

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA Y ELECTRONICA



**Diseño e Implementación de un Sistema de
Control No Lineal Multivariable por Modo
Deslizante Aplicado a un Manipulador Robótico
Translacional de 2DOF**

TESIS

Para optar el Grado de Maestro en Ciencias

Mención: Automática e Instrumentación

Presentada por:

Ricardo Raúl Rodríguez Bustinza

LIMA - PERU

2003

Agradecimiento

Quisiera expresar mi agradecimiento el apoyo total que recibí de mis profesores y personal administrativo de la Sección de Postgrado de la FIEE-UNI, y en particular a mis asesores al Ph.D. Arturo Rojas Moreno y al MSc. Raúl Benites Saravia por sus enseñanzas y sugerencias para este trabajo de tesis. Mi agradecimiento al Concejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONCYTEC) por el apoyo que me han brindado en la subvención de mi trabajo de tesis. Mi agradecimiento al Instituto de Investigación de la FIEE por su apoyo financiero en el desarrollo de esta tesis y a mis amigos Percey Castillo y Ronald Maravi por el apoyo y aliento que me brindaron.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica

Diseño e Implementación de un Sistema de Control No Lineal Multivariable por
Modo Deslizante Aplicado a un Manipulador Robótico Translacional de 2DOF

TESIS

Para optar el grado de Maestro en Ciencias

Mención: Automática e Instrumentación

Presentada por:

Ricardo Raúl Rodríguez Bustinza

Lima - Perú

Extracto

La presente tesis trata sobre el control de trayectoria de un manipulador robótico translacional multivariable de 2DOF (Two-Degrees-of-Freedoms) que consta de un móvil accionado por una polea y un eslabón articulado en el CG (centro de gravedad) de dicho móvil. Este proceso será controlado mediante la técnica de control por modo deslizante. La acción de control está orientada a controlar el movimiento translacional del móvil y el movimiento angular del brazo que es libre de girar en ambas direcciones. Las metas impuestas en la tesis son: diseño, construcción, modelado, implementación y simulación en tiempo real del sistema, controlado con la ley de control por modo deslizante. Esta ley de control emplea la realimentación no lineal discontinua en una superficie dada que pertenece al espacio estado del sistema. Si una trayectoria de estado originada en esta superficie (como respuesta al comportamiento natural de la dinámica del sistema de lazo abierto) intenta desviarse de la misma, entonces actúa una fuerza de control que evita tal desviación. Estudios de simulación demostrarán que las señales de control diseñadas pueden hacer que las salidas sigan eficientemente a trayectorias de referencia arbitraria, tal como se demuestra en los resultados obtenidos en tiempo real.

El sistema del manipulador translacional, ha sido construido y diseñado, tomando como modelo al sistema del péndulo invertido, debemos de indicar que la idea

original de construir y controlar el sistema a nacido en los ambientes de la Sección de Postgrado de la Universidad Nacional de Ingeniería, siendo los gestores del trabajo de investigación, el profesor PhD. Arturo Rojas Moreno los investigadores Ricardo Rodríguez Bustinza y Percy Castillo Casanova. Los resultados de aplicar el control por modo deslizante al sistema manipulador translacional han sido exitosos, tal como lo demuestran los resultados experimentales expuestos en esta tesis.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

INSTITUTO VICE-RECTORAL DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS

Y

INSTITUTO NACIONAL DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS

LIMA - PERÚ

Abstract

This work is on the control of a robotic manipulator with two degrees of freedom (2DOF) (Two Degrees of Freedom) consisting of a prismatic joint and a link articulated. The prismatic joint will be controlled by means of the technique of sliding mode control. The objective is to control the movement of the prismatic joint and the angular movement of the arm with the law of sliding mode control. The results shown in the thesis are: modeling, implementation and control of the system with the law of sliding mode control. The model of the system is non-linear feedback in a given surface. The trajectory of state required to the system, the behavior of the dynamics of the system open loop and the response when a force acts on the prismatic joint with a deviation. The results will demonstrate that the strategy of control designed to move the prismatic joint efficiently to a trajectory of state with an arbitrary position. The results obtained in real time.

The robotic manipulator system has been designed and built. The results of the system of the law of sliding mode control to indicate the results of build and to control the system in real time in the atmosphere

Design and Implementation of a System of Control Not Lineal Multivariable for
Mode Sliding Applied a Translational Robotic Manipulator of 2DOF

THESIS

Requirement for the degree of Master in Science
Major: Automatic and Instrumentation

by:

Ricardo Raúl Rodríguez Bustinza

Lima - Perú

Abstract

The present thesis deals with on the control of trajectory of a multivariable translational robotic manipulator of 2DOF (Two-Degrees-of-Freedoms) that consists of a motive worked for a pulley and a link articulated in the CG (center of gravity) of this motive. Such a process will be controlled by means of the technique of control sliding. The control action is guided to control the movement translational of the motive and the one angular movement of the arm that is free of rotating in both address. The goals imposed in the thesis are: modelling, implementation and simulation in real time of the system with the law of control sliding. This control law uses the discontinuous non lineal feedback in a given surface that it belongs to the space of the system. If a trajectory of state originated in this surface (as answer to the one natural behavior of the dynamics of the system open loop) he tries to stray of the same one, then a force acts of control that avoids such a deviation. simulation Studies they will demonstrate that the designed control signs can to make that the exits continue efficiently to trajectories of it indexes arbitrary, just as it is demonstrated in the results obtained in real time.

The translational robotic manipulator system, it has been designed and built, taking like I model to the system of the invested pendulum, we should of to indicate that the original idea of to build and to control the system to born in the atmospheres

of the Section of Graduate degree of the National University of Engineering, being the agent of the work of investigation, the professor PhD. Arturo Rojas Moreno and those investigating Ricardo Rodríguez Bustinza and Percey Castillo Casanova. The results of applying the sliding control to the system manipulator translacional has been successful, just as they demonstrate it the experimental results exposed in this thesis.

Índice	1
1. Introducción	1
2. Objetivos	1
3. Metodología	1
4. Descripción del Sistema	1
5. Modelado del Sistema	1
6. Control por Modo Deslizante	1
7. Simulación	1
8. Implementación Experimental	1
9. Conclusiones	1
10. Bibliografía	1
11. Anexos	1
12. Glosario	1
13. Índice de Figuras	1
14. Índice de Tablas	1
15. Índice de Ecuaciones	1
16. Índice de Símbolos	1
17. Índice de Abreviaturas	1
18. Índice de Referencias	1
19. Índice de Citas	1
20. Índice de Bibliografía	1
21. Índice de Referencias Bibliográficas	1
22. Índice de Referencias Bibliográficas	1
23. Índice de Referencias Bibliográficas	1
24. Índice de Referencias Bibliográficas	1
25. Índice de Referencias Bibliográficas	1
26. Índice de Referencias Bibliográficas	1
27. Índice de Referencias Bibliográficas	1
28. Índice de Referencias Bibliográficas	1
29. Índice de Referencias Bibliográficas	1
30. Índice de Referencias Bibliográficas	1
31. Índice de Referencias Bibliográficas	1
32. Índice de Referencias Bibliográficas	1
33. Índice de Referencias Bibliográficas	1
34. Índice de Referencias Bibliográficas	1
35. Índice de Referencias Bibliográficas	1
36. Índice de Referencias Bibliográficas	1
37. Índice de Referencias Bibliográficas	1
38. Índice de Referencias Bibliográficas	1
39. Índice de Referencias Bibliográficas	1
40. Índice de Referencias Bibliográficas	1
41. Índice de Referencias Bibliográficas	1
42. Índice de Referencias Bibliográficas	1
43. Índice de Referencias Bibliográficas	1
44. Índice de Referencias Bibliográficas	1
45. Índice de Referencias Bibliográficas	1
46. Índice de Referencias Bibliográficas	1
47. Índice de Referencias Bibliográficas	1
48. Índice de Referencias Bibliográficas	1
49. Índice de Referencias Bibliográficas	1
50. Índice de Referencias Bibliográficas	1
51. Índice de Referencias Bibliográficas	1
52. Índice de Referencias Bibliográficas	1
53. Índice de Referencias Bibliográficas	1
54. Índice de Referencias Bibliográficas	1
55. Índice de Referencias Bibliográficas	1
56. Índice de Referencias Bibliográficas	1
57. Índice de Referencias Bibliográficas	1
58. Índice de Referencias Bibliográficas	1
59. Índice de Referencias Bibliográficas	1
60. Índice de Referencias Bibliográficas	1
61. Índice de Referencias Bibliográficas	1
62. Índice de Referencias Bibliográficas	1
63. Índice de Referencias Bibliográficas	1
64. Índice de Referencias Bibliográficas	1
65. Índice de Referencias Bibliográficas	1
66. Índice de Referencias Bibliográficas	1
67. Índice de Referencias Bibliográficas	1
68. Índice de Referencias Bibliográficas	1
69. Índice de Referencias Bibliográficas	1
70. Índice de Referencias Bibliográficas	1
71. Índice de Referencias Bibliográficas	1
72. Índice de Referencias Bibliográficas	1
73. Índice de Referencias Bibliográficas	1
74. Índice de Referencias Bibliográficas	1
75. Índice de Referencias Bibliográficas	1
76. Índice de Referencias Bibliográficas	1
77. Índice de Referencias Bibliográficas	1
78. Índice de Referencias Bibliográficas	1
79. Índice de Referencias Bibliográficas	1
80. Índice de Referencias Bibliográficas	1
81. Índice de Referencias Bibliográficas	1
82. Índice de Referencias Bibliográficas	1
83. Índice de Referencias Bibliográficas	1
84. Índice de Referencias Bibliográficas	1
85. Índice de Referencias Bibliográficas	1
86. Índice de Referencias Bibliográficas	1
87. Índice de Referencias Bibliográficas	1
88. Índice de Referencias Bibliográficas	1
89. Índice de Referencias Bibliográficas	1
90. Índice de Referencias Bibliográficas	1
91. Índice de Referencias Bibliográficas	1
92. Índice de Referencias Bibliográficas	1
93. Índice de Referencias Bibliográficas	1
94. Índice de Referencias Bibliográficas	1
95. Índice de Referencias Bibliográficas	1
96. Índice de Referencias Bibliográficas	1
97. Índice de Referencias Bibliográficas	1
98. Índice de Referencias Bibliográficas	1
99. Índice de Referencias Bibliográficas	1
100. Índice de Referencias Bibliográficas	1

Tabla de Contenido

Capítulo 1.

Introducción	1
1.1. Formulación del Problema	2
1.2. Perspectiva Histórica	3
1.3. Organización de la Tesis	4

Capítulo 2.

Modelado de la Planta	6
2.1. Descripción del Sistema	6
2.2. Modelo de Lagrange del Proceso MRTM	7
2.2.1. Ecuaciones de Energía para el Carro	7
2.2.2. Ecuaciones de Energía para el Brazo	8
2.3. Ecuaciones de Lagrange del Proceso MRTM	9
2.3.1. Modelo del Servomotor DC M_1 - Polea	11
2.3.2. Modelo del Servomotor DC M_2 - Brazo	13
2.3.3. Modelo Lagrangiano	15
2.4. Respuesta de la Planta al Escalón Unitario	16

Capítulo 3.

Control por Modo Deslizante	18
3.1. Ecuaciones Diferenciales Discontinuas	19
3.2. Control Fundamental por Modo Deslizante	21
3.3. Estabilidad de Ecuaciones Diferenciales con Discontinuidades	23
3.4. Control por Modo Deslizante Multivariable	25
3.5. Implementación de la Ley de Control	29
3.6. Ley de Control con Saturación	31
3.7. Simulación del Sistema	32

Capítulo 4.

Implementación en Tiempo Real	34
4.1. El Actuador	36
4.2. El Sensado	41
4.3. Interfaz LABPC+	43
4.4. Software de Control	44

Capítulo 5.

Simulaciones	46
5.1. Simulación con Función Signo	46

5.1.1. Respuesta a una Referencia Constante	46
5.2. Simulación con Función Saturación	49
5.2.1. Respuesta a una Referencia Constante	49
5.2.2. Respuesta a una Trayectoria Senoidal	51
5.3. Animación con la Interface Gráfica GUI	55

Capítulo 6.

Resultados Experimentales	59
6.1. Experimento 1	59
6.2. Experimento 2	61
6.3. Experimento 3	62

Capítulo 7.

Conclusiones y Recomendaciones	65
7.1. Conclusiones	65
7.2. Recomendaciones para Trabajos Futuros	66

Apéndice A.

Identificación de Parámetros	67
A.1. Identificación de Parámetros del Servomotor	67
A.2. Curva de la Velocidad para la Identificación	68
A.3. Coeficiente de Fricción del Carro	71
A.4. Coeficiente de Fricción Viscosa del Brazo	73

Apéndice B.

Diagramas en SIMULINK	78
B.1. Diagramas de Bloques	78

Apéndice C.

Programas en MATLAB	82
C.1. Listado de Programas	82

Apéndice D.

Programas en C	86
D.1. Listado de Programas	86

Bibliografía.

Capítulo 1

Introducción

Muchas aplicaciones de manipuladores robóticos sólo tratan el problema del control de posición. Sin embargo, existen aplicaciones relacionadas con el seguimiento de trayectorias. Las estrategias de control de posición en general se emplean para trasladar la mano del manipulador de un lugar a otro. Las estrategias de control de trayectoria también se emplean para el traslado de la mano, pero este traslado se realiza cumpliendo ciertas especificaciones de diseño (por ejemplo, el tiempo de establecimiento del sistema de posicionamiento, o la precisión), las cuales no son fáciles de conseguir con las estrategias de control de posición (empleando por ejemplo controladores proporcionales derivativos).

En este trabajo de tesis el problema a resolver es diseñar e implementar un sistema de control por modo deslizante multivariable, para controlar el seguimiento de trayectorias arbitrarias mediante un manipulador robótico translacional de dos grados de libertad. Las variables a controlar son las trayectorias del carro y del brazo del manipulador. El sistema de control debe ser capaz de hacer que las variables controladas sigan la evolución de las trayectorias de referencia arbitrarias con mínimo sobreimpulso, mínimo tiempo de estabilización y error en estado estable nulo.

El control por modo deslizante para un proceso multivariable, es un método que utiliza una superficie deslizante discontinua S , la cual garantiza la convergencia de la ley de control del sistema en un tiempo finito. Cuando se emplea el control por modo deslizante a los motores eléctricos, se presenta la ley de control de naturaleza discontinua. Para un sistema mecánico, la aplicación de la ley de control puede traer consigo el fenómeno “chattering”, que se manifiesta en una oscilación sostenida de la señal de control, la cual puede ser dañina para el funcionamiento del sistema de control.

El fenómeno “chattering”, se produce en el límite de la superficie S y se debe a los cambios de alta frecuencia que muy bien pueden excitar la dinámica del modelo e imponer el desgaste indebido en el actuador. Por lo tanto, la ley del control no sería aceptablemente realizable, si no se resolviera este problema. Se ha propuesto una modificación para superar esta dificultad, se emplea la función de saturación en

su ley de control que solucionará este inconveniente.

En esta tesis, se escoge la técnica del control por modo deslizante, por ser una candidata natural para resolver problema de control propuesto, siendo una técnica de control por modo deslizante que explícitamente cuida de la dinámica de planta no lineal. Da la robustez contra incertidumbres paramétricas y dinámicas no modeladas, asegura los límites de errores de trayectoria-seguimiento y errores de fuerza-regulación en presencia de incertidumbres limitadas.

1.1. Formulación del Problema

El problema que se estudia en esta tesis es el control simultáneo de la posición angular del brazo y la posición de translación del carro, este problema de control es resuelto por medio de la técnica de control por modo deslizante. Para esto se requiere que el manipulador robótico realice: el seguimiento de trayectorias de referencia arbitrarias empleando la fuerza de control adecuada. Por consiguiente, el proceso a controlar posee dos entradas y dos salidas, es decir, es un proceso MIMO (Multiple-Input-Multiple-Output).

El manipulador robótico translacional de 2DOF, es un proceso multivariable que posee un eslabón (el brazo del robot) articulado al eje del motor DC. Este motor está montado sobre un carro que desarrolla su movimiento de translación por la acción de dos poleas. Una de las poleas está acoplada al eje de un segundo motor DC. Este último motor va a gobernar el movimiento del carro.

El sistema manipulador translacional de 2DOF, ha sido construido y diseñado tomando como modelo al sistema de péndulo invertido. La finalidad de construir el sistema es para implementar técnicas de control avanzado, en nuestro caso la implementación de un controlador por modo deslizante.

Fue necesario modelar la dinámica de la planta mediante las ecuaciones de energía de Lagrange. La exactitud del modelo es fundamental para aplicarle una técnica de control. El modelo requiere de la identificación de los parámetros del servomotor DC cuyos resultados experimentales son presentados en el apéndice A.

La implementación del proceso consigna el uso de la tarjeta de control LABPC+, que se encarga de manejar los datos de entradas digitales de 16 bits y dos salidas analógicas que son registradas por las tarjetas que generan la señal de PWM, las que a su vez, se encargan de modular la señal que proviene de la salida de la tarjeta LABPC+. Se requiere de un amplificador de potencia (circuito H), cuyo diseño tiene

por finalidad manejar una lógica de control evitando que las entradas simultáneas procedentes del generador de PWM sean de igual amplitud, siendo dañinas para el funcionamiento de los servomotores DC.

El experimento se ha realizado en el ambiente del laboratorio de proyectos de automatización de la Sección de Postgrado de la Universidad Nacional de Ingeniería, en donde está instalado el proceso a controlar. La parte experimental ha consistido en realizar pruebas para diferentes trayectorias constantes así como para trayectorias senoidales a diferentes frecuencias. Los resultados obtenidos de dicho experimento se han guardado en archivos de datos para luego ser utilizados en un programa en MATLAB, para tareas de gráficos.

1.2. Perspectiva Histórica

El estudio de los sistemas de control de estructura variable tuvo su origen en Rusia, con el trabajo de Emelyanov y Barbashin [3]. Las ideas no aparecían fuera de Rusia hasta mediados de los años setenta cuando el libro de Itkis [6] y el paper desarrollado por Utkin [5] aparecieron publicados en inglés. Desde ese momento se han utilizado los conceptos de sistemas de control de estructura variable cuyo origen fué el control basado en relés. Este control por conmutación puede trabajar a altas frecuencias y es adecuado para el control de plantas no lineales, siendo su desempeño altamente robusto. El control de sistemas de estructura variable integran a los controladores deslizantes.

El problema de control de movimiento para los robots, ha llamado la atención durante la última década, en donde los robots jugaban un papel importante. Actualmente se han visto incrementada su utilización, debido a la flexibilidad de interactuar en mundos relativamente complejos. Las aplicaciones en robótica han ido mejorando desde tareas limitadas como: aplicaciones a baja velocidad, tareas de baja precisión hasta operaciones de alta velocidad.

Los manipuladores robóticos presentan un sistema complejo de articulaciones que interactúan con una dinámica no lineal. A medida que la velocidad de los manipuladores se incrementa la cantidad de interacciones entre sus articulaciones complican el problema de control. Las estrategias de control son limitadas cuando se utilizan técnicas de control convencionales siendo confiables cuando presentan un funcionamiento a baja velocidad, dónde la interacción de la dinámica es mínima y el modelo puede ser eficazmente linealizado y desacoplado [1]. Sin embargo, las aplicaciones fu-

turas involucran altas velocidades, y para mejorar la eficiencia y rango de operación del manipulador, se debe de considerar métodos de control más sofisticados, siendo uno de ellos el método de control por modo deslizante.

Cuando se aplica el control por modo deslizante, la eficiencia del sistema puede ser insensible a perturbaciones limitadas. Esta propiedad es importante cuando el manipulador tiene cargas manipulables por la fuerza que ejerce. Los efectos debido a la fricción de Coulomb y fricción viscosa, por ejemplo cuando el manipulador está llevando cargas, la fuerza que ejerce una carga en el manipulador, puede ser considerada como fuerzas o perturbaciones en cada una de las articulaciones. Así la aplicación del control por modo deslizante, provee un desempeño robusto con respecto a las perturbaciones y errores del modelado, mientras proporciona un seguimiento exacto.

En el presente trabajo se desarrolla una ley de control que asegura la estabilidad de la intersección de las superficies sin que necesariamente sean estables cada una de ellas; para este problema se hace uso de una función de Lyapunov que prevee un comportamiento en una superficie diferenciable y continua.

1.3. Organización de la Tesis

La tesis está organizada como sigue:

El capítulo 2 comienza con la descripción del modelado de la planta no lineal y se plantea las ecuaciones dinámicas mediante el desarrollo de ecuaciones de Lagrange en términos de las energías cinética, potencial y disipativa. Se simula la respuesta de la planta debido a un escalón unitario, usando los parámetros de los servomotores DC que han sido identificados.

El capítulo 3 formula el problema de diseño del controlador para la planta no lineal. Se utiliza la estructura de la dinámica del manipulador y el segundo método de Lyapunov para establecer una superficie deslizante en la intersección de las superficies de conmutación de una manera directa. Se obtiene una ley de control modificada para evitar el fenómeno “chattering” en donde se reemplaza la función signo $sgn(S)$ por la función saturación $sat(S/\phi)$.

El capítulo 4 presenta la descripción general del sistema de los equipos que se han utilizado para las pruebas de laboratorio. Los esquemas de los circuitos: generador de PWM, amplificador de potencia y codificador de cuadratura. El diagrama de flujo para el software de control.

El capítulo 5 ilustra los resultados obtenidos de las simulaciones en MATLAB. Las simulaciones han sido realizadas para el control de una referencia constante y trayectoria senoidal. Se realiza el diseño una interfaz gráfica para el usuario (GUI) con MATLAB para el sistema manipulador robótico translacional.

El capítulo 6 ilustra los resultados obtenidos de las pruebas experimentales referidas a referencias constantes y trayectorias senoidales realizadas en pruebas de laboratorio usando una tarjeta de adquisición de datos LABPC+. Se ilustran los los resultados comparando con las simulaciones realizadas con MATLAB.

El capítulo 7 concluye con un breve resumen de los resultados de esta tesis y contribuciones para investigaciones del futuro.

El apéndice A contiene la identificación de parámetros del servomotor DC, modelamiento de la fricción deslizante para el carro y fricción de Coulomb para el brazo

El apéndice B contiene los diagramas de bloques del sistema manipulador robótico translacional de 2DOF en SIMULINK.

El apéndice C contiene el listado de los programas en MATLAB.

El apéndice D contiene el listado de los programas en C.

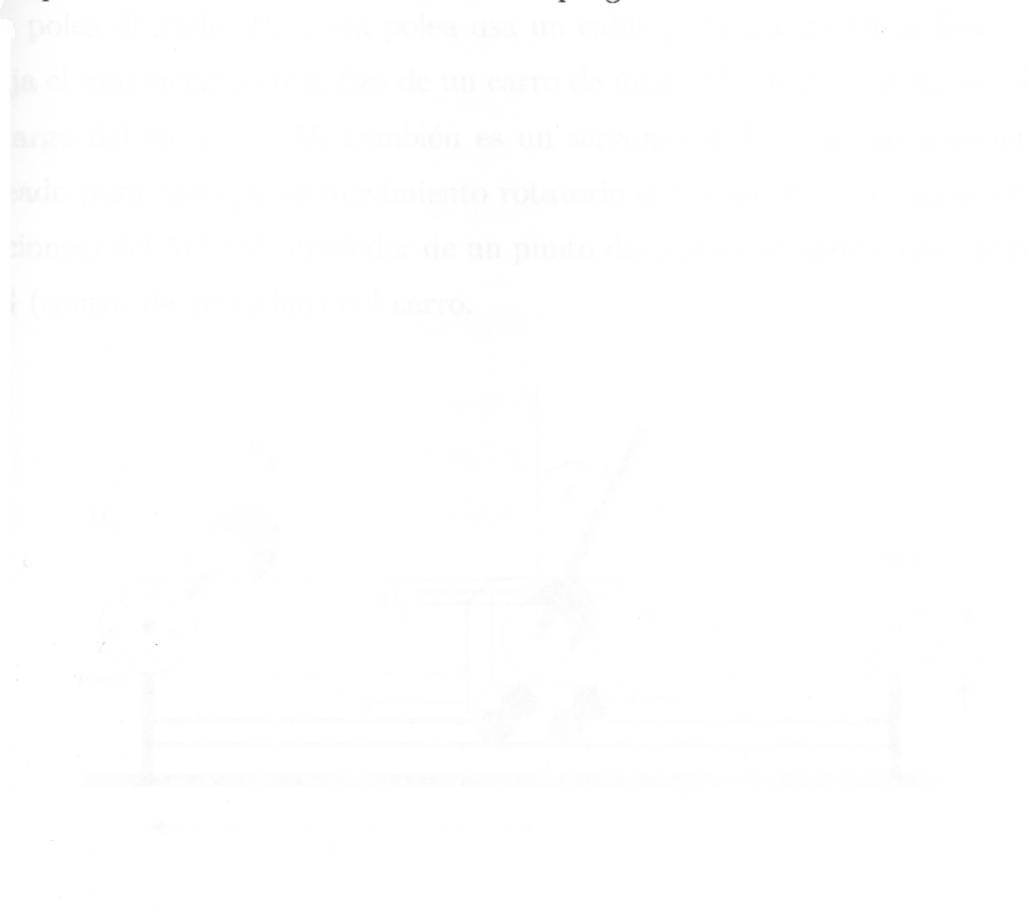


Figura 2.1 Manipulador robótico translacional de 2DOF

Capítulo 2

Modelado de la Planta

Para aplicar la técnica de control por modo deslizante, es necesario presentar la dinámica del modelo del manipulador robótico translacional de 2DOF [9], usando la ecuación dinámica de Lagrange, que nos va a proporcionar la exactitud del modelo, la misma que debe de responder a la exigencia del desarrollo del control que se le aplique al sistema en mención.

2.1. Descripción del Sistema

El sistema del Manipulador Robótico Translacional Multivariable de 2DOF que en adelante lo llamaremos (MRTM de 2DOF) es mostrado en la figura 2.1. M_1 es un servomotor de DC con un mecanismo de reducción y un encoder óptico articulado a una polea de radio R_p . Esta polea usa un cable para transmitir la fuerza F_1 que maneja el movimiento corridizo de un carro de masa M_c montado a un par de rieles a lo largo del eje de x . M_2 también es un servomotor DC con un encoder óptico empleado para manejar el movimiento rotatorio del brazo (libre de girar en ambas direcciones) del MRTM alrededor de un punto del pivote; se asume que tal punto es el CG (centro de gravedad) del carro.

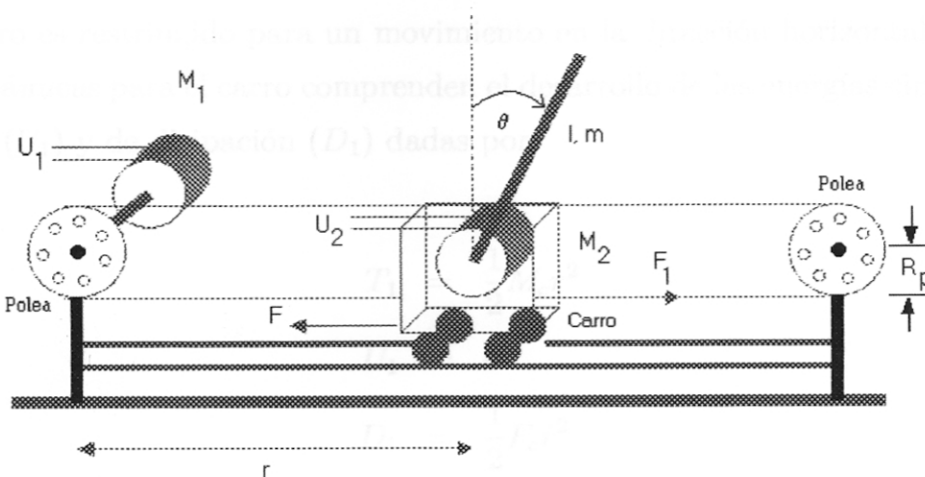


Figura 2.1: Manipulador Robótico Translacional Multivariable (MRTM).

En la figura 2.1, θ es la posición angular del brazo de longitud l y masa m , r es la posición del carro, F es la fuerza friccional opuesta al movimiento del carro.

El proceso de lazo cerrado para ser controlado representa un proceso con dos entradas; los voltajes de control $K_{A1}u_1$ y $K_{A2}u_2$ aplicados a los terminales de armadura de M_1 y M_2 respectivamente, y dos salidas: r y θ . Los parámetros K_{A1} y K_{A2} son las ganancias de amplificación.

2.2. Modelo de Lagrange del Proceso MRTM

Antes de generalizar la ecuación dinámica de Lagrange, se debe de construir las condiciones de energía necesarias para cada componente del sistema. El propósito de este modelo matemático es desarrollar y probar una ley de control que pueda hacer que la trayectoria del carro y la trayectoria del brazo sigan trayectorias de referencia arbitrarias. Nosotros asumimos que las dos componentes de la salida $y(r, \theta)$ son medidas y que la fuerza $u(u_1, u_2)$ es la entrada de control [13].

Nuestro primer objetivo es encontrar la relación dinámica entre $u(u_1, u_2)$ y $y(r, \theta)$. Para esto podemos usar las ecuaciones de Lagrange. Para expresar la energía en este sistema, introducimos las variables de la ecuación de Lagrange. El principio de Lagrange nos permite escribir en forma directa las ecuaciones de energía cinética T , energía potencial U y energía disipada D . En otras palabras, una vez que modelamos T , U y D , tendremos las ecuaciones dinámicas del sistema.

2.2.1. Ecuaciones de Energía para el Carro

El carro es restringido para un movimiento en la dirección horizontal, las ecuaciones dinámicas para el carro comprenden el desarrollo de las energías cinética (T_1), potencial (U_1) y de disipación (D_1) dadas por.

$$T_1 = \frac{1}{2}M_c\dot{r}^2 \quad (2.1)$$

$$U_1 = 0 \quad (2.2)$$

$$D_1 = \frac{1}{2}F_c\dot{r}^2 \quad (2.3)$$

2.2.2. Ecuaciones de Energía para el Brazo

Sea la energía cinética (T_2) del brazo dada por.

$$T_2 = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \quad (2.4)$$

donde J es el momento de inercia referido brazo de masa de m de la figura 2.1.

El desarrollo de la ecuación (2.4) se explica con ayuda de la figura 2.2 que muestra las coordenadas (x,y) en función de los parámetros del sistema del brazo robótico.

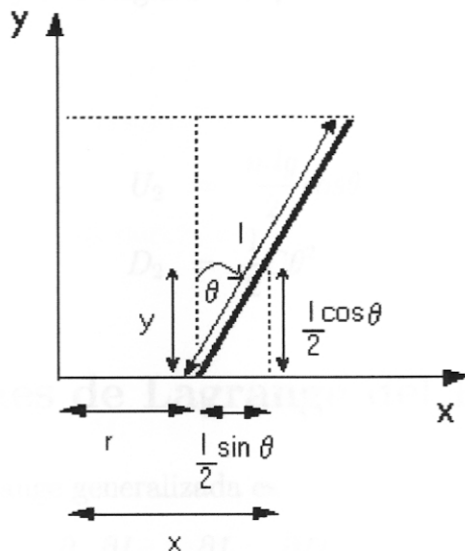


Figura 2.2: Subsistema del brazo robótico.

$$x = r + \frac{l}{2}\sin\theta \quad (2.5)$$

$$y = \frac{l}{2}\cos\theta \quad (2.6)$$

derivando las ecuaciones (2.5) y (2.6).

$$\dot{x} = \dot{r} + \frac{l}{2}\cos(\theta)\dot{\theta} \quad (2.7)$$

$$\dot{y} = -\frac{l}{2}\sin(\theta)\dot{\theta} \quad (2.8)$$

elevando al cuadrado.

$$\dot{x}^2 = \dot{r}^2 + r\dot{r}\cos(\theta)\dot{\theta} + \frac{l^2}{4}\cos^2(\theta)\dot{\theta}^2 \quad (2.9)$$

$$\dot{y}^2 = \frac{l^2}{4}\sin^2(\theta)\dot{\theta}^2 \quad (2.10)$$

sumando las ecuaciones (2.9) y (2.10).

$$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 = \dot{r}^2 + \dot{r}l\cos(\theta)\dot{\theta} + \frac{l^2}{4}\dot{\theta}^2 \quad (2.11)$$

reemplazando (2.11) en (2.4) tenemos la energía cinética.

$$T_2 = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + \dot{r}l\cos(\theta)\dot{\theta} + \frac{l^2}{4}\dot{\theta}^2) \quad (2.12)$$

La energía potencial y la energía de disipación del brazo, es dada por las ecuaciones.

$$U_2 = \frac{mgl}{2}\cos\theta \quad (2.13)$$

$$D_2 = \frac{1}{2}C\dot{\theta}^2 \quad (2.14)$$

2.3. Ecuaciones de Lagrange del Proceso MRTM

La ecuación de Lagrange generalizada es.

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}} = F_q \quad (2.15)$$

donde, L es el conjunto de energías del sistema ($L = T - U$), D es la disipación de energía externa del sistema, q es la coordenada de variable independiente del sistema, \dot{q} es la derivada de variable independiente del sistema y F_q es la fuerza externa que actúa en la dirección de q .

Para el sistema MRTM de 2DOF, los términos de las energías individuales componen en su conjunto la totalidad energética del sistema.

Energía cinética del sistema

$$T = T_1 + T_2 = \frac{1}{2}M_c\dot{r}^2 + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + \dot{r}l\cos(\theta)\dot{\theta} + \frac{l^2}{4}\dot{\theta}^2)$$

Energía potencial del sistema

$$U = U_1 + U_2 = \frac{mgl}{2}\cos\theta$$

Energía disipada del sistema

$$D = D_1 + D_2 = \frac{1}{2}F_c\dot{r}^2 + \frac{1}{2}C\dot{\theta}^2$$

Podemos generalizar la ecuación de Lagrange para el vector q en función de coordenadas generales (r, θ) del proceso MRTM de 2DOF es formulado de acuerdo con (2.15).

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{r}} \right) - \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial D}{\partial \dot{r}} = F_1 \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta_1} + \frac{\partial U}{\partial \theta_1} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_1} = T_L \quad (2.17)$$

Para el planteo de las ecuaciones de Lagrange, se observa que el término de energía potencial U no es una función del tiempo derivativo de r . Las ecuaciones dinámicas del Lagrange serán desarrolladas para las variables en donde interviene el sistema.

Desarrollamos las derivadas parciales que indica la ecuación (2.16) para determinar la fuerza F_1 .

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{r}} = (M_c + m)\dot{r} + \frac{ml}{2}\cos(\theta)\dot{\theta} \quad (2.18)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{r}} \right) = (M_c + m)\ddot{r} - \frac{ml}{2}\sin(\theta)\dot{\theta}^2 + \frac{ml}{2}\cos(\theta)\ddot{\theta} \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0; \quad \frac{\partial U}{\partial r} = 0; \quad \frac{\partial D}{\partial \dot{r}} = F_c \dot{r} \quad (2.20)$$

Obtenemos la primera ecuación parcial del sistema para F_1 .

$$F_1 = (M_c + m)\ddot{r} - \frac{ml}{2}\sin(\theta)\dot{\theta}^2 + \frac{ml}{2}\cos(\theta)\ddot{\theta} + F_c \dot{r} \quad (2.21)$$

Desarrollamos las derivadas parciales que indica la ecuación (2.17) para determinar el torque T_L .

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} = J\dot{\theta}_1 + \frac{ml}{2}\cos(\theta)\dot{r} + \frac{ml^2}{4}\dot{\theta} \quad (2.22)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) = J\ddot{\theta} + \frac{ml}{2}\cos(\theta)\ddot{r} - \frac{ml}{2}\sin(\theta)\dot{\theta}\dot{r} + \frac{ml^2}{4}\ddot{\theta} \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = -\frac{ml}{2}\sin(\theta)\dot{r}; \quad \frac{\partial U}{\partial \theta} = -\frac{ml}{2}g\sin(\theta); \quad \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_1} = C\dot{\theta} \quad (2.24)$$

Obtenemos la segunda ecuación parcial del sistema para T_L .

$$T_L = \frac{ml}{2} \cos(\theta) \ddot{r} + \left(\frac{ml^2}{4} + J\right) \ddot{\theta} + C\dot{\theta} - \frac{mlg}{2} \sin(\theta) \quad (2.25)$$

El modelo Lagrangiano puede ser derivado usando las ecuaciones (2.21) y (2.25). Sin embargo si nosotros estamos interesados en tener como fuerzas de control a los voltajes de armadura u_1 y u_2 en lugar de F_1 y T_L , respectivamente, para esto es necesario modelar los subsistemas eléctricos del MRTM de 2DOF.

2.3.1. Modelo del Servomotor DC M_1 - Polea

La figura 2.3 muestra el servomotor de DC M_1 que es articulado a una polea. Despreciando la inductancia de la armadura L_a , el voltaje de entrada $K_A u_1$ aplicado a la armadura se da por.

$$R_a I_{a1} + V_{b1} = K_A u_1 \quad (2.26)$$

El voltaje de la fuerza electromotriz es proporcional a la velocidad de motor.

$$V_{b1} = K_b \dot{\theta}_{m1} \quad (2.27)$$

La ecuación del torque T_{m1} del servomotor es dado por.

$$T_{m1} = J_m \ddot{\theta}_{m1} + B_m \dot{\theta}_{m1} + T_{g1} \quad (2.28)$$

El torque T_{g2} requiere la transmisión de la polea, y el torque en la polea es directamente proporcional a la fuerza F_1 , luego formulamos.

$$T_{g2} = nT_{g1} = (J_g + J_p) \ddot{\theta}_L + (B_g + B_p) \dot{\theta}_L + F_1 R_p \quad (2.29)$$

donde J_m , J_g y J_p son los momentos de inercia de la armadura, mecanismo de reducción de engranaje y polea, respectivamente, mientras B_m , B_g y B_p son las constantes de fricción de la armadura, mecanismo de reducción de engranaje y polea respectivamente.

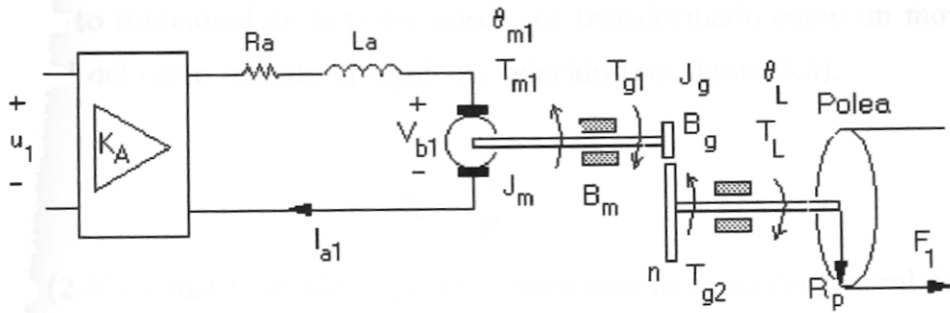


Figura 2.3: Subsistema motor - polea.

Nosotros también hemos usado la relación para la conservación de energía de engranajes $T_{g1}\dot{\theta}_{m1} = T_{g2}\dot{\theta}_L$ con $(n\theta_L = \theta_{m1})$, de este modo podemos expresar (2.28) como.

$$T_{m1} = J_m n \ddot{\theta}_L + B_m n \dot{\theta}_L + T_{g1} \quad (2.30)$$

despejamos T_{g1} de (2.29) y reemplazamos en (2.30), luego agrupamos términos.

$$nT_{m1} = J_{eq1} \ddot{\theta}_L + B_{eq1} \dot{\theta}_L + F_1 R_p \quad (2.31)$$

donde.

$$J_{eq1} = n^2 J_m + J_g + J_p$$

$$B_{eq1} = n^2 B_m + B_g + B_p$$

el torque del servomotor T_{m1} es proporcional a la corriente I_{a1} .

$$T_{m1} = K_m I_{a1} \quad (2.32)$$

reemplazando (2.31) en (2.32), luego despejamos I_{a1} .

$$I_{a1} = \frac{J_{eq1}}{nK_m} \ddot{\theta}_L + \frac{B_{eq1}}{nK_m} \dot{\theta}_L + \frac{R_p F_1}{nK_m} \quad (2.33)$$

usando las ecuaciones (2.27), (2.33) en (2.26), luego despejamos F_1 .

$$F_1 = \frac{nK_m K_A}{R_a R_p} u_1 - \frac{J_{eq1}}{R_p} \ddot{\theta}_L - \left(\frac{B_{eq1}}{R_p} + \frac{n^2 K_m K_b}{R_a R_p} \right) \dot{\theta}_L \quad (2.34)$$

El movimiento rotacional de la polea puede ser transformado como un movimiento translacional del carro usando la siguiente relación (ver figura 2.3).

$$\theta_L = \frac{r}{R_p} \quad (2.35)$$

derivando (2.35) y sustituyendo en (2.34), obtenemos la ecuación general del subsistema del motor.

$$F_1 = \frac{nK_m K_A}{R_a R_p} u_1 - \frac{J_{eq1}}{R_p^2} \ddot{r} - \left(\frac{B_{eq1}}{R_p^2} + \frac{n^2 K_m K_b}{R_a R_p^2} \right) \dot{r} \quad (2.36)$$

igualando (2.36) con (2.21), se obtiene la primera ecuación dinámica de Lagrange del sistema.

$$u_1 = \frac{R_a R_p}{n K_m K_A} \left\{ \left(M_c + m + \frac{J_{eq1}}{R_p^2} \right) \ddot{r} + \left(F_c + \frac{B_{eq1}}{R_p^2} + \frac{n^2 K_m K_b}{R_a R_p^2} \right) \dot{r} + \frac{ml}{2} \cos(\theta) \ddot{\theta} + \dots \right. \\ \left. - \frac{ml}{2} \sin(\theta) \dot{\theta}^2 \right\} \quad (2.37)$$

2.3.2. Modelo del Servomotor DC M_2 - Brazo

La figura 2.4 muestra el servomotor de DC M_2 que articula a un punto del pivote localizado en el CG del carro. Teniendo en cuenta que M_1 y M_2 tiene los mismos parámetros y despreciando la inductancia de la armadura L_a .

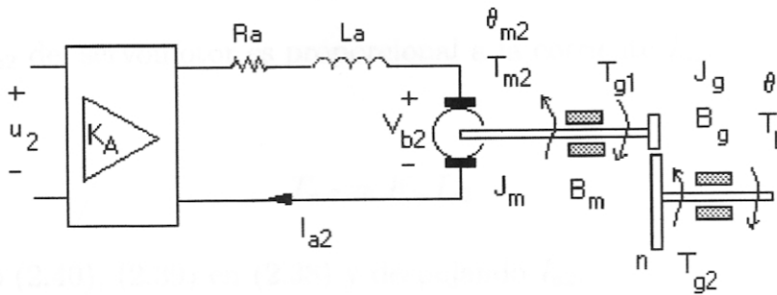


Figura 2.4: Subsistema del torque del brazo.

El voltaje de entrada $K_A u_2$ aplicado a la armadura se da por.

$$R_a I_{a2} + V_{b2} = K_A u_2 \quad (2.38)$$

donde.

$$V_{b2} = K_b \dot{\theta}_{m2} \quad (2.39)$$

La relación de desplazamiento angular del eje del motor y eje de carga es.

$$\theta_{m2} = n\theta \quad (2.40)$$

La ecuación de torque T_{m2} del servomotor (ver figura 2.4) será.

$$T_{m2} = J_m n \ddot{\theta} + B_m n \dot{\theta} + T_{g1} \quad (2.41)$$

El torque T_{g2} requiere manejar el brazo que se expresa.

$$T_{g2} = nT_{g1} = J_g \ddot{\theta} + B_g \dot{\theta} + T_L \quad (2.42)$$

reemplazamos (2.42) en (2.41), siendo T_L el torque de carga.

$$nT_{m2} = J_{eq2} \ddot{\theta} + B_{eq2} \dot{\theta} + T_L \quad (2.43)$$

donde.

$$J_{eq2} = n^2 J_m + J_g$$

$$B_{eq2} = n^2 B_m + B_g$$

El torque T_{m2} del servomotor es proporcional a la corriente I_{a2} .

$$T_{m2} = K_m I_{a2} \quad (2.44)$$

sustituyendo (2.40), (2.39) en (2.38) y despejando I_{a2} .

$$I_{a2} = \frac{K_A}{R_a} u_2 - \frac{n K_b}{R_a} \dot{\theta} \quad (2.45)$$

sustituyendo (2.45), (2.44) en (2.43) y despejando T_L .

$$T_L = -J_{eq2} \ddot{\theta} - (B_{eq2} + \frac{n^2 K_b K_m}{R_a}) \dot{\theta} + \frac{n K_m K_A}{R_a} u_2 \quad (2.46)$$

igualando (2.46) con (2.25), se obtiene la segunda ecuación dinámica de Lagrange del sistema.

$$u_2 = \frac{R_a}{nK_m K_A} \left\{ \frac{ml}{2} \cos(\theta) \ddot{r} + \left(\frac{ml^2}{4} + J + J_{eq2} \right) \ddot{\theta} + \left(C + B_{eq2} + \frac{n^2 K_m K_b}{R_a} \right) \dot{\theta} + \dots - \frac{m_l g}{2} \sin(\theta) \right\} \quad (2.47)$$

2.3.3. Modelo Lagrangiano

La ecuación (2.21) con (2.37) y (2.25) con (2.47) conforman el proceso Lagrangiano del MRTM de 2DOF que toma la forma.

$$u_1 = m_{11} \ddot{r} + p_{11} \dot{r} + m_{12} \cos \theta \ddot{\theta} + p_{12} \sin \theta \dot{\theta}^2 \quad (2.48)$$

$$u_2 = m_{22} \ddot{\theta} + p_{22} \dot{\theta} + m_{21} \cos \theta \ddot{r} + d_{21} \sin \theta \quad (2.49)$$

Las ecuaciones (2.48) y (2.49) pueden ser transformadas en su representación de la matriz como sigue.

$$M(x) \ddot{x} + P(x, \dot{x}) \dot{x} + d(x) = u \quad (2.50)$$

donde x y u son los estados.

$$x = \begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

las matrices M , P y Q del modelo del sistema son.

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \cos \theta \\ m_{21} \cos \theta & m_{22} \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \dot{\theta} \sin \theta \\ 0 & p_{22} \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} 0 \\ d_{21} \sin \theta \end{bmatrix}$$

La tabla 2.1 muestra los coeficientes de las matrices M , P y Q del sistema, mientras que la tabla 2.2 muestra los parámetros del servomotor DC. El método de identificación de los parámetros del motor y la obtención de las constantes de fricción del carro F_c y del brazo C se explican en el apéndice A. Se han considerado las siguientes equivalencias para la momento de inercia y la fricción viscosa $J_{eq} = J_{eq1} = J_{eq2}$ y $B_{eq} = B_{eq1} = B_{eq2}$, debido a que reflejan valores similares, tal como lo demuestran los resultados experimentales obtenidos en la identificación de los parámetros para los dos servomotores DC de igual modelo.

Tabla 2.1: Coeficientes de las matrices M , P y Q .

$$m_{11} = \left(\frac{R_a R_p}{n K_A K_m}\right) \left(M_c + m + \frac{J_{eq}}{R_p^2}\right) \quad p_{11} = \left(\frac{R_a R_p}{n K_A K_m}\right) \left(F_c + \frac{B_{eq}}{R_p^2} + \frac{n^2 K_m K_b}{R_a R_p^2}\right)$$

$$m_{12} = \left(\frac{R_a R_p}{n K_A K_m}\right) \frac{ml}{2} \quad p_{12} = -\left(\frac{R_a R_p}{n K_A K_m}\right) \frac{ml}{2}$$

$$m_{21} = \left(\frac{R_a}{n K_A K_m}\right) \frac{ml}{2} \quad p_{21} = 0$$

$$m_{22} = \left(\frac{R_a}{n K_A K_m}\right) \left(\frac{ml^2}{4} + J + J_{eq}\right) \quad p_{22} = \left(\frac{R_a}{n K_A K_m}\right) \left(C + B_{eq} + \frac{n^2 K_m K_b}{R_a}\right)$$

$$d_{12} = 0 \quad d_{21} = -\left(\frac{R_a}{n K_A K_m}\right) \frac{mlg}{2}$$

Tabla 2.2: Parámetros estimados del sistema.

Símbolo	Descripción	Valor	Unidades
M_c	masa del carro + masa de la polea	1.6492	Kg
m	masa del brazo	0.0519	Kg
l	longitud del brazo	0.30	m
J	momento de inercia del brazo robótico	$2,38e^{-3}$	Kgm^2
J_{eq}	momento de inercia equivalente	3.0551×10^{-4}	Kgm^2
B_{eq}	fricción viscosa equivalente	5.3848×10^{-4}	$Nm/rad/s$
C	coeficiente de fricción viscosa brazo	$9,5e^{-4}$	Kgm^2/seg
F_c	coeficiente de fricción del carro	2.81	Kg/seg
g	aceleración de la gravedad	9.81	$mseg^{-2}$
K_b	constante de fuerza contraelectromotriz	0.0565	$V/rad/s$
K_m	constante de torque de motor	0.0421	Nm/A
R_p	radio de la polea	0.048	m
R_a	resistencia de armadura	5.3	Ω
n	factor de reducción	12.5	
K_A	constante de ganancia de amplificación	5.5	

2.4. Respuesta de la Planta al Escalón Unitario

En la figura 2.5 muestra el diagrama de bloque del proceso MRTM de 2DOF en lazo abierto; el bloque ha sido desarrollado en SIMULINK que se detalla en el apéndice B. Las respuestas del sistema debido al escalón para la posición, velocidad y señal de control del sistema, están sujetas a la ecuación (2.50).

La figura 2.6 en la parte superior se describen las posiciones para el carro descrita

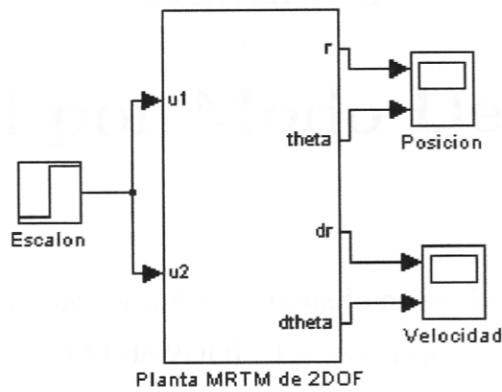


Figura 2.5: Planta no lineal a controlar con inductancia de valor cero.

por la variable r y para el giro angular del brazo descrito por la variable θ . Se presenta con una entrada escalón unitario $u = 1$ aplicada en $t = 0s$. Se puede observar que para ambas simulaciones están representadas por una línea recta con una pendiente constante.

En la parte inferior de la figura 2.6 se describen las velocidades para el carro descrita por la variable \dot{r} y para el giro angular del brazo descrito por la variable $\dot{\theta}$. Se presenta con una entrada escalón unitario $u=1$ aplicada en $t=0s$. El carro presenta una velocidad autosostenida en $0.5m/s$, mientras que el brazo comienza a girar en sentido horario acelerando inicialmente y llegando a una velocidad final promedio de $20rad/s$. Las oscilaciones que se presentan en la velocidad son debido a las no linealidades inherentes al sistema.

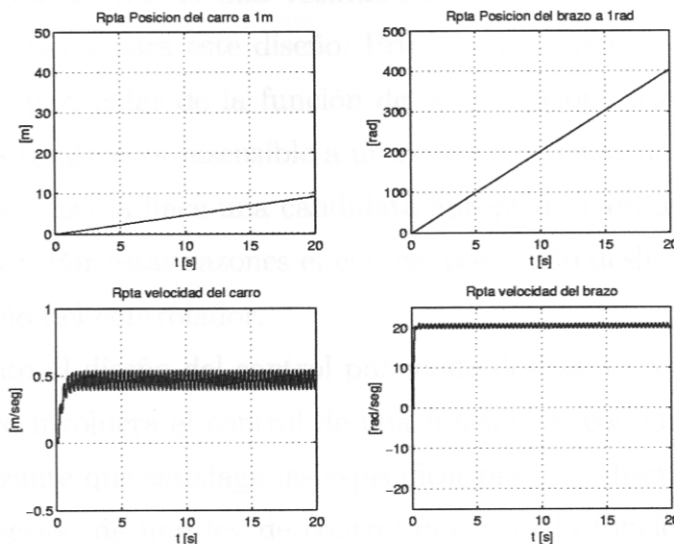


Figura 2.6: Respuesta de la posición debido a un escalón.

Capítulo 3

Control por Modo Deslizante

Este capítulo trata del uso del método llamado control por modo deslizante para el proceso no lineal del MRTM de 2DOF. La teoría que se presenta en esta sección corresponde al estudio de los manipuladores robóticos [1]. En el control por modo deslizante, la descripción del proceso puede ser imprecisa, es decir, el modelo dinámico puede presentar incertidumbres en los parámetros de su estructura o puede no considerar el modelado no dinámico bajo un comportamiento determinado.

El control por modo deslizante es un tipo particular de los sistemas de control de estructura variable que se caracteriza por presentar una ley de control de realimentación y una regla de decisión. Esta regla de decisión, es una función de conmutación, tiene como entrada una medida del sistema actual y produce una salida particular de realimentación en un instante de tiempo. El resultado de este sistema de estructura variable que puede considerarse como una combinación de subsistemas donde cada subsistema tienen una estructura de control.

Una de las ventajas de introducir una complejidad adicional al sistema es la habilidad de combinar las propiedades útiles de cada uno de las estructuras compuestas del sistema. En el control por modo deslizante, se diseña y construye un estado del sistema para quedar dentro de una vecindad de la función de conmutación. Hay dos ventajas principales para este diseño. Primero, la dinámica del sistema puede tolerar un cambio particular de la función de conmutación. Segundo, la respuesta en lazo cerrado es totalmente insensible a una clase particular de incertidumbre. La propiedad de invarianza la hace una candidata apropiada para aplicar metodología del control robusto. Por estas razones el control por modo deslizante se hace atractivo para un diseño del controlador.

El acercamiento al diseño del control por modo deslizante consiste en dos componentes. Primero involucra el control de una función de conmutación para que el movimiento deslizante que satisfaga las especificaciones del diseño. Segundo se preocupa por la selección de una ley de control que hará la función de conmutación atractivo al estado del sistema. Note que esta ley del control no es necesariamente discontinuo.

3.1. Ecuaciones Diferenciales Discontinuas

Considere la ecuación del diferencial.

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x) \quad (3.1)$$

donde $x \in R^n$ y $f(t, x)$ es una función definida en un dominio E del espacio de fase (t, x) . Se asumira que para cualquier subconjunto $D \subseteq E$ existe una función siempre finita $A(t)$ tal que.

$$\|f(t, x)\| < A(t) \quad (3.2)$$

se cumple para cualquier función en D [7].

Definición

Una función de vector $x(t)$, definida en le intervalo $[t_1, t_2]$ es la solución de (3.2) en el sentido de Filippov, si es absolutamente continua para todo $t \in [t_1, t_2]$.

$$\frac{dx}{dt} \in K(f(t, x)) \quad (3.3)$$

donde.

$$K(f(t, x)) = \bigcap_{\delta > 0} \bigcap_{\mu N = 0} \text{conv} f(t, B(x, \delta) - N) \quad (3.4)$$

donde *conv* denota la función convexa, $B(x, \delta)$ es la función bola de radio δ , x é μ son la medida de Lebesgue. La notación \bigcap denota la intersección sobre todos los conjuntos de medida cero. Note que la definición anterior, para un $\delta > 0$ arbitrario, el vector dx/dt pertenece a una función convexa que contiene todo los valores de $f(t, x')$ los rangos de x' están en casi todos la vecindad δ del punto $x(t)$ (es decir la vecindad entera excepto para los conjuntos de medida cero). La solución en una superficie suave dónde $f(t, x)$ es discontinuo, es estudiada en detalle por Filippov [7]. S es una superficie suave y continua que separa el espacio en las regiones G^+ y G^- . Suponemos que S es regular, para que pueda ser cortada por una función de superficie $S(x)$, es decir.

$$S = \{x : s(x) = 0\}$$

tal que $f(t, x)$ está limitada por las funciones $f^-(t, x)$ y $f^+(t, x)$ que existen cuando se aproximan desde G^- hasta G^+ respectivamente.

Sea $f_o^-(f_o^+)$ la proyección normal de $f^-(f^+)$, donde la superficie S se dirige hacia G^+ . Entonces es absolutamente continua si $x(t) \in S$ satisfacen.

$$f_o^-(t, x(t)) \geq 0, \quad f_o^+(t, x(t)) \leq 0 \quad \text{y} \quad f_o^- - f_o^+ > 0$$

es decir las trayectorias van hacia la superficie S , por tanto la solución (3.1) estará de acuerdo con la definición previa si y solo si.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \alpha(t)f^+(t, x(t)) + (1 - \alpha(t))f^-(t, x(t)) \quad (3.5)$$

donde $\alpha(t)$ es un escalar en $0 < \alpha(t) < 1$ es tal que el vector.

$$f_a \equiv \alpha(t)f^+(t, x(t)) + (1 - \alpha(t))f^-(t, x(t))$$

El vector f_a es tangente a la superficie S , tal como se muestra en la figura 3.1.

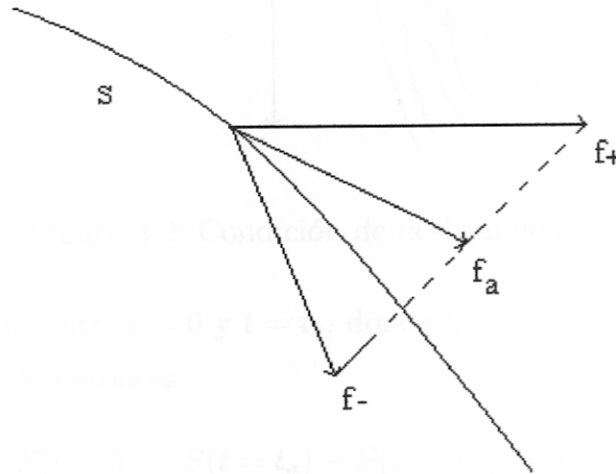


Figura 3.1: Construcción esquemática de Filippov.

y el escalar α puede expresarse como.

$$\alpha(t) = \frac{f_o^-(t, x(t))}{f_o^-(t, x(t)) - f_o^+(t, x(t))}$$

Note que f_o^+ está dado por $f_o^+(t, x) = \nabla S f^+(t, x)$, y similarmente para f_o^- , así mismo el término del lado derecho de (3.5) es el ortogonal a ∇S ; lo cual obliga a la solución quedarse en la superficie S . Entonces vemos que los valores en la vecindad de S , dados por (3.5), son la solución dinámica de la superficie deslizante S . Las condiciones $f_o^-(t, x(t)) \geq 0$ y $f_o^+(t, x(t)) \leq 0$, es equivalente a la siguiente ecuación.

$$\frac{d}{dt}S^2(x(t)) \leq -\eta|S| \quad (3.6)$$

donde η es estrictamente positiva [4]. Esencialmente (3.6) el estado de la “distancia” elevada al cuadrado de la superficie, decese a lo largo de todas las trayectorias del sistema. La figura 3.2 muestra que las trayectorias convergen hacia la superficie $S(t)$.

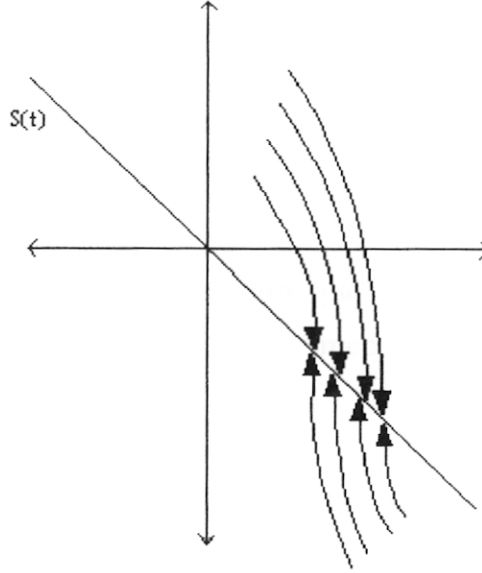


Figura 3.2: Condición de deslizamiento.

si integramos (3.6) entre $t = 0$ y $t = t_a$, donde t_a es el tiempo en que alcanza la superficie deslizante S , entonces.

$$0 - S(t = 0) = S(t = t_a) - S(t = 0) \leq -\eta(t_a - 0)$$

esto implica que.

$$t_a \leq \frac{S(t = 0)}{\eta}$$

así obtendríamos un resultado similar si (3.6) empieza con $S(t = 0) < 0$.

3.2. Control Fundamental por Modo Deslizante

Considere el sistema de control de la forma.

$$\dot{x} = f(t, x, u), \quad x \in R^n, \quad u \in R^m \quad (3.7)$$

tal que el sistema mostrado por (3.7) es de estructura variable si el control u es continuo por partes y sus puntos de discontinuidad componen una colección discreta

de superficies continuas en el espacio estado. En particular para cada coordenada del vector de control u asociamos un conjunto de funciones continuas con valores reales estimadas mediante.

$$\{u_i^+(t, x), u_i^-(t, x), S_i(x)\} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

tal que el control u es.

$$u_i(t, x) = \begin{cases} u_i^+(t, x) & \text{para } S_i(x) > 0 \\ u_i^-(t, x) & \text{para } S_i(x) < 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3.8)$$

El conjunto de superficies $S_i = \{x : S_i(x) = 0\}$ son superficies smooth llamadas *superficies lisas o suaves*. La intersección de un número arbitrario de funciones S_i las llamaremos *superficies deslizantes* siempre que sean asintóticamente estables con respecto a la dinámica (si atrae todos los movimientos que originan en una vecindad tubular).

El modo deslizante conduce a un movimiento de superficies deslizantes, cuya finalidad es evaluar el vector de la función $S : R^n \rightarrow R^m$, cuya n -ésima coordenada es $S_i(x)$ es referida usualmente como función de conmutación. La función de conmutación puede ser realizada dependiente del tiempo, es decir, $S(t, x)$, en tal caso la superficie de discontinuidad es vista como conmutación en el plano fase (t, x) . Con este hecho nos permite suponer que la salida del sistema (3.7) es de la forma $y(t) = h(x(t))$ y el problema principal es encontrar una ley de control que haga que la salida a seguir sea una señal deseada $y_d(t)$. Según lo anterior, el problema de la síntesis involucra dos pasos.

Primero, la selección de una función de conmutación S cuyos ceros comprenden una superficie con restricciones en la dinámica que conduce a un error $y(t) - y_d(t)$ asintóticamente a cero.

Segundo, el diseño de un control de conmutación (corresponde a buscar S) que haga que estos lugares sean puntos de una superficie deslizante. En el caso donde las entradas son lineales, es decir.

$$\dot{x} = f(t, x) + B(t, x)u \quad (3.9)$$

el problema de determinar el movimiento deslizante se simplifica grandemente [5]. Supongamos que para un tiempo t_o , $x(t_o)$ se sitúa en la intersección de una superficie switching (es decir, $s(x(t_o)) = 0$) y que esta intersección es en una superficie de deslizamiento, entonces si $G(x)$ es el gradiente de $S(x)$, obtenemos.

$$\dot{S} = Gf + GBu = 0$$

y suponiendo que GB es no singular, podemos resolver para la ley de control.

$$u_{eq} \cong -(GB)^{-1}Gf \quad (3.10)$$

donde u_{eq} es el control equivalente. Sustituyendo u_{eq} en (3.9) tenemos.

$$\dot{x} = f - B(GB)^{-1}Gf \quad (3.11)$$

La ecuación (3.11) describe la dinámica de la superficie de deslizamiento. Utkin [5] se refiere a este proceso como el método del control equivalente. El problema de seleccionar el control realimentado involucra un método jerárquico de diseño que normalmente se usa cuando cambian las superficies y a su vez están asociadas con el control de la trayectoria del sistema a ser controlado por modo deslizante en cada superficie. El segundo método de Lyapunov aplicado a las ecuaciones diferenciales con discontinuidades en el semiplano derecho es utilizada para establecer estabilidad asintótica, la cual nos referimos a continuación.

3.3. Estabilidad de Ecuaciones Diferenciales con Discontinuidades

Considerando una función con valores reales $g(x)$ definida para cualquier conjunto E y $x \in E$. El límite superior de $g(x)$ es el punto x , denotado por $M_x\{g(x)\}$, y se define.

$$M_x\{g(x)\} = \inf_{\mu N=0} \overline{\lim}_{x_n \rightarrow x} \{g(x_n)\} \quad (3.12)$$

La solución de (3.1) admite lo siguiente [7].

Lema 3.1 *Lema de Filippov*

La función de vector $x(t)$ es completamente continuo y es solución de (3.1) en el sentido de Filippov, si sólo si para todo t y para cada vector ν se cumple.

$$\frac{dx}{dt}\nu \leq M_x\{f(t, x)\nu\} \quad (3.13)$$

Considere ahora la función $V(t, x)$ continua y diferenciable de valores reales. Si $x(t)$ es la solución de (3.1), si $V(t, x(t))$ es una función absolutamente continua para t , entonces es derivable y existe para casi todo t y es igual a la siguiente ecuación.

$$\frac{dV}{dt} \nu = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{dx}{dt} \nabla_x V \quad (3.14)$$

El siguiente Lema emplea las técnicas de Filippov [7], son esenciales para las consideraciones de estabilidad.

Lema 3.2 [7] *Considere la ecuación (3.1) definida en el dominio de E . Sea $V(t, x)$ una función continua y diferenciable de valor real y $w(t, x)$ una función continua tal que.*

$$\frac{\partial}{\partial t} V(t, x) + f(t, x) \nabla_x V(t, x) \leq w(t, x) \quad (3.15)$$

Para todo E , entonces, si $x(t)$ es solución de (3.1), para todo t , se cumple.

$$\frac{dV}{dt} \nabla_x V \leq w(t, x(t)) \quad (3.16)$$

Prueba

Sea.

$$h(t, y) = f(t, y) \nabla_x V(t, x(t))$$

Por el Lema 3.1, se cumple para todo t , lo siguiente.

$$\frac{dx}{dt} \nabla_x V \leq M_x \{h(t, x)\} \quad (3.17)$$

La continuidad de $\nabla_x V$ implica para t , lo siguiente.

$$\frac{\partial V}{\partial t} + M_x \{h(t, x)\} = \frac{\partial V}{\partial t} + M_x \{f(t, x) \nabla_x V(t, x)\} \leq w(t, x) \quad (3.18)$$

Una propiedad deseada para el diseño de control por modo deslizante es que las trayectorias del sistema controlado alcancen la superficie de deslizamiento en un tiempo finito. El teorema de estabilidad cuyo método prueba las incorporaciones de este fenómeno.

Teorema 3.1 [7] *Suponga que el dominio E es positivo e invariante en el tiempo respecto a la dinámica de (3.1). Sea $g : E \rightarrow R^m$ y $V : R \times R^m \rightarrow R$ una función continua y diferenciable, tal que.*

$$m_1 \|y\|^2 \leq V(t, y) \leq m_2 \|y\|^2 \quad (3.19)$$

donde m_1, m_2 son constantes positivas. Sea E_o , denotado por el conjunto $E_o = \{(t, x) : g(t, x) = 0\}$ y se define $\Phi : E \rightarrow R$ para $\Phi(t, x) = V(t, g(t, x))$. Entonces para algún $k > 0$.

$$\frac{\partial}{\partial t} \Phi(t, x) + f(t, x) \nabla_x \Phi(t, x) \leq -k g(t, x) \quad (3.20)$$

se sostiene que para todo E , la solución de $x(t)$ de (3.1) alcanza un conjunto E_o fijo en un tiempo finito.

Prueba

Por el Lema 3.2, nosotros obtenemos para casi todo t .

$$\frac{d\Phi}{dt} \leq -k \|g(t, x(t))\|$$

y por (3.19) se tiene.

$$\frac{d\Phi}{dt} \leq -k \left(\frac{\Phi}{m_2}\right)^{1/2} \quad (3.21)$$

Para todo t , vemos que $\Phi(t, x(t))$ y de $g(t, x(t))$, en (3.19), se vuelve cero después de un tiempo finito.

3.4. Control por Modo Deslizante Multivariable

Consideremos la dinámica del sistema MRTM de 2DOF. Podemos formular de manera una ecuación simplificada Lagrangiana descrita por.

$$\begin{bmatrix} \ddot{r} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = -M^{-1}(P \begin{bmatrix} \dot{r} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + Q) + M^{-1} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Sea el vector de estado $x = [r \ \theta]^T$. Podemos modificar la ecuación dinámica (3.22) por la siguiente ecuación de estado.

$$\ddot{x} = -M^{-1}(P\dot{x} + Q) + M^{-1}u \quad (3.23)$$

La tabla 3.1 muestra las matrices y los vectores de la dinámica del sistema descrito en (3.22).

Tabla 3.1: Vectores de estado del sistema.

r	Posición del móvil
θ	Posición angular del móvil
$M(\theta)$	Matriz de inercia definida positiva
$P(\theta, \dot{\theta})$	Matriz que representa fuerzas de Coriolis
$Q(\theta)$	Matriz de fuerza gravitacional
(u_1, u_2)	Vector de fuerzas aplicadas al sistema

Asumimos que los vectores de posición y velocidad deseadas, son funciones continuamente diferenciables en el tiempo, la meta es que el sistema tenga que seguir la posición y velocidad actual de estos valores en tiempo real, luego escogemos la superficie de conmutación siguiente.

$$S_i(t, x) = S_i(t, x, \dot{x}) = (\dot{x} - \dot{x}_d) + C_i(x - x_d) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.24)$$

donde $C_i > 0$ es una constante y x_d, \dot{x}_d , son la posición y velocidad deseadas respectivamente. Sea x, \dot{x} una trayectoria de (3.23). Los vectores de error son definidos usualmente, como.

$$\tilde{x} = x - x_d \quad \dot{\tilde{x}} = \dot{x} - \dot{x}_d$$

Si se logra desarrollar un control que convergan todas las trayectorias que se originan en la intersección de estas superficies para permanecer allí, entonces para algún tiempo t_0 , $S_i(t_0) = 0$, $i = 1, 2, 3, \dots, n$ tendremos.

$$\dot{\tilde{x}} = -C_i \tilde{x} \quad \text{para } t \geq t_0$$

los errores de posición y velocidad convergen exponencialmente a cero.

Sea la ley de control u .

$$u = u_0 - U \operatorname{sgn}(S) \quad (3.25)$$

donde el i -ésimo elemento del vector u_0 es.

$$u_{0i} = \frac{1}{2}(u_i^+ + u_i^-)$$

la constante U es.

$$U = \operatorname{diag}\left[\frac{1}{2}(u_i^- - u_i^+)\right]$$

y la función signo ($\operatorname{sgn}(\cdot)$) podemos definirla como el vector.

$$\text{sgn}(S) = [\text{sgn}(S_1) \quad \text{sgn}(S_2) \quad \dots \quad \text{sgn}(S_n)]^T$$

diferenciando la superficie S descrita en la ecuación (3.24) a lo largo de la trayectoria.

$$\dot{S} = (\ddot{x} - \ddot{x}_d) + C(\dot{x} - \dot{x}_d) \quad (3.26)$$

reemplazando (3.23) en (3.26).

$$\dot{S} = -M^{-1}(P\dot{x} + Q) + M^{-1}u - \ddot{x}_d + C\dot{\tilde{x}} \quad (3.27)$$

agrupando (3.27).

$$\dot{S} = M^{-1}[-P\dot{x} - Q + u - M\ddot{x}_d + MC\dot{\tilde{x}}] \quad (3.28)$$

donde.

$$u_{eq} = -MC\dot{\tilde{x}} + P\dot{x} + Q + M\ddot{x}_d \quad (3.29)$$

minimizando (3.28).

$$\dot{S} = M^{-1}[u - u_{eq}] \quad (3.30)$$

reemplazando (3.25) en (3.30) obtenemos.

$$\dot{S} = M^{-1}[u_o - U \text{sgn}(S) - u_{eq}] \quad (3.31)$$

Sea $V(t, x)$ una función candidata de Lyapunov [8], dado por.

$$V(t, x) = \frac{1}{2}S^TMS \quad (3.32)$$

derivando (3.32):

$$\dot{V}(t, x) = S^T M \dot{S} + \frac{1}{2}S^T \dot{M}S \quad (3.33)$$

reemplazando (3.31) en (3.33).

$$\dot{V} = S^T(u_o - U \text{sgn}(S) - u_{eq}) + \frac{1}{2}S^T \dot{M}S \quad (3.34)$$

La matriz M , siendo una función del vector de posición θ_i , continuamente diferenciable. Koditschek [2], estableció la identidad dada en (3.35) para dos eslabones $[\theta_k, \theta_i]$, en nuestro caso del MRTM de 2DOF consideramos solo el eslabón referido a θ_k .

$$P = \frac{1}{2} \left(\frac{dM}{dt} - J \right) \quad (3.35)$$

donde J es una matriz anti-simétrica sesgada dada por.

$$J_{ik} = - \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial M_{ij}}{\partial \theta_k} - \frac{\partial M_{kj}}{\partial \theta_i} \right)$$

utilizando (3.35) en (3.34):

$$\dot{V} = S^T (u_o - U \operatorname{sgn}(S) + PS - u_{eq}) + \frac{1}{2} S^T JS \quad (3.36)$$

Note que ($S^T JS = 0$), y para $\epsilon > 0$ una constante arbitraria, seleccionamos los controles u_i^- y $-u_i^+$ que satisfacen.

$$|(u_o + PS - u_{eq})_i| \leq \frac{1}{2} (u_i^- - u_i^+) - \epsilon \quad (3.37)$$

obtenemos.

$$\dot{V} \leq -\epsilon \sum_{j=1}^n |S_j| \quad (3.38)$$

Por consiguiente, como puede verse de (3.38), el control debe seleccionarse para satisfacer.

$$u_i^+ + \epsilon \leq (u_{eq} - PS)_i \leq u_i^- - \epsilon \quad (3.39)$$

Esto nos permite mostrar que u_i^+ y u_i^- son limitados. Se asume que r_d y θ_d son uniformemente limitados para satisfacer (3.39) con igualdad. Se nota que V es monótonica decreciente y M es definida positiva y uniforme limitada de por algún múltiple de la matriz identidad.

Entonces \tilde{x} permanecen limitados inferiormente, son gobernados por la dinámica lineal $\dot{\tilde{x}} + C\tilde{x} = S$, a su vez asegura los límites de $(u_{eq} - PS)_i$. La estabilidad asintótica en la intersección de las superficies de conmutación, así como la propiedad de cada trayectoria alcanzará a las superficies deslizantes en un tiempo finito.

En el resumen se ha mostrado un esquema de control por modo deslizante para el MRTM de 2DOF que asegura la existencia de una superficie deslizante en la intersección de las superficies de conmutación.

3.5. Implementación de la Ley de Control

Las condiciones u_i^+ y u_i^- aseguran convergencia de todas las trayectorias a la intersección de las superficies de conmutación puede expresarse en una forma más conveniente.

$$\left. \begin{aligned} u_i^+ &= (\hat{u}_{eq} - \hat{P}S)_i + \bar{u}_i^+ \\ u_i^- &= (\hat{u}_{eq} - \hat{P}S)_i + \bar{u}_i^- \end{aligned} \right\} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.40)$$

donde \hat{u}_{eq} es el estimado de u_{eq} y \hat{P} es el estimado de P . Con esta opción de control, nosotros debemos escoger \bar{u}_i^+ y \bar{u}_i^- según.

$$\bar{u}_i^+ + \epsilon \leq (\hat{u}_{eq} - \hat{P}S)_i \leq \bar{u}_i^- - \epsilon \quad i = 1, 2, \dots, n$$

que satisface (3.39).

Si escogemos K_i de modo que.

$$K_i \geq |(\hat{u}_{eq} - \hat{P}S)_i| + \epsilon$$

entonces con $\bar{u}_i^- = K_i$ y $\bar{u}_i^+ = -K_i$ las desigualdades anteriores están satisfechas, y además obtenemos.

$$u_{oi} = \frac{1}{2}(u_i^+ + u_i^-) = (\hat{u}_{eq} - \hat{P}S)_i \quad (3.41)$$

y

$$U = \text{diag}[K_i]$$

de está forma, se busca u_i^+ y u_i^- . En síntesis, el control consiste en una estimación continua de $u_{eq} - PS$ y un término discontinuo que tienda a poner a cero la estimación de $u_{eq} - PS$.

Si consideraremos el diseño del controlador para el MRTM de 2DOF cuyo modelo es dado por la ecuación (2.50). A partir de la tabla 2.1 configuramos las matrices M , P y Q , donde.

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} \left(\frac{R_a R_p}{n K_A K_m}\right) \left(M_c + m + \frac{J_{eq1}}{R_p^2}\right) & \left(\frac{R_a R_p}{n K_A K_m}\right) \frac{ml}{2} \cos\theta \\ \left(\frac{R_a}{n K_A K_m}\right) \frac{ml}{2} \cos\theta & \left(\frac{R_a}{n K_A K_m}\right) \left(\frac{ml^2}{4} + J + J_{eq2}\right) \end{bmatrix}$$

$$P(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} \left(\frac{R_a R_p}{n K_A K_m}\right) \left(F + \frac{B_{eq}}{n R_p^2} + \frac{n^2 K_m K_b}{R_a R_p^2}\right) & -\left(\frac{R_a R_p}{n K_A K_m}\right) \frac{ml}{2} \sin(\theta) \dot{\theta} \\ 0 & \left(\frac{R_a}{n K_A K_m}\right) \left(C + B_{eq2} + \frac{n^2 K_m K_b}{R_a}\right) \end{bmatrix}$$

$$Q(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\left(\frac{R_a}{nK_A K_m}\right) \frac{ml}{2} g \sin(\theta) \end{bmatrix}$$

Una apreciación bastante común es que el término gravitatorio dado por la matriz Q puede ser calculada con precisión en el tiempo real. Por consiguiente, bajo esta criterio, escogemos nuestra estimación de $u_{eq} - PS$, si reemplazamos las ecuaciones (3.24) y (3.29).

$$u_{eq} - PS = -MC\dot{\tilde{x}} + P\dot{x} + Q + M\ddot{x}_d - P\dot{\tilde{x}} - PC\tilde{x}$$

al término $P\dot{x}$ de la expresión, podemos expresar como $P\dot{\tilde{x}} + P\dot{x}_d$, luego.

$$u_{eq} - PS = -MC\dot{\tilde{x}} + P\dot{x}_d + Q + M\ddot{x}_d - PC\tilde{x}$$

en el estado estacionario el error de convergencia es cero, entonces, consideramos a $\dot{\tilde{x}}$ y \tilde{x} iguales a cero. Para una referencia constante, la estimación de $u_{eq} - PS$ será igual a la matriz de gravedad Q .

Seleccionamos K_i para satisfacer.

$$K_i \geq |(\hat{u}_{eq} - \hat{PS})_i| + \epsilon = |(-MC\tilde{x}_d + Px + M\ddot{x}_d - \hat{PS})| + \epsilon$$

las entradas de una matriz M pueden limitarse de la siguiente forma.

$$\begin{aligned} |M_{11}| &\leq \left(\frac{R_a R_p}{nK_A K_m}\right)(M_c + m + \frac{J_{eq1}}{R_p^2}) \equiv \bar{M}_{11} \\ |M_{12}| &\leq \left(\frac{R_a R_p}{nK_A K_m}\right) \frac{ml}{2} \equiv \bar{M}_{12} \\ |M_{21}| &\leq \left(\frac{R_a}{nK_A K_m}\right) \frac{ml}{2} \equiv \bar{M}_{21} \\ |M_{22}| &\leq \left(\frac{R_a}{nK_A K_m}\right) \left(\frac{ml^2}{4} + J + J_{eq2}\right) \equiv \bar{M}_{22} \end{aligned}$$

similarmente, asumiendo $\dot{\theta}$ de límite uniforme, podemos limitar las entradas de P .

$$\begin{aligned} |P_{11}| &\leq \left(\frac{R_a R_p}{nK_A K_m}\right) \left(F + \frac{B_{eq}}{nR_p^2} + \frac{n^2 K_m K_b}{R_a R_p^2}\right) \equiv \bar{P}_{11} \\ |P_{12}| &\leq -\left(\frac{R_a R_p}{nK_A K_m}\right) \frac{ml}{2} |\dot{\theta}| \equiv \bar{P}_{12} \\ |P_{21}| &\leq 0 \equiv \bar{P}_{21} \\ |P_{22}| &\leq \left(\frac{R_a}{nK_A K_m}\right) \left(C + B_{eq2} + \frac{n^2 K_m K_b}{R_a}\right) \equiv \bar{P}_{22} \end{aligned}$$

así una opción razonable para K_i es.

$$K_i = \sum_{j=1}^2 (\bar{M}_{ij} |\ddot{x}_{dj} - c_j \dot{\tilde{x}}_j| + \bar{P}_{ij} |\dot{x}_j - S_j|) + \epsilon_i \quad (3.42)$$

donde.

$$K_1 = \bar{M}_{11} |\ddot{x}_{d1} - c_1 \dot{\tilde{x}}_1| + \bar{P}_{11} |\dot{x}_1 - S_1| + \bar{M}_{12} |\ddot{x}_{d2} - c_2 \dot{\tilde{x}}_2| + \bar{P}_{12} |\dot{x}_2 - S_2| + \epsilon_1 \quad (3.43)$$

y

$$K_2 = \bar{M}_{21}|\ddot{x}_{d1} - c_1\dot{\hat{x}}_1| + \bar{P}_{21}|\dot{x}_1 - S_1| + \bar{M}_{22}|\ddot{x}_{d2} - c_2\dot{\hat{x}}_2| + \bar{P}_{22}|\dot{x}_2 - S_2| + \epsilon_2 \quad (3.44)$$

La ley de control por modo deslizante es dado por.

$$u = Q(\theta) - K \operatorname{sgn}(S) \quad (3.45)$$

donde, $\operatorname{sgn}(\cdot)$ es la función signo que se define.

$$\operatorname{sgn}(S) = \begin{cases} +1 & \text{si } S > 0 \\ -1 & \text{si } S < 0 \end{cases}$$

La ecuación general de control con la función signo es.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ d_{21} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_1 \operatorname{sgn}(S_1) \\ K_2 \operatorname{sgn}(S_2) \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

3.6. Ley de Control con Saturación

La ley de control puede ser modificada para evitar el fenómeno del “chattering” que se muestra en la figura 3.3. La modificación se hace reemplazando la función $\operatorname{sgn}(S)$ descrita en (3.46) por la función de saturación $\operatorname{sat}(S/\Phi)$, donde el término Φ es el ancho de banda de la zona de saturación dentro de la superficie de deslizamiento, dentro del cual la relación de la ley de control u y la superficie de deslizamiento S es lineal.

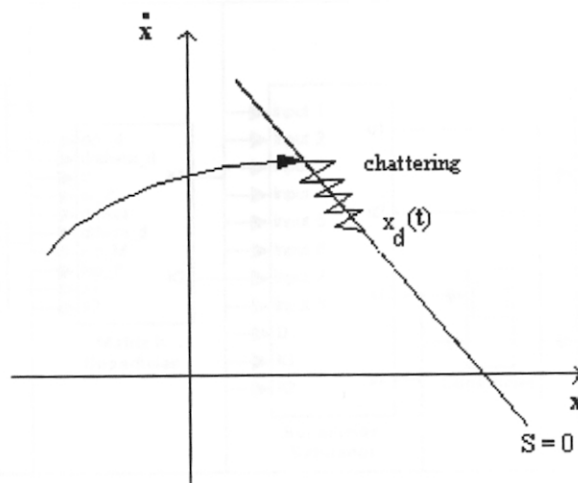


Figura 3.3: Imperfección de la ley de control por modo deslizante.

La ley de control en donde se incluye la saturación es dada por.

$$u = Q(\theta) - K \text{sat}(S/\Phi) \quad (3.47)$$

donde $\text{sat}(\cdot)$ es la función signo que se define.

$$\text{sat}(S/\Phi) = \begin{cases} S/\Phi & \text{si } |S/\Phi| \leq 1 \\ \text{sgn}(S/\Phi) & \text{otro caso} \end{cases}$$

La ecuación general de control con saturación es.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ d_{21} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_1 \text{sat}(S_1/\phi) \\ K_2 \text{sat}(S_2/\phi) \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

La modificación apropiada de la ley de control por modo deslizante puede moderar la actividad del control, por ejemplo el empleo de la función saturación en una región de superficie de deslizamiento en lugar de la clásica ley de control que incluye el término $\text{sgn}(S)$ de la ecuación (3.45). La función $\text{sat}(S/\phi)$ ha sido requerida en la implementación del proceso desarrollado en el laboratorio.

3.7. Simulación del Sistema

El sistema MRTM de 2DOF es controlado por modo deslizante. La figura 3.4 muestra el diagrama de bloques descrito en SIMULINK [15][16] que se presenta en el apéndice B.

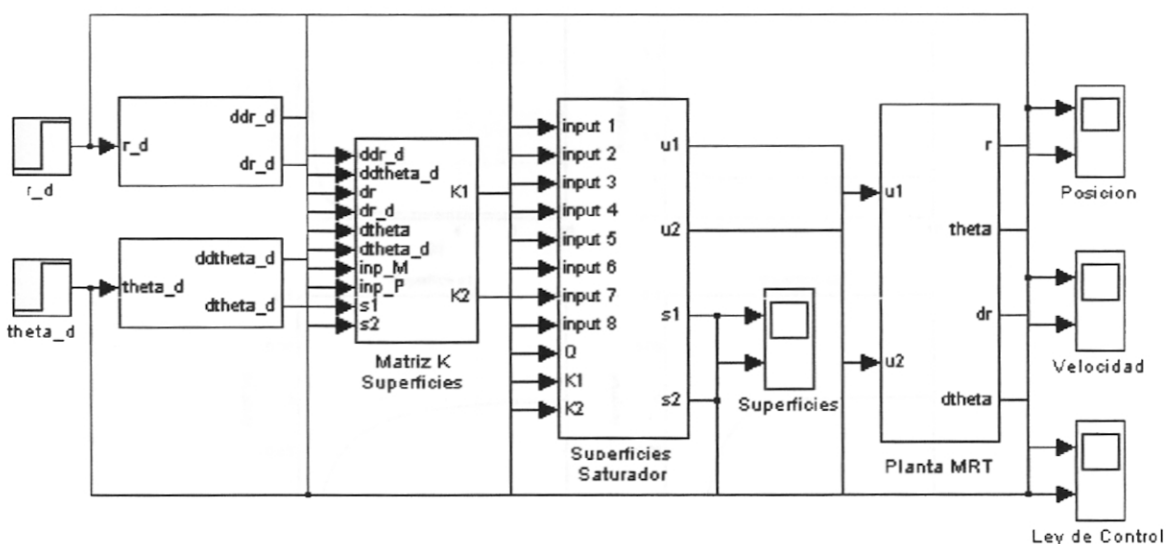


Figura 3.4: Proceso MRTM de 2DOF.

Los resultados de la simulación como respuesta a una entrada escalón unitario, son mostrados en las figuras 3.5 y 3.6. La figura 3.5 muestra las posiciones deseadas del carro y del brazo respectivamente; estos resultados son debido a una entrada escalón unitario, donde para el carro representa que el carro debe llegar a posicionarse a 1m del punto de referencia, mientras que para el brazo representa el giro angular de π rad.

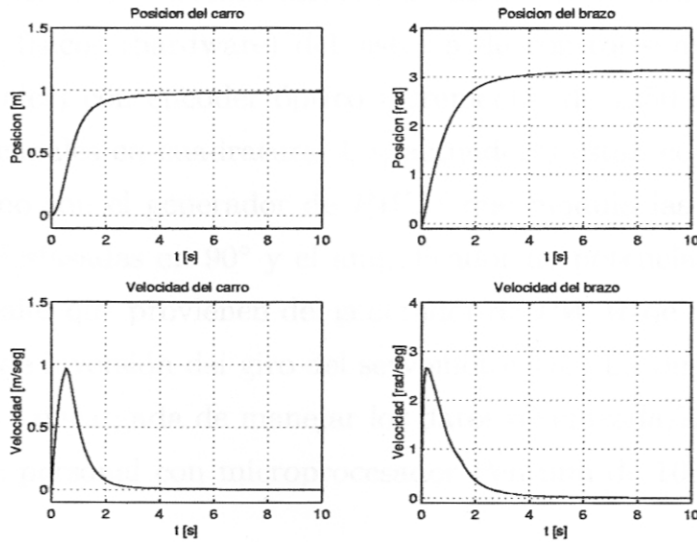


Figura 3.5: Respuesta controlada de la posición y velocidad del MRTM de 2DOF.

La figura 3.6 muestran las velocidades deseadas del carro y del brazo respectivamente; la rapidez con que las velocidades alcanzan la convergencia a un valor cero dependeran de los parámetros de sintonía c_1 y c_2 .

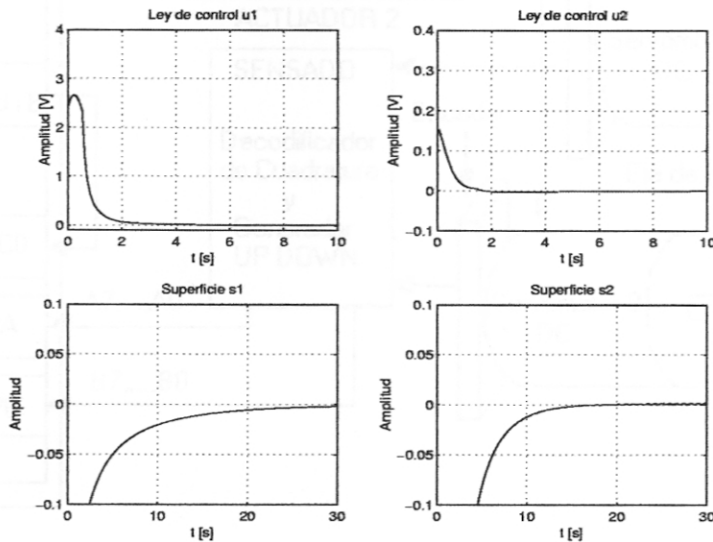


Figura 3.6: Señales de control y superficies deslizantes.

Capítulo 4

Implementación en Tiempo Real

La implementación del sistema MRTM de 2DOF se muestra en la figura 4.1. Los componentes físicos (hardware) del sistema de control son: dos servomotores DC (modelos iguales) con encoder óptico incremental de 1250 cuentas por vuelta con salida a dos canales en cuadratura. Los actuadores están compuesto por tarjetas similares, como son el generador de *PWM* que modula las señales de control para luego sean desfasadas en 90° y el amplificador de potencia que encargado de amplificar las señales que provienen del generador de *PWM* de modo que su salida genere el control de inversión del giro del servomotor DC. La tarjeta de adquisición de datos LABPC+ encargada de manejar los datos de entrada/salida del sistema y una computadora personal con microprocesador Pentium de 100 MHz. El sensado

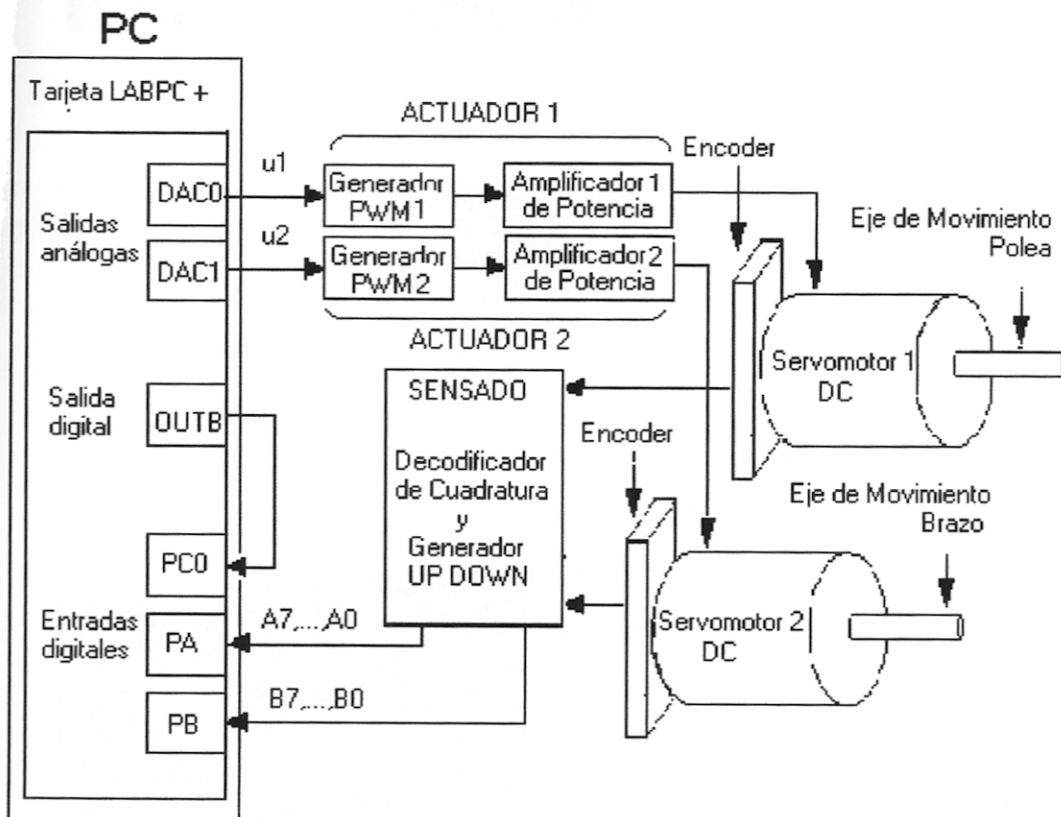


Figura 4.1: Diagramas de bloques de la implementación del sistema.

tiene el decodificador de cuadratura que se encarga de leer los datos del encoder óptico para emitir salidas *UP/DOWN* al circuito contador, que a su vez tiene una salida de 16 bits que son entradas digitales a la tarjeta LABPC+.

El sistema MRTM de 2DOF real se muestra en la figura 4.2 y la implementación del sistema de control real se observa en la figura 4.3. Estos sistemas han sido implementados en el laboratorio de proyectos de investigación en automatización y control de la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad Nacional de Ingeniería.

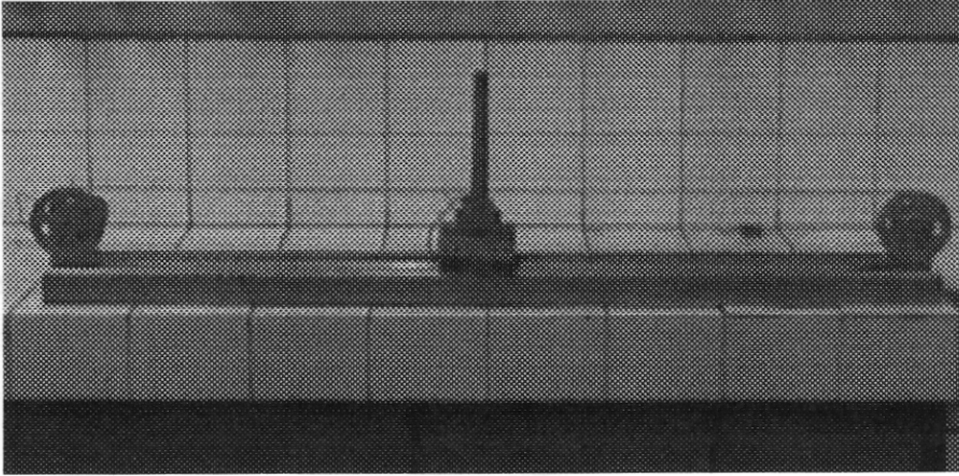


Figura 4.2: Planta real MRTM de 2DOF.

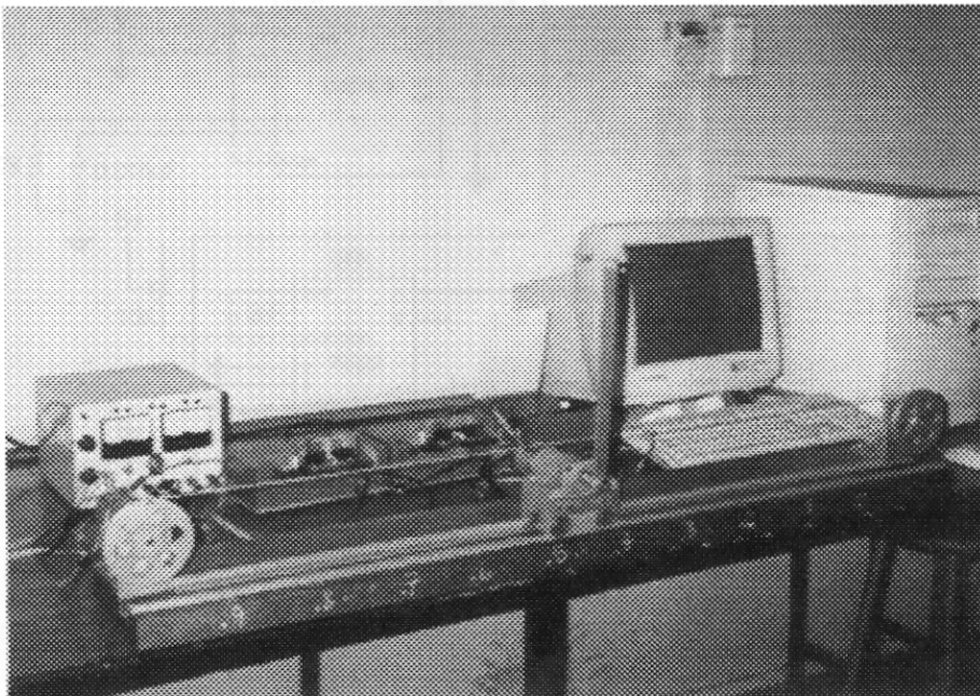


Figura 4.3: Implementación del sistema de control real.

4.1. El Actuador

El actuador está conformado por dos servomotores DC de campo magnético permanente y escobillas conmutadas para el control del MRTM de 2DOF, dos generadores de *PWM* y dos amplificadores de potencia como se muestra en la figura 4.1. Como el servomotor no responde inmediatamente a una tensión de entrada, le toma un tiempo para alcanzar la máxima velocidad, es necesario usar un sistema que permita variar la velocidad entre un valor mínimo y un valor máximo, de modo que permita dar un cambio seguro en el sentido de rotación del servomotor DC. Este sistema está constituido por un generador *PWM* y el circuito amplificador de potencia que describiremos a continuación.

El Generador de PWM

El generador de *PWM* que se muestra en la figura 4.4, se encarga de controlar al servomotor DC mediante una serie de pulsos, logrando así, variar la velocidad de acuerdo al ancho de pulso.

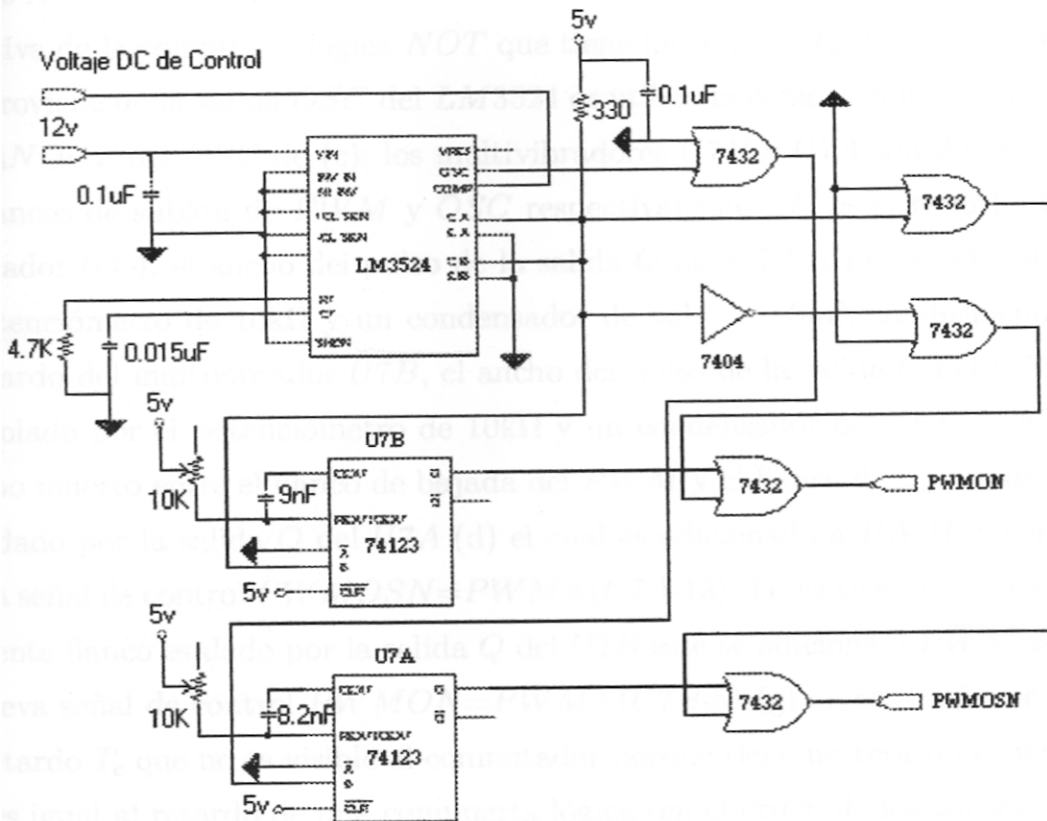


Figura 4.4: Circuito generador de PWM.

El *LM3524* genera una modulación por ancho de pulso de decenas de KHz, esta señal será amplificada por el driver antes de alimentar al motor con zona muerta. El *LM3524* es un generador de *PWM*, el comparador *COMP* (pin 9) recibe la señal de control de la tarjeta de adquisición de datos LABPC+, el rango de tensión en el *COMP* puede variar entre 0.8 a 3.7 voltios, un valor superior o inferior satura al *LM3524*; la base de tiempo se controla por la resistencia R_T (pin 6) y el condensador C_T del (pin 7) trabajan aproximadamente a una frecuencia de 15.4Khz; en *CA* y *CB* (pin 12 y pin 13) respectivamente, se forman dos señales pulso desfasadas 180 grados, con un duty cycle limitado a variar de 0 a 50 %; la suma de estas da lugar a una señal *PWM* con un duty cycle variable de 0 a 100 %; el efecto de la resistencia de valor $R=330\Omega$ es sumar las señales de *CA* y *CB*; los condensadores de valores 0.1uF se utilizan para filtrar el ruido. Los circuitos osciladores 74LS123 realizan la función de sincronización para la generación del tren de pulsos en cuadratura, cuyas salidas son las señales *PWM* que serán entradas al circuito amplificador [10].

En la figura 4.5 se observa el diagrama de tiempos de la generación de *PWM* y \overline{PWM} con zona muerta, se están considerando los retardos de las compuertas lógicas *AND* y *NOT*. la señal *PWM* es mostrada en (a); la señal \overline{PWM} en (b) que se deriva de la compuerta lógica *NOT* que tiene un retardo T_a ; la compuerta *AND* que proviene de la salida *OSC* del *LM3524* es utilizada como seguidor, así aumenta el *FANOUT* del *OSC* de (c); los multivibradores *U7B* y *U7A* son disparados con los flancos de subida de *PWM* y *OSC* respectivamente; T_d es el retardo del multivibrador *U7A*, el ancho del pulso de la salida *Q* del *U7A* (d) está controlado por el potenciómetro de 10k Ω y un condensador de valor $C=9nF$; similarmente, T_b es el retardo del multivibrador *U7B*, el ancho del pulso de la salida *Q* del *U7B* (g) es controlado por el potenciómetro de 10k Ω y un condensador de valor $C=8.2nF$. El tiempo muerto entre el flanco de bajada del *PWM* y el flanco de subida del \overline{PWM} está dado por la salida *Q* del *U7A* (d) el cual es adicionado a *PWM* generando la nueva señal de control $PWMOSN=PWM+(U7A-13)$ (f). El tiempo muerto para el siguiente flanco es dado por la salida *Q* del *U7B* este se adiciona a \overline{PWM} generado la nueva señal de control $PWMON=\overline{PWM}+(U7B-5)$ (g) en esta señal se observa un retardo T_c que no es visible al conmutador porque tiene un retardo superior a T_c que es igual al retardo de una compuerta lógica (en el orden de los 20nseg).

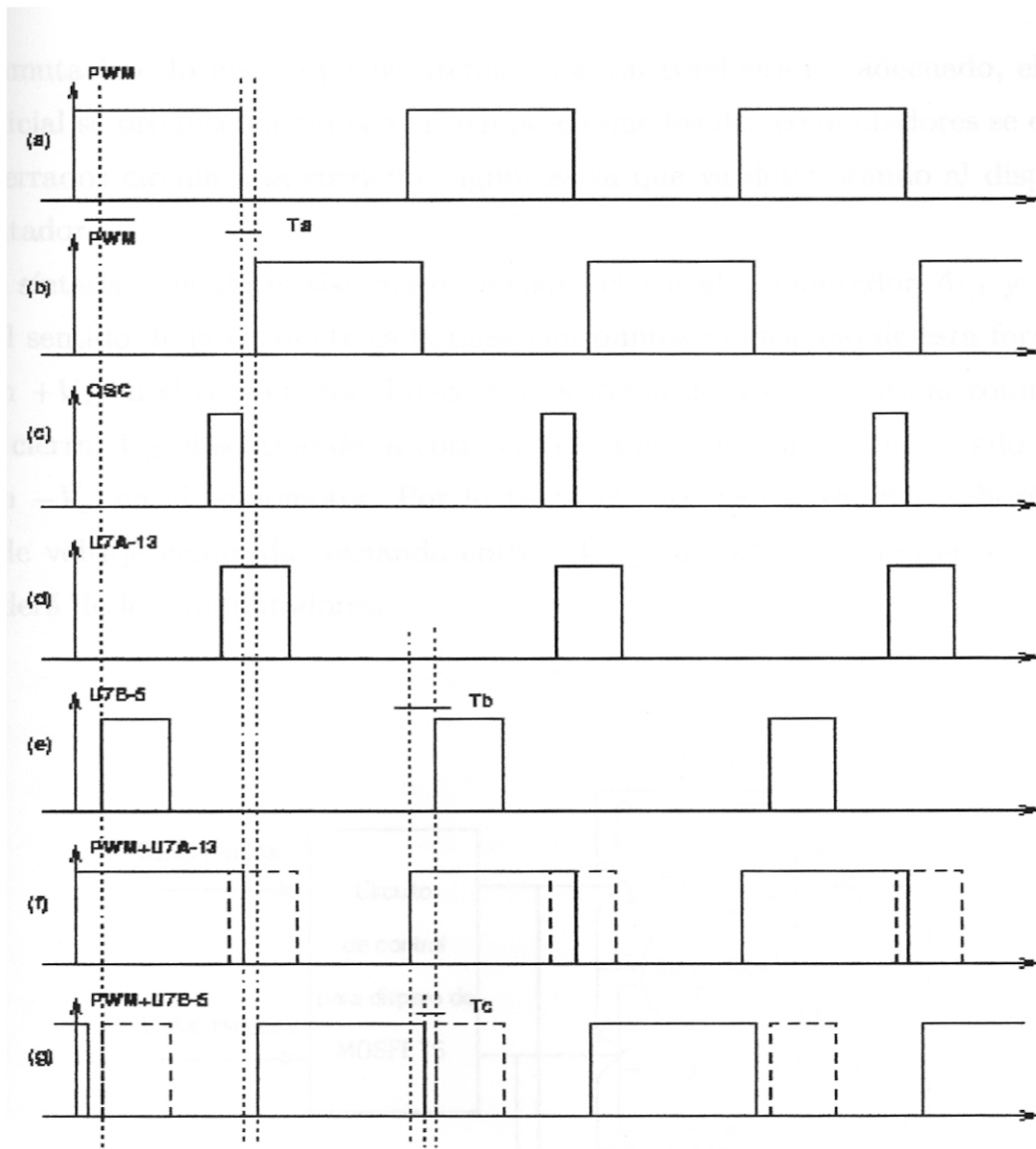


Figura 4.5: Diagrama de tiempo del circuito generador de PWM.

El Amplificador de Potencia

En la figura 4.6 se muestra el esquema del funcionamiento del amplificador de potencia conformado por un sistema de disparo y dos pares de conmutadores $A_{1,4}$ y $A_{2,3}$. El objetivo del sistema de disparo es realizar la conmutación de cada par $A_{1,4}$ y $A_{2,3}$, de tal forma que se eviten cortocircuitos durante el tiempo de conmutación de $A_{1,4}$ a $A_{2,3}$. Esto se manifiesta cuando el sistema de disparo es inadecuado, en el caso de una señal $PWMON$ y $PWMOSN$, las cuales controlan compuertas de conmutadores diferentes que deberían estar complementados en todo instante, el tiempo en que estos conmutadores están cerrados simultáneamente, cortocircuitan la fuente, lo que produce respuestas transitorias subamortiguadas durante el tiempo

de conmutación, lo que se puede atenuar con un condensador adecuado, el efecto perjudicial se produce cuando en el tiempo en que los dos conmutadores se encuentran cerrados circula una corriente significativa que va deteriorando al dispositivo conmutador.

En síntesis, cuando el sistema de disparo cierra al conmutador $A_{1,4}$ y se abre $A_{2,3}$, el sentido de la corriente es la línea con puntos induciendo de esta forma una tensión $+V_{cc}$ en el servomotor. Luego si el sistema de disparo abre al conmutador $A_{1,4}$ y cierra $A_{2,3}$ el sentido de la corriente es la línea continua, induciendo así una tensión $-V_{cc}$ en el servomotor. Por lo tanto el servomotor ve en sus bornes una onda de voltaje cuadrada, variando entre $\pm V_{cc}$ y la corriente que puede absorber dependerá de los conmutadores.

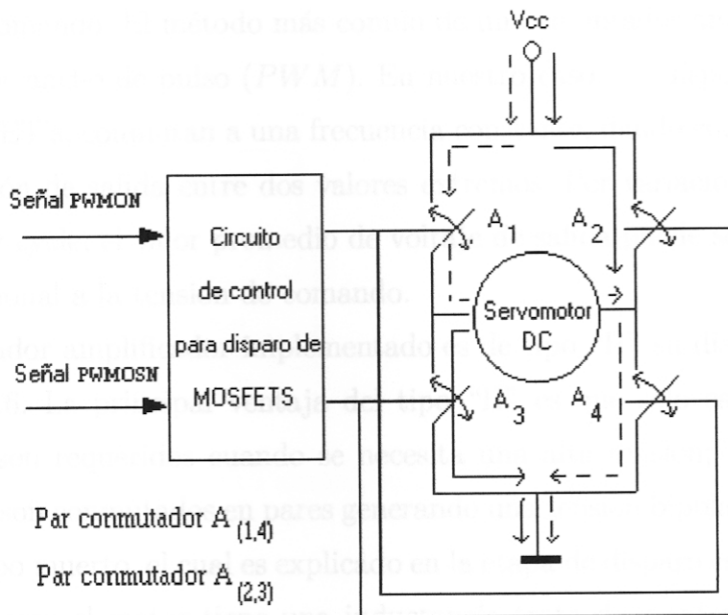


Figura 4.6: Esquema del circuito de disparo y conmutación.

Se ha previsto la modificación de la lógica de disparo mediante la construcción de un circuito en base en compuertas lógicas de tecnología TTL (Transistor Transistor Logic) conformado por integrados 7404, 7486, 7408 y dos resistencias de 500Ω . Este circuito gobierna los disparos de los MOSFET's de manera que las señales *PWM* que ingresan al circuito amplificador de potencia que tengan igual amplitud estarán siempre en nivel bajo (OFF), tal como se muestra en la tabla 4.1.

Tabla 4.1: Conmutación de los MOSFET's.

<i>PWMON</i>	<i>PWMOSN</i>	A_1	A_2	A_3	A_4
0	0	OFF	OFF	OFF	OFF
0	1	ON	OFF	ON	OFF
1	0	OFF	ON	OFF	ON
1	1	OFF	OFF	OFF	OFF

Implementación del Amplificador de Potencia

Un circuito conmutador puede ser construido de varias formas, una cambiando la frecuencia de conmutación o el duty cycle y otras cambiando ambas. El efecto buscado en un método u otro es que el promedio de voltaje de salida sea proporcional a la tensión de comando. El método más común de un conmutador amplificador es la modulación por ancho de pulso (*PWM*). En nuestro caso, los dispositivos conmutadores MOSFET's, conmutan a una frecuencia constante, dando como resultado la variación tensión de salida entre dos valores extremos. Por variación del ancho de pulso o el duty cycle, el valor promedio de voltaje de salida puede ser cambiado en forma proporcional a la tensión de comando.

El conmutador amplificador implementado es de tipo "H" su diagrama es visto en la figura 4.6. La principal ventaja del tipo "H" es que solo es necesario una sola fuente y son requeridos cuando se necesita una alta tensión; los dispositivos conmutadores son conmutados en pares generando una tensión bipolar a la salida. El efecto de tiempo muerto, el cual es explicado en la etapa de disparo es dejar al motor en el "aire", como el motor tiene una inductancia trata de mantener la corriente aumentando la tensión. Por consiguiente, hay que tener cuidado en la elección de la duración del tiempo muerto, minimizando su efecto, siendo el típico entre 1 y 3 mseg. El amplificador tipo "H" es implementado con dispositivos conmutadores MOSFET's IRFZ34 a una corriente de 30A y una fuente de 24 voltios a 8A; para disparar los MOSFET's es necesario una circuitería adicional para que genere la tensión de disparo en cada conmutador.

En la figura 4.7 se muestra el circuito de disparo de Q_{14} consiste de dos transistores Q_1 y Q_3 los cuales forman un amplificador que trabaja en clase B, este amplificador es manejado por un circuito buffer de colector abierto que dependiendo del fin de Q_3 absorba las corrientes de fuga de Q_{14} . El circuito de disparo de Q_5 también es un amplificador que trabaja en clase B el cual esta formado por los transistores Q_2 y Q_4 ; Q_4 sirve para absorber las corrientes de fuga de Q_5 . El circuito de

digital que puede ser fácilmente interpretada por el controlador de movimiento del sistema.

- Un sensor de luz, usualmente es un fototransistor o un fotodiodo.
- Un conformador de pulsos que convierte la señal sinusoidal proveniente de la salida del fotodetector en señal de onda cuadrada.

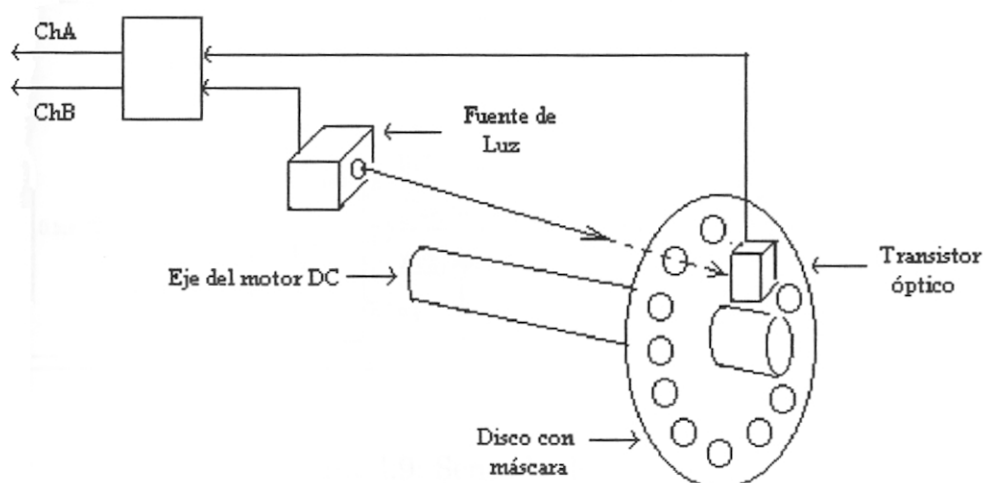


Figura 4.8: Estructura del codificador óptico rotatorio.

El codificador usado en esta implementación, como la mayoría de los casos, incluye dos pistas de marcas o ranuras en cuadratura (canales A y B), cada una asociada a una fuente de luz y un fotodetector independientes. Los canales A y B producen dos ondas cuadradas desfasadas en 90 grados entre sí que se utilizan para determinar la dirección del movimiento. Por ejemplo si el canal B adelanta al canal A, el eje estará girando en el sentido antihorario y viceversa. Si no se utiliza una detección de cuadratura, la vibración puede causar el envío de pulsos con error al contador. El codificador usado tiene una resolución de 100 ppr (pulsos por revolución).

La figura 4.9 muestra al sistema de posición que conforman el decodificador de cuadratura es el CI LS7083, que activará la cuenta ascendente o descendente del contador UP/DOWN de 16 bits, dependiendo del sentido de giro del servomotor, captado por el desfase entre los trenes de pulsos de los canales A y B. El contador de configuración en cascada UP/DOWN los conforman cuatro CI 74HC193; dos de ellos entregan un grupo de 8 bits de datos (bus A) a la tarjeta LABPC+; en forma similar el otro grupo de igual bits conforman el (bus B). $X_4/\overline{X_1}$ son las entradas

de resolución de multiplicación. Las salidas digitales PA y PB de 8 bits del bloque contador son datos a procesar por la tarjeta LABPC+.

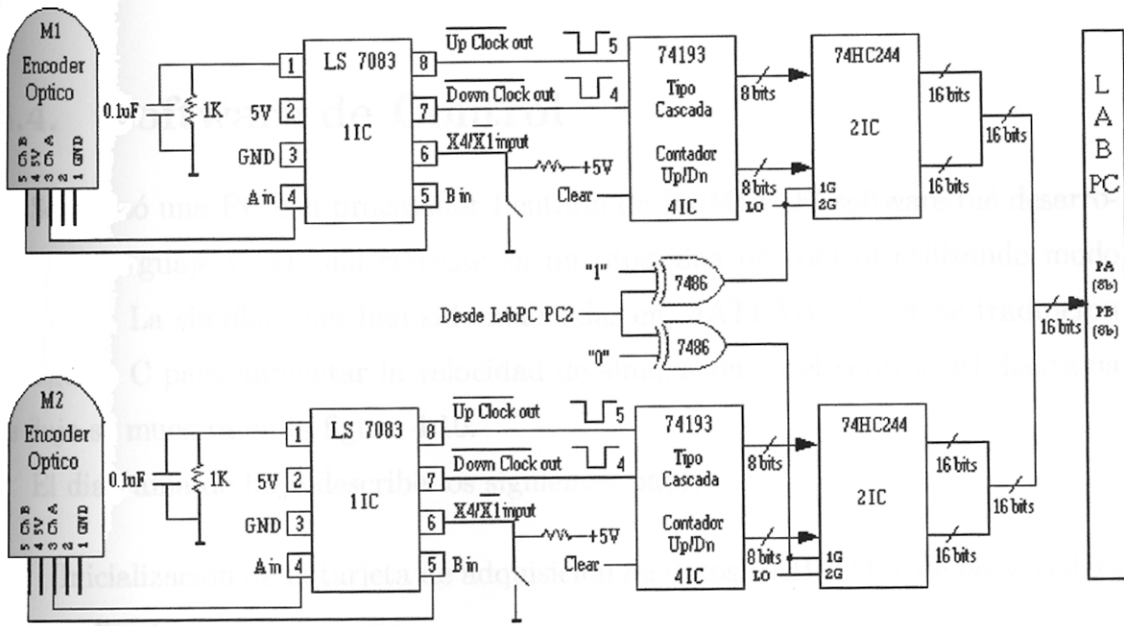


Figura 4.9: Sensado de posición.

4.3. Interfaz LABPC+

La tarjeta de adquisición de datos LABPC+ que se muestra en la figura 4.1, es la interfaz empleada para el envío de la señal de control y para la adquisición de datos con el amplificador y los sensores se realiza en la forma siguiente:

1. Dos salidas análogas (DAC0 y DAC1), estas señales de control envían por los terminales de los CI LM3524 (generador *PWM*) con una resolución de 12 bits para generar la señal analógica.
2. Dos puertos digitales de entrada (PA y PB) de 8 bits cada uno. Estos puertos reciben los datos provenientes del contador UP/DOWN.
3. El terminal OUTB0 que se utiliza como salida de una señal de reloj para el funcionamiento del sistema de control.
4. El terminal PC0 (bit 0 del puerto C) que se utiliza como entrada de la señal de reloj proveniente del OUTB0.

Simulaciones

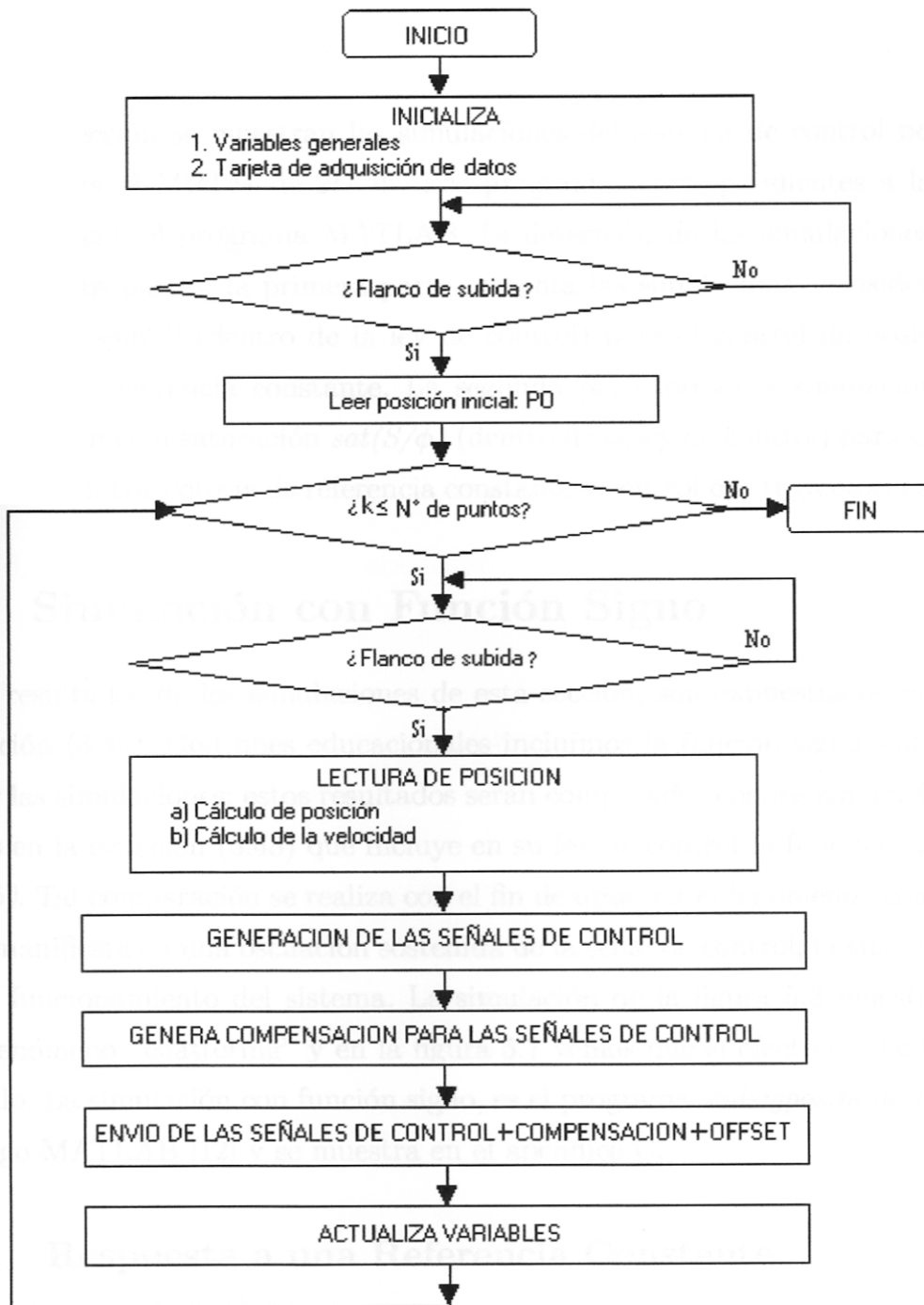


Figura 4.10: Diagrama de flujo del algoritmo de control.

Capítulo 5

Simulaciones

En esta sección se muestran las simulaciones del sistema de control por modo deslizante para el MRTM de 2DOF. Los programas correspondientes a las simulaciones emplean el programa MATLAB. El desarrollo de las simulaciones se han dividido en dos partes: la primera parte presenta las simulaciones considerando la función signo $sgn(S)$ (dentro de la ley de control) para el control de posición con trayectoria de referencia constante. La segunda parte presenta simulaciones considerando la función saturación $sat(S/\phi)$ (dentro de la ley de control) para el control de posición con trayectoria de referencia constante y control por trayectoria senoidal.

5.1. Simulación con Función Signo

Los resultados de las simulaciones de esta sección, son expuestas de acuerdo a la ecuación (3.46). Con fines educacionales incluimos la función signo $sgn(S)$ para realizar las simulaciones; estos resultados serán comparados con las simulaciones expuestas en la ecuación (3.48) que incluye en su ley de control la función saturación $sat(S/\phi)$. Tal comparación se realiza con el fin de observar el fenómeno “chattering” que se manifiesta en una oscilación sostenida de la señal de control, la cuál es dañina para el funcionamiento del sistema. La simulación de la figura 5.3 muestra el llamado fenómeno “chattering” y en la figura 5.7 vemos que el efecto oscilante queda atenuado. La simulación con función signo, es el programa *slidsigpos.m* desarrollado en código MATLAB [12] y se muestra en el apéndice C.

5.1.1. Respuesta a una Referencia Constante

Consideramos una trayectoria constante con las condiciones iniciales de $x_1 = 0\text{m}$ para el carro y $x_2 = 0\text{rad}$ para la posición angular del manipulador. Las trayectorias deseadas para el carro y para el brazo son $x_{d1} = 0,1\text{m}$ y $x_{d2} = \pi/4\text{rad}$ respectivamente. Los parámetros de sintonía para la selección del control para alcanzar la superficie deslizante son $c_1 = 9,8$, $c_2 = 15$, $ep_1 = 0,1$ y $ep_2 = 0,01$. El tiempo de simulación utilizado es de 10 seg.

La figura 5.1 muestra las salidas controladas para la posición del carro y posición angular brazo, luego de un tiempo de 0.4 seg y 0.5 seg respectivamente, siguen a la trayectoria deseada. Las salidas controladas son sensibles a los parámetros c_1 y c_2 .

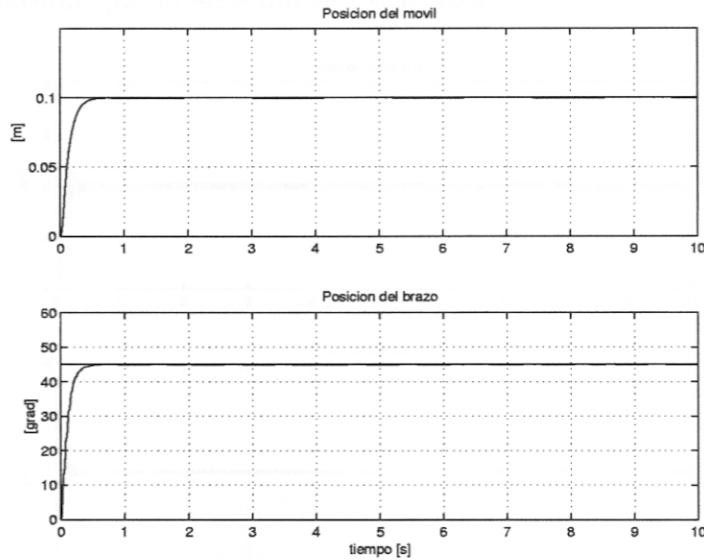


Figura 5.1: Salidas controladas para la posición del carro y posición angular del brazo.

La figura 5.2 muestra la respuesta del sistema para la velocidad del carro y velocidad angular del brazo, la velocidad cae a cero a medida que el sistema se estabiliza en un tiempo de aproximadamente 0.4 seg. Las velocidades presentan amplitudes iniciales con un pico abrupto debido a las no linealidades de la planta, que posteriormente es atenuada a medida que el sistema se controla.

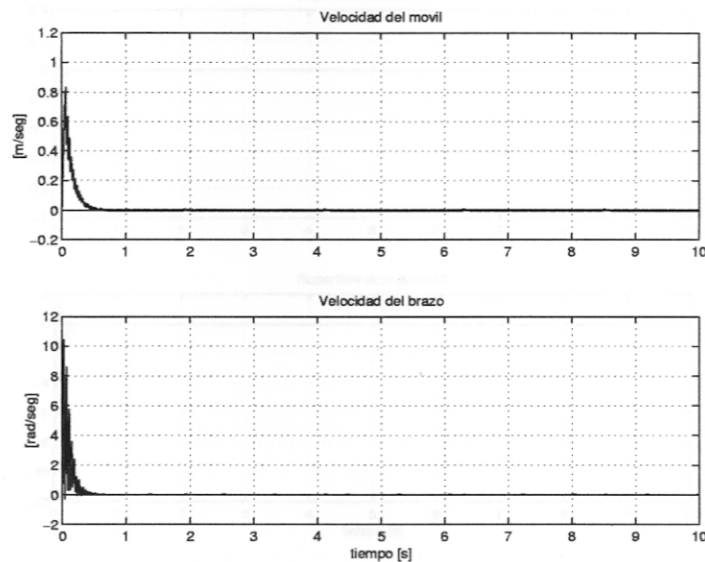


Figura 5.2: Salidas de velocidad para el carro y velocidad del brazo.

La figura 5.3 muestra la ley de control que presenta un esfuerzo en la ley de control. La ley de control es susceptible al incremento de los parámetros c_1 y c_2 . Se observa que el brazo manipulador presenta una oscilación autosostenida que va disminuyendo a medida que el sistema se estabiliza.

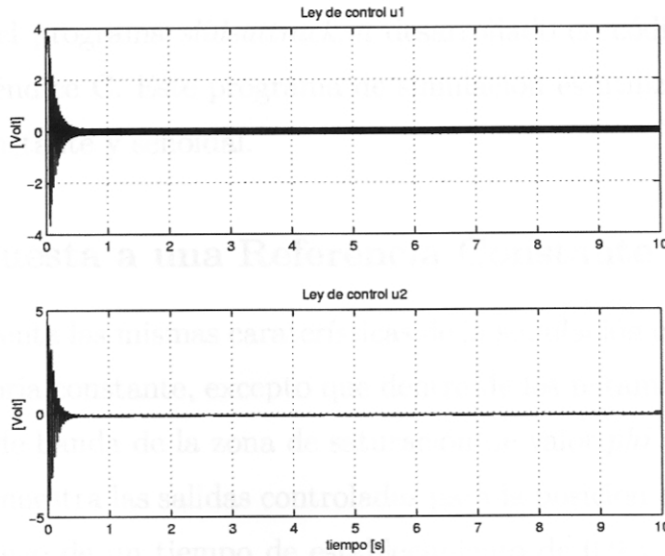


Figura 5.3: Señales de control para el motor 1 y para el motor 2.

La figura 5.4 muestra las superficies deslizantes S_1 y S_2 , vemos que la trayectoria alcanza la superficie deslizante en aproximadamente 0.5 seg y 0.9 seg respectivamente. Esta gráfica representa el tiempo en que demora el sistema de control en alcanzar la superficie deslizante.

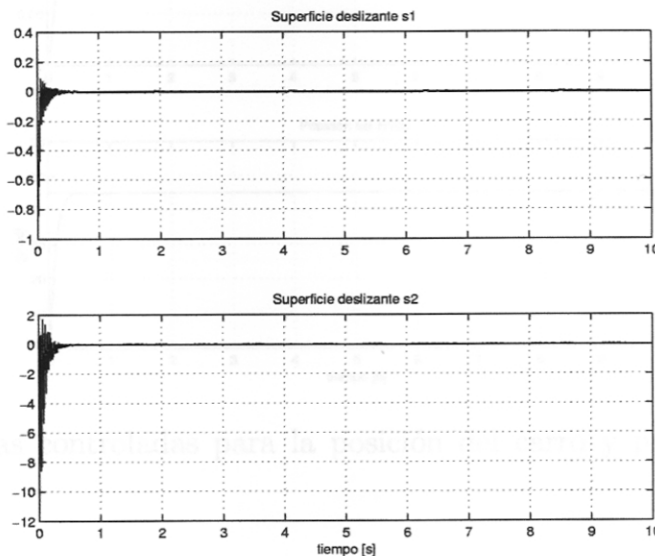


Figura 5.4: Superficies deslizantes S_1 y S_2 .

5.2. Simulación con Función Saturación

La ecuación (3.48) es utilizada para la simulación del control, en ella la ley de control ha sido modificada para evitar el fenómeno “chattering” reemplazando la función $sgn(S)$ por la función $sat(S/\phi)$. La simulación con función saturación es desarrollado por el programa *slidsattract.m* desarrollado en código MATLAB y se muestra en el apéndice C. Este programa de simulación es utilizado para los casos de trayectoria constante y senoidal.

5.2.1. Respuesta a una Referencia Constante

Este caso presenta las mismas características de la simulación con la función signo para una trayectoria constante, excepto que dentro de los parámetros de sintonía se incluye el ancho de banda de la zona de saturación de valor $\phi = 0,1$.

La figura 5.5 muestra las salidas controladas para la posición del carro y posición angular brazo, luego de un tiempo de establecimiento de 0.9 y 0.5 seg respectivamente. Se observa que en la posición del carro converge rápido, es debido a que ha seleccionado de manera conveniente los parámetros de sintonía. No existe existe sobrepaso máximo que es coveniente para el sistema controlado.

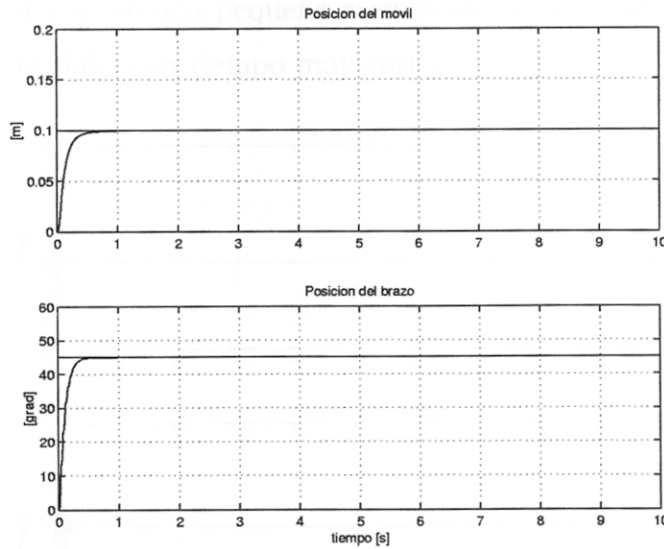


Figura 5.5: Salidas controladas para la posición del carro y posición angular del brazo.

La figura 5.6 muestra la respuesta del sistema para la velocidad del carro y velocidad angular del brazo, en ambos casos la velocidad decae al valor cero en un tiempo de aproximadamente 0.5 seg. También las velocidades presentan amplitudes

iniciales con un pico abrupto que luego es atenuada a medida que el sistema se controla.

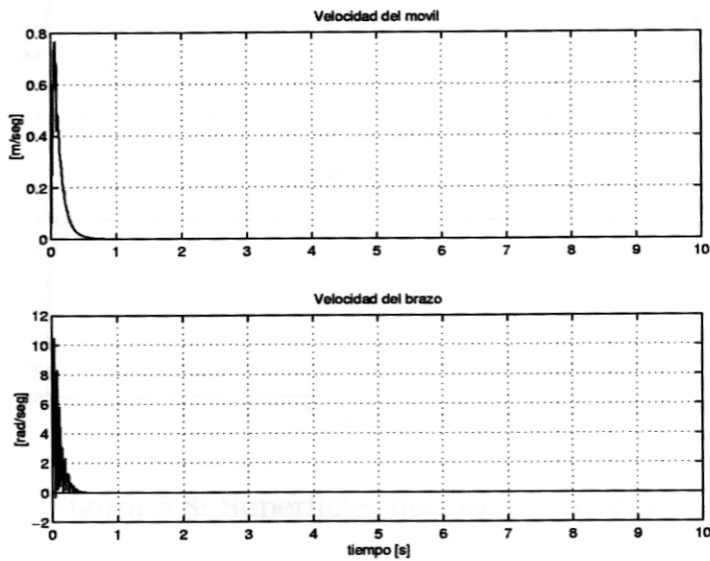


Figura 5.6: Salidas de velocidad para el carro y velocidad para el brazo.

La figura 5.7 muestra en la parte superior la ley de control para el carro, en donde hay un esfuerzo menor contrario a lo que se observó en la figura 5.3 eliminando el fenómeno "chattering". En la parte inferior de la figura 5.7, la ley de control para el brazo manipulador se ve una pequeña atenuación respecto de la 5.3 es debido a que el sistema se estabiliza en tiempo muy corto.

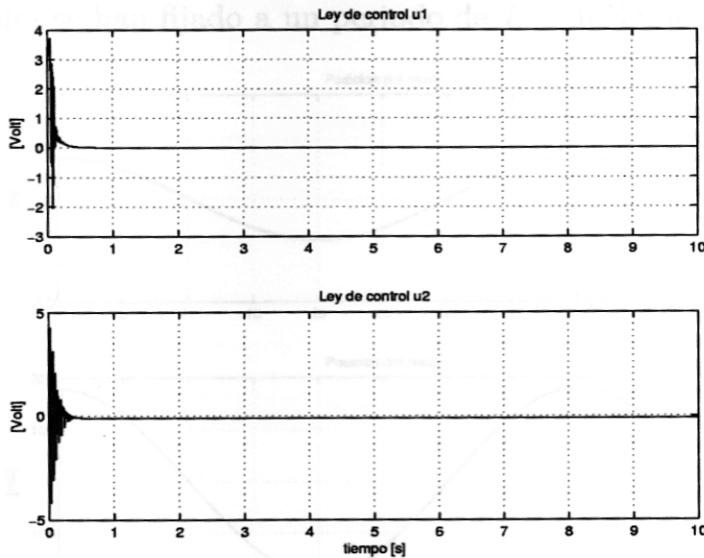


Figura 5.7: Señales de control para el motor 1 y para el motor 2.

La figura 5.8 muestra las superficies deslizantes S_1 y S_2 . La trayectoria alcanza la superficie deslizante en aproximadamente 0.8 seg y 0.7 seg respectivamente.

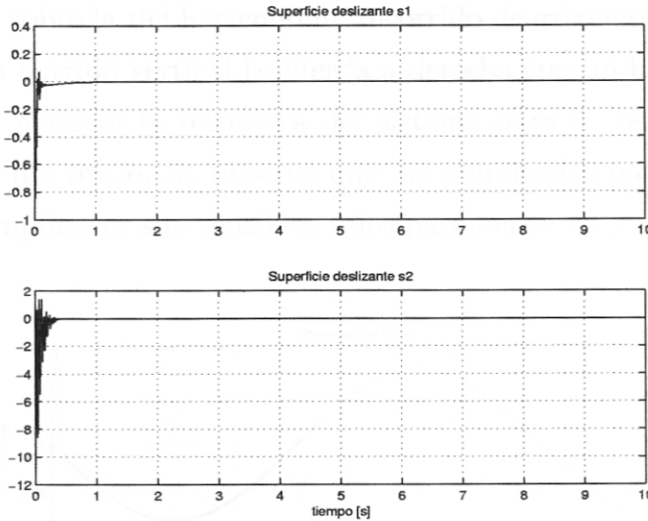


Figura 5.8: Superficies deslizantes S_1 y S_2 .

5.2.2. Respuesta a una Trayectoria Senoidal

Primer Caso

Consideramos una trayectoria senoidal con las condiciones iniciales iguales a los casos de trayectoria constante. La trayectoria deseada para el carro y la trayectoria deseada para el brazo son $x_{d1} = 0,2\cos(2\pi kT/40)\text{m}$ y $x_{d2} = \pi\cos(2\pi kT/40)\text{rad}$ respectivamente.

La figura 5.9 muestra la salida controlada realizando un seguimiento a la señal deseada. Las señales se han fijado a un periodo de $T = 40\text{Hz}$ de ciclo senoidal.

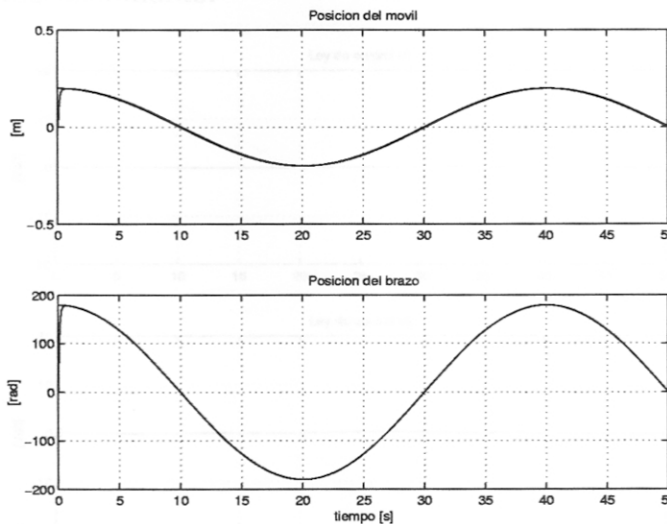


Figura 5.9: Trayectoria controlada para en carro y el brazo.

Las amplitudes de las señales senoidales indican el movimiento carro con un

barrido horizontal sobre la riel haciendo un recorrido de extremo a extremo de 0.4m y para el brazo un barrido vertical izquierda a derecha con un barrido de π rad.

La figura 5.10 muestra la respuesta del sistema para la velocidad del carro y velocidad angular del brazo. Se observa que las amplitudes para la velocidad son pequeñas, estas amplitudes son sensibles a los parámetros c_1 y c_2 que sintonizan al controlador.

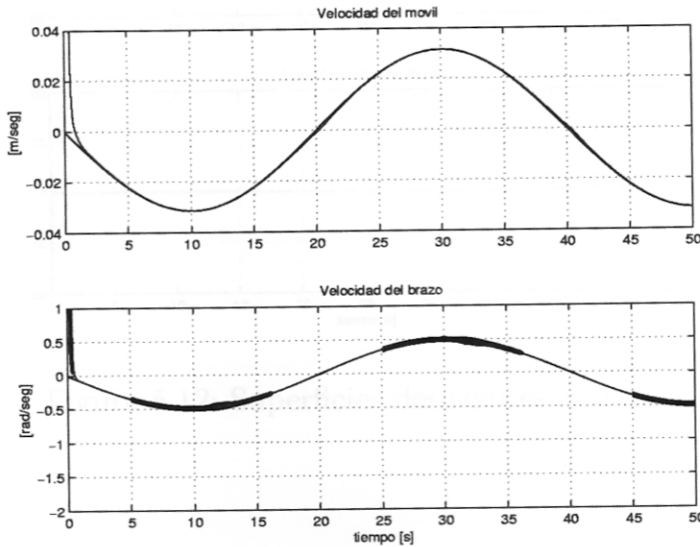


Figura 5.10: Curva de la velocidad para en carro y velocidad del brazo.

La figura 5.11 muestra la ley de control del sistema. La oscilación autosostenida de la ley de control es abrupta en un instante de tiempo corto. Observamos que el “chattering” ha sido disminuido.

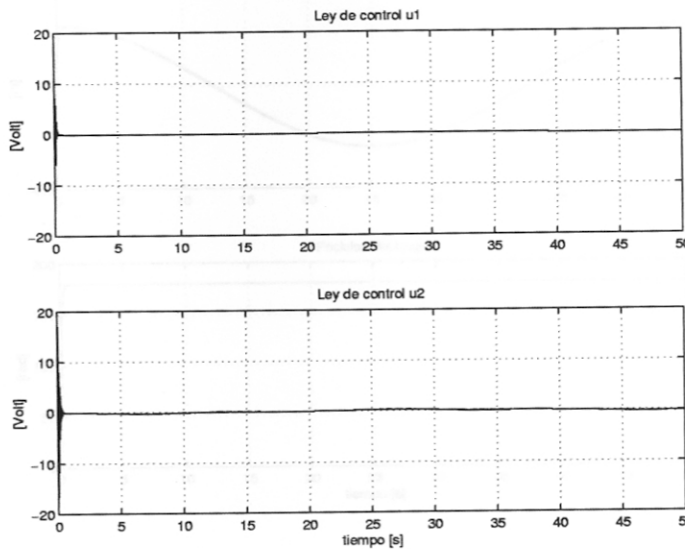


Figura 5.11: Señales de control para el carro y para el brazo.

La figura 5.12 muestra las superficies deslizantes S_1 y S_2 , en donde los estados deseados del sistema se adaptan a la superficie en un tiempo muy breve.

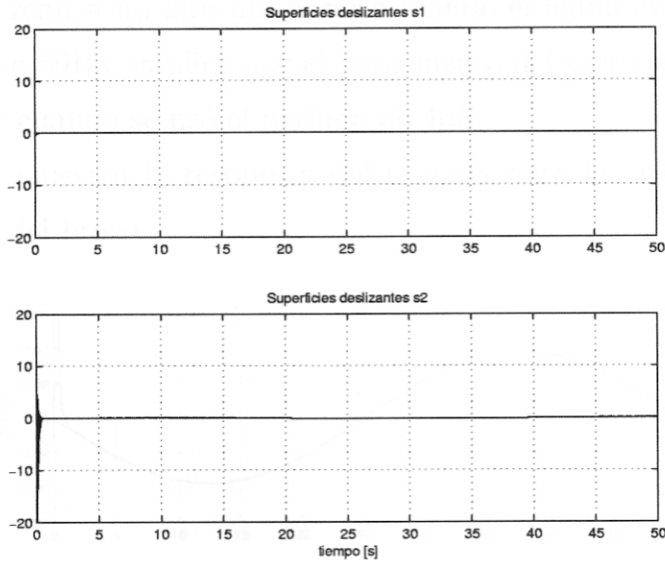


Figura 5.12: Superficies deslizantes S_1 y S_2 .

Segundo Caso

Consideremos una trayectoria senoidal con las condiciones iniciales iguales a los casos de trayectoria constante. La trayectoria deseada para el carro es de $x_{d1} = 0,3\cos(2\pi kT/50)\text{m}$ y la trayectoria deseada para el brazo es $x_{d2} = \pi\text{rad}$.

La figura 5.13 muestra la salida controlada realizando un seguimiento a la señal deseada. La señal para el carro se ha fijado a un periodo de $T = 50\text{Hz}$ de ciclo

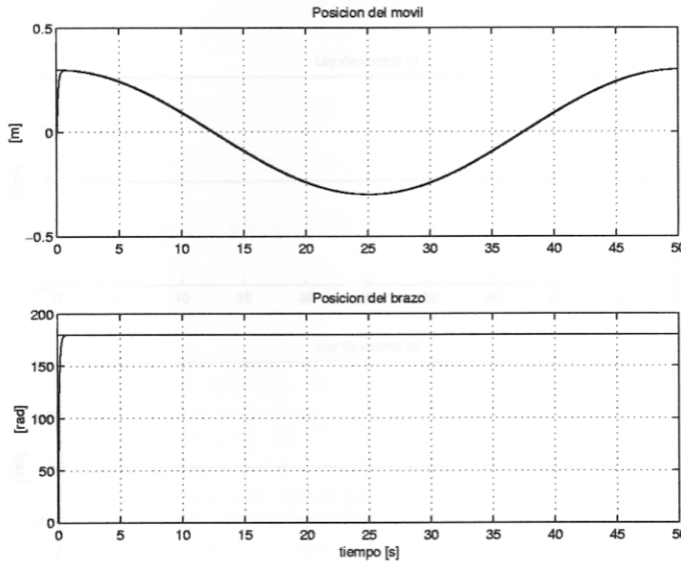


Figura 5.13: Trayectoria controlada para en carro y el brazo.

senoidal, mientras que la señal deseada para el brazo es constante de valor πrad .

La amplitud de la señal senoidal del carro indica el movimiento con un barrido horizontal sobre la riel haciendo un recorrido de extremo a extremo de 0.6m, mientras que para el brazo realiza un giro antihorario fijando el ángulo es π rad. Como se ha variado el periodo a 50Hz, implica que el movimiento del carro será más rápido que en el caso anterior cuando se usó el periodo de 40Hz.

La figura 5.14 muestra la respuesta del sistema para la velocidad del carro y velocidad angular del brazo.

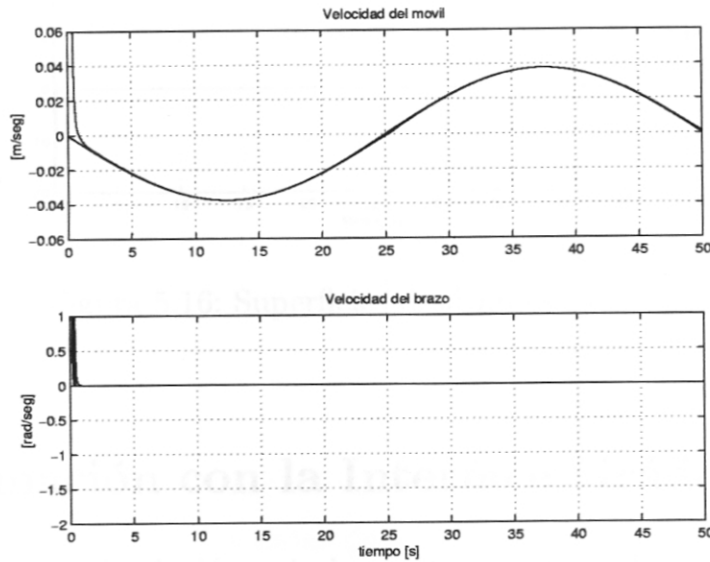


Figura 5.14: Curva de la velocidad para en carro y el brazo.

La figura 5.15 muestra la ley de control del sistema con características similares al primer caso.

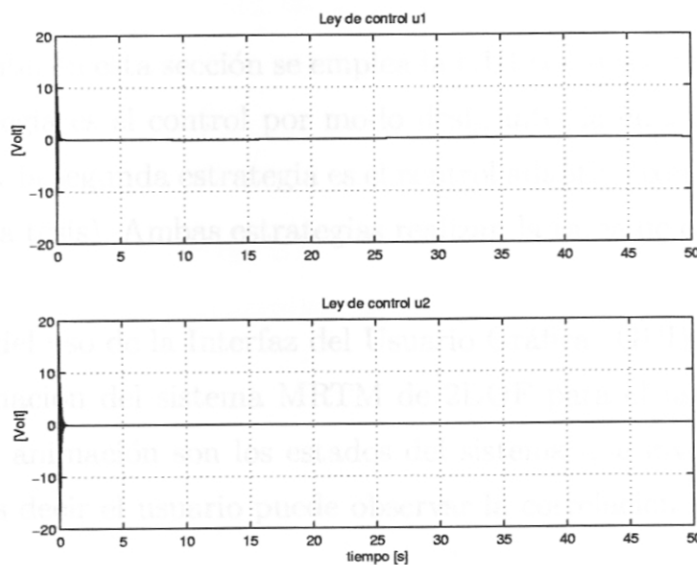


Figura 5.15: Señales de control para el carro y para el brazo.

La figura 5.16 muestra las superficies deslizantes S_1 y S_2 .

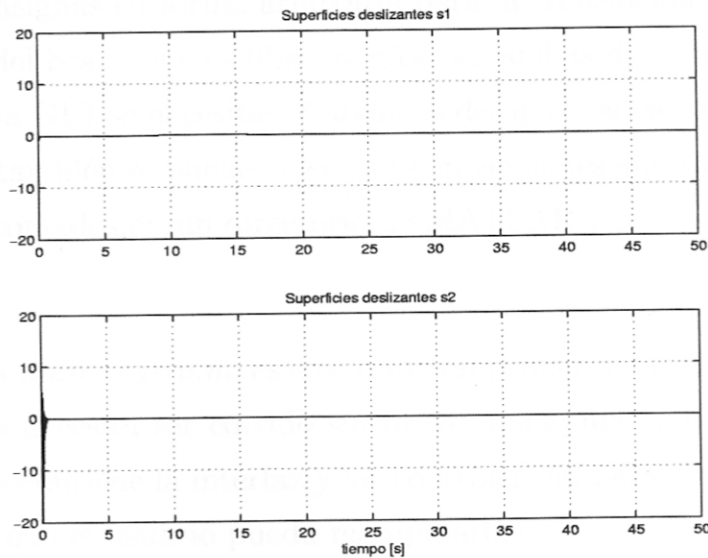


Figura 5.16: Superficies deslizantes S_1 y S_2 .

5.3. Animación con la Interface Gráfica GUI

Los programas de simulación anteriormente expuestos, han servido para llevar a cabo los cálculos requeridos y producir el ploteo para trayectorias constantes y senoidales. En esta sección se presenta el diseño de la interfaz gráfica para el usuario (GUI: Graphic User Interface), la misma que combina todas las estrategias desarrolladas en esta sección y permite visualizar tales resultados en un panel de control.

Específicamente, en esta sección se emplea la GUI con dos estrategias de control; la primera estrategia es el control por modo deslizante, la cual corresponde a este trabajo de tesis, y la segunda estrategia es el control adaptivo con modelo referencial (empleado en otra tesis). Ambas estrategias realizan la tarea de controlar al MRTM de 2DOF.

El propósito del uso de la Interfaz del Usuario Gráfica (GUI) [17], es una ayuda visual de la animación del sistema MRTM de 2DOF para el usuario. Los gráficos generados por la animación son los estados del sistema que involucran la posición y la velocidad, es decir el usuario puede observar la correlación entre el ploteo y el sistema físico.

El método del diseño de la interfaz gráfica permite sintonizar los parámetros desde el panel visual y modificarlos en la medida que el controlador lo requiera. En

el panel visual de control es posible modificar las condiciones iniciales del sistema y direccionar las consignas en forma arbitraria para la translación del carro y para la posición angular del brazo que es libre de girar en ambas direcciones.

Para ejecutar la GUI se necesitan 3 archivos desarrollados en MATLAB 6.5 (los productos finales también se pueden ejecutar con versiones anteriores de MATLAB). Los archivos son copiados en un directorio de MATLAB y se ejecutan de acuerdo al siguiente orden:

- El programa *anim_carro.m*, es ejecutado en primer lugar, ninguno de los otros dos archivos necesita ser corrido sin previo inicio del panel visual de control. El programa contiene la interfaz y los controles para el sistema, siendo de gran ayuda para que el usuario pueda manipularlos.
- El programa *update_AnimObjects.m* contiene la GUI de llamada de función para animar objetos. El programa utiliza las propiedades gráficas de los objetos.
- *sliding_ctrl.m* - contiene el archivo de simulación para el sistema no lineal. El programa direcciona las datas de los parámetros de sintonía, variables de estado y la ley de control que serán evaluadas por *anim_carro.m* para generar el movimiento del manipulador robótico.

Uso del Panel de Control

El panel de control se muestra en la figura 5.17. Como se puede observar, el diseño de la interfaz es de fácil uso y accesible para realizar modificaciones desde la ventana principal del computador.

Los pasos a seguir para el empleo de esta interfaz gráfica son:

1. En la ventana de trabajo de MATLAB emplear el comando *path* para ubicar la carpeta que contiene los archivos de animación. Luego, digitar el nombre del programa *anima_carro*. El programa presenta el panel de control del sistema, tal como se muestra en la figura 5.17.
2. En la parte superior izquierda de dicha figura se encuentran las condiciones iniciales de la posición del carro (x) y de la posición del ángulo del brazo (*angulo*). Las condiciones iniciales pueden ser cambiadas a voluntad externamente por el usuario.

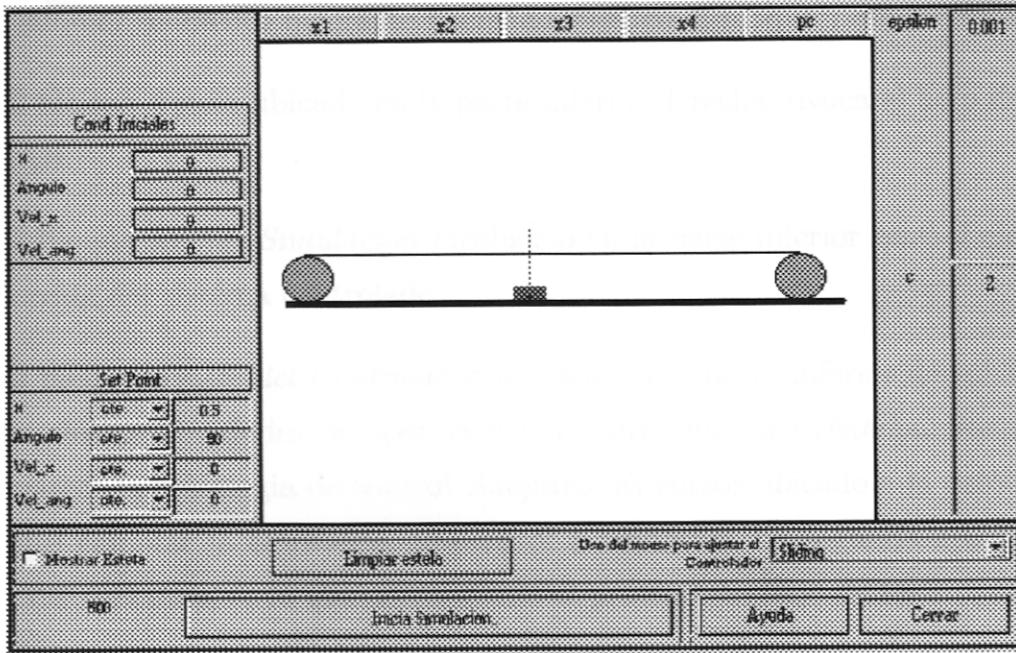


Figura 5.17: Panel de salida de la animación del MRTM de 2DOF.

3. En la parte inferior izquierda de la figura 5.17, se encuentra ubicado el *set point*, para especificar las trayectorias de referencia constante y arbitrarias de las variables controladas x y *angulo*.
4. En las partes superior e inferior del lado derecho, se ubican los parámetros de sintonización del sistema. Las variables que pueden ser cambiadas a voluntad con fines de sintonización del sistema de control son: *epsilon* y c , las cuales son parte del algoritmo del controlador deslizante que se exponen en este trabajo de tesis.
5. En la parte central está ubicado el esquema del MRTM de 2DOF en color rojo, con las poleas en color verde y fondo negro. En la parte superior de esta ventana se ubican los estados del sistema y los parámetros de sintonización, a saber: la posición del carro x_1 , la posición angular del brazo x_2 , la velocidad del carro x_3 , la velocidad angular del brazo x_4 y pc (empleado para los parámetros de sintonización *epsilon* y c). Todas las variables de estado y parámetros de sintonización son graficadas por el programa.
6. En el extremo inferior izquierdo se ubica el bloque *Iniciar Estela* empleado para visualizar un barrido del sistema de control en movimiento. Este barrido se activa haciendo un check con el mouse en el check box que se encuentra al lado izquierdo del bloque *Iniciar Estela*. Este movimiento puede desactivarse en

cualquier momento mediante haciendo click en el bloque *Limpiar Estela*.

7. El bloque *Ayuda* ubicado en la parte inferior derecha invoca al help de MATLAB.
8. El bloque *Iniciar Simulacion* localizado en la parte inferior central ejecuta la corrida del sistema controlado.
9. El bloque *Ajuste del Controlador* ubicado en la parte inferior derecha, muestra dos posibilidades de operación del controlador del sistema. Por defecto, aparece la estrategia de control *Adaptivo*. El cursor ubicado a la derecha permite cambiar la estrategia de control a voluntad. La segunda estrategia de control *Sliding*, es la que corresponde al presente trabajo de tesis.
10. El bloque *Cerrar* localizado en la parte inferior derecha permite cerrar el panel de control descrito.

Todos los programas empleados para animar los sistemas de control diseñados se encuentran en el CD-ROM adjunto a este trabajo de tesis.

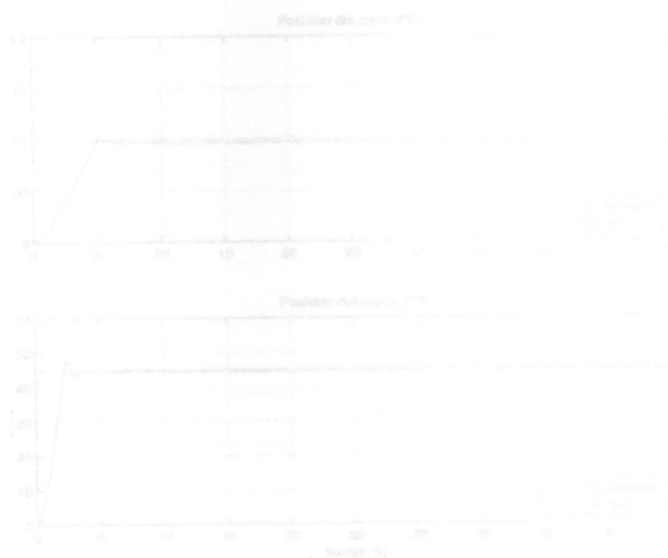


Fig. 6.1: Control de posición para el carro y el brazo

Capítulo 6

Resultados Experimentales

Los resultados experimentales para el sistema MRTM de 2DOF, son mostrados en las figuras 6.1 - 6.9 y cuyos programas se detallan en el apéndice D. Los parámetros de sintonía para la selección del control c_1 , c_2 , ep_1 , ep_2 y phi , han sido fijados en el experimento con los valores: 98, 150, 0.1, 0.01 y 0.1 respectivamente. El desarrollo de las simulaciones se estructuran en tres experimentos:

6.1. Experimento 1

Las condiciones iniciales son $x_1 = 0\text{m}$ para el carro y $x_2 = 0\text{rad}$ para la posición angular del brazo, estas condiciones serán utilizadas para los demás experimentos. Las trayectorias constantes deseadas para el carro y para el brazo son $x_{d1} = 0,1\text{m}$ y $x_{d2} = \pi/4\text{rad}$ respectivamente. El tiempo utilizado en la prueba es de 50 seg.

La figura 6.1 muestra las salidas controladas para la posición del carro y posición angular brazo, luego de un tiempo de 4.5 seg y 2.5 seg respectivamente. Se observa que en la posición del carro y posición del brazo no existe sobrepaso, debido al incremento de los parámetros de sintonía c_1 y c_2 que se realizó en la experiencia en tiempo real.

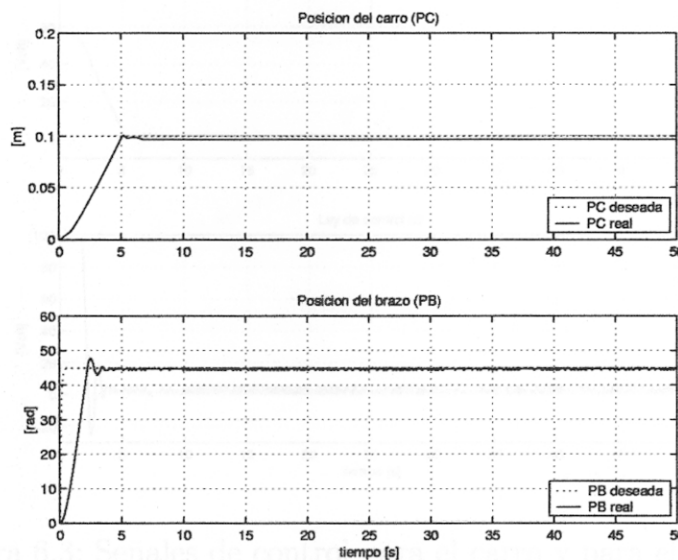


Figura 6.1: Control de posición para en carro y el brazo.

La figura 6.2 muestra la respuesta del sistema para la velocidad del carro y velocidad angular del brazo, en ambos casos la velocidad decae al valor cero en un tiempo breve de 4.5 seg y 2.5 seg respectivamente. La oscilación que esta presente a medida que el sistema se controla se debe a que los motores están ejerciendo fuerza de control a medida que el sistema se estabiliza hasta encontrar la posición deseada.

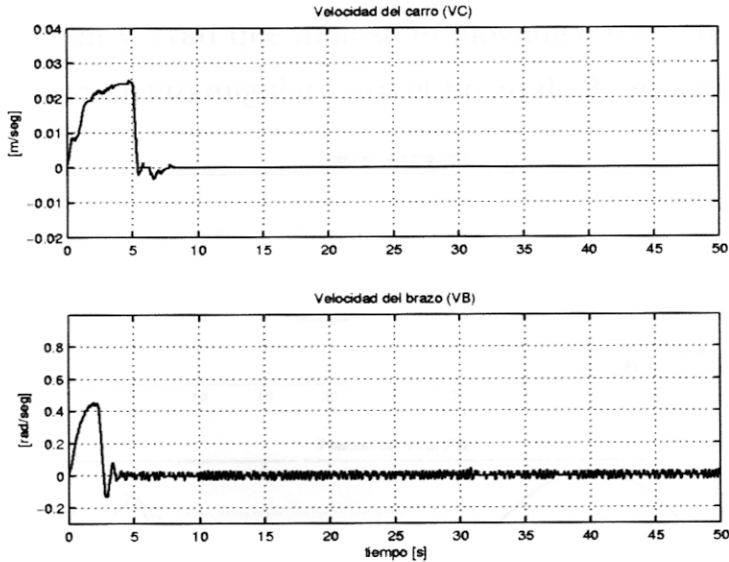


Figura 6.2: Curva de la velocidad para en carro y velocidad del brazo.

La figura 6.3 muestra la ley de control. Esta ley de control se aprecia un presenta una pequeña oscilación autosostenida cuando converge a cero que es propia de la reacción de los motores cuando son energizados.

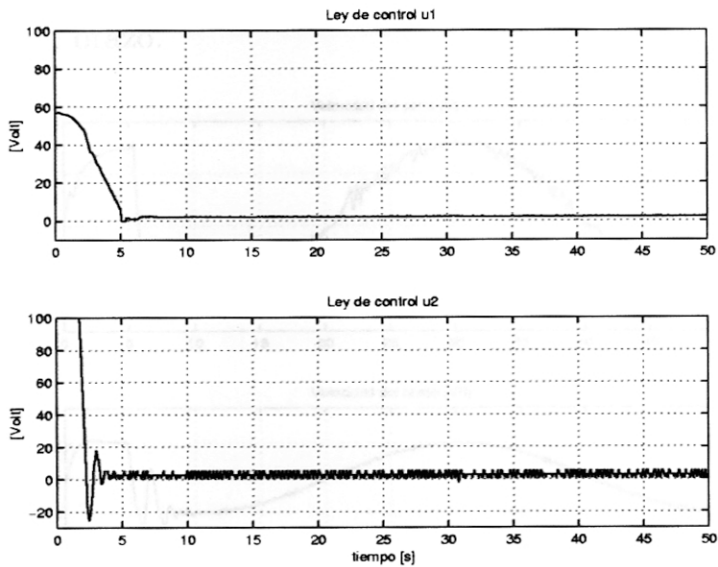


Figura 6.3: Señales de control para el carro y para el brazo.

6.2. Experimento 2

Las trayectorias deseadas senoidales para el carro y para el brazo son $x_{d1} = 0,2\cos(2\pi kT/40)\text{m}$ y $x_{d2} = \pi\cos(2\pi kT/40)\text{rad}$ respectivamente. ($t_{sim}=50$ seg).

La figura 6.4 muestra la salida controlada realizando un seguimiento a la señal deseada. Las señales se han fijado a una frecuencia de $f = 40\text{Hz}$ de ciclo senoidal y con amplitudes de 0.2m y πrad que indican el movimiento de translación del carro en 0.4m y para el movimiento angular para el brazo de 2π en ambos sentidos.

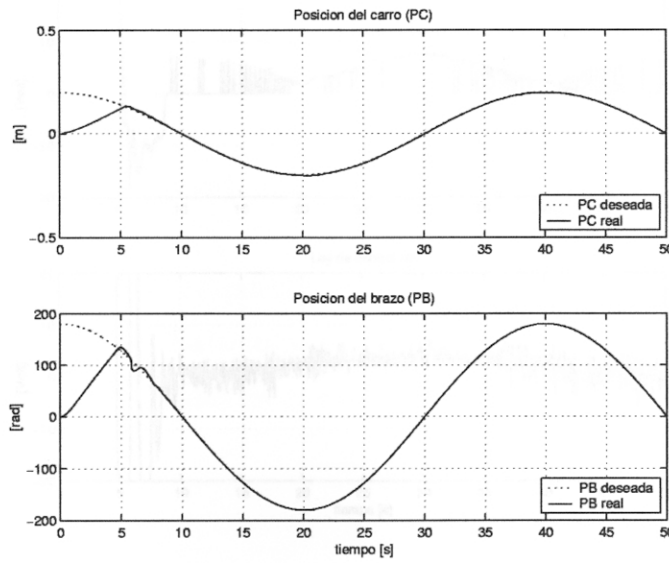


Figura 6.4: Trayectoria controlada para en carro y el brazo.

La figura 6.5 muestra la respuesta del sistema para la velocidad del carro y velocidad angular del brazo.

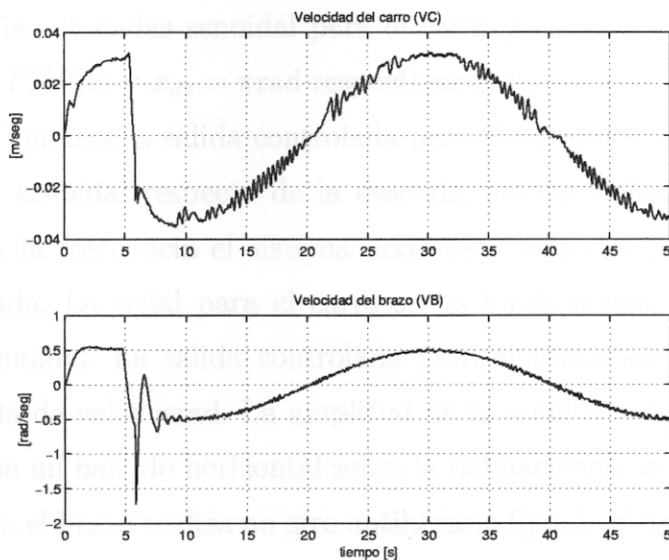


Figura 6.5: Curva de la velocidad para en carro y el brazo.

Se observa que las amplitudes para ambos casos presentan una pequeña oscilación en su recorrido que se debe al torque que producen los servomotores DC.

La figura 6.6 muestra la ley de control del sistema. La oscilación autosostenida de la ley de control es abrupta en un instante de tiempo corto. Se observa el gran esfuerzo que hacen los servomotores para que el sistema sea controlado, es decir los ejes están conmutando en ambos sentidos a una frecuencia de 40Hz haciendo que el sistema sea controlado.

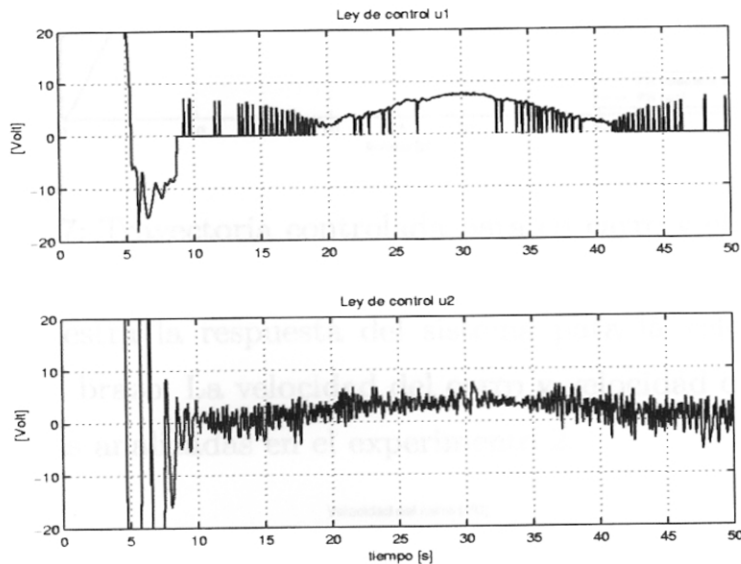


Figura 6.6: Señales de control para el carro y para el brazo.

6.3. Experimento 3

Las trayectorias deseadas senoidal para el carro y constante para el brazo son $x_{d1} = 0,3\cos(2\pi kT/50)m$ y $x_{d2} = \pi rad$ respectivamente.

La figura 6.7 muestra la salida controlada para el carro con un pequeño desfase en la trayectoria senoidal respecto de la deseada, esto es debido a que a medida que aumentamos la frecuencia el sistema necesitará más tiempo para alcanzar la trayectoria deseada. La señal para el carro se ha fijado a una frecuencia de $f = 50Hz$ de ciclo senoidal. La salida controlada para el brazo sigue a la trayectoria constante deseada de valor πrad . La amplitud de la señal senoidal del carro indica el movimiento con un barrido horizontal sobre la riel haciendo un recorrido de 0.6m, mientras que para el brazo realiza un giro antihorario fijando el ángulo es πrad . Como se ha variado la frecuencia a 50Hz, implica que el movimiento del carro será más rápido que en el caso anterior cuando se usó la frecuencia de 40Hz.

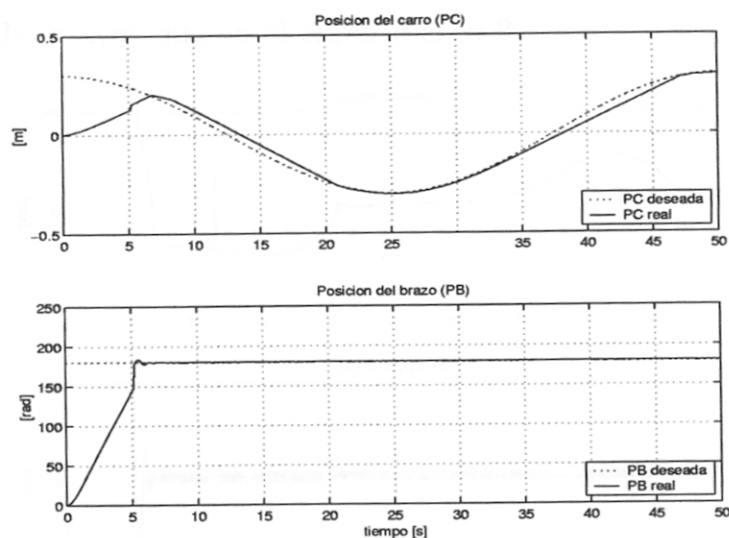


Figura 6.7: Trayectoria controlada para en carro y el brazo.

La figura 6.8 muestra la respuesta del sistema para la velocidad del carro y velocidad angular del brazo. La velocidad del carro y velocidad del brazo presentan características propias analizadas en el experimento 2.

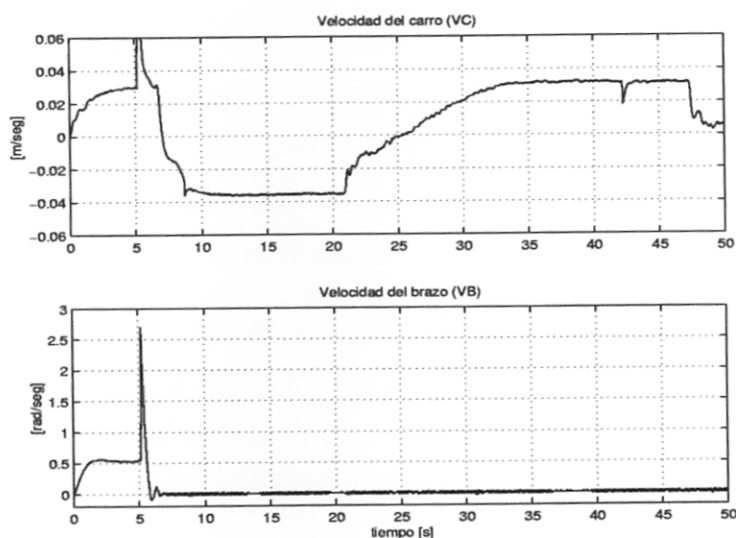


Figura 6.8: Curva de la velocidad para en carro y el brazo.

La figura 6.9 muestra la ley de control del sistema. La oscilación autosostenida de la ley de control es abrupta en un instante de tiempo corto. Se observa el gran esfuerzo que hacen los servomotores para que el sistema sea controlado. Observamos que la ley de control responde de manera óptima a los requerimientos del control, en este caso trayectoria senoidal para el carro y trayectoria constante para el brazo. La conmutación de los ejes de los servomotores se realiza en ambos sentidos a una

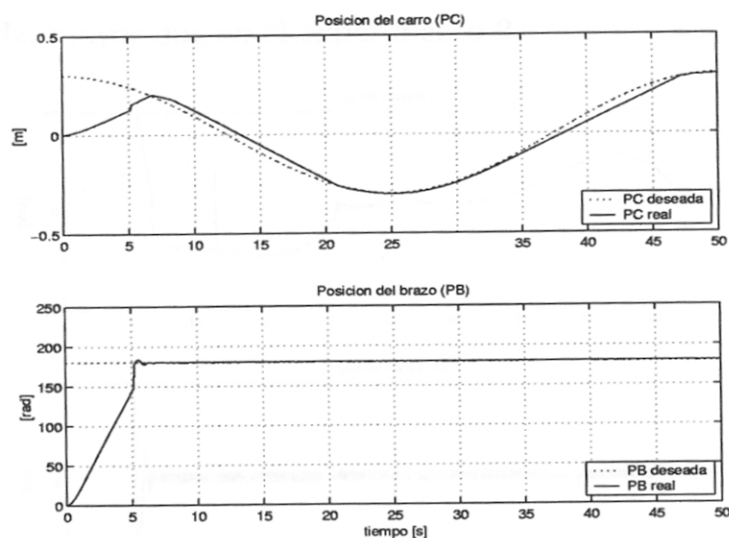


Figura 6.7: Trayectoria controlada para en carro y el brazo.

La figura 6.8 muestra la respuesta del sistema para la velocidad del carro y velocidad angular del brazo. La velocidad del carro y velocidad del brazo presentan características propias analizadas en el experimento 2.

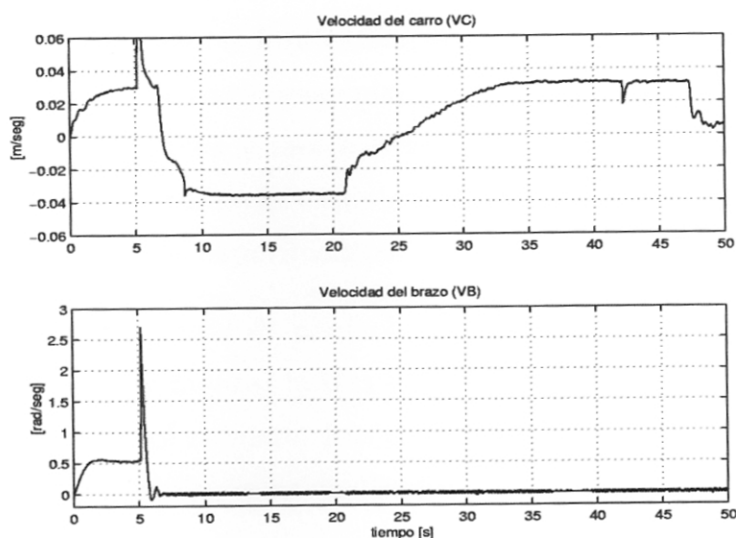


Figura 6.8: Curva de la velocidad para en carro y el brazo.

La figura 6.9 muestra la ley de control del sistema. La oscilación autosostenida de la ley de control es abrupta en un instante de tiempo corto. Se observa el gran esfuerzo que hacen los servomotores para que el sistema sea controlado. Observamos que la ley de control responde de manera óptima a los requerimientos del control, en este caso trayectoria senoidal para el carro y trayectoria constante para el brazo. La conmutación de los ejes de los servomotores se realiza en ambos sentidos a una

Capítulo 7

Conclusiones y Recomendaciones

Concluimos esta tesis con un resumen corto de las contribuciones y algunas recomendaciones para investigaciones del futuro que son principalmente los problemas que no han sido resueltos en esta tesis.

7.1. Conclusiones

Las conclusiones de la tesis son:

1. En este trabajo de tesis el proceso ha sido construido totalmente por nosotros, con el propósito de implementar los experimentos relacionados con el sistema de control por modo deslizante. En su construcción se ha optado por utilizar materiales de aluminio en la fabricación de la riel, el carro, las poleas y el brazo. En lo que respecta a la parte mecánica se ha tomado en cuenta el buen diseño de los goznes motor-polea y motor-brazo, para evitar posibles desajustes que puedan ocasionar errores en la experiencia. El proceso construido se encuentra disponible para futuros experimentos.
2. Para el diseño del sistema de control se requiere tener el modelo del proceso porque se quiso experimentar la técnica de control por modo deslizante por ser esta técnica de control robusta. Los resultados obtenidos fueron satisfactorios según constan las simulaciones realizadas.
3. El problema planteado para las posiciones del carro y del brazo sigan trayectorias arbitrarias usando control deslizante. Esta estrategia de control, como es habitual, requiere del modelo del proceso controlado. Las simulaciones realizadas en el capítulo 5 han demostrado que el modelo derivado en el capítulo 2 es válido y cumple con las exigencias de un modelo no lineal multivariable con propósitos de control. Del mismo modo, tales simulaciones también han demostrado que el sistema de control no lineal multivariable empleando la técnica de modos deslizantes, cumple las condiciones de diseño impuestas previamente:

seguimiento de las salidas controladas con respecto a señales arbitrarias de referencia con mínimo sobreimpulso, mínimo tiempo de estabilización y error en estado estable nulo.

4. La implementación del sistema de control diseñado, también necesitó que se perfeccionaran los diseños de las tarjetas electrónicas siguientes: el generador de PWM y el amplificador de potencia. Los circuitos correspondientes a los diseños finales se muestran en el capítulo 4. Los experimentos realizados han demostrado el buen desempeño de estas tarjetas.
5. Las simulaciones experimentales realizadas han demostrado que el sistema de control diseñado es apto para el seguimiento de trayectorias arbitrarias del manipulador robótico translacional.

7.2. Recomendaciones para Trabajos Futuros

Algunas de las áreas que necesitan investigarse, partiendo del proceso construido (el manipulador robótico translacional) se listan a continuación.

- Diseño de un controlador que trabaje expuesto a cambios dinámicos desconocidos (disturbios) y que exijan al controlador afrontar con éxito el problema de seguimiento de trayectorias ante la presencia de dichos disturbios.
- Para un diseño más general, es necesario agregar un eslabón y una mano al sistema construido. En esta forma, los diseños de los sistemas de control correspondientes pueden ser orientados a aplicaciones industriales.
- También se requiere investigar el caso cuando el manipulador robótico translacional presenta en su construcción eslabones y juntas flexibles.
- El proceso construido puede ser usado para futuros trabajos de tesis en las áreas de control avanzado e inteligencia artificial.