## **UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA**

## FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

## **SECCIÓN DE POSTGRADO**



DETERMINACIÓN DE CONFIGURACIONES FLUIDODINÁMICAS SUPERSÓNICAS DE UN TÚNEL AERODINÁMICO PARA INCREMENTAR LA EFICIENCIA DE LOS ÁLABES DE LOS MOTORES DE TURBINAS A GAS

TESIS: PARA OPTAR EL GRADO DE MAESTRO EN INGENIERÍA AERONÁUTICA

## **MENCIÓN: MOTORES DE TURBINAS A GAS**

Ing. VARGAS RONCAL ELMER RAUL

LIMA – PERÚ 2011

Digitalizado por:

Consorcio Digital del Conocimiento MebLatam, Hemisferio y Dalse

#### RESUMEN

El propósito de la Tesis es analizar y comprobar las diferentes configuraciones fluidodinámicas del flujo que ocurre en los álabes de una turbina agas de un motor aeronáutico en un túnel aerodinámico supersónico (TAS), siendo este una herramienta fundamental en la investigación científica en el campo de la Mecánica de Fluidos; para ello se utilizo la metodología de gabinete, haciendo un análisis de Flujo Isentrópico (FI) interno y externo, después de Flujo Compresible (FC) con presencia de ondas de choque (WC), para luego mencionar sus aplicaciones en Flujo Unidimensional (FU), calculando los diferentes parámetros termodinámicos y concluyendo con el dimensionado mas apropiado del TAS para dichos álabes, los que producirán la expansión supersónica en las turbinas; datos que se pueden usar en el futuro de diseño y construcción de un TAS muy útil en el campo de la investigación científica. Este trabajo concluye con una breve descripción del equipamiento necesario y sus respectivas recomendaciones.

PALABRAS CLAVE:

TAS (Túnel Aerodinámico Supersónico)
FI (Flujo Isentrópico)
FC (Flujo Compresible)
FU (Flujo Unidimensional)
WC (Onda de choque)

#### ABSTRACT

The purpose matter of thesis is to analyze and to verify the different configurations flow that happening to run through buckets in a aeronautic engine on win tunnel supersonic that its fundamental too in scientific research of mechanic fluids fields to will be made profitable methodology theoretical, doing analysis of inside and outside isentropic flow, before compressible flow with waves shock presence, immediately to mention your applications on one-dimensional flow and estimating different thermodynamic parameters and concluding with the size or design of TAS but best for this buckets ended on supersonic expantion of flow in turbine, its data will can use in TAS future design and construction, doing very important research scientific field.

This work end with a longest note equipment description necessary and his respective recommendations.

WORDS KEYLOCK:

TAS (Tunnel Aerodynamic Supersonic)FI (Flow Isentropic)FC (Flow Compressible)FU (Flow Unidensional)WC (wave shock)

## **INTRODUCCIÓN**

No existen antecedentes en el país en el diseño de túneles aerodinámicos que funcionen a tan altas velocidades, es decir aquellos túneles que superen la velocidad del sonido, independientemente de las aplicaciones y usos que se les puedan dar.

La situación actual de la Aeronáutica en el Perú es cada día más relevante y el avance científico de su entorno tiene un carácter vertiginoso que nos compromete de una manera ineludible a contar con una de las herramientas más importantes para el análisis fluidodinámico experimental: el túnel de viento aerodinámico supersónico, y así contribuir con el sector industrial que demanda de alguna manera tecnología de punta en el campo aeronáutico y su verificación experimental en esta sofisticada herramienta; ya que los métodos numéricos y la más sofisticada informática no pueden aplicarse para dicha verificación; es necesario hacerla en los túneles Aerodinámicos. También es necesario proporcionar una configuración fluido dinámica supersónica del túnel, destinado a las verificaciones en materia de motores de turbinas a gas u otras aplicaciones, implicaría un sin número de ventajas en: investigación científica, enseñanza superior, industria, modelaje, etc. es por esto que es una necesidad imperiosa contar con uno de ellos.

Así mismo, se recomienda la construcción y operación de este equipo con cierta prudencia por profesionales y/o técnicos idóneos en la materia ya que podría ocasionar accidentes graves de no contar con la experiencia y conocimiento debidos. El problema antes mencionado se logró con el resultado diseñado para varias configuraciones fuidodinámicas especialmente para números de Mach iguales a 1.4 , 1.8 , 2.2 , 2.4 y 2.8 . Resultados que están en el capitulo 4, con ello se apunta a conseguir más configuraciones aplicadas, por ejemplo, a nuestros aviones supersónicos Mig29 y Sukhoy 22 y otros como el Mirage 2000 que aun tenemos en la Fuerza Aérea del Perú.

Estas configuraciones se pueden aplicar a los álabes de las turbinas de aviones incluso comerciales en la secciones de prueba que están dimensionados en esta tesis para lo cual se harán los ajustes correspondientes.

Además, se consiguió las configuraciones empleando un diseño Vitoschinnski modificado y se obtuvo relaciones de parámetros geométricos punto a punto según se notará en función del número de Mach obteniéndose así las configuraciones buscadas; y que evidentemente influirán en la eficiencia.

La Tesis, se ha desarrollado en seis (6) capítulos que se describen de la siguiente manera:

En el primer capítulo, se trata sobre los aspectos genéricos de la investigación.

En el segundo capítulo, se presenta el marco teórico de la investigación del flujo compresible ya sea interno o externo responsables de la presencia de las ondas choque y sus condiciones de ocurrencia.

En el tercer capítulo, se observan las aplicaciones del flujo unidimensional que se dan en túneles de viento y la determinación de los diferentes parámetros termodinámicos.

El cuarto capítulo, se aborda el diseño, funcionamiento y uso del túnel de viento supersónico.

El quinto capítulo, se mencionan los equipos de medición usados en los túneles así como las formas de uso de los mismos.

El sexto capítulo, finalmente se hace la discusión de los resultados y la contrastación de la hipótesis de investigación, con las observaciones y conclusiones pertinentes.

Para culminar, se inserta un apéndice en el que se incluyen tablas y gráficos adicionales.

## ÍNDICE

RESUMEN INTRODUCCIÓN ÍNDICE SIMBOLOGÍA	2 4 7 9
<b>CAPÍTULO Ι</b>	,
ASPECTOS GENÉRICOS DE LA INVESTIGACIÓN	
1.1. Antecedentes	12
1.2. Problemática	12
1.3. Formulación del problema	13
1.4. Objetivos	13
1.5. Hipótesis	14
1.6. Variables	14

1.7.	Indicadores

### CAPÍTULO II

### MARCO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1. FL	UJO INTERNO	15
2.1.1.	El gas perfecto	17
2.1.2.	Proceso isentrópico	18
2.1.3.	Velocidad del sonido	19
2.1.4.	Flujo estacionario adiabático e isentrópico	22
2.1.5.	Relaciones del número de Mach	24
2.1.6.	Relaciones isentrópicas de presión y densidad	25
2.1.7.	Ecuación de Bernoulli	26
2.1.8.	Valores críticos en punto sónico	27
2.1.9.	Fórmulas útiles del aire	28
2.1.10.	Flujo isentrópico con cambio de área	29
2.1.11.	Relaciones para un gas perfecto	32
2.1.12.	Bloqueo	33
2.1.13.	Onda de choque normal	35
2.1.14.	Relaciones con el número de Mach	37
2.1.15.	Operación con tobera de De-Laval	41
2.1.16.	Tobera convergente divergente	43
2.2. FL	UJO EXTERNO	47
2.2.1.	Ondas de Mach	48
2.2.2.	Onda de choque oblicua	50

## CAPÍTULO III

### APLICACIONES DE FLUJO UNIDIMENSIONAL

3.1.	Condiciones de equilibrio a través de toberas	55
3.2.	Distribución de velocidad en sección de túneles aerodinámicos	59

7

- 14

3.3. Condiciones de flujo en circuito del túnel de viento supersónico 61 3.4. Medida de la presión en puntos de estagnación o estancamiento 63 Medida de presiones estáticas..... 3.5. 65 Determinación de la dirección de la velocidad..... 3.6. 67 Medida de la temperatura de estancamiento..... 3.7. 69 CAPÍTULO IV **DISEÑO DEL TÚNEL SUPERSÓNICO** Funcionamiento de túneles aerodinámicos 70 4.1. 4.2. Usos de los túneles aerodinámicos. 73 4.3. Visualización del flujo..... 74 44 Cálculos y datos de diseño del túnel 78 Predimensionado de la fortcámara 78 4.4.1Predimensionado de la tobera supersónica..... 79 4.4.2 Predimensionado de la cámara de pruebas 79 4.4.3 Predimensionado del cono de contracción..... 444 80 445 Predimensionado del difusor 81 45 Características del perfil..... 82 Diseño de sección de prueba ..... 83 4.5.1 4.5.2 Tobera de entrada 84 Condiciones de diseño para el flujo..... 4.6. 86 Condiciones en la sección de escape..... 47 89 4.8. Tobera de escape..... 90 49 91 Sección de escape..... Cálculo de coeficientes aerodinámicos..... 92 4.10**CAPÍTULO V EQUIPAMIENTO** 96 5.1. Fluidos y manómetros..... 98 5.2. Manómetros múltiples..... 100 El tubo de Pitot estático..... 5.3. 101 5.4. Temperatura del flujo..... 101 5.5. Balanzas **CAPÍTULO VI DISCUSIÓN DE RESULTADOS** 103 CONTRASTACIÓN DE LA HIPÓTESIS 104 CONCLUSIONES 106 RECOMENDACIONES 108 BIBLIOGRAFÍA 110 ANEXOS 114 115 Vista isométrica del túnel 116 Gráfico a escala del túnel Tablas de diseño de los conos 117

8

## SIMBOLOGÍA

- (A) Área del sistema
- (A\*) Área crítica
- (A<sub>0</sub>) Área de entrada
- (A<sub>1</sub>) Área en el punto 1
- (A<sub>2</sub>) Área en el punto 2
- (b) Envergadura
- (C') Velocidad del sistema
- (C) Cuerda del perfil
- (c) Velocidad del sonido
- (c<sub>0</sub>) Velocidad del sonido en el punto de estancamiento
- (c<sub>v</sub>) Calor específico a volumen constante
- (c<sub>P</sub>) Calor específico a presión constante
- (C<sub>L</sub>) Coeficiente de sustentación
- (C<sub>D</sub>) Coeficiente de arrastre
- (C<sub>f</sub>) Coeficiente de fricción
- (D) Diámetro
- (D<sub>h</sub>) Diámetro hidráulico
- (D) Fuerza de arrastre
- (E) Módulo de elasticidad
- (F) Fuerza
- (f) Coeficiente de Darcy
- (G) Gasto o flujo másico
- (g) Aceleración de la gravedad
- (H) Entalpía del sistema
- (H) Altura genérica
- (h<sub>0</sub>) Entalpía de estancamiento
- (h<sub>1</sub>) Altura en el punto 1
- (h<sub>2</sub>) Altura en el punto 2
- (K) Módulo de compresibilidad
- (k<sub>e</sub>) Constante de salida
- (L<sub>e</sub>) Longitud equivalente
- (L\*) Longitud crítica
- (L) Fuerza de sustentación
- (l<sub>e</sub>) Longitud de cámara
- (M) Peso molecular

- (M) Número de Mach
- (M<sub>1</sub>) Número de Mach antes del choque
- (M<sub>2</sub>) Número de Mach después del choque
- (M\*) Mach crítico
- (M<sub>e</sub>) Mach de salida
- (m) Masa del sistema
- (p) Presión estática
- (p') Presión real
- (P<sub>0</sub>) Presión de estancamiento
- (P<sub>e</sub>) Presión de salida
- (P<sub>d</sub>) Presión de diseño
- (P<sub>b</sub>) Contrapresión
- (p<sub>k</sub>) Presión en el punto k
- (P<sub>u</sub>) Potencia útil
- (Q) Caudal
- (q) Calor unitario
- (q) Presión dinámica
- (q) Coeficiente de utilización
- (R) Constante universal de gases
- (Re) Número de Reynolds
- (r) Radio
- (s) Entropía
- (s<sub>0</sub>) Entropía de estancamiento
- (T) Temperatura absoluta
- (T<sub>0</sub>) Temperatura de estancamiento
- (T\*) Temperatura crítica
- (.t.) Tiempo en segundos
- (U) Velocidad de partícula
- (u) Energía interna
- (V) Velocidad del fluido
- (V<sub>n</sub>) Velocidad normal
- (V<sub>t</sub>) Velocidad tangencial
- (V<sub>nl</sub>) Velocidad normal antes del choque
- (V<sub>n2</sub>) Velocidad normal después del choque
- (V<sub>t1</sub>) Velocidad tangencial antes del choque
- (V<sub>t2</sub>) Velocidad tangencial después del choque
- (w) Trabajo unitario
- (x) Constante adiabática
- (x.) Distancia horizontal
- (x<sub>cp</sub>) Abcisa del centro de presiones

### Notación Griega:

- (α) Ángulo de ataque
- (β) Parámetro angular
- ( $\beta$ ) Ángulo de choque
- (  $\gamma$  ) Constante adiabática
- (δ) Pendiente de cámara
- $(\theta)$  Ángulo de deflexión
- $(\Phi)$  Función de tangentes
- (η) Eficiencia de cámara
- ( p ) Densidad absoluta
- $(\rho_0)$  Densidad de estancamiento
- (σ) Coeficiente de Poisson
- $(\sigma)$  Área unitaria
- (τ) Esfuerzo tangencial
- (µ) Ángulo de Mach
- (ω) Ángulo de Prandtl Mayer

Palabra<sup>(1)</sup> Supraíndice Palabra<sub>(1)</sub> Subíndice Fórmula [1] Referencia

## **CAPÍTULO I**

## ASPECTOS GENÉRICOS DE LA INVESTIGACIÓN

#### **1.1. ANTECEDENTES**

En el Perú no existen antecedentes del presente trabajo, tal es así, que sería la primera vez que se trate de generar acercamientos técnicos para el futuro diseño de un túnel aerodinámico supersónico que sirva de base para hacer Investigación en el área de la Mecánica de Fluidos.

#### **1.2. PROBLEMÁTICA**

La determinación de las configuraciones fluidodinamicas de un túnel, son imprescindibles para tener datos confiables y poder medir la eficiencia de los álabes de las turbinas a gas, que estén de acuerdo a la teoría y poder comparar dichos datos con la realidad para tener confiabilidad y estar seguros de que lo que tenemos está de acuerdo con la teoría respectiva; es por eso, que al no contar con un túnel de viento supersónico, se hace imperiosa la necesidad de contar con uno, pero esto no es posible en el Perú, ya que no existe ningún túnel de este tipo para poder hacer tales verificaciones.

#### 1.3. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

¿De qué manera las configuraciones fluidodinámicas supersónicas, influyen en incrementar la eficiencia de los álabes de los motores de turbinas a gas ?

#### **1.4. OBJETIVOS**

#### **OBJETIVO GENERAL**

Determinar configuraciones fluidodinámicas supersónicas para incrementar la eficiencia de los álabes de los motores de turbinas a gas para un túnel aerodinámico.

#### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

1. Calcular de la eficiencia de los álabes de las turbinas a gas (k).

2. Calcular los coeficientes de sustentación de los álabes (CL)

3. Dimensionamiento de las partes del túnel aerodinámico.

### 1.5. HIPÓTESIS

Las configuraciones fluidodinámicas supersónicas de un túnel incrementan la eficiencia de los álabes de los motores de turbinas a gas

#### **1.6. VARIABLES**

Variable dependiente (VD): eficiencia de los álabes de los motores de las turbinas a gas.

Variable independiente (VI): configuraciones fluidodinámicas supersónicas.

#### **1.7. INDICADORES**

#### 1.7.1 VD:

- Eficiencia (k)
- Coeficiente de sustentación (C<sub>L</sub>)

### 1.7.2. VI :

- Radio de entrada (r<sub>e</sub>)
- Radio de salida (r<sub>s</sub>)
- Altura (h)
- Longitud (L)
- Número de Mach (M)

## **CAPÍTULO II**

# MARCO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN 2.1.- FLUJO INTERNO

Una de las propiedades importantes de un fluido compresible es la velocidad del sonido, y es fundamental para las consideraciones de la variación de la densidad en dicho fluido y que implica el concepto del número de Mach (M), que también es fundamental para analizar todo tipo de flujo. Se tocará brevemente este aspecto más adelante para indicar cuando se puede despreciar la compresibilidad inherente a cualquier fluido real. Se tiene que el criterio adecuado para considerar casi incompresible un flujo es que el número de Mach sea pequeño:  $M = V/c \ll 1$ , en lo posible menor de 0,3 y donde V es la velocidad relativa del flujo y c la velocidad del sonido en el fluido.

Si el número de Mach es pequeño, las variaciones de densidad del fluido suelen ser también pequeñas; la ecuación de la energía queda desacoplada, y los defectos de la temperatura pueden ser omitidos o relegados a un estudio posterior. La ecuación de estado se transforma en el enunciado simple de que la densidad es constante.

En el presente capítulo, se estudia los flujos compresibles, con números de Mach superiores a 0,3 y que discurren dentro de un entorno interno de nuestro sistema que presentan variaciones apreciables de densidad. Cuando las variaciones de densidad son significativas, la ecuación de estado nos señala que las variaciones de presión y temperatura también lo son. Esas grandes variaciones de temperatura implican que la ecuación de la energía no puede suprimirse. Por tanto, el problema se complica al pasar de dos a cuatro ecuaciones a respetar:

- Ecuación de continuidad
- Ecuación de cantidad de movimiento
- Ecuación de la energía
- Ecuación de estado.

Que deben ser resueltas simultáneamente para obtener las cuatro incógnitas: presión. densidad, temperatura y velocidad. Por todo ello, la teoría general del flujo compresible es muy complicada y vamos a realizar algunas simplificaciones, especialmente suponer flujo adiabático reversible o isentrópico, para luego hacer las correcciones del caso.

Veremos que hay al menos 2 configuraciones de flujo que dependen fuertemente de variaciones de densidad muy pequeñas (del orden de los milésimos): la acústica y la convección natural. Aquí vamos a considerar sólo aquellos flujos compresibles en los que la velocidad es del mismo orden de magnitud que la velocidad del sonido. Veamos algunos conceptos básicos:

#### 2.1.1. GAS PERFECTO

En principio, los cálculos de flujos compresibles se pueden llevar a cabo con cualquier ecuación de estado, y que involucran problemas para usar tablas de vapor, de gases o sobre líquidos. Pero de hecho, la mayor parte de los análisis se van a referir a gases perfectos con calores específicos constantes<sup>(1)</sup>  $\mathbf{p} = \rho \mathbf{RT}$  .....(1)  $\mathbf{R} = \mathbf{c_p} - \mathbf{c_v} = \mathbf{const}$  .....(2)  $\gamma = \mathbf{c_p}/\mathbf{c_v} = \mathbf{const}$  .....(3)

En todos los gases reales,  $c_p$ ,  $c_v y \gamma$  varían con la temperatura, aunque moderadamente; por ejemplo, el  $c_p$  del aire aumenta un 30% cuando la temperatura pasa de 0 a 2760 °C. Como es muy poco corriente que tengamos que trabajar con tales variaciones de temperatura, supondremos lógicamente que los calores específicos son constantes.

Las variaciones de energía interna  $\mathbf{u}$  y de la entalpía  $\mathbf{h}$  de un gas perfecto con calores específicos constantes vienen dadas por<sup>(1)</sup>

 $\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1 = \mathbf{c}_v(\mathbf{T}_2 - \mathbf{T}_1)$  .....(4)  $\mathbf{h}_2 - \mathbf{h}_1 = \mathbf{c}_p(\mathbf{T}_2 - \mathbf{T}_1)$  .....(5)

<sup>(1)</sup> J.H.Keenan y J.Kaye "Gas Tables" N.Y. 1968

Si los calores específicos son variables debemos integrar  $u = \int c_v dT$ y  $h = \int c_p dT$  o utilizar las tablas.

#### 2.1.2. PROCESO ISENTRÓPICO

La aproximación isentrópica es muy usual en la teoría de flujos compresibles. Las variaciones de entropía se calculan a partir de la primera y la segunda ley de la termodinámica.<sup>(3)</sup>

$$\mathbf{T} \, \mathbf{ds} = \mathbf{dh} - \mathbf{dp}/\rho \quad \dots \quad (6)$$

Introduciendo dh =  $c_p dT$  para un gas perfecto, sustituyendo  $\rho T = p/R$ y despejando ds, obtenemos:

$$\int ds = \int c_p \, dT/T - R \int dp/p \quad \dots \quad (7)$$

Si  $c_p$  es variable, se necesitan las tablas del gas, pero con  $c_p$  constante podemos tener resultados analíticos:

$$s_2 - s_1 = c_p \ln[T_2 / T_1] - R \ln[p_2 / p_1] = c_v \ln[T_2 / T_1] - R \ln[\rho_2 / \rho_1]$$
 (8)

Ecuación (8) que se usa para calcular la variación de entropía a través de una onda de choque el cual es un proceso irreversible. En flujo isentrópico,  $s_2 = s_1$  y obtenemos las relación potencial siguiente<sup>(3)</sup>

$$\mathbf{p}_{2}/\mathbf{p}_{1} = [\mathbf{T}_{2}/\mathbf{T}_{1}]^{\gamma/\gamma-1} = [\rho_{2}/\rho_{1}]^{\gamma}$$
 .....(9)

Esta relación será utilizada en el cálculo del túnel aerodinámico.

Ref [3] Pag. 432 Secc 13.5

#### 2.1.3. VELOCIDAD DEL SONIDO

La velocidad del sonido es la velocidad de propagación de un pulso muy chico de presión en un fluido en reposo. Es una propiedad termodinámica del fluido. Comencemos por analizar un pulso de intensidad finita (onda de presión) que se mueve a la izquierda a velocidad c hacia un fluido en reposo (p,  $\rho$ , T, V = 0), dejando detrás al fluido con otras propiedades ( $p+\Delta p$ ,  $\rho+\Delta p$ ,  $T+\Delta T$ ) y con velocidad:  $\Delta V$  hacia la izquierda, siguiendo a la onda, pero mucho más despacio. Estos efectos pueden ser calculados mediante el análisis de un volumen de control que incluya a la onda. Para evitar los términos no estacionarios que serían necesarios, se adopta el volumen de control que se mueve a la izquierda a velocidad c. La onda está ahora fija, y el fluido pasa de velocidad c a  $(c-\Delta c)$ . Las propiedades termodinámicas no se ven afectadas por este cambio y considerando flujo estacionario y unidimensional, la ecuación de continuidad quedará:

$$\rho \mathbf{A} \mathbf{c} = (\rho + \Delta \rho)(\mathbf{A})(\mathbf{c} - \Delta \mathbf{c})$$
 de donde:  $\Delta \mathbf{c} = \mathbf{c}[\Delta \rho / (\rho + \Delta \rho)]$ 

Esto prueba de que la velocidad inducida en el flujo es mucho menor que la velocidad de la onda c. En el límite de una onda de intensidad infinitesimal (onda sonora); esta velocidad es también infinitesimal. Por tanto, aunque la viscosidad del fluido sea alta, los efectos de fricción quedan destinados al interior de la onda. Análisis más profundos muestran que el espesor de las ondas de presión en gases es del orden de 10<sup>-5</sup>m a la presión atmosférica. Por ello podemos despreciar la fricción con fiabilidad y aplicar la ecuación de cantidad de movimiento unidimensional en la onda:

$$\Sigma F_{der} = m(V_{sal} - V_{ent}) \dots (10)$$

$$pA-(p+\Delta p)A = (\rho Ac)(c-\Delta V-c)$$

$$\Delta p = \rho c \Delta V \dots (11)$$

Combinando las ecuaciones de los incrementos de velocidad y de presión tenemos finalmente<sup>(1)</sup>

$$\mathbf{c}^2 = [\Delta \mathbf{p} / \Delta \mathbf{\rho}] \{1 + \Delta \mathbf{\rho} / \mathbf{\rho}\} \quad \dots \dots (12)$$

Cuanto mayor es la intensidad  $\Delta \rho / \rho$  de la onda, mayor es su velocidad, por ejemplo: las ondas de una explosión se mueven mucho más de prisa que las ondas sonoras. En el límite de intensidad infinitesimal,  $\Delta \rho \rightarrow 0$ , tenemos lo que hemos definido como velocidad del sonido "c" del fluido<sup>(1)</sup>

$$\mathbf{c}^2 = \delta \mathbf{p} / \delta \boldsymbol{\rho}$$
 .....(13)

En ondas sonoras de intensidad casi nula tenemos, por tanto, un proceso adiabático o isentrópico. La expresión correcta de la velocidad del sonido para un gas perfecto es:

$$c = (\gamma p/\rho)^{1/2} = (\gamma RT)^{1/2} \dots (14)$$

Vemos que la velocidad del sonido es función de la temperatura absoluta. Para el aire, con  $\gamma = 1,4$  y R = 287 [J/kg°k]. La Tabla siguiente muestra algunos valores típicos de diversos materiales comunes. En líquidos

En sólidos, se supone a veces que el módulo de compresibilidad es equivalente al módulo de elasticidad E de Young, pero de hecho su cociente depende del módulo o coeficiente de Poisson  $(\sigma)^{(2)}$ :

$$E/K = 3(1-2\sigma)$$
 .....(16)

Los dos son aproximadamente iguales cuando  $\sigma=1/3$ , que es aproximadamente lo que ocurre con los metales comunes en el campo de la Aeronáutica y otras industrias afines.

V	elocidad	del	sonido	en	diversos	materiales

		Material		<b>c</b> [m/s]
			Gases	
		$H_2$		1415
		He		1094
		Aire		343
		Ar		346
		CO <sub>2</sub>		291
		$CH_4$		202
		<sup>238</sup> UF <sub>6</sub>		99
			Líquidos	
		Glicerina		2033
		Agua		1630
		Mercurio		1586
		Alcohol		1313
			Sólidos	
		Aluminio		5633
		Acero		5533
		Madera		4400
		Hielo		3500
[*]	Frank M White	Mecánica de f	fluidos Pag.	562

(21°C y 1 bar)

[2] F Cheers Elements of Compressible flow Pag. 137

#### 2.1.4. FLUJO ESTACIONARIO, ADIABÁTICO E ISENTRÓPICO

Como se mencionó antes, la aproximación isentrópica simplifica enormemente el cálculo del flujo compresible. También ocurre con el flujo adiabático, aunque no sea isentrópico.

Considérese un gas a alta velocidad en las proximidades de una pared aislada. No hay trabajo de partes móviles. Por tanto, cualquier tubo de corriente del flujo satisface la ecuación de energía de flujo estacionario:

$$h_1 + 1/2V_1^2 + gz_1 = h_2 + 1/2V_2^2 + gz_2 - q + w \dots (17)$$
 [\*]

Donde el punto l está aguas arriba del 2. Deben revisarse los detalles y el desarrollo de las ecuaciones donde las variaciones de energía potencial en un gas son extremadamente pequeñas comparadas con los términos de energía cinética y entalpía. Por ello, despreciaremos los términos  $gz_1 y gz_2$ en nuestros análisis. Dentro de la capa límite viscosa y térmica los términos de transferencia de calor y trabajo de esfuerzos viscosos no son nulos. Pero fuera de la capa límite **q** y **w** son cero por definición. de modo que la corriente exterior satisface la relación:

$$h_1 + 1/2V_1^2 = h_2 + 1/2V_2^2 = const$$
 .....(18) [\*]

Donde la constante de esta ecuación es igual a la máxima entalpía  $(h_0)$  que puede alcanzar el fluido cuando se lo lleva al reposo adiabáticamente.

[\*] Ref. [6] Pag. 73 Secc 316

A este valor:  $(\mathbf{h}_0)$  lo denominamos entalpía de remanso, ó de estancamiento, del flujo. La ecuación anterior se puede reescribir:

$$h + 1/2 V^2 = h_0 = const$$
 .....(19)

Esto debe cumplirse para el flujo estacionario adiabático de cualquier fluido fuera de la capa límite. La pared puede ser una superficie de un cuerpo o la pared de un conducto. Normalmente, el espesor de la capa límite térmica  $\delta_T$  es mayor que el de la capa límite viscosa  $\delta_v$ , debido a que el número de Prandtl  $Pr = \mu c_p/k$  es menor que la unidad en la mayoría de los gases. Nótese que la entalpía de remanso varía dentro de la capa límite térmica, pero su valor medio es el mismo que en la corriente exterior debido al aislamiento de la pared.

En gases no perfectos o reales se necesitan tablas para hacer uso de la ecuación de la entalpía anterior. Pero en ellos: h = Cp T y la ecuación en la cual el calor especifico: Cp es constante, será:

$$Cp T + 1/2 V^2 = Cp T_0$$
 .....(20)

De aquí se deriva la definición de temperatura de remanso  $T_0$  del flujo adiabático de un gas perfecto, es decir, la temperatura que alcanzaría si se le decelerase hasta el reposo adiabaticamente.

Una interpretación alternativa de esta ecuación, se obtiene si hacemos que la temperatura absoluta T tienda a cero. de modo que la velocidad alcance un valor máximo:

$$V_{max} = [2h_0]^{1/2} = [2Cp T_0]^{1/2}$$
.....(21)

Sin añadir más energía, mediante trabajo de partes móviles o transferencia de calor, no puede aparecer una velocidad superior a ésta.

### 2.1.5. RELACIONES DEL NÚMERO DE MACH

Utilizando la ecuación de la velocidad del sonido, la ecuación de la energía se puede poner en forma adimensional con el número de Mach "M".

Dividiendo toda la ecuación por Cp T obtenemos :

$$1 + V^2 / [2CpT] = T_0 / T$$

Según la ley de gases perfectos,  $CpT = [\gamma R/(\gamma - 1)]T = c^2/(\gamma - 1)$ , de modo que la ecuación queda:

To/T= 1+ [ ( $\gamma$  -- 1)/2 ] M<sup>2</sup> .....(21") [\*\*]

Esta relación está representada en la figura 1 en función del número de Mach para  $\gamma = 1,4$ . Para M=5 la temperatura es T<sub>o</sub>/6. Como c  $\approx T^{1/2}$ , el cociente c<sub>0</sub>/c es :

$$c_0 / c = [T_0 / T]^{1/2} = [1 + \frac{1}{2} (\gamma - 1)M^2]^{1/2}$$
 .....(22)

[\*\*] James Irwin H. Mecánica de fluidos 2004 Pag. 432

24

Esta ecuación está también representada en la figura 1 siguiente, en donde, a M = 5, la velocidad del sonido se ha reducido al 41% de su valor de remanso.



Figura(2.1) Relaciones adiabáticas (T/T<sub>o</sub> y c/c<sub>o</sub>) e isentrópicas (p/p<sub>o</sub> y  $\rho/\rho_o$ ) en función del número de Mach, para  $\gamma = 1,4$ . (\*)

#### 2.1.6. RELACIONES ISENTRÓPICAS DE PRESIÓN Y DENSIDAD

Nótese que estas ecuaciones sólo requieren que el flujo sea adiabático, y se cumplen incluso en presencia de irreversibilidades como la fricción y a

(\*) Frank M. White "Mecanica de Fluidos" Pag. 565 Mc Graw Hill, Ed. 1995

través de ondas de choque. Si el flujo es además isentrópico, las relaciones de presión y densidad, en un gas perfecto, pueden ser calculadas a partir de:

Estas relaciones están, asimismo, representadas en la figura 1, en la que las magnitudes  $\mathbf{p}_0$  y  $\rho_0$  son la presión y densidad de remanso, respectivamente, esto es, la presión y la densidad que se alcanzarían si el flujo se detuviera isentropicamente.

En flujo adiabático pero no isentrópico  $p_0$  y  $\rho_0$  conservan su significado local, pero pueden variar a través del flujo a medida que lo hace la entropía por efecto de la fricción o de las ondas de choque. Las magnitudes  $h_0$ ,  $T_0$  y  $c_0$  son constantes en flujo adiabático no isentrópico.

#### 2.1.7. ECUACIÓN DE BERNOULLI

Si derivamos la ecuación de energía para un proceso adiabático tendremos:

Mientras que, la otra ecuación, si ds = 0 (proceso isentrópico),

Combinando ambas ecuaciones:  $dp/\rho + VdV = 0$  .....(27)

Que es exactamente la ecuación de Bernoulli, para flujo estacionario sin fricción y sin viscosidad, con efectos gravitatorios despreciables.

### 2.1.8. VALORES CRÍTICOS EN EL PUNTO SÓNICO

Los valores de remanso ( $c_0$ ,  $T_0$ ,  $\rho_0$ ,  $p_0$ ) son una referencia útil en flujo compresible, pero igualmente útiles son las condiciones sónicas: cuando M=1,0

Estas propiedades sónicas. o críticas, están marcadas con asteriscos: p\*,  $\rho$ \*, c\*, T\* y están relacionadas con las magnitudes de remanso, pero si hacemos en las ecuaciones anteriores M = 1,0 y  $\gamma$  = 1,4 resultará:

$$p^{*}/p_{0} = \{2/(\gamma+1)\}^{\gamma/(\gamma+1)} = 0,5283$$

$$p^{*}/p_{0} = \{2/(\gamma+1)\}^{1/(\gamma+1)} = 0,6339$$

$$T^{*}/T_{0} = 2/(\gamma+1) = 0,8333$$

$$c^{*}/c_{0} = \{2/(\gamma+1)\}^{1/2} = 0,9129$$
[\*]

En todo flujo isentrópico las condiciones críticas son constantes; en flujo adiabático no isentrópico c\* y T\* son constantes, y p\* y  $\rho$ \* son variables. La velocidad crítica V\* es igual a c\* por definición y a menudo se usa como referencia en flujo isentrópico o adiabático

<sup>[\*]</sup> Pag. 432 de Ref. [1]

#### 2.1.9. FÓRMULAS ÚTILES PARA EL AIRE

Como la mayoría de nuestros problemas se refieren al aire ( $\gamma = 1,4$ ), las relaciones tipo p/p<sub>0</sub> etc., están indicadas en tablas.

Los incrementos en número de Mach en esas tablas son grandes porque se trata de una simple guía: las ecuaciones originales son de manejo trivial con las nuevas calculadoras manuales. Hace 20 años, los textos incluían tablas extensas de flujo compresible con incrementos de 0,01 en el número de Mach. de forma que se pudiera interpolar con facilidad.

Para  $\gamma = 1,4$  obtenemos las siguientes expresiones de flujo isentrópico y adiabático

$$To/T = 1 + 0.2 M^2$$
(29)

$$\rho_{\rm o}/\rho = [1 + 0.2 \,\,{\rm M}^2]^{2.5} \tag{30}$$

$$\mathbf{p}_{0}/\mathbf{p} = [\mathbf{1} + \mathbf{0}, \mathbf{2} \ \mathbf{M}^{2}]^{3,5}$$
(31)

Si lo que se conoce son las propiedades del flujo, podemos despejar el número de Mach (de nuevo, con  $\gamma = 1,4$ ).

$$\mathbf{M}^{2} = 5\{\mathbf{To}/\mathbf{T} - 1\} = 5\{(\rho_{0}/\rho)^{2/5} - 1\} = 5\{(\mathbf{p}_{0}/\mathbf{p})^{2/7} - 1\}$$
(32)

Nótese que estas fórmulas son equivalentes a las ecuaciones de cantidad de movimiento y energía, adiabáticas y sin fricción. Relacionan la velocidad con las propiedades físicas del gas perfecto, pero no son la solución al problema fluido-dinámico. La solución completa se obtiene incluyendo la ecuación de continuidad, bien, unidimensional o multidimensionalmente. Estas fórmulas de flujo isentrópico son sencillas y conocidas, ayudándonos a resolver los problemas utilizando directamente las tablas.

#### 2.1.10. FLUJO ISENTRÓPICO CON CAMBIOS DE ÁREA

Combinando las relaciones de flujo adiabático y/o isentrópico con la ecuación de continuidad podemos estudiar problemas prácticos de flujos compresibles. Esta sección trata de la aproximación de flujo unidimensional.

Un flujo real, cumple la condición de no deslizamiento en la pared y el perfil de velocidad V(x,y) varía a través de la sección; sin embargo, si el cambio de área es pequeño y el radio de curvatura de la pared es grande y el flujo es aproximadamente unidimensional, con V $\approx$ V(x), como consecuencia de la pequeña variación de área A(x). Los flujos compresibles en toberaa y difusores no siempre satisfacen las condiciones anteriores; pero, de todas formas, empleamos la teoría unidimensional debido a su simplicidad. En flujo estacionario unidimensional la ecuación de continuidad es:

#### $\rho(\mathbf{x}) \mathbf{V}(\mathbf{x}) \mathbf{A}(\mathbf{x}) = \mathbf{m} = \text{const}$

Antes de aplicar esta teoría. podemos conocer algo más derivándola:

$$d\rho / \rho + dV/V + dA/A = 0$$

Recordemos, por conveniencia, las formas diferenciales de la ecuación de cantidad de movimiento sin fricción y velocidad del sonido :

Cantidad de movimiento:	$dp/\rho + VdV = 0$	[*]
Velocidad del sonido:	$dp = c^2 d\rho$	[*]

Podemos eliminar dp y dp para obtener una relación entre cambios de velocidad y área:

$$dV/V = [dA/A][1/(M^2-1)] = -dp/\rho V^2$$

Por inspección de esta fórmula, en lugar de resolverla, ésta nos revela un aspecto importante de los flujos compresibles: las variaciones de las propiedades cambian de signo en flujo subsónico y supersónico debido al término (M<sup>2</sup>-1). Hay configuraciones de variaciones de área en función del número de Mach.

En las secciones anteriores hemos visto flujos subsónicos (M<1); al aumentar el área la velocidad disminuye y la presión aumenta, por ejemplo, en un difusor subsónico. Pero en flujo supersónico (M> l) la velocidad aumenta al aumentar el área, como en una tobera supersónica. El mismo comportamiento, con cambio de signo aparece en las disminuciones de área, acelerándose el flujo subsónico y frenando el supersónico hasta el punto sónico (es decir cuando M = 1). Como una aceleración infinita es físicamente imposible, la última ecuación indica que dV debe ser finita cuando dA = 0. esto es, en un mínimo de área (en la garganta). Veamos como varían los diferentes parámetros según los regimenes y la geometría. (\*)

Geometría del conducto.	<u>Subsónico (M&lt;1)</u>	<u>Supersónico (M&gt;1)</u>
	Difusor subsónico	Tobera supersónica
d:A>0	dV<0	dV>0
	dp>0	dp<0
	Tobera subsónica	Difusor supersónico
dA<0	dV>0	dV <o< td=""></o<>
	dp<0	dp>0

La garganta o sección convergente-divergente puede acelerar suavemente el flujo desde subsónico hasta supersónico.

Esta es la única forma en que se puede producir un flujo supersónico expansionando un gas desde un depósito. La sección en un vientre o ensanchamiento no puede acelerar el flujo y el número de Mach se aleja de la condición sónica en lugar de acercarse a ella.

Aunque el flujo supersónico aguas abajo de una tobera exige una garganta sónica, el recíproco no es cierto: un flujo compresible puede pasar por una tobera sin alcanzar condiciones sónicas.(\*\*)

31

<sup>[\*]</sup> Pag. 6 de esta Tesis

<sup>[\*\*]</sup> Pag.30 de esta Tesis.

#### 2.1.11. RELACIONES PARA UN GAS PERFECTO (IDEAL)

Con la ecuación de los gases perfectos y las relaciones de flujo isentrópico podemos convertir la ecuación de continuidad en una expresión algebraica que relacione el número de Mach con el área. Igualemos el flujo másico al flujo másico sónico (que no tiene por qué presentarse)

$$\rho \mathbf{V} \mathbf{A} = \rho^* \mathbf{V}^* \mathbf{A}^*$$
$$\mathbf{A} / \mathbf{A}^* = [\rho^* / \rho] [\mathbf{V}^* / \mathbf{V}]$$

Los dos factores del segundo miembro son únicamente funciones del número de Mach en flujo isentrópico.

De las ecuaciones isentrópicas de presión y densidad, y de los valores críticos en el punto sónico, tenemos:

$$\rho^{*}/\rho = [\rho^{*}/\rho_{o}] [\rho_{o}/\rho] = \{ [2/(\gamma+1)] [1 + 1/2 (\gamma - 1) M^{2}] \}^{1/(\gamma-1)}$$
(33)

De las ecuaciones principales del número de Mach vistas anteriormente y las correspondientes a los valores críticos en el punto sónico resulta:

$$V^*/V = (\gamma RT^*)^{1/2}/V = [(\gamma RT^*)^{1/2}/V] (T^*/To)^{1/2} (To/T)^{1/2}$$
$$= 1/M \{ [2/(\gamma+1)] [1+1/2(\gamma-1)M^2]^{1/2} \}$$

Combinando esta última ecuación con la ecuación de continuidad se llega a lo siguiente:

$$A/A^{*} = (I/M) \left[ \left[ 1 + 1/2 \left( \gamma - 1 \right) M^{2} \right] / 1/2(\gamma + 1) \right]^{\binom{1}{2}} (\gamma + 1)/(\gamma - 1)$$
(34)

Para  $\gamma = 1,4$ , la ecuación anterior se puede escribir así:

$$A/A^* = (1/M) \left[ 1 + 0.2 M^2 \right]^3 / 1.728$$
(35)

Ecuación que posteriormente representaremos gráficamente. Ahora podremos resolver cualquier problema isentrópico unidimensional si conocemos, por ejemplo, la forma del conducto A(x) y las condiciones de remanso y suponemos que no hay ondas de choque.

La ecuación que representaremos gráficamente más adelante, muestra que el área mínima que puede haber en el flujo isentrópico en un conducto es la garganta o área crítica.

Todas las demás secciones deben tener área A mayor que  $A^*$ . En muchos flujos no llega a haber condiciones críticas y el flujo es subsónico o, más raramente, supersónico en todo el conducto.

#### 2.1.12. BLOQUEO

De la ecuación de continuidad vemos que  $A^*/A$  es igual a  $\rho V/\rho^*V^*$ , que es el gasto másico por unidad de área relativo al de las condiciones críticas. En la gráfica que representaremos veremos que este cociente pasa de cero, en M = 0, a uno, para M =1, y vuelve luego a cero a grandes M. Así, para condiciones de remanso dadas, el máximo gasto másico posible a través de un conducto tiene lugar cuando en la garganta hay condiciones críticas o sónicas. Decimos entonces que e1 conducto está bloqueado y no puede haber un gasto másico mayor, a menos que, se agrande la garganta, es decir, el área crítica. Si la garganta se constriñe más aún, el gasto másico debe disminuir a igualdad de las condiciones iniciales.

De las ecuaciones críticas tenemos que el máximo gasto másico es:

$$m_{\text{max}} = \rho^* \, \mathbf{V}^* A^* = \rho_0 \, (2/\gamma + 1)^{1/(\gamma - 1)} \, A^* [(2\gamma / \gamma + 1)(\mathbf{RT}_0)]^{\frac{1}{2}} =$$
$$= \gamma^{1/2} \, (2/\gamma + 1)^{(1/2) \, (\gamma + 1)/(\gamma - 1)} A^* \rho_0 \, (\mathbf{RT}_0)^{\frac{1}{2}}$$
(36)

Para  $\gamma = 1,4$ , esta expresión se reduce a:

$$m_{\text{max}} = 0,6847A^* \rho_0 (\text{RT}_0)^{\frac{1}{2}} = 0,6847 \rho_0 A^* / (\text{RT}_0)^{\frac{1}{2}}$$
 (37)

En flujo isentrópico para conductos, el máximo gasto másico posible es proporcional al área de la garganta y a la presión de remanso e inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la temperatura de remanso.



(Fuente: Frank M. White "Mecánica de Fluidos" Pág. 573, Ed. Mc Graw-Hill; New York; 1995)

#### Flujo subsónico:

Nótese que para cada valor de  $A/A^*$  hay dos soluciones posibles, una subsónica y otra supersónica. La solución adecuada no puede escogerse sin información adicional, por ejemplo, la presión o la temperatura en alguna sección del conducto.

#### 2.1.13. ONDA DE CHOQUE NORMAL

Una irreversibilidad habitual en flujos supersónicos es la onda de choque normal. Excepto a presiones muy bajas en que estas ondas de choque son muy delgadas (unas micras de espesor) y se comportan como discontinuidades en el campo fluido. Seleccionamos un volumen de control inmediatamente por delante y por detrás de la onda de choque.

El análisis se basa en que la onda de choque es una onda de presión intensa. Para calcular los cambios de todas las propiedades, no sólo la velocidad de la onda, sino que utilizaremos relaciones básicas de flujo estacionario unidimensional, en la sección aguas arriba y aguas abajo de la onda:

Continuidad:	$\rho_1 \operatorname{V}_1 = \rho_2 \operatorname{V}_2$	= G = const.	(38)
Cantidad de movimiento:	$\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2 = \boldsymbol{\rho}_2 \mathbf{V}_2$	$^{2} - \rho_{1} V_{1}^{2}$	(39)
Energía :	$h_1 + 1/2 V_1^2 =$	$h_2 + 1/2 V_2^2 = h_1^2$	$a_0 = \text{const}(40)$
Gas perfecto:	$p_1/\rho_1(T_1) = p_2$	$p/\rho_2(T_2)$	(41)
C <sub>p</sub> constante	$\mathbf{h} = \mathbf{C}_{\mathbf{p}} \mathbf{T}$	; $\gamma = \text{const}$	

Nótese que hemos suprimido las áreas, escribiendo:  $A_1 \approx A_2$ , lo que está justificado por la delgadez de la onda. Si suponemos conocidas las propiedades aguas arriba ( $p_1$ ,  $V_1$ ,  $\rho_1$ ,  $h_1$ ,  $T_1$ , ), las 5 ecuaciones anteriores, nos permiten calcular las 5 incógnitas: ( $p_2$ ,  $V_2$ ,  $\rho_2$ ,  $h_2$ ,  $T_2$ .). Debido a que aparece la velocidad al cuadrado, hay dos soluciones, de las cuales sólo es correcta aquella en que  $S_2>S_1$  como indica la segunda ley de la Termodinámica. Las velocidades  $V_1$  y  $V_2$  pueden ser eliminadas de las ecuaciones anteriores para llegar a la relación de Rankine-Hugoniot:

$$\mathbf{h}_2 - \mathbf{h}_1 = 1/2(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1)[1/\rho_2 + 1/\rho_1] \dots (42)$$

Esta relación solo contiene propiedades termodinámicas y es independiente de la ecuación de estado. Por la ecuación de gases perfectos:

la reescribimos en la forma:

$$\rho_2 / \rho_1 = [1 + \beta p_2 / p_1] / [\beta + p_2 / p_1] \dots (44)$$

donde:  $\beta = (\gamma + 1)/(\gamma - 1)$ 

Podemos comparar esta relación con la de flujo isentrópico, correspondiente a una onda de presión muy débil en un gas perfecto

$$\rho_2 / \rho_1 = (\mathbf{p}_2 / \mathbf{p}_1)^{1/\gamma}$$
 .....(45)

La variación de entropía a través de la onda de choque se puede calcular también; para un gas perfecto<sup>(6)</sup>:

 $(s_2 - s_1) / C_v = \ln[(p_2/p_1)(\rho_1/\rho_2)^{\gamma}]$  .....(46)
Suponiendo una cierta intensidad  $p_2/p_1$ , podemos calcular la relación de densidades y la variación de entropía para  $\gamma = 1,4$  y que se dan en la tabla(2):

<u>p<sub>2</sub>/p<sub>1</sub></u>	$\rho_2/\rho_1$	isentrópico	<u>∆s/Cv</u>
0,5	0,6154	0,6095	-0,0134
0,9	0,9275	0,9275	-0,00005
1,0	1,0	1,0	0,0
1,1	1,00704	1,00705	0,00004
2,0	1,6250	1,6407	0,0134

Vemos que la variación de entropía es negativa cuando la presión decrece al atravesar la onda, la cual vulnera la segunda ley de la Termodinámica.<sub>161</sub>

### 2.1.14. RELACIONES CON EL NÚMERO DE MACH

En un gas perfecto. las relaciones de las diversas propiedades a través de la onda de choque son únicamente función de  $\gamma$  y del número de Mach aguas arriba **M**<sub>1</sub>. Por ejemplo, si eliminamos  $\rho_2$  y V<sub>2</sub> de las ecuaciones de continuidad, de cantidad de movimiento y de energía, e introduciendo la entalpía:  $h = \gamma p/(\gamma - 1)\rho$ , obtenemos:

Ref. [6] Pag 89 para gas ideal con Cp y Cv constantes.

$$p_2/p_1 = (1/\gamma+1)[(2\rho_1V_1^2/p_1) - (\gamma-1)]$$

Pero en un gas perfecto  $\rho_1 V_1^2 / p_1 = \gamma V_1^2 / \gamma R T_1 = \gamma M_1^2$  de forma que la ecuación anterior es equivalente a:

$$\mathbf{p}_2/\mathbf{p}_1 = (1/\gamma - 1)[2\gamma \mathbf{M}_1^2 - (\gamma - 1)]$$
 .....(48)

En esta ecuación vemos que para cualquier  $\gamma$ ,  $p_2 > p_1$  sólo si  $M_1 > 1,0$ 

Así, el número de Mach aguas arriba de una onda de choque normal debe ser supersónico para satisfacer la segunda ley de la Termodinámica.

Veamos que ocurre con el numero de Mach aguas abajo. De la identidad  $\rho V^2 = \gamma p M^2$ , para gases perfectos, podemos deducir que:

Esta expresión relaciona el salto de presiones con ambos números de Mach. Igualando estas 2 últimas ecuaciones tenemos:

Como  $M_1$  debe ser supersónico esta ecuación predice que, para todo  $\gamma$ > 1.  $M_2$  debe ser subsónico. Por tanto, una onda de choque normal decelera bruscamente el flujo de condiciones supersónicas a condiciones subsónicas.

Análogamente, la manipulación de las ecuaciones principales: continuidad, cantidad de movimiento, energía, y de gases perfectos nos puede proporcionar numerosas relaciones para ondas de choque en gases perfectos

$$T_{01} = T_{02} = const.....(51)$$

38

$$\rho_{2} / \rho_{1} = [(\gamma+1)M_{1}^{2}] / [(\gamma-1)M_{1}^{2}+2] = V_{1}/V_{2}$$

$$T_{2} / T_{1} = [2+(\gamma-1)M_{1}^{2}] [2\gamma M_{1}^{2} - (\gamma-1)] / [(\gamma+1)^{2}M_{1}^{2}] \dots (52)$$

$$p_{02}/p_{01} = \rho_{02}/\rho_{01} = \{(\gamma+1)M_{1}^{2}/[2+(\gamma-1)M_{1}^{2}]\}^{\gamma/(\gamma-1)} \{(\gamma+1)/[2\gamma M_{1}^{2} - (\gamma-1)]\}^{1/(\gamma-1)}$$

De especial interés es el hecho de que la garganta sónica o crítica A\* aumenta al atravesar la onda de choque:<sup>[1]</sup>

$$(\mathbf{A}_{2}/\mathbf{A}_{1})^{*} = \mathbf{M}_{2}/\mathbf{M}_{1} \{ [2 + (\gamma - 1)\mathbf{M}_{1}^{2}] / [2 + (\gamma - 1)\mathbf{M}_{2}^{2}] \}^{(1/2)(\gamma + 1)/(\gamma - 1)} \dots (53)$$

Todas relaciones estas están tabuladas tablas; aparecen en representadas en la figura (4) en función de M<sub>1</sub> y para  $\gamma = 1,4$ . Vemos que la presión aumenta considerablemente mientras la temperatura y la densidad lo hacen moderadamente. El área critica A\* aumenta suavemente al principio y rápidamente después. Una falla típica en el cálculo de las ondas de choque es no tener en cuenta estos cambios de A\*. La temperatura de remanso permanece invariable, pero la presión y la densidad de remanso decrecen y en la misma proporción; esto es, el flujo a través de la onda de choque es adiabático pero no isentrópico. Otros principios básicos que gobiernan el comportamiento de las ondas de choque pueden ser resumidos así:

- 1. El flujo es supersónico aguas arriba y subsónico aguas abajo.
- En gases perfectos y también en los fluidos reales, las ondas de rarefacción son muy raras de presentarse, y únicamente puede haber ondas de compresión.

Ref. [1] Pag. 448



Fig. 2.2 Salto de magnitudes a través de una onda de choque normal. [1]
3. La entropía aumenta a través de la onda de choque, con la consiguiente disminución de la presión, la densidad de remanso y el aumento de A\*.

4. Las ondas de choque débiles son prácticamente isentrópicas.

Las ondas de choque normales no aparecen sólo en flujo supersónico en conductos, sino también en gran variedad de flujos externos. Un ejemplo es el flujo supersónico alrededor de un cuerpo romo. La onda de choque delantera es curva, con una parte esencialmente normal al flujo incidente. Esta región satisface las relaciones de variación de las propiedades expuestas. El flujo detrás de la onda de choque es subsónico y está a una

+

temperatura relativamente alta:  $T_2 > T_1$ , de modo que la transferencia convectiva de calor es especialmente alta en esta región.

Las partes no normales de la onda de choque satisfacen las relaciones de ondas oblicuas que veremos posteriormente.

## 2.1.15. OPERACIÓN CON TOBERAS DE LAVAL

Combinando las relaciones de flujo isentrópico y ondas de choque normales con el concepto de bloqueo sónico, podemos indicar las características de las toberas convergentes y divergentes.

#### **Tobera convergente**

Consideremos en primer lugar la tobera convergente de la figura 2.3-(a). Aguas arriba, hay un depósito con presión de remanso  $p_0$ .

El flujo se produce bajando la presión  $p_b$  a la salida, aguas abajo, por debajo de  $p_o$ , lo que origina las situaciones (*a*) y (*e*) que se muestran en la figura (b) y (c). Si  $p_b$  es moderadamente baja, situaciones (*a*) y (*b*), la presión en la garganta es mayor que la crítica: p\* que haría sónica a la garganta. El flujo es subsónico en toda la tobera y la presión de salida  $p_e$  es igual a  $p_b$ . El gasto másico predicho por la teoría isentrópica es menor que el valor crítico m<sub>max</sub> como muestra la figura (c).<sup>[1]</sup>

Ref. [1] Pag. 433



Fig.2.3 Funcionamiento de una tobera convergente: (a) geometría de la tobera mostrando las presiones características; (b) distribuciones de presión resultantes de distintas presiones en el exterior; (c) gasto másico en función de la presión exterior.

En la condición (c) la presión a la salida es exactamente igual a la crítica p\*. La garganta se hace sónica, el flujo de descarga es sónico con una presión:  $p_e = p_b$ , y el gasto másico es máximo.

Aguas arriba de la garganta el flujo es subsónico obedece a las relaciones isentrópicas basadas en la relación de áreas A(x)/A.

Finalmente, si  $p_b$  disminuye por debajo de p\*; en los casos (d) y (e), la tobera ya no responde porque el flujo está bloqueado en su valor máximo.

La garganta sigue siendo sónica con  $p_e = p^*$  y la distribución en la tobera es la misma que en el caso (c), como se muestra en la figura (b). A la salida el chorro se expande supersónicamente y la presión baja de p\* a  $p_b$ . Por ser supersónico, el chorro no puede enviar ninguna señal aguas arriba para variar las condiciones de la tobera. Si el depósito es muy grande o esta alimentado por un compresor, o si la cámara de descarga es grande o esta suplementada con una bomba de vacío, el funcionamiento será estacionario o casi estacionario.

En cualquier otro caso, el flujo irá disminuyendo, además  $p_o$ disminuirá y  $p_b$  aumentará, y el flujo irá cambiando desde la situación: (*e*) hasta la situación: (*a*). Los cálculos de esta descarga suelen hacerse suponiendo flujo casi estacionario e isentrópico, en función de los valores instantáneos de  $p_o(t)$  y  $p_b(t)$ .

#### 2.1.16. TOBERA CONVERGENTE-DIVERGENTE

Consideremos ahora una tobera convergente-divergente. Si la presión exterior  $p_b$  es suficientemente baja, habrá flujo supersónico en la parte divergente y pueden aparecer varias situaciones con ondas de choque, como se indica en la figura 6(b).



Fig.2.4 Funcionamiento de una tobera convergente-divergente: (a) geometría de la tobera con las posibles configuraciones del flujo; (b) distribuciones de presión originadas por distintas presiones en el exterior; (c) gasto másico en función de la presión exterior. [4]

En las situaciones: A y B de esta figura, la presión exterior no es lo suficientemente baja como para provocar flujo sónico en la garganta, y el flujo será subsónico en toda la tobera. La distribución de presiones se calcula a partir de las relaciones isentrópicas con cambio de área; por ejemplo, de

Ref. [4] Pág. 477

tablas para flujo isentrópico, la presión a la salida es  $p_e = p_b$ , y el chorro es subsónico.

En la situación C la relación de áreas  $A_e / A_t$  es igual a la crítica  $A_e / A^*$ para el M<sub>e</sub> subsónico como indican las tablas. La garganta se hace sónica y el gasto másico alcanza un máximo según se ve en la figura 2.4(c). El resto de la tobera es subsónica, incluyendo el chorro de salida, y  $p_e = p_b$ .

Pasemos momentáneamente a la configuración H. Aquí,  $p_b$  es tal que  $p_b / p_o$  es la que corresponde exactamente a la relación  $A_e / A^*$  para un  $M_e$  supersónico. La parte divergente es supersónica en su totalidad, incluyendo el chorro de salida, con  $p_e = p_b$ . Esta situación se denomina tobera adaptada; y corresponde a la presión de diseño de un túnel supersónico o de un motor cohete.

Volvamos atrás y supongamos que  $p_b$  está entre C y H, lo cual es imposible según la teoría de flujo isentrópico. Veamos lo que ocurre en los casos D a F de la figura 2.4(b). La garganta sigue estando bloqueada, y podemos hacer  $p_e = p_b$  situando una onda de choque normal en el lugar adecuado de la sección divergente, dando lugar a un difusor subsónico que lleve la presión al valor correcto. E1 gasto másico sigue siendo máximo, según la figura 2.4(c). En el caso F la onda de choque normal está exactamente en la sección de salida. Cuando tenemos la situación G ninguna onda de choque normal es capaz de producir ese cambio, y el flujo se comprime en el exterior en una serie de ondas de choque oblicuas hasta que se alcanza  $p_{b}$ .<sup>[4]</sup>

Finalmente, en la configuración I,  $p_b$  es menor que la presión de diseño de la curva H, pero la tobera está bloqueada y no responde. El chorro de salida se expande en una serie compleja de ondas supersónicas hasta que se alcanza la presión exterior.

Nótese que para  $p_b$  menor que la del caso C, hay flujo supersónico en la tobera y la garganta no puede recibir señales del exterior. El flujo sigue bloqueado y la garganta no tiene información de las condiciones exteriores. Por otro lado el acoplamiento con la onda de choque está idealizado. Aguas abajo de la onda aparece un gradiente adverso de presión que puede producir separación de la capa límite. La capa desprendida interacciona fuertemente con el núcleo del flujo bloqueándolo y suele producir una serie de ondas de compresión bidimensionales débiles más que una onda de choque única normal.<sup>[4]</sup>

Ref. [4] Pag. 437 Ref. [4] Pag. 440

### 2.2. FLUJO EXTERNO

Hasta este momento sólo hemos visto flujo interno considerando flujo compresible unidimensional.

Con esto, se han ilustrado muchos efectos importantes, pero en una visión completamente unidimensional e interna del problema no tendrían cabida las ondas móviles tan características de los flujos supersónicos.

La única "onda móvil" que podríamos mostrar en una teoría unidimensional es la onda de choque normal, que sólo representa una discontinuidad en el flujo dentro del conducto; es decir una visión parcial del problema.

Veamos ahora conceptos diferentes como, por ejemplo, el flujo a través de un perfil aerodinámico en forma bidimensional y que acarrean diversos problemas como, por ejemplo, la propagación de las ondas de choque y ondas de expansión en dos dimensiones.

#### 2.2.1. ONDAS DE MACH

Cuando añadimos una nueva dimensión al flujo, y si el movimiento es supersónico, la propagación de ondas en seguida se hace evidente. Aparecerán perturbaciones de presión (ondas sonoras) emitidas por una pequeña partícula moviéndose a la velocidad V en un fluído en reposo cuya velocidad del sonido es c.

Cuando la partícula se mueve, choca continuamente con las partículas fluídas de los alrededores, enviando hacia afuera ondas sonoras esféricas que emanan de cada punto, formando frentes de perturbación esféricos. El comportamiento de estos frentes es bastante diferente según sea subsónica o supersónica la velocidad de la partícula.

Las perturbaciones esféricas se alejan en todas las direcciones sin alcanzarse unas a otras. Avanzan también por delante de la partícula, porque recorren una distancia côt en el intervalo de tiempo ôt, durante el cual la partícula sólo ha recorrido Vôt. Por tanto, cuando un cuerpo se mueve subsónicamente su presencia se percibe en todo el campo fluido: se puede "sentir" el incremento de presión debido a un cuerpo que se acerca antes de que llegue.

A la velocidad sónica, V = c, las perturbaciones se mueven a la misma velocidad que la partícula y se acumulan a la izquierda de ella formando un cierto tipo de "frente" que lleva e! nombre de onda de Mach en honor a Ernst Mach. Ninguna perturbación se desplaza aguas arriba de la partícula. Si nos situamos a la izquierda de la partícula, no "oiremos" al móvil que se acerca.

En movimiento supersónico, V > c, la falta de aviso previo del peligro es mucho mas pronunciada Las esferas de la perturbación no pueden seguir el rápido movimiento de la partícula que las originó Todas ellas son arrastradas detrás de la partícula y son tangentes a una superficie cónica denominada cono de Mach. De acuerdo con esto, el ángulo del cono de Mach es:

$$\mu = \operatorname{sen}^{-1} (c \delta t / V \delta t) = \operatorname{sen}^{-1} (c / V) = \operatorname{sen}^{-1} (1 / M) \qquad \dots \dots \dots (55)$$

Cuanto mayor es el número de Mach de la partícula, tanto más esbelto es el cono de Mach; por ejemplo,  $\mu=30^{\circ}$ , cuando M=2, y es 11,5°, cuando M=5. En el caso límite de flujo sónico, M=l,  $\mu=90^{\circ}$ : el cono de Mach se convierte en un frente plano que se mueve con la partícula.

No podríamos "oír" la perturbación originada por la partícula supersónica, a menos que, estemos en la zona de acción en el interior del cono de Mach. No hay peligro que las perturbaciones alcancen nuestro oído si estamos en la zona de silencio, fuera del cono.

Por tanto, un observador en el suelo por debajo de un avión supersónico no oye el estampido sónico debido a que el cono viaja ligado al avión hasta cierto tiempo después de haber pasado éste. La onda de Mach no tiene por qué ser cónica: se forman ondas semejantes a causa de pequeñas perturbaciones de forma cualquiera en movimientos supersónicos respecto al fluído ambiente. Las ondas de Mach se forman también a causa de las pequeñas rugosidades o irregularidades de la capa límite en un túnel supersónico o en la superficie de un cuerpo en movimiento supersónico. Es bueno observar que las ondas de Mach son claramente visibles a lo largo de la superficie del cuerpo aguas abajo de la onda de choque, especialmente en las esquinas posteriores. Su ángulo es de unos 30°, indicando que el número de Mach es aproximadamente 2 a lo largo de su superficie. Un sistema más complicado de ondas de Mach es el que emana de un proyectil supersónico. El cambio en los ángulos de Mach indica que hay un número de Mach variable sobre la superficie del cuerpo. A lo largo de la superficie también se forman ondas de choque oblicuas.

#### 2.2.2. ONDA DE CHOQUE OBLICUA

Las observaciones anteriores indican que se puede formar una onda de choque formando un ángulo con la corriente incidente supersónica. Tal onda deflectará la corriente un ángulo  $\theta$ , al contrario que las ondas de choque normales, para las cuales el flujo aguas abajo mantiene la misma dirección.

En esencia, las ondas de choque oblicuas se deben a la necesidad de deflectar una corriente supersónica un cierto ángulo. Una cuña finita en el

borde de ataque de un cuerpo o una rampa en la pared de un túnel supersónico pueden ser ejemplos típicos.

La figura 2.5 que se ve más adelante, muestra los aspectos geométricos del flujo a través de una onda de choque oblicua. El estado 1, corresponde, como para las ondas de choque normales, a las condiciones aguas arriba, y el estado 2, es aguas abajo. El ángulo de la onda  $\beta$  es arbitrario y la velocidad aguas abajo V<sub>2</sub> aparece deflectada un ángulo  $\theta$  que es función de  $\beta$  y de las condiciones del estado 1, aguas arriba. El flujo aguas arriba es siempre supersónico, pero el Mach, aguas abajo: M<sub>2</sub> = V<sub>2</sub>/c<sub>2</sub> puede ser subsónico, sónico o supersónico, dependiendo de los datos.

Es conveniente analizar el flujo descomponiéndolo en sus componentes

normal y tangencial con respecto a la onda, como se muestra en la figura. Para un volumen de control delgado que incluye a la onda, podemos obtener las siguientes relaciones integrales, con  $A_1 = A_2$  a cada lado de la onda:

**Continuidad:** 
$$\rho_1 V_{n1} = \rho_2 V_{n2}$$
 (56)

Cantidad de movimiento normal:  $p_1 - p_2 = \rho_2 (V_{n2})^2 - \rho_1 (V_{n1})^2$  (57)

Cantidad de movimiento tangencial:	$\rho_1 V_{n1} (V_{t2} - V_{t1}) = 0$	(58)
------------------------------------	---------------------------------------	------

Energía: 
$$\mathbf{h}_{1} + \frac{1}{2} (\mathbf{V}_{n1})^{2} + \frac{1}{2} (\mathbf{V}_{t1})^{2} = \mathbf{h}_{2} + \frac{1}{2} (\mathbf{V}_{n2})^{2} + \frac{1}{2} (\mathbf{V}_{t2})^{2} = \mathbf{h}_{0}$$
 (59)

De la ecuación (58) vemos que no hay cambio en la velocidad tangencial a través de la onda de choque oblicua

$$\mathbf{V}_{t2} = \mathbf{V}_{t1} = \mathbf{V}_{t} = \text{const} \tag{60}$$

Por tanto, la velocidad tangencial sólo afecta como un sumando constante  $1/2(V_t)^2$  a la energía cinética en cada miembro de la ecuación de la energía (59). Podemos concluir que las ecuaciones anteriores son idénticas a las relaciones para las ondas de choque normales con V<sub>1</sub> y V<sub>2</sub> reemplazadas por las componentes normales V<sub>n1</sub> y V<sub>n2</sub>. Todas las relaciones de las ondas de choque normal, pueden usarse para calcular las magnitudes a través de una onda de choque oblicua. La estratagema consiste en utilizar los números de Mach "normales" en lugar de M<sub>1</sub> y M<sub>2</sub><sup>(5)</sup>

$$M_{n1} = V_{n1}/c_1 = M_1 \text{sen } \beta$$
 .....(61)  
 $M_{n2} = V_{n2}/c_2 = M_2 \text{sen } (\beta - \theta)$  .....(62)

Por tanto, para un gas perfecto con calores específicos constantes, las relaciones entre las magnitudes a través de la onda de choque oblicua son las análogas a las ecuaciones para choque normal en función del número de Mach, sólo reemplazando  $M_1$  por  $M_{n1}$ 

$$\mathbf{p}_{2}/\mathbf{p}_{1} = [1/\gamma + 1][2\gamma \mathbf{M}_{1}^{2} \mathbf{sen}^{2} \beta - (\gamma - 1)]$$
(63)

$$\rho_2 / \rho_1 = [tg\beta/tg(\beta-\theta)] = [(\gamma+1)M_1^2 sen^2\beta] / [(\gamma-1)M_1^2 sen^2\beta+2] = V_{n1} / V_{n2}$$
(64)

$$T_{2}/T_{1} = [2 + (\gamma - 1)M_{1}^{2} sen^{2}\beta] [2M_{1}^{2} sen^{2}\beta - (\gamma - 1)]/[(\gamma + 1)^{2}M_{1}^{2} sen^{2}\beta]$$
(65)

 $T_{01} = T_{02} ; \text{ es decir que la temperatura de estancamiento es constante.}$  $p_{02}/p_{01} = \{ [(\gamma+1)M_1^2 \text{sen}^2\beta] / [2+(\gamma-1)M_1^2 \text{sen}^2\beta] \}^{\gamma/(\gamma-1)} \{ (\gamma+1)/[2\gamma M_1^2 \text{sen}^2\beta-(\gamma-1)] \}^{1/(\gamma-1)}; (66)$ 

Ref. [5] Pag. 179



Fig. 2.5. Geometría del flujo a través de una onda de choque oblicua [\*] Todos estos resultados están tabulados en tablas para ondas de choque normales. Si en su momento pareció extraño el uso en estas tablas de los números de Mach  $M_{n1}$ , y  $M_{n2}$ , ahora se comprenderá claramente, ya que las tablas son también validas para las ondas de choque oblicuas

Reflexionando sobre todo esto, se puede comprender que el flujo a través de una onda de choque oblicua es el flujo que vería un observador que se desplazase en 1a dirección de la onda de choque normal con la velocidad  $V_t$ , Si se continúa con esta analogía del corredor a lo largo de la onda de choque, se encontrará, que el ángulo de deflexion  $\theta$ , aumenta con la velocidad  $V_t$  hasta un máximo, y después decrece. De la geometría de la figura 9 de arriba, el ángulo de deflexión está dado por:

[\*] K.Oswatitsch "Gas Dynamic" Pag. 278, London 1966; [9]

Si derivamos  $\theta$  con respecto a V<sub>t</sub> y hacemos el resultado igual a cero, encontramos que la deflexión máxima se da cuando V<sub>t</sub>/V<sub>n1</sub> = (V<sub>n2</sub>/V<sub>n1</sub>)<sup>1/2</sup>. Si sustítuimos esto en la ecuación de  $\theta$  obtenemos<sup>(5)</sup>

$$\theta_{\text{max}} = tg^{-1} (V_{n1}/V_{n2})^{1/2} - tg^{-1} (V_{n2}/V_{n1})^{-1/2}$$

Por ejemplo, si  $M_{n1} = 3$ , de tablas encontramos que  $V_{n1}/V_{n2} = 3,8571$  y su raíz cuadrada es 1,9640. Por tanto, la ecuación anterior predice una deflexión máxima de tg<sup>-1</sup>(1,9640) – tg<sup>-1</sup>(1/1,9640) = 36,03°. La deflexión está bastante limitada incluso para  $M_{n1}$  = infinito: de las tablas para este caso  $V_{n1}/V_{n2} = 6$ , y de esta misma ecuación obtenemos  $\theta_{max} = 45,58°$ .

La idea de deflexión limitada y otros hechos se hacen más evidentes si dibujamos algunas de las soluciones de las ecuaciones de choque oblicuo. Para un valor dado de V<sub>1</sub> y c<sub>1</sub>, considerando que  $\gamma = 1,4$ , podemos dibujar todas las posibles soluciones para V<sub>2</sub> aguas debajo de la onda.

#### Ref. [5] Pag. 185

# **CAPÍTULO III**

# **APLICACIONES DE FLUJO UNIDIMENSIONAL**

### 3.1. CONDICIONES DE EQUILIBRIO EN FLUJO A TRAVÉS DE TOBERAS

Las condiciones de flujo subsónico en una tobera de Laval, varía tal como lo hace la presión como se ve en la figura (3.1) con la curva *m*, contenida entre A'A ( $p/p_0=1$ ) y la curva B'CB, correspondiente al máximo caudal de flujo.



Figura (3.1) Variación de la presión estática a lo largo de la tobera De Laval.

Dada la presión  $p_1$  (en el depósito a la salida de la tobera), mayor que la presión  $p_b$  correspondiente a la sección de salida  $\sigma_{\epsilon}$ , y tan pronto como la presión  $p_b$  del punto B es alcanzada, los valores críticos de los parámetros

# **CAPÍTULO III**

### **APLICACIONES DE FLUJO UNIDIMENSIONAL**

#### 3.1. CONDICIONES DE EQUILIBRIO EN FLUJO A TRAVÉS DE TOBERAS

Las condiciones de flujo subsónico en una tobera de Laval, varía tal como lo hace la presión como se ve en la figura (3.1) con la curva m, contenida entre A'A (p/p<sub>0</sub>= 1) y la curva B'CB, correspondiente al máximo caudal de flujo.



Figura (3.1) Variación de la presión estática a lo largo de la tobera De Laval.

Dada la presión  $p_1$  (en el depósito a la salida de la tobera), mayor que la presión  $p_b$  correspondiente a la sección de salida  $\sigma_{\epsilon}$ ; y tan pronto como la presión  $p_b$  del punto B es alcanzada, los valores críticos de los parámetros

Ref. [9] Pág. 234

termodinámicos, se obtienen en la sección contraída  $\sigma_c$ , el número de Mach en esta sección se iguala a la unidad y el caudal de flujo será el máximo.

Si la presión en este segundo depósito disminuye debajo de p<sub>b</sub> alcanzando el punto E, pe/po será un segundo valor satisfecho por teoría, y las condiciones en la sección contraída quedarán invariantes, y además veremos que el caudal del flujo es aún el máximo, pero el flujo en la parte divergente de la tobera es supersónico: es decir, ocurre una expansión. El caudal del flujo naturalmente permanece inalterado, y ocurre una expansión a lo largo de la curva CD más allá de la garganta de la tobera. En cambio, si se invierte el procedimiento, empieza interiormente, desde el segundo depósito donde la presión es  $p_1$ , que corresponde a la sección  $\sigma_e$  entonces, por teoría, otro valor será obtenido para la sección contraída de una tobera ficticia para las mismas condiciones del flujo. El cambio de la presión variará de una manera diferente de acuerdo a la curva FC'F', en la cual la rama superior C'F corresponde al régimen subsónico y la rama inferior C'F' al régimen supersónico.

Empezando desde el punto C, por ejemplo, desde la garganta hacia adelante, ocurre siempre una expansión; y si recíprocamente empezamos desde el punto F correspondiente a la sección de salida, ocurre una compresión interior en alguna parte, por ejemplo, la sección DJ, y un súbito salto de la compresión DJ ocurrirá inevitablemente satisfaciendo las condiciones de equilibrio. Para cualquier presión más pequeña del segundo depósito, representado por ejemplo por el punto I; allí también habrá una súbita compresión o una onda de choque normal GH en la tobera; más allá, la presión decrece hasta un punto límite K, y la onda de choque se moverá más cerca a la sección de salida, como los diagramas experimentales también lo señalan. Se puede determinar este último valor de la presión  $p_k$  de la siguiente manera: Denotando el número de Mach en la sección de la salida para el caso de una expansión por M<sub>e</sub>, obtenible mediante teoría y aplicando la siguiente ecuación de donde se obtiene la presión requerida p<sub>k</sub>

$$\frac{p_k}{p_e} = \frac{2x}{x+1} M_e^2 - \frac{x-1}{x+1}$$
(68)

Si la presión exterior. disminuye más abajo de este valor, esto es si el valor queda entre K y E, entonces ocurre ondas de choque oblicuas. Para ilustrar esto es conveniente asumir que la tobera sea de sección rectangular contenida entre dos planos paralelos, y que la variación de la sección esta dada por dos paredes normales a estos planos. Por este motivo, el problema gana en simplicidad sin perder la generalidad.

Para obtener un salto de presión desde  $p_e$  en la sección de la salida hasta  $p_1 < p_k$ ; una onda de choque oblicua será indispensable para satisfacer las condiciones previamente establecidas. Si las ondas reflejadas son también tomadas en cuenta, la configuración a la salida será como se muestra en la figura (3.2)--(a) que sigue:



Figura (3.2) Formación de ondas de choque reflejadas a la salida de las toberas Si el ángulo de la onda de choque es grande, pueden ocurrir ondas reflejadas normales, en lugar de ondas reflejadas simples como se muestra en la figura (3.2)--(b).

La investigación de estas ondas por métodos analíticos es sumamente laborioso, considerando que esto está corrientemente demostrado por experimentos (ver fotos siguientes), de la figura (3.3).



Figura (3.3) Fotos de las ondas de choque normales en una tobera De Laval.

Donde, sin embargo, el comportamiento del problema bidimensional de todo el cálculo de la configuración de un motor de reacción, estará dado por solamente simples ondas reflejadas.

# 3.2. DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES EN LA SECCIÓN DE UN TÚNEL AERODINÁMICO.

Algunos de los resultados obtenidos en las secciones previas tienen una aplicación directa en el diseño de túneles de viento de alta velocidad donde las condiciones del flujo deben ser establecidas con una cierta exactitud, así como habilitar la distribución de las presiones y velocidades a lo largo del circuito, la potencia necesaria y otras características operacionales a ser determinadas.

Se debe notar desde afuera que la velocidad no es rigurosamente uniforme en toda la sección de corte, especialmente para secciones grandes, pero varía de una manera irregular en varios puntos del circuito, y particularmente después de las regiones donde el flujo sufre súbitos giros. Rigurosamente, la presión no es constante en toda la sección de corte; de hecho, aún para pequeñas secciones la capa límite causada por ínfima fricción, se asume la uniformidad de la velocidad sobre toda la sección, aún donde la presión es constante. (es decir, la presión en un reservorio o depósito ideal donde el fluido está en reposo desde el cual el flujo isentrópicamente atraviesa el circuito del túnel bajo investigación).

Para determinar los valores medios, se puede hacer la suposición que el total de la energía del flujo de masa que pasa en cada sección, es constante; ya que el circuito es suficientemente aislado; así como también permitir que las pérdidas de calor a través de las paredes son despreciables. Por consiguiente denotando los valores medios de la velocidad, presión, densidad, temperatura por  $V_{m}$ ,  $p_{m}$ ,  $\rho_{m}$ ,  $T_{m}$  en un área cualquiera:  $\sigma$ , y definidos por las integrales:

$$\dot{m} = \int_{\sigma} \rho V d\sigma = \rho_m V_m \sigma$$
,  $\frac{1}{2} m V_m^2 = \frac{1}{2} \int_{\sigma} V^2 \rho V d\sigma$ ,  $m T_m = \int_{\sigma} T \rho V d\sigma$ 

extendidas sobre toda la sección; si m representa el flujo de masa, y  $\chi$  la constante adiabática; la ecuación de la energía puede ser escrita de la misma forma, en la que el cambio de valores definidos arriba son introducidos:

$$\frac{p_m}{\rho_m} + CT_m + \frac{1}{2}V_m^2 = \frac{x}{x-1}\frac{p_m}{\rho_m} + \frac{1}{2}V_m^2 = const \quad \dots \dots \dots (69)$$

Aunque las anotaciones corrientes de V, p,  $\rho$ , T serán usadas en los subsiguientes párrafos, ellas representarán los valores medios en las secciones consideradas. El funcionamiento de un túnel de viento de alta velocidad puede ahora ser aproximadamente descrito. Aunque hay tipos numerosos de túneles de viento, el tipo común, que en general se usa últimamente, lo veremos a continuación: El problema es, esquemáticamente, el mismo para todos los tipos de túneles; sin embargo, pueden ser diferentes en su funcionamiento y en su geometría. Considerando un tipo de circuito cerrado normal, la discusión incluye 2 casos: túneles de viento subsónicos y túneles de viento supersónicos.

# 3.3. CONDICIONES DE FLUJO EN EL CIRCUITO DE UN TÚNEL DE VIENTO SUPERSÓNICO.

El circuito de un túnel de viento supersónico consta de una cámara de asentamiento (L) actuando como un reservorio, un cono de contracción (C), una garganta (Cc), una zona divergente de expansión (Ex), una cámara de prueba (EE), una zona corta convergente (Cs) seguida de un difusor divergente (D), formando el circuito de retorno principal a la cámara de asentamiento. El compresor se localiza en un punto convenientemente alejado de este circuito.



Fig. (3.4)Vista de un túnel supersónico de circuito cerrado. (Fuente de Ref. [9] Pág. 468)

Como el ventilador acelera a su velocidad normal, el flujo de masa aumenta desde cero al máximo correspondiente a condiciones críticas en la garganta. La corriente es primero subsónica por todas partes del circuito, luego alcanza M=1 en la garganta e inicialmente entra a la zona divergente con velocidad subsónica. Luego de este momento, el flujo de masa varía ligeramente y solamente en tanto como las condiciones críticas en la garganta se alteran un poco como una función del levantamiento en presión en la cámara de asentamiento. Para aumentar la potencia entregada por el ventilador, la corriente llega a ser supersónica sólo después de la garganta, y llega a ser subsónica de nuevo más allá a lo largo de la corriente al atravesar un sistema de ondas de choque normal y oblicuas. Después más allá la diferencia de presión producida por el compresor, el flujo supersónico es establecido a lo largo de toda la cámara de prueba, propagándose más allá del difusor divergente convergente. Las pérdidas principales podrían ser pocas, si la velocidad se puede convertir en presión al pasar por la porción convergente del difusor, tendiendo a la velocidad crítica en la garganta y entonces llega a ser subsónica a lo largo de toda la longitud del circuito de retorno hasta la contracción del cono. El flujo descrito arriba es inestable y no puede ser obtenido prácticamente, así un difusor convergente-divergente debe desarrollarse experimentalmente en cuyo pasaje desde flujo supersónico a subsónico es efectuado por un sistema de ondas de choque (a lo largo de la corriente en la cámara de prueba). El sistema debe ser estudiado de modo que reduzca el gasto a un mínimo. Se ha demostrado, teórica y experimentalmente que las pérdidas principales son inicialmente causadas por una onda de choque normal en la zona de convergencia, a una velocidad cerca de esa obtenida en la cámara de la prueba. Puesto que esta pérdida generalmente es considerable, la pérdida en el difusor llega a ser despreciable. El cálculo de un túnel de viento supersónico se puede, por tanto, efectuarse mediante un método simple de aproximación. Los cálculos mencionados sirven para ilustrar una aplicación de flujo unidimensional sin terminar el problema de diseño del túnel, el cual está de acuerdo a los diferentes aspectos para diferentes sistemas de túneles de viento que se usen y las fórmulas que se usen son, suficientes para el cálculo aerodinámico de todos los tipos de túneles de viento esquemáticamente descritos arriba.

### 3.4. MEDIDAS DE LA PRESIÓN EN LOS PUNTOS DE ESTANCAMIENTO

El estancamiento o presión de impacto  $p_o$  puede ser medida exactamente en flujo subsónico por un número de Mach hasta 0,99, por medio de un tubo Pitot aunque la dirección de la corriente no sea exactamente conocida. Las pruebas demuestran que la influencia de la inclinación de la corriente respecto al eje del tubo es despreciable hasta 10° y dan un error de aproximadamente 1% cuando la inclinación es 15°. El tubo Pitot es así el más simple y efectivo dispositivo para la medida de la presión de impacto que ocurre en el punto de estancamiento A como muestra la figura (3.5):



Figura (3.5) Tubo de Pitot simple

El tubo de pitot puede ser también usado si el flujo es supersónico, obteniendo cálculos que se toman de las ondas de choque ocurridas delante del tubo los cuales no pueden ser evaluados.



Figura (3.6) Tubo de Pitot con onda de choque desprendida

La onda de choque es normal a un tubo de corriente muy delgado a lo largo del eje del tubo Pitot. Si son conocidas la presión de estancamiento  $p'_{o}$  y la presión estática p de la corriente en el mismo punto, medida independientemente de aquella, entonces M se puede deducir de la fórmula precedente y todas las características del flujo sobre el punto pueden ser calculadas mediante las relaciones adiabáticas y las de presión dinámica.

# 3.5. MEDIDA DE PRESIONES ESTÁTICAS

Para valores de M menores que 0,9 , la presión estática puede ser medida por el mismo tubo, como en flujo incompresible; particularmente como la inclinación de la velocidad respecto al eje del tubo no tiene influencia apreciable, si el ángulo de inclinación no es mayor de 10°. La distancia L, en la cual quedan los orificios de la presión estática, debe ser bien grande para eliminar la influencia de la redondez final del tubo.



Figura (3.7) Tubo de Pitot con tomas estáticas

ć.

Si la velocidad y la presión varían ligeramente a lo largo de la distancia L, entonces debe usarse un tubo de Pitot estático para determinar ambas presiones: estáticas y de estancamiento (fig.3.7-(b)). El tubo simple de presión estática generalmente se usa para velocidades altas (fig.3.7-(a)). Para valores del número de Mach más grandes que 0,9 ,el flujo es sónico hacia la punta y muchos puntos del tubo exceden la velocidad del sonido dando origen a ondas de choque, alterando la presión estática de los orificios del tubo. Por esto se usa un tubo con una punta puntiaguda cónica para tardar la formación de ondas de choque y en consecuencia de esto evitar la alteración de la presión estática, incluso hasta M = 0,95 - 0,97. Este tubo también se puede usar para medir la presión estática de una corriente supersónica.

En este caso la distancia L, desde la punta a la sección de los orificios, debe ser bastante grande: (6D < L < 12D) para que la influencia de la perturbación de la punta sea eliminada en esta sección. Este tubo tiene la ventaja de medir la presión estática con perfecta exactitud, aún cuando la corriente esté inclinada hasta 10°, si el cono no excede este valor.

Si la dirección de la velocidad está precisamente determinada, entonces se usará una cuña truncada en forma de obelisco, con su parte inferior paralela a la corriente. La onda de choque oblicua que ocurre en la parte superior no afecta de ninguna manera a la superficie inferior donde el flujo es de la misma intensidad y se mueve en la misma dirección que la corriente aguas arriba. Sin embargo, en la fig.3.8 (b) el orificio P de la base inferior del obelisco quedará fuera de los ángulos de Mach que emergen desde la punta del obelisco.



Figura (3.8) Tubo de Pitot truncado para flujo supersónico

Sin embargo, este instrumento aunque es muy exacto no puede ser usado si la dirección de la velocidad no es conocida, porque la presión estática en el punto P es influenciada por cualquier desviación de la corriente de la superficie inferior, pero estas desviaciones son muy pequeñas, y no se deben tener en cuenta.

# 3.6. DETERMINACIÓN DE LA DIRECCIÓN DE LA VELOCIDAD

Cualquier instrumento con orificios simétricos pueden ser empleados por flujos subsónicos. Para flujo supersónico debemos tomar especiales precauciones. Una cuña simétrica y puntiaguda como un obelisco como obelisco como muestra la figura que sigue, es empleado con dos orificios Ps y Pi colocados exactamente sobre los ejes del obelisco.



Figura (3.9) Tubo de Pitot supersónico con caras simétricas.

Cuando el eje es paralelo a la velocidad, las presiones en Ps y Pi son iguales e indiferentes de las ondas de choque que ocurren en la punta. Si ellas no son iguales, la cuña es rotada hasta que llegan a igualarse, así se determina la dirección de la velocidad. La dirección de la velocidad queda determinada aunque los orificios estáticos estén en p', dentro del cono de Mach que emerge desde la punta de la cuña.<sup>[8]</sup>

#### Ref [8] Pag. 128

#### 3.7 MEDIDA DE LA TEMPERATURA DE ESTANCAMIENTO

La temperatura de la corriente es muy difícil de medir, debido al factor de que la velocidad es cero en la superficie del bulbo del termómetro, dentro de la capa límite; la temperatura tiende por eso a aproximarse a T<sub>o</sub>. Debido a la radiación, conducción y convección, a temperaturas aproximadas a un valor medio entre la actual temperatura y T<sub>o</sub>, es por esta razón que la temperatura de estancamiento T<sub>o</sub> es generalmente medida como pueda determinarse con gran exactitud por aparatos apropiados. Un instrumento de este tipo puede consistir de un tubo Venturi a través del cual circulan pequeñas corrientes. Como la velocidad, a la entrada y a la salida del difusor es pequeña la temperatura puede ser considerada como la temperatura de estancamiento T<sub>o</sub>. 69

# **CAPÍTULO IV**

# DISEÑO DEL TÚNEL SUPERSÓNICO 4.1. FUNCIONAMIENTO DE TÚNELES AERODINÁMICOS SUPERSÓNICOS.

Como demuestra la teoría, si la relación de presiones entre la salida y entrada de un ducto convergente-divergente excede de 1,892, el flujo es sónico (M=1) en la sección angosta y supersónico (M>1) aguas abajo. Un lugar aguas abajo de la garganta puede por tanto ser usado como una sección de prueba en la cual el flujo es supersónico. Ahora como muestra la ecuación que sigue<sup>\*</sup>:

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left( \frac{5+M^2}{6} \right)^3$$

El número de Mach depende solamente de la relación de áreas en la cual A\* es el área de garganta en la sección de prueba. El número de Mach de trabajo es determinado solamente por la forma del túnel. Por causa de esto, frecuentemente los túneles supersónicos consisten de un armazón básico en el cual se fijan varios delineadores, la idea es que mediante este resultado el diseño del túnel puede ser determinado. Cada línea dada corresponde a una relación única de áreas y por lo tanto, a un único número de Mach en la sección de prueba. Las formas de algunos lineamientos diferentes para varios números de Mach son ilustrados en la siguiente figura (4.1):

Ref. [\*] De la formula A/A\*= f(M) de la pág 32 de esta Tesis, multiplicando y dividiendo por 5 y para  $\gamma = 1.4$ 



#### DELINEADORES PARA 3 NUMEROS DE MACH EN UN TUNEL DE VIENTO SUPERSONICO.

Fig.(4.1) Diferentes configuraciones de flujo supersónico con delineadores Una vez que la sección de prueba ha empezado a incrementarse, debe aumentarse continuamente y cualquier intento para detener este incremento causará la formación de ondas de choque. Consecuentemente el número de Mach se incrementa suavemente a lo largo de la sección de prueba. Para evitar excesivos cambios en el número de Mach sobre la longitud de la cuerda del modelo bajo prueba, estos modelos deben ser relativamente pequeños.

Una forma simple de túnel supersónico es aquel que consiste de un ducto convergente-divergente en el que aguas arriba es conectado a un tanque de aire comprimido o de gas. Aguas abajo es usualmente abierto a la atmósfera. Luego el aire del tanque es descargado a través del ducto. Por supuesto, esto hace que la presión en el tanque disminuya continuamente y
por eso se coloca una válvula para mantener una presión constante en el interior del ducto. La duración de cada prueba es necesariamente limitada con este tipo de túnel. Este tipo de túnel es relativamente barato. En particular para presurizar el tanque puede usarse una bomba de relativa baja potencia, tomando por supuesto un gran tiempo para hacer esto. La potencia necesaria en manejar el túnel durante la prueba es varias veces mayor que la potencia de la bomba. Una forma alternativa para manejar un túnel de viento supersónico es el método del inyector, que consiste en lo siguiente: aire a alta presión es entregada a una cámara que rodea a la sección del túnel, usualmente colocada aguas abajo de la sección de prueba. Luego este aire escapa a alta velocidad a través de ranuras de las paredes del túnel, las que han sido formadas para guiar dicho aire paralelamente al eje del túnel, creándose un flujo de alta velocidad. Túneles de este género son a menudo del tipo de retorno cerrado. Estos medios, retienen mucha energía dentro del túnel, consecuentemente la potencia requerida es más pequeña que la del tipo de retorno abierto y así de esta manera es practicable para hacer que estos tipos de túneles funcionen en períodos largos razonables de tiempo para realizar un experimento determinado.

En un túnel de retorno cerrado tipo inyector, usualmente son necesarias dos características:

 Enfriamiento, de otra manera la alta velocidad a la cual la energía cinética es convertida en calor resultará en temperaturas excesivamente altas.
 Un sangrado, para remover una cantidad de aire igual a la inyectada.

## 4.2. USOS DE LOS TÚNELES AERODINÁMICOS.

Los experimentos hechos en túneles de viento son usualmente concernientes con el estudio mismo de flujo de aire o estudio de sus efectos sobre modelos expresados en presiones, fuerzas y momentos generados por el modelo.

Las fuerzas y momentos pueden ser medidas directa o indirectamente. Para la medida directa de fuerzas y momentos, el modelo es mantenido sobre una balanza del algún modo. En algunas balanzas, las fuerzas y momentos sobre el modelo son balanceados fuera directamente por pesas. En otros las pequeñas deflexiones del miembro de soporte del modelo son medidas por *strain gauges* (medidores electrónicos). La balanza con *strain gauges* es especialmente valiosa en el caso que las lecturas puedan ser comunicadas directamente a ún computador electrónico para obtener de inmediato los resultados requeridos. <sup>[\*\*]</sup>

[\*\*] Vassily Sansonov Aerodinámica paper 1997 Pág. 10 Postgrado UNI 1998

Es necesario tener cuidado en la selección de una balanza para asegurar que sea sensible, estable, suficientemente rígida y libre de cualquier vibración ya que podría causar un mínimo de interferencia con el flujo alrededor del modelo.

Los métodos de medida indirecta de fuerzas y momentos incluidas las presiones son "ploteadas". Hay otras maneras para medir indirectamente la sustentación de un modelo, por ejemplo, midiendo los cambios de la presión estática causada por el modelo, encima y debajo de la sección de prueba. Estos cambios de presión, representan una reacción en la sustentación del modelo, y por lo tanto, la sustentación puede ser deducida de la diferencia de presiones.

## 4.3. VISUALIZACIÓN DEL FLUJO

Los demás métodos para hacer perfiles visibles, es usando finos filamentos de humo. Tales filamentos siguen unas finas líneas que en flujo laminar son también líneas de corriente. Los filamentos de humo revelan muy claramente la posición de torbellinos y vórtices en el flujo. Hilos de algodón y otras fibras pueden ser usadas en forma similar pero ellas no siguen las líneas finas de filamento cerrada como lo hace el humo.

El flujo en la capa límite es muy importante en la Aerodinámica práctica y las técnicas de la visualización de flujo son extremadamente valiosas en el estudio de las capas límites. Ellas pueden revelar claramente la posición en la cual ocurre transición de flujo laminar a flujo turbulento y todas las regiones de flujo desprendido. Una técnica, usada para determinar que un líquido volátil sobre una superficie, se evapora más rápidamente bajo una capa límite turbulenta que bajo una capa límite laminar: esto es debido a la gran mezcla y a la más rápida difusión que ocurre en flujo turbulento. Para usar esta técnica, un modelo con un color oscuro en su superficie es cubierta finamente con una sustancia porosa de un color luminoso (arcilla china). La cual es luego, impregnada con un líquido volátil. El líquido hace que los poros cubiertos transluzcan revelando el color oscuro bajo relieve. Después que la superficie ha sido expuesta a una corriente de aire por un corto tiempo algo de líquido habrá sido evaporado donde hay solamente una pequeña evaporación (por ejemplo, bajo una capa límite laminar o una región de separación de flujo), la superficie todavía aparecerá oscura. Donde hay más rápida evaporación (bajo una capa límite turbulenta), la superficie tendrá una apariencia coloreada luminosa de luz.

Otra técnica consiste en cubrir la superficie con otra sustancia, la cual reacciona con un gas; la reacción usada es aquella que resulta en un cambio de color, análogo a la reacción del papel litmus o papel tornasol, a ácidos y álcalis. Si el gas es liberado hacia el flujo de aire dentro del túnel de viento, algo será alcanzado en la superficie del modelo por difusión a través de la capa límite. Ya que esto ocurre más rápidamente en una capa límite turbulenta que en una laminar, la posición de la capa turbulenta será revelada por más cambios pronunciados de color que haya (este método ha sido muy usado en experimentos de vuelo libre, con aviones de prueba volando a través de nubes de gas liberado por otro avión delante de él). En lugar de tener el gas en la corriente principal, puede ser echado dentro de la capa límite a través de pequeños agujeros en la superficie del modelo, próximos al borde de ataque. El gas se expande a través del flujo en una cuña y por supuesto causa el cambio de color. El ángulo de la cuña aumenta hacia un punto de transición de la turbulencia.

Si el gas es echado próximo al borde de fuga del modelo, éste será llevado hacia el borde de ataque tan lejos como sea posible pero no detrás de la separación del punto. En este caso, la separación del punto es indicado por el lado delantero del cambio de color; (desafortunadamente, los demás gases convenientes, incluidos el cloro y amoníaco, son nocivos).

Los métodos químicos descritos arriba facilitan el estudio de las características macroscópicas del flujo de la capa límite, tales como la transición y el desprendimiento. Para estudiar los finos detalles de la capa límite, tales como la velocidad del perfil, son usados otros métodos.

Unos de los métodos usados es el del anemómetro de hilo caliente, éste consiste esencialmente de un fino hilo caliente paralelo a la superficie y perpendicular al flujo. Una corriente eléctrica pasa a través del hilo calentándolo, mientras que el aire que fluye tiende a enfriarlo. Estos dos efectos opuestos resultan en un cambio de la temperatura del hilo, resultado debido a la resistencia eléctrica del hilo, por estar éste conectado con un puente de Wheatstone, este cambio de la resistencia puede ser medido y la velocidad del aire en la vecindad del hilo puede ser deducida de inmediato.

Conectando el hilo a un osciloscopio, se pueden medir las fluctuaciones de velocidad y pueden ser visibles y fotografiadas. El anemómetro de hilo caliente, no es, por supuesto, restringido en su uso dentro de capas límites; la técnica puede ser usada para medir las velocidades del flujo en cualquier lugar. Sin embargo, si dos hilos son colocados y conectados cercanos a un puente de Wheatstone, el instrumento puede ser usado como un goniómetro para medir la dirección local del flujo y también su velocidad.

En flujo de alta velocidad, donde los efectos de compresibilidad son importantes hay por definición substanciales cambios en la densidad del aire que implican cambios en el índice de refracción óptico y esto puede ser utilizado para obtener un flujo visible.

Los dos métodos principales son el *interferómetro* y la técnica *Schlieren*. En ambos, una lámina colimada de luz es pasada a través de la sección de prueba y a través de un arreglo de espejos y lentes, y, finalmente, proyectada en una pantalla o un medio fotográfico.

## 4.4. CÁLCULOS Y DATOS DE DISEÑO DEL TÚNEL

Conociendo el número de Mach en la sección de prueba y el área de dicha sección, se calcularán los parámetros geométricos preliminares:

$$M = 1.8 \rightarrow Sen\mu = \frac{1}{M} \rightarrow \mu \cong 34^{\circ}$$

Los parámetros termodinámicos se determinarán después, pero por antecedentes se considerarán algunas disponibilidades convenientes:

 $Vol = 1,13m^3$   $Pot = 12 \ kW$   $P_c = 14,2 \ bar$   $t = 10 \ s.$ 

## 4.4.1. PREDIMENSIONADO DE LA PRECÁMARA

 $r = \frac{r_{sal}}{\left[ \left[ \left( \right)^2 \right] \left( 1 - 2 \right)^2 \right]^2}$ 

Para evitar pérdidas en la precámara, se tomará a la entrada del gasto másico: tres veces el área crítica, la que se determina en función del número de Mach en la sección de prueba, además la geometría se hará con la fórmula de Vitoschinski:

$$r_{ent}$$
=10,424cm  
 $r_{sal}$ = 3,475cm  
 $L_c$  = 25cm

$$\sqrt{1 - \left[1 - \left(\frac{r_{sal}}{r_{ent}}\right)\right] \frac{(1 - x^2/L^2)}{(1 + x^2/L^2)^3}}$$

$$A_0 = 3A^* = 52,12 \ cm^2 \quad \rightarrow \quad \frac{A_0}{A^*} = \frac{1}{M_0} \ \frac{(1 + 0,2M_0^2)^3}{1,728} \quad \rightarrow \quad M_0 = 0,1977$$

#### 4.4.2. PREDIMENSIONADO DE LA TOBERA SUPERSÓNICA

Conocido el área de salida de 25  $\text{cm}^2$  y el número de Mach igual a 1,8 se calcula el área crítica A\*

$$A = 25 \ cm^2 \rightarrow \frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \frac{(1 = 0.2M^2)^3}{1.728} \rightarrow A^* = 17.3736 \ cm^2$$

Para evitar el desprendimiento de la capa límite, la pendiente de la parte divergente no será mayor de 6°, lo cual determinará una longitud mínima de 15 cm de esa parte; además consideraremos una eficiencia de 0,75:

$$\eta = 0.75 = 0.67 + 0.12\delta - 0.02\delta^2$$

H=10cm H\*=6,95cm  $\Delta$ H/2 =1,525cm tan6°=1,525/L L=29,5cm  $\cong$  30 cm

## 4.4.3. PREDIMENSIONADO DE LA CÁMARA DE PRUEBAS

Los datos de diseño se tomaron en cuenta de acuerdo al ángulo de Mach y al tamaño de la cuerda de los diferentes perfiles aerodinámicos que normalmente se usan en el campo de las turbinas aeronáuticas. Los subíndices 1 y 2 son de entrada y salida respectivamente utilizando la relación:  $A_1=2,5x10=25cm^2$  $A_1=25 cm^2$ ;  $A_2=26 cm^2$ ;  $H_2=10,4$ ;  $tan\mu^o=5/0,5C$ ; C=14,97;  $L \ge 30cm$ Nota: las áreas de entrada y salida deberían ser iguales, pero a efectos de conseguir expansión espontánea, el de salida es ligeramente mayor.

## 4.4.4. PREDIMENSIONADO DEL CONO DE CONTRACCIÓN

Con la presencia de una onda de choque normal a la entrada a M=1,8 se obtiene un  $M_2 = 0,6165$  detrás de ella, asegurando flujo subsónico en el cono, aplicando las ecuaciones siguientes se halla el área crítica:  $A_2$ \*

$$M_{2}^{2} = \frac{(k-1)M_{1}^{2} + 2}{2kM_{1}^{2} - (k-1)} \qquad \qquad \frac{A_{2}^{*}}{A_{1}^{*}} = \frac{M_{2}}{M_{1}} \left[ \frac{2 + (k-1)M_{1}^{2}}{2 + (k-1)M_{2}^{2}} \right]^{\frac{k+1}{2(k-1)}}$$
$$M_{1} = 1,8 \quad \rightarrow \quad M_{2} = 0,6165 \quad \rightarrow \quad A_{2}^{*} = 21,3782 \quad cm^{2}$$

Se tomará como área crítica del cono de contracción:  $A_2^* = 20 \text{ cm}^2$ 

La geometría del cono se hallará con la fórmula de Vitoschinski, a la que se ha modificado con efectos muy convenientes para la suavidad del flujo resultante:

$$r = \frac{r_{ent}}{\sqrt{1 - \left[1 - \left(\frac{r_{ent}}{r_{sal}}\right)^2\right] \frac{(1 - x^2/L^2)^2}{(1 + x^2/L^2)^6}}}$$

$$r_{ent} = 5,2 \text{ cm}$$

$$r_{sal} = 4,0 \text{ cm}$$

$$L_c = 20 \text{ cm}$$

Donde r es el radio de giro desde el eje del túnel en dirección normal al flujo



#### 4.4.5. PREDIMENSIONADO DEL DIFUSOR

El difusor tendrá una geometría lineal con una área inicial de  $A_2^* = 20 \text{ cm}^2 \text{ y}$  una final de  $A_0 = 52.12 \text{ cm}^2$  que coincide con el área de la entrada a la precámara inicial. La longitud del difusor se hallará con la condición de pendiente máxima de 6° de las paredes.

 $H_2 = 8,0 \text{ cm}$ ;  $H_2 = 20,848 \text{ cm}$ ;  $\Delta H/2 = 6,424 \text{ cm}$ ;  $\tan 6^\circ = 6,424/L$ ; L = 61,12 cm

Por lo tanto, se tomará una longitud  $L \ge 70$  cm por efectos de acoplamiento. Resumen de cálculos para diferentes configuraciones supersónicas:

#### **RESULTADOS DEL DIFUSOR**

Conf.	$M_1$	A <sub>1</sub> /A*	$A_1^*$	$h_1$ *	$M_2$	A <sub>2</sub> */A <sub>1</sub> *	A <sub>2</sub> *	h <sub>2</sub> *
<b>C</b> <sub>1</sub>	1,4	1,1148	22,4255	8,97	0,7397	1,04362	23,4037	9,362
C2	1,8	1,4388	17,3736	6,95	0,6165	1,23049	21,3782	8,055
Сз	2,2	2,0047	12,4707	4,99	0,5470	1,59190	19,8521	7,941
<b>C</b> 4	2,4	2,4028	10,4045	4,16	0,5231	1,85131	19,2619	7,705
C5	2,8	3,4997	7,1434	2,85	0,4881	2,56737	18,3398	7,339

Tabla (	(4.2)	Resumen	de resultados	geométricos en	función	del número	de Mach
---------	-------	---------	---------------	----------------	---------	------------	---------

Los parámetros termodinámicos variaran respecto del número de Mach sección a sección y los resultados correspondientes estarán en el apéndice de la tesis, pero por simplificación solo están a un numero de mach típico de 1,8 el cual es el mismo que de los cálculos precedentes; sin embargo se

calcularon 5 configuraciones supersónicas para la misma área crítica.

## 4.5. CARACTERÍSTICAS DE UN PERFIL:

Sean las dimensiones del perfil a prueba las siguientes:



Donde:

CUERDA :"C"  $\Rightarrow$  C = 12.0cm. EMBERGADUR A :"b"  $\Rightarrow$  b = 2.54cm. ESPESOR :"t"  $\Rightarrow$  t = 1.0cm

COMPONENTES DEL TÚNEL DE VIENTO

El TÚNEL DE VIENTO esta formado por las siguientes partes:

- TOBERA CONVERGENTE-DIVERGENTE
- SECCIÓN DE PRUEBA
- TOBERA DE ESCAPE
- SECCIÓN DE SALIDA

Se diseñó una onda de choque generada para un número de Mach = 1.4

Para hallar la longitud del área de prueba se tomo una distancia de seguridad de 6.0 cm delante del perfil y 12.0 cm detrás del perfil.

Por lo tanto:

$$L3 = 6.0cm. + C + 12.0cm.$$
  
 $L3 = 30.00cm.$ 

Tomando un ancho "B " el cual será constante en todo el túnel de viento y que es igual a la envergadura del perfil:



donde:

$$L3 = 30.00cm$$
  
 $H = 12.00cm$ .  
 $B = 2.5cm$ 

#### 4.5.2. TOBERA DE ENTRADA

Como asumimos un M = 1.5 para diseño se tomo también M = 1.5 a la salida de la tobera.

Entonces haciendo la relación siguiente calculamos el área crítica (área de la

garganta de la tobera de entrada).

$$\frac{A_1}{A^*} = \frac{1}{M_1} * \left[ \frac{2}{K+1} * \left( 1 + \frac{K-1}{2} * M_1^2 \right) \right]^{\frac{K+1}{2^*(K-1)}}$$

$$A_1 = H^* B = 12cm^* 2.54cm = 30.48cm^2$$

$$\frac{30.48cm^2}{A^*} = \frac{1}{1.5} * \left[ \frac{2}{1.4+1} * \left( 1 + \frac{1.4-1}{2} * 1.5^2 \right) \right]^3$$

$$A^* = 25.91cm^2$$

$$LUEGO$$

$$A^* = H^* * B \Longrightarrow H^* = \frac{25.91cm^2}{2.54cm} \Longrightarrow H^* = 10.2cm$$

Entonces

$$A_{entrada} = 3A^* \Rightarrow A_{entrada} * B = 3 * H^* * B$$
  
$$\Rightarrow H_{entrada} = 3 * H^*$$
  
$$\Rightarrow H_{entrada} = 30.6 cm$$
  
$$H_{entrada} \cong 30.0 cm$$

Para poder graficar la tobera se utilizó la siguiente ecuación:





Para esta grafica se hizo las siguientes consideraciones:

• En el tramo donde la tobera es convergente:

$$r_{entrada} = r_0 = 15.0 cm$$

$$r_{salida} = r^* = 5.1 cm$$

$$X \in [0,30]$$

$$\Rightarrow L_1 = 30 cm$$

• En el tramo donde la tobera es divergente:

$$r_{entrada} = r^* = 5.1cm$$

$$r_{salida} = r = 6.0cm$$

$$X \in [30,45]$$

$$\Rightarrow L_2 = 15cm$$

## 4.6. CONDICIONES DE DISEÑO PARA EL FLUIDO

$$Po = 500 \text{ KPa}$$
$$To = 72^\circ = 345^\circ K$$
$$Vo \cong 0$$
$$K (aire) = 1.4$$

Po,To: Presión y temperatura de estancamiento respectivamente.

Vo: velocidad en el tanque aproximando a cero.

Hacemos los siguientes cálculos, considerando flujo isentrópico

Un diferencial después de la entrada a la tobera.

$$\begin{aligned} \frac{To}{Te} &= 1 + \frac{K - 1}{2} * Me^{*2} \\ \Rightarrow Te &= 342.33^{\circ}K \\ \frac{Po}{Pe} &= (1 + \frac{K - 1}{2} * Me^{*2})^{\frac{K}{K - 1}} \\ \Rightarrow P^* &= 486.59 KPa \\ \frac{A_{entrada}}{A^*} &= \frac{1}{M_{entrada}} * \left[ \frac{2}{K + 1} * \left( 1 + \frac{K - 1}{2} * M_{entrada}^2 \right) \right]^{\frac{K + 1}{2^*(K - 1)}} \\ Ae &= 77.73 \\ \Rightarrow A^* &= 25.91 cm^2 \\ \stackrel{o}{m_{max}} &= \rho * A * V^* = P * A * M * \sqrt{\frac{K}{RT}} \\ \Rightarrow \stackrel{o}{m_{max}} &= 2.82 \frac{Kg}{s} \end{aligned}$$

En la garganta:

$$\frac{To}{T^*} = 1 + \frac{K - 1}{2} * M^{*2}$$
  

$$\Rightarrow T^* = 287.5^{\circ}K$$
  

$$\frac{Po}{P^*} = (1 + \frac{K - 1}{2} * M^{*2})^{\frac{K}{K - 1}}$$
  

$$\Rightarrow P^* = 264.14KPa$$
  

$$\frac{A_{entrada}}{A^*} = \frac{1}{M_{entrada}} * \left[\frac{2}{K + 1} * \left(1 + \frac{K - 1}{2} * M_{entrada}^2\right)\right]^{\frac{K + 1}{2} * (K - 1)}$$
  

$$\Rightarrow A^* = 25.914cm^2$$
  

$$\stackrel{o}{m}_{max} = \rho * A^* V^* = P^* A^* M^* \sqrt{\frac{K}{RT}}$$
  

$$\Rightarrow \stackrel{o}{m}_{max} = 2.82 \frac{Kg}{s}$$

En la sección de prueba:

Entrada:

Por condición el Mach = 1.4

Como se genera una onda de choque, hallamos M2 (Mach después de la onda de choque)

$$M_2 = 0.70109$$

Luego por condición de diseño

$$P^* > P_1$$

Para que la onda de choque se genere fuera de la tobera de entrada y por lo tanto en la sección de prueba.

$$P^* = P_1$$
  

$$\Rightarrow P_1 = 264.14 KPa$$
  

$$\frac{To}{T1} = 1 + \frac{K-1}{2} M_1^2$$
  

$$T1 = 237.93^{\circ}K$$

De las ecuaciones para onda de choque normal:

$$\begin{split} T_{02} &= T_{01} = T_{0} \\ \frac{P_{02}}{P_{01}} &= \left(\frac{(K+1)M_{1}^{2}}{2 + (K-1)M_{1}^{2}}\right)^{\frac{K}{K-1}} \left(\frac{2K}{K+1}M_{1}^{2} - \frac{K-1}{K+1}\right)^{\frac{1}{1-K}} \\ paraM_{1} &= 1.5 \, yP_{01} = 500 \, KPa \\ \Rightarrow P_{02} &= 464.87 \, KPa \\ M_{2} &= 0.70109 \\ \frac{T_{02}}{T_{2}} &= 1 + \frac{K-1}{2}M_{2}^{2} \\ \Rightarrow T_{2} &= 314.1^{\circ}K \\ \frac{P_{02}}{P_{2}} &= \left(1 + \frac{K-1}{2}M_{2}^{2}\right)^{\frac{K}{K-1}} \\ \Rightarrow P_{2} &= 334.81 \, KPa \end{split}$$

luego:

## 4.7. CONDICIONES EN LA SECCIÓN DE ESCAPE.

$$\begin{split} M_{2} &= 0.70109 \\ A_{2} &= A_{p} = 30.48 cm^{2} \\ \frac{T_{02}}{T_{n}^{*}} &= 1 + \frac{K - 1}{2} M_{*}^{2} \\ &\Rightarrow T_{n}^{*} &= 287.5^{\circ} K \\ \frac{P_{02}}{P_{n}^{*}} &= (1 + \frac{K - 1}{2} M_{*}^{2})^{\frac{K}{K - 1}} \\ &\Rightarrow P_{n}^{*} &= 245.58 KPa \\ \frac{A_{2}}{A^{*}} &= \frac{1}{M_{2}} * \left[ \frac{2}{K + 1} * \left( 1 + \frac{K - 1}{2} * M_{2}^{2} \right) \right]^{\frac{K + 1}{2^{*(K - 1)}}} \\ &\Rightarrow A_{n}^{*} &= 27.87 cm^{2} \end{split}$$

Para esta sección se consideró un número de Mach de salida muy bajo, debido a que

el túnel de viento propuesto en este diseño es para un laboratorio (ambiente cerrado), y es por esto que la velocidad de salida debe de ser muy baja para no ocasionar damos en el laboratorio.

$$M_{s} = 0.10$$

$$\frac{T_{02}}{T_{s}} = 1 + \frac{K - 1}{2}M_{s}^{2}$$

$$\Rightarrow T_{s} = 344.3^{\circ}K$$

$$\frac{P_{02}}{P_{s}} = (1 + \frac{K - 1}{2}M_{s}^{2})^{\frac{K}{K - 1}}$$

$$P_{s} = 461.6KPa$$

hallamos la velocidad de escape:

$$V_{s} = M_{s}C_{s} = M_{1}\sqrt{KRT_{s}}$$
  
DONDE:  
$$K = 1.4 yR = 287 \frac{J}{Kg^{\circ}K}$$
  
$$V_{s} = 37.19 \frac{m}{s}$$

Debemos notar que la presión de salida es mayor que la presión del medio ambiente.

$$\begin{split} P_{AMBIENTE} &= 1 A tm \\ 461.6 KPa > 101.325 KPa \Rightarrow P_{s} > P_{A tm} \\ \Rightarrow Si.existe. flujo \end{split}$$

## 4.8. TOBERA DE ESCAPE

De las propiedades halladas:

$$M_2 = 0.70109$$
$$A_p = 30cm^2$$
$$\Rightarrow A_n^* = 27.87cm^2$$

Para un ancho constante:

$$B = 2.54cm$$
  

$$\Rightarrow A_n^* = H_n^* * B$$
  

$$H_n^* = 10.87cm \Rightarrow H_n^* \cong 11.0Cm$$



Esta grafica resulta de la misma ecuación que se utilizo para graficar la tobera de entrada. Para las siguientes consideraciones:

$$r_{entrada} = 6.00 \, cm$$
  
 $r_{salida} = 5.5 \, cm$   
 $L = 15 \, cm$ 

## 4.9. SECCIÓN DE ESCAPE.

Con las siguientes consideraciones:

$$M_s = 0.10$$
  

$$H_n^* = 21.81cm \Rightarrow r_n^* = 10.9cm$$
  

$$\theta = 6^\circ$$

Calculamos la longitud L3.

$$\frac{A_{s}}{A_{n}^{*}} = \frac{1}{M_{s}} * \left[ \frac{2}{K+1} * \left( 1 + \frac{K-1}{2} * M_{s}^{2} \right) \right]^{\frac{K+1}{2^{*}(K-1)}}$$

$$A_{s} = 162.25 cm^{2}$$

$$H_{s} = A_{s} * B$$

$$H_{s} = 63.88 cm$$

$$L_{5} = \frac{26.5cm}{Tan(6^{\circ})}$$
$$L_{5} = 252cm$$
$$L_{5} \approx 250cm$$



Por lo tanto la longitud total del túnel de viento es:

 $L_{total} = L1 + L2 + L3 + L4 + L5 = 3.40 metros$ 

## 4.10. CÁLCULO DE COEFICIENTES AERODINÁMICOS

 $C_L = 2 \pi \text{sen} (\alpha + \beta)$ 

 $C_L$  = Coeficiente de sustentación

 $\alpha$  = Angulo de ataque en grados sexagesimales

 $\beta$  = Angulo de sustentación nula en grados sexagesimales.

$$\mathbf{K} = \mathbf{C}_{\mathbf{L}} / \mathbf{C}_{\mathbf{D}}$$

 $C_D = 1$  (unitario)

K = Eficiencia aerodinámica.

α	α (radianes)	CL	К
-10	-0,175	-1,0966	-1,0966
-9	-0,157	-0,9870	-0,9870
-8	-0,140	-0,8773	-0,8773
-7	-0,122	-0,7676	-0,7676
-6	-0,105	-0,6580	-0,6580
-5	-0,087	-0,5483	-0,5483
-4	-0,070	-0,4386	-0,4386
-3	-0,052	-0,3290	-0,3290
-2	-0,035	-0,2193	-0,2193
- <b>1</b>	-0;017	-0,1097	-0,1097
0	0,000	0,0000	<u></u>
1	0,017	0;1097	0,1097
	0,035	0,2193	0,2193
3	0,052	0,3290	0,3290
4	. 0,070	0,4386	0,4386
5	0,087	0,5483	0,5483
6	0,105	0,6580	0,6580
7	<u>0,122</u>	0,7676	0,7676
8	0,140	0,8773	0,8773
9	0,157	0,9870	
10	0,175	1,0966	1,0966
-11	0,192	1,2063	1,2063
12		1,3159	<u>. 1,3159</u>
13	0,227	1,4256	1,4256
14	0,244	1,5353	1,5353
15	0,262	1,6449	1,6449
16	0,279	1,7546	1,7546
<u>.a</u>	0,297	1,8643	1,8643
18	0,314	1,9739	1,9739

VALORES DE COEFICIENTES AERODINÁMICOS DE ALABES.

Tabla 4.2. Coeficientes de sutentación y de eficiencia de los álabes.

rent state

w chieres

GRAFICA DE ( $C_L$  vs  $\alpha$ )



Estos resultados se graficaron en función de los cálculos que se encuentran en la tabla (4.2) de la página 93 de la Tesis.

# CAPÍTULO V EOUIPAMIENTO DEL TÚNEL

Después que un túnel se construye, el próximo paso es determinar las características de su flujo y, cualquier cambio que se haga debe ser satisfactorio. Sin embargo, primero es necesario discutir las cantidades que estaremos midiendo y los instrumentos que la experiencia ha mostrado ser lo mejor para el trabajo. Además, esos instrumentos son requeridos para calibración y debemos también discutir otros requeridos para pruebas.

Se define el flujo de aire de baja rapidez cuando sabemos su distribución de presión dinámica, presión estática, presión total, su temperatura y turbulencia. Calculamos entonces su velocidad y el número de Reynolds para un modelo particular. Mucho de nuestro interés, se centra en determinar presiones, y por este procedimiento es inconveniente el cálculo de 8 simples columnas fluidas. El aparato por el cual se mide la altura del fluido es llamado: manómetro; pero primero veremos fluidos que son satisfactorios para su uso.

## 5.1. FLUIDOS Y MANÓMETROS

El fluido más normalmente usado es el alcohol. Es popular porque es barato, es fácil de obtener, y tiene viscosidad baja. Su gravedad específica baja produce una columna fluida más alta que el que se obtiene con agua.

La gravedad específica del alcohol varía algo con la temperatura. Las correcciones se hallan para este efecto; por ejemplo: si se etiqueta alcohol, ya sea por su gravedad específica a alguna temperatura nos da: (0,801 a 30°C) o por su contenido de agua (94% de alcohol), se definirá completamente y su curva apropiada para la corrección por temperatura puede ser determinada. También se puede leer la temperatura de los fluidos en los manómetros a lo largo de varias alturas fluidas.

A veces, las presiones requieren ser medidas con fluidos más pesados que el alcohol; varios de éstos se muestran en la tabla siguiente. Sólo se deben emplear líquidos puros. Para los líquidos que atacan al caucho natural, a veces son usados con tuberías de caucho sintético o con tuberías de plástico ahora disponibles para tal efecto. La tinta ordinaria o anilinas se usarán para trabajar con agua y alcohol, así como un gran número de tinturas textiles, pero visto que muchas tinturas se descoloran con la presencia del hierro, es usualmente aconsejable hacer todas las partes metálicas del manómetro de latón o bronce. El negro es un color muy satisfactorio, y el alcohol estaría así teñido con una tintura comercial llamada Nigrosine 12525, Cromo del Búfalo Negro, etc. La violeta genciana trabaja bien para fluidos más ligeros. Las alturas de las columnas fluidas se miden en una gran variedad de maneras, y depende de la exactitud deseada. El más simple es pegar un tubo de vidrio o de plástico claro y un metro a su costado, para leer la altura fluida directamente; así aproximadamente, se obtienen lecturas de 0,5 mm. La precisión de los manómetros son mejores; algunos tienen un flotador en el fluido y tienen un espejo diminuto en él para amplificación óptica; a pesar de eso otros, leen remotamente por medio de un indicador eléctrico que sólo se mantiene en contacto con el fluido.

Cualquiera de los instrumentos señalados arriba puede ser construido y rendir exactitudes de  $\pm 0,005$  cm.

LÍQUIDOS	GRAVEDAD ESPECIFICA	OBSERVACIONES		
Alcohol	0,80	Promedio satisfactorio para todos		
Silicona DC 200	0,902	Tiene muy bajo punto de ebullición		
Agua	1,00	Tiene un pobre menisco debido a una excesiva tensión superficial		
Cloro-metileno	1,30	Ataca al caucho		
Bromo-benceno	1,50	Bastante volátil		
Etil-brómico	1,50	También volátil en su uso		
Carbón-tetraclórico	1,59	Ataca al caucho, pero es barato, difícil de colorear, también es tóxico		
Acetileno-tetraclórico	1,59	Ataca al caucho		
Etileno-bibrómico	2,13	Bastante volátil, baja tensión superficial y menisco pobre		
Tetrabromo-etano	2,97	Ataca el caucho, al plástico vinílico y es tóxico		
Mercurio	13,56	Con aceite el menisco presenta mejor resultado ataca al bronce y a la soldadura		

#### Tabla (5.1): Propiedades de Fluidos Manométricos

## 5.2. MANÓMETROS MÚLTIPLES

Muy frecuentemente es necesario medir presiones en diferentes puntos simultáneamente. Normalmente, la exactitud requerida no necesita equipos de precisión, y es suficiente montar un número apreciable de tubos del vidrio (25 a 30) en un plato rayado, forma que se llama manómetro múltiple (ver fig5.2.)



Figura (5.2) Foto de un manómetro múltiple.

Las lecturas del tubo son frecuentemente fotografiadas y, salvo algunas lecturas importantes se leen sus valores directamente después de la prueba.

Para trabajos de baja presión, se debe inclinar el manómetro hasta que esté de 30 a 45 grados con la horizontal para conseguir alturas útiles del fluido. En esta posición el plato de vidrio y la chapa apreciablemente se combean y permite que los tubos se doblen, con un sorprendente error grande del resultado. De todos modos, se tendrá en cuenta algunos consejos para conseguir un buen manómetro:

1. Evitar el uso de hierro en cualquier parte, ya que el fluido puede tocarlo y causar muchas tinturas que se precipitan fuera.

2. Usar tuberías de latón comercial o bronce disponible para conectar el depósito al pie del manómetro. Esta tubería es permanente y muy superior al caucho o cualquiera de las mangueras de plástico.

3. Proveer al manómetro la inclinación tal que se pueda hacer el trabajo.

 Proveer un reservorio ajustable para que el viento produzca alturas fluidas que estén fijas en cualquier parte en el manómetro.

5. Proveer un camino de línea recta para limpieza de los tubos.

6. La máxima altura fluida (por ejemplo, la longitud del tubo) debe permitir para un máximo de 8q; (donde: q = presión dinámica).

7. Marca referencial cada 0,5 cm con líneas gruesas.

Se deben verificar frecuentemente las conexiones del manómetro múltiple para permitir que una presión baja del orificio levante una columna fluida y sostenerla cuando se sella el orificio. Cuanto sea posible, es aconsejable tener por lo menos un tubo atmosférico de referencia para permitir obtener valores absolutos de la presión.

## 5.3. EL TUBO PITOT ESTÁTICO

El aparato más común para determinar la carga de presión total y la presión estática de un flujo, es el tubo Pitot estático, un instrumento que determina las presiones estáticas y dinámicas.. El tubo Pitot estático es fácil de construir, pero tiene algunos errores inherentes. Si no se toman en cuenta estos errores, una lectura verdadera de la presión dinámica se obtiene dentro de una aproximación de 0,1%.

Los agujeros de la presión estática padecen de dos efectos:

- El amontonamiento de las líneas de corriente cerca de los filos, reducen la presión a lo largo del pivot del tubo por lo que la presión estática en los orificios será baja.
- Existe una región de alta presión delante de la proa que tiende a hacer la presión estática muy alta.

Los dos efectos se bloquearían uno al otro afuera, si los agujeros de la presión estática son apropiadamente colocados. El tubo pitot estático "normal" no emplea este principio, ya que daría relativamente un error grande en la lectura estática.

#### 5.4. TEMPERATURA DEL FLUJO.

A velocidades bajas, la temperatura del flujo se puede leer simplemente poniendo un termómetro en él, en algún lugar donde la perturbación que hace éste, no implique ninguna consecuencia.

Es deseable guardar un registro de la temperatura del túnel en cada funcionamiento, ya que los números de Reynolds y Mach varían extensamente con los cambios de la temperatura.

#### 5.5. BALANZAS.

El propósito de la medida de las cargas del modelo a investigar está en hacer disponibles las fuerzas, momentos, y presiones para que se corrijan en túneles más grandes (full-scale) en el mismo prototipo mediante balanzas de todo tipo y así predecir el futuro comportamiento de sus sistemas. Las cargas son obtenidas por cualquiera de los tres métodos siguientes:

1) Midiendo las fuerzas reales y momentos directamente.

2) Midiendo el efecto que el modelo tiene en la corriente por estudios de la estela y de las presiones de la pared.

 Midiendo la distribución de la presión directamente sobre el modelo por medio de orificios conectados a los medidores de presión.

Además de la sustentación, arrastre, y momento longitudinal, se sujeta el modelo para un momento de rolido( alabeo), momento de guiñada (derrape), y demás fuerzas laterales. Esto hace un total de seis medidas en total: tres fuerzas, mutuamente perpendiculares, y tres momentos vectorialmente ortogonales. Estas fuerzas y momentos varían extensamente en tamaño. Se ve que el equilibrio llega a ser un problema que se debe calcular; de hecho, se dice que el equilibrio es entre todos, el problema más difícil en el campo. El costo de un equipo de balanza refleja estas dificultades, alcances de US \$60,000 para una balanza para 240 Km/h con dimensiones de unos 2 por 3 [m], hasta unos US \$200,000 para un aparato más complejo para un túnel más grande. El modelo, supuestamente demasiado pesado se levanta por la sustentación y mediante seis alambres y seis fuerzas que son leídas por las balanzas ya sea internas o externas avudadas por sensores eléctricos o electrónicos (strain gages). También se emplean balanzas "pivot" con plataforma interna o externa que son más rígidas que las anteriores y más baratas; ésta es una forma de abaratar costos. Se debe tener experiencia para su instalación.

# **CAPÍTULO VI**

## **DISCUSIÓN DE RESULTADOS**

Los resultados obtenidos en el presente trabajo se acercan bastante a los resultados de los demás túneles supersónicos existentes en diferentes países que cuentan con esta importante herramienta de investigación.

Si bien es cierto que en el convergente no hubo flujo supersónico porque obedece a la teoría, ya que, el número de Mach es bastante bajo como alrededor del 30% de su valor de la parte del divergente; esto induce la idea de poder aumentar aun mas dicho número de Mach, generando así otra configuración fluidodinámica.

Así mismo cada configuración fluidodinámica obedece a un caudal en masa particular, ya que, se esta variando en la garganta, el área crítica para llegar a obtener un número de Mach igual a 1.

Además en el divergente se observó que el número de Mach corresponde a un flujo supersónico generando así relaciones de A/A<sup>\*</sup> cada vez mayores a medida que avanza el fluido en dirección a la cámara de pruebas. La sección de pruebas es relativamente apropiada con el tamaño de los álabes de las turbinas a gas; la cual se podría modificar de acuerdo a los requerimientos futuros.

En todas las configuraciones fluido dinámicas generadas se produjeron ondas de choque a diferentes ángulos de deflexión, tomando como caso típico el que corresponde a un número de Mach igual a 1.8 que es el que mas se ajusta a la salida supersónica sin generar expansiones bruscas en las secciones posteriores a la cámara de pruebas.

En lo que respecta a la eficiencia de los álabes, se aprecia que a medida que se incrementa la expansión; la eficiencia se incrementa, debido a que también se incrementa la sustentación.

## 6.1. CONTRASTACIÓN DE LA HIPÓTESIS

Se empleará el método hipotético-deductivo, haciendo investigación con grupos 5 experimentales y 1 de control, utilizando además razonamiento lógico con observación empírica; dichas observaciones se analizarán al final del experimento.

Para ello usamos como control, el túnel de viento supersónico: Plint /LTD T25 100MM25MM intermitent supersonic wind tunnel; el cual usa una potencia de 12kw ; 1,1 m<sup>3</sup> de aire y una presión máxima de 1,400 kPa la que llena al tanque en 7 minutos. Con una duración de la prueba de 10 seg. a un número de Mach igual a 1,8 ; y de 20 segundos para un número de Mach de 1,4 . Los modelos que se usan son de 10 grados y doble lado.

También se obtuvieron resultados en régimen subsónico ya que antes de entrar en régimen supersónico indudablemente pasará por dicho régimen; y se obtuvieron los siguientes resultados: para M = 1,8 se obtuvo 750 kPa y para un numero de Mach: M = 1,4 se obtuvo 520 kPa. con un consumo especifico mínimo de 0.08 m<sup>3</sup>/seg.

En lo que respecta a los resultados aerodinámicos de los álabes, vemos la pequeñísima discrepancia de alrededor del 2% de los datos experimentales y numéricos que se dan respecto de la teoría clásica; lo que es satisfactorio.



Gráfica del C<sub>L</sub> vs  $\alpha$ 

#### **CONCLUSIONES**

- Las configuraciones fluidodinámicas dependen solamente del número de Mach y de los requerimientos diferentes que se necesiten en las secciones de prueba.
- Las configuraciones fluidodinámicas influyen en el coeficiente de sustentación de los álabes de las turbinas a gas y por ende del rendimiento aerodinámico.
- Las pendientes de la gráfica de sustentación ángulo de ataque, en la zona normal de trabajo, son positivas y por lo tanto sus eficiencias también lo serán.
- 4. El tiempo de duración del evento es muy corto, necesitando más caudal máximo proporcional al tiempo de duración de la expansión e inversamente proporcional al área crítica.
- 5. Existe una solución de compromiso entre el gasto máximo y la sección de prueba, siendo esta función de lo que se quiera desarrollar en el modelaje y siempre observando flujo laminar en ella.
- Este túnel es apropiado para álabes de turbinas a gas ya que son de un tamaño relativamente pequeños.

- El tamaño del túnel es apropiado para un laboratorio de ensayos aerodinámicos, sin embargo se pueden hacer de mayor tamaño sin perjudicar la exactitud de los resultados obtenidos.
- No se tomaron en cuenta las pérdidas de energía durante el recorrido en la conducción del fluido debido a que este concepto no corresponde a un desarrollo potencial.
- 9. Se podría hacer desarrollos mas amplios y de mayor envergadura para todo tipo de álabes sin embargo el costo de operación y mantenimiento serían también mayores dependiendo de los requerimientos que se busquen o se quieran analizar
- 10. Como esta Tesis es solo un inicio de un proyecto constructivo a desarrollar en el futuro se requiere un análisis mas exhaustivo especialmente en la construcción del mismo aunando esfuerzos.
- 11. La investigación se podría realizar como factorial o multivariada ya que también influyen otras variables que no se tomaron en cuenta, como la cuerda o la envergadura de los álabes; pero no influyen sustantivamente en el rendimiento de dichos álabes.

Con lo cual, la hipótesis planteada queda verificada.

#### RECOMENDACIONES

- La primera recomendación y la más importante es: no se debe construir el túnel aerodinámico supersónico por personal que no tenga la capacitación de alta especialidad porque es sumamente peligroso manipular aparatos de altísima velocidad de operación y que no cuente con la debida experiencia.
- Se podrá encontrar configuraciones aerodinámicas supersónicas a partir de un número de Mach de 1.4 pero no más de 2.8.
- Para configuraciones que correspondan a números de Mach mayores de 3 es improcedente por la sencilla razón de que no existen sistemas de operación de este orden.
- 4. Además, cuando el número de Mach es mayor de 3 el área crítica se reduce demasiado, implicando un impedimento del caudal en masa que puede ocasionar grandes perdidas e incluso que se genere en la sección de pruebas remolinos o turbulencia y el flujo dejaría de ser laminar, que es lo ideal.
- 5. Se podrán utilizar perfiles diamante de poca conicidad de ataque en este desarrollo porque las ondas de choque que generen no implican
problemas de reflexión de onda en las paredes de la sección de prueba, evitando de esta manera interferencias de todo tipo.

- 6. Como el flujo para este desarrollo es axial y unidimensional, no es lo mismo que para el caso de que no lo sea, por ejemplo, cuando sea flujo cerrado en el que se debe tomar en cuenta las pérdidas debidas a los cambios de dirección de la velocidad.
- En caso de cualquier duda al respecto, no duden de hacer contacto con este autor que gustosamente estará para servirlos.

## BIBLIOGRAFÍA

- Philip M., Gerhart, Fundamentos de Mecánica de Fluidos, ed. Urbe. N.Y.2000
- 2. I. Shames, La Mecánica de los Fluidos, ed. Mc. Graw-Hill.2005
- 3. A. Hansen, Mecánica de Fluidos, ed. Trillas. N.Y. 2003
- 4. Francisco Ugarte Palacín, Mecánica de Fluidos, ed. San Marcos 2009
- 5. R. Roca V., Introducción a la Mecánica de los Fluidos. Ed. Limusa.2001
- 6. Van Wylen,G.J., y Sonntag R. E., Fundamentals of Classical Thermodynamics, Jhon Wiley and Sons, New York, 1986.
- 7. Holman J.P., Thermodynamics, McGraw-Hill, New York 1988.
- ASME, "ASME Orientation and Guide for use of SI (Metric) Units" (ASME Guide SI-1) American Society of Mechanical Engineers, New York.2007.
- 9. Benedic, R.P., Fundamentals of Temperature, Pressure and Flow Measurement (2da.ed.), Wiley, New York, 1997.
- 10. Bradshaw, P., Experimental Fluid Mechanics, Macmillan, New York, 2004.
- 11. Dean, R.C., Jr., Aerodynamic Measurements, MIT Gas Turbine Lab Report, 1984, disponible en University Microfilms, Ann Arbor, MIT.
- 12. Chung, T.J., Finite Element Analysis in Fluid Dynamics, McGraw-Hill, New York, 1998.
- 13. Anderson, D.A., Tannehill J.C., y Pletcher R.H., Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, McGraw-Hill-Hemisfere, 1997.
- 14. Beckwith, T., N. Buck y R. Marangoni, Mechanical Measurement(3ra. ed.) Addison-Wesley, Reading, M.A, 1991.
- 15. White, F.M., Fluid Mechanics, McGraw-Hill, New York, 1999.
- 16. Kline S.J., Flow Visualization, National Committee for Fluid Mechanics Films, distribuido por Enciclopedia Britanica Corporacion Educativa.
- 17. Gerhart.P.M., "Averaging Methods for Determining The Performance of large Fans from Field Measurements", Transactions of the American Society of Mechanical Engineers: Journal of Engineering for Power, Abril 1991.
- 18. Ower, E., y Pankhurst R., Measurement of Air Flow (5ta ed.), Pergamon Press, Oxford, 1997.

- 19. Gerhart, P.M., "Averaging Methods for Determining The Performance of large Fans from Field Test", ASME Journal of Engineering for Power, N.Y. Octubre 1991.
- 20. Van Wylen, G.J., y Sonntag R. E., Fundamentals of classical thermodynamics (8ra ed.), Jhon Wiley and Sons, New York, 2006.
- 21. Moran, M., y Shapiro H., Fundamentals of Engineering Thermodynamics, Jhon Wiley and Sons, New York, 1988.
- 22. Shepherd, D.G., Principles of Turbomachinery, Macmillan, New York, 2006.
- 23. Dixon, S.L., Fluid Mechanics, Thermodynamics of Turbomachinery (5ra ed.), Pergamon Press, Oxford, 2001.
- 24. Stepanoff, A.J., Centrifugal and Axial Flow Pumps, Jhon Wiley and Sons, New York, 2008.
- 25. Wilson, D.G. The Desing of High Efficiency Gas Turbines and Turbomachines, Cambrigde, Mass., MIT Perss, 2004.
- 26. White F.M., Viscous fluid Flow C. 2009
- 27. Daily J.W., y Haleman, D.R.F. Fluid dynamics, Addison Wesley, Reading, Mass,2006.
- Nikuradse, J., "Stomungsgesetze in Rauhen Rohren." VDI Forschungsch, no361. También disponible como NACA Tech Memo 1292.
- 29. Colebrook, C.F., "Turbulent Flor in Pipes Whit Particular Referente to the Transition Between the Smooth and Rough Pipe Laws", J.Inst. Civ. Eng. Lond., vol 11, 2009.
- 30. Moody,L.F. "Friction Factors for pipe Flow" Transaction of the ASME, vol. 66, 1994.
- 31. White, F.M., Viscous Fluid Flow, McGraw-Hill, New York, 1994.
- 32. Lindgren, E.R., Oklahoma State University Civil Engineering Dept., Report IAD621071, 2005.
- 33. Flow of Fluids Through Valves, Fittings, and Pipe", Technical Paper No 410 (1998), The Crane Co. disponible atraves de The Crane Co., New York.
- 34. ASHRAE Handbook of fundamentals, publicado cada cuatro años porAmerican Society of Heating, Refrigeration and Air-Conditioning Engineers.2001
- 35. Idel'chek, I.E., "Handbook of Hidraulic Resistance" (4da ed.) Hemisfere Washington, 2006.
- 36. Hydraulic Institute Engineering Data book, Hydraulic Institute, Cleveland, 2008.
- 37. Bean, H.S. (ed.), Fluid Meters: Their Theory and Application (8a. ed.), American Society of Mechanical Engineers, New York, 2001.

- 38. Measurement of Fluid Flow by Means of Orifice Plates, Nozzles, and Venturi Tubes Inserted in circular Cross Section Conduits Running Full",International Standards Organization Report DIS-5167, 1996.
- 39. Benedic, R.P., Fundamentals of Temperature, Pressure and Flow Measurement (3ra . ed.), Jhon Wiley and Sons, New York, 2004.
- 40. "Laboratory Methods of testing Fans for Rating", AMCA Bulleting 210-74, ASHRAE Standard 210-75, a Joint Bulleting of Air Moving and Conditionig Association and the American Society of Heating, Refrigeration and Air-Conditioning Engineers, 2004.
- 41. "ASME Performance Test code No 11 Fans", American Society of Mechanical Engineers, New York, 2005.
- 42. Jorgensen, R., Fan Engineering, (8a. ed.), Buffalo forge Co., Buffalo, NY. 2003.
- 43. Cross H., "Analysis of flow in Networks of Conduits or Conductors", University of Illinois Bulletin No 286, noviembre 2006.
- 44. Jepson, R.W., Analysis of Flow in Pipe Networks, Ann Arbor Science Publishers, Ann Arbor, MIT, 2000.
- Shapiro, A.H. (Director), The Fluid Dynamics of Drag (4 partes), NCFMF Film, Disponible en Encyclopedia Britannica Films, Chicago IL.2010
- 46. Hoerner, S.F., Fluid Dynamic Drag publicado por el autor en Midland Park, NJ, 2005.
- 47. Whitford, D.H., y Minardi, J.E. "Utility-Sized Madaras Wind Plants", The International Journal of Ambient Energy, vol.2, num. 1, 2001.
- 48. Abbott, I.H., y von Doenhoff A.E. "Theory of Wings Section"Dover Books, New York, 1989.
- 49. Lissaman and Shollenberger, "Formation Flight of Birds", Science, vol. 168, num.3934, mayo 2000.
- 50. Scibor-Rylski, A.J., "Road Vehicle Aerodynamics", Halsted Perss, New York, 2005.
- 51. "Automotive Aerodynamics" (Aerodynamic Automotor), SAE/PT-78/16, Society of Automotive Engineers, warrendale, P.A., 2008.
- 52. Morel ,T., y Dalton C. (editores), "Aerodynamics of transportation", Memorias de un Simposio realizado en la Joint ASME-CSME Applied mecanics, fluids engineering and Bioengineering Conference, niagara Falls, NY, 2009.
- 53. Fox, R.W., y MacDonald, A.T. "Introduction to Fluid Mechanics" (5da. Ed.), Wiley, New York, 1998.
- 54. Kline, S.J., Morkovin, M., Sovran, G., y Cockrell, D., "Computation of Turbulent Boundary Layers" 1998 AFOSR-IFP-Standford Conference Departament of mechanical engineering, Standford University, Palo alto, Calif., 1998.

- 55. Schling,H., "Boundary Layer Theory" (7ma.ed.), McGraw-Hill, New York 1999.
- 56. Cebeci, T., y Bradshaw, P., "Momentum Transfer in Boundary layers", McGraw-Hill-Hemisphere, New York 2007.
- 57. Schetz, J.A., "Foundations of Boundary layer theory for momentum, Heat, and Mass Transfer", Prentice-Hill, Englewood Cliffs, N.J., 2004.
- 58. Panton, R.L. "Incompressible Flow", Wiley-Interscience, New York, 2004.
- 59. Curie, I.G. "Fundamental Mechanics of Fluids, McGraw-Hill, New York 2007.
- 60. Pao, R.H.F., Fluid Dynamics, Merrill, Columbus, Oh., 2007.

#### REFERENCIAS

- 1.- I.H.SHAMES "Mecánica de Fluidos" N.Y. 1974
- 2.- F.CHEERS "Elements of Compressible flow" N.Y. 1993
- 3.- A.B.CAMBELL "Gas Dynamics" N. Y. 1985
- 4.- B.W. IMRIC "Compressible Fluid flow" Mass. 1994
- 5.- W.G. VINCENTI "Introduction to Physical Gas Dynamic" 1995
- 6.- V.M. FAIRES "Termodynamics" N.Y. 1985
- 7.- J.H. KEENAN "Gas Tables" N.Y. 1958
- 8.- A.Y. POPE "Aerodynamics of Supersonic Flow" L.A.1988
- 9.- K.OSWATITSCH "Gas Dynamics" London 1966
- 10.- Z. KOPAL "Tables of Supersonic Flow" L. 1967
- 11.- L. ROSENHEAD "Graphs of Compressible Flow" 1984
- 12.- P.A. THOMPSON "Compressible Fluid Dynamics" N.Y. 1992

# ANEXOS

114





Grafico del túnel de viento supersónico a una escala de 1/25. (3,5m de longitud x 0,80m de altura)

Datos	Cono de	Cono de	Cono de eyección	observaciones
(cm.)	convergencia	divergencia		
Radio de entrada	10.424	3.475		
Radio de salida	3.475	5.2		
Longitud		20		
0	10.424	3.475	5.2	
1	10.20047412	3.494186170	5.195893333	
2	9.613590011	3.551187374	5.183573333	
3	8.842435455	3.644211353	5.163040000	
4	8.044236829	3.769906078	5.134293333	
5	7.307587036	3.922949542	5.097333333	
6	6.666052261	4.095771841	5.052160000	
7	6.122552677	4.278701683	4.998773333	
8	5.667928008	4.460786360	4.937173333	
9	5.289383532	4.631287333	4.867360000	
10	4.974385442	4.781458786	4.789333333	
11	4.711969669	4.905938266	4,70309333	
12	4.492990964	5.003195852	4,60864000	· · ·
13	4.309975044	5.074966820	4.50597333	
14	4.156856728	5.125066189	4.39509333	
15	4.028715033	5.158131412	4.27600000	
16	3.921542622	5.178670254		
17	3.832057287	5.190526623		
18	3.757552243	5.196695210		
19	3,701439420	5.199198971		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
20	3.644855231	5.20000000		
21	3.603195165			
22	3.569452607			
23	3,542478282	· · ·		
24	3.521285566			
25	3.505023436	· ·····		
26	3,492955092		····	
27	3,484440616			
28	3,478923097	· · ·		<u>_, ,, ,</u>
29	3.475917242			
30	3.475000000			
$ \begin{array}{r} 12\\ 13\\ 14\\ 15\\ 16\\ 17\\ 18\\ 19\\ 20\\ 21\\ 22\\ 23\\ 24\\ 25\\ 26\\ 27\\ 28\\ 29\\ 30\\ \end{array} $	4.492990964         4.309975044         4.156856728         4.028715033         3.921542622         3.832057287         3.757552243         3.701439420         3.644855231         3.603195165         3.569452607         3.521285566         3.505023436         3.492955092         3.484440616         3.475917242         3.475000000	5.003195852 5.074966820 5.125066189 5.158131412 5.178670254 5.190526623 5.196695210 5.199198971 5.20000000	4.60864000 4.50597333 4.39509333 4.27600000	

## VALORES CALCULADOS PARA M = 1.8 SIN SEC. DE PRUEBAS.

Valores cuantitativos de las diferentes configuraciones aerodinámicas a lo largo de la conducción

### VALORES DE COEFICIENTES AERODINÁMICOS DE ALABES.

α	α radianes	CL	К
-10	-0,175	-1,0966	-1,0966
-9	-0,157	-0,9870	-0)9870
7 <b>6 -8</b>	-0,140	-0,8773	
-7	-0,122	-0,7676	-0,7676
<u>*****-6</u>	-0,105	+0;6580	-0,6580
-5	-0,087	-0,5483	-0,5483
-4	-0,070	-0,4386	-0,4386
-3		-0,3290	
-2	-0,035	-0,2193	-0,2193
1	-0,017	-0,1097	-0,1097
<u> </u>		0,0000	0,0000
1	0,017	0,1097	0,1097
2	.0,035	0,2193	e 0,2193.
3	0,052	0,3290	0,3290
4	<u> </u>	0,4386	<u>k. 10,4386</u>
<u>5 8 8 8</u>	0,087.	0,5483	0;5483
6	0,105	0,6580	0,6580
7		0,7676	0,/676
8	0,140	0,8773	0,8773
<u> </u>	0,157	0,9870	0(9870
10	0,1/5	1,0966	1,0966
11	0,192	1,2063	1,2063
12	0,209	1,3159	1,3159
13	0,227	1,4256	1,4256
14	0,244	1,0303	1,0000
CI I	<u> </u>	1,0449	1.6449
	0.207	1,7946	1,7040
18	0,231	1 0730	1.0720

118