el giro de los extremos (ver fotografías 5, 6 y 8).
6. Según el ítem 2.2, debió agregarse al espécimen, en el momento de ensayo, un peso adicional de 846.57 kg por nivel. Para este efecto se montaron, por nivel, 2 perfiles C-2 con un peso promedio de 385 kg por perfil; es decir, ambos perfiles hacían un peso de 770 kg. Agregando el peso adicional suministrado por los pernos, tensadores y demás perfiles (4 perfiles P-12 por nivel) se estimó que el peso real era algo superior, pero muy próximo, al peso requerido (ver fotografía 5).
7. El valor de diseño asumido para el módulo de elasticidad del concreto fue :  $E = 200,000 \text{ kg/cm}^2$ . Sin embargo, de los ensayos de compresión axial de probetas de concreto, efectuados en el Laboratorio de Estructuras de la PUCP (ver ítem 3.2.2.3), se obtuvo :  $E' = 236,000 \text{ kg/cm}^2$ . La relación entre ambos módulos resulta ser :

$$\frac{E'}{E} = 1.18$$

Es decir, el módulo de elasticidad del concreto resultó

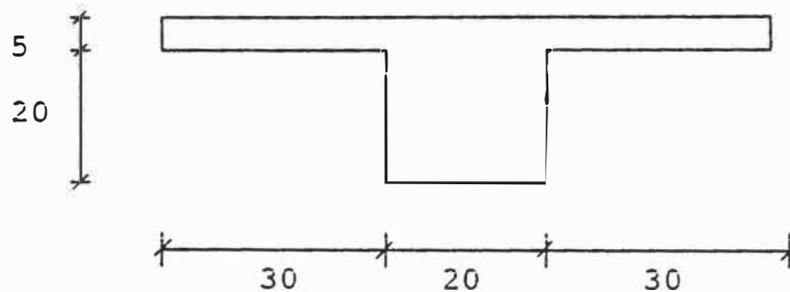
ser mayor en un 18%; luego, es de esperarse un aumento de la rigidez elástica ( $K_1$ ).

8. El momento de inercia de la sección de las vigas fue :

$$I = \frac{1}{12} \times 20 \times 25^3$$

$$I = 26,042 \text{ cm}^4$$

Sin embargo, la verdadera sección que ofreció rigidez fue:



El momento de inercia de esta sección es :

$$I' = 45,417 \text{ cm}^4$$

La relación de momentos de inercia será :

$$\frac{I'}{I} = 1.74$$

Es decir, si se tiene en cuenta que la rigidez es función directa del producto  $EI$ , se tendrá que la rigidez teórica es:

$$K = \alpha (EI)$$

Mientras que la rigidez real fue :

$$K' = \alpha (E'I') = \alpha (1.18E \times 1.74I)$$

Es decir :

$$K' = 2.05 K$$

Esta última expresión indica que la rigidez de ensayo fue mayor que la rigidez teórica; por lo tanto, era de suponerse que la rigidez elástica ( $K_1$ ) se incrementase tal como se aprecia en las tablas 7.3 y 7.4.

; de la tabla 7.3 se tiene :

$$\frac{K_{\text{experimental}}}{K_{\text{teórico}}} = \frac{12.16}{4.78} = 2.54$$

; de la tabla 7.4 se tiene :

$$\frac{K_{\text{experimental}}}{K_{\text{teórico}}} = \frac{10.03}{2.92} = 3.43$$

Ambos valores se encuentran próximos al valor real (2.05); sin embargo, tomando en cuenta los efectos de la precompresión y el montaje, era de esperarse valores superiores a 2.05.

9. Finalmente, en el ajuste de los equipos, en la calibración de la instrumentación y en el manejo mismo del equipo de ensayo, siempre está presente el error humano.

GRAFICO 7.1  
CRITERIO DE DUCTILIDAD DE ENTREPISO

FUERZA  
LATERAL

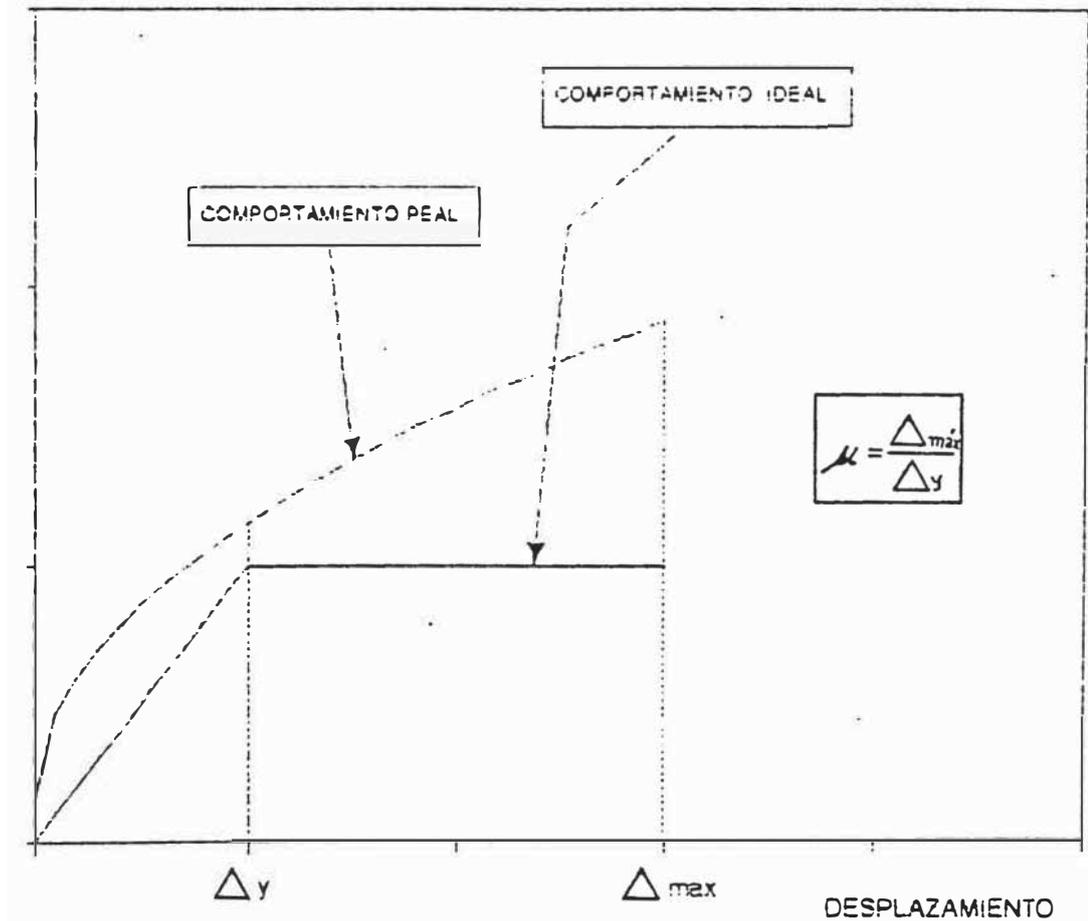


GRAFICO 7.2  
ENSAYO ESTATICO-MONOTONICO

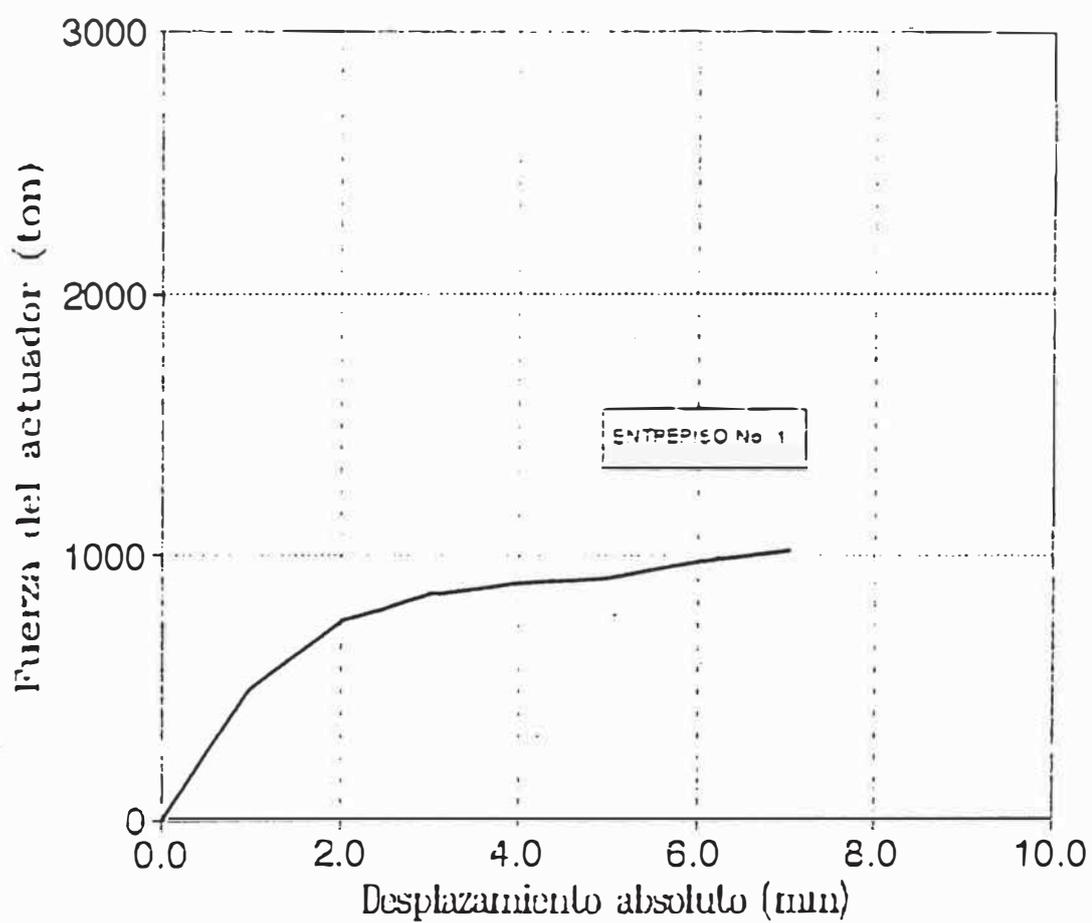


GRAFICO 7.3  
ENSAYO ESTATICO-MONOTONICO

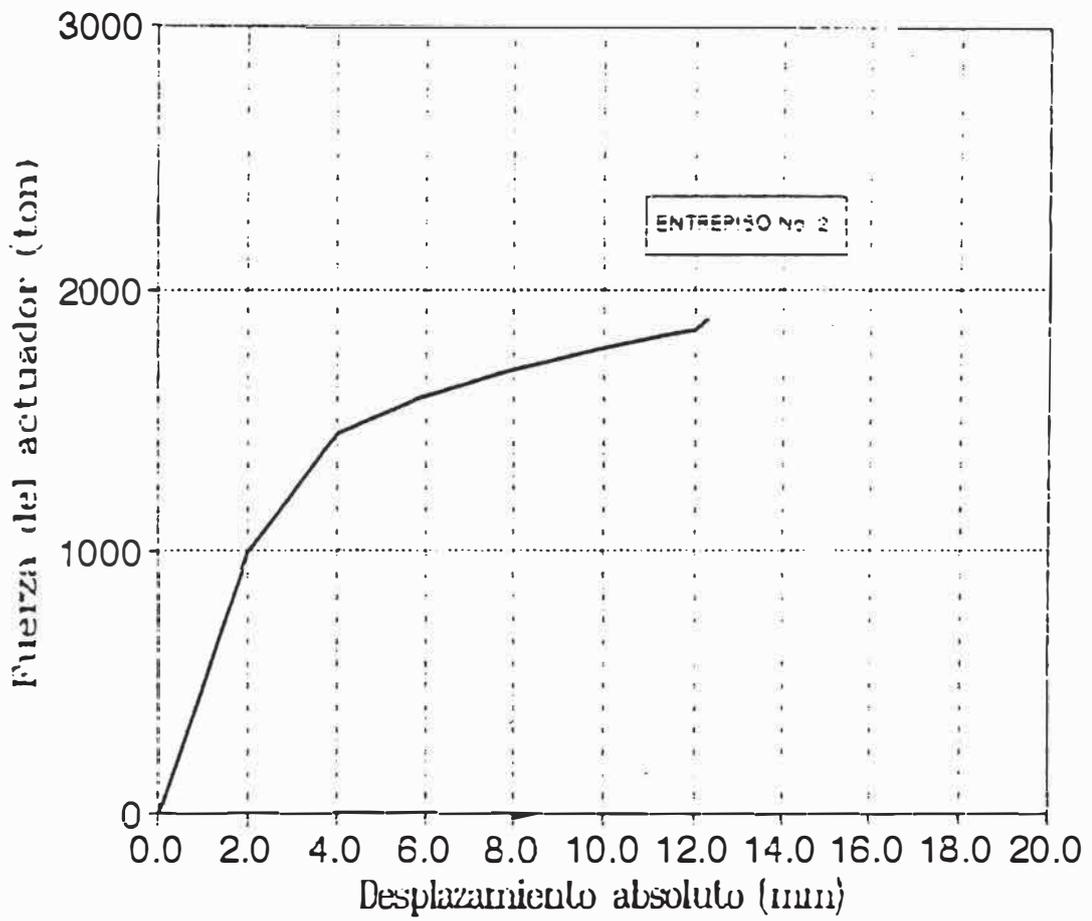


GRAFICO 7.4  
ENSAYO ESTATICO-MONOTONICO

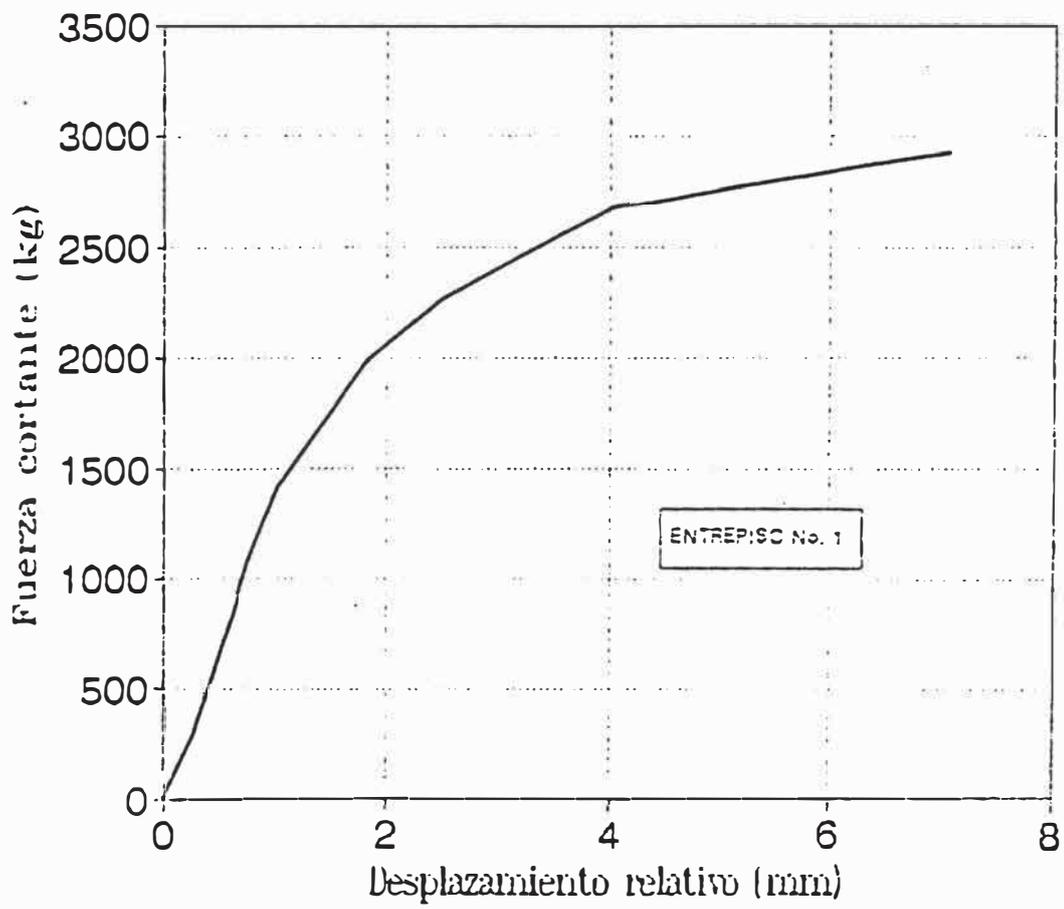


GRAFICO 7.5  
ENSAYO ESTATICO-MONOTONICO

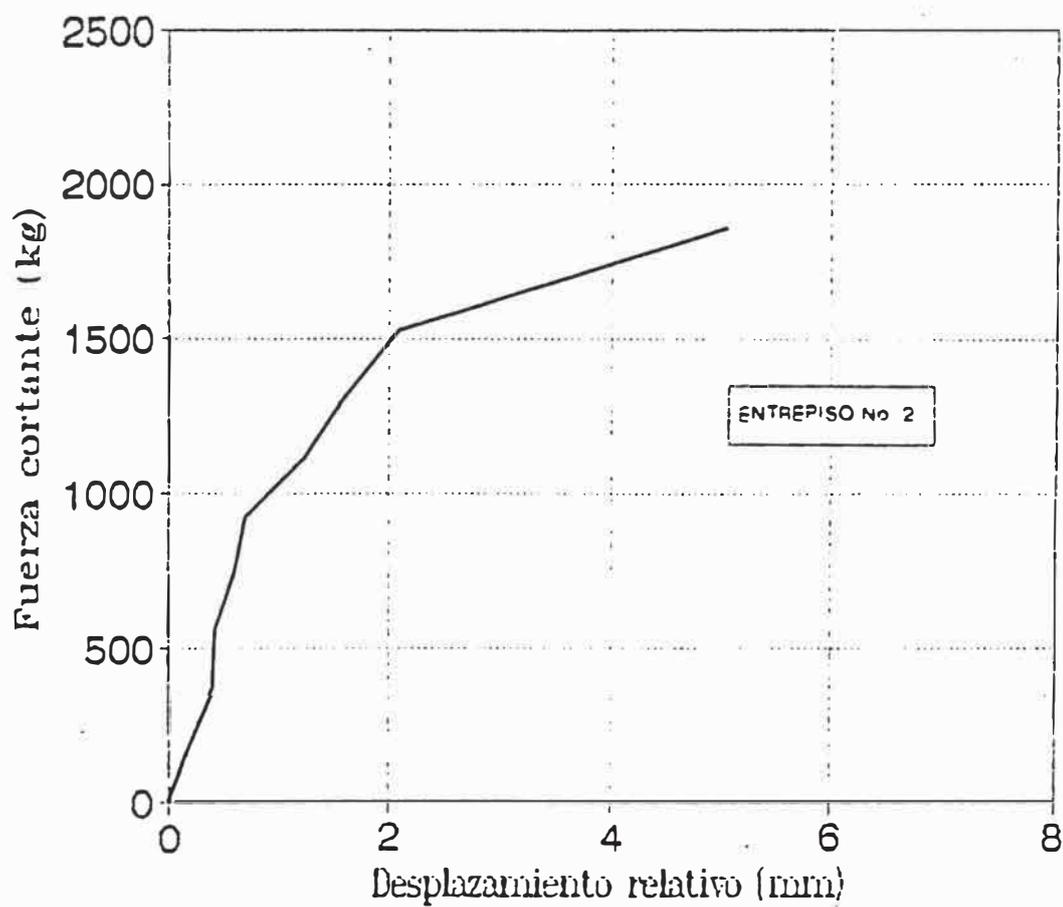


GRAFICO 7.6  
DIAGRAMA BILINEAL - 1er. ENTREPISO

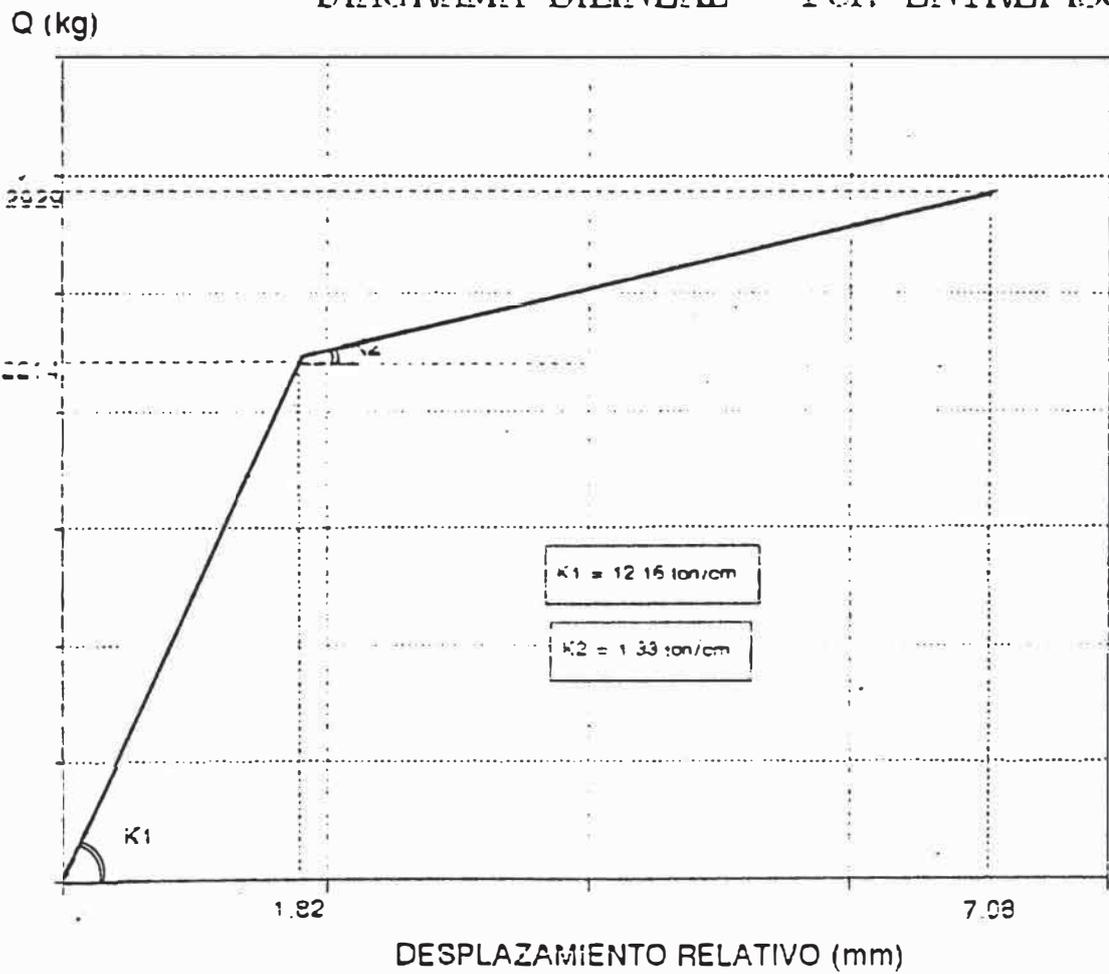
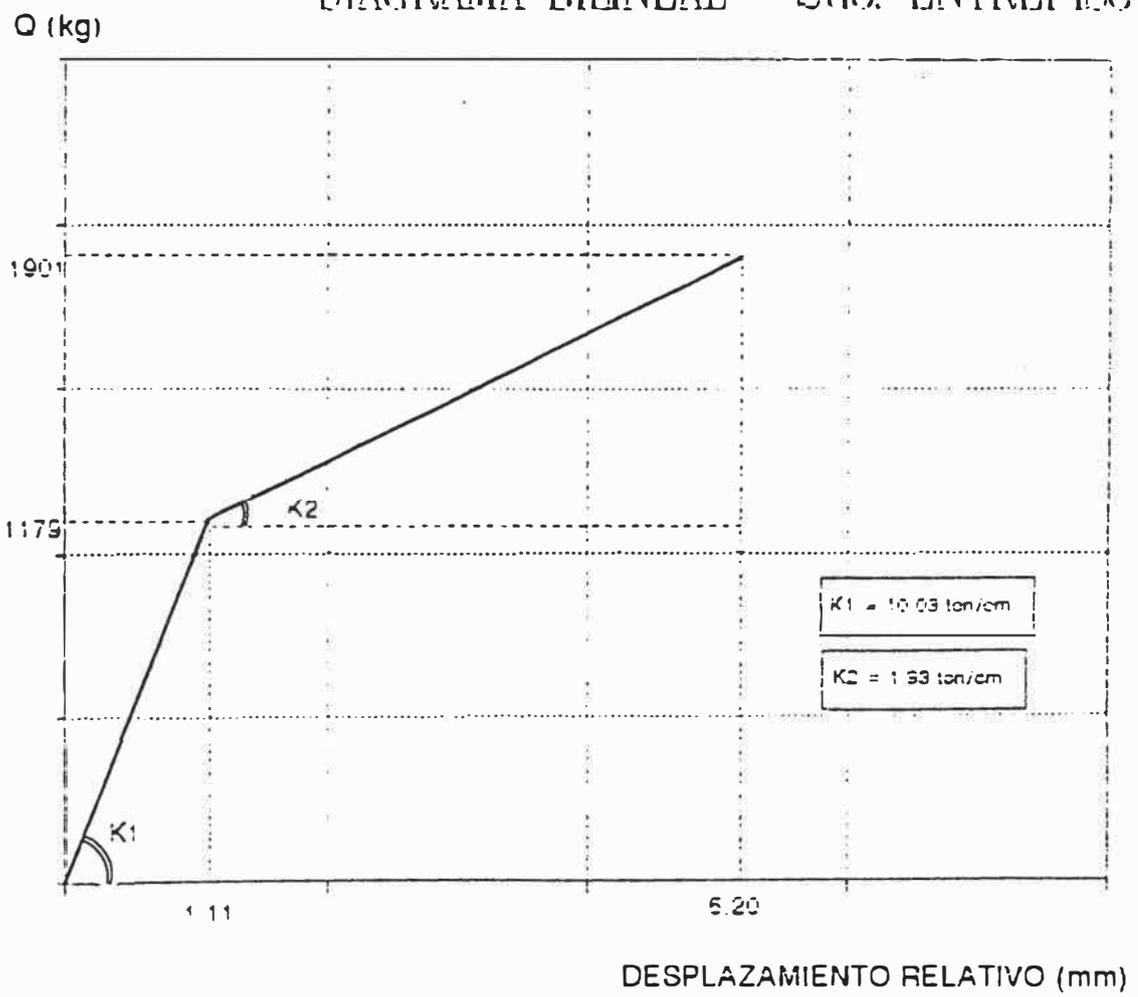


GRAFICO 7.7  
DIAGRAMA BILINEAL - 2do. ENTREPISO



# CAPITULO VIII

## ENSAYO DINAMICO

### 8.1 CARACTERISTICAS DE LA SEÑAL UTILIZADA

El ensayo dinámico se realizó en la mesa vibradora de la PUCP, sometiendo al espécimen, en la dirección de los pórticos principales (ver lámina 1, anexo 1), a la acción de la componente L del sismo del 31 de mayo de 1970 ( ver gráfico 8.1).

Se utilizaron 12 segundos de la parte más fuerte del sismo, digitizando la señal cada 0.01 segundos.

Se efectuaron 5 fases de ensayo con las siguientes aceleraciones nominales máximas :

TABLA 8.1  
FASES PARA EL ENSAYO DINAMICO

Fase	Aceler. máxima
1	0.10 g
2	0.40 g
3	0.50 g
4	0.65 g
5	0.85 g

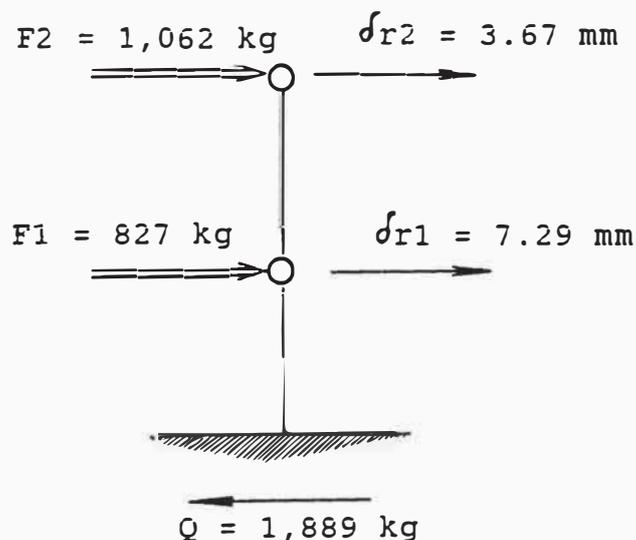
## .2 CORTANTES BASALES MAXIMOS

En cada fase del ensayo dinámico se monitorearon los cortantes máximos ( $Q$  máx) asociados a los desplazamientos relativos máximos. Los resultados se indican en la siguiente tabla :

**TABLA 8.2**  
CORTANTES BASALES MAXIMOS Y DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS  
MAXIMOS PARA CADA FASE DEL ENSAYO DINAMICO

Fase #	F1 (kg)	F2 (kg)	$Q_{\text{máx}}$ (kg)	$\delta_{r1}$ (mm)	$\delta_{r2}$ (mm)
Fase 1	289	484	773	1.73	1.20
Fase 2	1,397	1,809	3,206	21.94	13.93
Fase 3	1,018	1,986	3,004	29.10	24.17
Fase 4	1,020	1,983	3,003	31.00	26.70
Fase 5	1,238	1,928	3,166	35.69	30.33

La primera rótula plástica se formó en los extremos de la viga del primer nivel. Esto sucedió en la Fase 2 cuando la aceleración basal era igual a 0.24 g (235 gals) bajo la siguiente condición de ensayo :



### 8.3 FACTOR DE DUCTILIDAD

El módulo fue diseñado empleando un valor  $R_D = 4$ . El cálculo experimental de  $R_D$  se obtiene haciendo uso de la ecuación 4.8 :

$$R_D = \frac{Q_{RD}}{Q_{RU}}$$

; donde :

$Q_{RD}$  = cortante basal elástico asociado a la máxima sollicitación (Fase 5).

$Q_{RU}$  = cortante basal cuando se forma la primera rótula plástica (1,889 kg; Fase 2).

El valor de  $Q_{RD}$  se obtendrá amplificando el cortante basal de la fase elástica (773 kg; Fase 1) por la relación de aceleraciones basales de las Fases 5 y 1 según la siguiente expresión :

$$\frac{Q_{m\acute{a}x} ( FASE 1 )}{Q_{RD}} = \frac{A_{m\acute{a}x} ( FASE 1 )}{A_{m\acute{a}x} ( FASE 5 )}$$

$$Q_{RD} = Q_{m\acute{a}x} ( FASE 1 ) \times \frac{A_{m\acute{a}x} ( FASE 5 )}{A_{m\acute{a}x} ( FASE 1 )}$$

$$Q_{RD} = 773 \times \frac{0.85}{0.10}$$

$$Q_{RD} = 6,571 \text{ kg}$$

; luego :

$$R_D = \frac{6,571}{1,889}$$

$$R_D = 3.48$$

#### 8.4 REQUERIMIENTOS DE DUCTILIDAD POR DESPLAZAMIENTO

Los requerimientos de ductilidad por desplazamiento se pueden calcular a partir de los valores de la tabla 8.2 con referencia a los desplazamientos obtenidos cuando se forma la 1era. rótula plástica :

$$\mu_{r1} = \frac{35.59}{7.29} = 4.89$$

$$\mu_{r2} = \frac{30.33}{3.67} = 8.26$$

Usualmente, para estructuras de período corto,  $R_D$  se calcula como :

$$R_D = \sqrt{2 \mu - 1}$$

; reemplazando valores :

$$R_{D1} = 2.96$$

$$R_{D2} = 3.94$$

#### 8.5 DEGRADACION DE RIGIDEZ LATERAL

La rigidez lateral se obtuvo como la rigidez secante del gráfico cortante versus desplazamiento relativo, asociada al instante en que se producía la máxima fuerza cortante basal. Los valores obtenidos se muestran a continuación en las tablas 8.3 y 8.4 :

**TABLA 8.3**  
**DEGRADACION DE RIGIDEZ LATERAL DEL PRIMER ENTREPISO**

Fase #	Q (kg)	K (ton/cm)	K/K*
Fase 1	773	4.47 (K*)	1.00
Fase 2	3,206	1.46	0.33
Fase 3	3,004	1.03	0.23
Fase 4	3,003	0.97	0.22
Fase 5	3,166	0.88	0.20

**TABLA 8.4**  
**DEGRADACION DE RIGIDEZ LATERAL DEL SEGUNDO ENTREPISO**

Fase #	Q (kg)	K (ton/cm)	K/K*
Fase 1	484	4.03 (K*)	1.00
Fase 2	1,809	1.30	0.32
Fase 3	1,986	0.82	0.20
Fase 4	1,983	0.74	0.18
Fase 5	1,928	0.64	0.16

### 8.6 DESPLAZAMIENTOS LATERALES MAXIMOS

Los desplazamientos laterales observados para la máxima sollicitación sísmica (Fase 5) fueron muy superiores a los desplazamientos laterales máximos (inelásticos) indicados por el RNC-77. Las tablas siguientes ilustran mejor esta apreciación :

**TABLA 8.5**  
**DESPLAZAMIENTOS ABSOLUTOS INELASTICOS MAXIMOS**  
**ENSAYO DINAMICO**

	Según el RNC-77	Experimental
X1 (mm)	2.34	35.69
X2 (mm)	4.80	66.02

**TABLA 8.6**  
**DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS INELASTICOS MAXIMOS**  
**ENSAYO DINAMICO**

	Según el RNC-77	Experimental
X1 (mm)	2.34	35.69
X2 (mm)	2.46	30.33

Es decir, según el ensayo dinámico, la Norma no es conservadora en lo que respecta a desplazamientos laterales.

### **8.7 DISTORSIONES MAXIMAS**

El RNC-77, en su acápite 1.20.2, señala que la máxima distorsión de entrepiso será igual a 1/100 cuando existan elementos susceptibles de dañarse por la deformación relativa. Para otros casos, será igual a 1/67. Las distorsiones últimas observadas en el modelo fueron:

Primer entrepiso :        1/60  
 Segundo entrepiso :      1/74

Teniendo en cuenta que usualmente se utilizan los muros de albañilería como tabiques divisorios interactuantes con los pórticos, estos valores indican que, según el ensayo

dinámico, el valor indicado por la Norma nacional no es conservador.

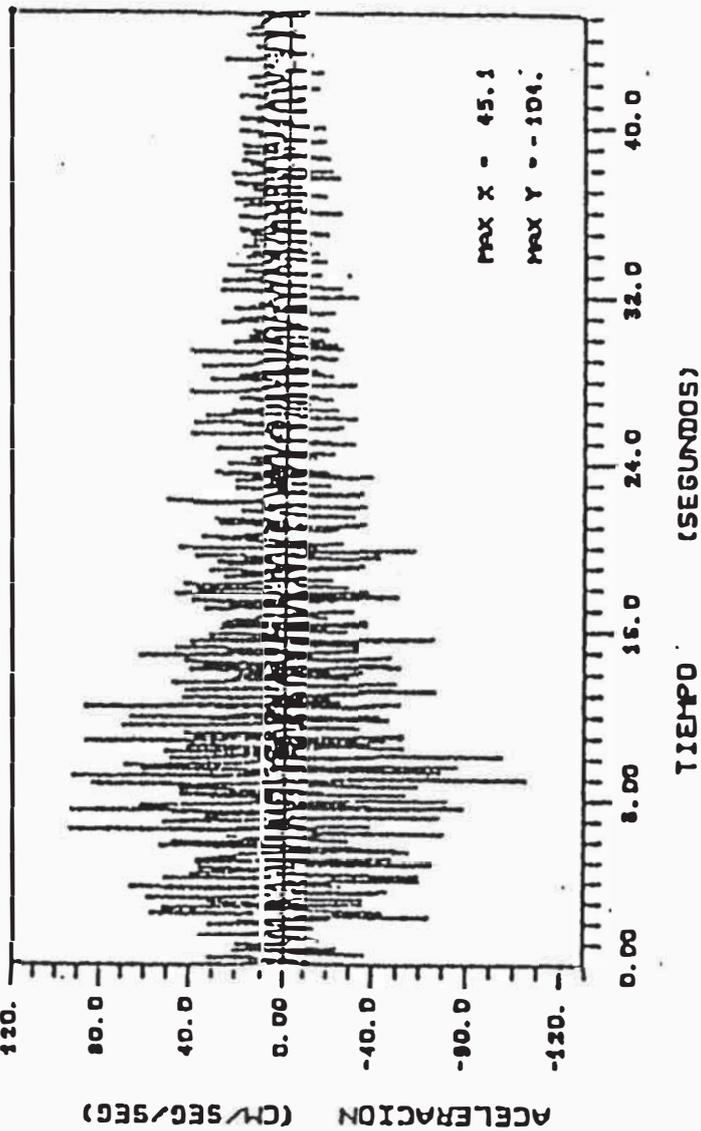
Sin embargo, hay que indicar que las distorsiones últimas indicadas corresponden a la Fase 5 ( $\bar{A}_{\text{máx}} = 0.85g = 833 \text{ gals}$ ), fase que simula un sismo exageradamente violento.

# GRAFICO 8.I

## REGISTRO SISMICO DE ACELERACIONES

LIMA, PERU, INSTITUTO GEOFISICO DEL PERU, 5/31/70, COMP L

AMAX = -104.81CM/SEG/SEG VMAX = 4.70CM/SEG DMAX = 3.53CM



# CAPITULO IX

## CONCLUSIONES Y

## RECOMENDACIONES FINALES

Finalizada la investigación se pueden plantear las siguientes conclusiones y recomendaciones

1. Siguiendo procedimientos de laboratorio, se obtuvo para el concreto una resistencia promedio de 241 kg/cm<sup>2</sup> a los 28 días. Es decir, hubo un aumento de resistencia igual a 1.15 veces la resistencia de diseño. Por lo tanto, se puede afirmar que es posible controlar el factor de reducción por resistencia adecuadamente.
2. La mezcla de concreto tuvo una sobre-resistencia adecuada debido a que se cumplieron todos los requisitos para los componentes del concreto que la Norma Itintec señala (ver ítem 3.2.2.2).  
A la luz de los resultados obtenidos, se recomienda el cumplimiento de las Normas Itintec correspondientes.
3. La tabla siguiente muestra los resultados obtenidos para el módulo de elasticidad del concreto :

TABLA 9.1  
MODULO DE ELASTICIDAD DEL CONCRETO

	Ec (kg/cm <sup>2</sup> )
Valor asumido	200,000
Norma E-060	217,371
Valor experimental	236,000

Con el valor asumido se obtiene un factor de disminución de resistencia igual a :  $200,000/217,371 = 0.92$ .

Y usando el valor experimental se obtiene el siguiente factor de aumento de resistencia :  $236,000/217,371 = 1.09$ .

Por lo tanto, teniendo en cuenta el valor experimental, no es conservador utilizar la fórmula propuesta por la Norma E-060 .

4. El esfuerzo de fluencia experimental (ver tabla 3.3) tuvo un error por exceso igual a 0.55%. Por lo tanto, es correcto asumir en el diseño un esfuerzo de fluencia igual a 4,200 kg/cm<sup>2</sup>.
5. El cálculo del período fundamental del espécimen pudo hacerse en forma muy aproximada con la fórmula propuesta por el RNC-77. Sin embargo, para estructuras más complejas, se recomienda el uso de métodos exactos que tengan en cuenta la distribución de masas y de rigideces a lo largo de la altura de la edificación.

En la tabla siguiente se indican los valores obtenidos :

**TABLA 9.2**  
**PERIODO FUNDAMENTAL DE LA ESTRUCTURA**

Método empleado	T (segs)
JACOBI	0.22
RNC-77	0.23
Ensayo de vibración forzada	0.23
Ensayo dinámico	0.22

Se aprecia que los valores para el período fundamental son prácticamente los mismos.

6. No se pueden comparar los valores del coeficiente de amortiguamiento para los resultados del ensayo dinámico y de vibración forzada.

Sin embargo, la correlación es buena ya que los resultados indican que a medida que aumentan los desplazamientos laterales (es decir, a mayor intensidad del sismo), el amortiguamiento del sistema aumenta.

7. Las actuales normas peruanas conceptúan el diseño estructural de tal manera que se produzca primero, en las secciones críticas de los elementos resistentes, la falla de tipo dúctil antes que la falla frágil. Es decir, el elemento resistente deberá tener mayor capacidad estática al corte que a la flexión.

En líneas generales, las normas peruanas adoptan el criterio que la energía sísmica de entrada deberá ser absorbida por la estructura según la sumación de la energía de deformación elástica más la energía de deformación inelástica (ver ítem 7.2).

Siendo constante el valor de la energía sísmica de entrada, las energías elástica e inelástica variarán en diversa proporción. Sin embargo, el diseño conceptual de las normas peruanas apunta a obtener estructuras con

una máxima capacidad de ductilidad y una mínima capacidad estática.

La secuencia teórica de formación de rótulas plásticas (ver ítem 4.8) indica que, en cada nudo, primeramente se formarán las rótulas plásticas en las secciones críticas de vigas antes que en las secciones críticas de columnas; es decir, la capacidad estática de las columnas es mayor que la capacidad estática de las vigas.

La naturaleza de la sollicitación exterior para el ensayo estático-monotónico y para el ensayo dinámico es distinta.

Sin embargo, ni en uno ni en otro se observó falla frágil de algún tipo, aún en las etapas finales (solicitaciones más severas) de ambos ensayos.

En el ensayo estático-monotónico no se observaron fallas en las vigas debido a la precompresión que ocasionó el montaje sobre éstas (ver ítem 7.7.1). Este montaje obligó a que la estructura libere energía en la sección más flexionada de las columnas, que fue la parte inferior de ambas columnas del primer nivel; fue allí donde se generaron las rótulas plásticas (ver fotografía 8).

En cambio, el ensayo dinámico sí permitió la formación de rótulas plásticas en ambos extremos de las vigas principales del primer nivel (Fase 2).

Al hacerse más intensa la sollicitación sísmica, se esperaba la formación de rótulas plásticas en los extremos de las vigas principales del segundo nivel; sin embargo, esto no ocurrió debido a que la estructura liberó energía en las rótulas ya formadas en las vigas principales del primer nivel.

Estas rótulas agrietaron incluso el aligerado en forma paralela y muy ceñida a las vigas secundarias. Es de suponerse que al momento plástico de las vigas del primer nivel se adicionó el momento plástico aportado por el aligerado. Prueba de ello es que en el encuentro de estas vigas con las columnas respectivas, estas últimas

no mostraron, aún en la fase más severa (Fase 5), fisura alguna.

Finalmente, en la Fase 5 se formaron rótulas plásticas, en forma casi simultánea, en la sección inferior de las columnas del primer nivel.

En consecuencia, es correcto suponer que el diseño exigido por la Norma E-060, asegura la falla dúctil antes que la falla frágil.

8. Los tipos de fallas que mostraron ambos modelos fueron todas dúctiles; no se observó falla de tipo frágil. Esto conlleva a pensar que las longitudes de estribamiento y de anclaje previstas en la Norma E-060, son correctas.

Sin embargo, hubo una singular coincidencia en el patrón de agrietamiento para los ensayos estático-monotónico y dinámico.

El ensayo estático-monotónico, en su etapa más severa, ocasionó en el modelo grietas de flexo-tracción en la parte inferior de una de las columnas del primer nivel, en una longitud de 67 cms (ver fotografía 8).

Análogamente, luego de la Fase 5 del ensayo dinámico, la parte inferior de una de las columnas del primer nivel mostró grietas en una longitud de 66 cms.

Al respecto, el diseño realizado según lo estipulado en la Norma E-060, indicó una longitud de estribamiento igual a 45 cm en la sección indicada.

Por lo tanto, se recomienda ampliar en por lo menos 65 cm la longitud de estribamiento de la parte inferior de las columnas del primer nivel.

9. La Fase 2 (sismo severo) del ensayo dinámico, ocasionó rótulas plásticas en los extremos de la viga del primer nivel.

La cuantía utilizada fue 0.002 (ver ítem 2.6), que representa el valor mínimo propuesto por la Norma E-060.

Las grietas formadas atravesaron el aligerado en la Fase 4 ; esto se debió al poco refuerzo longitudinal empleado en las vigas (2  $\varnothing$  8mm), refuerzo que no permitió controlar adecuadamente el espesor y la longitud de las grietas.

Cabe resaltar que la Norma ACI, especifica una cuantía mínima de  $14/f_y = 14/4200 = 0.003$ , que es 50% superior a la indicada por la Norma peruana (0.002).

En tal sentido, se recomienda emplear la cuantía mínima especificada por la Norma ACI.

10. Los máximos desplazamientos inelásticos establecidos por el RNC-77 (ver ítem 7.7.4) resultan no ser muy conservadores comparativamente con los resultados obtenidos de los ensayos dinámico y estático-monotónico.

Los valores obtenidos se indican a continuación :

**TABLA 9.3**  
**DESPLAZAMIENTOS ABSOLUTOS INELASTICOS ULTIMOS**

Desplaz	RNC-77	Ensayo estático	Ensayo dinámico
X1 (mm)	2.34	7.08	35.69
X2 (mm)	4.80	12.28	66.02

Por lo tanto, se puede afirmar que esta es una de las deficiencias de la actual Norma nacional.

11. Las distorsiones de entrepiso varían según el tipo de ensayo tal como se aprecia en la tabla siguiente :

**TABLA 9.4**  
**DISTORSIONES MAXIMAS DE ENTREPISO**

Nivel	RNC-77	Método general	Ensayo estático	Ensayo dinámico
1	1/100	1/908	1/300	1/60
2	1/100	1/915	1/433	1/74

NOTA : El "Método General" se refiere al desarrollado en el ítem 2.4.

En general, se puede afirmar que el límite máximo fijado por el RNC-77 (1/100) es conservador; esto es debido a que las distorsiones referidas al ensayo dinámico corresponden a un sismo muy intenso (Fase 5;  $A_{máx} = 0.85g = 833 \text{ gals}$ ).

12. El RNC-77 indica una ductilidad por desplazamiento igual a  $0.75 \cdot RD = 0.75 \cdot 4.0 = 3.0$ . Este valor resulta inadecuado teniendo en cuenta los resultados experimentales:

**TABLA 9.5**  
**DUCTILIDAD POR DESPLAZAMIENTO**

Nivel	Requerimiento de ductilidad			
	RNC-77	Teórico (SAP-80)	Ensayo Estático	Ensayo Dinámico
1	3.00	8.67	3.89	4.89
2	3.00	12.98	4.68	8.26

Tal como se aprecia en la tabla 9.5, el requerimiento de ductilidad de entrepiso especificado por el RNC-77, no resulta ser muy conservador.

13. Tal como se detalló en el Capítulo II, la Norma E-060 especifica un Factor de Ductilidad (RD) igual a 4.0. Este valor se refiere a un Factor de Ductilidad global de la estructura.
- Los valores obtenidos se muestran a continuación :

**TABLA 9.6**  
**FACTOR DE DUCTILIDAD**

Nivel	RNC-77	Ensayo estático	Ensayo dinámico
1	-	2.60	2.96
2	-	2.89	3.94
Global	4.00	-	-

Adoptar valores altos para el Factor de Ductilidad significa considerar que la estructura podrá ser capaz de disipar gran parte de la energía sísmica a través de las deformaciones inelásticas.

Por lo tanto, los resultados de la tabla 9.6 indican que es conservador diseñar con un Factor de Ductilidad igual a 4.0.

14. Es necesaria una aplicación más extensa de ensayos a una variedad de modelos de concreto armado, a fin de formular reglas sencillas para el diseño de sistemas aporticados.
15. Se recomienda desarrollar técnicas de corrección para los ensayos de vibración forzada, de flexibilidades y estático.