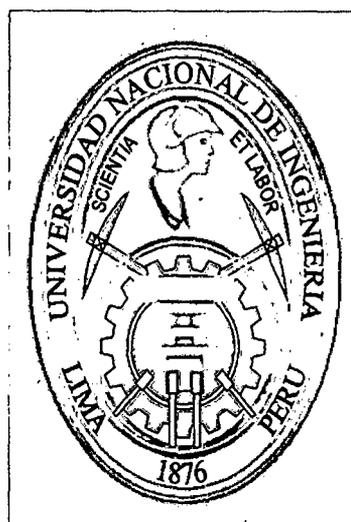


UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA



**INFLUENCIA DE PARÁMETROS GEOMÉTRICOS EN LA
RESISTENCIA AL COLAPSO Y A LA FATIGA DE
CASCO RESISTENTES DE SUBMARINOS SOBRE
PRESION EXTERNA**

TESIS

**PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE:
INGENIERO NAVAL**

ELDRED MICHAEL VILLACRÉS GRANDEZ

PROMOCION 2009-II

LIMA-PERU

2012

Digitalizado por:

**Consortio Digital del
Conocimiento MebLatam,
Hemisferio y Dalse**

A Dios por concederme las peticiones de mi corazón.

A mis padres, por el esfuerzo que hicieron al educarme, dándome las herramientas necesarias para enfrentar la vida.

Al ingeniero Victor Acosta por su asesoría.

A mi amigo Kenji Suarez y mi hermana Nancy Punto, por su amistad y el apoyo brindado.

PRÓLOGO

El casco resistente es la estructura más crítica en el submarino. Este casco es diseñado con factores de seguridad bajos por la necesidad de reducir el peso con el propósito de mejorar el desempeño operacional. Por esta razón, es importante saber la resistencia última con una mejor precisión, y también, conocer las dimensiones que optimicen el peso de la estructura y provean una mejor resistencia a la fatiga.

En este trabajo, son desarrollados modelos numéricos paramétricos en el programa comercial ANSYS, para estudiar la influencia de los parámetros geométricos en la resistencia última del casco resistente sobre presión externa. Estos modelos consideran los efectos combinados de propiedades no lineales del material e imperfecciones geométricas radiales iniciales para calcular el colapso elasto plástico de la casca cilíndrica reforzada sobre carga hidrostática. Los resultados son comparados con resultados experimentales de ensayos de cascas cilíndricas reforzadas de aluminio. Además de eso, esos resultados son comparados con otros resultados obtenidos a partir de fórmulas analíticas para el diseño de submarinos.

Posteriormente, estudios paramétricos son realizados considerando diferentes imperfecciones del casco resistente a escala real. El parámetro de imperfección nos ayuda a obtener la sensibilidad de este análisis con el fin de obtener la imperfección geométrica más pesimista posible. Adicionalmente, son estudiados los efectos de la distancia entre cuadernas y el espesor de la casca cilíndrica en la presión de colapso, con el objetivo de ajustar los resultados a una superficie de falla por el método de mínimos cuadrados.

Finalmente, un estudio de caso es desarrollado simulando el diseño de la estructura de un casco resistente para una dada profundidad máxima de operación, con el objetivo de encontrar la estructura más óptima en peso y vida a fatiga.

TABLA DE CONTENIDO

1 INTRODUCCION

1.1	DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....	1
1.2	COLAPSO ELASTO PLÁSTICO	2
1.3	INFLUENCIA DE LA IMPERFECCION	2
1.4	ANÁLISIS DE FATIGA.....	3
1.5	OBJETIVOS DE LA TESIS.....	4
1.6	SINOPSIS DE LA INVESTIGACIÓN.....	5

2 MARCO TEÓRICO

2.1	INTRODUCCIÓN	7
2.2	LA ESTRUCTURA TÍPICA DEL CASCO RESISTENTE	8
2.3	ANÁLISIS DE PANDEO DE CASCAS CILÍNDRICAS.....	10
2.3.1	Pandeo Elástico de Cascos Resistentes Perfectos.....	12
2.3.2	Colapso Cascos Resistentes Reales	16
2.4	FACTORES QUE REDUCEN LA RESISTENCIA.....	18
2.4.1	Tensiones Residuales.....	19
2.4.2	Imperfecciones Geométricas.....	23
2.5	MÉTODOS ANALÍTICOS PARA EL CALCULO DE LA PRESIÓN DE COLAPSO	26
2.5.1	Análisis de tensiones.....	27

2.5.2	Inestabilidad de la Casca entre Cuadernas.....	28
2.5.3	Inestabilidad Global	32
2.6	RESISTENCIA A LA FATIGA.....	33
2.6.1	Fatiga de la Estructura.....	35
2.6.2	Diagrama S-N	36
2.6.3	Influencia del Espesor de la Placa.....	37
2.6.4	Efecto de la Tensión media en la vida a la Fatiga	38
2.6.5	Falla de Fatiga sobre Condición de Tensiones Multiaxiales.....	43
3	MODELACIÓN NUMÉRICA	
3.1	INTRODUCCIÓN.....	46
3.2	GEOMETRÍA DEL CASCO RESISTENTE	47
3.3	MALLA DE ELEMENTOS FINITOS	48
3.4	MODELO DEL MATERIAL	50
3.5	CONDICIONES DE CONTORNO Y CARGA.....	50
3.6	MODELAMIENTO DE LA IMPERFECCIÓN GEOMÉTRICA.....	51
3.6.1	Imperfecciones Geométricas Asumidas.....	52
3.6.2	Imperfecciones Geométricas Medidas.....	54
3.7	MÉTODO NUMÉRICO DE LA SOLUCIÓN.....	58
3.8	GENERACIÓN DEL MODELO PARAMÉTRICO.....	58
3.9	MODELACIÓN NUMÉRICA DE ESPECÍMENES DE ALUMINIO.....	60
4	VALIDACION DE LA MODELACIÓN NUMÉRICA	
4.1	INTRODUCCIÓN	61
4.2	MODELOS EXPERIMENTALES.....	62
4.3	COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS ANALÍTICOS Y NUMÉRICOS.....	64

4.3.1	Pandeo de los Cilindros Cortos.....	64
4.3.2	Pandeo de los Cilindros Largos.....	70
4.3.3	Discusión de los Métodos Analíticos y Numéricos.....	79
5	ESTUDIO PARAMÉTRICO	
5.1	INTRODUCCIÓN.....	80
5.2	ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE LA DENSIDAD DE MALLA.....	81
5.3	INFLUENCIA DE LAS CONDICIONES DE CONTORNO.....	83
5.4	ANÁLISIS DE LA SENSIBILIDAD DE LA IMPERFECCIÓN GEOMÉTRICA.....	84
5.4.1	Influencia de la Imperfección entre Cuadernas y la Imperfección Global.....	84
5.4.2	Influencia de la Imperfección Geométrica Inicial.....	85
5.4.3	Influencia de la Imperfección Radial Máxima.....	86
5.5	GENERACIÓN DE MODELOS CON RESISTENCIA ÚLTIMA DE 7.2 MPa.....	89
5.6	COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS ANÁLITICOS Y NUMÉRICOS.....	93
5.7	ANÁLISIS DE FATIGA.....	95
6	CONCLUSIONES.....	103
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	106
	APENDICE.....	110
	LISTA DE SÍMBOLOS.....	112
	LISTA DE ABREVIACIONES.....	119
	ANEXO: Diseño del casco resistente por la GL.....	118

LISTA DE FIGURAS

2.1	Estructura típica de un submarino	9
2.2	Compartimiento del casco resistente.....	10
2.3	Datos de ensayos de cilindros sometidos a compresión axial.....	12
2.4	Sistema de coordenadas y desplazamientos asociados para una casca cilíndrica....	13
2.5	Comportamiento presión-desplazamiento radial teórico de un cilindro sobre presión externa.....	14
2.6	Modos de falla de cilindros reforzados.....	15
2.7	Pandeo torsional de cuadernas.....	16
2.8	Posibles modos de falla del casco resistente.....	18
2.9	Proceso de conformado de las planchas.....	15
2.10	Diagrama típico de momento-curvatura del proceso de conformado.....	20
2.11	Perfil de tensiones residuales circunferenciales en una plancha por el proceso de conformado.....	21
2.12	Distribución de tensiones residuales típicas debido al conformado de la casca y de la cuaderna.....	21
2.13	Distribución típica de las tensiones residuales debido a la soldadura.....	22
2.14	Imperfección radial y del espesor de un ducto.....	24

2.15	Curvas empíricas de diseño.....	30
2.16	Parámetros de fatiga.....	36
2.17	Curva S-N de resultados de especímenes de placas planas de acero laminado HY80 sometido a un carga axial completamente reverso (R=-1).....	37
2.18	Efectos de la razón de tensiones R en k.....	38
2.19	Diagrama de Haigh.....	39
2.20	Diagrama de Goodman modificada para una placa de acero laminado HY80 sometida a tracción.....	39
2.21	Efectos de la tensión media σ_m en la vida a la fatiga.....	40
2.22	Efectos de la razón de tensión R en la vida a la fatiga.....	40
2.23	Comparación de ecuaciones del efecto de la tensión media.....	42
2.24	Efectos de la tensión media a la compresión y a la tracción.....	43
3.1	Dimensión del modelo padrón.....	47
3.2	Geometría del elemento SHELL181.....	48
3.3	Detalles del modelo tridimensional del casco resistente.....	49
3.4	Vista longitudinal de la geometría del casco resistente con sus condiciones de contorno y de carga.....	51
3.5	Imperfección entre cuadernas.....	53
3.6	Imperfección global.....	53
3.7	Imperfección radial modelada en ANSYS	54
3.8	(a) Imperfección de las cuadernas (b) Modelación en ANSYS.....	55
3.9	Ajuste de las imperfecciones medidas a la serie de Fourier doble.....	57
3.10	Algoritmo de análisis paramétrica.....	60
4.1	Modelos experimentales de cascos resistentes de modelos L510 y L300	61
4.2	Curva del Material de aluminio	63

4.3	Geometría de los Modelos L300	64
4.4	Modelo experimental L300 No1 después del colapso y resultados de la modelación en ANSYS.....	65
4.5	Comparación de los resultados del modelo L300 No 1.....	66
4.6	Modelo experimental L300 No 5 después del colapso y resultado de la modelación numérica en ANSYS	67
4.7	Modelo experimental L300 No 6 después del colapso y resultado de la modelación numérica en ANSYS	69
4.8	Comparación de los resultados del modelo L300 No 6.....	69
4.9	Geometría de los Modelos L510.....	70
4.10	Modelación de la imperfección geométrica de la muestra L510 No 1.....	71
4.11	Modelación con geometría real del modelo y modelo después del colapso	71
4.12	Modelación numérica del modelo L510 No 1 con imperfecciones asumidas, con imperfecciones iniciales de 2 y 3 lóbulos circunferenciales.....	72
4.13	Comparación de los resultados del modelo L510 No 1.....	73
4.14	Modelo experimental L510 No 4 después del colapso y resultados de la modelación en ANSYS	74
4.15	Modelo experimental L510 No 5 después del colapso y resultados de la modelación en ANSYS.....	75
4.16	Modelación de las imperfecciones radiales medidas en la muestra L510 No 6.....	76
4.17	Modelo experimental L510 No 6 después del colapso y resultados de la modelación con ANSYS	76
4.18	Modelación numérica del modelo L510 No 6 con imperfecciones asumidas, con imperfección inicial de 2 y 4 lóbulos circunferenciales.....	78
4.19	Comparación de los resultados del modelo L510 No 6.....	78
5.1	Análisis de sensibilidad de tamaño de elementos de la malla.....	82
5.2	Análisis de la razón de aspecto de la malla.....	83
5.3	Influencia de la forma de la imperfección geométrica en la presión de colapso.....	86
5.4	Influencia de la imperfección radial máxima para el cargamento combinado y el cargamento lateral.....	87

5.5	Influencia de la imperfección radial máxima para la imperfección medidas ampliadas y las imperfecciones asumidas.....	88
5.6	Ajuste de resultados numéricos del ANSYS para todas las posibles combinaciones de los parámetros L_f y t_p	90
5.7	Relación de los parámetros L_f y t_p que proveen una resistencia última de 7.2 MPa	91
5.8	Modelo M1 y M11.....	91
5.9	Cálculo de la presión de colapso de los modelos M1, M2,..., M11.....	92
5.10	Peso por unidad de longitud de las estructuras que proveen una presión de colapso de 7.2 MPa.....	92
5.11	Comparación de los resultados de las presiones de colapso semi empíricos (normas) y numéricas (de este trabajo).....	94
5.12	Componentes del modelo en elementos finitos para el análisis de vida a la fatiga..	95
5.13	Datos de salida de las tensiones en la dirección x del elemento SHELL181.....	96
5.14	Ejemplo de un archivo de Salida del ANSYS, tensiones-componentes.dat.....	98
5.15	Análisis de fatiga en la unión de la cuaderna a la chapa	102
5.16	Análisis de fatiga entre las cuadernas	102

LISTA DE TABLAS

3.1	Dimensiones del modelo padr3n.....	47
3.2	Condiciones de contorno del casco resistente.....	50
4.1	Resumen de las muestras de ensayos y sus respectivos resultados Experimentales.....	62
4.2	Resumen de los ensayos de tracci3n para muestras de aluminio.....	62
4.3	Composici3n qu3mica del aluminio 6082-T6.....	63
4.4	Principales par3metros de las muestras.....	64
4.5	Resultados del Modelo L300 No 1.....	65
4.6	Resultados del modelo L300 No5.....	68
4.7	Resultados del modelo L300 No 6.....	68
4.8	Resultados del modelo L510 No1.....	72
4.9	Resultados del modelo L510 No4.....	74
4.10	Resultados del modelo L510 No5.....	75
4.11	Resultados del modelo L510 No6.....	77
5.1	Condiciones de contorno t3picas para cascas cil3ndricas.....	84
5.2	Influencia de las imperfecci3n radial global y entre cuadernas, para $P_N < P_{m1}$	84
5.3	Influencia de las imperfecci3n radial global y entre cuadernas, para $P_{m1} < P_N$	85
5.4	Resultados num3ricos del modelo L510 No 1 y L510 No 6	85
5.5	a) Presi3n de colapso b) Modo circunferencial de la imperfecci3n inicial.....	89

5.5.1	Modelos paramétricos generados por la solución de las ecuaciones $P_{co}(L_f, t_p) = 7.2$	91
5.6	Resultados de análisis numéricos y de formulaciones de diseño para Submarinos.....	93
5.7	Tensión Residual por la soldadura	99
5.8	Análisis de fatiga en el alma de la cuaderna	99
5.9	Análisis de fatiga entre cuadernas	100
5.10	Análisis de fatiga en la unión cuaderna-chapa.....	100

CAPITULO I

INTRODUCCION

1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Estructuras cilíndricas reforzadas poseen vasta aplicación ingenieril, la principal aplicación es en submarinos y vehículos de inspección remota, pero también se aplica en la industria de petróleo como columnas de perforación, producción y otras estructuras submarinas. El casco resistente del submarino es de este tipo de estructura y es la principal estructura que soporta la presión hidrostática. Estos representan, actualmente, las mayores estructuras soldadas resistentes a la presión que existen. Independientes de sus dimensiones, estas estructuras reúnen características especiales tanto en el diseño como en la tecnología empleada para su construcción.

El casco resistente es la estructura más crítica en el submarino, ya que otros elementos del submarino (prensa, válvula, tanque de lastre, etc.) resisten a la presión ampliamente, por lo tanto, los cascos son responsables directos de la seguridad del submarino. Esta estructura debería tener un coeficiente de seguridad alto, porque está expuesto a cargas dinámicas (explosión, choques, agresividad del mar, etc.), capaces de resultar en riesgo de pérdida de vidas humanas y grandes pérdidas económicas, sin embargo estas poseen factores de seguridad pequeños (para profundidades de operación de 200 metros el factor de seguridad oscila entre 1.73 a 2 [1], en comparación a otras estructuras con estas consideraciones el margen de seguridad son mayores que 2 [2]). Tan

pequeño factor de seguridad exige conocer perfectamente cómo sería la ruptura o el colapso de la estructura, y a que presión colapso, con el fin de garantizar su integridad en condiciones normales de trabajo.

El peso del submarino es un factor muy importante, debido al hecho que los submarinos necesitan ahorrar peso para el equipamiento, propulsión, etc. Sin la cual el submarino tendría una menor cualidad operacional y por ende sería inaceptable, por tener desventajas con sus competidores. Por eso es importante determinar las dimensiones que optimicen el peso del casco resistente de un submarino diseñado para una determinada profundidad de sumersión nominal (NDD), y además de eso la estructura debe tener una aceptable vida a la fatiga.

1.2 COLAPSO ELASTOPLÁSTICO

En la grande mayoría de cascos resistentes de acero, la presión de colapso es mayor que la presión que causa la primera fluencia del material de la estructura, por lo tanto el diseño se realizará por el criterio de colapso elasto plástico o resistencia última, mediante el cálculo de la presión elasto plástico de la estructura, calculada por el método de elementos finitos. El criterio por colapso elasto plástico es menos conservador que el criterio tradicional de diseño basados en la presión necesaria para causar la primera fluencia.

1.3 INFLUENCIA DE LA IMPERFECCION

Existen discrepancias entre los resultados de los cálculos de la presión de colapso numérico y experimental de los cascos resistentes, dado que estas estructuras son sensibles a las imperfecciones geométricas. Esa diferencia puede ser reducida ingresando imperfecciones geométricas en el modelo numérico. As imperfecciones geométricas son

generados por el proceso de fabricación y son medidos como el desplazamiento radial de la circularidad perfecta. La presión y el modo de colapso dependen de la forma y de la amplitud de las imperfecciones geométricas radiales, en la práctica se asume una imperfección de forma elíptica y una tolerancia máxima de imperfección radial. Dado que no se tiene el control de la forma de la imperfección geométrica, se trabaja con imperfecciones geométricas más desfavorables. Para efectos prácticos, se asume imperfecciones sinodales en la dirección circunferencial, la cual mediante la manipulación del número de lóbulos se busca la imperfección más desfavorable para la resistencia última. Para la validación del modelo numérico se realizará el análisis numérico con imperfecciones asumidas e imperfecciones reales de ensayos experimentales disponibles en la literatura.

El proceso de fabricación produce tensiones residuales, las cuales reducen la resistencia última. Estudios realizados mediante simulación numérica en la referencia [3], mostraron que los efectos de la tensión residual debido a la soldadura de las cuadernas al casco resistente son relativamente pequeñas, pues solo reduce en 1% la presión de colapso. En el caso de la tensión residual por el proceso de rolado, el reduce la presión de colapso local en un valor no mayor que 3% y la presión de colapso global en un valor no mayor que 4% [4]. Estas tensiones tienen una mayor influencia en la vida a la fatiga del casco resistente. En esta disertación la tensión residual por la soldadura es estimada por las formulaciones de Faulkner y solo es considerada para el análisis de fatiga.

1.4 ANÁLISIS DE FATIGA

La operación del submarino implica sumersiones a partir de la superficie hasta la profundidad de sumersión máxima y varias profundidades intermedias, y, en seguida el retorno. El casco de esta manera es sometida a una carga cíclica irregular de presión externa aplicada sobre él. En la máxima profundidad de sumersión, las partes de la

estructura experimentan tensiones que se aproximan al límite de fluencia. Aunque estas tensiones no causan la falla de la estructura, la operación del submarino, que va de un número de veces hasta la máxima profundidad de sumersión, hace introducir aspectos de fatiga.

1.5 OBJETIVOS DE LA TESIS

El objetivo principal de esta disertación es estudiar la influencia de los parámetros geométricos en la resistencia al colapso y a la fatiga de cascos resistentes de submarinos sometidos a presión externa, con la finalidad de generar subsidios técnicos para el dimensionamiento óptimo del peso y la vida a la fatiga de estas estructuras. Para alcanzar este objetivo propuesto, son establecidos los siguientes objetivos secundarios:

- Revisar y validar los actuales códigos de diseño de cascos resistentes de submarino (GL y BS5500)
- Generar macros en el APDL (ANSYS Parametric Design Language), capaces de realizar la modelación numérica de la estructura sometida a carga hidrostática mediante el ingreso de parámetros de entrada (dimensiones de la geometría, imperfección geométrica, tamaño de los elementos, número de pasos de la solución, etc.)
- Validar los resultados numéricos (ANSYS), formulaciones analíticas (normas de diseño de submarinos) y ensayos experimentales disponibles en la literatura.
- Realizar análisis paramétricos del efecto de la imperfección geométrica.
- Realizar el estudio paramétrico variando la geometría del casco resistente estándar (espesor de las planchas y la distancia entre cuadernas), con la finalidad de obtener la influencia de estos parámetros en la presión de colapso.

- Finalmente, serán presentados estudios de casos, simulando el diseño de la estructura de un casco resistente para una determinada profundidad máxima de operación, de forma a optimizar el peso y la vida a la fatiga de la estructura.

Los resultados de este estudio ayudarán en la elección adecuada de la distancia entre cuadernas y el espesor de las planchas para la construcción del casco resistente con una determinada resistencia última. La generación de macros facilitará el análisis paramétrico, que puede ser utilizada para futuras investigaciones, para optimizar otras partes del submarino.

1.6 SINOPSIS DE LA INVESTIGACIÓN

En el capítulo 2, son resumidos los principales aspectos del estudio de cascos cilíndricos reforzados sobre presión externa, considerando algunos de los factores que pueden reducir la resistencia última de estas estructuras y también se muestra formulaciones actualmente en uso en códigos de diseño de cascos resistentes (Germanischer Lloyd y la BS5500). A demás de eso, son presentados métodos de análisis de fatiga.

En el capítulo 3, se describe la generación del modelo paramétrico del casco resistente en el APDL. Ese modelo reproduce el comportamiento de la estructura sobre presión externa.

En el capítulo 4, se presenta la validación del modelo numérico. Se muestra el potencial del modelo numérico de predecir la resistencia última y la forma de colapso de estas estructuras. A demás, las soluciones numéricas del ANSYS son comparadas con las soluciones calculadas mediante las fórmulas de diseño.

En el capítulo 5, se realiza los primeros análisis paramétricos para el estudio de la magnitud y la forma de la imperfección geométrica radial, y también, se realiza una análisis de sensibilidad del tamaño de elementos de la malla del modelo de elementos finitos, para escoger una malla adecuada (menos tiempo computacional) para los posteriores análisis paramétricos.

En el capítulo 6, se realiza el estudio paramétrico de cascos resistentes a escala real. Mediante ese estudio, se desenvuelve una ecuación analítica para estimar la presión de colapso en función de los parámetros distancia entre cuadernas y espesor de la plancha de la casca cilíndrica. Como estudio de caso, a partir de esas ecuaciones se genera modelos paramétricos con una misma resistencia última. A cada uno de esos modelos se calculará su peso y su vida a la fatiga.

Finalmente, en el capítulo 7, se presenta las conclusiones y algunas sugerencias para trabajos futuros.

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 INTRODUCCIÓN

La estructura principal que soporta la presión hidrostática en un submarino es una casca cilíndrica reforzada que recibe como nombre casco resistente. Esta estructura es muy similar a las estructuras utilizadas en la ingeniería civil, aeroespacial y offshore, y por lo tanto los avances de un grupo le permite aplicar a los demás. Este capítulo trata sobre las bases teóricas del comportamiento estructural, curvas y fórmulas de diseño desarrolladas hasta el presente para cascas cilíndricas reforzadas.

El programa de elementos finitos ANSYS calcula el estado de tensión y la carga crítica de toda la estructura. Sin embargo, es necesario conocer las soluciones obtenidas por métodos convencionales, analíticas, utilizando soluciones algebraicas, ya que nos ayuda a evaluar los resultados y, a saber cómo aplicar las condiciones de contorno y de carga. En muchos casos se obtienen soluciones numéricas erradas por no saber cómo definir los problemas.

Los cascos resistentes reales tienen imperfecciones geométricas y tensiones residuales debido al proceso de fabricación, lo que reduce su resistencia última y su

resistencia a la fatiga. Las imperfecciones geométricas reducen considerablemente la presión de colapso de la estructura y en el caso de las tensiones residuales reducen la vida de a la fatiga de la estructura. Por tanto, la presión de pandeo calculada analíticamente considerando cilindros reforzados perfectos hechos de material lineal elástico representa la presión externa máxima que puede soportar la estructura perfecta.

Debido que el submarino fue sometido a cargas cíclicas, las cuales fueron inducidas por las operaciones de sumersión e inmersión, la estructura del material del submarino experimenta fatiga. En la última sección se presentan los métodos de análisis de la fatiga y los resultados experimentales de la fatiga del acero HY-80, que se utilizarán en el análisis de la resistencia a la fatiga del casco resistente en los siguientes capítulos.

2.2 LA ESTRUCTURA TÍPICA DEL CASCO RESISTENTE

La función principal del casco resistente es soportar la carga inducida por la presión hidrostática. La manera más eficiente de trabajar de cualquier elemento estructural es a tracción o a compresión pura. En el caso de compresión pura las deformaciones son muy pequeñas, pero si existe flexión, producidos por momentos flectores, los desplazamientos serían relativamente grandes, y la estructura deberá tener un límite práctico de utilización, mucho antes de que se acaben las características mecánicas máximas del material utilizado.

En un campo de presión uniforme las estructuras de secciones circulares trabajan bajo compresión pura, por tanto son las más eficientes. La presión hidrostática que actúa sobre el casco resistente varía linealmente con la profundidad de sumersión, y por lo tanto a lo largo de la altura de la estructura, pero para profundidades más grandes se puede simplificar como una presión externa uniforme, se deduce de ahí que el casco resistente del

submarino sea típicamente compuesto por una combinación de cascas cilíndricas y cónicas reforzadas, con domos esféricos en cada extremo.

Las cuadernas impiden que ocurra el pandeo elástico antes de que la fluencia de material, aumentando así la eficiencia estructural [5]. Los mamparos de seguridad estanco dividen a los compartimientos del casco resistente. La *Figura 2.1* muestra el casco resistente completa y la *Figura 2.2* muestra un solo compartimiento.

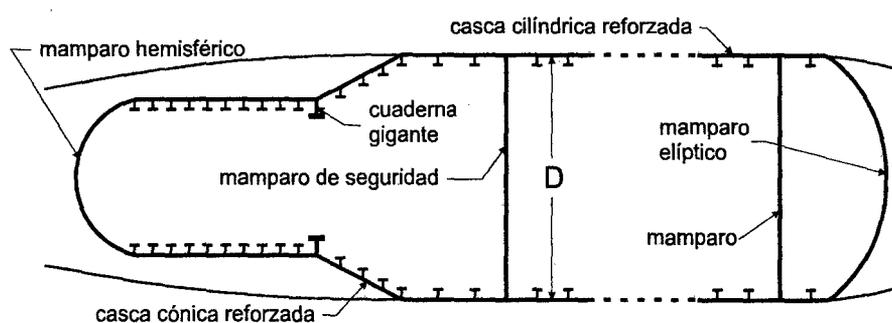


Figura 2.1 Estructura típica de un submarino [13]

El diseño tradicional de Casco resistente es basado en la suposición de que una compartimiento (que puede consistir en secciones cilíndricas, cónicas y esféricas, como se muestra en *Figura 2.1*) puede ser aproximada por una casca cilíndrica reforzada uniformemente con mamparos rígidos en los bordes. El conservadurismo es garantizado por la incorporación de las dimensiones más pesimistas en el cilindro idealizado [6]. En contraste, los domos y los mamparos pueden ser diseñados de forma conservadora, ya que componen una porción mucho más pequeña del casco resistente. La presente tesis se centra en el análisis y diseño de cascas cilíndricas reforzadas, ya que son los componentes críticos al diseño del casco resistente.

Los cascos resistentes son diseñadas de modo que el peso de la estructura, más las estructuras de secundarias internas y externas, el equipamiento y el combustible, etc. Sean

equilibradas por la fuerza de empuje. La mayor eficiencia estructural, en el sentido de altas relaciones de resistencia estructural en relación al peso, puede significar para un submarino, mayor carga útil y mayor faja operacional.

La presente disertación está relacionada con cascos resistentes construidos con acero HY80, el cual ha sido el material de construcción preferido para los cascos resistentes en el pasado y probablemente va continuar así para estructuras futuras diseñadas para presiones de operaciones moderadas (encima de 20 MPa) [6].

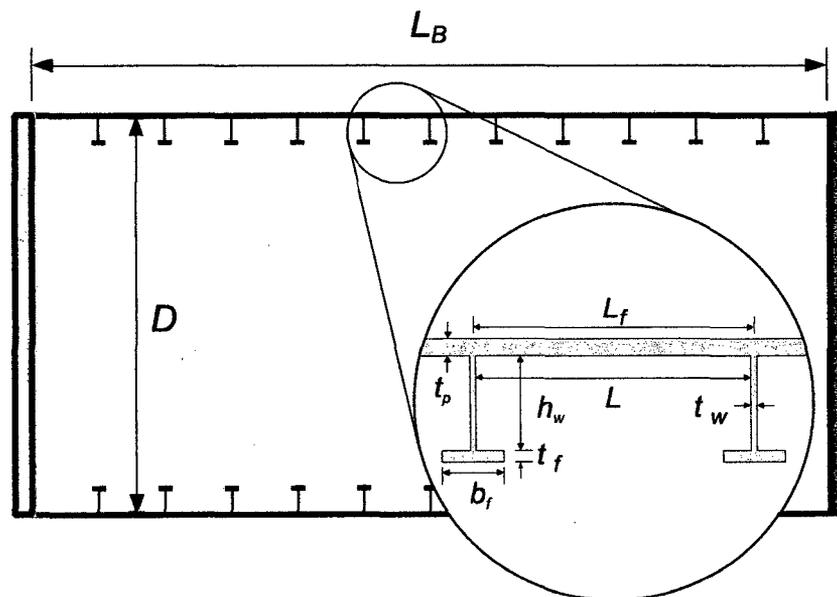


Figura 2.2 Compartimiento del casco resistente

2.3 ANÁLISIS DE PANDEO DE CASCAS CILÍNDRICAS

El fenómeno de inestabilidad en estructuras es ocasionada por cargas compresivas. El casco resistente convierte la presión hidrostática en tensiones circunferenciales de compresión, y, por lo tanto, el análisis de falla por inestabilidad es fundamental. La inestabilidad está asociada al pandeo, que es la ocurrencia de grandes deformaciones de

una estructura sobre una carga constante. En general, la resistencia última del casco es gobernada por la presión externa, la cual causa el pandeo elástico o elasto plástico [7].

La presión de colapso de cascos resistentes tradicionalmente ha sido evaluada combinando teorías analíticas y datos empíricos. Las formulas analíticas resultantes del trabajo de muchos investigadores (como Bresse, von Mises y Bryant [8]) fueron colectadas y actualmente son usadas en las normas de diseño.

Debido que el diseño del casco resistente está gobernada por consideraciones de inestabilidad, las investigaciones sobre tales tipos de estructuras ha sido centrado en:

1. Desenvolvimiento analítico de predicciones de la resistencia al pandeo y pos pandeo.
2. Correlación de estos resultados con los valores experimentales.

Se verificó, mismo para casos aparentemente simples (tales como para un tubo cilíndrico sobre compresión axial), las cargas de pandeo, determinadas experimentalmente, resultaron más bajas que las clásicas previsiones de pandeo [9]. Las discrepancias entre la teoría clásica de cascas y las cargas de pandeo observadas experimentalmente ha sido atribuida a los efectos de varios factores: condiciones de contorno, excentricidades de la carga, anisotropía del material, tensiones residuales e imperfecciones geométricas. Varios procedimientos analíticos ha sido desenvueltos en la teoría de pandeo de cascas en la tentativa de tomar en cuenta estos factores que reducen la resistencia, especialmente las imperfecciones geométricas.

Los métodos más comunes de tratar con las incertidumbres en el cálculo de la carga crítica de diseño son mediante el uso de curvas empíricas [10]. Los métodos de diseño

tradicionales que se usan para calcular la carga crítica de pandeo de cascas son basados en estructuras perfectas. Para obtener la carga de pandeo de una estructura real (una estructura con imperfecciones) se aplica un factor de incertidumbre ("knock-down") a la carga de pandeo calculado de forma clásica. Este factor es una variable derivada empíricamente, muchas veces relacionada a parámetros geométricos o del material, que describen la relación de pandeo clásico-experimental. La curva empírica puede ser asociada al límite inferior o a la media de los datos experimentales. La Figura 2.3 muestra una curva empírica para ajustar los valores calculados en una casca cilíndrica sometida a compresión axial.

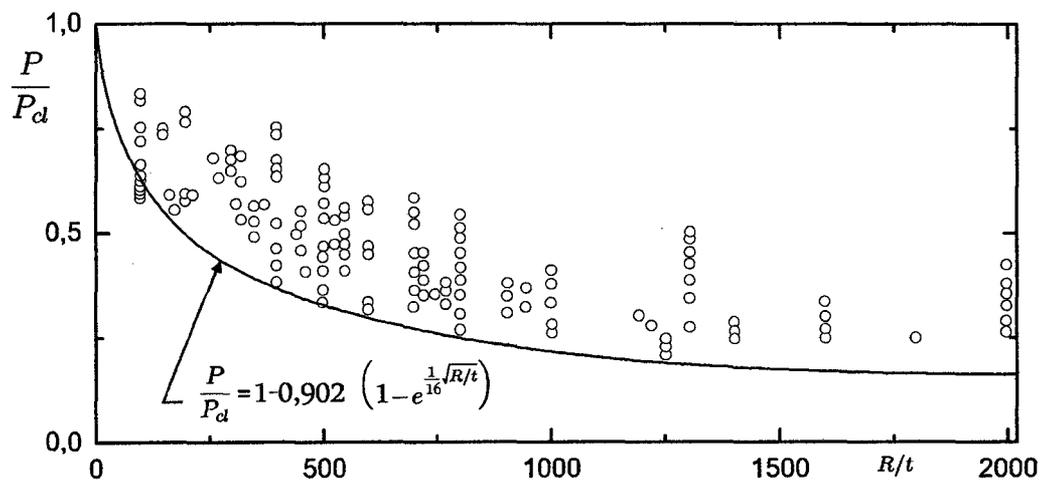


Figura 2.3 Datos de ensayos de cilindros sometidos a compresión axial [11]

Debido a la complejidad de la teoría de pandeo de cascas y a la confianza de los métodos empíricos, fueron desenvueltos códigos de diseño para calcular el pandeo crítico de cascas, las cuales están limitadas a geometrías y cargas básicas.

2.3.1 Pandeo Elástico de Cascos Resistentes Perfectos

Una casca cilíndrica perfecta circular sometida a una presión externa uniforme experimenta desplazamientos axisimétricos. El sistema de coordenadas utilizados en el

estudio de pandeo de cascas cilíndricas es mostrado en la Figura 2.4. Inicialmente el desplazamiento radial w , es proporcional a la presión aplicada, pero para una determinada presión la relación desplazamiento-presión se vuelve no lineal. Finalmente, cuando la presión externa alcanza un valor crítico, cualquier perturbación en la presión provoca grandes desplazamientos radiales, cuando ocurre esto se dice que la estructura a pandeado.

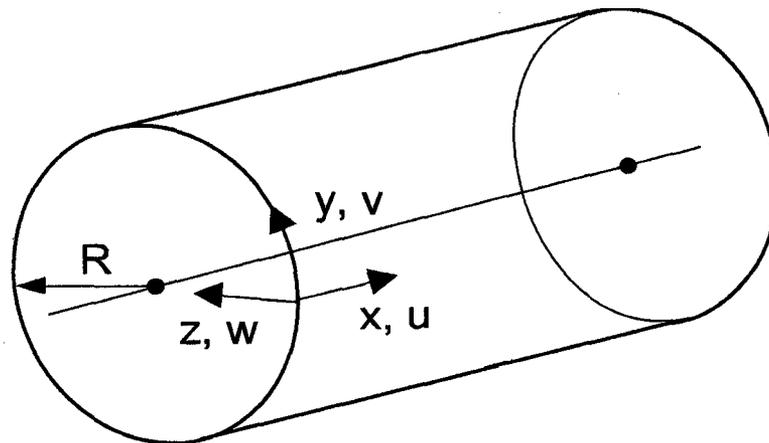


Figura 2.4 Sistema de coordenadas y desplazamientos asociados para una casca cilíndrica

Para el análisis estático de cilindros perfectos, existen dos comportamientos referidos como pandeo:

- a) Pandeo en el punto de bifurcación.
- b) Colapso en el punto límite o máximo, de una curva carga-desplazamiento.

El pandeo en el punto de bifurcación (por ejemplo, el clásico pandeo elástico) es asociado con desplazamientos que son ortogonales a los desplazamientos de pre-pandeo, en cuanto el pandeo en el punto límite es caracterizado por grandes desplazamientos. La presión de pandeo en el punto de bifurcación es derivada de la teoría de estabilidad elástica para pequeñas deformaciones. La Figura 2.5 muestra el comportamiento teórico presión-desplazamiento de un cilindro sobre presión externa. La presión de colapso axisimétrico es

difícilmente alcanzado porque el pandeo de bifurcación (pandeo elástico) es alcanzado primero.

El conjunto de puntos de equilibrio en el espacio desplazamiento-presión (w,P) es llamado camino de equilibrio. La curva OAB representa el camino fundamental de equilibrio, porque contiene el estado inicial no deformado.

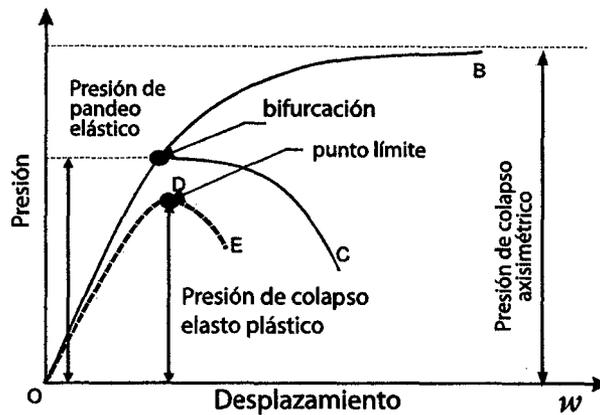


Figura 2.5 Comportamiento presión-desplazamiento radial teórico de un cilindro sobre presión externa [6]

En el punto de equilibrio, el cilindro se torna inestable, y cualquier pequeña perturbación en la dirección radial irá provocar grandes desplazamientos. Se llama pandeo de bifurcación porque en la presión de pandeo de bifurcación la curva de presión-desplazamiento se bifurca del camino fundamental. La curva AC representa el camino de bifurcación.

El desplazamiento por pandeo de bifurcación ocurre de forma no axisimétrica, donde el desplazamiento radial sigue un modelo sinodal alrededor de la circunferencia del cilindro. El número completo de lóbulos de la circunferencia es denotado por n , en cuanto que el número de medias ondas a lo largo de la dirección axial es denotado por m . Existe un infinito número de combinaciones de modos de pandeo longitudinales y circunferenciales para una determinada geometría del cilindro, con una presión de pandeo asociado a cada

combinación de n e m . La menor de las presiones de pandeo es la de mayor importancia, porque esta define la estabilidad. Los modos de pandeo global y entre cuadernas son mostrados en la Figura 2.6. La distinción entre el modo de pandeo global y entre cuadernas es bastante arbitrario, pues ellos son realmente fallas por bandeado de bifurcación, pero los términos son útiles para diseño, porque permite diseñar separadamente las cuadernas y la casca.

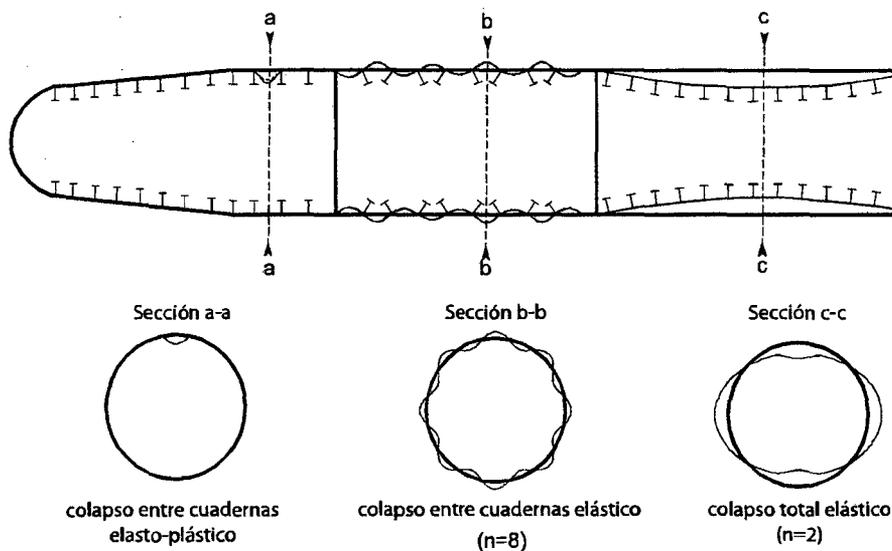


Figura 2.6 Modos de falla de cilindros reforzados [12]

Una fuente adicional de inestabilidad en el casco resistente es el pandeo torsional de las cuadernas, el cual es referido a la ocurrencia de inestabilidad local de las cuadernas. El pandeo torsional puede ocurrir de cualquier uno de estas tres formas:

- a) Pandeo torsional lateral de la cuaderna.
- b) Pandeo local del alma de la cuaderna.
- c) Pandeo local del ala de la cuaderna.

La Figura 2.7 muestra las tres formas de pandeo torsional de las cuadernas. Los cascos resistentes diseñados tradicionalmente exigen cuadernas relativamente robustas con el fin de resistir a la flexión y prevenir el pandeo torsional de las cuadernas, tales refuerzos no

son propensos al pandeo torsional y además de eso los procedimiento de diseño tienen como objetivo evitar tales fallas, en vez de predecir este modo de falla.

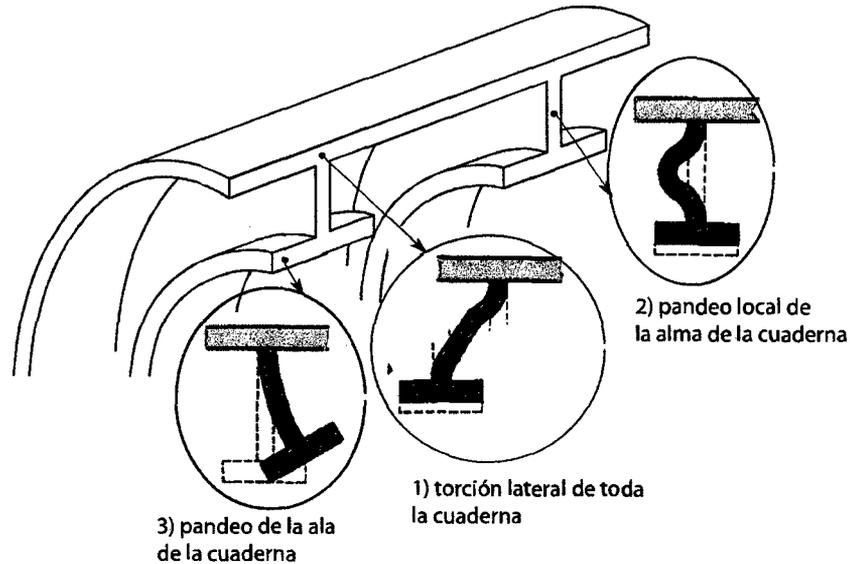


Figura 2.7 Pandeo torsional de cuadernas

2.3.2 Colapso Cascos Resistentes Reales

La presión de pandeo elástico es típicamente calculado para cilindros perfectos y con material elástico, por lo tanto representan la máxima presión externa que puede resistir la estructura perfecta. Sin embargo la presión de pandeo de la estructura es sensible a desvíos de la estructura perfecta, estos desvíos reducen la resistencia de la estructura. Estos factores de reducción de la resistencia son inducidos por la fabricación, o por el modelamiento numérico imperfecto. Cada uno de estos factores debe ser considerado al determinar el valor de la presión de pandeo de la estructura.

La resistencia de los cascos resistentes es influenciada por el inicio de la fluencia del material, a diferencia de las cascas cilíndricas no reforzadas, que son gobernadas por el pandeo elástico. Como resultado, los cascos resistentes son sensibles tanto a las

imperfecciones geométricas como a las tensiones residuales, que están relacionadas con el inicio anticipado de la fluencia. Esos factores de reducción de la resistencia resultantes del proceso de fabricación deben ser llevados en consideración en el diseño.

Los cascos resistentes fallan generalmente por medio de un colapso elasto plástico, por lo cual la estructura es limitada por:

- a) La plasticidad del material, incluyendo inicio anticipado de la fluencia debido a las tensiones residuales;
- b) Comportamiento geométrico no lineal asociado a imperfecciones geométricas, comportamiento viga-columna debido a la carga axial y los efectos de la fuerza seguidora (su dirección es siempre normal a la superficie de la casca cilíndrica) de la carga de presión.
- c) Inestabilidad asociado al pandeo elástico.

El colapso elasto plástico es representado en la Figura 2.5, por la curva ODE, donde el punto D marca el punto límite asociado con la presión de colapso. Para geometrías y materiales del casco resistente, el valor de la presión externa para causar el colapso elasto plástico es significativamente menor que la presión de pandeo elástico.

La Figura 2.8 presenta un esquema que describe las principales fallas que está expuesto el casco resistente.

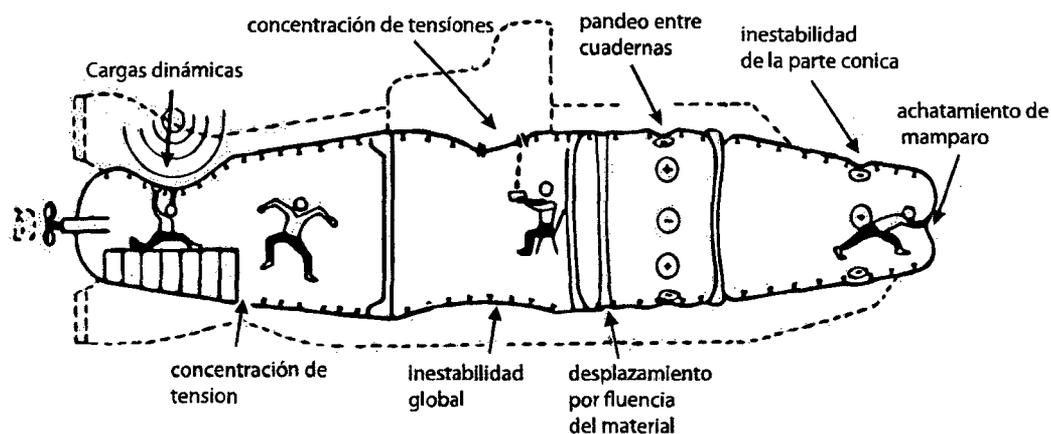


Figura 2.8 Posibles modos de falla del casco resistente [13]

2.4 FACTORES QUE REDUCEN LA RESISTENCIA

Un casco resistente típico de un submarino es construido de planchas de metal de acero laminado HY80, que son conformados para formar el casco resistente, como se muestra en la Figura 2.9. Las cuadernas son generalmente hechas de secciones tipo T, compuestas por alas conformadas y almas maquinadas, o por alas y almas conformadas. Las chapas conformadas son unidas por soldadura; ese proceso forma costuras longitudinales y circunferenciales entre las secciones de la chapa y la conexión de las cuadernas a la chapa. El proceso de fabricación (conformado y soldadura) introduce tensiones residuales y también distorsiones locales y globales de la geometría de la estructura [14]. La naturaleza de las tensiones residuales y de las imperfecciones geométricas, resultantes de la fabricación, son tratados en la siguientes secciones.

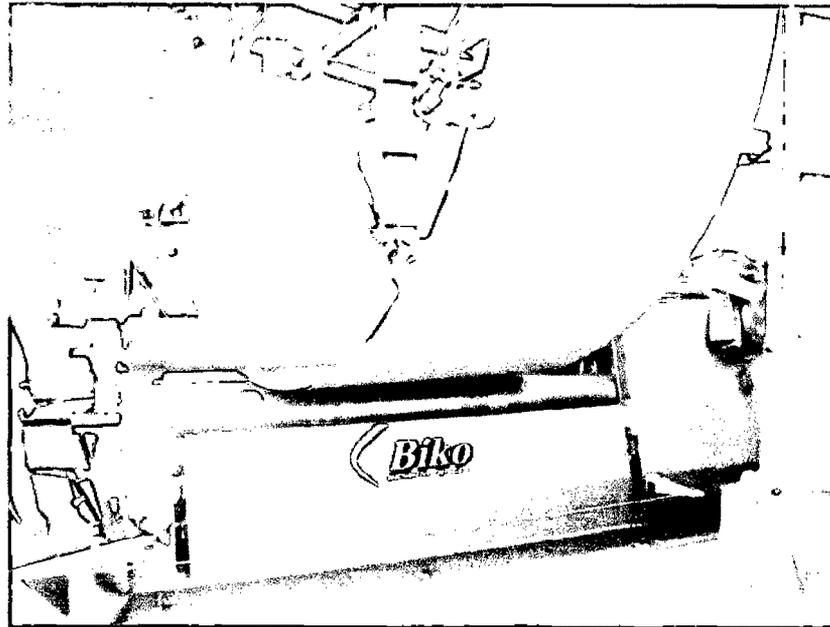


Figura 2.9 Proceso de conformado de las planchas [15]

2.4.1 Tensiones Residuales

Tensiones residuales son aquellas que permanecen en la estructura cuando todas las cargas externas son removidas. Una de las principales causas de su apareamiento es la ocurrencia, a lo largo de una sección de la estructura, de deformaciones plásticas no uniforme, que pueden ser causadas por efectos mecánicos o térmicos. Las tensiones residuales son frecuentemente acompañadas por imperfecciones geométricas que pueden adicionalmente reducir la resistencia.

- a) Las tensiones residuales de los cascos resistentes son principalmente el resultado de dos procesos:
 - b) Conformado de planchas del casco y posiblemente de las cuadernas.
 - c) Soldadura de las planchas del casco resistente y las cuadernas.

2.4.1.1 Tensiones residuales debido al conformado

El conformado produce tensiones residuales y anisotropía en la región deformada [16]. El efecto de la deformación plástica por el conformado en la efectiva tensión de fluencia depende del material, de la sección geométrica y de la configuración final de la estructura. Se observó que en algunos casos la tensión de fluencia disminuyó por el efecto del conformado, pero en otros casos ella aumenta [4].

El conformado consiste en deformar plásticamente la sección de la chapa hasta un radio de curvatura mayor que la deseada K_L (sobre doblada) con un momento de flexión M_{max} , y después cuando es liberado, la sección sufrirá una restauración elástica dk , resultando en una curvatura final o residual de K_U , como puede ser visto en la Figura 2.10. En situaciones reales ese proceso es realizado por etapas sucesivas de doblamiento de la sección [17].

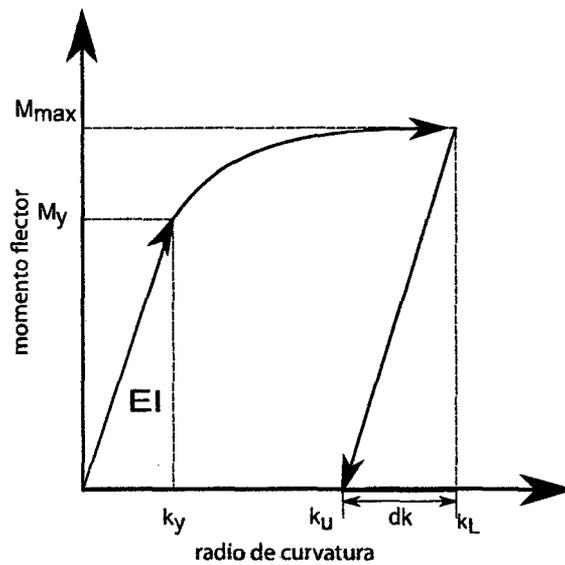


Figura 2.10 Diagrama típico de momento-curvatura del proceso de conformado [17]

El momento restaurador es de signo opuesto al momento máximo aplicado M_{max} , y está típicamente en la zona elástica del material, sin embargo la plasticidad puede ocurrir de

forma localizada. Las tensiones residuales son la suma de las tensiones debido a la restauración elástica y el sobre doblamiento, como muestra la Figura 2.11.

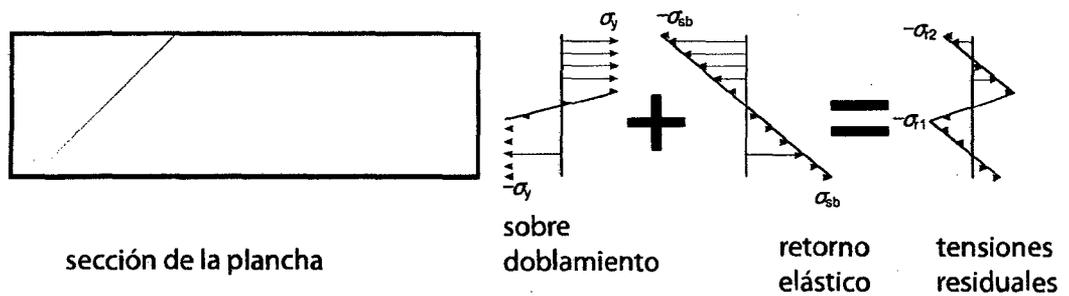


Figura 2.11 Perfil de tensiones residuales circunferenciales en una plancha por el proceso de conformado [6]

Debido al conformado la sección de la cuaderna tipo T queda con tensiones residuales de compresión en gran parte de la ala y del pie del alma, como muestra la Figura 2.12.

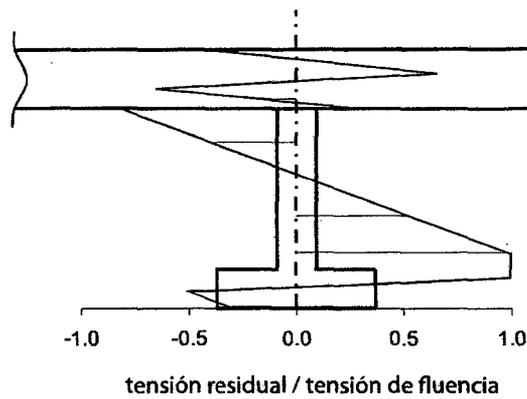


Figura 2.12 Distribución de tensiones residuales típicas debido al conformado de la chapa y de la cuaderna [6]

2.4.1.2 Tensiones residuales debido a la soldadura

La soldadura calienta regiones localizadas de la estructura, permaneciendo las regiones restantes en temperaturas muy inferiores. Las regiones calentadas tienden a dilatarse, pero esta dilatación es impedida por las partes adyacentes sometidas a

temperaturas inferiores, lo que resulta en deformaciones elásticas y plásticas en el material calentado. Como consecuencia, al final del proceso de soldadura, la estructura queda con tensiones internas y distorsiones permanentes.

La distribución de tensiones residuales debido a la soldadura en la sección transversal del casco resistente es mostrada en la Figura 2.13. La soldadura de las cavernas a las planchas del casco produce tensiones de tracción en la dirección circunferencial en la chapa próxima a la cuaderna. El ancho de la zona a tracción $2 \eta t_p$, es una característica del proceso de soldadura y la geometría de la estructura, e η varía de 1.5 a 6 para estructuras marinas.

Las tensiones residuales compresivas en la casca resulta del balance con las tensiones de tracción σ_{rc1} y la tensión asociada con la distorsión de la casca debido a la soldadura σ_{rc2} . La distorsión del casco es en la forma de una media onda sinodal entre cavernas y es equilibrada por una tensión de tracción en los refuerzos σ_{rf} . La máxima deformación entre cuadernas δ_p es típicamente alrededor del 10% del espesor de la casca.

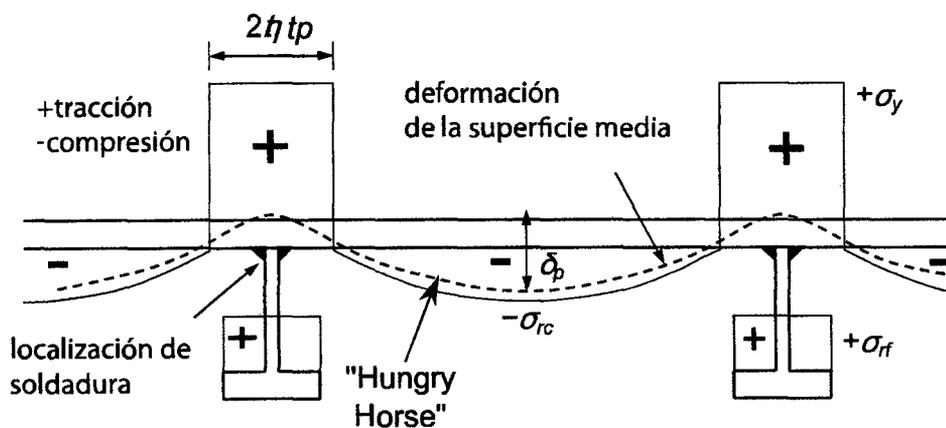


Figura 2.13 Distribución típica de las tensiones residuales debido a la soldadura [6]

Las siguientes relaciones de Faulkner pueden ser usados [6] para determinar los valores máximos de tensiones residuales de tracción y de compresión en la casca y en las cuadernas:

$$\sigma_{rc} = \sigma_{rc1} + \sigma_{rc2} \quad (2.1)$$

$$\sigma_{rc1} = \frac{2\eta\sigma t_p}{L_f - 2\eta t_p} \quad (2.2)$$

$$\sigma_{rc2} = \sigma_{rf} - \frac{\delta_p E}{R_m + t_p/2} \quad (2.3)$$

$$\sigma_{rf} = \frac{2\delta_p E L_f t_p}{\pi \left(R_m + \frac{t_p}{2}\right) (L_f t_p + A)} \quad (2.4)$$

donde

$$A = \frac{A_f (R_m + t_p/2)^2}{a_{gc}^2} \quad (2.5)$$

2.4.2 Imperfecciones Geométricas

Las imperfecciones geométricas son perjudiciales para la resistencia última de cascas cilíndricas por su contribución al comportamiento no lineal, especialmente a través de la flexión y posterior comportamiento viga-columna de cascos resistentes. Las imperfecciones iniciales no son totalmente aleatorios, ha sido mostrado que su distribución general es una característica del proceso de fabricación.

La sensibilidad de la resistencia última a las imperfecciones está relacionada a la magnitud y a la forma de la geometría de las imperfecciones iniciales. Numerosas investigaciones fueron realizadas sobre la medición de la geometría real de cascos [10]. La Figura 2.14 muestra una típica medición de las imperfecciones radiales y del espesor de un ducto.

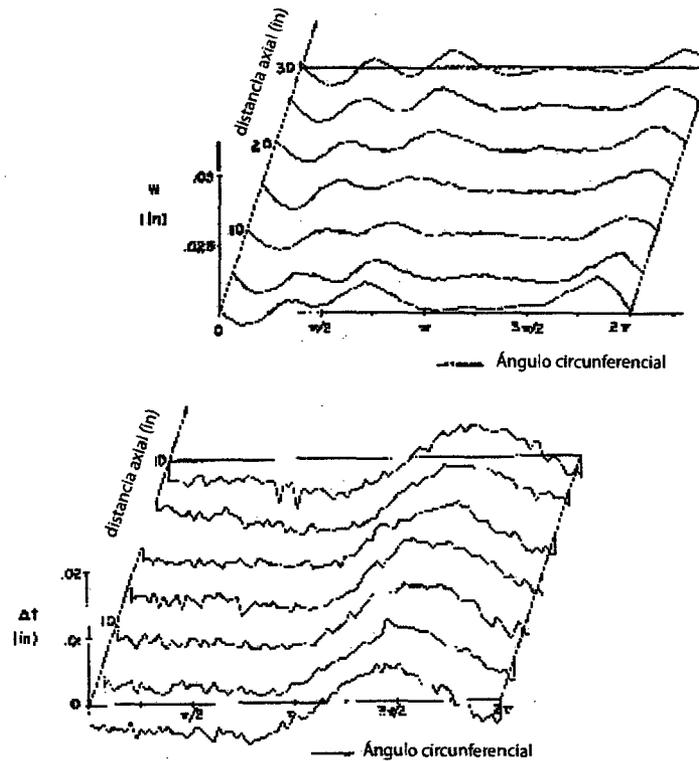


Figura 2.14 Imperfección radial y del espesor de un ducto [18]

Las imperfecciones geométricas iniciales en cascos resistentes pueden estar en la forma de:

- a) Desplazamiento global en la dirección radial de la casca cilíndrica (OOC).
- b) Distorsión adicional de la chapa entre cuadernas.
- c) Desviación fuera del plano de las cuadernas (inclinación de las cuadernas).

El modo de colapso de un casco resistente es determinado por la magnitud y la forma del OOC. La interacción del modo de colapso global y entre cuadernas fue reportada para magnitudes moderadas de OOC, en el modo interactivo la presión de colapso puede ser inferior a la presión de colapso entre cuadernas o la global [19].

Una conveniente descripción de la magnitud OOC es el máximo desplazamiento radial de la circunferencia media, presentados en unidades de distancia o como un porcentaje del radio medio. El casco resistente son normalmente diseñados considerando un

desplazamiento radial máximo de 0.4% del radio medio R_m de a casca cilíndrica (de acuerdo con la norma GL [20]).

2.4.2.1 Medición del OOC

El OOC de un cilindro reforzado de largura finita es expresada en términos del desvío inicial radial a partir del círculo perfecto y puede ser definida por la siguiente serie de Fourier:

$$w_0 = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{0mn} \cos n\theta \sin\left(\frac{m\pi x}{L_B}\right) \quad (2.6)$$

w_0 es la imperfección correspondiente a las coordenadas cilíndricas. Una conveniente descripción de la magnitud OOC es el máximo desplazamiento radial de la circunferencia media, presentados en unidades de distancia o como un porcentaje del radio medio. El casco resistente son normalmente diseñados considerando un desplazamiento radial máximo de θ y x (donde $t=y/R$ en la Figura 2.4), y C_{0mn} es la amplitud de la imperfección correspondiente a los números de onda axial m y circunferencial n . Esta serie dupla puede ser simplificada por series de Fourier simples, considerando secciones del casco. El radio del casco resistente es definido por la expresión:

$$R(\theta) = b_0 + a_1 \sin \theta + b_1 \cos \theta + \sum_{n=2}^{\infty} (a_n \sin n\theta + b_n \cos n\theta) \quad (2.7)$$

Donde b_0 es el radio medio, a_1 y b_1 representan el desplazamiento a partir del centro de referencia de los datos recolectados O, a_n y b_n son coeficientes para un particular número de onda circunferencial n , como muestra la Figura 2.16. La amplitud de la serie es tomado como:

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad (2.8)$$

Y es un indicador de la contribución del modo n al OOC.

Los coeficientes de Fourier pueden ser calculados a partir de datos discretos uniformemente espaciados utilizando las siguientes expresiones:

$$b_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} R(\theta_i)$$

$$b_1 = \frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} R(\theta_i) \cos \theta_i$$

$$b_n = \frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} R(\theta_i) \cos n\theta_i$$

$$a_1 = \frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} R(\theta_i) \sen \theta_i$$

$$a_n = \frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} R(\theta_i) \sen n\theta_i$$

Donde

$\theta_i = 2\pi i / N$ y N es el número de mediciones del OOC sobre la circunferencia del cilindro.

El análisis de Fourier son realizadas para determinar la contribución de cada modo circunferencial n a la forma de la imperfección general [6].

2.5 MÉTODOS ANALÍTICOS PARA EL CALCULO DE LA PRESIÓN DE COLAPSO

Las principales sociedades de clasificación (ABS, Lloyd Register, DNV, GL, etc.) y los códigos de cálculos para vasos de presión (BS5500, ASME, etc.) son basados en métodos analíticos combinados con resultados empíricos, los cuales incluyen fórmulas de diseño, curvas empíricas y cálculos numéricos. La mayoría de códigos de diseño usan un abordaje

convencional determinista en función de las tensiones, emprendiendo un análisis para cada modo de falla. La presión de diseño se calcula aplicando un factor de seguridad a los resultados deterministas. El factor de seguridad considera las incertezas en el cálculo, mencionadas en las secciones anteriores. Los métodos analíticos dependen de muchas hipótesis simplificadoras y por ese motivo es necesario factores de seguridad para tomar en cuenta cuestiones de diseño no considerados. Esta sección incluye las formulas principales utilizadas en las normas para analizar estos tipos de inestabilidades:

- a) Fluencia de la casca.
- b) Inestabilidad de entre cuadernas.
- c) Inestabilidad global de la casca cilíndrica reforzada.

2.5.1 Análisis de tensiones

Los cascos resistentes son dimensionados de modo que la fluencia del material ocurra a una presión menor que la presión de pandeo elástico. Por consiguiente es necesario estimar el estado de tensiones en regiones críticas del casco resistente, a fin de prever la presión que causa la fluencia en estas áreas.

La presión que causa que la tensión circunferencial alcance el límite de fluencia, considerando una casca cilíndrica no reforzada e infinitamente largo, es definido por:

$$P_{c2} = \frac{\sigma_y t_p}{R_m} \quad (2.9)$$

La presión que produce la fluencia en la dirección circunferencial en la superficie externa de la casca, entre las cuadernas.

$$P_{c3} = \frac{\sigma_y t_p}{R_m(1 + \gamma H)} \quad (2.10)$$

La presión externa que produce la fluencia en la dirección circunferencial de la superficie media de la casca, entre las cuadernas.

$$P_{c5} = \frac{\sigma_y t_p}{R_m (1 + \gamma G)} \quad (2.11)$$

La presión externa que produce la fluencia en la dirección axial en la superficie interna de la casca, adyacente a las cuadernas.

$$P_{c7} = \frac{2\sigma_y t_p}{R_m \left(1 + \gamma R \sqrt{\frac{12}{1 - \nu^2}} \right)} \quad (2.12)$$

La presión externa para el cual la tensión media en la casca alcanza el criterio de fluencia de von Mises, entre las cavernas.

$$P_{c6} = \frac{\sigma_y t_p}{R_m \sqrt{\gamma^2 G^2 + 1.5\gamma G + 0.75}} \quad (2.13)$$

La presión externa que causa la fluencia da ala de la cuaderna.

$$P_{fy} = \frac{\sigma_y t_p a_f}{R_m^2 \left(1 - \frac{\nu}{2} - \gamma \right)} \quad (2.14)$$

Donde γ , a_f , H , G y R son definidas en la lista de símbolos.

2.5.2 Inestabilidad de la Casca entre Cuadernas

Este caso corresponde a un cilindro corto, sin refuerzos, apoyado sobre sus bordes de dos cuadernas adyacentes, sometidas a una presión externa uniforme. Este tipo de inestabilidad ha sido estudiado en la teoría de cilindros simples en la referencia [22], sin embargo se debe notar que debido a la separación entre cuadernas utilizadas en submarinos son muy pequeñas en relación al diámetro del anillo, la aproximación está expuesta a errores, con una falta significativa de precisión. Debido a la importancia del cálculo exacto de inestabilidad, se debe recurrir a la experimentación a fin de obtener valores confiables, sin embargo, existe una grande dispersión en los resultados debido a las innumerables variables involucradas. Las principales formulaciones son:

2.5.2.1 Fórmula de von Mises

La solución clásica para calcular la presión de pandeo elástica de cilindros sin refuerzos es conocida como presión de von Mises. Es definida por:

$$P_{m1} = \frac{\frac{Et_p}{R_m}}{n^2 - 1 + \frac{1}{2}\lambda^2} \left[\frac{1}{(n^2\lambda^{-2} + 1)^2} + \frac{t_p^2}{12R_m^2(1 - \nu^2)} (n^2 - 1 + \lambda^2)^2 \right] \quad (2.15)$$

Donde $\lambda = \frac{\pi R_m}{L}$

La presión debe ser minimizada con respecto al número de ondas circunferenciales n .

2.5.2.2 Fórmula de Kendrick (BS5500)

Basado en numerosos resultados experimentales, recolectado de varias fuentes por Kendrick, el obtuvo un gráfico de correlación entre los parámetros más importantes, que permite la estimativa de la presión de inestabilidad entre cuadernas real. La Figura 2.15 presenta el gráfico de resultados experimentales, sobre ella están graficadas la curva media y límite inferior, que corresponde a la presión media y mínima respectivamente. La curva de diseño es obtenido por la aplicación de un factor de seguridad de 1.5 al límite inferior [6].

Esas curvas son válidas para las siguientes relaciones [23].

$$5.9 < \frac{R_m}{t_p} < 250$$

$$0.004 < \frac{L}{R_m} < 50$$

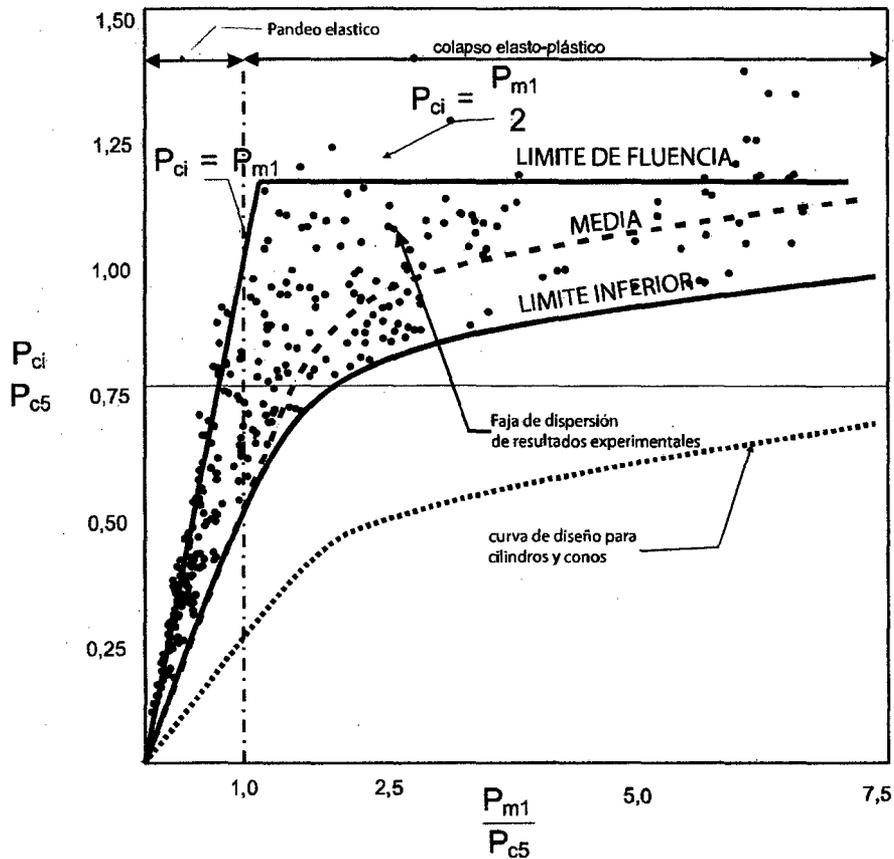


Figura 2.15 Curvas empíricas de diseño [23]

En un submarino típico, la razón R_m / t_p varía de 80 a 120, y la razón L / R_m entre 0.15 a 0.22 dependiendo del acero y de la profundidad de diseño, de modo que las curvas son todos aplicables a estos submarino [13].

Donde P_{ci} es la presión de colapso experimental (a determinar).

Las características de estas curvas fueron obtenidos para cilindros cuya falta de circularidad es menor que $0.5\% R_m$. Esta tolerancia es muy alta para submarinos, porque su construcción es hecha con mucho cuidado.

Las siguientes expresiones pueden ser utilizadas para representar la curva inferior de diseño ("*lower bound*") para el colapso entre cuadernas:

$$\frac{P_{ci}}{P_{c5}} \approx \begin{cases} \frac{P_{m1}}{2P_{c5}} & \text{si } \frac{P_{m1}}{P_{c5}} < 1 \\ 1 - \frac{P_{c5}}{2P_{m1}} & \text{si } \frac{P_{m1}}{P_{c5}} \geq 1 \end{cases} \quad (2.16)$$

En el caso de submarino, cuya construcción es realizada con mucho cuidado, la que se utiliza para el cálculo de la presión de colapso experimental es la curva media ("*mean*"), en algunos diseños se utiliza hasta curvas superiores, para no ser demasiado conservadora.

2.5.2.3 Ecuaciones de Reynolds (GL)

Las GL utiliza las ecuaciones de Reynolds para calcular la presión de colapso elasto plástica. De acuerdo con esta fórmula, la presión de pandeo es una función de la geometría del cilindro y de los módulos secantes E_s y tangente E_t , determinados a partir de la curva del material.

Las formulaciones de Reynolds utilizada en la presente disertación son para pandeo asimétrico entre cuadernas y es la siguiente:

$$P_{cr}^i = P_{cr}^{el} \frac{1 - \nu^2}{1 - \nu_p^2} \left[\frac{E_t}{E} \left(1 - \frac{3\phi}{4} \right) + \frac{E_s}{E} \frac{3\phi}{4} \right] \quad (2.17)$$

Donde P_{cr}^{el} es la presión de pandeo elástica y es definida por:

$$P_{cr}^{el} = \frac{2\pi E f}{3\phi(1 - \nu^2)} \left(\frac{t_p}{R_m} \right)^2 \frac{\frac{R_m t_p}{L^2}}{3 - 2\phi(1 - f)} \quad (2.18)$$

Se considera un factor, r , para tomar en cuenta las incertezas en el cálculo.

$$r = 1 - 0.25 e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{P_{gr}^{el}}{P_{cr}^i} - 1 \right)} \quad (2.19)$$

ϕ y f es definida en el apéndice.

2.5.3 Inestabilidad Global

Se considera el caso de un cilindro de largura finita, compuesto de la chapa y de las cuadernas uniformemente espaciadas, sometidas a presión externa. Se designa inestabilidad global al fenómeno por el cual las cavernas acaban ovalizandose y finalmente colapsando, empujadas por la chapa unidas a ellas. Se observó en la Sección 2.5.2 que la de inestabilidad entre cuadernas depende de las características geométricas de la chapa entre cuadernas (L , R_m , y t_p), sin tener consideración de la sección de la cuaderna o la inercia de estas. Las siguientes formulaciones consideran tanto la chapa como la cuaderna, estas son las más próximas y más comúnmente usadas. Estas formulaciones tienen su aplicación en la zona elástica del material, sin embargo puede ser modificada para la zona inelástica.

2.5.3.1 Fórmula de Bryant

La presión de pandeo global calculado por esta formulación es conocida como presión de Bryant, y es mostrada en la siguiente ecuación:

$$P_N = \frac{Et_p \lambda^4}{R_m} \left[n^2 - 1 + \frac{\lambda^2}{2} \right]^{-1} [p^2 + \lambda^2]^{-2} + (n^2 - 1) \frac{EI_c}{R_m a_{gc}^2 L_f} \quad (2.20)$$

Donde $\lambda = \pi R_m / L_B$ es el modo de pandeo axial de media onda y la presión crítica es encontrada a través de la minimización de la presión de Bryant con respecto al número de ondas circunferenciales n [6].

2.5.3.2 Cálculo de presión de pandeo considerando imperfección

Los métodos convencionales utilizados en los códigos de diseño que llevan en cuenta los efectos del OOC en el colapso global están resumidos abajo.

Se considera una imperfección inicial del casco resistente de la siguiente forma:

$$w_0 = C_0 \cos n\theta \sin\left(\frac{m\pi x}{L_B}\right)$$

La presión que produce la fluencia en la ala de la caverna, conocida como ecuación de Kendrick es mostrada en la siguiente ecuación:

$$P_{y(n)} = \frac{\kappa - \sqrt{\kappa^2 - \frac{4\sigma_y^2}{P_{fy}} P_{cr,0}}}{2R_{sf} \frac{\sigma_y}{P_{fy}}} \quad (2.21)$$

Donde:

$$\kappa = (n^2 - 1) \frac{EC_0 e_f}{R_m^2} + \sigma_y \left[1 + \frac{P_{cr,0}}{P_{fy}}\right]$$

El inicio prematuro de la fluencia del refuerzo debido a las tensiones residuales es reproducido por la multiplicación de la presión de diseño por el factor R_{sf} , el cual es esencialmente un factor de seguridad para tensiones residuales. $P_{cr,0}$ es la presión de pandeo elástico, que puede ser tomada por P_N o de resultados numéricos de pandeo elástico.

Sobre ciertas condiciones, como cuadernas externas y valores pequeños de imperfección radial, el colapso puede ser precipitado por fluencia de la chapa en el pie de la cuaderna [26]. La presión que causa la fluencia en la chapa, al pie de la cuaderna es:

$$P_P = \frac{-b' - \sqrt{b'^2 - 4a'c'}}{2a'} \quad (2.22)$$

Donde a' , b' y c' son definidas en el apéndice.

2.6 RESISTENCIA A LA FATIGA

En las secciones anteriores el casco resistente fue considerado como una estructura que está sometida a una presión externa estática, sin embargo su operación envuelve una variación de profundidad del submarino, el cual está relacionado con la misión del submarino. El casco es de esta manera es sometida a un carga cíclica irregular de presión externa aplicada sobre él. En la máxima profundidad nominal de sumersión (NDD por sus siglas en ingles), partes de la estructura experimenta tensiones que se aproximan a la tensión de fluencia. Aunque estas tensiones no provocan la falla de la estructura, la operación del submarino de inmersión y sumersión hace introducir aspectos de fatiga. Como un casco submarino es sometido a la fluctuación de tensiones de compresión, el problema de fatiga inicialmente no sería de esperarse, ya que la fatiga se da cuando un material es sometido a fluctuaciones de tensiones de tracción. Sin embargo existen regiones del refuerzo y de la casca cilíndrica sujetas a flexión, lo que puede causar tensiones de tracción. También es posible que la tensión residual debida al proceso de fabricación y a la soldadura resulte en una condición inicial de altas tensiones de tracción. En esta circunstancias, el ciclo de sumersión desde la superficie hasta la máxima profundidad de sumersión no resulta en un aumento de tensiones de compresión, pero sí en un disminución de las tensiones de tracción, de un máximo en la superficie a un valor más bajo en la máxima profundidad de sumersión.

El casco resistente es diseñado generalmente para una vida a la fatiga mayor de 10 000 sumersiones hasta la profundidad de diseño NDD [1]. Para la mayoría de estructuras marinas, las tensiones de fatiga esta principalmente en el dominio de fatiga de altos ciclos. Por lo tanto, los ensayos de fatiga será para altos ciclos, que es definido por la cantidad de veces que el submarino se puede sumergir hasta la profundidad de sumersión nominal NDD.

En la presente sección se desarrollará los conceptos básicos para fatiga de altos ciclos (arriba 10^5 de ciclos).

2.6.1 Fatiga de la Estructura

La estructura del submarino es sometida a cargas cíclicas así como a cargas estáticas. Aunque la historia de carga sea muy compleja, dependiendo de las profundidades de operación, para pruebas de resistencia a la fatiga del casco resistente se asumirá un espectro de carga rectangular [1], esto es, sólo una profundidad de operación, que es la profundidad NDD.

La carga es inducida por la presión hidrostática durante el periodo inmersión y emersión. En tales condiciones de carga la estructura puede fracturar, aunque la magnitud de la carga cíclica sea muy inferior al límite de la resistencia estática del material (tensión última). Este fenómeno es llamado "falla por fatiga" y el número de ciclos que causa la falla por fatiga es llamado "vida en fatiga".

La Figura 2.17 ilustra ciclos de tensión de cargas dinámicas en la forma senoidal.

Las siguientes relaciones y definiciones son usadas en el estudio de fatiga:

σ_{max} : Nivel de tensión máxima.

σ_{min} : Nivel de tensión mínima

$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$: Tensión media

$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$: Variación de la tensión.

$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$: Amplitud de la tensión cíclica.

$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$: Razón de tensiones.

$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{1-R}{1+R}$: Razón de amplitudes.

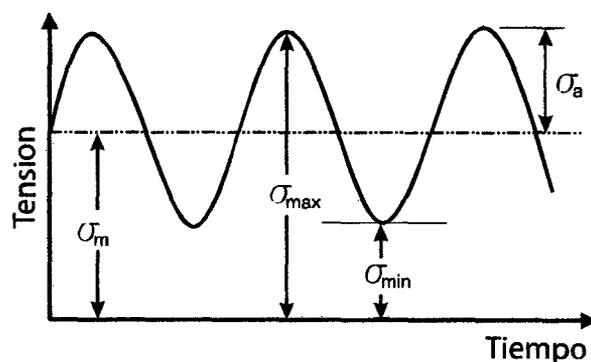


Figura 2.16 Parámetros de fatiga

2.6.2 Diagrama S-N

También conocido como diagrama de Whöler, es el método base para el cálculo de la vida a la fatiga, que es trazado para una tensión máxima σ_{max} versus el número de ciclos de falla N . En el caso de una tipo de carga completamente reverso, $R=-1$, el σ_{max} corresponde al S_{Nf} . Los resultados de los ensayos para S-N son usualmente trazados en escala logarítmica. La Figura 2.17 muestra un diagrama S-N para especímenes de placas planas de acero laminado HY80 sometido a carga axial, reportado en la referencia [27].

A fin de comparar los resultados correspondientes a la falla de un dado ciclo de vida de los ensayos individuales de una serie de resultados de la resistencia a la fatiga de los especímenes, se utiliza la siguiente ecuación:

$$S_{Nf} N^k = c$$

Donde S_N es la tensión del ensayo que causó la falla en el ciclo N , y k es la inclinación de la curva S-N. Esta relación empírica fue desarrollada a partir de muchas observaciones en laboratorios y es basada en la suposición de la curva S-N puede ser aproximada por una línea recta a lo largo de cualquier intervalo de la vida finita, cuando los resultados son trazados en una base logarítmica.

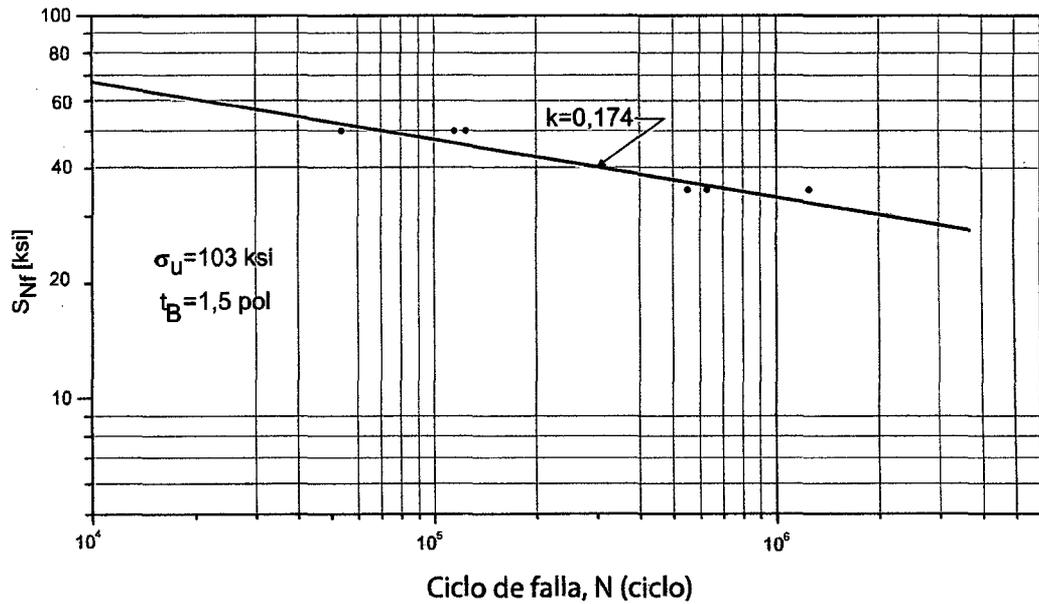


Figura 2.17 Curva S-N de resultados de especímenes de placas planas de acero laminado HY80 sometido a un carga axial completamente reverso ($R=-1$)[27]

Investigaciones indicaron que k es una función de las propiedades del material, de la geometría del espécimen y el ciclo de tensión. La Figura 2.18 muestra la influencia de k con la razón de tensiones R .

2.6.3 Influencia del Espesor de la Placa

Para juntas soldadas la corrección de la fatiga de los resultados del diagrama S-N por el efecto de la espesura es realizada por la siguiente ecuación:

$$S_{Nf} = S_{Nf}^B \left(\frac{t_B}{t_p} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (2.23)$$

Donde t_B es el espesor correspondiente a la curva S-N base, S_{Nf}^B es la resistencia a la fatiga usando la curva S-N base y S_{Nf} es la resistencia a la fatiga para una placa con espesor t_p [28].

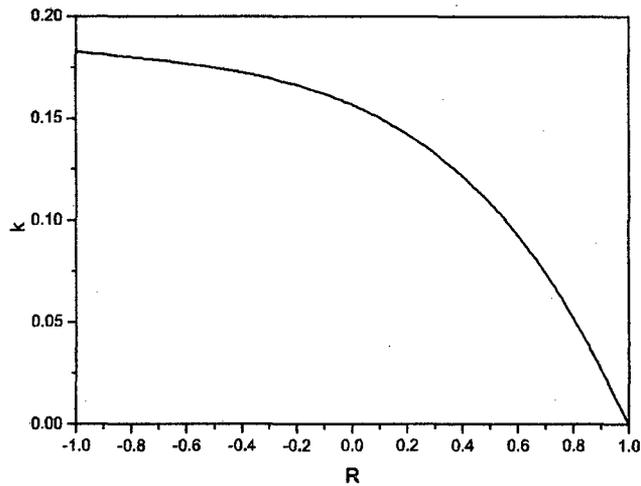


Figura 2.18 Efectos de la razón de tensiones R en k

2.6.4 Efecto de la Tensión media en la vida a la Fatiga

La mayoría de datos de fatiga disponibles fueron determinados para condiciones de ciclos de tensión completamente reversos, esto es, para $\sigma_m = 0$ o $R = -1$. No en tanto, en la práctica, son frecuentemente encontrados estados de tensiones que consisten de una amplitud de tensión y de una tensión media (o tensión estática) superpuesta. En ese caso, el efecto de la tensión media en la vida a fatiga debe ser considerado. Los valores R y A correspondiente a varias condiciones comunes de carga son:

Completamente reverso: $R = -1$ o $A = \infty$.

$\sigma_{min} = 0$: $R = 0$ o $A = 1$.

$\sigma_{max} = 0$: $R = \infty$ o $A = -1$.

Los resultados de fatiga utilizando tensiones medias diferentes a cero son graficadas en un diagrama de Haigh (amplitud de tensión vs tensión media), con líneas de vida a la fatiga constante extraídos mediante el ajuste de datos de ensayos, esta es mostrada en la Figura 2.19.

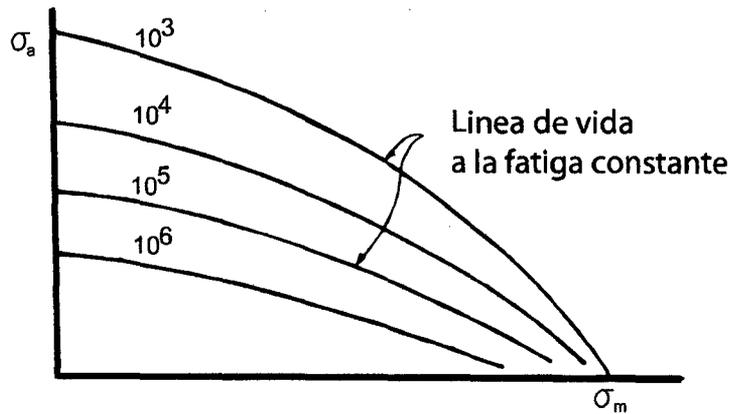


Figura 2.19 Diagrama de Haigh [29]

La Figura 2.20 muestra un diagrama de Goodman modificado. Este diagrama tiene un conjunto extra de ejes para las tensiones máxima y mínima.

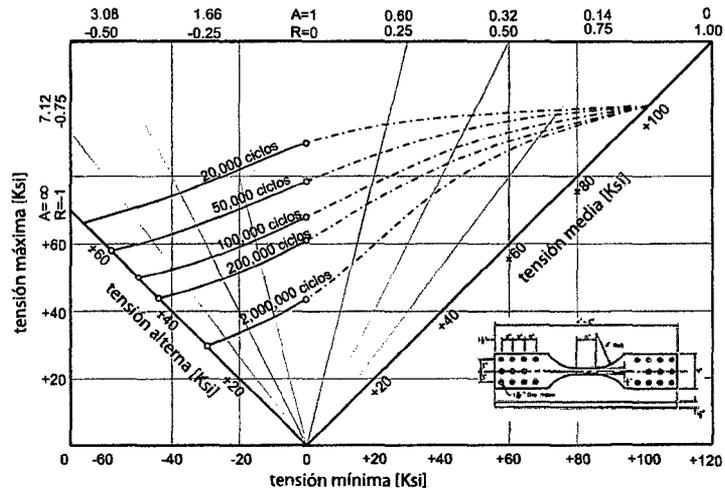


Figura 2.20 Diagrama de Goodman modificada para una placa de acero laminado HY80 sometida a tracción [27]

A partir del diagrama de Goodman modificado de la Figura 2.20, se obtiene la Figura 2.21 para tensiones medias constantes y la Figura 2.22 para razón de tensión R constantes.

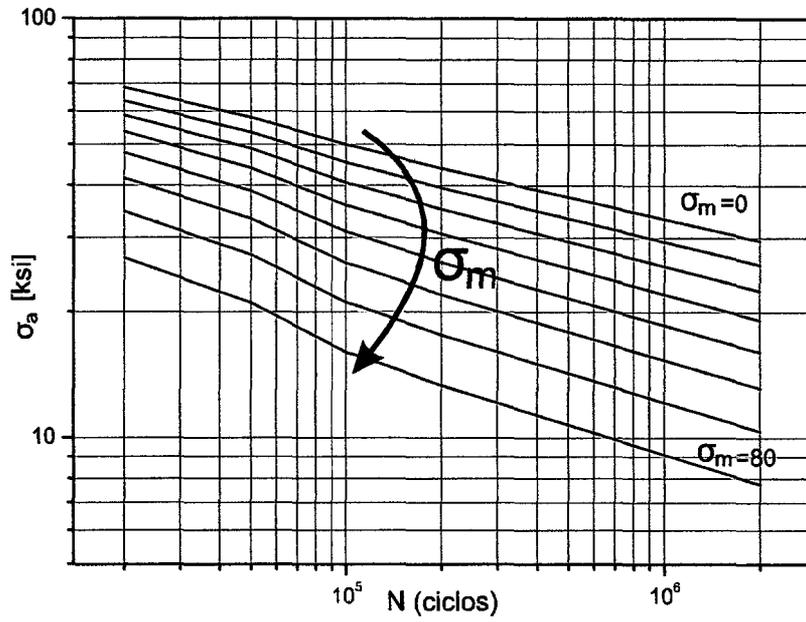


Figura 2.21 Efectos de la tensión media σ_m en la vida a la fatiga

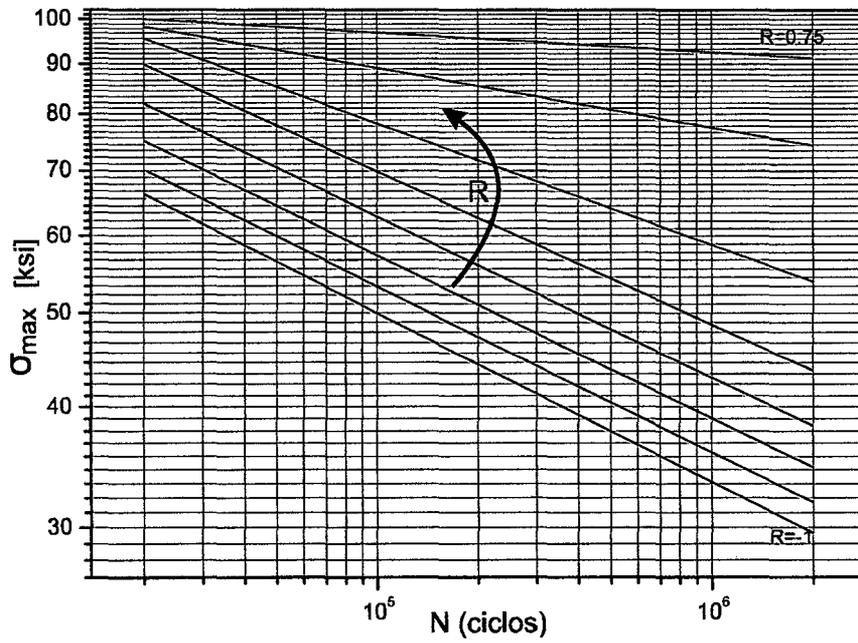


Figura 2.22 Efectos de la razón de tensión R en la vida a la fatiga

La Figura 2.21 muestra el efecto de la tensión media en la vida a la fatiga. Para un mismo número de ciclos N , hasta la falla, cuanto mayor es la tensión media, menor es la amplitud de la tensión asociada.

La Figura 2.22 muestra los efectos de la razón de la tensión a la vida a fatiga. Del diagrama de Goodman Modificado podemos observar que cuanto mayor R , menor es el valor de σ_a es mayor el valor de σ_m . Considerando una tensión máxima constante, cuanto mayor el valor de R , esto es, cuanto menor la amplitud de tensión σ_a y consecuentemente, cuanto mayor la tensión media σ_m , mayor el número de ciclos que el material es capaz de soportar antes de fallar.

Debido a que los ensayos necesarios para producir un diagrama de Goodman modificado pueden ser muy caros, varias relaciones empíricas han sido desarrolladas para generar la línea que define el dominio de la vida infinita. Esos métodos utilizan varias curvas para unir el límite de resistencia a la fatiga S_{Nf} sobre la tensión alterna, tanto para la tensión de fluencia σ_y o límite de la resistencia a la tracción σ_u o la tensión de ruptura verdadera σ_f sobre los ejes de la tensión media.

Las siguientes relaciones son comúnmente utilizadas, estas son mostradas en la Figura 2.23.

CRITERIO DE SODERBERG:

$$\frac{\sigma_a}{S_{Nf}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_y} = 1 \quad (2.24)$$

CRITERIO DE GOODMAN:

$$\frac{\sigma_a}{S_{Nf}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_u} = 1 \quad (2.25)$$

CRITERIO DE GERBER:

$$\frac{\sigma_a}{S_{Nf}} + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u}\right)^2 = 1 \quad (2.26)$$

CRITERIO DE MORROW:

$$\frac{\sigma_a}{S_{Nf}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_f} = 1 \quad (2.27)$$

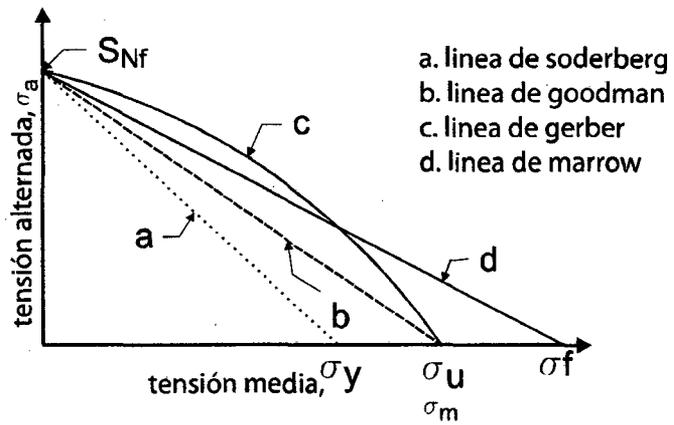


Figura 2.23 Comparación de ecuaciones del efecto de la tensión media [29]

La Figura 2.23 no toma en cuenta la tensión de compresión. Esta es considerada en la Figura 2.24 para diversos aceros y aleaciones de aluminio. Se observa que estas tensiones medias de compresión causan aumento de hasta 50% en la resistencia a la fatiga alternada. Este aumento es muchas veces no considerados porque las tensiones compresivas pueden causar un comportamiento benéfico. Con base en el hecho de que las tensiones medias de compresión benefician a la resistencia de fatiga, las ecuaciones de Goodman modificado o de Morrow puede ser convenientemente extrapolados para la región de la tensión media de compresión [29]. La ecuación de Gerber prevé incorrectamente un efecto negativo de la tensión media de compresión.

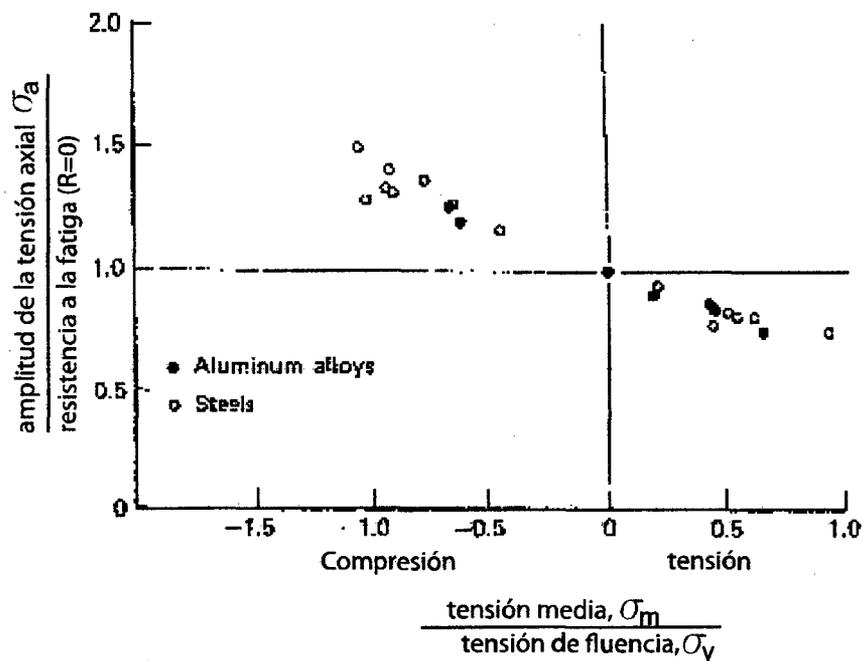


Figura 2.24 Efectos de la tensión media a la compresión y a la tracción [29]

2.6.5 Falla de Fatiga sobre Condición de Tensiones Multiaxiales

Los cascos resistentes sobre presión están sujetos a estados de tensión multiaxial. Este estado complejo de tensión puede ser simplificado con la aplicación de criterios a una

tensión uniaxial para aplicar los resultados de un ensayo de fatiga uniaxial. Los principales criterios para falla de fatiga multiaxial aplicados a la fatiga de alto ciclo son:

TENSION PRINCIPAL MÁXIMA (Criterio de Rankine)

$$\sigma_{qa} = \sigma_{a1} \quad (2.28)$$

TENSION MÁXIMA DE CORTE (Criterio de Tresca)

$$\sigma_{qa} = \sigma_{a1} - \sigma_{a3} \quad (2.29)$$

DISTORCIÓN DE ENERGÍA (Criterio de von Mises)

$$\sigma_{qa} = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_{a1} - \sigma_{a2})^2 + (\sigma_{a2} - \sigma_{a3})^2 + (\sigma_{a3} - \sigma_{a1})^2]^{1/2} \quad (2.30)$$

Donde σ_{a1} , σ_{a2} y σ_{a3} , son las amplitudes de las tensiones principales cíclicas con $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$.

Para fatiga de alto ciclo de materiales dúctiles, el criterio de von Mises es el más usado, en cuanto que el criterio de tensión principal de Rankine es generalmente usado para materiales frágiles [30].

Si existe tensiones medias o tensiones residuales en la estructura, puede ser calculado una tensión media nominal equivalente, con base en la tensión de von Mises equivalente.

$$\sigma_{qm} = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_{m1} - \sigma_{m2})^2 + (\sigma_{m2} - \sigma_{m3})^2 + (\sigma_{m3} - \sigma_{m1})^2]^{1/2} \quad (2.31)$$

Donde σ_{m1} , σ_{m2} y σ_{m3} son las tensiones medias principales.

Otra tensión media equivalente comúnmente usado es la suma de tensiones medias principales.

$$\sigma_{qm} = \sigma_{m1} + \sigma_{m2} + \sigma_{m3} = \sigma_{mx} + \sigma_{my} + \sigma_{mz} \quad (2.32)$$

La Ecuación 2.31 siempre resulta en una tensión media equivalente positiva, a diferencia de la Ecuación 2.32 puede ser tanto positiva como negativa. Por lo tanto, la Ecuación 2.32 representa mejor los efectos favorables de la tensión media de compresión y los efectos desfavorables de la tensión media a tracción en la vida a la fatiga.

Estas aproximaciones deben ser usadas apenas en condiciones de carga proporcional, en la cual las direcciones de los ejes de las tensiones principales permanecen fijas durante la carga cíclica.

El método de Sines [29] utiliza la tensión alternada de von Mises para tensiones cíclicas y las tensiones hidrostática para las tensiones medias. Él es representado por:

$$\sqrt{2}\sigma_{qa} + m(\sigma_{qm}) = \sqrt{2}S_{Nf} \quad (2.33)$$

Donde m es el coeficiente de influencia de la tensión media y S_{Nf} es la tensión uniaxial referente a la resistencia a la fatiga completamente reversa, esperada para una dada vida a la fatiga, encontrada para tanto el estado de tensiones uniaxial como multiaxial. El valor de m es de la orden de 0.5. El método de Sines debe también ser limitado a casos en las cuales las tensiones principales alternadas no cambian de dirección (carga proporcional).

CAPITULO III

MODELACIÓN NUMÉRICA

3.1 INTRODUCCIÓN

Un modelo tridimensional en elementos finitos no lineal fue desarrollado a través del programa comercial de elementos finito ANSYS para determinar la presión de colapso y el estado de tensiones en la profundidad de sumersión nominal NDD del casco resistente. Todos los elementos seleccionados son de cuatro nodos de tipo SHELL181 con seis grados de libertad por nodo y el tipo de integración es reducida para disminuir el tiempo computacional. Los números de elementos entre cuadernas en la dirección circunferencial y en las cuadernas son determinados por un análisis de sensibilidad de malla. Fueron llevados en consideración no linealidad geométrica y no linealidad del material. Se introduce imperfección geométrica de dos tipos: una imperfección geométrica asumida y una imperfección real medida de un modelo real. El primer tipo de imperfección es para el análisis paramétrico y el segundo tipo de imperfección es para comparar con los resultados con la imperfección asumida y para correlacionar los resultados numéricos con los experimentales encontrados en la literatura. La generación de la geometría en elementos finitos, el ingreso de las propiedades del material y los pasos de la solución fueron realizados a través de APDL (ANSYS Parametric Design Language) permitiendo que todo el

análisis paramétrico sea realizada a través de MACROS, que son equivalentes a subrutinas de algún software de programación.

3.2 GEOMETRÍA DEL CASCO RESISTENTE

El análisis paramétrico del casco resistente tiene como modelo padrón el diseño de la Figura 3.1. El análisis paramétrico de la presente disertación consiste en la observación de comportamiento de la estructura cuando se varía el espesor de las planchas t_p y el número de cuadernas N_c o la distancia entre cuadernas L_f .

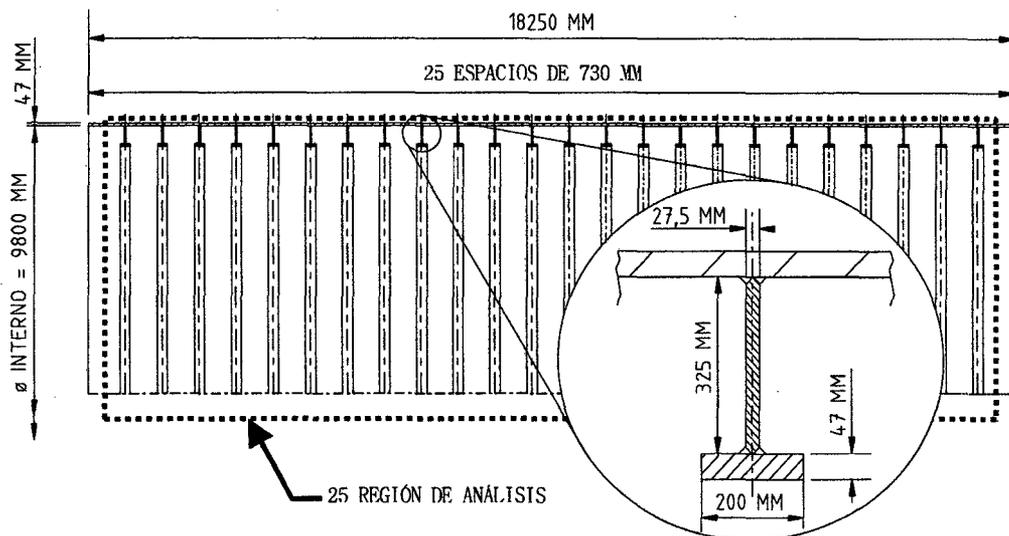


Figura 3.1 Dimensión del modelo padrón

Tabla 3.1 Dimensiones del modelo padrón

Casco Resistente	
Longitud	$L_B = 18250$ [mm]
Diámetro interno	$D = 9800$ [mm]
Espesor de la placa	$t_p = 47$ [mm]
Espacio entre cuadernas	$L_f = 730$ [mm]
Altura del alma	$h_w = 325$ [mm]
Espesor del alma	$t_w = 27.5$ [mm]
Ancho de la ala	$b_f = 200$ [mm]
Espesor del ala	$t_f = 47$ [mm]

3.3 MALLA DE ELEMENTOS FINITOS

La malla fue creada en ANSYS, con elementos tipos SHELL181. Ese elemento es apropiado para el análisis de cascos finas y moderadamente gruesas. Este elemento tiene cuatro nodos y seis grados de libertad por nodo, y permite grandes desplazamientos y rotaciones [31]. El sistema de coordenadas del elemento es derivado a partir de la geometría local de cada elemento, como muestra la Figura 3.2.

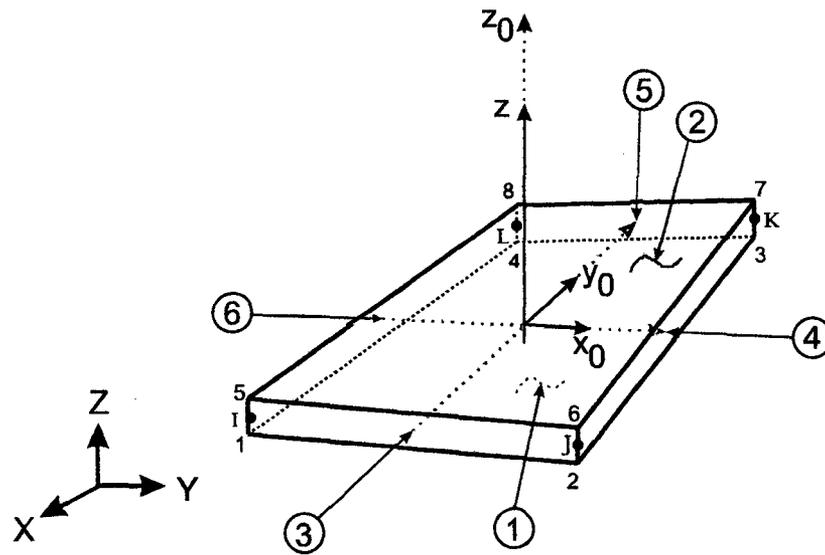


Figura 3.2 Geometría del elemento SHELL181 [31]

El modelo cuenta con un plano de simetría definida por los ejes x y y . De esta forma a penas la mitad del casco resistente es modelada, reduciendo de esta manera el número de ecuaciones a ser calculadas por el software y como consecuencia el tiempo computacional. La malla del modelo numérico del casco resistente es mostrada en la Figura 3.3. Los efectos de grandes desplazamientos y rotaciones deben ser considerados para predecir correctamente la resistencia última y el modo de falla del casco resistente, especialmente porque las imperfecciones geométricas desempeñan un papel importante en el análisis.

Un análisis de sensibilidad de malla fue realizada para determinar el tamaño y razón de aspecto de los elementos. La malla del modelo padrón presenta 112 elementos alrededor de la circunferencia y 10 elementos entre cuadernas. Hay 5 elementos a través de la altura del alma y 4 elementos a través del ancho del ala.

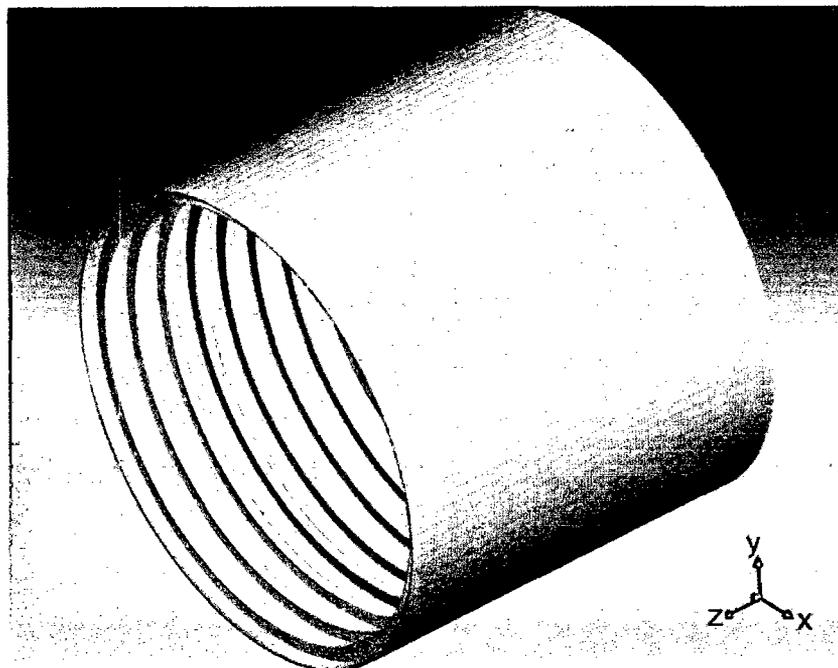
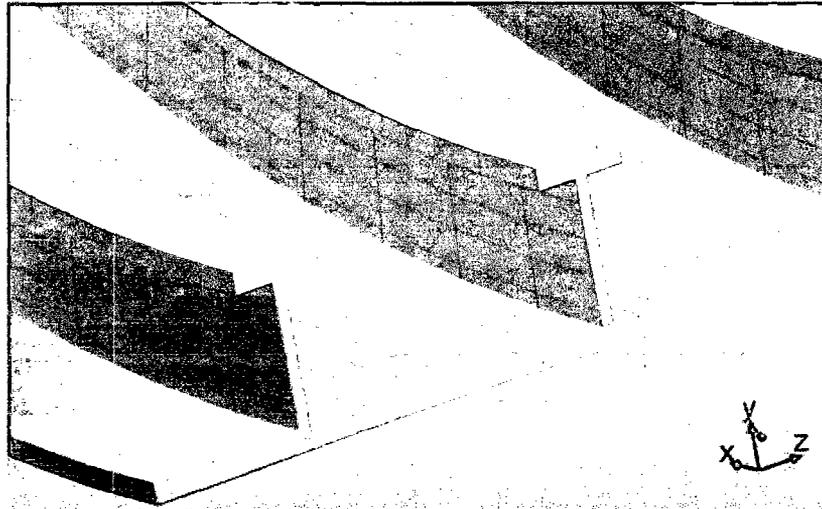


Figura 3.3 Detalles del modelo tridimensional del casco resistente

3.4 MODELO DEL MATERIAL

Generalmente el casco resistente falla por colapso elasto plástico, por lo tanto el modelo de elementos finitos demanda la definición de propiedades tanto en la zona elástica como en la zona plástica del material que está compuesta la estructura, para estudiar la respuesta estructural sobre presión externa. Para la mayoría de materiales, después de la fluencia el módulo tangente del material se reduce, y eso lleva a la reducción significativa de la resistencia estructural. El modelo del material usado es multilineal isotrópico con ley de endurecimiento isotrópico. Para la validación del modelo numérico se utiliza aluminio y para el estudio paramétrico y el estudio de caso se utiliza HY80.

3.5 CONDICIONES DE CONTORNO Y CARGA

Los extremos del casco resisten son compuestos por mamparos que proveen rigidez a las cuadernas y cascas cerca de ellas, por esta razón normalmente la inestabilidad ocurre en las cuadernas más alejadas de los extremos. La inestabilidad se esparce para los mamparos, que por su rigidez sufre pequeñas deformaciones en el sentido radial, aunque en el sentido axial no sufre restricciones. Para el análisis de falla, debido a la simetría en el plano $x - y$, sola la mitad de la estructura fue modelada. Con el objetivo de reproducir esos detalles, fueron aplicadas condiciones de contorno en los nodos del borde y del plano de simetría, como muestra la Tabla 3.2.

Tabla 3.2 Condiciones de contorno del casco resistente

Dirección	Borde	Plano de simetría
Desplazamiento x	Restringida	Libre
Desplazamiento y	Restringida	Libre
Desplazamiento z	Acoplado	Restringida
Rotación x	Restringida	Restringida
Rotación y	Restringida	Restringida
Rotación z	Libre	Libre

La casca cilíndrica es cargada con presión uniforme P en la parte lateral de la casca cilíndrica y con una carga axial $PD^2\pi/4$ en el borde, lo que representa la presión hidrostática actuando en el borde rígido. La Figura 3.4 presenta las cargas que está sometida el modelo numérico.

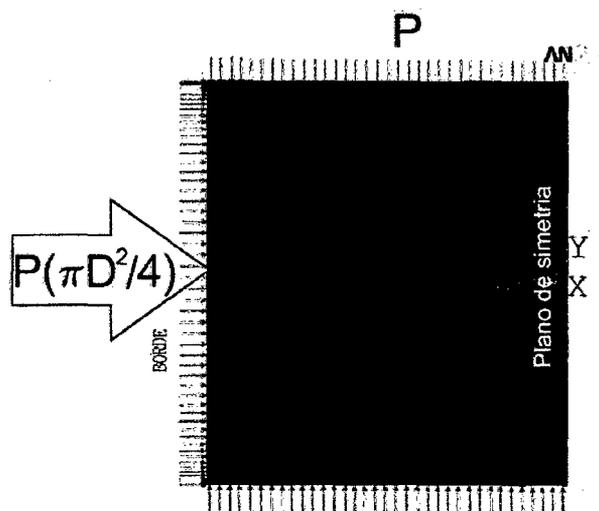


Figura 3.4 Vista longitudinal de la geometría del casco resistente con sus condiciones de contorno y de carga

3.6 MODELAMIENTO DE LA IMPERFECCIÓN GEOMÉTRICA

Se sabe que las imperfecciones geométricas desempeñan un papel importante en el comportamiento sobre cargamento, especialmente en cascas cilíndricas, porque ellas son las estructuras más sensibles a todo tipo de imperfección (en comparación a las vigas y a las placas). Las discrepancias entre los resultados teóricos conocidos y los valores experimentales obtenidos de las presiones de colapso de la estructura pueden ser reducidas incluyendo adecuadamente imperfecciones en el análisis. La incorporación de imperfecciones geométricas en modelos numéricos de pandeo de cascas puede ser dividida en dos grandes categorías:

- 1) Imperfecciones geométricas asumidas, derivadas de configuraciones típicas o pesimistas.
- 2) Imperfecciones geométricas medidas, con base en la medición directa de la estructura real.

Las imperfecciones geométricas introducidas son de la forma OOC (ver la Sección 2.4.2). El OOC en una casca cilíndrica de longitud finita es expresado en términos del desvío inicial de la circunferencia perfecta w_0 , reproducidos mediante el desplazamiento de la posición de los nodos del modelo de elementos finitos en la dirección radial.

3.6.1 Imperfecciones Geométricas Asumidas

Este tipo de imperfección es tomada cuando no se tiene la información suficiente de la imperfección de la estructura real, como en el análisis paramétrico. Este conjunto de imperfecciones introducidas debe estimar el peor escenario con datos limitados (como es realizado en la referencias [33] y [34]). Para fines prácticos de diseño, se introduce tres tipos de imperfecciones asumidas, para ingresar imperfecciones globales, entre cuadernas y en las cuadernas. El parámetro que se va variar para encontrar la geometría más desfavorable con respecto a la resistencia última es el número de lóbulos circunferenciales n . Esto será realizado con el auxilio de lazos iterativos de lenguaje de programación APDL.

La imperfección entre cuadernas es descrita como sigue:

$$w_{0l} = C_0 \exp \left[-\mu_1 \left(\frac{z}{L_B} \right)^2 \right] \cos \left(\frac{n\pi z}{L_B - L_f} \right) \cos n\theta \quad (3.1)$$

Las imperfecciones entre cuadernas son mostradas en la Figura 3.5.

La imperfección global es descrito por:

$$w_{00} = D_0 \exp \left[-\mu_1 \left(\frac{z}{L_B} \right)^2 \right] \cos 2\theta \quad (3.2)$$

Las imperfecciones globales son mostradas en la Figura 3.6.

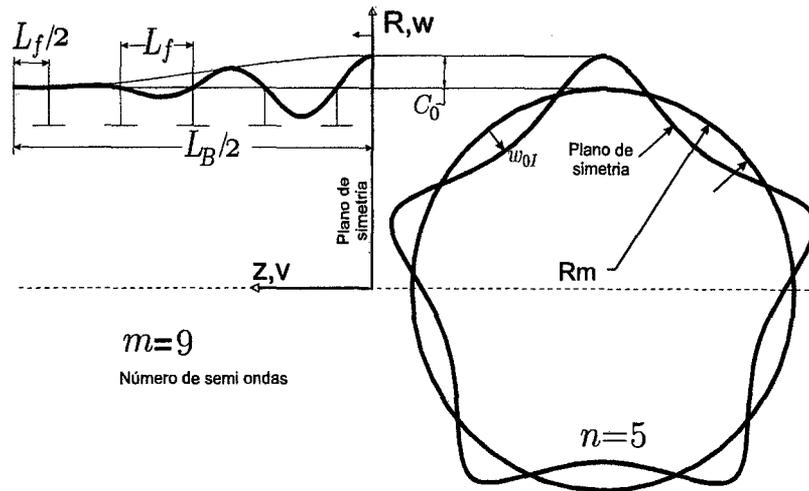


Figura 3.5 Imperfección entre cuadernas

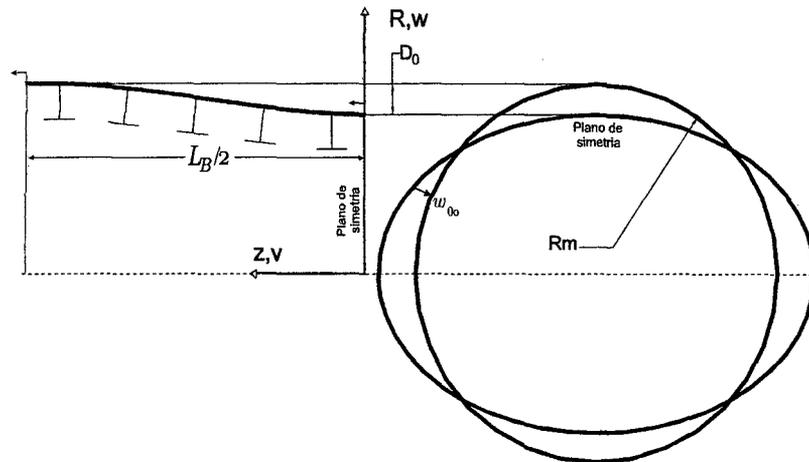


Figura 3.6 Imperfección global

Los términos exponenciales fueron introducidos para modelar los efectos del borde en el análisis; mayores deformaciones son desarrolladas en el centro de la casca y pequeñas deformaciones en los bordes, por la rigidez de los mamparos.

Los parámetros que controlarán estos tipos de imperfección serán C_0 y D_0 . La imperfección total es la suma de estas dos imperfecciones:

$$w_0 = w_{0I} + w_{0O} \quad (3.3)$$

Estas imperfecciones son modeladas en ANSYS, y es mostrada en la Figura 3.7.

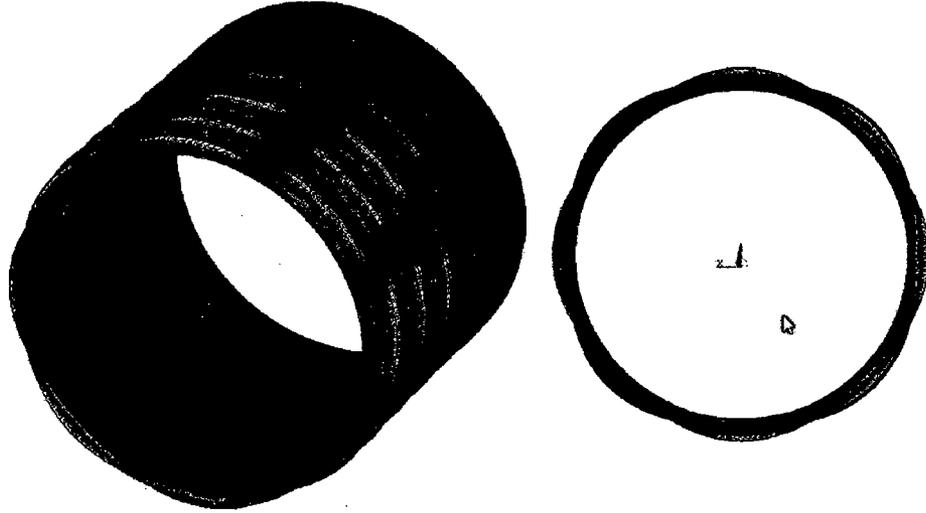


Figura 3.7 Imperfección radial modelada en ANSYS

La imperfección de las cuadernas es descrito por:

$$v_0 = \delta_0 \left(\frac{\frac{D}{2} + \frac{t_p}{2} - R}{t_p + h_w} \right) \cos n\theta \quad (3.4)$$

Donde $\delta_0 = \frac{\varphi\pi}{180} (h_w + t_p)$ es el desplazamiento en la intersección entre el alma y el ala.

Las cuadernas del casco resistente son normalmente proyectadas con una inclinación φ de plano del alma no mayor de 2° [20]. El esquema y la modelación en elementos finitos de la imperfección de las cuadernas son mostrados en la Figura 3.8.

3.6.2 Imperfecciones Geométricas Medidas

Cuando se tiene datos de la imperfección geométrica real del modelo, se le puede incorporar mediante funciones de ajustes, como series de Fourier o por BSPLINE de software de Cad (como solidwork, autocad, Rinocero, etc). En la presente disertación las

imperfecciones medidas fueron ajustadas a series de Fourier dobles y posteriormente incorporadas al modelo de elementos finitos.

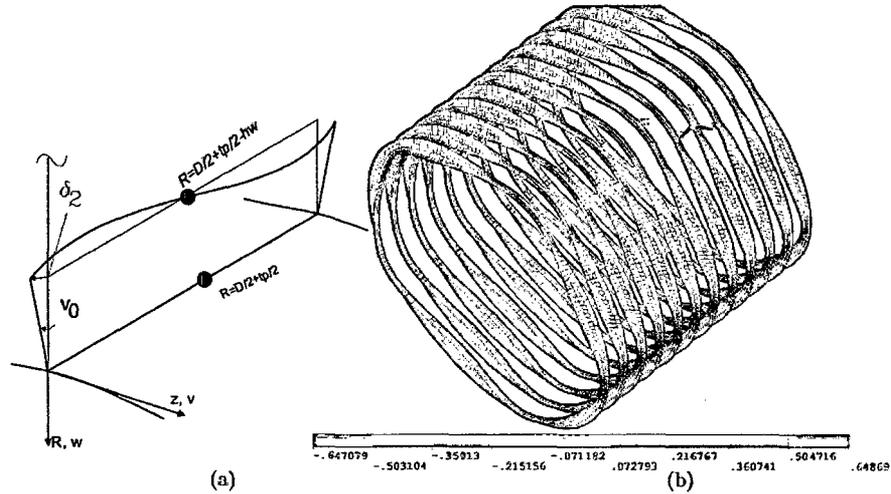


Figura 3. 8 (a) Imperfección de las cuadernas (b) Modelación en ANSYS

La serie de Fourier que se va a ajustar los datos medidos es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 R(\theta, x) = & \frac{A_{06}}{4} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (A_{n0} \cos n\theta + C_{n0} \sin n\theta) \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \left(A_{0m} \cos \frac{m\pi x}{L} + B_{0m} \sin \frac{m\pi x}{L} \right) \\
 & + \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \left(A_{nm} \cos n\theta \cos \frac{m\pi x}{L} + B_{nm} \cos n\theta \sin \frac{m\pi x}{L} + C_{nm} \sin n\theta \cos \frac{m\pi x}{L} \right. \\
 & \left. + D_{nm} \sin n\theta \sin \frac{m\pi x}{L} \right)
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Una serie de Fourier bidimensional o doble, es el producto de dos series de Fourier simples, y la descomposición es realizada utilizando técnicas de integración numérica semejantes a series de Fourier simples. La integración numérica es realizada la regla Simpson, el cual fue realizado en MATLAB. Los coeficientes a calcular son mostrados en la Ecuación 3.6. Las series de Fourier son funciones cíclicas y son por lo tanto bien adecuadas

para describir sistemas cerrados, tales como imperfecciones radiales alrededor de circunferencias de los cilindros aquí descritos. Una serie de Fourier doble es ideal para describir la superficie de un toroide, dado que su forma es un circuito cerrado en las direcciones principales. Infelizmente, la longitud de un cilindro es finita y no es un circuito cerrado. Eso presenta un problema cuando una serie de Fourier doble es usada para describir la superficie del cilindro, resultando en imperfecciones idénticas en los bordes del cilindro.

$$\begin{aligned}
 A_{nm} &= \frac{1}{L\pi} \int_{-L}^L \int_{-\pi}^{\pi} R_{(\theta,x)} \cos n\theta \cos \frac{m\pi x}{L} d\theta dx \\
 B_{nm} &= \frac{1}{L\pi} \int_{-L}^L \int_{-\pi}^{\pi} R_{(\theta,x)} \cos n\theta \sin \frac{m\pi x}{L} d\theta dx \\
 C_{nm} &= \frac{1}{L\pi} \int_{-L}^L \int_{-\pi}^{\pi} R_{(\theta,x)} \sin n\theta \cos \frac{m\pi x}{L} d\theta dx \\
 D_{nm} &= \frac{1}{L\pi} \int_{-L}^L \int_{-\pi}^{\pi} R_{(\theta,x)} \sin n\theta \sin \frac{m\pi x}{L} d\theta dx
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

La Figura 3.9 muestra el ajuste con series de Fourier dupla, para el espécimen L510

No6.

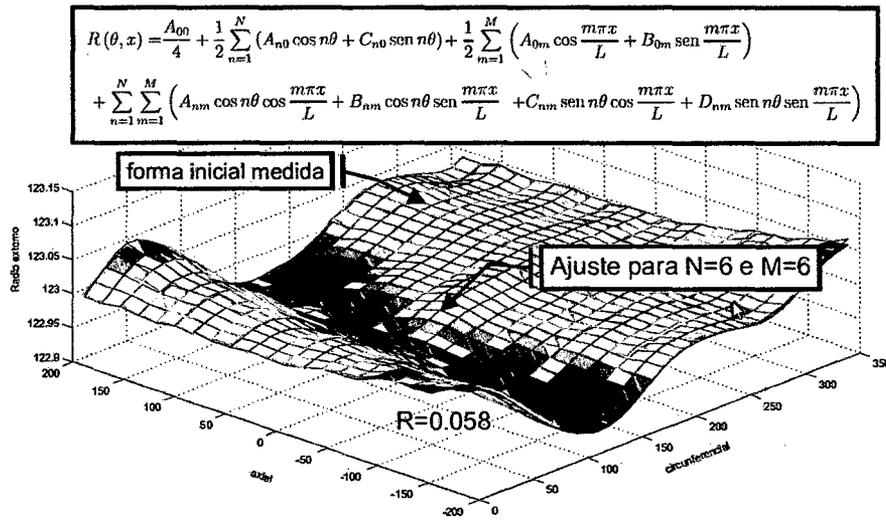


Figura 3.9 Ajuste de las imperfecciones medidas a la serie de Fourier doble

donde R es el residuo y es definido por:

$$R = \|R_{fourier} - R_{medido}\| = \sqrt{\sum \sum (R_{fourier}(\theta_i, x_j) - R_{medido}(\theta_i, x_j))^2} \quad (3.7)$$

Con base en el residuo, se escoge el número de armónicas N y M de la serie de Fourier.

La Figura 3.10 muestra el modelamiento en ANSYS de las imperfecciones geométricas medidas, se observa que estas imperfecciones son muy pequeñas, por eso se necesitó de un factor de escala alto (de 400).

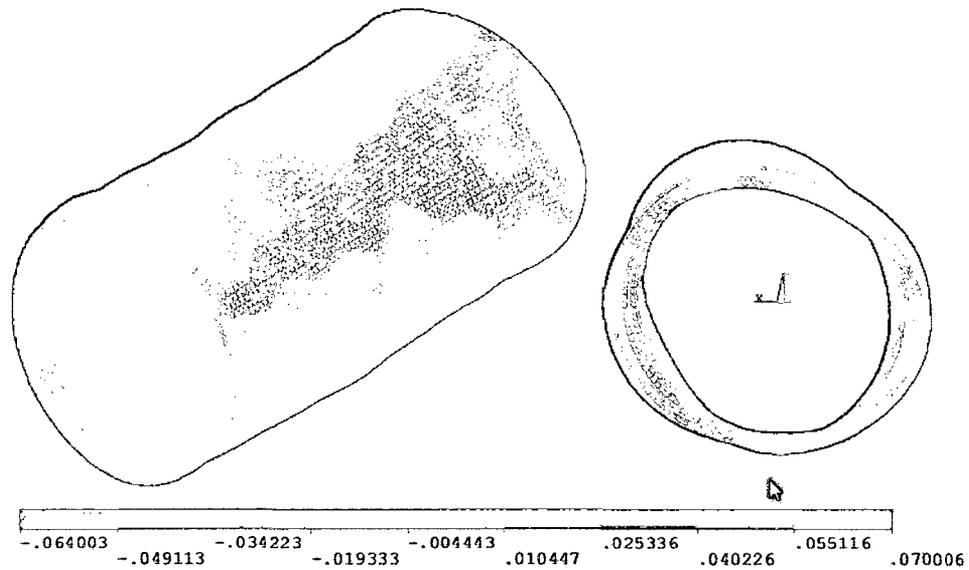


Figura 3.10 Modelo numérico de la imperfección medidas , ampliadas por un factor de 400

3.7 MÉTODO NUMÉRICO DE LA SOLUCIÓN

El comportamiento no lineal de cascas cilíndricas reforzadas confiere una combinación de grandes rotaciones, desplazamientos y plastificación del material, también podría suceder inestabilidad por pandeo de bifurcación, complicando así la solución. El método empleado para solucionar estos problemas es el método de longitud de arco ("*arc length method*"), el cual calcula la máxima magnitud de la carga que la estructura puede soportar antes de la ocurrencia de la inestabilidad o el colapso.

3.8 GENERACIÓN DEL MODELO PARAMÉTRICO

Toda las propiedades geométricas, propiedades del material y pasos de la solución fueron implementados a través do APDL, el cual es un lenguaje de programación especial, que utiliza conceptos y estructuras muy semejantes a los lenguajes científicos de programación, tales como el C++, FORTRAN, etc. Usando APDL se crea:

- a) Un archivo de entrada para resolver un problema específico.

- b) Archivos macro que trabaja como funciones especiales aceptando varios argumentos de entrada.

En cualquiera de los casos cada línea de código es constituida por un único comando, y las líneas son ejecutadas secuencialmente. Esos archivos son escritos en el ANSYS Parametric Design Linguagem (APDL).

Un nivel más avanzado del uso del APDL son los archivos MACROS, los cuales son semejantes a las subrutinas del lenguaje de programación del FORTRAN. Los archivos macros son guardados en archivos de textos separados con extensión mac y escrito usando el APDL. Ellos son particularmente útiles para nuestro análisis paramétrico, ya que las tareas desarrolladas son repetidas varias veces con diferentes valores de los parámetros del modelo, como la geometría, las propiedades del material, las condiciones de contorno, la densidad de malla, etc.

Fueron creados varias macros para diferentes tipos de análisis; las macros para nuestro análisis tiene como nombre submarino.mac, el cual genera el modelo en elementos finitos, las condiciones de contorno, las cargas, las imperfecciones geométricas y realiza el análisis numérico. La macro después de terminar el análisis, almacena los datos de la presión de inestabilidad y las tensiones en este punto de inestabilidad. Finalmente las macros son ejecutadas varias veces, modificando los parámetros principales, mediante lazos iterativos (*DO+*ENDDO). La Figura 3.11 muestra el diagrama de flujo del método numérico del análisis paramétrico.

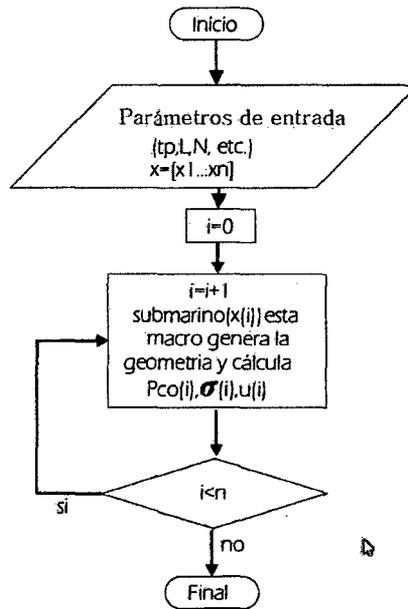


Figura 3.11 Algoritmo de análisis paramétrica

3.9 MODELACIÓN NUMÉRICA DE ESPECÍMENES DE ALUMINIO

La modelación numérica desarrollada para cascos resistentes fue utilizado para reproducir ensayos experimentales de cascos cilíndricos reforzados de aluminio, encontradas en las referencias [26], [35] e [36]. En los informes de las referencias mencionadas se encontraron datos de las dimensiones geométricas, imperfecciones geométricas radiales, materiales y presión de colapso experimental. Estos resultados experimentales fueron utilizados para validar la modelación numérica para cascos resistentes (modelos matemáticos de las imperfecciones geométricas asumidas, condiciones de contorno, cargamento, simetría, etc.) para ser posteriormente usado para el análisis paramétrica.

CAPITULO IV

VALIDACION DE LA MODELACIÓN NUMÉRICA

4.1 INTRODUCCIÓN

La modelación numérica desarrollada a partir del programa en ANSYS tiene la finalidad de prever la presión de colapso de cascos cilíndricos reforzados. Los resultados que producen estos modelos son comparados con resultados experimentales de modelos de cascos resistentes a escala reducida, sometida a presión externa hidrostática, disponibles en la Literatura [37]. La Figura 4.1 muestra los modelos de los ensayos usados para la validación numérica. La modelación fue generada con imperfecciones asumidas y reales.

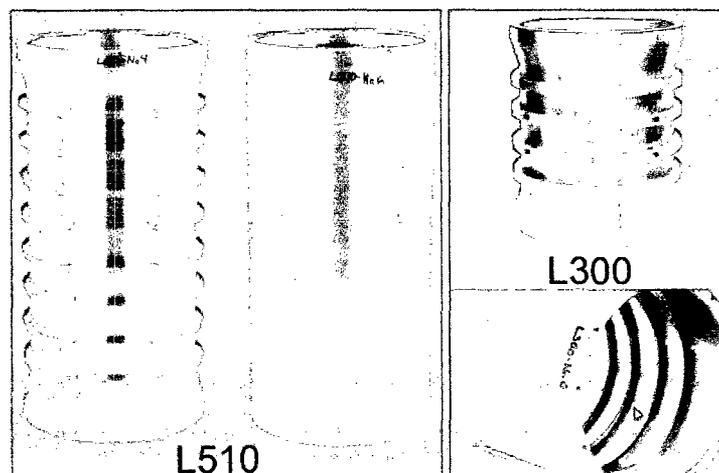


Figura 4.1 Modelos experimentales de cascos resistentes de modelos L510 (izquierda) y L300 (derecha) [37]

4.2 MODELOS EXPERIMENTALES

Las muestras estudiadas son mostradas en la Tabla 4.1, incluyendo el tipo de refuerzo (interno o externo), material y la presión de colapso experimental. Todas las muestras tienen refuerzos con sección tipo T. Los cilindros fueron fabricados con dos longitudes estándares de 300 y 510 mm, resultando en la serie de modelos L300 y L510.

El espesor de la casca, la distancia entre cuadernas y el dimensionamiento de los refuerzos fueron diseñados para colapsar de una determinada forma (entre cuaderna o global). Los cilindros con anillos de refuerzo pesados fueron diseñados para fallar entre refuerzos, no en tanto los cilindros con anillos leves fueron diseñados para fallar de forma global.

Tabla 4.1 Resumen de las muestras de ensayos y sus respectivos resultados experimentales

Modelo	Anillos de refuerzo	Material	Presión de Colapso [MPa]	n	referencia
L300-No1	Externo, pesado	No. 1	7.11	6-8	[35]
L300-No5	Interno, leve	No. 1	8.99	3	[36]
L300-No6	Interno, leve	No. 3	9.14	3-5	[36]
L510-No1	Externo, leve	No. 1	9.05	3	[26]
L510-No4	Externo, leve	No. 3	9.79	3	[36]
L510-No5	Interno, leve	No. 2	9.08	3	[35]
L510-No6	Interno, leve	No. 3	8.48	3	[36]

El material de los modelos experimentales es Aluminio de tipo 6082-T6, sus propiedades mecánicas es mostrada en la Tabla 4.2 y la curva del material en la Figura 4.2. La composición química de este material es mostrada en la Tabla 4.3.

Tabla 4.2 Resumen de los ensayos de tracción para muestras de aluminio [37]

Material	Dirección de la muestra	Módulo de Young [GPa]	Límite de fluencia [MPa]	Tensión última [MPa]
No.1	Circunferencial	72.7	272	333
No.1	Axial	73.2	304	373
No.2	Circunferencial	67.9	297	349
No.2	Axial	70.7	327	385

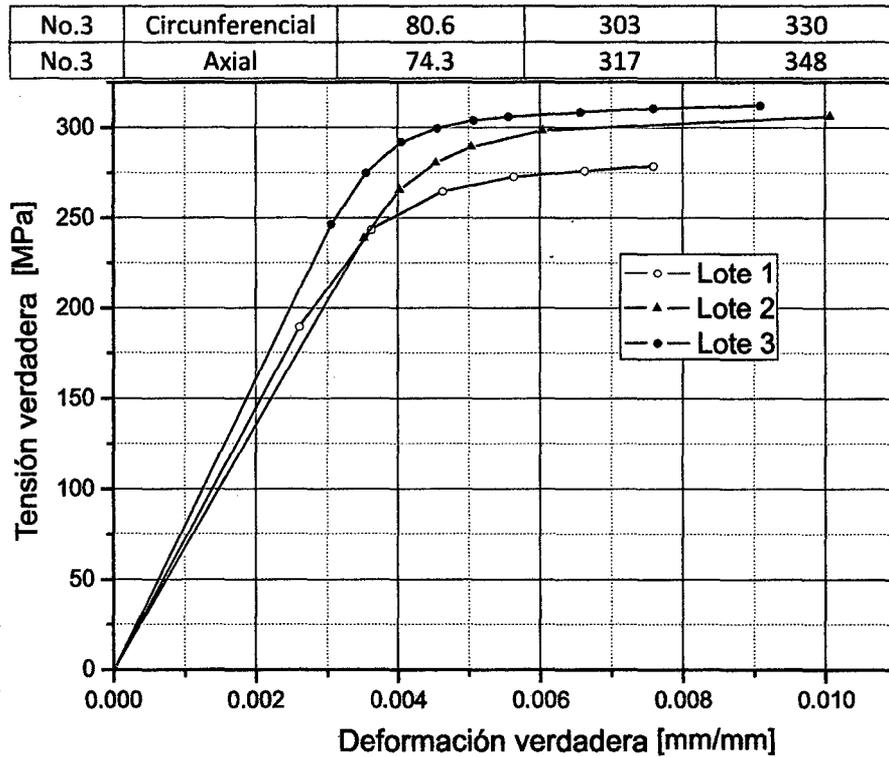


Figura 4.2 Curva del Material de aluminio [37]

Tabla 4.3 Composición química del aluminio 6082-T6

Componentes	%
Al	95.2-98.3
Cr	0.25 \geq
Cu	0.10 \geq
Fe	0.50 \geq
Mg	0.60-1.20
Mn	0.40-1.0
Si	0.70-1.30
Ti	0.1
Zn	0.20
Otros	0.150 \geq

Los principales parámetros de las muestras están resumidos en la tabla 4.4. El máximo desplazamiento radial de la circunferencia perfecta de las imperfecciones de las muestras es denotado por C_0 , que es un valor medio de la imperfección radial de las secciones transversales a lo largo de la casca cilíndrica.

Tabla 4.4 Principales parámetros de las muestras

Parámetros	CILINDROS CORTOS			CILINDROS LARGOS			
	L300-No 1	L300-No 5	L300-No 6	L510-No1	L510-No 4	L510-No 5	L510-No6
L_B [mm]	260	260	260	470	470	470	470
R_{in} [mm]	111,25	121,5	121,5	111,5	111,5	121,5	121,5
t_p [mm]	2,5	3	3	3	3	3	3
L_f [mm]	50	50	50	50	50	50	50
h_w [mm]	10	8	8	8	8	8	8
t_w [mm]	3	2	2	2	2	2	2
b_f [mm]	16	8	8	8	8	8	8
t_f [mm]	2	2	2	2	2	2	2
C_0 (R_m %)	0,07	0,041	0,058	0,069	0,115	...	0,034
E [MPa]	72700	80600	80600	72700	80600	67900	80600
ν	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
σ_p [MPa]	272	303	303	272	303	297	303
R_{ef}	1	1	1	1	1	1	1

*Información no encontrada en la literatura

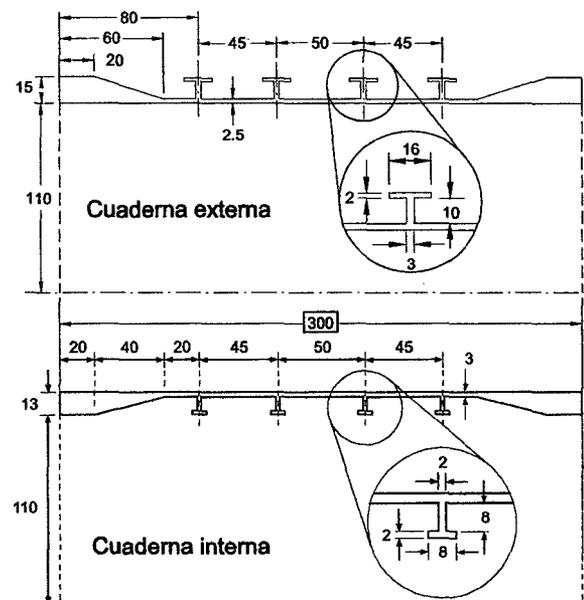
4.3 COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS ANALÍTICOS Y NUMÉRICOS

Las formulaciones de diseño que se mostraron en el Capítulo 2 fueron desarrolladas en MAPLE. La presión de colapso numérica fue calculada mediante el método de elementos finitos con el software comercial ANSYS. Todas las muestras fallan por colapso elasto plástico. En las siguientes secciones se compara los resultados analíticos, numéricos y experimentales de las muestras. Los resultados son dados en términos de la P_{exp} .

4.3.1 Pandeo de los Cilindros Cortos

El modelo numérico de estos cilindros fue realizada con imperfecciones asumidas de $n = 4$ y $m = 1$. Las dimensiones del modelo son mostradas en la Figura 4.3.

Figura 4.3 Geometría de los Modelos L300 [26]



Modelo L300 No 1

La Figura 4.4 muestra la modelación numérica del pandeo elasto plástico y el elástico.

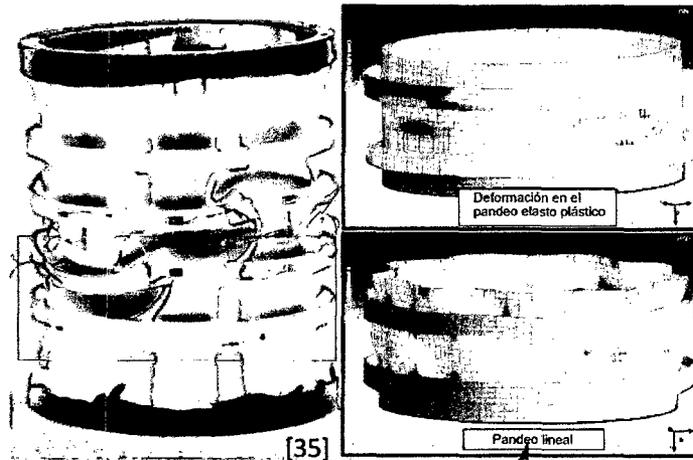


Figura 4.4 Modelo experimental L300 No1 después del colapso (izquierda) y resultados de la modelación en ANSYS

Tabla 4.5 Resultados del Modelo L300 No 1

$$P_{exp}=7.11 \text{ [MPa]} \pm 0.09 \text{ [MPa]} \text{ (n=6-8) [35]}$$

Numérico (ANSYS)				
colapso clasto-plástico			Pandeo lineal	
1.056			2.813 (n=9)	
Por criterio de fluencia				
P_{c3}	P_{c5}	P_{c6}	P_{c7}	P_{fy}
0.869	0.940	1.083	0.758	1.857
Pandeo entre cuadernas				
P_{m1}	P_{ci} (bajo)	P_{ci} (medio)	P_{cr}^l (GL)	$r \times P_{cr}^l$ (GL)
2.159 (n=9)	0.736	0.892	1.027	0.883
Colapso global				
P_N		$P_{y(n)}$		P_P
4.713 (n=3)		1.731 (n=3)		1.001(n=6)

Los resultados de la Tabla 4.5 muestran que el tipo de colapso es elasto plástico, dado que las presiones de fluencia son menores que la presión de pandeo lineal. Como la falla es elasto plástica el análisis numérico de pandeo lineal sobreestiman la presión de colapso, sin embargo prevé con éxito el modo de falla entre cuadernas de este modelo.

Los resultados de pandeo lineal entre cuadernas P_{m1} y global P_N de las fórmulas de diseño también sobreestiman la presión de colapso, sin embargo la comparación prevé la tendencia de la falla entre cuaderna ($P_{m1} < P_N$). Este resultado también es respaldado por la sobreestimación del valor $P_{y(n)}$. La Figura 4.5 muestra la comparación de los resultados numéricos, experimentales y de las normas BS5500 y GL.

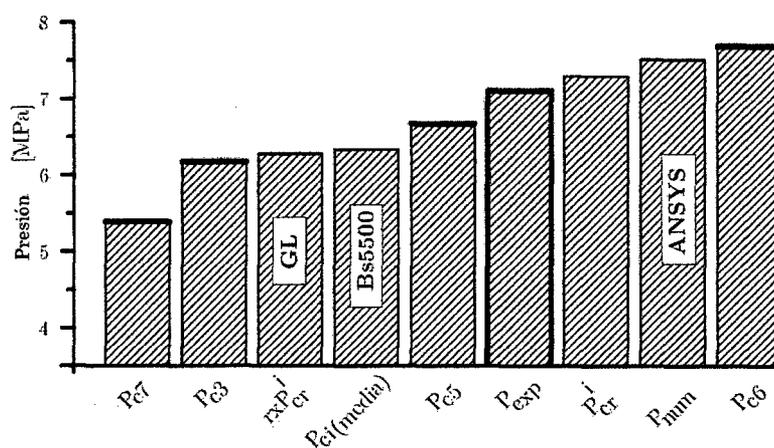


Figura 4.5 Comparación de los resultados del modelo L300 No 1

La Figura 4.5 muestra que la primera fluencia ocurre en el pie de la cuaderna, dado que el P_{c7} es mínimo. Esta fluencia no consigue colapsar el cilindro debido a su carácter localizado. Los resultados de la GL y de la BS5500 están basados en resultados experimentales, los cuales consideran los factores de reducción de la resistencia debido al proceso de fabricación. Los cascos resistentes reales generalmente colapsan antes de alcanzar la presión P_{c5} , debido al hecho de que no tienen una baja tolerancia de fabricación como las que tienen las muestras estudiadas, las cuales fueron maquinadas. La norma BS5500 toma la presión P_{c5} como referencia, por lo tanto un adecuado dimensionamiento del casco resistente hace con que la presión de colapso calculada por esta norma sea próxima o mayor que este valor. La presión de colapso experimental de este modelo es alta

(mayor que P_{c5}), dado que su imperfección geométrica es pequeña (OOC igual a 0.058%Rm). Los resultados de la modelación numérica y la formula analítica para el cálculo elasto plástico obtuvieron una buena correlación con la presión de colapso experimental de esta muestra.

Modelo L300 No 5

El tipo de falla es elasto plástica. El análisis numérico de pandeo lineal de la Figura 4.6 muestra un pandeo entre cuadernas. Los resultados de pandeo lineal mediante las fórmulas de diseño muestran que $P_N < P_{m1}$, sin embargo esta diferencia es pequeña para predecir la falla. La primera fluencia ocurre en la casca, en el medio de las cuadernas y la segunda fluencia ocurre en la junta de la chapa y las cuadernas. Esos dos límites de fluencia no consiguen colapsar la estructura. Este modelo fue maquinado, debido a eso la presión de colapso es mayor que P_{c5} , la cual es deseada en el diseño. Los resultados de la modelación numérica y la formula analítica para el cálculo elasto plástico obtuvieron una buena correlación con la presión de colapso experimental de esta muestra.

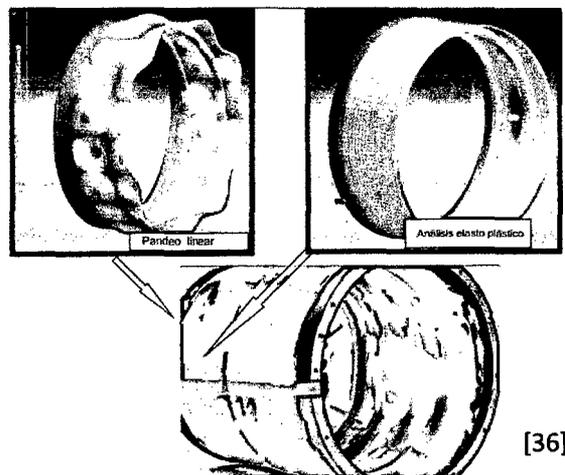


Figura 4.6 Modelo experimental L300 No 5 después del colapso (abajo) y resultado de la modelación numérica en ANSYS (encima)

Tabla 4.6 Resultados del modelo L300 No5

$$P_{exp}=8.99 \text{ [MPa]} \pm 0.09 \text{ [MPa]} \text{ (n=3) [36]}$$

Numérico (ANSYS)				
colapso clasto-plástico			Pandeo lineal	
1.057			2.377 (n=9)	
Por criterio de fluencia				
P_{c3}	P_{c5}	P_{c6}	P_{c7}	P_{fy}
0.865	0.918	1.058	0.895	1.222
Pandeo entre cuadernas				
P_{m1}	P_{ci} (bajo)	P_{ci} (medio)	P_{cr}^i (GL)	$r \times P_{cr}^i$ (GL)
2.653 (n=9)	0.759	0.911	1.026	0.912
Colapso global				
P_N		$P_{y(n)}$		P_P
2.462 (n=3)		1.149 (n=3)		0.939(n=3)

Modelo L300 No 6

Este modelo es similar al modelo L300 No 5, la diferencia está en la amplitud máxima de la imperfección introducida en el cálculo. El análisis numérico de pandeo lineal de la Figura 4.7 muestra un pandeo entre cuadernas.

Tabla 4.7 Resultados del modelo L300 No 6

$$P_{exp}=9.14 \text{ [MPa]} \pm 0.09 \text{ [MPa]} \text{ (n=3-5) [36]}$$

Numérico (ANSYS)				
colapso clasto-plástico			Pandeo lineal	
1.036			2.344 (n=9)	
Por criterio de fluencia				
P_{c3}	P_{c5}	P_{c6}	P_{c7}	P_{fy}
0.851	0.903	1.040	0.881	1.202
Pandeo entre cuadernas				
P_{m1}	P_{ci} (bajo)	P_{ci} (medio)	P_{cr}^i (GL)	$r \times P_{cr}^i$ (GL)
2.609 (n=9)	0.746	0.896	1.009	0.897
Colapso global				
P_N		$P_{y(n)}$		P_P
2.421 (n=3)		1.105 (n=3)		0.918(n=3)

La Figura 4.8 muestra que los resultados de la presión de colapso de las normas GL y BS5500 son bastantes próximos y que el colapso ocurre también después del segundo límite

de fluencia. Los resultados de la modelación numérica y la formula analítica para el cálculo elasto plástico obtuvieron una buena correlación con la presión de colapso experimental de esta muestra.

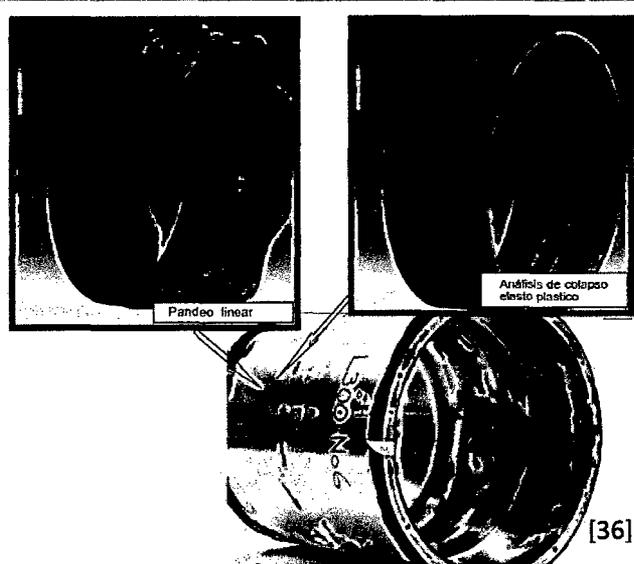


Figura 4.7 Modelo experimental L300 No 6 después del colapso (abajo) y resultado de la modelación numérica en ANSYS (encima)

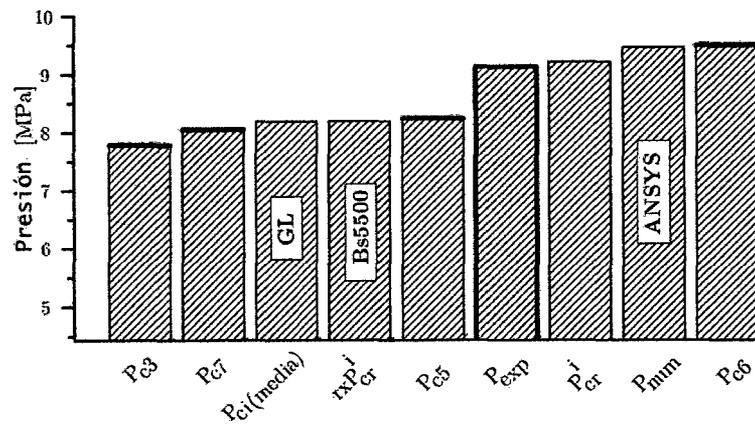


Figura 4.8 Comparación de los resultados del modelo L300 No 6

4.3.2 Pandeo de los Cilindros Largos

Las dimensiones de los modelos largos L510 con refuerzos externos e internos son mostrados en la Figura 4.9.

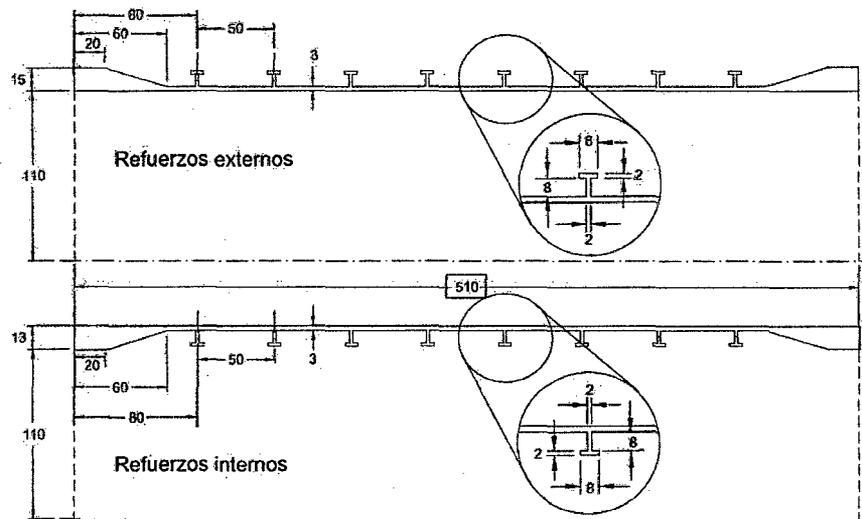


Figura 4.9 Geometría de los Modelos L510 [26]

Modelo L510 No 1

La modelación numérica de las muestras fue realizada con imperfecciones medidas y asumidas. La función de interpolación utilizada para inserir las imperfecciones radiales medidas en el modelo numérico fue la serie de Fourier doble. La Figura 4.10 muestra las imperfecciones radiales ingresadas en el modelo numérico. El análisis de Fourier determina una mayor contribución del modo circunferencial $n=3$ a la forma global de la imperfección.

La Figura 4.11 muestra que la modelación con imperfección medida, utilizando series de Fourier doble, reproduce bien el modo de falla del espécimen sobre presión externa, sin

embargo la Tabla 4.8 muestra que esta modelación no presenta ventaja con el cálculo de la presión de colapso con las imperfecciones asumidas.

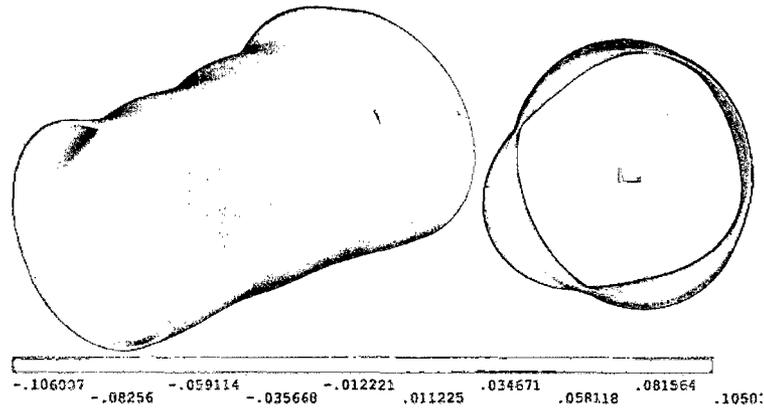


Figura 4.10 Modelación de la imperfección geométrica de la muestra L510 No 1, ampliada 400 veces

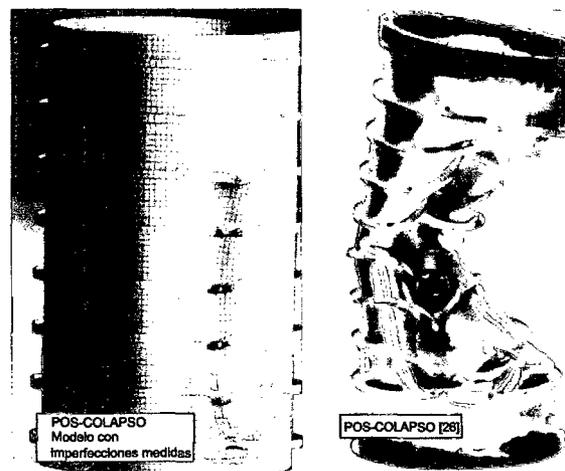


Figura 4.11 Modelación con geometría real del modelo (izquierda) y modelo después del colapso (derecha)

La Figura 4.12 muestra el análisis de pos pandeo de modelos con imperfecciones asumidas. La modelación numérica muestra que la que mejor reproduce el modo de falla es el modelo con imperfección asumida de 3 lóbulos. Del análisis de Fourier se observó que la

armónica la imperfección que contribuye más a la imperfección es la de 3 lóbulos. Los análisis de pos colapso para los modelos con imperfección asumidas reprodujeron bien el modo de colapso global, sin embargo el modo de falla circunferencial no fue reproducida, dado que este modo de falla es inducido por el modo de la imperfección inicial.

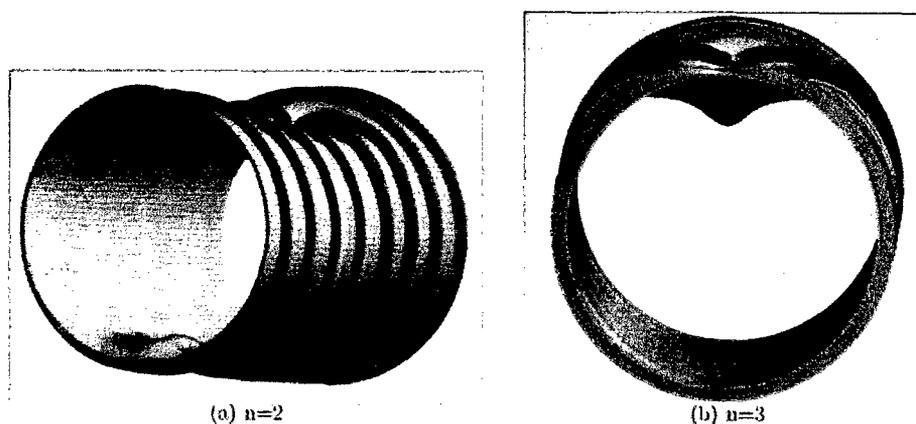


Figura 4.12 Modelación numérica del modelo L510 No 1 con imperfecciones asumidas, con imperfecciones iniciales de 2 y 3 lóbulos circunferenciales

Tabla 4.8 Resultados del modelo L510 No1

$$P_{exp} = 9.05 \text{ [MPa]} \pm 0.09 \text{ [MPa]} \text{ (n=3) [26]}$$

Numérico (ANSYS)				
colapso elasto-plástico			Pandeo lineal	
1.025(Fourier)		1.022		1.362 (n=3)
Por criterio de fluencia				
P_{c3}	P_{c5}	P_{c6}	P_{c7}	P_{fy}
0.825	0.862	0.994	0.968	1.328
Pandeo entre cuadernas				
P_{m1}	P_{ct} (bajo)	P_{ct} (medio)	P_{cr}^i (GL)	$r \times P_{cr}^i$ (GL)
2.657 (n=8)	0.722	0.864	0.967	0.867
Colapso global				
P_N		$P_{y(n)}$		P_P
1.607 (n=2)		1.033 (n=3)		0.867(n=6)

La Figura 4.13 muestra que la presión de límite de fluencia P_{c5} es menor que las presiones calculadas por las normas GL y la BS5500, lo cual indica que tiene un

dimensionamiento adecuado para mejorar la resistencia estructural. Esta afirmación es corroborada con la gran diferencia entre P_{exp} y P_{c5} . Los resultados de la modelación numérica muestran una buena correlación con los resultados experimentales. Por lo tanto, los resultados numéricos pueden ser utilizados para perfeccionar la estructura, utilizando como referencia los resultados de la BS5500 o de la GL.

El modo de falla global de la muestra está de acuerdo con las previsiones analíticas. La presión de pandeo global de Bryant es menor que la presión de pandeo entre cuadernas de von Mises. Los resultados de las fórmulas analíticas para el colapso global fueron próximos a la presión experimental.

El análisis de pandeo lineal del ANSYS predice el modo de falla global y también el número de lóbulos circunferenciales de la falla. El inicio del límite de fluencia ocurre en la casca, entre las cuadernas.

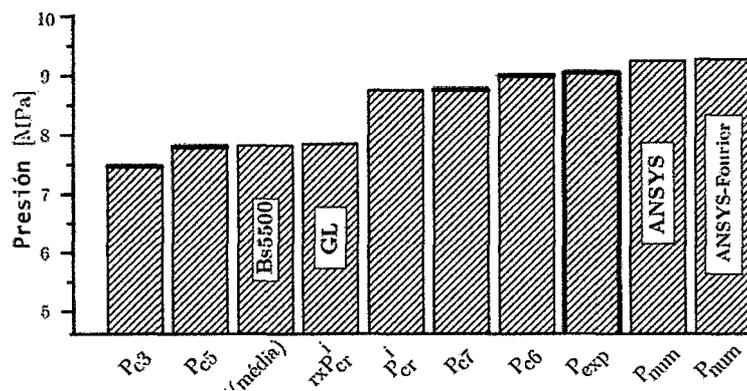


Figura 4.13 Comparación de los resultados del modelo L510 No 1

Modelo L510 No 4

La modelación numérica de las muestras fue realizada con imperfecciones asumidas. Las formulaciones analíticas predicen el modo de falla global y también los resultados de la presión de colapso elasto plástico de las fórmulas de diseño fueron próximos a la presión de

colapso experimental. El análisis de pandeo lineal en el ANSYS predice el modo de falla global y también el número de lóbulos circunferenciales de la falla. El inicio de la fluencia ocurre en la casca, entre las cuadernas.

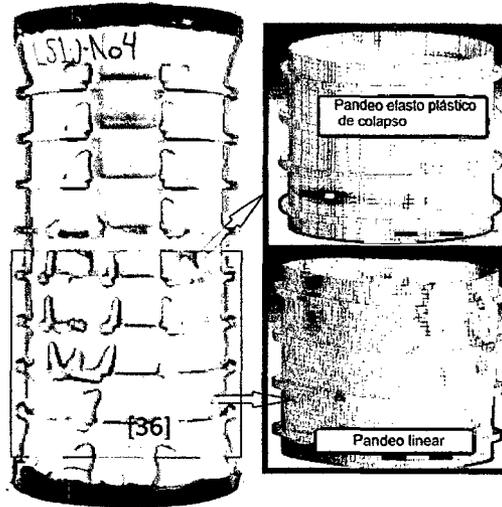


Figura 4.14 Modelo experimental L510 No 4 después del colapso (izquierda) y resultados de la modelación en ANSYS (derecha)

Tabla 4.9 Resultados del modelo L510 No4

$$P_{exp}=9.79 \text{ [MPa]} \pm 0.09 \text{ [MPa]} \text{ (n=3) [36]}$$

Numérico (ANSYS)				
colapso elasto-plástico			Pandeo lineal	
1.057			1.481 (n=3)	
Por criterio de fluencia				
P_{c3}	P_{c5}	P_{c6}	P_{c7}	P_{fy}
0.850	0.888	1.023	0.997	1.369
Pandeo entre cuadernas				
P_{m1}	P_{ci} (bajo)	P_{ci} (medio)	P_{cr}^i (GL)	$r \times P_{cr}^i$ (GL)
2.724 (n=8)	0.743	0.890	1.010	0.904
Colapso global				
P_N		$P_{y(n)}$		P_P
1.647 (n=2)		0.968 (n=3)		0.862(n=3)

Modelo L510 No 5

La modelación numérica de las muestras fue realizada con imperfecciones asumidas. Las formulaciones analíticas predicen el modo de falla global y también los resultados de la presión de colapso elasto plástico de las fórmulas de diseño fueron próximos a la presión de colapso experimental. El análisis de pandeo lineal en el ANSYS predice el modo de falla global y también el número de lóbulos circunferenciales de la falla. El inicio de la fluencia ocurre en la casca, entre las cuadernas.

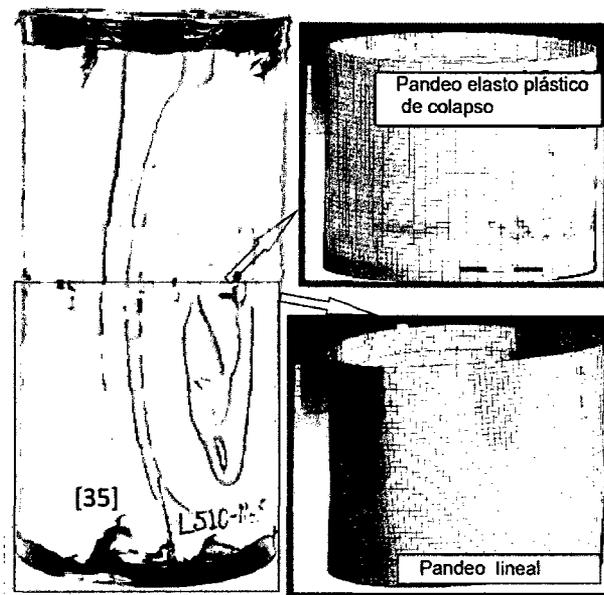


Figura 4.15 Modelo experimental L510 No 5 después del colapso (izquierda) y resultados de la modelación en ANSYS (derecha)

Tabla 4.10 Resultados del modelo L510 No5

$$P_{exp}=9.08 \text{ [MPa]} \pm 0.09 \text{ [MPa]} \text{ (n=3) [35]}$$

Numérico (ANSYS)				
colapso elasto-plástico			Pandeo lineal	
1.011			1.506 (n=3)	
Por criterio de fluencia				
P_{c3}	P_{c5}	P_{c6}	P_{c7}	P_{fy}
0.839	0.891	1.026	0.869	1.186
Pandeo entre cuadernas				

P_{m1}	P_{ci} (bajo)	P_{ci} (medio)	P_{Cr}^i (GL)	$r \times P_{Cr}^i$ (GL)
2.213 (n=9)	0.711	0.860	0.977	0.849
Colapso global				
P_N		$P_{y(n)}$		P_P
1.398 (n=3)		0.943 (n=3)		0.869(n=3)

Modelo L510 No 6

La modelación numérica de las muestras fue realizada con imperfecciones medidas y asumidas. La función de interpolación utilizada para inserir las imperfecciones radiales medidas en el modelo numérico fue la serie de Fourier doble. La Figura 4.16 muestra las imperfecciones radiales ingresadas en el modelo numérico.

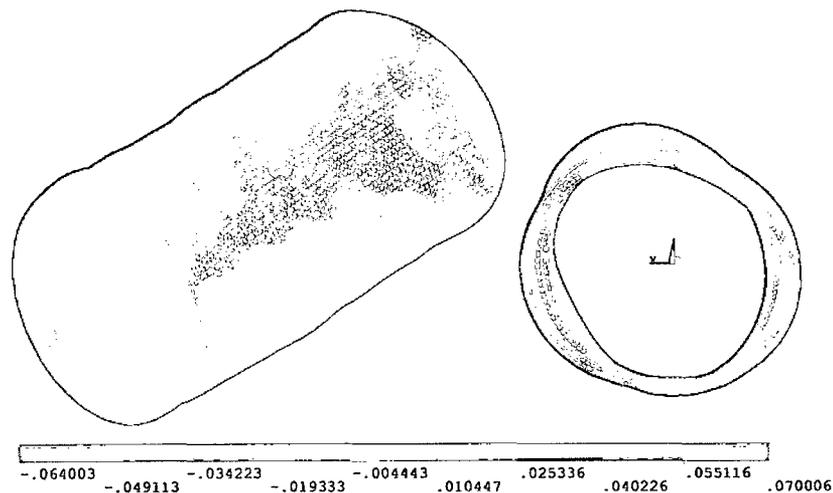


Figura 4.16 Modelación de las imperfecciones radiales medidas en la muestra L510 No 6, ampliadas 400 veces

La diferencia entre el modelo L510 No 5, está en las propiedades del material, módulo de elasticidad y tensión de fluencia mayores. Por lo tanto, su presión de colapso debe ser mayor que la del modelo L510 No 5, conforme los resultados numéricos y analíticos, se obtuvieron una diferencia porcentual del 12% de los resultados experimentales. La Figura 4.17 muestra que la modelación con imperfecciones medidas, utilizando series de Fourier,

reproducen muy bien el modo de falla real del modelo, sin embargo como sucede con el modelo L510 No 1, este no presenta ventajas en el cálculo de la presión de colapso, como muestra la Tabla 4.11.

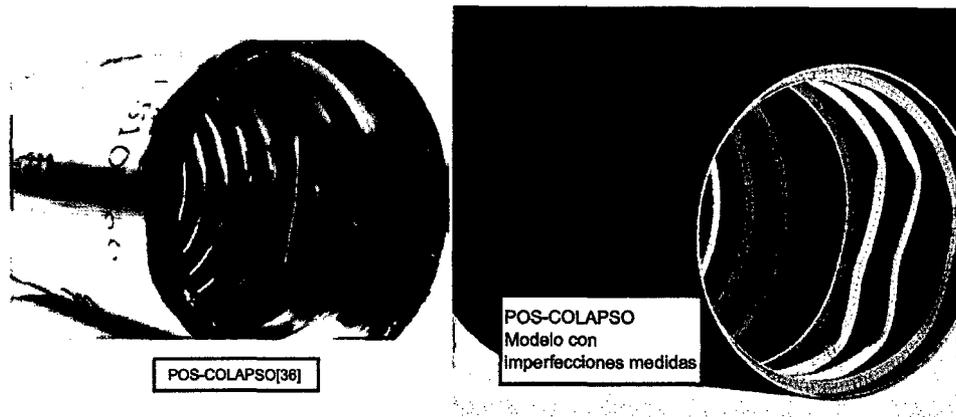


Figura 17 Modelo experimental L510 No 6 después del colapso (izquierda) y resultados de la modelación con ANSYS (derecha)

Tabla 4.11 Resultados del modelo L510 No6

$P_{exp}=8.48$ [MPa] ± 0.09 [MPa] (n=3)[36]

Numérico (ANSYS)				
colapso elasto-plástico			Pandeo lineal	
1.127(Fourier)		1.126		1.948 (n=3)
Por criterio de fluencia				
P_{c3}	P_{c5}	P_{c6}	P_{c7}	P_{fy}
0.917	0.972	1.121	0.948	1.296
Pandeo entre cuadernas				
P_{m1}	P_{ci} (bajo)	P_{ci} (medio)	P_{cr}^i (GL)	$r \times P_{cr}^i$ (GL)
2.813(n=9)	0.804	0.966	1.087	0.967
Colapso global				
P_N		$P_{y(n)}$		P_P
1.776 (n=3)		1.158 (n=3)		0.986(n=3)

El análisis de pos colapso de los modelos con imperfecciones geométricas asumidas, mostrados en la Figura 4.18, muestran que el inicio de la inestabilidad es próximo a los

bordes del modelo. Los resultados de los análisis muestran que el modo de falla alrededor de la circunferencia es inducida por la imperfección inicial.

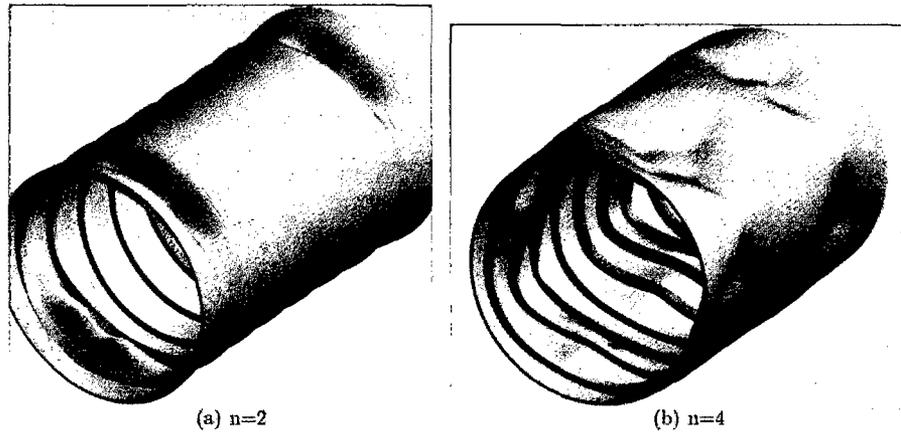


Figura 4.18 Modelación numérica del modelo L510 No 6 con imperfecciones asumidas, con imperfección inicial de 2 y 4 lóbulos circunferenciales

Los comparación de los resultados de la presión de colapso por las normas, resultados experimentales y numéricos son mostrados en la Figura 4.19. Los resultados experimentales de este modelo presenta diferencia significativa con las otras muestras estudiadas (sus resultados difieren con los valores calculados por elementos finitos o por las formulaciones analíticas para calcular la presión de colapso elasto plástico).

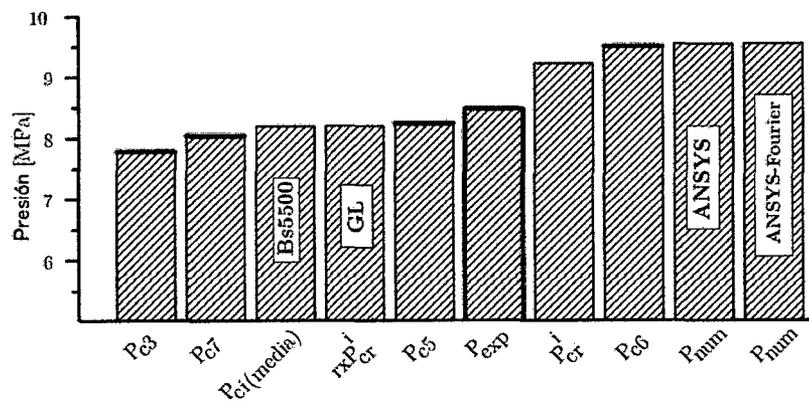


Figura 4.19 Comparación de los resultados del modelo L510 No 6

Las formulaciones analíticas prevén el modo de falla global. El análisis de pandeo lineal del ANSYS predice el modo de falla global y también el número de lóbulos circunferenciales de la falla. El inicio de la fluencia ocurre en la parte externa de la casca, entre las cuadernas.

4.3.3 Discusión de los Métodos Analíticos y Numéricos

Las Tablas desde 4.5 hasta 4.11 muestran una comparación de los resultados del modo y la presión de colapso de las fórmulas utilizadas en submarinos, como las observadas experimentalmente. La presión de colapso elasto plástica calculada con la formulación analítica P_{cr}^i y la presión de colapso numérica presentan una mejor correlación con los resultados de la presión de colapso experimental de las muestras estudiadas.

Las formulaciones analíticas de pandeo lineal fueron capaces de prever el modo de colapso (global o entre cuadernas). El análisis de pandeo lineal predijo con éxito el modo de falla global y el modo de falla entre cuadernas para cilindros largos. El análisis no lineal utilizando su imperfección geométrica exacta, obtuvo con éxito el modo de falla de los ensayos de los especímenes, sin embargo no mostraron ventajas en el cálculo de la presión de colapso en relación a los modelos numéricos con imperfecciones más simples. El análisis de pos colapso de modelos con imperfecciones asumidas muestran el inicio de la inestabilidad de las muestras, sin embargo muestra que el modo de falla es inducido por la imperfección inicial.

La presión de colapso de las muestras por las normas GL y BS5500, mostraron una buena correlación y también mostraron ser mayores que la segunda presión de límite de fluencia. Esas dos estimaciones mostraron ser adecuadas para la estimación de la presión de colapso de cascos resistentes.

CAPITULO V

ESTUDIO PARAMÉTRICO

5.1 INTRODUCCIÓN

Los resultados experimentales de la presión de colapso de cascas cilíndricas reforzadas se caracterizan normalmente por ser inferior a los valores numéricos obtenidos por elementos finitos. Esas diferencias son debidas a las incertezas (geométricas, del material, del cargamento, etc.), que son inevitables en los ensayos experimentales, los cuales no pueden ser modelados de forma exactas por el método de elementos finitos.

Al analizar la sensibilidad de la imperfección de la estructura, se verifica que la forma y el tamaño de las imperfecciones geométricas iniciales tienen una gran influencia sobre la respuesta estructural y sobre su resistencia última. Las condiciones de contorno que modelan el soporte de los ensayos también influyen en la resistencia última de los modelos. Los análisis de la influencia de las condiciones de contorno y de la geometría de la imperfección ayudan a tomar decisiones en la modelación de elementos finitos.

La casca cilíndrica a ser estudiada corresponde a un casco resistente de un submarino con una profundidad de operación máxima de 400 metros, para el cual la estructura está

sometida a una presión aproximada de 4MPa. Los submarinos sometidos a esta carga se debe aplicar un factor de seguridad de 1.8 de acuerdo a la norma GL[1], por este motivo nuestra estructura debe tener una resistencia última de 7.2 MPa. Existe una infinidad de combinaciones posibles de parámetros geométricos que dan esa resistencia última. Para el estudio paramétrico fue utilizado dos parámetros: la distancia entre cuadernas y el espesor de la casca cilíndrica. En este capítulo se encontrará la combinación de estos parámetros que hacen que la estructura colapse a una presión de 7.2 MPa. En un submarino siempre se busca ahorrar peso, por eso la mejor combinación de parámetros son los que generan un menor peso del modelo para una misma presión de colapso.

El submarino en operación está sometido a cargas cíclicas durante toda su vida útil, debido a la inmersión y sumersión, sufriendo por esta razón fenómenos de fatiga. Por lo tanto, la estructura además de las características del peso debe tener una buena resistencia a la fatiga. Por lo tanto al final del capítulo se analizará la vida a fatiga de los modelos.

5.2 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE LA DENSIDAD DE MALLA

Este estudio es para estudiar el efecto del tamaño de elementos y los efectos de la variación de la razón de aspecto. En el análisis de tamaño de elementos, fue considerado 6,8,..., 14 y 16 elementos a lo largo del espacio entre cuadernas. La resistencia en el cálculo de la presión de colapso del casco resistente padrón es mostrado en la Figura 5.1. Los resultados muestran que para 10 elementos se presenta una diferencia de 0.7% comparados con 16 elementos, sin embargo en el tiempo que utiliza para el cálculo este último utiliza más del doble de tiempo.

En el análisis de la razón de aspecto, fueron realizados variando la cantidad de elementos alrededor de la circunferencia, los resultados son mostrados en la Figura 5.2. Para razones de aspectos mayores que 4, se observa que el aumento de la razón de aspecto produce mayores variaciones de la presión de colapso, sin embargo no hay mucho cambio en el tiempo utilizado comparado con las razones de aspectos menores de 4. Por lo tanto, para la modelación del casco resistente se utilizará 10 elementos a lo largo del espacio entre cuadernas con una razón de aspecto de 3.7. Para los modelos paramétricos se utilizará elementos del mismo tamaño de los elementos del modelo padrón.

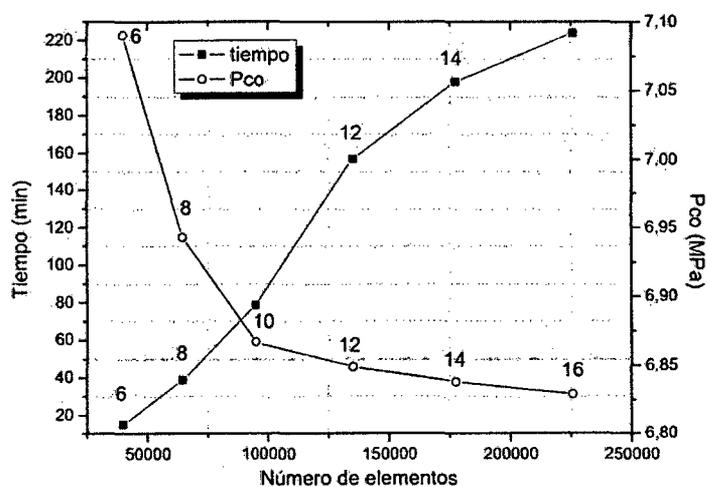


Figura 5.1 Análisis de sensibilidad de tamaño de elementos de la malla

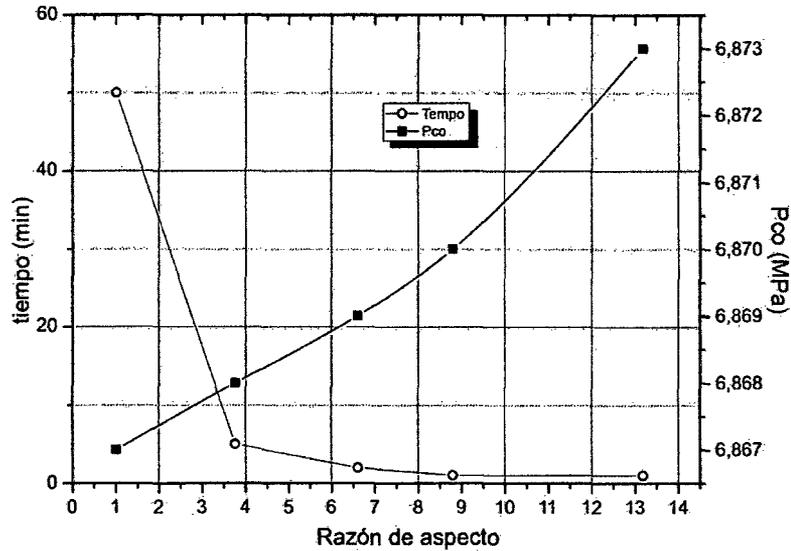


Figura 5.2 Análisis de la razón de aspecto de la malla

5.3 INFLUENCIA DE LAS CONDICIONES DE CONTORNO

Las condiciones de contorno describen la manera por la cual la estructura es soportada. Las condiciones de contorno generalmente involucran simplificaciones de la situación real de la estructura. Una condición de contorno consistente es necesaria para una solución matemática única de las ecuaciones de elementos finitos. Algunas condiciones de contorno típicas para cascas cilíndricas son listadas en la Tabla 5.1. Esas condiciones de contorno están asociados a la modelación de la casca cilíndrica en investigación reproduciendo la estructura de apoyo (por ejemplo, mamparos) usando desplazamientos prescritos. La correlación de resultados experimentales y numéricos es influenciada por las condiciones de contorno asumidas. Las condiciones de contorno de estructuras reales y modelos experimentales generalmente no son idénticas a los listados en la Tabla, pero se asume valores entre los casos extremos simplemente apoyados y empotrados. La condición de contorno que mejor describe la estructura de apoyo de los especímenes es la condición S4.

Tabla 5.1 Condiciones de contorno típicas para cascas cilíndricas

	Condiciones de bordes	P _{co}
S1	$v = w = 0$	9.624
S2	$u = v = w = 0$	9.913
S3	$v = w = 0, u = \text{uniforme}$	9.627
S4	$v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0, u = \text{uniforme}$	9.566
S5	$u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$	9.972

5.4 ANÁLISIS DE LA SENSIBILIDAD DE LA IMPERFECCIÓN GEOMÉTRICA

5.4.1 Influencia de la Imperfección entre Cuadernas (C_0) y la Imperfección Global (D_0)

Fue realizado el cálculo de la presión de colapso de dos tipos de modelos en escala real; cada tipo tiene la misma geometría de diseño, solo difiere en la imperfección geométrica. El primer tipo son modelados con dimensiones geométricas con $P_N < P_{m1}$ (Tabla 5.2) y el segundo tipo con $P_{m1} < P_N$ (Tabla 5.3). Los modelos tienen diferentes imperfecciones radiales máximas entre cuadernas C_0 y globales D_0 . La máxima imperfección radial de los análisis es de 0.4%Rm. Las imperfecciones entre cuadernas tienen 4 lóbulos en la dirección circunferenciales y las globales tienen una simple ovalización (2 lóbulos circunferenciales). Los resultados de las Tablas muestran que para los dos tipos de modelos la imperfección entre cuadernas tiene una mayor influencia en la presión de colapso. Por lo tanto, las imperfecciones entre cuadernas son más desfavorables, por eso las imperfecciones entre cuadernas son las predominantes en el análisis paramétrico.

Tabla 5.2 Influencia de las imperfección radial global y entre cuadernas, para $P_N < P_{m1}$

D_0^* \ C_0^*	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4
0	-	8.532	8.434	8.146	7.999	7.756	7.661	7.435	7.217
0.05	8.711	8.64	8.463	8.227	7.957	7.824	7.56	7.354	
0.1	8.701	8.639	8.463	8.06	8.027	7.825	7.566		

0.15	8.689	8.534	8.368	8.222	8.011	7.808	
0.2	8.678	8.602	8.438	8.206	7.942		
0.25	8.666	8.513	8.364	8.202			$t_p = 50.8 \text{ mm}$
0.3	8.653	8.574	8.404				$L_f = 700 \text{ mm}$
0.35	8.639	8.485					$P_N = 25.91 \text{ MPa}$
0.4	8.625						$P_{m1} = 27.28 \text{ MPa}$

Tabla 5.3 Influencia de las imperfección radial global y entre cuadernas, para $P_{m1} < P_N$

D_0^* \ C_0^*	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4
0	-	7.323	7.147	7.007	6.767	6.564	6.318	6.126	5.934
0.05	7.457	7.312	7.075	6.91	6.775	6.566	6.264	6.067	
0.1	7.445	7.33	7.15	6.961	6.686	6.482	6.191		
0.15	7.434	7.209	7.053	6.862	6.708	6.462			
0.2	7.421	7.291	7.134	6.924	6.73				
0.25	7.409	7.188	7.045	6.922					$t_p = 44.45 \text{ mm}$
0.3	7.395	7.262	7.102						$L_f = 700 \text{ mm}$
0.35	7.382	7.158							$P_N = 23.28 \text{ MPa}$
0.4	7.368								$P_{m1} = 19.45 \text{ MPa}$

5.4.2 Influencia de la Imperfección Geométrica Inicial

En el capítulo de la validación numérica con muestras maquinadas se observó que no existe ventajas en el cálculo de la presión de colapso del modelo con sus imperfecciones reales, que con imperfecciones asumidas, como muestra la Tabla 5.4.

Tabla 5.4 Resultados numéricos del modelo L510 No 1 y L510 No 6

Modelo de imperfección	L510 No 1		L510 No6	
	Pco	Pco/Pex	Pco	Pco/Pex
Asumidas	9.25	1.022	9.55	1.126
Medidas (aleatorias)	9.28	1.025	9.56	1.127

El estudio de la influencia de la forma de la geometría de la imperfección fue realizada variando el número de lóbulos de la imperfección geométrica característica (n) y manteniendo

constante la amplitud máxima de la imperfección geométrica. Los resultados del análisis de la influencia de la forma de la imperfección es mostrada en la Figura 5.3.

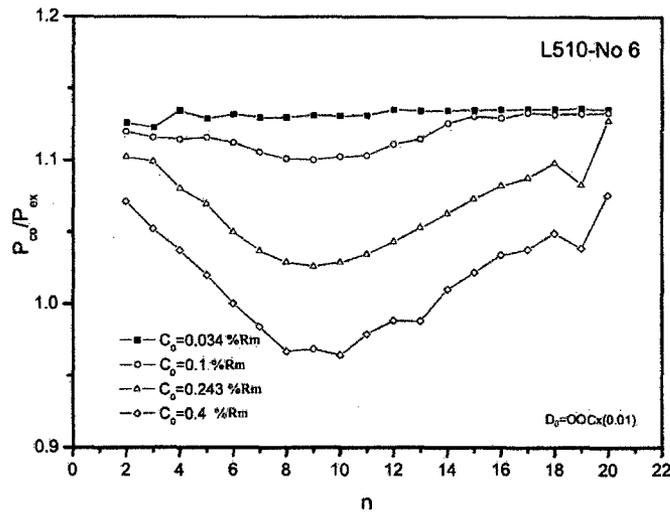


Figura 5.3 Influencia de la forma de la imperfección geométrica en la presión de colapso

La Figura muestra que para combinaciones de estos de los parámetros n y C_0 existe una presión de colapso mínima. Esta Figura también muestra que la influencia de la geometría o del n , es mayor para mayores valores de C_0 . Para $C_0 = 0.034\%$ se observa que la influencia de la imperfección es casi nula, esta es la razón por la cual no existe ventajas del cálculo de la presión de colapso de los cilindros maquinados con la modelación de la imperfección geométrica exacta y las imperfecciones geométricas asumidas. Para C_0 máximo de 0.4% la geometría de la imperfección puede reducir hasta en 10% la presión de colapso.

5.4.3 Influencia de la Imperfección Radial Máxima

El efecto del cargamento axial, producido por la presión hidrostática, depende de la imperfección radial máxima, como es mostrado en la Figura 5.4.

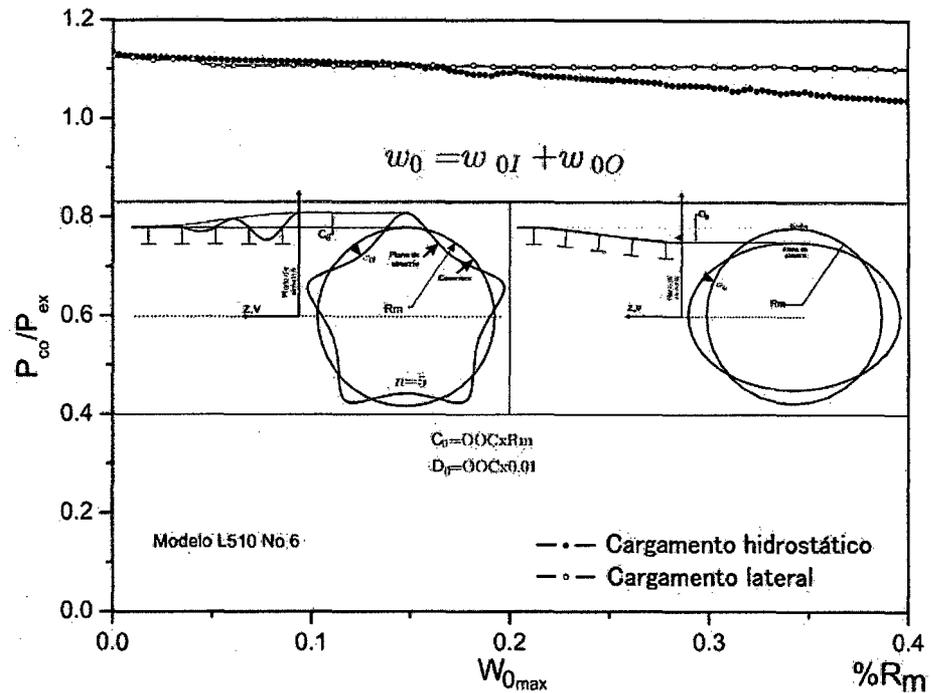


Figura 5.4 Influencia de la imperfección radial máxima para el cargamento combinado y el cargamento lateral

Para pequeñas imperfecciones radiales, las presiones de colapso de la estructura en cargamento lateral y en cargamento hidrostático (cargamentos axial más lateral) son aproximadas. El cargamento axial puede reducir significativamente la presión de colapso para mayores imperfecciones radiales (por ejemplo para OOC de 0.4%Rm puede reducir hasta un 10 % la presión de colapso). Dado que la presión de colapso experimental corresponde a un espécimen maquinado, esta presión de colapso es mayor que la presión de modelos en escala real. Para disminuir la sobrestimación numérica, la modelación con imperfecciones geométricas de casco será realizada con amplitudes máximas permitidas por las normas. Dado que el análisis paramétrico es realizado con C_0 máximos, la presión de colapso es afectada por la geometría de la imperfección. Existe un n para cada imperfección geométrica que hace que

la estructura falle a una presión de colapso mínima. Esa presión mínima será considerada como la presión de colapso del modelo. Este modelo es confiable para trabajar, porque como muestra la Figura 5.3, para cilindros maquinados, esa presión de colapso es menor que la presión de colapso experimental. El análisis de la imperfección radial máxima para imperfecciones aleatorias es mostrado en la Figura 5.5.

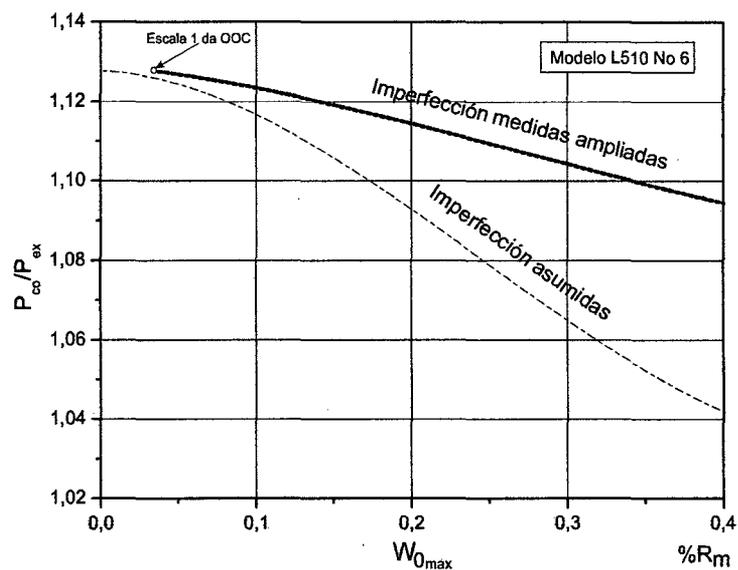


Figura 5.5 Influencia de la imperfección radial máxima para la imperfección medidas ampliadas y las imperfecciones asumidas

La Figura muestra que para pequeñas imperfecciones radiales la diferencia entre las presiones de colapso calculadas con imperfecciones asumidas y las medidas (aleatorias) es pequeña y para grandes niveles de imperfección la diferencia en el cálculo de la presión de colapso es considerable. Estos resultados muestran que la aleatoriedad las imperfecciones favorece a la presión de colapso. Para grandes imperfecciones radiales la forma de la geometría de la imperfección es importante en la resistencia última.

5.5 GENERACIÓN DE MODELOS CON RESISTENCIA ÚLTIMA DE 7.2 MPa

La Tabla 5.5 muestra los resultados de la presión de colapso de 33 modelos paramétricos, cuyas medidas de la distancia entre cuadernas y el espesor de la casca son las combinaciones de 11 distancias entre cuadernas y 3 espesores de casca. La presión de colapso mostrado en la Tabla presenta las mínimas presiones que pueden ser alcanzadas modificando el número de lóbulos circunferenciales de la imperfección geométrica y manteniendo constantes la amplitud máxima de la imperfección.

Tabla 5.5 a) Presión de colapso

b) Modo circunferencial de la imperfección inicial

a)		P_{co} [MPa]		
L_f^*	t_p^*	44.450	47.625	50.800
575		6.21	6.84	7.50
600		6.16	6.78	7.41
625		6.09	6.71	7.30
650		6.05	6.66	7.26
675		5.99	6.58	7.22
700		5.92	6.54	7.09
725		5.86	6.48	7.01
750		5.76	6.42	6.94
775		5.69	6.34	6.90
800		5.57	6.18	6.78
825		5.43	6.06	6.66

b)		Número de lóbulos (n)		
L_f^*	t_p^*	44.450	47.625	50.800
575		2	2	2
600		2	2	2
625		2	2	2
650		3	2	2
675		2	2	2
700		16	2	2
725		2	2	2
750		2	2	2
775		14	2	13
800		13	14	13
825		13	12	14

* en [mm]

Para la resistencia última para otros tipos de imperfección geométrica se espera valores encima de los valores calculados mostrados en la Tabla. La máxima imperfección radial en cascas cilíndricas de los modelos numéricos es de 0.4%Rm [20].

Los datos de la presión de colapso fueron ajustados a una superficie cuadrática mediante el método de los mínimos cuadrados, usando el software comercial MATLAB. La superficie ajustada es mostrada en la Figura 5.6 y definida en la siguiente ecuación:

$$P_{co}(L_f, t_p) = -7.389 + 0.3623t_p + 0.005158L_f - 0.001545t_p^2 - 3.447 \cdot 10^{-5}t_pL_f - 4.671 \cdot 10^{-6}L_f^2 \quad (5.1)$$

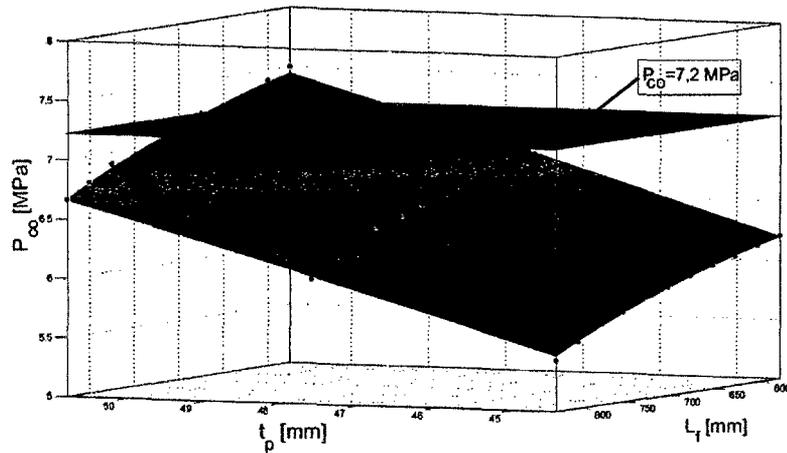


Figura 5.6 Ajuste de resultados numéricos del ANSYS para todas las posibles combinaciones de los parámetros L_f y t_p

Para el cálculo de la relación que hace que la estructura colapse en 7.2 MPa, se sustituyó la presión de colapso de 7.2 en la Ecuación 5.1. En la Figura 5.7 se muestra la relación de las distancias entre cuerdas y el espesor de la chapa que de esa solución. Usando la relación encontrada fueron generados 11 modelos paramétricos cuyos parámetros son mostrados en la Tabla 5.6. La Figura 5.8 muestra los modelos paramétricos M1 y M11. La tabla muestra que la mayor cantidad de los modelos fueron extrapolados. Por ese motivo, se comprobó estos resultados con nuevos análisis en el ANSYS. Se comprobó que los resultados de presión de colapso para los modelos paramétricos proveen una resistencia última casi constante de 7.2 MPa, como se muestra en la Figura 5.9.

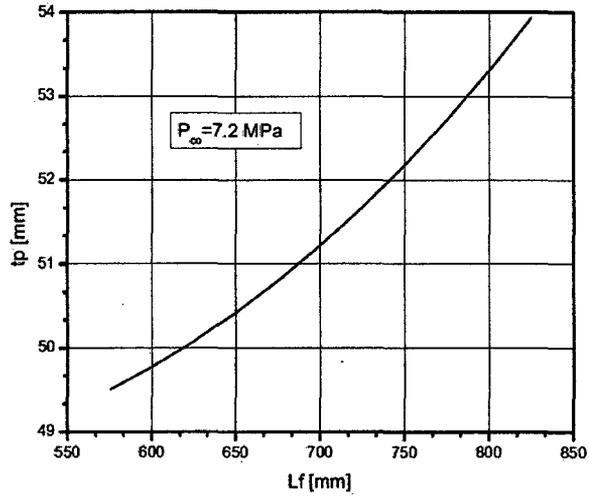


Figura 5.7 Relación de los parámetros L_f y t_p que proveen una resistencia última de 7.2 MPa

Tabla 5.6 Modelos paramétricos generados por la solución de las ecuaciones $P_{co}(L_f, t_p) = 7.2$

Modelo	Interpolado					Extrapolado					
	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9	M10	M11
t_p^*	49.50	49.77	50.08	50.42	50.80	51.22	51.67	52.17	52.72	53.30	53.94
L_f^*	575	600	625	650	675	700	725	750	775	800	825

* en [mm]

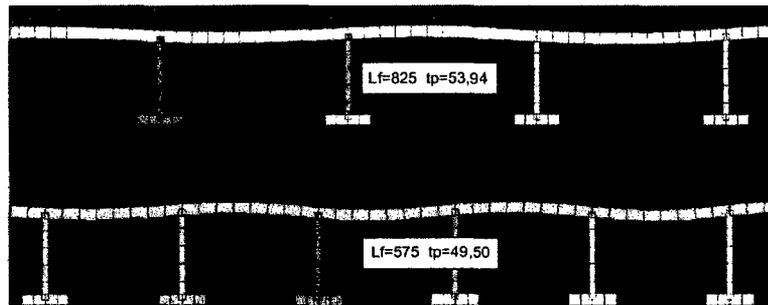


Figura 5.8 Modelo M1 (inferior) y M11 (superior)

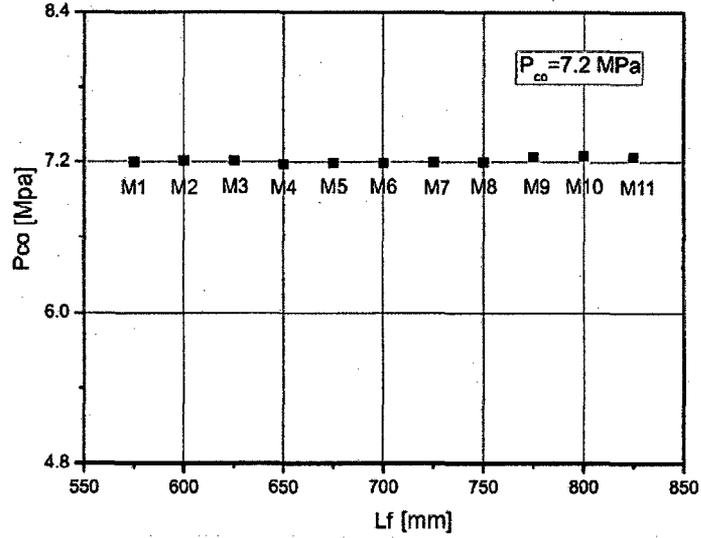


Figura 5.9 Cálculo de la presión de colapso de los modelos M1, M2,..., M11

La Figura 5.10 muestra el peso por unidad de longitud de los modelos paramétricos M1, M2, ..., M11. Se observó que el modelo M11 tiene el menor peso por unidad de longitud, pero para ser el modelo más óptimo este debe tener una buena resistencia a la fatiga.

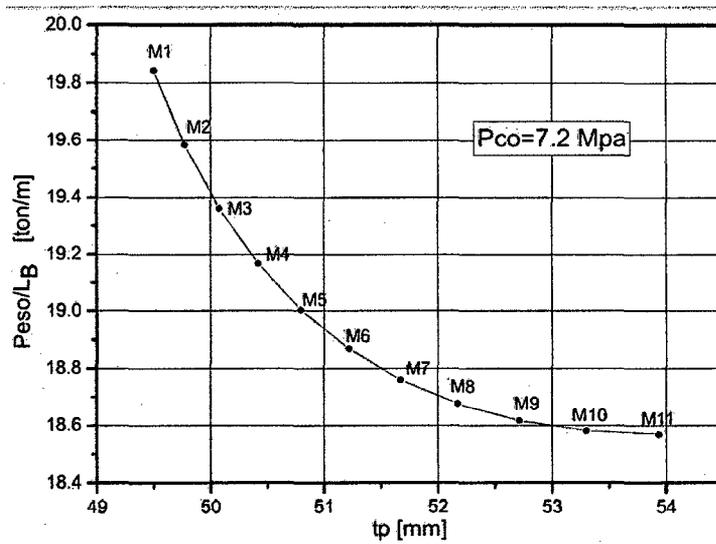


Figura 5.10 Peso por unidad de longitud de las estructuras que proveen una presión de colapso de 7.2 MPa

5.6 COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS ANÁLITICOS Y NUMÉRICOS

En la Tabla 5.7 son presentados los resultados con métodos tradicionales de diseño de la BS5500 y de la GL.

Tabla 5.7 Resultados de análisis numéricos y de formulaciones de diseño para submarinos

		P_{ci} media** (BS5500)		
		44.450	47.625	50.800
L_f^*	t_p^*			
575		8.31	8.91	9.47
600		8.09	8.70	9.27
625		7.88	8.50	9.07
650		7.68	8.30	8.89
675		7.48	8.11	8.71
700		7.30	7.93	8.53
725		7.12	7.76	8.36
750		6.94	7.59	8.20
775		6.77	7.43	8.04
800		6.59	7.27	7.88
825		6.42	7.11	7.73

		P_{ci} min ** (BS5500)		
		44.450	47.625	50.800
L_f^*	t_p^*			
575		6.94	7.49	8.02
600		6.74	7.29	7.82
625		6.54	7.10	7.63
650		6.36	6.92	7.46
675		6.19	6.75	7.29
700		6.02	6.59	7.12
725		5.87	6.43	6.97
750		5.71	6.28	6.82
775		5.57	6.13	6.67
800		5.43	5.99	6.54
825		5.29	5.86	6.40

		$r \times P_{cr}^i$ ** (GL)		
		44.450	47.625	50.800
L_f^*	t_p^*			
575		8.04	8.66	9.28
600		7.88	8.49	9.10
625		7.72	8.33	8.93
650		7.56	8.17	8.77
675		7.41	8.02	8.62
700		7.27	7.87	8.47
725		7.12	7.72	8.32
750		6.99	7.58	8.17
775		6.85	7.45	8.04
800		6.73	7.32	7.90
825		6.60	7.19	7.77

		P_{co} ** (ANSYS)		
		44.450	47.625	50.800
L_f^*	t_p^*			
575		6.21	6.84	7.50
600		6.16	6.78	7.41
625		6.09	6.71	7.30
650		6.05	6.66	7.26
675		5.99	6.58	7.22
700		5.92	6.54	7.09
725		5.86	6.48	7.01
750		5.76	6.42	6.94
775		5.69	6.33	6.90
800		5.57	6.18	6.78
825		5.43	6.06	6.66

*en [mm] ** en [MPa]

Los métodos de diseño de la BS5500 utilizan curvas de correlación entre los parámetros P_{m1} y P_{c5} . Esas curvas de correlación son basados en un banco de datos experimentales de cascas cilíndricas reforzadas con imperfecciones radiales máximas de 0.5% R_m . Los métodos de cálculo de la GL son basados en formulaciones analíticas para el cálculo de la presión de colapso elasto plástica, corregidas por un factor de reducción r obtenida empíricamente. Los dos métodos de cálculo presentados tienen en cuenta las imperfecciones del casco resistente por el proceso de fabricación. Las curvas de proyecto de la BS5500 (media y mínima) y las formulaciones fueron descritas en el Capítulo 2.

La Figura 5.11 muestra que los resultados de la GL son próximos de los resultados calculados utilizando la curva media de la BS5500. Se observa en la Figura que los resultados numéricos son próximos a la presión de colapso calculado con la curva mínima. Se sabe que la curva mínima de la BS5500 es la más segura para todos los resultados experimentales conocidas. Por lo tanto, los resultados del ANSYS, son adecuados para trabajar.

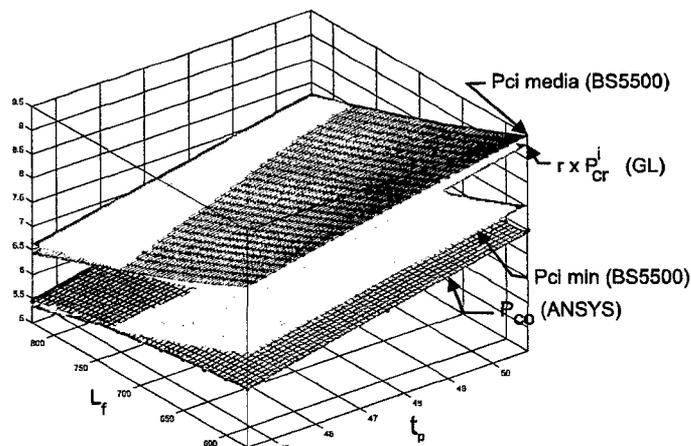


Figura 5.11 Comparación de los resultados de las presiones de colapso semi empíricas (normas) y numéricas (de este trabajo)

5.7 ANÁLISIS DE FATIGA

El análisis de fatiga fue realizada para los modelos M1, M2,..., M11 de la Tabla 5.6. Para el análisis de vida útil en fatiga para las partes estructurales de los modelos, son definidos conjuntos de elementos finitos para cada modelo, estos conjuntos son llamados en el ANSYS como componentes. Los componentes son: 1) alma de cuadernas, 2) ala de cuaderna, 3) unión cuaderna-chapa y 4) chapa entre cuadernas, como se muestra en la Figura 5.12.

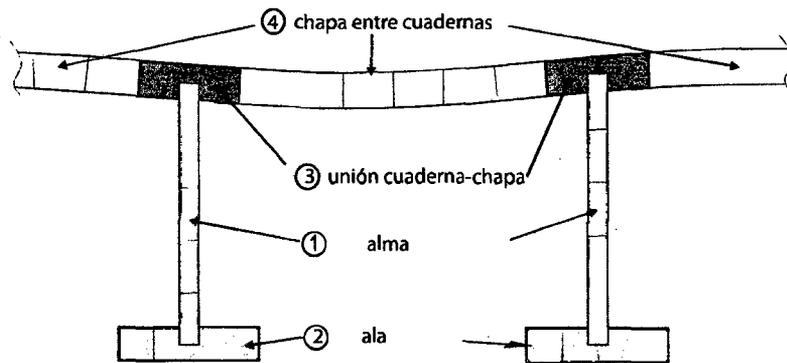


Figura 5.12 Componentes del modelo en elementos finitos para el análisis de vida a la fatiga

El casco resistente es sometido a una presión hidrostática la cual fluctúa desde 0 hasta 4 MPa (4 MPa corresponde a la presión a que está sometida el casco resistente a una profundidad de operación de 400 m). Para esa faja de presiones las tensiones varían de forma lineal, por lo tanto, el tipo de cargamento es proporcional.

El análisis de vida útil en fatiga para estructuras sometidas a un estado de tensiones multiaxiales fue realizada utilizando los métodos de von Mises y Sines; esos métodos son aplicados únicamente para cargamento proporcional.

Los resultados de las tensiones de los nodos de cada componente son evaluados para el cálculo de la vida útil en fatiga, mediante las ecuaciones y la curva S-N de la Sección 2.5. Los elementos utilizados para la modelación en elementos finitos es de tipo SHELL181, con 4 nodos, para cada nodo en el ANSYS dan dos estados de tensiones (S_x , S_y y S_{xy}), un estado de tensiones para la parte superior y otra para la parte inferior del elemento, como muestra la Figura 5.14.

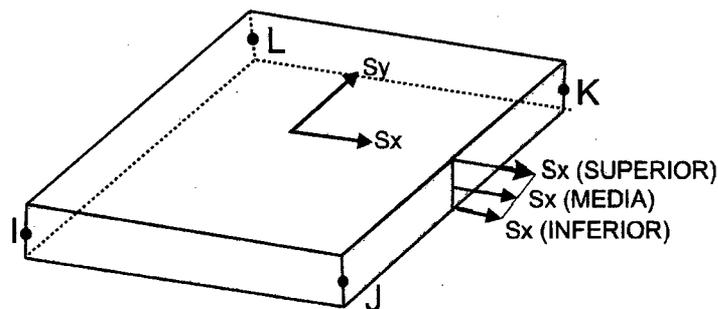


Figura 5.13 Datos de salida de las tensiones en la dirección x del elemento SHELL181

Debido a las grandes cantidades de datos a procesar, fue desarrollado un algoritmo en FORTRAN, para procesar los resultados de tensiones dadas por el ANSYS. El archivo tensiones-componentes.dat, el cual es generado por el ANSYS, contiene la información del estado de tensiones de los elementos. La Figura 5.14 muestra un ejemplo típico de salida del estado de tensiones. El procedimiento de cálculo es mostrado en el Algoritmo 5.1.

Algoritmo 5.1: Cálculo de tensión equivalente uni axial de cada componente

Entrada: tensiones-componente.dat, $\sigma_{r_componente}$, $t_{componente}$

Salida: SN_f (Mises-Goodman), SN_f (Sines)

1 $\sigma_u = 710$ MPa, $t_B = 38.1$ mm, $m = 0.5$;

2 **para** $i = 1, 2, \dots, N_{node}$ **hacer**

3 $S_{ax} = S_x[i]/2$;

4 $S_{ay} = S_y[i]/2;$
 5 $S_{axy} = S_{xy}[i]/2;$
 6 $\sigma_{a1} = (S_{ax} + S_{ay}) / 2 + \sqrt{(s_{ax} - s_{ay})^2 + 4s_{axy}^2} / 2$
 7 $\sigma_{a2} = (S_{ax} + S_{ay}) / 2 - \sqrt{(s_{ax} - s_{ay})^2 + 4s_{axy}^2} / 2$
 8 $\sigma_{a3} \approx 0;$
 9 $\sigma_{qa} = [(\sigma_{a1} - \sigma_{a2})^2 + (\sigma_{a2} - \sigma_{a3})^2 + (\sigma_{a3} - \sigma_{a1})^2]^{1/2} / \sqrt{2}$ (Ec. 2.30)

 10 $S_{mx} = S_x [i] / 2;$
 11 $S_{my} = S_y [i] / 2;$
 12 $\sigma_{qm} = S_{mx} + S_{my} + \sigma_{rcomponente}$ (Ec. 2.32);
 13 Método de Mises-Goodman ;
 14 $S_{Nf1}[i] = \sigma_{qa} / (1 - \sigma_{qm}/\sigma_u)$ (Ec. 2.33);
 15 $S_{Nf1}[i] = S_{Nf1}[i] \times (t_B/t_{componente})^{1/4}$ (Ec. 2.23);
 16 Método de Sines ;
 17 $S_{Nf2}[i] = \sigma_{qa} + m\sigma_{qm}/\sqrt{2}$ (Ec. 2.25) ;
 18 $S_{Nf2}[i] = S_{Nf2}[i] \times (t_B/t_{componente})^{1/4}$ (Eq. 2.23) ;
 19 **fin**
 20 **retorna** $S_{Nf}(Mises-Goodman) = \|S_{Nf1}\|_{\infty}$;
 21 **retorna** $S_{Nf}(Sines) = \|S_{Nf2}\|_{\infty}$;

```

PRINT S      ELEMENT SOLUTION PER ELEMENT
***** POST1 ELEMENT NODAL STRESS LISTING *****
LOAD STEP=   1  SUBSTEP=  12
TIME=       1.0000  LOAD CASE=  0
SHELL RESULTS FOR TOP/BOTTOM ALSO MID WHERE APPROPRIATE
THE FOLLOWING X,Y,Z VALUES ARE IN ELEMENT COORDINATES

ELEMENT=     29      SHELL181
  NODE  SX      SY      SZ      SXY      SYZ      SXZ
  41 -25.087  -90.795  0.0000  -0.66416E-01  0.0000  0.0000
  42 -25.058  -92.381  0.0000  -0.68444E-01  0.0000  0.0000
  57 -25.068  -92.384  0.0000  0.59280E-01  0.0000  0.0000
  51 -25.097  -90.798  0.0000  0.59368E-01  0.0000  0.0000
  41  1.0044  -72.207  0.0000  0.18380E-01  0.0000  0.0000
  42  0.97461  -73.990  0.0000  0.20263E-01  0.0000  0.0000
  57  0.98545  -73.987  0.0000  -0.10674  0.0000  0.0000
  51  1.0151  -72.204  0.0000  -0.10669  0.0000  0.0000

ELEMENT=     30      SHELL181
  NODE  SX      SY      SZ      SXY      SYZ      SXZ
  42 -25.492  -92.511  0.0000  -0.79169E-01  0.0000  0.0000
  43 -25.455  -94.149  0.0000  -0.81562E-01  0.0000  0.0000
  63 -25.466  -94.152  0.0000  0.76208E-01  0.0000  0.0000
  57 -25.503  -92.514  0.0000  0.76166E-01  0.0000  0.0000
  42  3.6464  -73.189  0.0000  0.39940E-01  0.0000  0.0000
  43  3.6091  -75.074  0.0000  0.42209E-01  0.0000  0.0000
  63  3.6213  -75.071  0.0000  -0.11489  0.0000  0.0000
  57  3.6584  -73.185  0.0000  -0.11472  0.0000  0.0000

ELEMENT=     31      SHELL181
  NODE  SX      SY      SZ      SXY      SYZ      SXZ
  43 -25.674  -94.214  0.0000  -0.91348E-01  0.0000  0.0000

```

Figura 5.14 Ejemplo de un archivo de Salida del ANSYS, tensiones-componentes.dat

Para el cálculo de la amplitud de la tensión equivalente σ_a , fueron utilizadas las amplitudes de los elementos del tensor de tensiones. Para el modelo paramétrico $S_{ax} = S_{xm} = S_{x/2}$ y $S_{ay} = S_{ym} = S_{y/2}$, en el cual las tensiones varían desde un estado de tensiones igual a cero. La amplitud de tensiones equivalente es calculada por la Ecuación 2.30.

Los efectos de la tensión media y de las tensiones residuales por la soldadura son calculados usando la Ecuación 2.32, que describe mejor los efectos favorables de las tensiones negativas (compresión) en la vida útil en fatiga. Las tensiones residuales consideradas son únicamente las tensiones producidas por la soldadura en la dirección circunferencial. El cálculo de las tensiones residuales circunferenciales por la soldadura se realiza mediante las ecuaciones analíticas de la Sección 2.4 para los componentes

unión cuaderna-chapa σ_{rw} , chapa entre cuadernas σ_{rc} y alma de la cuaderna σ_{rf} . Los resultados del cálculo de las tensiones residuales por la soldadura son mostrados en la Tabla 5.8.

Tabla 5.8 Tensión Residual por la soldadura

Modelo		Unión	Entre cuaderna	Ala
L_f [mm]	t_p [mm]	σ_{rw} [MPa]	σ_{rc} [MPa]	σ_{rf} [MPa]
575	49.50	575	-71.57	79.04
600	49.77	575	-62.72	81.04
625	50.08	575	-54.90	83.07
650	50.42	575	-47.95	85.12
675	50.80	575	-41.73	87.22
700	51.22	575	-36.14	89.36
725	51.67	575	-31.09	91.56
750	52.17	575	-26.51	93.82
775	52.72	575	-22.33	96.15
800	53.30	575	-18.50	98.57
825	53.94	575	-14.98	101.07

En la última etapa es calculada la vida útil a la fatiga de componente ingresando la tensión equivalente uniaxial S_{Nf} en la curva S-N, como se muestra en la Figura 2.17. Los resultados del cálculo de la vida a la fatiga para cada componente utilizando los métodos de Mises y Sines son mostrados en las siguientes Tablas.

Tabla 5.9 Análisis de fatiga en el alma de la cuaderna

Modelo		Mises (Goodman)				Sines			
L_f *	t_p *	σ_{qa} **	σ_{qm} **	SN f **	Nf ***	σ_{qa} **	σ_{qm} **	SN f **	Nf ***
575	49.50	116.10	-120.15	91.53	∞	114.37	-113.37	68.47	∞
600	49.77	117.90	-122.09	92.73	∞	116.21	-115.33	69.53	∞
625	50.08	119.45	-125.08	93.61	∞	118.43	-118.71	70.47	∞
650	50.42	119.74	-121.28	94.27	∞	119.74	-121.28	70.85	∞

675	5.08	120.75	-122.56	94.92	∞	120.75	-122.56	71.36	∞
700	51.22	121.52	-123.64	9.54	∞	121.52	-123.64	71.71	∞
725	51.67	122.42	-126.15	95.82	∞	122.42	-126.15	71.73	∞
750	52.17	122.71	-126.78	95.97	∞	122.71	-126.78	71.79	∞
775	52.72	122.37	-128.02	95.57	∞	119.00	-118.38	71.10	∞
800	5.33	122.27	-128.24	95.46	∞	118.99	-118.93	70.92	∞
825	53.94	121.99	-128.30	95.24	∞	121.99	-128.30	70.63	∞

* en [mm] ** en [MPa]

*** para $N_f > 10^7$ se considera $N_f = \infty$

Tabla 5.10 Análisis de fatiga entre cuadernas

Modelo		Mises (Goodman)				Sines			
Lf *	tp*	σ_{qa}^{**}	σ_{qm}^{**}	SN f **	Nf ***	σ_{qa}^{**}	σ_{qm}^{**}	SN f **	Nf ***
575	49.5	130.83	-48.23	129.11	∞	125.76	-29.19	121.66	∞
600	49.77	132.81	-48.16	131.08	∞	127.73	-28.89	123.85	∞
625	50.08	134.16	-47.45	132.54	∞	129.57	-28.51	125.93	∞
650	50.42	134.75	-45.97	133.38	∞	130.32	-27.16	127.22	∞
675	50.8	135.61	-44.7	134.45	∞	131.3	-25.93	128.72	∞
700	51.22	136.15	-43.1	135.28	∞	132	-24.4	130.02	∞
725	51.67	136.59	-41.32	136.04	∞	132.16	-22.43	130.92	∞
750	52.17	136.54	-39.01	136.4	∞	132.32	-20.33	131.87	∞
775	52.72	135.67	-35.84	136.11	∞	131.07	-17.01	131.79	∞
800	53.3	135.12	-32.89	136.1	∞	130.8	-14.38	132.49	∞
825	53.94	134.37	-29.66	135.93	∞	130.33	-11.5	133.07	∞

* en [mm] ** en [MPa]

*** para $N_f > 10^7$ se considera $N_f = \infty$

Tabla 5.11 Análisis de fatiga en la unión cuaderna-chapa

Modelo		Mises (Goodman)				Sines			
Lf *	tp*	σ_{qa}^{**}	σ_{qm}^{**}	SN f **	Nf(x 10 ⁵)	σ_{qa}^{**}	σ_{qm}^{**}	SN f **	Nf(x 10 ⁵)
575	49.5	91.75	513.94	354.46	1	91.75	513.94	291.95	3.05
600	49.77	91.97	511.54	351.5	1.05	91.97	511.54	291.68	3.07
625	50.08	90.77	508.97	343.02	1.21	90.77	508.97	289.87	3.18
650	50.42	89.75	506.69	335.92	1.36	92.55	499.57	288.71	3.26
675	50.8	89.72	504.01	332.07	1.46	92.64	497.01	288.36	3.28
700	51.22	92.64	494.39	328.25	1.56	92.64	494.39	287.96	3.31
725	51.67	94.12	486.52	322.48	1.72	94.12	486.52	287.19	3.36
750	52.17	94.06	484.47	320.13	1.8	94.06	484.47	287.04	3.37
775	52.72	92.85	483.32	315.23	1.97	92.85	483.32	286.03	3.44

800	53.3	92.7	481.45	313	2.05	92.7	481.45	285.94	3.44
825	53.94	92.47	479.66	310.74	2.13	92.47	479.66	285.85	3.45

* en [mm] ** en [MPa]

Los resultados de los cálculos de fatiga son utilizados de forma cualitativa, ya que un cálculo más preciso es bastante complejo, además de un mayor número de modelos paramétricos y de un cálculo más exacto de las tensiones residuales por el proceso de fabricación, adoptándose un modelo más detallado de las uniones, y el uso de varias curvas S-N.

Las Tablas muestran que la primera resistencia crítica es la región de la unión de las cuadernas al casco o el área de la soldadura. La segunda región crítica es la región entre las cuadernas, que presenta una vida útil a la fatiga aproximadamente cuarenta veces mayor al área de la soldadura.

En la Figura 5.15 y 5.16 se presenta la comparación de la vida útil a la fatiga calculada mediante los métodos de Mises-Goodman y de Sines, y el peso por unidad de longitud de los modelos paramétricos M1, M2, ..., M11. Por lo tanto, el modelo M11 presenta menor peso y mayor resistencia a la fatiga.

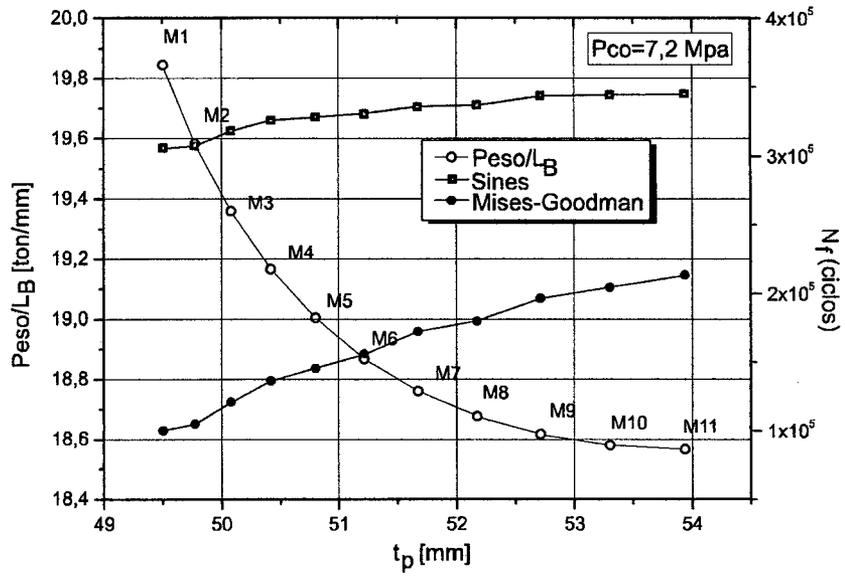


Figura 5.15 Análisis de fatiga en la unión de la cuaderna a la chapa

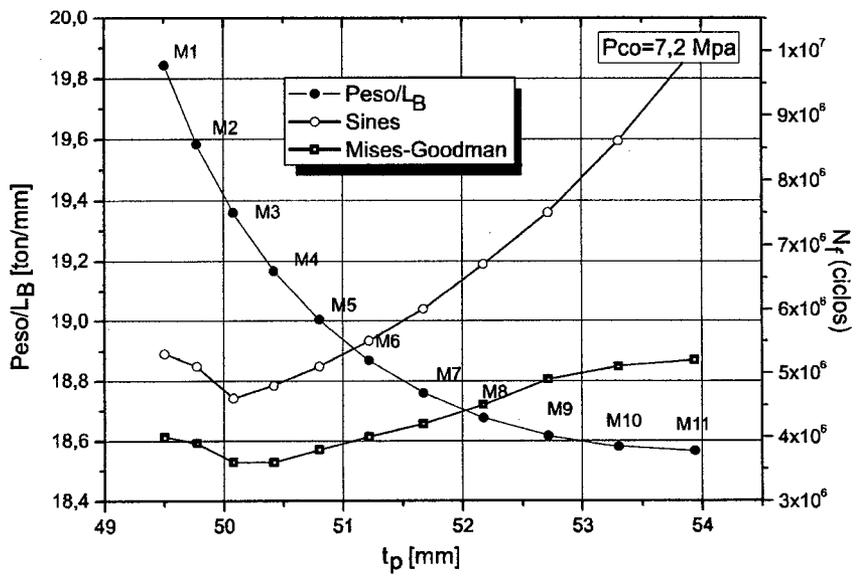


Figura 5.16 Análisis de fatiga entre las cuadernas

CAPITULO VI

CONCLUSIONES

5.1 CONCLUSIONES

Los resultados de la modelación numérica para el cálculo de la resistencia última y el estado de tensiones en la casca cilíndrica fueron obtenidos a través de macros del ANSYS (Ver Sec. 3.8). Las macros desarrollados facilitaron los análisis paramétricos.

Los resultados de la modelación y los resultados analíticos (sin considerar el factor de incerteza "r" dado por la GL) para el cálculo de la presión de inestabilidad elasto-plástico P_{cr}^i (inestabilidad producida por la fluencia del material), obtuvieron una buena aproximación con la presión de colapso de los ensayos experimentales de los modelos maquinados ([26], [35] y [36]). Los resultados de la modelación numérica de este trabajo sobreestiman los resultados experimentales en promedio 6% y los resultados analíticos en promedio 2%.

La modelación de las imperfecciones geométricas radiales de las muestras maquinadas se realizó con dos modelos de imperfecciones geométricas, imperfecciones asumidas e imperfecciones medidas de cascas cilíndricas. El análisis de pos colapso, las muestras L510 No1 y L510 No 6 modeladas con imperfecciones medidas reprodujeron el

modo de falla de los ensayos experimentales de la manera correcta. No existe ventaja en el cálculo de la presión de colapso con imperfecciones iniciales medidas comparadas con las imperfecciones asumidas, debido a las pequeñas amplitudes de las imperfecciones radiales de las muestras maquinadas.

La forma de la imperfección geométrica radial induce el modo de falla y afecta considerablemente a la resistencia última principalmente a elevados niveles de imperfección geométrica radiales. Para el modelo L510 No 6 con $C_0 = 0.4\%R_m$ y diferentes imperfecciones geométricas, la variación de presión de colapso es aproximadamente de 10% de la presión de colapso. Mientras que para $C_0 = 0.034\%R_m$ este presenta una variación de 0.1% de la presión experimental.

Los resultados de la presión de colapso de la GL para submarinos mostraron ser similares con los resultados de la BS5500 de la BSI para recipientes de presión. Esos resultados mostraron una sobreestimación para los cilindros maquinados en una media de 12% de la presión de colapso experimental.

El modelo experimental L510 No 6 muestra resultados no satisfactorios, a pesar que este modelo tiene las mismas dimensiones geométricas que del modelo L510 No5, este falla a un menor presión de colapso, aunque el módulo de elasticidad y la tensión de fluencia son mayores. Por este motivo los resultados numéricos presentan un erro de aproximadamente 13% de los ensayos experimentales, lo que no sucede con los otros modelos experimentales.

En el estudio paramétrico (para L_f desde 575 hasta 825 y t_p desde 44.45 hasta 50.8 mm) se generó una función continua de presión de colapso en función de la distancia de las cuadernas L_f y el espesor de la chapa t_p , a partir de la función se puede calcular la

combinación de parámetros L_f y t_p que dan un determinada presión de colapso. Los resultados extrapolados con esta función fueron comprobados con nuevos análisis numéricos.

Los resultados de la función generada en estudio paramétrico mostraron ser próximos a los resultados generados con la curva inferior de la BS5500, debido a que el estudio paramétrico fue realizado con las imperfecciones geométricas más desfavorables ($C_0 = 0.4\%R_m$). Estos resultados mostraron que el uso de la máxima imperfección radial, el cual es permitido por las normas, es conservador. Los resultados de la presión de colapso de los modelos paramétricos calculados con la norma GL mostraron ser próximos a los resultados calculados con la curva media de la BS5500.

La región de la soldadura se mostró como la región más crítica del casco resistente desde el punto de vista del estudio de fatiga.

La distancia entre cuadernas y el espesor de la chapa que optimiza el peso y la vida útil a fatiga de los cascos resistentes, para una dada resistencia última, son los mayores posibles (mayor espesor de chapa y mayor distancia entre cuadernas).

Referencias Bibliográficas

- [1] G.L. “Rules for classification and Construction, III, Part 2”. Cap. 1, Sec 5 Design Load, pp. 1-2,2008.
- [2] NEVES, L. A. C., CRUZ, P. J. S. “Introdução à Análise Probabilística Simplificada da Segurança Estrutural”, v. 12, pp. 65-80, 2001.
- [3] GRAHAM, D. A partial safety factor for pressure hull collapse prediction using finite element analysis. Informe técnico, Royal Institution of Naval Architects, 2008.
- [4] GANNON, L. Prediction of the Effects of Cold Bending on Submarine Pressure Hull Collapse. Informe técnico, Defence Research and Development Canada, 2010.
- [5] ROSS, C. T. F. Pressure vessels under external pressure: statics and dynamics. Elsevier Science, 1990.
- [6] MACKAY, J. R. Structural Analysis and Design of Pressure Hulls: the State of the Art and Future Trends. Informe técnico, Defense R and D Canada- Atlantic, October 2007.
- [7] KENDRICK, S. “Ring-Stiffened Cylinders Under External Pressure.” Shell Structures, Stability and Strength, pp. 57-95, 1985.
- [8] RADHA, P., RAJAGOPALAN, K. “Ultimate strength of submarine pressure hulls with failure governed by inelastic buckling”, Thin-Walled Structures, v. 44, pp. 309-313, 2006.

- [9] SCHMIDT, H. "Stability of steel shell structures: General Report", *Journal of Constructional Steel Research*, v. 55, pp. 159-181, 2000.
- [10] ARBOCZ, J., JR, J. S. "Future directions and challenges in shell stability analysis", *Thin-Walled Structures*, v. 40, pp. 729 - 754, 2002.
- [11] ARBOCZ, J. "Collapse of axially compressed cylindrical shells with random imperfections", *AIAA*, v. 29, pp. 2247, 1991.
- [12] MACKAY, J. R., KEULEN, F. V., SMITH, M. J. "Quantifying the accuracy of numerical collapse predictions for the design of submarine pressure hulls", *Thin Walled Structures*, v. 49, pp. 145-156, 2011.
- [13] MARCELO, P. S. "Casco y estructura". In: *Fundamentos del Proyecto y la Construcción de Submarinos*. UNIVERSIDAD POLITECNICA DE CARTAGENA, 2007.
- [14] GRAHAM, D. "Predicting the collapse of externally pressurised ring-stiffened cylinders using finite element analysis", *Marine Structures*, v. 20, pp. 202217, 2007.
- [15] Disponible en: <<http://www.magmil.com.br/Servicos/>>.
- [16] BANABIC, D. *Sheet Metal Forming Processes*. Springer, 2010.
- [17] AL-TIMEEMMI, R. A.-R. K. *Performance Prediction of a Pinch Type Hydraulic Rolling Machine*. Tesis de Maestria, University of AL-Mustansiria, College of Engineering - Iraq, 2003.
- [18] KYRIAKIDES, S., CORONA, E. "Mechanics of Offshore Pipelines", cap. 4, pp. 118-128, Elsevier, 2007.
- [19] GRAHAM, D., I. KERON, G. M., CRESWELL, D. "DRA Structural Research on Submarine and Submersibles", *Marine Structures*, v. 7, pp. 231-256, 1994.

- [20] G.L. "Rules for Classification and Construction,III ,Part 2". cap. 1,Annex B Fabrication Tolerances for the Pressure Hull, 2008.
- [21] TEMME, M. W. Comparison of Analytical and Numerical Approaches for Determining Failure of Ring-Stiffened Cylindrical Shells. Tesis de Maestria, Massachusetts Institute of Technology, 2003.
- [22] NASH, W. A. "Hydrostatically Loaded Structures: The Structural Mechanics, Analysis and Design of Powered Submersibles". cap. 3, pp. 55-66, Pergamon, 1995.
- [23] MORANDI, A. C. Computer Aided Reliability Based Design of Ring-stiffened Cylinders Shells Under External Pressure. Tesis de Doctorado, University of Glasgow, 1994.
- [24] G.L. "Rules for Classification and Construction,III ,Part 2". cap. 1, Annex A Design of the Pressure Hull, 2008.
- [25] SIMITSES, G. J. Fundamentals of Structural Stability. Elsevier, 2006.
- [26] MACKAY, J. R. Experimental investigation of the strength of damaged pressure hulls, Phase 1. Informe técnico, Defense R and D Canada-Atlantic, Feb 2007.
- [27] HARTMANN, A. J., MUNSE, W. H. Fatigue Behavior of Welded Joints and Weldments in HY-80 Steel Subjected to Axial Loadings. Relatório tecnico, University of Illinois, Civil Engineering Studies, Structural Series No 250, July 1962.
- [28] GURNEY, T. Cumulative damage of welded joint. Woodhead Publishing, 2006.
- [29] STEPHENS, R. I., FATEMI, A., STEPHENS, R. R., et al. Metal Fatigue in Engineering. Wiley Inter-science, 2001.

- [30] BROWN, M. W., MILLER, K. J. "A Theory for Fatigue Failure Under Multiaxial Stress-Strain conditions." Applied Mechanics Group, v. 187, pp. 65-73, 1973.
- [31] ANSYS 13 Reference Manual.
- [32] ARPIN, K. R., TRIMBLE, T. F. Material properties test to determine ultimate strain and true stress-true strain curves for high yield steels. Relatorio tecnico, Electric Boat Corporation, 2003.
- [33] KRISTANIC, N., KORLEC, J. "Optimization method for the determination of the most unfavorable imperfection of structures", Computational Mechanics, v. 42, pp. 859-872, 2008.
- [34] OHSAKI, M., IKEDA., K. Stability and Optimization of Structures. Springer, 2007.
- [35] MACKAY, J. R. Experimental investigation of the strength of damage pressure hulls, phase 2. Informe técnico, Defense R and D Canada-Atlantic, Feb 2007.
- [36] MACKAY, J. R. Experimental investigation of the strength of damaged pressure hulls, Phase 3. Informe técnico, Defense R and D Canada-Atlantic, June 2008.
- [37] MACKAY, J. R., JIANG, L., GLAS, A. H. "Accuracy of nolinear finite element collapse predictions for submarine pressure hulls with and without artificial corrosion damage", Marine Structures, v. 24, pp. 292-317, 2011.

APÉNDICE
LISTA DE SÍMBOLOS

a'	$\frac{\left[\left(R_m + \frac{t_p}{2} \right) L_f - \frac{A_f \sigma_y a_f}{P_{fy} a_{gf}} \right]}{L_f t_p}$
a_f	Radio de la fibra extrema de la ala de la cuaderna $R_m - (t_p/2 + h_w + t_f)$ para cuadernas internas $R_m + (t_p/2 + h_w + t_f)$ para cuadernas externas
a_{gc}	Radio del eje neutro de las cuadernas más la chapa asociada $R_m + t_p - e_p$ para cuadernas internas $R_m + t_p - e_p$ para cuadernas externas
a_{gf}	Radio al centro de la gravedad de la cuaderna $R_m - (t_p/2 + x_f)$ para cuadernas internas $R_m + (t_p/2 + x_f)$ para cuadernas externas
A	$\frac{R_m^2}{a_f^2} A_f$
A_1	$1 - \frac{1 - E_t / E_s}{4(1 - \nu_p^2) K^2 Q} [(2 - \nu_p) - (1 - 2\nu_p)k]^2$
A_2	$1 - \frac{1 - E_t / E_s}{4(1 - \nu_p^2) K^2 Q} [(1 - 2\nu_p) - (2 - \nu_p)k]^2$

A_{12}	$1 + \frac{1 - E_t / E_s}{4v_p(1 - v_p^2)K^2Q} [(1 - 2v_p) - (2 - v_p)k] [(2 - v_p) - (1 - 2v_p)k]$
A_{eff}	$\frac{R_m}{a_{gf}} A_f$
A_f	Área de la sección transversal de la cuaderna
b'	$- \left[\sigma_y + a' P_{cr,o} + (n^2 - 1) \frac{EC_0 e_p}{R_m^2} \right]$
b_f	Ancho de la ala de la cuaderna
c'	$\sigma_y P_{cr,o}$
C	$\sqrt{\frac{A_1 A_2 - v_p^2 A_{12}^2}{1 - v_p^2}}$
C_0	Máxima amplitud del OOC entre cuadernas
C_{0mn}	Amplitud máxima de la imperfección geométrica para el modo axial m y el modo circunferencial n
dk	Restauración elástica
D_0	Máxima amplitud de OOC global
E	Módulo de rigidez
e_f	Distancia a partir de la fibra extrema de la ala de la cuaderna al eje neutro de la cuaderna más la chapa asociada $t_p + h_w + t_f - e_p$
e_p	Distancia a partir del lado de afuera de la casca al eje neutro de la cuaderna más la chapa asociada $\frac{\left[\frac{t_p^2}{2} L_e + \left(t_p + \frac{h_w}{2} \right) h_w t_w + \left(t_p + h_w + \frac{t_f}{2} \right) b_f t_f \right]}{t_p L_e + h_w t_w + b_f t_f}$

E_s	Módulo secante $\frac{\sigma_v}{\varepsilon_v}$
E_t	Módulo de rigidez tangencial $\frac{d\sigma_v}{d\varepsilon_v}$
f	$\frac{\sigma_x^M}{\sigma_{\theta,m}^M}$
F_1	$\frac{4}{\alpha L} \left(\frac{\cosh^2 \eta_1 \alpha L - \cos^2 \eta_2 \alpha L}{\frac{\cosh \eta_1 \alpha L \operatorname{senh} \eta_1 \alpha L}{\eta_1} + \frac{\cos \eta_2 \alpha L \operatorname{sen} \eta_2 \alpha L}{\eta_2}} \right)$
F_2	$\frac{\frac{\cosh \eta_1 \alpha L \operatorname{sen} \eta_2 \alpha L}{\eta_2} + \frac{\operatorname{senh} \eta_1 \alpha L \cos \eta_2 \alpha L}{\eta_1}}{\frac{\cosh \eta_1 \alpha L \operatorname{senh} \eta_1 \alpha L}{\eta_1} + \frac{\cos \eta_2 \alpha L \operatorname{sen} \eta_2 \alpha L}{\eta_2}}$
G	$\frac{-2 \left[\operatorname{senh} \frac{\alpha L}{2} \cos \frac{\alpha L}{2} + \cosh \frac{\alpha L}{2} \operatorname{sen} \frac{\alpha L}{2} \right]}{\operatorname{senh} \alpha L + \operatorname{sen} \alpha L}$
h_w	Altura de la alma de la cuaderna
H	$\frac{-2 \left[\left(1 + \sqrt{\frac{3v^2}{1-v^2}} \right) \operatorname{senh} \frac{\alpha L}{2} \cos \frac{\alpha L}{2} + \left(1 - \sqrt{\frac{3v^2}{1-v^2}} \right) \cosh \frac{\alpha L}{2} \operatorname{sen} \frac{\alpha L}{2} \right]}{\operatorname{senh} \alpha L + \operatorname{sen} \alpha L}$
I	Momento de inercia de flexión del anillo
I_c	Momento de inercia de la cuaderna más la chapa asociada $\frac{t_p^3 L_e}{12} + \frac{h_w^3 t_w}{12} + \frac{t_f^3 b_f}{12} + t_p L_e \left(e_p - \frac{t_p}{2} \right)^2 + t_w h_w \left(e_p - t_p - \frac{h_w}{2} \right)^2 + t_f b_f \left(e_f - \frac{t_f}{2} \right)^2$
L	Distancia no soportada de la chapa entre cuadernas contiguas $L_f - t_w$

k	$\frac{\sigma_{\theta,m}^M}{\sigma_x^M}$
k_u	Curvatura final después de la restauración elástica en el proceso de doblamiento
k_L	Curvatura antes de la restauración elástica en el proceso de doblamiento
K^2	$1 - k + k^2$
L_f	Distancia entre los centros de las cuadernas contiguas
L_B	Distancia entre mamparos rígidos de soporte
L_e	Ancho efectivo de la chapa entre cuadernas $1.556 \sqrt{R_m t_p} N \left[\sqrt{1 + \frac{n^4 t_p^2}{2R_m^2} + \frac{n^2 t_p}{\sqrt{3}R_m}} \right]^{\frac{1}{2}}$
m	Número de medias ondas en la dirección axial
n	Número completo de lóbulos en la dirección circunferencial
N	$\frac{\cosh \alpha L - \cos \alpha L}{\sinh \alpha L + \sin \alpha L}$
N_c	Número de refuerzos
p	Presión externa aplicada
p^*	$\frac{2Et_p^2}{R_m^2 \sqrt{3(1-\nu^2)}}$
P_{c2}	Presión externa en que la tensión circunferencial, σ_θ , de la casca cilíndrica de longitud finita es igual a la tensión de fluencia
P_{c3}	Presión externa que produce la fluencia en la dirección circunferencial de lado de fuera de la chapa, entre cuadernas

P_{c5}	Presión externa que produce la fluencia en la dirección circunferencial de la superficie media de la chapa, entre cuadernas
P_{c6}	Presión externa que produce que la tensión media en la chapa alcance el criterio de fluencia de von Mises
P_{c7}	Presión externa que produce que la fluencia en la dirección axial del lado interno de la chapa, adyacente a la cuaderna
P_{ci}	Presión de colapso experimental
$P_{cr,o}$	Presión crítica de pandeo global elástica
P_{fy}	Presión externa que produce la fluencia en la ala del refuerzo
P_{m1}	Presión de pandeo elástico entre cuadernas de von Mises
P_N	Presión de pandeo global elástico de Bryant
P_p	Presión externa que causa el colapso global de una casca cilíndrica reforzada, precipitado por la fluencia de la casca.
$P_{y(n)}$	Presión externa que causa el colapso global de una casca cilíndrica reforzada, precipitado por la fluencia de la cuaderna
Q	$1 + \frac{1 - E_t / E_s}{4(1 - \nu_p^2)K^2} \left\{ [(2 - \nu_p) - (1 - 2\nu_p)k]^2 - 3(1 - \nu_p^2) \right\}$
R	$\frac{\sinh \alpha L - \sin \alpha L}{\sinh \alpha L + \sin \alpha L}$
r	Factor de reducción
R_m	Radio medio de la casca cilíndrica
R_{sf}	Factor de corrección por tensiones residuales
t_f	Espesor de la ala de la cuaderna
t_p	Espesor de la casca cilíndrica

t_w	Espesor de la alma de la cuaderna
w	Deformación radial (coordenadas cilíndricas)
w_0	Imperfección geométrica inicial
w_m	Deformación radial en medio entre cuaderna $-\frac{PR_m^2}{Et_p} \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) \left[1 - \frac{A_{eff}F_2}{A_{eff} + t_w t_p + Lt_p F_1}\right]$
x_f	Distancia del borde adyacente de la chapa al centro de gravedad de la cuaderna $\frac{h_w^2 t_w^2 + b_f t_f (2h_w + t_f)}{2(h_w t_w + b_f t_f)}$
α	$\sqrt[4]{\frac{3(1 - \nu^2)}{R_m^2 t_p^2}}$
α_1	$\sqrt[4]{\frac{3\left(\frac{A_2}{A_1} - \nu_p^2 \frac{A_{12}^2}{A_1^2}\right)}{R_m^2 t_p^2}}$
β	$\frac{2t_p N}{\alpha(A + t_p t_w)}$
γ	$\frac{A\left(1 - \frac{\nu}{2}\right)}{(A + t_p t_w)(1 + \beta)}$
δ_p	Distorsión en medio de la chapa entre cuadernas debido a la soldadura
η	Factor que define la zona afectada por el calor debido a la soldadura
η_1	$\frac{1}{2}\sqrt{1 - \psi}$
η_2	$\frac{1}{2}\sqrt{1 + \psi}$
ν	Razón de Poisson

ν_p	$\frac{1}{2} - \frac{E_s}{E} \left(\frac{1}{2} - \nu \right)$
σ_{sb}	Tensión de restauración elástica que ocurre durante el proceso de doblado de la chapa
σ_{r1}, σ_{r2}	Tensiones residuales por el proceso de doblado
$\sigma_{rc}, \sigma_{rc1}, \sigma_{rc2}$	Tensiones residuales de compresión debido a la soldadura
σ_{fb}	Tensión en el ala del refuerzo debido a la flexión
σ_{rf}	Tensión residual en la ala debido a la soldadura
σ_x^M	Tensión media de membrana en la dirección axial $\frac{-pR_m}{2t_p}$
σ_u	Tensión de resistencia última
σ_y	Tensión de fluencia
σ_v	$\sqrt{(\sigma_{\theta,m}^M)^2 + (\sigma_x^M)^2 - \sigma_{\theta,m}^M \sigma_x^M}$
$\sigma_{\theta,m}^M$	Tensión de membrana en la dirección circunferencial, entre las cuadernas $E \frac{w_m}{R_m} + \nu \sigma_x^M$
σ_θ	Tensión circunferencial de la casca cilíndrica no reforzada
ϕ	$1.23 \frac{\sqrt{R_m t_p}}{L}$
ψ	$\frac{p}{p^*}$

LISTA DE ABREVIACIONES

00C	Out-of-circularity
BS5500	British Standard Specification for Unfired Fusion Welded Pressure Vessels
GL	Germanischer Lloyd

Annex A

Design of the Pressure Hull

A. General

1. Introduction

A method of calculation for designing the pressure hulls of submarines is described in the following, which can be used for the two loading conditions as defined in Section 5:

- nominal diving pressure NDP
- collapse diving pressure CDP

to investigate the stresses in the pressure hull and the corresponding states of stability.

The method of calculation presented takes account of fabrication relevant deviations from the ideal shape of the shell (e.g. out-of-roundness). The fabrication tolerances as defined in Annex B have to be applied for the calculation.

Conical shells are calculated in sections, each of which is treated as a cylindrical shell.

Overall collapse of the design is regarded as buckling of the hull structure between bulkheads, deep frames or dished ends.

For the states of stability described, proof is required of sufficient safety in respect of the particular form of damage concerned.

When using the method of calculation it is to be remembered that both elastic and elastic-plastic behaviour can occur in the materials of the shell structure.

It is generally the case that:

- at nominal diving pressure, the stress is within the purely elastic range of the material
- at test pressure, the stress may lie at the commencement of the elastic-plastic range of the material

However, calculations relating to the permissible stress being exceeded can be based on the assumption that the behaviour of the material is elastic.

- at the collapse pressure, the stress may lie in the elastic or the elastic-plastic range of the material

When calculating a pressure hull, use is to be made of design data corresponding to the proposed service conditions of the submarine in accordance with Section 4, E. (respectively of the ROV according to Chapter 2 – Remotely Operated Underwater Vehicles).

Pressure hulls subjected to internal overpressure are in addition to be designed in accordance with Part 1 –

Surface Ships, Chapter 4 – Ship Operation Installations and Auxiliary Systems, Section 16.

2. Longitudinal strength

The longitudinal strength of the hull structure is based on the longitudinal bending moments and shear forces. It has to be checked only on request of GL.

3. Vessels similar to the pressure hull

For vessels which are partly or totally arranged like pressure hulls and from which the safety of the submarine depends in the same way, like entrance trunk, torpedo tubes, containers for survival devices, etc., the same proofs have to be carried out as for the pressure hull.

4. Acrylic plastic windows

For design of acrylic plastic windows see GL Rules I – Ship Technology, Part 5 – Underwater Technology, Chapter 2 – Submersibles, Appendix B.

B. Fatigue

1. Proof of fatigue has to be carried out according to load case I characterized by operational loads with nominal diving depth NDD according to Section 5, B.2.1.

2. The proof of stresses is to be based on the nominal geometry.

3. For the calculation of the stresses in the pressure hull, the following influences have to be considered with sufficient accuracy:

- increase of stress at frames, deep frames, bulkheads and buckling rings
- increase of stress at penetrations
- disturbances of the state of stress because of connection with pressure-proof extensions

C. Strength at Nominal Diving Depth

1. Proof of strength has to be carried out for load case I characterized by loads at nominal diving depth NDD according to Section 5, B.2.1.

2. For the calculation of the stresses in the pressure hull the stress limits as defined in Section 4. E.3. apply.

D. Ultimate strength at Collapse Depth

1. Scope

Proof of ultimate strength has to be carried out for load case II characterized by loads with collapse diving depth CDD according to Section 5, B.2.3.

For the following types of failure it has to be proven that the pressures for a failure are greater or equal to the calculation pressure:

- symmetric buckling between the frames
- asymmetric buckling between the frames
- general instability under consideration of the partial effect of the deep frames
- tilting of the frames
- buckling of the dished ends and spheres
- yielding at discontinuities

2. Calculation of stresses in a uniformly stiffened cylinder or cone as basis for the calculation of the collapse pressure

2.1 The geometrical situation is defined in Fig. A.1.

Designations in Fig. A.1:

- R_m = mean radius of a cylindrical shell
- h = actual thickness of the shell after deduction of corrosion allowance
- h_{st} = web height of the frame
- t_{st} = web thickness of the frame
- b_G = flange width
- t_G = flange thickness
- L_{Sp} = frame spacing

A_{Sp} = cross-sectional area of the frame

R_{Sp} = radius to the centroid of the frame cross section

2.2 Calculation of factors and basic formulas

$$F_1 = \frac{4}{\theta} \left\{ \frac{\cosh^2 \eta_1 \theta - \cos^2 \eta_2 \theta}{\frac{\cosh \eta_1 \theta \sinh \eta_1 \theta}{\eta_1} + \frac{\cos \eta_2 \theta \sin \eta_2 \theta}{\eta_2}} \right\} \quad (1)$$

$$F_2 = \frac{\frac{\cosh \eta_1 \theta \sin \eta_2 \theta}{\eta_2} + \frac{\sinh \eta_1 \theta \cos \eta_2 \theta}{\eta_1}}{\frac{\cosh \eta_1 \theta \sinh \eta_1 \theta}{\eta_1} + \frac{\cos \eta_2 \theta \sin \eta_2 \theta}{\eta_2}} \quad (2)$$

$$F_3 = \sqrt{\frac{3}{1-\nu^2}} \left\{ \frac{\frac{\cosh \eta_1 \theta \sinh \eta_1 \theta}{\eta_1} + \frac{\cos \eta_2 \theta \sin \eta_2 \theta}{\eta_2}}{\frac{\cosh \eta_1 \theta \sinh \eta_1 \theta}{\eta_1} + \frac{\cos \eta_2 \theta \sin \eta_2 \theta}{\eta_2}} \right\} \quad (3)$$

$$F_4 = \sqrt{\frac{3}{1-\nu^2}} \left\{ \frac{\frac{\cosh \eta_1 \theta \sin \eta_2 \theta}{\eta_2} - \frac{\sinh \eta_1 \theta \cos \eta_2 \theta}{\eta_1}}{\frac{\cosh \eta_1 \theta \sinh \eta_1 \theta}{\eta_1} + \frac{\cos \eta_2 \theta \sin \eta_2 \theta}{\eta_2}} \right\} \quad (4)$$

$$p^* = \frac{2Eh^2}{R_m^2 \sqrt{3(1-\nu^2)}} \quad (5)$$

- E = Young's modulus
= $2,06 \cdot 10^5$ N/mm² for ferritic steel
- ν = Poisson's ratio
= 0,3 (typically)

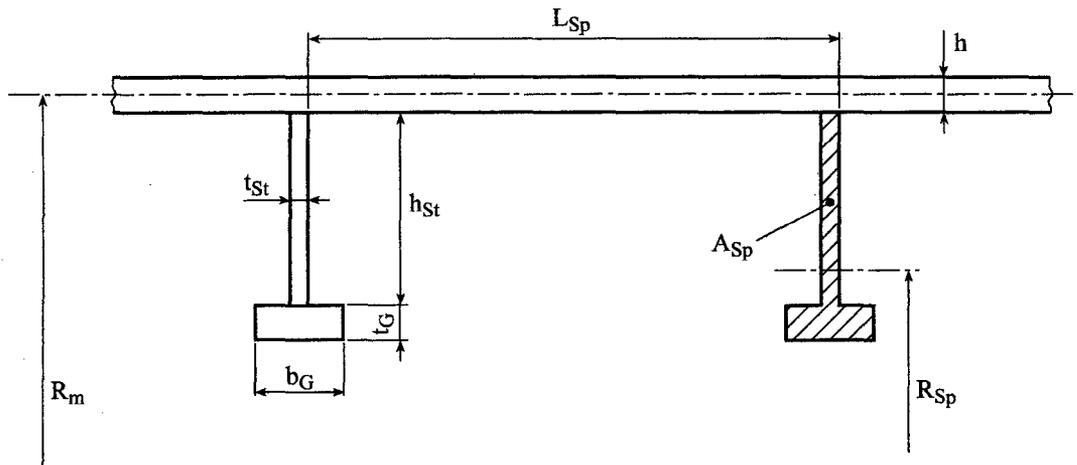


Fig. A.1 Geometrical situation of frames stiffening the pressure hull

$$\gamma = \frac{p}{p^*} \quad (6)$$

p = calculation pressure
= CDP (in general)

$$\eta_1 = \frac{1}{2} \sqrt{1-\gamma} \quad (7)$$

$$\eta_2 = \frac{1}{2} \sqrt{1+\gamma} \quad (8)$$

$$L = L_{Sp} - t_{St} \quad (9)$$

$$L_{eff} = \frac{2}{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}} \sqrt{R_m h} \quad (10)$$

$$A_{eff} = A_{Sp} \frac{R_m}{R_{Sp}} \quad (11)$$

$$\theta = \frac{2L}{L_{eff}} \quad (12)$$

Circumferential stress of the unstiffened pressure hull σ_u :

$$\sigma_u = -\frac{pR_m}{h} \quad (13)$$

Radial displacement midway between the frames w_m :

$$w_m = -\frac{pR_m^2}{Eh} \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) \left\{ 1 - \frac{A_{eff} F_2}{A_{eff} + t_{St} h + LhF_1} \right\} \quad (14)$$

Radial displacement at the frames:

$$w_{Sp} = -\frac{pR_m^2}{Eh} \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) \left\{ 1 - \frac{A_{eff} F_2}{A_{eff} + t_{St} h + LhF_1} \right. \\ \left. \left[\cosh \eta_1 \theta \cos \eta_2 \theta + \frac{\sqrt{\frac{1-\nu^2}{3} \frac{F_4}{F_2} + \gamma}}{4\eta_1 \eta_2} \sinh \eta_1 \theta \sin \eta_2 \theta \right] \right\} \quad (15)$$

Mean membrane stress in longitudinal direction (independent from the longitudinal coordinate x):

$$\sigma_x^M = -\frac{pR_m}{2h} \quad (16)$$

Membrane stress in circumferential direction midway between the frames:

$$\sigma_{\phi, m}^M = E \frac{w_m}{R_m} + \nu \sigma_x^M \quad (17)$$

and at the frames:

$$\sigma_{\phi, Sp}^M = E \frac{w_{Sp}}{R_m} + \nu \sigma_x^M \quad (18)$$

Bending stresses in longitudinal direction midway between the frames:

$$\sigma_{x, m}^b = \pm \sigma_u \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) F_4 \frac{A_{eff}}{A_{eff} + t_{St} h + LhF_1} \quad (19)$$

and at the frames:

$$\sigma_{x, Sp}^b = \pm (\sigma_u - \sigma_{\phi, Sp}^M) F_3 \quad (20)$$

The positive sign is valid for the outside of the cylindrical shell.

Bending stresses in circumferential direction midway between the frames:

$$\sigma_{\phi, m}^b = \nu \sigma_{x, m}^b \quad (21)$$

and at the frames:

$$\sigma_{\phi, Sp}^b = \nu \sigma_{x, Sp}^b \quad (22)$$

The circumferential stress in the frame σ_{Sp} follows from the radial deflection to:

$$\sigma_{Sp} = E \frac{w_{Sp}}{R} \quad (23)$$

This stress depends on the radius R.

2.3 Calculation of stresses in a conical hull

The formulas given above are also applicable to stiffened conical shells.

The relevant formulas have to be modified using the half apex angle α . For this, the equivalent mean radius yields to:

$$R_{m, ers} = R_m / \cos \alpha \quad (24)$$

and the equivalent frame spacing turns to:

$$L_{Sp, ers} = L_{Sp} / \cos \alpha, \text{ respectively} \quad (25)$$

$$L_{ers} = L / \cos \alpha.$$

R_m = radius midway between the frames of the bay under consideration..

The calculation has to be carried out for both frames of the bay under evaluation. The dimensions of the frames have to be multiplied by the radius ratio $R_m/R_{m, Sp}$. For the following calculation of the collapse pressures the (absolutely) greatest value is decisive.

3. Calculation of the collapse pressure for the asymmetric interstiffener buckling of the shell in uniformly stiffened sections of the pressure hull

3.1 For conical pressure hulls the equivalent values as defined for the stress calculation above have to be used.

For calculation of the minimum buckling pressure which depends on the number of the circumferential lobes, the following approximation may be used:

3.2 Elastic buckling pressure:

$$P_{cr}^{el} = \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot f}{3 \cdot \Phi \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{h}{R_m} \right)^2 \cdot \frac{R_m \cdot h}{L^2} \cdot \frac{1}{3 - 2 \cdot \Phi \cdot (1 - f)} \quad (26)$$

Theoretical inelastic buckling pressure:

$$P_{cr}^i = P_{cr}^{el} \cdot \frac{1 - \nu^2}{1 - \nu_p^2} \cdot \left\{ \frac{E_t}{E} \cdot \left(1 - \frac{3\Phi}{4} \right) + \frac{E_s}{E} \cdot \frac{3\Phi}{4} \right\} \quad (27)$$

with:

$$\Phi = 1.23 \frac{\sqrt{R_m \cdot h}}{L} \quad (28)$$

$$f = \frac{\sigma_x^M}{\sigma_{\phi, m}^M} \quad (29)$$

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_{\phi, m}^M{}^2 + \sigma_x^M{}^2 - \sigma_{\phi, m}^M \sigma_x^M} \quad (30)$$

For secant module:

$$E_s = \frac{\sigma_v}{\varepsilon_v} \quad (31)$$

For tangential module:

$$E_t = \frac{d\sigma_v}{d\varepsilon_v} \quad (32)$$

For inelastic Poisson's ratio:

$$\nu_p = 0,5 - (0,5 - \nu) \frac{E_s}{E} \quad (33)$$

f , σ_v , E_s , E_t are functions of the inelastic buckling pressure P_{cr}^i to be determined. For the iterative evaluation of P_{cr}^i the value f can be computed for the calculation pressure CDP and be assumed as constant in the following calculation. σ_v can be determined by linear extrapolation starting from the value of the calculation pressure CDP.

3.3 Secant module and tangential module of ferritic steel can be calculated according to the following formulas:

For $\sigma_v > 0,8 \sigma_{0,2}$:

$$E_t = E \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{\sigma_v - 0,8 \sigma_{0,2}}{0,2 \sigma_{0,2}} \right)^2 \right\} \quad (34)$$

$$E_s = E \cdot \frac{\sigma_v}{\sigma_{0,2} \left(0,8 + 0,2 \operatorname{arc} \tanh \frac{\sigma_v - 0,8 \sigma_{0,2}}{0,2 \sigma_{0,2}} \right)} \quad (35)$$

For $\sigma_v < 0,8 \sigma_{0,2}$:

$$E_s = E_t = E \quad (36)$$

$\sigma_{0,2} = 0,2 \%$ yield strength, R_{eH}

3.4 The secant module and tangential module for austenitic steels are:

For $\sigma_v > 0,6 \sigma_{0,2}$:

$$E_t = E \cdot \left\{ 1 - k \left(\frac{\sigma_v - 0,6 \sigma_{0,2}}{0,4 \sigma_{0,2}} \right) \right\} \quad (37)$$

$$E_s = E \cdot \frac{\sigma_v}{0,6 \sigma_{0,2} - \frac{1}{k} 0,4 \sigma_{0,2} \ln \left(1 - k \frac{\sigma_v - 0,6 \sigma_{0,2}}{0,4 \sigma_{0,2}} \right)} \quad (38)$$

k has to be calculated from the condition:

$$\sigma_{0,2} + 0,002 \cdot E = 0,6 \sigma_{0,2} - \frac{1}{k} 0,4 \sigma_{0,2} \ln(1 - k) \quad (39)$$

at least with the accuracy of two decimals.

For $\sigma_v < 0,6 \sigma_{0,2}$:

$$E_s = E_t = E \quad (40)$$

3.5 It has to be proven, that the collapse pressure, which is the theoretical inelastic buckling pressure P_{cr}^i multiplied by the reduction factor r , is at least equal to the calculation pressure CDP of the pressure hull.

With a reduction factor:

$$r = 1 - 0,25 e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{P_{cr}^{el}}{P_{cr}^i} - 1 \right)} \quad (41)$$

4. Calculation of the collapse pressure for the symmetric interstiffener buckling of the shell in uniformly stiffened sections of the pressure hull

4.1 For conical pressure hulls the equivalent values as defined for the stress calculation above have to be used.

4.2 Elastic buckling pressure:

$$p_{cr}^{el} = \frac{2}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \cdot E \cdot \frac{h^2}{R_m^2} \left\{ \left[\frac{2L}{\pi L_{eff}} \right]^2 + \frac{1}{4} \left[\frac{\pi L_{eff}}{2L} \right]^2 \right\} \quad (42)$$

Theoretical inelastic buckling pressure:

$$p_{cr}^i = \frac{2}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \cdot E_s \cdot \frac{h^2}{R_m^2} \cdot C \cdot \left\{ \left[\frac{\alpha L}{\pi} \right]^2 + \frac{1}{4} \left[\frac{\pi}{\alpha L} \right]^2 \right\} \quad (43)$$

with:

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{3 \left(\frac{A_2}{A_1} - \nu_p^2 \frac{A_{12}^2}{A_1^2} \right)}{R_m^2 \cdot h^2}} \quad (44)$$

$$C = \sqrt{\frac{A_1 A_2 - \nu_p^2 A_{12}^2}{1 - \nu_p^2}} \quad (45)$$

$$\nu_p = \frac{1}{2} \frac{E_s}{E} \left(\frac{1}{2} - \nu \right) \quad (46)$$

$$A_1 = 1 - \frac{1 - E_t/E_s}{4(1-\nu_p^2)} K^2 H \left[(2-\nu_p) - (1-2\nu_p)k \right]^2 \quad (47)$$

$$A_2 = 1 - \frac{1 - E_t/E_s}{4(1-\nu_p^2)} K^2 H \left[(1-2\nu_p) - (2-\nu_p)k \right]^2 \quad (48)$$

$$A_{12} = 1 + \frac{1 - E_t/E_s}{4\nu_p(1-\nu_p^2)} K^2 H \left[(2-\nu_p) - (1-2\nu_p)k \right] \cdot \left[(1-2\nu_p) - (2-\nu_p)k \right] \quad (49)$$

$$H = 1 + \frac{1 - E_t/E_s}{4(1-\nu_p^2)} K^2 \left\{ \left[(2-\nu_p) - (1-2\nu_p)k \right]^2 - 3(1-\nu_p^2) \right\} \quad (50)$$

$$k = \frac{\sigma_{\varphi,m}^M}{\sigma_x^M} \quad (51)$$

$$K^2 = 1 - k + k^2 \quad (52)$$

The procedure for the evaluation of the theoretical inelastic buckling pressure is analogous to that described above for asymmetric buckling.

4.3 It has to be proven, that the collapse pressure, which is the theoretical inelastic buckling pressure p_{cr}^i multiplied by the reduction factor r , is at least equal to the calculation pressure of the pressure hull.

With a reduction factor:

$$r = 1 - 0,25 e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{p_{cr}^{el}}{p_{cr}^i} - 1 \right)} \quad (53)$$

5. Proof of the collapse pressure for the general instability under consideration of the deep frames

5.1 The proof of the general instability (global collapse) has to be done on the basis of a stress calculation which meets the equilibrium criteria in a deformed state. As pre-deformations, the out-of-roundness of the frames has to be considered. It has to be proven, that the out-of-roundness permissible according to Annex B. can not lead to a global collapse.

5.2 Consideration of the stress-strain behaviour

For austenitic steels and other materials, for which $\sigma_{0,01} < 0,8 \sigma_{0,2}$ is valid, the actual stress-strain behaviour has to be considered by adequate calculation. The pressure hull, pre-deformed to the permissible out-of-roundness, has to be incrementally pressure loaded. For the calculation of the increasing elastic displacement and stresses, the deformations in equilibrium condition and the actual, local material behaviour have to be considered.

For materials with $\sigma_{0,01} \geq 0,8 \sigma_{0,2}$ a linear elastic behaviour can be assumed for a stress calculation according to a theory of 2nd order. In this case the following stress limits (without consideration of local weaknesses) have to be met:

- The sum of basic stress and stress due to out-of-roundness in the frame flange shall not exceed $\sigma_{0,2}$.
- The sum of basic stress and stress due to out-of-roundness in the deep frame flange shall not exceed 80 % of $\sigma_{0,2}$.

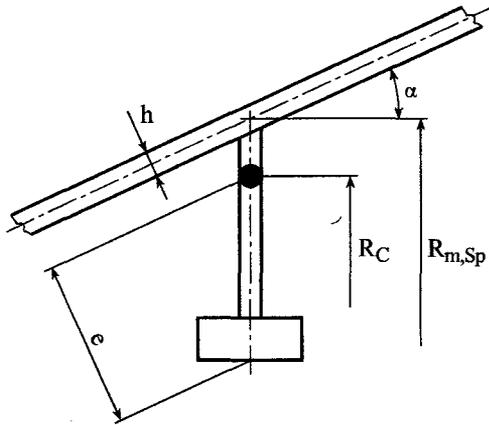


Fig. A.2 Situation at a frame or deep frame

5.3 The calculation procedure is described in the following:

Definitions:

p = calculation pressure of the pressure hull CDP
 $n \geq 2$ = number of circumferential lobes of out-of-roundness

w_0 = maximum permissible out-of-roundness of the pressure hull according to Annex B.

R_m = mean radius of the pressure hull in the considered bay

$R_{m,Sp}$ = mean radius of the pressure hull at particular frame or deep frame

e = distance from the centroid of the frame or web frame plus the effective length of shell to the furthest surface of the flange (see Fig. A.2)

R_C = radius to the centroid of the frame or deep frame cross section. (see Fig. A.2)

L_R = length of the generating shell line of the considered bay (see Fig. A.3)

L' = length of the generating shell line of the left hand or the right hand adjacent bay, depending on the field boundary for which the proof is made (see Fig. A.3)

L_S = distance between bulkheads

$$\beta = \frac{\pi R_m}{L_R}; \quad \beta_S = \frac{\pi R_m}{L_S} \quad (54) (55)$$

α = half apex angle (see Fig. A.2)

Generally the cone angle is not constant, neither in the actual deep frame bay nor in the adjacent bay. Which angle is decisive will be described in the following for each particular case.

I, I_R = area moment of inertia of frame respectively deep frame including effective length of pressure hull shell, to be assumed always parallel to the axis of the pressure hull

The effective length is:

$$L_{\text{eff}} = \frac{2}{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}} \sqrt{R_{m,Sp} h / \cos \alpha} \quad (56)$$

But not greater than the average value of both adjacent frame distances

α_1, α_2 = the local half apex angle at the deep frame

The area moments of inertia have to be converted to the radius R_m of the actual field by multiplying them by the ratio $(R_m/R_{m,Sp})^4$.

The proof has to be done for each section bounded by deep frames, bulkheads or end bottoms. End bottoms are to be considered as bulkheads.

A pressure hull section relevant for general instability may be limited by two deep frames, followed by two adjacent deep frame (or bulkhead) bays at each end, compare Fig. A.3. The calculation has to be performed for both adjacent bays in question. The most unfavourable case is decisive.

5.4 Basic stress in the frames and in the deep frames

The basic stress in a frame flange has to be calculated according to 2.1, eq. (23) for $R=R_{\text{Flange}}$.

The effect of the half apex angle α is explicitly considered in the following formulas.

The basic stress in a deep frame can be conservatively evaluated according to the following formula:

$$\sigma_{R_{Sp}} = - \frac{p R_m L_{\text{eff}} (1-\nu/2) \frac{R_m}{R_{\text{Flange}}}}{A_{R_{Sp}} \frac{R_m}{R_{R_{Sp}}} + L_{\text{eff}} h} \frac{1}{\cos \alpha} \quad (57)$$

$$L_{\text{eff}} = \frac{2}{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}} \sqrt{R_m h / \cos \alpha} \quad (58)$$

R_{Flange} = radius of the flange

It has to be observed that $A_{R_{Sp}}$ is the sole section area of the deep frame and $R_{R_{Sp}}$ the corresponding radius. For the thickness of the shell the locally reinforced shell thickness at the deep frame has to be used, if applicable.