

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE CIENCIAS

SECCIÓN DE POST-GRADO Y SEGUNDA ESPECIALIZACIÓN PROFESIONAL



TESIS PARA OPTAR EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS
Mención Física Médica

OBTENCION DE DISTRIBUCIONES DE DOSIS PRODUCIDAS POR DIFERENTES
ARREGLOS DE ALAMBRES DE Ir 192 EN TRATAMIENTOS DE BRAQUITERAPIA
OCULAR UTILIZANDO EL METODO DE MONTE CARLO

PRESENTADA POR:

MARIA GISELLE BERNUI DE VIVANCO

LIMA-PERU
2004

INDICE

INTRODUCCIÓN	1
I FUNDAMENTO TEORICO	
1.-Dosimetría.....	2
1.1. <u>Cantidades que Describen la Interacción de la Radiación con la Materia.</u>	
1.1.1 Kerma.....	3
1.1.2 El Kerma de Colisión	3
1.1.3 Dosis Absorbida.....	4
1.1.4 Exposición	4
1.1.5 Frecuencia de Exposición	5
1.2 <u>Partículas Cargadas y Equilibrio Radiactivo</u>	
1.2.1 Radiación de Equilibrio	7
1.2.2 Equilibrio de Partículas Cargadas.....	8
1.2.3 CPE Para Radiación Indirectamente Ionizante Proveniente de Fuentes Externas	8
2- Simulación por El Método de Monte Carlo	
2.1 <u>Definiciones Básicas</u>	
2.1.1 Números Aleatorios.....	9
2.1.2 Función Probabilidad de Distribución $p(x)$	9
2.1.3 Función de Distribución Acumulativa.....	11
2.1.4 Momentos de la Función de Distribución de Probabilidad $p(x)$	12
2.1.5 Varianza.....	12
2.1.6 Desviación Standard.....	12
2.2 <u>Variables Aleatorias de dos Dimensiones.</u>	
2.2.1 Marginal de la Función de Probabilidad de Distribución.....	12
2.2.2 Función de Distribución de Probabilidad Marginal	12
2.2.3 Valor Esperado de una Función $f(x,y)$	12
2.2.4 Momentos de una Función de Distribución $p(x,y)$	12
2.2.5 Varianza	13
2.3 <u>El método de la Transformada Inversa.</u>	13
2.3.1 Transformada Inversa Numérica.....	14
2.3.2 Distribuciones Discretas.....	14
2.4 <u>El Método de la Rejección.</u>	15
2.5 <u>Integración Monte Carlo.</u>	16
3 La Radioterapia.....	17
Braquiterapia.....	17
3.1 <u>Cálculo de la distribución de dosis producida por una fuente lineal</u>	
Integral de Sievert.....	18
3.2 <u>Distribuciones de Dosis.</u>	19
3.2.1 Porcentaje de Dosis en Profundidad.....	19

3.2.2	Curvas de Isodosis.....	19
4	El ojo.....	20
5	El cáncer ocular.....	21
6	Tratamientos contra el cáncer ocular.....	22
II SIMULACIÓN.....		23
1	La fuente de Iridio	23
1.1	Especificaciones del Iridio	23
1.2	El alambre de Iridio Simulado.....	25
2	Materiales y Geometrías Simuladas.....	26
2.1	Materiales.....	26
2.2	Volumen de Simulación.....	26
2.3	Puntos de Referencia	27
2.4	Ubicación de las fuentes sobre la placa.....	28
3	Simulación de Fotones	29
3.1	Trayectoria	29
3.2	Probabilidad de Interacción.....	30
3.3	Simulación del efecto fotoeléctrico.....	30
3.4	Simulación del Efecto Compton.....	33
3.5	Energía de Corte.....	34
4	Simulación de electrones	34
4.1	Introducción.....	34
4.2	Pasos de los electrones.....	35
4.3	Deflexión de los electrones.....	36
4.4	Simulación de la deflexión de los electrones.....	37
4.5	Energía de corte	37
4.6	Simulación de los electrones producidos en la fuente y en la placa.....	37
4.7	Simulación de los electrones Producidos en el agua.....	38
5	Incertidumbre	39
6	El Generador de Números Aleatorios.....	39
7	El Programa Penélope	40
8	Material de Trabajo	41
III RESULTADOS.....		41
1	Simulación del alambre de Ir.....	41
1.1	Simulación del Kerma producido por el alambre de Iridio sin considerar blindaje ni autoatenuación de la fuente utilizando el programa Alternativo	41
1.2	Comparación entre el Kerma hallado en la simulación del alambre de Iridio sin blindaje utilizando el programa Alternativo	

	y el Kerma de colisión obtenido utilizando la integral de Sievert.....	42
1.3	Simulación del Kerma producido por el alambre de Iridio considerando el blindaje y autoatenuación utilizando el programa Alternativo.....	43
1.4	Comparar los resultados del Kerma producido por el alambre de Iridio considerando el blindaje y la autoatenuación, utilizando el programa Alternativo, la integral de Sievert y el programa Penélope.....	44
1.5	Simulación utilizando el Programa Alternativo de la Dosis producida por los fotones del alambre de Iridio.....	45
1.6	Comparar la simulación de Dosis producida por los fotones del alambre de Iridio, utilizando el programa de simulación Alternativo con la obtenida utilizando el programa Penélope.....	45
1.7	Comparar el Kerma y Dosis hallados utilizando el programa Alternativo.....	46
1.8	Simulación la dosis producida por los fotones de Bremsstrahlung utilizando el programa Penélope.....	47
1.9	Simulación en el programa Penélope de la Dosis producida por los electrones del Iridio.....	47
1.10	Comparación de la dosis producida por la aguja de Ir considerando el centro de la aguja según las especificaciones.....	48
1.11	Resultados Adicionales.....	48
2	Simulación de una distribución de fuentes de Ir	
2.1	Comparación de Resultados entre el programa Alternativo y Penélope.....	48
3	Simulación de una distribución de fuentes de Ir incluyendo la Placa.....	49
3.1	Comparación de Resultados entre el programa de simulación y Penélope.....	49
3.2	Análisis del efecto de Producido por la Placa en la simulación.....	49
4	Comparación entre el Programa Alternativo y Penélope.....	50
5	Pautas para arreglos de fuentes.....	50
5.1	Comparación de curvas de porcentaje de dosis sobre el eje Z , X=0, Y=0 (ver gráfica 2.6 del capítulo II).....	51
5.2	Comparación de curvas de isodosis sobre el plano Y = 0 (ver fig 2.8 del capítulo II),.....	51
5.3	Comparación de Curvas de isodosis sobre los planos Z=constante.....	51
6	Simulación de Tratamientos de Braquiterapia Ocular.....	52
IV	PARTE EXPERIMENTAL.....	53
1	Materiales utilizados.....	53
2	Procedimientos.....	54

3	Resultados.....	54
3.1	Lecturas obtenidas en los TLDs.....	54
3.2	Comparación entre el resultado experimental y El programa de simulación Alternativo.....	55
V	CONCLUSIONES.....	57

APENDICES

APENDICE I:	Variables subrutinas y funciones.....	58
-------------	---------------------------------------	----

APENDICE II:	Geometría.....	60
--------------	----------------	----

APENDICE III:	Deducción de fórmulas.....	63
---------------	----------------------------	----

APENDICE IV: Interacción de la Radiación Ionizante con la Materia

1	<u>Probabilidad de Interacción</u>	65
2	<u>Interacción de los Fotones con la Materia</u>	65
2.1	Efecto Compton.....	66
2.2	Efecto Fotoeléctrico.....	67
2.3	Producción de Pares.....	68
2.4	Dispersión Rayleigh.....	68
2.5	Interacciones Fotonucleares.....	69
3	<u>Interacción de los Electrones con la Materia</u>	69
3.1	Dispersión Elástica.....	69
3.2	Dispersión Inelástica.....	70
3.3	Emisión de Bremsstrahlung.....	70
3.4	Teoría de la dispersión elástica múltiple.....	70
3.5	Poder de Frenado.....	71
3.6	Rango de electrones.....	73

APENDICE V PROGRAMAS

APENDICE VI Tablas.

Bibliografía.....	74
-------------------	----

INTRODUCCIÓN

El cáncer es una de las mayores causas de muerte en el mundo actual, especialmente en los países desarrollados donde se ha podido controlar la gran mayoría de enfermedades endémicas. Existen más de 200 tipos diferentes de cáncer que pueden ocurrir en cualquier parte del cuerpo, el órgano visual no está exento.

La radioterapia es una alternativa para conservar el ojo y la visión de los pacientes con cánceres intraoculares. Las formas más comunes de radioterapia en cáncer intraocular son teleterapia de protones y braquiterapia.

El ojo por ser un órgano que se encuentra en constante movimiento, irradiarlo con precisión resulta bastante complicado mediante el uso de teleterapia; además debido a sus pequeñas dimensiones, el campo de irradiación debe ser bastante pequeño, lo que origina dificultades en este tipo de tratamiento.

Debido al alto costo de los irradiadores de protones y a lo anteriormente expuesto, la braquiterapia ocular es la mejor alternativa en nuestro medio para el tratamiento de cáncer intraocular.

La fuente de radiación elegida para este trabajo son hilos de Ir 192, los cuales tienen la ventaja de no producir contaminación, además gracias a la alta actividad específica del Ir 192 los hilos son delgados; lo que permite irradiar zonas pequeñas del cuerpo, como el ojo, y crear distribuciones de dosis con mayor facilidad. La energía promedio del Ir 192 (0.38 MeV), permite una distribución de dosis que se adapta tanto para tratamientos en la superficie del globo ocular, como para tumores situados a cierta profundidad⁵. El hilo de Ir 192 es producido en el IPEN (Instituto Peruano de Energía Nuclear) por lo cual es de fácil disponibilidad en nuestro país.

El objetivo fundamental de esta tesis es dar pautas para generar distribuciones más específicas para cada caso de tratamiento; para lo cual, se ha creado un programa que simula distribuciones de fuentes de Iridio en braquiterapia ocular.

Existen varios programas de simulación tales como Penélope, EGS4, MNCP, etc en los cuales se puede realizar la simulación de distribuciones de fuentes de Iridio. Estos programas están diseñados para realizar una amplia variedad de simulaciones y dar información bastante detallada de los resultados de la simulación; debido a esto, sus algoritmos son bastante extensos y requieren un buen equipo de computación para que el tiempo de simulación no sea excesivo; lo cual limita la capacidad de trabajo en Física Médica.

La tarea que se propone en esta tesis es crear un programa alternativo, que brinde resultados óptimos para fines prácticos en la simulación de distribuciones de fuentes de Iridio en braquiterapia ocular, tratando de optimizar el tiempo de simulación sin sacrificar la calidad de los resultados.

I FUNDAMENTO TEORICO

1.-Dosimetría

1.1. Cantidades que Describen la Interacción de la Radiación con la Materia

1.1.1 Kerma.-El Kerma puede ser definido en términos de una cantidad estocástica relacionada *energía transferida*. La energía transferida en un volumen V está dada por:

$$\varepsilon_{tr} = (R_{in})_u - (R_{out})_u^{nonr} + \sum Q \quad (1.1)$$

donde $(R_{in})_u$ es la energía radiante (ver glosario) de las partículas sin carga entrando a V.

$(R_{out})_u^{nonr}$ es la energía radiante de las partículas sin carga saliendo de V, exceptuando las que son originadas por pérdidas radiativas de energía cinética de las partículas cargadas generadas en V.

$\sum Q$ es la energía neta originada por las transformaciones masa energía en V ($m \rightarrow E$ entonces Q es positivo, $E \rightarrow m$ negativo)

El Kerma está definido como el valor esperado de la energía transferida por los fotones y/o neutrones, a las partículas cargadas por unidad de masa en un punto de interés, incluyendo pérdidas radiativas de energía. Podemos definir al kerma en un punto de interés P en el interior de V como:

$$K = \frac{d(\varepsilon_{tr})_e}{dm} \equiv \frac{d\varepsilon_{tr}}{dm} \quad (1.2)$$

donde $(\varepsilon_{tr})_e$ es el valor esperado de la energía transferida en el volumen finito V durante algún intervalo de tiempo

Para fotones monoenergéticos el Kerma en un punto P está relacionado por la fluencia de energía en ese punto y el coeficiente másico de transferencia de energía $(\frac{\mu_{tr}}{\rho})_{E,Z}$, el cual es característica de la energía del fotón y Z del material en el punto P:

$$K = \psi \cdot (\frac{\mu_{tr}}{\rho})_{E,Z} \quad (1.3)$$

ψ es la fluencia de energía en el punto P en J/ cm²

$$\left(\frac{\mu_{tr}}{\rho}\right)_{E,Z}, \text{ está dado en cm}^2/\text{g}$$

El kerma puede ser expresado en unidades de erg/g , rad o J/kg. La última unidad es también llamada gray (Gy)

Componentes del Kerma.- El Kerma para rayos-x o rayos- γ , es la energía transferida a los electrones y positrones por unidad de masa del medio. La energía cinética de un electrón rápido puede ser gastada mediante dos formas:

a) Interacción de la fuerza Coulombiana con los electrones atómicos del material absorbente; teniendo como resultado la disipación de la energía localmente debido a que el electrón produce ionizaciones y excitaciones en o cerca de su trayectoria. Estas son llamadas interacciones de colisión.

b) Interacciones Radiativas con el campo Coulombiano de los núcleos atómicos; en este tipo de interacciones, rayos-x (bremsstrahlung) son emitidos como consecuencia de la desaceleración del electrón al interactuar con el campo Coulombiano del núcleo atómico. Estos fotones de rayos-x son relativamente penetrantes comparados con los electrones y ellos llevan su energía lejos del trayecto de la partícula cargada.

Como el Kerma incluye la energía cinética recibida por las partículas cargadas sin distinguir si está va a ser gastada por los electrones en colisiones o en interacciones radiativas, podemos subdividir el K en dos partes:

$$K = K_c + K_r \quad (1.4)$$

Donde los subíndices ‘c’ y ‘r’ se refieren a “colisión” y “radiativa” respectivamente.

1.1.2 El Kerma de Colisión (K_c).-El Kerma puede ser definido en términos de la *energía neta transferida*; la cual para un volumen V se define como:

$$\varepsilon_{tr}^n = (R_{in})_u - (R_{out})_u^{nonr} - R_u^r + \sum Q = \varepsilon_{tr} - R_u^r \quad (1.5)$$

Donde R_u^r es la energía radiante emitida por las partículas cargadas originadas en V debido a pérdidas radiativas, sin tener en cuenta el lugar donde ocurre la pérdida radiativa.

El kerma de colisión está definido como el valor esperado de la energía neta transferida a los electrones por los fotones y neutrones, excluyendo las pérdidas radiativas. Para un punto de interés P el K_c de colisión está dado por:

$$K_c = \frac{d(\varepsilon_{tr}^n)_e}{dm} \quad (1.6)$$

Para fotones monoenergéticos K_c está relacionado con la fluencia de energía (ψ) y por el coeficiente másico de absorción $(\frac{\mu_{en}}{\rho})_{E,Z}$ por la fórmula:

$$K_c = \psi \left(\frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{E,Z} \quad (1.7)$$

$(\frac{\mu_{en}}{\rho})_{E,Z}$, depende de la energía (E) y del Z en el punto P del material en que se evalúa el kerma, pero además depende en cierto grado del medio presente a lo largo de las trayectorias de los electrones originados en P. Esto porque las pérdidas radiativas por los electrones son mayores en materiales de alto Z, por lo cual K_r es mayor y K_c correspondientemente menor.

1.1.3 Dosis Absorbida.- La dosis absorbida puede ser definida en términos de la *energía impartida*; la cual para un volumen V se define como:

$$\varepsilon = (R_{in})_u - (R_{out})_u + (R_{in})_c - (R_{out})_c + \sum Q \quad (1.8)$$

Donde $(R_{in})_u$ y $\sum Q$ están definidas igual que en la ecuación 1.1, $(R_{out})_u$ es la energía de toda la radiación sin carga saliendo de V, $(R_{in})_c$ es la energía radiante de las partículas cargadas entrando a V, y $(R_{out})_c$ es la energía radiante de las partículas cargadas saliendo de V.

La dosis absorbida D está definida como el valor esperado de la energía impartida por unidad de masa en un punto. Podemos entonces definir la dosis absorbida D en un punto de interés P en el interior de un volumen V como:

$$D = \frac{d\varepsilon}{dm} \quad (1.9)$$

No es posible escribir una ecuación relacionando la dosis absorbida con la fluencia o fluencia de energía de un campo de radiación indirectamente ionizante, como fue hecho para el kerma (formulas 1.3) y para el kerma de colisión (fórmula 1.7). La Dosis absorbida no está directamente relacionada con el campo de radiación indirectamente ionizante, ya que es consecuencia de la energía depositada por las partículas cargadas secundarias.

Las unidades y dimensiones de dosis absorbida son las mismas que las usadas para kerma.

1.1.4 Exposición.-Exposición es simbolizado por X, y está definido por el ICRU (1980) como “ el cociente de dQ por dm , donde el valor de dQ es el valor absoluto de l total de la carga de los iones de un signo producidas en el aire cuando todos los electrones (negatrones y positrones) liberados por los fotones en una masa de aire dm están completamente detenidos en el aire.” Esto es

$$X = \frac{dQ}{dm} \quad 1.10$$

En una nota de aclaración el ICRU también señala que “la ionización originada a partir de la absorción de bremsstrahlung emitida por los electrones no es incluida en dQ”

***Exposición y Kerma.-** Exposición es equivalente al kerma de colisión en aire. Esta puede ser calculada a partir del K^{col} conociendo la carga de ionización producida por unidad de energía depositada por los fotones . La energía media requerida para producir un par de iones en aire seco es casi constante para todas las energías de los electrones y tiene un valor de $\bar{W}=33.97$ eV/par de iones. Si e es la carga del electrón ($=1.602 \times 10^{-19}C$), entonces $\frac{\bar{W}}{e}$ es la energía promedio requerida por unidad de carga de ionización producida. Teniendo en cuenta que $1eV = 1.602 \times 10^{-19}J$,

$\frac{\bar{W}}{e} = 33.97$ J/C. La exposición (X) está dada por:

$$X = (K^{col})_{aire} \cdot \left(\frac{e}{\bar{W}} \right) \quad (1.11)$$

A partir de la ecuación 1.7 y 1.11,

$$X = \psi_{aire} \left(\frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{aire} \cdot \left(\frac{e}{\bar{W}} \right)_{aire} \quad (1.12)$$

En el SI la unidad para la Exposición es el C/kg y la unidad especial es el roentgen ($1R=2.58 \times 10^{-4}C/kg$).

De (1.11) podemos deducir que el factor de Exposición de Exposición a kerma de colisión en aire es igual a $2.58 \times 10^{-4} \frac{C}{kg} \times 33.97 \frac{J}{C} = 0.00876Gy$

1.1.5 Frecuencia de Exposición.- La frecuencia de exposición en un punto P y en el tiempo t es,

$$\dot{X} = \frac{dX}{dt} \quad (1.13)$$

la cual puede ser utilizada para definir X en todos los tiempos dentro de algún extenso periodo de irradiación, esto hace la frecuencia de exposición una función de t , $X(t)$.

***Constante de Frecuencia de Exposición(Γ).**-Supongamos que un radioisótopo emite N fotones de diferentes energías y con diferentes probabilidades por desintegración. Imaginemos una esfera de 1m de radio alrededor de esta fuente puntual de 1 Ci de actividad. Como 1 Ci sufre 3.7×10^{10} decaimientos por segundo, y el área de la esfera de 1m de radio es $4\pi \text{ m}^2$ y como $1\text{h} = 3600\text{s}$, nosotros tenemos que la fluencia de energía por hora a 1 m de una fuente puntual de 1Ci es

$$\frac{3.7 \times 10^{10} \times 3600}{4\pi} \sum_{i=1}^N f_i E_i \quad (1.14)$$

donde f_i es el número de fotones emitidos por decaimiento de energía E_i . De la ecuación (1.12) tenemos la exposición por hora a 1m de la fuente de 1 Ci,

$$\frac{3.7 \times 10^{10} \times 3600}{4\pi} \sum_{i=1}^N f_i E_i \left(\frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{\text{aire},i} \frac{e}{\overline{W}_{\text{aire}}} \quad (1.15)$$

donde $\left(\frac{\mu_{en}}{\rho} \right)$ es el coeficiente de absorción másico de energía en el aire para fotones de energía E_i .

Sustituyendo los valores, $\frac{\overline{W}_{\text{aire}}}{e} = 0.00876 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{R})$, $1 \text{ MeV} = 1.602 \times 10^{-13} \text{ J}$, y expresando el coeficiente másico de absorción de energía en metros cuadrados por kilogramo, la ecuación anterior se convierte

$$\dot{X} = 193.8 \sum_{i=1}^N f_i E_i \left(\frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{\text{air},i} (\text{Rh}^{-1}) \quad (1.16)$$

La constante de frecuencia de exposición Γ_δ está definida como

$$\Gamma_\delta = \frac{l^2}{A} \cdot (\dot{X})_\delta \quad (1.17)$$

donde \dot{X}_δ es la frecuencia de exposición para fotones de energía mayor que δ (δ es una apropiada energía de corte para el espectro de energía) a una distancia l de una fuente puntual de actividad A . Si \dot{X} es en R/h , l es en m , y A en Ci , las dimensiones de Γ_δ están dadas en $\text{Rm}^2\text{h}^{-1}\text{Ci}^{-1}$. Podemos notar que Γ_δ es numéricamente igual a \dot{X} en la ecuación 1.16. Entonces la constante de frecuencia de exposición puede ser escrita como:

$$\Gamma_\delta = 193.8 \sum_{i=1}^N f_i E_i \left(\frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{\text{aire},i} \text{Rm}^2\text{h}^{-1}\text{Ci}^{-1} \quad (1.18)$$

donde la energía E_i es expresada en MeV y $\left(\frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{\text{air},i}$ en m^2/kg .

1.2 Partículas Cargadas y Equilibrio Radiactivo

1.2.1 Radiación de Equilibrio.- Consideramos un volumen V , como en la figura 1.1 conteniendo una fuente radiativa distribuida. Un volumen más pequeño v existe en el interior de V , dentro de este volumen interior v existe un punto de interés P . V tiene que ser suficientemente grande tal que la máxima distancia de penetración d de los rayos emitidos por la fuente radiativa (excluyendo neutrinos) y su progenie (dispersión y rayos secundarios) es menor que la mínima distancia s de separación de las fronteras de V y v . La radiación es emitida en promedio isotrópicamente. Si las siguientes cuatro condiciones existen en todo V , podemos decir que existe *radiación de equilibrio* en el volumen v (en el límite no estocástico)

- La composición atómica del medio es homogénea.
- La densidad del medio es homogénea.
- La fuente radiativa está uniformemente distribuida.
- No hay campos eléctricos o magnéticos presentes que perturben el trayecto de las partículas cargadas, excepto los campos asociados con la orientación aleatoria individual de los átomos.

Imaginemos ahora un plano T (ver figura 1.1) que es tangente al volumen v en el punto P' , y consideremos los rayos cruzando el plano por unidad de área en la zona del plano tangente a v . En el límite no estocástico habrá una perfecta reciprocidad de rayos de cada tipo y de energía cruzando ambos caminos, esto debido a que la distribución de la fuente radiativa dentro de la esfera S de radio d alrededor del punto P' es perfectamente simétrica con respecto al plano T . Esto será verdad para todas las posibles orientaciones de los planos tangentes alrededor del volumen v ; por lo tanto uno puede decir que, *en el límite no estocástico, para cada tipo de energía de rayo ingresando a v , otro idéntico rayo sale*. Esta condición es llamada *radiación de equilibrio* (RE) con respecto a v .

Consecuentemente podemos decir que en el volumen v se cumple:

$$(\bar{R}_{in})_u = (\bar{R}_{out})_u \quad (1.19)$$

$$(\bar{R}_{in})_c = (\bar{R}_{out})_c \quad (1.20)$$

Esto quiere decir que la energía que ingresa y sale de v está balanceada para ambas indirectamente ionizante y directamente ionizante radiación, las barras representan valores esperados. La energía impartida (ecuación 1.8) puede ser entonces simplificada por:

$$\bar{\varepsilon} = \sum \bar{Q} \quad (1.21)$$

Lo cual significa que bajo condiciones de RE el valor esperado de la energía impartida al material en el volumen v es igual al emitido por el material radiactivo en el volumen v , excluyendo lo que es dado por neutrinos.

1.2.1 Equilibrio de Partículas Cargadas.-Equilibrio de partículas cargadas(CPE) existe para un volumen v si para cada partícula cargada de un tipo y energía saliendo de v es reemplazada por una partícula idéntica de la misma energía entrando, en términos de valores esperados. Si CPE existe la ecuación 1.20 se satisface. La existencia de RE es una condición suficiente para que CPE exista. La importancia

práctica del CPE radica del hecho de que bajo ciertas condiciones es posible aproximarse a un CPE aún en la ausencia de RE.

1.2.2 CPE Para Radiación Indirectamente Ionizante Proveniente de Fuentes Externas.- En la figura 1.2 un volumen V es mostrado conteniendo un volumen más pequeño v . Los límites de v y V se requiere que estén separados por el menos la máxima distancia de penetración de las partículas secundarias cargadas presentes. Si las siguientes condiciones son satisfechas a través de todo V , CPE existirá para el volumen v (en el límite no estocástico):

- a. La composición atómica del medio es homogenia.
- b. La densidad del medio es homogenia.
- c. Existe un campo uniforme de radiación indirectamente ionizante (es decir los rayos deben ser insignificamente atenuados por su paso a través del medio).
- d. No hay campos eléctricos o magnéticos inhomogenios presentes.

Debido a la uniformidad del campo de radiación indirectamente ionizante y del medio en todo V , uno puede decir que el número de partículas cargadas producidas por unidad de volumen en cada intervalo de energía y elemento de ángulo sólido será uniforme en todo V (en el límite no estocástico). En este caso las partículas originadas por la radiación indirectamente ionizante no son emitidas isotrópicamente como en el caso de fuentes radiativas puntuales, la interacción de neutrones y fotones generalmente produce partículas secundarias y radiación dispersa con una anisotrópica distribución angular, pero esa anisotropía es homogenia en todo V . Esta condición junto con la uniformidad del medio V (condiciones a y b) son suficientes para producir CPE para el volumen v .

Esto es demostrado en la figura 1.2 para el caso simplificado en que las partículas cargadas tienen trayectorias rectas, todas emitidas un ángulo θ con respecto al rayo primario monodireccional. Consideremos primero el trayecto de la partícula cargada e_1 , generada por la total absorción de un rayo de radiación indirectamente ionizante en el punto P_1 justo sobre la frontera de v . La partícula e_1 cruza v y lleva fuera del volumen $2/3$ de su original energía cinética. Una segunda interacción idéntica ocurre en el punto P_2 generando una partícula cargada e_2 , la cual ingresa a v con $2/3$ de su energía original, y sale con $1/3$ de su original energía, igualmente una tercera e idéntica interacción es generada en P_3 generando la partícula cargada e_3 , la cual entra a v con $1/3$ de su original energía, y gasta toda su energía en v . CPE existe en el límite no estocástico, ya que la energía cinética total gastada en v por las tres partículas es igual a la que se hubiera gastado en v si la partícula e_1 hubiera gastado toda su energía en el interior de v .

En el límite no estocástico, si asumimos que existe CPE la ecuación 1.8 se transforma en:

$$\bar{\varepsilon} = (\bar{R}_{in}) - (\bar{R}_{out}) + \sum \bar{Q} \quad (1.22)$$

Substituimos ahora 1.22 en 1.5 obtenemos:

$$\bar{\varepsilon}_{tr}^n = \bar{\varepsilon} + (\bar{R}_{out})_u - (\bar{R}_{out})_u^{non-r} - \bar{R}_u^r \quad (1.23)$$

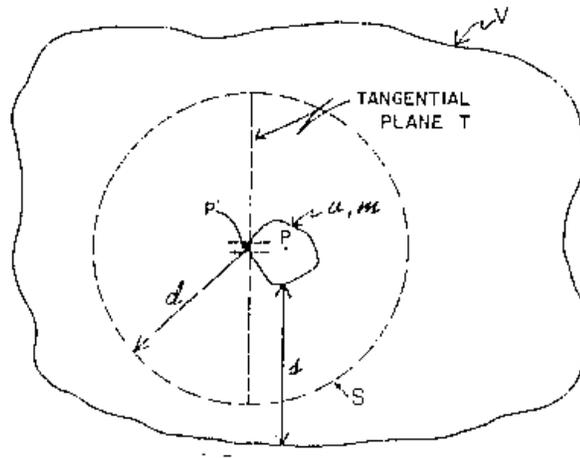


Figura 1.1

Radiación de equilibrio. Extendido sobre un volumen V conteniendo un medio homogéneo y una homogénea e isotrópica distribución de una fuente radiactiva. Radiación de equilibrio existirá en el más pequeño interno volumen v si la distancia máxima de penetración (d) de los rayos primarios más sus secundarios es menor que la separación mínima s de v a las fronteras de V .

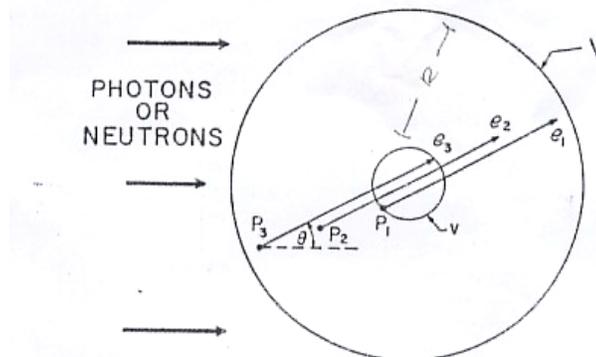


Figura 1.2

Condiciones de equilibrio de partículas cargadas para una fuente externa. El volumen V contiene un medio homogéneo, uniformemente irradiado por radiación indirectamente ionizante (se asume que la atenuación es insignificante). Las partículas cargadas secundarias son estas producidas uniformemente en todo V , no necesariamente isotrópicamente, pero con la misma direccional y distribución de energía en todas partes. Si la distancia mínima que separa las fronteras de V y el pequeño volumen interno v es mayor que el rango máximo de las partículas cargadas presentes, CPE existe en v .

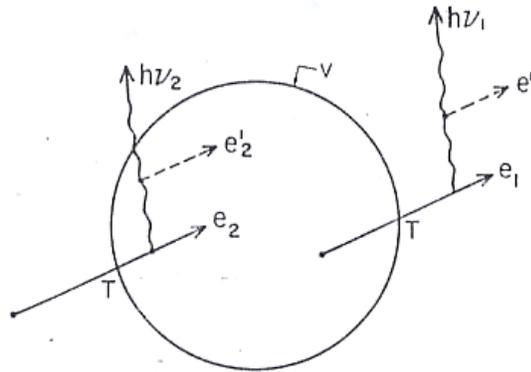


Figura 1.3

Ilustración de las ecuaciones (2.24) y (2.25). CPE existe (en el límite no estocástico) debido a que el electrón e_2 ingresa al volumen v con una energía cinética T igual a la que es llevada fuera por el electrón e_1 . Si e_1 emite un rayo-x $h\nu_1$, e_2 emitirá también un rayo-x idéntico $h\nu_2$ (sobre el promedio). Si $h\nu_2$ escapa de v , entonces $(\bar{R}_{out})_u = h\nu_2 = h\nu_1 = \bar{R}_u^r$ y a partir de $(\bar{R}_{out})_u^{nonr-r} = 0$, la ecuación 2.24 es satisfecha.

Como siempre, si $h\nu_2$ es absorbida en el interior de v , produciendo electrones secundarios e'_2 , entonces $(\bar{R}_{out})_u = 0$ pero \bar{R}_u^r todavía es igual a $h\nu_1$ y $(\bar{R}_{out})_u^{nonr-r} = 0$ como anteriormente, tal que la ecuación 2.24 no es ampliamente satisfecha. Por esta razón la ecuación 2.25 es válida solamente para volúmenes suficientemente pequeños que permitan el escape de las pérdidas radiativas.

Además, bajo estas mismas condiciones nosotros podemos también asumir que cualquier interacción radiativa por una partícula cargada después que ésta sale de v será reemplazada por una idéntica interacción en el interior de v (como se puede ver en la fig 1.3). Obtenemos:

$$(\bar{R}_{out})_u = (\bar{R}_{out})_u^{non-r} + \bar{R}_u^r \quad (1.24)$$

ésto considerando que el volumen es suficientemente pequeño para permitir que los fotones producto de las pérdidas radiativas escapen, como es mostrado en la figura 1.3. Entonces las ecuaciones 1.23 y 1.24 se pueden simplificar a la igualdad:

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_{tr}^n \quad (1.25)$$

Reduciendo v a un volumen infinitesimal dv , conteniendo la masa dm alrededor del punto de interés P, nosotros podemos escribir:

$$\frac{d\bar{\varepsilon}}{dm} = \frac{d\bar{\varepsilon}_{tr}^n}{dm} \quad (1.26)$$

Consecuentemente bajo la condición de CPE

$$\mathbf{D} = \mathbf{K}_c \quad (1.27)$$

Estas igualdades 1.26 y 1.27 son aplicables a un volumen infinitesimal de tal manera que la igualdad 1.24 sea válida.

La igualdad 1.27 provee que bajo las condiciones de CPE en un punto de un medio, la dosis es igual al kerma de colisión en dicho punto. Esto es verdadero indiferentemente con las pérdidas radiactivas.

2.- Simulación por El Método de Monte Carlo.

Este método para resolver problemas consiste en representar la solución del problema como un parámetro de una hipotética población. Se construye una muestra de la población mediante una secuencia de números aleatorios, a partir de dicha muestra estimaciones estadísticas y parámetros pueden ser obtenidos¹⁵.

2.1 Definiciones Básicas

2.1.1 Números Aleatorios.-Es una cantidad que es resultado de un proceso repetitivo cuyo valor no puede ser predicho con certeza. En el mundo real, la aleatoriedad es originada por factores incontrolables (como ocurre en los juegos de azar) o en la naturaleza cuántica de los sistemas microscópicos.

La computadora no está capacitada para generar números aleatorios, lo que obtenemos de la computadora son secuencias de números generados por funciones matemáticas, las cuales tienen un periodo a partir del cual se vuelve a repetir la secuencia.

2.1.2 Función Probabilidad de Distribución $p(x)$.- Sea x una variable aleatoria continua que toma valores en el intervalo $x_{\min} \leq x \leq x_{\max}$. Para medir la probabilidad de

obtener x dentro de un intervalo (a,b) nosotros utilizamos la probabilidad $P\{x \mid a < x < b\}$, definida como la razón n / N donde n es el número de valores de x que se encuentran dentro de dicho intervalo y N es el total número de valores que puede tener x , en el límite que $N \rightarrow \infty$. La probabilidad de obtener x en un intervalo diferencial de longitud dx alrededor de x_1 puede ser expresada como:

$$P\{x \mid x_1 < x < x_1 + dx\} = p(x_1)dx \quad (2.1)$$

Donde $p(x)$ es la función de distribución de probabilidad de x . La cual debe cumplir con las siguientes dos condiciones:

-No debe ser negativa, puesto que las probabilidades negativas no tienen significado:

$$p(x) > 0$$

-La función de distribución de probabilidad debe estar normalizada a la unidad:

$$\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} p(x)dx = 1 \quad (2.2)$$

donde el valor de x debe estar dentro del intervalo (x_{\min}, x_{\max}) .

La definición anterior incluye también singulares distribuciones tales como la Delta de Dirac $\delta(x - x_0)$, la cual está definida por:

$$\int_a^b f(x)\delta(x - x_0)dx = \begin{cases} f(x_0) & a < x_0 < b \\ 0 & x_0 < a \\ & x_0 > b \end{cases} \quad (2.3)$$

para cualquier función $f(x)$ que es continua en x_0 . Una definición equivalente, más intuitiva es la siguiente:

$$\delta(x - x_0) \equiv \lim_{\Delta \rightarrow 0} U_{x_0 - \Delta, x_0 + \Delta}(x) \quad (2.4)$$

la cual representa la distribución delta como el límite de ancho cero de una secuencia de distribuciones uniformes centradas en el punto x_0 . De aquí, que la distribución de Dirac describe un único valor discreto de una variable aleatoria (es decir una constante). La función de distribución de probabilidades de una variable aleatoria x que toma los valores discretos $x = x_1, x_2, \dots$ con sus respectivas probabilidades p_1, p_2, \dots puede ser expresada como una mezcla de distribuciones delta,

$$p(x) = \sum_i p_i \delta(x - x_i) \quad (2.5)$$

Distribuciones discretas pueden ser tomadas como una forma particular de una distribución continua.

2.1.3 Función de Distribución Acumulativa.-Dada una variable aleatoria x continua, la acumulativa función de distribución de x está definida por:

$$P(x) \equiv \int_{x_{\min}}^x p(x') dx' \quad (2.6)$$

esta es una función no decreciente de x que varía desde $P(x_{\min}) = 0$ a hasta $P(x_{\max})=1$. En el caso de funciones de distribuciones de probabilidades discretas de la forma (2.5), $P(x)$ es una función de paso (ver glosario). Notamos que la probabilidad $P\{x \in (a,b)\}$ de obtener x en el intervalo (a,b) es

$$P\{x \in (a,b)\} = \int_a^b p(x) dx = P(b) - P(a) \quad (2.7)$$

y $p(x) = dP(x)/dx$.

2.1.4 Momentos de la Función de Distribución de Probabilidad $p(x)$.- El n -ésimo momento de $p(x)$ está definido como:

$$\langle x^n \rangle = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^n p(x) dx \quad (2.8)$$

El momento $\langle x^0 \rangle$ es simplemente la integral de $p(x)$, la cual es igual a la unidad, por definición, momentos de más alto orden pueden o no existir.

El primer momento, cuando éste existe, es llamado el valor medio o esperado de la variable aleatoria x ,

$$\langle x \rangle = \int xp(x) dx \quad (2.9)$$

El valor esperado de una función $f(x)$ está definida en forma similar

$$\langle f(x) \rangle = \int f(x) p(x) dx \quad (2.10)$$

Como $f(x)$ es una variable aleatoria, esta tiene su propia función de distribución de probabilidad, $\pi(f)$, el cual es tal que la probabilidad de tener f dentro de un cierto intervalo de longitud df es igual a la probabilidad de tener x en el correspondiente intervalo o intervalos. Si $f(x)$ es una función x monótonamente creciente (tal que la correspondencia entre los valores de x y f sean uno a uno), $p(x)dx = \pi(f)df$ y

$$\pi(f) = p(x)(df / dx)^{-1} \quad (2.11)$$

El valor esperado posee la propiedad de linealidad:

$$\langle a_1 f_1(x) + a_2 f_2(x) \rangle = a_1 \langle f_1(x) \rangle + a_2 \langle f_2(x) \rangle \quad (2.12)$$

2.1.5 Varianza.-Si el primer y segundo momento de la función de distribución de probabilidad existen, definimos la varianza de x (o de $p(x)$) por:

$$\text{var}(x) \equiv \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle = \int (x - \langle x \rangle)^2 p(x) dx = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 \quad (2.13)$$

Similarmente la varianza de una función $f(x)$ está definida por:

$$\text{var}\{f(x)\} = \langle f^2(x) \rangle - \langle f(x) \rangle^2 \quad (2.14)$$

2.1.6 Desviación Standard.- Es la raíz cuadrada de la varianza, $\sigma \equiv [\text{var}(x)]^{1/2}$, ésta da la medida de la dispersión de la variable aleatoria (es decir el ancho de la función de distribución de probabilidad)

2.2 Variables Aleatorias de dos Dimensiones

2.2.1 Marginal de la Función de Probabilidad de Distribución.-Vamos a considerara ahora el caso de dos variables aleatorias, (x,y) . La correspondiente función de probabilidad de distribución de la juntura satisface las condiciones:

$$P(x,y) \geq 0 \quad \text{y} \quad \int dx \int dy p(x, y) = 1. \quad (2.15)$$

La marginal de la función de probabilidad de distribución está definida como:

$$q(x) \equiv \int p(x, y) dy \quad \text{y} \quad q(y) \equiv \int p(x, y) dx \quad (2.16)$$

$q(x)$ es la probabilidad de obtener el valor x y cualquier valor de y .

2.2.2 Función de Distribución de Probabilidad Marginal.-La función de distribución de probabilidad de la juntura puede ser expresada como:

$$p(x, y) = q(x) p(y/x) = q(y) p(x/y) \quad (2.17)$$

donde

$$p(x/y) = \frac{p(x, y)}{q(y)} \quad \text{y} \quad p(y/x) = \frac{p(x, y)}{q(x)} \quad (2.18)$$

son las funciones de distribución de probabilidad marginal de x y y , respectivamente. Notemos que $p(x/y)$ es la normalizada función de distribución de probabilidad de x para un valor estable y .

2.2.3 Valor Esperado de una Función $f(x,y)$.-El valor esperado de una función $f(x,y)$ es:

$$\langle f(x, y) \rangle = \int dx \int dy f(x, y) p(x, y). \quad (2.19)$$

2.2.4 Momentos de una Función de Distribución $p(x,y)$.-Están definidos por:

$$\langle x^n y^m \rangle = \int dx \int dy x^n y^m p(x, y). \quad (2.20)$$

En particular

$$\langle x^n \rangle = \int dx \int dy x^n p(x, y) = \int x^n q(x) dx \quad (2.21)$$

Nuevamente solo el momento $\langle x^0 y^0 \rangle$ es necesariamente definido.

2.2.5 Varianza .- Cuando los correspondientes primer y segundo momento existen, las varianzas de x y y están definidas por

$$\text{var}(x) = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 \quad \text{y} \quad \text{var}(y) = \langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2 . \quad (2.22)$$

La varianza de x + y es:

$$\text{var}(x + y) = \langle (x + y)^2 \rangle - \langle x + y \rangle^2 = \text{var}(x) + \text{var}(y) + 2 \text{cov}(x, y) \quad (2.23)$$

donde

$$\text{cov}(x, y) = \langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle \quad (2.24)$$

es la covarianza de x y y, la cual puede ser positiva o negativa, Una cantidad relacionada es el coeficiente de correlación, dado por

$$\rho(x, y) = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sqrt{\text{var}(x) \text{var}(y)}} \quad (2.25)$$

el cual puede tomar valores desde -1 a 1. Notar que $\text{cov}(x, x) = \text{var}(x)$. Cuando las variables x y y son independientes, es decir cuando $p(x, y) = p_x(x)p_y(y)$, nosotros tenemos que:

$$\text{cov}(x, y) = 0 \quad \text{y} \quad \text{var}(x + y) = \text{var}(x) + \text{var}(y) \quad (2.26)$$

y

$$\text{var}\{a_1 x + a_2 y\} = a_1^2 \text{var}(x) + a_2^2 \text{var}(y) \quad (2.27)$$

2.3 El método de la Transformada Inversa

La función de distribución acumulativa (fórmula 2.6), es una función no decreciente de x, consecuentemente ésta posee una función inversa $P^{-1}(\xi)$. La transformación $\xi = P(x)$ define una nueva variable que toma valores en el intervalo (0,1). Apoyándonos en la correspondencia entre los valores de x y ξ , la función de distribución de probabilidad de ξ , $p_\xi(\xi)$, y la de x, $p(x)$, están relacionadas por $p_\xi(\xi)d\xi = p(x)dx$. Por lo tanto,

$$p_\xi(\xi) = p(x) \left(\frac{d\xi}{dx} \right)^{-1} = p(x) \left(\frac{dP(x)}{dx} \right)^{-1} = 1 \quad (2.28)$$

Esto si ξ está distribuido uniformemente en el intervalo (0,1).

Ahora es claro que si ξ es un número aleatorio, la variable x definida por $x = P^{-1}(\xi)$ está aleatoriamente distribuida en el intervalo (x_{\min}, x_{\max}) con función de distribución de probabilidad $p(x)$ (ver figura 2.1) . Esto provee un método práctico

para generar valores aleatorios de x utilizando números uniformemente distribuidos entre $(0,1)$. La aleatoriedad de x es garantizada por la de ξ . Notemos que x es la (única) raíz de la ecuación

$$\xi = \int_{x_{\min}}^x p(x') dx' \quad (2.29)$$

la cual es llamada *ecuación de muestreo* de la variable x . Este procedimiento para muestreos aleatorios es conocido como el método de la transformada inversa, y es particularmente adecuado para funciones de distribuciones de probabilidad $p(x)$ dadas por expresiones analíticas simples.

2.3.1 Transformada Inversa Numérica.- El método de la transformada inversa puede también ser eficientemente usada para el muestreo aleatorio de distribuciones continuas $p(x)$ que están dadas en forma numérica. Para aplicar este método, la acumulativa función de distribución $P(x)$ tiene que ser evaluada en los puntos x_i en que se ha dividido el intervalo de valores de x . La ecuación de muestreo $P(x) = \xi$ puede entonces ser resuelta por interpolación inversa, es decir interpolando en la tabla (ξ_i, x_i) , donde $\xi_i \equiv P(x_i)$ (ξ es tomada como una variable independiente).

2.3.2 Distribuciones Discretas.- El método de la transformada inversa puede también ser aplicado a distribuciones discretas. Consideremos que la variable aleatoria x puede tomar los valores discretos $x = 1, \dots, N$ con probabilidades puntuales p_1, \dots, p_N , respectivamente. La correspondiente función de distribución de probabilidad puede expresarse como:

$$p(x) = \sum_{i=1}^N p_i \delta(x - i) \quad (2.30)$$

donde $\delta(x)$ es la distribución de Dirac. Aquí se asume que $p(x)$ está definido en un intervalo (a,b) con $a < 1$ y $b < N$. La correspondiente función de distribución acumulativa es:

$$P(x) = \sum_{i=1}^{[x]} p_i \quad (2.31)$$

donde $[x]$ es la parte entera de x . Notemos que $P(x) = 0$ cuando $x < 1$. Entonces la ecuación 2.29 conduce a la fórmula de muestreo:

$$\begin{aligned} x = 1 & \quad \text{si} \quad \xi \leq p_1 \\ x = 2 & \quad \text{si} \quad p_1 < \xi \leq p_1 + p_2 \\ & \quad \cdot \\ & \quad \cdot \\ x = j & \quad \text{si} \quad \sum_{i=1}^{j-1} p_i < \xi \leq \sum_{i=1}^j p_i \\ & \quad \cdot \\ & \quad \cdot \end{aligned} \quad (2.32)$$

2.4 El Método de la Rejección.-Este método tiene la ventaja que no requiere una función de distribución de probabilidad acumulativa, la cual muchas veces es difícil de obtener y aun más difícil es hallar la inversa de esa función.

El método de rejección es basado en un simple argumento geométrico:

Si graficamos la función de distribución de probabilidad $p(x)$ como la queremos generar, tal que el área bajo la curva en cualquier rango de x corresponde a la deseada probabilidad de generar x en ese rango; si nosotros tenemos algún modo de escoger un punto aleatorio en dos dimensiones, con una uniforme probabilidad de distribución en el área bajo la curva, entonces el valor x del punto aleatorio tendría la distribución $p(x)$.

Ahora, si sobre el mismo gráfico, dibujamos cualquier otra curva $f(x)$ la cual tiene un área finita y se extiende en todas partes por encima de la función de probabilidad de distribución original. (Esto es siempre posible porque la curva original encierra solamente un área unidad, ver inciso 2.1.2 de este capítulo). Nosotros llamaremos a $f(x)$ función de comparación. Imaginemos ahora que tenemos algún modo de escoger un punto aleatorio en dos dimensiones que es uniforme en el área bajo la curva de la función de comparación. Siempre que el punto caiga dentro del área bajo la función de distribución de probabilidad $p(x)$, nosotros lo aceptaremos, tal que los valores de x tienen la deseada distribución.

La función de comparación $f(x)$ debe de ser una función de distribución de probabilidad que se puede muestrear por el método de la transformada inversa, de tal forma que podamos generar puntos aleatoriamente distribuidos en el área bajo su curva.

La gráfica 2.2 ilustra este procedimiento.

2.5 Integración Monte Carlo

Como ya ha sido señalado por James (1980)²², al menos en un sentido formal, todos los cálculos hechas por Monte Carlo son equivalentes a integraciones. Esta equivalencia permite una fundamentación teórica formal para las técnicas de Monte Carlo. Un aspecto importante de la simulación es la evaluación de las incertidumbres estadísticas de las cantidades calculadas. Nosotros derivaremos la formulación básica considerando el más simple cálculo Monte Carlo, que es la evaluación de una integral unidimensional. Evidentemente, los resultados son también válidos para integrales multidimensionales.

Consideremos la integral

$$I = \int_a^b F(x) dx \quad (2.33)$$

La cual nosotros replanteamos en la forma de valor esperado,

$$I = \int f(x) p(x) dx \equiv \langle f \rangle \quad (2.34)$$

al introducir una arbitraria función de distribución de probabilidad $p(x)$ y definir $f(x) = F(x)/p(x)$ [es asumido que $p(x) > 0$ en (a,b) y $p(x) = 0$ fuera de este intervalo]. La evaluación Monte Carlo de la integral I es muy simple: generar un gran número N de puntos aleatorios x_i a partir de la función de distribución de probabilidad $p(x)$ y acumular la suma de valores $f(x_i)$ en un contador. Al final del cálculo el valor esperado de f es estimado por

$$\bar{f} \equiv \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i). \quad (2.35)$$

La ley de los grandes números dice que, cuando N es muy grande,

$$\bar{f} \rightarrow I \quad (\text{en probabilidad}) \quad (2.36)$$

En terminología estadística, esto significa que \bar{f} , el resultado Monte Carlo, es una consistente estimación de la integral (2.33). Esto es válido para cualquier función $f(x)$ que es finita y continua por partes, es decir, con un número finito de discontinuidades.

La ley de los grandes números (2.36) puede ser replanteada como

$$\langle f \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i) \quad (2.37)$$

Aplicando esta ley a la integral que define la varianza de $f(x)$ (fórmula 2.14)

$$\text{var}\{f(x)\} = \int f^2(x)p(x)dx - \langle f \rangle^2 \quad (2.38)$$

Nosotros obtenemos

$$\text{var}\{f(x)\} = \lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [f(x_i)]^2 - \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i) \right]^2 \right\} \quad (2.39)$$

Es claro que diferentes corridas Monte Carlo (con diferentes, independientes secuencias de N números aleatorios x_i de $p(x)$) producirán diferentes estimaciones de \bar{f} . Esto implica que el resultado de nuestro código Monte Carlo está afectado por incertidumbres estadísticas, similar a las encontradas en experimentos de laboratorio, las cuales necesitan ser apropiadamente evaluadas para determinar la “exactitud” de los resultados Monte Carlo. Para este propósito, nosotros podemos considerar \bar{f} como una variable aleatoria, la función de distribución de probabilidad de \bar{f} , es en principio desconocida. Su media y varianza están dadas por

$$\bar{f} = \left\langle \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i) \right\rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \langle f \rangle = \langle f \rangle \quad (2.40)$$

y

$$\text{var}(\bar{f}) = \text{var} \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i) \right] = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \text{var}\{f(x)\} = \frac{1}{N} \text{var}\{f(x)\} \quad (2.41)$$

La desviación standard de \bar{f} ,

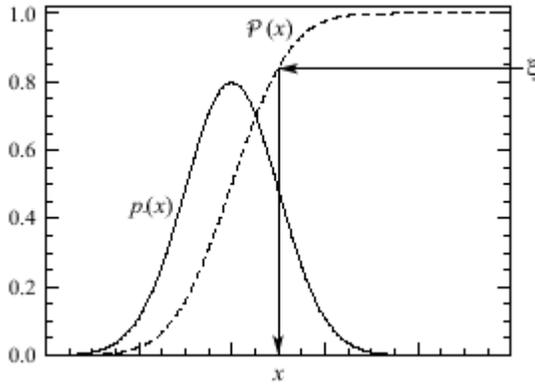


Figura 2.1

El método de la transformada inversa. La transformación $\theta=P(x)$ define una nueva variable que toma valores en el intervalo (0,1)

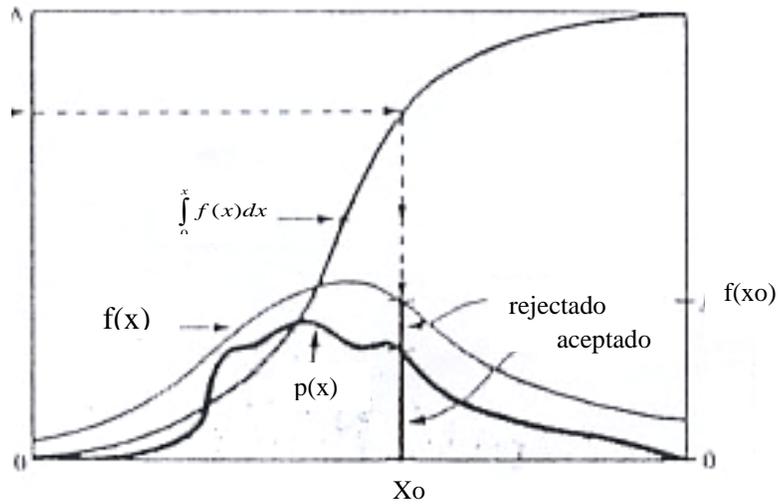


Figura 2.2

El método de la rejección. $p(x)$ es la función de distribución de probabilidad, $f(x)$ es la función de comparación. Imaginemos ahora que tenemos un modo de escoger un punto aleatorio en dos dimensiones que es uniforme en el área bajo la curva de la función de comparación. Siempre que el punto caiga dentro del área bajo la función de distribución de probabilidad $p(x)$, nosotros lo aceptaremos, tal que los valores de x tienen la deseada distribución.

$$\sigma_f \equiv \sqrt{\text{var}(\bar{f})} = \sqrt{\frac{\text{var}\{f(x)\}}{N}} \quad (2.42)$$

da una medida de la incertidumbre estadística de la estimación Monte Carlo de \bar{f} .

Nosotros podemos ahora hablar del teorema del límite central, el cual establece que, en el límite $N \rightarrow \infty$, la función de distribución de probabilidad de \bar{f} es una normal (Gaussiana) distribución con una media $\langle f \rangle$ y desviación standard σ_f ,

$$p(\bar{f}) = \frac{1}{\sigma_f \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\bar{f} - \langle f \rangle)^2}{2\sigma_f^2}\right) \quad (2.43)$$

Esto significa que, para valores de N suficientemente grandes, para los cuales el teorema es aplicable, el intervalo $\bar{f} \pm n\sigma_f$ contiene el valor exacto de $\langle f \rangle$ con una probabilidad del 68.3% si $n = 1$, del 95.4% si $n=2$ y 99.7 si $n = 3$.

3.- La Radioterapia

La Radioterapia es un tipo de tratamiento oncológico que utiliza las radiaciones para eliminar las células tumorales en la parte del organismo donde se apliquen.

La radioterapia actúa sobre el tumor, destruyendo las células malignas y así impide que crezca y se reproduzca. Esta acción también puede ejercerse sobre los tejidos normales, sin embargo, los tejidos tumorales son más sensibles a la radiación y no pueden reparar el daño producido en forma tan eficiente como lo hace el tejido normal.

Según la distancia en que esté la fuente de irradiación, se pueden distinguir dos tipos de tratamientos:

* Teleterapia o radioterapia externa, en que la fuente de irradiación está a cierta distancia del paciente en equipos de grandes dimensiones, como son la unidad de Cobalto y el acelerador lineal. La radiación puede ser de rayos Gamma, rayos X o Electrones.

* Braquiterapia, en la cual la fuente de irradiación está cerca o en el área a tratar.

El programa que presento simula distribuciones de fuentes para tratamientos de braquiterapia ocular, por lo cual voy a profundizar un poco más en el tema.

Braquiterapia

Es un método de tratamiento en el cual fuentes radiactivas selladas son utilizadas para repartir radiación a cortas distancias por aplicación intersticial, intracavitaria o superficial. Con este modo de terapia, una alta dosis de radiación puede ser repartida localizadamente al tumor con una rápida caída de dosis en el tejido sano circundante.

3.1 Cálculo de la distribución de dosis producida por una fuente lineal

Integral de Sievert.-La distribución de frecuencia de exposición de una fuente lineal de braquiterapia puede ser calculada utilizando la integral de Sievert, introducida por Sievert en 1921. El método consiste en dividir la fuente lineal en pequeños elementos de fuente, aplicar la ley del inverso del cuadrado y correcciones por filtración a cada elemento de fuente.

Considerar una fuente de longitud activa L y grosor de pared t (ver fig 3.1). La contribución a la frecuencia de exposición dI en un punto $P(x,y)$ dada por el elemento de fuente de longitud dx está dado por

$$dI(x, y) = \frac{A}{L} \cdot \Gamma \cdot dx \cdot \frac{1}{r^2} e^{-\mu' \cdot t \cdot \sec \theta} \quad (3.1)$$

donde A y Γ son la actividad y la constante de frecuencia de exposición de la fuente (definida en 1.1.5 de este capítulo) y μ' es el coeficiente de atenuación efectivo para el filtro. Otras variables son definidas por la (fig 3.1). Haciendo uso de las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} r &= y \sec \theta \\ x &= y \tan \theta \\ dx &= y \sec^2 \theta d\theta \end{aligned}$$

e integrando la ecuación 3.1, nosotros obtenemos la frecuencia de exposición $I(x,y)$ para toda la fuente.

$$I(x, y) = \frac{A\Gamma}{Ly} \int_{\theta_1}^{\theta_2} e^{-\mu' \cdot t \cdot \sec \theta} d\theta \quad (3.2)$$

Williamson JF¹⁸ da la siguiente expresión para μ' como función del grosor del filtro d :

$$\mu'(d) = -\left(\frac{1}{d}\right) \ln \left[\frac{\sum_i p_i E_i (\mu_{en} / \rho)_i^{aire} e^{\mu_{en}^i \cdot d}}{\sum_i p_i E_i (\mu_{en} / \rho)_i^{aire}} \right] \quad (3.3)$$

donde p_i es el número de fotones con energía E_i emitidos por desintegración, y $(\mu_{en} / \rho)_i^{aire}$ es el coeficiente másico de absorción de energía en aire para fotones de energía E_i .

La integral de Sievert da la distribución de frecuencia de exposición en aire y considera solamente la ley del inverso del cuadrado y efectos de filtración. Para transformar la exposición en aire a kerma de colisión en aire podemos utilizar el factor de conversión de R a Gy dado 1.1.4 en este capítulo y a partir de la fórmula 1.7 de este capítulo tenemos,

$$(K_c)_{agua} = 0.00876 \frac{\psi_{agua} (\overline{\mu_{en}} / \rho)_{agua}}{\psi_{aire} (\overline{\mu_{en}} / \rho)_{aire}} X \quad (3.4)$$

donde $(\overline{\mu_{en}} / \rho)$ es coeficiente másico de absorción promediado sobre toda fluencia de energía del espectro de fotones.

X es la exposición en R. y 0.00876 es el factor conversor de R a Gy.

la razón $\frac{(\overline{\mu_{en}} / \rho)_{agua}}{(\overline{\mu_{en}} / \rho)_{aire}}$ varía lentamente con la energía del fotón ($\sim 10\%$ de variación desde los 10 keV a 10 MeV).

La razón $\frac{\psi_{agua}}{\psi_{aire}}$ es diferente de 1 debido a que la atenuación y dispersión producida por el agua es diferente a la del aire. Meisberger¹¹ formuló un polinomio de tercer orden, en función de la distancia a la fuente (r), ajustando el promedio de sus datos teóricos y todos los datos experimentales disponibles. Este polinomio ajusta a la fórmula 3.4 considerando el efecto de la razón $\frac{\psi_{agua}}{\psi_{aire}}$. Con lo cual finalmente de 3.2 y 3.4 tenemos,

$$(k_c)_{agua} = 0.00876 \frac{(\overline{\mu_{en}} / \rho)_{agua}}{(\overline{\mu_{en}} / \rho)_{aire}} \frac{A\Gamma}{Ly} \int_{\theta_1}^{\theta_2} e^{-\mu \cdot r \cdot \sec \theta} \varphi(r) d\theta \quad (3.5)$$

donde $\varphi(r) = A + Br + Cr^2 + Dr^3$ es el polinomio de Meisberg

3.2 Distribuciones de Dosis

Es raramente posible medir la distribución de dosis directamente en los pacientes tratados con radiación. Datos sobre distribución de dosis son casi enteramente obtenidos de medidas en fantomas (materiales equivalentes al tejido).

Los datos básicos acerca de una distribución de dosis son usualmente medidos en un fantoma de agua, esto debido a que las propiedades de dispersión y absorción de radiación del agua son similares a las del músculo y otros tejidos suaves.

3.2.1 **Porcentaje de Dosis en Profundidad.**

Una forma de caracterizar una distribución de dosis, es normalizar la dosis en profundidad con respecto al un punto de referencia.

3.2.2 **Curvas de Isodosis**

Con el objetivo de representar la variación volumétrica o planar de la dosis absorbida, las distribución de dosis son representadas por medio de curvas de isodosis, las cuales son líneas atravesando por puntos de igual dosis. Las curvas son usualmente dibujadas a intervalos regulares de dosis absorbida y expresadas como porcentaje de dosis a un punto de referencia.

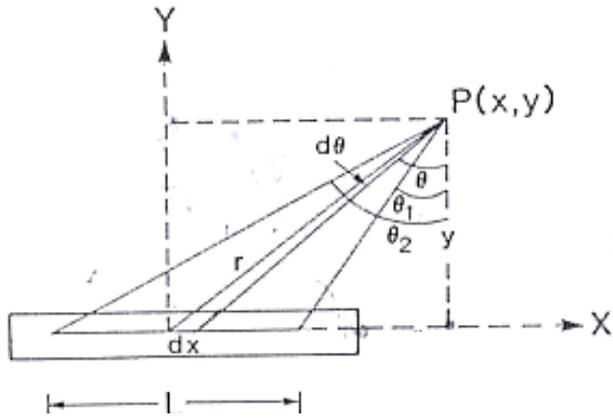


Figura 3.1

La integral de Sievert. Considerar una fuente de longitud activa L y grosor de pared t . La contribución a la frecuencia de exposición dI en un punto $P(x,y)$ dad por el elemento de volumen de fuente de longitud dx está dado por:

$dI(x, y) = \frac{A}{L} \Gamma dx \frac{1}{r^2} e^{-\mu' r \sec \theta}$, donde A y Γ son la actividad y la constante de frecuencia de exposición respectivamente y μ' es coeficiente de atenuación efectivo

4.- El ojo

Los globos oculares se encuentran protegidos por las órbitas óseas del cráneo y están rodeadas de tejido adiposo conectivo. Se abre hacia el medio externo una sexta parte del ojo y el resto se encuentra dentro de la órbita. Los párpados les proporcionan protección adicional, los cuales se encuentran sobre las superficies expuestas de los ojos. Los bordes de los párpados tienen pestañas y contienen pequeñas glándulas que producen una sustancia aceitosa. Las glándulas lagrimales, que se encuentran en la esquina exterior de cada órbita secretan lágrimas constantemente, las cuales se extienden sobre la superficie expuesta del ojo y se encargan de limpiar las impurezas arrastrándolas al conducto lagrimal o al exterior mantienen húmedas a las células de la conjuntiva y la cara interna de los párpados con un líquido de reacción apropiada no irritante.

Estructura del Globo Ocular

TUNICAS O CAPAS

El globo ocular es una esfera hueca de aproximadamente 2.5 cm de diámetro que está compuesta de tres capas de tejido. La esclerótica o túnica exterior tiene función protectora y está compuesta por tejido conectivo, duro, blanco y fibroso, La porción anterior de la esclerótica es conocida como córnea, la cual es transparente de manera que los rayos luminosos puedan penetrar en el ojo. La esclerótica contiene terminaciones nerviosas sensitivas al dolor y carece de vasos sanguíneos.

La Túnica media o coroides es la capa vascular pues contiene muchos vasos sanguíneos y contiene un pigmento pardo oscuro. El cuerpo ciliar forma una zona circular alrededor de su parte anterior y consta de músculo liso del cual se extienden los ligamentos suspensorios para mantener al cristalino en su lugar. El iris es la parte pigmentada del ojo, se une al cuerpo ciliar y es una estructura circular. Las fibras musculares del iris se encargan de controlar la constricción y dilatación de la pupila, que es el agujero en su centro.

La Túnica interna o retina es una capa incompleta que no tiene porción anterior. En la retina existen dos tipos de células especializadas, sensibles a los rayos luminosos. Los conos, en un número de siete millones, son los que se encargan de la visión diurna e interpretan los detalles finos de contraste, color y forma. La mayor parte de los conos se encuentran en una depresión cerca del polo posterior del globo ocular, conocida como fovea y de esta manera es la parte donde la visión es más precisa. Los bastones, en número de alrededor de 100 millones, se localizan en las partes más periféricas de la retina y son activados únicamente por la luz tenue. Estas células son diferentes a los conos porque no son capaces de distinguir el detalle fino o el color. De manera que en la noche cuando están funcionando los bastones, es difícil distinguir los colores o ver límites precisos.

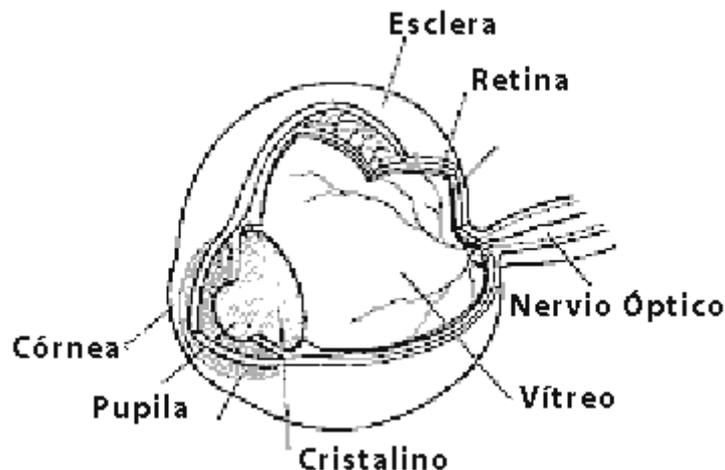
Existen otros dos grupos de células nerviosas en la retina, las cuales se encargan de transmitir los impulsos nerviosos originados por los conos y bastones. Los axones

de uno de estos grupos forman las fibras del nervio óptico, el cual abandona la región posterior del globo ocular un poco hacia el lado nasal del centro del globo ocular. El punto ciego es la porción de la retina donde sale el nervio óptico y carece de conos y bastones.

CAVIDADES

La parte hueca del globo ocular está dividida en dos zonas principales. La zona anterior se subdivide por el iris en una cámara anterior, que es posterior a la córnea y anterior al iris, y la cámara posterior, que se encuentra detrás del iris y antes del cristalino. Estas dos cámaras se encuentran llenas de humor acuoso, el cual es un líquido transparente, y como su nombre lo indica, acuoso, que es producido por los procesos ciliares.

Detrás del cristalino se encuentra la cámara vítrea, la cual se encuentra llena de una sustancia gelatinosa conocida como humor vítreo, el cual tiene la consistencia de la clara de huevo cruda y se encarga de mantener la presión intraocular de manera que el globo ocular no se hunda al ser sometido a presiones exteriores.



5.- El cáncer ocular

Cáncer es un término general para más de cien enfermedades caracterizadas por un crecimiento anormal de células incontrolado. El tumor resultante puede invadir y destruir tejidos normales y / o sembrarse en otras partes del cuerpo. El cáncer ocular es cuando este efecto se produce en el globo ocular.

A continuación menciono algunos tipos de cáncer ocular:

Melanoma de Coroides.- Los melanomas malignos pueden crecer dentro del ojo. Surgen de la capa vascular “coroides” debajo de la retina. Este cáncer puede extenderse a otras partes del cuerpo.

Los Melanomas **pequeños** se pueden tratar, pero como existe la posibilidad de que el tumor no crezca, y como el crecimiento sugiere que el tumor es un cáncer, habitualmente estos tumores se observan para demostrar el crecimiento antes de realizar un tratamiento.

Los melanomas de **tamaño medio** habitualmente se tratan con radiación o extirpando el ojo. No se sabe cuál de los tratamientos es mejor (igual) para la prevención de la diseminación de la enfermedad (metástasis). Ambos tratamientos pueden dañar la visión. En la consulta se deben discutir los riesgos y beneficios de cada opción.

Los Melanomas de **tamaño grande** se tratan mejor extirpando el ojo (enucleación). Esto es así porque la cantidad de radiación necesaria para destruir el tumor que ocupa la mayor parte del ojo, es más de lo que el ojo puede soportar. En un periodo de meses o años, los pacientes con melanomas grandes tratados con radiación suelen padecer síntomas incómodos y al final se les tiene que extirpar el ojo.

Retinoblastoma.- Es un tumor canceroso de la retina.

Durante los últimos 30 años, el tratamiento ha evolucionado desde la simple enucleación (extirpación del ojo), a la radioterapia especializada y más recientemente a la quimioterapia basada en terapia multimodal. Aunque los retinoblastomas generalmente se curan con radiación, los investigadores han sugerido que la irradiación aumenta el riesgo de desarrollar segundos cánceres en la vida adulta.

6 Tratamientos contra el cáncer ocular.-

Cuando es posible, muchos centros ofrecen la radiación como una alternativa de conservar el ojo y la visión a los pacientes con cánceres intraoculares. Los dos tipos principales son radioterapia con placa y radioterapia externa .

Una placa radiactiva es un casquete esférico de oro en el cual se colocan fuentes radiactivas, la placa radiactiva se coloca sobre el ojo, cubriendo la sombra del tumor más 2-3 mm de margen. Este margen extra se utiliza para estar seguro de que el tumor está siempre debajo de la placa durante la radiación. Mientras la placa está colocada, la radiación se está continuamente liberando durante 3 a 4 días, y después se quita.

II SIMULACIÓN

Como ya se mencionó en la introducción, el trabajo de tesis consiste en crear un programa alternativo a los ya existentes en el transporte de radiación, por tal motivo, hemos denominado a este programa Programa Alternativo.

Este programa Alternativo es creado con el objetivo específico de simular las distribuciones de dosis producidas por diferentes arreglos de fuentes de Ir-192 en tratamientos de radioterapia con Placa (ver 6 capítulo I).

Este capítulo explica como realiza la simulación el programa Alternativo en forma paralela al programa Penélope. La importancia de comparar el programa Alternativo con Penélope radica en que los resultados producto de la simulación en el programa Alternativo son comparados con el programa Penélope.

1 La fuente de Iridio

Tanto para la simulación en el programa Alternativo como Penélope es necesario ingresar el espectro de energías del Ir-192, la geometría y composición de la fuente.

La geometría, espectro de energías y composición de la fuente utilizada en la simulación es la misma para ambos programas. El espectro de energías y lugar en el interior donde se produce el decaimiento es simulado de la misma manera en ambos programas.

1.1 **Especificaciones del Iridio**

El Iridio 192 es un elemento radiactivo que decae en un 4.7% por captura electrónica y un 95.3% por transiciones β^- , seguidas por transiciones γ y los rayos-x característicos de las capas K y L.

La vida media para el Iridio es de 73.825 días, y en promedio un decaimiento resultará en la emisión de un electrón y de 2.363 fotones. La relación entre la actividad de la fuente A, y el número de fotones emitidos por segundo está dado por:

$$N_{\text{fotones}} = A.(2.363 \pm 0.3\%) \quad (1.1)$$

Donde 0.3% es el error estimado por el autor del artículo.

El Ir tiene un espectro complicado de rayos γ (ver gráfica 1.3) con una energía promedio de 0.38 MeV. Los datos del espectro del Iridio que presento a continuación son los obtenidos por Douchemin y Coursol².

La distribución de energía de los fotones emitidos por el Iridio utilizada en la simulación la presento en el siguiente cuadro:

Intervalo de energía (keV)	Porcentaje de fotones emitidos p/ c 100 decaimientos
7-14	5.8
61-67	10.72
71-79	2.892
136-137	0.181
201-202	0.485
205-206	3.33
283-284	0.266
295-296	28.85
308-309	30.05
316-317	82.8
374-375	0.721
416-417	0.664
468-469	47.8
484-485	3.16
489-490	0.427
588-589	4.48
604-605	8.16
612-613	5.26
884-885	0.288
Fotones/decaimiento	2.363

Para simular el espectro de energía se ha tomado el valor promedio de energía para cada intervalo de ésta, y se ha normalizado al 100% los valores porcentuales, los valores ingresados en la simulación los presento en el siguiente cuadro:

Energía promedio (KeV)	Porcentaje de fotones emitidos al 100%
10.5	2.45
60.4	4.54
70.5	7.12
136.5	0.08
201.5	0.2
205.5	1.49
283.5	1.11
295.5	12.21
308.5	12.72
316.5	35.04
374.5	0.31
416.5	0.28
468.5	20.23
484.5	1.34
489.5	0.18

588	1.89
604.5	3.45
612.5	2.23
884.5	0.12
Total	100%

El número de fotones simulados (N) para un tiempo t y actividad inicial A está dado por:

$$N = \frac{2.363}{\lambda} A(1 - e^{-\lambda t}) \quad (1.2)$$

El espectro de energía de los electrones emitidos por el Iridio está dado en la gráfica 1.1.

Para efectos de la simulación la forma de esa gráfica es aproximada a la de una recta que va de 0.1MeV, 90% a 0.62MeV,0%; ésto debido a que la energía de corte en la simulación es de 0.1MeV. El número de electrones (N_e) simulados para un tiempo t transcurrido está dado por:

$$N_e = 0.9 \frac{A}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}) \quad (1.3)$$

donde A es la actividad de la fuente, y λ es la constante de semidesintegración.

La distribución de energía es originada a partir de la siguiente fórmula:

$$E = 0.52 - \sqrt{0.27041\xi} + 0.1 \quad (1.4)$$

Donde E es la energía del electrón emitido y ξ es un número aleatorio entre 0 y 1. La deducción de la fórmula anterior está en el apéndice III.

1.2 El alambre de Iridio Simulado.- El alambre de Iridio simulado en este trabajo es de baja tasa y es el fabricado por el IPEN procedente de CIS Biointernational de Francia con las siguientes características:

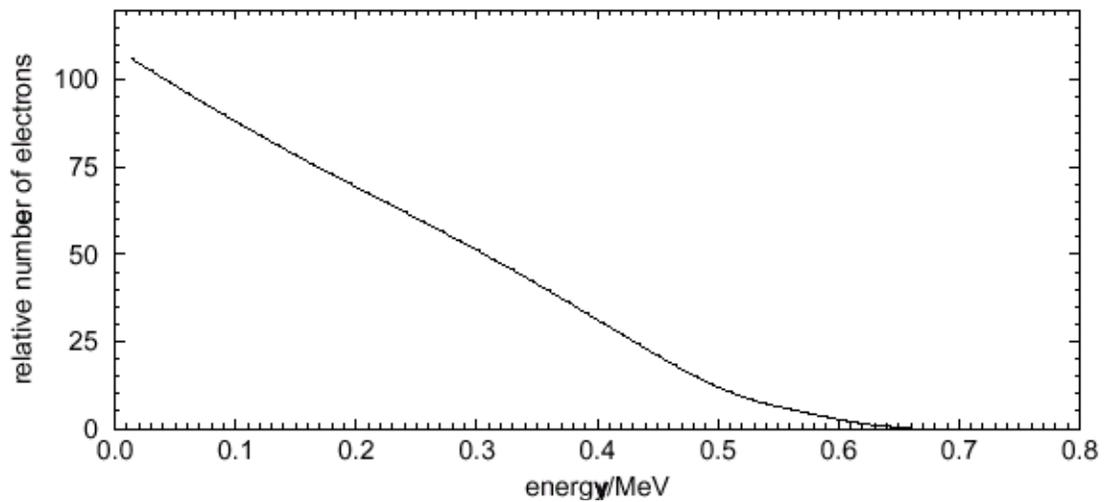
Diámetro exterior del alambre incluido cubierta: 0.3 mm. El alambre está constituido por una aleación de Iridio (20%) - Platino (80%) y una cubierta (blindaje) de 0.1mm de espesor - Platino (100%).

Actividad Específica: 1-3 mCi/cm

Las características del alambre se pueden ver en la figura 1.2.

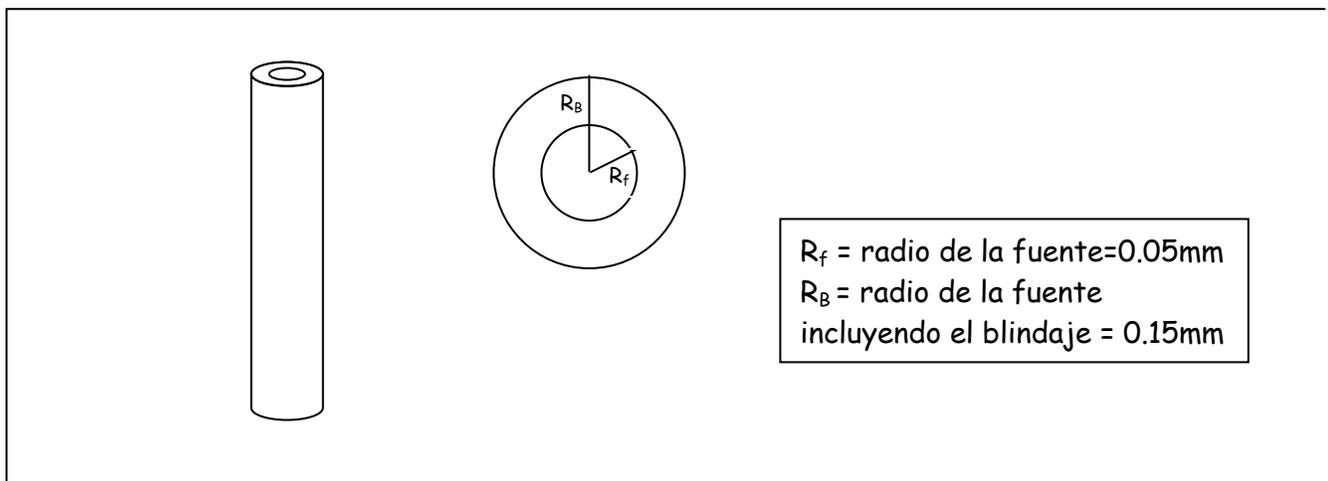
Estas referencias me fueron dadas por el Ing. David Carrillo.

En la simulación se considera que el material de la fuente está constituido únicamente por Pt al (100%); esto debido a que la aleación Pt-Ir constituye sólo un 12.5% del volumen total de la fuente y a que el porcentaje de Pt en la aleación Pt-Ir es del 80%; además en ésta aleación por ser los Z del Ir y del Pt consecutivos, las secciones eficaces de interacción son similares. Esto lo podemos ver en las tablas



Gráfica 1.1

Espectro β del Ir. El espectro es obtenido utilizando los datos dados por Duchemin y Coursol



Gráfica 1.2

Imagen longitudinal y transversal del alambre de Ir 192 producido por el IPEN

dadas en el apéndice VI. Esta aproximación también ha sido verificada en 1.8 del capítulo III.

El Iridio radiactivo se encuentra esparcido uniformemente dentro del cilindro interior de la fuente cuyo radio es de 0.05mm. El punto del cilindro interior en donde se va a producir el decaimiento radiactivo es hallado aleatoriamente en la simulación utilizando coordenadas cilíndricas (ϕ, R, Z) y ubicando el origen de coordenadas en el centro de gravedad de la fuente. Las fórmulas utilizadas:

$$Z = \xi \cdot L - \frac{L}{2} \quad (1.4)$$

$$\phi = \xi \cdot 2\pi \quad (1.5)$$

$$R = 0.05 \sqrt{\xi} \quad (1.6)$$

Donde L es la longitud de la fuente y ξ es un número aleatorio entre 0 y 1.

2 Materiales y Geometrías Simuladas.

2.1 Materiales

El espacio de simulación tanto para el programa Alternativo como Penélope está dividido por superficies las cuales pueden contener los siguientes materiales: platino, agua y oro de 18.

2.2 Volumen de Simulación

Tanto en el programa Alternativo como Penélope se simula un fantoma de agua (ver 2.2 del fundamento teórico), en cuyo interior puede haber lo siguiente:

- * una sola fuente de Iridio
- * una distribución de fuentes de Iridio
- * la placa de oro de 18K con la distribución de fuentes.

El espacio de simulación es dividido de la misma manera para ambos programas:

Al simular una sola fuente se utilizan coordenadas cilíndricas para dividir el espacio de simulación, en elementos de volumen dados por,

$$\int_{Z - \frac{\Delta Z}{2}}^{Z + \frac{\Delta Z}{2}} \int_{R - \frac{\Delta R}{2}}^{R + \frac{\Delta R}{2}} \int_0^{2\pi} r d\phi dr dz = 2\pi \Delta Z \left[\left(R - \frac{\Delta R}{2} \right)^2 - \left(R + \frac{\Delta R}{2} \right)^2 \right] \quad 2.1$$

Donde $\Delta R=1$ y $\Delta Z=1$.

Los elementos de volumen para este caso son especificados por las coordenadas cilíndricas R, Z. (ver figura 2.1)

Al simular distribuciones de fuentes, en ambos casos, tanto con la placa de oro o sin ésta, el espacio de simulación está dividido, utilizando coordenadas cartesianas en elementos de volumen dados por,

$$\int_{z-\frac{\Delta Z}{2}}^{z+\frac{\Delta Z}{2}} \int_{y-\frac{\Delta Y}{2}}^{y+\frac{\Delta Y}{2}} \int_{x-\frac{\Delta X}{2}}^{x+\frac{\Delta X}{2}} dx dy dz = \Delta X \Delta Y \Delta Z \quad (2.2)$$

Donde $\Delta X = \Delta Y = \Delta Z = 1$

Los elementos de volumen para este caso son especificados por las coordenadas cartesianas X, Y, Z. (ver figura 2.2)

En las simulaciones se mide la energía recibida por cada elemento de volumen de agua.

2.3 Puntos de Referencia

El programa Alternativo establece la posición y dirección de las partículas de manera similar al programa Penélope, pero no igual, para mayor información ver referencia (21).

Para establecer la posición y dirección de las partículas en el programa Alternativo se utilizan dos sistemas coordenados: el sistema fijo de laboratorio y el sistema móvil.

Sistema Fijo de Laboratorio (X, Y, Z).- En el caso de simulación de una sola fuente radiactiva su origen está ubicado en el centro de masa de la fuente, tal como se muestra en la (figura 2.3). Cuando se simula una distribución de fuentes pegadas en una placa esférica (ver fig 2.4) el origen del sistema de laboratorio está ubicado en el centro de la esfera.

Sistema Movil (X1, Y1, Z1) .-A cada partícula que se simula se le asigna un sistema móvil, cuya ubicación respecto al sistema fijo de laboratorio da la posición en que se encuentra la partícula. El eje Z del sistema móvil es ubicado sobre la dirección de movimiento de la partícula (ver figura 2.3).

La dirección de la partícula es tomada respecto al sistema de coordenadas de laboratorio y está dada por los parámetros u , v y w :

$$\begin{aligned} u &= \cos \phi \\ v &= \sin \phi \\ w &= \cos \theta \end{aligned} \quad (2.3)$$

Donde ϕ y θ son los ángulos azimutal y polar en coordenadas esféricas.

Cuando la partícula sufre una interacción cambia la dirección de su movimiento. El cambio en la dirección de su movimiento está dado por los ángulos ϕ_m y θ_m , que son los ángulos polar y azimutal en coordenadas polares respecto al sistema de coordenadas móvil que tenía la partícula antes que se produzca la interacción (sistema X_{1i} , Y_{1i} , Z_{1i}). Si la partícula ha rotado un ángulo θ_m y un ángulo ϕ_m y

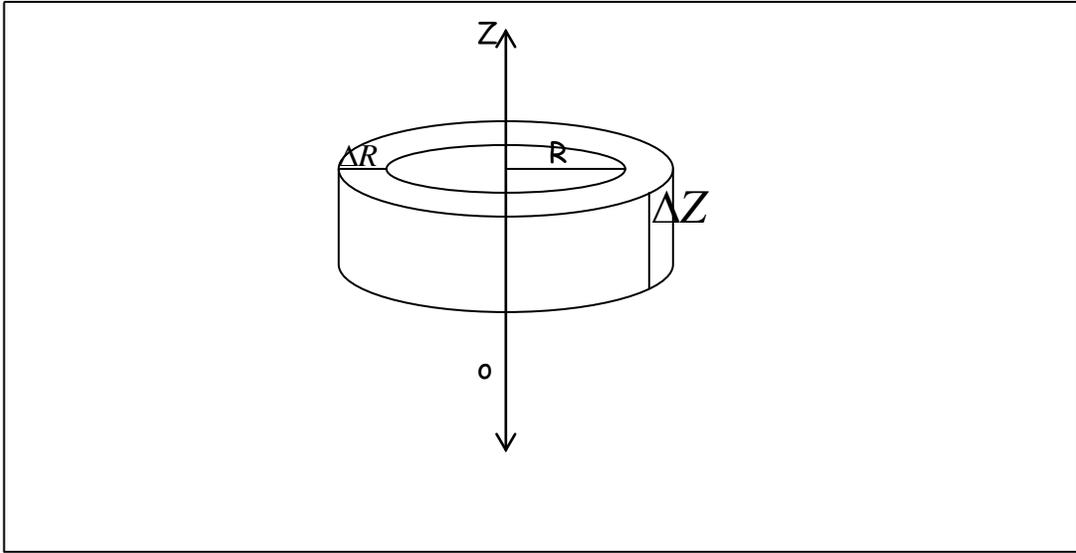


Figura 2.1
Elemento de volumen cuando se simula una sola fuente

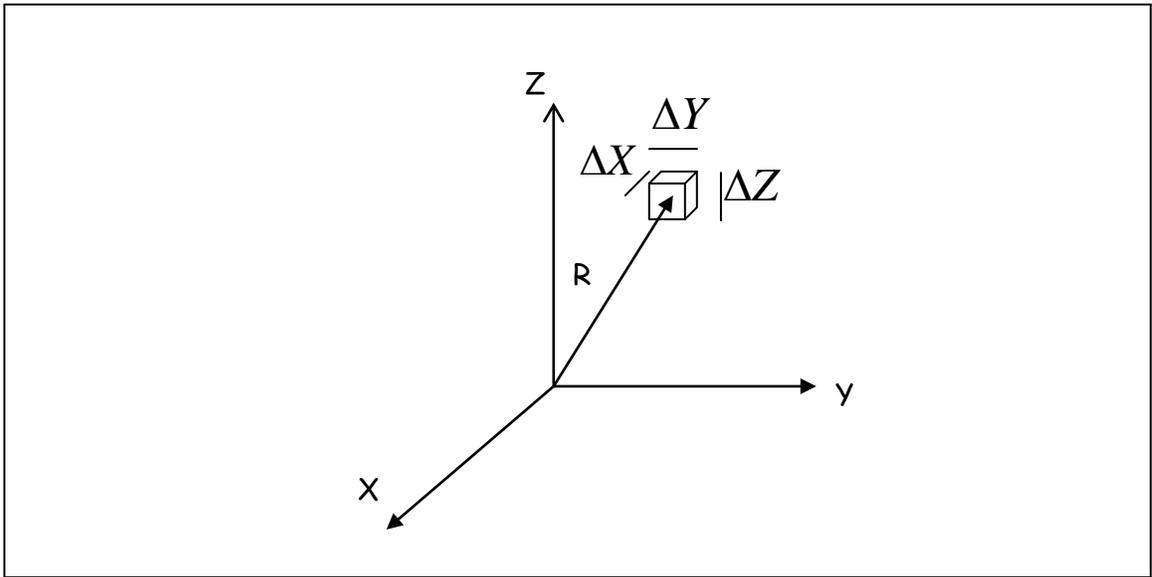


Figura 2.2
Elemento de volumen cuando se simula utilizando una distribución de fuentes

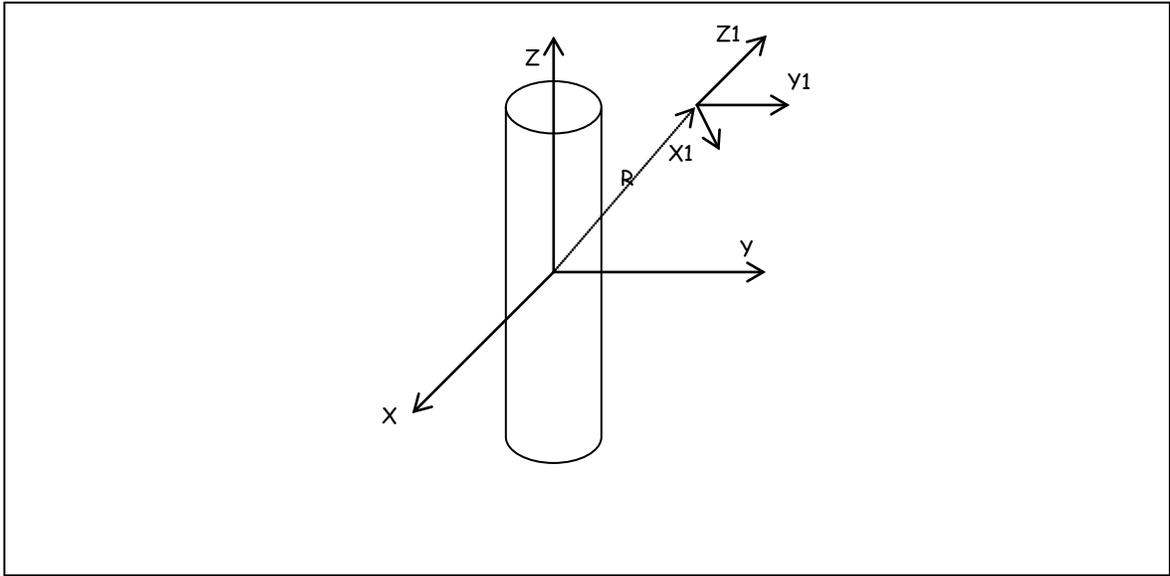


Figura 2.3

Sistema de referencia en el caso de simulación de una sola fuente. X, Y, Z es el sistema de laboratorio. X_1, Y_1, Z_1 es el sistema móvil que se le asigna a la partícula, R da la posición en que se encuentra la partícula con respecto al sistema de laboratorio. La partícula se mueve en la dirección de Z_1 .

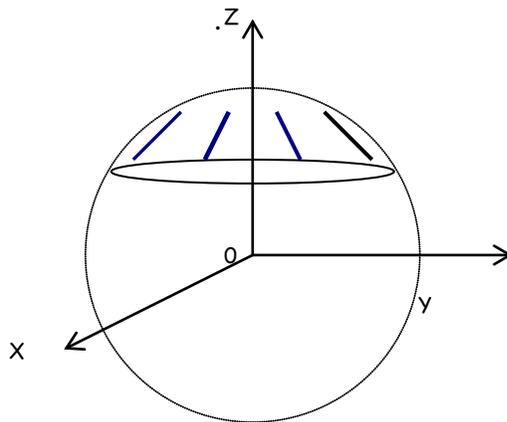


Figura 2.4

Sistema de referencia de laboratorio (X, Y, Z) para el caso de simulación de un arreglo de fuentes.

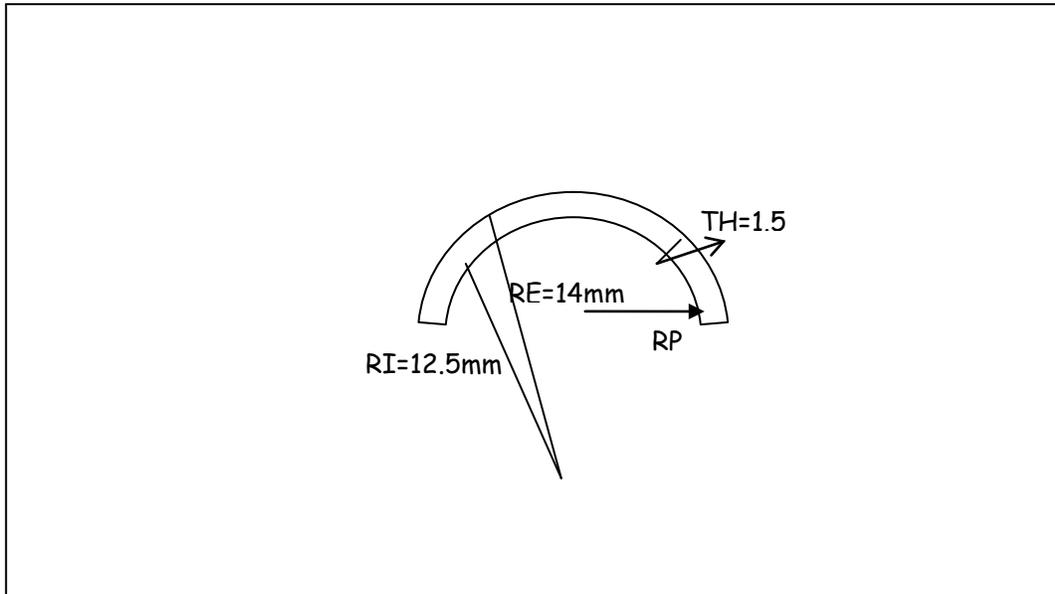


Figura 2.5

Placa utilizada en la simulación. RP es el radio de la placa, RI , RE , TH son el radio interno, el externo y el grosor del casquete

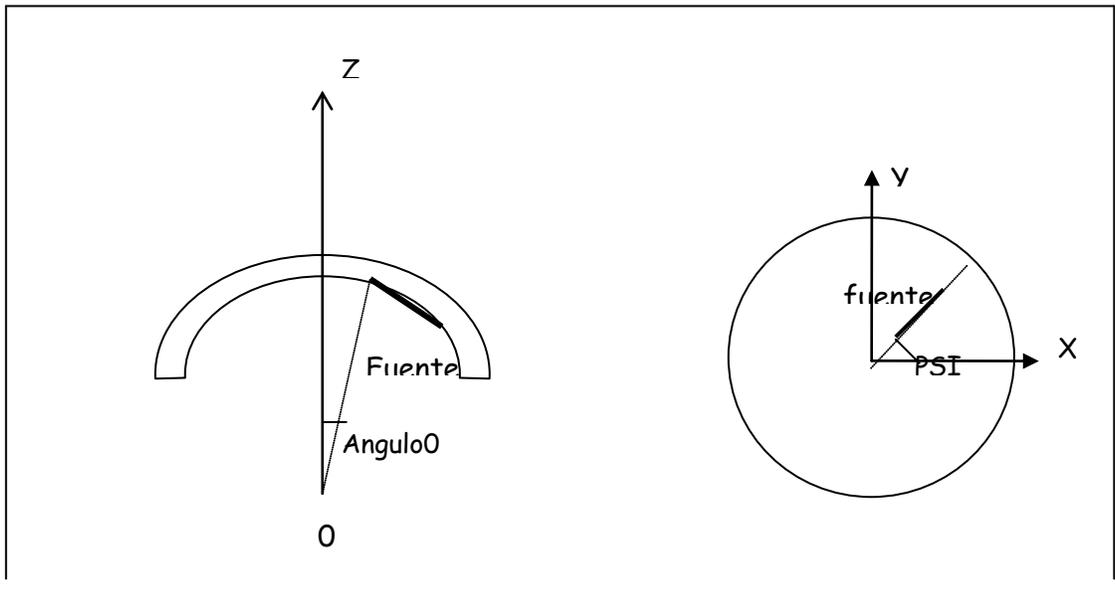


Figura 2.6

Ubicación de las fuentes sobre la placa. Para ubicar las fuentes utilizamos los ángulos angulo0 y PSI .

se ha desplazado una distancia D , la ubicación de la partícula respecto al sistema $X1_i, Y1_i, Z1_i$ estará dada por:

$$\begin{aligned} X1_i &= D \sin(\theta_m) \cos(\phi_m) \\ Y1_i &= D \sin(\theta_m) \sin(\phi_m) \\ Z1_i &= D \cos(\theta_m) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Las componentes en X, Y, Z de \bar{D} respecto al sistema de laboratorio están dadas por la matriz de rotación:

$$\begin{aligned} X1 \\ Y1 \\ Z1 \end{aligned} = \begin{pmatrix} u_i w_i & -v_i & \sqrt{1-w_i^2} u_i \\ v_i w_i & u_i & \sqrt{1-w_i^2} v_i \\ \sqrt{1-w_i^2} & 0 & w_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X1_i \\ Y1_i \\ Z1_i \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Donde $X1, Y1, Z1$ son las componentes de D en el sistema de laboratorio, u_i, v_i y w_i son los parámetros de dirección de la partícula antes que se produzca el cambio en la dirección de su movimiento.

Los parámetros de dirección de la partícula u, v y w después del cambio de dirección están dados por:

$$\begin{aligned} u &= \frac{X1}{\sqrt{X1^2 + Y1^2}} \\ v &= \frac{Y1}{\sqrt{X1^2 + Y1^2}} \\ w &= \frac{Z1}{\sqrt{X1^2 + Y1^2 + Z1^2}} \end{aligned} \quad (2.6)$$

La posición del sistema móvil después del cambio de dirección y del desplazamiento respecto al sistema de laboratorio estará dada por:

$$\begin{aligned} X &= X_i + X1 \\ Y &= Y_i + Y1 \\ Z &= Z_i + Z1 \end{aligned} \quad (2.7)$$

Donde X_i, Y_i, Z_i es la posición del sistema móvil antes de que se produzca el cambio de dirección y desplazamiento con respecto al sistema de laboratorio; X, Y, Z es la nueva posición del sistema móvil respecto al de laboratorio.

2.4 Ubicación de las fuentes sobre la placa

Las fuentes son ubicadas sobre la placa de oro utilizando las mismas fórmulas tanto en el programa Alternativo como Penélope.

En braquiterapia ocular las fuentes radiactivas se distribuyen sobre la superficie de una placa de oro de 18. La placa es un casquete esférico con 25mm de diámetro y

de un grosor (TH) de 1.5mm^5 , por lo cual el casquete esférico posee dos radios: el radio interno (RI) y el radio externo ($RE = RI + TH$). El radio de la placa (RP) varía de acuerdo a las dimensiones y ubicación del tumor (ver fig 2.5).

Las fuentes son colocadas radialmente sobre la placa. Para ubicar las fuentes utilizamos los ángulos $angulo0$ y PSI , como se puede ver en la figura 2.6 La base de la fuente inicialmente está ubicada sobre el origen de coordenadas, que como se mencionó en 2.1 está en el centro de la esfera del casquete, entonces a cada fotón que sale de la fuente lo hacemos rotar un ángulo $angulo01$ y un ángulo PSI , donde:

$$angulo01 = angulo0 + \pi - \cos^{-1}\left(\frac{LI}{2RI}\right) \quad (2.8)$$

LI es la longitud de la fuente (la deducción de 2.8 está en el apéndice III-2).

Luego le aplicamos una traslación $R=(Xt,Yt,Zt)$.

$$\begin{aligned} Xt &= RI \sin(angulo01) \cos(PSI) \\ Yt &= RI \sin(angulo01) \sin(PSI) \\ Zt &= RI \cos(angulo01) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Debido a que la fuente tiene un volumen, si aplicamos la rotación y traslación anterior va a ocasionar que parte de los extremos de la fuente se encuentren en el interior del volumen de la placa de oro, para solucionar este problema considero el radio interno $RI = RI - 0.15$, siendo 0.15mm el radio de la fuente.

3 Simulación de Fotones

En esta parte del capítulo describo como se realiza la simulación de fotones en el programa Alternativo; la forma en que son simulados en el programa Penélope la podemos ver en la referencia (22).

3.1 Trayectoria

La función de distribución de probabilidad $p(s)$ de que el fotón recorra una longitud de camino s desde su posición actual hasta el lugar de su siguiente interacción está dada por la fórmula (4) del apéndice IV. Utilizando el método de la transformada inversa (fórmula 2.29 del capítulo I), obtenemos que la ecuación de muestreo para la trayectoria recorrida s está dada por:

$$\xi = \int_0^s \frac{1}{\lambda} \exp(-s / \lambda) ds \quad (3.1)$$

Donde λ es el camino libre medio y ξ la variable aleatoria.

Resolviendo esta ecuación obtenemos la fórmula de muestreo para s :

$$s = -\lambda \ln(\xi) \quad (3.2)$$

Como fue mencionado en el fundamento teórico λ depende de la energía y del material en que se produce la trayectoria.

3.2 Probabilidad de Interacción

Los fotones con energías menores al MeV sólo pueden interactuar con la materia mediante los efectos fotoeléctrico, Rayleigh y Compton. Para el caso de este programa de simulación Alternativo se está tomando en cuenta solamente los efectos Compton y fotoeléctrico. El no tomar en cuenta el efecto Rayleigh no va a producir variaciones significativas en los valores de Dosis y Kerma obtenidos en la simulación; ésto debido a que en el efecto Rayleigh no hay intercambio de energía y además a que se produce solamente a bajas energías donde la probabilidad de que se produzca este efecto es mínima en comparación a la del efecto fotoeléctrico. Esto se puede verificar en la tabla de secciones eficaces para el agua y platino (apéndice VI).

Para mostrar el tipo de interacción que el fotón va a tener, podemos utilizar el método de la transformada inversa para funciones discretas. Utilizando la fórmula 2.32 del fundamento teórico, podemos elegir:

$$\begin{aligned} \text{efecto fotoeléctrico} & \quad \text{si } 0 < \xi < p_{\tau} \\ \text{efecto Compton} & \quad \text{si } p_{\tau} \leq \xi < p_{\tau} + p_{\sigma} \end{aligned}$$

$$p_{\tau} + p_{\sigma} = 1$$

donde p_{τ} es la probabilidad de producción del efecto fotoeléctrico

p_{σ} , es la probabilidad de que se produzca el efecto Compton y ξ es un número aleatorio entre 0 y 1.

3.3 Simulación del efecto fotoeléctrico.-En la simulación cuando la interacción fotoeléctrica se produce en el platino o en el oro, tenemos que tomar en cuenta los fotones de fluorescencia, ya que como podemos ver en la figura 5 del apéndice IV, la probabilidad de producción es alta para elementos de alto Z, como es el caso de estos elementos.

De la figura (5) del apéndice IV podemos ver P_K , que es la probabilidad de que la interacción fotoeléctrica ocurra en la capa K para fotones de energía $h\nu$, para los cuales $h\nu > (E_b)_K$, y Y_K que es la probabilidad de que se emitan rayos-x de fluorescencia para fotones los cuales $h\nu > (E_b)_K$. La probabilidad de que los rayos-x de fluorescencia salgan del átomo, cuando el efecto fotoeléctrico se produce en otras capas es despreciable.

Los rayos-x de fluorescencia son simulados por el método de la transformada inversa:

Si $h\nu > (E_b)_K$ y $\xi < P_K$ y $\xi < Y_K P_K$ Se emite un fotón de fluorescencia desde la capa K.

ξ es un número aleatorio entre 0 y 1.

El fotón de fluorescencia es emitido con una energía $h\bar{\nu}_K$ que es igual a la energía promedio con que son emitidos los fotones de fluorescencia de la capa K en una dirección aleatoria dada por las fórmulas del Apéndice III-3.

Si la interacción se produce en la capa K, según la fórmula (11) del apéndice IV, la energía cinética (T) del electrón generado es

$$T = hv - (E_b)_K \quad (3.3)$$

Si la interacción se produce en cualquiera de las otras capas por ser la energía de ligadura de éstas despreciable, considero que el electrón absorbe toda la energía del fotón.

Para el caso del agua, como podemos ver en la figura (5) del apéndice IV, la probabilidad de que se emitan fotones de fluorescencia es insignificante. Nuestro objetivo en este caso es simular la capa electrónica en la cual interactúa el fotón, para poder simular la energía con que es generado el electrón.

Teniendo en cuenta que el Z_{eff} del agua es 7.45, podemos ubicar en la figura 5 del apéndice IV el P_K para el agua. La energía de ionización de la capa K del átomo de agua es del orden de los 500eV, $h\nu > (E_b)_K$ para todos los fotones simulados en el agua, ya que la energía de corte es de 0.01 MeV.

En la simulación muestreamos para seleccionar si el efecto fotoeléctrico se realiza en la capa K, o en cualquiera de las otras capas.

Si el efecto fotoeléctrico se produce en la capa K, según la fórmula (11) del apéndice IV

, la energía cinética del electrón liberado estará dada por:

$$T = hv - 5 \times 10^{-4} \quad \text{MeV} \quad (3.4)$$

5×10^{-4} es la energía de ligadura de la capa K en MeV.

Si el efecto fotoeléctrico se realiza en cualquiera de las otras capas, por ser la energía de ligadura de estas capas muy pequeña $(E_b)_{L1} < 2 \times 10^{-5}$, suponemos que toda la energía del fotón es absorbida por el electrón:

$$T = hv \quad (3.5)$$

La dirección de emisión del fotoelectrón, relativa a la del fotón absorbido, es definida por los ángulos polar θ y azimutal ϕ . Como los fotones generados en la simulación no son polarizados la distribución angular de los fotoelectrones es independiente de ϕ , lo cual significa que ϕ está distribuido uniformemente en el intervalo $(0, 2\pi)$

por lo cual ϕ en la simulación es muestreado uniformemente distribuido en el intervalo $(0, 2\pi)$.

El ángulo θ está dado por la función de distribución de Sauter para la capa K (fórmula (12) del apéndice IV). Estrictamente hablando esta fórmula sólo es

adecuada para ionizaciones producidas en la capa K; pero en esta simulación va a ser usada para todos los fotoelectrones generados, lo cual no va a generar un error grande, ya que casi todas las interacciones ocurren en la capa K ver referencia (23).

Esta distribución es muestreada en el programa Alternativo de la misma manera que lo hace el programa Penélope. El método que usa es el de la rejección y lo hace de la siguiente forma:

Introduce la variable $\nu = 1 - \cos\theta$, en la fórmula (12) del apéndice IV y la distribución angular toma la forma:

$$p(\nu) = (2 - \nu) \left[\frac{1}{A + \nu} + \frac{1}{2} \beta \gamma (\gamma - 1)(\gamma - 2) \right] \frac{\nu}{(A + \nu)^3} \quad (3.6)$$

Donde $A = \frac{1}{\beta} - 1$,

Parte de esta fórmula contiene es una función normalizada. El muestreo de ν puede desarrollarse analíticamente a partir de esta función normalizada. Con este fin, $p(\nu)$ puede ser factorizado en la forma

$$p(\nu) = g(\nu)\pi(\nu) \quad (3.7)$$

con

$$g(\nu) = (2 - \nu) \left[\frac{1}{A + \nu} + \frac{1}{2} \beta \gamma (\gamma - 1)(\gamma - 2) \right] \quad (3.8)$$

y

$$\pi(\nu) = \frac{A(A + 2)^2}{2} \frac{\nu}{(A + \nu)^3} \quad (3.9)$$

La variable ν toma valores en el intervalo de (0,2), donde la función $g(\nu)$ es definida positiva y obtiene su valor máximo en $\nu = 0$, mientras la función $\pi(\nu)$ es positiva y normalizada a la unidad. Valores aleatorios de la función de probabilidad de distribución son generados por medio de la fórmula de muestreo (método de la transformada inversa fórmula 29 del apéndice IV)

$$\int_0^{\nu} \pi(\nu') d\nu' = \xi \quad (3.10)$$

la cual, al resolver analíticamente obtenemos:

$$\nu = \frac{2A}{(A + 2)^2 - 4\xi} [2\xi + (A + 2)\xi^{1/2}] \quad (3.11)$$

El algoritmo de simulación es el siguiente:

- i) Generar ν a partir de $\pi(\pi)$ utilizando la fórmula 3.11
- ii) Generar un número aleatorio ξ .
- iii) Si $\xi g(0) > g(\nu)$, ir al paso (i)
- iv) Entregar $\cos(\theta) = 1 - \nu$

3.4 Simulación del Efecto Compton.-El efecto Compton está graficado en la figura 1 del apéndice IV. El fotón al interactuar con un electrón de las capas externas del átomo es dispersado un ángulo ϕ con respecto a su dirección incidente, la energía con que es dispersado ($h\nu'$) está dada por la fórmula (5) del apéndice IV. Para muestrear el ángulo en que es dispersado el fotón Compton usamos los ángulos polar (θ) y azimutal (ϕ), θ es ángulo de dispersión ϕ de la fórmula (8) del apéndice IV, y ϕ es el ángulo azimutal. Como los fotones simulados no son polarizados el ángulo dispersión ϕ está uniformemente distribuido en el intervalo $(0,2\pi)$.

Para muestrear el ángulo de dispersión (θ) utilizamos la fórmula (8) del apéndice IV:

$$\frac{d_e \sigma}{d\Omega_\theta} = \frac{r_0^2}{2} \left(\frac{h\nu'}{h\nu} \right)^2 \left(\frac{h\nu}{h\nu'} + \frac{h\nu'}{h\nu} - \text{sen}^2 \theta \right) \quad (3.12)$$

Esta distribución es simulada por el método de la rejeción, de la siguiente manera:

La función de probabilidad de distribución del ángulo de dispersión θ obtenida a partir 3.12 está dada por:

$$\frac{d_e \sigma}{d\theta} = \left(\frac{h\nu'}{h\nu} \right)^2 \left(\frac{h\nu}{h\nu'} + \frac{h\nu'}{h\nu} - \text{sen}^2 \theta \right) \text{sen} \theta \quad (3.13)$$

donde
$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + (h\nu/m_e C^2)(1 - \cos \theta)} \quad (3.14)$$

Si a la fórmula 3.13 la multiplicamos y dividimos entre dos, la podemos separar en las siguientes dos funciones:

$$\pi(\theta) = \frac{\text{sen} \theta}{2} \quad (3.15)$$

$$g(\theta) = 2 \left(\frac{h\nu'}{h\nu} \right)^2 \left(\frac{h\nu}{h\nu'} + \frac{h\nu'}{h\nu} - \text{sen}^2 \theta \right) \quad (3.16)$$

La función $\pi(\theta)$ es positiva en todo el intervalo $(0, \pi)$ y está normalizada a la unidad.

$g(\theta)$ es positiva también en todo el intervalo $(0, \pi)$ y tiene su valor máximo en $\theta = 0$.

Consecuentemente al igual que en caso anterior valores aleatorios a partir de la distribución de probabilidad $\pi(\theta)$ pueden ser generados por medio del método de la transformada inversa, la cual origina la siguiente fórmula de muestreo:

$$\theta = \cos^{-1}(1 - 2\xi) \quad (3.17)$$

Donde ξ es un número aleatorio entre 0 y 1.

El algoritmo utilizado en la simulación del ángulo θ del fotón dispersado es el siguiente:

- i. Generar θ utilizando la fórmula 3.17
- ii. Hallar $h\nu'$ (fórmula 3.14).
- iii. Generar un número aleatorio ξ , Si $\xi g(0) > g(\theta)$, regresar al paso (i).
- iv. Entregar θ .

La dirección que toma el electrón dispersado por el efecto Compton está igualmente especificada por los ángulos polar (θ_e) y azimutal (ϕ_e). La dirección θ_e que toma el electrón dispersado está dada por la fórmula (7) del apéndice IV,

$$\theta_e = \cot^{-1} \left(1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} \right) \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (3.18)$$

La dirección ϕ_e que toma el electrón dispersado, por conservación del momentum debe ser opuesta a la dirección ϕ del fotón dispersado,

$$\phi_e = \phi + \pi \quad (3.19)$$

3.5 Energía de Corte.- La energía de corte para los fotones es de 0.01 MeV para cualquiera de los materiales simulados; ésta energía es debido a que no se producen fotones con una energía menor a 10.5 MeV.

4 Simulación de electrones

En esta parte del capítulo describo como se realiza la simulación de electrones en el programa Alternativo; la forma en que son simulados en el programa Penélope la podemos ver en la referencia (24).

4.1 Introducción

El transporte de electrones y otras partículas cargadas es fundamentalmente diferente del de neutrones y fotones. La interacción de partículas neutras es caracterizada por unas relativamente infrecuentes colisiones aisladas, con un camino libre medio entre dos colisiones. Por contraste, el transporte de electrones es dominado por la fuerza Coulumbiana que es de largo alcance; teniendo como resultado un número grande de pequeñas interacciones. Como ejemplo tenemos que un fotón de 0.5 MeV en Al, en un promedio de 10 colisiones su energía pasará a ser 0.06MeV, para un electrón en Al, un semejante cambio de energía sería el resultado de un promedio de 10^5 colisiones individuales⁴.

Debido a lo expuesto anteriormente, simular la pérdida de energía de los electrones como consecuencia exclusiva de colisiones individuales, resulta poco práctico; ésto debido al tiempo que invertiría el programa en simular cada una de las interacciones de los electrones hasta llegar a su energía de corte.

Los programas de simulación Penélope, MNCP y EGS4, para conseguir una significativa pérdida de energía de los electrones, particionan la trayectoria del electrón en pasos, éstos son escogidos lo suficientemente grandes para que incluyan muchas colisiones, de tal forma que la teoría de la dispersión múltiple (fórmula 1.13) sea válida, pero al mismo tiempo lo suficientemente cortos tal que la pérdida media de energía en cada uno de los pasos sea pequeña, de tal forma que el cambio de energía del electrón no sea lo suficientemente grande para variar el valor de la fórmula 1.13 significativamente. El agrupar los efectos de muchas colisiones individuales en un único paso que es muestreado probabilísticamente, constituye la “Historia Condensada” del Método de Monte Carlo⁴.

El programa EGSnrc llama su esquema de simulación de electrones: esquema clase 2 (definido por M.Berger), en el cual procesos de Bremsstrahlung que tienen como consecuencia la creación de fotones con una energía por encima de un valor de frontera k_c , y las colisiones inelásticas que transfieren una energía cinética a los electrones mayor que T_c , son simuladas explícitamente; también es simulado el transporte de las partículas secundarias originadas. Los eventos radiactivos y colisiones inelásticas que transfieren energías menores a los valores de frontera y las colisiones elásticas son agrupadas en la historia condensada.

El programa Penélope implementa un esquema “mixto” de simulación, el cual combina detallada simulación de eventos duros (eventos con un ángulo polar de deflexión θ o pérdida de energía W mayor que un previamente seleccionado valor de corte θ_c y W_c) con simulación condensada de eventos suaves, en los cuales $\theta < \theta_c$ o $W < W_c$.

En el programa de simulación Alternativo que presento, la simulación de los electrones es realizada agrupando todas las interacciones en un único paso, es decir los electrones son simulados en forma condensada exclusivamente, además tampoco son simulados los eventos de Bremsstrahlung.

4.2 Pasos de los electrones.- El camino condensado aleatorio puede ser simulado en términos de una secuencia de conjuntos de valores:

$$(X_0, E_0, d_0, r_0), (X_1, E_1, d_1, r_1), (X_2, E_2, d_2, r_2)$$

Donde X_n , E_n , d_n y r_n son la longitud de camino total, energía, dirección y posición al final de cada paso. En promedio, la energía y longitud de camino están relacionados por:

$$E_{n-1} - E_n = - \int_{X_{n-1}}^{X_n} \frac{dE}{dX} dX \quad (4.1)$$

Donde $-dE/dX$ es el Poder de Frenado de colisión en energía por unidad de longitud, esta cantidad depende de la energía y del material en el cual el electrón se mueve.

En el programa Alternativo al igual que en MNCP⁴ se realiza una secuencia de caminos tales que:

$$\frac{E_n}{E_{n-1}} = k \quad (4.2)$$

k, es una constante; el valor que le he asignado a esta constante es de 0.99; este valor lo he escogido después de realizar muchas simulaciones y comparar los valores obtenidos al simular el programa alternativo, con los obtenidos al simular el programa Penélope, y es el que da una mejor aproximación. Luego, suponiendo que el poder de frenado varía insignificadamente cuando la energía del electrón disminuye a $E_n = 0.99E_{n-1}$, tenemos que la distancia recorrida por el electrón s, está dada por:

$$s = \left(\frac{dE}{dX} \right)^{-1} E_n 0.01 \quad (4.3)$$

Donde $\left(\frac{dE}{dX} \right)$ es el poder de frenado del medio para una energía E_{n-1} (ver 3.5 del apéndice IV).

4.3 Deflexión de los electrones

Como fue mencionado en la parte 3 del apéndice IV la deflexión de los electrones durante su trayectoria es causada en su mayor parte por las dispersiones elásticas. En la simulación del programa Alternativo el cambio de dirección en la trayectoria de los electrones es producido en su totalidad por las dispersiones elásticas.

Cuando el número de dispersiones que sufre un electrón es suficientemente grande, podemos utilizar la fórmula 17 del apéndice IV, para simular la deflexión de electrones por el método condensado.

El programa Penélope para simular las deflexiones suaves de los electrones, utiliza en lugar la fórmula 17 del apéndice IV, una distribución simplificada $F_a(s; \chi)$, con la misma media y varianza. Esto no produce apreciables distorsiones en los resultados de la simulación, debido a que utiliza un número de pasos ~ 10 para cada electrón, con lo cual los detalles de la distribución adoptada son retirados después de un número suficientemente grande de pasos.

En el programa alternativo para simular la deflexión de los electrones utilizo la distribución simplificada del programa Penélope $F_a(s; \mu)$ ver referencia (25), donde $\mu \equiv (1 - \cos \chi) / 2$, la cual satisface las siguientes condiciones:

$$\langle \mu \rangle \equiv \int_0^1 \mu F_a(s; \mu) d\mu = \frac{1}{2} [1 - \exp(-s / \lambda_{el,1})] \quad (4.4)$$

y

$$\langle \mu^2 \rangle \equiv \int_0^1 \mu^2 F_a(s; \mu) d\mu = \langle \mu \rangle - \frac{1}{6} [1 - \exp(-s / \lambda_{el,2})] \quad (4.5)$$

La función $F_a(s; \mu)$ está dada por:

$$F_a(s; \mu) = aU_{0,b}(\mu) + (1-a)U_{b,1}(\mu) \quad (4.6)$$

donde $U_{u,v}(x)$ denota la siguiente uniforme función de distribución normalizada en el intervalo (u,v):

$$U_{u,v}(x) = \begin{cases} 1/(v-u) & \text{si } u \leq x \leq v, \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (4.7)$$

Los parámetros a y b, son obtenidos de las condiciones 4.4 y 4.5, están dados por:

$$b = \frac{2\langle \mu \rangle - 3\langle \mu^2 \rangle}{1 - 2\langle \mu \rangle}, \quad a = 1 - 2\langle \mu \rangle + b \quad (4.8)$$

4.4 Simulación de la deflexión de los electrones

La simulación de esta distribución la realizo por el método de la transformada inversa (2.3 del Fundamento Teórico). La función acumulativa normalizada de $F_a(s; \mu)$ está dada por:

$$F(s; \mu) = \int_0^\mu F_a(s; \mu) d\mu = \begin{cases} \frac{a}{b} \mu & \text{si } \mu < b \\ a + \frac{(1-a)}{(1-b)} (1-\mu) & \text{si } b < \mu \end{cases} \quad (4.9)$$

La deflexión de los electrones es generada de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{Si } \xi < a & \quad \mu = \frac{b}{a} \xi \\ \text{Si } \xi > a & \quad \mu = 1 - (\xi - a) \left(\frac{1-b}{1-a} \right) \end{aligned} \quad (4.10)$$

Donde ξ es un numero aleatorio.

4.5 Energía de corte

El valor de la energía de corte de los electrones simulados es de 0.1 MeV, para este valor de energía el CSDA rango del agua es 1.430×10^{-1} mm, para el oro de 18 es de 9.9900×10^{-4} mm y para el platino es de 6.5268×10^{-4} mm.

4.6 Simulación de los electrones producidos en la fuente y en la placa

Los electrones que se originan en el volumen de la fuente son debido a los electrones que emite el Ir radiactivo de la fuente y a los electrones que generan los fotones cuando interactúan en el volumen de la fuente. Los electrones que se generan en la placa son debido a la interacción de los fotones en el volumen de la placa.

En el programa Alternativo, la simulación de éstos electrones está dada por la subrutina `stoppingPt` para el caso de los electrones que se generan en la fuente y por la subrutina `stoppingAu` para el caso de los electrones que se generan en la placa.

El algoritmo de simulación para éstos electrones es el siguiente:

1. Cada electrón es generado en una posición \vec{R} con una dirección $u\sqrt{1-w^2}, v\sqrt{1-w^2}, w$ y con una energía E .
2. Si ($E < 0.01$) terminar.
3. El electrón avanza una longitud \vec{s} dada por la fórmula 4.3.
4. La nueva posición \vec{R} del electrón está dada por $\vec{R} = \vec{R} + \vec{s}$
5. Se procede a muestrear la deflexión del electrón como es explicado en 4.4 y obtenemos los nuevos valores de $u\sqrt{1-w^2}, v\sqrt{1-w^2}, w$.
6. Si el electrón atraviesa la interfase, es decir, ingresa al agua, se procede a depositar la energía perdida por el electrón ($DE = 0.01E$) en la posición \vec{R} y $E = 0.99E$. De lo contrario $E = 0.99E$ e ir al paso 2.
7. Si ($E < 0.01$) depositar la energía E en la posición \vec{R} , terminar.
8. El electrón avanza una longitud \vec{s} dada por la fórmula 4.3.
9. La nueva posición \vec{R} del electrón está dada por $\vec{R} = \vec{R} + \vec{s}$
10. Se procede a muestrear la deflexión del electrón como es explicado en 4.4 y obtenemos los nuevos valores de $u\sqrt{1-w^2}, v\sqrt{1-w^2}, w$.
11. Si el electrón atraviesa la interfase, es decir, ingresa a la fuente (en caso de haber sido originado en el volumen de la fuente) o a la placa (en caso de haber sido originado en el volumen de la placa) $E = 0.99E$, ir al paso 2.
12. Se procede a depositar la energía perdida por el electrón ($DE = 0.01E$) en la posición \vec{R} .
13. $E = 0.99E$, ir al paso 7.

Podemos ver en el algoritmo que cuando el electrón atraviesa una interfase, no es retrocedido hasta el punto de interfase como es hecho en el caso de los fotones. Esto no genera significativas cambios en los resultados debido a que la distancia recorrida por paso \vec{s} es del orden de 10^{-3} mm.

4.7 Simulación de los electrones Producidos en el agua

Los electrones producidos en el agua son originados por los fotones que interactúan en el agua. Presento a continuación su algoritmo de simulación:

1. Cada electrón es generado en una posición \vec{R} con una dirección $u\sqrt{1-w^2}, v\sqrt{1-w^2}, w$ y con una energía E .
2. Si ($E < 0.01$) terminar.
3. El electrón avanza una longitud \vec{s} dada por la fórmula 4.3.
4. La nueva posición \vec{R} del electrón está dada por $\vec{R} = \vec{R} + \vec{s}$

5. Se procede a muestrear la deflexión del electrón como es explicado en 4.3 y obtenemos los nuevos valores de $u\sqrt{1-w^2}$, $v\sqrt{1-w^2}$, w .
6. Si el electrón atraviesa la interfase entre el agua y la placa llamar a la subrutina `stoppingAu`, terminar.
7. Se procede a depositar la energía perdida por el electrón ($DE = 0.01E$) en la posición \vec{R} , $E = 0.99E$, ir al paso 2.

Como podemos verificar en el algoritmo, en la simulación de los electrones producidos en el agua sólo considero la interfase entre el agua y la placa de oro, la interfase entre el agua y la fuente no es tomada en cuenta.

- 5 Incertidumbre.- El cálculo de la incertidumbre que expongo a continuación es válido tanto para el programa Alternativo como para el programa Penélope. Como el cálculo de dosis en la simulación se realiza en elementos de volumen de un fantoma de agua, se debe de hallar la incertidumbre para cada elemento de volumen.

Para el cálculo del valor medio de la dosis recibida para cada elemento de volumen k utilizamos la fórmula 2.40 del fundamento teórico:

$$\bar{D}_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D_{ik} \quad (5.1)$$

Donde N es el número de fotones que depositaron energía dentro del fantoma de agua y D_i es la dosis depositada en el elemento de volumen k por cada fotón que deposita energía dentro del fantoma de agua.

La varianza para cada elemento de volumen está dada por (ver ecuación 2.41 del fundamento teórico)

$$\text{var}\{D\}_k = \lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [D_{ik}]^2 - \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D_{ik} \right]^2 \right\} \quad (5.2)$$

La desviación standard de \bar{D} es (ver ec 2.42 del fundamento teórico)

$$\sigma_{\bar{D}} \equiv \sqrt{\text{var}(D)} = \sqrt{\frac{\text{var}\{D\}}{N}} \quad (5.3)$$

Por el teorema del límite central (ver 2.5 del Fundamento Teórico) el valor de verdadero de \bar{D} tiene un 68% de probabilidad de encontrarse entre $\bar{D} \pm \sigma_{\bar{D}}$.

Entonces la dosis total recibida por cada elemento de volumen está dada por:

$$D_k = N \times \bar{D} \pm \sigma_D \quad (5.4)$$

donde $\sigma_D = N\sigma_{\bar{D}}$ ⁹

6 El Generador de Números Aleatorios

Para el tipo de simulación que se realiza se necesita un generador de números de elevada periodicidad debido a la predominante naturaleza estocástica de la radiación.

El programa que Alternativo usa el generador de L'Ecuyer , este generador produce números aleatorios uniformemente distribuidos en un intervalo abierto de cero a uno, y su periodo es de 10^{18} el cual es virtualmente infinito para simulaciones prácticas. Este generador es el mismo que utiliza el programa de simulación Penélope.

- 7 El Programa Penélope El programa Penélope desarrolla la simulación acoplada del transporte electrón-fotón en arbitrarios materiales para un amplio rango de energías, desde unos pocos cientos de eV hasta alrededor de 1 GeV. El transporte de fotones es simulado por medio del esquema standard detallado de simulación. Las historias de los positrones y electrones están generadas sobre las bases de un procedimiento mixto, el cual combina la detallada simulación de eventos duros con simulación condensada de interacciones suaves. Un paquete de geometría llamado PEGEON permite la generación de duchas aleatorias en sistemas de materiales consistentes de cuerpos homogéneos limitados por superficies geométricas, es decir, planos, esferas, cilindros, etc.
- 8 Material de Trabajo Todas las simulaciones han sido realizadas en una PC de 250.0 MB de memoria RAM, sobre una plataforma de Windows 98 en un disco duro de 37.2 GB. El lenguaje de programación utilizado es Fortran 90.

III RESULTADOS

Las simulaciones fueron realizadas en las siguientes condiciones:

La energía de corte para los fotones tanto para el programa Alternativo como para Penélope es de 0.01 MeV.

La energía de corte para los electrones simulados en ambos programas es de 0.1 MeV

Los valores de $C1$ y $C2^{19}$ del programa Penélope son fijados en 0.2.

Los valores de W_{cc} y W_{cr}^{19} del programa Penélope son fijados en 0.01 MeV.

Los resultados de las simulaciones son dados con una precisión de 95,4 % (ver 2.5 del Fundamento Teórico).

Para poder alcanzar el objetivo final de simular distribuciones de fuentes para tratamientos de braquiterapia ocular se siguió los siguientes pasos:

1 Simulación del alambre de Ir.

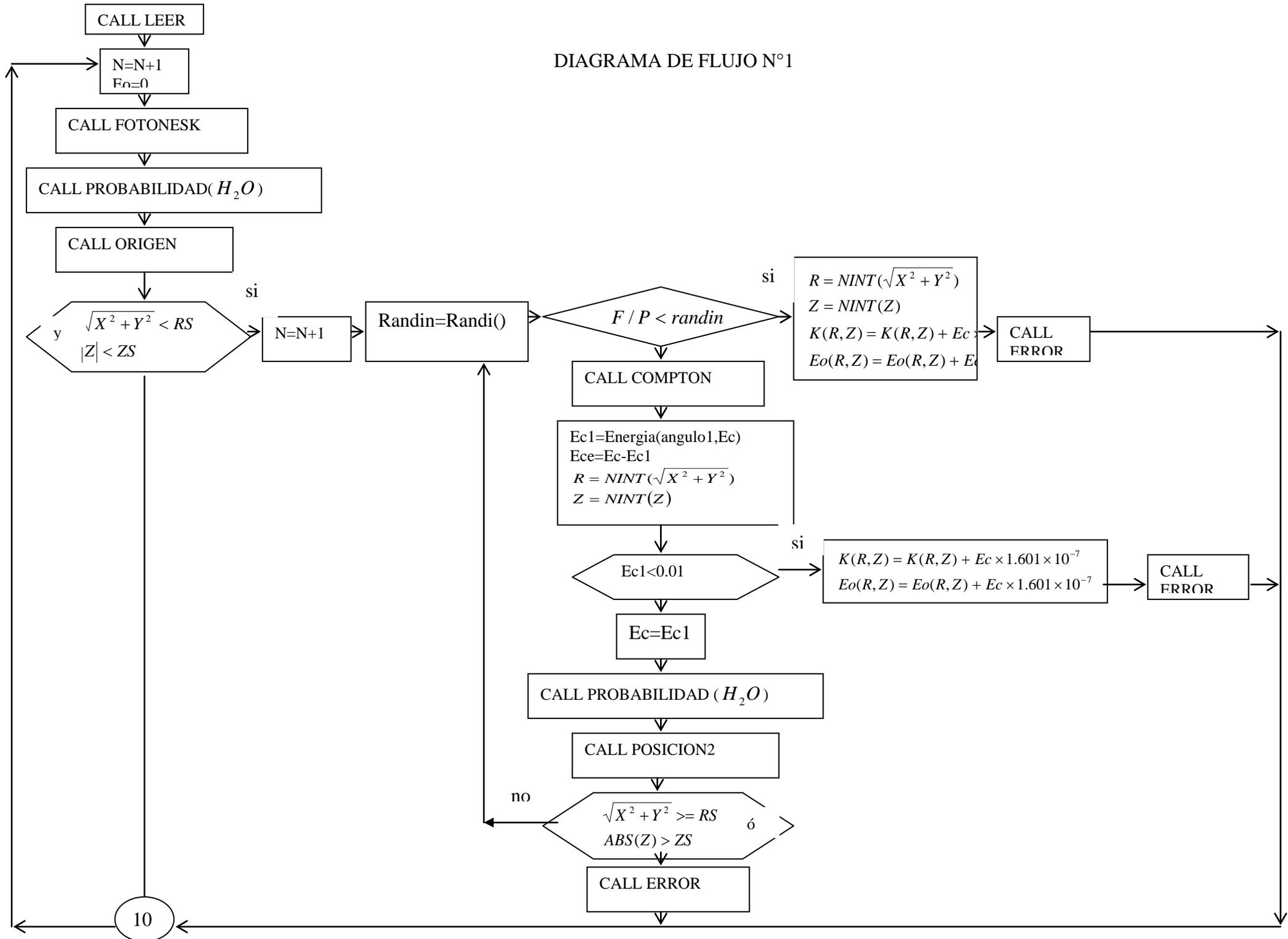
El volumen de simulación (ver 2.2 del capítulo II) utilizado para estas simulaciones es un cilindro de agua de 14 mm de radio y 20mm de alto, en cuyo centro se encuentra la fuente (ver figura 1). La fuente tiene las especificaciones dadas en 1.2 del capítulo II, y una longitud de 5mm. Se simulan 10 millones de fotones producidos en el interior de la fuente.

1.1 Simulación del Kerma producido por el alambre de Iridio sin considerar blindaje ni autoatenuación* de la fuente utilizando el programa Alternativo

Simular el Kerma (ver capítulo I parte 1.1.2) fue un paso previo a la simulación de dosis. Cuando simulamos Kerma simulamos sólo las interacciones producidas por los fotones, y no tomamos en cuenta las producidas por los electrones. Cuando simulamos dosis tenemos que tener en cuenta ambas interacciones, las producidas por los fotones y por los electrones, lo cual hace más complicado el programa. El simular el Kerma también me permitió hacer un mayor análisis físico de los resultados.

Esta primera simulación sin blindaje permite apreciar el efecto que produce el blindaje de Pt y la autoatenuación de la fuente en el flujo de fotones producidos por el Ir. El diagrama de flujo del programa de simulación lo podemos ver en la página a continuación. La explicación acerca de las variables y subrutinas se encuentra en el apéndice I.

DIAGRAMA DE FLUJO N°1



Los resultados obtenidos, están dados en coordenadas cilíndricas, los podemos ver en la tabla de resultados No.1.1 al final del capítulo junto con su respectiva desviación standard. Otro de los datos obtenidos fue de que de los 10 millones de fotones simulados solo 1696365 interactuaron en el interior del volumen de simulación, lo que viene a ser el 16,96365% del total de fotones simulados.

1.2 Comparación entre el Kerma hallado en la simulación del alambre de Iridio sin blindaje utilizando el programa Alternativo y el Kerma de colisión obtenido utilizando la integral de Sievert

Debido al bajo número atómico efectivo del agua ($Z_{ef} = 7.42$), la emisión de Bremsstrahlung es insignificante, consecuentemente $Kerma \approx Kerma$ de colisión, por lo cual, podemos realizar la comparación entre los resultados obtenidos en 1.1 y los obtenidos mediante la integral de Sievert.

De la fórmula 3.5 del fundamento teórico, tenemos que para el caso de una fuente sin blindaje, la tasa de Kerma de colisión en agua en la posición (Z,R) (ver figura No. 2) está dada por,

$$(k_c(R,Z))_{agua} = 0.00876 \frac{(\bar{\mu}_{en}/\rho)_{agua}}{(\bar{\mu}_{en}/\rho)_{aire}} \frac{A}{L} \Gamma_{\delta} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{1}{((l-Z)^2 + R^2)} \varphi(r) dl \quad (1.1)$$

donde L es la longitud de la fuente.

Para poder comparar los resultados obtenidos en la simulación con los obtenidos utilizando la fórmula 1.1, la actividad en la fórmula debe ser la misma de la fuente simulada.

La actividad necesaria para producir 10 millones de fotones la obtenemos a partir de la fórmula 1.1 del capítulo II, de la cual tenemos que $A = \frac{N}{2.363}$.

Para este caso tenemos que $N = 10\ 000\ 000$.

$L = 5\text{mm}$.

La razón $\frac{(\bar{\mu}_{en}/\rho)_{agua}}{(\bar{\mu}_{en}/\rho)_{aire}}$ fue hallada utilizando las tablas de secciones eficaces de absorción del libro ATTIX.

En el libro KHAN el valor sugerido de Γ_{δ} es $4.69\ \text{R cm}^2/\text{mCi-h}$, donde $\delta = 0.1363\ \text{MeV}$. Este valor fue obtenido por Glasgow y Dillman¹³ en 1979.

Los coeficientes del polinomio de Meisberger $\varphi(r)$ para el Iridio (ver parte 3 del fundamento teórico) son:

$$A = 1.0128, B = 5.019 \times 10^{-3}, C = 1.178 \times 10^{-3}, D = -2.008 \times 10^{-5}.$$

La integral de la fórmula 1.1 es resuelta por métodos numéricos, utilizando el método de Simpson. El programa utilizado para resolver la integral se encuentra en el apéndice No V.

Análisis de Resultados

El valor de la constante de exposición Γ_{δ} utilizado tiene un $\delta = 0.1363$ MeV, lo que significa que en el cálculo de la fórmula 1.1, se está considerando un espectro de energías que no toma en cuenta los fotones de baja energía del Ir. Como la simulación es realizada utilizando todo el espectro de energía del Ir, incluyendo los fotones de baja energía, podemos predecir que en las zonas cercanas a la fuente, el cálculo del Kerma de colisión utilizando la fórmula 1.1, va a originarnos resultados diferentes a los simulados; esto debido a que cerca de la fuente, los fotones de baja energía aun no han sido atenuados y tienen una mayor probabilidad de interacción lo que va a originar una mayor dosis a la predicha por la fórmula 1.1 en las zonas cercanas a la fuente.

Se puede ver en el gráfico No. 1.2.1 para $R = 1$; en $Z = 0, 1, 2$ el valor de kerma de colisión hallado utilizando la fórmula 1.1, está fuera del intervalo de confianza dado por la simulación; como los puntos mencionados son los más cercanos a la fuente y el Kerma de colisión obtenido en la simulación es mayor al hallado utilizando la fórmula 1.1, se atribuye esta diferencia a lo expresado en el párrafo anterior.

Para las gráficas 1.2.2, 1.2.3,...1.2.7 $R = 2, 3, 4, 5, 6, 7$ casi todos los valores del k_c hallados utilizando 1.1 están dentro del intervalo de confianza dado por la simulación.

En conclusión las bajas energías del espectro de fotones del Ir afectan significativamente en el cálculo del Kerma sólo hasta $R=2$.

Para las gráficas 1.2.8,1.2.9....1.2.13 $R = 8, 9, 10, 11, 12, 13$ vemos que los valores de Kerma de colisión hallados utilizando 1.1 salen del intervalo de confianza dado por la simulación.

Como mencioné anteriormente en la parte 3.1 del fundamento teórico, la razón $\frac{\psi_{agua}}{\psi_{aire}}$ dada en la fórmula 1.1, es diferente de 1 debido a que la atenuación y dispersión producida por el agua es diferente a la del aire. No ha sido posible hallar por medios analíticos esta razón. Los polinomios de Meisberger tienen la función de ajustar la fórmula 1.1 para que concuerde con los datos experimentales, pero es posible que estos polinomios no sean capaces de corregir los efectos de atenuación y dispersión en todo el espacio. Es factible que en los resultados para $R = 8, 9, 10, 11, 12, 13$ los valores de los polinomios no ajusten suficientemente a los valores reales. Debido a la falta de fiabilidad de la fórmula 1.1, los resultados de la simulación son comparados con el programa Penélope.

1.3 Simulación del Kerma producido por el alambre de Iridio considerando el blindaje y autoatenuación utilizando el programa Alternativo.

De los datos obtenidos tenemos que de los 10 millones de fotones simulados, sólo 1291676 interactuaron en el interior del volumen de simulación, lo que viene a ser el

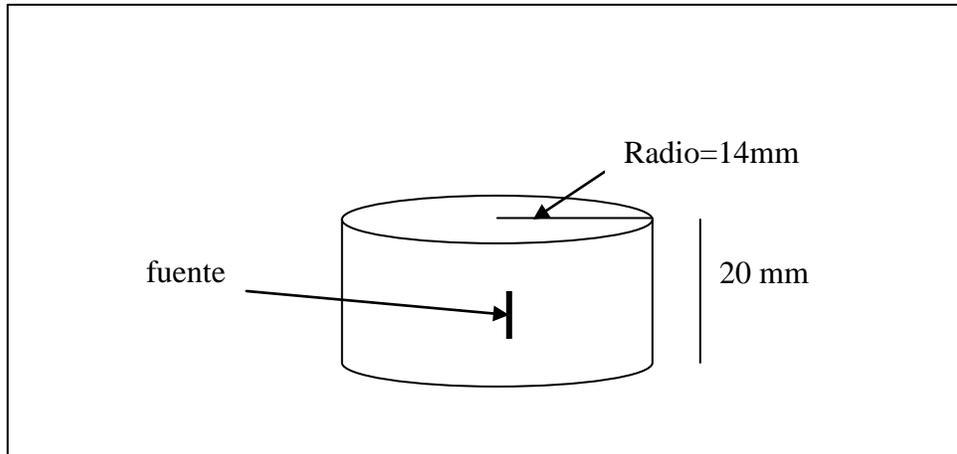


Figura 1

El volumen de simulación utilizado en la simulación del alambre de Ir 192. Es un cilindro de agua de 14mm de radio y 20mm de alto, en cuyo centro se encuentra la fuente. La fuente tiene las especificaciones dadas en 1.2 del capítulo II, y una longitud de 5mm. Se simulan 10 millones de fotones

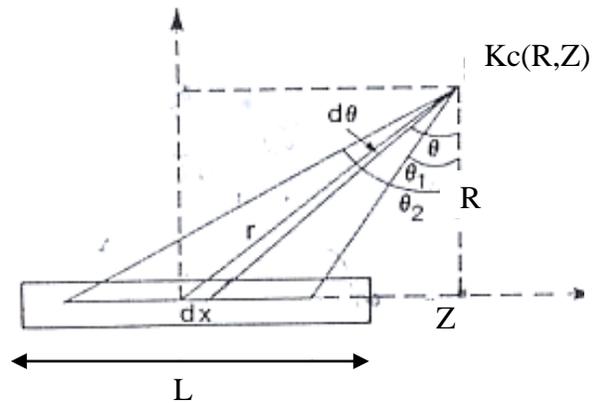
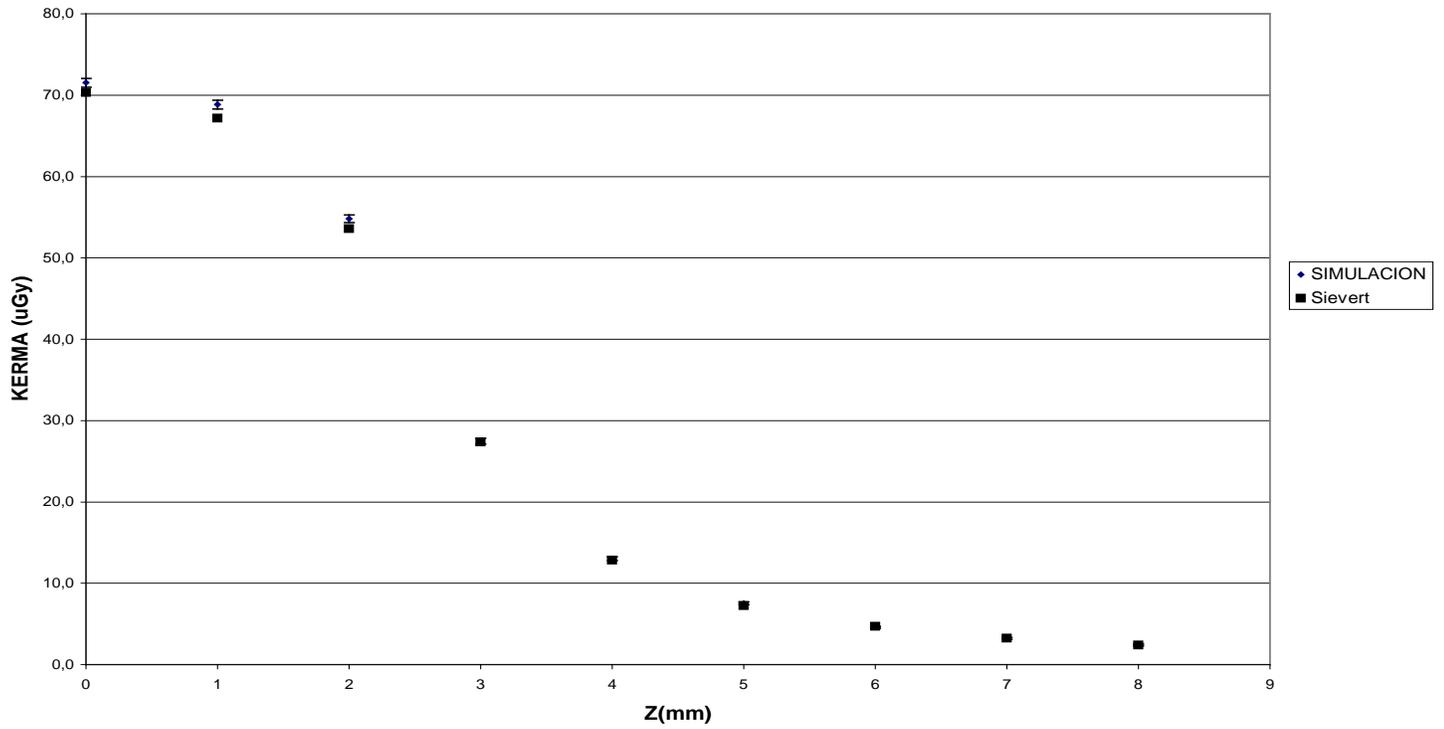


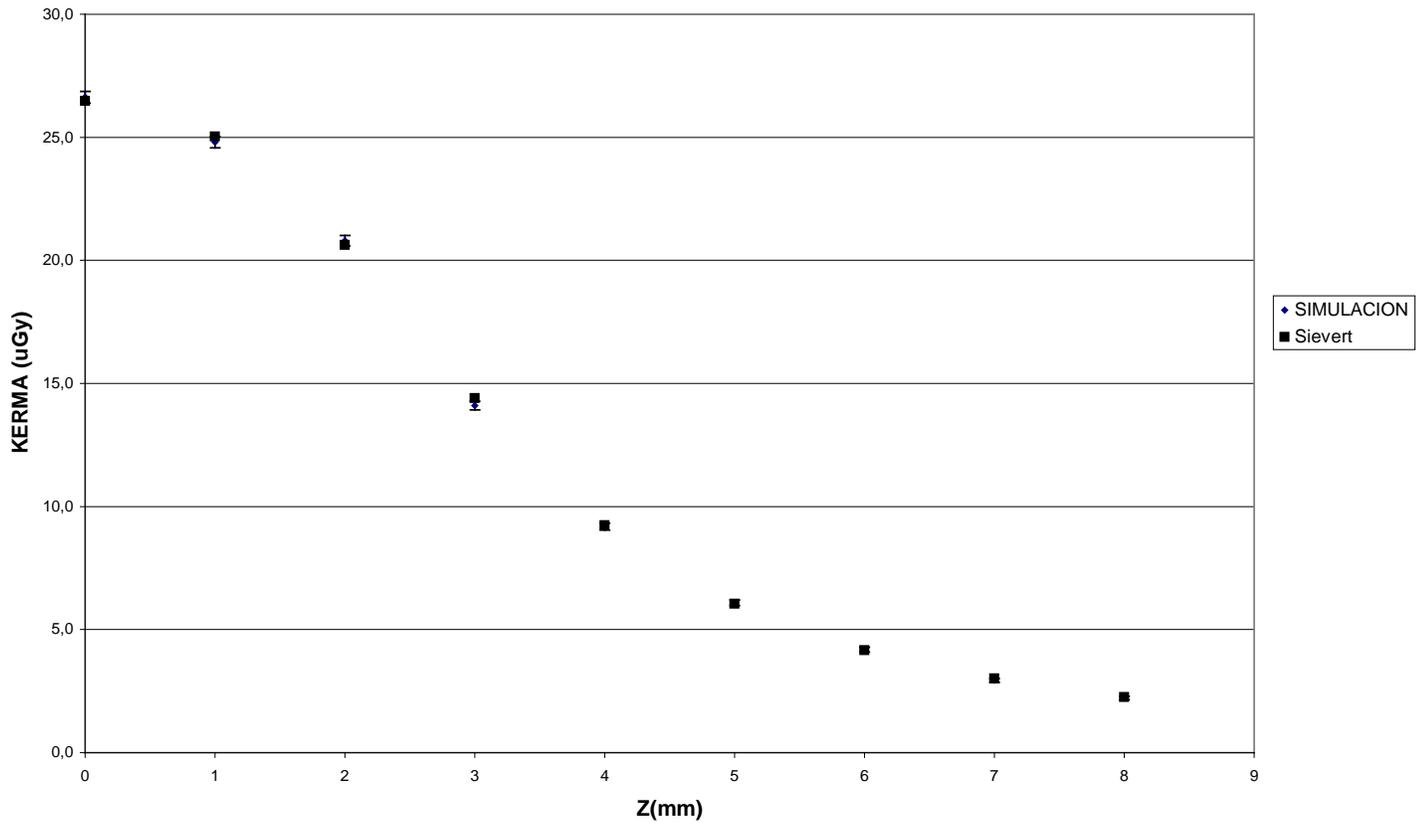
Figura 2

Cálculo del kerma de colisión en la posición (R,Z) utilizando la integral de Sivert.

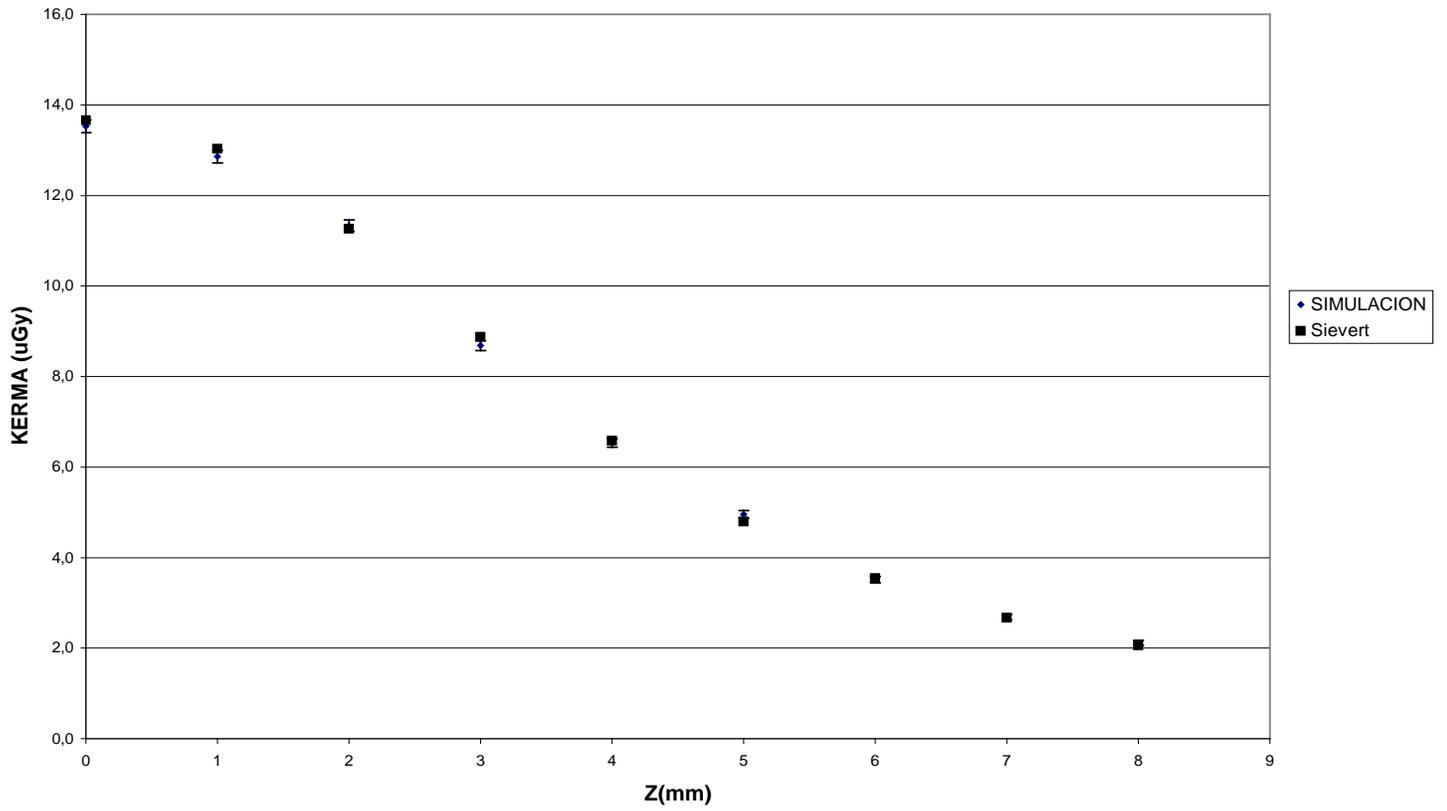
GRAFICA 1.2.1
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT
R=1



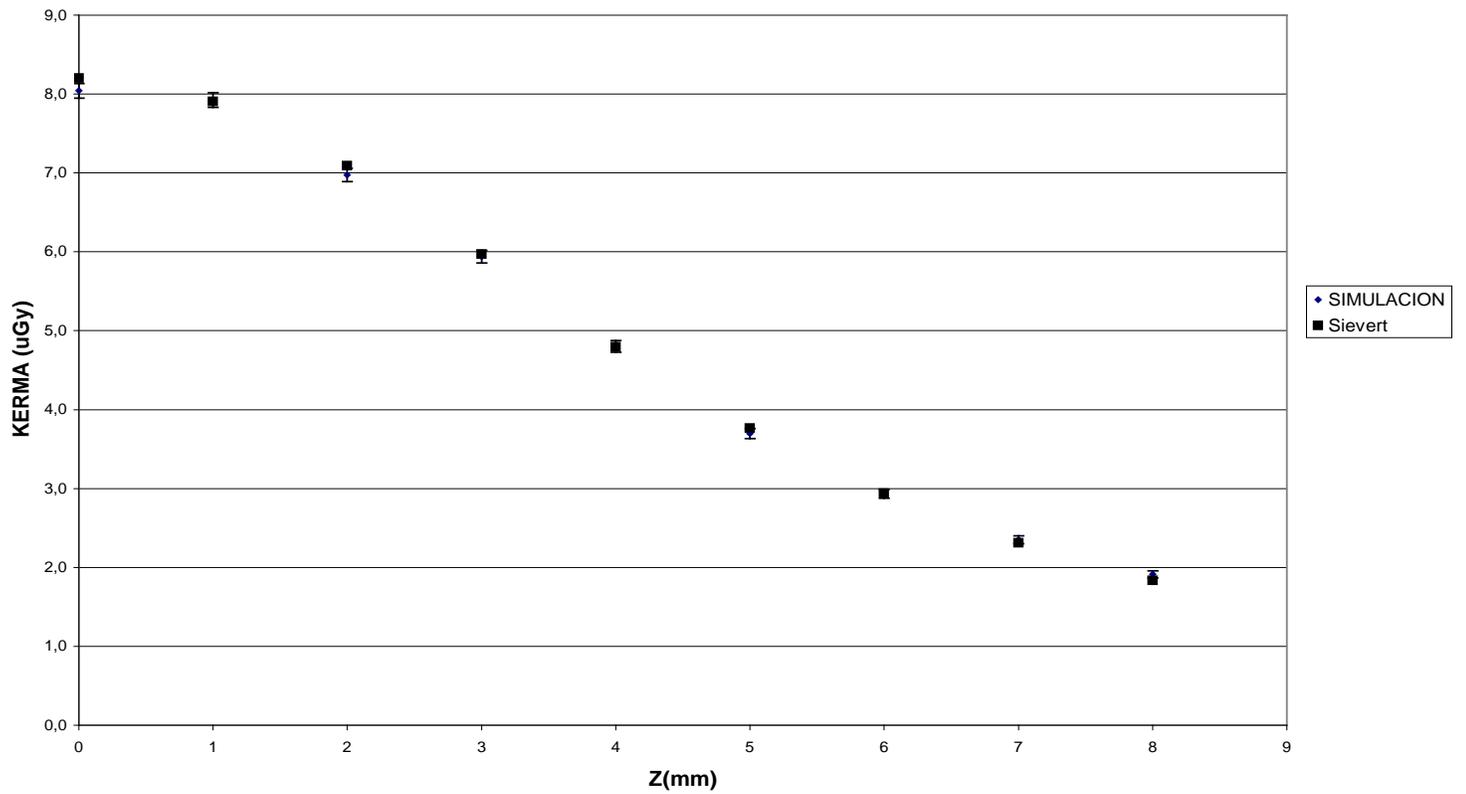
GRAFICA 1.2.2
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT
R=2



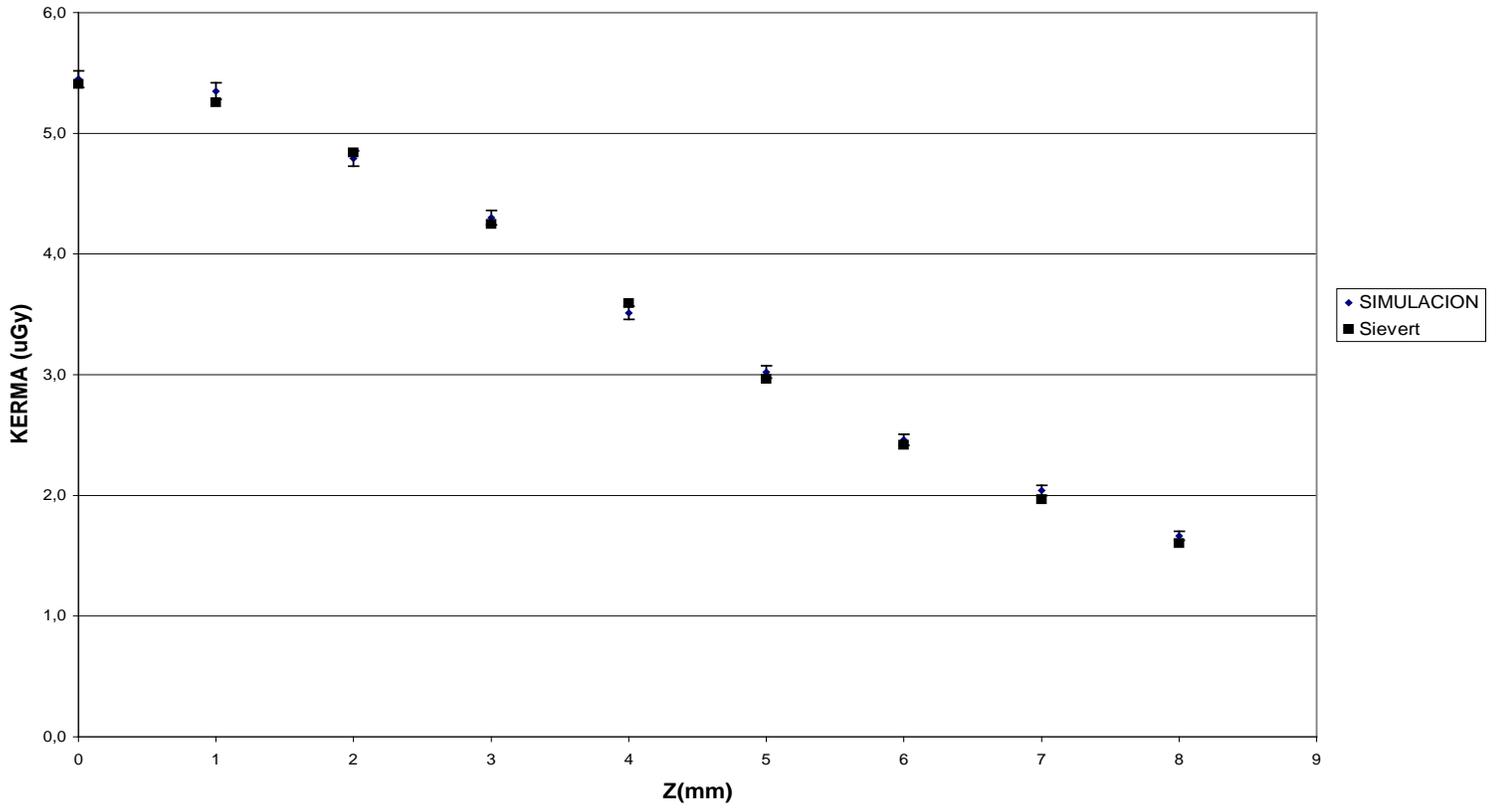
GRAFICA 1.2.3
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT
R=3



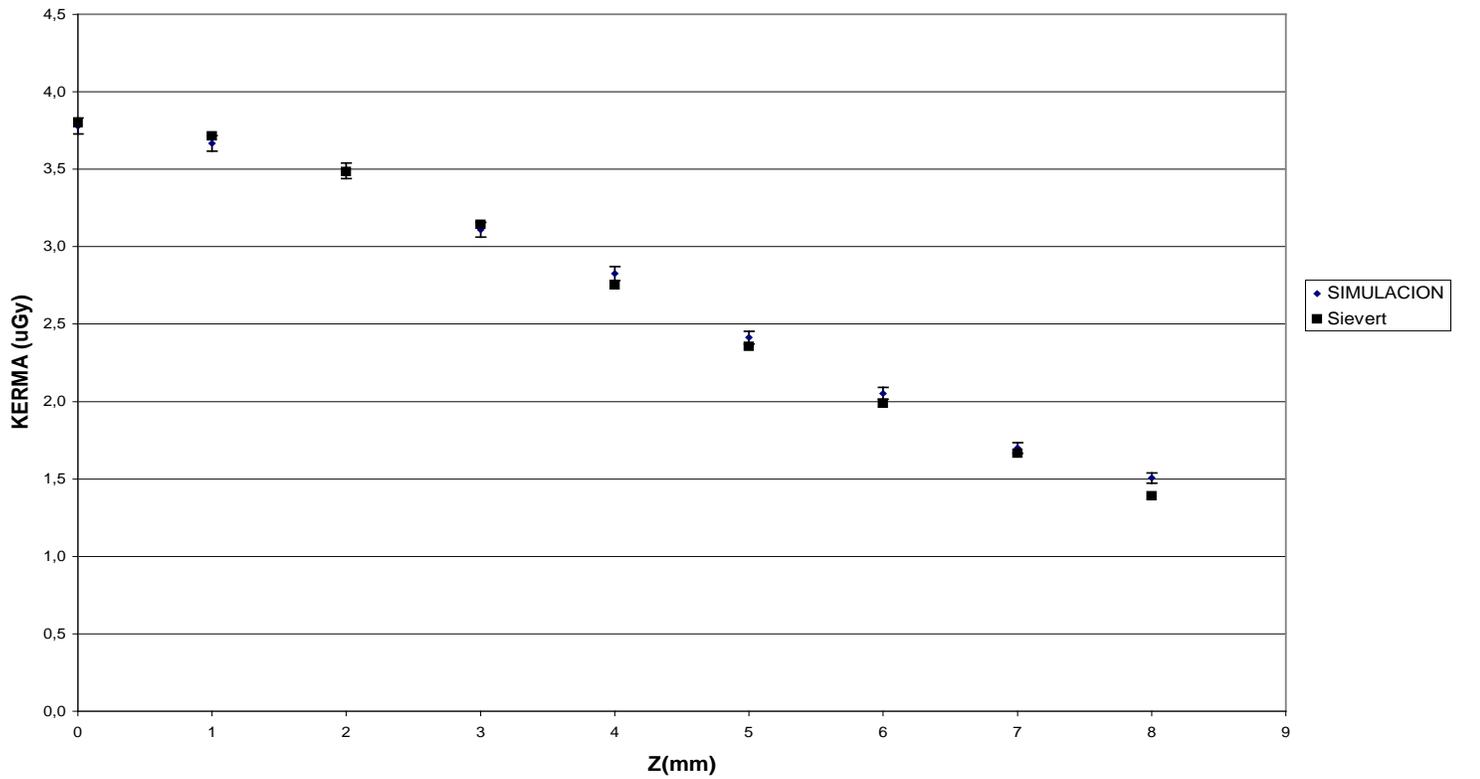
GRAFICA 1.2.4
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT
R=4



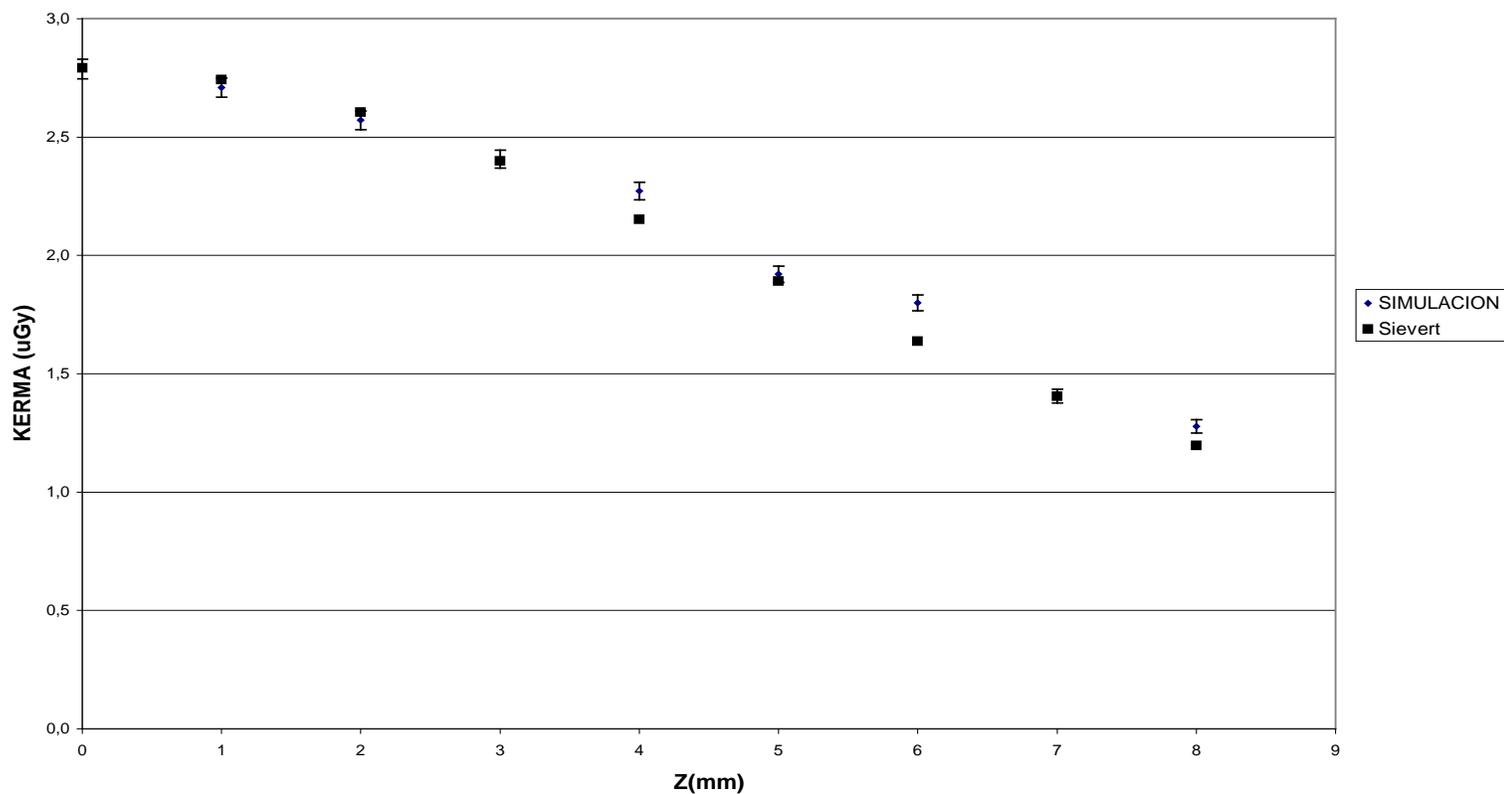
GRAFICA 1.2.5
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT
R=5



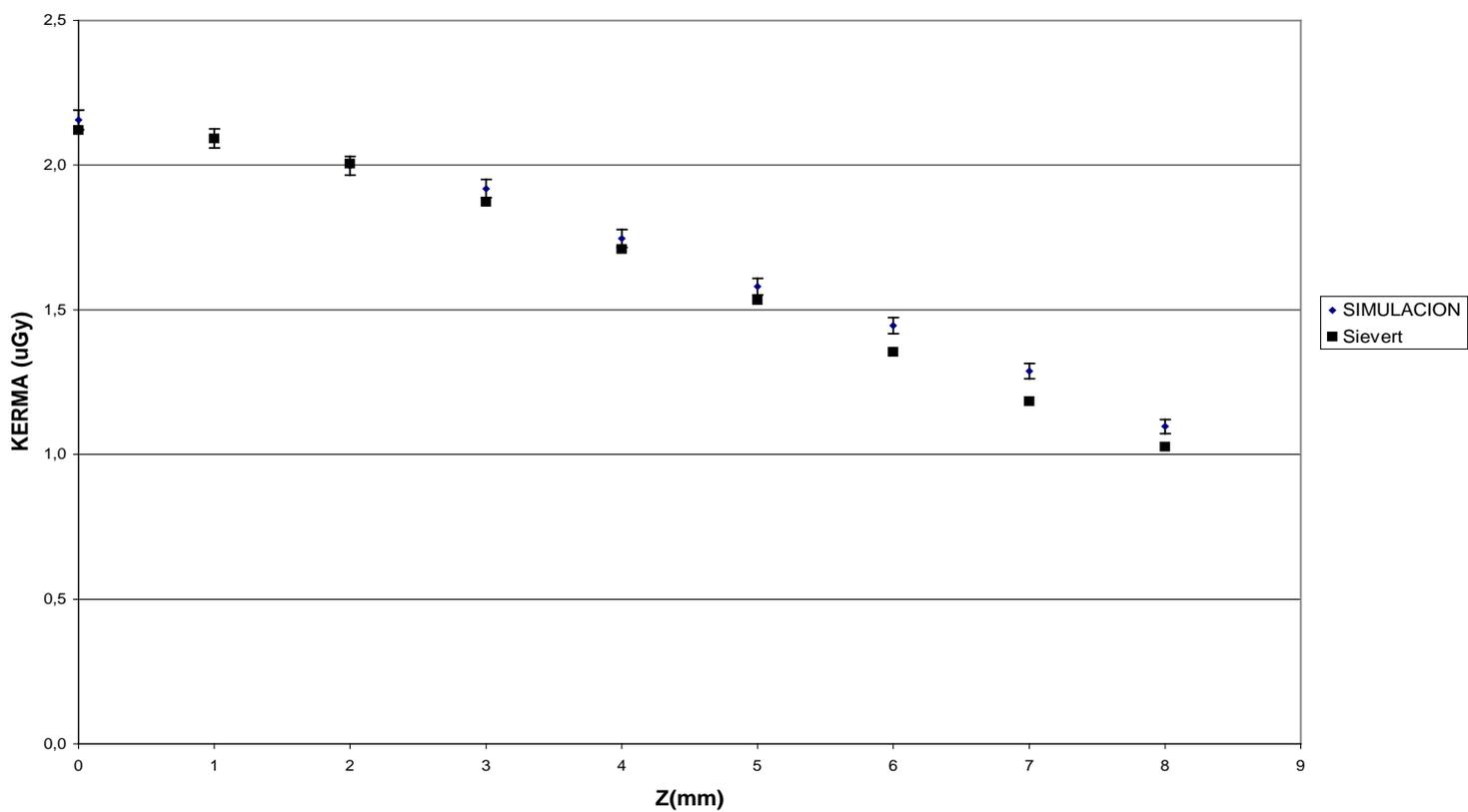
GRAFICA 1.2.6
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT
R=6



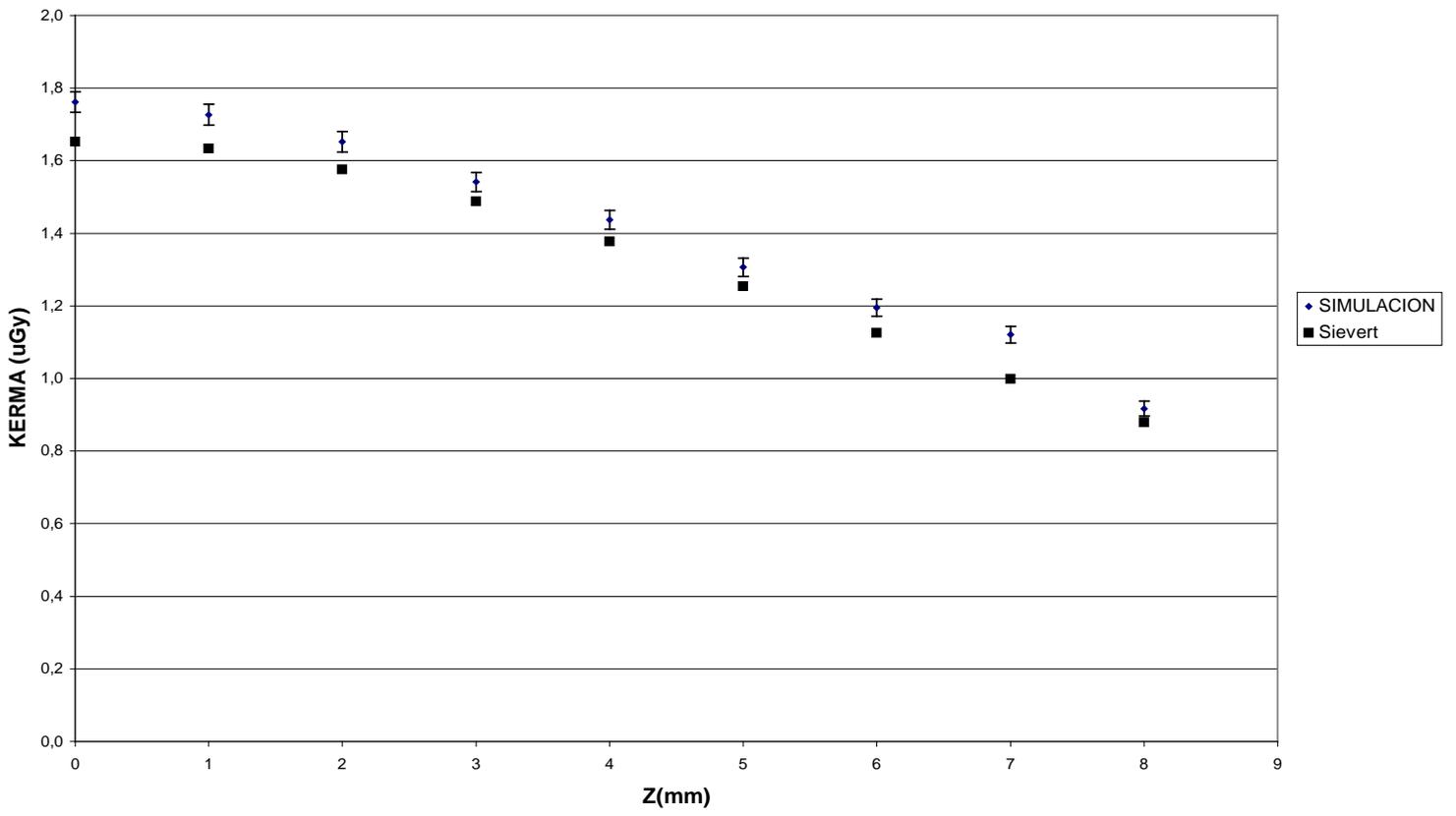
GRAFICA 1.2.7
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT
R=7



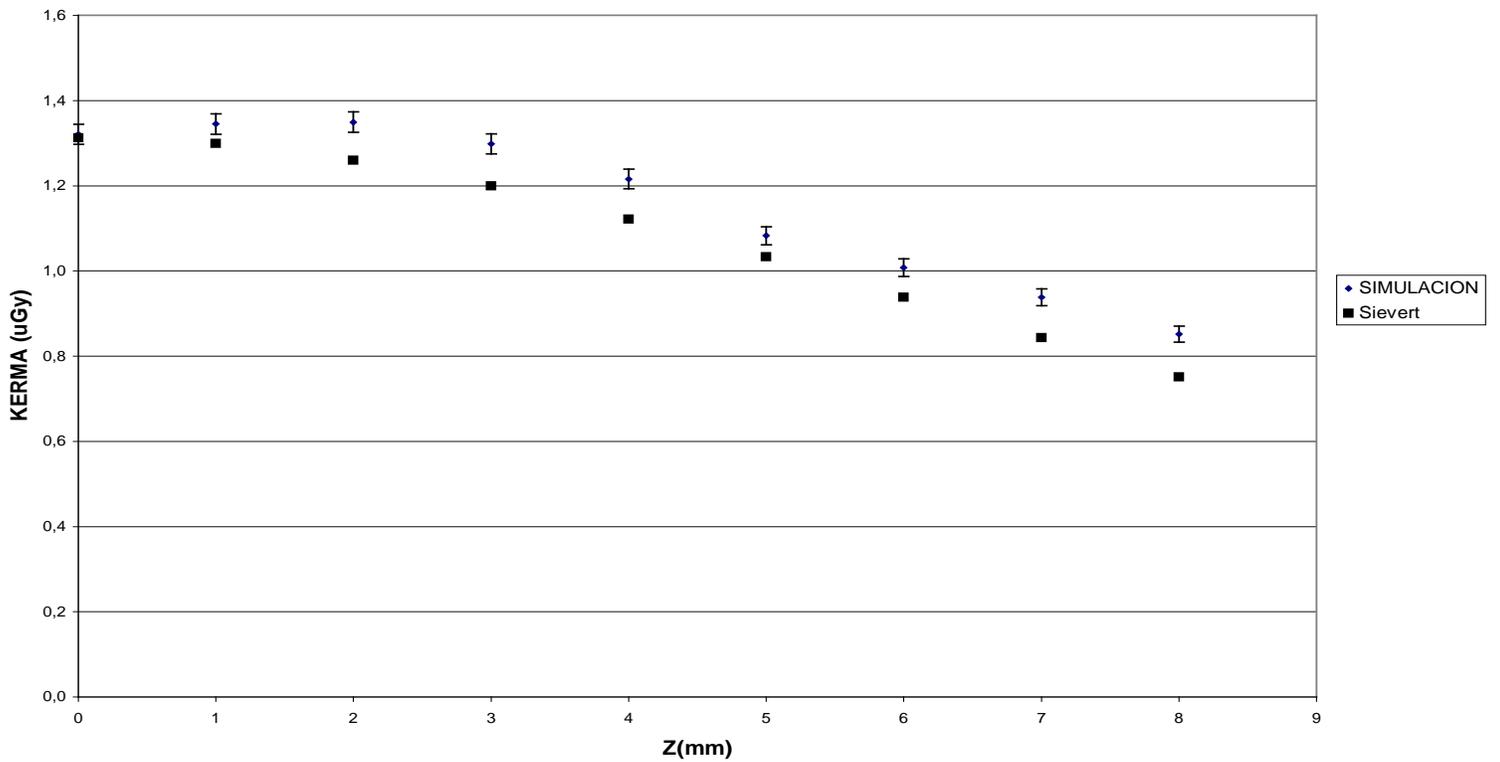
GRAFICA 1.2.8
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT
R=8



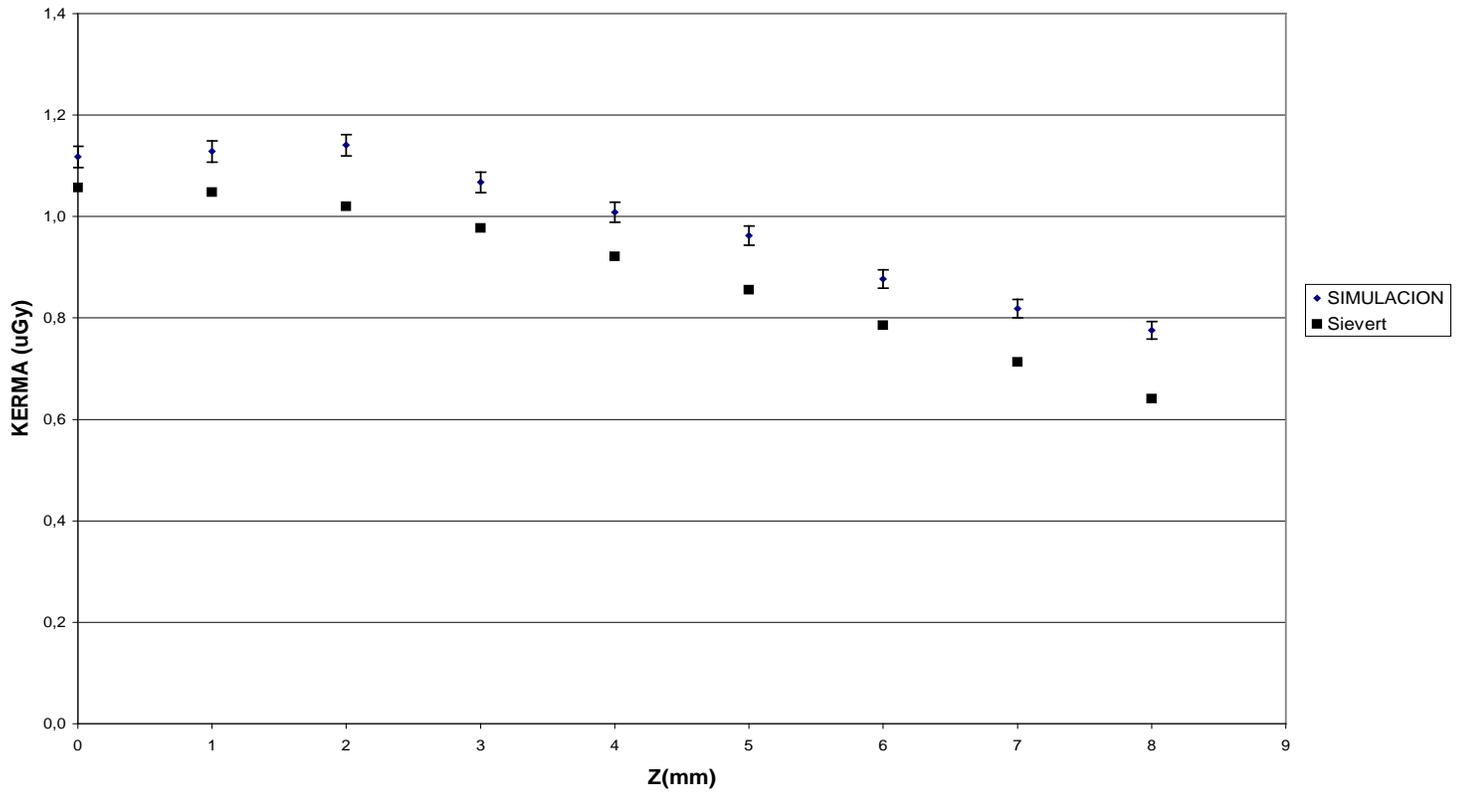
GRAFICA 1.2.9
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT
R=9



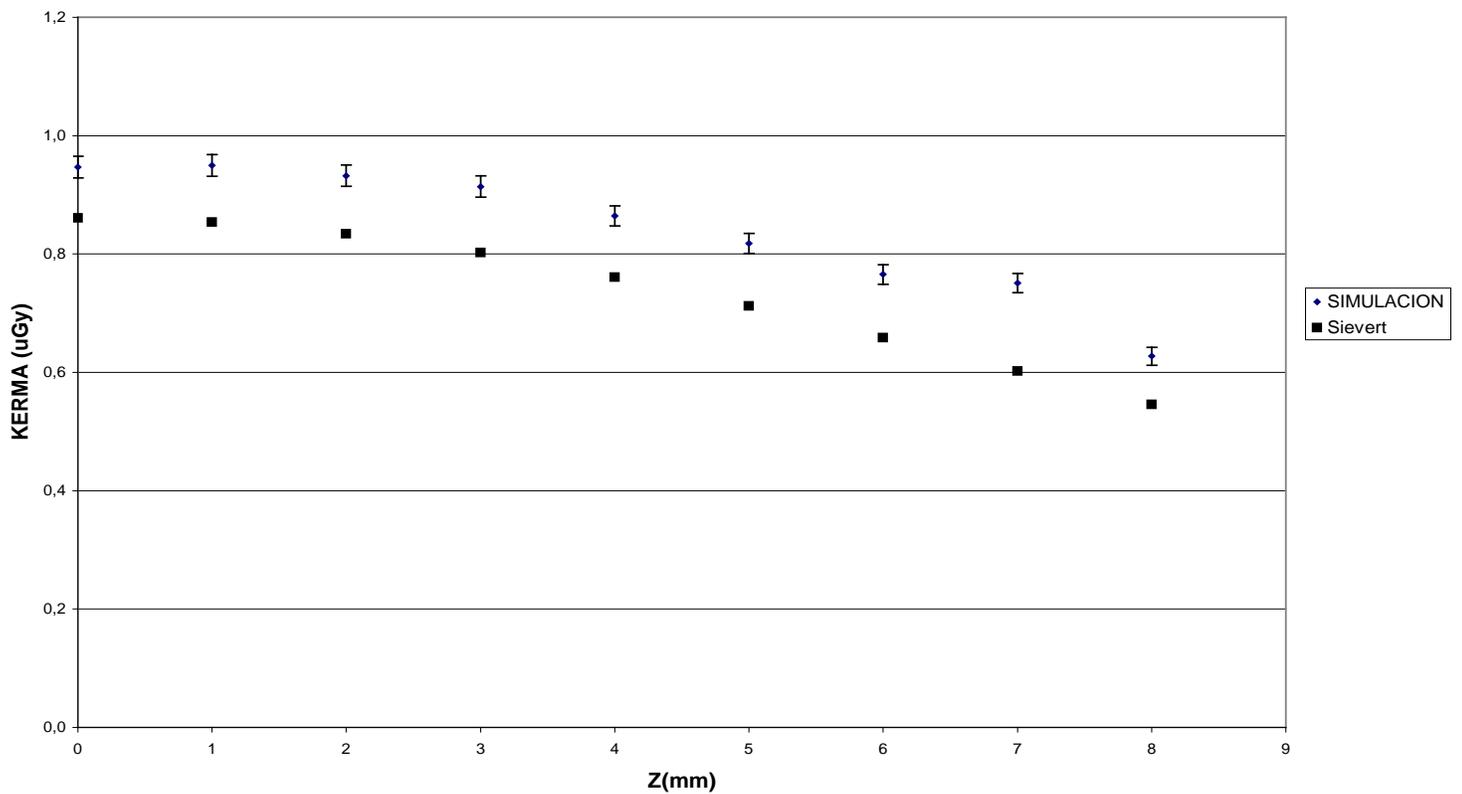
GRAFICA 1.2.10
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT
R=10



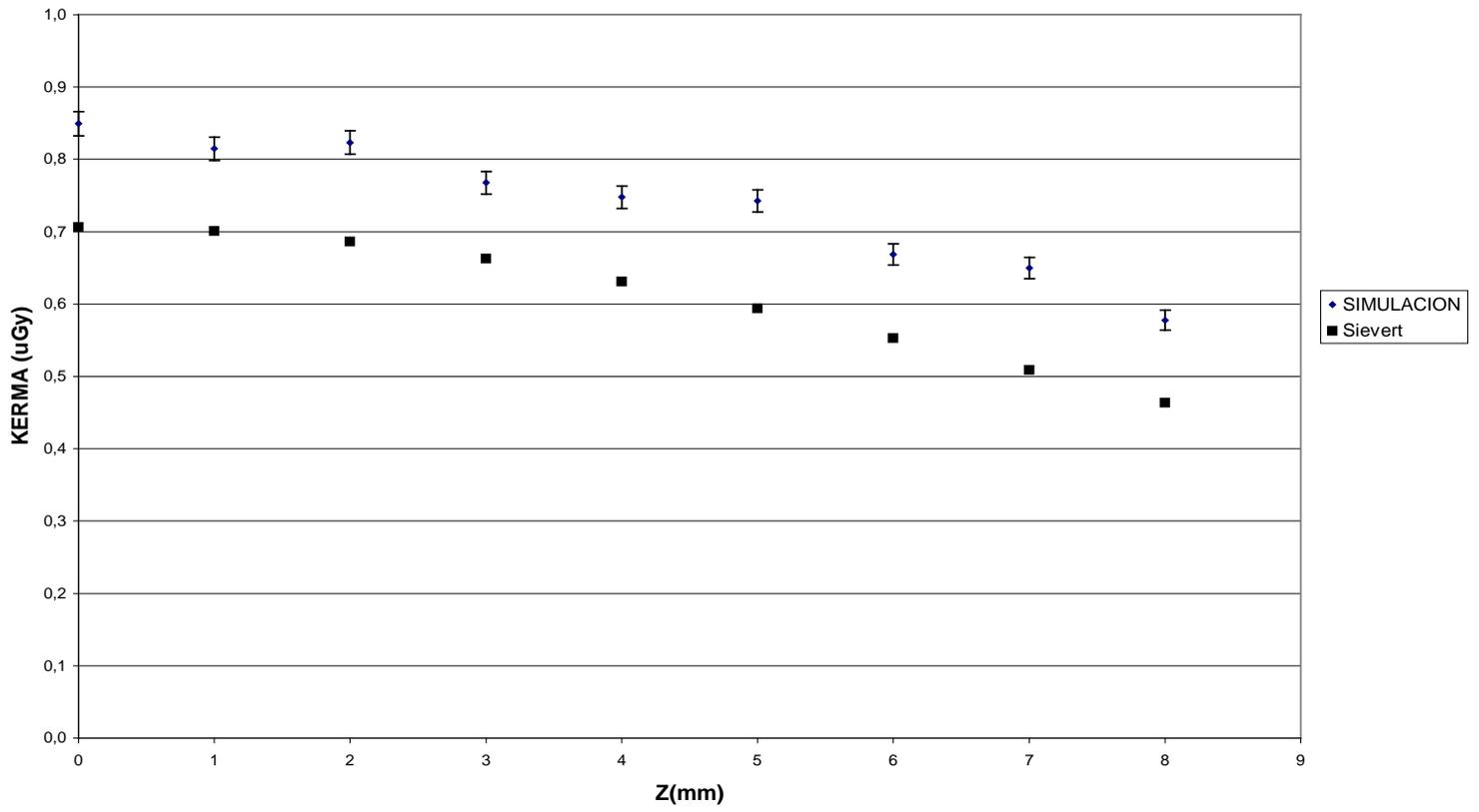
GRAFICA 1.2.11
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT
R=11



GRAFICA 1.2.12
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT
R=12



GRAFICA 1.2.13
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT
R=13



12,91676% del total de fotones simulados. Comparando ésto con 1.1 de éste capítulo vemos que el 4,04689% de los fotones producidos por el Ir han sido atenuados por el blindaje de la fuente. El diagrama de flujo utilizado lo podemos ver en la página a continuación.

1.4 Comparar los resultados del Kerma producido por el alambre de Iridio considerando el blindaje y la autoatenuación, utilizando el programa Alternativo, la integral de Sievert y el programa Penélope.

Al igual que en 1.2 podemos considerar que Kerma \approx Kerma de colisión. Para una mayor certeza de ésta aproximación en 1.8 se simula la dosis producto del Bremsstrahlung; los resultados de esta simulación indican que es válida la aproximación antes mencionada.

De la fórmula 3.5 del fundamento teórico, la tasa de kerma de colisión en agua en la posición (Z,R) (ver figura No 2) está dada por,

$$(k_c)_{agua} = 0.00876 \frac{(\bar{\mu}_{en} / \rho)_{agua}}{(\bar{\mu}_{en} / \rho)_{aire}} \frac{A\Gamma}{Ly} \int_{\theta_1}^{\theta_2} e^{-\mu' \cdot t \cdot \sec \theta} \varphi(r) d\theta \quad (1.2)$$

Donde A, Γ , L tienen el mismo valor que en 1.2.

t es el grosor del blindaje y según 1.3 del capítulo II, t = 0.1mm

μ' es el coeficiente efectivo de atenuación, y es hallado utilizando la fórmula 3.3 del fundamento teórico, considerando el espectro de energía del Ir a partir de los 0.1363 MeV (ver apéndice VII). El valor hallado de μ' es de $0.296mm^{-1}$.

Análisis de Resultados

Como se puede ver en las tablas de μ_{en} / ρ para los materiales utilizados en la simulación (apéndice VI), el coeficiente másico de absorción es mayor a menores energías; es decir la atenuación producida por un material sobre un espectro de fotones aumenta al disminuir la energía de los fotones. En el cálculo de μ' sólo se ha considerado las energías a partir de $\delta = 0.1363$; consecuentemente en zonas cercanas a la fuente, donde aun no han sido atenuados los fotones de energías menores al límite considerado, la atenuación real producida sobre el espectro de fotones debe de ser mayor a la calculada utilizando la integral de Sievert. Por lo cual en dichas zonas el Kerma obtenido de la simulación debe ser menor que el Kerma calculado utilizando Sievert. Otro factor que debemos tener en cuenta, es que la integral de Sievert no considera la autoatenuación producida por la fuente, aunque su influencia debe ser mínima en el cálculo debido a que la zona radiactiva de la fuente tiene un radio de 0.05mm.

Podemos ver en los gráficos No 1.4.1, 1.4.2,1.4.6 para R= 1, 2, 3, 4, 5, 6 que el Kerma obtenido mediante la integral de Sievert esta por encima del intervalo de confianza dado por la simulación. En las zonas cercanas, hasta R = 2, se puede justificar este efecto mediante lo expresado en el párrafo anterior, debido a que en 1.2 concluimos que las bajas energías del espectro del Ir influyen significativamente en el Kerma sólo hasta R = 2.

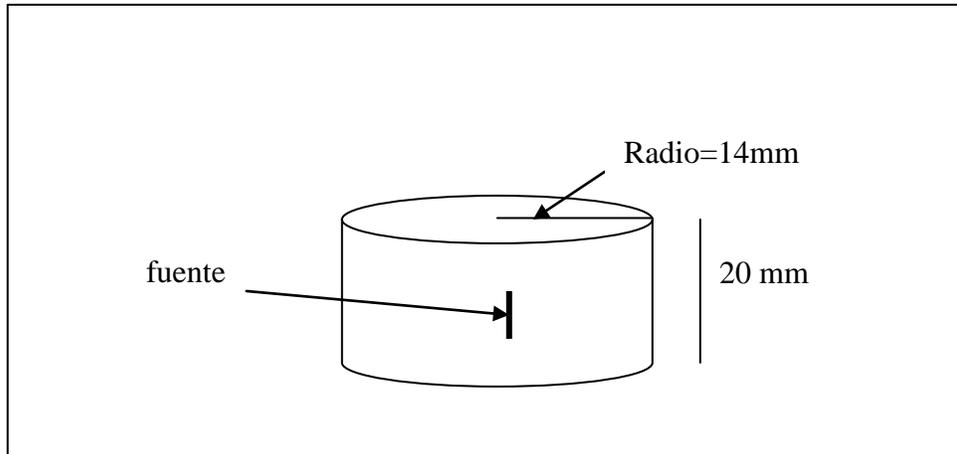


Figura 1

El volumen de simulación utilizado en la simulación del alambre de Ir 192. Es un cilindro de agua de 14mm de radio y 20mm de alto, en cuyo centro se encuentra la fuente. La fuente tiene las especificaciones dadas en 1.2 del capítulo II, y una longitud de 5mm. Se simulan 10 millones de fotones

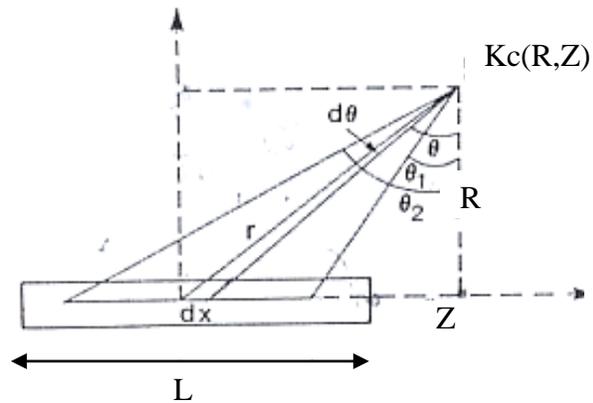


Figura 2

Cálculo del kerma de colisión en la posición (R,Z) utilizando la integral de Sivert.

Algo importante que debemos tener en cuenta también es que la fórmula para μ' es una aproximación, por lo cual los cálculos realizados utilizando μ' , deben de tener cierto margen de error.

Luego en las gráficas a partir de $R = 6$ hasta $R = 10$ el Kerma hallado mediante la integral de Sievert, ingresa al intervalo de valores de confianza dado por la simulación, luego, posteriormente al igual que en 1.2 para $R = 11, 12, 13$ salir del intervalo.

Como podemos apreciar, los resultados hallados mediante la fórmula 1.1 y 1.2, no coinciden suficientemente con los resultados obtenidos de la simulación, esto no significaría necesariamente que los resultados de la simulación no sean buenos; no podemos olvidar que las fórmulas 1.1 y 1.2 contienen valores que son aproximaciones, como ya lo he expresado en 1.2 y 1.4. Debido a esto, para verificar la fiabilidad de los resultados obtenidos mediante el programa Alternativo ha sido necesario realizar la simulación en Penélope, del cual la validez de sus resultados ha sido probada ampliamente.

La comparación de los resultados obtenidos mediante el programa Alternativo y el programa Penélope, la podemos ver en los gráficos No 1.4.14, 1.4.15, 1.4.16,.....,1.4.26. Como podemos ver los valores del Kerma obtenidos son bastante cercanos en ambas simulaciones y los intervalos de confianza (al 95,4%) para ambas simulaciones se interceptan, lo cual confirma la validez de los resultados obtenidos mediante el programa Alternativo.

1.5 Simulación utilizando el Programa Alternativo de la Dosis producida por los fotones del alambre de Iridio

El diagrama de flujo utilizado lo podemos ver en la página a continuación. Como podemos ver en el diagrama de flujo el simular electrones complica el programa, consecuentemente aumenta el tiempo de simulación. El tiempo que duró la simulación fue 1h con 5 minutos.

1.6 Comparar la simulación de Dosis producida por los fotones del alambre de Iridio, utilizando el programa de simulación Alternativo con la obtenida utilizando el programa Penélope

El programa principal utilizado en Penélope lo podemos ver en el apéndice V . El tiempo de simulación fue de 1hora con 20 minutos.

La Dosis representa la energía por unidad de masa que permanece en la materia para producir cualquier efecto atribuible a la radiación, si la dosis es igual a cero no hay efecto atribuible a la radiación. La dosis absorbida es la medida del efecto biológico que produce la radiación ionizante¹⁶.

Como fue mencionado en 1.1.3 del fundamento teórico no es posible escribir una ecuación que relacione directamente la dosis absorbida con la fluencia de energía como para el caso del Kerma de colisión; debido a aquello, la simulación es una herramienta vital para el cálculo de dosis.

Como podemos ver en las gráficas No 1.6.1,1.6.2,.....,1.6.13 el intervalo de confianza de los resultados obtenidos mediante el programa Alternativo se

GRAFICO 1.4.1
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT CONSIDERANDO EL BLINDAJE
R=1

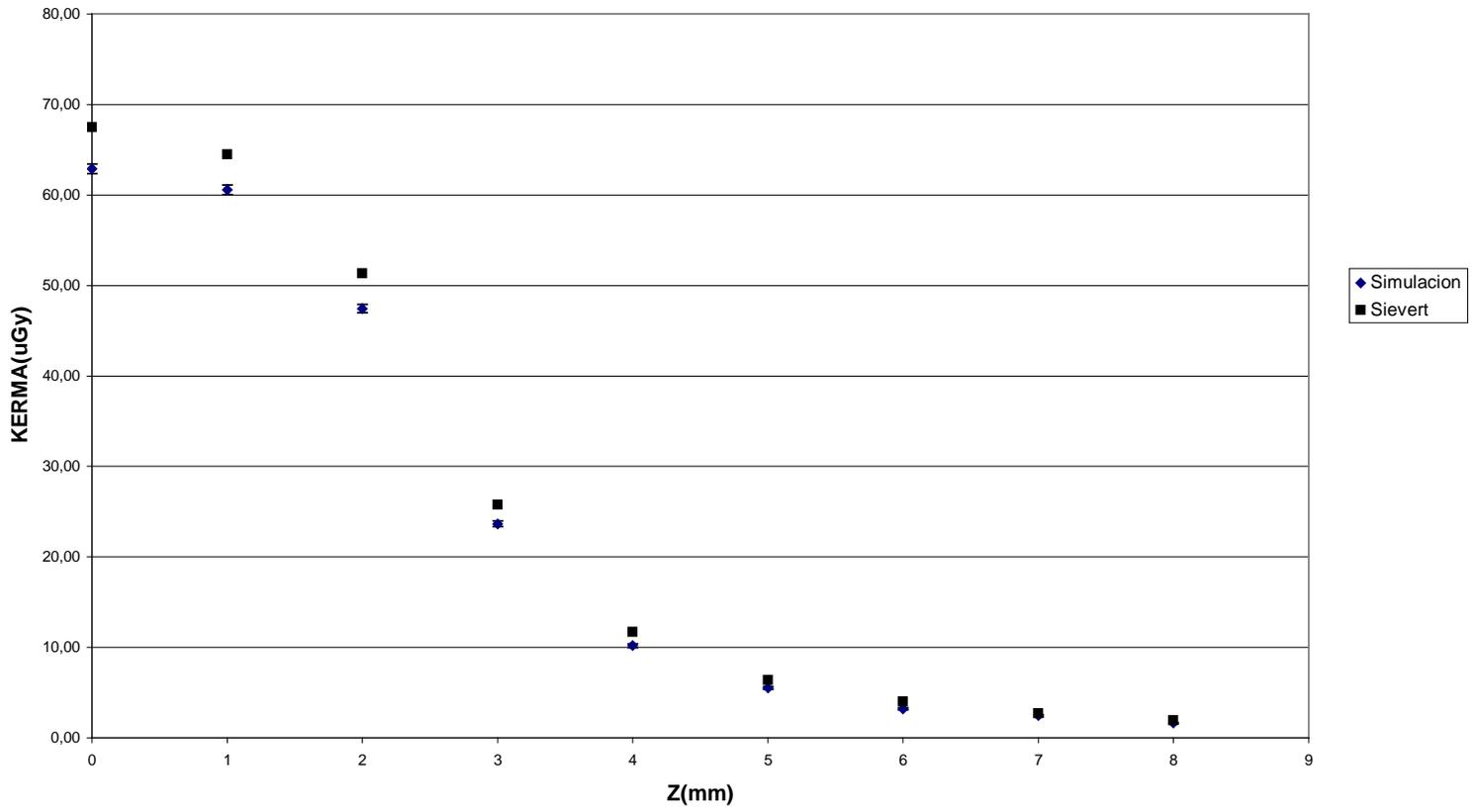


GRAFICO 1.4.2
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT CONSIDERANDO EL BLINDAJE
R=2

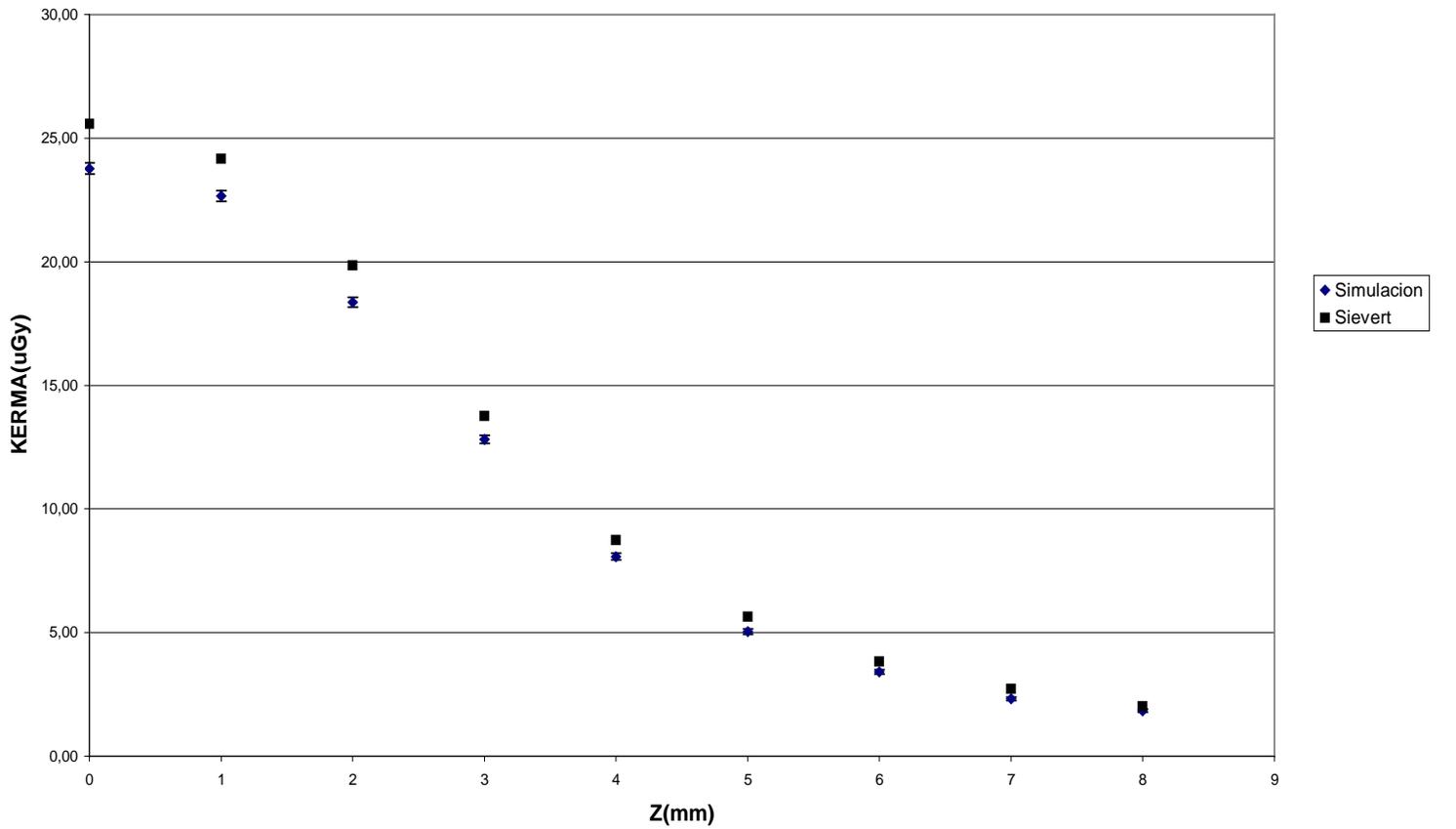


GRAFICO 1.4.3
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT CONSIDERANDO EL BLINDAJE
R=3

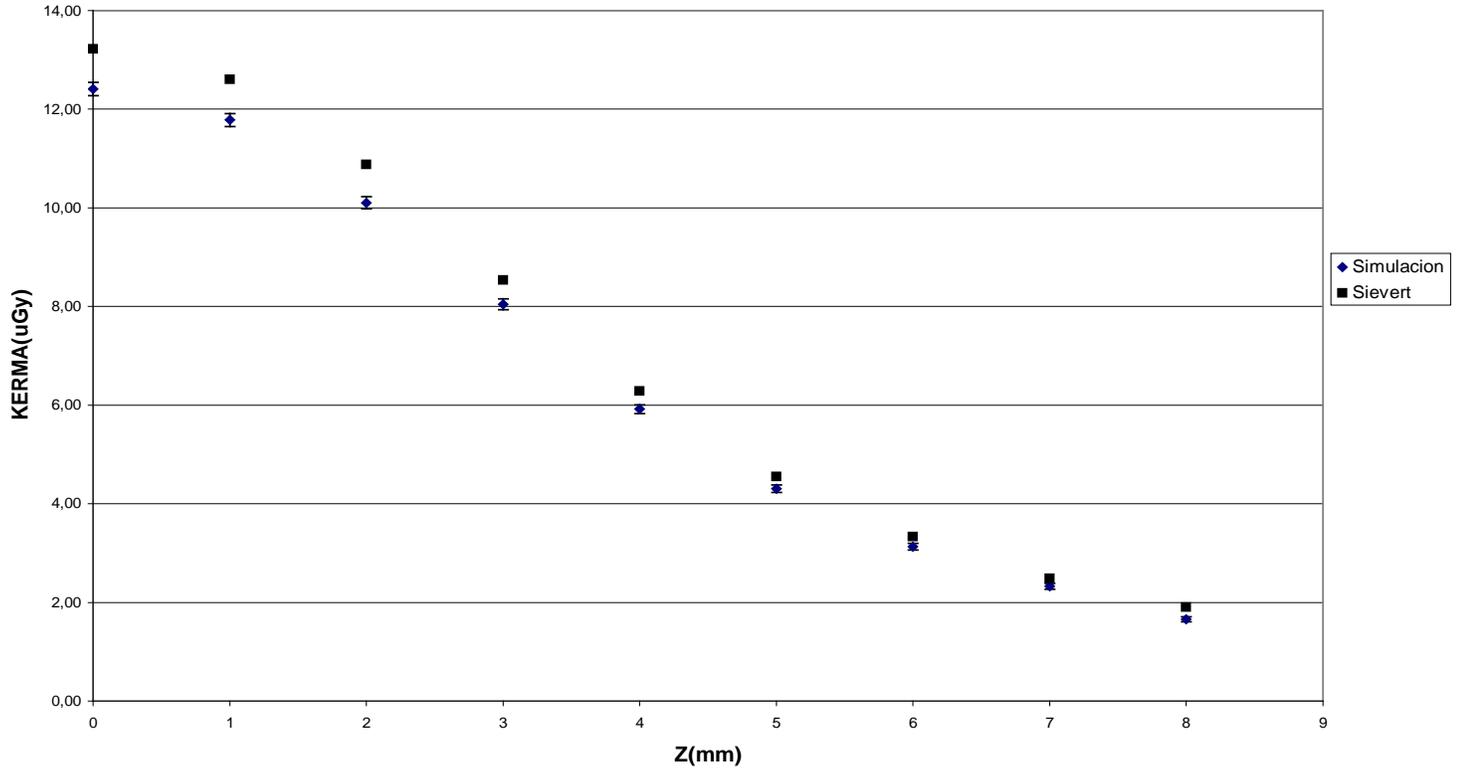


GRAFICO 1.4.4
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT CONSIDERANDO EL BLINDAJE
R=4

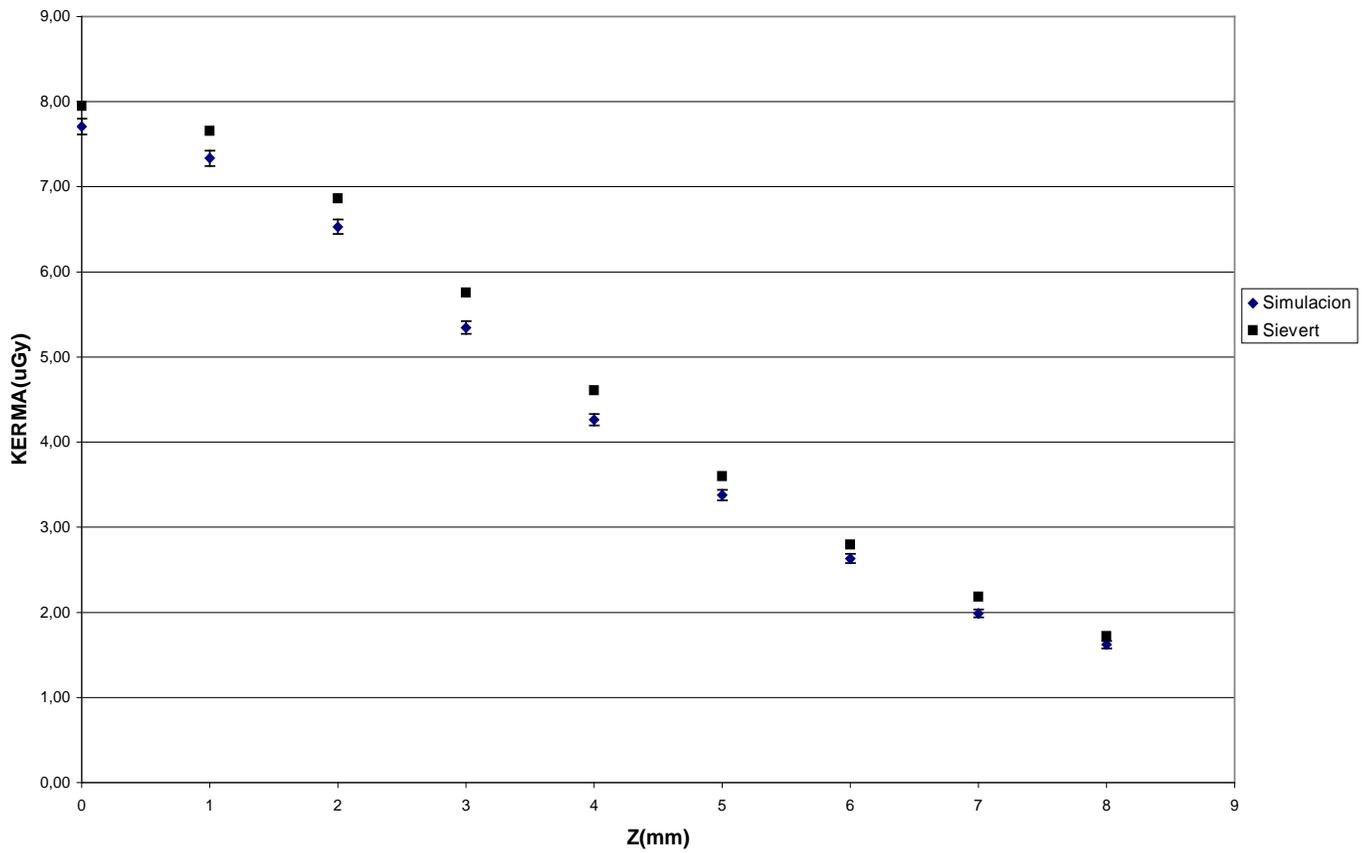


GRAFICO 1.4.5
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT CONSIDERANDO EL BLINDAJE
R=5

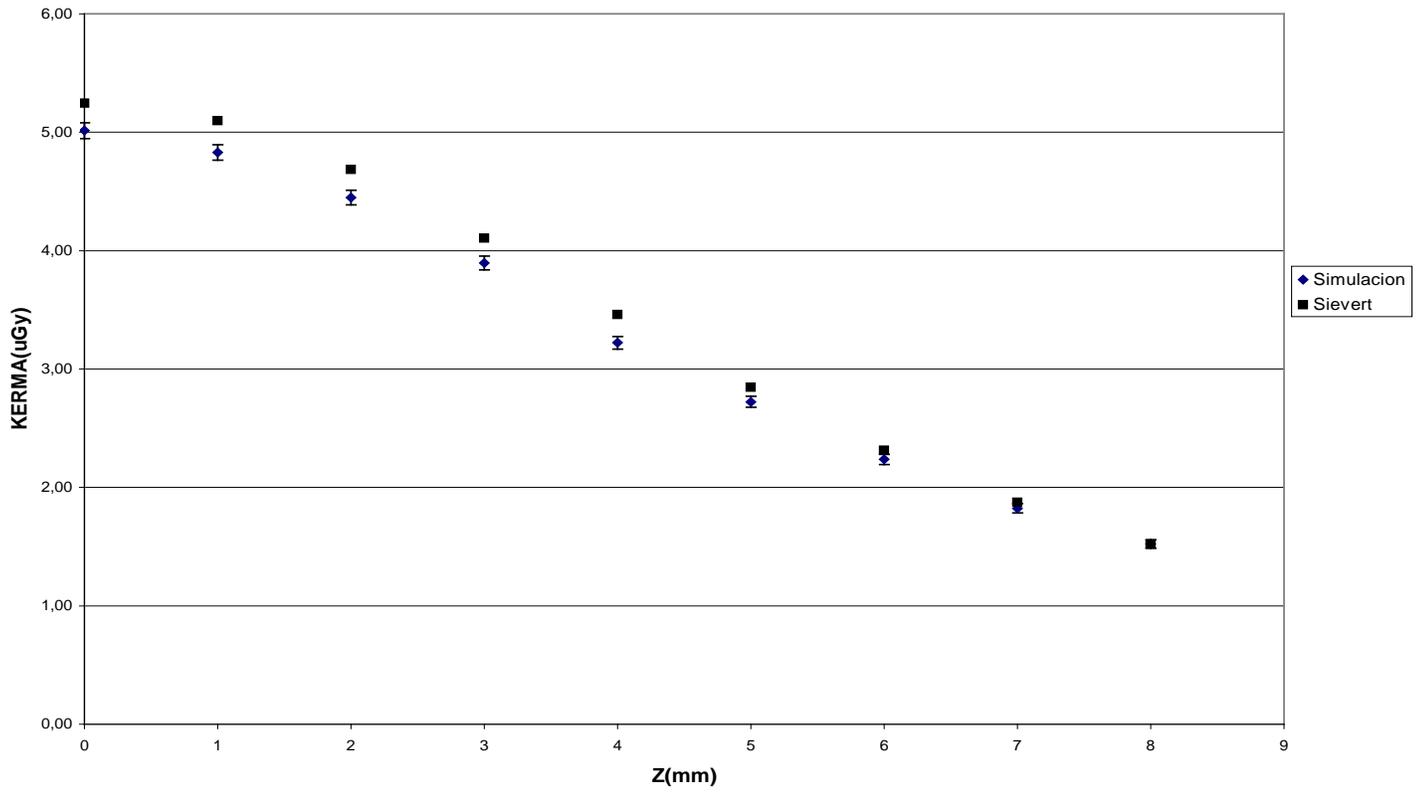


GRAFICO 1.4.6
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT CONSIDERANDO EL BLINDAJE
R=6

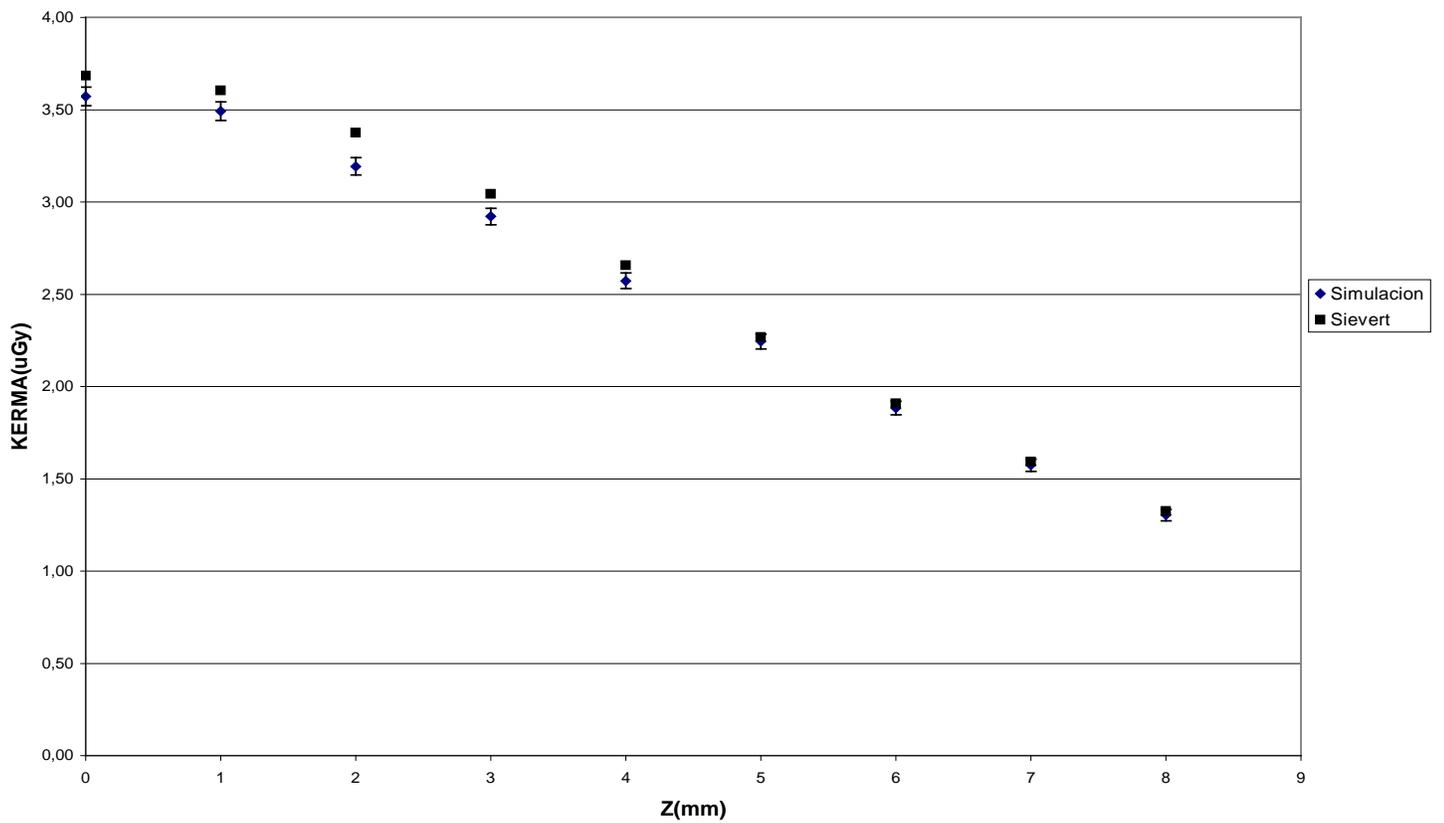


GRAFICO 1.4.7
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT CONSIDERANDO EL BLINDAJE
R=7

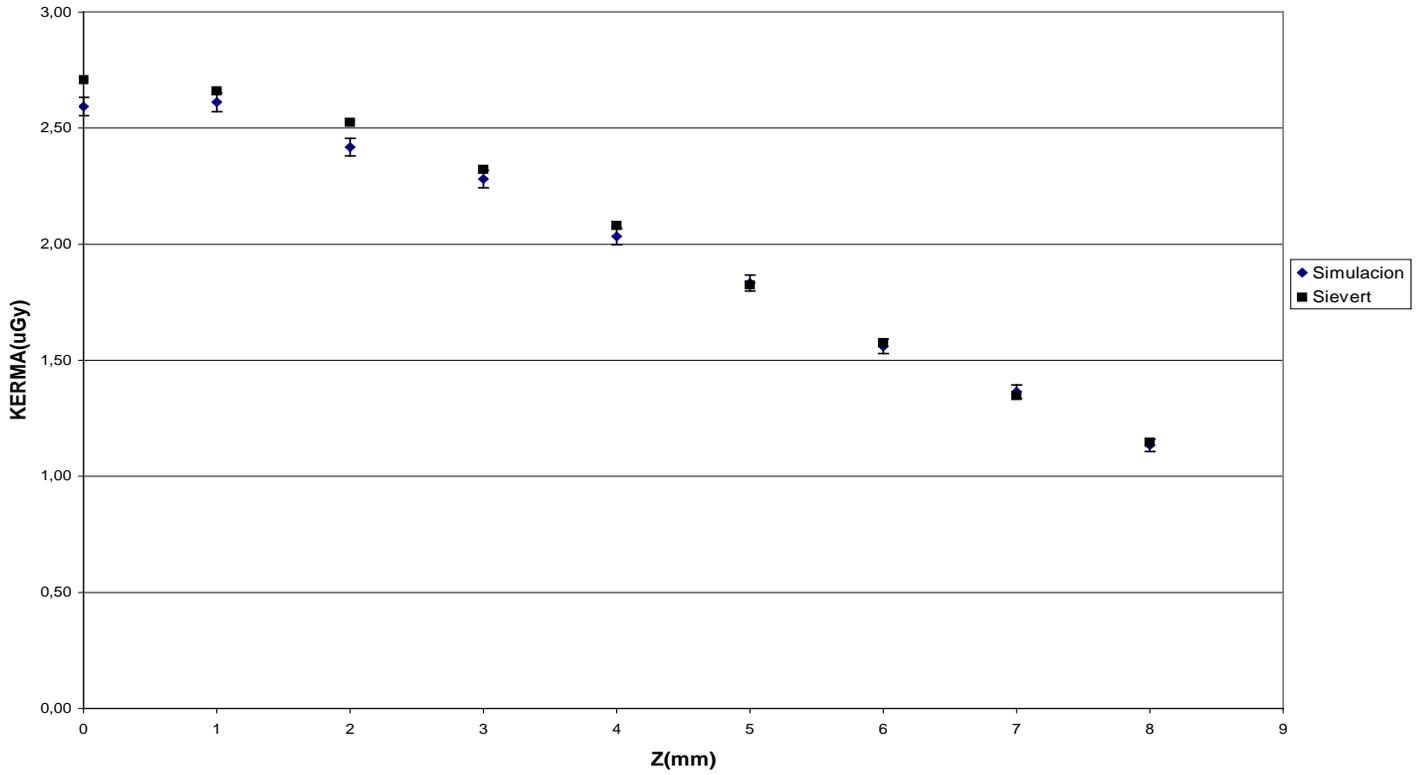


GRAFICO 1.4.8
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT CONSIDERANDO EL BLINDAJE
R=8

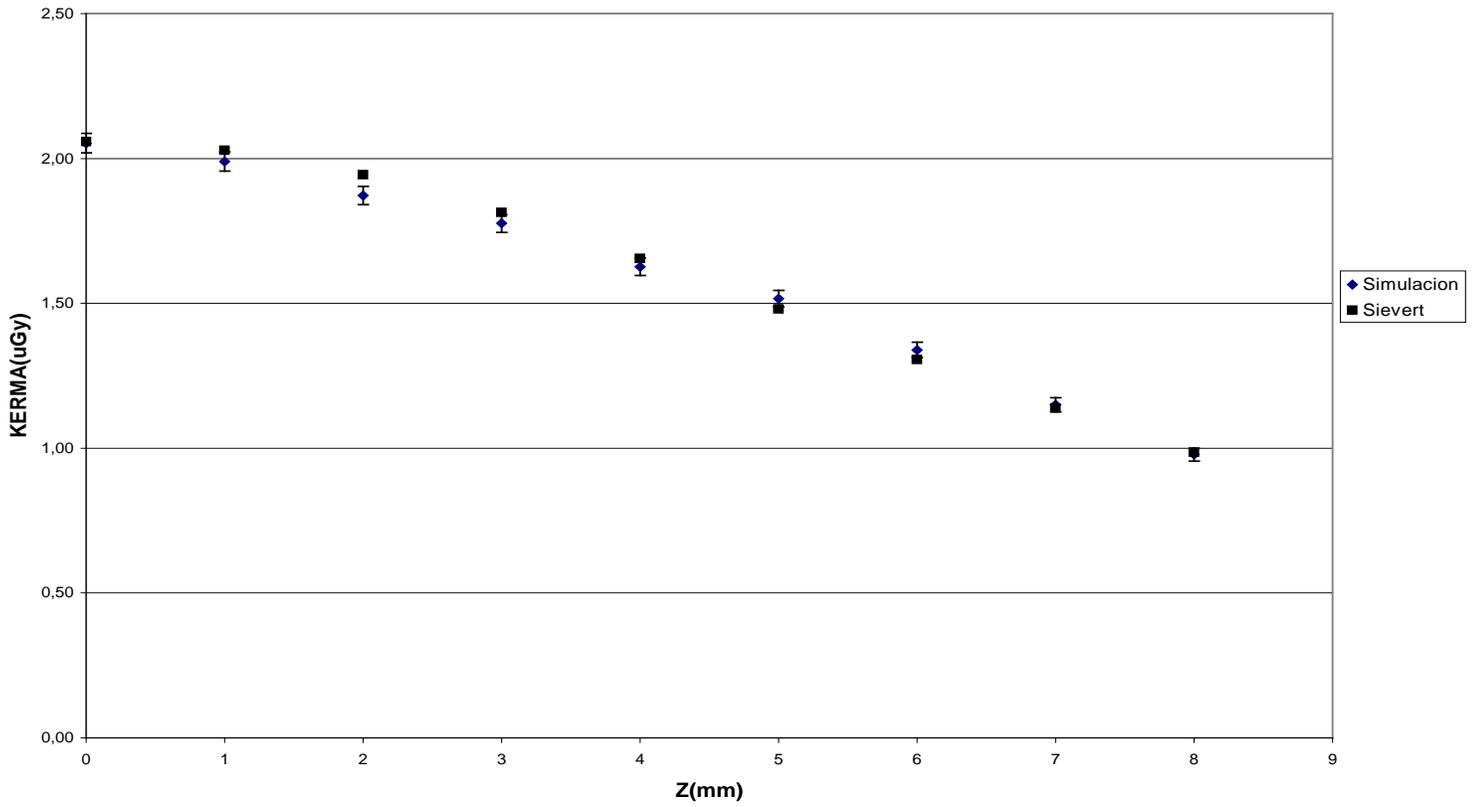


GRAFICO 1.4.9
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT CONSIDERANDO EL BLINDAJE
R=9

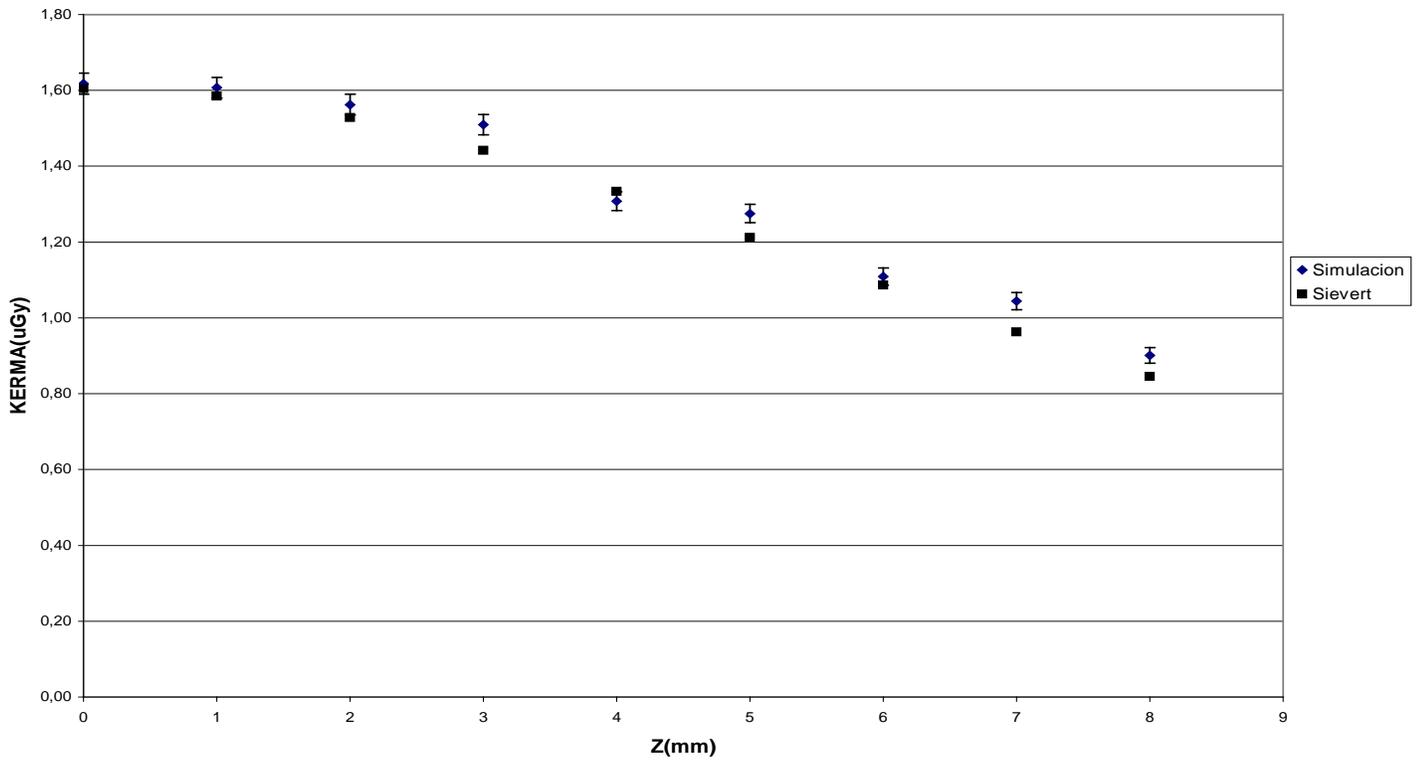


GRAFICO 1.4.10
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT CONSIDERANDO EL BLINDAJE
R=10

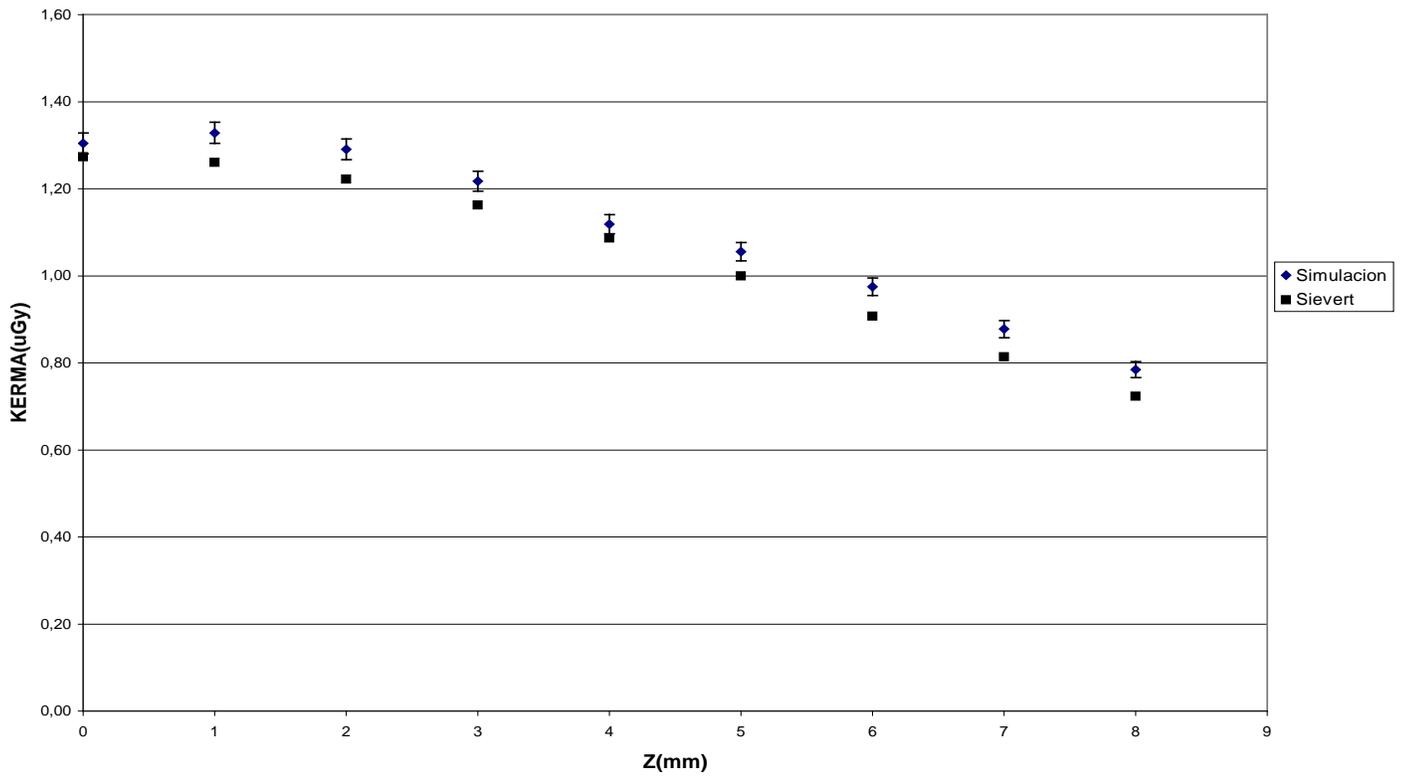


GRAFICO 1.4.11
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT CONSIDERANDO EL BLINDAJE
R=11

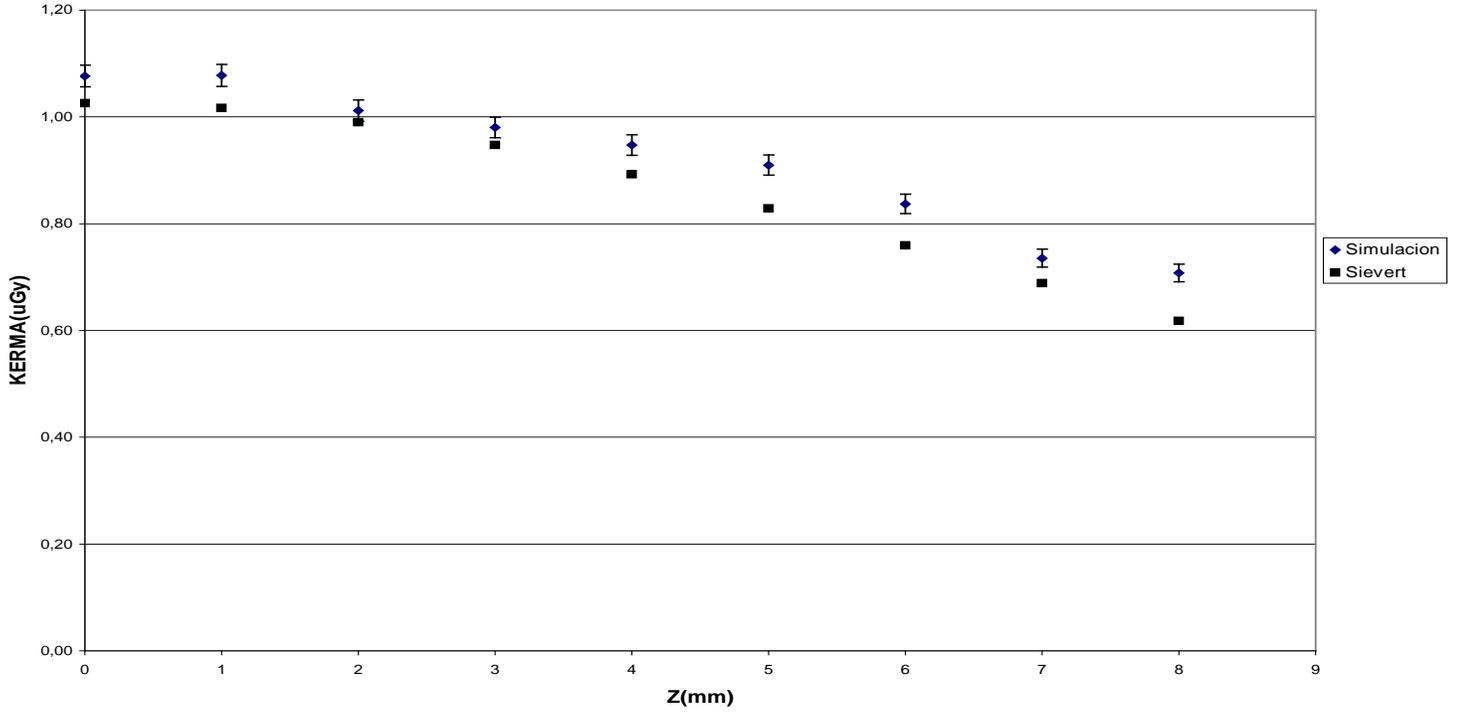


GRAFICO 1.4.12
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT CONSIDERANDO EL BLINDAJE
R=12

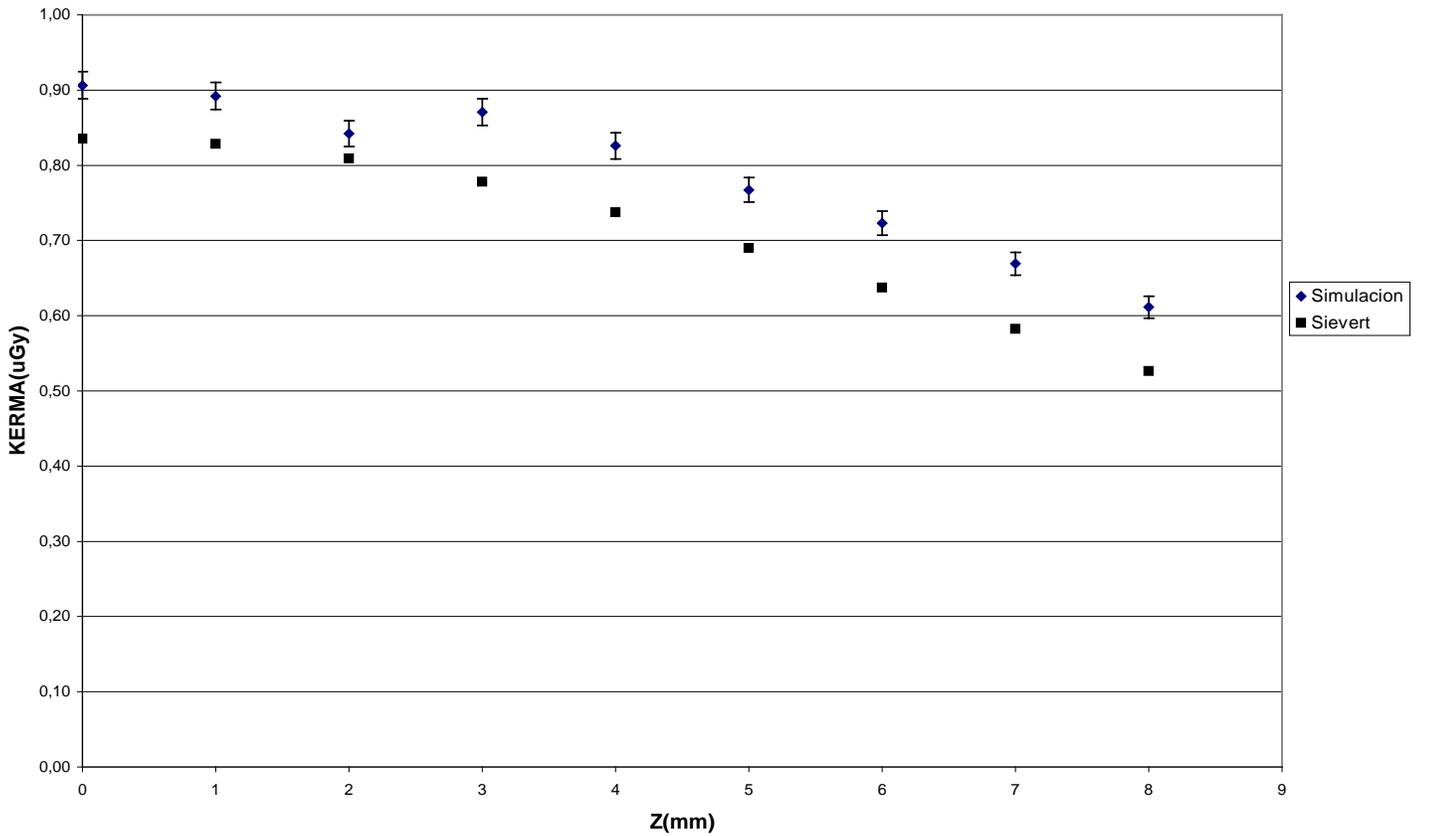
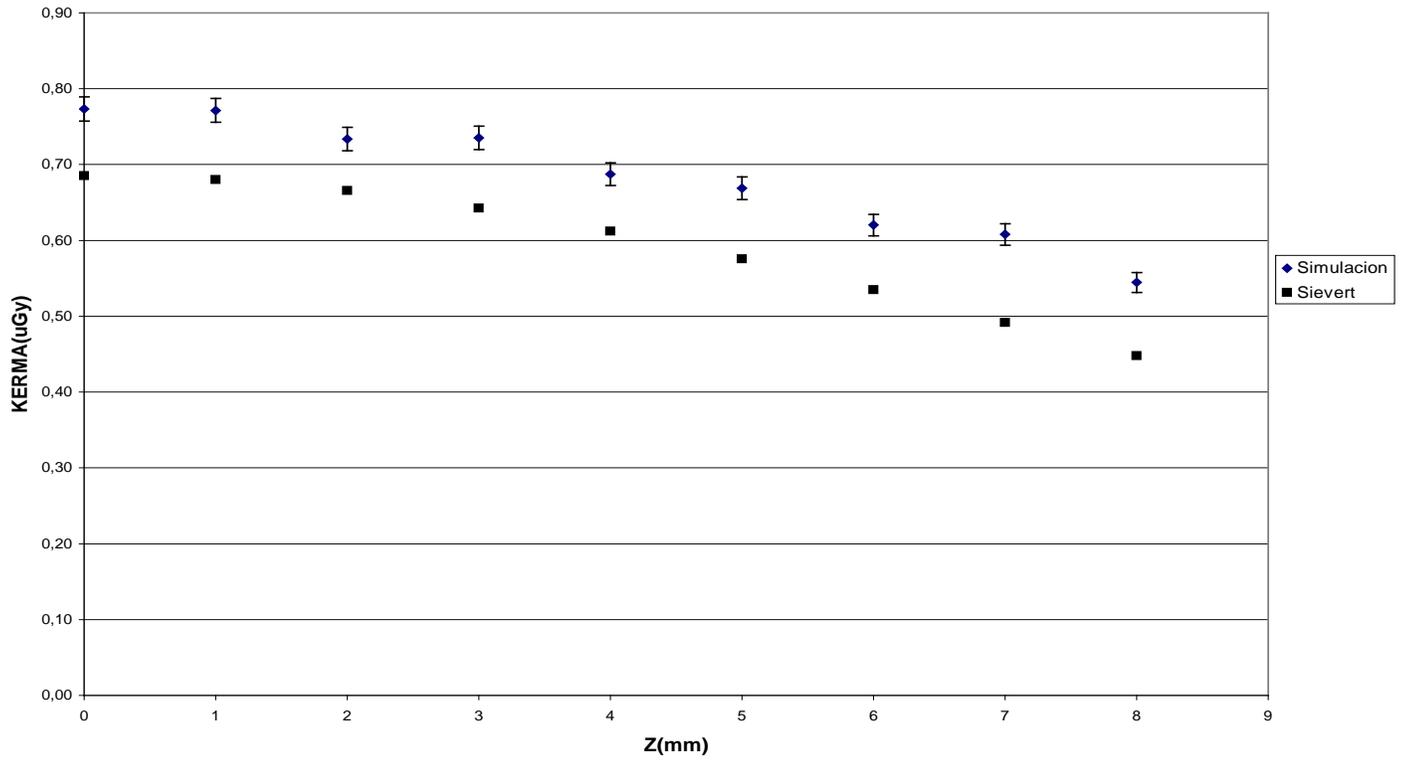
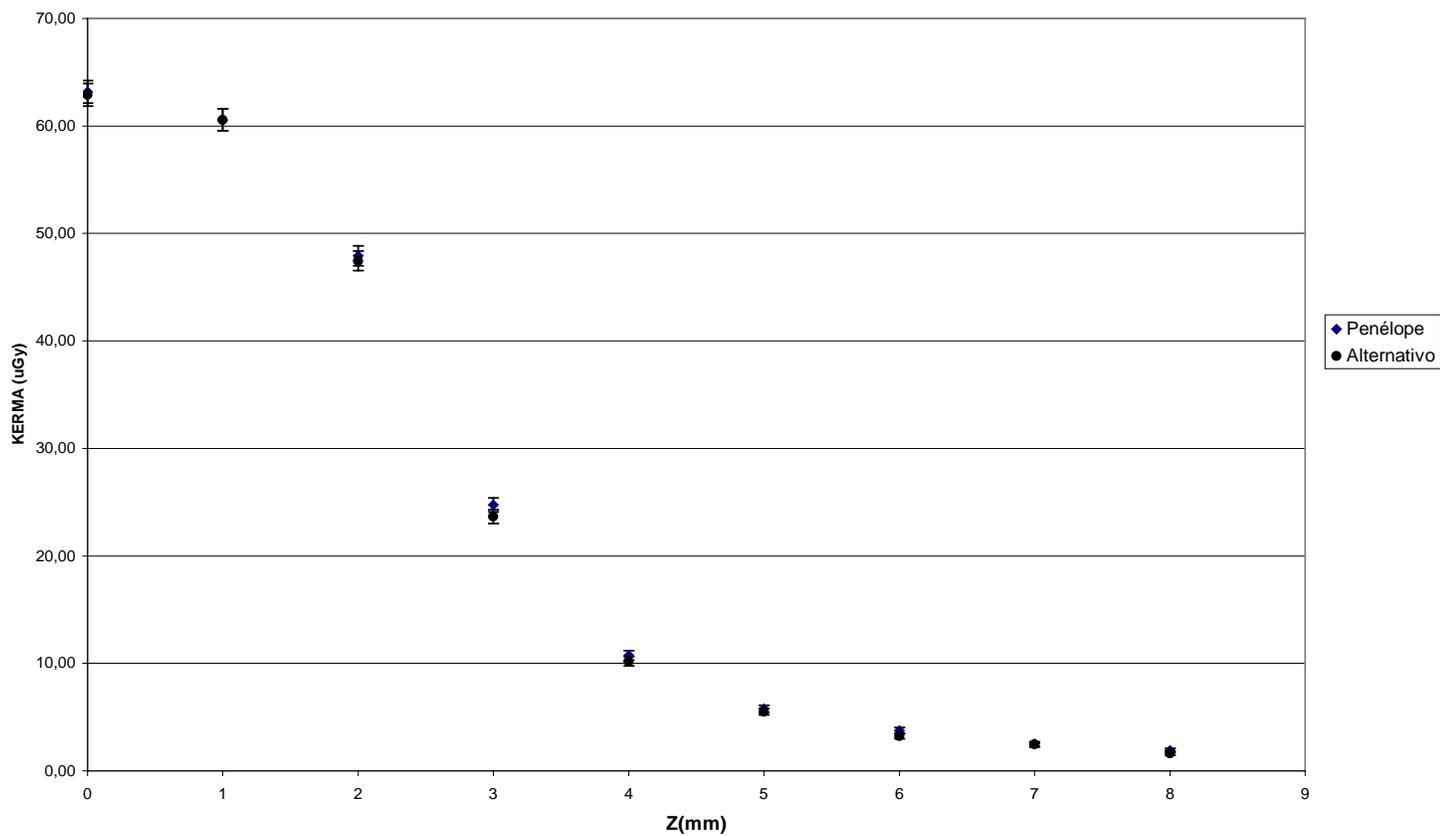


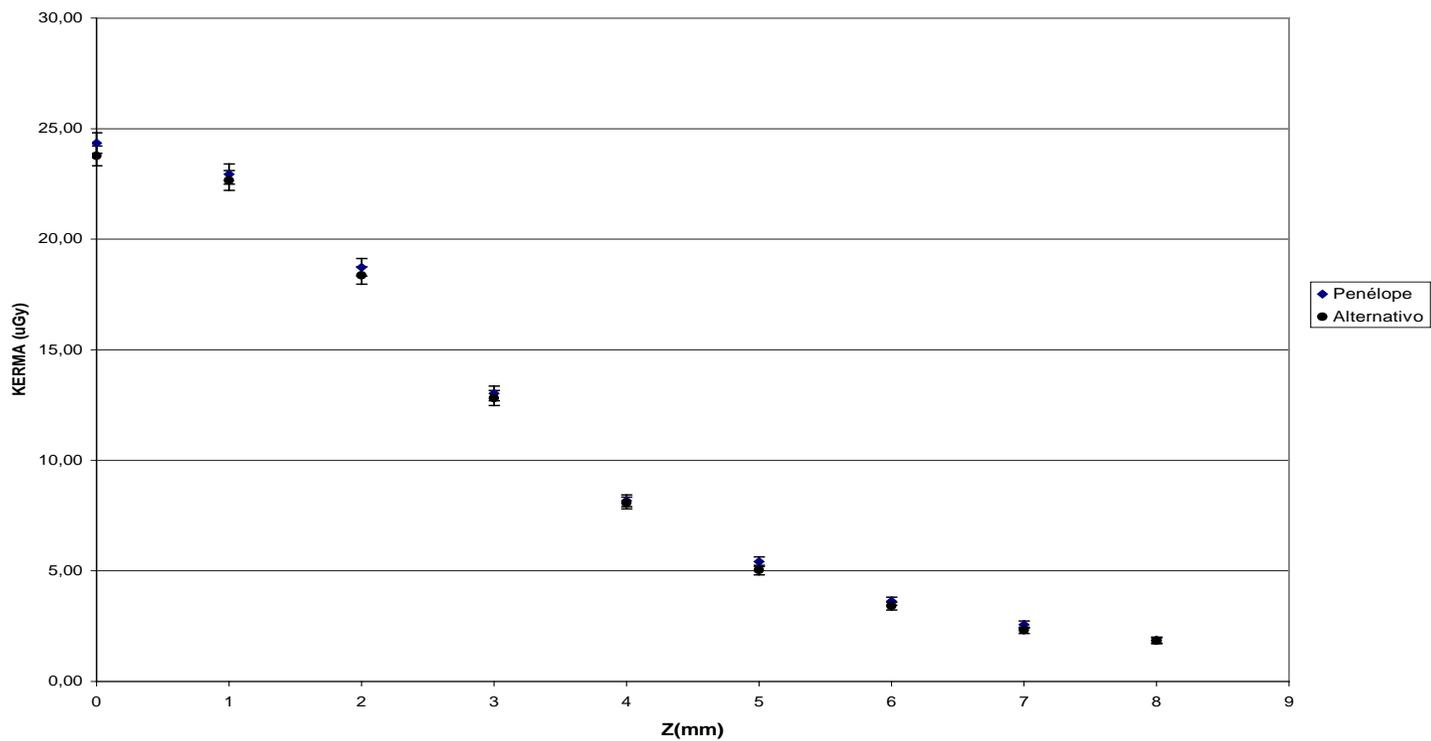
GRAFICO 1.4.13
KERMA SIMULADO-INTEGRAL DE SIEVERT CONSIDERANDO EL BLINDAJE
R=13



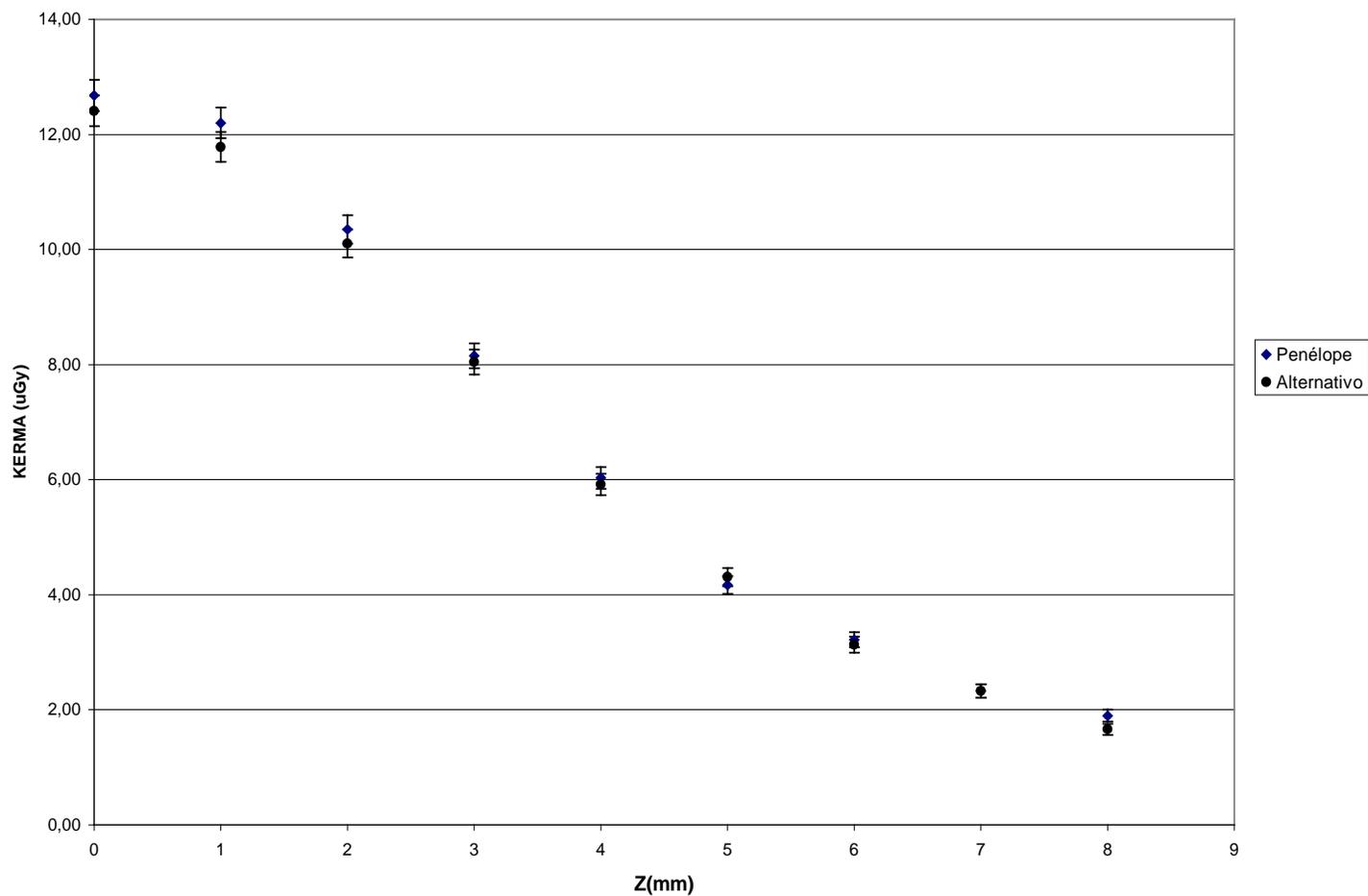
Comparación de los resultados de la simulación del alambre de Ir considerando el blindaje entre el programa Alternativo y Penélope
Gráfica1, 4,14
R=1



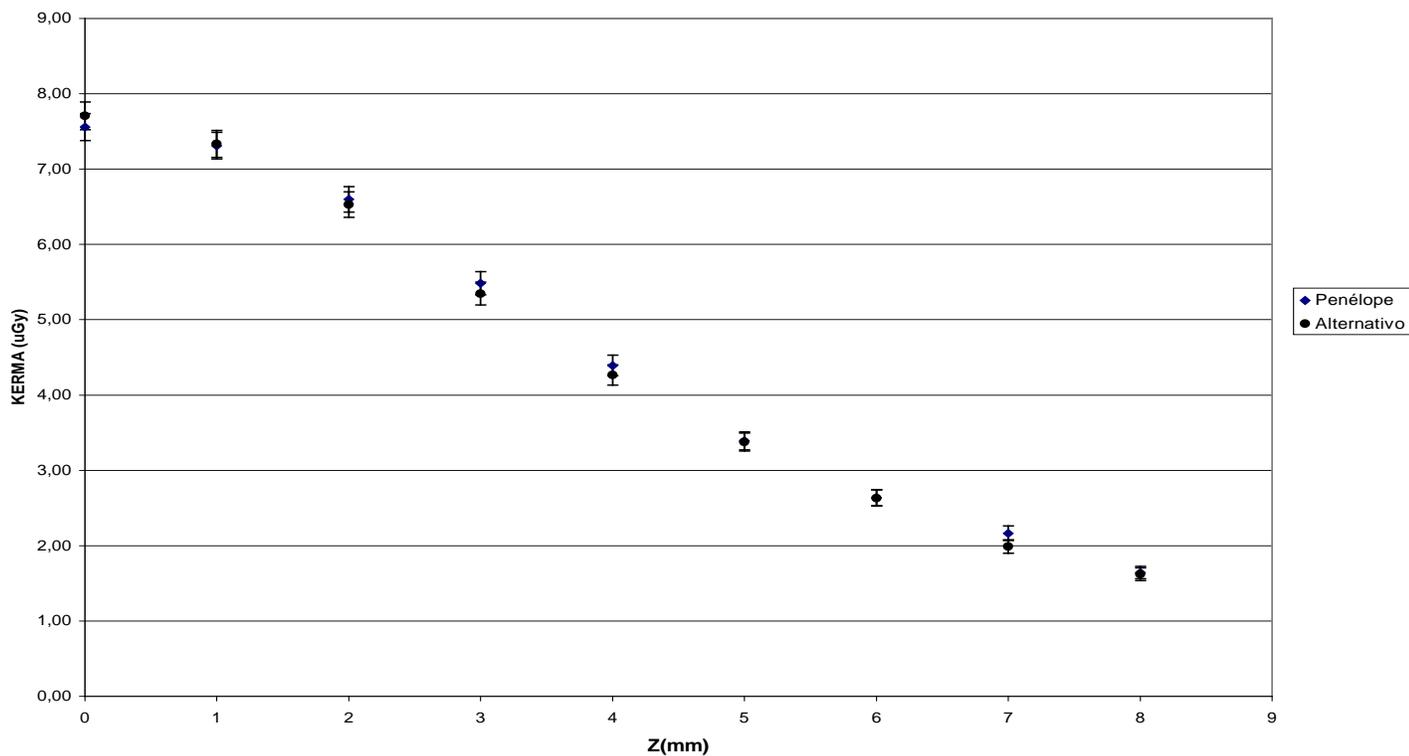
Comparación de los resultados de la simulación del alambre de Ir considerando el blindaje entre el programa Alternativo y Penélope
Gráfica1, 4,15
R=2



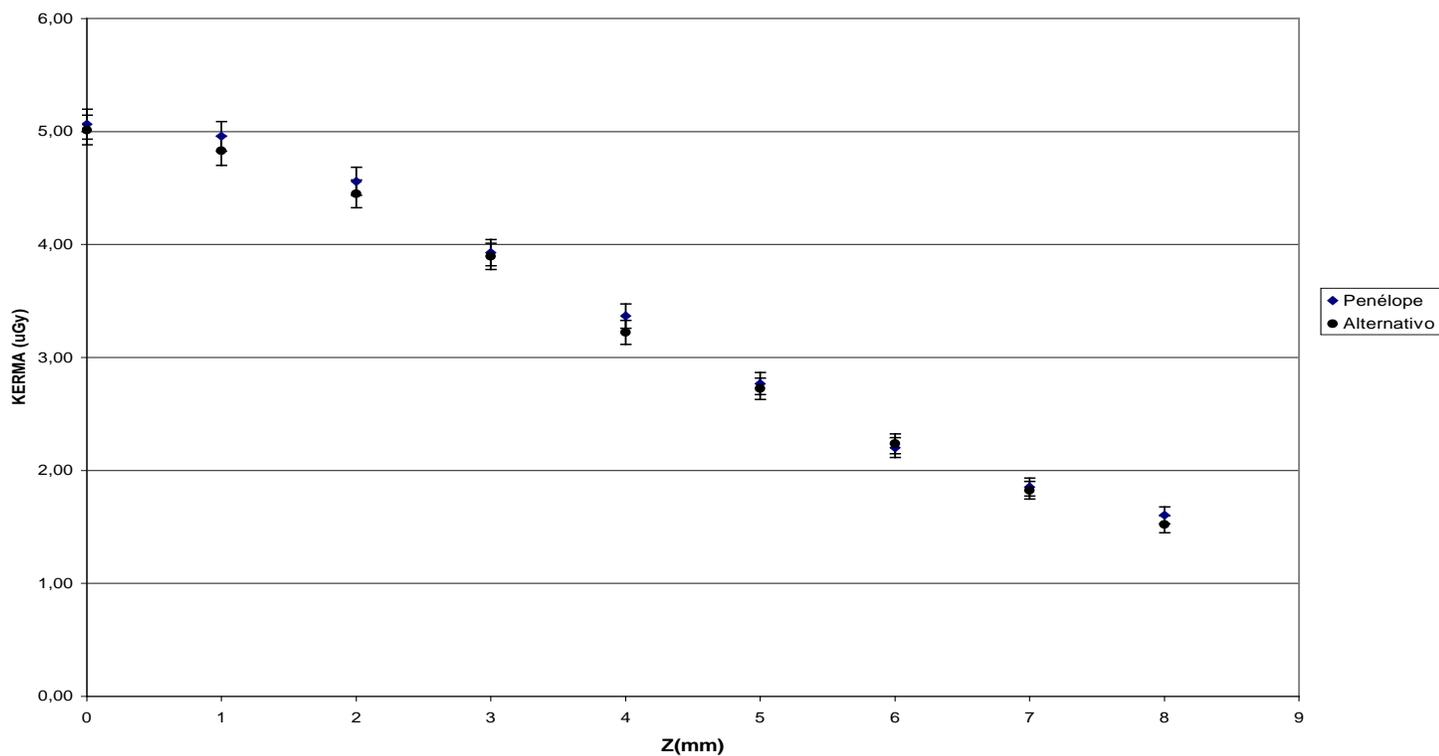
Comparación de los resultados de la simulación del alambre de Ir considerando el blindaje entre el programa Alternativo y Penélope
Gráfica 1, 4,16
R=3



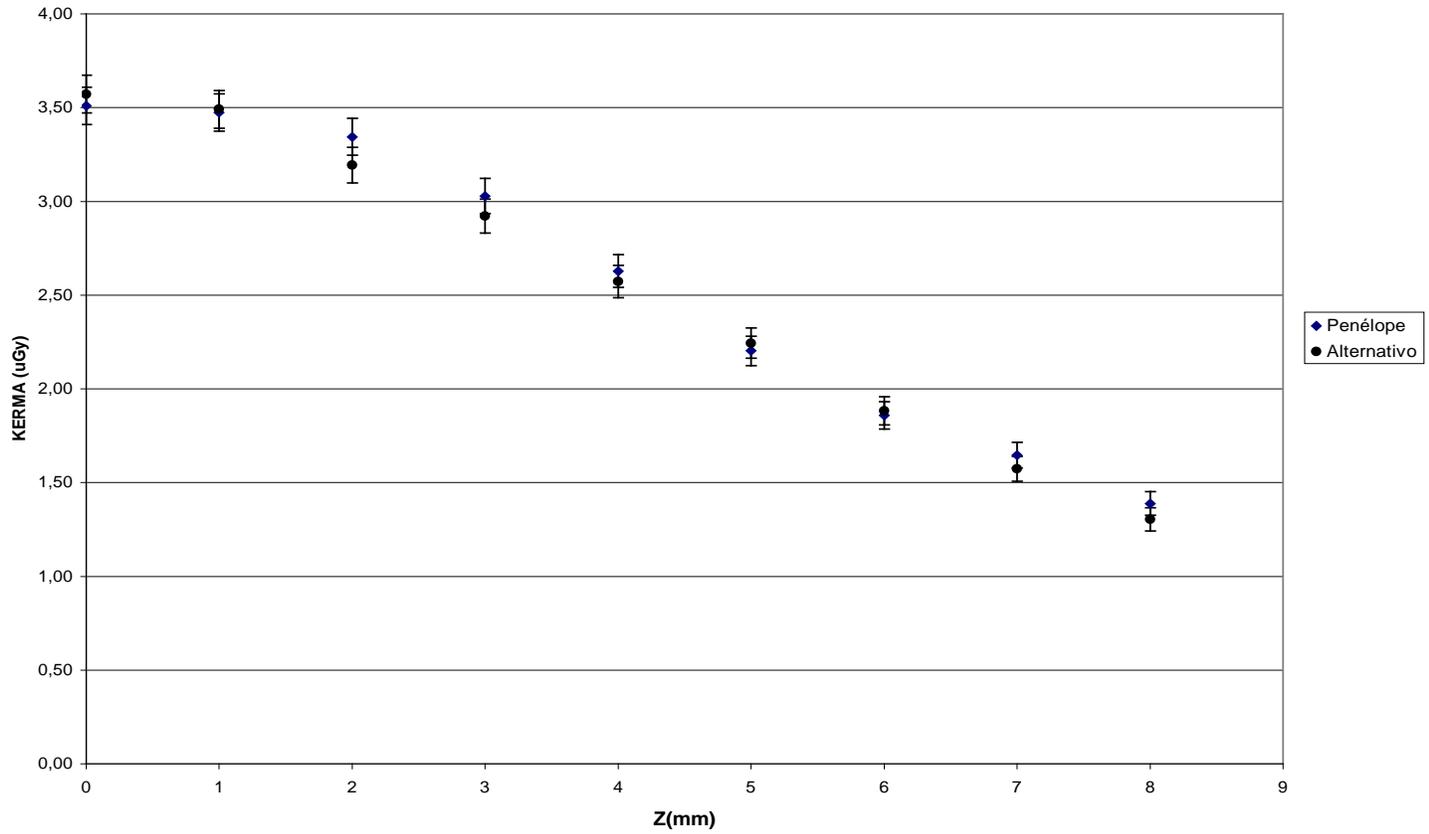
Comparación de los resultados de la simulación del alambre de Ir considerando el blindaje entre el programa Alternativo y Penélope
Gráfica1, 4,17
R=4



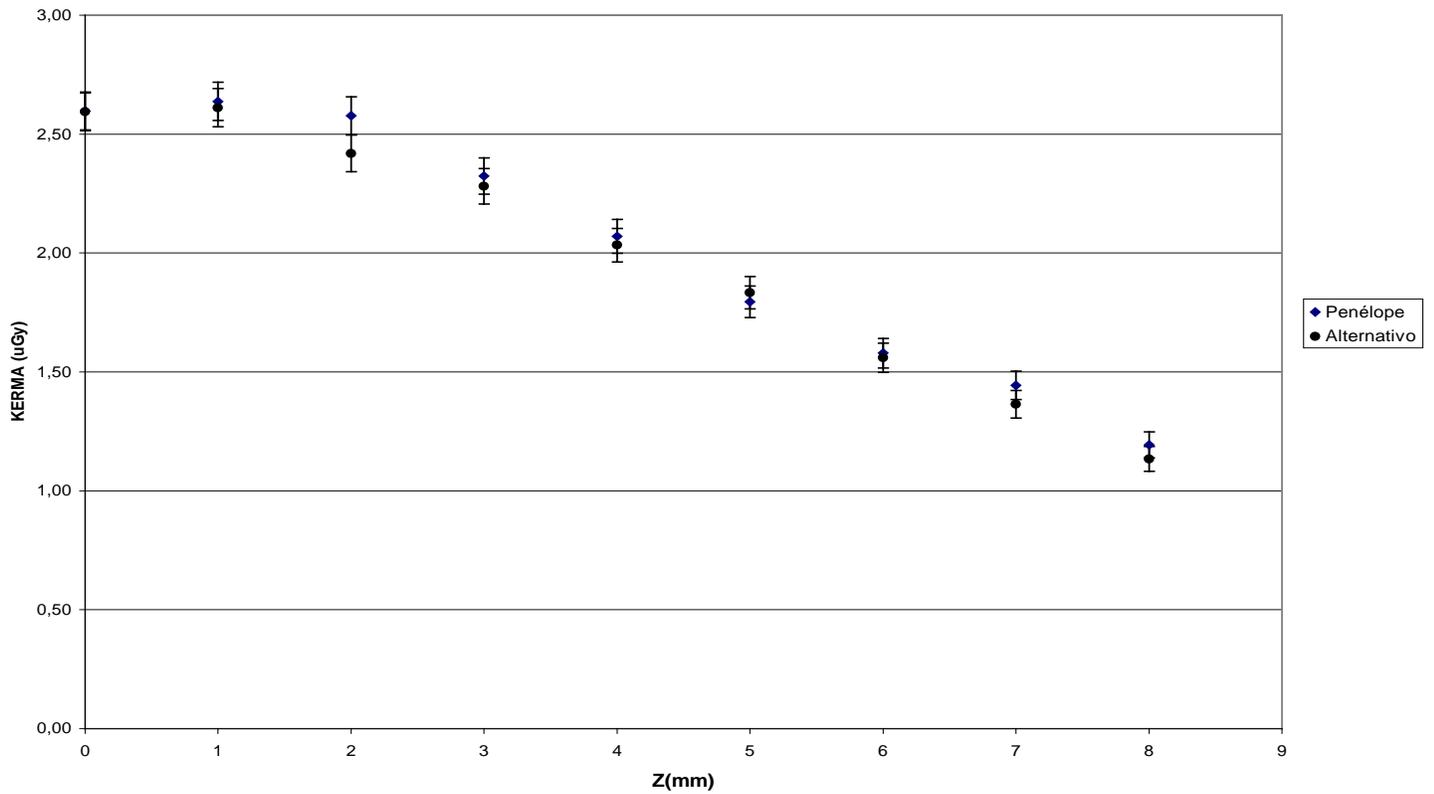
Comparación de los resultados de la simulación del alambre de Ir considerando el blindaje entre el programa Alternativo y Penélope
Gráfica1, 4,18
R=5



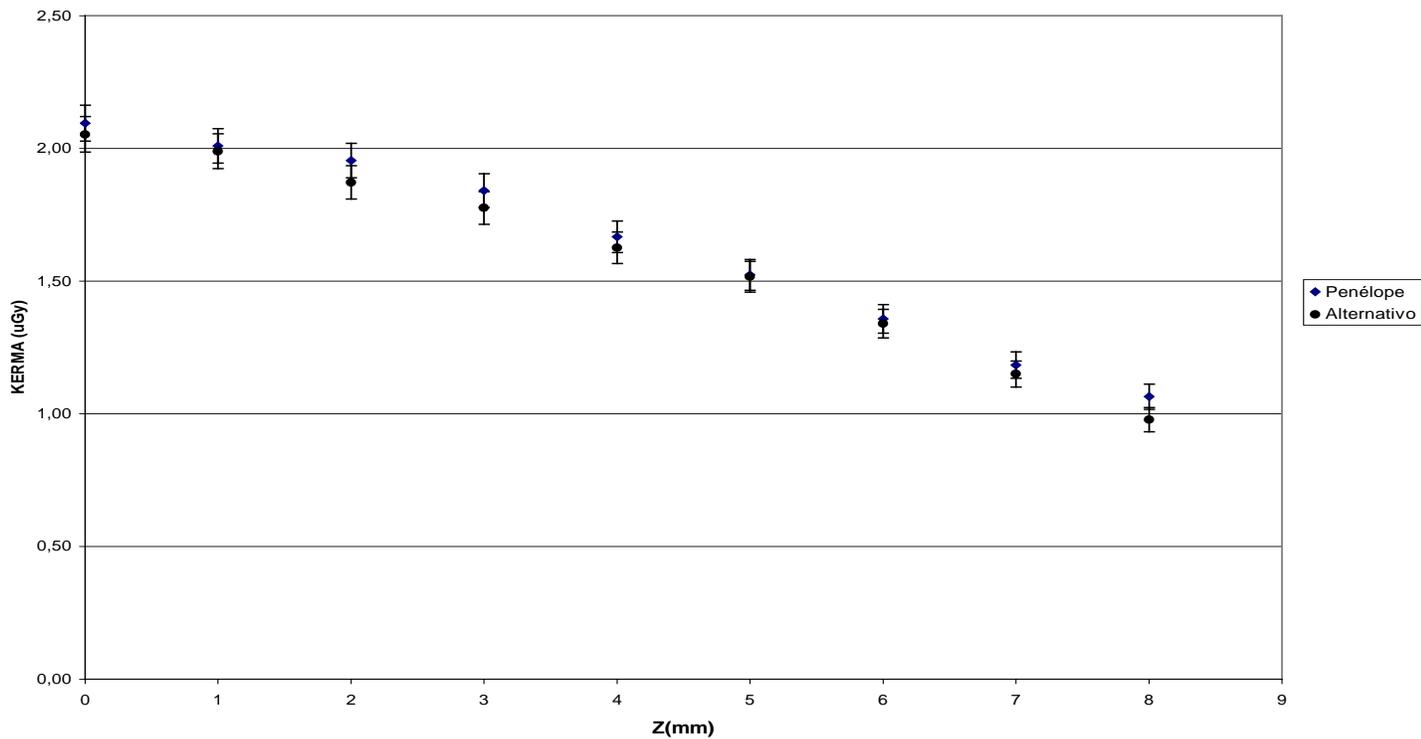
Comparación de los resultados de la simulación del alambre de Ir considerando el blindaje entre el programa Alternativo y Penélope
Gráfica1, 4,19
R=6



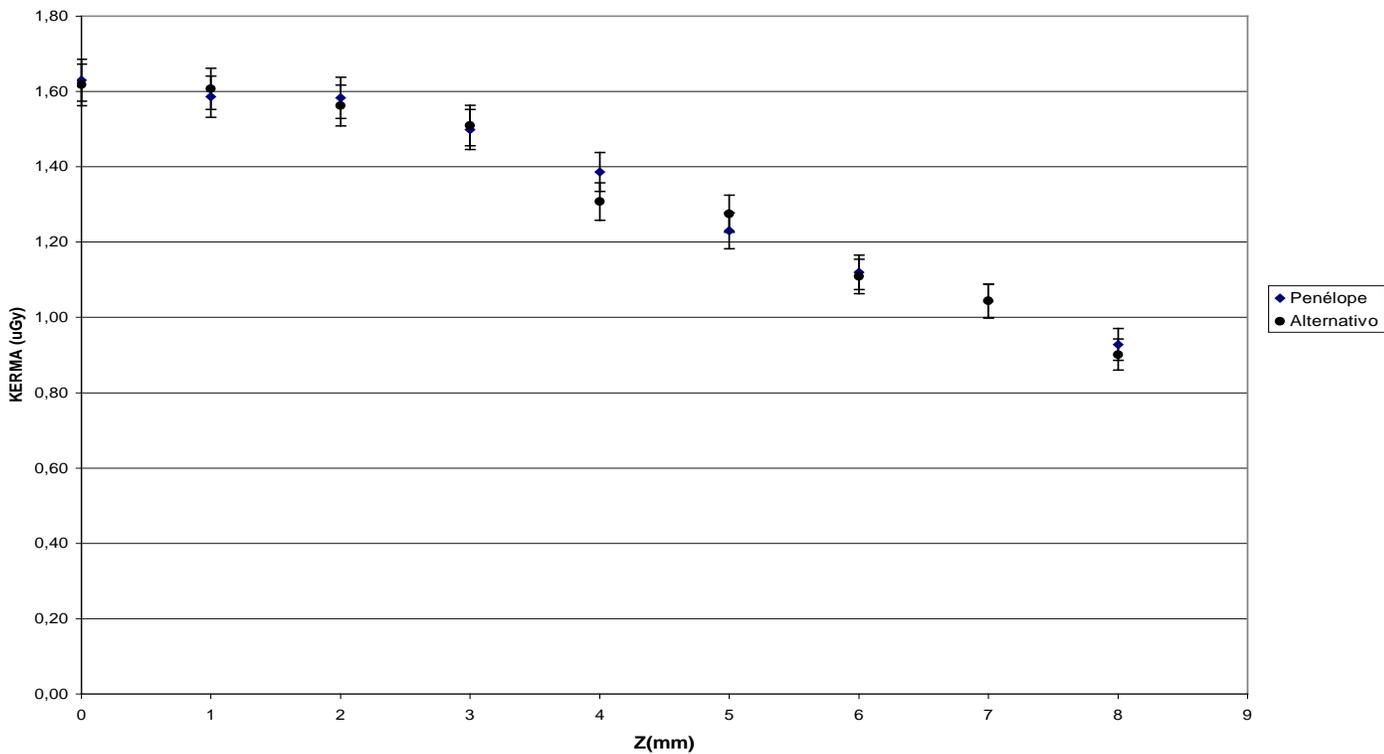
Comparación de los resultados de la simulación del alambre de Ir considerando el blindaje entre el programa Alternativo y Penélope
Gráfica1, 4,20
R=7



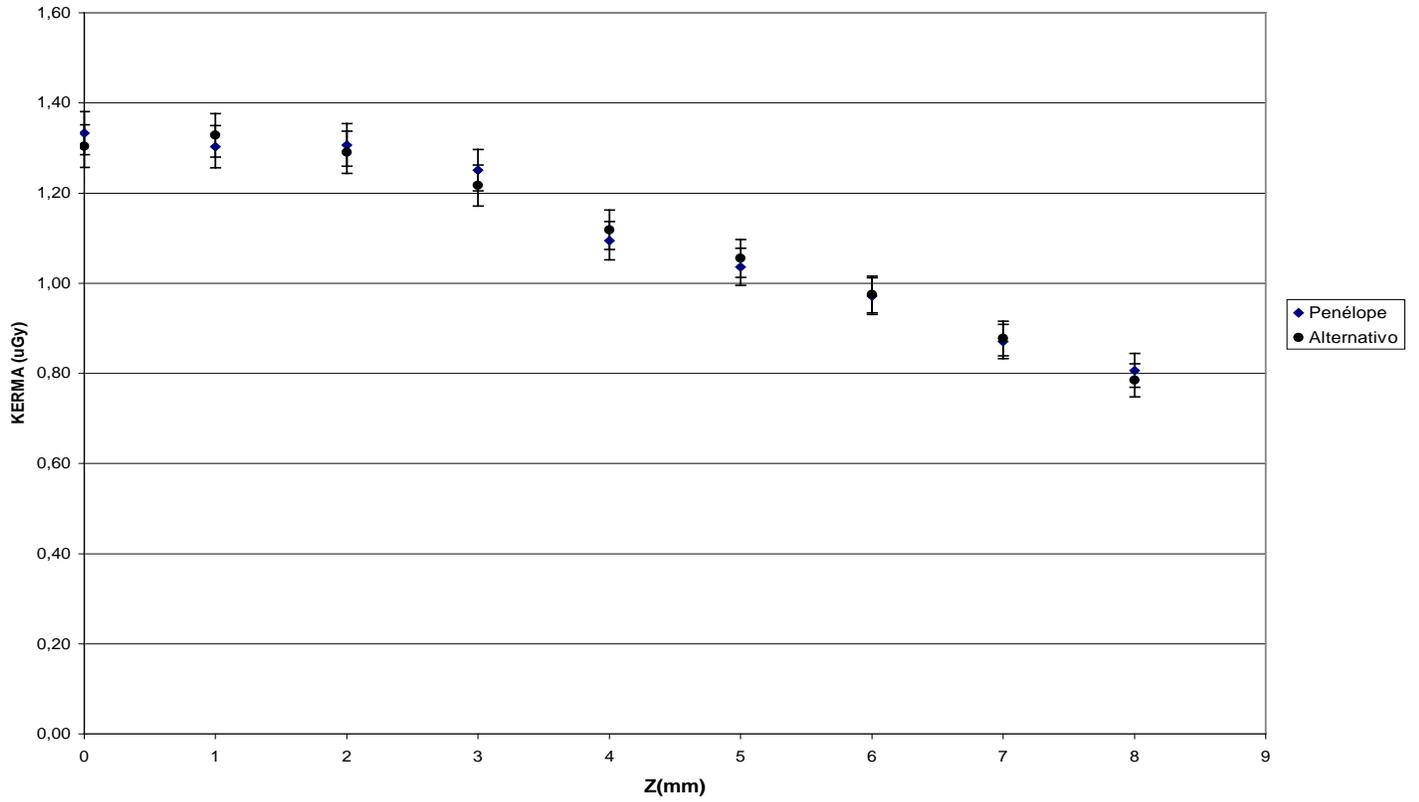
Comparación de los resultados de la simulación del alambre de Ir considerando el blindaje entre el programa Alternativo y Penélope
Gráfica1, 4,21
R=8



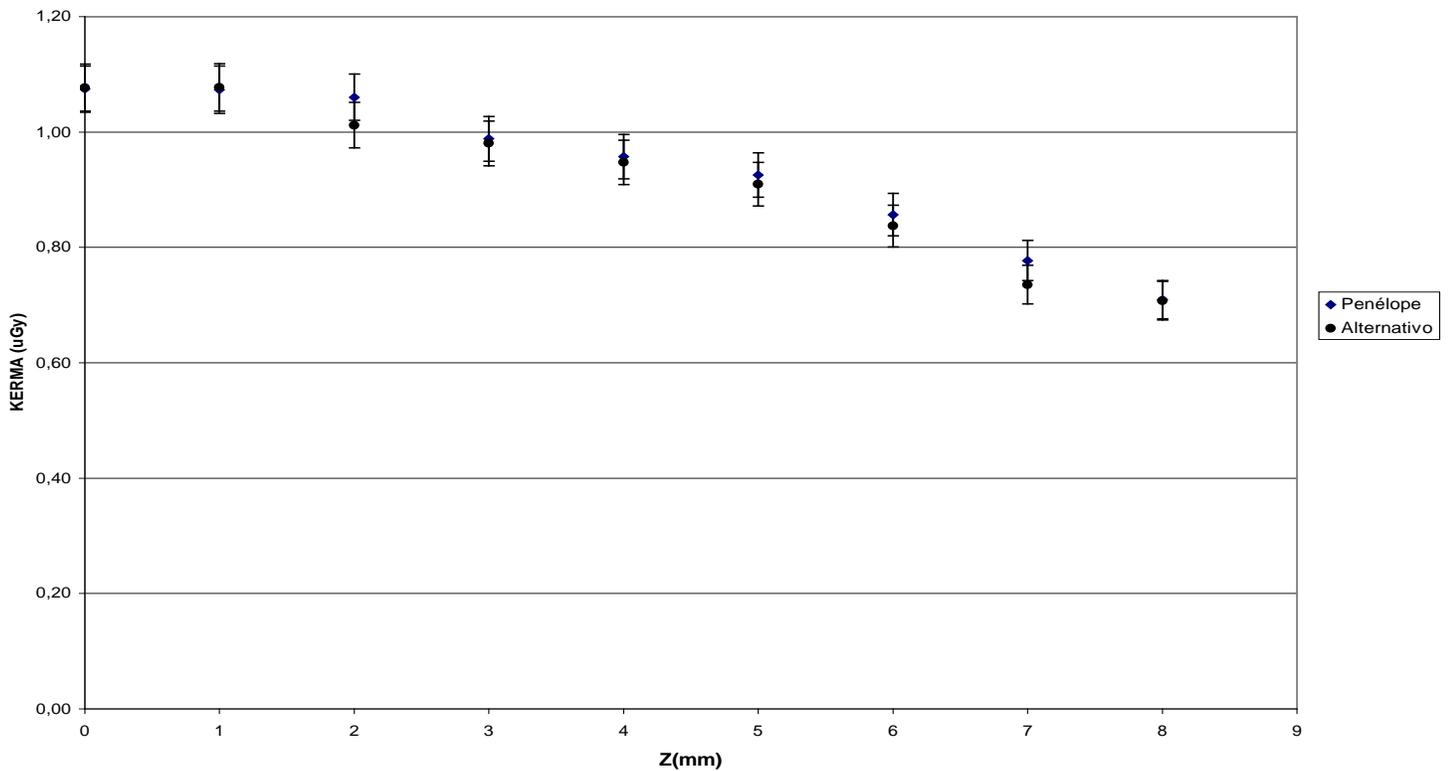
Comparación de los resultados de la simulación del alambre de Ir considerando el blindaje entre el programa Alternativo y Penélope
Gráfica1, 4,22
R=9



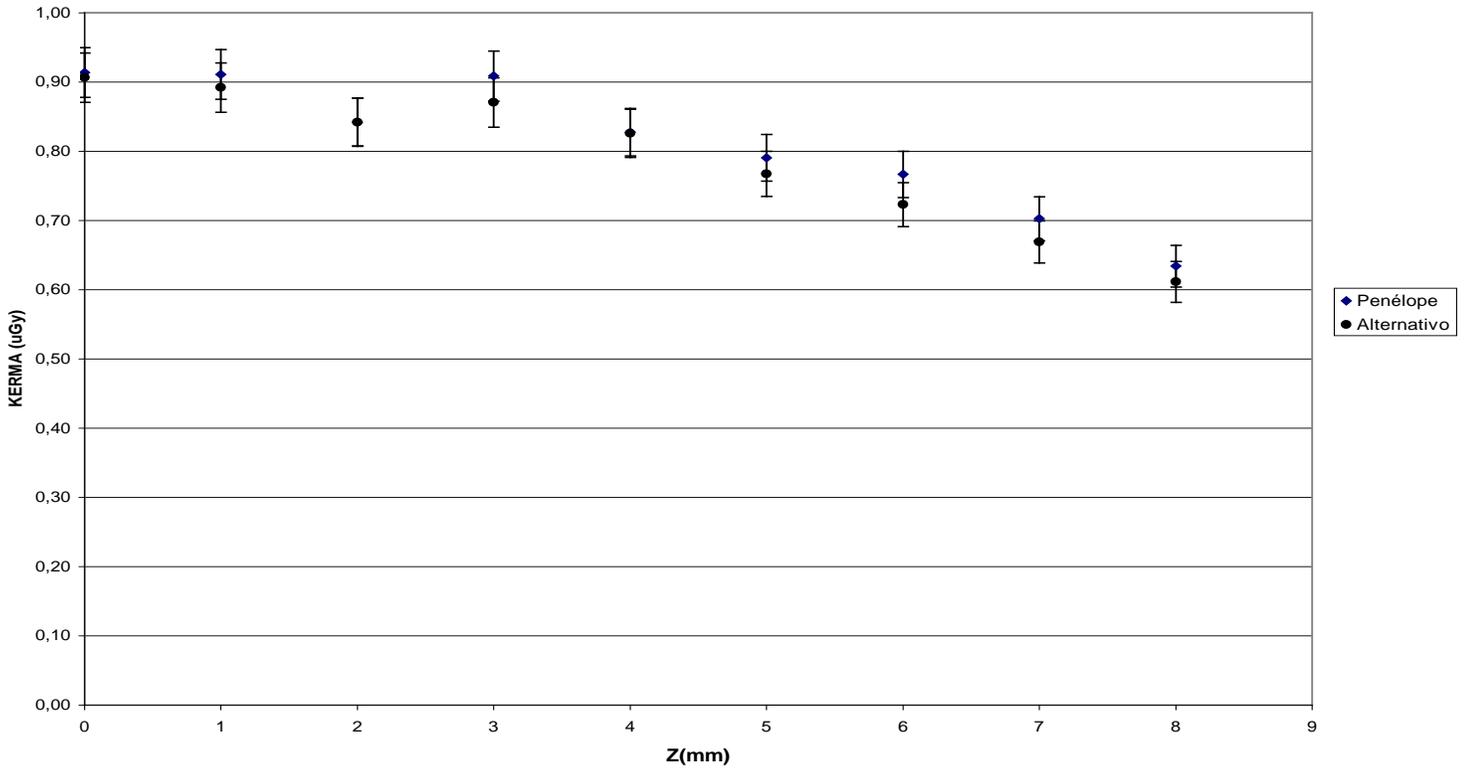
Comparación de los resultados de la simulación del alambre de Ir considerando el blindaje entre el programa
Alternativo y Penélope
Gráfica1, 4,23
R=10



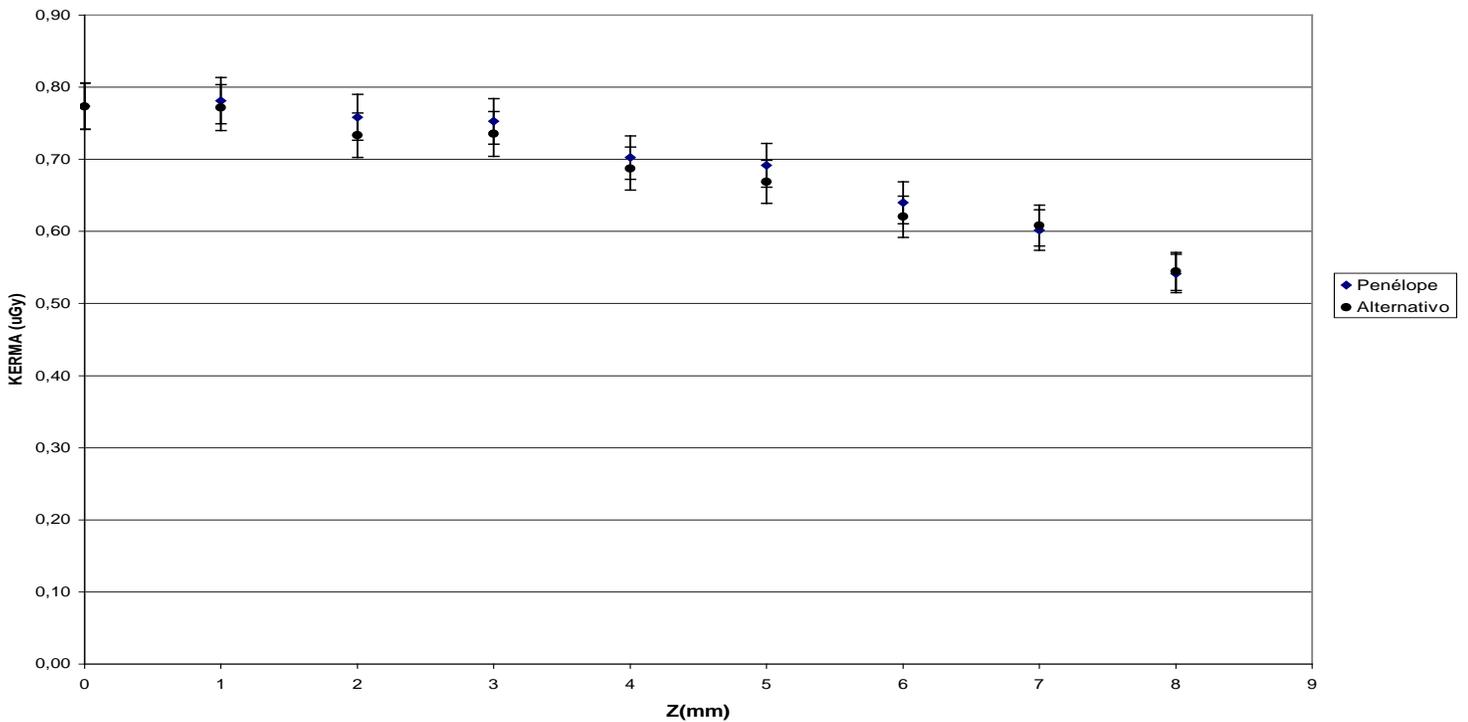
Comparación de los resultados de la simulación del alambre de Ir considerando el blindaje entre el programa
Alternativo y Penélope
Gráfica1, 4,24
R=11



Comparación de los resultados de la simulación del alambre de Ir considerando el blindaje entre el programa Alternativo y Penélope
Gráfica1, 4,25
R=12



Comparación de los resultados de la simulación del alambre de Ir considerando el blindaje entre el programa Alternativo y Penélope
Gráfica1, 4,26
R=13



intercepta con los hallados utilizando el programa Penélope, en la gran mayoría de casos. Lo que confirma la validez de los resultados del programa Alternativo.

Como fue mencionado anteriormente en el programa que Alternativo, no se simula las interacciones Bremsstrahlung a diferencia del programa Penélope; pero debido a que la producción de fotones de Bremsstrahlung en el agua es ínfima (ver demostración 1.8) no hay diferencias significativas en los resultados de ambos programas.

1.7 Comparar el Kerma y Dosis hallados utilizando el programa Alternativo

Como fue mencionado en el Fundamento Teórico, para que se cumpla la ecuación 1.18 del capítulo I: $D = K_c$ debe de haber equilibrio de partículas cargadas CPE (ver 1.2.2 del fundamento teórico). Para nuestro caso la ecuación 1.18 del capítulo I puede escribirse $D = K$ debido a que $K_c \approx K$ como ya ha sido explicado anteriormente.

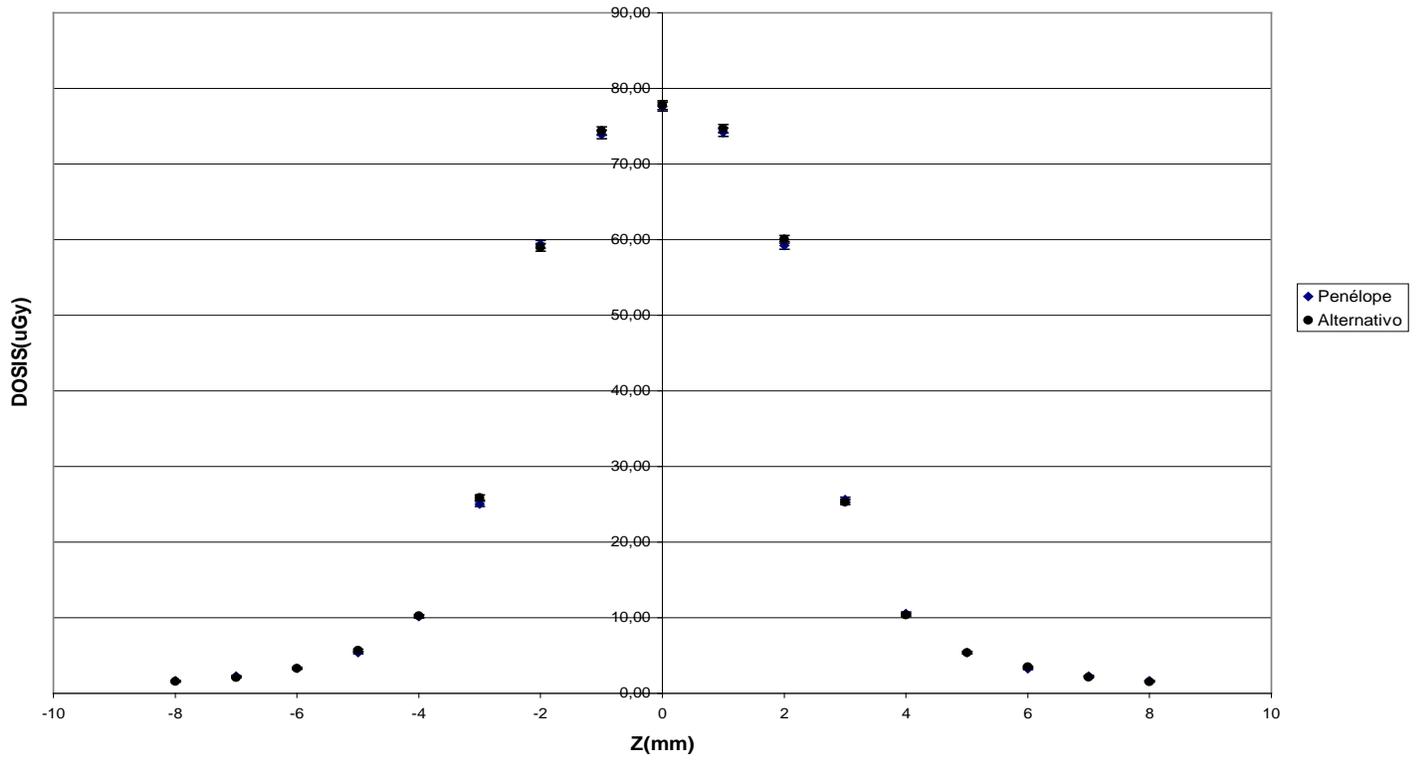
En 3.3 del fundamento teórico se mencionó las cuatro condiciones que deben cumplirse para que exista CPE para radiación indirectamente ionizante proveniente de fuentes externas. Estas condiciones se cumplen para el caso en que simulamos la fuente sin blindaje, puesto que no hay ninguna inhomogeneidad en el medio. Las condiciones se aplican a un volumen V que contiene el volumen de medición v (ver figura 1.2 del Fundamento Teórico) cuyas fronteras deben estar separadas por lo menos la distancia máxima de penetración de cualquier partícula cargada secundaria presente. En nuestro caso, el Ir emite fotones de hasta una energía del orden de los 0.8 MeV, los cuales al interactuar con el agua a través del efecto fotoeléctrico pueden otorgarle casi toda su energía al electrón generado, un electrón de 0.8 MeV tiene un CSDA rango del orden de 3mm; pero debido a que los fotones de alta energía del Ir no se producen con mucha frecuencia, y a que tienen poca probabilidad de interacción fotoeléctrica en el agua, el CPE no es alterado significativamente. Consecuentemente, para la fuente de Ir sin blindaje, en las zonas cercanas a la fuente menores a 3mm y en las zonas cercanas al límite del volumen de simulación ($R = 11, 12, 13$) debe producirse un “casi CPE”. En el volumen de simulación restante se produce CPE.

La comparación entre el Kerma y dosis simulados para la fuente de Ir sin considerar el blindaje ni la autoatenuación es presentada en las gráficas No 1.7.1, 1.7.2, 1.7.3, ..., 1.7.13. Como podemos ver en las gráficas, el Kerma y la dosis son prácticamente iguales en todo el espacio de simulación, lo que indica que en las zonas cercanas a la fuente menores a 3mm y en las zonas cercanas al límite del volumen de simulación ($R = 11, 12, 13$) hay un aparente CPE.

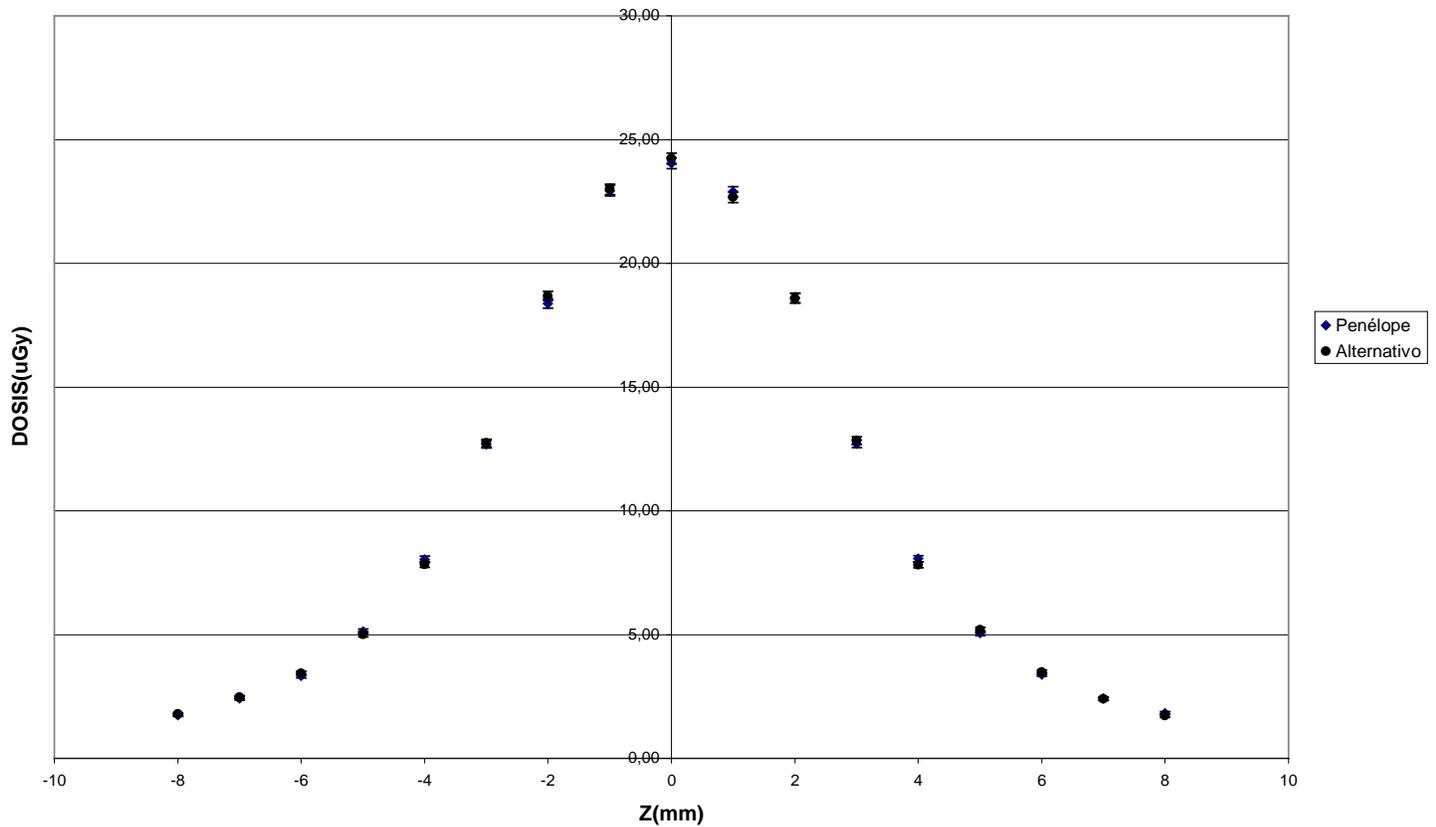
De lo anteriormente visto, podemos considerar, que los fotones de alta energía generados no llegan a distorsionar significativamente el CPE. En el caso en que incluimos el blindaje de la fuente, esto va a originar que los volúmenes V incluyan parte del material del blindaje y no se produzca CPE, debido a que ya no se cumplen las condiciones a y b mencionadas en 3.3 del fundamento teórico.

En las gráficas No 1.7.14, 1.7.15, ..., 1.7.26 se presenta la comparación entre Kerma y Dosis para una fuente simulada según las especificaciones dadas en 1.3 del capítulo

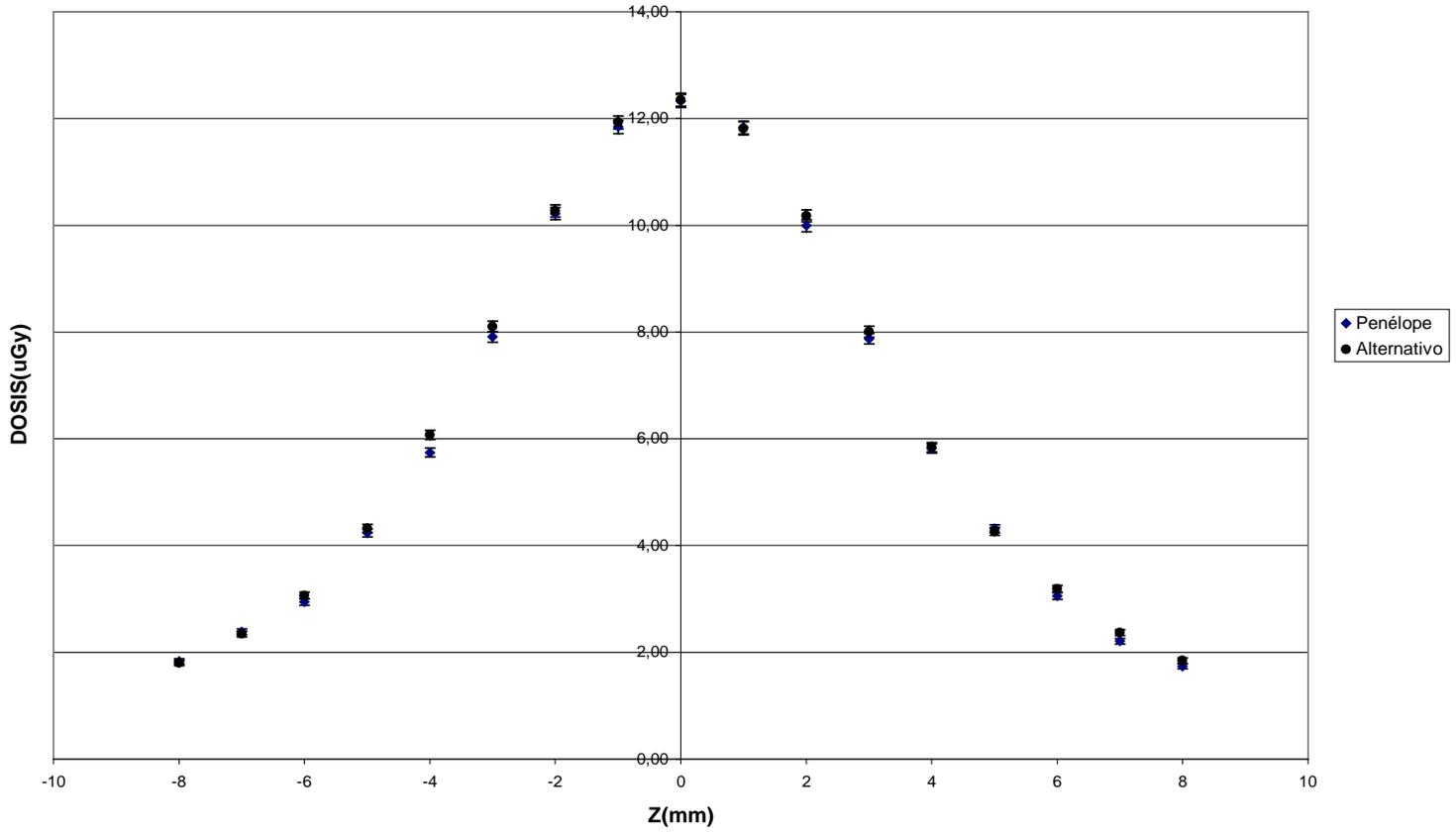
Comparación de la simulación de Dosis producida por el alambre de Ir entre el programa Alternativo y Penélope
GRAFICA 1.6.1
R=1



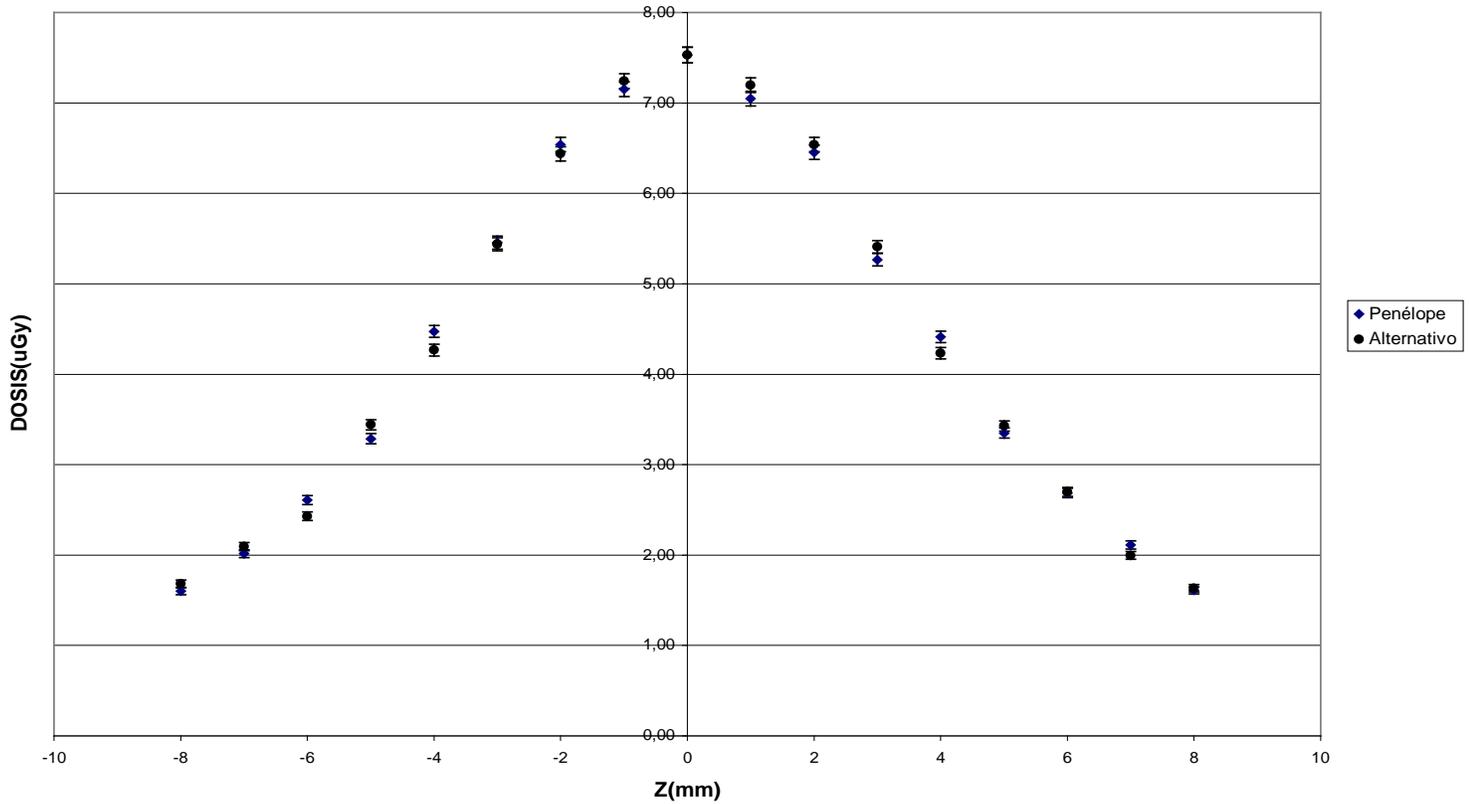
Comparación de la simulación de Dosis producida por el alambre de Ir entre el programa Alternativo y Penélope
GRAFICA 1.6.2
R=2



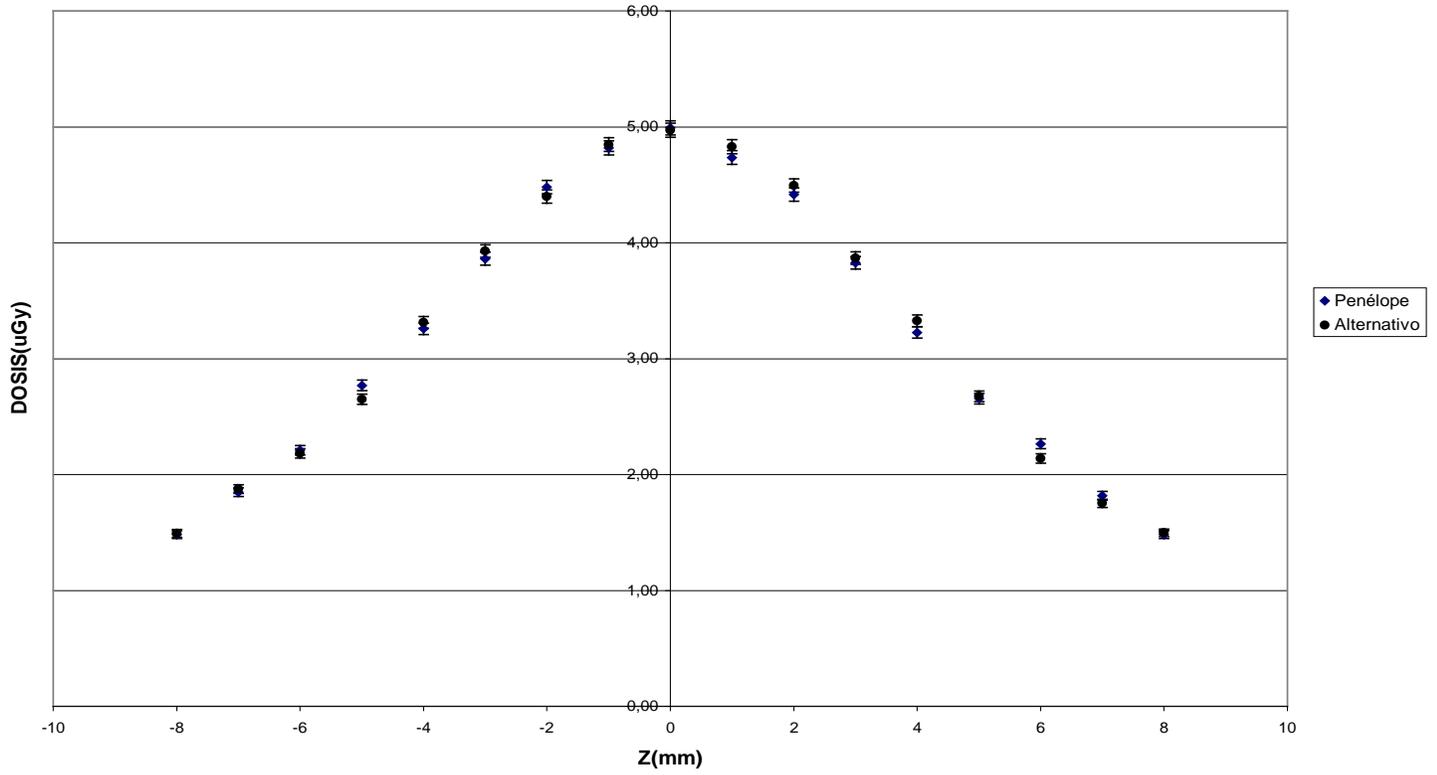
Comparación de la simulación de Dosis producida por el alambre de Ir entre el programa Alternativo y Penélope
GRAFICA 1.6.3
R=3



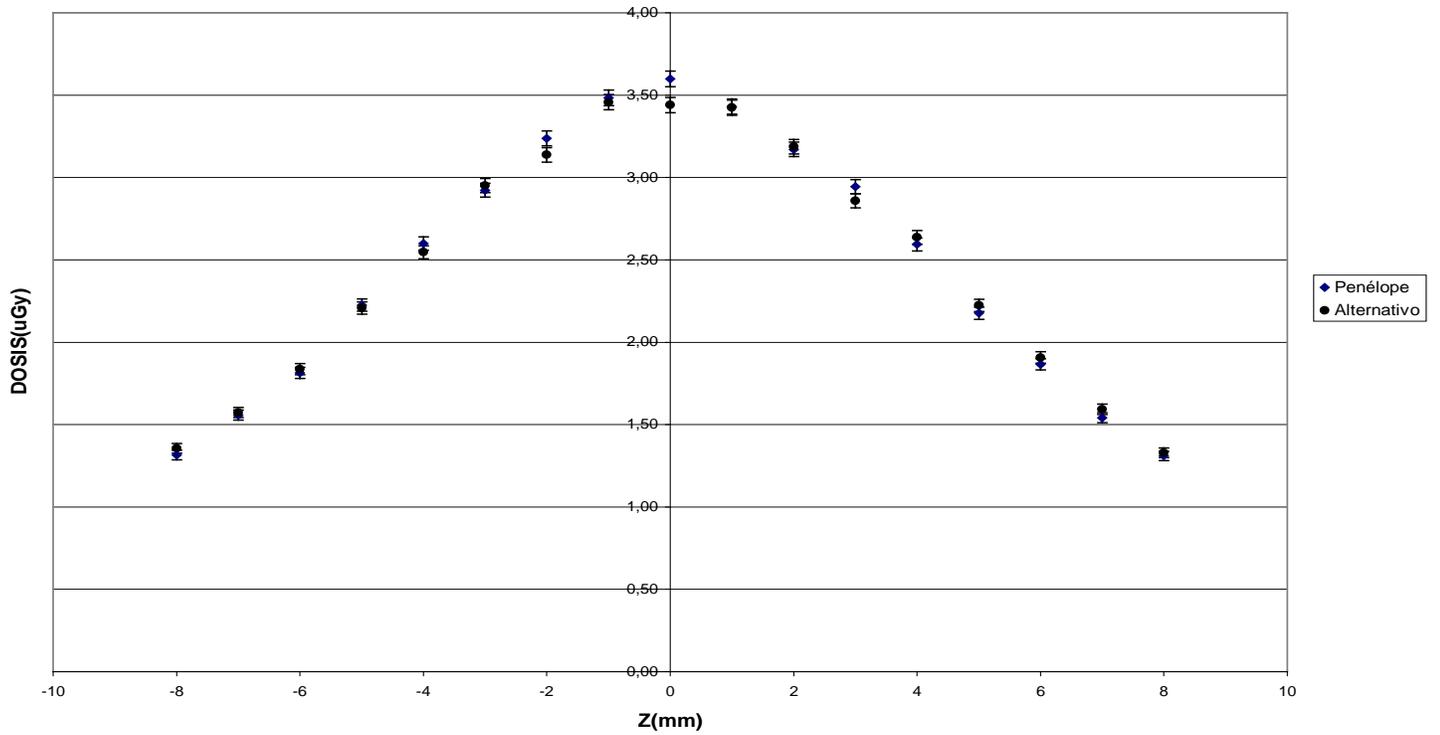
Comparación de la simulación de Dosis producida por el alambre de Ir entre el programa Alternativo y Penélope
GRAFICA 1.6.4
R=4



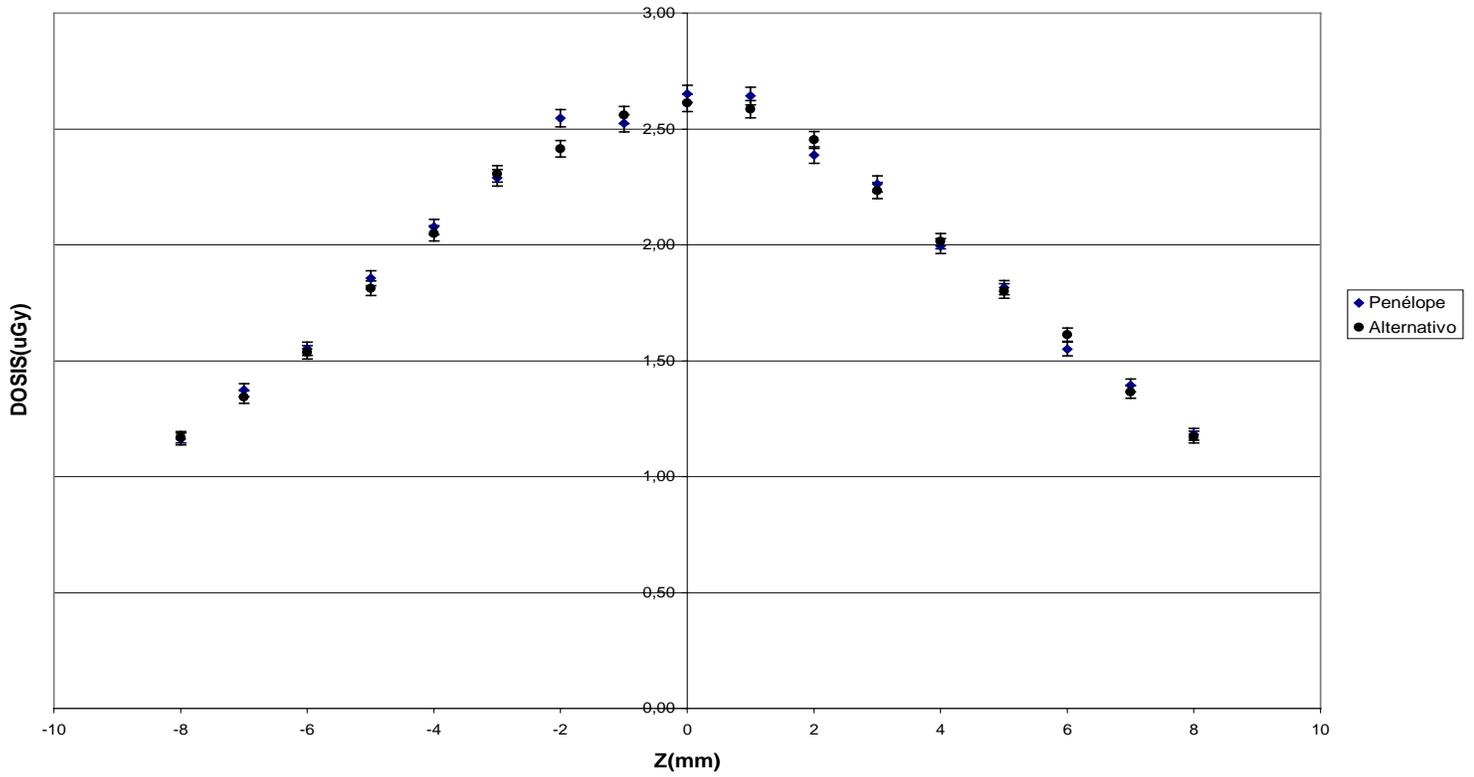
Comparación de la simulación de Dosis producida por el alambre de Ir entre el programa Alternativo y Penélope
GRAFICA 1.6.5
R=5



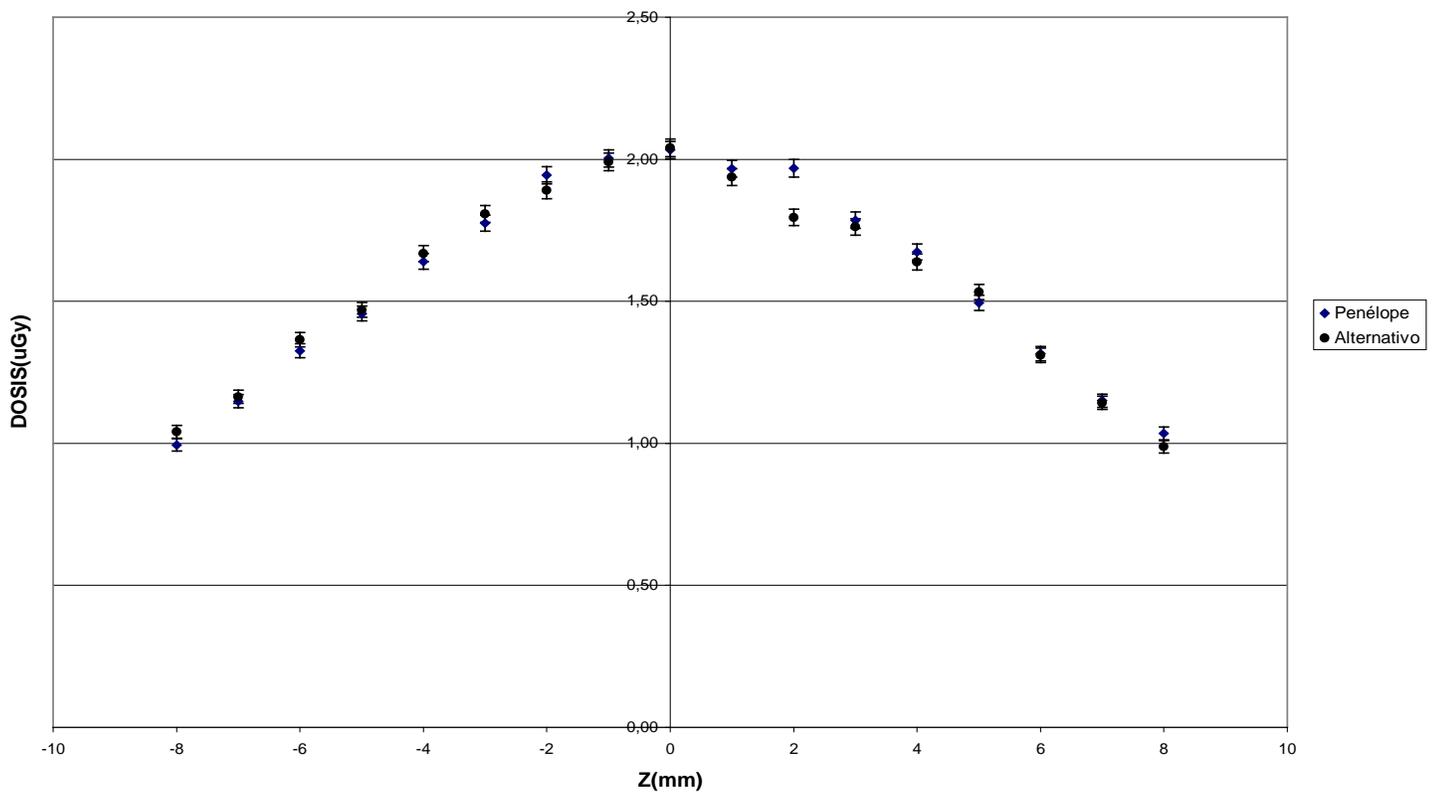
Comparación de la simulación de Dosis producida por el alambre de Ir entre el programa Alternativo y Penélope
GRAFICA 1.6.6
R=6



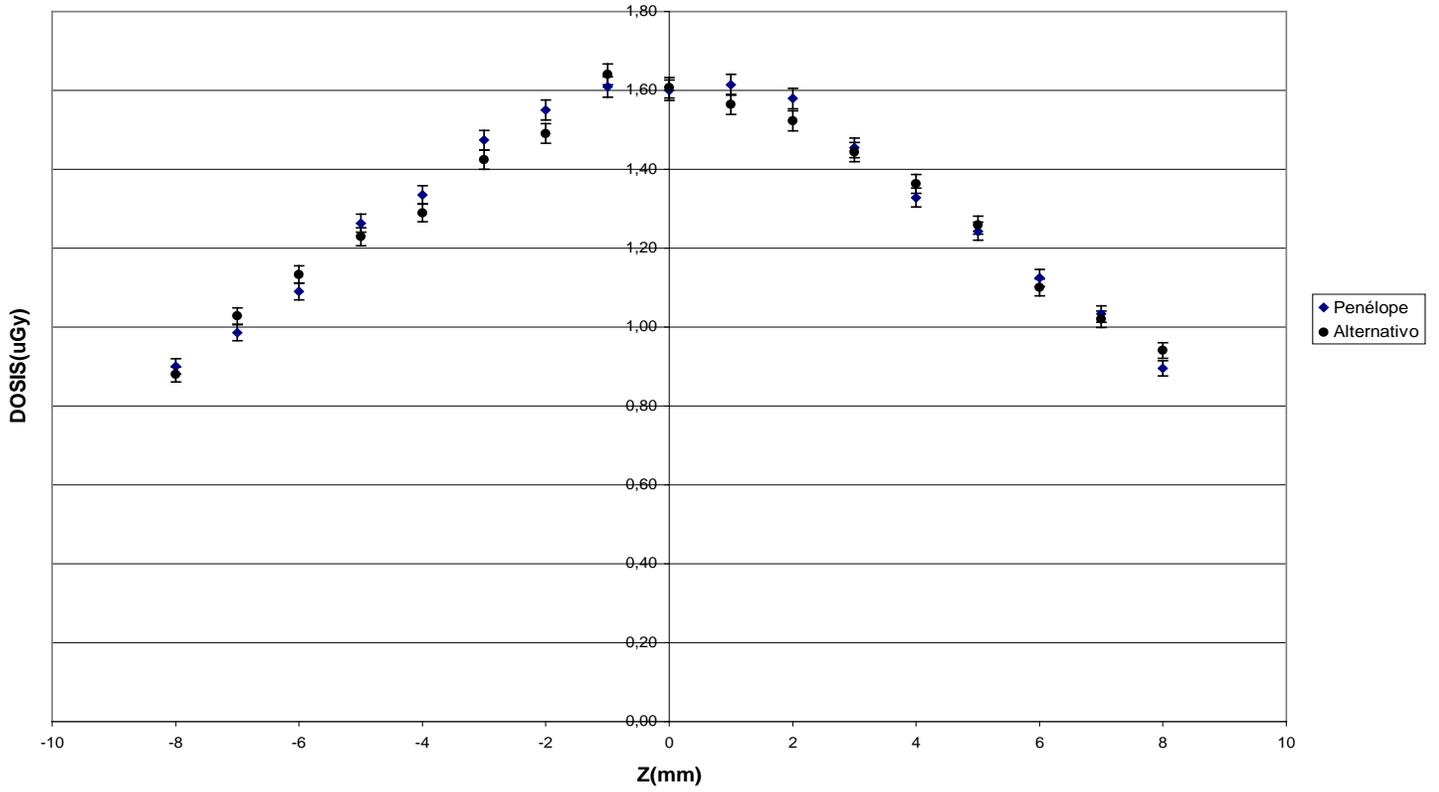
Comparación de la simulación de Dosis producida por el alambre de Ir entre el programa Alternativo y Penélope
GRAFICA 1.6.7
R=7



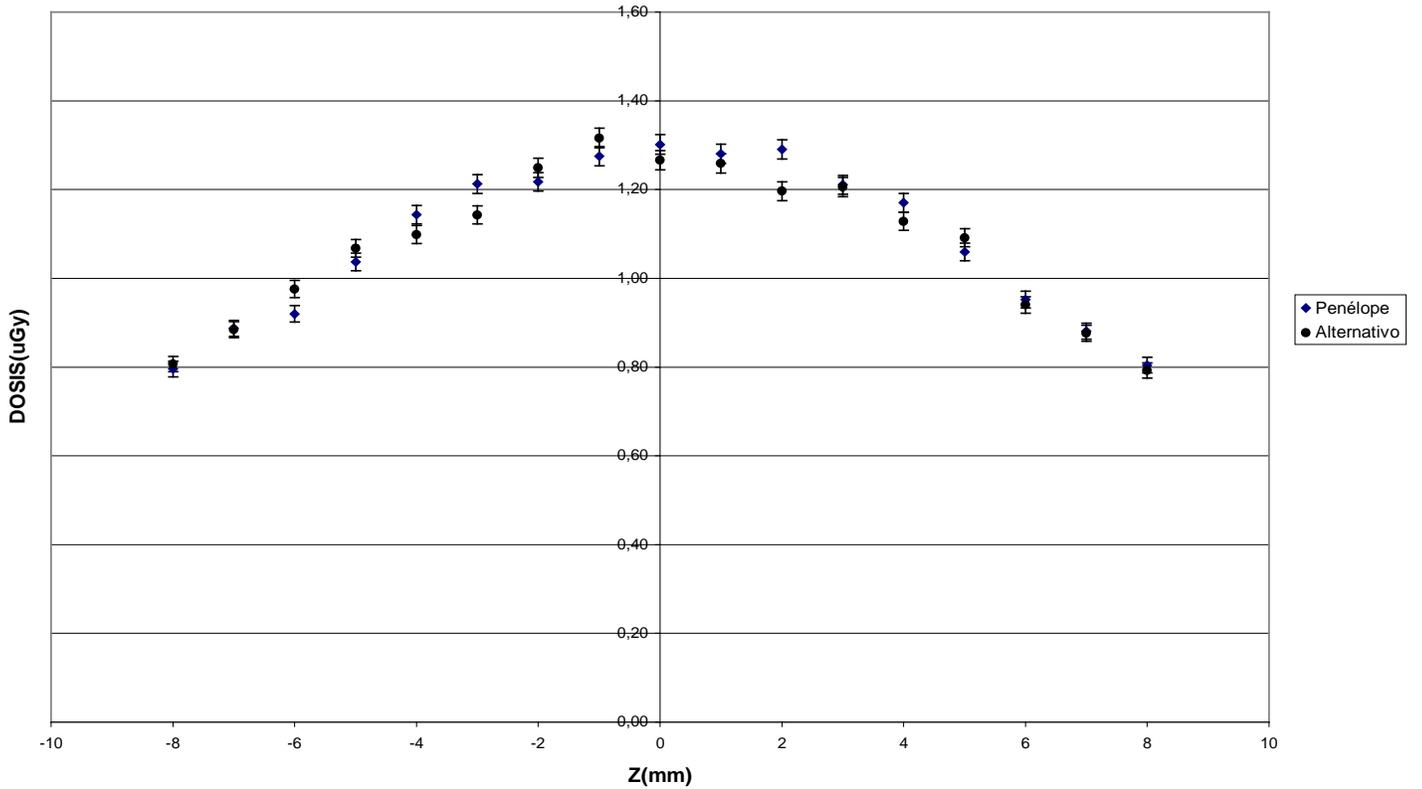
Comparación de la simulación de Dosis producida por el alambre de Ir entre el programa Alternativo y Penélope
GRAFICA 1.6.8
R=8



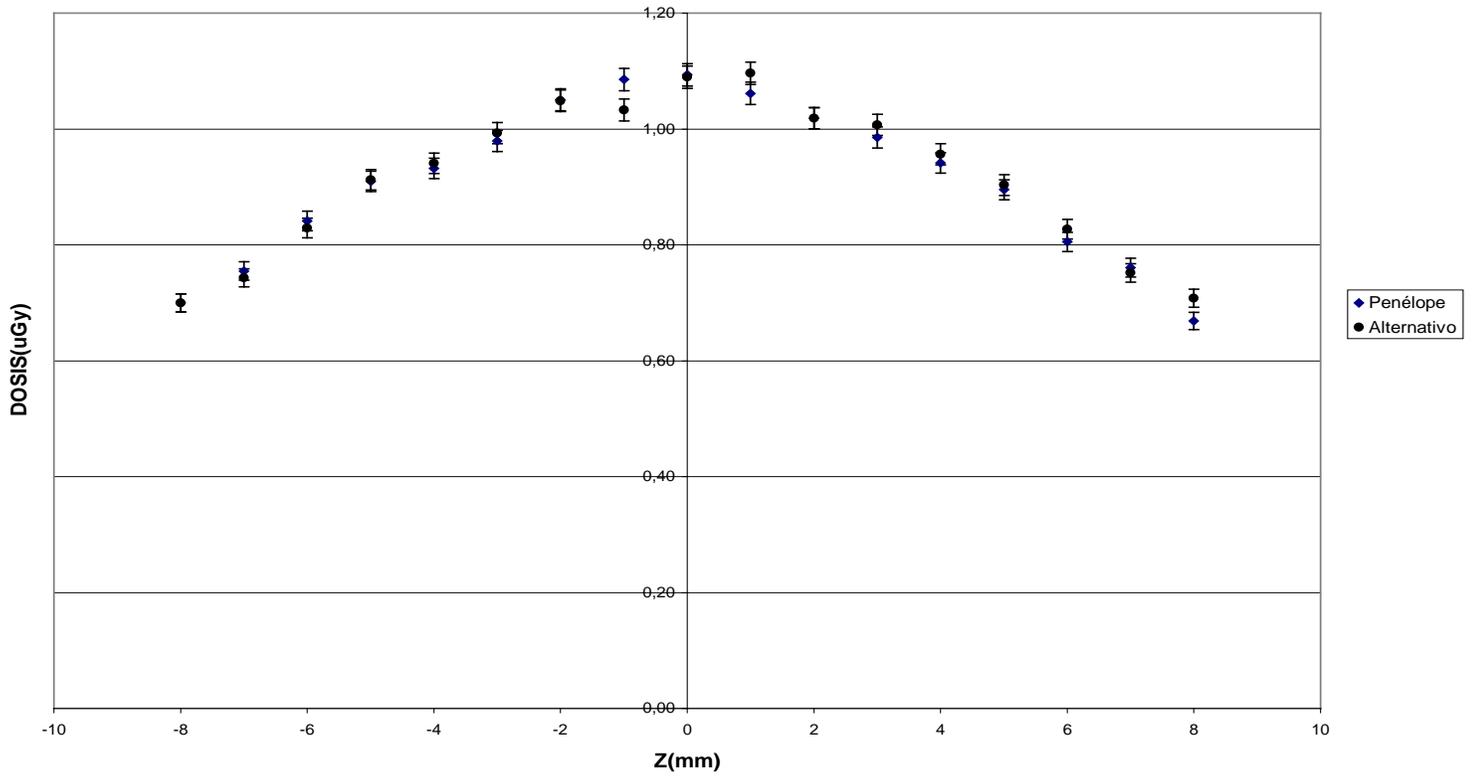
Comparación de la simulación de Dosis producida por el alambre de Ir entre el programa Alternativo y Penélope
GRAFICA 1.6.9
R=9



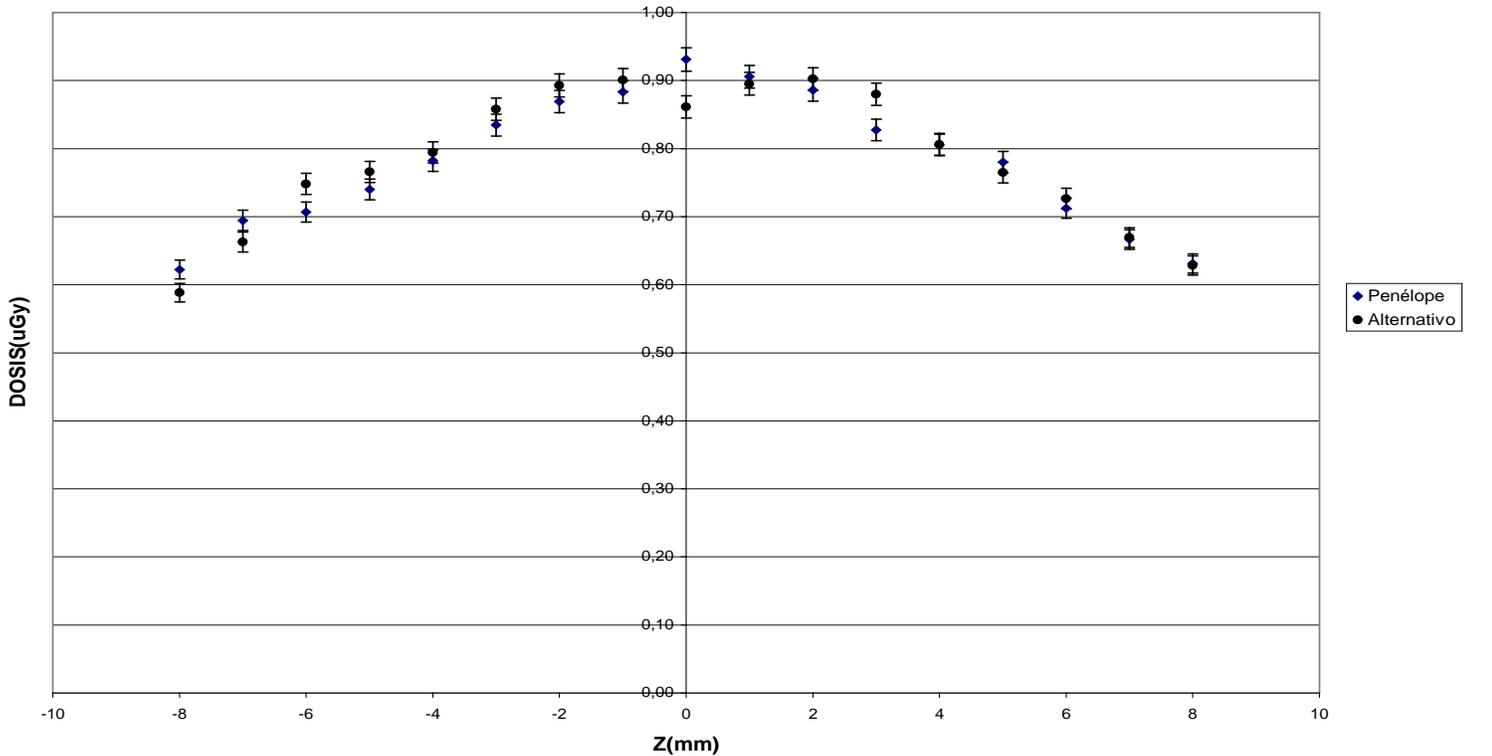
Comparación de la simulación de Dosis producida por el alambre de Ir entre el programa Alternativo y Penélope
GRAFICA 1.6.10
R=10



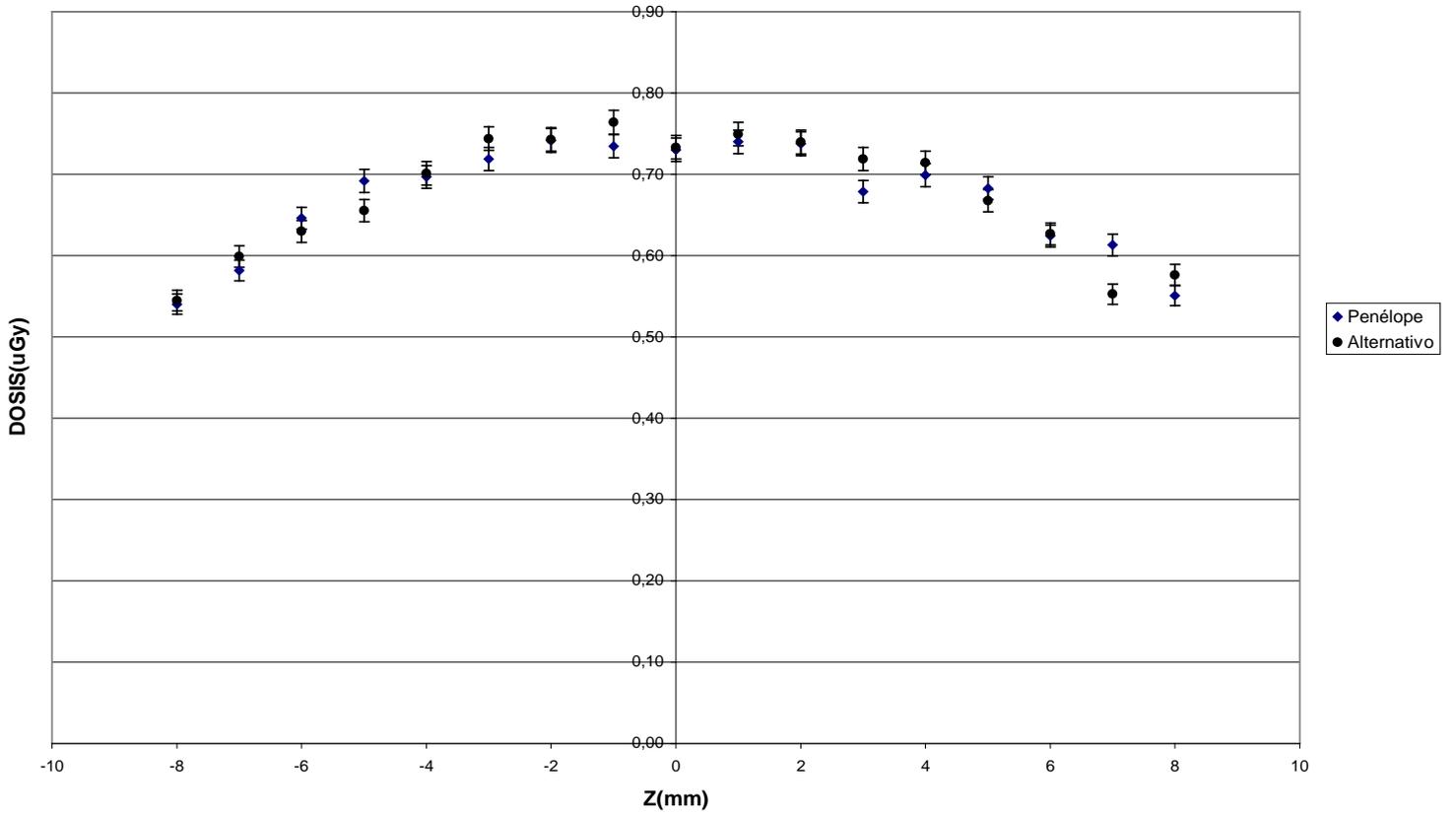
Comparación de la simulación de Dosis producida por el alambre de Ir entre el programa Alternativo y Penélope
GRAFICA 1.6.11
R=11



Comparación de la simulación de Dosis producida por el alambre de Ir entre el programa Alternativo y Penélope
GRAFICA 1.6.12
R=12



Comparación de la simulación de Dosis producida por el alambre de Ir entre el programa Alternativo y Penélope
GRAFICA 1.6.13
R=13



II. Como podemos ver, en las gráficas para $R = 1$ la dosis es mayor que el Kerma, esto es debido a que en las zonas cerca de la fuente el volumen V incluye material del blindaje e impide que se produzca CPE, como ha sido explicado en el párrafo anterior.

El efecto por el cual la dosis es mayor que el Kerma en las cercanías de la fuente es explicado en la figura 3, en donde podemos ver que dentro del volumen V que contiene a v , en las zonas cercanas a la fuente se incluye parte del blindaje, la probabilidad de interacción de los fotones por unidad de volumen del platino es mayor que en el agua, por lo cual se produce un mayor número de electrones en el Pt que en el agua; consecuentemente ingresa un mayor número de electrones a v que el que sale, produciendo éstos un aumento de dosis en las zonas cercanas a la fuente.

1.8 Simulación la dosis producida por los fotones de Bremsstrahlung utilizando el programa Penélope.

Esta simulación se realizó para verificar el cumplimiento de la aproximación $Kerma \approx Kerma$ de colisión hecha en 1.2 y 1.4.

Para realizar esta simulación se establecieron los valores de $C1=0.2$, $C2=0.2$, $W_{cc} = 0.01$ y $W_{cr} = -100^{20}$ en todos los materiales simulados.

Los resultados de la simulación están dados en la tabla 1.8. Como se puede ver en los resultados el porcentaje de dosis máximo debido a los fotones de Bremsstrahlung se produce en la posición $R = 2$, $Z = 6$ y representa el 0.34 % de la dosis recibida en ese elemento de volumen, lo cual es insignificante.

De los resultados de esta simulación se deduce que la producción de fotones de Bremsstrahlung es mínima, lo cual, hace válida la aproximación $Kerma \approx Kerma$ de colisión.

1.9 Simulación en el programa Penélope de la Dosis producida por los electrones del Iridio.

De las fórmulas 1.2 y 1.3 del capítulo II, podemos deducir que por cada 10 000 000 de fotones el Ir 192 emite aproximadamente 4 231 909 electrones de los cuales 3 808 718 tienen una energía mayor a 0.1 MeV. La energía máxima con que son emitidos los electrones del Ir 192 es de 0.62 MeV, para esta energía el CSDA rango de los electrones en el agua es de aproximadamente 2.27mm, lo cual indica que no se debe producir dosis a distancias de la fuente mayores a 2.27 mm.

El blindaje de la fuente va a disminuir el número de electrones que salen ingresan al agua y también su energía; debido a esto, la dosis producida por los electrones del Ir debe representar una mínima parte de la dosis producida por la fuente.

La Dosis producida por los electrones del Ir 192, por cada 10 millones de fotones simulados utilizando el programa Penélope, se puede ver en las gráficas No 1.9.1,1.9.2,...1.9.13.

Como se puede ver en las gráficas, para $R = 3,4,5,6,7,...,11$ se produce dosis debido a los electrones del Ir. Esto contradice lo expuesto anteriormente, debido a que estas distancias están por encima del rango de máxima energía de los electrones

Gráfico 1.7.1
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir 192 sin incluir su blindaje
R=1

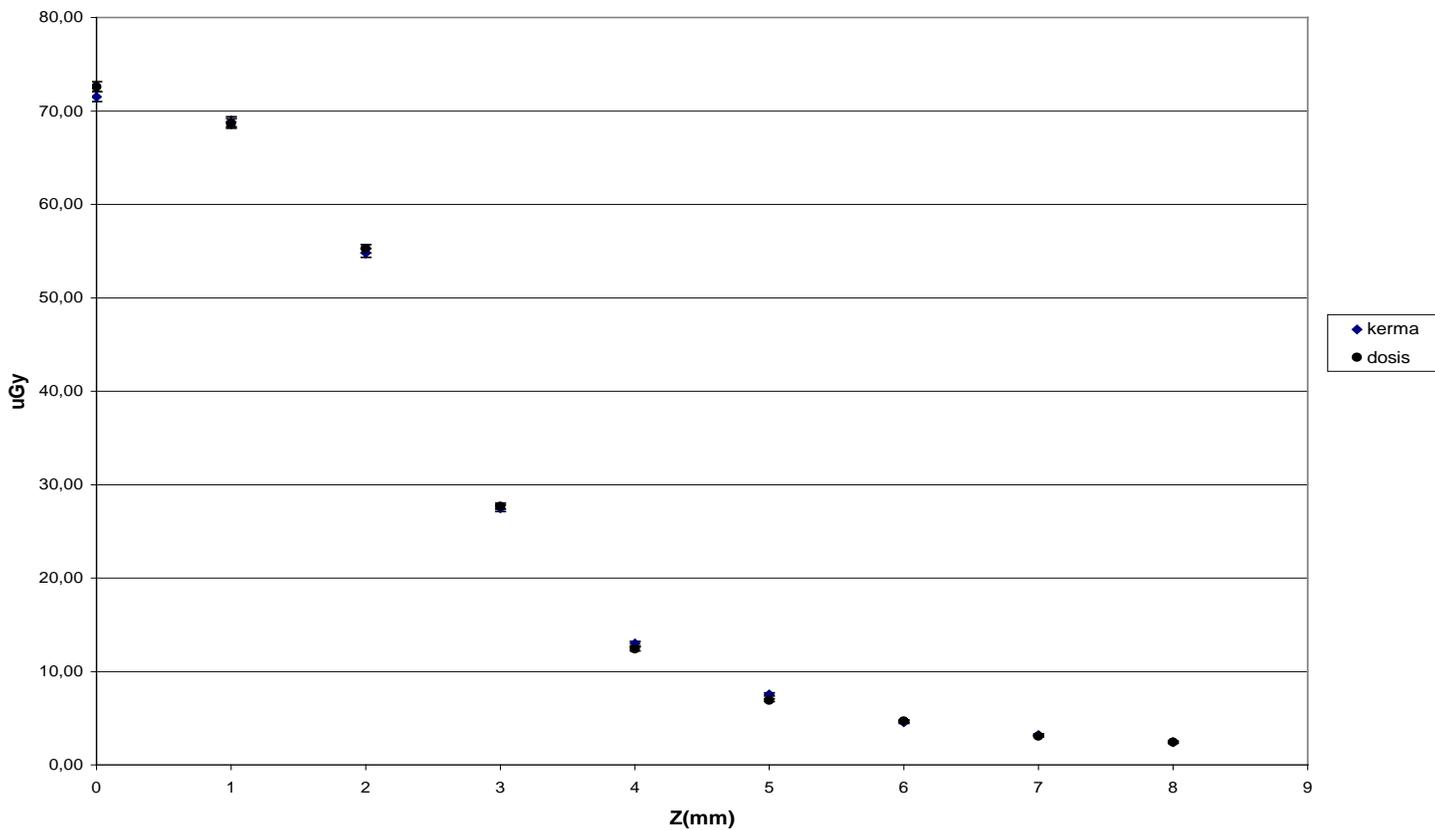


Gráfico 1.7.2
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir 192 sin incluir su blindaje
R=2

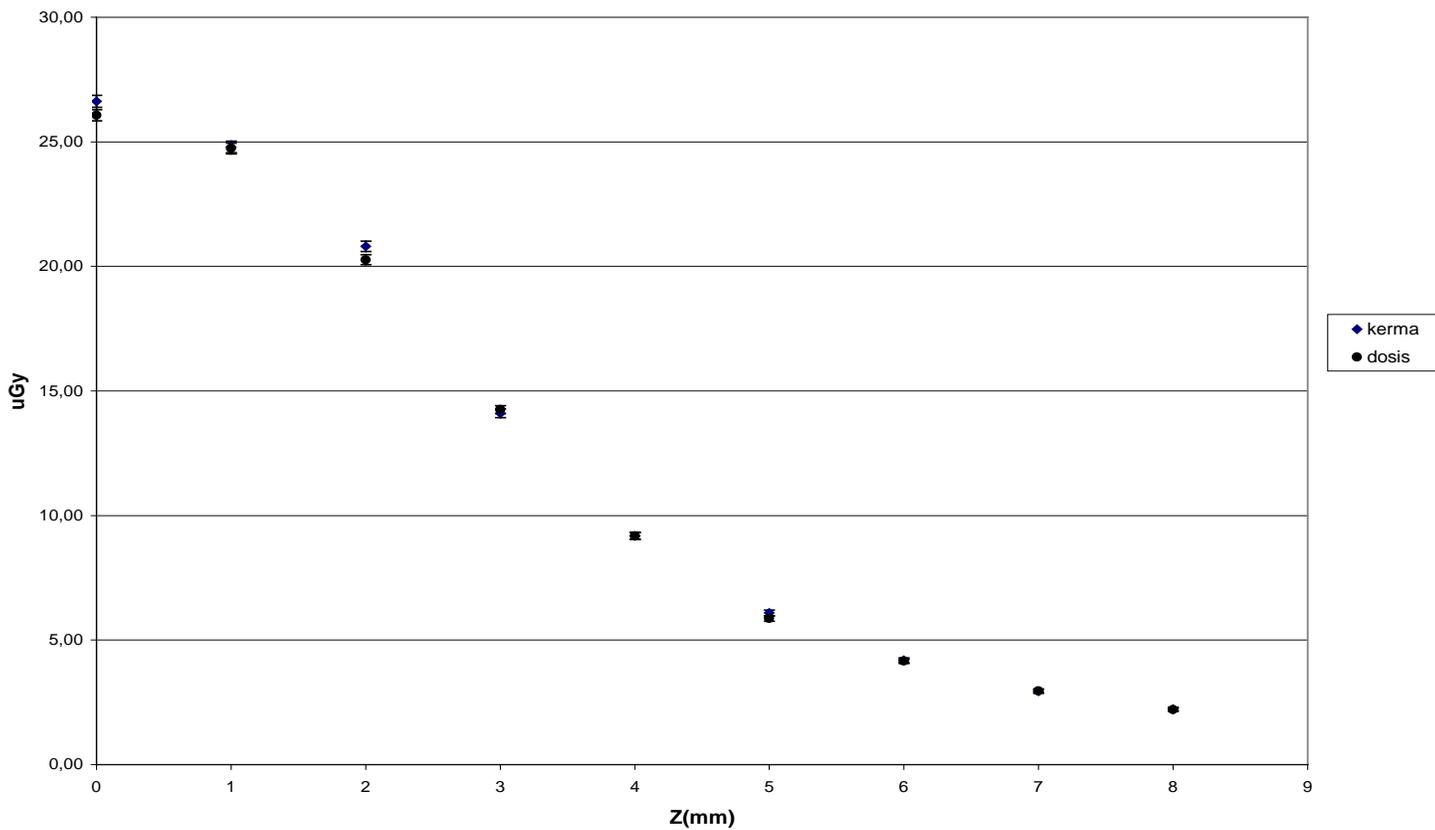


Gráfico 1.7.3
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir 192 sin incluir su blindaje
R=3

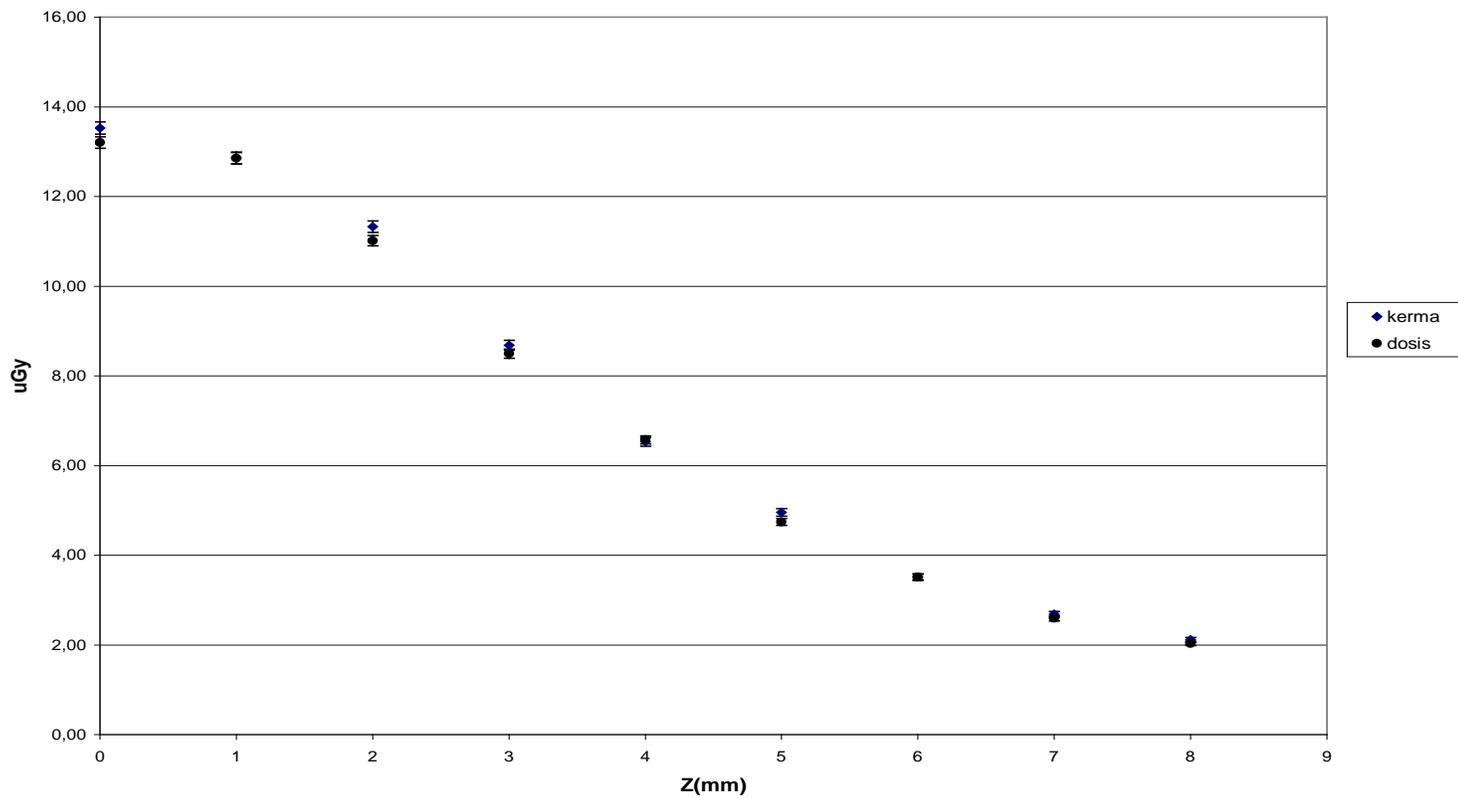


Gráfico 1.7.4
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir 192 sin incluir su blindaje
R=4

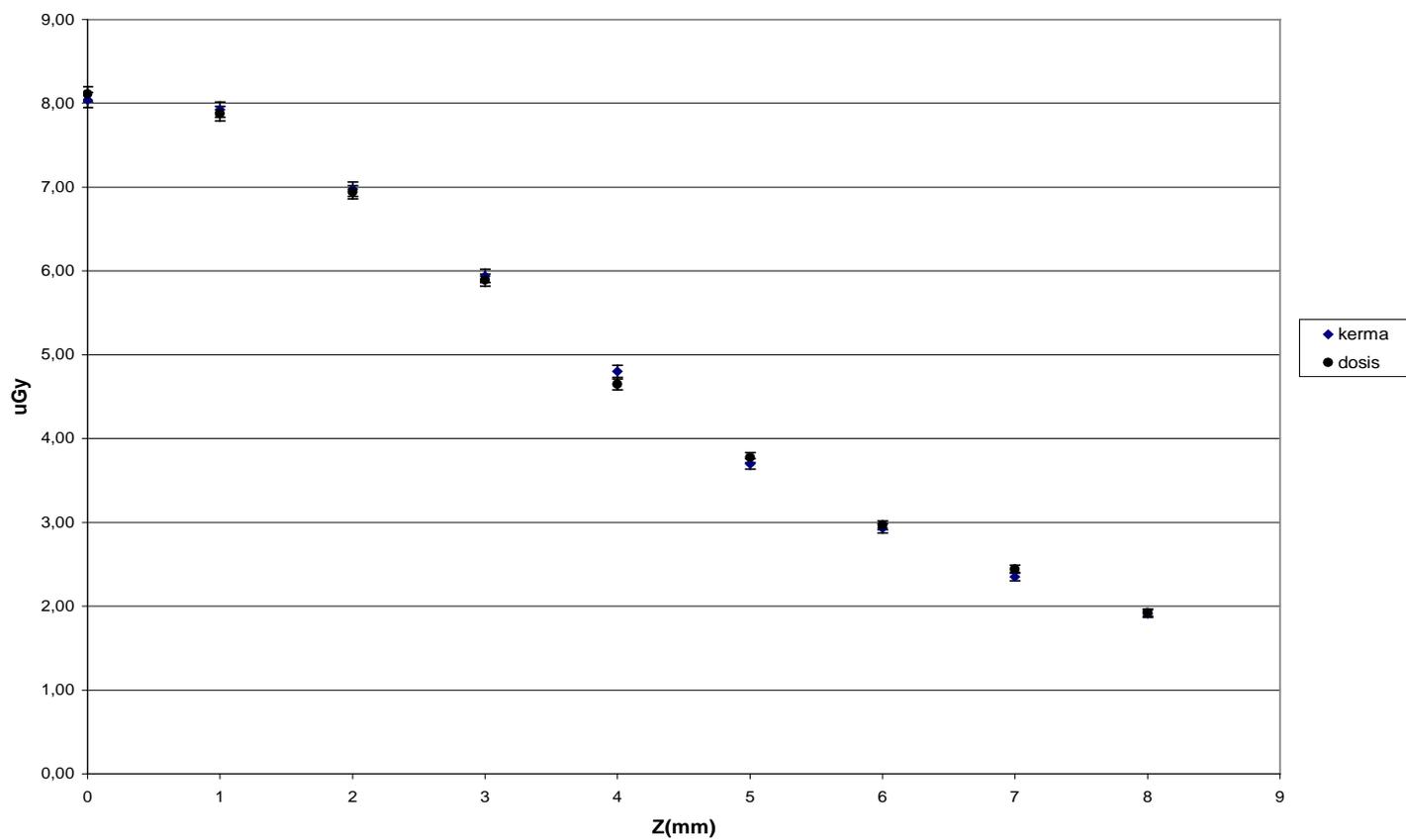


Gráfico 1.7.5
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir 192 sin incluir su blindaje
R=5

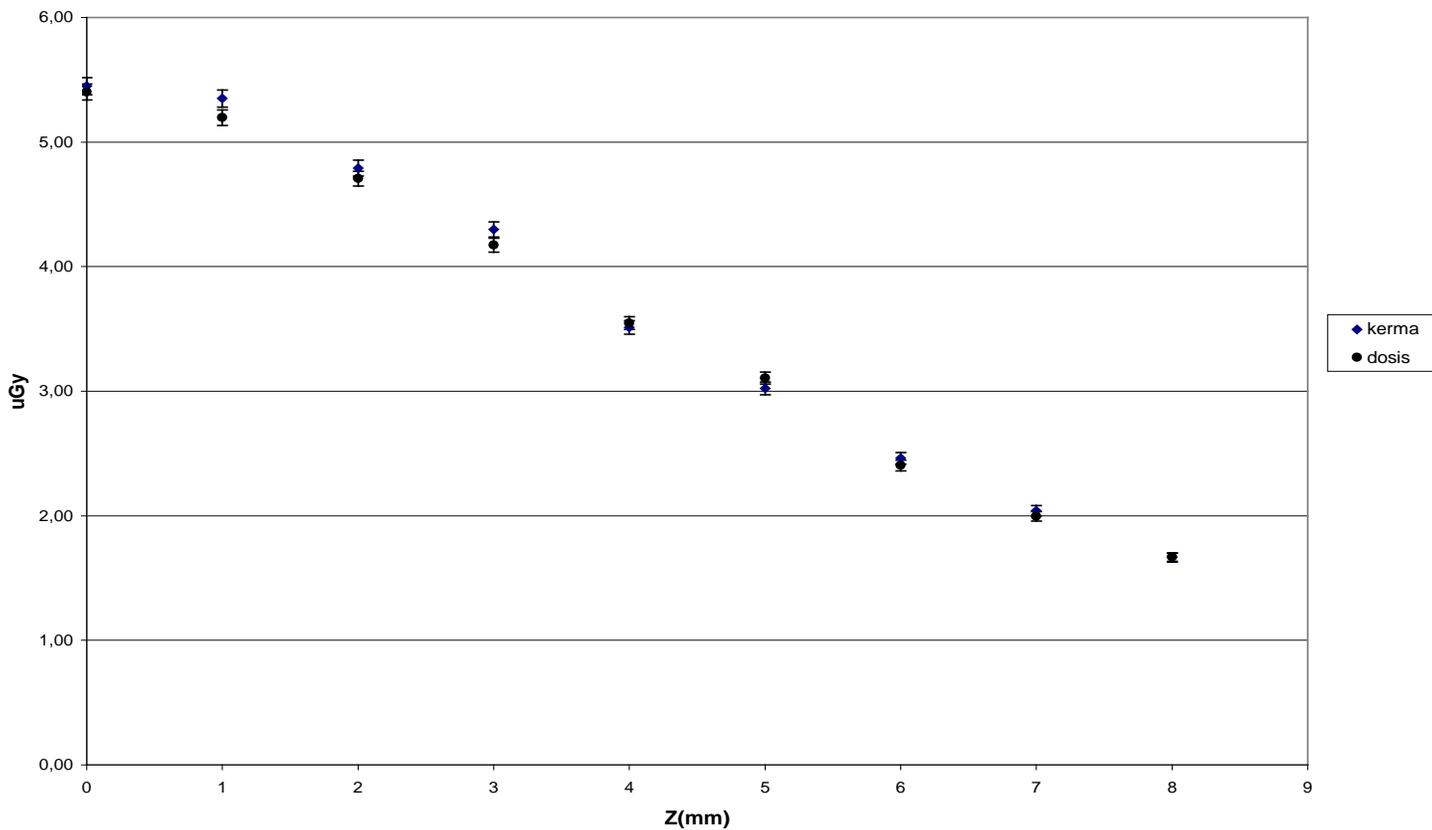


Gráfico 1.7.6
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir 192 sin incluir su blindaje
R=6

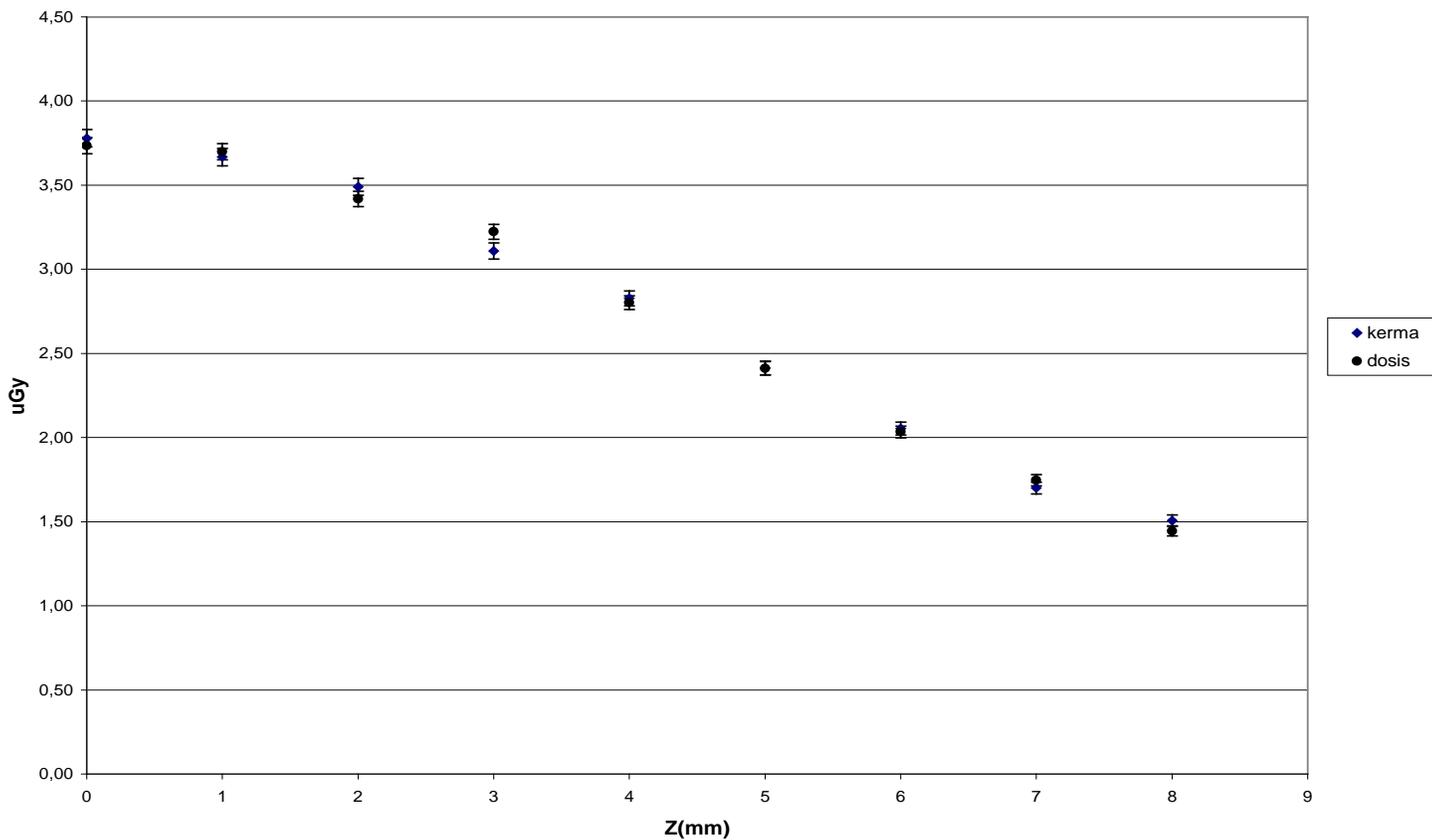


Gráfico 1.7.7
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir 192 sin incluir su blindaje
R=7

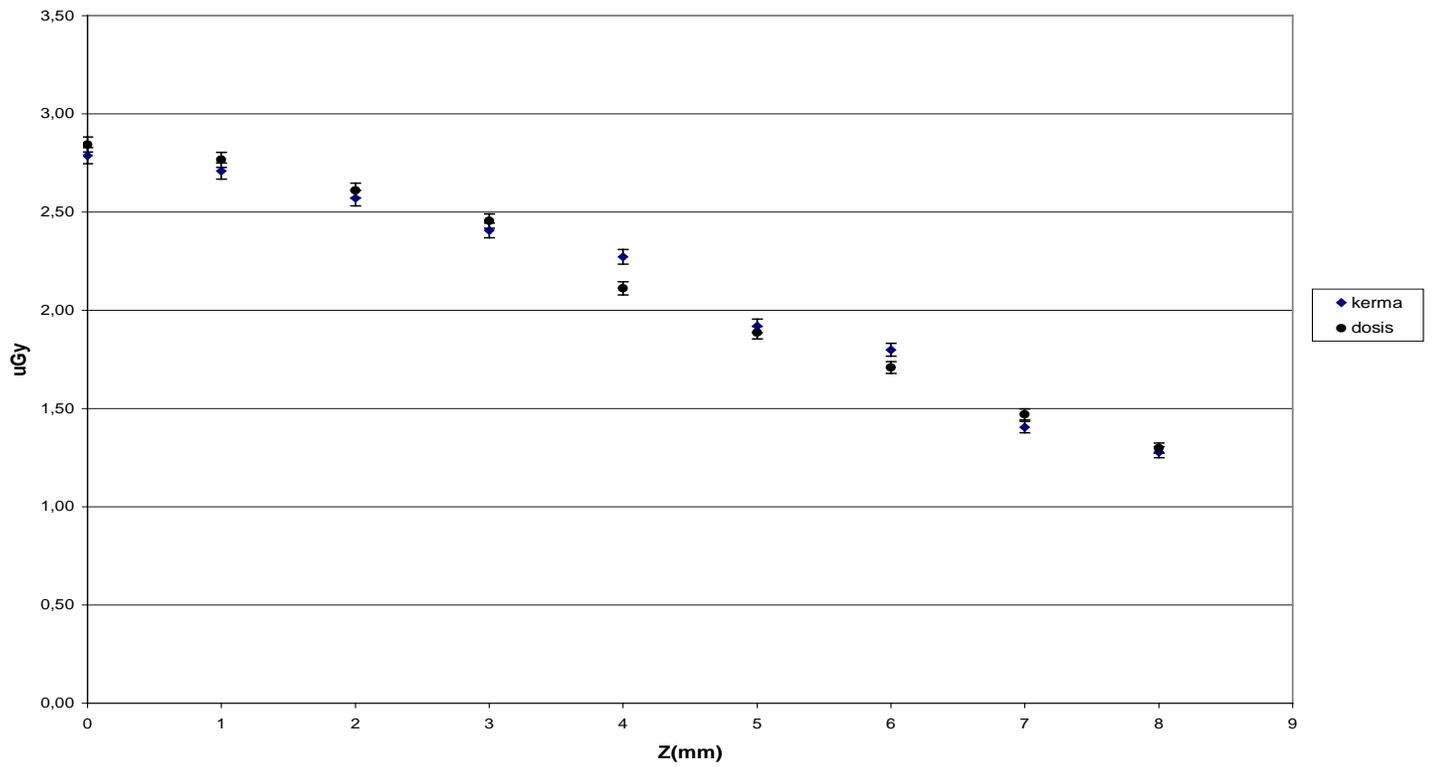


Gráfico 1.7.8
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir 192 sin incluir su blindaje
R=8

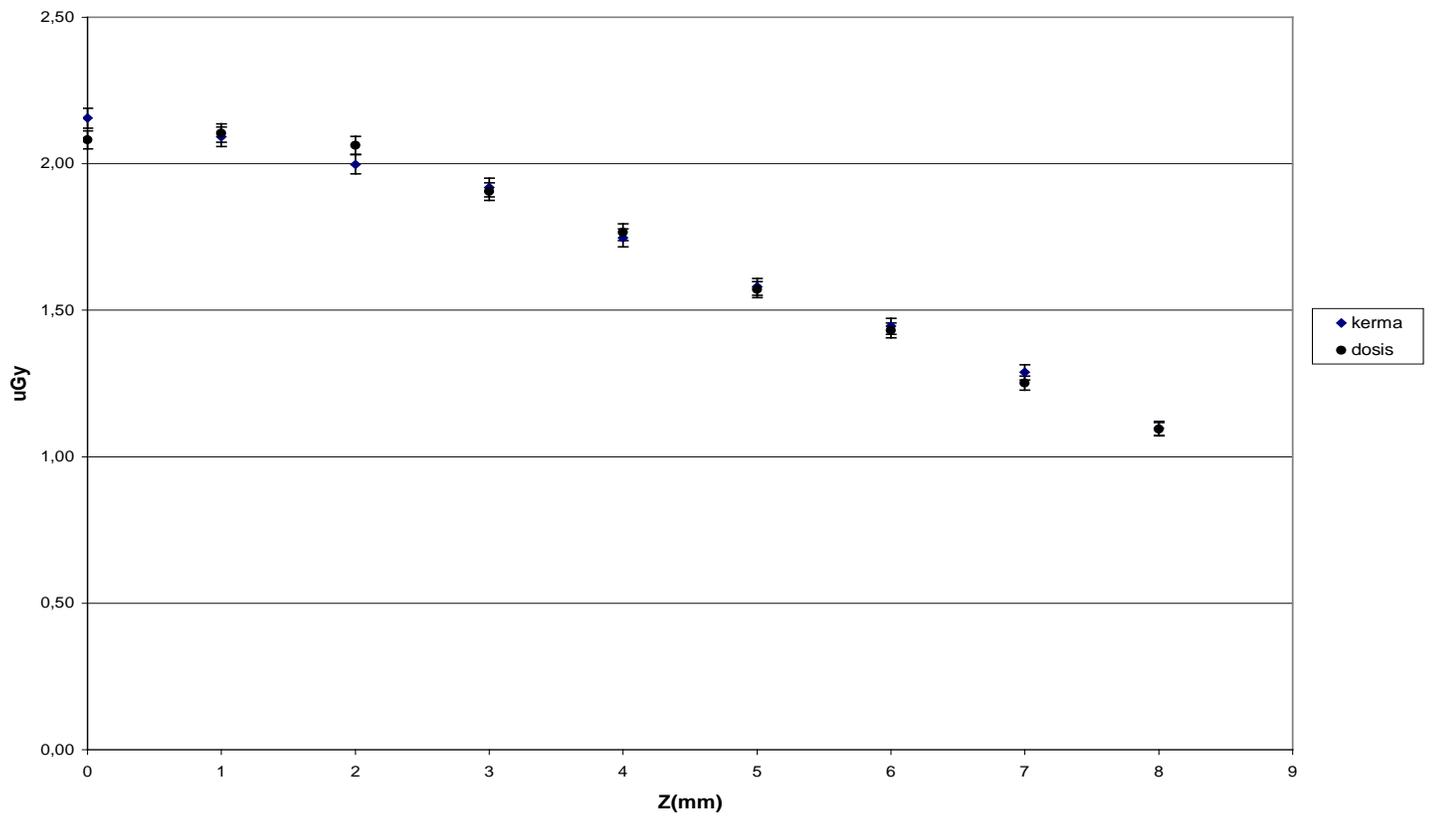


Gráfico 1.7.9
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir 192 sin incluir su blindaje
R=9

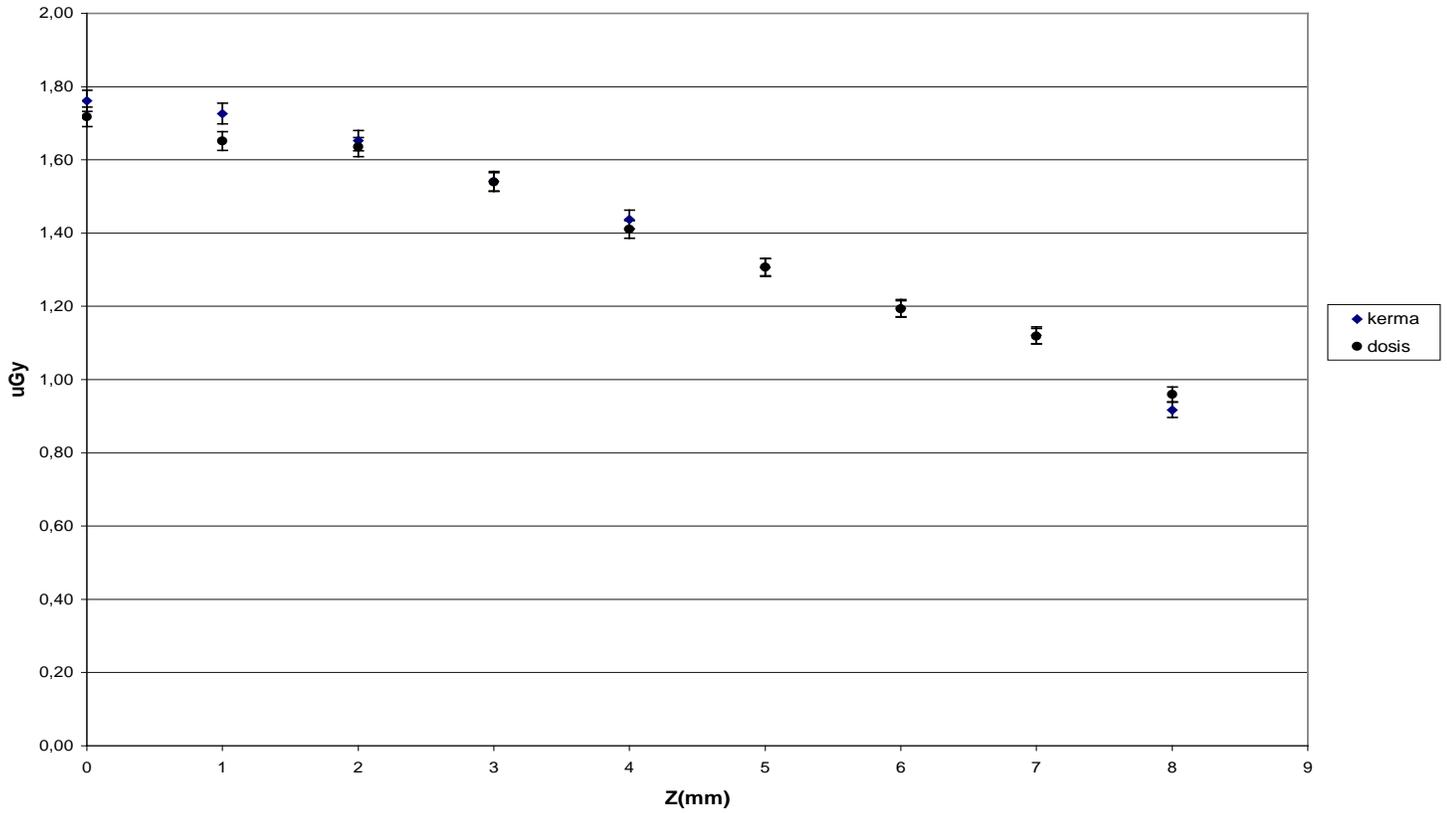


Gráfico 1.7.10
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir 192 sin incluir su blindaje
R=10

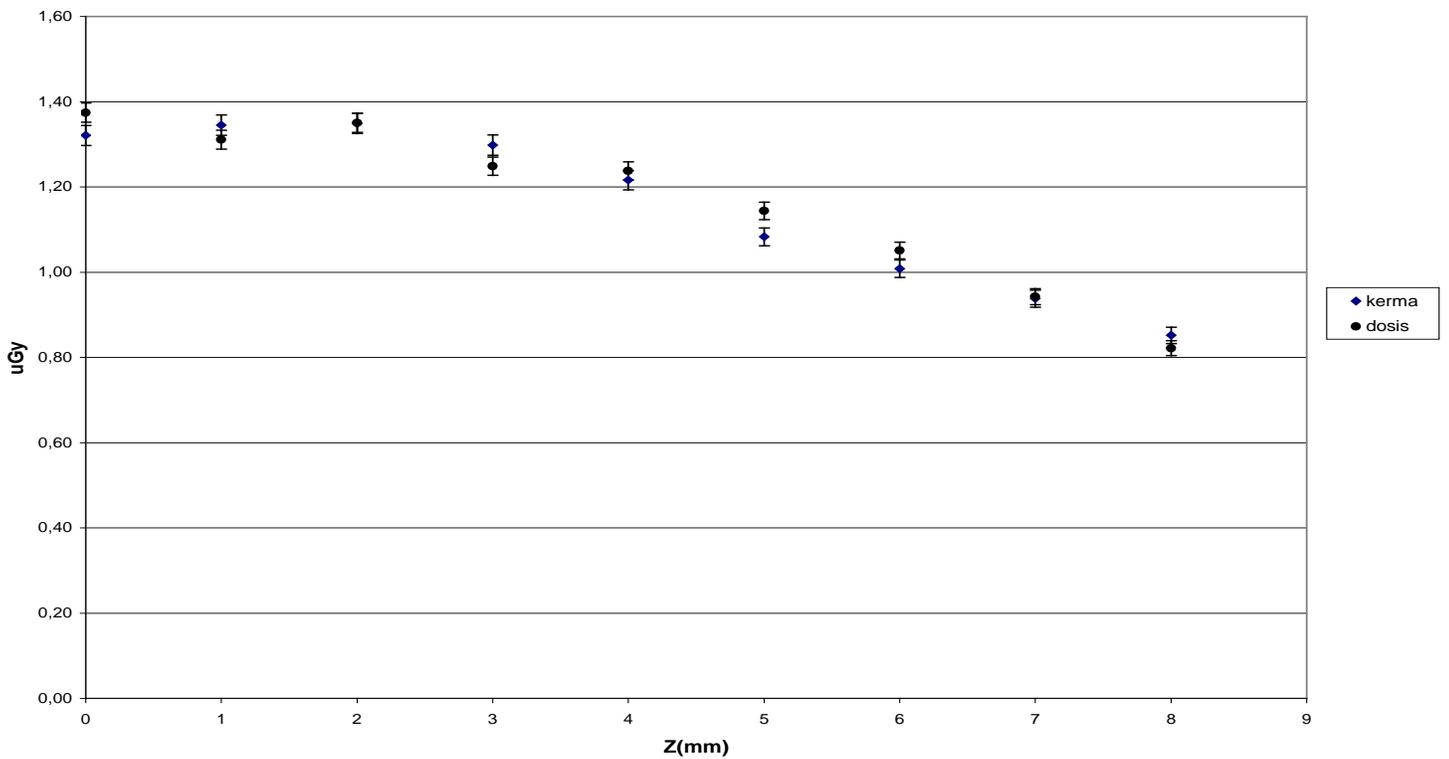


Gráfico 1.7.11
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir 192 sin incluir su blindaje
R=11

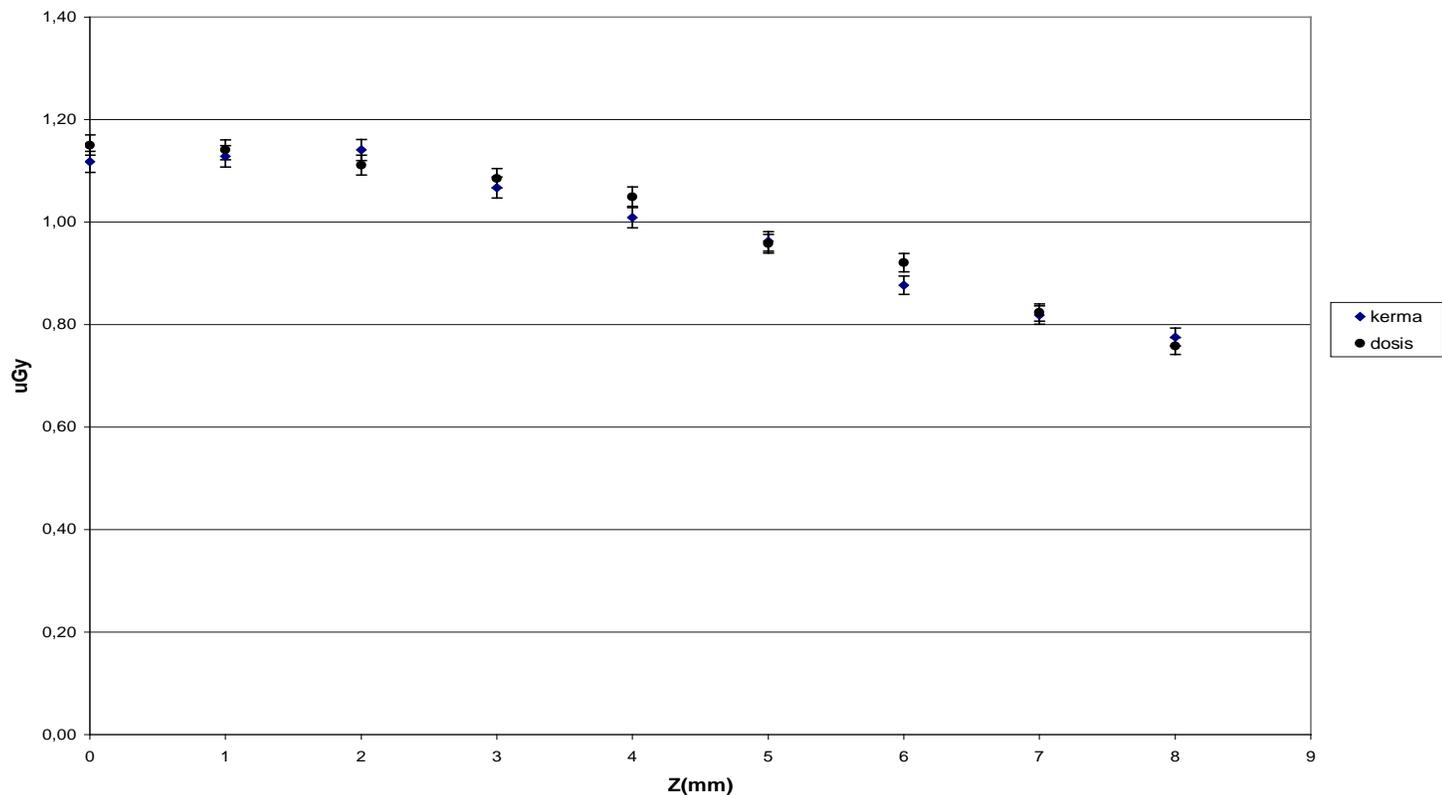


Gráfico 1.7.12
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir 192 sin incluir su blindaje
R=12

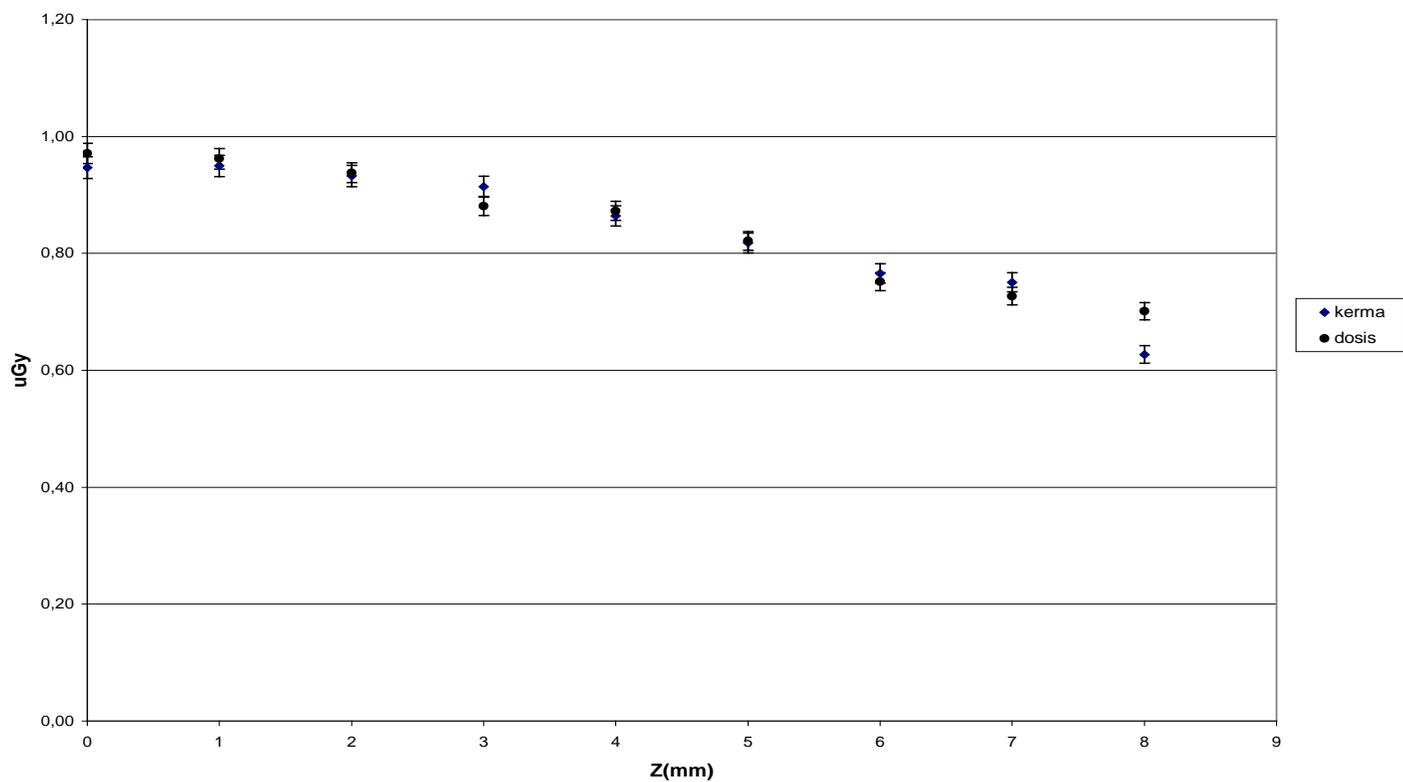
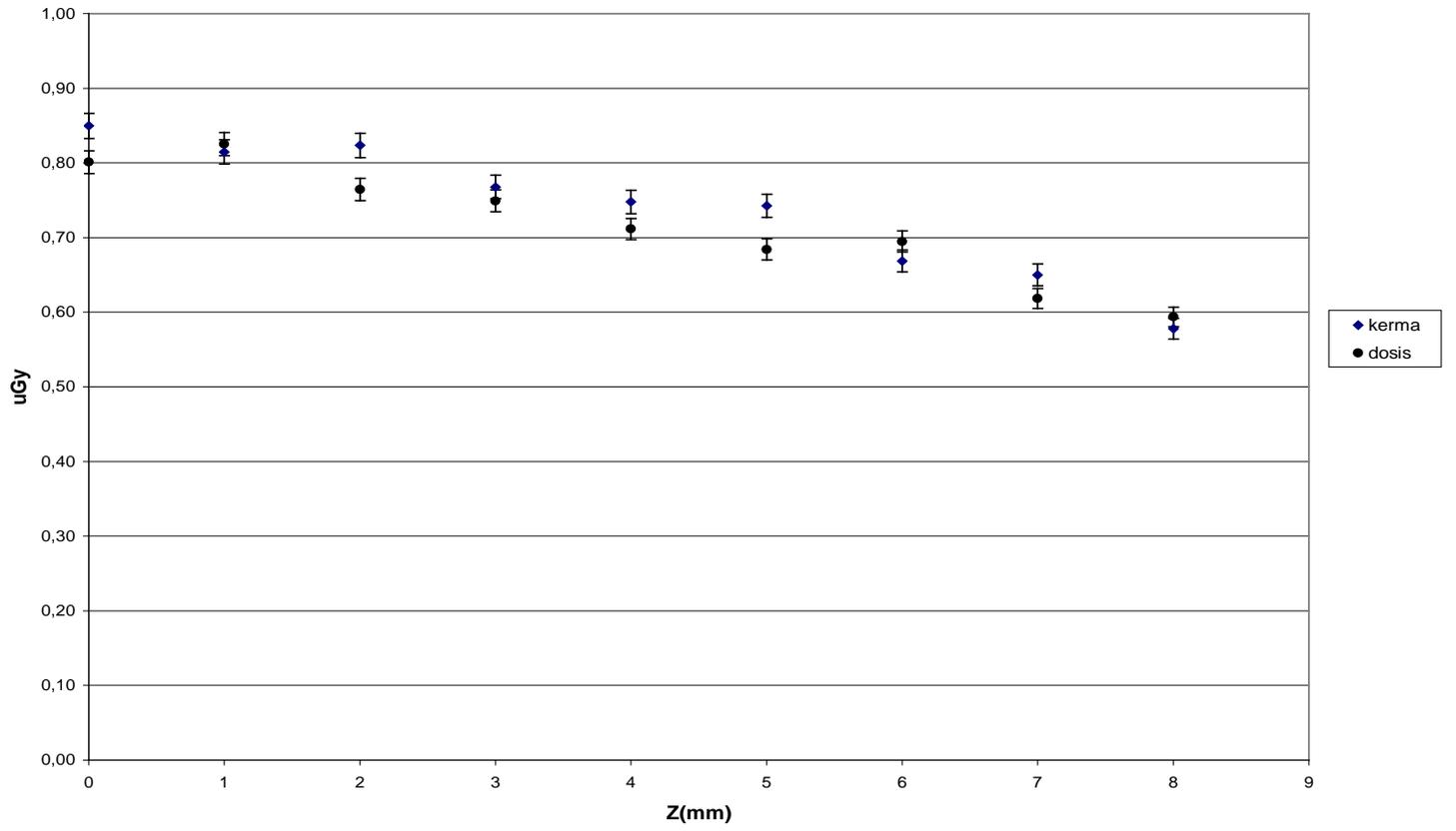
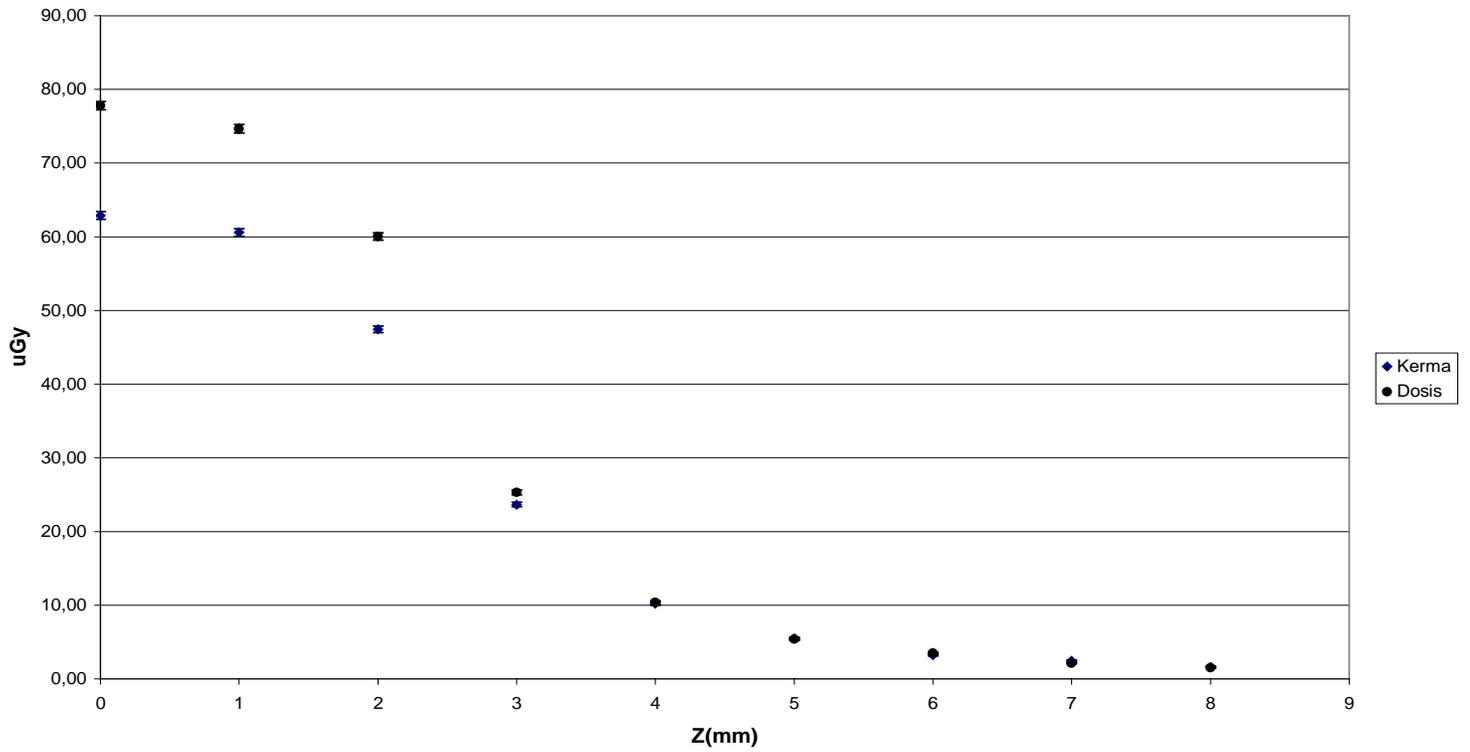


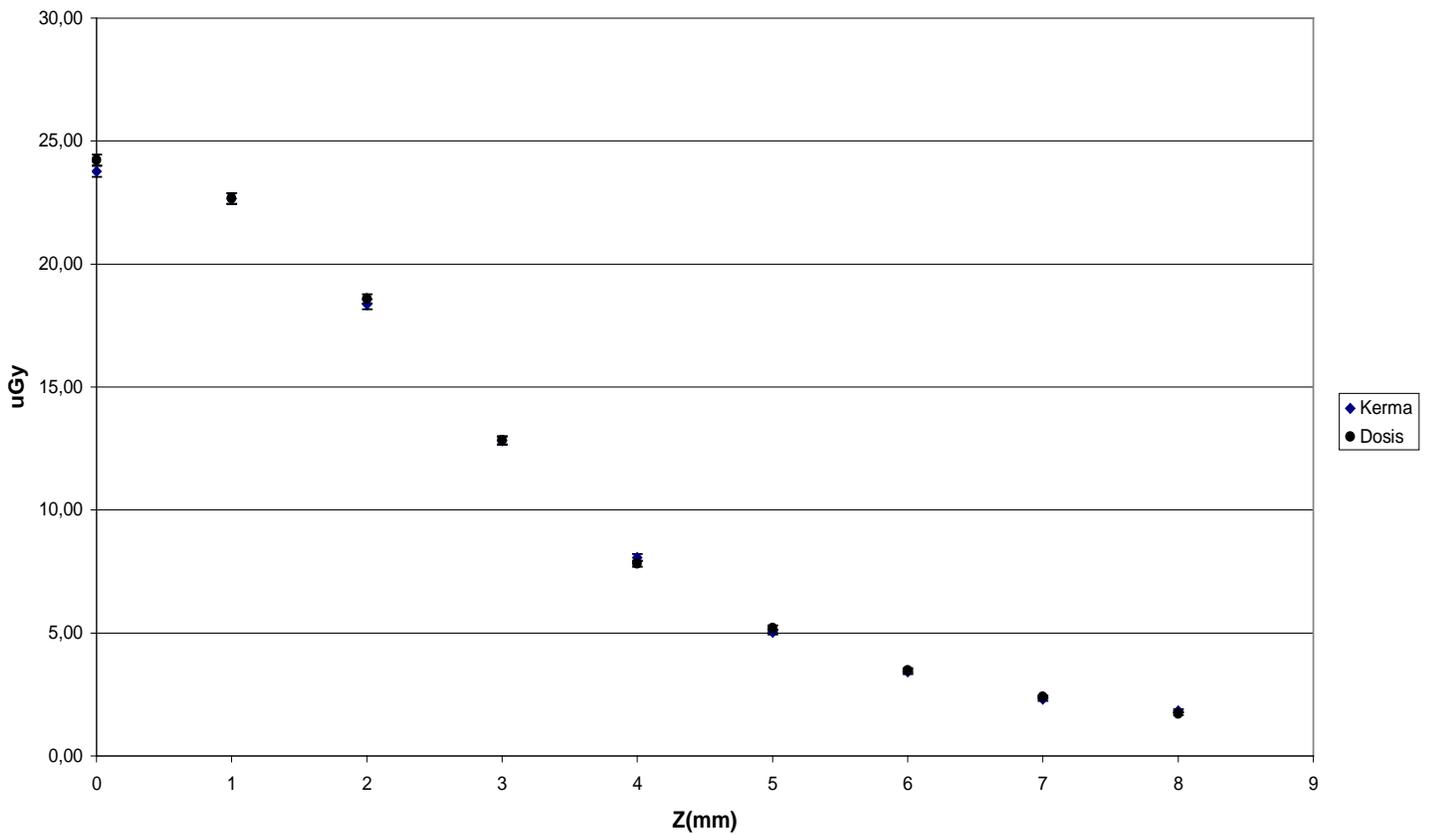
Gráfico 1.7.13
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir 192 sin incluir su blindaje
R=13



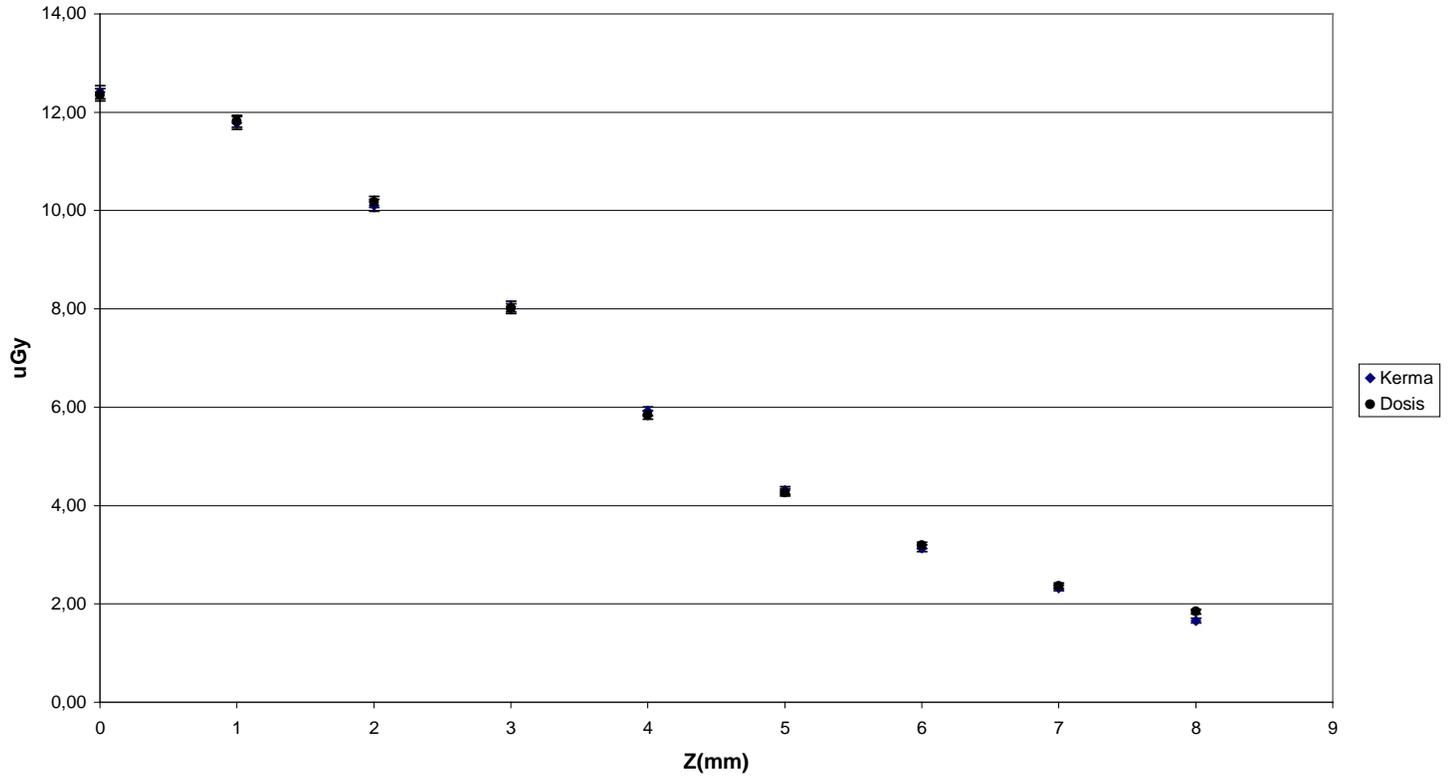
Gráfica 1.7.14
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir-192
R=1



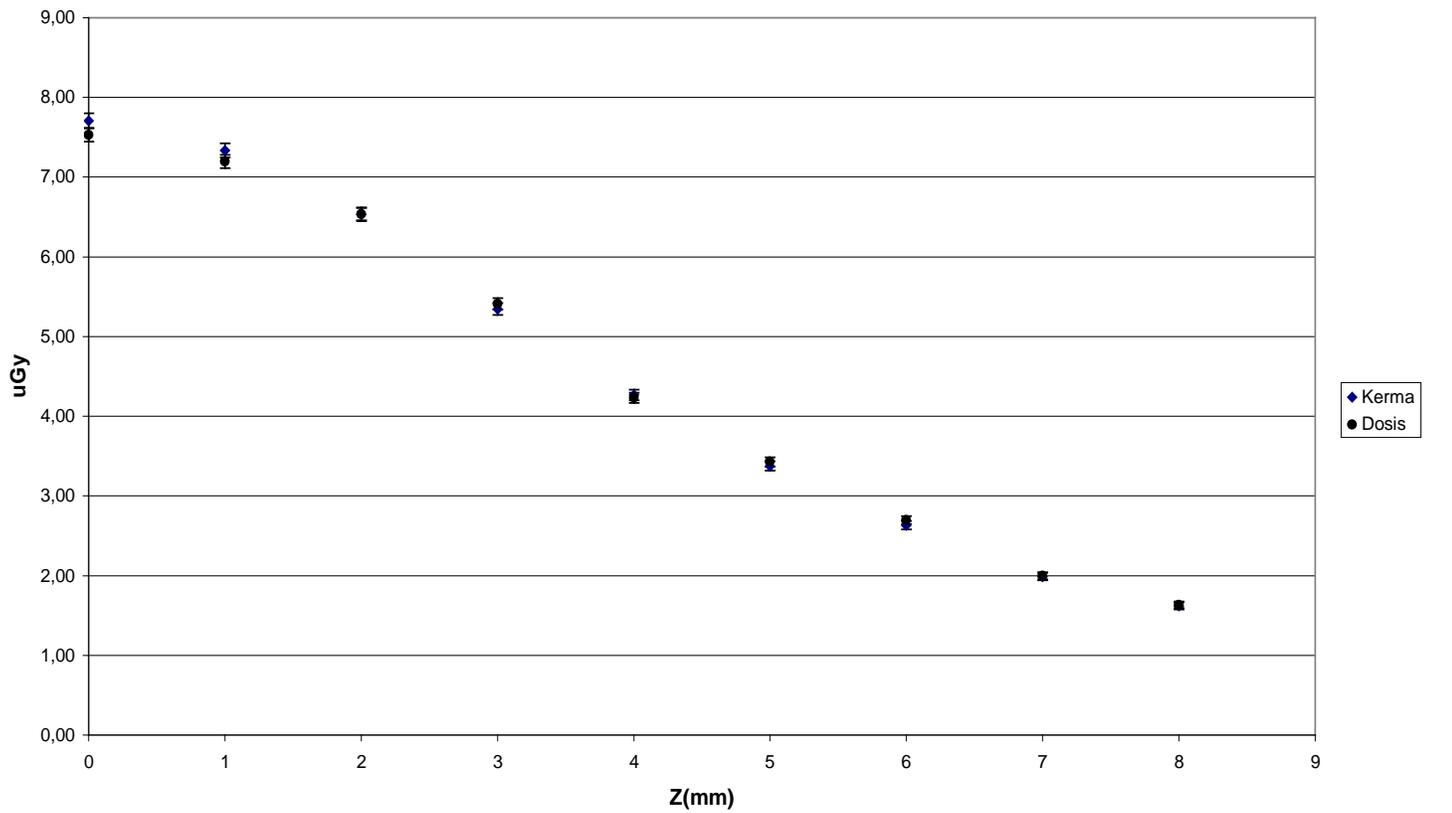
Gráfica 1.7.15
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir-192
R=2



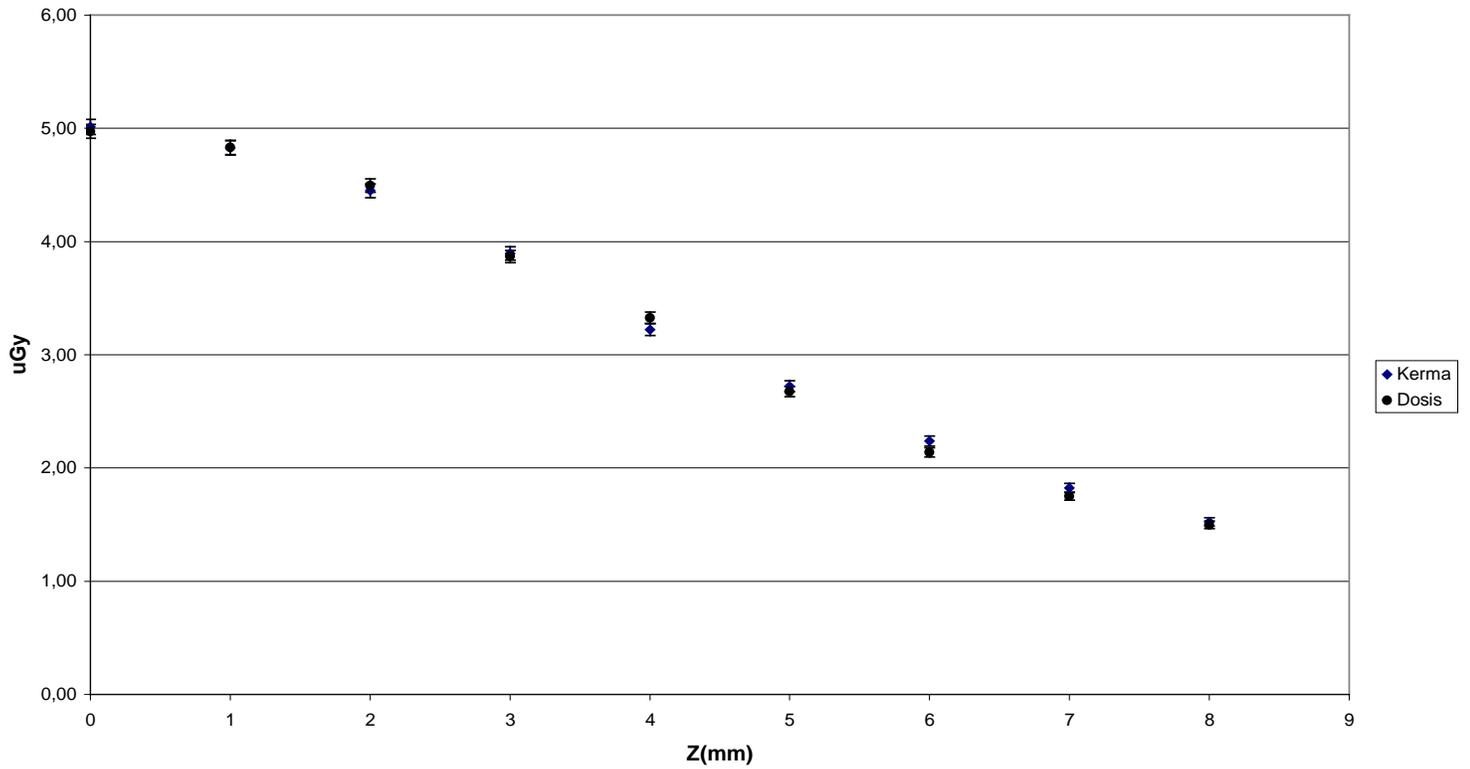
Gráfica 1.7.16
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir-192
R=3



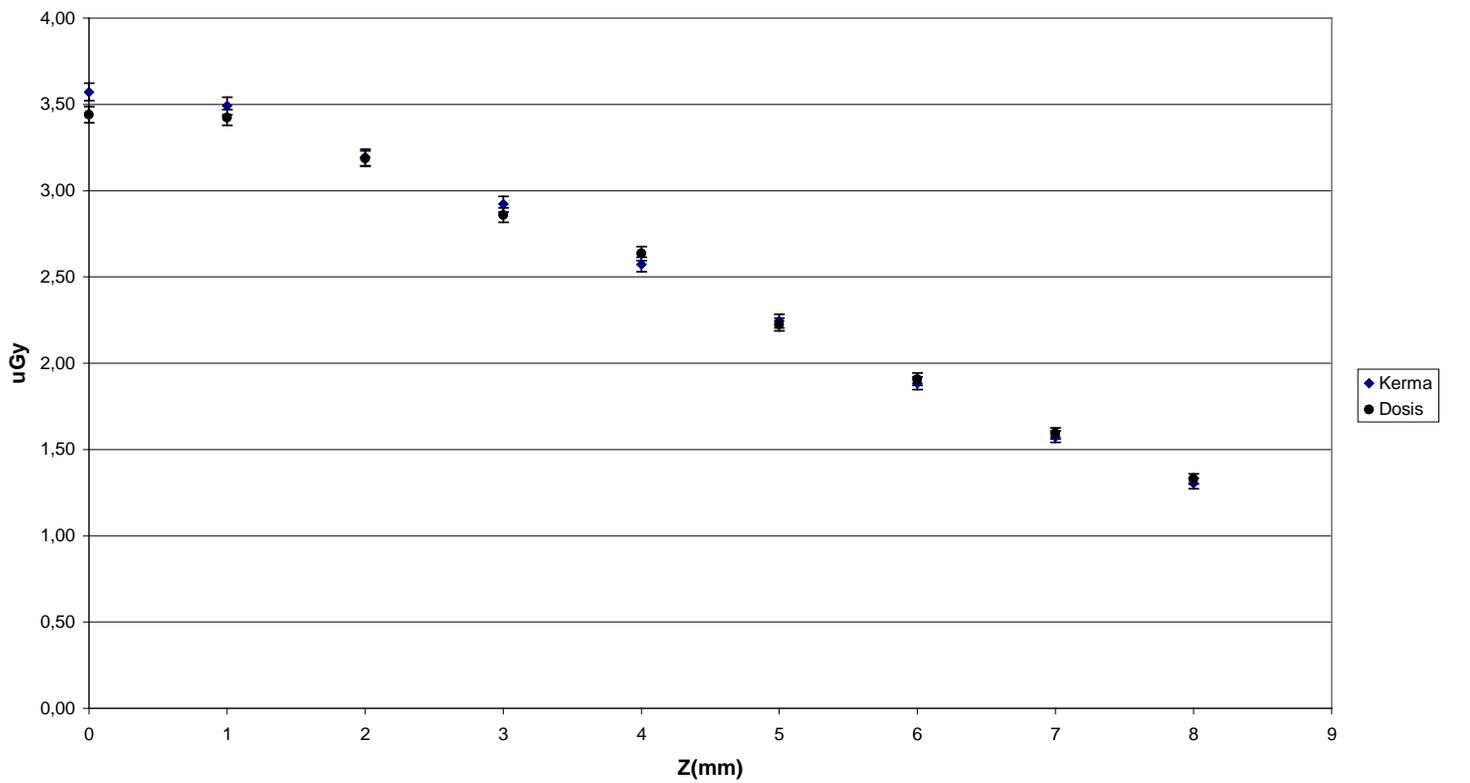
Gráfica 1.7.17
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir-192
R=4



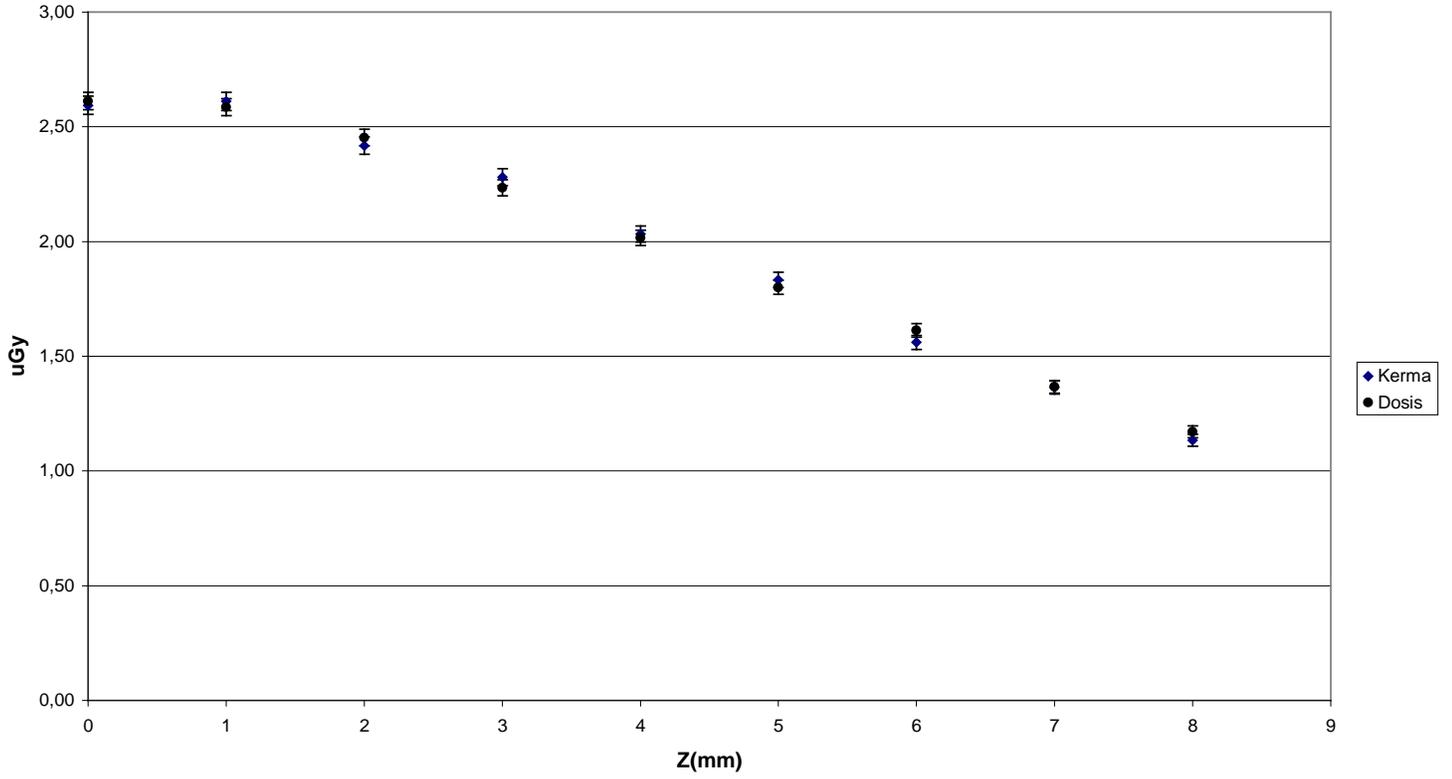
Gráfica 1.7.18
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir-192
R=5



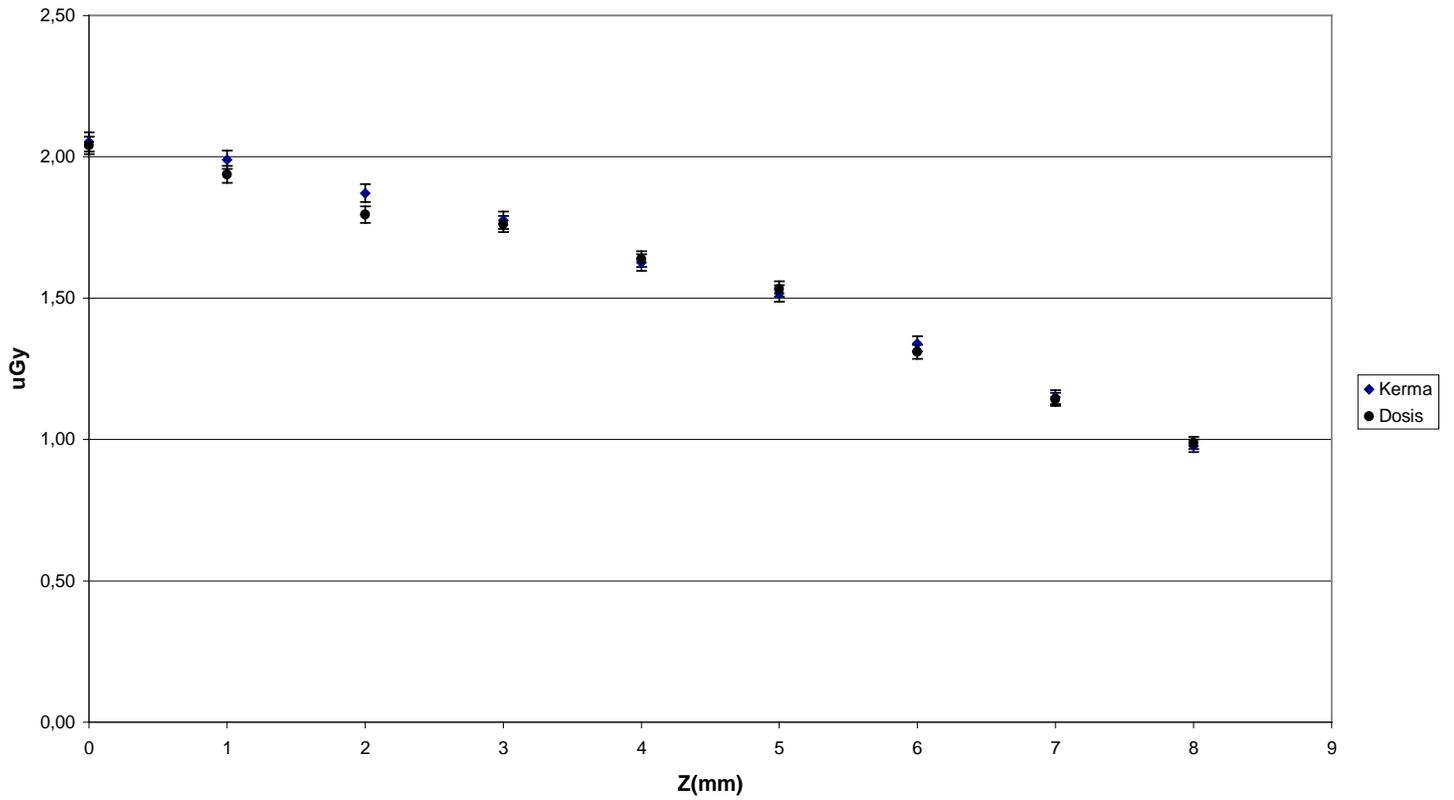
Gráfica 1.7.19
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir-192
R=6



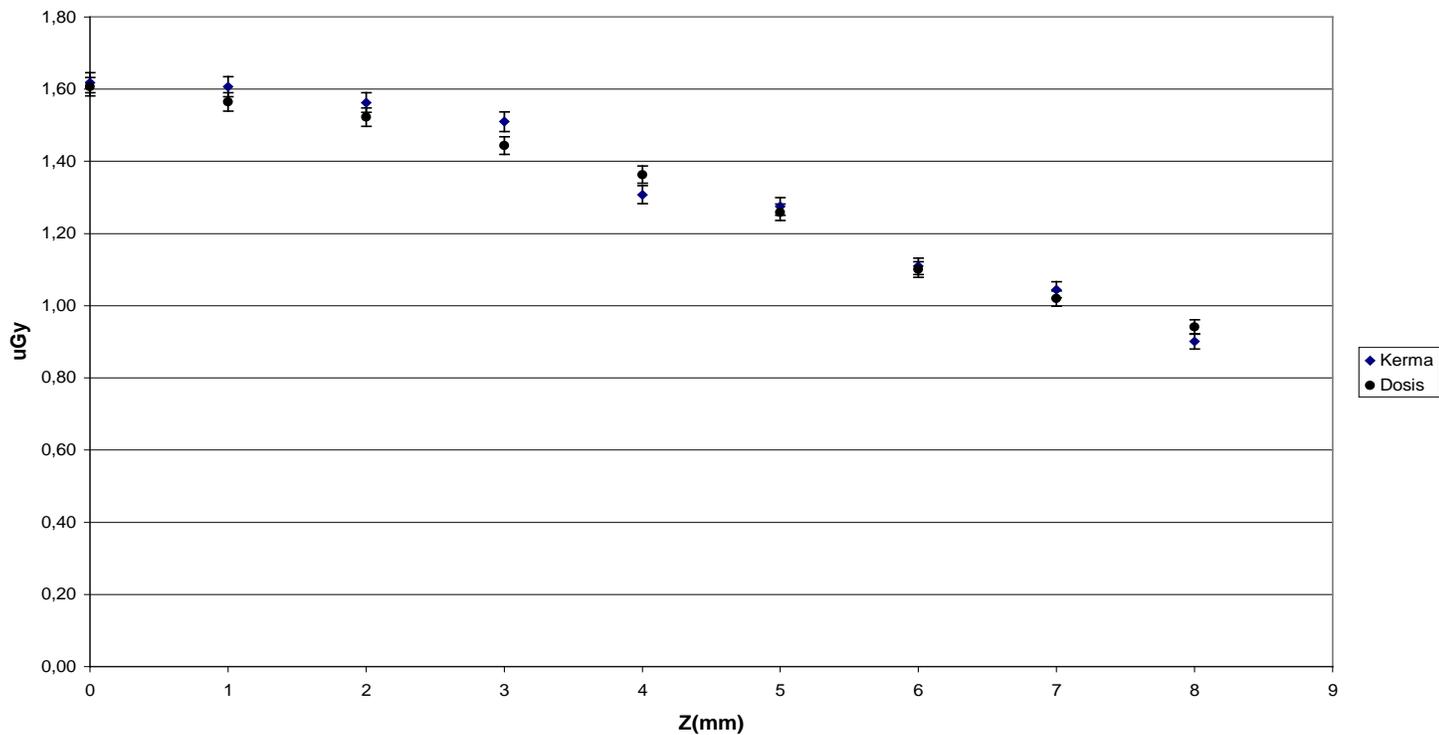
Gráfica 1.7.20
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir-192
R=7



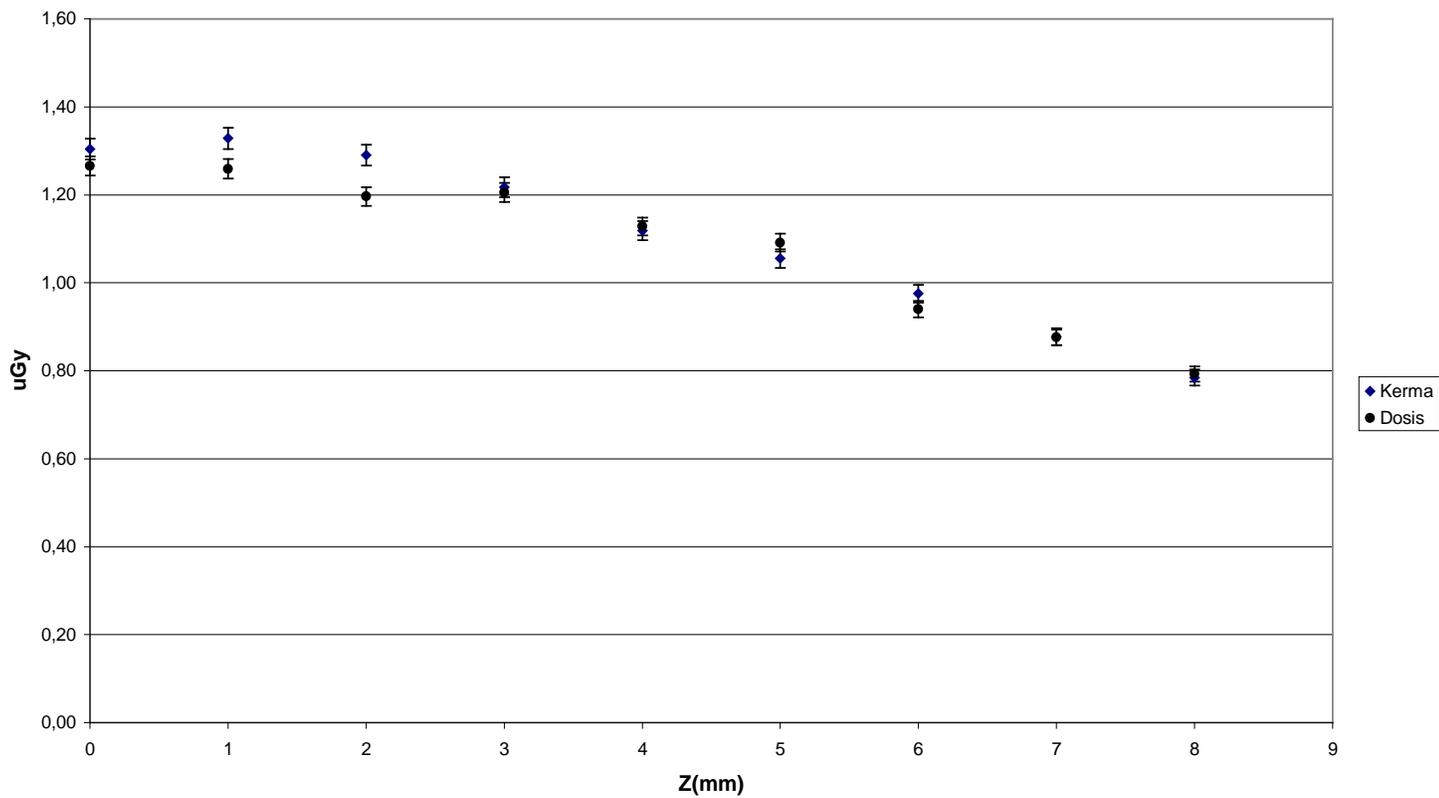
Gráfica 1.7.21
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir-192
R=8



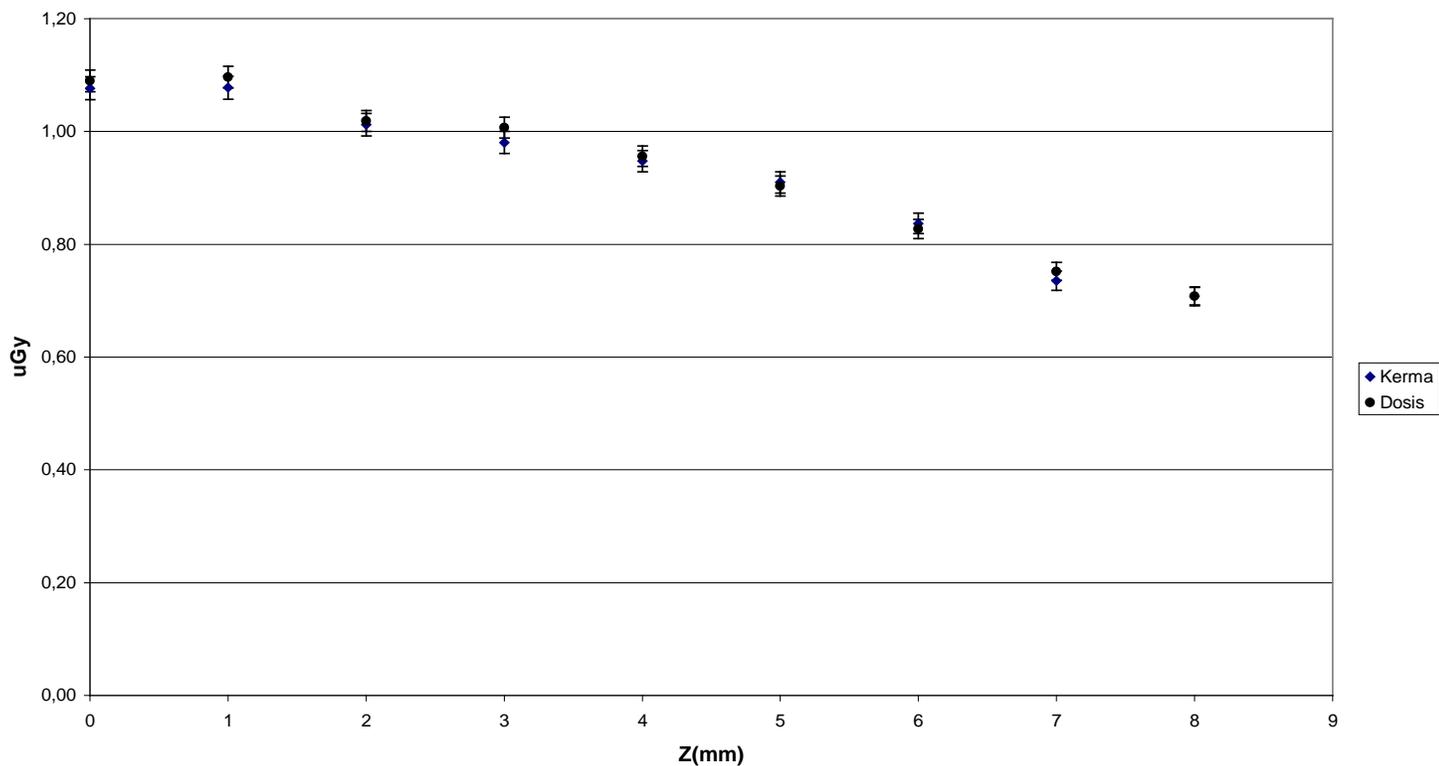
Gráfica 1.7.22
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir-192
R=9



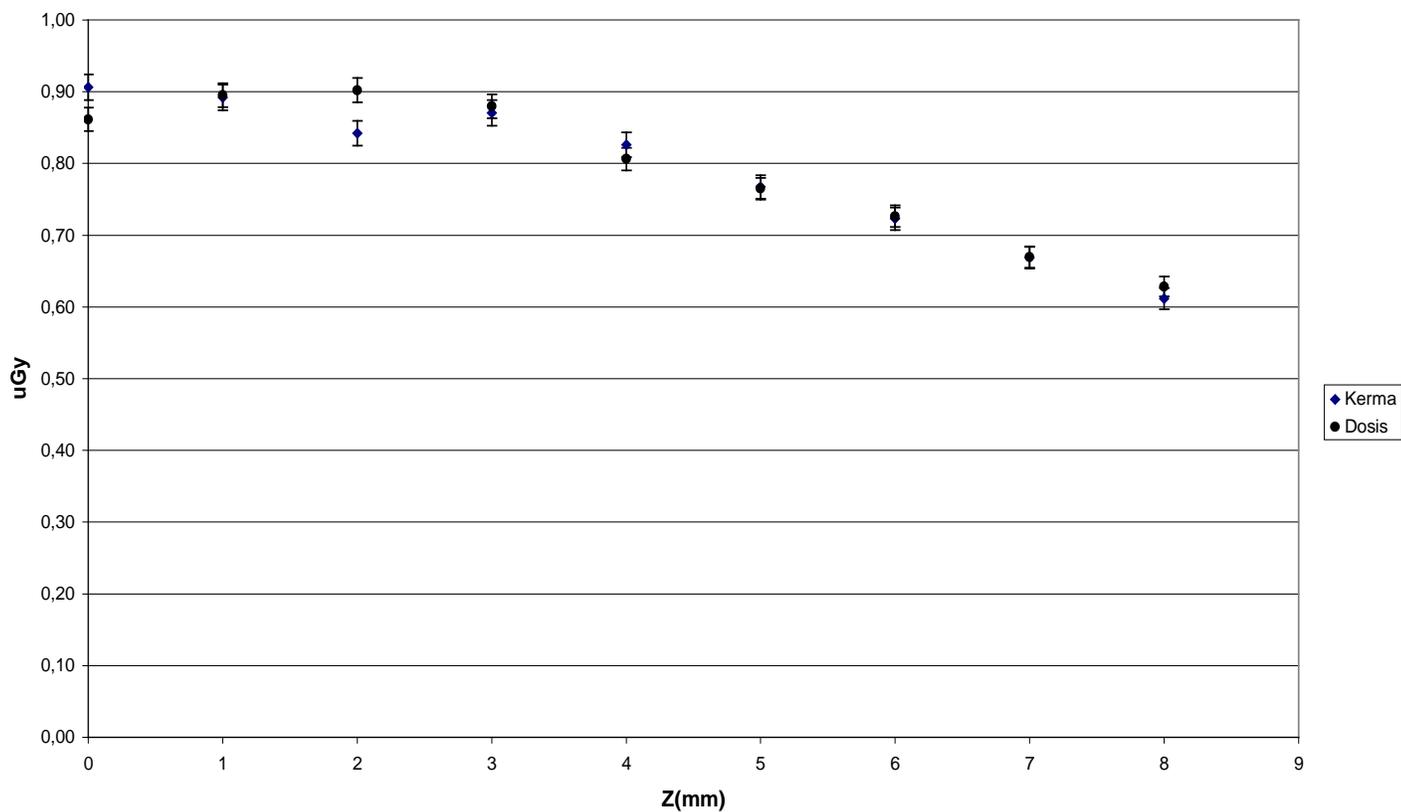
Gráfica 1.7.23
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir-192
R=10



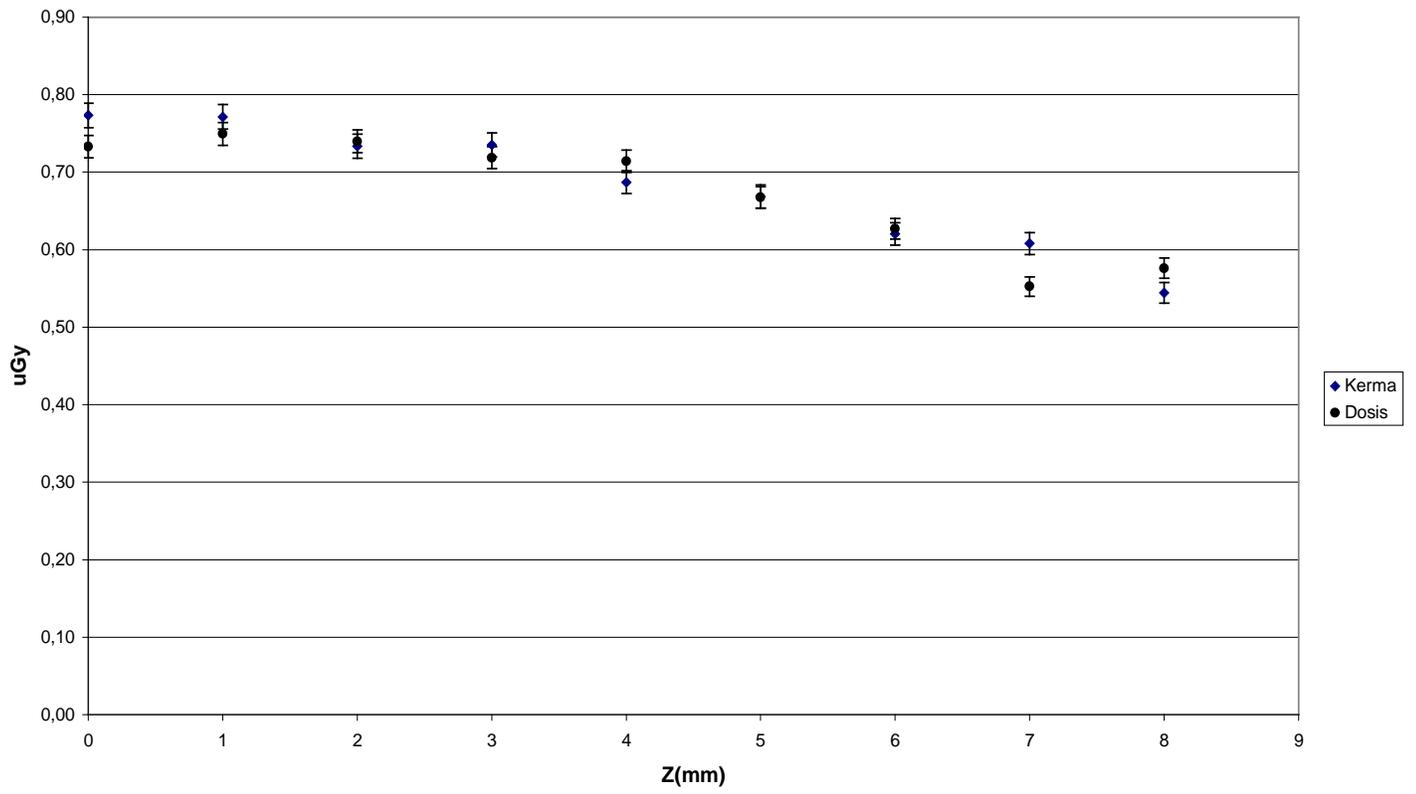
Gráfica 1.7.24
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir-192
R=11



Gráfica 1.7.25
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir-192
R=12



Gráfica 1.7.26
Comparación entre el kerma y la dosis simulada del alambre de Ir-192
R=13



producidos por el Ir. La explicación a esto, es que la dosis producida a distancias mayores al rango de los electrones es debida a los fotones de Bremsstrahlung, en 2.4 del apéndice IV mencioné que la producción de fotones de Bremsstrahlung en medios de bajo Z, como el agua, es mínima; pero en medios de alto Z como el Pt (Z = 78) si es significativa.

En la tabla 8.1.2 se presenta el porcentaje de dosis en la simulación que originan los electrones con respecto a los fotones; como podemos ver en la mayor parte del espacio de simulación la razón de dosis producida por los electrones (DE), sobre la producida por los fotones(D) es del orden del 0.1%, lo cual indica que en la mayor parte del espacio de simulación la dosis producida por los electrones es insignificante. En los puntos R = 1 Z = 2,3,4 la razón DE/D llega a tener un valor hasta del 4%; esto debido a que la fuente no es blindada en los polos, consecuentemente los electrones escapan de la fuente con una mayor energía para interactuar.

1.10 Comparación de la dosis producida por la aguja de Ir considerando el centro de la aguja según las especificaciones.

La comparación la podemos ver en las gráficas 1.10.1,1.10.2,...1.10.13, como podemos ver en las gráficas, los valores de dosis obtenidos considerando que el material de la fuente es sólo Pt están bastante próximos a los obtenidos simulando la fuente con sus especificaciones reales, las cuales están dadas en 1.3 del capítulo II.

1.11 Resultados Adicionales

Una medida de Interés para poder medir el efecto que produce el blindaje es la razón de dosis con blindaje a dosis sin blindaje a la distancia de 1cm de la fuente, el valor de esta razón (R) está dado por:

$$R = \frac{1.2659 \times 10^{-6}}{1.3743 \times 10^{-6}} \pm \sigma = 0.92112348 \pm 0.02204858$$

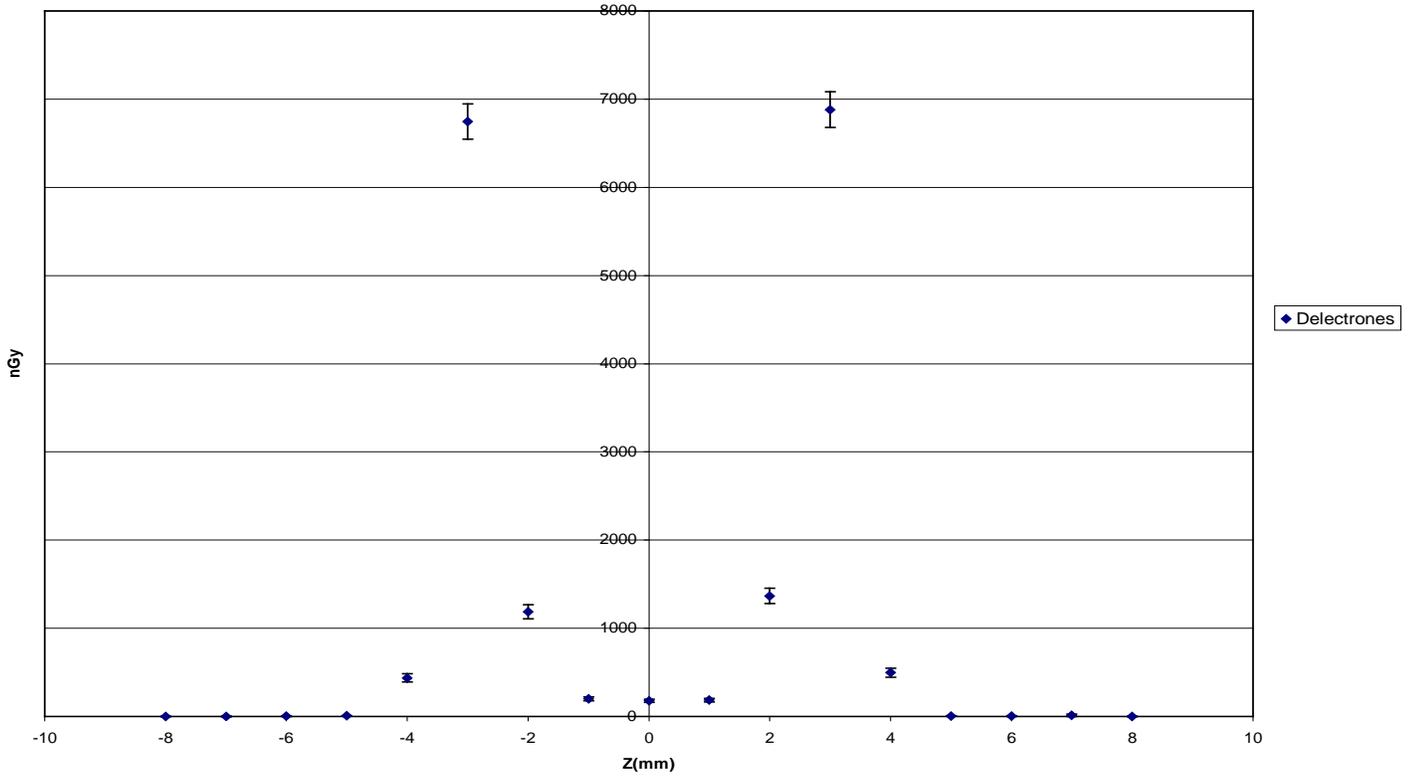
donde $\sigma = R \sqrt{\left(\frac{\sigma_{SB}}{D_{SB}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_B}{D_B}\right)^2}$, σ_{SB} y σ_B son las desviaciones standard de la dosis sin blindaje (D_{SB}) y con blindaje (D_B) respectivamente¹⁰.

2 Simulación de una distribución de fuentes de Ir

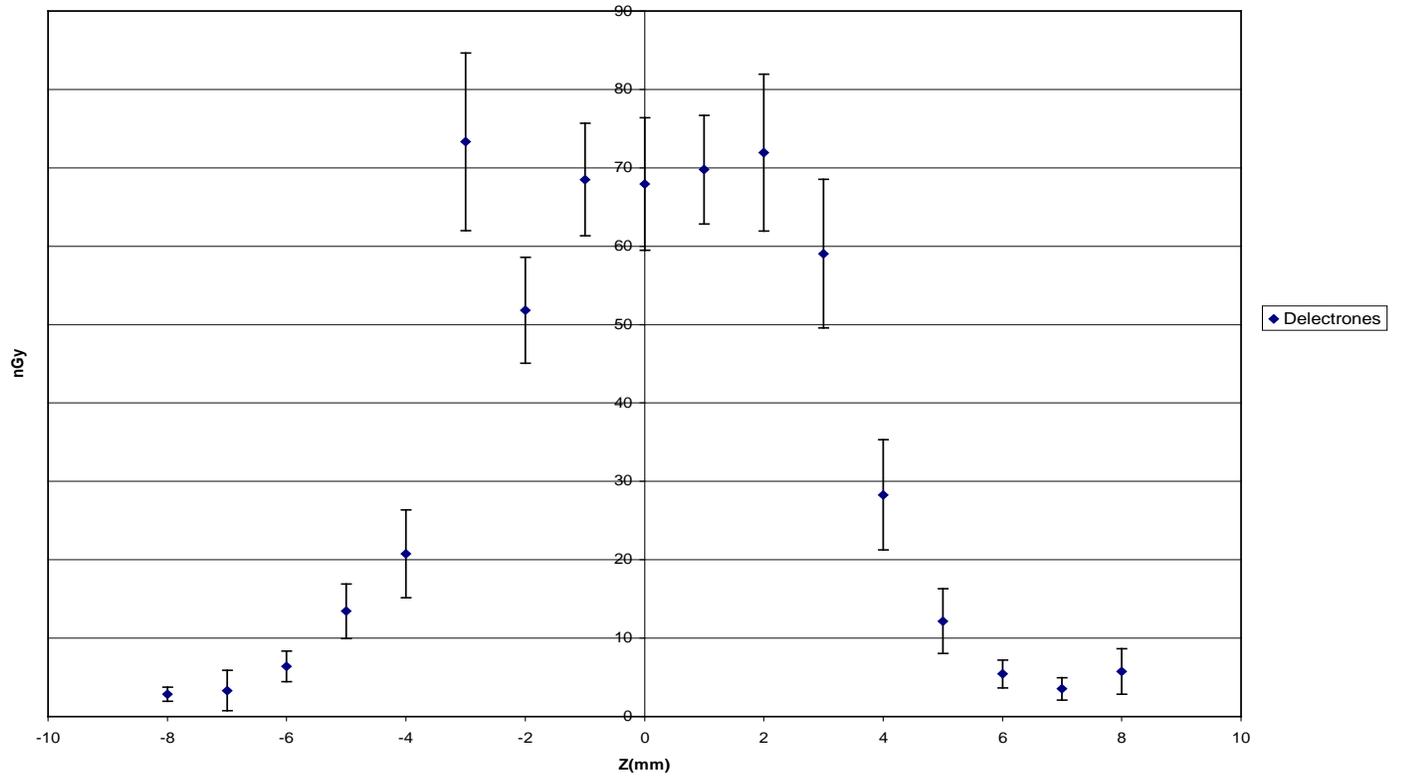
2.1 Comparación de Resultados entre el programa Alternativo y Penélope.

La distribución de fuentes fue realizada de la manera especificada en 2.4 del capítulo II para ambos programas sin incluir físicamente la placa de oro. El número de fuentes simuladas fue 8, con un ángulo $\theta=0.1$ Rad y la longitud de las fuentes fue de 5mm. El valor del radio interno de la placa(RI) fue de 12.5mm. El número de fotones simulados por fuente fue 2 000 000, el tiempo de simulación invertido por el programa Penélope fue de 55h 33' 20'' y por el programa Alternativo Fuentes (nombre asignado al programa alternativo que simula distribuciones de fuentes) fue de 46h 6'40''. Las gráficas de comparación están realizadas en los planos Y=0;

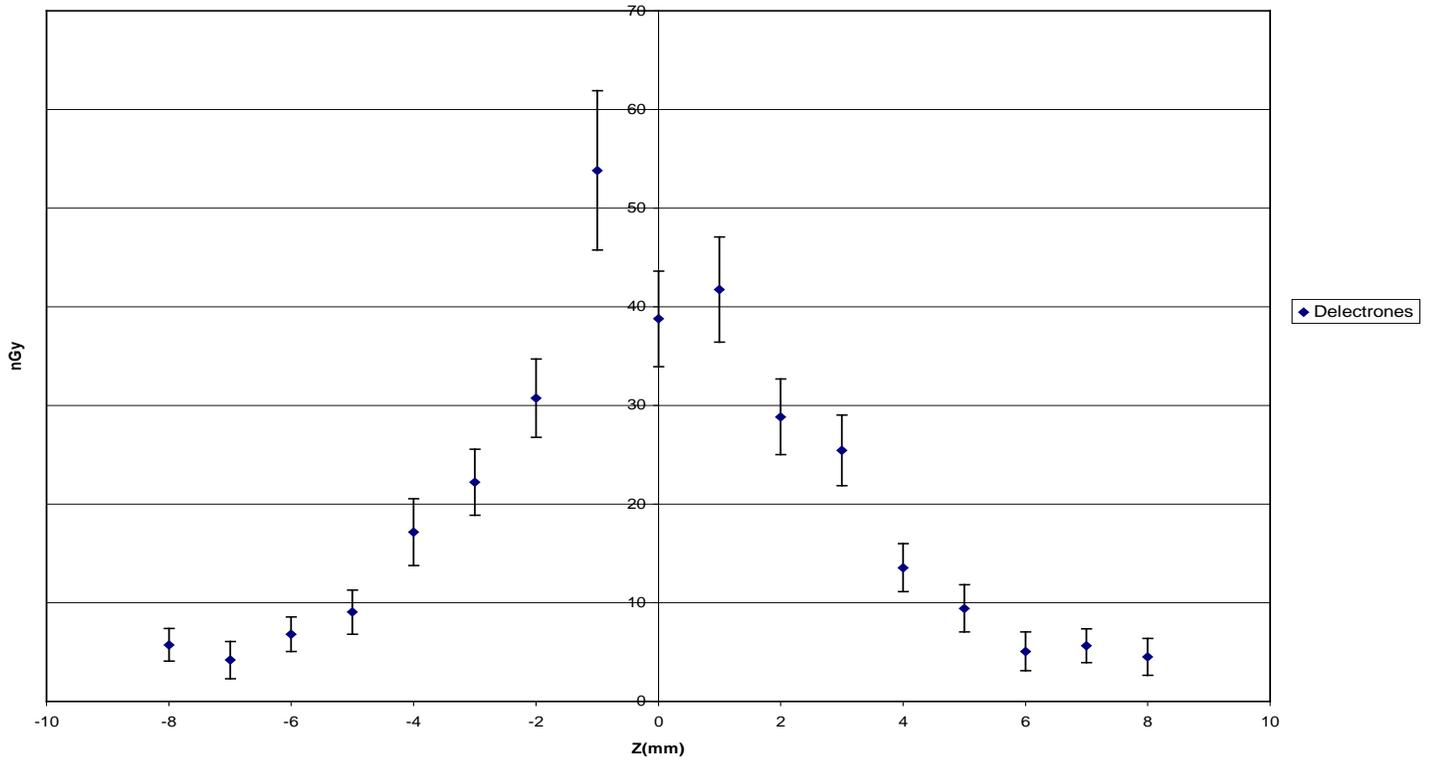
DOSIS PRODUCIDA POR LOS ELECTRONES DEL Ir
GRÁFICO 1.9.1



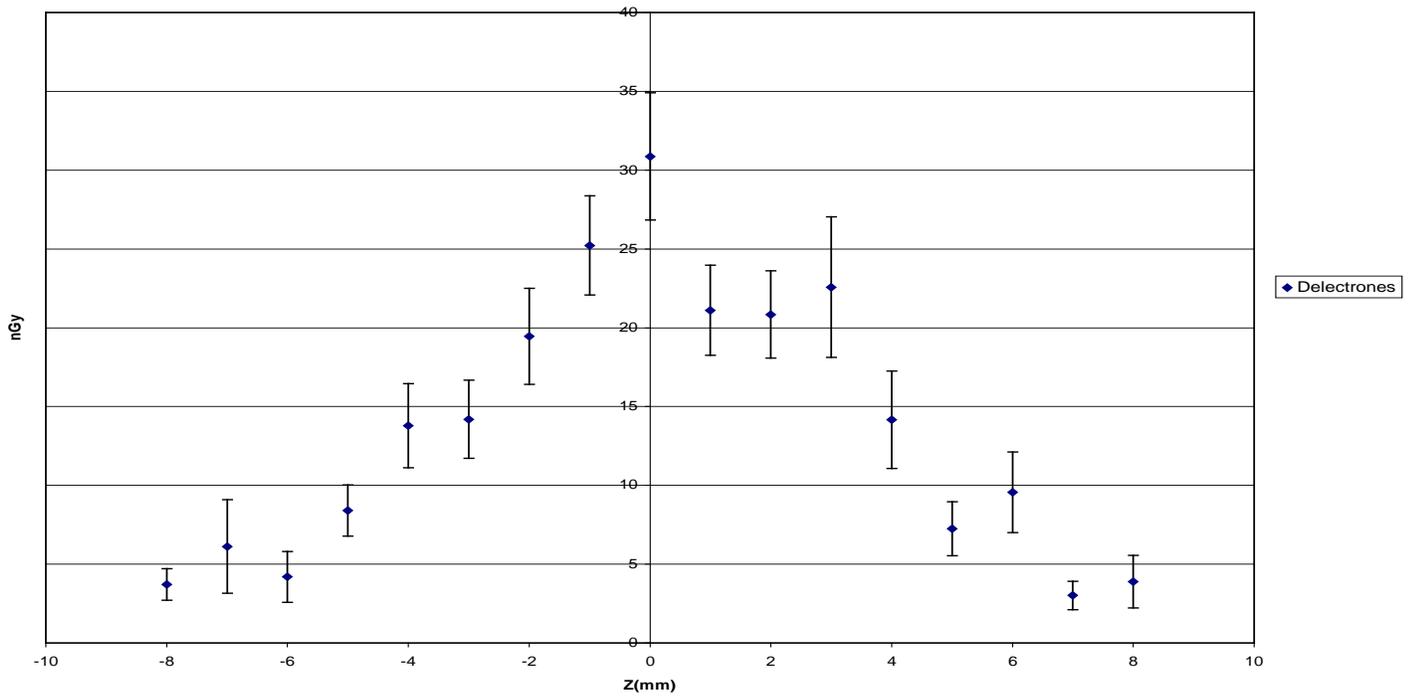
DOSIS PRODUCIDA POR LOS ELECTRONES DEL Ir
GRÁFICO 1.9.2



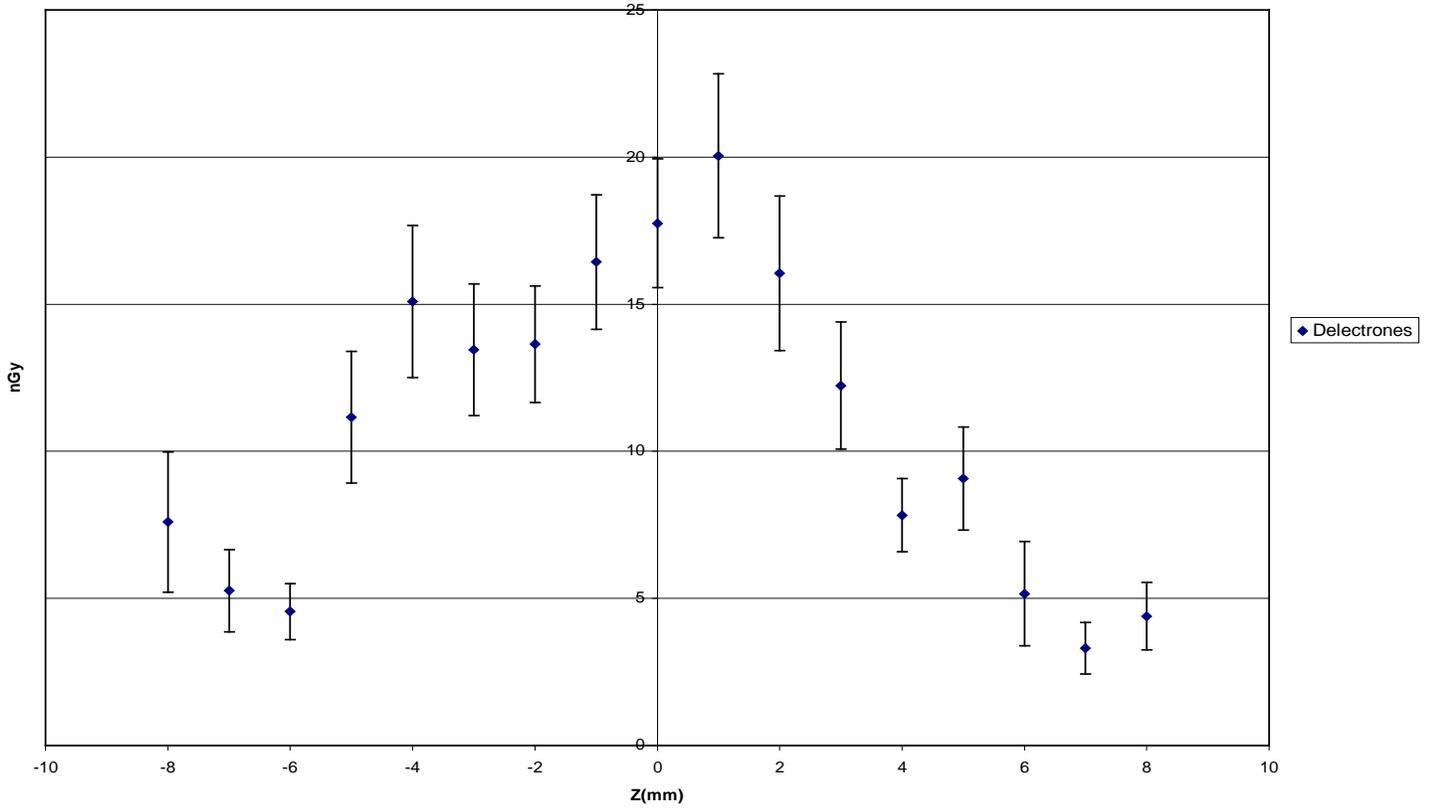
DOSIS PRODUCIDA POR LOS ELECTRONES DEL Ir
GRÁFICO 1.9.3



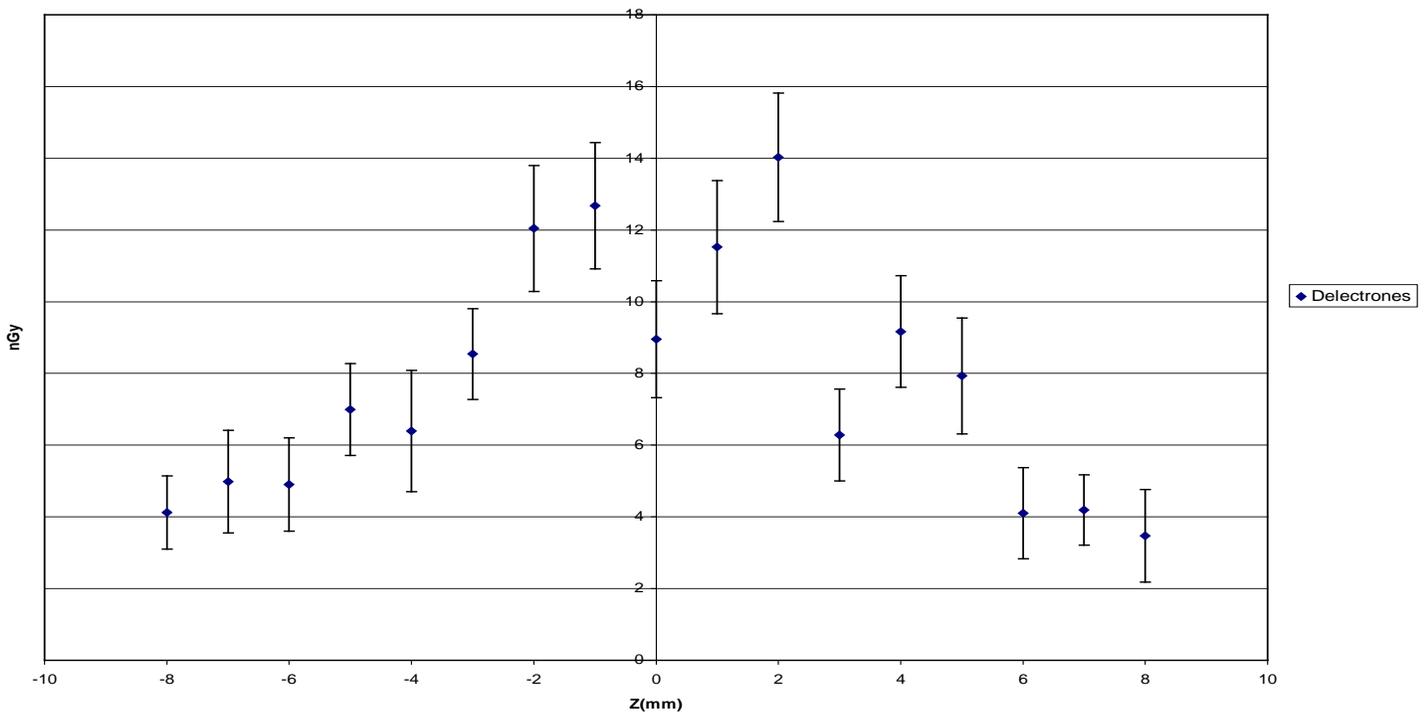
DOSIS PRODUCIDA POR LOS ELECTRONES DEL Ir
GRÁFICO 1.9.4



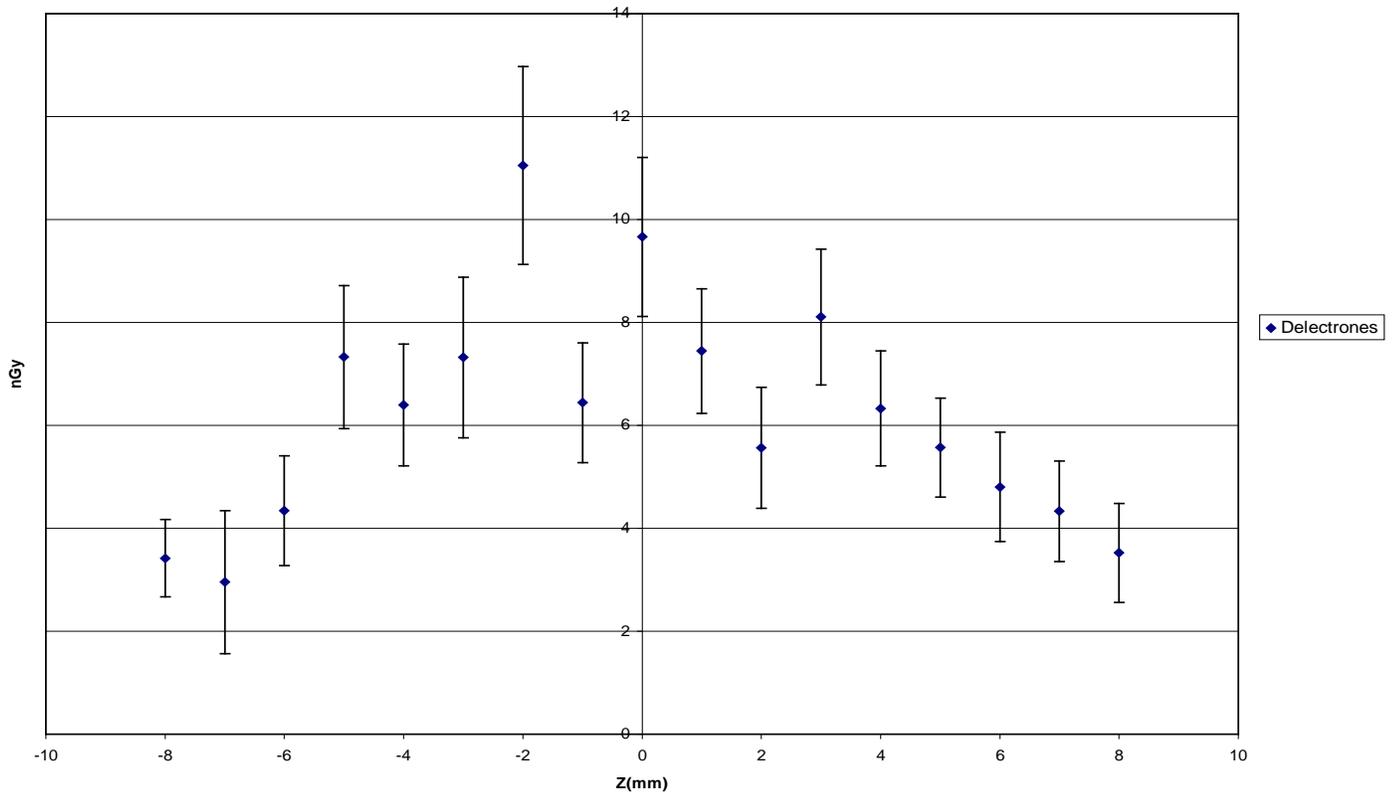
DOSIS PRODUCIDA POR LOS ELECTRONES DEL Ir
GRÁFICO 1.9.5



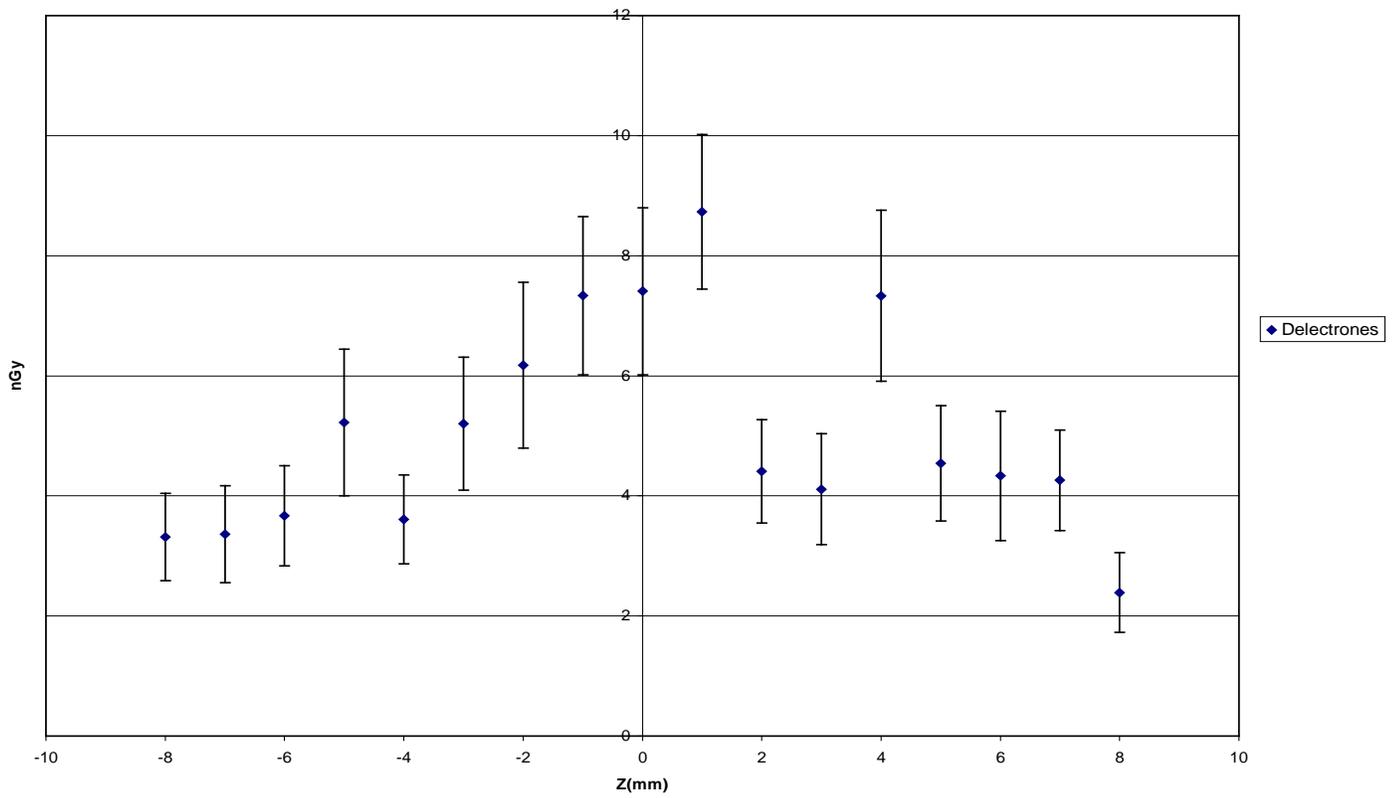
DOSIS PRODUCIDA POR LOS ELECTRONES DEL Ir
GRÁFICO 1.9.6



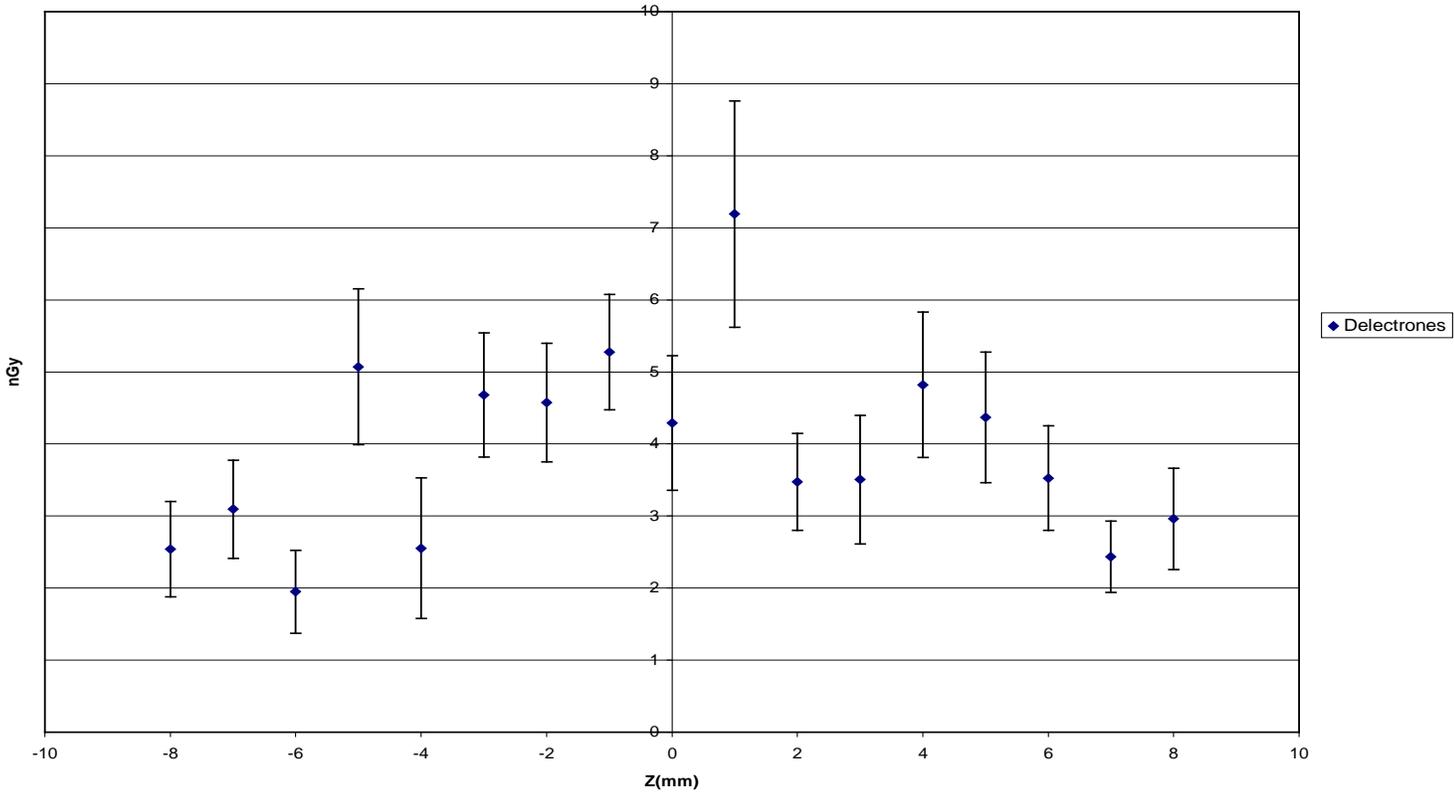
DOSIS PRODUCIDA POR LOS ELECTRONES DEL Ir
GRÁFICO 1.9.7



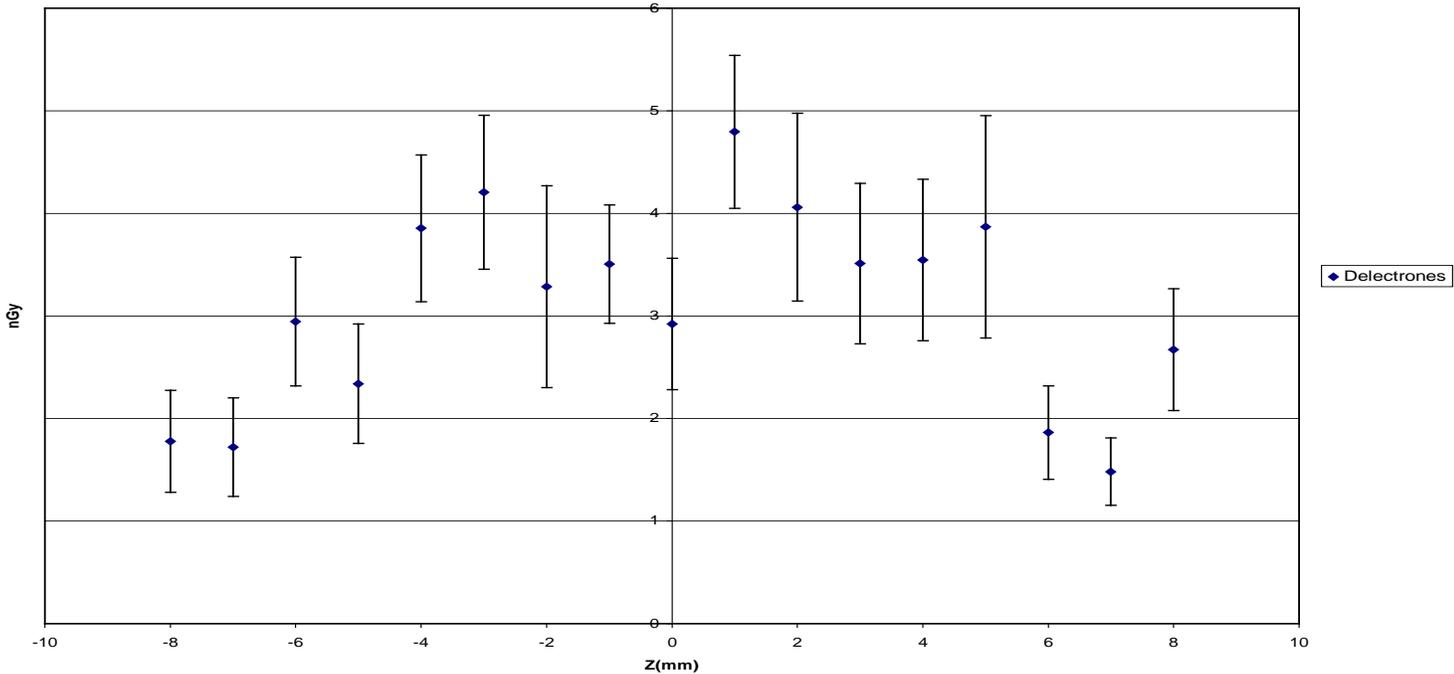
DOSIS PRODUCIDA POR LOS ELECTRONES DEL Ir
GRÁFICO 1.9.8



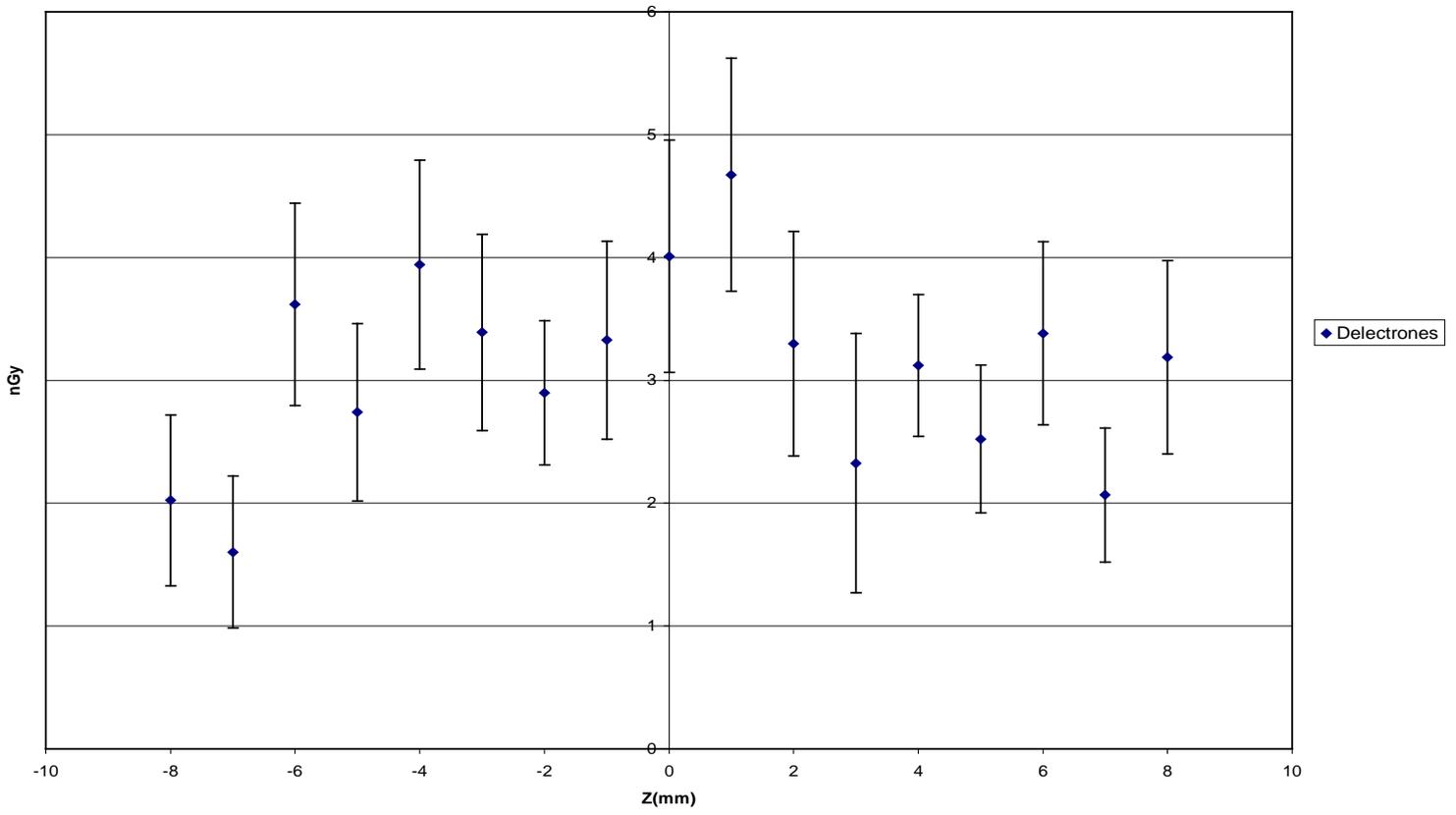
DOSIS PRODUCIDA POR LOS ELECTRONES DEL Ir
GRÁFICO 1.9.9



DOSIS PRODUCIDA POR LOS ELECTRONES DEL Ir
GRÁFICO 1.9.10



DOSIS PRODUCIDA POR LOS ELECTRONES DEL Ir
GRÁFICO 1.9.11



Z=14,13.....,-2 gráficas 2.1.1,2.1.2,.....2.1.17 respectivamente; como podemos ver los intervalos de confianza de ambas simulaciones al 95,4% se interceptan. Lo cual prueba la validez de los resultados obtenidos en el programa Alternativo Fuentes. El algoritmo de simulación de fotones y electrones en el programa Alternativo Fuentes es presentado en la página a continuación.

3 Simulación de una distribución de fuentes de Ir incluyendo la Placa

3.1 **Comparación de Resultados entre el programa de simulación y Penélope**

La distribución de fuentes fue realizada de la manera especificada en 2.4 del capítulo II para ambos programas. El número de fuentes simuladas fue 8, con un ángulo $\theta=0.1$ Rad y la longitud de las fuentes fue de 5mm. El valor del radio interno de la placa (RI) fue de 12.5mm, el radio fue de la placa (RP) fue de 7mm y el grosor del casquete simulado fue de 1.5mm.

El número de fotones simulados por fuente fue 1 800 000. El tiempo de simulación invertido por el programa Penélope fue de 54h 00' 00'' y por el programa Alternativo fue de 48h 30'.

Las gráficas de comparación están realizadas en los planos Y=0; Z=14,13.....,1 gráficas 3.1.1,3.1.2,.....3.1.14 respectivamente. Como el radio de la placa (RP) es de 7mm, entonces la placa se inicia a una altura $HL = \sqrt{RI^2 - RP^2} = 10.2mm$, lo que quiere decir que para Z=10, 11, 12,13,14 tenemos que en algunos puntos la dosis calculada por el programa ha sido realizada en elementos de volumen que contienen el material oro. Por ejemplo para el caso de la gráfica 3.1.11 (Y=0, Z=12) la placa se inicia a partir de X=3.5, pero a partir de X=0 el elemento de volumen contiene oro, lo que invalida los resultados desde X=0 hasta X=8; para el caso de la gráfica 3.1.10 (Y=0, Z=11) la placa se inicia en X=5.93, pero a partir del X=5 los elementos de volumen calculados contienen oro, lo que invalida los resultados desde X=5 hasta X=9.

De las gráficas podemos ver que en todos los resultados válidos los intervalos de confianza de ambas simulaciones al 95,4% se interceptan. Lo cual prueba la validez de los resultados obtenidos del programa Alternativo Placa (nombre asignado al programa alternativo que simula distribuciones de fuentes incluyendo la placa).

El algoritmo de simulación lo podemos ver en la página a continuación.

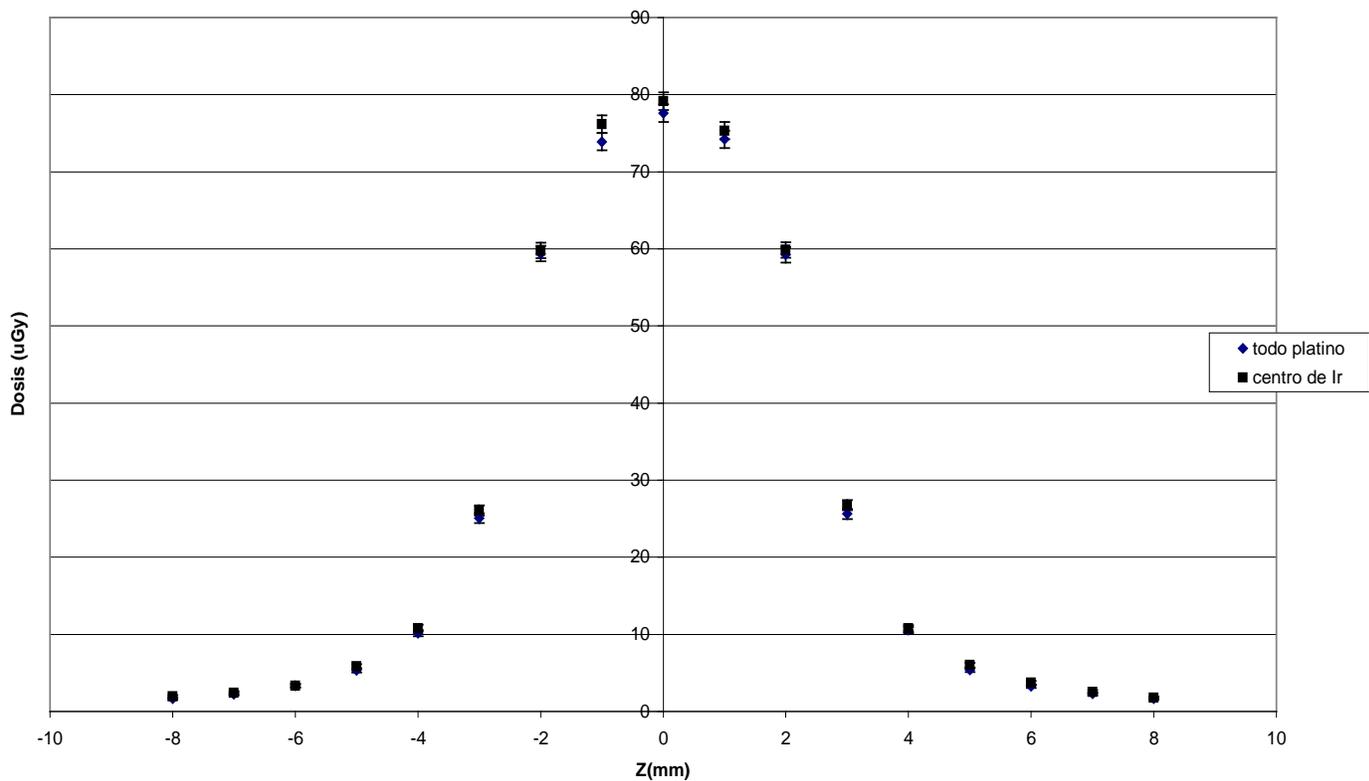
3.2 **Análisis del efecto de Producido por la Placa en la simulación**

Los resultados de esta comparación son graficados en el planos Y = 0, Z = 16, 15, 14.....1, 0 gráficas 3.2.1, 3.2.2,3.2.16, 3.2.17. En las gráfica 3.1.1, 3.1.2 podemos observar que la placa de oro ha disminuido la dosis en un 50% aproximadamente. En las gráficas 3.1.5, 3.1.6, 3.1.7 observamos que la placa ha producido un aumento de dosis en las zonas que se encuentran debajo de su superficie; este aumento es debido a que en el material oro los fotones tienen una mayor probabilidad de interacción por unidad de recorrido. Al ser mayor la producción Compton en el oro que en el agua se genera una mayor cantidad de fotones dispersos en las zonas cercanas debajo de la superficie de la placa los cuales interactúan en el agua produciendo un aumento en la dosis. La interacción fotoeléctrica también es mayor en el oro, lo que genera una mayor producción de

Comparación entre la dosis producida por la fuente considerada toda de Pt y la fuente considerando su centro de Ir

Grafico 1.10.1

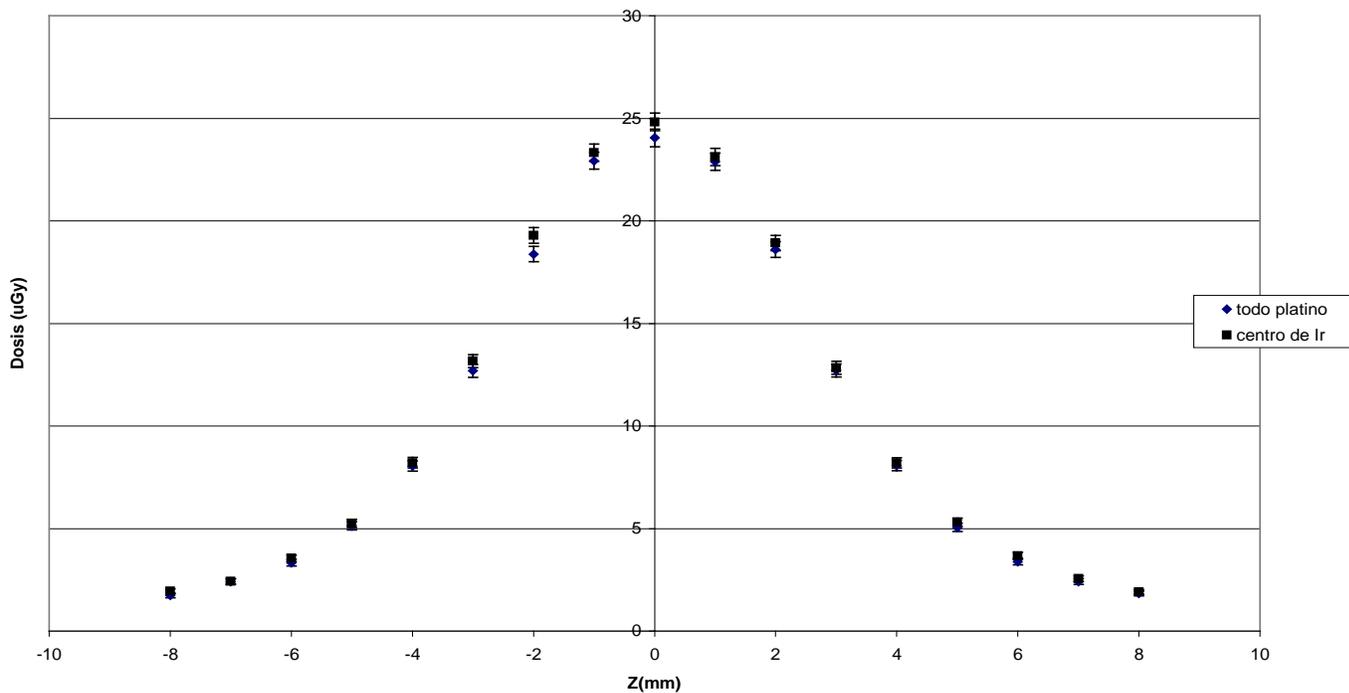
R=1



Comparación entre la dosis producida por la fuente considerada toda de Pt y la fuente considerando su centro de Ir

Grafico 1.10.2

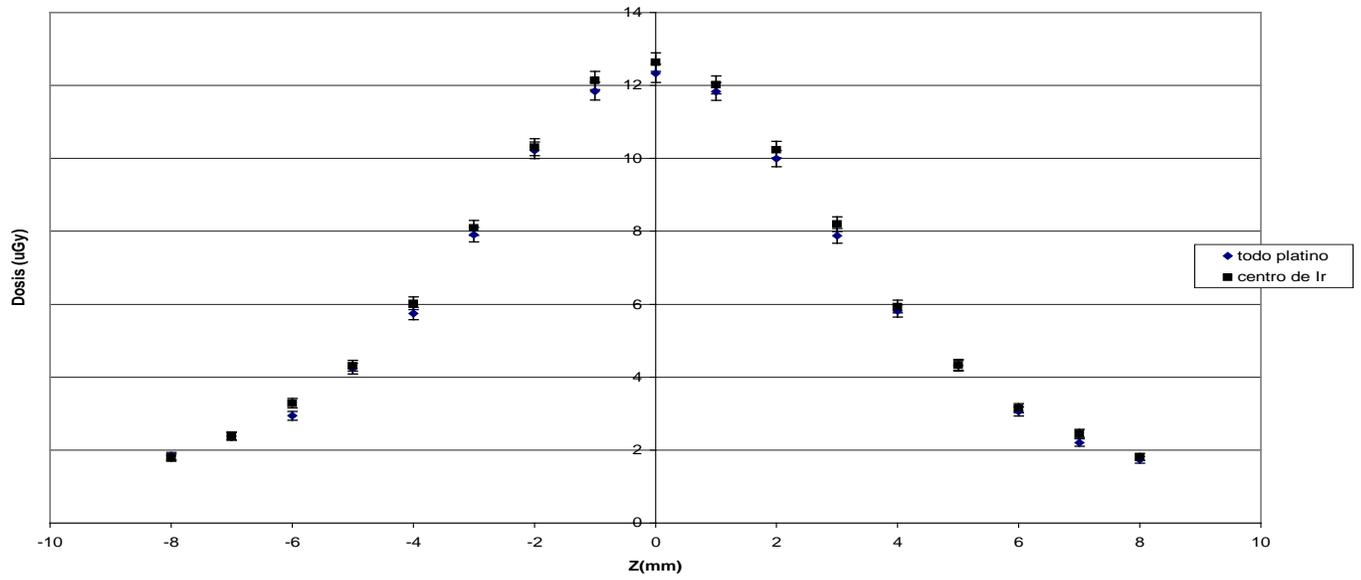
R=2



Comparación entre la dosis producida por la fuente considerada toda de Pt y la fuente considerando su centro de Ir

Grafico 1.10.3

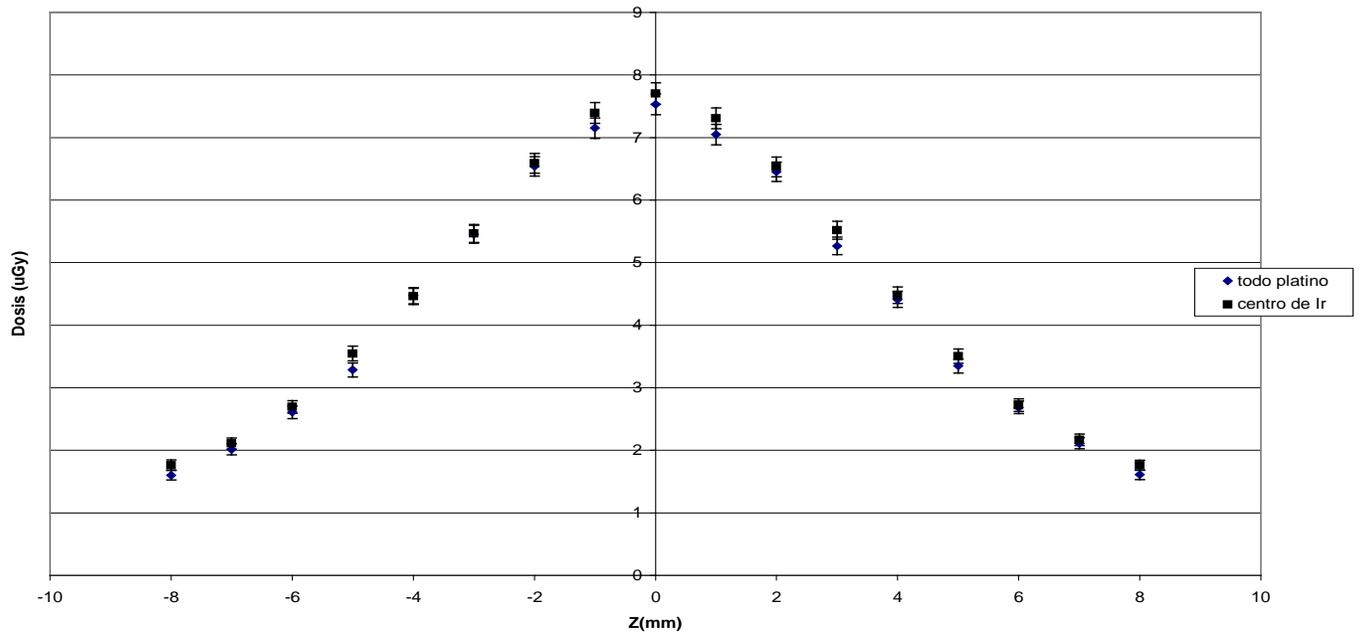
R=3



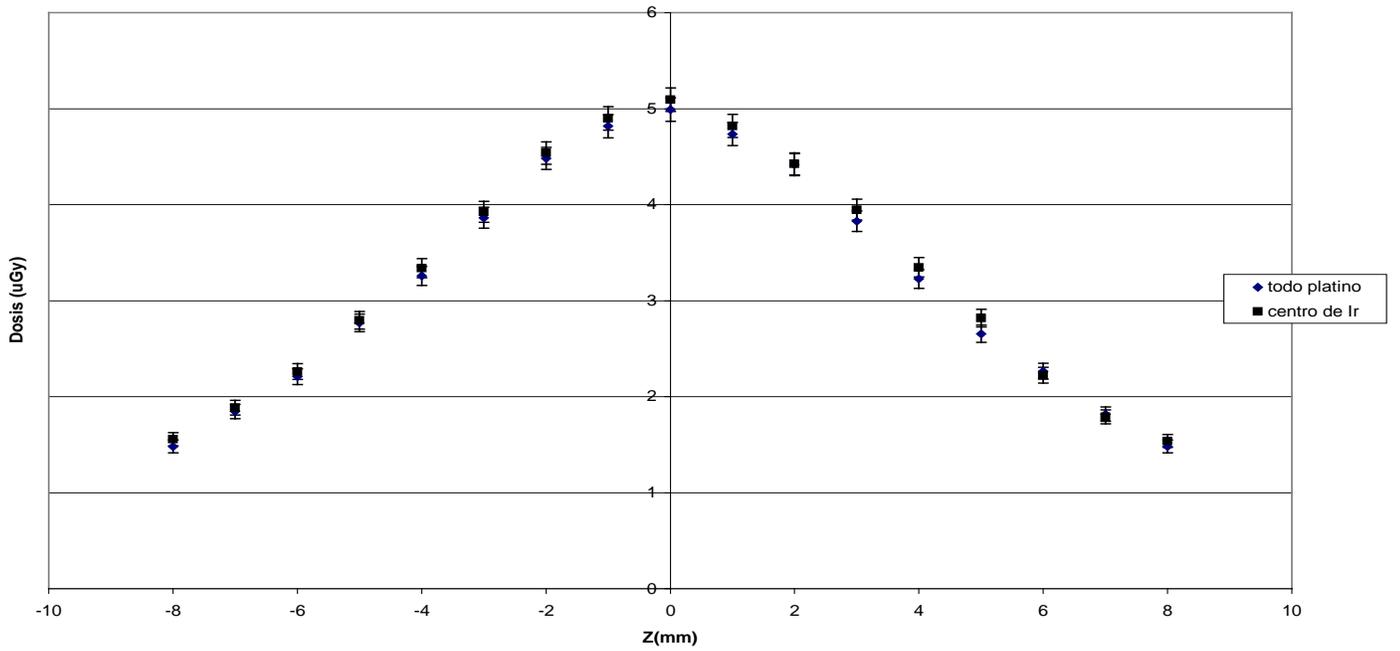
Comparación entre la dosis producida por la fuente considerada toda de Pt y la fuente considerando su centro de Ir

Grafico 1.10.4

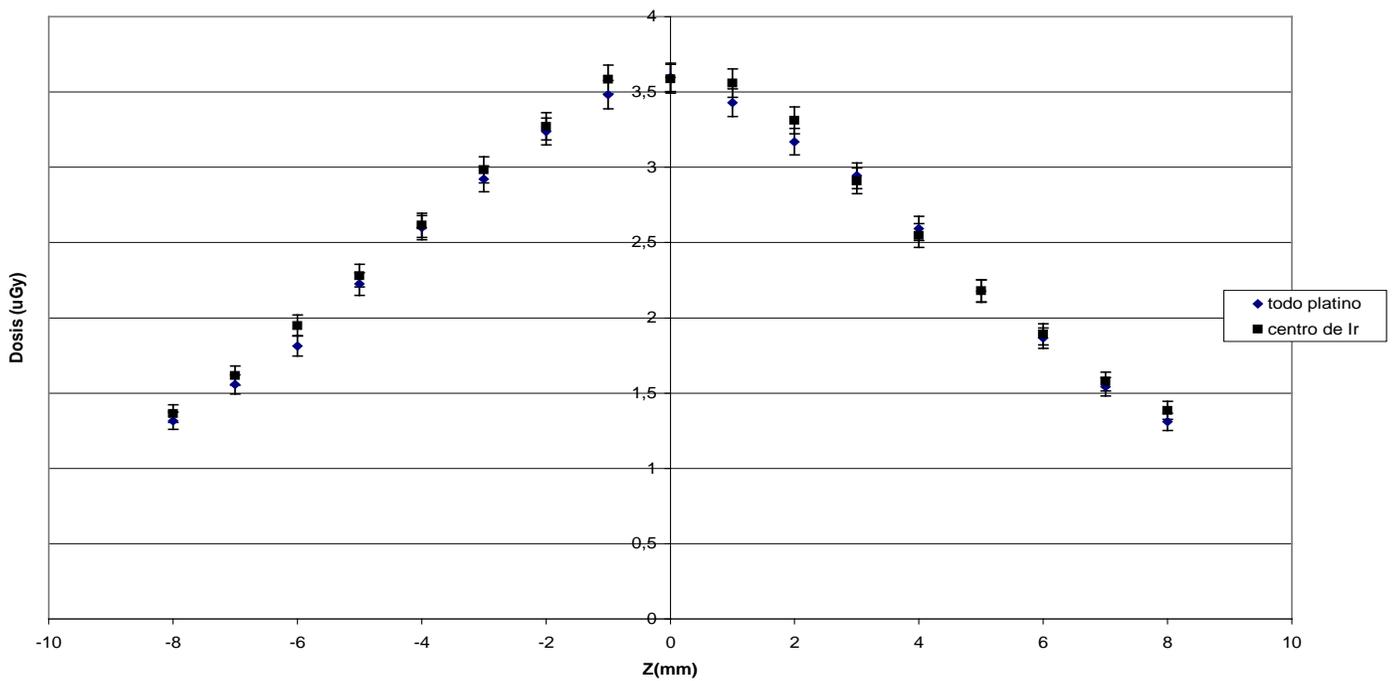
R=4



Comparación entre la dosis producida por la fuente consideradola toda de Pt y la fuente considerando su centro de Ir
Grafico 1.10.5
R=5



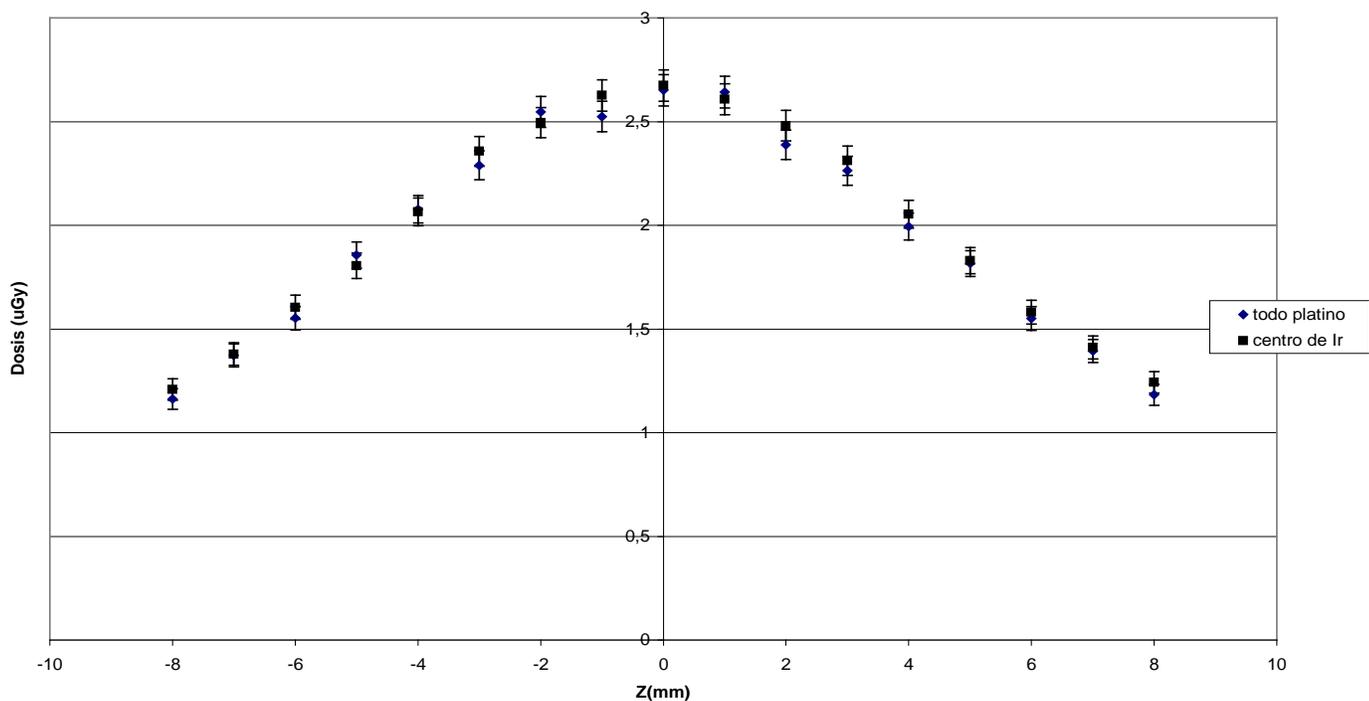
Comparación entre la dosis producida por la fuente consideradola toda de Pt y la fuente considerando su centro de Ir
Grafico 1.10.6
R=6



Comparación entre la dosis producida por la fuente considerada toda de Pt y la fuente considerando su centro de Ir

Grafico 1.10.7

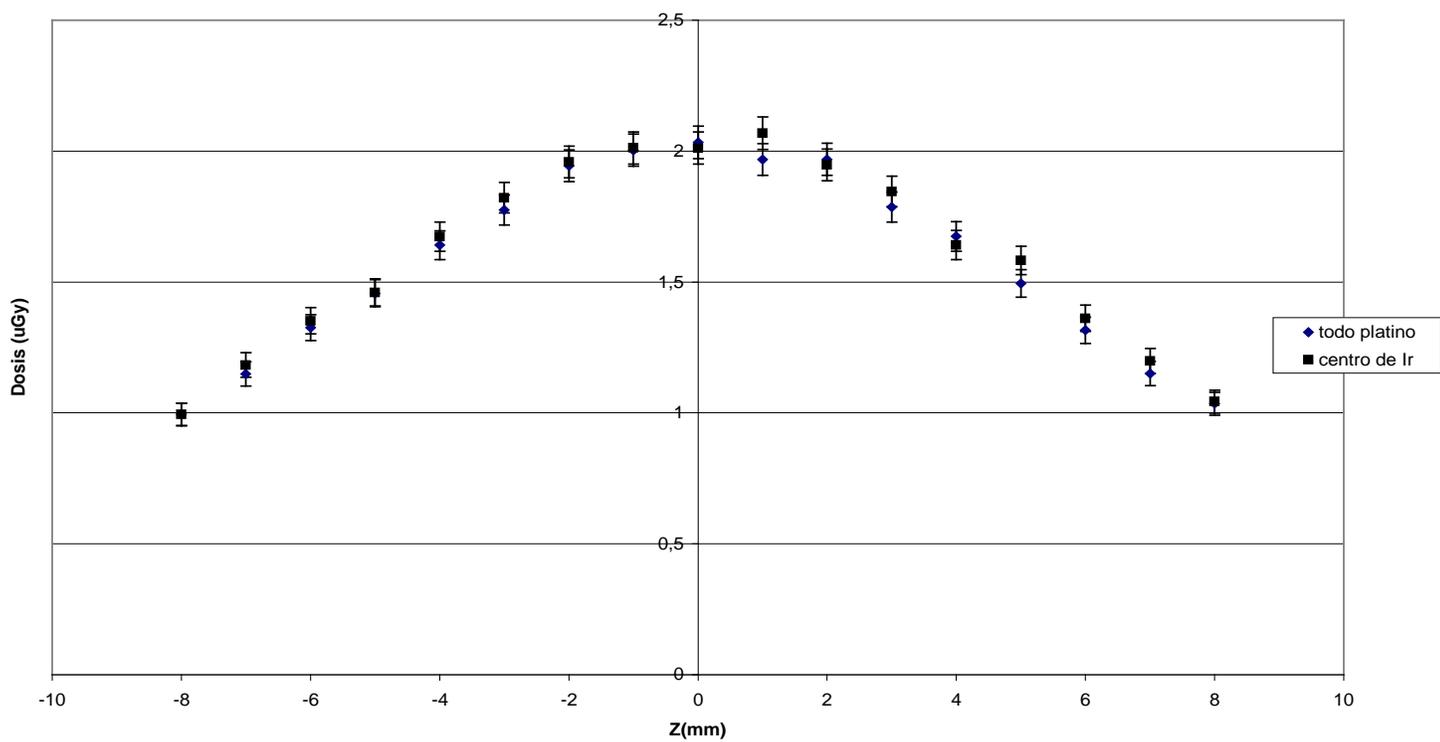
R=7



Comparación entre la dosis producida por la fuente considerada toda de Pt y la fuente considerando su centro de Ir

Grafico 1.10.8

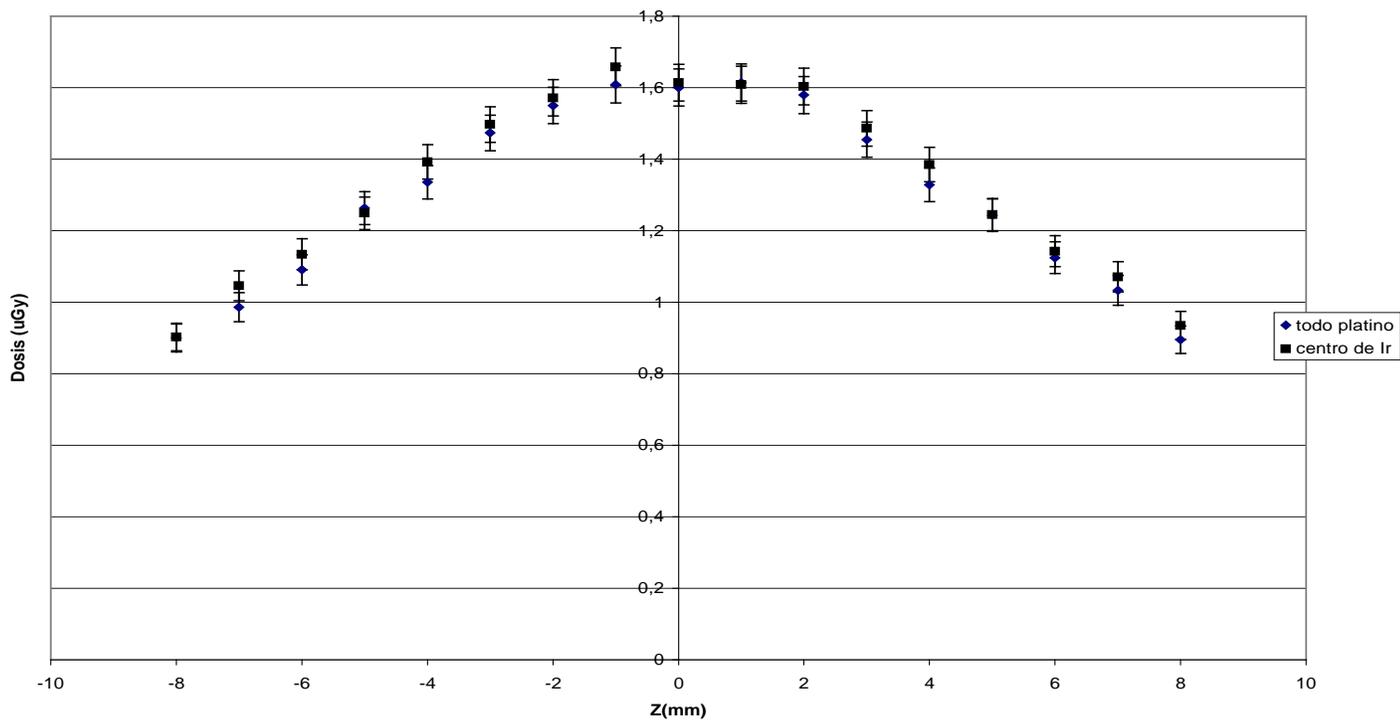
R=8



Comparación entre la dosis producida por la fuente considerada toda de Pt y la fuente considerando su centro de Ir

Grafico 1.10.9

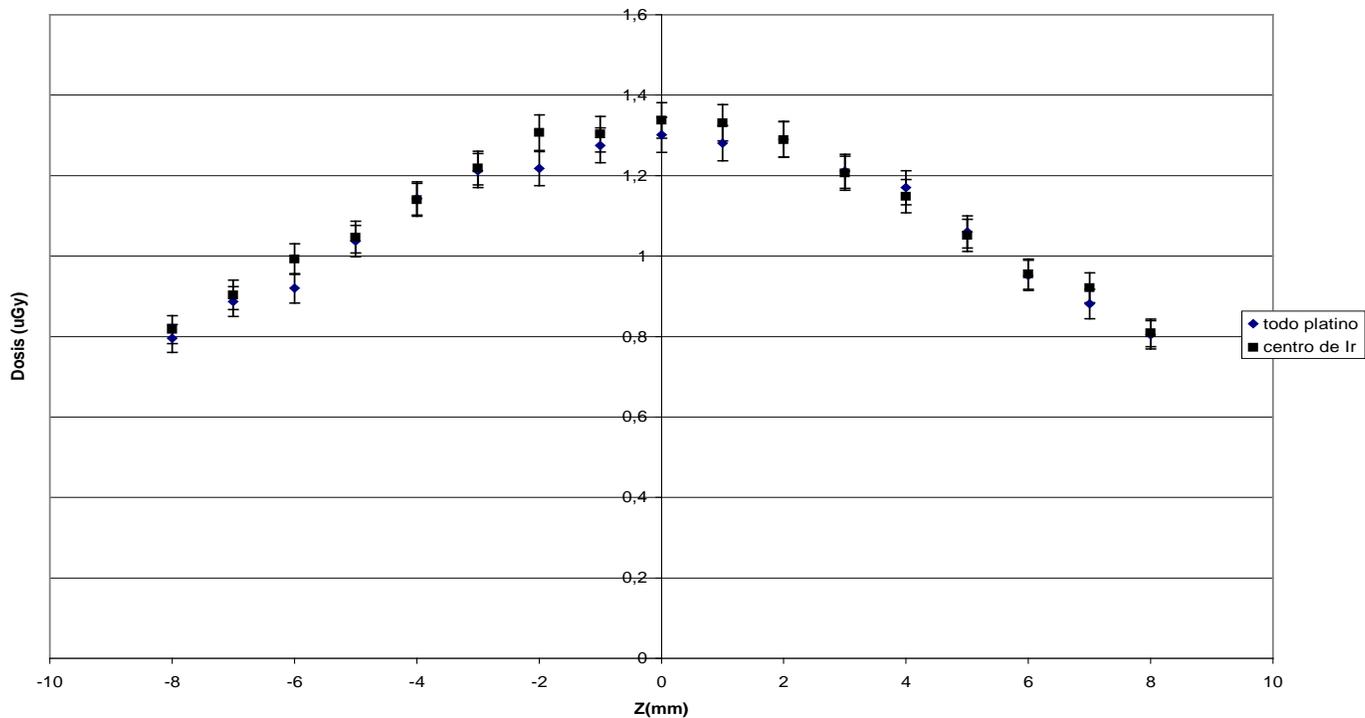
R=9



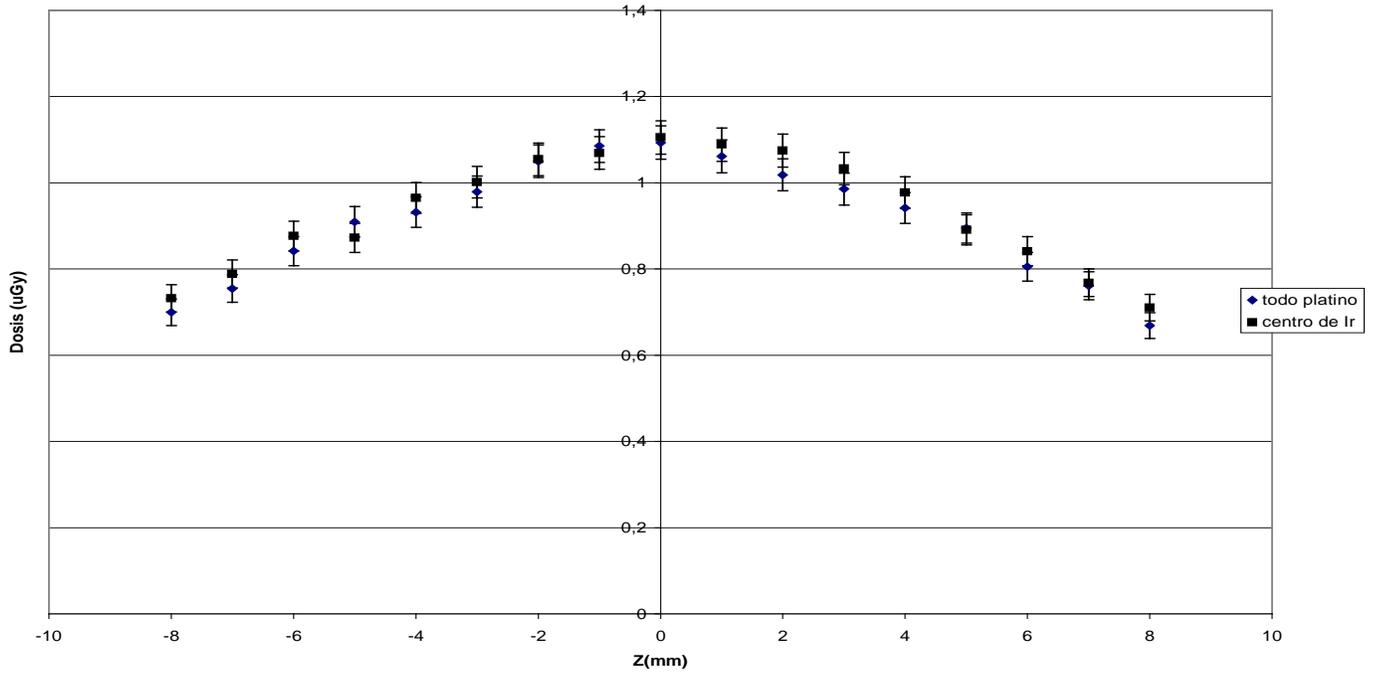
Comparación entre la dosis producida por la fuente considerada toda de Pt y la fuente considerando su centro de Ir

Grafico 1.10.10

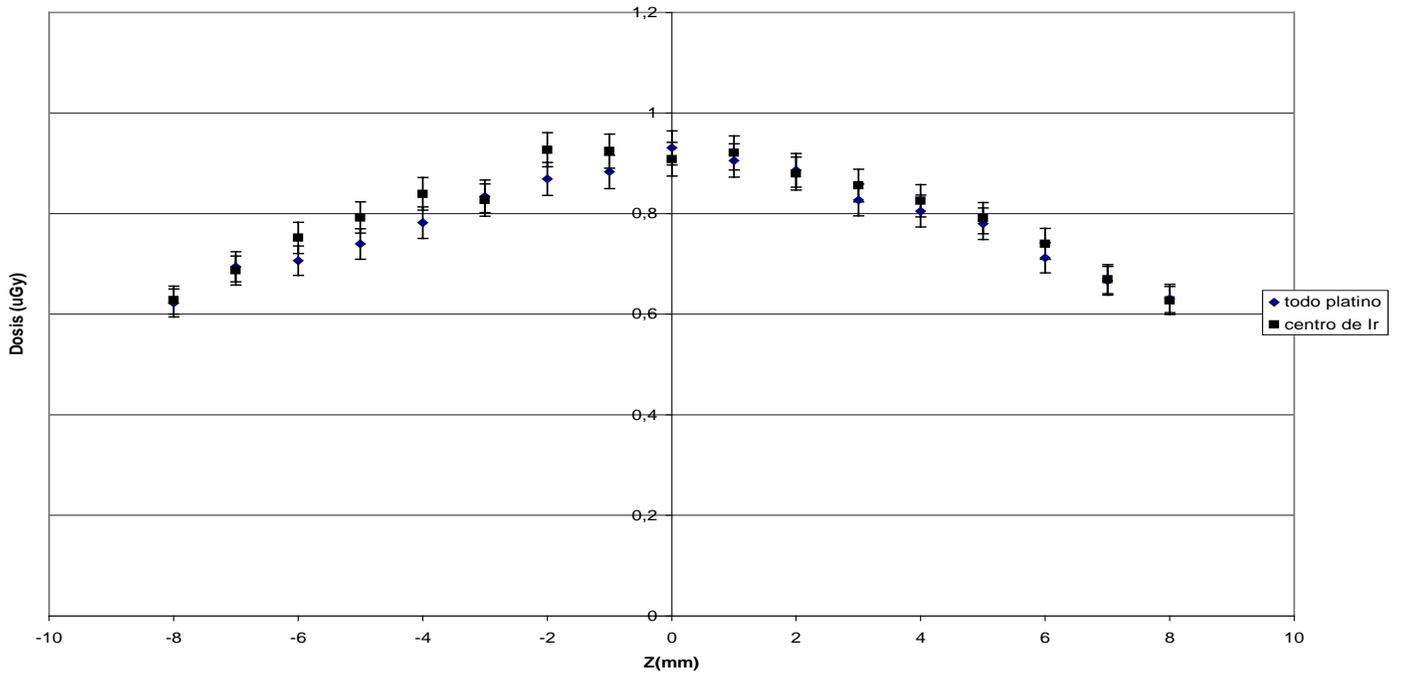
R=10



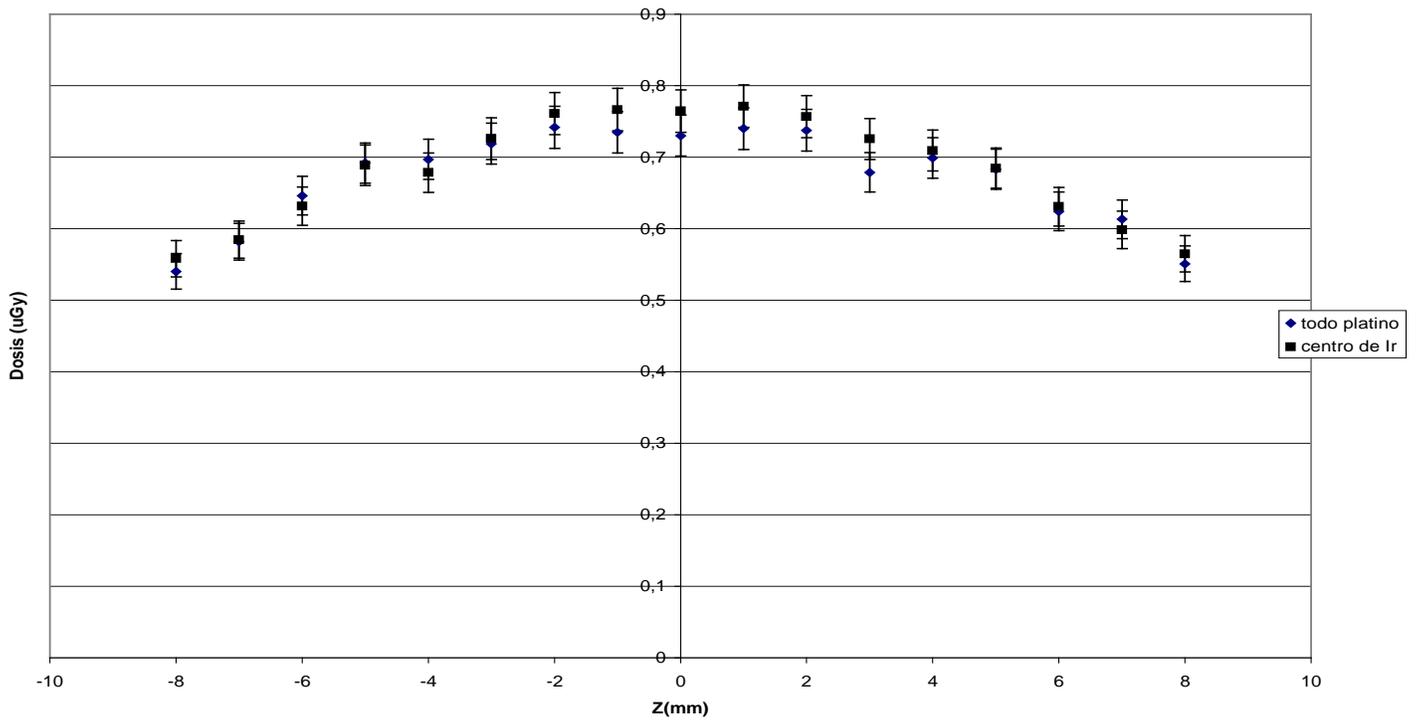
Comparación entre la dosis producida por la fuente consideradola toda de Pt y la fuente considerando su centro de Ir
Grafico 1.10.11
R=11



Comparación entre la dosis producida por la fuente consideradola toda de Pt y la fuente considerando su centro de Ir
Grafico 1.10.12
R=12



Comparación entre la dosis producida por la fuente considerada toda de Pt y la fuente considerando su centro de Ir
Grafico 1.10.13
R=13



fotoelectrones en el volumen de la placa de oro; algunos de estos electrones ingresan al agua produciendo también un aumento en la dosis. Las tablas de secciones eficaces la podemos ver en el Apéndice VI.

4 Comparación entre el Programa Alternativo y Penélope

En el transcurso de este capítulo el principal interés ha sido comparar los resultados del programa Alternativo con Penélope; esta comparación ha sido exitosa, además se ha podido disminuir el tiempo de simulación.

La disminución en el tiempo de simulación es debida a que en el programa realizado no son simulados los eventos poco probables y a que algunos de los eventos son simulados con menor detalle a diferencia del programa Penélope.

El cuadro que presento a continuación va a ayudar a entender las diferencias entre los programas:

Simulación	Penélope	Programa Realizado
Efectos simulados en Fotonos	Fotoeléctrico, Compton y Rayleigh	Fotoeléctrico y Compton
Efectos simulados en electrones	esquema “mixto” de simulación, el cual combina simulación detallada de eventos duros (colisiones elásticas, inelásticas y Bremsstrahlung) con simulación condensada de eventos suaves.	los electrones son simulados en forma condensada exclusivamente
Interfase en fotonos	Cuando cruzan una interfase son retrocedidos hasta el punto de cruce	Cuando cruzan una interfase son retrocedidos hasta el punto de cruce
Interfase en electrones	Cuando cruzan una interfase son retrocedidos hasta el punto de cruce	Cuando cruzan una interfase permanecen en la posición en que se encuentran

5 Pautas para de arreglos de fuentes

La mayoría de arreglos de fuentes sobre las placas son hechos en forma radial; esto debido a que más fuentes pueden ser distribuidas sobre la superficie de la placa, lo cual reduce la actividad específica requerida por cada fuente para obtener una frecuencia de dosis dada. La placa es hecha de oro, debido a que este material no produce reacción biológica y a su alto coeficiente de atenuación⁵.

En todas las distribuciones de fuentes que se simula sobre la placa, las fuentes están colocadas en forma radial (ver fig 2.4 del capítulo II).

El objetivo de esa parte del trabajo es relacionar la posición, longitud y número de fuentes colocadas sobre la placa, con la forma de distribución de dosis que originan.

Esquema de Simulación del Programa Fuentes

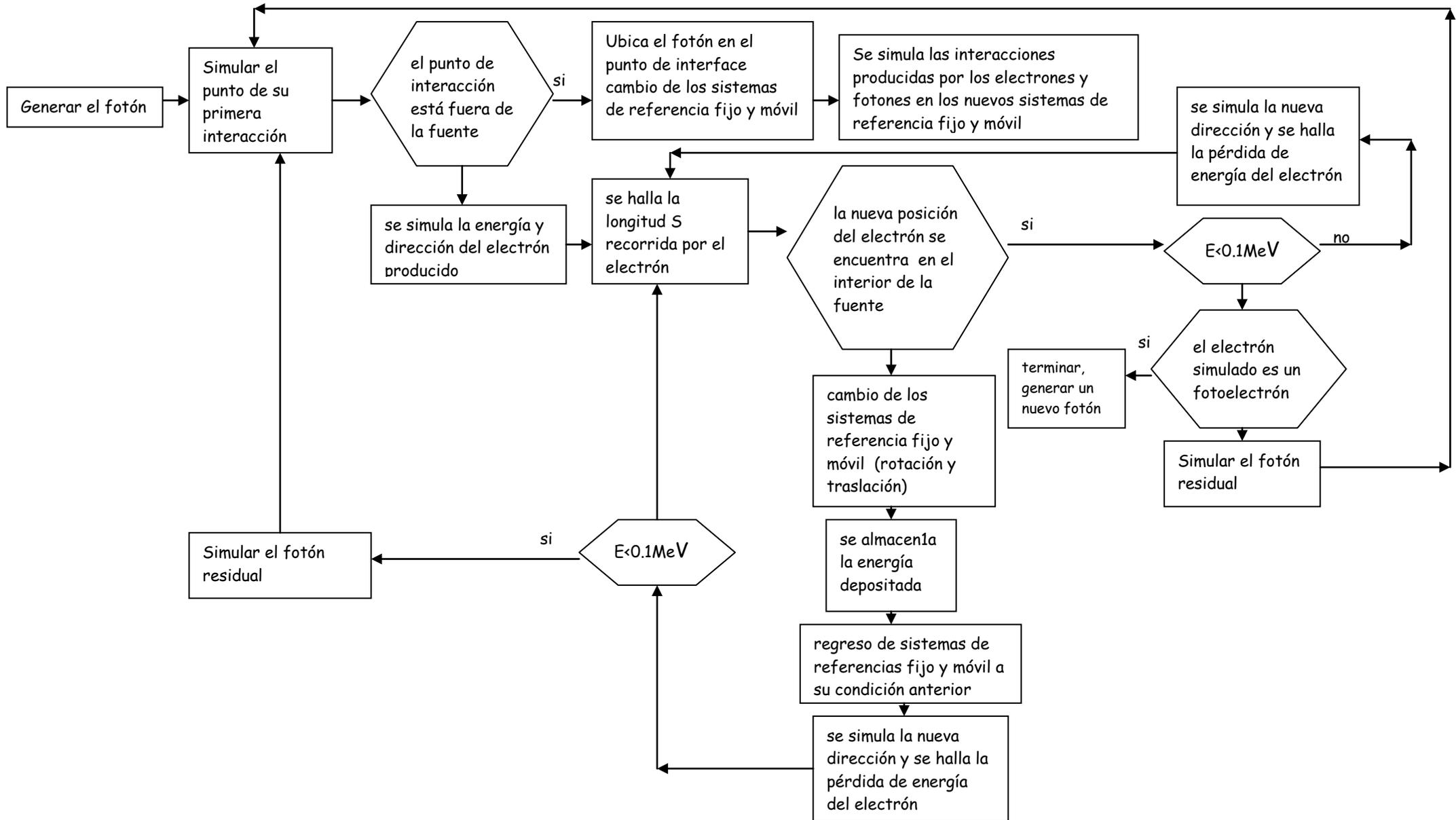


Gráfico 2.1
 Comparación de la simulación de una distribución de fuentes de Ir sin incluir la placa entre el programa Penélope y el Alternativo
 Plano Y=0 Z=14

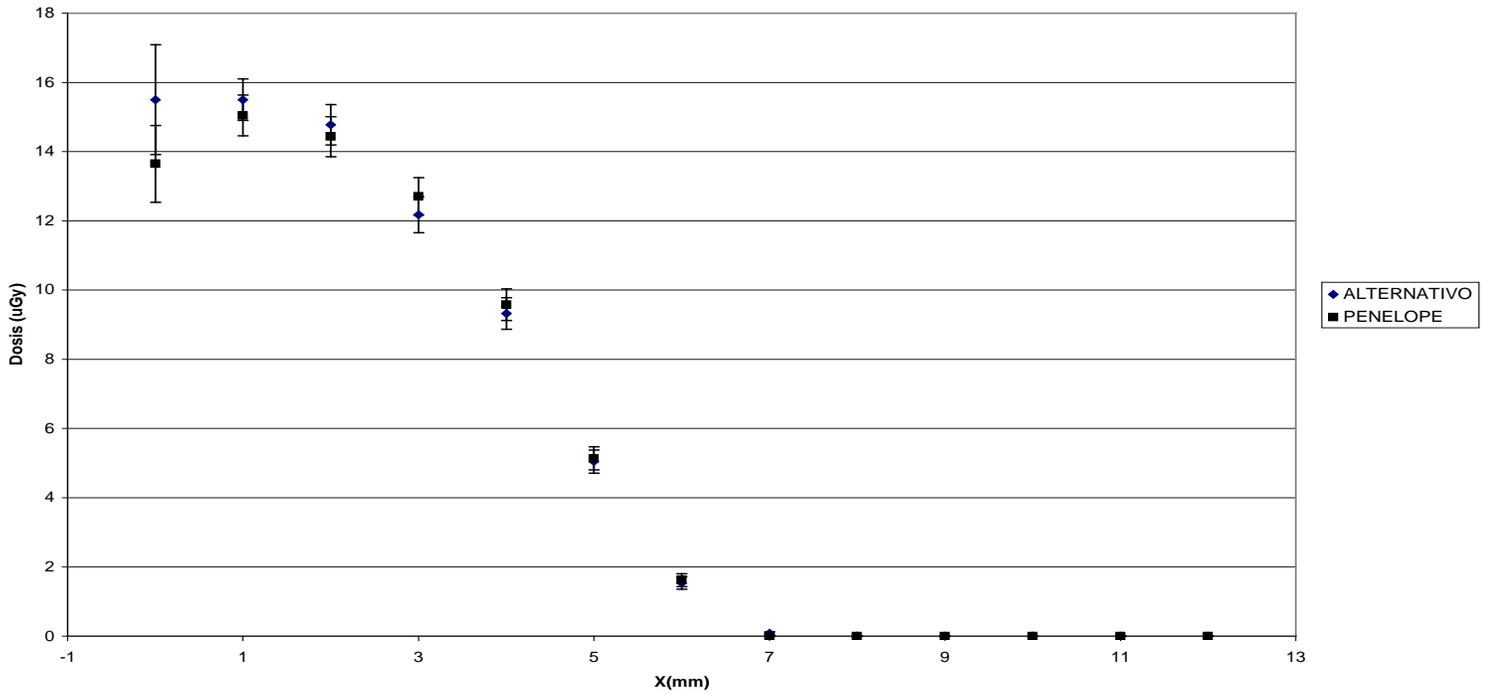


Gráfico 2.2
 Comparación de la simulación de una distribución de fuentes de Ir sin incluir la placa entre el programa Penélope y el Alternativo
 Plano Y=0 Z=13

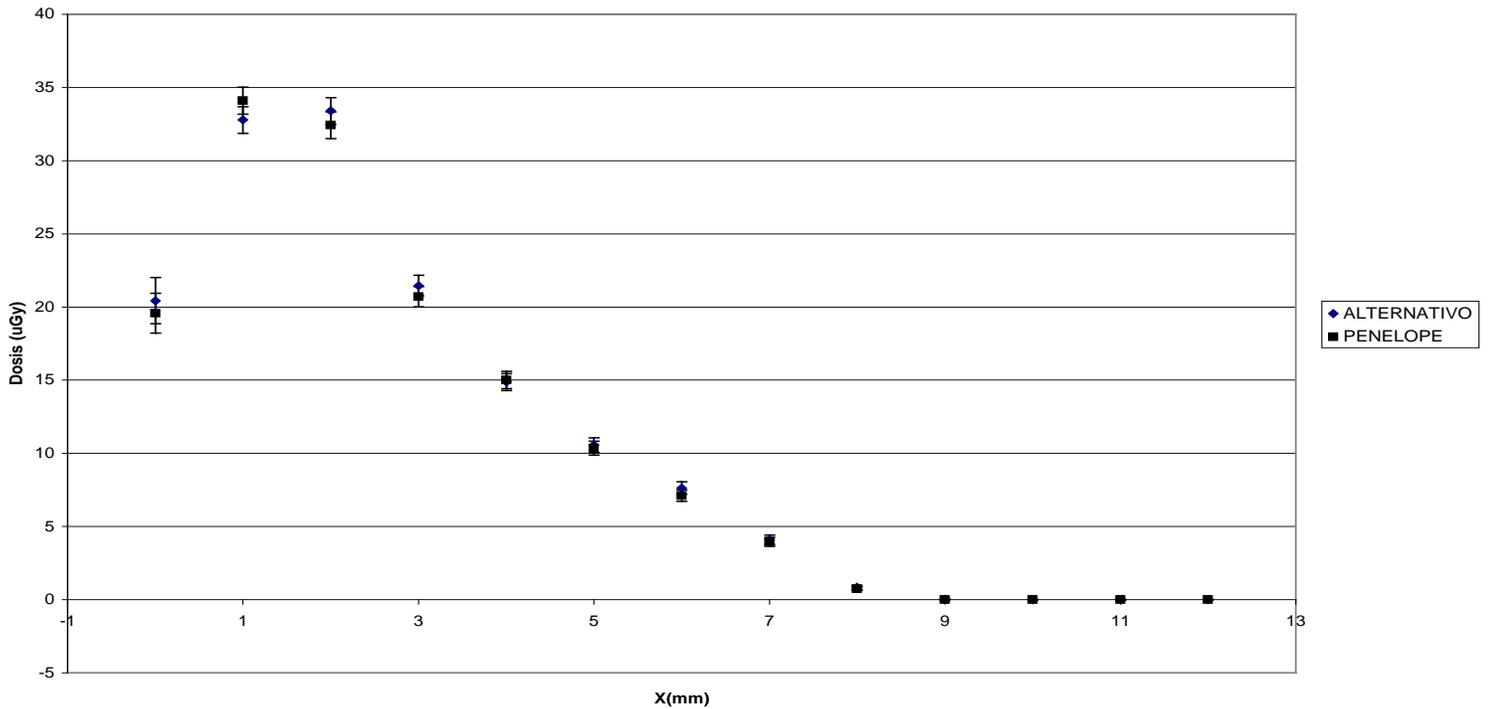


Gráfico 2.3
 Comparación de la simulación de una distribución de fuentes de Ir sin incluir la placa entre el programa
 Penélope y el Alternativo
 Plano Y=0 Z=12

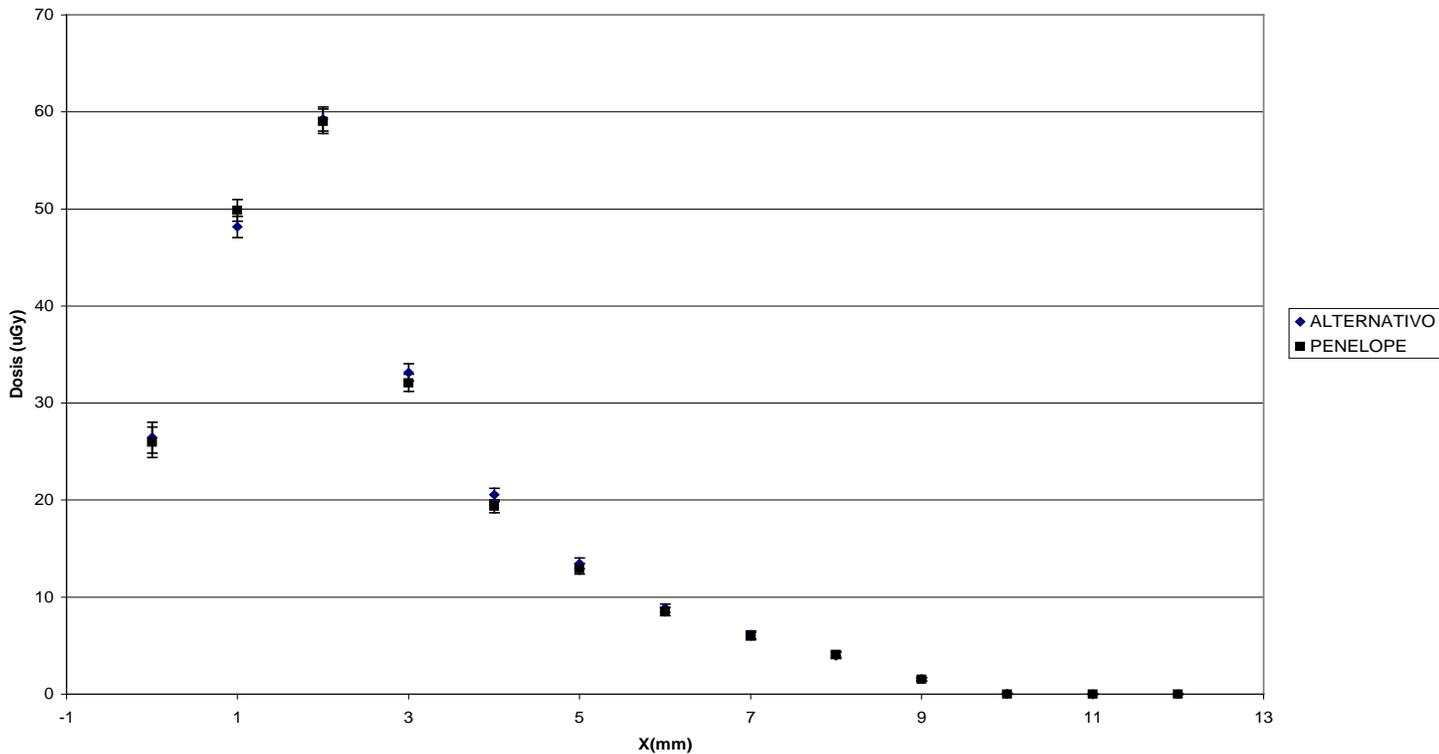


Gráfico 2.4
 Comparación de la simulación de una distribución de fuentes de Ir sin incluir la placa entre el programa
 Penélope y el Alternativo
 Plano Y=0 Z=11

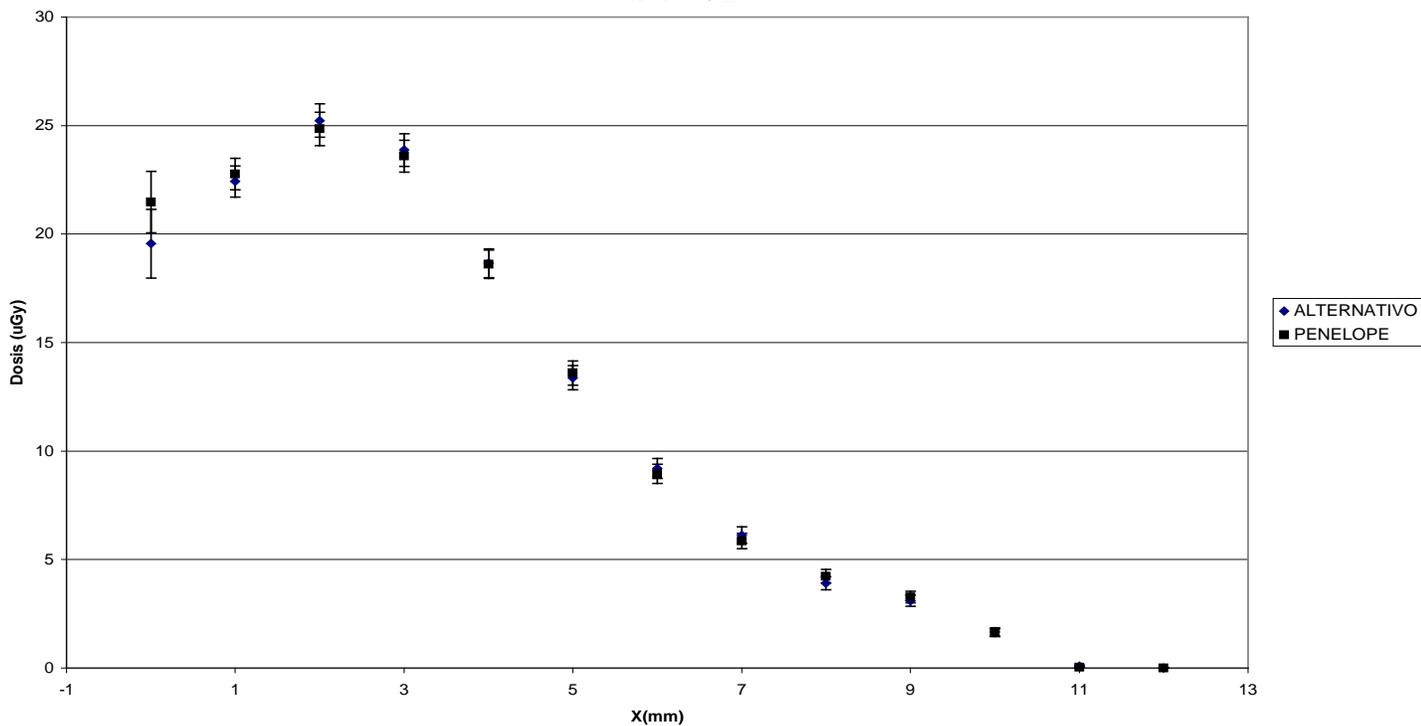


Gráfico 2.5
 Comparación de la simulación de una distribución de fuentes de Ir sin incluir la placa entre el programa
 Penélope y el Alternativo
 Plano Y=0 Z=10

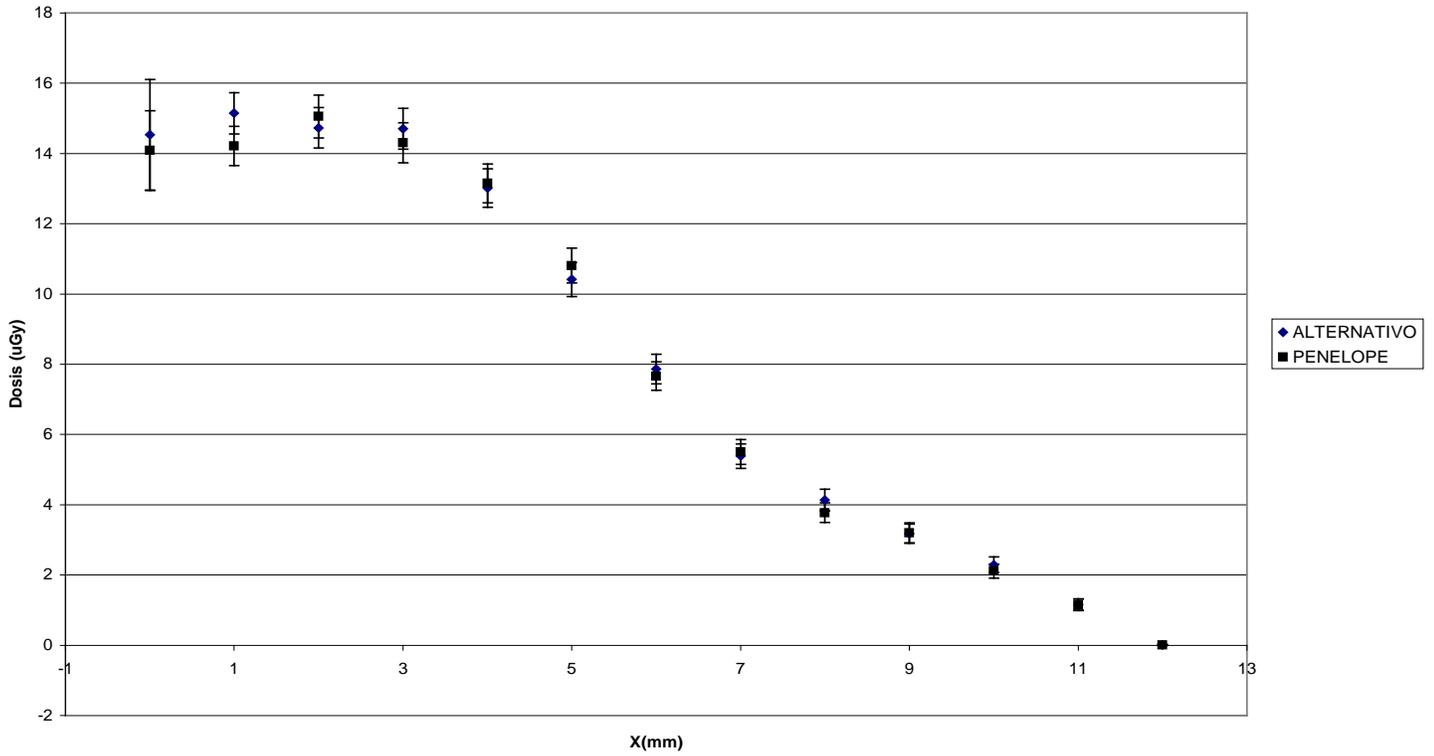


Gráfico 2.6
 Comparación de la simulación de una distribución de fuentes de Ir sin incluir la placa entre el programa
 Penélope y el Alternativo
 Plano Y=0 Z=9

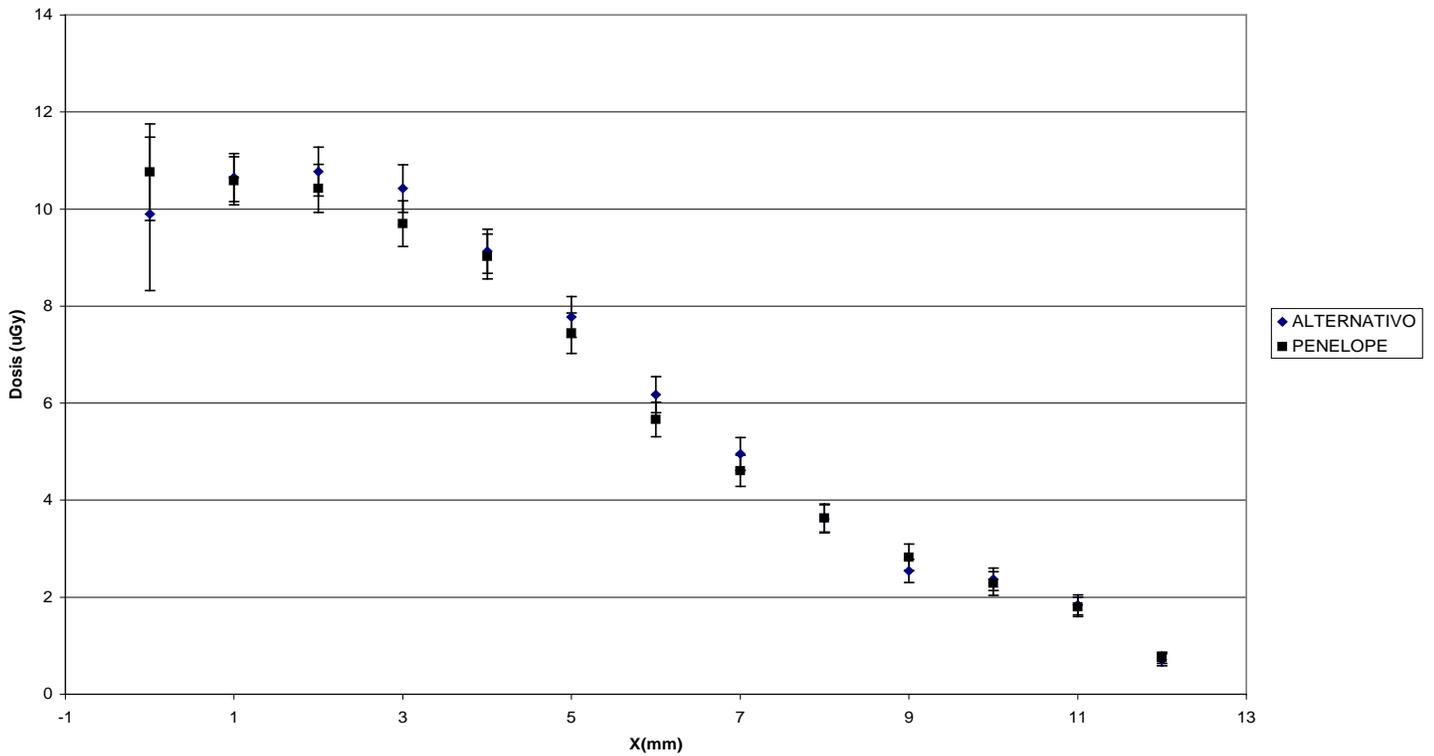


Gráfico 2.7
 Comparación de la simulación de una distribución de fuentes de Ir sin incluir la placa entre el programa
 Penélope y el Alternativo
 Plano Y=0 Z=8

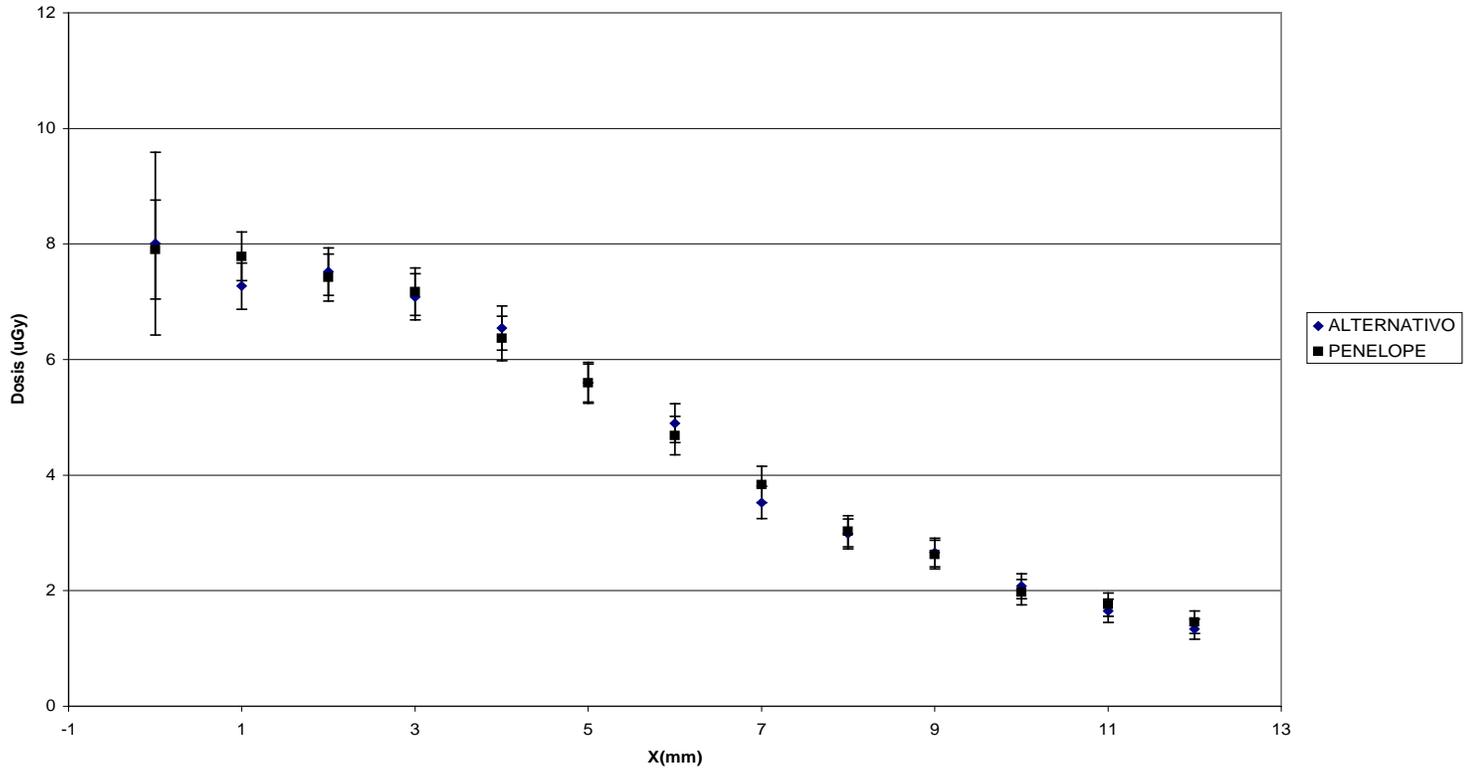


Gráfico 2.8
 Comparación de la simulación de una distribución de fuentes de Ir sin incluir la placa entre el programa
 Penélope y el Alternativo
 Plano Y=0 Z=7

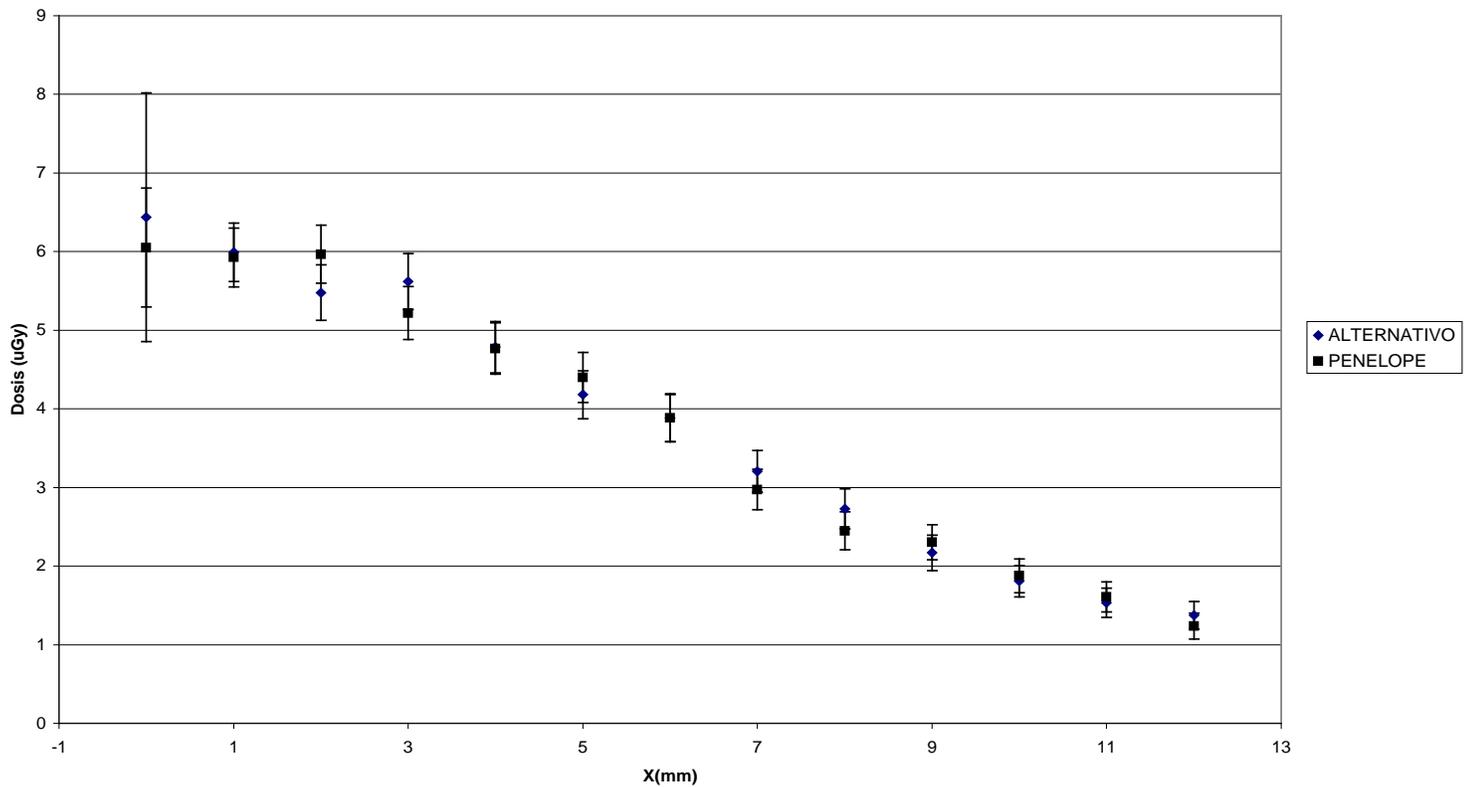


Gráfico 2.9
 Comparación de la simulación de una distribución de fuentes de Ir sin incluir la placa entre el programa Penélope y el Alternativo
 Plano Y=0 Z=6

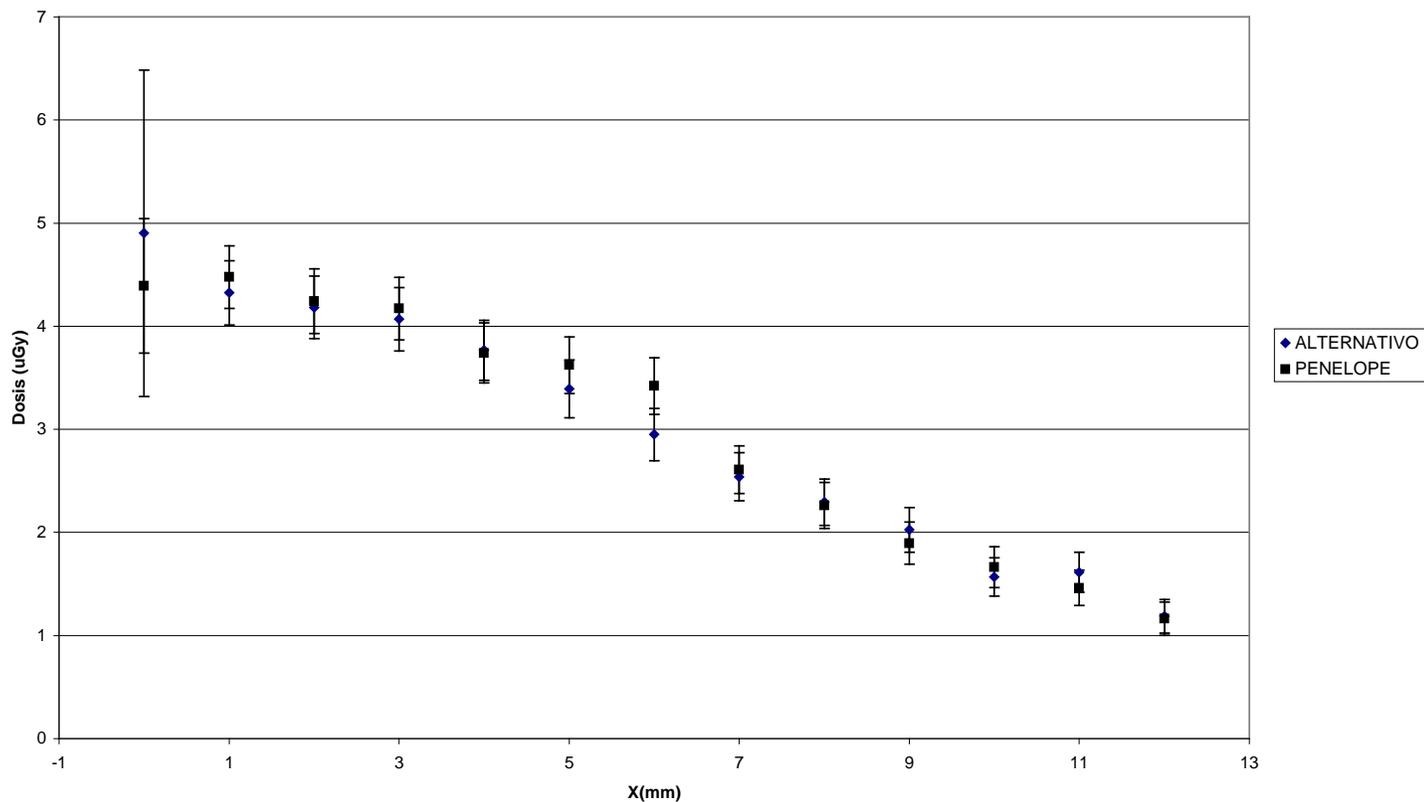


Gráfico 2.10
 Comparación de la simulación de una distribución de fuentes de Ir sin incluir la placa entre el programa Penélope y el Alternativo
 Plano Y=0 Z=5

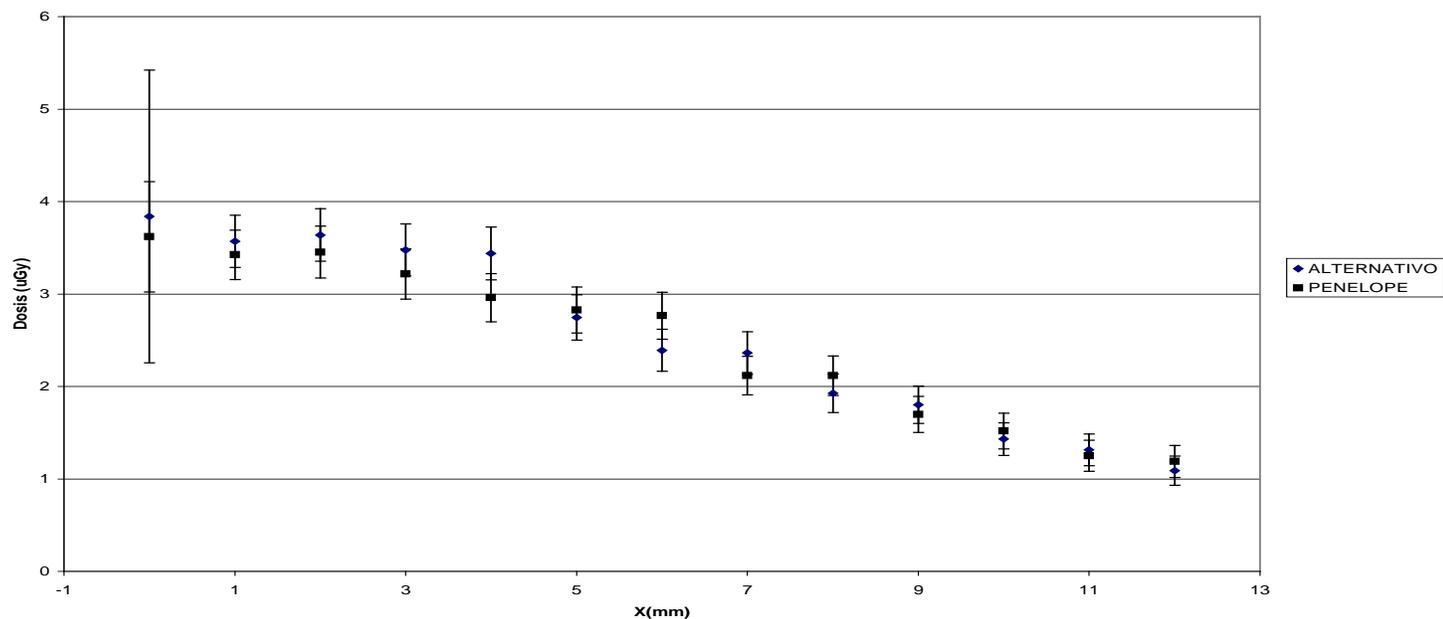


Gráfico 2.11
 Comparación de la simulación de una distribución de fuentes de Ir sin incluir la placa entre el programa Penélope y el Alternativo
 Plano Y=0 Z=4

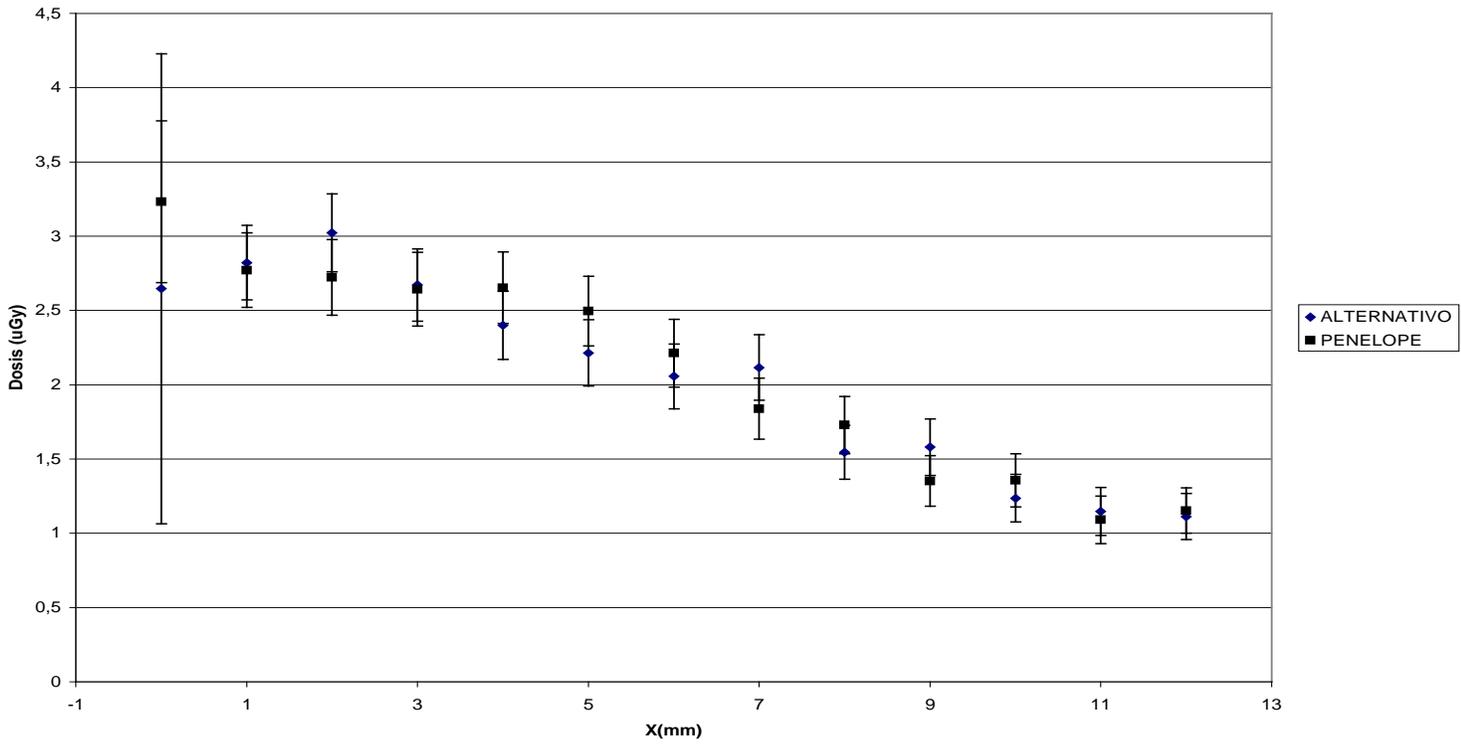


Gráfico 2.12
 Comparación de la simulación de una distribución de fuentes de Ir sin incluir la placa entre el programa Penélope y el Alternativo
 Plano Y=0 Z=3

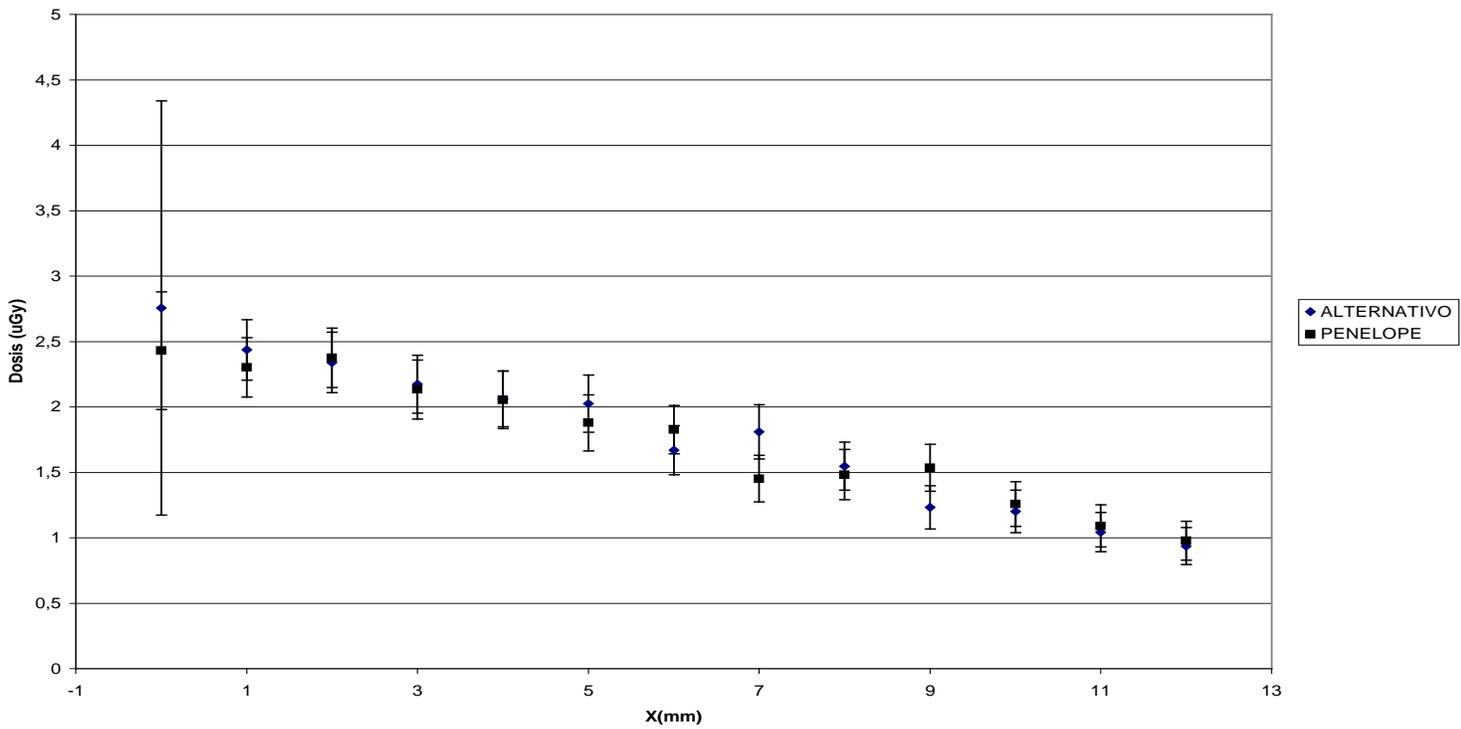


Gráfico 2.13
 Comparación de la simulación de una distribución de fuentes de Ir sin incluir la placa entre el programa Penélope y el Alternativo
 Plano Y=0 Z=2

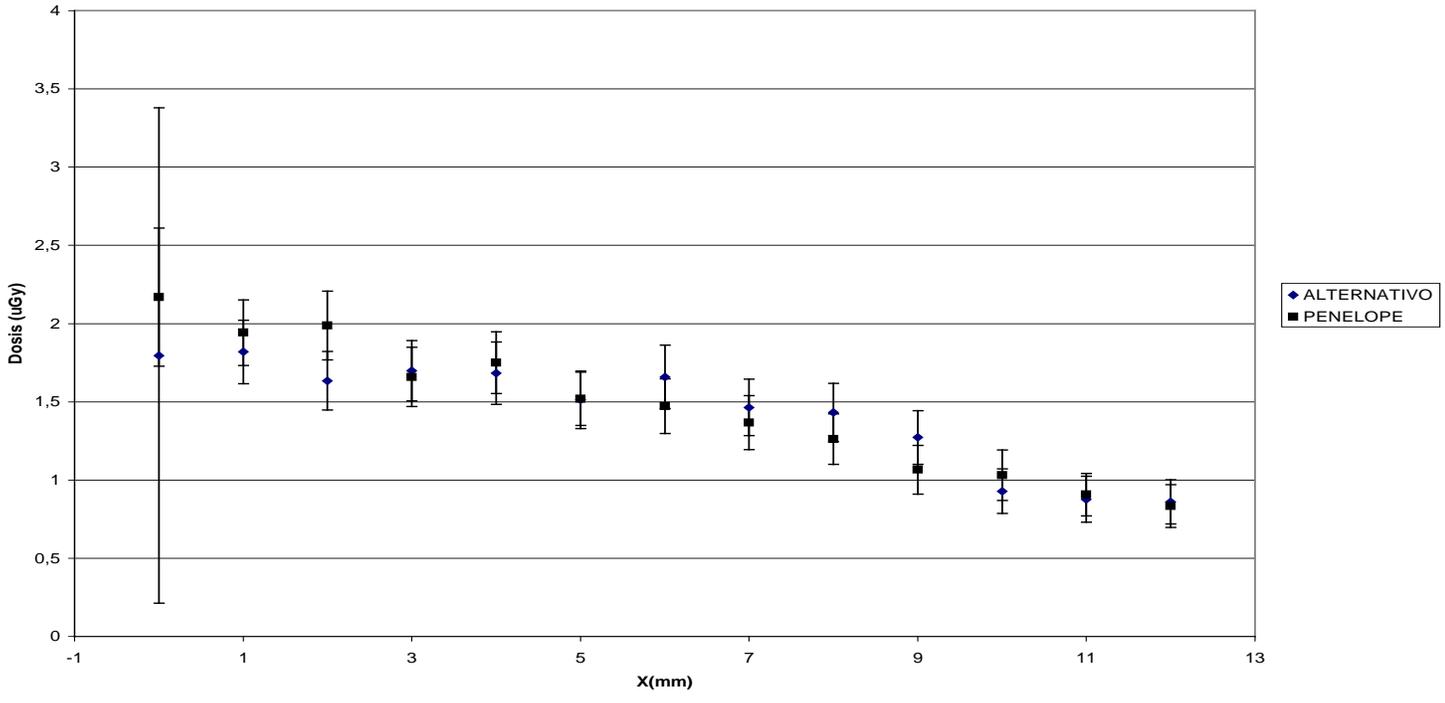
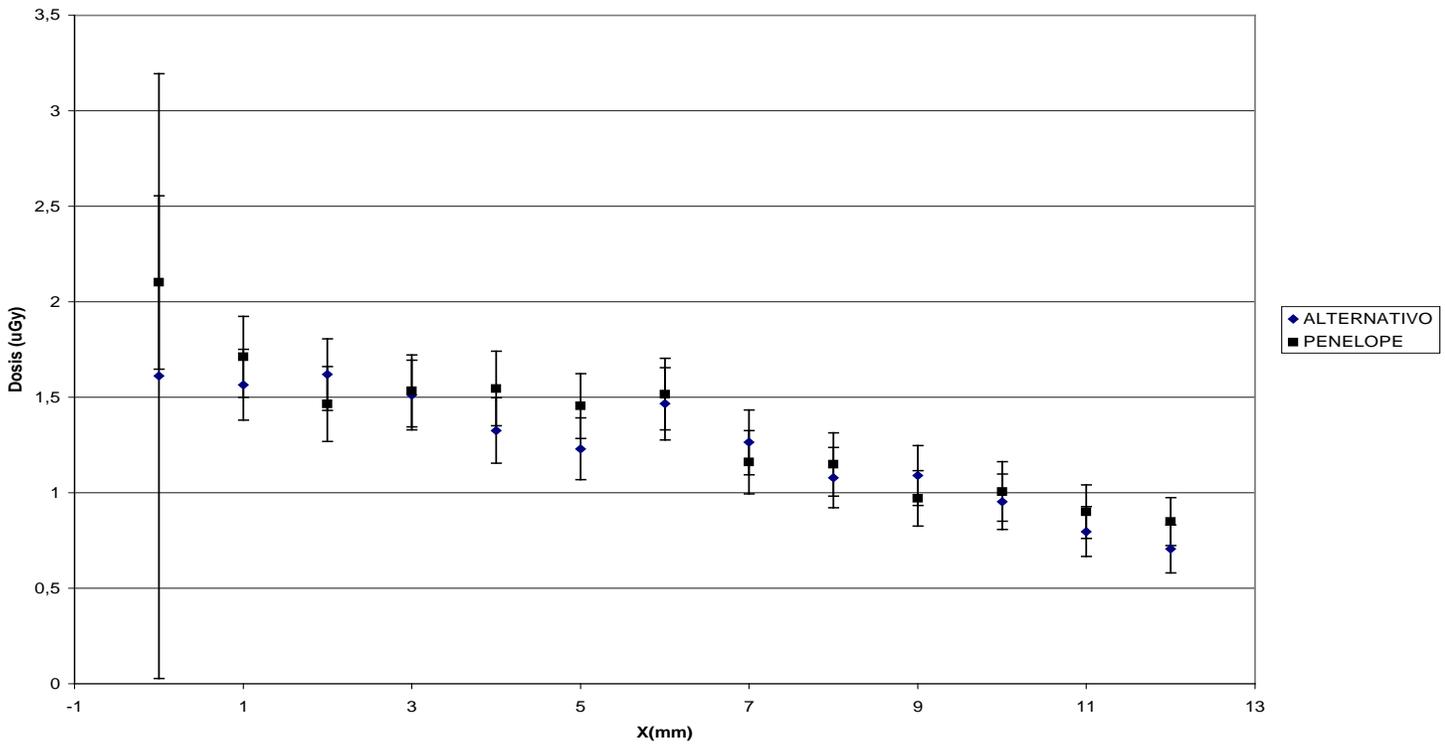


Gráfico 2.14
 Comparación de la simulación de una distribución de fuentes de Ir sin incluir la placa entre el programa Penélope y el Alternativo
 Plano Y=0 Z=1



Todas las curvas de dosis están normalizadas al máximo valor de dosis obtenido en el eje central. En todos los casos este valor está posicionado en $Z = 12\text{mm}$.

Todas las gráficas presentadas a continuación son resultados de simulaciones hechas utilizando el programa Alternativo.

5.1 Comparación de curvas de porcentaje de dosis sobre el eje Z , $X=0$, $Y=0$ (ver gráfica 2.6 del capítulo II)

a)Comparación variando el ángulo angulo_0 .

Esta comparación la podemos ver en las gráfica 5.1.1; en las gráficas vemos que cuando aumentamos el valor del ángulo angulo_0 disminuye el gradiente del porcentaje de dosis sobre el eje central.

b) Comparación variando el número de fuentes.

Esta comparación la podemos ver en la gráfica 5.1.2; en las gráficas observamos, que no existe cambio en el porcentaje de dosis sobre el eje central al variar el número de fuentes.

c)Comparación variando la longitud de las fuentes

Esta comparación la podemos ver en la gráfica 5.1.3; de la gráfica vemos que al disminuir la longitud de fuentes aumenta el gradiente del porcentaje de dosis sobre el eje central.

5.2 Comparación de curvas de isodosis sobre el plano $Y = 0$ (ver fig 2.8 del capítulo II),

a)Comparación variando el ángulo angulo_0

Esta comparación la podemos en la gráfica 5.2.1; en esta gráfica observamos que al aumentar el valor de angulo_0 , aumenta el porcentaje de dosis hacia los extremos del eje X y la caída del porcentaje de dosis se hace más lenta al disminuir Z.

b)Comparación variando el número de fuentes

Esta comparación la podemos ver en la gráfica 5.2.2. De la gráfica podemos observar que no se aprecian diferencias significativas en este plano al variar el número de fuentes.

c)Comparación variando la longitud de las fuentes

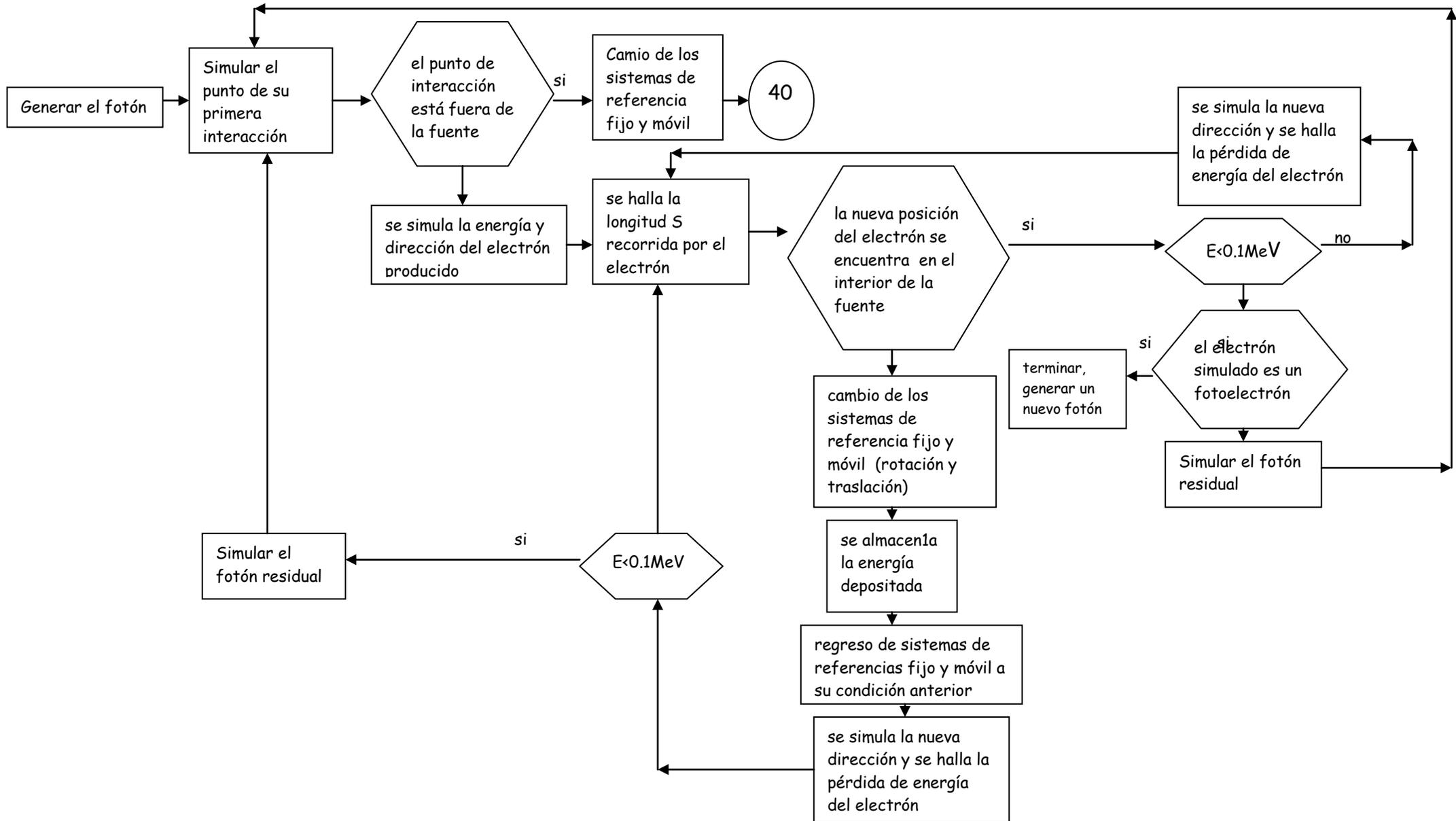
Esta comparación la podemos ver en la gráfica 5.2.3; en esta gráfica observamos que al aumentar la longitud de las fuentes aumenta ligeramente el porcentaje de dosis a los extremos del eje X.

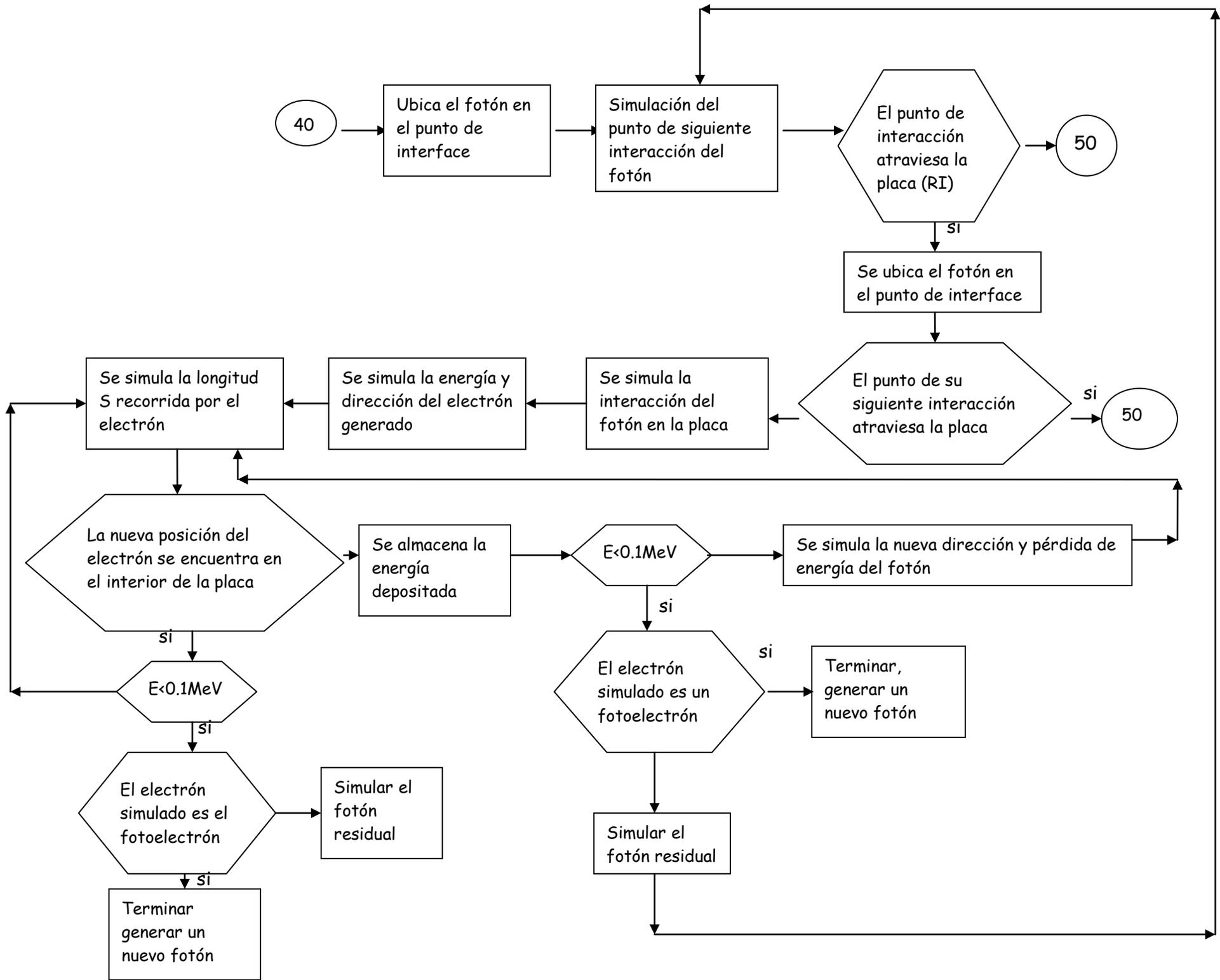
5.3 Comparación de Curvas de isodosis sobre los planos $Z=\text{constante}$

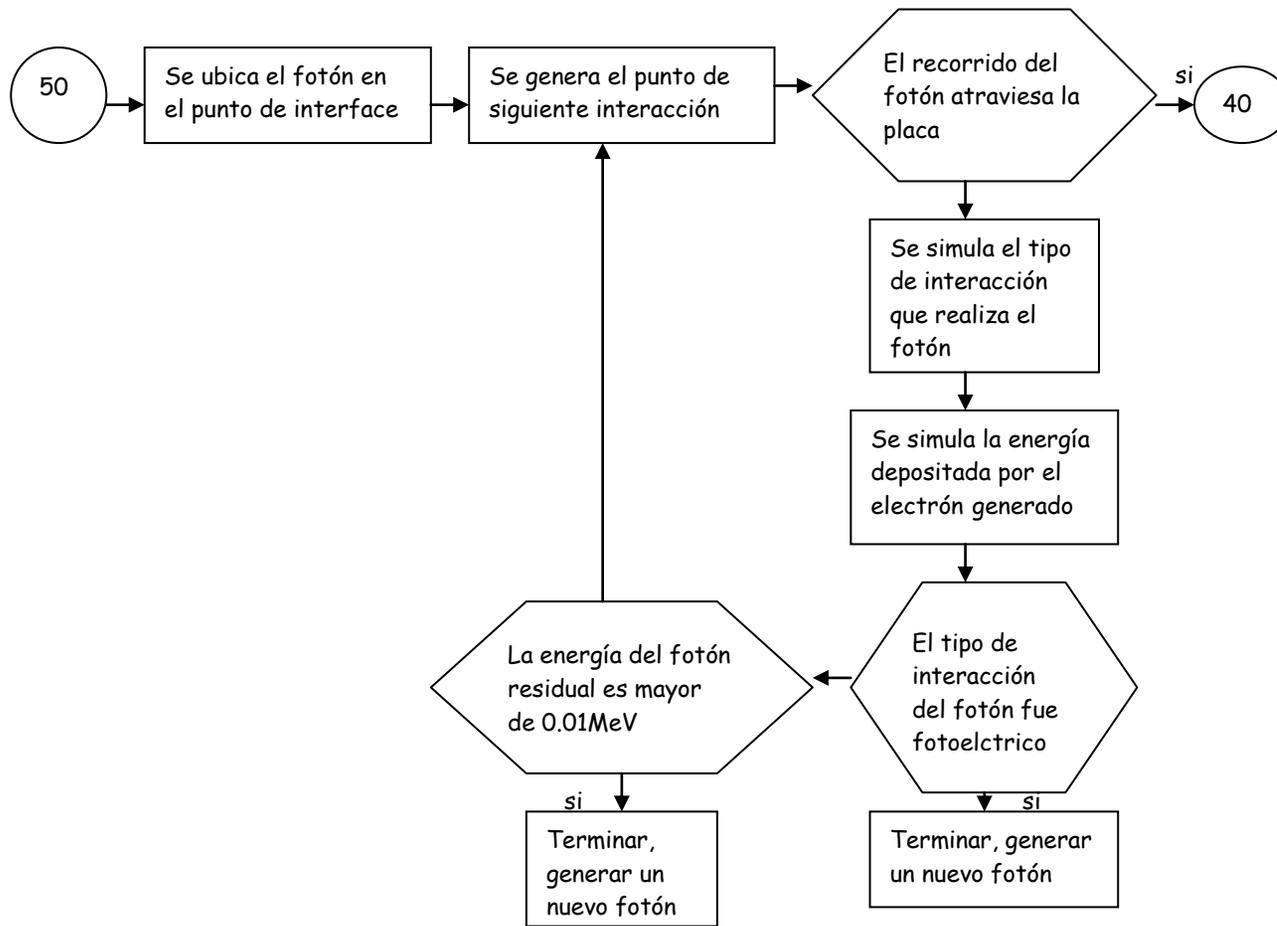
a)Comparación variando el número de fuentes

Esta comparación la podemos ver en la gráfica 5.3, en ellas observamos que al aumentar el número de fuentes las curvas de isodosis van aproximándose a circunferencias.

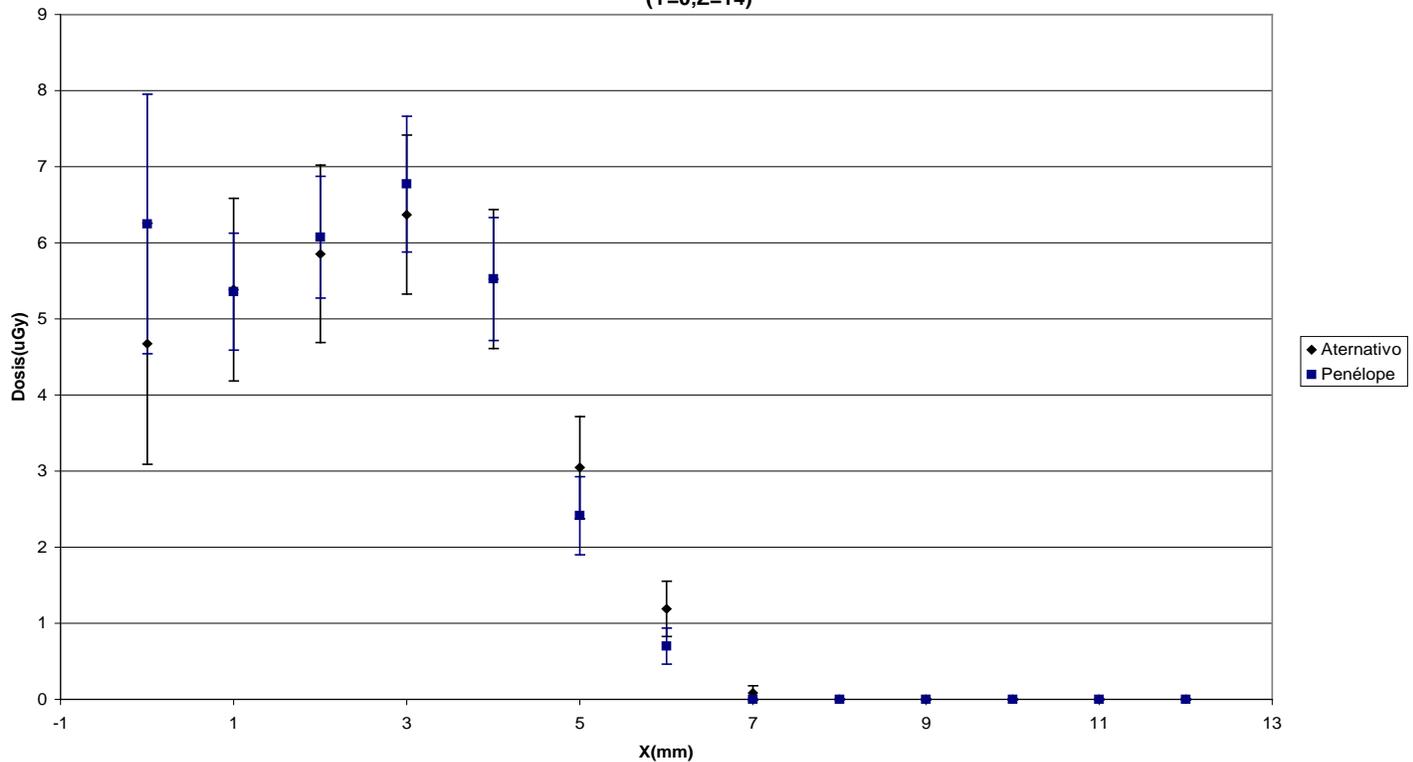
Esquema de Simulación del Programa Placa



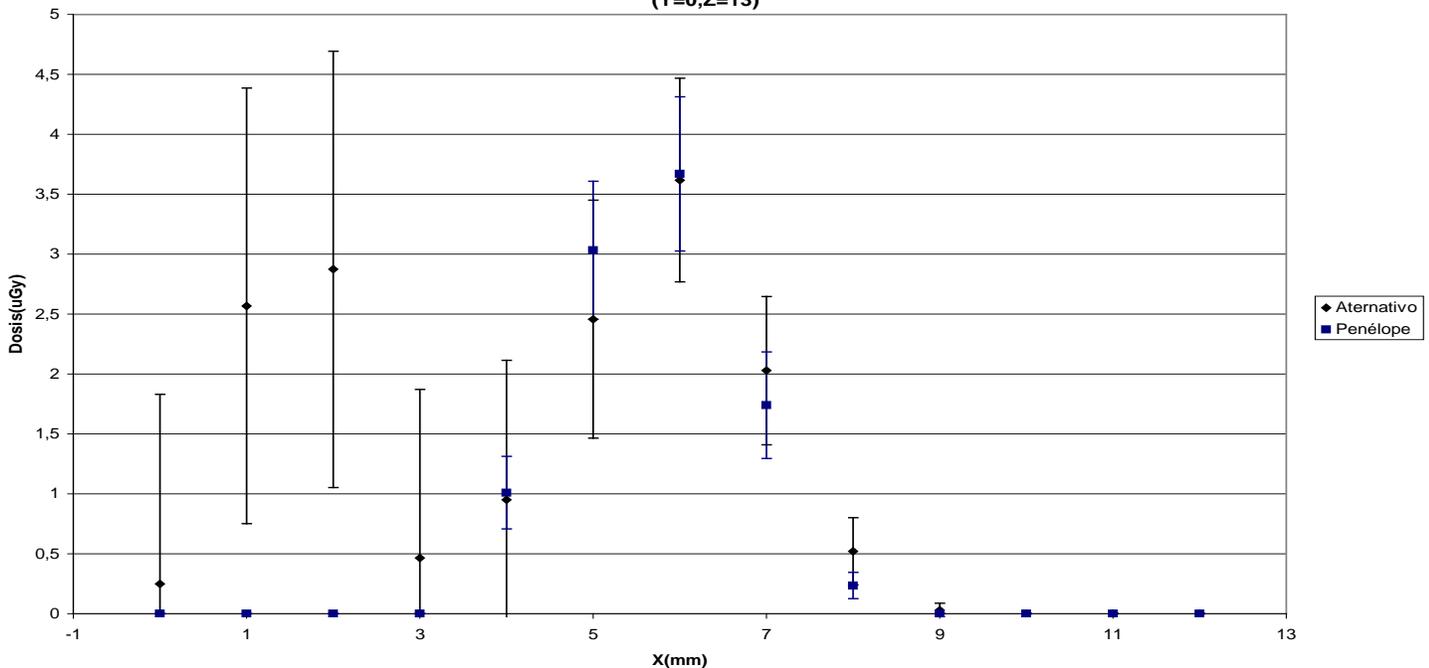




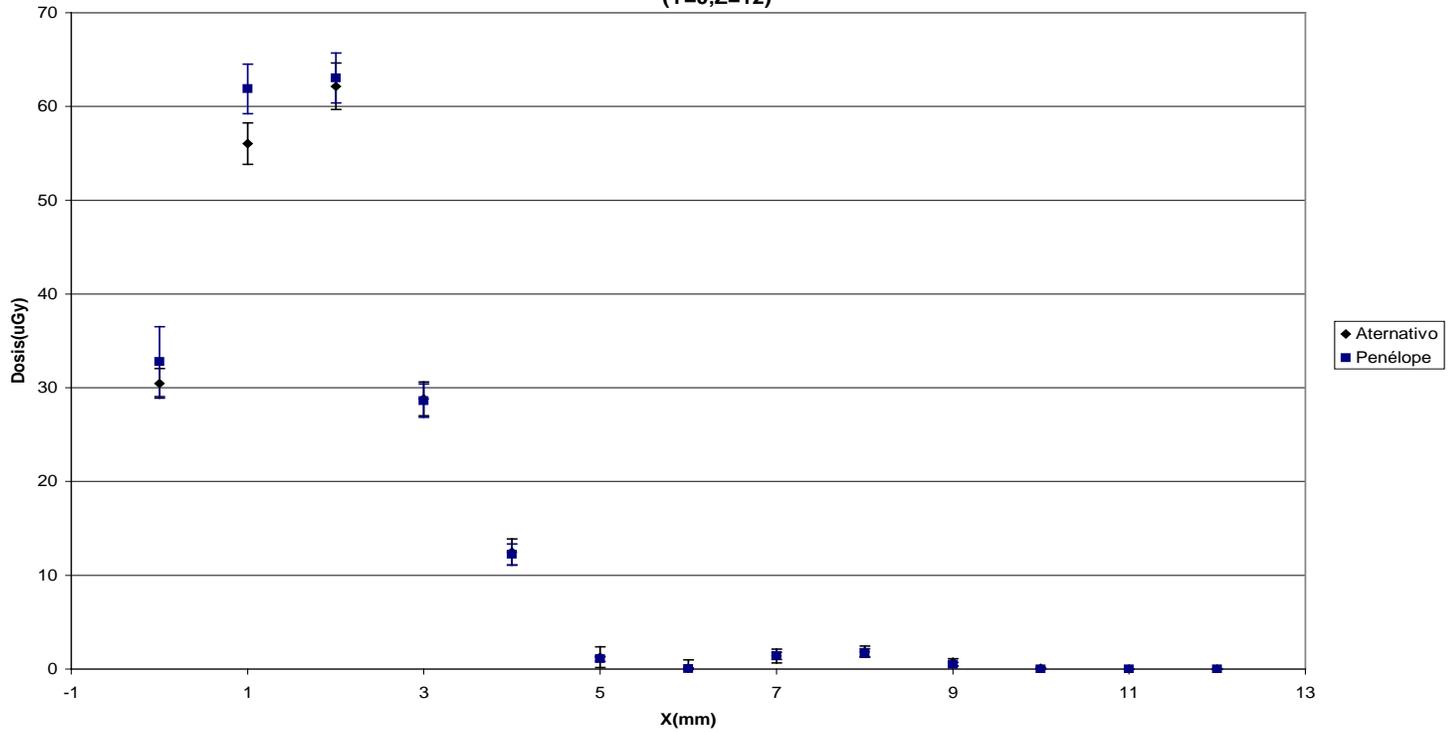
Gráfica 3,1,1
Comparación de la dosis producida por una distribución de fuentes de Ir 192 incluyendo la placa entre el programa Alternativo y Penélope (Y=0,Z=14)



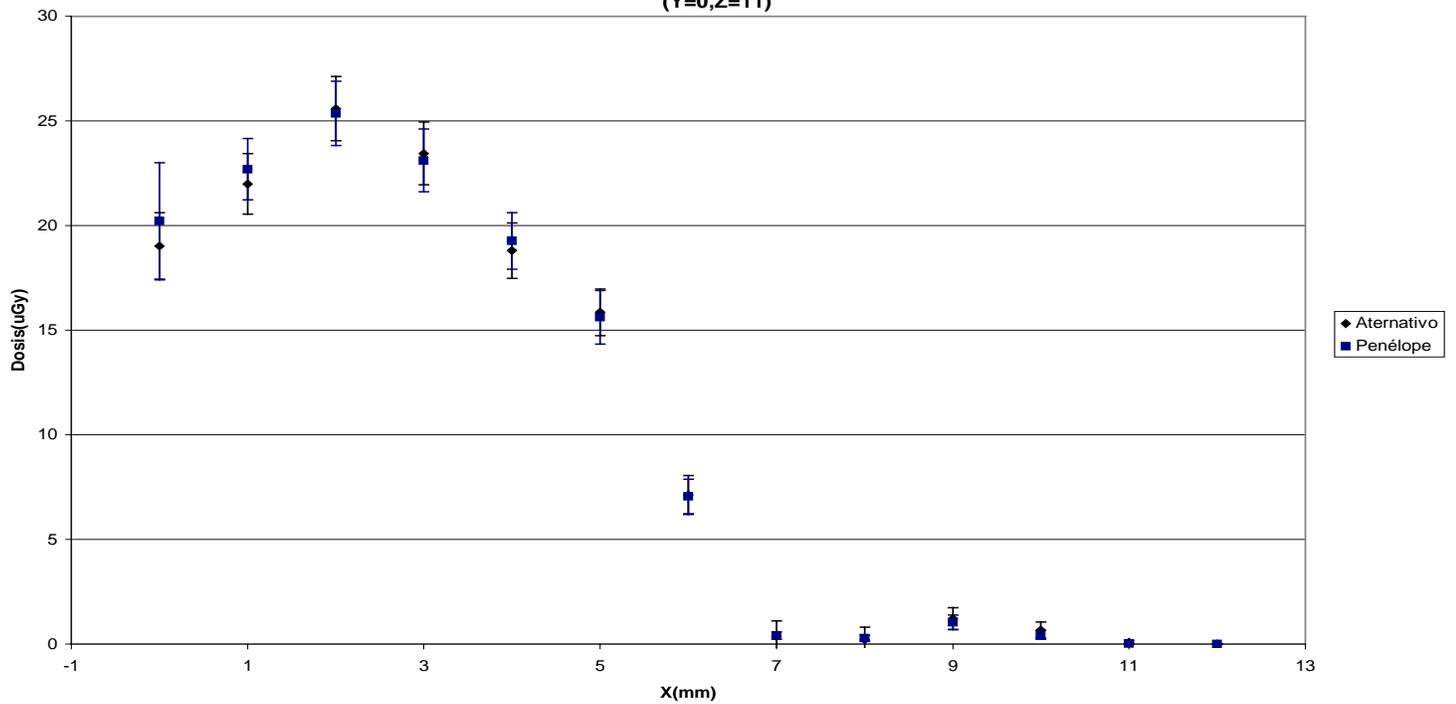
Gráfica 3,1,2
Comparación de la dosis producida por una distribución de fuentes de Ir 192 incluyendo la placa entre el programa Alternativo y Penélope (Y=0,Z=13)



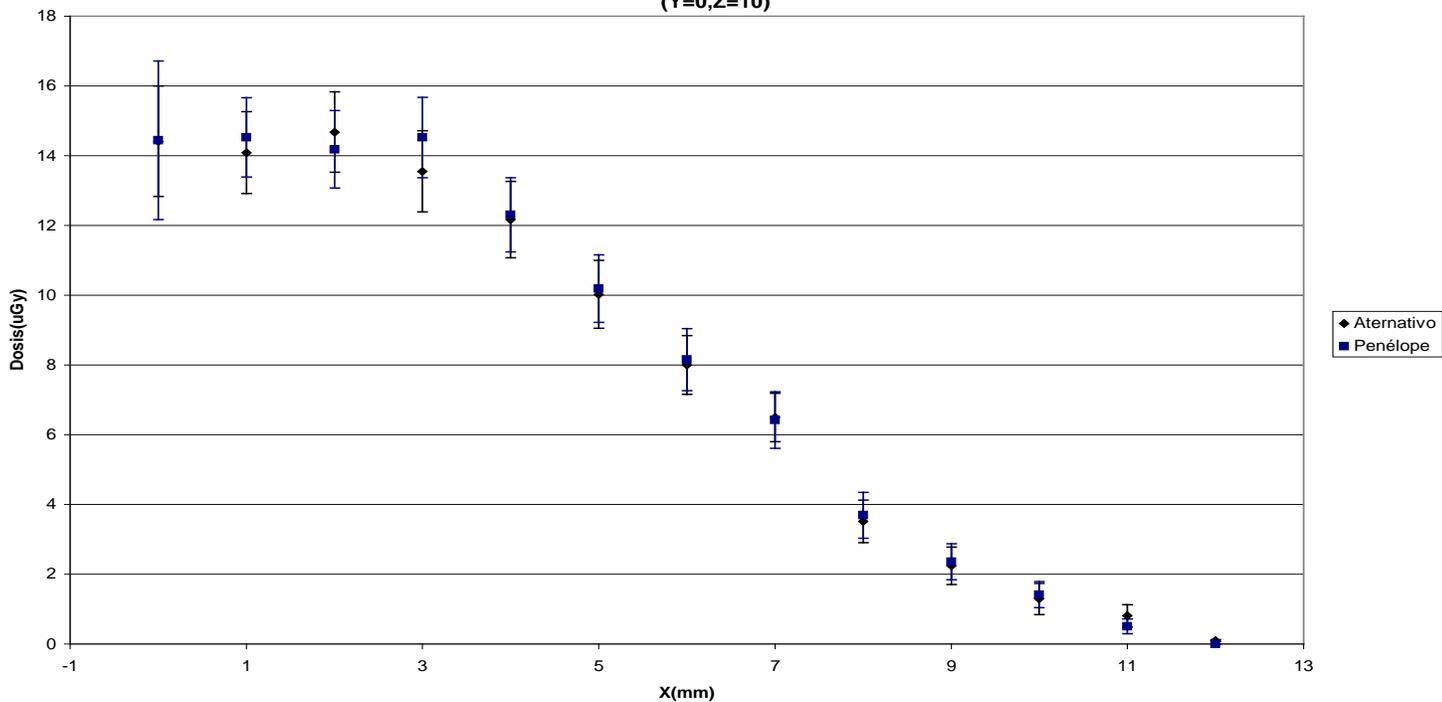
Gráfica 3,1,3
Comparación de la dosis producida por una distribución de fuentes de Ir 192 incluyendo la placa entre el programa Alternativo y Penélope (Y=0,Z=12)



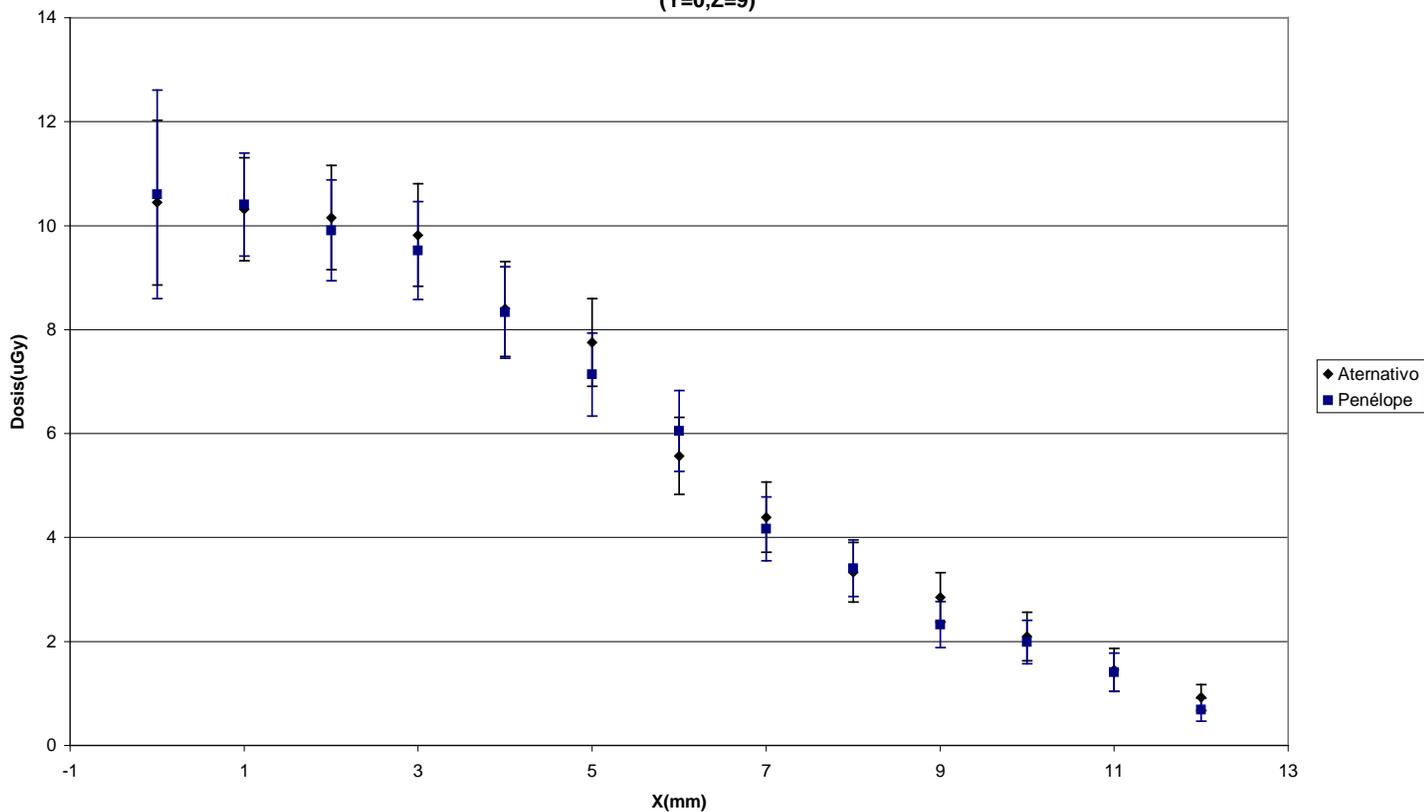
Gráfica 3,1,4
Comparación de la dosis producida por una distribución de fuentes de Ir 192 incluyendo la placa entre el programa Alternativo y Penélope (Y=0,Z=11)



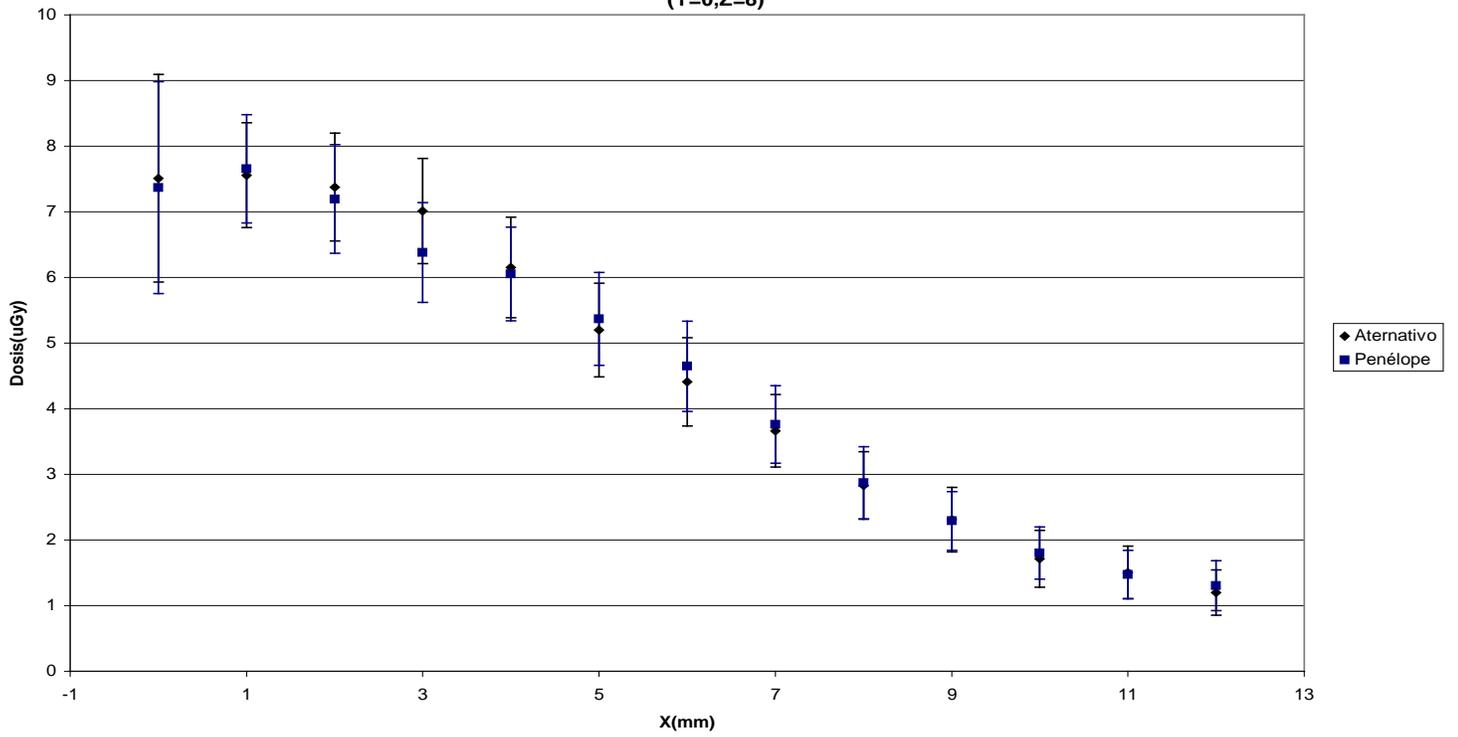
Gráfica 3,1,5
Comparación de la dosis producida por una distribución de fuentes de Ir 192 incluyendo la placa entre el programa Alternativo y Penélope (Y=0,Z=10)



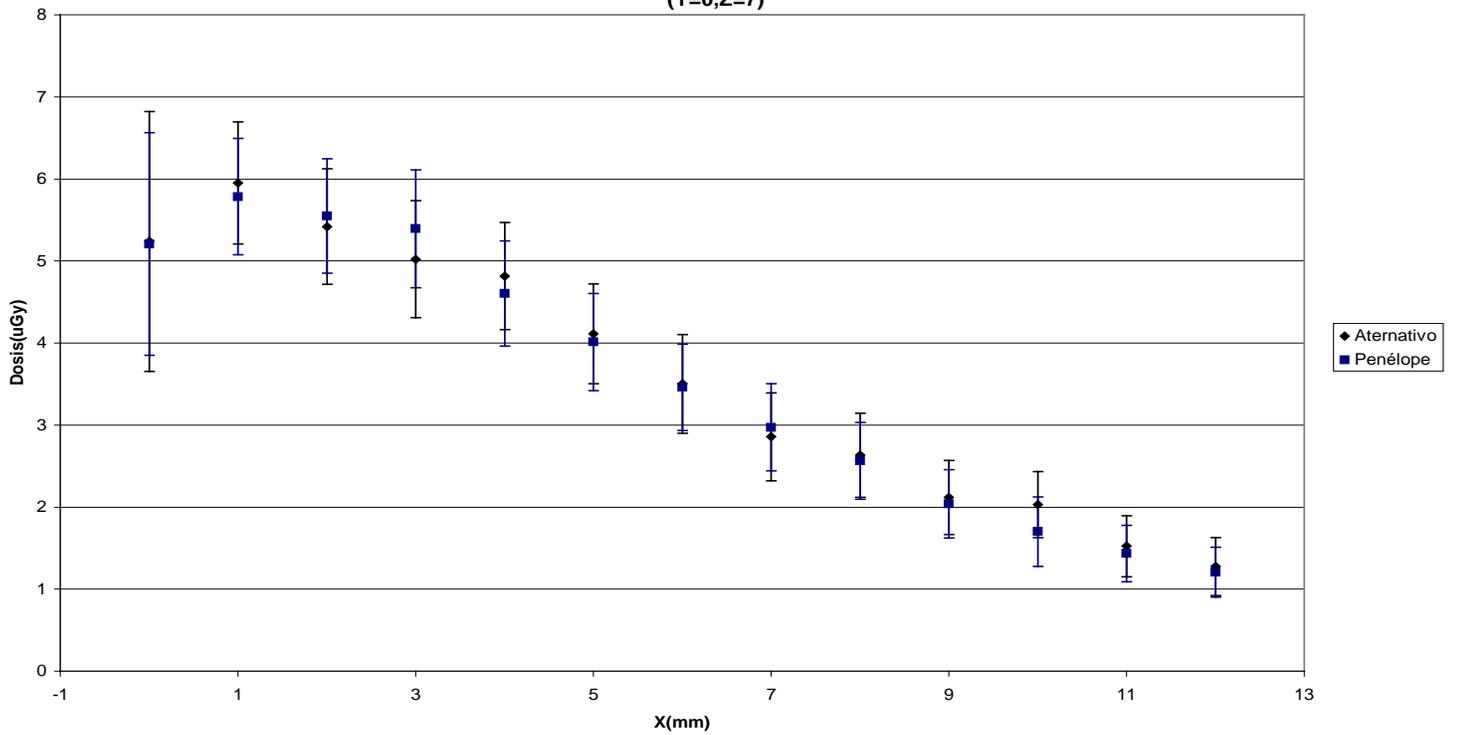
Gráfica 3,1,6
Comparación de la dosis producida por una distribución de fuentes de Ir 192 incluyendo la placa entre el programa Alternativo y Penélope (Y=0,Z=9)



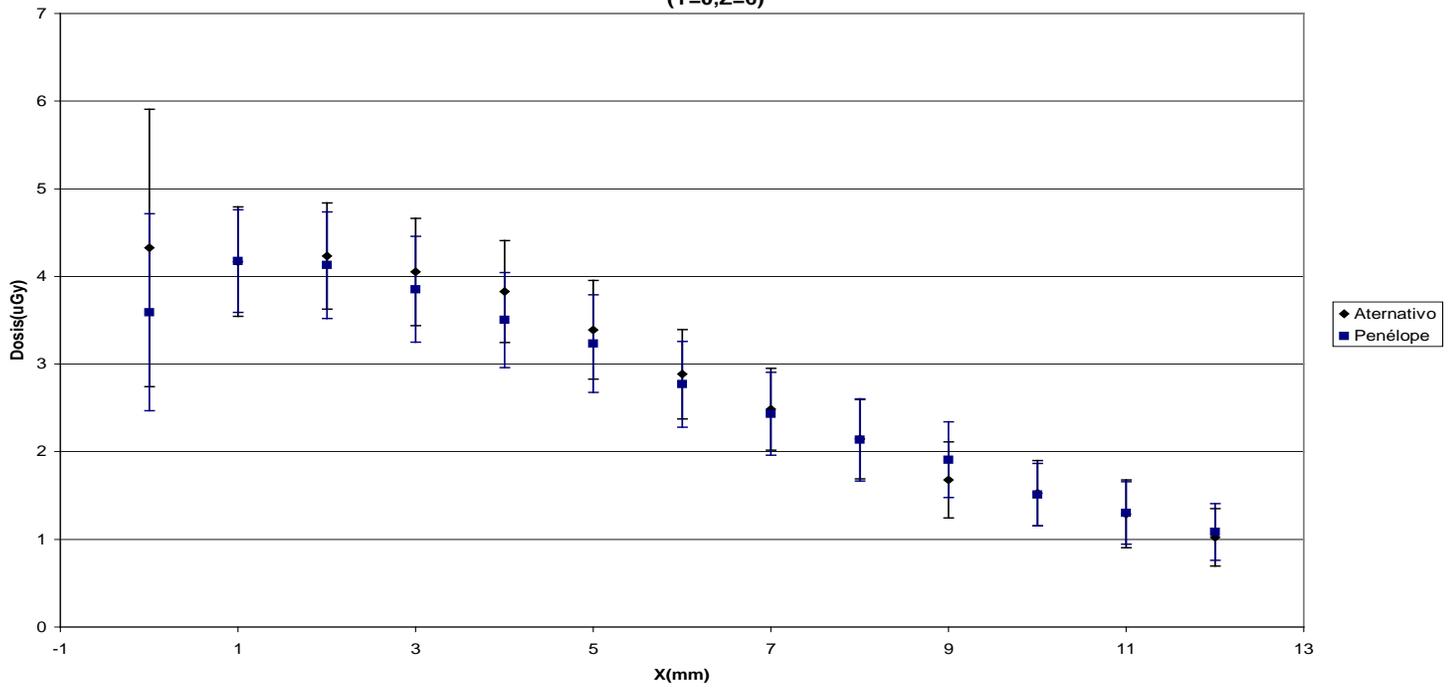
Gráfica 3,1,7
Comparación de la dosis producida por una distribución de fuentes de Ir 192 incluyendo la placa entre el programa Alternativo y Penélope (Y=0,Z=8)



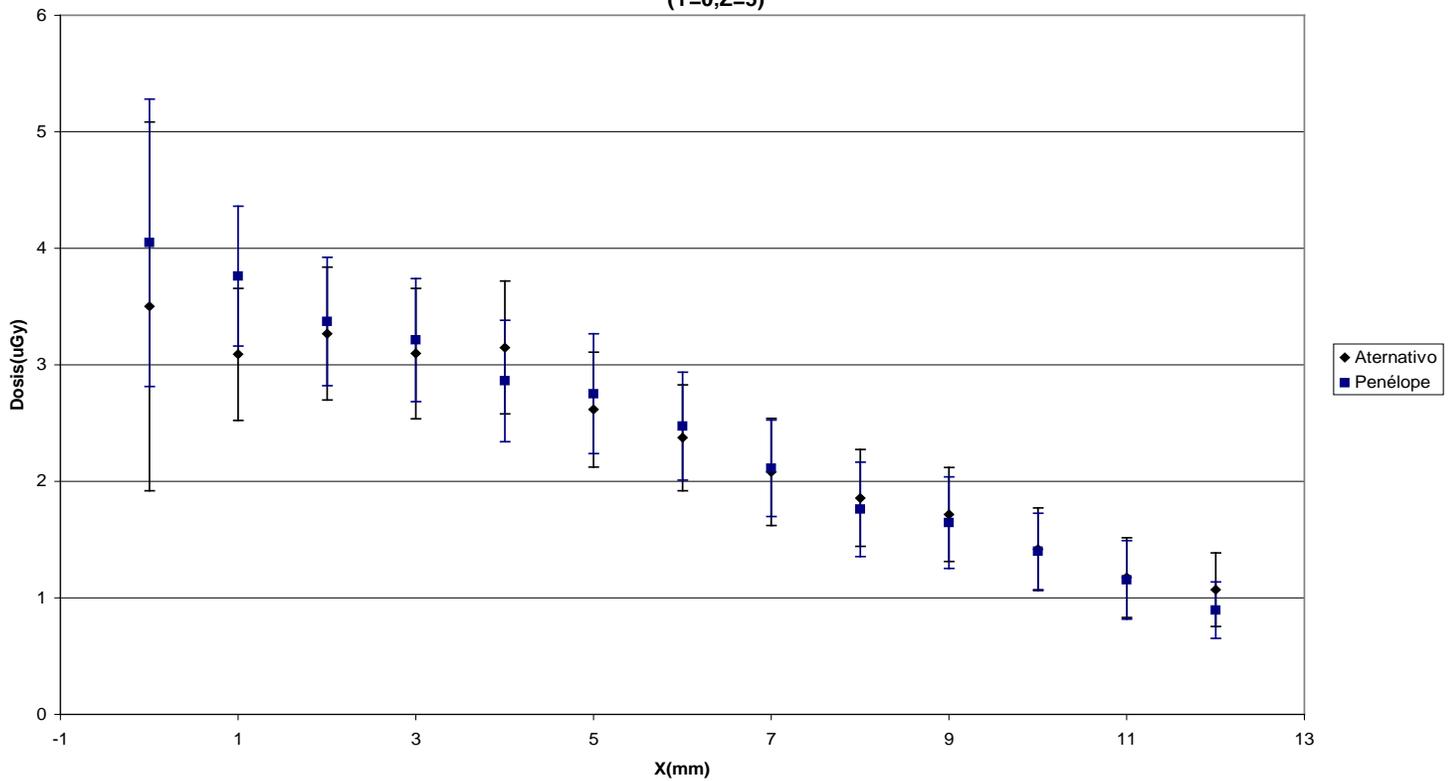
Gráfica 3,1,8
Comparación de la dosis producida por una distribución de fuentes de Ir 192 incluyendo la placa entre el programa Alternativo y Penélope (Y=0,Z=7)



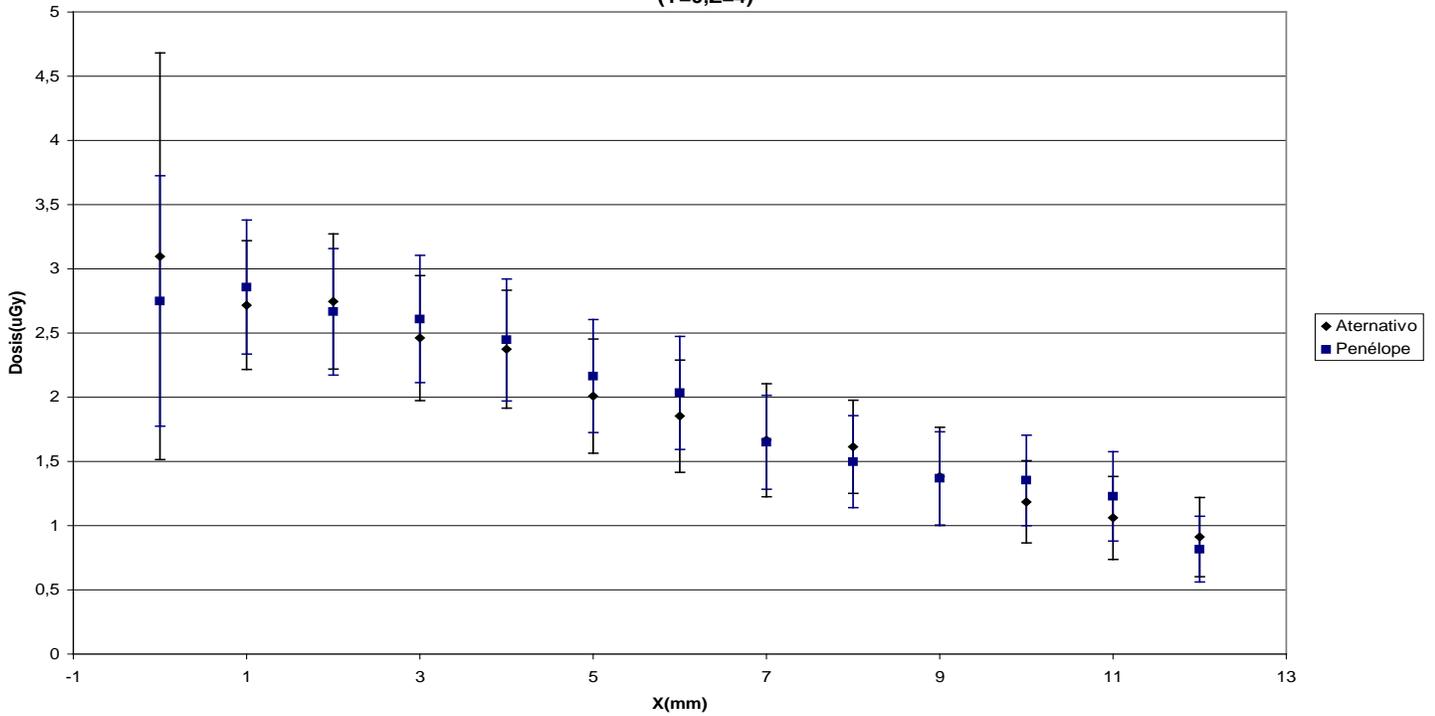
Gráfica 3,1,9
Comparación de la dosis producida por una distribución de fuentes de Ir 192 incluyendo la placa entre el programa Alternativo y Penélope (Y=0,Z=6)



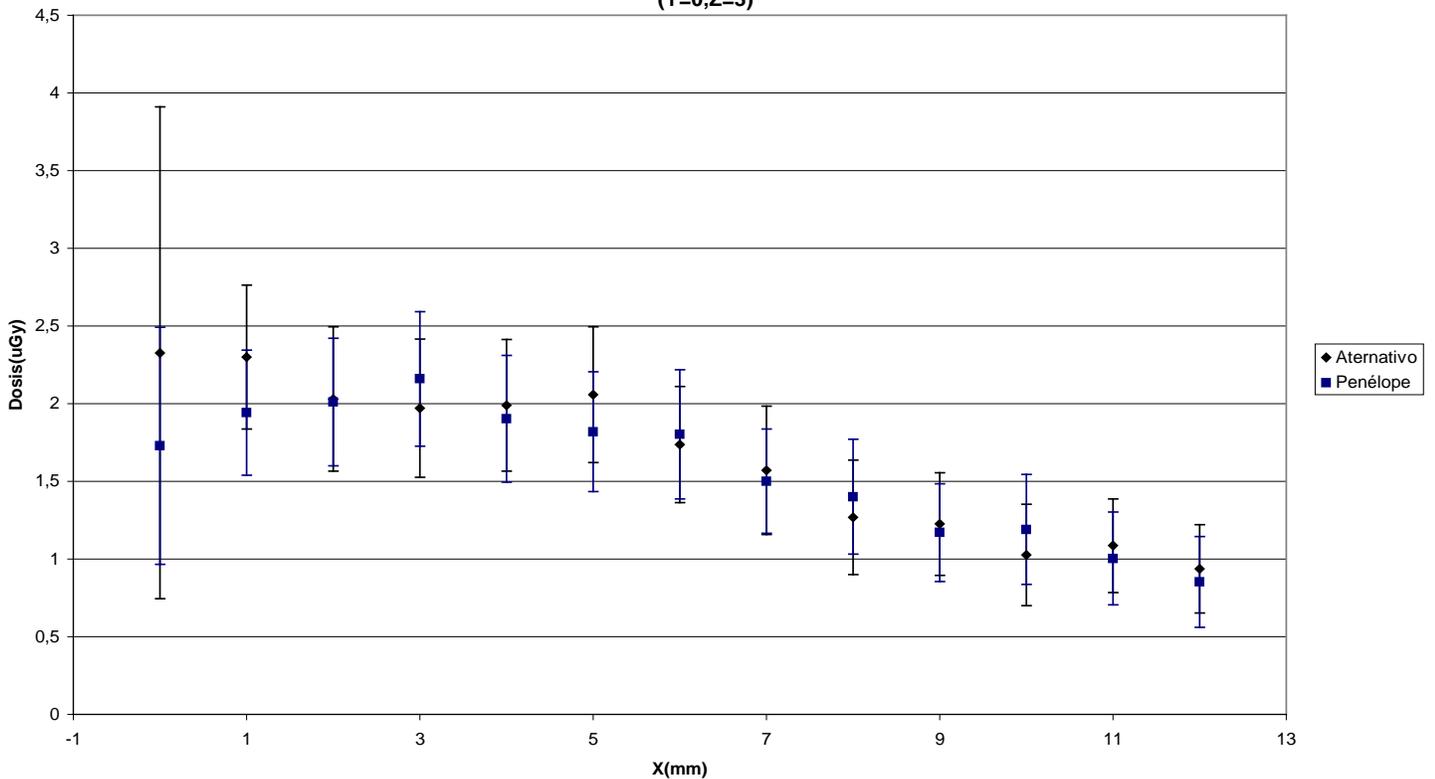
Gráfica 3,1,10
Comparación de la dosis producida por una distribución de fuentes de Ir 192 incluyendo la placa entre el programa Alternativo y Penélope (Y=0,Z=5)



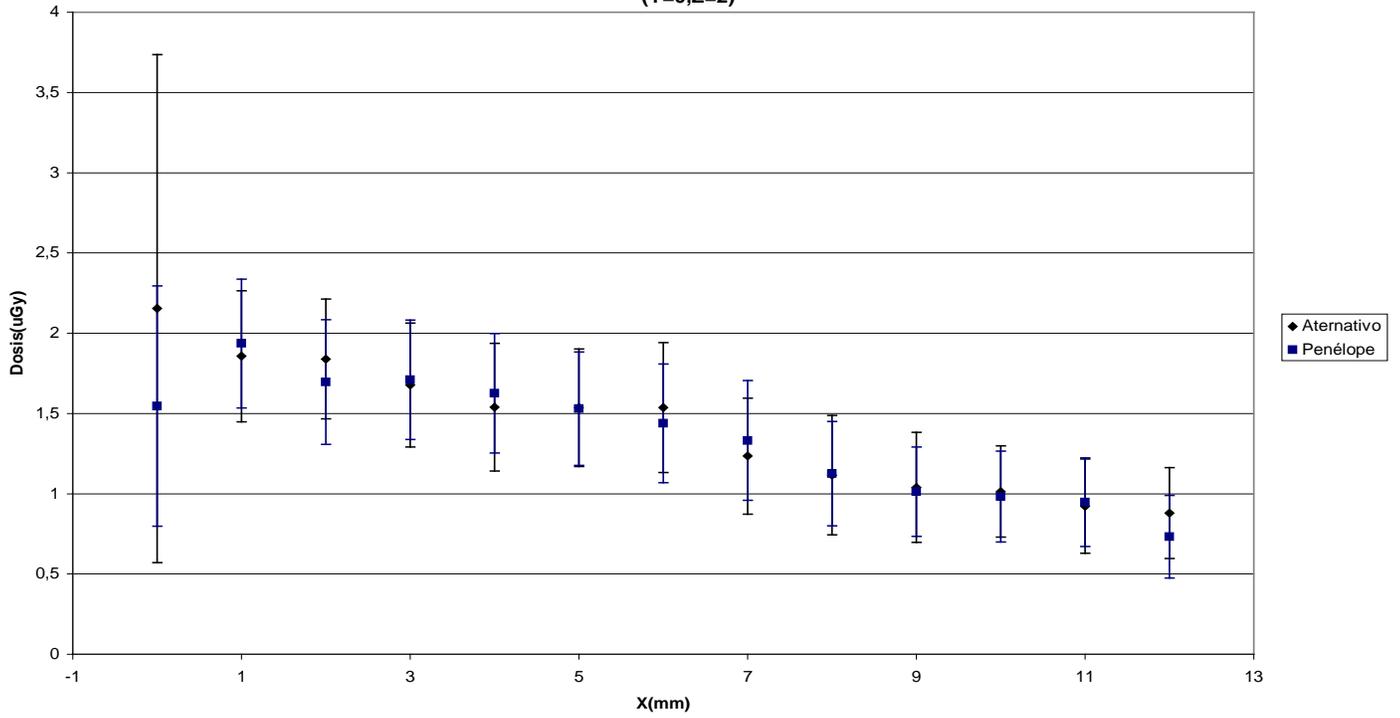
Gráfica 3,1,11
Comparación de la dosis producida por una distribución de fuentes de Ir 192 incluyendo la placa entre el programa Alternativo y Penélope (Y=0,Z=4)



Gráfica 3,1,12
Comparación de la dosis producida por una distribución de fuentes de Ir 192 incluyendo la placa entre el programa Alternativo y Penélope (Y=0,Z=3)



Gráfica 3,1,13
Comparación de la dosis producida por una distribución de fuentes de Ir 192 incluyendo la placa entre el programa Alternativo y Penélope (Y=0,Z=2)



Gráfica 3,1,14
Comparación de la dosis producida por una distribución de fuentes de Ir 192 incluyendo la placa entre el programa Alternativo y Penélope (Y=0,Z=1)

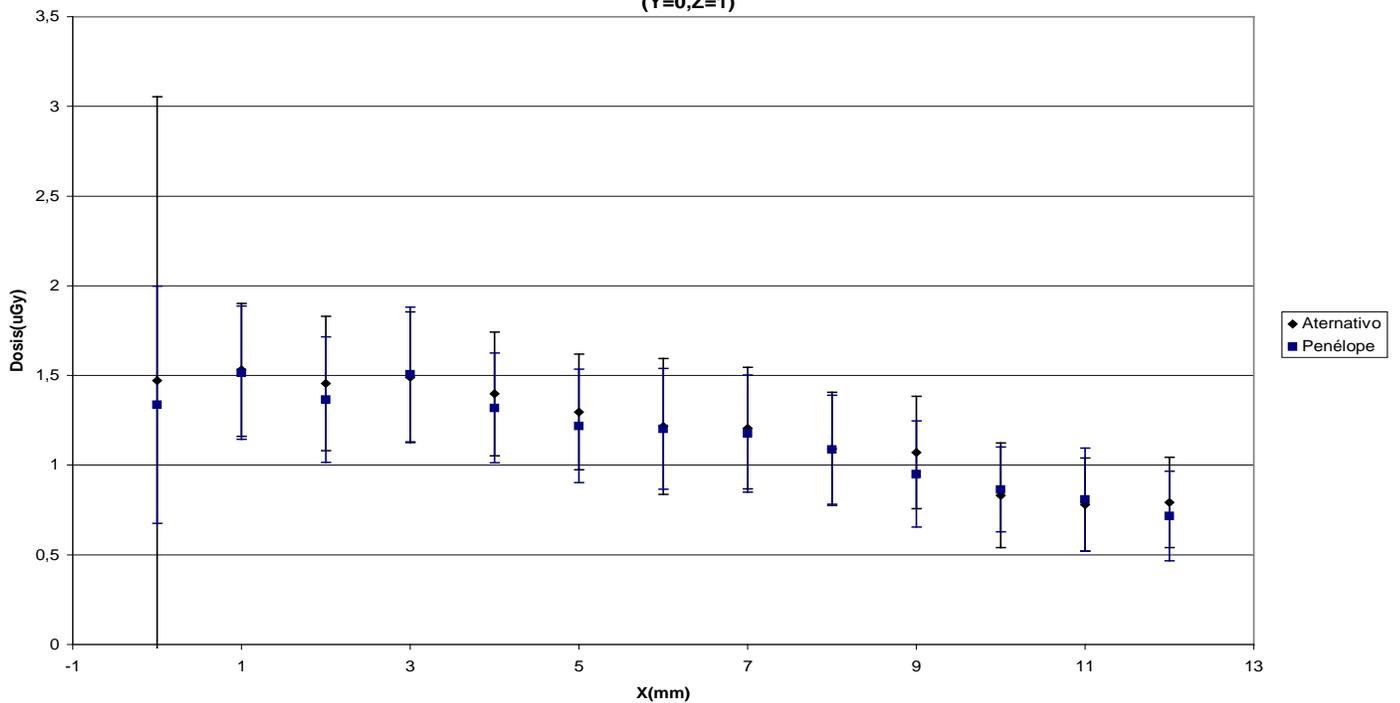


Gráfico 3.2.1
Comparación de los resultados entre las simulaciones con placa y sin placa
Z=16 Y=0

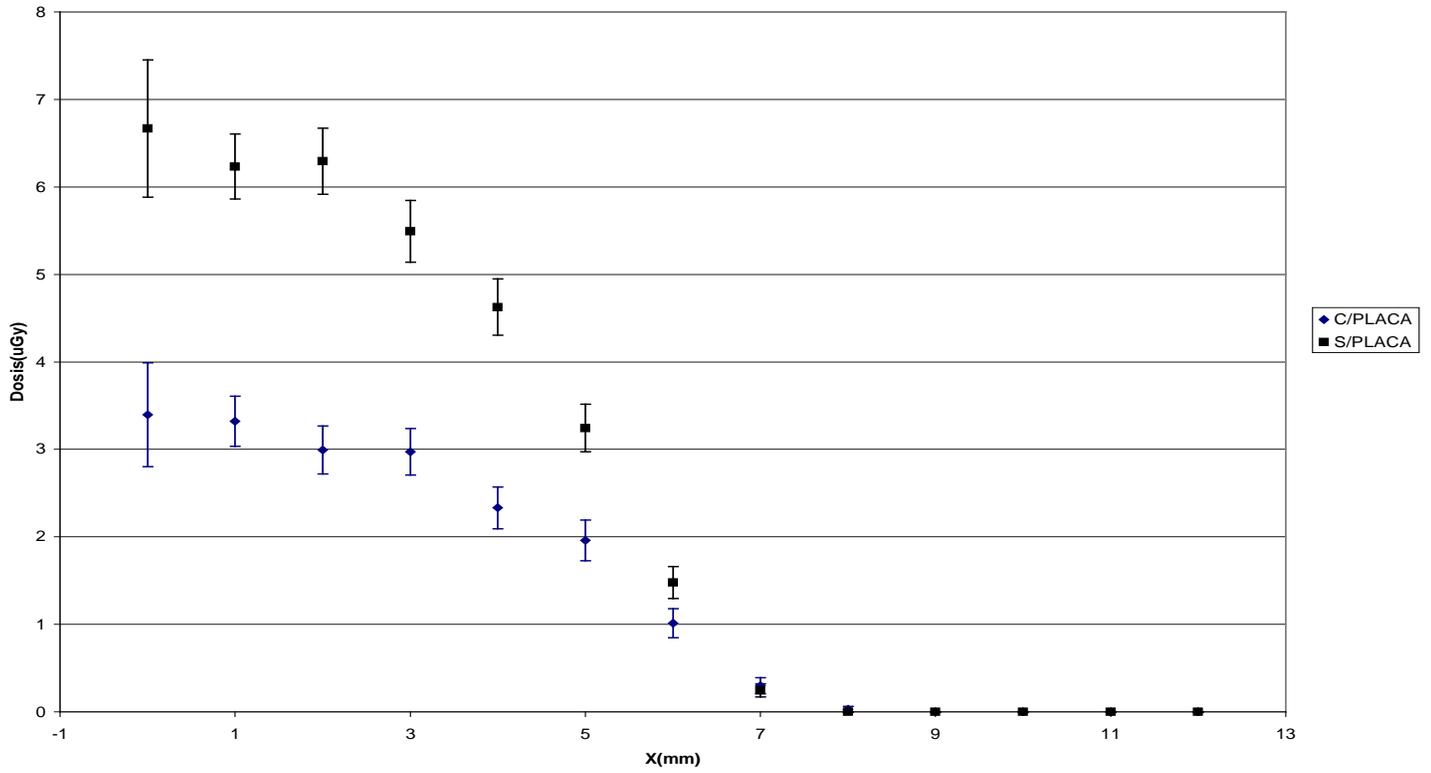


Gráfico 3.2.2
Comparación de los resultados entre las simulaciones con placa y sin placa
Z=15 Y=0

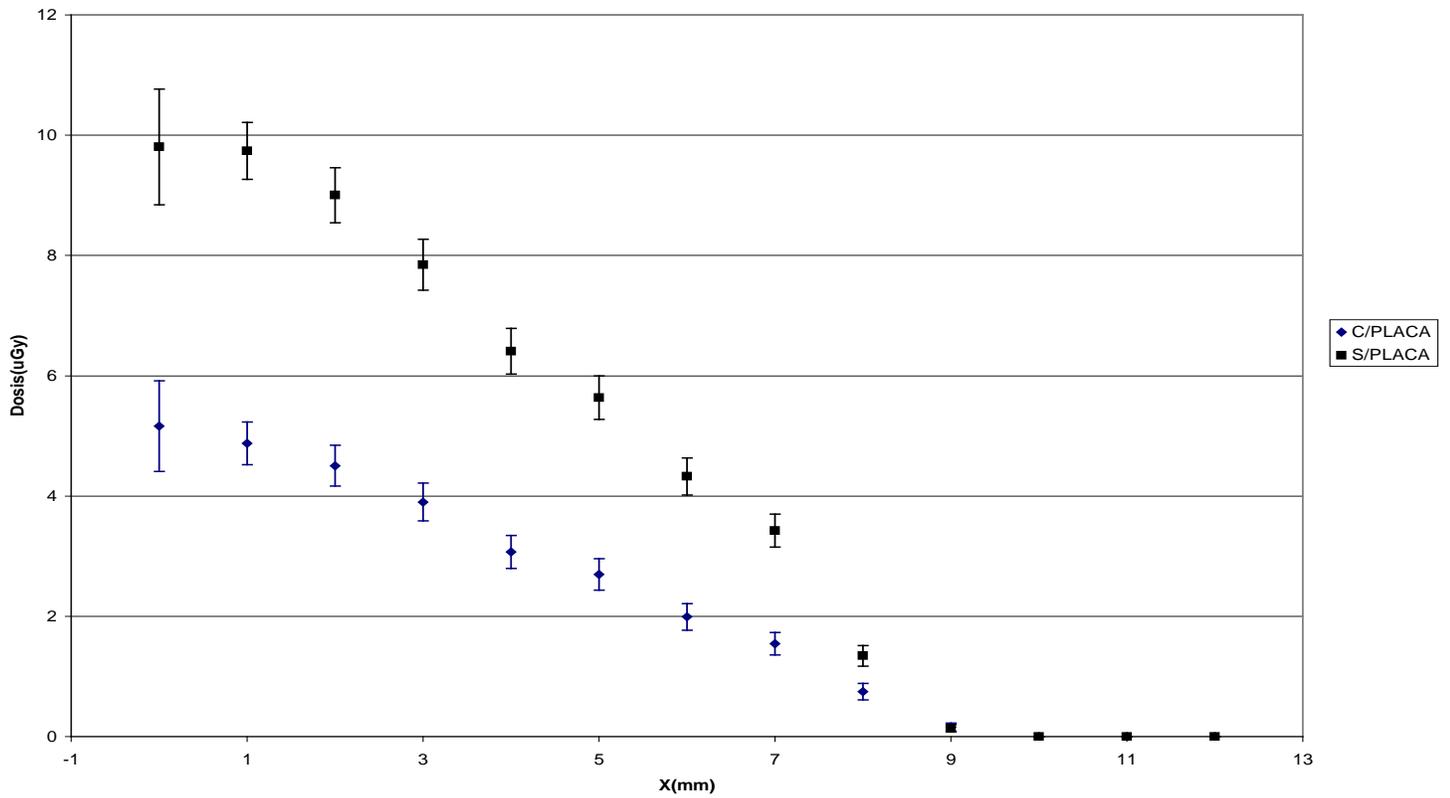


Gráfico 3.2.3
Comparación de los resultados entre las simulaciones con placa y sin placa
Z=14 Y=0

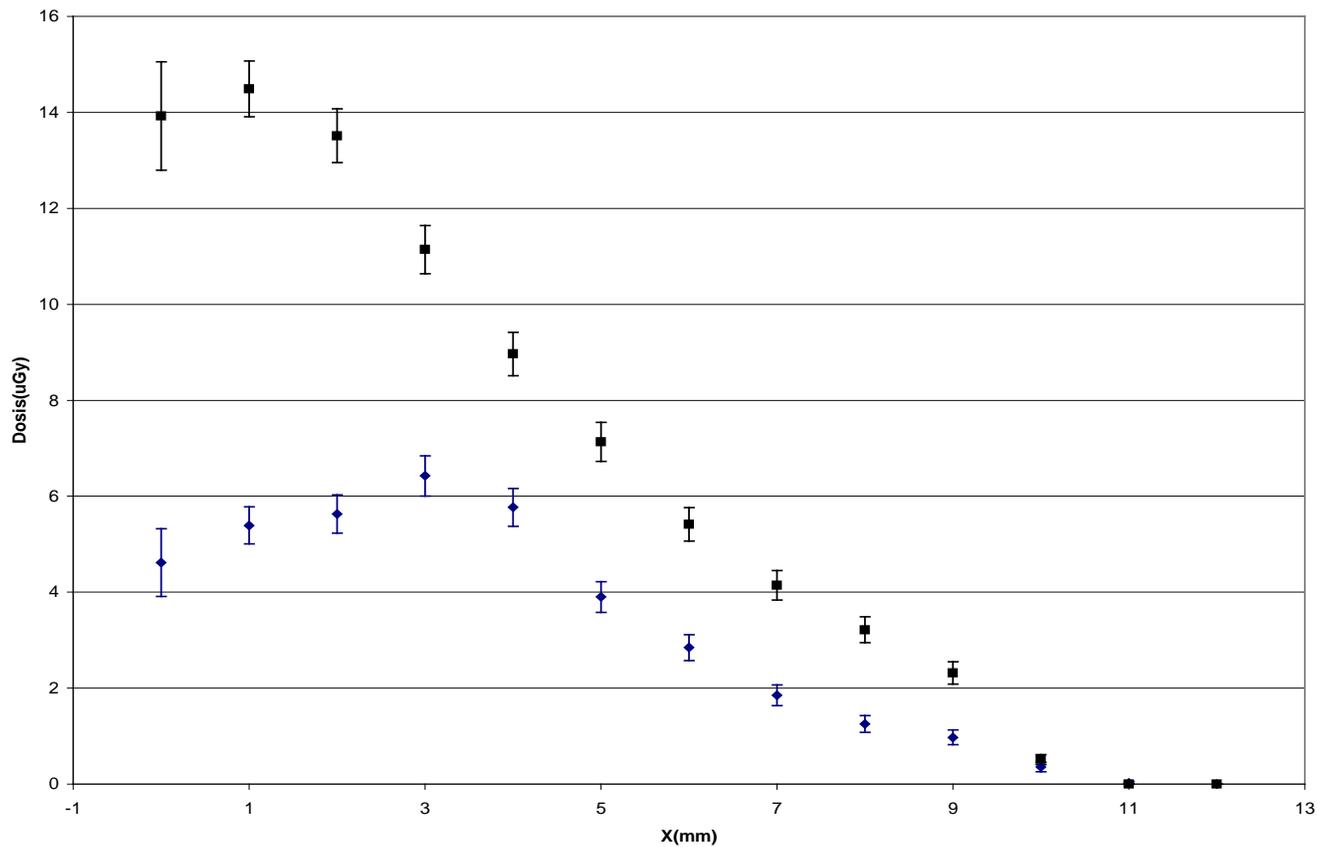


Gráfico 3.2.4
Comparación de los resultados entre las simulaciones con placa y sin placa
Z=13 Y=0

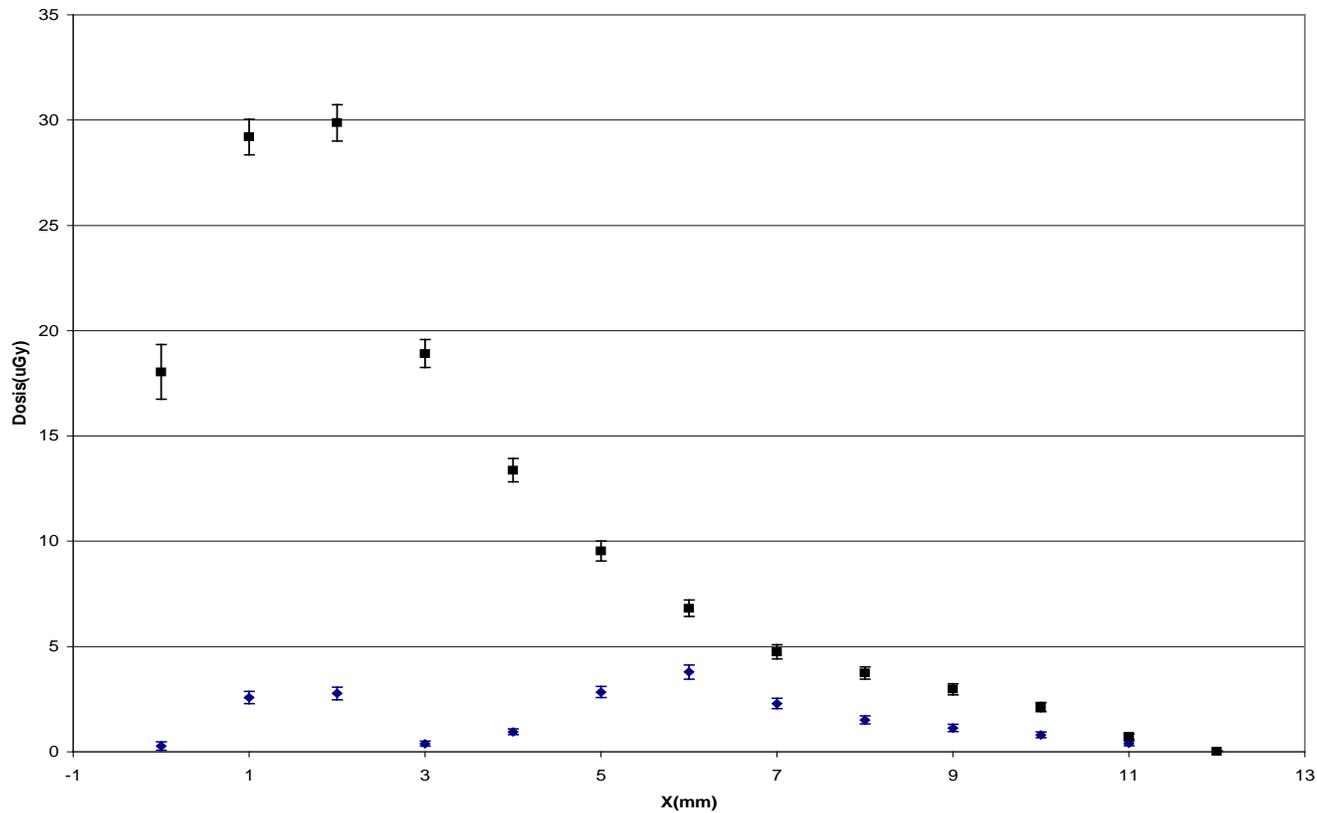


Gráfico 3.2.5
Comparación de los resultados entre las simulaciones con placa y sin placa
Z=12 Y=0

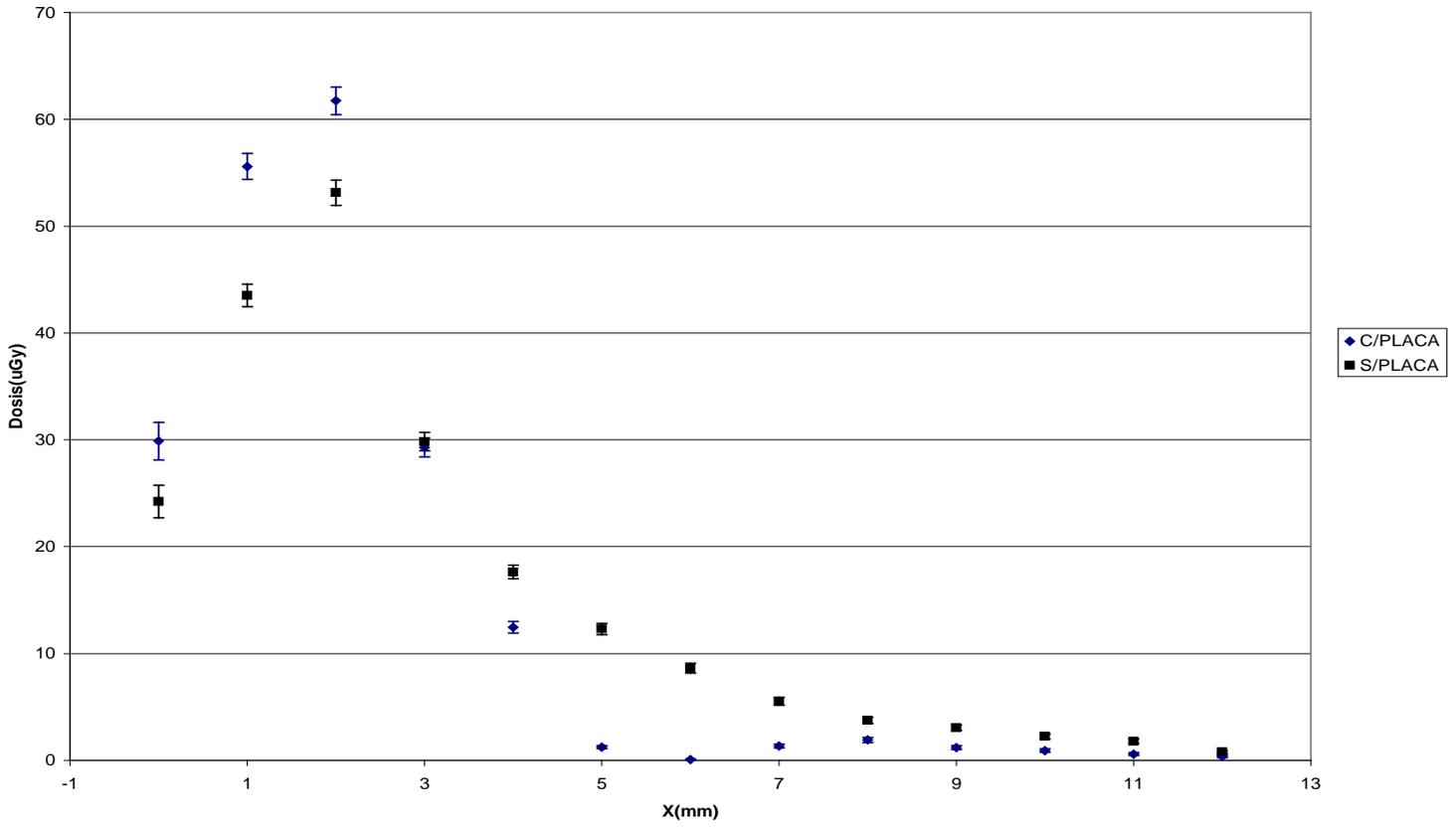


Gráfico 3.2.6
Comparación de los resultados entre las simulaciones con placa y sin placa
Z=11 Y=0

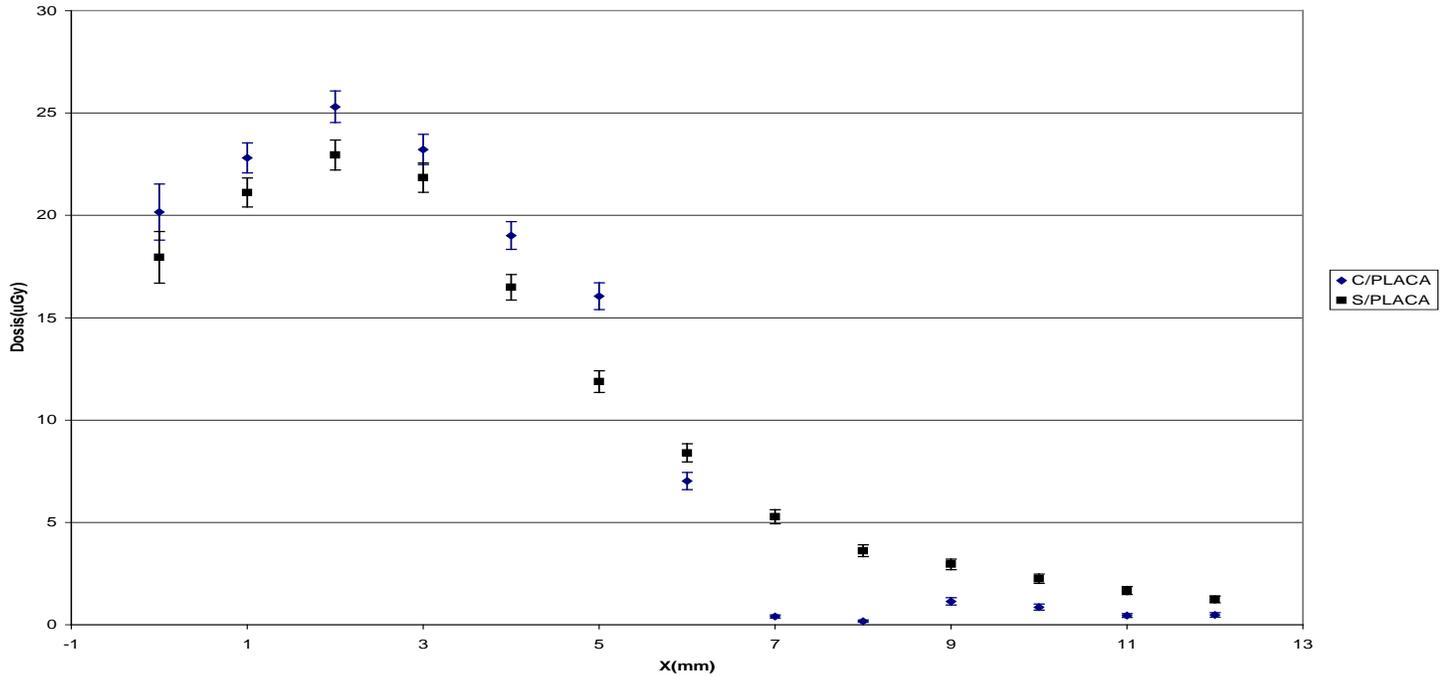


Gráfico 3.2.7
Comparación de los resultados entre las simulaciones con placa y sin placa
Z=10 Y=0

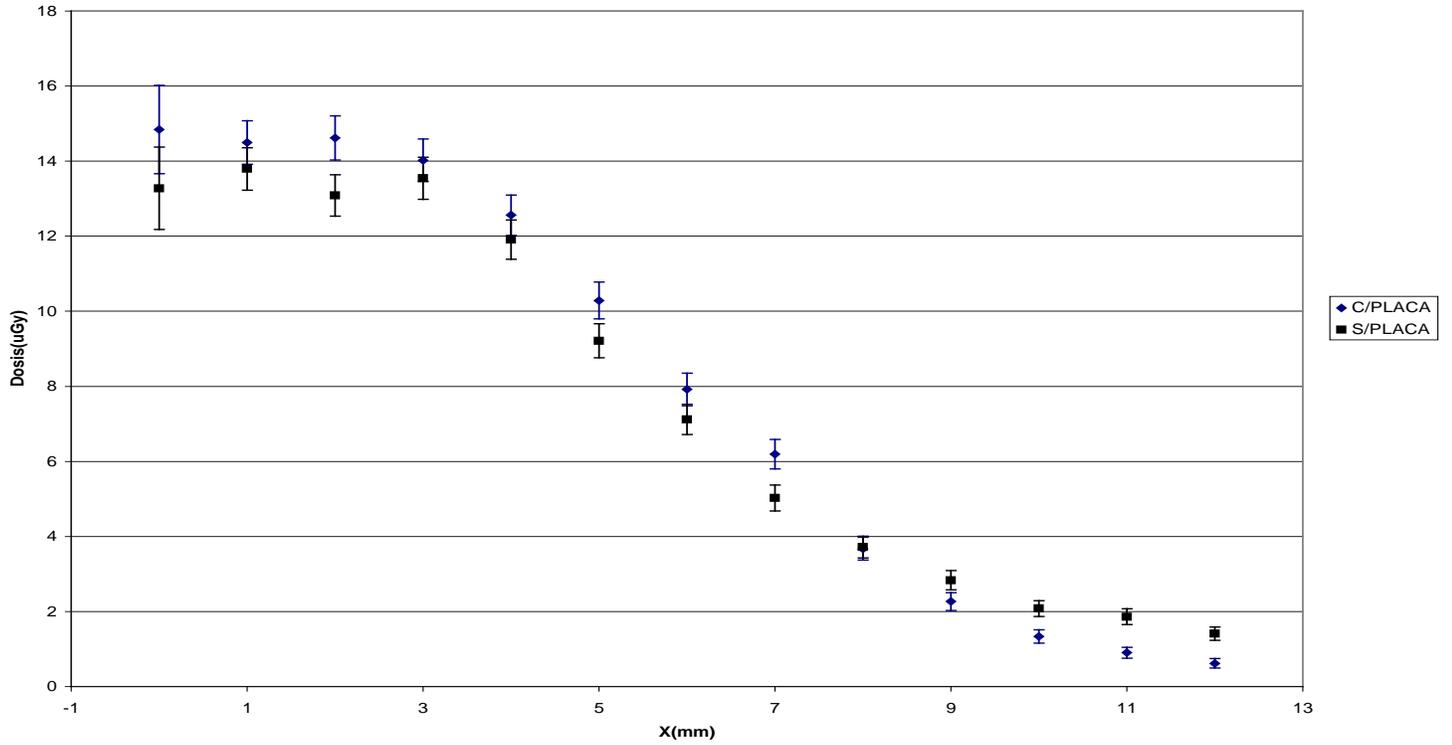


Gráfico 3.2.8
Comparación de los resultados entre las simulaciones con placa y sin placa
Z=9 Y=0

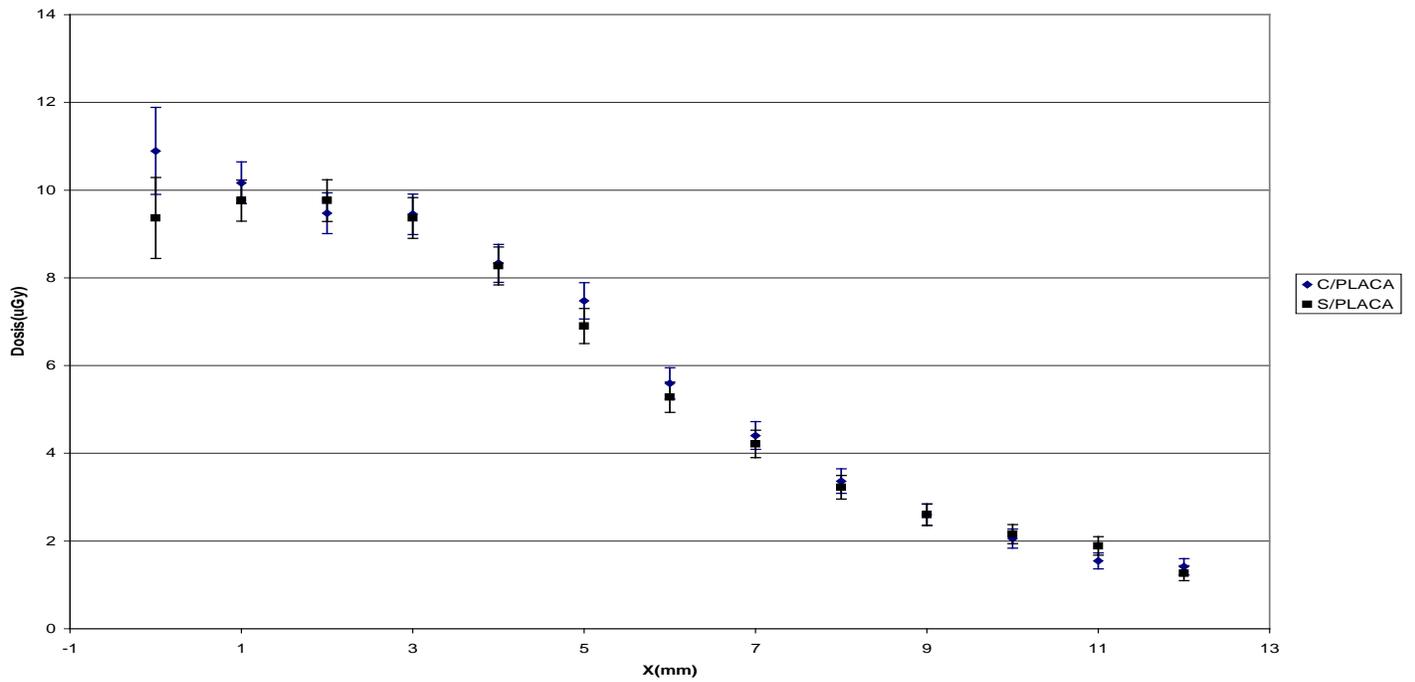


Gráfico 3.2.9
Comparación de los resultados entre las simulaciones con placa y sin placa
Z=8 Y=0

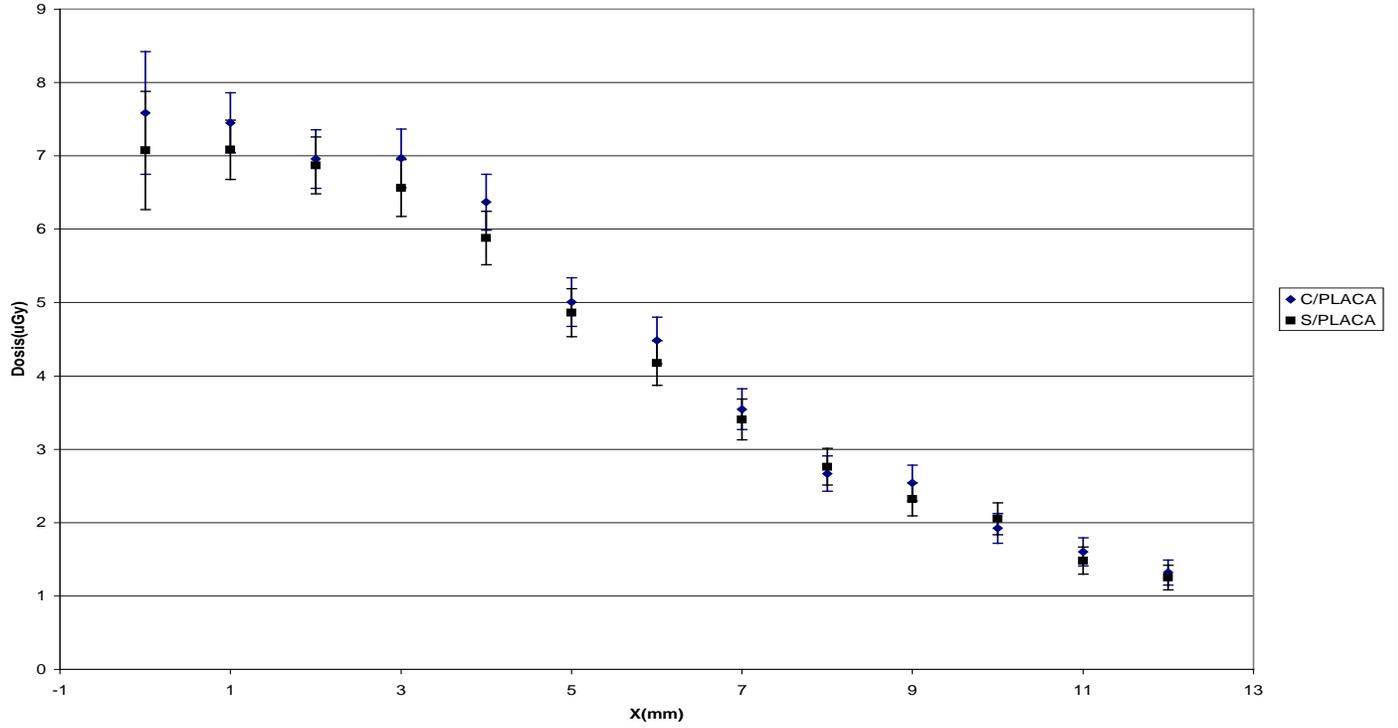


Gráfico 3.2.10
Comparación de los resultados entre las simulaciones con placa y sin placa
Z=7 Y=0

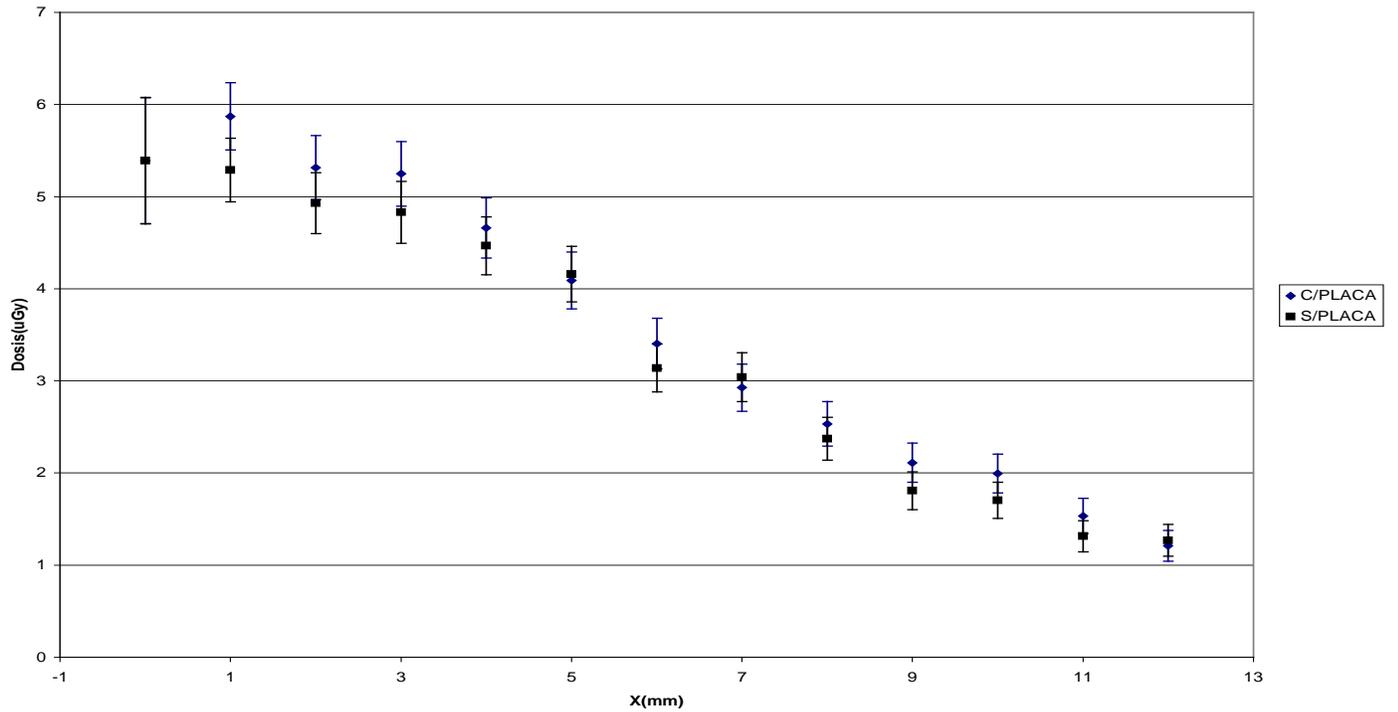


Gráfico 3.2.11
Comparación de los resultados entre las simulaciones con placa y sin placa
Z=6 Y=0

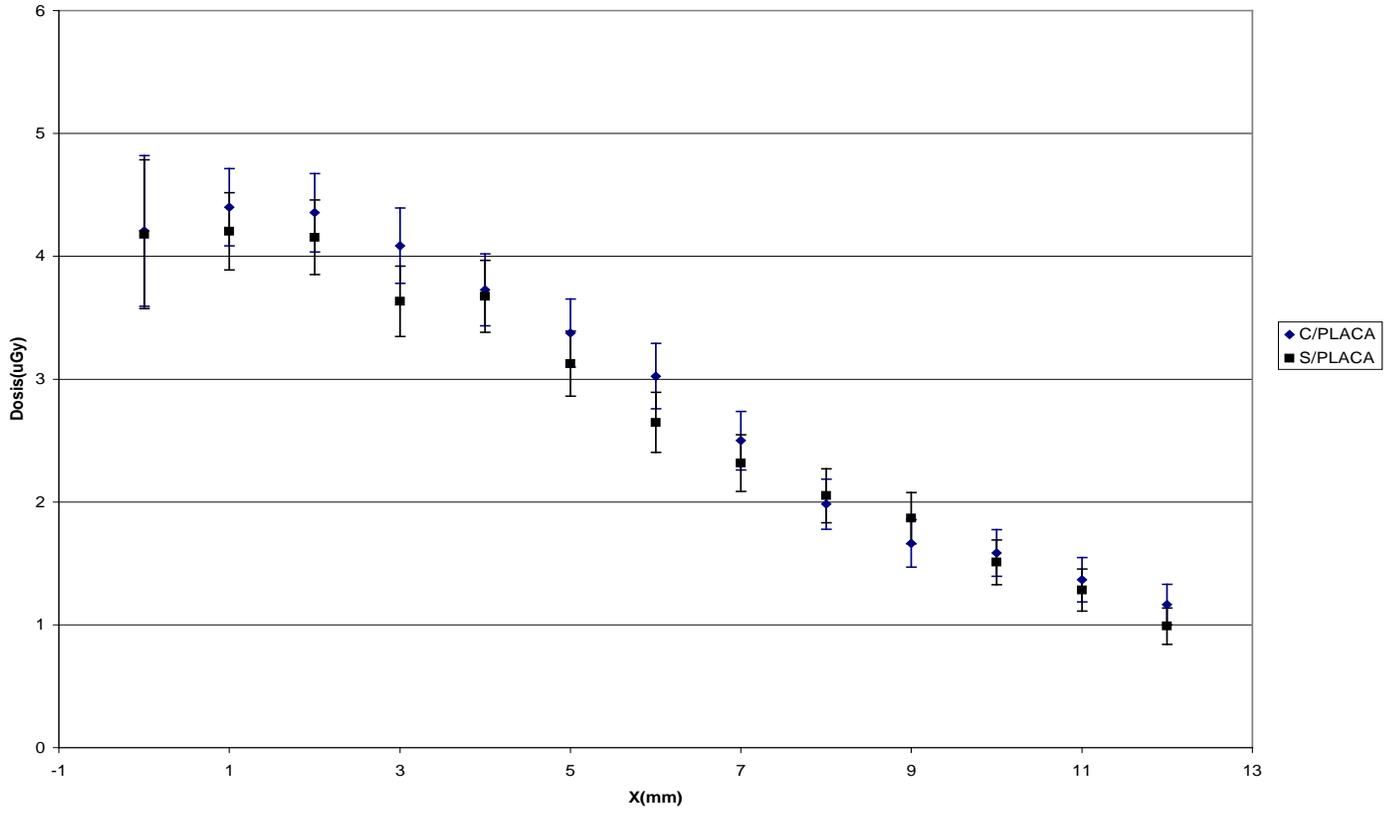


Gráfico 3.2.12
Comparación de los resultados entre las simulaciones con placa y sin placa
Z=5 Y=0

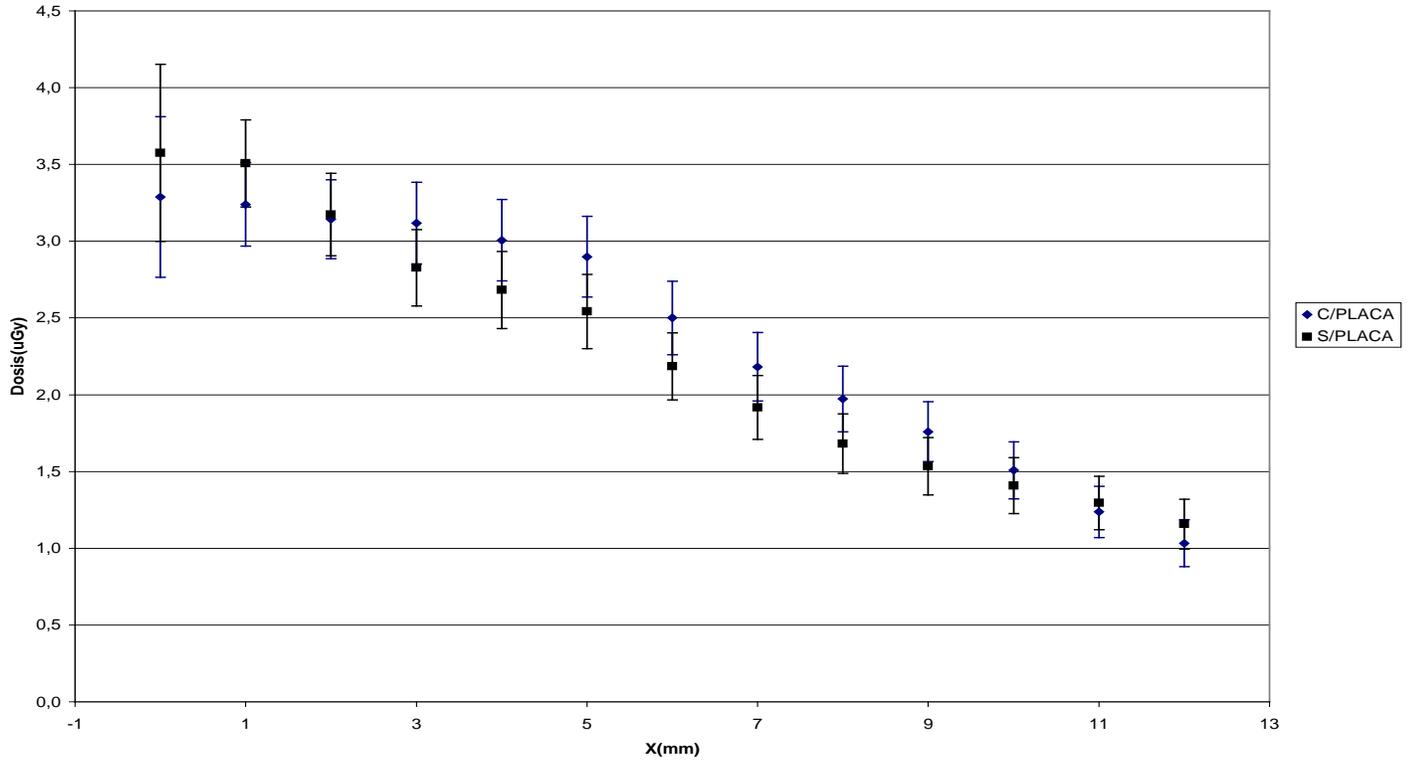


Gráfico 3.2.13
Comparación de los resultados entre las simulaciones con placa y sin placa
Z=4 Y=0

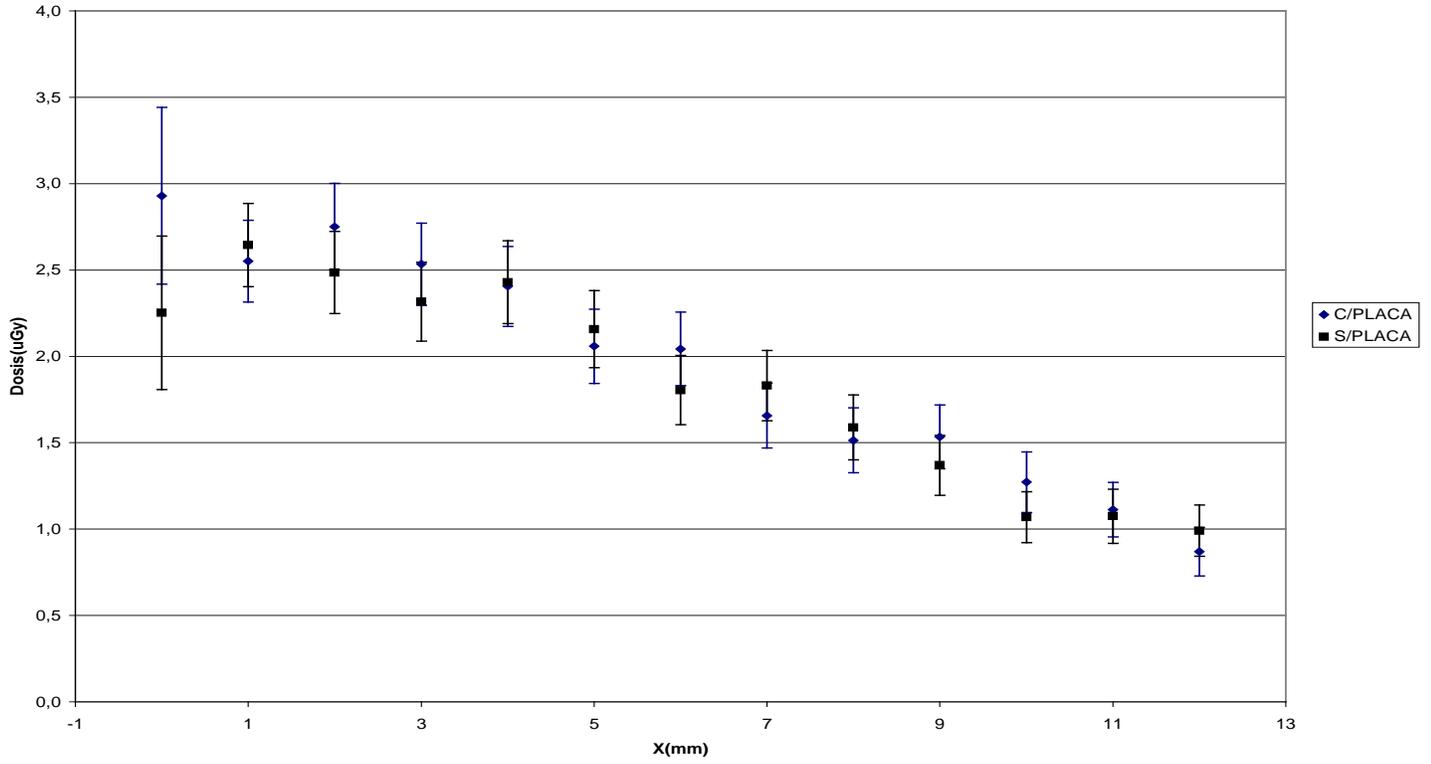


Gráfico 3.2.14
Comparación de los resultados entre las simulaciones con placa y sin placa
Z=3 Y=0

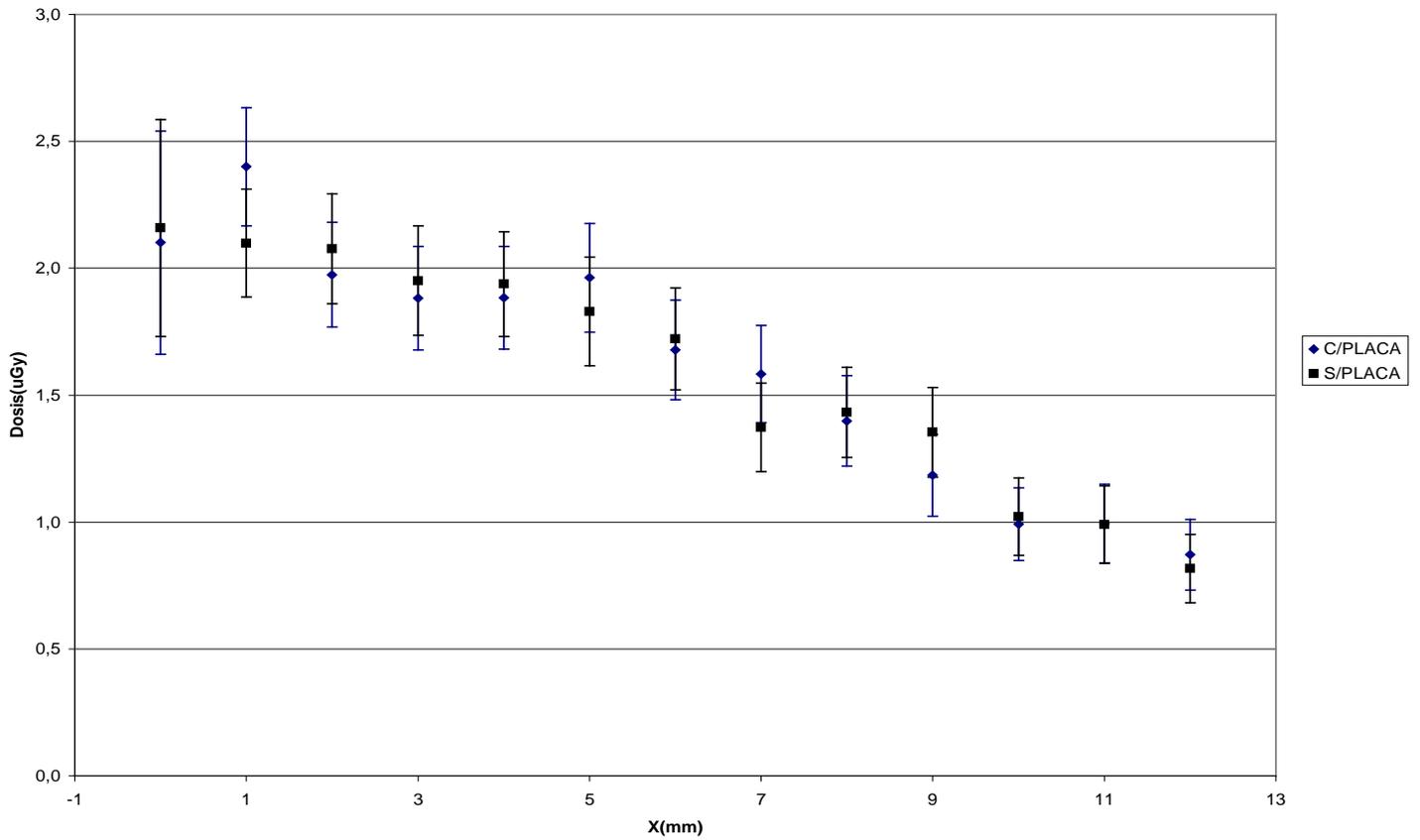


Gráfico 3.2.15
 Comparación de los resultados entre las simulaciones con placa y sin placa
 Z=2 Y=0

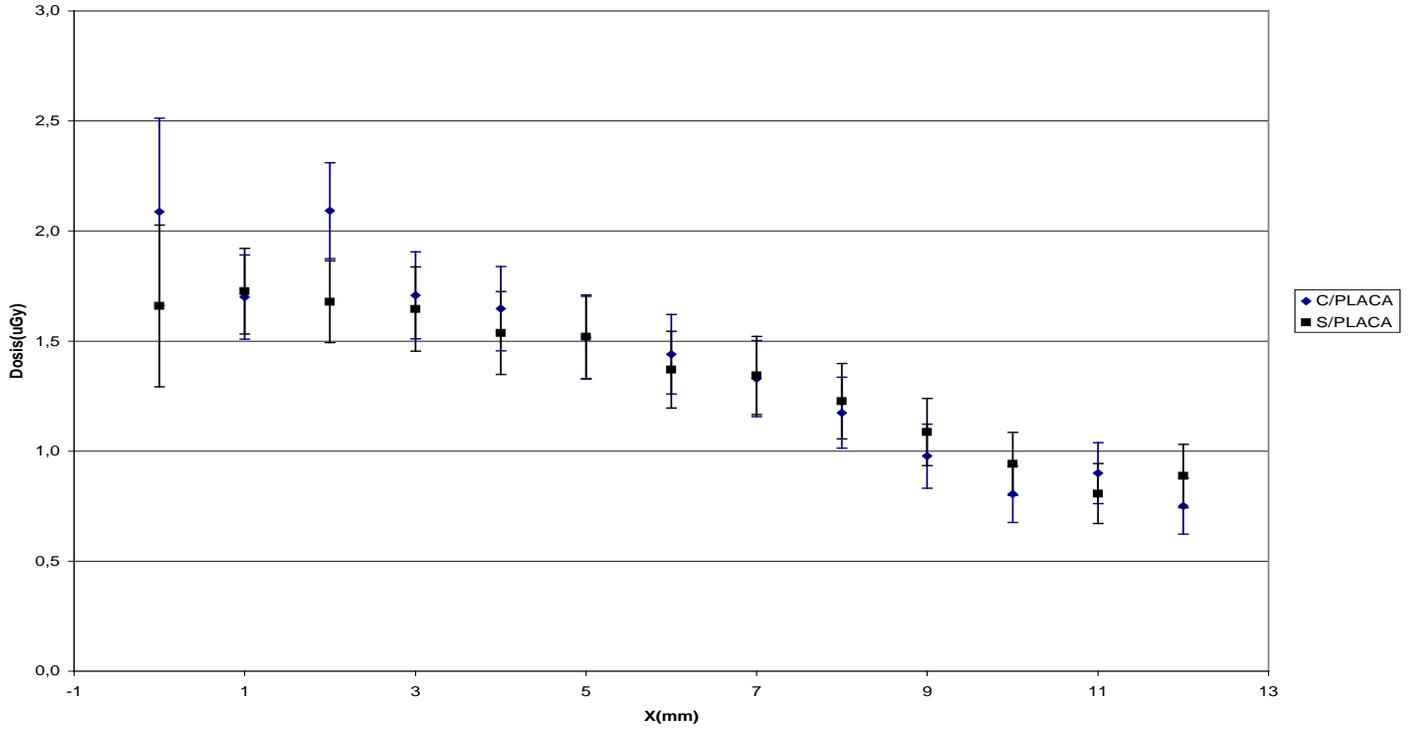


Gráfico 3.2.16
 Comparación de los resultados entre las simulaciones con placa y sin placa
 Z=1 Y=0

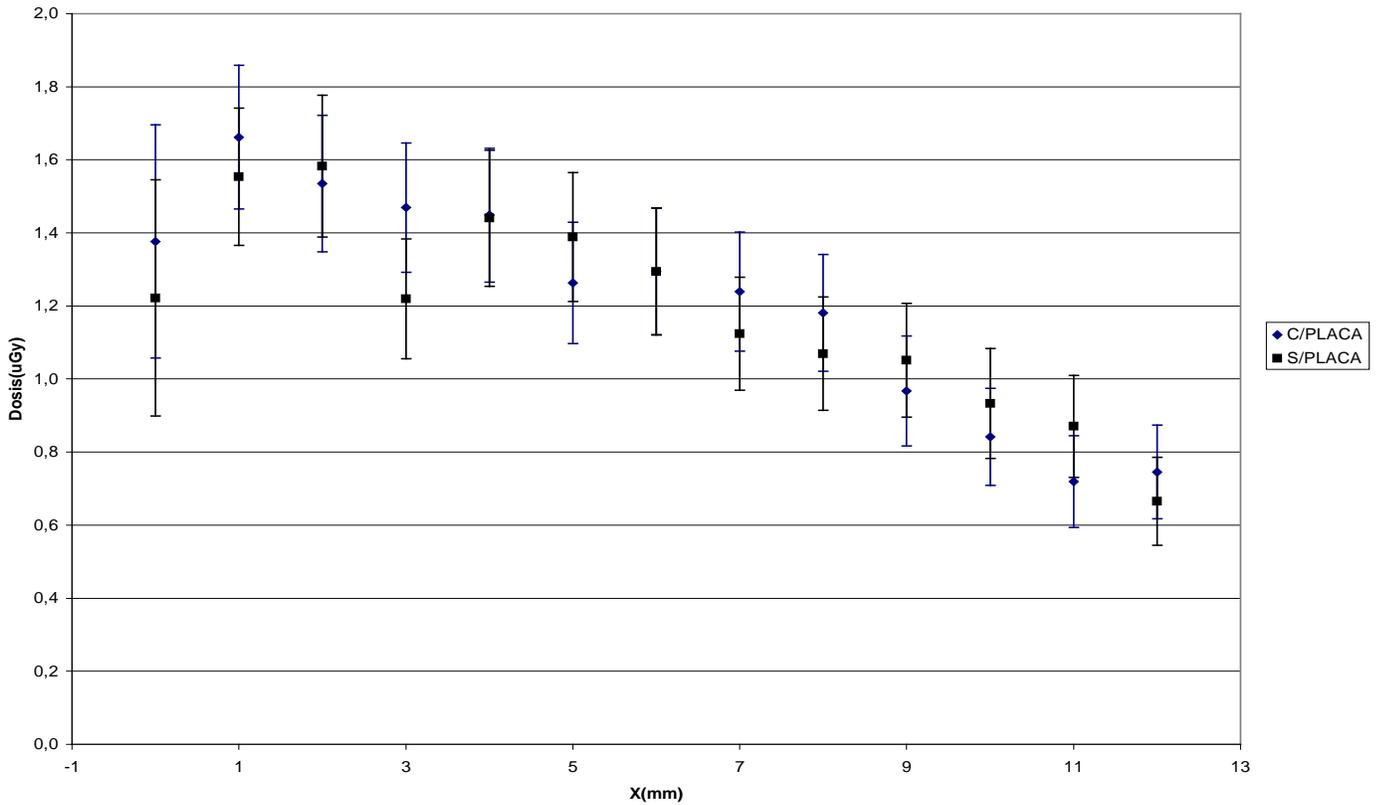


Gráfico 3.2.17
Comparación de los resultados entre las simulaciones con placa y sin placa
Z=0 Y=0

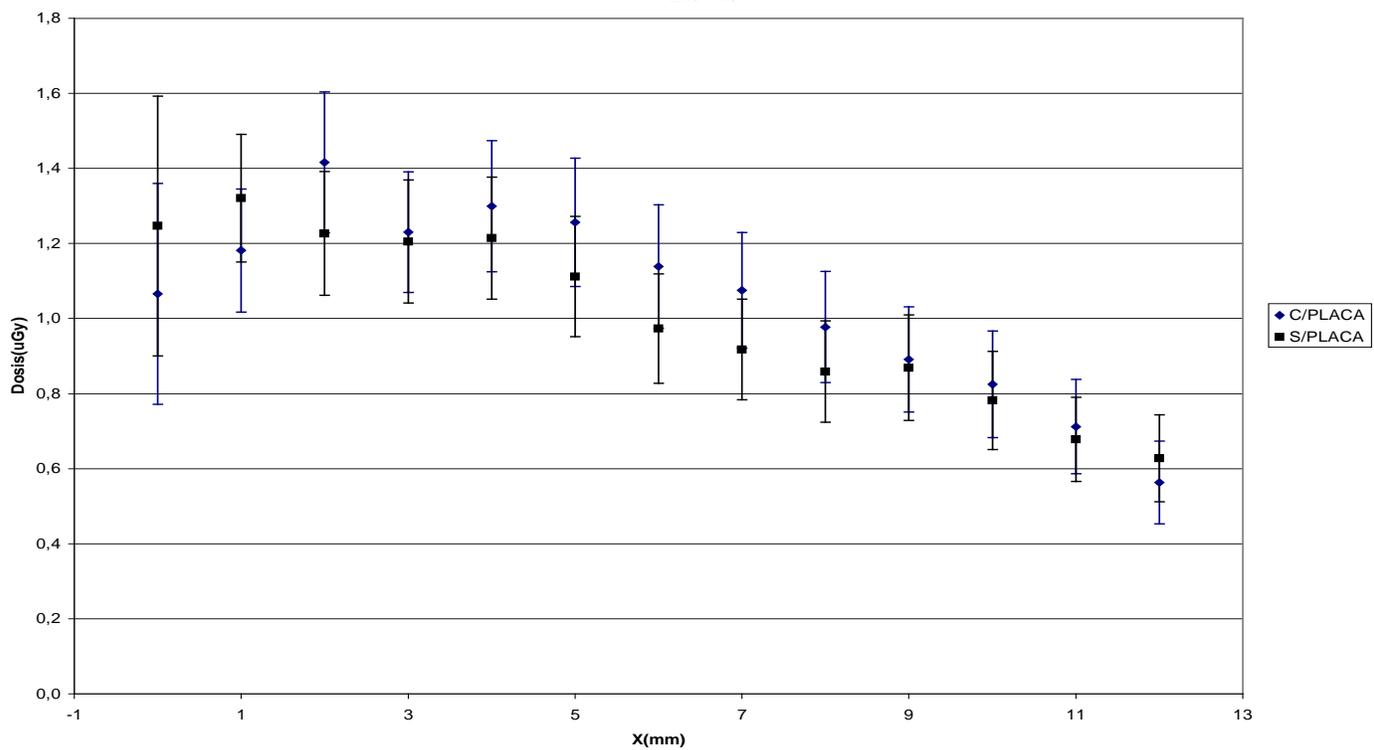


Gráfico 5.1.1
Comparación de curvas de porcentaje de Dosis sobre el eje Z (X=0, Y=0) variando el ángulo angulo0 (para 8 fuentes de 5mm de longitud)

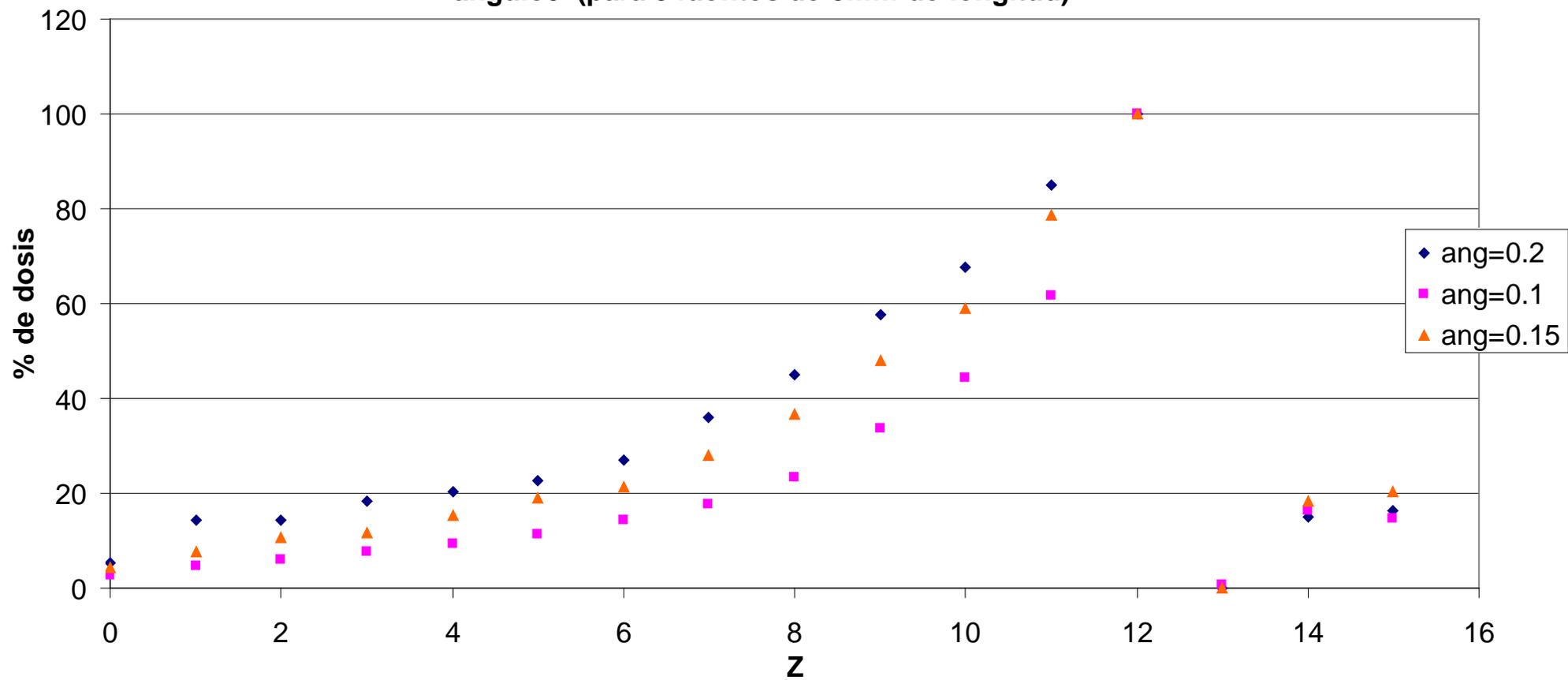


Gráfico 5.1.2

Comparación de curvas de porcentaje de Dosis sobre el eje Z (X=0, Y=0) variando el número de fuentes (para $\text{angulo0}=0.1\text{rad}$ y 5mm de longitud de cada fuente)

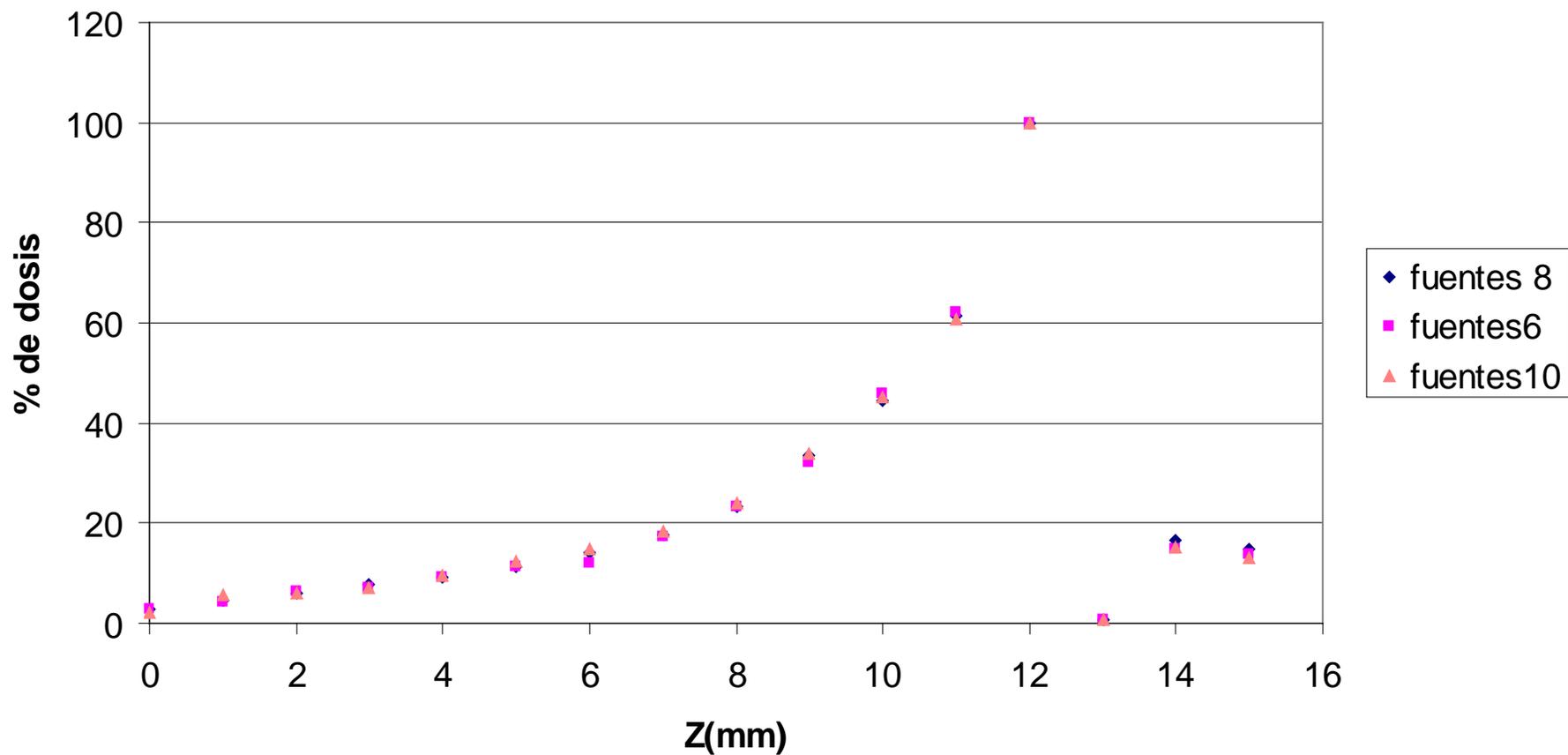


Gráfico 5.1.3
Comparación de curvas de porcentaje de Dosis sobre el eje Z (X=0, Y=0) variando la longitud de las fuentes (para 8 fuentes angulo0=0.1rad)

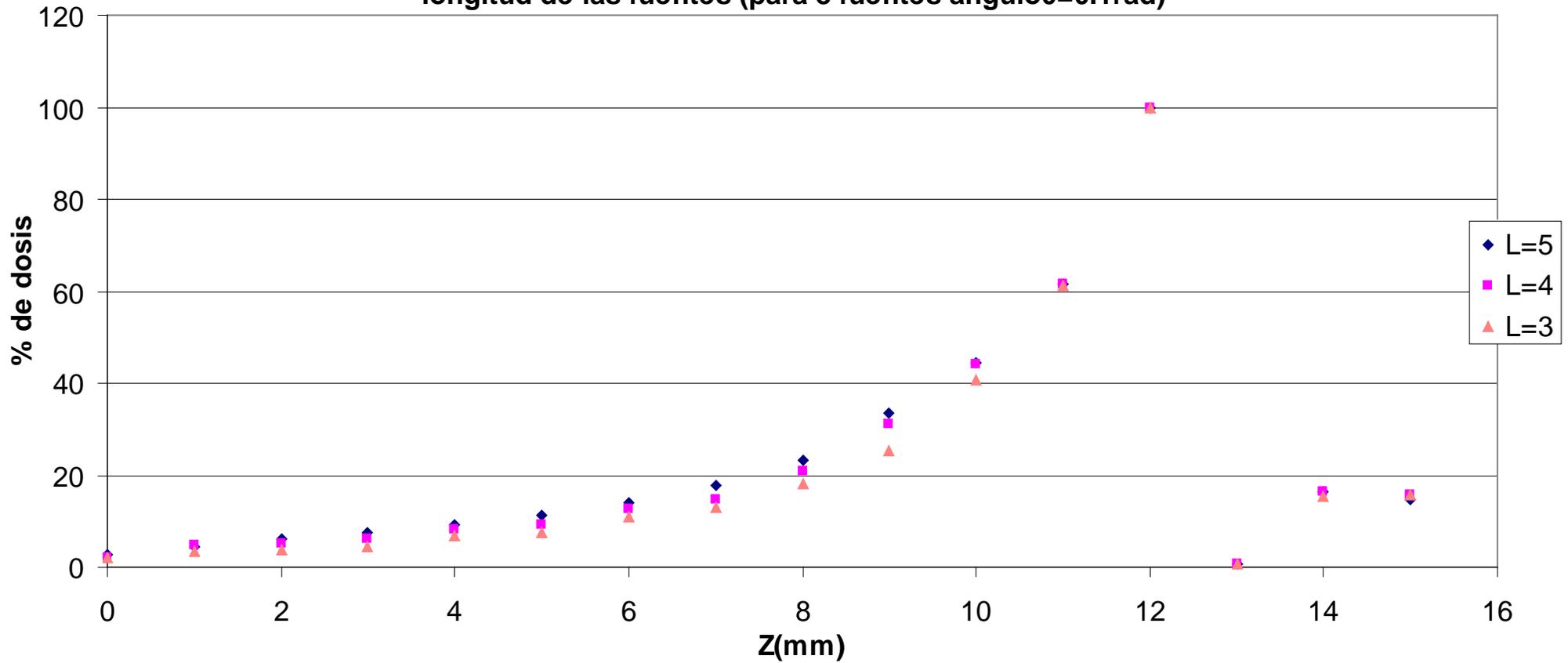
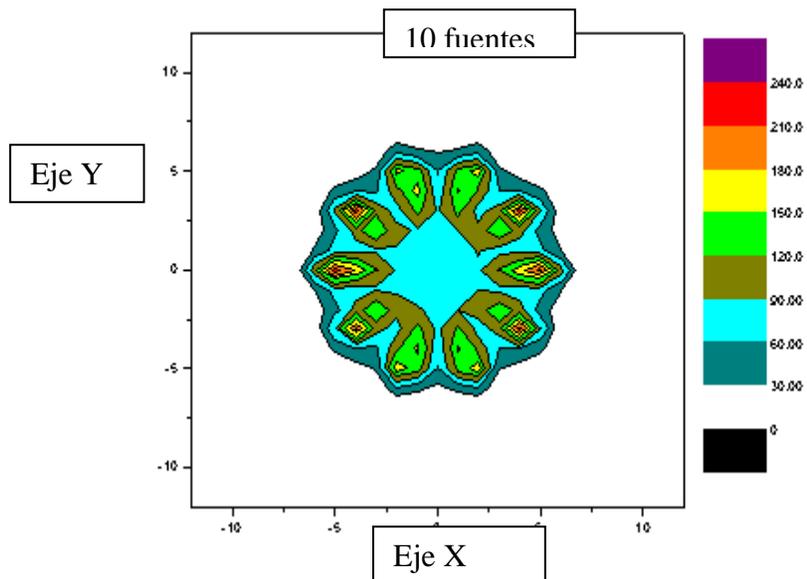
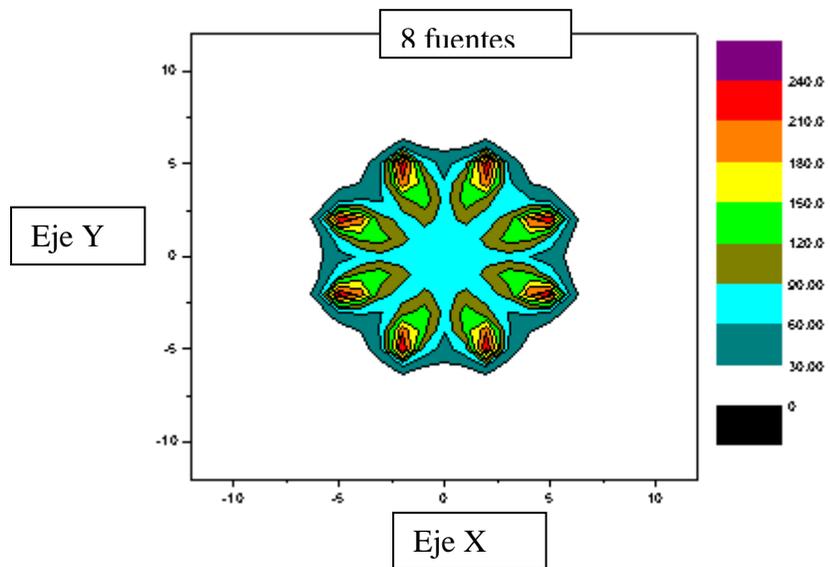
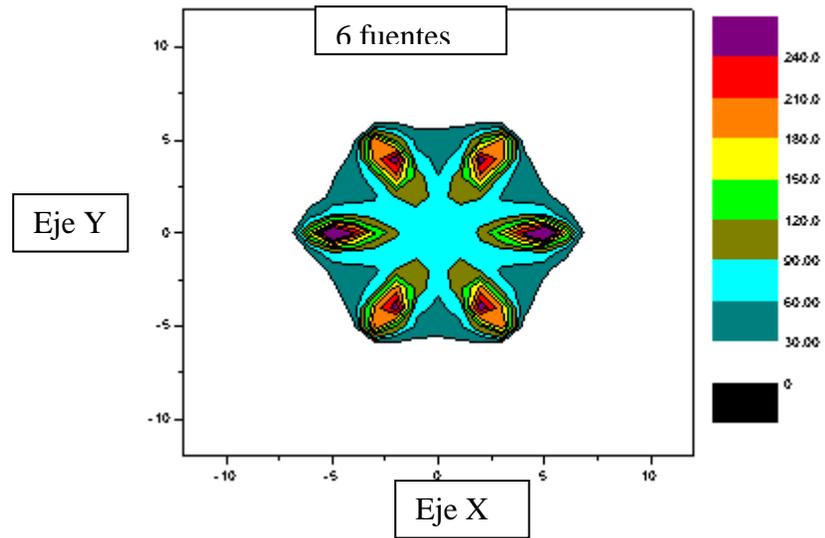


Gráfico 5.3
Comparación variando el número de fuentes, en el plano $Z = 11$, ángulo $\theta = 0.1$



6 Simulación de Tratamientos de Braquiterapia Ocular

El programa Alternativo que se utiliza para esta parte del trabajo ha sido llamado Alternativo Iterativo, no calcula la desviación standard, lo cual disminuye considerablemente el tiempo de simulación.

El tiempo de simulación utilizado por el programa Alternativo Iterativo para simular 8 fuentes de 5mm y 1 800 000 fotones emitidos por cada una es de 2h 48' 50'' y por el programa Penélope es de 5h 15', ambas simulaciones fueron hechas sin calcular la desviación standard.

Los resultados obtenidos en las simulaciones realizadas con el programa Alternativo Iterativo son graficados en 3D como porcentaje de dosis normalizada al punto máximo del eje central en Matlab, mediante 3 archivos 'm': matriz, planoX, planoZ los cuales se encuentran en el apéndice V.

Algunos ejemplos de distribuciones son presentados en los gráficos 6.1, 6.2, 6.3

IV PARTE EXPERIMENTAL

Esta parte del trabajo ha sido realizada para poder verificar que el objetivo de tesis (mencionado en la introducción) se halla alcanzado con el debido grado de certeza.

El programa Alternativo además de simular las distribuciones de dosis en tratamientos de braquiterapia ocular, simula la dosis producida. La verificación experimental de esta opción del programa va a ser pospuesta para el futuro.

El trabajo experimental consistió en reproducir en el laboratorio un tratamiento de braquiterapia ocular para obtener la distribución de dosis generada en el experimento.

En esta experiencia se utilizó un fantoma de agua para representar el globo ocular y sus zonas aledañas. Los datos de distribuciones de dosis son usualmente medidos en agua (ver 3.2 del Fundamento Teórico).

Este experimento fue llevado a cabo en la oficina del servidor del CESEN con la supervisión del Ing. Cesar Picón.

1.- Materiales utilizados

- 1.1 8 Fuentes de Ir 192 de 5mm de longitud y actividad de 0.5mCi c/u.**- Estas fuentes fueron prestadas por el IPEN y tienen las especificaciones dadas en 1.2 del capítulo II.
- 1.2 Fantoma de agua sólida.**- Con el motivo de reproducir el ojo se compró una plancha de agua sólida de 3mm de grosor, la cual fue cortada y limada para darle la forma del globo ocular. El fantoma simula un ojo de 25mm de diámetro. En el fantoma se hicieron agujeros con las dimensiones de los TLDs, de tal manera que estos puedan ser colocados en su interior. También se hicieron pequeñas ranuras sobre el fantoma con las dimensiones de las fuentes (ver figura No 1) las están a un $\theta = 0.2$ radianes.
- 1.2 Placa de oro de 18k.**- La composición de la placa mandada a hacer es de 75% oro y 25% plata. El radio del casquete es de 12.5mm y el de la placa(RP) es de 10.6mm. (ver figura No 2)
- 1.3 8 Dosímetros termoluminiscentes (TLD-100)**- Estos dosímetros fueron caracterizados en el laboratorio de CERAS del IPEN. Las dimensiones de estos TLDs son de 3x3x1 mm.
- 1.4 Pinza de 7cm de longitud.**
- 1.5 Pinza de 12cm de longitud.**
- 1.6 Pegamento Triz.**

Figura 1



Fantoma de agua sólida, en las ranuras sobre su superficie se encuentran los hilos de Ir

Figura 2



Placa de oro de 18K. Una vez colocadas las fuentes en sus ranuras se coloca la placa sobre el fantoma.

Figura 3



Después de colocar la placa de oro se cubre ésta con el fantoma de agua

2.- Procedimiento

- 1 Sobre la mesa de trabajo se preparó el fantoma de agua sólida colocando los TLDs en los respectivos agujeros.
- 2 Utilizando la pinza de 7cm de longitud se retiró cada una de las fuentes de su contenedor, se le echó un poquito de Triz y finalmente se colocó sobre una ranura del fantoma de agua.
- 3 Con la pinza de 12cm de longitud se colocó la placa de oro sobre el fantoma preparado y las partes del fantoma que se ubican encima de la placa.
- 4 Nos alejamos de la zona de trabajo por el transcurso de 15 horas y media.
- 5 Con la pinza de 12cm de longitud se retiró las partes del fantoma que se ubican sobre la placa y la placa de oro.
- 6 Se retiraron los TLDs del fantoma para luego leerlos en el laboratorio de CERAS del IPEN.

3 Resultados

La simulación y el experimento fueron realizados con los siguientes parámetros (ver figuras 2.5 y 2.6 del capítulo II :

Longitud de las fuentes : 5 mm
Radio del casquete esférico: 12.5 mm
Radio de la placa: 10.677 mm
Grosor de la placa: 1.3 mm
Número de fuentes utilizadas: 8
Angulo0: 0.2 rad

Las fuentes fueron igualmente espaciadas, es decir, $PSI = 2\pi/8$.

El sistema de referencia utilizado para obtener los resultados del experimento tiene su origen en el centro del casquete esférico al igual que en el programa de simulación Alternativo (ver figura 2.4 del capítulo II).

3.1 Lecturas obtenidas en los TLDs

El primer TLD estuvo colocado en las coordenadas:

(-1,1,-1) (0,1,-1) (1,1,-1) (-1,0,-1) (0,0,-1) (1,0,-1) (-1,-1,-1) (0,-1,-1) (1,-1,-1)

Lectura obtenida

155.9uC

El segundo TLD

(4,1,-1) (5,1,-1) (6,1,-1) (4,0,-1) (5,0,-1) (6,0,-1) (4,-1,-1) (5,-1,-1) (6,-1,-1)

Lectura obtenida

42.22uC

El tercer TLD

(7,1,-1) (8,1,-1) (9,1,-1) (7,0,-1) (8,0,-1) (9,0,-1) (7,-1,-1) (8,-1,-1) (9,-1,-1)

Lectura obtenida

40.21uC

El cuarto TLD

(10,1,-1)(11,1,-1)(12,1,-1)(10,0,-1) (11,0,-1) (12,0,-1) (10,-1,-1) (11,-1,-1) (12,-1,-1)

Lectura obtenida

28.2uC

El quinto TLD

(-1,1,-4) (0,1,-4) (1,1,-4) (-1,0,-4) (0,0,-4) (1,0,-4) (-1,-1,-4) (0,-1,-4) (1,-1,-4)

Lectura obtenida

28.8uC

El sexto TLD

(5,1,-7) (6,1,-7) (7,1,-7) (5,0,-7) (6,0,-7) (7,0,-7) (5,-1,-7) (6,-1,-7) (7,-1,-7)

Lectura obtenida

18.28uC

3.2 Comparación entre los resultados experimentales y el programa de simulación Alternativo

Debido a que la distribución de dosis fue hallada una sola vez de manera experimental, no es posible comparar con rigurosidad los resultados experimentales con los del programa, ya que la desviación standard de los TLDs es del orden del 5% (según he consultado a personas que trabajan con TLD); por lo cual, es necesario realizar más medidas para tener mejores resultados.

Además debido a su tamaño la resolución de los TLDs es menor a la del programa, por lo cual, en el futuro se piensa realizar una comparación experimental utilizando un film de rayos-x, ya que éste posee más resolución.

El número de fotones simulados en el programa Alternativo fue de 14 721 195 por fuente. En la simulación no fue calculada la desviación standard; esto debido a que su cálculo produce un aumento considerable en el tiempo de simulación.

Por la orden de magnitud de los resultados obtenidos en la simulación, se puede suponer que la desviación standard máxima es aproximadamente el 3% del valor del resultado.

La comparación de resultados la podemos ver en la tabla a continuación; ambos resultados son normalizados a la dosis recibida en la posición del TLD1; la dosis

que debe recibir cada TLD (según la simulación) es igual a la suma de dosis recibida en todo el espacio ocupado por el TLD. Podemos ver de la tabla que la mayoría de resultados de la simulación se encuentran dentro del intervalo de confianza de los TLDs o bastante próximos.

V CONCLUSIONES

- 1.- Es difícil hallar fórmulas analíticas que describan el comportamiento de la radiación correctamente en todo el espacio. Esta limitación también es observada en el cálculo de dosis mediante la integral de Sievert. De la parte 1 de capítulo III, podemos ver las diferencias entre los resultados obtenidos mediante la integral de Sievert y la simulación. De esto se concluye que la Simulación Monte Carlo es una herramienta básica para el cálculo de dosis en braquiterapia.
- 2.- En el capítulo anterior se ha podido observar que ha habido un ahorro en el tiempo de simulación en comparación con el programa Penélope, sin variar significativamente los resultados, por lo cual se concluye que las diferencias en los algoritmos de ambos programas (ver parte 4 del capítulo III) no son significativas en las condiciones dadas por la simulación:
 - Tamaño de volumen de medición de dosis de (1mm^3)
 - El intervalo de energía donde se realiza la simulación se encuentra entre los (0.01 keV y 0.9 keV).
 - Materiales simulados: Platino, agua y oro.
- 3.- En la parte 5 del capítulo III observamos como varía la distribución de dosis al cambiar ciertos parámetros y que las variaciones en las distribuciones de dosis pueden ser predichas cualitativamente; por lo cual se puede decir que en esta tesis se ha logrado obtener ciertas pautas para poder alcanzar las distribuciones de dosis deseadas, lo cual es parte del objetivo de este trabajo.
- 4.- De 3.2 del capítulo IV sólo se puede concluir que la distribución de dosis generada por el programa no está en desacuerdo con los datos experimentales; por lo cual, el uso de este programa en aplicaciones médicas va a depender de que se realice una comprobación experimental con la debida rigurosidad.
- 5.- Como se mencionó en el capítulo IV, el programa Alternativo además de simular las distribuciones de dosis en tratamientos de braquiterapia ocular, simula la dosis producida. La comprobación de esta opción aun queda pendiente.

APÉNDICE I

I VARIABLES, SUBROUTINAS Y FUNCIONES

Variables

Las variables que menciono a continuación pueden ser modificadas en todo el programa simplemente cambiándoles el valor al inicio del programa principal 'fuentes'.

RI.-Radio interno del casquete.

RP.-Radio de la placa.

TH.-Grosor de la placa.

AC.-Actividad específica en Ci/mm.

RS.-Radio del espacio de simulación.

ZS.-Límite inferior del espacio de simulación.

Subrutinas y Funciones

A continuación presento por orden alfabético, las subrutinas utilizadas en los programas que presento en mi trabajo de tesis.

Subrutina Cambio.-Cambia la posición del sistema de referencia de laboratorio.

Subrutina Comparación.-Ubica a los fotones que atraviesan la superficie de la fuente ($R = 0.15\text{mm}$, $|Z|=2.5$) sobre la superficie de ésta.

Subrutina Error.-Suma en los contadores S1 y S2 la energía dejada en el fantoma de agua, para el caso de simulación de kerma sólo se incluye la energía depositada por los fotones.

Subrutina Escribir2.-Escribe los archivos coordenadas0.text y Error.text.

Subrutina Fluodirecc.- Genera la dirección $(u\sqrt{1-w^2}, v\sqrt{1-w^2}, w)$ con la cual es emitido un fotón de fluorescencia y la posición X,Y,Z de su primer punto de interacción.

Subrutina FotonesK.- Determina la energía del fotón simulado (E_c).

Subrutina Leer.-Almacena en la memoria RAM la tabla 1 para el caso de simulación de kerma de una fuente sin blindaje, las tablas 1 y 2 cuando se simula el kerma que produce la fuente con blindaje.

Cuando simulo dosis de la fuente con blindaje y de distribuciones de fuentes esta subrutina almacena las tablas 1,2,3,4; cuando en la simulación de distribución de fuentes se incluye la placa de oro, esta subrutina almacena las tablas 1,2,3,4,5,6.

Subrutina Origen.-Genera la posición (X_o, Y_o, Z_o) en el interior de la fuente desde donde se emite el fotón, la dirección $(u\sqrt{1-w^2}, v\sqrt{1-w^2}, w)$ en que es emitido y la posición X,Y,Z de su primer punto de interacción.

Subrutina Posición.-Genera las coordenadas (X,Y,Z) donde va a producirse la interacción del fotón.

Subrutina Posicion2.-Genera la posición (X,Y,Z) donde se va a producir la siguiente interacción del fotón y los nuevos directores $u\sqrt{1-w^2}, v\sqrt{1-w^2}, w$.

Subrutina Probabilidad.-Devuelve las secciones eficaces fotoeléctrica(F) y total(P) de acuerdo a la energía del fotón simulado(E_c) y material en que se produce la interacción.

Presento por orden alfabético, las funciones utilizadas en los programas que presento en mi trabajo de tesis.

Subrutina Sttopingc.-Simula el trayecto de los electrones originados en el agua, almacena la dosis depositada en cada elemento de volumen por el electrón generado.

Subrutina SttopingPt.-Simula el trayecto de los electrones originados en el blindaje de platino, almacena la dosis depositada en cada elemento de volumen de agua por el electrón generado.

Función Compton.-Devuelve los ángulos polar (angulo1) y azimutal (PSI1) con que es dispersado el fotón respecto a su trayectoria cuando sufre el efecto compton.

Función Energía.-Devuelve la energía con que es dispersado el fotón Compton(E_{c1}).

Función Randi .- Devuelve un número real aleatorio de quince decimales menor que 1 y mayor que 0.

II GEOMETRIA

1. Ubicación de los fotones en las coordenadas con que atravesaron la superficie de la fuente.

Los fotones pueden salir de la fuente al atravesar el plano $X^2 + Y^2 = R_f^2$, o los planos $Z = \pm LI/2$, siendo LI la longitud de la fuente y R_f es el radio de la fuente.

Los fotones parten de su ubicación inicial (X_o, Y_o, Z_o) y una dirección $u\sqrt{1-w^2}, v\sqrt{1-w^2}, w$ recorren una distancia \bar{s} en el interior de la fuente hasta atravesarla y ubicarse en la posición \bar{R} . De la figura No 1 podemos ver que para la proyección de \bar{s} y $\bar{R}o$ (\bar{s}' y $\bar{R}o'$) sobre el plano radial del cilindro se cumple:

$$\bar{\mathbf{R}}_f = \bar{\mathbf{R}}o' + \bar{s}' \quad (1)$$

$$\bar{s}' = s'u\hat{i} + s'v\hat{j} \quad (2)$$

$$\bar{\mathbf{R}}o' = X_o\hat{i} + Y_o\hat{j} \quad (3)$$

Reemplazando (2) y (3) en (1) tenemos la relación:

$$R_f^2 = (X_o + s'u)^2 + (Y_o + s'v)^2 \quad (4)$$

Resolviendo la ecuación (4) y despejando s' obtenemos:

$$s' = b/2 \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} - c} \quad (5)$$

donde:

$$b = 2(X_o u + Y_o v)$$

$$c = X_o^2 + Y_o^2 - R_f^2$$

De la fórmula (5) tomamos la solución negativa debido a que cumple con $s = 0$ cuando $Ro' = R_f$ y para $s' = R_f$ cuando $Ro' = 0$.

Luego

$$TAN1 = \left| \frac{Z - Z_o}{\sqrt{(X - X_o)^2 + (Y - Y_o)^2}} \right| \quad (6)$$

$$TAN2 = \frac{|kLI - Z_o|}{s} \quad (7)$$

Donde $k = 1$ si $w > 0$, de lo contrario $k = -1$, X, Y, Z son las coordenadas de la posición \bar{R} del fotón.

Si $TAN1 > TAN2$ el fotón sale por la superficie $Z = \pm LI$ de lo contrario el fotón sale por la superficie $X^2 + Y^2 = R_f^2$.

a) El fotón sale por la superficie $Z = \pm LI$; entonces las coordenadas X, Y, Z del fotón cuando atravesó la placa son:

$$X = u|kLI - Zo|\sqrt{1/w^2 - 1} + Xo \quad (8)$$

$$Y = v|kLI - Zo|\sqrt{1/w^2 - 1} + Yo \quad (9)$$

$$Z = kLI \quad (10)$$

b) Para el caso en que atraviesan la fuente por el plano $X^2 + Y^2 = R_f^2$

$$X = u.s + Xo \quad (11)$$

$$Y = v.s + Yo \quad (12)$$

$$Z = \frac{k.s}{\sqrt{\frac{1}{w^2 - 1}}} + Zo \quad (13)$$

2. Ubicación de los fotones en el punto en el que atravesaron la superficie de la placa de oro

a) Si el fotón inicialmente se encuentran en una posición inicial \vec{R}_o con respecto al sistema fijo de laboratorio (ver cap.II 2.3), y $\|\vec{R}_o\| < RI$; y su siguiente punto de interacción \vec{R}_i cumple con $\|\vec{R}_i\| > RI$, se procede de la siguiente manera:

De la figura No 2 tenemos que,

$$\vec{R}_o + \vec{D} = \vec{R}_I \quad (1)$$

Resolviendo (1) tenemos,

$$\|\vec{R}_o\|^2 + 2\|\vec{R}_o\|\|\vec{D}\|\cos\alpha + \|\vec{D}\|^2 = \|\vec{R}_I\|^2 \quad (2)$$

De (2) luego tenemos,

$$\|\vec{D}\| = -\|\vec{R}_o\|\cos\alpha \pm \sqrt{\|\vec{R}_I\|^2 + (\|\vec{R}_o\|\cos\alpha)^2 - \|\vec{R}_o\|^2} \quad (3)$$

de la fórmula (3) tomo la solución positiva debido a que cumple para el caso cuando $\|\vec{R}_o\| = 0$, $\|\vec{D}\| = RI$.

La posición del fotón \vec{R} , sobre la superficie esférica de radio RI estará entonces dada por

$$\begin{aligned} X &= u\sqrt{1-w^2}\|\vec{D}\| \\ Y &= v\sqrt{1-w^2}\|\vec{D}\| \\ Z &= w\|\vec{D}\| \end{aligned} \quad (4)$$

Como la placa es sólo un casquete esférico los fotones ubicados sobre la esfera de radio RI cuyo valor de Z es menor que el Z donde se inicia el casquete esférico (HL) no atraviesan la placa de oro, consecuentemente, $\vec{R} = \vec{R}_i$ para estos fotones.

- b) Si la posición inicial del fotón \vec{R}_o , se encuentra dentro del volumen de la placa, es decir, se cumple que $RI < \|\vec{R}_o\| < RE$ y $Z_o > HL$.

De la gráfica No tenemos;

$$\cos \theta = \frac{\vec{R}_o}{\|\vec{R}_o\|} \cdot \hat{r} \quad (5)$$

y de la gráfica No tenemos;

$$\cos \gamma = \frac{\sqrt{\|\vec{R}_o\| - RI^2}}{\|\vec{R}_o\|} \quad (6)$$

donde $\hat{r} = u\sqrt{1-w^2}, v\sqrt{1-w^2}, w$ es el vector unitario en la dirección de movimiento del fotón. Si el fotón atraviesa la placa por la superficie $\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = RI$ deben de cumplirse que,

$$|\cos \theta| > |\cos \gamma|$$

$$\|\vec{R}_i\| - RI < \sqrt{(X_i - X_o)^2 + (Y_i - Y_o)^2 + (Z_i - Z_o)^2} |\cos \theta| \quad (7)$$

$$\cos \theta < 0$$

una vez que se sabe que el fotón sale por la superficie $\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = RI$, utilizamos las mismas fórmulas y gráficas que en a) para ubicar al fotón sobre la superficie de la placa, pero tomando la solución negativa de la fórmula 3, y aplicamos la condición si $Z < HL$ entonces

$$D = \left| \frac{HL - Z_o}{w} \right| \quad (8)$$

$$X = D\sqrt{1-w^2}u + X_o$$

$$Y = D\sqrt{1-w^2}v + Y_o \quad (9)$$

$$Z = D * w + Z_o$$

De no cumplirse las condiciones dadas por la fórmula 7 y $\|\vec{R}_i\| > RE$ entonces utilizamos las mismas fórmulas y graficas que en a) para ubicar al fotón sobre la superficie de la placa, pero reemplazamos RE en lugar de RI en todas las fórmulas; luego aplicamos la condición si $Z < HL$ igual que en el caso anterior.

De no cumplirse las condiciones dadas en la fórmula 7 y la condición $\|\vec{R}_i\| > RE$ entonces el fotón permanece en el volumen de la placa.

III DEDUCCIÓN DE FORMULAS

1 Deducción de la fórmula 1.4 del capítulo II

La función de distribución de energía de los electrones emitidos por el Iridio utilizada en el programa está dada por la fig No1.1 del capítulo II. No olvidemos que en el programa sólo se simulan electrones con una energía mayor o igual a 0.1 MeV

Para simplificar el problema podemos trabajar con una función de distribución de energía con pendiente positiva como se muestra en la figura y que se inicie en el origen de coordenadas como se muestra a continuación.

La función de densidad de probabilidad está dada por la ecuación de la recta :

$$p(E) = \frac{1}{0.52} E \quad (1)$$

La función de distribución acumulativa de (1) está dada por:

$$P(E) = \frac{E^2}{0.2704} \quad (2)$$

Luego utilizando el método de la transformada inversa y teniendo en cuenta la pendiente negativa de la gráfica y que la menor energía 0.1MeV tenemos:

$$E = 0.52\sqrt{0.2704\xi} + 0.1 \quad (3)$$

donde ξ es un número aleatorio entre 0 y 1.

1 Deducción de la fórmula 2.8 del capítulo II

De la figura No tenemos

$$\theta_r = \theta + \pi - \alpha \quad (1)$$

$$\cos \alpha = \frac{LI}{2R} \quad (2)$$

Reemplazando (2) en (1) finalmente tenemos:

$$\theta_r = \theta + \pi - \cos^{-1}\left(\frac{LI}{2RI}\right) \quad (3)$$

3 Deducción de la fórmula de muestreo para generar una distribución uniforme sobre una esfera unitaria

Consideremos una fuente isotrópica de partículas; tal que la dirección inicial (θ , ϕ) de la partículas emitidas son puntos aleatorios distribuidos uniformemente

sobre la superficie de una esfera unitaria. La función de densidad de probabilidad está dada por:

$$p(\theta, \phi)d\theta d\phi = \frac{1}{4\pi} \text{sen}\theta d\theta d\phi = \left[\frac{\text{sen}\theta}{2} d\theta \right] \left[\frac{1}{2\pi} d\phi \right] \quad (1)$$

De (1) vemos que θ y ϕ son variables aleatorias independientes con una función de densidad de probabilidad $p_\theta(\theta) = \frac{\text{sen}\theta}{2}$ y $p_\phi(\phi) = \frac{1}{2\pi}$, respectivamente. Por esta razón la dirección inicial de la partícula proveniente de una fuente isotrópica puede ser generada aplicando el método de la transformada inversa a la función de densidad distribución obteniendo:

$$\theta = \cos^{-1}(1 - 2\xi_1), \quad \phi = 2\pi\xi_2 \quad (2)$$

donde ξ_1 y ξ_2 son números aleatorios entre 0 y 1.

IV INTERACCIÓN DE LA RADIACIÓN IONIZANTE CON LA MATERIA

- 1 Probabilidad de Interacción.-Para tener una idea del proceso de dispersión, podemos imaginar cada molécula como una esfera de radio r_s tal que su sombra o proyección tiene un área πr^2 igual a la sección eficaz total σ_T . Ahora asumimos que la partícula penetra perpendicularmente sobre una lámina muy delgada de cierto material con un grosor ds . Lo que la partícula ve enfrente, es una distribución uniforme de Nds esferas por unidad de superficie (N es el número de moléculas por unidad de volumen del material de la lámina). Una interacción se produce cuando la partícula choca con una de esas esferas. Por esta razón, la probabilidad de interacción dentro de la lámina es igual a la fracción de área cubierta por las esferas $N\sigma_T ds$. En otras palabras $N\sigma_T$ es la probabilidad de interacción por unidad de longitud de camino. Su inverso,

$$\lambda_T \equiv (N\sigma_T)^{-1} \quad (1)$$

es el camino libre medio entre dos interacciones.

Consideremos ahora una partícula que se mueve dentro de un medio ilimitado. La función de distribución de probabilidad $p(s)$ de que la partícula recorra una longitud de camino s desde su posición actual hasta el lugar de su siguiente interacción puede ser obtenida de la siguiente manera:

La probabilidad de que la partícula viaje una longitud de camino s sin interactuar es

$$F(s) = \int_s^{\infty} p(s') ds' \quad (2)$$

la probabilidad $p(s)ds$ de que se produzca la siguiente interacción cuando la longitud viajada de la partícula está dentro del intervalo $(s, s+ds)$ es igual al producto de $F(s)$ (la probabilidad de llegar a s sin ninguna interacción) y $\lambda_T^{-1} ds$ (la probabilidad de interactuar dentro del intervalo ds). De lo anterior tenemos,

$$p(s) = \lambda_T^{-1} \int_s^{\infty} p(s') ds' \quad (3)$$

la solución de esta ecuación integral con condiciones de frontera $p(\infty) = 0$ es la familiar distribución exponencial:

$$p(s) = \lambda_T^{-1} \exp(-s / \lambda_T) \quad (4)$$

- 2 Interacción de los Fotones con la Materia.-Hay cinco tipos de interacciones producidas por los fotones que deben ser considerados en física radiológica:
Efecto Compton
Efecto Fotoeléctrico

2.1 Efecto Compton.-En el proceso Compton , el fotón interactúa con un electrón atómico 'libre', en donde 'libre' quiere decir en este caso que la energía de ligadura del electrón es mucho menor que la energía del fotón interactuante. En esta interacción el electrón recibe cierta energía del fotón y es emitido a un ángulo θ (ver fig 1) y el fotón, con su reducida energía es dispersado un ángulo ϕ .

El proceso Compton puede ser analizado en términos de la colisión entre dos partículas, un fotón y un electrón. Ignorando el movimiento inicial y energía de ligadura del electrón; aplicando las leyes de conservación de energía y momentum, podemos derivar las siguientes relaciones:

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + (h\nu/m_e c^2)(1 - \cos\phi)} \quad (5)$$

$$T = h\nu - h\nu' \quad (6)$$

$$\cot\theta = \left(1 + \frac{h\nu}{m_e c^2}\right) \tan\left(\frac{\phi}{2}\right) \quad (7)$$

donde $h\nu$, $h\nu'$ son las energías de fotón incidente y dispersado respectivamente
 T , es la energía del electrón dispersado y θ es el ángulo con que es dispersado el electrón.

Klein y Nishina aplicaron la teoría relativística del electrón hecha por Dirac al efecto Compton. Ellos asumieron que el electrón se encontraba inicialmente en reposo y que su energía de ligadura era cero. La sección eficaz diferencial Klein-Nishina para fotones dispersados un ángulo ϕ , por unidad de ángulo sólido y por electrón está dada por:

$$\frac{d_e\sigma}{d\Omega_\phi} = \frac{r_0^2}{2} \left(\frac{h\nu'}{h\nu}\right)^2 \left(\frac{h\nu}{h\nu'} + \frac{h\nu'}{h\nu} - \sin^2\phi\right) \quad (8)$$

La sección eficaz K-N total por electrón puede ser obtenida integrando la ecuación (8) sobre todos los ángulos ϕ de dispersión del fotón, asumiendo una simetría cilíndrica:

$${}_e\sigma = 2\pi \int_{\phi=0}^{\pi} \frac{d_e\sigma}{d\Omega_\phi} \sin(\phi) d\phi \quad (9)$$

La ecuación (9) está mostrada gráficamente en la figura 2 en donde vemos que la sección eficaz Compton por electrón decrece gradualmente al aumentar la energía.

La sección K-N por unidad de masa σ/ρ , la cual es también llamada coeficiente másico de atenuación Compton, está dado por:

$$\frac{\sigma}{\rho} = \frac{N_A Z}{A} \sigma_e \quad (\text{cm}^2/\text{g}) \quad (10)$$

Donde $N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{mole}^{-1}$ es el número de Abogadro.

Z = es el número de electrones por átomo de un elemento o por molécula de un compuesto.

ρ = es la densidad en g/cm^3

$\frac{N_A Z}{A}$ = es el número de electrones por gramo de un material.

Como podemos observar en la fórmula 9, la sección eficaz por electrón para el efecto Compton no depende del Z del medio. Para el caso de la fórmula 10 tenemos que la relación Z/A (excepto para el caso del hidrógeno) oscila entre 0.5 y 0.4 tendiendo a decrecer gradualmente con el incremento de Z ; en una tosca aproximación podemos decir que Z/A es constante y que el coeficiente másico de atenuación Compton es independiente de Z .

2.2 Efecto Fotoeléctrico.-En el caso del efecto Compton el fotón no puede dar toda su energía al colisionar con un electrón libre. Pero esto es posible si se encuentra con un electrón fuertemente ligado, tal como los que se encuentran en las capas internas del átomo, especialmente los de alto número atómico. Esto es llamado efecto fotoeléctrico y es ilustrado esquemáticamente en la figura 3. El fotón es totalmente absorbido en la interacción, y termina su existencia. La energía dada al electrón es independiente del ángulo de dispersión θ del electrón, y está dada por:

$$T = h\nu - E_b - T_a = h\nu - E_b \quad (11)$$

Donde E_b es la energía de ligadura del electrón, $h\nu$ es la energía del fotón que interactuó.

La segunda igualdad de la ecuación (11) se cumple debido a que la energía cinética dada T_a dada al átomo residual es próxima a cero.

La probabilidad de absorción fotoeléctrica depende de la energía del fotón, esto es ilustrado en la fig 4, donde el coeficiente de atenuación másico (τ/ρ) es graficado en función de la energía. Los datos mostrados son para el agua, representando un material de bajo número atómico, y para el plomo representando a un material de alto número atómico.

En la figura 4 para el caso del plomo podemos observar que tiene discontinuidades alrededor de 15 y 88 KeV. Estos son llamados *fronteras de absorción* y corresponden a las energías de ligadura de las capas L y K respectivamente. Un fotón con una energía menor a 15 KeV no podrá liberar un electrón de la capa L.

La dirección de emisión del fotoelectrón, relativa a la del fotón absorbido, es definida por los ángulos polar θ y azimutal ϕ . Si el fotón incidente no es

polarizado entonces la distribución angular de los fotoelectrones es independiente de ϕ , lo cual significa que ϕ está distribuido uniformemente en el intervalo $(0, 2\pi)$. La sección eficaz diferencial para la capa K por electrón desviados un ángulo α , por unidad de ángulo sólido derivada por Sauter está dada por:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e} = \alpha^4 r_e^2 \left(\frac{Z}{\kappa}\right)^5 \frac{\beta^3}{\gamma} \frac{\text{sen}^2\theta}{(1 - \beta \cos\theta)^4} \left[1 + \frac{1}{2}\gamma(\gamma - 1)(\gamma - 2)(1 - \beta \cos\theta)\right] \quad (1.12)$$

$$\alpha = 1/137.04 \quad (\text{constante de estructura fina})$$

$$r_e = 2.818 \times 10^{-13} \quad (\text{radio clásico del electrón})$$

$$\gamma = 1 + T / m_e c^2 \quad \beta = \frac{\sqrt{T(T + 2m_e c^2)}}{T + m_e c^2}$$

T es la energía cinética adquirida por el electrón, m_e es la masa en reposo del electrón, c es la velocidad de la luz.

Cuando un electrón es retirado de la capa interna de del átomo por un proceso, tales como el efecto fotoeléctrico, conversión interna, captura electrónica o colisión carga-partícula, la vacancia resultante es prontamente llenada por otro electrón proveniente de una capa menos fuertemente ligada. Para las capas K y L las vacancias son acompañadas por la emisión de rayos-x fluorescentes de energías $h\nu_K$ o $h\nu_L$ respectivamente, igual a la diferencia de energía potencial entre el nivel de energía donador y el receptor. La probabilidad de que esto suceda es llamada *campo de fluorescencia*, Y_K o Y_L respectivamente; los valores están graficados en la figura 1.5 como una función del número atómico. Y_K crece rápidamente para ($Z > 10$), gradualmente aproximándose a la unidad para elementos de alto Z, mientras que Y_L es prácticamente cero a Z menor que el Z del cobre, elevándose solamente a 0.45 a $Z = 90$. La posibilidad de emisión de rayos-x fluorescentes durante el llenado de una vacancia en M (o capa mayor) es insignificanemente pequeña.

Además del campo de fluorescencia en la fig 5, podemos ver una segunda clase de función: P_K que es la fracción (τ_K / τ) de toda la interacción fotoeléctrica que ocurre en la capa K, para fotones los cuales $h\nu > (E_b)_K$; igualmente $P_L = \tau_L / \tau$ para fotones los cuales $(E_b)_L < h\nu < (E_b)_K$.

2.3 Producción de Pares.- Si la energía del fotón es mayor que 1.02 MeV, el fotón puede interactuar con la materia a través del mecanismo de producción de pares. En este proceso, el fotón al interactuar fuertemente con el campo electromagnético del núcleo entrega toda su energía creando un par consistente en un positrón y un electrón.

2.4 Dispersión Rayleigh.- La dispersión Rayleigh es ilustrada en la figura 6. El evento es elástico en el sentido que el fotón no pierde esencialmente nada de su energía; el átomo se mueve justo lo suficiente para conservar el momentum. El fotón es usualmente redireccionado en un pequeño ángulo.

El ángulo de dispersión del fotón depende depende de Z y $h\nu$.

El efecto Rayleigh toma mayor importancia a bajas energías, debido a que el ángulo de dispersión es mayor.

2.5 Interacciones Fotonucleares.- En las interacciones fotonucleares un fotón energético (excediendo unos pocos MeV) ingresa y excita un núcleo, el cual entonces emite un protón o un neutrón.

- 3 Interacción de los Electrones con la Materia.- Las posibles interacciones de los electrones y positrones con el medio son:
1. Dispersión elástica
 2. Dispersión Inelástica
 3. Emisión de Bremsstrahlung

Estas interacciones están ilustradas en la figura 7

3.1 Dispersión Elástica.- Las interacciones elásticas son aquellas en el cual el estado cuántico inicial y final del átomo blanco es el mismo, generalmente el estado base. La deflexión angular de la trayectoria de los electrones en la materia es principalmente (pero no completamente) debida a las dispersiones elásticas. Cuando un electrón en movimiento pasa cerca de un núcleo atómico de carga Ze y masa M . La fuerza de Coulomb produce una deflexión neta θ , en el sistema de laboratorio.

Cada colisión elástica está determinada por los valores de los ángulos de dispersión polar y azimutal, θ y ϕ , respectivamente. Asumiendo que los centros dispersores poseen una simetría esférica, en discretas y múltiples dispersiones, las distribuciones angulares son axialmente simétricas con respecto al eje de incidencia, es decir son independientes del ángulo azimutal de dispersión ϕ .

La sección eficaz diferencial $d\sigma_{el}$ para dispersión elástica nuclear de electrones dentro de un ángulo sólido $d\Omega$, a un ángulo de dispersión θ en el sistema de laboratorio, según Mott está dada por:

$$d\sigma_{el} = \xi(\theta)d\Omega = \xi_0(\theta)\left[1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} + \pi\beta \frac{Z}{137} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2}\right) \sin \frac{\theta}{2}\right]d\Omega \quad (13)$$

donde:

$$\xi_0 = \frac{Z^2}{4} \left(\frac{e^2}{m_0 c^2}\right)^2 \left(\frac{1 - \beta^2}{\beta^4}\right) \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \quad \text{y} \quad \beta = V_{el} / C$$

Esta fórmula es válida para $\beta \approx 1$ si $Z/137 \leq 0.2$.

La sección eficaz total elástica está dada por:

$$\sigma_{el} = 2\pi \int_0^\pi \frac{d\sigma_{el}}{d\theta} d\theta \quad (14)$$

El camino libre medio está dado por:

$$\lambda_{el} \equiv 1/(N\sigma_{el}) \quad (15)$$

3.2 Dispersión Inelástica.- El mecanismo dominante de pérdida de energía para los electrones con energías intermedias y bajas son las colisiones inelásticas, estas interacciones producen excitaciones electrónicas y ionización en el medio.

3.3 Emisión de Bremsstrahlung.- Como resultado de la desaceleración causada por el campo electrostático de los núcleos atómicos, los electrones rápidos emiten bremsstrahlung. En cada evento Bremsstrahlung un electrón con energía cinética E genera un fotón de energía W , la cual toma valores en el intervalo de 0 a E . El electrón pierde un insignificante monto de energía cinética necesario para satisfacer la conservación del momento para la colisión. Por lo tanto no es un mecanismo predominante para la transferencia de energía en el medio absorbente, pero es un medio importante para la deflexión de electrones.

Aunque la producción de bremsstrahlung es un importante medio de disipación de energía para los electrones energéticos en medios de alto Z , esto es relativamente insignificante en medios de bajo Z (como tejido) para electrones con una energía menor a 10 MeV

3.4 Teoría de la dispersión elástica múltiple

Asumimos que un electrón inicia su trayecto en una cierta posición, la cual es seleccionada como marco de referencia, moviéndose en la dirección del eje Z . Denotamos $f(s; r, \hat{d})$ la densidad de probabilidad de encontrar un electrón en la posición $r = (x, y, z)$, moviéndose en la dirección dada por el vector unitario \hat{d} después de haber viajado una longitud de camino s . La ecuación de difusión para este problema es (Lewis, 1950) ¹

$$\frac{\partial f}{\partial s} + \hat{d} \cdot \nabla f = N \int [f(s; r, \hat{d}') - f(s; r, \hat{d})] \frac{d\sigma_{el}(\theta)}{d\Omega} d\Omega \quad (16)$$

Donde $\theta \equiv \theta \equiv \arccos(\hat{d} \cdot \hat{d}')$ es el ángulo de dispersión correspondiente a la deflexión angular $\hat{d}' \rightarrow \hat{d}$. Esta ecuación tiene que ser resuelta con las condiciones de frontera $f(0; r, \hat{d}) = (1/\pi)\delta(r)\delta(1 - \cos \chi)$, donde χ es el ángulo polar en la dirección \hat{d} . Expandiendo $f(s; r, \hat{d})$ en armónicos esféricos, Lewis (1950) obtuvo la expresión exacta para la distribución angular y para los primeros momentos de la distribución espacial después de una dada longitud de camino s . La densidad de probabilidad $F(s; \chi)$ de obtener una dirección final en el elemento de ángulo sólido $d\Omega$ alrededor de la dirección definida por el ángulo polar χ está dada por:

$$F(s; \chi) = \int f(s; r, \hat{d}) dr = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} \exp(-s/\lambda_{el,l}) P_l(\cos \chi) \quad (17)$$

Donde $P_l(\cos \chi)$ son los polinomios de Legendre y $\lambda_{el,l} = 1/(N\sigma_{el,l})$ está definido como el l -ésimo camino libre medio de transporte. Donde

$$\sigma_{el,l} \equiv \int [1 - P_l(\cos\theta)] \frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} d\Omega \quad (18)$$

La distribución $F(s; \chi)$ es simétrica con respecto al eje Z, es decir es independiente del ángulo azimutal de la dirección final.

Por la propiedad de ortogonalidad de los polinomios de Legendre, tenemos que:

$$\langle P_l(\cos \chi) \rangle \equiv 2\pi \int_{-1}^1 P_l(\cos \chi) F(s; \chi) d(\cos \chi) = \exp(-s / \lambda_{el,l}) \quad (19)$$

En particular, para $l=1$ de 19 tenemos:

$$\langle \cos \chi \rangle = \exp(-s / \lambda_{el,1}) \quad (20)$$

y para $l=2$

$$\langle \cos^2 \chi \rangle = \frac{1}{3} [1 + 2 \exp(-s / \lambda_{el,2})] \quad (21)$$

3.5 Poder de Frenado.-El valor esperado de la razón de la pérdida de energía por unidad de longitud de camino x , por una partícula cargada de tipo Y, en un medio de número atómico Z, es llamado poder de frenado, $(dT/dx)_{y,t,z}$. Si dividimos el poder de frenado entre la densidad ρ del medio absorbente obtenemos el poder de frenado másico $(dT/\rho dx)$.

Cuando uno está interesado en el destino de la energía perdida por las partículas cargadas, el poder de frenado puede ser subdividido en “poder de frenado de colisión” y “poder de frenado radiativo”.

El poder de frenado radiativo es el causado por las interacciones radiativas, es decir es originado por la producción de Bremsstrahlung. La energía gastada en colisiones radiativas es llevada fuera del trayecto de las partículas cargadas por los fotones, mientras que la energía gastada en colisiones produce ionización y excitación contribuyendo a la dosis cerca al trayecto.

La fórmula para el poder de frenado de colisión para electrones dada en términos de $\tau \equiv T/m_0c^2$ por:

$$\left(\frac{dT}{\rho dx} \right)_c = k \left[\ln \left(\frac{\tau^2 (\tau + 2)}{2(I / m_0 c^2)} \right) + F^-(\tau) - \delta - \frac{2C}{Z} \right] \quad (22)$$

donde
$$F^-(\tau) \equiv 1 - \beta^2 + \frac{\tau^2 / 8 - (2\tau + 1) \ln 2}{(\tau + 1)^2}$$

C/Z es el factor de corrección de capas y δ es el término de corrección debido a la densidad de polarización.

3.6 Rango de electrones. -El rango R de una partícula cargada de un tipo dado y energía en un medio dado está dada por el valor esperado de la longitud de camino p que ésta sigue hasta detenerse. Usualmente el rango está definido en g/cm^2 .

El CSDA rango está definido por:

$$R_{CSDA} \equiv \int_0^{T_0} \left(\frac{dT}{\rho dx} \right)^{-1} dT \quad (23)$$

Donde T_0 es la energía inicial de la partícula. Para propósitos prácticos R_{CSDA} puede ser tomada idéntica al rango definido anteriormente.

REFERENCIAS

1. Lewis H.W. (1950), "Múltiple scattering in an infinite medium", Phys. Rev.78, 526-529.
2. B. Duchemin and N. Coursol. " Revaluation de Ir¹⁹² ", Technical Note LPRI/93/018,DAMRI, CEA,France,1993.
3. Nuclear Energy Agency, Organisation for Economic Co-operation and Development. Penélope-A Code System for Monte Carlo Simulation of Electron and Photon Transport . Workshop Proceedings Issy-Ies-Moulineux, France 5-7 November 2001 (pag 35-36).
4. Manual MNCP- A General Monte Carlo N-Particle Transport Code, versión 4B, 1997 (pág 2-57,2-58).
5. Gary Luxton, PHD, Melvin A. Astrahan PHD, Peter E. Liggett MD, David Neblett M.S.E.E, Dierdre M.Cohen MD and Zbigniew Petrovich MD. "Dosimetric Calculations and measurements of gold Plaque Ophthalmic Irradiators using Iridium-192 and Iodine-125 seeds", Int J. Radiation Oncology Biol. Phys; Vol 15. Pp 167-176, Copyright 1988 Pergamon Press.
6. Frank Herbergt Attix, Introduction to Radiological Physics and Radiation Dosimetry; edición1986, (pag 117 y 118).
7. Faiz M. Khan, Ph.D. The Physics of Radiation Therapy, 2da edición1992, pag 423.
8. Faiz M. Khan, Ph.D. The Physics of Radiation Therapy, 2da edición1992, pag 136.
9. Glenn F. Knoll, Radiation Detection and measurement, 2da edición 1989, pag 89.
10. Glenn F. Knoll, Radiation Detection and measurement, 2da edición 1989, pag 90.
11. Meisberg LL, Keller R, Shalek RJ. The effective attenuation in water of the gamma rays of gold-198, iridium-192, cesium-137, radium-226 and cobalt-60. Radiology 1968;90:953.
12. Glasgow GP, Dillman LT. Specific γ -ray constant and exposure rate constant of ¹⁹²Ir. Med Phys 1979;6:49.

13. Halton J.H 1970 Siam Rev. 12 1-63.
14. Dr. Paul Finger. "The Radiation Therapy-The Basics.htm", www.eyecancer.com
15. Faiz M. Khan, Ph.D. The Physics of Radiation Therapy, 2da edición1992, pag 226,227,234.
16. Faiz M. Khan, Ph.D. The Physics of Radiation Therapy, 2da edición1992,pag 131.
17. James F, "Monte Carlo Theory and practice", Rep. Prog. Phys., Vol. 43, 1980. Printed in Great Britain, (pag 1145-1189).
18. Williamson JF, Morín RL, Khan FM. Monte Carlo evaluation of the Sievert integral for brachytherapy dosimetry. Phys Med Biol 1983;28:1021.
19. Nuclear Energy Agency, Organisation for Economic Co-operation and Development. Penélope-A Code System for Monte Carlo Simulation of Electron and Photon Transport . Workshop Proceedings Issy-Ies-Moulineux, France 5-7 November 2001, (pag 142,145-148,195-199).
20. Nuclear Energy Agency, Organisation for Economic Co-operation and Development. Penélope-A Code System for Monte Carlo Simulation of Electron and Photon Transport . Workshop Proceedings Issy-Ies-Moulineux, France 5-7 November, (pag 47).
21. Nuclear Energy Agency, Organisation for Economic Co-operation and Development. Penélope-A Code System for Monte Carlo Simulation of Electron and Photon Transport . Workshop Proceedings Issy-Ies-Moulineux, France 5-7 November (pag 24-26).
22. Nuclear Energy Agency, Organisation for Economic Co-operation and Development. Penélope-A Code System for Monte Carlo Simulation of Electron and Photon Transport . Workshop Proceedings Issy-Ies-Moulineux, France 5-7 November 2001, (pag 35-68).
23. Nuclear Energy Agency, Organisation for Economic Co-operation and Development. Penélope-A Code System for Monte Carlo Simulation of Electron and Photon Transport . Workshop Proceedings Issy-Ies-Moulineux, France 5-7 November 2001 (pag 44).
24. Nuclear Energy Agency, Organisation for Economic Co-operation and Development. Penélope-A Code System for Monte Carlo Simulation of Electron and Photon Transport . Workshop Proceedings Issy-Ies-Moulineux, France 5-7 November 2001 (pag 69-146).

- 25 Nuclear Energy Agency, Organisation for Economic Co-operation and Development. Penélope-A Code System for Monte Carlo Simulation of Electron and Photon Transport . Workshop Proceedings Issy-Ies-Moulineux, France 5-7 November 2001, (pag 128).