

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**



***INFLUENCIA DE LA TORSIÓN ACCIDENTAL EN EL
DISEÑO SÍSMICO DE EDIFICIOS***

INFORME DE SUFICIENCIA

***PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:
INGENIERO CIVIL***

BACH. ING. HIRAM NELSON SOPLOPUCO MCNCADA

LIMA – PERÚ

2001

RESUMEN

El incremento en la respuesta sísmica debido a la torsión accidental es evaluada con el objetivo de desarrollar un procedimiento que tome en cuenta las fuentes de torsión accidental en el análisis sísmico de edificios. Tal procedimiento está basado en:

1. Los resultados de estudios del incremento en la respuesta debido a las diferentes fuentes de torsión accidental, tal como incertidumbre en la rigidez y excitación rotacional en la base.
2. Una evaluación crítica del uso de las provisiones de torsión accidental en el código de análisis estático y dinámico de sistemas de uno y varios pisos.
3. Movimientos sísmicos registrados en edificios nominalmente simétricos.

El nuevo procedimiento para la torsión accidental es función de dos parámetros de la edificación, la relación entre la dimensión en planta “ b ” perpendicular a la dirección del sismo y el radio de giro en planta “ r ”, y la relación de frecuencias torsional lateral no acopladas “ Ω ”.

Este procedimiento tiene varias ventajas sobre las provisiones acerca de torsión accidental del código además de la eliminación de los análisis en cada dirección lateral especificada en los códigos.

**INFLUENCIA DE LA TORSIÓN ACCIDENTAL EN EL DISEÑO SÍSMICO DE
EDIFICIOS**

ÍNDICE

RESUMEN

CAP. I. INTRODUCCIÓN

1.1 Introducción	1
1.2 Conceptos Básicos	3

CAP. II. TORSIÓN ACCIDENTAL EN EDIFICIOS DEBIDO A LA INCERTIDUMBRE EN LA RIGIDEZ.

2.1 Introducción	6
2.2 Sistemas y espectros de diseño considerados	6
2.3 Procedimiento de análisis	8
2.4 Incertidumbre en los parámetros del sistema	10
2.5 Análisis de sensibilidad, sistemas con planta nominalmente simétrica ...	11
2.6 Incremento de la respuesta debido a la incertidumbre en la rigidez	13
2.7 Análisis de sensibilidad de edificios con planta asimétrica	14
2.8 Implicancias para el diseño	15
2.9 Conclusiones	17
2.10 Gráficos	19

CAP. III. TORSIÓN ACCIDENTAL EN EDIFICIOS DEBIDO A LA EXCITACIÓN ROTACIONAL DE LA BASE

3.1 Introducción	27
3.2 Sistemas considerados en el procedimiento de análisis	27
3.3 Incremento en la respuesta en edificios simétricos	30
3.4 Incremento en la respuesta de edificios asimétricos	31
3.5 Excentricidad accidental de diseño	32
3.6 Conclusiones	34
3.7 Gráficos	36

CAP. IV. EMPLEO DE LA EXCENRICIDAD ACCIDENTAL EN EL ANÁLISIS
ESTÁTICO Y DINÁMICO DE EDIFICIOS ESPECIFICADO EN EL CÓDIGO
DE DISEÑO (UBC)

4.1 Introducción	43
4.2 Cuantificación de la respuesta	44
4.3 Sistemas de un sólo piso	44
4.3.1 Desplazamientos Laterales	46
4.3.2 Excentricidad accidental estática equivalente	48
4.4 Clase especial de edificios de varios pisos	51
4.5 Clase general de edificios de varios pisos	53
4.6 Implicaciones del Código	55
4.7 Conclusiones	56
4.8 Gráficos	58

CAP.V. NUEVO PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS PARA LA ESTIMACIÓN DE
LOS EFECTOS DE LA TORSIÓN ACCIDENTAL

5.1 Introducción	68
5.2 Nuevo procedimiento de análisis para la torsión accidental	68
5.3 Relación de frecuencias de vibración no acopladas de un edificio, Ω ...	69
5.4 Incremento en la respuesta del edificio debido a la torsión accidental	70
5.4.1 Procedimiento de análisis	70
5.4.2 Resumen de resultados a tomar en cuenta	71
5.4.3 Incremento de la respuesta según el código de diseño UBC	72
5.4.4 Consideraciones de diseño	74
5.5 Incremento en los desplazamientos para planos resistentes interiores	77
5.6 Incremento en las fuerzas de los miembros	78
5.7 Ejemplos	79
5.8 Resumen y conclusiones	81
5.9 Gráficos	83

BIBLIOGRAFÍA	91
--------------------	----

CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN

1.1 Introducción

El acoplamiento lateral torsional en edificaciones con plantas asimétricas conducen inevitablemente a demandas de desplazamientos no uniformes entre varias plantas resistentes. En la práctica, esta demanda es el resultado de un comportamiento inelástico de la estructura durante un sismo y no como típicamente se hace, al aplicar procedimientos que asumen un comportamiento elástico de la edificación.

El problema de torsión ha sido tradicionalmente separado en dos partes, torsión accidental y natural. Lo último es el resultado de una asimetría inherente en rigidez y resistencia de la planta resistente intencionalmente concebida por el diseñador, o mejor dicho, forzado por razones de arquitectura como en la mayoría de casos. Como opuesto a esta asimetría intencional, la torsión accidental es el resultado de todos los factores que causan asimetría en planta las cuales no son contabilizadas por el análisis, tales como la variabilidad en rigidez y masa.

Aunque ambos efectos están íntimamente ligados, la razón por la que son separados en dos fenómenos diferentes es principalmente analítica. La torsión accidental debe ser tratada necesariamente bajo un marco estático mientras que la torsión natural puede ser tratada por procedimientos determinísticos convencionales.

En general los códigos de diseño exigen que el efecto de torsión sea considerado mediante la aplicación de fuerzas estáticas equivalentes a una distancia e_d del CR (centro de rigidez), que dan como resultado torques en cada piso además de las fuerzas cortantes y momentos. La excentricidad de diseño e_d especificada en la mayoría de los códigos es de la forma:

$$e_d = \alpha e_s \pm \beta b$$

Donde e_s es la excentricidad de rigidez estática (distancia entre el CM y el CR), b es la dimensión de una perpendicular en planta de la edificación a la dirección del sismo, y α , y β son coeficientes especificados. El primer término, αe_s , trata de explicar la respuesta torsional y lateral acoplada del edificio producto de la falta de simetría en planta. El segundo término, $\pm \beta b$, conocido como la excentricidad accidental, es introducido para explicar la excentricidad debida a la discrepancia entre masas, rigideces, y distribución de la resistencia usadas en el análisis y en distribuciones reales en el momento de un sismo; vibraciones torsionales inducidas por la excitación

rotacional en la base, y otras fuentes de torsión no consideradas explícitamente en el análisis. Los coeficientes α , y β , varían según los códigos de diseño. En el Perú por ejemplo utilizamos $\alpha=1$ y $\beta=0.10$.

El objetivo de esta investigación es estudiar los efectos de la torsión accidental en edificaciones y sus correspondientes previsiones en los códigos de diseño. Esto es desarrollado en tres fases. Primero, estudiar el incremento en la respuesta sísmica debido a diferentes fuentes de torsión accidental, tal como la incertidumbre de la rigidez y excitación rotacional de la base. Segundo, evaluar el uso de las previsiones sobre la torsión accidental en el análisis estático y dinámico del código de diseño sismo resistente (UBC - Uniform Building Construction), para sistemas de uno y varios pisos. Tercero, desarrollar un nuevo procedimiento para incorporar los efectos de la torsión accidental en el diseño de edificios.

El estudio de incertidumbre en los parámetros del edificio, específicamente para el caso de la rigidez, es tema del capítulo II. Por otro lado el cambio en la respuesta del edificio debida a la excitación rotacional de la base es estudiada en el capítulo III, usando registros de movimientos obtenidos de treinta edificios durante sismos recientes en California.

En el capítulo IV, se evalúa el uso de la excentricidad accidental βb en el código de análisis estático y dinámico de edificaciones.

Finalmente, se desarrolla un procedimiento en el capítulo V, que incluye los efectos de la torsión accidental en el diseño sísmico de edificios. Este procedimiento integra los resultados de los capítulos II, III, y IV y otras investigaciones relacionadas; se definen nuevas envolventes de diseño para el incremento de los desplazamientos laterales del edificio resultante de las fuentes más importantes de torsión accidental. El nuevo procedimiento tiene ventajas respecto de los métodos de análisis estáticos y dinámicos especificados en los códigos, para incluir la torsión accidental, tal como: (1) la eliminación de análisis estáticos o dinámicos en tres dimensiones para el cálculo de los efectos de la torsión accidental en el diseño de edificios, y (2) la inclusión de los efectos de las fuentes de torsión accidental, en oposición a los actuales códigos sísmicos, que consideran sólo aquellos efectos que pueden ser representados por una excentricidad accidental constante.

1.2 Conceptos Básicos

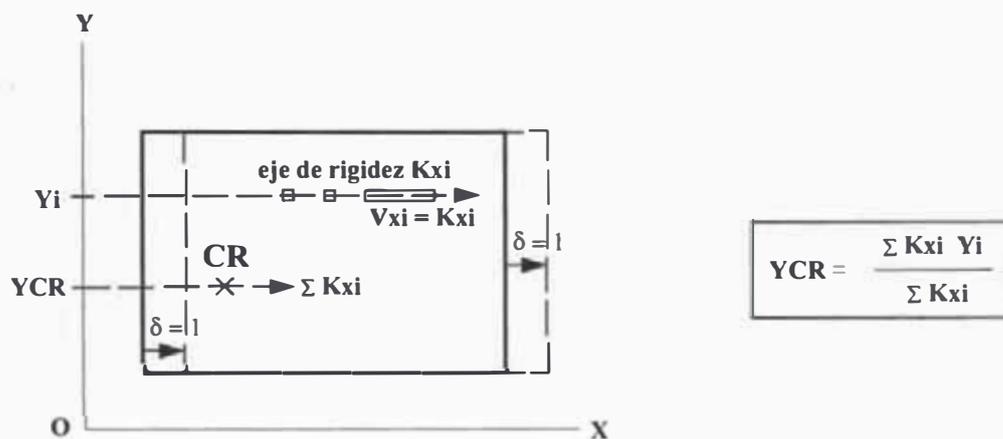
1.2.1 Acoplamiento lateral torsional

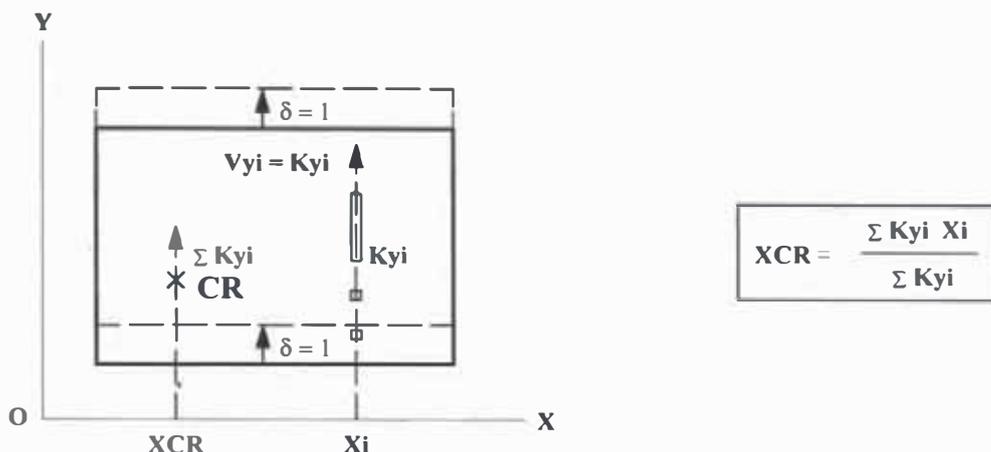
Edificios simétricos sometidos a cargas laterales sufrirán desplazamientos de traslación. Sin embargo cuando los edificios presentan asimetrías o excentricidades, las cargas laterales originarán movimientos rotacionales adicionalmente a desplazamientos traslacionales. Este fenómeno por el cual un sistema de cargas laterales genera desplazamientos torsionales así como traslación, se conoce como acoplamiento lateral torsional.

1.2.2 Centro de Rigidez Lateral (CR).

El centro de rigidez (CR), o centro de giro, se define como aquel punto del entrepiso sujeto sólo a traslación, alrededor del cual rotan y se trasladan el resto de puntos. Este punto corresponde al centro estático de las rigideces laterales de los diversos ejes estructurales que componen al entrepiso en estudio.

Para calcular CR, debe imprimirse un desplazamiento unitario al entrepiso en cada dirección, generándose una fuerza cortante en cada pórtico "i" (orientado en la dirección de análisis) igual a la magnitud de su rigidez lateral (Ki). De las expresiones que se obtienen para hallar "CR", puede observarse que el centro de rigidez lateral trata de correrse hacia la zona más rígida del edificio.





1.2.3 Centro de Masas (CM).

Las fuerzas de inercia actúan en el centro de masas de cada nivel (CM), el cual prácticamente coincide con el centroide del área en planta debido a que la masa gobernante (losa, vigas, acabados, sobrecargas, tabiques, etc) se encuentra concentrada en el nivel, sin embargo de existir concentración de sobrecargas o tabiques en ciertas zonas de la planta, deberá calcularse la posición real de CM, para lo cual, adicionalmente, deberá contemplarse la masa de los elementos estructurales verticales (columnas, placas, muros portantes de albañilería, etc.) los que contribuyen en media altura sobre los niveles adyacentes, en cambio los tabiques actúan directamente en el nivel sobre el cual se apoyan.

1.2.4 Excentricidad Estática (e_s)

Es definida como la distancia entre el Centro de Masas (CM) y el Centro de Rigidez (CR), la no coincidencia de éstos puntos genera la torsión en planta.

1.2.5 Momento Torsor según la Norma Peruana E-030 (M_t)

La torsión genera que la losa de techo rote como un sólido rígido (si es que es un diafragma rígido) alrededor de CR, generando desplazamientos y por lo tanto, fuerzas cortantes en todos los ejes que componen al edificio (X,Y); generalmente, el cortante que por torsión se produce en los ejes transversales a la dirección en análisis, resulta despreciable en comparación con el obtenido al analizar la otra dirección.

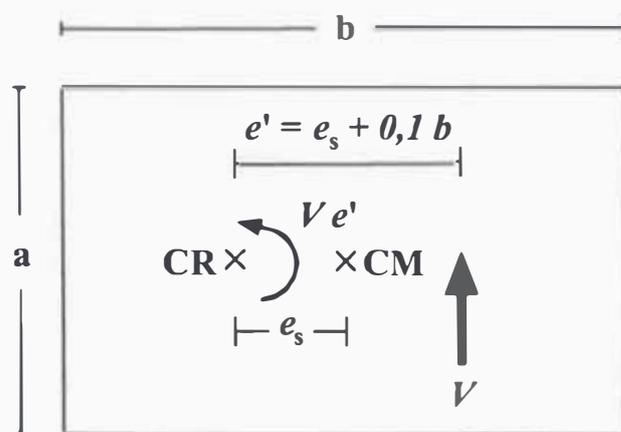
De acuerdo a la Norma E-030, el momento torsor debe contemplar una excentricidad accidental de la siguiente manera.

$$M_t = V e'$$

$$e' = e_s \pm 0.1b$$

Además se deberá cumplir las siguientes especificaciones reglamentarias:

1. En cualquier eje, el cortante por torsión deberá ser menor que el 75% del cortante por traslación; de lo contrario, el edificio estará mal estructurado.
2. El cortante por torsión deberá sumarse con el debido a traslación, nunca restarse.



CAPÍTULO II. TORSIÓN ACCIDENTAL EN EDIFICIOS DEBIDO A LA INCERTIDUMBRE EN LA RIGIDEZ.

2.1 Introducción

Este capítulo estudia la torsión accidental debido a la incertidumbre en la rigidez de los elementos estructurales. Muchos factores contribuyen a ello, incluyendo: la incertidumbre en las propiedades del material, las dimensiones de los elementos, variabilidad en los métodos de fabricación, control de calidad, registro de carga de los elementos, entre otros. Consecuentemente, los valores nominales de la rigidez de los elementos usados en el análisis y diseño de los edificios, son diferentes a los valores reales, conduciendo a discrepancias en la distribución de la rigidez en planta. Esto implica que un edificio con planta nominalmente simétrica es realmente asimétrico en algún grado desconocido y experimentará vibración torsional cuando sea sometido a un movimiento del terreno puramente traslacional.

Esta investigación de la torsión accidental debida a la incertidumbre en la rigidez pone énfasis en sistemas nominalmente simétricos, porque muestra como tales sistemas son afectados tan igual y más que los sistemas asimétricos. Se estudia la respuesta de un sistema con simetría nominal en planta usando (1) un modelo analítico aproximado para la distribución probable de la respuesta del sistema, y (2) la simulación Monte Carlo basada en pruebas de distribución de probabilidad de rigidez de elementos estructurales. Finalmente, se discuten las implicancias en el diseño debido al incremento en la respuesta sísmica debido a la incertidumbre en la rigidez.

2.2 Sistemas y espectros de diseño considerados

Los sistemas considerados son idealizados en edificios de un solo piso consistentes en un techo de diafragma rígido, donde toda la masa del sistema está concentrada; la resistencia lateral es proporcionada por los elementos estructurales verticalmente rígidos, ubicados a lo largo de planos resistentes en las direcciones, y . Los planos en la dirección y están numerados de 1 a 6, y los planos en x de 1 a 3, ver Fig. 1. Muchos elementos estructurales, tal como muros de corte o columnas, pueden ser ubicados en un plano resistente. Como se muestra en el plano del edificio (Fig. 1), estos planos están ubicados simétricamente respecto de los ejes x e y , que pasan a través del centro de

masas (CM). El sistema consiste de N planos resistentes proporcionando resistencia lateral en la dirección y , y M planos resistentes actuando en la dirección x .

La respuesta dinámica del sistema a la aceleración sísmica del terreno en la dirección y , $a_{gy}(t)$, está descrita por dos grados de libertad: El desplazamiento traslacional u_y del CM a lo largo de la dirección y , y la rotación u_θ del diafragma rígido. Las ecuaciones de movimiento del sistema pueden ser escritas como:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y \\ ru_\theta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{K}_y & 0 \\ 0 & \bar{K}_\theta/r^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y \\ ru_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -m \\ 0 \end{Bmatrix} a_{gy}(t) \quad (1)$$

donde r es el radio de giro de la planta del sistema respecto de un eje vertical que pasa a través del CM, y m es la masa concentrada en el diafragma del techo; $\bar{K}_y = \sum_{i=1}^N \bar{k}_{yi}$, y $\bar{K}_\theta = \sum_{i=1}^N \bar{k}_{yi}x_i^2 + \sum_{i=1}^M \bar{k}_{xi}y_i^2$, son los valores nominales para la rigidez lateral y torsional del edificio, respectivamente; \bar{k}_{xi} y \bar{k}_{yi} son los valores nominales combinados de la rigidez lateral de todos los elementos estructurales a lo largo del plano resistente número i en las direcciones x e y , respectivamente. Se asume que los pares de planos resistentes ubicados simétricamente sobre el eje y , tienen la misma rigidez nominal. Así, el sistema es simétrico respecto al eje y , con ecuaciones de movimiento no acopladas (Ec. (1)).

Los planos resistentes laterales en la dirección del movimiento del terreno así como en la dirección transversal contribuyen a la rigidez torsional \bar{K}_θ . La fracción contributiva por los elementos transversales es: $\alpha = \sum_{i=1}^M \bar{k}_{xi}y_i^2 / \bar{K}_\theta$. Un valor de $\alpha = 0$ implica que los elementos transversales no proporcionan rigidez torsional; un valor de $\alpha = 1$ implica que los elementos transversales proporcionan toda la rigidez torsional.

Las ecuaciones de movimiento del sistema tienen que ser restablecidas para reconocer la incertidumbre en la rigidez de los elementos resistentes que actúan en la dirección y ; las rigideces de los elementos transversales son fijadas por sus valores nominales \bar{k}_{xi} . Así, aún con la incertidumbre en la rigidez considerada, el sistema mantiene simetría sobre el eje x , y las ecuaciones de movimiento son:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y \\ ru_\theta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{K}_y & K_{y\theta}/r \\ K_{y\theta}/r & \bar{K}_\theta/r^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y \\ ru_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -m \\ 0 \end{Bmatrix} a_{gy}(t) \quad (2)$$

Donde: $K_y = \sum_{i=1}^N k_{y_i}$, y , $K_\theta = \alpha \bar{K}_\theta + \sum_{i=1}^N \bar{k}_{y_i} x_i^2$, son los valores reales de la rigidez lateral y torsional del edificio, respectivamente; $K_{y\theta} = \sum_{i=1}^N k_{y_i} x_i$. Estas son las ecuaciones para un sistema nominalmente simétrico que es realmente asimétrico debido a la incertidumbre en la rigidez de los elementos. Así, K_y , K_θ y $K_{y\theta}$ son parámetros inciertos. Dividiendo la Ec. (1) por m , se obtiene:

$$\begin{Bmatrix} u_y \\ ru_\theta \end{Bmatrix} + (2\pi/\bar{T}_y)^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \bar{\Omega}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y \\ ru_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \end{Bmatrix} a_w(t) \quad (3)$$

Donde: $\bar{T}_y = 2\pi\sqrt{m/\bar{K}_y}$ es el periodo de vibración lateral no acoplado del sistema nominalmente simétrico, y $\bar{\Omega} = \sqrt{\bar{K}_\theta/(\bar{K}_y r^2)}$, es la relación entre los periodos lateral y torsional no acoplados, del sistema nominalmente simétrico. De forma similar, la Ec. (2) puede ser escrita como:

$$\begin{Bmatrix} u_y \\ ru_\theta \end{Bmatrix} + (2\pi/\bar{T}_y)^2 \begin{bmatrix} \hat{K}_y & e \\ e & \hat{K}_\theta \bar{\Omega}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y \\ ru_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \end{Bmatrix} a_w(t) \quad (4)$$

Donde: $\hat{K}_y = K_y/\bar{K}_y$, y $\hat{K}_\theta = K_\theta/\bar{K}_\theta$ son las relaciones entre los valores reales y nominales de la rigidez traslacional y torsional del sistema, respectivamente; $e = K_{y\theta}/(\bar{K}_y r)$ es la excentricidad estática normalizada del sistema.

Una comparación de las ecuaciones (3) y (4) indica que la incertidumbre en la rigidez de los elementos tiene dos efectos. Primeramente, la rigidez lateral y torsional, y por ello, los periodos de vibración no acoplados, son modificados. En segundo lugar, la distribución de la rigidez en planta ya no es simétrica respecto del eje y , resultando un acoplamiento entre los movimientos lateral y torsional del sistema. Este acoplamiento torsional es una de las varias fuentes de torsión accidental en sistemas con plantas nominalmente simétricas.

Todos los sistemas considerados son analizados por el espectro de respuesta suavizado mostrado en la Fig. 2.

2.3 Procedimiento de análisis

La máxima respuesta sísmica del sistema estructural descrito anteriormente y gobernado por las ecuaciones (3) ó (4) es estimada por el método de análisis del espectro de respuesta (RSA). Este procedimiento es resumido como una secuencia de pasos computacionales: (1) definir las propiedades estructurales del sistema \bar{T}_y , $\bar{\Omega}$, \hat{K}_y , \hat{K}_θ ,

y θ , (2) estimar las relaciones de amortiguamiento modal ξ_n (escogidos aquí como un 5% en ambos modos de vibración); (3) calcular las dos frecuencias naturales y modos de vibración del sistema; (4) calcular la máxima respuesta separadamente para cada modo de vibración individual; (5) estimar la máxima respuesta mediante la combinación del modal máximo usando la regla CQC.

La magnitud de las respuestas de interés en esta investigación son los desplazamientos laterales $u_{\pm r}$, a la distancia $\pm r$ del CM, el mayor valor absoluto de estos dos desplazamientos laterales $(u_r)_o$, y la correspondiente respuesta del valor del desplazamiento $(u_{b/2})_o$ para los bordes de la planta del edificio. Estos desplazamientos están normalizados con respecto al máximo desplazamiento lateral, u_o , del sistema nominalmente simétrico gobernado por la Ec. (3): $\hat{u}_{\pm r} = u_{\pm r} / u_o$, $(\hat{u}_r)_o = (u_r)_o / u_o$, $(\hat{u}_{b/2})_o = (u_{b/2})_o / u_o$. La respuesta normalizada $(\hat{u}_r)_o$ es independiente de la relación de las dimensiones de la planta b/a (Fig. 1) pero $(\hat{u}_{b/2})_o$ está influenciada por esta relación para cada uno de los dos casos límites considerados: $b/a = 1$, es decir, una planta cuadrada, y $b/a = \infty$ para representar edificios con la dimensión transversal a la dirección del sismo, muy larga. Definido de esta forma, los desplazamientos normalizados que son mayores a la unidad implican un incremento en el desplazamiento lateral producto de la torsión accidental debida a una rigidez incierta de los elementos. La simulación directa de Monte Carlo, es una de las aproximaciones empleadas aquí para estudiar la influencia de la incertidumbre de la rigidez en la respuesta sísmica de edificios nominalmente simétricos. La rigidez k_i del elemento resistente número i , es definida al probar su función de densidad de probabilidad (PDF), asumida como Gaussiana con valor promedio igual a su valor nominal \bar{k}_i , y un coeficiente de variación (relación entre la media y la desviación estándar) igual a 0.14 y 0.08 para estructuras R/C y estructuras de acero, respectivamente. Con la rigidez de cada elemento definido en esta forma, la respuesta sísmica del sistema resultante está determinada por el procedimiento RSA descrito anteriormente. Esta prueba de rigidez y el procedimiento de análisis es repetida dos mil veces para permitir un análisis estadístico de la respuesta sísmica.

2.4 Incertidumbre en los parámetros del sistema

Las propiedades estadísticas de la rigidez lateral de los elementos resistentes de concreto reforzado (R/C) son deducidas a partir de descripciones estadísticas disponibles sobre deformaciones de los elementos. En particular, la PDF (Función de densidad de probabilidad asumida como gaussiana) de la relación entre la deformación real de vigas y la deformación predeterminada teóricamente, es aproximadamente normal con su valor promedio aproximadamente igual a uno, y su coeficiente de variación igual a 0.14. Asumiremos conservadoramente que: (1) el coeficiente de variación de la rigidez lateral de un plano resistente con muchos elementos resistentes es el mismo que el de un elemento resistente individual, y (2) el coeficiente de variación para la relación de rigidez de elementos tipo viga, predice el coeficiente de variación de la relación de rigideces de otros elementos estructurales de R/C lateralmente resistentes, como columnas, muros de corte, o pórticos.

La incertidumbre en la rigidez de los elementos estructurales de acero es debida principalmente a la incertidumbre en las propiedades del acero y de la geometría de la sección transversal de los elementos. La rigidez del elemento estructural de acero se asume proporcional al producto. La relación entre el valor real y el teórico de E_s fue establecido como normalmente distribuida con valor promedio igual a uno y el coeficiente de variación igual a 0.06; la relación entre el valor real y el teórico de I_s fue también establecida como normalmente distribuida con promedio igual a uno y coeficiente de variación de 0.05.

Estos son los valores empleados en esta investigación.

Para esta investigación es conservador asumir que no hay correlación entre las rigideces de los elementos, porque como veremos más adelante, ésta reduce la respuesta torsional del sistema.

Los elementos de la matriz de rigidez de un sistema con incertidumbre en la rigidez (Ec. (4)): son \hat{K}_y , \hat{K}_θ , y \hat{e} , y todas son funciones lineales de la rigidez de los elementos individuales, k_i , que son asumidas como normalmente distribuidas. Por lo tanto, estos elementos de la matriz de rigidez están también distribuidos normalmente. Cada plano resistente tiene el mismo coeficiente de variación V_k . El promedio, la desviación estándar y coeficientes de correlación para \hat{K}_y , \hat{K}_θ , y \hat{e} son para este caso:

$$\mu_{\hat{K}_y} = 1, \quad \mu_{\hat{K}_\theta} = 1, \quad \text{y } \mu_{\hat{e}} = 1 \quad (5)$$

$$\sigma_{K_x} = \frac{V_k}{\sqrt{N}} \quad \sigma_{K_\theta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^4}{\sum_{i=1}^N x_i^2}} (1-\alpha) V_k \quad \text{y} \quad \sigma_{K_y} = \sqrt{\frac{1-\alpha}{N}} \bar{\Omega} V_k \quad (6)$$

$$\rho_{K_x, K_y} = 0, \quad \rho_{K_x, K_\theta} = 0 \quad \text{y} \quad \rho_{K_y, K_\theta} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{\sqrt{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N x_i^4}} \quad (7)$$

donde $\mu_{(\cdot)}$, $\sigma_{(\cdot)}$ y $\rho_{(\cdot)}$ representan el promedio, la desviación estándar y el coeficiente de correlación respectivamente.

El coeficiente de correlación entre las rigideces de dos planos resistentes es ρ , y puede indicarse que:

$$\sigma_{K_\theta} = \sqrt{\frac{(1-\alpha)(1-\rho)}{N}} \bar{\Omega} V_k \quad (8)$$

Debido a que algunas correlaciones siempre existirán entre las rigideces de los elementos resistentes en un edificio, la suposición que se hace en este trabajo de que las rigideces no están correlacionadas, conducirá a sobrestimar la torsión en un edificio debido a la incertidumbre en la rigidez.

Es evidente que el término excentricidad, e , es el principal contribuyente del incremento en la respuesta de los desplazamientos. Por esta razón y porque e es el único factor, que surge de la incertidumbre en la rigidez de los elementos, que produce una respuesta torsional del sistema, la incertidumbre de la rigidez del sistema es modelada en el resto de este estudio sólo por el parámetro e . Los otros términos inciertos de la matriz de rigideces K_y y K_θ , son asumidos iguales a uno, es decir, la rigidez lateral y torsional del sistema son tomados como sus valores nominales.

2.5 Análisis de sensibilidad de sistemas con planta nominalmente simétrica.

La respuesta sísmica de un sistema con incertidumbre en la rigidez de los elementos depende de tres parámetros: \bar{T}_y , $\bar{\Omega}$, y e . Para entender como la respuesta de un sistema con valores fijos de \bar{T}_y y $\bar{\Omega}$ depende del valor de e que es incierto, se considerará los desplazamientos normalizados del sistema a una distancia r a la derecha de su CM. El desarrollo de u_r en series de Taylor, sobre $e=0$ es:

$$u_r = 1 + e \left. \frac{\partial u_r}{\partial e} \right|_{e=0} \quad (9)$$

La ecuación (9), con la omisión de todos los términos de $O(e^2)$ y de mayor orden, representa la linealización de la respuesta del sistema en la vecindad de \hat{u}_r , para $e=0$. Para una excentricidad normalizada e menor que 0.05, la solución linealizada proporciona una buena estimación de la respuesta del sistema, sin embargo, los errores tienden a ser mayores para sistemas con mayores valores de e y valores de $\bar{\Omega}$ algo menores o mayores a uno. Debido a que la probabilidad de que e exceda a 0.05 es pequeña, la aproximación lineal de la Ec. (9) debe proporcionar una buena aproximación de \hat{u}_r .

La derivada parcial, $|\partial\hat{u}_r/\partial e|$, que aparece en la ecuación (9) es presentada como una función de \bar{T}_y y $\bar{\Omega}$ en la Fig. 3a. Para el espectro del sismo de diseño seleccionado (Fig. 2), éste parece esencialmente independiente de \bar{T}_y . Por lo tanto, la ecuación (9) indica que la respuesta \hat{u}_r será también insensible a cambios en \bar{T}_y . Una sección transversal en la Fig. 3a para $\bar{T}_y=1.5s$ es presentada en la Fig. 3b, la cual muestra que $|\partial\hat{u}_r/\partial e|$ tiene el valor más alto cerca de $\bar{\Omega}=0.9$ y 1.1. Para valores de $\bar{\Omega}$ menores que 0.9 y mayores que 1.1 la derivada disminuye constantemente, luego entre $\bar{\Omega}=0.9$ y 1.1 ésta varía rápidamente y cambia de signo debajo de $\bar{\Omega}=1$. Esto implica que la respuesta sísmica lateral de sistemas nominalmente simétricos con iguales periodos de vibración lateral y torsional no acoplados, se incrementan muy poco debido a la incertidumbre en la rigidez de los elementos. Por ello en sistemas simétricos con $\bar{\Omega}=1$ la respuesta del sistema \hat{u}_r no depende de e . Sin embargo, sistemas con valores de $\bar{\Omega}$ cerca de 0.9 y 1.1 se espera que sean más sensibles a la incertidumbre en la rigidez de los elementos. Usando la aproximación lineal de la respuesta del sistema dado por la Ec. (9), la PDF $f_{(\hat{u}_r)_o}$ de los desplazamientos normalizados $(\hat{u}_r)_o$ es obtenida de la siguiente manera. De la Ec. (9) y usando la información de que $|\partial\hat{u}_r/\partial e|$ y $|\partial\hat{u}_{-r}/\partial e|$ son iguales en un sistema simétrico (Fig. 3b), $(\hat{u}_r)_o$ puede ser expresado como:

$$(\hat{u}_r)_o = 1 + |e| |\partial\hat{u}_r/\partial e| \quad (10)$$

La ecuación (10) muestra que $(\hat{u}_r)_o$, siempre será mayor que uno. La probabilidad de que $(\hat{u}_r)_o$ sea menor que un nivel de respuesta β_u es:

$$P((\hat{u}_r)_o \leq \beta_u) = P\left(\frac{|e|}{\sigma_e} \leq \frac{\beta_u - 1}{\sigma_e |\partial\hat{u}_r/\partial e|}\right) = 2\Phi\left(\frac{\beta_u - 1}{\sigma_e |\partial\hat{u}_r/\partial e|}\right) - 1 \quad (11)$$

Donde $\Phi(\cdot)$ representa el PDF de la distribución normal estándar.

Derivando la ecuación (11) con respecto a β_u , obtenemos:

$$f_{(a_r)_o} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sigma_e |\partial a_r / \partial e|} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{\beta_u - 1}{\sigma_e |\partial a_r / \partial e|} \right)^2 \right\}, \beta_u \geq 1 \quad (12)$$

La PDF dada por la Ec. (12) es una distribución normal de un lado, escalada por un factor de dos y con el origen cambiado hacia uno. El valor promedio y la desviación estándar de $(a_r)_o$, calculados a partir de la ecuación (12) son:

$$\mu_{(a_r)_o} = 1 + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \sigma_e |\partial a_r / \partial e| \quad (13)$$

$$\sigma_{(a_r)_o} = \sqrt{1 + \frac{2}{\pi}} \sigma_e |\partial a_r / \partial e| \quad (14)$$

estas ecuaciones muestran que el promedio y la desviación estándar de $(a_r)_o$ dependen no solamente de la magnitud de la incertidumbre en la rigidez de los elementos, caracterizado por σ_e , sino también de la magnitud de $|\partial a_r / \partial e|$ que es una medida de cuan sensible es la respuesta del sistema a la excentricidad.

2.6 Incremento de la respuesta debido a la incertidumbre en la rigidez

Los resultados analíticos de la Ec.(9) son una buena aproximación para los resultados de la simulación Montecarlo, especialmente para valores de $\bar{\Omega}$ fuera del intervalo de $0.9 \leq \bar{\Omega} \leq 1.1$ como lo demuestran estudios anteriores.

El valor promedio de $(a_r)_o$ obtenido por la simulación de Monte Carlo demuestra que para el espectro de diseño sísmico considerado, los valores promedio de $(a_r)_o$ son insensibles al período de vibración lateral no acoplado \bar{T}_y del sistema nominalmente simétrico. Además el incremento en la respuesta debida a la torsión accidental es menor para sistemas con mayor número de elementos resistentes.

Al analizar los valores promedio de $(a_{b/2})_o$, y la magnitud de los desplazamientos en los dos bordes de la planta para sistemas con períodos laterales no acoplados de $\bar{T}_y = 1.5$ s, dos diferentes relaciones de las dimensiones de planta ($b/a = 1$, y $b/a = \infty$), y $N = 2, 4, 8$, y 12 se demuestra que el sistema con ($b/a = \infty$) es más afectado por la torsión accidental debida a la incertidumbre en la rigidez en comparación a los edificios con plantas cuadradas ($b/a = 1$). Además dependiendo del número de planos resistentes,

el desplazamiento normalizado puede incrementarse desde 7% en $N=12$ a 14% en $N=2$ en estructuras de concreto reforzado R/C. Además, el incremento en la respuesta de edificios de acero debida a la torsión accidental es aproximadamente el 60% del incremento en la respuesta para edificios de R/C con las mismas propiedades.

Las figuras 4 y 5 muestran los valores de $(\hat{u}_{b/2})_o$ para diferentes probabilidades de excedencia $p=0.5, 0.3, 0.15, \text{ y } 0.05$. Los resultados son presentados para sistemas con período de vibración lateral no acoplado $\bar{T}_y=1.5$ s., con dos relaciones diferentes de las dimensiones de la planta ($b/a=1$, y $b/a=\infty$), y $N = 8$. Los valores promedio de $(\hat{u}_{b/2})_o$ obtenidos de la ecuación (13) son presentados como referencia, y corresponden a probabilidades de excedencia de 0.4 aproximadamente. Por lo tanto, parece razonable usar los valores promedio de $(\hat{u}_{b/2})_o$ para considerar los efectos de incertidumbre en la rigidez para propósitos de diseño.

2.7 Análisis de sensibilidad de edificios con planta asimétrica

Si la distribución de la rigidez en la planta es asimétrica, las ecuaciones de movimiento son:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_y \\ ru_\theta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{K}_y & \bar{K}_y \bar{e}_s \\ \bar{K}_y \bar{e}_s & \bar{K}_\theta / r^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y \\ ru_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -m \\ 0 \end{Bmatrix} a_{gy}(t) \quad (15)$$

La comparación con la Ec. (1) indica que debido a la asimetría en planta, la matriz de rigidez incluye un término acoplado fuera de la diagonal, que considera a $\bar{e}_s = e_s / r$, donde e_s es la excentricidad nominal estática del edificio.

$$e_s = \frac{\sum_{i=1}^N \bar{k}_{yi} x_i}{\sum_{i=1}^N \bar{k}_{yi}} \quad (16)$$

Donde \bar{k}_{yi} son los valores nominales de las rigideces laterales combinadas de todos los elementos estructurales a lo largo del plano resistente número i . Si las rigideces de los elementos estructurales del sistema con planta asimétrica son inciertas, las ecuaciones de movimiento están aún dadas por la Ec. (4), pero el valor promedio de e es ahora \bar{e}_s . Se considera nuevamente el desplazamiento lateral normalizado \hat{u}_r del sistema a una distancia r a la derecha de su CM. Sin embargo, dejemos que \hat{u}_r sea normalizado esta vez con respecto al desplazamiento \bar{u}_r del sistema en la misma ubicación del sistema asimétrico con valores nominales de rigidez; este sistema está gobernado por la Ec.

(15). También dejemos que e sea la excentricidad estática normalizada real, del sistema con rigideces inciertas de los elementos. Expresando u_r en series de Taylor respecto de la respuesta del sistema correspondiente a $e = e_s$, e ignorando los términos de mayor orden que el lineal, obtenemos:

$$u_r = 1 + (e - e_s) \left. \frac{\partial u_r}{\partial e} \right|_{e=e_s} \quad (17)$$

La ecuación (17) representa la linealización de la respuesta del sistema en la vecindad de $e = e_s$. En particular, la respuesta u_r tiene promedio igual a uno y la desviación estándar igual a $\sigma_e |\partial u_r / \partial e|$, donde σ_e es la misma que en el caso de la planta nominalmente simétrica.

Como se mencionó anteriormente, $|\partial u_r / \partial e|$ es una medida de cuan sensible es la respuesta del sistema a la excentricidad. Esta medida es determinada analíticamente a partir de la solución exacta de la Ec. (15) para sistemas con periodo de vibración lateral de $\bar{T}_y = 1.5$ s, y es graficado versus $\bar{\Omega}$ en la Fig.6 para varios valores de la excentricidad estática nominal normalizada e_s .

Es evidente de la fig.6 que el valor de $|\partial u_r / \partial e|$ es más grande para sistemas con planta nominalmente simétrica, comparados con sistemas de planta asimétrica. Esta observación implica que la respuesta normalizada u_r , tenderá a ser mayor, es decir, el incremento en la respuesta $(u_r)_o$ debida a la incertidumbre en las rigideces de los elementos sería mayor, para sistemas nominalmente simétricos.

2.8 Implicaciones para el diseño

Ahora determinaremos la excentricidad e_d respecto al centro de masas, en la que la fuerza estática lateral equivalente o cortante de la base V , para un edificio nominalmente simétrico deba ser aplicada para explicar la torsión accidental que surge de la incertidumbre en la rigidez de los elementos. Los desplazamientos resultantes en los bordes de la planta del edificio deben ser igual que la respuesta dinámica obtenida anteriormente. Así,

$$(u_{y/2})_o = \frac{V}{K_y} + \frac{V e_d b}{K_\theta 2} \quad (18)$$

Nótese que el cortante de la base V inducido por el sismo y la deformación u_o del sistema nominalmente simétrico están relacionados a través de $V = \bar{K} u_o$, y que $\bar{\Omega} = \sqrt{K_\theta / K_y r^2}$ es la relación entre los períodos de vibración lateral y torsional no acoplados del sistema nominalmente simétrico, luego la Ec. (18) puede ser ahora escrita como:

$$\frac{e_d}{b} = \left[(\hat{u}_{b/2})_o - 1 \right] \bar{\Omega}^2 \left(\frac{r}{b} \right)^2 \quad (19)$$

Donde, como se definió antes, $(\hat{u}_{b/2})_o = (u_{b/2})_o / u_o$ y la relación r/b depende de la relación de las dimensiones en planta a/b .

La ecuación (19) relaciona la excentricidad de diseño e_d con el desplazamiento $(u_{b/2})_o$ en los bordes de la planta del edificio. Con $(u_{b/2})_o$ conocido a partir de la Ec.13, la excentricidad de diseño normalizada e_d/b es determinada usando la Ec. (19) y presentada como función de $\bar{\Omega}$ para sistemas con N planos resistentes en la dirección del sismo; N ha sido variado como 2, 4, 8 y 12 (Fig.7). Se observa que la excentricidad de diseño se incrementa con $\bar{\Omega}$ hasta $\bar{\Omega} \cong 0.9$, luego tiene un valor mínimo en $\bar{\Omega} = 1$, se incrementa hasta $\bar{\Omega} \cong 1.2$, y luego se mantiene esencialmente constante para $\bar{\Omega} \geq 1.2$. La excentricidad de diseño e_d para sistemas con ocho elementos resistentes es menor que 4% y 2% de las dimensiones en planta para sistemas R/C y acero respectivamente (una prueba en 50 edificios mostró que el número promedio de pórticos resistentes en estructuras reales estuvo por sobre siete, por lo tanto, en este estudio se consideran sistemas con $N = 8$).

El valor correspondiente de $(u_{b/2})_o$ es determinado de la Ec. (19) y presentado en la Fig. 8 para los dos valores extremos de la relación de las dimensiones de la planta: $b/a = 1$ y $b/a = \infty$. Para fines de comparación también se presenta el valor promedio $(u_{b/2})_o$ considerando la torsión accidental debida a la incertidumbre en la rigidez, presentado anteriormente en la Fig. 4; éstos son menores que los valores del código, sobre un amplio rango de relaciones de periodos. Los valores del código son especialmente grandes para sistemas torsionalmente flexibles con pequeños valores de $\bar{\Omega}$.

2.9 Conclusiones

Este capítulo, ha llegado a las siguientes conclusiones.

1. La inseguridad en la rigidez de los elementos estructurales implica que los valores reales de la rigidez lateral y torsional no se pueden predecir exactamente, y que un sistema nominalmente simétrico es realmente asimétrico en algún grado desconocido. La asimetría en la planta introduce el acoplamiento entre los movimientos lateral y torsional de la estructura. Este acoplamiento torsional es el principal contribuyente del incremento en las deformaciones de los elementos estructurales que surgen de la incertidumbre en la rigidez.
2. El incremento en las deformaciones de los elementos estructurales debido a la incertidumbre de la rigidez, es máximo bajo la suposición de que la rigidez de los diferentes elementos resistentes estadísticamente no están correlacionados. Los resultados presentados bajo esta suposición sobrestima la torsión del edificio debida a la incertidumbre de la rigidez porque alguna correlación siempre existirá entre las rigideces reales de los elementos.
3. El incremento en la respuesta debida a la torsión accidental causada por incertidumbre en la rigidez, es relativamente insensible a los períodos de vibración no acoplados \bar{T}_y del sistema. Sin embargo, este incremento es muy sensible al valor de la relación entre el período lateral y torsional $\bar{\Omega}$; esto tiene valores locales máximos en $\bar{\Omega} \cong 0.9$ y $\bar{\Omega} \cong 1.1$; disminuye de manera constante para valores de $\bar{\Omega}$ menores que 0.9 y mayores que 1.1; y cambia rápidamente desde su valor máximo en $\bar{\Omega} = 0.9$ y 1.1, al mínimo en $\bar{\Omega} \cong 1$. Por lo tanto, el incremento en la respuesta de sistemas con $\bar{\Omega} \cong 1$ debido a la incertidumbre en la rigidez es pequeño.
4. El incremento en las deformaciones de los elementos estructurales que surgen de la torsión accidental debido a la incertidumbre de la rigidez, decrece con el incremento del número de planos lateralmente resistentes.
5. Un análisis de sensibilidad de la respuesta del edificio con respecto a la incertidumbre en la rigidez de los elementos, muestra que la respuesta de los sistemas con planta nominalmente simétrica se incrementa en mayor proporción respecto a los sistemas con plantas asimétricas.
6. La excentricidad accidental dinámica de diseño e_d que explica el incremento en los desplazamientos laterales debido a la torsión accidental, se incrementa desde cero en $\bar{\Omega}=0$ a un máximo en $\bar{\Omega} \cong 0.9$, disminuyendo a un mínimo en $\bar{\Omega} \cong 1$, se incrementa

hasta un máximo en $\Omega \cong 1.2$, y luego se mantiene aproximadamente constante para $\Omega \geq 1.2$. En contraste, la excentricidad accidental de $0.05b$ ó $0.10b$, especificado en la mayoría de los códigos de diseño (incluyendo el Código Peruano que considera $0.10b$), no explica la dependencia de Ω .

7. El valor promedio del incremento en las deformaciones estructurales debida a la incertidumbre en la rigidez es mucho menor que el implicado por la excentricidad accidental de $0.05b$, ó $0.10b$ especificado en la mayoría de los códigos de diseño.

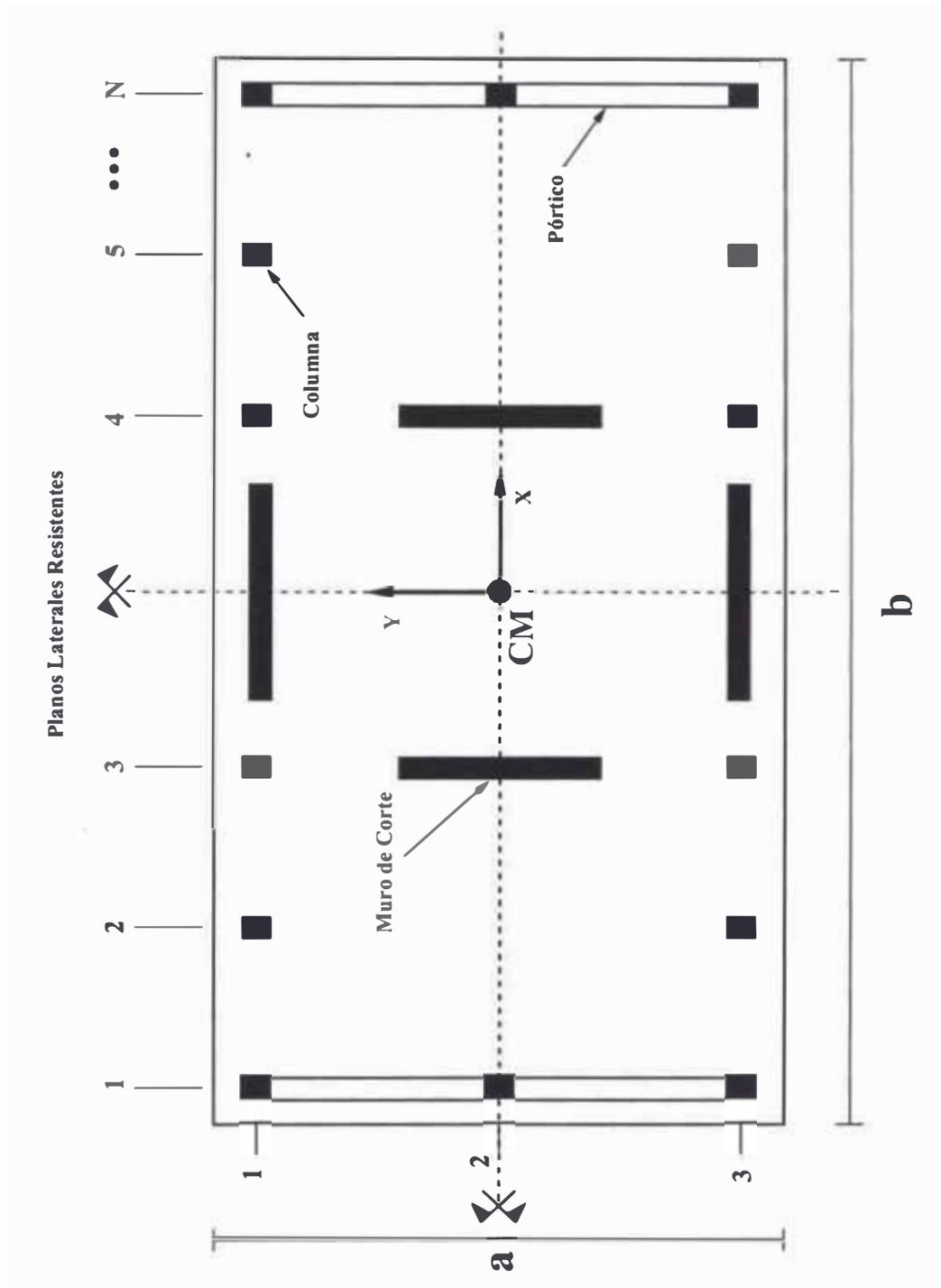
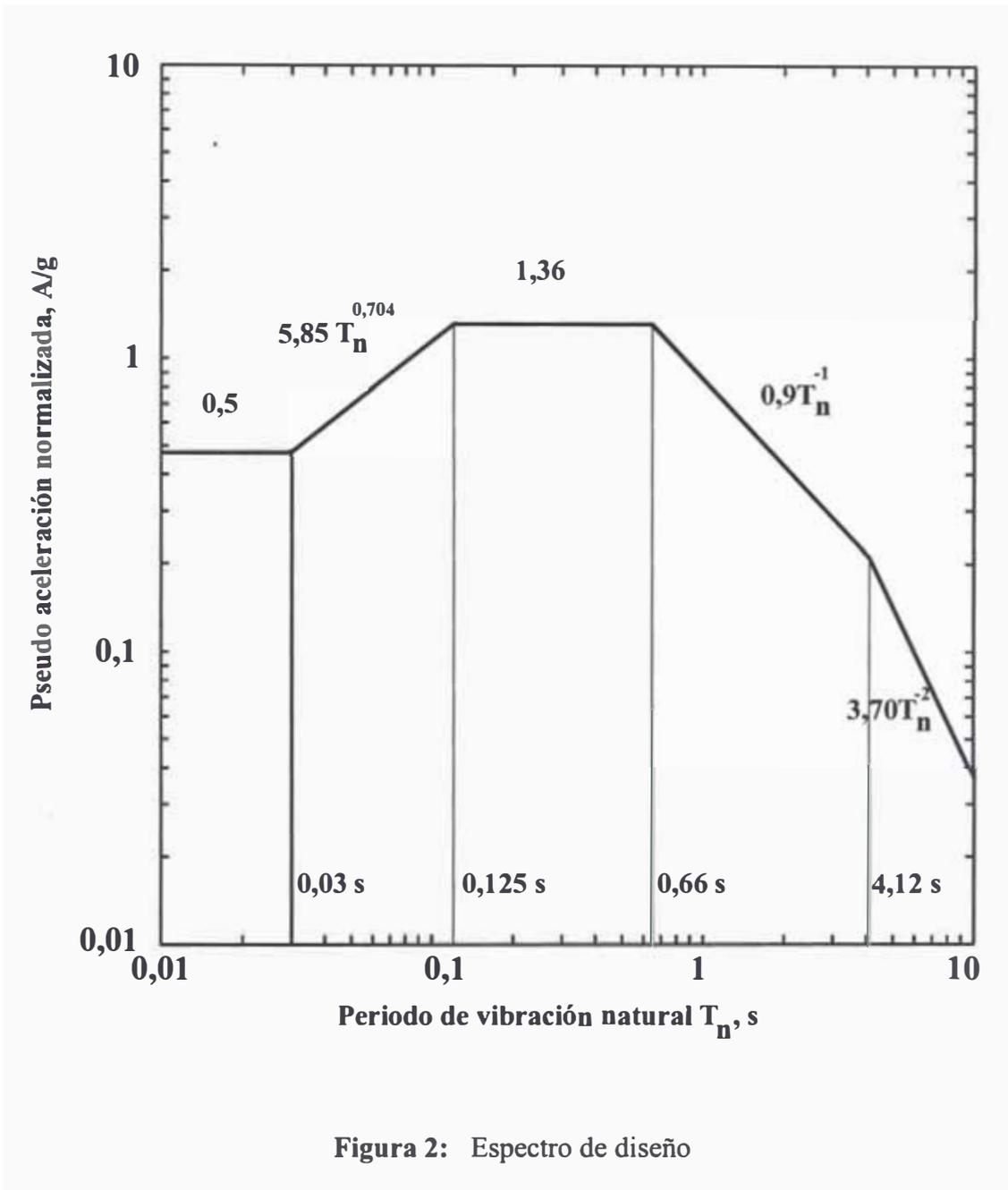


Figura 1 Planta de un edificio de un solo piso nominalmente simétrico



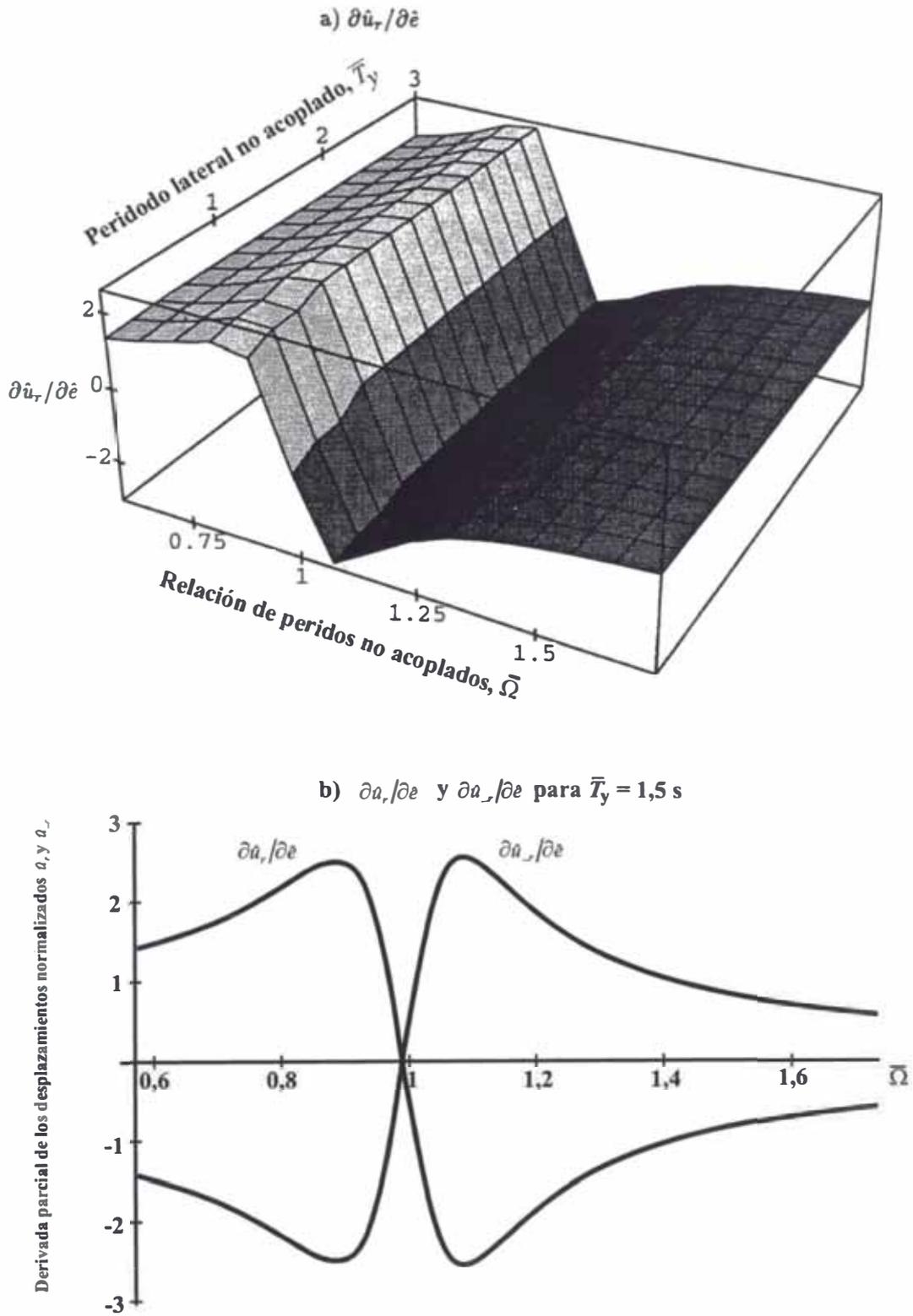
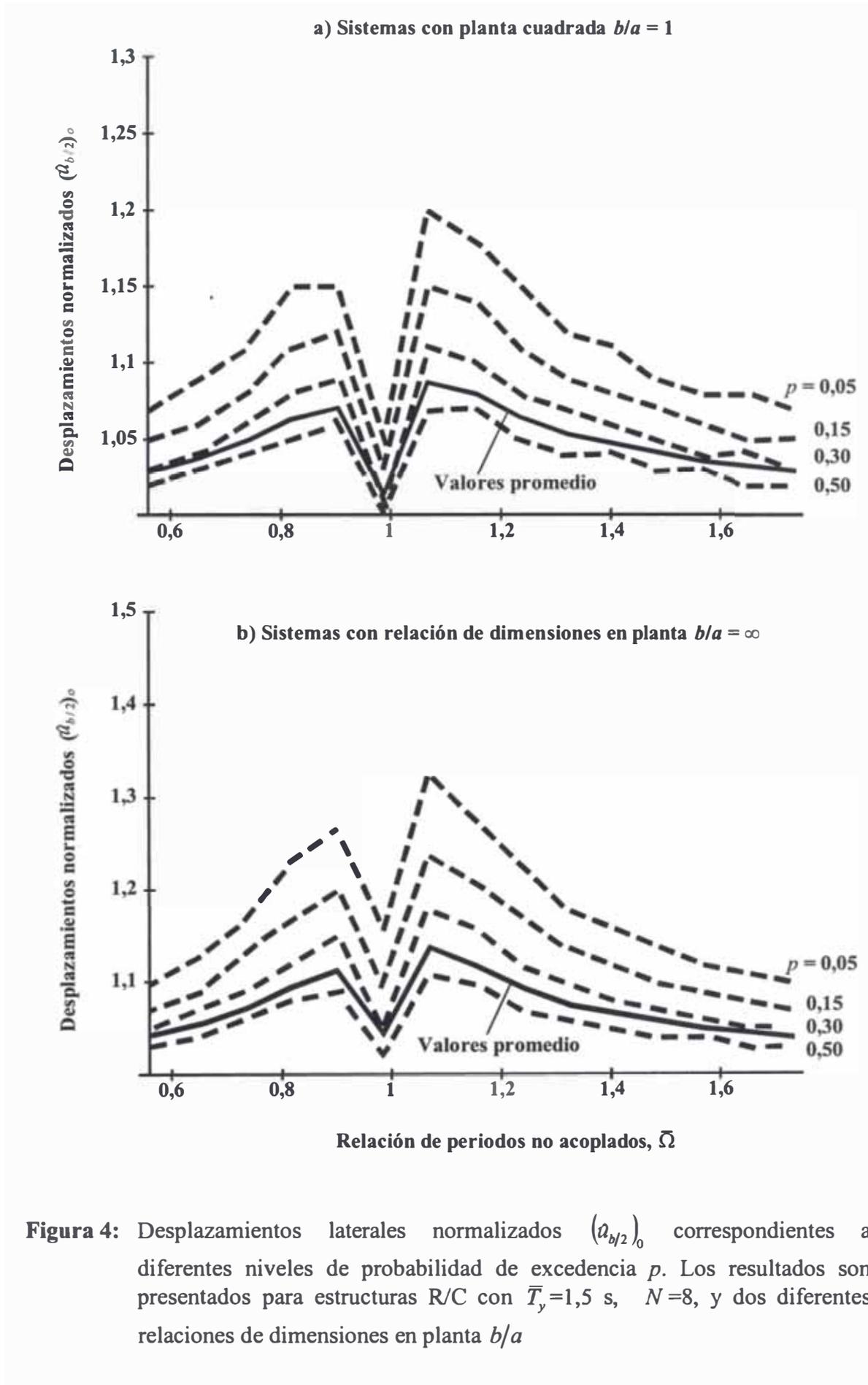


Figura 3: Variación de las derivadas parciales $\partial a_r / \partial \epsilon$ y $\partial a_{-r} / \partial \epsilon$ con \bar{T}_y y Ω



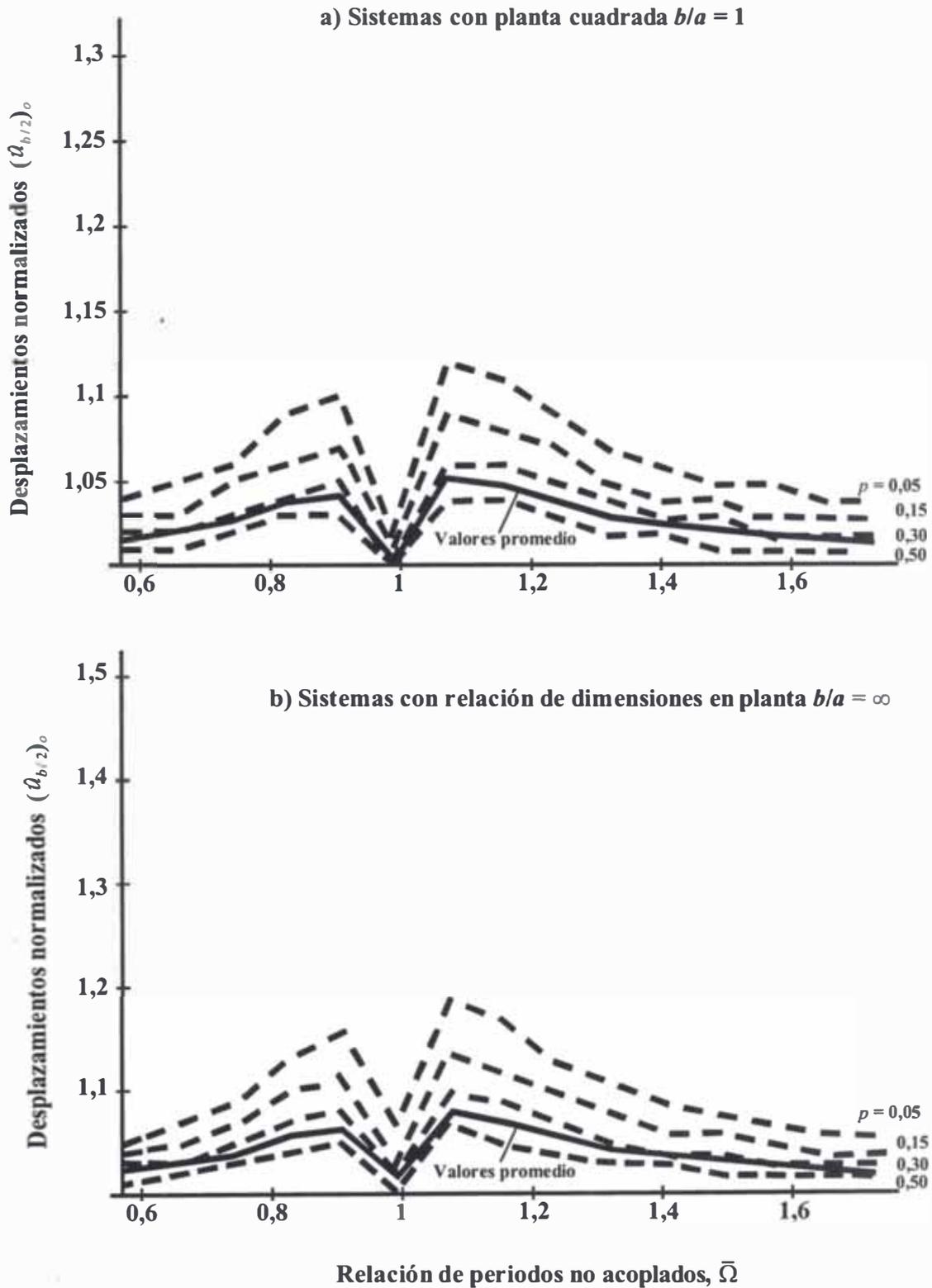


Figura 5: Desplazamientos laterales normalizados $(u_{b/2})_0$ correspondientes a diferentes niveles de probabilidad de excedencia p . Los resultados son presentados para estructuras R/C con $\bar{T}_y=1,5$ s, $N=8$, y dos diferentes relaciones de dimensiones en planta b/a

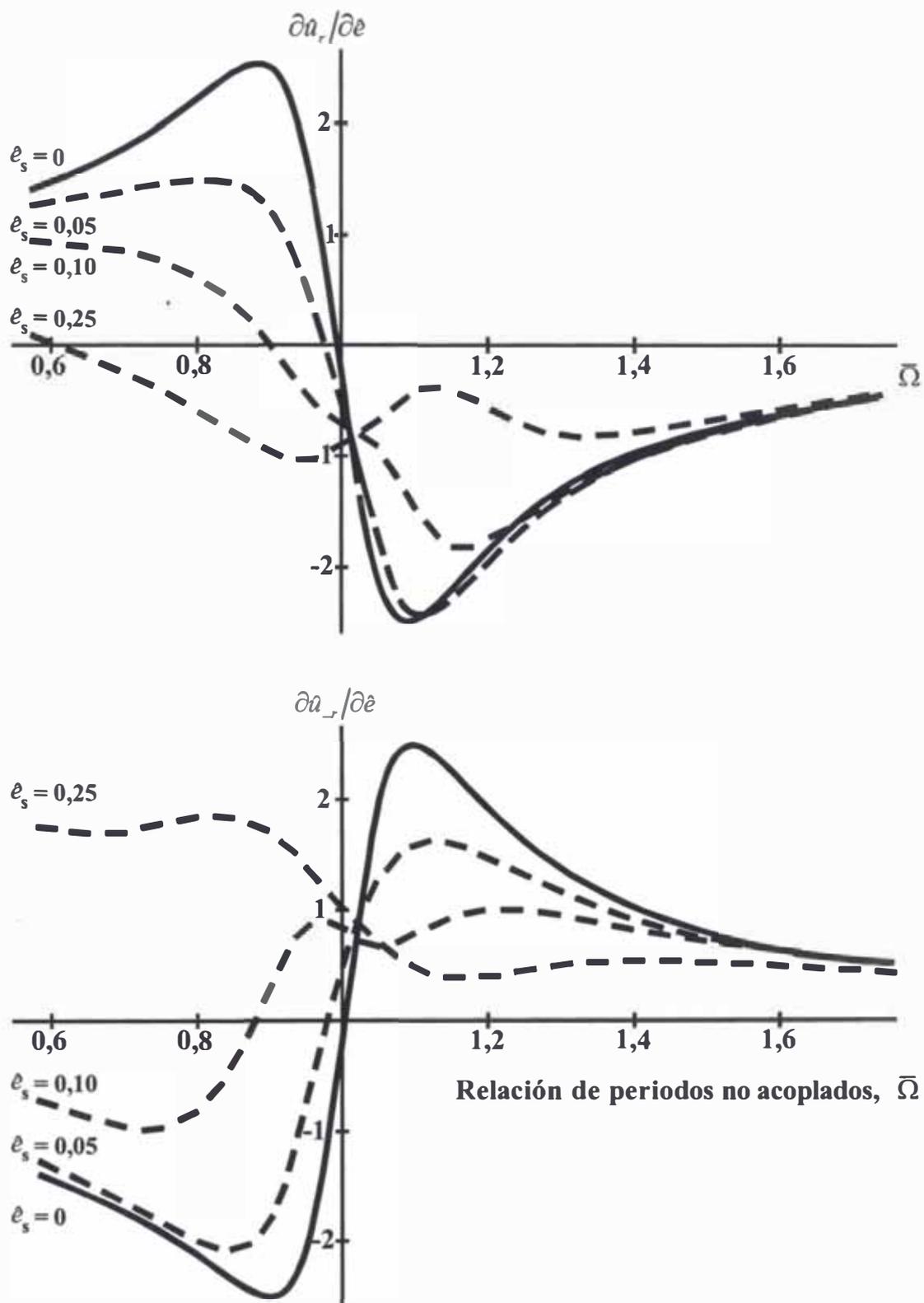


Figura 6: Derivadas parciales $\partial a_r / \partial e$ y $\partial a_{-r} / \partial e$ como una función de $\bar{\Omega}$ para diferentes excentricidades nominales e_s .

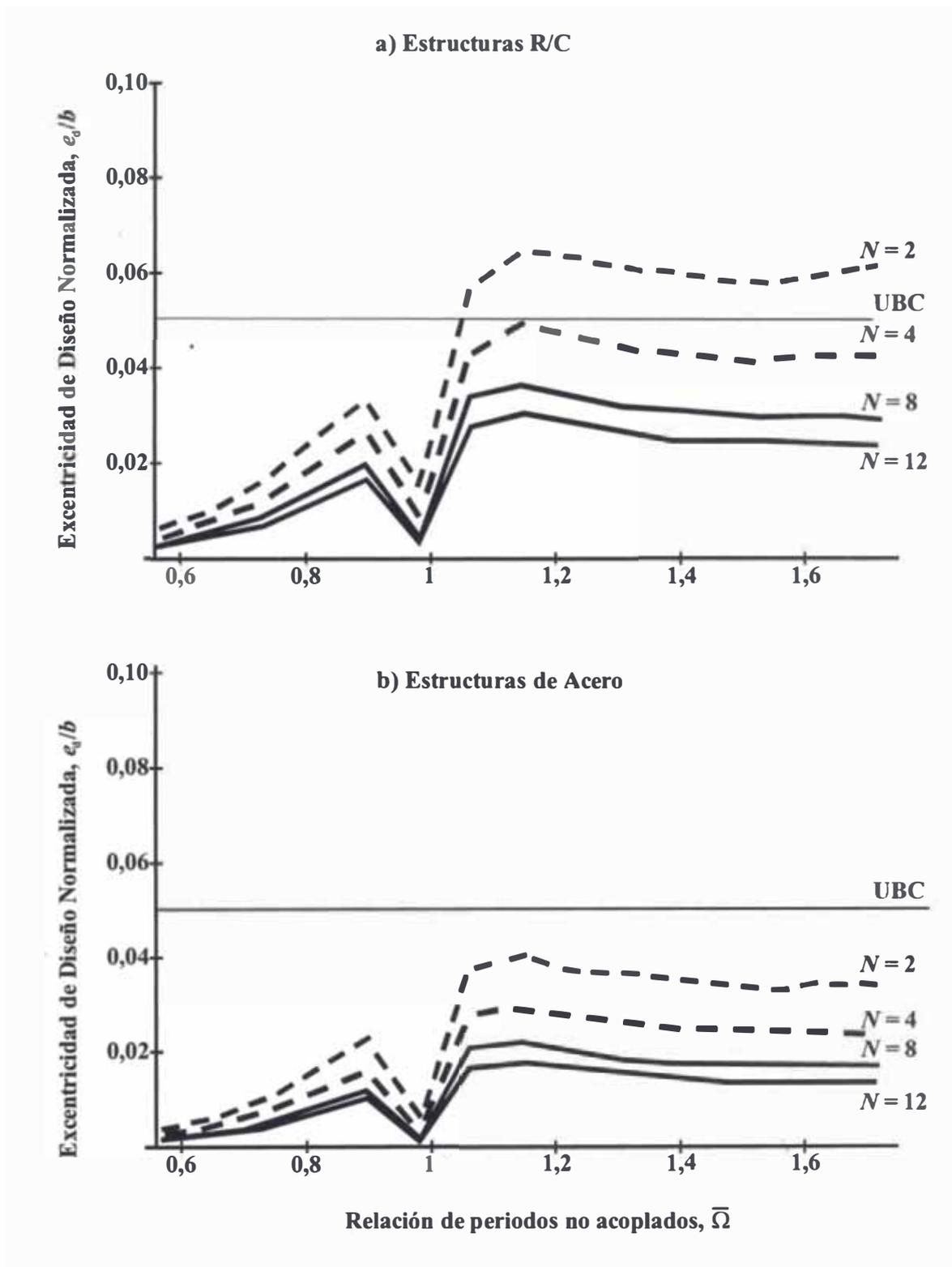


Figura 7: Excentricidades de diseño normalizadas e_d/b para estructuras R/C y estructuras de acero presentadas como una función de relaciones de periodos no acoplados $\bar{\Omega}$, para sistemas con 2, 4, 8, y 12 elementos resistentes

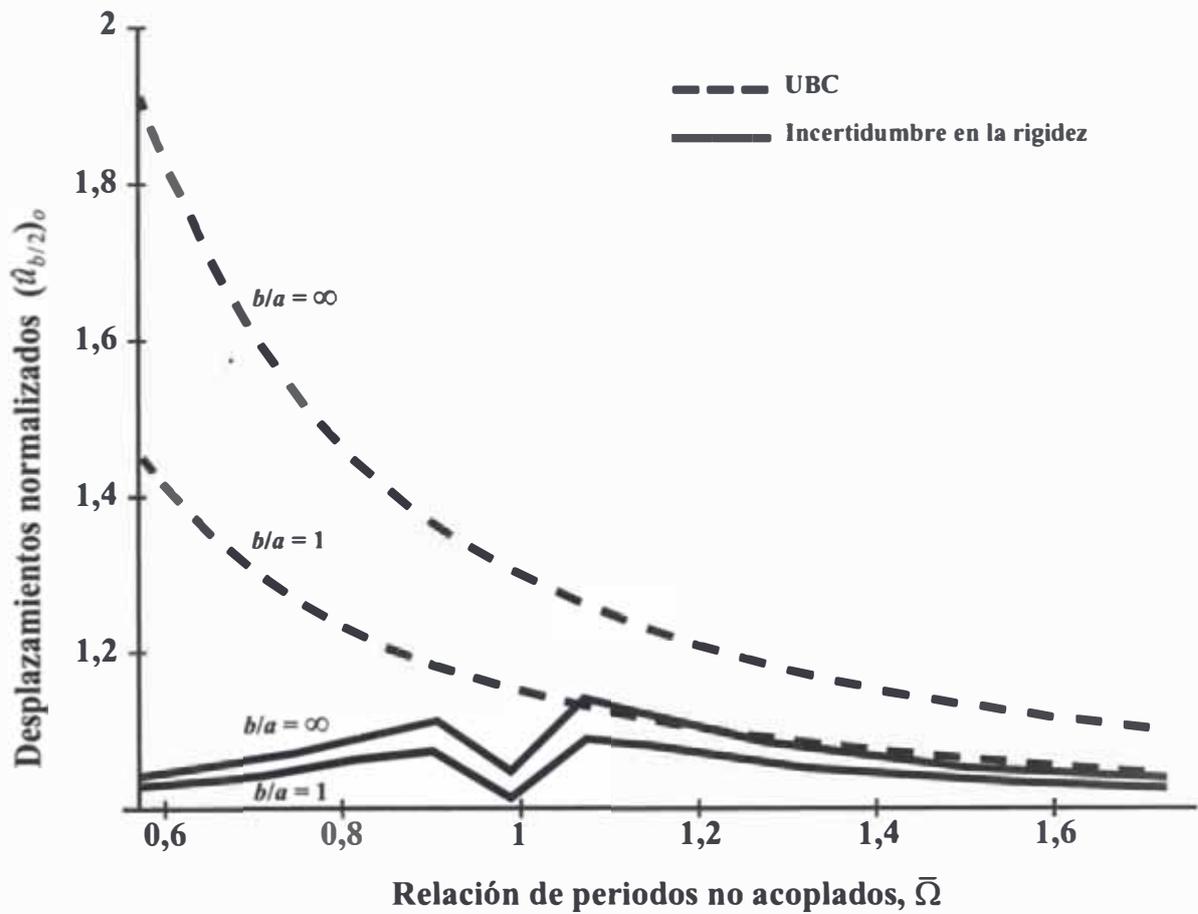


Figura 8: Amplificación de los desplazamientos laterales asociados con (1) excentricidad accidental (5%) prevista en el código UBC y (2) incertidumbre en la rigidez de los elementos resistentes como una función de las relaciones de periodos no acoplados $\bar{\Omega}$ para estructuras R/C con $\bar{T}_y = 1,5$ s, y ocho elementos estructurales

CAPÍTULO III. TORSIÓN ACCIDENTAL EN EDIFICIOS DEBIDO A LA EXCITACIÓN ROTACIONAL DE LA BASE

3.1 Introducción

Este capítulo estudia la torsión accidental en edificios, como producto de la excitación rotacional de la base, la cual es definida como el movimiento rotacional (respecto del eje vertical) experimentado por la base del edificio como resultado de un movimiento espacial no uniforme. Esta variabilidad espacial del movimiento del terreno debajo de la cimentación ha sido tradicionalmente atribuida a dos efectos: (1) *el paso de las ondas*, debido a que los diferentes puntos de la superficie del terreno son excitados por el mismo movimiento pero con un desfase en el tiempo, y (2) *movimiento incoherente del terreno*, es un término usado para reconocer que los diferentes puntos del terreno experimentan movimientos con diferentes amplitudes y fases características debido: al ingreso de ondas provenientes de diferentes lugares de una extensa fuente de sismos, a las reflexiones y refracciones de las ondas alrededor de la cimentación del edificio, o debido a cambios producidos en las ondas cuando viajan del origen hacia la estructura, a través de rutas con propiedades físicas diferentes.

La excitación rotacional derivada de los movimientos sísmicos registrados en la base de edificios, proporcionan una excelente oportunidad para evaluar el incremento resultante en la respuesta sísmica del edificio. Afortunadamente, se han registrado múltiples canales de movimiento traslacional en las cimentaciones de edificios, durante recientes sismos en California. Suficientes canales de movimientos traslacionales fueron registrados en la base de más de treinta edificios, para permitir el cómputo de las excitaciones rotacionales de la base. En esta investigación, treinta de estas aceleraciones rotacionales son generadas y usadas para calcular el incremento resultante en la respuesta sísmica.

En consecuencia, los objetivos de este capítulo son: (1) calcular el incremento en la respuesta del edificio que resulta del movimiento rotacional “real” de la base del edificio, (2) desarrollar simplificados procedimientos de análisis, para explicar este incremento en la respuesta del edificio.

3.2 Sistemas considerados en el procedimiento de análisis

Al igual que en el capítulo II la planta del edificio tiene las mismas características (Fig. 1).

Los planos resistentes pueden tener diferentes rigideces en la dirección y , y pueden ser ubicados de forma asimétrica respecto del eje y , creando una excentricidad e entre el CM y el CR (centro de rigidez) del edificio. Por otro lado, el sistema considerado es simétrico respecto del eje x . El número de planos resistentes en las direcciones x e y son N_x y N_y , respectivamente.

La respuesta dinámica del sistema a la aceleración de la base en la dirección y , $a_{gy}(t)$, y a la aceleración rotacional de la base, $a_{g\theta}(t)$, está descrita por dos grados de libertad: el desplazamiento traslacional u_y del CM a lo largo de la dirección “ y ”, y el desplazamiento ru_θ del diafragma rígido a una distancia r a la derecha del CM, debido sólo a la rotación u_θ del diafragma rígido. Las ecuaciones de movimiento del sistema pueden ser escritas como:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y \\ ru_\theta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_y & K_y e/r \\ K_y e/r & K_\theta/r^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y \\ ru_\theta \end{Bmatrix} = -m \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_{gy}(t) \\ ra_{g\theta}(t) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Donde r , es el radio de giro en planta del sistema respecto de un eje vertical que pasa a través del CM, y m es la masa concentrada en el diafragma del techo; $K_y = \sum_{i=1}^{N_y} k_{yi}$ es la rigidez lateral del sistema, $K_\theta = \sum_{i=1}^{N_y} k_{yi} x_i^2 + \sum_{i=1}^{N_x} k_{xi} y_i^2$, es la rigidez torsional del edificio con respecto al CM; y $e = \sum_{i=1}^{N_y} k_{yi} x_i / \sum_{i=1}^{N_y} k_{yi}$ es la excentricidad estática del edificio.

Dividiendo la Ec. (1) por m , las ecuaciones de movimiento pueden ser escritas convenientemente como sigue:

$$\begin{Bmatrix} u_y \\ ru_\theta \end{Bmatrix} + \omega_y^2 \begin{bmatrix} 1 & e/r \\ e/r & \Omega^2 + (e/r)^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y \\ ru_\theta \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_{gy}(t) \\ ra_{g\theta}(t) \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Donde $\omega_y = \sqrt{K_y/m}$ es la frecuencia lateral no acoplada del edificio; $\Omega = \omega_\theta/\omega_y$ es la relación entre las frecuencias torsional y lateral no acopladas; $\omega_\theta = \sqrt{K_{\theta R}/(mr^2)}$ es la frecuencia torsional no acoplada del edificio; y $K_{\theta R} = K_\theta - K_y e^2$ es la rigidez torsional del edificio con respecto del CR. Así, el sistema de un solo piso considerado está caracterizado por cuatro parámetros: ω_y , Ω , e/r , y r .

Las ecuaciones de movimiento para el caso especial de edificios con planta simétrica son obtenidas al hacer $e/r = 0$ en la Ec. (2). Consecuentemente, los términos fuera de la

diagonal de la matriz de rigideces se hacen cero y, por ello, los movimientos lateral y torsional en tal estructura llegan a ser no acoplados, es decir, los movimientos laterales del CM, u_y , y los movimientos rotacionales del diafragma del edificio, u_θ , resultan independientemente de las excitaciones traslacionales y rotacionales, respectivamente. Este hecho implica que la respuesta del sistema con planta simétrica puede ser calculada por dos sistemas independientes de un solo grado de libertad: un oscilador traslacional con frecuencia natural ω_y y otro con frecuencia de vibración $\omega_\theta = \Omega\omega_y$.

La ecuación (2) es resuelta para determinar la respuesta de sistemas para dos casos de excitación: (1) $a_{gy(t)}$, y $a_{g\theta(t)}$ actuando simultáneamente, y (2) $a_{gy(t)}$ actuando solamente. La relación entre las respuestas de edificios calculadas para estos dos casos de excitación, que es denotada aquí como respuesta normalizada del edificio, proporciona una medida de la modificación en la respuesta debida a la excitación rotacional. Una respuesta normalizada mayor que la unidad implica que la torsión accidental resultante de la excitación rotacional tiene el efecto de incrementar la respuesta del edificio por encima que la debida solamente a la excitación traslacional.

Las magnitudes de respuesta, son los valores pico sobre el tiempo, de los desplazamientos laterales a una distancia $\pm r$ desde el CM. Estos son denotados como $(u_{+r}^*)_o$ ó $[(u_{-r}^*)_o]$ y $(u_{+r})_o$ ó $[(u_{-r})_o]$ cuando son calculados para los casos de excitación previamente mencionados (1) y (2), respectivamente. El desplazamiento normalizado $(\hat{u}_{+r})_o = (u_{+r}^*)_o / (u_{+r})_o$ ó $[(\hat{u}_{-r})_o = (u_{-r}^*)_o / (u_{-r})_o]$ es calculado para cada sistema y para cada uno de los treinta movimientos de la base considerados. De este registro de treinta grupos de datos, se calcula su valor promedio más una desviación estándar.

La respuesta normalizada $(\hat{u}_{+r})_o$ o $[(\hat{u}_{-r})_o]$ depende de la dimensión b , ortogonal a la dirección del sismo, y de la relación de las dimensiones en planta a/b para el cual son considerados dos casos límites: $a/b=1$, es decir planta cuadrada, y $a/b=0$, es decir el caso límite de una planta unidimensional. Tal es el caso porque la excitación del sistema $ra_{g\theta}$ es proporcional a r , el cual a su vez es una función de b y a/b .

Aunque los desplazamientos normalizados para ambas ubicaciones a distancias $+r$ y $-r$ del CM fueron calculados para cada sistema, sólo los resultados para $(\hat{u}_{-r})_o$ en el lado flexible del edificio (Fig. 1) son presentados puesto que la tendencia de las respuestas son similares en ambos casos.

Luego, el incremento en los desplazamientos del edificio debido a la excitación rotacional por encima de la respuesta debida sólo a la excitación traslacional, es primeramente estudiada para sistemas con planta simétrica ($e/r = 0$) por su simplicidad e importancia en la práctica, seguida por sistemas de planta asimétrica.

3.3 Incremento en la respuesta en edificaciones simétricas.

En esta sección se presentan los resultados para el incremento en los desplazamientos de edificios con planta simétrica como resultado de la torsión accidental inducida por la excitación rotacional. Los resultados son presentados para edificios con periodo de vibración no acoplado $T_y = 2\pi/\omega_y$ variando entre 0.05 y 3 segundos; un Ω que varía entre $1/\sqrt{3}$ y $\sqrt{3}$; y tres diferentes dimensiones de la planta para $b = 25, 50, \text{ y } 100$ m; y $a/b = 0$ y 1.

La figura 2 muestra los valores del promedio (línea gruesa) y el promedio más una desviación estándar $(u_{-r})_o$ (líneas delgadas) como una función de T_y y Ω para los dos valores extremos de la relación de las dimensiones en planta, a/b .

El incremento en los desplazamientos inducidos por la excitación rotacional es mayor en sistemas con planta cuadrada que con planta estrecha. Ello debido a que, para una dimensión b dada y relaciones a/b fijadas, el radio de giro correspondiente r es mayor en plantas cuadradas que en plantas estrechas. Por lo tanto, el desplazamiento del edificio ru_θ debido a la rotación en planta se incrementará con el aumento de r (o a). Así, edificios con planta cuadrada proporcionan en la mayoría de los casos un límite superior para el incremento en los desplazamientos resultantes de una excitación rotacional. En consecuencia, los resultados mostrados seguidamente están restringidos a edificios con $a/b = 1$.

Los desplazamientos estructurales que resultan de la excitación rotacional se incrementarán con la dimensión b del plano. Esto es evidente en la figura 3, donde el promedio y el promedio más una desviación estándar, de la respuesta $(u_{-r})_o$ son presentadas para tres diferentes dimensiones $b = 25, 50 \text{ y } 100$ m, y un amplio rango de valores de los periodos no acoplados T_y y relaciones de frecuencias Ω .

Los resultados para los casos $b = 25$ y 100 m muestran tendencias similares que las que muestran los resultados para $b = 50$ m. En particular, para todas las dimensiones de la planta, la respuesta debida a la excitación rotacional tiende a ser mayor para valores

pequeños de T_y y Ω , y disminuye rápidamente con el incremento de los valores de estos dos parámetros (Fig. 3). Además, este incremento en los desplazamientos en edificios parecen ser insensibles a cambios en la relación de frecuencia Ω cuando el periodo de vibración traslacional del edificio es mayor que aproximadamente medio segundo. Nótese también que el incremento en los desplazamientos del edificio no es proporcional a la dimensión b . Por ejemplo, cuando $b=50\text{m}$ y $\Omega=2/3$ (Fig. 3), el máximo incremento (para todos los T_y) en el desplazamiento resultante de la excitación rotacional es aproximadamente de 40%; sin embargo, cuando $b=100\text{m}$ este incremento es mayor que 100%.

3.4 Incremento en la respuesta de edificios asimétricos

En esta sección, los resultados son presentados para edificios con plantas asimétricas, de forma análoga a aquellos presentados en la sección anterior para estructuras simétricas. La traslación y rotación de tales sistemas están acopladas debido a la excentricidad estática e (Ec. (2)). Esto implica que el edificio experimentará simultáneamente traslaciones y torsiones cuando esté sujeta a cualquiera de los dos movimientos de la base $a_{gy}(t)$ o $a_{g\theta}(t)$. Los resultados del incremento en los desplazamientos del edificio debido a la excitación rotacional en estos sistemas son presentados luego para edificios con la relación $a/b=1$ y dimensión $b=50\text{m}$, la cual es lo suficientemente grande para incluir a una amplia gama de edificios.

Valores del promedio y el promedio más una desviación estándar de la respuesta normalizada $(\hat{u}_{-r})_o$ son mostrados en la Fig. 4 para un amplio rango de periodos de vibración no acoplados T_y , tres diferentes valores de la excentricidad estática normalizada $e/r=0, 0.25, \text{ y } 0.5\text{m}$, y relaciones de frecuencias $\Omega=2/3, 1, \text{ y } 3/2$. Para un valor constante de e/r el incremento promedio en los desplazamientos debido a la excitación rotacional alcanza un máximo para valores pequeños de T_y y Ω , y se reduce rápidamente con el incremento de los valores de estos parámetros. Por ejemplo, los máximos incrementos en el desplazamiento de un edificio son 40, 19, y 11% para edificios con $e/r=0, 0.25, \text{ y } 0.5$, respectivamente y $\Omega=2/3$. Sin embargo, este incremento promedio en los desplazamientos está debajo del 5% para un amplio rango de valores de T_y y Ω . El incremento en los desplazamientos resultantes de la excitación rotacional es más grande para edificios simétricos, comparados con estructuras

asimétricas. Esta observación es especialmente evidente para sistemas con corto T_y y pequeño Ω , donde el incremento en los desplazamientos del edificio debido a la excitación rotacional es la máxima.

3.5 Excentricidad accidental de diseño

Determinaremos ahora la excentricidad e_a respecto al CM en el que la fuerza lateral estática equivalente o cortante de la base, V , debe ser aplicada a un sistema de un solo piso, para tratar de explicar la torsión del sistema debida a la excitación rotacional. La excentricidad accidental e_a es inicialmente desarrollada para un edificio con planta no simétrica y luego es especializada para el caso simétrico.

V es escogida como la fuerza estática aplicada en el CM que produce un desplazamiento en $x = -r$ igual a $(u_{-r})_o$, que es el desplazamiento dinámico pico debido sólo a la componente traslacional de la acción de sismo (Fig. 5a), es decir:

$$(u_{-r})_o = \frac{V}{K_y} + \frac{Ve}{K_\theta}(e+r) \quad (3)$$

Ahora la misma fuerza estática V es aplicada excéntricamente a una distancia e_a (aún a determinarse) respecto del CM. Esta excentricidad accidental es determinada para satisfacer los requerimientos de que el desplazamiento en $x = -r$ es el mismo que $(u_{-r}^*)_o$, que es el desplazamiento dinámico pico debido a la acción simultánea de las componentes traslacional y rotacional de la acción sísmica (Fig. 5b), es decir

$$(u_{-r}^*)_o = \frac{V}{K_y} + \frac{V(e_a+e)}{K_\theta}(e+r) \quad (4)$$

Dividiendo la Ec. (4) por (3), y resolviendo para e_a , obtenemos:

$$\frac{e_a}{b} = [(u_{-r})_o - 1] \left[\frac{\Omega^2}{1+e/r} + e/r \right] \left(\frac{r}{b} \right) \quad (5)$$

Ahora, si el edificio es simétrico, es decir, $e/r=0$, la Ec. (5) se reduce a:

$$\frac{e_a}{b} = [(u_{-r})_o - 1] \Omega^2 \left(\frac{r}{b} \right) \quad (6)$$

Nótese que V no aparece en las ecuaciones para e_a/b . Esta excentricidad accidental puede por lo tanto ser usada conjuntamente con un valor razonable de V . Las ecuaciones (5) y (6) relacionan la excentricidad accidental e_a con los desplazamientos

normalizados $(\hat{u}_{-r})_o$ a una distancia r a la izquierda del CM. Los desplazamientos normalizados en otras ubicaciones, tal como al lado izquierdo de la planta del edificio, podrían ser usados en la determinación de e_a . Las excentricidades accidentales resultantes e_a son sin embargo bastante insensibles a la ubicación seleccionada.

Sustituyendo para los valores de $(\hat{u}_{-r})_o$ de las figuras presentadas en 3.3 y 3.4 en las ecuaciones (5) y (6), se llega a valores e_a/b presentados en la Fig. 6 para un amplio rango de periodos de vibración no acoplados T_y , relaciones de frecuencias $\Omega=2/3, 1, \text{ y } 3/2$, y excentricidades estáticas normalizadas $e/r=0, 0.25, \text{ y } 0.5$. Las excentricidades accidentales calculadas muestran tendencias similares como en los valores de $(\hat{u}_{-r})_o$ por que e_a/b es proporcional a $(\hat{u}_{-r})_o - 1$, que es el incremento en los desplazamientos debido a la excitación rotacional (ecuaciones (5) y (6)). En consecuencia, la excentricidad accidental e_a/b tiende a ser mayor para sistemas con periodos de vibración no acoplados cortos T_y , y menores valores de Ω , lo que implica cada vez más a sistemas torsionalmente flexibles; e_a/b alcanza un valor máximo de 7% para sistemas con $\Omega=2/3$ y $T_y \cong 0.1\text{ s}$, y es menor que 2% para un amplio rango de combinaciones de T_y y Ω . En algunos casos, la excentricidad de diseño e_a/b es negativa, lo que indica que la respuesta estructural es reducida por la aceleración rotacional.

Resultados adicionales de e_a/b para un amplio rango de valores de Ω , tres valores de periodo de vibración torsional no acoplado $T_y=0.5, 1, \text{ y } 2\text{ s}$, y excentricidad estática normalizada $e/r=0, 0.25, \text{ y } 0.5$, son mostrados en la Fig. 7. La excentricidad accidental, e_a/b , varía muy poco y es menor que 2% para todos los valores de Ω ; para la mayoría de los casos es menor que 1% y eventualmente llega a ser negativa para algunas combinaciones de los parámetros del edificio.

Algunos códigos como el UBC especifican una excentricidad accidental de $0.05b$ independiente del periodo de vibración traslacional T_y y la relación de frecuencia Ω .

Los valores calculados de e_a presentados aquí son mucho más pequeños que los valores de dicho código excepto para sistemas con largas dimensiones en planta, es decir $b \geq 50\text{ m}$, cortos periodos de vibración T_y , es decir $T_y < 0.5\text{ s}$, y rigidez torsional

pequeña ($\Omega < 1$). Para estos sistemas las excentricidades accidentales calculadas son similares o ligeramente mayores que las de los códigos en referencia.

Una ventaja del uso de la excentricidad accidental equivalente para explicar el incremento en los desplazamientos debido a la aceleración rotacional es que el concepto es fácil de emplear con el análisis estático. Aunque aquí es desarrollado con referencia a un sistema de un solo piso, el concepto es extensible a clases especiales de edificios que satisfagan las siguientes propiedades: (1) el CM de todos los pisos deben estar alineados verticalmente, (2) los planos resistentes deben estar organizados de modo que sus ejes principales formen una malla ortogonal en el plano y estén conectados a cada piso por un diafragma rígido, y (3) las matrices de rigidez lateral de todos los planos resistentes a lo largo de una dirección deben ser proporcionales entre ellas.

Por otro lado, un valor constante seleccionado para cubrir todos los parámetros del sistema tiene la desventaja de que podría proporcionar resultados excesivamente conservadores para muchas situaciones. Más importante aún es que el valor de la excentricidad accidental dice muy poco sobre el incremento real en la respuesta esperada de los elementos estructurales, puesto que esto último depende en gran parte de los valores de la relación de frecuencias Ω y de la excentricidad estática normalizada e/r para el edificio.

3.6 Conclusiones

Esta investigación de torsión accidental en edificios inducida por los movimientos rotacionales de la base ha llegado a las siguientes conclusiones:

1. El incremento en los desplazamientos de edificios simétricos como resultado de la torsión accidental debida a la excitación rotacional es mayor para sistemas con periodos de vibración cortos (menor que aproximadamente medio segundo) y pequeñas relaciones de las frecuencias torsionales y traslacionales ($\Omega < 1$). Sin embargo, este incremento en los desplazamientos es menor que 5% para sistemas de largo periodo (mayor que medio segundo) o sistemas que son torsionalmente rígidos ($\Omega > 1$).
2. El incremento en los desplazamientos del edificio como resultado de la torsión accidental es insensible a cambios en la relación de frecuencias Ω a menos que el edificio sea muy rígido ($T_y < 0.5$ s).

3. Edificios con largas dimensiones en planta perpendiculares a la dirección del sismo experimentarán mayor torsión accidental debido a la excitación rotacional, incrementando el desplazamiento por sobre el 100% para edificios con plantas alargadas de aproximadamente 100m.
4. Los efectos de la torsión accidental, cuando son significativas, son más grandes para edificios con plantas simétricas que para sistemas de plantas asimétricas.
5. La excentricidad accidental e_a que explica el incremento en los desplazamientos del edificio debido a la excitación rotacional es mayor para sistemas con corto periodo de vibración no acoplado T_y y pequeño Ω . De hecho, e_a/b alcanza un valor máximo de 7% para sistemas con $T_y \cong 0.1s$, disminuye rápidamente con el incremento de T_y , y es menor que 2% para sistemas con $T_y > 0.5s$, sin importar el valor de la relación de frecuencias. Los valores calculados de la excentricidad accidental son mucho más pequeños que los valores del código de $0.05b$ a $0.1b$ excepto para sistemas con largas dimensiones en planta, es decir $b \geq 50$ m.

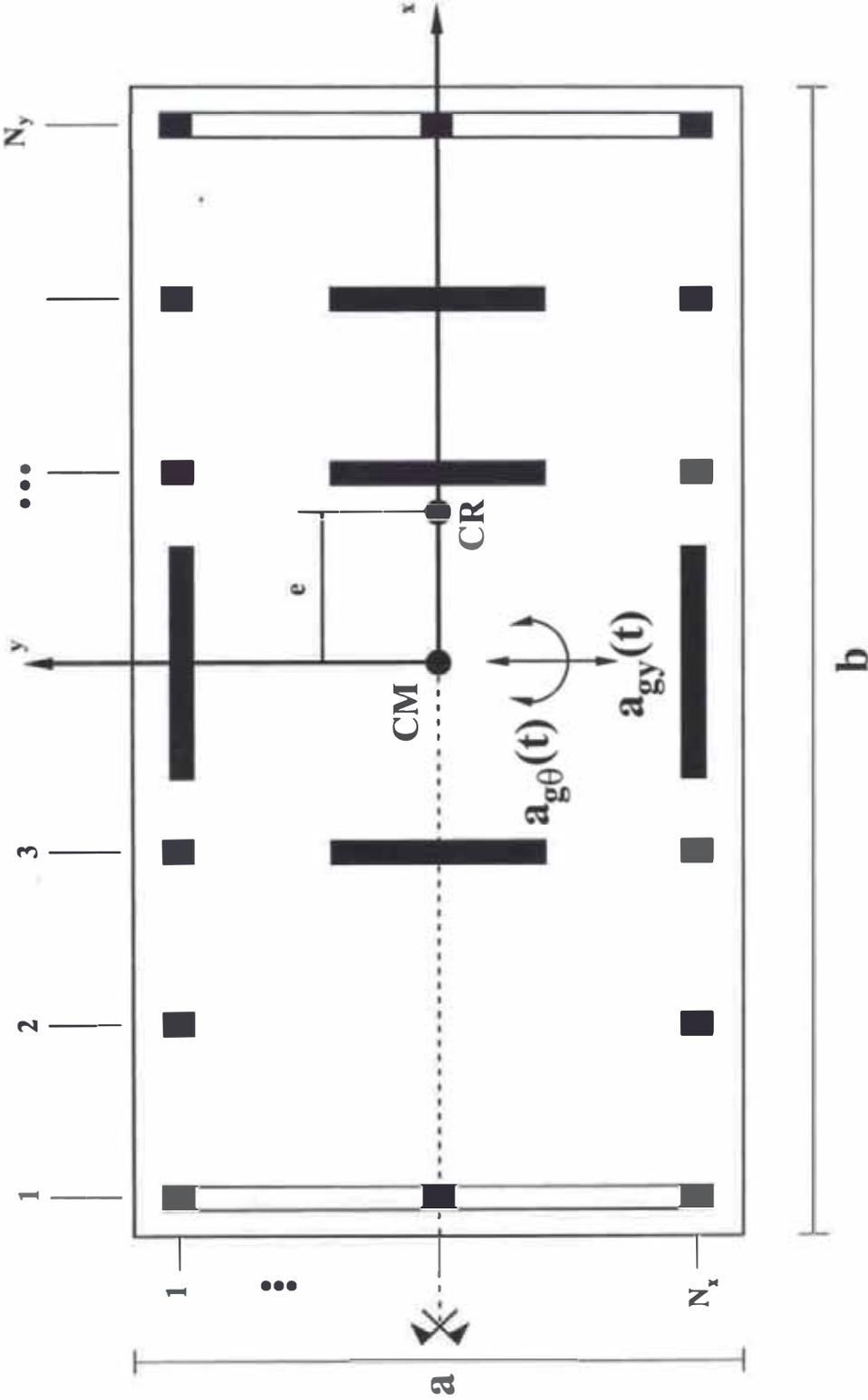


Figura 1 Planta de un sistema de un solo piso

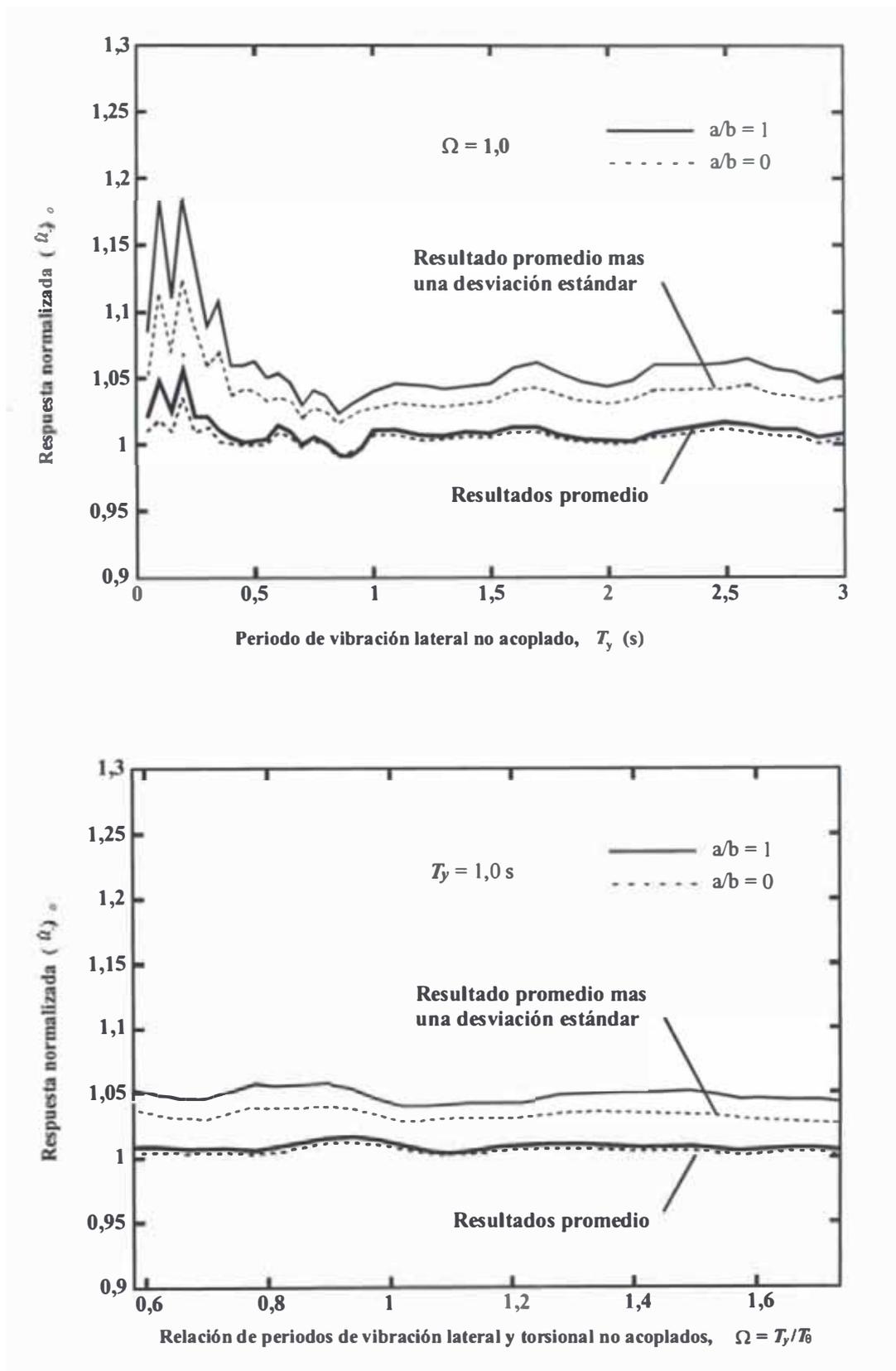


Figura 2: Respuesta normalizada del edificio $(\hat{a}_r)_0$ para dos valores de la relación de dimensiones de la planta del edificio, $a/b=1$ y 0

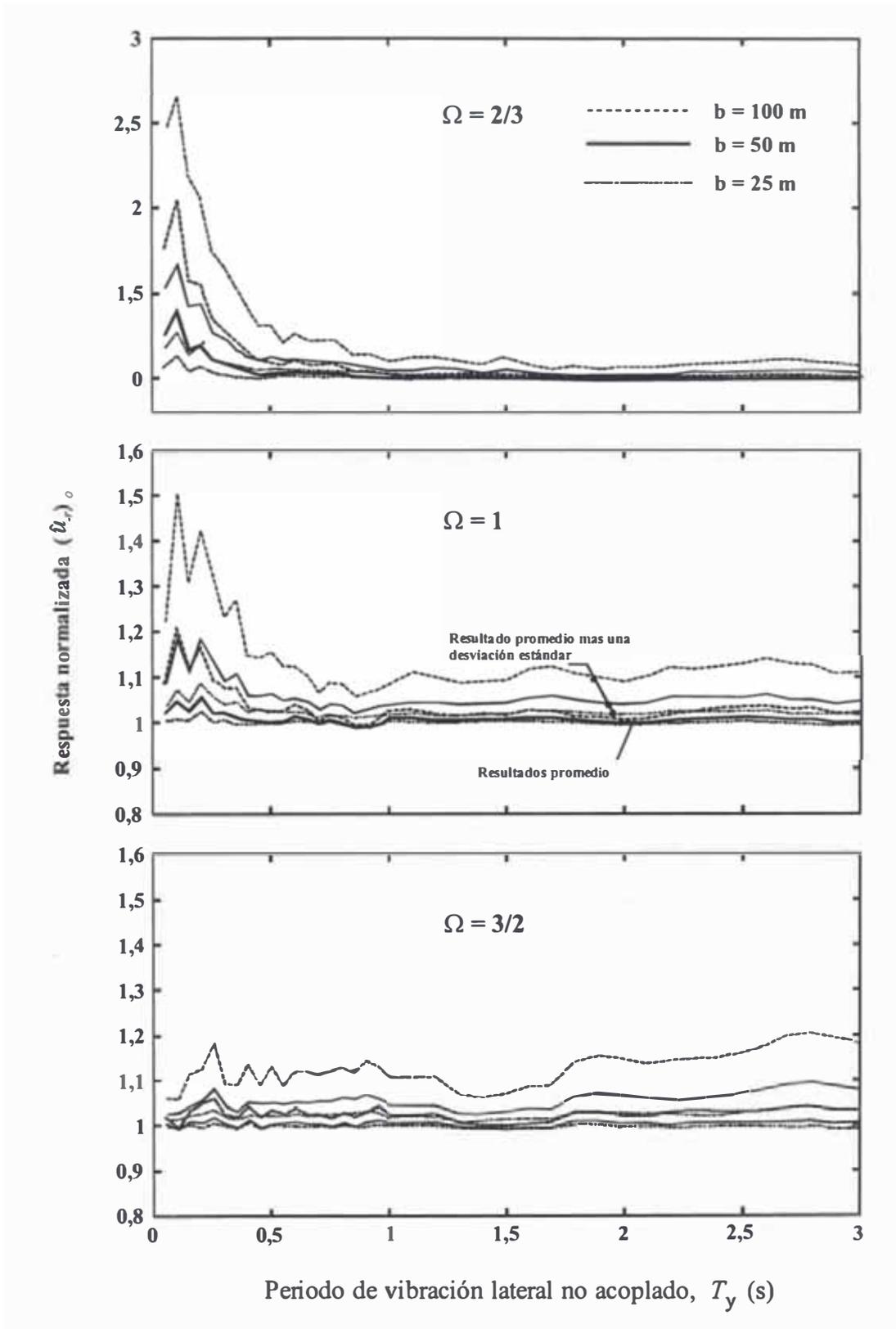


Figura 3: Respuesta normalizada $(\hat{a}_{-r})_0$ como una función de T_y para $\Omega=2/3$ y $3/2$; $b=25, 50$ y 100 m; y $a/b=1$

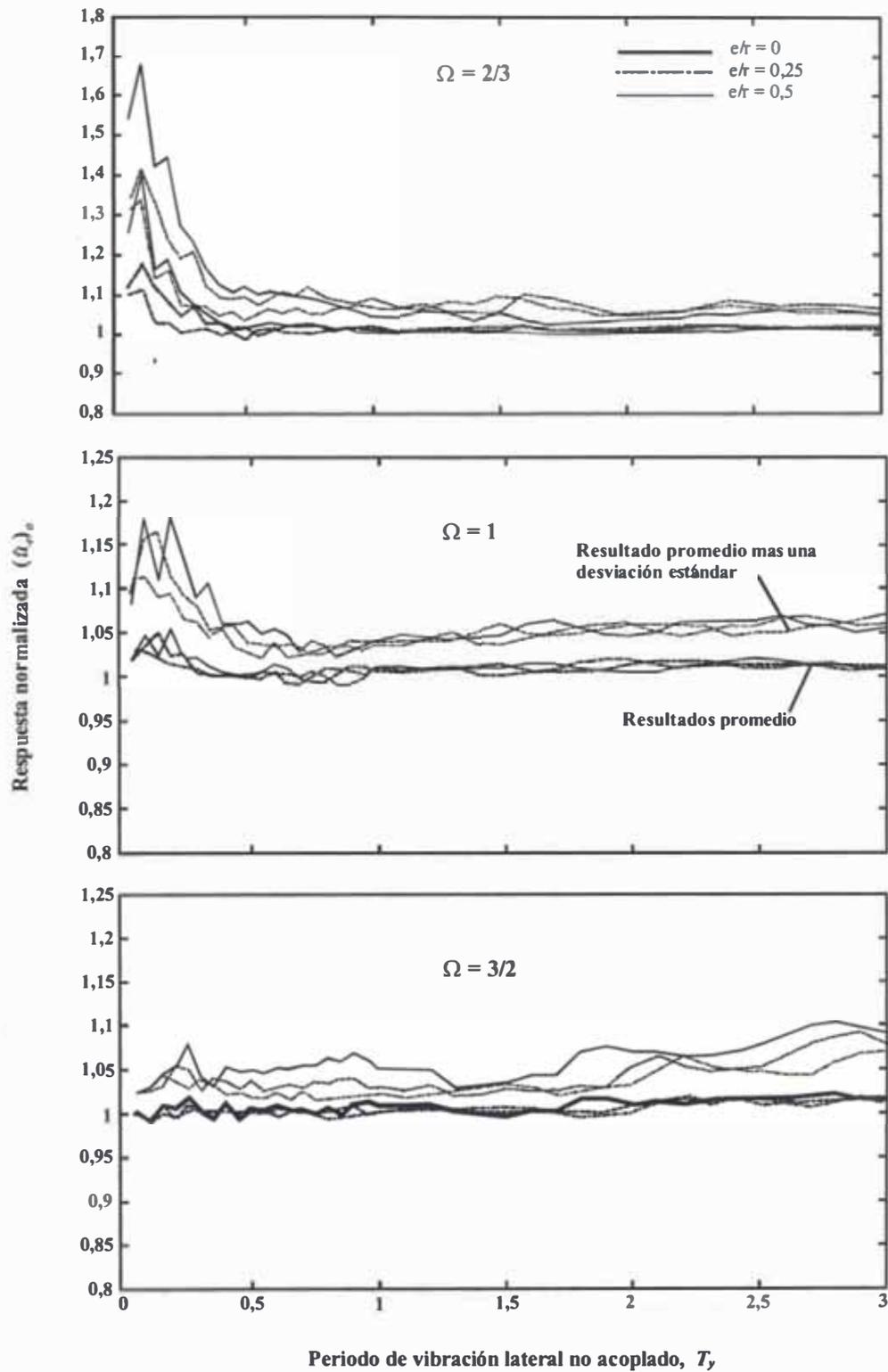
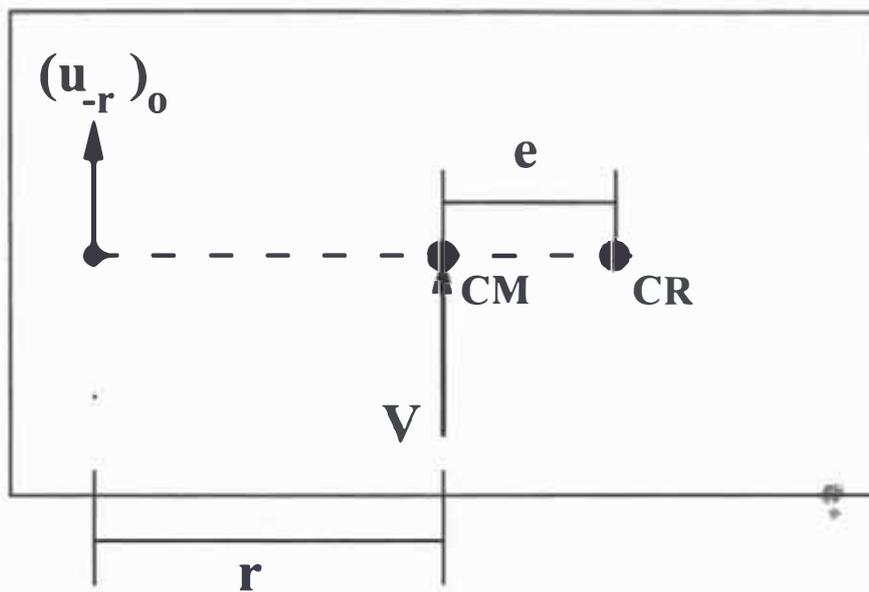
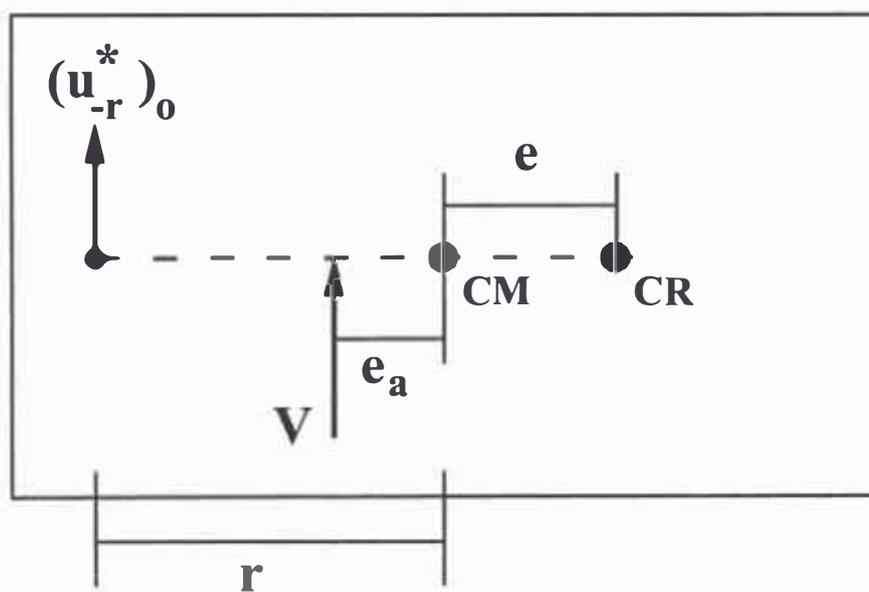


Figura 4: Respuesta normalizada $(\hat{a}_r)_0$ como una función de $\Omega = 2/3, 1$ y $3/2$; $e/r = 0; 0,25$; y $0,5$; $b = 50$ m; y $a/b = 1$



a) Fuerza estática equivalente asociada con el movimiento traslacional de la base



b) Excentricidad accidental e_a para representar la rotación de la base

Figura 5: Excentricidad accidental e_a para representar la rotación de la base

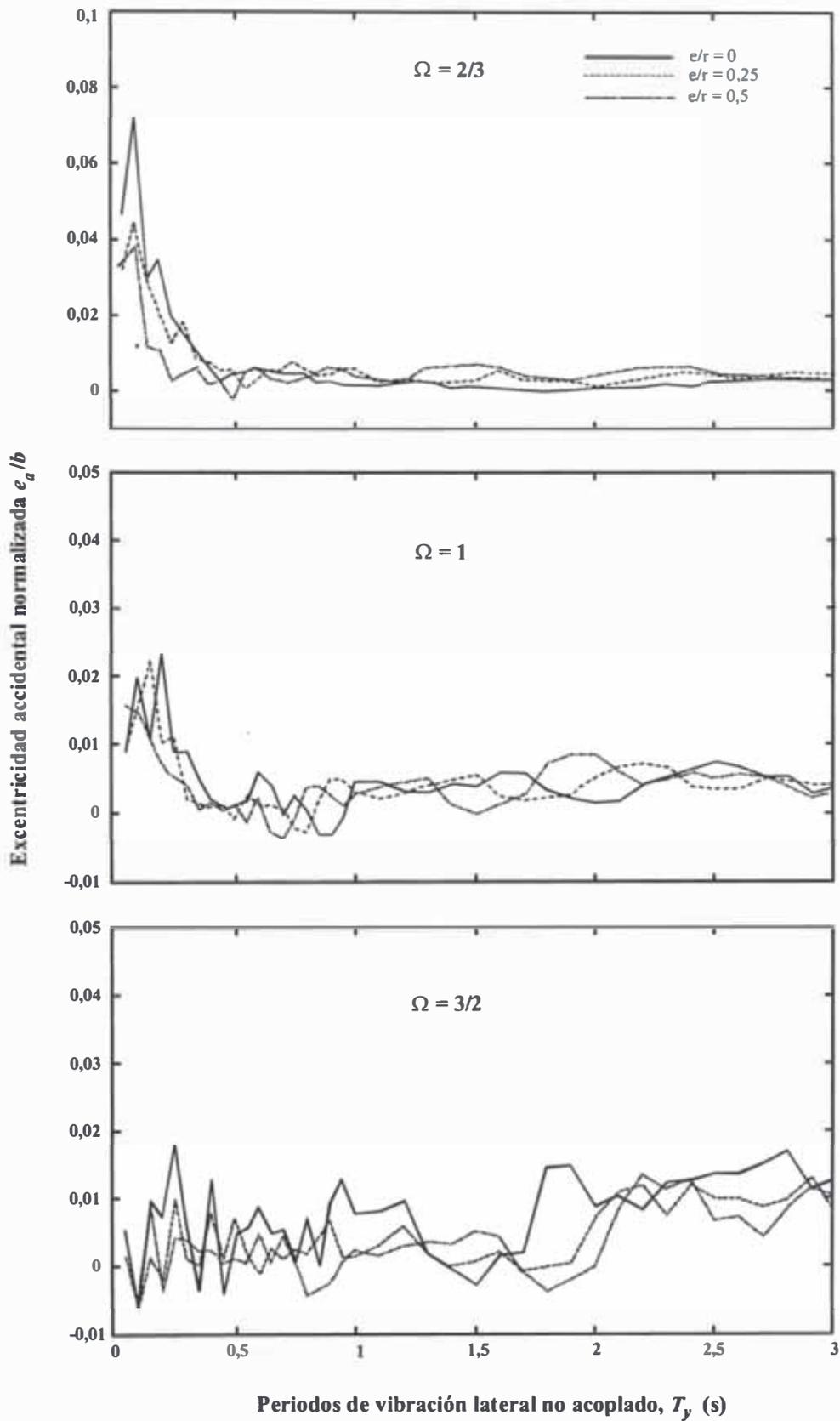


Figura 6: Excentricidad accidental normalizada e_a/b como una función de T_y para $\Omega=2/3$ y $3/2$; $e/r = 0; 0,25; y 0,5$; $b = 50$ m; y $a/b = 1$

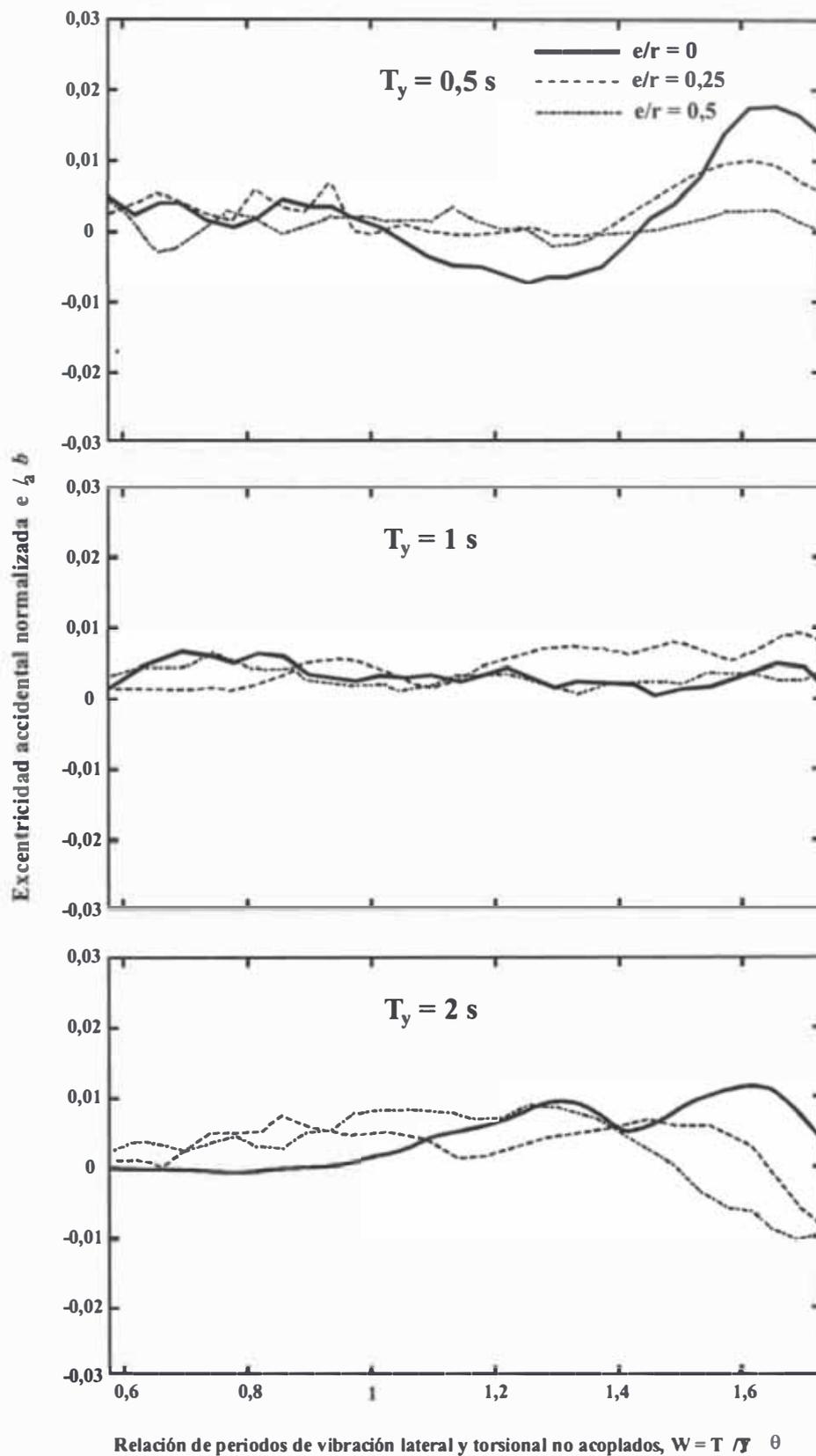


Figura 7: Excentricidad accidental normalizada e_a/b como una función de Ω para $T_y=0,5; 1$ y 2 s; $e/r=0; 0,25$; y $0,5$; $b=50$ m; y $a/b=1$

CAPÍTULO IV. LA EXCENRICIDAD ACCIDENTAL EN EL ANÁLISIS ESTÁTICO Y DINÁMICO DE EDIFICIOS, ESPECIFICADO EN EL CÓDIGO DE DISEÑO (UBC)

4.1 Introducción

Los códigos de diseño requieren para los análisis estáticos de edificios que el efecto de torsión sea considerado mediante la aplicación de fuerzas laterales equivalentes a una distancia e_d del CR (centro de rigidez). Para la mayoría de los códigos esta excentricidad de diseño e_d tiene la forma:

$$e_d = \alpha e_s \pm \beta b \quad (1)$$

Donde e_s es la excentricidad de rigidez estática y βb es la excentricidad accidental.

El uso de la excentricidad accidental en el análisis dinámico de edificios varía según los códigos de diseño. Por ejemplo, el UBC especifica que los efectos de la torsión accidental pueden ser incluidos en el análisis dinámico al cambiar el CM de cada piso a una distancia igual a la excentricidad accidental $\pm \beta b$ de su posición nominal conduciendo a una mayor fuerza de diseño. El incremento en la respuesta de un edificio debida a la excentricidad accidental calculada para el sistema usando el análisis dinámico especificado en el código, es en general diferente del incremento en la respuesta obtenida usando un análisis estático con fuerzas estáticas equivalentes aplicadas a una distancia $\pm \beta b$ del CM en cada piso.

En consecuencia, los objetivos de este capítulo son: (1) evaluar las diferencias en la respuesta de edificios, que resultan del uso de la excentricidad accidental βb especificada en el código, en el análisis dinámico y estático del edificio, y (2) identificar, considerando estos resultados, posibles inconsistencias entre los dos procedimientos de análisis del código al incorporar los efectos de la torsión accidental. Esta investigación considera los efectos de la excentricidad accidental βb en tres diferentes tipos de sistemas: edificios de un solo piso, una clase especial de edificios de varios pisos (que será definida después), y edificios de varios pisos en general. Finalmente, se presentan las implicancias de estos resultados con relación a las previsiones actuales sobre la torsión accidental en el código.

4.2 Cuantificación de la respuesta

En esta investigación las magnitudes de la respuesta que son de interés son: (1) las respuestas del edificio r_s^* y r_s , calculadas del análisis estático del sistema con fuerzas laterales según el código UBC, considerando la excentricidad accidental o sin considerarla, respectivamente; (2) valores pico a través del tiempo de la respuesta dinámica del edificio, r_d^* y r_d , calculados al cambiar el CM a una distancia $e_a = \pm\beta b$ (seleccionando para cada elemento el valor de e_a que conduce a una mayor respuesta) o sin cambiarlo, respectivamente; (3) relación entre las respuestas estáticas, $\rho_s = r_s^*/r_s$, y respuestas dinámicas, $\rho_d = r_d^*/r_d$, llamadas de aquí en adelante como respuestas estáticas y dinámicas normalizadas, respectivamente; y (4) la relación entre las respuestas dinámicas y estáticas normalizadas, Γ , llamada de ahora en adelante como el factor de respuesta dinámico.

Las respuestas estáticas y dinámicas normalizadas ρ_s y ρ_d excederán el valor de uno porque la mayoría de los códigos no permiten la reducción en la respuesta bajo este valor excluyendo a la excentricidad accidental. Los valores del factor de respuesta dinámico Γ por sobre uno implican que el incremento en la respuesta del edificio debido a la excentricidad accidental predeterminada por un análisis dinámico, es más grande que la obtenida por el análisis estático.

4.3 Sistemas de un solo piso

Los sistemas analizados son edificios de un solo piso, con las mismas características que en los capítulos anteriores. La planta del edificio puede ser dividida en lados flexibles y rígidos, como se muestra en la Fig. 1, donde los bordes rígido y flexible están identificados.

Las respuestas estáticas y dinámicas del sistema están descritos por dos grados de libertad: el desplazamiento traslacional u_y del CM a lo largo de la dirección y , y la rotación u_θ del diafragma rígido respecto de un eje vertical que pasa a través del CM. Cualquier otro valor de respuesta es calculado como una combinación lineal de estos dos grados de libertad, es decir, $r = d^T u$, donde $u = [u_y \quad u_\theta]^T$. Por ejemplo, los desplazamientos laterales de los lados rígidos y flexibles del sistema están calculados usando $d^T = [1 \pm b/2]$ en el caso estático y $d^T = [1 \pm (b/2 \mp e_a)]$ en el caso dinámico.

Los signos más y menos antes de $b/2$ son usados para calcular los desplazamientos en los bordes rígidos y flexibles del edificio, respectivamente; el término $\mp e_a$ es introducido para explicar el cambio en la posición del centro de masas en el caso dinámico.

La respuesta estática del edificio para una fuerza lateral equivalente V en la dirección y , aplicada a una distancia e_d del CR es obtenida explícitamente al resolver el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{bmatrix} K_y & K_y e_s \\ K_y e_s & K_\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y \\ u_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} V \\ V(e_s - e_d) \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Donde $K_y = \sum_{i=1} k_{yi}$ es la rigidez lateral del sistema, $K_\theta = \sum_i k_{yi} x_i^2 + \sum_i k_{xi} y_i^2$ es la rigidez torsional del sistema con respecto al CM, $e_s = \sum_i k_{yi} x_i / \sum_i k_{yi}$ es la excentricidad estática entre el CM y el CR, y e_d es la excentricidad de diseño presentada en la Ec. (1). Usando esta ecuación, las respuestas estáticas r_s^* y r_s son calculadas a partir del desplazamiento y rotación u_y y u_θ del sistema con o sin excentricidad accidental, es decir, para e_d como en la Ec. (1) y $e_d = \alpha e_s$ [o $e_d = \delta e_s$], respectivamente. Por esta razón la respuesta estática normalizada del sistema, r_s , es calculada como la relación entre r_s^* y r_s . Los parámetros del sistema que controlan estas respuestas estáticas son la rigidez lateral K_y , la rigidez torsional K_θ , y la excentricidad estática e_s .

La respuesta dinámica del sistema frente a la aceleración de la base en la dirección y , $a_{gy}(t)$, es descrita por las siguientes ecuaciones de movimiento:

$$\begin{Bmatrix} u_y \\ ru_\theta \end{Bmatrix} + \omega_y^2 \begin{bmatrix} 1 & e/r \\ e/r & \Omega^2 + (e/r)^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y \\ ru_\theta \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} a_{gy}(t) \quad (3)$$

Donde: $e = e_s + e_a$. Usando esta ecuación, las respuestas dinámicas del sistema r_d^* y r_d están calculados a partir del desplazamiento y rotación del sistema u_y y u_θ , con o sin excentricidad accidental, es decir, para $e = e_s \pm \beta b$ y $e = e_s$, respectivamente. Por esa razón, la respuesta dinámica normalizada, r_d , es calculada desde la relación entre r_d^* y r_d . Finalmente, el factor de respuesta dinámico Γ es calculado a partir de la relación

entre la respuesta dinámica normalizada ρ_d y la respuesta estática normalizada ρ_s . Tres parámetros controlan significativamente este factor de respuesta dinámico: la frecuencia lateral no acoplada del sistema ω_y , la relación entre las frecuencias torsional y lateral no acopladas Ω , y la excentricidad estática e_s .

Los análisis dinámicos son requeridos para dos sistemas, uno con $e_a = +\beta b$ y el otro con $e_a = -\beta b$.

Para un análisis dinámico del sistema, el movimiento del terreno está caracterizado por el espectro de respuesta suavizado descrito en el Capítulo 2.

Dos grupos diferentes de valores de respuestas son considerados en la comparación de los efectos de la excentricidad accidental predeterminada por un análisis dinámico y estático del edificio. Estos son (1) los desplazamientos laterales pico en los bordes rígidos y flexibles de la planta del edificio en la dirección y , $u_{\pm b/2}$, respectivamente, y (2) los valores pico del cortante de la base y el torque de la base.

4.3.1 Desplazamientos Laterales

En esta sección se presentan los resultados para los desplazamientos estáticos y dinámicos normalizados en los bordes rígidos y flexibles de la planta del edificio $(u_{\pm b/2})_s$ y $(u_{\pm b/2})_d$, respectivamente, y el factor de respuesta dinámico $\Gamma_{\pm b/2}$. Tales resultados son presentados primero para sistemas con plantas simétricas y luego para asimétricas.

La respuesta estática normalizada es calculada usando los valores del UBC y a partir de la Ec.2 (excentricidad accidental 0.05).

El factor de respuesta dinámico $\Gamma_{-b/2}$ es presentado en la Fig. 2 como una función de la relación de frecuencias Ω , para edificios con periodo de vibración no acoplado $T_y = 1$ s, y tres relaciones de las dimensiones en planta $a/b=0, 1/2, \text{ y } 1$. Los valores de $\Gamma_{-b/2}$ están más alejados de la unidad en edificios con menores relaciones a/b ; es decir, las diferencias entre el incremento en la respuesta debida a la excentricidad accidental predeterminada por un análisis dinámico y un análisis estático son menores para sistemas de planta cuadrada ($a/b=1$).

Al estudiar los valores del factor de respuesta dinámico $\Gamma_{-b/2}$ para un amplio rango de valores de Ω , y cuatro diferentes valores de periodos de vibración desacoplados

$T_y = 0.1, 0.5, 1, \text{ y } 5$ s; los cuales fueron escogidos para cubrir diferentes regiones del espectro (Capítulo 2: Fig. 2); el factor de respuesta dinámico muestra similares tendencias para todos los valores de T_y , con ligeros incrementos para periodos pequeños como era de esperarse. Puesto que las tendencias del factor de respuesta dinámico son algo insensibles para valores de periodos no acoplados, escogeremos sistemas con periodos no acoplados $T_y = 1$ s para todos los demás análisis.

La figura 3 muestra los valores de los desplazamientos estáticos y dinámicos normalizados $(\hat{u}_{\pm b/2})_s$ y $(\hat{u}_{\pm b/2})_d$, para un amplio rango de valores de Ω , cinco valores de la excentricidad estática $e_s/b = 0, 0.05, 0.1, 0.15, \text{ y } 0.25$ y excentricidad accidental $e_a/b = \pm 0.05$. Como se ha visto en la figura, las respuestas estáticas $(\hat{u}_{\pm b/2})_s$ son bastante insensibles al valor de la excentricidad estática si la relación de frecuencia Ω es, mayor que uno. Sin embargo, para $\Omega < 1$ las respuestas en el lado rígido del edificio, $(\hat{u}_{+b/2})_s$, se incrementan considerablemente con la disminución de Ω y el incremento de la excentricidad estática. A decir verdad, la respuesta estática $(\hat{u}_{+b/2})_s$ se aproxima al infinito cuando $\Omega \rightarrow (b/r)\sqrt{e/b(1/2 - e/b)}$, por que para estos sistemas el desplazamiento estático en el lado rígido del edificio, $(\hat{u}_{+b/2})_s$, es cero. En contraste, $(\hat{u}_{-b/2})_s$ siempre disminuye con el incremento de los valores de la excentricidad estática. Por otro lado, la respuesta dinámica normalizada $(\hat{u}_{\pm b/2})_d$ presenta tendencias con la relación de frecuencias que son diferentes de aquellos del caso estático, excepto para grandes valores de Ω . En particular, la respuesta dinámica de sistemas con pequeño valor de Ω es incrementado en un menor grado que el predeterminado por un análisis estático. El incremento en la respuesta debida a la excentricidad accidental es generalmente mayor para sistemas simétricos comparados con sistemas asimétricos (con $e_s/b < 0.25$) lo que implica que sistemas simétricos son en general los más sensibles a la introducción de la excentricidad accidental. Esta observación es consistente con los resultados de los capítulos anteriores.

La figura 4 muestran valores del factor de respuesta dinámico $\Gamma_{\pm b/2}$ para un amplio rango de valores de Ω , cinco valores diferentes de la excentricidad estática $e_s/b = 0, 0.05, 0.10, 0.15 \text{ y } 0.25$, y excentricidad accidental $e_a/b = \pm 0.05$. En contraste al caso

simétrico, la Fig. 4 muestra que los valores de $\Gamma_{+b/2}$ y $\Gamma_{-b/2}$ para los bordes rígido y flexible del edificio, respectivamente, difieren considerablemente cuando el sistema es asimétrico. A decir verdad, el factor de respuesta dinámico $\Gamma_{+b/2}$ para el lado rígido de edificios con planta asimétrica se desvía considerablemente de uno si $\Omega < 0.8$. Esto es porque el desplazamiento estático normalizado en el lado rígido del sistema se incrementa rápidamente para $\Omega < 0.8$; sin embargo, la respuesta dinámica normalizada en este lado es relativamente constante para este rango de relación de frecuencias. Por otro lado, el factor de respuesta dinámico en el lado flexible $\Gamma_{-b/2}$, se desvía menos de uno que $\Gamma_{+b/2}$ tal como era esperado según los resultados presentados anteriormente en la Fig. 3.

Por otro lado las mayores desviaciones de $\Gamma_{-b/2}$ de la unidad ocurren usualmente para sistemas simétricos. En general, los valores de $\Gamma_{-b/2}$ son menores que uno si el sistema es asimétrico, implicando que para estos sistemas el incremento en la respuesta predeterminada por un análisis dinámico es menor que la obtenida por un análisis estático.

Todas estas observaciones son compatibles a sistemas con excentricidad accidental $e_a/b = \pm 0.1$; sin embargo, a medida que la excentricidad accidental se incrementa, el factor de respuesta dinámico tiende a desviarse más de uno.

4.3.2 Excentricidad accidental estática equivalente

Es conveniente reinterpretar los resultados de la respuesta dinámica presentada anteriormente en términos de una excentricidad accidental estática equivalente e_D . Esta es la distancia desde el CM a la que la fuerza lateral estática o cortante de la base V debe ser aplicada para producir el mismo desplazamiento $(u_{\pm b/2}^*)_d$ como el calculado por el análisis dinámico del código para el sistema con excentricidad accidental. Una comparación de esta excentricidad equivalente con $e_a = \beta b$ proporciona una medida de como el incremento en los desplazamientos de los lados debido a la excentricidad accidental predeterminada por el análisis dinámico del código, se compara con los determinados por el análisis estático.

Para determinar la excentricidad estática equivalente, V es escogida como la fuerza estática que aplicada a una distancia αe_s del CR produce un desplazamiento del lado

flexible igual a $(u_{-b/2})_d$ que es el desplazamiento dinámico pico cuando el sistema no tiene excentricidad accidental ($\beta = 0$), es decir

$$(u_{-b/2})_d = \frac{V}{K_y} + \frac{V\alpha e_s (b/2 + e_s)}{K_\theta} \quad (4)$$

Ahora la misma fuerza estática V es aplicada excéntricamente respecto del CR a la distancia $\alpha e_s + e_D$, donde el valor de e_D será luego determinado. Esta excentricidad accidental es determinada para satisfacer los requerimientos de que el desplazamiento del lado flexible es el mismo que $(u_{-b/2})_d^*$, que es el desplazamiento dinámico pico del sistema con excentricidad accidental, $\pm \beta b$, es decir

$$(u_{-b/2})_d^* = \frac{V}{K_y} + \frac{V(\alpha e_s + e_D)(b/2 + e_s)}{K_\theta} \quad (5)$$

Dividiendo la Ec. (5) por (4) y resolviendo para e_D , se obtiene:

$$\frac{e_D^-}{\beta b} = [(u_{-b/2})_d^* - 1] \left[\frac{\Omega^2}{(1/2 + e_s/b)(b/r)^2} + \alpha e/b \right] \left(\frac{1}{\beta b} \right) \quad (6)$$

De igual forma, la excentricidad accidental e_D^+ calibrada para los desplazamientos pico a una distancia $x = +b/2$ del CM (lado rígido) puede ser obtenida a partir de

$$\frac{e_D^+}{\beta b} = [(u_{+b/2})_d^* - 1] \left[\frac{\Omega^2}{(1/2 - e_s/b)(b/r)^2} - \delta e/b \right] \left(\frac{1}{\beta b} \right) \quad (7)$$

Nótese que V no aparece en las ecuaciones (6) ó (7) para el cálculo de $e_D^\pm / \beta b$. Esta excentricidad accidental puede por lo tanto ser usada en conjunto con cualquier valor razonable de V incluyendo el valor del código. Ambas ecuaciones relacionan la excentricidad accidental e_D^\pm con el desplazamiento normalizado $(u_{\pm b/2})_d^*$ en los lados rígidos y flexibles de la planta del edificio, respectivamente.

Sustituyendo para valores de $(u_{\pm b/2})_d^*$ presentados en la Fig. 3 dentro de las ecuaciones (6) y (7), obtenemos los valores de $e_D / (\beta b)$ presentados en la Fig. 5 como una función de la relación de frecuencias Ω , para cuatro valores de la excentricidad estática, $e_s/b = 0, 0.05, 0.1$ y 0.25 . Los valores de $e_D / (\beta b)$ mayores que uno implican que el incremento en la respuesta del edificio debida a la excentricidad accidental predeterminada por el análisis dinámico del código es mayor que el obtenido por el análisis estático del código. Los valores calculados de $e_D / (\beta b)$ correspondientes a

ambos lados de la planta del edificio son usualmente bastante diferentes, excepto para sistemas simétricos en cuyo caso ellos coinciden. Estos valores de la excentricidad accidental claramente dependen de la relación de frecuencias del sistema; y varían entre cero y hasta tres veces la excentricidad accidental $0.05b$ del UBC. Las tendencias generales de estos resultados concuerdan con aquellos presentados anteriormente para el factor de respuesta dinámico $\Gamma_{\pm b/2}$ en la Fig. 4.

Es útil comparar los resultados presentados para la excentricidad accidental estática equivalente con aquellos obtenidos por una aproximación tradicional en los que esta excentricidad es calibrada para dar el torque calculado por el análisis dinámico. En el contexto de la excentricidad accidental, la aproximación tradicional puede ser interpretada de la siguiente manera. Primero, considerar el cortante pico de la base y el torque determinados por el análisis dinámico para dos sistemas de un solo piso: (1) un edificio sin excentricidad accidental, y (2) un edificio con su CM cambiado a una distancia $\pm \beta b$. Así, las diferencias en los valores pico del cortante y torque de la base V_o y T_o para el sistema (1) y V_o^* y T_o^* para el sistema (2) son claramente debidas a la excentricidad accidental $\pm \beta b$. Segundo, definir la excentricidad estática equivalente $e_o = T_o/V_o$ para el sistema (1) y $e_o^* = T_o^*/V_o^*$ para el sistema (2). Esta definición convencional de excentricidad estática equivalente puede ser físicamente interpretada como la distancia desde el CR al cual el cortante pico de la base V_o [o V_o^*] tiene que ser aplicado estáticamente para producir el máximo torque de la base T_o , [T_o^*]. Nótese que esta definición asume implícitamente que el cortante y torque pico de la base ocurren en el mismo instante de tiempo.

De acuerdo al procedimiento descrito arriba, la diferencia entre e_o^* y e_o , representa la parte de la excentricidad e_o^* que puede ser asociada con la excentricidad βb .

Matemáticamente,

$$e_o^* = e_o + (e_o^* - e_o) = e_o + e_T \quad (8)$$

Donde $e_T = e_o^* - e_o$. Los dos términos e_o y e_T son directamente comparables a αe_s y βb en la Ec. (1), respectivamente. En esta investigación de excentricidad accidental, comparamos e_T con βb , para determinar como el incremento en el torque debido a la excentricidad accidental predeterminada por el análisis dinámico del código, se compara con el determinado por el análisis estático del código.

Los valores de $e_T/(\beta b)$ son superpuestos en los datos para $e_D/(\beta b)$ en la Fig. 5, para un amplio rango de relaciones de frecuencias Ω , cuatro valores diferentes de la excentricidad estática en el sistema, $e_s=0, 0.05, 0.10, \text{ y } 0.25$, y la excentricidad accidental $e_a/b=0.05$. Claramente, los dos procedimientos para definir la excentricidad estática equivalente conduce a resultados muy diferentes. Para sistemas simétricos o asimétricos con excentricidad estática $e_s < 0.1$, la aproximación tradicional muestra amplificaciones de la excentricidad accidental $0.05b$ que son considerablemente mayores que aquellas calculadas a partir de los desplazamientos del edificio.

4.4 Clase especial de edificios de varios pisos

Los sistemas analizados en esta sección son edificios de varios pisos que satisfacen las siguientes propiedades:

1. El centro de masa de todos los pisos están en una sola línea vertical.
2. Los elementos resistentes (pórticos, columnas, muros de corte) son dispuestos de modo tal que sus ejes principales forman una malla ortogonal en planta y están conectados a cada nivel de los pisos por un diafragma rígido.
3. Las matrices de rigidez lateral de todos los elementos resistentes a lo largo de una dirección son proporcionales entre ellos; es decir, la matriz de rigidez lateral del elemento resistente número i en la dirección x es $k_{xi} = C_{xi} k_x$, donde C_{xi} es la constante de proporcionalidad y k_x es la matriz de rigidez característica para los elementos resistentes. De igual forma, la matriz de rigidez del elemento resistente número i en la dirección y , satisface $k_{yi} = C_{yi} k_y$.
4. El edificio es simétrico en la dirección x .

Para edificios que cumplen con las propiedades 2 y 3 listadas arriba, se puede demostrar que los centros de rigidez de todos los pisos están en la misma línea vertical. Así, para esta clase especial de edificios, la excentricidad estática para cada piso, que es definida como la distancia entre el CM del piso y su CR, es la misma.

La respuesta dinámica del sistema a la aceleración de la base en la dirección y , $a_{gy}(t)$, es descrita, como se indicó antes, por dos grados de libertad por piso: el desplazamiento traslacional u_{yj} del CM a lo largo de la dirección y , y la rotación u_{θ_j} del diafragma rígido del piso número j respecto de un eje vertical que pasa a través del CM. Las ecuaciones de movimiento del sistema pueden ser escritas como

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y \\ ru_\theta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_y & K_y \left(\frac{e}{r}\right) \\ K_y \left(\frac{e}{r}\right) & \left[\left(\frac{e}{r}\right)^2 + \frac{C_{\theta R}}{r^2 C_y}\right] K_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y \\ ru_\theta \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} m1 \\ 0 \end{Bmatrix} a_g(t) \quad (9)$$

Donde u_y y u_θ son los vectores de orden $N \times 1$ de u_{yj} y $u_{\theta j}$, respectivamente; m es una matriz diagonal de dimensión N , que es el número de pisos, con términos de la diagonal iguales a m_j , que es la masa del piso número j , donde $j=1, \dots, N$; $K_y = \sum_i k_{yi}$ es la suma de las rigideces laterales de todos los planos resistentes en la dirección y ; $e/r = \sum_i C_{yi} x_i / \sum_i C_{yi}$ es la excentricidad estática normalizada del edificio para cada piso; $C_y = \sum_i C_{yi}$ es la suma de todas las constantes de proporcionalidad C_{yi} para los pórticos en la dirección y ; $C_{\theta R} = \sum_i (C_{yi} x_i^2 + C_{xi} y_i^2) - C_y e^2$ es un parámetro directamente relacionado a la rigidez torsional del sistema con respecto al CR; y 1 y 0 son los vectores de dimensión N con todos los elementos iguales a uno o cero, respectivamente.

Se demuestra que la respuesta dinámica de un sistema torsionalmente acoplado que pertenece a la clase especial, puede estar relacionada a las respuestas de dos sistemas: una correspondiente a un sistema de varios pisos torsionalmente no acoplado, gobernado por la Ec. (9) con $e/r=0$; y un sistema asociado de un solo piso torsionalmente acoplado (Ec. (3)) con las siguientes propiedades: (1) la relación de excentricidad estática e/r para el sistema de un solo piso torsionalmente acoplado es el mismo que para todos los pisos del sistema de varios pisos torsionalmente acoplado, y (2) la relación $K_{\theta R} / (r^2 K_y)$ del sistema asociado de un solo piso torsionalmente acoplado es igual a la relación $C_{\theta R} / (r^2 C_y)$ del sistema de varios pisos torsionalmente acoplado, lo que implica que la relación Ω de frecuencias no acopladas es la misma en los dos sistemas.

Las $2N$ frecuencias naturales y formas de modo de un sistema que pertenece a la clase especial descrita están dadas por:

$$\omega_{nj} = \bar{\omega}_n \omega_{yj} \quad (10)$$

$$\phi_{nj} = \begin{Bmatrix} \alpha_{yn} \psi_j \\ \alpha_{\theta n} \psi_j \end{Bmatrix} \quad (11)$$

para $n=1, 2$ y $j=1, \dots, N$, donde ω_{yj} y ψ_j son las frecuencias de vibración lateral y modos del sistema de N pisos torsionalmente no acoplados; y $\bar{\omega}_n$ y $\alpha_n = \{\alpha_{yn}, \alpha_{on}\}^T$ son las frecuencias de vibración normalizadas y formas de modo del sistema de un solo piso torsionalmente acoplado.

Los sistemas considerados son analizados por el espectro de respuesta suavizado ya descrito (Capítulo 2. Fig. 2), y la respuesta sísmica pico es estimada por el método RSA usando la regla CQC de combinación modal.

Debido a las propiedades especiales de las clases de sistemas de varios pisos considerados, los valores normalizados ρ_d y ρ_s de las respuestas dinámicas y estáticas normalizadas del edificio, respectivamente, son esencialmente las mismas que las correspondientes a sistemas de un solo piso estudiados en la sección anterior. Consecuentemente, el factor de respuesta dinámico $\Gamma = \rho_d / \rho_s$ es esencialmente el mismo para edificios de un solo piso y la clase especial de sistemas de varios pisos, y todas las observaciones derivadas previamente para sistemas de un solo piso son también aplicables a esta clase especial de sistemas de varios pisos.

La Fig. 6 muestra, por ejemplo, el factor de respuesta dinámico $\Gamma_{\pm b/2}$ asociado con los desplazamientos laterales de edificios tipo cortante de cinco pisos con periodos de vibración fundamental no acoplados de 1 s, para un amplio rango de relaciones de frecuencias Ω , excentricidad accidental $e_a/b=0.05$, y cuatro valores de la excentricidad estática $e/b=0, 0.05, 0.10$, y 0.15 . Los factores de respuesta dinámicos para sistemas de un piso y sistemas de varios pisos que pertenecen a la clase especial son idénticos para propósitos prácticos. Basado en estos resultados concluimos que todas las observaciones y conclusiones presentadas antes para edificios de un piso, son también válidas para la clase especial de sistemas de varios pisos considerado. Consecuentemente los valores de las respuestas dinámicas y estáticas normalizadas son idénticos en todos los pisos del edificio.

4.5 Clase general de edificios de varios pisos

Los sistemas considerados en esta sección son edificios de varios pisos idealizados y consisten en pisos de diafragmas rígidos, en donde las masas de los pisos están concentradas; la resistencia lateral es proporcionada por planos resistentes en las direcciones x e y . El plano resistente número i en la dirección x tiene una matriz de

rigidez lateral k_{xi} y está ubicado a una distancia y_{ij} del CM del piso j ; de forma análoga, la matriz de rigidez y la ubicación del plano i en el piso j en la dirección y están definidos por k_{yi} y x_{ij} . Los planos resistentes pueden tener arbitrarias matrices de rigidez en la dirección y , y pueden ser asimétricamente ubicados respecto al eje y , creando excentricidades variables entre el CM y CR en diferentes pisos. Por otro lado, los sistemas están considerados como simétricos respecto del eje x .

La respuesta dinámica del sistema frente a la aceleración de la base en la dirección y , $a_{gy}(t)$, es descrita, como antes por el vector u_y de desplazamientos u_{yj} del CM del piso número j a lo largo de la dirección y , y el vector u_θ de rotaciones $u_{\theta j}$ del diafragma rígido del piso número j respecto de un eje vertical que pasa a través del CM. Las ecuaciones de movimiento del sistema pueden ser escritas como:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y \\ ru_\theta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_y & \frac{1}{r}K_{y\theta} \\ \frac{1}{r}K_{y\theta} & \frac{1}{r^2}K_\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y \\ ru_\theta \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} ml \\ 0 \end{Bmatrix} a_{gy}(t) \quad (12)$$

Donde $K_{y\theta} = \sum_i k_{yi} X_i$ es la matriz lateral torsional acoplada y X_i es una matriz diagonal con términos de la diagonal x_{ij} ; y $K_\theta = \sum (X_i k_{yi} X_i + Y_i k_{xi} Y_i)$ es la matriz de rigidez torsional del sistema con respecto al CM y Y_i es la matriz diagonal con términos de la diagonal y_{ij} .

Los sistemas considerados son analizados por el espectro de respuesta suavizado anteriormente descrito (Capítulo 2, Fig. 2), y su respuesta sísmica pico estimada por el método RSA usando la regla de combinación modal CQC.

Puesto que el número de parámetros requeridos para definir edificios de varios pisos rápidamente llega a ser inmanejable a medida que el número de pisos se incrementa, los resultados presentados luego se dirigen sólo a proporcionar límites prácticos de ingeniería para las diferencias entre el incremento en la respuesta del edificio debida a la excentricidad accidental predeterminada por el análisis dinámico versus aquel predeterminado por el análisis estático.

Para proporcionar límites útiles para las respuestas dinámicas y estáticas normalizadas y el factor de respuesta dinámico para edificios generales de varios pisos, consideramos dos casos: (A) edificios pertenecientes a la clase especial de sistemas de varios pisos

considerados previamente pero en los que la excentricidad accidental e_a puede variar entre pisos Fig.8; y (B) edificios con excentricidades estáticas y accidentales variables en cada piso Fig.9. En ambos casos, se permite que la excentricidad estática del edificio en cada piso varíe entre $\pm 0.25b$, y la excentricidad accidental e_a varíe entre $\pm 0.05b$.

Consideramos estos dos edificios de tipo cortante de cinco pisos con excentricidades estáticas (calculadas como la distancia entre el CM y el CR para cada piso como un sistema de un piso) desde la base a la cima $e_s/b = \{0.10 \ 0.10 \ 0.05 \ 0.05 \ 0.05\}^T$ y $e_s/b = \{0.25 \ 0.25 \ 0.125 \ 0.125 \ 0.125\}^T$, excentricidad accidental $e_a/b=0.05$, masas y rigideces idénticas en todos los pisos, y periodo de vibración fundamental de 1s. La Fig. 7 muestra el factor de respuesta dinámico $\Gamma_{\pm b/2}$ calculado para los dos edificios de cinco pisos descritos líneas arriba. Los resultados son presentados como una función del parámetro Ω , el cual es asumido igual para todos los pisos y definido como $\Omega_j = \sqrt{K_{\theta Rj} / (K_y r^2)}$, $j=1, \dots, N$, donde $K_{\theta Rj}$ es la rigidez torsional del piso número j , con respecto a su CR, K_y es una rigidez lateral de referencia, y r es el radio de giro del piso j , asumido constante para todos los pisos.

Comparamos los valores de $\Gamma_{\pm b/2}$ calculados con los que podrían ser obtenidos para dos sistemas de varios pisos que pertenecen a la clase especial, en el que las excentricidades del piso son asumidas como uniformes en la altura e igual a los máximos o mínimos valores de las excentricidades del piso en el edificio de cinco pisos. Estos dos casos son identificados en la Fig. 7 por los valores de la excentricidad estática usada. Es interesante notar, que a pesar del cambio en la distribución de las rigideces en planta entre el segundo y tercer piso en cada uno de los edificios de ejemplo, la variación con Ω del factor de respuesta dinámico $\Gamma_{\pm b/2}$ para el edificio real es bastante similar al de las dos clases especiales de edificios de varios pisos. Más aún, el $\Gamma_{\pm b/2}$ para estos dos sistemas parecen limitar al $\Gamma_{\pm b/2}$ del edificio real. Esto sugiere que los valores de $\Gamma_{\pm b/2}$ en sistemas generales de varios pisos no se espera que sean muy diferentes de aquellos predeterminados por la clase especial de sistemas de varios pisos.

4.6 Implicaciones del Código

De acuerdo a los resultados presentados, podemos ver que si dos ingenieros deciden analizar los mismos edificios, uno usando el procedimiento de análisis dinámico del

código y el otro el método de la fuerza estática, ellos pueden hallar que el incremento resultante en la respuesta del edificio debido a la excentricidad accidental es, digamos, 25% en el caso dinámico, pero 50% en el caso estático, situación que puede ocurrir si Ω es menor que, digamos 0.7. Así, el análisis estático puede predecir un incremento en la respuesta debido a la excentricidad accidental de dos veces el predeterminado por el análisis dinámico del mismo edificio.

Por otro lado, el incremento real en la respuesta del edificio debido a la excentricidad accidental es en muchos casos similar o aún menor que la diferencia en la respuesta predeterminada por el análisis dinámico y estático.

Esto implica que los análisis estáticos y dinámicos especificados en el código para explicar la torsión accidental deben ser modificados para ser mutuamente consistentes.

4.7 Conclusiones

Este capítulo ha llegado a las siguientes conclusiones:

1. El incremento en la respuesta sísmica debido a la excentricidad accidental depende principalmente del valor de la relación de frecuencias Ω del sistema. Por ejemplo, si usamos el método de la fuerza estática equivalente del código, el incremento pronosticado en la respuesta sísmica es mayor para sistemas con relaciones de frecuencias pequeños, y disminuye de forma constante y asintótica aproximándose a cero, a medida que Ω se incrementa. El incremento en la respuesta es máximo para sistemas asimétricos y para los elementos ubicados en el lado rígido de la planta del edificio. Además, el incremento en la respuesta sísmica con $\Omega < 1$ debido a la excentricidad accidental calculada por el análisis dinámico, tiende a ser menor que el predeterminado por el análisis estático; lo contrario ocurre para sistemas que tienen una relación de frecuencia $\Omega > 1$ y pequeñas excentricidades estáticas.
2. El incremento en la respuesta debido a la excentricidad accidental y predeterminada por el análisis dinámico es generalmente mayor para sistemas simétricos comparados a sistemas asimétricos, implicando que los sistemas simétricos son usualmente los más sensibles a la introducción de la excentricidad accidental.
3. La diferencia entre los valores del incremento en los desplazamientos en el lado flexible de sistemas de un piso, calculados por los análisis dinámico y estático, es como máximo de 15% y es la máxima para sistemas simétricos. La correspondiente diferencia en la respuesta en el lado rígido del sistema está sobre el 50% para

sistemas con relaciones de frecuencia $\Omega < 0.7$ y excentricidad estática $e_s > 0.15$, y se reduce a menos del 10% para sistemas simétricos y asimétricos con $\Omega > 1.5$.

4. Alternativamente, los valores de la excentricidad accidental equivalente, calibradas a partir de los desplazamientos laterales del edificio, varían entre cero y más de tres veces la excentricidad accidental $0.05b$ del UBC dependiendo de los valores de la relación de frecuencias Ω . Más importante aún, es que el uso de la excentricidad accidental estática equivalente, calibrada desde los valores pico del cortante y torque de la base, conduce a resultados incorrectos debido a la suposición implícita de que los valores pico del cortante y torque de la base ocurren en el mismo instante de tiempo.
5. Sistemas con similares periodos de vibración lateral y torsional no acoplados, $\Omega \cong 1$, son particularmente insensibles a la introducción de la excentricidad accidental.
6. El incremento en la respuesta debida a la excentricidad accidental, predeterminada por el análisis dinámico o estático para sistemas de la clase especial de varios pisos es esencialmente el mismo que para sistemas de un solo piso.
7. El incremento en la respuesta del edificio que resulta de la variación de la excentricidad accidental en los diferentes pisos es ligeramente mayor (generalmente $< 10\%$) que el incremento sobre la respuesta del edificio, calculada usando la misma excentricidad accidental βb en todos los pisos; esta discrepancia ocurre principalmente para sistemas con relación de frecuencia $\Omega < 1$.
8. La máxima diferencia entre el incremento de la respuesta debido a la excentricidad accidental predeterminada por los análisis dinámicos y estáticos, sobre todos los sistemas considerados de varios pisos torsionalmente acoplados, es tan grande como 40% para sistemas con relación de frecuencias en el rango de $0.8 < \Omega < 1.15$ y es reducido a menos del 20% para sistemas con $\Omega > 1.6$.
9. Las discrepancias entre el incremento de la respuesta debido a la excentricidad accidental predeterminada por los análisis dinámicos y estáticos son en muchos casos del mismo orden de magnitud que el incremento de respuesta mismo. Esto implica que los análisis estáticos y dinámicos especificados en el código para explicar la torsión accidental deben ser modificado para ser mutuamente consistentes.

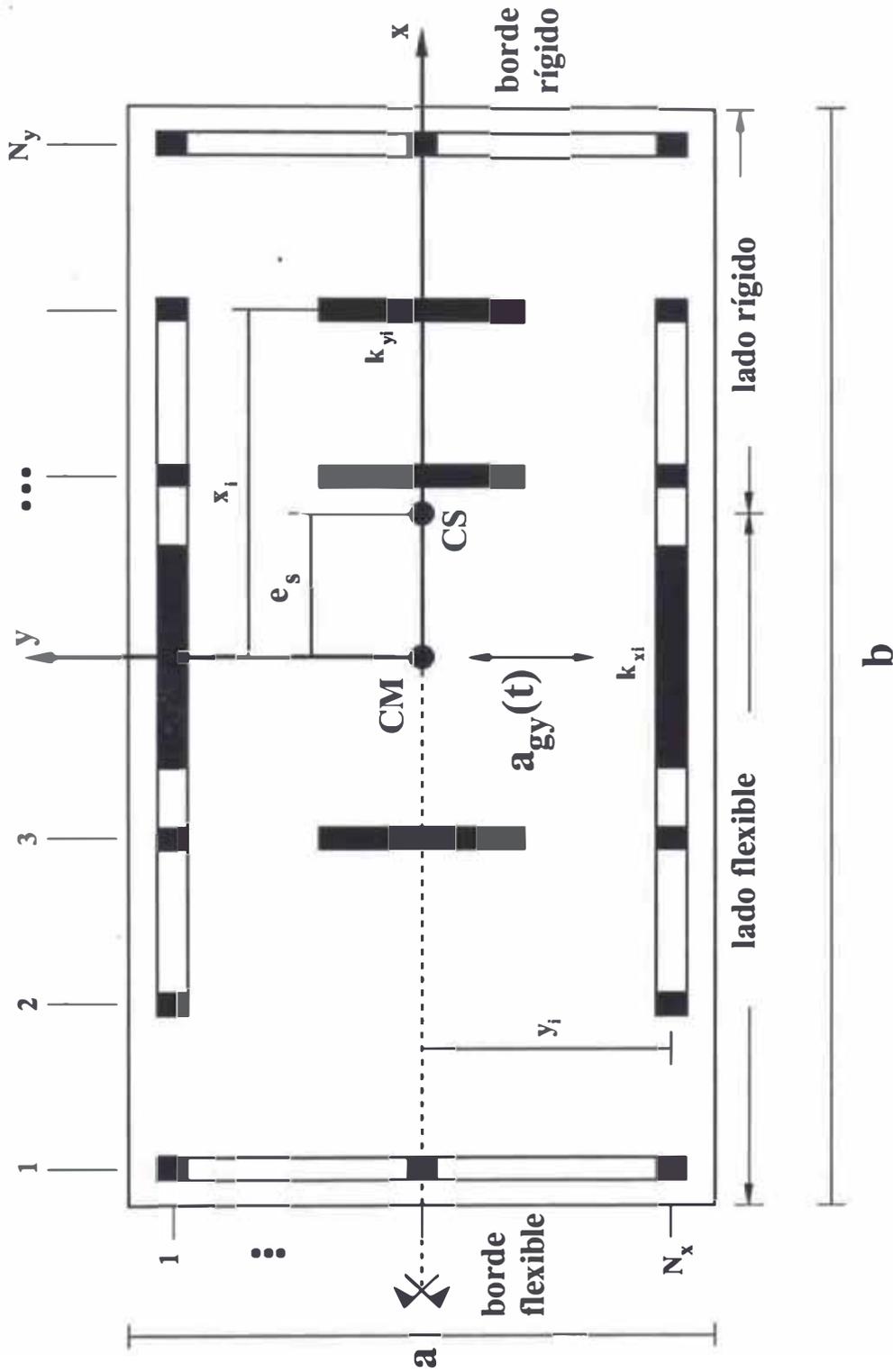


Figura 1: Planta típica de los sistemas de edificios considerados

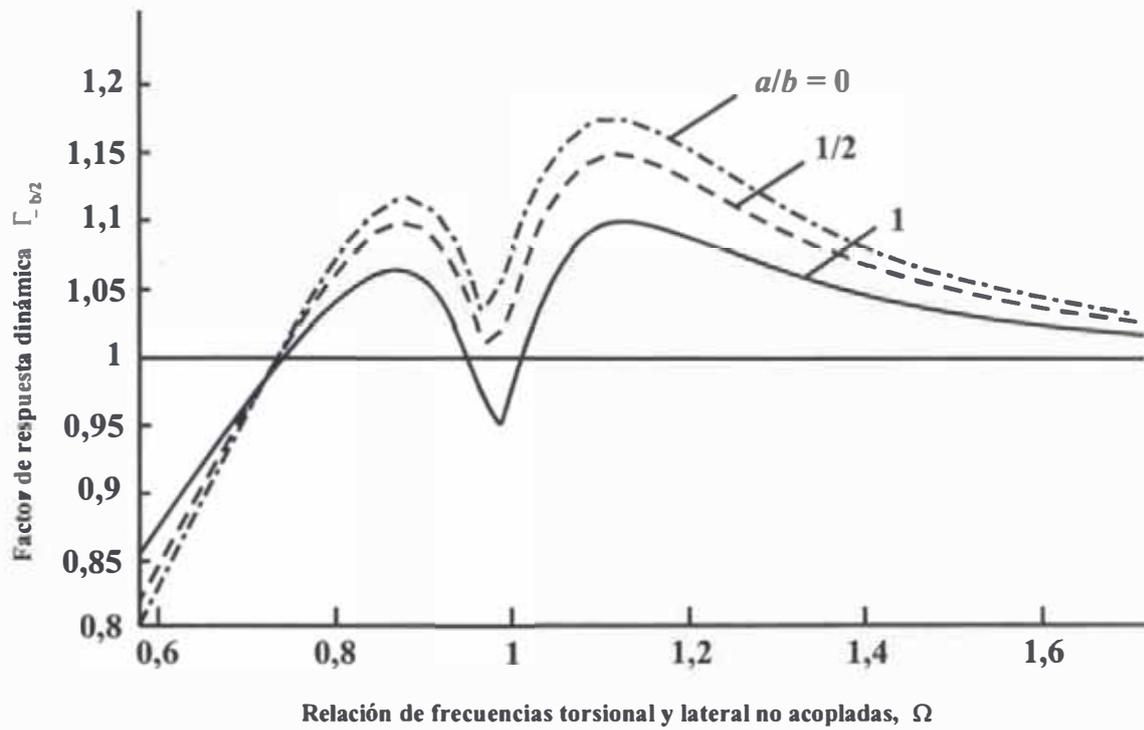


Figura 2: Factor de respuesta dinámico $\Gamma_{b/2}$ para sistemas simétricos como una función de Ω , tres valores de la relación de dimensiones de la planta del edificio $a/b=0$; $1/2$; y 1 ; excentricidad accidental $e_a/b=0,05$; y $T_y=1$ s

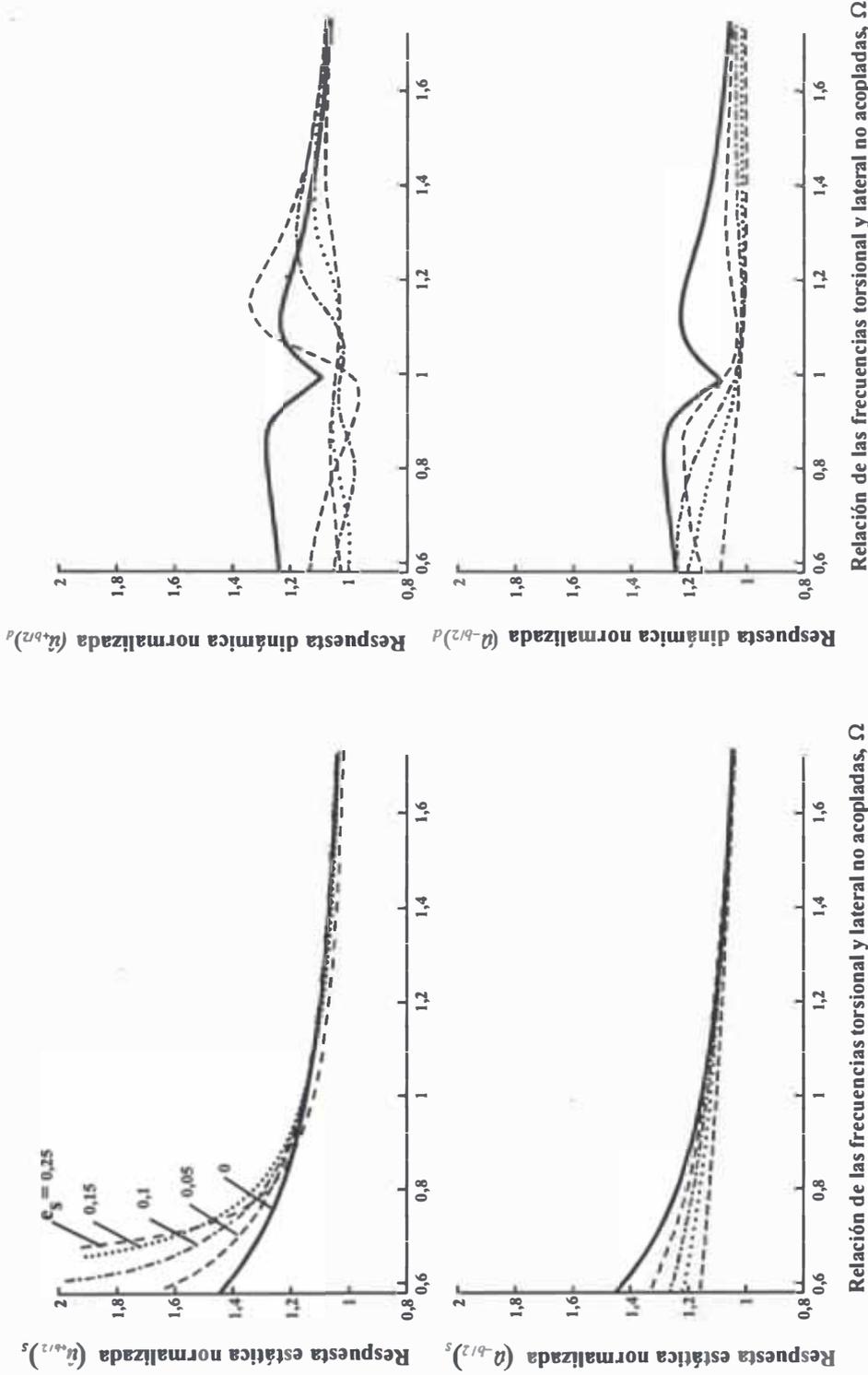


Figura 3: Respuestas estáticas y dinámicas normalizadas, $(a_{\pm b/2})_s$ y $(a_{\pm b/2})_d$ como una función Ω , cinco valores de la excentricidad estática $e_s/b=0; 0,05; 0,1; 0,15; \text{ y } 0,25$, excentricidad accidental $e_a/b=0,05; T_y=1 \text{ s}$, y $a/b=1$

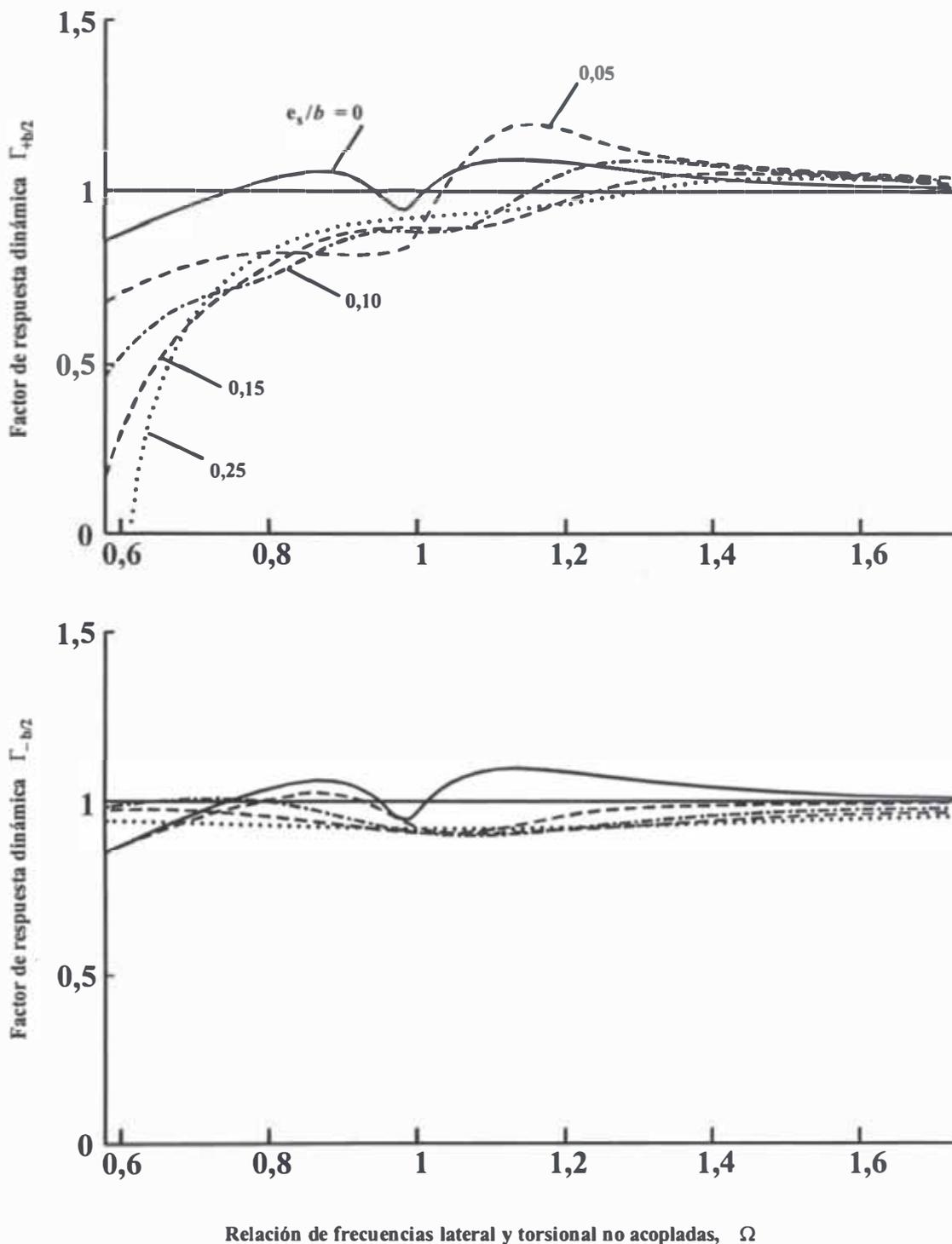
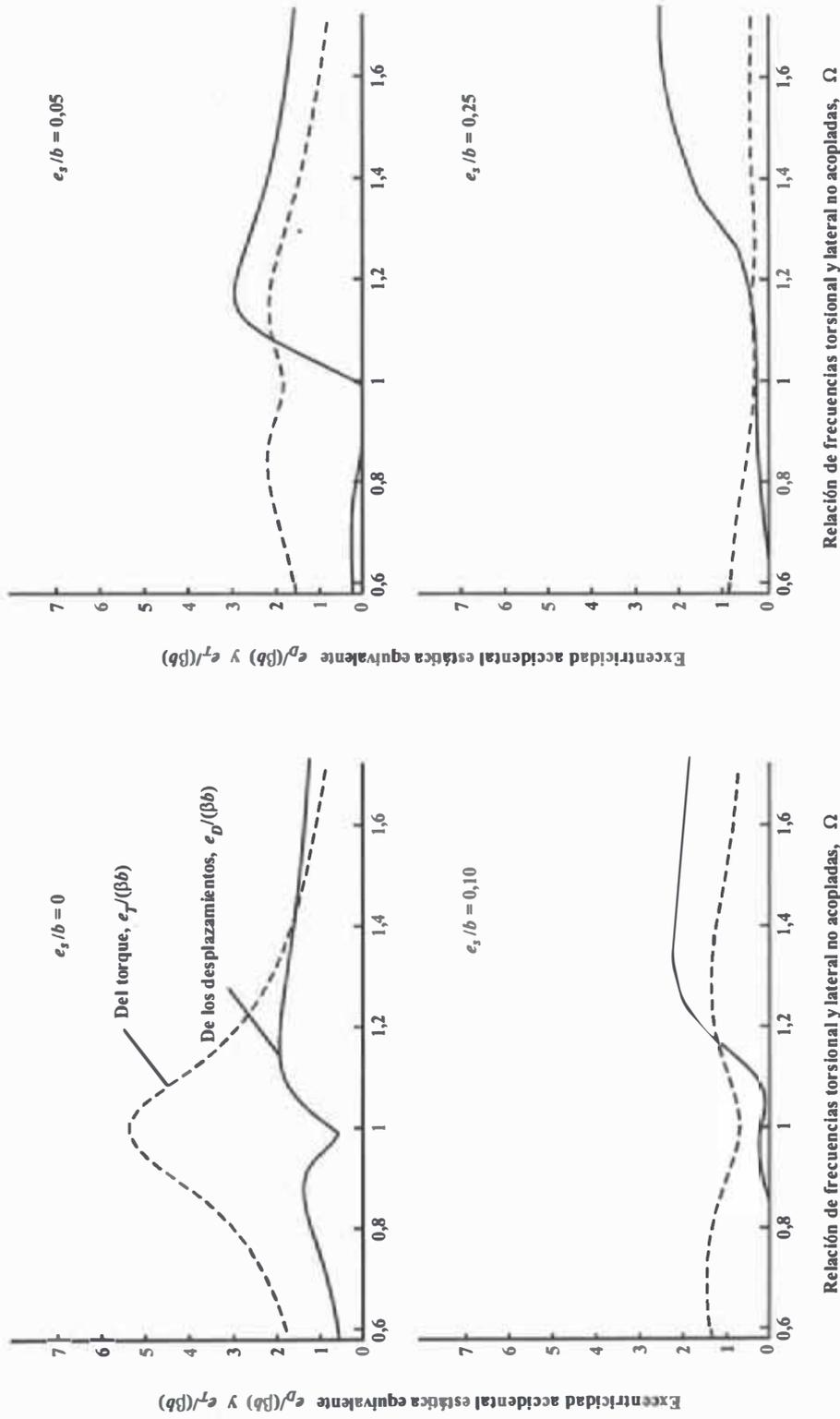
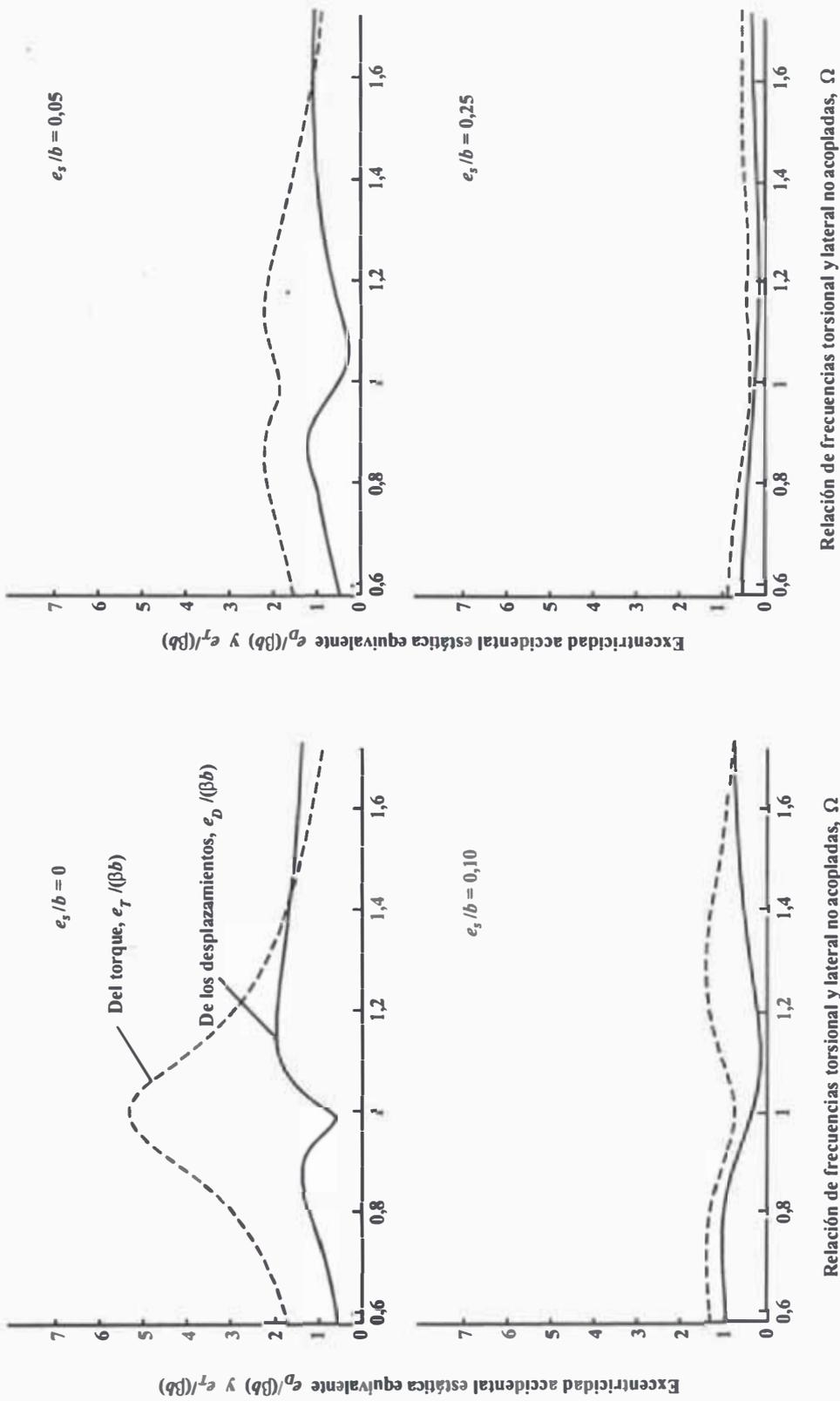


Figura 4: Factor de respuesta dinámico $\Gamma_{\pm b/2}$ como una función de Ω , cinco valores diferentes de la excentricidad estática $e_s/b=0; 0,05; 0,1; 0,15$ y $0,25$, $e_a/b=0,05$, $T_y=1$ s, y $a/b=1$



a) Lado rígido

Figura 5a: Excentricidades accidentales estáticas equivalentes, $e_D(\beta b)$ y $e_T(\beta b)$, como una función de Ω , cuatro valores de la excentricidad estática $e_s/b = 0; 0,05; 0,10$, y $0,25$, $T_y = 1$ s, y $a/b = 1$



b) Lado flexible

Figura 5b: Excentricidades accidentales estáticas equivalentes, $e_D/(\beta b)$ y $e_T/(\beta b)$, como una función de Ω , cuatro valores de la excentricidad estática $e_s/b = 0; 0,05; 0,10$, y $0,25$, $T_y = 1$ s, y $a/b = 1$

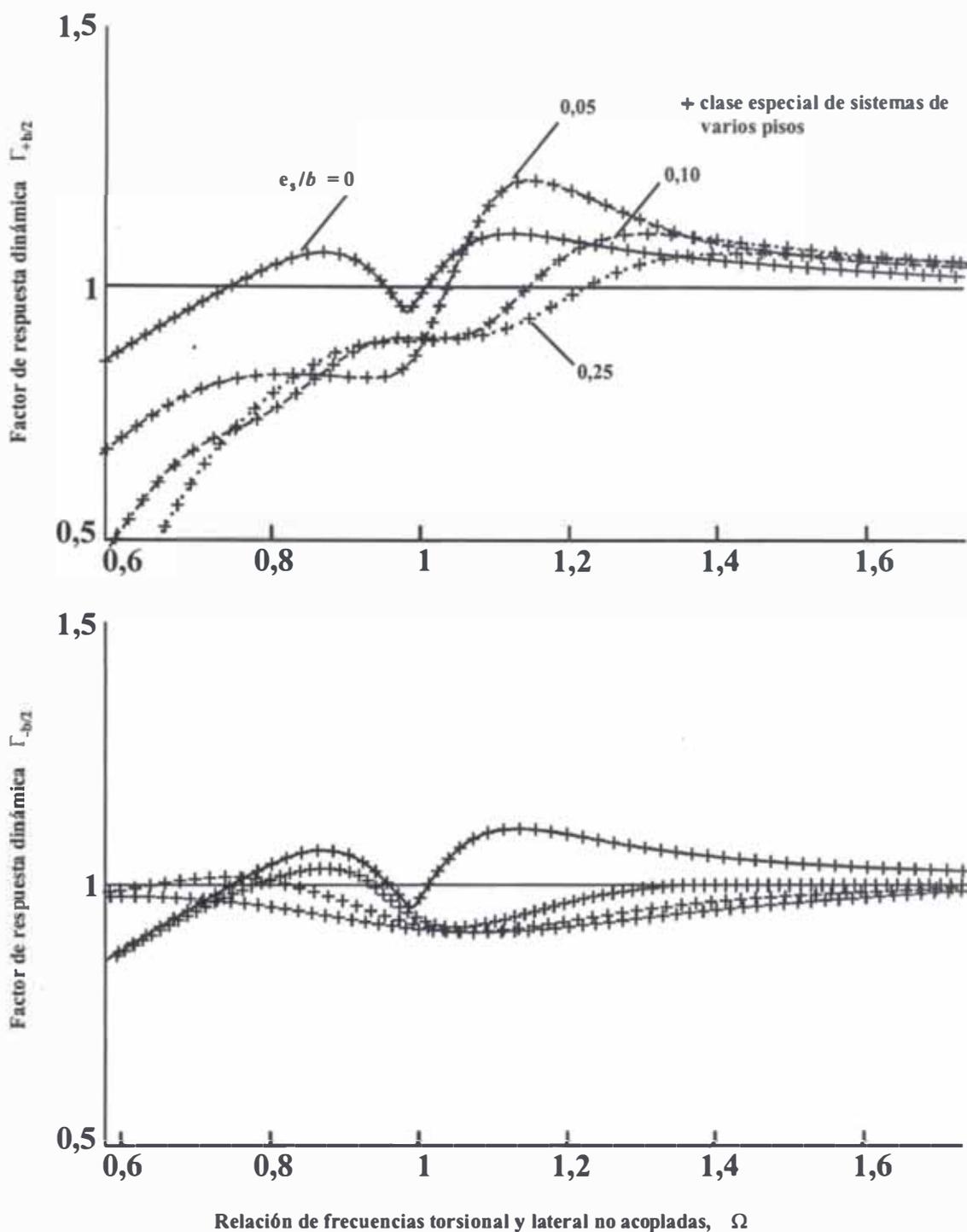


Figura 6: Factor de respuesta dinámico $\Gamma_{\pm b/2}$ como una función de Ω , para un edificio simple y la clase especial de edificio de varios pisos considerado, cuatro valores de la excentricidad estática $e_s/b=0; 0,05; 0,1; \text{ y } 0,25$, $e_a/b=0,05$, $T_y=1$ s, y $a/b=1$

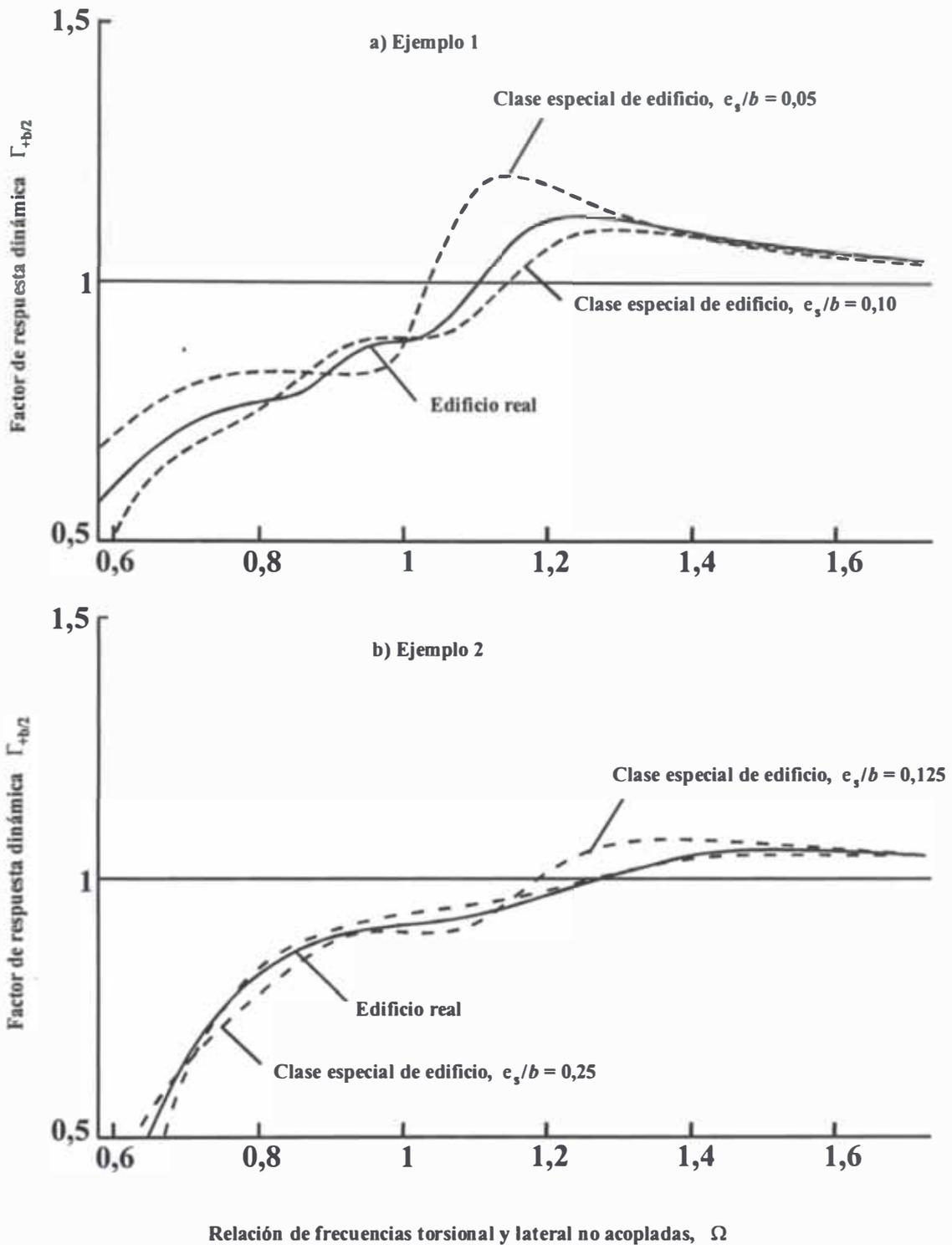


Figura 7: Comparación entre el factor de respuesta dinámica $\Gamma_{+b/2}$ correspondiente a edificios de cinco pisos con excentricidades estáticas no uniformes en cada piso y la misma respuesta obtenida para la clase especial de edificios de varios pisos como una función de Ω , $e_s/b=0,05$; $T_y=1$ s, y $a/b=1$

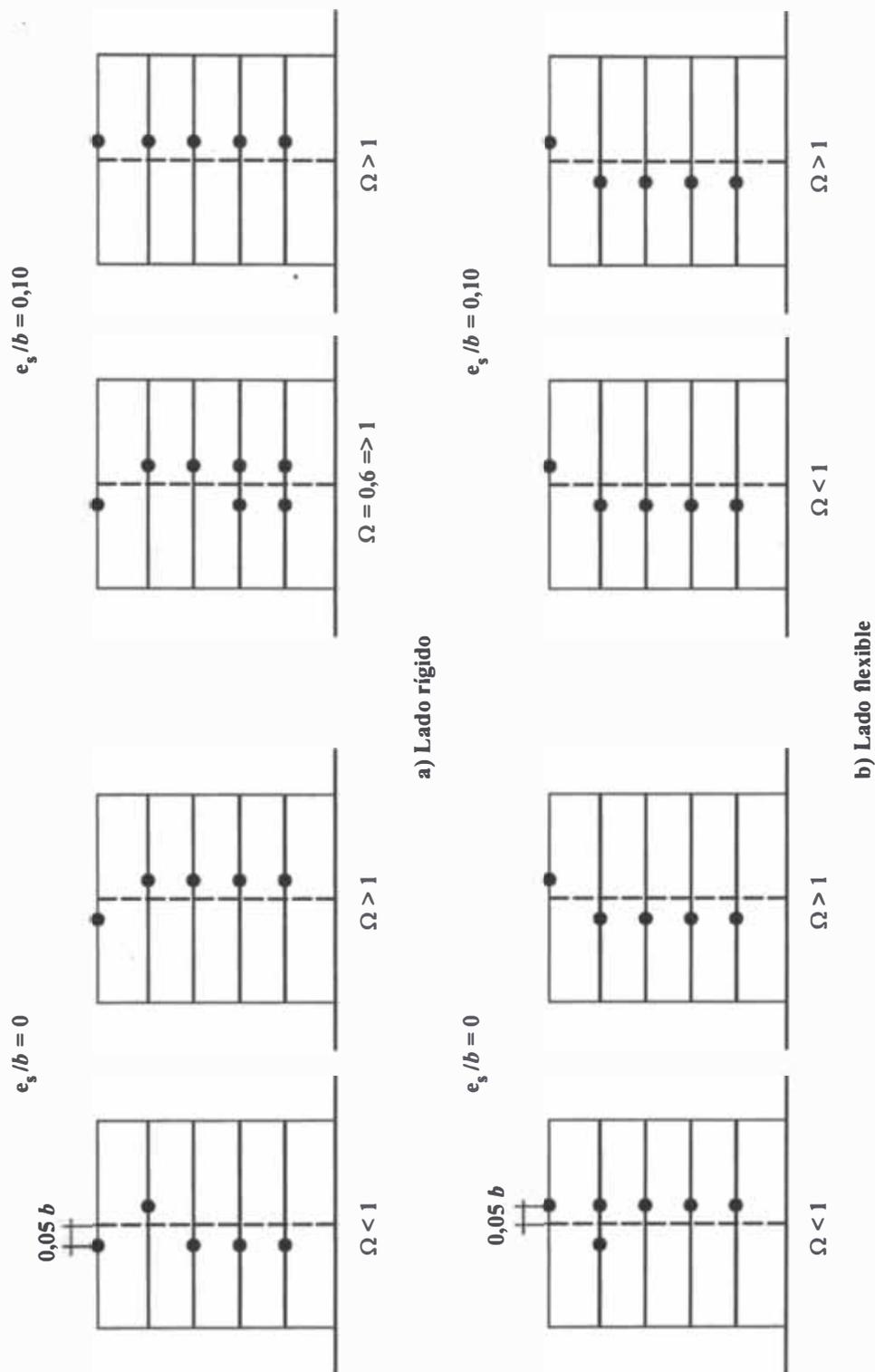


Figura 8: Combinación de excentricidades accidentales e_{aj}/b conduciendo a la máxima respuesta dinámica normalizada $(a_{\pm b/2})_d$, para sistemas con excentricidad estática $e_s/b = 0$ y $0,1$, $T_y = 1$ s, y $a/b = 1$

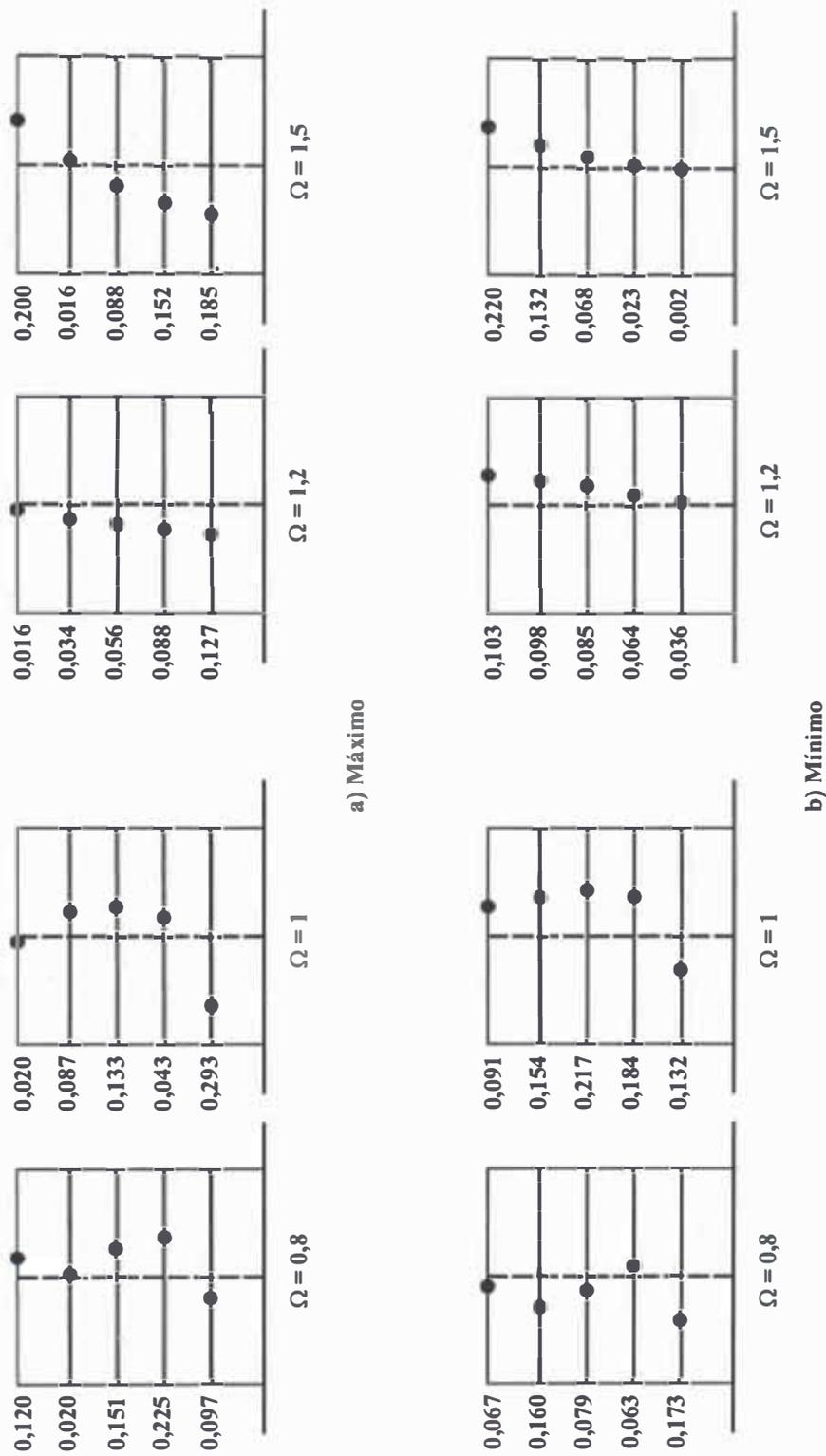


Figura 9: Combinación de excentricidades accidentales conduciendo al máximo factor de respuesta dinámico $\Gamma_{-b/2}$, para sistemas con excentricidades estáticas de piso en el rango $-0,25 \leq e_{ij}/b \leq 0,25$ y excentricidades accidentales $-0,05 \leq e_{aj}/b \leq 0,05$, $T_y = 1$ s, y $a/b = 1$

CAP. V. NUEVO PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS PARA LA ESTIMACIÓN DE LOS EFECTOS DE LA TORSIÓN ACCIDENTAL EN EDIFICIOS

5.1 Introducción

Debido a los resultados obtenidos en los capítulos anteriores, esta investigación se ha concentrado en tratar de estimar el incremento en la respuesta sísmica debido a las diversas fuentes de torsión accidental: movimientos rotacionales de la base del edificio, inseguridad en la rigidez de los elementos estructurales, incertidumbre en la ubicación del CM, y falta de certeza en las distribuciones de la rigidez y masa de los pisos a excepción del piso que está siendo analizado. Hasta ahora, el efecto de todas estas fuentes han sido evaluadas para el comportamiento elástico de edificios. Los resultados generados en estos capítulos nos permiten: (1) evaluar el nivel de la respuesta que está implícita en las previsiones de los diferentes códigos sísmicos referente a la torsión accidental, y (2) formular modificaciones a las previsiones actuales del código basadas en los recientes resultados disponibles de las investigaciones. Estas modificaciones son presentadas en este capítulo como un nuevo procedimiento para incorporar los efectos de la torsión accidental en el análisis de un edificio.

5.2 Nuevo procedimiento de análisis para la torsión accidental

Esta sección describe los pasos requeridos para implementar un nuevo procedimiento de análisis para la torsión accidental:

1. Determinar la relación Ω entre las frecuencias fundamentales de movimientos torsionales y laterales no acoplados del edificio.
2. Obtener el incremento en los desplazamientos del borde del edificio, resultante de todas las fuentes de torsión accidental; este incremento es una función de Ω y de la relación b/r entre la dimensión del plano ortogonal a la dirección del sismo y el radio de giro de la planta del edificio.
3. Calcular, el incremento en los desplazamientos, debido a la torsión accidental, en las ubicaciones de todos los planos resistentes interiores; cada plano resistente puede incluir pórticos, muros, y otros elementos estructurales.
4. Calcular las fuerzas en los miembros estructurales de cada plano resistente, mediante la amplificación de las fuerzas correspondientes al sistema sin torsión accidental por los factores determinados en los pasos 2 y 3.

5.3 Relación de frecuencias de vibración no acopladas de un edificio, Ω .

Entre los parámetros del sistema que influyen en la respuesta torsional de un edificio, quizás el más significativo es la relación entre sus frecuencias fundamentales de vibración torsional y lateral no acopladas.

La relación de frecuencias no acopladas es definida aquí, como la relación entre ω_θ y ω_y (ó ω_x), que son las frecuencias fundamentales torsionales y laterales del edificio hipotético con planta simétrica definido por las matrices de rigidez lateral y torsional K_y (ó K_x) y K_θ , igual a aquellos del edificio real. Aunque ω_θ y ω_y pueden ser calculados mediante el uso procedimientos de solución estándar para problemas de valores característicos, ellos pueden ser estimados con suficiente precisión por el método de Rayleigh.

Antes de usar el método de Rayleigh necesitamos pensar en una forma para los primeros modos de vibración lateral y torsional. Una alternativa para estimar estos dos modos es calcular los desplazamientos estáticos correspondientes a los siguientes dos sistemas, respectivamente: (1) un sistema de planta simétrica con matriz de rigidez lateral K_y (ó K_x) y cualquier razonable distribución en la altura de las fuerzas estáticas equivalentes F_i , $i=1, \dots, N$, tal como el especificado por los códigos sísmicos, y (2) un sistema de planta simétrica con matriz de rigidez torsional K_θ sujeto a cualquier distribución razonable en la altura de los torques de los pisos T_i , $i=1, \dots, N$, tal como $F_i e$, $i=1, \dots, N$, donde e es el valor de una excentricidad arbitraria (por ejemplo, $e = \beta b$), y F_i son las fuerzas usadas para obtener el modo de vibración lateral. Si los resultados de los desplazamientos laterales del primer sistema son denotados como δ_i , $i=1, \dots, N$ y las rotaciones en el segundo sistema como θ_i , $i=1, \dots, N$, las frecuencias laterales y torsionales no acopladas del sistema son:

$$\omega_y \cong \sqrt{\frac{\sum_i F_i \delta_i}{\sum_i m_i \delta_i^2}} \quad \omega_\theta \cong \sqrt{\frac{\sum_i T_i \theta_i}{\sum_i I_{pi} \theta_i^2}} \quad (1)$$

Una vez que ω_y y ω_θ son calculados, la relación de frecuencias no acopladas $\Omega = \omega_\theta / \omega_y$ puede ser estimada. Estudios numéricos muestran que el valor resultante de Ω es más aproximado que ω_y y ω_θ individualmente, por que los errores presentados

en el cálculo de estas frecuencias tiende a anularse cuando su relación es determinada. Nótese que para el cálculo de Ω se requiere sólo la masa de cada piso y la rigidez lateral de cada plano resistente.

Un gran valor de Ω para un edificio, implica que el edificio es torsionalmente rígido con elementos resistentes cerca al perímetro del plano del edificio. Por otro lado, un pequeño valor de Ω indica un edificio torsionalmente flexible con un núcleo central rígido pero un perímetro flexible. La línea que divide a los sistemas torsionalmente flexibles y rígidos puede fijarse en $\Omega=1$. Para la mayoría de los edificios los rangos de Ω están entre 0.8 y 1.5.

5.4 El incremento en la respuesta del edificio debido a la torsión accidental

El paso más importante en el nuevo procedimiento de análisis es estimar el incremento en la respuesta del edificio, que resulta de todas las fuentes de torsión accidental. A continuación, definiremos el desplazamiento normalizado de la planta del edificio a una distancia x del CM como la relación $\hat{u}_x = u_x^*/u_x$ entre el desplazamiento u_x^* del sistema considerando el efecto de todas las fuentes de torsión accidental y el desplazamiento u_x del sistema sin considerar la torsión accidental. Así, un valor de $\hat{u}_{b/2}$ mayor a uno implica un incremento de $\hat{u}_{b/2} - 1$ en el desplazamiento lateral del edificio ($x = b/2$) desplazamiento debido a la torsión accidental.

5.4.1 Procedimiento de análisis

El incremento en los desplazamientos del edificio debido a fuentes individuales de torsión accidental, tal como incertidumbre en la rigidez y en la masa, excitación torsional de la base y otras, es una función de los parámetros del sistema p , que son variables fortuitas que describen las matrices de rigidez y masa del sistema, y una excitación rotacional incierta de la base $a_{g\theta}(t)$. Un primer orden de aproximación para el promedio y la desviación estándar del desplazamiento normalizado está dado por

$$\hat{u}_{b/2} = 1 + u_{\hat{u}_{b/2}} \quad (2)$$

$$\sigma_{\hat{u}_{b/2}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_p} \left(\frac{\partial \hat{u}_{b/2}}{\partial p_i} \right)^2 \sigma_{p_i}^2 + \sigma_{a_{g\theta}}^2} \quad (3)$$

Donde $\mu_{(\cdot)}$ y $\sigma_{(\cdot)}$ denotan el promedio y la desviación estándar de (\cdot) ; $\mu_{a_{e\theta}}$ y $\sigma_{a_{e\theta}}$ son el promedio y la desviación estándar de $a_{b/2}$ resultantes de la excitación rotacional de la base; N_p es el número de parámetros del sistema; σ_{p_i} es la desviación estándar del parámetro p_i ; y $\frac{\partial a_{b/2}}{\partial p_i}$ es la sensibilidad de $a_{b/2}$ con respecto al parámetro p_i . Las ecuaciones (2) y (3) pueden también ser extendidas para considerar otros valores de respuesta al sustituir la respuesta normalizada deseada por $a_{b/2}$.

5.4.2 Resumen de resultados a tomar en cuenta

Esta sección resume brevemente los resultados e ideas más relevantes obtenidas en los capítulos anteriores.

1. El mayor incremento en los desplazamientos del edificio resulta de la incertidumbre en la ubicación del CM ortogonal a la dirección del sismo (Fig. 1a.). Algo menores son los efectos de la incertidumbre en la rigidez de los elementos estructurales en la dirección del sismo (Fig. 1b). Estas dos fuentes combinadas explican más del 70% del incremento total en la respuesta debida a la torsión accidental.
2. La incertidumbre en la rigidez y en la ubicación del CM pueden ser modelados como una perturbación de la excentricidad estática del sistema. Esta observación combinada con la anterior justifican parcialmente el procedimiento de análisis dinámico para la torsión accidental, especificada en la mayoría de los códigos sísmicos, en los que la torsión accidental del sistema debida a todas las fuentes es modelada exclusivamente como un cambio de la posición nominal del CM del edificio.
3. El incremento en los desplazamientos de los bordes debido al movimiento rotacional de la base ha sido derivado a partir de rotaciones “reales” de la base de treinta edificios durante terremotos recientes en California. Este incremento es generalmente menor que 8% para sistemas con periodos de vibración lateral no acoplados T_y por sobre 1/2 s y un amplio rango de valores de Ω (Fig. 1c); y puede alcanzar valores tan grandes como 40% para sistemas de periodos cortos ($T_y < 1/2$ s) que son torsionalmente flexibles ($\Omega < 2/3$).

4. El incremento en el desplazamiento del borde, resultante de la incertidumbre en la rigidez de los elementos estructurales en la dirección ortogonal a la dirección del sismo y en la ubicación del CM a lo largo de la dirección del sismo, es en general menor que 15% (Fig. 1d). A decir verdad, este incremento es cero para sistemas nominalmente simétricos y se incrementa con el aumento de la excentricidad de la rigidez del sistema.
5. El incremento en los desplazamientos del borde debido a la incertidumbre en la distribución de rigideces y masas en los pisos excepto el que está siendo analizado (Fig. 1e) está entre el 1/3 a 1/2 del incremento debido a la incertidumbre en estas propiedades en el piso considerado (Fig. 1b).
6. Las mayores fuentes de torsión accidental incrementan la respuesta de sistemas nominalmente simétricos más que a las respuestas de sistemas asimétricos (Capítulo 2). Esta observación se aplica a edificios que son asimétricos en una o ambas direcciones.
7. El incremento en los desplazamientos del borde debido a la incertidumbre en la rigidez y masa, es esencialmente insensible a cambios en el valor del periodo T_y de vibración lateral no acoplado del edificio (Capítulo 2). Por esta razón solamente un periodo de vibración no acoplado $T_y = 1$ s será considerado aquí.
8. Edificios con la dimensión en planta perpendicular a la dirección del sismo, más grande que la otra dimensión, (b/r grande), muestran el máximo incremento en la respuesta debida a la torsión accidental.
9. El incremento en la respuesta de sistemas de un solo piso debido a la torsión accidental es también el resultado para una clase especial de sistemas de varios pisos. Una consecuencia lógica de esta observación es que la respuesta normalizada a una posición especificada en la planta del edificio es idéntica para todos los pisos. De hecho, esta observación también se aplica aproximadamente a edificios en general de varios pisos.

5.4.3 Incremento de la respuesta según el código de diseño UBC

Consideremos el incremento en los desplazamientos del borde de un sistema de un solo piso sujeto a una fuerza lateral equivalente V en la dirección y , y cambiada a una

distancia e_a del CM. El desplazamiento estático u_x^* a una distancia x del CM producido por la fuerza estática V aplicada a una distancia $e_a = \beta b$ del CM es

$$u_x^* = \frac{V}{K_y} - V \frac{(e_s - e_a)(x - e_s)}{K_\alpha} \quad (4)$$

Donde K_y es la rigidez lateral del sistema en la dirección y ; K_α es la rigidez torsional del sistema respecto del CR; y $e_a = \pm \beta b$ es la excentricidad accidental. El correspondiente desplazamiento u_x cuando V es aplicado en el CM es obtenido al asumir $e_a = 0$ en la Ec. (4), es decir:

$$u_x = \frac{V}{K_y} - V \frac{e_s(x - e_s)}{K_\alpha} \quad (5)$$

La relación $\hat{u}_x = u_x^*/u_x$ de desplazamientos estáticos es una medida del incremento en la respuesta debida a la excentricidad accidental e_a . Después de una simple manipulación algebraica \hat{u}_x es mostrado como

$$\hat{u}_x = \frac{\Omega_s^2 - (b/r)^2 (e_s/b - e_a/b)(x/b - e_s/b)}{\Omega_s^2 - e_s/b (b/r)^2 (x/b - e_s/b)} \quad (6)$$

Donde $\Omega_s^2 = \Omega^2 - (e_s/r)^2$. La ecuación (6) para $x = \pm b/2$ es graficada en la Fig. 3a como una función de Ω para edificios con planta cuadrada, es decir, $b/r = \sqrt{6}$. Para ambos bordes, $\hat{u}_{\pm b/2}$ disminuye a medida que Ω se incrementa, como debe ser, puesto que estos sistemas son más rígidos en torsión y, así menos afectados por la excentricidad accidental.

Los desplazamientos normalizados en los bordes rígido y flexible del sistema descrito arriba y calculados por el análisis dinámico del código para el edificio con el CM cambiado una distancia $e_a = \pm \beta b$ son presentados en la Fig. 3b. Es evidente que las tendencias de \hat{u}_x predeterminadas en el edificio por el análisis estático y dinámico del código difieren considerablemente, especialmente para edificios torsionalmente flexibles, $\Omega < 1$ (Capítulo 4).

Una comparación directa entre las figuras 2 y 3 muestra que los desplazamientos normalizados del borde, determinados por el análisis dinámico del código, tienen similares tendencias a aquellas respuestas normalizadas “reales” debido a las fuentes de

torsión accidental. Sin embargo, el procedimiento de análisis estático para la torsión accidental no es consistente con el incremento “real” en la respuesta debida a la torsión accidental, y por lo tanto, debe ser modificado.

5.4.4 Consideraciones de diseño

Ahora compararemos los desplazamientos laterales normalizados $\alpha_{b/2}$ determinados al considerar muchas fuentes de torsión accidental, con los valores predeterminados por las previsiones del código. También, presentaremos resultados del incremento “registrado” en la respuesta de tres edificios nominalmente simétricos debido a la torsión accidental calculados a partir de registros de movimientos sísmicos en estos edificios. Ellos fueron escogidos porque proporcionan un límite superior para el incremento en la respuesta debida a la torsión accidental (Fig. 2).

En la Fig. 4 se compara $\alpha_{b/2}$, predeterminado por el análisis dinámico del código (Fig. 3b), con el valor “real” calculado de las ecuaciones (3) y (4) y presentados anteriormente en la Fig. 2. El incremento en los desplazamientos del borde por el código es mucho mayor que el valor promedio del incremento “real”, sin embargo, es casi la mitad del promedio más una desviación estándar del valor “real”. Esto implica que la probabilidad de exceder el valor del código está en el rango entre el 15% (promedio más una desviación estándar) y el 50% (resultado promedio). A decir verdad, bajo ligeras suposiciones se puede demostrar que el incremento en la respuesta del sistema es razonablemente modelado por una distribución gaussiana con promedio y desviaciones estándar como se muestra en la Fig. 4. Con base en este modelo es posible concluir que el valor de $\alpha_{b/2}$ del código corresponde a la probabilidad de excedencia de aproximadamente el 30%. Esto implica que la probabilidad de exceder el incremento en la respuesta predeterminada por el análisis dinámico especificado en el código usando la excentricidad accidental $e_a = \pm 0.05b$, es aproximadamente de uno en tres casos.

Naturalmente, una pregunta surge: ¿cuál es el nivel de diseño apropiado para la torsión accidental, la probabilidad de excedencia de 50%, 30%, 15%, u otra? La respuesta a esta pregunta va más allá del ámbito de este trabajo, de hecho esto va directamente a las raíces de la filosofía del diseño sísmico. El nivel de diseño para la torsión accidental debe ser consistente con la probabilidad de excedencia para la repuesta lateral implicada

en los códigos sísmicos. Sin embargo, ese nivel de respuesta no está definido explícitamente en los códigos de diseño actuales.

Para ayudar a los profesionales que desarrollan los códigos en escoger un apropiado nivel de respuesta, presentaremos los efectos “registrados” de la torsión accidental, determinados a partir de movimientos en edificios registrados durante terremotos. Aunque tales datos son escasos, se han obtenido para tres edificios nominalmente simétricos sujetos a los terremotos de Whittier (1987), Loma Prieta (1989), y Upland (1990). Los valores “registrados” de los desplazamientos laterales calculados a partir de movimientos registrados en los edificios A, B, y C son iguales a 1.03, 1.11, y 1.39, respectivamente, y están graficados en la Fig. 5 con los correspondientes valores de $\Omega=1.52$, 1.42 y 1, respectivamente; junto con aquellos calculados por el análisis dinámico del código usando $e_a = \pm 0.05b$, $b/r \cong 3.12$, 2.67 y 3.22, y $T_y=0.7$, 0.3, y 0.7s. Claramente, el incremento “registrado” en $\hat{u}_{h/2}$ obtenido para los edificios A y B es menor que el incremento en la respuesta predeterminada por el código. Por otro lado, el incremento “registrado” en la respuesta del edificio C parece ser mayor que la predicción del código. Debido a que el edificio A es torsionalmente más rígido que los otros dos edificios, no es sorpresa que los efectos de la torsión accidental sean menores en este edificio. A medida que la relación de frecuencias Ω disminuye, los efectos de la torsión accidental se incrementan. Nótese que aunque el incremento “registrado” en los desplazamientos perimetrales del edificio C es mayor que el predeterminado por el análisis dinámico del código, un ligero cambio en el valor de Ω llevará a este edificio más cerca de los resultados del código. Esta observación sugiere que para efectos de diseño debemos ignorar los declives en las curvas para $\Omega \cong 1$, donde la respuesta del sistema es muy sensible al valor de Ω .

Como se mencionó anteriormente, un importante inconveniente en las previsiones actuales del código es que los procedimientos de análisis estáticos y dinámicos especificados predicen incrementos considerablemente diferentes en las fuerzas de diseño debido a la torsión accidental. Esta discrepancia puede ser evitada al definir una única envolvente de diseño para el incremento en los desplazamientos del borde debido a la torsión accidental. La envolvente de diseño propuesta es:

$$\hat{u}_{b/2} = \begin{cases} A & 0 \leq \Omega \leq 1 \\ A - \frac{A-1}{\Omega_c - 1} (\Omega - 1) & 1 < \Omega \leq \Omega_c \\ 0 & \Omega > \Omega_c \end{cases} \quad (7)$$

Así, el valor de diseño es constante en A desde $\Omega=0$ a 1 y disminuye linealmente a medida que Ω se incrementa de 1 a Ω_c . Se ha seleccionado $\Omega_c=1.8$ debido a que para grandes valores de Ω , el incremento en la respuesta debida a la torsión accidental es insignificante para propósitos de diseño.

El valor de A es definido como una función de b/r por conveniencia en aplicaciones de diseño. Valores numéricos para el máximo valor de $\hat{u}_{b/2}$ sobre todos los valores de Ω , y para valores fijos de b/r y probabilidad de excedencia, son graficados como una función de b/r en la Fig. 6a. El rango para b/r seleccionado en esta figura es $0 \leq b/r \leq \sqrt{12}$ y cubre en la práctica a la mayor parte de los edificios, desde plantas estrechas a plantas muy alargadas en la dirección perpendicular al sismo.

Estos datos, obtenidos de los resultados de los análisis dinámicos especificados en el código, tal como aquellos presentados en la Fig. 6b, son para sistemas nominalmente simétricos. Es evidente que la variación de A con b/r es cuadrática, y puede ser aproximada por la siguiente ecuación:

$$A = 1 + 0.0475(b/r)^2 \quad (8)$$

Donde: $b/r = \sqrt{12 / (1 + (a/b)^2)}$.

Los valores de A calculados a partir de esta ecuación corresponden a la probabilidad de excedencia de aproximadamente 30%, implícito, como se mencionó antes, en el UBC.

Para diseños más conservadores asociados con menor probabilidad de excedencia, el coeficiente 0.0475 debe ser incrementado en la Ec. (8).

En la figura 6b se muestra una comparación entre $\hat{u}_{b/2}$ de la Ec. (7) y la predicción del análisis dinámico especificado en el código para sistemas con $T_y=1$ s y $b/r \cong 3.5, 3$ y 2.5 . Las ecuaciones (7) y (8) han sido intencionalmente calibradas para producir valores que son conservadores, especialmente para el rango $0.9 \leq \Omega \leq 1.1$. Hay tres razones para esto. Primero, la estimación de la relación de frecuencias no acopladas del sistema está obviamente sujeta a error; por ello tomamos distancia del declive en la curva de la

respuesta cerca de $\Omega=1$ la cual no es apropiada para el diseño. Segundo, tal como se mostrará en la siguiente sección, este conservismo demuestra ser útil en la previsión de los planos resistentes en el interior de la planta del edificio para ser diseñados bajo el procedimiento desarrollado. Y tercero, la empírica evidencia presentada para el edificio C (Fig. 5) muestra que el incremento “registrado” en la respuesta para un sistema con $\Omega \cong 1$ puede ciertamente ser mayor que el predeterminado por el análisis dinámico especificado en el código para la torsión accidental.

5.5 Incremento en los desplazamientos para planos resistentes interiores

Ahora tocaremos el problema de cómo determinar los efectos de la torsión accidental en los desplazamientos a lo largo de un plano resistente ubicado a una distancia x del CM una vez que el incremento en el desplazamiento en los bordes de la planta del edificio es conocido.

Una posibilidad es usar la Ec. (6) para expresar el desplazamiento normalizado \hat{u}_x de un plano resistente a una distancia x del CM en términos del desplazamiento normalizado $\hat{u}_{b/2}$ en el borde

$$\hat{u}_x = 1 + (\hat{u}_{b/2} - 1) \frac{\frac{\Omega_s^2}{(\pm 1/2 - e_s/b)(b/r)^2} - \frac{e_s}{b}}{\frac{\Omega_s^2}{(x/b - e_s/b)(b/r)^2} - \frac{e_s}{b}} \quad (9)$$

El término $\pm 1/2$ en el numerador implica que ambas combinaciones deben ser probadas y el mayor valor de \hat{u}_x debe ser seleccionado.

El desplazamiento normalizado \hat{u}_x calculado con la Ec. (9) es una función de la excentricidad estática del sistema e_s/b .

Sin embargo se puede prescindir de e_s , pues conocer la excentricidad estática del sistema no conduce a mejores estimaciones para el incremento en los desplazamientos de los planos resistentes dentro de la planta del edificio, y estimaciones suficientemente precisas también resultan de asumir $e_s/b=0$. Además, la Ec. (9) predice satisfactoriamente el incremento en los desplazamientos en sistemas con Ω , mayores que 1.25 o menores que 0.8; sin embargo, puede sobrestimar o desestimar en diferentes grados el incremento en la respuesta de los planos resistentes cerca del CM del sistema

cuando $0.8 \leq \Omega \leq 1.25$. Como se mencionó anteriormente, esta es una de las razones para el conservismo sobre este rango de Ω introducido en la envolvente de diseño de la Ec. (7).

Por lo tanto, una expresión aproximada para el desplazamiento normalizado a_x puede ser formulada por la imposición del valor de $e_s/b=0$ en la Ec. (9), lo que conduce a

$$a(x) = 1 + (a_{b/2} - 1) \left| \frac{x}{b/2} \right| \quad (10)$$

Lo cual establece que el incremento en la respuesta debida a la torsión accidental varía linealmente dentro de la planta del edificio sin incremento en el CM y $a_{b/2}$ en los lados del edificio.

5.6 Incremento en las fuerzas de los miembros

Hasta ahora, hemos visualizado los efectos de la torsión accidental como un incremento en los desplazamientos laterales de cada plano resistente en el edificio. En esta sección mostraremos como puede ser estimado el incremento en las fuerzas de diseño para elementos estructurales.

Se demostró en el Capítulo 4 que los desplazamientos laterales normalizados $a_{b/2}$ considerando torsión accidental son esencialmente los mismos para sistemas de un solo piso y un sistema de varios pisos que pertenece a la clase especial, si ambos tienen la misma relación de frecuencia Ω , periodo de vibración lateral T_y , y excentricidad estática e_s . Una importante consecuencia lógica de estos resultados es que el factor de amplificación de a_x obtenido para un plano resistente dado, se aplica a todos los pisos de un edificio de varios pisos que pertenece a la clase especial y por esa razón a las fuerzas en todos los elementos estructurales en el mismo plano resistente. Este resultado no es válido para sistemas generales de varios pisos. Sin embargo, la experimentación numérica con diferentes edificios ha demostrado que es una buena aproximación en la mayor parte de situaciones prácticas (Capítulo 4).

En consecuencia, los efectos de la torsión accidental pueden ser considerados en el análisis, al amplificar las fuerzas de los miembros de un plano resistente, calculados para el edificio sin torsión accidental, por los factores dados en las ecuaciones (8), y (10).

5.7 Ejemplos

En esta sección, calcularemos la respuesta considerando la torsión accidental en dos hipotéticos edificios de acero de cinco pisos, el primero pertenece a la clase especial pero no el segundo, y sujetos a sismo en la dirección y . Esta respuesta es calculada usando el procedimiento de análisis simplificado descrito en las secciones precedentes; también se presentan los resultados del procedimiento de análisis dinámico especificado en el UBC.

Los planos y elevaciones de los pórticos resistentes a momentos, en los dos edificios son presentados en la Fig.7. Los dos diferentes pórticos de acero, resistentes a momentos son usados para la resistencia lateral. Estos pórticos están ordenados simétricamente respecto de ambas direcciones principales en el edificio E1 y asimétricamente respecto del eje y en el edificio E2; se espera que el edificio E2 tenga significantes movimientos lateral y torsional acoplados. El edificio E1 tiene una planta rectangular con dimensiones $a=22.8$ m (75 pies) y $b=45.6$ m (150 pies) y alturas de los pisos igual a 5.48 m (18 pies) y 4.1 m (13.5 pies) para el primero y los demás pisos, respectivamente. Las masas laterales y rotacionales de cada edificio (respecto del CM) son presentados en la Tabla 1. Por otro lado, el edificio E2 tiene una planta en forma de L con idénticas dimensiones del ala, $b=45.6$ m (150 pies) y alturas de pisos y masas idénticas al edificio E1 (Tabla 1).

Primero estimaremos el incremento en la respuesta debida a la torsión accidental en el edificio E1 implementando la secuencia previamente definida mediante los siguientes pasos:

1. **Relación de frecuencias no acopladas Ω .** La frecuencia fundamental ω_y de vibración lateral en y , del sistema, es calculada por la Ec. (1a) con δ_i igual a los desplazamientos debidos a la variación de la distribución en la altura de las fuerzas laterales del UBC (tabla 1): $\omega_y=7.5382$ rad/s o $T_y=0.83$ s. Similarmente, usando la Ec. (1b) y las rotaciones del edificio debidas a la variación en la altura de los torques accidentales prescrita en el código $= 0.05bF_i$ conducen a $\omega_\theta=8.7043$ rad/s o $T_\theta=0.72$ s. Así, la relación aproximada de frecuencias no acopladas del sistema es:

$$\Omega = \omega_\theta / \omega_y = 1.1547 \quad (11)$$

2. **Incremento en los desplazamientos en el borde del edificio.** Se aplica la envolvente de diseño (Ec. (7)) correspondiendo a la probabilidad de excedencia, de aproximadamente 30%. Se calcula la relación b/r a partir de la relación $a/b = 1/2$, lo que implica que $b/r = \sqrt{12/(1+(a/b)^2)} \cong 3.1$, para luego reemplazar en la Ec. (8) y obtener:

$$A = 1 + 0.0475(3.1)^2 = 1.46 \quad (12)$$

usando este valor de A , calculamos el incremento en los desplazamientos laterales para el edificio E1 a partir de la Ec. (7):

$$a_{b/2} = 1.46 + \frac{1-1.46}{1.8-1}(1.1547-1) = 1.37 \quad (13)$$

Este valor de $a_{b/2}$ implica que para esta estructura los desplazamientos de los planos resistentes en el borde del edificio deben ser incrementados en 37% para incluir la torsión accidental.

3. **Incremento en la respuesta de los planos resistentes interiores.** Para los pórticos 2 y 3, la Ec. (10) da

$$a_{x=b/6} = a_{x=b/6} = 1 + (1.37-1)(b/6)(b/2) = 1.12 \quad (14)$$

4. **Incremento en la fuerza de los elementos.** Puesto que el edificio E1 pertenece a la clase especial, el cortante y los momentos flectores en los elementos estructurales de los pórticos exteriores (1 y 4) y pórticos interiores (2 y 3) son amplificados por 1.37 y 1.12, respectivamente, para incluir la torsión accidental.

En contraste, el análisis dinámico especificado en el código aplicado a este edificio, predice un incremento en el desplazamiento lateral de 35% (Tabla 2). El incremento de 37% en las fuerzas de los miembros calculada por un nuevo procedimiento (Ec. (13)), es similar al incremento del 35% calculado mediante el análisis dinámico. Esto no es sorprendente puesto que hemos escogido un valor numérico de A que fue calibrado con una probabilidad de excedencia de 30%, similar al valor implícito en el código. Es importante notar que para calcular el incremento de 37% en las fuerzas de los miembros, no se requirió adicionales análisis estáticos o dinámicos del edificio, mientras que para aplicar el procedimiento del código son necesarios dos análisis dinámicos. Aunque para este edificio ambos procedimientos conducen a resultados similares, ese no es siempre el caso como se muestra en el siguiente ejemplo.

Procediendo similarmente con el edificio E2 estimamos una relación de frecuencias no acopladas $\Omega = 1.3160$, Nótese que esta estructura no pertenece a la clase especial puesto que los pórticos A y B no tienen matrices de rigidez proporcionales. Para este edificio b/r es igual a 2.72, implicando que $A = 1.35$ de la ecuación (8). A partir de la ecuación (7) obtenemos que $u_{b/2} = 1.35 - (1.35 - 1)/(1.8 - 1)(1.316 - 1) = 1.21$, es decir, un incremento de 21% en los desplazamientos laterales debido a la torsión accidental. Como se mencionó antes, $u_{b/2}$ es calculado por un procedimiento basado en los resultados de estructuras nominalmente simétricas y debe ser un límite superior para el incremento real en los desplazamientos del edificio. Sustituyendo $u_{b/2}$ en la Ec. (10), el incremento en los desplazamientos para el pórtico 2 (Fig. 7) llega a ser 4%.

En resumen, para el edificio E2, nuestro incremento estimado en las fuerzas debido a la torsión accidental es 21% para los pórticos 1 y 3, y 4% para el pórtico 2.

El análisis dinámico especificado en el código, aplicado a este edificio predice un incremento en los desplazamientos en el borde derecho e izquierdo de 13% y 2%, respectivamente; el incremento asociado para el pórtico 2 es 9%. A pesar de los dos análisis dinámicos en tres dimensiones requeridos para calcular estos valores del código, ellos tienen muchas deficiencias con relación a los valores que resultan de la nueva aproximación. Para mencionar algunos, los valores del código: (1) no reconocen que para el edificio E2 y otros parecidos, el incremento “real” en el desplazamiento de los bordes deben ser similares para perímetros rígidos y flexibles (Fig. 3); (2) sólo consideran aquellas fuentes de torsión accidental que pueden ser representadas por un valor constante de la excentricidad accidental (es decir independiente de Ω), así, falta la inclusión de la torsión accidental debida a las otras fuentes, tal como excitación rotacional de la base e incertidumbre en la rigidez que no pueden ser modelados por un valor constante; y (3) no reflejan el hecho de que los edificios asimétricos tienen un desfavorable comportamiento sísmico, pues no toman en cuenta la geometría de la planta de la edificación.

5.8 Resumen y conclusiones

Este procedimiento tiene cuatro ventajas importantes sobre los procedimientos de análisis dinámico y estático especificados en el código para la torsión accidental.

Primeramente, evita los procedimientos adicionales de análisis estructural necesarios para incluir los efectos de la torsión accidental. Así, evita los dos típicos análisis estáticos adicionales del edificio en cada dirección lateral con fuerzas estáticas equivalentes cambiadas a una distancia $\pm \beta b$ del CM, o dos análisis dinámicos en tres dimensiones del edificio con el CM cambiado en $\pm \beta b$.

En segundo lugar, incluye los efectos de todas las fuentes de torsión accidental mientras que los códigos sísmicos incluyen sólo aquellos que pueden ser representados por una excentricidad accidental constante.

En Tercer lugar, da un único valor para el incremento en la fuerza de diseño debida a la torsión accidental en el edificio, mientras que los códigos actuales dan resultados muy diferentes dependiendo si el análisis es estático o dinámico (Capítulo 4).

En Cuarto lugar, el procedimiento establece explícitamente cual es el incremento esperado en las fuerzas de diseño debido a la torsión accidental.

Finalmente, el incremento en las fuerzas de diseño especificadas por el nuevo procedimiento tiene una bien establecida probabilidad de excedencia.

La simplicidad de cálculo inherente en este procedimiento es consistente con el conocimiento actual establecido sobre los efectos “reales” de la torsión accidental en edificios.

El uso de análisis dinámicos en tres dimensiones para explicar la torsión accidental, parecen injustificados puesto que no se gana ninguna precisión adicional, de hecho, la precisión es menor que la del nuevo procedimiento.

El procedimiento de análisis estático del código conduce en muchos casos a resultados erróneos, los que muchas veces son conservadores en sistemas torsionalmente flexibles, pero otras veces desestiman la respuesta sísmica en sistemas torsionalmente rígidos.

Tabla 1: Masas y Fuerzas laterales equivalentes del código UBC

Piso	Masa (N-s ² /cm)	Masa Rotacional (kN-s ² -cm)	F _i (kN)
5	1,58	3436,79	0.2669 V
4	2,63	5727,99	0.2677 V
3	2,63	5727,99	0.2059 V
2	2,63	5727,99	0.1442 V
1	3,68	8019,18	0.1153 V

Tabla 2: Incremento en la respuesta sísmica debido a la torsión accidental

Análisis Realizado	Pórtico No			
	1	2	3	4
	Edificio E1			
Código Dinámico	1,35	1,03	1,03	1,35
Nuevo Procedimiento	1,37	1,12	1,12	1,37
	Edificio E2			
Código Dinámico	1,02	1,09	1,13	
Nuevo Procedimiento	1,21	1,04	1,21	

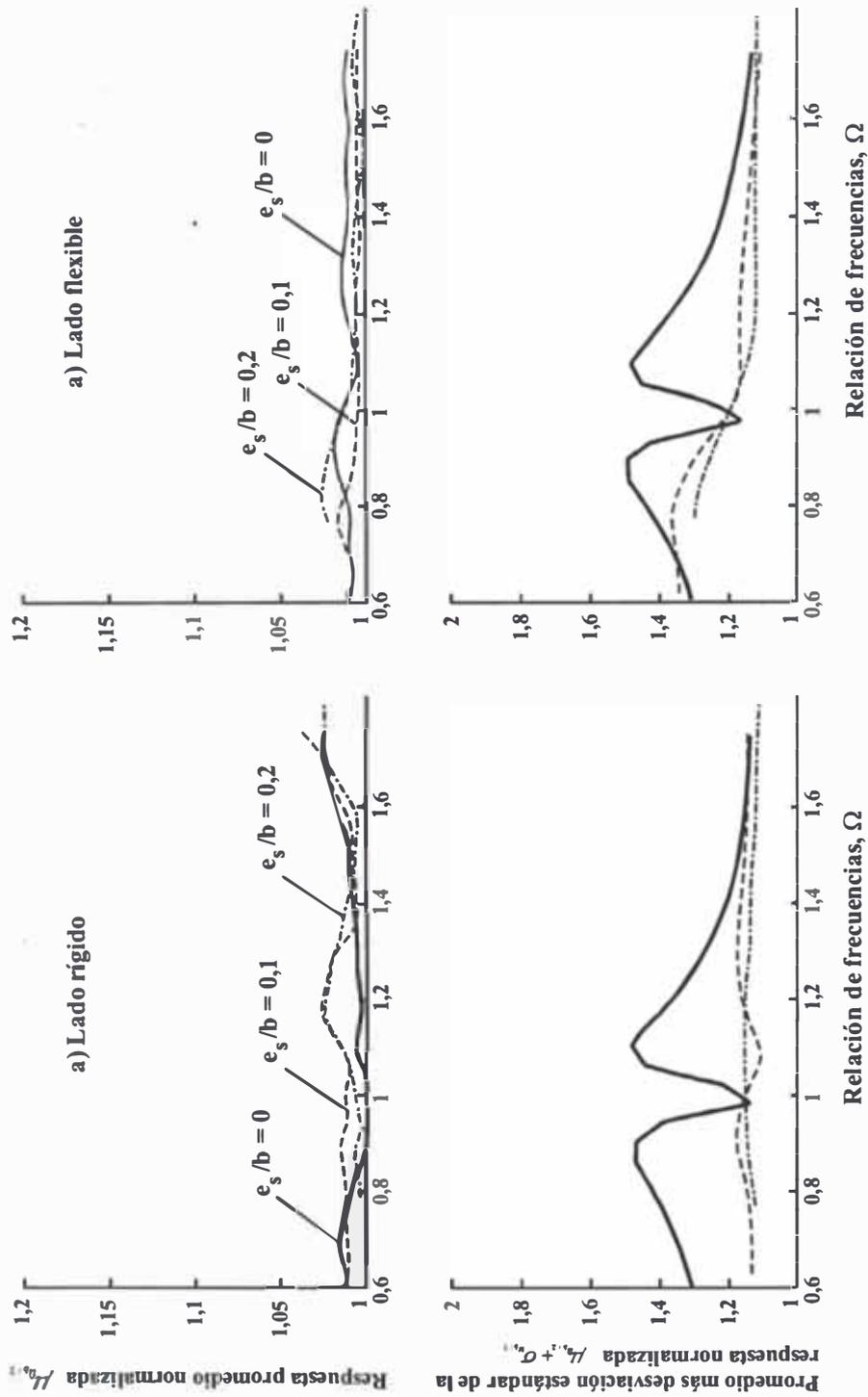


Figura 2: Promedio más una desviación estándar del desplazamiento lateral normalizado $u_{b/2}$ como una función de Ω en sistemas con $T_y = 1$ s, y planta cuadrada $b/r = \sqrt{6}$

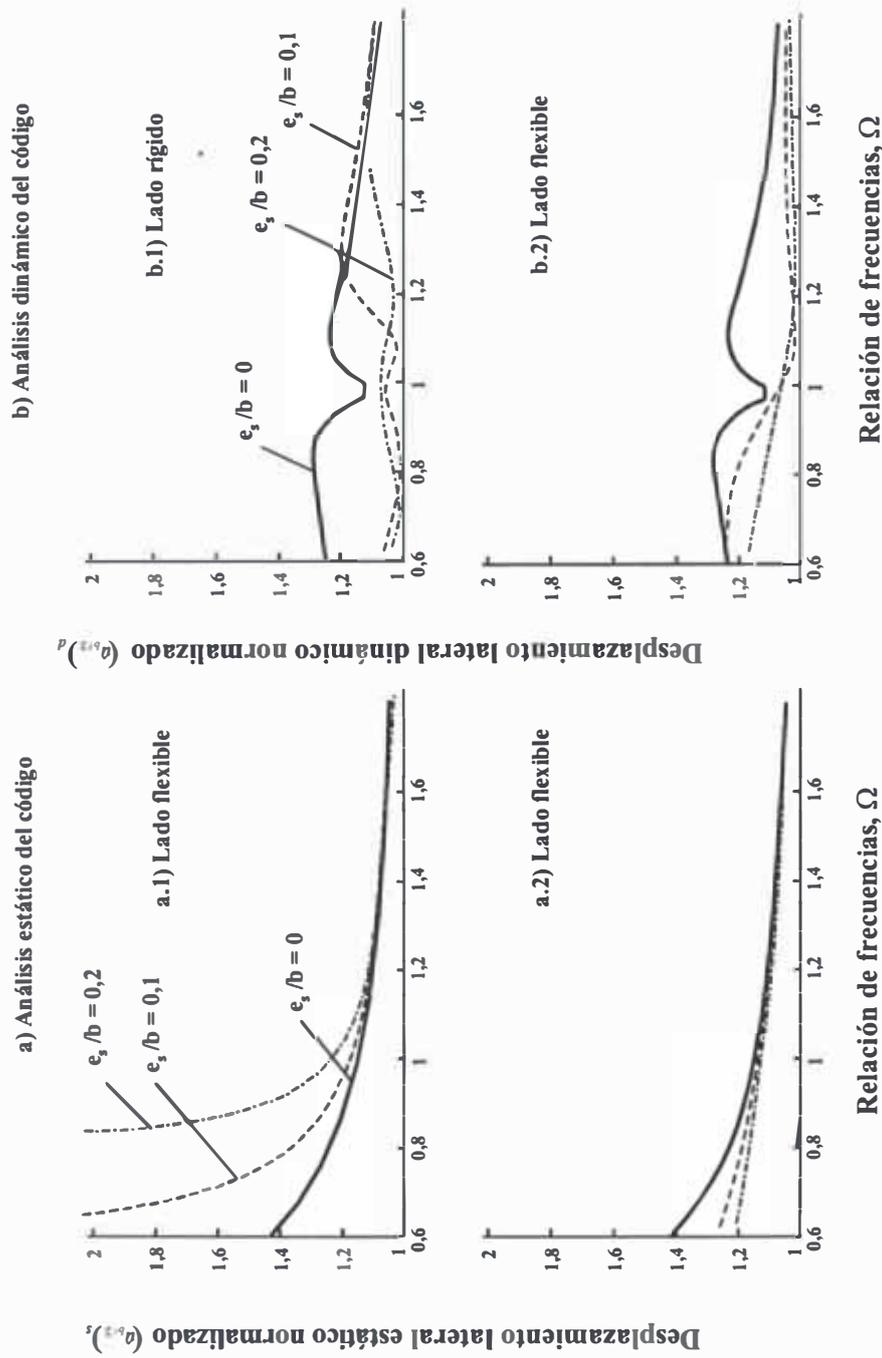


Figura 3: Desplazamiento lateral normalizado $a_{b/2}$ calculado a partir del análisis estático y dinámico del código para torsión accidental en sistemas con $T_y = 1$ s, planta cuadrada $b/r = \sqrt{6}$, y excentricidad estática $e_s/b = 0; 0.1, 0.2$

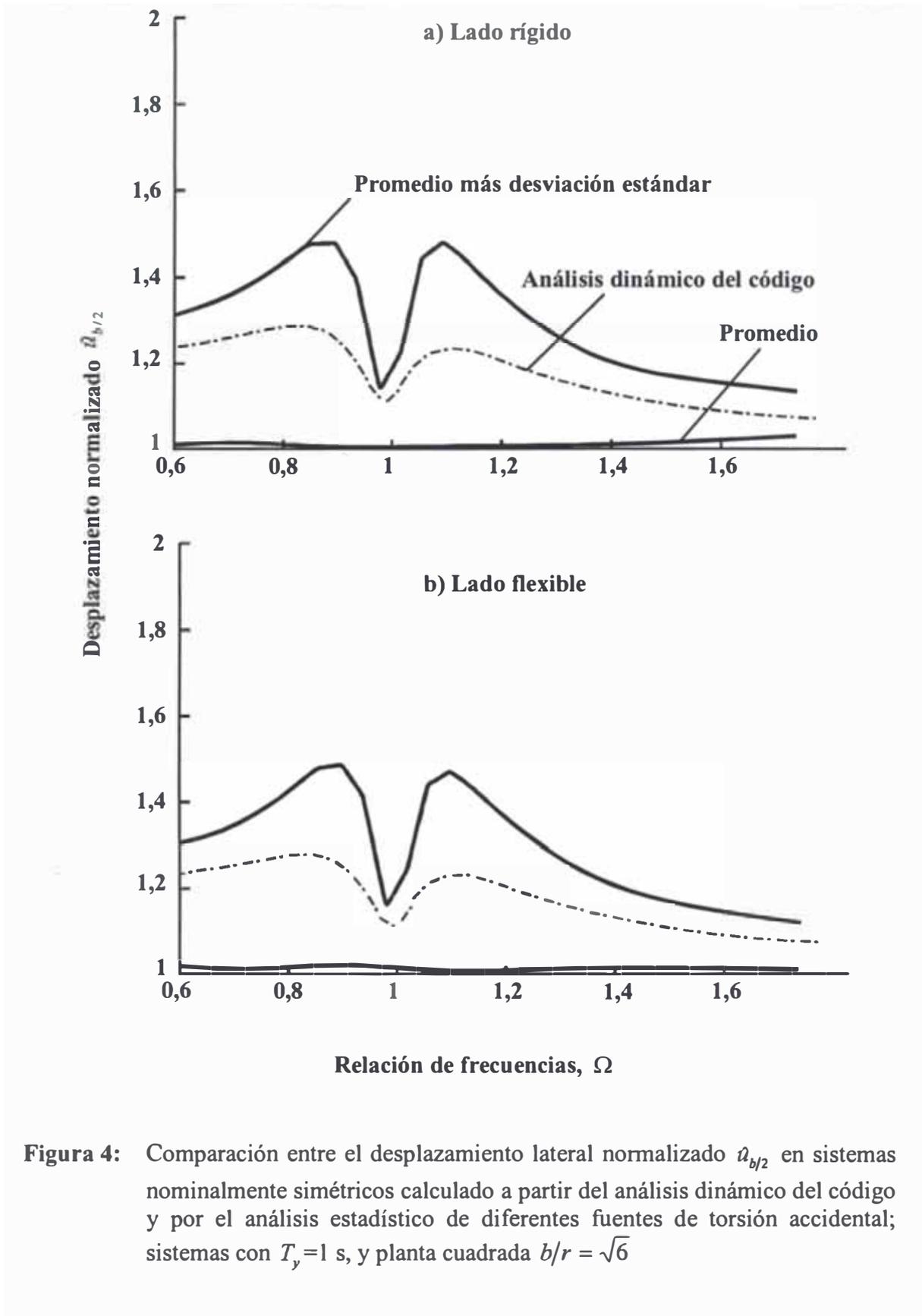


Figura 4: Comparación entre el desplazamiento lateral normalizado $\hat{u}_{b/2}$ en sistemas nominalmente simétricos calculado a partir del análisis dinámico del código y por el análisis estadístico de diferentes fuentes de torsión accidental; sistemas con $T_y = 1$ s, y planta cuadrada $b/r = \sqrt{6}$

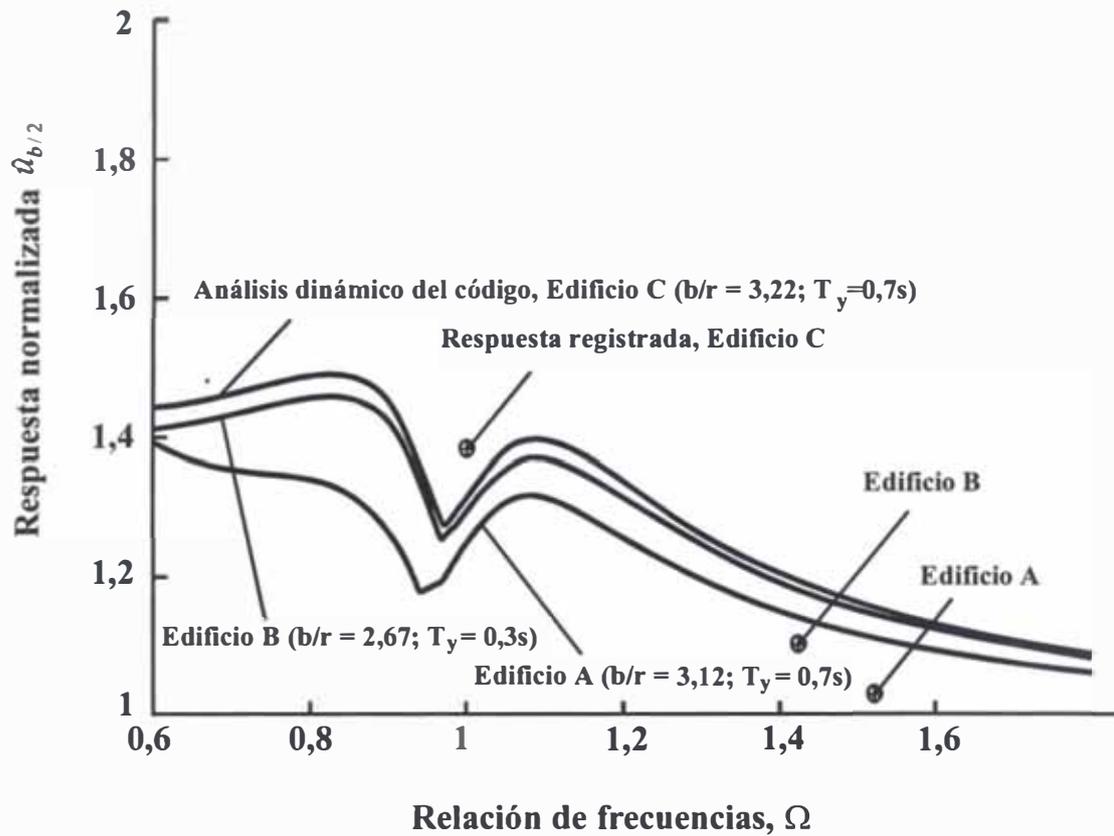


Figura 5: Comparación entre el desplazamiento lateral normalizado “registrado” $\hat{u}_{b/2}$ obtenido de registros en tres edificios nominalmente simétricos y desplazamientos normalizados calculados a partir de análisis dinámico del código con $e_a = \pm 0,05b$; $b/r = 3,12$; $2,67$; y $3,22$; y $T_y = 0,7$; $0,3$ y $0,7$ s, respectivamente

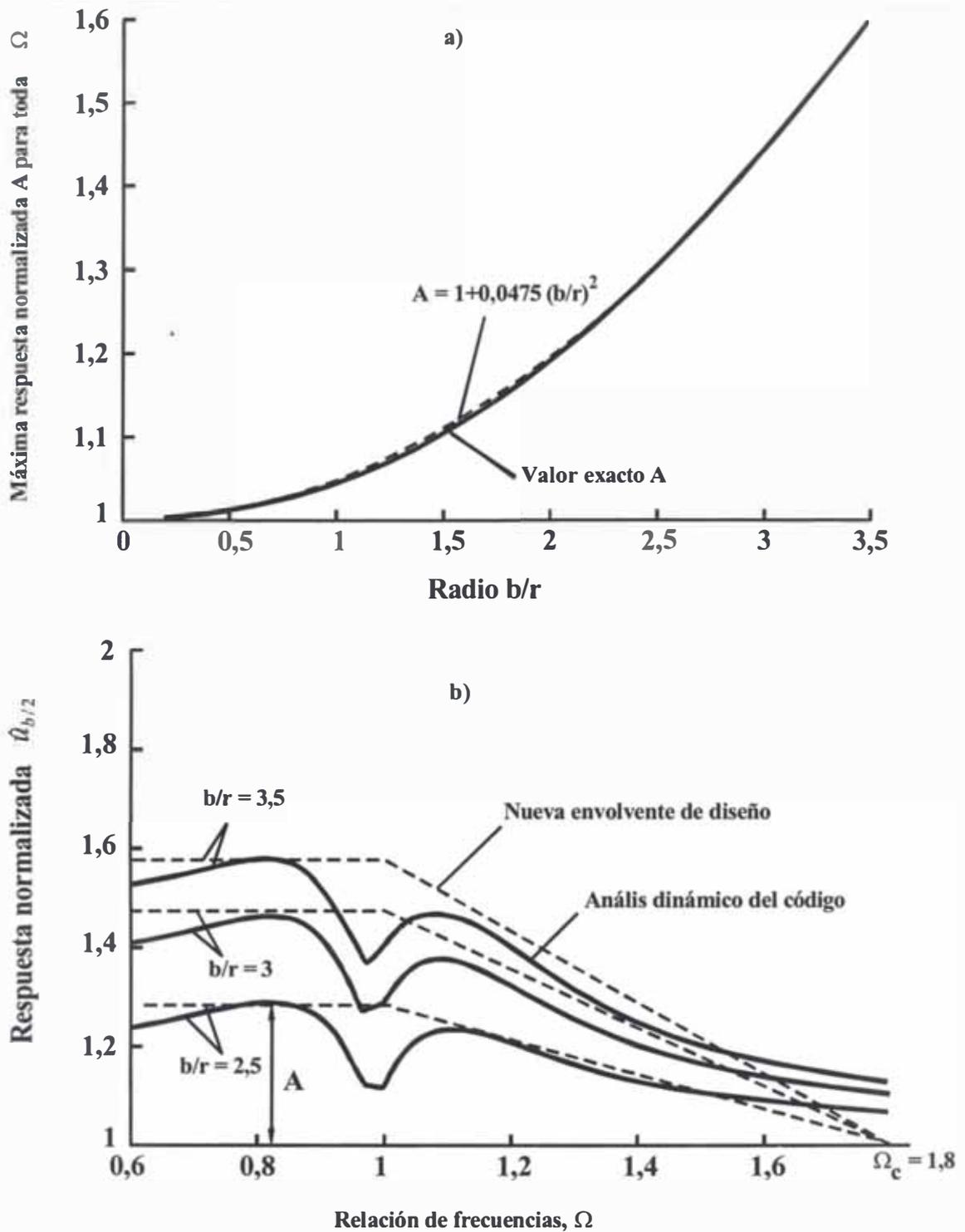


Figura 6: Envolventes de diseño para los desplazamientos laterales $\hat{u}_{b/2}$: (a) variación de la máxima respuesta A normalizada como una función de la relación b/r ; y (b) envolventes de diseño para tres valores de $b/r=2,5$; 3 y 3,5 en sistemas con $T_y=1$ s

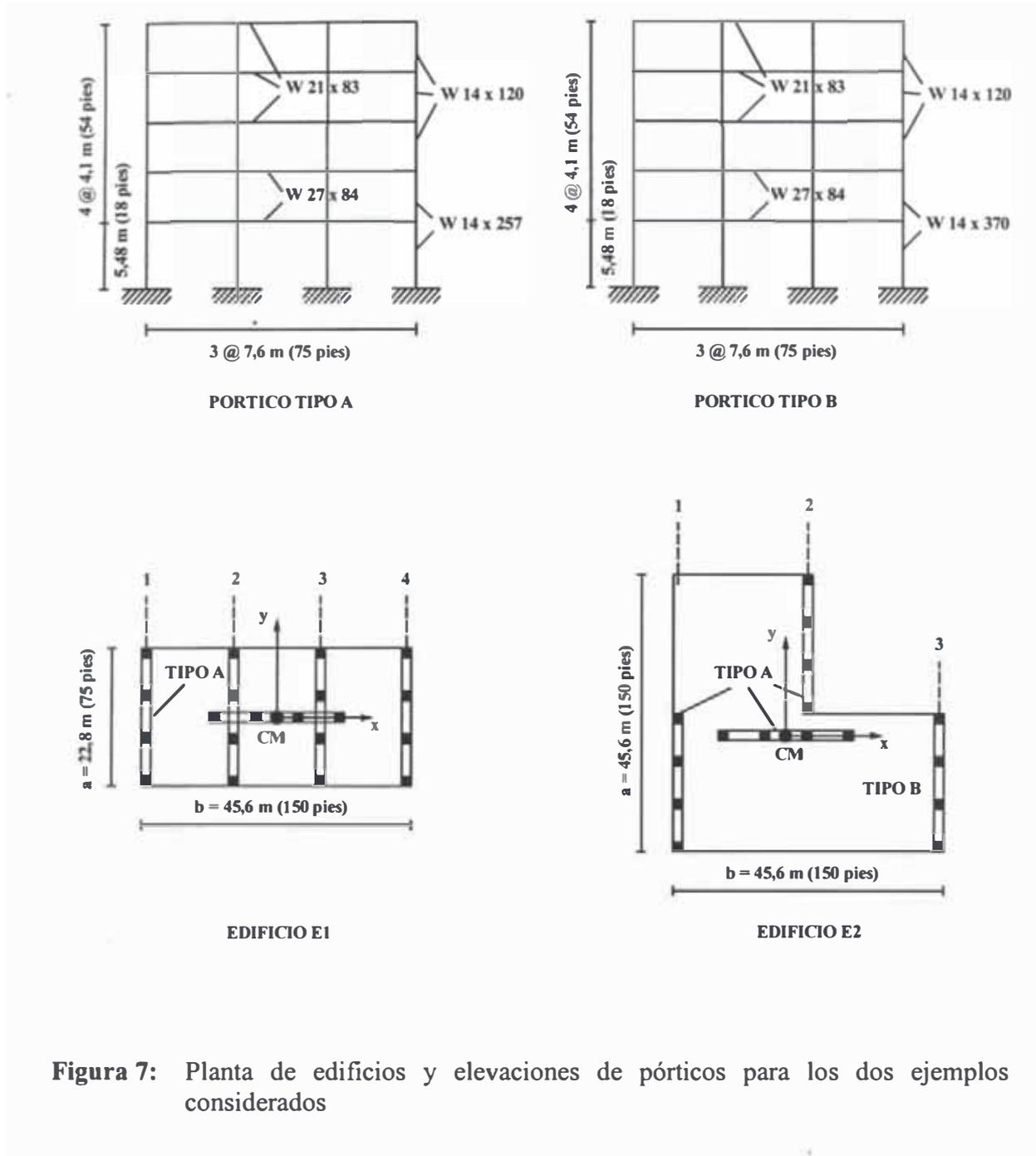


Figura 7: Planta de edificios y elevaciones de pórticos para los dos ejemplos considerados

Tabla 1: Masas y Fuerzas laterales equivalentes del código UBC

Piso	Masa (N-s ² /cm)	Masa Rotacional (kN-s ² -cm)	F _i (kN)
5	1,58	3436,79	0.2669 V
4	2,63	5727,99	0.2677 V
3	2,63	5727,99	0.2059 V
2	2,63	5727,99	0.1442 V
1	3,68	8019,18	0.1153 V

Tabla 2: Incremento en la respuesta sísmica debido a la torsión accidental

Análisis Realizado	Pórtico No			
	1	2	3	4
	Edificio E1			
Código Dinámico	1,35	1,03	1,03	1,35
Nuevo Procedimiento	1,37	1,12	1,12	1,37
	Edificio E2			
Código Dinámico	1,02	1,09	1,13	
Nuevo Procedimiento	1,21	1,04	1,21	

BIBLIOGRAFÍA

1. Hejal R. and Chopra A.K. “Earthquake Response of torsionally – Coupled buildings” Report N° UCB/EERC - 87, University of California at Berkeley USA, (Diciembre 1987).
2. WK – TSO, Estimación del Momento Torsional Sísmico en Edificaciones de varios niveles (1989).
3. Chopra Anil K. and de la Llera Juan C, “Accidental and natural torsion in earthquake response and design of building”, Report N° UCB/EERC - 94/07 , University of California at Berkeley USA, (Junio 1994).
4. Pedro Hidalgo, Arturo Arias, “Rango de validez del Método Estático de análisis sísmico de edificios – Irregularidad Torsional”, Pontificia Universidad Católica de Chile, (Enero 1994).
5. Reglamento Nacional de Construcciones, Norma Técnica de Edificación E-030, Diseño Sismorresistente, Perú (1998).
6. Javier Piqué & Hugo Scaletti, “Análisis Sísmico de Edificios”, Lima Perú.
7. Angel San Bartolomé, “Análisis de Edificios”, Pontificia Universidad Católica del Perú, (1998).