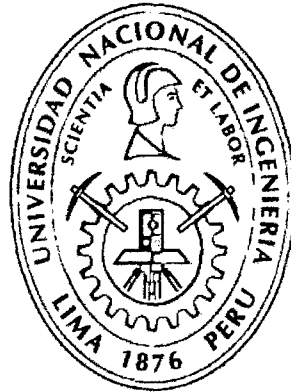


UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

Facultad de Ciencias

Escuela Profesional de Física



Tesis para optar por el Título Profesional de:

Licenciado en Física

Titulada

**“Asimetrías Forward-Backward y Left-Right en el
Modelo 3-3-1”**

Presentada por:

José Pedro Reyes Portales

Asesor:

Dr. Orlando Luis Pereyra Ravinez

Lima-Perú

2012

Digitalizado por:

Consortio Digital del
Conocimiento MebLatam,
Hemisferio y Dalse

Asimetrías Forward-Backward y Left-Right en el Modelo 3-3-1

Resumen: Aproximadamente para el 2030 se piensa inaugurar el ILC (International Linear Collider) en el cual se harán colisionar haces de electrones contra positrones con energías en el C.M. entre 0.5 y 3 TeV. Uno de los propósitos de éste futuro colisionador será evidenciar la existencia del bosón exótico Z' , el cual aparece en modelos que van más allá del Modelo Estándar (ME) tales como el Modelo $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_Y$ (Modelo 3-3-1). El presente trabajo tiene como principal objetivo desarrollar el sector electrodébil del 3-3-1 y calcular las Asimetrías Forward-Backward y Left-Right en función de la energía en el C.M. (vía el proceso $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$), para posteriormente comparar las predicciones obtenidas con las del ME y otros modelos.

Palabras Claves: Asimetría Izquierda-Derecha y Atrás-Adelante, Futuro colisionador e^+e^- , Modelo $SU(3) \times U(1)$.

Abstract: By the year 2030, the scientists expect to put working the International Linear Collider (ILC), in which they pretend to collide electrons against positrons with a C.M. energy in the range from 0.5 TeV to 3 TeV. This future collider will provide the possibility to detect the existence of the exotic boson Z' , which is included in models Beyond the Standard Model (SM), such as, the $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_Y$ Model (3-3-1 Model). In this work, the main point is to develop the electroweak sector of the 3-3-1 model and to calculate the Backward-Forward and Left-Right Asymmetries, as a function of C.M. energy (for the scattering process $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$), and to compare with the SM and others model's predictions.

Keywords: Left-Right and Forward-Backward Asymmetries, Future e^+e^- collider, $SU(3) \times U(1)$ Model.

Agradecimientos

Esta Tesis de Licenciatura, si bien ha requerido de esfuerzo y ardua lucha contra las adversidades, no hubiese sido culminada sin las reuniones semanales con el grupo de Física Fundamental de la Facultad de Ciencias: Area de Fenomenología de Altas Energías, y en particular, agradezco al Dr. Orlando Pereyra, asesor de mi Tesis, por las aclaraciones, estímulo, paciencia y tiempo dedicado.

Agradezco a mi esposa Janeth e hijos Gianellita y Ramirito tan sólo por el hecho de existir en mi vida y darme fuerza para continuar la ardua tarea de caminar hacia la perspectiva de un nuevo día.

En general quisiera agradecer a mis colegas David Romero y Henry Díaz, por las largas discusiones y alcances compartidos. Y por último, quisiera agradecer la participación de Oscar Chacaltana por brindarnos un gentil soporte bibliográfico.

Dedicatoria

Dedico esta Tesis a mi esposa Janeth, a mi hija Gianellita y a mi futuro hijo Ramirito, por darme la paz, felicidad y amor que tanto buscaba.



Índice general

1. Modelo Estándar	5
1.1. Descripción general del modelo	5
1.2. Modelo Estándar Electro débil (MEE)	6
1.2.1. El Sector Leptónico	6
1.2.2. El Sector Bosónico	7
1.2.3. El Sector de Higgs	8
1.2.4. El Sector de Yukawa	9
1.2.5. El lagrangeano total del MEE	9
1.3. El proceso de dispersión Electrón - Positrón	10
2. Modelo Electro débil $SU(3)_L \times U(1)_N$	12
2.1. Descripción del Modelo	12
2.1.1. Sector Leptónico	12
2.1.2. Sector Bosónico	14
2.1.3. Sector de Higgs	14
2.1.4. Sector de Yukawa	16
2.2. Rompimiento de simetría	16
2.2.1. Campos Neutros	16
2.2.2. Vértices de interacción entre leptones y bosones	18
3. Asimetrías en el Modelo 3-3-1	20
3.1. Amplitud de Probabilidad	20
3.1.1. Amplitud de Probabilidad No Polarizada (APNP)	21
3.1.2. Amplitud de Probabilidad Polarizada (APP)	22
3.2. Asimetría Forward-Backward (\mathcal{A}_{FB})	26
3.3. Asimetría Left-Right (\mathcal{A}_{LR})	27
4. Análisis Fenomenológico	29
4.1. Límites para la masa del bosón exótico Z'	29
4.2. Análisis de la \mathcal{A}_{FB}	30
4.3. Análisis de la \mathcal{A}_{LR}	31
5. Comentarios y conclusiones	34
A. Contribución del bosón de Higgs	36
B. Cinemática del proceso en el referencial del C.M.	38
C. Términos de la amplitud de probabilidad	40
C.0.1. Cálculos previos	40
C.0.2. Términos de amplitud	44

D. Sección eficaz total polarizada	53
E. Factores resonantes	56
Bibliografía	58

Introducción

A pesar de que el Modelo Estándar (ME), actualmente vigente de las interacciones electrodébil y fuerte ha soportado casi todos los datos experimentales acumulados hasta la fecha [1], los Físicos creen que éste no presenta una descripción completa de la física de partículas. Esto último ha permitido abrir un gran campo de estudio en la búsqueda de extensiones que van más allá del ME. El modelo 3-3-1 [2][3] es una extensión simple del ME que da evidencia de Nueva Física (NF) y presenta dos características resaltantes: el aumento de partículas en los sectores del modelo y la flexibilidad de abordar energías en el orden de los TeV. Una consecuencia inmediata del 3-3-1 es la aparición de leptones pesados y bosones exóticos con masas que superan la escala electrodébil (Para el caso del bosón exótico Z' , su masa estaría por encima de 1 TeV, según los límites inferiores actuales [4][5][6]). Estas partículas exóticas aún podrían ser detectadas en el LHC (Large Hadron Collider), dado que éste gran colisionador de hadrones ha sido diseñado para alcanzar energías de hasta 14 TeV en el C.M. ($\sqrt{s} \leq 14$ TeV)[7]. Por lo pronto, el pasado 04 de Julio del 2012 los datos experimentales obtenidos en el LHC (habiéndose utilizado sólo $\sqrt{s} \approx 7$ TeV) dieron pruebas contundentes del descubrimiento de una nueva partícula con una masa cercana a 125 GeV [8], la cual tiene muchas posibilidades de corresponder al bosón de Higgs del ME. El valor de ésta masa deberá ser precisada en el futuro acelerador lineal ILC (Internacional Large Collider), y para ello, se harán colisionar haces de electrones contra positrones con energías en el C.M. entre 0.5 y 3 TeV [9]. Conforme a la fenomenología actual, éste tipo de colisiones no sólo son favorables en lo que se refiere a la confirmación de la existencia del bosón de Higgs, sino también en la producción del bosón exótico neutro Z' , a través de la reacción: $e^-e^+ \rightarrow Z' \rightarrow \mu^-\mu^+$. Por otro lado, el ILC también ofrece la interesante opción de polarizar haces de electrones y positrones. Los experimentos con haces polarizados juegan un rol muy importante en cuanto a mediciones precisas de observables y, en general, podrían ser una poderosa herramienta para hallar indicios de NF [10]. Prueba de ello fueron los experimentos con electrones polarizados (al 77%) llevados a cabo dentro de las instalaciones del SLC (SLAC Linear Collider), en 1990, los que permitieron precisar el valor numérico del $\sin^2\theta_W$ en las cercanías del polo del bosón Z [11]. El interés de los Físicos por realizar estudios de precisión de éste tipo tuvieron su inicio en 1983 con el descubrimiento de los bosones Z y W en el CERN (European Organization for Nuclear Research). Las predicciones del ME fueron coronadas con tal éxito, que se construyeron dos aceleradores: El SLC en Stanford y el LEP (Large Electron Positron) en el CERN, exclusivamente designados para producir grandes cantidades de bosones neutros Z . En éstos dos aceleradores los bosones Z fueron producidos haciendo colisionar electrones contra positrones a energías apropiadas en el C.M. (la segunda etapa de funcionamiento del colisionador LEP, denominada LEP2, pudo alcanzar energías de hasta $\sqrt{s} \approx 209$ GeV en el

año 2000[12]). Una vez producidos los bosones Z , éstos decaen usualmente en un fermión (f) y su correspondiente antifermión (\bar{f}). El ME puede predecir el número de bosones Z producidos y los tipos de decaimientos fermiónicos a través del cálculo de la Sección Eficaz (SE)[13]. Además de la SE, existen otros dos observables importantes: la Asimetría Forward-Backward (\mathcal{A}_{FB}) y la Asimetría Left-Right (\mathcal{A}_{LR} ¹). Las dos asimetrías están relacionadas con la distribución angular que presenta el fermión f , como producto de la colisión. Hasta la fecha, dichas asimetrías sólo se han manifestado para energías \sqrt{s} cerca de la masa del bosón Z , y han servido para probar la validez del ME.

El objetivo de ésta tesis es analizar el comportamiento de las Asimetrías \mathcal{A}_{FB} y \mathcal{A}_{LR} cuando se le añade un diagrama de Feynman con intercambio de un bosón exótico Z' , bajo el contexto del Modelo 3-3-1. El análisis se llevará a cabo para energías en \sqrt{s} cercanas a la masa del Z' mediante el proceso $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$. Esto último nos permitirá tener una mejor perspectiva de la experiencia real que se llevará a cabo en el futuro colisionador ILC.

En lo que respecta a la constante de Plank (\hbar) y la velocidad de la luz (c), trabajaremos en unidades naturales: $\hbar = c = 1$. Además, índices repetidos significa suma a menos que se diga lo contrario y la métrica usada es $g_{\mu\nu} = (1, -1, -1, -1)$.

En el *capítulo 1*, trataremos brevemente la parte teórica del M.E., mostrando sus principales logros y restricciones.

En el *capítulo 2*, el sector electrodébil del modelo con simetría de calibre local $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_N$ es presentado de manera formal. Aquí, se obtendrán las reglas de Feynman del modelo 3-3-1 las cuales permitirán construir las amplitudes de probabilidad involucradas con el proceso de dispersión.

En el *capítulo 3*, calculamos las Asimetrías Forward-Backward (\mathcal{A}_{FB}) y Left-Right (\mathcal{A}_{LR}) para el proceso de dispersión $e^-e^+ \xrightarrow{\gamma, Z, Z'} \mu^-\mu^+$ en el referencial del C.M., valiéndonos de las reglas de Feynman obtenidas en el capítulo anterior. Veremos que éstas Asimetrías dependen de los parámetros: \sqrt{s} y $M_{Z'}$. Esto último nos permitirá modelar gráficamente el comportamiento de ambas asimetrías.

Para el *capítulo 4*, se realiza el análisis fenomenológico de las curvas correspondientes a las Asimetrías \mathcal{A}_{FB} y \mathcal{A}_{LR} en función de la energía \sqrt{s} , para valores fijos de la masa del bosón Z' .

Para el *capítulo 5*, presentamos los comentarios y conclusiones finales en base a los resultados obtenidos. Finalmente también se adjuntan varios Apéndices: A, B, C, D y E, que muestran ciertos cálculos relevantes que se presentan a lo largo del cuerpo de la tesis.

¹Esta asimetría se lleva a cabo con electrones y positrones polarizados.

Modelo Estándar

Índice General

1.1. Descripción general del modelo	5
1.2. Modelo Estándar Electro débil (MEE)	6
1.2.1. El Sector Leptónico	6
1.2.2. El Sector Bosónico	7
1.2.3. El Sector de Higgs	8
1.2.4. El Sector de Yukawa	9
1.2.5. El lagrangeano total del MEE	9
1.3. El proceso de dispersión Electrón - Positrón	10

1.1. Descripción general del modelo

El Modelo Estándar (ME) de Física de partículas elementales es una teoría cuántica de campos que describe tres de las cuatro interacciones conocidas en la naturaleza (electromagnética, débil y fuerte, no se incluye la gravitacional) y es consistente con la mecánica cuántica y la relatividad especial. De acuerdo al modelo, las partículas elementales se dividen en fermiones y bosones intermedarios. Los fermiones pueden ser leptones o quarks (ambos de spin $1/2$) y son los constituyentes básicos de la materia; a diferencia de los bosones (de spin 1), que son los que transmiten el mensaje de la fuerza entre los fermiones. Una característica peculiar de los quarks es que tienen carga eléctrica fraccionaria en oposición a los leptones que poseen carga entera. Además, nunca se han detectado quarks libres dado que estos están siempre confinados en hadrones¹. El protón, por ejemplo, está formado por dos quarks de carga $+2/3e$ y un quark de carga $+1/3e$ de modo que su carga resultante es simplemente e . Los leptones sólo interactúan débil y electromagnéticamente, en cambio, los quarks sienten todas las interacciones. Hasta la fecha sólo se han identificado 6 leptones: e , ν_e , μ , ν_μ , τ , ν_τ y sus correspondientes antipartículas. Entretanto, para los quarks (que gozan de la propiedad de color) tenemos 18: u , d , c , s , t y b (tres colores para cada uno). Pero como a cada partícula le corresponde una antipartícula existirían en total 36 quarks. Los bosones mediadores de fuerza son: el fotón (para las interacciones electromagnéticas), el W^+ , W^- y Z (para las interacciones débiles)

¹Se llama hadrones a todas aquellas partículas compuestas por quarks.

y 8 gluones (para la interacción fuerte). Entre todas las partículas citadas sólo el fotón, el gluón y los neutrinos son no masivos². La interacción del tipo electrodébil es descrita por el modelo de Glashow, Salam y Weinberg (GSW)[17] y es basada en el grupo de simetría de calibre $SU(2)_L \times U(1)_Y$, mientras que, la interacción fuerte (que sólo se da entre quarks) es gobernada por la Cromodinámica cuántica (QCD)[19] a través del grupo de simetría $SU(3)_C$. El conjunto de ambas teorías (GSW y QCD) son colectivamente referidas como el Modelo Estándar $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ de las interacciones fuertes y electrodébiles.

Otro ingrediente clave para el ME de física de partículas es la implementación del fenómeno de **Rompimiento Espontáneo de la Simetría (RES)**. El RES se da a través del llamado Mecanismo de Higgs[20], y surge como una necesidad de generar masa a las partículas, dado que, el marco teórico obliga a considerar a todas las partículas inicialmente no masivas, a fin de respetar la invariancia local y la renormalizabilidad[21] del modelo.

1.2. Modelo Estándar Electrodébil (MEE)

En esta sección, presentaremos brevemente los cuatro sectores bien definidos del MEE: Leptónico, bosónico, de Higgs y de Yukawa. Esto nos permitirá abordar el modelo de una manera ordenada y a la vez fijar la notación utilizada a lo largo de la tesis.

1.2.1. El Sector Leptónico

En éste sector, los campos leptónicos son elegidos de manera que se obtengan neutrinos no masivos. Siendo mas explícitos, los campos leptónicos izquierdos son agrupados en dobletes del grupo $SU(2)_L$:

$$L_l \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \begin{pmatrix} \psi_{\nu_l} \\ \psi_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_{\nu_l}^L \\ \psi_l^L \end{pmatrix} \sim (1/2, -1) \quad (1.1)$$

y los campos leptónicos derechos en singletes :

$$\psi_l^R \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \psi_l \sim (0, -2) \quad (1.2)$$

siendo $l = e, \mu, \tau$; se introdujo el conjunto de números cuánticos (I_L, Y) , donde I_L es el Isospín débil izquierdo e Y es la Hipercarga. Después del RES, ambos números cuánticos se conectan mediante la relación de Gell Mann-Nishijima[17]:

$$Q = I_{3L} + \frac{Y}{2} \quad (1.3)$$

²En la actualidad hay evidencia convincente de que los neutrinos son masivos ya que oscilan[14][15][16].

donde, I_{3L} es la tercera componente de I . La exigencia de que el lagrangiano sea invariante bajo una transformación de gauge local $SU(2)_L \times U(1)_Y$ introduce de manera natural cuatro campos bosónicos sin masa: $W_\mu^k(x)$; $k = 1, 2, 3$ y $B_\mu(x)$, asociados a los grupos $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$ respectivamente.

Con estos campos es definida la derivada covariante:

$$D_\mu = \partial_\mu + \frac{ig}{2} \bar{\tau} \cdot \bar{W}_\mu + ig' \frac{Y}{2} B_\mu$$

donde, el vector $\bar{\tau}$ esta formado por las tres matrices de Pauli que son los generadores del grupo $SU(2)_L$, g es la constante de calibre o acoplamiento del grupo de isospín débil $SU(2)_L$ y g' es la constante de acoplamiento del grupo de hipercarga $U(1)_Y$. Estas últimas se relacionan posteriormente mediante el conocido ángulo de Weinberg θ_W , a través de la ecuación:

$$g \text{ sen } \theta_W = g' \text{ cos } \theta_W = e \quad (1.4)$$

donde, e es la carga del positrón.

La lagrangiana Leptónica invariante bajo transformaciones de calibre local del tipo $SU(2)_L \times U(1)_Y$ es construida vía la derivada covariante anteriormente citada, resultando:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{lep} = i \left\{ \bar{L}_l(x) \gamma^\mu \left[\partial_\mu + \frac{ig}{2} \bar{\tau} \cdot \bar{W}_\mu - \frac{ig'}{2} B_\mu(x) \right] L_l(x) + \right. \\ \left. + \bar{\psi}_l^R(x) \gamma^\mu [\partial_\mu - ig' B_\mu(x)] \psi_l^R(x) \right\} \quad (1.5) \end{aligned}$$

Vemos que los campos leptónicos se acoplan con los campos bosónicos de la simetría, a través de la derivada covariante. Por otro lado, para respetar la invariancia de Gauge Local, los campos leptónicos deben transformarse, según el grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$, de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} L_l(x)' &= \exp \left\{ i \frac{g}{2} \tau_j w_j(x) - i \frac{g'}{2} f(x) \right\} L_l \\ \psi_l^R(x)' &= \exp \{ -ig' f(x) \} \psi_l^R(x) \end{aligned} \quad (1.6)$$

siendo $w_i(x)$ y $f(x)$ parámetros locales pertenecientes a los grupos $SU(2)$ y $U(1)$ respectivamente.

1.2.2. El Sector Bosónico

Los bosones de la simetría o de calibre (no masivos) están asociados con los generadores del algebra del grupo. Tres bosones de calibre, $W_\mu^a(x)$ (con $a = 1, 2, 3$), son asociados con $SU(2)_L$ y uno, $B_\mu(x)$, con el grupo $U(1)_Y$. Para obtener términos en el lagrangeano que describan a éstos bosones usamos los campo de Yang-Mills que son una extensión del caso electromagnético. De esta manera, el lagrangeano que describe al sector bosónico viene dado por:

$$\mathcal{L}^{bos} = -\frac{1}{4} \{ B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + G_{\mu\nu a} G^{\mu\nu a} \} \quad (1.7)$$

donde:

$$\begin{aligned} B_{\mu\nu}(x) &= \partial_\mu B_\nu(x) - \partial_\nu B_\mu(x) \\ G_a^{\mu\nu}(x) &= [\partial_\mu W_a^\nu(x) - \partial_\nu W_a^\mu(x)] + g \varepsilon_{abc} W^{\mu b} W^{\nu c}. \end{aligned} \quad (1.8)$$

La forma que toman los tensores de la expresión (1.8) es debido al grupo de simetría al que están sujetos, y esto se debe principalmente, porque tienen la finalidad de respetar la invariancia local del lagrangeano bosónico a través de las siguientes reglas de transformación:

$$\begin{aligned} W'_{\mu,i}(x) &= W_{\mu,i}(x) - \partial_\mu w_i(x) - g \varepsilon_{ijk} w^j(x) W_\mu^k(x) \\ B'_\mu(x) &= B_\mu(x) - \partial_\mu f(x) \end{aligned}$$

En el lenguaje de teoría de grupos, los campos fermiónicos se transforman según la llamada Transformación Natural, expresión (1.6), mientras que los bosónicos lo hacen según la Transformación Adjunta.

1.2.3. El Sector de Higgs

Como ya se mencionó, la imposición de una simetría local implica la existencia de bosones vectoriales sin masa. Para obtener bosones vectoriales masivos la simetría local debe ser rota de alguna manera. Por otro lado, si se introducen términos de masa al lagrangeano se altera el comportamiento de la teoría de tal forma que se estropea la invariancia de calibre local y la renormalizabilidad. Para evitar éste inconveniente, el MEE implementa un mecanismo de rompimiento espontáneo de la simetría local ($SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$) mediante un sólo doblete de Higgs, $\Phi(x)$:

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \sim (1/2, 1) \quad (1.9)$$

donde, ϕ^+ y ϕ^0 son campos escalares complejos que representan posibles estados de un mismo campo antes del RES. Adicionalmente se ha asignado (I_L, Y) como los números cuánticos de isospín débil izquierdo y de hipercarga respectivamente. De acuerdo a la teoría, éste único doblete $\Phi(x)$, sería el responsable de dar masa no sólo a los bosones vectoriales intermediarios masivos, sino también a los campos de materia fermiónica (en el ME y en el modelo que vamos a tratar en el próximo capítulo se considerará a los neutrinos como no masivos) y a una partícula adicional masiva llamada bosón Higgs.

El lagrangeano que describe al sector de Higgs del MEE es dado por:

$$\mathcal{L}^H = [D^\mu \Phi]^\dagger [D_\mu \Phi] - U(\Phi^\dagger \Phi) \quad (1.10)$$

siendo:

$$D^\mu \Phi(x) = \left[\partial^\mu + \frac{ig}{2} \tau_j W_j^\mu(x) + \frac{ig'}{2} B^\mu(x) \right] \Phi(x)$$

$$U(\Phi^* \Phi) = -|\mu^2| |\Phi|^2 + \lambda |\Phi|^4 \quad ; \quad \mu, \lambda \in \mathbb{R} \quad ; \quad \lambda > 0 \quad (1.11)$$

Se puede demostrar que el valor esperado del vacío (vev), que minimiza al potencial $U(\Phi^* \Phi)$, viene dado por la siguiente expresión:

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad (1.12)$$

El parámetro constante v satisface la relación: $v \equiv |\mu|/\sqrt{\lambda} \in \mathbb{R}$, donde las componentes neutras de Φ son permitidas para adquirir un vev no nulo a fin de preservar la simetría $U(1)_{em}$ del vacío, es decir, para conservar la carga eléctrica.

1.2.4. El Sector de Yukawa

De acuerdo a la derivada covariante (1.11), la generación de masa de los bosones intermediarios esta garantizada por el acople existente entre los campos bosónicos de la simetría con el doblete de Higgs. Sin embargo, dicha derivada no ofrece un acople de esta naturaleza con los campos leptónicos del modelo, por éste motivo, se propone el lagrangeano de Yukawa invariante $SU(2)_L \times U(1)_Y$ de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\mathcal{L}^Y = -g_l [\bar{L}_l(x) \Phi(x) \psi_l^R(x) + h.c.] \quad (1.13)$$

donde, los g_l (con $l = e, \mu, \tau$) vendrían a ser constantes de acoplamiento adimensionales. Esta interacción del tipo Yukawa es puesta a mano con la finalidad de generar masa a los leptones, después de la quiebra de simetría.

1.2.5. El lagrangeano total del MEE

Habiendo incursionado en cada sector del modelo (excluyendo interacciones con los quarks), tenemos que el lagrangeano completo del MEE, antes del RES, viene dado por la siguiente suma:

$$\mathcal{L}_{MEE} = \mathcal{L}^{lep} + \mathcal{L}^{bos} + \mathcal{L}^H + \mathcal{L}^Y \quad (1.14)$$

en donde, cada sumando ha sido debidamente descrito en su correspondiente sector. La forma que adopta \mathcal{L}_{MEE} ha sido determinada por condiciones de simetría: Invariancia bajo transformaciones de Lorentz y de los grupos de calibre $U(1)$ y $SU(2)$. Por otro lado, los leptones y bosones adquieren masa luego del RES a través del Mecanismo de Higgs. t'Hooft (1976) introdujo radicalmente nuevos métodos de análisis que resguardan la renormalizabilidad de la teoría. Entre las consagraciones mas contundentes del modelo esta la predicción de la existencia de los bosones vectoriales W^\pm y Z_0 antes de que hubiesen sido observados. Sus propiedades fueron

experimentalmente confirmadas con buena precisión. A pesar de acomodarse muy bien a una gran cantidad de evidencia experimental, el MEE presenta deficiencias a nivel teórico. Entre las más relevantes, podemos mencionar la oscilación de neutrinos solares. Dicho fenómeno no puede ser explicado de ninguna manera dentro del contexto del MEE. Esto hace posible abrir un gran campo de estudio en la búsqueda de extensiones para el MEE que logren explicar en parte estas deficiencias, entre otras.

1.3. El proceso de dispersión Electrón - Positrón

En el verano de 1989, se dió inicio al funcionamiento de dos colisionadores del tipo e^-e^+ : El Stanford Linear Collider (SLC) en Stanford y el Large Electron Positron Collider (LEP) en el CERN. En éstas máquinas, tanto electrones como positrones podían alcanzar energías por encima de los 50 GeV, lo cual permitió realizar investigaciones experimentales detalladas en la región resonante del bosón Z para energías en el C.M. alrededor de $\sqrt{s} \approx 91$ GeV, en particular, para los decaimientos: $Z \rightarrow$ hadrons y $Z \rightarrow \mu^- \mu^+$, $e^- e^+$.

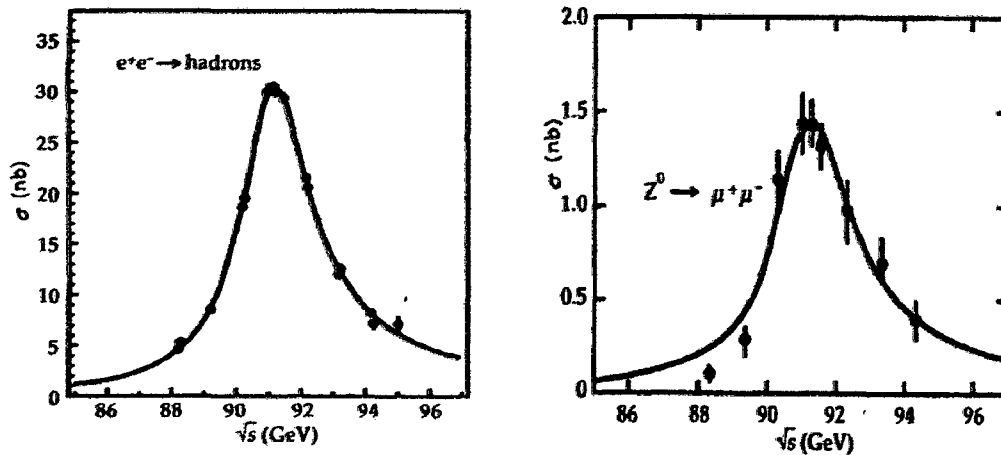


Figura 1.1: El gráfico de la izquierda muestra la medición de la sección eficaz para $e^-e^+ \rightarrow$ hadrons, como función de la energía del C.M. \sqrt{s} . A la derecha se tiene el mismo versus para el proceso $e^-e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$. En ambos casos, puede apreciarse la presencia resonante del bosón Z [18].

La partícula Z es altamente inestable, por lo cual, su existencia sólo se pudo demostrar a través de sus productos de desintegración. Tanto el SLC como el LEP dieron datos precisos de las propiedades de Z ; por ejemplo, su masa resultó ser [22]:

$$M_Z = (91,1876 \pm 0,0021) \text{ GeV}$$

Dependiendo del producto final de par cargados (leptón-antileptón), se pudo obtener las siguientes tasas de decaimientos según [22]:

$$\begin{aligned}\Gamma(Z \rightarrow e^-e^+) &= (83,91 \pm 0,20) \text{ MeV} \\ \Gamma(Z \rightarrow \mu^-\mu^+) &= (83,99 \pm 0,35) \text{ MeV} \\ \Gamma(Z \rightarrow \tau^-\tau^+) &= (89,09 \pm 0,40) \text{ MeV}\end{aligned}$$

Estos resultados sirvieron a la vez para corroborar el valor numérico del ángulo de Weinberg, θ_W , a través de las tasas de decaimientos teóricas predichas por el modelo.

La colisión e^-e^+ se caracteriza por intentar cubrir homogénea y simétricamente la mayor parte del ángulo sólido alrededor del punto de interacción, ya que las colisiones se producen en el referencial del C.M., el cual está en reposo y coincide con el sistema de laboratorio. Además, presenta una ventaja experimental desde que las partículas salientes son distinguibles dado que sus energías registradas en los calorímetros son bien definidas y colimadas.

Modelo Electrodébil

$SU(3)_L \times U(1)_N$

Índice General

2.1. Descripción del Modelo	12
2.1.1. Sector Leptónico	12
2.1.2. Sector Bosónico	14
2.1.3. Sector de Higgs	14
2.1.4. Sector de Yukawa	16
2.2. Rompimiento de simetría	16
2.2.1. Campos Neutros	16
2.2.2. Vértices de interacción entre leptones y bosones	18

2.1. Descripción del Modelo

En el presente capítulo desarrollaremos el marco teórico de una atractiva extensión para el MEE, el llamado Modelo Electrodébil $SU(3)_L \times U(1)_N$ propuesto por Pleitez y Tonasse[25][26]. La extensión al grupo $SU(3)_L$ resulta ser atractiva por generar diferencias en el contenido de partículas, y por evidenciar Nueva Física a energías (en el C.M.) del orden de los TeV. Cabe mencionar que previo a éstos trabajos también fueron sugeridos otros modelos $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_N$ (3-3-1) con un contenido diferente de partículas[27]. Una consecuencia inmediata del modelo de Pleitez y Tonasse, es la aparición de los leptones pesados E^+ , M^+ y T^+ , y de los bosones exóticos Z'_0 , V^\pm y U^\pm . Desde luego, como en toda extensión del MEE, se supone que todas estas partículas exóticas (aún no observadas) poseen masas que van mas allá de la escala electrodébil.

2.1.1. Sector Leptónico

La manera de representar a los leptones izquierdos y derechos es muy similar al caso del MEE. En el 3-3-1, los leptones izquierdos son representados en tripletes de

isospin[29],

$$L_\ell \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \begin{pmatrix} \nu'_\ell \\ e'_\ell \\ E'_\ell \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu'_e \\ e'^- \\ E'^+ \end{pmatrix}_L ; \begin{pmatrix} \nu'_\mu \\ \mu'^- \\ M'^+ \end{pmatrix}_L ; \begin{pmatrix} \nu'_\tau \\ \tau'^- \\ T'^+ \end{pmatrix}_L \sim (3, 0) \quad (2.1)$$

y los leptones derechos en singletes,

$$R_\ell : \begin{cases} e'^-_{\ell R} \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)e'_\ell = e'^-_R ; \mu'^-_R ; \tau'^-_R & \sim (1, -1) \\ E'^+_{\ell R} \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)E'_\ell = E'^+_R ; M'^+_R ; T'^+_R & \sim (1, +1) \end{cases} \quad (2.2)$$

En las expresiones anteriores, hemos introducido los campos $L_\ell, R_\ell \sim (I, N)$, siendo I el Isospín débil y N la Hipercarga. El apóstrofe (') indica que los campos leptónicos mencionados son de la simetría (antes del RES). Note que el paso de doblete (en el MEE) a triplete (en el 3-3-1) se logró al agregar tres nuevos leptones pesados cargados: E^+ , M^+ y T^+ . La masa del leptón E^+ varía entre 38.17 y 45.57 GeV; mientras que, los otros dos pueden tomar masas que superan a $M_Z/2$ [25].

La relación de Gell-Mann-Nishijima para este modelo es dada por:[32]

$$Q = \frac{e}{2}(\lambda_3 - \sqrt{3}\lambda_8) + N \quad (2.3)$$

donde λ_3 y λ_8 son los elementos de la diagonal de las matrices de Gell Mann correspondientes, y N es el operador hipercarga. Esta relación resulta ser una herramienta importante en lo que se refiere a consecuencias fenomenológicas para el modelo, y es deducida en la referencia[33].

Como antes, es de interés obtener un lagrangeano leptónico invariante bajo una transformación de simetría local $SU(3)_L \times U(1)_N$. Dicha exigencia genera de manera natural la presencia de ocho campos bosónicos de calibre: W_μ^k , con $k = 1, 2, \dots, 8$ asociados a los grupos $SU(3)_L$ y un único campo de calibre B_μ asociado al grupo $U(1)_N$. Con el fin de preservar la simetría local que exige el modelo, se definen las derivadas covariantes Izquierda-Derecha:

$$D_\mu^L \equiv \partial_\mu + \frac{ig}{2} \bar{\lambda} \cdot \bar{W}_\mu + \frac{ig'}{2} B_\mu N_L \quad (2.4)$$

$$D_\mu^R \equiv \partial_\mu + ig' B_\mu N_R$$

donde, g y g' son las constantes de acoplamiento de la interacción débil y la interacción de hipercarga respectivamente; mientras que, N_L y N_R son los valores de hipercarga para los campos izquierdos y derechos. Los λ_k (con $k = 1, 2, \dots, 8$) son las matrices de Gell-Mann propias del algebra $SU(3)_L$.

Según lo mencionado anteriormente, el lagrangeano leptónico invariante local bajo el grupo de simetría $SU(3)_L \times U(1)_N$ queda expresada de la forma siguiente:

$$\mathcal{L}^{lep}(x) = i \{ \bar{L}_i(x) \gamma^\mu D_\mu^L L_i(x) + \bar{R}_i(x) \gamma^\mu D_\mu^R R_i(x) \} + h.c. \quad (2.5)$$

siendo, L_ℓ y R_ℓ especificados en (2.1) y (2.2). Note que tanto los campos leptónicos como los bosónicos de la simetría quedan acoplados a través de la derivada covariante (2.4), tal como vimos en el MEE.

2.1.2. Sector Bosónico

Al extender el grupo de simetría de $SU(2)_L$ a $SU(3)_L$, el aumento de número de bosones de calibre resulta ser de tres a ocho. El algebra del grupo $SU(3)_L$ es conocido, lo cual permite desarrollar el sector bosónico de manera análoga al visto en el MEE. Así, el lagrangeano bosónico invariante local $SU(3)_L \times U(1)_N$ queda descrito por la siguiente expresión:

$$\mathcal{L}_B = -\frac{1}{4} \sum_{a=1}^8 G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \quad , \quad (2.6)$$

donde:

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g f_{bc}^a W_\mu^b W_\nu^c \quad ,$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad ,$$

f_{abc} denotan a las constantes de estructura del grupo $SU(3)_L$. Los detalles de la construcción de éste lagrangeano están descritos en la referencia [34], por tal motivo aquí sólo lo mencionamos.

2.1.3. Sector de Higgs

Con el propósito de generar masa a todas las partículas del modelo y preservar la simetría local $SU(3)_L \times U(1)_N$, uno requiere al menos tres triplete de escalares con la siguiente representación[36]:

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta^0 \\ \eta_1^- \\ \eta_2^+ \end{pmatrix} (3, 0); \quad \rho = \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho^{++} \end{pmatrix} (3, 1); \quad \chi = \begin{pmatrix} \chi^- \\ \chi^{--} \\ \chi^0 \end{pmatrix} (3, -1) \quad (2.7)$$

En analogía al MEE, es sólomente a través de las componentes neutras de cada triplete que se produce el rompimiento de la simetría. Así, los Valores Esperados del

Vacío (vev) distintos de cero serán:

$$\langle \eta \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_\eta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \langle \rho \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_\rho \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \langle \chi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_\chi \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Fenomenológicamente, la *jerarquía* para los parámetros reales v_η , v_ρ y v_χ debe darse de la siguiente forma [32]:

$$v_\eta, v_\rho \ll v_\chi \quad (2.9)$$

El lagrangeano de Higgs invariante local de gauge $SU(3)_L \times U(1)_N$ puede ser escrita en dos partes:

$$\mathcal{L}^H = \mathcal{L}_{kin}^H + V(\eta, \rho, \chi) \quad (2.10)$$

La parte cinética \mathcal{L}_{kin}^H es de la forma:

$$\mathcal{L}_{kin}^H = (D_\mu \eta)^\dagger (D^\mu \eta) + (D_\mu \rho)^\dagger (D^\mu \rho) + (D_\mu \chi)^\dagger (D^\mu \chi) \quad (2.11)$$

donde;

$$D^\mu \varphi_k = \left[\partial^\mu - \frac{ig}{2} \lambda_j W_j^\mu + ig' B^\mu N_\varphi \right] \varphi_k \quad (2.12)$$

con¹: $\varphi_k = \eta, \rho, \chi$.

Entretanto, el potencial de Higgs mas general invariante local de gauge 3-3-1 viene dado por [25]:

$$V = V^{(2)} + V^{(3)} + V^{(4)} \quad (2.13)$$

siendo:

$$V^{(2)} = \mu_1^2 \eta^\dagger \eta + \mu_2^2 \rho^\dagger \rho + \mu_3^2 \chi^\dagger \chi$$

$$V^{(3)} = \frac{f_1}{2} \varepsilon^{ijk} \eta_i \rho_j \chi_k + \text{h.c.}$$

$$\begin{aligned} V^{(4)} = & \alpha_1 (\eta^\dagger \eta)^2 + \alpha_2 (\rho^\dagger \rho)^2 + \alpha_3 (\chi^\dagger \chi)^2 + \alpha_4 (\rho^\dagger \rho) (\eta^\dagger \eta) \\ & + \alpha_5 (\chi^\dagger \chi) (\eta^\dagger \eta) + \alpha_6 (\chi^\dagger \chi) (\rho^\dagger \rho) + \alpha_7 (\rho^\dagger \rho) (\eta^\dagger \eta) \\ & + \alpha_8 (\chi^\dagger \eta) (\eta^\dagger \chi) + \alpha_9 (\chi^\dagger \rho) (\rho^\dagger \chi) + [\alpha_{10} (\chi^\dagger \eta) (\rho^\dagger \eta) + \text{h.c.}] \end{aligned}$$

¹Para la representación mostrada en (2.7), se tiene que: $N_\chi = -1$, $N_\rho = 1$, $N_\eta = 0$.

Note que el potencial (2.13) es hermitiano (lo cual asegura la unitariedad de la teoría[37]) y presenta cierto grado de complejidad respecto al MEE. Sin embargo, los valores mínimos que éste potencial toma pueden ser estudiados precisamente con los vev 's: $\langle \eta \rangle$, $\langle \rho \rangle$ y $\langle \chi \rangle$, ecuación (2.8).

2.1.4. Sector de Yukawa

El acople Yukawa invariante de gauge (puesta a mano) mas general entre los campos leptónicos y los bosones de Higgs para el 3-3-1 es dada por[25]:

$$\mathcal{L}_Y = -h_{ab} \bar{L}_a e_{R_b}^- \rho - g_{ab} \bar{L}_a E_{R_b}^+ \chi + h.c. \quad (2.14)$$

Según el modelo, los campos de Higgs ρ y χ serían los responsables de generar masa al sector leptónico, mientras que, el campo faltante η estaría vinculado con la generación de masas de los quarks, motivo por el cual, no es considerado para los fines de esta tesis.

2.2. Rompimiento de simetría

Como en el M.E., usamos los vev 's de los campos neutros de Higgs para quebrar la simetría de gauge. Primero construiremos la matriz de masa de los bosones neutros de calibre, para luego determinar los acoples entre los bosones y leptones vía el lagrangeano leptónico del modelo. No se desarrollará los acoples del tipo Yukawa (ver expresión (2.14)), dado que su contribución en lo que respecta a la sección eficaz de dispersión, es insignificante con respecto a las demás contribuciones[23][32].

2.2.1. Campos Neutros

El reemplazo de los vev 's: $\langle \eta \rangle$, $\langle \rho \rangle$ y $\langle \chi \rangle$ en la parte cinética del lagrangeano de Higgs (2.11), conduce al siguiente resultado [32]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{kin}^H &= \frac{g^2}{4}(v_\rho^2 + v_\eta^2)W^{\mu+}W_\mu^- + \frac{g^2}{4}(v_\eta^2 + v^2\eta_\chi)V^{\mu+}V_\mu^- + \frac{g^2}{4}(v_\rho^2 + v_\chi^2)U^{\mu++}U_\mu^{--} \\ &+ \frac{g^2}{8}(v_\eta^2 + v_\rho^2)W^{\mu 3}W_\mu^3 + \frac{g^2}{8\sqrt{3}}(v_\eta^2 - v_\rho^2)W^{\mu 3}W_\mu^8 + \frac{g^2}{8\sqrt{3}}(v_\eta^2 - v_\rho^2)W^{\mu 8}W_\mu^3 \\ &+ \frac{g^2}{24}(v_\eta^2 + v_\rho^2 + 4v_\chi^2)W^{\mu 8}W_\mu^8 - \frac{v_\rho^2 g' g}{4\sqrt{3}}(W^{\mu 3}B_\mu + B^\mu W_\mu^3) \\ &+ \frac{v_\rho^2 g' g}{4\sqrt{3}}(W^{\mu 8}B_\mu + B^\mu W_\mu^8) + \frac{v_\chi^2 g' g}{2\sqrt{3}}(W^{\mu 8}B_\mu + B^\mu W_\mu^8) + \frac{g'^2}{4}(v_\chi^2 + v_\rho^2)B^\mu B_\mu \end{aligned} \quad (2.15)$$

donde, se han introducido las siguientes definiciones correspondientes a los campos bosónicos cargados:

$$\begin{aligned}
W_\mu^+ &\equiv -(W_\mu^1 - iW_\mu^2)/\sqrt{2}, & W_\mu^- &\equiv -(W_\mu^1 + iW_\mu^2)/\sqrt{2} \\
V_\mu^- &\equiv -(W_\mu^4 - iW_\mu^5)/\sqrt{2}, & V_\mu^+ &\equiv -(W_\mu^4 + iW_\mu^5)/\sqrt{2} \\
U_\mu^{--} &\equiv -(W_\mu^6 - iW_\mu^7)/\sqrt{2}, & U_\mu^{++} &\equiv -(W_\mu^6 + iW_\mu^7)/\sqrt{2},
\end{aligned} \tag{2.16}$$

El lagrangeano que sólo involucra a los bosones neutros de la simetría es denotado y dado por:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{kin}^{neutra} &= \frac{g^2}{8}(v_\eta^2 + v_\rho^2)W^{\mu 3}W_\mu^3 + \frac{g^2}{8\sqrt{3}}(v_\eta^2 - v_\rho^2)W^{\mu 3}W_\mu^8 + \frac{g^2}{8\sqrt{3}}(v_\eta^2 - v_\rho^2)W^{\mu 8}W_\mu^3 \\
&+ \frac{g^2}{24}(v_\eta^2 + v_\rho^2 + 4v_\chi^2)W^{\mu 8}W_\mu^8 - \frac{v_\rho^2 g' g}{4\sqrt{3}}(W^{\mu 3}B_\mu + B^\mu W_\mu^3) \\
&+ \frac{v_\rho^2 g' g}{4\sqrt{3}}(W^{\mu 8}B_\mu + B^\mu W_\mu^8) + \frac{v_\chi^2 g' g}{2\sqrt{3}}(W^{\mu 8}B_\mu + B^\mu W_\mu^8) + \frac{g'^2}{4}(v_\chi^2 + v_\rho^2)B^\mu B_\mu
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Note que sólo el primer renglón de (2.15) involucra campos cargados. Por dicha razón, al resto de sumandos hemos considerado como los constituyentes del lagrangeano de bosones neutros, $\mathcal{L}_{kin}^{neutra}$, conforme a (2.17).

Matricialmente tenemos:

$$\mathcal{L}_{kin}^{neutra} = \left(\begin{array}{ccc} W^{\mu 3} & W^{\mu 8} & B^\mu \end{array} \right) \underbrace{\left(\begin{array}{ccc} \frac{g^2}{4}A & \frac{g^2}{4}D & -\frac{gg'}{2}v_\rho^2 \\ \frac{g^2}{4}D & \frac{g^2}{4}B & \frac{gg'}{2}E \\ -\frac{gg'}{2}v_\rho^2 & \frac{gg'}{2}E & g'^2C \end{array} \right)}_{\mathcal{M}_{neutra}} \left(\begin{array}{c} W_\mu^3 \\ W_\mu^8 \\ B_\mu \end{array} \right)$$

donde:

$$\begin{aligned}
A &= v_\eta^2 + v_\rho^2 \quad ; \quad B = (1/3)(v_\eta^2 + v_\rho^2 + 4v_\chi^2) \quad ; \quad C = v_\rho^2 + v_\chi^2 \quad ; \\
D &= (1/\sqrt{3})(v_\eta^2 - v_\rho^2) \quad ; \quad E = (1/\sqrt{3})(v_\rho^2 + 2v_\chi^2).
\end{aligned} \tag{2.18}$$

En lo que sigue, se deberá diagonalizar la matriz neutra, \mathcal{M}_{neutra} , con el fin de obtener acoples del tipo Procca. Los valores propios de dicha matriz, nos permitirá obtener las masas Físicas M_k ($k = A_\mu, Z_\mu, Z'_\mu$) de los bosones físicos neutros que el

modelo contempla. Dichas masas se muestran a continuación[32]:

$$\begin{aligned}
 M_{A_\mu}^2 &= 0 \\
 M_{Z_\mu}^2 &\approx \frac{g^2}{4} \left(\frac{4g'^2 + g^2}{3g'^2 + g^2} \right) (v_\eta^2 + v_\rho^2) \\
 M_{Z'_\mu}^2 &\approx \frac{1}{3} (3g'^2 + g^2) v_\chi^2
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

Note que para los dos últimos valores propios ($M_{Z_\mu}^2$ y $M_{Z'_\mu}^2$) se ha utilizado la aproximación (2.9); esto es:

$$v_\eta, v_\rho \ll v_\chi$$

Los vectores propios (normalizados) correspondientes a la matriz neutra (2.19) son denotados por los bosones neutros Físicos A_μ , Z_μ y Z'_μ que escritos en la base $(W_\mu^3, W_\mu^8, B_\mu)$ se expresan de la forma:

$$\begin{aligned}
 A_\mu &\approx \frac{1}{(1+4t^2)^{1/2}} \left[(W_\mu^3 - \sqrt{3}W_\mu^8)t + B_\mu \right] \\
 Z_\mu^0 &\approx -\frac{1}{(1+4t^2)^{1/2}} \left[(1+3t^2)^{1/2}W_\mu^3 + \frac{\sqrt{3}t^2}{(1+3t^2)^{1/2}}W_\mu^8 - \frac{t}{(1+3t^2)^{1/2}}B_\mu \right] \\
 Z'_\mu^0 &\approx \frac{1}{(1+3t^2)^{1/2}} (W_\mu^8 + \sqrt{3}tB_\mu)
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

siendo: $t = g'/g$.

El campo físico A_μ es asociado al fónon, el cual permanece no masivo después de la quiebra de simetría. De los tres bosones neutros es el único cuya masa se obtuvo sin aproximaciones. El bosón neutro asociado al campo físico Z'_μ , posee una masa $M_{Z'_\mu}$ que es proporcional a v_χ , mientras que, la masa de M_{Z_μ} que corresponde al bosón vectorial neutro del MEE es proporcional a $v_\eta^2 + v_\rho^2$.

2.2.2. Vértices de interacción entre leptones y bosones

Ahora procederemos con el quiebre de simetría del sector leptónico. Empecemos reemplazando las derivadas covariantes (2.4) en el lagrangeano leptónico (2.5). El resultado es el siguiente:

$$\mathcal{L}^{lep} = \mathcal{L}_{kin}^{lep} + \underbrace{\mathcal{L}_{nc} + \mathcal{L}_{cc}}_{\mathcal{L}_{gauge}^{lep}} \tag{2.21}$$

donde, $\mathcal{L}_{gauge}^{lep}$, denota el lagrangeano de interacción entre los campos bosónicos y leptónicos de la simetría.

Los sumandos de (2.21) han sido desarrollados en detalle en la referencia [32]. En particular, se tiene:

$$\mathcal{L}_{nc} = \mathcal{L}_{nc}^{e_\alpha} + \mathcal{L}_{nc}^{E_\alpha} + \mathcal{L}_{nc}^{\nu_\alpha}$$

donde, el primer sumando relaciona los acoples con los leptones ligeros ($e_\alpha = e^-, \mu^-, \tau^-$), el segundo con los leptones pesados o exóticos y el tercero con los neutrinos izquierdos.

Claro esta, que el sumando $\mathcal{L}_{nc}^{e_\alpha}$ es de vital importancia para el cálculo del proceso de dispersión de interés, y es el que se muestra a continuación de manera explícita:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{nc}^{e_\alpha} = & -e (\bar{e}_\alpha \gamma^\mu e_\alpha) A_\mu - \frac{g}{2C_W} [\bar{e}_\alpha \gamma^\mu (g_V - g_A \gamma_5) e_\alpha] Z_\mu \\ & - \frac{g}{2C_W} [\bar{e}_\alpha \gamma^\mu (g'_V - g'_A \gamma_5) e_\alpha] Z'_\mu \end{aligned} \quad (2.22)$$

Aquí, los parámetros: g_V, g_A, g'_V y g'_A , son mostrados en la tabla 2.1, entretanto, el tercer sumando de (2.22) indica un nuevo tipo de acople, $Z' \bar{e}_\alpha e_\alpha$, que el MEE no contempla; y que será el punto de partida para cumplir con los objetivos de ésta Tesis. Además, se han definido las matrices unitarias de transformación O_L^e tal que: $e'_{\alpha L} = O_L^e e_{\alpha L}$, donde las letras con apóstrofe corresponden a los campos leptónicos de la simetría (antes del RES). También, se ha considerado la siguiente notación: $C_W \equiv \cos \theta_W$, la cual será utilizada en adelante.

Acople	Vértice	g_V	g_A	g'_V	g'_A
$\gamma e_\alpha e_\alpha$	$-e \gamma^\mu$	-	-	-	-
$Z e_\alpha e_\alpha$	$-\frac{g}{2C_W} \gamma^\mu (g_V - g_A \gamma_5)$	$\frac{1}{2}(1 - 4S_W^2)$	1/2	-	-
$Z' e_\alpha e_\alpha$	$-\frac{g}{2C_W} \gamma^\mu (g'_V - g'_A \gamma_5)$	-	-	$\frac{(1-10S_W^2)}{2\sqrt{3}(1-4S_W^2)^{1/2}}$	$\frac{1+2S_W^2}{2\sqrt{3}(1-4S_W^2)^{1/2}}$

Tabla 2.1 : Acople entre los bosones Físicos γ, Z_0 y Z'_0 con los leptones ligeros del Modelo 331.

Es importante mencionar que la forma del lagrangiano neutro para el caso de los leptones ligeros coincide con los del artículo de referencia [27]. Por lo tanto, de aquí se puede obtener los vértices del diagrama de Feynman del proceso de dispersión correspondiente.

Asimetrías en el Modelo 3-3-1

Índice General

3.1. Amplitud de Probabilidad	20
3.1.1. Amplitud de Probabilidad No Polarizada (APNP)	21
3.1.2. Amplitud de Probabilidad Polarizada (APP)	22
3.2. Asimetría Forward-Backward (\mathcal{A}_{FB})	26
3.3. Asimetría Left-Right (\mathcal{A}_{LR})	27

Existen tres cantidades medibles a fin de evidenciar la presencia de partículas exóticas[37]: la sección eficaz (SE), la asimetría Forward-Backward (\mathcal{A}_{FB}) y la asimetría Left-Right (\mathcal{A}_{LR}); todas como función de la energía del C.M.. En el presente capítulo, haremos uso del Modelo Electro débil $SU(3)_L \times U(1)_N$ con el propósito de calcular las Asimetrías \mathcal{A}_{FB} y \mathcal{A}_{LR} a nivel de árbol y a energías en el C.M. del orden de los $T'eV$. El proceso a elegir es la aniquilación Electrón-Positrón en Muón-Antimuón, por ser el mejor candidato en cuanto a la búsqueda del bosón exótico Z'_0 . Cabe mencionar que éste proceso será ejecutado, posiblemente, en el futuro Colisionador ILC, a mediados del 2030.

En cuanto al esquema que seguiremos, primero vamos a determinar las amplitudes de probabilidades (no polarizada para el caso de la \mathcal{A}_{FB} , y polarizada para la \mathcal{A}_{LR}) basadas en las reglas de Feynman del modelo 3-3-1[33][34]. Después de hacer uso de la cinemática del proceso, podremos calcular las secciones eficaces diferenciales no polarizada y polarizada, para finalmente proceder con el cálculo de las asimetrías.

3.1. Amplitud de Probabilidad

En términos generales, el proceso de interés requiere como intermediarios a los bosones neutros: A_μ , Z_μ , Z'_μ , y al bosón escalar masivo H_1^0 ¹. Sin embargo, el bosón H_1^0 no será considerado en el cálculo de la amplitud, pues su contribución en la SE es insignificante comparado con las otras(ver Apéndice A).

¹Los otros Higgs H_2^0 y H_3^0 no contribuyen al proceso dispersivo pues ambos no interactúan con los leptones ligeros (e , μ y τ). Además, de acuerdo a [35], estaríamos suponiendo que el bosón de Higgs H_1^0 es el predicho por el ME.

Así, los diagramas de Feynman correspondientes al proceso $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$, a nivel de árbol, son de la forma:

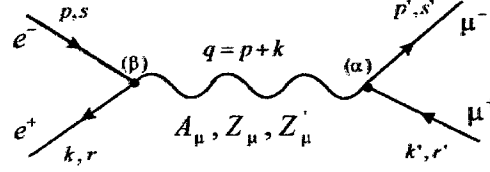


Figura 3.1: Los tres diagramas que contribuyen a la dispersión $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$.

Los siguientes parámetros: p , k , y p' , k' representan los cuádrimomentos de las partículas incidentes y las dispersadas respectivamente. Los índices s , r y s' , r' son las polarizaciones (espines) de las partículas mencionadas.

Con éstos tres diagramas, se obtienen las tres amplitudes de probabilidad a tratar en el proceso dispersivo:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_A \equiv \mathcal{M}_\gamma &= (ie^2) \frac{g_{\alpha\beta}}{q^2} [\bar{u}_{s'}(\bar{p}')\gamma^\alpha v_{r'}(\bar{k}')] [\bar{v}_r(\bar{k})\gamma^\beta u_s(\bar{p})] \\ \mathcal{M}_Z &= \left(\frac{ig^2}{4C_W^2}\right) \frac{g_{\alpha\beta}}{(q^2 - M_Z^2)} [\bar{u}_{s'}(\bar{p}')\Gamma_Z^\alpha v_{r'}(\bar{k}')] [\bar{v}_r(\bar{k})\Gamma_Z^\beta u_s(\bar{p})] \\ \mathcal{M}_{Z'} &= \left(\frac{ig^2}{4C_W^2}\right) \frac{g_{\alpha\beta}}{(q^2 - M_{Z'}^2)} [\bar{u}_{s'}(\bar{p}')\Gamma_{Z'}^\alpha v_{r'}(\bar{k}')] [\bar{v}_r(\bar{k})\Gamma_{Z'}^\beta u_s(\bar{p})] \end{aligned} \quad (3.1)$$

donde se han definido los siguientes parámetros²:

$$\begin{aligned} g_V &\equiv \frac{1}{2}(1 - 4S_W^2) & ; & \quad g_A \equiv \frac{1}{2} \\ g'_V &\equiv \frac{1 - 10S_W^2}{2\sqrt{3}(1 - 4S_W^2)^{1/2}} & ; & \quad g'_A \equiv \frac{1 + 2S_W^2}{2\sqrt{3}(1 - 4S_W^2)^{1/2}} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Y se ha denotado:

$$\Gamma_Z^\alpha \equiv \gamma^\alpha(g_V - g_A\gamma_5) \quad ; \quad \Gamma_{Z'}^\alpha \equiv \gamma^\alpha(g'_V - g'_A\gamma_5)$$

Como puede apreciarse en (3.1), la tercera amplitud proporciona un nuevo aporte a través del bosón exótico neutro Z'_0 .

3.1.1. Amplitud de Probabilidad No Polarizada (APNP)

Ahora se procederá a calcular la amplitud de probabilidad $|\mathcal{M}|^2 = |\mathcal{M}_\gamma + \mathcal{M}_Z + \mathcal{M}_{Z'}|^2$, promediando sobre todas las polarizaciones iniciales y sumando sobre todas

²Ver la tabla 2.1

las finales, con el fin de obtener la SE no polarizada. Teniendo en cuenta éste criterio, la Amplitud de Probabilidad No Polarizada (APNP) es dada por la siguiente expresión:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle_{NP} = \frac{1}{4} \sum_{s\tau s'\tau'} |\mathcal{M}_\gamma + \mathcal{M}_Z + \mathcal{M}_{Z'}|^2 \quad (3.3)$$

Note que cada una de las partículas incidentes (e^- y e^+) tienen dos posibles polarizaciones, motivo por el cual al realizar el promedio mencionado, aparece el factor $1/4$.

Reemplazando (3.1) en (3.3), y haciendo uso de la cinemática del proceso y aproximaciones a altas energías³, obtenemos el siguiente resultado⁴:

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle_{NP} = & \frac{\alpha^2}{4s} \left\{ \left[1 + (g_V^2 + g_A^2)^2 R^2 + (g_V'^2 + g_A'^2)^2 Q^2 \right. \right. \\ & + (g_V g_V' + g_A g_A')^2 RQ + \left. \left. g_V^2 R + g_V'^2 Q \right] (1 + \cos^2 \vartheta) \right. \\ & + \left[8g_A^2 g_V^2 R^2 + 8g_A'^2 g_V'^2 Q^2 + 2(g_V g_A' + g_A g_V')^2 RQ \right. \\ & \left. \left. + 2g_A^2 R + 2g_A'^2 Q \right] \cos \vartheta \right\} \quad (3.4) \end{aligned}$$

donde: ϑ es el ángulo de dispersión y $\alpha = e^2/4\pi$ es la constante de estructura fina (en unidades naturales). Tenemos también a los siguientes factores resonantes:

$$R(s, M_Z) = \frac{s}{S_{2W}^2(s - M_Z^2)} \quad \text{y} \quad Q(s, M_{Z'}) = \frac{s}{S_{2W}^2(s - M_{Z'}^2)} \quad (3.5)$$

Hemos empleado las siguientes notaciones: $q \equiv \sqrt{s}$ y $S_{2W}^2 \equiv \text{sen}^2(2\theta_W)$. La variable s es definida como el cuadrado de la energía total en el referencial del C.M..

3.1.2. Amplitud de Probabilidad Polarizada (APP)

En la práctica las polarizaciones de las partículas salientes no son fácil de detectar. Por el contrario, es posible preparar estados iniciales de polarización fijos para las partículas entrantes. En ésta parte, calcularemos las amplitudes de probabilidad para los siguientes procesos: $e_L^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$ y $e_R^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$. En cada evento, sólo se fijará la polarización del electrón (e_L^- ó e_R^-) y se sumará sobre las demás partículas involucradas. Observe que éste es un caso muy diferente al que definimos en la sección 3.1.1.

Cuando se trabaja con haces polarizados la amplitud de probabilidad debe ser alterada ligeramente. Como puede verse en (3.1), el espinor correspondiente para el electrón es dado por la siguiente función: $u_s(\vec{p})$; donde: $s = 1, 2 = L, R$. Para poder

³Ver el Apéndice B

⁴Estos cálculos están debidamente desarrollados en la referencia [33]

fijar una de éstas polarizaciones hacemos uso de los proyectores de helicidad de Dirac (P_L y P_R), según sea el caso:

$$u_s \Rightarrow \begin{cases} u_L = P_L u_s = \left(\frac{1 - \gamma_5}{2} \right) u_s \\ u_R = P_R u_s = \left(\frac{1 + \gamma_5}{2} \right) u_s \end{cases} \quad (3.6)$$

De esta manera, al reemplazar (3.6) en (3.1) se podrá obtener las amplitudes de probabilidad polarizadas correspondientes a cada bosón intermediario:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{L\gamma}^R &= (ie^2) \frac{g_{\alpha\beta}}{q^2} [\bar{u}_s \gamma^\alpha v_{r'}] [\bar{v}_r \gamma^\beta P_L^R u_s] \\ \mathcal{M}_{LZ}^R &= \left(\frac{ig^2}{4C_W^2} \right) \frac{g_{\alpha\beta}}{(q^2 - M_Z^2)} [\bar{u}_s \Gamma_Z^\alpha v_{r'}] [\bar{v}_r \Gamma_Z^\beta P_L^R u_s] \\ \mathcal{M}_{LZ'}^R &= \left(\frac{ig^2}{4C_W^2} \right) \frac{g_{\alpha\beta}}{(q^2 - M_{Z'}^2)} [\bar{u}_s \Gamma_{Z'}^\alpha v_{r'}] [\bar{v}_r \Gamma_{Z'}^\beta P_L^R u_s] \end{aligned} \quad (3.7)$$

Para entender la notación empleada en (3.7), analicemos un caso en particular. Suponga que el proceso a considerar sea: $e_L^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$; entonces la amplitud de probabilidad total debe ser calculada mediante la siguiente expresión:

$$\frac{1}{2} \sum_{spins} |\mathcal{M}_L|^2 = \frac{1}{2} \sum_{spins} |\mathcal{M}_{L\gamma} + \mathcal{M}_{LZ} + \mathcal{M}_{LZ'}|^2$$

Análogamente, para el proceso $e_R^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$, tenemos:

$$\frac{1}{2} \sum_{spins} |\mathcal{M}^R|^2 = \frac{1}{2} \sum_{spins} |\mathcal{M}_\gamma^R + \mathcal{M}_Z^R + \mathcal{M}_{Z'}^R|^2$$

En adelante, vamos a proceder con el cálculo de la amplitud de probabilidad total polarizada (R y L) de manera simultánea; esto es:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum_{spins} |\mathcal{M}_L^R|^2 &= \frac{1}{2} \sum_{spins} (\mathcal{M}_{L\gamma}^R + \mathcal{M}_{LZ}^R + \mathcal{M}_{LZ'}^R) (\mathcal{M}_{L\gamma}^R + \mathcal{M}_{LZ}^R + \mathcal{M}_{LZ'}^R)^\dagger \\ &= \frac{1}{2} \sum_{spins} \left\{ \mathcal{M}_{L\gamma}^R \mathcal{M}_{L\gamma}^{R\dagger} + \mathcal{M}_{L\gamma}^R \mathcal{M}_{LZ}^{R\dagger} + \mathcal{M}_{L\gamma}^R \mathcal{M}_{LZ'}^{R\dagger} \right. \\ &\quad \left. + \mathcal{M}_{LZ}^R \mathcal{M}_{L\gamma}^{R\dagger} + \mathcal{M}_{LZ}^R \mathcal{M}_{LZ}^{R\dagger} + \mathcal{M}_{LZ}^R \mathcal{M}_{LZ'}^{R\dagger} \right. \\ &\quad \left. + \mathcal{M}_{LZ'}^R \mathcal{M}_{L\gamma}^{R\dagger} + \mathcal{M}_{LZ'}^R \mathcal{M}_{LZ}^{R\dagger} + \mathcal{M}_{LZ'}^R \mathcal{M}_{LZ'}^{R\dagger} \right\} \quad (3.8) \end{aligned}$$

El cálculo explícito de los nueve términos (sumandos) que se muestran en la expresión (3.8), están dados en el Apéndice C. Se tiene entonces:

1er término

$$\sum_{spins} \mathcal{M}_{L\gamma}^R \mathcal{M}_{L\gamma}^{R+} = 16 \left(\frac{e}{q} \right)^4 [(p'.k)(k'.p) + (p'.p)(k'.k)]$$

2do término

$$\sum_{spins} \mathcal{M}_{L\gamma}^R \mathcal{M}_{LZ}^{R+} = \left(\frac{4e^2 g^2}{C_W^2 q^2 (q^2 - M_Z^2)} \right) [(g_V \mp g_A)^2 (p'.k)(k'.p) + (g_V^2 - g_A^2) (p'.p)(k'.k)]$$

3er término

$$\sum_{spins} \mathcal{M}_{L\gamma}^R \mathcal{M}_{LZ'}^{R+} = \left(\frac{4e^2 g^2}{C_W^2 q^2 (q^2 - M_{Z'}^2)} \right) [(g'_V \mp g'_A)^2 (p'.k)(k'.p) + (g_V'^2 - g_A'^2) (p'.p)(k'.k)]$$

4to término

$$\sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ}^R \mathcal{M}_{L\gamma}^{R+} = [2do \text{ termino}]^+$$

5to término

$$\sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ}^R \mathcal{M}_{LZ}^{R+} = \left(\frac{g^4}{C_W^4 (q^2 - M_Z^2)^2} \right) [(g_V \mp g_A)^4 (p'.k)(k'.p) + (g_V^2 - g_A^2)^2 (p'.p)(k'.k)]$$

6to término

$$\sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ}^R \mathcal{M}_{LZ'}^{R+} = \left(\frac{g^4}{C_W^4 (q^2 - M_Z^2)(q^2 - M_{Z'}^2)} \right) [(a \mp b)^2 (p'.k)(k'.p) + (a^2 - b^2) (p'.p)(k'.k)]$$

donde:

$$a = g_V g'_V + g_A g'_A \quad ; \quad b = g_V g'_A + g'_V g_A$$

7mo término

$$\sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ'}^R \mathcal{M}_{L\gamma}^{R+} = [3er \text{ termino}]^+$$

8vo término

$$\sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ'}^R \mathcal{M}_{LZ}^{R+} = [6to \text{ termino}]^+$$

9no término

$$\sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ'}^R \mathcal{M}_{LZ'}^{R+} = \left(\frac{g^4}{C_W^4 (q^2 - M_{Z'}^2)^2} \right) [(g'_V \mp g'_A)^4 (p'.k)(k'.p) + (g_V'^2 - g_A'^2)^2 (p'.p)(k'.k)]$$

Haciendo uso de la cinemática del proceso⁵ y del vínculo $e = g S_W$, los nueve términos toman la siguiente forma:

$$\sum_{spins} \mathcal{M}_{L\gamma}^R \mathcal{M}_{L\gamma}^{R+} = e^4 [(1 + \cos\vartheta)^2 + (1 - \cos\vartheta)^2]$$

$$\sum_{spins} \mathcal{M}_{L\gamma}^R \mathcal{M}_{LZ}^{R+} = \left(\frac{e^4 q^2}{S_{2W}^2 (q^2 - M_Z^2)} \right) [(g_V \mp g_A)^2 (1 + \cos\vartheta)^2 + (g_V^2 - g_A^2) (1 - \cos\vartheta)^2]$$

$$\sum_{spins} \mathcal{M}_{L\gamma}^R \mathcal{M}_{LZ'}^{R+} = \left(\frac{e^4 q^2}{S_{2W}^2 (q^2 - M_{Z'}^2)} \right) [(g_V' \mp g_A')^2 (1 + \cos\vartheta)^2 + (g_V'^2 - g_A'^2) (1 - \cos\vartheta)^2]$$

$$\sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ}^R \mathcal{M}_{L\gamma}^{R+} = [2do \text{ término}]$$

$$\sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ}^R \mathcal{M}_{LZ}^{R+} = \left(\frac{e^4 q^4}{S_{2W}^4 (q^2 - M_Z^2)^2} \right) [(g_V \mp g_A)^4 (1 + \cos\vartheta)^2 + (g_V^2 - g_A^2)^2 (1 - \cos\vartheta)^2]$$

$$\sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ}^R \mathcal{M}_{LZ'}^{R+} = \left(\frac{e^4 q^4}{S_{2W}^4 (q^2 - M_Z^2) (q^2 - M_{Z'}^2)} \right) [(a \mp b)^2 (1 + \cos\vartheta)^2 + (a^2 - b^2) (1 - \cos\vartheta)^2]$$

$$\sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ'}^R \mathcal{M}_{L\gamma}^{R+} = [3er \text{ término}]$$

$$\sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ'}^R \mathcal{M}_{LZ}^{R+} = [6to \text{ término}]$$

$$\sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ'}^R \mathcal{M}_{LZ'}^{R+} = \left(\frac{e^4 q^4}{S_{2W}^4 (q^2 - M_{Z'}^2)^2} \right) [(g_V' \mp g_A')^4 (1 + \cos\vartheta)^2 + (g_V'^2 - g_A'^2)^2 (1 - \cos\vartheta)^2]$$

Conforme a la expresión (3.8), la amplitud de probabilidad total polarizada (R ó L) es dada por:

$$\boxed{\frac{1}{2} \sum_{spins} |\mathcal{M}_L^R|^2 = \frac{e^4}{2} \{ F_L^R (1 + \cos\vartheta)^2 + G_L^R (1 - \cos\vartheta)^2 \}} \quad (3.9)$$

donde:

$$F_L^R = 1 + 2(g_V \mp g_A)^2 R + (g_V \mp g_A)^4 R^2 + 2(a \mp b)^2 RQ + 2(g_V' \mp g_A')^2 Q + (g_V' \mp g_A')^4 Q^2 \quad (3.10)$$

$$G_L^R = 1 + 2(g_V^2 - g_A^2) R + (g_V^2 - g_A^2)^2 R^2 + 2(a^2 - b^2) RQ + 2(g_V'^2 - g_A'^2) Q + (g_V'^2 - g_A'^2)^2 Q^2 \quad (3.11)$$

⁵Ver apéndice B

3.2. Asimetría Forward-Backward (\mathcal{A}_{FB})

Imaginemos un conjunto de detectores de partículas que encierran esféricamente al punto de colisión (en nuestro caso: $e^- + e^+$). Si la dirección inicial del electrón es tomada como el polo norte de esta esfera, entonces la \mathcal{A}_{FB} es dada por la diferencia entre las secciones eficaces σ_F y σ_B , para las cuales el fermión final f (en nuestro caso el muón), emerge respectivamente hacia los hemisferios norte ($\phi : 0 \rightarrow 2\pi$, $\vartheta : 0 \rightarrow \pi/2$) y sur ($\phi : 0 \rightarrow 2\pi$, $\vartheta : \pi/2 \rightarrow \pi$) de dicha esfera, normalizados por la sección eficaz total de dispersión:

$$\mathcal{A}_{FB} \equiv \frac{\sigma_F - \sigma_B}{\sigma_F + \sigma_B} \quad (3.12)$$

donde:

$$\sigma_F = \int_0^{\pi/2} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{NP} d\Omega \quad ; \quad \sigma_B = \int_{\pi/2}^{\pi} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{NP} d\Omega \quad (3.13)$$

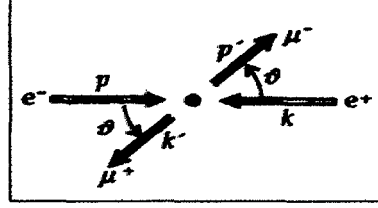


Figura 3.2: Ilustración esquemática de la dispersión en el CM que coincide con el del laboratorio.

El subíndice NP en (3.13), indica que la sección eficaz diferencial es No Polarizada. En la Figura 3.2, ϑ es el ángulo entre la dirección del electrón inicial y la del muón final. De acuerdo a (3.12), la medición de \mathcal{A}_{FB} sirve para comparar la razón de partículas μ^+ dispersadas en la dirección forward ($0 < \vartheta < \pi/2$) y la dirección backward ($\pi/2 < \vartheta < \pi$); razón por la cual, se hace necesario conocer las direcciones relativas entre los estados finales del proceso dispersivo (entre el μ^+ y el μ^-).

La SEDNP en el referencial de C.M. es dada por la siguiente expresión[32]:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{NP} = F(s, M_{Z'}) (1 + \cos^2 \vartheta) + G(s, M_{Z'}) \cos \vartheta \quad (3.14)$$

donde, $F(s, M_{Z'})$ y $G(s, M_{Z'})$ son:

$$F = \frac{\alpha^2}{4s} \left[1 + (g_V^2 + g_A^2)^2 R^2 + (g_V'^2 + g_A'^2)^2 Q^2 + (g_V g_V' + g_A g_A')^2 RQ + 2g_V^2 R + 2g_V'^2 Q \right]$$

$$G = \frac{\alpha^2}{4s} \left[(8g_A^2 g_V^2) R^2 + (8g_A'^2 g_V'^2) Q^2 + 2(g_V g_A' + g_A g_V')^2 RQ + (4g_A^2) R + (4g_A'^2) Q \right] \quad (3.15)$$

Conforme a (3.15) y (3.13), tendremos:

$$\sigma_F = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \{F(s, M_{Z'}) (1 + \cos^2 \vartheta) + G(s, M_{Z'}) \cos \vartheta\} \sin \vartheta d\vartheta d\phi$$

$$\sigma_B = \int_0^{2\pi} \int_{\pi/2}^{\pi} \{F(s, M_{Z'}) (1 + \cos^2 \vartheta) + G(s, M_{Z'}) \cos \vartheta\} \sin \vartheta d\vartheta d\phi$$

Por integración finalmente:

$$\sigma_F = 2\pi \left[\frac{4}{3} F(s, M_{Z'}) + \frac{1}{2} G(s, M_{Z'}) \right] \quad ; \quad \sigma_B = 2\pi \left[\frac{4}{3} F(s, M_{Z'}) - \frac{1}{2} G(s, M_{Z'}) \right] \quad (3.16)$$

Al reemplazar (3.16) en (3.12), se tiene:

$$\boxed{\mathcal{A}_{FB}(s, M_{Z'}) = \frac{3 G(s, M_{Z'})}{8 F(s, M_{Z'})}} \quad (3.17)$$

Si se fija los valores experimentales[31][40]: $M_Z = 91,18$ GeV y $\sin^2 \theta_W = 0,23105$; la dependencia $\mathcal{A}_{FB} = \mathcal{A}_{FB}(s, M_{Z'})$ resulta evidente, dado que la masa del bosón Z' aún no ha sido medido en la actualidad. Así, las expresiones (3.15) toman la siguiente forma:

$$F(s, M_{Z'}) = 1,000 + 0,063 R^2 + 17,963 Q^2 + 0,510 RQ + 0,003 R + 3,776 Q$$

$$G(s, M_{Z'}) = 0,003 R^2 + 35,499 Q^2 + 0,395 RQ + 1,000 R + 9,401 Q \quad (3.18)$$

donde:

$$R(s) = \frac{s}{0,7107(s - 8313,7924)} \quad \text{y} \quad Q(s, M_{Z'}) = \frac{s}{0,7107(s - M_{Z'}^2)} \quad (3.19)$$

El valor numérico de $M_{Z'}$ no es fijo, pero se cuenta con ciertos indicios fenomenológicos acerca del rango de valores que ésta pueda tomar⁶.

3.3. Asimetría Left-Right (\mathcal{A}_{LR})

El cálculo de la Asimetría Left-Right (\mathcal{A}_{LR}) para el caso de la dispersión: $e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$, debe ser desarrollado considerando haces polarizados. Este cálculo podría ser de importante ayuda en la detección del bosón exótico Z' . Para tratar con haces polarizados y poder calcular la **sección eficaz total polarizada (SETP)**, se hará uso de los estados de helicidad izquierdos y derechos de Dirac a fin de que cada partícula tenga su polarización (L ó R) a lo largo de la dirección de movimiento.

⁶Ver detalles en el siguiente capítulo.

Por definición, la **Asimetría left-right** es dada por el siguiente cociente[30]:

$$\mathcal{A}_{LR} \equiv \frac{\sigma_L - \sigma_R}{\sigma_L + \sigma_R} \quad (3.20)$$

donde: $\sigma_L \equiv (1 - P_{e^-})\sigma(e_L^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+)$ y $\sigma_R \equiv (1 + P_{e^-})\sigma(e_R^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+)$. P_{e^-} denota el grado de polarización del electrón, el cual ha sido introducido por consideraciones experimentales. Conforme al Apéndice D, ecuación (D.6), tenemos:

$$\begin{aligned} \sigma(e_L^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+) &= \left(\frac{\alpha^2 \pi}{12q^2} \right) [F_L + G_L] \\ \sigma(e_R^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+) &= \left(\frac{\alpha^2 \pi}{12q^2} \right) [F_R + G_R] \end{aligned} \quad (3.21)$$

De ésta manera, combinando (3.21) y (3.20) podrá obtenerse la expresión final de la asimetría left-right, la cual mostramos a continuación:

$$\boxed{\mathcal{A}_{LR}(s, M_{Z'}) = \frac{(F_L + G_L - F_R - G_R) - P_{e^-} (F_L + G_L + F_R + G_R)}{(F_L + G_L + F_R + G_R) - P_{e^-} (F_L + G_L - F_R - G_R)}} \quad (3.22)$$

siendo, $F_{LR} \equiv F_L^R(s, M_{Z'})$ y $G_{LR} \equiv G_L^R(s, M_{Z'})$ expresiones especificadas en (3.10) y (3.11) respectivamente. Debe recalarse que el resultado (3.22) ha sido obtenido teóricamente usando los diagramas de Feynman de la Figura 3.1., y considerando la interferencia entre las amplitudes de probabilidad correspondientes.

En analogía a la \mathcal{A}_{FB} , la asimetría left-right expuesta en (3.22) también puede ser vista en función de s ó $M_{Z'}$ (siempre y cuando se fije el grado de polarización del electrón), de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\mathcal{A}_{LR}(s, M_{Z'}) = \frac{3,600 + 1,826 R + 0,266 R^2 - 3,258 Q + 0,080 RQ - 6,757 Q^2}{4,000 + 1,996 R + 0,287 R^2 - 0,062 Q + 0,085 RQ + 7,571 Q^2} \quad (3.23)$$

donde, los factores resonantes $R = R(s)$ y $Q = Q(s, M_{Z'})$ son los mismos de antes conforme a la expresión mostrada en (3.19). Para éste resultado se ha tomado $P_{e^-} = -90\%$ en concordancia a las referencias: [30], [39] y [40].

El análisis fenomenológico de las asimetrías Forward-Backward y Left-Right serán discutidas en el siguiente capítulo, dando mayor énfasis a su compatibilidad con el MEE a bajas energías ($\sqrt{s} < 500 \text{ GeV}$).

Análisis Fenomenológico

Índice General

4.1. Límites para la masa del bosón exótico Z'	29
4.2. Análisis de la \mathcal{A}_{FB}	30
4.3. Análisis de la \mathcal{A}_{LR}	31

4.1. Límites para la masa del bosón exótico Z'

La fenomenología actual sugiere que el bosón exótico Z' podría ser descubierto tomando como proceso de prueba a la aniquilación e^-e^+ en $\mu^-\mu^+$ para energías comprendidas entre 1 y 3 TeV [37][42][43]. Estas son las condiciones a las cuales operará el futuro colisionador ILC, a mediados del 2030, y es el que tomaremos como referencia para realizar los cálculos numéricos de las Asimetrías Forward-Backward y Left-Right. Los límites energéticos anteriormente citados para la masa del bosón Z' , provienen de los experimentos realizados en el LEP2¹ y el Tevatron². El CDF (Collider Detector at Fermilab) restringió que $M_{Z'} > 595$ GeV usando la colisión $p\bar{p}$ para $\sqrt{s} = 1.8$ TeV [44], mientras que el OPAL (Omni-Purpose Apparatus for LEP) midió que $M_{Z'} > 781$ GeV en base a la colisión e^-e^+ para $\sqrt{s} = 207$ TeV [45]. Para el cálculo numérico, usaremos los siguientes valores experimentales debidamente referenciados según se muestra a continuación:

Parámetro	Valor experimental	Referencia
$\text{sen}^2\theta_W$	0.23105	[31][40]
M_Z	91.18 GeV	[31][40]
$M_{Z'}$	1.0; 1.8; 2.5; 3.0 TeV	[31][37][38]

Cuadro 4.1: Valores experimentales relacionados al ángulo de Weinberg (θ_W) y a las masas del Z y Z' .

Los valores experimentales del $\text{sen}^2\theta_W$ y de la masa M_Z se han acomodado muy bien a una gran cantidad de evidencia experimental, motivo por el cual, serán tomados como valores fijos en nuestro cálculo numérico.

¹Large Electron Positron Collider, acelerador-colisionador e^-e^+ circular que operó en el CERN entre el año 1989 y el 2000, con rangos de energía de 0-200 GeV.

²Acelerador de partículas circular $p\bar{p}$ ubicado en el Fermilab con rangos de energía de 0-1.8 TeV.

4.2. Análisis de la \mathcal{A}_{FB}

Conforme al resultado obtenido en (3.17), la expresión numérica para la asimetría Forward -Backward correspondiente al modelo 3-3-1 es dada a continuación:

$$\mathcal{A}_{FB}(s, M_{Z'}) = \frac{3}{8} \left[\frac{0,003 R^2 + 35,499 Q^2 + 0,395 RQ + 1,000 R + 9,401 Q}{1,000 + 0,063 R^2 + 17,963 Q^2 + 0,510 RQ + 0,003 R + 3,776 Q} \right]$$

donde:

$$R(s) = \frac{s}{0,7107(s - 8313,7924)} \quad \text{y} \quad Q(s, M_{Z'}) = \frac{s}{0,7107(s - M_{Z'}^2)} \quad (4.1)$$

Por simple inspección podemos notar que la asimetría FB depende de dos parámetros: s y $M_{Z'}$. En lo que sigue, nos interesa estudiar la \mathcal{A}_{FB} en función de la energía del C.M. (\sqrt{s}) con el fin de comparar su comportamiento con el predicho por el MEE y otras extensiones[35][44]. A continuación se muestra un gráfico de la \mathcal{A}_{FB} versus la energía \sqrt{s} (GeV), para cuatro valores fijos de la masa del bosón Z' , conforme a las restricciones especificadas en el cuadro 4.1.

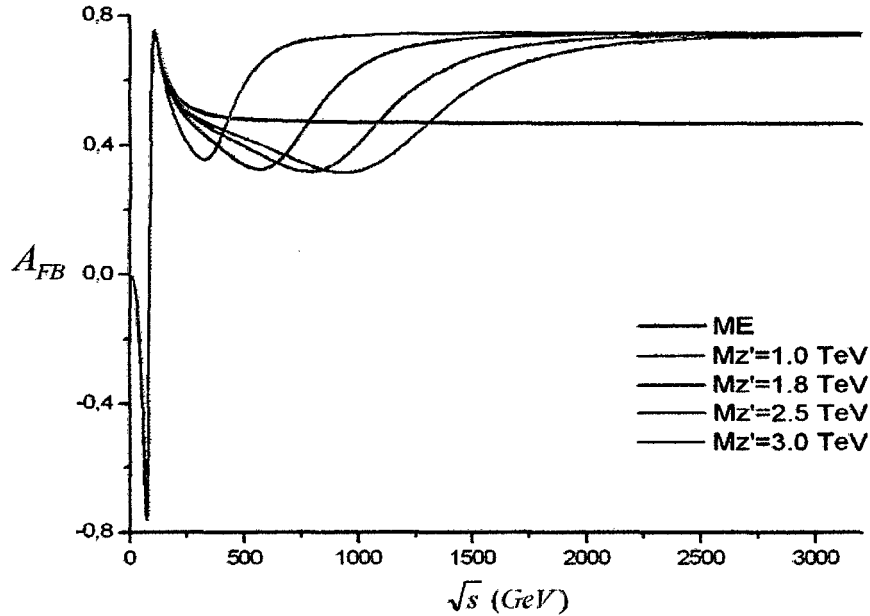


Figura 4.1: Gráfico comparativo entre la Asimetría Forward-Backward del MEE y el modelo 3-3-1.

Notamos que en el rango de energías de 0-200 GeV, la asimetría FB del modelo 3-3-1 (curvas de color: azul, azul oscuro, verde y morado) mantiene un buen comportamiento con respecto a la del MEE (curva de color negra). Para el intervalo

de 200-400 GeV, la asimetría \mathcal{A}_{FB} del 3-3-1 cae mas abruptamente, mientras que la del MEE se comporta suavemente. Finalmente para energías $\sqrt{s} > 400$ GeV, la tendencia de las curvas 3-3-1 se aproximan al valor constante de 0.70 a diferencia del MEE que tiende a 0.47.

4.3. Análisis de la \mathcal{A}_{LR}

De acuerdo al resultado (3.23), la Asimetría Left-Right (\mathcal{A}_{LR}) con un 90 % de electrones polarizados viene dada por la siguiente expresión:

$$\mathcal{A}_{LR}(s, M_{Z'}) = \frac{3,600 + 1,826 R + 0,266 R^2 - 3,258 Q + 0,080 RQ - 6,757 Q^2}{4,000 + 1,996 R + 0,287 R^2 - 0,062 Q + 0,085 RQ + 7,571 Q^2}$$

siendo, R y Q los mismos factores resonantes especificados en la expresión (4.1). En analogía a la asimetría FB, nos interesa reproducir un gráfico de la \mathcal{A}_{LR} versus la energía \sqrt{s} (GeV), para cuatro valores fijos de la masa del bosón Z' , dando como resultado las figuras 4.2 y 4.3 mostradas a continuación.

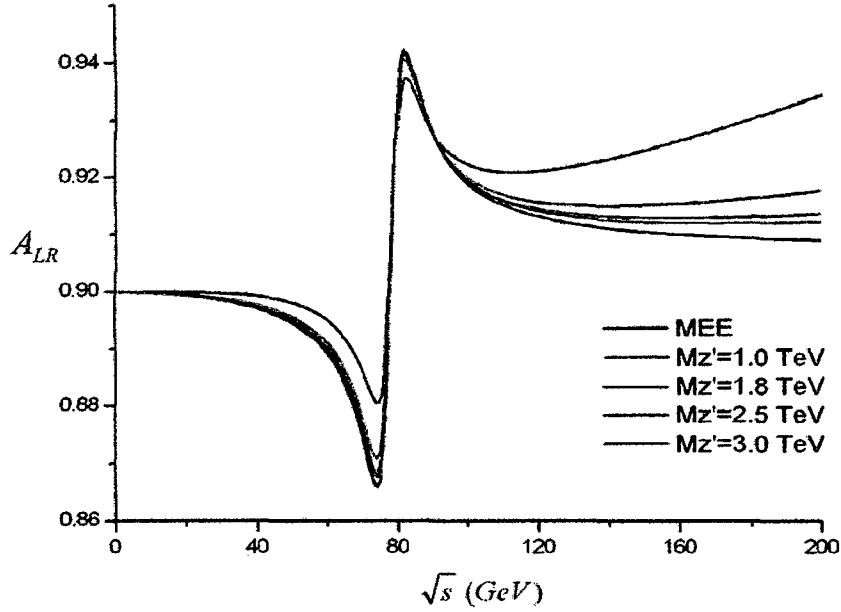


Figura 4.2: Asimetrías Left-Right para el MEE y el modelo 3-3-1 en el rango de energías de 0-200 GeV, bajo el proceso polarizado $e_{LR}^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$.

En la figura 4.2 comparamos las asimetrías LR para el MEE (curva de color roja) y el 3-3-1 (curvas de color: negra, verde, naranja y azul) en la región baja de 0-200 GeV. En éste rango de energías, la asimetría LR del 3-3-1 tiende a la del MEE a medida que aumenta la masa del bosón exótico Z' .

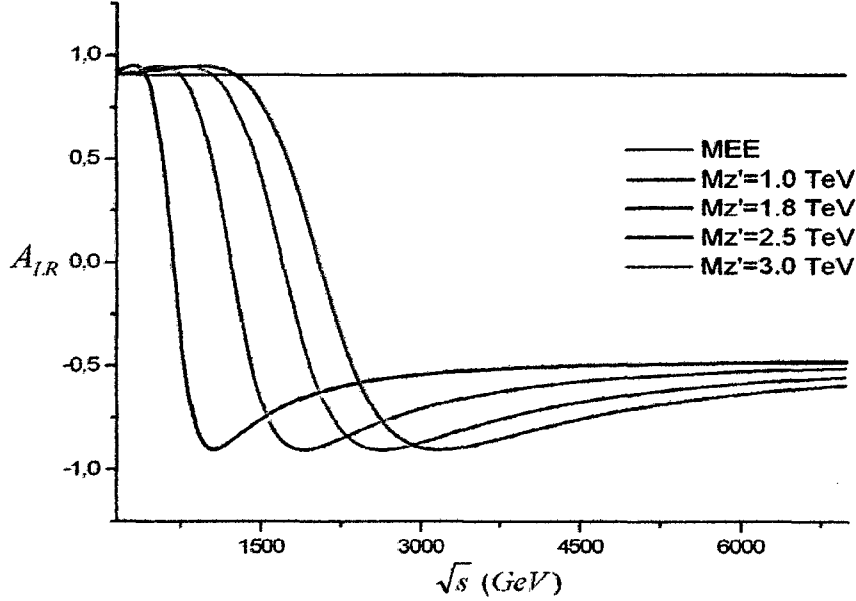


Figura 4.3: Asimetrías Left-Right para el MEE y el modelo 3-3-1 en el rango de energías de 200-6500 GeV, bajo el proceso polarizado $e_{LR}^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$. La escala empleada aquí no coincide con la mostrada en la Figura 4.2.

La Figura 4.3 muestra la continuación del gráfico discutido en la Figura 4.2. Se observa que entre 800 y 3400 GeV aparecen mínimos locales para $\sqrt{s} \approx 1.0$; 1.8; 2.5 y 3.0 TeV; esto es, para valores de energía muy cercanas a la masa del Z' . Finalmente para energías $\sqrt{s} > 3400$ GeV, la tendencia al MEE es descartada pues la asimetría LR del MEE tiende al valor constante de 0.98 a diferencia del modelo 3-3-1 cuyo valor de asimetría tiende al valor de -0.5.

La aparición de éstos mínimos locales para valores cercanos a la $M_{Z'}$, nos proyecta a realizar estudios de la \mathcal{A}_{LR} en función de la masa $M_{Z'}$. En la \mathcal{A}_{FB} no se observó presencia alguna de éste tipo de comportamiento para energías cercanas a la masa del Z' , conforme a la Figura 4.1. Siendo así, a continuación se muestra un gráfico de la \mathcal{A}_{LR} versus la masa del bosón exótico Z' , para tres valores fijos de la energía $\sqrt{s} = 2.5, 2.8$ y 3.0 TeV, en concordancia con las referencias [30][39].

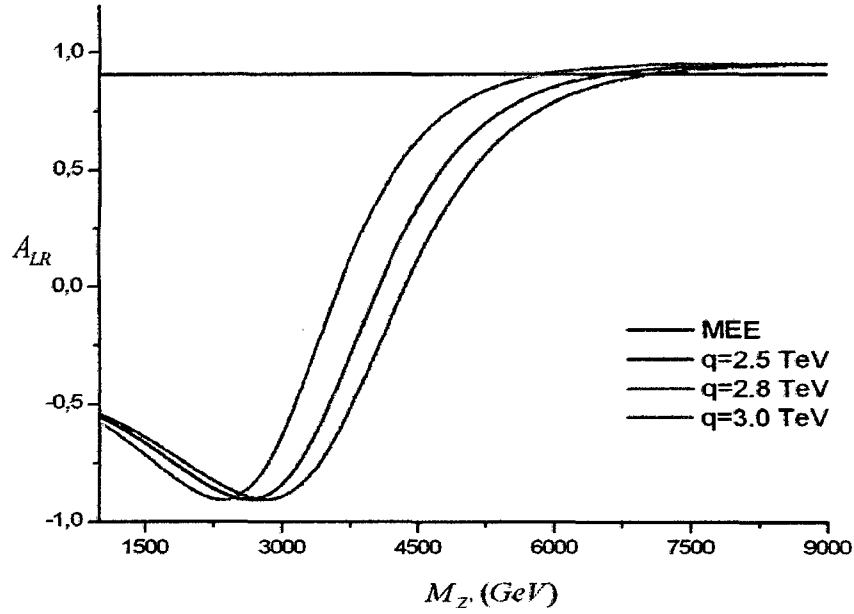


Figura 4.4: La Asimetría LR versus $M_{Z'}$ para el MEE y el modelo 3-3-1, bajo el proceso polarizado $e_{LR}^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$. Se ha empleado la notación $q = \sqrt{s}$.

Finalmente presentamos la Figura 4.4 para la asimetría LR, la cual muestra que las tendencias asintóticas del modelo 3-3-1 (curvas de color: naranja, marrón y verde) al MEE (curva constante: azul) presentan mejoras, a diferencia de lo obtenido en la Figura 4.3, en el ámbito de energías $\sqrt{s} > 6000$ GeV. Además, se mantiene el comportamiento extremal local para 2.5, 2.8 y 3.0 TeV; lo cual brinda un buen resultado frente a los obtenidos en la referencia [31].

Comentarios y conclusiones

Esta tesis ha sido desarrollada dentro del marco teórico de una extensión del Modelo Estándar con simetría electrodébil de calibre local $SU(3)_L \times U(1)_N$, habiéndose tomado como referencias principalmente a los artículos publicados por: Pleitez[24], Tonasse[25], Pisano[27] y Montero[28]. Partiendo de las reglas de Feynman establecidas por éste modelo, se procedió con el cálculo y análisis de las Asimetrías FB (\mathcal{A}_{FB}) y LR (\mathcal{A}_{LR}), vía la aniquilación e^-e^+ en $\mu^-\mu^+$. Cabe mencionar que dicho proceso se llevará a cabo en el futuro colisionador ILC a mediados del 2030.

De los resultados obtenidos en la Tesis, se concluye lo siguiente:

- Las asimetrías FB y LR son una forma de medir el nivel de interferencia entre la fuerza electromagnética y la débil. Esto ocurre por el hecho de que éstas asimetrías son muy sensibles a las interferencias de procesos distintos de la Electrodinámica cuántica y en particular a los bosones neutros Z y Z' .
- Las asimetrías FB y LR también son útiles para comparar modelos que van mas allá del ME, en las cercanías del polo Z' .
- La asimetría LR elegida en éste trabajo no es la única. Conforme a la referencia [29], para el cálculo de éste tipo de asimetría pueden considerarse los siguientes casos: a) Haz de electrones polarizados y el resto de partículas sin polarización, b) Ambos haces incidentes (electrones y positrones) polarizados y el resto no, y c) Tanto las partículas iniciales como las finales polarizadas. Para el segundo y tercer caso debe tomarse en cuenta que las amplitudes de probabilidad distintas de cero son del tipo: $\mathcal{M}(e_L^- e_R^+ \rightarrow \mu_L^- \mu_R^+)$, $\mathcal{M}(e_L^- e_R^+ \rightarrow \mu_R^- \mu_L^+)$, $\mathcal{M}(e_R^- e_L^+ \rightarrow \mu_L^- \mu_R^+)$ y $\mathcal{M}(e_R^- e_L^+ \rightarrow \mu_R^- \mu_L^+)$. Esto implica que sólo las partículas incidentes con helicidad contraria contribuyen en el cálculo de la amplitud de probabilidad total.
- Para el cálculo de la amplitud de probabilidad total se han considerado los productos de la forma: $|\mathcal{M}_\gamma|^2$, $|\mathcal{M}_Z|^2$, $|\mathcal{M}_{Z'}|^2$, $\mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_Z^+$, $\mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_{Z'}^+$ y $\mathcal{M}_Z \mathcal{M}_{Z'}^+$. Así se consigue que las asimetrías FB y LR dependan de los parámetros libres¹: \sqrt{s} y $M_{Z'}$.
- No se han introducido correcciones del tipo Breit-Wigner[45] en los factores resonantes²: R y Q , debido a que la Asimetría (\mathcal{A}_{FB} ó \mathcal{A}_{LR}) es un cociente que

¹Ver las expresiones (3.17) y (3.23).

²Ver la expresión (3.5).

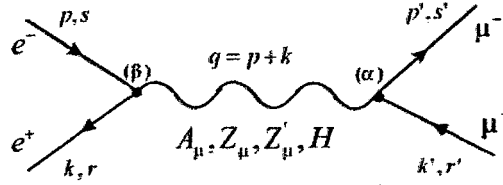
permite cancelar las indeterminaciones en los polos $s = M_{Z'}^2$ y $s = M_Z^2$ (Ver apéndice E).

- De acuerdo con la Figura 4.1, sólo para valores de energía (\sqrt{s}) menores a 200 GeV las curvas de la \mathcal{A}_{FB} del Modelo 3-3-1 (fijando $M_{Z'} = 1.0, 1.8, 2.5$ y 3.0 TeV) se superponen con la del ME. En la actualidad, no se cuenta con una base datos experimentales que contemple el rango de energías mayores a 200 GeV. Esto posiciona al Modelo 3-3-1 como una buena extensión del ME.
- La Figura 4.2 permite concluir que el valor de $M_{Z'}$ (en el rango $\sqrt{s} \leq 200$ GeV) se aproxima a 3.0 TeV³, pues sólo para éste valor de masa, la curva de la asimetría LR del Modelo 3-3-1 se superpone con la del ME.
- Con los mínimos locales expuestos en las Figuras 4.3 y 4.4, se concluye que la \mathcal{A}_{LR} es una buena herramienta que permite identificar la presencia del bosón exótico Z' .
- La expresión \mathcal{A}_{LR} es una medida de la violación de la paridad [48][49], pues su valor muestra la importancia de la paridad del electrón en procesos de dispersión con bosones intermediarios neutros.
- Por último, queremos indicar que podrían realizarse trabajos a futuros para el caso de la asimetría LR. Como se comentó anteriormente, la asimetría LR puede realizarse de varias maneras. Entre los mas factibles sería el caso en que ambos haces incidentes (e^- y e^+) sean polarizados. Este tipo de eventos también se llevarán a cabo en el futuro colisionador ILC, y podrían dar evidenciar de Nueva Física. Por lo pronto quedan establecidos resultados fenomenológicos que esperan ser puestos a prueba una vez que el ILC empiece a operar.

³En las referencias [31][37][38], $M_{Z'}$ tomaría valores comprendidos entre 1 TeV y 5 TeV.

Contribución del bosón de Higgs

Los cuatro diagramas de Feynman (a diferencia de los tres diagramas mostrados en la Figura 3.1) correspondientes al proceso $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$, a nivel de árbol, son de la forma:



donde, H representa el campo escalar de Higgs (Este campo físico está en función de los parámetros del modelo).

En base a éstos cuatro diagramas y conjuntamente con las reglas de Feynman de los modelos L-R[14] y 3-3-1[28], pretendemos sustentar porque la contribución del bosón de Higgs no es considerada en el cálculo de la sección eficaz vía la dispersión tratadas.

Conforme a los trabajos de Tesis de Maestría de H. Diaz[33] y J. Reyes[24], se han obtenido los siguientes resultados numéricos:

$$\sigma_{CM}^{331} \approx \left[\frac{0,087}{s} \right] \{ 1 + 0,063 R^2 + 15,847 Q^2 + 0,478 RQ + 0,002 R + 1,760 Q + 10^{-20} Y^2 \}$$

$$\sigma_{CM}^{LR} \approx \left[\frac{5185,05}{s} \right] \{ 16,75 + 1,05 R^2 + 0,07 Q^2 + 0,52 RQ + 2,21 \times 10^{-16} Y^2 \}$$
(A.1)

donde:

$$R(s) \sim \frac{s}{[(s - M_Z^2 + \Gamma_Z^2/4)^2 + M_Z^2 \Gamma_Z^2]^{1/2}}$$

$$Q(s) \sim \frac{s}{[(s - M_{Z'}^2 + \Gamma_{Z'}^2/4)^2 + M_{Z'}^2 \Gamma_{Z'}^2]^{1/2}}$$

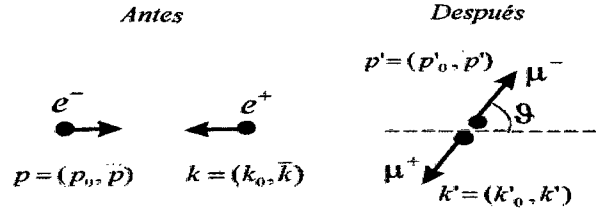
$$Y(s) \sim \frac{s}{[(s - M_H^2 + \Gamma_H^2/4)^2 + M_H^2 \Gamma_H^2]^{1/2}}$$
(A.2)

Aquí, se han introducido correcciones del tipo Breit-Wigner[45], la cual involucra a los decaimientos intrínsecos de las partículas intermedias (Γ_Z , $\Gamma_{Z'}$ y Γ_H). De ésta manera las secciones eficaces de dispersión (A.1), no divergen en sus respectivos polos.

Conforme a la expresión (A.1), el coeficiente numérico que acompaña al factor resonante de Higgs, Y^2 , es prácticamente insignificante ($\approx 10^{-20}$ y 10^{-16}) frente al resto de términos. Por lo tanto, concluimos que el proceso dispersivo $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, no es favorable para el estudio de bosones de Higgs.

Cinemática del proceso en el referencial del C.M.

Consideremos la figura del proceso:



En ésta figura, se señala el ángulo de dispersión (ϑ) y sus correspondientes cuadrimentos antes y después de la dispersión. Así, por conservación del cuadrimento, obtenemos lo siguiente:

$$|\vec{p}| = |\vec{k}| \quad y \quad |\vec{p}'| = |\vec{k}'| \tag{B.1}$$

$$p_0 + k_0 = p'_0 + k'_0$$

En la aproximación de altas energías, obtenemos:

$$\begin{aligned}
 p_0 &= \sqrt{m_e^2 + |\vec{p}|^2} \approx |\vec{p}| & k_0 &= \sqrt{m_e^2 + |\vec{k}|^2} \approx |\vec{k}| \\
 p'_0 &= \sqrt{m_\mu^2 + |\vec{p}'|^2} \approx |\vec{p}'| & k'_0 &= \sqrt{m_\mu^2 + |\vec{k}'|^2} \approx |\vec{k}'|
 \end{aligned} \tag{B.2}$$

Combinando (B.1) con (B.2), vemos que:

$$p_0 \approx k_0 \quad ; \quad p'_0 \approx k'_0 \quad ; \quad p_0 \approx p'_0$$

Por lo tanto, bajo las aproximaciones expuestas anteriormente podemos concluir lo siguiente:

$$p_0 \approx p'_0 \approx k_0 \approx k'_0$$

El producto $q^2 \equiv q_\mu q^\mu$ es una invariante (es la misma en todos los sistemas inerciales) y de acuerdo a la notación introducida se tiene:

$$q^2 \equiv (k + p)^2 = (k_0 + p_0)(k_0 + p_0) - (\vec{k} + \vec{p}) \cdot (\vec{k} + \vec{p}) \approx 4p_0^2$$

Por lo tanto, se verifica en ésta aproximación:

$$p_0 \approx k_0 \approx p'_0 \approx k'_0 \approx q/2 \quad (\text{B.3})$$

Así, procedemos con los siguientes productos cuadrimensionales:

$$\begin{aligned} (p' \cdot p) &= p'_0 p_0 - (\vec{p}' \cdot \vec{p}) \approx \frac{s}{4}(1 - \cos \vartheta) \\ (k' \cdot k) &= k'_0 k_0 - (\vec{k}' \cdot \vec{k}) \approx \frac{s}{4}(1 - \cos \vartheta) \\ (p' \cdot k) &= p'_0 k_0 - (\vec{p}' \cdot \vec{k}) \approx \frac{s}{4}(1 + \cos \vartheta) \\ (k' \cdot p) &= k'_0 p_0 - (\vec{k}' \cdot \vec{p}) \approx \frac{s}{4}(1 + \cos \vartheta) \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

donde, se ha denotado: $q^2 = s$.

Los resultados obtenidos en (B.4), serán utilizados en el cálculo final de las amplitudes de probabilidad del capítulo 3.

Términos de la amplitud de probabilidad

Índice General

C.0.1. Cálculos previos	40
C.0.2. Términos de amplitud	44

C.0.1. Cálculos previos

Relación 1 (de completitud):

$$\sum_{s=1,2} u_s \bar{u}_s = (\not{p} + m) \quad ; \quad \sum_{s=1,2} v_s \bar{v}_s = (\not{p} - m) \quad (C.1)$$

Relación 2:

$$\gamma_5^+ = \gamma_5 \quad ; \quad \gamma_5 \gamma_0 = -\gamma_0 \gamma_5 \quad ; \quad P_{L,R} \gamma_0 = \gamma_0 P_{L,R} \quad (C.2)$$

Relación 3:

$$\begin{aligned} (P_{L,R} \psi)^+ &= (\psi_{L,R})^+ \Rightarrow \psi^+ P_{L,R} = \psi_{L,R}^+ \Rightarrow \psi^+ P_{L,R} \gamma^0 = \psi_{L,R}^+ \gamma^0 \\ &\Rightarrow \psi^+ \gamma^0 P_{R,L} = \bar{\psi}_{L,R} \Rightarrow \bar{\psi} P_{R,L} = \bar{\psi}_{L,R} \end{aligned} \quad (C.3)$$

Relación 4:

$$\begin{aligned} [\bar{u}_s \gamma^\alpha v_r]^+ &= v_r^+ [\bar{u}_s \gamma^\alpha]^+ = v_r^+ \gamma^{\alpha+} \bar{u}_s^+ = v_r^+ \gamma^{\alpha+} [u_s^+ \gamma^0]^+ = v_r^+ \gamma^{\alpha+} \gamma^{0+} u_s \\ &= v_r^+ \gamma^0 \gamma^0 \gamma^{\alpha+} \gamma^{0+} u_s = \bar{v}_r \gamma^\alpha u_s \end{aligned} \quad (C.4)$$

$$[\bar{u}_s \gamma^\alpha P_{L,R} v_r]^+ = \bar{v}_r \gamma^\alpha P_{L,R} u_s \quad (C.5)$$

$$[\bar{u}_s \Gamma_x^\alpha P_{L,R} v_r]^+ = \bar{v}_r \Gamma_x^\alpha P_{L,R} u_s \quad (C.6)$$

donde:

$$\Gamma_x^\alpha = \gamma^\alpha (g_V - g_A \gamma_5), \quad \gamma^\alpha (g'_V - g'_A \gamma_5)$$

Relación 5:

$$\begin{aligned} \text{Tr}[\gamma^a \gamma^\mu \gamma^b \gamma^\alpha] &= 4[g^{a\mu} g^{b\alpha} - g^{ab} g^{\mu\alpha} + g^{a\alpha} g^{\mu b}] \\ \text{Tr}[\gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma_5] &= -4i\varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu} \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

Relación 6:

$$\begin{aligned} \text{Tr}[A\gamma^\alpha B\gamma^{\hat{\alpha}}] &= A_\lambda B_\sigma \text{Tr}[\gamma^\lambda \gamma^\alpha \gamma^\sigma \gamma^{\hat{\alpha}}] \\ &= A_\lambda B_\sigma 4[g^{\lambda\alpha} g^{\sigma\hat{\alpha}} - g^{\lambda\sigma} g^{\alpha\hat{\alpha}} + g^{\lambda\hat{\alpha}} g^{\alpha\sigma}] \\ &= 4[A^\alpha B^{\hat{\alpha}} - A^\sigma B_\sigma g^{\alpha\hat{\alpha}} + A^{\hat{\alpha}} B^\alpha] \\ &= 4[A^\alpha B^{\hat{\alpha}} + A^{\hat{\alpha}} B^\alpha - g^{\alpha\hat{\alpha}}(A.B)] \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

$$\text{Tr}[A\gamma^\alpha B\gamma^{\hat{\alpha}}\gamma_5] = A_\lambda B_\sigma \text{Tr}[\gamma^\lambda \gamma^\alpha \gamma^\sigma \gamma^{\hat{\alpha}} \gamma_5] = -4i\varepsilon^{\lambda\alpha\sigma\hat{\alpha}} A_\lambda B_\sigma \quad (\text{C.9})$$

Relación 7:

$$\begin{aligned} \text{Tr}[A\gamma^\alpha B\gamma^{\hat{\alpha}} P_L^k] &= \frac{1}{2} A_\lambda B_\sigma \text{Tr}[\gamma^\lambda \gamma^\alpha \gamma^\sigma \gamma^{\hat{\alpha}} (1 \pm \gamma_5)] \\ &= \frac{1}{2} A_\lambda B_\sigma \left\{ \text{Tr}[\gamma^\lambda \gamma^\alpha \gamma^\sigma \gamma^{\hat{\alpha}}] \pm \text{Tr}[\gamma^\lambda \gamma^\alpha \gamma^\sigma \gamma^{\hat{\alpha}} \gamma_5] \right\} \\ &= \frac{1}{2} A_\lambda B_\sigma \left\{ 4[g^{\lambda\alpha} g^{\sigma\hat{\alpha}} - g^{\lambda\sigma} g^{\alpha\hat{\alpha}} + g^{\lambda\hat{\alpha}} g^{\alpha\sigma}] \pm [-4i\varepsilon^{\lambda\alpha\sigma\hat{\alpha}}] \right\} \\ &= 2 A_\lambda B_\sigma \left[g^{\lambda\alpha} g^{\sigma\hat{\alpha}} - g^{\lambda\sigma} g^{\alpha\hat{\alpha}} + g^{\lambda\hat{\alpha}} g^{\alpha\sigma} \mp i\varepsilon^{\lambda\alpha\sigma\hat{\alpha}} \right] \\ &= 2 \left[A^\alpha B^{\hat{\alpha}} + A^{\hat{\alpha}} B^\alpha - g^{\alpha\hat{\alpha}}(A.B) \mp i\varepsilon^{\lambda\alpha\sigma\hat{\alpha}} A_\lambda B_\sigma \right] \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

Relación 8:

$$\begin{cases} -i\varepsilon_{\alpha\mu\beta\nu} A^\alpha B^\beta (A^\mu B^\nu + A^\nu B^\mu) = 0 \\ \varepsilon^{\alpha\mu\beta\nu} = -\varepsilon_{\alpha\mu\beta\nu} \\ g^{\alpha\hat{\alpha}}(k_\lambda p_\sigma) \varepsilon_{\alpha\hat{\alpha}}^{\lambda\sigma} = 0 \quad (\text{Indices repetidos anula al tensor epsilon}) \end{cases} \quad (\text{C.11})$$

Relación 9:

$$\begin{aligned} \text{Tr}[A\gamma^\alpha B\Gamma_{\hat{Z}}] &= \text{Tr}[A\gamma^\alpha B\gamma^{\hat{\alpha}}(g_V - g_A\gamma_5)] \\ &= g_V \text{Tr}[A\gamma^\alpha B\gamma^{\hat{\alpha}}] - g_A \text{Tr}[A\gamma^\alpha B\gamma^{\hat{\alpha}}\gamma_5] \\ &= 4 \left\{ g_V [A^\alpha B^{\hat{\alpha}} + A^{\hat{\alpha}} B^\alpha - g^{\alpha\hat{\alpha}}(A.B)] + i g_A \varepsilon^{\lambda\alpha\sigma\hat{\alpha}} A_\lambda B_\sigma \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

Relación 10:

$$\text{Tr}[A\gamma^\alpha \mathcal{B}\Gamma_{\hat{Z}}^{\hat{\alpha}} P_L^R] = \frac{1}{2} \text{Tr}[A\gamma^\alpha \mathcal{B}\gamma^{\hat{\alpha}}(g_V - g_A\gamma_5)(1 \pm \gamma_5)]$$

Tomando en cuenta que, $(\gamma_5)^2 = 1$, tenemos:

$$(g_V - g_A\gamma_5)(1 \pm \gamma_5) = g_V \pm g_V\gamma_5 - g_A\gamma_5 \mp g_A = (g_V \mp g_A)(1 \pm \gamma_5)$$

Luego:

$$\text{Tr}[A\gamma^\alpha \mathcal{B}\Gamma_{\hat{Z}}^{\hat{\alpha}} P_L^R] = \frac{1}{2}(g_V \mp g_A) \left\{ \text{Tr}[A\gamma^\alpha \mathcal{B}\gamma^{\hat{\alpha}}] \pm \text{Tr}[A\gamma^\alpha \mathcal{B}\gamma^{\hat{\alpha}}\gamma_5] \right\}$$

Finalmente usando (C.8) y (C.9):

$$\text{Tr}[A\gamma^\alpha \mathcal{B}\Gamma_{\hat{Z}}^{\hat{\alpha}} P_L^R] = 2(g_V \mp g_A) \left\{ [A^\alpha B^{\hat{\alpha}} + A^{\hat{\alpha}} B^\alpha - g^{\alpha\hat{\alpha}}(A.B)] \mp i\varepsilon^{\lambda\alpha\sigma\hat{\alpha}} A_\lambda B_\sigma \right\} \quad (\text{C.13})$$

Relación 11:

$$\varepsilon^{\lambda\alpha\sigma\beta} \varepsilon_{\theta\alpha\phi\beta} = 2 \left(g_\phi^\lambda g_\theta^\sigma - g_\theta^\lambda g_\phi^\sigma \right) \quad (\text{C.14})$$

Relación 12:

$$\begin{aligned} p'_\theta k'_\phi k_\lambda p_\sigma \varepsilon^{\theta\alpha\phi\hat{\alpha}} \varepsilon_{\alpha\hat{\alpha}}^{\lambda\sigma} &= p'_\theta k'_\phi k^\lambda p^\sigma \varepsilon^{\theta\alpha\phi\hat{\alpha}} \varepsilon_{\lambda\alpha\sigma\hat{\alpha}} = 2p'_\theta k'_\phi k^\lambda p^\sigma [g_\sigma^\theta g_\lambda^\phi - g_\lambda^\theta g_\sigma^\phi] \\ &= 2[(p'_\theta g_\sigma^\theta)(k'_\phi g_\lambda^\phi)k^\lambda p^\sigma - (p'_\theta g_\lambda^\theta)(k'_\phi g_\sigma^\phi)k^\lambda p^\sigma] \\ &= 2[p'_\sigma k'_\lambda k^\lambda p^\sigma - p'_\lambda k'_\sigma k^\lambda p^\sigma] = 2[(p' \cdot p)(k' \cdot k) - (p' \cdot k)(k' \cdot p)] \end{aligned} \quad (\text{C.15})$$

Relación 13:

$$\begin{aligned} \text{Tr}[A\Gamma_{\hat{Z}}^\alpha \mathcal{B}\Gamma_{\hat{Z}}^{\hat{\alpha}}] &= \text{Tr}[A\gamma^\alpha(g_V - g_A\gamma_5) \mathcal{B}\gamma^{\hat{\alpha}}(g_V - g_A\gamma_5)] = \text{Tr}[A\gamma^\alpha \mathcal{B}\gamma^{\hat{\alpha}}(g_V - g_A\gamma_5)^2] \\ &= (g_V^2 + g_A^2) \text{Tr}[A\gamma^\alpha \mathcal{B}\gamma^{\hat{\alpha}}] - 2g_V g_A \text{Tr}[A\gamma^\alpha \mathcal{B}\gamma^{\hat{\alpha}}\gamma_5] \\ &= 4 \left\{ (g_V^2 + g_A^2)[A^\alpha B^{\hat{\alpha}} + A^{\hat{\alpha}} B^\alpha - g^{\alpha\hat{\alpha}}(A.B)] + 2i g_V g_A \varepsilon^{\lambda\alpha\sigma\hat{\alpha}} A_\lambda B_\sigma \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.16})$$

Relación 14:

$$\begin{aligned} \text{Tr}[A\gamma^\alpha \mathcal{B}\gamma^{\hat{\alpha}}\gamma_5 P_L^R] &= \frac{1}{2} \text{Tr}[A\gamma^\alpha \mathcal{B}\gamma^{\hat{\alpha}}\gamma_5(1 \pm \gamma_5)] = \frac{1}{2} \text{Tr}[A\gamma^\alpha \mathcal{B}\gamma^{\hat{\alpha}}(\gamma_5 \pm 1)] \\ &= \pm \text{Tr}[A\gamma^\alpha \mathcal{B}\gamma^{\hat{\alpha}}(1 \pm \gamma_5)/2] = \pm \text{Tr}[A\gamma^\alpha \mathcal{B}\gamma^{\hat{\alpha}} P_L^R] \\ &= \pm 2 \left[A^\alpha B^{\hat{\alpha}} + A^{\hat{\alpha}} B^\alpha - g^{\alpha\hat{\alpha}}(A.B) \mp i\varepsilon^{\lambda\alpha\sigma\hat{\alpha}} A_\lambda B_\sigma \right] \end{aligned} \quad (\text{C.17})$$

Relación 15:

$$\begin{aligned} \text{Tr}[A\Gamma_{\hat{Z}}^\alpha \mathcal{B}\Gamma_{\hat{Z}}^{\hat{\alpha}} P_L^R] &= \text{Tr}[A\gamma^\alpha(g_V - g_A\gamma_5) \mathcal{B}\gamma^{\hat{\alpha}}(g_V - g_A\gamma_5) P_L^R] \\ &= (g_V^2 + g_A^2) \text{Tr}[A\gamma^\alpha \mathcal{B}\gamma^{\hat{\alpha}} P_L^R] - 2g_V g_A \text{Tr}[A\gamma^\alpha \mathcal{B}\gamma^{\hat{\alpha}}\gamma_5 P_L^R] \\ &= 2(g_V^2 + g_A^2) \left[A^\alpha B^{\hat{\alpha}} + A^{\hat{\alpha}} B^\alpha - g^{\alpha\hat{\alpha}}(A.B) \mp i\varepsilon^{\lambda\alpha\sigma\hat{\alpha}} A_\lambda B_\sigma \right] - \\ &\quad \pm 4g_V g_A \left[A^\alpha B^{\hat{\alpha}} + A^{\hat{\alpha}} B^\alpha - g^{\alpha\hat{\alpha}}(A.B) \mp i\varepsilon^{\lambda\alpha\sigma\hat{\alpha}} A_\lambda B_\sigma \right] \end{aligned}$$

$$\text{Tr}[A\Gamma_Z^\alpha \beta\Gamma_Z^{\hat{\alpha}} P_L^R] = 2(g_V \mp g_A)^2 \left[A^\alpha B^{\hat{\alpha}} + A^{\hat{\alpha}} B^\alpha - g^{\alpha\hat{\alpha}}(A.B) \mp i\varepsilon^{\lambda\alpha\sigma\hat{\alpha}} A_\lambda B_\sigma \right] \quad (\text{C.18})$$

Relación 16:

$$\text{Tr}[A\Gamma_Z^\alpha \beta\Gamma_Z^{\hat{\alpha}}] = \text{Tr}[A\gamma^\alpha(g_V - g_A\gamma_5) \beta\gamma^{\hat{\alpha}}(g'_V - g'_A\gamma_5)] = \text{Tr}[A\gamma^\alpha \beta\gamma^{\hat{\alpha}}(g_V - g_A\gamma_5)(g'_V - g'_A\gamma_5)]$$

Veamos:

$$(g_V - g_A\gamma_5)(g'_V - g'_A\gamma_5) = g_V g'_V - g_V g'_A \gamma_5 - g_A g'_V \gamma_5 + g_A g'_A = \underbrace{(g_V g'_V + g_A g'_A)}_a - \underbrace{(g_V g'_A + g'_V g_A)}_b \gamma_5$$

Luego:

$$\begin{aligned} \text{Tr}[A\Gamma_Z^\alpha \beta\Gamma_Z^{\hat{\alpha}}] &= a \text{Tr}[A\gamma^\alpha \beta\gamma^{\hat{\alpha}}] - b \text{Tr}[A\gamma^\alpha \beta\gamma^{\hat{\alpha}}\gamma_5] \\ &= 4 \left\{ a [A^\alpha B^{\hat{\alpha}} + A^{\hat{\alpha}} B^\alpha - g^{\alpha\hat{\alpha}}(A.B)] + i b \varepsilon^{\lambda\alpha\sigma\hat{\alpha}} A_\lambda B_\sigma \right\} \quad (\text{C.19}) \end{aligned}$$

Relación 17:

$$\begin{aligned} \text{Tr}[A\Gamma_Z^\alpha \beta\Gamma_Z^{\hat{\alpha}} P_L^R] &= \text{Tr}[A\gamma^\alpha(g_V - g_A\gamma_5) \beta\gamma^{\hat{\alpha}}(g'_V - g'_A\gamma_5) P_L^R] \\ &= a \text{Tr}[A\gamma^\alpha \beta\gamma^{\hat{\alpha}} P_L^R] - b \text{Tr}[A\gamma^\alpha \beta\gamma^{\hat{\alpha}}\gamma_5 P_L^R] \\ &= 2 \left\{ a [A^\alpha B^{\hat{\alpha}} + A^{\hat{\alpha}} B^\alpha - g^{\alpha\hat{\alpha}}(A.B) \mp i\varepsilon^{\lambda\alpha\sigma\hat{\alpha}} A_\lambda B_\sigma] \right. \\ &\quad \left. \mp b [A^\alpha B^{\hat{\alpha}} + A^{\hat{\alpha}} B^\alpha - g^{\alpha\hat{\alpha}}(A.B) \mp i\varepsilon^{\lambda\alpha\sigma\hat{\alpha}} A_\lambda B_\sigma] \right\} \\ &= 2(a \mp b) [A^\alpha B^{\hat{\alpha}} + A^{\hat{\alpha}} B^\alpha - g^{\alpha\hat{\alpha}}(A.B) \mp i\varepsilon^{\lambda\alpha\sigma\hat{\alpha}} A_\lambda B_\sigma] \quad (\text{C.20}) \end{aligned}$$

C.0.2. Términos de amplitud

Conforme a la expresión (3.8), el cálculo de la amplitud de probabilidad total polarizada (R y L) es dada por:

$$\begin{aligned}
\sum_{spins} |\mathcal{M}_L^R|^2 &= \sum_{spins} (\mathcal{M}_{L\gamma}^R + \mathcal{M}_{LZ}^R + \mathcal{M}_{LZ'}^R) (\mathcal{M}_{L\gamma}^R + \mathcal{M}_{LZ}^R + \mathcal{M}_{LZ'}^R)^+ \\
&= \sum_{spins} \left\{ \mathcal{M}_{L\gamma}^R \mathcal{M}_{L\gamma}^{R+} + \mathcal{M}_{L\gamma}^R \mathcal{M}_{LZ}^{R+} + \mathcal{M}_{L\gamma}^R \mathcal{M}_{LZ'}^{R+} \right. \\
&\quad + \mathcal{M}_{LZ}^R \mathcal{M}_{L\gamma}^{R+} + \mathcal{M}_{LZ}^R \mathcal{M}_{LZ}^{R+} + \mathcal{M}_{LZ}^R \mathcal{M}_{LZ'}^{R+} \\
&\quad \left. + \mathcal{M}_{LZ'}^R \mathcal{M}_{L\gamma}^{R+} + \mathcal{M}_{LZ'}^R \mathcal{M}_{LZ}^{R+} + \mathcal{M}_{LZ'}^R \mathcal{M}_{LZ'}^{R+} \right\} \quad (C.21)
\end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{L\gamma}^R &= (ie^2) \frac{g_{\alpha\beta}}{q^2} [\bar{u}_{s'} \gamma^\alpha v_r] [\bar{v}_r \gamma^\beta P_L^R u_s] \\
\mathcal{M}_{LZ}^R &= \left(\frac{ig^2}{4C_W^2} \right) \frac{g_{\alpha\beta}}{(q^2 - M_Z^2)} [\bar{u}_{s'} \Gamma_Z^\alpha v_r] [\bar{v}_r \Gamma_Z^\beta P_L^R u_s] \\
\mathcal{M}_{LZ'}^R &= \left(\frac{ig^2}{4C_W^2} \right) \frac{g_{\alpha\beta}}{(q^2 - M_{Z'}^2)} [\bar{u}_{s'} \Gamma_{Z'}^\alpha v_r] [\bar{v}_r \Gamma_Z^\beta P_L^R u_s]
\end{aligned} \quad (C.22)$$

Tomando sus adjuntas:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{L\gamma}^{R+} &= (-ie^2) \frac{g_{\hat{\alpha}\hat{\beta}}}{q^2} [\bar{u}_s \gamma^{\hat{\beta}} P_L^R v_r] [\bar{v}_{r'} \gamma^{\hat{\alpha}} u_{s'}] \\
\mathcal{M}_{LZ}^{R+} &= \left(\frac{-ig^2}{4C_W^2} \right) \frac{g_{\hat{\alpha}\hat{\beta}}}{(q^2 - M_Z^2)} [\bar{u}_s \Gamma_Z^{\hat{\beta}} P_L^R v_r] [\bar{v}_{r'} \Gamma_Z^{\hat{\alpha}} u_{s'}] \\
\mathcal{M}_{LZ'}^{R+} &= \left(\frac{-ig^2}{4C_W^2} \right) \frac{g_{\hat{\alpha}\hat{\beta}}}{(q^2 - M_{Z'}^2)} [\bar{u}_s \Gamma_{Z'}^{\hat{\beta}} P_L^R v_r] [\bar{v}_{r'} \Gamma_{Z'}^{\hat{\alpha}} u_{s'}]
\end{aligned} \quad (C.23)$$

Usando (C.12) y (C.13):

$$\sum_{spins} \mathcal{M}_{L\gamma}^R \mathcal{M}_{LZ}^{R+} = \left[\frac{e^2 g^2}{4C_W^2 q^2 (q^2 - M_Z^2)} \right] 4 \left\{ \underbrace{g_V [p'^{\alpha} k'^{\hat{\alpha}} + p'^{\hat{\alpha}} k'^{\alpha} - g^{\alpha\hat{\alpha}}(p'.k')]}_I + \underbrace{i g_A \varepsilon^{\theta\alpha\phi\hat{\alpha}} p'_\theta k'_\phi}_{II} \right\}$$

$$\times 2(g_V \mp g_A) \left\{ \underbrace{[k_\alpha p_{\hat{\alpha}} + k_{\hat{\alpha}} p_\alpha - g_{\alpha\hat{\alpha}}(k.p)]}_{III} \mp \underbrace{i \varepsilon_{\alpha\hat{\alpha}}^{\lambda\sigma} k_\lambda p_\sigma}_{IV} \right\}$$

$$\sum_{spins} \mathcal{M}_{L\gamma}^R \mathcal{M}_{LZ}^{R+} = \left[\frac{2e^2 g^2 (g_V \mp g_A)}{C_W^2 q^2 (q^2 - M_Z^2)} \right] [(I)(III) \mp (I)(IV) + (II)(III) \mp (II)(IV)]$$

Veamos:

$$\begin{aligned} (I)(III) &= g_V [p'^{\alpha} k'^{\hat{\alpha}} + p'^{\hat{\alpha}} k'^{\alpha} - g^{\alpha\hat{\alpha}}(p'.k')] [k_\alpha p_{\hat{\alpha}} + k_{\hat{\alpha}} p_\alpha - g_{\alpha\hat{\alpha}}(k.p)] \\ &= g_V \{ (p'^{\alpha} k'^{\hat{\alpha}})(k_\alpha p_{\hat{\alpha}}) + (p'^{\hat{\alpha}} k'^{\alpha})(k_{\hat{\alpha}} p_\alpha) - (p'^{\alpha} k'^{\hat{\alpha}}) g_{\alpha\hat{\alpha}}(k.p) \\ &\quad + (p'^{\hat{\alpha}} k'^{\alpha})(k_\alpha p_{\hat{\alpha}}) + (p'^{\alpha} k'^{\hat{\alpha}})(k_{\hat{\alpha}} p_\alpha) - (p'^{\hat{\alpha}} k'^{\alpha}) g_{\alpha\hat{\alpha}}(k.p) \\ &\quad - g^{\alpha\hat{\alpha}}(p'.k')(k_\alpha p_{\hat{\alpha}}) - g^{\alpha\hat{\alpha}}(p'.k')(k_{\hat{\alpha}} p_\alpha) + g^{\alpha\hat{\alpha}}(p'.k') g_{\alpha\hat{\alpha}}(k.p) \} \\ &= 2g_V \{ (p'.k)(k'.p) + (p'.p)(k'.k) \} \end{aligned}$$

$$(I)(IV) = i g_V [p'^{\alpha} k'^{\hat{\alpha}} + p'^{\hat{\alpha}} k'^{\alpha} - g^{\alpha\hat{\alpha}}(p'.k')] \varepsilon_{\alpha\hat{\alpha}}^{\lambda\sigma} k_\lambda p_\sigma = 0$$

$$(II)(III) = i g_A [k_\alpha p_{\hat{\alpha}} + k_{\hat{\alpha}} p_\alpha - g_{\alpha\hat{\alpha}}(k.p)] \varepsilon^{\theta\alpha\phi\hat{\alpha}} p'_\theta k'_\phi = 0$$

$$(II)(IV) = -g_A p'_\theta k'_\phi k_\lambda p_\sigma \varepsilon^{\theta\alpha\phi\hat{\alpha}} \varepsilon_{\alpha\hat{\alpha}}^{\lambda\sigma} = -2g_A [(p'.p)(k'.k) - (p'.k)(k'.p)]$$

Reemplazando:

$$\begin{aligned} \sum_{spins} \mathcal{M}_{L\gamma}^R \mathcal{M}_{LZ}^{R+} &= \left[\frac{2e^2 g^2 (g_V \mp g_A)}{C_W^2 q^2 (q^2 - M_Z^2)} \right] \{ 2g_V [(p'.k)(k'.p) + (p'.p)(k'.k)] \\ &\quad \mp (-2g_A) [(p'.p)(k'.k) - (p'.k)(k'.p)] \} \\ &= \left[\frac{4e^2 g^2 (g_V \mp g_A)}{C_W^2 q^2 (q^2 - M_Z^2)} \right] \{ (p'.k)(k'.p) [g_V \mp g_A] + (p'.p)(k'.k) [g_V \pm g_A] \} \end{aligned}$$

En base a (B.4):

$$\sum_{spins} \mathcal{M}_{L\gamma}^R \mathcal{M}_{LZ}^{R+} = \left[\frac{4e^2 g^2 (g_V \mp g_A)}{C_W^2 q^2 (q^2 - M_Z^2)} \right] \left\{ \frac{q^4 (1 + \cos\vartheta)^2}{16} [g_V \mp g_A] + \frac{q^4 (1 - \cos\vartheta)^2}{16} [g_V \pm g_A] \right\}$$

$$\sum_{spins} \mathcal{M}_{L\gamma}^R \mathcal{M}_{LZ}^{R+} = \left[\frac{e^2 g^2 q^2}{4C_W^2 (q^2 - M_Z^2)} \right] \{ (1 + \cos\theta)^2 [g_V \mp g_A]^2 + (1 - \cos\theta)^2 [g_V \mp g_A][g_V \pm g_A] \}$$

Recuerde:

$$g^2 = \frac{e^2}{S_W^2} \Rightarrow \left[\frac{e^2 g^2 q^2}{4C_W^2 (q^2 - M_Z^2)} \right] = \left[\frac{e^4 q^2}{S_{2W}^2 (q^2 - M_Z^2)} \right]$$

Finalmente se tiene:

$$\boxed{\sum_{spins} \mathcal{M}_{L\gamma}^R \mathcal{M}_{LZ}^{R+} = \left[\frac{e^4 q^2}{S_{2W}^2 (q^2 - M_Z^2)} \right] \{ [g_V \mp g_A]^2 (1 + \cos\theta)^2 + [g_V^2 - g_A^2] (1 - \cos\theta)^2 \}}$$

(C.25)

3er término

$$\mathcal{M}_{L\gamma}^R = (ie^2) \frac{g_{\alpha\beta}}{q^2} [\bar{u}_{s'} \gamma^\alpha v_{r'}] [\bar{v}_r \gamma^\beta P_L^R u_s]$$

$$\mathcal{M}_{LZ'}^{R+} = \left(\frac{-ig^2}{4C_W^2} \right) \frac{g_{\hat{\alpha}\hat{\beta}}}{(q^2 - M_{Z'}^2)} [\bar{u}_s \Gamma_{Z'}^{\hat{\beta}} P_L^R v_{r'}] [\bar{v}_{r'} \Gamma_{Z'}^{\hat{\alpha}} u_{s'}]$$

En éste caso, sólo hacemos los siguientes reemplazos:

$$g_V \rightarrow g'_V \quad y \quad g_A \rightarrow g'_A$$

Por lo tanto:

$$\boxed{\sum_{spins} \mathcal{M}_{L\gamma}^R \mathcal{M}_{LZ'}^{R+} = \left[\frac{e^4 q^2}{S_{2W}^2 (q^2 - M_{Z'}^2)} \right] \{ [g'_V \mp g'_A]^2 (1 + \cos\theta)^2 + [g_V'^2 - g_A'^2] (1 - \cos\theta)^2 \}}$$

(C.26)

4to término

$$\boxed{\sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ}^R \mathcal{M}_{L\gamma}^{R+} = [\text{2do término}]^+}$$

(C.27)

5to término

$$\mathcal{M}_{LZ}^R = \left(\frac{ig^2}{4C_W^2} \right) \frac{g_{\alpha\beta}}{(q^2 - M_Z^2)} [\bar{u}_{s'} \Gamma_Z^\alpha v_{r'}] [\bar{v}_r \Gamma_Z^\beta P_L^R u_s]$$

$$\mathcal{M}_{LZ}^{R+} = \left(\frac{-ig^2}{4C_W^2} \right) \frac{g_{\hat{\alpha}\hat{\beta}}}{(q^2 - M_Z^2)} [\bar{u}_s \Gamma_Z^{\hat{\beta}} P_L^R v_{r'}] [\bar{v}_{r'} \Gamma_Z^{\hat{\alpha}} u_{s'}]$$

$$\sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ}^R \mathcal{M}_{LZ}^{R+} = \left[\frac{g^4 g_{\alpha\beta} g_{\hat{\alpha}\hat{\beta}}}{16C_W^4 (q^2 - M_Z^2)^2} \right] \sum_{spins} \left[\bar{u}_{s'} \underbrace{\Gamma_Z^\alpha}_{\Gamma_1} v_{r'} \right] \left[\bar{v}_r \underbrace{\Gamma_Z^\beta P_L^R}_{\Gamma_2} u_s \right] \left[\bar{u}_s \underbrace{\Gamma_Z^{\hat{\beta}} P_L^R}_{\Gamma_3} v_r \right] \left[\bar{v}_{r'} \underbrace{\Gamma_Z^{\hat{\alpha}}}_{\Gamma_4} u_{s'} \right]$$

$$\boxed{\begin{aligned} & \sum_{s r s' r'} [U_{s'} \Gamma_1 V_{r'}] [V_r \Gamma_2 U_s] [U_s \Gamma_3 V_r] [V_{r'} \Gamma_4 U_{s'}] \\ & = \left[\sum_{s'} U_{s'} U_{s'} \Gamma_1 \sum_{r'} V_{r'} V_{r'} \Gamma_4 \right]_{hh} \left[\sum_r U_r U_r \Gamma_2 \sum_s V_s V_s \Gamma_3 \right]_{\theta\theta} \\ & = Tr [p' \Gamma_1 k' \Gamma_4] Tr [k \Gamma_2 p \Gamma_3] \end{aligned}}$$

$$\begin{aligned} \sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ}^R \mathcal{M}_{LZ}^{R+} &= \left[\frac{g^4 g_{\alpha\beta} g_{\hat{\alpha}\hat{\beta}}}{16C_W^4 (q^2 - M_Z^2)^2} \right] Tr [p' \Gamma_Z^\alpha \not{k} \Gamma_Z^{\hat{\alpha}}] Tr [k \Gamma_Z^\beta P_L^R \not{p} \Gamma_Z^{\hat{\beta}} P_L^R] \\ &= \left[\frac{g^4}{16C_W^4 (q^2 - M_Z^2)^2} \right] Tr [p' \Gamma_Z^\alpha \not{k} \Gamma_Z^{\hat{\alpha}}] Tr [k \Gamma_{\alpha Z} \not{p} \Gamma_{\hat{\alpha} Z} P_L^R] \\ &= \left[\frac{g^4}{16C_W^4 (q^2 - M_Z^2)^2} \right] 4 \left\{ (g_V^2 + g_A^2) [p'^\alpha k'^{\hat{\alpha}} + p'^{\hat{\alpha}} k'^\alpha - g^{\alpha\hat{\alpha}}(p'.k')] + 2i g_V g_A \varepsilon^{\lambda\alpha\sigma\hat{\alpha}} p'_\lambda k'_\sigma \right\} \times \\ & \quad \times 2(g_V \mp g_A)^2 \left[k_\alpha p_{\hat{\alpha}} + k_{\hat{\alpha}} p_\alpha - g_{\alpha\hat{\alpha}}(k.p) \mp i \varepsilon_{\theta\alpha\phi\hat{\alpha}} k^\theta p^\phi \right] \\ &= \left[\frac{g^4 (g_V \mp g_A)^2}{2C_W^4 (q^2 - M_Z^2)^2} \right] \left\{ \underbrace{(g_V^2 + g_A^2) [p'^\alpha k'^{\hat{\alpha}} + p'^{\hat{\alpha}} k'^\alpha - g^{\alpha\hat{\alpha}}(p'.k')] + 2i g_V g_A \varepsilon^{\lambda\alpha\sigma\hat{\alpha}} p'_\lambda k'_\sigma}_{I} \right\} \times \\ & \quad \times \left\{ \underbrace{[k_\alpha p_{\hat{\alpha}} + k_{\hat{\alpha}} p_\alpha - g_{\alpha\hat{\alpha}}(k.p)] \mp i \varepsilon_{\theta\alpha\phi\hat{\alpha}} k^\theta p^\phi}_{III} \right\} \end{aligned}$$

En analogía al 2do término:

$$\begin{aligned} (I)(III) &= (g_V^2 + g_A^2) [p'^\alpha k'^{\hat{\alpha}} + p'^{\hat{\alpha}} k'^\alpha - g^{\alpha\hat{\alpha}}(p'.k')] [k_\alpha p_{\hat{\alpha}} + k_{\hat{\alpha}} p_\alpha - g_{\alpha\hat{\alpha}}(k.p)] \\ &= 2(g_V^2 + g_A^2) [(p'.k)(k'.p) + (p'.p)(k'.k)] \end{aligned}$$

$$(I)(IV) = i(g_V^2 + g_A^2) [p'^\alpha k'^{\hat{\alpha}} + p'^{\hat{\alpha}} k'^\alpha - g^{\alpha\hat{\alpha}}(p'.k')] \varepsilon_{\theta\alpha\phi\hat{\alpha}} k^\theta p^\phi = 0$$

$$(II)(III) = 2i g_V g_A [k_\alpha p_{\hat{\alpha}} + k_{\hat{\alpha}} p_\alpha - g_{\alpha\hat{\alpha}}(k.p)] \varepsilon^{\lambda\alpha\sigma\hat{\alpha}} p'_\lambda k'_\sigma = 0$$

$$(II)(IV) = -2g_V g_A p'_\lambda k'_\sigma k^\lambda p^\sigma \varepsilon^{\lambda\alpha\sigma\hat{\alpha}} \varepsilon_{\theta\alpha\phi\hat{\alpha}} = -4g_V g_A [(p'.p)(k'.k) - (p'.k)(k'.p)]$$

Reemplazando tenemos:

$$\begin{aligned}
\sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ}^R \mathcal{M}_{LZ}^{R+} &= \left[\frac{g^4 (g_V \mp g_A)^2}{2C_W^4 (q^2 - M_Z^2)^2} \right] \{ 2(g_V^2 + g_A^2) [(p' \cdot k)(k' \cdot p) + (p' \cdot p)(k' \cdot k)] \\
&\quad \pm 4g_V g_A [(p' \cdot p)(k' \cdot k) - (p' \cdot k)(k' \cdot p)] \} \\
&= \left[\frac{g^4 (g_V \mp g_A)^2}{C_W^4 (q^2 - M_Z^2)^2} \right] \{ [(g_V^2 + g_A^2) \mp 2g_V g_A] (p' \cdot k)(k' \cdot p) + \\
&\quad + [(g_V^2 + g_A^2) \pm 2g_V g_A] (p' \cdot p)(k' \cdot k) \} \\
&= \left[\frac{g^4 q^4}{16C_W^4 (q^2 - M_Z^2)^2} \right] \{ (g_V \mp g_A)^4 (1 + \cos\vartheta)^2 + (g_V \mp g_A)^2 (g_V \pm g_A)^2 (1 - \cos\vartheta)^2 \}
\end{aligned}$$

Usando:

$$g^4 = \frac{e^4}{S_W^4} \Rightarrow \left[\frac{e^4 q^4}{16S_W^4 C_W^4 (q^2 - M_Z^2)^2} \right] = \left[\frac{e^4 q^4}{S_{2W}^4 (q^2 - M_Z^2)^2} \right]$$

Finalmente se obtiene:

$$\boxed{\sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ}^R \mathcal{M}_{LZ}^{R+} = \left[\frac{e^4 q^4}{S_{2W}^4 (q^2 - M_Z^2)^2} \right] [(g_V \mp g_A)^4 (1 + \cos\vartheta)^2 + (g_V^2 - g_A^2)^2 (1 - \cos\vartheta)^2]} \quad (C.28)$$

6to término

$$\mathcal{M}_{LZ}^R = \left(\frac{ig^2}{4C_W^2} \right) \frac{g_{\alpha\beta}}{(q^2 - M_Z^2)} [\bar{u}_s \Gamma_Z^\alpha v_{r'}] [\bar{v}_r \Gamma_Z^\beta P_L^R u_s]$$

$$\mathcal{M}_{LZ'}^{R+} = \left(\frac{-ig^2}{4C_W^2} \right) \frac{g_{\hat{\alpha}\hat{\beta}}}{(q^2 - M_{Z'}^2)} [\bar{u}_s \Gamma_{Z'}^{\hat{\alpha}} P_L^R v_r] [\bar{v}_{r'} \Gamma_{Z'}^{\hat{\beta}} u_{s'}]$$

$$\sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ}^R \mathcal{M}_{LZ'}^{R+} = \left[\frac{g^4 g_{\alpha\beta} g_{\hat{\alpha}\hat{\beta}}}{16C_W^4 \Lambda_{ZZ'}} \right] \sum_{spins} \left[\bar{u}_s \underbrace{\Gamma_Z^\alpha}_{\Gamma_1} v_{r'} \right] \left[\bar{v}_r \underbrace{\Gamma_Z^\beta P_L^R}_{\Gamma_2} u_s \right] \left[\bar{u}_s \underbrace{\Gamma_{Z'}^{\hat{\beta}} P_L^R}_{\Gamma_3} v_r \right] \left[\bar{v}_{r'} \underbrace{\Gamma_{Z'}^{\hat{\alpha}}}_{\Gamma_4} u_{s'} \right]$$

$$\boxed{
\begin{aligned}
&\sum_{s,r,s',r'} [U_{s'} \Gamma_1 v_{r'}] [V_r \Gamma_2 U_s] [U_s \Gamma_3 v_r] [V_{r'} \Gamma_4 U_{s'}] \\
&= \left[\sum_s U_s U_{s'} \Gamma_1 \sum_{r'} V_{r'} V_r \Gamma_4 \right]_{hh} \left[\sum_r U_r U_r \Gamma_2 \sum_s V_s V_s \Gamma_3 \right]_{\theta\theta} \\
&= Tr [p' \Gamma_1 k' \Gamma_4] Tr [k \Gamma_2 p \Gamma_3]
\end{aligned}
} \quad (1)$$

(2) (3)

donde:

$$\Lambda_{ZZ'} = (q^2 - M_Z^2)(q^2 - M_{Z'}^2)$$

Luego:

$$\begin{aligned} \sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ}^R \mathcal{M}_{LZ'}^{R+} &= \left[\frac{g^4 g_{\alpha\beta} g_{\hat{\alpha}\hat{\beta}}}{16C_W^4 \Lambda_{ZZ'}} \right] \text{Tr}[\not{p}' \Gamma_Z^\alpha \not{k}' \Gamma_{Z'}^{\hat{\alpha}}] \text{Tr}[\not{k} \Gamma_Z^\beta P_L \not{p} \Gamma_{Z'}^{\hat{\beta}} P_L^R] \\ &= \left[\frac{g^4}{16C_W^4 \Lambda_{ZZ'}} \right] \text{Tr}[\not{p}' \Gamma_Z^\alpha \not{k}' \Gamma_{Z'}^{\hat{\alpha}}] \text{Tr}[\not{k} \Gamma_{\alpha Z} \not{p} \Gamma_{\hat{\alpha} Z'} P_L^R] \\ &= \left[\frac{g^4}{16C_W^4 \Lambda_{ZZ'}} \right] \times 4 \left\{ a [p'^\alpha k'^{\hat{\alpha}} + p'^{\hat{\alpha}} k'^\alpha - g^{\alpha\hat{\alpha}}(p'.k')] + ib \varepsilon^{\lambda\sigma\hat{\alpha}} p'_\lambda k'_\sigma \right\} \times \\ &\quad \times 2(a \mp b) \left\{ k_\alpha p_{\hat{\alpha}} + k_{\hat{\alpha}} p_\alpha - g_{\alpha\hat{\alpha}}(k.p) \mp i \varepsilon_{\theta\alpha\phi\hat{\alpha}} k^\theta p^\phi \right\} \\ &= \left[\frac{g^4(a \mp b)}{2C_W^4 \Lambda_{ZZ'}} \right] \left\{ \underbrace{a [p'^\alpha k'^{\hat{\alpha}} + p'^{\hat{\alpha}} k'^\alpha - g^{\alpha\hat{\alpha}}(p'.k')]}_I + \underbrace{ib \varepsilon^{\lambda\sigma\hat{\alpha}} p'_\lambda k'_\sigma}_{II} \right\} \\ &\quad \times \left\{ \underbrace{[k_\alpha p_{\hat{\alpha}} + k_{\hat{\alpha}} p_\alpha - g_{\alpha\hat{\alpha}}(k.p)]}_{III} \mp \underbrace{i \varepsilon_{\theta\alpha\phi\hat{\alpha}} k^\theta p^\phi}_{IV} \right\} \end{aligned}$$

En analogía al 5to término:

$$\begin{aligned} (I)(III) &= a [p'^\alpha k'^{\hat{\alpha}} + p'^{\hat{\alpha}} k'^\alpha - g^{\alpha\hat{\alpha}}(p'.k')] [k_\alpha p_{\hat{\alpha}} + k_{\hat{\alpha}} p_\alpha - g_{\alpha\hat{\alpha}}(k.p)] \\ &= 2a [(p'.k)(k'.p) + (p'.p)(k'.k)] \end{aligned}$$

$$(I)(IV) = ia [p'^\alpha k'^{\hat{\alpha}} + p'^{\hat{\alpha}} k'^\alpha - g^{\alpha\hat{\alpha}}(p'.k')] \varepsilon_{\theta\alpha\phi\hat{\alpha}} k^\theta p^\phi = 0$$

$$(II)(III) = ib [k_\alpha p_{\hat{\alpha}} + k_{\hat{\alpha}} p_\alpha - g_{\alpha\hat{\alpha}}(k.p)] \varepsilon^{\lambda\sigma\hat{\alpha}} p'_\lambda k'_\sigma = 0$$

$$(II)(IV) = -b p'_\lambda k'_\sigma k^\lambda p^\sigma \varepsilon^{\lambda\sigma\hat{\alpha}} \varepsilon_{\theta\alpha\phi\hat{\alpha}} = -2b [(p'.p)(k'.k) - (p'.k)(k'.p)]$$

Reemplazando:

$$\begin{aligned} \sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ}^R \mathcal{M}_{LZ'}^{R+} &= \left[\frac{g^4(a \mp b)}{2C_W^4 \Lambda_{ZZ'}} \right] \{ 2a [(p'.k)(k'.p) + (p'.p)(k'.k)] \\ &\quad \pm 2b [(p'.p)(k'.k) - (p'.k)(k'.p)] \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ}^R \mathcal{M}_{LZ'}^{R+} &= \left[\frac{g^4(a \mp b)}{C_W^4 \Lambda_{ZZ'}} \right] \{ (a \mp b)(p' \cdot p)(k' \cdot k) + (a \pm b)(p' \cdot k)(k' \cdot k) \} \\ &= \left[\frac{g^4}{16C_W^4 \Lambda_{ZZ'}} \right] \{ (a \mp b)^2(1 + \cos\vartheta)^2 + (a^2 - b^2)(1 + \cos\vartheta)^2 \} \end{aligned}$$

Usando:

$$g^4 = \frac{e^4}{S_W^4} \Rightarrow \left[\frac{e^4 q^4}{16S_W^4 C_W^4 \Lambda_{ZZ'}} \right] = \left[\frac{e^4 q^4}{S_{2W}^4 \Lambda_{ZZ'}} \right]$$

Finalmente se obtiene:

$$\boxed{\sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ}^R \mathcal{M}_{LZ'}^{R+} = \left[\frac{e^4 q^4}{S_{2W}^4 \Lambda_{ZZ'}} \right] [(a \mp b)^2(1 + \cos\vartheta)^2 + (a^2 - b^2)(1 - \cos\vartheta)^2]} \quad (C.29)$$

donde:

$$\begin{aligned} a &= g_V g'_V + g_A g'_A \\ b &= g_V g'_A + g'_V g_A \\ \Lambda_{ZZ'} &= (q^2 - M_Z^2)(q^2 - M_{Z'}^2) \end{aligned}$$

7mo término

$$\boxed{\sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ'}^R \mathcal{M}_{LZ}^{R+} = [\text{3er término}]^+} \quad (C.30)$$

8avo término

$$\boxed{\sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ'}^R \mathcal{M}_{LZ}^{R+} = [\text{6to término}]^+} \quad (C.31)$$

9no término

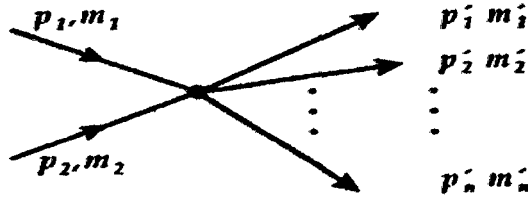
$$\mathcal{M}_{LZ'}^R = \left(\frac{ig^2}{4C_W^2} \right) \frac{g_{\alpha\beta}}{(q^2 - M_{Z'}^2)} [\bar{u}_s \Gamma_{Z'}^\alpha v_{r'}] [\bar{v}_r \Gamma_{Z'}^\beta P_L^R u_s]$$

$$\mathcal{M}_{LZ'}^{R+} = \left(\frac{-ig^2}{4C_W^2} \right) \frac{g_{\hat{\alpha}\hat{\beta}}}{(q^2 - M_{Z'}^2)} [\bar{u}_s \Gamma_{Z'}^{\hat{\beta}} P_L^R v_r] [\bar{v}_{r'} \Gamma_{Z'}^{\hat{\alpha}} u_s]$$

$$\boxed{\sum_{spins} \mathcal{M}_{LZ'}^R \mathcal{M}_{LZ'}^{R+} = \left[\frac{e^4 q^4}{S_{2W}^4 (q^2 - M_{Z'}^2)^2} \right] [(g'_V \mp g'_A)^4(1 + \cos\vartheta)^2 + (g_V^2 - g_A^2)^2(1 - \cos\vartheta)^2]} \quad (C.32)$$

Sección eficaz total polarizada

La sección diferencial de dispersión con dos partículas iniciales y "n" partículas en el estado final, viene dada de forma general según:



$$d\sigma = \frac{|\mathcal{M}_{fi}|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p'_1 + \dots + p'_n - p_1 - p_2)}{4[(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2]^{1/2}} \frac{d^3 \vec{p}'_1}{(2\pi)^3 2p'_1} \dots \frac{d^3 \vec{p}'_n}{(2\pi)^3 2p'_n}$$

Para el caso de sólo dos partículas salientes tenemos:

$$d\sigma = \frac{|\mathcal{M}|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p' + k' - p - k)}{4[(p \cdot k)^2 - m_e^2 m_\mu^2]^{1/2}} \left[\frac{d^3 \vec{p}'}{(2\pi)^3 2p'_0} \right] \left[\frac{d^3 \vec{k}'}{(2\pi)^3 2k'_0} \right] \quad (D.1)$$

Veamos:

- A altas energías y utilizando los resultados (B.2) y (B.3), obtenemos:

$$[(p \cdot k)^2 - m_e^2 m_\mu^2]^{1/2} \approx (p \cdot k) = p_0 k_0 - (\vec{p} \cdot \vec{k}) = \frac{q^2}{4} + \frac{q^2}{4} \approx q^2/2 \quad (D.2)$$

- Por propiedad de delta tenemos:

$$\delta^{(4)}(p' + k' - p - k) = \delta^{(3)}(\vec{p}' + \vec{k}' - \vec{p} - \vec{k}) \delta^{(0)}(p'_0 + k'_0 - p_0 - k_0)$$

Utilizando la conservación del cuadrimento y (B.3):

$$\vec{p} + \vec{k} = 0 \quad y \quad p_0 = k_0 \approx q/2$$

Luego:

$$\delta^{(4)}(p' + k' - p - k) = \delta^{(3)}(\vec{p}' + \vec{k}') \delta^{(0)}(2p'_0 - q) \quad (D.3)$$

Reemplazando (D.2) y (D.3) en (D.1) obtenemos

$$d\sigma = \left(\frac{1}{32\pi^2} \right) \frac{|\mathcal{M}|^2 \delta^{(0)}(2p'_0 - q)}{(q p'_0)^2} d^3 \vec{p}' \left[\int_{-\infty}^{\infty} \delta^{(3)}(\vec{p}' + \vec{k}') d^3 \vec{k}' \right]$$

Integrando en \bar{k}' :

$$d\sigma = \left(\frac{1}{32\pi^2} \right) \frac{|\mathcal{M}|^2 \delta^{(0)}(2p'_0 - q)}{(qp'_0)^2} d^3\bar{p}'$$

Pero:

$$p_0^2 \approx q^2/4 \Rightarrow q^2 \approx 4p_0^2 \Rightarrow d\sigma = \left(\frac{1}{32\pi^2} \right) \frac{|\mathcal{M}|^2 \delta^{(0)}(2p'_0 - q)}{4p_0^4} d^3\bar{p}'$$

Note que:

$$\begin{cases} d^3\bar{p}' = |\bar{p}'|^2 d|\bar{p}'| d\Omega \\ |\bar{p}'|^2 \approx p_0^2 \\ \delta^{(0)}(2p'_0 - q) = \frac{1}{2} \delta^{(0)}(p'_0 - q/2) \end{cases}$$

Por lo tanto:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) = \left(\frac{1}{32\pi^2} \right) |\mathcal{M}|^2 \int_0^\infty \frac{\delta^{(0)}(p'_0 - q/2)}{8p_0^2} dp'_0$$

Ahora aplicaremos la siguiente propiedad:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - a) f(x) dx = f(a)$$

En el cálculo, f queda representada por la siguiente función par:

$$f(p'_0) = \frac{1}{8p_0^2}$$

Por consiguiente, la sección eficaz diferencial en el C.M., es dada por:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) = \left(\frac{1}{64\pi^2} \right) |\mathcal{M}|^2 \left(\frac{1}{4q^2} \right)$$

Para obtener la sección eficaz diferencial POLARIZADA, realizamos el siguiente reemplazo:

$$|\mathcal{M}|^2 \longrightarrow \frac{1}{2} \sum_{spins} |\mathcal{M}_L^R|^2$$

Luego:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_L^R = \frac{e^4}{16\pi^2} \frac{1}{32e^4 q^2} \sum_{spins} |\mathcal{M}_L^R|^2 = \left(\frac{\alpha^2}{32e^4 q^2} \right) \sum_{spins} |\mathcal{M}_L^R|^2 \quad (D.4)$$

donde:

$$\alpha = e^2/4\pi$$

Reemplazando (3.9) en (D.4):

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_L^R &= \left(\frac{\alpha^2}{32e^4q^2}\right) \frac{e^4}{2} \{F_L^R(1+\cos\vartheta)^2 + G_L^R(1-\cos\vartheta)^2\} \\ &= \left(\frac{\alpha^2}{64q^2}\right) \{F_L^R(1+\cos\vartheta)^2 + G_L^R(1-\cos\vartheta)^2\} \end{aligned} \quad (\text{D.5})$$

La sección eficaz total polarizada es dada como sigue:

$$\begin{aligned} \sigma(e_L^{R-}e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+) &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_L^R (\sin\vartheta d\vartheta d\phi) = (2\pi) \int_0^\pi \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_L^R (\sin\vartheta d\vartheta) \\ &= \left(\frac{\alpha^2\pi}{32q^2}\right) \left\{ F_L^R \int_0^\pi (1+\cos\vartheta)^2 \sin\vartheta d\vartheta + G_L^R \int_0^\pi (1-\cos\vartheta)^2 \sin\vartheta d\vartheta \right\} \end{aligned}$$

Tenemos las integrales:

$$\int_0^\pi (1+\cos\vartheta)^2 \sin\vartheta d\vartheta = \frac{-1}{3} [(1+\cos\vartheta)^3]_0^\pi = \frac{8}{3}$$

$$\int_0^\pi (1-\cos\vartheta)^2 \sin\vartheta d\vartheta = \frac{1}{3} [(1-\cos\vartheta)^3]_0^\pi = \frac{8}{3}$$

Finalmente se consigue:

$$\boxed{\sigma(e_L^{R-}e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+) = \left(\frac{\alpha^2\pi}{12q^2}\right) [F_L^R + G_L^R]} \quad (\text{D.6})$$

Factores resonantes

Conforme a (3.17) y (3.23), las asimetrías Forward-Backward y Left-Right son de la forma:

$$A = \frac{a + bR + cR^2 + eQ + fQ^2 + hRQ}{k + lR + mR^2 + nQ + pQ^2 + wRQ} \quad (\text{E.1})$$

donde: $\{a, b, c, e, f, h, k, l, m, n, p, w\} \in \mathbb{R} - \{0\}$. Los factores resonantes son:

$$R \sim \frac{s}{(s - M_Z^2)} \quad \text{y} \quad Q \sim \frac{s}{(s - M_{Z'}^2)} \quad (\text{E.2})$$

En lo que sigue, demostraremos que la expresión (E.1) no es indeterminada.

a) En el polo de $s = M_Z^2$:

$$\boxed{R \rightarrow \infty} \quad \wedge \quad \boxed{Q \sim \frac{M_Z^2}{M_Z^2 - M_{Z'}^2} = -\frac{M_Z^2}{M_{Z'}^2} \approx 0}$$

Reemplazando en (E.1):

$$A \rightarrow \frac{a + bR + cR^2}{k + lR + mR^2} = \frac{R^2 \left[\frac{a}{R^2} + \frac{b}{R} + c \right]}{R^2 \left[\frac{k}{R^2} + \frac{l}{R} + m \right]} = \frac{c}{m} \quad (\text{E.3})$$

b) En el polo de $s = M_{Z'}^2$:

$$\boxed{R \sim \frac{M_{Z'}^2}{M_{Z'}^2 - M_Z^2} \approx \frac{M_{Z'}^2}{M_{Z'}^2} \approx 1} \quad \wedge \quad \boxed{Q \rightarrow \infty}$$

Reemplazando en (E.1):

$$A \rightarrow \frac{(a + b + c) + (e + h)Q + fQ^2}{(k + l + m) + (n + w)Q + pQ^2} = \frac{Q^2 \left[\frac{a+b+c}{Q^2} + \frac{e+h}{Q} + f \right]}{Q^2 \left[\frac{k+l+m}{Q^2} + \frac{n+w}{Q} + p \right]} = \frac{f}{p} \quad (\text{E.4})$$

En concordancia a (E.3) y (E.4), se puede concluir que la expresión (E.1) no presenta indeterminación a pesar de la presencia de polos en las resonantes R y Q .

Índice de figuras

1.1.	El gráfico de la izquierda muestra la medición de la sección eficaz para $e^-e^+ \rightarrow \text{hadrons}$, como función de la energía del C.M. \sqrt{s} . A la derecha se tiene el mismo versus para el proceso $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$. En ambos casos, puede apreciarse la presencia resonante del bosón Z . . .	10
1.2.	Distribución angular del proceso $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ para energías del C.M. de $\sqrt{s} \approx 34 \text{ GeV}$. La gráfica correspondiente para la QED (curva punteada) no presenta asimetría alguna. La variable ϑ , denota el ángulo de dispersión formado entre la dirección del electrón inicial y la del muón final.	11
3.1.	Los tres diagramas que contribuyen a la dispersión $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$. . .	21
3.2.	Ilustración esquemática de la dispersión en el CM que coincide con el del laboratorio.	26
4.1.	<i>Gráfico comparativo entre la Asimetría Forward-Backward del MEE y el modelo 3-3-1.</i>	30
4.2.	<i>Asimetrías Left-Right para el MEE y el modelo 3-3-1 en el rango de energías de 0-200 GeV, bajo el proceso polarizado $e_{LR}^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$. . .</i>	31
4.3.	<i>Asimetrías Left-Right para el MEE y el modelo 3-3-1 en el rango de energías de 200-6500 GeV, bajo el proceso polarizado $e_{LR}^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$. La escala empleada aquí no coincide con la mostrada en la Figura 4.2.</i>	32
4.4.	<i>La Asimetría LR versus M_Z para el MEE y el modelo 3-3-1, bajo el proceso polarizado $e_{LR}^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$. Se ha empleado la notación $q = \sqrt{s}$.</i>	33

Bibliografía

- [1] Particle data group, Review of particle physics, 2010. (Cited on page 3.)
- [2] V.Pleitez and M.Tonasse, Phys. Rev. D48 2353 (1993). (Cited on page 3.)
- [3] Tonasse, M. D, Phys.Lett. B381 (1996). (Cited on page 3.)
- [4] F.M.L. Almeida Jr., Minimal left-right symmetric models and new Z' properties at future electron-positron colliders, 22 sep. 2004. (Cited on page 3.)
- [5] Thomas Walker, Search for a Z' at an e^+e^- Collider. (Cited on page 3.)
- [6] G. Corcella, Z' bosons at the LHC in a modified MSSM, Arxiv 1206.3062v1 [hep-ph] 14 Jun 2012. (Cited on page 3.)
- [7] J. Ellis, M. K. Gaillard and D. V. Nanopoulos, arXiv:1201.6045v1 [hep-ph] (2012). (Cited on page 3.)
- [8] A. Blondel, M. Koratzinos - LEP3: A high luminosity E+E- collider to study the Higgs boson, CERN-ATS-NOTE-2012-062 TECH. (Cited on page 3.)
- [9] J. Fuster, S. Heinemeyer, C. Lacasta, C. Mariñas, A. Ruiz and M. Vos - Forward tracking at the next e+e- collider part I: the physics case, 13 May 2009. (Cited on page 3.)
- [10] G. Moortgat-Pick et al., Phys. Rep.460 (2008), 131 (Preprint hep-ph/0507011). (Cited on page 3.)
- [11] Abe, Physics Review Letters 79 (1997) 2192. (Cited on page 3.)
- [12] The ALEPH collaboration, Search for neutral Higgs bosons decaying into four taus at LEP2, Arxiv: 1003.0705v2 [hep-ex] 19 Apr. 2010. (Cited on page 4.)
- [13] Maxim Perelstein, Introduction to collider physics, Arxiv:1002.027v2 [hep-ph] 25 Aug 2010. (Cited on page 4.)
- [14] Rabindra N. Mohapatra, Palash B. Pal - Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics (Third edition 2003)
Rabindra N. Mohapatra, Unification and Supersymmetry:The frontiers of quark-leptons physics, third edition, Springer 1986. (Cited on pages 6 y 36.)
- [15] R. Davis, Jr., Neutrino '88 (edited by J. Schneps et al.), Singapore, 1988; K.K. Hirata, et al., Phys. Rev. Lett. 63, 16 (1989); 65, 1297, 1301(1990). (Cited on page 6.)

- [16] G. C Branco and G. Senjanović, The question of neutrino mass, *Phys. Rev. D* vol. 18, number 5, 1 sep. 1978. (Cited on page 6.)
- [17] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* 19, 1264 (1967). (Cited on page 6.)
- [18] Walter Greiner, *Gauge Theory of weak interactions*, Third Revised Edition, 1986. (Cited on pages 10 y 57.)
- [19] M. Gell-Mann, *Phys. Lett.* 8 (1964) 214; G. Zweig, CERN-Report 8182/TH401 (1964); H. Fritzsch, M. Gell-Mann and H. Leutwyler, *Phys. Lett.* B47 (1973) 365; D. Gross and F. Wilczek, *Phys. Rev. Lett.* 30 (1973) 1343; H.D. Politzer, *Phys. Rev. Lett.* 30 (1973) 1346; G. Št Hooft, *Marseille Conference on Yang-Mills fields* (1972). (Cited on page 6.)
- [20] P.W. Higgs, *Phys. Rev.* 145, 1156 (1966); T.W.B. Kibble, *Phys. Rev.* 155, 1554 (1967). (Cited on page 6.)
- [21] G. Št Hooft, *Nucl. Phys.* B33 (1971) 173; *ibid.* *Nucl. Phys.* B35 (1971) 167; G. Št Hooft and M. Veltman, *Nucl. Phys.* B44 (1972) 189. (Cited on page 6.)
- [22] L3 collaboration, B. Adera et al.: *Phys. Lett.* B231, 509 (1989); ALEPH collaboration, D. Decamp et al.: *Phys. Lett.* B231, 519 (1989); OPAL collaboration, M. Z. Akrawy et al.: *Phys Lett.* B231, 530 (1989); DELPHI collaboration, P. Aarino et al.: *Phys Lett.* B231, 539 (1989). (Cited on pages 10 y 11.)
- [23] L. Peak and K. Varvell, *The Physics of the Standard Model, Part 1 (Lectures 1-4)*. (Not cited.)
- [24] J. Reyes y O. Ravinez, Aniquilación electrón-positrón en muón-antimuón en el polo del bosón exótico Z' del Modelo Estándar Izquierdo-Derecho, *REVCUNI Vol. 13, número 1* (<http://cybertesis.uni.edu.pe/uni/2010/reyespj/html/index-frames.html>). (Cited on pages 16 y 36.)
- [25] V. Pleitez and M. Tonasse, *Phys. Rev.* D48 2353 (1993). (Cited on pages 12, 13 y 34.)
- [26] Tonasse, M. D, *Phys.Lett.* B381 (1996). (Cited on pages 12, 15, 16 y 34.)
- [27] R.A. Diaz, R. Martinez and F. Ochoa, *Phys. Rev.* D72, 035018 (2005) (Cited on page 12.)
- [28] F. Pisano, V. Pleitez, *Phys. Rev. D* 46(1992)410, P. Frampton, *Phys. Rev. Lett.* 69 (1992)2889.
- [29] J.C. Montero, F. Pisano, and V. Pleitez, *Phys. Rev.* D47, 2918 (1993). (Cited on pages 19, 34 y 36.)

- [30] J.C. Montero, V. Pleitez and M.C. Rodriguez, Remarks about left-right asymmetries in polarized lepton-lepton scattering, Instituto de Física Teórica, Univesidade Estadual Paulista, Rua Pamplona, 145, 01405-900- Sao Paulo, SP Brazil. (Cited on pages 13 y 34.)
(Cited on page 34.)
- [31] F.M.L. Almeida Jr., Y. A. Coutinho, J. A. Martins Simoes, J. Ponciano, A. J. Ramalho and Stenio Wulck Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, RJ, Brazil and M.A.B. Vale Universidad Federal de Sao Joao del Rei, MG, Brazil, Minimal left-right symmetric models and new Z' properties at future electron-positron colliders (Date: 22 sep. 2004) (Cited on pages 27, 28, 29, 32, 33 y 35.)
- [32] Georg Weiglein, The LHC/ILC Connection - Brussels, Octubre 2006 (Cited on page 13.)
- [33] H. Diaz, Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Ingeniería, (2011). (Cited on pages 13, 15, 16, 18, 19, 20, 22, 26 y 36.)
- [34] D. Romero, Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Ingeniería, (2010). (Cited on pages 14 y 20.)
- [35] D. Romero, Tesis de Licenciatura, Universidad Nacional de Ingeniería, (2012). (Cited on page 20.)
- [36] F. Pisano and V. Pleitez, Phys. Rev. D46, 410 (1992). (Cited on page 14.)
- [37] Thomas Walker, Search for a Z' at an e^+e^- Collider. (Cited on pages 20, 29, 30 y 35.)
- [38] G. Corcella, Z' bosons at the LHC in a modified MSSM, Arxiv 1206.3062v1 [hep-ph] 14 Jun 2012 (Cited on pages 29 y 35.)
- [39] C. Jarlskog, Neutrinos, a Theoretical Introduction, GIF 92, Ecole d'Été de Physique des Particules, Le Neutrino et ses Mystères, Tome 1, Montpelier, (1992) (Cited on page 16.)
- [40] Particle Data Group, Review of Particle Physics, Phys. Lett. B592(2004) 1. Phys. Lett. 122B (1983), 103-106.
LEP Working Group for Higgs boson searches, R. Barate et al, Phys. Lett. B565, 61 (2003), hep-ex/0306033. (Cited on pages 27 y 29.)
- [41] F. M. L. de Almeida Jr. Y. A. Coutinho, J. A. Martins Simoes, J. Ponciano, A. J. Ramalho and Stenio Wulck; Asymmetries in the Littlest Higgs Model; Brazilian Journal of Physics, vol. 37, no, 2B, June, 2007. (Cited on pages 28 y 32.)

-
- [42] Andrzej Czarnecki and William J. Marciano; Parity Violating Asymmetries at Future Lepton Colliders; BNL-HET-98/4, hep-ph/9801394, January 1998. (Cited on pages 28 y 29.)
- [43] International Linear Collider, <http://www.linearcollider.org/> (2012). (Cited on page 29.)
- [44] Abe, Physics Review Letters 79 (1997) 2192. (Cited on page 29.)
- [45] Abbiendi, European Physical Journal C 33 (2004) 167. (Cited on page 29.)
- [46] R. E. Martinez, Asimetría adelante-atrás para el proceso $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$, Revista Colombiana de Física 23(1991)53-60. (Cited on page 30.)
- [47] H.M. Pilkun, Relativistic Physics, Springer, New York, 1979, P. 168 (Cited on pages 34 y 37.)
- [48] Jędrzej Biesiada and Yury Kolomensky, A Preliminary Measurement of the Left-Right Parity-Violating ep Asymmetry at E158, August 16, 2002.
- [49] C. P. Burgess and Guy D. Moore, The Standard Model: A Primer, McGill University Montreal, 2007. (Cited on page 35.)
(Cited on page 35.)