

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL



**MEJORA DE LA RESPUESTA DINÁMICA DE
EDIFICACIONES USANDO AMORTIGUADORES DE MASA
SINTONIZADA**

TESIS

Para optar el Título Profesional de:

INGENIERO CIVIL

WALDO JOSÉ INGA GUTIÉRREZ

Lima- Perú

2015

© 2016, Universidad Nacional de Ingeniería. Todos los derechos reservados

“El autor autoriza a la UNI a reproducir la tesis en su totalidad o en parte, con fines estrictamente académicos.”

waldoinga@gmail.com

978934594

ÍNDICE

RESUMEN	3
LISTA DE TABLAS	4
LISTA DE FIGURAS	6
LISTA DE SÍMBOLOS Y SIGLAS	11
INTRODUCCIÓN	15
CAPÍTULO I: GENERALIDADES Y MARCO TEÓRICO	16
1.1 Justificación de la tesis.....	16
1.2 Objetivos.....	16
1.3 Organización de la tesis.....	16
1.4 Amortiguadores de Masa Sintonizada.....	17
1.5 Literatura Sobre el Uso de AMS.....	19
1.6 Algunas Aplicaciones de Amortiguadores de Masa Sintonizada	21
CAPÍTULO II: ANÁLISIS DE MODELOS DINÁMICOS SIMPLES SOMETIDOS A FUERZAS Y ACELERACIONES SINUSOIDALES	28
2.1 Vibración armónica forzada de sistemas de un grado de libertad.....	28
2.2 Respuesta estacionaria para vibración armónica forzada de sistemas de un grado de libertad con AMS.....	31
2.3 Vibración armónica de sistemas de 1 GDL con aceleración en la base..	35
2.4 Respuesta estacionaria de sistema de 1 GDL con AMS ante aceleración en la base.....	36
2.5 Análisis numérico tiempo historia.....	39
2.6 Análisis numérico en el dominio de frecuencias.....	41
2.7 Parámetros óptimos para el diseño de un AMS.....	42
2.8 Vibración armónica de sistemas con múltiples grados de libertad.....	48
2.9 Equivalencias con sistemas de un grado de libertad.....	51

CAPÍTULO III: ANÁLISIS SÍSMICO DE ESTRUCTURAS CON AMORTIGUADORES DE MASA SINTONIZADA.....	55
3.1 Registros sísmicos usados en el análisis	55
3.2 Determinación de las características del AMS.....	59
3.3 Análisis de modelo de acoplamiento cercano con 5GDL.....	60
3.4 Análisis de modelo de acoplamiento cercano con 10GDL.....	63
3.5 Modelo de estructura con irregularidad torsional	66
3.5.1 Modelo torsional de la estructura principal.....	67
3.5.2 Modos de vibración y cálculo de frecuencias modales.....	68
3.5.3 Cálculo de amplificaciones para un movimiento sinusoidal en la base ...	69
3.5.4 Modelo torsional con AMS	70
3.5.5 Cálculo de amplificaciones para un movimiento sinusoidal en la base con AMS.....	73
3.5.6 Cálculo de la respuesta dinámica para movimientos sísmicos	77
3.6 Utilización de múltiples amortiguadores de masa sintonizada.....	80
CAPÍTULO IV: APLICACIONES DE AMORTIGUADORES DE MASA SINTONIZADA	82
4.1 Edificio principal del Aeropuerto Jorge Chávez.....	82
4.2 Edificio de oficinas Camino Real.....	95
CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	105
5.1 Conclusiones.....	105
5.2 Recomendaciones.....	106
BIBLIOGRAFÍA	108

RESUMEN

El presente trabajo de investigación está referido al estudio y aplicación del uso de disipadores de energía en edificaciones, específicamente el uso de Amortiguadores de Masa Sintonizada (AMS). Los trabajos realizados han sido teóricos en su totalidad, que con la ayuda de programas de cómputo como el SAP 2000 y el ETABS se han podido realizar los análisis respectivos y necesarios para la investigación.

Se partió por el estudio de modelos dinámicos de un grado de libertad bajo acciones senoidales, a los cuales se le acopló una pequeña masa con características definidas y determinadas por el periodo fundamental de la estructura principal, obteniéndose una disminución en la respuesta de la estructura en estudio.

Luego, se analizaron estructuras de 5 y 10 grados de libertad a las cuales se les realizó el mismo procedimiento de acoplarles una pequeña masa (AMS) en la parte superior, comparando las respuestas de la estructura sin y con AMS bajo la acción de los sismos de 1966, 1970 y 1974. Del mismo modo se realizó el estudio de un modelo torsional en planta (Modelo 3D) de dos grados de libertad, uno traslacional y otro rotacional, siendo la ubicación en planta del AMS la característica más resaltante para su óptimo desempeño.

Finalmente y basados en los modelos estudiados anteriormente, se realizó el estudio y aplicación de los AMS en modelos de edificios tales como, la torre de control del Aeropuerto Internacional Jorge Chávez y el edificio de oficinas Camino Real. A estas edificaciones se les acopló un AMS en el último nivel y con la ayuda del programa de cómputo SAP 2000 se pudieron obtener las respuestas de las estructuras sin y con AMS.

Los resultados muestran que los AMS reducen los desplazamientos y fuerzas cortantes en general para los sismos antes mencionados, sin embargo se notó además que en algunos intervalos de tiempo estos dispositivos aumentaron los desplazamientos.

LISTA DE TABLAS

Tabla 1-1:	Historial de estructuras con AMS.....	22
Tabla 2-1:	Comparación de amplificaciones con cálculo manual y Tiempo-Historia SAP 2000	40
Tabla 2-2:	Relaciones importantes para determinar los parámetros óptimos de un AMS.....	42
Tabla 2-3:	Amortiguamiento óptimo de un AMS	47
Tabla 2-4:	Características de una estructura de dos niveles y diseño de un AMS.....	54
Tabla 3-1:	Características para una estructura de 5GDL con AMS	61
Tabla 3-2:	Comparación de desplazamientos para una estructura de 5GDL con AMS.....	63
Tabla 3-3:	Comparación de reducciones para una estructura de 5GDL con AMS.....	63
Tabla 3-4:	Características para una estructura de 10GDL con AMS	64
Tabla 3-5:	Comparación de desplazamientos para una estructura de 10GDL con AMS.....	65
Tabla 3-6:	Comparación de reducciones para una estructura de 10GDL con AMS.....	66
Tabla 3-7:	Características de la estructura principal del modelo torsional	67
Tabla 3-8:	Características de la estructura principal del modelo torsional	71
Tabla 3-9:	Características de la estructura principal y el AMS usadas en SAP2000	74
Tabla 3-10:	Características de la estructura principal y el AMS usadas en SAP2000 para el análisis sísmico.....	78
Tabla 3-11:	Reducción de desplazamientos para diferentes posiciones del AMS	80
Tabla 3-12:	Características modales modificadas para 10GDL.....	80
Tabla 3-13:	Modos de vibración, ubicación y diseño de AMS múltiples para 10GDL.....	81
Tabla 3-14:	Comparación de reducción de desplazamientos por la utilización de dos AMS.....	81
Tabla 4-1:	Principales Modos de vibración y masas participativas del edificio Jorge Chávez.....	84
Tabla 4-2:	Diseño previo del AMS para el edificio Jorge Chávez	88

Tabla 4-3:	Diseño final del AMS para el edificio Jorge Chávez	91
Tabla 4-4:	Desplazamientos promedio para la componente máxima en X, sin AMS y con AMS del edificio Jorge Chávez	94
Tabla 4-5:	Desplazamientos promedio para la componente máxima en Y, sin AMS y con AMS del edificio Jorge Chávez	94
Tabla 4-6:	Reducción de los desplazamientos promedio del nivel 10 del edificio Jorge Chávez	94
Tabla 4-7:	Cortantes basales para la componente máxima en X, sin AMS y con AMS del edificio Jorge Chávez	94
Tabla 4-8:	Cortantes basales para la componente máxima en Y, sin AMS y con AMS del edificio Jorge Chávez	95
Tabla 4-9:	Reducción de las Cortantes basales del edificio Jorge Chávez	95
Tabla 4-10:	Principales modos de vibración y masas participativas del edificio Camino Real	97
Tabla 4-11:	Diseño previo del AMS para el edificio Camino Real	100
Tabla 4-12:	Desplazamientos promedio para la componente máxima en X sin AMS y con AMS del edificio Camino Real	103
Tabla 4-13:	Desplazamientos promedios para la componente máxima en X sin AMS y con AMS del edificio Camino Real	103
Tabla 4-14:	Reducción de los desplazamientos promedio del nivel 15 del edificio Camino Real	103
Tabla 4-15:	Cortantes basales promedio para la componente máxima en X, sin AMS y con AMS del edificio Camino Real	103
Tabla 4-16:	Cortantes basales promedio para la componente máxima en Y, sin AMS y con AMS del edificio Camino Real	104
Tabla 4-17:	Reducción de las cortantes basales del edificio Camino Real	104

LISTA DE FIGURAS

Figura 1-1:	Influencia del AMS en la respuesta de una estructura sometida a una fuerza sinusoidal	18
Figura 1-2:	Taipei 101 (República de China)	25
Figura 1-3:	Edificio Geocentro Agustinas (Chile)	26
Figura 1-4:	Edificio John Hancock (USA)	26
Figura 1-5:	Chimenea de la Central Térmica Rugeley (Inglaterra).....	27
Figura 2-1:	Modelo Dinámico-Vibración armónica forzada para 1GDL	28
Figura 2-2:	Factor de Amplificación Dinámica (FAD) en función de la razón de frecuencias.....	31
Figura 2-3:	Modelo Dinámico-Vibración armónica forzada para 1GDL con AMS.....	32
Figura 2-4:	Factor de Amplificación Dinámica para 1GDL con AMS para distintos valores de βa	34
Figura 2-5:	Razón de amplificaciones U/U_a para 1GDL con AMS para distintos valores de βa	35
Figura 2-6:	Modelo Dinámico-Vibración armónica para sistema de 1GDL con movimiento en la base.....	35
Figura 2-7:	Modelo Dinámico-Vibración armónica ante aceleración en la base para 1GDL con AMS	37
Figura 2-8:	Factor de Amplificación Dinámica (FAD) para sistema de 1GDL con AMS ante movimiento en la base para distintos valores de βa	39
Figura 2-9:	Características del modelo dinámico introducidas en el SAP2000	40
Figura 2-10:	Registro de desplazamientos obtenido con SAP2000	41
Figura 2-11:	Comparación de amplificaciones usando SAP2000	41
Figura 2-12:	Modelo dinámico para obtener los parámetros óptimos de un AMS.....	42
Figura 2-13:	Amplitud de la respuesta estacionaria H en función de la razón de frecuencias p	44
Figura 2-14:	Razón de frecuencias óptima para sistemas de 1GDL.....	46
Figura 2-15:	Porcentaje de amortiguamiento óptimo para sistemas de 1GDL.....	47

Figura 2-16:	A) Modelo de nGDL con fuerza armónica, B) Modelo de nGDL con aceleración armónica en la base.....	48
Figura 2-17:	Equivalencia de sistemas de nGDL y 1GDL	52
Figura 2-18:	Amplificaciones para sistemas de 2GDL y equivalente de 1GDL sin AMS y con AMS para una aceleración armónica en la base	54
Figura 3-1:	Acelerogramas del sismo de 1966.....	56
Figura 3-2:	La Casona de San Marcos afectada por el sismo de 1966.....	56
Figura 3-3:	Acelerogramas del sismo de 1970.....	57
Figura 3-4:	Imagen de viviendas afectadas en Ancash en el sismo de 1970	58
Figura 3-5:	Acelerogramas del sismo de 1974.....	59
Figura 3-6:	Chorrillos luego del sismo de 1974.....	59
Figura 3-7:	Desplazamientos del nivel 5 sin AMS y con AMS para el sismo de 1966	61
Figura 3-8:	Desplazamientos del nivel 5 sin AMS y con AMS para el sismo de 1970	62
Figura 3-9:	Desplazamientos del nivel 5 sin AMS y con AMS para el sismo de 1974	62
Figura 3-10:	Desplazamientos del nivel 10 sin AMS y con AMS para el sismo de 1966	64
Figura 3-11:	Desplazamientos del nivel 10 sin AMS y con AMS para el sismo de 1970	65
Figura 3-12:	Desplazamientos del nivel 10 sin AMS y con AMS para el sismo de 1974	65
Figura 3-13:	Vista tridimensional y en planta del modelo torsional sin AMS	67
Figura 3-14:	Acción de la aceleración sinusoidal en el modelo torsional	69
Figura 3-15:	Vista tridimensional y en planta del modelo torsional con AMS	70
Figura 3-16:	Acción de la aceleración sinusoidal en el modelo torsional con AMS	73
Figura 3-17:	Amplificaciones para una excentricidad de $\epsilon=0.05$	75
Figura 3-18:	Amplificaciones para una excentricidad de $\epsilon=0.20$	75
Figura 3-19:	Amplificaciones para una excentricidad de $\epsilon=0.40$	76

Figura 3-20:	Amplificaciones para una excentricidad de $\varepsilon=0.80$	76
Figura 3-21:	Amplificaciones para una excentricidad de $\varepsilon=1.00$	77
Figura 3-22:	Esquema en planta de la estructura principal y el AMS.....	77
Figura 3-23:	Desplazamientos traslacional y rotacional para el sismo de 1966	78
Figura 3-24:	Desplazamientos traslacional y rotacional para el sismo de 1970	79
Figura 3-25:	Desplazamientos traslacional y rotacional para el sismo de 1974	79
Figura 4-1:	Edificio Torre de control del Aeropuerto Jorge Chávez.....	83
Figura 4-2:	Corte longitudinal y vista tridimensional del edificio Jorge Chávez	83
Figura 4-3:	Vistas en planta del edificio Jorge Chávez.....	84
Figura 4-4:	Excentricidades del edificio Jorge Chávez en el nivel 10.....	85
Figura 4-5:	Desplazamientos N10 en X-Sismo de 1966 N08E	86
Figura 4-6:	Desplazamientos N10 en X-Sismo de 1970 N82W	86
Figura 4-7:	Desplazamientos N10 en X-Sismo de 1974 N08E	86
Figura 4-8:	Fuerzas cortantes en la base en X -Sismo de 1966 N08E.....	87
Figura 4-9:	Fuerzas cortantes en la base en X-Sismo de 1970 N82W.....	87
Figura 4-10:	Fuerzas cortantes en la base en X-Sismo de 1974 N08E.....	87
Figura 4-11:	Vista en planta de la ubicación del AMS en el nivel 10 del edificio Jorge Chávez.....	88
Figura 4-12:	Vista de perfil de la ubicación del AMS en el nivel 10 del edificio Jorge Chávez.....	89
Figura 4-13:	Porcentaje de reducción promedio de desplazamientos en dirección X para diferentes posiciones del AMS en el nivel 10 del edificio Jorge Chávez	90
Figura 4-14:	Porcentaje de reducción de valores máximos de desplazamientos en dirección X para diferentes posiciones del AMS en el nivel 10 del edificio Jorge Chávez.....	90
Figura 4-15:	Porcentaje de reducción promedio de cortantes basales en dirección X para diferentes posiciones del AMS en el nivel 10 del edificio Jorge Chávez	90

Figura 4-16:	Porcentaje de reducción promedio de cortantes basales en dirección Y para diferentes posiciones del AMS en el nivel 10 del edificio Jorge Chávez	91
Figura 4-17:	Modelo tipo área del AMS en SAP2000 para el edificio Jorge Chávez.....	92
Figura 4-18:	Dimensiones y ubicación del AMS sobre el nivel 10 del edificio Jorge Chávez.....	92
Figura 4-19:	Desplazamientos en X sin AMS y con AMS del nivel 10 del edificio Jorge Chávez para el sismo de 1966 N08E	93
Figura 4-20:	Desplazamientos en X sin AMS y con AMS del nivel 10 del edificio Jorge Chávez para el sismo de 1970 N82W	93
Figura 4-21:	Desplazamientos en X sin AMS y con AMS del nivel 10 del edificio Jorge Chávez para el sismo de 1974 N08E	93
Figura 4-22:	Edificio de oficinas Camino Real.....	96
Figura 4-23:	Vistas en planta del Edificio Camino Real.....	96
Figura 4-24:	Vista de perfil y tridimensional del edificio Camino Real.....	97
Figura 4-25:	Excentricidades en el nivel 15 del edificio Camino Real.....	98
Figura 4-26:	Porcentaje de reducción promedio de desplazamientos en dirección X para diferentes posiciones del AMS en el nivel 15 del edificio Camino Real.....	99
Figura 4-27:	Porcentaje de reducción en valores máximos de desplazamientos en dirección X para diferentes posiciones del AMS en el nivel 15 del edificio Camino Real	99
Figura 4-28:	Porcentaje de reducción promedio de cortantes en el 1er nivel en dirección X para diferentes posiciones del AMS en el edificio Camino Real.....	99
Figura 4-29:	Porcentaje de reducción promedio de cortantes en el 1er nivel en dirección Y para diferentes posiciones del AMS en el edificio Camino Real.....	100
Figura 4-30:	Modelo tipo área del AMS en SAP2000 del edificio Camino Real.....	101
Figura 4-31:	Dimensiones y ubicación del AMS sobre el nivel 15 del edificio Camino Real.....	101
Figura 4-32:	Desplazamientos sin AMS y con AMS del nivel 15 del edificio Camino Real para el sismo de 1966 N08E en X.....	102

Figura 4-33:	Desplazamientos sin AMS y con AMS del nivel 15 del edificio Camino Real para el sismo de 1970 N82W en X.....	102
Figura 4-34:	Desplazamientos sin AMS y con AMS del nivel 15 del edificio Camino Real para el sismo de 1974 N08E en X.....	102
Figura 5-1:	AMS tipo losa	107
Figura 5-2:	Utilización de la caja de ascensores como un AMS	107

LISTA DE SÍMBOLOS Y SIGLAS

A	= Desplazamiento de la estructura en el nivel donde irá acoplado el AMS para el caso de una fuerza sinusoidal externa
\tilde{A}	= Matriz de elementos complejos para el cálculo del FAD'
\tilde{a}	= Vector que representa una combinación lineal de los modos de vibración de la estructura principal para una fuerza puntual externa
a_s	= Aceleración sinusoidal en la base de la estructura
AMS	= Amortiguador de masa sintonizada
B	= Desplazamiento de la estructura en el nivel donde irá acoplado el AMS para el caso de una aceleración sinusoidal en la base
\tilde{B}	= Matriz de elementos complejos para el cálculo del FAD''
\tilde{b}	= Vector que representa una combinación lineal de los modos de vibración de la estructura principal para una aceleración en la base
b_1, b_2, b_3, b_4	= Expresiones que intervienen en el cálculo de H
C	= Amortiguamiento viscoso equivalente para un sistema de 1GDL
C_a	= Amortiguamiento viscoso del AMS
\tilde{C}	= Matriz de amortiguamiento viscoso
\tilde{C}_T	= Matriz de amortiguamiento viscoso (incluye el efecto torsional)
C_1, C_2, C_3, C_4	= Constantes arbitrarias
CM	= Centro de masas
CR	= Centro de rigidez
D	= Desplazamiento promedio cuadrático para una excitación sísmica
\tilde{E}	= Matriz de elementos complejos para calcular la amplificación óptima
e	= Base de los logaritmos Neperianos
e_t	= Excentricidad
$F_{(t)}$	= Fuerza externa variable en el tiempo
\tilde{F}	= Matriz de fuerzas
F	= Fuerza armónica con frecuencia Ω
FAD	= Factor de amplificación dinámica sin AMS
FAD'	= Factor de amplificación dinámica de la masa principal M con AMS para el caso de una fuerza sinusoidal

FAD''	= Factor de amplificación dinámica de la masa principal M con AMS para una aceleración sinusoidal en la base de la estructura
GDL	= Grado de libertad
H	= Amplitud de la amplificación del desplazamiento de la masa principal M para encontrar los parámetros óptimos del AMS
i	= $\sqrt{-1}$
J	= Momento polar de inercia (de las masas)
K	= Rigidez para un sistema de 1GDL
\tilde{K}	= Matriz de rigidez
\tilde{K}_T	= Matriz de rigidez (incluye el efecto torsional)
K_a	= Rigidez del AMS
$K_{a\text{óptima}}$	= Rigidez óptima del AMS para el caso de aceleración sinusoidal en la base de la estructura
K_e	= Rigidez equivalente del sistema de varios grados de libertad
K_o	= Rigidez traslacional
K_θ	= Rigidez rotacional
\tilde{M}	= Matriz de masa
\tilde{M}_T	= Matriz de masa (incluye el efecto torsional)
M_e	= Masa equivalente del sistema de varios grados de libertad
M	= Masa para un sistema de 1GDL
m	= Masa del AMS
n	= Número de puntos en un registro sísmico
p	= Razón entre la frecuencia angular de la excitación externa y la frecuencia angular de la estructura principal
p_A	= Razón de frecuencias donde se obtiene el primer punto de optimización del AMS
p_B	= Razón de frecuencias donde se obtiene el segundo punto de optimización del AMS
r	= Razón de masa para el AMS = m/M
t	= Tiempo
T	= Período
U	= Desplazamiento de la masa principal

U_{a-est}	= Desplazamiento estático del AMS
U_c	= Solución complementaria para un sistema de 1GDL
U_{est}	= Desplazamiento estático de la masa principal M
U_p	= Solución particular para un sistema de 1GDL
\tilde{U}	= Matriz columna de aceleraciones
\tilde{U}	= Matriz columna de velocidades
\tilde{U}	= Matriz columna de desplazamientos
\ddot{U}_s	= Aceleración en la base con frecuencia Ω
\ddot{U}	= Aceleración de la masa principal
\dot{U}	= Velocidad de la masa principal
\tilde{u}	= Matriz columna de amplitudes de desplazamiento
u	= Amplitud de desplazamiento de la masa principal M
u_a	= Amplitud de desplazamiento del AMS
α	= Razón de frecuencias angulares entre el AMS y la estructura principal
$\alpha_{\text{óptimo}}$	= Razón óptima de frecuencias entre el AMS y la estructura principal para una aceleración sinusoidal en la base de la estructura
β	= Fracción del amortiguamiento crítico para un sistema de 1GDL
β_a	= Fracción del amortiguamiento crítico del AMS
$\beta_{a\text{óptimo}}$	= Valor óptimo de la fracción del amortiguamiento crítico del AMS para un sistema de 1GDL
Δ_i	= Desplazamiento obtenido para el tiempo i
ε	= Razón entre excentricidad y radio de giro
θ	= Ángulo de fase
ρ	= Radio de giro
ω	= Frecuencia angular para un sistema de un 1GDL
ω_θ	= Frecuencia angular rotacional
ω_a	= Frecuencia angular del AMS
ω_e	= Frecuencia fundamental equivalente de un sistema de varios grados de libertad
ω_o	= Frecuencia angular traslacional

- ω_1 = Frecuencia angular del primer modo de un sistema torsional
- ω_2 = Frecuencia angular del segundo modo de un sistema torsional
- Ω = Frecuencia angular de excitación externa

INTRODUCCIÓN

La respuesta dinámica de las edificaciones depende de sus características de rigidez, masa y amortiguamiento. Teniendo en cuenta que en la mayor parte de los casos las masas quedan determinadas por consideraciones arquitectónicas o funcionales, y que el amortiguamiento es sobre todo el resultado de la histéresis (y está asociado al nivel de daño en los elementos), el enfoque más tradicional para corregir un problema de vibraciones excesivas en estructuras de ingeniería civil ha sido el de agregar rigidez. En cambio, cuando se trata de aislar a la estructura del origen de las vibraciones, como es más común en aplicaciones de ingeniería mecánica, se utilizan con frecuencia amortiguadores viscosos para incrementar la disipación (Den Hartog, 1956).

En décadas recientes se ha observado un uso creciente de disipadores, viscosos o histeréticos, en edificaciones y en puentes (Connor, 2002), primero para controlar las vibraciones inducidas por viento, o por la actividad humana, y más recientemente para mejorar el comportamiento sísmico de las estructuras (Mishra, 2011). Entre los dispositivos de este grupo están los amortiguadores de masa sintonizada (AMS).

Los amortiguadores de masa sintonizada son dispositivos diseñados de modo que su frecuencia natural de vibración sea similar a la frecuencia fundamental de la estructura principal, o coincida con la frecuencia de la excitación cuyos efectos se requiere minimizar. En condiciones óptimas, los AMS pueden absorber gran parte de la energía introducida al sistema por las fuerzas externas o la aceleración en la base, reduciéndose la amplitud de las vibraciones y el posible daño de los elementos frente a acciones muy severas.

La masa de tales dispositivos es del orden de 0.5% a 2% de la masa de la estructura principal, lo que hace factible su colocación incluso en estructuras para las que en el diseño original no se había previsto colocar amortiguadores de masa sintonizada.

CAPÍTULO I: GENERALIDADES Y MARCO TEÓRICO

1.1 Justificación de la tesis

Los problemas de vibraciones excesivas son frecuentes en estructuras industriales que soportan equipos rotatorios o reciprocantes. Las vibraciones pueden también ser incómodas en estructuras livianas que soportan cargas vivas comparativamente altas, como puede ser el caso en muchos puentes peatonales. En tales casos, en los que la excitación tiene componentes importantes en un rango estrecho de frecuencias, los AMS han sido utilizados con éxito (Meinhardt, 2009).

Sin embargo, el interés principal en esta tesis está en estudiar la eficacia de los AMS para mejorar el comportamiento de las edificaciones frente a acciones sísmicas, es decir, acciones con un contenido de frecuencias relativamente amplio. Esto se justifica al observarse una tendencia creciente a diseñar edificios elevados y en algunos casos con estructuración irregular, en los que los problemas relacionados con aceleraciones de piso y desplazamientos excesivos serán más frecuentes.

1.2 Objetivos

El objetivo principal de esta tesis es el estudio del uso de los amortiguadores de masa sintonizada (AMS) para mejorar la respuesta dinámica de edificaciones. Más específicamente, se analiza el comportamiento de modelos dinámicos sometidos a aceleraciones en la base y a fuerzas armónicas, identificándose las características óptimas de un amortiguador de masa sintonizada. Luego se estudia la eficiencia de un AMS para reducir desplazamientos y fuerzas cortantes en una edificación ante acciones sísmicas, considerándose también su uso en estructuras con fuerte irregularidad torsional.

1.3 Organización de la tesis

El capítulo I describe brevemente lo que es un amortiguador de masa sintonizada y se hace una reseña de trabajos recientes sobre el tema, así como se listan algunas de las aplicaciones en edificios y otras obras de ingeniería civil.

En el capítulo II se estudia primero la eficiencia de los AMS para sistemas de un grado de libertad sometidos a fuerzas o movimientos armónicos en la base, determinándose las características óptimas, para luego considerar sistemas de múltiples grados de libertad, con modelos de acoplamiento cercano, y su equivalencia con sistemas de un grado de libertad.

El capítulo III se refiere al comportamiento de estructuras con AMS frente a acciones sísmicas. En particular se analizan las posibilidades de corregir una irregularidad torsional mediante uno o más AMS.

El capítulo IV presenta dos aplicaciones a edificios reales. El primero es el edificio de la torre de oficinas y control del aeropuerto internacional Jorge Chávez, con las características que tenía antes de que se le agregaran disipadores viscosos y elementos para corregir sus principales deficiencias. El segundo es un edificio de oficinas de 16 pisos y 4 sótanos, de construcción más reciente, con una irregularidad torsional no tan severa.

Finalmente, en el capítulo V se presentan las principales conclusiones e investigaciones a futuro que pueden resultar del estudio.

1.4 Amortiguadores de Masa Sintonizada

Los amortiguadores de masa sintonizada (AMS) son dispositivos de disipación de energía relativamente livianos, que pueden colocarse en una estructura para reducir sus amplitudes de vibración. Habitualmente tienen una componente friccional o hidráulica que convierte la energía cinética en calor. Su masa, rigidez y amortiguamiento se ajustan de modo tal que su frecuencia natural de vibración se sintoniza con una frecuencia de excitación problemática o con la de un modo de vibración que tiene contribución importante a la respuesta, de forma tal que el dispositivo entra en resonancia y disipa una gran cantidad de energía.

Aunque los AMS fueron propuestos desde inicios del siglo XX, es solo en las últimas décadas que han sido aplicados a estructuras civiles, tales como torres de telecomunicaciones, chimeneas elevadas o puentes peatonales, para reducir las vibraciones ocasionadas por el viento o por la actividad humana. Aún más recientemente han sido propuestos para reducir los efectos de sismo en edificaciones.

Los AMS pueden tener características muy diversas. En el contexto de estructuras de ingeniería civil, como puentes o edificaciones, se encuentran rangos típicos en sus propiedades:

- a) **Masa:** La masa de un AMS es aproximadamente entre 0.5% y 2% de la masa de la estructura a la que se acopla (estructura principal), aunque en ciertas condiciones se observa que a mayor masa puede tenerse más disipación.
- b) **Rigidez:** Como el amortiguador se "sintoniza" para tener una frecuencia natural similar a la del primer o el segundo modo de la estructura principal, su rigidez es también proporcionalmente pequeña.
- c) **Amortiguamiento:** El amortiguamiento óptimo depende de la proporción entre la masa del AMS y la masa efectiva de la estructura. En la mayor parte de los casos el amortiguamiento del AMS, visto como elemento de un grado de libertad, está entre 4% y 10% del crítico.

La combinación de estas tres características dota al AMS de propiedades dinámicas tales que puede contrarrestar en cierta medida el movimiento de la estructura principal. En la figura 1.1 se observa cómo influye el AMS en el comportamiento de una estructura de 1GDL sometida a una fuerza sinusoidal.

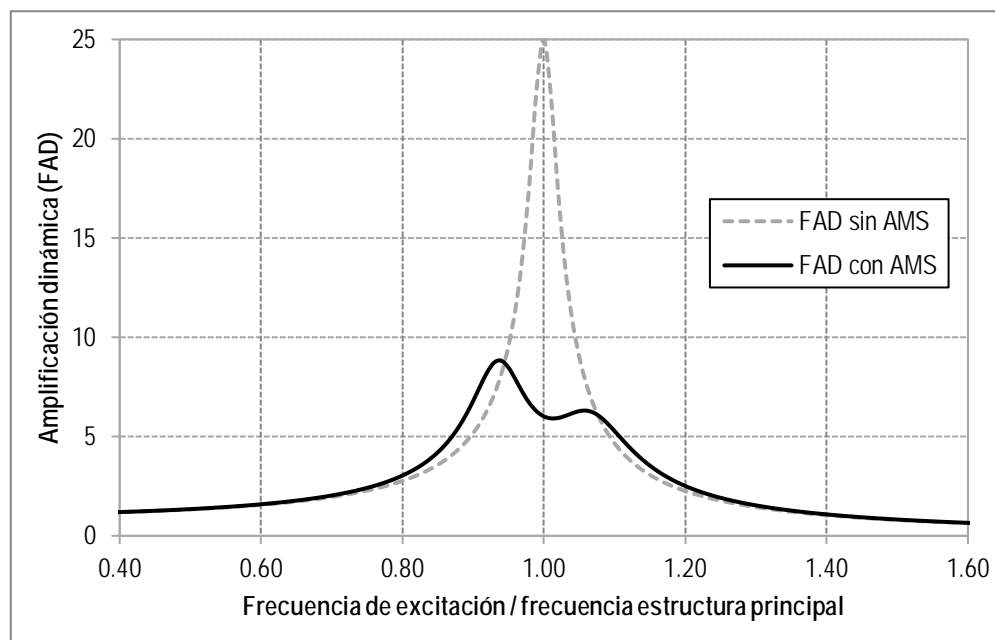


Figura I-1: Influencia del AMS en la respuesta de una estructura sometida a una fuerza sinusoidal

En una aplicación como la mostrada, en la que la excitación ocurre a una sola frecuencia, el AMS puede ser muy eficiente. Esta podría ser la situación al corregir un problema de vibración originado por maquinaria. Nótese sin embargo, que el AMS es el que absorbe una gran parte de la energía y su diseño puede estar controlado por fatiga.

Frente a acciones sísmicas no se tiene un problema de fatiga. La principal dificultad es que la excitación tiene componentes en un rango amplio de frecuencias y no se puede entonces lograr la misma eficiencia del AMS. Podría sin embargo mejorarse el comportamiento utilizando múltiples AMS, sintonizados a las frecuencias de los modos más significativos en la respuesta y en las posiciones en las que las correspondientes formas modales tienen mayores amplitudes.

1.5 Literatura Sobre el Uso de AMS

Luego de su invención por Frahm en 1909 este concepto de disipación de energía ha llamado la atención de muchos investigadores en los diversos campos en los que se puede aplicar, principalmente en los sistemas mecánicos. El uso de amortiguadores de masa sintonizada es relativamente reciente en la ingeniería civil y su aplicación y estudio se basan principalmente en obtener los parámetros de rigidez y amortiguamiento óptimos.

Luft (1979) halla los parámetros óptimos para un sistema principal amortiguado y un AMS sin amortiguamiento sometido a una excitación de ruido blanco.

Den Hartog (1984) demostró que para sistemas de un grado de libertad no amortiguados la amplitud de vibración del sistema excitado es nula cuando la frecuencia de excitación es igual a la frecuencia del AMS, indicando que toda la energía del sistema fue transferida al AMS.

En particular, para carga sísmica, Villaverde y Koyama (1993) comprueban de manera numérica y experimental que los sistemas de masa sintonizada con alto amortiguamiento pueden ser utilizados de manera ventajosa para reducir la respuesta de las estructuras ante sismos. Además observan que la reducción de la respuesta depende también de las características de la excitación, siendo el sistema más efectivo cuando la frecuencia del movimiento del suelo es similar a

la frecuencia natural de la estructura. Villaverde (1994) demuestra también que la razón de amortiguamiento del AMS debe ser igual a la razón de amortiguamiento estructural más un término que depende de la relación de masa y del desplazamiento modal del punto donde se encuentra ubicado el AMS.

Soong and Dargush (1997) presentan un completo estado del arte de sistemas pasivos de disipación de energía, como así también distintos tipos de configuraciones estructurales y distintos métodos de cálculo de los parámetros óptimos.

Sadek et al. (1997) proporcionan los parámetros óptimos de razón de frecuencias y razón de amortiguamiento en función de una relación de masa establecida y analizan la eficiencia de estos parámetros en estructuras de uno y varios grados de libertad con AMS, sometidas a excitación sísmica, en la reducción de desplazamientos y aceleración.

Chang (1999) propone una serie de fórmulas para la determinación de los parámetros óptimos de amortiguadores de masa sintonizada, para el caso de excitación de ruido blanco y para acciones de viento o sismo.

Lin et al. (1999) consideran que la mayor distancia entre el AMS y el centro de masa determinan la mayor reducción en la vibración. Además indican que un solo AMS es adecuado para reducir traslación y rotación de edificios altos bajo la acción de sismos, pero se necesita un segundo AMS en edificios con rigidez similar en las dos direcciones principales. Estos desarrollos teóricos se probaron en un edificio de cinco pisos asimétrico bajo la acción de cinco terremotos reales.

Goel y Booker (2001), Goel (1998, 2000) concluyen que, para el caso de amortiguadores de tipo viscoso para una estructura asimétrica bajo excitación sísmica, la ubicación óptima es tal que la excentricidad de las fuerzas de amortiguamiento es igual, pero de signo contrario, a la excentricidad estructural. Esta situación se verifica tanto para estructuras con comportamiento elástico como para estructuras con comportamiento inelástico. Se analizaron los resultados bajo la acción del sismo en una sola dirección y con distintos acelerogramas.

Singh y Moreschi (2002) realizan un estudio de optimización mediante un algoritmo genético para encontrar los parámetros óptimos de cuatro amortiguadores ubicados de a pares según dos direcciones ortogonales en el

último piso del edificio, para controlar la respuesta torsional de edificios sujetos a la acción sísmica bidireccional.

Pinkaew et al. (2003) sostienen que, en el caso de estructuras sometidas a daño, los parámetros a estudiar no deben basarse en la reducción máxima de la respuesta sino en la reducción del daño y el uso de AMS reduce el daño de la estructura, evitando el colapso, para el caso analizado con sismos que tienen períodos predominantes cercanos a los de la estructura.

Li y Qu (2006) discuten la aplicación de un sistema de múltiples AMS, con igual rigidez y coeficiente de amortiguamiento pero diferente masa, en el control de la respuesta traslacional y torsional para una estructura simplificada de dos grados de libertad que representa las características dinámicas de una estructura genérica asimétrica sometida a movimientos en la base. Definen una relación entre la frecuencia torsional y la frecuencia traslacional que denominan TFR, a través de la cual definen las estructuras asimétricas como torsionalmente elásticas cuando $TFR < 1$, torsionalmente intermedias cuando $TFR = 1$ y torsionalmente rígidas cuando $TFR > 1$.

Establecen que un nuevo resultado básico es que la relación normalizada de excentricidad que denominan NER y definen como la relación entre la excentricidad y el radio de giro de la planta, afecta significativamente el desempeño de los múltiples AMS en la respuesta traslacional y torsional en estructuras torsionalmente flexibles e intermedias mientras que es prácticamente despreciable en estructuras torsionalmente rígidas y en tal caso los múltiples AMS pueden diseñarse ignorando los efectos del acoplamiento torsional.

1.6 Algunas Aplicaciones de Amortiguadores de Masa Sintonizada

Desde su aparición en el año 1909 los amortiguadores de masa sintonizada han tenido diversas aplicaciones. El uso de AMS ha ido creciendo en las últimas décadas. En la siguiente tabla se enumeran algunas estructuras con dispositivos AMS, las cuales están divididas en tres grupos: AMS pasivos, AMS activos y amortiguadores de líquido sintonizado (ALS).

*Tabla I-1: Historial de estructuras con AMS
Adaptado de la referencia: Protective Systems Research Group del Earthquake
Engineering Research Center, Universidad de California in Berkeley*

AMORTIGUADORES DE MASA SINTONIZADA PASIVOS				
Nombre y tipo de estructura	Ciudad, país	Tipo y número de dispositivos	Fecha	Frecuencia, masa y amortiguamiento
Antena TV CN Tower (553m)	Toronto, Canadá	AMS pasivo	1973	
Edificio John Hancock (244m)	Boston, USA	AMS pasivos (2)	1977	0.14 Hz 2 x 300 t $\beta = 4\%$
Edificio City Corp Center (278m)	New York, USA	AMS pasivo	1978	0.16Hz 370 t $\beta = 4\%$
Torre Sydney (305 m)	Sydney, Australia	AMS pasivo (tipo péndulo)	1980/1	0.10, 0.50 Hz 220 t
Chimeneas (2) Al Khobar (120 m)	Arabia Saudita	AMS pasivo	1982	0.44 Hz 7 t
Chimenea Ruwais Utilities	Abu Dhabi	AMS pasivo	1982	0.49 Hz 10 t
Torre de enfriamiento Deutsche Bundespost (278 m)	Nornberg, Alemania	AMS pasivo	1982	0.67 Hz 1.5 t
Chimenea fábrica de cemento Yanbu (81 m)	Arabia Saudita	AMS pasivo	1984	0.49 Hz 10 t
Turbina de viento Hydro-Quebec	Canadá	AMS pasivo	1985	0.7-1.2 Hz 18 t
Torre puerto Chiba (125m)	Chiba, Japón	AMS pasivos (2)	1986	0.43-0.44 Hz 10, 15t
Pilar puente atirantado Aratsu	Japón	AMS pasivo	1987	-
Pilar puente bahía de Yokohama	Yokohama, Japón	AMS pasivo	1988	-
Planta de generación térmica Bin Quasim (70 m)	Pakistan	AMS pasivo	1988	0.99 Hz 4.5 t

Nombre y tipo de estructura	Ciudad, país	Tipo y número de dispositivos	Fecha	Frecuencia, masa y amortiguamiento
Chimenea, planta Tiwest Rutile (43 m)	Australia	AMS pasivo	1989	0.92 Hz 0.5t
Torre Fukuoka (151 m)	Fukuoka, Japón	AMS pasivos (2)	1989	0.31-0.33 Hz 25, 30 t
Torre Higashiyama Sky (134 m)	Nagoya, Japón	AMS pasivo	1989	0.49-0.55 Hz 20 t
Pilar puente atirantado Bannaguru	Japón	AMS pasivo	1990	-
Edificio Crystal Tower (157 m)	Osaka, Japón	AMS pasivos (2)	1990	0.24-0.28 Hz 180, 360 t
Huis Ten Bosch Domtoren	Nagasaki, Japón	AMS pasivo	1990	0.65-0.67 Hz 7.8 t
Torre Hibikiryokuchi Sky (135 m)	Kitakyushu, Japón	AMS pasivo	1991	
Chimenea HKW (120 m)	Frankfurt, Alemania	AMS pasivo	1992	0.86 Hz 10 t
Planta de energía Siemens (70 m)	Killingholme, Reino Unido	AMS pasivo	1992	0.88 Hz 7 t
Rokko island P & G (117 m)	Kobe, Japón	AMS pasivo (tipo péndulo)	1993	0.33-0.62 Hz 270 t
Torre Chifley (209 m)	Sydney, Australia	AMS pasivo (tipo péndulo)	1993	400 t
Chimenea Al Taweeiah (70 m)	Abu Dhabi	AMS pasivo	1993	1.4Hz 1.35 t
Torre Akita (112 m)	Akita, Japón	AMS pasivo	1994	0.41 Hz
Trump World Tower (262 m)	New York, USA	AMS pasivo	2001	600 t
Taipei 101 (509 m)	República de China	AMS pasivo	2004	730 t, 4.50 t (2)
Chimenea de la Central térmica Rugeley (183 m)	Inglaterra	AMS pasivo (tipo péndulo)	2009	42 t

Nombre y tipo de estructura	Ciudad, país	Tipo y número de dispositivos	Fecha	Frecuencia, masa y amortiguamiento
Edificio Geocentro Agustinas (35 niveles y 4 sótanos)	Chile	AMS pasivo (2)	2010	0.62-0.71 Hz 200 t (2)
Edificio Jardines de Infante (22 niveles y 2 sótanos)	Chile	AMS pasivo (2)	2010	100 t (2)
Policlínico Espíritu Santo (10 niveles y 2 sótanos)	Arequipa, Perú	AMS pasivo (2)	2011	100 t (2)
AMORTIGUADORES DE MASA SINTONIZADA ACTIVOS				
Nombre y tipo de estructura	Ciudad, país	Tipo y número de dispositivos	Fecha	Frecuencia, masa y amortiguamiento
Edificio de oficinas Sendagaya INTES (58 m)	Tokyo, Japón	2 AMS activos	1991	0.59 Hz 72 t
Torre ORC 2000 Symbol (188 m)	Osaka, Japón	2 AMS activos	1992	0.21 Hz 200 t
Aeropuerto internacional Kansai	Osaka, Japón	2 AMS activos (péndulo invertido)	1993	0.8 Hz 10 t
Torre Yokohama Landmark (296 m)	Yokohama, Japón	2 AMS activos	1993	0.185 Hz 340 t
Torre de oficinas C (130 m)	Tokyo, Japón	AMS activo	1993	0.34 Hz 200 t
Proyecto KS (121 m)	Kanazawa, Japón	AMS activo	1993	100t
Edificio de oficinas MKD8 Hikarigaoka (100 m)	Tokyo, Japón	AMS activo (pendulum)	1993	0.44 Hz
Edificio Riverside Sumida (133m)	Tokyo, Japón	2 AMS activos	1994	0.29 Hz 30 t
Edificio de oficinas Act City (213 m)	Hamamatsa, Japón	AMS activo	1994	0.21 Hz 180 t
Torre Shinjuku Park (227 m)	Tokyo, Japón	3 AMS activos	1994	330 t

AMORTIGUADORES DE LÍQUIDO SINTONIZADO				
Nombre y tipo de estructura	Ciudad, país	Tipo y número de dispositivos	Fecha	Frecuencia, masa y amortiguamiento
Torre Aeropuerto Nagasaki (42 m)	Nagasaki, Japón	25 ALS (tipo circular)	1987	1.07 Hz 1 t (aprox.)
Yokohama Marine Tower (105 m)	Yokohama, Japón	39 ALS (tipo circular)	1987	0.55 Hz 1.6 t
Torre Gold (136 m)	Udatsu, Japón	16 ALS (rectangular unidireccional)	1988	0.42 Hz 9.6 t
Shin-Yokohama Prince Hotel (149m)	Yokohama, Japón	30 ALS (tipo circular)	1991	0.31 Hz 83.5t
Torre de transmisión Mount Wellington (reticulado 104 m)	Hobart, Australia	80 ALS (tipo circular)	1992	0.7 Hz 0.6 t
Edificio TYG (159 m)	Atsugi, Japón	720 ALS (doble donut)	1992	0.53 Hz 18.2 t
Torre Aeropuerto Narita (87 m)	Narita, Japón	ALS (tipo circular)	1993	1.3 Hz 16.5 t + floating particles
Torre Aeropuerto Haneda (178 m)	Tokyo, Japón	ALS (tipo circular)	1993	0.77 Hz 21 t

En la tabla 1.1 se mostraron edificaciones que cuentan con amortiguadores de masa sintonizada, de las cuales se muestran algunas a continuación en las siguientes imágenes.

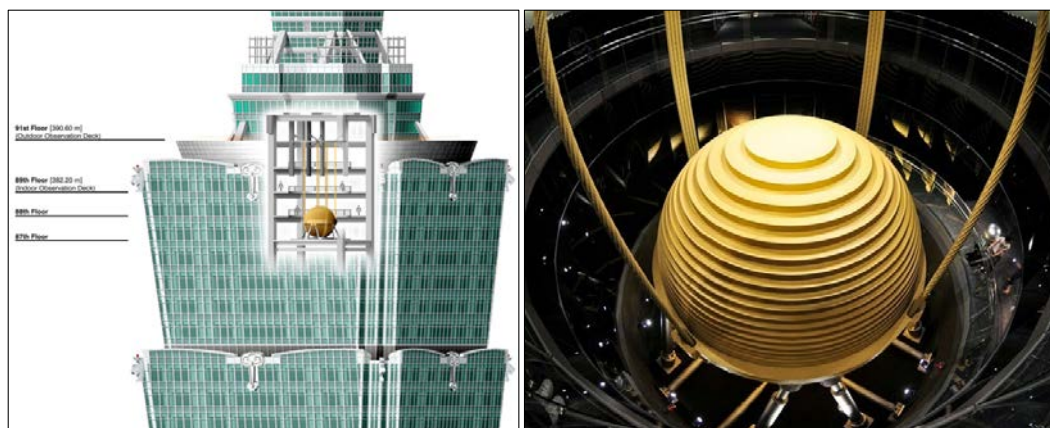


Figura I-2: Taipei 101 (República de China)

Referencia: www.wikipedia.com



Figura I-3: Edificio Geocentro Agustinas (Chile)

Referencia: www.sirve.cl



Figura I-4: Edificio John Hancock (USA)

Referencia: www.lemessurier.com



Figura I-5: Chimenea de la Central Térmica Rugeley (Inglaterra)

Referencia: Lavín et al. (2010)

CAPÍTULO II: ANÁLISIS DE MODELOS DINÁMICOS SIMPLES SOMETIDOS A FUERZAS Y ACELERACIONES SINUSOIDALES

En este capítulo se ha trabajado con modelos lineales de acoplamiento cercano de estructuras de uno y de varios grados de libertad; esto por la simplificación de los parámetros y la facilidad para la solución de las ecuaciones que rigen su movimiento. Para comprender la influencia de los diversos parámetros, se han analizado estas estructuras hallándose su respuesta dinámica (aceleraciones, velocidades, desplazamientos y fuerzas cortantes); luego se les ha acoplado un amortiguador de masa sintonizada. Este amortiguador está caracterizado por su masa, rigidez y amortiguamiento; y es tratado como un elemento más de la estructura principal.

2.1 Vibración armónica forzada de sistemas de un grado de libertad

En este caso se considera una fuerza sinusoidal actuando directamente en la masa principal M . En la figura 2.1 se muestra el esquema del caso tratado.

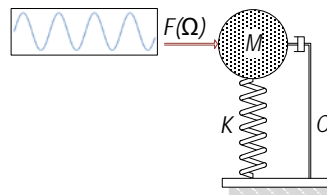


Figura II-1: Modelo Dinámico-Vibración armónica forzada para 1GDL

Las características más importantes en este caso son las siguientes:

$$\text{Frecuencia angular del sistema: } \omega = \sqrt{K/M} \quad (2.1.1)$$

$$\text{Amortiguamiento del sistema: } C = 2\beta M\omega \quad (2.1.2)$$

Donde β es la fracción de amortiguamiento crítico.

La ecuación de equilibrio que rige el movimiento de este sistema es:

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = F \quad (2.1.3)$$

Donde:

U , es el desplazamiento de la masa principal

\dot{U} , es la velocidad de la masa principal

\ddot{U} , es la aceleración de la masa principal

F , es la fuerza de excitación armónica con frecuencia Ω

Considerando la fuerza $F = sen\Omega t$, la solución de esta ecuación está compuesta por dos partes, una solución complementaria U_c (la vibración transitoria) y otra particular U_p (la componente de vibración forzada).

$$U = U_c + U_p \quad (2.1.4)$$

Donde:

$$U_c = e^{-\beta\omega t} (C_1 \cos\omega_D t + C_2 \sen\omega_D t) \quad (2.1.5)$$

$$U_p = C_3 \cos\Omega t + C_4 \sen\Omega t \quad (2.1.6)$$

La solución complementaria es transitoria, pues debido al factor $e^{-\beta\omega t}$ desaparece con el tiempo, perdurando así la solución particular. Esta componente que se denomina estacionaria (o de vibración forzada) es la importante en problemas tales como el estudio de las vibraciones de cimentaciones de máquinas. En lo que sigue se ha ignorado la solución transitoria.

La excitación externa se ha expresado en forma polar, para tener una más fácil presentación de los cálculos, y de aquí en adelante todas las funciones armónicas, ya sean fuerzas o aceleraciones en la base, se presentarán de la misma forma. En la ecuación (2.1.7) se muestra la expresión polar para la excitación.

$$F_{(t)} = f e^{i\Omega t} \quad (2.1.7)$$

Sin perder generalidad, se supone en lo que sigue que la amplitud de la excitación armónica es $f = 1$ y la solución general del sistema tiene entonces la siguiente forma:

$$\text{Desplazamiento: } U = u e^{i\Omega t} \quad (2.1.8)$$

$$\text{Velocidad: } \dot{U} = u i\Omega e^{i\Omega t} \quad (2.1.9)$$

$$\text{Aceleración: } \ddot{U} = -u \Omega^2 e^{i\Omega t} \quad (2.1.10)$$

Reemplazando (2.1.8), (2.1.9) y (2.1.10) en (2.1.7) se obtiene:

$$u = \frac{1}{(K - M\Omega^2 + C\Omega i)} \quad (2.1.11)$$

La expresión u tiene parte real e imaginaria, por tanto será más fácil expresarla en forma polar, obteniéndose:

$$u = \frac{1}{\sqrt{(K - M\Omega^2)^2 + (C\Omega)^2}} e^{-i\theta} \quad (2.1.12)$$

Se define como factor de amplificación dinámica (FAD), a la razón de la amplitud del desplazamiento dinámico U y el desplazamiento estático U_{est} .

$$FAD = \frac{\text{Desplazamiento dinámico}}{\text{Desplazamiento estático}} = \frac{U}{U_{est}} \quad (2.1.13)$$

Donde:

U , es el desplazamiento dinámico expresado en la ecuación (2.1.8)

U_{est} , es el desplazamiento estático (es decir, el límite de U para $\Omega \rightarrow 0$)

Por lo tanto el factor de amplificación dinámica en este caso resulta:

$$FAD = \frac{1}{\sqrt{(1 - (\frac{\Omega}{\omega})^2)^2 + (2\beta\frac{\Omega}{\omega})^2}} \quad (2.1.14)$$

Esta amplificación alcanza un valor máximo $1/2\beta$ cuando la razón de las frecuencias del sistema y de la excitación es cercana a la unidad.

En la figura 2.2 se muestra la amplificación para un sistema de un grado de libertad. Si $\beta = 2\%$ el valor máximo es 25, cuando la razón de frecuencias es aproximadamente uno.

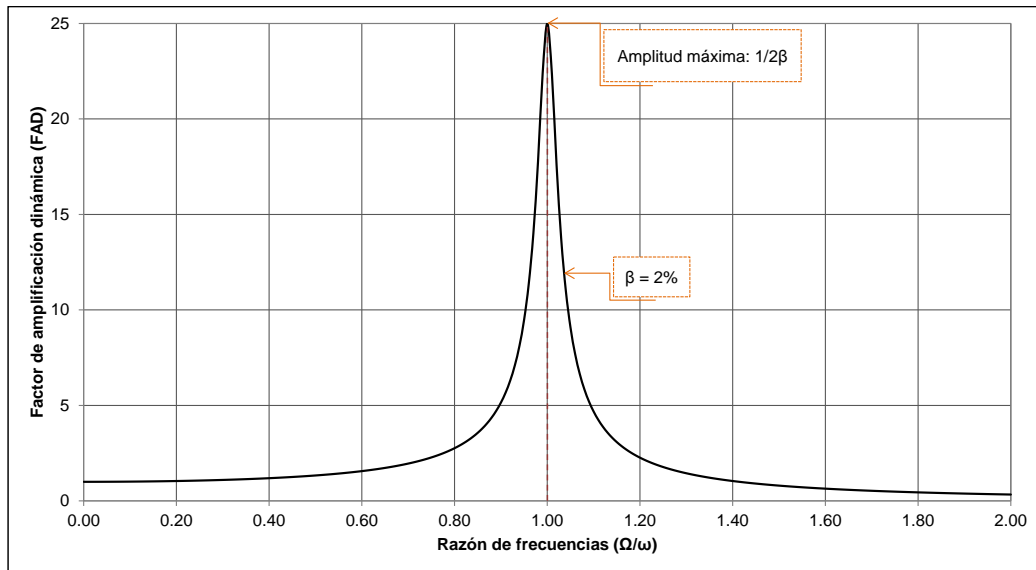


Figura II-2: Factor de Amplificación Dinámica (FAD) en función de la razón de frecuencias

2.2 Respuesta estacionaria para vibración armónica forzada de sistemas de un grado de libertad con AMS

- Diseño del AMS

Como se mencionó anteriormente, un amortiguador de masa sintonizada tiene tres características importantes: masa, rigidez y amortiguamiento. La masa m es una fracción r de la masa de la estructura principal M . Suponiendo que el amortiguador se sintonice con la frecuencia ω del sistema, se tendría la rigidez del AMS K_a igual a rK , donde K es la rigidez del sistema de 1 GDL. El coeficiente de amortiguamiento C_a se puede expresar como función de la fracción del amortiguamiento crítico β_a del AMS visto como si fuera un sistema independiente de 1GDL.

$$\text{Masa del AMS:} \quad m = rM \quad (2.2.1)$$

$$\text{Frecuencia del AMS:} \quad \omega_a^2 = \omega^2 = K_a/m = K/M \quad (2.2.2)$$

Reemplazando (2.2.1) en la ecuación (2.2.2) se obtiene la rigidez del amortiguador.

$$\text{Rigidez del AMS:} \quad K_a = rK \quad (2.2.3)$$

$$\text{Amortiguamiento del AMS:} \quad C_a = 2\beta_a m\omega \quad (2.2.4)$$

En la figura 2.3 se muestra el esquema del sistema de 1GDL con el acoplamiento del AMS.

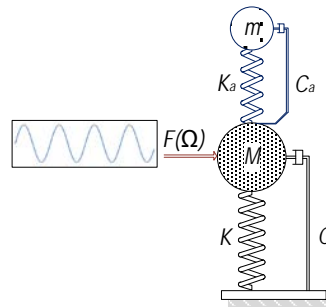


Figura II-3: Modelo Dinámico-Vibración armónica forzada para 1GDL con AMS

La ecuación general de movimiento para este nuevo sistema es similar a la ecuación para un grado de libertad (2.1.3), excepto que al tratarse ahora de un sistema de dos grados de libertad, todos los símbolos denotan matrices. En la expresión (2.2.5) se muestra la nueva ecuación general de movimiento.

$$\tilde{M}\ddot{\tilde{U}} + \tilde{C}\dot{\tilde{U}} + \tilde{K}\tilde{U} = \tilde{F} \quad (2.2.5)$$

Siendo las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento las que se muestran a continuación:

$$\text{Matriz de Masa:} \quad \tilde{M} = \begin{pmatrix} M & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} \quad (2.2.6)$$

$$\text{Matriz de Rigidez:} \quad \tilde{K} = \begin{pmatrix} K + K_a & -K_a \\ -K_a & K_a \end{pmatrix} \quad (2.2.7)$$

$$\text{Matriz de Amortiguamiento:} \quad \tilde{C} = \begin{pmatrix} C + C_a & -C_a \\ -C_a & C_a \end{pmatrix} \quad (2.2.8)$$

Se supone aquí que la fuerza excitadora solo actúa en la masa M y está expresada como:

$$\tilde{F} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} e^{i\Omega t} \quad (2.2.9)$$

La solución estacionaria de la ecuación general de movimiento tiene la siguiente forma:

$$\text{Desplazamiento:} \quad \tilde{U} = \tilde{u} e^{i\Omega t} \quad (2.2.10)$$

$$\text{Velocidad:} \quad \dot{\tilde{U}} = \tilde{u} i\Omega e^{i\Omega t} \quad (2.2.11)$$

$$\text{Aceleración:} \quad \tilde{U} = -\tilde{u} \Omega^2 e^{i\Omega t} \quad (2.2.12)$$

Donde el vector \tilde{u} está compuesto por las amplitudes de los desplazamientos de ambas masas; M y m .

$$\tilde{u} = \begin{Bmatrix} u \\ u_a \end{Bmatrix} \quad (2.2.13)$$

Reemplazando (2.2.10), (2.2.11) y (2.2.12) en la ecuación (2.2.5) se obtiene:

$$(-\Omega^2 \tilde{M} + i\Omega \tilde{C} + \tilde{K}) \tilde{u} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.2.14)$$

Se define \tilde{A} como una matriz compuesta por elementos complejos tal como se muestra en la expresión siguiente:

$$\tilde{A} = (-\Omega^2 \tilde{M} + i\Omega \tilde{C} + \tilde{K}) = \begin{pmatrix} -M\Omega^2 + i\Omega(C + C_a) + K + K_a & -i\Omega C_a - K_a \\ -i\Omega C_a - K_a & K_a - m\Omega^2 + i\Omega C_a \end{pmatrix} \quad (2.2.15)$$

Al resolver la expresión (2.2.14), se obtienen los desplazamientos de ambas masas, siendo el desplazamiento de la masa principal M el de mayor interés. Al igual que en el acápite anterior, puede obtenerse una expresión para la amplificación de la masa principal, como se muestra en (2.2.16).

$$FAD' = \frac{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2\right]^2 + \left[2\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)\beta_a\right]^2}}{\sqrt{\left[\left(1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2\right)^2 - r\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2 - 4\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2\beta\beta_a\right]^2 + \left[2\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)\left(\left(1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2\right)(\beta + r\beta_a) + \beta_a\left(1 - r - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2\right)\right)\right]^2}} \quad (2.2.16)$$

La figura 2.4 muestra la amplificación en función de la razón de frecuencias, el amortiguamiento del AMS acoplado y el porcentaje de masa del mismo. Para las gráficas mostradas el amortiguador tiene un porcentaje de masa $r = 2\%$ fijo y solo se presentan las amplificaciones para distintos amortiguamientos β_a .

Puede observarse que para valores pequeños de β_a la amplificación crece en forma excesiva en dos puntos muy marcados, uno antes de la frecuencia de la estructura principal y otro después de esta. Cuando los valores de β_a aumentan, las amplificaciones también; originándose así una deficiencia del amortiguador. Sin embargo, existe un valor óptimo de β_a que hace que la amplificación sea mínima. Esto será tratado en capítulos posteriores.

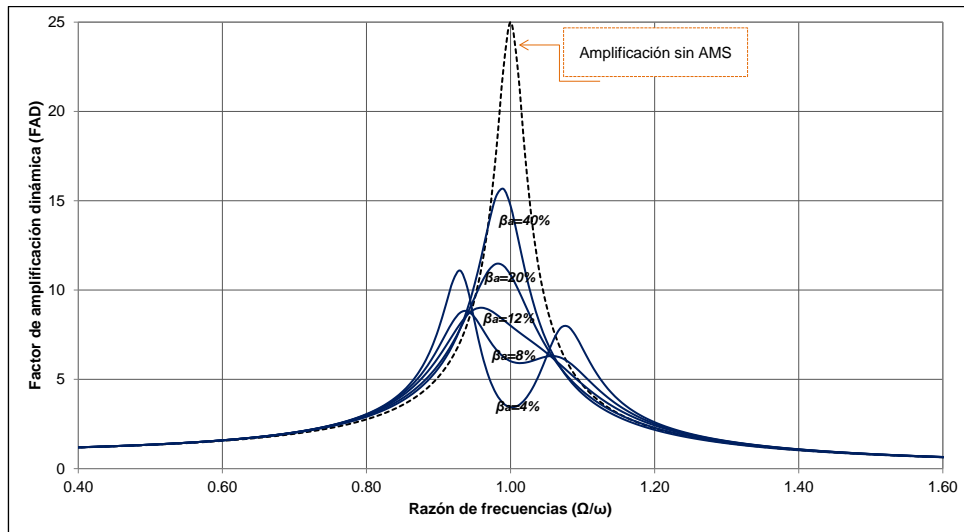


Figura II-4: Factor de Amplificación Dinámica para 1GDL con AMS para distintos valores de β_a

El uso de un amortiguador de masa sintonizada en sistemas de 1GDL para fuerzas armónicas, puede mejorar el comportamiento y la respuesta dinámica reduciendo en gran medida las amplificaciones, principalmente al tenerse una frecuencia de excitación similar a la frecuencia de la estructura, que es donde se producen las máximas amplificaciones.

Si bien es cierto que para fuerzas armónicas un amortiguador de masa sería una solución para reducir desplazamientos; el movimiento del AMS podría ser un problema ya que este será de mayor amplitud. En la figura 2.5 se muestran las razones de las amplitudes para la masa principal y para el AMS. Se puede observar que a mayor valor del amortiguamiento β_a , la razón U/U_a disminuye. Un valor referencial para el amortiguamiento β_a está entre 10% y 15%; por tanto se podría obtener un desplazamiento máximo del AMS de hasta 4 veces el valor del desplazamiento máximo de la estructura principal, siendo este un problema en algunas aplicaciones por la fatiga que se podría tener en el amortiguador.

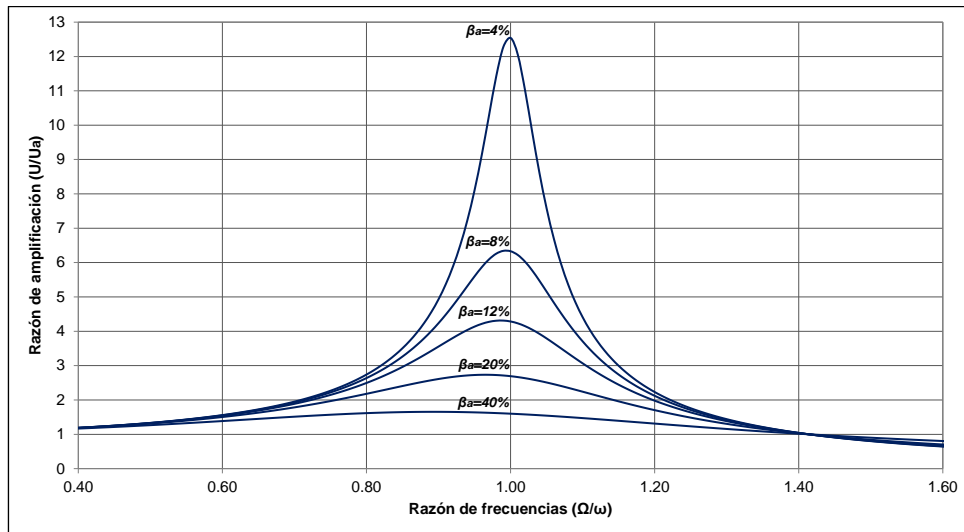


Figura II-5: Razón de amplificaciones U/U_a para 1GDL con AMS para distintos valores de β_a

2.3 Vibración armónica de sistemas de 1 GDL con aceleración en la base

En este acápite se consideran los efectos de una aceleración armónica con frecuencia Ω en la base del sistema. Esto podría interpretarse como una componente de la aceleración de un sismo.

Las características de este sistema de 1GDL son las mismas que las del acápite 2.1. En la figura 2.6 se muestra el esquema de este sistema. La amplitud de la aceleración del suelo, por motivos de simplificación es considerada como uno, siendo entonces $\ddot{U}_s = e^{i\Omega t}$.

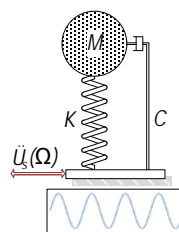


Figura II-6: Modelo Dinámico-Vibración armónica para sistema de 1GDL con movimiento en la base

La ecuación general de movimiento para este sistema es:

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = -M\ddot{U}_s \quad (2.3.1)$$

Donde:

U , es el desplazamiento relativo con respecto al suelo

\dot{U} , es la velocidad relativa respecto al suelo

\ddot{U} , es la aceleración relativa respecto al suelo

\ddot{U}_s , es la aceleración en la base, con frecuencia Ω

Al igual que en la expresión (2.1.4) solo se ha considerado la solución estacionaria:

$$\text{Desplazamiento:} \quad U = u e^{i\Omega t} \quad (2.3.2)$$

$$\text{Velocidad:} \quad \dot{U} = u i\Omega e^{i\Omega t} \quad (2.3.3)$$

$$\text{Aceleración:} \quad \ddot{U} = -u \Omega^2 e^{i\Omega t} \quad (2.3.4)$$

Reemplazando (2.3.2), (2.3.3) y (2.3.4) en (2.3.1) se obtiene:

$$u = \frac{-M}{(K - M\Omega^2 + C\Omega i)} \quad (2.3.5)$$

Expresando u en forma polar:

$$u = \frac{M}{\sqrt{(K - M\Omega^2)^2 + (C\Omega)^2}} e^{-i\gamma} \quad (2.3.6)$$

El factor de amplificación dinámica resulta:

$$FAD = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2\right)^2 + \left(2\beta\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}} \quad (2.3.7)$$

Como se puede observar, la amplificación dinámica con movimiento en la base es igual a la amplificación de 1GDL de vibración forzada (Ver figura 2.2). El fenómeno de resonancia se produce cuando $\frac{\Omega}{\omega} = 1$, siendo la amplificación máxima $1/2\beta$.

2.4 Respuesta estacionaria de sistema de 1 GDL con AMS ante aceleración en la base

El acoplamiento del AMS se realiza en la parte superior de la estructura principal. Los pasos para definir el AMS con sus tres características principales han sido

descritos en el acápite 2.2. En la figura 2.7 se muestra un esquema de este sistema.

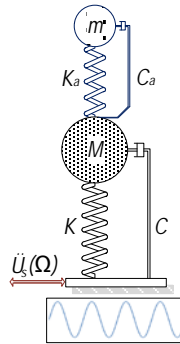


Figura II-7: Modelo Dinámico-Vibración armónica ante aceleración en la base para 1GDL con AMS

La ecuación general de movimiento, en términos del desplazamiento relativo \tilde{U} es:

$$\tilde{M}\ddot{\tilde{U}} + \tilde{C}\dot{\tilde{U}} + \tilde{K}\tilde{U} = \tilde{M}\begin{Bmatrix} -1 \\ -1 \end{Bmatrix}\ddot{U}_s \quad (2.4.1)$$

El segundo miembro de la expresión está formado por las fuerzas inerciales producidas por el movimiento de cuerpo rígido con el suelo \ddot{U}_s .

Matriz de Masa:
$$\tilde{M} = \begin{pmatrix} M & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} \quad (2.4.2)$$

Matriz de Rigidez:
$$\tilde{K} = \begin{pmatrix} K + K_a & -K_a \\ -K_a & K_a \end{pmatrix} \quad (2.4.3)$$

Matriz de Amortiguamiento:
$$\tilde{C} = \begin{pmatrix} C + C_a & -C_a \\ -C_a & C_a \end{pmatrix} \quad (2.4.4)$$

Por motivos de simplificación se supone que la aceleración del suelo tiene una amplitud igual a la unidad y está expresada como:

$$\ddot{U}_s = e^{i\Omega t} \quad (2.4.5)$$

La solución de la ecuación general de movimiento tiene la forma:

Desplazamientos:
$$\tilde{U} = \tilde{u} e^{i\Omega t} \quad (2.4.6)$$

Velocidades:
$$\dot{\tilde{U}} = \tilde{u} i\Omega e^{i\Omega t} \quad (2.4.7)$$

Aceleraciones:
$$\ddot{\tilde{U}} = -\tilde{u} \Omega^2 e^{i\Omega t} \quad (2.4.8)$$

Donde el vector \tilde{u} está compuesto por las amplitudes de desplazamientos de ambas masas; M y m .

$$\tilde{u} = \begin{Bmatrix} u \\ u_a \end{Bmatrix} \quad (2.4.9)$$

Reemplazando (2.4.6), (2.4.7) y (2.4.8) en la ecuación (2.4.1) se obtiene:

$$(-\Omega^2 \tilde{M} + i\Omega \tilde{C} + \tilde{K}) \tilde{u} = \begin{Bmatrix} -M \\ -m \end{Bmatrix} \quad (2.4.10)$$

Se define \tilde{B} como una matriz compuesta por elementos complejos tal como se muestra en la expresión siguiente:

$$\tilde{B} = (-\Omega^2 \tilde{M} + i\Omega \tilde{C} + \tilde{K}) = \begin{pmatrix} -M\Omega^2 + i\Omega(C + C_a) + K + K_a & -i\Omega C_a - K_a \\ -i\Omega C_a - K_a & K_a - m\Omega^2 + i\Omega C_a \end{pmatrix} \quad (2.4.11)$$

Resolviendo la expresión (2.4.10), se obtienen los desplazamientos y el factor de amplificación dinámica para la masa principal:

$$FAD'' = \frac{\left(\frac{1}{1+r}\right) \sqrt{\left[1+r-\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2\right]^2 + \left[2\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)\beta_a(1+r)\right]^2}}{\sqrt{\left[\left(1-\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2\right)^2 - r\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2 - 4\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2 \beta\beta_a\right]^2 + \left[2\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)\left(\left(1-\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2\right)(\beta+r\beta_a) + \beta_a\left(1-r-\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2\right)\right)\right]^2}} \quad (2.4.12)$$

Para graficar la amplificación se ha tomado un valor $r = 2\%$ y un porcentaje de amortiguamiento de la estructura principal $\beta = 2\%$, haciendo variar el porcentaje de amortiguamiento β_a del AMS. Como se puede observar en la figura 2.8, también en este caso la deficiencia del AMS se produce cuando el valor β_a disminuye o aumenta en exceso.

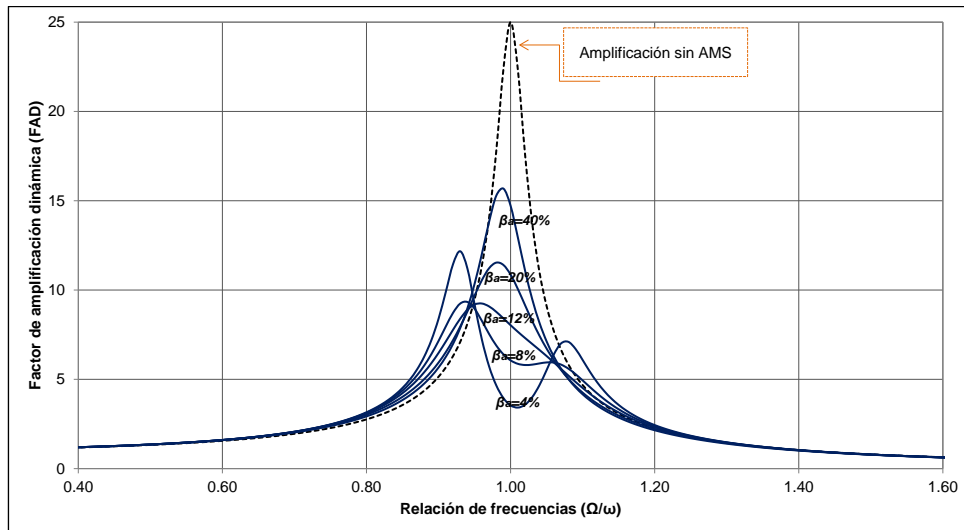


Figura II-8: Factor de Amplificación Dinámica (FAD) para sistema de 1GDL con AMS ante movimiento en la base para distintos valores de β_a

Para sistemas de 1GDL ante movimiento armónico en la base, el uso adecuado de un amortiguador de masa sintonizada puede mejorar la respuesta dinámica del sistema principal. En este caso no es importante el problema de fatiga del AMS, porque no se esperan muchos ciclos en la excitación.

2.5 Análisis numérico tiempo historia

En este acápite se usó el programa de cómputo SAP2000 como una herramienta para realizar el análisis numérico tiempo historia y comparar los valores obtenidos en las hojas de cálculo.

Para el análisis tiempo historia y la verificación de resultados, solo se trabajó con el sistema de 1 GDL con movimiento armónico en la base. Los datos del modelo dinámico en SAP2000 son mostrados en la figura 2.9. Se introdujo una aceleración sinusoidal $sen(\Omega t)$, siendo Ω la frecuencia que se varió para comparar la amplitud.

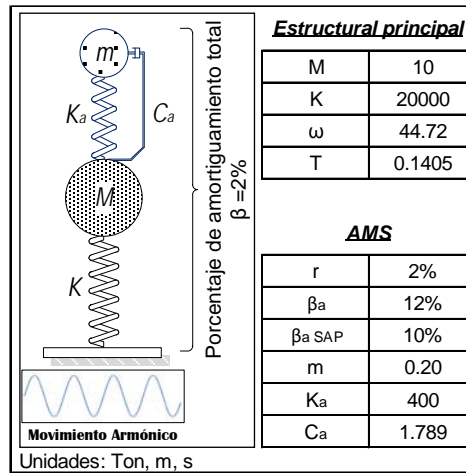


Figura II-9: Características del modelo dinámico introducidas en el SAP2000

Para el análisis tiempo historia, SAP2000 considera un porcentaje de amortiguamiento total para el sistema; por este motivo se le resta al amortiguamiento total del AMS el valor antes mencionado.

En la tabla 2.1 se muestran los resultados de las amplificaciones realizadas con cálculos manuales y con un análisis tiempo historia en SAP2000. Ambos resultados son similares; las pequeñas diferencias se explican por el tratamiento ligeramente distinto del amortiguamiento. Por tanto se puede afirmar que los cálculos matemáticos manuales son los adecuados.

Tabla II-1: Comparación de amplificaciones con cálculo manual y Tiempo-Historia SAP 2000

Ω/ω	FAD			
	<i>Cálculo manual</i>		<i>TH SAP2000</i>	
	Sin AMS	Con AMS	Sin AMS	Con AMS
0.60	1.56	1.61	1.56	1.60
0.80	2.77	3.09	2.78	3.10
0.92	6.33	7.77	6.34	7.72
1.00	25.00	8.03	25.00	7.98
1.10	4.66	4.52	4.64	4.53
1.20	2.26	2.31	2.26	2.31
1.40	1.05	1.04	1.06	1.04

En la figura 2.10 se muestra un esquema que brinda el programa de cómputo SAP2000 cuando se realiza el análisis tiempo historia. Los desplazamientos mostrados en esta figura son dinámicos. Al ser divididos por los desplazamientos estáticos de cada masa ($M: U_{est} = 0.005, m: U_{a-est} = 0.0051$), se obtienen los

factores de amplificación dinámica (FAD), coincidentes con los mostrados en la figura 2.8.

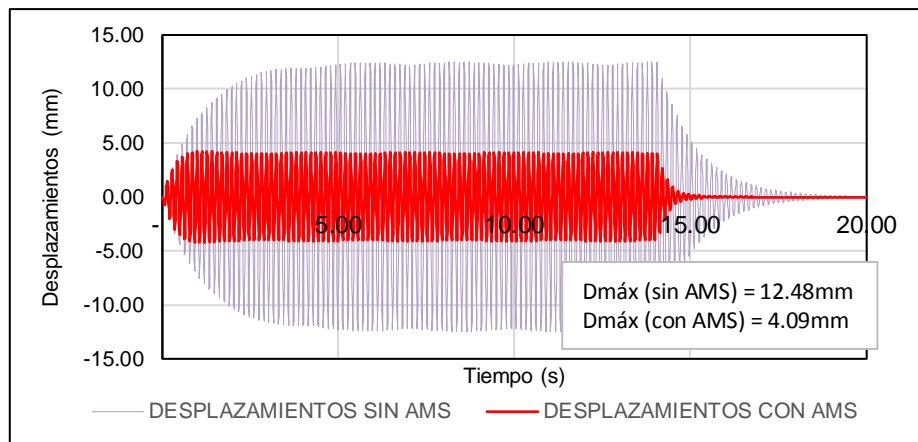


Figura II-10: Registro de desplazamientos obtenido con SAP2000

2.6 Análisis numérico en el dominio de frecuencias

Al igual que el acápite precedente, se usó el programa de cómputo SAP2000 como herramienta para realizar estos cálculos y así comparar con las amplificaciones obtenidas en forma manual. Se emplearon los mismos datos de la figura 2.9 para realizar el análisis numérico en el dominio de las frecuencias, obteniéndose las amplificaciones mostradas en la figura 2.11.

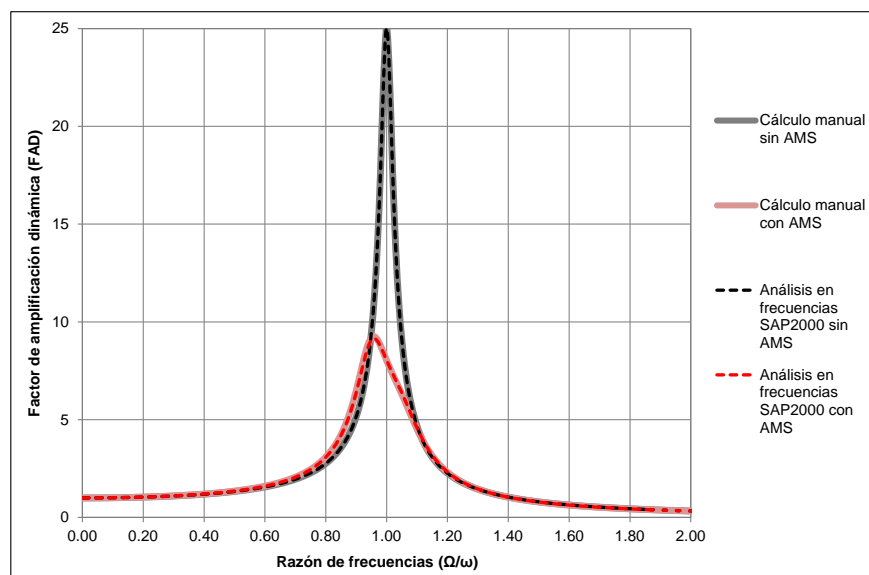


Figura II-11: Comparación de amplificaciones usando SAP2000

En la figura anterior se puede apreciar la gran similitud entre los resultados de los cálculos manuales y los conseguidos usando SAP2000 con un análisis en el dominio de frecuencias.

2.7 Parámetros óptimos para el diseño de un AMS

Como se indicó anteriormente, para definir un AMS se necesita determinar su masa, rigidez y amortiguamiento. En el capítulo II se calcularon los parámetros del AMS con la condición de que el periodo del AMS coincida con el periodo fundamental de la estructura o con la frecuencia cuyas amplitudes se requieren minimizar. Siendo más estrictos con los parámetros iniciales, para hallar los parámetros óptimos se considerará que la relación de frecuencias ya no es perfectamente uno, sino un valor cualquiera; y el porcentaje de amortiguamiento β de la estructura principal igual a cero. En la figura 2.12 se muestra el esquema para este caso:

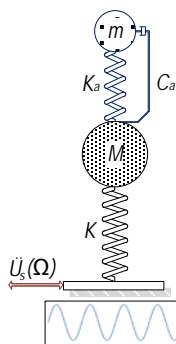


Figura II-12: Modelo dinámico para obtener los parámetros óptimos de un AMS

A continuación en la tabla 2.2 se presentan algunas relaciones para hallar los parámetros óptimos de un AMS:

Tabla II-2: Relaciones importantes para determinar los parámetros óptimos de un AMS

$p = \frac{\Omega}{\omega}$	$\omega^2 = \frac{K}{M}$
$\alpha = \frac{\omega_a}{\omega}$	$\omega_a^2 = \frac{K_a}{m}$
$r = \frac{m}{M}$	$C_a = 2\beta_a m \omega_a$

La ecuación general de movimiento para este sistema es:

$$\tilde{M}\ddot{\tilde{U}} + \tilde{C}\dot{\tilde{U}} + \tilde{K}\tilde{U} = \begin{Bmatrix} -1 \\ -1 \end{Bmatrix} \tilde{M}\ddot{U}_s \quad (2.7.1)$$

Esta expresión fue considerada anteriormente en el acápite 2.4. La forma de solución es la misma, siendo las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento las que se mostraron en (2.2.6), (2.2.7) y (2.2.8) para $\beta = 0$.

$$(-\Omega^2\tilde{M} + i\Omega\tilde{C} + \tilde{K})\tilde{u} = \begin{Bmatrix} -M \\ -m \end{Bmatrix} \quad (2.7.2)$$

Reemplazando las relaciones de la tabla 2.2 en (2.7.2) se obtiene la matriz \tilde{E} compuesta por elementos complejos:

$$\tilde{E} = (-\Omega^2\tilde{M} + i\Omega\tilde{C} + \tilde{K}) = K \begin{pmatrix} 1 + r\alpha^2 - p^2 + 2pra\beta_a i & -r\alpha^2 - 2rpa\beta_a i \\ -r\alpha^2 - 2rpa\beta_a i & r\alpha^2 - rp^2 + 2rpa\beta_a i \end{pmatrix} \quad (2.7.3)$$

Desplazamiento de la masa principal en el estado estacionario:

$$U = - \left(\frac{M}{K} \right) \frac{\sqrt{[(1+r)\alpha^2 - p^2]^2 + [2\beta_a p \alpha (1+r)]^2}}{\sqrt{[(1-p^2)(\alpha^2 - p^2) - rp^2 \alpha^2]^2 + [2\beta_a p \alpha [1 - (1+r)p^2]]^2}} e^{i\delta} \quad (2.7.4)$$

Escribiendo las siguientes relaciones:

$$b_1 = (1+r)\alpha^2 - p^2 \quad (2.7.5)$$

$$b_2 = 2p\alpha(1+r) \quad (2.7.6)$$

$$b_3 = (1-p^2)(\alpha^2 - p^2) - rp^2 \alpha^2 \quad (2.7.7)$$

$$b_4 = 2p\alpha[1 - (1+r)p^2] \quad (2.7.8)$$

Sea H la amplitud de la expresión (2.7.4):

$$H = \frac{\sqrt{[(1+r)\alpha^2 - p^2]^2 + [2\beta_a p \alpha (1+r)]^2}}{\sqrt{[(1-p^2)(\alpha^2 - p^2) - rp^2 \alpha^2]^2 + [2\beta_a p \alpha [1 - (1+r)p^2]]^2}} \quad (2.7.9)$$

Reemplazando las expresiones (2.7.5), (2.7.6), (2.7.7) y (2.7.8) en (2.7.9) se obtiene:

$$H = \frac{\sqrt{b_1^2 + b_2^2 \beta_a^2}}{\sqrt{b_3^2 + b_4^2 \beta_a^2}} \quad (2.7.10)$$

Al graficar la amplitud de la respuesta estacionaria (Figura 2.13) se puede notar que existen dos puntos característicos donde coinciden los valores de H para cualquier valor de β_a . Además, se aprecia que esta característica para valores de β_a que tienden a cero o infinito.

En la figura siguiente se observa que para valores de β_a que tienden a cero o infinito, los valores de H se mantienen constantes en dos puntos p_A y p_B .

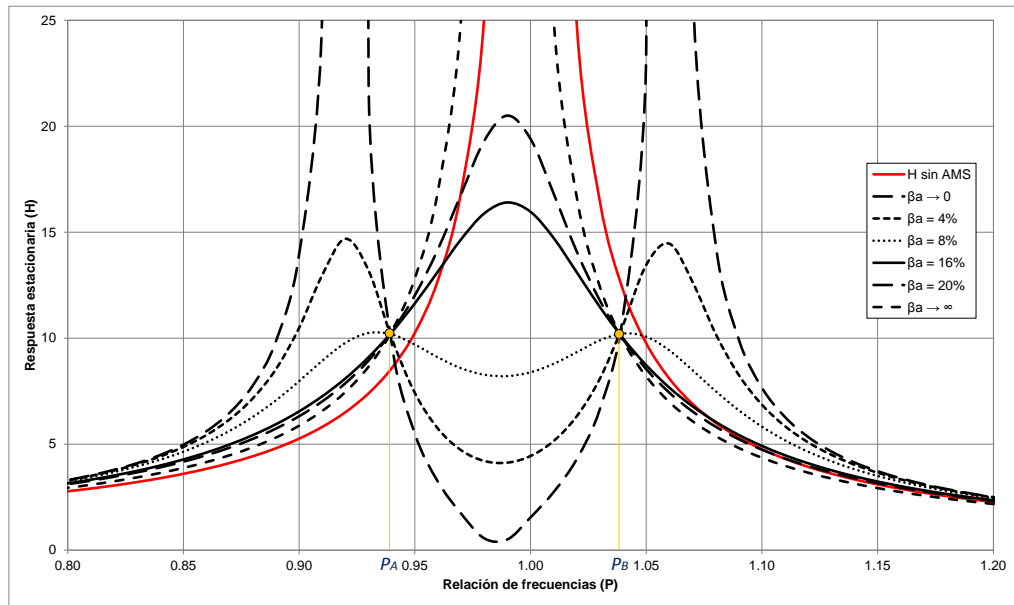


Figura II-13: Amplitud de la respuesta estacionaria H en función de la razón de frecuencias p

Calculando los siguientes límites para los dos puntos comunes:

$$\lim_{\beta_a \rightarrow 0} H = \lim_{\beta_a \rightarrow \infty} H \quad (2.7.11)$$

$$\lim_{\beta_a \rightarrow 0} \frac{\sqrt{b_1^2 + b_2^2 \beta_a^2}}{\sqrt{b_3^2 + b_4^2 \beta_a^2}} = \lim_{\beta_a \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\frac{b_1^2}{\beta_a^2} + b_2^2}}{\sqrt{\frac{b_3^2}{\beta_a^2} + b_4^2}} \quad (2.7.12)$$

Para que (2.2.12) se cumpla se debe tener:

$$\frac{|b_1|}{|b_3|} = \frac{|b_2|}{|b_4|} \quad (2.7.13)$$

De donde la respuesta estacionaria H en los puntos p_A y p_B queda expresada como:

$$H = \frac{|b_1|}{|b_3|} = \frac{|b_2|}{|b_4|} = \left| \frac{1+r}{1-(1+r)p^2} \right| \quad (2.7.14)$$

Reemplazando las expresiones (2.7.5), (2.7.6), (2.7.7) y (2.7.8) en (2.7.13) se obtiene:

$$\frac{(1+r)\alpha^2 - p^2}{(1-p^2)(\alpha^2 - p^2) - rp^2\alpha^2} = \frac{2p\alpha(1+r)}{2p\alpha[1-(1+r)p^2]} \quad (2.7.15)$$

Operando y simplificando:

$$p^4 - [(1+r)\alpha^2 + (1+0.5r)/(1+r)]p^2 + \alpha^2 = 0 \quad (2.7.16)$$

De la expresión anterior, se obtienen las relaciones de frecuencias en los puntos A y B , donde coinciden las respuestas estacionarias:

$$\text{Punto A: } p_A = \sqrt{\frac{(1+r)\alpha^2 + \frac{1+0.5r}{1+r} - \sqrt{\left[(1+r)\alpha^2 + \frac{1+0.5r}{1+r}\right]^2 - 4\alpha^2}}{2}} \quad (2.7.17)$$

$$\text{Punto B: } p_B = \sqrt{\frac{(1+r)\alpha^2 + \frac{1+0.5r}{1+r} + \sqrt{\left[(1+r)\alpha^2 + \frac{1+0.5r}{1+r}\right]^2 - 4\alpha^2}}{2}} \quad (2.7.18)$$

Además se tiene que:

$$p_A^2 + p_B^2 = (1+r)\alpha^2 + (1+0.5r)/(1+r) \quad (2.7.19)$$

Al estudiar las curvas de la figura 2.13, se puede afirmar que para obtener una respuesta estacionaria mínima usando un AMS, se debe tener el mismo valor de H en los puntos A y B . Con esta condición, al reemplazar los valores de p_A y p_B en H , se obtiene:

$$H = \left| \frac{1+r}{1-(1+r)p_A^2} \right| = \left| \frac{1+r}{1-(1+r)p_B^2} \right| \quad (2.7.20)$$

Finalmente de la expresión anterior, se obtiene la siguiente relación:

$$p_A^2 + p_B^2 = \frac{2}{1+r} \quad (2.7.21)$$

Igualando las expresiones (2.7.19) y (2.7.21), se obtiene la razón de frecuencias óptima para un AMS:

$$\alpha_{\text{óptimo}} = \frac{\sqrt{1-0.5r}}{1+r} \quad (2.7.22)$$

La razón óptima de frecuencias depende sólo de la fracción de masa r del AMS. Esta razón ha sido graficada en la figura 2.14 y como se puede observar, los valores son muy cercanos a la unidad. Como valor práctico para la ingeniería civil, se puede tomar esta razón como la unidad, ya que los valores de r se suelen tomar con un máximo de 2%; considerándose así una sintonización del AMS con la frecuencia fundamental de la estructura principal.

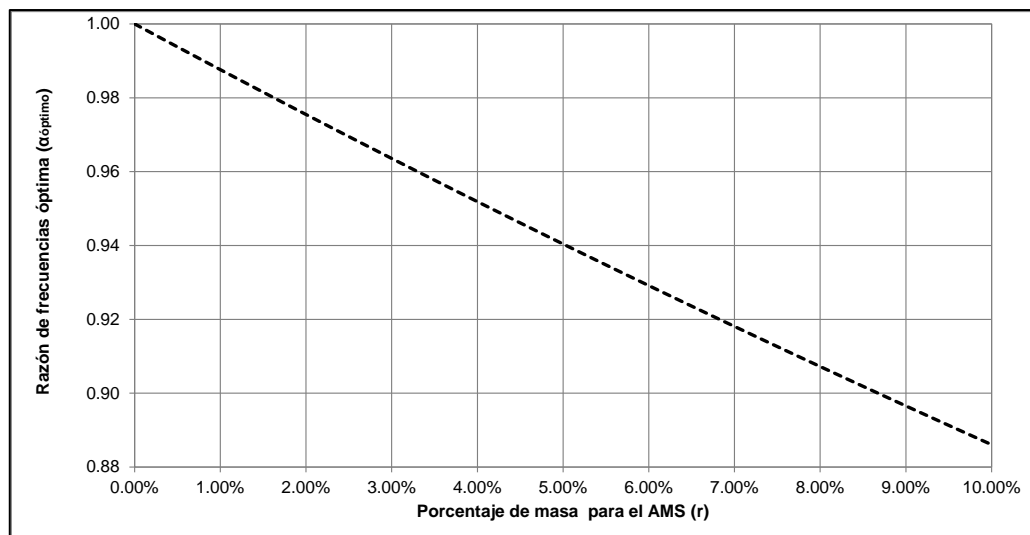


Figura II-14: Razón de frecuencias óptima para sistemas de 1GDL

Con la razón de frecuencias óptima, se obtiene la rigidez óptima del AMS:

$$K_{a\text{óptima}} = m\omega^2 \left(\frac{\sqrt{1-0.5r}}{1+r} \right)^2 \quad (2.7.23)$$

Existen muchos autores que proponen los parámetros óptimos de un AMS, de los cuales el porcentaje de amortiguamiento óptimo es el de mayor interés para esta investigación. A continuación en la Tabla 2.3 se listan algunas de tales propuestas. En la figura 2.15 se comparan los valores del porcentaje de amortiguamiento óptimo $\beta_{a\text{óptimo}}$. Los mayores valores son los amortiguamientos óptimos

recomendados por Villaverde y Sadek. Se observa que los valores óptimos del amortiguamiento aumentan con el porcentaje de masa r :

Tabla II-3: Amortiguamiento óptimo de un AMS

AUTOR	β_a óptimo
Den Hartog (1985)	$\sqrt{\frac{3r}{8(1+r)}}$
Villaverde (1985, 1994), Villaverde y Koyama (1993), Villaverde y Martín(1995)	$\beta + \phi\sqrt{r}$
Sadek (et al. 1996)	$\frac{\beta}{1+r} + \sqrt{\frac{r}{1+r}}$
Sadek (et al. 1996)	$\phi \left(\frac{\beta}{1+r} + \sqrt{\frac{r}{1+r}} \right)$
Yung Tsang Chen (2005)	$\sqrt{\frac{r(1+0.75r)}{4(1+r)(1+0.5r)}}$

ϕ es la componente del modo fundamental, escalado para tener un factor de participación igual a 1, que corresponde al GDL donde se ubica el AMS

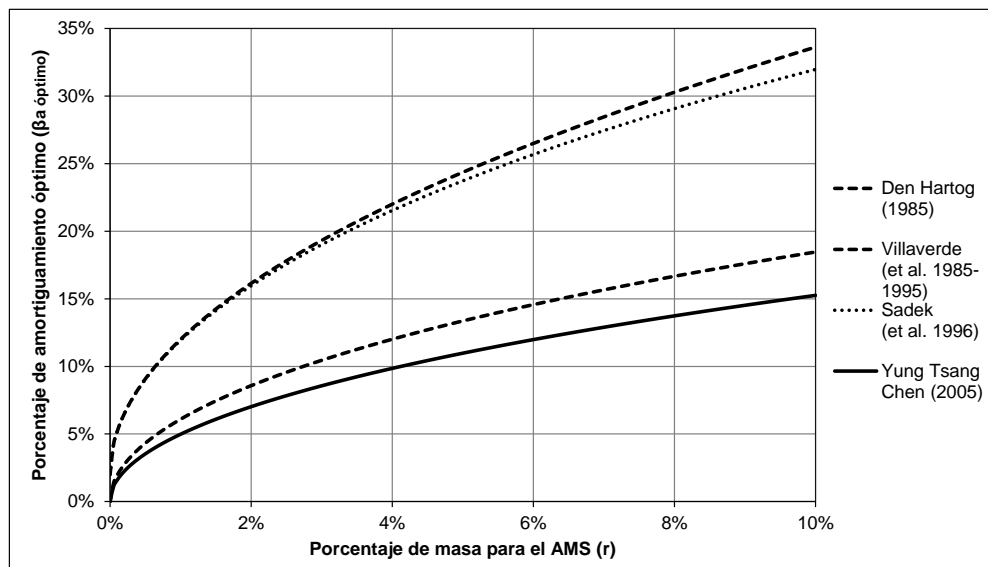


Figura II-15: Porcentaje de amortiguamiento óptimo para sistemas de 1GDL

2.8 Vibración armónica de sistemas con múltiples grados de libertad

Los modelos dinámicos de múltiples grados de libertad (n GDL) como se consideran en esta sección pueden ser usados para simular estructuras de varios niveles, en un análisis preliminar que simplifique algunos cálculos. En estructuras simples muchas veces pueden utilizarse estos tipos de modelos dinámicos, ya que no requieren mayores detalles de la estructuración. Sin embargo, en estructuras complejas como edificios altos y estructuras con geometrías irregulares se requiere de modelos más elaborados y de otros procedimientos numéricos para la solución.

En la figura 2.16 se muestra el esquema para sistemas de múltiples grados de libertad, con fuerza concentrada en el último nivel de la estructura principal y con aceleración armónica en la base. Ambas excitaciones son similares a las vistas en acápites anteriores.

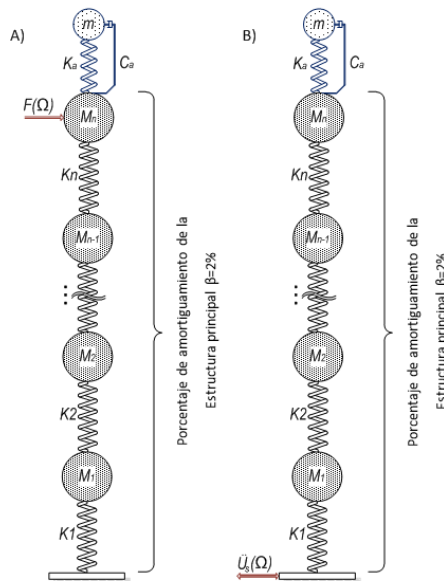


Figura II-16: A) Modelo de n GDL con fuerza armónica, B) Modelo de n GDL con aceleración armónica en la base

- Fuerza armónica

Para la parte A) de la figura 2.16, modelo dinámico de múltiples grados de libertad con fuerza armónica concentrada en el último nivel, se muestra la ecuación general de movimiento:

$$\tilde{M}\ddot{\tilde{U}} + \tilde{C}\dot{\tilde{U}} + \tilde{K}\tilde{U} = \tilde{F} \quad (2.8.1)$$

Donde la amplitud de la fuerza excitadora F es considerada como la unidad, y está definida como:

$$\tilde{F} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} e^{i\Omega t} = \bar{1} e^{i\Omega t} \quad (2.8.2)$$

Siendo $\bar{1}$ un vector columna conformado por ceros y la unidad en el grado de libertad donde actúa la excitación.

Sea \tilde{U}_a el valor de la respuesta estacionaria de la expresión (2.8.1):

$$\tilde{U}_a = \tilde{a} e^{i\Omega t} \quad (2.8.3)$$

Reemplazando (2.8.3) en la expresión (2.8.1), se obtiene:

$$(-\Omega^2 \tilde{M} + i\Omega \tilde{C} + \tilde{K}) \tilde{a} = \bar{1} \quad (2.8.4)$$

Siendo \tilde{a} un vector columna de amplitud de desplazamientos de la estructura principal, que puede expresarse como:

$$\tilde{a} = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{n-1} \\ A \end{Bmatrix} \quad (2.8.5)$$

Considerando que el vector \tilde{a} puede obtenerse como una combinación lineal de los modos de vibración de la estructura principal (que son una base completa):

$$\tilde{a} = \sum \tilde{\alpha}_n \tilde{\phi}_n \quad (2.8.6)$$

Se supone aquí que los modos están normalizados a la matriz de masa; y por lo tanto:

$$\tilde{\phi}_n^T \tilde{M} \tilde{\phi}_n = 1 \quad (2.8.7)$$

$$\tilde{\phi}_n^T \tilde{K} \tilde{\phi}_n = \omega_n^2 \quad (2.8.8)$$

$$\tilde{\phi}_n^T \tilde{C} \tilde{\phi}_n = 2\beta \omega_n \quad (2.8.9)$$

Siendo ω_n la frecuencia natural para cada modo de la estructura y β el porcentaje de amortiguamiento de la misma. Reemplazando (2.8.6) en (2.8.4) y multiplicando por la transpuesta de uno de los modos, se obtiene:

$$\sum(-\Omega^2 + 2\beta\omega_n i + \omega_n^2) \bar{\alpha}_n = \tilde{\varphi}_n^T \bar{1} = \eta_n \quad (2.8.10)$$

Despejando $\bar{\alpha}_n$ se obtiene la siguiente expresión:

$$\bar{\alpha}_n = \frac{\eta_n}{(\omega_n^2 - \Omega^2) + (2\beta\Omega\omega_n)i} \quad (2.8.11)$$

Por lo tanto el valor de A se expresa como:

$$A = \sum \frac{\eta_n^2}{(\omega_n^2 - \Omega^2) + (2\beta\Omega\omega_n)i} \quad (2.8.12)$$

Siendo "A" el desplazamiento de la estructura en el nivel donde irá acoplado el AMS, que en este caso es el último.

- Aceleración en la base

Para la parte B) de la figura II.16, modelo dinámico de múltiples grados de libertad con aceleración armónica en la base, se muestra la ecuación general de movimiento:

$$\tilde{M}\ddot{\tilde{U}} + \tilde{C}\dot{\tilde{U}} + \tilde{K}\tilde{U} = \begin{Bmatrix} -1 \\ -1 \\ \vdots \\ -1 \end{Bmatrix} \bar{M} \ddot{U}_s = -\bar{1} \bar{M} \ddot{U}_s \quad (2.8.13)$$

Siendo $\bar{1}$ un vector columna conformado por valores unitarios correspondientes a cada grado de libertad. En este caso \tilde{U} agrupa los desplazamientos relativos a la base.

Sea \tilde{U}_b la respuesta estacionaria de la expresión (2.8.13):

$$\tilde{U}_b = \tilde{b} e^{i\Omega t} \quad (2.8.14)$$

Reemplazando (2.8.14) en (2.8.13) se obtiene:

$$(-\Omega^2 \tilde{M} + i\Omega \tilde{C} + \tilde{K}) \tilde{b} = \bar{1} \bar{M} \quad (2.8.15)$$

Donde \tilde{b} es un vector columna de amplitudes de desplazamientos relativos de la estructura principal, que puede expresarse como:

$$\tilde{b} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{n-1} \\ B \end{Bmatrix} \quad (2.8.16)$$

Así como para el caso de una fuerza excitadora, \tilde{b} puede obtenerse como una combinación lineal de los modos de vibración de la estructura principal:

$$\tilde{b} = \sum \bar{\gamma}_n \tilde{\Phi}_n \quad (2.8.17)$$

Reemplazando la expresión (2.8.17) en (2.8.15) y multiplicando por la transpuesta de uno de los modos, se obtiene:

$$\sum (-\Omega^2 + 2\beta\omega_n i + \omega_n^2) \bar{\gamma}_n = \tilde{\Phi}_n^T \bar{1} \tilde{M} = \bar{1} \quad (2.8.18)$$

Despejando $\bar{\gamma}_n$ se obtiene la siguiente expresión:

$$\bar{\gamma}_n = \frac{\bar{1}}{(\omega_n^2 - \Omega^2) + (2\beta\Omega\omega_n)i} \quad (2.8.19)$$

Por lo tanto el valor B se expresa como:

$$B = \sum \frac{\bar{1} \eta}{(\omega_n^2 - \Omega^2) + (2\beta\Omega\omega_n)i} \quad (2.8.20)$$

Siendo "B" el desplazamiento de la estructura en el nivel donde irá acoplado el AMS.

2.9 Equivalencias con sistemas de un grado de libertad

Es posible realizar la equivalencia de un sistema dinámico de varios grados de libertad con uno de solo un grado de libertad. Esto siempre y cuando se trabaje en el dominio de las frecuencias. En el presente acápite se mostrarán las pautas y expresiones para lograr tal equivalencia. Las expresiones están referidas a la figura 2.17 que se muestra a continuación.

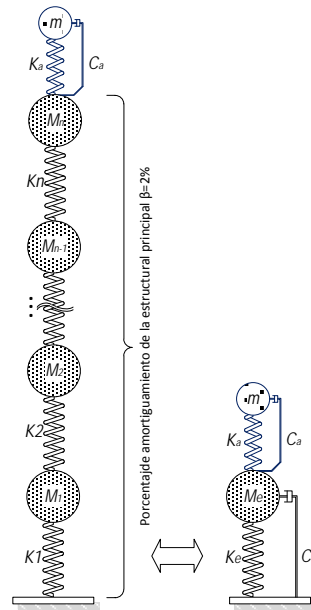


Figura II-17: Equivalencia de sistemas de nGDL y 1GDL

Para sistemas de un grado de libertad como el mostrado en la figura 2.17 y usando las expresiones (2.8.12) y (2.8.20) se obtienen las amplitudes A y B:

$$A^{-1} = (K_e - \Omega^2 M_e) + (\Omega C_e) i \quad (2.9.1)$$

$$B^{-1} = (\omega_e^2 - \Omega^2) + (2\beta\Omega\omega_e) i \quad (2.9.2)$$

Donde ω_e es la frecuencia fundamental del sistema de un grado de libertad equivalente:

$$\omega_e^2 = \frac{K_e}{M_e} \quad (2.9.3)$$

Reemplazando (2.9.3) en la expresión (2.9.1):

$$\frac{A^{-1}}{M_e} = (\omega_e^2 - \Omega^2) + (2\beta\Omega\omega_e) i \quad (2.9.4)$$

De las expresiones (2.9.4) y (2.9.2) se obtiene la masa equivalente:

$$M_e = \frac{B}{A} \quad (2.9.5)$$

Reemplazando las expresiones generales de A y B, se obtiene:

$$M_e = \frac{\sum \frac{1\eta}{(\omega_n^2 - \Omega^2) + (2\beta\Omega\omega_n) i}}{\sum \frac{1\eta^2}{(\omega_n^2 - \Omega^2) + (2\beta\Omega\omega_n) i}} \quad (2.9.6)$$

La expresión A (2.8.12) brinda los desplazamientos del grado de libertad donde actúa la excitación, considerando que el amortiguador de masa sintonizada irá en tal posición; se puede obtener una relación matricial tal y como se muestra a continuación:

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} A^{-1} + (K_a + C_a \Omega i) & -(K_a + C_a \Omega i) \\ -(K_a + C_a \Omega i) & (K_a - m \Omega^2 + C_a \Omega i) \end{bmatrix} \quad (2.9.7)$$

Siendo \tilde{R} la matriz principal para resolver un sistema de dos grados de libertad (estructura principal equivalente y AMS). La secuencia para la solución de un sistema de un grado de libertad con AMS ante una aceleración armónica en la base fue tratada en el acápite 2.4, esta solución es:

$$\begin{bmatrix} A^{-1} + (K_a + C_a \Omega i) & -(K_a + C_a \Omega i) \\ -(K_a + C_a \Omega i) & (K_a - m \Omega^2 + C_a \Omega i) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_e \\ u_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -M_e \\ -m \end{Bmatrix} \quad (2.9.8)$$

Por tanto los desplazamientos serían:

$$\begin{Bmatrix} u_e \\ u_a \end{Bmatrix} = \tilde{R}^{-1} \begin{Bmatrix} -M_e \\ -m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -M_e \tilde{R}^{-1} \\ -m \tilde{R}^{-1} \end{Bmatrix} \quad (2.9.9)$$

Para obtener los factores de amplificación dinámica dividimos cada desplazamiento obtenido en la ecuación (2.9.9) por el desplazamiento estático, es decir, cuando la frecuencia angular de la estructura principal sea cero ($\Omega = 0$).

$$FAD(u_e) = \frac{M_e \tilde{R}^{-1}}{M_e \tilde{R}^{-1}(\Omega=0)} \quad (2.9.10)$$

$$FAD(u_a) = \frac{m \tilde{R}^{-1}}{m \tilde{R}^{-1}(\Omega=0)} \quad (2.9.11)$$

A continuación en la figura 2.18 se muestran los factores de amplificación dinámica para una estructura de dos grados de libertad sin AMS y con AMS cuyas propiedades se indican en la tabla 2.4. Estas amplificaciones fueron obtenidas por usando el programa de cómputo SAP2000 y las expresiones de equivalencias a un grado de libertad del presente acápite.

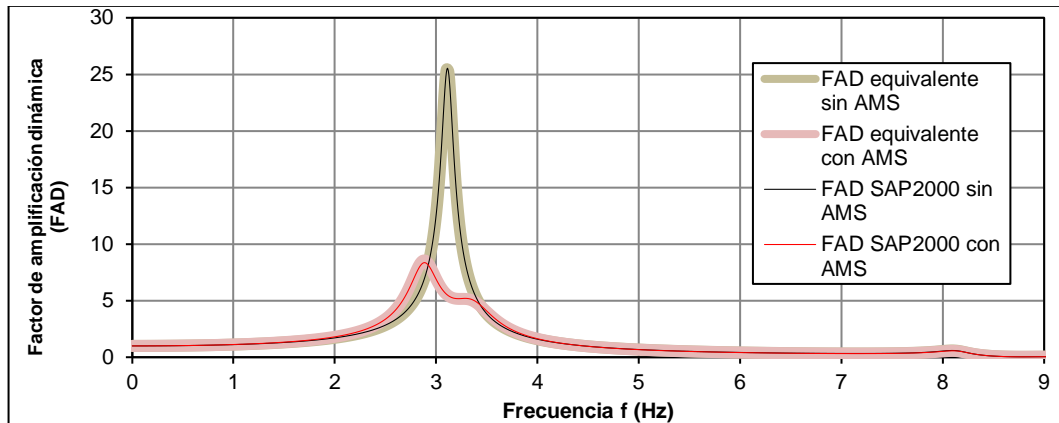


Figura II-18: Amplificaciones para sistemas de 2GDL y equivalente de 1GDL sin AMS y con AMS para una aceleración armónica en la base

Las características de la estructura y del AMS se muestran en la tabla 2.4.

Tabla II-4: Características de una estructura de dos niveles y diseño de un AMS

Esquema	Estructura principal (2GDL)	AMS
	$\beta = 2\%$	$r = 2\%$
	<u>Nivel 1</u>	$\beta_a = 10\%$
	$M1 = 10$	Amortiguador sintonizado al primer modo de vibración.
	$K1 = 10000$	
	<u>Nivel 2</u>	<u>Nivel 3</u>
	$M2 = 10$	$m = 0.40$
	$K2 = 10000$	$K_a = 152.79$
	<u>Frecuencias modales</u>	$C_a = 1.56$
	$\omega_1 = 19.54 \text{ rad/s}$	Unidades: Ton, m, s
	$\omega_2 = 51.17 \text{ rad/s}$	

En el presente acápite se ha pretendido brindar una opción para el cálculo de las amplificaciones de sistemas de varios grados de libertad bajo aceleraciones o fuerzas sinusoidales. Sin embargo, no se ha profundizado en el método para su utilización en sistemas bajo excitaciones con múltiples componentes a distintas frecuencias, como por ejemplo sismos y cargas de viento

CAPÍTULO III: ANÁLISIS SÍSMICO DE ESTRUCTURAS CON AMORTIGUADORES DE MASA SINTONIZADA

Ante cargas armónicas de fuerza o aceleración en la base, el uso de amortiguadores de masa sintonizada mejora el desempeño de las estructuras simples, de uno y dos grados de libertad, tal y como se mostró en acápites anteriores. En este capítulo se analiza el comportamiento de estructuras simples de varios grados de libertad ante aceleraciones sísmicas; estas aceleraciones, a diferencia de las antes consideradas, tienen un rango de frecuencias amplio y el desempeño de los AMS no será tan eficiente.

Se analizarán estructuras representadas con modelos de acoplamiento cercano, de 5GDL y de 10 GDL, para los cuales se obtendrán los desplazamientos de los últimos niveles con el análisis tiempo historia en SAP2000; luego se les acoplará un AMS en el último nivel y se volverán a obtener los desplazamientos. Se hará la comparación de estos desplazamientos para observar y concluir si el uso de un AMS mejora el comportamiento de estas estructuras.

Los registros sísmicos usados son los registrados en Lima en Octubre de 1966 (componente N08E), Mayo de 1970 (componente N82W) y Octubre de 1974 (componente N82W), obtenidos del Centro Peruano Japonés de Investigaciones Sísmicas y Mitigación de Desastres-CISMID. Estos registros han sido utilizados por tener características importantes como aceleraciones máximas consecutivas (registro de 1974), drástico cambio de aceleraciones (registro de 1966) y cambio gradual de aceleraciones (registro de 1970).

3.1 Registros sísmicos usados en el análisis

Registro Sísmico de 1966

El 17 de octubre de 1966, a las 4:41 de la tarde, se produjo un terremoto de magnitud 8.1 grados en la escala de Richter que afectó Lima y Callao, siendo su epicentro frente a Huacho. Fue uno de los movimientos telúricos más destructivos en la capital peruana, que dejó muchas pérdidas humanas y materiales.

Nombre de la estación: Parque de la Reserva

Localización: Lima

Tipo de suelo: Grava gruesa

Magnitud: 8.1 en escala de Richter

Distancia epicentral: 237Km

Duración: 65s aproximadamente

Aceleraciones máximas: $-180.6\text{cm}^2/\text{s}$ (E-W), $-269.3\text{cm}^2/\text{s}$ (N-S) y $94.2\text{cm}^2/\text{s}$ (vertical)

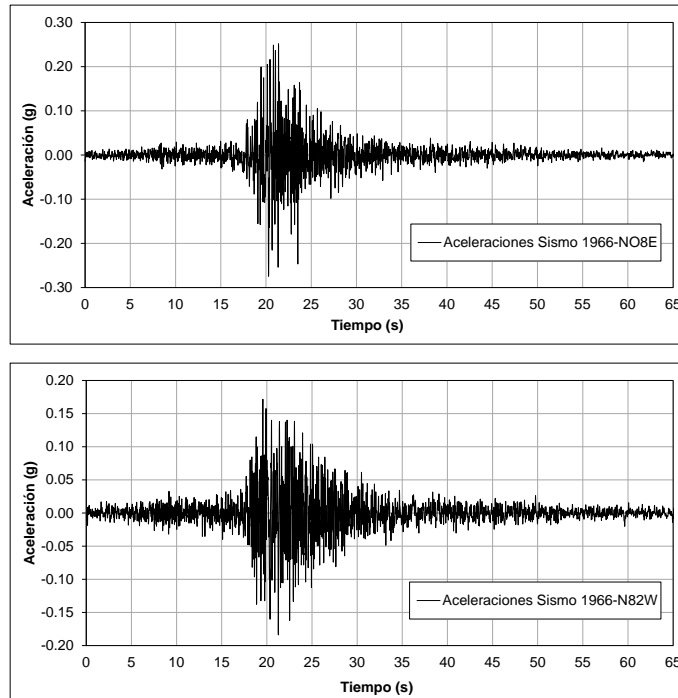


Figura III-1: Acelerogramas del sismo de 1966

Dicho sismo fue el inicio de una serie de tres que ocurrieron en un intervalo de cuatro años hasta el 3 de octubre de 1974.



Figura III-2: La Casa de San Marcos afectada por el sismo de 1966

(Fuente: <http://blog.pucp.edu.pe/item/100617/terremotos-en-Lima-1966>)

Registro Sísmico de 1970

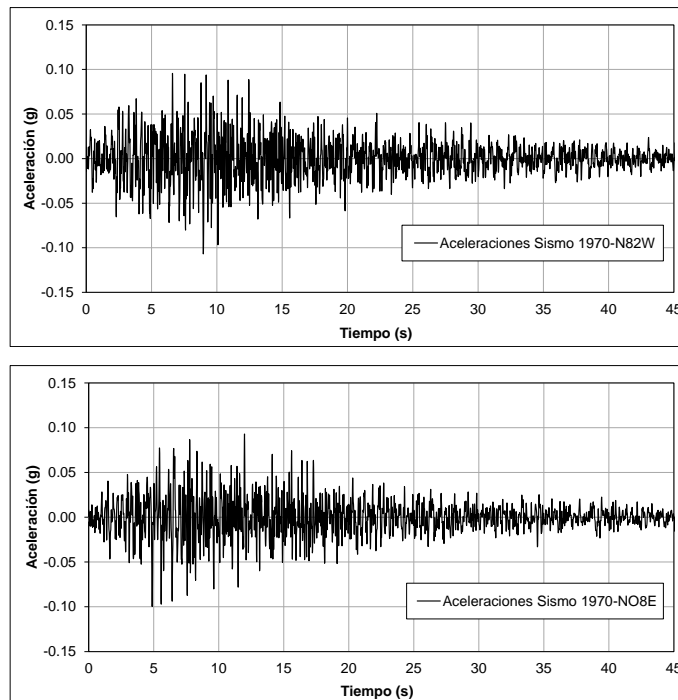


Figura III-3: Acelerogramas del sismo de 1970

Ocurrió el domingo 31 de mayo de 1970, a las 3 de la tarde con 23 minutos y su epicentro fue en el Océano Pacífico, frente a las costas de Chimbote. El terremoto se sintió en toda la Costa y Sierra central del Perú (desde Tumbes hasta Ica y desde la Costa hasta Iquitos). A los tres minutos de ocurrido el sismo, se produjo un aluvión en el Callejón de Huaylas, al desprenderse la cornisa norte del nevado Huascarán, arrastrando 50 millones de metros cúbicos de nieve, barro y rocas.

Nombre de la estación: Parque de la Reserva

Localización: Lima

Tipo de suelo: Grava gruesa

Magnitud: 7.8 en escala de Richter

Distancia epicentral: 361Km

Duración: 45s aproximadamente

Aceleraciones máximas: $-104.8\text{cm}^2/\text{s}$ (E-W), $-97.7\text{cm}^2/\text{s}$ (N-S) y $73.5\text{cm}^2/\text{s}$ (vertical)



Figura III-4: Imagen de viviendas afectadas en Ancash en el sismo de 1970

(Fuente: <http://sismosenelperu.wordpress.com/2010/04/07/terremoto-en-ancash-1970/>)

Registro Sísmico de 1974

Ocurrió en Lima el jueves 3 de octubre de 1974, a las 9 y 31 minutos de la mañana, de 7.6 (escala Richter) y casi 2 minutos de duración. Tuvo el epicentro a 90 kilómetros al Sur Oeste de la capital y afectó también a Mala, Cañete, Chincha y Pisco. Buena parte de Lima antigua como El Rímac, Barranco, Chorrillos y El Callao sufrieron graves daños.

Nombre de la estación: Parque de la Reserva

Localización: Lima

Tipo de suelo: Grava gruesa

Magnitud: 7.6 en escala de Richter

Distancia epicentral: 114Km

Duración: 97s aproximadamente

Aceleraciones máximas: $-192.5\text{cm}^2/\text{s}$ (E-W), $179\text{cm}^2/\text{s}$ (N-S) y $99.7\text{cm}^2/\text{s}$ (vertical)

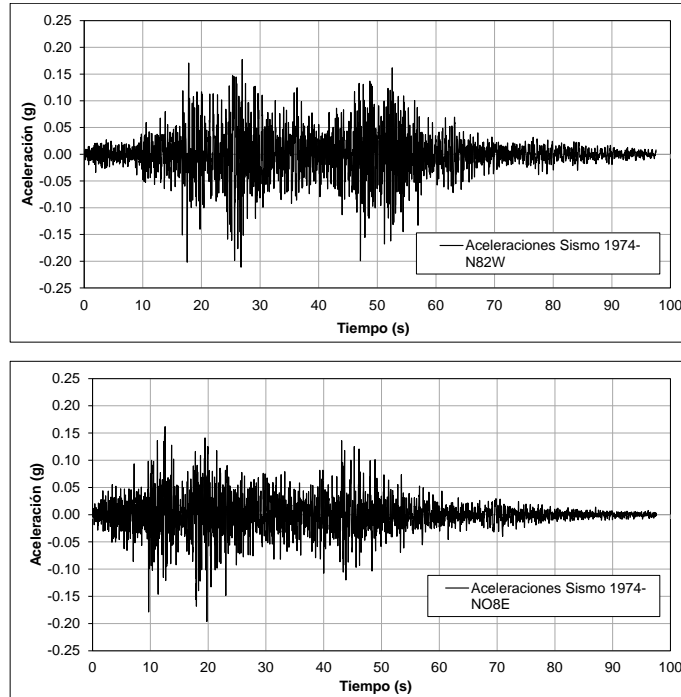


Figura III-5: Acelerogramas del sismo de 1974



Figura III-6: Chorrillos luego del sismo de 1974

(Fuente: <http://blog.pucp.edu.pe/item/101240/terremotos-en-lima-1974>)

3.2 Determinación de las características del AMS

Antes de la determinación de las características del AMS es fundamental definir la sintonización del amortiguador. El AMS debe sintonizarse al modo cuyas amplitudes se desea reducir. Al elegir el modo a sintonizar se procede a determinar las características principales.

- Masa (m)

Como se mencionó en acápite anteriores, la masa del AMS es un porcentaje pequeño de la masa de la estructura principal. Por lo general se toman porcentajes

en el rango entre 0.5% y 2%; esto teniendo en cuenta que esta masa irá en el último nivel de la estructura principal y por tanto no puede ser muy grande.

$$m = rM \quad (3.2.1)$$

- Rigidez (K_a)

Para el cálculo de la rigidez de AMS, este se toma como un sistema de un grado de libertad aislado o independiente, cuya frecuencia corresponde al modo sintonizado.

$$\omega_a = \sqrt{\frac{K_a}{m}} = \omega_n \quad (3.2.2)$$

Siendo ω_n la frecuencia angular del modo n sintonizado y ω_a la frecuencia del AMS considerado como sistema independiente de un grado de libertad. De (3.2.2) se obtiene la rigidez del AMS.

$$K_a = m\omega_n^2 \quad (3.2.3)$$

- Amortiguamiento (C_a)

Al igual que en la expresión (2.1.2) del capítulo II, se tiene:

$$C_a = 2\beta_a m\omega \quad (3.2.4)$$

En lo que sigue se comparan resultados con tres distintos amortiguamientos β_a .

3.3 Análisis de modelo de acoplamiento cercano con 5GDL

En la tabla 3.1 se muestran las características de la estructura principal y para el amortiguador sintonizado al primer modo de vibración de la estructura principal.

Tabla III-1: Características para una estructura de 5GDL con AMS

ESQUEMA	CARACTERÍSTICAS DE LA ESTRUCTURA PRINCIPAL				
	Amortiguamiento β para el sistema: <input type="text" value="2%"/>				
	Nivel/Modo	Masa (T-s²/m)	Rigidez (T/m)	Periodo (s)	Frecuencia (Rad/s)
	1	30	50000	0.54	11.64
	2	30	50000	0.19	33.96
	3	30	50000	0.12	53.70
	4	30	50000	0.10	62.83
5	30	50000	0.08	78.54	
CARACTERÍSTICAS DEL AMORTIGUADOR AMS					
Amortiguamiento β_a para el AMS: <input type="text" value="10%"/>					
Amortiguamiento β_a para SAP2000: <input type="text" value="8%"/>					
r	Masa (m)	Rigidez (Ka)	Amortig. (Ca)	Frecuencia (ω_a)	
2%	3.00	406.16	6.98	11.64	

El amortiguamiento en el programa SAP2000 es calculado como la diferencia entre el amortiguamiento deseado para el AMS y el amortiguamiento del sistema.

En las figuras siguientes se muestran los desplazamientos del último nivel de la estructura principal, obtenidos del análisis tiempo historia en el SAP 2000, sin AMS y con AMS.

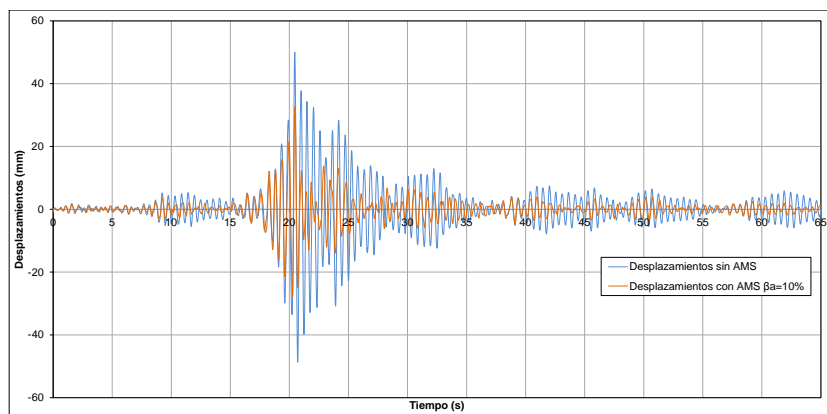


Figura III-7: Desplazamientos del nivel 5 sin AMS y con AMS para el sismo de 1966

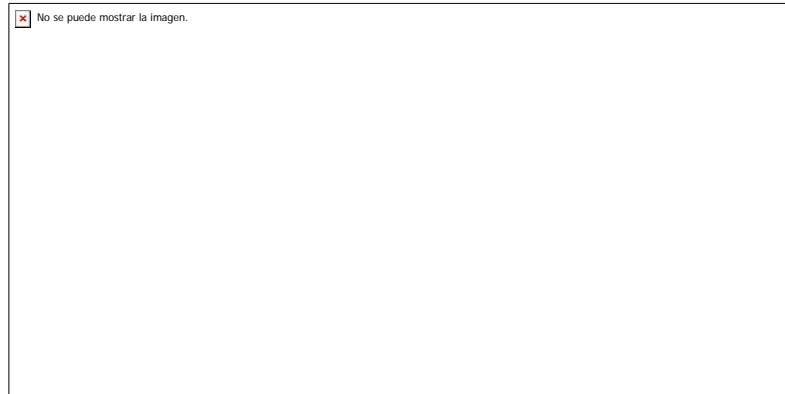


Figura III-8: Desplazamientos del nivel 5 sin AMS y con AMS para el sismo de 1970

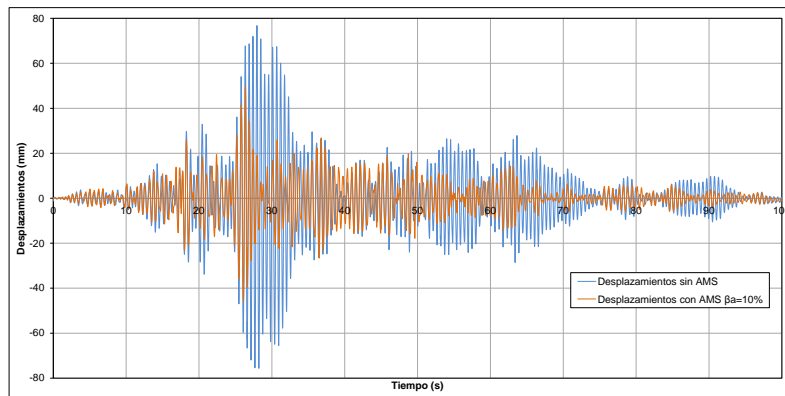


Figura III-9: Desplazamientos del nivel 5 sin AMS y con AMS para el sismo de 1974

Las figuras anteriores muestran los desplazamientos para un porcentaje de amortiguamiento del AMS de 10%. Puede observarse que con el AMS pueden ocurrir algunos valores máximos tan importantes como en el caso sin AMS, pero en términos generales las amplitudes se reducen; la estructura con AMS sufriría menos daños. Para cuantificar la reducción en los desplazamientos se ha considerado el valor medio cuadrático:

$$D = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n \Delta_i^2} \quad (3.3.1)$$

Donde:

n es el número de puntos en el registro

Δ_i es el desplazamiento en cada tiempo i

En la tabla 3.2 se tienen los resultados para tres valores diferentes de amortiguamiento del AMS para cada sismo. Así mismo, en la tabla 3.3 se muestran

los porcentajes de reducción que se obtienen en los desplazamientos cuando se utiliza un AMS.

Tabla III-2: Comparación de desplazamientos para una estructura de 5GDL con AMS



Tabla III-3: Comparación de reducciones para una estructura de 5GDL con AMS

SISMOS	% REDUCCIÓN DE DESPLAZAMIENTOS EN EL NIVEL 5		
	$\beta_a=6\%$	$\beta_a=8\%$	$\beta_a=10\%$
SISMO 66	48.7%	49.7%	49.4%
SISMO 70	35.2%	36.8%	37.1%
SISMO 74	46.0%	47.9%	48.4%

El amortiguamiento en el AMS parece afectar poco el porcentaje de reducción.

3.4 Análisis de modelo de acoplamiento cercano con 10GDL

En la tabla 3.4 se muestran las características de la estructura principal y del amortiguador de masa sintonizado al primer modo de vibración.

Tabla III-4: Características para una estructura de 10GDL con AMS

ESQUEMA		CARACTERÍSTICAS DE LA ESTRUCTURA PRINCIPAL				
	Amortiguamiento β para el sistema: <input type="text" value="2%"/>					
	Nivel/Modo	Masa (Ton-s²/m)	Rigidez (Ton/m)	Periodo (s)	Frecuencia (Rad/s)	
	1	50	100000	0.94	6.68	
	2	50	100000	0.32	19.90	
	3	50	100000	0.19	32.68	
	⋮					
	10	50	100000	0.07	88.44	
	CARACTERÍSTICAS DEL AMORTIGUADOR AMS					
	Amortiguamiento β_a para el AMS: <input type="text" value="6%"/>					
	Amortiguamiento β_a para SAP2000: <input type="text" value="4%"/>					
r	Masa (m)	Rigidez (Ka)	Amortig. (Ca)	Frecuencia (ω_a)		
1%	5.00	223.38	2.67	6.68		

En las figuras siguientes se muestran los desplazamientos del último nivel de la estructura principal obtenidos del análisis tiempo historia sin AMS y con AMS.

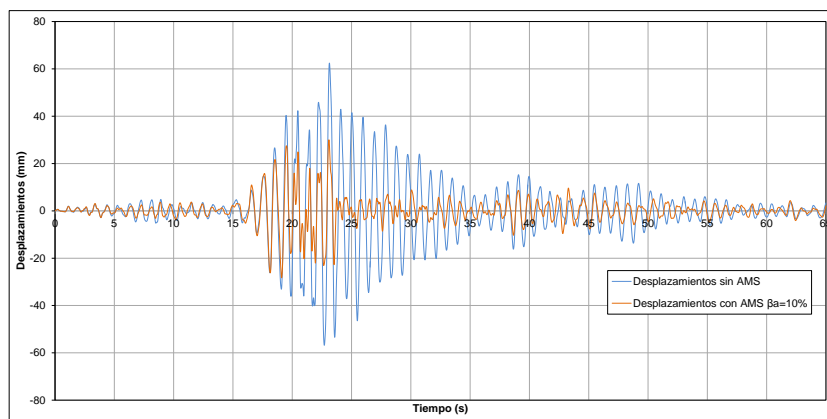


Figura III-10: Desplazamientos del nivel 10 sin AMS y con AMS para el sismo de 1966

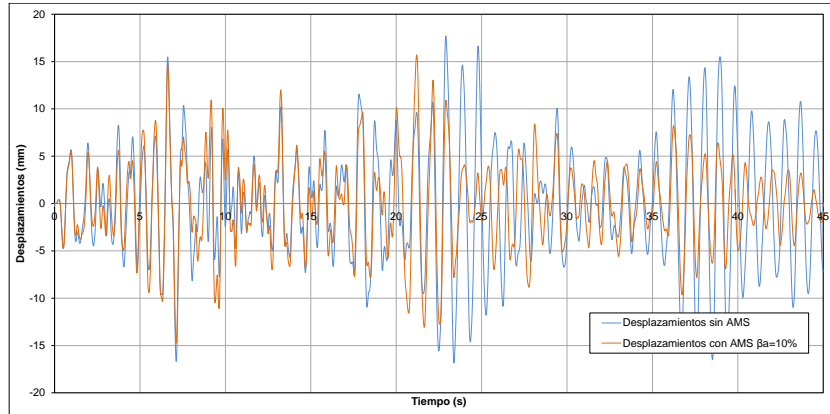


Figura III-11: Desplazamientos del nivel 10 sin AMS y con AMS para el sismo de 1970

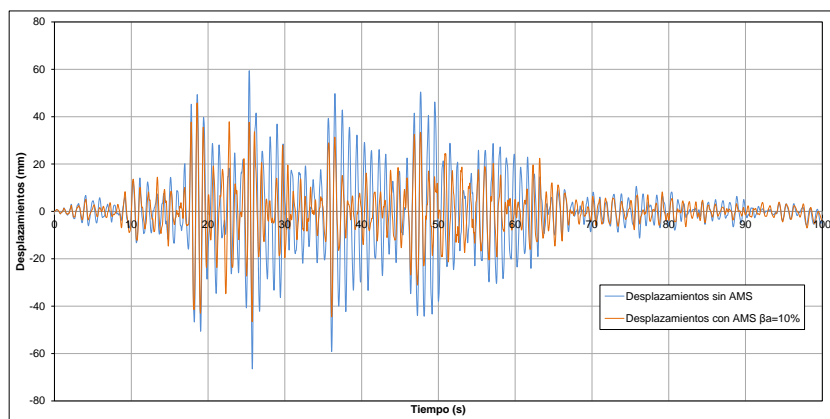


Figura III-12: Desplazamientos del nivel 10 sin AMS y con AMS para el sismo de 1974

Las figuras anteriores muestran los desplazamientos para un porcentaje de amortiguamiento del AMS de 10%. En la tabla 3.5 se listan los valores medios cuadráticos de los desplazamientos para tres valores diferentes de amortiguamiento del AMS, para cada sismo. Así mismo, en la tabla 3.6 se indican los porcentajes de reducción en los desplazamientos cuando se utiliza un AMS.

Tabla III-5: Comparación de desplazamientos para una estructura de 10GDL con AMS

SISMOS	DESPLAZAMIENTOS PROMEDIO EN EL NIVEL 10 (mm)			
	Sin AMS	Ba= 6%	Ba = 8%	Ba = 8%
SISMO 66	13.17	5.29	5.40	5.59
SISMO 70	6.21	4.86	4.72	4.65
SISMO 74	14.81	10.55	9.99	9.71

Tabla III-6: Comparación de reducciones para una estructura de 10GDL con AMS

SISMOS	% REDUCCIÓN DE DESPLAZAMIENTOS EN EL NIVEL 10		
	$\beta_a=6\%$	$\beta_a=8\%$	$\beta_a=10\%$
SISMO 66	59.9%	59.0%	57.5%
SISMO 70	21.8%	24.0%	25.2%
SISMO 74	28.8%	32.6%	34.5%

En el capítulo 3.6 se podrá encontrar resultados de otros tipos de estructuras de 10GDL con características diferentes a las ya estudiadas en el presente acápite.

3.5 Modelo de estructura con irregularidad torsional

En prácticamente todos los sismos importantes ocurridos en las últimas décadas se ha observado que las estructuras en las que el centro de masas (CM) está relativamente alejado del centro de rigidez (CR) sufren daños adicionales debido a los desplazamientos excesivos de rotación originados por la excentricidad. La rotación implica deformaciones no uniformes e importantes en los elementos ubicados en las zonas más alejadas de la parte central. Debido a estos problemas, se ha considerado conveniente incluir el presente acápite, en el cual se estudian las vibraciones que se producen en estructuras con irregularidad en planta.

El modelo de estructura a estudiar será de un solo nivel, con dos grados de libertad, uno de traslación y otro de rotación y una sola excentricidad; esto para tener una idea de cómo sería el comportamiento de una estructura más compleja. Esta estructura será sometida a una aceleración sinusoidal en su base. Se formularán expresiones para los modos de vibración y desplazamientos de traslación y rotación originados; finalmente se acoplará a esta estructura un amortiguador de masa el cual estará sintonizado a uno de sus modos.

Los desplazamientos de traslación y rotación serán comparados con los brindados por el programa de cómputo SAP 2000, en el cual se realizarán análisis en el

dominio de frecuencias y análisis tiempo historia para los sismos de 1966, 1970 y 1974.

3.5.1 Modelo torsional de la estructura principal

Como se mencionó anteriormente, se modelará una estructura de un nivel con dos grados de libertad y una excentricidad. La estructura de un nivel mostrada en la figura 3.13 es simétrica con respecto al eje X pero no con respecto al eje Y; por tanto se tiene una excentricidad, que da lugar a la rotación en la estructura.

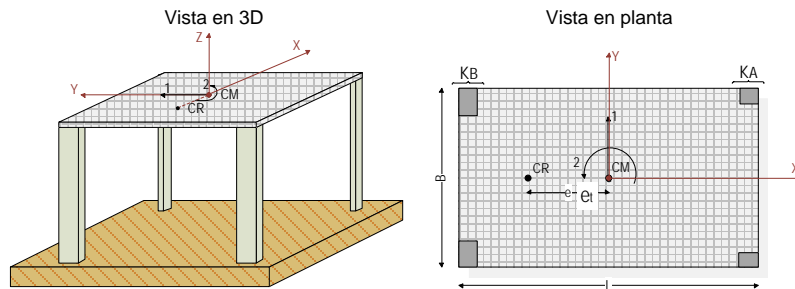


Figura III-13: Vista tridimensional y en planta del modelo torsional sin AMS

A continuación, en la tabla 3.7, se muestran las características más importantes de la estructura principal vista en la figura 3.13.

Tabla III-7: Características de la estructura principal del modelo torsional

La estructura tiene una masa total M concentrada en el CM	
Dimensiones principales B y L	
Momento polar de inercia	$J = M\rho^2$
Radio de giro	$\rho = \sqrt{\frac{(B^2 + L^2)}{12}}$
Excentricidad	$e_t = \frac{0.5L(K_A - K_B)}{(K_A + K_B)}$
Rigidez traslacional	$K_o = K_A + K_B$
Rigidez rotacional	$K_\theta = K_o \left[\left(\frac{L}{2}\right)^2 - e^2 \right]$
Frecuencia angular traslacional	$\omega_o = \sqrt{\frac{K_o}{M}}$
Frecuencia angular rotacional	$\omega_\theta = \sqrt{\frac{K_\theta}{J}}$
Fracción de amortiguamiento crítico para toda la estructura: β	

Se han calculado las matrices de masa y rigidez con respecto al centro de masa (CM) de la estructura principal, y luego se han obtenido los modos de vibración y amplitudes para una aceleración en la base.

- Matriz de masa

Referida al centro de masa (CM):

$$\tilde{M} = \begin{pmatrix} M & 0 \\ 0 & J \end{pmatrix} \quad (3.5.1)$$

M : Masa total de la estructura

J : Momento polar de inercia

- Matriz de Rigidez

Referida al centro de rigidez (CR):

$$\tilde{K}_{CR} = \begin{pmatrix} K_o & 0 \\ 0 & K_\theta \end{pmatrix} \quad (3.5.2)$$

K_o : Rigidez traslacional con respecto al grado de libertad 1 (Eje Y)

K_θ : Rigidez rotacional con respecto al grado de libertad 2 (Eje Z)

Compatibilidad de desplazamientos:

$$\begin{Bmatrix} u_{CR} \\ \theta_{CR} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & e_t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \tilde{H}\tilde{u} \quad (3.5.3)$$

Matriz de rigidez referida al centro de masas (CM):

$$\tilde{K} = \tilde{H}^T \tilde{K}_{CR} \tilde{H} = \begin{pmatrix} K_o & K_o e \\ K_o e_t & K_o e_t^2 + K_\theta \end{pmatrix} \quad (3.5.4)$$

3.5.2 Modos de vibración y cálculo de frecuencias modales

El modelo torsional estudiado en el presente acápite constará de dos grados de libertad, uno traslacional y otro rotacional. A continuación se muestra el procedimiento a seguir y las expresiones para hallar las frecuencias modales.

Para determinar las frecuencias naturales debe resolverse:

$$|\tilde{K} - \omega^2 \tilde{M}| = 0 \quad (3.5.5)$$

Reemplazando las expresiones (3.51) y (3.5.4) en (3.5.5):

$$\begin{vmatrix} K_o - \omega^2 M & K_o e \\ K_o e_t & K_o e_t^2 + K_\theta - \omega^2 J \end{vmatrix} = 0 \quad (3.5.6)$$

Operando la determinante se tiene:

$$\omega^4 - [(1 + \varepsilon^2)\omega_o^2 + \omega_\theta^2]\omega^2 + \omega_o^2\omega_\theta^2 = 0 \quad (3.5.7)$$

De donde se obtienen las expresiones para las dos frecuencias modales de la estructura principal.

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{(1+\varepsilon^2)\omega_o^2 + \omega_\theta^2 + \sqrt{[(1+\varepsilon^2)\omega_o^2 + \omega_\theta^2]^2 - 4\omega_o^2\omega_\theta^2}}{2}} \quad (3.5.8)$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{(1+\varepsilon^2)\omega_o^2 + \omega_\theta^2 - \sqrt{[(1+\varepsilon^2)\omega_o^2 + \omega_\theta^2]^2 - 4\omega_o^2\omega_\theta^2}}{2}} \quad (3.5.9)$$

Donde $\varepsilon = e/\rho$ es la razón entre la excentricidad y el radio de giro.

3.5.3 Cálculo de amplificaciones para un movimiento sinusoidal en la base

La aceleración en la base será sinusoidal con una amplitud unitaria y frecuencia angular Ω . Las amplitudes de desplazamiento serán calculadas para los grados de libertad 1 y 2 mostrados en la figura N° 3.14 en el dominio de las frecuencias.

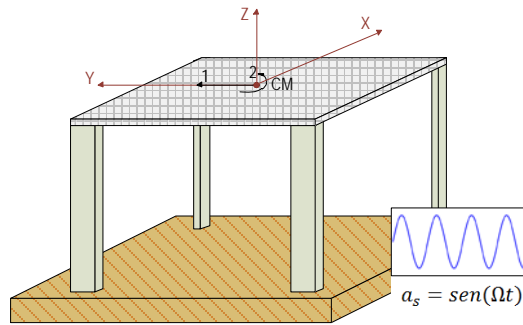


Figura III-14: Acción de la aceleración sinusoidal en el modelo torsional

$$\text{Desplazamiento traslacional: } U_1 = u_1 \text{sen}(\Omega t) \quad (3.5.10)$$

$$\text{Desplazamiento rotacional: } U_2 = u_2 \text{sen}(\Omega t) \quad (3.5.11)$$

Ecuación general de movimiento con amortiguamiento histerético:

$$\tilde{M}\ddot{\tilde{U}} + \tilde{K}(1 + 2\beta i)\tilde{U} = \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \end{Bmatrix} \tilde{M}a_s \quad (3.5.12)$$

Reemplazando (3.5.10) y (3.5.11) en la ecuación general de movimiento (3.5.12):

$$(-\Omega^2\tilde{M} + (1 + 2\beta i)\tilde{K})\tilde{u} = \begin{Bmatrix} -M \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.5.13)$$

Reemplazando las matrices (3.5.1) y (3.5.4) en (3.5.13):

$$\begin{bmatrix} K_o - M\Omega^2 + 2\beta K_o i & K_o e_t + 2\beta K_o e_t i \\ K_o e_t + 2\beta K_o e_t i & K_o e_t^2 + K_\theta - J\Omega^2 + 2\beta(K_o e_t^2 + K_\theta)i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -M \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.5.14)$$

Resolviendo la expresión anterior se obtienen los desplazamientos u_1 y u_2 con sus respectivas amplificaciones.

3.5.4 Modelo torsional con AMS

El amortiguador de masa irá acoplado en la parte superior de la estructura principal alineado con el CM y el CR en dirección del eje X. Los grados de libertad considerados serán tres, los dos primeros de la estructura principal y el tercero de traslación del AMS en dirección Y.

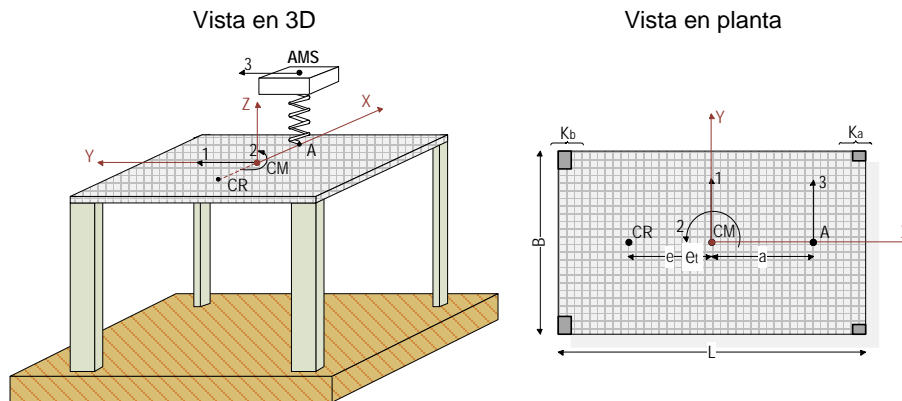


Figura III-15: Vista tridimensional y en planta del modelo torsional con AMS

Las características del amortiguador de masa se muestran en la tabla 3.8.

Tabla III-8: Características de la estructura principal del modelo torsional

Sintonización a ω_1 y ω_2	
Se considera un porcentaje r de la masa principal M	
Distancia del AMS al CM de la estructura principal a	
Masa del AMS	$m = rM$
Rigidez del AMS	$K_A = m\omega_n^2$
Amortiguamiento del AMS	$C_A = 2\beta_A m\omega_n$
Porcentaje de amortiguamiento traslacional del AMS β_A	

El procedimiento para hallar las características del AMS es el mismo que se usó en acápite anteriores. La sintonización se realizará independientemente para los dos modos de la estructura principal, para así comparar las amplificaciones.

- Matriz de Masa

Matriz de masa total del sistema referida al centro de masa (CM):

$$\tilde{M}_T = \begin{pmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & J & 0 \\ 0 & 0 & m \end{pmatrix} \quad (3.5.16)$$

- Matriz de Rigidez

Matriz de rigidez de la estructura principal \tilde{K}_{E-CR} referida al Centro de Rigidez (CR):

$$\tilde{K}_{E-CR} = \begin{pmatrix} K_o & 0 \\ 0 & K_\theta \end{pmatrix} \quad (3.5.17)$$

Compatibilidad de desplazamientos:

$$\begin{Bmatrix} u_{1CR} \\ u_{2CR} \\ u_{3CR} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & e_t & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \tilde{G}\tilde{u} \quad (3.5.18)$$

Matriz de rigidez de la estructura principal \tilde{K}_E referida al CM:

$$\tilde{K}_E = \tilde{G}^T \tilde{K}_{E-CR} \tilde{G} = \begin{pmatrix} K_o & K_o e_t & 0 \\ K_o e_t & K_o e_t^2 + K_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.5.19)$$

- Matriz de Amortiguamiento

Matriz de amortiguamiento de la estructura principal \tilde{C}_E referida al CM:

$$\tilde{C}_E = \begin{pmatrix} C_o & C_o e_t & 0 \\ C_o e_t & C_o e_t^2 + C_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.5.20)$$

- Matriz de Rigidez del AMS

Matriz de rigidez del AMS referida a su ubicación

$$\tilde{K}_{AMS-A} = \begin{pmatrix} K_A & -K_A \\ -K_A & K_A \end{pmatrix} \quad (3.5.21)$$

Compatibilidad de desplazamientos referidos al CM:

$$\begin{Bmatrix} u_{1CR} \\ u_{3CR} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \tilde{h} \tilde{u} \quad (3.5.22)$$

Matriz de rigidez del AMS referida al CM:

$$\tilde{K}_A = \tilde{h}^T \tilde{K}_{AMS-A} \tilde{h} = \begin{pmatrix} K_A & K_A a & -K_A \\ K_A a & K_A a^2 & -K_A a \\ -K_A & -K_A a & K_A \end{pmatrix} \quad (3.5.23)$$

- Matriz de rigidez total del sistema

La matriz de rigidez total \tilde{K}_T del sistema está dada por la suma de las rigideces de la estructura principal y el AMS.

$$\tilde{K}_T = \tilde{K}_A + \tilde{K}_E = \begin{pmatrix} K_o + K_A & K_o e_t + K_A a & -K_A \\ K_o e_t + K_A a & K_o e_t^2 + K_\theta + K_A a^2 & -K_A a \\ -K_A & -K_A a & K_A \end{pmatrix} \quad (3.5.24)$$

- Matriz de Amortiguamiento total del sistema

La matriz de amortiguamiento tiene la misma configuración que la matriz de rigidez total (3.5.24).

$$\tilde{C}_T = \begin{pmatrix} C_o + C_A & C_o e_t + C_A a & -C_A \\ C_o e_t + C_A a & C_o e_t^2 + C_\theta + C_A a^2 & -C_A a \\ -C_A & -C_A a & C_A \end{pmatrix} \quad (3.5.25)$$

3.5.5 Cálculo de amplificaciones para un movimiento sinusoidal en la base con AMS

Se calcularán las amplitudes de desplazamiento u_1 y u_2 de la estructura principal, para así comparar los resultados de las amplificaciones sin AMS. En la figura 3.16 se muestra el esquema para este sistema.

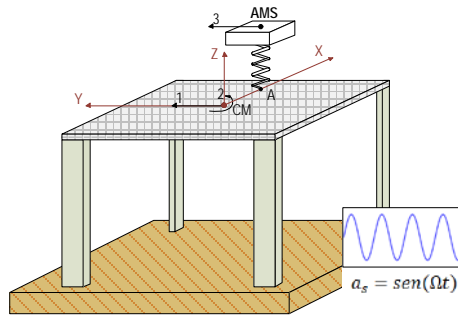


Figura III-16: Acción de la aceleración sinusoidal en el modelo torsional con AMS

La respuesta del sistema ante una aceleración sinusoidal $a_s = sen(\Omega t)$ es:

- Nivel 01-Estructura Principal

Desplazamiento Traslacional: $U_1 = u_1 sen(\Omega t)$ (3.5.26)

Desplazamiento Rotacional: $U_2 = u_2 sen(\Omega t)$ (3.5.27)

- Nivel 02-Amortiguador de Masa Sintonizada (AMS)

Desplazamiento Traslacional: $U_3 = u_3 sen(\Omega t)$ (3.5.28)

Ecuación general de movimiento:

$$\tilde{M}_T \ddot{\tilde{U}} + \tilde{C}_T \dot{\tilde{U}} + \tilde{K}_T \tilde{U} = \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{Bmatrix} \tilde{M}_T a_s \quad (3.5.29)$$

Reemplazando (3.5.26), (3.5.27) y (3.5.28) en la ecuación general de movimiento:

$$(\tilde{K}_T - \Omega^2 \tilde{M}_T + i\Omega \tilde{C}_T) \tilde{u} = \begin{Bmatrix} -M \\ 0 \\ -m \end{Bmatrix} \quad (3.5.30)$$

Reemplazando las matrices (3.5.16), (3.5.24) y (3.5.25) en la expresión (3.5.30):

$$\begin{bmatrix} K_o + K_A - M\Omega^2 + (C_o + C_A)\Omega i & K_o e_t + K_A a + (C_o e_t + C_A a)\Omega i & -K_A - C_A \Omega i \\ \text{Sym} & K_o e_t^2 + K_\theta + K_A a^2 - J\Omega^2 + (C_o e_t^2 + C_\theta a^2)\Omega i & -K_A a - C_A a \Omega i \\ & & K_A - m\Omega^2 + C_A \Omega i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -M \\ 0 \\ -m \end{Bmatrix} \quad (3.5.31)$$

Resolviendo la expresión anterior se obtienen las amplitudes de desplazamiento u_1 y u_2 de la estructura principal con AMS.

Usando el programa de cómputo SAP2000 se logró obtener las amplitudes de traslación (u_1) y rotación (u_2) de la estructura principal sin AMS y con AMS para distintas posiciones del mismo. En las figuras 3.17 a 3.21 se pueden observar las amplitudes para distintas posiciones del AMS de $\varepsilon=0.05$, $\varepsilon=0.20$, $\varepsilon=0.40$, $\varepsilon=0.80$ y $\varepsilon=1.00$ respectivamente (Donde $\varepsilon = e_t/\rho$ es la razón entre la excentricidad y el radio de giro definidos en la tabla 3.7).

Se pudo notar que las amplificaciones traslacionales son reducidas con gran facilidad por el AMS para distintas excentricidades de la estructura principal. Sin embargo no ocurre lo mismo con las amplificaciones rotacionales; en estas el AMS amplifica las rotaciones conforme se reduzcan las excentricidades. Esto indica que el AMS responde mejor para estructuras con excentricidades elevadas, esto es, corrige en cierto modo las excentricidades de una estructura.

Las características de la estructura principal y el AMS usados en el programa para el cálculo de las amplificaciones se muestran en la tabla 3.9.

Tabla III-9: Características de la estructura principal y el AMS usadas en SAP2000

Parámetros	Figura 3.17	Figura 3.18	Figura 3.19	Figura 3.20	Figura 3.21
ε	0.05	0.20	0.40	0.80	1.00
To	2.00	2.08	2.18	2.38	2.47
$\omega\theta/\omega_0$	1.73	1.72	1.69	1.54	1.41
r	2%	2%	2%	2%	2%
β_{AMS}	10%	10%	10%	10%	10%
En todos los casos se considera una sintonización del AMS al primer modo natural.					

Nótese que se ha utilizado una estructura con una sola excentricidad solo con el propósito de simplificar los cálculos.

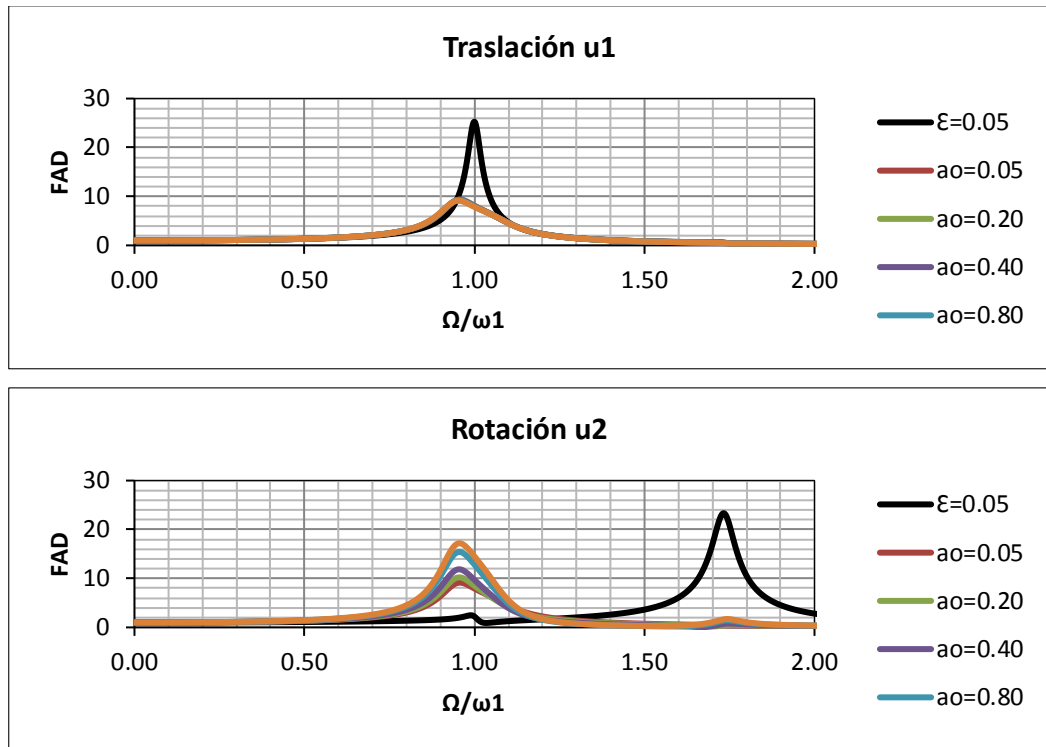


Figura III-17: Amplificaciones para una excentricidad de $\epsilon=0.05$

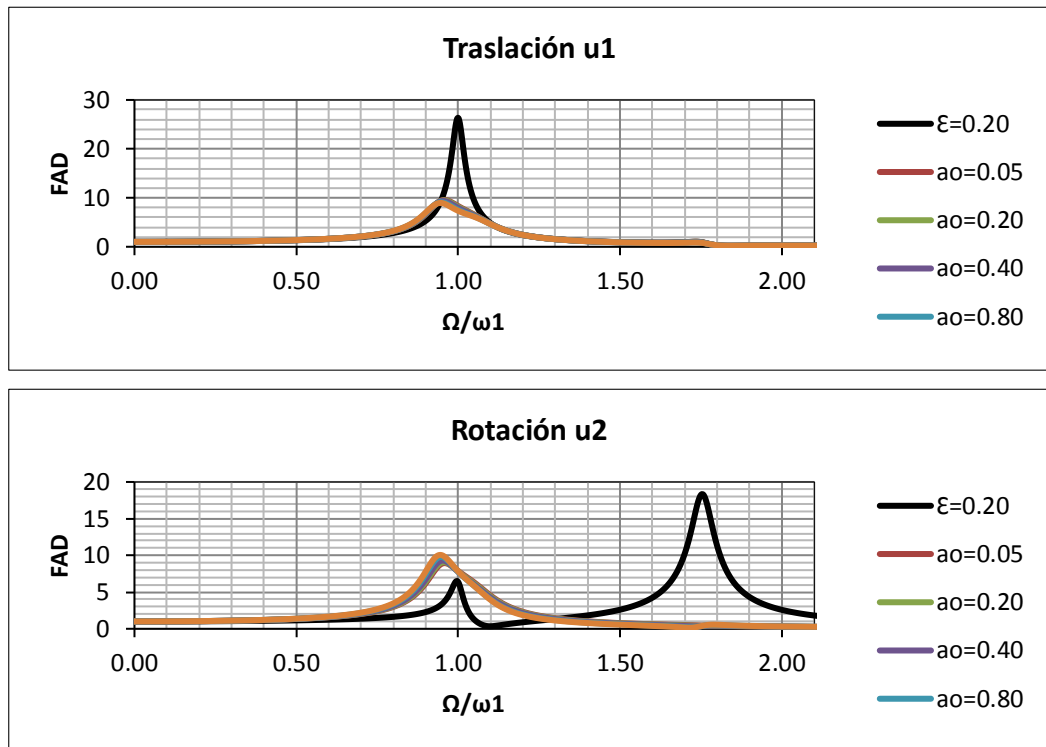


Figura III-18: Amplificaciones para una excentricidad de $\epsilon=0.20$

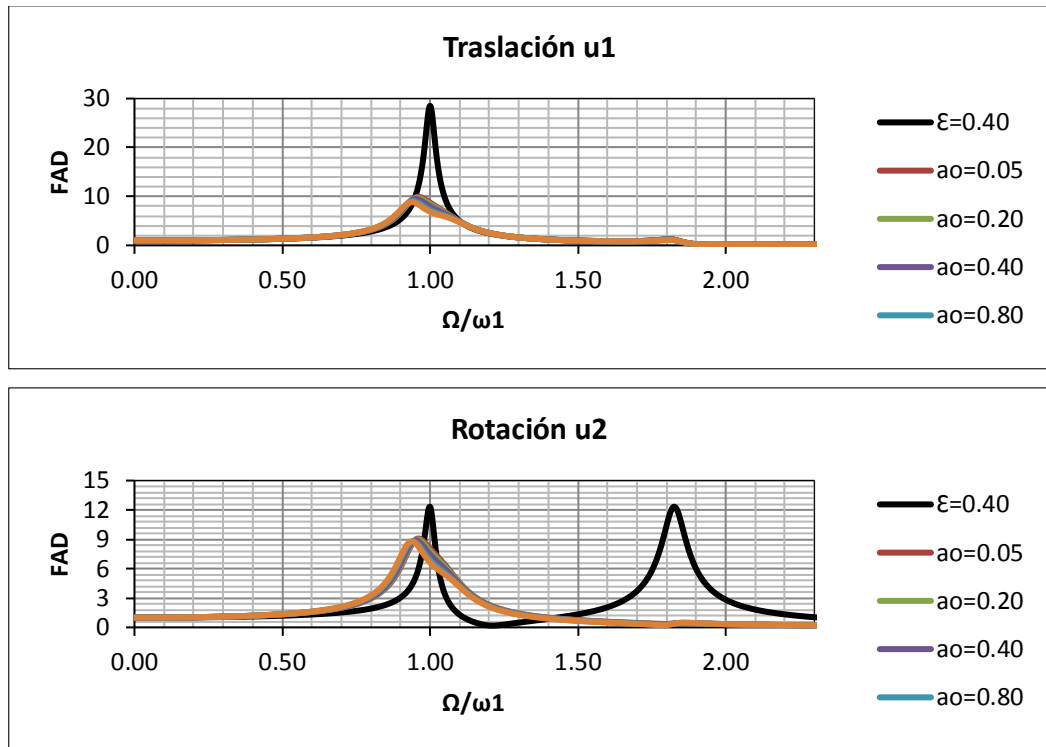


Figura III-19: Amplificaciones para una excentricidad de $\epsilon=0.40$

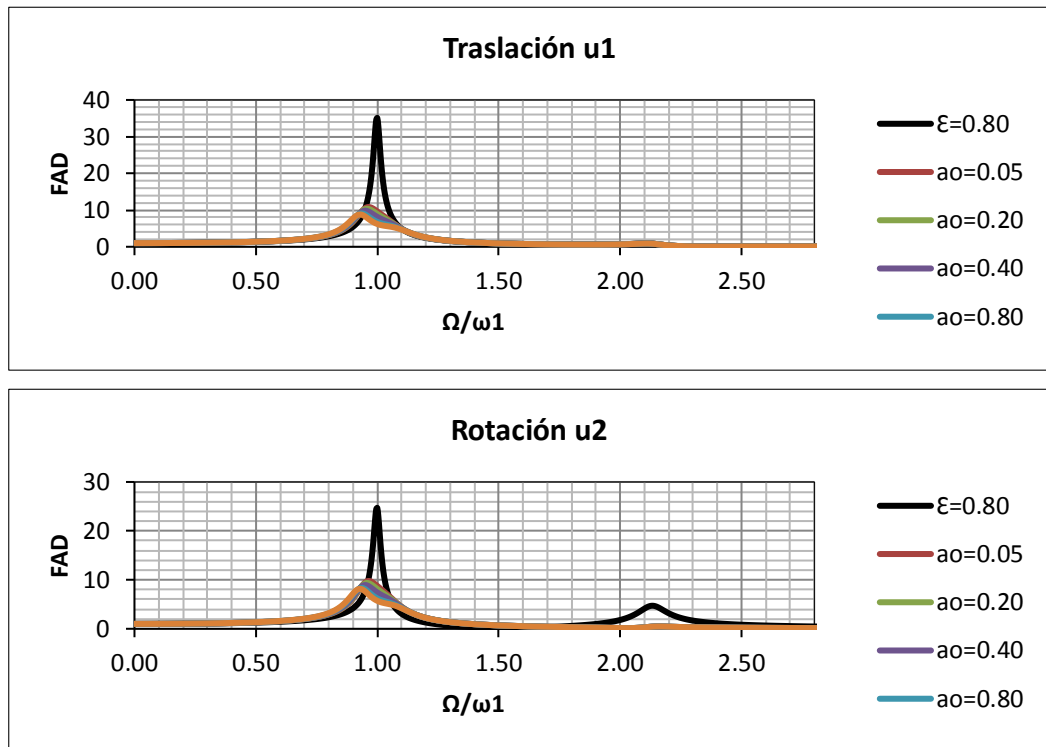


Figura III-20: Amplificaciones para una excentricidad de $\epsilon=0.80$

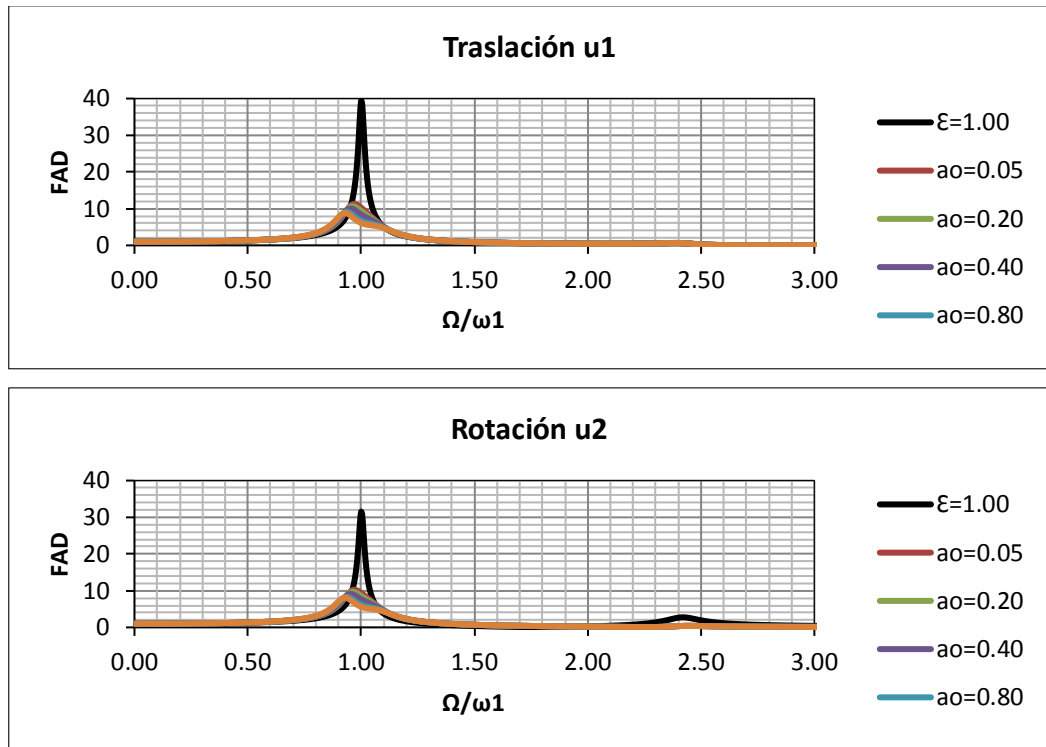


Figura III-21: Amplificaciones para una excentricidad de $\varepsilon=1.00$

3.5.6 Cálculo de la respuesta dinámica para movimientos sísmicos

Se utilizaron los sismos mencionados en acápites anteriores, de 1966, 1970 y 1974. Bajo la acción de estos sismos se determinaron los desplazamientos traslacionales y rotacionales de la estructura principal sin y con AMS (la configuración se muestra en la figura 3.22), para luego determinar las reducciones que se originan por el uso de un AMS.

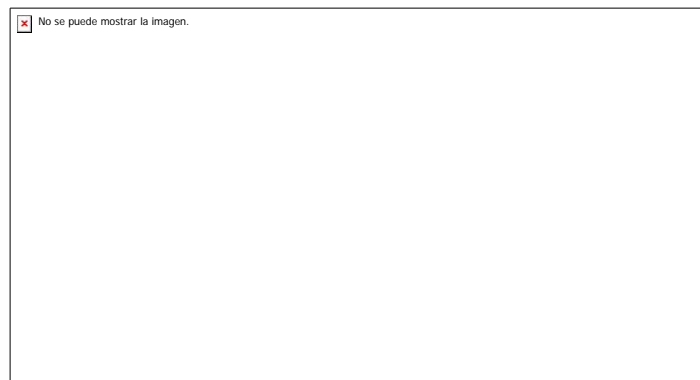
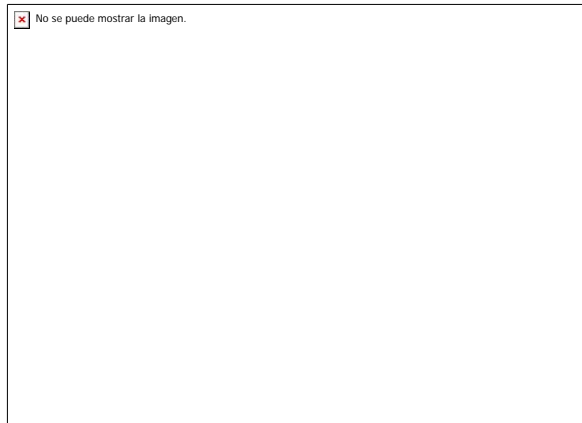


Figura III-22: Esquema en planta de la estructura principal y el AMS

En la tabla 3.10 se muestran las características de la estructura principal y el AMS.

Tabla III-10: Características de la estructura principal y el AMS usadas en SAP2000 para el análisis sísmico



Se calcularon los desplazamientos traslacionales y rotaciones para la estructura principal sin AMS para luego compararlos con los desplazamientos de la misma estructura con AMS. Los resultados se muestran en las figuras siguientes.

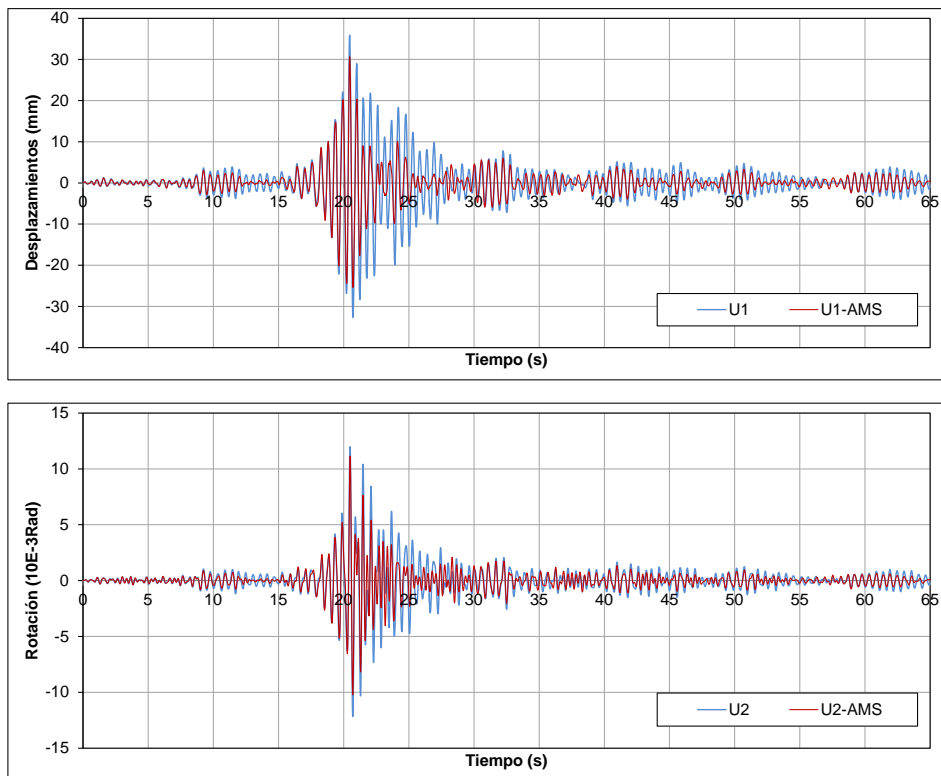


Figura III-23: Desplazamientos traslacional y rotacional para el sismo de 1966

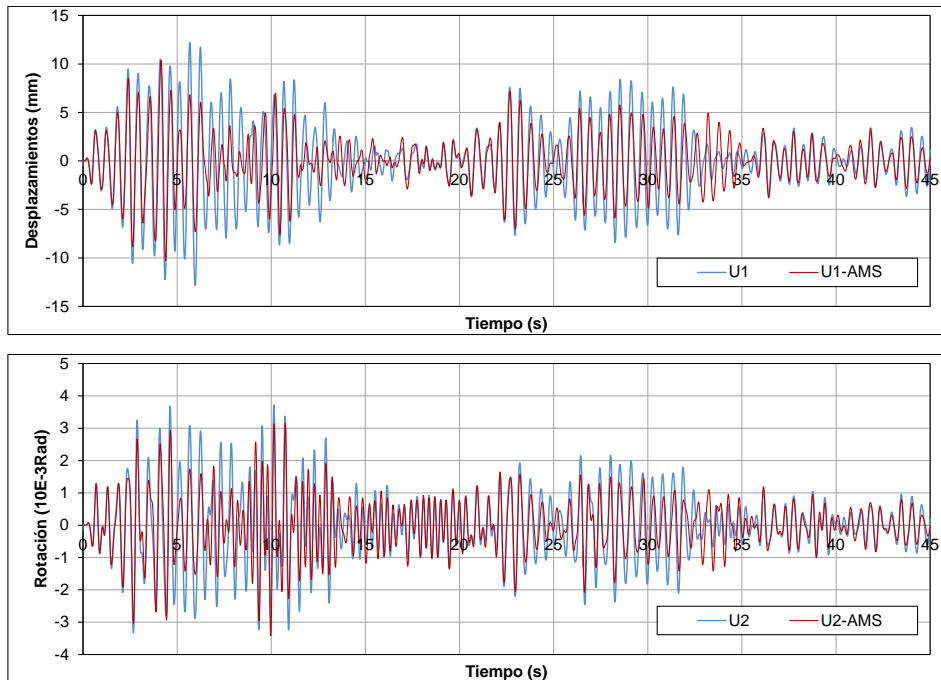


Figura III-24: Desplazamientos traslacional y rotacional para el sismo de 1970

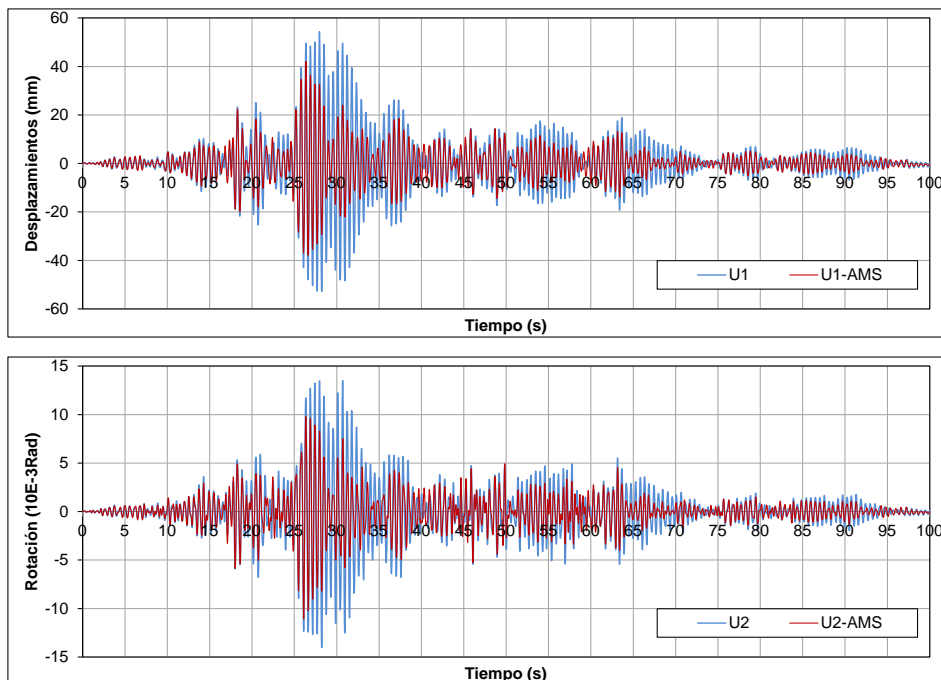
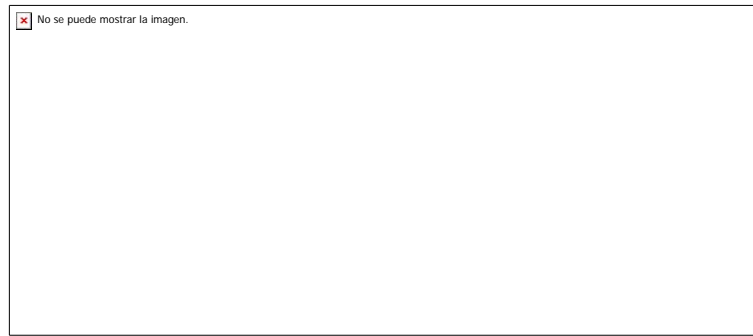


Figura III-25: Desplazamientos traslacional y rotacional para el sismo de 1974

El uso de un AMS produjo una reducción en los desplazamientos promedio para los tres sismos antes mencionados. En la tabla 3.11 se tienen los porcentajes de reducción para 4 posiciones diferentes del AMS con respecto al centro de masa y el centro de rigidez.

Tabla III-11: Reducción de desplazamientos para diferentes posiciones del AMS



Nótese que mientras más se aleja el AMS del CM y CR, el comportamiento de este mejora la respuesta traslacional y rotacional de la estructura principal.

3.6 Utilización de múltiples amortiguadores de masa sintonizada

En el capítulo III se analizaron estructuras de múltiples grados de libertad sometidos a acciones sísmicas y dentro de ellas estructuras de 10GDL con algunas características iniciales. La estructura de 10GDL estudiada tenía casi el 100% de masa participativa en el primer modo, con esto se obtuvo resultados adecuados en el desempeño del AMS sintonizado a este modo.

Una estructura de 10GDL pero con características distintas es mostrada en el presente acápite (ver figura 3.12). Las masas participativas están divididas en similar magnitud entre el primer y segundo modo de vibración, y se utilizaron dos AMS sintonizados a cada modo respectivamente, en el nivel donde se obtuvo la máxima deformación (ver tabla 3.13).

Tabla III-12: Características modales modificadas para 10GDL

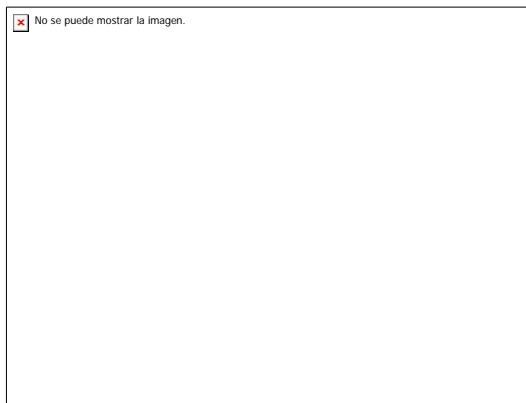
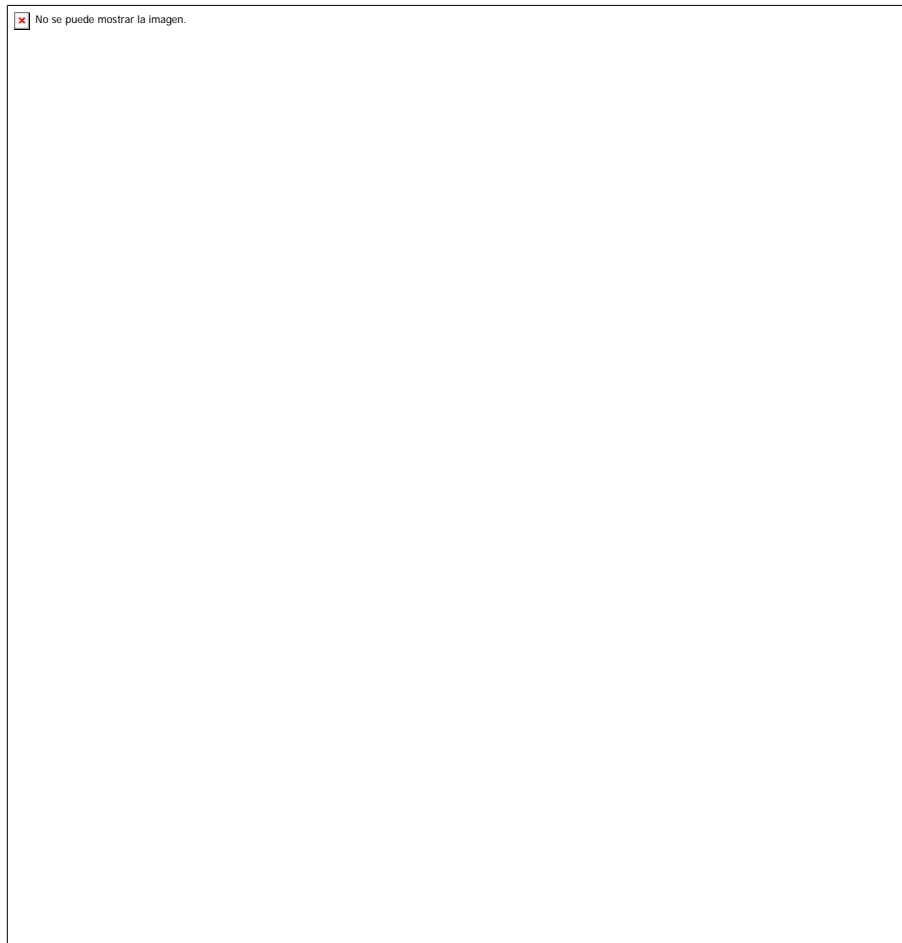


Tabla III-13: Modos de vibración, ubicación y diseño de AMS múltiples para 10GDL



La utilización de dos amortiguadores de masa sintonizada no representó una mejora en la reducción de desplazamientos en la estructura, por ende no se obtuvo un desempeño mejorado comparado con la estructura con un solo AMS. En la tabla siguiente se muestran los desplazamientos y la reducción de los mismos como consecuencia de la utilización de dos AMS.

Tabla III-14: Comparación de reducción de desplazamientos por la utilización de dos AMS



CAPÍTULO IV: APLICACIONES DE AMORTIGUADORES DE MASA SINTONIZADA

En este capítulo se estudia la posible aplicación de amortiguadores de masa sintonizada en estructuras que actualmente están construidas. Se consideran dos edificaciones, las cuales serán digitalizadas en el programa de cómputo SAP 2000 para luego observar sus respuestas ante las aceleraciones sísmicas de 1966, 1970 y 1974. La aplicación de estos amortiguadores tiene como base los estudios realizados en acápites anteriores, la forma de análisis y diseño.

Se analizarán las respuestas elásticas dinámicas de las edificaciones, más específicamente los desplazamientos laterales y fuerzas cortantes, para luego ser comparadas con las respuestas usando amortiguadores de masa sintonizada.

4.1 Edificio principal del Aeropuerto Jorge Chávez

- Generalidades

Los edificios para la torre de control y del terminal de pasajeros del aeropuerto internacional Jorge Chávez fueron diseñados y construidos en la década de 1960. El edificio de la torre de control tiene 10 pisos, y una planta de aproximadamente 16.50m por 56.40m, con un cuerpo principal de 45.00m de altura. La parte superior de la torre de control está al nivel 56.25m. El espacio entre columnas típicas es de 11.70 m (en el lado más corto, dirección NS) por 10.50m (en el lado de mayor dimensión, dirección EW). La altura del piso típico es 4.50m.

La principal deficiencia del edificio de oficinas y de la torre de control era su irregularidad torsional. Es un edificio alargado, con todos los elementos de mayor rigidez ubicados en la caja de ascensores, y con poca rigidez torsional. Hacia el lado más flexible se tienen en la parte inferior del edificio columnas de doble altura, lo que agrava la irregularidad. En la figura 4.1 se muestra una imagen actual de la estructura a estudiar.

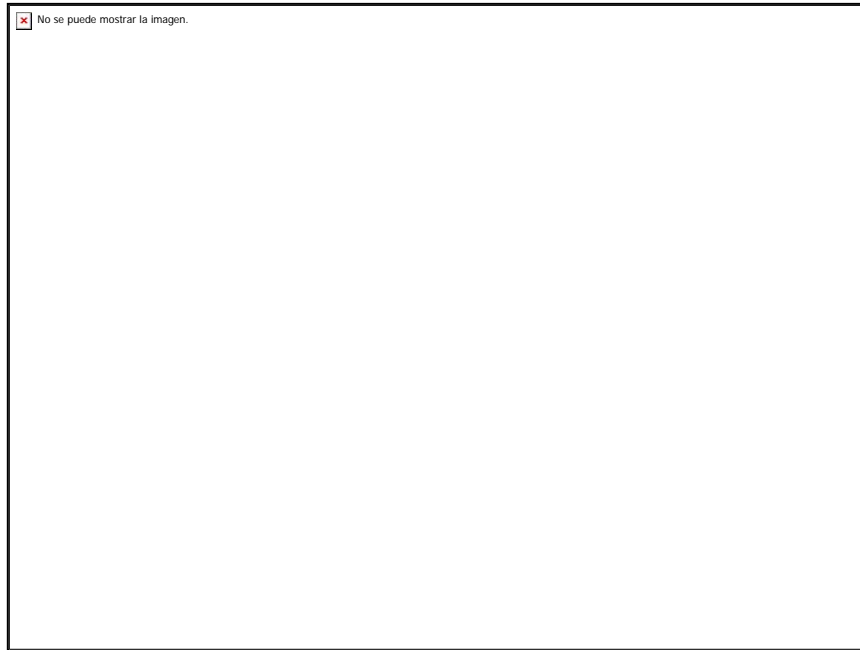


Figura IV-1: Edificio Torre de control del Aeropuerto Jorge Chávez

Cabe anotar que la estructura ha tenido modificaciones importantes, para corregir sus principales deficiencias, pero en este trabajo se ha considerado la configuración original como ejemplo para la aplicación de amortiguadores de masa sintonizada.

En las figuras 4.2 y 4.3 se muestran dos vistas del modelo empleado para el análisis de este edificio.

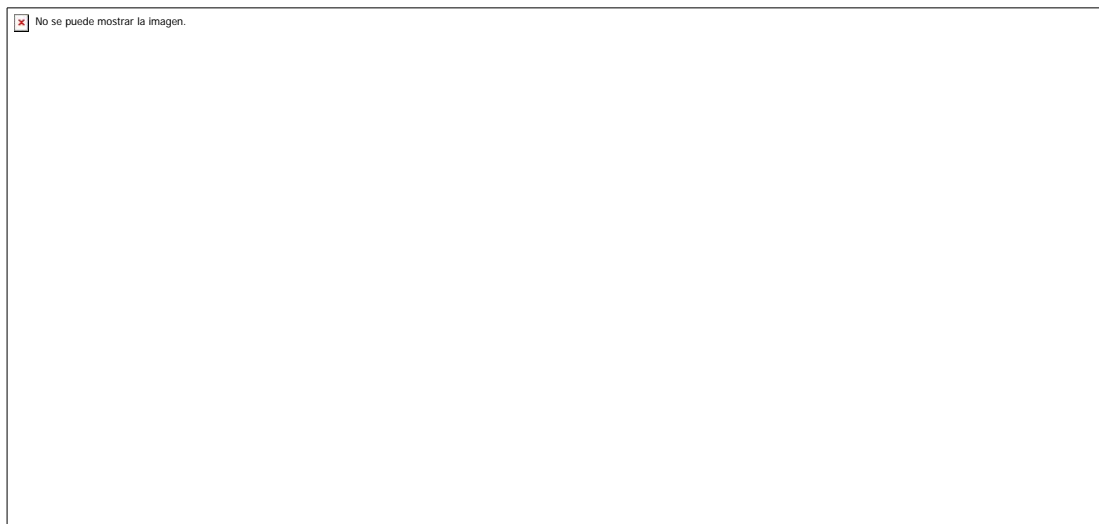


Figura IV-2: Corte longitudinal y vista tridimensional del edificio Jorge Chávez

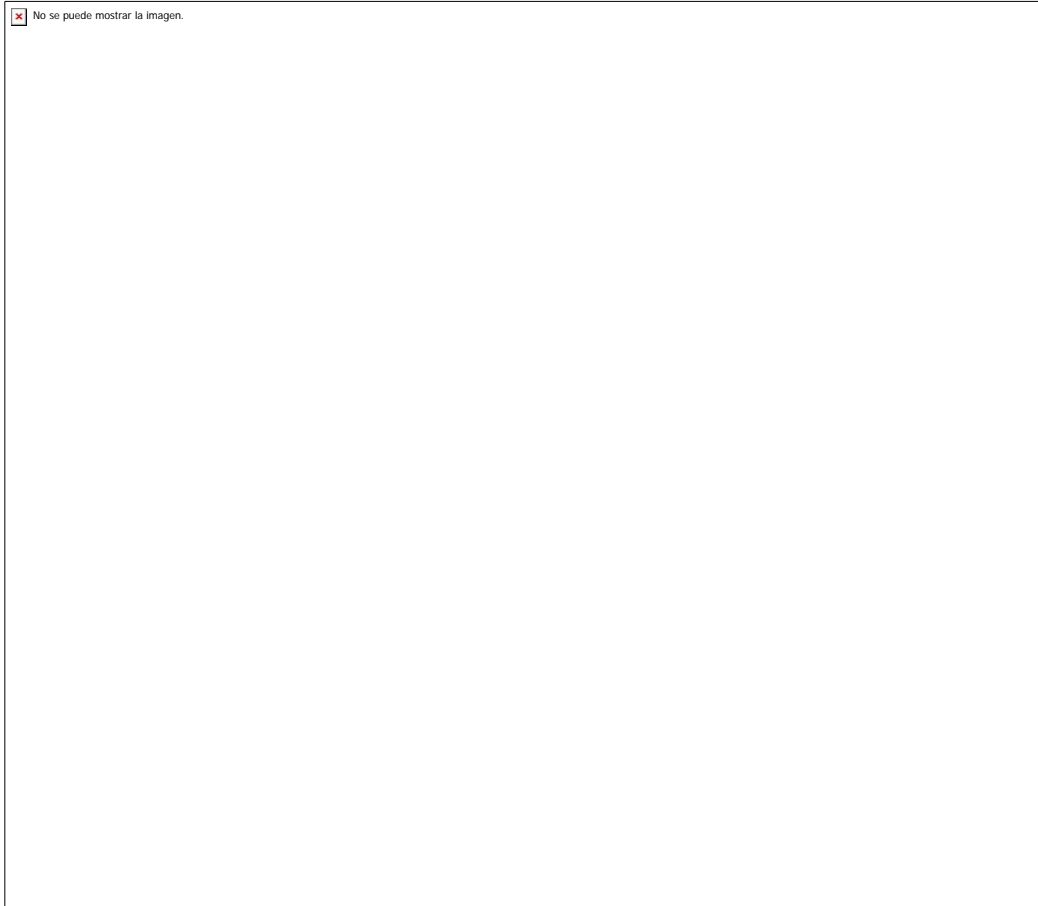
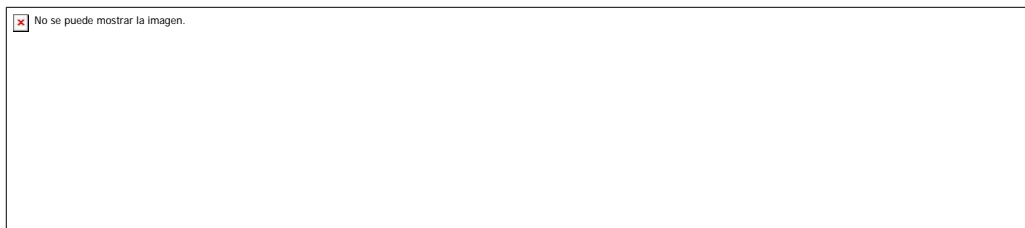


Figura IV-3: Vistas en planta del edificio Jorge Chávez

- **Características dinámicas**

En las tablas siguientes se indican los períodos naturales de vibración y las masas efectivas (expresadas como porcentaje de la masa total), que pueden interpretarse como una medida de la importancia de cada modo de vibración en el cortante en la base.

Tabla IV-1: Principales Modos de vibración y masas participativas del edificio Jorge Chávez



El periodo fundamental de la estructura es de unos dos segundos aproximadamente, el cual es excesivo para una estructura que solo tiene 10 niveles, lo que indica la gran flexibilidad que tiene. Se puede notar que la rotación es importante en el primer y segundo modo, esto debido a la excesiva irregularidad torsional de la estructura.

En la figura 4.4 se muestran las excentricidades en X e Y que hay entre el centro de masa (CM) y el centro de rigideces (CR) del nivel 10 de la estructura (calculado este último suponiendo una distribución de fuerzas en altura conforme a lo especificado en la norma E.030).

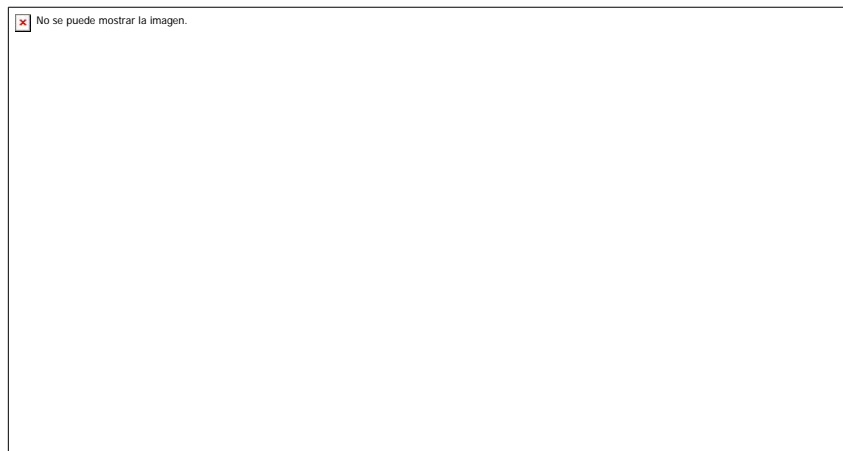


Figura IV-4: Excentricidades del edificio Jorge Chávez en el nivel 10

El punto P señalado en la figura 4.4 será usado como referencia para el cálculo de desplazamientos y rotaciones, cuando se realice el análisis sísmico tiempo historia.

En las figuras que se presentan a continuación se muestran los desplazamientos del nivel 10 de la estructura, para los tres sismos antes mencionados (ver figuras 4.5, 4.6 y 4.7). Estos resultados han sido obtenidos considerando para cada sismo la componente con máxima aceleración aplicada en la dirección transversal (X). Obsérvese que para el sismo de 1966 se tiene un desplazamiento máximo de 60mm, para el sismo de 1970 se tiene 45mm y para el sismo de 1974 de 120mm.

Todos los valores de desplazamientos mencionados anteriormente están referidos a desplazamientos elásticos de la estructura.

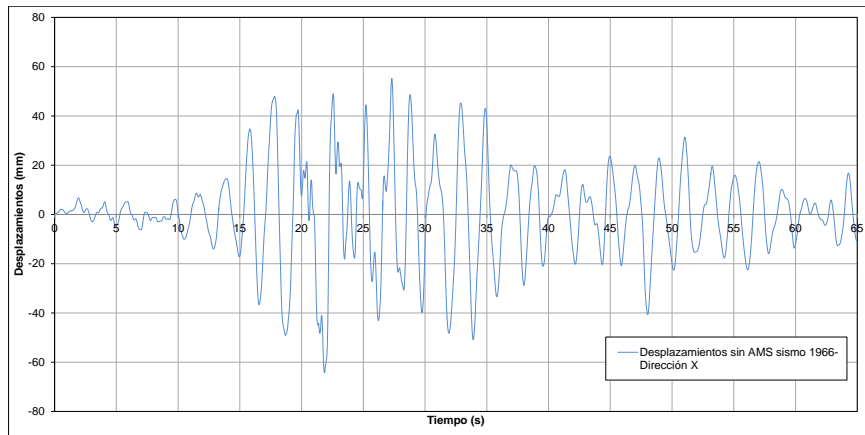


Figura IV-5: Desplazamientos N10 en X-Sismo de 1966 N08E

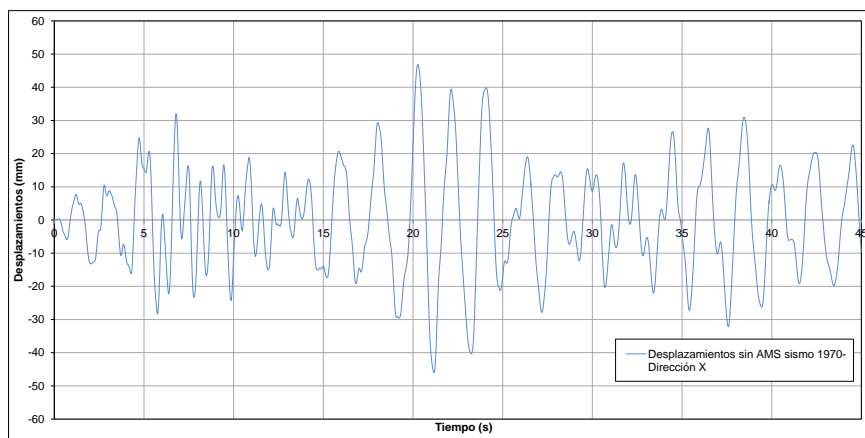


Figura IV-6: Desplazamientos N10 en X-Sismo de 1970 N82W

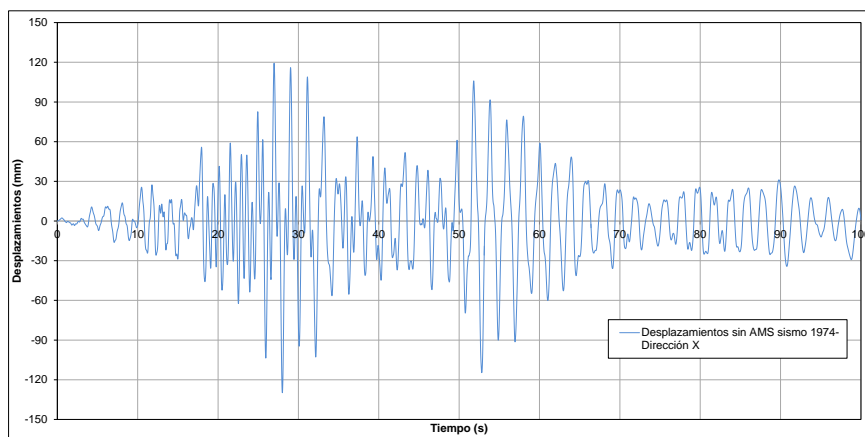


Figura IV-7: Desplazamientos N10 en X-Sismo de 1974 N08E

A continuación, en las figuras 4.8, 4.9 y 4.10, se muestran las fuerzas cortantes en la base, en la dirección transversal (X) para los tres sismos antes mencionados.

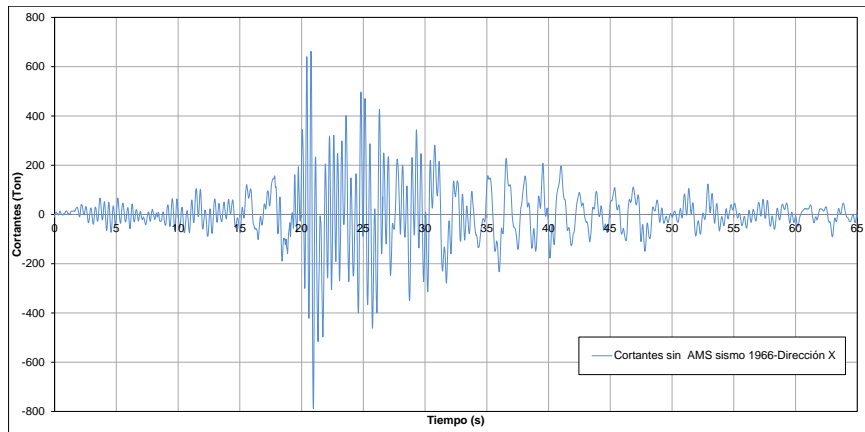


Figura IV-8: Fuerzas cortantes en la base en X -Sismo de 1966 N08E

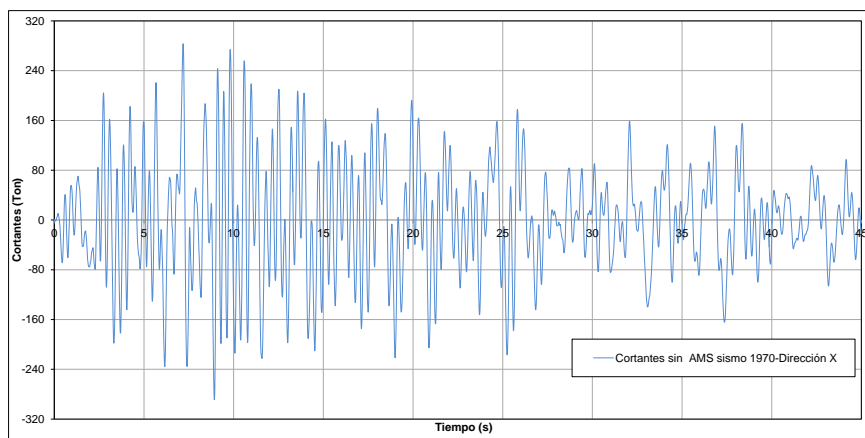


Figura IV-9: Fuerzas cortantes en la base en X-Sismo de 1970 N82W

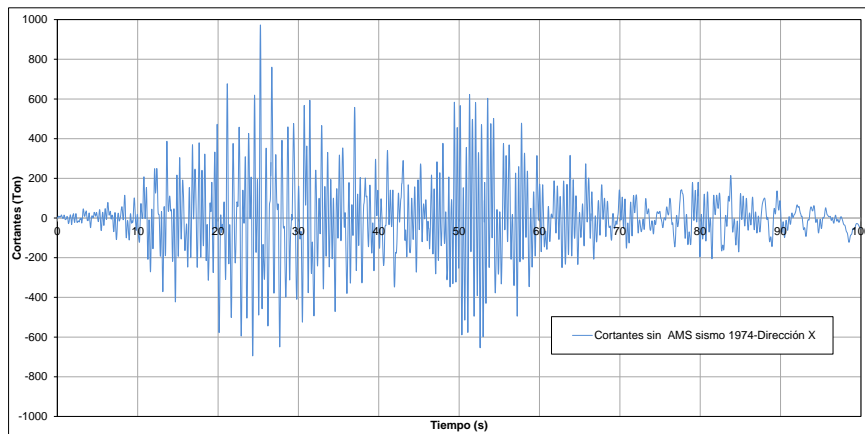


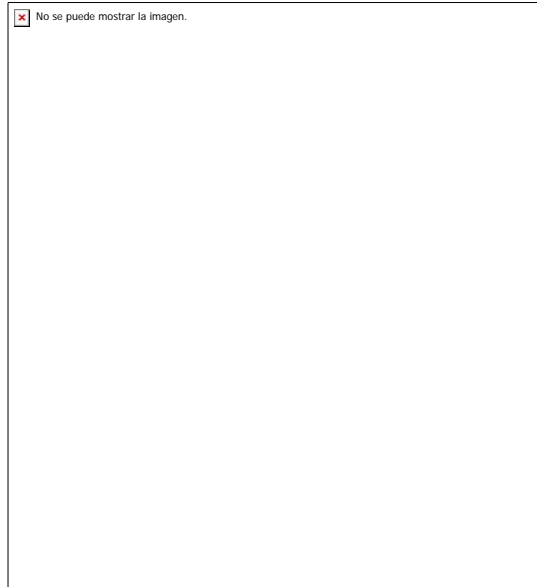
Figura IV-10: Fuerzas cortantes en la base en X-Sismo de 1974 N08E

- **Diseño previo del AMS**

A diferencia de las estructuras simples estudiadas en acápite anterior, no solamente importan las características de masa, rigidez y amortiguamiento del AMS; también su ubicación en planta tiene un rol importante. En esta estructura se colocará un AMS sobre el nivel 10. En este nivel, podrían plantearse muchas

posibles ubicaciones. Se considerará un diseño previo para el AMS con 1.50% de la masa total del edificio, una fracción del amortiguamiento crítico de 10% y sintonizado al primer modo en dirección transversal y al tercer modo en dirección longitudinal. En la tabla 4.2 se muestra el diseño inicial del AMS.

Tabla IV-2: Diseño previo del AMS para el edificio Jorge Chávez



Para obtener la ubicación óptima del AMS, se ha variado la posición de este a lo largo de la línea que une el centro de masa CM y el centro de rigidez CR en el décimo nivel de la edificación, obteniéndose en cada posición el desplazamiento máximo en el punto P, para los sismos de 1966, 1970 y 1974. En la figura 4.11 se muestra en planta las ubicaciones del AMS y en la figura 4.12 la correspondiente vista de perfil.

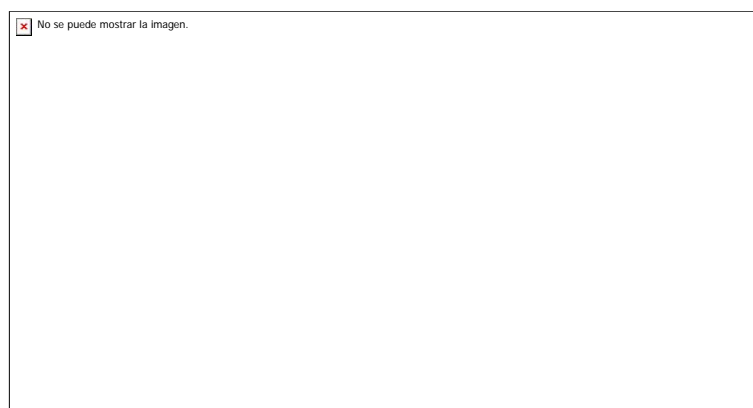


Figura IV-11: Vista en planta de la ubicación del AMS en el nivel 10 del edificio Jorge Chávez

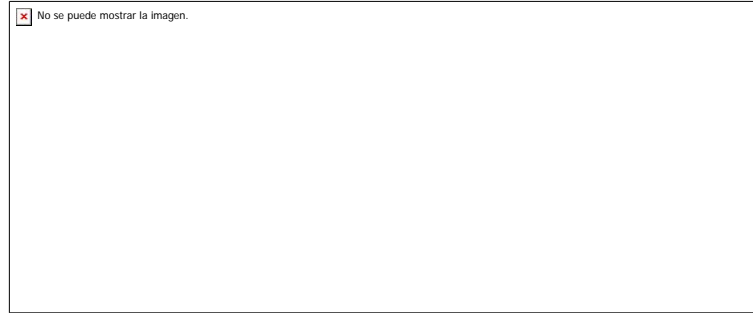


Figura IV-12: Vista de perfil de la ubicación del AMS en el nivel 10 del edificio Jorge Chávez

- **Análisis y resultados del diseño previo del AMS**

El AMS fue colocado en las posiciones mostradas en las figuras 4.11 y 4.12 (posiciones del 1 al 6) una a la vez, y en cada caso se determinaron los desplazamientos máximos y los desplazamientos promedio (en tiempo) en la misma posición, los que podrían en alguna medida relacionarse con el nivel de daño.

En la figura 4.13 se muestran los porcentajes de reducción del desplazamiento promedio para cada posición del AMS y para los diferentes sismos. Se observa que hay mayores reducciones en el Centro de Rigidez (CR), el Centro de Masa (CM) y mientras más se aleja el AMS del CR la reducción de desplazamientos es mayor para los sismos de 1970 y 1974, en cambio para el sismo de 1966 el hecho de alejar más el AMS del CR hace que las reducciones disminuyan. Además, para la ubicación del AMS en el CM y CR se obtienen mayores reducciones. Para los desplazamientos máximos (Ver figura 4.14) se tiene un aumento para el sismo de 1966 conforme se aleja el AMS del CR, y una disminución para los sismos de 1970 y 1974.

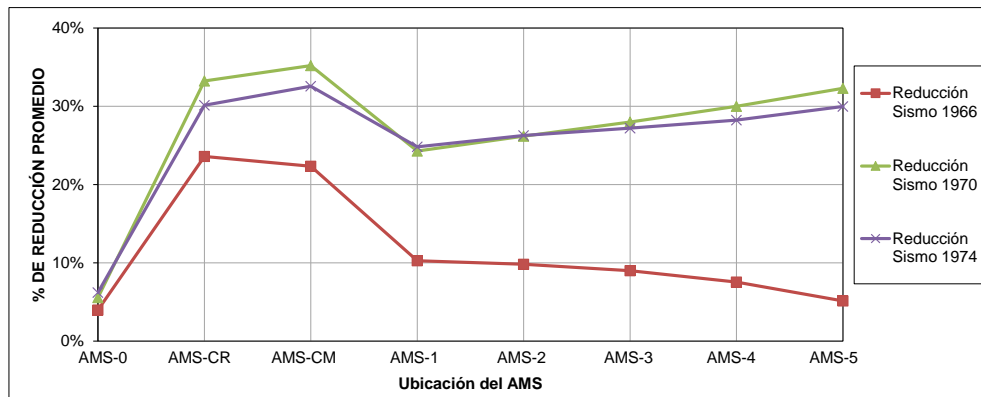


Figura IV-13: Porcentaje de reducción promedio de desplazamientos en dirección X para diferentes posiciones del AMS en el nivel 10 del edificio Jorge Chávez

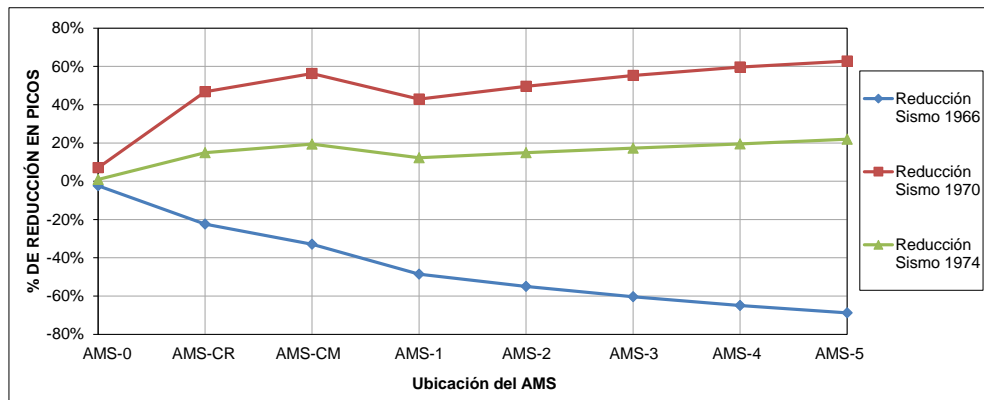


Figura IV-14: Porcentaje de reducción de valores máximos de desplazamientos en dirección X para diferentes posiciones del AMS en el nivel 10 del edificio Jorge Chávez

Todas las mediciones de desplazamientos de las figuras anteriores están referidas al punto P.

Para las fuerzas cortantes basales el AMS tiene un menor desempeño cuando es colocado sobre el CR y va mejorando conforme lo alejamos de éste. Lo mismo sucede con las cortantes máximas, ya que sobre el CR y el CM se obtiene una reducción mínima (entre 4% y 6%). En las figuras 4.15 y 4.16 se muestran las reducciones de las fuerzas cortantes basales.

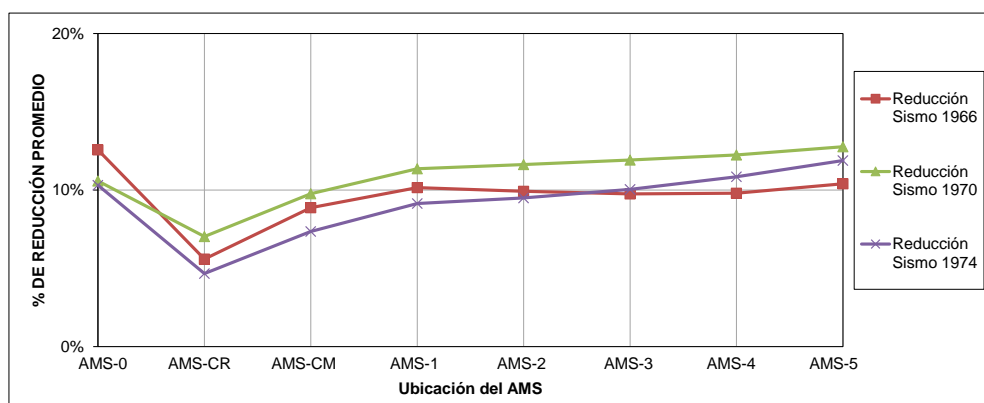


Figura IV-15: Porcentaje de reducción promedio de cortantes basales en dirección X para diferentes posiciones del AMS en el nivel 10 del edificio Jorge Chávez

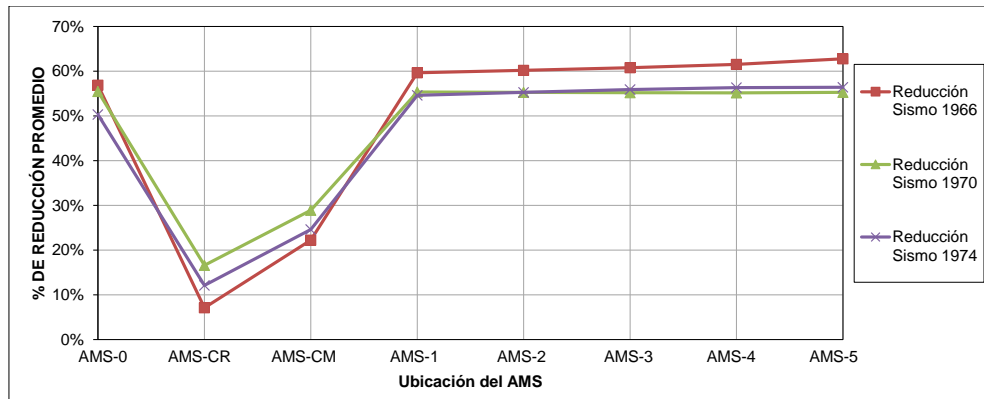
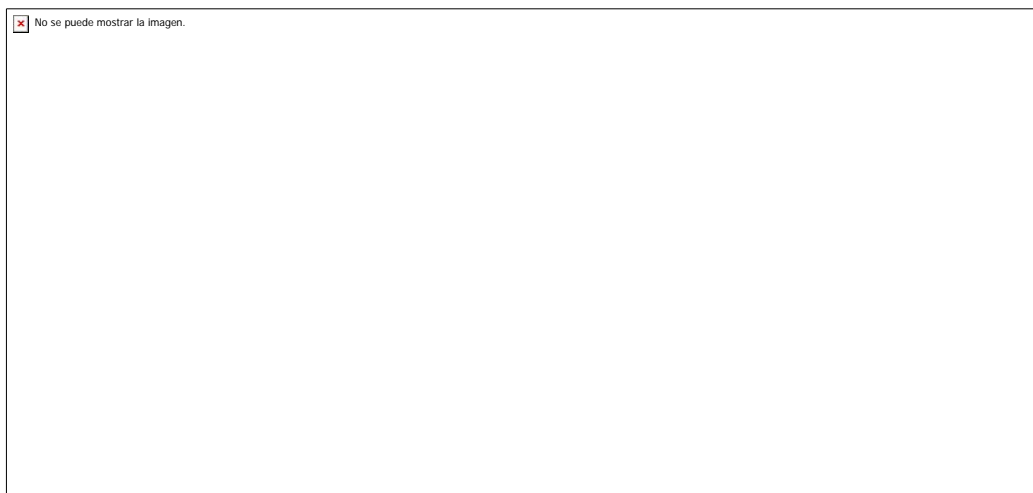


Figura IV-16: Porcentaje de reducción promedio de cortantes basales en dirección Y para diferentes posiciones del AMS en el nivel 10 del edificio Jorge Chávez

- **Diseño final AMS**

De los resultados mostrados en las figuras 4.13, 4.14, 4.15 y 4.16, se concluye que por lo menos en este caso no sería conveniente alejar excesivamente el AMS del CM, es decir, podrían considerarse las posiciones 1 o 2 como las definitivas. Esto debido a las reducciones negativas (aumento de desplazamientos) que se producen en los valores máximos para el sismo de 1966 en los puntos 3, 4 y 5. Adicionalmente, se obtienen reducciones aceptables con respecto a las cortantes basales en los puntos 1 y 2. A continuación en la tabla 4.3 se muestra el diseño final del AMS.

Tabla IV-3: Diseño final del AMS para el edificio Jorge Chávez



En el programa de cómputo SAP2000 se modeló el AMS con un elemento “Shell” con una carga distribuida en su superficie y elementos “Link” unidimensionales

para las propiedades de rigidez y amortiguamiento. En las figura 4.17 y 4.18 se muestran el modelo del edificio en SAP2000 con el AMS y la ubicación y dimensiones del mismo.

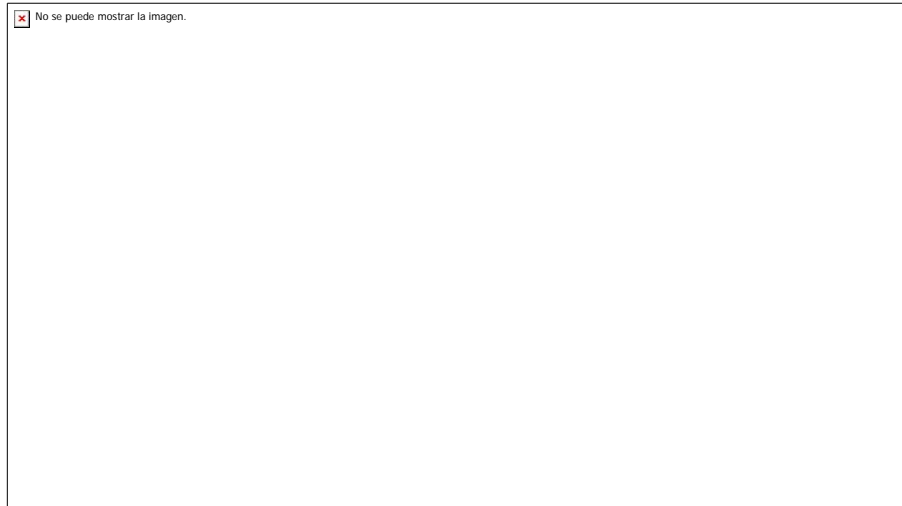


Figura IV-17: Modelo tipo área del AMS en SAP2000 para el edificio Jorge Chávez

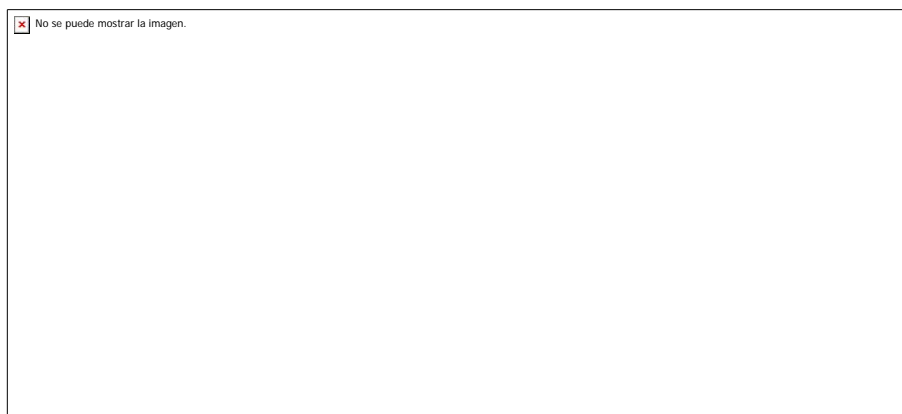


Figura IV-18: Dimensiones y ubicación del AMS sobre el nivel 10 del edificio Jorge Chávez

- **Análisis y resultados del diseño final del AMS**

En las figuras N° 4.19, N° 4.20 y N° 4.21 presentadas a continuación, se muestran los desplazamientos para el nivel 10 (punto P) de la estructura con AMS y sin AMS bajo la acción de las aceleraciones sísmicas de 1966, 1970 y 1974.

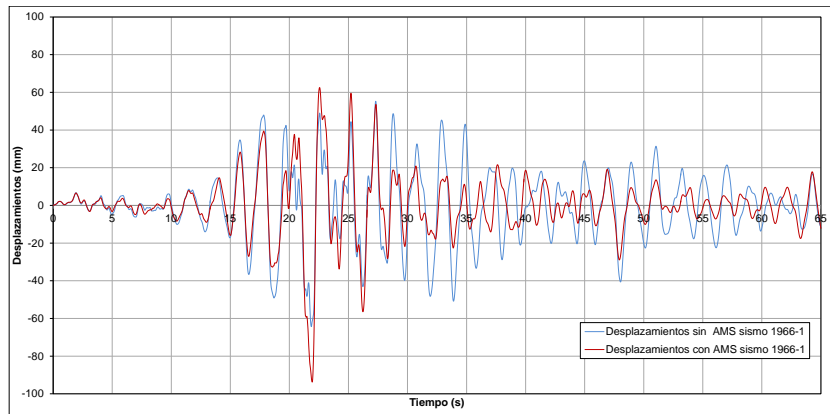


Figura IV-19: Desplazamientos en X sin AMS y con AMS del nivel 10 del edificio Jorge Chávez para el sismo de 1966 N08E

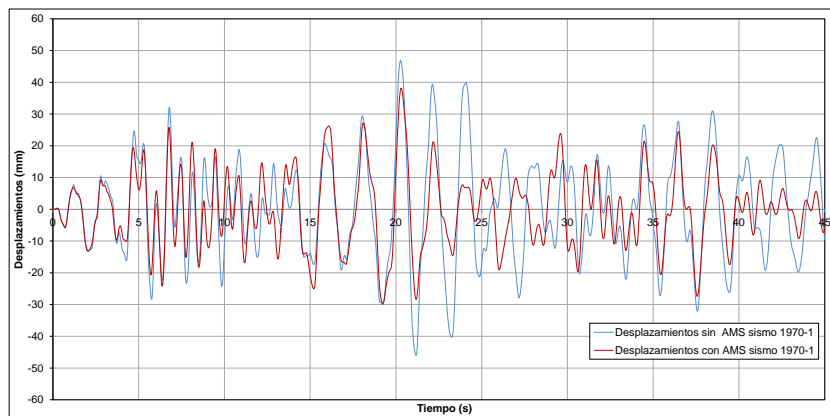


Figura IV-20: Desplazamientos en X sin AMS y con AMS del nivel 10 del edificio Jorge Chávez para el sismo de 1970 N82W

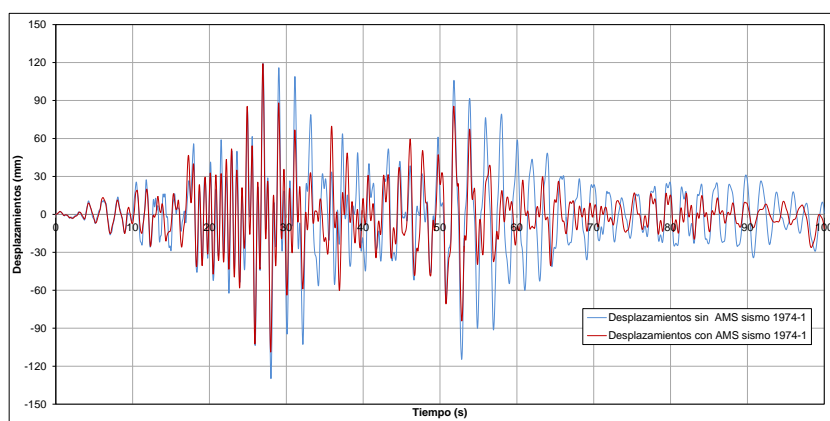


Figura IV-21: Desplazamientos en X sin AMS y con AMS del nivel 10 del edificio Jorge Chávez para el sismo de 1974 N08E

En las tablas mostradas a continuación se presentan los desplazamientos en dirección X e Y en el nivel 10 para el punto P.

Tabla IV-4: Desplazamientos promedio para la componente máxima en X, sin AMS y con AMS del edificio Jorge Chávez



Tabla IV-5: Desplazamientos promedio para la componente máxima en Y, sin AMS y con AMS del edificio Jorge Chávez



A continuación en la tabla 4.6 se muestran los porcentajes de reducción de los desplazamientos promedio que se originan por la utilización de un amortiguador de masa sintonizada en la estructura.

Tabla IV-6: Reducción de los desplazamientos promedio del nivel 10 del edificio Jorge Chávez



En las tablas 4.7 y 4.8 se muestran las fuerzas cortantes promedio en X e Y para las aceleraciones máximas en ambas direcciones.

Tabla IV-7: Cortantes basales para la componente máxima en X, sin AMS y con AMS del edificio Jorge Chávez

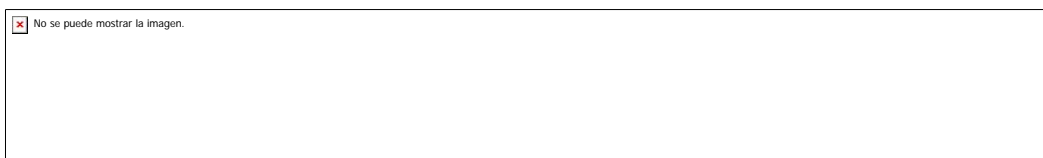
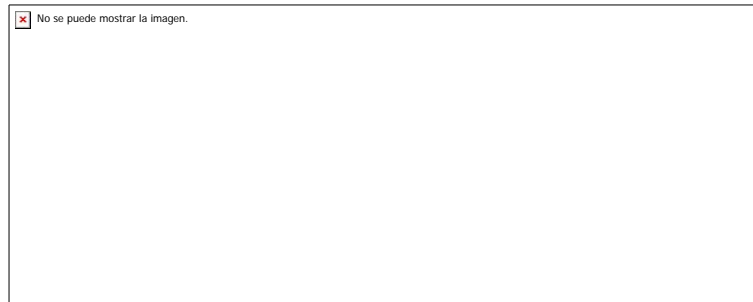


Tabla IV-8: Cortantes basales para la componente máxima en Y, sin AMS y con AMS del edificio Jorge Chávez



En la tabla 4.9 se muestran los porcentajes de reducción de las cortantes basales que se originan por la utilización de un amortiguador de masa en la estructura.

Tabla IV-9: Reducción de las Cortantes basales del edificio Jorge Chávez



Se ha observado que la ubicación del AMS en planta puede originar reducciones promedio considerables en los desplazamientos y las fuerzas cortantes basales; finalmente se optó por la posición AMS-1 por la disminución equilibrada entre los desplazamientos y las fuerzas cortantes en la base.

4.2 Edificio de oficinas Camino Real

Generalidades

El Edificio Camino Real fue diseñado con la norma sísmica peruana E030 de 2009 y terminado de construir en el año 2010. Tiene 16 niveles y 4 sótanos. Cuenta con un área en planta de aproximadamente 24m por 43m, con una altura de 59.35m de cuerpo principal (sin sótanos) y una altura total de 71.95m (incluidos los sótanos).

La distancia típica entre columnas en el eje Y es de 7.70m y en el eje X de 6.65m; siendo una de las características más notorias en esta estructura la reducción del área construida a medida que se eleva. Esta reducción del área hace que la caja de ascensores quede alejada del centro de masa (CM) originándose así una irregularidad torsional que posteriormente se observará. En la figura 4.22 se muestra una imagen actual de este edificio.



Figura IV-22: Edificio de oficinas Camino Real

En las figuras 4.23 y 4.24 se muestran vistas del modelo empleado para el análisis de esta estructura.

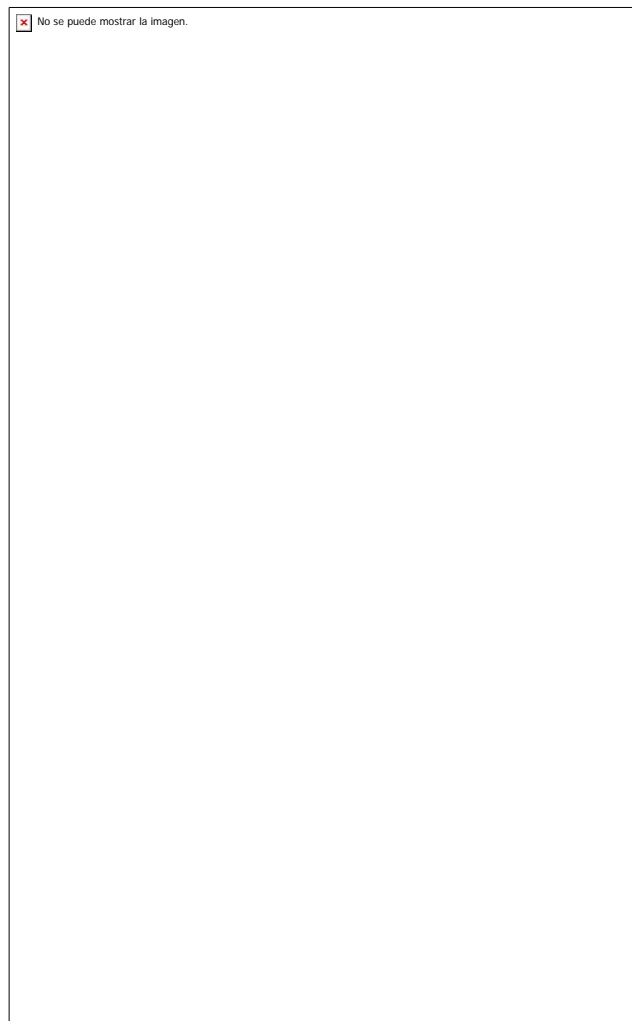


Figura IV-23: Vistas en planta del Edificio Camino Real

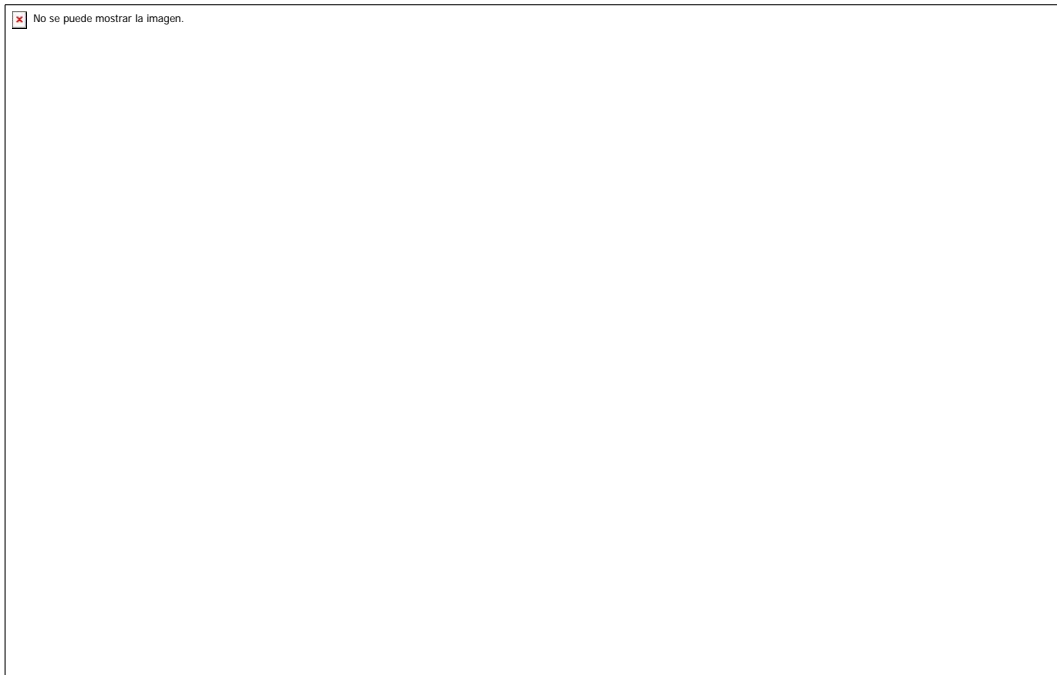


Figura IV-24: Vista de perfil y tridimensional del edificio Camino Real

- **Características dinámicas**

En la tabla 4.10 se muestran los modos de vibración y el porcentaje de masa participativa.

Tabla IV-10: Principales modos de vibración y masas participativas del edificio Camino Real

Según las características modales se trata de una estructura esbelta con mayor flexibilidad en el eje X, en el segundo modo las masas participativas en las direcciones X e Y tienen valores similares y en el tercer modo un gran porcentaje de masa participa en la dirección Y.

En la figura 4.25 se muestran las excentricidades en X e Y del nivel 15 de la estructura (suponiendo una distribución de fuerzas en altura conforme a la norma E.030).



Figura IV-25: Excentricidades en el nivel 15 del edificio Camino Real

El punto Q señalado en la figura anterior ha sido usado como referencia para el cálculo de desplazamientos y rotaciones.

Al igual que el acápite anterior, se realizó un diseño previo con la colocación de un AMS sobre los puntos 1, 2, 3, 4, CM y CR mostrados en la figura 4.25. Luego de correr el modelo en el programa de cómputo SAP2000 se obtuvieron los desplazamientos correspondientes al nivel 15 (punto Q) y fuerzas cortantes en el primer nivel de la estructura.

- **Análisis y diseño previo del AMS**

En las figuras 4.26 y 4.27 se muestran las reducciones promedio y las reducciones máximas de desplazamientos correspondientemente.

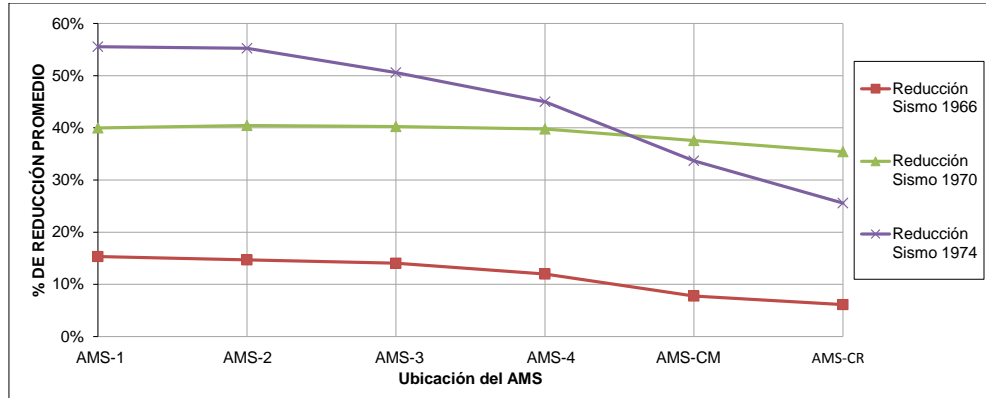


Figura IV-26: Porcentaje de reducción promedio de desplazamientos en dirección X para diferentes posiciones del AMS en el nivel 15 del edificio Camino Real

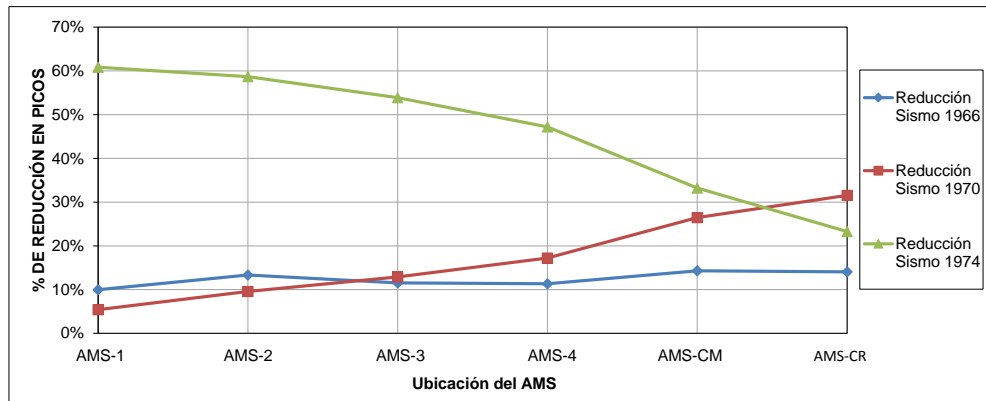


Figura IV-27: Porcentaje de reducción en valores máximos de desplazamientos en dirección X para diferentes posiciones del AMS en el nivel 15 del edificio Camino Real

En las figuras 4.28 y 4.29 se tienen las fuerzas cortantes promedio en la base del primer nivel (Nivel +12.60) para las direcciones X e Y.

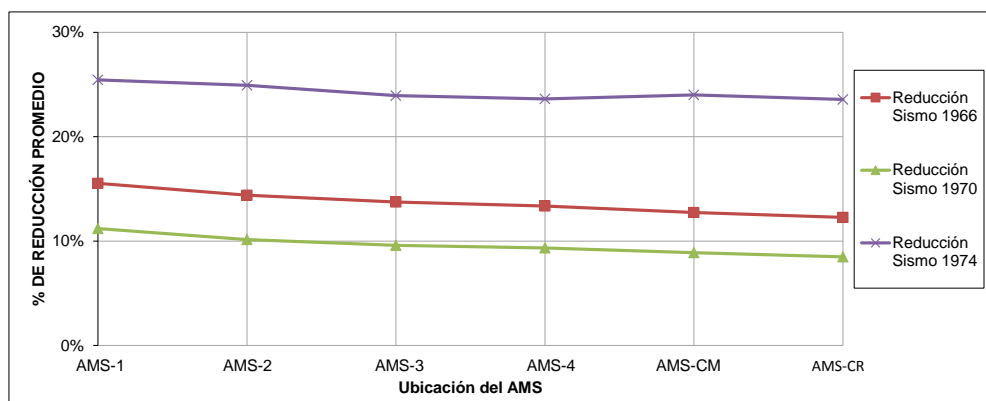


Figura IV-28: Porcentaje de reducción promedio de cortantes en el 1er nivel en dirección X para diferentes posiciones del AMS en el edificio Camino Real

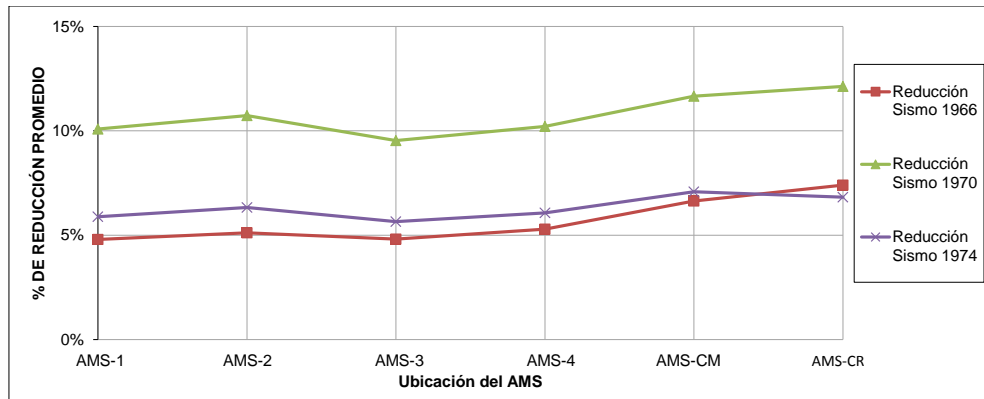
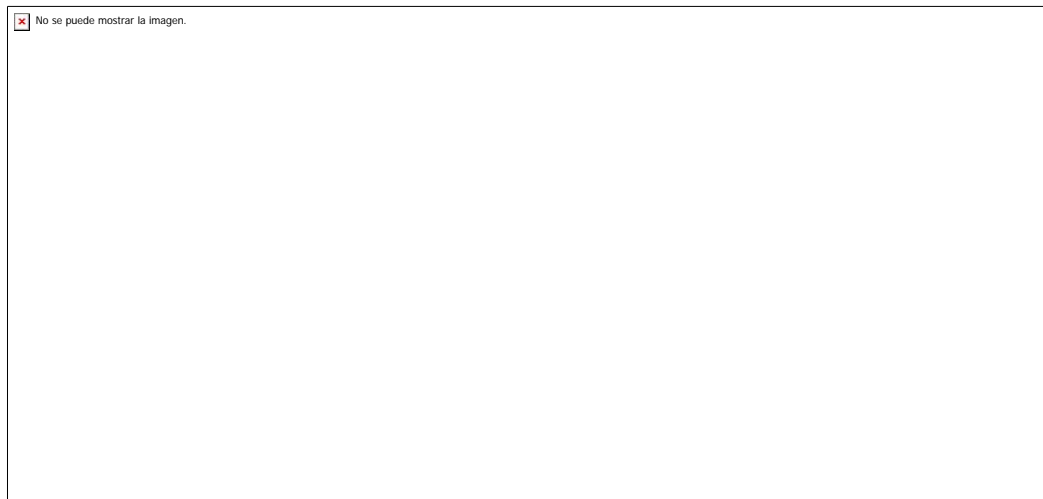


Figura IV-29: Porcentaje de reducción promedio de cortantes en el 1er nivel en dirección Y para diferentes posiciones del AMS en el edificio Camino Real

- Diseño final AMS

De los resultados mostrados en las figuras 4.26, 4.27, 4.28 y 4.29, se concluye que mientras más alejemos el AMS del CM y CR se obtendrá un mejor desempeño del AMS. Se pueden considerar las ubicaciones 1 y 2 como las adecuadas y definitivas para el diseño final del AMS.

Tabla IV-11: Diseño previo del AMS para el edificio Camino Real



En las figuras 4.30 y 4.31 se muestran el modelo digital en SAP2000 y la ubicación exacta del AMS sobre el nivel 15 del edificio respectivamente.

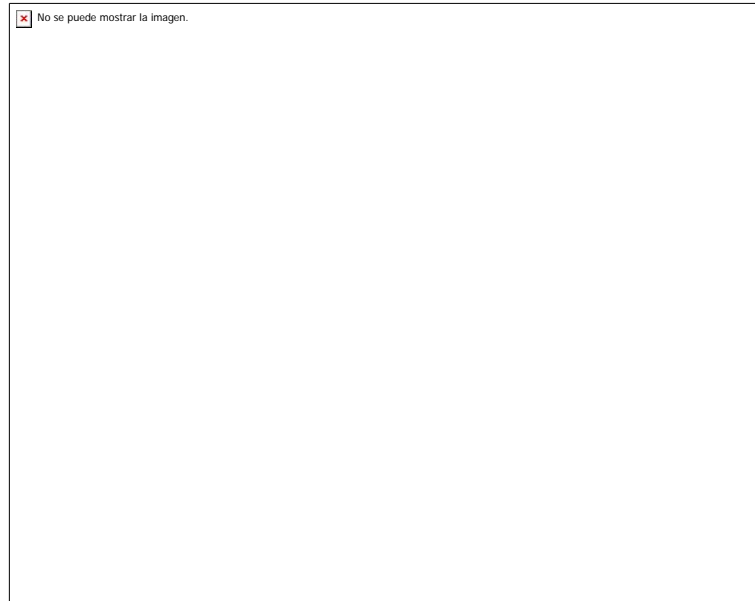


Figura IV-30: Modelo tipo área del AMS en SAP2000 del edificio Camino Real

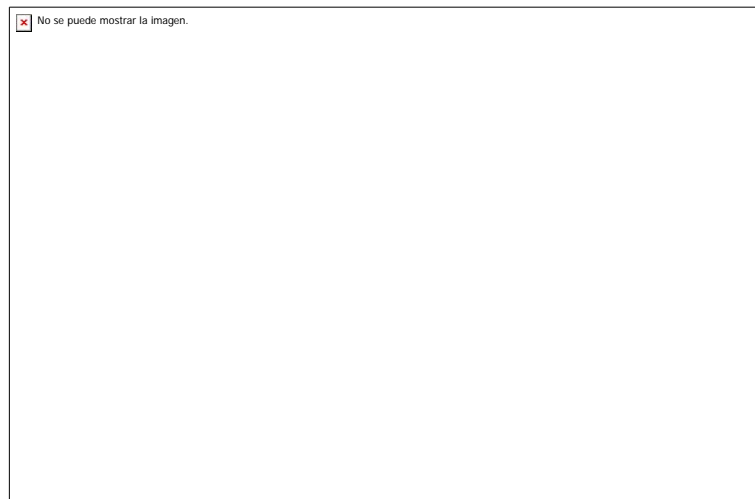


Figura IV-31: Dimensiones y ubicación del AMS sobre el nivel 15 del edificio Camino Real

- **Análisis y resultados del diseño final del AMS**

Las figuras 4.32, 4.33 y 4.34 muestran los desplazamientos para el nivel 15 (punto Q) de la estructura con AMS y sin AMS bajo la acción de las aceleraciones sísmicas de 1966, 1970 y 1974.

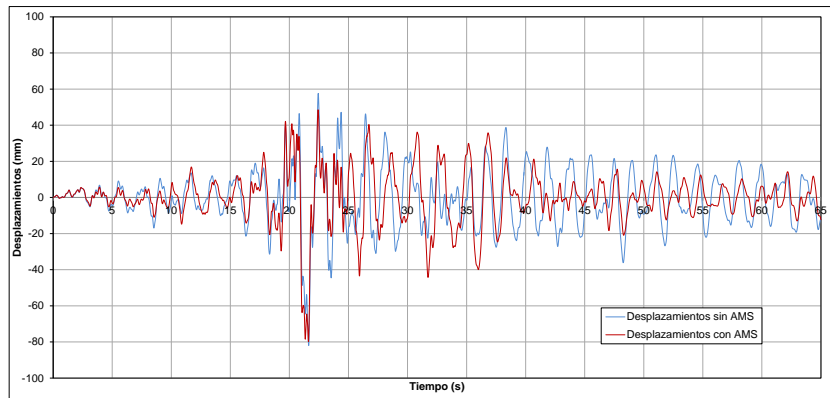


Figura IV-32: Desplazamientos sin AMS y con AMS del nivel 15 del edificio Camino Real para el sismo de 1966 N08E en X

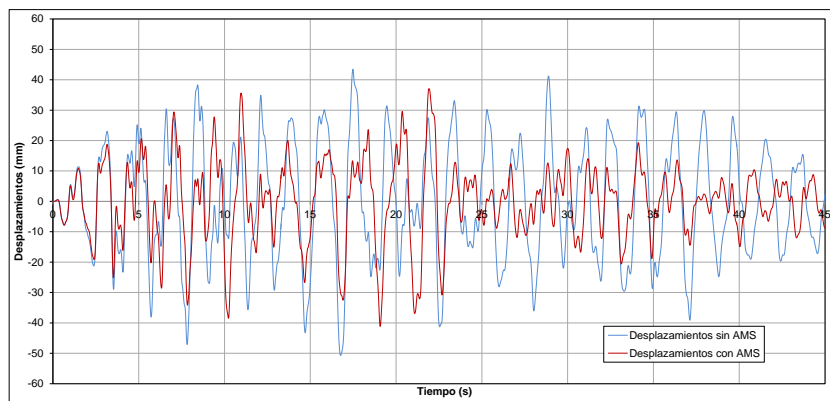


Figura IV-33: Desplazamientos sin AMS y con AMS del nivel 15 del edificio Camino Real para el sismo de 1970 N82W en X

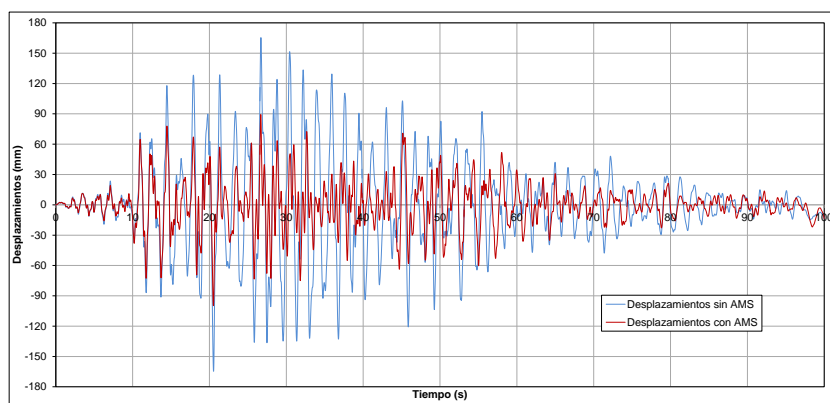


Figura IV-34: Desplazamientos sin AMS y con AMS del nivel 15 del edificio Camino Real para el sismo de 1974 N08E en X

Los desplazamientos para la dirección de la componente de sismo que tiene la aceleración máxima en X e Y son mostradas en las siguientes tablas.

*Tabla IV-12: Desplazamientos promedio para la componente máxima en X
sin AMS y con AMS del edificio Camino Real*



*Tabla IV-13: Desplazamientos promedios para la componente máxima en X
sin AMS y con AMS del edificio Camino Real*



A continuación se muestran los porcentajes de reducción de desplazamientos para el nivel 15 (punto Q).

*Tabla IV-14: Reducción de los desplazamientos promedio
del nivel 15 del edificio Camino Real*



Al calcular las fuerzas cortantes en la base se pudieron observar reducciones significativas como lo muestran las tablas siguientes.

*Tabla IV-15: Cortantes basales promedio para la componente máxima en X,
sin AMS y con AMS del edificio Camino Real*



Tabla IV-16: Cortantes basales promedio para la componente máxima en Y, sin AMS y con AMS del edificio Camino Real

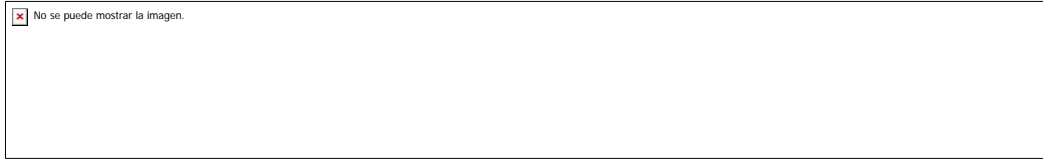


Tabla IV-17: Reducción de las cortantes basales del edificio Camino Real



De acuerdo a las reducciones tanto en desplazamiento como en fuerzas cortantes basales, se decidió por ubicar el amortiguador de masa sintonizada entre los puntos 1 y 2 ya que con estas ubicaciones se obtuvieron reducciones considerables en desplazamientos y cortantes basales. Nótese que a diferencia del edificio anterior analizado, este se desempeña mejor cuando el AMS se ubica en un punto más alejado del CR y el CM, pero en cualquier caso hacia el lado del centro de masas que es opuesto al centro de rigidez.

CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

- Los amortiguadores de masa sintonizada (AMS) son muy efectivos cuando las acciones aplicadas sobre la estructura tienen un rango estrecho de frecuencias. Para sistemas de un grado de libertad bajo acciones periódicas se obtuvieron reducciones considerables (entre 50% y 80%) en las amplitudes de desplazamiento, velocidad y aceleración. Esto puede tomarse como referencia para mitigar las vibraciones producidas por los movimientos recíprocos de equipos en plantas mineras, aunque en estos casos la fatiga en el AMS puede ser un aspecto limitante.
- Para acciones sísmicas, con un contenido de frecuencias en un rango relativamente amplio, los AMS son menos eficientes. En los registros de aceleración, velocidad y desplazamiento, o de fuerzas cortantes en la estructura, se observan algunos valores máximos similares e incluso mayores a los que se tendrían sin el uso de un AMS. Sin embargo, si se consideran los valores medios cuadráticos se tienen siempre valores menores, lo que implica que el uso de un AMS podría contribuir a reducir el daño en la estructura.
- Los modelos de acoplamiento cercano estudiados en el capítulo III mostraron un mejor desempeño con la adición de un AMS en la parte superior, se pudieron obtener reducciones en desplazamientos entre 40% y 60% para acciones sísmicas.
- Para sistemas de muchos grados de libertad con una alta masa participativa en el primer modo, el AMS obtuvo un buen desempeño, ya que éste es sintonizado al modo que tiene mayor participación. No se obtuvo un desempeño adecuado del AMS cuando a la estructura se le cambiaron las características modales, con masas participativas similares para el primer y segundo modo. También se investigó el uso de más de un AMS en los modelos con masas participativas similares en el primer y segundo, pero esto no originó una mejora sustancial en la reducción de desplazamientos y fuerzas cortantes.
- En los modelos torsionales estudiados, se obtuvieron reducciones considerables para acciones sísmicas cuando el AMS fue ubicado en la

- línea que une el centro de masas (CM) y el centro de rigidez (CR), en el lado opuesto al CR tomando como referencia el CM.
- En el edificio Jorge Chávez, se ubicó un AMS en el nivel 10 a una distancia no muy alejada del CM y CR, debido a que se obtuvo un mejor desempeño mientras menos alejado del CR se encuentre. El alejamiento del AMS del CR originaba (con el sismo de 1966) unos desplazamientos laterales máximos mayores a los obtenidos en la estructura original (sin AMS). Finalmente, se lograron obtener reducciones entre 12% y 40% para desplazamientos en el nivel 10, y para fuerzas cortantes basales entre 5% y 60%.
- Para el edificio Camino Real, el AMS tuvo un mejor desempeño mientras más alejado se ubicaba del CM y CR. Finalmente, se lograron obtener reducciones entre 7% y 60% para desplazamientos en el nivel 10, y para fuerzas cortantes basales entre 5% y 60%.

5.2 Recomendaciones

- Los amortiguadores de masa sintonizada son dispositivos versátiles, pudiendo ser ubicados casi en cualquier área dentro de una edificación. Se puede investigar a futuro, el uso de AMS tipo losa; esto es, elementos de acero delgados y amplios que puedan ser ubicados en paños completos de losa, de modo que puedan utilizarse varios de estos y en los niveles donde se puedan esperar mayores deformaciones. Al ser delgados se podrían ubicar dentro de las losas; esto permitiría la no interrupción de las áreas dentro de la estructura (ver figura 5.1).
- Una de las características que no se ha tratado con mayor profundidad en un AMS es la masa. Mientras mayor masa tenga el AMS se espera un mejor desempeño; sin embargo, ubicar grandes masas en los últimos niveles de una estructura podría originar problemas en las losas donde este se ubique. Debido a esto, se ha propuesto usar las cajas de los ascensores como elementos AMS, aislándolos de la estructura principal por medio de amortiguadores o disipadores viscosos. El uso de las cajas de ascensores implica la utilización de porcentajes de masas mayores al 10% para el AMS y con un adecuado amortiguamiento se podría obtener grandes reducciones en desplazamientos y fuerzas cortantes (ver figura 5.2).

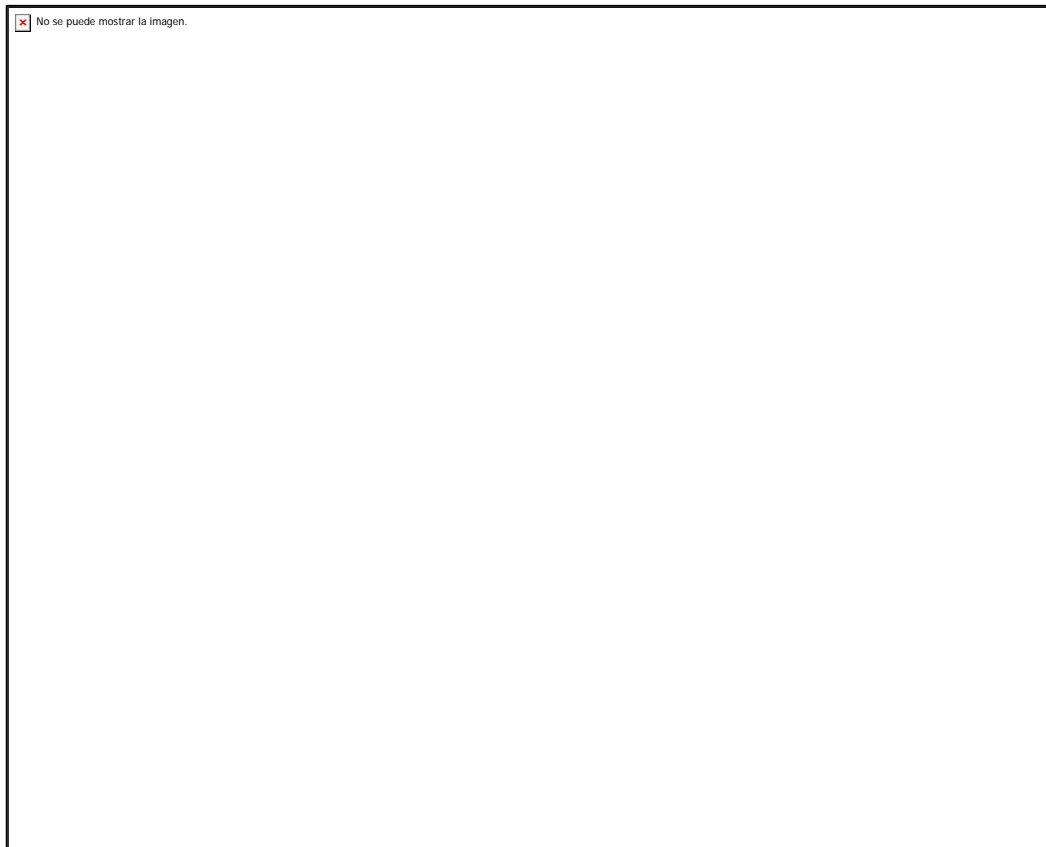
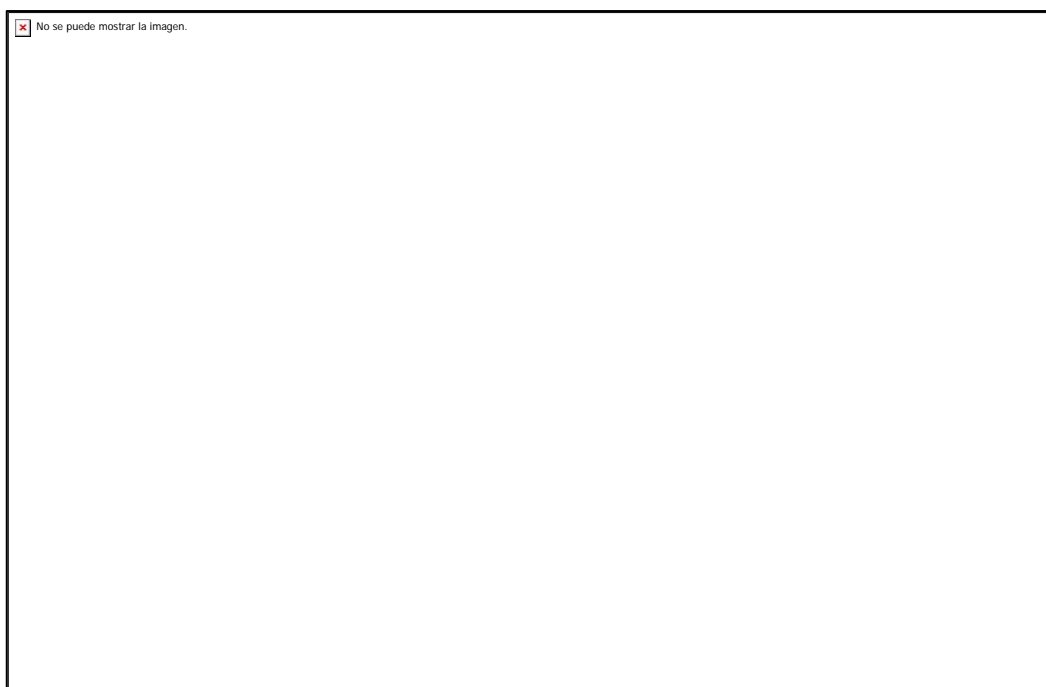


Figura V-1: AMS tipo losa



*Figura V-2: Utilización de la caja de ascensores como un AMS
(Adaptado de <http://www.taylordevices.com/>)*

BIBLIOGRAFÍA

- Anthony C. W. y Rimas V., *Aplication of Tuned Mass Dampers to Control Vibrations of Composite Floor Systems*, Engineering Journal / American Institute of Steel Construction, 2003.
- Bathe, K.J. *Finite Element Procedures*. Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J. 1995.
- Chang, C.C., *Mass Dampers and their Optimal Designs for Building Vibration Control*, Engineering Structures, vol. 21, pp.454-463, 1999.
- Chopra A.K. *Dynamics of Structures*. 2ª edición. Prentice Hall, N.J. 2001.
- Clough, R.W. y J.Penzien. *Dynamics of Structures*. 3ª edición. Mc.Graw Hill Book Co. N.Y., 2010.
- Connor J.J. *Introduction to Structural Motion Control*. Massachusetts Institute of Technology, Boston, 2002.
- Den Hartog, J.P. *Mechanical Vibrations*. 4ª edición. Mc.Graw Hill Book Co. N.Y., 1956.
- Fahim S, Bijan M. et al, *A method of Estimating the Parameters of Tuned Mass Damper for Seismic Applications*”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, VOL. 26, 617-635, 1997.
- Frahm H. *Device for damping vibration of bodies*. U. S. Patent No. 989-958, 1911.
- Goel R.K. y C.A. Booker, *Effects of Supplemental Viscous Damping on Inelastic Seismic Response of Asymmetric Systems*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 30, pp. 411-430, 2001.
- Goel, R.K. *Seismic Behaviour of Asymmetric Buildings with Supplemental Damping*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, (29): 461-480, 2000.
- Lavín C, Vasallo A. et al, *Respuesta Experimental y Simulada de una Chimenea Industrial sin y con TMD bajo la Acción del Viento*, XVIII Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica, España, 2010.
- Li C. y Qu W. *Optimum Properties of Multiple Tuned Mass Dampers for Reduction of Translational and Torsional Tesponse of Structures Subject to Ground Acceleration*. Engineering Structures, 28:472-494, 2006.

- Lin C., Ueng J., Huang T. *Seismic Response Reduction of Irregular Buildings Using Passive Tuned Mass Dampers*, Engineering Structures, Vol 22, pp. 513-524, 1999.
- Luft, R., *Optimal Tuned Dampers for Buildings*, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.105, No.ST 12, pag. 2766-2772, 1979.
- Mishra, R. *Application of Tuned Mass Damper for Vibration Control of Frame Structures Under Seismic Excitations*. Department of Civil Engineering, National Institute of Technology, Rourkela, 2011.
- Pinkaew T., Lukkunaprasit P., Chatupote P. *Seismic Effectiveness of Tuned Mass Dampers for Damage Reduction of Structures*, Engineering Structures, Vol 25, pp.39-46, 2003.
- Rashmi M., *Application of Tuned Mass Damper for Vibration Control of Frame Structures Under Seismic Excitations*, National Institute of Technology Rourkela, INDIA, 2011.
- Rofooei F.R. y Shamsi E.R., *On the Performance of 2 Passive TMDs in Reducing the Seismic Response of 3-d Structural Models Considering the Soil-Structure Interaction*, The 14th World Conference on Earthquake Engineering 12-17, Beijing- China, 2008.
- Roman L. y Justyna G., *Dynamic Analysis of Structures with Multiple Tuned Mass Dampers*, Journal of Civil Engineering and Management, 15(1): 77–86, 2009.
- Sadek, F., B.Mohraz, A.W.Taylor y R.M.Chung. *A Method of Estimating the Parameters of Tuned Mass Dampers for Seismic Applications*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 26, 1997, pp. 617-635
- Singh, M., Singh, S., y L. Moreschi, *Tuned Mass Damper for Response Control of Torsional Buildings*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 31, pp. 749- 769, 2002.
- Soong, T.T.; Dargush, G.F. *Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering*, John Wiley & Sons, 1997.
- Tuomo K., *Damping Methods to Mitigate Wind-Induced Vibrations*, Rakenteiden Mekaniikka (Journal of Structural Mechanics) Vol. 42, No 1, pp. 38-47, 2009.
- Villaverde, R. *Seismic Control of Structures with Damped Resonant Appendages*. Proc. 1st World Conference on Structural Control. Aug. 3-5. Los Angeles. WP4-113-119. California, 1994.

- Villaverde, R. y Koyama L.A. *Damped Resonant Appendages to Increase Inherent Damping in Buildings*. Earth quake Engr. And Struct. Dyn. 22: 491-507. 1993.