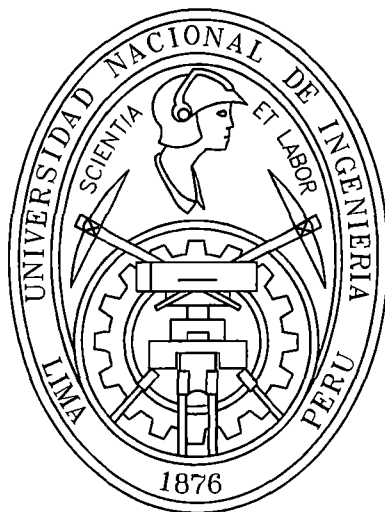


**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL**



**SIMULACIÓN DEL COMPORTAMIENTO ESFUERZO - DEFORMACIÓN  
DE SUELOS GRANULARES EMPLEANDO EL MODELO CONSTITUTIVO  
HIPOPLÁSTICO**

**TESIS**

**Para optar el Título Profesional de:**

**INGENIERO CIVIL**

**Geinfranco Rhunan Villalta Neira**

**LIMA - PERÚ**

**2011**

**Digitalizado por:**

**Consortio Digital del  
Conocimiento MebLatam,  
Hemisferio y Dalse**

*A mis padres Adolfo Villalta Arias y  
Virginia Neira López, por su apoyo incondicional  
hasta la actualidad, y a DIOS por darme una vida llena de felicidad.*

## **AGRADECIMIENTOS**

En el verano del 2009, gracias a las bondades del internet, pude iniciar contacto con el instituto de investigación geotécnica de la universidad de Karlsruhe, quienes con gran disposición me ayudaron hasta el último momento en desarrollar esta investigación, incluyéndome en la gran red de investigación del tema a nivel mundial. Es así que quiero agradecer a Carlos Grandas, estudiante de Doctorado, Profesor D. Kolymbas y el Dr. W. Fellin por haberme brindado toda la bibliografía necesaria para estudiar los temas.

Un agradecimiento para el Ph.D. David Mašín, de la universidad de Charles en Praga, por haberme ayudado en la elaboración de las rutinas, y haber atendido todas mis consultas, en extensas comunicaciones durante todos los días que duró elaborar esta tesis.

Al Dr.-Ing. Gerd Gudehus, del Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik, por haberme enviado sugerencias, y revisar algunos resultados parciales de la investigación.

Sin embargo, todo esto se hubiera quedado en ideas, sino fuera por la ayuda de mi asesor M.Sc. Denys Parra, quien me ayudó a complementar los conocimientos necesarios para la tesis, y siempre me mostró disposición para ayudarme y motivarme durante el proceso de la misma.

Al laboratorio de la empresa Vector Perú S.A.C., a cargo del Ing. Carlos Soto, por realizar los ensayos necesarios para poder calibrar el modelo, además de brindarme su amistad.

Al Ing. Patricio Gómez, Gerente de Itasca Chile, por su asesoría durante y después del curso de FLAC en Río de Janeiro y prestación de material para el uso del programa FLAC.

A mi alma mater Universidad Nacional de Ingeniería, Facultad de Ingeniería Civil, donde me impartieron los conocimientos de formación profesional y donde pude conocer a mis amigos mejores amigos los cuales menciono a continuación sin importar el orden de importancia: Ronnie Barrera, Waldo Huallanca, Rolando López, Cesar Tengan. Muchas gracias por brindarme su amistad.

Y por último, pero no por eso menos importantes, a mi familia, gracias papá y mamá por apoyarme y aconsejarme siempre en todas mis decisiones.

## ÍNDICE

<b>RESUMEN</b>	<b>4</b>
<b>LISTA DE TABLAS</b>	<b>5</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>6</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b>	<b>10</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>12</b>
<b>CAPÍTULO I: ESTADO DEL CONOCIMIENTO</b>	<b>13</b>
1.1 COMPORTAMIENTO DEL SUELO	13
1.1.1 Naturaleza del suelo	13
1.1.2 Comportamiento a compresión	17
1.1.3 Comportamiento al corte	18
1.1.3.1 Comportamiento drenado	18
1.1.3.2 Comportamiento no drenado	19
1.2 PARÁMETROS DE ESTADO Y ESTADO CRÍTICO	21
1.2.1 Estado crítico	21
1.2.2 Contracción y dilatancia	22
1.2.3 Estado de transformación de fase	24
1.2.4 Parámetros de estado	25
1.3 FUNDAMENTOS DE LOS MODELOS CONSTITUTIVOS	26
1.3.1 Teoría de la elasticidad	30
1.3.2 Teoría clásica de la plasticidad	32
1.3.2.1 Superficie de rotura	33
1.3.2.2 Superficie de fluencia	35
1.3.2.3 Superficie de potencial plástico y regla de flujo	36
1.3.2.4 Ley de endurecimiento	36
<b>CAPÍTULO II: MODELO CONSTITUTIVO HIPOPLÁSTICO</b>	<b>38</b>
2.1 SUPOSICIONES DEL MODELO	38
2.2 ECUACIÓN BÁSICA	39
2.3 SUPERFICIE DE FLUENCIA	42
2.4 HIPOPLASTICIDAD UNIDIMENSIONAL	44
2.5 ESTADO CRÍTICO	45
2.6 ECUACIÓN HIPOPLÁSTICA DE VON WOLFFERSDORFF	46
2.6.1 Factor de barotropía	48
2.6.2 Factor de picnotropía	49
<b>CAPÍTULO III: DEFINICIÓN Y METODOLOGÍA DE OBTENCIÓN DE LOS PARÁMETROS HIPOPLÁSTICOS</b>	<b>51</b>
3.1 ÁNGULO DE FRICCIÓN $\varphi_c$	51
3.2 DUREZA GRANULAR Y EXPONENTE $h_s$ Y $n$	53
3.3 RELACIÓN DE VACÍOS DE REFERENCIA $e_d$ , $e_c$ Y $e_i$	56
3.3.1 Relación de vacíos mínima $e_d$	57
3.3.2 Relación de vacíos máxima $e_i$	58

3.3.3	Relación de vacíos crítica $e_c$	60
3.4	EXPONENTE DE PICNOTROPÍA $\alpha$	61
3.5	EXPONENTE DE BAROTROPÍA $\beta$	62
3.6	OBTENCIÓN DE LOS PARÁMETROS A PARTIR DE ENSAYOS VIRTUALES	64
<b>CAPÍTULO IV: CALIBRACIÓN Y SIMULACIÓN DEL MODELO HIPOPLÁSTICO</b>		<b>65</b>
4.1	DESCRIPCIÓN DEL MATERIAL A UTILIZAR	65
4.2	DETERMINACIÓN DE $\phi_c$	66
4.3	DETERMINACIÓN DE $e_d$ , $e_c$ Y $e_i$	70
4.4	Determinación de $h_s$ y $n$	72
4.5	DETERMINACIÓN DEL EXPONENTE DE PICNOTROPÍA $\alpha$	74
4.6	DETERMINACIÓN DEL EXPONENTE DE BAROTROPÍA $\beta$	74
4.7	VALIDACIÓN DE PARÁMETROS MEDIANTE RUTINAS EN MATLAB Y EXCEL	76
<b>CAPÍTULO V: IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO HIPOPLÁSTICO</b>		<b>82</b>
5.1	IMPLEMENTACIÓN EN EL PROGRAMA FLAC	82
5.1.1	SIMULACIÓN CON FLAC	83
5.2	IMPLEMENTACIÓN EN EL PROGRAMA PLAXIS	85
5.3	COMPARACIÓN DEL MODELO HIPOPLÁSTICO VERSUS MOHR - COULOMB	86
5.3.1	Calibración del modelo constitutivo Mohr - Coulomb	87
5.3.2	Simulación del ensayo triaxial consolidado - drenado	90
5.3.2.1	Resultados según modelo Mohr - Coulomb	92
5.3.2.2	Resultados según modelo Hipoplástico	94
5.3.3	Discusión Resultados	95
5.4	RECOMENDACIONES FINALES	96
<b>CAPÍTULO VI: SOLUCIÓN DE PROBLEMAS GEOTÉCNICOS APLICANDO EL MODELO CONSTITUTIVO HIPOPLÁSTICO</b>		<b>98</b>
6.1	CASO I: PROBLEMA DE EXCAVACIÓN UTILIZANDO MUROS ANCLADOS	98
6.1.1	Descripción del problema	98
6.1.1.1	Ensayos y obtención de parámetros	99
6.1.1.2	Modelo de análisis	100
6.1.2	Desarrollo del problema mediante el modelo Mohr - Coulomb	103
6.1.2.1	Variación de esfuerzos efectivos	104
6.1.2.2	Análisis de deformaciones	105
6.1.2.3	Análisis de flujo de agua	106
6.1.3	Desarrollo del problema aplicando el modelo constitutivo Hipoplástico	106
6.1.3.1	Variación de variables de estado	107
6.1.3.2	Variación de esfuerzos efectivos	108
6.1.3.3	Análisis de deformaciones	109

---

6.1.3.4	Análisis de flujo de agua	109
6.1.4	Comparación de resultados	110
6.2	CASO II: ANÁLISIS DE DEFORMACIONES EN UN PAD DE LIXIVIACIÓN	111
6.2.1	Descripción del problema	112
6.2.1.1	Ensayos y obtención de parámetros	112
6.2.1.2	Modelo de análisis	112
6.2.2	Desarrollo del problema mediante el modelo Mohr-Coulomb	113
6.2.2.1	Variación de esfuerzos efectivos	115
6.2.2.2	Análisis de deformaciones	117
6.2.3	Desarrollo del problema aplicando el modelo constitutivo Hipoplástico	117
6.2.3.1	Variación de esfuerzos efectivos	119
6.2.3.2	Análisis de deformaciones	120
6.2.4	Comparación de resultados	120
	<b>CONCLUSIONES</b>	<b>122</b>
	<b>REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>127</b>
	<b>ANEXOS</b>	<b>130</b>

## RESUMEN

El estudio desarrollado en esta tesis está centrado en mostrar una alternativa diferente y más sofisticada que la usualmente utilizada al momento de modelar el comportamiento del suelo, granular para ser más claro, para esto se muestra parte de las teorías desarrolladas hasta la actualidad, viéndose en el camino la extensa complejidad que abarcan. El modelo constitutivo hipoplástico, nace como alternativa a las demás, debido a que presenta una formulación simplificada, esto se explica mejor en el segundo capítulo, mostrando todas las bondades y debilidades del modelo.

En tercer lugar, se estudian al detalle todos los parámetros del modelo, analizando su comportamiento físico y la manera de cómo se pueden determinarlos. Fuera del convencionalismo de los ensayos que se deberían de hacer, se propone metodologías alternativas que permiten una mayor facilidad para poder determinarlos, todo esto fundamentado en que el comportamiento de un suelo obedezca directamente a sus propiedades granulométricas. Además se establece un cronograma de ensayos en orden para calibrar el material directamente.

Otra de las partes importantes de la tesis, es la implementación del modelo a dos programas ampliamente usados, FLAC y PLAXIS, con la finalidad de aprovechar las herramientas numéricas con las que se cuenta, obteniendo como resultado final una potentísima herramienta para resolver problemas como se demuestra en el capítulo final.

## LISTA DE TABLAS

Tabla 3.1. Comparación de $e_{m\acute{a}x}$ de ensayos de índice y relaciones de vacíos críticos $e_{c0}$ extrapolados a presión cero	61
Tabla 3.2 Relación de módulos de rigidez y relaciones de vacíos de arenas densas y sueltas en compresión edométrica a $T_{s1} = -100$ kPa	63
Tabla 4.1 Variación de tamaños de granos de la arena	66
Tabla 4.2 Densidades máxima y mínima para la arena de la zona de Marcona	72
Tabla 4.3 Valores de $\alpha$ para diferentes presiones de confinamiento	74
Tabla 4.4 Valores de $\beta$ para diferentes presiones de cámara	76
Tabla 4.5 Parámetros hipoplásticos para la arena de la zona de Marcona	76
Tabla 5.1 Valores obtenidos de $E_0$ para diferentes presiones de confinamiento	87
Tabla 5.2 Parámetros de resistencia según el criterio de falla de Mohr - Coulomb	88
Tabla 5.3 Valores de $\nu$ para diferentes presiones de confinamiento	89
Tabla 5.4 Ángulo de dilatancia para diferentes tipos de confinamiento	90
Tabla 6.1 Propiedades de los estratos de suelo	100
Tabla 6.2 Propiedades de muro pantalla	100
Tabla 6.3 Propiedades del anclaje	100
Tabla 6.4 Propiedad de la geomalla (simulación de la lechada)	100
Tabla 6.5 Propiedades de la roca y relleno estructural	113
Tabla 6.6 Propiedades de la roca y relleno estructural	114
Tabla 6.7 Parámetros Hipoplásticos para el mineral	118



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 Comportamiento de materiales granulares (Chen y Mizuno, 1990)	14
Figura 1.2 Dependencia de la trayectoria	15
Figura 1.3 No linealidad de la parte elástica	16
Figura 1.4 Dependencia en la tasa de incremento de la carga	17
Figura 1.5 Esquema de ensayo triaxial a compresión	18
Figura 1.6 Resultados típicos de un ensayo triaxial drenado con diferentes densidades (Arulmoli, 1992)	19
Figura 1.7 Esquema del comportamiento de un suelo sometido a corte no drenado (Arulmoli, 1992)	20
Figura 1.8 Esquema de presiones intersticiales en ensayos triaxiales no drenados (Arulmoli, 1992)	21
Figura 1.9 Estado crítico para diferentes tipos de arenas (Santamarina, 2001)	22
Figura 1.10 Esquema del comportamiento dilatante y contractivo	23
Figura 1.11 Esquema de la dilatancia de Rowe (Yang y Li, 2002)	24
Figura 1.12 Definición de parámetro de estado (Been y Jefferies, 1985)	26
Figura 1.13 Teorías de comportamiento elástico a) Elasticidad lineal o de Hooke b) Hiperelasticidad (elasticidad de Green) c) Elasticidad de Cauchy d) Hipoelasticidad de Truesdell e) Hipoelasticidad con variables internas	32
Figura 1.14 Esquema del ensayo uniaxial	34
Figura 1.17 Comparación entre las superficies de rotura de Mohr - Coulomb, Lade y Matsuoka - Nakai	35
Figura 2.1 Arriba, deformación homogénea. Abajo, deformación no homogénea	39
Figura 2.2 Envolvente de respuesta del modelo Hipoplástico para condiciones de carga axisimétricas (Grandas, 2006)	41
Figura 2.3 Envolventes de respuesta típicas para el modelo Elástico y para el modelo Hipoplástico (Grandas, 2006)	42
Figura 2.4 Superficie límite de Matsuoka - Nakai para un ángulo de fricción crítico $\phi_c = 33^\circ$ . (a) eje isótropo como un punto, (b) superficie de fluencia (vista lateral) cada vez más grande a medida que los esfuerzos aumentan	44
Figura 2.5 Modelo Hipoplástico en una dimensión. El esfuerzo de fluencia es $T_y = 100$ y $T_y = -100$ . La fluencia ocurre cuando $T = T_y$ o cuando $ L^{-1}N =1$ . 2.5(a) transición suave hacia el esfuerzo de fluencia usando un exponente $n = 2$ , 2.5 (b) transición menos suave $n = 8$ . Un modelo bilineal, o elástico perfectamente plástico puede ser obtenido con $n \rightarrow \infty$	45

Figura 2.6 Representación geométrica de las invariantes $\tan\psi$ y $\cos 3\theta$ en el espacio de esfuerzos principales (Wolffersdorff, 2006)	47
Figura 3.1 Determinación del $\phi_c$ a partir del ángulo de reposo (Gudehus, 1999)	52
Figura 3.2. Relación entre el ángulo de fricción crítico $\phi_c$ y el diámetro de grano principal $d_{50}$ (a) y no uniformidad $C_u$ (b) respectivamente, para mezclas de arenas artificiales (Gudehus, 1999)	53
Figura 3.3 Curva de compresión edométrica (Niemunis, 2003)	54
Figura 3.4 Influencia de $n$ (a) y $h_s$ (b) en las curvas de compresión (Niemunis, 2003)	55
Figura 3.5 Relación entre el exponente $n$ , coeficiente de uniformidad $C_u$ y el tamaño principal de grano $d_{50}$	56
Figura 3.6 Dependencia de las relaciones de vacíos en función de la presión	57
Figura 3.7 Dependencia de la presión a la relación de vacíos mínima $e_d$	58
Figura 3.8 Dependencia de (a) $e_d$ a $p_s \approx 55$ kPa y (b) $e_{m\acute{a}x}$ en $C_u$ y angulosidad granular (Gudehus, 1999)	58
Figura 3.9 Configuraciones idealizadas de esferas y cubos para la mínima densidad	59
Figura 3.10 Determinación de $e_c$ del estado cuasi crítico en un ensayo triaxial no drenado (Wolffersdorff, 2006)	60
Figura 3.11 Significado de $\alpha$ . Entre mayor sea la caída desde el estado pico hasta el estado estable, mayor será el valor de $\tilde{\alpha}$	62
Figura 4.1 Material granular utilizado para los ensayos	65
Figura 4.2 Curva granulométrica de la arena de la zona de Marcona	66
Figura 4.4 Envoltente del estado crítico	69
Figura 4.5 Ensayo ángulo de reposo	70
Figura 4.6 Prueba de Santamarina	70
Figura 4.7 Molde Proctor para densificar la muestra de arena	71
Figura 4.8 Determinación $e_{m\acute{a}x}$ método Santamarina	71
Figura 4.9 Curva Edométrica para la arena de Marcona	72
Figura 4.10 Correlación para el cálculo del exponente $n$ entre $C_u$ , $d_{50}$	73
Figura 4.11 Correlación de la dureza granular $h_s$ entre $C_u$ , $d_{50}$	74
Figura 4.12 Resultados experimentales de compresión triaxial drenada con muestras saturadas de arena de Marcona al estado más denso, para diferentes presiones de confinamiento. Ensayos TD-4, TD-5 y TD-6	75

Figura 4.14 Ensayo isotrópico, uno con muestra suelta ( $\rho = 1.406 \text{ kg/cm}^2$ )	76
Figura 4.16 Comparación de curvas de esfuerzo - deformación para un confinamiento de 400 kPa	77
Figura 4.17 Comparación de curvas de esfuerzo - deformación para un confinamiento de 200 kPa	78
Figura 4.23 Envolvente de respuesta para $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 100 \text{ kPa}$	81
Figura 5.1 Simulación con el programa FLAC, esfuerzo – deformación	85
Figura 5.3 Curva de deformación volumétrica, obtenido en laboratorio	87
Figura 5.4 Cálculo del Módulo de Young (secante al 50% del esfuerzo pico) para una presión de confinamiento de 400 kPa	88
Figura 5.6 Gráfico de la deformación volumétrica respecto de la deformación vertical o axial, para una presión de confinamiento de 400 kPa	89
Figura 5.7 Medición de la dilatancia a partir de la curva: deformación radial vs. deformación volumétrica	90
Figura 5.9 Elemento deformado al final de la aplicación de carga	92
Figura 5.13 Simulación de la curva de deformación volumétrica realizada con el programa PLAXIS	95
Figura 5.14 Comparación de las trayectorias de esfuerzo-deformación aplicando el modelo constitutivo Hipoplástico vs. Mohr-Coulomb	96
Figura 6.1 Modelo geométrico del problema de excavación	99
Figura 6.2 Primera fase de construcción	101
Figura 6.5 Cuarta fase de construcción	102
Figura 6.8 Séptima fase de construcción	103
Figura 6.10 Problema discretizado con los puntos de control	104
Figura 6.12 Trayectoria de esfuerzos efectivos	105
Figura 6.13 Curva de deformación volumétrica versus deformación axial	106
Figura 6.14 Distribución de los esfuerzos de la presión de poros	106
Figura 6.15 Variación de la relación de vacíos (valores mostrados en el orden de $10^{-3}$ )	107
Figura 6.17 Trayectoria de esfuerzos efectivos en el modelo Hipoplástico	108
Figura 6.19 Distribución de la presión de poros en el problema de la cimentación	109
Figura 6.21 Comparación de trayectoria de esfuerzos	111
Figura 6.22 Comparación de las deformaciones	111
Figura 6.23 Modelo geométrico del Pad de lixiviación	113

---

Figura 6.24 Calibración del modelo Mohr-Coulomb para el mineral	114
Figura 6.25 Comparación de las curvas de deformación volumétrica	114
Figura 6.26 Esfuerzos efectivos cortantes normalizados con respecto al máximo esfuerzo cortante alcanzando en la falla de Mohr-Coulomb	115
Figura 6.27 Tramos de división A-A' y B-B' en la geomembrana	116
Figura 6.28 Distribución de esfuerzos efectivos en $\text{kN/m}^2$ verticales generados en la geomembrana	116
Figura 6.31 Secciones de la geomembrana mostrando la distribución de desplazamientos verticales en metros	117
Figura 6.33 Simulación del comportamiento deformacional del mineral con el modelo Hipoplástico	119
Figura 6.34 Distribución de esfuerzos en $\text{kN/m}^2$ verticales generados a lo largo de la geomembrana con el modelo Hipoplástico	119
Figura 6.35 Trayectoria de esfuerzos "hypo" en los puntos de control	120
Figura 6.36 Sección de toda la geomembrana mostrando la distribución de desplazamientos verticales para el caso del modelo Hipoplástico	120
Figura 6.37 Gráfico de comparación de los desplazamientos totales en los puntos de control para el modelo Hipoplástico	121

## LISTA DE SÍMBOLOS

- $e$  Relación de vacíos
- $e_d$  Relación de vacíos mínima del esqueleto granular
- $e_c$  Relación de vacíos crítica del esqueleto granular
- $e_i$  Relación de vacíos máxima del esqueleto granular
- $\varepsilon$  Deformación unitaria
- $\sigma_i$  Esfuerzo en la dirección  $i$
- $p'$  Esfuerzo efectivo principal
- $q$  Esfuerzo desviador
- $K$  Relación de dilatación de Rowe
- $\varphi$  Ángulo de fricción
- $\varphi_c$  Ángulo de fricción crítico
- $\varphi_p$  Ángulo de fricción pico
- $\psi$  Ángulo de dilatación
- $\nu$  Coeficiente de Poisson
- $E$  Módulo de Young
- $k$  Módulo volumétrico
- $H$  Función de rigidez tangencial
- $D$  Tensor de velocidad de deformación
- $T$  Tensor de esfuerzos de Cauchy
- $\dot{T}$  Tensor de velocidad de esfuerzos
- $\phi_i$  Invariantes de función
- $\|D\|$  Norma Euclidiana del tensor deformación
- $L$  Tensor de cuarto orden, rigidez lineal
- $N$  Tensor de segundo orden, rigidez no lineal
- $\hat{T}$  Tensor unitario de esfuerzos de Cauchy

- $\hat{T}^*$  Tasa de esfuerzos normalizados
- $\Delta t$  Variación o incremento de tiempo
- $\alpha$  Exponente de picnotropía
- $\beta$  Exponente de barotropía
- $n$  Exponente de sensibilidad
- $h_s$  Dureza granular
- $p_s$  Esfuerzos principales
- $f_d$  Factor de picnotropía
- $f_b$  Factor de barotropía
- $u$  Presión de poros

## INTRODUCCIÓN

Una de las principales características del comportamiento del suelo, observados en obras de ingeniería y ensayos de laboratorio, es la aparición de deformaciones permanentes o irreversibles, en muchos problemas prácticos es admisible obviar el pronunciado carácter dependiente del tiempo de la deformación, el marco teórico más conocido que desarrolla esto es la Elastoplasticidad. Múltiples modelos elastoplásticos se han desarrollado cada vez con mayor complejidad, a fin de representar el comportamiento del suelo. Una alternativa a los modelos elastoplásticos para la descripción matemática del comportamiento mecánico del suelo apareció en 1977, creada por Kolymbas, y fue llamada *Hipoplasticidad*. Con una sola ecuación constitutiva, inspirada en la moderna mecánica racional, sin recurrir a muchas definiciones que engloba la Elastoplasticidad, se pueden representar importantes fenómenos de comportamiento mecánico del suelo.

Por otro lado, no sólo basta entender el comportamiento del modelo, esto no sirve de nada si no se tiene la metodología apropiada para poder calibrarlo. Una de las múltiples deficiencias encontradas en los demás modelos es la falta de precisión de cómo es que se deberían obtener los parámetros, permitiendo así generarse problemas de interpretación para desarrollar un modelo, por el contrario a esto, la hipoplasticidad apunta a que la determinación de sus parámetros sea lo más sencillo posible, no se tenga que utilizar laboratorios sofisticados y cualquier potencial usuario pueda determinarlos con facilidad. Sin embargo, surge todavía una pregunta: ¿Cómo se puede aplicar esta nueva teoría a un problema real? Hoy en día los programas comerciales, ampliamente utilizados en el mundo como FLAC, PLAXIS, ABAQUS, ANSYS, PATRAN, MARC, DIANA, todos ellos aceptan la implementación de nuevos modelos definidos por el usuario, indicando la metodología que se debería seguir, esto se convierte en una buena perspectiva para la hipoplasticidad.

## 1 CAPÍTULO I: ESTADO DEL CONOCIMIENTO

Para el entendimiento de un modelo constitutivo para un determinado material es necesario conocer con certeza el comportamiento del mismo cuando está sometido a diferentes condiciones de carga, una vez que se pueda comprender dicho comportamiento a nivel experimental, es necesario introducir los conocimientos físicos para poder tener también una descripción matemática. En el presente capítulo se analizará el comportamiento de un suelo sometido a corte triaxial, y luego se describirá los fundamentos principales que encierra la teoría de modelos constitutivos.

### 1.1 COMPORTAMIENTO DEL SUELO

#### 1.1.1 Naturaleza del suelo

El suelo es un agregado de partículas discretas cuyos vacíos están llenos de agua y/o aire. Debido a esto, el suelo es un material de dos o tres fases y su estado es completamente descrito sólo si los esfuerzos correspondientes a cada fase y la relación volumétrica entre las fases son descritos. Si por razones prácticas y de simplicidad sólo se consideran suelos completamente saturados o completamente secos, todavía es necesario describir el estado de esfuerzos del esqueleto sólido (esfuerzos efectivos), los esfuerzos en el agua (presión de poros) y la relación de vacíos  $e$ .

Dentro de los diferentes tipos de suelo que se pueden encontrar en la naturaleza, el estudio se centrará en los suelos granulares para los cuales se han desarrollado diversos estudios; como principales características se tiene lo siguiente:

#### a. Deformaciones permanentes

La aparición de deformaciones permanentes es una característica común a muchos materiales, incluido los granulares. Cuando este fenómeno se produce, se dice que el material presenta un comportamiento plástico, puesto que el sólido no recupera la configuración que poseía antes de haberle sido aplicada la carga que produjo su deformación. Las deformaciones plásticas se caracterizan porque con ligeros incrementos en el valor de las cargas aplicadas sobre el material, aparecen notables deformaciones de éste. Si la deformación debida a las cargas actuantes desaparece una vez que éstas dejan de operar, se dice que



el material posee un comportamiento elástico. En la realidad ambos fenómenos suelen encontrarse entremezclados, de manera que no suele ser tan sencillo separar en un diagrama ambas partes. Sin embargo, tal y como se verá con más detalle, suele asumirse muchas veces un comportamiento elastoplástico perfecto, de forma que la curva de esfuerzo - deformación del material se divide en dos regiones claramente diferenciadas: una primera parte, donde el material es elástico y un segundo tramo, en el cual se produce la aparición de la plasticidad.

#### b. Endurecimiento y reblandecimiento

Un importante fenómeno que se produce en los materiales granulares es el de endurecimiento y reblandecimiento una vez alcanzado el estado plástico. Según se observa en la figura 1.1. En algunas condiciones, los materiales granulares ven incrementada su resistencia al llegar al estado de plastificación (endurecimiento), mientras que en otros se produce una disminución de la misma (reblandecimiento).

Sin embargo, tal y como se observa en la figura 1.1, estos efectos dependen del grado de compactadad o el contenido de humedad.

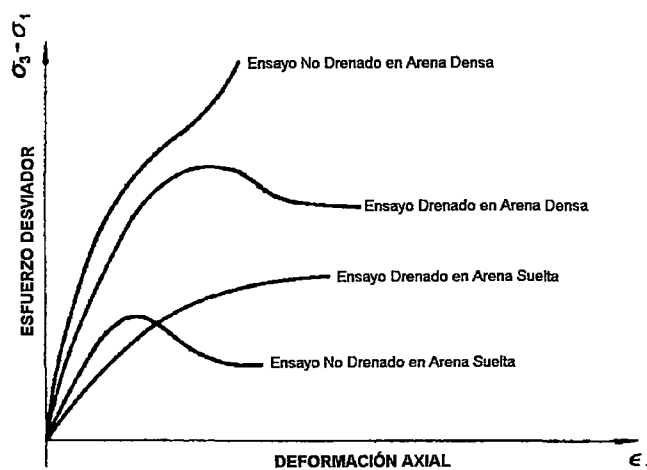


Figura 1.1 Comportamiento de materiales granulares (Chen y Mizuno, 1990).

#### c. Dependencia del proceso de carga y descarga

Una de las principales características exhibidas por los materiales granulares es la dependencia de la trayectoria seguida durante los sucesivos ciclos de carga - descarga, lo cual se traduce en que no existe una relación única entre los esfuerzos y las deformaciones.

Esta peculiaridad queda perfectamente reflejada en los modelos elastoplásticos, tal y como se observa a continuación. En la figura 1.2(a) pueden observarse las curvas de esfuerzo - deformación ( $\sigma, \epsilon$ ) correspondientes a un material elástico, mientras que en la figura 1.2b se observan las curvas de un material elastoplástico con endurecimiento (figura 1.2b). Si el comportamiento del material es elástico, la curva de carga coincide con la curva de descarga, de manera que siempre existe una relación única entre las deformaciones y los esfuerzos. De esta forma, dada una deformación  $\epsilon_i$  en el material, el esfuerzo asociado a ella será siempre  $\sigma_i$ , con independencia de que se trate de un proceso de carga o descarga.

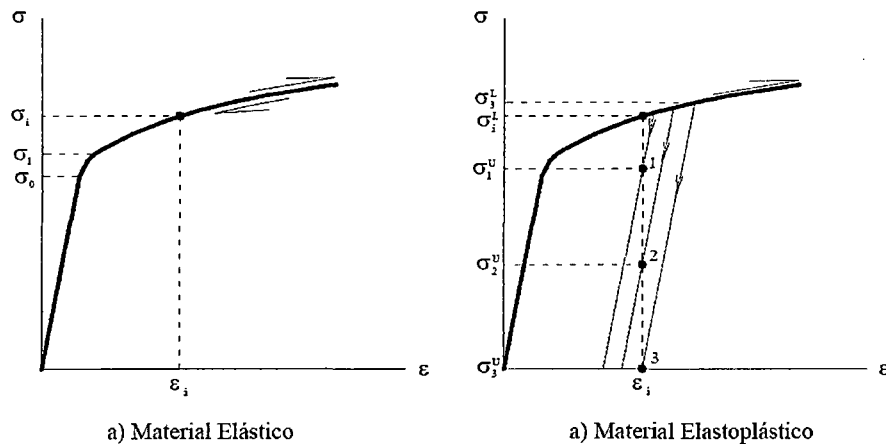


Figura 1.2 Dependencia de la trayectoria.

En cambio, cuando se supone un comportamiento del material elastoplástico, dado un valor  $\epsilon_i$  de la deformación en un punto del material para un instante dado, es imposible determinar el estado de esfuerzos correspondiente si no se conoce la evolución del proceso de carga - descarga seguida. En efecto, si únicamente se hubiese realizado un proceso de carga, el esfuerzo correspondiente sería  $\sigma_i^L$ . En cambio, si se hubiese cargado el material hasta un cierto nivel de esfuerzos y luego se hubiera descargado, se podrían haber alcanzado cualquiera de los estados de esfuerzos correspondientes a los puntos 1, 2 y 3, o cualquier otro situado en la abscisa  $\epsilon = \epsilon_i$ :  $\sigma_1^U, \sigma_2^U$  y  $\sigma_3^U$ . El esfuerzo alcanzado en la descarga para el nivel de deformación  $\epsilon_i$  será mayor o no en función del estado de esfuerzos adquirido al finalizar el proceso de carga, tal y como se observa en la figura 1.2 (b). Es preciso hacer notar que los procesos de descarga se llevan a cabo de forma elástica, de ahí que todas las rectas de

descarga dibujadas sean paralelas a la parte de comportamiento elástico del material durante la carga, cuyo estado límite de esfuerzos está definido por el tramo recto de la curva ( $\sigma, \epsilon$ ).

d. No linealidad elástica

Una equivocación que se produce a menudo al considerar en cualquier modelo constitutivo es la relativa a la linealidad de su parte elástica. Esto significa que es frecuente suponer que la parte elástica de la curva de comportamiento del material adopta una forma lineal, cuando esto no tiene por qué ser necesariamente así, tal y como puede observarse en la figura 1.3, que representa el diagrama esfuerzo - deformación de un material elastoplástico.

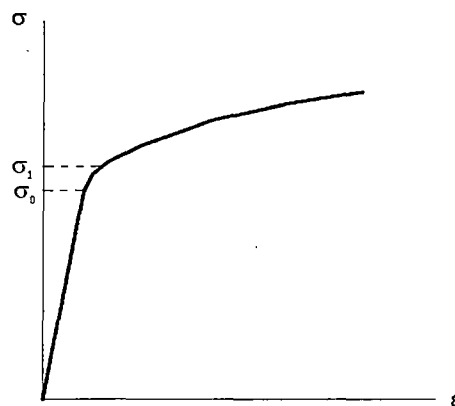


Figura 1.3 No linealidad de la parte elástica.

El estado de esfuerzos  $\sigma_0$  representa el límite de la zona de comportamiento elástico y lineal mientras que el esfuerzo que marca el comienzo del estado plástico es realmente  $\sigma_1$ . Esto significa que el tramo de curva comprendido entre ambos  $\sigma_0$  y  $\sigma_1$  posee un comportamiento elástico, a pesar de que no se trate de una zona en la que exista linealidad entre los esfuerzos y las deformaciones.

e. Dependencia de la tasa de aplicación de la carga

Otra de las características que poseen los materiales granulares es la dependencia de la tasa de aplicación de la carga. De forma general, cuando la tasa de aplicación de la carga aumenta, la respuesta de la parte elástica permanece igual mientras que la parte plástica adquiere una mayor resistencia (figura 1.4), de manera que el material puede alcanzar mayores esfuerzos. Sin embargo, si la tasa de aplicación de la carga es suficientemente lenta, este

fenómeno apenas es evidente, de tal manera que el efecto conseguido en la mejora de la resistencia durante la etapa plástica puede despreciarse.

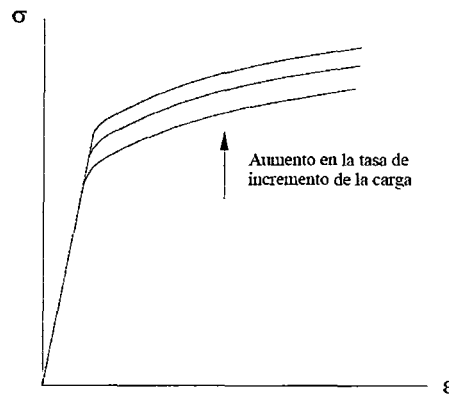


Figura 1.4 Dependencia en la tasa de incremento de la carga.

### 1.1.2 Comportamiento a compresión

Los primeros estudios para analizar el comportamiento a compresión de las arenas fueron realizados usando ensayos edométricos (Terzaghi y Peck, 1948). Los mismos mostraron que las arenas son relativamente incompresibles a esfuerzos bajos y el cambio volumétrico es debido principalmente al acomodamiento de la estructura del suelo. Sin embargo, este comportamiento cambia para esfuerzos altos, donde el cambio de volumen es importante y se debe principalmente a la rotura de partículas.

Según Pestana y Whittle (1995), los factores principales que afectan la compresión de las arenas son:

- La densidad de la arena y su fábrica.
- La mineralogía y su estructura.
- Las propiedades físicas: tamaño de partículas, angulosidad y granulometría.
- Las condiciones de esfuerzo: compresión isótropa o edométrica.
- La compresión secundaria: Creep.

Sin embargo, de todas las mencionadas a través de diferentes pruebas queda claramente establecida la influencia de los tres primeros.

### 1.1.3 Comportamiento al corte

Dentro de la gran cantidad de ensayos de laboratorio que se han desarrollado para el estudio experimental de los suelos, el ensayo triaxial es sin duda el ensayo más extendido en la Mecánica de Suelos. Permite determinar la resistencia al corte bajo trayectorias de esfuerzos en compresión; con diferentes condiciones de drenaje (drenado o no drenado) y con diferentes condiciones de carga (monótona o cíclica). Los ensayos triaxiales se pueden realizar con control de deformaciones o con control de cargas.

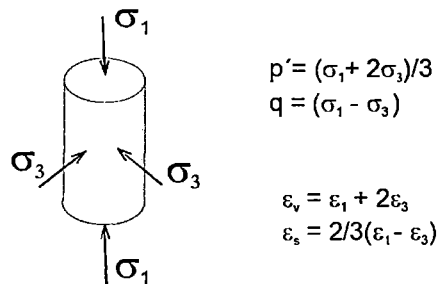


Figura 1.5 Esquema de ensayo triaxial a compresión.

#### 1.1.3.1 Comportamiento drenado

El comportamiento drenado de las arenas en la celda triaxial a una presión de confinamiento dada está condicionado por su estado de compacidad. En la figura se observa la influencia de la densidad inicial en el comportamiento de una arena.

En el caso 1 correspondiente a una arena densa, la respuesta esfuerzo - deformación está dada por un pico marcado y un posterior reblandecimiento hasta que se estabiliza el esfuerzo desviador para grandes deformaciones (20% o más).

En el caso 2 se observa un comportamiento similar al caso 1, pero sin llegar a desarrollar un pico en el esfuerzo desviador tan marcado. Al principio del ensayo se producen variaciones volumétricas de contracción y llegado un cierto punto, comienza una respuesta dilatante hasta alcanzar un índice de poros similar al caso 1. Esto implica que no se producen variaciones volumétricas para grandes deformaciones.

Por último, en el caso 3 observamos que el esfuerzo desviador aumenta de forma monótona, hasta alcanzar un valor estable a medida que aumenta la

deformación axial. En este caso, desde el comienzo del ensayo se produce una reducción del volumen de la muestra o lo que es equivalente, una reducción de la presión de poros.

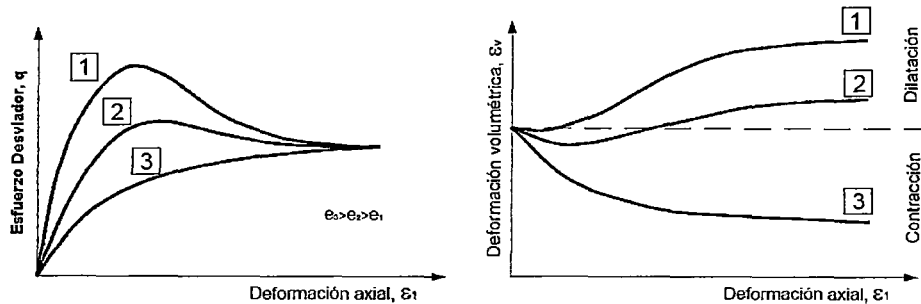


Figura 1.6 Resultados típicos de un ensayo triaxial drenado con diferentes densidades (Arulmoli, 1992).

### 1.1.3.2 Comportamiento no drenado

En la figura 1.7 se muestra un esquema en los planos  $q - p'$  y  $q - \varepsilon_1$  de los diferentes tipos de comportamiento de una arena con diferentes densidades sometida a esfuerzos de corte no drenado con igual presión de confinamiento.

En el plano  $q - \varepsilon_1$  está representado el endurecimiento del suelo en el caso 1, el cual se manifiesta con un crecimiento continuo del esfuerzo desviador  $q$  a medida que progresa la deformación hasta llegar a un valor estable. Este comportamiento es típico de una arena densa en un ensayo de corte no drenado.

En la trayectoria  $q - p'$ , el esfuerzo desviador  $q$  es continuamente creciente y el esfuerzo efectivo principal  $p'$  comienza disminuyendo levemente hasta alcanzar un mínimo para luego continuar creciendo. En la siguiente figura se muestra la variación de las presiones intersticiales. Se observa que la densificación del material genera un aumento de las presiones intersticiales (comportamiento contractivo) hasta alcanzar un máximo, a partir del cual la presión intersticial disminuye continuamente (comportamiento dilatante).

El cambio de comportamiento contractivo a dilatante fue definido por Ishihara et al. (1975) como "Estado de Transformación de Fase" para ensayos no drenados, o por Luong (1982) como "Estado Caracterizado" para ensayos drenados. Si este estado se une a través de una línea al origen de coordenadas del plano

$q - p'$ , se obtiene la denominada Línea de Transformación de Fase o Línea Característica.

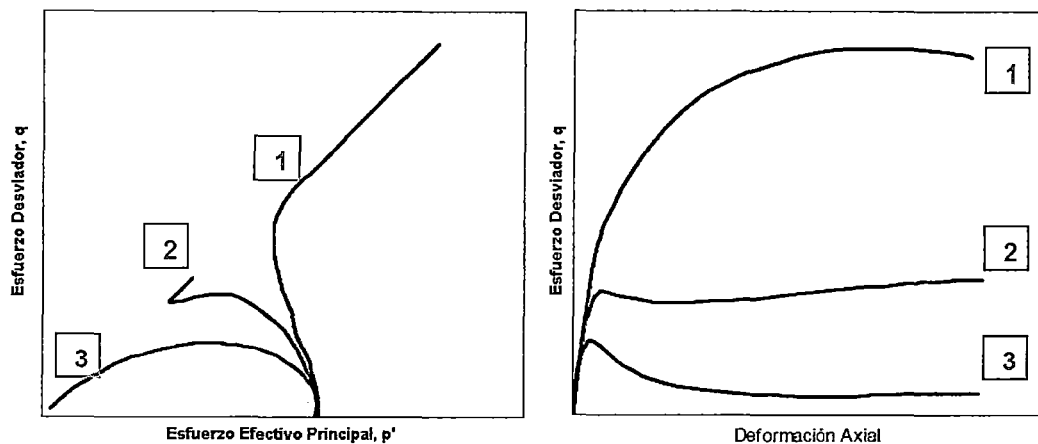


Figura 1.7 Esquema del comportamiento de un suelo sometido a corte no drenado (Arulmoli, 1992).

En el caso 2, se representa una arena de densidad media a baja. Si analizamos el esquema  $q - \varepsilon_1$ , se observa que el esfuerzo desviador crece hasta un valor de pico para luego disminuir a un mínimo relativo denominado Estado Cuasi Estable, para luego subir hasta un valor constante a medida que progresa la deformación.

En el plano  $q - \varepsilon_1$ , el ensayo 3 muestra el incremento inicial del esfuerzo desviador hasta un máximo de resistencia, para luego ir disminuyendo continuamente hasta un valor de  $q$  residual o crítico, que se mantiene constante a medida que progresa la deformación axial. Ishihara (1993) muestra varios ensayos donde la resistencia residual de la arena de Toyoura con densidades pequeñas es muy baja o nula. El estado residual de las arenas fue bastante estudiado y discutido dentro del concepto de Estado Crítico (Roscoe, et al., 1958) o Estado Estable de Deformación (Castro 1969; Poulos, 1981).

Si se analiza el ensayo 3 en el plano  $q - p'$ , se observa que la trayectoria de esfuerzos alcanza un desviador máximo para luego, ir disminuyendo continuamente hasta alcanzar la resistencia residual del material. Conjuntamente se produce un aumento importante de las presiones intersticiales, como muestra la figura 1,8. Este comportamiento observable en las arenas en estado suelto está aceptado dentro de la literatura con la denominación de "licuación estática" (Castro, 1969).

De estos tres casos se pueden destacar los conceptos de Estado Crítico o Estado Estable, Estado Cuasi Estable, el concepto de Estado de Transformación de Fase o Estado Característico y los conceptos de licuación estática.

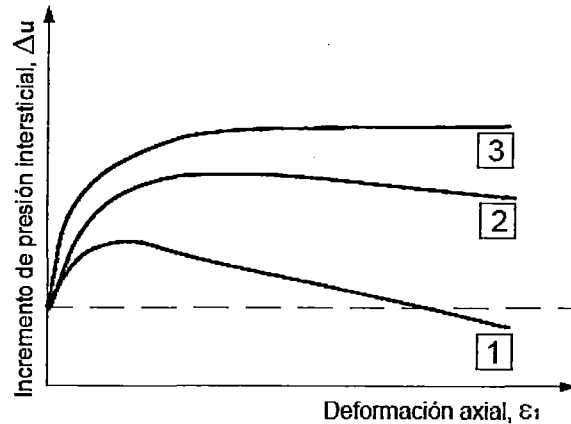


Figura 1.8 Esquema de presiones intersticiales en ensayos triaxiales no drenados (Arulmoli, 1992).

## 1.2 PARÁMETROS DE ESTADO Y ESTADO CRÍTICO

### 1.2.1 Estado crítico

Para grandes deformaciones cuantificables alrededor del 20%, se observa que tanto un suelo contractivo como un suelo dilatante tienden a una presión de poros crítico. Casagrande (1936) introdujo este concepto para ensayos drenados en arenas.

Uno de los estados de los suelos granulares que se propone como un mismo concepto que el estado crítico es el “Estado Constante de Deformación” (Steady State, SS, Castro, 1975), como concepto es similar al estado crítico de las arcillas (Roscoe et al., 1958), donde la arena continúa deformándose sin cambio de volumen ni de esfuerzo desviador.

Si bien Poulos (1981) define el “Estado Constante de Deformación” como: “El estado constante de deformación puede ocurrir en cualquier masa particulada y para cualquier condición de carga y drenaje que pueda vencer la estructura original y llevarla a una nueva estructura de flujo. Esta estructura nueva no depende de la estructura inicial para un suelo dado, pero si depende de (1) el esfuerzo efectivo principal durante el flujo al Estado Constante y (2) de la velocidad de deformación”. En definitiva la definición de Poulos (1981) y la



expresada por Castro (1969) diferencia al Estado Crítico del Estado Constante en la velocidad de deformación.

Salden et al. (1985) consideran que esta diferencia puede explicarse porque los ensayos de Castro (1969) fueron analizados con control de carga. Sin embargo, no se han encontrado diferencias sustanciales entre ensayos realizados con control de carga y con control de deformaciones (Castro et al., 1982). Por lo tanto, a efectos prácticos Salden et al. (1985) proponen considerar ambos estados como un mismo concepto.

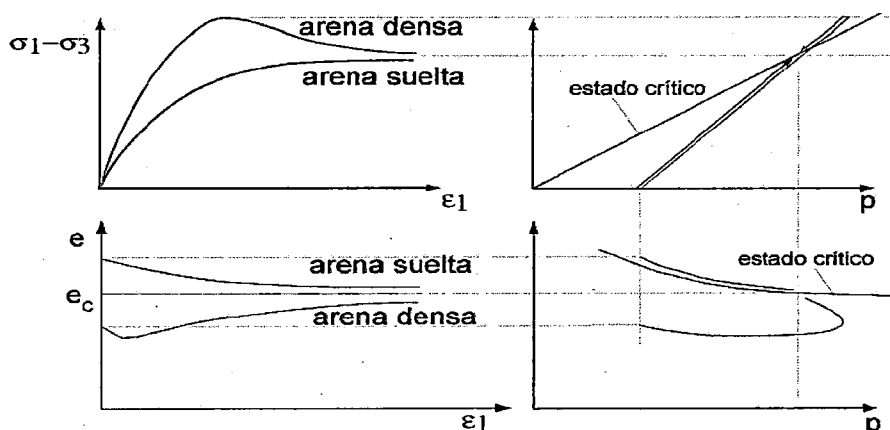


Figura 1.9 Estado crítico para diferentes tipos de arenas (Santamarina, 2001).

### 1.2.2 Contracción y dilatancia

En un material granular, su comportamiento está ligado a la variación de su estructura durante el proceso de carga. En la figura 1.10, se observa en forma esquemática el proceso de contracción - dilatancia de un material compuesto por esferas cuando se somete a esfuerzo cortante. La contracción es una densificación del material en carga drenada y un aumento de la presión intersticial en carga no drenada. La dilatancia es el efecto inverso.

El concepto de dilatancia es generalmente tratado en el marco de las arenas densas, que dilatan (aumentan de volumen) a medida que el esfuerzo cortante aumenta hasta la falla. La definición analítica de la dilatancia en el plano triaxial está dada por:

$$d = \frac{d\epsilon_v}{d\epsilon_s} \quad (1.1)$$

Donde

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_1 + 2d\varepsilon_3 \quad d\varepsilon_s = \frac{2}{3}(d\varepsilon_1 - d\varepsilon_3) \quad (1.2)$$

Esta definición no se limita a arenas densas.

El primero en documentar el concepto de dilatancia fue Reynolds (1885), posteriormente Taylor (1948) presenta sus trabajos analizando la fricción en las arenas, pero es Rowe (1962) quien marca el inicio de la "Teoría de la Dilatancia", que después muchos modelos adoptan, modifican o amplían para simular el cambio de volumen de una arena sometida a esfuerzo cortante.

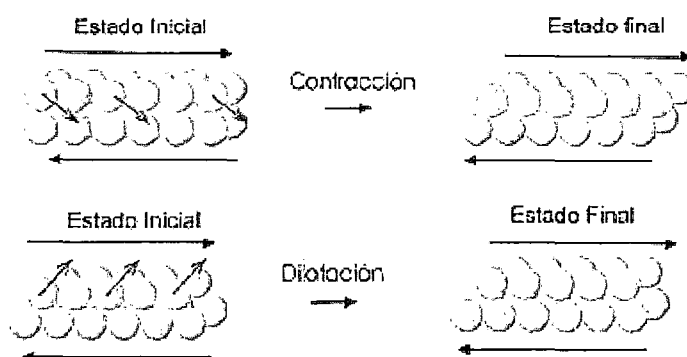


Figura 1.10 Esquema del comportamiento dilatante y contractivo.

La expresión propuesta por Rowe (1962) relaciona la velocidad de deformación plástica volumétrica  $d\varepsilon_v/d\varepsilon_1$  con el cociente de esfuerzos principales mayores y menores  $R = \sigma'_1/\sigma'_3$  para un ensayo triaxial de compresión, según:

$$R = K \cdot \left(1 - \frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_1}\right) \quad (1.3)$$

Rowe expresó que para una muestra de suelo que está siendo sometida a esfuerzo cortante, la relación entre el trabajo realizado por los esfuerzos aplicados y el trabajo realizado por los esfuerzos disipados para cualquier incremento de deformación debe ser igual a una constante  $K$ . La hipótesis realizada para desarrollar esta expresión se basa en que la relación entre la energía aplicada y disipada en el suelo es mínima.

Si se considera una muestra sometida a un ensayo triaxial de compresión, donde  $\sigma_a$  es el esfuerzo axial asociado a la energía aplicada,  $\sigma_r$  es el esfuerzo radial asociado a la energía disipada, y ambas están relacionadas coaxialmente con los incrementos de deformación axial  $d\varepsilon_a$  y deformación radial  $d\varepsilon_r$  respectivamente, la relación tensión - dilatancia de Rowe es:

$$K = \frac{E_i}{E_f} = \frac{\sigma_a d\varepsilon_a}{-2\sigma_r d\varepsilon_r} \quad (1.4)$$

Donde  $K$  está relacionada con el ángulo de fricción  $\varphi_f$  por la expresión:

$$K = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_f}{2} \right) = \frac{1 + \operatorname{sen} \varphi_f}{1 - \operatorname{sen} \varphi_f} \quad (1.5)$$

Donde el ángulo de fricción  $\varphi_f$  se encuentra entre el ángulo de fricción intrínseco entre partículas  $\varphi_u$  y el ángulo de fricción crítico o residual;  $\varphi_u \leq \varphi_f \leq \varphi_{cs}$ .

Los incrementos de deformación y de esfuerzo en el plano triaxial:

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_1 + 2d\varepsilon_3$$

$$d\varepsilon_s = \frac{2}{3}(d\varepsilon_1 - d\varepsilon_3) \quad (1.6)$$

$$dp = \frac{d\sigma'_1 + 2d\sigma'_3}{3}$$

$$dq = d\sigma'_1 - d\sigma'_3 \quad (1.7)$$

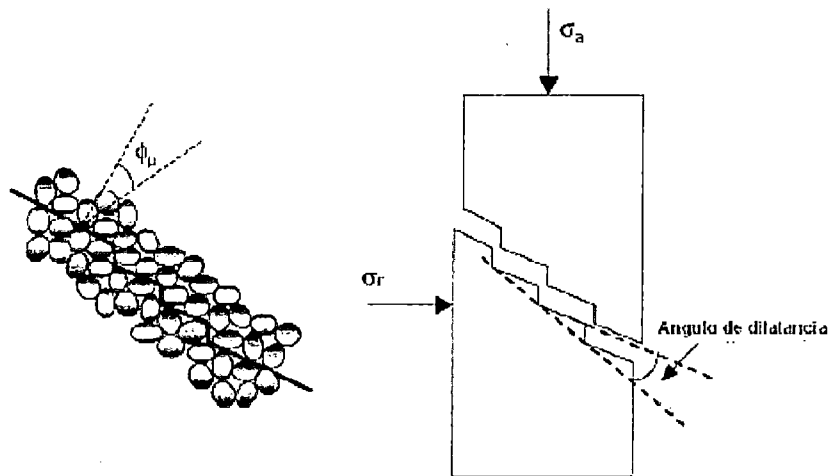


Figura 1.11 Esquema de la dilatancia de Rowe (Yang y Li, 2002).

### 1.2.3 Estado de transformación de fase

El estado de fase fue definido por Ishihara et al. (1975) como el lugar donde la trayectoria de esfuerzos de un ensayo no drenado cambia su dirección en el espacio  $p' - q$ . Esto sería equivalente al valor mínimo que  $p'$  puede alcanzar en el caso 1 y 2 de la figura 1.7. Asimismo definió la Línea de Transformación de Fase que divide el espacio de esfuerzos en dos subespacios:

- Debajo de la Línea de Transformación de Fase se producen incrementos positivos de la presión intersticial,  $\partial u > 0$  (Comportamiento contractivo).
- Sobre la Línea de Transformación de Fase se producen incrementos negativos de la presión intersticial,  $\partial u < 0$  (Comportamiento dilatante).

En ensayos triaxiales drenados, Luong (1978, 1980, 1982) define el Estado Característico como el estado de esfuerzos donde el volumen cambia de contractivo a dilatante. Todos estos puntos se encuentran sobre una línea denominada Línea Característica que divide el espacio de esfuerzos en:

- Debajo de la Línea Característica, se producen comportamientos contractivos,  $d\varepsilon_v > 0$
- Sobre la Línea Característica, se producen comportamientos dilatantes,  $d\varepsilon_v < 0$

Conceptualmente la Línea de Transformación de Fase y la Línea Característica representan lo mismo.

#### 1.2.4 Parámetros de estado

Los parámetros de estado son las características del material referidas a un instante particular de tiempo. Estas cantidades cambian durante el proceso mecánico. Si durante un proceso mecánico no se producen cambios en las variables de estado, entonces se ha alcanzado un estado asintótico.

En general, el comportamiento de los suelos granulares para un rango importante de deformaciones debe ser especificado en función de dos aspectos importantes: **la densidad y la presión de confinamiento inicial**. Por ello, varios autores expresaron diferentes parámetros o índices que relacionan estas dos características con la Línea de Estado Crítico (LEC). Uno de los primeros trabajos que relaciona las condiciones iniciales del suelo con una línea de referencia se debe a Wroth y Bassett (1965), posteriormente Uriel (1975) realiza una analogía entre las vibraciones armónicas y la respuesta triaxial de los suelos granulares deduciendo un parámetro de estado en función de la porosidad.

A partir del trabajo de Wroth y Bassett (1965), Been y Jefferies (1985) se definió un parámetro de estado de la siguiente forma:

$$\psi = e - e_c \quad (1.8)$$

Donde  $e$  es la relación de vacíos en condiciones iniciales y  $e_c$  es la relación de vacíos en Estado Crítico, que se determina en el plano  $e - p'$  sobre la Línea de Estado Crítico (LEC o CSL) para la presión inicial  $p'$  según muestra la figura 1.12.

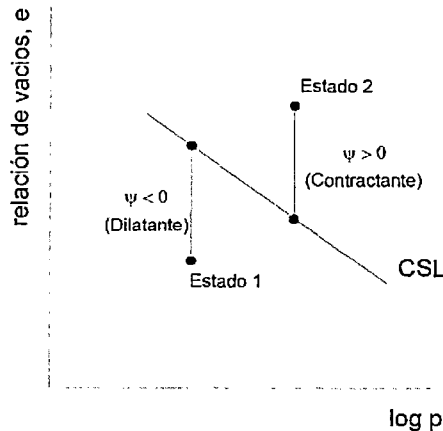


Figura 1.12 Definición de parámetro de estado (Been y Jefferies, 1985).

### 1.3 FUNDAMENTOS DE LOS MODELOS CONSTITUTIVOS

La mayoría de los modelos constitutivos en geotecnia están formulados desde la hipótesis de que el suelo es un medio continuo. Por lo tanto, se deben cumplir las tres ecuaciones básicas de la Mecánica de Medios Continuos (Malvern, 1969; Spencer, 1980):

- Ecuación de equilibrio de esfuerzos.
- Ecuación de compatibilidad de deformaciones.
- Ecuación constitutiva que relaciona esfuerzos y deformaciones.

Los esfuerzos en los suelos están representadas por un tensor de tensiones efectivas de segundo orden según:

$$\sigma' = \begin{bmatrix} \sigma'_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yz} & \sigma'_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma'_{zz} \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

El tensor de esfuerzos es simétrico ( $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ;  $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ ;  $\tau_{zy} = \tau_{yz}$ ) y puede ser expresado por una componente volumétrica y una componente desviadora según:

$$\sigma' = \begin{bmatrix} \sigma'_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yz} & \sigma'_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma'_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p' & 0 & 0 \\ 0 & p' & 0 \\ 0 & 0 & p' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma'_{xx} - p' & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yz} & \sigma'_{yy} - p' & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma'_{zz} - p' \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

O también

$$\sigma' = p' \mathbf{I} + \mathbf{s} \quad (1.11)$$

Donde  $\sigma'$  es el tensor de esfuerzos efectivos,  $\mathbf{I}$  es el tensor identidad,  $\mathbf{s}$  es el tensor de esfuerzos desviadores y  $p'$  es el esfuerzo efectivo principal dada por:

$$p' = \frac{1}{3}(\sigma'_{xx} + \sigma'_{yy} + \sigma'_{zz}) \quad (1.12)$$

Las deformaciones pueden expresarse en notación matricial utilizando un tensor de segundo orden:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

Donde  $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx}$ ;  $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx}$  y  $\varepsilon_{zy} = \varepsilon_{yz}$ . También se puede dividir en dos componentes, una volumétrica y otra desviadora:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\varepsilon_v}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\varepsilon_v}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\varepsilon_v}{3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} - \frac{\varepsilon_v}{3} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} - \frac{\varepsilon_v}{3} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} - \frac{\varepsilon_v}{3} \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

O también

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{3} \varepsilon_v \mathbf{I} + \mathbf{e} \quad (1.15)$$

Donde  $\boldsymbol{\varepsilon}$  es el tensor de segundo orden de deformación,  $\mathbf{I}$  es el tensor identidad,  $\mathbf{e}$  es el tensor de deformación desviadora y  $\varepsilon_v$  es la deformación volumétrica dada por:

$$\varepsilon_v = (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) \quad (1.16)$$

Una de las hipótesis básicas de muchos modelos constitutivos es la isotropía, que significa que las propiedades del material no varían con la dirección. Por ello, la formulación se realiza en función de los invariantes de esfuerzo y deformación conjugados.

Los invariantes de esfuerzo más comunes son el esfuerzo efectivo principal  $p'$ , el esfuerzo desviador  $J$  o  $q$ , y el tercer invariante  $J'_3$  o el ángulo de Lode  $\theta$ . Las expresiones de los mismos en función de los esfuerzos principales son mostradas en las ecuaciones siguientes.

### 1º Invariante de esfuerzos

$$p' = \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (1.17)$$

### 2º Invariante de esfuerzos

$$J = \left[ \frac{1}{2} (\mathbf{s} : \mathbf{s}) \right]^{1/2} = \frac{1}{\sqrt{6}} [(\sigma'_1 - \sigma'_3)^2 + (\sigma'_2 - \sigma'_3)^2 + (\sigma'_1 - \sigma'_2)^2]^{1/2} \quad (1.18)$$

o

$$q = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma'_1 - \sigma'_3)^2 + (\sigma'_2 - \sigma'_3)^2 + (\sigma'_1 - \sigma'_2)^2]^{1/2} \quad (1.19)$$

### 3º Invariante de esfuerzos

$$J'_3 = \frac{1}{3} \text{tr}(\mathbf{s}^3) = s_1 s_2 s_3 \quad (1.20)$$

$$\theta = \frac{1}{3} \tan^{-1} \left[ \frac{1}{\sqrt{3}} \left( 2 \frac{\sigma'_2 - \sigma'_3}{\sigma'_1 - \sigma'_3} - 1 \right) \right] \quad (1.21)$$

Los invariantes de deformación asociados a los invariantes de esfuerzo son la deformación volumétrica  $\varepsilon_v$ , la deformación desviadora  $J_s$  o  $\varepsilon_s$ , y el tercer invariante de deformación  $J_3$  y están expresados según:

### 1º Invariante de deformación

$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (1.22)$$

### 2º Invariante de deformación

$$J_s = \frac{2}{\sqrt{6}} [(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2]^{1/2} \quad (1.23)$$

o

$$\varepsilon_s = \frac{2}{3} \left[ \frac{1}{2} \mathbf{e} : \mathbf{e} \right]^{1/2} = \frac{\sqrt{2}}{3} [(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2] \quad (1.24)$$

### 3º Invariante de deformación

$$J_3 = \det(\mathbf{e}) = e_1 e_2 e_3 \quad (1.25)$$

### Plano Triaxial

Para reproducir los datos experimentales de ensayos triaxiales de un suelo conviene expresar los incrementos de deformación y esfuerzo en función de los

invariantes esfuerzo  $q - p'$  y los invariantes de deformación  $d\varepsilon_s - d\varepsilon_v$  respectivamente.

### Espacio de Esfuerzos

$$\begin{aligned} p' &= I'_1 & I'_1 &= \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}') \\ q &= \sqrt{3J'_2} & J'_2 &= \frac{1}{2} \mathbf{s}' : \mathbf{s}' \quad (1.26) \end{aligned}$$

Donde

$$\mathbf{s}' = \boldsymbol{\sigma}' - \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}') \quad (1.27)$$

$\mathbf{s}'$  representa el tensor de esfuerzos desviadores,  $\boldsymbol{\sigma}'$  representa el tensor de esfuerzos efectivos y  $\frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}')$  representa la traza del tensor de esfuerzos efectivos.

### Espacio de Deformaciones

$$\begin{aligned} d\varepsilon_v &= \text{tr}(d\boldsymbol{\varepsilon}) \\ d\varepsilon_s &= \frac{2}{3} \left( \frac{1}{2} d\mathbf{e} : d\mathbf{e} \right) \quad (1.28) \end{aligned}$$

Donde

$$d\mathbf{e} = d\boldsymbol{\varepsilon} - \frac{1}{3} \text{tr}(d\boldsymbol{\varepsilon}) \quad (1.29)$$

$\mathbf{e}$  representa el tensor de deformaciones desviadoras,  $\boldsymbol{\varepsilon}$  representa el tensor de deformaciones totales y  $\text{tr}(d\boldsymbol{\varepsilon})$  representa la traza del tensor de deformaciones totales.

En el caso particular de *compresión triaxial*, los espacios de esfuerzos y deformaciones están expresados de forma incremental según:

$$dp' = \frac{1}{3} (d\sigma'_1 + 2\sigma'_3) \quad dq = (d\sigma'_1 - d\sigma'_3) \quad (1.30)$$

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_1 + 2d\varepsilon_3 \quad d\varepsilon_s = \frac{2}{3} (d\varepsilon_1 - d\varepsilon_3) \quad (1.31)$$

Queda ahora relacionar los esfuerzos y deformaciones a través de la ecuación constitutiva para obtener una formulación general del comportamiento del suelo. Es aquí donde se toman en importancia las consideraciones de elasticidad y plasticidad, comportamiento lineal y no lineal. A continuación se describirá brevemente las hipótesis de las teorías de la elasticidad y plasticidad.



### 1.3.1 Teoría de la elasticidad

La propiedad de la elasticidad se da si el esfuerzo (o la deformación) depende únicamente de la deformación (o del esfuerzo), esto significa que la historia de la deformación (o del esfuerzo) es inmaterial y sólo el valor actual de este (o del esfuerzo) es necesario para determinar el valor actual del esfuerzo (o de la deformación, según sea el caso), se dice entonces que el material tiene un comportamiento elástico, esta propiedad también es llamada "independencia de la trayectoria", debido a que la historia previa de deformación (o de esfuerzos) del material puede concebirse como una trayectoria cualquiera de deformaciones (o de esfuerzos). La expresión que relaciona los esfuerzos y deformaciones para el caso particular de elasticidad isotrópica y lineal es la denominada ley de Hooke. Para predecir el comportamiento elástico de un material isótropo basta definir dos constantes, por ejemplo  $E$  y  $\nu$ , que son el módulo de Young y el coeficiente de Poisson respectivamente.

Para caracterizar el comportamiento elástico en los suelos, es más conveniente utilizar dos constantes alternativas a las anteriores como son el módulo volumétrico  $K$  y el módulo tangencial  $G$  que relacionan con  $E$  y  $\mu$  por la siguiente expresión:

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1.32)$$

A través de  $K$  y  $G$  el comportamiento elástico es dividido en un cambio de tamaño sin cambio de forma (comportamiento volumétrico) y en un cambio de forma a volumen constante (comportamiento desviador). Las deformaciones elásticas en el plano triaxial están expresadas por:

$$d\varepsilon_v^e = \frac{1}{K} dp' \quad d\varepsilon_s^e = \frac{1}{3G} dq \quad (1.33)$$

Donde  $d\varepsilon_v^e$  es el incremento de deformación elástica volumétrica;  $d\varepsilon_s^e$  es el incremento de deformación elástica desviadora;  $dp'$  es el incremento del esfuerzo principal o presión de confinamiento;  $dq$  es el incremento del esfuerzo desviador. La ventaja de la ecuación (1.33) radica en que las deformaciones están desacopladas, o sea que incrementos del esfuerzo principal no generan deformaciones desviadoras e incrementos en el esfuerzo desviador no producen deformaciones volumétricas. Aunque el suelo no se comporta de esta forma

desacoplada, esta división ha sido muy ventajosa al momento de definir un modelo constitutivo.

La elasticidad lineal isótropa ( $G = cte$  y  $K = cte$ ) es la forma más simple para simular el comportamiento esfuerzo - deformación de los suelos sometidos a pequeñas cargas. Sin embargo, para deformaciones importantes esta teoría no es la más adecuada, dado que el comportamiento es claramente no lineal.

Hay varios autores que expresaron modelos elásticos no lineales, entre los cuales se puede mencionar el modelo Hiperbólico (Duncan y Chan, 1970).

Hardin y Richart (1963) y Hardin y Black (1966) estudiaron la no linealidad a través de la dependencia de  $G$  y  $K$  con el nivel de esfuerzos y deformaciones del suelo. Estos autores proponen distintas expresiones para los módulos elásticos en función de la presión de poros y de la presión de confinamiento. El principio básico es que los suelos se comportan de manera diferente ante cambios en el esfuerzo principal y cambios en el esfuerzo desviador, por ejemplo, ante un incremento en el esfuerzo efectivo principal, la resistencia volumétrica usualmente aumenta y bajo incrementos del esfuerzo desviador la resistencia tangencial disminuye. Este enfoque es conocido como *modelo Hipoelástico* y en un ciclo de esfuerzos cerrada la respuesta elástica no es conservativa. Otro enfoque son los *modelos Hiperelásticos* que cuentan con una formulación termodinámicamente consistente. Mira et al. (2008) presentan una aplicación de los modelos Hiperelásticos al modelo constitutivo de Pastor et al. (1990).

En la figura 1.13 se puede observar varios modelos desarrollados en base a la teoría de la elasticidad.

En la mecánica de suelos la elasticidad fue utilizada principalmente para el análisis de esfuerzos y deformaciones de una masa de suelo bajo cimentaciones o estructura de cimentación. Igualmente, cuando se trataba de problemas de capacidad de carga de cimentaciones, o de problemas de contención de suelos o estabilidad de taludes, se recurrió a la plasticidad perfecta. Hoy en día, la unión de estos problemas fue realizada por la gran variedad de modelos constitutivos que integran las deformaciones elásticas para pequeñas cargas, deformaciones plásticas en descarga, ciclos de histéresis y grandes deformaciones en la rotura.

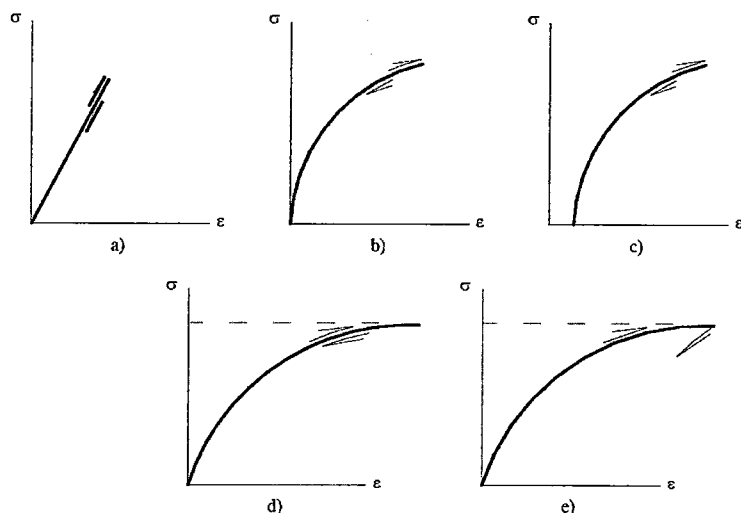


Figura 1.13 Teorías de comportamiento elástico a) Elasticidad lineal o de Hooke b) Hiperelasticidad (elasticidad de Green) c) Elasticidad de Cauchy d) Hipoelasticidad de Truesdell e) Hipoelasticidad con variables internas.

### 1.3.2 Teoría clásica de la plasticidad

La teoría de la plasticidad nace orientada a metales (Tresca, 1864) y su estructura matemática, tal como se la conoce hoy en día, se debe a Hill (1950). Las primeras aplicaciones de la teoría de la plasticidad a los suelos llegan con los trabajos de Drucker et al. (1957) y Roscoe y Burland (1968). Igualmente los trabajos de Coulomb (1773) introducen el concepto del comportamiento a rotura de los suelos, que luego se utilizan en la teoría de plasticidad perfecta y los métodos de equilibrio límite.

Con el objeto de repasar los conceptos fundamentales, se parte del análisis de la respuesta en esfuerzo - deformación de un material sometido a carga uniaxial como se muestra en la figura 1.14, donde se observa:

- Comportamiento lineal y reversible para esfuerzos - deformaciones cercanas al origen, el cual puede ser representado por la teoría de la elasticidad lineal.
- El punto A representa el punto de fluencia o límite elástico del material a partir del cual las deformaciones contienen un componente irreversible.
- La respuesta con incrementos de esfuerzos a partir del punto A tiene una forma no lineal.

- En descarga y recarga se observa respuestas paralelas a las cercanas al origen.
- Las deformaciones al final del proceso de carga y descarga están compuestas por una componente reversible y una componente irreversible.
- En recarga la respuesta es reversible hasta alcanzar el nuevo punto de fluencia B. Para estos materiales se dice que tiene endurecimiento plástico.
- El material llega a la rotura cuando se trata de incrementar el esfuerzo y el material fluye indefinidamente.
- Hay materiales como los metales, que una vez alcanzados el punto de fluencia A, no toman más carga y continúan deformándose, se les llama materiales perfectamente plásticos (figura 1.15).
- También hay materiales como los suelos, que en ciertas circunstancias puede producirse una disminución de la resistencia a medida que la deformación aumenta. Este comportamiento se conoce con el nombre de reblandecimiento (figura 1.15).

Basado en estos conceptos y extendiendo los mismos a un espacio multiaxial, la Teoría Clásica de Plasticidad para un material isótropo está definida por los siguientes conceptos:

- Coaxialidad en esfuerzos y deformaciones.
- Superficie de rotura.
- Superficie de fluencia.
- Superficie de potencial plástico y regla de flujo.
- Ley de endurecimiento y reblandecimiento.

Se les denomina coaxial a aquellos materiales donde los ejes principales de los incrementos de esfuerzos coinciden con los ejes principales de deformaciones.

### 1.3.2.1 Superficie de rotura

Es la función que determina el límite de los estados de esfuerzos posibles de un medio. Si el medio es isótropo, la rotura no se ve afectada por una rotación de ejes. Por lo tanto, la función que define la superficie de rotura puede escribirse en función de las invariantes de esfuerzos. En suelos, la superficie de rotura más

conocida y más antigua (1773) es la propuesta por Coulomb, en función de dos parámetros: la cohesión  $c'$  y el ángulo de fricción  $\phi'$ . Al igual que el criterio de corte de Drucker y Prager, las superficies dependen de los esfuerzos principales.

La diferencia principal entre ambas es la forma que toman en el plano octaédrico en un espacio de esfuerzos de tres dimensiones (figura 1.16).

Hay algunas superficies basadas en datos experimentales en suelos, como la presentada por Lade (1977), o la propuesta por Matsuoka y Nakai (1974), que son versiones sin vértices del criterio de Mohr - Coulomb (figura 1.17).

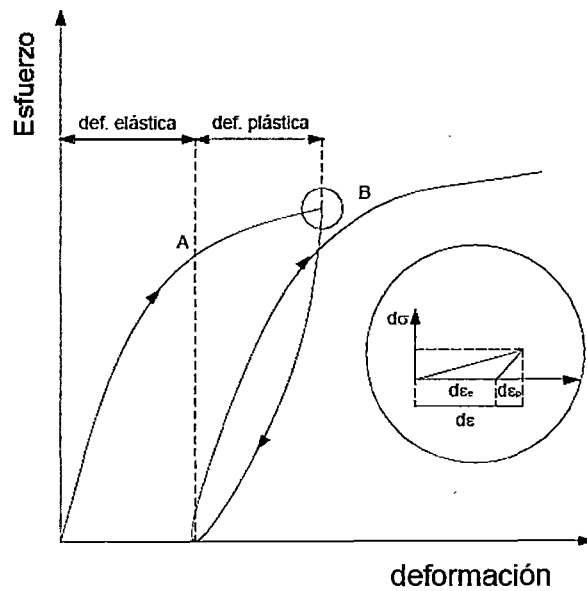
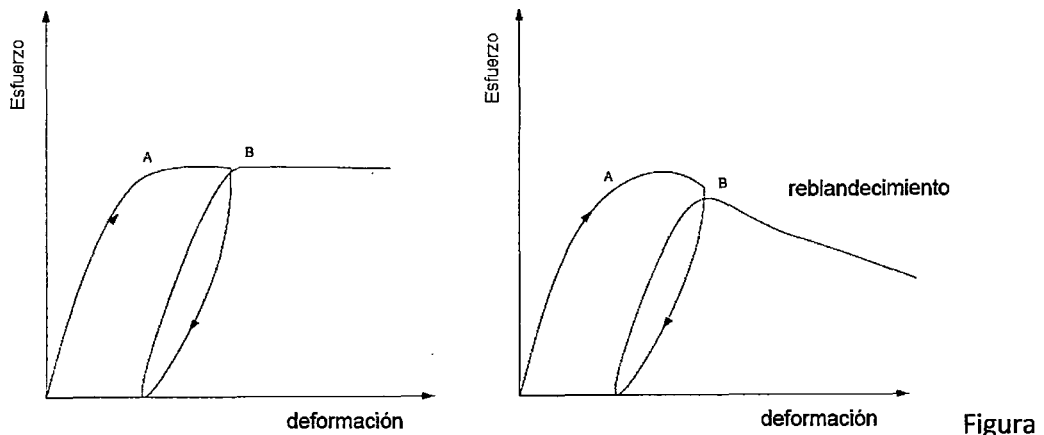


Figura 1.14 Esquema del ensayo uniaxial.



1.15 Esquema del comportamiento perfectamente plástico y con reblandecimiento.

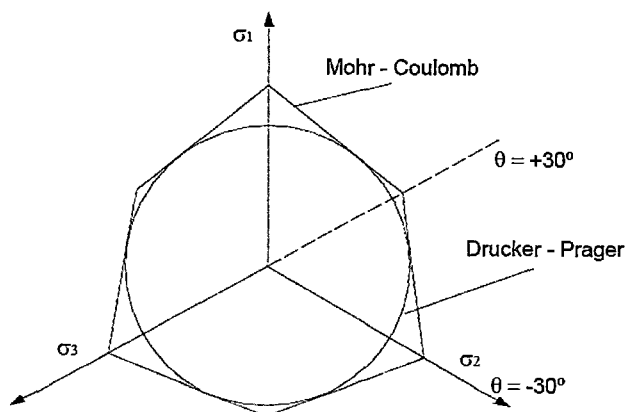


Figura 1.16 Superficies de rotura de Mohr - Coulomb y Drucker – Prager.

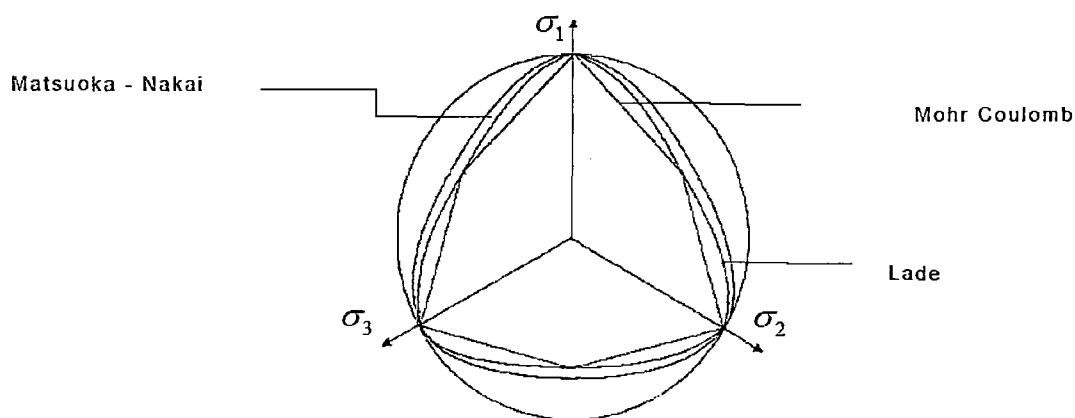


Figura 1.17 Comparación entre las superficies de rotura de Mohr - Coulomb, Lade y Matsuoka - Nakai

### 1.3.2.2 Superficie de fluencia

Considerando la existencia de una Superficie de Fluencia que encierra los estados de deformación recuperables ante cambios en el estado de esfuerzos, la misma se define como:

$$f(\sigma, \mathbf{k}) = 0 \quad (1.34)$$

Donde el criterio de fluencia está dado por:

$f(\sigma, \mathbf{k}) < 0$  : el estado de esfuerzos se encuentra dentro de la superficie de fluencia; los incrementos de esfuerzos sólo generan incrementos elásticos del tensor deformación.

$f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{k}) = 0$  : el estado de esfuerzos alcanzó a la superficie de fluencia; cualquier incremento de esfuerzos positivo (carga) producirá deformaciones irreversibles; incrementos de esfuerzos negativo (descarga) o tangentes a la superficie de fluencia, desarrollarán deformaciones elásticas.

$f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{k}) > 0$  : son estados de esfuerzos imposibles.

### 1.3.2.3 Superficie de potencial plástico y regla de flujo

Considerando la existencia de una superficie de potencial plástico que va cambiando según la regla de flujo plástico, la misma se define como:

$$g(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{m}) = 0 \quad (1.35)$$

Donde  $\boldsymbol{\sigma}(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23}, \dots)$  es el tensor de esfuerzos y  $\mathbf{m}(m_1, \dots, m_n)$  son las variables que describen el cambio de la función potencial plásticos.

La regla de flujo fija la dirección del vector incremento de deformación plástica en el espacio de direcciones principales, mediante una función que liga sus componentes con los esfuerzos.

Si se supone que la superficie de fluencia coincide con la superficie de potencial plástico, entonces la ley de flujo plástico es asociada ( $f = g$ ) y en el caso que no coincidan es no asociada ( $f \neq g$ ).

### 1.3.2.4 Ley de endurecimiento

La ley de endurecimiento es una relación empírica, independiente de la trayectoria de esfuerzos, que indica la dependencia de la expansión de la superficie de fluencia, o del nivel energético, con el trabajo plástico desarrollado. Esta ley de endurecimiento permite calcular, a partir del incremento de esfuerzos, la magnitud del vector incremento de deformación plástica.

Un problema de la Teoría Clásica de Plasticidad es determinar cómo va variando la superficie de carga, una vez alcanzada la superficie de fluencia inicial. Este inconveniente está resuelto por las leyes de endurecimiento o reblandecimiento que definen la forma de las superficies post fluencia. Se han definido varias leyes de endurecimiento para el comportamiento de la superficie de fluencia, entre los cuales están:

- Endurecimiento isótropo.
- Endurecimiento cinemático.

- Endurecimiento mixto.

A partir de la década de los 70's, un grupo de investigadores plantearon teorías alternativas para modelos constitutivos, más accesibles a las que se expusieron en todo el capítulo, Valanis (1971) presentó la teoría endocrónica para describir el comportamiento de los metales. Esta teoría no requiere la especificación de superficie de fluencia ni ley de endurecimiento. Los primeros trabajos de aplicación de la teoría endocrónica al estudio del comportamiento cíclico de suelos se encuentran en Cuellar (1974), Cuellar et al. (1977) y Bazant y Bhat (1976), donde el suelo se consideró como isótropo y homogéneo.

La hipoplasticidad es otra teoría que no se basa en los principios de la elastoplasticidad, y tiene como objetivo describir los fenómenos inelásticos sin utilizar los conceptos de superficies de fluencia, superficies de potencial plástico, condiciones de consistencia, etc. No distingue entre deformaciones elásticas y plásticas.



## 2 CAPÍTULO II: MODELO CONSTITUTIVO HIPOPLÁSTICO

La Hipoplasticidad es un modelo especialmente desarrollado para describir el comportamiento de materiales granulares sin cohesión. Este modelo es capaz de reproducir el comportamiento disipativo, el flujo plástico y efectos no lineales con una sola ecuación tensorial del tipo incremental que es capaz de reproducir tanto la carga, como la descarga. Su aplicación se da para diferentes tipos de suelos granulares, incluyendo arenas y algunas mezclas grava - arena.

Hipoplasticidad es una ley fenomenológica, esto significa que sus ecuaciones no han sido derivadas de leyes físicas fundamentales, sino que han sido inventadas o acomodadas a partir de datos experimentales, y teniendo en cuenta principios relevantes de la física, su formulación se sustenta en el marco teórico de la mecánica del continuo racional (ver anexo A).

El modelo se desarrolla con base en el comportamiento no lineal del suelo. Esto significa que la rigidez del suelo, relación esfuerzo - deformación, no es constante.

La rigidez está cambiando a través del tiempo. El cambio de rigidez es atribuido al cambio del estado del suelo en el tiempo. El estado del suelo puede ser descrito de varias formas. Sin embargo, el modelo sólo se compromete con dos, la densidad y el estado de esfuerzos.

### 2.1 SUPOSICIONES DEL MODELO

Como se sabe, un modelo consiste en una ecuación que relaciona esfuerzo y deformación. El modelo Hipoplástico hace las siguientes suposiciones:

- Las partículas del suelo no cambian debido a fracturamiento o desgaste, la granulometría se mantiene.
- Las deformaciones son homogéneas, tal como se muestra en la figura 2.1.
- Se trabaja con esfuerzos efectivos. Sólo para suelos secos o saturados. El modelo no reproduce comportamiento de suelos parcialmente saturados. Nunca se presenta tensión capilar.

- El suelo es un *esqueleto granular*. Los granos están organizados de tal forma que al aplicar un esfuerzo en un borde del elemento, éste se transmite hasta el otro borde.
- El modelo no reproduce fenómenos diferentes a los producidos por esfuerzos en los bordes.
- Internamente no se producen cementación ni fuerzas electromagnéticas.

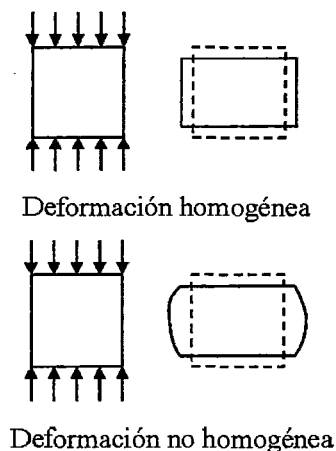


Figura 2.1 Arriba, deformación homogénea. Abajo, deformación no homogénea.

## 2.2 ECUACIÓN BÁSICA

El modelo hipoplástico usa ecuaciones del tipo incremental (o ecuaciones evolutivas) que en forma general relacionan la velocidad de esfuerzo con la velocidad de las deformaciones.

$$\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{H}(\mathbf{T}, \mathbf{D}, \dots) \quad (2.1)$$

Donde  $\dot{\mathbf{T}}$  es el tensor de velocidad de esfuerzos efectivos de Cauchy.  $\mathbf{T}$  es el esfuerzo actual y  $\mathbf{D}$  es la velocidad de deformación. Los tensores  $\mathbf{T}$  y  $\mathbf{D}$  son simétricos. La función  $\mathbf{H}$  indica que la velocidad de los esfuerzos es una función del estado actual de esfuerzos y de la velocidad de deformación, entre otros. Esta función es continuamente derivable con respecto a  $\mathbf{D}$  excepto para  $\mathbf{D} \neq \mathbf{0}$ . La función  $\mathbf{H}$  representa la rigidez tangencial.

Debido al requerimiento de la mecánica del continuo, la función tensorial  $\mathbf{H}$  debe ser isotrópica (independiente del marco de referencia). La representación más general de una función tensorial isotrópica con dos argumentos tensoriales simétricos es:

$$\dot{\mathbf{T}} = \phi_0 \mathbf{1} + \phi_1 \mathbf{T} + \phi_2 \mathbf{D} + \phi_3 \mathbf{T}^2 + \phi_4 \mathbf{D}^2 + \phi_5 (\mathbf{T} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{T}) + \phi_6 (\mathbf{T}^2 \cdot \mathbf{D} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{T}^2) + \phi_7 (\mathbf{T} \cdot \mathbf{D}^2 + \mathbf{D}^2 \cdot \mathbf{T}) + \phi_8 (\mathbf{T}^2 \cdot \mathbf{D}^2 + \mathbf{D}^2 \cdot \mathbf{T}^2) + \dots \quad (2.2)$$

Donde los coeficientes  $\phi_i$  son función de las invariantes de  $\mathbf{T}$  y  $\mathbf{D}$

$$\phi_i = \phi_i(\text{tr}\mathbf{T}, \text{tr}\mathbf{T}^2, \text{tr}\mathbf{T}^3, \text{tr}\mathbf{D}, \text{tr}\mathbf{D}^2, \text{tr}\mathbf{D}^3, \text{tr}(\mathbf{T} \cdot \mathbf{D}), \text{tr}(\mathbf{T}^2 \cdot \mathbf{D}), \text{tr}(\mathbf{T} \cdot \mathbf{D}^2), \text{tr}(\mathbf{T}^2 \cdot \mathbf{D}^2)) \quad (2.3)$$

El uso de las ecuaciones (2.2) y (2.3) permiten un número casi infinito de posibilidades.

Mediante prueba y error, algunos de estos términos fueron escogidos para obtener funciones candidatas. Cada función candidata estaba relacionada a distintas suposiciones y restricciones.

Una de las candidatas de la ecuación hipoplástica original es

$$\dot{\mathbf{T}} = C_1 \frac{1}{2} (\mathbf{T} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{T}) + C_2 \mathbf{1} \mathbf{T} : \mathbf{D} + C_3 \mathbf{T} \|\mathbf{D}\| + C_4 \frac{\mathbf{T} \cdot \mathbf{T}}{\text{tr}\mathbf{T}} \|\mathbf{D}\| \quad (2.4)$$

Donde  $C_1, C_2, C_3, C_4$  son constantes del material.

Las envolventes de respuesta (ver anexo C) desarrolladas por von Wolffersdorff (1996) permitieron estudiar la rigidez tangencial del modelo bajo diferentes direcciones de carga. El método consiste en aplicar una deformación unitaria de magnitud constante y calcular el esfuerzo resultante. Este esfuerzo es dibujado en el plano de Rendulic  $-\sqrt{2}T_2 - T_1$  para diferentes direcciones de deformación.

Este análisis muestra que un círculo dibujado en el plano  $-\sqrt{2}D_2 - D_1$  se convierte en una elipse en el plano  $-\sqrt{2}T_2 - T_1$  (figura 2.1). La estrella muestra la posición del estado de esfuerzo inicial. Debe notarse que en los puntos negros que corresponden a la intersección de los ejes con el círculo en el plano  $-\sqrt{2}D_2 - D_1$  (que forman ángulos de  $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ ) pierden su ortogonalidad en el plano  $-\sqrt{2}T_2 - T_1$ . Sin, embargo, los puntos que estaban separados  $180^\circ$  en el plano de velocidad de deformación continúan teniendo esta misma separación en el plano.

La rigidez tangencial hipoplástica es representada por la distancia desde  $T_0$  a cada punto sobre la elipse de respuesta (figura 2.1). En la figura 2.1 se puede identificar que la rigidez para tracciones isotrópicas es mayor que para la compresión isotrópica. La rigidez para compresión y tracción isocora varía dependiendo de la proximidad del esfuerzo inicial con el esfuerzo de fluencia.

Cuando la velocidad de deformación conduce a un estado de esfuerzos próximo al isotrópico, la rigidez es siempre mayor.

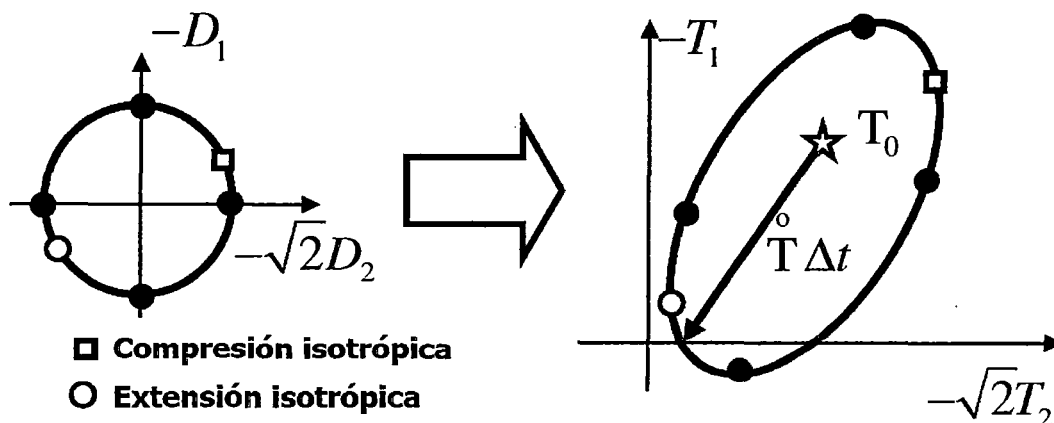


Figura 2.2 Envolvente de respuesta del modelo Hipoplástico para condiciones de carga axisimétricas (Grandas, 2006).

La envolvente de respuesta de los dos primeros términos del modelo hipoplástico, ecuación 2.4, (la parte lineal de la ecuación hipoplástica) resulta ser una elipse con el esfuerzo inicial  $T_0$  en el centro, figura 2.2. Esta respuesta es elástica. El aporte de los otros dos términos (la parte no lineal de la ecuación hipoplástica) resulta ser un desplazamiento de la elipse obtenida como respuesta de la parte lineal de la ecuación. Cada punto  $T$  es desplazado una cantidad  $N\|D\|\Delta t$ . La suma de cada uno de estos desplazamientos produce un desplazamiento completo de la elipse con respecto al esfuerzo inicial  $T_0$  equivalente a  $N\|D\|\Delta t$ .

En los años noventa, nuevas modificaciones fueron introducidas al modelo Hipoplástico, y nuevas funciones candidatas fueron probadas. La parte lineal y no lineal de la ecuación 2.4 fue luego organizada explícitamente en una ecuación de la forma:

$$\dot{T} = L:D + N\|D\| \quad (2.5)$$

Donde  $L$  es un tensor de cuarto orden asociado con la parte lineal de la ecuación y  $N$  es un tensor de segundo orden relacionado con la parte no lineal de la ecuación. Ambos tensores son función de los esfuerzos.  $L$  es definido como positivo e invertible.

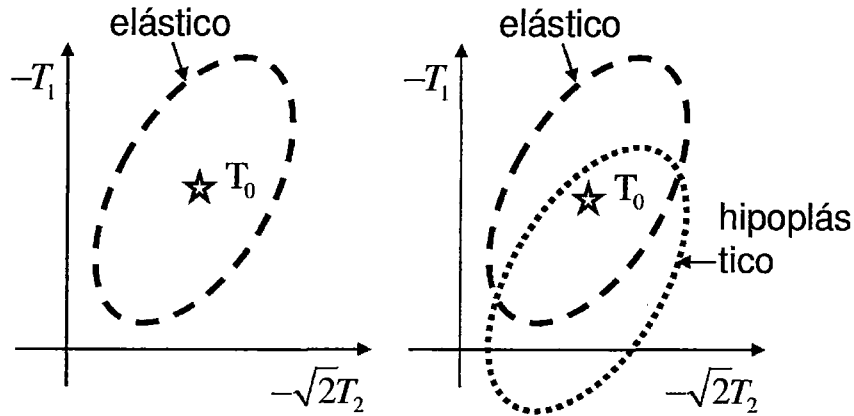


Figura 2.3 Envolventes de respuesta típicas para el modelo Elástico y para el modelo Hipoplástico (Grandas, 2006).

El uso de las envolventes de respuesta permite ilustrar la manera como el término  $\mathbf{N} \|\mathbf{D}\| \Delta t$  desplaza la elipse original. Cuando el estado de esfuerzos inicial está sobre el eje hidrostático ( $T_{11} = T_{22} = T_{33} = p_s$ ) el esfuerzo desviador es cero y el desplazamiento producido por el término  $\mathbf{N} \|\mathbf{D}\| \Delta t$  es mínimo. Por el contrario, si el estado de esfuerzos  $\mathbf{T}_0$  está muy cerca del esfuerzo de fluencia  $\mathbf{T}_y$ , el esfuerzo desviador es máximo y el desplazamiento de la elipse producido por  $\mathbf{N} \|\mathbf{D}\| \Delta t$  también. Esto significa que el tensor  $\mathbf{N}$  crece con el esfuerzo desviador, y que controla la condición de fluencia.

### 2.3 SUPERFICIE DE FLUENCIA

El modelo Hipoplástico original no usaba ninguna superficie de fluencia. La condición de fluencia puede ser encontrada cuando la velocidad de esfuerzos se hace cero,  $\dot{\mathbf{T}}$  para cualquier velocidad de deformación diferente de cero,  $\mathbf{D} \neq \mathbf{0}$ . Introduciendo estas condiciones en la ecuación 2.5, se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{T}} = \mathbf{0} &= \mathbf{L} : \mathbf{D} + \mathbf{N} \|\mathbf{D}\| \rightarrow \\ &= \mathbf{L} : (\mathbf{D} + \mathbf{L}^{-1} : \mathbf{N} \|\mathbf{D}\|) \\ \frac{\mathbf{D}}{\|\mathbf{D}\|} = \vec{\mathbf{D}} &= -\mathbf{L}^{-1} : \mathbf{N} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Si se elimina la velocidad de deformación unitaria  $\vec{\mathbf{D}}$  de la ecuación 2.6, la ecuación 2.6 impone una restricción a los esfuerzos. La eliminación puede lograrse tomando la norma a ambos lados de la ecuación 2.6. De esta manera, la condición de fluencia se definió como:

$$y(\mathbf{T}) = \|\mathbf{L}^{-1} : \mathbf{N}\| - 1 = 0 \quad (2.7)$$

Si se define  $\mathbf{B} = \mathbf{L}^{-1}:\mathbf{N}$  entonces cuando  $\|\mathbf{B}\| = 1$  ocurren únicamente deformaciones perfectamente plásticas. La dirección de este flujo perfectamente plástico  $-\bar{\mathbf{B}}$  es función únicamente del esfuerzo  $\mathbf{T}$ .

La regla de flujo Hipoplástica y la superficie de fluencia Hipoplástica (ecuaciones 2.6 y 2.7) aparecen automáticamente de la ecuación constitutiva. Por lo tanto, el modelo constitutivo Hipoplástico no requiere la definición de una superficie de fluencia ni de una regla de flujo. En los modelos Elastoplásticos, estos dos elementos deben ser definidos explícitamente y a priori. La regla de flujo Hipoplástica definida en la ecuación 2.6 y contenida en la ecuación 2.7 es no asociativa. Esto significa que la dirección del flujo plástico no es necesariamente perpendicular a la superficie de fluencia.

El uso de distintas funciones candidatas produjo distintas superficies de fluencia. Aplicando la condición de  $\dot{\mathbf{T}} = 0$ , el modelo propuesto por Wolffersdorff (1996) produce una superficie de fluencia similar a la superficie de Matsuoka - Nakai.

$$y_{M-N}(\mathbf{T}) \equiv -\frac{I_1 I_2}{I_3} + \frac{9 - \text{sen}^2 \varphi_c}{-1 + \text{sen}^2 \varphi_c} = 0 \quad (2.8)$$

Donde

$$\begin{aligned} I_1 &= \text{tr} \mathbf{T} \\ I_2 &= \frac{1}{2} [\mathbf{T}:\mathbf{T} - (I_1)^2] \\ I_3 &= \det (\mathbf{T}) \end{aligned} \quad (2.9)$$

En el sistema de ejes principales estas invariantes serían:

$$\begin{aligned} I_1 &= T_{ij} = T_{11} + T_{22} + T_{33} \\ I_2 &= \frac{1}{2} [T_{ij}T_{ij} - (T_{ij})^2] = \frac{1}{2} [-2T_{11}T_{22} - 2T_{11}T_{33} - 2T_{22}T_{33}] \\ &= -T_{11}T_{22} - T_{11}T_{33} - T_{22}T_{33} \\ I_3 &= T_{11}T_{22}T_{33} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Reemplazando las invariantes de la ecuación 2.10 en la ecuación 2.7 puede obtenerse una ecuación de segundo orden (introduciendo valores para  $T_{22}$  y  $T_{33}$  y encontrando las raíces para  $T_{11}$ ). La figura 2.3 muestra la superficie de fluencia en el espacio para un ángulo de fricción crítico  $\varphi_c = 33^\circ$ .

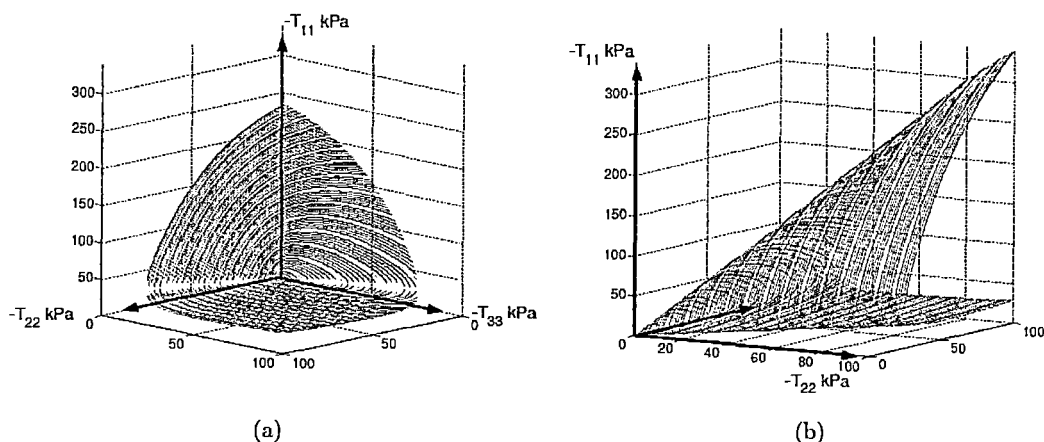


Figura 2.4 Superficie límite de Matsuoka - Nakai para un ángulo de fricción crítico  $\phi_c = 33^\circ$ . (a) eje isótropo como un punto, (b) superficie de fluencia (vista lateral) cada vez más grande a medida que los esfuerzos aumentan.

## 2.4 HIPOPLASTICIDAD UNIDIMENSIONAL

Para el caso unidimensional (1D) la ecuación Hipoplástica 2.5 se simplifica de la siguiente manera:

$$\dot{T} = LD + N|D| \text{ con } 0 < -N \leq L \quad (2.6)$$

O lo que es lo mismo

$$\begin{aligned} \dot{T} &= (L - N)D \quad \text{Para } D > 0 \\ \dot{T} &= (L + N)D \quad \text{Para } D < 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

Supóngase que  $0 < L = \text{const.}$  El término  $N$  es la rigidez parcial que aumenta o disminuye el término básico de la rigidez  $L$  para un esfuerzo  $T$  dado, dependiendo de la dirección de  $D$ . En el caso de  $T > 0$  el proceso de carga corresponde a  $D > 0$  y  $N$  debe ser negativo para hacer que la rigidez correspondiente  $L+N$  menor que la rigidez para descarga  $L - N$ . Para  $T < 0$ ,  $N$  debe ser positiva.  $N$  puede ser entendida como la mitad de la diferencia entre la rigidez para carga y descarga.

Para implementar la superficie de fluencia, el término no lineal  $N$  debe incrementarse cuando el esfuerzo  $T$  se aproxime al valor límite  $T_y$ . Esto puede lograrse simplemente haciendo  $N = -\frac{LT}{T_y}$ . Con esta modificación, la condición de fluencia estaría dada por:

$$\dot{T} = 0 = LD - \frac{LT}{T_y}|D| = 0 \quad \text{para } T = T_y, D > 0 \quad \text{ó } T = -T_y, D < 0 \quad (2.8)$$

La superficie de fluencia Hipoplástica puede ser obtenida de la ecuación 2.8 haciendo que la función dependa únicamente de los esfuerzos:

$$\begin{aligned} y(T) &\equiv LD - \frac{LT}{T_y} |D| = LD + N|D| = 0 \\ &= L \left( D - \frac{T}{T_y} |D| \right) = L(D + L^{-1}N|D|) = 0 \\ &= \frac{D}{|D|} - \frac{T}{T_y} = \frac{D}{|D|} + L^{-1}N = 0 \\ &= 1 - \frac{T}{T_y} = 1 - |L^{-1}N| = 0 \end{aligned}$$

$$y(T) \equiv T^2 - T_y^2 = 0 \quad \text{ó} \quad |L^{-1}N| = 1 \quad (2.9)$$

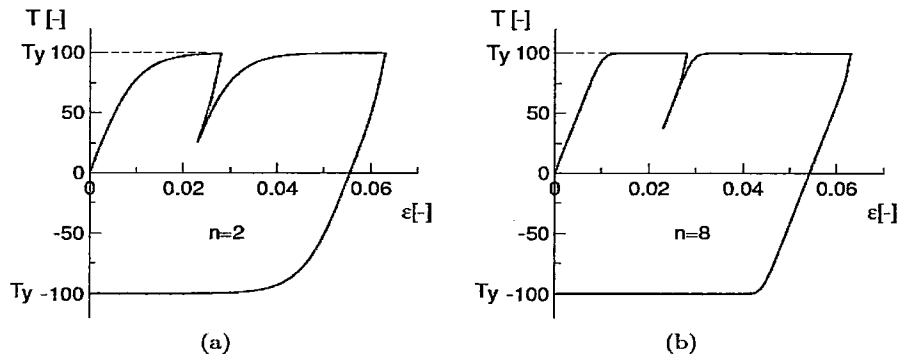


Figura 2.5 Modelo Hipoplástico en una dimensión. El esfuerzo de fluencia es  $T_y = 100$  y  $T_y = -100$ . La fluencia ocurre cuando  $T = T_y$  o cuando  $|L^{-1}N|=1$ . 2.5(a) transición suave hacia el esfuerzo de fluencia usando un exponente  $n = 2$ , 2.5 (b) transición menos suave  $n = 8$ . Un modelo bilineal, o elástico perfectamente plástico puede ser obtenido con  $n \rightarrow \infty$ .

Este modelo puede ser mejorado haciendo que la transición antes de la fluencia sea más suave introduciendo una ley de potencia al término  $N$ ,  $N = -\text{sign}(T)L \left( \frac{T}{T_y} \right)^n$ . La figura 2.5 muestra los resultados de este modelo para valores distintos de  $n$ .

## 2.5 ESTADO CRÍTICO

El modelo Hipoplástico descrito mediante las ecuaciones (2.4) y (2.5) era independiente de la relación de vacíos. Para describir un material en estado suelto o denso, era necesario utilizar dos juegos distintos de parámetros del material  $C_1, C_2, C_3, C_4$ . Nuevas versiones del modelo Hipoplástico tuvieron en



cuenta la influencia del nivel de esfuerzos (barotropía) y de la densidad (picnotropía) en la rigidez. Esto se logró introduciendo dos funciones:

$f_s = (trT, e)$  (barotropía) y  $f_d = (trT, e)$  (picnotropía). El factor  $f_s$  está conformado por dos subfactores por conveniencia  $f_s = (trT, e) = f_e(trT, e)f_b(trT)$ .

El factor de barotropía describe el incremento global de la rigidez durante la carga isotrópica. El factor de picnotropía describe la dilatancia inducida por el corte. Esta función introduce el concepto de estado crítico del suelo, que postula que para un nivel de esfuerzos  $p = -\frac{1}{3}trT$  existe una única relación de vacíos crítica  $e_c(p)$  y un único esfuerzo desviador  $q = \sqrt{\frac{3}{2}||T^*||}$ , para los cuales el flujo perfectamente plástico sin cambio de volumen es posible ( $\dot{T} = 0, D \neq 0, trD = 0$ ). Este único estado CSSM (critical state soil mechanics) es alcanzado sin importar si el proceso de corte es isocórico (igual volumen) o isobárico (igual presión media). El modelo descrito por la ecuación 2.5 satisface la condición del estado crítico si  $trB = 0$  y  $||B|| = 1$  ocurre simultáneamente para  $e = e_c$ . La relación de vacíos crítica  $e_c$  es una función del nivel de esfuerzos  $p$ . Si el proceso de corte monótono produce una deformación suficientemente grande, el estado crítico es alcanzado asintóticamente.

Las arenas sueltas  $e > e_c$  tienden a la contracción, mientras que las arenas densas  $e < e_c$  tienden a la dilatación durante el proceso de corte monótono, bajo condiciones isobáricas o isocóricas.

## 2.6 ECUACIÓN HIPOPLÁSTICA DE VON WOLFFERSDORFF

La ecuación constitutiva Hipoplástica tiene la siguiente forma:

$$\dot{T} = H(T, e, D) \quad (2.10)$$

Donde  $\dot{T}$  es la tasa de esfuerzos efectivos, definida en función del tensor de esfuerzos actual, y  $e$  es la relación de vacíos; la tasa o evolución a través del tiempo en función de la deformación se define como:

$$\dot{e} = (1 + e)trD \quad (2.11)$$

Siendo  $D$  el tensor de velocidades de deformación.

Wolffersdorff modificó las extensiones propuestas por Gudehus y Bauer, e introdujo los factores de barotropía y picnotropía de tal manera que el estado

crítico es alcanzado cuando el estado de esfuerzos coincide con la superficie de fluencia hipoplástica  $y_{M-N}(\mathbf{T}) = 0$ , incluye de esta forma en la ecuación el criterio de falla de Matsuoka - Nakai para el estado de esfuerzos en el estado crítico, la cual limita los rangos de esfuerzos posibles a los cuales puede someterse el material. La ecuación tensorial con la modificación de Wolffersdorff puede escribirse como:

$$\dot{\mathbf{T}} = f_b f_e \frac{1}{\text{tr}(\hat{\mathbf{T}}^2)} [F^2 \mathbf{D} + a^2 \text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \mathbf{D}) \hat{\mathbf{T}} + f_d a F (\hat{\mathbf{T}} + \hat{\mathbf{T}}^*) \|\mathbf{D}\|] \quad (2.12)$$

$\hat{\mathbf{T}}$  es la tasa del tensor de esfuerzos normalizado definido como:

$$\hat{\mathbf{T}} = \frac{\mathbf{T}}{\text{tr} \mathbf{T}} \quad (2.13)$$

Y  $\hat{\mathbf{T}}^*$  es el desviador de  $\hat{\mathbf{T}}$  definido como:

$$\hat{\mathbf{T}}^* = \hat{\mathbf{T}} - \frac{1}{3} \mathbf{I} \quad (2.14)$$

Donde  $\mathbf{I}$  es el tensor unitario.

En la ecuación 2.12,  $a$  es un escalar dependiente únicamente del ángulo de fricción y  $F$  se conoce también como la regla de flujo de la ecuación hipoplástica, ambos determinan la superficie de estado crítico en el espacio de esfuerzos y se definen como:

$$a = \frac{\sqrt{3}(3 - \text{sen} \varphi_c)}{2\sqrt{2} \text{sen} \varphi_c} \quad (2.15)$$

$$F = \sqrt{\frac{1}{8} \tan^2(\psi) + \frac{2 - \tan^2(\psi)}{2 + \sqrt{2} \tan(\psi) \cos(3\vartheta)} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \tan(\psi)} \quad (2.16)$$

Los ángulos  $\psi$  y  $\vartheta$  se muestran en la figura 2.5 en el plano de esfuerzos:

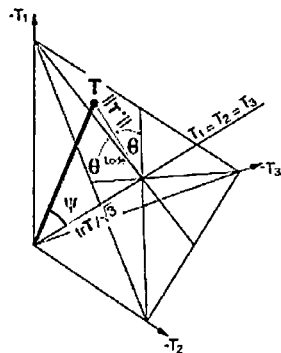


Figura 2.6 Representación geométrica de las invariantes  $\tan \psi$  y  $\cos 3\vartheta$  en el espacio de esfuerzos principales (Wolffersdorff, 2006).

Los factores escalares de picnotropía  $f_d$  y  $f_e$  (densidad) y barotropía  $f_b$  (presión) tienen en cuenta la influencia de la presión media en el esqueleto granular, estos factores se definen en la siguiente sección.

### 2.6.1 Factor de barotropía

La relación de vacíos  $e$  es una función de la presión media  $p_s$ . La variación de la relación de vacíos  $e$  respecto a una relación de vacíos inicial  $e_0$  (relación de vacíos para una presión media  $p_s = 0$ ) puede ser descrita mediante la ecuación:

$$e = e_0 \exp \left[ \left( \frac{-\text{tr}\mathbf{T}}{h_s} \right)^n \right] \quad (2.16)$$

Donde  $h_s$  y  $n$  son parámetros del material;  $h_s$  representa la dureza de la fase sólida y  $n$  es un exponente.

El modelo Hipoplástico introduce tres funciones características de la relación de vacíos:

- $e_i(p_s)$  describe el estado más suelto posible para una presión  $p_s$  dada.
- $e_c(p_s)$  describe la relación de vacíos crítica para una presión  $p_s$  dada.
- $e_d(p_s)$  describe el estado más denso para una presión  $p_s$  dada.

Estas funciones pueden ser descritas por la ley de compresión de Bauer, ecuación 2.6, partiendo de orígenes  $e_{i0} > e_{c0} > e_{d0}$  (constantes del material) obtenidos para presiones medias a cero  $p_s = 0$  (ver figura 2.6)

$$\frac{e_i}{e_{i0}} = \frac{e_c}{e_{c0}} = \frac{e_d}{e_{d0}} = \exp \left[ - \left( \frac{-\text{tr}\mathbf{T}}{h_s} \right)^n \right] \quad (2.17)$$

El modelo Hipoplástico, ecuación 2.26, puede ser expresado en términos de velocidad de esfuerzos medios  $\dot{p}_s$  al igual que la ley de compresión de Bauer, ecuación 2.17. Si estas dos expresiones se igualan para describir la compresión isotrópica de un material, entonces se pueden encontrar los factores de barotropía  $f_b$  y  $f_e$  pueden ser encontrados.

$$f_b(\text{tr}\mathbf{T}) = \left( \frac{e_{i0}}{e_{c0}} \right)^\beta \frac{h_s}{n} \frac{1+e_i}{e_i} \left( \frac{-\text{tr}\mathbf{T}}{h_s} \right)^{1-n} \left[ 3 + a^2 - a\sqrt{3} \left( \frac{e_{i0}-e_{d0}}{e_{c0}-e_{d0}} \right) \right]^{-1} \quad (2.18)$$

$$f_e(\text{tr}\mathbf{T}, e) = \left( \frac{e_c}{e} \right)^\beta \quad (2.19)$$

Donde  $\alpha$  y  $\beta$  son exponentes para  $f_d$  y  $f_e$  respectivamente. La función  $f_e(\text{tr}\mathbf{T}, e)$ , ecuación 2.19, incrementa la rigidez global para suelos densos en comparación con suelos sueltos para el mismo nivel de esfuerzo, independientemente de la velocidad de deformación  $\mathbf{D}$ .

### 2.6.2 Factor de picnotropía

Para que la ecuación 2.12 logre capturar la dependencia del comportamiento mecánico de los materiales granulares con la densidad, Wu et al. (1993) establecieron los términos  $f_e$  y  $f_d$  de picnotropía, que fueron encontrados a partir del proceso de prueba y error, por otro lado, estos factores son funciones escalares adimensionales de la relación de vacíos. El factor  $f_e$  causa una expansión proporcional de la envolvente de respuesta para  $f_e > 1$  como lo muestra la figura 2.6. El efecto del segundo factor  $0 \leq f_d$  puede ser visualizado como una traslación de la envolvente de respuesta a lo largo de la dirección de  $\mathbf{N}(\mathbf{T})$ . La influencia de la relación de vacíos en el estado pico puede ser descrita mediante:

$$f_d = \left( \frac{e - e_d}{e_c - e_d} \right)^\beta \quad (2.20)$$

Donde el exponente  $\beta$  es el mismo de la ecuación 2.19. La función de picnotropía  $f_d(\text{tr}\mathbf{T})$  toma el valor de cero cuando  $e = e_d$ , y el valor de 1 cuando  $e = e_c$ . Si la relación de vacíos resulta ser mayor que la crítica  $e_c < e < e_i$ , entonces  $f_d > 1$ .

Debido a la inclusión del factor de picnotropía, la definición de la superficie de fluencia toma la forma:

$$y(\mathbf{T}) = f_d \|\mathbf{B}\| - 1 = 0 \quad (2.21)$$

Esto significa que para valores pequeños de  $f_d$  es posible alcanzar estados de esfuerzos  $\mathbf{T}$  más allá de la superficie de fluencia usada en 2.18. En este caso la superficie de fluencia es movida hacia afuera mediante valores pequeños de  $f_d$  (estados densos del material). Cuanto más pequeño sea el valor de  $f_d$  (más denso del material) mayor será el corrimiento de la superficie de fluencia y más grande el estado pico. Al mismo tiempo, cuando un estado de esfuerzos  $\mathbf{T}$  alcanza la superficie de fluencia  $y(\mathbf{T}) = 0$  la dirección del flujo  $\mathbf{D}$  es proporcional ha  $-\mathbf{B}$  y la dilatancia es:

$$d(\mathbf{T}) = \frac{-\text{tr}\mathbf{B}}{\|\mathbf{B}^*\|} \quad (2.22)$$

Debido a que la dirección del flujo  $\vec{\mathbf{B}}(\hat{\mathbf{T}})$  para un esfuerzo dado  $\hat{\mathbf{T}}$  es independiente de  $f_d$ , y como valores pequeños de  $f_d$  permiten alcanzar mayores estados  $\hat{\mathbf{T}}$  entonces, cuando  $f_d$  sea menor que 1, mayor será  $\text{tr}\mathbf{B}$  y por lo tanto mayor será la dilatancia  $d$ . En conclusión, materiales densos alcanzarán mayores valores de dilatancia en el esfuerzo pico cuanto menor sea su relación de vacíos (más densos).

El desarrollo de la formulación Hipoplástica para el caso especial de una compresión axialmente simétrica ( $|T_{s1}| > |T_{s2}|$ ) es suficiente para determinar los parámetros del modelo, a continuación se muestra el desarrollo de la ecuación 2.12 para tales condiciones, reduciéndose a dos escalares:

$$\dot{T}_{s1} = f_s \frac{(T_{s1}+2T_{s2})^2}{T_{s1}^2+2T_{s2}^2} \left[ D_1 + a^2 \frac{T_{s1}D_1+2T_{s2}D_2}{(T_{s1}+2T_{s2})^2} T_{s1} + f_d \frac{a}{3} \frac{5T_{s1}-2T_{s2}}{T_{s1}+2T_{s2}} \sqrt{D_1^2 + 2D_2^2} \right] \quad (2.23)$$

$$\dot{T}_{s2} = f_s \frac{(T_{s1}+2T_{s2})^2}{T_{s1}^2+2T_{s2}^2} \left[ D_2 + a^2 \frac{T_{s1}D_1+2T_{s2}D_2}{(T_{s1}+2T_{s2})^2} T_{s2} + f_d \frac{a}{3} \frac{4T_{s2}-2T_{s1}}{T_{s1}+2T_{s2}} \sqrt{D_1^2 + 2D_2^2} \right] \quad (2.24)$$

El subíndice 1 denota la dirección axial, y 2 la radial, la presión media está definida por  $p_s = -(T_{s1} + 2T_{s2})/3$ , se puede observar además que ya no aparece el factor  $F$ , esto debido a que toma el valor de 1, pues no hay cortante.

### 3 CAPÍTULO III: DEFINICIÓN Y METODOLOGÍA DE OBTENCIÓN DE LOS PARÁMETROS HIPOELÁSTICOS

Una relación constitutiva no tiene utilidad si los parámetros de material involucrados en ella no pueden ser adaptados a un material particular. Los valores de esos parámetros constituyen la tarjeta de identidad de ese material con respecto al modelo constitutivo particular. Por otra parte, un parámetro particular es inútil a menos que éste esté integrado dentro de un modelo constitutivo.

En la gran cantidad de publicaciones sobre modelos constitutivos, la metodología de obtención de parámetros es sencillamente omitida en tanto no se le da ningún valor. En la mayoría de los modelos constitutivos esta es una tarea que puede tomar ¡muchos meses de trabajo! Con relación a la ecuación constitutiva hipoelástica, se presenta a continuación los parámetros que definen este modelo.

#### 3.1 ÁNGULO DE FRICCIÓN $\varphi_c$

El ángulo de fricción crítico  $\varphi_c$  se define como el valor del ángulo de fricción cuando el material alcanza la condición de estado estable. Esta condición se caracteriza por tener grandes deformaciones de corte con esfuerzo y volumen constante Schofield (1968).  $\varphi_c$  se puede determinar a partir de ensayos triaxiales drenados y no drenados o corte simple.

Para el caso de una compresión cilíndrica (p.e. compresión triaxial) se tiene las condiciones:

$$\dot{T}_{s1} = \dot{T}_{s2} = D_1 + 2D_2 = 0 \quad (D_1 \neq 0) \quad (3.1)$$

Deben ser entonces cumplidos. Insertando esto en las ecuaciones 2.23 y 2.24, usando la definición del ángulo de fricción  $\varphi$ ,

$$\text{sen}\varphi = \max\left(\frac{T_{s1}-T_{s2}}{T_{s1}+T_{s2}}\right) \quad (3.2)$$

Se obtiene la relación entre  $a$  y  $\varphi_c$ , que es la ecuación 2.15.

Una estimación simple de  $\varphi_c$  puede ser obtenida del ángulo de reposo de un material granular seco, según lo propuesto por Cornforth (1973) e ilustrado en la figura 3.1, formando una pequeña pila de este material. Una pequeña

excavación al pie del talud formado es recomendada para suprimir la influencia de la preparación de la pila. Debido al flujo estable de granos, se alcanza un estado cuasi crítico. Aunque la forma de la pila no sea absolutamente cónica y el ángulo medido puede ser ligeramente influenciado por el método de preparación, un estudio más detallado de ensayos del ángulo de reposo (influencia del tamaño, bases rugosas, etc.) fueron recientemente obtenidos por Miura et al. (1997).

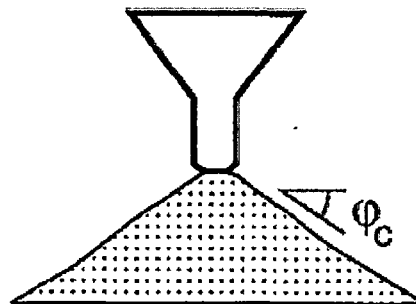


Figura 3.1 Determinación del  $\phi_c$  a partir del ángulo de reposo (Gudehus, 1999).

La influencia de la distribución del tamaño de grano en el ángulo de reposo fue estudiado usando mezclas de fracciones de tamaño de una arena local industrial de cuarzo con granos angulares. Tales arenas artificiales fueron utilizadas debido a los tamaños limitados de grano de las arenas naturales ensayadas, que no permiten obtener coeficientes de uniformidad altos. Cualquiera de los dos, el diámetro principal de granos  $d_{50}$  o la uniformidad  $C_u$  fueron mantenidos constantes. Se ha encontrado que el rol de  $d_{50}$  es mucho más importante que el  $C_u$  (ver figura 3.2). Haciendo rodar talud abajo, los granos más grandes tienen que vencer pares más altos de esfuerzos, que pueden explicar un aumento del  $\phi_c$  observado con el tamaño de grano. Un pequeño incremento del  $\phi_c$  observado para  $d_{50} < 0.2 \text{ mm}$  puede ser debido a la capilaridad del agua resultado del aire húmedo. Estos resultados coinciden con resultados sobre muestras uniformes hechas por Miura et al. (1997), quienes también observaron un aumento del ángulo de reposo con el aumento de la angulosidad.

Otra alternativa planteada para poder determinar este parámetro es el método de Santamarina, Dodds (2003), el cual consiste en llenar una probeta con agua y luego agregarle el material. Luego, la probeta se inclina  $60^\circ$  y se endereza. Se

toma la medida del ángulo. Se repite el proceso inclinando la probeta al lado contrario. Así sucesivamente hasta que se establezca la medida del ángulo.

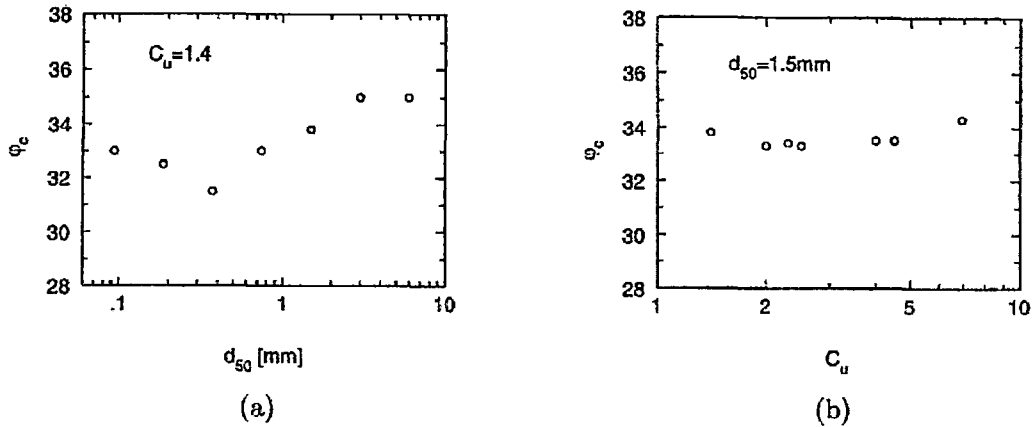


Figura 3.2. Relación entre el ángulo de fricción crítica  $\phi_c$  y el diámetro de grano principal  $d_{50}$  (a) y no uniformidad  $C_u$  (b) respectivamente, para mezclas de arenas artificiales (Gudehus, 1999).

### 3.2 DUREZA GRANULAR Y EXPONENTE $h_s$ Y $n$

Los parámetros  $h_s$  y  $n$  son los que describen las curvas esfuerzo - deformación para compresiones proporcionales.

La llamada dureza granular  $h_s$  es el único parámetro con dimensiones de esfuerzo. Este es usado como un esfuerzo de referencia, no debe de ser confundido con la dureza de un grano.

El exponente  $n$ , ver ecuación (2.17) y (2.18), toman en cuenta la sensibilidad de presión de un esqueleto granular, así permite un incremento no proporcional de la rigidez incremental con incremento de  $p_s$ . Usando  $h_s$  y el exponente  $n$ , la relación de vacíos  $e_p$  durante el inicio de la compresión proporcional de una conveniente relación de vacíos  $e_{p0}$  a la presión cero pueden ser descritos por la ecuación:

$$e_p = e_{p0} \exp \left[ - \left( \frac{3p_s}{h_s} \right)^n \right] \quad (3.3)$$

En caso de una velocidad independiente del material, la proporción de la compresión denota una trayectoria de deformación lineal con componentes constantes del tensor de tasa de deformación. Hay sólo una  $e_{p0}$  correspondiente a la dirección particular  $p$  de la trayectoria de deformación, Bauer (1996). En



caso de una compresión isotrópica  $e_{p0} = e_{i0}$  permanece, Siendo  $e_{i0}$  la máxima relación de vacíos de un simple esqueleto granular a la presión cero.  $e_{p0} = e_{o0}$  Para una compresión unidimensional es ligeramente inferior.

Para la determinación de  $h_s$  y  $n$ , se tiene que realizar un ensayo de compresión con un espécimen inicialmente muy suelto (pero no colapsable). En la práctica, un ensayo edométrico es más simple que uno de compresión isotrópica, ya que este último tiene que ser realizado en un aparato triaxial (para los problemas de medida triaxial), Baldi et al. (1988). Para suprimir efectos fisicoquímicos, el espécimen debe de estar seco (es posible con granos gruesos) o saturado. Como el exponente  $n$  controla la curvatura en la compresión isotrópica o edométrica, se puede determinar considerando dos puntos en la curva para dos diferentes presiones de confinamiento  $p_s$  y determinando sus respectivos coeficientes de compresión edométrica dada por:

$$C_c = \frac{de}{d \ln\left(\frac{p_s}{p_{s0}}\right)} \quad (3.4)$$

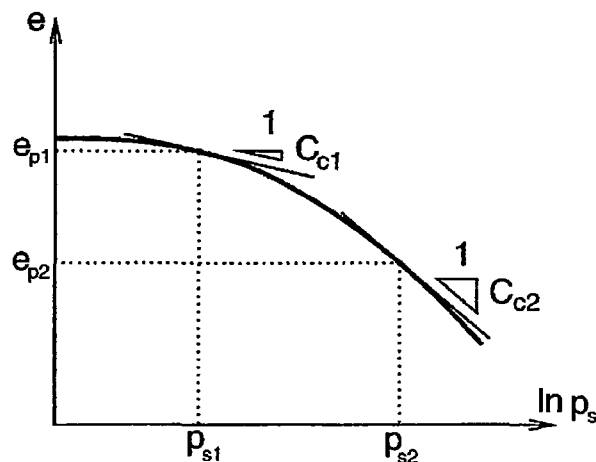


Figura 3.3 Curva de compresión edométrica (Niemunis, 2003).

De acuerdo con esto y con ayuda de la figura 3.3, el valor de  $n$  puede determinarse mediante la expresión:

$$n = \left( \frac{\ln\left(\frac{e_{p1} C_{c2}}{e_{p2} C_{c1}}\right)}{\ln\left(\frac{p_{s2}}{p_{s1}}\right)} \right) \quad (3.5)$$

Para el caso de  $h_s$  se utiliza la misma definición de  $C_c$  para obtener la siguiente relación:

$$h_s = 3p_s \left( \frac{ne_p}{c_c} \right)^{1/n} \quad (3.6)$$

Los rangos de presión típicos para evaluar estos dos parámetros se encuentran entre 20kPa y 2MPa.  $h_s$  es controlado por la dureza del mineral de los granos, su forma, su angulosidad y la distribución granulométrica del material (Niemunis 2003).

Se puede notar también que, mientras el conocimiento de  $n$  es necesario para la determinación de  $h_s$ ,  $n$  puede ser calculado independientemente de  $h_s$ ,  $n$  refleja del mismo modo la curvatura de una curva de compresión (figura 3.4(a)),  $h_s$  es la pendiente de esta (figura 3.4 (b)).

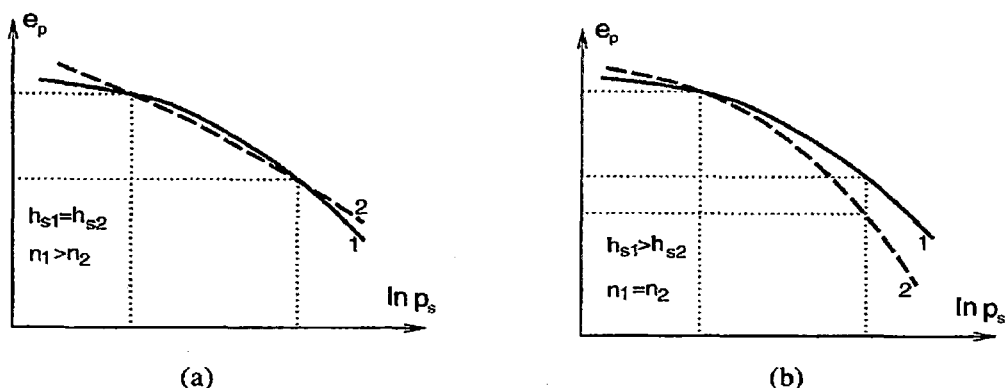


Figura 3.4 Influencia de  $n$  (a) y  $h_s$  (b) en las curvas de compresión (Niemunis, 2003).

En la figura 3.4 se observa que  $h_s$  está directamente relacionada con la pendiente de la gráfica. Entre mayor sea el valor de  $h_s$  menor pendiente presenta la gráfica, en otras palabras, el suelo es menos compresible. En la misma figura 3.4 se observa que  $n$  está directamente relacionado con la curvatura de la gráfica. Entre mayor sea el valor de  $n$  mayor curvatura presenta la gráfica, en otras palabras, la rigidez cambia con mayor rapidez ante el cambio de  $p_s$ .

Otra característica que se encuentra de estos dos parámetros es que el exponente  $n$  depende claramente del coeficiente de uniformidad  $C_u$  y de  $d_{50}$  (ver figura 3.5),  $n$  incrementa con la disminución de  $C_u$  y el incremento de  $d_{50}$ . La angularidad de las arenas naturales parece incrementarse con la disminución de  $d_{50}$ , (Friedman et al., 1978), de ahí que  $n$  se incrementa con el incremento de la redondez. Esto es de acuerdo con otros resultados publicados por Schultze y

Moussa (1961). Esto debería de ser enfatizado, sin embargo, esos valores de  $h_s$  y  $n$  son válidos sólo en el rango experimental de  $20\text{kPa} < p_s < 2.0\text{MPa}$ . Este rango de presión puede ser relacionado para  $h_s$ ,  $10^{-5} < p_s/h_s < 10^{-3}$ . La dureza granular  $h_s$  representa una constante del suelo y así puede ser considerado como un esfuerzo de referencia objetivo para un esqueleto granular, contrario al menudo uso de la presión atmosférica, que no tiene ninguna relación directa con el suelo.

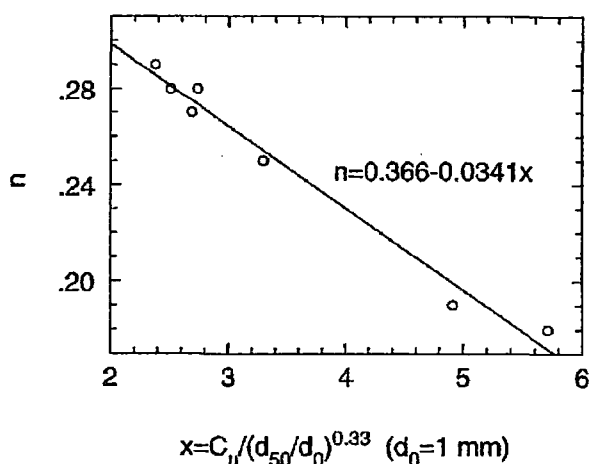


Figura 3.5 Relación entre el exponente  $n$ , coeficiente de uniformidad  $C_u$  y el tamaño principal de grano  $d_{50}$ .

### 3.3 RELACIÓN DE VACÍOS DE REFERENCIA $e_d$ , $e_c$ Y $e_i$

Las relaciones de vacíos límites,  $e_d$ ,  $e_c$ ,  $e_i$  indican la relación de vacíos mínima, crítica y máxima en un espacio de presión media efectiva cero ( $p'_s \approx 0$ ). La caracterización del material para  $p'_s \approx 0$  lleva a pensar que este tipo de parámetros son el mayor limitante de la ley. Sin embargo, eso solo es un concepto necesario para poder describir el cambio de la relación de vacíos con la presión media del esqueleto granular (figura 3.6).

La función de estas tres referencias es mantener la relación de vacíos actual dentro de los límites físicamente posibles,  $e_d < e < e_i$  (figura 3.6). En caso de que  $e$  estuviera fuera de los límites, el esqueleto granular dejaría de existir.

Además, estas relaciones de vacíos de referencia permiten que el modelo conozca la densidad relativa que tiene el suelo en cada  $p_s$  y así tener en cuenta la picnotropía.

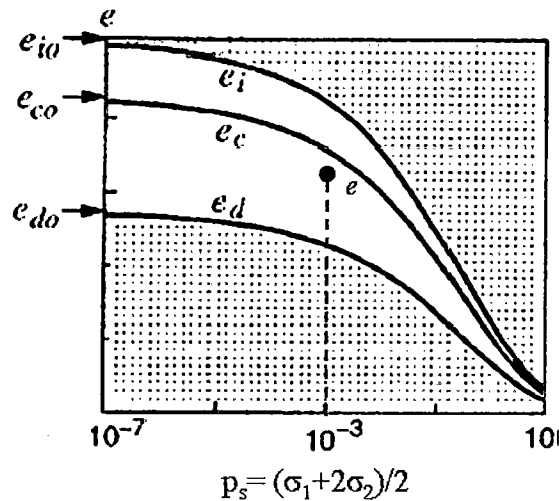


Figura 3.6 Dependencia de las relaciones de vacíos en función de la presión.

### 3.3.1 Relación de vacíos mínima $e_d$

La mejor densificación de un material granular puede ser generalmente alcanzado por el corte cíclico con pequeñas amplitudes bajo una presión constante. Si esto es realizado después de una compresión estática (figura 3.7), se alcanza una única relación de vacíos mínima asintótica  $e_d$  que decrezca con la presión (Youd, 1972). El modelo Hipoplástico describe la relación entre  $e_d$  y  $p_s$  con la ecuación (2.17), y el valor de  $e_d$  a la presión cero puede ser extrapolado como:

$$e_{do} = e_d \exp \left[ \left( \frac{3p_s}{h_s} \right)^n \right] \quad (3.7)$$

En la práctica, una relación de vacíos mínima  $e_{min}$  es determinada de los ensayos de densidades máximas y mínimas, descritos en varias normas, como las ASTM D 4253 y DIN 18126. Los métodos de densificación propuestos en las normas son realizados a cierto nivel de presión (denotado como  $p_{emin}$  en la figura 3.7) pero no son tan efectivos como el corte cíclico. Por lo tanto, el valor medido de  $e_{min}$  engaña por encima de  $e_d$  (ver figura 3.7).

Los valores de  $e_d$  dependen principalmente de la no uniformidad y la forma de los granos. Basado en un extenso programa experimental, Youd ha propuesto un diagrama relativo de  $e_d$  para  $C_u$  y la angulosidad del grano (figura 3.8(a)). El valor de  $e_d$  fue medido en simples ensayos de corte a una presión vertical de 96kPa correspondiente a  $p_s \approx 55\text{kPa}$  con  $K_0 = 0.40$ .  $e_d$  Decrece con el

incremento de  $C_u$  debido a la tapadura de vacíos entre grandes y pequeños granos. Más adelante, la disminución de  $e_d$  resulta de la disminución de angulosidad de los granos.

Los valores de  $e_{d0}$  para arenas en este estudio, pueden ser obtenidos de la figura 3.8(a) y usando la ecuación (3.7). Una comparación de  $e_{d0}$  con  $e_{min}$  revela que ambos valores están cercanos unos a otros. Es decir, se puede asumir  $e_{d0} \approx e_{min}$  puede ser asumido. Esto es conforme a la figura 3.8: durante un ensayo de índice, una ineficaz densificación es menos importante debido a pequeñas presiones.

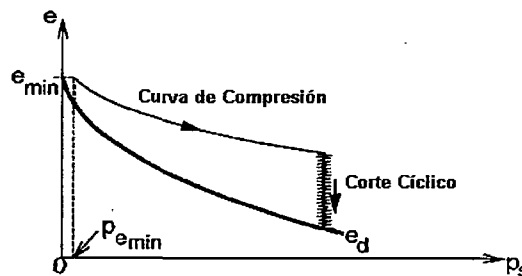


Figura 3.7 Dependencia de la presión a la relación de vacíos mínima  $e_d$ .

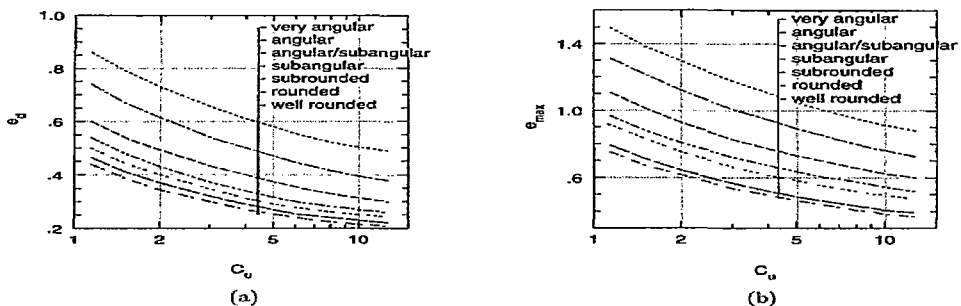


Figura 3.8 Dependencia de (a)  $e_d$  a  $p_s \approx 55$  kPa y (b)  $e_{max}$  en  $C_u$  y angulosidad granular (Gudehus, 1999).

### 3.3.2 Relación de vacíos máxima $e_i$

El parámetro  $e_{i0}$  puede ser imaginado como la relación de vacíos máxima de un simple esqueleto granular que es alcanzado durante una consolidación isotrópica de una suspensión de granos en un espacio libre de gravedad. Esto puede ser considerado como un umbral de filtración relacionado con el nacimiento de un esqueleto granular, Gudehus (1997). Esto es casi imposible de determinar experimentalmente  $e_{i0}$  pero uno puede calcularlo para unos pocos casos idealizados (figura 3.9).

Una serie regular de esferas idénticas (figura 3.9 (a)) tiene una relación de vacíos máxima de 0.91, el de los cubos (figura 3.9 (b)) tiene 1.00. Otro arreglo, representado en la figura 3.9 (c), es sumamente inestable y así no pertenece a un simple esqueleto granular.

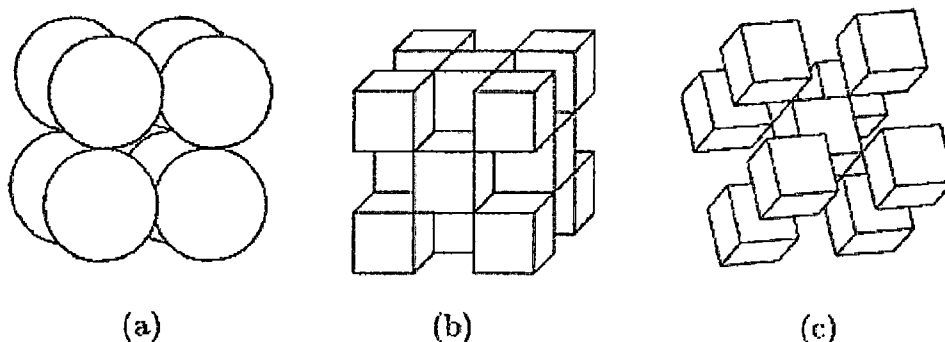


Figura 3.9 Configuraciones idealizadas de esferas y cubos para la mínima densidad.

Hay varias propuestas de como determinar una relación de vacíos máxima  $e_{max}$  en el laboratorio. Muchas normas incorporan verter tierra seca en un molde calibrado, como la ASTM D 4254. Durante el flujo, el suelo alcanza un estado crítico, es decir, se hace más denso que un  $e_{max}$  teórico. Una comparación de valores experimentales de  $e_{max}$  y valores teóricos de  $e_{i0}$  después de las figuras 3.9(a) y 3.9(b) se obtiene la razón  $e_{i0}/e_{max} \approx 1.2$ , en el caso de esferas idénticas, y 1.3 en caso de cubos, respectivamente.

Usando siempre el mismo procedimiento de ensayo, la influencia de las propiedades granulométricas en  $e_{max}$  es similar al de  $e_{min}$  (ver figura 3.8 (b)).  $e_{max}$  decrece con el incremento de  $C_u$  y la redondez del grano.

Sin embargo, en los últimos años haciendo un estudio más detallado del comportamiento de las arenas a nivel micro molecular, Dodds (2003) propone agregar el material, previamente pesado, a una probeta llena de agua. Luego, la probeta se sacude y se deja que el material se asiente lentamente. Este método garantiza un acomodamiento lento de las partículas, lo que resulta en un estado muy suelto. Se repite varias veces el ensayo y se obtiene valores más o menos constantes. Se mide el volumen para el peso conocido y se calcula  $e_{max}$ .

### 3.3.3 Relación de vacíos crítica $e_c$

El decrecimiento de la relación de vacíos crítica  $e_c$  con la presión principal del esqueleto es descrito por la ecuación (2.17). En consecuencia, análogo ha  $e_{c0}$ , su valor a la presión cero puede ser calculado de:

$$e_{c0} = e_c \exp \left[ \left( \frac{3p_s}{h_s} \right)^n \right] \quad (3.8)$$

El valor de  $e_{c0}$  puede ser obtenido junto con  $\varphi_c$  de un ensayo de corte en un suelo. Como esto es usualmente dificultoso, ya que para conservar un estado homogéneo hasta el estado crítico es casi imposible, el llamado estado cuasi-crítico de un ensayo triaxial no drenado es por lo general considerado suficiente para la determinación de  $e_c$ , Verdugo et al. (1996).

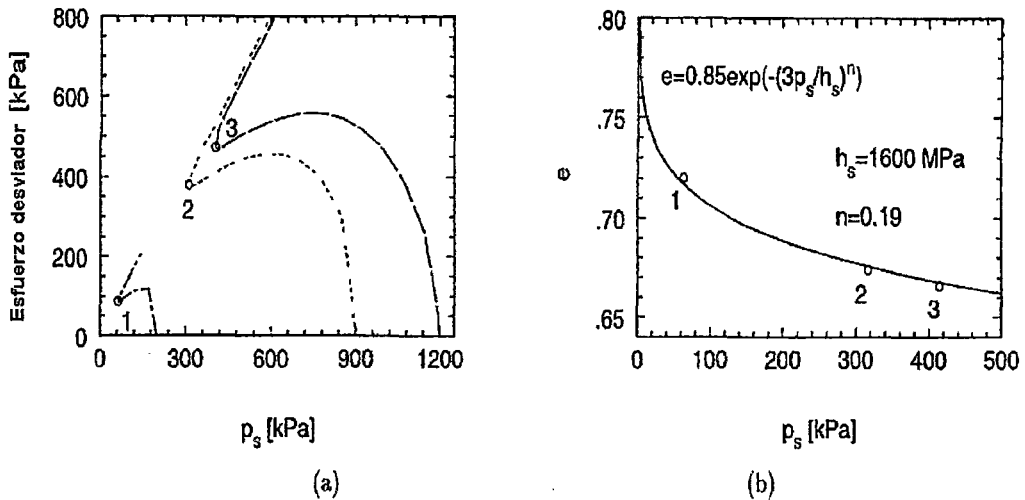


Figura 3.10 Determinación de  $e_c$  del estado cuasi crítico en un ensayo triaxial no drenado (Wolffersdorff, 2006).

La figura 3.10 muestra la determinación de  $e_{c0}$  de un ensayo triaxial no drenado en una arena suelta de Lausitz. Esto puede ser visto en la ecuación (3.8), usando los parámetros  $h_s$  y  $n$  determinados independientemente en un ensayo edométrico, proporciona buenos puntos 1 y 3 de estados cuasi - estables. Además, el valor de  $e_{c0}$  corresponde exactamente al  $e_{max}$  de ensayos índice. Este hecho fue posteriormente comprobado, comparando  $e_{max}$  con valores experimentales de  $e_c$  extrapolados para presión cero. De la tabla 3.1, se observa que la igualdad  $e_{c0} \approx e_{max}$  fue también confirmada para otras arenas. Una observación similar fue también publicada para la arena del Río Sacramento y la

arena de Monterrey, Seed et al. (1990). Esto no es sorpresa cuando se considera que durante un ensayo de  $e_{max}$  (vertiendo una arena con una caída alta dentro de un molde) un estado cercano al crítico es alcanzado: deformaciones grandes se desarrollan durante un estado estable de esfuerzos cerca a la presión cero.

Material	$e_{m\acute{a}x}$	$e_0$	Referencia
Arena de Houston	0.98	0.96	Dohan (1997)
Arena de Lausitz	0.85	0.85	Herle (1997)
Arena de Ottawa	0.79	0.76	Vaid (1990)
Arena de Toyoura	0.98	0.98	Verdugo (1996)
Arena de Zbraslav	0.82	0.80	Feda (1990)

Tabla 3.1. Comparación de  $e_{m\acute{a}x}$  de ensayos de índice y relaciones de vacíos críticas  $e_{c0}$  extrapolados a presión cero.

### 3.4 EXPONENTE DE PICNOTROPÍA $\alpha$

El exponente  $\alpha$  controla la influencia de la densidad del material sobre el ángulo de fricción pico. Este parámetro es dependiente de la forma y angulosidad de los granos y determina principalmente la forma como la ecuación tensorial representa la dilatancia.

Para obtener un pico en el plano esfuerzo - deformación es necesario ensayar el material en un estado denso. Un ensayo de corte, como el triaxial, basta para determinar este parámetro. Mediante de la relación que existe entre los esfuerzos y la relación de vacíos en el estado pico para compresión triaxial  $\alpha$  puede determinarse con la siguiente ecuación:

$$\alpha = \frac{\ln \left[ \frac{(2+K_p)^2 + a^2 K_p (K_p - 1 - \tan v_p)}{a(2+K_p)(5K_p - 2) \sqrt{4 + 2(1 + \tan v_p)^2}} \right]}{\ln((e - e_d)/(e_c - e_d))} \quad (3.9)$$

Donde

$$K_p = \frac{T_1}{T_2} = \frac{1 + \sin \phi_p}{1 - \sin \phi_p} \quad (3.10)$$

$$\tan v_p = - \frac{D_1 + 2D_2}{D_1} \quad (3.11)$$

$$\sin \phi_p = \left( \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2} \right)_p \quad (3.12)$$



Se debe notar que, en un ensayo triaxial no drenado se tiene  $trD = 0$ . Esto genera un valor indeterminado en la ecuación (3.11) y por consecuencia no se podría determinar el valor de  $\alpha$ . El parámetro debe ser determinado a partir de un ensayo triaxial drenado donde  $trD \neq 0$ .

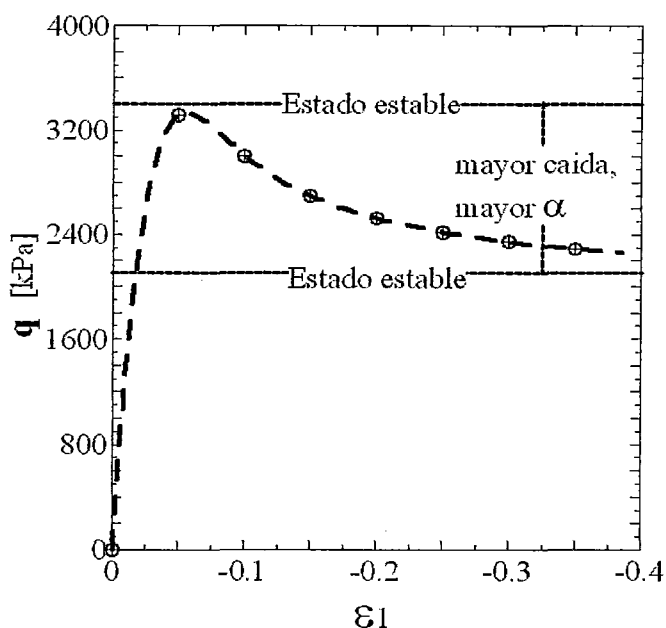


Figura 3.11 Significado de  $\alpha$ . Entre mayor sea la caída desde el estado pico hasta el estado estable, mayor será el valor de  $\alpha$ .

### 3.5 EXPONENTE DE BAROTROPÍA $\beta$

El exponente  $\beta$  influye en la rigidez en compresión del material cuando este se encuentra en estados más densos que el crítico, es decir, determina que tanto se afecta la rigidez respecto a la densidad actual del suelo. El valor de este factor puede determinarse a partir de un ensayo triaxial o edométrico.

El exponente  $\beta$  juega un rol importante sólo si  $e$  es considerablemente más bajo que  $e_i$ , es decir, para un suelo denso. Para un correspondiente módulo de rigidez  $E$  medido para una presión particular, densidad y dirección de deformación,  $\beta$  puede ser calculado de la ecuación (2.23) ó (2.24), respectivamente, por ejemplo, para el caso de una compresión isotrópica la tasa de esfuerzos es dada por:

$$\dot{T}_{s1} = f_s(3 + a^2 - f_a a \sqrt{3})D_1 \quad (3.13)$$

Así esto sigue:

$$\beta = \frac{\ln \left[ E \frac{3+a^2-f_{d0}a\sqrt{3}}{3+a^2-f_{d0}a\sqrt{3}} \frac{e_i}{1+e_i} \frac{n(3p_s)^{n-1}}{h_s} \right]}{\ln(e_i/e)} \quad (3.14)$$

Con  $f_{d0} = \frac{e_{i0}-e_{d0}}{e_{c0}-e_{d0}} \quad (3.15)$

La influencia de  $p_s$  en el cálculo de  $\beta$  puede ser eliminado si se considera la razón del módulo de rigidez a las dos diferentes relaciones de vacíos,  $e_1$  y  $e_2$ , pero a la misma presión, con:

$$\beta_0 = \frac{3+a^2-a\sqrt{3}f_{d1}}{3+a^2-a\sqrt{3}f_{d2}} \quad (3.16)$$

Se obtiene

$$\beta = \frac{\ln(\beta_0 E_2/E_1)}{\ln(e_1/e_2)} \quad (3.17)$$

En muchos casos, el numerador y el denominador de la ecuación (3.17) no difieren mucho. La relación  $e_1/e_2 = e_{suelto}/e_{densa}$  para arenas es usualmente cercana a 1.5, la relación  $E_2/E_1 = E_{denso}/E_{suelto}$  sigue estando entre 1.5 y 2.5 y  $0.6 < \beta_0 < 1.0$  para  $f_{d1} = 1.0$ ,  $f_{d2} = 0.1$  y  $30^\circ \leq \varphi_c \leq 36^\circ$  (ver tabla 3.2). Usando estos valores, el rango de  $\beta$  puede ser limitado por  $0 \leq \beta \leq 2.5$ . De la tabla 3.2, esto puede ser visto que  $\beta \approx 1.0$  es obtenido para muchas arenas.

Material	$e_1$	$e_2$	$C_{c1}$	$C_{c2}$	$e_1/e_2$	$E_2/E_1$	$\beta_0$	$\beta$
Grava de Hochstetten	0.50	0.36	0.0072	0.0034	1.39	1.92	0.98	1.93
Arena de Hochstetten	0.87	0.68	0.0190	0.0110	1.28	1.55	0.82	0.99
Arena de Houston	0.86	0.63	0.0290	0.0115	1.37	2.21	0.85	2.04
Arena de Karlsruhe	0.75	0.55	0.0123	0.0060	1.39	1.80	0.78	1.03
Arena de Lausitz	0.76	0.57	0.0280	0.0150	1.33	1.62	0.83	1.02
Arena de Toyoura	0.90	0.61	0.0090	0.0035	1.48	2.24	0.68	1.08
Arena de Zbraslav	0.81	0.59	0.0075	0.0041	1.37	1.61	0.86	1.02

Tabla 3.2 Relación de módulos de rigidez y relaciones de vacíos de arenas densas y sueltas en compresión edométrica a  $T_{s1} = -100$  kPa.

Además, la sensibilidad del factor  $f_s$  en la ecuación (2.18) para una variación de  $\beta$  es bastante baja porque la base  $e_i/e$  del poder de la ley comúnmente no excede el valor de 1.5 y como el cambio en el valor calculado de  $\beta$  después de la ecuación (3.14) ó (3.17), respectivamente, puede ser causada por una inevitable dispersión experimental. Así, para arenas naturales, es usualmente suficiente asumir  $\beta = 1$  independientemente de las propiedades granulométricas.

### 3.6 OBTENCIÓN DE LOS PARÁMETROS A PARTIR DE ENSAYOS VIRTUALES

Hasta este punto, se conoce la teoría del modelo Hipoplástico así como la determinación de sus parámetros, lo que se quiere establecer en esta sección es encontrar una metodología adecuada para poder determinar los parámetros hipoplásticos. Para esto se recomienda efectuar un experimento virtual para luego llevarlo a la práctica y realizar los ensayos de laboratorio. Se recomiendan los siguientes pasos:

- Tomar un material de la literatura cuyos parámetros ya estén validados.
- Simular una serie de ensayos elementales (triaxiales, edométricos e isótropos) suficientes como para determinar los parámetros a partir de sus gráficas.
- Se asume que los ensayos en realidad son mediciones de laboratorio y que los parámetros son desconocidos.
- Se deberá buscar un camino adecuado para determinar los parámetros y al final se compararán los obtenidos con los originales.
- Finalmente, sólo se trabajará con la información que en la práctica es posible obtener del laboratorio. No se considera toda información que no puede ser medida directamente en laboratorio.

Para poder realizar los ensayos virtuales se ha tenido que elaborar previamente una rutina para, esto se detalla en el Anexo E.

Estas recomendaciones no sólo sirven para tener una guía de cómo se debería de empezar a obtener parámetros, también es útil para tener una idea de cómo calibrarlos, y por supuesto de esta manera también validar las rutinas elaboradas.

## 4 CAPÍTULO IV: CALIBRACIÓN Y SIMULACIÓN DEL MODELO HIPOELÁSTICO

Una relación constitutiva no tiene utilidad si los parámetros del material involucrados en ella no pueden ser adaptados a un material particular. Los valores de esos parámetros constituyen la tarjeta de identidad de ese material con respecto al modelo constitutivo particular.

Por otra parte, un parámetro particular es inútil a menos que éste esté integrado dentro de un modelo constitutivo.

El proceso de determinación de los valores de los parámetros de un modelo constitutivo es llamado *calibración*. En la mayoría de los modelos constitutivos esta es una tarea que puede tomar mucho tiempo de trabajo.

Haciendo uso de los criterios establecidos en el Capítulo 3 se determinarán los ocho parámetros del modelo hipoelástico de von Wolffersdorff para un material obtenido de la zona de Marcona. Una vez que calibrado el modelo se procede a la simulación de un ensayo triaxial drenado, la cual será realizado en una rutina programada en MatLab.

### 4.1 DESCRIPCIÓN DEL MATERIAL A UTILIZAR

El material a estudiar es una arena proveniente de la zona de Marcona, extraída de una calicata de 1.00 - 3.00 m, lavada sobre el tamiz N° 100 (0.15 mm). La figura 4.2 muestra la curva granulométrica de la arena.



Figura 4.1 Material granular utilizado para los ensayos.

El material a ser estudiado presenta las siguientes propiedades granulométricas:

**Clasificación SUCS:** Arena densa SP, pobremente gradada.

### Distribución granulométrica:

% Grava	GG%	0.00
	GF%	2.10
% Arena	AG%	4.90
	AM%	16.10
	AF%	72.50
% Finos		4.40

Tabla 4.1 Variación de tamaños de granos de la arena.

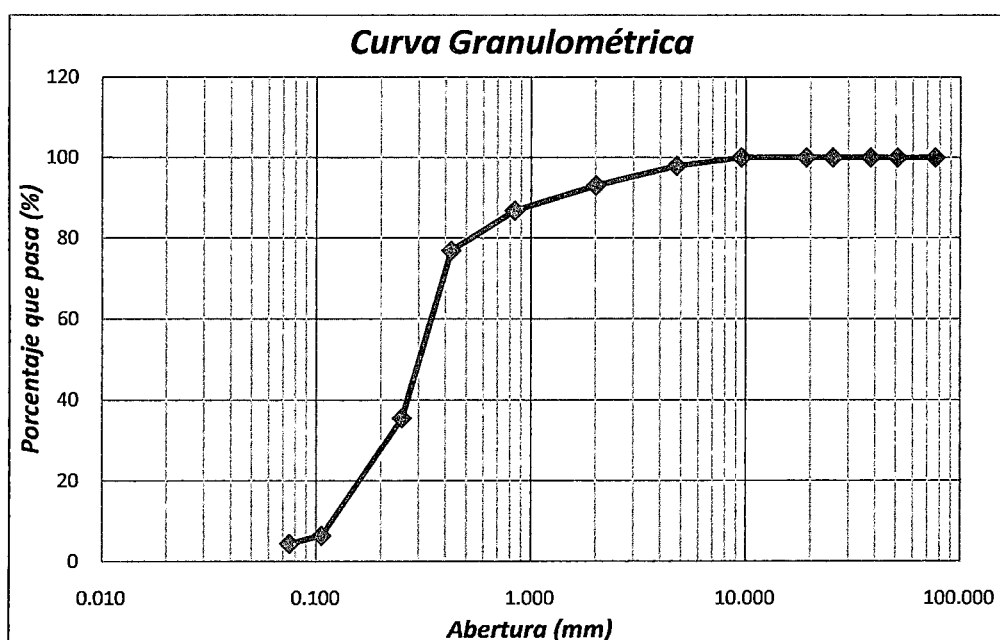


Figura 4.2 Curva granulométrica de la arena de la zona de Marcona.

### Diámetros principales:

$$d_{10} = 0.124 \text{ mm}$$

$$d_{50} = 0.229 \text{ mm}$$

$$d_{60} = 0.339 \text{ mm}$$

Con estos datos se tiene un coeficiente de uniformidad de  $C_u = 2.73$ , lo que indica que es un material con poca diferencia entre el tamaño de sus partículas.

### 4.2 DETERMINACIÓN DE $\phi_c$

De acuerdo a lo expuesto en el capítulo 3, el procedimiento clásico para poder determinar el  $\phi_c$ , es por medio de cualquier tipo de ensayo de corte, en este caso se aplicó un ensayo triaxial consolidado - drenado, realizados por el laboratorio de la empresa Vector Perú S.A.C.

Los ensayos triaxiales se realizaron con muestras saturadas en condiciones drenadas para las siguientes presiones de confinamiento: 100, 200 y 400 kPa.

El conjunto de ensayos se realizaron con muestras de arena remoldeadas en estado seco y posteriormente saturadas bajo contrapresión (aproximadamente 276 kPa para 400 kPa de presión de confinamiento) y con las líneas de drenaje abiertas, que permitieron el flujo de agua hacia el interior de la muestra y la salida del aire de los poros.

Este procedimiento es de gran utilidad si se cuenta con presiones de succión (10 kPa aprox.) suficientes, que garanticen un flujo a través de los poros.

El flujo de agua a través de la muestra se mantuvo aproximadamente durante 20 minutos. Luego se cerraban los drenajes y se procedía a medir el parámetro  $B$  de Skempton para establecer la saturación del suelo.

Seguido a esto se realizaban escalones de incrementos de presión de cámara y contrapresión para garantizar una saturación total. Con este procedimiento se obtuvo un valor de  $B = 0.93$  (Arias 2005). Luego de la saturación, la muestra fue comprimida isotrópicamente hasta una presión de cámara previamente establecida.

Luego de la compresión isotrópica se le aplicó a la muestra un esfuerzo desviador bajo condiciones drenadas, con una velocidad controlada de 0.025 mm/min, manteniendo constante la presión de cámara. La velocidad de deformación vertical fue escogida para evitar la generación de excesos de presión de poros y garantizar las condiciones drenadas del ensayo.

La saturación de las muestras para la realización de ensayos triaxiales en condiciones drenadas tuvo como objetivo medir el cambio de volumen de la muestra durante la aplicación del esfuerzo desviador, a partir del volumen de agua expulsado de la muestra. Este procedimiento es usado debido a la inexistencia de un dispositivo para medir el desplazamiento radial de la muestra durante la aplicación del esfuerzo desviador a una muestra seca. Es necesario hacer notar que los aparatos triaxiales empleados impiden la generación de deformaciones homogéneas de las muestras durante la aplicación del esfuerzo desviador, debido a los tamaños del cabezal y del pedestal del aparato triaxial. Debido a esto, no es posible simular con buena precisión los resultados de los

ensayos triaxiales, especialmente después de alcanzar el esfuerzo desviador máximo.

Para la evaluación de las mediciones triaxiales y las simulaciones se emplea la invariante de esfuerzos  $p = \frac{\sigma'_1 + 2\sigma'_2}{3}$ , la invariante de esfuerzos cortantes  $q = \sigma'_1 - \sigma'_3$ , en donde  $\sigma'_1$  y  $\sigma'_2$  son los esfuerzos axial y radial respectivamente. La deformación de corte  $\gamma$  para la representación de los resultados triaxiales se define como  $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)/2$ ; la deformación volumétrica se define como  $\varepsilon_v = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_2$ , donde  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$  son las deformaciones normales en el sentido axial y radial, respectivamente. La deformación normal se considera positiva cuando disminuye la dimensión que determina dicha deformación.

La figura 4.3 presenta los resultados de compresión triaxial sobre muestras de arena saturada TCD-1, TCD-2 y TCD-3. En estas graficas puede observarse la influencia de la presión de confinamiento: a mayor presión de confinamiento, mayor es el valor alcanzado por  $q$ . La representación del cambio de deformación volumétrica unitaria  $\varepsilon_v$  en función de la deformación axial  $\varepsilon_1$  es útil para observar el fenómeno de dilatación y contracción. Una muestra en estado medianamente denso ( $\rho = 1.64 \text{ kg/cm}^3$ ), sometida a una velocidad de deformación axial cortante inicialmente experimenta contracción.

Después de un cierto nivel de deformación la muestra empieza a dilatar, es decir empieza a aumentar su volumen. En este caso, un valor positivo de  $\varepsilon_v$  significa una reducción de volumen.

El ángulo de fricción crítico es determinado mediante la ecuación:

$$\varphi_c = \frac{3M_c}{6+M_c} \quad (4.1)$$

El valor determinado con esta fórmula es de  $34.6^\circ$ .

Por otro lado, se realizaron pruebas con la metodología alternativa, presentada en el capítulo 3, el método de Santamarina (Dodds 2003), de acuerdo a estas 5 pruebas realizadas, se obtuvo un valor de  $32^\circ$ .

Del mismo modo, se hicieron pruebas con el ángulo de reposo, obteniéndose un valor promedio de  $35^\circ$ .

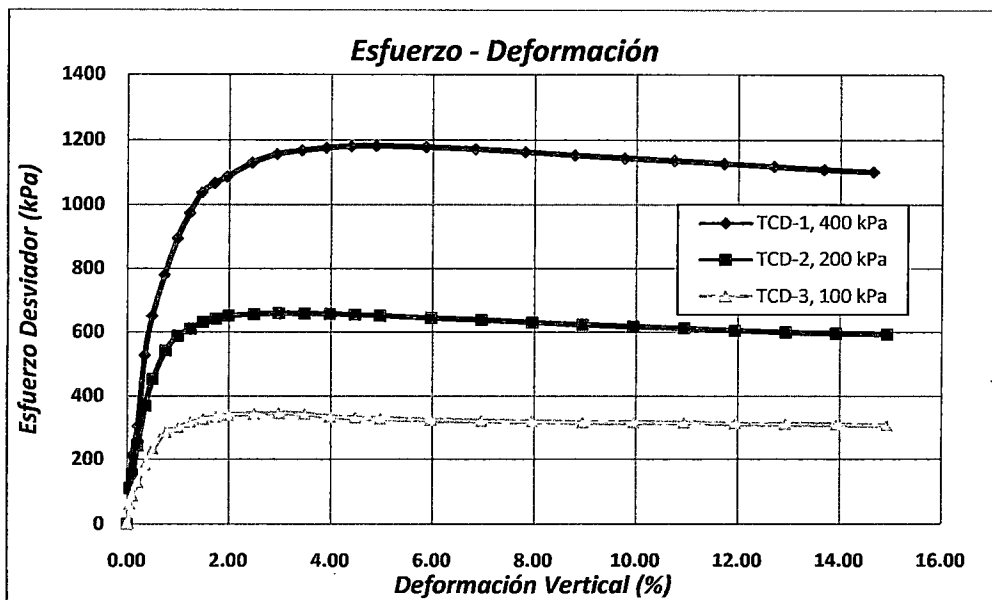


Figura 4.3 Resultados experimentales de compresión triaxial drenada con muestras saturadas de arena de Marcona para diferentes presiones de confinamiento. Ensayos TD-1, TD-2 y TD-3.

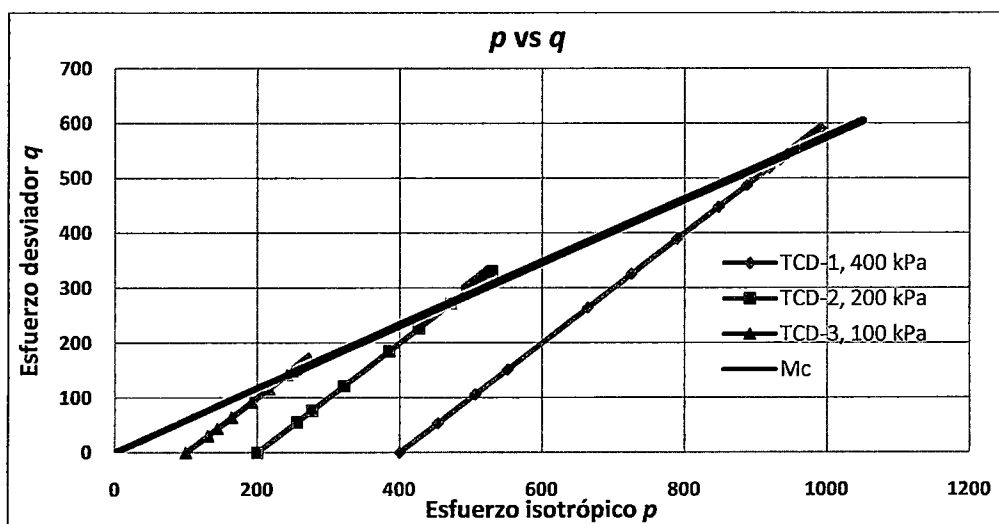


Figura 4.4 Envolvente del estado crítico.





Figura 4.5 Ensayo ángulo de reposo.

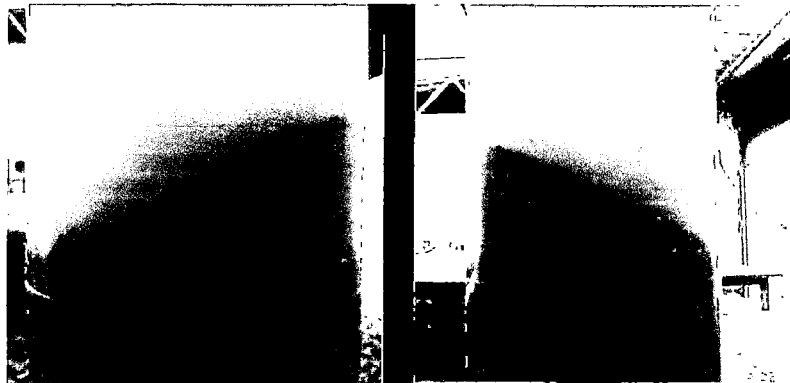


Figura 4.6 Prueba de Santamarina.

#### 4.3 DETERMINACIÓN DE $e_d$ , $e_c$ Y $e_i$

En primer lugar se determinan las relaciones  $e_{máx}$  y  $e_{mín}$ , luego se aplica las equivalencias establecidas en las ecuaciones (3.7) y (3.8).

En términos generales, la determinación de la relación de vacíos  $e$  se hace midiendo el peso y el volumen de una determinada cantidad de material seco. Conociendo la gravedad específica de los sólidos  $G_s$  la relación de vacíos puede ser calculada con la siguiente ecuación:

$$e = G_s \gamma_w \frac{V}{W_s} - 1 \quad (4.2)$$

$e_{mín}$  se determinó con un molde para el ensayo de compactación Proctor Estándar, de volumen conocido. El volumen es llenado con material seco. Se coloca un peso encima del material y se golpea continuamente a un lado y al

otro, con lo que se logra densificar la muestra por cortante. Cuando se observa que el peso superior no baja mas, se tiene la densidad máxima, o relación de vacíos mínima. Se obtiene el peso para el volumen conocido y se calcula  $e_{mín}$  con la ecuación (4.2) (figura 4.7). Este ensayo fue realizado cinco veces para la obtención de un valor promedio.

Previamente se hizo un ensayo de gravedad específica de los sólidos, habiéndose obtenido un valor de  $G_s = 2.75$ , el ensayo de densificación en el molde para Proctor se hizo un número de cinco veces para poder tener un promedio.



Figura 4.7 Molde Proctor para densificar la muestra de arena.

La determinación de  $e_{máx}$  requiere más cuidado. Es muy difícil determinarlo en seco, por eso se recomienda el método propuesto por Santamarina (Dodds 2003), dicho método se explicó en capítulo 3.

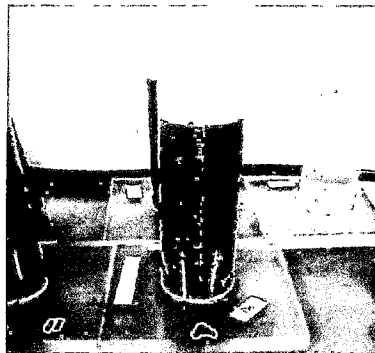


Figura 4.8 Determinación  $e_{máx}$  método Santamarina.

El ensayo se repitió varias veces y se obtuvieron valores más o menos constantes. Se mide el volumen para el peso conocido y se calcula  $e_{máx}$  con la ecuación (4.2) (figura 4.8).

A continuación se resumen los resultados obtenidos:

Densidad Máxima	1.831 gr/cm <sup>3</sup> (promedio de 03 puntos)
Densidad Mínima	1.545 gr/cm <sup>3</sup> (promedio de 03 puntos)
Densidad Remoldeo	1.700 gr/cm <sup>3</sup> (proporcionado)
Densidad Relativa	58.4%

Tabla 4.2 Densidades máximas y mínimas para la arena de la zona de Marcona.

$$e_{d0} \approx e_{\min} = 0.50$$

$$e_{c0} \approx e_{\max} = 0.79$$

$$e_{i0} \approx 1.15e_{\min} = 0.91$$

#### 4.4 Determinación de $h_s$ y $n$

Para la determinación de estos parámetros, se procedió a efectuar un ensayo de edométrico en el equipo de consolidación, como recomienda la literatura, el ensayo se efectuó a una densidad de 1.61 kg/cm<sup>2</sup>, aplicando la ecuación (3.5) para los puntos A y B se obtuvo un valor de  $n = 0.31$ .

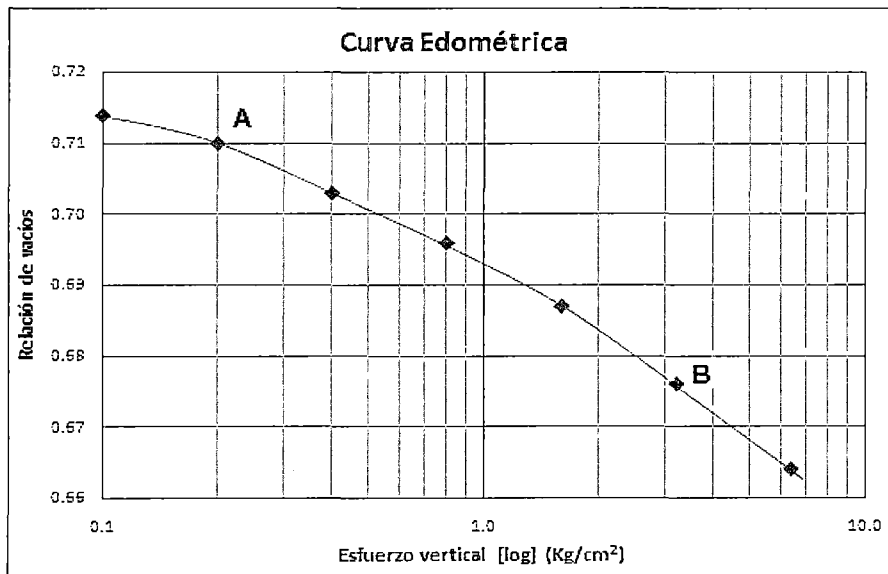


Figura 4.9 Curva Edométrica para la arena de Marcona.

De acuerdo a la literatura este valor, es relativamente alto para el tipo de material el cual se ha utilizado, además de que el ensayo se realizó con cargas

escalonadas, y no continua como debería de ser, debido a que no se cuenta con el equipo.

Después de haberse realizado varias pruebas, el modelo resulta sensible al parámetro  $n$  por lo que se podría sugerir dos alternativas para su determinación, como primera solución se plantea determinar los demás parámetros y al final determinar el valor de  $n$  mediante prueba y error; sin embargo, el valor de este parámetro pierde su significado físico y pasa a ser solo una constante, la otra alternativa más elegante es buscar otro tipo de correlación por medio de las propiedades granulométricas como lo recomienda Gudehus (1999), y como se explicó en el capítulo anterior, recientemente como una validación de esto, Patiño (2006) generó las siguientes tablas para poder hallar por medio de interpolación los valores de los parámetros  $n$  y  $\lambda$

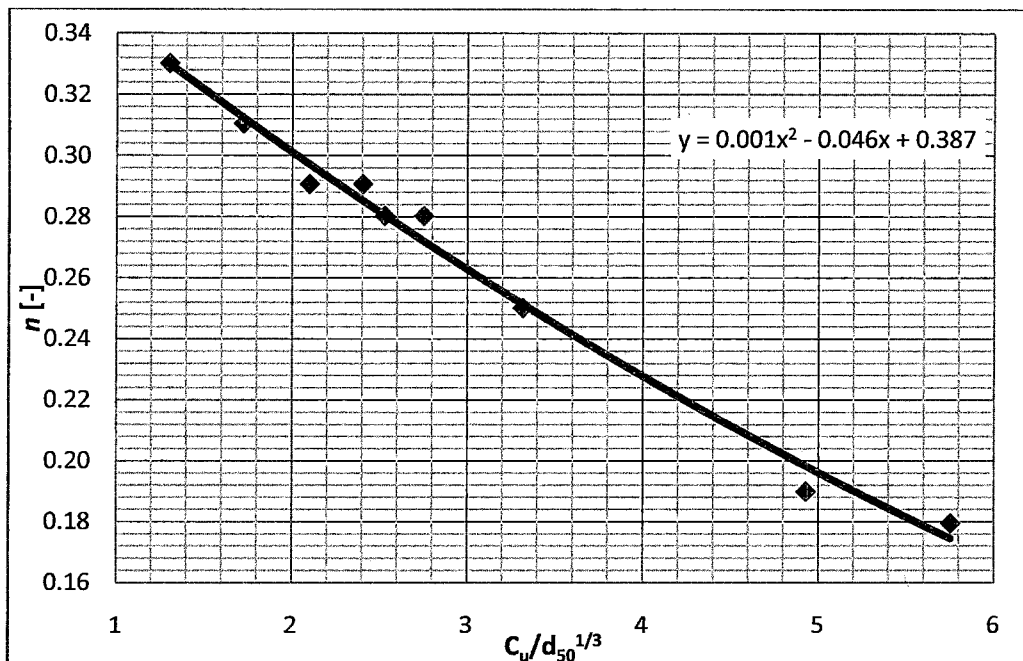


Figura 4.10 Correlación para el cálculo del exponente  $n$  entre  $C_u$ ,  $d_{50}$ .

Como se tiene los valores de  $C_u$  y  $d_{50}$  se obtiene lo siguiente:

$$C_u/d_{50}^{1/3} = 4.09$$

$$d_{50}/C_u^{1/2} = 0.18$$

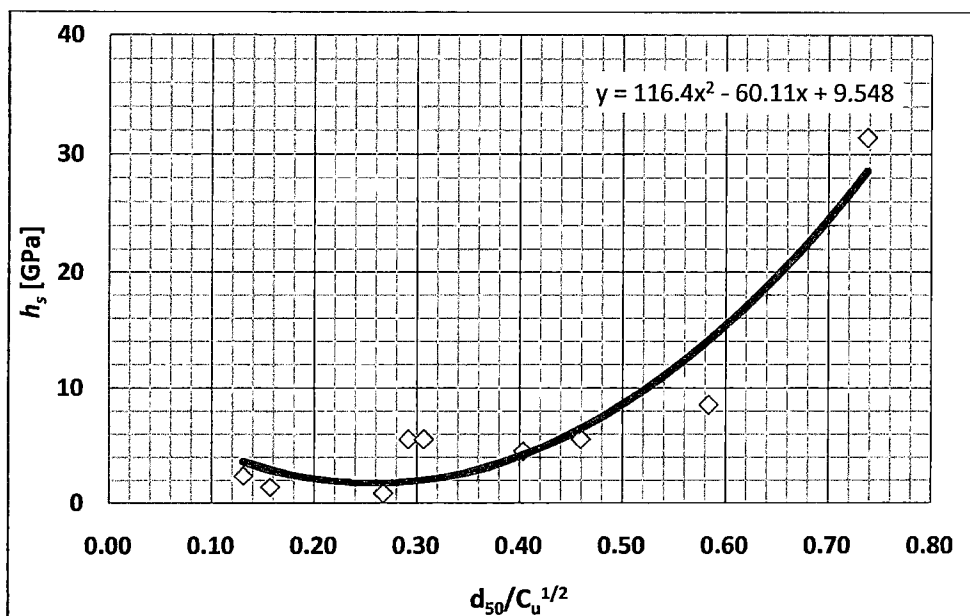


Figura 4.11 Correlación de la dureza granular  $h_s$  entre  $C_u$ ,  $d_{50}$ .

#### 4.5 DETERMINACIÓN DEL EXPONENTE DE PICNOTROPÍA $\alpha$

Para poder calcular el valor de  $\alpha$  se necesita ensayar la muestra al estado más denso posible, por eso se realizó nuevamente tres ensayos triaxiales a diferentes presiones de confinamiento, pero remoldeando la muestra a una densidad saturada de  $e_{max}$  con esto se obtuvieron las siguientes curvas esfuerzo - deformación (figura 4.12).

Usando la ecuación (3.9) se obtienen los siguientes valores:

Punto triaxial	
400 kPa	0.26
200 kPa	0.25
100 kPa	0.23

Tabla 4.3 Valores de  $\alpha$  para diferentes presiones de confinamiento.

Se toma el valor de  $\alpha = 0.25$  para la arena de la zona de Marcona.

#### 4.6 DETERMINACIÓN DEL EXPONENTE DE BAROTROPÍA $\beta$

Se realizó un ensayo isotrópico, con muestra de arena suelta. Para este ensayo se usa la cámara triaxial. La carga se aplicó por escalones, donde cada escalón representa un incremento en la presión de cámara, el propósito de este ensayo es el de corroborar si  $\beta = 0$  ya que Gudehus (1999) sugiere que se podría asumir de acuerdo a las características del material.

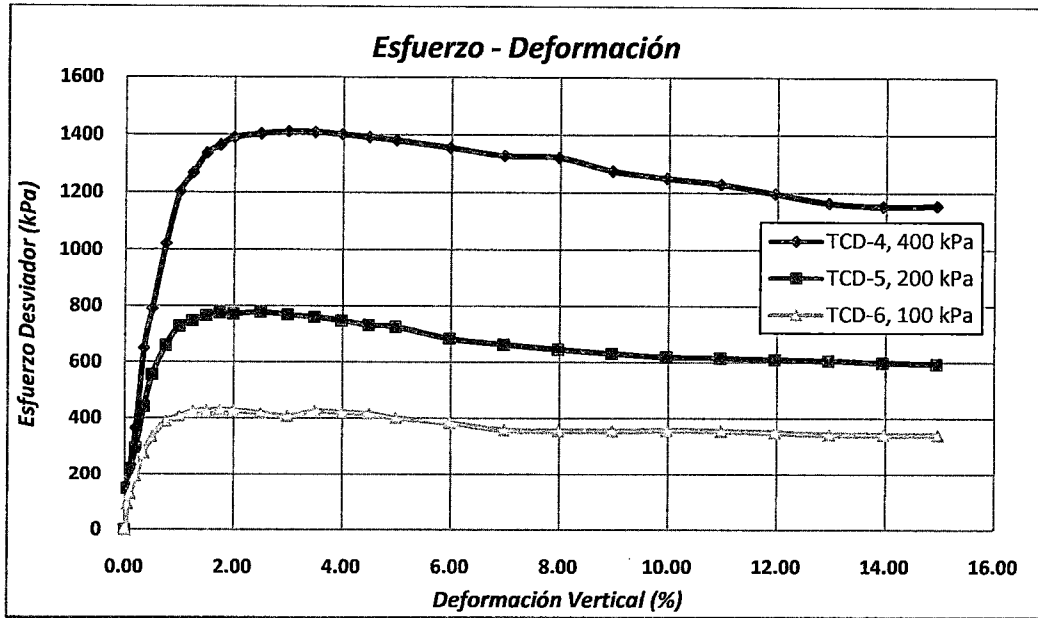


Figura 4.12 Resultados experimentales de compresión triaxial drenada con muestras saturadas de arena de Marcona al estado más denso, para diferentes presiones de confinamiento. Ensayos TD-4, TD-5 y TD-6

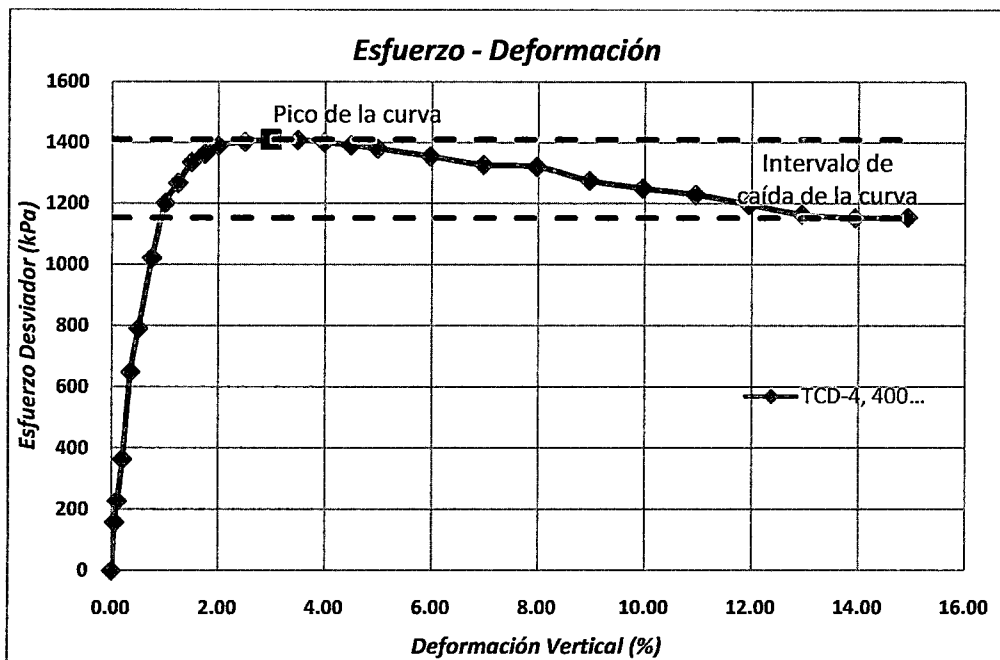


Figura 4.13 Triaxial consolidado drenado, para calcular el  $\alpha$ .

El punto donde se evalúa  $\beta$  es hallado siguiendo el procedimiento establecido en el capítulo 3. En la Figura 4.14 se muestra un ensayo isotrópico realizado y el punto en el cual se determinó  $\beta$ .

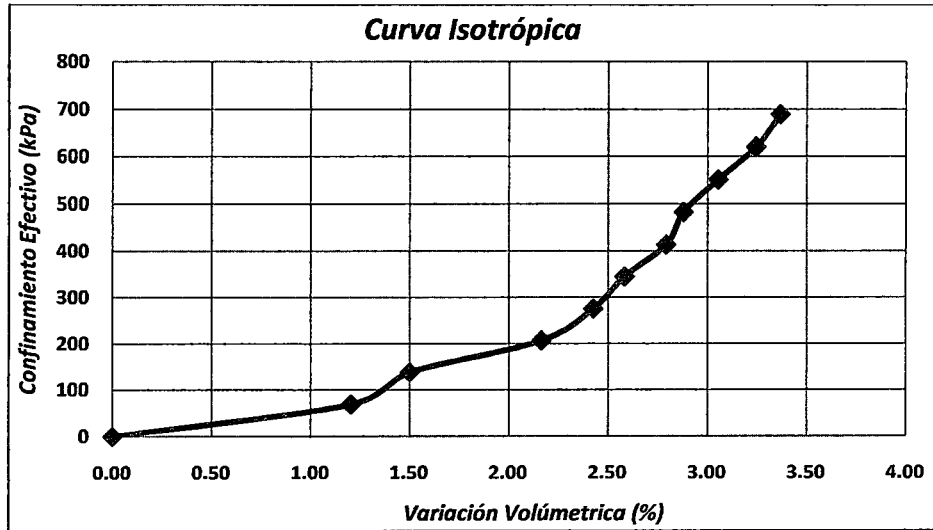


Figura 4.14 Ensayo isotrópico, uno con muestra suelta ( $\rho = 1.406 \text{ kg/cm}^2$ )

Tomando la información de la gráfica y calculando con la ecuación (3.17), se determina varios valores de  $\beta$  para diferentes presiones de confinamiento.

Presión de cámara	$\beta$
100 kPa	1.60
200 kPa	1.90
400 kPa	2.10

Tabla 4.4 Valores de  $\beta$  para diferentes presiones de cámara.

Como los valores se encuentran dispersos, la literatura recomienda escoger un valor aproximado, sin que este sea necesariamente el promedio de los valores encontrados, por lo que se considera  $\beta = 1.5$ .

$\varphi_c [^\circ]$	$e_{i0}$	$e_{c0}$	$e_{d0}$	$h_s [\text{mPa}]$	$n$	$\alpha$	$\beta$
34.6	0.91	0.79	0.50	2.5E4	0.23	0.26	1.50

Tabla 4.5 Parámetros hipoplásticos para la arena de la zona de Marcona.

#### 4.7 VALIDACIÓN DE PARÁMETROS MEDIANTE RUTINAS EN MATLAB Y EXCEL

Las simulaciones numéricas se realizaron con diferentes rutinas creadas a partir de MatLab y Excel denominados Element Test, desarrollado como parte de esta tesis. El software integra directamente la ley constitutiva a través de la trayectoria de esfuerzos o deformaciones.

Para su ejecución es necesario conocer los 8 parámetros del modelo de referencia. Como el modelo es dependiente del estado actual de esfuerzos, es necesario conocer el estado inicial de cada muestra, representado por la relación de vacíos y los tensores de esfuerzos y deformación intergranular inicial. Las condiciones de cada ensayo se fijan mediante valores de incremento en las componentes del tensor de deformaciones o esfuerzo.

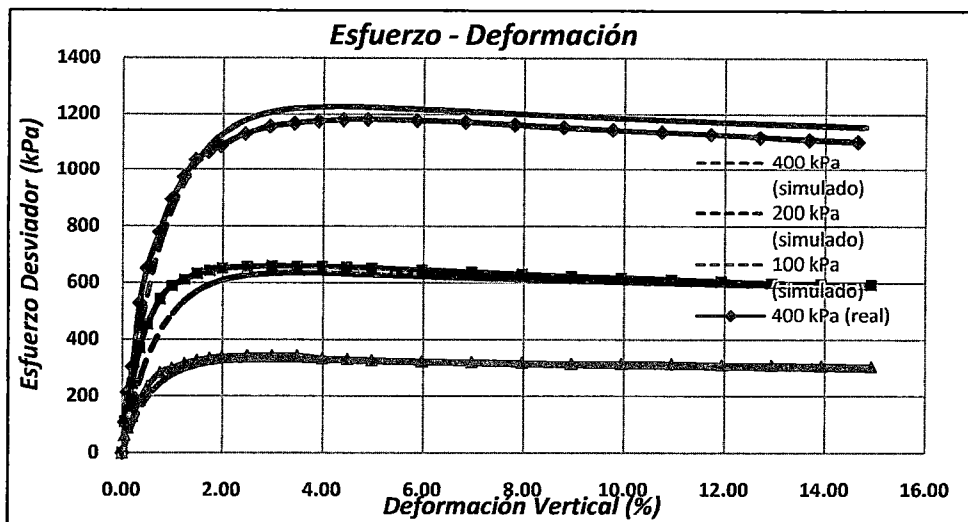


Figura 4.15 Comparación de resultados simulados vs. reales de la curva esfuerzo – deformación.

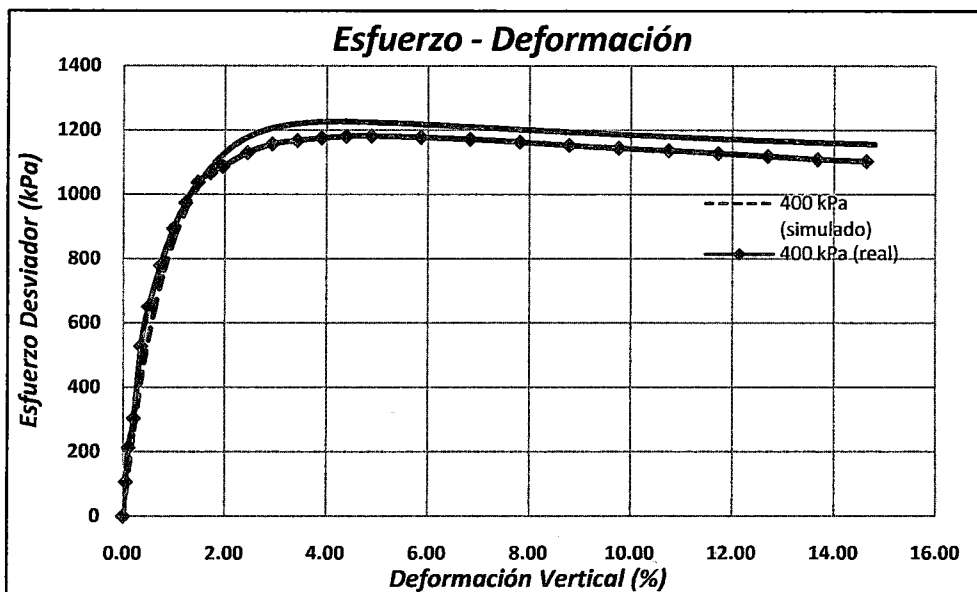


Figura 4.16 Comparación de curvas de esfuerzo - deformación para un confinamiento de 400 kPa.



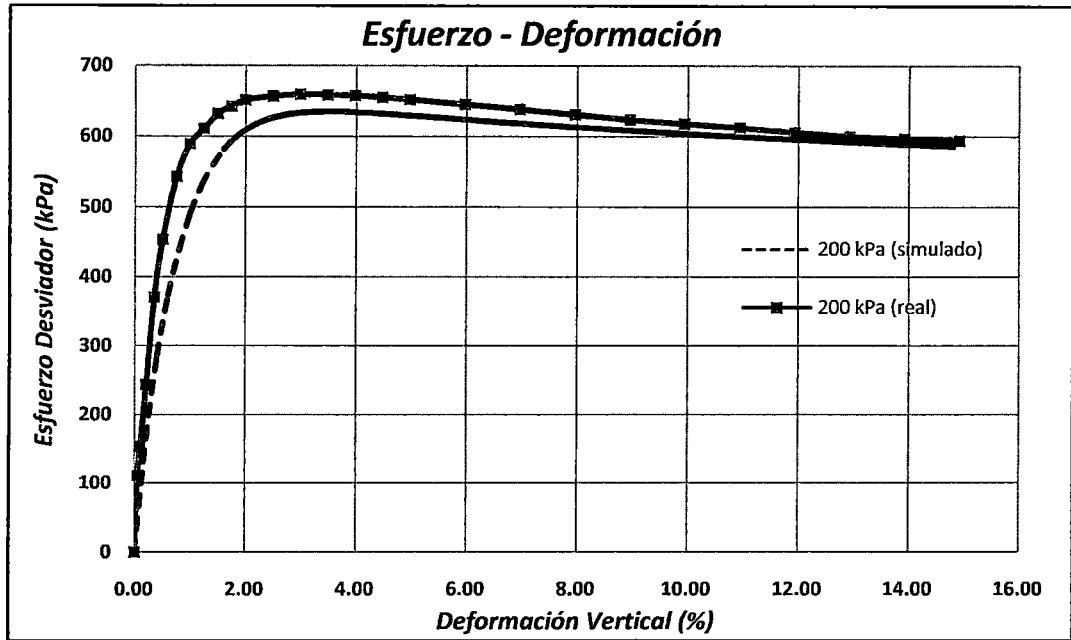


Figura 4.17 Comparación de curvas de esfuerzo - deformación para un confinamiento de 200 kPa.

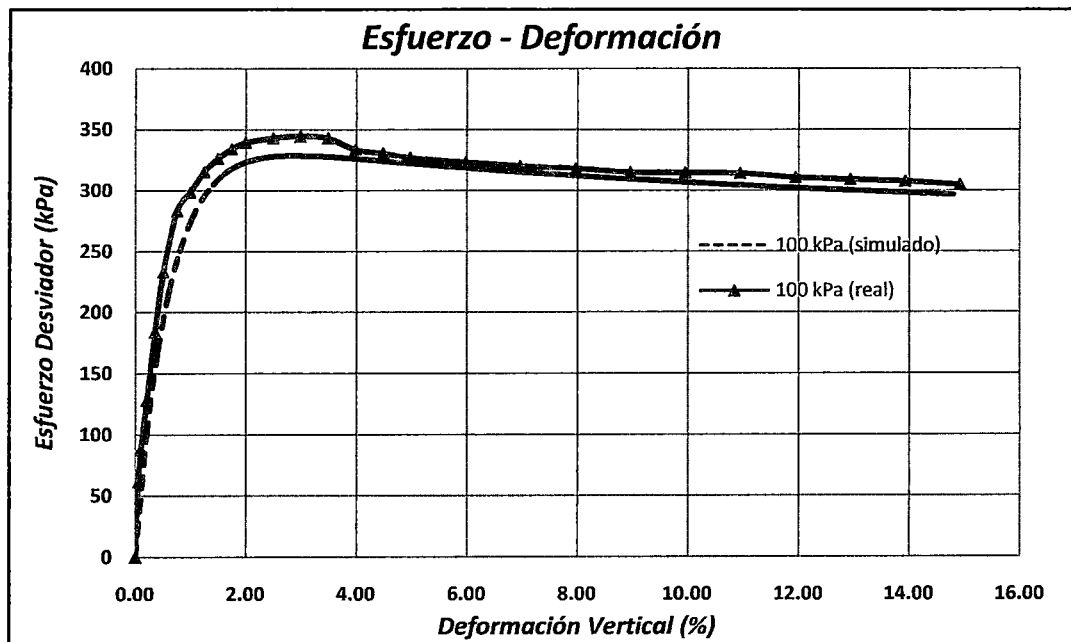


Figura 4.18 Comparación de curvas de esfuerzo - deformación para un confinamiento de 100 kPa.

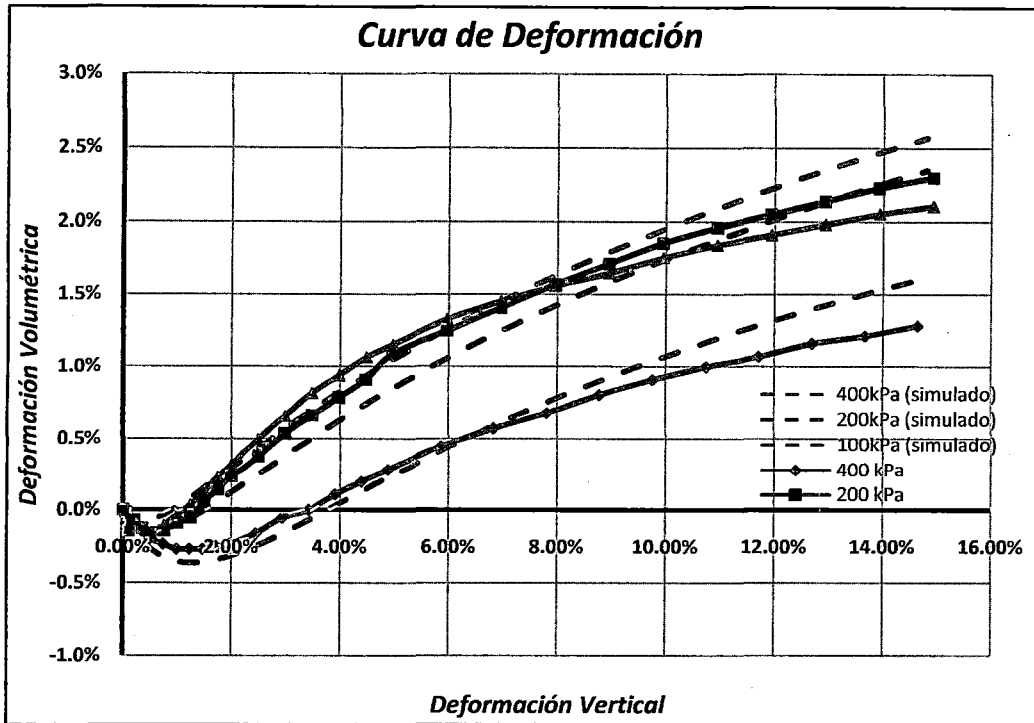


Figura 4.19 Comparación de resultados simulados vs. reales de la deformación volumétrica.

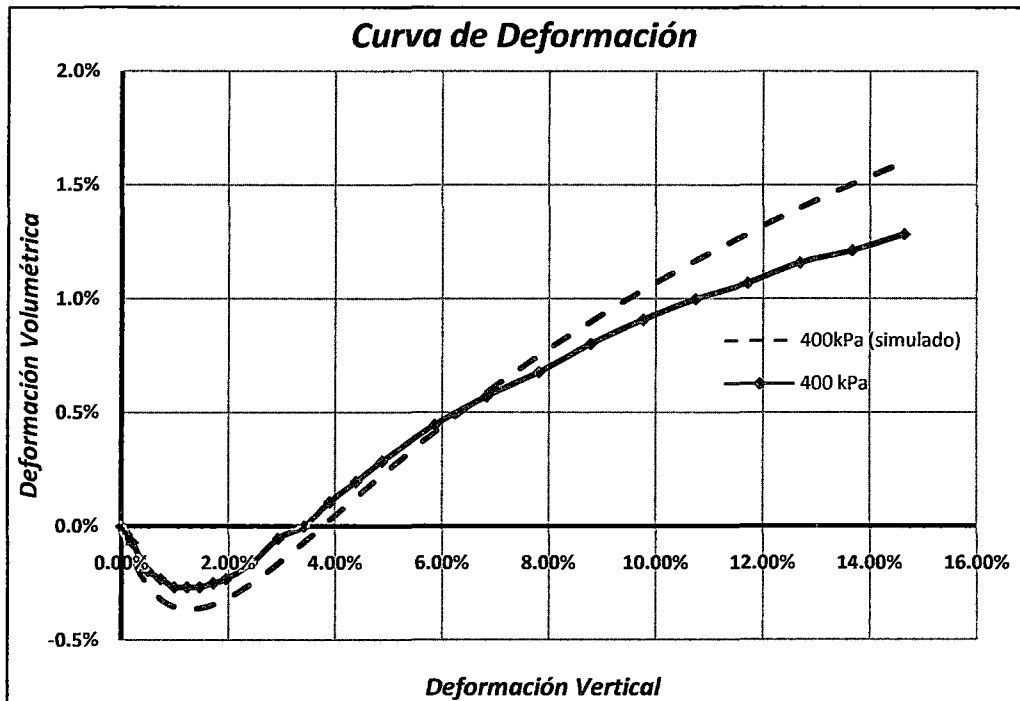


Figura 4.20 Comparación de curvas de deformación volumétrica para un confinamiento de 400 kPa.

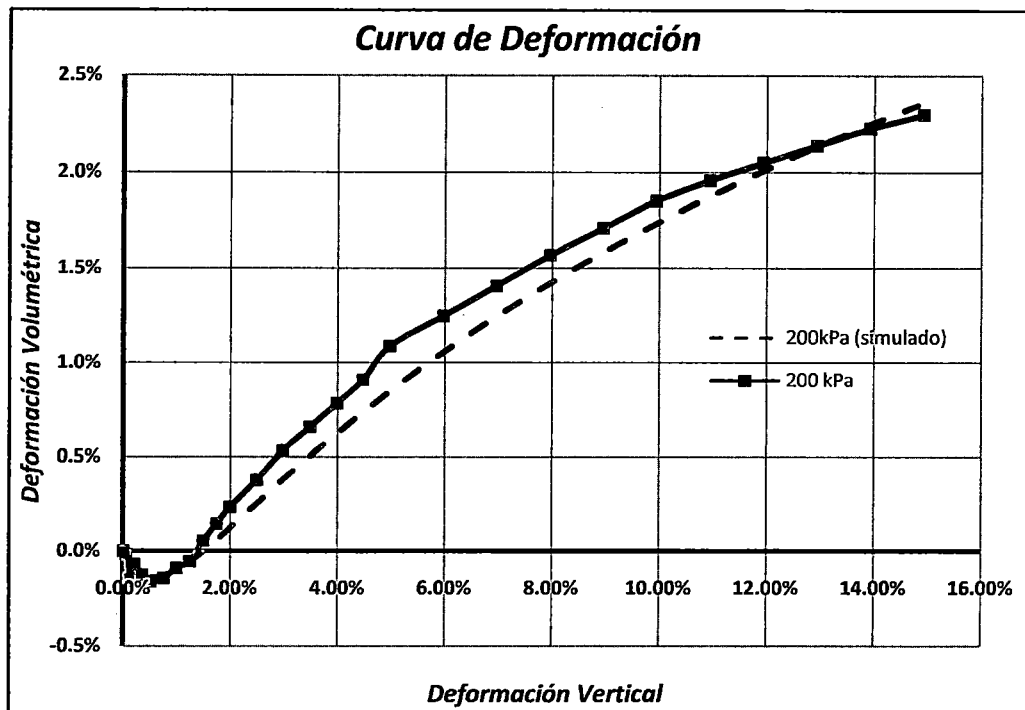


Figura 4.21 Comparación de curvas de deformación volumétrica para un confinamiento de 200 kPa..

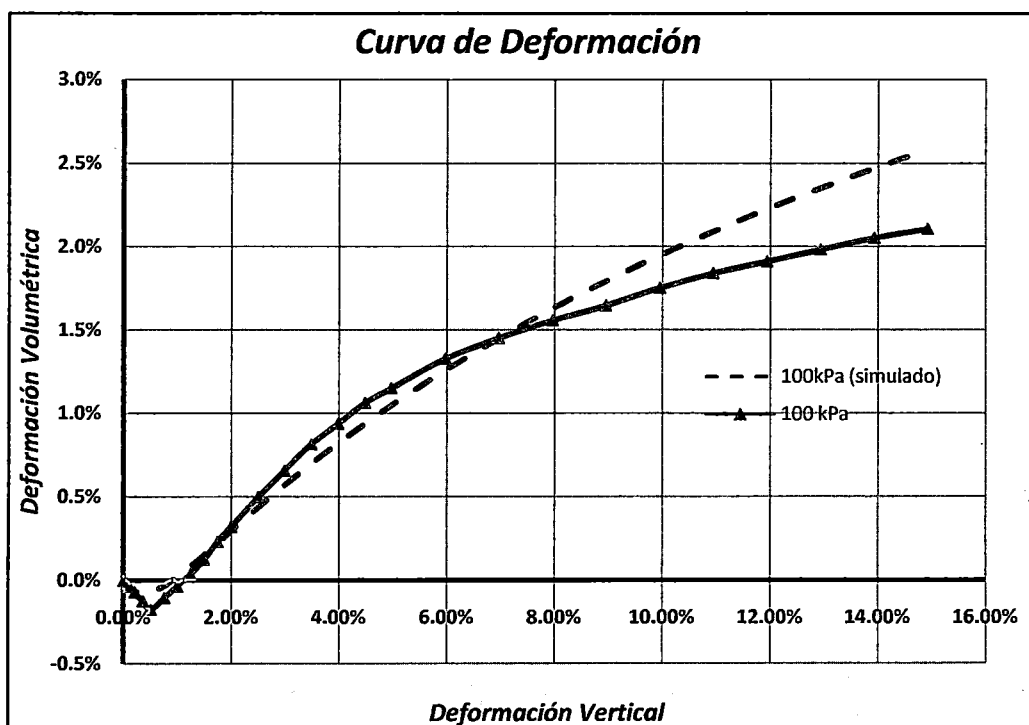


Figura 4.22 Comparación de curvas de deformación volumétrica para un confinamiento de 100 kPa.

A manera de comprobar el comportamiento plástico que tiene el modelo se muestra una envolvente de respuesta para principales estados de esfuerzos.

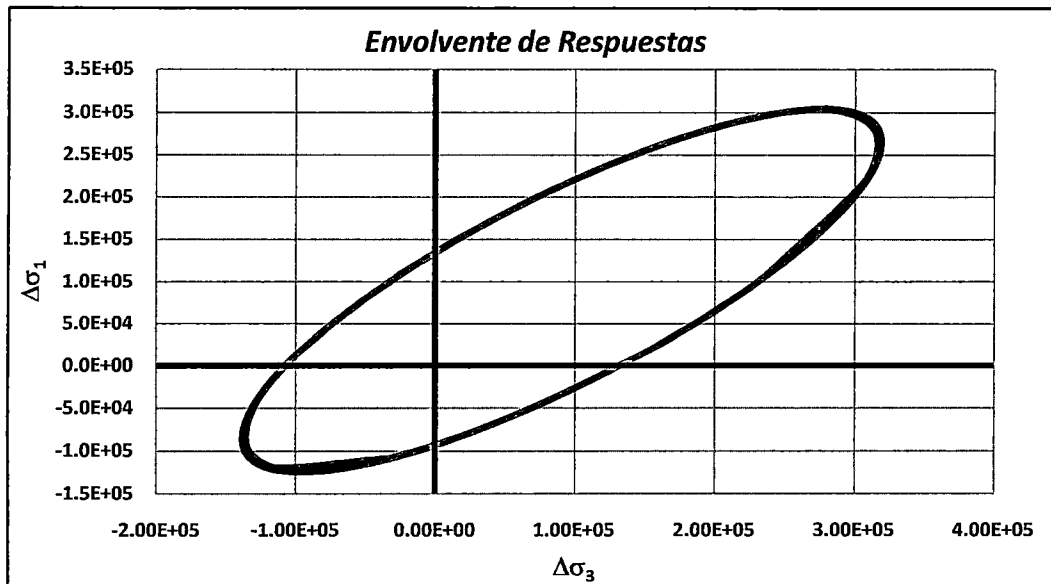


Figura 4.23 Envolvente de respuesta para  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 100$  kPa.

Esta envolvente de respuesta desarrollada por Gudehus (1979), permite estudiar la rigidez tangencial del modelo Hipoplástico bajo diferentes direcciones de carga. Dicha rigidez tangencial Hipoplástica es representada para cualquier estado de esfuerzos dentro de la elipse como la distancia desde un punto interior hasta un punto cualquiera de la elipse.

## 5 CAPÍTULO V: IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO HIPOPLÁSTICO

Uno de los muchos campos de aplicación (pero no el principal ni el único) de los modelos constitutivos, es su implementación dentro de programas como ABAQUS, PLAXIS y FLAC, por señalar los de mayor uso en todo el mundo. Tales programas son desarrollados utilizando métodos de elementos finitos (MEF) y diferencias finitas (MDF) siendo el programa FLAC desarrollado según este último método.

A pesar del hecho de que la hipoplasticidad es bastante nueva y no tiene los instrumentos ya desarrollados como la elastoplasticidad; sin embargo, el rendimiento de las leyes hipoplásticas en cálculos con MEF y MDF y la comparación con resultados medidos hasta ahora han sido satisfactorios.

Para poder realizar la implementación, se elaboran rutinas en diferentes programas como FORTRAN y FISH que son compatibles a los códigos de MEF y MDF, respectivamente. El fundamento principal del funcionamiento de estas rutinas en general es que para esfuerzos  $\sigma_{ij}(t)$  y deformaciones  $\varepsilon_{ij}(t)$  en el tiempo  $t$  se necesita como un dato de entrada un incremento de deformación para un intervalo pequeño de tiempo,  $\Delta\varepsilon_{ij}$  y  $\Delta t$ , respectivamente, estos retornan el esfuerzo  $\sigma_{ij}(t + \Delta t)$  y la matriz de rigidez (rigidez incremental)  $\partial\dot{\sigma}_{ij}/\partial\dot{\varepsilon}_{kl}$  en el tiempo  $t + \Delta t$ . Dependiendo en sí de que el incremento de la deformación es suficientemente pequeña o no, esto puede ser necesario para subdividirlo en pequeños pasos (denominados subpasos).

### 5.1 IMPLEMENTACIÓN EN EL PROGRAMA FLAC

Nuevos modelos constitutivos pueden ser escritos en el lenguaje de programación propio del FLAC, como es el FISH, las especificaciones se encuentran al detalle en el manual del usuario del programa FLAC, se escribe el modelo en un lenguaje de programación (por ejemplo C++) para luego ser compilado en un archivo DLL (Dynamic Link Library). La principal función del modelo es retornar nuevos esfuerzos, dando incrementos de deformaciones. Sin embargo, el modelo debe también de proporcionar otro tipo de información, tales como la variación de los parámetros al finalizar el cálculo.

Existe una metodología para escribir modelos constitutivos en C++ para operar en FLAC, dados a manera de receta, en la cual se tienen que crear la función

base, las funciones de miembro, registro del modelo, información pasada entre el modelo y FLAC, y las variables de estado del modelo. Para ver la metodología del funcionamiento del programa FLAC se puede ver en el anexo H.

El programa FLAC requiere de un parámetro adicional denominado *conmodulus*, aparte de los ocho parámetros ya mencionados, este valor es utilizado por el código para calcular la masa que provee una solución numérica estable, se hace necesario adoptar un valor adecuado para este parámetro. Un valor que se recomienda está dado por la ecuación (5.1):

$$\alpha_1 = K_e + \frac{4}{3}G_e \quad (5.1)$$

Para el caso en que la malla de diferencias finitas sea grande, el valor del parámetro *conmodulus* no debe ser muy alto o el modelo tardará mucho en converger. Esta observación es una consecuencia directa de como FLAC calcula la masa que proporciona una solución numéricamente estable que es proporcional al valor del parámetro *conmodulus*. Para este tipo de casos, se recomienda seleccionar el valor de este parámetro basado en el estado  $(e, p_s)$  actual del problema. Para lograr esto, basta con implementar una subrutina en el lenguaje FISH o C++, en la cual el módulo de corte elástico sea expresado, por ejemplo por una fórmula empírica propuesta por Iwasaki et al. (1977), sin embargo esto conlleva al cálculo de más parámetros, y eso no es la idea, por lo que de acuerdo a la validación de la implementación, al colocar un valor suficientemente alto, se está hablando de por lo menos un valor de 500 MPa, se tienen buenas simulaciones.

### 5.1.1 SIMULACIÓN CON FLAC

A continuación se muestra un ejemplo para realizar la simulación de un proceso de carga y descarga para poder observar la performance del modelo en el programa. Como una simple demostración se tiene la simulación de un ensayo biaxial, para poder visualizar la curva esfuerzo - deformación, los parámetros utilizados han sido tomados de von Wolffersdorff (1996).

#### ***Rutina elaborada en lenguaje FISH para FLAC***

---

```
title
```

```
Simulación de un ensayo Biaxial con el modelo Hipoplástico ver.  
von Wolffersdorff
```

```
config cppudm
```

---

SIMULACIÓN DEL COMPORTAMIENTO ESFUERZO - DEFORMACIÓN  
DE SUELOS GRANULARES EMPLEANDO EL MODELO CONSTITUTIVO  
HIPOPLÁSTICO

```
model load d:\flacudm\userhypovw.dll
set st_damping=combine 0.8
; ----- Geometría -----
grid 1,1
;----- Parámetros del modelo -----
model userhypovw
prop dens=1000 hs=1e8 n=0.29 phic=32
prop ec0=0.91 ed0=0.61 ei0=1.09
prop alpha=0.19 beta=2.00
prop voidz=0.59
prop conmodulus= 5e9;por defecto = 5e9
;----- Condiciones de borde -----
fix y j=1
fix y j=2
fix x i=1
apply press=100000. i=2
ini sxx=-100000. syy=-100000. szz=-100000.
;----- Puntos de control-----
his nstep = 1000;0
his ydisp i=1 j=2;1
his syyi=1 j=1;2
his vsii=1 j=1;3
his sxxi=1 j=1;4
his sxyi=1 j=1;5
his unbal;6
;----- Cálculos -----
ini yvel=-0.000001 j=2
step 500000
ini yvel mul -0.8 j=2
step 200000
ini yvel mul -0.8 j=2
step 200000
;----- Post proceso -----
plot his -2 vs -1 hold
plot his 3 vs -1 hold
;----- EOF -----
```

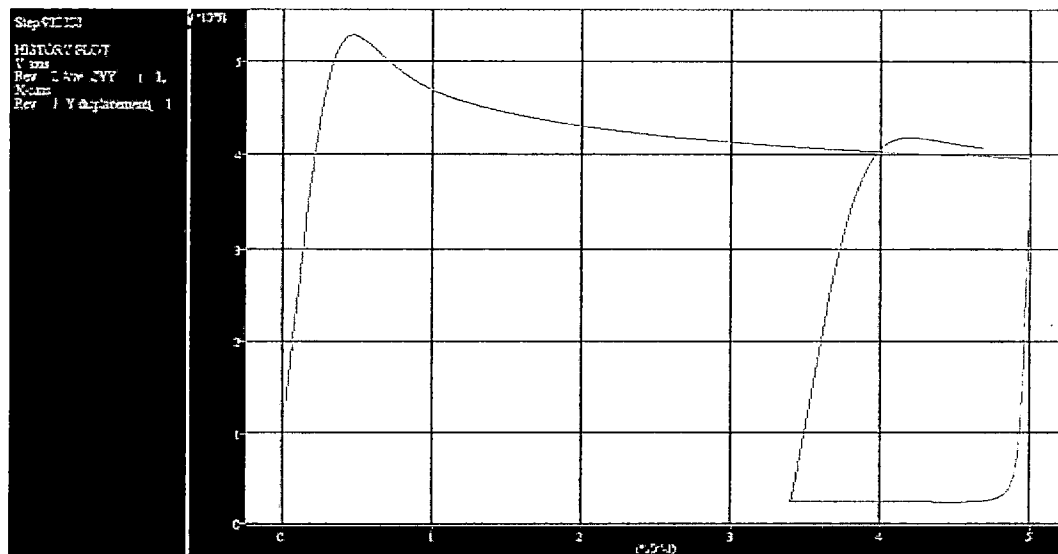


Figura 5.1 Simulación con el programa FLAC, esfuerzo – deformación.

## 5.2 IMPLEMENTACIÓN EN EL PROGRAMA PLAXIS

El programa PLAXIS permite implementar dentro de su código modelos constitutivos definidos por el usuario, tales modelos deben de ser programados en lenguaje FORTRAN (como alternativa se puede usar también el lenguaje C++), para luego ser compilados en un DLL y finalmente insertado al programa.

En principio, el usuario tiene que proporcionar información acerca del estado actual de esfuerzos y estado actual de variables, y PLAXIS proporcionará información acerca de los estados anteriores, de la deformación y los incrementales de tiempo.

Esfuerzos y estados de variables actuales.

Esfuerzos y estados de variables anteriores.

Deformación e incrementos de tiempo.

El principio en el cual se basa el funcionamiento del programa PLAXIS está detallado en el anexo G

A manera de esquema para el funcionamiento de modelos constitutivos en PLAXIS se tienen los siguientes pasos:

- Inicialización de estados de variables.
- Cálculo de esfuerzos constitutivos (esfuerzos calculados del modelo del material a cierto paso de tiempo).



- Creación de la matriz de rigidez efectiva del material.
- Creación de la matriz elástica del material.

### 5.3 COMPARACIÓN DEL MODELO HIPOPLÁSTICO VERSUS MOHR - COULOMB

Partiendo de que las implementaciones han sido ya desarrolladas, una forma de poder validarlas es realizando una simulación del ensayo triaxial consolidado - drenado, además, se puede comparar el desempeño de este modelo frente al modelo Mohr - Coulomb, previamente es necesario determinar los cinco parámetros requeridos del modelo Mohr - Coulomb.

Para esto se cuenta con los resultados experimentales ensayados sobre la arena de la zona de Marcona, cabe señalar que es sobre este material que se calibraron los parámetros hipoplásticos en el capítulo anterior, y ahora son utilizados en este capítulo para la simulación del ensayo triaxial drenado, sólo faltaría calibrar el modelo Mohr-Coulomb para su respectiva comparación.

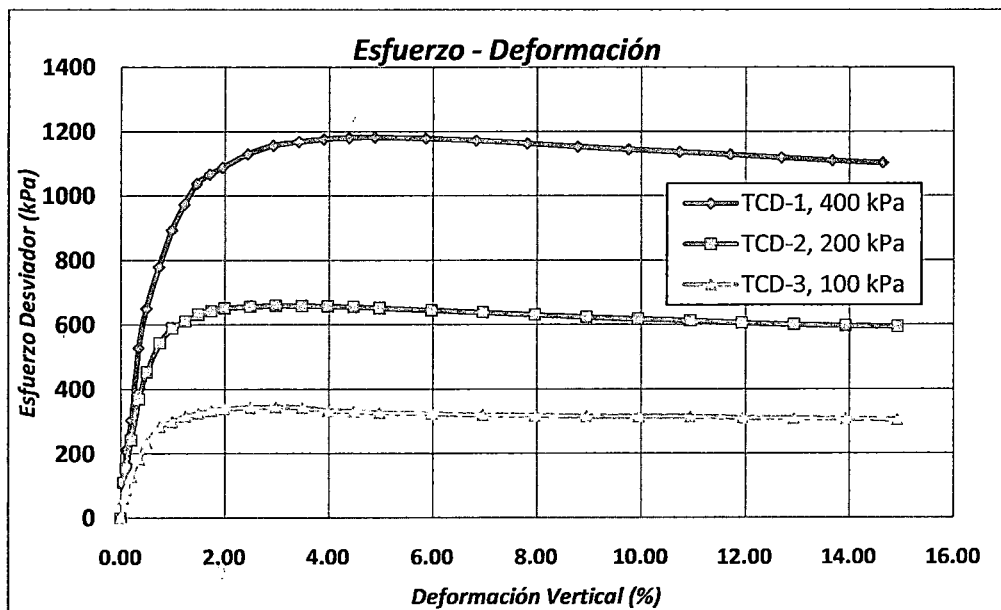


Figura 5.2 Curva esfuerzo-deformación, obtenido en laboratorio.

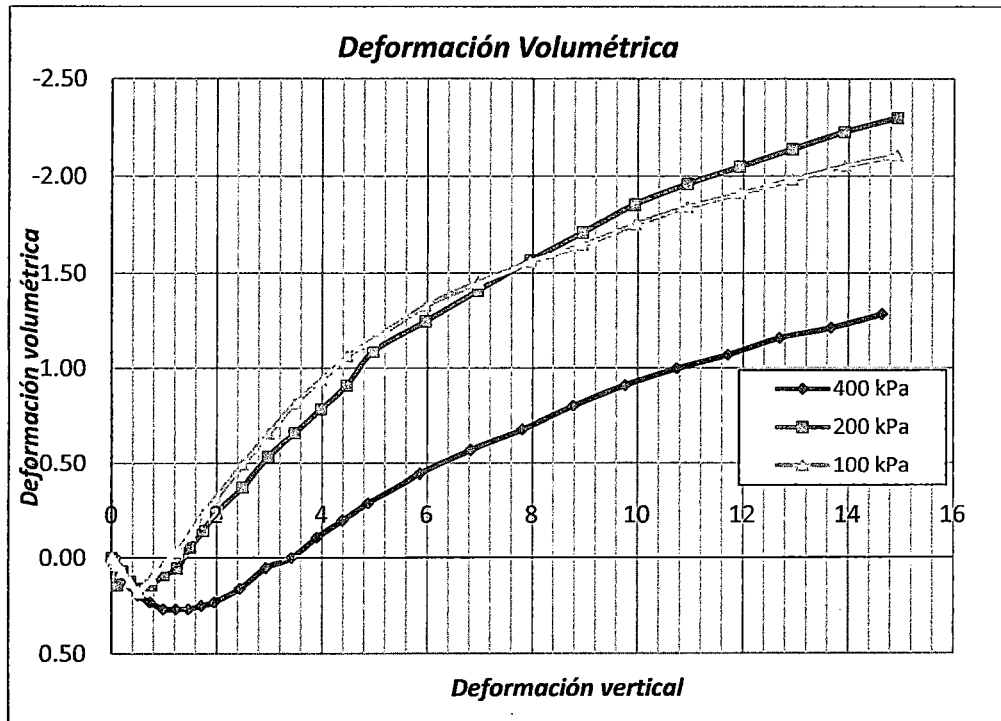


Figura 5.3 Curva de deformación volumétrica, obtenido en laboratorio.

### 5.3.1 Calibración del modelo constitutivo Mohr - Coulomb

El modelo Mohr - Coulomb requiere de cinco parámetros, estos son:  $\phi$ ,  $E$ ,  $\nu$ ,  $\psi$  y  $c$ . El módulo de Young es calculado como el módulo secante para el 50% del esfuerzo desviador pico  $q$ , para cada valor del esfuerzo de confinamiento. El ángulo de fricción  $\phi$  es calibrado para representar el estado pico.

Siguiendo este mismo procedimiento para los demás esfuerzos confinantes, se obtuvieron los siguientes valores:

Presión de confinamiento	$E_0$ (secante al 50% del esfuerzo pico)
100 kPa	14,186 kN/m <sup>2</sup>
200 kPa	10,908 kN/m <sup>2</sup>
400 kPa	5,405 kN/m <sup>2</sup>

Tabla 5.1 Valores obtenidos de  $E_0$  para diferentes presiones de confinamiento.

Para el cálculo del ángulo de fricción en el pico de la curva esfuerzo - deformación se utilizó el criterio de falla de Mohr-Coulomb, resultando los parámetros indicados en la Tabla 5.2. En la Figura 5.5 se presenta el gráfico de Mohr-Coulomb con el trazado de la envolvente de falla.

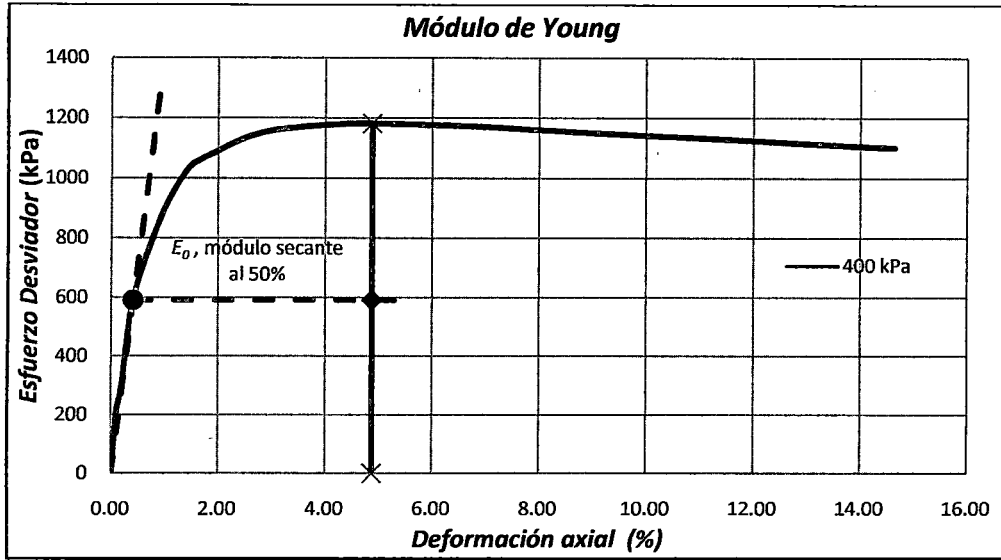


Figura 5.4 Cálculo del Módulo de Young (secante al 50% del esfuerzo pico) para una presión de confinamiento de 400 kPa.

Ángulo de fricción pico $\phi$	Cohesión
36°	5 kPa

Tabla 5.2 Parámetros de resistencia según el criterio de falla de Mohr-Coulomb.

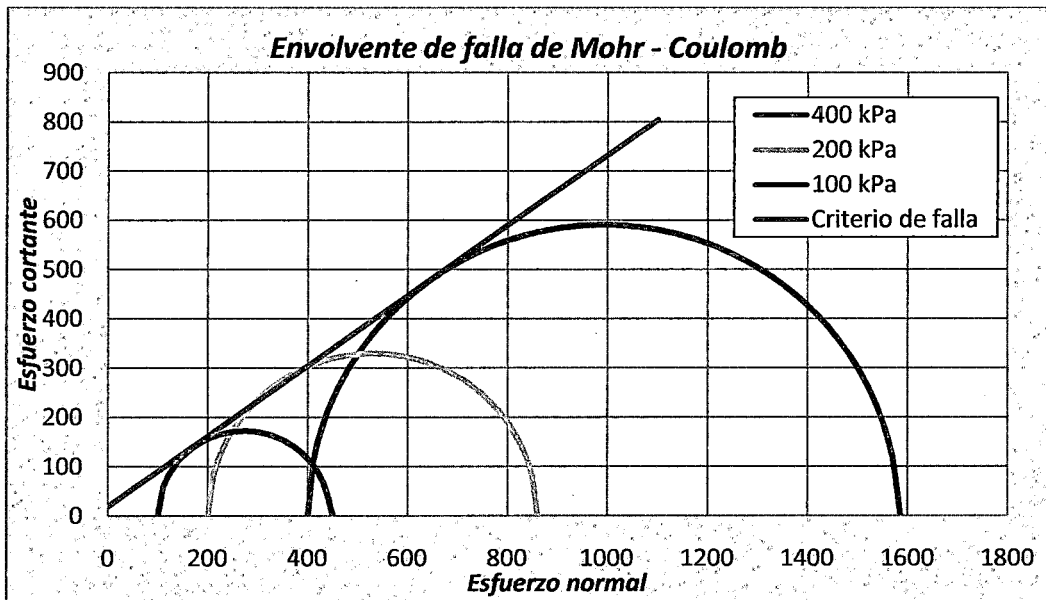


Figura 5.5 Criterio de falla de Mohr-Coulomb.

El coeficiente de Poisson es calculado de la parte inicial (contractiva) de la curva  $\varepsilon_1$  vs.  $\varepsilon_v$  usando la ecuación (5.2), donde  $\Delta\varepsilon_1$  y  $\Delta\varepsilon_v$  son la deformación axial y volumétrica a la máxima contracción:

$$\nu = \frac{\Delta\varepsilon_1 - \Delta\varepsilon_v}{2\Delta\varepsilon_1} \quad (5.2)$$

Como se tiene tres curvas a diferentes presiones de confinamiento se obtuvieron los siguientes valores del coeficiente Poisson.

Presión de confinamiento	Coefficiente de Poisson $\nu$
100 kPa	0.30
200 kPa	0.34
400 kPa	0.32

Tabla 5.3 Valores de  $\nu$  para diferentes presiones de confinamiento.

El valor promedio es  $\nu = 0.32$

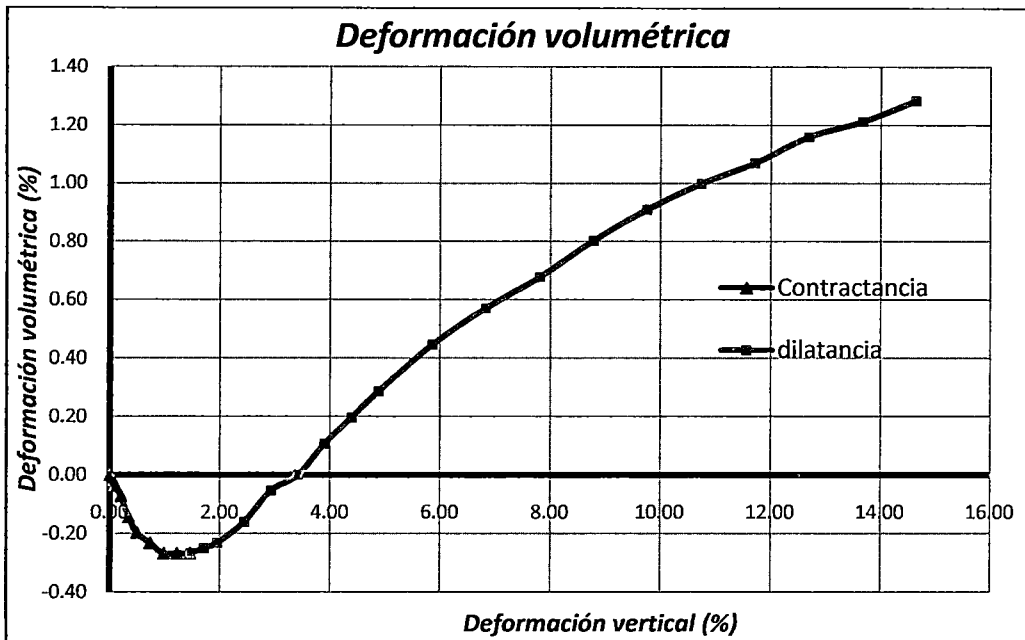


Figura 5.6 Gráfico de la deformación volumétrica respecto de la deformación vertical o axial, para una presión de confinamiento de 400 kPa.

El ángulo de dilatancia  $\psi$  es calculado por:

$$\frac{\Delta\varepsilon_v}{\Delta\varepsilon_2} = \frac{6\text{sen}\psi}{3\text{sen}\psi - 1} \quad (5.3)$$

Para representar lo más cerca posible a la parte más o menos lineal de la curva  $\varepsilon_2$  vs.  $\varepsilon_v$ .

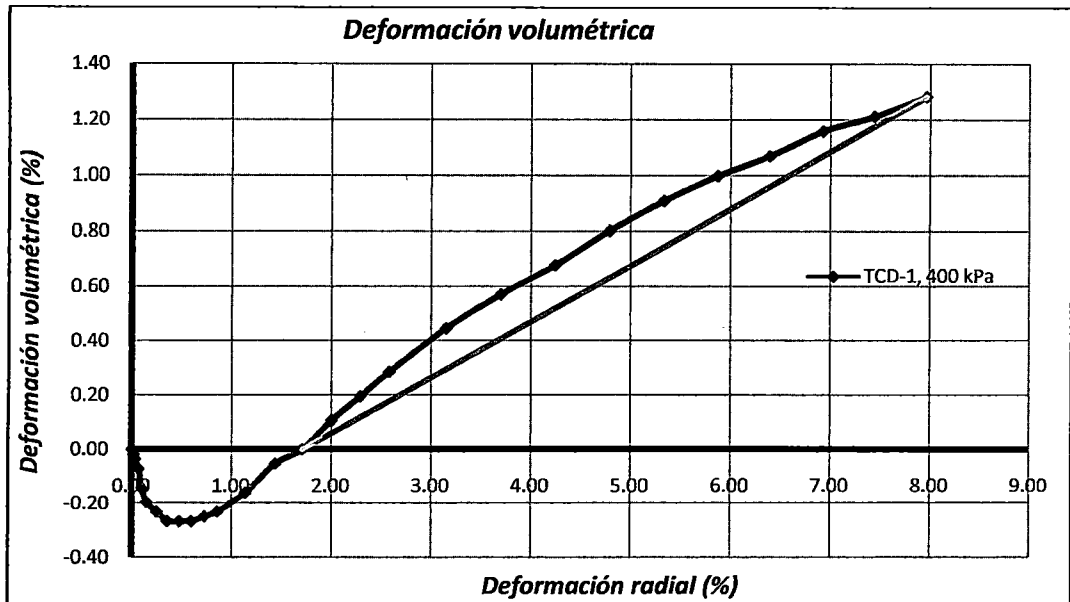


Figura 5.7 Medición de la dilatación a partir de la curva: deformación radial vs. deformación volumétrica.

Del mismo modo que los anteriores resultados se tiene tres valores aproximados:

Presión de confinamiento	Ángulo de dilatación $\psi$
100 kPa	2.19°
200 kPa	3.19°
400 kPa	2.89°

Tabla 5.4 Ángulo de dilatación para diferentes tipos de confinamiento.

En este caso se puede asumir un valor generalizado de  $\psi = 3^\circ$ .

### 5.3.2 Simulación del ensayo triaxial consolidado - drenado

Para la simulación de algunas de las trayectorias de esfuerzos aplicadas sobre la arena analizada mediante el modelo Hipoplástico implementado en el software PLAXIS, es necesario simular un ensayo triaxial consolidado - drenado definiendo una geometría y una discretización adecuada del material a modelar, el ensayo triaxial simulado es por deformación controlada.

El modelo geométrico (figura 5.6) está definido por dos secciones axisimétricas, en la cual los lados inferior e izquierdo actúan como ejes de simetría, ambas de dimensiones 1 x 1 m (las dimensiones son dadas arbitrariamente por razones prácticas). La sección 1 simula a la muestra de suelo que se pretende ensayar,

la cuál es caracterizada con los parámetros hipoplásticos (ver anexo G para ingreso de datos en el PLAXIS). La sección 2 es definida con una densidad tal que genera la carga requerida (100, 200 y 400 kPa) en la sección 1, es decir que genera el esfuerzo isotrópico a la muestra simulada. La simetría descrita implica que en lo referente a las condiciones de borde, en el lado inferior de la sección 1 se impida el movimiento en la dirección vertical, y en el lado izquierdo de las dos secciones en la dirección horizontal. Estas condiciones se completan con la imposición de un esfuerzo perpendicular al contorno del lado derecho y la prescripción de desplazamiento vertical en la parte superior, de la sección 1. El modelo se completa con la discretización de la geometría en una malla de elementos finitos triangulares con quince nodos para el cálculo de desplazamientos y tres puntos de Gauss para el cálculo de esfuerzos, la geometría es escalada de una manera tal que la sección analizada (2) sea discretizada en sólo dos regiones.

De acuerdo al funcionamiento del modelo, para simular diferentes trayectorias será óptimo tener un único set de valores para los parámetros que definen el modelo hipoplástico.

Al momento de generar los esfuerzos iniciales, para los esfuerzos horizontales, en vez de considerar la ley de Jaky (1966) la cual aproxima el valor de  $K_0 \approx 1 - \frac{\sin \phi_c}{2}$ , se trabaja con  $K_0 = 1$ , esto para asegurar una compresión isotrópica, que genera la sección 2, finalmente una vez logrado la compresión isotrópica se activa el desplazamiento controlado en la parte superior y la carga lateral, en la sección 1.

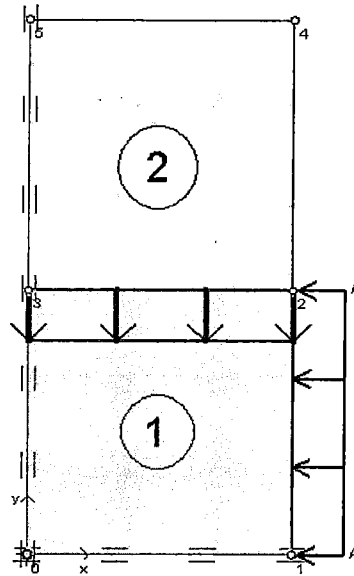


Figura 5.8 Geometría del ensayo triaxial simulado en PLAXIS.

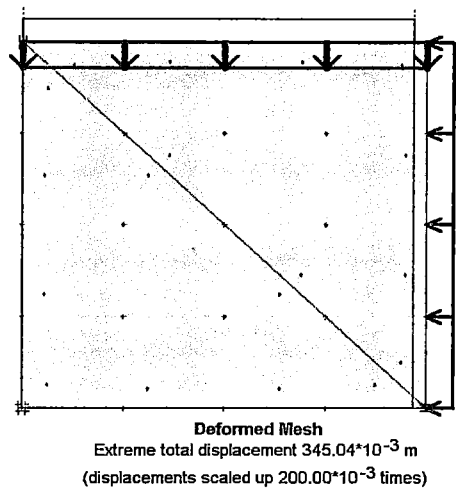


Figura 5.9 Elemento deformado al final de la aplicación de carga.

### 5.3.2.1 Resultados según modelo Mohr - Coulomb

El modelamiento clásico de Mohr-Coulomb representa una plastificación perfecta, no existe un cambio de rigidez, simplemente esta se hace constante representando de manera poco apropiada los cambios de volumen en la muestra de suelo.

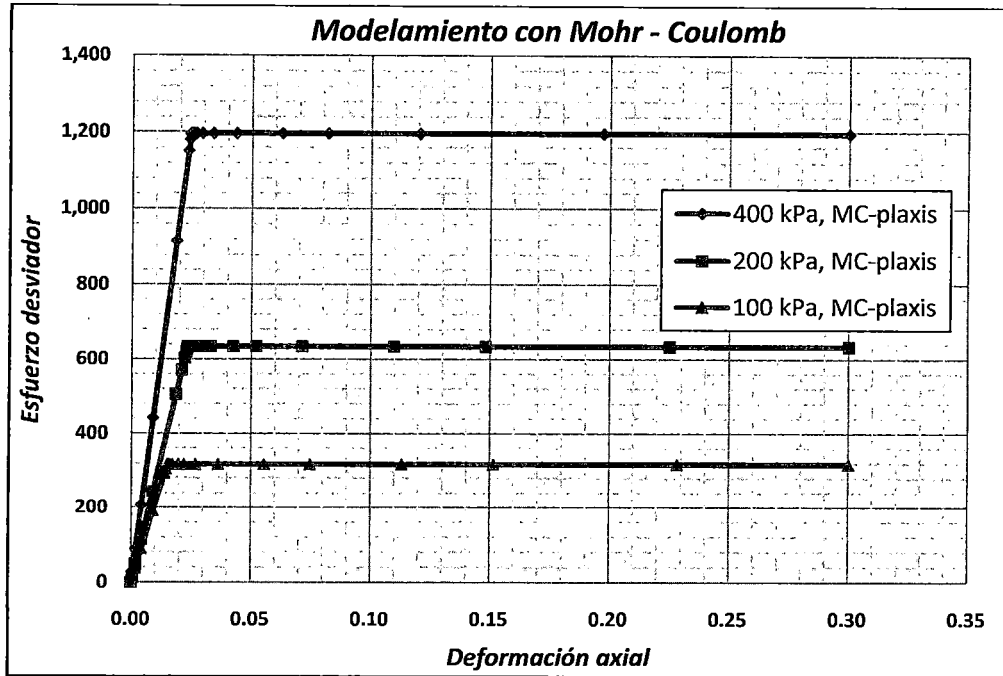


Figura 5.10 Simulación de la curva de esfuerzo-deformación realizada con el programa PLAXIS.

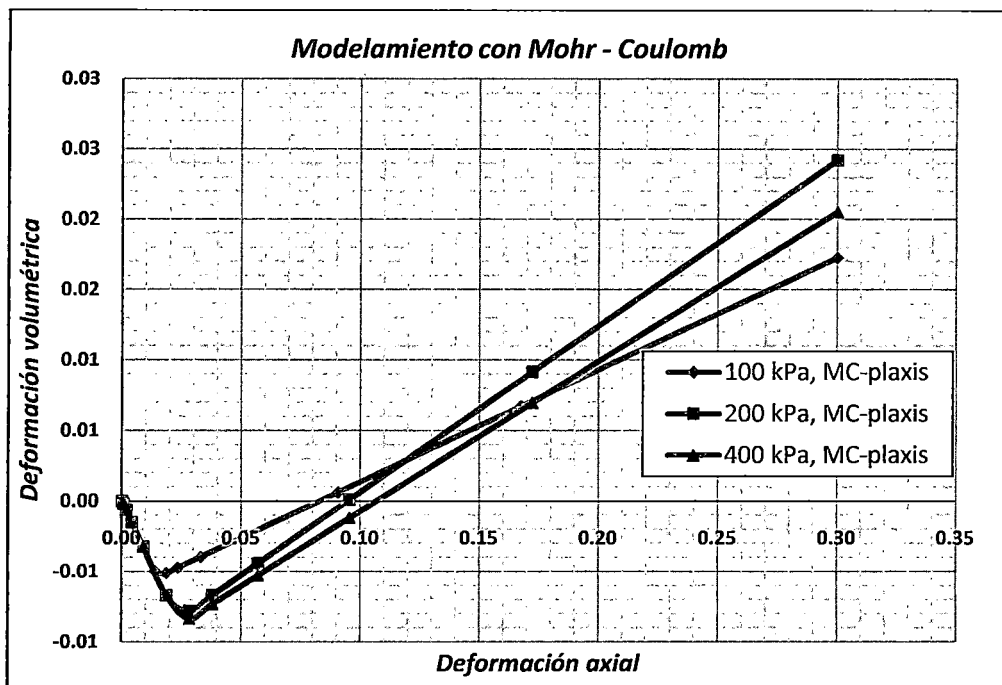


Figura 5.11 Simulación de la curva de esfuerzo-deformación realizada con el programa PLAXIS.



### 5.3.2.2 Resultados según modelo Hipoplástico

La figura 5.8 muestra los resultados simulados para la muestra de arena estudiada, con idénticas relaciones de vacíos iniciales pero sometidas a tres diferentes presiones de confinamiento isotrópico (100, 200 y 400 kPa). Se puede observar claramente que la Hipoplasticidad predice adecuadamente los cambios en la rigidez del material con el aumento de las deformaciones de corte. La figura 5.9 muestra los cambios de deformación unitaria volumétrica  $\varepsilon_v$  con el incremento de la deformación axial  $\varepsilon_1$  que predice el modelo en comparación con los obtenidos en el laboratorio. De esta gráfica se puede concluir que la Hipoplasticidad reproduce adecuadamente la dilatancia y contractancia de la arena en estudio, debido a que no hace distinción alguna entre deformaciones plásticas y elásticas. Esta propiedad del modelo permite predecir acumulaciones permanentes de deformación desde el mismo instante que comienza el proceso de carga.

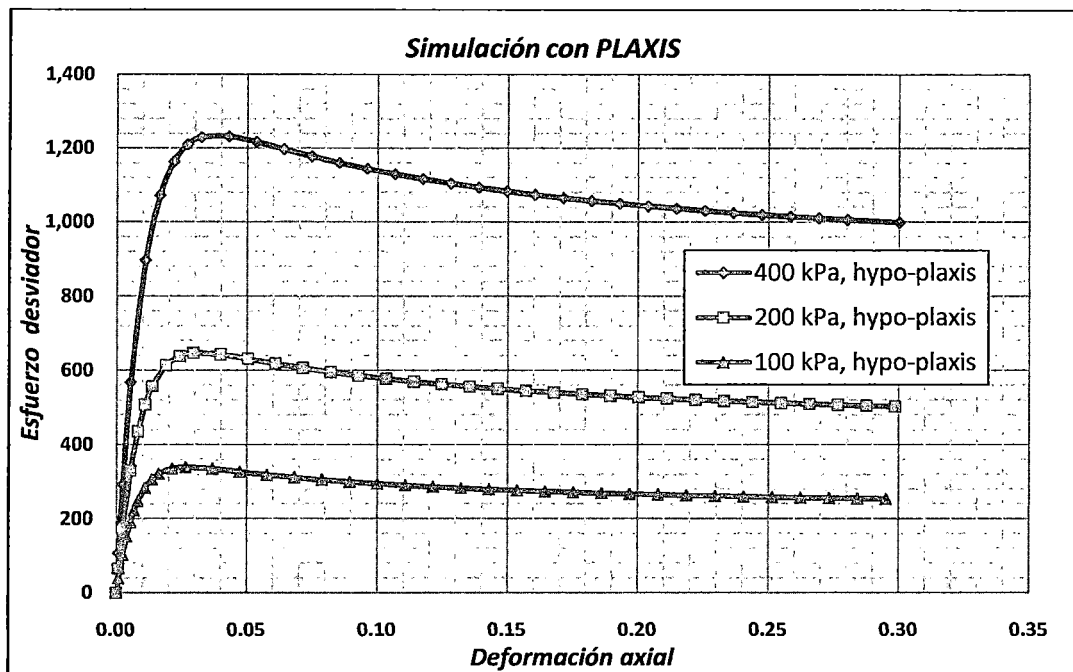


Figura 5.12 Simulación de la curva de esfuerzo-deformación realizada con el programa PLAXIS.

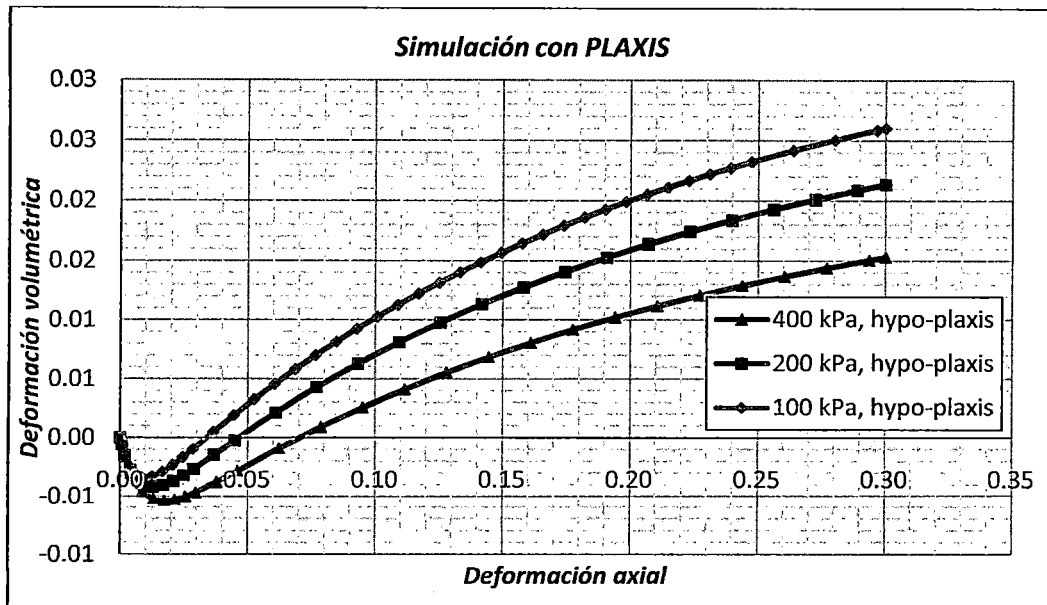


Figura 5.13 Simulación de la curva de deformación volumétrica realizada con el programa PLAXIS.

### 5.3.3 Discusión Resultados

De acuerdo a la comparación de resultados presentados en la figura 5.12, se observa que el modelo Mohr-Coulomb alcanza el pico de esfuerzos junto con el modelo Hipoplástico, con lo cual se confirma que para deformaciones pequeñas consideradas en la zona incorrectamente denominada "zona elástica" es suficiente utilizar el modelo Mohr-Coulomb; sin embargo en la "zona plástica" el modelo Hipoplástico representa adecuadamente el fenómeno de dilatación y reducción del esfuerzo desviador, mientras que el modelo Mohr-Coulomb presenta una plasticidad perfecta, además de la ausencia de ablandamiento. Generalmente el modelo Hipoplástico obtiene una buena performance a partir del 5% de deformación, que es la parte de la curva esfuerzo-deformación donde se desarrolla los cambios de rigidez más notorios.

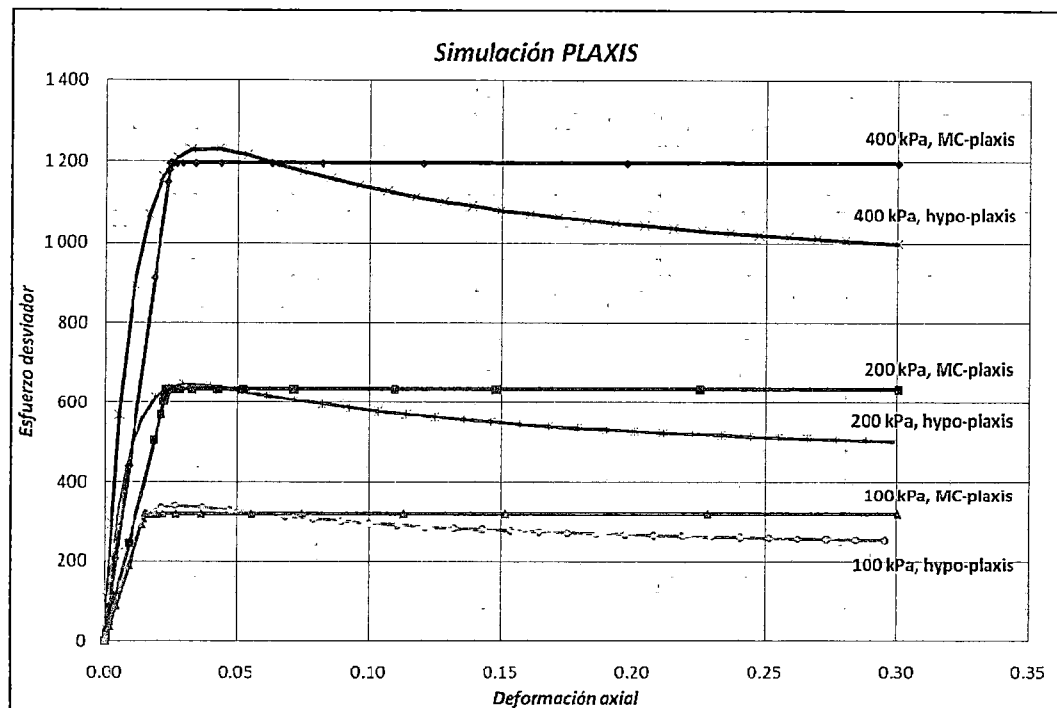


Figura 5.14 Comparación de las trayectorias de esfuerzo-deformación aplicando el modelo constitutivo Hipoplástico vs. Mohr-Coulomb.

#### 5.4 RECOMENDACIONES FINALES

Es necesario tener en consideración las variables adicionales que conlleva realizar la simulación en este tipo de software como FLAC y PLAXIS, en caso del primero se tiene el "conmodulus" la cual sirve de control para la fuerza balanceadora y lograr así el equilibrio para darle solución al problema, del mismo modo en el programa PLAXIS se adiciona algunas variables de estado adicionales, mencionados en el Anexo G. Esto hace pensar muchas veces, que fuera de los 8 parámetros hipoplásticos, que son los normalmente requeridos, tenemos que calibrar mediante prueba y error parámetros adicionales, que resulta en un excesivo manejo y dificultad del manejo del modelo constitutivo; sin embargo, el problema de la adición de más variables se debe a la determinación del estado inicial del problema. La ecuación Hipoplástica es una ecuación de cambio, es decir esta es una ecuación de evolución que permite calcular los cambios de esfuerzos debidos a un incremento dado de la deformación. El esfuerzo inicial debe ser conocido o supuesto. En consecuencia, el problema de determinar el esfuerzo puede ser únicamente de pasos regresivos, pero no puede ser resuelto enteramente por medio de ecuaciones de cambio. Este hecho, por supuesto, no es muy agradable, pero no hay ningún medio para

poder evitarlo. Lo único que se puede esperar es que la influencia del estado inicial se debilite a medida que transcurre la historia de esfuerzos. Exceptuando esta situación, existen algunos casos (p.e. consolidación unidimensional después de la sedimentación) en donde se pueden determinar el esfuerzo inicial mediante razonamientos.

El problema de la determinación del esfuerzo inicial es tradicionalmente ocultado en la elastoplasticidad, donde se supone tácitamente que el esfuerzo inicial resulta de la teoría de elasticidad. Esto último es aplicado a una deformación que comienza desde un estado libre de esfuerzos: la gravedad es “encendida” y la transición al estado deformado se considera como elástica. Esta simplificación, que se encuentra en casi todos los códigos de elemento finitos existentes, no es realista para los suelos

## 6 CAPÍTULO VI: SOLUCIÓN DE PROBLEMAS GEOTÉCNICOS APLICANDO EL MODELO CONSTITUTIVO HIPOPLÁSTICO

Con el fin de extender el uso de la ecuación hipoplástica, en este capítulo se presenta el desarrollo de dos problemas geotécnicos típicos, en los cuales se realiza una comparación de los resultados modelando el suelo de manera tradicional con el modelo Mohr-Coulomb versus el modelo en estudio, el Hipoplástico.

### 6.1 CASO I: PROBLEMA DE EXCAVACIÓN UTILIZANDO MUROS ANCLADOS

Este primer problema implica la excavación en seco de un suelo arenoso, el cual fue calibrado en el capítulo anterior). La excavación es soportada por muros de concreto armado, estos son sujetados mediante anclajes pre-esforzados, finalmente se aplicará una carga distribuida en una losa de cimentación, PLAXIS permite realizar el modelamiento detallado por fases de construcción de este tipo de problemas. Con este problema se demuestra la *performance* del modelo Hipoplástico para grandes deformaciones respecto al modelo Mohr-Coulomb. Además, la excavación “en seco” implica el cálculo de flujo de aguas subterráneas para generar la nueva distribución de presión de agua. Este aspecto del análisis es explicado en detalle más adelante.

#### 6.1.1 Descripción del problema

La excavación es de una profundidad de 20 m de ancho y 10 m de profundidad. Existe 15 m de longitud de muros de concreto armado de 0.35 m de espesor, los cuales son usados para retener el suelo circundante. Además, al final de la excavación se colocará una losa de cimentación de 1 m de espesor, la cual soportará una carga distribuida rectangular de 300 kN/m<sup>2</sup>. En la figura 6.1 se presenta una sección típica que ilustra el problema analizado.

Para sujetar y/o estabilizar los muros de concreto armado se utilizarán anclajes, dos para cada muro. El primer anclaje tiene una longitud total de 14.5 m y una inclinación de 33.7° (2:3). El segundo anclaje tiene una longitud de 10 m de longitud y está instalada a un ángulo de 45°. Al lado izquierdo de la excavación, la superficie soporta una carga de 10 kN/m<sup>2</sup>, y en la parte derecha la superficie soporta una carga de 5 kN/m<sup>2</sup> (mostrados en la figura 6.1).

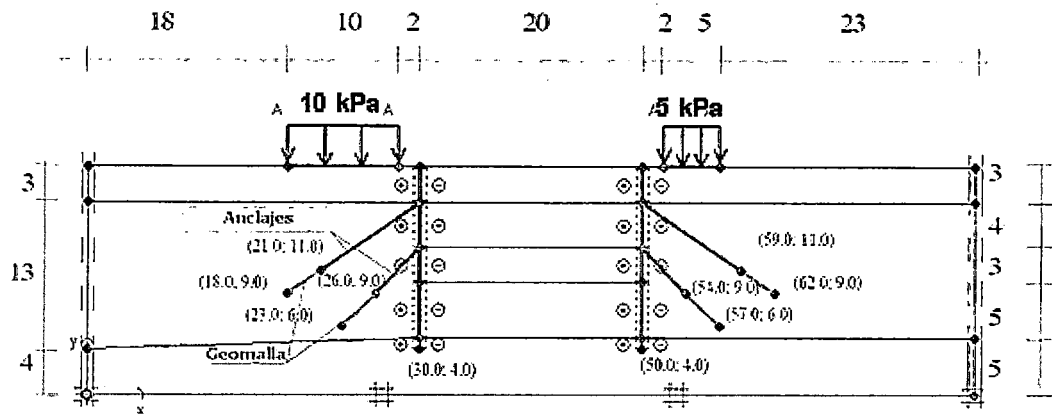


Figura 6.1 Modelo geométrico del problema de excavación.

El perfil del terreno consiste en tres distintos tipos de suelos. Desde la superficie del suelo hasta una profundidad de 3 m se presenta un relleno relativamente suelto de suelo arenoso. Por debajo de este relleno hasta una profundidad de 15 m existe un estrato más o menos suelto y homogéneo de arena bien gradada. Este estrato es particularmente adecuado para la colocación de los anclajes. El nivel freático se encuentra a 3 m debajo de la superficie. Debajo del estrato de la arena existe un estrato de margas, el cual se extiende a gran profundidad.

#### 6.1.1.1 Ensayos y obtención de parámetros

Para este primer ejercicio se tomó como referencia a uno de los problemas expuestos en el manual del PLAXIS v8.2, en donde se presentan propiedades características de los materiales; sin embargo, el estrato intermedio se considerará como la arena estudiada en los capítulos anteriores, en este caso para una primera solución con el modelamiento de Mohr-Coulomb se toman los parámetros calculados en el capítulo 5.

A continuación se presenta un resumen que muestra los parámetros a considerar para cada tipo de suelo. Estos parámetros serán utilizados el modelamiento numérico.

También se presenta las propiedades de los muros pantalla y los anclajes, para este último se tiene una consideración especial ya que para simular la lechada de cemento que al fraguar proporciona el anclaje, se utiliza una geomalla, el comportamiento es casi el mismo, por lo que no se tendrá mayores dificultades al momento de analizar.

Parámetros	Nombre	Arena	Relleno	Marga	Unidades
Comportamiento	<i>Tipo</i>	<i>Drenado</i>	<i>Drenado</i>	<i>Drenado</i>	—
Peso específico seco	$\gamma_{seco}$	16	16	17	kN/m <sup>3</sup>
Peso específico sat.	$\gamma_{sat}$	19	20	19	kN/m <sup>3</sup>
Permeabilidad hor.	$k_x$	0.5	1.0	0.1	m/día
Permeabilidad vert.	$k_y$	0.5	1.0	0.1	m/día
Módulo de Young	$E$	4500	8000	20000	kN/m <sup>2</sup>
Coef. de Poisson	$\nu$	0.32	0.30	0.33	—
Cohesión	$c$	5.0	1.0	8.0	kN/m <sup>2</sup>
Ángulo de fricción	$\phi$	36.0	30.0	29.0	°
Dilatancia	$\psi$	3.0	0.0	3.0	°
Factor de interface	$R$	0.70	0.65	<i>Rígido</i>	—

Tabla 6.1 Propiedades de los estratos de suelo.

Parámetros	Nombre	Valor	Unidades
Tipo de comportamiento	<i>Tipo de material</i>	<i>Elástico</i>	—
Rigidez normal	$EA$	12. 10 <sup>6</sup>	kN/m
Rigidez de flexión	$EI$	0.12. 10 <sup>6</sup>	kNm <sup>2</sup> /m
Espesor equivalente	$d$	0.346	m
Peso	$w$	8.3	kN/m/m
Coefficiente de Poisson	$\nu$	0.15	—

Tabla 6.2 Propiedades de muro pantalla.

Parámetros	Nombre	Valor	Unidades
Tipo de comportamiento	<i>Tipo de material</i>	<i>Elástico</i>	—
Rigidez normal	$EA$	2. 10 <sup>5</sup>	kN
Espaciamiento fuera del plano	$L_s$	2.5	m
Fuerza máxima	$F_{m\acute{a}x,comp}$	1. 10 <sup>5</sup>	kN
	$F_{m\acute{a}x,tens}$	1. 10 <sup>5</sup>	kN

Tabla 6.3 Propiedades del anclaje.

Parámetro	Nombre	Valor	Unidades
Rigidez normal	$EA$	1. 10 <sup>15</sup>	kN/m

Tabla 6.4 Propiedad de la geomalla (simulación de la lechada).

### 6.1.1.2 Modelo de análisis

El problema geotécnico se resuelve en siete fases, cada una simula una etapa constructiva. En análisis por fases se realiza con la finalidad de simular lo más

cercanamente posible el proceso constructivo de la excavación, anclaje y colocación de la losa. Se describe a continuación la simulación por fases.

**Fase 1**, en esta primera fase se presenta la aplicación de las cargas externas (la carga de la derecha con 10 kPa y la otra con 5 kPa) y la construcción de los dos muros pantalla.

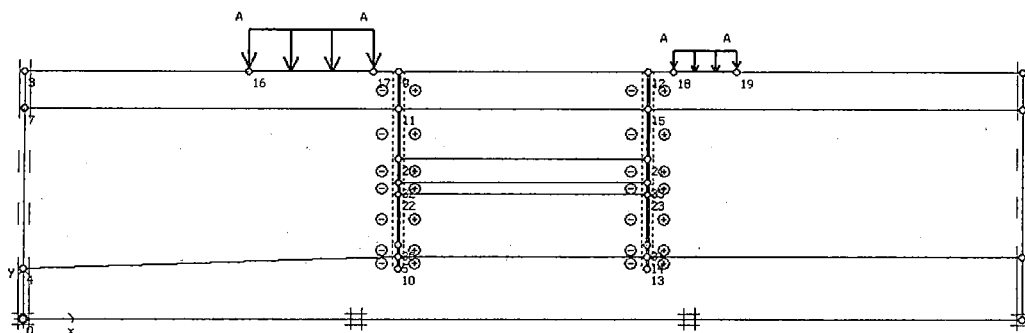


Figura 6.2 Primera fase de construcción.

**Fase 2**, se empieza con la excavación del primer estrato, desactivando el primer tramo.

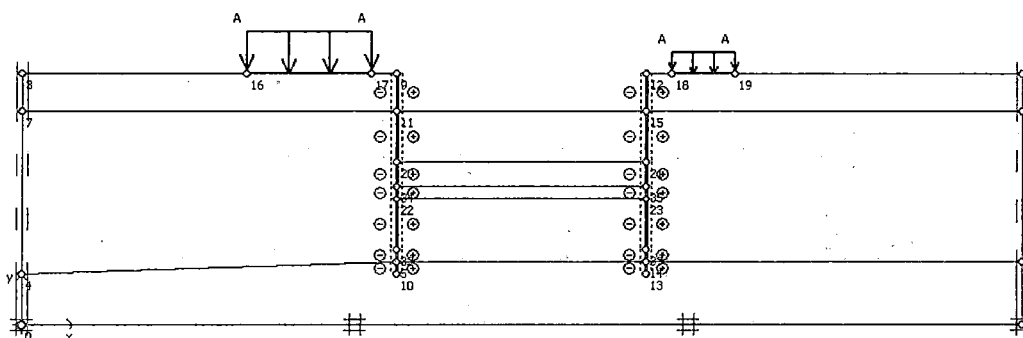


Figura 6.3 Segunda fase de construcción.

**Fase 3**, se colocan los primeros anclajes, de la parte superior para estabilizar a los muros pantalla, para lo cual se pre-esfuerza a los anclajes con un esfuerzo de 120 kN/m.



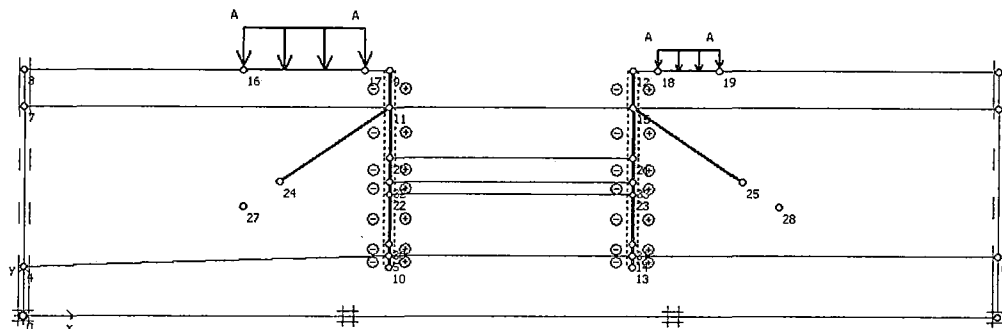


Figura 6.4 Tercera fase de construcción.

**Fase 4**, se continúa con la excavación en una parte de la arena, desactivando el segundo tramo, además aquí ya se presenta un descenso del nivel freático, presentándose un flujo de agua subterránea.

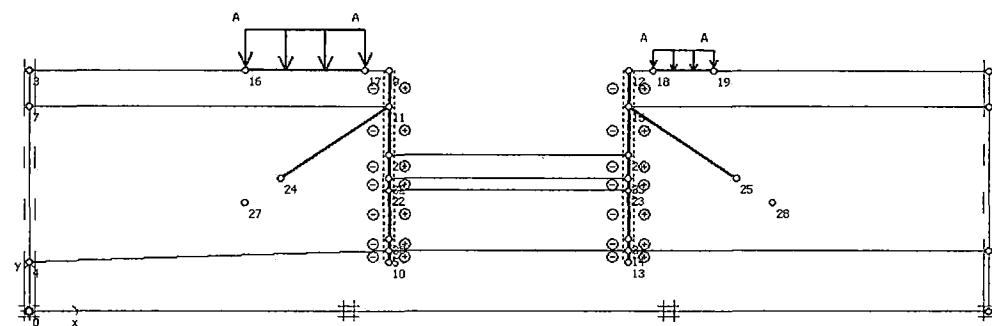


Figura 6.5 Cuarta fase de construcción.

**Fase 5**, en esta fase se colocan los anclajes inferiores, previamente se pre-esfuerza los mismos hasta 200 kN/m.

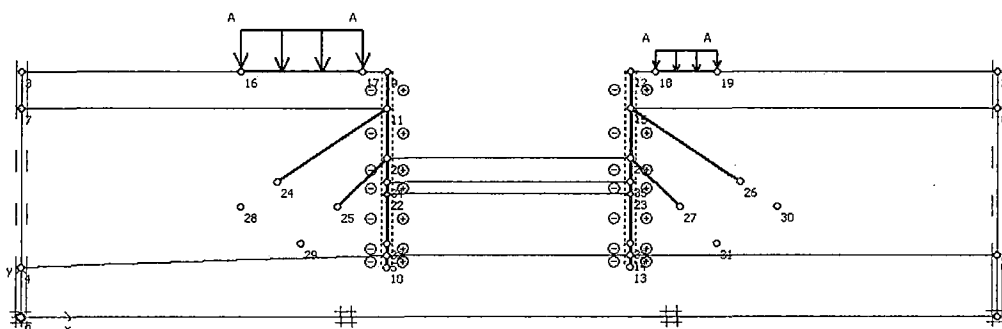


Figura 6.6 Quinta fase de construcción.

**Fase 6**, en esta fase se continúa con la excavación en la arena y se desactiva el tercer tramo hasta llegar a la profundidad proyectada, y se calcula el nivel freático ya que se observa nuevamente flujo de agua subterránea.

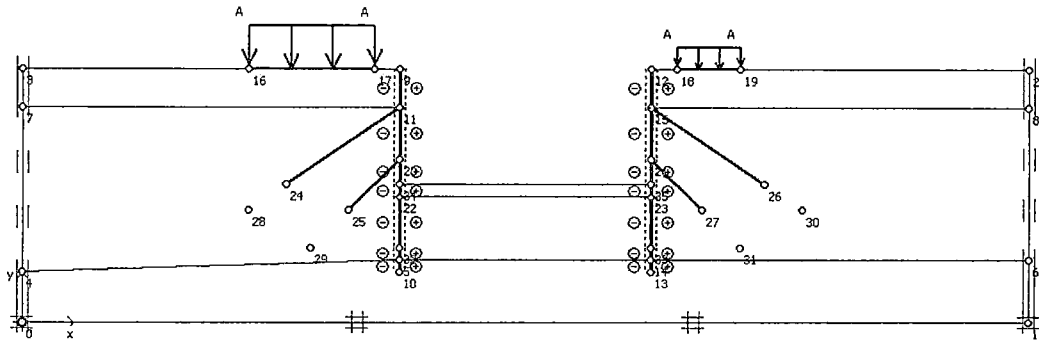


Figura 6.7 Sexta fase de construcción.

**Fase 7**, en esta última parte del problema se activa la losa de cimentación junto con la carga que soporta  $300 \text{ kN/m}^2$ , alcanzándose la configuración final del problema para su posterior cálculo.

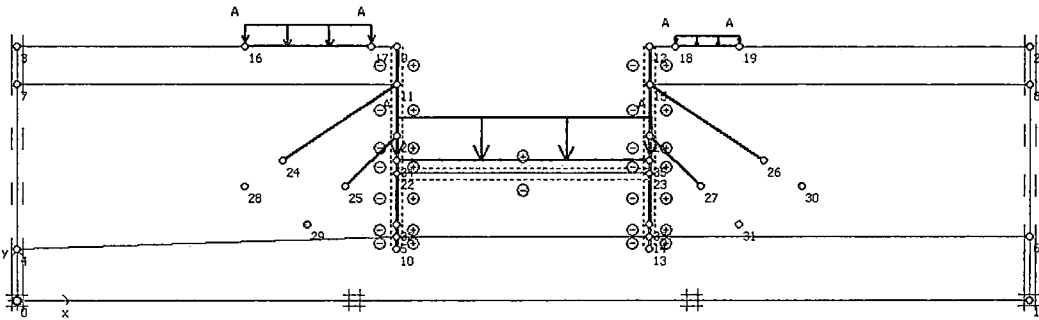


Figura 6.8 Séptima fase de construcción.

Cabe señalar que dicha configuración de las etapas constructivas son las mismas para ambos modelamientos.

### 6.1.2 Desarrollo del problema mediante el modelo Mohr - Coulomb

Los parámetros para la aplicación del modelo Mohr-Coulomb fueron presentados en la tabla 6.1, y la calibración del modelo Mohr-Coulomb se presentó en el capítulo anterior. A continuación se presentan los resultados obtenidos del cálculo de asentamientos finales de la losa y muros de contención.

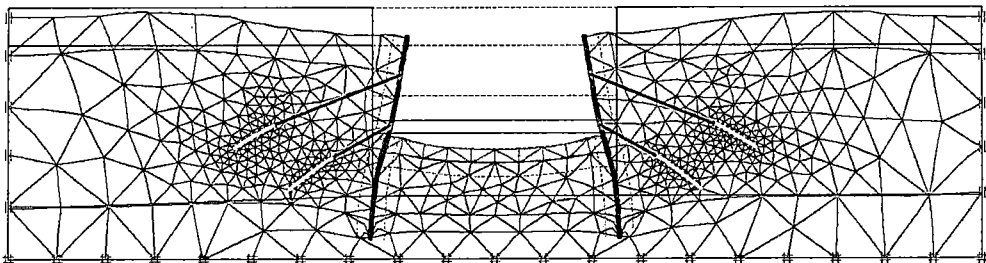


Figura 6.9 Malla deformada al final de la construcción.

En esta etapa final se registra un desplazamiento vertical máximo de 4.83 cm (punto B) y un desplazamiento máximo horizontal de 5.58 cm (punto D), como se muestra en la siguiente figura.

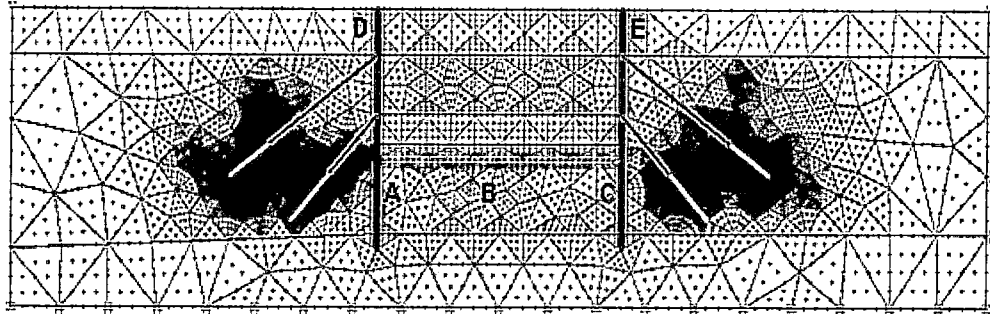


Figura 6.10 Problema discretizado con los puntos de control.

### 6.1.2.1 Variación de esfuerzos efectivos

A continuación se presenta la distribución de esfuerzos cortantes relativos que da una indicación de la proximidad del esfuerzo a la envolvente de falla. Este esfuerzo relativo  $\tau_{rel}$  se define como:

$$\tau_{rel} = \frac{\tau}{\tau_{m\acute{a}x}} \quad (6.1)$$

Donde  $\tau$  es el valor máximo del esfuerzo cortante (es decir, el radio del círculo de esfuerzos de Mohr). El parámetro  $\tau_{m\acute{a}x}$  es el valor máximo del esfuerzo cortante que actuaría si el círculo de Mohr se llevara a rotura incrementando su radio exterior pero manteniendo constante el esfuerzo principal intermedio.

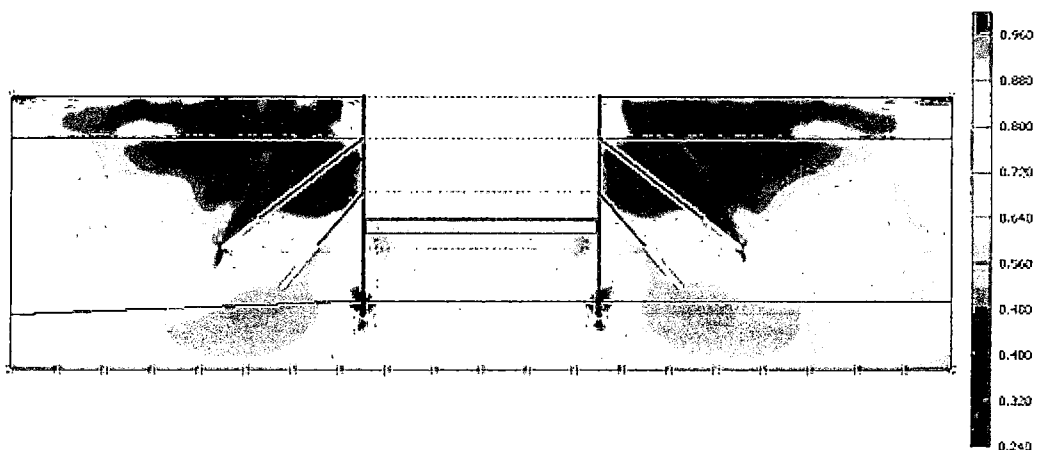


Figura 6.11 Figura mostrando la distribución de esfuerzos cortantes que se alcanzan en la falla.

Para una mejor visualización de cómo varían los esfuerzos en el estrato de arena, se tomaron en cuenta tres puntos de control, al lado derecho, al medio y a la izquierda de la base de cimentación (en este caso corresponden a los puntos A, B y C que se muestran en la figura 6.10). Estos puntos de control son graficados en trayectoria de esfuerzos  $p - q'$  (parámetros de Cambridge) para observar la forma evolutiva de los esfuerzos en tales puntos.

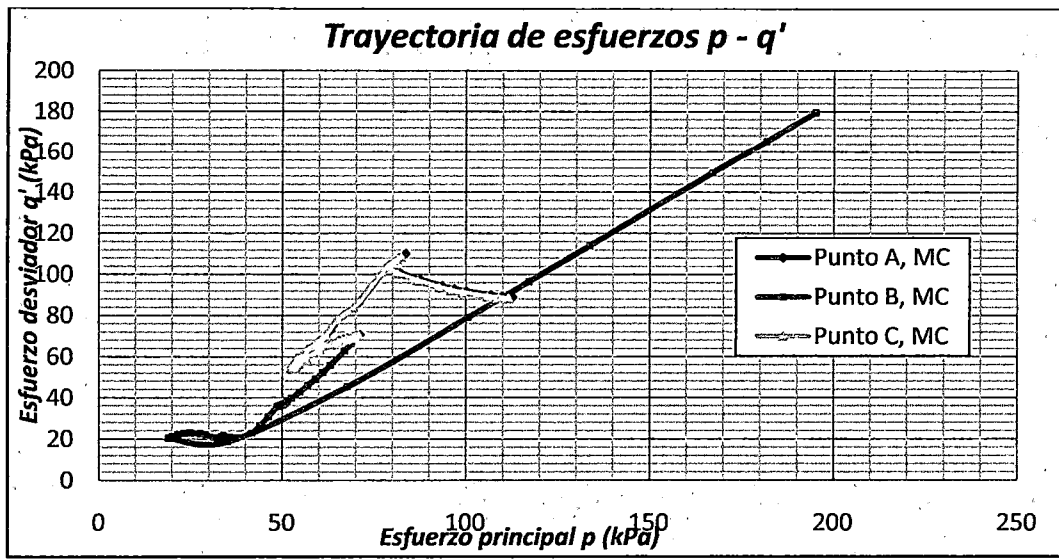


Figura 6.12 Trayectoria de esfuerzos efectivos.

En la figura 6.12 se observa claramente que las trayectorias de esfuerzos en los puntos A y C son coincidentes debido a la casi simetría de la geometría del problema. Por otro lado en el punto B, que corresponde a la parte media de la cimentación, se presenta un mayor desarrollo de la trayectoria de esfuerzos, esto debido a que en este punto se genera mayor desarrollo de esfuerzos, a consecuencia de la carga distribuida rectangular soportada por dicha cimentación.

### 6.1.2.2 Análisis de deformaciones

Para el caso de deformaciones, en la figura se observa un primer tramo donde ocurre compresión, para luego pasar a la parte de dilatación; sin embargo, en la curva del punto B, que es donde se desarrolla un proceso de descarga-recarga debido a la excavación y luego a la construcción de la cimentación, existe una mayor influencia en el comportamiento de este punto, manifestándose en curvas cruzadas.

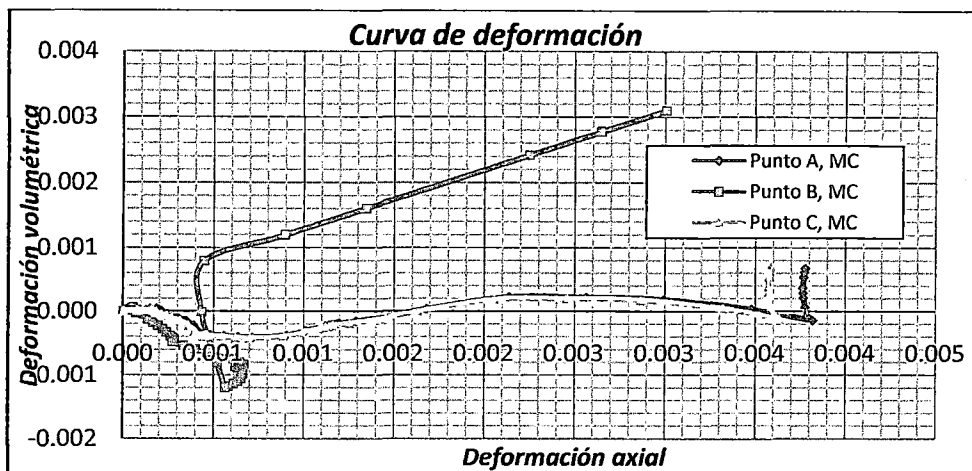


Figura 6.13 Curva de deformación volumétrica versus deformación axial.

### 6.1.2.3 Análisis de flujo de agua

Uno de los propósitos de los muros anclados, aparte de soportar el empuje lateral del suelo, es el de servir como un elemento impermeabilizante y así disminuir el nivel freático, en este caso se han considerado las propiedades de permeabilidad indicadas en la tabla 6.1. En el gráfico mostrado, el programa PLAXIS por defecto, muestra a las presiones intersticiales activas sólo como esfuerzos principales, aun cuando sean isotrópicas y todas las direcciones sean principales, se registró un máximo de  $167 \text{ kN/m}^2$ .

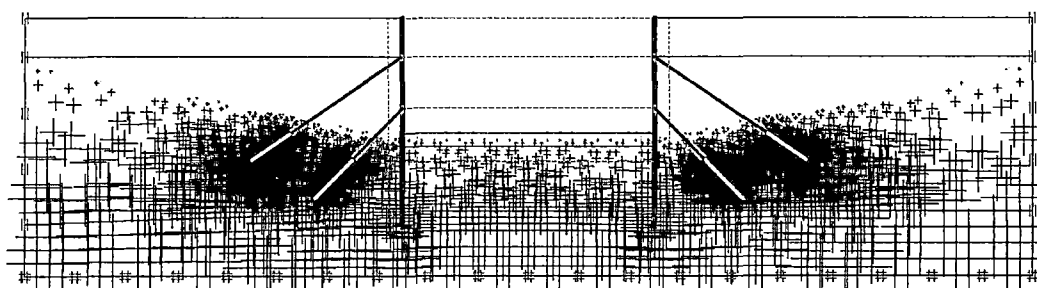


Figura 6.14 Distribución de los esfuerzos de la presión de poros.

### 6.1.3 Desarrollo del problema aplicando el modelo constitutivo Hipoplástico

Como se mencionó anteriormente, para este problema se tomaron los parámetros Hipoplásticos calibrados de la arena del capítulo 5. La idea es analizar sólo el estrato de arena con el modelo Hipoplástico, con la finalidad de comparar los resultados con los obtenidos usando el modelos de Mohr-coulomb.

Las fases de cálculo (siete) son las mismas que el modelo anterior, de este modo al final del cálculo se analizan los siguientes resultados:

### 6.1.3.1 Variación de variables de estado

Una de las ventajas del modelo, y aplicado a la rutina, es que al final del proceso de cálculo se puede obtener información adicional de cómo varían algunos parámetros, en este caso se analiza la variación de la relación de vacíos y el ángulo de fricción, en ambas figuras se muestra de manera sombreada la variación en diferentes zonas del modelo geométrico, esto demuestra la naturaleza lagrangiana del modelo, es decir que los parámetros de estado van evolucionando en cada proceso de iteración, tomando como sistema de referencia el paso anterior, y no las condiciones iniciales planteadas, no tienen un sistema único de referencia, el modelo queda demostrado como del tipo evolutivo. Para el caso de la figura 6.15 se observa la variación de la relación de vacíos al final de todo el proceso, como sólo la parte intermedia fue modelada con el modelo Hipoplástico, sólo en ese estrato se obtiene información del cambio de variables de estado, el valor máximo registrado para la relación de vacíos es 0.401.

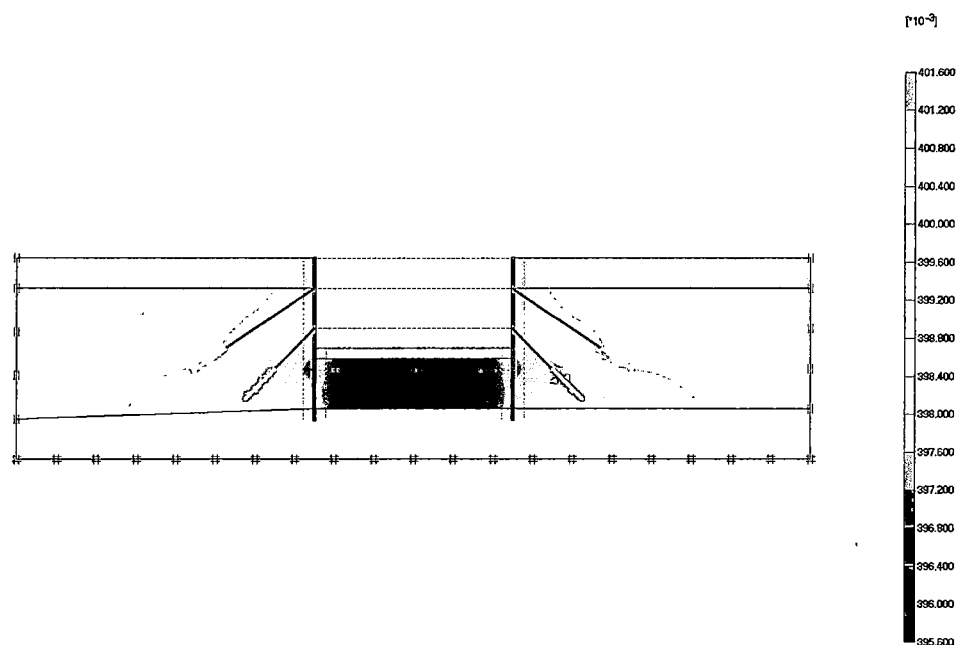


Figura 6.15 Variación de la relación de vacíos (valores mostrados en el orden de  $10^{-3}$ ).

### 6.1.3.2 Variación de esfuerzos efectivos

Empleando el modelo constitutivo Hipoplástico se observa un mayor desarrollo de los esfuerzos al alcanzar la condición de falla; esto se explica debido a que la superficie límite que es la de Matsuoka-Nakai envuelve a la de Mohr-Coulomb, permitiendo alcanzar el desarrollo de esfuerzos mayores al momento de llegar a la falla. La definición del esfuerzo cortante relativo es la misma explicada en la sección 6.1.2.1.

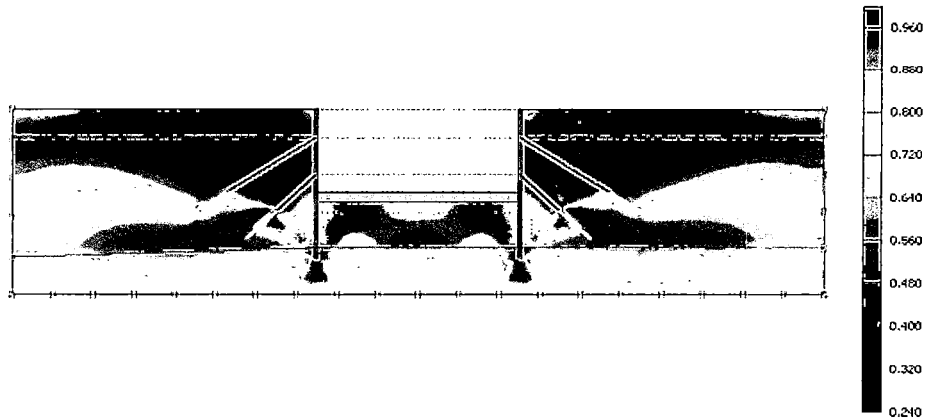


Figura 6.16 Esfuerzos cortantes relativos (definidos en la sección 6.1.2.1) que alcanzan la falla en el modelo Hipoplástico.

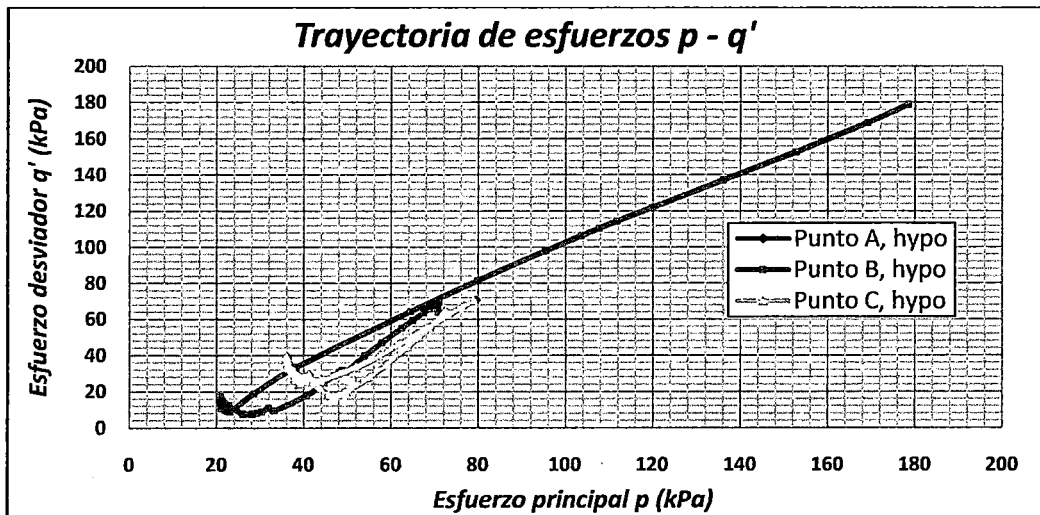


Figura 6.17 Trayectoria de esfuerzos efectivos en el modelo Hipoplástico.

Analizando la figura 6.17, se observa la caracterización de descarga-recarga mostrándose que existe una variación de la rigidez en diferentes procesos. Esto conlleva a pensar de que efectivamente como se había mencionado en el

capítulo 3 sobre el modelo constitutivo Hipoplástico, existe una rigidez que distingue entre estos dos procesos (descarga-recarga).

### 6.1.3.3 Análisis de deformaciones

Las deformaciones presentadas en la figura 6.18, a nivel de cimentación muestran una tendencia a dilatarse, una característica más del modelo, la cual no es percibida con el modelo Mohr-Coulomb.

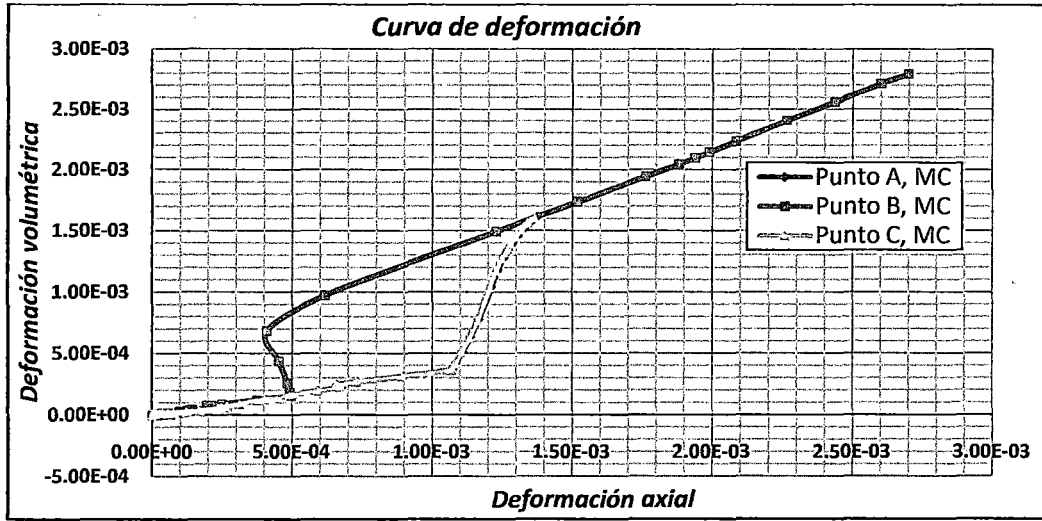


Figura 6.18 Curva de deformación volumétrica versus axial en el modelo Hipoplástico.

### 6.1.3.4 Análisis de flujo de agua

Por tratarse de un modelamiento del comportamiento del suelo, el modelamiento del flujo del agua es independiente del modelo constitutivo Hipoplástico, el flujo es modelado del mismo modo que el modelo Mohr - Coulomb, y se observa una presión de poros igual a 167 kN/m<sup>2</sup>.

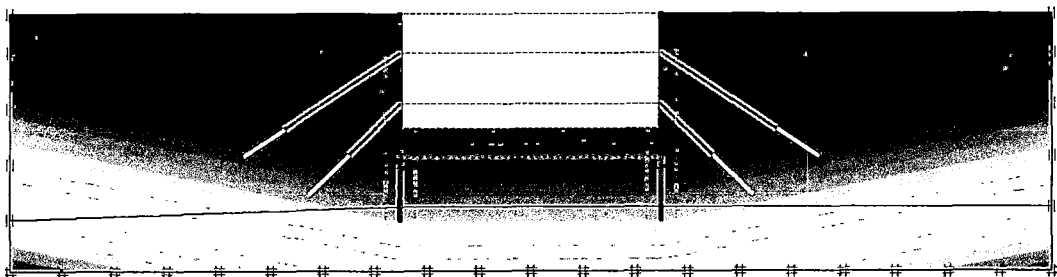


Figura 6.19 Distribución de la presión de poros en el problema de la cimentación.



#### 6.1.4 Comparación de resultados

Un primer paso evidente y fácil de interpretar es el análisis de desplazamientos, en este caso se cuenta con los gráficos de desplazamientos verticales, el modelo Hipoplástico presenta menores asentamientos, este resultado es de suponerse debido a que las tendencias de las curvas de deformación volumétrica son diferentes para ambos modelos, presentando una mayor deformación en el modelo Mohr-Coulomb.

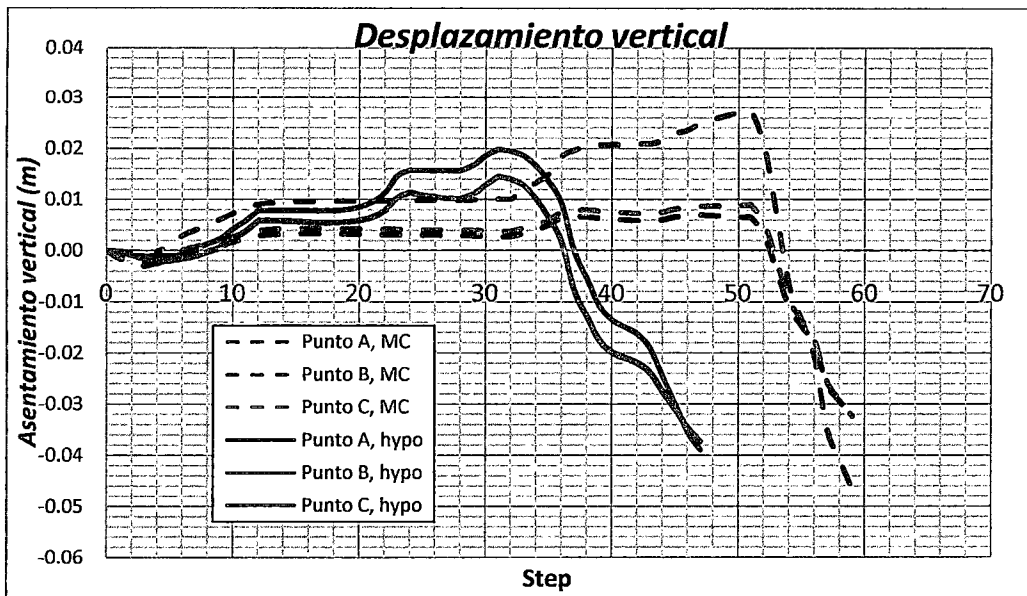


Figura 6.20 Gráfico de comparación de asentamientos.

Para comparar los esfuerzos efectivos se toma el punto B (ubicado al medio de la cimentación). Para el caso de la curva correspondiente al modelo Hipoplástico se presenta un mayor nivel de esfuerzos efectivos, además de simular mejor, como ya se había mencionado, el proceso de descarga-recarga. El modelo Hipoplástico es más apropiado si se pretende analizar problemas de descarga-recarga, donde el proceso conlleva a un cambio de rigidez para representar apropiadamente cada proceso.

En el caso de la curva de deformaciones, se ve una marcada diferencia de las deformaciones para los extremos de la losa, el modelo Mohr-Coulomb, como era de esperarse, desarrolla una plasticidad perfecta, y no alcanza los niveles de deformación que corresponden al terreno, para el caso del punto B, se genera una diferencia importante al inicio de la deformación.

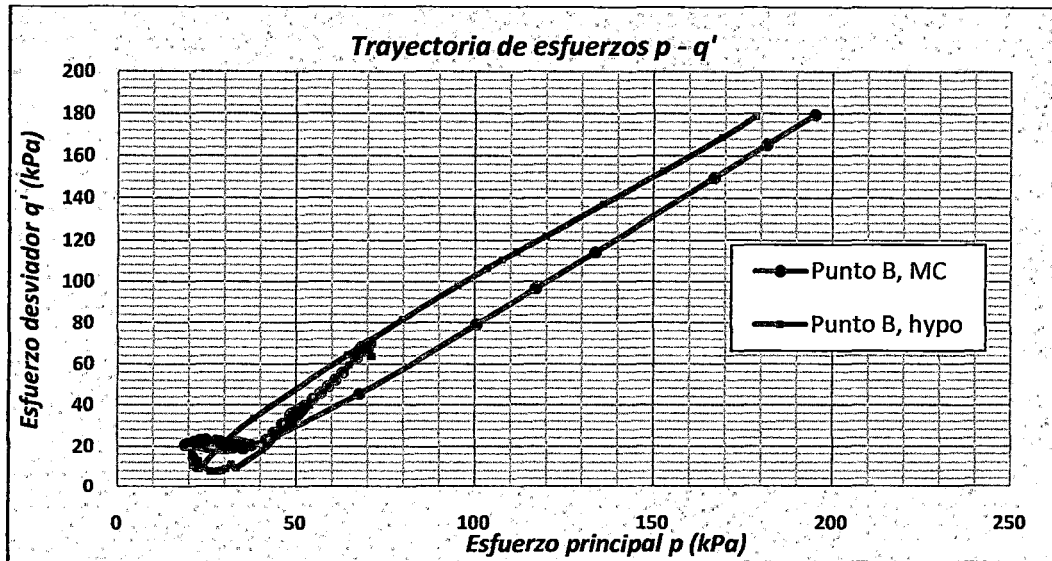


Figura 6.21 Comparación de trayectoria de esfuerzos.

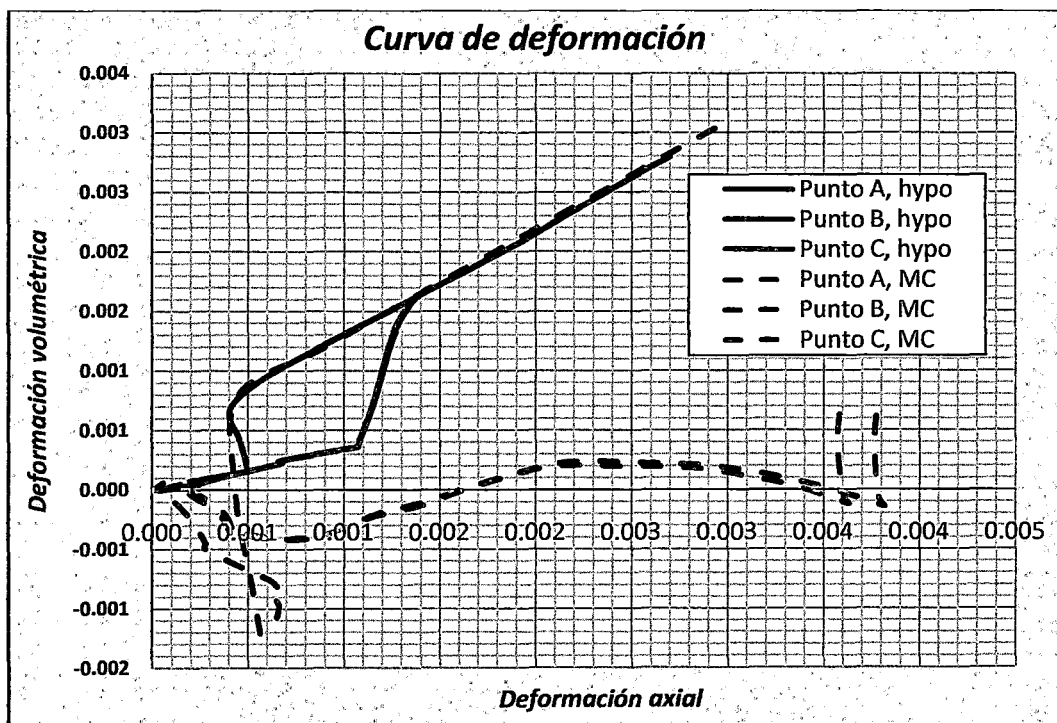


Figura 6.22 Comparación de las deformaciones.

## 6.2 CASO II: ANÁLISIS DE DEFORMACIONES EN UN PAD DE LIXIVIACIÓN

En este problema se analiza los esfuerzos y deformaciones generados en un Pad de lixiviación, estructuras típicas utilizadas en la minería actual. La lixiviación en pilas es una tecnología de procesamiento de minerales mediante el cual grandes cantidades de roca triturada de la mina son lixiviados con soluciones

químicas que extraen minerales como oro, plata y cobre. Las más grandes instalaciones en términos tanto de la superficie, como de tonelaje, están asociados con las minas de cobre, donde el mineral es regado con una solución de ácido sulfúrico.

Esta solución disuelve el cobre del mineral y la lixiviación pasa a través de la pila de mineral y se recupera en la parte inferior, sobre la plataforma de lixiviación que por lo general consiste en un revestimiento de geomembrana sobre suelos arcillosos, y un drenaje permeable llamado overliner sobre la geomembrana, con una red de tuberías de drenaje que permiten coleccionar la solución lixiviada. El cobre se extrae de la solución con procesos de electro-obtención y la solución ácida se recicla de nuevo en la pila lixiviación. Para la lixiviación de minerales auríferos el proceso es similar, excepto que la solución es el cianuro.

### 6.2.1 Descripción del problema

El problema consiste en analizar los esfuerzos y desplazamientos generados en la geomembrana debido al peso soportado por el mineral apilado. También se tomarán algunos puntos de control dentro del mineral apilado para ver la evolución de sus esfuerzos y deformaciones.

#### 6.2.1.1 Ensayos y obtención de parámetros

Los ensayos realizados para obtener los parámetros de resistencia Mohr-Coulomb y para el modelo Hipoplástico fueron: ensayo triaxial drenado, densidad relativa, granulometría, los cuales se encuentran en el anexo I, los demás parámetros fueron calibrados de acuerdo a pruebas y error, y parámetros de materiales representativos.

#### 6.2.1.2 Modelo de análisis

Los materiales a considerar en el modelamiento geométrico del Pad son:

Una base de cimentación, que en este caso es un macizo rocoso, luego se tiene una capa de relleno estructural, para la interfase se tiene una consideración especial debido a que se tiene la geomembrana en contacto directo con el suelo arcilloso, después de esta capa se empieza a apilar el mineral para el proceso de lixiviación.

En la tabla 6.5 se mencionan las propiedades de resistencia y deformación de la roca y relleno estructural, las propiedades de estos materiales son las mismas

para las dos simulaciones (tanto para el modelamiento con Mohr-Coulomb y el modelo Hipoplástico).

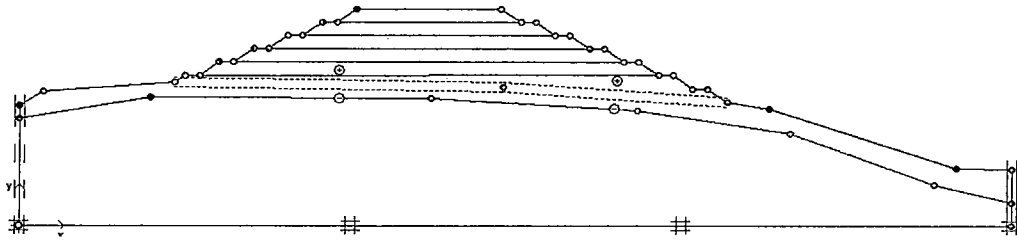


Figura 6.23 Modelo geométrico del Pad de lixiviación.

El procedimiento de análisis consta de 7 fases, las dos primeras se utilizan para determinar las condiciones iniciales del problema, en este caso no se puede aplicar el procedimiento de esfuerzo lateral debido a la geometría del problema, el punto de partida entonces es determinado debido a las condiciones generadas por el peso propio, las 5 etapas restantes se completan con la construcción por pilas del mineral, como se quiere obtener los desplazamientos generados al final del proceso, es necesario realizar una construcción del apilamiento por etapas.

Parámetros	Nombre	Roca	Relleno	Unidades
Comportamiento	<i>Tipo</i>	<i>Drenado</i>	<i>Drenado</i>	—
Peso específico seco	$\gamma_{seco}$	25.5	16.5	kN/m <sup>3</sup>
Peso específico sat.	$\gamma_{sat}$	26.0	18.0	kN/m <sup>3</sup>
Módulo de Young	$E$	5300000	200000	kN/m <sup>2</sup>
Coef. de Poisson	$\nu$	0.25	0.29	—
Cohesión	$c$	100	0.0	kN/m <sup>2</sup>
Ángulo de fricción	$\varphi$	39.0	33.0	°
Dilatancia	$\psi$	0.0	3.0	°
Factor de interface	$R$	1.0	0.67	—

Tabla 6.5 Propiedades de la roca y relleno estructural.

### 6.2.2 Desarrollo del problema mediante el modelo Mohr-Coulomb

El primer paso es caracterizar al mineral mediante los parámetros de resistencia de Mohr-Coulomb, los datos experimentales fueron tomados de una base de datos de diferentes proyectos de Pads de lixiviación.

En la siguiente figura se muestra una comparación de los datos experimentales versus la calibración del modelo Mohr-Coulomb. Se observa que para el caso de un esfuerzo de confinamiento de 150 kPa existe una sobrevaloración del esfuerzo pico, que es el estado de falla, en realidad se está simulando un estado

de rotura, mientras que en las curvas experimentales no se ve el desarrollo de un estado pico definido.

material	$\phi$ (°)	$\Psi$ (°)	$C$ (kPa)	$\nu$ (°)	$E$ (kPa)
mineral	36.0	0.0	12.0	0.31	250000

Tabla 6.6 Propiedades de la roca y relleno estructural.

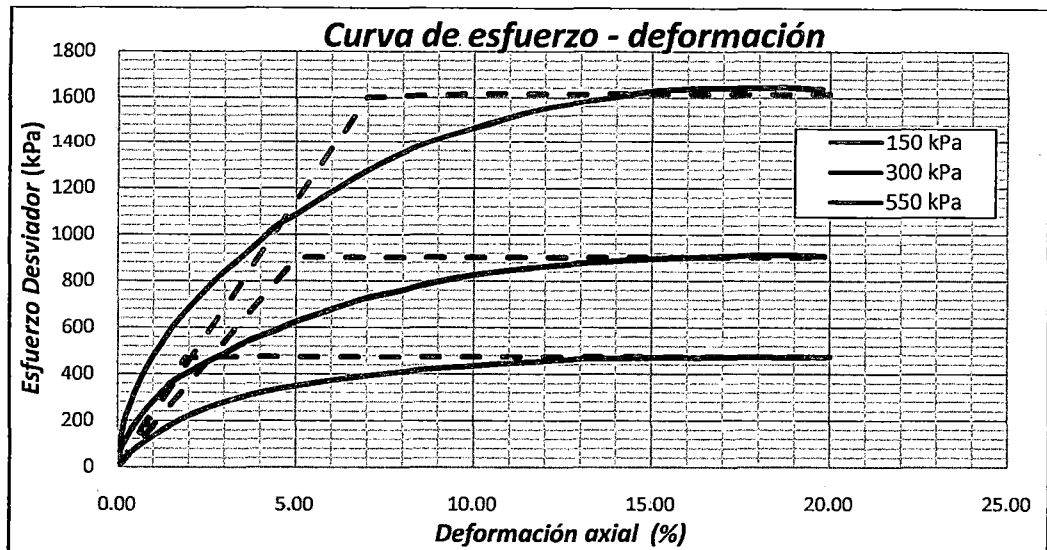


Figura 6.24 Calibración del modelo Mohr-Coulomb para el mineral.

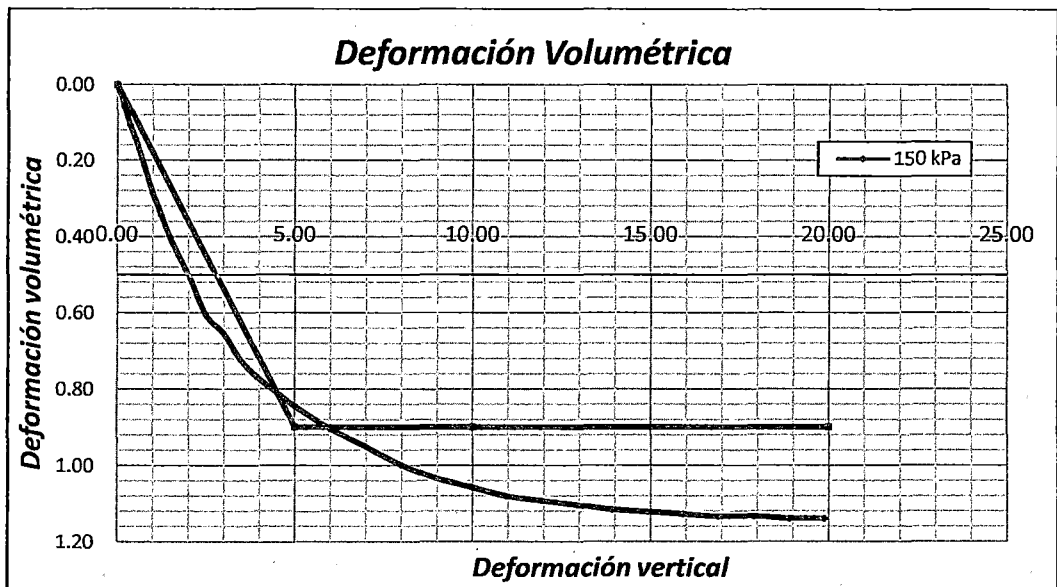


Figura 6.25 Comparación de las curvas de deformación volumétrica.

En el caso de las deformaciones volumétricas, se alcanza una aproximación ligera a la curva obtenida en laboratorio, debido a que el modelo es lineal, no se representa bien la transición contractiva del material.

### 6.2.2.1 Variación de esfuerzos efectivos

Una vez obtenidos los parámetros de Mohr-Coulomb, se procede a calcular todas las fases programadas. En términos de esfuerzos efectivos se obtuvo los siguientes resultados.

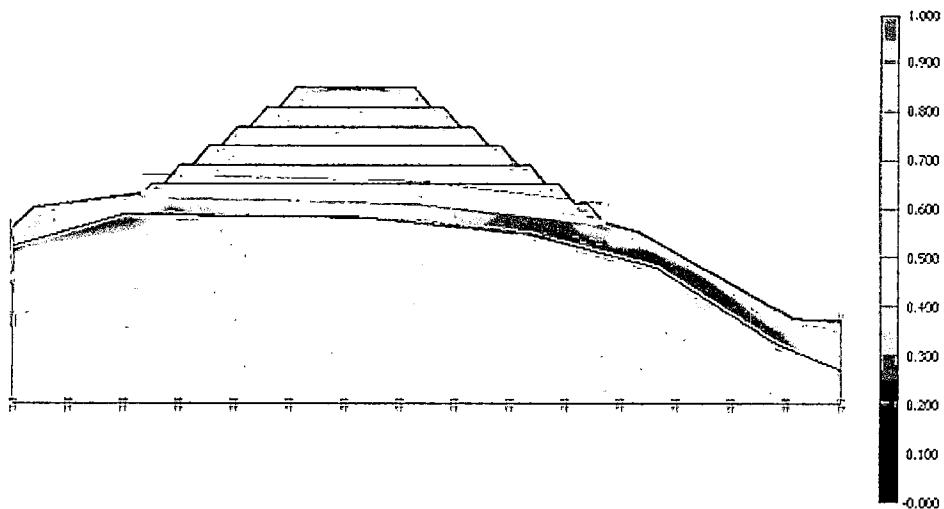


Figura 6.26 Esfuerzos efectivos cortantes normalizados con respecto al máximo esfuerzo cortante alcanzando en la falla de Mohr-Coulomb.

Se observa claramente en la figura 6.26, que la parte del relleno estructural los esfuerzos normalizados alcanzan un valor cercano a 1, es decir, se encuentra a punto de fallar.

Otra forma de interesante de visualizar los esfuerzos es en ejes cartesianos, en la figura 6.28 se observa en forma sombreada la variación de los esfuerzos verticales a lo largo de la geomembrana, en la figura 6.27 se indica la división en dos tramos de la geomembrana, parte A-A' y B-B'. Obviamente los mayores esfuerzos verticales son generados en la parte media de la geomembrana.

En toda la geomembrana se reportó un esfuerzo horizontal de  $337 \text{ kN/m}^2$  y un esfuerzo vertical máximo de  $796 \text{ kN/m}^2$ , por otro lado, para efectos de control y comparación de los esfuerzos efectivos, se analizan tres puntos situados al pie de las tres últimas banquetas, tales puntos de control son mostrados en la figura 6.29.

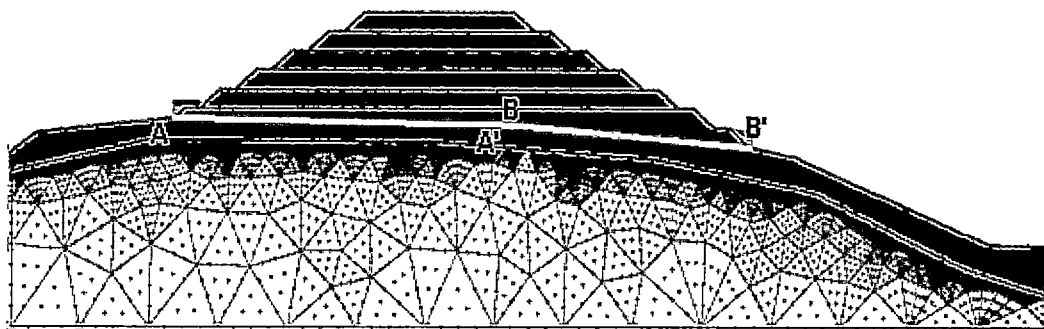


Figura 6.27 Tramos de división A-A' y B-B' en la geomembrana.

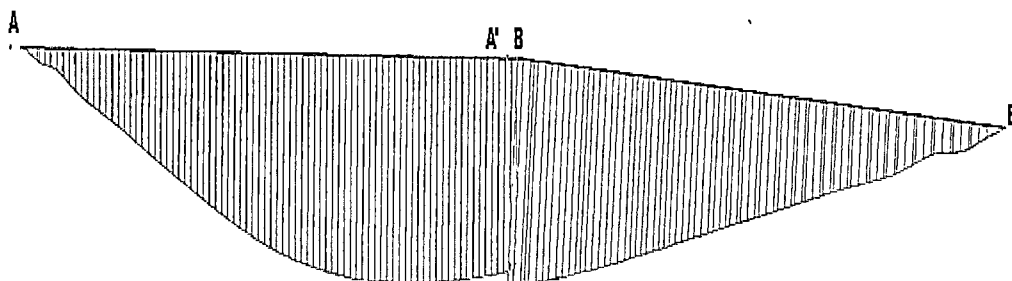


Figura 6.28 Distribución de esfuerzos efectivos en  $kN/m^2$  verticales generados en la geomembrana.

En este caso la trayectoria de esfuerzos de los puntos de control A, B y C se encuentran superpuestas, parten del origen debido a que el estado inicial de esfuerzos es cero.

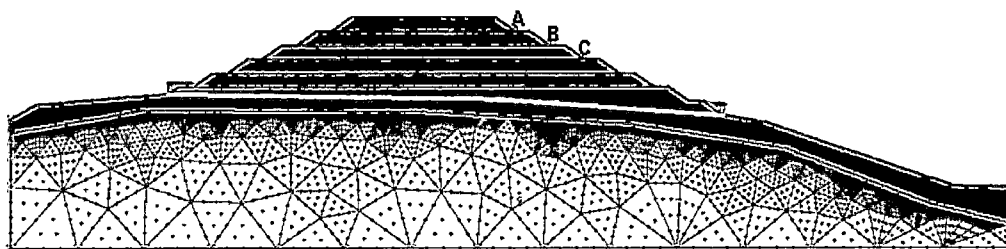


Figura 6.29 Puntos de control situados al pie de las banquetas del mineral.

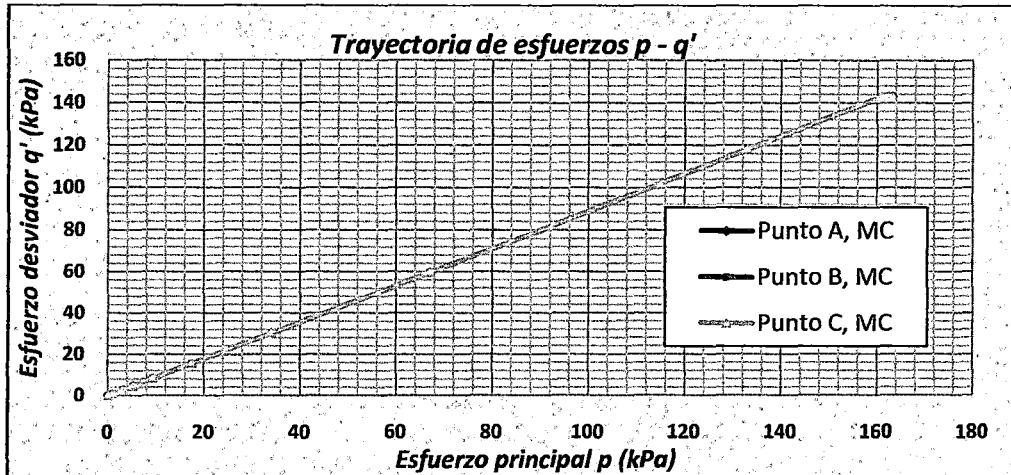


Figura 6.30 Trayectoria de esfuerzos Mohr-Coulomb en los puntos de control.

### 6.2.2.2 Análisis de deformaciones

En la figura 6.31, se muestra la distribución de los desplazamientos verticales de la geomembrana en toda su longitud (estas dos secciones son mostradas en la figura 6.29). El desplazamiento máximo se encuentra en la parte central que es donde se concentran los mayores esfuerzos.

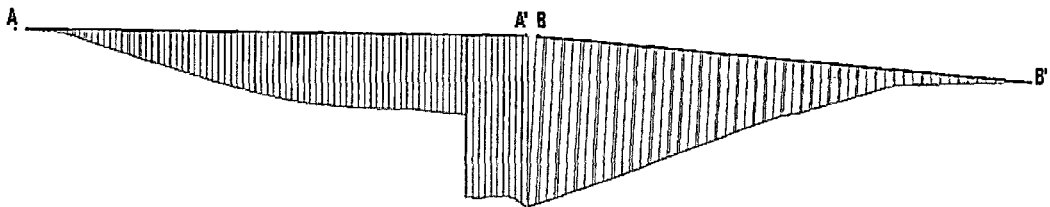


Figura 6.31 Secciones de la geomembrana mostrando la distribución de desplazamientos verticales en metros.

De acuerdo a la figura 6.31, el desplazamiento máximo registrado es 7.4 cm, que está dentro de lo permisible.

### 6.2.3 Desarrollo del problema aplicando el modelo constitutivo Hipoplástico

Es necesario antes de empezar a modelar el problema mediante el modelo Hipoplástico, analizar algunas curvas simuladas para verificar el comportamiento del mineral simulado.

A diferencia de las simulaciones realizadas anteriormente con el modelo Mohr-Coulomb, de la figura anterior se observa que el modelo Hipoplástico reproduce de una manera más aproximada el estado de falla del mineral, no excede los estados picos como sucedía anteriormente. En la siguiente figura se muestra la



simulación de la deformación volumétrica, hay que señalar que las simulaciones se realizaron en el programa "Element Test", generadas por el autor de la tesis.

El resumen de los parámetros Hipoplásticos se presenta a continuación:

36.0	0.80	0.55	0.45	1.5E6	0.15	0.20	1.00
------	------	------	------	-------	------	------	------

Tabla 6.7 Parámetros Hipoplásticos para el mineral.

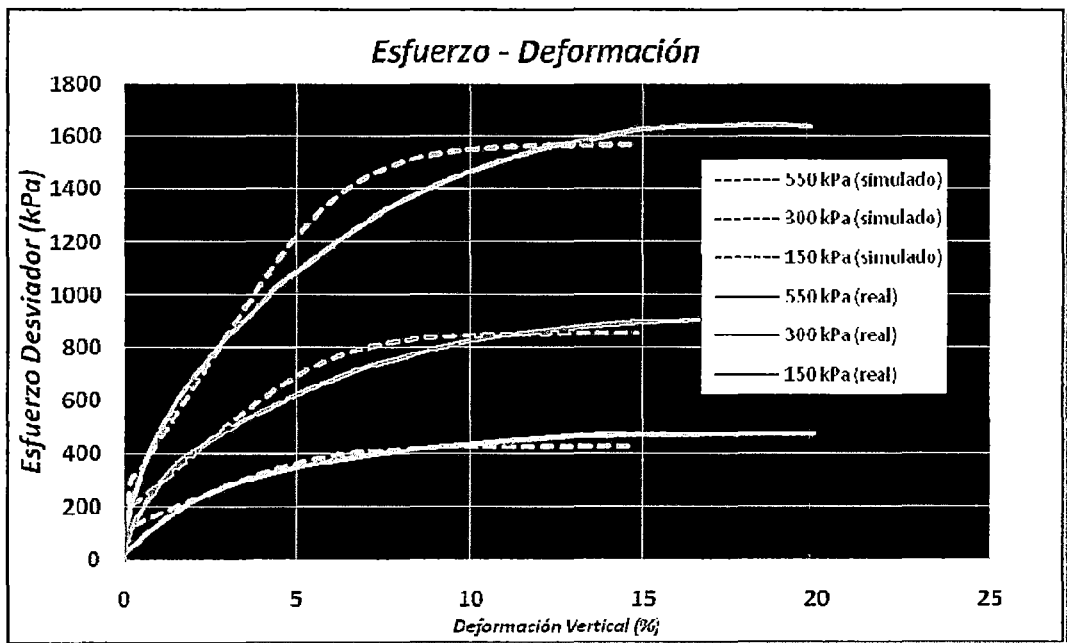


Figura 6.32 Simulación del comportamiento del mineral con el modelo Hipoplástico.

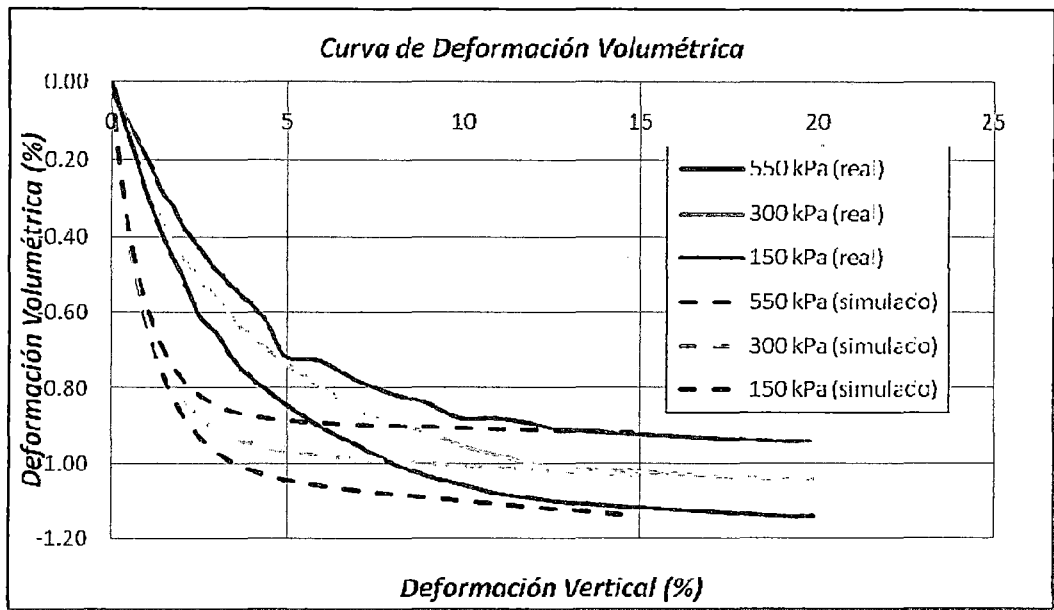


Figura 6.33 Simulación del comportamiento deformacional del mineral con el modelo Hipoplástico.

### 6.2.3.1 Variación de esfuerzos efectivos

Los resultados que interesan mostrar son los referentes a los esfuerzos producidos en la geomembrana, es por eso que se tiene a continuación la siguiente figura, que muestra la distribución de esfuerzos verticales a lo largo de la geomembrana (las secciones mostradas son tomadas con referencia a la figura 6.27).

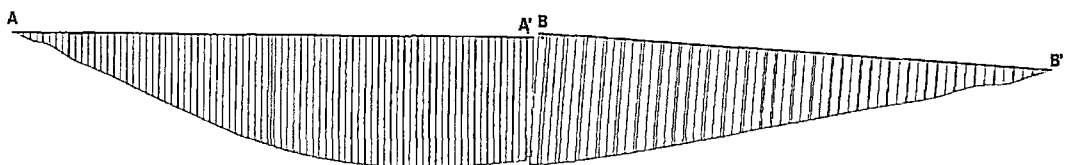


Figura 6.34 Distribución de esfuerzos en  $\text{kN/m}^2$  verticales generados a lo largo de la geomembrana con el modelo Hipoplástico.

Los esfuerzos registrados a partir de este modelamiento son: para el eje vertical  $792 \text{ kN/m}^2$  y para el eje horizontal  $297 \text{ kN/m}^2$ .

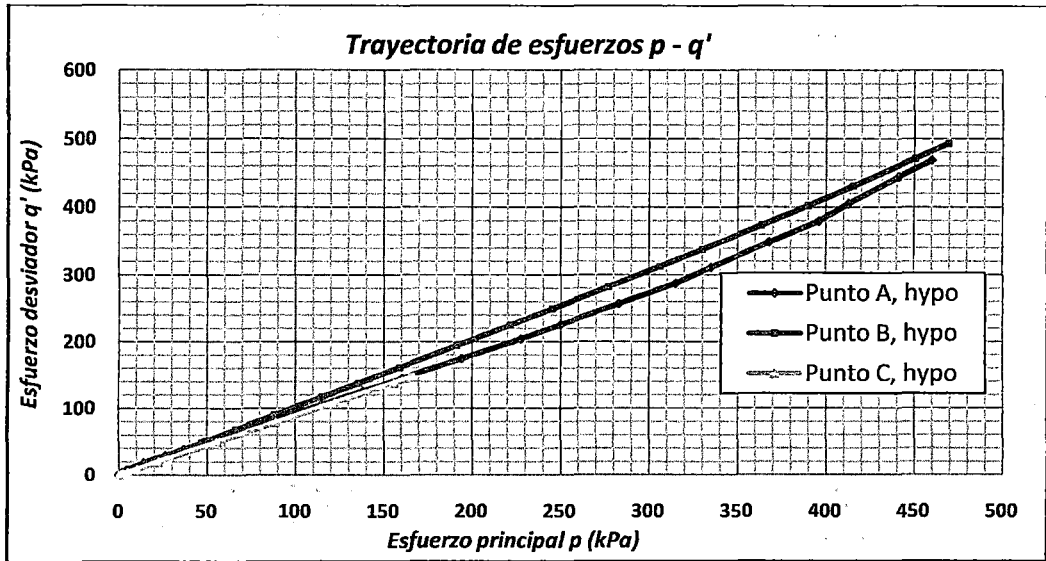


Figura 6.35 Trayectoria de esfuerzos "hypo" en los puntos de control.

### 6.2.3.2 Análisis de deformaciones

En el caso de las deformaciones se tiene los mismos dos tramos en los que se ha dividido la geomembrana como se muestra en la figura 6.29.

Los desplazamientos máximos obtenidos tanto verticales como horizontales son 15 y 16 cm, respectivamente, a diferencia de la distribución encontrada con el modelo Mohr-Coulomb, esta no presenta saltos en sus desplazamientos, tiene un desarrollo creciente uniforme.

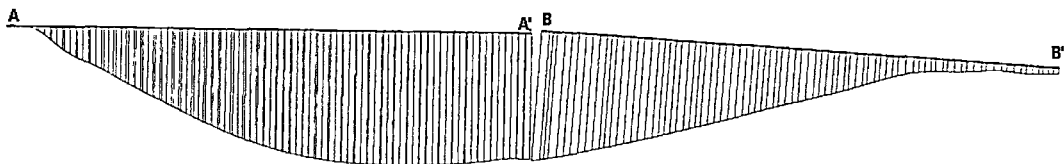


Figura 6.36 Sección de toda la geomembrana mostrando la distribución de desplazamientos verticales para el caso del modelo Hipoplástico.

### 6.2.4 Comparación de resultados

Como en el problema anterior, una forma notoria de comparación es revisando los desplazamientos generados en los puntos de control comunes.

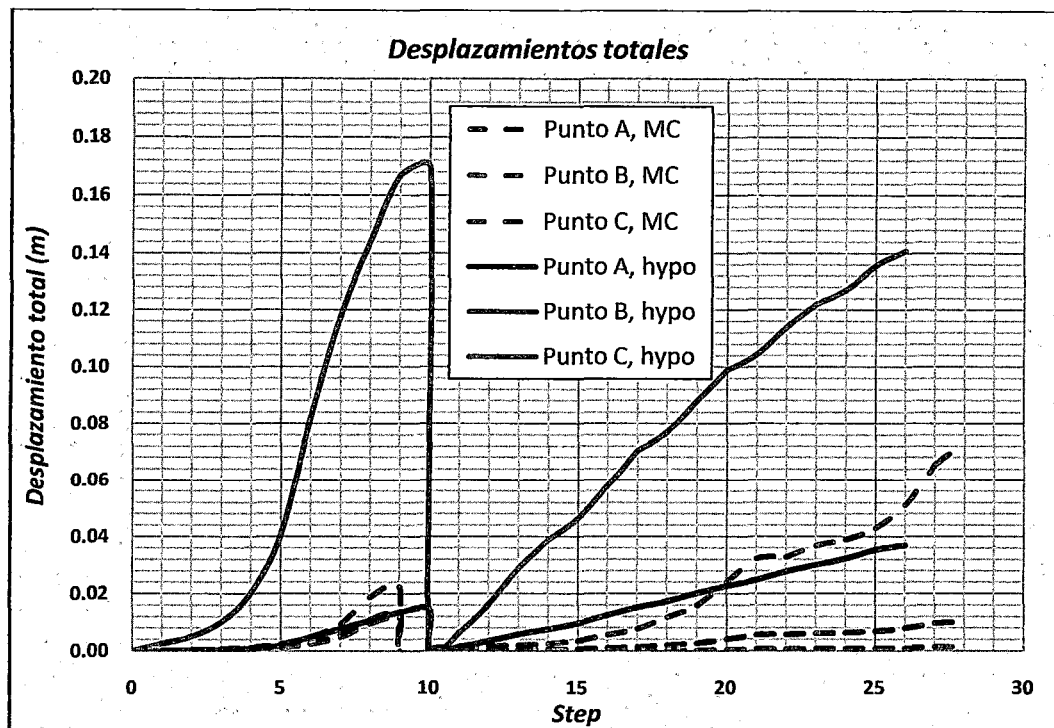


Figura 6.37 Gráfico de comparación de los desplazamientos totales en los puntos de control para el modelo Hipoplástico.

Existe una gran dispersión entre los desplazamientos analizados, en este, caso a diferencia del problema anterior, el modelo Hipoplástico registra mayores desplazamientos que el Mohr-Coulomb. Es fácil de esperar un tipo de respuesta de este modo, debido a que en el momento que se calibró ambos modelos, se ve que para el caso del Mohr-Coulomb la curva de deformación volumétrica está por encima de los datos experimentales.

Otra característica que se destaca es que los esfuerzos soportados por la geomembrana son mayores a los registrados por el modelo Mohr-Coulomb, del mismo modo sucede con la deformación de dicho elemento, los cuales de acuerdo a la experiencia deberían de estar en ese orden, es decir con el modelo Hipoplástico se obtienen valores más cercanos a los registrados experimentalmente.

## CONCLUSIONES

El presente trabajo ha sido desarrollado en tres etapas bien diferenciadas. En una primera parte se trató de todo lo referente a formulaciones y saberes previos; en la segunda parte se presentó los procedimientos para calibrar el modelo; y finalmente en la tercera parte se presentó dos ejemplos en los cuales se aplica el modelo Hipoplástico a problemas geotécnicos clásicos, Esto conlleva a las siguientes conclusiones:

- Como primer tratado se ha expuesto la diversidad de formas que presenta la curva esfuerzo-deformación, y los intentos tradicionales que se han desarrollado con el fin de lograr una descripción matemática adecuada; sin embargo, estas presentan formulaciones ampliamente amparadas en conceptos de geometría diferencial que esconden su complejidad algebraica al momento de intentar desarrollarlas. Por otro lado, todas estas ecuaciones del tipo elastoplásticas son formuladas de acuerdo a un sistema de referencia inercial, esto hace que a partir de una condición inicial dada, el modelo al momento de desarrollar el proceso iterativo siempre tendrá en cuenta la primera condición, y al momento de llegar a la falla del suelo, este simplemente se interrumpe, es por eso que tales modelos no tienen la capacidad de representar adecuadamente el fenómeno de dilatancia, una vez alcanzado el estado pico o de falla generalmente pasa a un estado de plasticidad perfecta, y ya no se observa una caída en la curva esfuerzo-deformación, que es algo típico en las curvas para arenas, o suelos granulares de baja cohesión.
- La Hipoplasticidad se presenta como línea de investigación paralela a la teoría elastoplástica que intenta simplificar su formulación algebraica, e incluye conceptos de dilatancia y contractancia los cuales no son muy bien representados por los demás modelos, trabaja mediante el sistema lagrangiano, es decir que en cada iteración la referencia tomada es el paso anterior, actualizándose constantemente, con esto queda demostrado el carácter evolutivo que caracteriza a la Hipoplasticidad. Otro aspecto importante que se resalta es que toda su formulación se encuentra planteada en términos de esfuerzos principales, no es necesario trabajar directamente con las invariantes de esfuerzos, esto hace de por sí que sea fácilmente de programar en cualquier código de programación, no es necesario elaborar

- algoritmos para iterar con los invariantes, una ventaja que queda demostrada al implementar el modelo en los programas PLAXIS y FLAC.
- Uno de los aspectos relevantes dentro de la formulación Hipoplástica es que carece de una superficie de fluencia móvil, la Hipoplasticidad se ampara en una superficie límite crítica que es la de Matsuoka-Nakai, esta no cambia con el desarrollo de los esfuerzos, simplemente queda definida por el ángulo crítico. De ahí que viene el prefijo de hipo que es "carente de", Hipoplástico es igual a "carente de potencial plástico y superficie de fluencia".
  - La descripción de los parámetros Hipoplásticos acerca de su determinación y significado físico, muestran que el comportamiento de los suelos depende en su mayoría de las propiedades granulométricas, de hecho un buen punto de partida es empezar por analizar la granulometría del suelo, lo ideal es realizar la simulación en materiales que presenten una curva regular, en forma de S, correspondiente a un material bien gradado, cuyos porcentajes retenidos alcancen a los diámetros principales al 10, 50 y 60%, si contamos con estos valores extraídos de la curva granulométrica y obtenemos un  $C_u < 20$ , podremos asegurar un significado físico de todos los parámetros, especialmente el de sensibilidad y dureza granular ( $n$  y  $h_s$ ), y evitar algunos ajustes de prueba y error que hacen muchas veces perder el significado físico de los parámetros.
  - Uno de los objetivos centrales ha sido el de demostrar que los parámetros pueden ser calculados a partir de ensayos elementales. Esto queda demostrado al presentarse los ensayos sugeridos por Dodds y Santamarina, los cuales proponen un ensayo alternativo, y se demuestra claramente que propiedades como el ángulo de fricción crítico, y la relación de vacíos máxima y mínima dependen del  $C_u$  y  $d_{50}$ . Es válido recurrir a ensayos elementales, pues la idea de la formulación Hipoplástica es que sus parámetros dependan directamente de las características de las partículas componentes del suelo.
  - El ángulo de fricción crítico  $\varphi_c$  parece incrementarse con el incremento del  $d_{50}$  pero no es influenciado por el  $C_u$  y la dureza granular.
  - El modelo presenta gran sensibilidad al parámetro  $n$ , el cual como se observó, depende del ensayo edométrico con carga continua, sin embargo la literatura presenta como solución alternativa generar tablas a partir del  $C_u$  y  $d_{50}$ , esto nos puede servir como valor inicial, y luego ir aproximando el valor

mediante pruebas de error. Sin embargo, jugar con el valor del parámetro, no se considera un camino apropiado para calibrar un material, ya que se pierde el significado físico, pero al no contar con el equipo necesario, se recurre a esto, para obtener buenas aproximaciones.

- La dureza granular  $h_s$  es un parámetro que juega un papel de presión de referencia, algo así como la presión atmosférica o la densidad del agua, por lo que no se tiene un especial cuidado al momento de determinar su valor, su variación puede circundar alrededor del orden de los 1000 kPa, se puede decir entonces que fácilmente podríamos prescindir del ensayo edométrico para su obtención e interpolarlo de la tabla de la curva generada en la figura 4.11.
- El exponente  $\alpha$  si es muy importante, debido a que va a determinar la caída de la curva, que estaría directamente relacionada con la dilatancia del material, en el caso de la arena analizada, por condiciones del material no se pudo obtener una caída pronunciada, pero si influyó mucho al momento de representar al deformación volumétrica.
- El exponente  $\beta$  presenta una especial caracterización, si bien la literatura recomienda en un inicio valores aproximados a 1, al momento de calcular su valor se obtuvo valores de hasta 2, este valor es justificable debido a que a diferencia de todas las investigaciones europeas que se han realizado, todas las muestras fueron ensayadas a 75, 150 y 300 kPa, presiones de confinamiento no muy usadas en nuestra región, hay que tener en cuenta que las presiones de trabajo son 100, 200 y 400 kPa, y como el exponente  $\beta$  depende directamente de la presión de confinamiento se pueden aceptar valores hasta de 3.
- Al momento de realizar las simulaciones, una circunstancia ventajosa es que se puede afinar la curva, suavizarla, probando diferentes incrementales de tiempo.
- La proposición gráfica que se muestra en la figura 4.23, propone una representación geométrica de las propiedades básicas de una ecuación constitutiva del tipo de tasa, el gráfico demuestra que se tiene similares representaciones gráficas a las teorías expuestas en el capítulo 1, de una manera algebraicamente simplificada, si se comparará con la representación de otro clásico modelo como es el CAM CLAY, se verá que ambas elipses son casi las mismas.

- La programación del modelo se efectuó en diferentes lenguajes, esto principalmente con la idea de verificar la fácil programación que sugiere la literatura. Sin embargo, para realizar las implementaciones se tuvo que recurrir algunos artificios todavía, puesto que por ser una teoría relativamente nueva, no se cuenta con todas las herramientas matemáticas desarrolladas, para generar códigos en elementos finitos.
- Las simulaciones de los ensayos triaxiales con arena en estado denso para diferentes presiones de confinamiento reproducen muy bien las mediciones, a partir de esto se puede también calcular confiablemente las curvas  $p^i-q$ , para así determinar la trayectoria de esfuerzos.
- Para el desarrollo de la ecuación constitutiva se tuvo en cuenta el comportamiento que experimentan materiales granulares en ensayos edométricos, de corte directo y triaxiales. En este tipo de ensayos se ha demostrado que estos materiales dependiendo de la condiciones de frontera, del nivel de esfuerzos y de la densidad del material, presentan rigidez y resistencia al corte diferentes. Además, alcanzan estados límites de falla y las curvas esfuerzo-deformación difieren con cambios en la magnitud del confinamiento del material. Todas estas observaciones son tomadas en cuenta por la ecuación hipoplástica y son reproducidas de manera confiable por la misma para el caso de carga monotónica y estática.
- Los problemas geotécnicos analizados tienen en primer lugar, fines de demostración del desarrollo de la ecuación Hipoplástica frente al modelo convencional Mohr-Coulomb. El modelo Hipoplástico presentó una variación de respuesta, en un primer caso los asentamientos encontrados fueron menores que los registrados por el Mohr-Coulomb, pero en el segundo problema se registran mayores desplazamientos, y esto se justifica al observar la curva de deformación volumétrica simulada, ya que en la primera se presenta dilatación y la segunda no; esto hace mucha diferencia al momento de analizar deformaciones y/o desplazamientos, hay que resaltar que el modelo Mohr-Coulomb presenta de manera lineal la parte de la dilatación, cosa que no es del todo cierto ya que en los ensayos triaxiales se reporta un crecimiento no lineal de la parte de la curva que representa a la dilatación. Es necesario también señalar que el modelo tiene mejor performance en la medida que sea más dilatante, puesto que el parámetro que controla esto  $\alpha$ , puede presentar resultados no viables a valores muy



bajos, por eso muchas veces se recurre a realizar pruebas de error para calcularlo a manera de artificio.

- Otra de las ventajas presentadas al momento de utilizar la implementación del modelo en el programa PLAXIS es que se pueden ingresar propiedades de interfase obtenidas de laboratorio, y así dejar de lado la reducción de parámetros de resistencia que efectúa el programa por defecto cuando trabaja con el modelo Mohr-Coulomb.
- Como recomendación para futuras investigaciones, sería importante probar el modelo en materiales con alto contenido de finos, así se podría delimitar hasta que porcentaje de finos el modelo es apropiado, si bien es cierto se sabe que el modelo Hipoplástico es apropiado para suelos poco cohesivos, no se tiene registro de los límites de porcentaje de finos a los cuales el modelo deja de ser aplicable.

---

## REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

*Bardet, J.P. (1990).* "Hypoplastic Model for Sand", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 116, pp. 1973-1994.

*Bauer E (1996).* Calibration of a comprehensive constitutive equation for granular materials. *Soils and Foundations* 36: 13-26.

*Casagrande, A. (1936).* "Characteristics of Cohesionless soils affecting the Stability of Slopes and Earth Fills", *Journal of the Boston Society of Civil Engineers*.

*Castro, G. (1969).* "Liquefaction of Sand". PhD Thesis, Division of Engineering and Applied Physics, Harvard University.

*Castro, G. (1975).* "Liquefaction and cyclic mobility of saturated sands", *Journal of the Geotechnical Engineering Division*.

*Castro, G., Enos, J.L.; France, J.W.; & Poulos, S.L. (1982).* "Liquefaction induced by cyclic loading", Report to National Science Foundation.

*Coulomb, C.A. (1773).* *Mem. Math. Et Phys.*, 7, 343.

*D. Kolymbas (1987).* "A novel constitutive law for soils. Second. Int. Conf. On Constitutive Laws for Engineering Materials: Theory and Applications", Tucson, Arizona, January 1987, Elsevier.

*D. Kolymbas (1991).* "Computer - Aided Design of Constitutive Laws", *International Journal for Numerical and Analytical Method en Geomechanics*, Vol. 15, pp. 193 - 194.

*D. Kolymbas (1999).* "Introduction to Hypoplasticity. Advances in Geotechnical Engineering", Volume 1. A.A. Balkema.

*Dodds J. (2002).* "Particle shape and stiffness: Effects in soil Behavior". Tesis de doctorado. Georgia: Institute of Technology.

*Drucker, D. C., Gibson, R. E. y Henkel, D. J. (1957).* "Soil mechanics and work hardening theories of plasticity", *Trans. ASCE*.

*Duncan, J.M. y Chan, Y. C. (1970).* "Nonlinear analysis of stress and strain in soils", *Journal of the Geotechnical Engineering Division*.

*Fellin W (2000).* "Hypoplasticity for beginners". Innsbruck, Austria: Institut für Geotechnik und Tunnelbau, Universität Innsbruck.

*Gudehus, G. (2009).* "Physical soil mechanics". Berlín: Springer.

*Hardin, B. O. & Black, W. L. (1968).* "Vibration modulus of normally consolidated clay", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*.

*Hardin, B. O. y Richart, F.E. (1963).* "Elastic wave velocities in Granular Soils", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*.

*Herle I. & Gudehus G (2000)*. "Determination of parameters of a hypoplastic constitutive model from properties of grain assemblies". *Mech. Choes. Frict. Mater.*, 4,461-486.

*Ishihara, K, Tatsuoka, F. y Yasuda, S. (1975)*. "Undrained Deformation and Liquefaction of Sand Under Cyclic Stresses", *Soil and Foundation*, 15(1), 29- 44.

*Jefferies, M. (1985)*. "Nor-sand: a simple critical state model for sand", *Géotechnique*.

*Kolymbas D. Herle I. von Wolffersdorff P (1999)*. "Hypoplastic constitutive equation with internal variables. International journal for numerical and analytical methods in geomechanics", 19, 415-436.

*Lade, P. V. (1977)*. "Elasto - plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces", *International Journal of Solids and Structures*.

*Luong, M.P. (1980)*. "Phénomènes cycliques dans les sols pulvérulents", *Revue française de Géotechnique*.

*Luong, M.P. (1982)*. "Stress-strain aspects of cohesionless soils under cyclic and transient loading", *International Symposium on Soil under Cyclic and Transient*

*Loading, G.N. Pande and O.C. Zienkiewicz (eds.), Swansea, Balkema, Rotterdam.*

*Malvern, L. (1969)*. "Introduction to mechanics of a Continuous Medium". USA: Prentice Hall.

*Mašín, D. (2005)*. "A hypoplastic constitutive model for clays". *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.* 29, No. 4, 311-336.

*Matsuoka, H. y Nakai, T. (1974)*. "Stress-deformation and strength characteristic of soil under three different principal stresses", *Proceeding of Jap. Soc. Civ. Eng.*

*Mira, P., Tonni, L., Pastor, M. y Fernández Merodo, J.A. (2008)*. "A generalized midpoint algorithm for the integration of generalized plasticity model for sands", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*.

*Pastor, M., Zienkiewicz, O.C. y Chan, A.H.C. (1990)*. "Generalized plasticity and the modeling of soil behaviour", *International Journal for Numerical and Analytical*

*Pestana, J.M. y Whittle, A.J. (1995)*. "Compression model of cohesionless soils", *Methods in Geomechanics*.

*Poulos, S. J. (1981)*. "The steady state of deformation", *Journal of the Geotechnical Engineering Division*.

*Reynolds, O. (1885)*. "The dilating of media composed of rigid particles in contact", *Philosophical Magazine*.

Roscoe, K.H., Schofield, A.N. y Wroth (1958). "On the yielding of soil", *Géotechnique*.

Santamarina, J. C. and Cho, G. C. (2001). "Determination of critical state parameters in sandy soils". *Simple procedure ASTM Geotechnical Testing Journal*, vol. 24, no. 2, pp. 185-192.

Schofield, A. N. (1968). "Critical State Soil Mechanics", McGraw - Hills, London.

Sladen, J.A., D'Hollander, R.D. y Krahn, J. (1985). "The liquefaction of sands, a collapse surface approach", *Canadian Geotechnical Journal*.

Spencer, A. J. M. (1980). "Continuum Mechanics". USA: Dover Publications.

Taylor, D.W. (1948). "Fundamentals of soil mechanics". New York: John Wiley y Sons.

Terzaghi, K. y Peck, R.B. (1948). "Soil Mechanics in Engineering Practice". New York: John Wiley y Sons.

Tresca, H. (1864). *Comptes Rendus Acad. Sci. Paris*, 59, 754.

Uriel, S. (1975). "Intrinsic dynamic of the quasi-static mechanics of granular soils", *Numerical Methods in Soil and Rock Mechanics*, Karlsruhe, 61-70.

Verdugo R., y Ishihara K (1990). "The steady state of sandy soils. *Soils and Foundations*", 36, 2, p. 81-91.

Von Wolffersdorff, P.-A (1996). "A hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*", 1:251-271, 1996.

Wroth, C.P. y Bassett, N. (1965). "A stress-strain relationship for the shearing behaviour of sand", *Géotechnique*.

Wu W, Bauer E and Kolymbas D (1996). "Hypoplastic constitutive model with critical state for granular materials". *Mechanics of Materials* 23: 45-69.

Wu, W. y Bauer (1993). "A Hypoplastic Model for Barotropy and Pyknotropy of Granular Soils", *Proceeding of the International Workshop on Modern Approaches to Plasticity*, Elsevier, pp. 225 - 245.

## ANEXOS

---

## ANEXO A

### FUNDAMENTOS DE MECÁNICA DEL CONTINUO

Las leyes constitutivas deben obedecer los siguientes axiomas conocidos como los principios de la mecánica del continuo:

- *Principio del determinismo*, el esfuerzo resulta de la deformación precedente del cuerpo.
- *Principio de la acción local*, la deformación fuera de un pequeño y arbitrario vecindario alrededor de un punto puede ser despreciada en la determinación del esfuerzo en ese punto.
- *Principio de la independencia del marco de referencia*, dos observadores inerciales deben medir el mismo esfuerzo en el mismo punto.
- *Principio de la equipresencia*, todas las variables de estado independientes deben estar incluidas formalmente en la ecuación constitutiva a menos que su ausencia pueda ser probada o si su presencia resulta en contra de algún principio físico o matemático.
- *Principio de la pérdida de memoria*, eventos ocurridos anteriormente en la historia de deformación tienen menos influencia en la respuesta mecánica actual del cuerpo que los recientes.

En la mecánica de sólidos al usar la teoría de la elasticidad, la deformación es concebida como el cambio en la forma de un cuerpo con respecto a su configuración no deformada (libre de esfuerzos). En suelos, a diferencia de los sólidos elásticos, es difícil establecer una configuración no deformada, o libre de esfuerzos. Esto se debe a que el suelo no tiene forma.

Por esta razón, la selección de la configuración de referencia se vuelve arbitraria. Debido a que la configuración de referencia es arbitraria, las deformaciones calculadas con respecto a ésta también lo son. En hipoplasticidad se considera que la configuración de referencia es la misma configuración actual  $x = X$ .

El uso de la configuración actual como configuración de referencia conduce a obtener luego de la integración de la velocidad de deformación, deformaciones logarítmicas:

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\partial x_i}{\partial X_k} \frac{\partial x_j}{\partial X_k} \right) \quad (\text{A-1})$$

Esta medida de las deformaciones resulta más precisa cuando las deformaciones son grandes, representa mejor los cambios de volumen  $\text{tr}\epsilon$  y es independiente de las rotaciones de cuerpo rígido.

En la teoría de la hipoplasticidad el comportamiento del suelo depende del esfuerzo efectivo o esfuerzo de Cauchy  $\mathbf{T}$  asociado a un punto material  $\mathbf{X}$ . Este esfuerzo corresponde solo al esfuerzo de la fase sólida del suelo. El esfuerzo total  $\mathbf{T}^{tot}$  comprende el esfuerzo en el esqueleto de suelo  $\mathbf{T}$  y el esfuerzo del líquido de los poros  $p_l \mathbf{1}$ ,  $\mathbf{T}^{tot} = \mathbf{T} + p_l \mathbf{1}$ . El esfuerzo  $\mathbf{T}$  es calculado como si el material estuviera seco.

La derivada material en el tiempo del esfuerzo de Cauchy  $\dot{\mathbf{T}}$  cambia con las rotaciones de cuerpo rígido (respecto a un sistema de coordenadas fijo de referencia  $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ ). Por esta razón, ésta cantidad no cumple con el principio de *independencia del marco de referencia* (Objetividad). Una medida objetiva de la velocidad de esfuerzos consiste en asociar cada componente del tensor de esfuerzos  $T_{ab}^{\exists}$  con un sistema de coordenadas ortogonales definido por los vectores unitarios  $\{\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3\}$  embebidos en el material deformable, de tal manera que ellos sigan la rotación del cuerpo pero que no cambien con la velocidad de deformación.

$$\text{Si } \mathbf{r}_i = \mathbf{R} \cdot \mathbf{e}_i \text{ y } \mathbf{T} = T_{ij} \mathbf{e}_i \mathbf{e}_j = T_{ab}^{\exists} \mathbf{r}_a \mathbf{r}_b \quad (\text{A-2})$$

Durante la rotación de cuerpo rígido  $\mathbf{F} = \mathbf{R}$  las componentes  $T_{ab}^{\exists}$  en un punto material no cambian, mientras que las componentes  $T_{ij}$  sí. Si se escoge un sistema de coordenadas momentáneo embebido en el material  $\{\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3\}$  de tal manera que  $\mathbf{F} = \mathbf{R} = \mathbf{1}$ , entonces  $\mathbf{r}_i = \mathbf{e}_i$  y  $\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{e}_i$ . La derivada material en el tiempo de A-2 es:

$$\dot{\mathbf{T}} = T_{ab}^{\exists} \dot{\mathbf{r}}_a \mathbf{r}_b + T_{ab}^{\exists} \mathbf{r}_a \dot{\mathbf{r}}_b + T_{ab}^{\exists} \mathbf{r}_a \mathbf{r}_b \quad (\text{A-3})$$

$$\overset{\circ}{\mathbf{T}} = \dot{\mathbf{T}} + \mathbf{T} \cdot \mathbf{W} - \mathbf{W} \cdot \mathbf{T} \quad (\text{A-4})$$

Donde  $\overset{\circ}{\mathbf{T}}$  es la medida objetiva de la velocidad de esfuerzos y es conocido como el tensor objetivo de Zaremba - Jaumann. En la ecuación A-4 el tensor  $\overset{\circ}{\mathbf{T}}$  depende del material mientras que  $\dot{\mathbf{T}} + \mathbf{T} \cdot \mathbf{W} - \mathbf{W} \cdot \mathbf{T}$  dependen de la rotación de cuerpo rígido y son independientes del material.

**ANEXO B**

**HIPOPLASTICIDAD UNIDIMENSIONAL PARA UN ENSAYO TRIAXIAL**

En un ensayo triaxial consolidado drenado o no drenado, la muestra de suelo cilíndrica es axialmente comprimida por un esfuerzo vertical  $\sigma_1$  mientras que el esfuerzo lateral  $\sigma_2$  permanece constante.

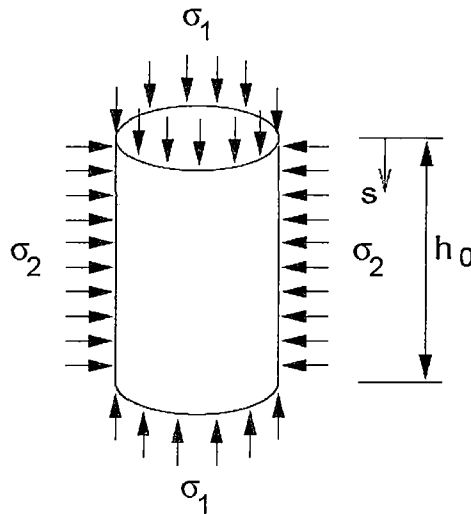


Figura B.1 Esquema de un ensayo triaxial.

La relación entre el esfuerzo vertical  $\sigma_1$  y la deformación vertical  $\varepsilon_1 = -s/h_0$  es representada cualitativamente en la figura B.2.

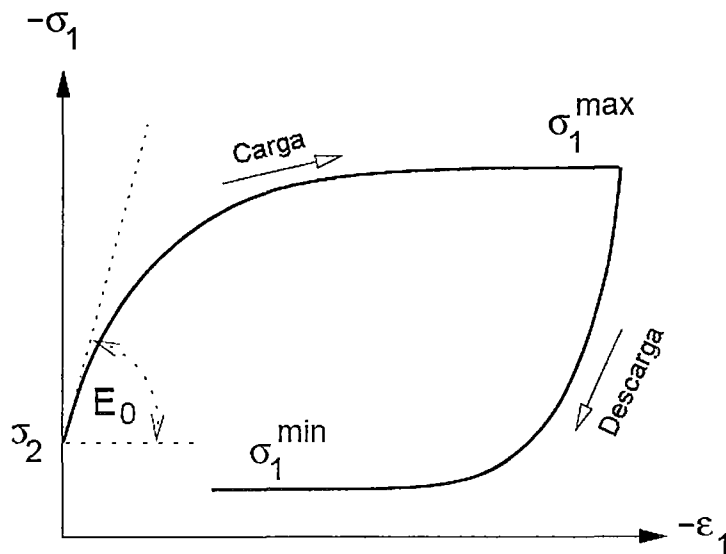


Figura B.2 Esfuerzo vertical en un ensayo triaxial.

Ahora se intentará diseñar una simple ley constitutiva unidimensional, con el propósito principal de que sea una ley hipoplástica. La ley constitutiva tiene que cumplir tres requerimientos básicos:



1. Rigideces diferentes para carga y descarga.
2. Ausencia de rigidez para  $\sigma_1 = \sigma_1^{m\acute{a}x}$  (carga) y  $\sigma_1 = \sigma_1^{m\acute{i}n}$  (descarga).
3. La rigidez inicial debe de tener el valor de  $E_0$ .

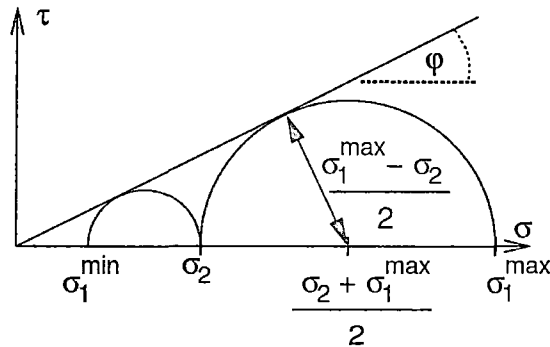


Figura B.3 Criterio de falla Mohr - Coulomb para suelos sin cohesivos

El cambio de rigidez es modelado con el artificio de usar la función valor absoluto. En la figura B.3 se especifica los límites del esfuerzo vertical mediante el uso del criterio de falla Mohr - Coulomb para suelos no cohesivos (figura B.3).

$$\sigma_1^{m\acute{a}x} - \sigma_2 = (\sigma_1^{m\acute{a}x} + \sigma_2) \text{sen} \varphi \quad (\text{B-1})$$

$$\sigma_2 - \sigma_1^{m\acute{i}n} = (\sigma_2 + \sigma_1^{m\acute{i}n}) \text{sen} \varphi \quad (\text{B-2})$$

Con el ángulo de fricción  $\varphi$ . El esfuerzo desviador  $\sigma_1 - \sigma_2$  junto con la suma de esfuerzos principales  $\sigma_1 + \sigma_2$ , controlan el estado límite, por lo que ambos términos son usados dentro de la formulación:

$$\dot{\sigma}_1 = a_1(\sigma_1 + \sigma_2)\dot{\epsilon}_1 + a_2(\sigma_1 - \sigma_2)|\dot{\epsilon}_1| \quad (\text{B-3})$$

Ahora, se va a determinar los coeficientes  $a_1$  y  $a_2$  con dos condiciones dadas: una rigidez inicial y un estado límite.

La rigidez inicial es el gradiente de la parte de carga de la curva de esfuerzo - deformación para  $\sigma_1 = \sigma_2$  (figura B.4). La ecuación (B-3), para carga ( $\dot{\epsilon} < 0$ ) se puede escribir como:

$$\dot{\sigma}_1 = [a_1(\sigma_1 + \sigma_2) - a_2(\sigma_1 - \sigma_2)]\dot{\epsilon}_1 \quad (\text{B-4})$$

De acuerdo a la ecuación (B-4) los términos entre corchetes es la rigidez. El valor inicial para  $\sigma_1 = \sigma_2$  debe de ser  $E_0$ .

Así se tiene que  $a_1 2\sigma_2 = E_0$  de esto se puede despejar la ecuación para obtener:

$$a_1 = \frac{E_0}{2\sigma_2} \quad (\text{B-5})$$

En los ensayos triaxiales  $E_0/\sigma_2$  es aproximadamente constante (proporcionalidad de la rigidez con el nivel de esfuerzos).

La ecuación (B-3) debe también simular el estado límite. Esto significa la ausencia de rigidez para  $\sigma_1 = \sigma_1^{m\acute{a}x}$  durante la carga. En otras palabras, la tasa de esfuerzo  $\dot{\sigma}_1 = 0$  debe desaparecer para el máximo esfuerzo para tasas de deformaciones negativas  $\dot{\epsilon} < 0$ . Con esta condición, la ecuación (B-3) sigue:

$$a_1(\sigma_1^{m\acute{a}x} + \sigma_2) - a_2(\sigma_1^{m\acute{a}x} - \sigma_2) = 0 \quad (B-6)$$

Y con ayuda de la ecuación (B-1) se tiene:

$$a_2 = \frac{a_1}{\text{sen}\varphi} = \frac{E_0}{2\sigma_2 \text{sen}\varphi} \quad (B-7)$$

Se puede comprobar fácilmente, que el estado límite para descarga es satisfecho para el coeficiente  $a_2$ .

La ley hipoplástica unidimensional para el ensayo triaxial es entonces:

$$\dot{\sigma}_1 = \frac{E_0}{2} \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\sigma_2} \dot{\epsilon}_1 + \frac{E_0}{2\text{sen}\varphi} \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_2} |\dot{\epsilon}_1| \quad (B-8)$$

Los estados límites pueden ser modelados con la ayuda del esfuerzo desviador.

A manera de ejemplo, se muestra una curva para  $E_0 = 1000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$ ,  $\varphi = 30^\circ$  y  $\sigma_2 = -100 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$ , es mostrado en la figura (B-4).

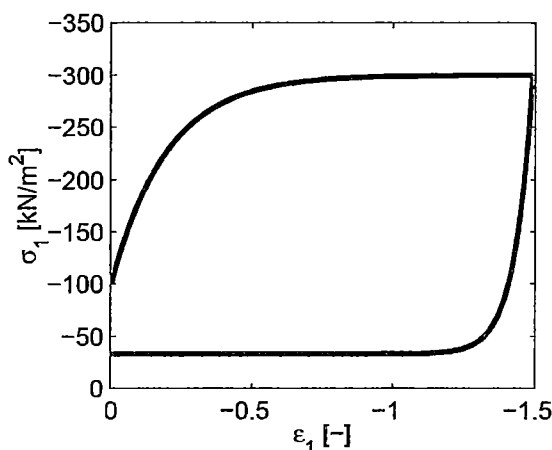


Figura B.4 Resultado de una simulación de un ensayo triaxial con una simple ley hipoplástica unidimensional.

## ANEXO C

### CONCEPTO DE ENVOLVENTE DE RESPUESTA

El concepto de envolvente de respuesta fue introducido por Gudehus (1979) y representa un método de visualización de rigidez tangencial, que se define, para un estado de esfuerzos conocido  $T_{ij}$  y un cierto índice de vacíos  $e$  como la superficie cubierta por todas las tasas de esfuerzos  $\dot{T}_{ij}$  que corresponden a diferentes tasas de deformación  $D_{ij}$  de magnitud unitaria, es decir con  $\|D_{ij}\| = 1$ .

Generalmente, este concepto se aplica para estudiar la respuesta de un modelo constitutivo para un estado de esfuerzos principales axisimétricos ( $T_1, T_2 = T_3$ ) dado, un determinado valor índice de vacíos,  $e$  y deformaciones coaxiales ( $D_1, D_2 = D_3$ ).

Así el tensor de esfuerzos queda dado por:

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} T_1 & 0 & 0 \\ 0 & T_2 & 0 \\ 0 & 0 & T_3 \end{bmatrix} \quad (C-1)$$

Y se aplican todas las deformaciones axisimétricas posibles que satisfagan con  $\|D_{ij}\| = 1$ .

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} -\text{sen}\theta & 0 & 0 \\ 0 & -\text{cos}\theta/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\text{cos}\theta/\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (C-2)$$

Con  $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ .

Reemplazando el tensor  $D_{ij}$  de la ecuación (C-2) en la parte lineal de la ecuación constitutiva del anexo B, se obtiene que la tasa de las componentes de esfuerzos principales pueden ser escritas como:

$$\dot{T}_{1L} = a_{11}\text{sen}\theta + a_{12}\text{cos}\theta \quad (C-3)$$

$$\dot{T}_{2L} = a_{21}\text{sen}\theta + a_{22}\text{cos}\theta \quad (C-4)$$

Donde  $a_{11}, a_{21}$  y  $a_{22}$  son constantes que dependen del estado de referencia ( $T_{ij}, e$ ).

La forma anterior de la ley constitutiva Hipoelástica es la representación paramétrica y de un elipsoide de revolución con el centro en el origen del espacio de la tasa de esfuerzos. La sección transversal de este elipsoide en el

plano  $\dot{T}_1 - \sqrt{2}\dot{T}_2$  es una elipse inclinada con su centro en el origen, como lo muestra la figura B-1(a), para un estado de esfuerzos de referencia isótropo.

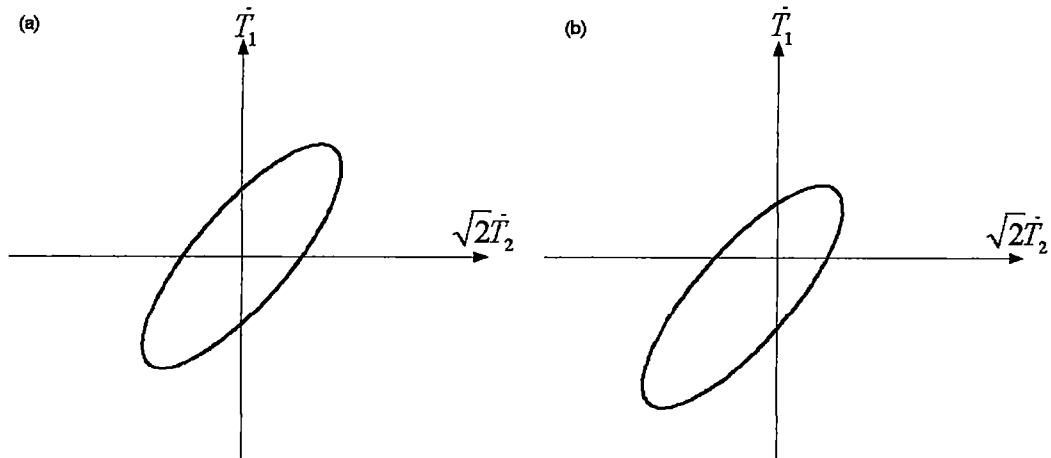


Figura C-1. Envolvente de respuesta para un estado de esfuerzos de referencia isótropo: (a) modelo Hipoelástico; (b) modelo hipoplástico.

Por otro lado, si se toma en cuenta la parte no lineal de la ecuación (anexo B), la ecuación constitutiva Hipoplástica asume la siguiente forma:

$$\dot{T}_1 = a_{11}\text{sen}\theta + a_{12}\text{cos}\theta + b_{11} \quad (\text{C-5})$$

$$\dot{T}_2 = a_{21}\text{sen}\theta + a_{22}\text{cos}\theta + b_{22} \quad (\text{C-6})$$

Donde  $b_{11}$  y  $b_{22}$  son constantes que nuevamente dependen del estado de referencia ( $T_{ij}, e$ ).

En consecuencia, las envolventes de respuesta para el modelo Hipoplástico también son elipses, pero su centro ya no está ubicado en el origen del espacio  $\dot{T}_1 - \sqrt{2}\dot{T}_2$  como lo muestra la figura C-1(b), para un estado de esfuerzos de referencia isótropo.

Por último, es usual representar las envolventes de respuesta en el plano  $\dot{T}_1 - \sqrt{2}\dot{T}_2$  superpuesto con el plano  $T_1 - \sqrt{2}T_2$ . Si el modelo es Hipoelástico el centro de la elipse calzará con el estado de esfuerzos de referencia (figura C-2(a)), mientras que si el modelo es Hipoplástico el estado de esfuerzos de referencia ya no coincide con el centro de la elipse (figura C-2(b)).

Adicionalmente, el estado límite en términos de envolventes de respuesta puede ser modelado, si se cumple que la tasa de esfuerzos tiende a cero, lo que quiere decir, que la envolvente de respuesta es tangente a la superficie de estado

límite, es decir, el estado de referencia de esfuerzos debe coincidir con al menos un punto de la periferia de la envolvente de respuesta, tal como lo indica la figura C-3.

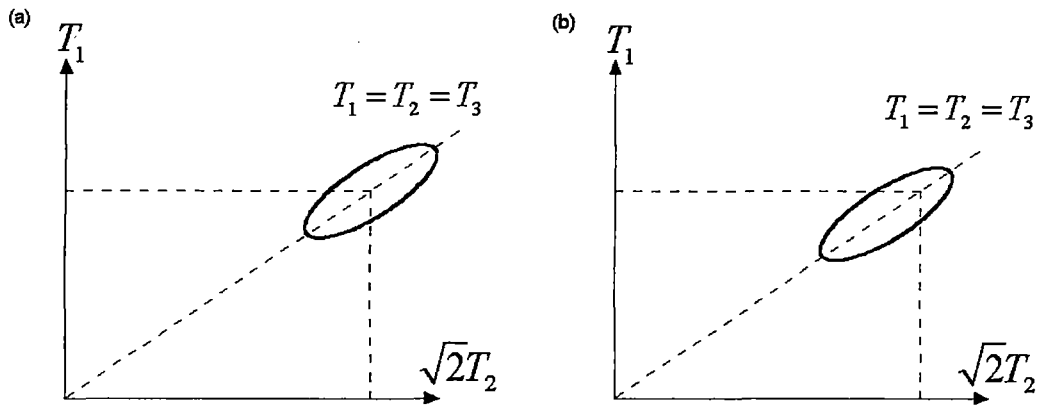


Figura C-2. Envolvente de respuesta en el plano  $T_1 - \sqrt{2}T_2$  para un estado de esfuerzos de referencia isótropo: (a) modelo hipoelástico; (b) modelo hipoplástico.

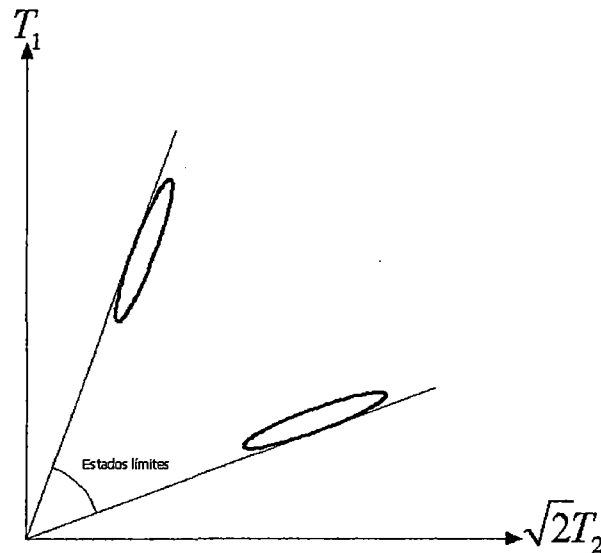


Figura C-3. Envolvente de respuesta en el estado límite (modelo hipoplástico).

Por ejemplo, para el modelo de von Wolffersdorff (1996), que está dado por la ecuación (ver donde se puede referenciar):

$$\dot{T}_{ij} = f_b f_e \frac{1}{\text{tr}(\hat{T}_{ij}^2)} [F^2 \mathbf{D}_{ij} + a^2 \text{tr}(\hat{T}_{ij} \mathbf{D}_{kl}) \hat{T}_{ij} + f_d a F (\hat{T}_{ij} + \hat{T}_{ij}^*) \|\mathbf{D}_{ij}\|] \quad (\text{C-7})$$

La parte hipoelástica está dada por:

$$\dot{T}_{ijL} = f_b f_e \frac{1}{\text{tr}(\hat{T}_{ij}^2)} [F^2 \mathbf{D}_{ij} + a^2 \text{tr}(\hat{T}_{ij} \mathbf{D}_{kl}) \hat{T}_{ij}] \quad (\text{C-8})$$

Reemplazando las expresiones para  $T_{ij}$  y  $\mathbf{D}_{ij}$  ecuaciones (C-1) y (C-2), respectivamente, en la ecuación (C-8), se obtiene:

$$\text{tr}(\hat{T}_{ij} \mathbf{D}_{kl}) = -\frac{1}{\text{tr}(T_{ij})} \left[ T_1 \text{sen} \theta + \frac{2}{\sqrt{2}} T_2 \text{cos} \theta \right] \quad (\text{C-9})$$

$$\dot{T}_{1L} = f_b f_e \frac{1}{\text{tr}(\hat{T}_{ij}^2)} \left[ -F^2 \text{sen} \theta - a^2 \frac{1}{[\text{tr}(T_{ij})]^2} \left[ T_1 \text{sen} \theta + \frac{2}{\sqrt{2}} T_2 \text{cos} \theta \right] T_1 \right] \quad (\text{C-10})$$

$$\dot{T}_{2L} = f_b f_e \frac{1}{\text{tr}(\hat{T}_{ij}^2)} \left[ -F^2 \frac{\text{cos} \theta}{\sqrt{2}} - a^2 \frac{1}{[\text{tr}(T_{ij})]^2} \left[ T_1 \text{sen} \theta + \frac{2}{\sqrt{2}} T_2 \text{cos} \theta \right] T_2 \right] \quad (\text{C-11})$$

Luego:

$$a_{11} = -f_b f_e \frac{1}{\text{tr}(\hat{T}_{ij}^2)} \left( F^2 + \frac{a^2 T_1^2}{[\text{tr}(T_{ij})]^2} \right) \quad (\text{C-12})$$

$$a_{12} = -f_b f_e \frac{1}{\text{tr}(\hat{T}_{ij}^2)} \frac{2}{\sqrt{2}} a^2 T_1 T_2 \quad (\text{C-13})$$

$$a_{21} = -f_b f_e \frac{1}{\text{tr}(\hat{T}_{ij}^2)} a^2 T_1 T_2 \quad (\text{C-14})$$

$$a_{22} = -f_b f_e \frac{1}{\sqrt{2} \text{tr}(\hat{T}_{ij}^2)} \left( F^2 + 2 \frac{T_2^2 a^2}{[\text{tr}(T_{ij})]^2} \right) \quad (\text{C-15})$$

Y

$$b_1 = f_d a F \frac{1}{\text{tr}(T_{ij})} \left( 2T_1 - \frac{\text{tr}(T_{ij})}{3} \right) \quad (\text{C-16})$$

$$b_2 = f_d a F \frac{1}{\text{tr}(T_{ij})} \left( 2T_2 - \frac{\text{tr}(T_{ij})}{3} \right) \quad (\text{C-17})$$

## ANEXO D

### CONDICIÓN LÍMITE DE MATSUOKA - NAKAI

Se propone que la condición límite de Matsuoka - Nakai ( $M - N$ ) puede ser representada por la siguiente función:

$$f_{M-N} = \frac{1}{2} \text{tr}(\hat{T}^{*2}_{ij}) F^{-2} - \alpha_c^2 = 0 \quad (D-1)$$

Donde:

$F$  es una función de los invariantes de  $\hat{T}_{ij}$  ó  $\hat{T}^*_{ij}$  y

$$\alpha_c^2 = \frac{4\text{sen}^2\varphi_c}{3(3-\text{sen}\varphi_c)^2} : \text{Parámetros del criterio de Drucker - Prager (D-P).}$$

Se sabe que el criterio de  $M - N$  está dado por:

$$f_{M-N} = \frac{I_3}{I_1 I_2} + k_c = 0 \quad (D-2)$$

Donde:

$$I_1 = \text{tr}(T_{ij}) = T_1 + T_2 + T_3 \quad (D-3)$$

$$I_2 = -T_1 T_2 - T_2 T_3 - T_3 T_1 \quad (D-4)$$

$$I_3 = T_1 T_2 T_3 \quad (D-5)$$

Llamando a  $f_T = \frac{I_3}{I_1 I_2}$  este criterio de condición límite puede ser escrito como:

$$f_T + k_c = 0 \quad (D-6)$$

Como para este criterio, la magnitud del ángulo de fricción interna para compresión y tracción es la misma, la constante  $k_c$  de la ecuación (D-6), está relacionada con el ángulo crítico de fricción interna  $\varphi_c$  mediante:

$$k_c = \frac{1-\text{sen}^2\varphi_c}{9-\text{sen}^2\varphi_c} \quad (D-7)$$

Luego, el criterio de condición límite de  $M - N$  queda:

$$f_T + \frac{1-\text{sen}^2\varphi_c}{9-\text{sen}^2\varphi_c} = 0 \quad (D-8)$$

La idea es derivar una relación entre la función de los invariantes de esfuerzos  $f_T$  y  $\alpha_c$ . Para este propósito se despeja  $\text{sen}^2\varphi_c$  de la ecuación (D-8) y de la ecuación del parámetro de ajuste de  $D-P$ ,  $\alpha_c^2$ :

$$\alpha_c^2 = \frac{4\text{sen}^2\varphi_c}{3(3-\text{sen}\varphi_c)} \quad (D-9)$$

Así, se obtiene, respectivamente, para la condición límite de  $M - N$  y  $D - P$ :

$$\text{sen}^2 \varphi_c = \frac{1+9f_T}{1+f_T} \quad (\text{D-10})$$

$$\text{sen}^2 \varphi_c = \frac{27\alpha_c^2}{(\sqrt{3}\alpha_c+2)^2} \quad (\text{D-11})$$

Igualando las ecuaciones (D-10) y (D-11), se obtiene la siguiente ecuación cuadrática en  $\alpha_c$ :

$$\alpha_c^2 - \frac{\sqrt{3}}{6}(9f_T + 1)\alpha_c - \frac{1}{6}(9f_T + 1) = 0 \quad (\text{D-12})$$

Cuya solución para  $\alpha_c > 0$  es:

$$\alpha_c = \frac{\sqrt{3}}{12}(9f_T + 1) \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{8}{9f_T+1}} \right] \quad (\text{D-13})$$

Llamando  $f_1 = 9f_T + 1$ , se obtiene:

$$\alpha_c = \frac{\sqrt{3}}{12}f_1 \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{8}{f_1}} \right] \quad (\text{D-14})$$

Multiplicando el término del lado derecho de la ecuación (D-14) por

$\frac{\sqrt{\text{tr}(\hat{T}_{ij}^{*2})}}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\text{tr}(\hat{T}_{ij}^{*2})}}$  se obtiene:

$$\frac{\sqrt{\text{tr}(\hat{T}_{ij}^{*2})}}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{12} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\text{tr}(\hat{T}_{ij}^{*2})}} f_1 \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{8}{f_1}} \right] \quad (\text{D-15})$$

Si se observa la ecuación (D-15), se ve que corresponde a la raíz cuadrada de la ecuación (D-1), es decir, la función  $F^{-1}$  queda definida por simple inspección, mediante:

$$F^{-1} = \frac{\sqrt{3}}{12} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\text{tr}(\hat{T}_{ij}^{*2})}} f_1 \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{8}{f_1}} \right] \quad (\text{D-16})$$

Luego se tiene:

$$F = \frac{3}{2\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\text{tr}(\hat{T}_{ij}^{*2})} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{8}{f_1}} \right] \quad (\text{D-17})$$

Así, el criterio límite de  $M - N$  puede ser representado por la ecuación (D-1).

Sin embargo, para efectos de aplicaciones numéricas de la ecuación (D-17), es apropiado representar la función  $f_1$  como función de ángulos adimensionales de



los invariantes en vez de los invariantes fundamentales de  $T_{ij}$ . La figura (D-1) muestra el significado geométrico de estos ángulos.

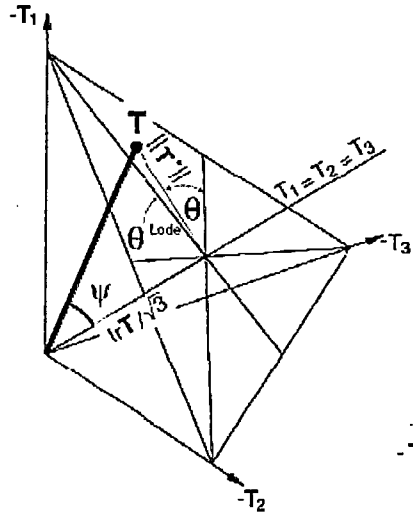


Figura D-1. Determinación de un punto de esfuerzos en el plano octaédrico.

Las expresiones para los ángulos están dadas por:

$$\cos 3\vartheta = -\sqrt{6} \frac{\text{tr}(\hat{T}_{ij}^3)}{[\text{tr}(\hat{T}_{ij}^2)]^{3/2}} \quad (\text{D-18})$$

$$\tan \varphi = \sqrt{3} \|\hat{T}_{ij}^*\| = \sqrt{3 \text{tr}(\hat{T}_{ij}^{*2})} \quad (\text{D-19})$$

Es decir  $\vartheta$  depende solamente de la componente desviadora y  $\varphi$  representa la desviación angular con respecto a la diagonal espacial principal.

Como la función  $f_1$  está dada por  $f_1 = 9f_T + 1$  con,  $f_T = \frac{I_1}{I_2 I_3}$  lo que se debe realizar es encontrar una relación entre los ángulos adimensionales de invariantes  $\vartheta$  y  $\varphi$  con los invariantes de esfuerzos  $I_1, I_2, I_3$ .

### Invariante $I_2$ :

De acuerdo a la definición de la ecuación (D-4), teniendo en cuenta además la consideración de  $\text{tr}(\hat{T}_{ij}^2) = \text{tr}(\hat{T}_{ij}^{*2}) + 1/3$  y reemplazando (D-23) en (D-22) se obtiene:

$$\hat{I}_2 = \frac{I_2}{[\text{tr}(T_{ij})]^2} = \frac{\text{tr}(\hat{T}_{ij}^{*2})}{2} - \frac{1}{3} \quad (\text{D-20})$$

### Invariante $I_3$ :

En este caso se considera la misma premisa de  $\text{tr}(\hat{T}_{ij}^2)$  que la sección anterior, y combinando nuevamente las ecuaciones (D-3), (D-4) se obtiene:

$$\hat{I}_3 = \frac{I_3}{[\text{tr}(T_{ij})]^3} = \frac{1}{3} \text{tr}(\hat{T}_{ij}^{*2}) - \frac{1}{6} \text{tr}(\hat{T}_{ij}^{*2}) + \frac{1}{27} \quad (\text{D-21})$$

Ahora, reemplazando  $I_1, I_2, I_3$  (ecuaciones (D-3), (D-20), (D-21), respectivamente) en  $f_T$ , se tiene:

$$f_T = \frac{I_3}{I_1 I_2} = \frac{2\text{tr}(\hat{T}_{ij}^{*3}) - \text{tr}(\hat{T}_{ij}^{*2}) + \frac{2}{9}}{3\text{tr}(\hat{T}_{ij}^{*2}) - 2} \quad (\text{D-22})$$

Pero  $f_1 = 9f_T + 1$ , además de las ecuaciones (D-18) y (D-19) se obtiene que:

$$f_1 = \tan^2 \varphi \frac{2 + \sqrt{2} \tan \varphi \cos 3\vartheta}{2 - \tan^2 \varphi} \quad (\text{D-23})$$

Adicionalmente de la ecuación (D-17), se obtiene:

$$F = \left[ \sqrt{\frac{1}{8} \tan^2 \varphi + \frac{2 - \tan^2 \varphi}{2 + \sqrt{2} \tan \varphi \cos 3\vartheta}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \tan \varphi \right] \quad (\text{D-24})$$

Se puede notar que la expresión  $\cos 3\vartheta$  se vuelve indeterminado cuando  $\text{tr}(\hat{T}_{ij}^{*2}) = 0$  (compresión isotrópica), pero el producto  $\tan \varphi \cos 3\vartheta$  está dado por:

$$\tan \varphi \cos 3\vartheta |_{\text{tr}(\hat{T}_{ij}^{*2}) = 0} = 0 \quad (\text{D-25})$$

La función  $F$  según la ecuación (D-24), queda definida como:

$$F \begin{cases} 1 & \text{si } \tan \varphi = 0 & \text{Compresión isotrópica} \\ 1 & \text{si } 0 < \tan \varphi < \sqrt{2} \text{ y } \cos 3\vartheta = -1 & \text{Triaxial en compresión} \\ < 1 & \text{si } 0 < \tan \varphi < \sqrt{2} \text{ y } -1 < \cos 3\vartheta \leq -1 \end{cases}$$

### Implementación en MatLab

La superficie de fluencia de Matsuoka - Nakai puede ser dibujada generando un campo de valores para los esfuerzos  $T_2$  y  $T_3$  y a partir de ellos encontrar las dos raíces para  $T_1$ . Cada superficie depende únicamente del ángulo de fricción crítica.

## ANEXO E

### PROCEDIMIENTO NUMÉRICO DE LA LEY HIPOPLÁSTICA PARA SIMULAR UN ENSAYO TRIAXIAL CONSOLIDADO - DRENADO

Un ensayo de corte del tipo triaxial consolidado - drenado presenta características simplificadoras al momento de desarrollar la ecuación hipoplástica de von Wolffersdorff (1996), ya que se tiene el caso especial de una compresión axialmente simétrica ( $|T_1| > |T_2|$ ) con:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_1 & 0 & 0 \\ 0 & D_2 & 0 \\ 0 & 0 & D_2 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_1 & 0 & 0 \\ 0 & T_2 & 0 \\ 0 & 0 & T_2 \end{bmatrix} \quad (\text{E-1})$$

Esto es suficiente para determinar los parámetros del modelo, en este anexo se muestra el desarrollo de la ecuación 2.12 para tales condiciones, reduciéndose a dos expresiones escalares:

$$\dot{T}_1 = f_s \frac{(T_1+2T_2)^2}{T_1^2+2T_2^2} \left[ D_1 + \alpha^2 \frac{T_1 D_1 + 2T_2 D_2}{(T_1+2T_2)^2} T_{s1} + f_d \frac{\alpha}{3} \frac{5T_1-2T_2}{T_1+2T_2} \sqrt{D_1^2 + 2D_2^2} \right] \quad (\text{E-2})$$

$$\dot{T}_2 = f_s \frac{(T_1+2T_2)^2}{T_1^2+2T_2^2} \left[ D_2 + \alpha^2 \frac{T_1 D_1 + 2T_2 D_2}{(T_1+2T_2)^2} T_{s2} + f_d \frac{\alpha}{3} \frac{4T_2-2T_1}{T_1+2T_2} \sqrt{D_1^2 + 2D_2^2} \right] \quad (\text{E-3})$$

El subíndice 1 denota la dirección axial, y 2 la radial, la presión media está definida por  $p_s = -(T_1 + 2T_2)/3$ , se puede observar además que ya no aparece el factor  $F$ , esto debido a que toma el valor de 1, pues no hay cortante.

Esta ecuación puede ser numéricamente integrada para obtener las curvas de  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  vs.  $\varepsilon_1$ , y  $\varepsilon_v$  vs.  $\varepsilon_1$ , hay que tener en cuenta que el funcionamiento de la ecuación es del tipo incremental:

#### Estado inicial ( $t = 0$ )

$e_0$  Relación de vacíos inicial.

$\sigma_0$  Estado de esfuerzos inicial, en un ensayo triaxial sería la presión de cámara.

#### Se establece la tasa de deformación

Esto es cuanto se incrementa la deformación en un incremento de tiempo. Este valor se establece al principio y permanece constante durante todos los incrementos de cálculo.

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta t}$$

### Cálculo del primer incremento ( $t_i = t_0, t_f = t_1$ )

$$\dot{\sigma}_{t1} = E_1(\sigma_0, e_0)\dot{\varepsilon} + E_2(\sigma_0, e_0)|\dot{\varepsilon}|$$

Al final del incremento los valores iniciales  $\sigma_0$  y  $e_0$  son actualizados, lo que significa un cambio en el estado del suelo:

$$\sigma_{t1} = \sigma_0 + \dot{\sigma}_{t1}$$

$$e_{t1} = e_0 + (1 + e_0)\dot{\varepsilon}$$

### Cálculo del segundo incremento ( $t_i = t_1, t_f = t_2$ )

$$\dot{\sigma}_{t2} = E_1(\sigma_1, e_1)\dot{\varepsilon} + E_2(\sigma_1, e_1)|\dot{\varepsilon}|$$

Se actualiza el estado del suelo:

$$\sigma_{t2} = \sigma_1 + \dot{\sigma}_{t2}$$

$$e_{t2} = e_1 + (1 + e_1)\dot{\varepsilon}$$

### Cálculo del tercer incremento ( $t_i = t_2, t_f = t_3$ )

$$\dot{\sigma}_{t3} = E_1(\sigma_2, e_2)\dot{\varepsilon} + E_2(\sigma_2, e_2)|\dot{\varepsilon}|$$

Se actualiza el estado del suelo:

$$\sigma_{t3} = \sigma_2 + \dot{\sigma}_{t3}$$

$$e_{t3} = e_2 + (1 + e_2)\dot{\varepsilon}$$

Se continúa calculando hasta llegar a la deformación final deseada.

$$\varepsilon_f = \sum_{n=1}^f \Delta\varepsilon_n$$

Como se ve, el procedimiento iterativo es muy similar al de Newton - Rhapsom, también se observa que se tiene que partir de un estado inicial ( $t = 0$ ); para el esfuerzo inicial se asigna la presión de confinamiento a la cual se quiere simular el ensayo, y para la deformación axial inicial, se puede colocar arbitrariamente un valor de  $D_1 = -1 s^{-1}$  (para compresión), debido a la independencia de tasa, el valor de  $|D_1|$  es inmaterial. Multiplicando ambos lados de la ecuaciones (E-2) y (E-3) por  $\Delta t$  se puede establecer  $\dot{T}_1 \Delta t \approx \Delta T_1$  y  $\dot{T}_2 \Delta t \approx \Delta T_2$ ,  $D_1 \Delta t \approx \Delta \varepsilon_1$ . La precisión de las ecuaciones (E-2) y (E-3) dependerá de cuan pequeño sea  $\Delta t$ , para obtener un valor suficientemente pequeño y apropiado, para empezar se toma un valor de  $\Delta t$  que nosotros consideremos suficientemente pequeño, se

lleva la integración numérica y luego se repite con un valor  $\Delta t := \Delta t/10$ . Si se obtiene curvas idénticas de esfuerzo - deformación, entonces el valor inicial  $\Delta t$  escogido es efectivamente el suficientemente pequeño.

Para el caso de la deformación radial inicial  $D_2$ , se parte de las condiciones de borde en la cual se sabe que para un ensayo triaxial drenado  $\dot{T}_1 = 0$ , entonces se puede resolver en la ecuación (E-3) y se obtiene una expresión  $D_2 = f(D_1, T)$ , este cálculo inicial se repite para cada valor de  $D_2$ , es decir se actualiza en cada iteración.

---

## ANEXO F

### SIMULACIÓN NUMÉRICA DE UN ELEMENT TEST

Considerando que las ecuaciones constitutivas relacionan esfuerzos con deformaciones, en el laboratorio se puede sólo medir fuerzas y desplazamientos. Por lo tanto, para verificar una relación constitutiva, se necesita ensayos con distribución homogénea (es decir constante) de esfuerzos y deformación dentro de la muestra. Si la homogeneidad es garantizada, entonces se pueden obtener fácilmente los esfuerzos y las deformaciones a partir de las fuerzas y los desplazamientos en el contorno. Para muestras deformadas de manera no homogénea es necesario el conocimiento de la distribución de esfuerzos y de deformaciones dentro de la muestra. Esto, sin embargo, es imposible (excepto para ciertos ensayos altamente sofisticados con rayos X u otra clase de muestras transparentes), de realizar y sólo se pueden calcular numéricamente el campo de esfuerzos y de deformaciones con la ecuación constitutiva que nosotros queremos verificar. Por lo tanto, las ecuaciones constitutivas tienen que estar basadas en ensayos elementales, es decir, ensayos con una deformación homogénea de la muestra. En la literatura rusa los "Element Test" son llamados "ensayos de dimensión cero". Por lo que los ensayos están conectados con extraordinariamente grandes dificultades experimentales.

A pesar de todos los esfuerzos realizados, los investigadores experimentales han admitido que en el transcurso de un ensayo, la muestra comienza a deformarse de manera no homogénea a partir de un determinado punto, sin importar las medidas que se tomen para prevenir este tipo de deformación. En otras palabras, las deformaciones no homogéneas son inevitables. Este hecho le adhiere a la mecánica de suelos la misma dificultad que se presenta en la hidromecánica por la transición del flujo laminar a flujo turbulento. Con relación a los ensayos de laboratorio, que apuntan a ser un soporte para los modelos constitutivos, puede decirse entonces que (i) se deben hacer inversiones para lograr la deformación homogénea, (ii) así esta deformación sólo se presente en una parte del ensayo. En otras palabras, la naturaleza nos permite observar la deformación homogénea de una muestra sólo en una determinada "ventana de tiempo" de la deformación. Sin embargo, los límites de esta ventana no son conocidos exactamente. Desafortunadamente, una práctica común en la mecánica de suelos es ignorar la deformación no homogénea y evaluar los

---

ensayos como si fueran homogéneos. Por supuesto esto conduce a resultados cuestionables.

*¿Cómo se puede obtener simulaciones de ensayos elementales de laboratorio usando una ecuación del tipo de tasa de cambio (es decir incrementos de  $dx$  en un  $dt$ )?*

Primero se comienza desde un estado en el cual los esfuerzos son conocidos. Si el ensayo a ser simulado tiene condiciones de borde cinemáticas, entonces la elongación  $\mathbf{D}$  es conocida (por ejemplo, en el caso del ensayo edométrico, con excepción de una sola componente, todas las demás componentes de  $\mathbf{D}$  son ceros). Conocidos  $\mathbf{T}$  y  $\mathbf{D}$  la ecuación constitutiva  $\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{h}(\mathbf{T}, \mathbf{D})$  permite evaluar  $\dot{\mathbf{T}}$ . Multiplicando  $\dot{\mathbf{T}}$  con un  $\Delta t$  suficientemente pequeño resulta  $\Delta \mathbf{T} \approx \dot{\mathbf{T}} \Delta t$ . El nuevo estado de esfuerzos es obtenido con  $\mathbf{T} + \Delta \mathbf{T}$ . Este procedimiento puede ser continuo y corresponde a una integración numérica de la ecuación de evolución  $\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{h}(\mathbf{T}, \mathbf{D})$ . Este procedimiento se hace un poco más complicado si existen algunas condiciones de borde que no sean de tipo cinemático.

En el caso de condiciones de borde estáticas (por ejemplo,  $\sigma_2 = \sigma_3 = \text{const.}$  en ensayos triaxiales), la componente  $D_2$  de  $\mathbf{D}$  debe ser determinada resolviendo la ecuación algebraica  $\dot{\sigma}_2(D_2) = 0$ .

## ANEXO G

### CARACTERÍSTICAS E IMPLEMENTACIÓN EN PLAXIS

PLAXIS es un programa de elementos finitos bidimensionales diseñado específicamente para la realización de análisis de deformación y estabilidad de problemas geotécnicos. Las situaciones que pueden ser modeladas corresponden a problemas de deformación plana o con axisimetría.

#### Aspectos conceptuales

Las ecuaciones a resolver por el programa se derivan de la formulación del equilibrio estático:

$$L^T \sigma + p = 0 \quad (G-1)$$

Donde:  $L^T$  es la traspuesta del operador diferencial,  $\sigma$  es el vector de esfuerzos y  $p$  es el vector espacial (de fuerzas másicas).

La relación cinemática viene formulada como:

$$\varepsilon = Lu \quad (G-2)$$

Donde:  $L$  es el operador diferencial,  $u$  es el vector de los desplazamientos, y  $\varepsilon$  el vector de las deformaciones.

El enlace entre las ecuaciones (G-1) y (G-2) viene dado por la relación constitutiva que representa el comportamiento del material:

$$\sigma' = M\varepsilon' \quad (G-3)$$

El desarrollo del estado de esfuerzos  $\sigma$  viene representado como un proceso incremental:

$$\sigma^i = \sigma^{i-1} + \Delta\sigma \quad \text{y} \quad \Delta\sigma = \int \sigma' dt \quad (G-4)$$

Donde  $\Delta\sigma$  es la variación del esfuerzo integrado sobre un incremento de tiempo pequeño.

Luego, la combinación entre (G-1), (G-2) y (G-3) da a lugar a la ecuación diferencial parcial de segundo orden en los desplazamientos. Aplicando el teorema de Galerkin y el teorema de Green y si la ecuación está considerada en el estado actual  $i$ , entonces el esfuerzo  $\sigma^i$  incógnita se puede eliminar, quedando la ecuación en equilibrio como:

$$\int \delta\varepsilon^T \Delta\sigma dV = \int \delta u^T p^i dV + \int \delta u^T t^i dS - \int \delta\varepsilon^T \sigma^{i-1} dV \quad (G-5)$$



## Discretización

El sólido continuo a estudiar por el programa, se discretiza en una malla de elementos finitos en la que se diferencian tres tipos de componentes: los elementos triangulares definidos por 6 ó 15 nodos; los nodos, que son el número de puntos que definen un elemento y es donde se calculan los desplazamientos; y los puntos de esfuerzo, que son puntos independientes de los nodos, y es donde se calculan los esfuerzos. Estos puntos se denominan puntos de Gauss. Los elementos con 6 nodos contienen 3 puntos de Gauss, mientras que los elementos con 15 nodos contienen 12 puntos de Gauss (figura G-1).

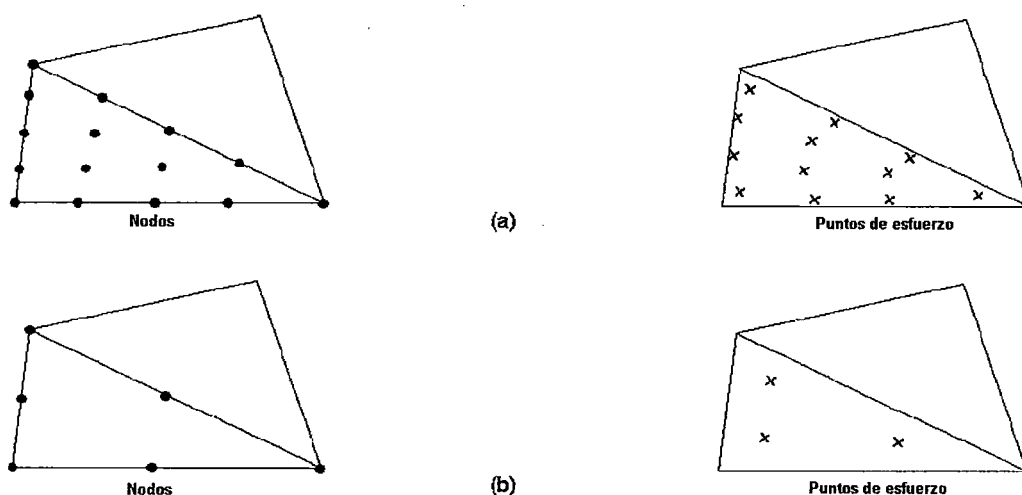


Figura G-1. Posición de los nodos y puntos de Gauss en la malla de elementos finitos de PLAXIS.

De acuerdo con la teoría de elementos finitos, los desplazamientos se calculan en los grados de libertad. El campo de desplazamientos  $u$  en el elemento se obtiene de los valores de la discretización nodal en un vector  $v$  utilizando funciones de interpolación ensambladas de la matriz  $N$ .

$$u = Nv \quad (G-6)$$

$$\varepsilon = LNv = Bv \quad (G-7)$$

Donde  $B$  es la matriz de interpolación de la deformación, que contiene las derivadas parciales de las funciones de interpolación o funciones de forma.

### Procedimiento iterativo global

Sustituyendo la relación entre los incrementos de las deformaciones,  $\Delta\sigma = M\Delta\varepsilon$ , dentro de la ecuación de equilibrio, obtenemos:

$$K^i \Delta v = f_{ex}^i - f_{in}^{i-1} \quad (G-8)$$

Donde  $K$  es la matriz de rigidez,  $\Delta v$  es el vector del desplazamiento incremental,  $f_{ex}$  es el vector de las fuerzas externas y  $f_{in}$  es el vector de las reacciones internas.

El superíndice  $i$  se refiere al número de iteración. Sin embargo, como la relación entre los incrementos de los esfuerzos y los incrementos de las deformaciones es generalmente no lineal, la matriz de rigidez no puede ser formulada previamente. Por tanto, es necesario utilizar un procedimiento iterativo global para satisfacer tanto la condición de equilibrio como la relación constitutiva.

En su forma más simple,  $K$  representa una respuesta lineal elástica. En este caso, la matriz de rigidez puede ser formulada como:

$$K = \int B^T D^e B dV \quad (\text{matriz de rigidez elástica}) \quad (G-9)$$

Donde:  $D^e$  es la matriz del material elástico y  $B$  es la matriz de interpolación de la deformación.

El uso de la matriz de rigidez elástica da un procedimiento iterativo global robusto, aún cuando se utilizan modelos de plasticidad no asociada. Para modelos de materiales con un contorno lineal en el dominio elástico, como por ejemplo el modelo estándar de Mohr - Coulomb, el uso de una matriz de rigidez elástica es particularmente favorable, ya que la matriz de rigidez sólo se necesita formar y descomponer mucho antes de la primera iteración de cálculo.

### **Criterio de signos**

El criterio de signos empleado por PLAXIS viene definido en función de los ejes de coordenadas (figura G-2). Los esfuerzos de tracción son positivos mientras que los de compresión son negativos.

Lo mismo ocurre con los desplazamientos, estos son positivos si van en el sentido de los ejes de coordenadas, y negativos si van en sentido opuesto.

Las cargas exteriores aplicadas serán negativas si van hacia adentro del sólido, y positivas si van hacia afuera. Las presiones de agua son negativas.

La gravedad es positiva si empuja el sólido hacia abajo, y negativa si lo empuja hacia arriba.

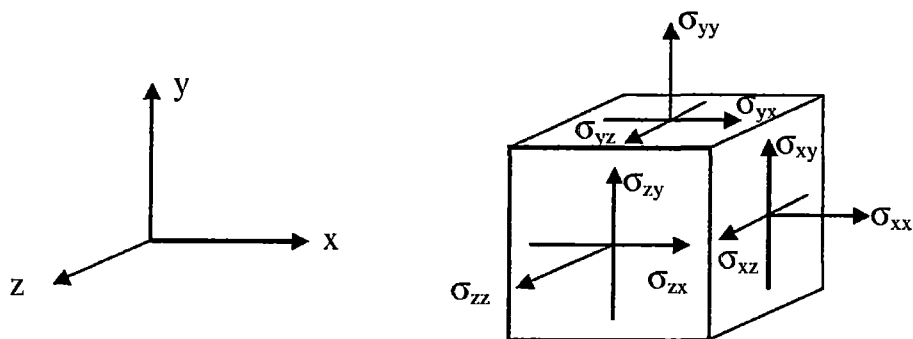


Figura G-2. Convención de signos para PLAXIS.

### Utilización del programa

Como se ha comentado anteriormente, el programa PLAXIS fue concebido inicialmente para el análisis de diques construidos sobre las capas de suelo blando que forman el subsuelo de Holanda. Actualmente, las aplicaciones de PLAXIS engloban la mayoría de los problemas de ingeniería geotécnica, tanto de mecánica de suelos como de mecánica de rocas.

El programa PLAXIS es recomendado para problemas de excavaciones subterráneas, análisis esfuerzo-deformación del suelo sometido a grandes cargas drenadas y no drenadas, y problemas de flujo acoplado. PLAXIS permite el estudio de una gran variedad de modelos constitutivos:

- Modelo de elasticidad
- Modelo de Mohr - Coulomb
- Modelo de endurecimiento isotrópico (Hardening - Soil)
- Modelo del deslizamiento del suelo blando
- Modelo del suelo blando
- Modelo definido por el usuario

Es aquí, en este último mencionado, que se toma especial interés, debido a que el programa permite implementar modelos definidos por el usuario, creadas siguiendo un formato especificado en el Manual de Materiales del programa PLAXIS, el lenguaje de programación utilizado es el FORTRAN.

También presenta un potente paquete de aplicaciones de elementos estructurales que se agrupan en tres categorías: vigas, anclajes y geotextiles.

Aunque las aplicaciones del programa en problemas de geotecnia parecen estar totalmente resueltos, en realidad no es así, ya que el programa ha sido desarrollado partiendo de la filosofía inicial del estudio del subsuelo sometido a

grandes cargas y a grandes excavaciones subterráneas, incluyendo en todos ellos el problema de flujo y ofreciendo la posibilidad del análisis mediante diferentes modelos de comportamiento del terreno. Esta característica de PLAXIS ha derivado a una falta de atención a las grandes construcciones de retención mediante estructuras de tierra (presas de tierra), en las que no se tiene en cuenta efectos tan importantes como el asentamiento durante su proceso constructivo, de forma directa. De todos modos, PLAXIS es un programa que almacena gran cantidad de opciones para el estudio de cualquier tipo de terreno y de geometría.

## Hipoplasticidad implementada en PLAXIS

### Integración del tiempo

Los modelos constitutivos son integrados usando esquemas de integración explícitos y adaptativos con un sub paso local. El modelo constitutivo forma una ecuación diferencial ordinaria de la forma:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y) \quad (G-10)$$

La ecuación es para pasos de tiempo de tamaño finito  $\Delta t$  resueltos usando el método de Runge - Kutta. Las soluciones que corresponden al segundo y tercer orden de precisión de la expansión en la serie de Taylor:

$$y_{(t+\Delta t)}^{(2)} = y_{(t)} + k_2 \quad (G-11)$$

$$y_{(t+\Delta t)}^{(3)} = y_{(t)} + \frac{1}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3) \quad (G-12)$$

Donde

$$k_1 = \Delta t f(t, y_{(t)}) \quad (G-13)$$

$$k_2 = \Delta t f\left(t + \frac{\Delta t}{2}, y_{(t)} + \frac{k_1}{2}\right) \quad (G-14)$$

La exactitud de la solución es estimada según Fehlberg como la diferencia entre las soluciones del segundo y tercer orden. El tamaño del paso de tiempo  $\Delta t$  es aceptado, si:

$$err = \left\| y_{(t+\Delta t)}^{(3)} - y_{(t+\Delta t)}^{(2)} \right\| < TOL \quad (G-6)$$

Donde  $TOL$  es una tolerancia de error prescrita. Si el tamaño de paso  $\Delta t$  es aceptado,  $y_{(t+\Delta t)}^{(3)}$  es considerado como una solución para el paso de tiempo dado y el nuevo tamaño del paso de tiempo  $\Delta t^n$  es estimado de acuerdo a Hull:

$$\Delta t^n = \text{máx} \left[ \frac{\Delta t}{4}, 0.9\Delta t \left( \frac{TOL}{err} \right)^{1/3} \right] \quad (G-15)$$

En el caso del mínimo tamaño del paso de tiempo prescrito o el máximo número prescrito de sub pasos de tiempo es alcanzado, el programa de elementos finitos pide rechazar el paso actual y para disminuir el tamaño del paso de tiempo global.

### Modelo hipoplástico de von Wolffersdorff

El modelo hipoplástico de von Wolffersdorff para materiales granulares puede ser usado con o sin el concepto de la deformación intergranular.

Los parámetros ingresados en la rutina *usmod* para PLAXIS son las siguientes:

Parámetro 1 : Ángulo de fricción crítico  $\varphi_c$ .

Parámetro 2 : Cambio del esfuerzo medio, debido a la cohesión  $p_t$ . Para el modelo hipoplástico básico se considera  $p_t = 0$ .

Parámetro 3 - 9 : Parámetros básicos del modelo hipoplástico para materiales granulares  $h_s, n, e_{d0}, e_{c0}, e_{i0}, \alpha, \beta$ .

Parámetro 10 - 14: Parámetros de la deformación granular ( $m_R, m_T, R, \beta_r, X$ ). Si  $m_R = 0$  el concepto de deformación intergranular es obviado.

Parámetro 15 : Para análisis drenados, análisis de consolidación, y análisis no drenados en la opción de PLAXIS colocar *undrained*  $K_w$  debe de ser establecido como 0.

Parámetro 16 : Relación de vacíos inicial  $e_0$  correspondiente a una presión principal cero.

La rutina, cuenta también con las siguientes variables de estado:

Var. de estado 1 - 6: Tensor de deformación intergranular ( $\delta_{11}, \delta_{22}, \delta_{33}, 2\delta_{12}, 2\delta_{13}, 2\delta_{23}$ ).

Var. de estado 7: Relación de vacíos  $e$ .

---

Var. de estado 8: Exceso de presión de poros  $u$  para análisis no drenados usando el valor definido de  $K_w$ .

Var. de estado 9: Esfuerzos efectivos principales.

Var. de estado 10: Número de evaluaciones del modelo constitutivo en un tiempo global (time step).

Var. de estado 11: Ángulo de fricción movilizado, sólo después del proceso de cálculo.

Var. de estado 12: Longitud normalizada de la deformación intergranular.

Var. de estado 13: Sugerencia del primer tamaño del time substep (para control de cálculos).

Var. de estado 14: Variable libre.

## ANEXO H

### CARACTERÍSTICAS E IMPLEMENTACIÓN EN FLAC

El programa FLAC (Fast Lagrangian Analysis of Continua), es un programa que fue desarrollado por ITASCA Consulting Group, de Indiana, por primera vez en el año 1986. Concretamente el programa fue ideado por el Dr. Peter Cundall con la intención de resolver modelos lineales y no lineales que contenían varios miles de elementos con los ordenadores que entonces existían a nivel de usuario. Desde entonces hasta hoy día, han ido apareciendo versiones más sofisticadas y actualizadas de la versión inicial.

#### Aspectos conceptuales

El programa FLAC está basado en el método de las diferencias finitas para la resolución de ecuaciones diferenciales. En diferencias finitas, cada grupo de ecuaciones es reemplazado directamente por una expresión algebraica en puntos discretos. La característica fundamental del programa es que utiliza un método de resolución explícita.

Básicamente, el esquema de cálculo corresponde a un método cíclico que se puede sintetizar en el diagrama siguiente (figura H-1).

Este esquema de cálculo se produce de forma cíclica en cada uno de los elementos y en cada uno de los pasos de cálculo de manera independiente.

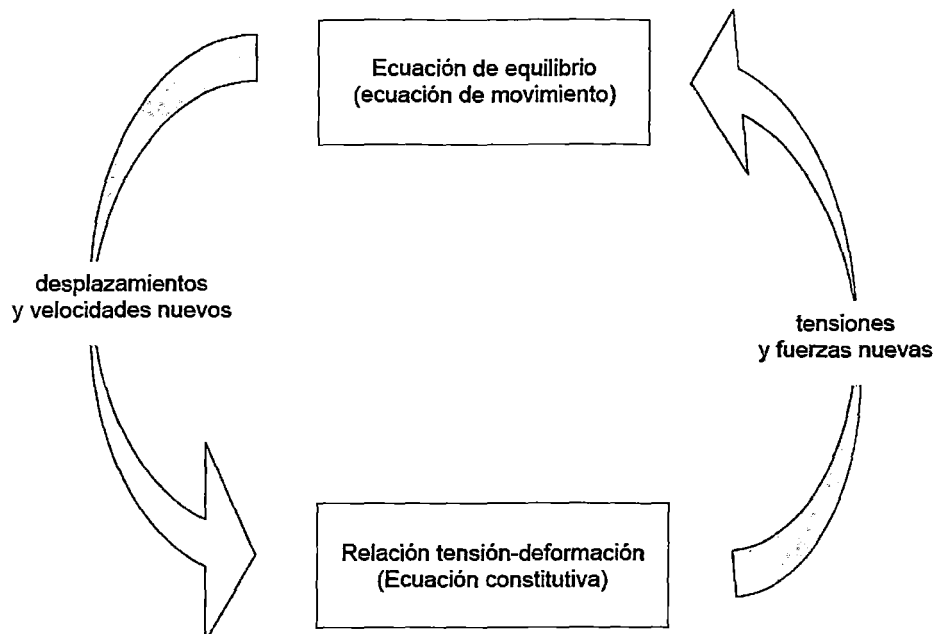


Figura H-1 Esquema de cálculo de FLAC.

## Formulación numérica

El campo de ecuaciones utilizado por FLAC parte de la ecuación de movimiento (2º Ley de Newton), que relaciona la aceleración  $du'/dt$ , de una masa  $m$ , con la fuerza aplicada  $F$ , que puede variar en el tiempo (ver figura H-2).

$$m \frac{du'}{dt} = F \quad (\text{H-1})$$

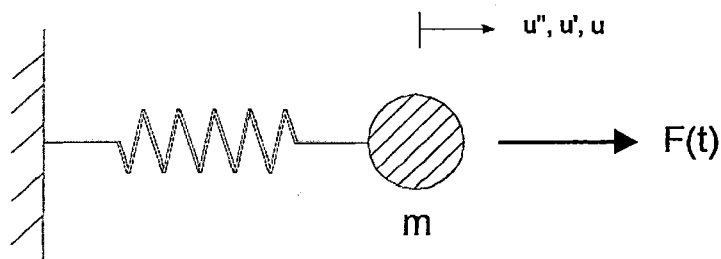


Figura H-2 Aplicación de una fuerza variable en el tiempo, sobre una masa  $m$ , resultando una aceleración  $u''$ , una velocidad  $u'$ , y un desplazamiento  $u$ .

En problemas estáticos, FLAC utiliza la propiedad de que la aceleración correspondiente a la suma de las fuerzas del sistema tiende a cero ( $\Sigma F = 0$ ). En un sistema formado por un sólido continuo, la ecuación (1) se generaliza como:

$$\rho \frac{du'}{dt} = \frac{d\sigma_{ij}}{dx_{ij}} + \rho g_i \quad (\text{H-2})$$

Además de la ecuación de movimiento, se necesita la ley del comportamiento del sólido, que se conoce como la relación constitutiva o ley de esfuerzo - deformación.

Las ecuaciones utilizadas en cada caso dependerán de la relación constitutiva que se aplique (por ejemplo, modelo elástico o modelo Mohr-Coulomb, o como se pretende, el modelo hipoplástico).

Para terminar de definir el sistema a resolver se han de definir las condiciones de borde iniciales.

## Discretización

Generalmente, el método de diferencias finitas sólo puede utilizar elementos con forma rectangular. FLAC aplica el método de Wilkins (1964), tal que utiliza ecuaciones diferenciales para elementos con cualquier forma y tomar cualquier tipo de propiedades. En FLAC, el usuario divide el sólido en elementos formados por cuadriláteros, aunque FLAC internamente divide el cuadrilátero en 2 grupos



superpuestos de triángulos de deformación constante de elementos triangulares (ver figura 3).

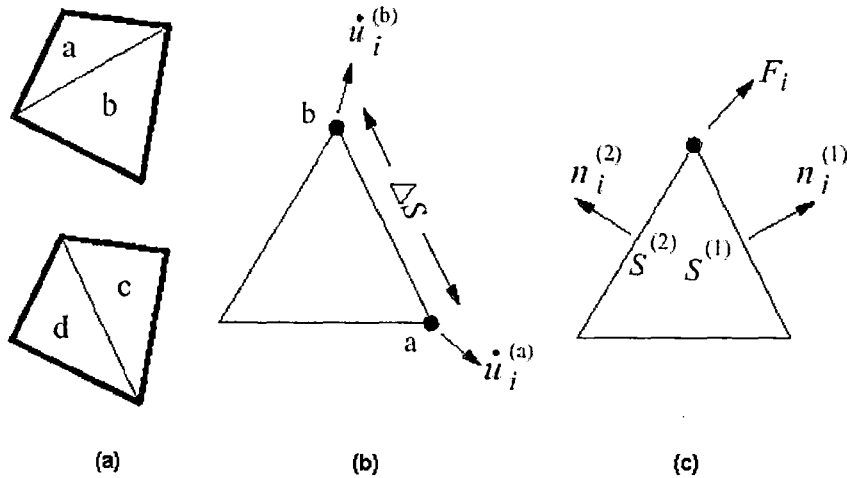


Figura H-3 (a) Elementos cuadriláteros utilizados por FLAC; (b) Típico elemento triangular con vectores de velocidad; (c) Vector de fuerza en los nodos.

Los cuatro subelementos triangulares vienen definidos por a, b, c y d.

En esta subdivisión de los elementos del sólido continuo FLAC utiliza una discretización mixta (Mixed Discretization, Marti y Cundall, 1982), que considera las diferentes discretizaciones de las partes isótropa y desviadora de los tensores de esfuerzo y deformación.

Las deformaciones volumétricas corresponden a la media de cada par de triángulos que forman un elemento, mientras que las deformaciones desviadoras permanecen constantes.

A partir de las deformaciones se obtienen los esfuerzos usando la ley constitutiva que relaciona el esfuerzo con la deformación:

$$\sigma_{ij} = M(\sigma_{ij}, \dot{\epsilon}_{ij}, K) \quad (H-3)$$

Y el ajuste de rotación:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij} + (W_{ik}\sigma_{kj} - \sigma_{ik}W_{kj})\Delta t \quad (H-4)$$

La discretización mixta es utilizada de nuevo para obtener los esfuerzos finales, promediando el esfuerzo de los dos triángulos usando el peso del área:

$$\sigma_0^{(a)} = \sigma_0^{(b)} = \left[ \frac{\sigma_0^{(a)}A^{(a)} + \sigma_0^{(b)}A^{(b)}}{A^{(a)} + A^{(b)}} \right] \quad (H-5)$$

Luego, en el esquema explícito utilizado por FLAC, la ley constitutiva solamente es consultada una vez por cada elemento y por cada paso de cálculo, con lo que no es necesario almacenar ninguna matriz de rigidez.

Una vez los esfuerzos hayan sido calculados, las fuerzas equivalentes aplicadas en cada nodo están determinadas. Los esfuerzos en cada subzona triangular actúan como tracciones en los lados del triángulo. Cada tracción es tomada como equivalente a 2 fuerzas iguales actuando en los extremos del correspondiente lado. Cada esquina del triángulo recibe 2 fuerzas:

$$F_i = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \left( n_j^{(1)} S^{(1)} + n_j^{(2)} S^{(2)} \right) \quad (H-6)$$

### Criterio de signos

El criterio de signos empleado por FLAC viene definido en función de los ejes de coordenadas. Así, los esfuerzos a compresión son negativos, mientras que los de tracción son positivos (ver figura 4). Lo mismo ocurre con los desplazamientos, que son positivos en el sentido de los ejes de coordenadas.

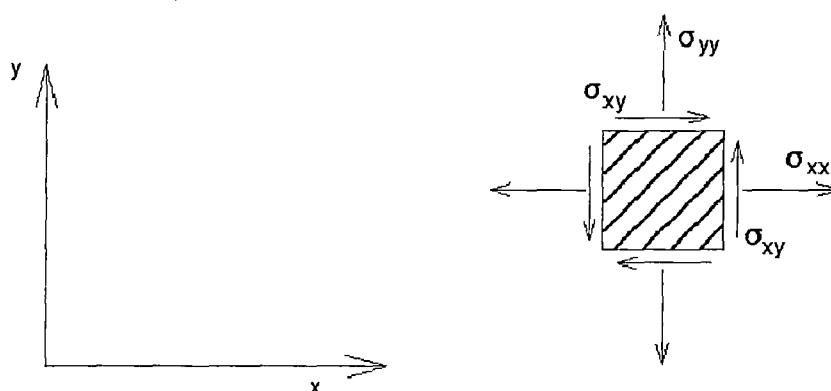


Figura H-4 Criterio de signos empleado por el programa FLAC.

Las cargas aplicadas serán positivas en dirección hacia adentro del cuerpo y normales a su superficie, mientras que si están aplicadas hacia fuera del sólido y normales a éste, entonces serán negativas. Las presiones de agua serán siempre positivas.

La gravedad positiva empuja al sólido hacia abajo, y la negativa lo empuja hacia arriba.

### Utilización del programa

Los campos de aplicación del programa engloban prácticamente todos los casos que se dan dentro del ámbito de la mecánica de suelos y en la mecánica de

---

rocas. Inicialmente, FLAC fue desarrollado para el análisis y diseño de ingeniería de minas y construcciones subterráneas. La solución explícita en tiempo real de las ecuaciones de movimiento permite el análisis de una rotura progresiva, que es un fenómeno importante en los estudios relacionados con el diseño de minas.

Con la incorporación del análisis del flujo de agua subterránea y de la consolidación, FLAC ofrece una alta capacidad de aplicaciones en mecánica de suelos, como lo son el análisis de estructuras de retención, taludes sometidos a cargas drenadas y no drenadas, y cálculos de la capacidad portante y asentamientos en cimentaciones.

Según indica el propio manual, el programa FLAC ha sido ideado sobre todo para resolver problemas de colapso plástico y de flujo plástico, ya que el método de solución explícita permite seguir procesos físicamente inestables sin divergencias numéricas, así como la resolución de sistemas de ecuaciones no lineales de esfuerzo - deformación en casi el mismo tiempo de cálculo que con sistemas de ecuaciones lineales, sin necesidad de almacenar ninguna matriz.

Por tanto, el método de solución explícita utilizado por FLAC lo hace un programa recomendado para la simulación de grandes deformaciones y modelos que requieren un gran número de elementos.

## ANEXO I RESULTADOS DE LABORATORIO

<b>CESEL</b> <b>INGENIEROS</b> LABORATORIO GEOTÉCNICO Y DE CONCRETO	<b>REGISTRO</b>	Código: LGC-P-01-G1-F5-S Versión: 00 Aprobado: CSGILGC Fecha: 15/02/2008 Página: 1 de 1
	<b>INFORME DE RESULTADO DE ENSAYOS</b>	

Informe N°: LGC-09-105

Fecha de Emisión : 02/06/2009

**ENSAYOS ESTÁNDAR DE CLASIFICACIÓN**

Código del proyecto: 072700

Fecha de recepción : 26/05/2009

Solicitante: Bach. Ing. Gianfranco Villalta N.

Proyecto: Trabajo de Investigación

Ubicación : Marcona

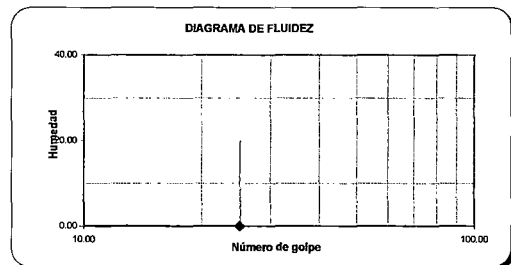
Sondeo : C-22      Muestra : M-1      Profundidad : 1.00 - 3.00

ANÁLISIS GRANULOMÉTRICO POR TAMIZADO (ASTM-D422)			
PORCENTAJE ACUMULADO QUE PASA (%)	Malla		% que pasa
	N°	Abertura (mm)	
	3 "	76.200	100.0
	2 "	50.800	100.0
	1 1/2 "	38.100	100.0
	1 "	25.400	100.0
	3/4 "	19.100	100.0
	3/8 "	9.520	100.0
	N° 4	4.760	97.9
	N° 10	2.000	93.0
	N° 20	0.840	86.8
	N° 40	0.425	76.9
	N° 60	0.250	35.5
	N° 140	0.106	6.4
	N° 200	0.075	4.4

Contenido de Humedad referencial (%W) : 0.97

**LÍMITES DE CONSISTENCIA**

Límite Líquido (LL) ASTM-D4318 (%): -  
 Límite Plástico (LP) ASTM-D4318 (%): NP  
 Índice Plástico (IP) (%): -

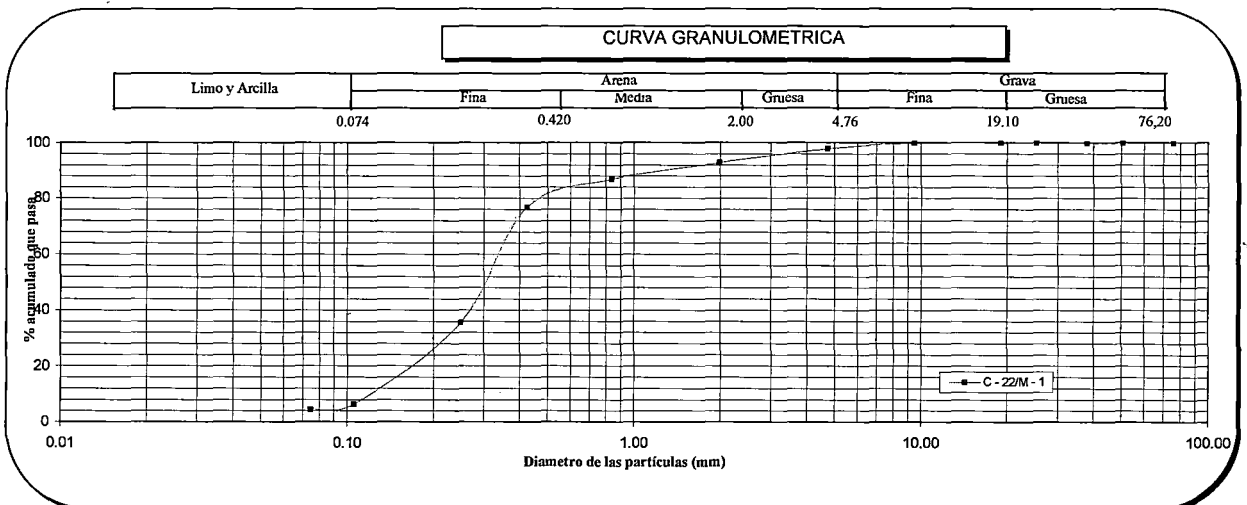


**Distribución Granulométrica**

% Grava	GG%	0.0
	GF%	2.1
% Arena	AG%	4.9
	AM%	16.1
	AF%	72.5
% Finos		4.40

Clasificación (S.U.C.S.) ASTM-D2487	
SP	Arena pobremente gradada

Clasificación (AASHTO) ASTM-D3282	
A-3	Índice de Grupo : 0



**Observaciones:**

- El peso de la muestra cumple con lo especificado en la Norma



<b>CESEL</b> <b>INGENIEROS</b> LABORATORIO GEOTECNICO Y DE CONCRETO	<b>REGISTRO</b>	Código : LGC-P-01-G1-F7-S Revisión: 01 Aprobado : CSGILGC Fecha : 15/05/2009 Página : 1 de 1
	<b>INFORME DE RESULTADOS DE ENSAYOS</b>	

Informe N° : LGC-09-105

Fecha de emisión : 02/06/2009

**GRAVEDAD ESPECIFICA DE LOS SOLIDOS**  
**NTP 339.131 / ASTM D-854**

Código del proyecto : 072700

Fecha de recepción: 26/05/2009

Solicitante: Bach. Ing. Gianfranco Villalta N.

Proyecto: Trabajo de Investigación

Ubicación: Marcona

Sondeo : C - 22 Muestra : M - 1 Profundidad(m): 1.00 - 3.00

DATOS	1	2
Temperatura Tx (°C)	21	21
Peso de pignómetro (g)	95.39	95.46
Peso pignómetro + muestra seca (g)	195.39	195.46
Peso pignómetro + muestra + agua (g)	408.5	408.59
Peso de pignómetro + agua (g)	344.81	344.88
Peso de la muestra seca (g)	100	100
Verificación del peso mínimo	Ok	Ok
Peso específico Tx (Gst)	2.75	2.76
Peso específico T20°C (Gst x Ki)	2.75	2.76

Diferencia de los dos ensayos : 0.01 El ensayo es válido.

Factores de corrección a diferentes temperaturas

T (°C)	Densidad relativa del agua (g/cm <sup>3</sup> )	Factor de corrección K
18	0.9986244	1.0004
19	0.9984347	1.0002
20	0.9982343	1.0000
21	0.9980233	0.9998
22	0.9978019	0.9996
23	0.9975702	0.9993
24	0.9973286	0.9991
25	0.9970770	0.9988
26	0.9968156	0.9986
27	0.9965451	0.9983
28	0.9962652	0.9980
29	0.9959761	0.9977
30	0.9956780	0.9974

Para el ensayo se tienen los siguientes valores de K

K1 : 0.9997

K2 : 0.9997

**Observaciones :**

- La diferencia de los valores obtenidos cumple con lo exigido por la norma.



<b>CESEL</b> <b>INGENIEROS</b> LABORATORIO GEOTÉCNICO Y DE CONCRETO	<b>REGISTRO</b>	<b>Código:</b> LGC-P-01-G3-F5-S <b>Versión:</b> 001 <b>Aprobado:</b> CSGILGC <b>Fecha:</b> 15/05/2009 <b>Página:</b> 1 de 1
	<b>INFORME DE RESULTADO DE ENSAYOS</b>	

N° de informe : **LGC-09-105**

Fecha de Emisión : **02/06/2009**

**Código de proyecto:** 072700

**Fecha de ejecución:** 26/05/2009

**Solicitante:** Bach. Ing. Gianfranco Villalta N.

**Proyecto:** Trabajo de Investigación

**Ubicación:** Marcona

**Sondeo:** C - 22

**Muestra:** M - 1

**Profundidad (m):** 1.00 - 3.00

**Cantera:** —

Peso Unitario de los Agregados NTP 400.017 / ASTM C 29 M-97 (2003)		Suelto	Compacto
Fino	Peso específico de masa (P <sub>m</sub> )	1.61	1.78
	Contenido de vacíos (%)	41.8	35.6

**Observaciones:**



<b>CESEL</b> <b>INGENIEROS</b> LABORATORIO GEOTÉCNICO Y DE CONCRETO	REGISTRO	Código : LGC-P-01-G1-F1-S Versión : 01
	INFORME DE RESULTADO DE ENSAYOS	Aprobado : CSGILGC Fecha : 15/05/2009 Página : 1 de 1

Informe N° : LGC-09-105

Fecha de Emisión : 02/06/2009

CONTENIDO DE HUMEDAD  
 NTP 339.127 / ASTM D-2216

Código del Proyecto : 072700

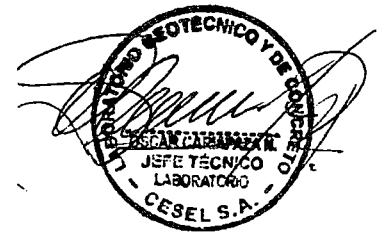
Fecha de recepción: 26/05/2009

Solicitante : Bach. Ing. Gianfranco Villalta N.

Proyecto : Trabajo de Investigación

Ubicación : Marcona

N°	Sondeo	Muestra	Profundidad	%Humedad	Comentarios
1	C - 22	M - 1	1.00 - 3.00	0.95	—



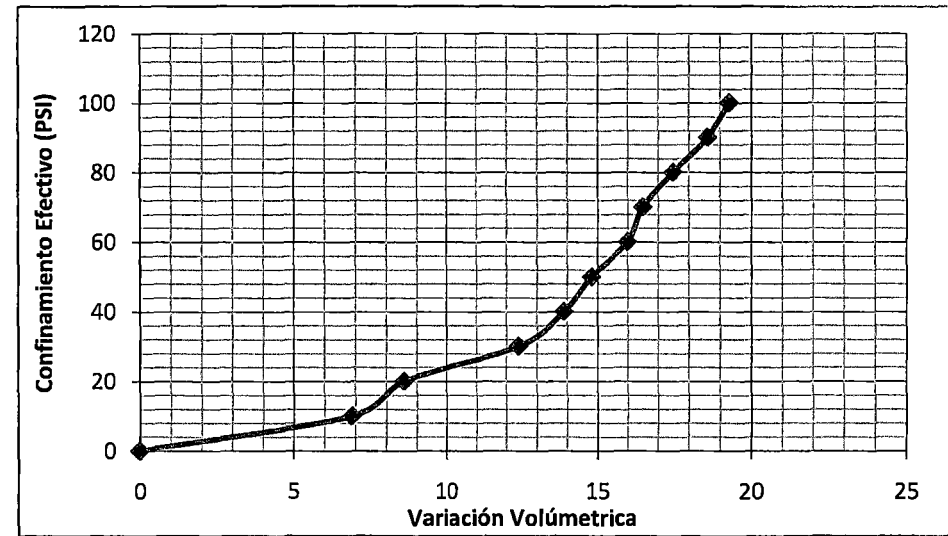
Observaciones:

Notas:

JEFE TECNICO



Lecturas		Dif Volumen (cm <sup>3</sup> )	Vol. Acum. (cm <sup>3</sup> )	Conf. Efect. (PSI)
Inicio	Final			
			0	0
25	18.1	6.9	6.9	10
18.6	16.9	1.7	8.6	20
16.9	13.1	3.8	12.4	30
13.1	11.6	1.5	13.9	40
12.6	11.7	0.9	14.8	50
11.6	10.4	1.2	16	60
10.5	10	0.5	16.5	70
10	9	1	17.5	80
9	7.9	1.1	18.6	90
7.9	7.2	0.7	19.3	100



**Datos Iniciales**

Contrapresión de Inicio      14.5 PSI  
 Diámetro Inicial                7.09 cm  
 Altura Especimen               14.52 cm  
 Densidad Seca al inicio        1.46 gr/cm<sup>3</sup>  
 Densidad Húmeda               1.504 gr/cm<sup>3</sup>  
 Humedad inicial                 3.0 %

Peso Húmedo Calculado        862.2 gr

**Datos Finales**

Humedad Final                    23.5 %

## ENSAYO DE COMPRESIÓN TRIAXIAL

Consolidado - Drenado (CD)

### LABORATORIO GEOTECNICO

Nombre del Proyecto **Tesis**

Cliente **Geinfranco Villalta Neyra**

N° de Proyecto

N° Informe de Lab

Ubicación

Solicitado por **Geinfranco Villalta Neyra**

N° de muestra

Fecha **24-jul-09**

Descripción **Arena**

Estado : Remoldeado a la max densidad

Clasificación:

Etapa de consolidación	Inicial	Final
Altura (cm)	14,60	14,52
Diámetro (cm)	7,06	7,04
Humedad (%)	0,00	16,66
Densidad seca (gr/cc)	1,801	1,824

Velocidad (pulg/min)	0,01
Parámetro "B"	0,93
Presión de celda kPa	676
Contra presión kPa	276
Esf. Efect. Inicial kPa	400

Deformación (%)	Esf. Desv. kPa	D V (cm <sup>3</sup> )	s <sub>3</sub> (cm <sup>3</sup> )	s <sub>1</sub> (cm <sup>3</sup> )	p (cm <sup>3</sup> )	q (cm <sup>3</sup> )	q / p	Oblicuidad (s <sub>1</sub> /s <sub>3</sub> )
0,00	0,00	0,00	400,00	400,00	400,00	0,00	0,00	1,00
0,05	158,87	0,10	400,00	558,87	479,44	79,44	0,17	1,40
0,10	227,50	0,20	400,00	627,50	513,75	113,75	0,22	1,57
0,20	364,44	0,40	400,00	764,44	582,22	182,22	0,31	1,91
0,35	649,79	0,70	400,00	1049,79	724,90	324,90	0,45	2,62
0,50	791,27	1,00	400,00	1191,27	795,63	395,63	0,50	2,98
0,75	1022,14	1,10	400,00	1422,14	911,07	511,07	0,56	3,56
0,99	1201,98	1,00	400,00	1601,98	1000,99	600,99	0,60	4,00
1,24	1267,90	0,80	400,00	1667,90	1033,95	633,95	0,61	4,17
1,49	1336,41	0,20	400,00	1736,41	1068,20	668,20	0,63	4,34
1,74	1364,18	-0,20	400,00	1764,18	1082,09	682,09	0,63	4,41
1,99	1390,79	-0,90	400,00	1790,79	1095,39	695,39	0,63	4,48
2,49	1403,48	-1,60	400,00	1803,48	1101,74	701,74	0,64	4,51
2,98	1410,98	-2,70	400,00	1810,98	1105,49	705,49	0,64	4,53
3,48	1409,38	-3,60	400,00	1809,38	1104,69	704,69	0,64	4,52
3,98	1402,00	-4,00	400,00	1802,00	1101,00	701,00	0,64	4,51
4,48	1392,44	-5,20	400,00	1792,44	1096,22	696,22	0,64	4,48
4,97	1381,61	-6,40	400,00	1781,61	1090,80	690,80	0,63	4,45
5,97	1356,38	-8,60	400,00	1756,38	1078,19	678,19	0,63	4,39
6,96	1328,40	-9,20	400,00	1728,40	1064,20	664,20	0,62	4,32
7,96	1321,89	-10,80	400,00	1721,89	1060,94	660,94	0,62	4,30
8,95	1276,03	-11,40	400,00	1676,03	1038,02	638,02	0,61	4,19
9,95	1250,65	-12,20	400,00	1650,65	1025,33	625,33	0,61	4,13
10,94	1229,91	-12,80	400,00	1629,91	1014,95	614,95	0,61	4,07
11,94	1197,32	-13,25	400,00	1597,32	998,66	598,66	0,60	3,99
12,93	1165,16	-13,70	400,00	1565,16	982,58	582,58	0,59	3,91
13,93	1153,43	-13,90	400,00	1553,43	976,71	576,71	0,59	3,88
14,92	1155,29	-14,00	400,00	1555,29	977,64	577,64	0,59	3,89

#### Observaciones:

Los parámetros de resistencia cortante reportados podrían ser reinterpretados en caso ser considerado pertinente por un profesional competente en geotecnia.

Las muestras han sido proporcionadas e identificadas por el solicitante

Realizado por:

Ingresado por:

Revisado por:

Fecha:

TBP

TOM

CSM

24-jul-09

## ENSAYO DE COMPRESIÓN TRIAXIAL

Consolidado - Drenado (CD)

LABORATORIO GEOTECNICO

Nombre del Proyecto **Tesis**

Cliente **Geinfranco Villalta Neyra**

Nº de Proyecto

Nº Informe de Lab

Ubicación

Solicitado por **Geinfranco Villalta Neyra**

Nº de muestra

Fecha **24-jul-09**

Descripción **Arena**

Estado : Remoldeado a la max densidad

Clasificación:

Etapa de consolidación	Inicial	Final
Altura (cm)	14,61	14,55
Diámetro (cm)	7,06	7,04
Humedad (%)	0,00	17,10
Densidad seca (gr/cc)	1,801	1,817

Velocidad (pulg/min)	0,01
Parámetro "B"	0,93
Presión de celda kPa	476
Contra presión kPa	276
Esf. Efect. Inicial kPa	200

Deformación (%)	Esf. Desv. kPa	D V (cm³)	s <sub>s</sub> (cm³)	s <sub>1</sub> (cm³)	p̄ (cm³)	q̄ (cm³)	q̄ / p̄	Obllicuidad (s <sub>1</sub> /s <sub>s</sub> )
0,00	0,00	0,00	200,00	200,00	200,00	0,00	0,00	1,00
0,05	146,59	0,10	200,00	346,59	273,29	73,29	0,27	1,73
0,10	218,35	0,20	200,00	418,35	309,17	109,17	0,35	2,09
0,20	294,44	0,40	200,00	494,44	347,22	147,22	0,42	2,47
0,35	442,31	0,60	200,00	642,31	421,16	221,16	0,53	3,21
0,50	554,76	0,60	200,00	754,76	477,38	277,38	0,58	3,77
0,75	659,40	0,30	200,00	859,40	529,70	329,70	0,62	4,30
1,00	727,69	-0,50	200,00	927,69	563,85	363,85	0,65	4,64
1,24	746,83	-1,20	200,00	946,83	573,41	373,41	0,65	4,73
1,49	765,86	-1,90	200,00	965,86	582,93	382,93	0,66	4,83
1,74	775,25	-2,70	200,00	975,25	587,62	387,62	0,66	4,88
1,99	771,83	-3,40	200,00	971,83	585,92	385,92	0,66	4,86
2,49	777,82	-5,10	200,00	977,82	588,91	388,91	0,66	4,89
2,99	768,75	-6,70	200,00	968,75	584,38	384,38	0,66	4,84
3,48	760,07	-7,80	200,00	960,07	580,04	380,04	0,66	4,80
3,98	747,71	-9,20	200,00	947,71	573,86	373,86	0,65	4,74
4,48	731,41	-10,20	200,00	931,41	565,70	365,70	0,65	4,66
4,98	725,32	-11,30	200,00	925,32	562,66	362,66	0,64	4,63
5,97	683,70	-13,30	200,00	883,70	541,85	341,85	0,63	4,42
6,97	662,55	-14,50	200,00	862,55	531,27	331,27	0,62	4,31
7,97	646,11	-15,70	200,00	846,11	523,06	323,06	0,62	4,23
8,96	630,81	-16,60	200,00	830,81	515,40	315,40	0,61	4,15
9,96	618,87	-17,40	200,00	818,87	509,44	309,44	0,61	4,09
10,95	615,28	-17,90	200,00	815,28	507,64	307,64	0,61	4,08
11,95	610,31	-18,40	200,00	810,31	505,16	305,16	0,60	4,05
12,94	606,29	-18,90	200,00	806,29	503,15	303,15	0,60	4,03
13,94	599,26	-19,40	200,00	799,26	499,63	299,63	0,60	4,00
14,93	594,75	-19,70	200,00	794,75	497,38	297,38	0,60	3,97

Observaciones:

Los parámetros de resistencia cortante reportados podrían ser reinterpretados en caso ser considerado pertinente por un profesional competente en geotecnia.

Las muestras han sido proporcionadas e identificadas por el solicitante

Realizado por:

Ingresado por:

Revisado por:

Fecha:

TBP

TOM

CSM

24-jul-09

## ENSAYO DE COMPRESIÓN TRIAXIAL

Consolidado - Drenado (CD)

LABORATORIO GEOTECNICO

Nombre del Proyecto Tesis

Cliente Geinfranco Villalta Neyra

Nº de Proyecto

Nº Informe de Lab

Ubicación

Solicitado por

Geinfranco Villalta Neyra

Nº de muestra

Fecha

24-jul-09

Descripción Arena

Estado : Remoldeado a la max densidad

Clasificación:

Etapa de consolidación	Inicial	Final
Altura (cm)	14,60	14,56
Diámetro (cm)	7,06	7,05
Humedad (%)	0,00	18,19
Densidad seca (gr/cc)	1,801	1,812

Velocidad (pulg/min)	0,01
Parámetro "B"	0,93
Presión de celda kPa	376
Contra presión kPa	276
Esf. Efect. Inicial kPa	100

Deformación (%)	Esf. Desv. kPa	D V (cm³)	$\bar{s}_3$ (cm³)	$\bar{s}_1$ (cm³)	$\bar{p}$ (cm³)	$\bar{q}$ (cm³)	$\bar{q} / \bar{p}$	Oblicuidad (s1/s3)
0,00	0,00	0,00	100,00	100,00	100,00	0,00	0,00	1,00
0,05	91,47	20,10	100,00	191,47	145,74	45,74	0,31	1,91
0,10	126,49	20,20	100,00	226,49	163,25	63,25	0,39	2,26
0,20	192,11	20,40	100,00	292,11	196,06	96,06	0,49	2,92
0,35	275,75	20,50	100,00	375,75	237,88	137,88	0,58	3,76
0,50	333,74	20,30	100,00	433,74	266,87	166,87	0,63	4,34
0,75	389,13	19,70	100,00	489,13	294,56	194,56	0,66	4,89
1,00	407,22	18,75	100,00	507,22	303,61	203,61	0,67	5,07
1,25	425,21	17,80	100,00	525,21	312,61	212,61	0,68	5,25
1,50	427,23	16,65	100,00	527,23	313,61	213,61	0,68	5,27
1,74	429,23	15,50	100,00	529,23	314,61	214,61	0,68	5,29
1,99	428,14	14,60	100,00	528,14	314,07	214,07	0,68	5,28
2,49	418,85	12,90	100,00	518,85	309,42	209,42	0,68	5,19
2,99	406,98	11,10	100,00	506,98	303,49	203,49	0,67	5,07
3,49	425,01	10,10	100,00	525,01	312,51	212,51	0,68	5,25
3,99	421,18	8,50	100,00	521,18	310,59	210,59	0,68	5,21
4,49	416,60	7,90	100,00	516,60	308,30	208,30	0,68	5,17
4,99	400,94	6,75	100,00	500,94	300,47	200,47	0,67	5,01
5,98	383,39	5,60	100,00	483,39	291,70	191,70	0,66	4,83
6,98	358,33	4,80	100,00	458,33	279,17	179,17	0,64	4,58
7,98	355,44	4,20	100,00	455,44	277,72	177,72	0,64	4,55
8,97	354,91	3,70	100,00	454,91	277,45	177,45	0,64	4,55
9,97	357,59	3,30	100,00	457,59	278,79	178,79	0,64	4,58
10,97	355,05	2,70	100,00	455,05	277,52	177,52	0,64	4,55
11,96	349,97	2,20	100,00	449,97	274,98	174,98	0,64	4,50
12,96	343,52	1,60	100,00	443,52	271,76	171,76	0,63	4,44
13,96	342,24	1,30	100,00	442,24	271,12	171,12	0,63	4,42
14,96	341,08	0,90	100,00	441,08	270,54	170,54	0,63	4,41

Observaciones:

Los parámetros de resistencia cortante reportados podrían ser reinterpretados en caso ser considerado pertinente por un profesional competente en geotecnia.

Las muestras han sido proporcionadas e identificadas por el solicitante.

Realizado por:

Ingresado por:

Revisado por:

Fecha:

TBP

TOM

CSM

24-jul-09

LABORATORIO GEOTECNICO

Nombre del Proyecto **Tesis**

Cliente **Geinfranco Villalta Neyra**

Nº de Proyecto

Nº Informe de Lab

Ubicación

Solicitado por

Geinfranco Villalta Neyra

Nº de muestra

Fecha

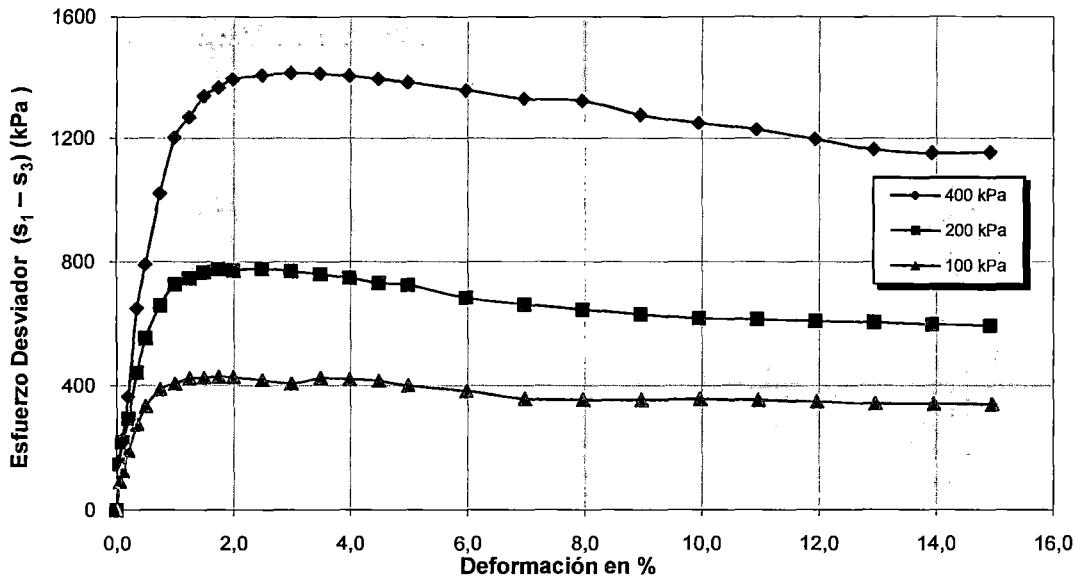
24-jul-09

Descripción **Arena**

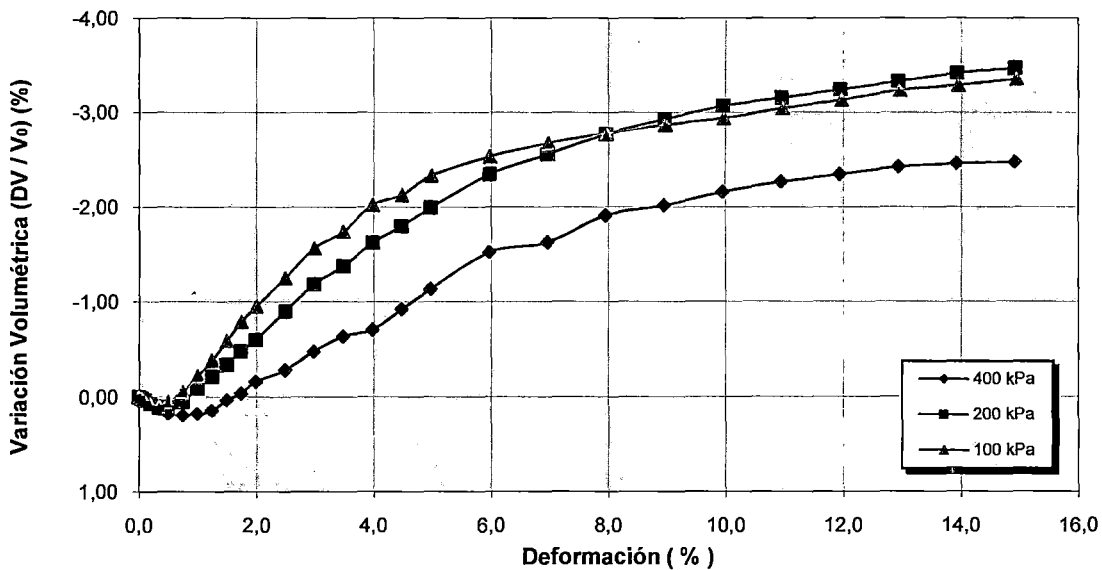
Estado : Remoldeado a la max densidad

Clasificación :

### DEFORMACIÓN vs. ESFUERZO



### DEFORMACIÓN vs. VARIACIÓN VOLUMÉTRICA



Realizado por:

TBP

Ingresado por:

TOM

Revisado por:

CSM

Fecha:

24-jul-09

LABORATORIO GEOTECNICO

Nombre del Proyecto: Tesis

Cliente: Geinfranco Villalta Neyra

Nº de Proyecto

Nº Informe de Lab

Ubicación

Solicitado por

Geinfranco Villalta Neyra

Nº de muestra

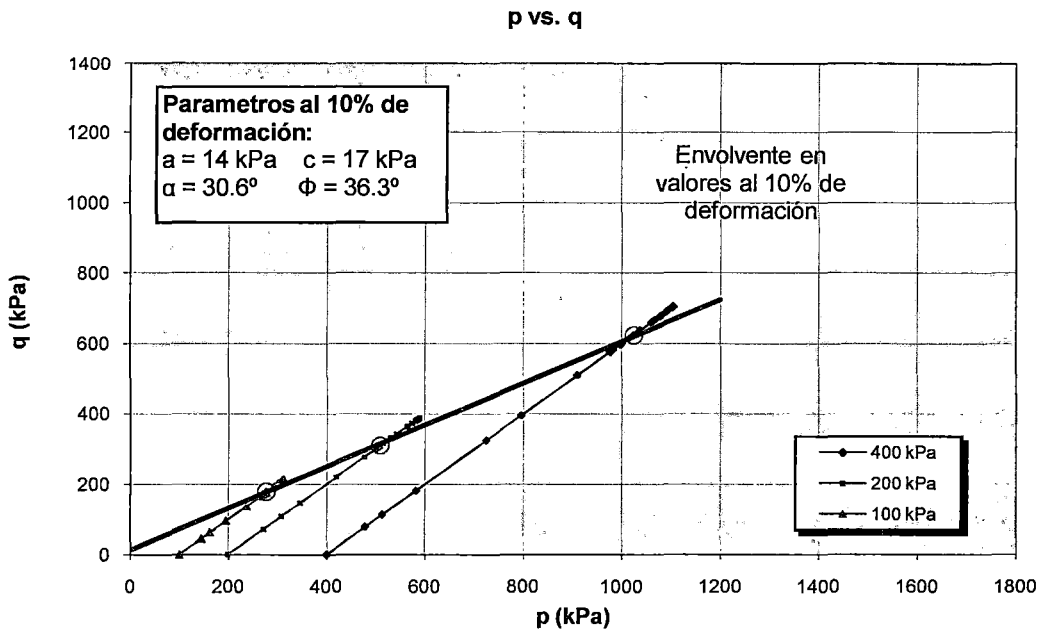
Fecha

24-jul-09

Descripción: Arena

Estado: Remoldeado a la max densidad

Clasificación:



Observaciones:

Los parámetros de resistencia cortante reportados podrían ser reinterpretados en caso ser considerado pertinente por un profesional competente en geotecnia.

Las muestras han sido proporcionadas e identificadas por el solicitante

Realizado por:

TBP

Ingresado por:

TOM

Revisado por:

CSM

Fecha:

24-jul-09

## ENSAYO DE COMPRESIÓN TRIAXIAL

Consolidado - Drenado (CD)

### LABORATORIO GEOTECNICO

Nombre del Proyecto **Tesis**

Ciiente **Geinfranco Villalta Neyra**

Nº de Proyecto

Nº Informe de Lab

Ubicación

Solicitado por **Geinfranco Villalta Neyra**

Nº de muestra

Fecha **24-jul-09**

Descripción **Arena**

Estado : Remoldeado

Clasificación:

Etapa de consolidación	Inicial	Final
Altura (cm)	14,56	14,21
Diámetro (cm)	7,05	7,09
Humedad (%)	9,29	28,55
Densidad seca (gr/cc)	1,619	1,642

Velocidad (pulg/min)	0,01
Parámetro "B"	0,93
Presión de celda kPa	676
Contra presión kPa	276
Esf. Efect. Inicial kPa	400

Deformación (%)	Esf. Dev. kPa	D V (cm³)	s <sub>3</sub> (cm³)	s <sub>1</sub> (cm³)	p̄ (cm³)	q̄ (cm³)	q̄ / p̄	Obllicuidad (s <sub>1</sub> /s <sub>3</sub> )
0,00	0,00	0,00	400,00	400,00	400,00	0,00	0,00	1,00
0,05	107,55	0,10	400,00	507,55	453,78	53,78	0,12	1,27
0,10	212,86	0,20	400,00	612,86	506,43	106,43	0,21	1,53
0,20	303,84	0,40	400,00	703,84	551,92	151,92	0,28	1,76
0,34	528,33	0,80	400,00	928,33	664,16	264,16	0,40	2,32
0,49	651,02	1,10	400,00	1051,02	725,51	325,51	0,45	2,63
0,73	779,20	1,30	400,00	1179,20	789,60	389,60	0,49	2,95
0,98	894,23	1,50	400,00	1294,23	847,11	447,11	0,53	3,24
1,22	973,69	1,50	400,00	1373,69	886,85	486,85	0,55	3,43
1,46	1037,64	1,50	400,00	1437,64	918,82	518,82	0,56	3,59
1,71	1066,78	1,40	400,00	1466,78	933,39	533,39	0,57	3,67
1,95	1087,13	1,30	400,00	1487,13	943,57	543,57	0,58	3,72
2,44	1129,81	0,90	400,00	1529,81	964,91	564,91	0,59	3,82
2,93	1156,57	0,30	400,00	1556,57	978,28	578,28	0,59	3,89
3,42	1168,18	0,00	400,00	1568,18	984,09	584,09	0,59	3,92
3,90	1176,26	-0,60	400,00	1576,26	988,13	588,13	0,60	3,94
4,39	1180,75	-1,10	400,00	1580,75	990,38	590,38	0,60	3,95
4,88	1181,91	-1,60	400,00	1581,91	990,96	590,96	0,60	3,95
5,86	1178,07	-2,50	400,00	1578,07	989,03	589,03	0,60	3,95
6,83	1172,26	-3,20	400,00	1572,26	986,13	586,13	0,59	3,93
7,81	1163,10	-3,80	400,00	1563,10	981,55	581,55	0,59	3,91
8,78	1153,15	-4,50	400,00	1553,15	976,58	576,58	0,59	3,88
9,76	1144,07	-5,10	400,00	1544,07	972,03	572,03	0,59	3,86
10,74	1136,73	-5,60	400,00	1536,73	968,36	568,36	0,59	3,84
11,71	1127,98	-6,00	400,00	1527,98	963,99	563,99	0,59	3,82
12,69	1118,56	-6,50	400,00	1518,56	959,28	559,28	0,58	3,80
13,67	1109,27	-6,80	400,00	1509,27	954,64	554,64	0,58	3,77
14,64	1102,41	-7,20	400,00	1502,41	951,21	551,21	0,58	3,76

**Observaciones:**

Los parámetros de resistencia cortante reportados podrían ser reinterpretados en caso ser considerado pertinente por un profesional competente en geotecnia.

Las muestras han sido proporcionadas e identificadas por el solicitante

Realizado por:

Ingresado por:

Revisado por:

Fecha:

TBP

TOM

CSM

24-jul-09

## ENSAYO DE COMPRESIÓN TRIAXIAL

Consolidado - Drenado (CD)

LABORATORIO GEOTECNICO

Nombre del Proyecto: Tesis

Cliente: Geinfranco Villalta Neyra

Nº de Proyecto

Nº Informe de Lab

Ubicación

Solicitado por

Geinfranco Villalta Neyra

Nº de muestra

Fecha

24-jul-09

Descripción

Arena

Estado : Remoldeado

Clasificación:

Etapa de consolidación	Inicial	Final
Altura (cm)	14,54	14,46
Diámetro (cm)	7,05	7,03
Humedad (%)	8,56	31,32
Densidad seca (gr/cc)	1,631	1,650

Velocidad (pulg/min)	0,01
Parámetro "B"	0,93
Presión de celda kPa	476
Contra presión kPa	276
Esf. Efect. Inicial kPa	200

Deformación (%)	Esf. Desv. kPa	D V (cm³)	s <sub>z</sub> (cm³)	s <sub>1</sub> (cm³)	p̄ (cm³)	q̄ (cm³)	q̄ / p̄	Obllicuidad (s <sub>1</sub> /s <sub>z</sub> )
0,00	0,00	0,00	200,00	200,00	200,00	0,00	0,00	1,00
0,05	111,15	0,10	200,00	311,15	255,58	55,58	0,22	1,56
0,10	153,47	0,80	200,00	353,47	276,74	76,74	0,28	1,77
0,20	243,37	0,40	200,00	443,37	321,68	121,68	0,38	2,22
0,35	370,05	0,70	200,00	570,05	385,02	185,02	0,48	2,85
0,50	454,03	0,90	200,00	654,03	427,01	227,01	0,53	3,27
0,75	543,36	0,80	200,00	743,36	471,68	271,68	0,58	3,72
0,99	589,10	0,50	200,00	789,10	494,55	294,55	0,60	3,95
1,24	611,17	0,30	200,00	811,17	505,59	305,59	0,60	4,06
1,49	632,45	-0,30	200,00	832,45	516,22	316,22	0,61	4,16
1,74	642,57	-0,80	200,00	842,57	521,28	321,28	0,62	4,21
1,99	651,73	-1,30	200,00	851,73	525,86	325,86	0,62	4,26
2,49	657,14	-2,10	200,00	857,14	528,57	328,57	0,62	4,29
2,98	659,69	-3,00	200,00	859,69	529,84	329,84	0,62	4,30
3,48	658,91	-3,70	200,00	858,91	529,45	329,45	0,62	4,29
3,98	658,10	-4,40	200,00	858,10	529,05	329,05	0,62	4,29
4,47	655,68	-5,10	200,00	855,68	527,84	327,84	0,62	4,28
4,97	652,26	-6,10	200,00	852,26	526,13	326,13	0,62	4,26
5,97	645,44	-7,00	200,00	845,44	522,72	322,72	0,62	4,23
6,96	638,61	-7,90	200,00	838,61	519,31	319,31	0,61	4,19
7,96	631,26	-8,80	200,00	831,26	515,63	315,63	0,61	4,16
8,95	623,81	-9,60	200,00	823,81	511,91	311,91	0,61	4,12
9,94	618,24	-10,40	200,00	818,24	509,12	309,12	0,61	4,09
10,94	612,95	-11,00	200,00	812,95	506,47	306,47	0,61	4,06
11,93	606,10	-11,50	200,00	806,10	503,05	303,05	0,60	4,03
12,93	600,46	-12,00	200,00	800,46	500,23	300,23	0,60	4,00
13,92	597,25	-12,50	200,00	797,25	498,62	298,62	0,60	3,99
14,92	594,35	-12,90	200,00	794,35	497,17	297,17	0,60	3,97

Observaciones:

Los parámetros de resistencia cortante reportados podrían ser reinterpretados en caso ser considerado pertinente por un profesional competente en geotecnia.

Las muestras han sido proporcionadas e identificadas por el solicitante

Realizado por:

Ingresado por:

Revisado por:

Fecha:

TBP

TOM

CSM

24-jul-09



**ENSAYO DE COMPRESIÓN TRIAXIAL**  
Consolidado - Drenado (CD)

LABORATORIO GEOTECNICO

Nombre del Proyecto **Tesis**

Cliente **Geinfranco Villalta Neyra**

Nº de Proyecto

Nº Informe de Lab

Ubicación

Solicitado por **Geinfranco Villalta Neyra**

Nº de muestra

Fecha **24-jul-09**

Descripción **Arena**

Estado : Remoldeado

Clasificación:

Etapa de consolidación	Inicial	Final
Altura (cm)	14,55	14,48
Diámetro (cm)	7,06	7,05
Humedad (%)	8,52	33,92
Densidad seca (gr/cc)	1,627	1,640

Velocidad (pulg/min)	0,01
Parámetro "B"	0,93
Presión de celda kPa	376
Contra presión kPa	276
Esf. Efect. Inicial kPa	100

Deformación (%)	Esf. Dev. kPa	D V (cm³)	$\bar{s}_3$ (cm³)	$\bar{s}_1$ (cm³)	$\bar{p}$ (cm³)	$\bar{q}$ (cm³)	$\bar{q} / \bar{p}$	Oblicuidad ( $s_1/s_3$ )
0,00	0,00	0,00	100,00	100,00	100,00	0,00	0,00	1,00
0,05	61,47	10,10	100,00	161,47	130,74	30,74	0,24	1,61
0,10	87,84	10,20	100,00	187,84	143,92	43,92	0,31	1,88
0,20	128,33	10,40	100,00	228,33	164,16	64,16	0,39	2,28
0,35	183,86	10,70	100,00	283,86	191,93	91,93	0,48	2,84
0,50	233,00	11,00	100,00	333,00	216,50	116,50	0,54	3,33
0,75	283,29	10,60	100,00	383,29	241,64	141,64	0,59	3,83
0,99	298,70	10,20	100,00	398,70	249,35	149,35	0,60	3,99
1,24	315,50	9,80	100,00	415,50	257,75	157,75	0,61	4,15
1,49	326,15	9,30	100,00	426,15	263,07	163,07	0,62	4,26
1,74	334,05	8,70	100,00	434,05	267,03	167,03	0,63	4,34
1,99	339,35	8,20	100,00	439,35	269,67	169,67	0,63	4,39
2,49	343,18	7,20	100,00	443,18	271,59	171,59	0,63	4,43
2,98	344,52	6,30	100,00	444,52	272,26	172,26	0,63	4,45
3,48	342,97	5,40	100,00	442,97	271,49	171,49	0,63	4,43
3,98	333,55	4,70	100,00	433,55	266,77	166,77	0,63	4,34
4,48	330,73	4,00	100,00	430,73	265,37	165,37	0,62	4,31
4,97	326,85	3,50	100,00	426,85	263,42	163,42	0,62	4,27
5,97	323,42	2,50	100,00	423,42	261,71	161,71	0,62	4,23
6,96	320,21	1,80	100,00	420,21	260,11	160,11	0,62	4,20
7,96	318,26	1,20	100,00	418,26	259,13	159,13	0,61	4,18
8,95	315,23	0,70	100,00	415,23	257,62	157,62	0,61	4,15
9,95	314,76	0,10	100,00	414,76	257,38	157,38	0,61	4,15
10,94	314,33	-0,40	100,00	414,33	257,16	157,16	0,61	4,14
11,94	310,91	-0,80	100,00	410,91	255,46	155,46	0,61	4,11
12,93	309,39	-1,20	100,00	409,39	254,69	154,69	0,61	4,09
13,93	307,81	-1,60	100,00	407,81	253,91	153,91	0,61	4,08
14,92	304,83	-1,90	100,00	404,83	252,42	152,42	0,60	4,05

Observaciones:

Los parámetros de resistencia cortante reportados podrían ser reinterpretados en caso ser considerado pertinente por un profesional competente en geotecnia.

Las muestras han sido proporcionadas e identificadas por el solicitante.

Realizado por:

Ingresado por:

Revisado por:

Fecha:

TBP

TOM

CSM

24-jul-09

**ENSAYO DE COMPRESIÓN TRIAXIAL**  
Consolidado - Drenado (CD)

LABORATORIO GEOTECNICO

Nombre del Project **Tesis**

Cliente **Geinfranco Villalta Neyra**

Nº de Proyecto

Nº Informe de Lab

Ubicación

Solicitado por

Geinfranco Villalta Neyra

Nº de muestra

Fecha

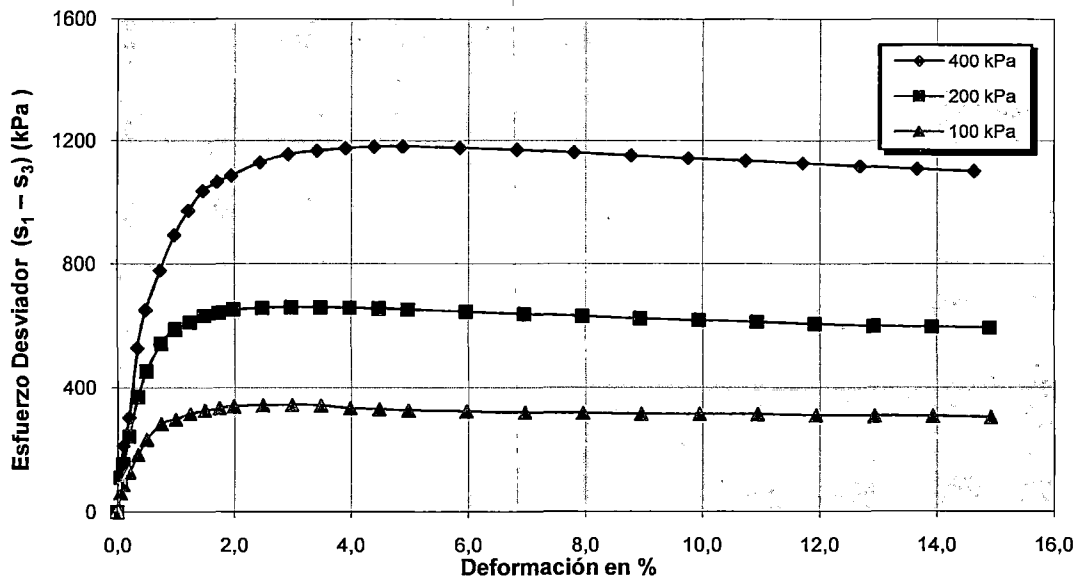
24-jul-09

Descripción **Arena**

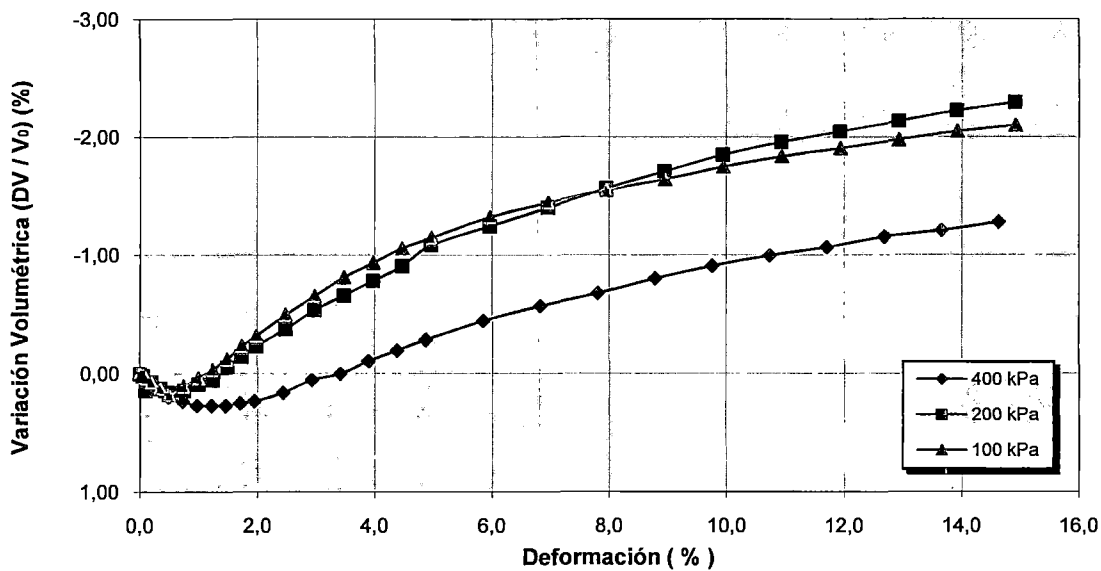
Estado : Remoldeado

Clasificación :

**DEFORMACIÓN vs. ESFUERZO**



**DEFORMACIÓN vs. VARIACIÓN VOLUMÉTRICA**



Realizado por:

TBP

Ingresado por:

TOM

Revisado por:

CSM

Fecha:

24-jul-09

**ENSAYO DE COMPRESIÓN TRIAXIAL**  
Consolidado - Drenado (CD)

LABORATORIO GEOTECNICO

Nombre del Proyecto: Tesis

Cliente: Geinfranco Villalta Neyra

Nº de Proyecto

Nº Informe de Lab

Ubicación

Solicitado por

Geinfranco Villalta Neyra

Nº de muestra

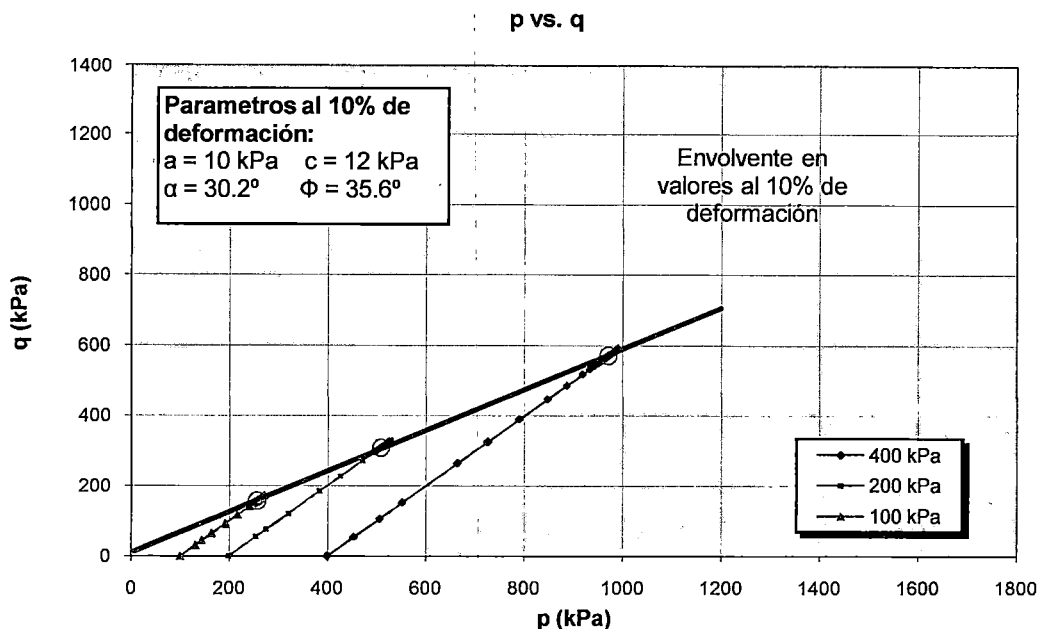
Fecha

24-jul-09

Descripción: Arena

Estado: Remoldeado

Clasificación:



**Observaciones:**

Los parámetros de resistencia cortante reportados podrían ser reinterpretados en caso ser considerado pertinente por un profesional competente en geotecnia.

Las muestras han sido proporcionadas e identificadas por el solicitante

Realizado por:

Ingresado por:

Revisado por:

Fecha:

TBP

TOM

CSM

24-jul-09

## ENSAYO DE COMPRESIÓN TRIAXIAL

Consolidado - No drenado (CU)

ASTM - D4767

Nº de Proyecto

Nº Informe de Lab

Ubicación

Solicitado por Geinfranco Villalta Neyra

Nº de muestra

Obs. La muestra fue lavada para eliminar la sal

Fecha

27-jul-09

Descripción

Arena

Estado : Remoldeado

Clasificación:

Etapa de consolidación	Inicial	Final
Altura (cm)	14,53	14,44
Diámetro (cm)	7,05	7,03
Humedad (%)	3,30	14,46
Densidad seca (gr/cc)	1,717	1,738

Velocidad (pulg/min)	0,01
Parámetro "B"	0,93
Presión de celda kPa	676
Contra presión kPa	276
Esf. Efect. Inicial kPa	400

Deformación (%)	Esf. Desv. kPa	m kPa	s <sub>3</sub> kPa	s <sub>1</sub> kPa	p kPa	q̄ kPa	q̄ / p̄	Oblicuidad (s <sub>1</sub> /s <sub>3</sub> )
0,00	0,00	0,00	400,00	400,00	400,00	0,00	0,00	1,00
0,05	56,20	6,89	393,11	449,31	421,21	28,10	0,07	1,14
0,10	198,09	15,17	384,83	582,92	483,88	99,04	0,20	1,51
0,19	318,41	28,96	371,04	689,45	530,25	159,20	0,30	1,86
0,35	521,46	53,09	346,91	868,37	607,64	260,73	0,43	2,50
0,49	650,90	65,50	334,50	985,40	659,95	325,45	0,49	2,95
0,75	804,08	71,71	328,29	1132,38	730,34	402,04	0,55	3,45
1,00	882,54	66,88	333,12	1215,66	774,39	441,27	0,57	3,65
1,24	929,20	60,67	339,33	1268,53	803,93	464,60	0,58	3,74
1,49	990,32	47,57	352,43	1342,74	847,59	495,16	0,58	3,81
1,73	1026,09	40,68	359,32	1385,41	872,36	513,04	0,59	3,86
1,99	1066,09	29,65	370,35	1436,44	903,40	533,04	0,59	3,88
2,48	1171,66	8,27	391,73	1563,39	977,56	585,83	0,60	3,99
2,99	1192,62	-7,58	407,58	1600,20	1003,89	596,31	0,59	3,93
3,48	1251,51	-26,20	426,20	1677,71	1051,95	625,75	0,59	3,94
3,97	1285,27	-37,23	437,23	1722,50	1079,87	642,64	0,60	3,94
4,48	1330,44	-51,71	451,71	1782,16	1116,93	665,22	0,60	3,95
4,97	1358,09	-62,05	462,05	1820,14	1141,10	679,04	0,60	3,94
5,96	1411,72	-82,05	482,05	1893,77	1187,91	705,86	0,59	3,93
6,96	1456,87	-99,28	499,28	1956,16	1227,72	728,44	0,59	3,92
7,96	1494,40	-113,76	513,76	2008,16	1260,96	747,20	0,59	3,91
8,95	1522,20	-125,48	525,48	2047,69	1286,59	761,10	0,59	3,90
9,95	1544,19	-136,52	536,52	2080,70	1308,61	772,09	0,59	3,88
10,93	1562,87	-144,79	544,79	2107,66	1326,22	781,43	0,59	3,87
11,92	1571,66	-151,68	551,68	2123,34	1337,51	785,83	0,59	3,85
12,92	1582,75	-157,89	557,89	2140,64	1349,27	791,38	0,59	3,84
13,92	1590,12	-162,72	562,72	2152,84	1357,78	795,06	0,59	3,83
14,91	1602,27	-168,23	568,23	2170,51	1369,37	801,14	0,59	3,82

Observaciones:

Los parámetros de resistencia cortante reportados podrían ser reinterpretados en caso ser considerado pertinente por un profesional competente en geotecnia.

Las muestras han sido proporcionadas e identificadas por el solicitante

Realizado por:

TBP

Ingresado por:

TOM

Revisado por:

CSM

Fecha:

27-jul-09

## ENSAYO DE COMPRESIÓN TRIAXIAL

Consolidado - No drenado (CU)

ASTM - D4767

N° de Proyecto

N° Informe de Lab

Ubicación

Solicitado por

Geinfranco Villalta Neyra

N° de muestra

Obs. La muestra fue lavada para eliminar la sal

Fecha

27-jul-09

Descripción

Arena

Estado : Remoldeado

Clasificación:

Etapa de consolidación	Inicial	Final
Altura (cm)	14,56	14,49
Diámetro (cm)	7,06	7,05
Humedad (%)	3,30	15,06
Densidad seca (gr/cc)	1,704	1,720

Velocidad (pulg/min)	0,01
Parámetro "B"	0,90
Presión de celda kPa	476
Contra presión kPa	276
Esf. Efect. Inicial kPa	200

Deformación (%)	Esf. Dev. kPa	m kPa	s <sub>3</sub> kPa	s <sub>1</sub> kPa	p̄ kPa	q̄ kPa	q̄ / p̄	Oblicuidad (s <sub>1</sub> /s <sub>3</sub> )
0,00	0,00	0,00	200,00	200,00	200,00	0,00	0,00	1,00
0,05	88,83	6,89	193,11	281,94	237,52	44,42	0,19	1,46
0,10	148,54	13,10	186,90	335,44	261,17	74,27	0,28	1,79
0,19	232,34	20,68	179,32	411,66	295,49	116,17	0,39	2,30
0,35	335,76	27,58	172,42	508,18	340,30	167,88	0,49	2,95
0,51	431,37	28,27	171,73	603,10	387,42	215,68	0,56	3,51
0,75	519,31	19,99	180,01	699,32	439,66	259,66	0,59	3,88
0,99	586,51	7,58	192,42	778,93	485,67	293,26	0,60	4,05
1,24	640,55	-4,83	204,83	845,37	525,10	320,27	0,61	4,13
1,50	693,73	-18,62	218,62	912,35	565,48	346,87	0,61	4,17
1,74	731,09	-29,65	229,65	960,73	595,19	365,54	0,61	4,18
1,99	767,13	-41,37	241,37	1008,50	624,93	383,56	0,61	4,18
2,49	836,28	-62,74	262,74	1099,02	680,88	418,14	0,61	4,18
2,98	881,06	-79,29	279,29	1160,35	719,82	440,53	0,61	4,15
3,49	918,15	-92,39	292,39	1210,54	751,46	459,07	0,61	4,14
3,98	953,87	-105,49	305,49	1259,36	782,43	476,94	0,61	4,12
4,48	979,43	-115,14	315,14	1294,58	804,86	489,72	0,61	4,11
4,97	1007,88	-126,86	326,86	1334,75	830,81	503,94	0,61	4,08
5,96	1045,77	-142,72	342,72	1388,49	865,61	522,89	0,60	4,05
6,96	1061,75	-157,89	357,89	1419,64	888,77	530,88	0,60	3,97
7,95	1099,70	-167,54	367,54	1467,24	917,39	549,85	0,60	3,99
8,95	1121,02	-177,88	377,88	1498,91	938,40	560,51	0,60	3,97
9,94	1132,90	-184,09	384,09	1516,99	950,54	566,45	0,60	3,95
10,94	1140,69	-190,30	390,30	1530,99	960,64	570,35	0,59	3,92
11,93	1154,55	-195,81	395,81	1550,36	973,09	577,28	0,59	3,92
12,92	1163,84	-199,95	399,95	1563,79	981,87	581,92	0,59	3,91
13,92	1178,31	-204,08	404,08	1582,40	993,24	589,16	0,59	3,92
14,91	1193,02	-206,84	406,84	1599,86	1003,35	596,51	0,59	3,93

Observaciones:

Los parámetros de resistencia cortante reportados podrían ser reinterpretados en caso ser considerado pertinente por un profesional competente en geotecnia.

Las muestras han sido proporcionadas e identificadas por el solicitante

Realizado por:

TBP

Ingresado por:

TOM

Revisado por:

CSM

Fecha:

27-jul-09

## ENSAYO DE COMPRESIÓN TRIAXIAL

Consolidado - No drenado (CU)

ASTM - D4767

Nº de Proyecto

Nº Informe de Lab

Ubicación

Solicitado por

Geinfranco Villalta Neyra

Nº de muestra

Obs. La muestra fue lavada para eliminar la sal

Fecha

27-jul-09

Descripción

Arena

Estado : Remoldeado

Clasificación:

Etapa de consolidación	Inicial	Final
Altura (cm)	14,55	14,49
Diámetro (cm)	7,07	7,06
Humedad (%)	3,30	16,10
Densidad seca (gr/cc)	1,703	1,714

Velocidad (pulg/min)	0,01
Parámetro "B"	0,93
Presión de celda kPa	376
Contra presión kPa	276
Esf. Efect. Inicial kPa	100

Deformación (%)	Esf. Dev. kPa	m kPa	$\bar{s}_3$ kPa	$\bar{s}_1$ kPa	$\bar{p}$ kPa	$\bar{q}$ kPa	$\bar{q} / \bar{p}$	Oblicuidad (s1/s3)
0,00	0,00	0,00	100,00	100,00	100,00	0,00	0,00	1,00
0,05	45,05	4,83	95,17	140,23	117,70	22,53	0,19	1,47
0,10	78,83	11,03	88,97	167,80	128,39	39,42	0,31	1,89
0,19	125,34	17,93	82,07	207,42	144,75	62,67	0,43	2,53
0,35	179,23	20,68	79,32	258,55	168,93	89,62	0,53	3,26
0,51	219,85	16,55	83,45	303,30	193,38	109,92	0,57	3,63
0,75	273,74	5,52	94,48	368,22	231,35	136,87	0,59	3,90
0,99	325,00	-7,58	107,58	432,59	270,08	162,50	0,60	4,02
1,24	372,20	-21,37	121,37	493,57	307,47	186,10	0,61	4,07
1,50	422,77	-37,92	137,92	560,69	349,31	211,38	0,61	4,07
1,75	456,75	-48,95	148,95	605,70	377,33	228,38	0,61	4,07
1,99	477,32	-55,85	155,85	633,16	394,51	238,66	0,60	4,06
2,50	537,96	-76,53	176,53	714,49	445,51	268,98	0,60	4,05
2,98	590,12	-94,46	194,46	784,58	489,52	295,06	0,60	4,03
3,49	638,11	-111,70	211,70	849,80	530,75	319,05	0,60	4,01
3,98	667,91	-124,11	224,11	892,02	558,06	333,96	0,60	3,98
4,49	692,91	-131,69	231,69	924,60	578,15	346,46	0,60	3,99
4,97	723,90	-143,41	243,41	967,31	605,36	361,95	0,60	3,97
5,97	771,30	-162,03	262,03	1033,33	647,68	385,65	0,60	3,94
6,96	802,55	-175,13	275,13	1077,67	676,40	401,27	0,59	3,92
7,96	832,95	-187,54	287,54	1120,48	704,01	416,47	0,59	3,90
8,95	847,10	-193,74	293,74	1140,84	717,29	423,55	0,59	3,88
9,97	866,92	-203,40	303,40	1170,31	736,85	433,46	0,59	3,86
10,96	873,72	-208,22	308,22	1181,94	745,08	436,86	0,59	3,83
11,96	882,65	-212,36	312,36	1195,01	753,68	441,32	0,59	3,83
12,95	888,59	-216,50	316,50	1205,08	760,79	444,29	0,58	3,81
13,95	894,06	-220,63	320,63	1214,70	767,66	447,03	0,58	3,79
14,94	896,09	-223,39	323,39	1219,48	771,44	448,05	0,58	3,77

Observaciones:

Los parámetros de resistencia cortante reportados podrían ser reinterpretados en caso ser considerado pertinente por un profesional competente en geotecnia.

Las muestras han sido proporcionadas e identificadas por el solicitante.

Realizado por:

TBP

Ingresado por:

TOM

Revisado por:

CSM

Fecha:

27-jul-09

## ENSAYO DE COMPRESIÓN TRIAXIAL

Consolidado - No drenado (CU)

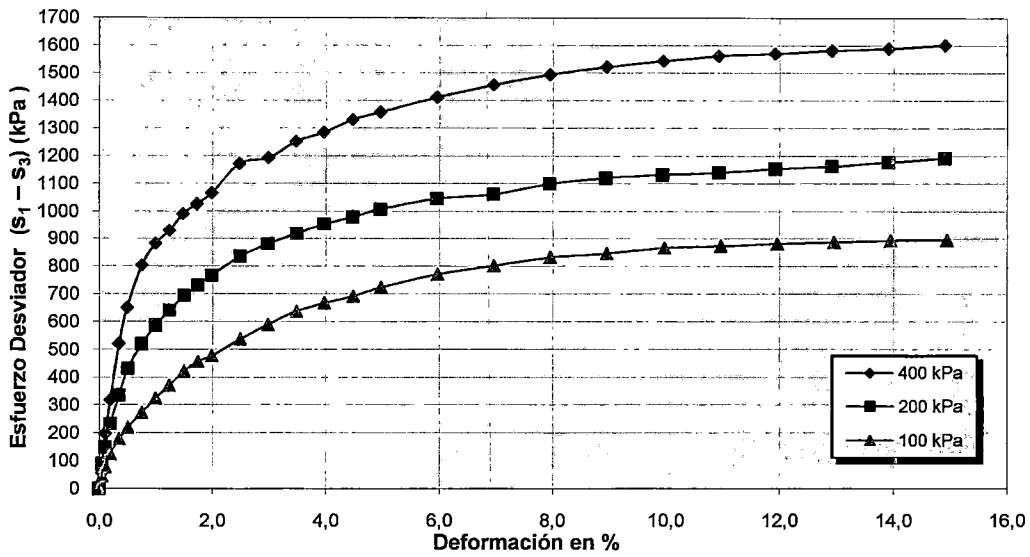
ASTM - D4767

Nº de Proyecto		Nº Informe de Lab	
Ubicación		Solicitado por	Geinfranco Villalta Neyra
Nº de muestra	Obs. La muestra fue lavada para eliminar la sal	Fecha	27-jul-09
Descripción	Arena		

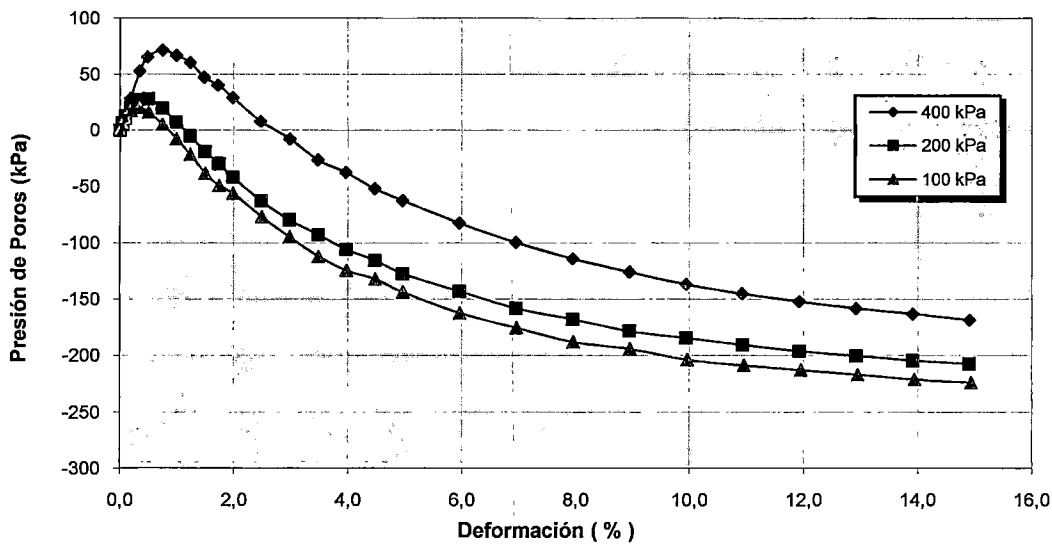
Estado : Remoldeado

Clasificación :

### ESFUERZO vs. DEFORMACIÓN



### PRESIÓN DE POROS vs. DEFORMACIÓN



Realizado por: TBP      Ingresado por: TOM      Revisado por: CSM      Fecha: 27-jul-09

## ENSAYO DE COMPRESIÓN TRIAXIAL

Consolidado - No drenado (CU)

ASTM - D4767

Nº de Proyecto

Nº Informe de Lab

Ubicación

Solicitado por

Geinfranco Villalta Neyra

Nº de muestra

Obs. La muestra fue lavada para eliminar la sal

Fecha

27-jul-09

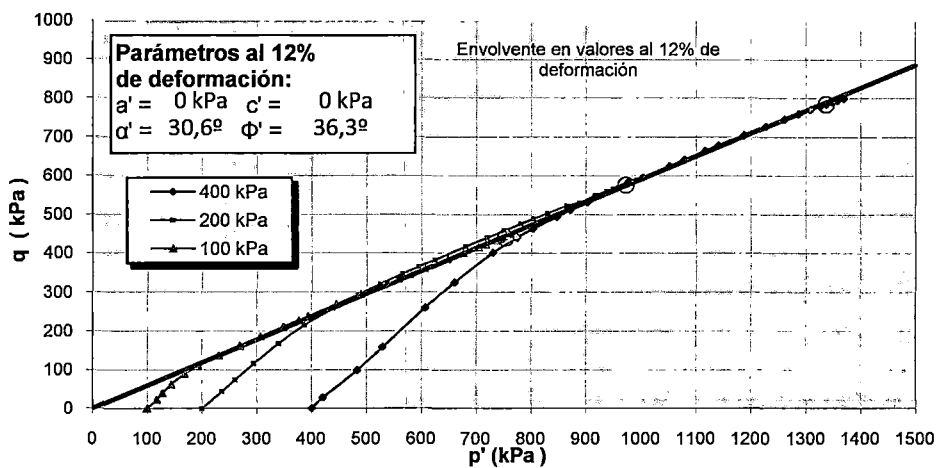
Descripción

Arena

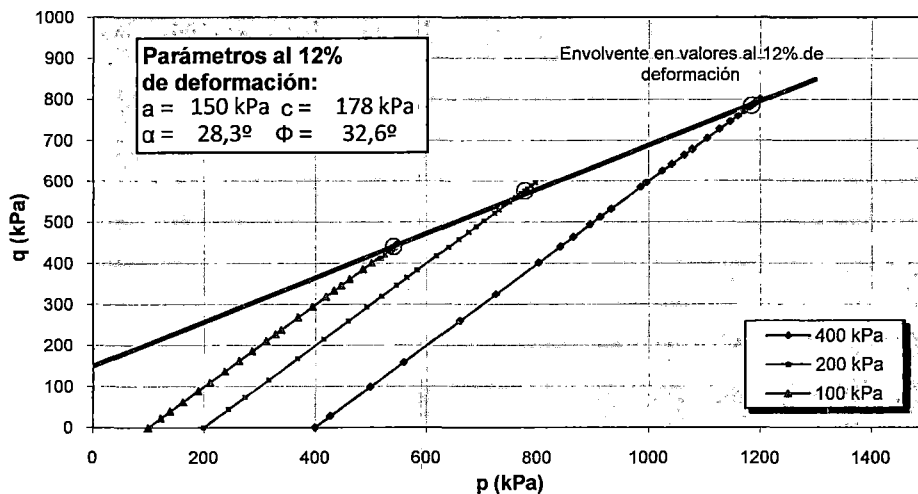
Estado : Remoldeado

Clasificación :

### TRAYECTORIA DE ESFUERZOS



### p vs. q



#### Observaciones:

Los parámetros de resistencia cortante reportados podrían ser reinterpretados en caso ser considerado pertinente por un profesional competente en geotecnia.

Las muestras han sido proporcionadas e identificadas por el solicitante

Realizado por:

TBP

Ingresado por:

TOM

Revisado por:

CSM

Fecha:

27-jul-09



## ENSAYO DE COMPRESIÓN TRIAXIAL

Consolidado - No drenado (CU)

ASTM - D4767

Nº de Proyecto		Nº Informe de Lab	
Ubicación		Solicitado por	Geinfranco Villalta Neyra
Nº de muestra	Obs. La muestra fue lavada para eliminar la sal	Fecha	27-jul-09
Descripción	Arena		

Estado : Remoldeado

Clasificación :

### PANEL FOTOGRAFICO



#### Observaciones:

Los parámetros de resistencia cortante reportados podrían ser reinterpretados en caso ser considerado pertinente por un profesional competente en geotecnia.

Las muestras han sido proporcionadas e identificadas por el solicitante

Realizado por:	Ingresado por:	Revisado por:	Fecha:
TBP	TOM	CSM	27-jul-09

<b>CESEL</b> <b>INGENIEROS</b> LABORATORIO GEOTÉCNICO Y DE CONCRETO	<b>REGISTRO</b>	Código: LGC-P-01-G2-F2-S
	<b>INFORME DE RESULTADOS DE ENSAYOS</b>	Versión: 01 Aprobado: CSGILGC Fecha: 15/05/2009 Página: 1 de 3

N° de informe: LGC-09-105

Fecha de emisión: 03/06/2009

**ENSAYO DE CONSOLIDACIÓN UNIDIMENSIONAL**  
**NTP 339.154 / ASTM D 2435**

Código del proyecto: 072700

Fecha de recepción: 26/05/2009

Solicitante: Bach. Ing. Geinfranco Villalta N.

Proyecto: Trabajo de Investigación

Ubicación: Marcona

Sondeo: C - 22

Muestra: M - 1

Profundidad (m): 1.00 - 3.00

Tallado: Anillo muestreador

Condición del ensayo: Inundada

Método de ensayo: Método A

Método para Cv: Deformación-raíz de tiempo

Clasif. SUCS : SP

Estado : Remoldeado

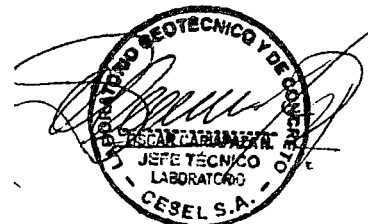
DATOS DEL ESPECÍMEN		
Altura (h)	(cm)	1.99
Diámetro (Ø)	(cm)	5.00
Grav. Esp. Rel. Sól. (Gs)		70.82

Grado de Saturación Inicial (S <sub>i</sub> )	(%)	7.6%
Grado de Saturación Final (S <sub>f</sub> )	(%)	66.0%
Humedad Inicial ω <sub>o</sub>	(%)	2.0%
Humedad Final ω <sub>f</sub>	(%)	18.1%
Peso seco inicial	(g)	62.64
Peso seco final	(g)	62.64
Relación de vacíos inicial (e <sub>i</sub> )		0.722
Relación de vacíos final (e <sub>f</sub> )		0.757

ETAPA DE CARGA							
TIEMPO (minutos)	LECTURAS DEL DIAL DE DEFORMACIÓN						
	0,1 kg/cm <sup>2</sup>	0,2 kg/cm <sup>2</sup>	0,4 kg/cm <sup>2</sup>	0,8 kg/cm <sup>2</sup>	1,6 kg/cm <sup>2</sup>	3,2 kg/cm <sup>2</sup>	6,4 kg/cm <sup>2</sup>
0.00	0.000	0.092	0.140	0.210	0.298	0.398	0.522
0,13 (8 seg.)	0.078	0.124	0.186	0.262	0.364	0.486	0.634
0,25 (15 seg.)	0.079	0.126	0.190	0.276	0.378	0.498	0.638
0,50 (30 seg.)	0.080	0.128	0.192	0.278	0.380	0.504	0.642
1.00	0.082	0.13	0.196	0.282	0.384	0.506	0.646
2.00	0.084	0.132	0.198	0.286	0.387	0.510	0.650
4.00	0.086	0.134	0.202	0.290	0.391	0.514	0.655
8.00	0.088	0.137	0.206	0.294	0.395	0.518	0.660
15.00	0.092	0.140	0.210	0.298	0.398	0.522	0.665
30.00	0.092	0.140	0.210	0.298	0.398	0.522	0.665
60 (1 hora)	0.092	0.140	0.210	0.298	0.398	0.522	0.665
120 (2 horas)	0.092	0.140	0.210	0.298	0.398	0.522	0.665
240 (4 horas)	0.092	0.140	0.210	0.298	0.398	0.522	0.665
480 (8 horas)	0.092	0.140	0.210	0.298	0.398	0.522	0.665
960 (16 horas)	0.092	0.140	0.210	0.298	0.398	0.522	0.665
1440 (24 horas)	0.092	0.140	0.210	0.298	0.398	0.522	0.665
2880 (48 horas)	0.092	0.140	0.210	0.298	0.398	0.522	0.665

ETAPA DE DESCARGA							
TIEMPO (minutos)	LECTURAS DEL DIAL DE DEFORMACIÓN						
	3,2 kg/cm <sup>2</sup>	1,6 kg/cm <sup>2</sup>	0,8 kg/cm <sup>2</sup>	0,4 kg/cm <sup>2</sup>	0,2 kg/cm <sup>2</sup>	0,1 kg/cm <sup>2</sup>	0,0 kg/cm <sup>2</sup>
0.00	0.665	0.634	0.600	0.567	0.534	0.502	0.478
1.00	0.634	0.60	0.567	0.534	0.502	0.478	0.426
2.00	0.634	0.60	0.567	0.534	0.502	0.478	0.422
4.00	0.634	0.60	0.567	0.534	0.502	0.478	0.417
8.00	0.634	0.60	0.567	0.534	0.502	0.478	0.412
15.00	0.634	0.60	0.567	0.534	0.502	0.478	0.407

Observaciones :



N° de informe: **LGC-09-105**

Fecha de emisión: 03/06/2009

**ENSAYO DE CONSOLIDACIÓN UNIDIMENSIONAL**  
**NTP 339.154 / ASTM D 2435**

Código del proyecto : 072700

Fecha de recepción : 26/05/2009

Solicitante : Bach. Ing. Gianfranco Villalta N.

Proyecto : Trabajo de Investigación

Ubicación : Marcona

Sondeo : C - 22

Muestra : M - 1

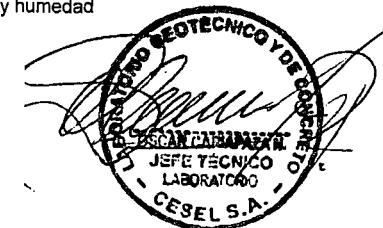
Profundidad (m) : 1.00 - 3.00

Clasif. SUCS : SP

Estado : Remoldeado

Carga Aplicada (kg/cm <sup>2</sup> )	Lectura Final (mm)	Asentamiento (mm)	Altura Promedio (mm)	Altura Drenada (mm)	Densidad Seca (g/cm <sup>3</sup> )	Relación de vacíos (e)	Consolidación (%)	Coef.de Consolidación (cm <sup>2</sup> /min)
0.00	0.000	0.000	19.900	9.950	1.603	0.722	0.00	
0.10	0.092	0.092	19.808	9.904	1.611	0.714	0.46	
0.20	0.140	0.140	19.760	9.880	1.614	0.710	0.70	0.086
0.40	0.210	0.210	19.690	9.845	1.620	0.703	1.06	0.103
0.80	0.298	0.298	19.602	9.801	1.628	0.696	1.50	0.339
1.60	0.398	0.398	19.502	9.751	1.636	0.687	2.00	0.587
3.20	0.522	0.522	19.378	9.689	1.646	0.676	2.62	0.494
6.40	0.665	0.665	19.235	9.618	1.659	0.664	3.34	0.185
3.20	0.634	0.634	19.266	9.633	1.656	0.667	3.19	
1.60	0.600	0.600	19.300	9.650	1.653	0.670	3.02	
0.80	0.567	0.567	19.333	9.667	1.650	0.673	2.85	
0.40	0.534	0.534	19.366	9.683	1.647	0.675	2.68	
0.20	0.502	0.502	19.398	9.699	1.645	0.678	2.52	
0.10	0.478	0.478	19.422	9.711	1.643	0.680	2.40	
0.00	0.407	0.407	19.493	9.747	1.637	0.686	2.05	

Observaciones : La muestra ha sido proporcionada e identificada por el solicitante, la muestra se remoldeo a la densidad seca 1.77gr/cm<sup>3</sup> y humedad de w=1.00%, los datos de remoldeo fueron autorizados por el solicitante. La muestra presenta sales.



N° de informe: *LGC-09-105*

Fecha de emisión: 03/06/2009

**ENSAYO DE CONSOLIDACIÓN UNIDIMENSIONAL**  
**NTP 339.154 / ASTM D 2435**

Código del proyecto : 072700

Fecha de recepción : 26/05/2009

Solicitante : Bach. Ing. Gianfranco Villalta N.

Proyecto : Trabajo de Investigación

Ubicación : Marcona

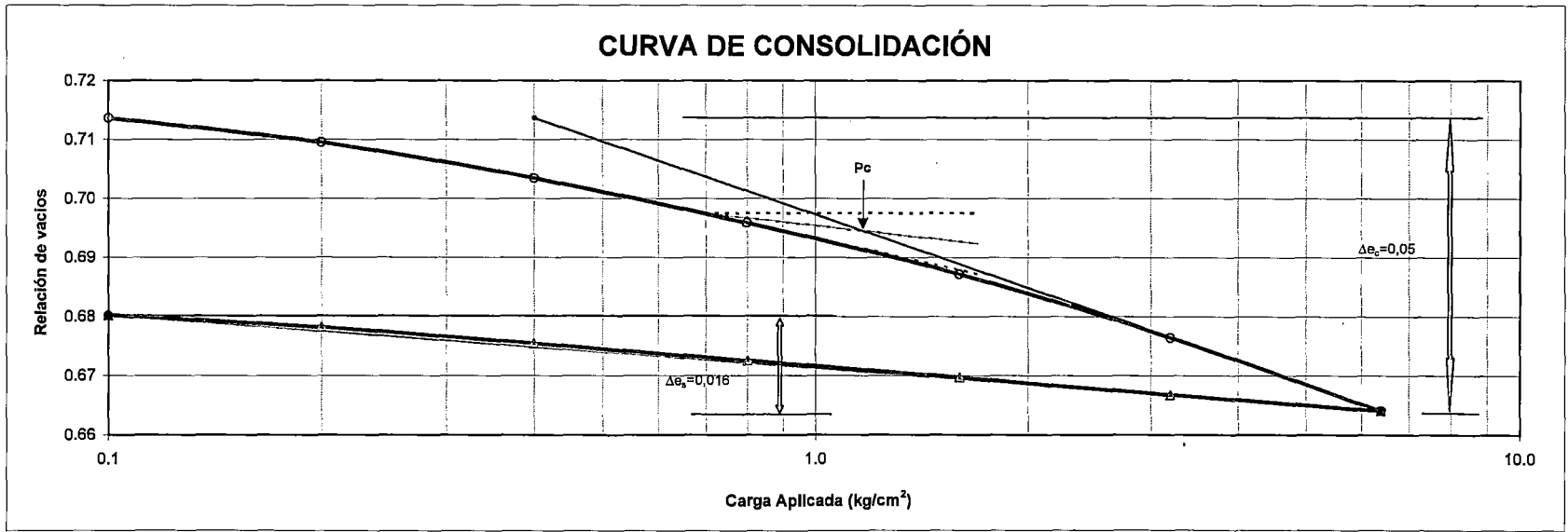
Sondeo : C - 22

Muestra : M - 1

Profundidad (m) : 1.00 - 3.00

Clasif. SUCS : SP

Estado : Remoldeado



Presión de Pre-consolidación	Pc:	1.172	kg/cm <sup>2</sup>
Índice de Compresión	Cc:	0.041	
Índice de Expansión	Cs:	0.009	

Δec : 0.050  
 Δes : 0.016



N° de informe : **LGC-09-105**

Fecha de emisión : **29/05/09**

**ENSAYO DE CORTE DIRECTO**  
NTP 339,171/ ASTM D 3080

Código del proyecto : 072700

Fecha de recepción : 26/05/2009

Solicitante : Bach. Ing. Gianfranco Villalta N.

Proyecto : Trabajo de Investigación

Ubicación : Marcona

Sondeo : C - 22

Muestra : M - 1

Profundidad (m): 1.00 - 3.00

Clasificación (SUCS): SP

Estado de la muestra : Remoldeado

Velocidad de ensayo : 0.30 mm/min

DATOS		ESPECIMEN 01		ESPECIMEN 02		ESPECIMEN 03	
Esfuerzo Normal	(kg/cm <sup>2</sup> )	0.50		1.00		2.00	
Etapas		Inicial	Final	Inicial	Final	Inicial	Final
Altura	(cm)	2.00	1.97	2.00	1.96	2.00	1.95
Lado	(cm)	6.00	6.00	6.00	6.00	6.00	6.00
Peso seco	(g)	127.60	127.60	127.60	127.60	127.60	127.60
Densidad Húmeda	(g/cm <sup>3</sup> )	1.79	2.12	1.79	2.11	1.79	2.11
Humedad	(%)	1.00	17.49	1.00	16.93	1.00	16.30
Densidad Seca	(g/cm <sup>3</sup> )	1.77	1.80	1.77	1.81	1.77	1.82

ESPECIMEN 01			ESPECIMEN 02			ESPECIMEN 03		
Deform. Tangencial (%)	Esfuerzo de Corte		Deform. Tangencial (%)	Esfuerzo de Corte		Deform. Tangencial (%)	Esfuerzo de Corte	
	Tangencial (kg/cm <sup>2</sup> )	Normalizado (kg/cm <sup>2</sup> )		Tangencial (kg/cm <sup>2</sup> )	Normalizado (kg/cm <sup>2</sup> )		Tangencial (kg/cm <sup>2</sup> )	Normalizado (kg/cm <sup>2</sup> )
0.00	0.09	0.17	0.00	0.09	0.09	0.00	0.09	0.04
0.05	0.15	0.29	0.05	0.19	0.19	0.05	0.32	0.16
0.10	0.20	0.40	0.10	0.30	0.30	0.10	0.53	0.27
0.25	0.35	0.71	0.25	0.67	0.67	0.25	1.20	0.60
0.50	0.41	0.83	0.50	0.79	0.79	0.50	1.35	0.67
0.75	0.43	0.86	0.75	0.82	0.82	0.75	1.41	0.71
1.00	0.43	0.86	1.00	0.85	0.85	1.00	1.44	0.72
1.25	0.43	0.87	1.25	0.86	0.86	1.25	1.46	0.73
1.50	0.43	0.86	1.50	0.86	0.86	1.50	1.50	0.75
2.00	0.42	0.84	2.00	0.85	0.85	2.00	1.50	0.75
2.50	0.41	0.82	2.50	0.83	0.83	2.50	1.50	0.75
3.00	0.40	0.80	3.00	0.83	0.83	3.00	1.47	0.73
3.50	0.40	0.79	3.50	0.80	0.80	3.50	1.46	0.73
4.00	0.39	0.78	4.00	0.79	0.79	4.00	1.44	0.72
4.50	0.39	0.77	4.50	0.78	0.78	4.50	1.42	0.71
5.00	0.38	0.77	5.00	0.77	0.77	5.00	1.41	0.70
6.00	0.38	0.76	6.00	0.77	0.77	6.00	1.41	0.70
7.00	0.38	0.76	7.00	0.76	0.76	7.00	1.40	0.70
8.00	0.39	0.78	8.00	0.77	0.77	8.00	1.39	0.69
9.00	0.40	0.79	9.00	0.77	0.77	9.00	1.40	0.70
10.00	0.40	0.81	10.00	0.76	0.76	10.00	1.39	0.70
11.00	0.41	0.81	11.00	0.76	0.76	11.00	1.39	0.70
12.00	0.40	0.81	12.00	0.76	0.76	12.00	1.40	0.70
13.00	0.41	0.81	13.00	0.77	0.77	13.00	1.40	0.70
14.00	0.41	0.81	14.00	0.77	0.77	14.00	1.40	0.70
15.00	0.41	0.82	15.00	0.77	0.77	15.00	1.41	0.70

Observaciones : La muestra ha sido proporcionada e identificada por el solicitante, la muestra se remoldeo a la densidad seca 1.77gr/cm<sup>3</sup> y humedad de w=1.00%, los datos de remoldeo fueron autorizados por el solicitante.



<b>CESEL</b> <b>INGENIEROS</b> LABORATORIO GEOTÉCNICO Y DE CONCRETO	<b>REGISTRO</b>	Código: LGC-P-01-G2-F3-S
	<b>INFORME DE RESULTADOS DE ENSAYOS</b>	Revisión : 01 Aprobado : CSGILGC Fecha : 15/05/2009 Página : 2 de 2

Nº de Informe : *LGC-09-105*

Fecha de emisión: 29/05/2009

ENSAYO DE CORTE DIRECTO  
NTP 339,171/ ASTM D 3080

Código del proyecto : 072700  
 Solicitante : Bach. Ing. Gianfranco Villalta N.  
 Proyecto : Trabajo de Investigación

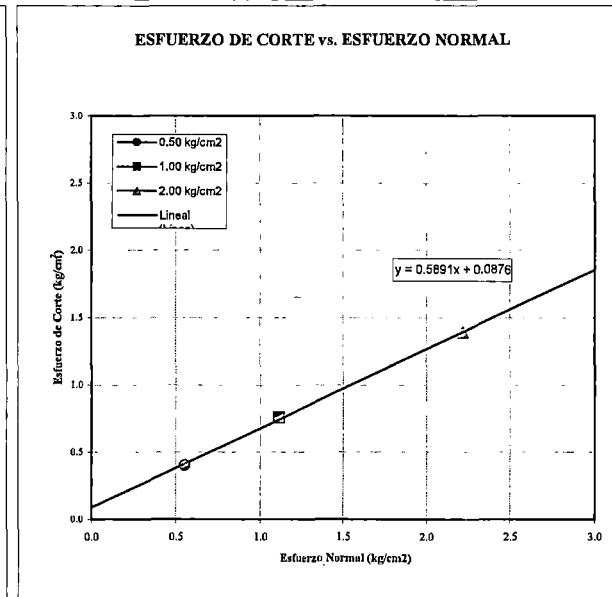
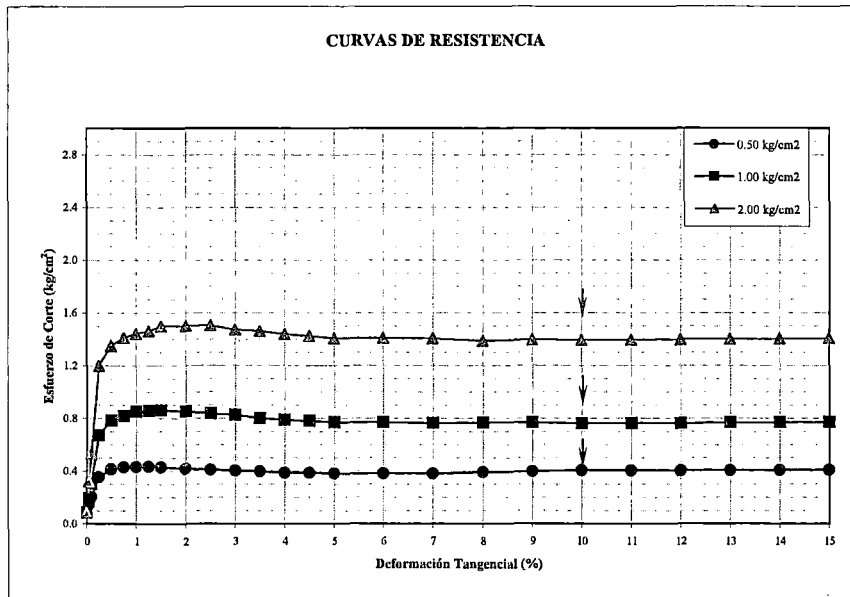
Fecha de recepción : 26/05/2009

Ubicación : Marcona

Sondeo : C - 22  
 Profundidad (m) : M - 1  
 Muestra : 1.00 - 3.00

Clasificación SUCS : SP  
 Estado de la Muestra : Remoldeado

RESULTADOS:	
$C' =$	0.09 kg/cm <sup>2</sup>
$\phi' =$	30.5 °



**Observación** La muestra ha sido proporcionada e identificada por el solicitante, la muestra se remoldeo a la densidad seca 1.77gr/cm3 y humedad de w=1.00%, los datos de remoldeo fueron autorizados por el solicitante.

Av. Jose Galvez Barrenechea 634 Corpac  
 San Isidro - Lima  
 Telf 705-5000 email : laboratorio@cesel.com.pe

