

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA



DISEÑO DE UN BANCO DE PRUEBA DE PRESIÓN HIDROSTÁTICA

PARA TUBOS DE HORMIGÓN

TESIS

PARA OPTAR POR EL TITULO PROFESIONAL DE:

INGENIERO MECÁNICO

PRESENTADO POR:

EFRAÍN ANCHANTE ZUZUNAGA

Lima, Perú

2008

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a mi familia, especialmente a mi madre Mercedes, quien desde muy pequeño me apoyo y confió en mí, a ella debo gran parte de mis logros.

INDICE

PROLOGO	1
CAPITULO I INTRODUCCION	3
CAPITULO II TUBOS DE HORMIGON - ALCANCES PREVIOS	5
2.1. Desarrollo histórico	5
2.2. Campos de aplicación de los tubos de hormigón	7
2.3. Desarrollo de la normalización de tubos	8
2.4. Definiciones generales	11
2.5. Requisitos generales	15
2.6. Secuencia general para producir tubos de hormigón	17
2.7. Sistema de unidades y factores de conversión	20
CAPITULO III PRUEBA HIDROSTATICA	22
3.1. Descripción	22
3.2. Requisitos técnicos de la prueba hidrostática	23
3.2.1. Normas técnicas nacionales	23
3.2.2. Normas técnicas extranjeras	25
3.3. Valores a considerar para el diseño del banco de prueba	27
3.4. Elección de la estructura del banco de pruebas	29
CAPITULO IV FUNDAMENTO TEORICO, CÁLCULO Y DISEÑO	33
4.1- ESTRUCTURA	33
CARGAS PRINCIPALES	
4.1.1. ALCANCES PREVIOS	33
4.1.1.1. Consideraciones geométricas importantes para los cálculos	35
4.1.1.2. Consideraciones matemáticas importantes para los cálculos	42

4.1.1.3. Secuencia de cálculos	44
4.1.2. FUERZA DEBIDO A LA MASA DE AGUA (F_m)	46
4.1.2.1. Calculo del valor de F_m	46
4.1.2.2. Distribución $F_{m(x)}$ sobre <i>Viga2</i>	47
4.1.2.3. Cálculo del centro de gravedad en el eje X de $F_{m(x)}$	49
4.1.3. FUERZA DEBIDO A LA PRESIÓN DE PRUEBA (F_p)	50
4.1.3.1. Calculo del valor de F_p	50
4.1.3.2. Distribución $F_{p(x)}$ sobre <i>Viga2</i>	52
4.1.3.3. Cálculo del centro de gravedad en el eje X de $F_{p(x)}$	53
4.1.4. FUERZA DE HERMETIZACION DEL TUBO O FUERZA DE SELLADO (F_s)	54
4.1.4.1. Calculo del valor de F_s	55
4.1.4.2. Distribución $F_{s(x)}$ sobre <i>Viga2</i>	60
4.1.4.3. Cálculo del centro de gravedad en el eje X de $F_{s(x)}$	63
4.1.5. FUERZA ORIGINADA EN EL ESCALÓN DEFINIDO POR r Y r_m (F_{mp})	63
4.1.5.1. Calculo del valor de F_{mp}	65
4.1.5.2. Distribución $F_{mp(x)}$ sobre <i>Viga2</i>	65
4.1.5.3. Cálculo del centro de gravedad en el eje X de $F_{mp(x)}$	65
4.1.6. FUERZA TOTAL F SOBRE <i>Viga2</i>	65
4.1.6.1. Cálculo del valor de F	65
4.1.6.2. Distribución $F_{(x)}$ sobre <i>Viga2</i>	65
4.1.6.3. Calculo del centro de gravedad (C.G.) de $F_{(x)}$ (para $-q \leq x \leq q$)	66
REACCIONES DEL CUADRO	
4.1.7. CONSIDERACIONES PREVIAS	67
4.1.7.1. Simbología a usar	71
4.1.7.2. Método de Doble Integración	72
4.1.7.3. Método de Serie de Potencias, Hetenyi o de Parámetros de origen	73
4.1.8. CALCULO DE REACCIONES CUANDO SOLO ACTÚA F ($W=0$)	75
4.1.8.1. Cálculo de reacciones en <i>Viga4</i>	79
4.1.8.2. Cálculo de reacciones en <i>Viga1</i>	80
4.1.8.3. Cálculo de reacciones en <i>Viga3</i>	81
4.1.8.4. Cálculo de reacciones en <i>Viga2</i>	83
4.1.8.4.1. Expresión que define a $F_{(u)}$ según el tramo	84
4.1.8.4.2. Σ fuerzas y Σ momentos en <i>Viga2</i>	85
4.1.8.4.3. Tramo 1: $0 \leq x \leq e-q$	86

4.1.8.4.4. Tramo 1a:	$e-q \leq x \leq e-r \equiv -q \leq u \leq -r$	87
4.1.8.4.5. Tramo 2:	$e-r \leq x \leq e+r \equiv -r \leq u \leq r$	88
4.1.8.4.6. Tramo 2a:	$e+r \leq x \leq e+q \equiv r \leq u \leq q$	90
4.1.8.4.7. Tramo 3:	$e+q \leq x \leq L \equiv q \leq u \leq f$	92
4.1.8.5. Matriz para obtener las reacciones cuando solo actúa F ($W=0$)		94
4.1.9. CALCULO DE REACCIONES CUANDO SOLO ACTÚA W ($F=0$)		95
4.1.9.1. Cálculo de reacciones en <i>Viga4</i>		96
4.1.9.2. Cálculo de reacciones en <i>Viga1</i>		97
4.1.9.3. Cálculo de reacciones en <i>Viga3</i>		98
4.1.9.4. Cálculo de reacciones en <i>Viga2</i>		100
4.1.9.5. Matriz para obtener las reacciones cuando solo actúa W ($F=0$)		102
4.1.10. REACCIONES TOTALES		102
4.1.11. ECUACIONES DE FLECHA, GIRO, MOMENTO Y FUERZA CORTANTE TOTAL		
DE V_1, V_2, V_3, V_4		103
4.1.11.1. <i>Viga1</i>		104
4.1.11.2. <i>Viga2</i>		105
4.1.11.2.1. Tramo 1:	$0 \leq x \leq e-q$	105
4.1.11.2.2. Tramo 1a:	$e-q \leq x \leq e-r \equiv -q \leq u \leq -r$	105
4.1.11.2.3. Tramo 2:	$e-r \leq x \leq e+r \equiv -r \leq u \leq r$	106
4.1.11.2.4. Tramo 2a:	$e+r \leq x \leq e+q \equiv r \leq u \leq q$	107
4.1.11.2.5. Tramo 3:	$e+q \leq x \leq L \equiv q \leq u \leq f$	108
4.1.11.3. <i>Viga3</i>		109
4.1.11.4. <i>Viga4</i>		109
4.2.- TAPAS.		110
4.2.1. ALCANCES PREVIOS		110
4.2.1.1. Formulas para placa circular cargada en el centro y apoyada sobre reacción uniforme		111
4.2.1.2. Formulas para placa circular con carga en el centro y bordes apoyados		112
4.2.2. CÁLCULO DE <i>TAPA1</i> : PLANCHA CON CARGA EN EL CENTRO		112
4.2.2.1. Calculo de $A_{ef Max}$		113
4.2.2.2. Calculo de F_m, F_p, F_{mp}, F_s y F para espiga y campana		113
4.2.2.3. Calculo del espesor de <i>Tapa1</i> en función del esfuerzo y deformación máxima permisible		114

4.2.2.3.1. Valores parciales de σ_{max} , y_{max}	115
4.2.2.3.2. Valores totales de σ_{max} , y_{max}	116
4.2.2.3.3. Selección del espesor de <i>Tapa1</i>	117
4.2.3. CÁLCULO DE <i>TAPA2</i> : PLANCHA APOYADA SOBRE UN PERFIL.	120
4.2.3.1. Análisis de la plancha	121
4.2.3.2. Ecuaciones de esfuerzo y flecha máximos en la plancha debido al sellado y el escalón	123
4.2.3.3. Ecuaciones de esfuerzo y flecha máximos en la plancha debido a la masa de agua y la presión de prueba	126
4.2.3.4. Ecuaciones de esfuerzo y flecha máximos totales en la plancha	128
4.2.3.5. Cálculo del espesor de la plancha en función del esfuerzo y deformación máxima permisible	129
4.2.4. PLACA DE CAUCHO	131
4.2.4.1. Normas nacionales	132
4.2.4.2. Normas extranjeras	134
4.3. SISTEMA DE ALIMENTACION-DESCARGA DE AGUA	138
4.3.1. SISTEMA DE CONDUCCION (TUBERIAS)	139
4.3.2. EQUIPO DE BOMBEO	142
4.4. VIGAS PRINCIPALES DE LA ESTRUCTURA	145
4.4.1. SELECCIÓN	145
4.4.2. EMPALMES	146
4.4.2.1 Espesor de la plancha	146
4.4.2.2. Cordón de soldadura	147
4.4.2.3. Agujeros y pernos	149
4.5. SOPORTES DE LA ESTRUCTURA	153
4.6. CONJUNTO DE SOPORTE-MOVIMIENTO DE <i>TAPA1</i>	157
4.6.1. SOPORTE DE <i>TAPA1</i>	157
4.6.1.1. Eje	158
4.6.1.2. Grilletes y estrobos	158
4.6.1.3. Topes	158
4.6.1.4. Placas en la tapa	160
4.6.1.5. Cilindro o bocina	162

4.6.2. MECANISMO DE ACCIONAMIENTO DE TAPA1	164
4.7. SISTEMA HIDRAULICO	172
4.7.1. CILINDRO	175
4.7.2. BOMBA	176
4.7.3. VALVULAS	177
4.7.4. MANOMETROS	179
4.7.5. MANGUERAS Y ACOPLER	179
4.7.6. ACCESORIOS	180
4.7.7. SECUENCIA DE TRABAJO DEL SISTEMA HIDRAULICO	182
4.8. SOPORTES PARA LOS TUBOS	184
4.9. EJEMPLOS DE CÁLCULO	186
4.9.1. VALORES DE ENTRADA	186
4.9.2. CONSIDERACIONES IMPORTANTES Y LONGITUDES EN LAS VIGAS	188
4.9.3. CARGAS EN LAS VIGAS	191
4.9.4. CASOS	192
4.9.5. COMENTARIOS	214
CAPITULO V COSTOS	219
OBSERVACIONES	234
CONCLUSIONES	236
BIBLIOGRAFIA	238
PLANOS	241
APENDICE	248
Tabla de integrales	248
Integrales calculadas	251
Simbología	258

PROLOGO

En toda actividad de ingeniería el control de calidad es fundamental para lograr los objetivos de rendimiento, confiabilidad y seguridad, es así que en la fabricación de tubos de concreto reforzado se realizan diversas pruebas para certificar las buenas condiciones del producto, el ensayo de presión hidrostática es uno de ellos, en esta tesis se detalla el diseño de todo el banco de prueba presentando una opción práctica, segura, y económicamente viable.

En el Capítulo I se indica el propósito de la tesis, los alcances y limitaciones así como el método de trabajo a seguir.

El Capítulo II brinda una presentación general de los tubos de hormigón, a fin de familiarizar al lector con diferentes aspectos como historia, usos, normalización, conceptos, requisitos y producción; también se incluye una mención al sistema de unidades y los factores de conversión a considerar.

El Capítulo III se centra en la descripción de la prueba hidrostática: características, requisitos y normatividad vigente, además se definen los valores a considerar en el ensayo y sustenta el tipo de estructura que se diseñara.

El Capítulo IV se concentra en el diseño del banco de prueba: estructura, tapas, bombas, empalmes, soportes, sistema hidráulico y otros, acompañando a todo cálculo el fundamento teórico correspondiente. En la parte final incluyo varios ejemplos numéricos que resumen la totalidad de formulas deducidas con su correspondiente comentario.

En el Capítulo V se indica brevemente el costo aproximado que tendría implementar el banco de pruebas recurriendo a suministros del mercado local.

A continuación aparecen las Observaciones que considero importantes surgidas durante el desarrollo de la tesis. También se incluyen Conclusiones que surgen del análisis realizado.

La Bibliografía incluye los textos y normas técnicas que han brindado un aporte importante en el desarrollo de este trabajo. Seguidamente se incluye los Planos del banco de pruebas.

Finalmente, en el Apéndice esta incluida una tabla de las integrales utilizadas en el Capítulo IV, algunas han sido extraídas de textos de ingeniería, otras han tenido que calcularse completamente y se incluye dicho proceso de cálculo. También se incluye una lista de la simbología utilizada en la presente tesis.

Merece una mención especial el hecho de que muchos de los supuestos y afirmaciones utilizadas tienen su fundamento (tanto teórico como práctico) en la experiencia adquirida en la fábrica de tubos de la empresa Corporación de Ingeniería Civil SAC, en cuyas instalaciones se fue gestando este trabajo.

CAPITULO I

INTRODUCCION

Al elaborar una prueba de control de calidad es de esperarse que existan normas y directrices específicas que permitan hacer ensayos similares siempre. Sin embargo ese no es el caso cuando se trata de verificar la hermeticidad de los tubos de concreto.

Para la prueba hidrostática se tiene gran libertad en el diseño del equipo a usar, las normas permiten un amplio margen de opciones dado que solo los requisitos de hermeticidad, flujo de agua, y presión de la misma están especificados, por ello el equipo puede ser tan complejo o simple como el diseñador desee.

Esta tesis pretende ser un trabajo concreto, orientado a satisfacer las necesidades de la prueba hidráulica, evitando complicaciones innecesarias, lo cual contribuye a desarrollar un equipo practico, portátil, seguro, fácil de manejar, controlar, mantener y de ser el caso, reparar; todo esto enmarcado en un estudio técnico teórico-practico dadas las facilidades que tuve en una empresa del ramo

Si bien el diseño esta orientado para probar tubos que conducirán líquidos sin presión es posible probar tubos que trabajaran con fluidos a presión siempre que el recalculo de fuerzas, esfuerzos y deformaciones garantice un desempeño adecuado y seguro del banco de pruebas.

El ensayo debe realizarse de forma segura dado que se generan grandes esfuerzos los cuales aumentan con el tamaño del tubo probado, la seguridad debe cumplirse tanto para la calidad del ensayo en si como para resguardar la integridad del personal.

Algunos cálculos pueden simplificarse, sin embargo es preferible ser lo más exacto y realista posible, claro que al aparecer cálculos muy complejos se hace necesaria la simplificación siempre que

esta sea razonablemente sustentada. En otros casos la simplificación es aceptable si la variación en los resultados finales es mínima.

Los métodos de análisis a través de software son en la actualidad poderosas herramientas para el diseño, pero muchas veces liberan al ingeniero de la labor de análisis dejando a la computadora la mayor parte o todo el proceso. Un correcto conocimiento de la base fundamental del análisis acompañado de herramientas que simplifiquen las complejas operaciones de cálculo permitirán un desarrollo íntegro del profesional; a modo de ejemplo un niño que solo usa la calculadora difícilmente entenderá las matemáticas, de la misma forma no será un profesional completo aquel que solo recopila datos pero no los puede interpretar.

Por lo expuesto e desarrollado la presente tesis obviando el uso de cualquier software de análisis estructural, y sin duda esta experiencia ha estado llena de retos, repaso, aprendizaje y satisfacciones. El análisis de los esfuerzos y deformaciones se basa en: el método de Doble Integración, método de Hetenyi o parámetros de Origen y la teoría de Deformación de Placas Planas; todo ello a la par de un repaso de los métodos de integración. El resultado es esta tesis que propone un diseño en el que se puede evaluar el efecto de diferentes configuraciones mediante el adecuado empleo de las fórmulas presentadas, acondicionadas y/o deducidas; el correcto análisis requiere un conocimiento al detalle del desarrollo aquí presentado, es por ello que trato de ser lo más didáctico posible mediante el uso de abundantes gráficos y explicaciones que sin duda serán de utilidad para el lector.

CAPITULO II

TUBOS DE HORMIGON - ALCANCES PREVIOS

La importancia de los tubos de hormigón se puede ver principalmente en su uso sanitario, es por ello que la descripción de su desarrollo histórico se centra en dicho uso; sin embargo en 2.2. se hace breve mención de algunas otras aplicaciones.

2.1. Desarrollo histórico

A lo largo del desarrollo humano, el cambio en el modo de vida ha originado problemas nuevos y estos a su vez requirieron que el ingenio del hombre desarrolle las correspondientes soluciones.

En un principio el hombre vivía errante y los desperdicios no eran problema, pues estos no se acumulaban en gran cantidad en un solo lugar. Cuando el hombre se establece en pequeñas comunidades el asunto de los desperdicios era bastante manejable, pero cuando surgen las medianas comunidades, aldeas, pueblos y luego ciudades la situación cambia radicalmente, surge entonces la necesidad de tener un sistema de alcantarillas para el drenaje de aguas servidas y agua de lluvia.

Uno de los más antiguos indicios para la solución de estos problemas es una alcantarilla construida aproximadamente en 3750 AC. encontrada en Nippuri, India.

El más renombrado de esos primeros esfuerzos de construcción fueron los acueductos de Roma. El agua transportada por esos acueductos era usada fundamentalmente como fuente de agua para beber y también para llevar las aguas servidas a través de la alcantarilla principal de Roma, la llamada Cloacae Máxima. Construida de piedra y cemento natural alrededor de 800 AC., la Cloacae Máxima fue el primer método conocido de eliminación de aguas servidas transportadas por agua.

Otras ciudades tendieron a desarrollarse cerca de fuentes de agua, los antiguos Britons se ubicaron en Londonium, hoy la ciudad de Londres, en la confluencia del Río Thames y el arroyo Fleet Street, porque querían estar cerca del agua corriente limpia y bebible del arroyo Fleet Street. Cuando el campamento creció hasta ser un pueblo el agua llegó a estar tan contaminada con aguas servidas que los residentes tuvieron que ir donde sea para conseguir agua potable. Cuando Londonium se convirtió en ciudad el arroyo Fleet Street fue cubierto con roca y convertido en alcantarilla de aguas servidas y agua de lluvia. Este fue un patrón seguido a lo largo de la historia por la raza humana: establecerse en un lugar cerca de una fuente de agua potable la cual eventualmente llegaba a contaminarse por aguas servidas y el arroyo natural se convertía en una alcantarilla, entonces era frecuentemente cubierto con una bóveda.

Muchas de las ciudades antiguas eran verdaderas bombas de tiempo, en las primeras grandes ciudades se depositaba todo (basura y desechos) en las calles y luego se removía con picos, palas y carretas, obviamente el olor era insoportable, además era suficiente una lluvia no muy intensa para que el efecto sea devastador: más insectos, suciedad por doquier, terribles olores, focos infecciosos, etc., Esto continuó hasta comienzos del siglo 19 cuando los primeros sistemas de distribución de agua hicieron posible el uso de esta para transportar las aguas servidas. Muchas ciudades como París, Londres y Baltimore intentaron el uso de silos con desastrosos resultados; los silos se convirtieron en áreas de propagación de enfermedades.

El siglo XIX fue una época de desarrollo industrial, la primera alcantarilla moderna fue construida en Hamburgo, Alemania alrededor de 1840, era moderna en el sentido que las viviendas estaban conectadas a un sistema de alcantarillas, con las alcantarillas para aguas servidas separadas de las alcantarillas para agua de lluvia.

A mediados del siglo XIX se hizo imprescindible la mejora de los sistemas de alcantarillado, uno de los motivos fueron las epidemias como la epidemia de cólera que desoló a Inglaterra en 1854 y la epidemia de fiebre amarilla en Memphis, Tennessee en 1873; en adelante y hasta nuestros días se a

masificado el uso de tubos de concreto para los sistemas de desagüe con el consiguiente desarrollo de la tecnología del concreto.

2.2. Campos de aplicación de los tubos de hormigón.

Con el desarrollo de nuevas actividades se fueron encontrando diferentes aplicaciones para los tubos de hormigón que brevemente se comentan a continuación:

Agricultura

Los primeros drenajes de granjas y tierras irrigadas consistían de pequeñas zanjas que servían para llevar el exceso de agua, lejos de las tierras de bajo nivel. Tuberías de hormigón fueron desarrolladas en Holanda en la década de 1830 e introducidas en América en la década de 1840.

En los años siguientes las tuberías de pequeño diámetro fueron muy importantes en el desarrollo de la agricultura, para 1884 en Estados Unidos, solo en el estado de Ohio 11 millones de acres de tierra fueron beneficiados con 20 000 millas de tuberías de drenaje, para 1920 el primer censo de tierras arrojó 157 000 millas de drenajes para 66 millones de acres y hasta nuestros días continúa el uso de tuberías de concreto para obras de irrigación y drenaje.

Saneamiento

Durante el desarrollo histórico de la humanidad el incremento de la densidad poblacional originó la necesidad de un adecuado manejo y disposición final de los desechos orgánicos, cuya acumulación generaba problemas de salubridad, es así que una de las más importantes aplicaciones de los tubos de hormigón es para el transporte de aguas servidas.

En la misma forma se tiene líneas de tuberías para drenar las calles del agua de lluvias intensas en las ciudades cuyo clima lo hace necesario

Agua potable

La necesidad de transportar agua potable hacia los centros poblados, requiere el uso de tuberías de grandes diámetros, aunque en esta aplicación se usan en mayor medida los tubos de acero, y para las conexiones menores se prefiere los tubos de pvc.

Transporte

Algunas aplicaciones son: drenaje de agua de lluvia a fin de mantener secas las pistas; canalizar arroyos que se cruzan en el camino de una carretera o vía férrea; se usan tubos de gran diámetro para hacer pases a desnivel por debajo de líneas férreas o carreteras, etc.

2.3. Desarrollo de la normalización de tubos.

Muy poca tecnología teórica sobre tuberías existió antes del siglo XIX, sin embargo en 1775 Antoine Chezy ingeniero y matemático francés desarrollo la precursora de la moderna formula que relaciona velocidad de flujo y pérdida de carga (presión) debido a la fricción de un fluido en canales abiertos, su formula empírica fue:

$$V = C \sqrt{RS}$$

- V velocidad principal, pie/seg
- C coeficiente de rugosidad, variable según condiciones del canal
- S pendiente del canal
- R $A/W_p =$ radio hidráulico, pies
- A área de la sección transversal del flujo, pies cuadrados
- W_p perímetro mojado, pies

La teoría básica para el diseño moderno de tuberías se desarrollo rápidamente desde la segunda mitad del siglo XIX, se estudio las perdidas por fricción, el flujo laminar y turbulento, la relación entre perdida de carga y velocidad, la relación entre el material de la tubería y la perdida de carga, etc.

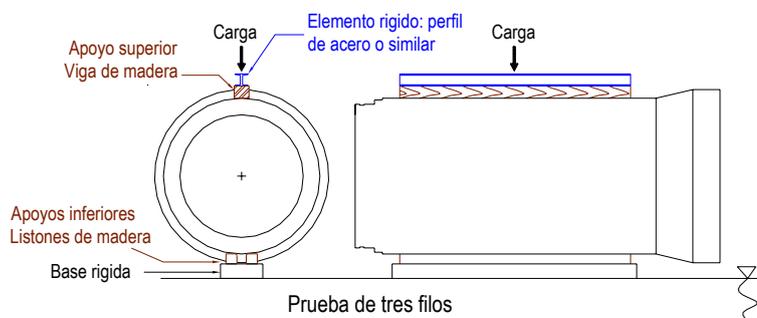


Figura 1

Durante las primeras décadas del siglo XX en la Universidad Estatal de Iowa se desarrollo y probo una teoría para determinar las cargas sobre tuberías enterradas. En este mismo periodo la prueba de los tres filos (ver Figura 1) fue desarrollada como un método para evaluar la resistencia de tuberías rígidas.

También en los primeros años del siglo XX la calidad del hormigón y las tuberías de hormigón recibieron amplia atención, El mayor foro para estos estudios fue la American Society for Testing and Materials, ASTM, la historia de las normas de tubos de concreto prácticamente se inicia con la fundación de la ASTM en 1898. Hasta 1904 ocho comités técnicos habían sido organizados, y ese año se formaron seis mas. Uno de ellos el Comité C4 de Tubos de Alcantarillado de Cemento y Arcilla fue el precursor del Comité C13 de Tubos de Concreto. Entre los miembros del Comité C4 se incluían fabricantes de tubos tanto de concreto como de arcilla así como usuarios de estos productos. Para 1918, los siguientes subcomités del ASTM C-4 de Tubos de concreto estaban en operación:

- I. Prueba de absorción e hidrostática, requerimientos.
- II. Requisitos químicos
- III. Dimensiones y variaciones permitidas
- IV. Definiciones legales
- V. Glosario de términos

Mas adelante el subcomité IV lleo a ser Métodos de Ensayo, y el subcomité V se convirtió en Nomenclatura y Definiciones. El Subcomité I fue ampliado a Muestreo y Requisitos de Ensayos Físicos y un nuevo subcomité fue añadido Resistencia Limite de Aplastamiento Requerida de Tubos de Alcantarillado para Llevar cargas desde Fosos de Relleno.

En 1919 el Comité de Tubos Empalmados para Alcantarillado fue formado y su propósito era desarrollar una norma para tubos de concreto reforzado para alcantarilla.

El primer reporte del comité, publicado en 1926, contenía una completa norma tentativa para tubos reforzados de concreto para alcantarilla desde 12" (305mm) hasta 84" (2134mm). La norma contenía dos tablas de diseño para tubos de resistencia estándar, y dos tablas para tubos extra-resistentes. Bajo la dirección de W. J. Schlick, ensayos de resistencia fueron realizados en esos diseños de tubos y los resultados modificaron la norma, la cual fue finalmente publicada en 1930 como C76-30T.

El Comité C-4 continuó su trabajo con las tuberías para alcantarillado y produjo la norma tentativa C 14 Tubos de concreto sin refuerzo y la norma tentativa C 75, Tubos de Concreto Reforzado. El comité sin embargo, se encontró con desacuerdos entre los productores de materiales que resultaron en innecesarios debates, y el C-4 fue reorganizado en 1929 en Subcomité I de Tubos de arcilla y Subcomité II de Tubos de Concreto-Cemento.

En 1930, el Comité C-13 fue formalmente organizado y adquirió jurisdicción sobre las normas C 14, C 75 y C 76. Para 1952, el C-13 había crecido a 54 miembros e incremento sustancialmente su ámbito de actividades. Una reorganización del comité fue completada en 1956, estableciendo un comité consultivo y un subcomité por cada uno de sus ocho especificaciones. En 1956 el Comité C-13 también adquirió jurisdicción de la norma C 412, Losas de Concreto para Drenaje, del Comité C-15 de Elementos Manufacturados de Albañilería.

En 1980 fue originalmente publicada la norma C497-80 Métodos de Ensayo Modelo para Tubos de hormigón, Buzones o Placas., estos métodos de ensayo están bajo la jurisdicción del comité ASTM C-13 de Tubos de Concreto y bajo la directa responsabilidad del Subcomité C13.09 de Métodos de Ensayo.

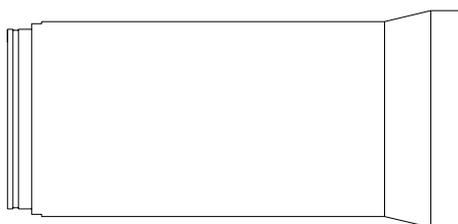
Las normas técnicas en uso en el Perú están casi en su totalidad basadas en las normas americanas ASTM (American Society for Testing and Materials) con algunos aportes locales por parte de entidades como la SUNASS (Superintendencia Nacional de Servicios de Saneamiento),

SEDAPAL, CAPECO, CIP, PUCP; asimismo el sector industrial privado participa a través de empresas como ETERNIT, CORPORACIÓN DE INGENIERÍA CIVIL SAC, SUPERCONCRETO DEL PERÚ, DURACRETO, SICAC SAC, etc.

2.4. Definiciones generales.

A continuación presento algunas definiciones importantes para comprender futuras referencias:

-**Tubo de hormigón**, elemento de conducción de sección circular, elipsoidal, rectangular o similar, fabricado de hormigón para el transporte de fluidos



Tubo de hormigón

Figura 2

-**Tubería**, conducto formado por la unión de tubos.

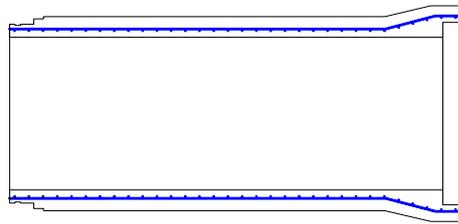
-**Clases**, los tubos de hormigón se ordenan por clases según su resistencia; esta clasificación se hace en base a la carga de fisuración y la carga de rotura exigida para el ensayo de tres filos

Tabla 1

Clases	Carga de grieta da N/m (kg/m)	Carga de rotura da N/m (kg/m)
I	4d	6d
II	5d	7,5d
III	7d	10d
IV	10d	15d
V	15d	20d

d es el diámetro nominal interno del tubo, en milímetros

-Refuerzo, armadura metálica al interior de un tubo de hormigón compuesto de una o dos armaduras de alambre, se les conoce también como mallas o canastillas.



Refuerzo de acero

Figura 3

-Tubo de hormigón simple, tubo de hormigón sin refuerzo

-Tubo de hormigón armado o reforzado, tubo de hormigón con refuerzo

-Prueba de tres filos o ensayo de tres filos, prueba que consiste en apoyar un tubo sobre dos tabloncillos de madera muy próximos entre sí, luego el tubo es sometido a una carga a todo lo largo en su parte superior, esto se hace para probar su resistencia a la fisuración y rotura.

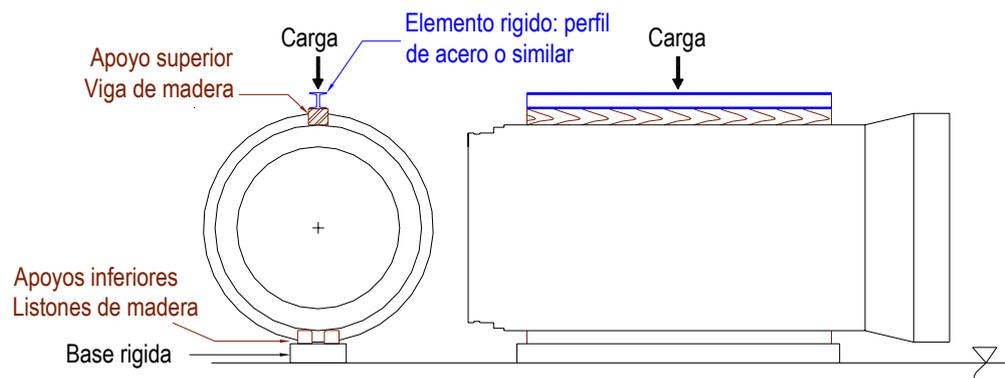


Figura 4

-Espesor de pared, espesor del cuerpo del tubo, para instalaciones típicas y el rango normal de alturas de relleno (tierra que cubre al tubo) los espesores patrón de los tubos de hormigón son comúnmente usados. Estos están dados en las normas correspondientes ASTM C76 o su equivalente nacional NTP 339.038. Estos espesores patrón están determinados, en pulgadas, como sigue:

d es el diámetro nominal interno del tubo, en pulgadas

Pared A: $h=d/12$

Pared B: $h=d/12+1$

Pared C: $h=d/12+1.75$

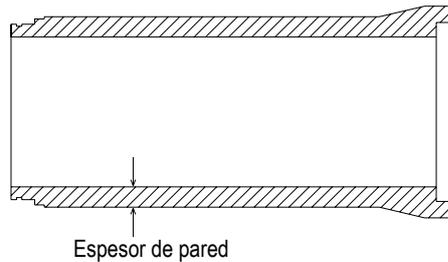


Figura 5

-**Empalme**, unión entre tubos, el principio básico es una unión del tipo machi-hembrado.

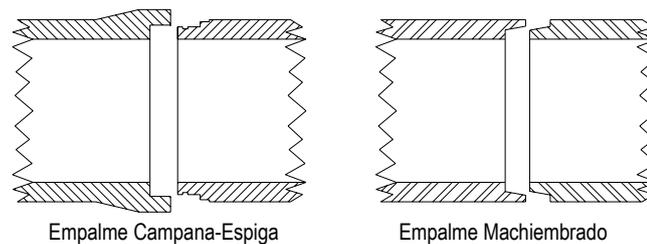


Figura 6

-**Campana**, extremo agrandado del tubo para lograr el empalme.

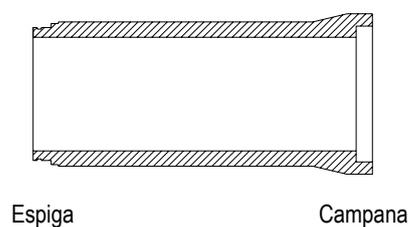


Figura 7

-**Espiga**, extremo del tubo que ingresa dentro de la campana para realizar el empalme.

-**Juntas**, empaquetaduras de jebe que sellan el empalme de dos tubos. Estas juntas quedan aprisionadas entre la campana y la espiga garantizando una unión efectiva y hermética; también son llamadas juntas de caucho.

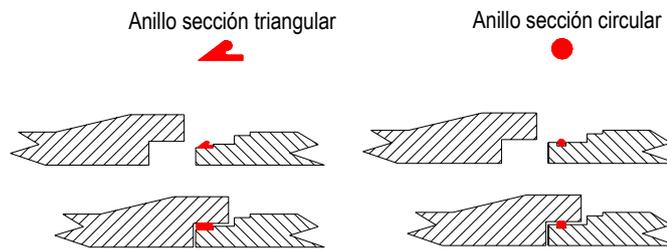
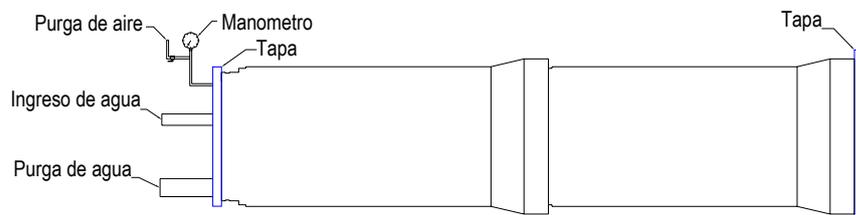


Figura 8

-Prueba hidrostática o Ensayo de presión hidrostática, prueba por la cual uno o mas tubos de hormigón son llenados con agua y se le aplica una presión determinada por un tiempo dado con el fin de observar si existen filtraciones. En el caso de más de un tubo se procede a realizar el empalme con las juntas de jebe. En ambos casos (uno o más tubos) se tapan herméticamente los extremos de la línea de tubería para evitar la pérdida de agua y mantener la presión de prueba. El ingreso del agua se hace por medio de bombas hidráulicas, junto con tuberías y/o mangueras que se fijan en una de las tapas.



Ensayo de presión hidrostática

Figura 9

2.5. Requisitos generales.

Existen diferentes exigencias aplicables a los tubos de concreto, entre los principales se mencionan:

- *Tipo de cemento* a usar, se define según la resistencia requerida, la rapidez para alcanzar su resistencia máxima, el tipo de suelo donde se enterrara el tubo, etc...
- *Agregados*, se refiere a las características de tamaño, uniformidad, almacenamiento, etc.....
- *Agua*, que debe ser limpia para formar la mezcla, se tiene especificaciones sobre cantidad, forma de ingresar el agua, tiempo de mezcla, etc.
- *Dosificación*, que es la formula a usar para elaborar la mezcla, aquí se definen las proporciones de cemento, agregados, agua, aditivos y tiempos de mezclado en seco y con agua.
- *Grado de refuerzo*, se refiere a la cantidad de refuerzo de acero en la sección del tubo, a mayor refuerzo mayor resistencia.
- *Fabricación*, referido a las características del método de fabricación para alcanzar la resistencia suficiente para aprobar los ensayos,
- *Curado*, referido al curado con vapor y con agua, se tiene especificaciones para los tiempos, temperatura, gradiente de temperatura, etc...
- *Resistencia a cargas externas*, Referida a las cargas actuantes sobre el tubo debido al tipo de suelo, transito en la superficie (vehículos ligeros, transito pesado, etc...)
- *Resistencia a la presión interna*, debido a la presión con que se conduce el fluido al interior del tubo (en caso de líquidos a presión)

- *Dimensiones*, referidas a los valores mínimos, tolerancias permitidas, medidas más usuales etc... del diámetro interior, espesor de la pared del tubo, etc.
- *Carga de fisura*, especifica la carga mínima que debe resistir el tubo para la aparición de fisuras
- *Carga de rotura*, especifica la carga mínima que debe resistir un tubo para su rotura.
- *Resistencia a la corrosión*, del hormigón ante los gases que se forman al interior del tubo debido a las aguas servidas.
- *Almacenamiento*, para preservar la integridad del tubo y permitir su fácil inspección.
- *Acabado superficial*, referido a fisuras, uniformidad de la superficie interior del tubo, etc...
- *Reparaciones menores*, que pueden permitirse como pequeñas imperfecciones o daños accidentales por manipulación.
- *Absorción de agua*, referida a la cantidad máxima de agua que puede absorber el hormigón
- *Presión hidrostática*, es la presión del agua a la cual deberán probarse los tubos sin que se presenten fugas.
- *Etc..*

2.6. Secuencia general para producir tubos de hormigón.

Para la elaboración de tubos de concreto se siguen en general las siguientes etapas:

- **Almacenamiento de agregados**, (entiéndase arena, piedra...) debe evitarse la mezcla entre ellos, la exposición a lluvia, la contaminación, la no uniformidad del tamaño en un mismo agregado, etc...
- **Almacenamiento de cemento**, debe mantenerse protegido del contacto con agua, contaminación, pérdidas, etc.
- **Granulometría**, operación por la cual se tamiza los agregados para determinar la distribución de tamaño de cada uno.
- **Dosificación**, aquí se determina, tomando en cuenta la información obtenida en la granulometría, la formula para elaborar el hormigón, esta dosificación permite elaborar una mezcla homogénea.
- **Mezclado**, por medios mecánicos se produce la mezcla del cemento, agregados, agua y aditivos, quedando la mezcla lista para vaciarla en los moldes
- **Fabricación del tubo** , se tienen cinco métodos generales cuya finalidad es compactar de la mejor forma el hormigón, estos son:

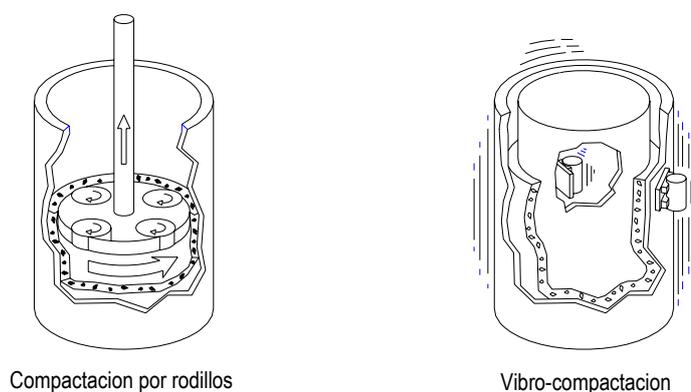


Figura 10

- *Compactado por rodillos*, la mezcla es lanzada contra las paredes del molde y los rodillos se encargan de dar el acabado

- *Vibrado o moldeado en seco*, la mezcla con muy poca cantidad de agua es vaciada y por vibración es compactada,
- *Apisonado*, el asentamiento de la mezcla se hace por compactación mecánica
- *Centrifugado*, la fuerza centrífuga compacta la mezcla contra las paredes del molde

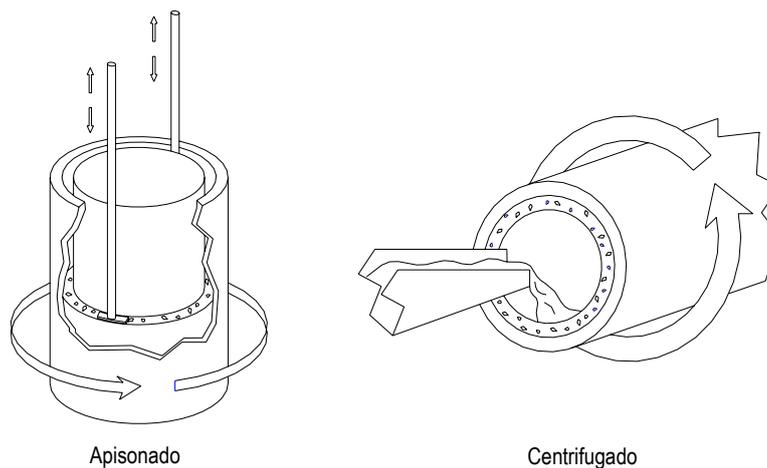
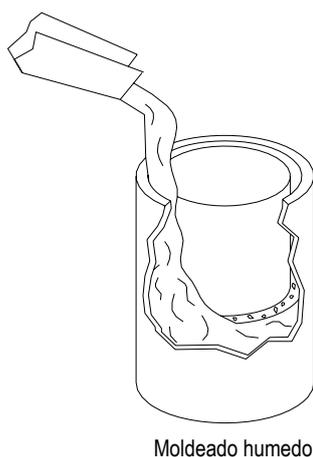


Figura 11

- *Moldeado húmedo.*, la mezcla con gran cantidad de agua es vaciada en moldes y esta se acomoda por sí sola debido a su trabajabilidad (por la cantidad de agua que contiene) allí se queda hasta que el hormigón se endurece.



Moldeado húmedo

Figura 12

- **Curado con vapor**, para mejorar las propiedades del hormigón se colocan los tubos con el hormigón aun fresco dentro de un ambiente cerrado, y se introduce vapor de agua que eleva la temperatura según un gradiente y tiempo preestablecido.

- **Curado con agua**, también para mejorar las propiedades del hormigón, se mantiene el tubo húmedo (mojándolo vía aspersores, trapos húmedos, etc...) para hidratar la mezcla de hormigón ya seca.

- **Almacenamiento**, el cual se hace de tal manera que permita una fácil inspección y manipulación de los tubos sin maltratarlos

- **Pruebas** , realizado un muestreo se procede a probar las propiedades del tubo mediante los ensayos de :
 - *Tres filos*, para comprobar la resistencia a una carga de compactación (aquí se verifica los valores mínimos de las cargas de fisura y rotura).
 - *Permeabilidad*, para determinar si hay filtración por las paredes del tubo al ser llenado con agua a la presión atmosférica,
 - *Absorción*, para determinar la cantidad de agua que es absorbida por el hormigón, expresada en porcentaje de la masa seca del hormigón.
 - *Presión hidrostática*, para comprobar que el tubo lleno de agua a una presión determinada no presenta fugas en el cuerpo del mismo ni en los empalmes entre tubos.

2.7. Sistema de unidades y factores de conversión.

Se usara el Sistema Internacional de Unidades (SI) en la mayor parte de la tesis, sin embargo esta muy extendido el uso de otras unidades (especialmente inglesas) en la vida común y el campo industrial, por ejemplo: el combustible se compra por galones; el diámetro de los tubos (agua, cableado, gas, etc....) y las medidas de vigas y perfiles de acero se denominan en pulgadas, la presión de los neumáticos se expresa en “libras” (aunque sabemos que estrictamente hablando son Psi), la madera se vende por “pies”, la potencia se indica en HP, el oro se vende en onzas troy, etc.

Es entonces más realista expresar algunos valores en las unidades acostumbradas, por ello cuando sea de importancia se indicara el valor en la unidad acostumbrada y su equivalente en el sistema internacional de unidades o viceversa.

Usualmente se consideraba la equivalencia $1atm=1bar=14.7Psi=101325Pa$, sin embargo:

1. El SI define: atmósfera técnica: $1at=98066,5Pa$, y atmósfera estándar: $1atm=101325,5Pa$
2. El Comité Internacional de Pesas y Medidas (CIPM), encargado de difundir el SI, considera que se debe evitar el uso de algunas unidades entre las que se encuentra la atmósfera estándar: $1atm=101325Pa$,
3. En el Perú mediante Ley 23560, promulgada el 31-Dic-1982, se estableció el Sistema Legal de Unidades de Medida del Perú (SLUMP),
4. El SLUMP tiene como base e incluye en su estructura al Sistema Internacional de Unidades, por lo tanto incorpora todas las características de este.

Por lo expuesto se trabajara con atmósferas técnicas y la siguiente equivalencia:

$$1atm = 98066,5 Pa = 1kgf/cm^2 = 14,22 Psi$$

Nota: El SI define también: $1bar = 100\,000 Pa$

En cuanto a la escritura de números en el SI:

- Se usa la numeración decimal, y se separa la parte entera de la decimal mediante una coma.
- La parte entera de un número se escribe en grupos de tres cifras de derecha a izquierda separadas entre sí por un pequeño espacio en blanco; la parte decimal se escribe de forma análoga en grupos de tres cifras pero de izquierda a derecha a partir de la coma decimal; por ejemplo:

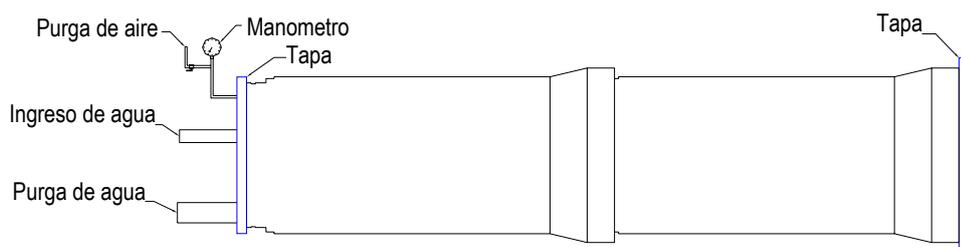
5854.37043 incorrecto *5 854,370 43 correcto*

En el Perú se adopta lo indicado en el párrafo anterior mediante el DS N° 064-84-ITI/IND donde incluso se indica: "Se prohíbe el uso del punto para la separación de enteros y decimales", en el desarrollo de la tesis se seguirá lo indicado para el SI.

CAPITULO III PRUEBA HIDROSTATICA

3.1. Descripción.

La finalidad de la prueba es establecer si el tubo terminado y la unión entre tubos cumplen con los requisitos hidrostáticos para un servicio eficiente y seguro, es decir se verifica que el concreto sea impermeable y la unión hermética



Ensayo de presión hidrostática

Figura 13

El ensayo hidrostático se lleva a cabo con un solo tubo o con dos o más tubos unidos entre sí con juntas de caucho (conocidas también como "juntas" o "anillos"), en cualquier caso se debe sellar herméticamente los extremos con "tapas". El equipo para este ensayo incluye las tapas para los extremos de el/los tubos, medios para asegurar dichas tapas y un elemento para introducir agua y mantenerla a una presión determinada. Si el ensayo se realiza con un solo tubo, las tapas pueden simular ser otro tubo y conseguir el sellado por medio de "anillos" o "juntas", como se ve en la Fig15, logrando así la prueba tanto del cuerpo del tubo como de las juntas de caucho. El ensayo de dos o más tubos empalmados entre sí provee resultados más realistas de la unión entre tubos, y permite simplificar las tapas, debido a que las juntas se prueban en la unión entre los tubos y además en condiciones reales.

Para la prueba el procedimiento es como sigue:

- Se sellan los extremos del o los tubos herméticamente con las tapas.
- Se llena de agua el/los tubos mientras que simultáneamente se permite la salida del aire.
- Una vez lleno de agua, se aumenta gradualmente la presión hasta alcanzar en un minuto la presión de ensayo.
- Se mantiene la presión de prueba durante el tiempo requerido.
- No debe haber filtración en el tubo ni en el empalme, aunque un ligero humedecimiento es aceptable.

3.2. Requisitos técnicos.

Las normas técnicas disponibles tanto extranjeras como nacionales son igualmente genéricas, a continuación comentare lo que aportan algunas de ellas.

3.2.1. Normas técnicas nacionales.

NTP 339.009 1997 Tubos de Hormigón (Concreto) Simple de Sección Circular para la Conducción de Líquidos sin Presión. Requisitos

Referido a los requisitos físicos: en el numeral 6.3.3 Presión Hidrostática, se indica: "...Los tubos sometidos a presión hidrostática de 0,7 daN/cm² (0,7 kg/cm²) durante 10 minutos, no presentaran fugas. La humedad que aparece en forma de manchas o gotas adheridas a la superficie, no serán consideradas como fugas..."

Referido a los métodos de ensayo: en el numeral 7.3 indica que el ensayo de presión hidrostática se determina mediante la NTP 339.066 Tubos de Hormigón (Concreto) Simple de Sección Circular para la Conducción de Líquidos sin Presión. Método de Ensayo de Resistencia a la Presión Hidrostática

NTP 339.038 1997 Tubos de Hormigón (Concreto) Armado de Sección Circular para la Conducción de Líquidos sin Presión. Requisitos

Referido a los métodos de ensayo: en el numeral 7.3 indica que el ensayo de presión hidrostática se efectúa de acuerdo a la NTP 339.041-1978 Tubos de Hormigón (Concreto) Armado de Sección Circular para la Conducción de Líquidos sin Presión. Método de Ensayo de Presión Hidrostática, sin embargo esta última norma está descontinuada.

NTP 339.039 2004 Tubos de Hormigón (Concreto) Armado de Sección Circular para la Conducción de Líquidos sin Presión. Muestreo e Inspección

Respecto a la selección de tubos para ensayos: en el numeral 4.4.3 se indica: “ se tomara tres tubos cada lote de 100”; y en el numeral 4.4.4 se indica: “...Se tomara un tubo para el ensayo de tres filos y absorción y los dos restantes serán para los ensayos de hidrostática y permeabilidad...”

NTP 339.041 2001 Tubos de Hormigón (Concreto) para la Conducción de Líquidos sin Presión. Método de Ensayo de Presión Hidrostática

Referido a los aparatos necesarios: en el numeral 6. indica que estos son: el equipo de ensayo y un manómetro de hasta 15 daN/cm² .

Sobre el equipo: el numeral 6.1 indica “...el equipo de ensayo puede ser de cualquier tipo siempre que cumpla con los requisitos siguientes....”, los requisitos se resumen en.

- sellar herméticamente los extremos de el/los tubos
- permitir el ingreso de agua y la salida del aire
- permitir el incremento continuo y uniforme de la presión del agua hasta alcanzar la presión requerida por la prueba
- permitir el uso de un manómetro para leer la presión del agua.

Sobre la presión de prueba: se refiere a ella citando: “...se aumenta la presión hasta alcanzar, en aproximadamente un minuto, la presión de ensayo especificada.....”

Libro del Centro de Información y Documentación del INDECOPI: 666.97/P45
Especificaciones Técnicas - Empresa de Saneamiento de Lima
Capítulo 3: Especificaciones para la Fabricación de Tubos de Concreto
para Alcantarillado. Ensayo de Presión Hidrostática

Este documento es de Febrero de 1972, en el se indica: “.....el dispositivo de ensayo debe estar constituido de manera que asegure la purga de aire, la fácil lectura del manómetro y la ausencia de otros esfuerzos secundarios.....La presión de prueba es de 0,7kg/cm² por 10 minutos (10 libras por pulg²) para tuberías diseñadas para trabajar sin presión interna...”.

Respecto al valor de la presión de prueba, se puede ver que este queda un tanto “perdido” entre tantas referencias, lo cual se aprecia mejor con la Fig. 14

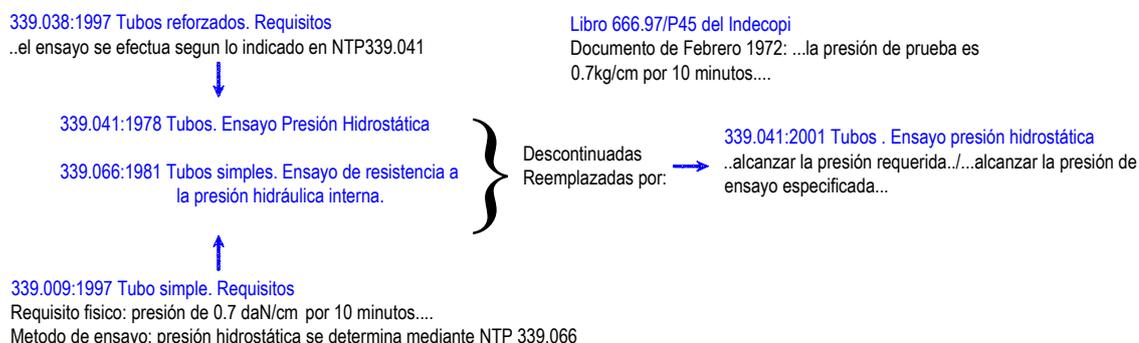


Fig. 14

3.2.2. Normas técnicas extranjeras

ASTM C 361-94a Standard Specifications for Reinforced Concrete Low-Head Pressure Pipe

Respecto al ensayo hidrostático: en el numeral 10.4.1 indica: “...el ensayo hidrostático será aceptado a una presión de 120% de la presión interna para la cual se a diseñado el tubo...”

ASTM C 443M-85a Standard Specifications for Joints for Circular Concrete Sewer and Culvert Pipe, Using Rubber Gaskets

En una nota en el numeral 1. se indica: "... las juntas de caucho a que se refiere esta norma son adecuadas para presiones hidrostáticas de hasta 90 kPa (13 Psi) sin presentar fugas..."

En el numeral 10. sobre las pruebas de las juntas de caucho indica que en una prueba hidrostática estas deberán soportar una presión de 90 kPa (13 Psi) sin presentar fugas.

ASTM C 497M Standard Test Methods for Concrete Pipe, Manhole Sections, or Tile (Metric)

Respecto al ensayo hidrostático, en el numeral 8. indica un resumen del método y el procedimiento general, sin embargo no especifica la presión de prueba.

La NTP 339.041 es casi una traducción literal de esta norma americana.

Se aprecia que existe total libertad para el diseño del banco de pruebas debido a que las normas relacionadas a ella no especifican una disposición en particular, tan solo indican algunas condiciones que deben cumplirse:

- Mantener sellados los extremos del tubo
- Permitir el ingreso de agua y la salida del aire.
- Elevar y mantener la presión del agua a un valor y por un tiempo determinados.
- Contar con un manómetro para conocer la presión.

Para satisfacer estos requisitos se puede usar un equipo tan simple o tan sofisticado como el diseñador desee y la disponibilidad de recursos lo permita.

3.3. Valores a considerar para el diseño del banco de prueba.

De las normas nacionales y extranjeras se puede resumir que habrá por lo menos una prueba hidrostática por cada 100 tubos (*NTP 339.039 2004*).

A modo de ordenar conceptos, los tubos de hormigón pueden o no tener refuerzo de acero lo que los hace tubos de hormigón reforzado o tubos de hormigón simple respectivamente. Asimismo pueden estar diseñados para la conducción de líquidos con y sin presión. Sin embargo, en la actualidad los tubos de concreto se usan casi exclusivamente para instalaciones de desagüe y en ese caso los líquidos se trasladan por gravedad, es decir la presión interna es cero por ello no sería aplicable que la presión de prueba sea el 120% de la presión interna para la cual se ha diseñado el tubo.

La NTP 339.041 2001 que trata del ensayo de presión hidrostática para tubos de concreto, sin especificar reforzado o simple; reemplaza a la NTP 339.041 1978(referida a tubos de concreto sin especificar simple o reforzado) y a la NTP 339.066 1981 (referida a tubos de concreto simple); por lo tanto se sobreentiende que la NTP 339.041 2001 es aplicable sin importar si el tubo cuenta o no con refuerzo.

La norma ASTM C 443M-85a de especificaciones de las juntas de caucho de tubos de concreto da a entender claramente que las juntas, y por tanto los tubos, no deben trabajar a más de 13 Psi.

Durante los años que trabaje con tubos de concreto, las pruebas hidrostáticas supervisadas por SEDAPAL se realizaban a 10Psi durante 10 minutos en tubos reforzados, nunca se realizó prueba a un tubo sin refuerzo pues no se fabricaron.

Es curioso y confuso que la única referencia actual de un valor numérico específico para la presión de prueba (0,7 daN/cm²) este en una norma de requisitos de los tubos de hormigón simple (NTP 339.009:1997) y no en la norma específica de la prueba (NTP 339.041:2001). También confunde el hecho que se pida el uso de un manómetro de hasta 15 daN/cm² con subdivisiones de 0,5 daN/cm² cuando la presión de prueba es de solo 0,7 daN/cm² según NTP 339.009:1997.

Un caso particular donde si se establece el valor específico para la presión de prueba se da en México, donde el Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA) en coordinación con la Comisión Nacional del Agua (CNA) al presentar las características que debe cumplir un banco de prueba de hermeticidad, indican que la presión de prueba para tubos de concreto reforzado es de hasta 1 kg/cm^2 (14,2Psi), y debe mantenerse por 5 minutos, dicho valor de prueba se basa en la norma NMX-C-402-ONNCCE-2004, Industria de la construcción – Tubos - Tubos de concreto reforzado con junta hermética - Especificaciones y métodos de prueba (Cancela a la NMX-C-402-1996-ONNCCE).y en la NOM-001-CNA-1995 Sistema de alcantarillado – Especificaciones de hermeticidad.

Después de todo lo expuesto hay que tomar una decisión, por ello asumiendo que SEDAPAL tiene suficientes elementos para fijar la presión de prueba en 10Psi (68 947,57Pa) adoptare ese valor para el diseño del banco de prueba hidrostática; alcanzando ese valor en aproximadamente un minuto y manteniéndolo constante por otros 10 minutos; los cálculos no distinguirán entre tubos de hormigón simple o reforzado. Se asume que los tubos trabajaran conduciendo líquidos sin presión.

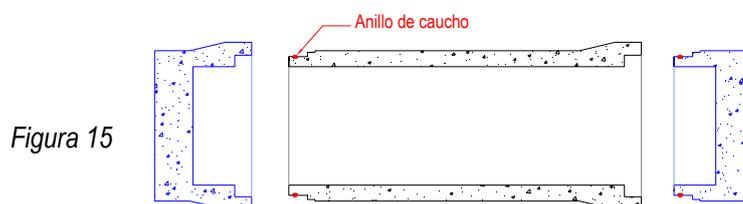
Los tubos de concreto de mayor demanda son los que tienen entre $\varnothing 800\text{mm}$ y $\varnothing 1200\text{mm}$, el banco de pruebas se diseñara para trabajar con tubos de hasta $\varnothing 1400\text{mm}$ y las características geométricas que se tomaran en cuenta serán las correspondientes a tubos fabricados en la empresa donde labore.

En caso de requerirse una mayor presión de prueba debe verificarse primero si la estructura se comportara en forma segura recalculando los valores máximos de esfuerzo y deformación en cada elemento (viga, tapa, caucho, etc.).

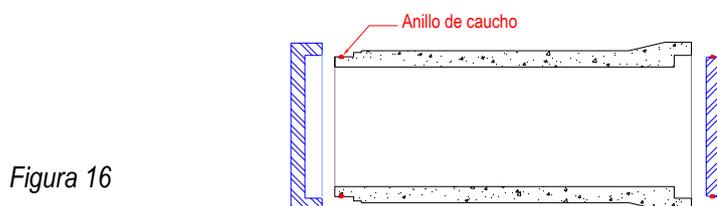
3.4. Elección de la estructura del banco de pruebas.

Existen diferentes disposiciones que permiten realizar la prueba hidrostática, comentare primero las tapas que se podrían usar en los extremos del tubo a fin de seleccionar la más apropiada:

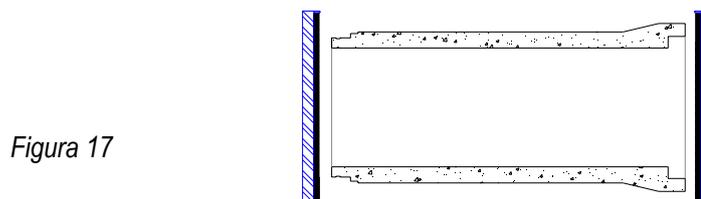
Tapas elaboradas a partir de un tubo de concreto, se usan dos tramos de tubo conocidos como “niples” (uno con campana y uno con espiga), que se rellenan para convertirlos en tapas, se requiere un juego para cada \varnothing de tubo.



Tapas que simulan ser espiga y campana, fabricadas de acero o madera simulan ser otro tubo, se requiere un juego para cada \varnothing de tubo.



Tapas planas con lamina de caucho, son totalmente planas y cuentan con un revestimiento de caucho que actúa como empaquetadura contra el borde del tubo.



De las tres la mas practica evidentemente es la tapa plana con lamina de caucho, no requiere mayor trabajo de detalle y puede ser usada con diferentes diámetros a diferencia de las otras dos

opciones que requieren una cuidadosa fabricación además que se necesita un juego de tapas específico para cada diámetro de tubo y para cada tipo de empalme.

Ahora hay que encontrar la forma de mantener las tapas en su lugar con la fuerza necesaria para soportar la presión de la prueba a la vez que mantienen la hermeticidad en los extremos del tubo. El caso más crítico se dará para la tubería más grande ($\varnothing 1400\text{mm}$), la fuerza que se genera sobre las tapas debido a la presión de prueba (10Psi) será:

$$F=P*A; \quad F=(10*6894,757)*\left(\pi*\frac{1,4^2}{4}\right)=106136\text{N}=10819\text{kg}$$

Recordar que: $1\text{atm} = 98066,5 \text{ Pa} = 14,22 \text{ Psi}$. Asumiendo un 30% adicional para lograr la hermeticidad la fuerza total sobre las tapas vale alrededor de 14 Toneladas.

Algunas opciones para realizar la prueba son:

Usar un templador central único, aparentemente la forma mas sencilla de realizar la prueba, se debe dimensionar adecuadamente el cable templador, requiere cuidado especial en el montaje de la prueba para colocar el cable a través de los tubos, el cual puede dañar por rozamiento el revestimiento plástico que cada vez es mas usado en los tubos de concreto. Para efectos prácticos es más adecuado para tubos de pequeño diámetro.

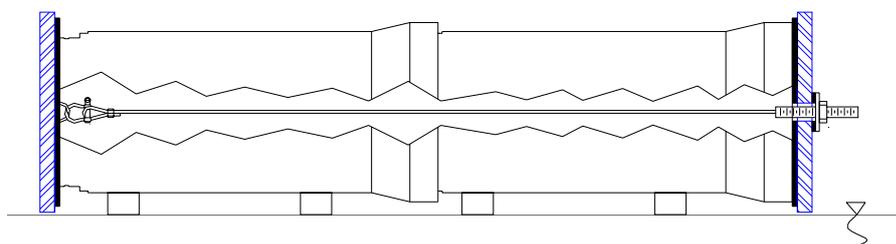


Figura 18

Usar dos o mas templadores externos, este método permite tener siempre a la vista todo el equipo en uso. Si se trabaja con dos templadores cualquier asimetría en la ubicación de las tapas podría ocasionar un accidente, lo ideal es usar como mínimo tres templadores para que cualquier

desalineamiento sea compensado; al usar este arreglo no se maltrata el cuerpo del tubo, sin embargo se pierde tiempo importante durante la colocación de las tapas, el montaje de los cables o barras de acero y el ajuste de los templadores. Durante el tiempo que trabaje con tubos de concreto realice numerosas pruebas con un sistema de este tipo con cuatro templadores y tubos de hasta $\varnothing 1400\text{mm}$.

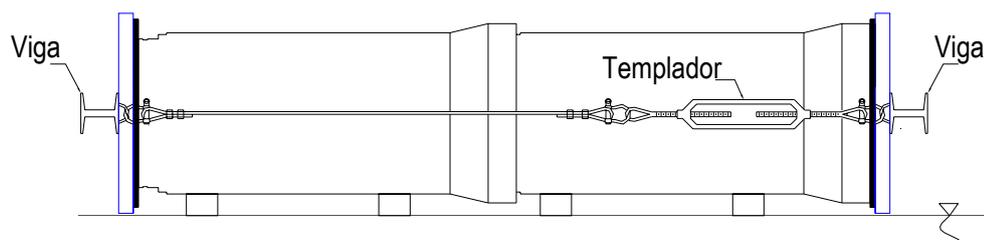


Figura 19

Presionar ambas tapas entre un elemento de fuerza y un apoyo fijo, este sistema es mucho mas practico pues no requiere montar templadores externos lo cual reduce el tiempo de la prueba considerablemente, otra ventaja es que el acceso para inspeccionar los tubos es totalmente libre. La tapa móvil se desliza horizontalmente, el elemento de fuerza se puede desplazar verticalmente mediante un soporte movable que deberá ser inmovilizado para poder realizar la prueba. La desventaja de este sistema es que se requiere un diseño cuidadoso y bastante robusto que permita inmovilizar el conjunto y reducir al mínimo las deformaciones, pues se presentan elevadas cargas debido a la fuerza generada por la prueba.

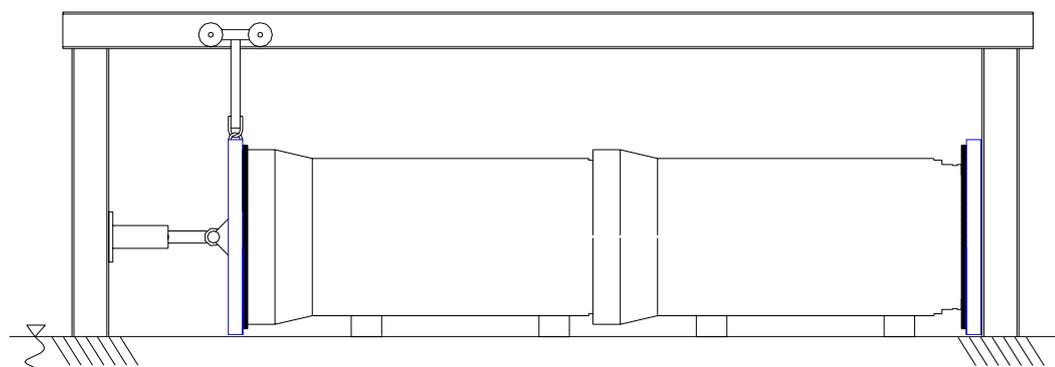


Figura 20

Si bien es cierto que se puede cimentar la estructura para fijar las vigas verticales, también queda claro que la mayor seguridad se dará si queda totalmente descartado que la distancia horizontal inferior entre ellas varíe, por ello se usara una viga horizontal que reemplazara a la cimentación en el piso, esto también genera que la estructura resultante sea fácil de trasladar al no estar anclada al piso.

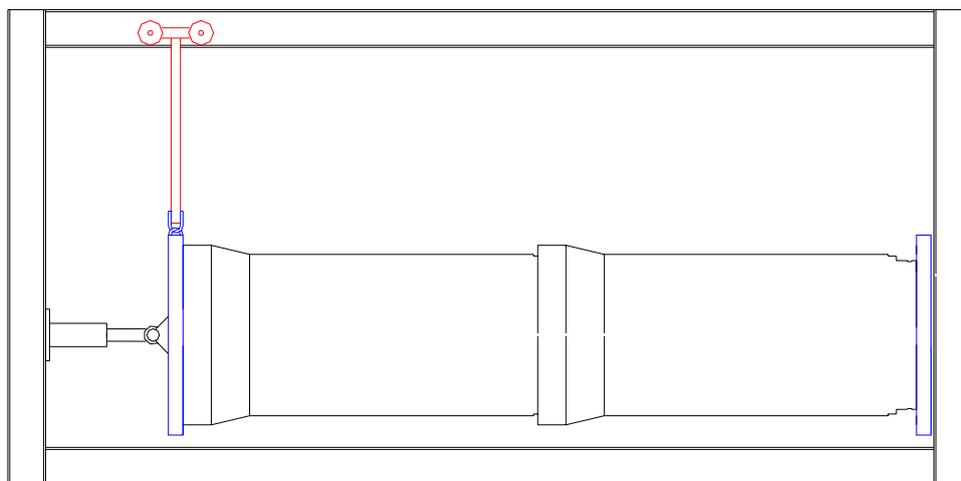


Figura 21

Los tubos deberán colocarse sobre soportes apoyados en el piso y que no tengan contacto con la viga horizontal inferior, a fin de permitir su libre deformación durante la prueba, evidentemente si los soportes se apoyasen en la viga la deformación podría afectar la alineación de los tubos y su apoyo con las tapas, lo cual lógicamente debe ser evitado.

CAPITULO IV

FUNDAMENTO TEORICO, CALCULO Y DISEÑO

4.1 ESTRUCTURA

CARGAS PRINCIPALES.

4.1.1. ALCANCES PREVIOS.

Como se ve de la Fig. 22, la estructura del banco de pruebas consta de dos vigas verticales (Viga1, Viga2) y dos vigas horizontales (Viga3, Viga4); suspendida de la viga horizontal superior se desliza una tapa circular (Tapa1), otra tapa similar (Tapa2) trabaja fija apoyada en Viga2; además en Viga1 se encuentra una botella hidráulica que al accionarse sella las tapas contra las tuberías, el ingreso y salida del agua se realiza por la tapa fija.

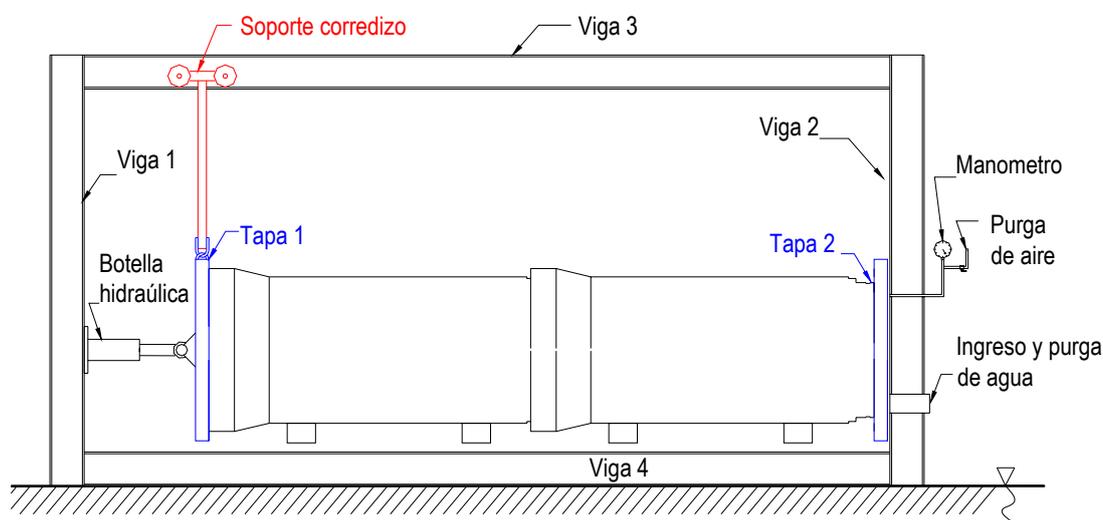


Fig. 22. Banco de prueba para ensayo de presión hidrostática

Las tuberías descansan sobre soportes por debajo de los cuales se encuentra Viga4; cabe resaltar que los soportes no se apoyan sobre Viga4, esto se logra “encajonando” Viga4 de alguna manera, se pueden ver dos opciones en la Fig. 23. El embone o empalme de la tuberías se puede realizar aprovechando la misma botella hidráulica o mediante el uso de un cargador frontal o el equipo

pesado que se utilice para trasladar los tubos desde su punto de almacenamiento hasta la zona de pruebas.

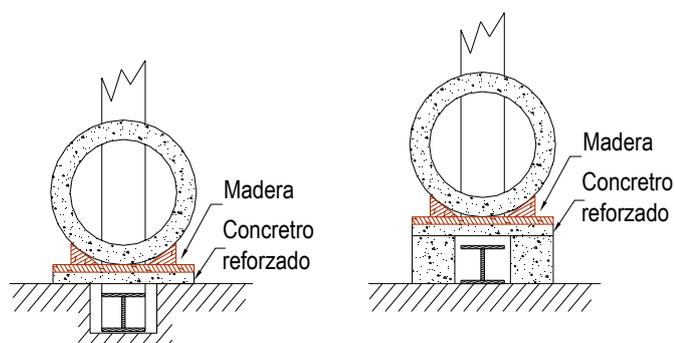


Fig. 23. Disposición que permite aislar Viga4

Las fuerzas que durante la prueba actúan sobre las vigas provienen de la interacción entre la botella hidráulica, las tuberías, las tapas y el agua, se debe considerar que:

- a.- La masa de agua dentro de las tuberías genera por si misma fuerza sobre las tapas debido a la presión natural del agua que aumenta con la profundidad, por tanto sobre las tapas hay una *fuerza generada por la masa del agua* F_m .
- b.- Para llevar a cabo la prueba se incrementa la presión del agua, esta presión genera carga sobre las tapas, por tanto hay una *fuerza generada por la presión de prueba* F_p .
- c.- Para garantizar la realización y seguridad de la prueba las tapas deben permanecer sellando los extremos de la tubería, esto es posible solo si las tapas son presionadas contra la tubería, por ello existe sobre las tapas una *fuerza de sellado* F_s .
- d.- Las características geométricas del interior del tubo generan una fuerza adicional (ver **CG-2** y **CG-3**) que se llamara *fuerza debido al escalón* F_{mp} .
- e.- Las fuerzas anteriores (debidas a masa, presión de prueba, sellado y escalón) definen la *fuerza total* F .
- f.- La *Tapa1* tiene un peso W considerable y se debe estudiar su efecto en el marco de la prueba.
- g.- Se puede estudiar los efectos de las cargas F y W independientemente para luego unir sus resultados.

4.1.1.1. Consideraciones geométricas importantes para los cálculos

CG-1

Hay que recordar que las tuberías de concreto tienen formas especiales en sus extremos para lograr el acoplamiento entre si de tal manera que el diámetro interior sea constante, existen diversas formas para dichos empalmes, el mas común en nuestro medio es el conocido como espiga-campana donde el extremo mas pequeño se le llama espiga y al mas grande se la conoce como campana, en adelante este tipo de unión será el que se usara para gráficos y cálculos, sin embargo todas las ecuaciones que se deduzcan podrán usarse para cualquier tubería independientemente del tipo de unión con la que cuente.

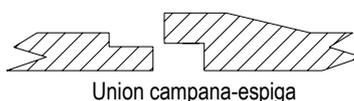
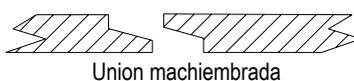


Fig. 24



CG-2

Hay que recordar que el agua sometida a presión la ejerce en todas direcciones, por ello hay que tener cuidado al considerar las zonas donde actúa el agua, en la Fig. 25 se puede notar una zona que llamare “escalón” es evidente que la presión (tanto por la masa de agua como la requerida para la prueba) actúa sobre el área del escalón generando sobre la tubería una fuerza hacia la derecha. El escalón queda definido por el radio interior máximo r_m y el radio nominal r de la tubería.

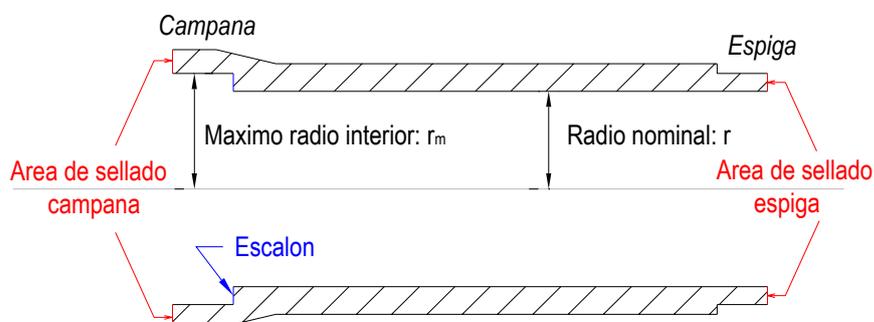
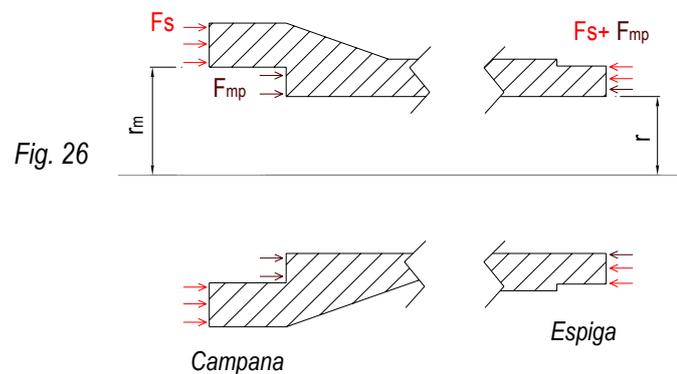


Fig. 25

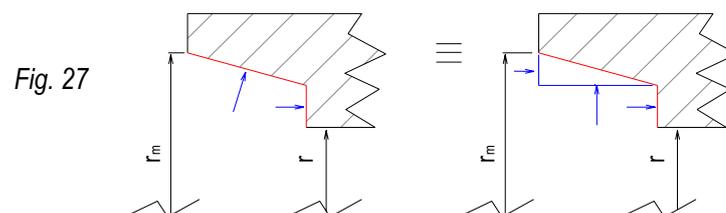
CG-3

Analizando las cargas sobre la tubería se puede ver en la Fig. 26 que hay tres zonas donde existen fuerzas horizontales: los extremos (espiga y campana) y el escalón; en los extremos esta presente la fuerza de sellado originada por la acción de las tapas y en el escalón actúa una fuerza F_{mp} debido a la presión de prueba y la presión de la masa del agua, esta fuerza F_{mp} es una fracción de la suma $F_m + F_p$ y para el equilibrio debe tener su reacción en la espiga.



CG-4

El extremo que en esta tesis se denomina campana estará relacionado siempre al extremo donde se encuentra el máximo radio interior r_m esto es importante en caso de trabajar con tubería con una unión diferente, por ejemplo si es de tipo machihembrado el escalón sería la zona roja en la Fig. 27, el hecho que tenga una parte inclinada no afecta el cálculo de F_m y F_p pues la fuerza generada (de color azul) tendrá una componente vertical que es absorbida por la tubería y una componente horizontal que actúa sobre la proyección vertical de la parte inclinada, esa proyección más la zona que si es vertical es un anillo limitado por r y r_m que es el escalón definido originalmente en **CG-2**, por tanto no importa la forma del escalón, lo importante son los radios que lo identifican: el radio nominal r y el radio interior máximo r_m .



CG-5

La Fig. 28 muestra las cargas sobre las tapas. En ambos lados (campana y espiga) esta presente la fuerza de sellado F_s . En el lado de la campana se puede ver como F_m y F_p actúan por completo a través del círculo de radio r_m , mientras que en el lado de la espiga el círculo es de menor tamaño (radio r), dado que la fuerza generada por cualquier presión depende del área sobre la cual actúa, se deduce que a través del círculo de radio r no actúa el 100% de $F_m + F_p$ falta una cantidad F_{mp} , y para el equilibrio del conjunto tubería-tapas ese faltante debe estar presente necesariamente en el área de sellado de la espiga, recordando **CG-3** se identifica que esa fuerza F_{mp} es la que se origina en el escalón (anillo de radio exterior r_m y radio interior r).

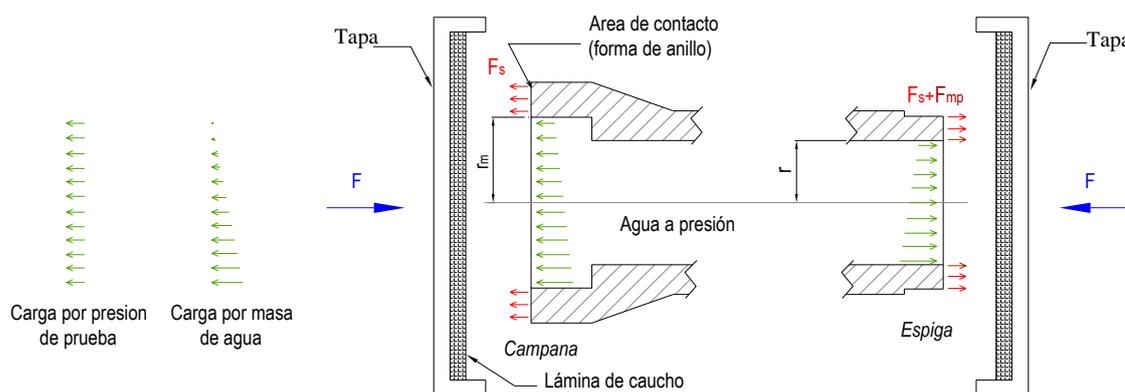


Fig. 28

Para evitar confusiones, los efectos de: la masa del agua, la presión del agua, el sellado y el escalón (F_m , F_p , F_s , F_{mp}) se diferenciarán cuando se evalúe la espiga o la campana mediante el uso de los subíndices E y C como se muestra a continuación:

$$\text{Notación general: } F_m, F_p, F_s, F_{mp} \quad (4.1)$$

$$\text{Notación para la campana: } F_{Cm}, F_{Cp}, F_{Cs}, F_{Cmp} \quad (4.2)$$

$$\text{Notación para la espiga: } F_{Em}, F_{Ep}, F_{Es}, F_{Emp} \quad (4.3)$$

La notación general se usará cuando se deduzcan ecuaciones, las notaciones para campana o espiga se usarán cuando se esté calculando un extremo específico. Es importante notar que cuando aparece en forma general F_m o F_p se refiere solamente a la fuerza actuante a través del extremo del tubo en estudio (Espiga: a través del círculo de radio r ; Campana: a través del círculo de radio r_m); es

decir si se esta analizando el extremo campana y se hace referencia a F_m y F_p se esta hablando de F_{Cm} y F_{Cp} ; de la misma manera si se analiza la espiga y se hace referencia a F_m y F_p se esta hablando de F_{Em} y F_{Ep} .

La Fig. 28 queda entonces de la siguiente forma:

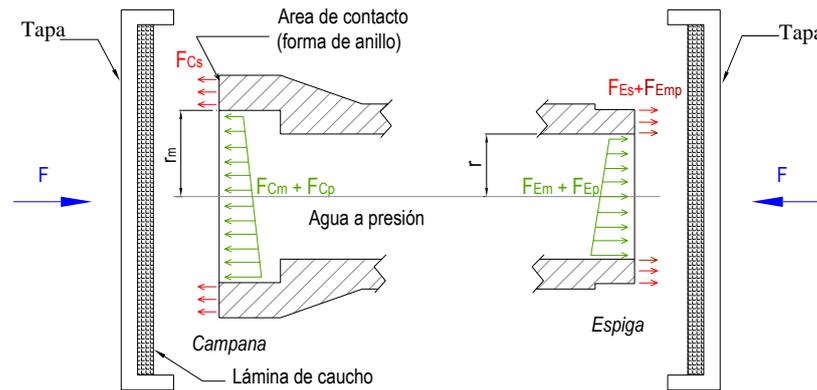


Fig. 29

Algunas relaciones obvias e importantes para análisis posteriores:

Para el equilibrio debe cumplirse (Ver **CG-3**): $F_{Cs} = F_{Es}$

Debido al escalón en la campana: $F_{Emp} = F_{Cm} + F_{Cp} - (F_{Em} + F_{Ep})$ (4.4)

Debido a que no hay escalón en la espiga: $F_{Cmp} = 0$

Debido a la diferencia de áreas ($r_m > r$ siempre): $F_{Cm} > F_{Em}$

Debido a la diferencia de áreas ($r_m > r$ siempre): $F_{Cp} > F_{Ep}$

Para la campana: $F = F_{Cm} + F_{Cp} + F_{Cmp} + F_{Cs}$; donde $F_{Cmp} = 0$

Para la espiga: $F = F_{Em} + F_{Ep} + F_{Emp} + F_{Es}$

CG-6

Cuando un extremo de la tubería esta en contacto con una tapa, la lamina de caucho actúa como una empaquetadura la cual tiene la forma del área que la presiona es decir un anillo, y para una empaquetadura en esas condiciones la reacción se considera concentrada a lo largo de una "línea de

reacción” la cual es obviamente una circunferencia que queda definida por un diámetro comúnmente llamado “diámetro de reacción de la empaquetadura”. Por comodidad para los cálculos futuros usare: diámetro de reacción de la empaquetadura = $2q$

En las ecuaciones futuras el termino $2q$ obviamente toma el valor del \emptyset *reacción de empaquetadura* correspondiente al extremo donde se trabaje, el cálculo de ese \emptyset se explicara mas adelante.

En adelante se usara los subíndices “E” y “C” cuando sea necesario.

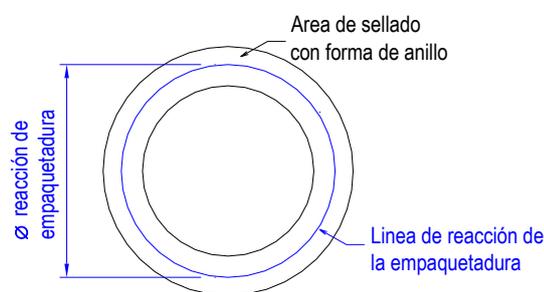


Fig. 30

CG-7

En los cálculos futuros se generaran ecuaciones bastante complicadas, además ya se vio que hay diferencias en las cargas según se analice la campana o la espiga que geoméricamente quedan definidas por:

Espiga: $r, 2q_E$

Campana: $r_m, 2q_C$

Los diferentes valores de F_m y F_p según el extremo que se analice, tienen su origen en la diferencia de radio interior del extremo (r, r_m), además la existencia de F_{mp} se debe al “escalón” definido en **CG-2**.

Hay que considerar dos opciones:

- 1°.- Calcular expresiones para cada extremo: campana y espiga, se tendría dos grupos de ecuaciones
- 2°.- Calcular un solo grupo de ecuaciones que sea valido para ambos extremos.

Optare por la segunda opción pues así se reducirá considerablemente la cantidad de ecuaciones requeridas, esto será posible si se *plantean las ecuaciones en forma genérica y luego se hace una adecuada reasignación de valores para el análisis específico de campana o espiga*.

Lo indicado en el párrafo anterior es posible si el análisis inicial para deducir las ecuaciones genéricas se hace sobre la espiga, pues en ella aparecen influencias debido al escalón de la campana por ello considera tanto a r como a r_m . En las ecuaciones aparecerá también el valor $2q$ el cual quedara indicado en forma genérica, sin diferenciar si se trata de $2q_E$ o $2q_C$.

Esto se explica con la Fig. 31 donde se aprecia que:

- en el extremo de la espiga sobre la tapa hay una fuerza F_{Emp} originada por el escalón del extremo opuesto (campana) por ello F_{Emp} queda definida por r y r_m ; además la presión de prueba y la presión por masa de agua actúan a través del área definida por r .
- en el extremo de la campana $F_{Cmp}=0$ pues no existe escalón en el extremo opuesto (espiga); las fuerzas sobre la tapa solo dependen de r_m pues este define el área a través de la que actúan la presión por masa de agua y la presión de prueba.

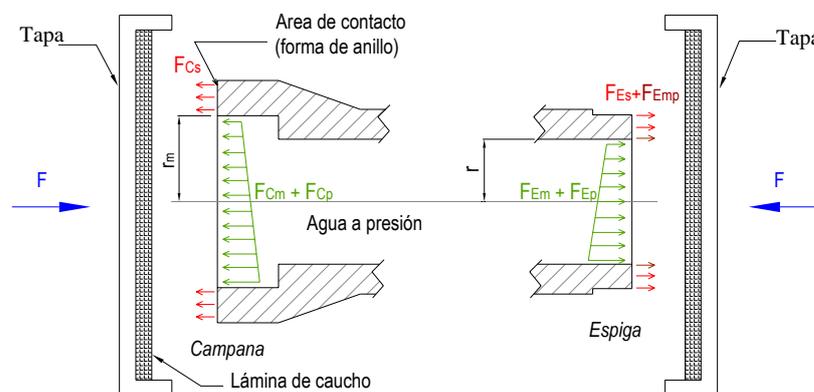


Fig. 31

Es decir al analizar un extremo se debe considerar el radio interior que lo define y los radios que definen al escalón del extremo opuesto. Si no hay escalón solo se trabaja con el radio del extremo. Por ello cuando se quiera analizar un extremo en particular será suficiente una reasignación adecuada de los valores r , r_m y $2q$ de la siguiente manera:

- Para trabajar con la espiga de la tubería se reemplaza el genérico $2q$ con $2q_E$ y se mantienen los valores de r y r_m .
- Para trabajar con la campana de la tubería se reemplaza el genérico $2q$ con $2q_C$, se mantiene el valor de r_m y se reemplaza r con r_m .

Lo anterior se resume en la siguiente tabla:

Tabla 1

Termino en las ecuaciones	Campana	Espiga
r_m	Mantiene su valor	Mantiene su valor
r	Es reemplazado por r_m	Mantiene su valor
$2q$	Toma el valor $2q_C$	Toma el valor $2q_E$

$2q_C = \emptyset$ reacción de empaquetadura en la campana

$2q_E = \emptyset$ reacción de empaquetadura en la espiga

El cuadro anterior se comprende mejor tomando en cuenta que:

- el valor de $2q$, lógicamente; debe ser el correspondiente para cada extremo,
- la espiga considera r pues es el radio que la define,
- la espiga considera r_m pues este valor junto con r definen al escalón del extremo opuesto (campana),
- la campana considera r_m pues es el radio que la define,
- la campana *no cuenta con un escalón en el extremo opuesto de la tubería*, por ello no toma en cuenta al radio r , y al reemplazarlo por r_m origina que F_{Cmp} valga cero como se vera mas adelante.

CG-8

Las características geométricas de los tubos a probar son muy importantes, el tubo de mayor diámetro que se considera para el diseño del banco de pruebas tiene $\varnothing 1400\text{mm}$, las dimensiones que serán usadas en cálculos futuros, referidas a la Fig. 32 son:

$$r=0,70\text{m}; \quad r_m=0,79\text{m}; \quad e_c=0,135\text{m}; \quad e_E=0,077\text{m}$$

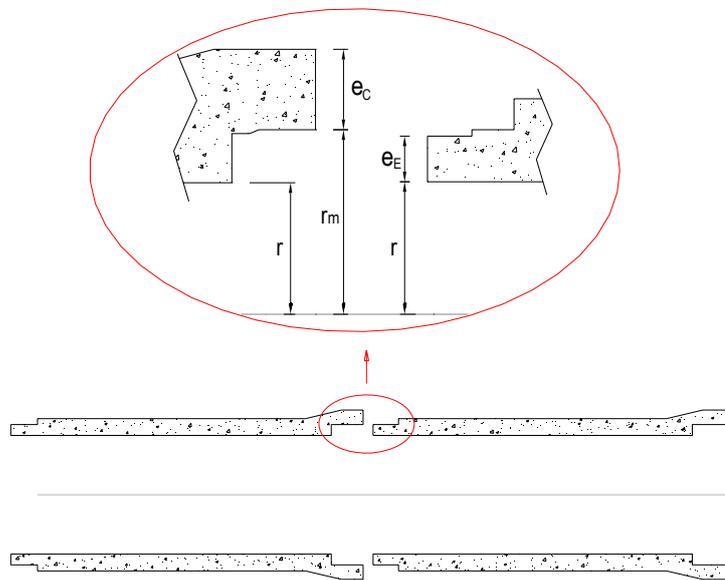


Fig. 32

4.1.1.2. Consideraciones matemáticas importantes para los cálculos**CM-1**

El sistema de coordenadas X-Y define la posición de un punto mediante un par de valores (x,y) llamados "coordenadas", en el gráfico las coordenadas del punto A son (a,b) .

X ___ eje de las abscisas
Y ___ eje de las ordenadas

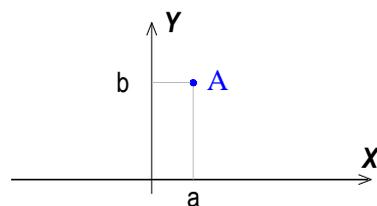


Fig. 33

CM-2

Una función matemática consta de variables dependientes y variables independientes, por ejemplo:

$$G_{(u)} = \cos\sqrt{u^3 + 5}$$

El valor de $G_{(u)}$ depende del valor que tome u , entonces :

u _____ variable independiente

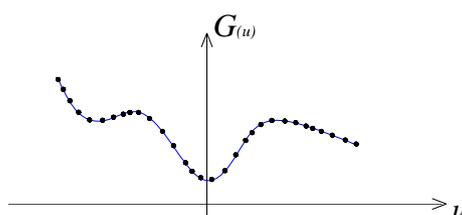
$G_{(u)}$ _____ variable dependiente

CM-3

Toda función matemática de una variable (por ejemplo $G_{(u)}$) se puede representar en el sistema de coordenadas X-Y como una sucesión de puntos, para ello se define la variable independiente (usualmente en el eje de abscisas) y la variable dependiente (usualmente en el eje de ordenadas), la unión de esos puntos genera una línea que representa la relación entre las variables dependiente e independiente; a dicha línea se le conoce como curva de la función $G_{(u)}$ o simplemente función $G_{(u)}$.

Para el ejemplo de la Fig. 34 el eje Y agrupa los valores $G_{(u)}$ y el eje X agrupa los valores u .

Fig. 34

**CM-4**

Cuando una magnitud G esta distribuida sobre "algo" (el tiempo, una línea, una superficie, un volumen, etc.), y cada parte de ese "algo" se puede definir con un valor x , entonces se puede elaborar una función matemática $G_{(x)}$ que cumple con lo siguiente:

$$G = \int_a^c dG = \int_a^c G_{(x)} dx$$

$$G_{a-b} = \int_a^b G(x) dx$$

Siendo:

$G(x)$ Distribución de la magnitud G sobre un rango (en este caso $a-c$)

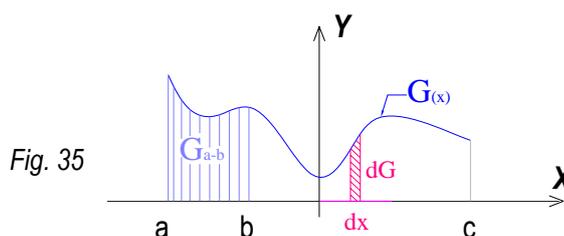
G Magnitud G

G_{a-b} Fracción de la magnitud G que actúa sobre el rango $a-b$

Es importante notar que para cualquier magnitud H que actúa en un rango por ejemplo $e-f$, si se puede encontrar una expresión matemática que cumpla:

$$H = \int_e^f H(x) dx$$

Entonces se abra encontrado la distribución de dicha magnitud H (es decir $H(x)$) sobre el rango $e-f$.



4.1.1.3. Secuencia de cálculos.

La secuencia de cálculos buscara obtener:

- 1.- La magnitud de las fuerzas F_m , F_p , F_s y F_{mp} .
- 2.- La distribución de fuerza que se origina por F_m , F_p , F_s y F_{mp} sobre *Viga2*.
- 3.- Los efectos de F en cada viga (momentos, fuerzas, flechas y giros)
- 4.- Los efectos de W en cada viga (momentos, fuerzas, flechas y giros)
- 5.- Los efectos totales en cada viga, sumando los aportes parciales de F y W .

Importante: Dado que la botella hidráulica concentra la fuerza total F en un área muy pequeña de *Viga1* el estudio de dicha viga es sencillo, mientras que en el otro extremo F se distribuye sobre *Viga2*

en una forma compleja (recordar que F actúa sobre *Tapa2* la cual se apoya sobre *Viga2*) que debe ser evaluada cuidadosamente, por ello los cálculos siguientes estarán referidos al conjunto *Tapa2-Viga2*, a menos que se especifique lo contrario, y como se indico en **CG-7** las ecuaciones genéricas serán deducidas considerando el análisis de la espiga, después la reasignación de valores ya definidas generaran los resultados específicos correspondientes para campana o espiga.

Conociendo los efectos de F y W sobre las vigas se puede dimensionar las mismas seleccionando los perfiles adecuados disponibles en el mercado.

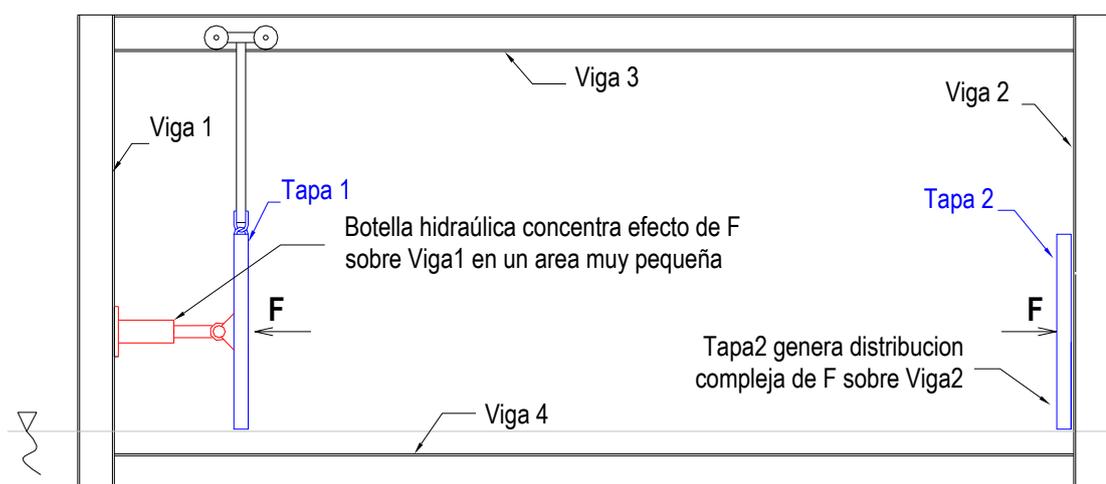


Fig. 36

4.1.2. FUERZA DEBIDO A LA MASA DE AGUA (F_m)

Ya se indicó que para obtener ecuaciones genéricas el análisis se hace del lado de la espiga. Se ve en la Fig. 37 que en Tapa2 el área en contacto con el agua está definida por el radio r . La fuerza que actúa a través del círculo de radio r , originada por la masa del agua es F_m .

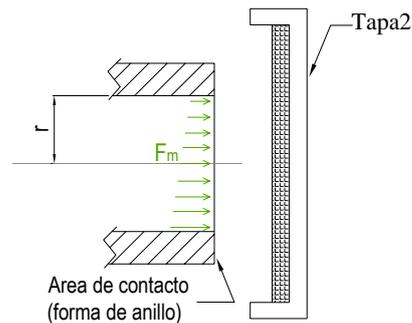


Fig. 37

4.1.2.1. Cálculo del valor de F_m

La masa de agua dentro de la tubería genera presión P_m sobre las tapas, dicha presión actúa en un área circular de radio r en la espiga (en la campana el área tiene radio r_m) y origina una distribución de fuerzas; a continuación calcularemos el valor de la fuerza generada por la masa de agua (F_m). La presión debida a la masa del agua aumenta con la profundidad h , siendo cero en la superficie o lo que es lo mismo en el nivel más alto del agua, para este caso en el interior de la tubería el punto más alto está en el lado de la campana y queda definido por r_m , por ello se le debe considerar para los cálculos, tal como se ve en las Fig. 38 y 39.

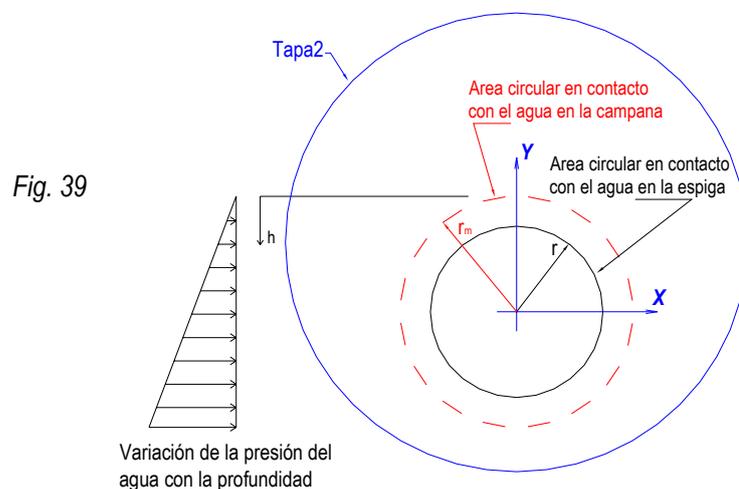


Fig. 39

Variación de la presión del agua con la profundidad

Para todo h se cumple que:

$$P_m = h\rho g \quad (\text{N/m}^2) \quad h \text{ (m)}, \quad \rho \text{ (Kg/m}^3), \quad g \text{ (m/s}^2)$$

$$dF_m = P_m dA$$

$$\text{De la Fig. 38:} \quad dA = L dy \quad r^2 = \frac{L^2}{4} + y^2 \Rightarrow L = 2\sqrt{r^2 - y^2}$$

$$\Rightarrow dA = 2\sqrt{r^2 - y^2} dy$$

$$dF_m = h\rho g 2\sqrt{r^2 - y^2} dy$$

$$\text{De la Fig. 39:} \quad h = r_m - y$$

$$\Rightarrow F_m = 2\rho g \int_{-r}^r (r_m - y)\sqrt{r^2 - y^2} dy = 2\rho g \left[r_m \int_{-r}^r \sqrt{r^2 - y^2} dy - \int_{-r}^r y\sqrt{r^2 - y^2} dy \right] \quad (4.5)$$

$$\text{De la tabla de integrales:} \quad \int \sqrt{r^2 - y^2} dy = y \frac{\sqrt{r^2 - y^2}}{2} - \frac{r^2}{2} \text{arcCos}(y/r) ; \quad \int y\sqrt{r^2 - y^2} dy = -\frac{(r^2 - y^2)^{3/2}}{3}$$

Reemplazando en (4.5):

$$F_m = 2\rho g \left[r_m y \frac{\sqrt{r^2 - y^2}}{2} - \frac{r_m r^2}{2} \text{arcCos}(y/r) + \frac{(r^2 - y^2)^{3/2}}{3} \right]_{-r}^r = 2\rho g \left[0 - 0 + 0 - (0 - \frac{r_m r^2}{2} \pi + 0) \right]$$

$$F_m = \rho g \pi r_m r^2 \quad (4.6)$$

He calculado el valor de F_m sobre *Tapa2* en el lado de la espiga, esa fuerza se distribuye sobre *Tapa2* en un área circular de radio r , es decir el área que esta en contacto con el agua. Como la tapa se apoya sobre *Viga2*, para un correcto cálculo debo hallar la distribución de F_m sobre dicha viga.

4.1.2.2. Distribución $F_{m(x)}$ sobre *Viga2*

F_m actúa sobre *Tapa2* y se transmite a la *Viga2*; para encontrar la distribución de F_m sobre *Viga2* trabajare con el diferencial de área dA definido en la Fig. 40 y asumiré lo siguiente:

- La fuerza que actúa sobre un dA se considera concentrada en un punto al centro del dA
- La unión de los puntos definidos en a) coincide con un diámetro del área circular en contacto con el agua.
- El diámetro obtenido en b) coincide con la proyección del eje neutro de la viga. (Ver Fig. 40 y 41)
- La distribución de fuerzas hallada es el efecto sobre *Viga2*.

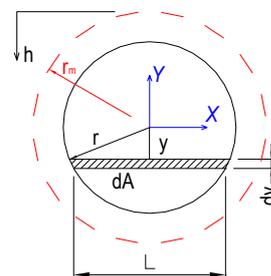
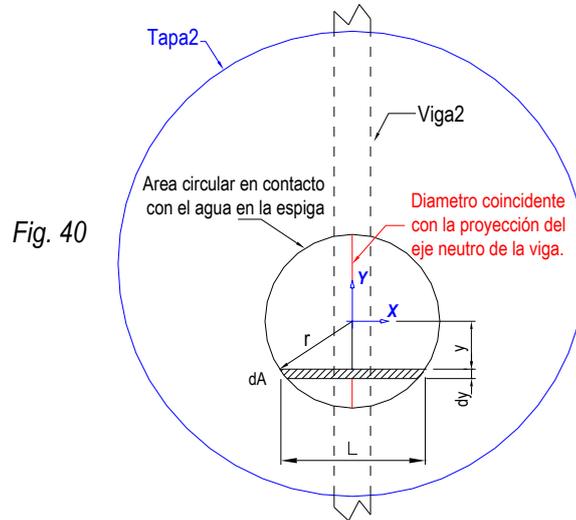


Fig. 39

Recordar de (4.5) que:
$$F_m = \int_{-r}^r 2\rho g(r-y)\sqrt{r^2-y^2} dy \tag{4.6}$$



Tomando en cuenta **CM-4**:
$$F_m = \int F_{m(y)} dy \tag{4.7}$$

Igualando (4.6) con (4.7) e identificando términos:
$$F_{m(y)} = 2\rho g(r-y)\sqrt{r^2-y^2} \tag{4.8}$$

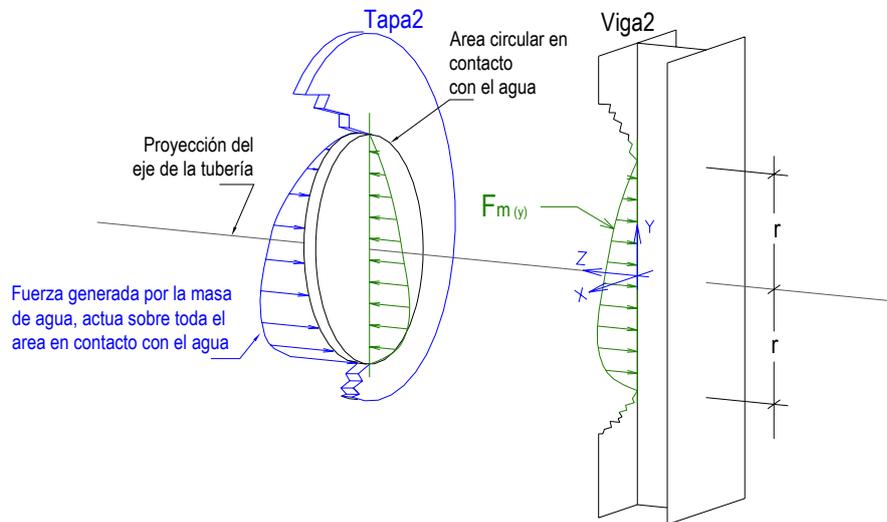


Fig. 41

Tomar en cuenta:

- 1- La distribución $F_{m(y)}$ en la Fig. 41 actúa sobre la viga en posición vertical
- 2- El origen de coordenadas esta en la intersección de la superficie de la viga con la proyección del centro del área de la tapa en contacto con el agua (que es la proyección del eje de la tubería)
- 3- Para efectos de calculo $F_{m(y)}$ se debe considerar actuando sobre el eje neutro de la viga

- 4- Para hacer mas familiar la presentación de los cálculos trabajare con *Viga2* rotada -90 grados
- 5- Designare los ejes coordenados como se acostumbra: eje *X* horizontal; eje *Y* vertical
- 6- El nuevo punto (0,0) se encuentra en la intersección del eje de la tubería y el eje neutro de *Viga2*.

La distribución de fuerzas sobre *Viga2* quedaría como se indica en la Fig. 43, la ecuación de la curva

ahora es:
$$F_{m(x)} = 2\rho g(r_m - x)\sqrt{r^2 - x^2} \quad (4.9)$$

Distribución de fuerza sobre *Viga2* debido a la masa de agua

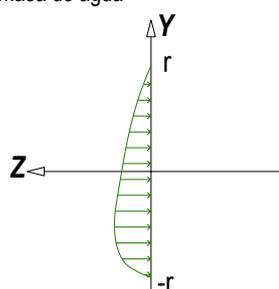


Fig. 42

Distribución de fuerza sobre *Viga2* debido a la masa de agua

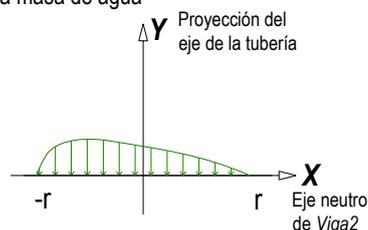


Fig. 43

Para cálculos posteriores es necesario conocer la ubicación en el eje *X*, del centro de gravedad (C.G.) de la distribución de fuerzas.

4.1.2.3. Cálculo del centro de gravedad en el eje *X* de $F_{m(x)}$

$$\bar{X} = \frac{\int_{-r}^r xy \cdot dx}{\int_{-r}^r y \cdot dx} = \frac{\int_{-r}^r x F_{m(x)} dx}{\int_{-r}^r F_{m(x)} dx}$$

El denominador ya fue calculado en (4.7)

$$\bar{X} = \frac{2\rho g}{\rho g \pi r_m r^2} \int_{-r}^r x(r_m - x)\sqrt{r^2 - x^2} dx$$

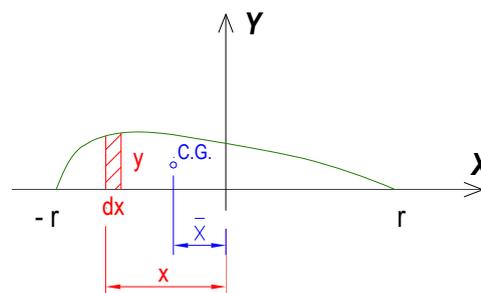


Fig. 44

$$\bar{X} = \frac{2}{\pi r_m r^2} \left[r_m \int_{-r}^r x\sqrt{r^2 - x^2} dx - \int_{-r}^r x^2\sqrt{r^2 - x^2} dx \right] \quad (4.10)$$

De la tabla de integrales se conoce:

$$\int x\sqrt{r^2 - x^2} dx = -\frac{(r^2 - x^2)^{3/2}}{3} \quad (4.11)$$

$$\int x^2\sqrt{r^2 - x^2} dx = r^2 x \frac{\sqrt{r^2 - x^2}}{8} - \frac{r^4}{8} \arccos(x/r) - \frac{x(r^2 - x^2)^{3/2}}{4} \quad (4.12)$$

Reemplazando (4.11) y (4.12) en (4.10):

$$\bar{X} = \frac{2}{\pi r_m r^2} \left[\frac{r_m (r^2 - x^2)^{3/2}}{3} - \frac{r^2 x}{8} \sqrt{r^2 - x^2} + \frac{r^4}{8} \arccos(x/r) + \frac{x (r^2 - x^2)^{3/2}}{4} \right]_{-r}^r$$

$$\bar{X} = -\frac{r^2}{4r_m} \quad (4.13)$$

Ya se conoce $F_{m(x)}$ sobre *Viga2*, y la ubicación de su C.G. en el eje X.

4.1.3. FUERZA DEBIDO A LA PRESIÓN DE PRUEBA (F_p)

Ya se indicó que para obtener ecuaciones genéricas el análisis se hace del lado de la espiga. Se ve en la *Fig. 45* que en *Tapa2* el área en contacto con el agua está definida por el radio r . La fuerza que actúa a través del círculo de radio r , originada por la presión de prueba es F_p .

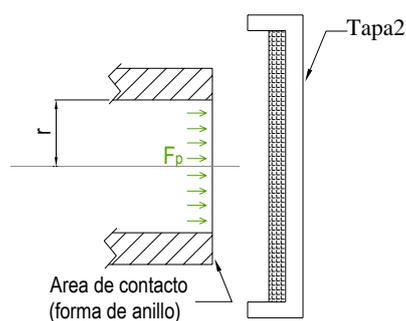


Fig. 45

4.1.3.1. Calculo del valor de F_p .

La prueba hidrostática requiere que el agua dentro de la tubería se lleve a una presión de prueba P , dicha presión genera una distribución de fuerzas sobre las tapas que sellan los extremos de las tuberías, esa distribución de fuerzas se da sobre el área circular que está en contacto con el agua, generándose sobre *Tapa2* una fuerza total F_p , a continuación se calculará el valor de dicha fuerza.

La presión de la prueba es constante, no varía con la profundidad del agua por tanto solo interesa para los cálculos la superficie de la tapa en contacto con el agua, esa superficie está definida por el radio r .

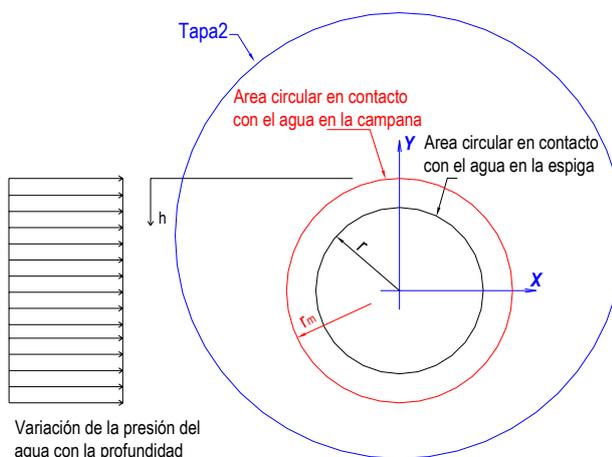


Fig. 46

De la Fig. 46: $P = \text{cte}$ $dF_p = PdA$

De la Fig. 47: $dA = Ldy$ $r^2 = \frac{L^2}{4} + y^2 \Rightarrow L = 2\sqrt{r^2 - y^2}$

$\Rightarrow dA = 2\sqrt{r^2 - y^2}dy$ $dF_p = 2P\sqrt{r^2 - y^2}dy$

$$F_p = 2P \int_{-r}^r \sqrt{r^2 - y^2} dy \quad (4.14)$$

De la tabla de integrales se sabe que:

$$\int \sqrt{r^2 - y^2} dy = y \frac{\sqrt{r^2 - y^2}}{2} - \frac{r^2}{2} \arccos(y/r)$$

Reemplazando en (4.14):

$$F_p = 2P \left[y \frac{\sqrt{r^2 - y^2}}{2} - \frac{r^2}{2} \arccos(y/r) \right]_{-r}^r = 2P \left[0 - 0 - \left(0 - \frac{r^2}{2} \pi \right) \right]$$

$$F_p = P\pi r^2 \quad (4.15)$$

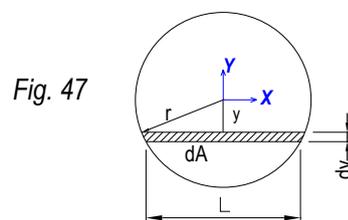


Fig. 47

Este resultado coincide, como era de esperarse, con el producto de la presión P por el área de la tapa en contacto con el agua ($\pi \cdot r^2$). He calculado el valor de la fuerza TOTAL generada por P , esta fuerza es transmitida a *Viga2* y para un correcto cálculo debo encontrar la distribución de la fuerza sobre dicha viga.

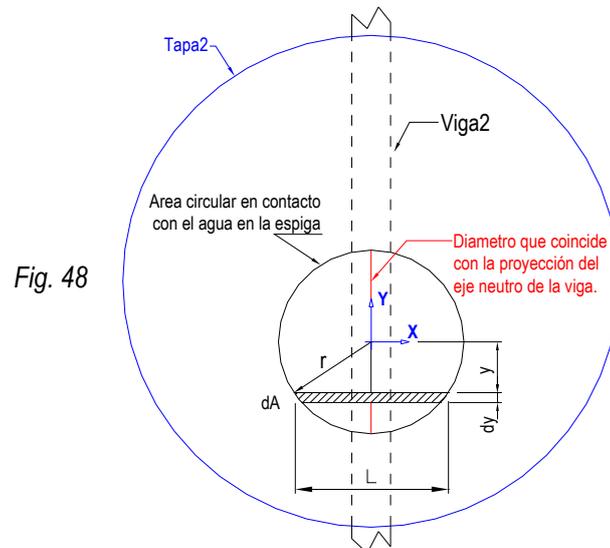
4.1.3.2. Distribución $F_p(x)$ sobre Viga2

F_p actúa sobre la parte de la tapa que esta en contacto con el agua, esta fuerza se transmite a la Viga2, para encontrar la distribución de F_p sobre Viga2 trabajare con el diferencial de área dA definido en la Fig. 48 y asumiré lo siguiente:

- La fuerza que actúa sobre un dA se considera concentrada en un punto al centro del dA
- La unión de los puntos definidos en a) coincide con un diámetro del área de la tapa en contacto con el agua.
- El diámetro obtenido en b) coincide con la proyección del eje neutro de la viga. (Ver Fig. 48 y 49)
- La distribución de fuerzas hallada es el efecto sobre Viga2.

Recordar de (4.14) que:
$$F_p = \int_{-r}^r 2P\sqrt{r^2 - y^2} dy \quad (4.16)$$

Tomando en cuenta **CM-4**:
$$F_p = \int F_{pe}(y) dy \quad (4.17)$$



Igualando (4.16) y (4.17) e identificando términos:
$$F_{p(y)} = 2P\sqrt{r^2 - y^2} \quad (4.18)$$

Tomar en cuenta:

- La distribución $F_{p(y)}$ en la Fig. 49 actúa sobre la viga en posición vertical.
- El origen de coordenadas esta en la intersección de la superficie de la viga con la proyección del centro del área de la tapa en contacto con el agua (que es la proyección del eje de la tubería).
- Para efectos de calculo $F_{p(y)}$ se debe considerar actuando sobre el eje neutro de la viga.

4. Para hacer más familiar la presentación de los cálculos trabajare con *Viga2* rotada -90 grados.

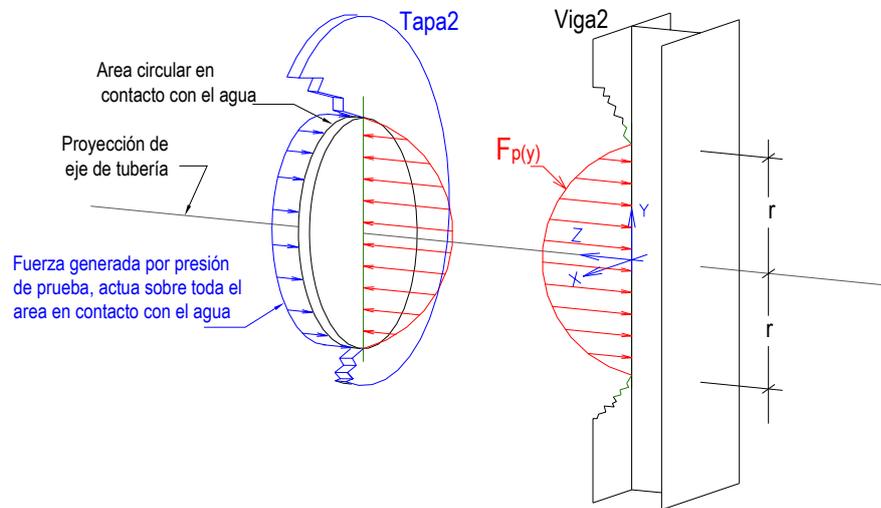


Fig. 49

5. Designare los ejes coordenados como se acostumbra: eje X horizontal; eje Y vertical.
6. El nuevo punto (0,0) se encuentra en la intersección del eje de la tubería y el eje neutro de *Viga2*.

La distribución de fuerzas sobre *Viga2* quedaría como se indica en la Fig. 51; la ecuación de la curva ahora es:

$$F_{p(x)} = 2P\sqrt{r^2 - x^2} \tag{4.19}$$

Distribución de fuerza sobre *Viga2* debido a la presión de prueba

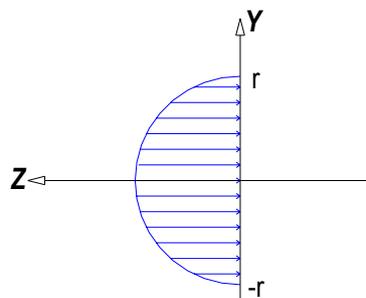


Fig. 50

Distribución de fuerza sobre *Viga2* debido a la presión de prueba

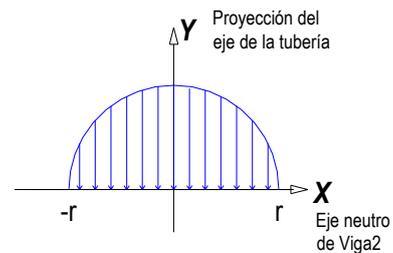


Fig. 51

4.1.3.3. Cálculo del centro de gravedad en el eje X de $F_{p(x)}$

Por ser $F_{p(x)}$ una distribución simétrica respecto del eje Y se cumple que: $\bar{X}=0$ (4.20)

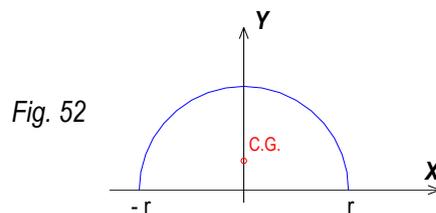
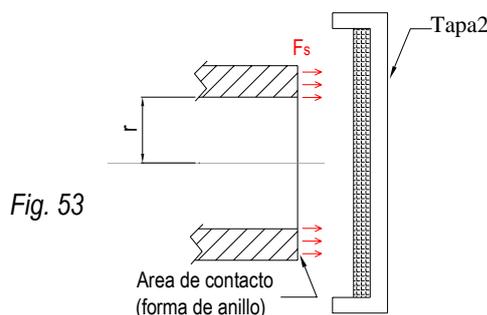


Fig. 52

4.1.4. FUERZA DE HERMETIZACION DEL TUBO O FUERZA DE SELLADO (F_s)

Las fuerzas sobre las tapas debido a la masa de agua y la presión de prueba tienden a separar las tapas de los extremos de la tubería, si esto sucediera se perdería el agua a presión y no sería válida la prueba. Para lograr el sellado hermético entre los extremos de la tubería y las tapas se usa una lamina de caucho que cubre la superficie de la tapa a modo de empaquetadura, entonces aparece (además de F_m y F_p) una fuerza adicional que presiona al caucho que permite lograr el sellado hermético, esa es la fuerza de sellado F_s .

El sellado hermético asegura que no exista pérdida de agua entre la tubería y la tapa, con lo que el ensayo se puede llevar a cabo con seguridad, para sellar cualquier recipiente sometido a presión debe cumplirse que la presión sobre el elemento sellante (presión de sellado) sea un cierto factor de la presión interna del recipiente; la presión de sellado a través del área de sellado, da origen a la Fuerza de sellado F_s



Observaciones tomando en cuenta la Fig. 53:

- 1- El área de contacto (que tiene forma de anillo) es generalmente mayor en la campana que en la espiga, por seguridad se debe determinar exactamente cual de las dos es mayor.
- 2- En el lado de la campana la totalidad de $F_m + F_p$ actúa a través del círculo de radio r_m .
- 3- En el lado de la espiga además de F_s aparece F_{mp} debido al escalón de la campana, tal como se explica en **CG-5**.
- 4- El área de contacto en la espiga A_{espiga} está definida por el radio r y el espesor de la espiga e_E .
- 5- El área de contacto en la campana $A_{campana}$ está definida por el radio r_m y el espesor de la campana e_C

6- Por lo general $A_{\text{espiga}} < A_{\text{campana}}$.

Por tanto en el lado de la espiga la presión resultante en la empaquetadura es mayor puesto que:

Tabla 2

	Espiga	Campana
Fuerza presente	$F_s + F_{mp}$	F_s
Área de contacto (forma de anillo)	A_{espiga}	A_{campana}
Presión resultante:	$\frac{F_s + F_{mp}}{A_{\text{espiga}}}$	$\frac{F_s}{A_{\text{campana}}}$

4.1.4.1. Cálculo del valor de F_s

El cálculo de la fuerza de sellado se hará considerando la similitud del conjunto tapa-caucho-tubería con la tapa de un recipiente a presión donde se usa una empaquetadura como elemento sellante y un conjunto de pernos que generan la fuerza necesaria tanto para contrarrestar la presión interna como para sellar el recipiente, en el caso del banco de prueba la función de los pernos la realiza la botella hidráulica por un lado y la Viga2 por el otro.

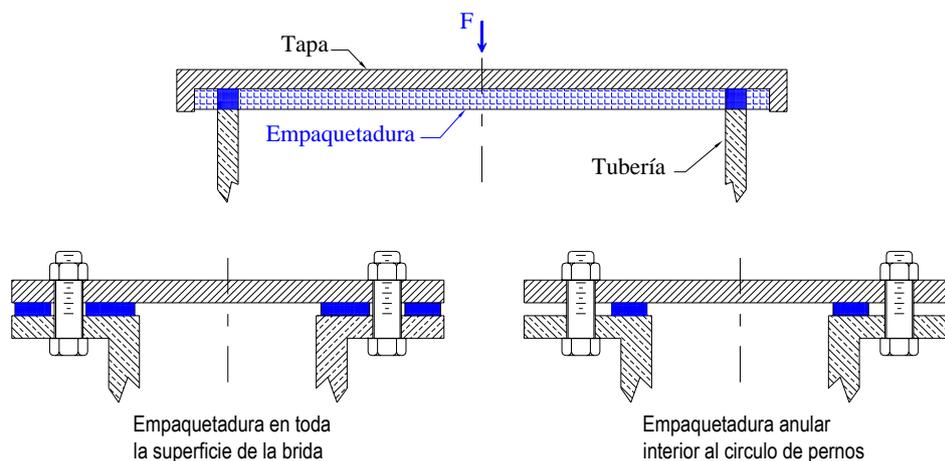


Fig. 54

Existen dos disposiciones para la empaquetadura en recipientes a presión:

- a) empaquetadura en toda la superficie de la brida
- b) empaquetadura anular al interior del círculo de pernos

Esta última es la que se aproxima más a la disposición tapa-caucho-tubería porque el agente que genera la fuerza que produce el sellado (pernos en un caso y botella hidráulica en el otro) no actúa directamente sobre la zona comprimida de la empaquetadura, además los cálculos toman en cuenta: las características geométricas de la empaquetadura, el tamaño de la superficie sometida a presión y la dureza del material de la empaquetadura, mientras que en la disposición (a) se toma más en cuenta las características de los pernos y muy genéricamente el tipo de empaquetadura. La empaquetadura a utilizar será caucho natural Dureza Shore < 75, la sustentación se explica en el apartado 4.2.4. correspondiente a la placa de caucho de las tapas.

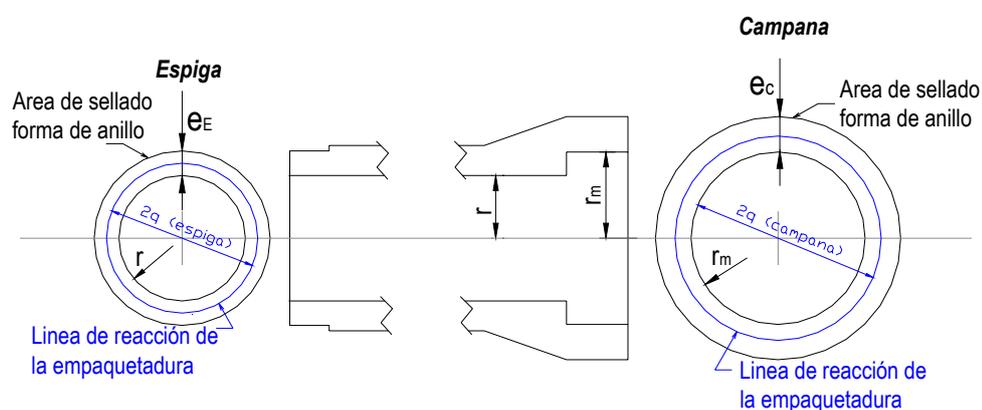


Fig. 55

El ASME Boiler and Pressure Vessel Code (Codigo ASME de calderas y recipientes a presión), en su Apéndice II, da las pautas para el cálculo de los empaques para un recipiente a presión basándose en dos tipos de carga: la carga mínima requerida de los pernos para el asentamiento de los empaques y la carga mínima requerida de los pernos para las condiciones de abertura; se toma el valor de la carga mayor para el diseño. Para que una empaquetadura cumpla con su función requiere estar sometida a una presión P' mayor a la del recipiente que debe sellar, P' se calcula con el área efectiva de trabajo del empaque y la fuerza que actúa sobre esta. Para ello hay que considerar:

$$\text{Área efectiva del empaque: } A_{ef} = \pi b_e G_e$$

G_e ___ \varnothing correspondiente a la localización de la reacción de la empaquetadura

$$G_e = D_e - 2b_e$$

D_e ___ \emptyset exterior de la empaquetadura que aparentemente esta a compresión: $(r+e_E)$ ó (r_m+e_C)

b_e ___ ancho efectivo de la empaquetadura $b_e = \sqrt{\frac{3,175N_e}{1000}}$ para N_e en (m)

N_e ___ ancho de la empaquetadura que aparentemente esta a compresión: e_E ó e_C

Por comodidad en adelante usare en las ecuaciones: $G_e=2q$, entonces:

$$A_{ef} = \pi \sqrt{\frac{3,175N_e}{1000}} (2q) \quad (4.21)$$

$$2q = D_e - 2 \sqrt{\frac{3,175N_e}{1000}} \quad (4.22)$$

**Carga de asentamiento.*- Cuando se monta inicialmente una junta es necesario aplicar una fuerza suficiente sobre el empaque para que se amolde a la superficie de la brida. El código ASME en su Sección VIII, Recipiente de presión-División 1, incluye la Tabla UA-49.1 que proporciona valores recomendados del esfuerzo mínimo de asentamiento de diseño y_{asent} que es necesario para hacer ceder cada tipo de empaque y lograr su correcto asentamiento en la superficie de la brida. La carga mínima requerida para el asentamiento de empaques se determina mediante la aplicación de este esfuerzo al área efectiva del empaque A_{ef}

$$C_{asent} = A_{ef} \cdot y_{asent}$$

De la *Tabla 3*, para el caucho con Dureza Shore < 75: $y_{asent} = 0 \Rightarrow C_{asent} = A_{ef} \cdot 0 = 0$ (4.23)

**Carga de sellado.*- Cuando una junta soporta presión interna, no se producirá una fuga si la brida se apoya contra el empaque con una presión que sea un cierto múltiplo de la presión interior en el recipiente, este múltiplo se conoce como factor de empaque " m ". La tabla UA-49.1 del código ASME proporciona valores recomendados del factor de empaque. La aplicación de esta presión a un área específica del empaque da la carga de sellado del empaque, tal área específica es dos veces la utilizada para la C_{asent} o sea $2A_{ef}$ y puede o no ser el área completa del empaque, entonces:

$$C_{sellado} = 2A_{ef} \cdot m \cdot P$$

De *Tabla 3*, para el caucho con Dureza Shore < 75 : $m=0,5 \Rightarrow C_{sellado} = 2A_{ef} \cdot 0,5P = A_{ef} \cdot P$

Para el diseño se trabaja con la carga mayor, entonces: $F_s = A_{ef} \cdot P$ (4.24)

Para el caso de una brida los valores obtenidos definen la carga sobre la empaquetadura que es producida por los pernos de la brida; para el caso de las tapas de la prueba la carga no proviene de pernos sino de la botella hidráulica y la *Viga2*.

A continuación se presenta un extracto de la Tabla UA-49.1:

Tabla 3

Material de la empaquetadura	Factor de empaquetadura "m"	Presión de asentamiento "y _{asent} " kg/mm ²
Caucho o caucho con tejido de asbestos o con alto porcentaje de tejido de asbesto: Dureza Shore < 75 Dureza Shore ≥ 75	0,50 1,00	0,00 0,14
Asbestos "teflón sólido": 3.0 mm espesor 1.6 mm espesor 0.8 mm espesor	2,00 2,75 3,50	1,13 2,61 4,58
Caucho con inserción de tejido de algodón	1,25	0,28
Caucho con inserción de tejido de asbestos, con o sin refuerzo de alambre: 3 pliegues 2 pliegues 1 pliegue	2,25 2,50 2,75	1,55 2,04 2,61

Al aplicar el método de cálculo anterior hay que tomar en cuenta que el tubo puede apoyarse sobre el caucho de la tapa con cualquiera de sus dos extremos: campana o espiga, las cuales tienen áreas diferentes, si se conoce la presión de sellado necesaria, diferentes áreas de sellado generarán diferentes fuerzas de sellado; sería absurdo usar el valor menor de F_s pues un extremo no tendría la presión suficiente para mantener la hermeticidad, entonces por seguridad se debe trabajar con el valor mayor de F_s , por tanto para su cálculo se debe considerar el $A_{ef\ Max}$, así se obtiene la F_s máxima, la cual generará una presión más alta en el área más pequeña (Presión = Fuerza / Área) lo cual solo aumenta la seguridad. Es decir debe cumplirse: $F_s = \text{Max}(F_{Es}, F_{Cs})$, lo que es lo mismo:

$$F_s = A_{ef\ Max} \cdot P \quad (4.25)$$

Hay que notar que sobre una tapa el elemento que la mantiene en su sitio es la botella hidráulica, y en la otra tapa hace lo propio la *Viga2*; la disposición simétrica de la botella permite una distribución uniforme de la presión de sellado sobre el borde de la tubería, en cambio la *Viga2* genera mayores presiones en los puntos *A* y *A'* asimismo hay menor presión en *B* y *B'*, para compensar esto se debe colocar el extremo del tubo con menor A_{ef} (por lo general la espiga) ya que, como se explico líneas arriba, ese extremo soporta una presión de sellado mayor a la necesaria, lo cual compensa la menor presión en *B* y *B'*.

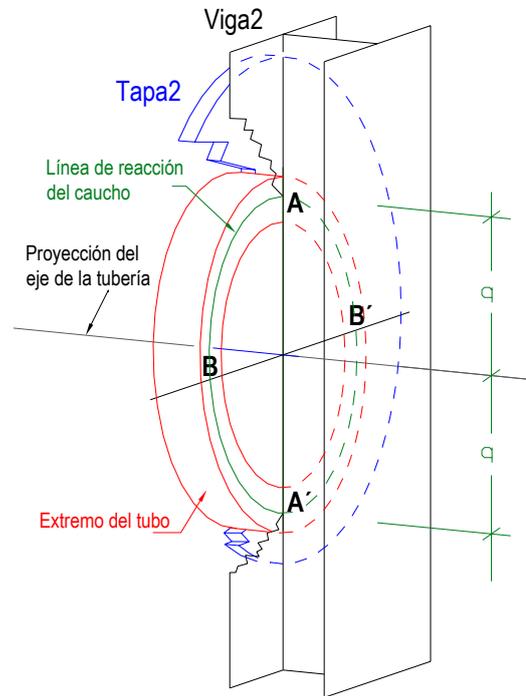


Fig. 56

De la geometría de la tubería con los valores r , r_m , e_c y e_e se puede determinar cual es la mayor A_{ef} ; como P es un valor conocido se puede calcular el valor máximo de F_s , y en adelante este no cambia en ningún cálculo lo que si cambia, como ya se indico, es el valor de $2q$ y de r según se trabaje del lado de la campana o la espiga, el resumen se ve en la *Tabla 4*:

Tabla 4

Termino en las ecuaciones	Campana	Espiga
r_m	Mantiene su valor	Mantiene su valor
r	Es reemplazado por r_m	Mantiene su valor
$2q$	Toma el valor $2q_C$	Toma el valor $2q_E$

$$2q_C = 2r_m + 2e_c + 2\sqrt{\frac{3.175e_c}{1000}} \quad (4.26)$$

$$2q_E = 2r + 2e_e + 2\sqrt{\frac{3.175e_e}{1000}} \quad (4.27)$$

Puede resultar confuso el hecho que $2q$ varíe su valor según se trabaje con la campana o la espiga, mientras que F_s permanece siempre constante, a pesar que depende de $2q$; la explicación esta en recalcar que para asegurar el sellado de la tubería se debe tomar el máximo valor de F_s y esta actúa por igual en ambos extremos para mantener el equilibrio. En las ecuaciones futuras F_s quedara expresada en función de A_{ef-Max} cuyo valor es único; mientras otros términos quedaran en función de $2q$ que si variara según el caso entre $2q_E$ y $2q_C$.

Para efectos de simplificar los cálculos F_s se considera repartida en toda la circunferencia de diámetro $2q$ y se transmite a la viga mediante la *Tapa2*, como se ve en la Fig. 57, en *Viga2* esta fuerza se distribuye a lo largo de una línea coincidente con la proyección del eje neutro de la viga.

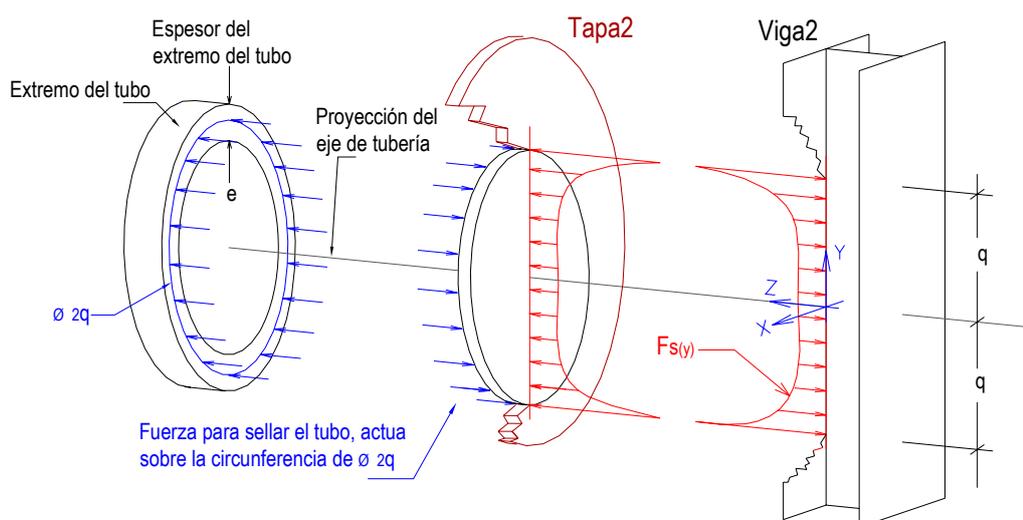


Fig. 57

4.1.4.2. Distribución $F_{s(y)}$ sobre Viga2

F_s actúa sobre la tapa a lo largo de una circunferencia de radio q , la tapa transmite esa fuerza a *Viga2*; para encontrar la distribución de F_s sobre *Viga2* trabajare con el diferencial de circunferencia $dCirc$ tal como se define en la Fig. 58, el razonamiento es como sigue:

- A cada dy le corresponde un valor $dCirc$ por la izquierda y otro por la derecha es decir a cada dy corresponde $2 \cdot dCirc$.

- b) Sobre cada longitud $dCirc$ actúa un diferencial dF_s que se considerará concentrado en un punto, su correspondiente dy .
- c) La unión de los puntos definidos en b) coincide con un diámetro del área circular de la tapa en contacto con el agua.
- d) El diámetro obtenido en c) coincide con la proyección del eje neutro de *Viga2*. (Ver Fig. 57 y 58)
- e) La distribución hallada es el efecto sobre la viga (Ver Fig. 57 y 58)

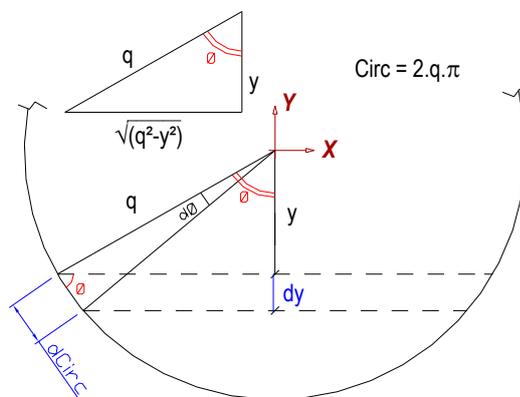


Fig. 58

Según se aprecia en la Fig. 58 la variación de y es: $-q \leq y \leq q$, y la correspondiente variación de θ es: $0 \leq \theta \leq \pi$, esta variación del ángulo define toda la circunferencia pues se toma $2 \cdot dCirc$ para cada dy .

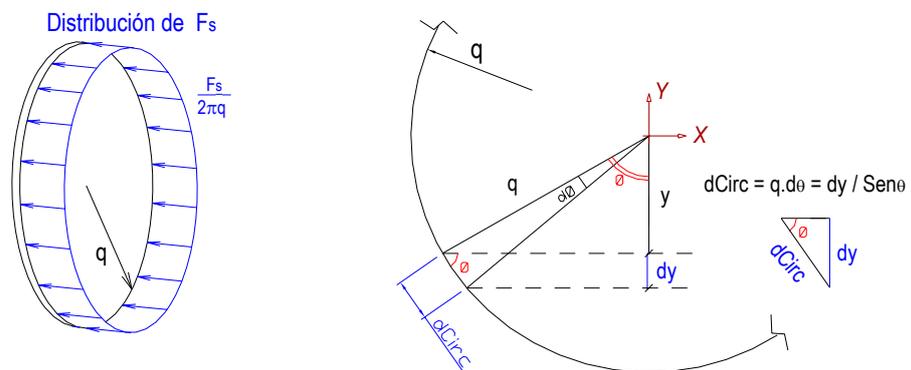


Fig. 59

F_s se distribuye uniformemente a lo largo del desarrollo $2\pi q$ de la circunferencia donde actúa. La fracción de F_s correspondiente a un arco definido por el radio q y el ángulo θ se determina fácilmente con una regla de tres :

$$\begin{array}{l} F_s \rightarrow 2\pi q \\ F_\theta \rightarrow \theta q \end{array} \qquad F_\theta = \frac{F_s}{2\pi} \theta$$

Si el arco es $dCirc$ le corresponde un ángulo $d\theta$ y la fuerza sobre el sería $F_{d\theta} = \frac{F_s}{2\pi} d\theta$

A cada dy le corresponde la fuerza que actúa sobre dos arcos $dCirc$ (uno por la izquierda y otro por la derecha), entonces el dF_s para un dy es:

$$dF_s = 2 \left(\frac{F_s}{2\pi} d\theta \right) = \frac{F_s}{\pi} d\theta \quad (4.28)$$

De la Fig. 59 : $dCirc = q d\theta = \frac{dy}{\text{Sen}\theta} \Rightarrow d\theta = \frac{dy}{q \cdot \text{Sen}\theta}$

De la Fig. 58 : $\text{Sen}\theta = \frac{\sqrt{q^2 - y^2}}{q}$

Reemplazando en (4.28): $dF_s = \frac{F_s}{\pi \sqrt{q^2 - y^2}} dy$

Integrando y tomando en cuenta **CM-4**: $\int dF_s = \int \frac{F_s}{\pi \sqrt{q^2 - y^2}} dy = \int F_{s(y)} dy$

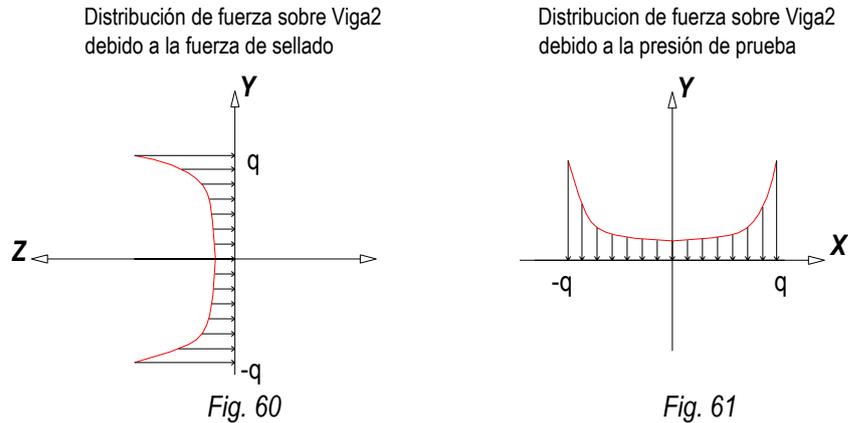
Identificando términos: $F_{s(y)} = \frac{F_s}{\pi \sqrt{q^2 - y^2}} \quad (4.29)$

Ya se conoce la distribución de fuerza sobre *Viga2* debido a F_s . Tomar en cuenta:

1. La distribución $F_{s(y)}$ en la Fig. 60 actúa sobre la viga en posición vertical.
2. El origen de coordenadas esta en la intersección de la superficie de la viga con la proyección del centro del área de la tapa en contacto con el agua (que es la proyección del eje de la tubería).
3. Para efectos de calculo se debe considerar que $F_{s(y)}$ actúa sobre el eje neutro de la viga.
4. Para hacer más familiar la presentación de los cálculos trabajare con *Viga2* rotada -90 grados.
5. Designare los ejes coordenados como se acostumbra: eje X horizontal; eje Y vertical.
6. El nuevo punto (0,0) se encuentra en la intersección del eje de la tubería y el eje neutro de *Viga2*.

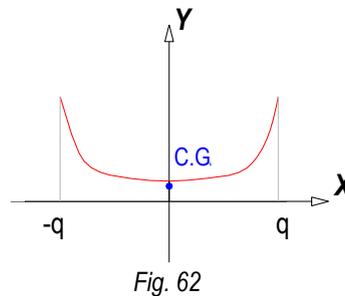
La distribución de fuerzas sobre *Viga2* quedaría como se indica en la *Fig. 62*, la ecuación de la

curva ahora es:
$$F_{s(x)} = \frac{F_s}{\pi\sqrt{q^2 - x^2}} \quad (4.30)$$



4.1.4.3. Cálculo del centro de gravedad en el eje X de $F_{s(x)}$

Por ser simétrica respecto al eje Y se tiene que: $\bar{X}=0$ (4.31)



4.1.5. FUERZA ORIGINADA EN EL ESCALÓN DEFINIDO POR r Y r_m (F_{mp})

De la ecuación (4.1), para la espiga: $F_{Emp} = F_{Cm} + F_{Cp} - (F_{Em} + F_{Ep})$

De (4.6): $F_{Em} = \rho g \pi r_m r^2$, De (4.15): $F_{Ep} = P \pi r^2$

Dado que F_{Cm} y F_{Cp} corresponden a la campana se debe reemplazar r con r_m (Ver **CG-7**), con lo que

quedaría: $F_{Cm} = \rho g \pi r_m^3$, $F_{Cp} = P \pi r_m^2$

Reemplazando y ordenando términos: $F_{Emp} = (\rho g \pi r_m + P \pi)(r_m^2 - r^2)$ (4.32)

Como se indico antes (ver **CG-7**) las ecuaciones genéricas se deducen a partir del análisis de la espiga, entonces la expresión genérica de F_{mp} es:

$$F_{mp} = (\rho g \pi r_m + P \pi)(r_m^2 - r^2)$$

Para evaluar la campana, al hacer la reasignación de valores reemplazando r con r_m (como se indica en **CG-7**), se obtiene:

$$F_{Cmp} = (\rho g \pi r_m + P \pi)(r_m^2 - r_m^2) = 0$$

Lo cual es correcto y corresponde con lo indicado en **CG-5**.

F_{mp} tiene dos componentes:

- uno debido a la masa de agua. y
- otro debido a la presión de prueba.

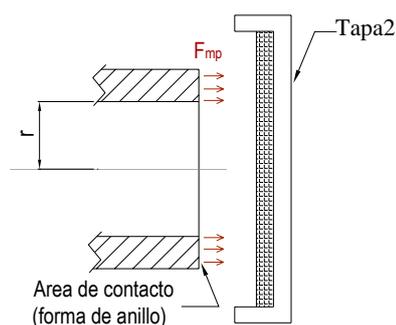


Fig. 63

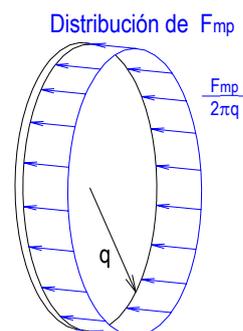


Fig. 64

La componente debido a la presión de prueba se distribuye uniformemente sobre el escalón debido a que la presión de prueba es constante en cualquier punto del escalón (la presión de prueba no varía con la profundidad). La componente debido a la masa de agua no tiene una distribución uniforme sobre el escalón (la presión de la masa de agua varía con la profundidad); para simplificar cálculos se considerara distribuida uniformemente sobre el escalón (Fig. 64); esta suposición no generara errores importantes dado que la magnitud de esta componente es muchísimo menor que la componente debido a la presión de prueba. De lo expuesto se concluye que las características de distribución de F_{mp} son idénticas a las de F_s , por ello haciendo los mismos pasos y consideraciones hechas para F_s , se puede resumir:

4.1.5.1. Cálculo del valor de F_{mp}

$$F_{mp} = (\rho g \pi r_m + P \pi)(r_m^2 - r^2) \quad (4.33)$$

4.1.5.2. Distribución $F_{mp(x)}$ sobre Viga2

$$F_{mp(x)} = \frac{F_{mp}}{\pi \sqrt{q^2 - x^2}} \quad (4.34)$$

4.1.5.3. Cálculo del centro de gravedad en el eje X de $F_{mp(x)}$

$$\bar{X} = 0 \quad (4.35)$$

4.1.6. FUERZA TOTAL F SOBRE Viga2

4.1.6.1. Cálculo del valor de F

$$F = F_m + F_p + F_s + F_{mp} = \rho g \pi r_m r^2 + P \pi r^2 + A_{efMax} P + (\rho g \pi r_m + P \pi)(r_m^2 - r^2) \quad (4.36)$$

4.1.6.2. Distribución $F_{(x)}$ sobre Viga2

Es importante recordar que no importa que extremo de la tubería presione la Tapa2, el valor F es el mismo para la espiga o la campana, lo que si es diferente es la distribución de dicha fuerza según el extremo de la tubería que se analice, por ello para diferenciar se usara $F_{E(x)}$ cuando se trabaje con la espiga y $F_{C(x)}$ cuando se trabaje con la campana. Recordar también que se esta planteando el análisis genérico con la espiga, la reasignación de valores para r y $2q$ producirá los correspondientes resultados específicos para espiga y campana.

$$F_{(x)} = F_{m(x)} + F_{p(x)} + F_{s(x)} + F_{mp(x)}$$

Ordenando e identificando rangos la distribución $F_{(x)}$ queda:

$$\text{para } -q \leq x \leq -r \quad F_{(x)} = F_{s(x)} + F_{mp(x)} = \frac{F_s + F_{mp}}{\pi \sqrt{q^2 - x^2}} \quad (4.37)$$

$$\text{para } -r \leq x \leq r \quad F_{(x)} = F_{m(x)} + F_{p(x)} + F_{s(x)} + F_{mp(x)} = 2\rho g(r_m - x)\sqrt{r^2 - x^2} + 2P\sqrt{r^2 - x^2} + \frac{F_s + F_{mp}}{\pi \sqrt{q^2 - x^2}} \quad (4.38)$$

para $r \leq x \leq q$
$$F_{(x)} = F_{s(x)} + F_{mp(x)} = \frac{F_s + F_{mp}}{\pi \sqrt{q^2 - x^2}} \quad (4.39)$$

Distribución de fuerzas:

$F_{m(x)}$, $F_{p(x)}$, $F_{s(x)}$ + $F_{mp(x)}$

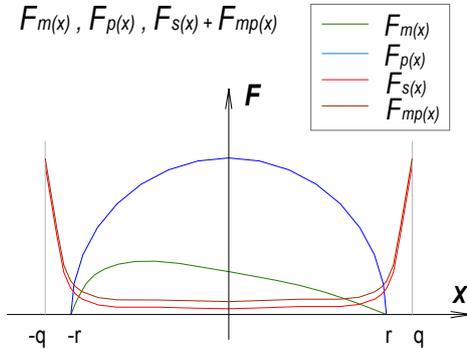


Fig. 65

Distribución de fuerza total:

$F(x) = F_{m(x)} + F_{p(x)} + F_{s(x)} + F_{mp(x)}$

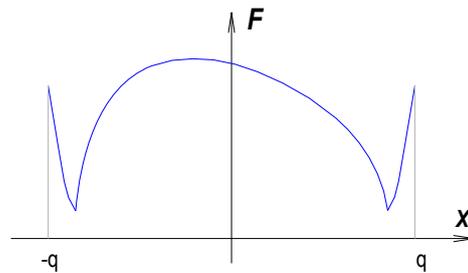


Fig. 66

4.1.6.3. Calculo del centro de gravedad (C.G.) de $F_{(x)}$ (para $-q \leq x \leq q$)

A_1 ___ Área de $F_{m(x)}$

A_2 ___ Área de $F_{p(x)}$

A_3 ___ Área de $F_{s(x)}$

A_4 ___ Área de $F_{mp(x)}$

A_F ___ Área de $F_{(x)}$

\bar{X}_1 ___ Posición en el eje x del C.G. de A_1

\bar{X}_2 ___ Posición en el eje x del C.G. de A_2

\bar{X}_3 ___ Posición en el eje x del C.G. de A_3

\bar{X}_4 ___ Posición en el eje x del C.G. de A_4

\bar{X}_F ___ Posición en el eje x del C.G. de A_F

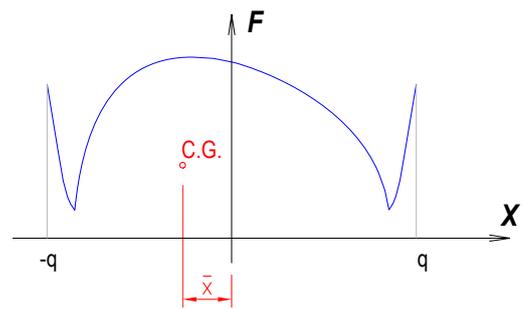


Fig. 67

$$\bar{X}_F = \frac{\bar{X}_1 A_1 + \bar{X}_2 A_2 + \bar{X}_3 A_3 + \bar{X}_4 A_4}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4}$$

De (4.13): $\bar{X}_1 = -r^2/4r_m$; De (4.20): $\bar{X}_2 = 0$; De (4.31): $\bar{X}_3 = 0$; De (4.35): $\bar{X}_4 = 0$

$A_1 = F_m$ De (4.6): $A_1 = \rho g \pi r_m r^2$

$A_2 = F_p$ De (4.15): $A_2 = P \pi r^2$

$A_3 = F_s$ De (4.25): $A_3 = A_{efMax} \cdot P$

$A_4 = F_{mp}$ De (4.33): $A_4 = (\rho g \pi r_m + P \pi)(r_m^2 - r^2)$

$$\bar{X}_F = \frac{\frac{\rho g r^4}{4}}{\rho g r_m r^2 + P r^2 + \frac{A_{efMax} \cdot P}{\pi} + (\rho g r_m + P)(r_m^2 - r^2)} \quad (4.40)$$

REACCIONES DEL CUADRO

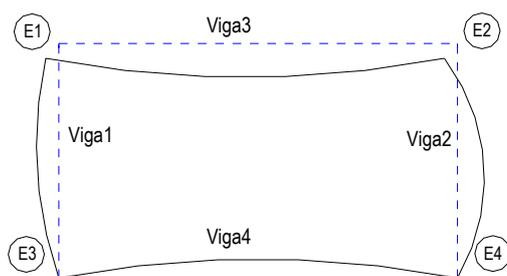
4.1.7. CONSIDERACIONES PREVIAS

Para el diseño de una estructura entran en juego las cargas que sobre ella actúan y las reacciones que se generan, en base a todo ello se proyectan los elementos para que cumplan su objetivo resistiendo satisfactoriamente todas las cargas, sin embargo en ciertas aplicaciones son más importantes las limitaciones en las deformaciones que pueden sufrir los componentes de la estructura, por ejemplo para las máquinas herramientas, solo se puede aceptar deformaciones de milésimas de milímetro, en el caso del banco de pruebas que se desarrolla, la aparición de flechas y giros excesivos en las vigas pueden generar situaciones críticas en la operación, incluso peligrosas para el personal en las cercanías, por ello se debe definir una flecha máxima permisible.

Dado que no es posible reducir la deformación a cero, se debe definir un tope máximo, para ello tomando como referencia el American Institute of Steel Construction AISC en su Especificación para el diseño, fabricación y montaje de acero estructural para edificios, se recomienda para el caso de vigas que soportan techos o pisos superiores que la deformación no exceda a 1/360 de la luz. Las deformaciones elevadas pueden perturbar el trabajo normal del banco de prueba mucho antes de que surjan tensiones peligrosas para la resistencia mecánica pues se puede alterar la distribución de la carga, el sellado de las tapas o la interacción de los elementos de la estructura; dada la elevada fuerza que se genera al probar los tubos más grandes ($\varnothing 1,4\text{m}$) se debe extremar la seguridad por tanto trabajare con una deformación máxima permitida de 1/700 de la longitud de las vigas, por ejemplo una viga de 3m debería tener como máximo: $3 \cdot 1000 / 700 = 4,3\text{mm}$ de deformación.

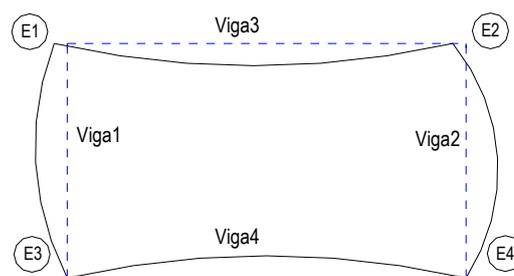
Las deformaciones reales (exageradas para que puedan apreciarse) de las fibras neutras de las vigas se pueden ver en la Fig. 68, las líneas punteadas representan el cuadro sin deformación. Se puede apreciar que Viga3 tiene un ligero desplazamiento horizontal. Como es común en los cálculos de ingeniería, se deben hacer algunas suposiciones para simplificar los cálculos, en este caso, para determinar las cargas y reacciones sobre las vigas del cuadro, se considerará que la variación

longitudinal de las vigas es despreciable. También, a pesar que *Viga4* descansa sobre el piso, la deformación producida durante la prueba la lleva a concentrar su apoyo en los extremos *E3* y *E4*, por ello se considera que la estructura esta simplemente apoyada en los extremos de *Viga4*. Por lo asumido, las deformaciones a considerar quedan como se muestra en la *Fig. 69*.



Deformación real del cuadro

Fig. 68



Deformación simplificada del cuadro

Fig. 69

Para las explicaciones y cálculos seguiré usando las ecuaciones con notación genérica, y si hay que analizar un extremo en particular (campana o espiga) solo se tiene que hacer la reasignación de valores ya indicada en **CG-7** y que se resume en la *Tabla 5*

Tabla 5

Termino en las ecuaciones	Campana	Espiga
r_m	Mantiene su valor	Mantiene su valor
r	Es reemplazado por r_m	Mantiene su valor
$2q$	Toma el valor $2q_C$	Toma el valor $2q_E$

$2q_C = \emptyset$ reacción de empaquetadura en la campana

$2q_E = \emptyset$ reacción de empaquetadura en la espiga

En *Viga1* no hay fuerza distribuida pues la carga se encuentra concentrada en un área muy pequeña por tanto solo importa el valor de F .

En *Viga2* es importante conocer la distribución de la fuerza, por ello es necesario definir si es la espiga o la campana del tubo la que actúa sobre *Tapa2* y por ende sobre *Viga2*, genéricamente se escribirá $F_{(x)}$ y para diferenciar si se trata de la espiga o la campana se denotara como $F_{E(x)}$ o $F_{C(x)}$ cuando sea necesario.

En las *Fig. 70* y *71* se puede observar que:

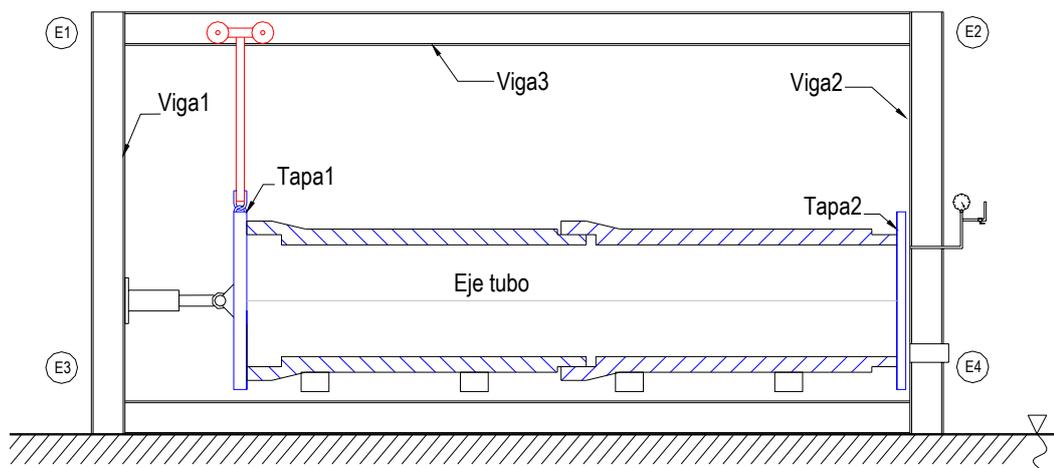


Fig. 70

- 1.- Sobre *Viga1* actúa una fuerza concentrada F producida por la botella hidráulica, dicha fuerza es igual a $F=F_m+F_p+F_s+F_{mp}$. En el extremo inferior se tiene el empalme *E3* con *Viga4*, dicho extremo se considera como simplemente apoyado ($flecha=0$, $giro\neq 0$), en el se originan un momento y dos reacciones (en los ejes X-Y). En el extremo superior se tiene el empalme *E1* con *Viga3*, dicho extremo presenta desplazamiento horizontal, por ello se considera en voladizo ($flecha\neq 0$, $giro\neq 0$), allí también aparecen como reacciones un momento y dos fuerzas.

- 2.- Sobre *Viga2* actúa una fuerza distribuida $F_{(x)}=F_{m(x)}+F_{p(x)}+F_{s(x)}+F_{mp(x)}$, esta fuerza proviene de *Tapa2*. En el extremo inferior se tiene el empalme *E4* con *Viga4*, dicho extremo se considera como simplemente apoyado ($flecha=0$, $giro\neq 0$), en el se originan un momento y dos reacciones (en los ejes X-Y). En el extremo superior se tiene el empalme *E2* con *Viga3*, dicho extremo presenta desplazamiento horizontal, por ello se considera en voladizo ($flecha\neq 0$, $giro\neq 0$), allí también se tendrá como reacciones un momento y dos fuerzas.

- 3.- Sobre *Viga3* actúa una fuerza concentrada producida por el peso de *Tapa1*, dicha fuerza es igual al peso W de la tapa. En el extremo izquierdo esta el empalme *E1* con *Viga1* mientras que en el extremo derecho se tiene el empalme *E2* con *Viga2*, ambos extremos se consideran como apoyos

simples ($flecha=0$, $giro\neq 0$), y en cada uno se tendrá como reacciones un momento y dos fuerzas. El hecho que *Viga3* tenga un desplazamiento horizontal no afecta lo supuesto con $E1$ y $E2$; es como si los extremos fueran apoyos simples sobre elementos rodantes.

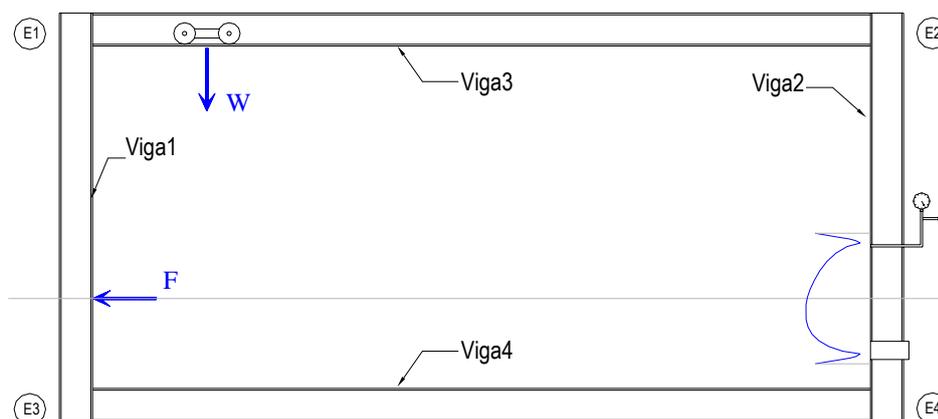


Fig. 71

4.- Sobre *Viga4* actúa la reacción del piso que se considera concentrada en sus extremos. En el extremo izquierdo esta el empalme $E3$ con *Viga1* y en el extremo derecho esta el empalme $E4$ con *Viga2*, ambos extremos se consideran como apoyos simples ($flecha=0$, $giro\neq 0$), y en cada uno se tendrá como reacciones un momento y dos fuerzas.

Aplicando el método de superposición se calculara las reacciones para el caso en que actúa solo F , luego se calculara las reacciones cuando solo actúa W , y la resultante total será la suma de las reacciones correspondientes de cada caso, tal como se indica en la Fig. 72. Tener en cuenta que en adelante las vigas se representaran por su correspondiente fibra neutra.

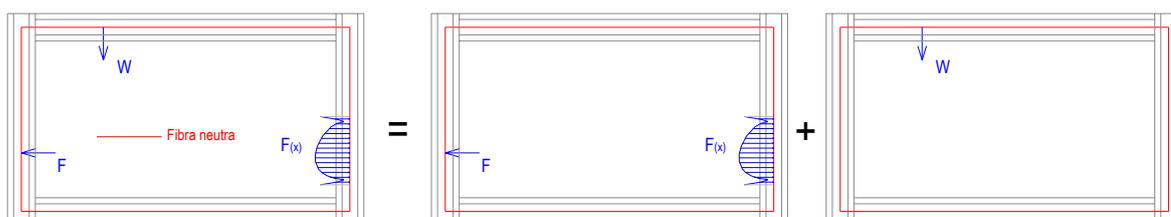


Fig.. 72

4.1.7.1. Simbología a utilizar

V_1	Viga1
V_2	Viga2
V_3	Viga3
V_4	Viga4
y	Flecha
y'	Giro
θ	Giro
E	Modulo de elasticidad.
$E1$	Empalme entre V_1 y V_3
$E2$	Empalme entre V_2 y V_3
$E3$	Empalme entre V_1 y V_4
$E4$	Empalme entre V_4 y V_2
Ely'' ...	Momento flector
Ely''' ...	Fuerza cortante

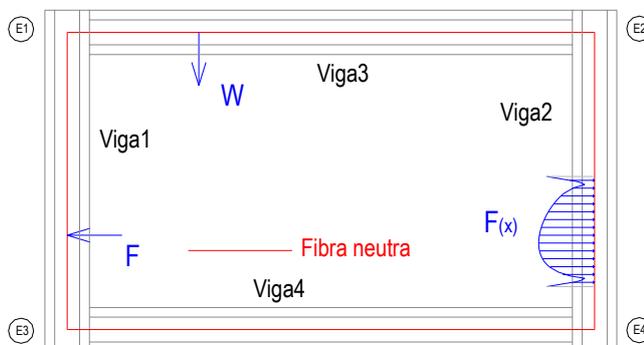


Fig. 73

Las vigas 1 y 2 son idénticas, por ello tendrán la misma simbología para los siguientes valores:

L	Longitud total de la fibra neutra
I	Momento de inercia

Viga3 puede ser diferente de las vigas 1 y 2, por ello se emplearán símbolos específicos:

L_3	Longitud total
I_3	Momento de inercia

Viga4 puede ser diferente de las vigas 1, 2 y 3, por ello se emplearán símbolos específicos:

L_4	Longitud total. aunque es evidente que $L_4 = L_3$
I_4	Momento de inercia

Los giros (θ) y flechas (y) se identificaran con subíndices (θ_{a-b} , y_{a-b}) donde a es el número que identifica a la viga y b indica en que punto a lo largo de la viga se evalúa el giro o la flecha. Por ejemplo θ_{3-L_3} representa el giro de Viga3 en la posición L_3 que viene a ser el extremo de Viga3.

El cálculo del marco del banco de pruebas debe permitir conocer las cargas y deformaciones que se dan en cada viga, para ello se debe disponer de un método de cálculo apropiado que permita conocer esas incógnitas.

4.1.7.2. Método de Doble Integración

Si se conoce la ecuación de la elástica de una viga las demás incógnitas (giro, momento, cargas) se obtienen por derivaciones sucesivas; sin embargo en la realidad se conocen la forma de apoyo y las condiciones de carga, es a partir de esa información que se debe obtener la ecuación de la elástica siguiendo los siguientes pasos:

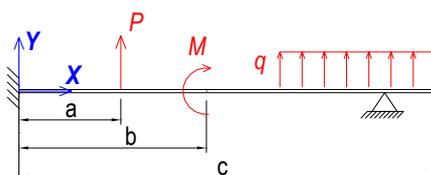


Fig. 74

- Calcular las reacciones sobre la viga.
- Ubicar el origen de coordenadas en un extremo de la viga o en un apoyo
- Para una distancia genérica x se halla el momento flector genérico $M_x = f(P, q, m, x, \dots)$
- El momento genérico hallado se relaciona con la flecha "y" de la viga por:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = f(P, q, m, x) = M_x \quad (4.41)$$

- A continuación se integra para hallar la ecuación de giros θ_x :

$$EI \frac{dy}{dx} = \int M_x \cdot dx + C_1 = EI \theta_x \quad (4.42)$$

- Se vuelve a integrar para hallar la ecuación de flechas y_x :

$$EI y = \iint M_x \cdot dx \cdot dx + C_1 x + C_2 = EI y_x \quad (4.43)$$

Las condiciones sobre la viga cambian cada vez que aparece una carga nueva, por ejemplo en la Fig. 174 se diferencian tres secciones (a, b, c). Los pasos c) hasta f) se repiten para cada tramo, es decir abran dos constantes de integración para cada sección y se calcularan en base a las restricciones de los apoyos y la continuidad que debe haber en los puntos donde termina cada sección.

4.1.7.3. Método de Serie de Potencias, Hetenyi o de Parámetros de origen

Este método es también conocido como Funciones Singulares o Funciones de Discontinuidad para Deflexión de Vigas. La forma más sencilla de hallar las ecuaciones que permiten calcular flecha, pendiente, momento flector y fuerza cortante en las vigas es trabajar con el método de Hetenyi; pues este evita la acumulación de constantes que se da entre cada dos puntos de aplicación de cargas (desventaja del método de Doble Integración) al plantear una ecuación única de momentos válida para toda la viga.

Sea:

- *Tramo I*: Distancia entre el origen de coordenadas y la primera carga que se encuentra en la viga avanzando hacia la derecha
- *Tramo II*: Distancia entre el primer y segundo tipo de carga y así sucesivamente se tendrá Tramo III, Tramo IV, etc...

Del método de Doble Integración se sabe:

$$Ely'' = M_x$$

$$Ely' = \int M_x \cdot dx + C_1 = EI\theta_x \quad (4.44)$$

$$Ely = \iint M_x \cdot dx \cdot dx + C_1x + C_2 = EIy_x \quad (4.45)$$

Se considera parámetros de origen la flecha f_0 y el ángulo de giro θ_0 de la sección transversal de la viga en cuyo centro de gravedad se ubica el origen de coordenadas.

$$\text{En (4.44): si } x=0 \rightarrow \int M_x \cdot dx = 0, \theta_{x=0} = \theta_0 \Rightarrow C_1 = EI\theta_0 \quad (4.46)$$

$$\text{En (4.45): si } x=0 \rightarrow \iint M_x \cdot dx \cdot dx = 0, y_{x=0} = y_0 \Rightarrow C_2 = EIy_0 \quad (4.47)$$

Reemplazando (4.46) y (4.47) en (4.45):

$$EIy_x = EIy_0 + EI\theta_0 + \iint M_x \cdot dx \cdot dx \quad (4.48)$$

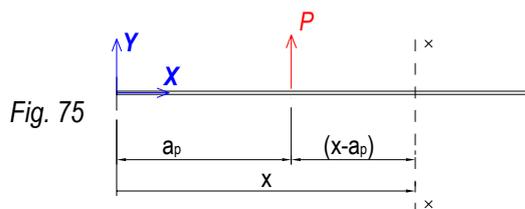
Solo se debe calcular $\iint M_x \cdot dx \cdot dx$ para cada tipo de carga sobre la viga que se analiza

a) Debido a una carga concentrada: P

La ecuación de momento para el corte x-x es: $M_x=(x-a_p)P$, entonces:

$$\iint M_x \cdot dx \cdot dx = \frac{(x-a_p)^3}{6} P \quad (4.49)$$

La expresión tendrá signo positivo o negativo según la orientación de P

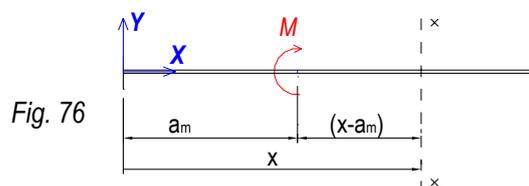


b) Debido a un Momento: M

La ecuación de momento para el corte x-x es $M_x=M$, entonces:

$$\iint M_x \cdot dx \cdot dx = \frac{(x-a_m)^2}{2} M \quad (4.50)$$

La expresión tendrá signo positivo o negativo según la orientación de M

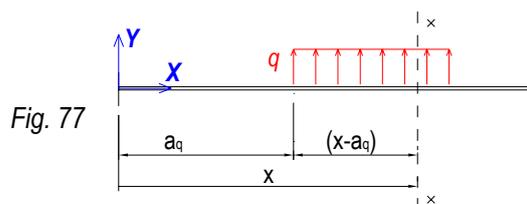


c) Debido a una carga distribuida

La ecuación de momento para el corte x-x es $M_x=\frac{q}{2}(x-a_q)^2$, entonces:

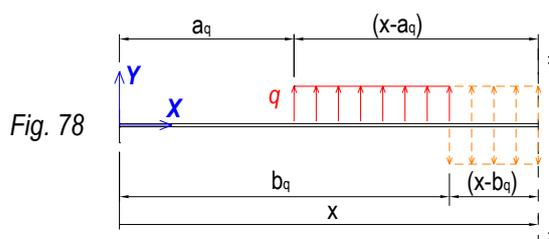
$$\iint M_x \cdot dx \cdot dx = \frac{(x-a_q)^3}{24} q \quad (4.51)$$

La expresión tendrá signo positivo o negativo según la orientación de q



Este método no permite que las cargas distribuidas terminen a la mitad de la viga, por ello en ese caso la carga distribuida original se prolonga hasta el final de la viga y se aplica adicionalmente una carga de anulación como se ve en la Fig. 78 ; la nueva expresión es:

$$\iint M_x . dx . dx = \frac{(x-a_q)^4}{24} q - \frac{(x-b_q)^4}{24} q \quad (4.52)$$



Este método simplifica enormemente el cálculo de la flecha de una viga, y derivando se puede obtener la expresión para el giro. Sin embargo esta limitado al hecho de poder prolongar en forma continua las cargas distribuidas hasta el final de la viga lo cual no siempre es posible como se vera mas adelante.

4.1.8. CALCULO DE REACCIONES CUANDO SOLO ACTÚA F (W=0)

En la Fig. 79, considerando la estructura como un todo apoyado sobre el piso (en E3 y E4), se puede apreciar que la fuerza F sobre V₁ y la resultante de la distribución sobre V₂ (que también vale F y solo para diferenciar se denotara por F'), no necesariamente tienen la misma línea de acción, por ello se genera sobre la estructura un momento que debe ser contrareestado por un par de fuerzas, las cuales solo pueden actuar en los puntos de apoyo. El par de fuerzas β esta separado por la longitud de la fibra neutra de Viga4 es decir L₄ que es igual a L₃.

La sumatoria de momentos (ΣM) se hace respecto a la intersección del eje del tubo con la fibra neutra de Viga2; justamente respecto a ese punto ya se obtuvo con la ecuación (4.40) una expresión para el CG que define la ubicación de F'.

$$\Sigma M: \quad -F'(-CG) - F(a-e) + \beta L_3 = 0 \quad (4.53)$$

CG es un valor negativo debido a la forma de la curva y la ubicación del sistema de coordenadas que lo define, por ello se coloca signo (-) a CG para hacer positiva la distancia de F' al punto de ΣM .

Considerando que $F=F'$ y ordenando términos se tiene: $\beta=F(a-e-CG)/L_3$. Para simplificar sea δ la distancia que separa las líneas de acción de F y F' ; entonces:

$$\delta=a-e-CG \quad (4.54)$$

Las componentes β del par de fuerzas que equilibra a la estructura valen: $F\delta/L_3$ (4.55)

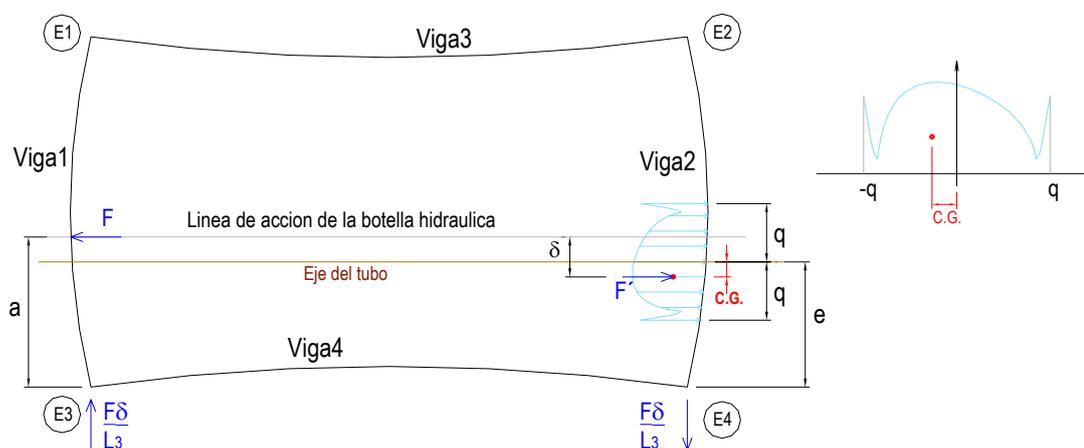


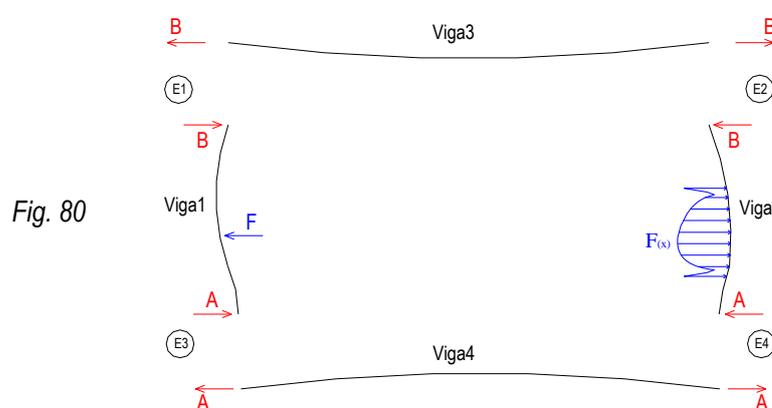
Fig. 79

Se desprecia el peso de las vigas de la estructura, pues tanto V_1 como V_2 concentran su peso en E_3 y E_4 respectivamente, mientras que V_4 descansa en su totalidad sobre el piso, la única que podría requerir análisis es V_3 , pero la luz de la viga (aproximadamente 7m como máximo) no es muy grande.

Para poder representar las cargas sobre cada elemento analizare primero, con ayuda de la Fig. 80, las cargas horizontales:

- para comenzar se indica la carga debido a la botella hidráulica sobre V_1 y la fuerza distribuida debido a *Tapa2* sobre V_2 ,
- en V_1 la carga F debe ser equilibrada por dos cargas opuestas que llamare A y B ;

- para que V_3 este en equilibrio, la carga B debe tener una contraparte del mismo modulo y sentido opuesto, por tanto en $E2$ la fuerza actuante también vale B ;
- la resultante de la distribución de fuerzas sobre V_2 es $F'=F$
- de V_1 se sabe $F=A+B$ entonces sobre V_2 la otra fuerza horizontal presente en $E4$ necesariamente vale A ;
- finalmente sobre V_4 la fuerza horizontal en ambos extremos vale A .



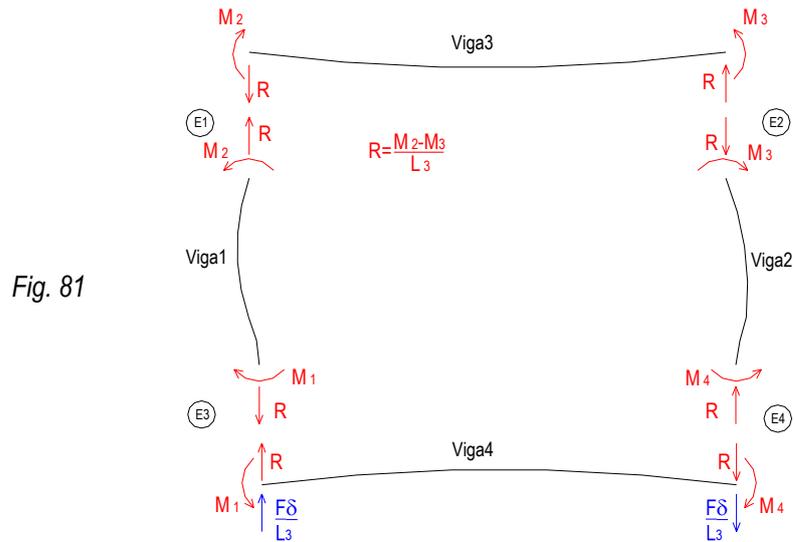
Ahora, referido a la Fig. 81, las cargas verticales y momentos:

- se muestra en azul el par de fuerzas $F\delta/L_3$ que equilibra a la estructura;
- V_1 tiende a arquearse debido a las cargas horizontales A, B y F ; para el equilibrio los momentos M_1 y M_2 presentes en los empalmes $E3$ y $E1$, deben contrarrestar la deformación de V_1 , por ello tienen los sentidos mostrados;
- V_2 también tiende a arquearse por las cargas A, B y $F'=F$, por ello el sentido mostrado de M_3 y M_4 que cumple con contrarrestar la deformación;
- sobre V_3 actúan M_2 y M_3 los cuales no necesariamente tienen el mismo valor, para el equilibrio es necesario que exista un momento que equilibre a la viga, la única forma para tener un momento adicional es que exista un par de fuerzas en $E1$ y $E2$, suponiendo que $M_2 > M_3$ el par de fuerzas R deberá tener la orientación mostrada;

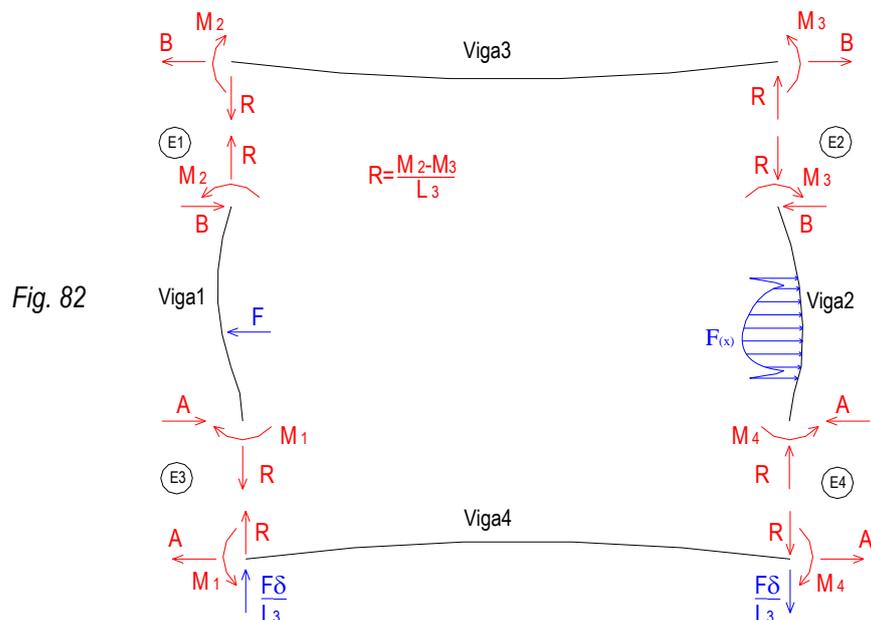
- debido a la acción y reacción el efecto de R sobre V_1 y V_2 es de tracción y compresión respectivamente;

- el par R también actúa sobre V_4 , no se puede asegurar que $R=F\delta/L_3$ porque como se ve en la Fig.

81 la sumatoria de fuerzas siempre vale cero : $R+F\delta/L_3-R-F\delta/L_3=0$

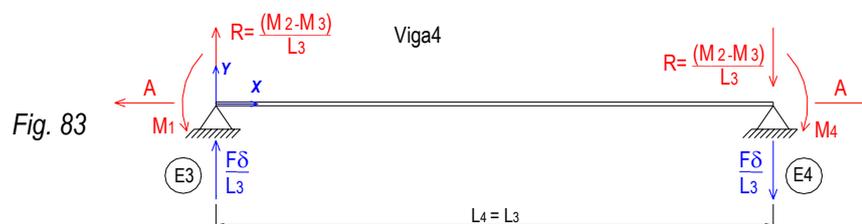


En la Fig. 82 se resume todo lo anterior; se indica en azul las cargas que actúan sobre la estructura y en rojo se muestran las reacciones que se generan en las vigas al considerar cortes en los empalmes; se indica también el sentido que se asume para cada reacción según el análisis precedente.



4.1.8.1. Cálculo de reacciones en Viga4

Como ya se indicó se considera a V_4 como simplemente apoyada en sus extremos; por lo tanto en E_3 y E_4 se cumple $flecha=0$; $giro \neq 0$.



Obviamente $L_4=L_3$; para no complicar las ecuaciones en los cálculos que siguen se usará L_3 y solo aparecerá L_4 donde sea indispensable.

*Sumatoria de fuerzas verticales y momentos:

$$\Sigma F: \frac{F\delta}{L_3} + R - R - \frac{F\delta}{L_3} = 0; \quad \text{No se puede establecer una relación entre } F\delta/L_3 \text{ y } R$$

$$\Sigma M: -M_1 + RL_3 + F\delta + M_4 = 0; \quad \text{Reemplazando (4.54) y (4.63) (ver 4.1.8.3.) y ordenando se obtiene:}$$

$$-M_1 + M_2 - M_3 + M_4 = -F(a - e - CG);$$

De ecuación (4.40) se conoce una expresión para CG , reemplazando y ordenando queda:

$$-M_1 + M_2 - M_3 + M_4 = F \left[e - a + \frac{\frac{\rho g r^4}{4}}{\rho g r_m r^2 + P r^2 + \frac{A_{efMax} \cdot P}{\pi} + (\rho g r_m + P)(r_m^2 - r^2)} \right] \quad (4.56)$$

Aplicando el método de Serie de Potencias, Hetenyi o de parámetros de origen:

*Ecuación de flecha y_4 :

$$EI_4 y_4 = \frac{(M_2 - M_3)}{6L_3} x^3 + \frac{F\delta}{6L_3} x^3 - \frac{M_1}{2} x^2 + EI_4 \theta_{4-0} x + EI_4 y_{4-0}; \quad \text{-Condición en } E_3: y_{4-0} = 0$$

-Condición en E_4 para $x=L_4=L_3$; $y_{4-L_4}=0$, reemplazando y ordenando términos:

$$\theta_{4-0} = \frac{L_3}{EI_4} \left[\frac{M_1}{2} - \frac{M_2}{6} + \frac{M_3}{6} - \frac{F\delta}{6} \right] \quad (4.57)$$

*Ecuación de giro y'_4 ; se obtiene derivando $EI_4 y_4$

$$EI_4 y'_4 = \frac{(M_2 - M_3)}{2L_3} x^2 + \frac{F\delta}{2L_3} x^2 - M_1 x + EI_4 \theta_{4-0}$$

-Condición en E_4 : para $x=L_4=L_3$; $y'_4=\theta_{4-L_4}$, reemplazando y ordenando términos:

$$\theta_{4-L_4} = \frac{L_3}{EI_4} \left[-\frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{3} - \frac{M_3}{3} + \frac{F\delta}{3} \right] \quad (4.58)$$

*Ecuación de momento $EI_4 y_4''$ se obtiene derivando $EI_4 y_4'$:

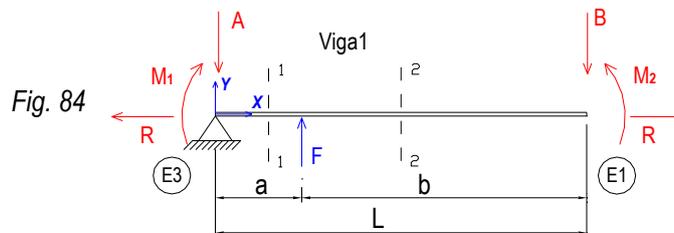
$$EI_4 y_4'' = \frac{(M_2 - M_3)}{L_3} x + \frac{F\delta}{L_3} x - M_1$$

*Ecuación de fuerza cortante $EI_4 y_4'''$; se obtiene derivando $EI_4 y_4''$:

$$EI_4 y_4''' = \frac{(M_2 - M_3)}{L_3} + \frac{F\delta}{L_3}$$

4.1.8.2. Cálculo de reacciones en Viga1

Por comodidad trabajare con V_1 rotada -90 grados, el origen de coordenadas se encuentra en $E3$. Se considera la fibra neutra, las longitudes a, b y L , las reacciones A, B, R, M_1 y M_2 como se indica en la Fig. 84.



*Sumatoria de fuerzas verticales y momentos:

$$\Sigma F: A + B = F \quad (4.59)$$

$$\Sigma M: M_1 - Fa + BL - M_2 = 0 \quad (4.60)$$

Aplicando el método de Hetenyi:

*Ecuación de flecha y_1 :

$$EIy_1 = EIy_{1-0} + EI\theta_{1-0} \cdot x - A \frac{x^3}{6} + M_1 \frac{x^2}{2} + F \frac{(x-a)^3}{6}$$

$\text{----- } 0 \leq x \leq a \text{ -----}$
 $\text{----- } a \leq x \leq L \text{ -----}$

-Condición en $E3$: $y_{1-0} = 0$; $\theta_{1-0} \neq 0$

-Condición en $E3$: $\theta_{1-0} = \theta_{4-0}$; la ec. (4.57) define a θ_{4-0} , reemplazando y ordenando términos:

$$\theta_{1-0} = \frac{L_3}{EI_4} \left[\frac{M_1}{2} - \frac{M_2}{6} + \frac{M_3}{6} - \frac{F\delta}{6} \right] \quad (4.61)$$

*Ecuación de giro y_1' ; se obtiene derivando EIy_1

$$EIy_1' = EI\theta_{1-0} - A \frac{x^2}{2} + M_1 x + F \frac{(x-a)^2}{2}$$

$\text{----- } 0 \leq x \leq a \text{ -----}$
 $\text{----- } a \leq x \leq L \text{ -----}$

-Condición en E1: para $x=L$; $y'_{1-L}=\theta_{1-L}\neq 0$; sea $T=l/l_4$ reemplazando y acomodando términos:

$$\theta_{1-L} = \frac{1}{EI} \left[M_1 \left(\frac{L_3 T}{2} + L \right) - M_2 \frac{L_3 T}{6} - A \frac{L^2}{2} + M_3 \frac{L_3 T}{6} + F \left(\frac{b^2}{2} - \frac{L_3 \delta T}{6} \right) \right] \quad (4.62)$$

*Ecuación de momento Ely_1'' ; se obtiene derivando Ely_1' :

$$Ely_1'' = -Ax + M_1 + F(x-a)$$

$\text{---} 0 \leq x \leq a \text{---}$
 $\text{---} a \leq x \leq L \text{---}$

*Ecuación de fuerza cortante Ely_1''' ; se obtiene derivando Ely_1'' :

$$Ely_1''' = -A + F$$

$\text{---} 0 \leq x \leq a \text{---}$
 $\text{---} a \leq x \leq L \text{---}$

4.1.8.3. Cálculo de reacciones en Viga3

Las uniones de V_3 con V_1 y V_2 son uniones rígidas, entonces en el empalme E1 se cumple para V_3 y V_1 que: $\theta_{3-0} = \theta_{1-L}$, de similar forma en el extremo E2 se cumple para V_3 y V_2 que: $\theta_{3-L_3} = \theta_{2-L}$; estas igualdades permitirán obtener dos ecuaciones mas para calcular la estructura.

Se debe conseguir expresiones para θ_{3-0} y θ_{3-L_3} en función a las cargas indicadas en la Fig. 85, para usarlas mas adelante. En dicha figura se representa la fibra neutra de V_3 , el origen de coordenadas se ubica en E1.

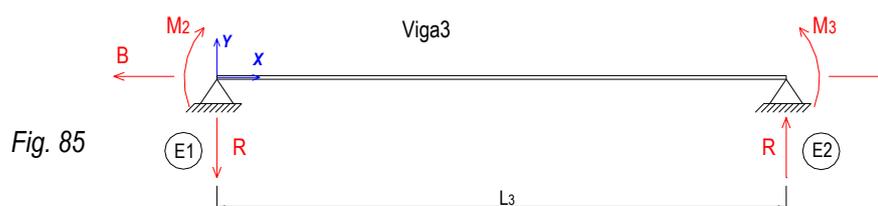


Fig. 85

Como ya se indicó V_3 esta sometida a momentos en sus extremos, estos momentos son generados por V_1 y V_2 , y no son necesariamente iguales en modulo, por tanto debe existir un momento adicional para el equilibrio de V_3 , la única forma de que exista ese momento adicional es que haya un par de fuerzas de sentidos opuestos con modulo igual a R ; asumiendo que $M_2 > M_3$, se debe cumplir:

$$\sum M: M_2 - M_3 - RL_3 = 0 \Rightarrow R = \frac{M_2 - M_3}{L_3} \quad (4.63)$$

-En la Fig. 85 se indica el sentido de R que cumple con lo asumido $M_2 > M_3$.

Aplicando el método de Hetenyi:

*Ecuación de flecha y_3 :

$$EI_3 y_3 = \frac{M_2}{2} x^2 + \frac{(M_3 - M_2)}{6L_3} x^3 + EI_3 \theta_{3-0} x + EI_3 y_{3-0}; \quad \text{-Condición en E1: } y_{3-0} = 0; \quad \theta_{3-0} \neq 0$$

-Condición en E2: para $x=L_3$; $y_{3-L_3}=0$, reemplazando y ordenando términos:

$$\theta_{3-0} = -\frac{1}{EI_3} \left[\frac{M_3 L_3}{6} + \frac{M_2 L_3}{3} \right] \quad (4.64)$$

*Ecuación de giro y'_3 ; se obtiene derivando $EI_3 y_3$:

$$EI_3 y'_3 = M_2 x + \frac{(M_3 - M_2)}{2L_3} x^2 + EI_3 \theta_{3-0}$$

-Condición en E2: para $x=L_3$; $y'_3 = \theta_{3-L_3}$, reemplazando y ordenando términos:

$$\theta_{3-L_3} = \frac{1}{EI_3} \left[\frac{M_2 L_3}{6} + \frac{M_3 L_3}{3} \right] \quad (4.65)$$

*Ecuación de momento $EI_3 y''_3$ se obtiene derivando $EI_3 y'_3$:

$$EI_3 y''_3 = M_2 + \frac{(M_3 - M_2)}{L_3} x$$

*Ecuación de fuerza cortante $EI_3 y'''_3$; se obtiene derivando $EI_3 y''_3$:

$$EI_3 y'''_3 = \frac{(M_3 - M_2)}{L_3}$$

-En E1 se cumple que $\theta_{3-0} = \theta_{1-L}$ (ver Fig. 86), entonces (4.64) = (4.62); sea $S = l/l_3$; además

$T = l/l_4$; reemplazando y ordenando términos se obtiene:

$$M_1 \left(\frac{L_3 T}{2} + L \right) + M_2 L_3 \left(\frac{S}{3} - \frac{T}{6} \right) - \frac{AL^2}{2} + M_3 \frac{L_3 (T+S)}{6} = F \left[\frac{L_3 \delta T}{6} - \frac{b^2}{2} \right] \quad (4.66)$$

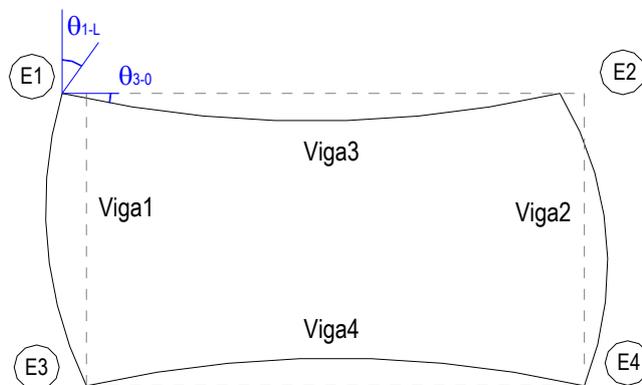


Fig. 86

4.1.8.4. Cálculo de reacciones en Viga2

En los cálculos se considera la fibra neutra de la viga, las longitudes e , f , q , r y L , las reacciones A , B , M_3 y M_4 tal como se indican en la Fig. 87. La resultante total de la fuerza distribuida sobre V_2 se indicara como F' para distinguirla de F que actúa sobre V_1 , aunque estrictamente se cumple que $F'=F$

En la Fig. 87 se aprecia un sistema de coordenadas U - Y cuyo origen se encuentra en la intersección de la proyección del eje de la tubería y la fibra neutra de V_2 ; este sistema de coordenadas permite simplificar los cálculos y la escritura de las ecuaciones, pues las formulas que definen a las distribuciones de F_m , F_p , F_s y F_{mp} se dedujeron antes en función de ejes de coordenadas ubicados en el mismo lugar del sistema U - Y . El sistema de coordenadas X - Y tiene su origen en $E4$, la relación de un valor x con su correspondiente valor u es: $x = u + e$

Se trabajará con cinco tramos según se indica en el gráfico

$$\text{Tramo 1: } 0 \leq x \leq e - q$$

$$\text{Tramo 1a: } e - q \leq x \leq e - r \equiv -q \leq u \leq -r$$

$$\text{Tramo 2: } e - r \leq x \leq e + r \equiv -r \leq u \leq r$$

$$\text{Tramo 2a: } e + r \leq x \leq e + q \equiv r \leq u \leq q$$

$$\text{Tramo 3: } e + q \leq x \leq L \equiv q \leq u \leq f$$

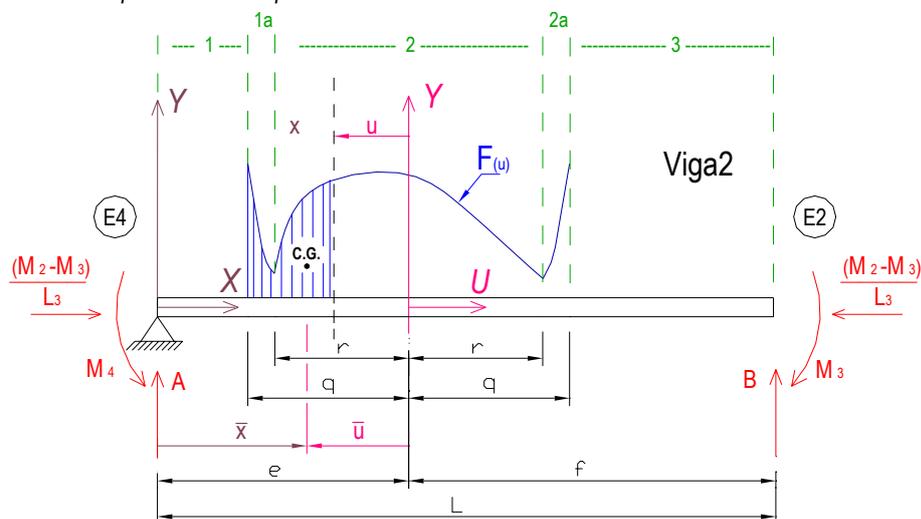


Fig. 87

Cuando se trabaje con la fuerza distribuida surgirán cálculos complejos a partir de la ecuación de momento flector donde intervendrá una integral de $F(u)$ y el centro de gravedad correspondiente:

$$Ely'' = -M_4 + Ax - \left[\int_{-q}^u F(u) du \right] (x - \bar{x}_{F(u)})$$

$$\text{--- } 0 \leq x \leq e - q \text{ ---}$$

$$\text{--- } e - q \leq x \leq e + q \text{ ---}$$

El tercer término se puede simplificar reemplazando $\bar{x} = \bar{u} + e$ así como $x = u + e$:

$$\begin{aligned}
(x - \bar{x}_{F(u)}) \int_{-q}^u F(u) du &= (u + e - \bar{u} - e) \int_{-q}^u F(u) du \\
&= (u - \bar{u}) \int_{-q}^u F(u) du ; \quad \text{se sabe que: } \bar{u} = \frac{\int_{-q}^u u F(u) du}{\int_{-q}^u F(u) du} \\
&= \left(u - \frac{\int_{-q}^u u F(u) du}{\int_{-q}^u F(u) du} \right) \int_{-q}^u F(u) du \\
(x - \bar{x}_{F(u)}) \int_{-q}^u F(u) du &= u \int_{-q}^u F(u) du - \int_{-q}^u u F(u) du \quad (4.67)
\end{aligned}$$

Entonces para resolver las integrales originadas por $(x - \bar{x}_{F(u)}) \int_{-q}^u F(u) du$ se usara la ecuación (4.67) en función de u para simplificar los cálculos; equivale a hacer un cambio de variable $x = u + e$; $dx = du$; en los resultados finales simplemente se reemplaza $u = x - e$.

4.1.8.4.1. Expresión que define a $F(u)$ según el tramo:

En base al numeral 4.1.6.2. *Distribución $F(x)$ sobre Viga2*, donde se indican las ecuaciones de la fuerza distribuida sobre Viga2 y considerando los nuevos sistemas de coordenadas X-Y, U-Y mostrados en la Fig. 87, se tiene:

$$\text{*Tramo 1a: } e - q \leq x \leq e - r \equiv -q \leq u \leq -r \quad F_{1a(u)} = F_{2a(u)} = \frac{F_s + F_{mp}}{\pi \sqrt{q^2 - u^2}} \quad (4.68)$$

$$\text{*Tramo 2: } e - r \leq x \leq e + r \equiv -r \leq u \leq r \quad F_{2(u)} = 2\rho g(r_m - u) \sqrt{r^2 - u^2} + 2P \sqrt{r^2 - u^2} + \frac{F_s + F_{mp}}{\pi \sqrt{q^2 - u^2}}$$

Ordenando términos:

$$F_{2(u)} = (2\rho g r_m + 2P) \sqrt{r^2 - u^2} - 2\rho g u \sqrt{r^2 - u^2} + \frac{F_s + F_{mp}}{\pi \sqrt{q^2 - u^2}} \quad \text{Sea: } K = 2\rho g r_m + 2P ; \quad J = 2\rho g$$

$$F_{2(u)} = K \sqrt{r^2 - u^2} - J u \sqrt{r^2 - u^2} + \frac{F_s + F_{mp}}{\pi \sqrt{q^2 - u^2}} \quad (4.69)$$

$$\text{*Para Tramo 2a: } e + r \leq x \leq e + q \equiv r \leq u \leq q \quad F_{2a(u)} = F_{1a(u)} = \frac{F_s + F_{mp}}{\pi \sqrt{q^2 - u^2}} \quad (4.70)$$

4.1.8.4.2. Σ fuerzas y Σ momentos en Viga2

*** ΣF vertical:** $A+B=\int_{-q}^q F_{(u)}du=F'$, se sabe que $F'=F$

Reemplazando: $A+B=F$ ecuación ya deducida (4.59)

*** Σ momentos:** $-M_4+\bar{X}_F.F'-BL+M_3=0$;

F' es la resultante de integrar $F_{(u)}$ y se cumple $F'=F$.

\bar{X}_F es el centro de gravedad de toda el área definida por $F_{(u)}$.

Se cumple que: $\bar{X}_F=e+\bar{U}_F$; \bar{U}_F esta definido en (4.40), nótese que dicha ecuación define el C.G. para un sistema de coordenadas cuyo origen esta ubicado en el mismo punto que el origen del sistema $U-Y$

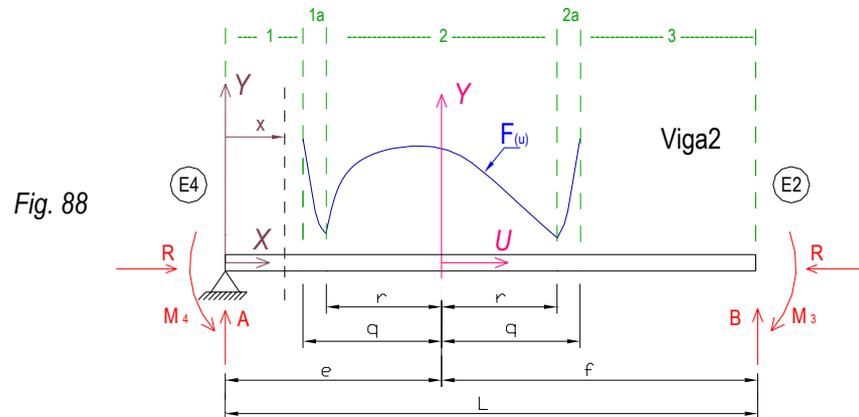
Reemplazando en la ecuación Σ momentos :

$$M_4-M_3+BL=F \left[e + \frac{\frac{\rho g r^4}{4}}{\rho g r_m r^2 + P r^2 + \frac{A_{\text{effMax}} \cdot P}{\pi} + (\rho g r_m + P)(r_m^2 - r^2)} \right]$$

Esta ecuación es resultado de (4.56) + (-)(4.60) por tanto no se puede usar para calcular la estructura pues se obtiene de la combinación de otras dos ecuaciones y eso no debe darse en un sistema de ecuaciones.

Para la Viga2 no es posible utilizar el método de Hetenyi pues las distribuciones de fuerzas que aparecen no pueden prolongarse hasta el final de la viga dado que están en función de $\sqrt{r^2-u^2}$ y $\sqrt{q^2-u^2}$ y evidentemente las ecuaciones no serian validas cuando $u>r$ ($x>r+e$) ni cuando $u>q$ ($x>q+e$), pues se tendría raíz cuadrada de un numero negativo.

4.1.8.4.3. Tramo 1: $0 \leq x \leq e-q$



Por el método de Doble Integración:

*Fza cortante Ely_2''' : $Ely_2''' = A$

*Momento Ely_2'' : $Ely_2'' = Ax - M_4$

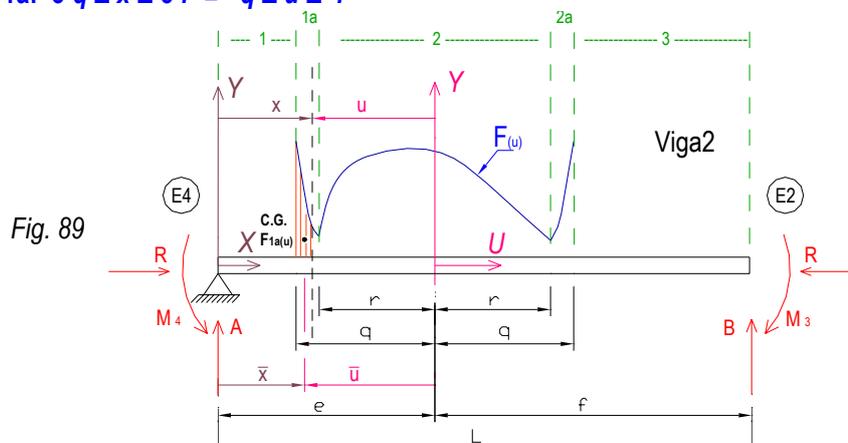
*Giro y_2' : $Ely_2' = \frac{A}{2}x^2 - M_4x + C$ -En E4: $x=0$; $y_2' = \theta_{2-0} \Rightarrow \theta_{2-0} = \frac{C}{EI}$ (4.71)

*Flecha y_2 : $Ely_2 = \frac{A}{6}x^3 - \frac{M_4}{2}x^2 + Cx + C_1$ -Condición en E4: para $x=0$: $y_{2-0} = 0 \Rightarrow C_1 = 0$

- En E4 se cumple que: $\theta_{4-L4} = \theta_{2-0}$ entonces (4.58) = (4.71); sea $T = l/l_4$; reemplazando y ordenando términos:

$$C = TL_3 \left[\frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{3} - \frac{M_3}{3} + \frac{F\delta}{3} \right] \quad (4.72)$$

4.1.8.4.4. Tramo 1a: $e-q \leq x \leq e-r \equiv -q \leq u \leq -r$



Por el método de Doble Integración:

$$\text{*Momento } Ely_2'': Ely_2'' = -M_4 + Ax - (x - \bar{x}) F_{1a(u)} \int_{-q}^u F_{1a(u)} du$$

Usando la forma de la ec. (4.67):

$$Ely_2'' = Ax - M_4 - u \int_{-q}^u F_{1a(u)} du + \int_{-q}^u u F_{1a(u)} du \quad \text{Donde de (4.68) } F_{1a(u)} = \frac{F_s + F_{mp}}{\pi \sqrt{q^2 - u^2}}$$

$$Ely_2'' = Ax - M_4 - u \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[-\arccos\left(\frac{u}{q}\right) \right]_{-q}^u + \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[-\sqrt{q^2 - u^2} \right]_{-q}^u$$

$$Ely_2'' = Ax - M_4 + \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[u \arccos\left(\frac{u}{q}\right) - u\pi - \sqrt{q^2 - u^2} \right]$$

*Giro y_2' :

$$Ely_2' = \frac{A}{2} x^2 - M_4 x + \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[\frac{u^2}{2} \arccos(u/q) - \frac{3}{4} u \sqrt{q^2 - u^2} - \frac{q^2}{4} \arccos(u/q) - \frac{u^2}{2} \pi - \frac{q^2}{2} \arcsen(u/q) \right] + C_a$$

-Igualando Ely_2' de Tramo 1 y Tramo 2 para el punto común $x=e-q$, $u=-q$; y despejando C_a :

$$C_a = TL_3 \left[\frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{3} + \frac{M_3}{3} + \frac{F\delta}{3} \right] \quad (4.73)$$

*Flecha y_2 :

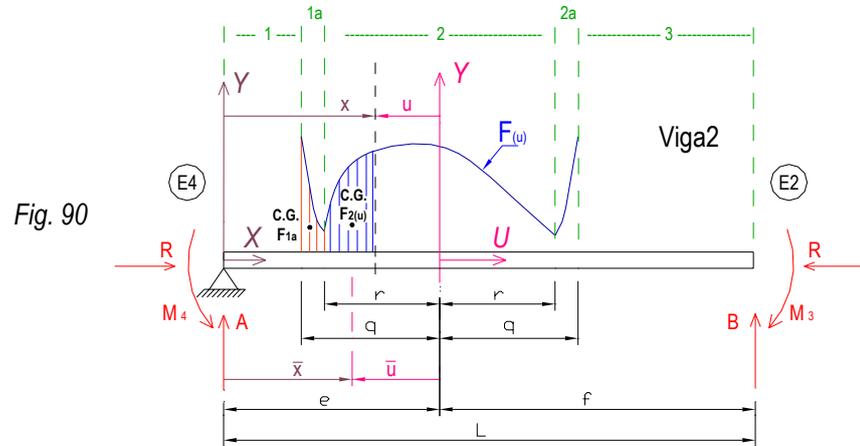
$$Ely_2 = \frac{A}{6} x^3 - \frac{M_4}{2} x^2 + \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[\frac{u^3}{6} \arccos(u/q) - \frac{q^2}{4} u \arccos(u/q) - \frac{u^3}{6} \pi - \frac{q^2}{2} u \arcsen(u/q) - \frac{11}{36} u^2 \sqrt{q^2 - u^2} - \frac{q^2}{9} \sqrt{q^2 - u^2} \right] + C_a u + C_b$$

-Igualando Ely_2 de Tramo1 y Tramo2 para el punto común $x=e-q$, $u=-q$; y despejando C_b :

$$C_b = TL_3 \left[\frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{3} + \frac{M_3}{3} + \frac{F\delta}{3} \right] e \quad (4.74)$$

$$\text{*Fuerza cortante } Ely_2''': \text{ se obtiene derivando } Ely_2'': Ely_2''' = A + \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} [\arccos(u/q) - \pi]$$

4.1.8.4.5. Tramo 2: $-r \leq x \leq e+r \equiv (-r \leq u \leq r)$



Por el método de Doble Integración:

*Momento Ely_2'' :

$$Ely_2'' = Ax - M_4 - (x - \bar{x}_{F_{1a}})F_{1a} - (x - \bar{x}_{F_{2(u)}}) \int_{-r}^u F_{2(u)} du \quad F_{1a} \text{--- Fracción de } F \text{ sobre Tramo1a}$$

Recordar (4.68) y (4.69) que definen $F(u)$ según el tramo:

$$F_{1a(u)} = \frac{F_s + F_{mp}}{\pi \sqrt{q^2 - u^2}}$$

$$F_{2(u)} = K\sqrt{r^2 - u^2} - Ju\sqrt{r^2 - u^2} + \frac{F_s + F_{mp}}{\pi \sqrt{q^2 - u^2}}$$

Dando forma y usando la (Ec-A):

$$(x - \bar{x}_{F_{1a}})F_{1a} = (x - \bar{x}_{F_{1a}}) \int_{-q}^{-r} F_{1a(u)} du = u \int_{-q}^{-r} F_{1a(u)} du - \int_{-q}^{-r} u F_{1a(u)} du = u \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[\text{arcSen}\left(\frac{u}{q}\right) \right]_{-q}^{-r} - \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[-\sqrt{q^2 - u^2} \right]_{-q}^{-r}$$

$$(x - \bar{x}_{F_{1a}})F_{1a} = \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[u \frac{\pi}{2} - u \text{arcSen}(r/q) + \sqrt{q^2 - r^2} \right] \quad (4.75)$$

$$(x - \bar{x}_{F_{2(u)}}) \int_{-r}^u F_{2(u)} du = u \int_{-r}^u F_{2(u)} du - \int_{-r}^u u F_{2(u)} du \quad (4.76)$$

-Reemplazando (4.75) y (4.76) en ec. de momentos, resolviendo las integrales y ordenando términos:

$$Ely_2'' = Ax - M_4 - \frac{K}{2} u^2 \sqrt{r^2 - u^2} + \frac{Kr^2}{2} u \text{arcCos}(u/r) - \frac{K\pi^2}{2} u - \frac{K}{3} (r^2 - u^2)^{3/2} - \frac{J}{12} u (r^2 - u^2)^{3/2} + \frac{Jr^4}{8} \text{arcCos}(u/r) - \frac{Jr^2}{8} u \sqrt{r^2 - u^2} - \frac{J\pi^4}{8} + \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[-u \frac{\pi}{2} - u \text{arcSen}(u/q) - \sqrt{q^2 - u^2} \right]$$

*Giro y'_2 ; se obtiene integrando Ely''_2 :

$$Ely'_2 = A \frac{x^2}{2} - M_4 x + \frac{Kr^4}{16} \text{arcCos}(u/r) - \frac{19Kr^2}{48} u \sqrt{r^2 - u^2} + \frac{K}{8} u (r^2 - u^2)^{3/2} + \frac{Kr^2}{4} u^2 \text{arcCos}(u/r) - \frac{K\pi}{4} r^2 u^2$$

$$+ \frac{K}{12} u^3 \sqrt{r^2 - u^2} + \frac{J}{60} (r^2 - u^2)^{5/2} + \frac{Jr^4}{8} u \text{arcCos}(u/r) - \frac{Jr^4}{8} \sqrt{r^2 - u^2} + \frac{Jr^2}{24} (r^2 - u^2)^{3/2} - \frac{J\pi}{8} r^4 u$$

$$+ \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[-u^2 \frac{\pi}{4} - \frac{u^2}{2} \text{arcSen}(u/q) - \frac{3}{4} u \sqrt{q^2 - u^2} - \frac{q^2}{4} \text{arcSen}(u/q) \right] + C_2$$

-Igualando Ely' de Tramo1a y Tramo2 para el punto común $x=e-r$, $u=-r$; y despejando C_2 :

$$C_2 = TL_3 \left[\frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{3} + \frac{M_3}{3} + \frac{F\delta}{3} \right] \frac{Kr^4 \pi}{16} - (F_s + F_{mp}) \frac{q^2}{8} \quad (4.77)$$

*Flecha y_2 ; se obtiene integrando Ely'_2 :

$$Ely_2 = \frac{A}{6} x^3 - \frac{M_4}{2} x^2 - \frac{K\pi}{12} r^2 u^3 - \frac{J\pi}{16} r^4 u^2 + \frac{Kr^4}{16} u \text{arcCos}(u/r) - \frac{17}{144} Kr^4 \sqrt{r^2 - u^2} + \frac{5}{48} Kr^2 (r^2 - u^2)^{3/2}$$

$$- \frac{K}{120} (r^2 - u^2)^{5/2} + \frac{Jr^4}{16} u^2 \text{arcCos}(u/r) - \frac{9}{160} Jr^4 u \sqrt{r^2 - u^2} + \frac{Jr^6}{96} \text{arcCos}(u/r) - \frac{Jr^2}{60} u^3 \sqrt{r^2 - u^2}$$

$$+ \frac{Kr^2}{12} u^3 \text{arcCos}(u/r) - \frac{Kr^2}{36} u^2 \sqrt{r^2 - u^2} - \frac{J}{360} u^3 (r^2 - u^2)^{3/2} + C_2 u + C_3$$

$$+ \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[-u^3 \frac{\pi}{12} - \frac{u^3}{6} \text{arcSen}(u/q) - \frac{q^2 u}{4} \text{arcSen}(u/q) - \frac{q^2}{9} \sqrt{q^2 - u^2} - \frac{11}{36} u^2 \sqrt{q^2 - u^2} \right]$$

-Igualando Ely de Tramo1a y Tramo2 para el punto común $x=e-r$, $u=-r$; y despejando C_3 :

$$C_3 = TL_3 \left[\frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{3} + \frac{M_3}{3} + \frac{F\delta}{3} \right] e \frac{J\pi r^6}{96} \quad (4.78)$$

*Fuerza cortante Ely'''_2 ; se obtiene derivando Ely''_2 :

$$Ely'''_2 = A + \frac{K \cdot r^2}{2} \text{arcCos}(u/r) - \frac{K\pi \cdot r^2}{2} + \sqrt{r^2 - u^2} \left[\frac{J}{3} u^2 - \frac{K}{2} u - \frac{Jr^2}{3} \right] + \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[-\frac{\pi}{2} \text{arcSen}(u/q) \right]$$

4.1.8.4.6. Tramo 2a: $e+r \leq x \leq e+q$ ($r \leq u \leq q$)

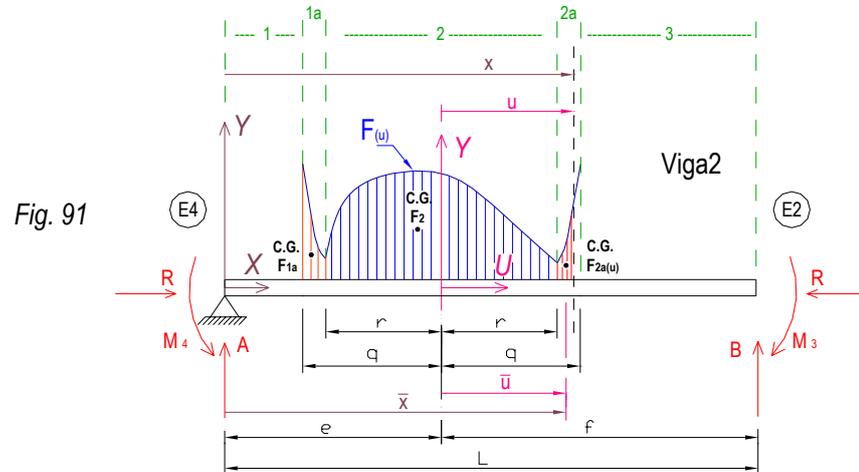


Fig. 91

Por el método de Doble Integración:

*Momento Ely_2'' :

$$Ely_2'' = Ax - M_4 - (x - \bar{x}_{F_{1a}})F_{1a} - (x - \bar{x}_{F_2})F_2 - (x - \bar{x}_{F_{2a(u)}}) \int_r^u F_{2a(u)} du$$

F_{1a} ____ Fracción de F sobre Tramo 1a

F_2 ____ Fracción de F sobre Tramo 2

Recordar (4.68) y (4.69) que definen $F(u)$ según el tramo por :

$$F_{1a(u)} = \frac{F_s + F_{mp}}{\pi \sqrt{q^2 - u^2}}$$

$$F_{2(u)} = K \sqrt{r^2 - u^2} - Ju \sqrt{r^2 - u^2} + \frac{F_s + F_{mp}}{\pi \sqrt{q^2 - u^2}}$$

Dando forma y usando la ec. (4.67):

$$(x - \bar{x}_{F_{1a}})F_{1a} = \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[u \frac{\pi}{2} - u \cdot \text{arcSen}(r/q) + \sqrt{q^2 - r^2} \right] \tag{4.79}$$

$$(x - \bar{x}_{F_2})F_2 = (x - \bar{x}_{F_2}) \int_{-r}^r F_{2(u)} du = u \int_{-r}^r F_{2(u)} du - \int_{-r}^r u F_{2(u)} du \text{ Reemplazando e integrando se obtiene:}$$

$$(x - \bar{x}_{F_2})F_2 = u \frac{r^2 K \pi}{2} + \frac{2}{\pi} u (F_s + F_{mp}) \text{arcSen}(r/q) + \frac{J \pi r^4}{8} \tag{4.80}$$

$$(x - \bar{x}_{F_{2a(u)}}) \int_r^u F_{2a(u)} du = u \int_{-r}^r F_{2a(u)} du - \int_{-r}^r u F_{2a(u)} du = u \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[\text{arcSen}\left(\frac{u}{q}\right) \right]_r^u - \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[-\sqrt{q^2 - u^2} \right]_r^u$$

$$(x - \bar{x}_{F_{2a(u)}}) \int_r^u F_{2a(u)} du = \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[u \cdot \text{arcSen}(u/q) - u \cdot \text{arcSen}(r/q) + \sqrt{q^2 - u^2} - \sqrt{q^2 - r^2} \right] \tag{4.81}$$

-Reemplazando (4.79) (4.80) y (4.81) en ec. momento, resolviendo integrales y ordenando términos:

$$Ely_2'' = Ax - M_4 - \frac{K \pi r^2}{2} u - \frac{J \pi r^4}{8} + \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[-u \frac{\pi}{2} - u \cdot \text{arcSen}(u/q) - \sqrt{q^2 - u^2} \right]$$

*Giro y'_2 ; se obtiene integrando Ely''_2 :

$$Ely'_2 = A \frac{x^2}{2} - M_4 x - \frac{K\pi r^2}{4} u^2 - \frac{J\pi r^4}{8} u + \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[-u^2 \frac{\pi}{4} \frac{u^2}{2} \text{arcSen}(u/q) - \frac{3}{4} u \sqrt{q^2 - u^2} - \frac{q^2}{4} \text{arcSen}(u/q) \right] + C_c$$

-Igualando Ely' de Tramo2 y Tramo2a para el punto común $x=e+r$, $u=r$; y despejando C_c :

$$C_c = TL_3 \left[\frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{3} + \frac{M_3}{3} + \frac{F\delta}{3} \right] \frac{(F_s + F_{mp})}{8} q^2 \frac{K\pi r^4}{16} \quad (4.82)$$

*Flecha y_2 ; se obtiene integrando Ely'_2 :

$$Ely_2 = A \frac{x^3}{6} - \frac{M_4}{2} x^2 - \frac{K\pi r^2}{12} u^3 - \frac{J\pi r^4}{16} u^2 + \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[-u^3 \frac{\pi}{12} \frac{u^3}{6} \text{arcSen}\left(\frac{u}{q}\right) - \frac{q^2}{4} u \text{arcSen}\left(\frac{u}{q}\right) - \frac{q^2}{9} \sqrt{q^2 - u^2} - \frac{11}{36} u^2 \sqrt{q^2 - u^2} \right] + C_c u + C_d$$

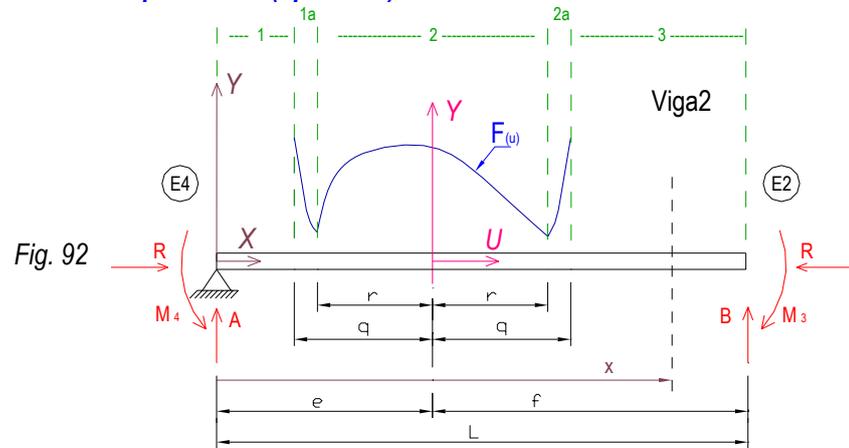
-Igualando Ely de Tramo2 y Tramo2a para el punto común $x=e+r$, $u=r$; y despejando C_d :

$$C_d = TL_3 \left[\frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{3} + \frac{M_3}{3} + \frac{F\delta}{3} \right] e \frac{J\pi r^6}{96} \quad (4.83)$$

*Fuerza cortante Ely'''_2 se obtiene derivando Ely''_2 :

$$Ely'''_2 = A \frac{K\pi r^2}{2} + \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} \text{arcSen}(u/q) \right]$$

4.1.8.4.7. Tramo 3: $e+q \leq x \leq L$ ($q \leq u \leq f$)



Entrando por la derecha, por el método de doble integración:

*Momento Ely_2'' :

$$Ely_2'' = -M_3 + B(L-x)$$

*Giro y_2' se obtiene integrando Ely_2'' :

$$Ely_2' = -M_3x - B\frac{(L-x)^2}{2} + C_4$$

-Igualando Ely_2' de Tramo2a y Tramo3 para el punto común $x=e+q$, $u=q$; y despejando C_4 :

$$C_4 = \frac{A}{2}(e+q)^2 + \frac{B}{2}(L-e-q)^2 + M_3(e+q) - M_4(e+q) - \frac{J\pi r^4 q}{8} - \frac{K\pi r^2 q^2}{4} - \frac{K\pi r^4}{16} - \frac{3}{4}(F_s + F_{mp})q^2 + TL_3 \left[\frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{3} + \frac{M_3}{3} + \frac{F\delta}{3} \right] \quad (4.84)$$

-Condición en E2: para $x=L$; $y_{2-L}' = \theta_{2-L}$ acomodando términos: $\theta_{2-L} = \frac{1}{E}[-M_3L + C_4]$ (4.85)

*Flecha y_2 ; se obtiene integrando Ely_2' :

$$Ely_2 = -M_3\frac{x^2}{2} + \frac{B}{6}(L-x)^3 + C_4x + C_5$$

-Reemplazando C_4 , igualando Ely_2 de Tramo2a y Tramo3 para el punto común $x=e+q$, $u=q$; despejando C_5 :

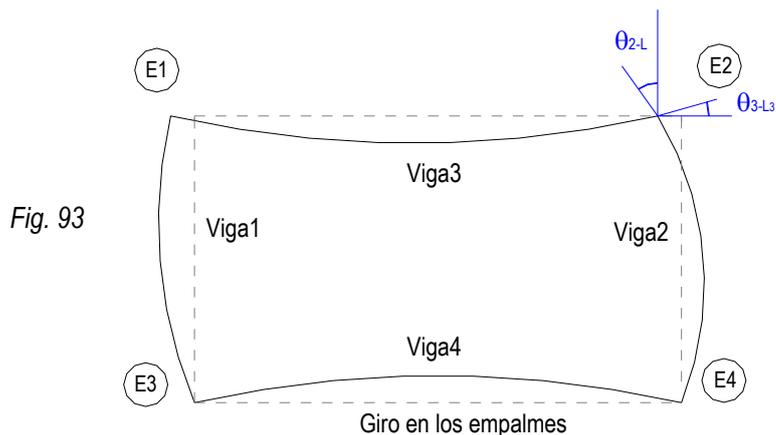
$$C_5 = \frac{A}{3}(e+q)^3 - \frac{B}{6}(L+2e+2q)(L-e-q)^2 - \frac{M_3}{2}(e+q)^2 + \frac{M_4}{2}(e+q)^2 + \frac{K\pi r^2 q^3}{6} + \frac{J\pi r^4 q^2}{16} + \frac{J\pi r^6}{96} + \frac{J\pi r^4 qe}{8} + \frac{K\pi r^2 q^2 e}{4} + \frac{K\pi r^4 e}{16} + (F_s + F_{mp}) \left[\frac{3}{4}q^2 e + \frac{q^3}{3} \right] \quad (4.86)$$

*Fuerza cortante Ely_2''' ; se obtiene derivando Ely_2'' :

$$Ely_2''' = -B$$

-En E_2 se cumple que $\theta_{2-L} = \theta_{3-L_3}$ (ver Fig. 93) ; entonces (4.85) = (4.65), recordar que $S=l/l_3$; $T=l/l_4$; reemplazando y ordenando términos se obtiene:

$$M_1 \frac{TL_3 + M_2 L_3}{2} \left[\frac{S}{6} \frac{T}{3} \right] - A \frac{(e+q)^2}{2} - B \frac{(f-q)^2}{2} + M_3 \left(f-q + \frac{L_3 S}{3} + \frac{TL_3}{3} \right) + M_4 (e+q) = \frac{J\pi r^4 q}{8} + \frac{K\pi r^2 q^2}{4} + \frac{K\pi r^4}{16} + \frac{3}{4} (F_s + F_{mp}) q^2 + TL_3 \frac{F\delta}{3} \quad (4.87)$$



-Ya se indicó que la variación de L_3 es despreciable, además E_1 y E_2 son solidarios mediante V_3 , por lo tanto se cumple que $y_{1-L} = y_{2-L}$; se sabe que:

$$Ely_{1-L} = EI\theta_{1-0} \cdot L - A \frac{L^3}{6} + M_1 \frac{L^2}{2} + F \frac{(L-a)^3}{6} ; \quad \text{donde: } \theta_{1-0} = \frac{L_3}{EI_4} \left[\frac{M_1}{2} - \frac{M_2}{6} + \frac{M_3}{6} - \frac{F\delta}{6} \right]$$

$$Ely_{2-L} = -M_3 \frac{L^2}{2} + C_4 L + C_5 ; \quad \text{ya se conoce expresiones para } C_4 \text{ y } C_5$$

Reemplazando todo en $y_{1-L} = y_{2-L}$; con $S=l/l_3$; $T=l/l_4$; ordenando términos se obtiene:

$$-M_1 \left(TL_3 \cdot L + \frac{L^2}{2} \right) + M_2 \frac{T \cdot L_3 \cdot L}{2} + \frac{A}{6} \left[(e+q)^2 (3L - 2e - 2q) + L^3 \right] + \frac{B}{3} (f-q)^3 - M_3 \left[\frac{(f-q)^2}{2} + \frac{T \cdot L_3 \cdot L}{2} \right] + M_4 \frac{(e+q)}{2} (e+q - 2L) = \frac{J\pi r^4 q f}{8} + \frac{J\pi r^6}{96} - \frac{J\pi r^4 q^2}{16} + \frac{K\pi r^2 q^2 f}{4} + \frac{K\pi r^4 f}{16} - \frac{K\pi r^2 q^3}{6} - (F_s + F_{mp}) \left(\frac{q^3}{3} - \frac{3}{4} q^2 f \right) - TL_3 L \frac{F\delta}{2} + \frac{Fb^3}{6}$$

(4.88)

4.1.8.5. Matriz para obtener las reacciones cuando solo actúa F (W=0)

Se a formado un sistema de 6 ecuaciones: (1), (2), (3), (4), (5) y (6) con 6 incógnitas: A, B, M₁, M₂, M₃, M₄, que son las cargas existentes sobre V₁, V₂, V₃ y V₄.

M_1	M_2	A	B	M_3	M_4		
-1	1	0	0	-1	1	$F \left[e^{-a} + \frac{\frac{\rho g r^4}{4}}{\rho g r_m r^2 + P r^2 + \frac{A_{efMax} \cdot P}{\pi} + (\rho g r_m + P)(r_m^2 - r^2)} \right]$	(4.56)
0	0	1	1	0	0	F	(4.59)
1	-1	0	L	0	0	Fa	(4.60)
$\frac{L_3 T}{2} + L$	$L_3 \begin{bmatrix} S & T \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$	$\frac{L^2}{2}$	0	$\frac{L_3(T+S)}{6}$	0	$F \begin{bmatrix} L_3 \delta T & b^2 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$	(4.66)
$\frac{TL_3}{2}$	$L_3 \begin{bmatrix} S & T \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$	$\frac{(e+q)^2}{2}$	$\frac{(f-q)^2}{2}$	$f-q + \frac{L_3 S}{3} + \frac{TL_3}{3}$	e+q	$\frac{J\pi r^4 q}{8} - \frac{K\pi r^2 q^2}{4} + \frac{K\pi r^4}{16} - \frac{3}{4}(F_s + F_{mp})q^2 + TL_3 \frac{F\delta}{3}$	(4.87)
$\frac{TL_3 L}{2} \frac{L^2}{2}$	$\frac{TL_3 L}{2}$	$\frac{(e+q)^2(3L-2e-2q)+L^3}{6}$	$\frac{(f-q)^3}{3}$	$\frac{(f-q)^2}{2} \frac{TL_3 L}{2}$	$\frac{(e+q)}{2}(e+q-2L)$	$\frac{J}{8}\pi r^4 q f + \frac{J}{96}\pi r^6 - \frac{J}{16}\pi r^4 q^2 + \frac{K}{4}\pi r^2 q^2 f + \frac{K}{16}\pi r^4 f - \frac{K}{6}\pi r^2 q^3 - (F_s + F_{mp}) \left(\frac{q^3}{3} - \frac{3}{4}q^2 f \right) - TL_3 L \frac{F\delta}{2} + \frac{Fb^3}{6}$	(4.88)

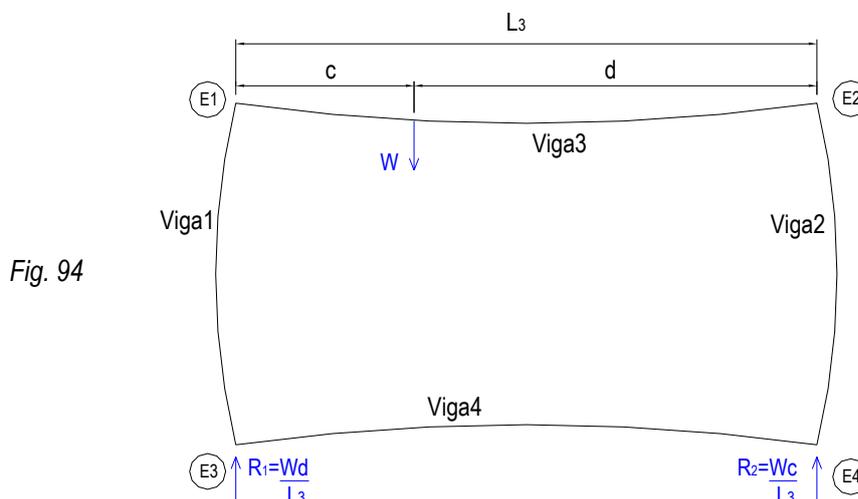
4.1.9. CALCULO DE REACCIONES CUANDO SOLO ACTUA W (F=0)

Ahora toca analizar los efectos del peso de *Tapa1* sobre la estructura, referido a la *Fig. 94* se considera que el peso W se ubica a una distancia genérica c del empalme $E1$, analizando la estructura como un todo y considerando que los puntos de apoyo son $E1$ y $E2$ (apoyo simple), habrán dos reacciones verticales R_1 y R_2 cuyo valor es:

$$\Sigma \text{fuerzas:} \quad W = R_1 + R_2$$

$$\Sigma \text{momento en } E1: \quad Wc = R_2 L_3$$

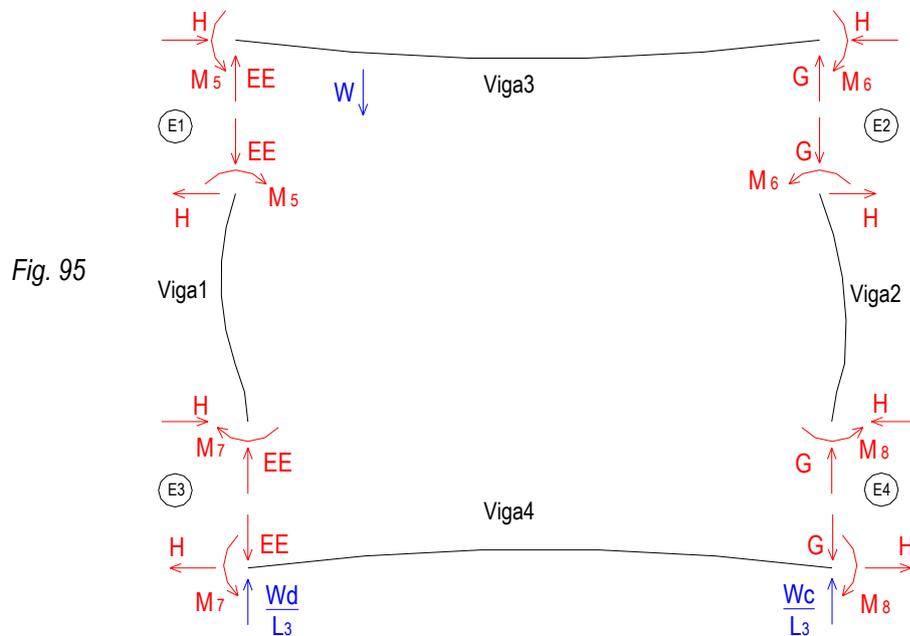
$$\text{Resolviendo:} \quad R_1 = \frac{Wd}{L_3}; \quad R_2 = \frac{Wc}{L_3} \quad (4.89)$$



Como ya se indicó antes se desprecia el peso de las vigas de la estructura, pues tanto V_1 como V_2 concentran su peso en $E3$ y $E4$ respectivamente, mientras que V_4 descansa en su totalidad sobre el piso, la única que podría requerir análisis es V_3 pero la luz de la viga (aproximadamente 7m como máximo) no es muy grande, además el peso es una carga uniformemente distribuida por lo que sus efectos son mucho menores comparado con una carga concentrada.

Con la experiencia del cálculo anterior (efectos de F cuando $W=0$) se indica en la *Fig. 95* las cargas sobre la estructura y la orientación supuesta de las reacciones (fuerzas y momentos) que actúan sobre cada elemento (V_1 , V_2 , V_3 y V_4)

Se usara la denominación *EE* para identificar una de las fuerzas a fin que no se confunda con el modulo de elasticidad *E*



4.1.9.1. Cálculo de reacciones en Viga4



Origen de coordenadas en *E3* .

* ΣF verticales: $EE+G=W$ (4.90)

* Σ momentos: $-M_7+M_8+GL_3=Wc$ (4.91)

Por el método de Hetenyi:

*Ecuación de flecha y_4 :

$$EI_4 y_4 = -M_7 \frac{x^2}{2} - EE \frac{x^3}{6} + \frac{Wd}{6L_3} x^3 + EI_4 \theta_{4-0} \cdot x + EI_4 y_{4-0} \quad \text{-Condición en } E3: \quad y_{4-0}=0; \quad \theta_{4-0} \neq 0$$

-Condición en E4: para $x=L_4=L_3$; $y_{4-L_4}=0$, reemplazando y ordenando términos:

$$\theta_{4-0} = \frac{1}{EI_4} \left[M_7 \frac{L_3}{2} + EE \frac{L_3^2}{6} - W \frac{dL_3}{6} \right] \quad (4.92)$$

*Ecuación de giro y'_3 ; se obtiene derivando $EI_3 y_3$

$$EI_4 y'_4 = -M_7 x - EE \frac{x^2}{2} + W \frac{d}{2L_3} x^2 + EI_4 \theta_{4-0}$$

-Condición en E4: para $x=L_3$; $y'_{4-L_4} = \theta_{4-L_4} \neq 0$; reemplazando y acomodando términos:

$$\theta_{4-L_4} = \frac{1}{EI_4} \left[-M_7 \frac{L_3}{2} - EE \frac{L_3^2}{3} + W \frac{dL_3}{3} \right] \quad (4.93)$$

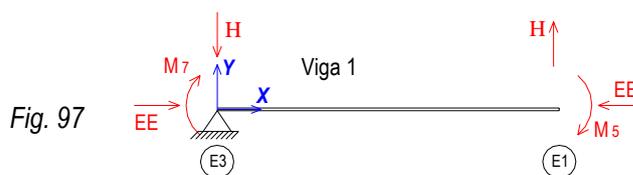
*Ecuación de momento $EI_4 y''_4$; se obtiene derivando $EI_4 y'_4$:

$$EI_4 y''_4 = -M_7 - EE \cdot x + W \frac{d}{L_3} x$$

*Ecuación de fuerza cortante $EI_4 y'''_4$; se obtiene derivando $EI_4 y''_4$:

$$EI_4 y'''_4 = -EE + W \frac{d}{L_3}$$

4.1.9.2. Cálculo de reacciones en Viga1



Por comodidad se trabaja con la viga rotada -90° , el origen de coordenadas se ubica en E1.

* ΣF verticales: $H - H = 0$

* Σ momento: $M_7 = H \cdot L - M_5$ (4.94)

Por el método de Hetenyi

*Ecuación de flecha y_1 :

$$Ely_1 = M_7 \frac{x^2}{2} - H \frac{x^3}{6} + EI\theta_{1-0} \cdot x + Ely_{1-0}; \text{-Condición en E3: } y_{1-0} = 0; \quad \theta_{1-0} \neq 0$$

-Condición en E3: $\theta_{1-0} = \theta_{4-0}$, la ecuación (4.93) define a θ_{4-0} ; reemplazando y ordenando términos:

$$\theta_{1-0} = \frac{1}{EI_4} \left[M_7 \frac{L_3}{2} + EE \frac{L_3^2}{6} - W \frac{dL_3}{6} \right] \quad (4.95)$$

*Ecuación de giro y_1' ; se obtiene derivando Ely_1

$$Ely_1' = M_7 x - H \frac{x^2}{2} + EI\theta_{1-0}$$

-Condición en E1: para $x=L$; $\theta_{1-L} \neq 0$, reemplazando y ordenando términos:

$$\theta_{1-L} = \frac{1}{EI} \left[M_7 \left(L + \frac{TL_3}{2} \right) - H \frac{L^2}{2} + EE \frac{TL_3^2}{6} - W \frac{dL_3 T}{6} \right] \quad (4.96)$$

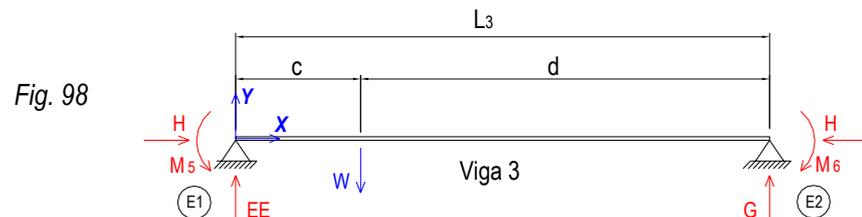
*Ecuación de momento Ely_1'' ; se obtiene derivando Ely_1' :

$$Ely_1'' = M_7 - Hx$$

*Ecuación de fuerza cortante Ely_1''' ; se obtiene derivando Ely_1'' :

$$Ely_1''' = -H$$

4.1.9.3. Cálculo de reacciones en Viga3



Origen de coordenadas en E1.

* ΣF verticales: $EE + G = W$; ecuación ya deducida (4.90)

* Σ momentos: $M_5 - M_6 + GL_3 = Wc$ (4.97)

Por el método de Hetenyi:

*Ecuación de flecha y_3 :

$$El_3 y_3 = -M_5 \frac{x^2}{2} + EE \frac{x^3}{6} + El_3 \theta_{3-0} x + El_3 y_{3-0} - W \frac{(x-c)^3}{6}$$

$\frac{0 \leq x \leq c}{c \leq x \leq L_3}$

-Condición en E1: $y_{3-0}=0$; $\theta_{3-0} \neq 0$

-Condición en E2: para $x=L_3$; $y_{3-L_3}=0$, reemplazando y ordenando términos:

$$\theta_{3-0} = \frac{1}{El_3} \left[M_5 \frac{L_3}{2} - EE \frac{L_3^2}{6} + \frac{W \cdot d^3}{6 \cdot L_3} \right] \quad (4.98)$$

*Ecuación de giro y_3' ; se obtiene derivando $El_3 y_3$

$$El_3 y_3' = -M_5 x + EE \frac{x^2}{2} + El_3 \theta_{3-0} - W \frac{(x-c)^2}{2}$$

$\frac{0 \leq x \leq c}{c \leq x \leq L_3}$

-Condición en E2: para $x=L_3$; $y'_{3-L_3}=\theta_{3-L_3} \neq 0$; reemplazando y acomodando términos:

$$\theta_{3-L_3} = \frac{1}{El_3} \left[-M_5 \frac{L_3}{2} + EE \frac{L_3^2}{3} + \left(\frac{d}{L_3} - 3 \right) \frac{Wd^2}{6} \right] \quad (4.99)$$

*Ecuación de momento $El_3 y_3''$; se obtiene derivando $El_3 y_3'$:

$$El_3 y_3'' = -M_5 + EE \cdot x - W(x-c)$$

$\frac{0 \leq x \leq c}{c \leq x \leq L_3}$

*Ecuación de fuerza cortante $El_3 y_3'''$; se obtiene derivando $El_3 y_3''$:

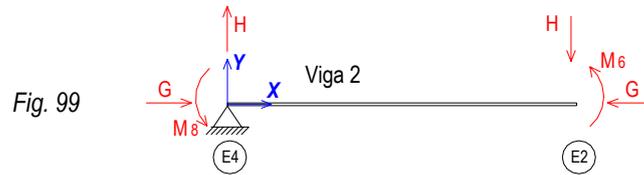
$$El_3 y_3''' = EE - W$$

$\frac{0 \leq x \leq c}{c \leq x \leq L_3}$

-Se sabe que en E1: $\theta_{3-0}=\theta_{1-L}$, entonces (4.98) = (4.96); recordar $S=l/l_3$, $T=l/l_4$; reemplazando y ordenando términos:

$$M_5 \frac{L_3 S}{2} - M_7 \left(L + \frac{TL_3}{2} \right) - EE \frac{L_3^2 (T+S)}{6} + H \frac{L^2}{2} = -\frac{Wd}{6} \left(L_3 T + \frac{d^2 S}{L_3} \right) \quad (4.100)$$

4.1.9.4. Cálculo de reacciones en Viga2



Por comodidad se representa la viga rotada -90° , el origen de coordenadas se ubica en E4.

$$*\Sigma \text{momento:} \quad M_8 = HL - M_6 \quad (4.101)$$

Por el método de Hetenyi

*Ecuación de flecha y_2 :

$$Ely_2 = -M_8 \frac{x^2}{2} + H \frac{x^3}{6} + EI\theta_{2-0}x + Ely_{2-0} \quad \text{-Condición en E4: } y_{2-0} = 0; \quad \theta_{2-0} \neq 0$$

-Condición en E4: $\theta_{2-0} = \theta_{4-L4}$; ecuación (4.93) define a θ_{4-L4} ; reemplazando y ordenando términos:

$$\theta_{2-0} = \frac{1}{EI_4} \left[-M_7 \frac{L_3}{2} - EE \frac{L_3^2}{3} + W \frac{dL_3}{3} \right] \quad (4.102)$$

*Ecuación de giro y_2' ; se obtiene derivando Ely_2

$$Ely_2' = -M_8 x + H \frac{x^2}{2} + EI\theta_{2-0}$$

-Condición en E2: para $x=L$; $\theta_{2-L} \neq 0$, reemplazando y ordenando términos:

$$\theta_{2-L} = \frac{1}{EI} \left[-M_7 \frac{L_3 T}{2} - M_8 L - EE \frac{L_3^2 T}{3} + H \frac{L^2}{2} + W \frac{dL_3 T}{3} \right] \quad (4.103)$$

*Ecuación de momento Ely_2'' ; se obtiene derivando Ely_2' :

$$Ely_2'' = -M_8 + Hx$$

*Ecuación de fuerza cortante Ely_2''' ; se obtiene derivando Ely_2'' :

$$Ely_2''' = H$$

-Se sabe que en E2: $\theta_{3-L3} = \theta_{2-L}$, entonces (4.99) = (4.103); recordar $S = l/l_3$; reemplazando y ordenando términos:

$$-M_5 \frac{L_3 S}{2} + M_7 \frac{L_3 T}{2} + M_8 L + EE \frac{L_3^2 (S+T)}{3} - H \frac{L^2}{2} = Wd \left[\frac{L_3 T}{3} + \frac{dS}{6} \left(3 - \frac{d}{L_3} \right) \right] \quad (4.104)$$

-Ya se indicó que la variación de L_3 es despreciable, además E_1 y E_2 son solidarios mediante V_3 , por lo tanto se cumple que $y_{1-L} = y_{2-L}$; se sabe que:

$$Ely_{1-L} = M_7 \frac{L^2}{2} - H \frac{L^3}{6} + EI\theta_{1-0}L; \quad \text{de (4.95):} \quad \theta_{1-0} = \frac{1}{EI_4} \left[M_7 \frac{L_3}{2} + EE \frac{L_3^2}{6} - W \frac{dL_3}{6} \right]$$

$$Ely_{2-L} = -M_8 \frac{L^2}{2} + H \frac{L^3}{6} + EI\theta_{2-0}L; \quad \text{de (4.102):} \quad \theta_{2-0} = \frac{1}{EI_4} \left[-M_8 \frac{L_3}{2} - EE \frac{L_3^2}{3} + W \frac{dL_3}{3} \right]$$

Reemplazando todo en $y_{1-L} = y_{2-L}$; con $S = l/l_3$; $T = l/l_4$; ordenando términos se tiene:

$$M_7 \left(\frac{L}{2} + L_3 T \right) + M_8 \frac{L}{2} + EE \frac{L_3^2 T}{2} - H \frac{L^2}{3} = W \frac{dL_3 T}{2} \quad (4.105)$$

*Se puede reemplazar M_8, M_7 (ecuaciones (4.94), (4.101)) en las ecuaciones (4.90), (4.91), (4.97), (4.100), (4.104), (4.105), a fin de reducir el número de incógnitas; obteniéndose:

$$EE + G = W \quad (4.106)$$

$$M_5 - M_6 + GL_3 = Wc \quad (4.107)$$

$$M_5 - M_6 + GL_3 = Wc \quad (4.108)$$

$$M_5 \left(L + \frac{L_3(S+T)}{2} \right) - EE \frac{L_3^2(S+T)}{6} - H \left(\frac{L^2}{2} + \frac{TL_3L}{2} \right) = -\frac{Wd}{6} \left(L_3 T + \frac{d^2 S}{L_3} \right) \quad (4.109)$$

$$-M_5 \frac{L_3(S+T)}{2} - M_6 L + EE \frac{L_3^2(S+T)}{3} + H \left(\frac{L^2}{2} + \frac{TL_3L}{2} \right) = Wd \left[\frac{L_3 T}{3} + \frac{dS}{6} \left(3 - \frac{d}{L_3} \right) \right] \quad (4.110)$$

$$-M_5 \left(\frac{L}{2} + L_3 T \right) - M_6 \frac{L}{2} + EE \frac{L_3^2 T}{2} + H \left(\frac{2L^2}{3} + L_3 TL \right) = W \frac{dL_3 T}{2} \quad (4.111)$$

Hay dos ecuaciones idénticas, entonces finalmente queda un sistema de cinco ecuaciones (4.106), (4.107), (4.109), (4.110), (4.111), con cinco incógnitas que se puede resolver por determinantes, una vez resuelto se pueden conocer también M_7 y M_8 usando (4.94) y (4.101).

4.1.9.5. Matriz para obtener las reacciones cuando solo actúa W (F=0)

$$\begin{matrix} M_5 & M_6 & EE & G & H & & \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & W & (4.106) \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 1 & -1 & 0 & L_3 & 0 & Wc & (4.107) \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} L+\frac{L_3(S+T)}{2} & 0 & \frac{L_3^2(S+T)}{6} & 0 & \frac{L^2}{2} + \frac{TL_3L}{2} & \frac{Wd}{6} \left(L_3T + \frac{d^2S}{L_3} \right) & (4.109) \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \frac{L_3(S+T)}{2} & -L & \frac{L_3^2(S+T)}{3} & 0 & \frac{L^2}{2} + \frac{TL_3L}{2} & Wd \left[\frac{L_3T}{3} + \frac{dS}{6} \left(3 - \frac{d}{L_3} \right) \right] & (4.110) \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \frac{L}{2} - L_3T & \frac{L}{2} & \frac{L_3^2T}{2} & 0 & \frac{2L^2}{3} + L_3TL & W \frac{dL_3T}{2} & (4.111) \end{matrix}$$

4.1.10. REACCIONES TOTALES

Recordando las cargas sobre V₁, V₂, V₃ y V₄ generadas por F y W independientemente:

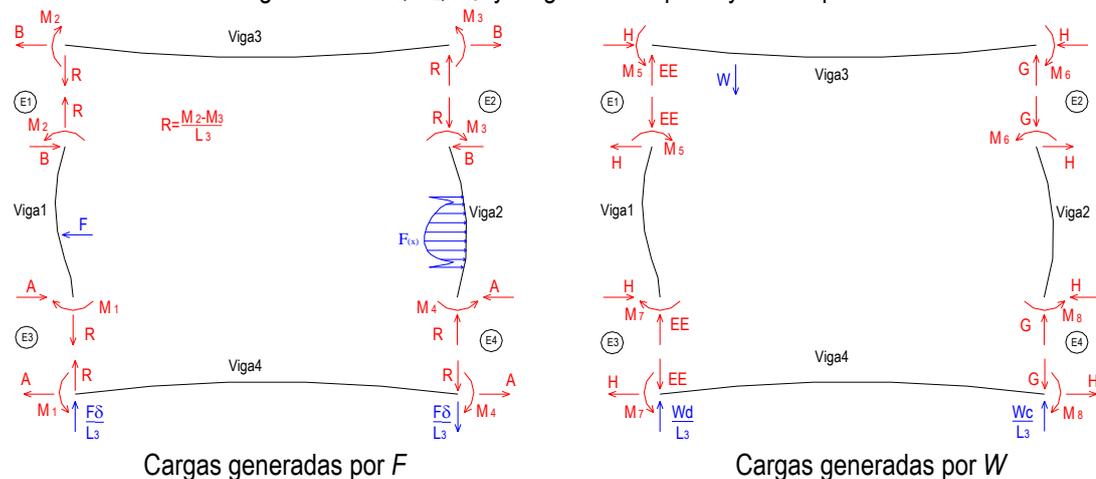


Fig. 100

Las cargas totales sobre las vigas serán la suma de las cargas originadas por F y W, quedando

la estructura sometida a las cargas mostradas donde se cumple que:

$$M_a = M_7 + M_1 \tag{4.112}$$

$$M_b = M_2 - M_5 \tag{4.113}$$

$$M_c = M_3 - M_6 \tag{4.114}$$

$$M_d = M_4 + M_8 \tag{4.115}$$

$$R_a = A + H \tag{4.116}$$

$$R_b = B - H \tag{4.117}$$

$$R_c = EE - \left(\frac{M_2 - M_3}{L_3} \right) \tag{4.118}$$

$$R_d = G + \left(\frac{M_2 - M_3}{L_3} \right) \tag{4.119}$$

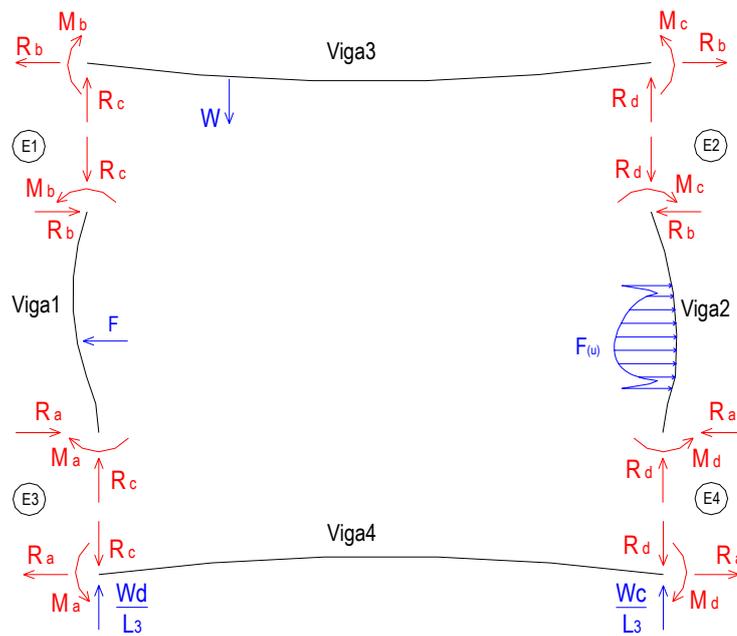


Fig. 101 Cargas totales generadas por F y W

4.1.11. ECUACIONES DE FLECHA, GIRO, MOMENTO Y FUERZA CORTANTE TOTAL DE V₁, V₂, V₃, V₄

A continuación se presenta el resumen de todo el análisis y cálculos realizados, algunas de las ecuaciones obtenidas son bastante extensas y complejas, por ello en algunos casos será preferible solo unir las ecuaciones obtenidas (aporte de F y aporte de W) sin realizar mas cálculos ni agrupación de términos.

Nuevamente es importante recordar que todas las ecuaciones halladas se refieren al tubo apoyado sobre Tapa2, contienen expresiones genéricas y para analizar el caso específico de la

campana o la espiga sobre *Tapa2* basta con hacer la reasignación de valores que automáticamente referian las ecuaciones al caso que se quiera analizar; esa reasignación se definió en **CG-7** como:

Tabla 6

Termino en las ecuaciones	Campana	Espiga
r_m	Mantiene su valor	Mantiene su valor
r	Es reemplazado por r_m	Mantiene su valor
$2q$	Toma el valor $2q_C$	Toma el valor $2q_E$

Donde: $2q_C = 2r_m + 2e_C + 2\sqrt{\frac{3,175e_C}{1000}}$; $2q_E = 2r + 2e_E + 2\sqrt{\frac{3,175e_E}{1000}}$

4.1.11.1. Viga1

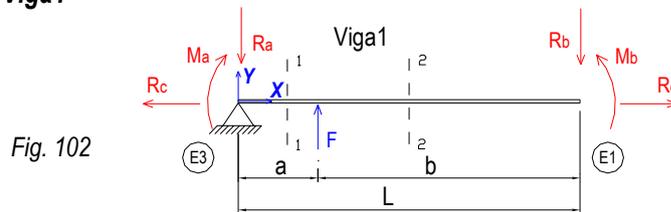


Fig. 102

$$Ely_1 = TL_3 \left[\frac{M_a + R_c}{2} \frac{L_3}{6} \frac{F\delta}{6} - W \frac{d}{6} \right] x - R_a \frac{x^3}{6} + M_a \frac{x^2}{2} + F \frac{(x-a)^3}{6}$$

Flecha y_1 : $\frac{\hspace{10em}}{\hspace{10em}}$
 $\hspace{10em}$ $\hspace{10em}$
 $\hspace{10em}$ $\hspace{10em}$
 $\hspace{10em}$ $\hspace{10em}$
 $\hspace{10em}$ $\hspace{10em}$
 $\hspace{10em}$ $\hspace{10em}$

$$Ely_1' = TL_3 \left[\frac{M_a + R_c}{2} \frac{L_3}{6} \frac{F\delta}{6} - W \frac{d}{6} \right] - R_a \frac{x^2}{2} + M_a x + F \frac{(x-a)^2}{2}$$

Giro y_1' : $\frac{\hspace{10em}}{\hspace{10em}}$
 $\hspace{10em}$ $\hspace{10em}$
 $\hspace{10em}$ $\hspace{10em}$
 $\hspace{10em}$ $\hspace{10em}$
 $\hspace{10em}$ $\hspace{10em}$

$$Ely_1'' = -R_a x + M_a + F(x-a)$$

Momento Ely_1'' : $\frac{\hspace{10em}}{\hspace{10em}}$
 $\hspace{10em}$ $\hspace{10em}$
 $\hspace{10em}$ $\hspace{10em}$
 $\hspace{10em}$ $\hspace{10em}$

$$Ely_1''' = -R_a + F$$

Fza. cortante Ely_1''' : $\frac{\hspace{10em}}{\hspace{10em}}$
 $\hspace{10em}$ $\hspace{10em}$
 $\hspace{10em}$ $\hspace{10em}$
 $\hspace{10em}$ $\hspace{10em}$

4.1.11.2. Viga2

4.1.11.2.1. Tramo 1: $0 \leq x \leq e-q$

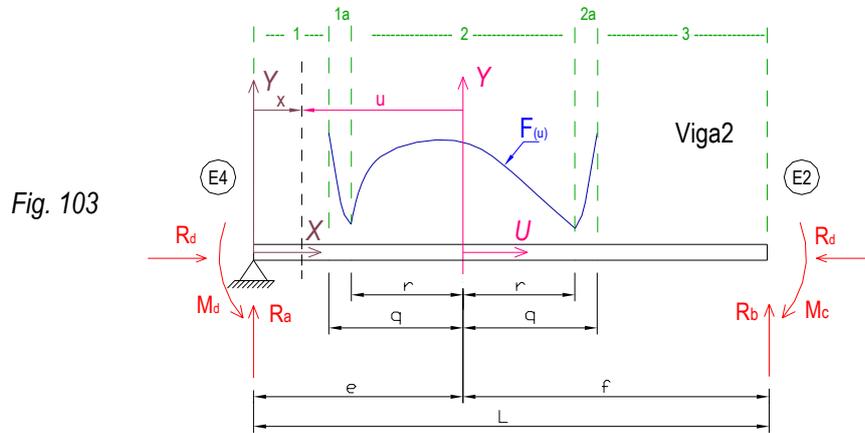


Fig. 103

Flecha y_2 :
$$Ely_2 = \frac{R_a}{6}x^3 - \frac{M_d}{2}x^2 + TL_3 \left[\frac{M_a}{2} - R_c \frac{L_3}{3} + W \frac{d}{3} + \frac{F\delta}{3} \right] x$$

Giro y_2' :
$$Ely_2' = \frac{R_a}{2}x^2 - M_d x + TL_3 \left[\frac{M_a}{2} - R_c \frac{L_3}{3} + W \frac{d}{3} + \frac{F\delta}{3} \right]$$

Momento Ely_2'' :
$$Ely_2'' = R_a x - M_d$$

Fza. cortante Ely_2''' :
$$Ely_2''' = R_a$$

4.1.11.2.2. Tramo 1a: $e-q \leq x \leq e-r$ ($-q \leq u \leq -r$)

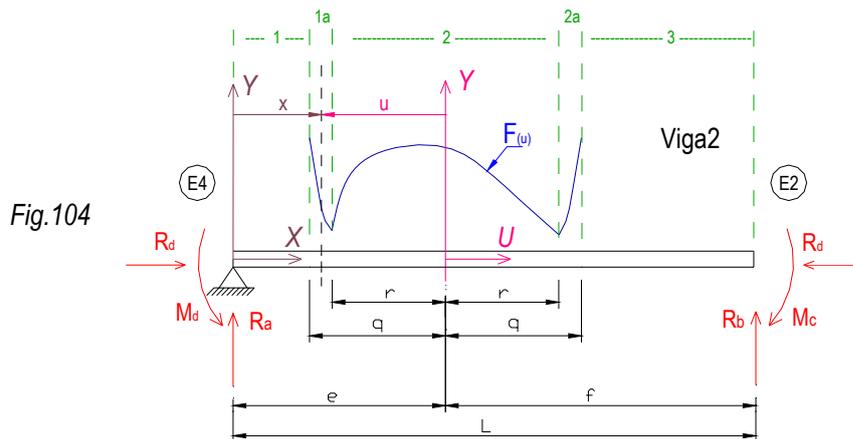


Fig.104

Flecha y_2 :

$$Ely_2 = \frac{R_a}{6}x^3 - \frac{M_d}{2}x^2 + TL_3 \left[\frac{M_7}{2} - EE \frac{L_3}{3} + W \frac{d}{3} \right] x + \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[\frac{u^3}{6} \text{arcCos}(u/q) - \frac{q^2}{4} u \text{arcCos}(u/q) - \frac{u^3}{6} \pi - \frac{q^2}{2} u \text{arcSer}(u/q) - \frac{11}{36} u^2 \sqrt{q^2 - u^2} - \frac{q^2}{9} \sqrt{q^2 - u^2} \right] + TL_3 \left[\frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{3} + \frac{M_3}{3} + \frac{F\delta}{3} \right] u + TL_3 \left[\frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{3} + \frac{M_3}{3} + \frac{F\delta}{3} \right] e$$

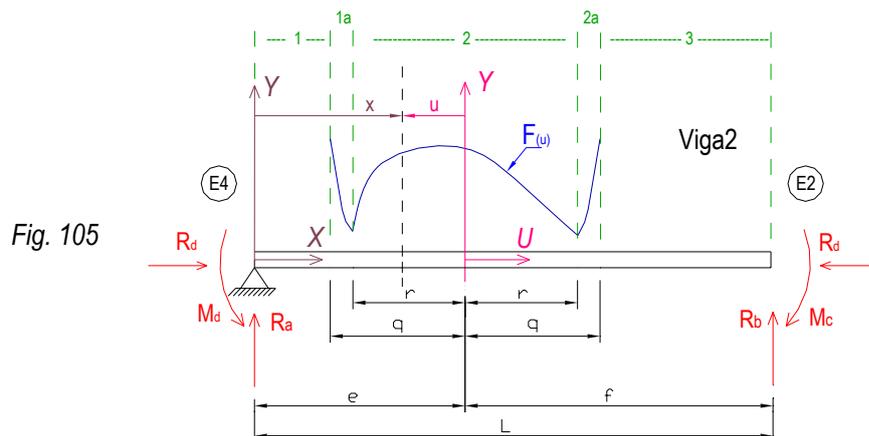
Giro y'_2 :

$$Ely'_2 = \frac{R_a}{2}x^2 - M_d x + \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[\frac{u^2}{2} \text{arcCos}(u/q) - \frac{3}{4}u\sqrt{q^2 - u^2} - \frac{q^2}{4} \text{arcCos}(u/q) - \frac{u^2}{2}\pi - \frac{q^2}{2} \text{arcSen}(u/q) \right] + TL_3 \left[\frac{M_a}{2} - R_c \frac{L_3}{3} + W \frac{d}{3} + \frac{F\delta}{3} \right]$$

Momento Ely''_2 .
$$Ely''_2 = R_a x - M_d + \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[u \cdot \text{arcCos}\left(\frac{u}{q}\right) - u\pi - \sqrt{q^2 - u^2} \right]$$

Fza. cortante Ely'''_2 :
$$Ely'''_2 = R_a + \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} [\text{arcCos}(u/q) - \pi]$$

4.1.11.2.3. Tramo 2: $-r \leq x \leq +r$ ($-r \leq u \leq r$)



Flecha y_2 :

$$Ely_2 = \frac{R_a}{6}x^3 - \frac{M_d}{2}x^2 + TL_3 \left[\frac{M_1}{2} - R_c \frac{L_3}{3} + W \frac{d}{3} \right] x - \frac{K\pi}{12}r^2u^3 - \frac{J\pi}{16}r^4u^2 + \frac{Kr^4}{16}u \cdot \text{arcCos}(u/r) - \frac{17}{144}Kr^4\sqrt{r^2 - u^2} + \frac{5}{48}Kr^2(r^2 - u^2)^{3/2} - \frac{K}{120}(r^2 - u^2)^{5/2} + \frac{Jr^4}{16}u^2 \text{arcCos}(u/r) - \frac{9}{160}Jr^4u\sqrt{r^2 - u^2} + \frac{Jr^6}{96} \text{arcCos}(u/r) - \frac{Jr^2}{60}u^3\sqrt{r^2 - u^2} + \frac{Kr^2}{12}u^3 \text{arcCos}(u/r) - \frac{Kr^2}{36}u^2\sqrt{r^2 - u^2} - \frac{J}{360}u^3(r^2 - u^2)^{3/2} + \left\{ TL_3 \left[\frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{3} + \frac{M_3}{3} + \frac{F\delta}{3} \right] - \frac{Kr^4\pi}{16}(F_s + F_{mp})\frac{q^2}{8} \right\} u + TL_3 \left[\frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{3} + \frac{M_3}{3} + \frac{F\delta}{3} \right] e - \frac{J\pi r^6}{96} + \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[-u^3 \frac{\pi}{12} - \frac{u^3}{6} \text{arcSen}(u/q) - \frac{q^2u}{4} \text{arcSen}(u/q) - \frac{q^2}{9}\sqrt{q^2 - u^2} - \frac{11}{36}u^2\sqrt{q^2 - u^2} \right]$$

Giro y'_2 :

$$Ely'_2 = R_a \frac{x^2}{2} - M_d x + TL_3 \left[-\frac{M_7}{2} - EE \frac{L_3}{3} + W \frac{d}{3} \right] + \frac{Kr^4}{16} \arccos(u/r) - \frac{19Kr^2}{48} u \sqrt{r^2 - u^2} + \frac{K}{8} u (r^2 - u^2)^{3/2} \\ + \frac{Kr^2}{4} u^2 \arccos(u/r) - \frac{K\pi r^2 u^2}{4} + \frac{K}{12} u^3 \sqrt{r^2 - u^2} + \frac{J}{60} (r^2 - u^2)^{5/2} + \frac{Jr^4}{8} u \arccos(u/r) - \frac{Jr^4}{8} \sqrt{r^2 - u^2} \\ + \frac{Jr^2}{24} (r^2 - u^2)^{3/2} - \frac{J\pi r^4 u}{8} + \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[-\frac{u^2 \pi}{4} - \frac{u^2}{2} \arccos(u/q) - \frac{3}{4} u \sqrt{q^2 - u^2} - \frac{q^2}{4} \arccos(u/q) \right] \\ + TL_3 \left[\frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{3} + \frac{M_3}{3} + \frac{F\delta}{3} \right] - \frac{Kr^4 \pi}{16} (F_s + F_{mp}) \frac{q^2}{8}$$

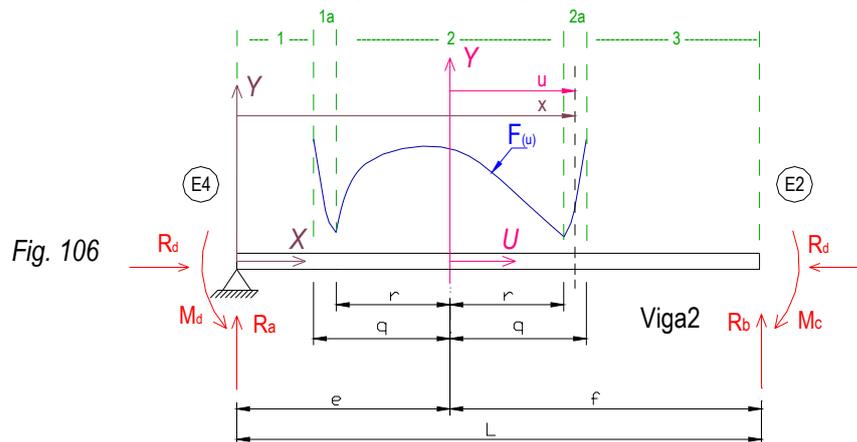
Momento Ely''_2 :

$$Ely''_2 = R_a x - M_d - \frac{K}{2} u^2 \sqrt{r^2 - u^2} + \frac{Kr^2}{2} u \arccos(u/r) - \frac{K\pi r^2}{2} u - \frac{K}{3} (r^2 - u^2)^{3/2} - \frac{J}{12} u (r^2 - u^2)^{3/2} + \frac{Jr^4}{8} \arccos(u/r) \\ - \frac{Jr^2}{8} u \sqrt{r^2 - u^2} - \frac{J\pi r^4}{8} + \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[-\frac{\pi}{2} u - u \arccos(u/q) - \sqrt{q^2 - u^2} \right]$$

Fza. cortante Ely'''_2 :

$$Ely'''_2 = R_a + \frac{K.r^2}{2} \arccos(u/r) - \frac{K\pi.r^2}{2} + \sqrt{r^2 - u^2} \left[\frac{J}{3} u^2 - \frac{K}{2} u - \frac{Jr^2}{3} \right] + \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} - \arccos(u/q) \right]$$

4.1.11.2.4. Tramo 2a: $e+r \leq x \leq e+q$ ($r \leq u \leq q$)



Flecha y_2 :

$$Ely_2 = R_a \frac{x^3}{6} - M_d \frac{x^2}{2} + TL_3 \left[\frac{M_7}{2} - EE \frac{L_3}{3} + W \frac{d}{3} \right] x - \frac{K\pi r^2}{12} u^3 - \frac{J\pi r^4}{16} u^2 + \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[-\frac{3\pi}{12} \frac{u^3}{6} \arccos\left(\frac{u}{q}\right) \right. \\ \left. - \frac{q^2}{4} u \arccos\left(\frac{u}{q}\right) - \frac{q^2}{9} \sqrt{q^2 - u^2} - \frac{11}{36} u^2 \sqrt{q^2 - u^2} \right] + \left\{ TL_3 \left[\frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{3} + \frac{M_3}{3} + \frac{F\delta}{3} \right] - \frac{(F_s + F_{mp})}{8} q^2 - \frac{K\pi r^4}{16} \right\} u \\ + TL_3 \left[\frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{3} + \frac{M_3}{3} + \frac{F\delta}{3} \right] e - \frac{J\pi r^6}{96}$$

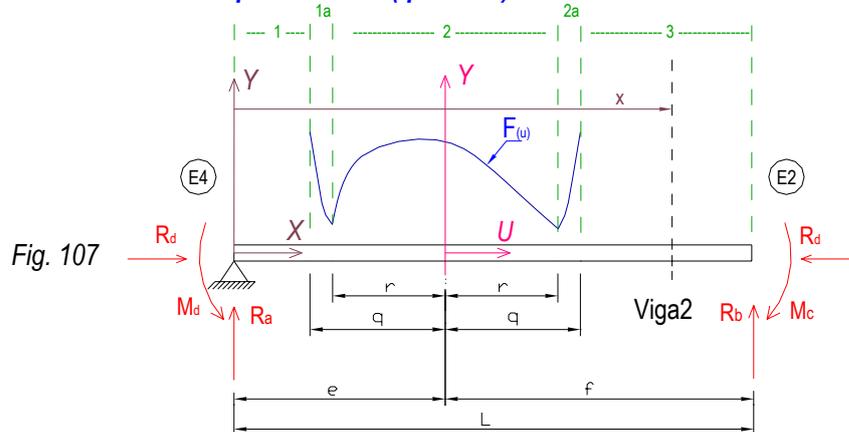
Giro y'_2 :

$$Ely'_2 = R_a \frac{x^2}{2} - M_d x + TL_3 \left[\frac{M_7}{2} - EE \frac{L_3}{3} + W \frac{d}{3} \right] \frac{K\pi r^2}{4} u^2 - \frac{J\pi r^4}{8} u + \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[-u^2 \frac{\pi}{4} \frac{u^2}{2} \text{arcSen}(u/q) \right. \\ \left. - \frac{3}{4} u \sqrt{q^2 - u^2} - \frac{q^2}{4} \text{arcSen}(u/q) \right] + TL_3 \left[\frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{3} + \frac{M_3}{3} + \frac{F\delta}{3} \right] \frac{(F_s + F_{mp})}{8} q^2 \frac{K\pi r^4}{16}$$

Momento Ely''_2 . $Ely''_2 = R_a x - M_d - \frac{K\pi r^2}{2} u - \frac{J\pi r^4}{8} + \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[-u \frac{\pi}{2} - u \cdot \text{arcSen}(u/q) - \sqrt{q^2 - u^2} \right]$

Fza. cortante Ely'''_2 : $Ely'''_2 = R_a - \frac{K\pi r^2}{2} + \frac{(F_s + F_{mp})}{\pi} \left[-\frac{\pi}{2} \text{arcSen}(u/q) \right]$

4.1.11.2.5. Tramo 3: $e+q \leq x \leq L$ ($q \leq u \leq f$)



Flecha y_2 :

$$Ely_2 = -(M_8 + M_3) \frac{x^2}{2} + H \frac{x^3}{6} + B \frac{(L-x)^3}{6} + TL_3 \left[\frac{M_7}{2} - EE \frac{L_3}{3} + W \frac{d}{3} \right] x + \left\{ \frac{A}{2} (e+q)^2 + \frac{B}{2} (L-e-q)^2 + M_3 (e+q) \right. \\ \left. - M_4 (e+q) - \frac{J\pi r^4 q}{8} - \frac{K\pi r^2 q^2}{4} - \frac{K\pi r^4}{16} \frac{3}{4} (F_s + F_{mp}) q^2 + TL_3 \left[\frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{3} + \frac{M_3}{3} + \frac{F\delta}{3} \right] \right\} x - \frac{A}{3} (e+q)^3 \\ - \frac{B}{6} (L+2e+2q)(L-e-q)^2 - \frac{M_3}{2} (e+q)^2 + \frac{M_4}{2} (e+q)^2 + \frac{K\pi r^2 q^3}{6} + \frac{J\pi r^4 q^2}{16} + \frac{J\pi r^6}{96} + \frac{J\pi r^4 q e}{8} + \frac{K\pi r^2 q^2 e}{4} \\ + \frac{K\pi r^4 e}{16} + (F_s + F_{mp}) \left[\frac{3}{4} q^2 e + \frac{q^3}{3} \right]$$

Giro y'_2 :

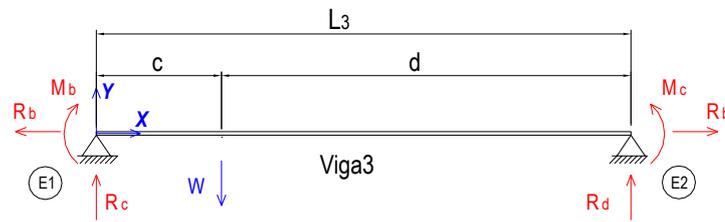
$$Ely'_2 = -(M_8 + M_3) x + H \frac{x^2}{2} - B \frac{(L-x)^2}{2} + TL_3 \left[\frac{M_7}{2} - EE \frac{L_3}{3} + W \frac{d}{3} \right] + \frac{A}{2} (e+q)^2 + \frac{B}{2} (L-e-q)^2 + M_3 (e+q) - M_4 (e+q) \\ - \frac{J\pi r^4 q}{8} - \frac{K\pi r^2 q^2}{4} - \frac{K\pi r^4}{16} \frac{3}{4} (F_s + F_{mp}) q^2 + TL_3 \left[\frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{3} + \frac{M_3}{3} + \frac{F\delta}{3} \right]$$

Momento Ely''_2 . $Ely''_2 = -(M_8 + M_3) + B(L-x) + Hx$

Fza. cortante Ely'''_2 : $Ely'''_2 = H - B$

4.1.11.3. Viga3

Fig. 108



Flecha y_2 :

$$El_3 y_3 = M_b \frac{x^2}{2} + R_c \frac{x^3}{6} + L_3 \left[-R_c \frac{L_3}{6} \frac{M_b}{2} + \frac{Wd^3}{6L_3^2} \right] x - W \frac{(x-c)^3}{6}$$

$\text{-----} \quad 0 \leq x \leq c \quad \text{-----}$
 $\text{-----} \quad c \leq x \leq L_3 \quad \text{-----}$

Giro y'_2 :

$$El_3 y'_3 = M_b x + R_c \frac{x^2}{2} + L_3 \left[-R_c \frac{L_3}{6} \frac{M_b}{2} + \frac{Wd^3}{6L_3^2} \right] - W \frac{(x-c)^2}{2}$$

$\text{-----} \quad 0 \leq x \leq c \quad \text{-----}$
 $\text{-----} \quad c \leq x \leq L_3 \quad \text{-----}$

Momento Ely''_2 :

$$El_3 y''_3 = M_b + R_c x - W(x-c)$$

$\text{-----} \quad 0 \leq x \leq c \quad \text{-----}$
 $\text{-----} \quad c \leq x \leq L_3 \quad \text{-----}$

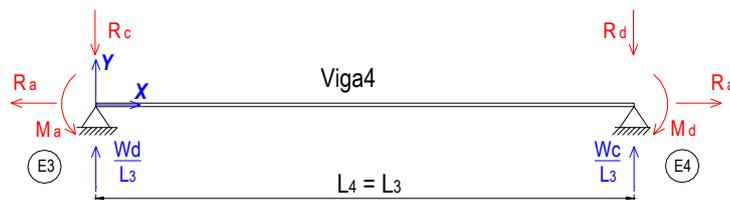
Fza. cortante Ely'''_1 :

$$El_3 y'''_3 = R_c - W$$

$\text{-----} \quad 0 \leq x \leq c \quad \text{-----}$
 $\text{-----} \quad c \leq x \leq L_3 \quad \text{-----}$

4.1.11.4. Viga4

Fig. 109



Flecha y_2 :

$$El_4 y_4 = -M_a \frac{x^2}{2} - R_c \frac{x^3}{6} + \frac{Wd}{6L_3} x^3 + \frac{F\delta}{6L_3} x^3 + L_3 \left[\frac{M_a + R_c}{2} \frac{L_3}{6} \frac{F\delta}{6} - W \frac{d}{6} \right] x$$

Giro y'_2 :

$$El_4 y'_4 = -M_a x - R_c \frac{x^2}{2} + W \frac{d}{2L_3} x^2 + \frac{F\delta}{2L_3} x^2 + L_3 \left[\frac{M_a + R_c}{2} \frac{L_3}{6} \frac{F\delta}{6} - W \frac{d}{6} \right]$$

Momento Ely''_2 :

$$El_4 y''_4 = -M_a - R_c x + W \frac{d}{L_3} x + \frac{F\delta}{L_3} x$$

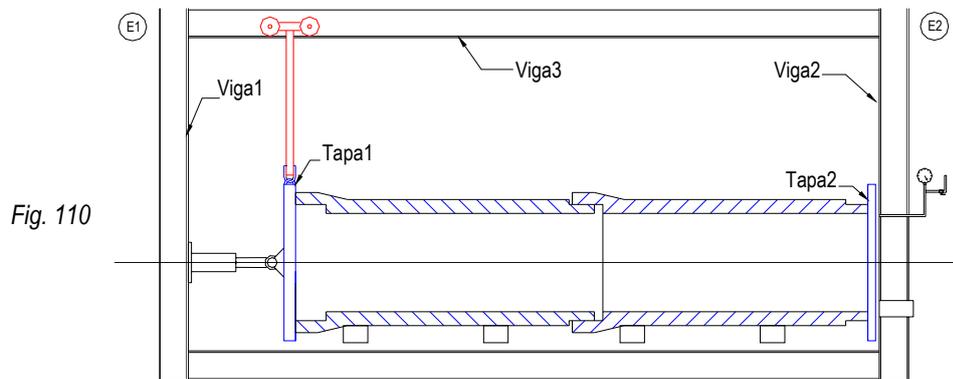
Fza. cortante Ely'''_1 :

$$El_4 y'''_4 = -R_c + W \frac{d}{L_3} + \frac{F\delta}{L_3}$$

4.2. TAPAS

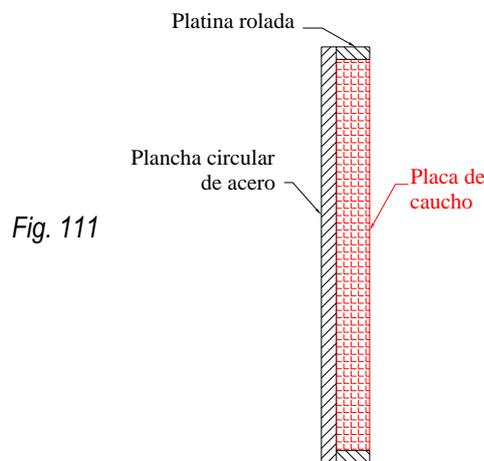
4.2.1. ALCANCES PREVIOS

Las tapas tienen la importante misión de sellar herméticamente los extremos de la tubería, usando el caucho como empaquetadura, venciendo al mismo tiempo la fuerza generada por la masa del agua y la presión de prueba. Tanto *Tapa1* como *Tapa2* se apoyan en los bordes de la tubería, las áreas de apoyo son anillos que no son iguales para ambas tapas (dichas áreas corresponden a los bordes de la espiga y la campana de la tubería), lógicamente es en el anillo de menor área donde se tendrá el mayor esfuerzo de compresión sobre el caucho.



En la Fig. 110 se observa que *Tapa1* concentra F en un área muy pequeña debido a la botella hidráulica y la reacción correspondiente se da en su cara opuesta debido al agua y el borde de la tubería (en el gráfico la campana); por su parte *Tapa2* se apoya sobre la *Viga2* recibiendo una fuerza distribuida (cuyo valor total es F), y la reacción correspondiente se da en la cara opuesta debido al agua y el borde de la tubería (en el gráfico la espiga). El diseño básico de las tapas será el mostrado en la Fig 111, consta de una plancha circular sobre la cual se fija la placa de caucho (es suficiente el uso de un pegamento adecuado), la platina rolada que se aprecia en el borde de la plancha circular tiene por objeto contener los bordes de la placa de caucho, además al estar soldada a la plancha circular le da una mayor rigidez, lo cual contribuirá a reducir las deformaciones.

Las tapas deben ser capaces de resistir las cargas que actúan sobre ellas con la menor deformación posible, para evitar fugas de agua y pérdida de presión durante la prueba. Ya se indicó en 4.1.7. *Consideraciones Previas*, que se limitara la deformación de la estructura a 1/700 de la longitud de las vigas, en este caso el equivalente es el diámetro de la tapa; dado que la plancha circular tendrá un diámetro de aproximadamente 2,1m entonces la deformación máxima permitida será $2,1 \cdot 1000 / 700 = 3mm$, este valor será la base para diseñar la *Tapa1*.



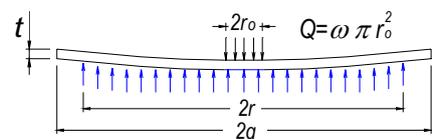
4.2.1.1. Formulas para placa circular cargada en el centro y apoyada sobre reacción uniforme

Se tiene una placa circular con carga distribuida sobre un círculo concéntrico de radio r_0 (carga por el cilindro hidráulico, r_0 por el vástago), dicha plancha esta apoyada sobre una reacción uniforme (debida a la presión del agua; círculo radio $2r$); Según Roark en *Formulas de Resistencia de Materiales, Esfuerzo y Deformación*; para la distribución simétrica mostrada en la Fig. 112 se cumple:

$$y_{max} = -\frac{3Q(1-\mu^2)}{16\pi Et^3} \left[4r_0^2 \ln\left(\frac{r}{r_0}\right) + 2r_0^2 \left(\frac{3+\mu}{1+\mu}\right) + \frac{r_0^4}{r^2} + r^2 \left(\frac{7+3\mu}{1+\mu}\right) + \frac{(r^2-r_0^2)r_0^4}{r^2 r_0^2} \right] \tag{4.120}$$

$$\sigma_{max} = \frac{3Q}{2\pi t^2} \left[(1+\mu) \ln\left(\frac{r}{r_0}\right) + \frac{(1-\mu)}{4} \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right) \right] \tag{4.121}$$

- E modulo de elasticidad
- μ relación de Poisson
- Q carga
- r radio del círculo de apoyo de la placa
- t espesor de la placa
- ω distribución de Q por unidad de área



4.2.1.2. Formulas para placa circular con carga en el centro y bordes apoyados



Fig. 113

La botella hidráulica ocasiona una concentración de fuerza en un área pequeña definida por el radio r_o del pistón, la reacción generada por el borde del tubo se da en una circunferencia de diámetro $2q$. Según Roark en Formulas de Resistencia de Materiales, Esfuerzo y Deformación; para la distribución simétrica mostrada en la Fig. 113 se cumple:

$$y_{max} = \frac{3Q(1-\mu^2)}{16\pi Et^3} \left[\frac{(12+4\mu)q^2}{1+\mu} - 4r_o^2 \ln\left(\frac{q}{r_o}\right) - \frac{(7+3\mu)r_o^2}{1+\mu} \right] \tag{4.122}$$

$$\sigma_{max} = \frac{3Q}{2\pi t^2} \left[1 + (1+\mu) \ln\left(\frac{q}{r_o}\right) - (1-\mu) \frac{r_o^2}{4q^2} \right] \tag{4.123}$$

4.2.2. CÁLCULO DE TAPA1: PLANCHA CON CARGA EN EL CENTRO.

Es importante recordar que el valor q es el radio correspondiente a la ubicación de la reacción de la empaquetadura, y en general no es igual para la espiga y la campana.

Dado que se puede tener la campana o la espiga en contacto con Tapa1 se debe analizar ambos casos para identificar la situación que genera mayor esfuerzo sobre Tapa1, y con esa condición crítica dimensionar la plancha a utilizar.

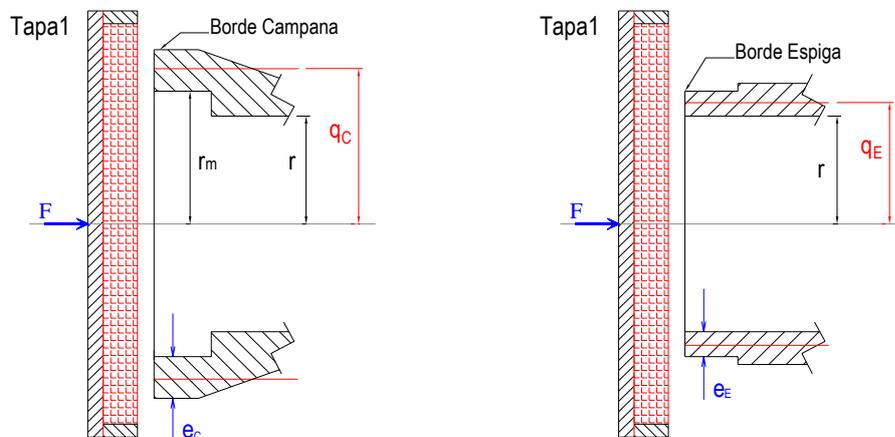


Fig. 114

4.2.2.1. Cálculo de $A_{ef Max}$ -

El banco de pruebas debe ser capaz de probar tuberías de $\varnothing 1400\text{mm}$ a 10Psi, para ese tubo se tiene:

$$r=0,70\text{m}; \quad r_m=0,79\text{m}; \quad e_C=0,135\text{m}; \quad e_E=0,077\text{m}$$

Recordar de 4.1.4.1. Cálculo del valor de F_s :

$$A_{ef} = \pi \sqrt{\frac{3,175 N_e}{1000}} (2q); \quad q = \frac{D_e}{2} \sqrt{\frac{3,175 N_e}{1000}}$$

$2q$ ___ \varnothing correspondiente a la localización de la reacción de la empaquetadura

D_e ___ \varnothing exterior de la empaquetadura que aparentemente esta a compresión: $(r+e_E)$ ó (r_m+e_C) .

N_e ___ ancho de la empaquetadura que aparentemente esta a compresión: e_E ó e_C

Para la Espiga:

$$q = q_E = \frac{2(r+e_E)}{2} \sqrt{\frac{3,175 e_E}{1000}} = 0,76136\text{m}; \quad A_{ef \text{ espiga}} = \pi \sqrt{\frac{3,175 e_E}{1000}} (2q_E) = 0,0748\text{m}^2$$

Para la Campana:

$$q = q_C = \frac{2(r_m+e_C)}{2} \sqrt{\frac{3,175 e_C}{1000}} = 0,90430\text{m}; \quad A_{ef \text{ campana}} = \pi \sqrt{\frac{3,175 e_C}{1000}} (2q_C) = 0,11763\text{m}^2$$

$$* \text{Para calcular } F_s \text{ se necesita el } A_{ef Max}: \quad A_{ef Max} = 0,11763\text{m}^2 \quad (4.124)$$

4.2.2.2. Cálculo de F_m, F_p, F_{mp}, F_s y F para espiga y campana.-

Se distinguen cuatro momentos en el banco de pruebas:

- | | | |
|---|------------------------|-----------------------|
| 1.- El banco de pruebas no trabaja: | $F=0$ | |
| 2.- Las tapas sellan la tubería ejerciendo la F_s necesaria | $F=F_s$ | |
| 3.- Se llena de agua la tubería | $F=F_s+F_{mp}+F_m$ | (ver Nota **) |
| 4.- Se realiza la prueba: | $F=F_s+F_{mp}+F_m+F_p$ | |

Hay que tomar en cuenta:

- F máximo se da durante la prueba, sobre *Tapa1* por un lado actúan el agua (F_m, F_p) y también la tubería (F_s, F_{mp}); mientras que por el lado opuesto actúa F que equilibra al conjunto.
- Con $A_{ef Max}$ se calcula F_s que será usado para campana y espiga por igual.
- F_{mp} depende del extremo que se analice y su valor esta en función de P, r, r_m .

Nota:** Si se llena el tubo con agua pero no se realiza la prueba, se obtendrá un valor muy pequeño de F_{mp} pues en ese caso: $P = 0$.

Espiga:

$$F = F_{Em} + F_{Ep} + F_s + F_{Emp} = \rho g \pi r_m r^2 + P \pi r^2 + A_{efMax} \cdot P + (\rho g \pi r_m + P \pi)(r_m^2 - r^2)$$

$F_{Em} =$	11930 N	$F =$	158489 N	$g =$	9,81 m/s ²
$F_{Ep} =$	106136 N	$r =$	0,70 m	$\rho =$	1000 kg/m ³
$F_s =$	8111 N	$r_m =$	0,79 m	$P =$	68947,6 N/m ²
$F_{Emp} =$	32312 N				

Campana: "r" es reemplazado por "r_m"

$$F = F_{Cm} + F_{Cp} + F_s + F_{Cmp} = \rho g \pi r_m r_m^2 + P \pi r_m^2 + A_{efMax} \cdot P + (\rho g \pi r_m + P \pi)(r_m^2 - r_m^2)$$

$F_{Cm} =$	15195 N	$F_s =$	8111 N	$F =$	158489 N
$F_{Cp} =$	135183 N	$F_{Cmp} =$	0 N	$r_m =$	0,79 m

Se obtiene el mismo valor de F en ambos casos lo que confirma que las ecuaciones deducidas son correctas.

4.2.2.3. Calculo del espesor de Tapa1 en función del esfuerzo y deformación máxima permisible.-

La distribución de fuerza debido a la masa de agua no es uniforme sobre la tapa (la presión de la masa de agua varía con la profundidad); sin embargo para simplificar cálculos se considerara F_m distribuida uniformemente sobre Tapa1; esta suposición no generara errores importantes dado que F_m es mucho menor que F_p (aproximadamente el 11%). Se ve en la Fig. 115 la distribución de cargas sobre Tapa1 y la reacción F que equilibra al conjunto, para facilitar los cálculos se puede separar las cargas sobre Tapa1 en dos partes cuyo análisis se hará con las formulas presentadas en 4.2.1.1 y 4.2.1.2.

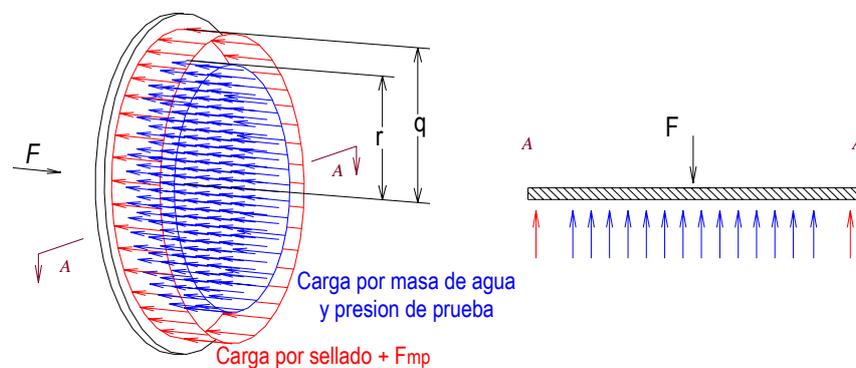


Fig. 115

En primer lugar se aprecia que la distribución de $F_m + F_p$ tiene las características de una placa con carga en el centro y apoyada sobre reacción uniforme.

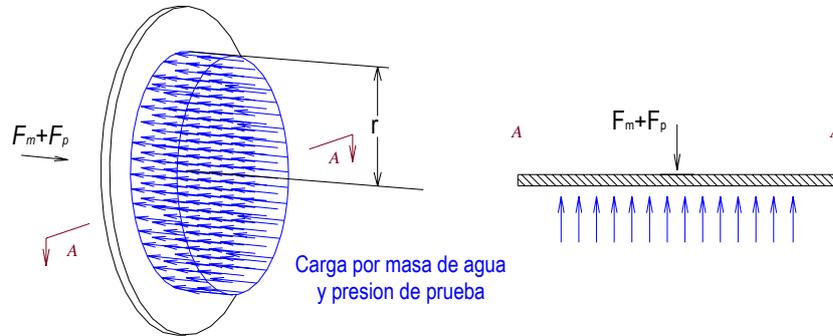


Fig. 116

En segundo lugar se puede ver que la distribución de $F_s + F_{mp}$ tiene las características de una placa circular con carga en el centro y bordes simplemente apoyados.

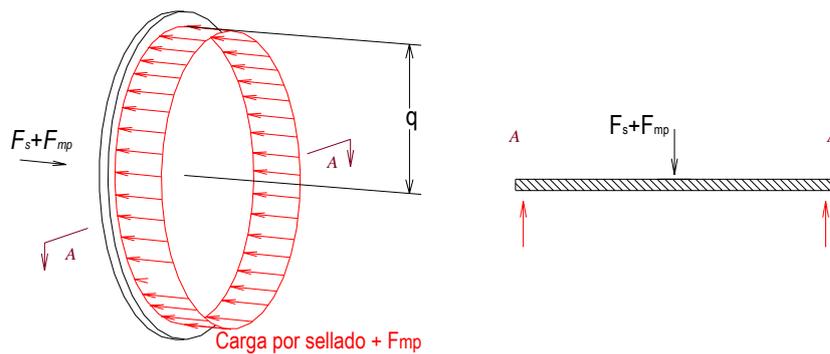


Fig. 117

Se calculara la flecha y esfuerzo máximos para cada caso y los efectos totales se obtendrán por superposición sumando los efectos parciales.

4.2.2.3.1. Valores parciales de σ_{max} , y_{max}

Placa circular cargada en el centro y apoyada sobre reacción uniforme

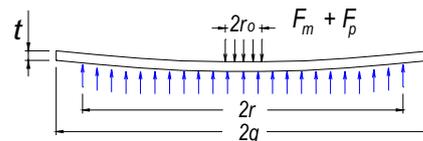
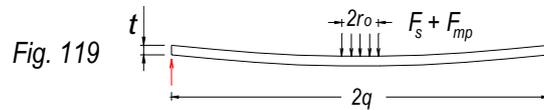


Fig. 118

$$\text{De (4.120): } y_{max1} = -\frac{3(F_m + F_p)(1 - \mu^2)}{16\pi Et^3} \left[4r_0^2 \ln\left(\frac{r}{r_0}\right) + 2r_0^2 \left(\frac{3 + \mu}{1 + \mu}\right) + \frac{r_0^4}{r^2} + r^2 \left(\frac{7 + 3\mu}{1 + \mu}\right) + \frac{(r^2 - r_0^2)r_0^4}{r^2 r_0^2} \right] \quad (4.125)$$

$$\text{De (4.121): } \sigma_{max1} = \frac{3(F_m + F_p)}{2\pi t^2} \left[(1 + \mu) \ln\left(\frac{r}{r_0}\right) + \frac{(1 - \mu)}{4} \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right) \right] \quad (4.126)$$

Placa circular con carga en el centro y bordes apoyados:



$$\text{De (4.122): } y_{max2} = \frac{3(F_s + F_{mp})(1-\mu^2)}{16\pi Et^3} \left[\frac{(12+4\mu)q^2}{1+\mu} - 4r_0^2 \text{Ln}\left(\frac{q}{r_0}\right) - \frac{(7+3\mu)r_0^2}{1+\mu} \right] \quad (4.127)$$

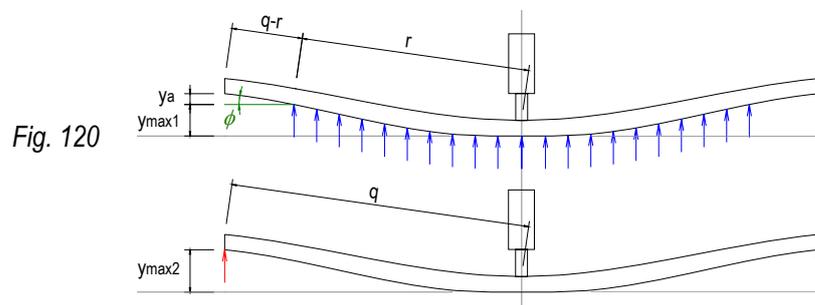
$$\text{De (4.123): } \sigma_{max2} = \frac{3(F_s + F_{mp})}{2\pi t^2} \left[1 + (1+\mu)\text{Ln}\left(\frac{q}{r_0}\right) - (1-\mu)\frac{r_0^2}{4q^2} \right] \quad (4.128)$$

4.2.2.3.2. Valores totales de σ_{max} , y_{max}

Flecha.

Para la flecha total se toma en cuenta: $y_{MAX} = y_a + y_{max1} + y_{max2}$

y_{max1} ; y_{max2} ya se calcularon: (4.125), (4.127)



El valor aproximado de y_a se estima por semejanza de triángulos:

$$\frac{r}{y_{max1}} = \frac{q-r+r}{y_a + y_{max1}} \Rightarrow y_a = y_{max1} (q/r - 1)$$

$$y_{MAX} = y_a + y_{max1} + y_{max2} = y_{max1} (q/r - 1) + y_{max1} + y_{max2}$$

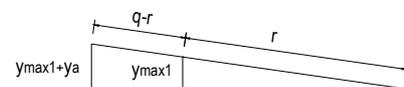


Fig. 121

$$\text{Finalmente: } y_{MAX} = \frac{y_{max1} q}{r} + y_{max2} \quad (4.129)$$

Esfuerzo

σ_{max1} ; σ_{max2} ya se calcularon: (4.126), (4.128)

$$\text{Finalmente: } \sigma_{MAX} = \sigma_{max1} + \sigma_{max2} \quad (4.130)$$

4.2.2.3.3 Selección del espesor de Tapa1

-Valores para los cálculos:

Tabla 7

Termino	Valor correspondiente	
	ESPIGA	CAMPANA
F_m	$F_{Em} = 11930 \text{ N}$	$F_{Cm} = 15195 \text{ N}$
F_p	$F_{Ep} = 106137 \text{ N}$	$F_{Cp} = 135183 \text{ N}$
F_s	8111 N	
F_{mp}	$F_{Emp} = 32312 \text{ N}$	$F_{Cmp} = 0 \text{ N}$
q	$q_E = 0,76136 \text{ m}$	$q_C = 0,90430 \text{ m}$
r	$r = 0,70 \text{ m}$	$r_m = 0,79 \text{ m}$
E	$2,06 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$	
μ	0,3	
y_a	$y_{Ea} = y_{Emax1} (q_E / r - 1)$	$y_{Ca} = y_{Cmax1} (q_C / r_m - 1)$
y_{MAX}	$y_{EMAX} = \frac{y_{Emax1} q_E}{r} + y_{Emax2}$	$y_{CMAX} = \frac{y_{Cmax1} q_C}{r_m} + y_{Cmax2}$

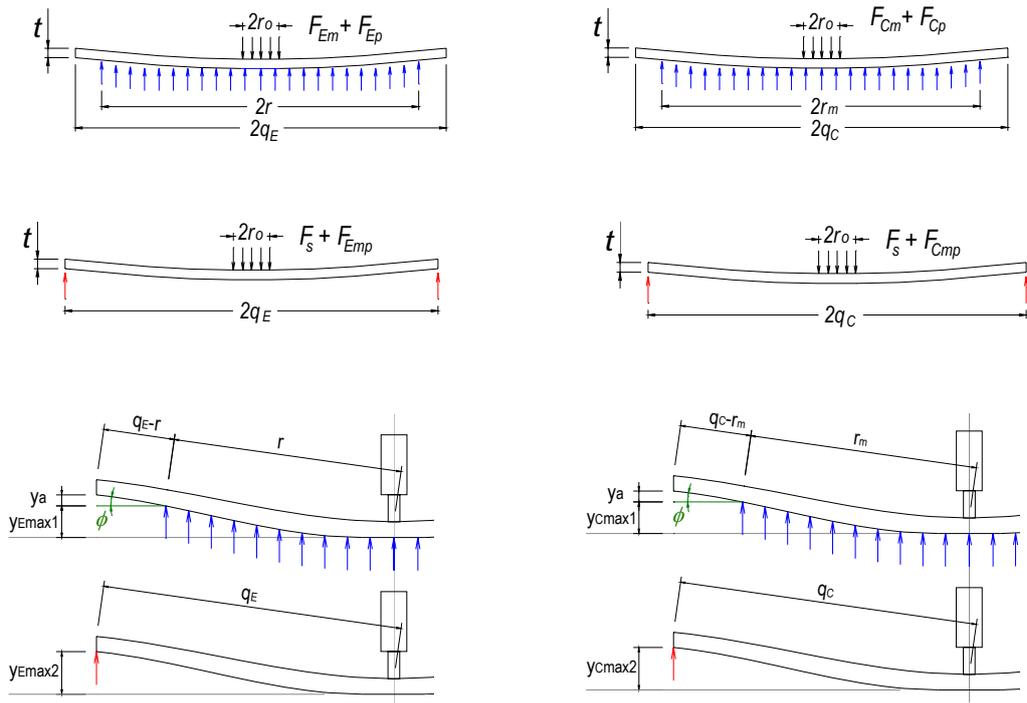


Fig. 122

Hay que considerar que el espesor t de la plancha y el radio r_o del pistón hidráulico son dimensiones comerciales. La Tabla 10 muestra los valores máximos totales de flecha y esfuerzo en Tapa1 para la campana y espiга, considerando plancha estructural de mediana resistencia mecánica con Esfuerzo Fluencia: 25,3 Kg/mm² ; Esfuerzo Rotura: 41 Kg/mm² (tomado del catalogo de la

empresa TRADI SA, ver *Tabla 9*) en espesores comerciales de 25, 32, 38 y 50mm y una botella hidráulica con cilindro de Ø3" es decir $r_o = 0,0381m$:

Tabla 9 *Plancha Estructural de Acero al Carbono de Mediana Resistencia Mecánica*

NORMA TECNICA	F Kg/mm ²	R Kg/mm ²	A %	NORMA EQUIVALENTE
ASTM A-1011 SS Grado 36*	25.3 min	41 min	18 min	DIN 17100 St 37-2
ASTM A-36	25.3 min	41 min	18 min	DIN 17100 St 37-2/St 44-2

Tabla 10

<i>t</i> (mm)	y_{MAX} (mm)		σ_{MAX} (kg/mm ²)	
	<i>Espiga</i>	<i>Campana</i>	<i>Espiga</i>	<i>Campana</i>
25	10,39	12,07	51,80	51,43
32	4,96	5,76	31,62	31,39
38	2,96	3,44	22,42	22,26
50	1,30	1,51	12,95	12,86

Se aprecia que la flecha máxima es aceptable incluso para planchas de espesor $t = 32mm$, sin embargo el esfuerzo máximo solo es aceptable en el caso de usar plancha de $t = 50mm$; dado que el esfuerzo de fluencia de la plancha es 25,3 Kg/mm² se tiene factor de seguridad promedio de $25,3/12,91=1,96$ por lo tanto la plancha debe ser de 50mm de espesor.

Una forma de reducir el esfuerzo máximo en la tapa es aumentar el área de apoyo del pistón hidráulico, por medio de un suple, por ejemplo si al pistón de Ø3" se le coloca un suple de Ø6", los valores serian:

Tabla 10a

<i>t</i> (mm)	y_{max} (mm)		σ_{max} (kg/mm ²)	
	<i>Espiga</i>	<i>Campana</i>	<i>Espiga</i>	<i>Campana</i>
50	1,28	1,48	10,16	10,07

Es evidente el alivio de esfuerzos máximos en la plancha al colocar un suple que incrementa el área de apoyo del pistón, el factor de seguridad promedio es ahora de $25,3/10,16=2,49$

Si bien los cálculos anteriores consideran que el cilindro hidráulico ejerce su carga máxima con el tubo lleno de agua a 10 Psi, el caso mas critico y peligroso es si se llega a aplicar la carga con el tubo vacío, en ese caso toda la carga se concentra en el punto de acción del pistón y la reacción se da en los bordes del tubo, esa situación se evalúa con las formulas de placa con carga en el centro y bordes apoyados obteniéndose:

Tabla 11

t (mm)	y_{MAX} (mm)		σ_{MAX} (kg/mm ²)	
	<i>Espiga</i>	<i>Campana</i>	<i>Espiga</i>	<i>Campana</i>
25	15,67	22,13	60,39	63,15
32	7,47	10,55	36,86	38,54
38	4,46	6,30	26,14	27,33
50	1,96	2,77	15,09	15,79

Nota: Se considera pistón de Ø3"

Para plancha de 50mm el esfuerzo máximo se incrementa hasta un 62,4% del esfuerzo de fluencia lo cual sigue siendo seguro, sin embargo hay que recordar que el método de cálculo presentado es aproximado y que un error en la carga aplicada podría generar la deformación permanente de la tapa, por ello es recomendable aplicar solamente el 50% de la fuerza requerida por la prueba mientras se llenan los tubos, y completar el 50% restante justo antes de comenzar a subir la presión del agua y al finalizar la prueba se procede a la inversa, es decir se quita gradualmente la presión al agua, se reduce el empuje del cilindro al 50% de la carga máxima requerida, se drena los tubos y finalmente se quita toda la presión del cilindro hidráulico.

En general la carga generada por la presión de 10 Psi en el agua, representa aproximadamente el 85% de la carga que debe generar el cilindro hidráulico, es decir, se necesita solo el 15% de la carga máxima mientras no se incremente la presión del agua.

4.2.3. CALCULO DE TAPA2 : PLANCHA APOYADA SOBRE UN PERFIL.

A diferencia de *Tapa1*, donde F se concentra en la zona de apoyo de la botella hidráulica, la *Tapa2* trabaja apoyada sobre *Viga2*, por ello la correspondiente fuerza F se presenta distribuida sobre la plancha a lo largo de una línea coincidente con la proyección del eje neutro de *Viga2*. Lo ideal es que la plancha circular no se deforme, al permanecer plana se apoyaría en forma pareja contra el borde de la tubería, ejerciendo una presión uniforme sobre la placa de caucho reduciendo el riesgo de falla en la hermeticidad. Sobre *Tapa2* actúan fuerzas en tres zonas (ver *Fig. 123*):

Por un lado:

1. un *circulo* definido por el radio r donde se distribuye la carga generada por la masa del agua y la presión de prueba: $F_m + F_p$ (zona en azul);
2. una *circunferencia* definida por el radio q donde se distribuye la carga generada por el apoyo contra el borde de la tubería: $F_s + F_{mp}$ (zona en rojo)

Por el lado opuesto:

3. una *línea* coincidente con la proyección del eje neutro de *Viga2*, donde actúa la reacción de *Viga2*.

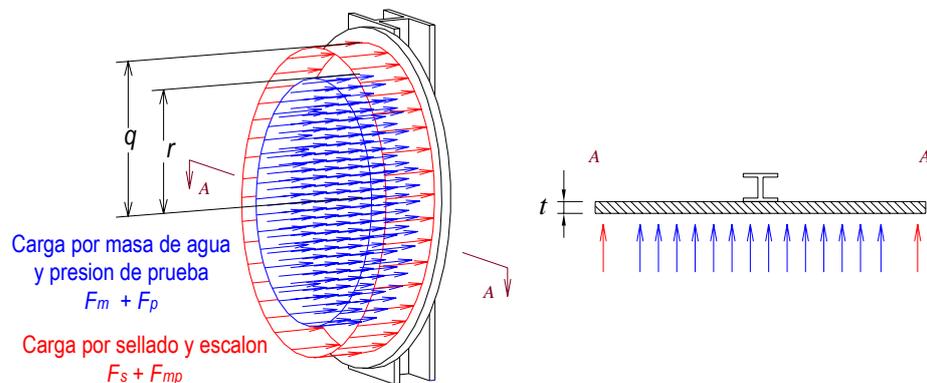


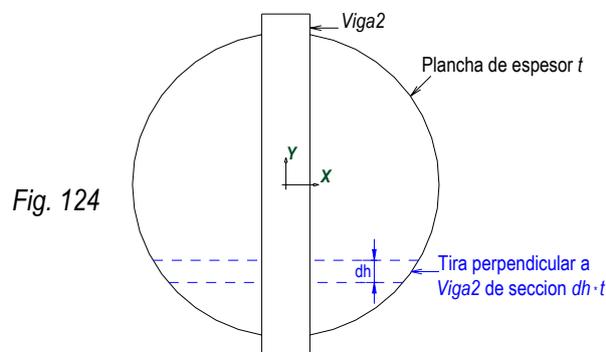
Fig. 123

La disposición mostrada en el corte A-A de la *Fig. 123* es similar en todas las secciones paralelas a dicho corte que no excedan del radio “ r ”; los cortes comprendidos entre los radios “ r ” y “ q ” solo presentan la carga por sellado y escalón (en rojo) en los extremos. Las cargas indicadas tienden a “doblar” la plancha alrededor del perfil, por ello la plancha debe tener el espesor suficiente para mantener su forma lo mas plana posible.

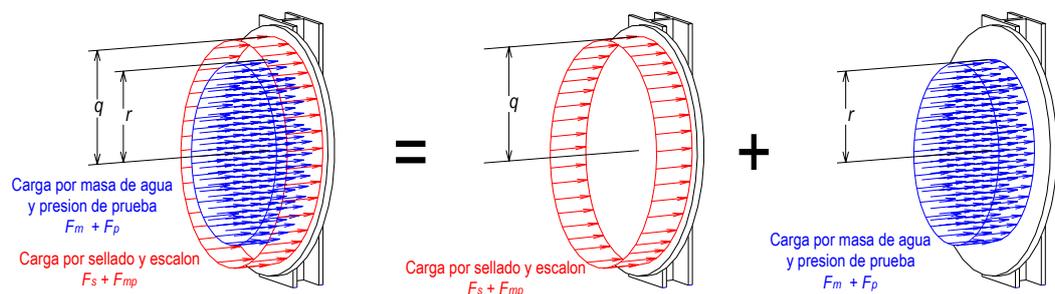
4.2.3.1. Análisis de la plancha.-

La plancha circular debe tener un espesor que garantice que esta no se “doble alrededor de Viga2”, para calcularlo hay que considerar lo siguiente:

1. El estudio se hará para el caso mas exigente, es decir para la tubería mas grande ($\varnothing 1400\text{mm}$) donde: $r=0,70\text{m}$, $r_m=0,79\text{m}$,
2. Se planteara el análisis de una tira genérica de la plancha que sea perpendicular a Viga2, la tira tiene una altura dh y su ancho es el espesor t de la plancha, tal como se ve en la Fig. 124.



3. Las tiras definidas en 2. sufren flexión debido a la fuerza distribuida que actúa sobre ellas y su apoyo sobre Viga2.
4. El análisis se hará por superposición como se indica en la Fig. 125.



Al analizar las tiras se debe tener en cuenta que estas forman parte de una plancha, no tendrán el mismo comportamiento que una viga idéntica sometida a las mismas cargas y apoyos, esto debido a que la viga se encuentra aislada mientras que la tira de la plancha modifica sus propiedades al interactuar con las tiras adyacentes que le dan mayor rigidez ante fuerzas externas. Stephen

Timoshenko enfoca el tema en forma detallada en Resistencia de Materiales 2ª Parte, Capítulo III: Placas y envolventes delgadas, allí se explica como para analizar una tira de una placa surge el valor D llamado "rigidez a la flexión de una placa". Al analizar la tira como si fuera una viga el valor D sustituye al valor EI (rigidez a la flexión de una barra) utilizado en el estudio de vigas. Se obtiene D partiendo del análisis de una tira de anchura unidad tomada de una placa plana, por ser una tira de anchura unidad se da la aparente diferencia en las unidades: mientras que EI queda expresado en $N\cdot m^2$, las unidades de D aparentemente son $N\cdot m$ si solo se toma en cuenta la fórmula, pero en realidad son $N\cdot m^2$ al tomar en cuenta la definición inicial: "...se toma una tira de anchura unidad...". Si se considera una viga de sección rectangular de anchura unidad y altura t su rigidez a la flexión sería:

$$EI = E \frac{(1)t^3}{12} = \frac{Et^3}{12}$$

Si esa viga fuera una tira parte de una placa, su rigidez a la flexión D sería según Timoshenko:

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)}; \quad \text{acomodando términos: } D = \frac{E\left(\frac{t^3}{12}\right)}{1-\mu^2} = \frac{EI}{1-\mu^2}$$

Para el acero $\mu=0,3$ entonces $(1-\mu^2)=0,91$; por tanto la relación entre D y EI es:

$$D = \frac{EI}{0,91} \approx (1,10)EI \quad (4.131)$$

Queda claro que la rigidez a la flexión de una tira en una placa es aproximadamente 10% mayor que la rigidez de la misma tira si fuera una viga, esto debido al efecto que sobre la tira generan las tiras adyacentes.

De todo lo expuesto se concluye que puede analizarse las tiras de una plancha como si fueran vigas usando D en vez de EI en todos los cálculos, esa simplificación permitirá evaluar en forma rápida y bastante aproximada a la realidad el comportamiento de *Tapa2*.

Recordar que para un perfil el esfuerzo máximo se calcula:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}(h/2)}{I} \quad (4.132)$$

M_{max} Momento flector máximo

h Altura de la sección del perfil

I Momento de inercia

4.2.3.2. Ecuaciones de esfuerzo y flecha máximos en la plancha debido al sellado y el escalón:

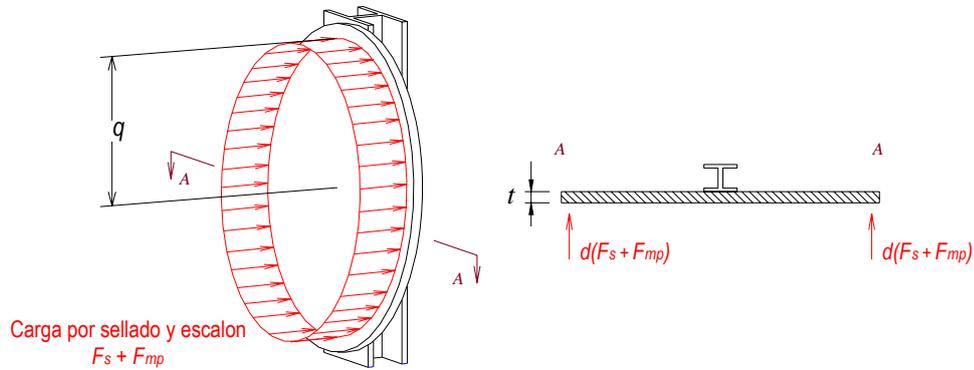


Fig. 126

A cada tira de sección $dh * t$ le corresponde en cada extremo una fuerza concentrada $d(F_s + F_{mp})$; para calcularlas se debe considerar el diferencial de circunferencia $dCirc$ de la Fig. 127 donde además se aprecia que la variación de h es: $-q \leq h \leq q$, y la correspondiente variación de θ es: $0 \leq \theta \leq \pi$.

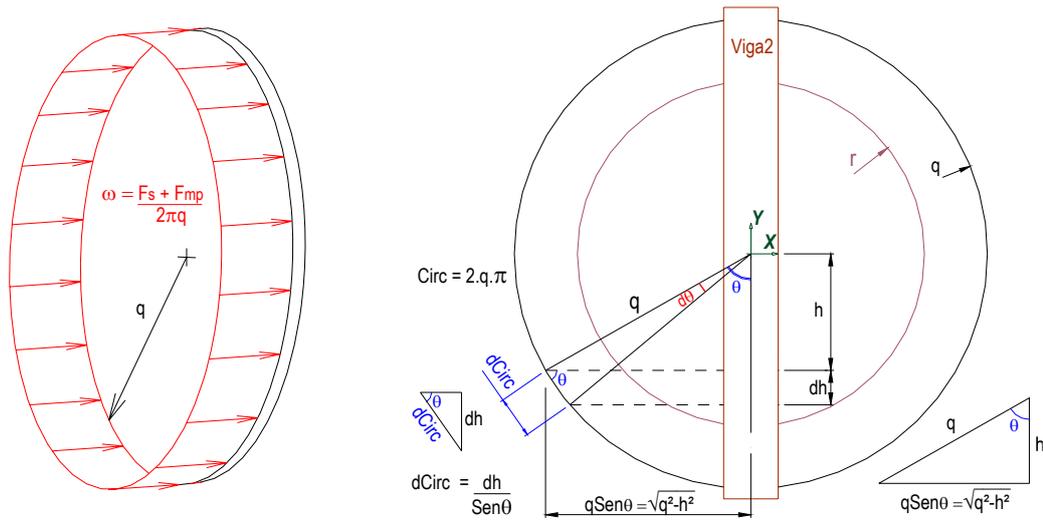


Fig. 127

La fuerza $F_s + F_{mp}$ se distribuye uniformemente en la circunferencia de radio q , esa distribución esta definida obviamente por la ecuación:

$$\omega = \frac{F_s + F_{mp}}{2\pi q}$$

Se obtiene $d(F_s + F_{mp})$ multiplicando la cte. ω por el correspondiente diferencial de longitud $dCirc$.

$$d(F_s + F_{mp}) = \left(\frac{F_s + F_{mp}}{2\pi q} \right) dCirc; \quad \text{donde: } dCirc = \frac{dh}{\text{Sen}\theta}; \quad \text{Sen}\theta = \frac{\sqrt{q^2 - h^2}}{q}$$

$$\text{Entonces: } d(F_s + F_{mp}) = \frac{(F_s + F_{mp}) dh}{2\pi \sqrt{q^2 - h^2}} \tag{4.133}$$

Ya se indicó que una tira de la placa puede analizarse como viga aislada reemplazando EI con D .

D ____ rigidez a la flexión de una tira perteneciente a una placa

EI ____ rigidez de una barra aislada de las mismas características que la tira

Para el caso de la tira de ancho dh y altura t se cumple que:

$$D = \frac{EI}{0,91}; \quad I = \frac{dh t^3}{12} \quad \Rightarrow \quad D = \frac{E dh t^3}{10,92} \quad (4.134)$$

Si bien la plancha se apoya sobre el ala de *Viga2*, para simplificar el análisis se considera que las fuerzas actúan a lo largo del eje neutro de *Viga2*, por ello el efecto sobre la plancha se considerara concentrado tal como se ve en la *Fig. 128*

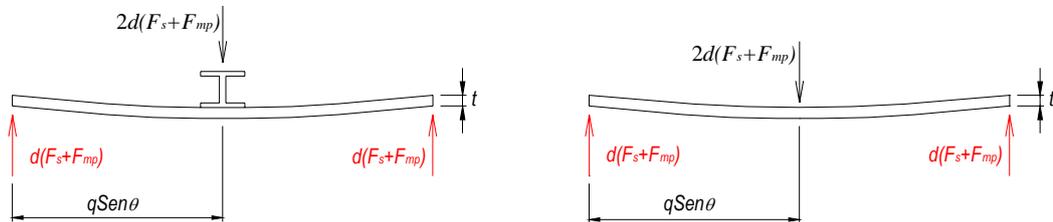


Fig. 128

Entrando por la izquierda, método de doble integración, ecuaciones validas para $-qSen\theta \leq x \leq 0$:

-Fuerza cortante: $Dy''' = \frac{(F_s + F_{mp}) dh}{2\pi\sqrt{q^2 - h^2}}$

-Momento: $Dy'' = \frac{(F_s + F_{mp}) dh (qSen\theta + x)}{2\pi\sqrt{q^2 - h^2}}$

-Giro: $y' = \left\{ \frac{1}{D} \right\} \frac{(F_s + F_{mp}) dh}{4\pi\sqrt{q^2 - h^2}} [(qSen\theta + x)^2 - (qSen\theta)^2]$

La constante de integración se obtuvo considerando que para $x=0$; $y'=0$

-Flecha: $y = \left\{ \frac{1}{D} \right\} \frac{(F_s + F_{mp}) dh}{4\pi\sqrt{q^2 - h^2}} \left[\frac{(qSen\theta + x)^3}{3} - (qSen\theta)^2 x - \frac{(qSen\theta)^3}{3} \right]$

La constante de integración se obtuvo considerando que para $x=0$; $y=0$

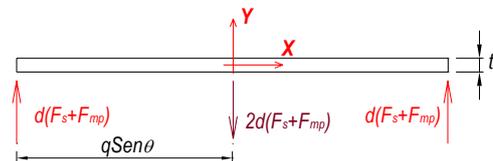


Fig. 129

Las ecuaciones anteriores son validas para una tira genérica definida por los valores h , θ , los cuales **son constantes** durante el análisis de **esa tira**. Cuando se analiza otra tira, h y θ tienen nuevos valores que permanecen constantes durante el análisis de la nueva tira. Recordar que $-q < h < q$ así como $0 < \theta < \pi$, ver *Fig. 127*.

Al analizar una tira específica, en las ecuaciones la única variable es x , queda claro que el momento será máximo para $x=0$ (centro de la tira), y la flecha será máxima en $x=-q\text{Sen}\theta$ (extremo de la tira), entonces:

Tomando en cuenta que: $\text{Sen}\theta = \frac{\sqrt{q^2 - h^2}}{q}$

-Momento flector máx. en una tira; $x=0$: $M_{\max \text{ tira}} = \frac{(F_s + F_{mp})dh}{2\pi}$

-Esfuerzo máx. en una tira: $\sigma_{\max \text{ tira}} = \frac{M_{\max}(t/2)}{I} = \frac{3(F_s + F_{mp})}{\pi t^2}$

-Flecha máx. en una tira; $x=-q\text{Sen}\theta$: $y_{\max \text{ tira}} = \frac{1,82(F_s + F_{mp})}{Et^3\pi}(q\text{Sen}\theta)^2$

La tira mas exigida es la que tiene los valores máximos posibles de esfuerzo y deformación, claramente se aprecia que $\sigma_{\max \text{ tira}}$ tiene el mismo valor para cualquier tira y que el mayor valor de $y_{\max \text{ tira}}$ se da para $\text{Sen}\theta=1$ es decir $\theta=90^\circ$, que corresponde a $h=0$, es decir para la tira mas larga que es la que pasa por el centro del círculo de radio q , los valores de dicha tira son los valores máximos de la plancha.

-Esfuerzo máximo en la plancha: $\sigma_{\max A} = \frac{3(F_s + F_{mp})}{\pi t^2}$ (4.133)

-Flecha máxima en la plancha: $y_{\max A} = \frac{1,82(F_s + F_{mp})q^2}{Et^3\pi}$ (4.134)

4.2.3.3. Ecuaciones de esfuerzo y flecha máximos en la plancha debido a la masa de agua y la presión de prueba:

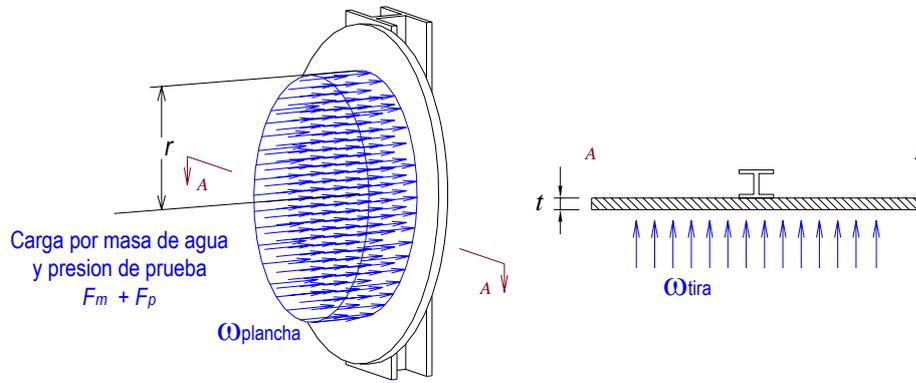


Fig. 130

Las fuerzas F_m y F_p se encuentran distribuidas uniformemente sobre el área circular de radio r .

$$\omega_{plancha} = \frac{F_m + F_p}{\pi r^2}$$

A cada tira le corresponde parte de esa distribución mediante la expresión:

$$\omega_{tira} = \left(\frac{F_m + F_p}{\pi r^2} \right) dh$$

Entrando por la izquierda, método de doble integración, ecuaciones validas para $-r \text{Sen} \theta \leq x \leq 0$:

-Fuerza cortante: $Dy''' = \omega_{tira} (r \text{Sen} \theta + x)$

-Momento: $Dy'' = \omega_{tira} \frac{(r \text{Sen} \theta + x)^2}{2}$

-Giro: $y' = \left\{ \frac{1}{D} \right\} \frac{\omega_{tira}}{6} \left[(r \text{Sen} \theta + x)^3 - (r \text{Sen} \theta)^3 \right]$

La constante de integración se obtuvo considerando que para $x=0$; $y'=0$

-Flecha: $y = \left\{ \frac{1}{D} \right\} \frac{\omega_{tira}}{6} \left[\frac{(r \text{Sen} \theta + x)^4}{4} - (r \text{Sen} \theta)^3 x - \frac{(r \text{Sen} \theta)^4}{4} \right]$

La constante de integración se obtuvo considerando que para $x=0$; $y=0$

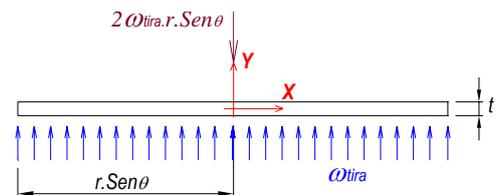


Fig. 131

Las ecuaciones anteriores son validas para una tira genérica definida por los valores h , θ , los cuales **son constantes** durante el análisis de **esa tira**; al analizar otra se debe trabajar con los valores h , θ , correspondientes a la nueva tira. Recordar que $-q < h < q$, así como $0 < \theta < \pi$, ver Fig. 127

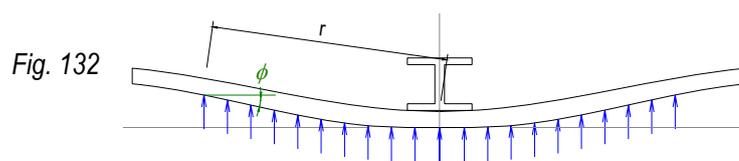
Al analizar una tira específica, en las ecuaciones la única variable es x , queda claro que el momento será máximo para $x=0$ (centro de la tira) y la flecha será máxima en $x=-r\text{Sen}\theta$ (extremo de la tira), entonces:

$$\begin{aligned} \text{-Momento flector máx. en una tira, } x=0: & \quad M_{\max \text{ tira}} = \omega_{\text{tira}} \frac{(r\text{Sen}\theta)^2}{2} \\ \text{-Esfuerzo máx. en una tira:} & \quad \sigma_{\max \text{ tira}} = \frac{M_{\max}(t/2)}{I} = \frac{3}{\pi t^2} (F_m + F_p) \text{Sen}^2 \theta \\ \text{-Flecha máx. en una tira, } x=-r\text{Sen}\theta: & \quad y_{\max \text{ tira}} = \frac{1,365(F_m + F_p)}{Et^3} \frac{r^2}{\pi} (\text{Sen}\theta)^4 \end{aligned}$$

La tira mas exigida es la que tiene los valores máximos, claramente se aprecia que estos se dan para $\text{Sen}\theta=1$ es decir $\theta=90^\circ$, que corresponde a $h=0$, es decir para la tira mas larga que es la que pasa por el centro del circulo de radio r , los valores de dicha tira son los valores máximos de la plancha.

$$\text{-Esfuerzo máximo en la plancha:} \quad \sigma_{\max B} = \frac{3}{\pi t^2} (F_m + F_p) \quad (4.135)$$

$$\text{-Flecha máxima en la plancha:} \quad y_{\max B} = \frac{1,365 r^2}{Et^3 \pi} (F_m + F_p) \quad (4.136)$$



Importante: El giro correspondiente a $x=-r$: $\phi = \frac{-1,82(F_m + F_p)r}{Et^3 \pi}$; nótese que es un valor negativo

en radianes

4.2.3.4. Ecuaciones de esfuerzo y flecha totales máximos en la plancha:

Uniendo los resultados parciales se obtiene:

-Esfuerzo total máximo en la plancha, considerando (4.1339, (4.135):

$$\sigma_{MAX} = \sigma_{max A} + \sigma_{max B} = \frac{3}{\pi t^2} (F_s + F_{mp} + F_m + F_p) \quad (4.137)$$

Para la flecha total se tomo en cuenta además:

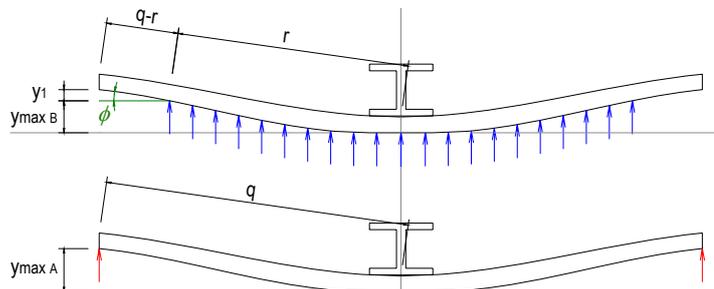


Fig. 133

Se conoce: $y_{max A}$; $y_{max B}$ de (4.134), (4.136)

$$y_{MAX} = y_1 + y_{max A} + y_{max B} = (q-r) \text{Sen} \phi + \frac{1,82(F_s + F_{mp})q^2}{Et^3 \pi} + \frac{1,365(F_m + F_p)r^2}{Et^3 \pi}$$

Donde $\phi = \frac{1,82(F_m + F_p)r}{Et^3 \pi}$; se retiro el signo (-) para que el ángulo sea un valor positivo en radianes.

(ver nota que acompaña a la Fig. 132). Además para valores pequeños de ϕ expresados en radianes

se cumple que: $\text{Sen} \phi = \phi$. Finalmente reemplazando y ordenando términos:

-Flecha total máxima en la plancha:

$$y_{MAX} = \frac{1,82(q-r)(F_m + F_p)r + 1,82(F_s + F_{mp})q^2 + 1,365(F_m + F_p)r^2}{Et^3 \pi} \quad (4.138)$$

4.2.3.5. Cálculo del espesor de la plancha en función del esfuerzo y deformación máxima permisible

A continuación calculare la flecha y esfuerzo máximo que se generan en *Tapa2*, los cálculos se harán considerando tubería de Ø1400mm para las dos posibilidades: campana apoyada sobre *Tapa2* y espiga apoyada sobre *Tapa2*.

Valores para los cálculos:

Tabla 12

Termino	Valor correspondiente	
	ESPIGA	CAMPANA
F_m	$F_{Em} = 11930 \text{ N}$	$F_{Cm} = 15195 \text{ N}$
F_p	$F_{Ep} = 106137 \text{ N}$	$F_{Cp} = 135183 \text{ N}$
F_s	8111 N	
F_{mp}	$F_{Emp} = 32312 \text{ N}$	$F_{Cmp} = 0 \text{ N}$
q	$q_E = 0,76136 \text{ m}$	$q_C = 0,90430 \text{ m}$
r	$r = 0,70 \text{ m}$	$r_m = 0,79 \text{ m}$
E	$2,06 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$	

Espiga apoyada sobre Tapa2: Esfuerzo máximo: $\sigma_{MAX} = \frac{475\,467}{\pi t^2}$ (4.140)

Flecha máxima: $y_{MAX} = \frac{130\,844}{Et^3 \pi}$ (4.141)

Campana apoyada sobre Tapa2: Esfuerzo máximo: $\sigma_{MAX} = \frac{475\,467}{\pi t^2}$ (4.142)

Flecha máxima: $y_{MAX} = \frac{164\,889}{Et^3 \pi}$ (4.143)

Es evidente que la mayor exigencia se da cuando la campana se apoya sobre *Tapa2*.

La *Tabla 13* muestra los valores máximos totales de flecha y esfuerzo en *Tapa2* para ambos casos: campana y espiga apoyada sobre *Tapa2*, considerando espesores de plancha de 25, 32, 38 y 50mm que son medidas comerciales.

Tabla 13

t (mm)	y_{MAX} (mm)		σ_{MAX} (kg/mm ²)	
	Espiga	Campana	Espiga	Campana
25	12,94	16,31	24,68	24,68
32	6,17	7,78	15,07	15,07
38	3,68	4,64	10,68	10,68
50	1,62	2,04	6,17	6,17

La flecha máxima y el esfuerzo máximo son aceptables para planchas de $t=38mm$ o $t=50mm$. Dado que se considera $25,3 \text{ Kg/mm}^2$ el esfuerzo de fluencia del acero de la plancha (ver *Tabla10*), se tiene factores de seguridad de $25,3/10,68=2,37$ para plancha de $t=38mm$ y $25,3/6,17=4,10$ para plancha de $t=50mm$; hay que tomar en cuenta que el calculo de *Tapa2* se a hecho en base a un método aproximado, por lo cual se debe extremar los factores de seguridad, además es recomendable que ambas tapas sean guales a fin de lograr uniformidad en el banco de pruebas (por ejemplo podrían intercambiarse); por lo expuesto se debe usar plancha de espesor $t=50mm$ para la *Tapa2*.

Si, con plancha de 50mm, se aplicase la carga máxima de $F=158489N$ con los tubos vacíos el valor del esfuerzo máximo en la tapa seria (curiosamente) el mismo y la flecha se incrementaría a 2,92mm, sin embargo no se debe legar a esa situación pues sobrecarga a la lamina de caucho y a la *Tapa1*, por ello se debe proceder como se indico al final del análisis de *Tapa1*. En la *Tabla 13a* se puede ver los valores para los demás espesores considerados:

Tabla 13a

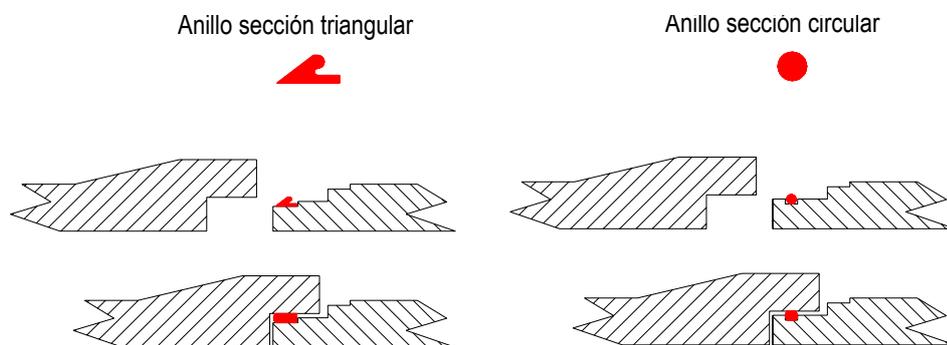
t (mm)	y_{MAX} (mm)		σ_{MAX} (kg/mm ²)	
	Espiga	Campana	Espiga	Campana
25	16,54	23,33	24,68	24,68
32	7,88	11,12	15,07	15,07
38	4,71	6,64	10,68	10,68
50	2,07	2,92	6,17	6,17

El diámetro de las tapas se define por el tubo mas grande que se pretenda probar, en este caso el diseño contempla pruebas con tubos de hasta 1,4m de diámetro interior que, en la fabrica donde labore, tenían un diámetro exterior máximo en la campana de 1,85m, por ello considerando un margen de seguridad de 125mm en todo el contorno permite proyectar una tapa de $\varnothing: 1,85 + 2*0,125 = 2,1m$.

En resumen: Las tapas tendrán 2,1m de diámetro y 50mm de espesor, eso implica que el peso de cada tapa será $W=1350kg$, valor a considerar para cálculos futuros.

4.2.4. PLACA DE CAUCHO

Todo lo expuesto hasta ahora a sido referido a cálculos estructurales, vigas y planchas metálicas, siempre considerando que el sellado entre tubería y tapa es correcto, lograr eso depende de una lamina de caucho, la cual deberá ser seleccionada tomando en cuenta los requisitos de servicio entre otros: la presión de aplastamiento que deberá soportar, la capacidad para resistir el desgaste, el agua, la intemperie, etc... para ello comentare algunas características importantes que permitirán seleccionar el material mas adecuado para las “empaquetaduras” del banco de pruebas. No existe una norma aplicable específicamente a este caso en particular, sin embargo como guía general se puede usar la Norma Técnica Peruana NTP ISO-4633 1997, Sellos de Caucho, Anillos de junta para abastecimiento de agua, drenaje y tuberías de desagüe, Especificaciones para los materiales. Cabe recordar que para el empalme entre tuberías se usa un anillo de caucho que por compresión trabaja como un sello.



Juntas para tubos de concreto

Fig. 134

Es decir se usa una pieza de caucho que por compresión genera un sellado perfecto que evita la fuga del líquido contenido en las tuberías. Si bien es cierto que las tuberías de desagüe trabajan con líquidos sin presión, (el transporte se hace por gravedad) aun así los sellos o anillos deben ser capaces de soportar presión al interior de las tuberías, este requisito queda implícito en la Norma Técnica Peruana NTP 339.041 Tubos de Hormigón (Concreto) Para la conducción de líquidos sin presión; Método de ensayo de Presión Hidrostática donde se señala que ...”si se somete a ensayo la junta de estanqueidad, el anillo de sello, deberá ser el único elemento que proporcione la

estanqueidad de la junta.....” . Esta prueba se realiza a 10Psi. También aparece un comentario en la norma americana ASTM C 443M-85a Standard Specification for Joints for Circular Concrete Sewer and Culvert Pipe, Using Rubber Gaskets, donde se indica que los anillos o juntas de caucho deberán ser capaces de resistir una presión al interior de la tubería de hasta 90kPa \equiv 13Psi.

Por lo expuesto, el material adecuado para usar en las tapas es el caucho con que se hacen los anillos, las laminas de caucho deberán tener sus mismas características, así se usaría un material que a probado ser el adecuado para un sellado correcto al estar diseñado para soportar presiones de hasta 13 Psi en los tubos.

4.2.4.1. Normas nacionales.

La Norma Técnica Peruana NTP ISO 4633 Sellos de Caucho. Anillos de junta para abastecimiento de agua, drenaje y tuberías de desagüe. Especificaciones para los materiales; tiene los siguientes puntos a destacar:

- La norma es aplicable a los anillos de junta para tuberías de diversos materiales incluidos entre otros fierro, acero, asbesto, fibra de vidrio y concreto; esto aplicado al banco de pruebas significa que la lámina de caucho podrá ser usada para probar tubos hechos de diversos materiales.
- La norma indica las características requeridas para el caucho en función a su dureza IRHD, sin embargo la unidad de medida más utilizada es la Shore A, por tanto resulta útil el grafico aproximado de conversión de dureza presente en la *Fig. 135*

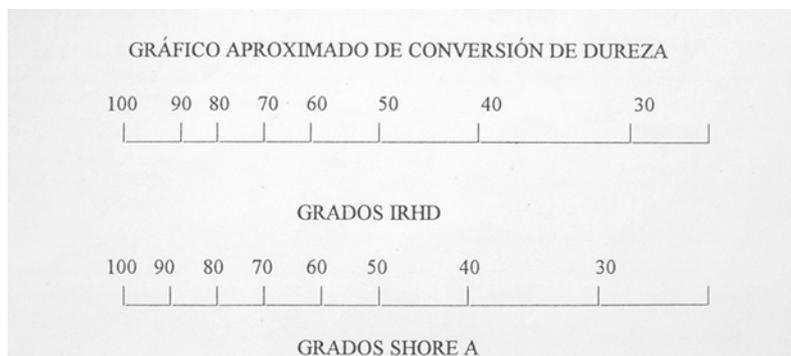


Fig. 135

- Los requisitos del caucho en función de su dureza son bastante generales, se indican en la *Tabla I* de la norma, que se reproduce en la *Tabla 14*.

Tabla 14

Requisitos generales para los materiales							
Propiedad	Unidad	Requisitos por clase (dureza nominal)					
		40	50	60	70	80	88
Propiedades por clasificación							
Dureza nominal preferida	IRHD	40	50	60	70	80	88
Rango de dureza nominal preferida	IRHD	36 a 45	46 a 55	56 a 65	66 a 75	76 a 84	85 a 91
Requisitos generales							
Tolerancia permisible sobre la dureza específica	IRHD	±5	±5	±5	±5	±4	±3
Elongación en la rotura, mínimo	%	400	375	300	200	125	100
Deformación permanente por compresión							
-Después de 70h, a temperatura de laboratorio normalizada, máximo	%	12	12	12	15	15 ⁽²⁾	15 ⁽²⁾
-Después de 22h a 70°C, máximo	%	25	25	25	25	25 ⁽²⁾	25 ⁽²⁾
Envejecimiento: cambio a partir de valores sin envejecimiento después de 7 días al aire a 70°C							
-Dureza, máxima	IRHD	-5 a +8	-5 a +8	-5 a +8	-5 a +8	-5 a +8	±5
-Esfuerzo de tensión, máximo	%	-20	-20	-20	-20	-20	-20
-Elongación en la rotura, máximo	%	-30 a +10	-30 a +10	-30 a +10	-30 a +10	-40 a +10	-40 a +10
Inmersión en agua: cambio de volumen después de la inmersión en agua destilada o desionizada por 7 días a 70°C, máxima	%	0 a +8	0 a +8	0 a +8	0 a +8	0 a +8	0 a +8
Esfuerzo de relajación en compresión después de 7 días a temperatura de laboratorio normalizado, máximo ⁽³⁾	%	16	16	16	16	18 ⁽²⁾	18 ⁽²⁾

- 1) En casos específicos y después de acordarlo fabricante y usuario, las tolerancias sobre la dureza puede fijarse en ±3 IHRD.
- 2) El requisito se aplica solamente cuando el material es participante directo en la función de sellado.
- 3) Se reconoce que valores más bajos que los mostrados pueden ser obtenidos. La intención es reducir los límites una vez que se obtenga experiencia.

4.2.4.2. Normas extranjeras

La norma americana ASTM C 443M-85a Standard Specification for Joints for Circular Concrete Sewer and Culvert Pipe, Using Rubber Gaskets, indica que las juntas deben fabricarse con un compuesto de caucho de alto grado, el polímero base deberá ser caucho natural, sintético o una combinación de ambos, siempre que cumpla con los requisitos:

Resistencia a la tensión, min.	8 MPa \equiv 80 kg/cm ²
Elongación a la rotura, min. %	350
Dureza Shore A	
Min.	35
Máx.	65
Inmersión en agua	
Absorción en peso máx. %	10
Envejecimiento máx. % del original	
Reducción de resistencia a la tensión	15
Reducción en la elongación	20

Por todo lo visto se concluye que para escoger el tipo de caucho de las tapas el abanico de posibilidades es amplio y siempre que cumplan con las propiedades requeridas, se puede seleccionar en función al precio o la disponibilidad del material. Basándome en la asesoría de empresas de la industria del caucho, las características recomendadas para la lámina de caucho de las tapas son:

Material:	Caucho natural
Refuerzo:	1 o 2 capas de lona o nylon para aumentar resistencia al corte
Dureza:	60-70 Shore A
Espesor:	10-38 mm

Finalmente se opta por las siguientes características:

1. Para asegurar una buena resistencia al corte se debe trabajar con dos lonas de refuerzo al interior de la lámina de caucho natural.
2. Se trabajara con caucho de dureza 65 Shore A por ser el máximo valor recomendado en la norma americana ASTM C 443M-85^a
3. El espesor máximo 38 mm es preferible debido a la mayor facilidad que tendría el caucho para amoldarse al borde de la tubería y absorber cualquier posible desalineamiento.
4. Las láminas se fijan a las tapas por medio de pegamento industrial del tipo cemento de contacto que tiene excelentes propiedades de adherencia para caucho-metal.

A modo de comparación es de utilidad la *Tabla 16*.

La mayor exigencia para la lámina de caucho es el esfuerzo de aplastamiento ocasionado por F_s y F_{mp} ese esfuerzo debe ser evaluado para garantizar que la lámina no falle por corte.

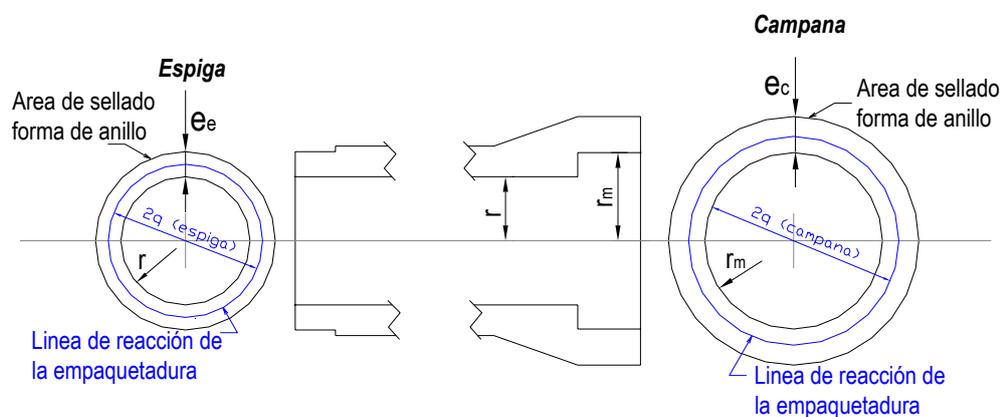


Fig. 135a

Se considera el área comprimida real del caucho y no el área efectiva del empaque A_{ef} , pues esta última se usa solo para estimar el valor de F_s , mientras que el área real $((r+e)^2 + r^2)\pi$ es la que soporta la fuerza de compresión $F_s + F_{mp}$

$$\sigma_{\text{aplastamiento}} = \frac{F_s + F_{mp}}{((r+e)^2 + r^2)\pi} \quad (4.144)$$

Tabla 15

Termino	Valor correspondiente (tubo Ø1400mm)	
	ESPIGA	CAMPANA
F_s	8111 N	
F_{mp}	$F_{Emp} = 32312 N$	$F_{Cmp} = 0 N$
e	$e_E = 0,077 m$	$e_C = 0,135 m$
r	$r = 0,70 m$	$r_m = 0,79 m$

Reemplazando se obtiene: $\sigma_{E \text{ aplastamiento}} = 1,15 \text{ kg/cm}^2$ $\sigma_{C \text{ aplastamiento}} = 0,11 \text{ kg/cm}^2$

Se aprecia que el $\sigma_{\text{aplastamiento}}$ es mucho mayor en la espiga, esto debido a su menor área y a la presencia de F_{mp} . No existe ningún problema de someter la lámina de caucho a ese esfuerzo de aplastamiento dado que es un valor pequeño, además el caucho generalmente trabaja a compresión (como empaquetadura) soportando esfuerzos mucho mayores, basta mencionar que la resistencia del caucho a la compresión es mucho mayor que su resistencia a la tracción (80kg/cm² para el material a usar), por ello de ser necesario se puede incrementar F_s sin problemas.

Si toda la carga $F=158489N$ actúa sobre los tubos vacíos el esfuerzo de aplastamiento en el caucho se eleva hasta $4,52 \text{ kg/cm}^2$ en la espiga, esto si bien no causa daño al caucho si genera sobrecarga en las tapas por lo que debe ser evitado.

Es muy importante tomar en cuenta que el borde del tubo debe tener todos sus filos limpios uniformes y libres de elementos que pudieran punzar o cortar el caucho, por ejemplo piedras expuestas, extremos del alambre de refuerzo o cuerpos extraños; de preferencia se debe "limar" ligeramente cualquier borde peligroso.

Como las tapas tendrán Ø2,1m las laminas de caucho deberán tener el mismo tamaño; dado que la densidad del caucho es aproximadamente 1000kg/m³, la lamina de Ø2,1m y 38mm de espesor pesara 130kg, lo cual unido a los 1350kg de la plancha de acero da un total de 1480kg para cada tapa.

Tabla 16

Principales propiedades físicas de las mezclas industriales de cauchos sintéticos y de caucho natural						
<i>Naturaleza del caucho</i>	<i>Unidad</i>	<i>Caucho natural</i>	<i>Butil-caucho</i>	<i>Buna S y GR-S</i>	<i>Neoprene GN</i>	<i>Tiocolos</i>
a) Características mecánicas (Vulcanizados con carga de 35 a 50% de negro de carbón activo).						
1. Resistencia a la rotura (25°C)	Kg/cm ²	200-300	120-200	130-300	190-250	50-100
2. Alargamiento a la rotura (25°C)	%	450-650	550-950	380-650	280-620	210-550
3. Resistencia media al desgarro (20°C)	kg-cm	100	70	50	80	15
4. Punto de fragilidad medio	°C	-55	-50	-45	-40	-40
5. Deformación remanente después de 32 días de estiramiento a 25°C (alargamiento 100%)	%	14	--	14	40	--
6. Deformación retardada después de 22 horas de compresión a 70°C (carga de 15.4 kg/cm ²)	%	10-15	20	6-10	20	180
b) Otras propiedades físicas						
7. Peso específico	g/cm ³	0,95	0,91	0,92	1,23	1,40-1,6
8. Hinchamiento después de 2 días en benceno a 20°C	%	300	160	300	250	1-100
9. Hinchamiento después de 2 días en gasolina a 25°C	%	170	340	145	95	0-3
10. Hinchamiento después de 7 días en aceite a 70°C	%	170	220	95	25	0-3

4.3. SISTEMA DE ALIMENTACION-DESCARGA DE AGUA

Una vez que el marco de pruebas, las tuberías, las tapas y la botella hidráulica están listos, la prueba hidrostática requiere que las tuberías se llenen de agua, a continuación se debe llegar a la presión de prueba en aproximadamente un minuto, luego se debe mantener dicha presión por 10 minutos, después se debe reducir a cero y finalmente se debe evacuar el agua de las tuberías. Esto se debe hacer mediante el uso de bombas de agua debido a los grandes volúmenes que requieren las tuberías como se ve en la *Tabla 17* :

Tabla 17

Ø tubería mm	(*)Volumen aproximado de agua en litros para llenar:	
	1 tubería	2 tuberías
1400	3848	7696
1300	3318	6636
1200	2827	5654
1100	2375	4750
1000	1963	3926
900	1590	3180
800	1256	2512
700	962	1924
600	706	1412

(*) Volumen calculado considerando tubería de 2.5m de longitud total.

Se puede observar que se necesita un volumen importante de agua para llenar incluso las tuberías mas pequeñas (una tubería de Ø600 mm requiere 706 litros) por ello el llenado inicial deberá realizarse usando una bomba de agua de alto caudal a fin de no perder tiempo, otro aspecto a considerar es de donde tomar el agua?, lógicamente la bomba deberá tener disponible todo el volumen de agua necesario a fin de colocarlo al interior de la tubería sin hacer pausas, hay dos opciones:

1. que exista un deposito fijo (tanque elevado o pozo), o
2. contar con algún tipo de contenedor móvil capaz de almacenar el volumen de agua requerido

Las características del lugar de realización de la prueba, la capacidad de gasto de la empresa, la conveniencia o no de tener un deposito fijo o móvil de agua, etc.... definirán la opción a elegir para una empresa en particular.

4.3.1. SISTEMA DE CONDUCCION (TUBERIAS)

Por mi experiencia en este tipo de prueba lo mas adecuado es contar con dos bombas de agua, una de alto caudal para un rápido llenado inicial y otra de bajo caudal y que este diseñada para elevar el agua como mínimo a 10 m (la prueba requiere una presión de 10Psi equivalente a 7 m de altura de agua), la secuencia, referida a la *Fig. 136*, es como sigue:

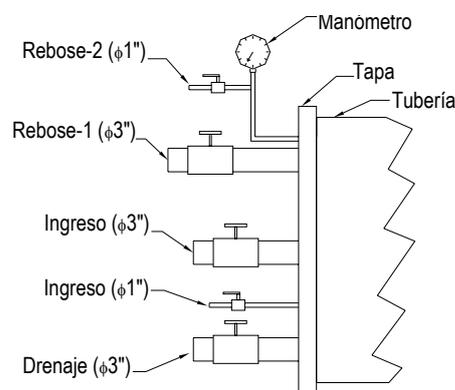


Fig. 136

- A través del ingreso de agua (\varnothing 3") se inicia el llenado con la bomba de alto caudal manteniendo abierto el rebose-1 (\varnothing 3") que dejara salir el aire y permitirá notar cuando el tubo este lleno. El rebose-2 también puede permanecer abierto.
- Una vez que la tubería esta llena de agua se apaga la bomba de alto caudal y luego se cierra la válvula del rebose-1.
- Se enciende la bomba de bajo caudal y a través del ingreso de agua se termina de llenar la tubería, una vez que el aire remanente sale por el rebose-2 (\varnothing 1") comienza a salir agua, entonces, poco a poco, se estrangula la válvula (sin cerrarla del todo en ningún momento!) hasta alcanzar la presión de prueba que se puede leer en el manómetro.

- d. Se mantiene la válvula del rebose-2 en la posición conseguida en c. durante el tiempo que requiera el ensayo.
- e. Al terminar la prueba se apaga la bomba de bajo caudal, se cierra la válvula del ingreso de agua, se abre completamente la válvula del rebose-2 (para que ingrese aire) y se retira el agua de la tubería a través del drenaje ($\varnothing 3''$). Una vez que baje un poco el nivel del agua al interior de la tubería, se puede abrir la válvula del rebose-1 para permitir una mejor ventilación y por ende una mas rápida salida del agua.

Nota: Los diámetros indicados son solo referenciales, los valores finales están en función del diámetro de descarga de las bombas que se usen.

Parece innecesario tener una doble ventilación del interior de la tubería al contar con un rebose de $\varnothing 3''$ y otro de $\varnothing 1''$, sin embargo hay que recordar que la primera bomba es de alto caudal por lo que al quedar llena la tubería, de no haber un rebose grande se generaría bruscamente un incremento de presión lo cual podría “soplar” un anillo, sobrecargar la botella hidráulica o causar algún otro problema de operación y/o seguridad. Lo mas adecuado es que el diámetro del rebose sea igual o mayor que el diámetro del ingreso de agua.

Una vez que la bomba de alto caudal deja de trabajar, la bomba de bajo caudal lógicamente necesitara una ventilación mas pequeña en la tubería, por ello se cierra el rebose-1 queda trabajando el rebose-2 que permite escapar el aire que hubiera quedado al interior lográndose así el llenado total de la tubería y a continuación (como ya se indico) se usa la válvula de dicho rebose para alcanzar y mantener la presión necesaria para el ensayo, (dicha válvula se va cerrando parcialmente mientras permanece prendida la bomba de bajo caudal).

Es posible simplificar las conexiones de ingreso, salida, rebose y ventilación en la tapa para no debilitar la plancha con tantos agujeros; para ello se puede agrupar el manómetro y los reboses 1 y 2

en una sola conexión; asimismo se puede agrupar el drenaje y los ingresos de $\varnothing 3''$ y $\varnothing 1''$ en otra conexión, como se ve en la Fig. 137 .

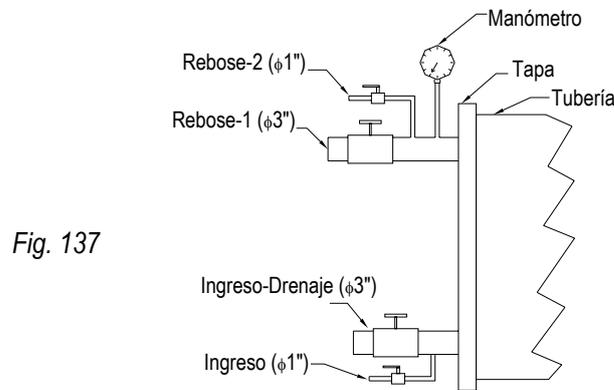


Fig. 137

Hay que notar que las tapas trabajaran con tuberías de diferentes diámetros hasta un máximo de 1400mm por tanto los agujeros en la tapa deben ser cuidadosamente ubicados. Obviamente el drenaje debe estar en la parte mas baja del tubo, asimismo el rebose debe trabajar con el punto mas alto al interior del tubo, una solución practica es usar la disposición mostrada en la Fig. 138, con un niple al interior de la tubería se consigue que el rebose llegue a la parte mas alta de la tubería, permitiendo la salida del aire durante el llenado con agua, de la misma manera un niple permite ubicar el manómetro a la altura recomendada en la norma (próximo al eje del tubo). Con este arreglo la tapa será útil para tuberías de diferentes diámetros con solo tener niples de longitud adecuada. Otro aspecto a tener en cuenta es la ubicación de los agujeros en la tapa, este es un asunto netamente geométrico, la disposición de la Fig. 138a permite trabajar con tubos de hasta $\varnothing 400\text{mm}$

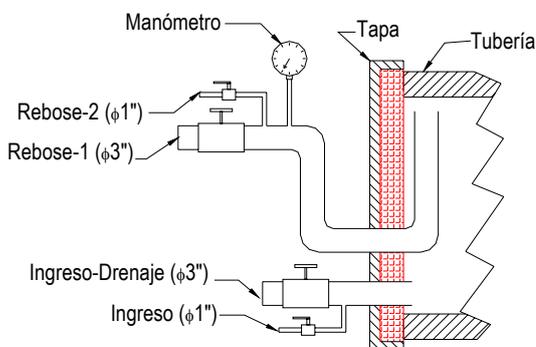


Fig. 138

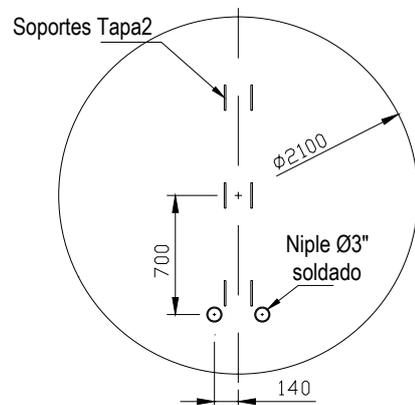


Fig. 138a

La disposición exacta de codos, niples, empalmes, etc.. estará en función de la ubicación de las bombas, el punto de toma de agua, el punto de descarga, etc.. por ello el esquema mostrado en la Fig. 138 es solo referencial.

4.3.2. EQUIPO DE BOMBEO

La bomba de alto caudal deberá ser capaz de llenar los tubos de diversos tamaños en un tiempo razonable, si asumo que un tubo de $\varnothing 1400\text{mm}$ se llene en aproximadamente 6,5 minutos, se requerirá una bomba de $Q=600\text{litros/minuto}$, tomare ese valor para calcular la bomba necesaria (el tubo mas pequeño se llenaría en 70s).

También hay que tomar en cuenta que el caso mas critico para la bomba seria usar un pozo por ello se debe considerar la altura de succión, asimismo hay que considerar que el ingreso de agua estará en la parte inferior de la tapa, el agua deberá llenar el interior de la tubería y no hay que olvidar las perdidas en los ductos y accesorios, todo esto se ve en la Fig. 139 , donde:

h_s ____ Columna de succión estática. Valor aproximado 1,5m.

h_d ____ Columna de descarga estática. Aproximadamente $2r_m = 1,58\text{m}$ para la tubería mas grande.

h_e ____ Columna estática total.

$$h_e = Z_2 - Z_1 = h_s + h_d = 1,5 + 1,58 = 3,08\text{m}$$

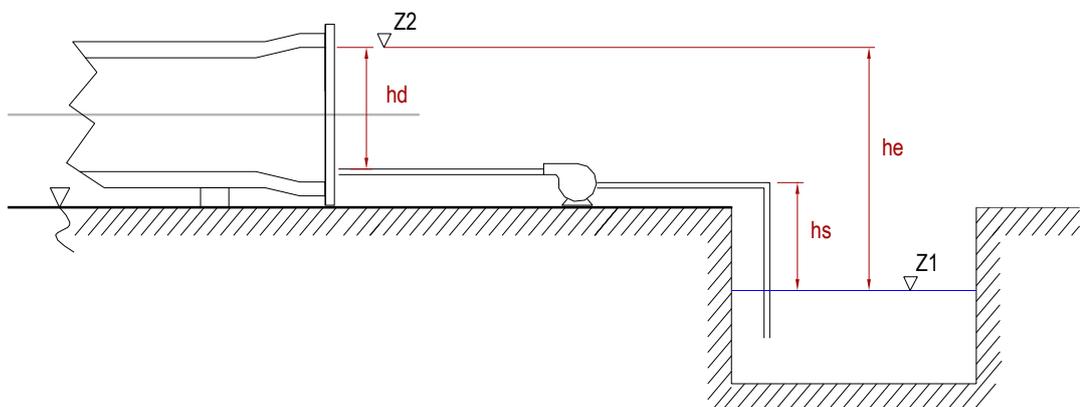


Fig. 139

Para aproximar los cálculos a la realidad se debe considerar el total de pérdidas generadas ($\sum h_p$) debido al rozamiento del agua con los ductos y accesorios (codos, reducciones, válvulas, etc...), se puede asumir que estas pérdidas valgan un 5% de la longitud total de ductos, si se considera que entre el banco de pruebas y el pozo exista una distancia promedio de 10m, la longitud total de ductos sería $10+h_s=10+1,5=11,5m$, por tanto:

$$\sum h_p=0,05*11,5=0,575m$$

Finalmente la altura de agua para diseñar la bomba es:

$$H=h_e+\sum h_p=3,08+0,575=3,655m$$

La formula general para el cálculo de la potencia de una bomba es:

$$Pot=\frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot Q}{n}$$

Pot ___ potencia necesaria w

ρ ___ densidad del agua 1000 kg/m^3

g ___ aceleración de la gravedad $9,81 \text{ m/s}^2$

H ___ presión necesaria en metros de agua

Q ___ caudal necesario m^3/s

n ___ eficiencia

La eficiencia se considera del 85% es decir: $n=0,85$

Bomba de alto caudal

$$Pot=\frac{1000*9,81*3,655*(600/1000/60)}{0,85}=421,8w=0,57Hp$$

No existe en el mercado bombas que estrictamente cumplan con los valores calculados (presión, caudal, potencia), se debe utilizar la que ofrezca un caudal próximo al requerido 600 l/min, y que permita una altura de por lo menos 3.7m. La selección de una bomba se basa en los requisitos del trabajo a realizar, asimismo se procura que la bomba seleccionada trabaje en la zona H-Q de mayor eficiencia. Una opción adecuada, entre las numerosas disponibles en el mercado, es:

Electrobomba centrífuga de gran caudal Marca PEDROLLO de 3.0 HP Mód. HF-6A con impulsor de Bronce, Ø3" succión y Ø3" descarga, Trifásica de 220 V 60Hz de 9.5 Amp. 2900RPM

Bomba de bajo caudal

El cálculo es similar con el adicional de la presión interna requerida para la prueba: 10 Psi o 7m de columna de agua:

$$H=he+\sum hp+7=3,08+0,575+7=10,655m$$

En este caso el caudal necesario es mínimo (recordar que la tubería ya esta llena de agua) si se parte de las características de una bomba domestica que da en promedio 30 litros por minuto se tendría:

$$Pot=\frac{1000*9,81*10,655*(30/1000/60)}{0,85}=61,5w=0,082Hp$$

Nuevamente las opciones posibles son numerosas, una de ellas disponible en el mercado es:

Electrobomba centrífuga monoblock Marca HIDROSTAL de 0,6 HP Mód. A1E-0.6M, Ø1" succión y Ø1" descarga, Monofásica 220V/110V 60Hz 3450RPM.

Se debe considerar el uso de mangueras de Ø3" tanto para el ingreso como para la descarga del agua, la longitud estará obviamente en función de las condiciones particulares del lugar de prueba: distancia de la fuente de agua, distancia al punto de drenaje, irán expuestas o enterradas?, etc..

4.4. VIGAS PRINCIPALES DE LA ESTRUCTURA

4.4.1. SELECCIÓN

Para los cálculos siguientes debe definirse primero las características de V_1 , V_2 , V_3 , V_4 . La esencia de la selección es una viga que pueda resistir las cargas con deformaciones por debajo de $1/700$ de su luz (ver 4.1.7.). En las formulas de deformaciones del cuadro, las vigas son representadas por su momento de inercia I , para simplificar cálculos *asumiré que todas las vigas son del mismo tipo*, por tanto tienen el mismo I ; usando un programa en Excel con todas las ecuaciones deducidas (ver 4.9. Ejemplos de calculo) y considerando momentos de inercia de vigas comerciales se obtiene que se puede usar la viga doble T (o viga I) 15"x42,9 que tiene las siguientes características:

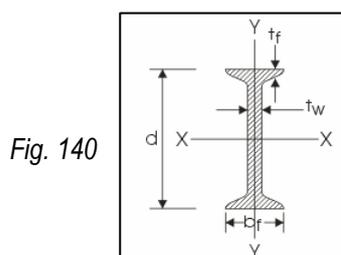


Fig. 140

Tabla 18 DIMENSIONES Y PESO UNITARIO

DESIGNACION pulg x lb / pie *	AREA DE SECCIÓN A pulg ²	ESPEJOR ALA tf pulg	ESPEJOR ALMA tw pulg	ANCHO b pulg	ALTURA h pulg	PESO Kg/m
12" x 31,8	9,26	0,544	0,350	5,00	12,00	47,30
15" x 42,9	12,60	0,622	0,411	5,50	15,00	63,80

Tabla 18a PROPIEDADES MECANICAS

NORMA TECNICA	F Kg/mm ²	R Kg/mm ²	A %	NORMA EQUIVALENTE
ASTM A-36	25,3 min	41 min	20 min	DIN 17100 St 37-2 / St 44-2

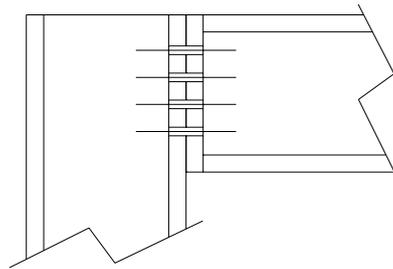
Tabla 18b CARACTERISTICAS DE LA SECCION PARA EL DISEÑO

DESIGNACION pulg x lb / pie	AREA	EJE X - X		
		I		
	Pulg ²	Pulg ⁴	m ⁴	cm ⁴
12" x 31,8	9,26	215,8	0,0000898	8982
15" x 42,9	12,60	447,0	0,0001861	18606

4.4.2. **EMPALMES**

Las cargas que se generan en los elementos de una estructura se transmiten entre ellos a través de sus uniones, por ello es fundamental un diseño correcto de los elementos de la junta para que no fallen.

Fig. 141



Existen varios tipos de uniones entre vigas, por su simplicidad optare por usar una plancha soldada en el extremo de una viga y empernada a la viga contigua, conocida como “empalme por placa en el extremo”, (end plate connection) tal como se aprecia en la Fig. 141 . También se le conoce como “empalme por placa a tope en el extremo” (flush en plate connection) y es adecuada para uniones que deben soportar cargas de corte, cargas axiales y momento.

El AISC (*American Institute of Steel Construction*) en el *Manual of Steel Construction-Load and Resistance Factor Design* hace importantes recomendaciones para los tipos mas comunes de uniones entre vigas, dichas recomendaciones sumadas a los métodos de calculo para uniones empernadas y uniones con soldadura permitirán el diseño de los empalmes *E1*, *E2*, *E3*, *E4*. Los principales aspectos a considerar para el diseño son: espesor de la plancha, dimensionado de la soldadura, número y tamaño de los pernos y dimensionado de los agujeros.

4.4.2.1. **Espeor de la plancha.**

El AISC recomienda que la plancha sea de $1/4'' - 3/8''$, dada las elevadas cargas que se generan en el marco de la prueba se hará el calculo con una plancha de $3/8''$

4.4.2.2. Cordón de soldadura.

El AISC recomienda en las uniones que combinan pernos y soldadura, que estos se evalúen como si no compartieran la carga, es decir cada uno soporta 100% de los esfuerzos generados en la unión.

-Carga de corte directo: $f_w = \frac{P}{L_w}$

L_w ___ Longitud efectiva del cordón, aproximadamente: $L_w = 2h + 4b$;

P ___ Carga de corte directo

-Carga de corte por momento flector: $f_w = \frac{M}{Z_w}$

z_w ___ Modulo de línea, aproximadamente: $z_w = 2bh + h^2/3$;

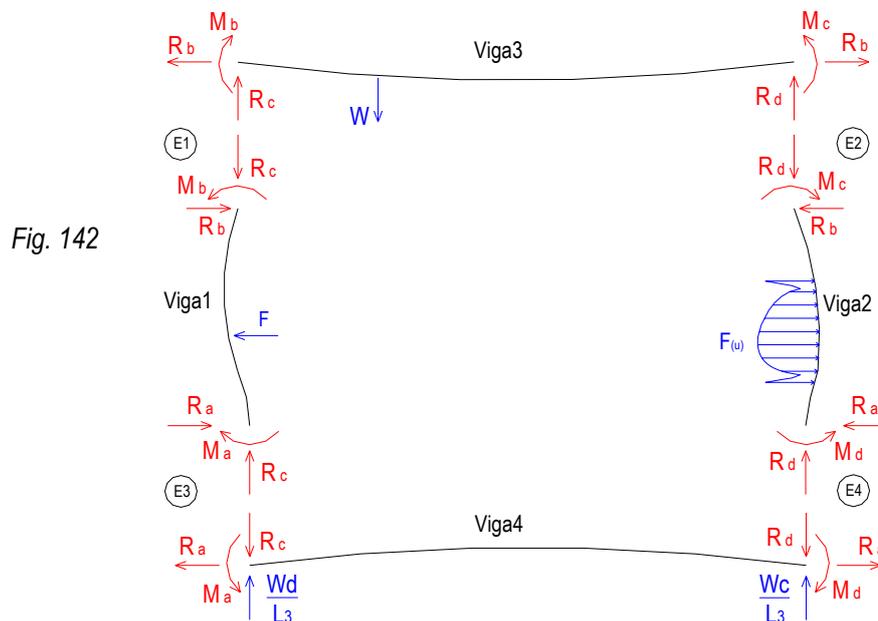
-Carga resultante de corte: $\vec{f}_w = \sum \vec{f}_{wi}$

-Tamaño del cordón de soldadura: $w = \frac{f_w}{S}$; Para electrodo E-60xx: $S = 9600 \text{ Psi}$

Hay que recordar (Fig. 142) las cargas que actúan en los empalmes, para el caso más exigente (tubo $\varnothing 1400\text{mm}$) los valores son:

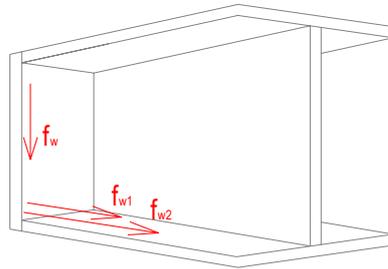
$M_a = 24757 \text{ Nm}$	$R_a = 93668 \text{ N}$
$M_b = 13899 \text{ Nm}$	$R_b = 64821 \text{ N}$
$M_c = 14456 \text{ Nm}$	$R_c = 11487 \text{ N}$
$M_d = 23465 \text{ Nm}$	$R_d = 3032 \text{ N}$

Nota: Valores obtenidos considerando espiga apoyada en Tapa2 así como $r=0,7\text{m}$; $r_m=0,79\text{m}$; $e_e=0,077\text{m}$; $e_c=0,135\text{m}$; $W=1480\text{kg}$; $P=10\text{psi}$; y asumiendo: $L_1=L_2=3,5\text{m}$; $a=e=1,5\text{m}$; $L_3=L_4=7\text{m}$; $c=1,5\text{m}$;



Análisis de E1

Fig. 143



$$L_w = 52 \text{ plg} = 1320,8 \text{ mm} \quad z_w = 240 \text{ plg}^2 = 154838 \text{ mm}^2$$

Corte directo por Rc: $f_w = \frac{11487}{1320,8} = 8,7 \text{ N/mm}$

Corte por Rb: $f_{w1} = \frac{64821}{1320,8} = 49,1 \text{ N/mm}$

Corte por Mb: $f_{w2} = \frac{13899}{154838} * 1000 = 89,8 \text{ N/mm}$

Carga resultante de corte: $\sqrt{f_w^2 + (f_{w1} + f_{w2})^2} = \sqrt{8,7^2 + (49,1 + 89,8)^2} = 139,2 \text{ N/mm}$

Tamaño del cordón de soldadura: $w = \frac{139,2}{9600 * 0,454 * 9,81 / 25,4^2} = 2,1 \text{ mm}$

Para E2, E3, E4 el procedimiento es similar obteniéndose:

E2: $w = 2,15 \text{ mm}$

E3: $w = 3,49 \text{ mm}$

E4: $w = 3,36 \text{ mm}$

Se recomienda:

Tabla 19

Espesor de la plancha mas gruesa pulg	Tamaño mínimo del cordón de filete pulg
$t \leq 1/4$	1/8
$1/4 < t \leq 1/2$	3/16
$1/2 < t \leq 3/4$	1/4
$3/4 < t \leq 1 \frac{1}{2}$	5/16
$1 \frac{1}{2} < t \leq 2 \frac{1}{4}$	3/8
$2 \frac{1}{4} < t \leq 6$	1/2
$t > 6$	5/8

Asimismo para el tamaño máximo del cordón de soldadura de filete se recomienda:

Para $t < 1/4"$ ___ $w \leq t$

$t \geq 1/4"$ ___ $w \leq t - 1/16"$

En este caso se tiene:

Espesor del alma de la viga: 0,411"

Espesor del ala de la viga: 0,622"

Espesor de la placa: $3/8"=0,375"$

Entonces el cordón a usar debe tener:

como mínimo: $w = 1/4" = 6,35 \text{ mm}$, y

como máximo: $w = 3/8" - 1/16" = 5/16" = 7,94 \text{ mm}$

Usando $w = 5/16" = 7,94 \text{ mm}$ se asegura un factor de seguridad elevado para el empalme E3 que concentra las mayores cargas.

4.4.2.3. Agujeros y pernos

Una recomendación del AISC sobre los pernos y cordones de soldadura en el extremo de una viga que soporta carga axial es que estos sean ubicados de tal manera que su centro de gravedad coincida con el centro de gravedad de la viga.

El AISC recomienda el uso de pernos de alta resistencia acordes con la norma ASTM325, en el mercado nacional son muy comunes los pernos SAE, una opción comercial es usar pernos SAE Grado 5 con medio porcentaje de carbono, templado y revenido, esfuerzo de fluencia 59,9 kg/mm² equivalentes a los pernos ASTM 325.

El espacio mínimo entre centros (de los agujeros) no será menor de 2 2/3 veces el diámetro nominal del perno, de preferencia usar 3d.

El máximo espaciamiento:

- para elementos pintados no sujetos a corrosión: 24 veces el espesor mas delgado o 12",
- para elementos sujetos a corrosión: 14 veces el espesor mas delgado o 7"

La distancia mínima al borde debe cumplir:

Tabla 20

Diámetro nominal del perno pulg	Distancia mínima al borde (desde el centro del agujero) pulg
1/2	7/8
5/8	1 1/8
3/4	1 1/4
7/8	1 1/2
1	1 3/4

La distancia máxima del centro de un agujero al borde más cercano será 12 veces el espesor del elemento unido, sin exceder de 6"

El método a seguir es el recomendado en *Diseño de elementos de Maquinas I*, Ing Fortunato Alva Davila.

-Carga tracción directa: $F_t = W/n$

- F_t ___ carga de tracción en el perno
 W ___ carga actuante
 n ___ # de pernos

-Carga de corte directa: $F_s = W/n$

- F_s ___ carga de corte en el perno
 W ___ carga actuante
 n ___ # de pernos

-Tracción producida por el momento flector: $F_{ti} = \frac{M c_i}{\sum c_j^2}$

- F_{ti} ___ carga de tracción en el perno (i)
 M ___ momento actuante
 c_i ___ distancia entre el eje de pivote y el perno (i)
 c_j ___ distancia entre el eje de pivote y un perno cualquiera

Existen dos criterios:

1. La fricción entre las superficies en contacto toma la carga de corte, en ese caso:

$$F_e \geq Ft + \frac{F_s}{\mu}, \quad \text{además:} \quad F_e \leq 0,6 Sy As$$

El perno se fijara con un ajuste de $Fi \leq 0,8 Sy As$

- F_t __ carga de tracción actuante
 F_s __ carga de corte actuante
 μ __ factor de fricción, 0,2 – 0,35
 F_e __ fuerza de tracción en el perno para que este no tome carga de corte
 S_y __ esfuerzo de fluencia del material del perno
 A_s __ área de esfuerzo del perno
 F_i __ ajuste inicial del perno

2. El perno toma la carga de corte por ajuste inadecuado

Criterio de máximo esfuerzo cortante: $F_e = \sqrt{F_t^2 + 4F_s^2}$

Para perno $\varnothing < 1 \frac{3}{4}$ " : $A_s = \left(\frac{6F_e}{S_y} \right)^{2/3}$

Para el cálculo de los pernos supondré que se tienen 10 pernos en cada empalme, espaciados uniformemente como se ve en la Fig. 144:

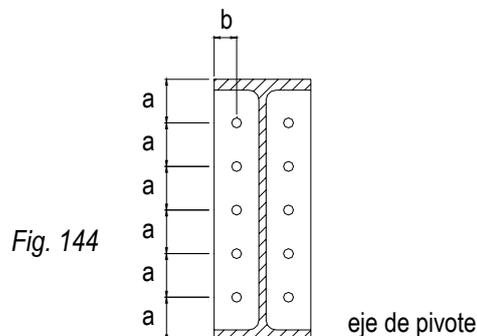


Fig. 144

Donde se cumple que $\sum c_j^2 = 2*(a^2 + (2a)^2 + (3a)^2 + (4a)^2 + (5a)^2) = 110a^2$

Dado que las vigas a usar tienen 15" de alto $a = 2,5" = 63,5mm$

El máximo $c_i = 5a = 0,3175m$; y $\sum c_j^2 = 0,44355m^2$

Usare el valor intermedio $\mu = 0,275$

La distancia al borde será tentativamente:

$$b = \frac{1}{2}(\text{ancho viga} - \text{espesor alma}) / 2 = \frac{1}{2}(5,5" - 0,411") / 2 = 1,27225" \cong 1 \frac{5}{16}"$$

Análisis de E1

-Carga tracción directa por Rb: $F_t = 64\,821/10 = 6\,482\text{ N}$

-Carga de corte directa por Rc: $F_s = 11\,847/10 = 1\,184\text{ N}$

-Tracción por el momento flector Mb: $F_{ti} = \frac{13\,899 \cdot 0,3175}{0,44355} = 9\,949\text{ N}$

Criterio 1: $F_e \geq Ft + \frac{F_s}{\mu}$: $F_e \geq 6\,482 + 9\,949 + \frac{1\,184}{0,275} = 20\,739\text{ N}$

$F_e \leq 0,6 S_y A_s$: $20\,739/9,81 \leq 0,6 \cdot 59,9 \cdot A_s \Rightarrow 59\text{ mm} \leq A_s$

Criterio 2: $F_e = \sqrt{F_t^2 + 4F_s^2}$: $F_e = \sqrt{(6\,482 + 9\,949)^2 + 4 \cdot 1\,184^2} = 16\,601\text{ N}$

$A_s = \left(\frac{6F_e}{S_y}\right)^{2/3}$: $A_s = \left(\frac{6 \cdot 16\,601/9,81}{59,9}\right)^{2/3} = 31\text{ mm}^2$

Realizando el mismo procedimiento para los otros empalmes se obtiene:

Tabla 21

Empalme	$A_s (\text{mm}^2) \geq$	
	Criterio 1	Criterio 2
E1	59	31
E2	51	31
E3	89	43
E4	77	41

Nuevamente es el empalme E3 el mas exigido, para el caso mas extremo debe cumplirse

$A_s \geq 89\text{ mm}^2$, eso se consigue usando pernos $\varnothing 9/16''$ que tienen $A_s = 117,4\text{ mm}^2$.

Verificando el espaciamiento: Mínimo: $3d = 1,6875''$

Máximo: $14 \cdot 0,375 = 5,25''$

El valor usado de $2,5''$ esta dentro del rango.

Verificando la distancia al borde: Mínimo: $1\ 1/8''$

Máximo: $12 \cdot 0,375 = 4,5''$

El valor $b = 1\ 5/16''$ esta dentro del rango.

En resumen en cada empalme se tendrá una plancha de $t = 3/8''$ soldada a la viga horizontal con cordón de $w = 5/16''$; la placa y la viga vertical tendrán agujeros de diámetro $9/16 + 1/16 = 5/8''$ para 10 pernos SAE grado 5 de $9/16 \times 2''$, espaciados entre si por $2,5''$ y a $1\ 5/16''$ del borde.

4.5. SOPORTES DE LA ESTRUCTURA

La estructura debe tener soportes que eviten que se vuelque, considerando que tendrá aproximadamente $H=3,5m$ de alto y $b=6''$ de ancho es evidente su gran inestabilidad, es así que una desviación igual al ancho b en la parte superior coloca el centro de gravedad de la estructura fuera de la base lo que inevitablemente ocasiona la caída del conjunto, la desviación puede ocasionarla una mala maniobra durante el traslado de los tubos, un piso no nivelado, etc.; por ello se debe ampliar la base de la estructura para darle estabilidad y seguridad. Las vigas adicionales, que en adelante llamare "vigas de soporte", no tienen como finalidad incrementar la resistencia contra cargas ocasionadas por la prueba, el único objetivo es que la estructura no se caiga a un lado, por ello los perfiles a usar pueden ser mucho mas pequeños que los usados en V_1 , V_2 , V_3 , y V_4 ; las vigas de soporte trabajarán una a tracción y la otra a compresión, mientras que la horizontal sirve para cerrar el triángulo, forma usada en estructuras metálicas para reducir deformaciones. En la Fig. 145 se muestra una carga Q que actúa justo en el extremo de la viga vertical, se considera que todo su efecto es absorbido por las vigas de soporte debajo de ella.

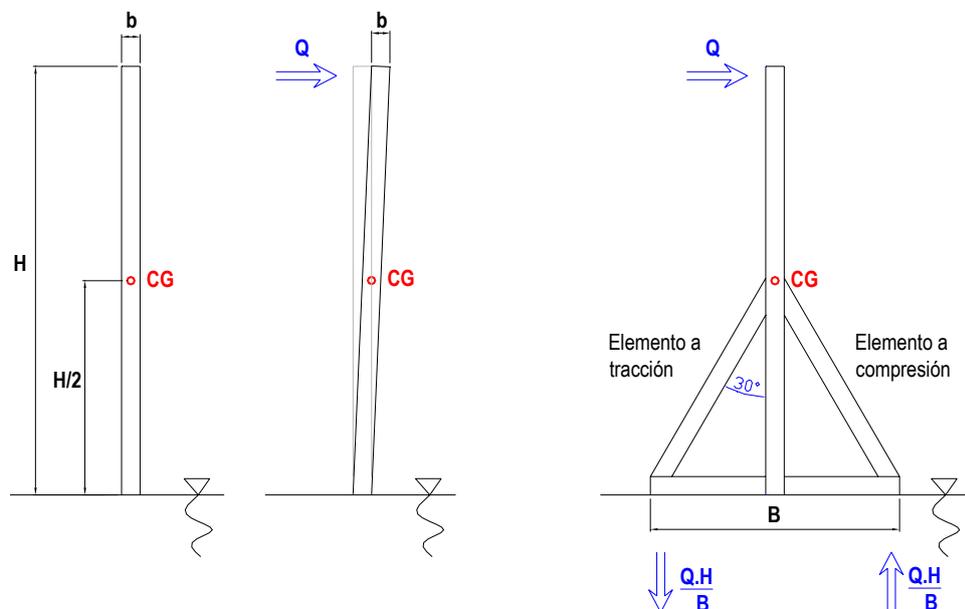


Fig. 145

Una situación grave sería que un tubo golpee la estructura cuando es trasladado; la carga Q generada se calcula considerando que los tubos más grandes tienen una masa de 4400kg, suponiendo una situación hipotética en que la manipulación se realiza imprudentemente a 20cm/s y que el tubo cesa su movimiento debido al golpe en 0,01s, con esos valores:

$$Q=ma=4400 \times \left(\frac{0-0,2}{0,01} \right) = 88\,000\text{ N}$$

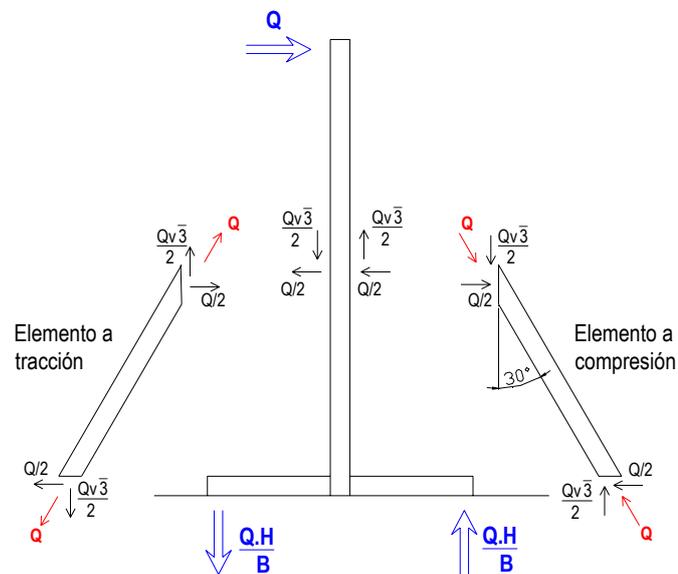


Fig. 146

Un análisis muy simplificado de las cargas en las vigas de soporte se muestra en la Fig. 146, allí se asume que las cargas horizontales de las vigas de refuerzo equilibran la fuerza horizontal Q , entonces su valor es necesariamente $Q/2$, luego el ángulo de inclinación de las vigas permite calcular la carga de tracción-compresión sobre ellas, para un ángulo de 30° dicha carga vale Q . Este valor permite estimar la sección de la viga necesaria que soporte la carga:

$$\text{Sección de la viga} = \frac{Q}{\sigma_{\text{fluencia}}} f_s ; \quad f_s \text{ factor de seguridad}$$

Se sabe que $\sigma = 24 \text{ kg/mm}^2$, sea $f_s = 3$, ya se estimó $Q = 88\,000 \text{ kg} = 8970 \text{ kg}$, se obtiene:

$$\text{Área de sección} = \frac{8970}{24} \cdot 3 = 1121 \text{ mm}^2 = 1,73 \text{ plg}^2$$

Teóricamente sería suficiente una viga doble T (o viga I) de 4"x7,7 pues tiene una sección de 2,21plg², sin embargo el espesor del alma de la viga es muy pequeño comparado con las vigas de la estructura, eso limitara el tamaño de los cordones de soldadura, por ello mejor es considerar una viga 6"x12,5.

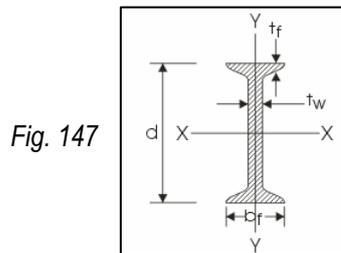


Tabla 22

DESIGNACION pulg x lb / pie *	AREA DE SECCIÓN pulg.2	ESPESOR A LA t _f pulg	ESPESOR ALMA t _w pulg	ANCHO b pulg	ALTURA h pulg	PESO Kg/m
3" x 5.7	1.64	0.260	0.170	2.33	3.00	8.5
4" x 7.7	2.21	0.293	0.190	2.66	4.00	11.4
5" x 10.0	2.87	0.326	0.210	3.00	5.00	14.9
6" x 12.5	3.61	0.359	0.230	3.33	6.00	18.6

El cordón de soldadura debe soportar la carga cortante $Q\sqrt{3}/2$ y de tracción $Q/2$ presente entre la viga vertical y la viga diagonal, así como la carga cortante $Q/2$ y de tracción $Q\sqrt{3}/2$ entre la viga diagonal y la horizontal. Los siguientes cálculos se hacen siguiendo la metodología indicada en el libro Diseño de Elementos de Maquinas I, del Ing Fortunato Alva Davila.

En la parte superior de la viga de refuerzo el cordón de soldadura tendrá una longitud total de $2b+2*h/\text{Sen}30^\circ=30,7$ entonces:

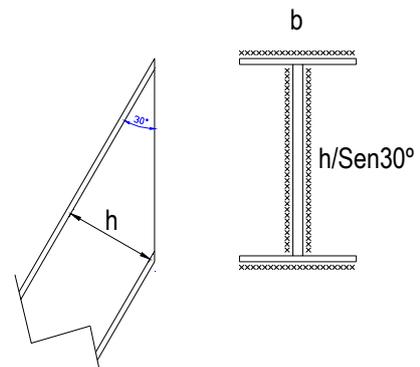
La carga de corte directo:

$$f_{w1} = \frac{P}{L_w} = \frac{8970 \cdot \sqrt{3}/2}{30,7 \cdot 25,4} = 10,0 \text{ kg/mm}$$

La carga por tracción:

$$f_{w2} = \frac{P}{L_w} = \frac{8970/2}{30,7 \cdot 25,4} = 5,6 \text{ kg/mm}$$

Fig. 148



La carga total:

$$f_{wt} = \sqrt{f_{w1}^2 + f_{w2}^2} = 11,5 \text{ kg/mm}$$

El tamaño del cordón de soldadura necesario:

$$w = \frac{f_w}{S} ; \quad S = 9600 \text{ Psi, para electrodos E-60xx}$$

Reemplazando:
$$w = \frac{f_w}{S} = \frac{11,5}{9600 * 0,454 / 25,4^2} = 1,7 \text{ mm}$$

Para la parte inferior el análisis es similar el cordón de soldadura tendrá una longitud total de

$$2b + 2 * h / \text{Sen}60^\circ = 20,5'' \text{ entonces:}$$

La carga de corte directo:

$$f_{w1} = \frac{P}{L_w} = \frac{8970/2}{20,5 * 25,4} = 8,6 \text{ kg/mm}$$

La carga por tracción:

$$f_{w2} = \frac{P}{L_w} = \frac{8970 * \sqrt{3}/2}{20,5 * 25,4} = 14,9 \text{ kg/mm}$$

La carga total:

$$f_{wt} = \sqrt{f_{w1}^2 + f_{w2}^2} = 17,2 \text{ kg/mm}$$

El tamaño del cordón de soldadura necesario:

$$w = \frac{f_w}{S} ; \quad S = 9600 \text{ Psi, para electrodos E-60xx}$$

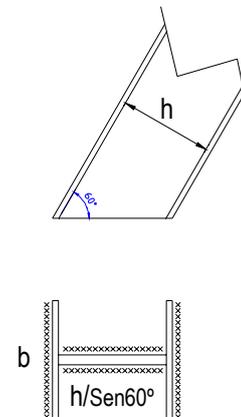
Reemplazando:
$$w = \frac{f_w}{S} = \frac{17,2}{9600 * 0,454 / 25,4^2} = 2,5 \text{ mm}$$

Existen dimensiones recomendadas para el cordón de soldadura de filete:

- El cordón de soldadura no debe exceder del espesor de la plancha mas delgada, en este caso el espesor del alma de refuerzo: $0,23'' = 5,8 \text{ mm}$
- Cuando la plancha mas gruesa tiene entre $\frac{1}{4}''$ y $\frac{1}{2}''$ de espesor el tamaño mínimo del cordón debe ser $\frac{3}{16}'' = 4,8 \text{ mm}$

Es decir se debe cumplir: $4,8 \text{ mm} \leq w \leq 5,8 \text{ mm}$. Según los cálculos anteriores el cordón debía tener como mínimo 2,5mm de ancho por tanto será suficiente un cordón de soldadura de filete de $\frac{3}{16}''$ de ancho.

Fig. 149



4.6. CONJUNTO DE SOPORTE-MOVIMIENTO DE TAPA1

4.6.1. SOPORTE DE TAPA1

Como ya se indico *Tapa2* trabaja apoyada sobre V_2 y no se mueve de esa posición, sin embargo ese no es el caso de *Tapa1* la cual debe dejar espacio libre para colocar los tubos luego de lo cual debe trasladarse para sellarlos, al termino de la prueba debe trasladarse nuevamente para que sea posible retirar los tubos probados. Por lo indicado *Tapa1* debe tener un soporte que le permita trasladarse, lo mas practico es que se traslade suspendida a lo largo de V_3 y al mismo tiempo debe existir la posibilidad de removerla completamente en forma rápida y sencilla. Nuevamente existe una infinidad de opciones, un sistema muy simple y efectivo es el mostrado en la *Fig. 150* donde se aprecia que *Tapa1* cuenta con dos placas soldadas donde se aseguran un par de estrobo mediante grilletes, en la parte superior se aprecia un eje en cuyos extremos quedan suspendidos los estrobo los cuales no pueden desplazarse a lo largo del eje debido a los topes que tienen a cada lado; el eje se encuentra dentro de un cilindro que rueda sobre V_3 , la fricción entre el eje y el rodillo se reduce usando grasa introducida por medio de una grasera. Este sencillo sistema puede trasladarse usando una botella hidráulica, un tornillo de potencia, un arreglo de piñones y cadena de transmisión, etc.

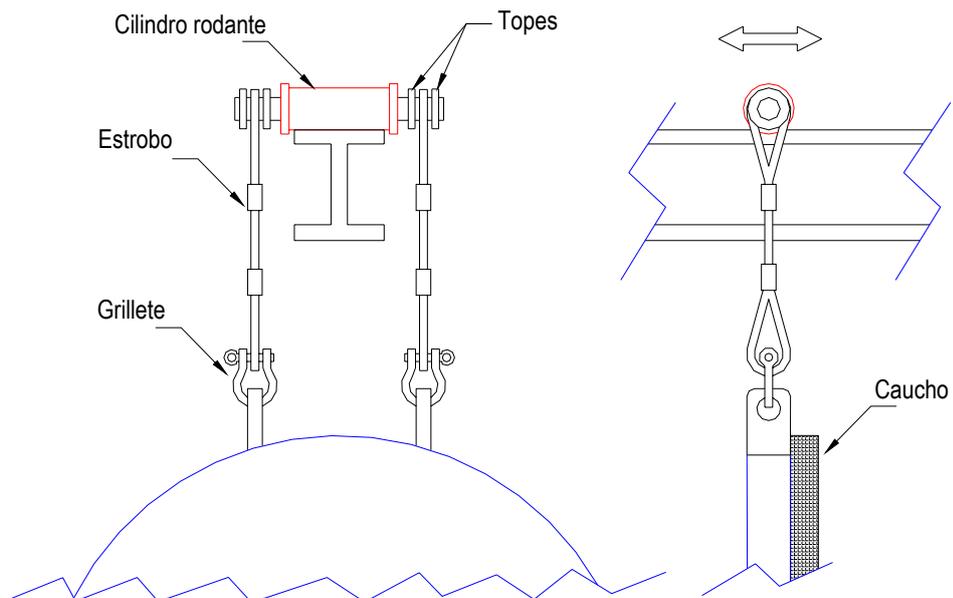


Fig. 150

El diseño de este soporte implica calcular el eje, seleccionar los grilletes y estrobos, definir los topes, definir las placas soldadas a la tapa, calcular la bocina, estimar el rozamiento que se genera y diseñar el mecanismo que mueva al conjunto.

4.6.1.1. Eje

El eje soporta toda el peso de la tapa a corte, la tapa pesa alrededor de 1480kg, dada la importante función del eje se considera un factor de seguridad elevado $f_s=10$;

$$\frac{\text{Carga}}{\text{Sección del eje}} \leq \frac{\sigma_{\text{corte}}}{\text{factor seg}} ; \quad \text{se toma } \sigma_{\text{corte}} = 0,6 \sigma_{\text{traccion}} :$$

$$\frac{1480/2}{\pi d^2 / 4} \leq \frac{0,6 * 24}{10} \text{kg/mm}^2 ; \quad \text{entonces: } d \geq 25,6 \text{mm}$$

Para garantizar que la flexión sea prácticamente cero, se usara un eje de $\varnothing 1 \frac{1}{2}$ "

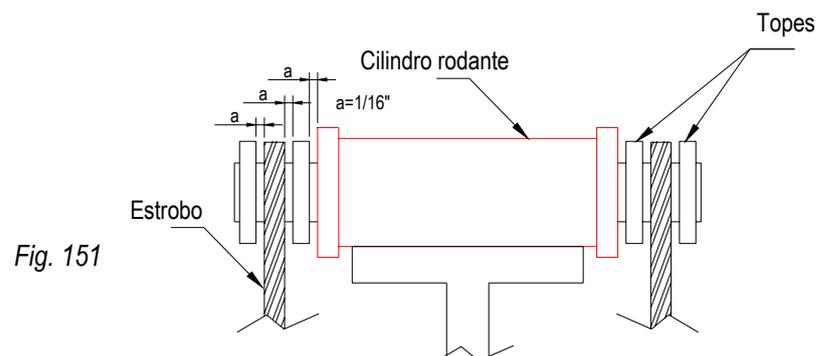
4.6.1.2. Grilletes y estrobos

Con un factor de seguridad de 2 cada grillete debe ser capaz de soportar 1480kg, según catalogo de la empresa Transa SA se debe usar:

- grilletes de 7/16", diámetro del pin 1/2"
- estrobos con diámetro de cable 7/16"

4.6.1.3. Topes

Los estrobos se cuelgan del eje y tienen a ambos lados topes que evitan su desplazamiento lateral, al mismo tiempo los topes interiores evitan el deslizamiento del eje dentro de la bocina (o cilindro rodante, en rojo) tal como se ve en la Fig. 151



No se pueden soldar los topes pues se debe prever el desmontaje del conjunto por cualquier motivo (mantenimiento, reparación, limpieza, desmontaje, etc.), por ello mas adecuado es usar topes desmontables mediante pernos, dichos topes se alojan en surcos en el eje, es mucho mas simple y económico que los topes tengan forma rectangular como se ve en la Fig. 152:

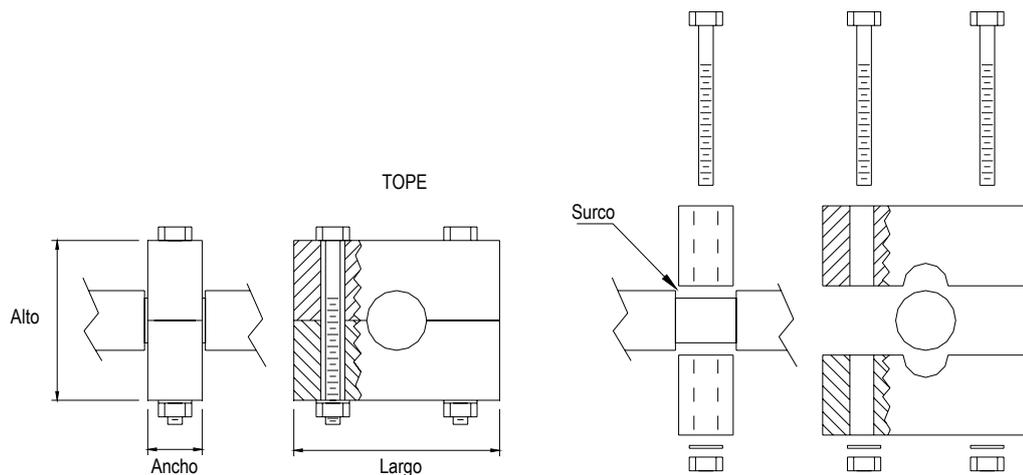


Fig. 152

Los surcos tendrán una profundidad de $1/16''$, esto reduce el diámetro del eje a $1\ 1/2 - 2 \times 1/16 = 1\ 3/8'' = 34,9\text{mm}$ lo cual aun cumple con el requisito $d \geq 24,4\text{mm}$.

La carga horizontal sobre los topes teóricamente es cero, el ancho del tope esta en función al perno usado para su montaje, siendo un elemento de seguridad de bajo costo se puede sobredimensionar el tope para compensar cargas imprevistas por ello se considerara pernos de $5/16''$ grado 8 rosca fina (un solo perno resiste 1900kg a corte), para ese diámetro la distancia recomendada al borde es $3/8''$, entonces el tope debe tener: $3/8 + 5/16 + 3/8 = 17/16'' \approx 1''$ de ancho. El largo esta definido por $\phi_{\text{surco}} + 2 \times (3/8 + 5/16 + 3/8) = 1\ 3/8 + 2 \times (1\ 1/16) = 3\ 1/2''$. La altura podrá considerarse suficiente si llega al nivel del borde del estrobo (cable de $7/16''$), entonces la altura del tope será: $\phi_{\text{eje}} + 2 \times \text{espesor estrobo} = 1\ 1/2 + 2 \times (7/16) = 2\ 3/8''$.

El tamaño final de los topes es $3\ 1/2 \times 2\ 3/8 \times 1''$, con agujeros pasantes de $5/16 + 1/16 = 3/8''$.

4.6.1.4. Placas en la tapa

Las placas soldadas a la tapa podrán tener un ancho máximo de 2" (igual al espesor de la tapa) tendrán que soportar $1350/2=675\text{kg}$ c/u, que actúan directamente como fuerza cortante sobre el cordón de soldadura cumpliéndose:

$$f_w = P/L_w$$

Donde: f_w __Carga de corte por unidad de longitud

P __Carga actuante

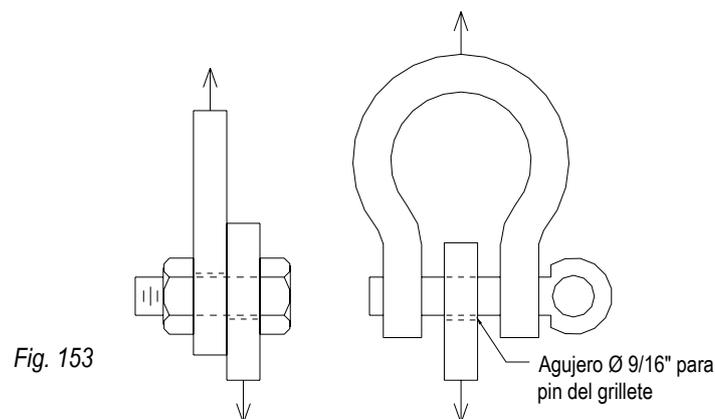
L_w __Longitud del cordón

El cordón de soldadura tendrá $2''=50,8\text{mm}$ de largo a ambos lados de la plancha, considerando un factor de seguridad de 2 se tiene: $f_w = (1480/2)*2/(50,8*2)=14,6 \text{ kg/mm}$

El tamaño del cordón de soldadura de filete se calcula con: $w=f_w/S$; donde S es el esfuerzo permisible del cordón de soldadura de filete. Para electrodo E-60XX el valor mínimo de S es $9600 \text{ Psi} = 6,76 \text{ kg/mm}^2$, entonces:

$$w = 14,6/6,76 = 2,16\text{mm} \cong 3/32''$$

Es un cordón muy pequeño, por seguridad las placas deben tener un espesor mínimo de $1/4''$, lo cual requiere un cordón de soldadura de por lo menos $1/8''$ (a)



También hay que considerar el esfuerzo en la plancha debido al agujero para el grillete, el pin tiene un diámetro de $\frac{1}{2}$ " por lo que el agujero en la plancha debe ser ligeramente mayor: $\varnothing 9/16$ ". Hay que notar la similitud del arreglo placa-grillete con un par de placas unidas por un perno, en ambos casos la zona entre el borde del agujero y el borde de la placa esta sujeta a esfuerzos, por ello se usara las recomendaciones para ese caso indicadas en el Manual of Steel Construction; Load and Resistance Factor Design editado por la AISC.

En la parte de Especificaciones, Sección J3, Tabla J3.4 se recomienda la distancia mínima del centro de un agujero al filo de la placa que lo contiene, para un agujero de $\varnothing 9/16$ " dicha distancia es aproximadamente: $1,75 \cdot \phi_{\text{agujero}} = 1,75 \cdot 9/16 \cong 1"$, es decir del borde del agujero al borde de la placa hay $1 - 0,5 \cdot (9/16) = 23/32"$.

En Especificaciones, Sección J3.10 se detalla un método que relaciona el espesor de la placa, la distancia del borde del agujero al borde de la placa y la carga actuante de la siguiente manera:

La carga para diseño es $0,75R_n$, tal que: $R_n = 1,2L_c \cdot t \cdot F_u \leq 2,4d \cdot t \cdot F_u$

R_n Carga máxima

L_c Distancia entre el borde del agujero y el borde de la placa

t Espesor de la placa

F_u Esfuerzo a tracción del material de la placa

d Diámetro nominal del perno (en este caso del pin del grillete)

$$\text{Reemplazando: } R_c = 1,2 \cdot (23/32) \cdot 25,4 \cdot t \cdot 24 \leq 2,4 \cdot (1/2) \cdot 25,4 \cdot t \cdot 24$$

$$R_n = 526 \cdot t \leq 732 \cdot t$$

La carga para diseño es 1480 kg para cada placa ($f_s=2$), es decir $1480 = 0,75 \cdot R_n \Rightarrow R_n = 1973 \text{ kg}$

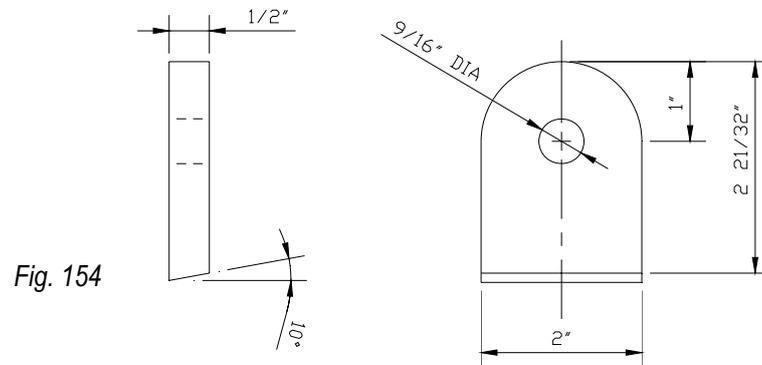
reemplazando se tiene: $1973 = 526 \cdot t \leq 742 \cdot t$, lo que requiere como mínimo:

$$t = 3,75 \text{ mm} \cong 5/32" \dots\dots\dots(b)$$

De (a) y (b) se deduce que la placa debe tener por lo menos $t=1/4"$, ese espesor aparenta ser muy delgado; en este caso, dado el mínimo costo de las placas, es preferible sobredimensionar, por ello se prefiere el uso de placas de $t=1/2"$, con cordón de soldadura $w=3/8"$, el ancho de la placa ya esta definido en $2"$, la altura debe contener al cordón de soldadura, el espacio bajo el agujero del grillete, el agujero para el grillete y la distancia del mismo al borde de la plancha, es decir:

$$3/8+1+9/16+23/32=2\ 21/32"$$

Finalmente se usara la siguiente forma:



4.6.1.5. Cilindro ó bocina

El cilindro (mediante el eje en su interior) soporta toda la carga W de la tapa, la *Viga3* genera una reacción a lo largo de una línea de longitud $6"$ (ancho de la viga), el diámetro interior del cilindro debe ser ligeramente mayor que el diámetro del eje para permitir el giro entre ellos ($1/32"$ mas grande), por ello se genera una concentración de la carga en el área ABCD como se ve en la *Fig. 155*.

La orientación de las cargas (W y la reacción de la viga) y el área ABCD que las soporta tienen características similares a una cizalla, es decir la carga W somete al área ABCD a un esfuerzo de corte, por tanto se puede dimensionar aproximadamente el radio exterior R del cilindro de la siguiente manera:

$$\sigma_{\text{corte}} \geq \frac{\text{Carga} \cdot fs}{\text{area ABCD}} \quad 24 \cdot 0,6 \geq \frac{(1480/2) \cdot 2}{(R-r) \cdot (6 \cdot 25,4)} \quad \Rightarrow \quad (R-r) \geq 0,67 \text{ mm}$$

$$r = 0,5 \cdot (1\ 1/2 + 1/32) = 49/64" \cong 19,45 \text{ mm}; \quad \text{entonces:} \quad R \geq 20,1 \text{ mm}$$

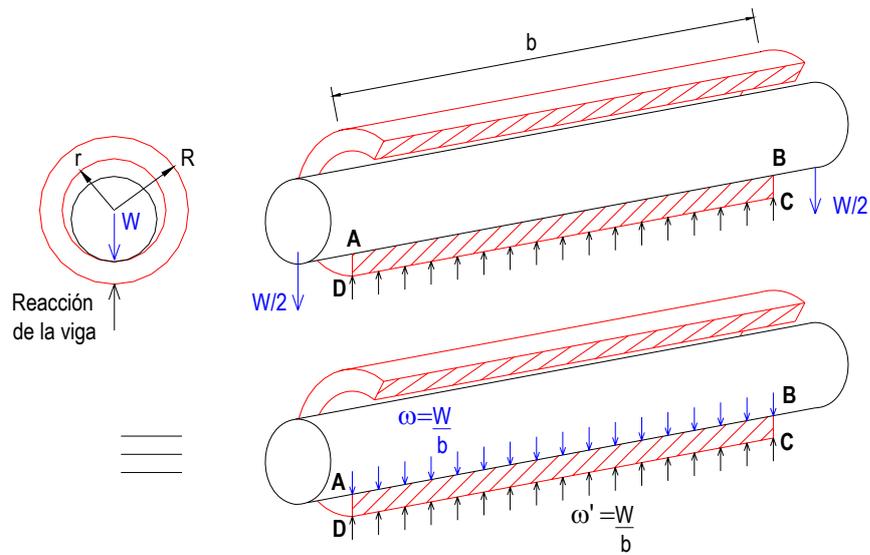


Fig. 155

El calculo anterior es solo aproximado y el resultado logrado implica un cilindro muy débil, por ello nuevamente es mejor sobredimensionar, por ello es preferible usar $R=1\ 1/2''$, con lo cual el cilindro tendrá un espesor de: $(R-r)=1\ 1/2''-49/64''=47/64''=18,7\text{mm}$, lo cual además permite hacer un agujero roscado $\varnothing\ 3/8''$ para colocar una grasera y mantener lubricado el interior del cilindro, dicha grasera solamente se usa durante la reposición o reemplazo de la grasa, el resto del tiempo se usa un perno prisionero a modo de tapón. Es importante mantener el cilindro alineado sobre la viga, para ello se elabora el cilindro con salientes en los extremos que actuaran como topes-guía, tal como se ve en la Fig. 155a:

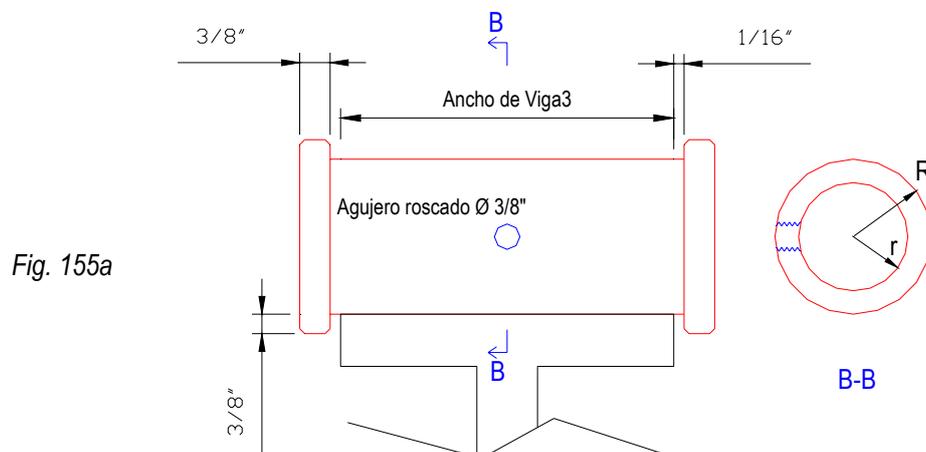


Fig. 155a

4.6.2. MECANISMO DE ACCIONAMIENTO DE TAPA1

Cuando el eje es empujado el cilindro gira en torno a el generándose rozamiento por la interacción eje-cilindro debido al giro y entre cilindro-viga debido a la rodadura. La evaluación de las cargas es idéntica al caso de un eje que soporta a una rueda, con ello se puede estimar la fuerza necesaria para trasladar la tapa.

Carga R1 necesaria por giro

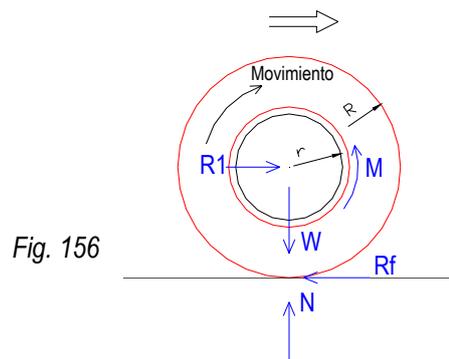


Fig. 156

Al girar el cilindro alrededor del eje se genera rozamiento que provoca un momento M sobre el cilindro, para el equilibrio debe haber un par de fuerzas $R1-Rf$ de igual valor y sentido opuesto que contrarresten a M , o sea: $R1=M/R$; M se obtiene con la expresión $M=Wr\mu_k$, es decir:

$$R1 = \frac{W r \mu_k}{R}$$

μ_k ___ coeficiente rozamiento cinético

μ_s ___ coeficiente rozamiento estático,

$$\mu_k \approx 0,75 \mu_s$$

En el libro Mecánica Vectorial para Ingenieros, Estática, de Beer, Jhonston y Eisenberger, se indica, para acero sobre acero: $\mu_s = 0,15 - 0,60$. En este caso el valor máximo de $R1$ se da cuando este a punto de iniciarse el movimiento, entonces se debe usar μ_s . La superficie de contacto eje-cilindro será maquinada y lubricada (mediante la grasea), por ello se puede usar un coeficiente de rozamiento estático pequeño como: $\mu_s = 0,20$

Para iniciar el movimiento:
$$R1_s = \frac{W r \mu_s}{R} = \frac{1480 * (0,0254 * 0,75) * 0,20}{0,0254 * 1,25} = 178 \text{ kg}$$

Para mantener el movimiento:
$$R1_k = \frac{W r * 0,75 \mu_s}{R} = \frac{1480 * (0,0254 * 0,75) * 0,75 * 0,20}{0,0254 * 1,25} = 133 \text{ kg}$$

Carga R_2 necesaria por rodadura

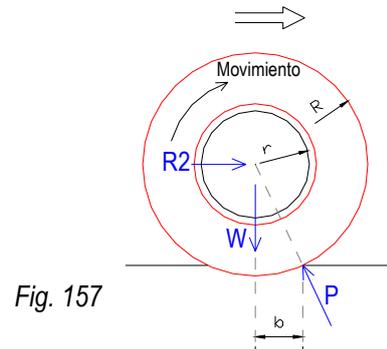


Fig. 157

Cuando un cuerpo rueda se produce una fuerza de rozamiento debido a que tanto el piso como la rueda se deforman ligeramente, dicha fuerza de rozamiento debe ser igualada para lograr el movimiento a velocidad constante, para este caso el cálculo se hace por la fórmula:

$$R_{2K} = \frac{W b}{R} \quad ; \quad b \text{ --- coeficiente de resistencia a la rodadura}$$

El valor de b depende de muchos parámetros, en el texto de Beer, Jhonston y Eisenberger, se indica: $b=0,01'' = 0,254mm$ para una rueda de acero sobre una superficie de acero.

Entonces:
$$R_{2K} = \frac{W b}{R} = \frac{1480 * 0,000254}{0,0254 * 1,25} = 12kg$$

El rozamiento por rodadura aparece durante el movimiento, por lo tanto: $R_{2S} = 0$

Finalmente la fuerza necesaria para mover la tapa es:
$$F_{tapa-S} = R_{1S} + R_{2S} = 178 kg$$

Y la fuerza necesaria para mantener el movimiento es:
$$F_{tapa-K} = R_{1K} + R_{2K} = 145 kg$$

Se puede colocar diferentes sistemas a fin de mover la tapa, por ejemplo:

- piñón-cremallera (Fig. 158)
- tornillo sin fin,
- piñón-catalina-cadena de transmisión.

Estos sistemas deberán ser movidos por algún elemento de fuerza, como:

- Un moto-reductor eléctrico con variador de velocidad, o
- Un motor óleo-hidráulico de alto torque y bajas RPM

Sería más práctico usar otra botella hidráulica (de doble efecto) sobre V_3 , el inconveniente es que eso elevaría el costo del banco de prueba y lo complica innecesariamente dado que la tapa solamente debe trasladarse dos veces durante la prueba:

- 1° para sellar el tubo
- 2° para liberar el tubo y poder retirarlo

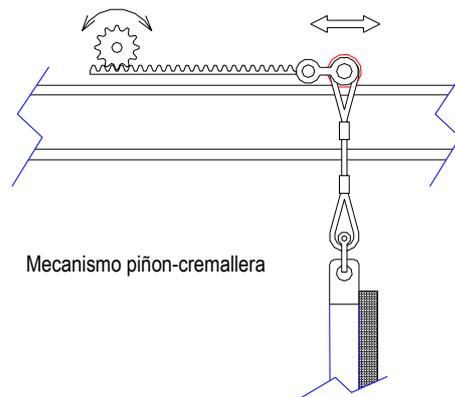


Fig. 158

Incluso se podría utilizar la botella hidráulica de la prueba, pero al analizar la Fig. 159 se aprecia que al empujar la tapa esta forma un ángulo θ con la vertical, por ello la tapa llegaría a su posición de trabajo manteniendo una inclinación que puede ocasionar que la tapa no trabaje en posición vertical, lo cual durante la prueba puede generar sobrecargas peligrosas en los soportes de la tapa, por ello esta opción no es confiable.

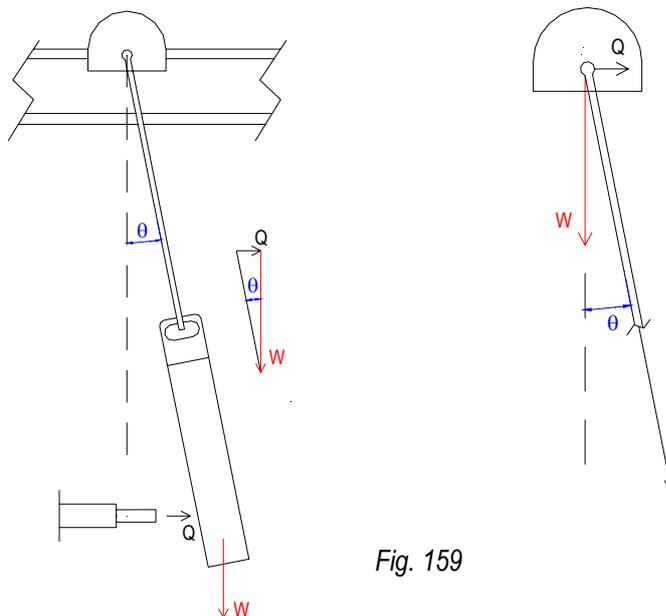
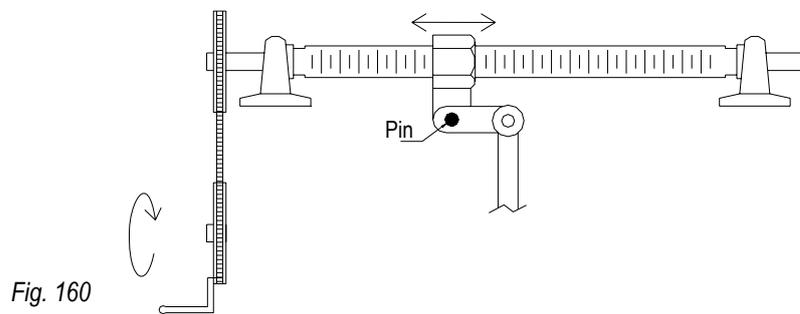


Fig. 159

Es mucho mas seguro contar con un tornillo de potencia accionado manualmente que traslade a la tapa en posición totalmente vertical; como se ve en la Fig. 160 el mecanismo consta de un tornillo de potencia sostenido por dos chumaceras, la tuerca estará fijada al eje del soporte de la tapa así no puede girar y solo le queda trasladarse hacia un lado o el otro según el sentido de giro del tornillo. El giro del tornillo de potencia se logra mediante un par de ruedas dentadas unidas por una cadena de rodillos lo cual permite su accionamiento manual.



Se debe tomar en cuenta que los extremos del tornillo deberán maquinarse para colocar las chumaceras. Las chumaceras con rodamientos Y son aptas para usos generales y permiten un ligero desalineamiento (recordar la deformación en la viga), usan en su interior un rodamiento rígido de una hilera de bolas. Dado que la velocidad de rotación será muy pequeña (unas 30RPM) se usara el criterio de carga estática equivalente para seleccionar la chumacera.

La carga estática equivalente para un rodamiento rígido se calcula por $P_o = X_o F_r + Y_o F_a$

P_o carga estática equivalente

F_r carga radial real

F_a carga axial real

X_o factor de la carga radial

Y_o factor de la carga axial

Para rodamiento rígido de bolas se cumple: $X_o = 0,6$; $Y_o = 0,5$

Entonces $P_o = 0,6 \cdot 0 + 0,5 \cdot 178 = 89 \text{ kg}$

La capacidad de carga estática necesaria C_o se determina con la expresión: $C_o = S_o P_o$

S_o factor de seguridad estático

En usos exigentes se recomienda como mínimo $S_o=2$

Finalmente $C_o = 2 \cdot 89 = 178 \text{ kg} = 1,75 \text{ kN}$

El valor obtenido indica que se puede usar una chumacera SY 25 FJ con soporte SY 505 con alojamiento para eje de $\varnothing 25 \text{ mm}$, que tiene $C_o = 6,95 \text{ kN}$, se recomienda que la carga axial sobre la chumacera no exceda del 20% de C_o y para cargas mayores se recomienda un resalte en el eje, la carga de 1,75N (178kg) equivale al 25% de C_o , pero esa carga se reduce a 1,42kN (145kg) una vez iniciado el movimiento es decir disminuye al 20% de C_o .

Por lo expuesto se debe seleccionar un tornillo de potencia cuyo diámetro de raíz (dr) sea mayor a 1", para que al reducir el diámetro a 25mm (para que entre en la chumacera) quede en el eje el resalte recomendado en el párrafo anterior.

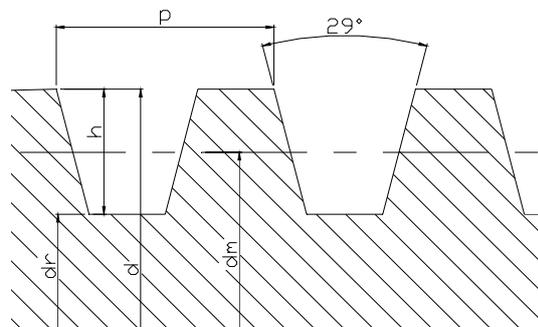


Fig. 160a

Se selecciona un tornillo de 1 1/2" con las siguientes características:

Tabla 23

TORNILLO		TUERCA		hilos por plg	p	h	dm
d	dr	D	Dr				
1 3/8	1,1050	1,3950	1,1250	4	0,2500	0,1350	1,2500
1 1/2	1,2300	1,5200	1,2500	4	0,2500	0,1350	1,3750
1 3/4	1,4800	1,7700	1,5000	4	0,2500	0,1350	1,6250

Se sabe que la carga axial que debe vencer el tornillo es de 178kg para iniciar el movimiento de la tapa, además el apoyo contra la chumacera genera rozamiento despreciable (debido a la presencia del rodamiento), la expresión que permite calcular el torque necesario sobre el tornillo, considerando la carga a vencer y las características geométricas, es:

$$T = \frac{W \cdot dm}{2} \cdot \left(\frac{\cos \phi n \cdot \tan \lambda + f}{\cos \phi n - f \cdot \tan \lambda} \right) \quad \text{Siendo } \tan \lambda = \frac{P}{\pi \cdot dm}; \quad \text{y } \tan \phi n = \cos \lambda \cdot \tan \phi$$

W Carga

dm diámetro medio del tornillo

2θ ángulo de rosca (29° para Rosca ACME)

ϕn ángulo entre los flancos normal al filete

λ ángulo de avance de la rosca

f coeficiente fricción tornillo-tuerca

P paso

Reemplazando: $\tan \lambda = \frac{0,25}{\pi \cdot 1,3750} \Rightarrow \lambda = 3,312^\circ$

$$\tan \phi n = \cos(3,312) \cdot \tan(29/2) \Rightarrow \phi n = 14,477^\circ$$

Para tuerca de bronce, latón, acero o hierro fundido el coeficiente de rozamiento en condiciones lubricadas vale $f=0,11$

Finalmente: $T = \frac{178 \cdot 1,3750 \cdot 0,0254}{2} \cdot \left(\frac{\cos \phi n \cdot \tan \lambda + f}{\cos \phi n - f \cdot \tan \lambda} \right) = 0,52 \text{ kg-m}$

Si se considera una rueda dentada de $\varnothing 4''$ en el extremo del tornillo de potencia, se necesita una fuerza de $0,52 / (4 \cdot 0,0254 / 2) = 10,2$ Kg para conseguir el torque que mueva al tornillo de potencia, el avance será de $1/4''$ por cada giro del tornillo, es decir 157 giros para avanzar 1m, considerando un giro por segundo se obtiene una velocidad reducida pero segura de 1m en 2,5 minutos, no hay que olvidar que la masa suspendida que se mueve es de 1480kg y una velocidad muy elevada podría originar un accidente. Para conectar el soporte de la tapa a la tuerca del tornillo de potencia se usan placas de acero agujereadas que se unirán mediante un pasador como se ve en la Fig 161; además se

aprovecha dos pernos de los topes interiores del eje para sujetar las placas (para mas detalle ver el Plano 5).

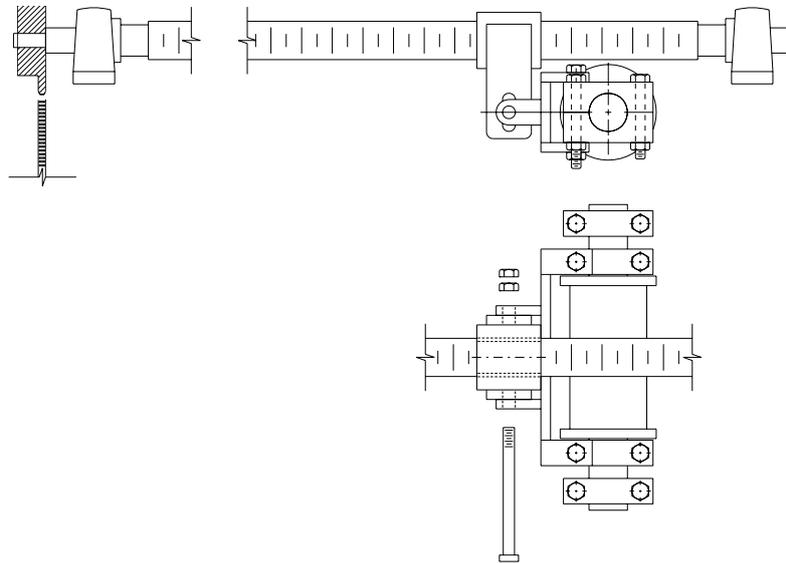
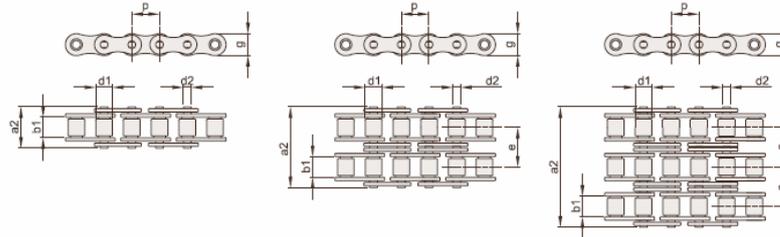


Fig. 161

Con una cadena de rodillos se puede ubicar el mecanismo de giro al alcance del operario, en este caso no hay necesidad de mayores cálculos pues a modo de ejemplo una cadena ANSI 40-1, también conocida como ASA 40, de paso 1/2" (similar a la de una bicicleta) tiene una carga de rotura promedio de 1680kg, será suficiente una rueda dentada (descrita en el párrafo anterior) ASA 40 de 25 dientes, con diámetro de paso 4" (ver Fig 162 y 162a), la cadena debe quedar aprox. a 1,5m del suelo, por lo que será necesario usar 4m de cadena, si bien parece una longitud excesiva no reporta mayores inconvenientes debido al trabajo esporádico y a baja velocidad del conjunto. Como ya se menciono la disposición indicada genera una carga de 10,2kg en la cadena para cumplir con el torque requerido de 0,52 kg-m, lo cual significa un factor de seguridad en la cadena de $1680/10,4=161$, el sobredimensionamiento se origina en el tamaño que debe tener el tornillo de potencia para que al tornearlo se obtenga el resalte recomendado para la chumacera. Con los valores obtenidos se puede plantear el uso de una sola rueda dentada en la parte superior mientras que el accionamiento de la cadena en la parte inferior se puede hacer simplemente jalándola, exactamente como se manipula un tecla manual, pues la tensión requerida de 10,2Kg es fácilmente aplicable manualmente, además así se simplifica el conjunto.

BEA **CATENE A RULLI SERIE AMERICANA - DIN 8188 - ANSI B29.1 "ASA"**
ROLLER CHAINS AMERICAN STANDARD - DIN 8188 - ANSI B29.1 "ASA"



CATENA PRODOTTA DA AZIENDA CERTIFICATA ISO 9001/2000 - ISO 14001 E API 7F
 CHAIN PRODUCED BY ISO 9001/2000 - ISO 14001 AND API 7F CERTIFIED COMPANY
 CATENA PRESTIRATA / PRE-STRETCHED CHAINS



SEMPLICE

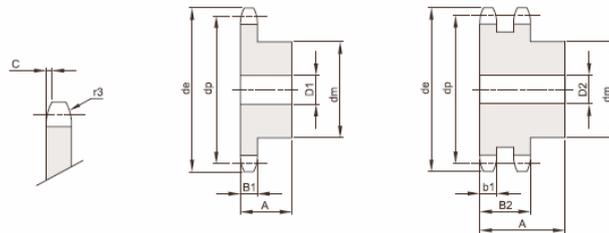
ANSI	p		b ₁ mm min.	d ₂ mm	d ₁ mm max.	a ₂ mm max.	g mm max.	Carico di rottura minimo medio KN		q kg/m s
	mm	inch								
35-1	9,525	3/8"	4,77	3,58	5,08	13,2	9,05	7,8	10,1	0,34
40-1	12,7	1/2"	7,95	3,96	7,92	17,8	12,07	14,1	18,8	0,63
50-1	15,875	5/8"	9,53	5,08	10,16	21,8	15,09	22,2	30,4	1,04
60-1	19,05	3/4"	12,70	5,94	11,91	26,9	18,08	31,8	41,7	1,52
80-1	25,4	1"	15,88	7,92	15,88	33,5	24,13	56,7	72,6	2,58
100-1	31,75	1 1/4"	19,05	9,53	19,05	41,1	30,18	88,5	110,4	3,85
120-1	38,1	1 1/2"	25,40	11,10	22,23	50,8	36,20	127,0	144,6	5,61

Fig. 162. Tomada de: www.beaingranaggi.com

BEA **PIGNONI PER CATENE A RULLI - DIN 8188 - ISO 606 - ANSI B 29.1**
SPROCKETS FOR ROLLER CHAINS - DIN 8188 - ISO 606 - ANSI B 29.1

ASA 40
 12,7 x 7,95 mm
 Rullo 7,95 mm
 08A - 1 - 2

B1	B2	B3	b1	C	r3
7,2	21,4	7	1,6	13,5	



Materiale C 43 UNI 7847

Z	de	dp	semplici				doppi				tripli				
			dm	D1	A	Kg.	dm	D2	A	Kg.	dm	D3	A	Kg.	
8	39,3	33,18													
9	43,2	37,13	24	10	25	0,09									
10	47,2	41,10	26	10	25	0,12	28	10	32	0,19					
11	51,2	45,07	29	10	25	0,14									
12	55,2	49,07	33	10	28	0,20	35	12	35	0,29					
13	59,2	53,06	37	10	28	0,26	38	12	35	0,35					
14	63,2	57,07	41	10	28	0,32	42	12	35	0,43					
15	67,2	61,09	45	10	28	0,38	46	12	35	0,52					
16	71,2	65,10	50	12	28	0,45	50	16	38	0,62					
17	75,2	69,11	52	12	28	0,50	54	16	38	0,73					
18	79,2	73,14	56	12	28	0,58									
19	83,3	77,16	60	12	28	0,67	62	16	38	0,97					
20	87,3	81,19	64	12	28	0,77									
21	91,3	85,22	68	14	28	0,84	70	16	40	1,28					
22	95,4	89,24	70	14	28	0,91	70	16	40	1,37					
23	99,4	93,27	70	14	28	0,94	70	16	40	1,46					
24	103,4	97,29	70	14	28	0,97	75	16	40	1,63					
25	107,4	101,33	70	14	28	1,01	80	16	40	1,82					

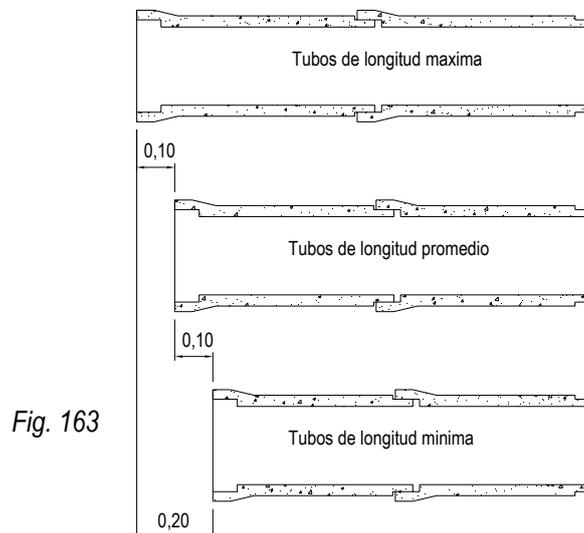
Fig. 162a. Tomada de: www.beaingranaggi.com

4.7. SISTEMA HIDRAULICO

Para sellar los tubos con las tapas se necesita de una gran fuerza, alrededor de 160000N para tubos de $\varnothing 1400\text{mm}$; lo más adecuado es utilizar un sistema hidráulico, dado que así se puede generar grandes cargas usando equipo de reducido tamaño. Básicamente el sistema debe incluir:

- bomba hidráulica,
- cilindro hidráulico
- válvula de control
- manómetro indicador de presión en el cilindro
- accesorios: conexiones, mangueras, extensiones, soportes, etc.

Todo lo mencionado existe en el mercado y su selección se hace en función a los requisitos de la aplicación específica, en este caso se requiere que el cilindro sea capaz de soportar hasta 16Ton, respecto a la carrera del pistón esta deberá ser tal que permita absorber las variaciones en la longitud de los tubos, por lo general la longitud útil de un tubo puede variar en $\pm 0,05\text{m}$, en dos tuberías esa variación sería $\pm 0,10\text{m}$, es decir el cilindro debe tener una carrera de $0,20\text{m}$ (8") como mínimo.



Sin embargo hay que considerar que debe existir una distancia libre suficientemente grande para maniobrar los tubos al colocarlos y embonarlos antes de la prueba y también para desembonarlos y retirarlos después de la prueba; un espacio seguro es $0,70\text{m}$, eso implica que la tapa debe

desplazarse esa longitud, además la botella hidráulica deberá ser removida de su posición de trabajo, tal como se muestra en la secuencia siguiente, referida a la *Fig. 164*:

- 1.- El espacio libre de 0,70m, los tubos ya ubicados y embonados.
- 2.- Se usa el mecanismo de arrastre para colocar la tapa contra el tubo.
- 3.- Se ubica el cilindro hidráulico en su posición de trabajo, se aplica presión (se utiliza un suple para poder cubrir el espacio de 1m), se introduce el agua y se realiza la prueba.

Una vez terminada la prueba se drena el agua y es necesario otra vez tener el espacio libre de 0,70m para desmontar y retirar los tubos, para ello debe retirar la tapa de la siguiente manera:

- 4.- Se libera la presión del cilindro hidráulico y se deja retraer el pistón
- 5.- Se retira el cilindro hidráulico.
- 6.- Con el mecanismo de arrastre se retira la tapa

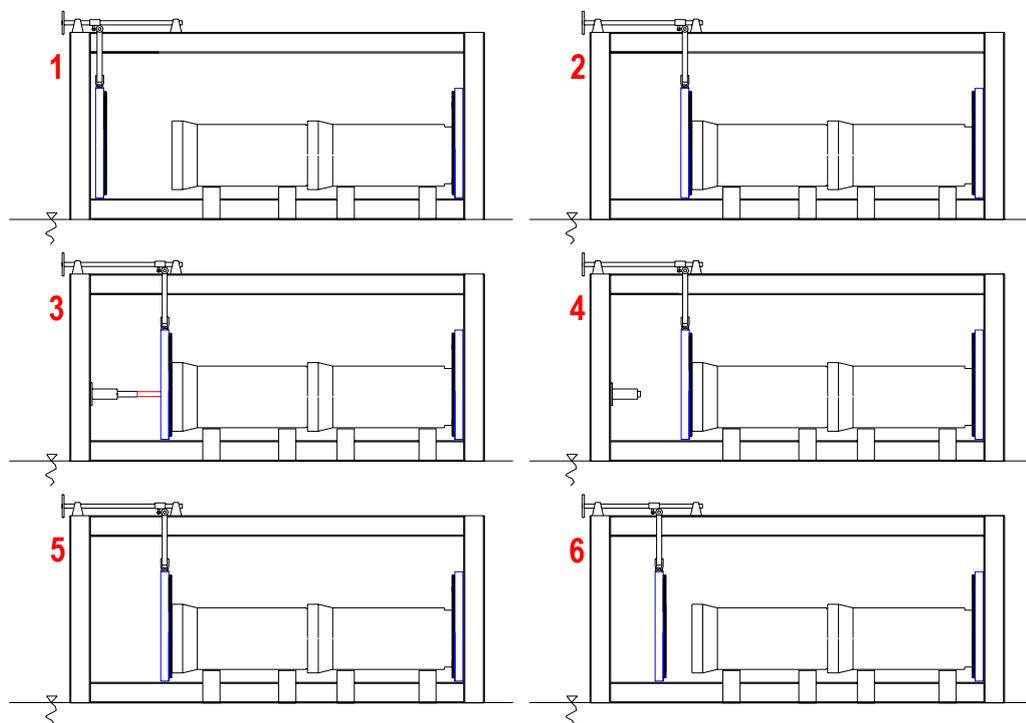


Fig. 164

Al usar un suple se tiene: *largo cilindro + carrera pistón + suple = recorrido de la tapa*; si las tres longitudes se asumen iguales entonces la carrera del pistón debe ser como mínimo 1/3 del recorrido de la tapa, en este caso 0,70m, por tanto la carrera del pistón debe ser alrededor de 23cm.

La selección de elementos hidráulicos se hará considerando el catalogo de productos y accesorios hidráulicos de la marca Power Team, donde se detalla paso a paso la secuencia a seguir para la selección tanto de equipos como de accesorios.



Fig. 165

4.7.1. CILINDRO

El cilindro hidráulico de simple efecto seleccionado de la serie C para usos generales, es el C2510C de 25 ton de capacidad, con carrera del pistón de 10 ¼" (26,7cm), longitud máxima extendido 25" (63,5cm), retroceso por muelle, de fácil manipulación pues pesa solo 13kg (29,3 lbs), con orificios para montaje en la base, rosca en el pistón y el collar para colocar accesorios, etc. Las demás características se pueden ver en la Fig 166 y la Tabla 24, allí se indica que para que el cilindro ejerza 25 ton la presión en su interior debe ser de 9699psi, por regla de tres para tener 16 ton se requiere 6200 psi (valor aproximado pues la relación presión-fuerza no es estrictamente lineal en la realidad).

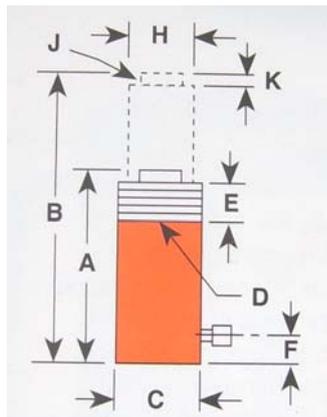


Fig. 166

Tabla 24

Cap (ton)	Código	Carrera (pulg)	Cap. De aceite (pulg ³)	A Altura retraído (pulg)	B Altura extendido (pulg)	C Diam exterior (pulg)	D Rosca del collar (pulg)	E Longitud de rosca del collar del pistón (pulg)	F Distancia de la base al puerto (pulg)
25	C2510C	10 1/4	52,8	14 3/4	25	3 3/8	3 5/16-12	1 15/16	1

Cap (ton)	Código	H Diam del vástago (pulg)	J Rosca int. y profundidad del vástago (pulg)	K Proyección del vástago (pulg)	Diámetro del orificio (pulg)	Área efectiva del cilindro (pulg ²)	Presión Int a Cap. (Psi)	Toneladas a 10000Psi	Peso (lb)
25	C2510C	2 1/4	1 ½-16x7/8	3/8	2 9/16	5,15	9699	25,8	29,3

4.7.2. BOMBA

En cuanto a la bomba su trabajo será intermitente y de corta duración, una bomba para uso general será mas que suficiente, la que mejor se adecua es la Serie Power Team PE17, dos velocidades, motor monofásico de ½ hp con proteccion termica, cable de 10 pies para el control remoto, deposito termoplástico de 2 galones, bajo nivel de ruido (67-81 dBA), capaz de arrancar estando a plena carga, como fuente de alimentación puede usar circuitos de bajo amperaje y pequeños generadores lo cual permite su uso en cualquier lugar; la presión máxima de trabajo es 10000 psi, puede usarse con cilindros de acción simple y doble.

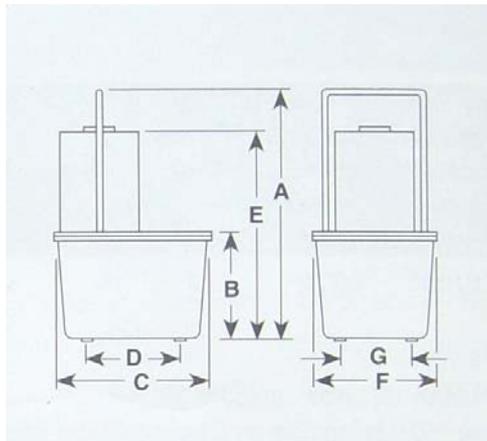


Fig. 167

Tabla 25

Bomba	Presion max. de salida (psi)	rpm	dBA en vacio y a 10000 psi	A (pulg)	B (pulg)	C (pulg)	D (pulg)	E (pulg)	F (pulg)	G (pulg)	Peso con aceite (lb)
Serie PE17	10000	3450	67/81	18 1/2	7	11 3/8	7 1/8	14 7/8	9 1/4	5 1/8	45

4.7.3. VALVULAS

La válvula de control debe ser de 3 posiciones: avance-parada-retroceso:

- en posición avance debe mantenerse la presión en el cilindro si se apaga la bomba (antirretorno)
- la posición reposo debe permitir detener el avance o retroceso y mantener la bomba prendida o apagada
- la posición retroceso permite que el cilindro se retraiga (debido al muelle interior)

La válvula que cumple con los requisitos indicados es la N° 9520, válvula manual accionada por palanca, de 3 vías y 3 posiciones: avance, parada, retroceso; para uso con cilindros de acción simple. En la posición "avance" la válvula antirretorno evita la pérdida de presión en caso se apague la bomba. La posición central en tandem mantiene la presión en el cilindro y permite que la bomba permanezca prendida o apagada. Al cambiar a la posición "retroceso" la bomba y el cilindro hacen volver el aceite a través de sus líneas de retorno independientes para permitir una retracción mas rápida del pistón.

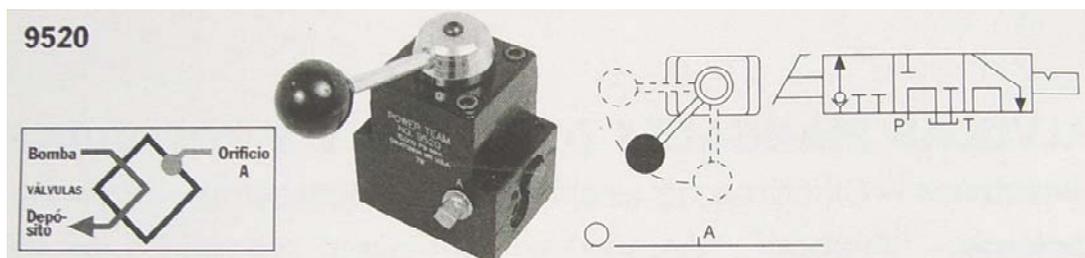
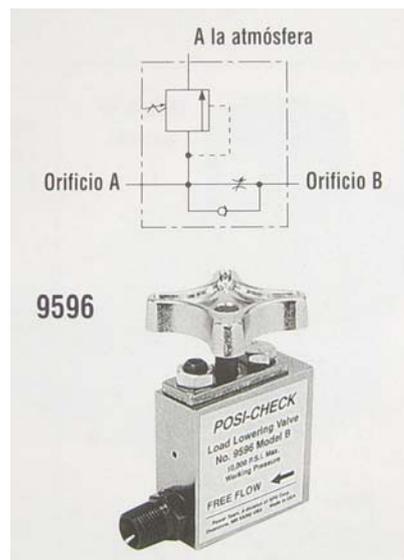


Fig. 168

Válvula de descenso de carga; a fin de poder controlar la fuerza ejercida por el pistón, es necesario regular la disminución de presión del cilindro durante su retroceso, para ello se requiere de una válvula que permita un control de precisión en el retorno del pistón; la válvula de descenso de

carga N° 9596 cumple con esos requisitos. La finalidad de esta válvula es poder hacer ajustes muy finos de reducción de la presión del cilindro a fin de disminuir la fuerza que este ejerce sobre la tapa. Por ejemplo si durante la prueba se observa que la presión ejercida por el cilindro es muy elevada se tendrá que reducir la misma con mucho cuidado y lentamente, pues un cambio brusco podría originar una presión demasiado baja lo cual es igualmente peligroso. El funcionamiento de la válvula es de la siguiente manera: “Permite el flujo libre al extender el cilindro, el alivio de la presión interna y la válvula antiretorno bloquean y mantienen la carga hasta que el operario abre la válvula. Puede preajustarse para conseguir un retorno medido uniforme; el operario puede seleccionar un índice de retorno con cada activación.”

Fig. 169



4.7.4. MANOMETROS

Es imprescindible contar con un manómetro que indique la presión en el cilindro, esto indirectamente revela la fuerza que ejerce el pistón lo cual es fundamental para realizar el ensayo sin sobrecargar la estructura, las tapas o los tubos; asimismo se debe contar con otro manómetro para conocer la presión a la que esta trabajando la bomba. El manómetro 9065 tiene la ventaja de indicar simultáneamente tanto la presión en el cilindro como la fuerza que el mismo ejerce, ver Fig 170.



Fig. 170

4.7.5. MANGUERAS Y ACOPLÉS

El cilindro hidráulico deberá cambiar de posición frecuentemente, por ello es imprescindible el uso de mangueras (y sus correspondientes acoples) para permitir el libre movimiento en cualquier dirección; una manguera de 3m de longitud es recomendable, ver Fig. 171. Dado que la manguera comunica a la botella con la bomba deberá resistir continuo movimiento y doblez, por lo que se prefiere que sea de poliuretano en vez de goma, además para acelerar el retorno del cilindro se prefiere un diámetro interior de 3/8", ver Fig. 172.

En resumen se usara una manguera 9781 de poliuretano, diámetro interior 3/8" para flujo elevado, de 3,1m de longitud, presión de rotura 30000psi,

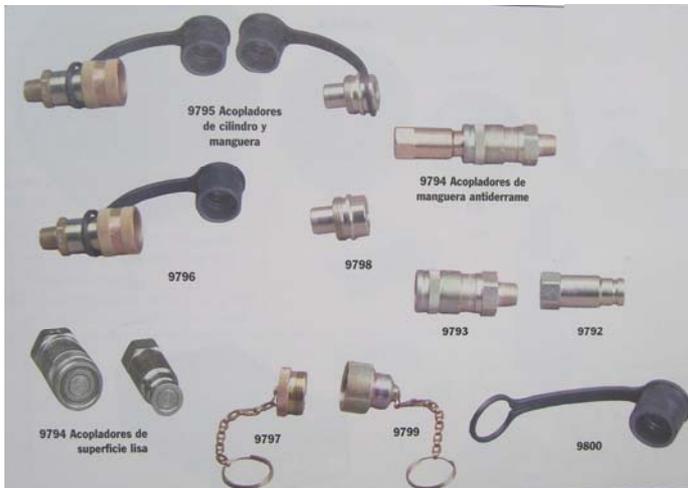
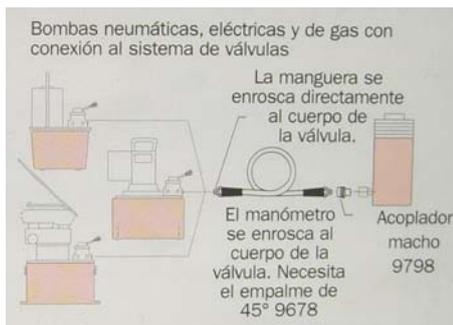


Fig. 171



TIEMPO DE RETORNO DEL CILINDRO		
Cilindro	N° 9769	N° 9781
	Manguera de 10 pies 1/4" DI	Manguera de 10 pies 3/8" DI
C2514C	51 s	14 s
C556C	1 min., 30 s	24 s
C5513C	4 min., 12 s	59 s
C10010C	6 min., 56 s	1 min., 3 s

Fig. 172

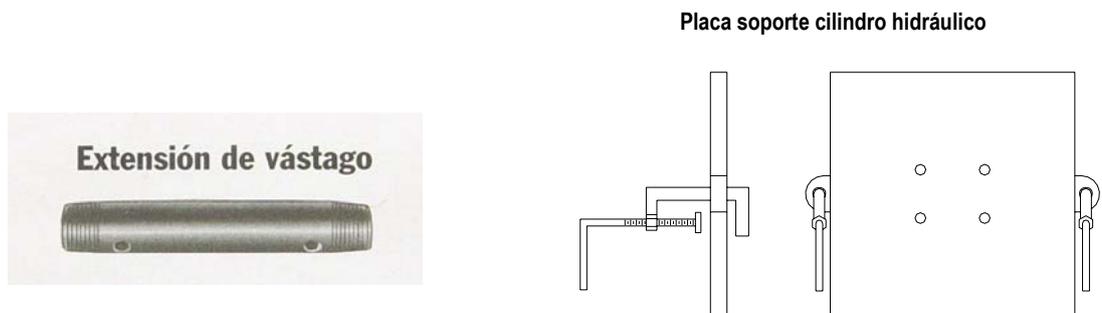
4.7.6. ACCESORIOS

Existe una infinidad de accesorios disponibles para el uso con cilindros hidráulicos cuyo objetivo es hacer mas versátil el trabajo de los mismos, para el presente caso, por su utilidad, se puede hacer uso de algunos de ellos que se detallan a continuación.

De ser necesario, para cubrir el espacio hasta la tapa, puede usarse una “extensión de vástago” la cual se fija a la rosca del pistón, dicha rosca esta diseñada para soportar la carga ejercida por la botella. Un elemento similar, conocido como “soporte” puede usarse para “agrandar” el diámetro del

vástago a fin de incrementar el área de apoyo del mismo, reduciendo así la concentración de presión en la *Tapa1*

A fin de sujetar la botella hidráulica y poder variar su ubicación sobre V_1 se usa una placa que mediante pernos se asegura a la base del cilindro; además por medio de dos pequeñas prensas en sus costados, la placa se puede sujetar a los extremos del ala de V_1 en cualquier posición (específicamente a cualquier altura del piso); esta “placa soporte” debe ser fabricada para las dimensiones específicas de la botella y la viga, los detalles se aprecian en el *Plano 4*.



Soporte suave		Soporte dentado				
Capacidad del cilindro	Nº pieza	A	B	C		
5	25746* (serrado)	1 ¹ / ₈	1 ⁵ / ₁₆ Diàm.	3/ ₄ -14 NPSM		
10 o 15	31772* (serrado)	1 ¹ / ₈	2 Diàm.	1 ¹ / ₄ -11 ¹ / ₂ NPSM		
25	31776* (serrado)	1 ⁵ / ₁₆	3 Diàm.	2-11 ¹ / ₂ NPSM		
5	351575* (liso)	1 ¹ / ₈	1 ⁵ / ₁₆ Diàm.	3/ ₄ -14 NPSM		
10	24016* (liso)	1 ¹ / ₈	2 Diàm.	1 ¹ / ₄ -11 ¹ / ₂ NPSM		
25	351576* (liso)	1 ⁵ / ₁₆	3 Diàm.	2-11 ¹ / ₂ NPSM		

Fig. 173

4.7.7. SECUENCIA DE TRABAJO DEL SISTEMA HIDRAULICO

Los componentes descritos permiten realizar el ensayo hidrostático y hacen posible, de ser necesario, reajustar la presión del cilindro durante la prueba según la secuencia siguiente:

1.- Montaje: Válvula de control en posición avance. La bomba hidráulica provee presión al cilindro para sellar las tapas con los tubos; la presión proporcionada será del 50% de la presión requerida para la prueba según el tamaño de tubo que se pruebe.

2.- Llenado y prueba: La válvula de control en posición parada. Se llena los tubos con agua.

A continuación (válvula de control en posición avance) se aplica al cilindro hidráulico el 100% de la presión requerida por la prueba. Luego se eleva la presión del agua de 0 a 10 psi en un minuto (válvula de control en posición parada).

2a.- En caso se necesite incrementar el empuje de la botella entra en acción la bomba, la válvula de control se ubica en posición avance, es en esta situación que la bomba debe ser capaz de vencer la totalidad de la carga sobre el cilindro.

2b.- En caso se necesite disminuir el empuje del cilindro, entra en acción la válvula de descenso de carga, se selecciona un índice de retorno adecuado que permita reducir con precisión la presión del cilindro. La válvula de control se coloca en posición retroceso.

3.- Vaciado: Válvula de control en posición parada. Se hace descender la presión del agua hasta cero gradualmente (aprox. 1 minuto). Seguidamente se coloca la válvula de control en posición retroceso para reducir la presión del cilindro al 50% de la presión requerida por la prueba. A continuación, con la válvula de control en posición parada, se drena el agua.

4.- Desmontaje: Válvula de control en posición retroceso, el pistón se retrae; para acelerar el proceso se abre totalmente la válvula de descenso de carga.

Como se aprecia la secuencia de trabajo no es complicada, lo que se debe tener en cuenta es una correcta selección de los componentes del sistema hidráulico que permitan cumplir con los requerimientos de carga y control pero que adicionalmente tengan la capacidad de afrontar demandas adicionales o sobrecargas.

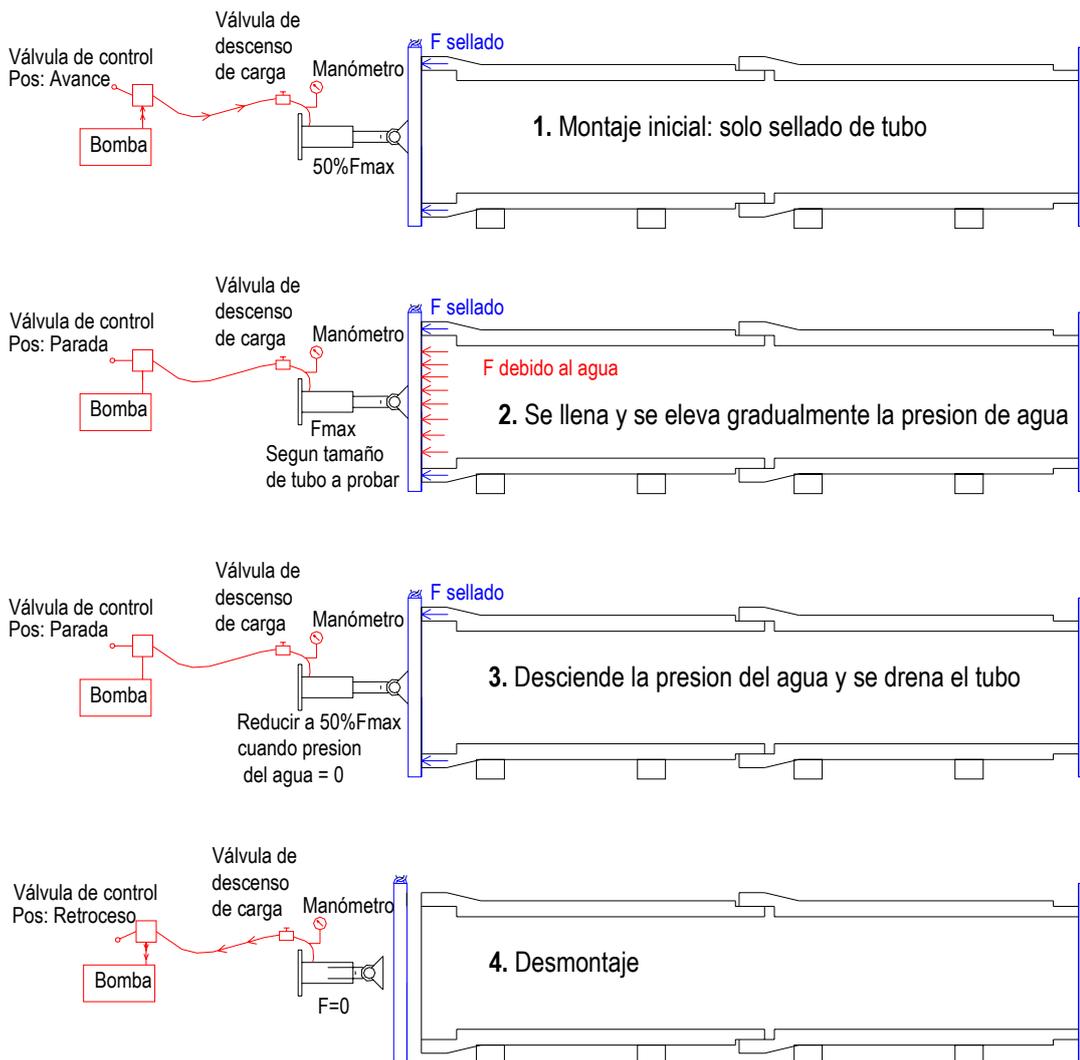
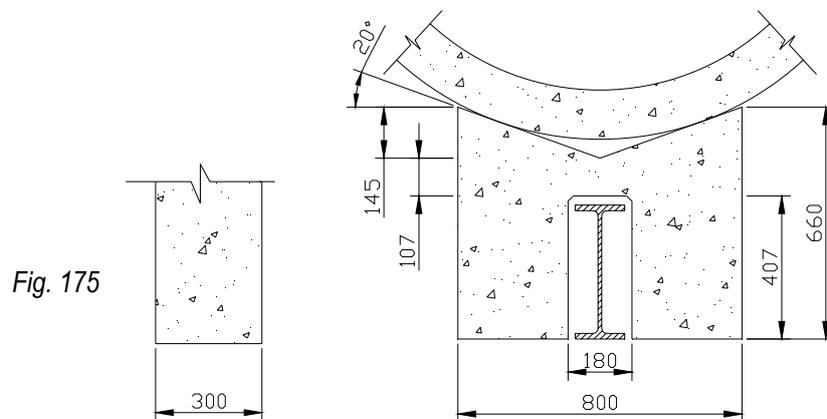


Fig. 174

4.8. SOPORTES PARA LOS TUBOS

Se debe contar con elementos resistentes, universales para cualquier diámetro, fáciles de manipular y de bajo costo para que sirvan como soporte a los tubos a probar. En la práctica es usual que los tubos se apoyen sobre un par de cuartones de madera de aproximadamente 5x5", por ello es suficiente usar dos soportes por cada tubo, una opción sencilla es usar bases de concreto reforzado como la de la Fig 175:

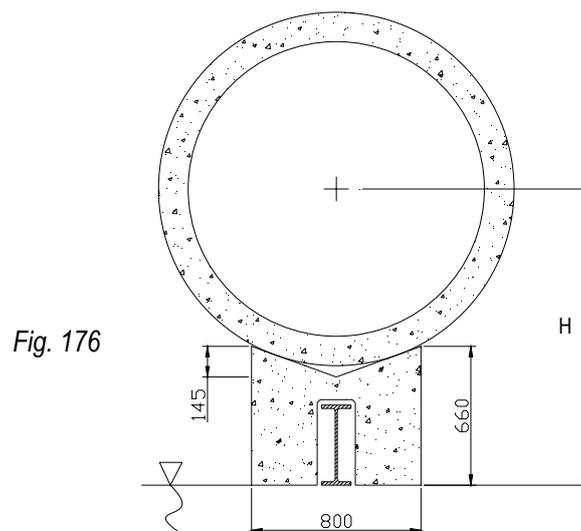


Las dimensiones indicadas permiten trabajar con tubos de hasta $\text{Ø}1400\text{mm}$.

Se aprecia que hay una luz de 1" entre la parte superior de la viga y el soporte de concreto, esto para permitir la libre deformación de la estructura durante la prueba (la cual en condiciones normales no llega a los 4mm) , asimismo hay una luz total de $\frac{1}{2}$ " hacia los lados para facilitar el correcto alineamiento de los soportes (y por tanto de los tubos). Una malla interior de refuerzo de acero corrugado de $\text{Ø}3/8$ " con espaciamiento 3x3" será más que suficiente. El concreto deberá tener como mínimo $f_c=210\text{ kg/cm}^2$ (f_c ___resistencia a compresion), y deberá ser vibrado durante el vaciado para evitar burbujas de aire al interior del soporte.

Para tener una superficie menos rígida a fin de no maltratar el exterior del tubo se puede usar sobre los apoyos placas de madera, laminas de pvc flexible, etc...

Es recomendable colocar una graduación en la viga de apoyo del cilindro hidráulico a fin de conocer exactamente la posición del eje del tubo que se somete a prueba, para poder alinearlos con el eje del pistón, la ubicación para un diámetro determinado esta en función a la geometría del conjunto: espesor de pared, diámetro interior del tubo, canal en V del soporte.



A modo de ejemplo se presenta en la *Tabla 24* una graduación para las condiciones geométricas mostradas en la *Fig. 176*.

Tabla 24

Diámetro interno nominal * \varnothing_n mm	Espesor pared tipo B * e mm	$H = (\varphi_n + e) \cdot \frac{\sqrt{145^2 + 400^2}}{400} + 660 - 145$ mm
600	75	914
800	92	1038
1000	108	1162
1200	125	1286
1400	142	1411

*Tomado de NTP 339.038 Tubos de hormigón-Requisitos

Tomar en cuenta que se asume lo siguiente:

- el diámetro real del tubo es igual al diámetro nominal
- el soporte se apoya en el piso y tiene las dimensiones de la *Fig. 176*

Se debe determinar el valor exacto de H para cada diámetro y espesor de pared, una vez calculado y mientras NO se varíe ninguna característica geométrica se puede trabajar con el valor H obtenido para ubicar rápidamente el cilindro hidráulico en su posición de trabajo.

4.9. EJEMPLOS DE CÁLCULO

Todos los cálculos realizados están resumidos en un programa en Excel desarrollado específicamente para la presente Tesis, presentarlo completo es complicado debido a las numerosas variables que permiten evaluar el comportamiento del banco de prueba bajo diferentes circunstancias, por ello solo presento un resumen simplificado donde se puede apreciar en fondo amarillo los valores que deben ser ingresados mientras que en fondo verde se presentan los resultados.

4.9.1. VALORES DE ENTRADA

Los datos requeridos por el programa son las dimensiones principales de los tubos a probar:

r	radio interior	(m)
r_m	radio interior máximo en la campana	(m)
e_e	espesor espiga	(m)
e_c	espesor campana	(m)

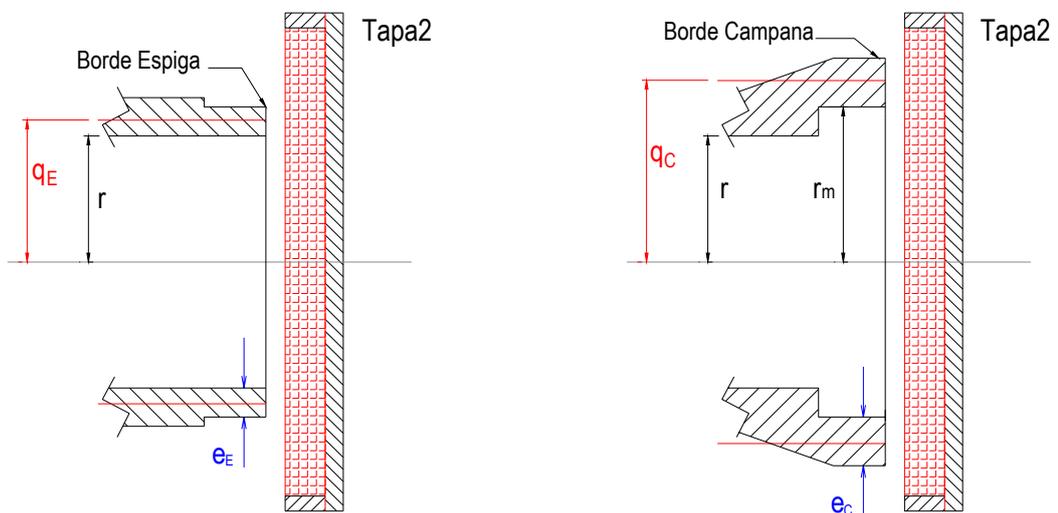


Fig. 177

También se solicita el valor de la presión de prueba y las dimensiones de las vigas del marco, hay que tener en cuenta que dichas longitudes no son los valores reales sino que corresponden a la longitud de la fibra neutra que representa a cada viga en el banco de pruebas, ver Fig. 178.

P	presión de prueba (Psi)
L_1, L_2	longitud de la fibra neutra correspondiente a V_1 y V_2 (m)
L_3, L_4	longitud de la fibra neutra correspondiente a V_3 y V_4 (m)
a	longitud característica de V_1 (m)
c	longitud característica de V_3 (m)
e	longitud característica de V_2 (m)

Se requiere además ingresar el valor del momento de inercia de las vigas, su altura, el área de su sección, también el modulo de elasticidad correspondiente al acero; se tiene en cuenta que siempre $V_1=V_2$ pero no necesariamente $V_3=V_4$, asimismo se debe indicar el peso de la *Tapa1*:

I	momento de inercia de $V_1=V_2$ (cm ⁴)
I_3	momento de inercia de V_3 (cm ⁴)
I_4	momento de inercia de V_4 (cm ⁴)
A	área de sección recta de la viga (cm ²)
H	altura de la viga (m)
W	peso total de <i>Tapa1</i> (Kg)
E	modulo de elasticidad del acero (Kg/cm ²)

Asimismo se debe especificar que extremo del tubo se apoya contra la *Tapa2*, pues como se explico en el desarrollo de la tesis, existen diferencias debido a la geometría de la tubería, el efecto más evidente es la variación que sufre el valor de F_{mp}

Se incluyen (en fondo blanco) las matrices que permiten calcular todas las reacciones del cuadro a fin de permitir las comprobaciones que se consideren necesarias; ambas matrices están presentadas respectivamente en:

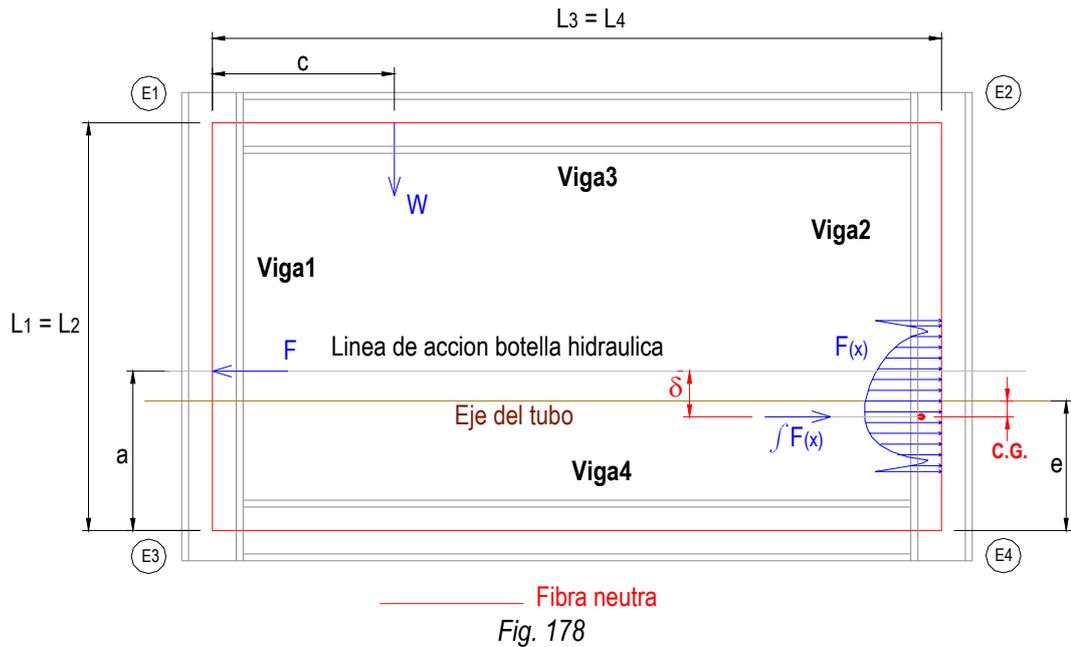
- 4.1.8.5. Matriz para obtener las reacciones cuando solo actúa F ($W=0$); y
- 4.1.9.5. Matriz para obtener las reacciones cuando solo actúa W ($F=0$)

En la parte inferior se presenta el resumen de la flecha y esfuerzo máximos que se generan en cada elemento, el esfuerzo máximo se origina por el momento flector máximo y la fuerza axial que corresponde a cada viga.

4.9.2. CONSIDERACIONES IMPORTANTES Y LONGITUDES EN LAS VIGAS

A menos que se indique lo contrario:

- Todos los cálculos consideran ambas tapas hechas con plancha de 50mm de espesor.
- Todos los cálculos consideran vástago del cilindro de diámetro 3"



Se debe tomar en cuenta que:

- Una vez ubicados los tubos, la dimensión "e" tiene un valor fijo.
- El valor de la dimensión "a" se define por la ubicación de la botella hidráulica, o sea es variable.
- Las formulas para dimensionar el espesor de *Tapa1* (4.2.1.1 y 4.2.1.2.) consideran que F siempre actúa en la proyección del eje del tubo, es decir $a = e$, por tanto cuando se ingresa valores diferentes ($a \neq e$) el programa muestra los efectos en las vigas pero no puede mostrar el efecto en las tapas.
- Lo anterior se basa en el hecho que las formulas usadas para dimensionar el espesor de *Tapa1* consideran las fuerzas actuantes concéntricas con el eje del tubo; al colocar el cilindro hidráulico fuera de la línea del eje de la tubería ($a \neq e$) implica que la carga F queda descentrada respecto de la distribución de F_s , F_{mp} , F_m y F_p (se asumió F_m con distribución uniforme, ver 4.2.2.3.), y las formulas disponibles para placas planas circulares (ver 4.2.1.1. y 4.2.1.2.) no abordan ese

caso, como se ve en la Fig. 179 cuando F no actúa colineal al eje del tubo se rompe la simetría de la distribución de fuerzas lo cual en casos extremos podría ocasionar falta de presión en la lamina de caucho; sin embargo obviamente eso ocurrirá solo en caso de una grosera mala ubicación de la botella hidráulica.

- Valores que cumplen con la condición $a = e$ tienden a reducir el momento generado por el par de fuerzas F - $F(x)$ y la distancia δ (ver 4.1.8.) y son la forma mas segura de trabajar con el banco de prueba debido al mejor reparto de cargas en las tapas.

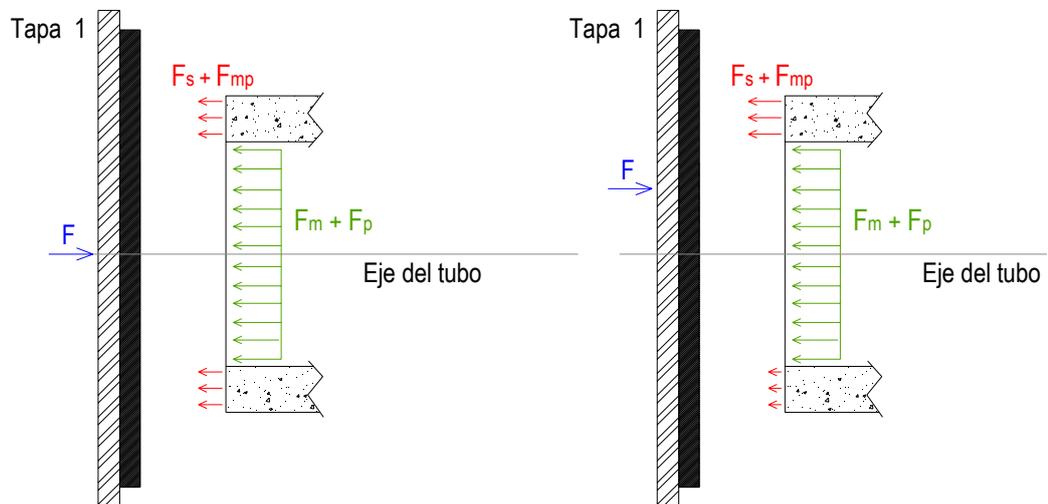


Fig. 179

Para realizar los cálculos deben quedar definidas las longitudes de las fibras neutras que representan a cada viga, así como las dimensiones características a , c , e . Con ayuda de Fig. 178 y Fig. 180 se calcularán los valores finales.

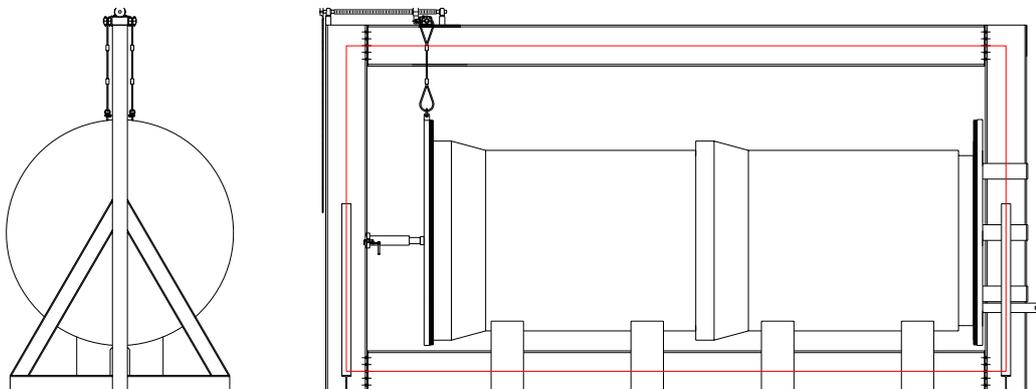


Fig. 180

Algunas dimensiones deben ser asumidas (**) pues pueden variar en la practica.

La fibra neutra de V_1 y V_2 mide:

$L_1=L_2= H_{viga4}/2 + luz\ entre\ Tapa1\ y\ V_4 + \emptyset\ Tapa1 + espacio\ adicional\ para\ maniobras + H_{viga3}/2$	
$H_{viga4}/2$	$15*0,0254/2$ m
luz entre $Tapa1$ y V_4	0,050 m **
$\emptyset\ Tapa1$	2,1 m
espacio adicional para maniobras	0,5 m **
$H_{viga3}/2$	$15*0,0254/2$ m

$$L_1 = L_2 = 15*0,0254/2 + 0,050 + 2,1 + 0,5 + 15*0,0254/2 = 3,03m$$

*Obviamente la longitud real de V_1 y V_2 es $3,03 + 2*15*0,0254 = 3,41$ m

Las longitudes características a, e:

$e = H - H_{viga4}/2$; De la tabla 24, se tiene el valor $H = 1,411m$, entonces:

$$e = 1,411 - 15*0,0254/2 = 1,22$$

$a = e$, (para el caso ideal explicado líneas arriba).

La fibra neutra de V_3 y V_4 mide:

$L_3 = L_4 = H_{viga1}/2 + desplazamiento\ Tapa1 + longitud\ de\ dos\ tubos + H_{viga2}/2$	
$H_{viga1}/2$	$15*0,0254/2$ m
desplazamiento $Tapa1$	0,70 m **
long. promedio de dos tubos	5,0 m **
$H_{viga2}/2$	$15*0,0254/2$ m

$$L_3 = L_4 = 15*0,0254/2 + 0,70 + 5,0 + 15*0,0254/2 = 6,081\ m$$

*Obviamente la longitud real de V_3 y V_4 es $6,081 - 2*15*0,0254 = 5,70$ m

*Usando dos vigas de 30' (9,144m) de largo se obtiene exactamente las cuatro piezas $V_1\ V_2\ V_3\ V_4$: $3,41 + 5,70 = 9,11$ m

La longitud característica c:

$$c = H_{viga1}/2 + desplazamiento\ Tapa1 = 15*0,0254/2 + 0,70 = 0,89\ m$$

Resumiendo:

$L_1 = L_2$	=	3,03 m
$a = e$	=	1,22 m
$L_3 = L_4$	=	6,08 m
c	=	0,89 m
W	=	1480 Kg (ver final de 4.2.3.5. y 4.2.4.2.)
P	=	10 Psi (ver 3.3.)
$I = I_2 = I_3 = I_4$	=	18606 cm ⁴ (ver 4.4.)
E	=	$2.1*10^6$ Kg/cm ² Para el acero

4.9.3. CARGAS EN LAS VIGAS

Hay que recordar las cargas generadas independientemente por cada fuerza (F y W) sobre las vigas, de 4.1.10. se tiene:

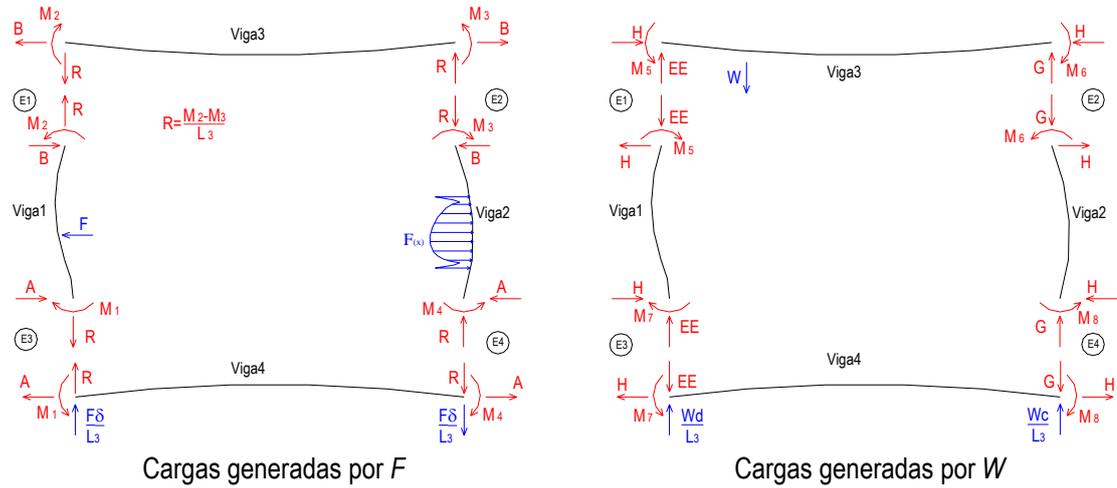


Fig. 181

También de 4.1.10. se tiene las cargas totales sobre las vigas:

$$\begin{aligned}
 M_a &= M_7 + M_1 & M_b &= M_2 - M_5 & M_c &= M_3 - M_6 & M_d &= M_4 + M_8 \\
 R_a &= A + H & R_b &= B - H & R_c &= EE - \left(\frac{M_2 - M_3}{L_3} \right) & R_d &= G + \left(\frac{M_2 - M_3}{L_3} \right)
 \end{aligned}$$

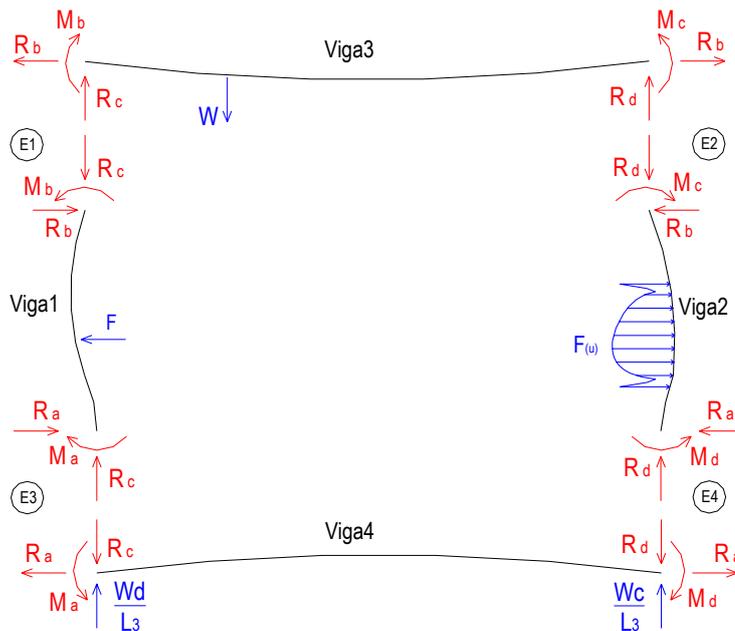


Fig. 182 Cargas totales generadas por F y W

4.9.4. CASOS

A continuación presento varios ejemplos de cálculo:

- a.- Prueba hidrostática de tubo Ø1400mm, Campana apoyada en *Tapa2*.
- b.- Prueba hidrostática de tubo Ø1400mm, Espiga apoyada en *Tapa2*.

Los ejemplos a.- y b.- incluyen los gráficos y tablas de fuerza cortante, momento flector, giro y flecha para las cuatro vigas. De CG-8 en 4.1.1.1. se tiene:

$$r=0,70m; \quad r_m=0,79m; \quad e_C=0,135m; \quad e_E=0,077m$$

A efectos de comparación se incluyen los resultados para los siguientes casos:

- c.- Tubo Ø1400mm sin agua, Campana apoyada contra *Tapa2*, botella hidráulica ejerciendo toda la carga de prueba
- d.- Tubo Ø1400mm sin agua, Espiga apoyada contra *Tapa2*, botella hidráulica ejerciendo toda la carga de prueba
- e.- Tubo Ø1400mm sin agua, Espiga apoyada contra *Tapa2*, botella hidráulica ejerciendo 50% de la carga de prueba
- f.- Prueba hidrostática de tubo Ø1400mm, Espiga apoyada en *Tapa2*, se aplica el doble de la F_s teórica.
- g.- Prueba hidrostática de Tubo Ø1000mm, Espiga apoyada contra *Tapa2*, valores aproximados:

$$r=0,50m; \quad r_m=0,56m; \quad e_C=0,096m; \quad e_E=0,055m$$

- h.- Prueba hidrostática de Tubo Ø600mm, Espiga apoyada sobre *Tapa2*, valores aproximados:

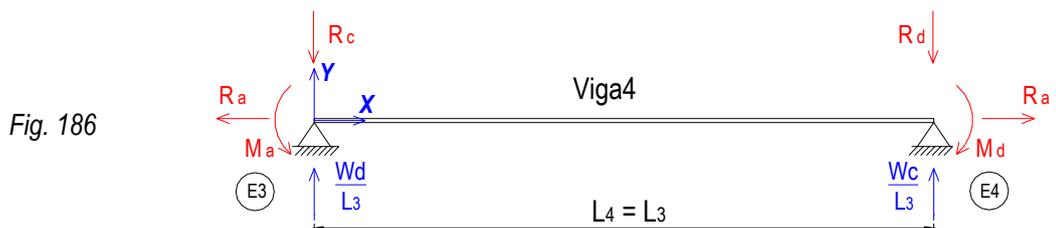
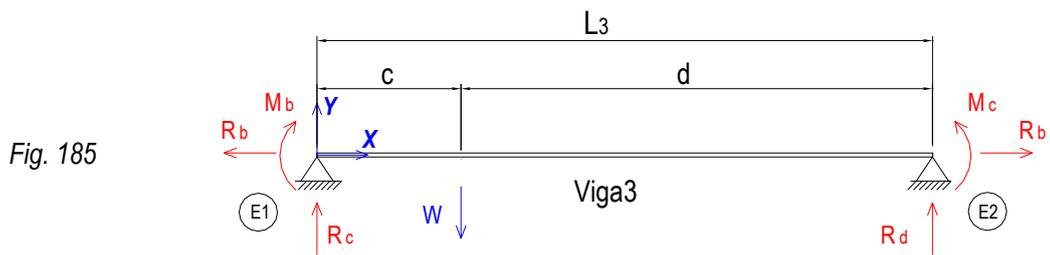
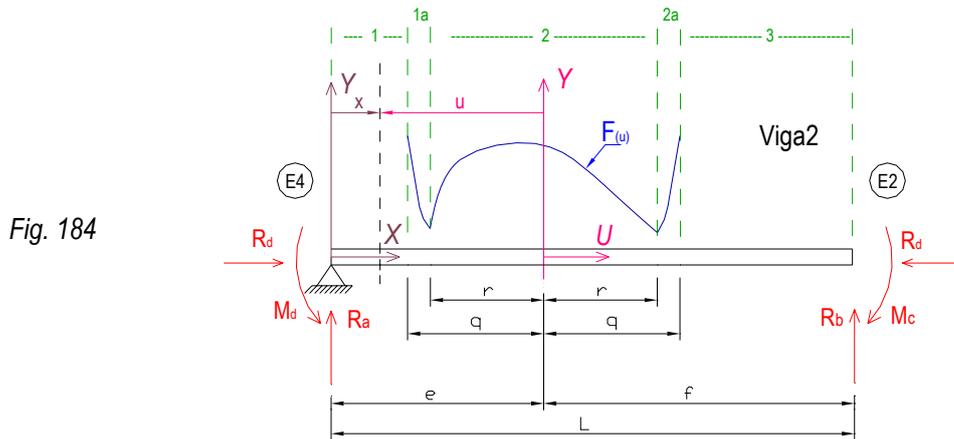
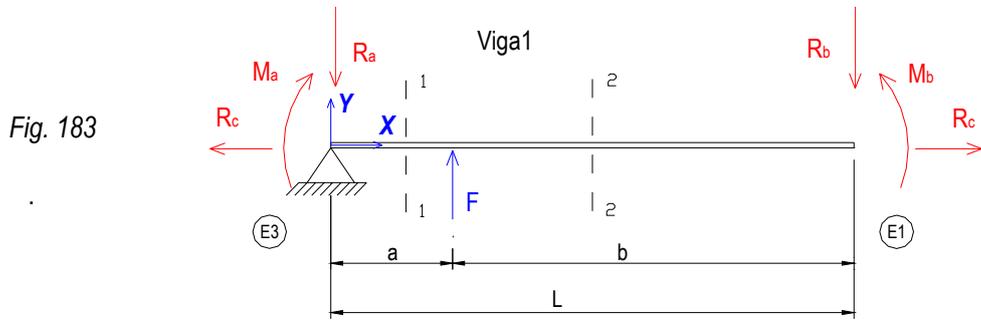
$$r=0,30m; \quad r_m=0,34m; \quad e_C=0,058m; \quad e_E=0,033m$$

- i.- Efecto de W sobre el banco de prueba cuando no se realiza el ensayo ($F=0$)
- j.- Prueba hidrostática de Tubo Ø1400mm, Espiga apoyada sobre *Tapa2*, valores aproximados:

$$r=0,70m; \quad r_m=0,79m; \quad e_C=0,135m; \quad e_E=0,077m$$

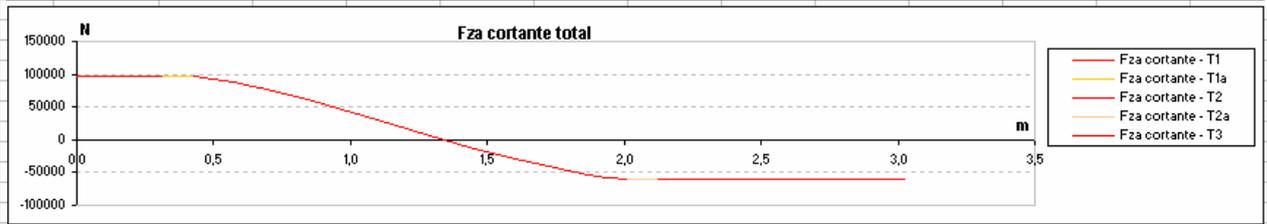
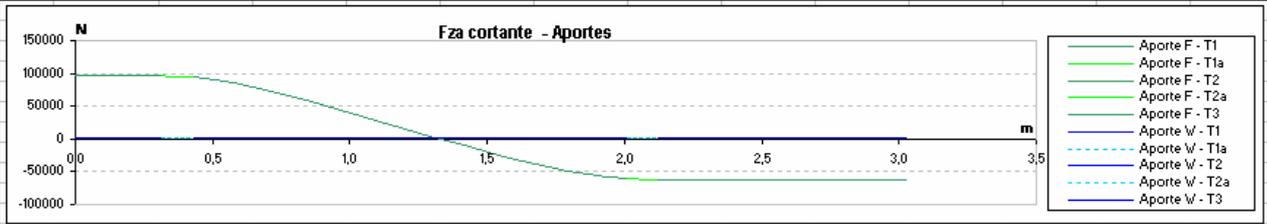
Banco de pruebas: $V_1=V_2=V_3$ _____ viga I 15"x42,9 ; V_4 _____ viga I 6"x12,5

Los siguientes gráficos permiten una mejor comprensión de las dimensiones, cargas y reacciones totales a que se hace referencia para cada viga:

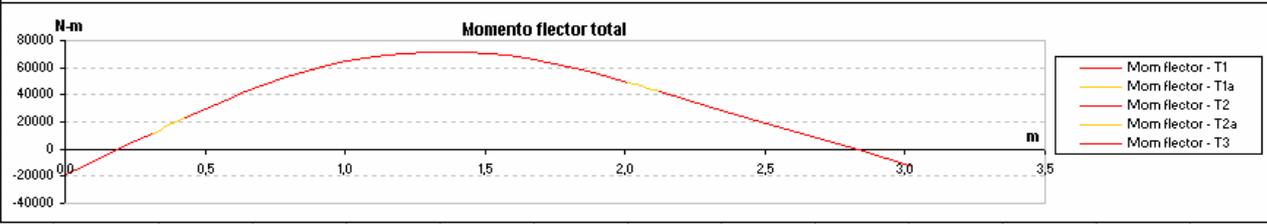
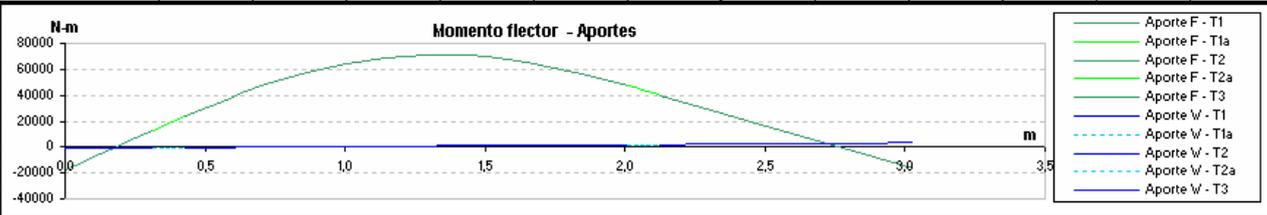




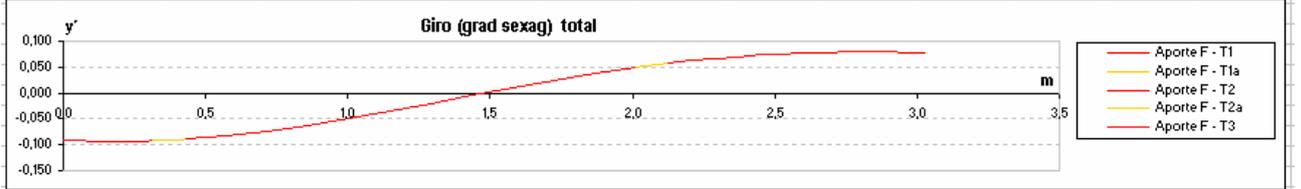
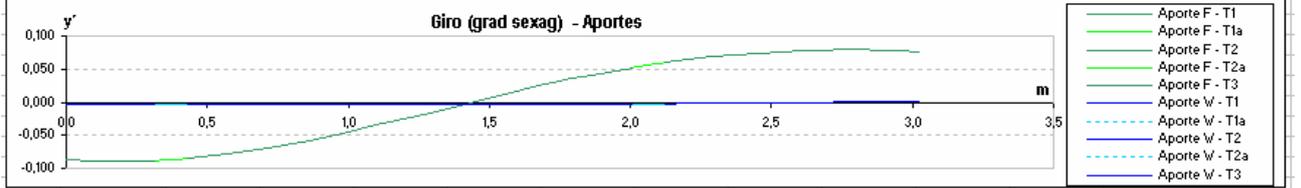
V I G A 2												
Fuerza Cortante (N)												
TRAMO I $0 \leq x \leq e-q$							TRAMO Ia $e-q \leq x \leq e-r$					
x	0,00	0,06	0,13	0,19	0,25	0,32	0,32	0,34	0,36	0,38	0,41	0,43
u = x-e	-1,22	-1,16	-1,09	-1,03	-0,97	-0,90	-0,90	-0,88	-0,86	-0,84	-0,81	-0,79
Aporte F	96132,6	96132,6	96132,6	96132,6	96132,6	96132,6	96132,6	95550,9	95308,1	95120,7	94961,6	94820,5
Aporte VV	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9
Total	97693,4	97693,4	97693,4	97693,4	97693,4	97693,4	97693,4	97111,7	96869,0	96681,6	96522,5	96381,4
TRAMO II $e-r \leq x \leq e+r$												
x	0,43	0,57	0,72	0,86	1,00	1,15	1,29	1,44	1,58	1,72	1,87	2,01
u = x-e	-0,79	-0,65	-0,50	-0,36	-0,22	-0,07	0,07	0,22	0,36	0,50	0,65	0,79
Aporte F	94820,5	86716,7	73444,4	57630,3	40419,6	22599,9	4807,2	-12386,3	-28411,4	-42628,3	-54166,2	-61044,2
Aporte VV	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9
Total	96381,4	88277,6	75005,3	59191,2	41980,4	24160,8	6368,1	-10825,4	-26850,5	-41067,4	-52605,3	-59483,3
TRAMO IIa $e+r \leq x \leq e+q$						TRAMO III $e+q \leq x \leq L$						
x	2,01	2,03	2,06	2,08	2,10	2,12	2,12	2,31	2,49	2,67	2,85	3,03
u = x-e	0,79	0,81	0,84	0,86	0,88	0,90	0,90	1,09	1,27	1,45	1,63	1,81
Aporte F	-61044,2	-61185,3	-61344,4	-61531,9	-61774,6	-62356,3	-62356,3	-62356,3	-62356,3	-62356,3	-62356,3	-62356,3
Aporte VV	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9
Total	-59483,3	-59624,4	-59783,5	-59971,0	-60213,7	-60795,4	-60795,4	-60795,4	-60795,4	-60795,4	-60795,4	-60795,4



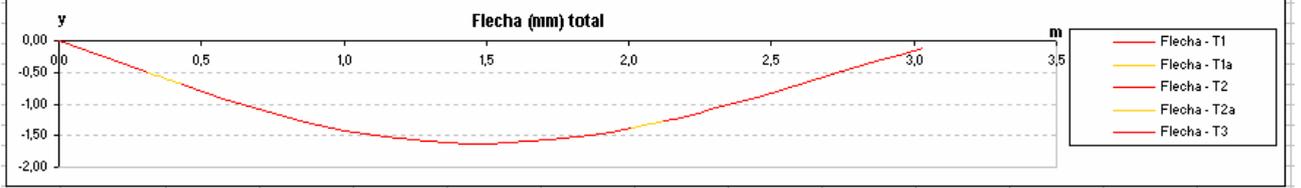
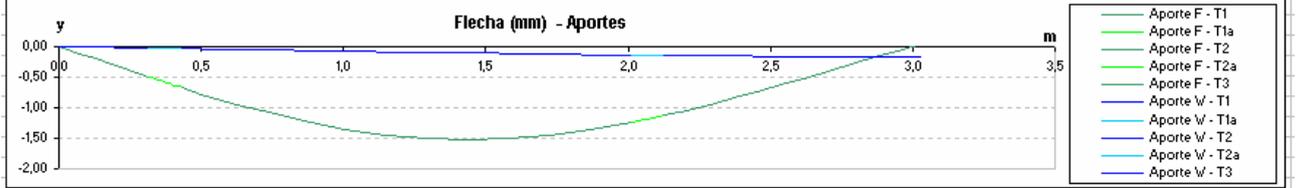
V2												
Momento Flector (N-m)												
TRAMO I $0 \leq x \leq e-q$							TRAMO Ia $e-q \leq x \leq e-r$					
x	0,00	0,06	0,13	0,19	0,25	0,32	0,32	0,34	0,36	0,38	0,41	0,43
u = x-e	-1,22	-1,16	-1,09	-1,03	-0,97	-0,90	-0,90	-0,88	-0,86	-0,84	-0,81	-0,79
Aporte F	-17721,3	-11651,4	-5581,5	488,3	6558,2	12628,1	12628,1	14816,8	16998,1	19174,5	21347,1	23516,2
Aporte VV	-1306,0	-1207,4	-1108,9	-1010,3	-911,8	-813,2	-813,2	-777,5	-741,8	-706,2	-670,5	-634,8
Total	-19027,3	-12858,8	-6690,4	-522,0	5646,5	11814,9	11814,9	14039,2	16256,2	18468,4	20676,6	22881,4
TRAMO II $e-r \leq x \leq e+r$												
x	0,43	0,57	0,72	0,86	1,00	1,15	1,29	1,44	1,58	1,72	1,87	2,01
u = x-e	-0,79	-0,65	-0,50	-0,36	-0,22	-0,07	0,07	0,22	0,36	0,50	0,65	0,79
Aporte F	23516,2	36652,7	48195,1	57631,0	64684,3	69213,5	71178,1	70623,2	67675,7	62547,7	55556,9	47198,5
Aporte VV	-634,8	-410,6	-186,4	37,8	262,0	486,2	710,4	934,6	1158,8	1383,0	1607,2	1831,4
Total	22881,4	36242,1	48008,7	57668,8	64946,3	69699,7	71888,4	71557,8	68834,4	63930,6	57164,1	49029,8
TRAMO IIa $e+r \leq x \leq e+q$						TRAMO III $e+q \leq x \leq L$						
x	2,01	2,03	2,06	2,08	2,10	2,12	2,12	2,31	2,49	2,67	2,85	3,03
u = x-e	0,79	0,81	0,84	0,86	0,88	0,90	0,90	1,09	1,27	1,45	1,63	1,81
Aporte F	47198,5	45801,4	44401,0	42996,6	41587,4	40170,9	40170,9	28875,6	17580,4	6285,1	-5010,2	-16305,4
Aporte VV	1831,4	1867,1	1902,7	1938,4	1974,1	2009,8	2009,8	2292,5	2575,3	2858,0	3140,7	3423,5
Total	49029,8	47668,5	46303,7	44935,1	43561,5	42180,7	42180,7	31168,1	20155,6	9143,1	-1869,4	-12881,9



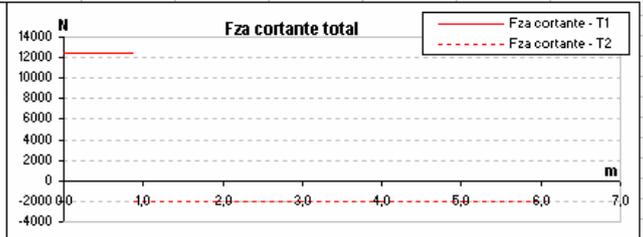
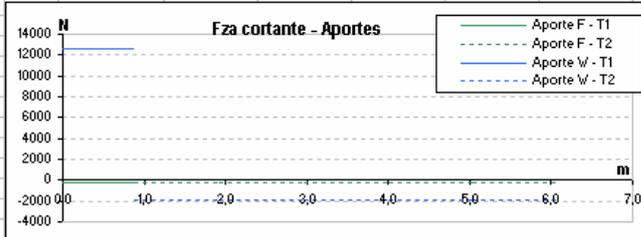
		Giro y' (Grad sexag)											V2
TRAMO I	0 ≤ x ≤ e-q	0,000	0,029	0,057	0,086	0,115	0,144	0,172	0,201	0,230	0,258	0,287	0,316
	Aporte F	-0,08708	-0,08778	-0,08836	-0,08883	-0,08917	-0,08940	-0,08951	-0,08950	-0,08937	-0,08913	-0,08876	-0,08828
	Aporte W	-0,00357	-0,00362	-0,00367	-0,00373	-0,00378	-0,00382	-0,00387	-0,00391	-0,00395	-0,00399	-0,00403	-0,00407
	Total	-0,09064	-0,09140	-0,09204	-0,09255	-0,09295	-0,09322	-0,09338	-0,09341	-0,09333	-0,09312	-0,09279	-0,09235
TRAMO Ia	e-q ≤ x ≤ e	0,316	0,326	0,336	0,347	0,357	0,368	0,378	0,388	0,399	0,409	0,420	0,430
	u=x-e	-0,904	-0,894	-0,884	-0,873	-0,863	-0,852	-0,842	-0,832	-0,821	-0,811	-0,800	-0,790
	Aporte F	-0,08828	-0,08808	-0,08786	-0,08762	-0,08737	-0,08711	-0,08682	-0,08653	-0,08622	-0,08589	-0,08555	-0,08519
	Aporte W	-0,00407	-0,00408	-0,00409	-0,00410	-0,00412	-0,00413	-0,00414	-0,00415	-0,00416	-0,00417	-0,00418	-0,00419
	Total	-0,09235	-0,09215	-0,09195	-0,09172	-0,09149	-0,09123	-0,09096	-0,09068	-0,09038	-0,09006	-0,08973	-0,08938
TRAMO II	e-r ≤ x ≤ e+r	0,430	0,574	0,717	0,861	1,005	1,148	1,292	1,435	1,579	1,723	1,866	2,010
	u=x-e	-0,790	-0,646	-0,503	-0,359	-0,215	-0,072	0,072	0,215	0,359	0,503	0,646	0,790
	Aporte F	-0,08519	-0,07871	-0,06957	-0,05816	-0,04499	-0,03057	-0,01545	-0,00018	0,01470	0,02872	0,04143	0,05248
	Aporte W	-0,00419	-0,00430	-0,00437	-0,00438	-0,00435	-0,00427	-0,00414	-0,00397	-0,00374	-0,00347	-0,00315	-0,00278
	Total	-0,08938	-0,08301	-0,07393	-0,06255	-0,04934	-0,03484	-0,01959	-0,00415	0,01096	0,02525	0,03828	0,04970
TRAMO IIa	e+r ≤ x ≤ e+q	2,010	2,020	2,031	2,041	2,052	2,062	2,072	2,083	2,093	2,104	2,114	2,124
	u=x-e	0,790	0,800	0,811	0,821	0,832	0,842	0,852	0,863	0,873	0,884	0,894	0,90430
	Aporte F	0,05248	0,05321	0,05392	0,05463	0,05533	0,05602	0,05670	0,05737	0,05803	0,05867	0,05931	0,05994
	Aporte W	-0,00278	-0,00275	-0,00272	-0,00269	-0,00266	-0,00263	-0,00260	-0,00257	-0,00254	-0,00251	-0,00248	-0,00245
	Total	0,04970	0,05046	0,05120	0,05194	0,05267	0,05339	0,05410	0,05480	0,05548	0,05616	0,05683	0,05749
TRAMO III	e+q ≤ x ≤ L	2,124	2,207	2,289	2,371	2,454	2,536	2,618	2,701	2,783	2,865	2,948	3,030
	Aporte F	0,05994	0,06457	0,06857	0,07193	0,07466	0,07676	0,07823	0,07907	0,07927	0,07885	0,07779	0,07610
	Aporte W	-0,00245	-0,00219	-0,00192	-0,00164	-0,00133	-0,00101	-0,00068	-0,00033	0,00004	0,00042	0,00082	0,00123
	Total	0,05749	0,06238	0,06664	0,07030	0,07333	0,07575	0,07755	0,07874	0,07931	0,07927	0,07860	0,07733



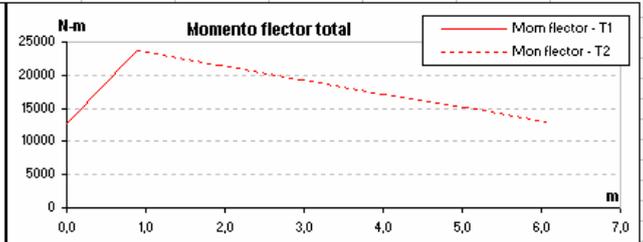
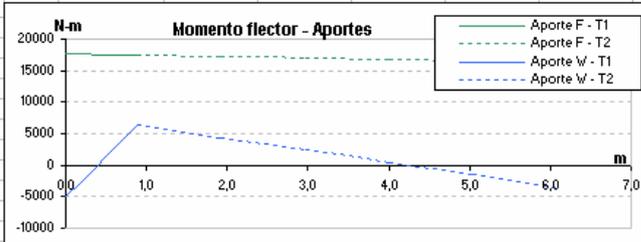
		Flecha y (mm)											V2
TRAMO I	0 ≤ x ≤ e-q	0,000	0,029	0,057	0,086	0,115	0,144	0,172	0,201	0,230	0,258	0,287	0,316
	Aporte F	0,00000	-0,04380	-0,08792	-0,13230	-0,17689	-0,22162	-0,26643	-0,31127	-0,35607	-0,40078	-0,44534	-0,48969
	Aporte W	0,00000	-0,00180	-0,00363	-0,00548	-0,00736	-0,00926	-0,01119	-0,01314	-0,01511	-0,01710	-0,01911	-0,02114
	Total	0,00000	-0,04560	-0,09155	-0,13778	-0,18425	-0,23088	-0,27762	-0,32441	-0,37118	-0,41788	-0,46445	-0,51083
TRAMO Ia	e-q ≤ x ≤ e	0,316	0,326	0,336	0,347	0,357	0,368	0,378	0,388	0,399	0,409	0,420	0,430
	u=x-e	-0,904	-0,894	-0,884	-0,873	-0,863	-0,852	-0,842	-0,832	-0,821	-0,811	-0,800	-0,790
	Aporte F	-0,48969	-0,50568	-0,52163	-0,53754	-0,55341	-0,56923	-0,58500	-0,60072	-0,61639	-0,63199	-0,64754	-0,66302
	Aporte W	-0,02114	-0,02188	-0,02262	-0,02336	-0,02410	-0,02485	-0,02560	-0,02635	-0,02711	-0,02786	-0,02862	-0,02938
	Total	-0,51083	-0,52756	-0,54425	-0,56090	-0,57752	-0,59409	-0,61061	-0,62708	-0,64349	-0,65986	-0,67616	-0,69240
TRAMO II	e-r ≤ x ≤ e+r	0,430	0,574	0,717	0,861	1,005	1,148	1,292	1,435	1,579	1,723	1,866	2,010
	u=x-e	-0,790	-0,646	-0,503	-0,359	-0,215	-0,072	0,072	0,215	0,359	0,503	0,646	0,790
	Aporte F	-0,66302	-0,86905	-1,05543	-1,21596	-1,34557	-1,44049	-1,49826	-1,51784	-1,49951	-1,44485	-1,35661	-1,23852
	Aporte W	-0,02938	-0,04003	-0,05091	-0,06189	-0,07284	-0,08366	-0,09421	-0,10439	-0,11405	-0,12310	-0,13140	-0,13884
	Total	-0,69240	-0,90909	-1,10634	-1,27784	-1,41842	-1,52415	-1,59248	-1,62222	-1,61356	-1,56795	-1,48801	-1,37736
TRAMO IIa	e+r ≤ x ≤ e+q	2,010	2,020	2,031	2,041	2,052	2,062	2,072	2,083	2,093	2,104	2,114	2,124
	u=x-e	0,790	0,800	0,811	0,821	0,832	0,842	0,852	0,863	0,873	0,884	0,894	0,904
	Aporte F	-1,23852	-1,22894	-1,21922	-1,20938	-1,19941	-1,18931	-1,17909	-1,16875	-1,15829	-1,14770	-1,13701	-1,12619
	Aporte W	-0,13884	-0,13934	-0,13983	-0,14032	-0,14081	-0,14129	-0,14176	-0,14223	-0,14270	-0,14315	-0,14361	-0,14405
	Total	-1,37736	-1,36828	-1,35906	-1,34970	-1,34022	-1,33060	-1,32086	-1,31098	-1,30098	-1,29086	-1,28061	-1,27025
TRAMO III	e+q ≤ x ≤ L	2,124	2,207	2,289	2,371	2,454	2,536	2,618	2,701	2,783	2,865	2,948	3,030
	Aporte F	-1,12619	-1,03665	-0,94091	-0,83988	-0,73448	-0,62560	-0,51415	-0,40105	-0,28720	-0,17351	-0,06089	0,0497595
	Aporte W	-0,14405	-0,14739	-0,15035	-0,15291	-0,15505	-0,15674	-0,15796	-0,15868	-0,15890	-0,15857	-0,15769	-0,15622
	Total	-1,27025	-1,18404	-1,09126	-0,99280	-0,88952	-0,78233	-0,67211	-0,55973	-0,44610	-0,33208	-0,21858	-0,10646



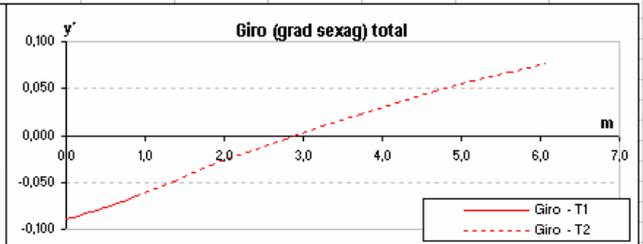
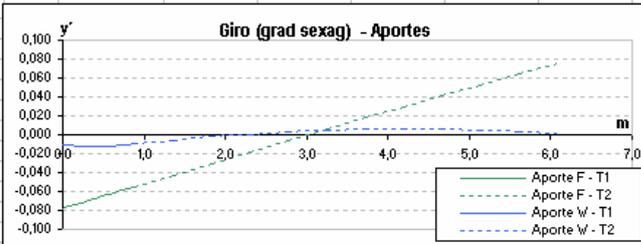
V I G A 3												
Fuerza Cortante (N)												
TRAMO I 0 ≤ x ≤ 6							TRAMO II 6 ≤ x ≤ 13					
x	0,00	0,18	0,36	0,53	0,71	0,89	0,89	1,93	2,97	4,00	5,04	6,08
Aporte F	-217,5	-217,5	-217,5	-217,5	-217,5	-217,5	-217,5	-217,5	-217,5	-217,5	-217,5	-217,5
Aporte W	12650,6	12650,6	12650,6	12650,6	12650,6	12650,6	-1868,2	-1868,2	-1868,2	-1868,2	-1868,2	-1868,2
Total	12433,1	12433,1	12433,1	12433,1	12433,1	12433,1	-2085,7	-2085,7	-2085,7	-2085,7	-2085,7	-2085,7



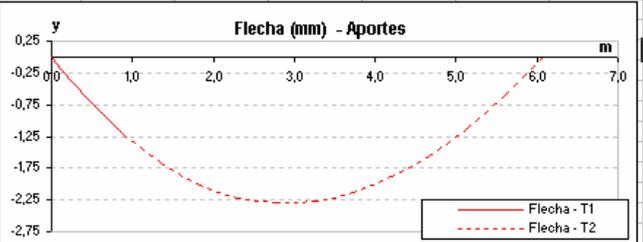
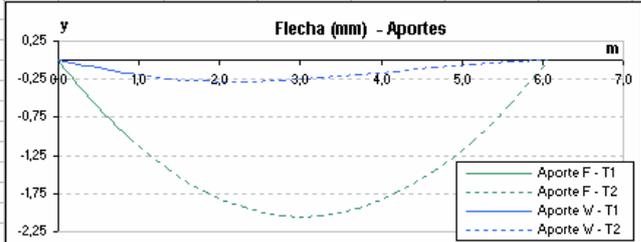
Momento Flector (N-m)												
TRAMO I 0 ≤ x ≤ 6							TRAMO II 6 ≤ x ≤ 13					
x	0,00	0,18	0,36	0,53	0,71	0,89	0,89	1,93	2,97	4,00	5,04	6,08
Aporte F	17627,9	17589,2	17550,4	17511,7	17473,0	17434,3	17434,3	17208,5	16982,7	16757,0	16531,2	16305,4
Aporte W	-4986,8	-2734,9	-483,1	1768,7	4020,5	6272,3	6272,3	4333,1	2394,0	454,8	-1484,3	-3423,5
Total	12641,1	14854,2	17067,3	19280,4	21493,5	23706,6	23706,6	21541,7	19376,7	17211,8	15046,9	12881,9



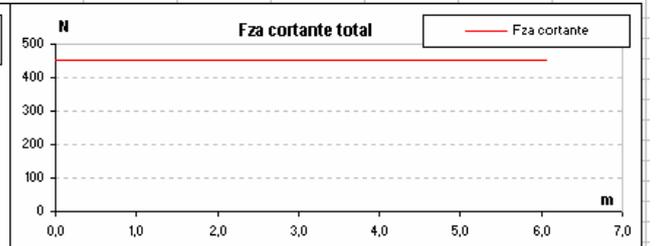
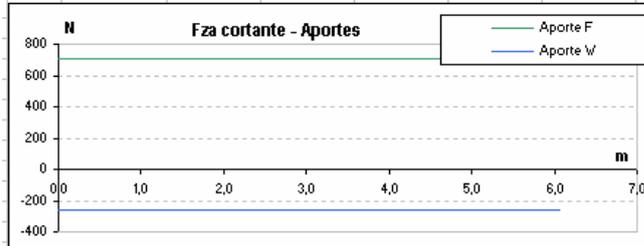
Giro y' (Grad sexag)												
TRAMO I 0 ≤ x ≤ 6							TRAMO II 6 ≤ x ≤ 13					
x	0,00	0,08	0,16	0,24	0,32	0,40	0,49	0,57	0,65	0,73	0,81	0,89
Aporte F	-0,0781	-0,0760	-0,0738	-0,0717	-0,0696	-0,0675	-0,0653	-0,0632	-0,0611	-0,0590	-0,0569	-0,0548
Aporte W	-0,0107	-0,0112	-0,0116	-0,0119	-0,0121	-0,0121	-0,0119	-0,0115	-0,0111	-0,0111	-0,0105	-0,0098
Total	-0,0888	-0,0872	-0,0855	-0,0836	-0,0817	-0,0796	-0,0774	-0,0751	-0,0727	-0,0701	-0,0674	-0,0646
x	0,89	1,36	1,83	2,31	2,78	3,25	3,72	4,19	4,66	5,14	5,61	6,08
Aporte F	-0,0548	-0,0425	-0,0303	-0,0182	-0,0062	0,0058	0,0177	0,0295	0,0413	0,0530	0,0646	0,0761
Aporte W	-0,0098	-0,0057	-0,0022	0,0007	0,0029	0,0045	0,0055	0,0059	0,0057	0,0048	0,0033	0,0012
Total	-0,0646	-0,0482	-0,0325	-0,0176	-0,0033	0,0103	0,0232	0,0354	0,0469	0,0578	0,0679	0,0773



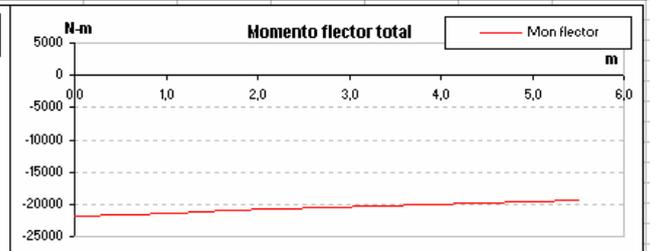
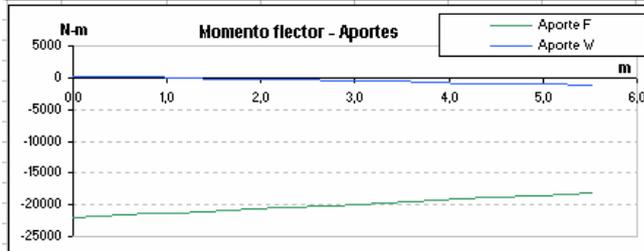
Flecha y (mm)												
TRAMO I 0 ≤ x ≤ 6							TRAMO II 6 ≤ x ≤ 13					
x	0,00	0,08	0,16	0,24	0,32	0,40	0,49	0,57	0,65	0,73	0,81	0,89
Aporte F	0,000	-0,109	-0,215	-0,317	-0,417	-0,514	-0,608	-0,698	-0,786	-0,871	-0,953	-1,032
Aporte W	0,000	-0,015	-0,032	-0,048	-0,065	-0,082	-0,100	-0,116	-0,133	-0,149	-0,164	-0,179
Total	0,000	-0,124	-0,246	-0,366	-0,482	-0,596	-0,707	-0,815	-0,919	-1,020	-1,117	-1,210
x	0,89	1,36	1,83	2,31	2,78	3,25	3,72	4,19	4,66	5,14	5,61	6,08
Aporte F	-1,032	-1,432	-1,732	-1,932	-2,032	-2,034	-1,937	-1,743	-1,451	-1,063	-0,579	0,000
Aporte W	-0,179	-0,242	-0,274	-0,280	-0,265	-0,234	-0,192	-0,145	-0,097	-0,053	-0,019	0,000
Total	-1,210	-1,674	-2,006	-2,212	-2,298	-2,268	-2,130	-1,888	-1,548	-1,116	-0,598	0,000



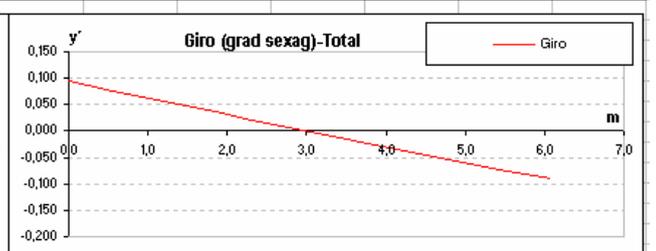
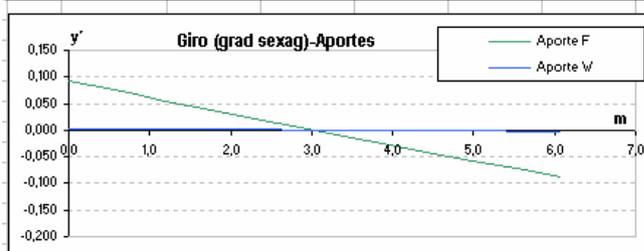
		V I G A 4											
		Fuerza Cortante (N)											
$0 \leq x \leq L3$		0,00	0,55	1,11	1,66	2,21	2,76	3,32	3,87	4,42	4,97	5,53	6,08
Aporte F		711,1	711,1	711,1	711,1	711,1	711,1	711,1	711,1	711,1	711,1	711,1	711,1
Aporte W		-257,1	-257,1	-257,1	-257,1	-257,1	-257,1	-257,1	-257,1	-257,1	-257,1	-257,1	-257,1
Total		454,0	454,0	454,0	454,0	454,0	454,0	454,0	454,0	454,0	454,0	454,0	454,0



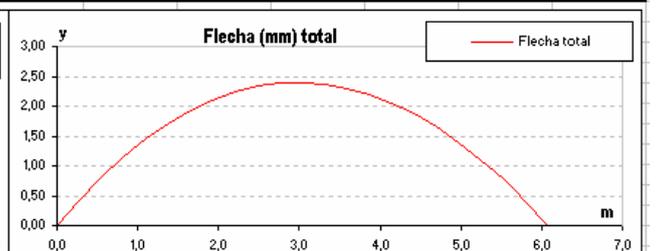
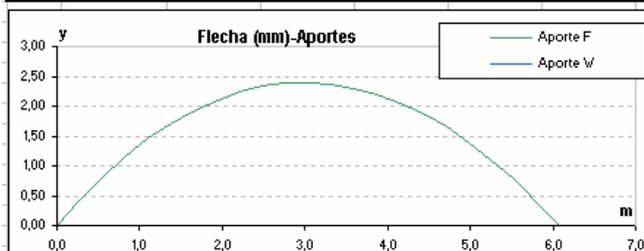
		V4											
		Momento Flector (N-m)											
$0 \leq x \leq L3$		0,00	0,55	1,11	1,66	2,21	2,76	3,32	3,87	4,42	4,97	5,53	6,08
Aporte F		-22044,7	-21651,7	-21258,7	-20865,6	-20472,6	-20079,5	-19686,5	-19293,4	-18900,4	-18507,4	-18114,3	-17721,3
Aporte W		257,3	115,2	-26,9	-169,1	-311,2	-453,3	-595,4	-737,5	-879,6	-1021,8	-1163,9	-1306,0
Total		-21787,4	-21536,5	-21285,6	-21034,7	-20783,7	-20532,8	-20281,9	-20031,0	-19780,0	-19529,1	-19278,2	-19027,3



		V4											
		Giro y' (Grad sexag)											
$0 \leq x \leq L3$		0,00	0,55	1,11	1,66	2,21	2,76	3,32	3,87	4,42	4,97	5,53	6,08
Aporte F		0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,1	-0,1	-0,1
Aporte W		0,00120	0,00135	0,00139	0,00131	0,00111	0,00079	0,00036	-0,00019	-0,00086	-0,00164	-0,00255	-0,00357
Total		0,09482	0,07693	0,05924	0,04175	0,02448	0,00741	-0,00945	-0,02610	-0,04255	-0,05879	-0,07482	-0,09064



		V4											
		Flecha y (mm)											
$0 \leq x \leq L3$		0,00	0,55	1,11	1,66	2,21	2,76	3,32	3,87	4,42	4,97	5,53	6,08
Aporte F		0,00000	0,81587	1,45917	1,93303	2,24059	2,38497	2,36930	2,19673	1,87038	1,39339	0,76888	0,00000
Aporte W		0,00000	0,00071	0,00147	0,00222	0,00290	0,00343	0,00375	0,00381	0,00352	0,00284	0,00168	0,00000
Total		0,00000	0,81658	1,46065	1,93526	2,24349	2,38840	2,37306	2,20054	1,87390	1,39622	0,77057	0,00000



b.- Prueba hidrostática de tubo Ø1400mm, Espiga apoyada en Tapa2.

$r=0,70m; \quad r_m=0,79m; \quad e_c=0,135m; \quad e_E=0,077m$

Condiciones durante la prueba

Ingresar longitudes en (m)

r = 0,7000	L1 L2 = 3,03	E Kg/cm2 = 2100000					---- Valor ingresado
rm = 0,7900	a = 1,22	W Kg = 1480	H viga	A cm2	Espiga		
ec = 0,135	e = 1,22	I cm4 = 18606	0,381	81,29	apoyada contra Tapa2		
eE = 0,077	L3 L4 = 6,08	I3 cm4 = 18606	0,381	81,29	esp tapas 0,050		
P (psi): 10,00	c = 0,89	I4 cm4 = 18606	0,381	81,29	Ø vástago 0,0381		

Valores para calculos (unidades Sist. Internacional)

rm = 0,790000	L = 3,03	e = 1,22	K=2pgm+2P	153395	I m4 = 0,0001861
Valores asignados	a = 1,22	f = 1,81	J=2pg =	19620	I3 m4 = 0,0001861
r = 0,7000	b = 1,81	δ = 0,011672	W N =	14518,8	S=I / I3 = 1
esp = 0,0770	L3 = 6,08	P (Pa) = 68947,60	E N/m2 =	2,0601E+11	I4 m4 = 0,0001861
q = 0,7613644	c = 0,89		pg H2O N/m	9810	T=I / I3 = 1
	d = 5,19				

Se obtiene:

	(N)	% de Ft
Fmasa agua Fm =	11930,0	7,5
Fpresion Fp =	106136,6	67,0
Fsellado Fs =	8110,5	5,1
Fmp =	32311,7	20,4
Fs + Fmp =	40422,2	
Ftotal (Ft) =	158488,9	

C.G. Fm	= -0,155063	m
C.G. Fp	= 0	m
C.G. Fs	= 0	m
C.G. Ftotal	= -0,011672	m

Presion real en caucho debido al borde del tubo	
Campana	Espiga
1,617	16,403
0,011	0,113

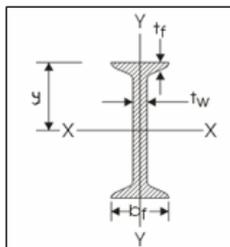
Psi
Mpa

Matriz cuando solo actua F (W=0)

	M1	M2	A	B	M3	M4	<i>Ecuación</i>
ΣM V4	-1,00	1,00	0,00	0,00	-1,00	1,00	-.1849,91 (.4.56)
ΣF V1	0,00	0,00	1,00	1,00	0,00	0,00	158488,85 (.4.59)
ΣM V1	1,00	-1,00	0,00	3,03	0,00	0,00	193356,40 (.4.60)
E1	6,07	1,01	-4,59	0,00	2,03	0,00	-257738,09 (.4.66)
E2	3,04	-1,01	-1,96	-0,55	5,10	1,98	-56684,90 (.4.87)
Y2-L=Y1-L	-23,01	9,21	7,99	0,38	-9,76	-4,04	225202,00 (.4.88)

Matriz cuando solo actua W (F=0)

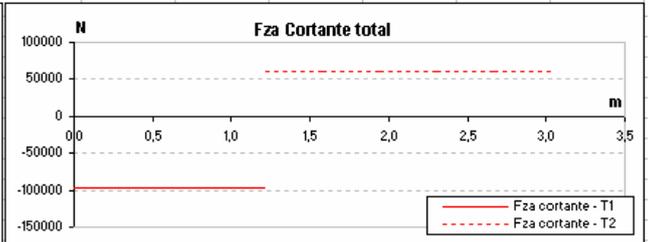
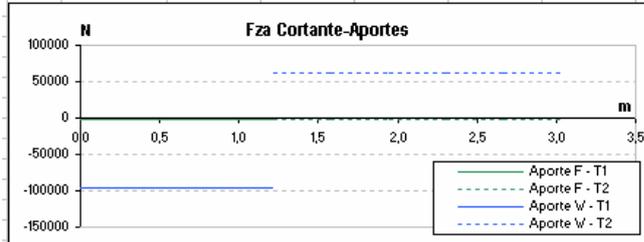
	M5	M6	EE	G	H	<i>Ecuación</i>
ΣF V4	0,00	0,00	1,00	1,00	0,00	14518,80 (.4.106)
ΣM V4	1,00	-1,00	0,00	6,08	0,00	12921,73 (.4.107)
E1	9,11	0,00	-12,32	0,00	-13,80	-131996,10 (.4.109)
E2	-6,08	-3,03	24,64	0,00	13,80	292615,64 (.4.110)
Y1-L=Y2-L	-7,60	-1,52	18,48	0,00	24,54	229071,82 (.4.111)



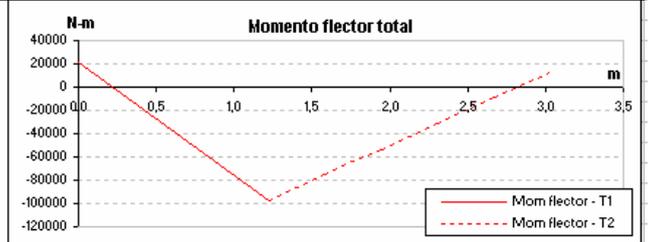
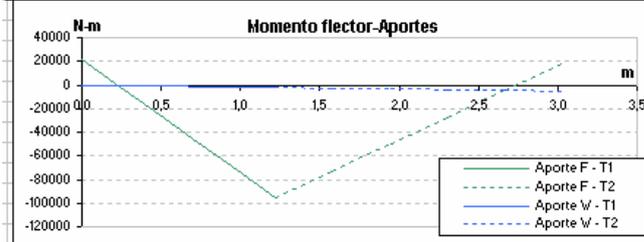
Det F = 1499	Det W = -3008	Ma = 21461
M1 = 21719	M5 = 4987	Mb = 12911
M2 = 17898	M6 = 3423	Mc = 12703
A = 95936	EE = 12651	Md = 19403
B = 62553	G = 1868	Ra = 97497
M3 = 16126	H = 1561	Rb = 60992
M4 = 18097	M7 = -257	Rc = 12359
F&L3= 304	M8 = 1306	Rd = 2160
R = 291	Wd/L3= 12394	
F= 158489	Wc/L3= 2125	
	W= 14519	

Espiga sobr Tapa2	Viga 1	Viga 2	Viga 3	Viga 4	Tapa1	Tapa2	
Momento flector max	97485	72101	23911	21461			N-m
Dist a fibra mas exigida: y	19,05	19,05	19,05	19,05			cm
Momento Inercia: I	0,000186	0,000186	0,000186	0,000186			m4
Esfuerzo maximo	10,33	7,55	3,26	3,46	12,95	6,17	Kg/mm2
Flecha maxima	1,70	1,65	2,30	2,39	1,30	1,62	mm

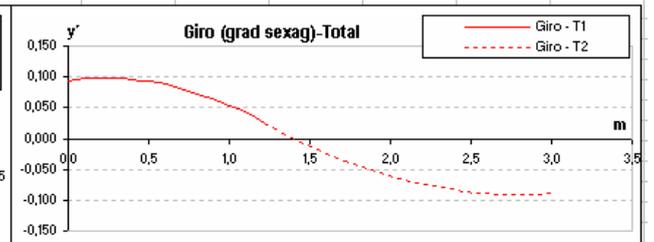
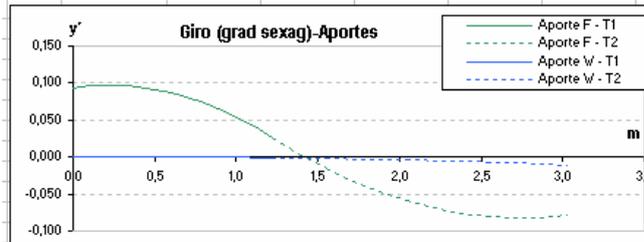
V I G A 1												
Fuerza Cortante (N)												
x	TRAMO I $0 \leq x \leq a$						TRAMO II $a \leq x \leq L$					
		0,00	0,24	0,49	0,73	0,98	1,22	1,22	1,58	1,94	2,31	2,67
Aporte F	-95935,8	-95935,8	-95935,8	-95935,8	-95935,8	-95935,8	62553,0	62553,0	62553,0	62553,0	62553,0	62553,0
Aporte W	-1560,9	-1560,9	-1560,9	-1560,9	-1560,9	-1560,9	-1560,9	-1560,9	-1560,9	-1560,9	-1560,9	-1560,9
Total	-97496,7	-97496,7	-97496,7	-97496,7	-97496,7	-97496,7	60992,2	60992,2	60992,2	60992,2	60992,2	60992,2



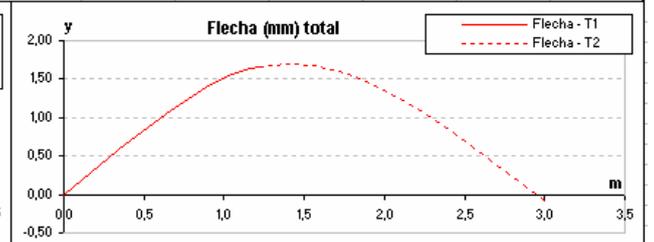
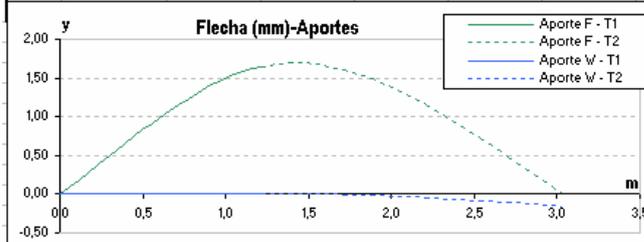
Momento Flector (N-m)												
x	TRAMO I $0 \leq x \leq a$						TRAMO II $a \leq x \leq L$					
		0,00	0,24	0,49	0,73	0,98	1,22	1,22	1,58	1,94	2,31	2,67
Aporte F	21718,5	-1689,8	-25098,2	-48506,5	-71914,8	-95323,2	-95323,2	-72679,0	-50034,8	-27390,6	-4746,4	17897,8
Aporte W	-257,3	-638,2	-1019,0	-1399,9	-1780,7	-2161,6	-2161,6	-2726,6	-3291,6	-3856,7	-4421,7	-4966,8
Total	21461,2	-2328,0	-26117,2	-49906,4	-73695,5	-97484,7	-97484,7	-75405,6	-53326,4	-31247,3	-9168,1	12911,0



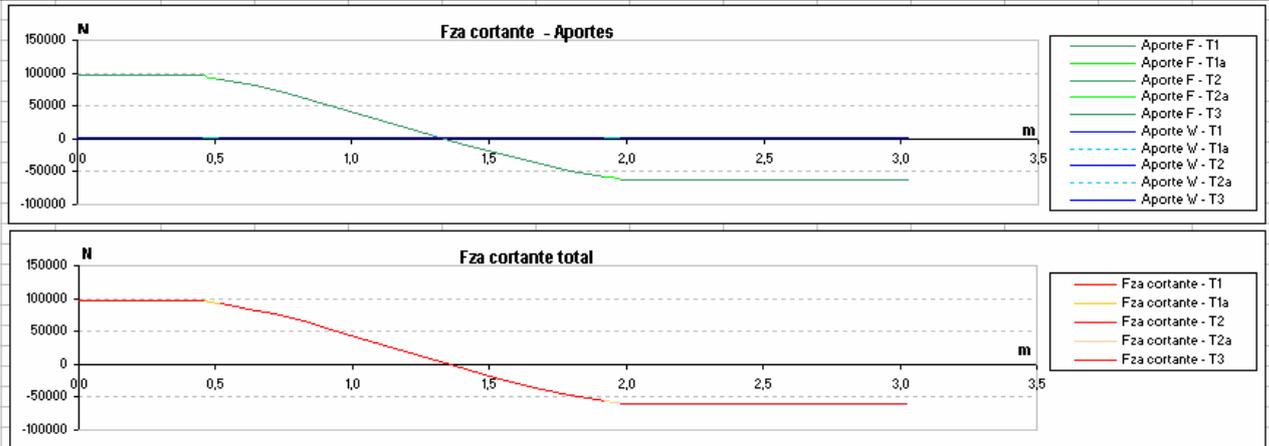
Giro y' (Grad sexag)												
TRAMO I $0 \leq x \leq a$							TRAMO II $a \leq x \leq L$					
		0,00	0,11	0,22	0,33	0,44	0,55	0,67	0,78	0,89	1,00	1,11
Aporte F	0,09321	0,09593	0,09688	0,09607	0,09350	0,08916	0,08306	0,07519	0,06556	0,05417	0,04101	0,02609
Aporte W	0,00120	0,00114	0,00106	0,00094	0,00080	0,00063	0,00043	0,00020	-0,00006	-0,00035	-0,00066	-0,00101
Total	0,09441	0,09707	0,09794	0,09701	0,09430	0,08979	0,08349	0,07539	0,06550	0,05382	0,04035	0,02509
TRAMO II $a \leq x \leq L$												
	1,22	1,38	1,55	1,71	1,88	2,04	2,21	2,37	2,54	2,70	2,87	3,03
Aporte F	0,02609	0,00391	-0,01574	-0,03285	-0,04744	-0,05949	-0,06901	-0,07600	-0,08046	-0,08239	-0,08178	-0,07865
Aporte W	-0,00101	-0,00157	-0,00220	-0,00289	-0,00364	-0,00445	-0,00533	-0,00628	-0,00728	-0,00835	-0,00948	-0,01068
Total	0,02509	0,00234	-0,01793	-0,03574	-0,05108	-0,06395	-0,07435	-0,08228	-0,08774	-0,09074	-0,09127	-0,08932



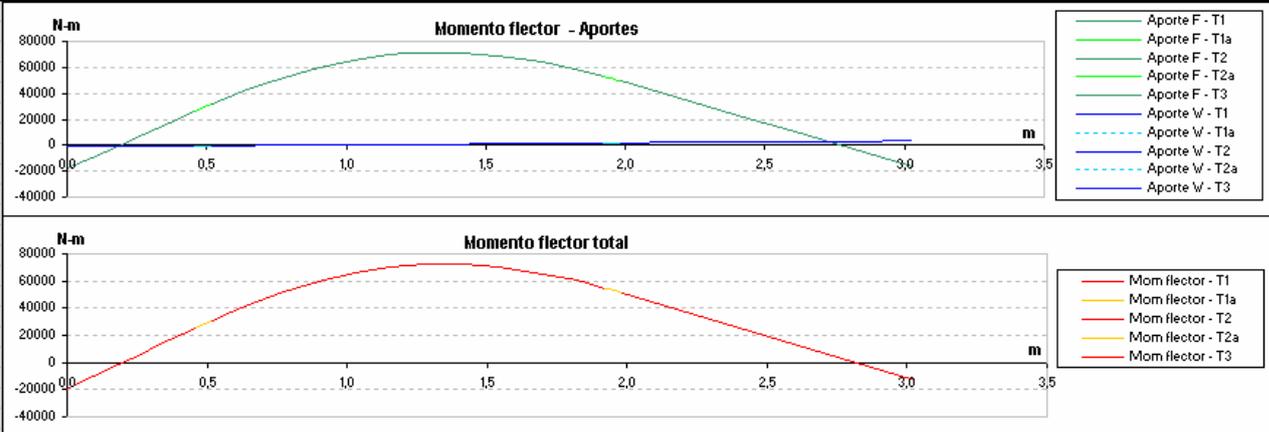
Flecha y (mm)												
TRAMO I $0 \leq x \leq a$							TRAMO II $a \leq x \leq L$					
		0,00	0,11	0,22	0,33	0,44	0,55	0,67	0,78	0,89	1,00	1,11
Aporte F	0,00000	0,18334	0,37023	0,55727	0,74103	0,91811	1,08508	1,23853	1,37505	1,49122	1,58363	1,64887
Aporte W	0,00000	0,00227	0,00440	0,00634	0,00803	0,00941	0,01044	0,01104	0,01118	0,01079	0,00982	0,00820
Total	0,00000	0,18561	0,37464	0,56361	0,74906	0,92752	1,09551	1,24957	1,38623	1,50201	1,59345	1,65707
TRAMO II $a \leq x \leq L$												
	1,22	1,38	1,55	1,71	1,88	2,04	2,21	2,37	2,54	2,70	2,87	3,03
Aporte F	1,64887	1,69135	1,67376	1,60339	1,48749	1,33334	1,14822	0,93938	0,71410	0,47965	0,24331	0,01233
Aporte W	0,00820	0,00452	-0,00087	-0,00816	-0,01751	-0,02912	-0,04316	-0,05982	-0,07927	-0,10170	-0,12729	-0,15622
Total	1,65707	1,69587	1,67289	1,59523	1,46998	1,30423	1,10506	0,87956	0,63483	0,37795	0,11602	-0,14389



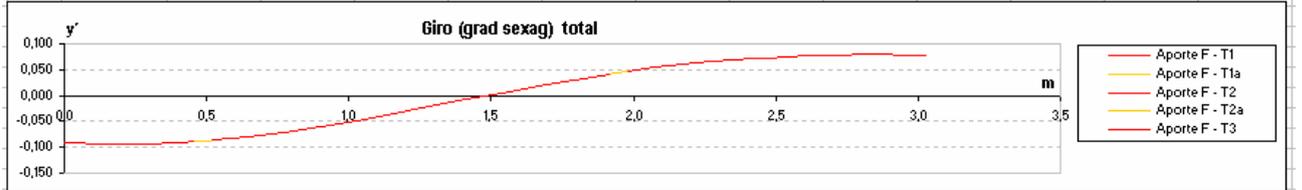
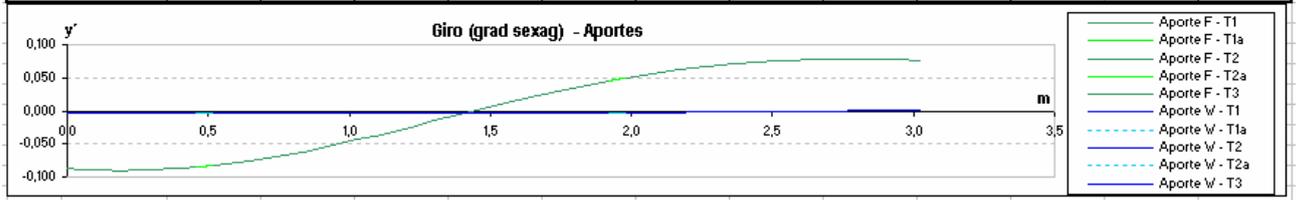
V I G A 2												
Fuerza Cortante (N)												
TRAMO I $0 \leq x \leq e-q$							TRAMO Ia $e-q \leq x \leq e-r$					
x	0,00	0,09	0,18	0,28	0,37	0,46	0,46	0,47	0,48	0,50	0,51	0,52
u = x-e	-1,22	-1,13	-1,04	-0,94	-0,85	-0,76	-0,76	-0,75	-0,74	-0,72	-0,71	-0,70
Aporte F	95935,8	95935,8	95935,8	95935,8	95935,8	95935,8	95935,8	93622,4	92659,8	91918,0	91290,1	90734,6
Aporte W	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9
Total	97496,7	97496,7	97496,7	97496,7	97496,7	97496,7	97496,7	95183,3	94220,7	93478,9	92851,0	92295,5
TRAMO II $e-r \leq x \leq e+r$							TRAMO III $e+q \leq x \leq L$					
x	0,52	0,65	0,77	0,90	1,03	1,16	1,28	1,41	1,54	1,67	1,79	1,92
u = x-e	-0,70	-0,57	-0,45	-0,32	-0,19	-0,06	0,06	0,19	0,32	0,45	0,57	0,70
Aporte F	90734,6	80912,2	68074,4	53602,9	38197,0	22376,2	6575,6	-8809,5	-23390,6	-36750,9	-48382,1	-57351,8
Aporte W	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9
Total	92295,5	82473,1	69635,3	55163,8	39757,8	23937,1	8136,5	-7248,6	-21829,7	-35190,0	-46821,3	-55790,9
x	1,92	1,93	1,94	1,96	1,97	1,98	1,98	2,19	2,40	2,61	2,82	3,03
u = x-e	0,70	0,71	0,72	0,74	0,75	0,76	0,76	0,97	1,18	1,39	1,60	1,81
Aporte F	-57351,8	-57907,3	-58535,2	-59277,0	-60239,7	-62553,0	-62553,0	-62553,0	-62553,0	-62553,0	-62553,0	-62553,0
Aporte W	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9	1560,9
Total	-55790,9	-56346,4	-56974,4	-57716,1	-58678,8	-60992,1	-60992,2	-60992,2	-60992,2	-60992,2	-60992,2	-60992,2



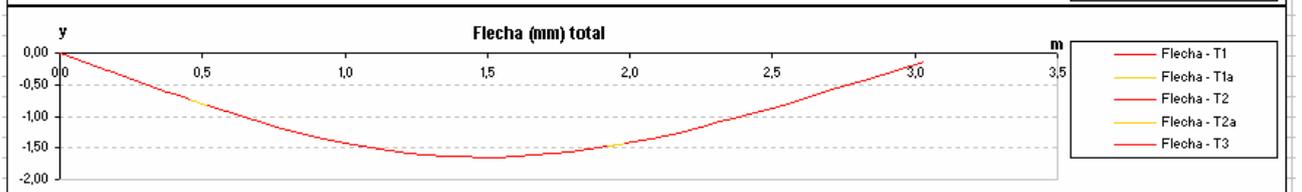
V2												
Momento Flector (N-m)												
TRAMO I $0 \leq x \leq e-q$							TRAMO Ia $e-q \leq x \leq e-r$					
x	0,00	0,09	0,18	0,28	0,37	0,46	0,46	0,47	0,48	0,50	0,51	0,52
u = x-e	-1,22	-1,13	-1,04	-0,94	-0,85	-0,76	-0,76	-0,75	-0,74	-0,72	-0,71	-0,70
Aporte F	-18097,1	-9297,2	-497,3	8302,7	17102,6	25902,5	25902,5	27061,0	28203,8	29336,3	30460,4	31577,3
Aporte W	-1306,0	-1162,8	-1019,6	-876,5	-733,3	-590,1	-590,1	-571,0	-551,8	-532,6	-513,5	-494,3
Total	-19403,1	-10460,0	-1516,9	7426,2	16369,3	25312,4	25312,4	26490,0	27652,0	28803,6	29946,9	31083,0
TRAMO II $e-r \leq x \leq e+r$							TRAMO III $e+q \leq x \leq L$					
x	0,52	0,65	0,77	0,90	1,03	1,16	1,28	1,41	1,54	1,67	1,79	1,92
u = x-e	-0,70	-0,57	-0,45	-0,32	-0,19	-0,06	0,06	0,19	0,32	0,45	0,57	0,70
Aporte F	31577,3	42549,0	52052,1	59808,3	65657,0	69513,7	71353,7	71205,1	69145,4	65302,8	59863,6	53095,4
Aporte W	-494,3	-295,7	-97,0	101,6	300,3	499,0	697,6	896,3	1094,9	1293,6	1492,2	1690,9
Total	31083,0	42253,3	51955,1	59909,9	65957,3	70012,6	72051,3	72101,4	70240,3	66596,4	61355,9	54786,3
x	1,92	1,93	1,94	1,96	1,97	1,98	1,98	2,19	2,40	2,61	2,82	3,03
u = x-e	0,70	0,71	0,72	0,74	0,75	0,76	0,76	0,97	1,18	1,39	1,60	1,81
Aporte F	53095,4	52388,2	51673,7	50950,9	50217,8	49469,1	49469,1	36350,0	23230,9	10111,9	-3007,2	-16126,3
Aporte W	1690,9	1710,1	1729,2	1748,4	1767,5	1786,7	1786,7	2114,0	2441,4	2768,8	3096,1	3423,5
Total	54786,3	54098,2	53402,9	52699,3	51985,4	51255,7	51255,7	38464,0	25672,3	12880,6	88,9	-12702,8



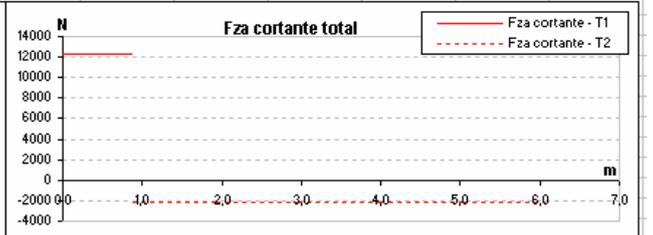
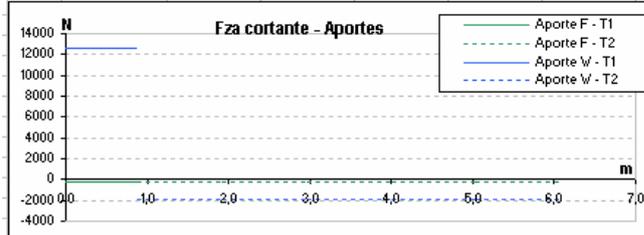
		Giro y' (Gradsexag)											V2
TRAMO I	0 ≤ x ≤ e-q	0,000	0,042	0,083	0,125	0,167	0,208	0,250	0,292	0,334	0,375	0,417	0,459
	Aporte F	-0,06772	-0,06873	-0,06948	-0,06998	-0,07024	-0,07025	-0,07000	-0,06951	-0,06877	-0,06778	-0,06654	-0,06505
	Aporte W	-0,00357	-0,00365	-0,00372	-0,00379	-0,00386	-0,00392	-0,00398	-0,00404	-0,00409	-0,00413	-0,00418	-0,00422
	Total	-0,09129	-0,09237	-0,09320	-0,09378	-0,09410	-0,09417	-0,09398	-0,09355	-0,09286	-0,09191	-0,09071	-0,08926
TRAMO Ia	e-q ≤ x ≤ e	0,459	0,464	0,470	0,475	0,481	0,487	0,492	0,498	0,503	0,509	0,514	0,520
	u=x-e	-0,761	-0,756	-0,750	-0,745	-0,739	-0,733	-0,728	-0,722	-0,717	-0,711	-0,706	-0,700
	Aporte F	-0,08505	-0,08483	-0,08461	-0,08438	-0,08415	-0,08391	-0,08367	-0,08343	-0,08318	-0,08293	-0,08267	-0,08241
	Aporte W	-0,00422	-0,00422	-0,00423	-0,00423	-0,00424	-0,00424	-0,00424	-0,00425	-0,00425	-0,00426	-0,00426	-0,00427
	Total	-0,08926	-0,08905	-0,08883	-0,08861	-0,08838	-0,08815	-0,08792	-0,08768	-0,08743	-0,08718	-0,08693	-0,08667
TRAMO II	e-r ≤ x ≤ e+r	0,520	0,647	0,775	0,902	1,029	1,156	1,284	1,411	1,538	1,665	1,793	1,920
	u=x-e	-0,700	-0,573	-0,445	-0,318	-0,191	-0,064	0,064	0,191	0,318	0,445	0,573	0,700
	Aporte F	-0,08241	-0,07534	-0,06631	-0,05564	-0,04368	-0,03079	-0,01736	-0,00376	0,00962	0,02243	0,03436	0,04513
	Aporte W	-0,00427	-0,00434	-0,00438	-0,00438	-0,00434	-0,00426	-0,00415	-0,00400	-0,00381	-0,00358	-0,00332	-0,00301
	Total	-0,08667	-0,07968	-0,07069	-0,06002	-0,04802	-0,03505	-0,02151	-0,00776	0,00581	0,01885	0,03105	0,04211
TRAMO IIa	e+r ≤ x ≤ e+q	1,920	1,926	1,931	1,937	1,942	1,948	1,953	1,959	1,965	1,970	1,976	1,981
	u=x-e	0,700	0,706	0,711	0,717	0,722	0,728	0,733	0,739	0,745	0,750	0,756	0,76136
	Aporte F	0,04513	0,04557	0,04601	0,04644	0,04688	0,04731	0,04773	0,04816	0,04858	0,04900	0,04942	0,04983
	Aporte W	-0,00301	-0,00300	-0,00299	-0,00297	-0,00296	-0,00294	-0,00293	-0,00291	-0,00290	-0,00288	-0,00287	-0,00285
	Total	0,04211	0,04257	0,04302	0,04347	0,04392	0,04436	0,04481	0,04525	0,04568	0,04612	0,04655	0,04698
TRAMO III	e+q ≤ x ≤ L	1,981	2,077	2,172	2,267	2,363	2,458	2,553	2,649	2,744	2,839	2,935	3,030
	Aporte F	0,04983	0,05646	0,06223	0,06716	0,07123	0,07446	0,07683	0,07836	0,07903	0,07886	0,07784	0,07596
	Aporte W	-0,00285	-0,00259	-0,00230	-0,00200	-0,00167	-0,00132	-0,00095	-0,00055	-0,00014	0,00030	0,00075	0,00123
	Total	0,04698	0,05387	0,05993	0,06516	0,06956	0,07314	0,07589	0,07780	0,07889	0,07916	0,07859	0,07719



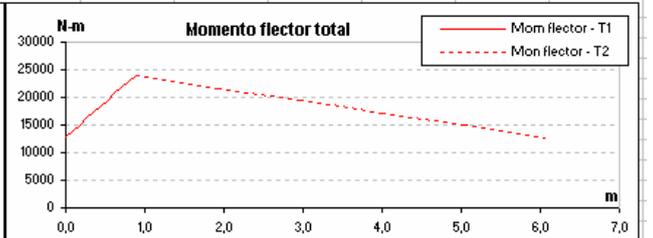
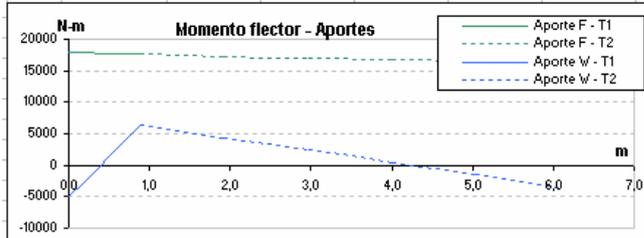
		Flecha y (mm)											V2
TRAMO I	0 ≤ x ≤ e-q	0,000	0,042	0,083	0,125	0,167	0,208	0,250	0,292	0,334	0,375	0,417	0,459
	Aporte F	0,00000	-0,06422	-0,12907	-0,19438	-0,25997	-0,32566	-0,39125	-0,45658	-0,52147	-0,58572	-0,64915	-0,71160
	Aporte W	0,00000	-0,00262	-0,00531	-0,00804	-0,01082	-0,01366	-0,01653	-0,01945	-0,02241	-0,02540	-0,02842	-0,03148
	Total	0,00000	-0,06684	-0,13438	-0,20242	-0,27080	-0,33931	-0,40779	-0,47603	-0,54387	-0,61112	-0,67758	-0,74308
TRAMO Ia	e-q ≤ x ≤ e	0,459	0,464	0,470	0,475	0,481	0,487	0,492	0,498	0,503	0,509	0,514	0,520
	u=x-e	-0,761	-0,756	-0,750	-0,745	-0,739	-0,733	-0,728	-0,722	-0,717	-0,711	-0,706	-0,700
	Aporte F	-0,71160	-0,71987	-0,72812	-0,73634	-0,74455	-0,75273	-0,76089	-0,76902	-0,77713	-0,78522	-0,79328	-0,80132
	Aporte W	-0,03148	-0,03189	-0,03230	-0,03271	-0,03312	-0,03354	-0,03395	-0,03436	-0,03478	-0,03519	-0,03561	-0,03602
	Total	-0,74308	-0,75176	-0,76042	-0,76906	-0,77767	-0,78627	-0,79484	-0,80339	-0,81191	-0,82041	-0,82889	-0,83734
TRAMO II	e-r ≤ x ≤ e+r	0,520	0,647	0,775	0,902	1,029	1,156	1,284	1,411	1,538	1,665	1,793	1,920
	u=x-e	-0,700	-0,573	-0,445	-0,318	-0,191	-0,064	0,064	0,191	0,318	0,445	0,573	0,700
	Aporte F	-0,80132	-0,97691	-1,13457	-1,27029	-1,38081	-1,46365	-1,51711	-1,54063	-1,53406	-1,49833	-1,43505	-1,34653
	Aporte W	-0,03602	-0,04559	-0,05528	-0,06502	-0,07471	-0,08427	-0,09362	-0,10268	-0,11136	-0,11958	-0,12725	-0,13428
	Total	-0,83734	-1,02250	-1,18985	-1,33531	-1,45551	-1,54792	-1,61080	-1,64331	-1,64542	-1,61790	-1,56230	-1,48081
TRAMO IIa	e+r ≤ x ≤ e+q	1,920	1,926	1,931	1,937	1,942	1,948	1,953	1,959	1,965	1,970	1,976	1,981
	u=x-e	0,700	0,706	0,711	0,717	0,722	0,728	0,733	0,739	0,745	0,750	0,756	0,761
	Aporte F	-1,34653	-1,34211	-1,33766	-1,33316	-1,32861	-1,32403	-1,31940	-1,31473	-1,31002	-1,30527	-1,30048	-1,29565
	Aporte W	-0,13428	-0,13458	-0,13487	-0,13516	-0,13545	-0,13573	-0,13602	-0,13630	-0,13659	-0,13687	-0,13715	-0,13743
	Total	-1,48081	-1,47669	-1,47253	-1,46831	-1,46406	-1,45976	-1,45542	-1,45104	-1,44661	-1,44214	-1,43763	-1,43308
TRAMO III	e+q ≤ x ≤ L	1,981	2,077	2,172	2,267	2,363	2,458	2,553	2,649	2,744	2,839	2,935	3,030
	Aporte F	-1,29565	-1,20711	-1,10825	-1,00050	-0,88525	-0,76394	-0,63796	-0,50874	-0,37768	-0,24621	-0,11573	0,0123340
	Aporte W	-0,13743	-0,14196	-0,14603	-0,14961	-0,15266	-0,15515	-0,15703	-0,15828	-0,15886	-0,15873	-0,15787	-0,15622
	Total	-1,43308	-1,34907	-1,25429	-1,15011	-1,03792	-0,91908	-0,79499	-0,66702	-0,53654	-0,40494	-0,27360	-0,14389



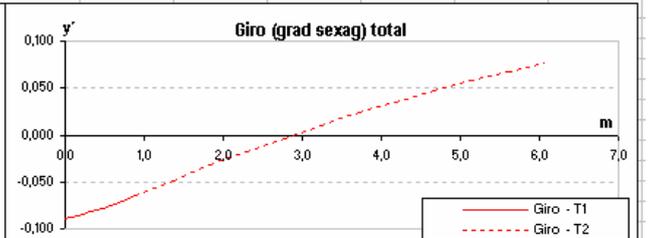
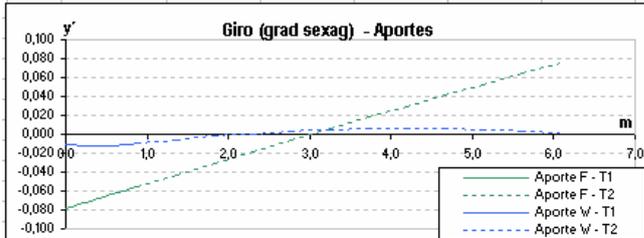
Fuerza Cortante (N)													
TRAMO I $0 \leq x \leq 6$							TRAMO II $6 \leq x \leq 13$						
x	0,00	0,18	0,36	0,53	0,71	0,89	0,89	1,93	2,97	4,00	5,04	6,08	
Aporte F	-291,4	-291,4	-291,4	-291,4	-291,4	-291,4	-291,4	-291,4	-291,4	-291,4	-291,4	-291,4	-291,4
Aporte W	12650,6	12650,6	12650,6	12650,6	12650,6	12650,6	-1868,2	-1868,2	-1868,2	-1868,2	-1868,2	-1868,2	-1868,2
Total	12359,3	12359,3	12359,3	12359,3	12359,3	12359,3	-2159,5	-2159,5	-2159,5	-2159,5	-2159,5	-2159,5	-2159,5



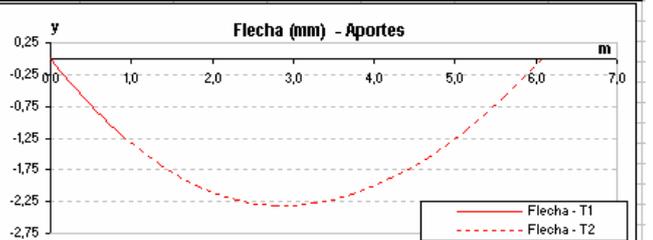
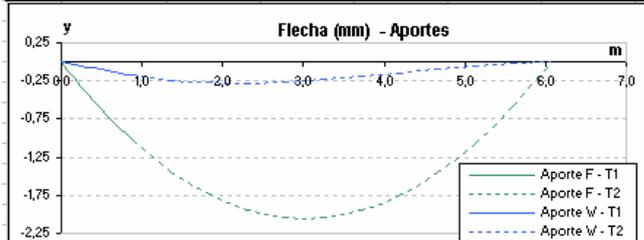
Momento Flector (N-m)													
TRAMO I $0 \leq x \leq 6$							TRAMO II $6 \leq x \leq 13$						
x	0,00	0,18	0,36	0,53	0,71	0,89	0,89	1,93	2,97	4,00	5,04	6,08	
Aporte F	17897,8	17845,9	17794,1	17742,2	17690,4	17638,5	17638,5	17336,0	17033,6	16731,2	16428,7	16126,3	
Aporte W	-4986,8	-2734,9	-483,1	1768,7	4020,5	6272,3	6272,3	4333,1	2394,0	454,8	-1484,3	-3423,5	
Total	12911,0	15111,0	17310,9	19510,9	21710,8	23910,8	23910,8	21669,2	19427,6	17186,0	14944,4	12702,8	



Giro y' (Grad sexag)													
TRAMO I $0 \leq x \leq 6$							TRAMO II $6 \leq x \leq 13$						
x	0,00	0,08	0,16	0,24	0,32	0,40	0,49	0,57	0,65	0,73	0,81	0,89	
Aporte F	-0,0786	-0,0765	-0,0743	-0,0722	-0,0700	-0,0679	-0,0657	-0,0636	-0,0614	-0,0593	-0,0571	-0,0550	
Aporte W	-0,0107	-0,0112	-0,0116	-0,0119	-0,0121	-0,0121	-0,0121	-0,0119	-0,0115	-0,0111	-0,0105	-0,0098	
Total	-0,0893	-0,0877	-0,0860	-0,0841	-0,0821	-0,0800	-0,0778	-0,0754	-0,0730	-0,0704	-0,0677	-0,0648	
x	0,89	1,36	1,83	2,31	2,78	3,25	3,72	4,19	4,66	5,14	5,61	6,08	
Aporte F	-0,0550	-0,0426	-0,0303	-0,0181	-0,0060	0,0060	0,0179	0,0297	0,0414	0,0530	0,0645	0,0760	
Aporte W	-0,0098	-0,0057	-0,0022	0,0007	0,0029	0,0045	0,0055	0,0059	0,0057	0,0048	0,0033	0,0012	
Total	-0,0648	-0,0483	-0,0325	-0,0175	-0,0031	0,0105	0,0234	0,0356	0,0471	0,0578	0,0679	0,0772	



Flecha y (mm)													
TRAMO I $0 \leq x \leq 6$							TRAMO II $6 \leq x \leq 13$						
x	0,00	0,08	0,16	0,24	0,32	0,40	0,49	0,57	0,65	0,73	0,81	0,89	
Aporte F	0,000	-0,110	-0,216	-0,319	-0,420	-0,517	-0,611	-0,703	-0,791	-0,876	-0,958	-1,038	
Aporte W	0,000	-0,015	-0,032	-0,048	-0,065	-0,082	-0,100	-0,116	-0,133	-0,149	-0,164	-0,179	
Total	0,000	-0,125	-0,248	-0,368	-0,485	-0,600	-0,711	-0,819	-0,924	-1,025	-1,123	-1,216	
x	0,89	1,36	1,83	2,31	2,78	3,25	3,72	4,19	4,66	5,14	5,61	6,08	
Aporte F	-1,038	-1,440	-1,740	-1,939	-2,039	-2,039	-1,940	-1,744	-1,452	-1,063	-0,579	0,000	
Aporte W	-0,179	-0,242	-0,274	-0,280	-0,265	-0,234	-0,192	-0,145	-0,097	-0,053	-0,019	0,000	
Total	-1,216	-1,682	-2,014	-2,220	-2,304	-2,273	-2,133	-1,889	-1,548	-1,116	-0,598	0,000	





d.- Tubo Ø1400mm sin agua, Espiga apoyada contra *Tapa2*, botella hidráulica ejerciendo toda la carga de prueba

Condiciones durante la prueba

Ingresar longitudes en (m)

r = 0,7000	L1 L2 = 3,03	E Kg/cm2 = 2100000						
rm = 0,7900	a = 1,22	W Kg = 1480	H viga	A cm2	Espiga			
ec = 0,135	e = 1,22	I cm4 = 18606	0,381	81,29	apoyada contra <i>Tapa2</i>			
eε = 0,077	L3 L4 = 6,08	I3 cm4 = 18606	0,381	81,29	esp tapas 0,050			
P (psi): 10,00	c = 0,89	I4 cm4 = 18606	0,381	81,29	Ø vástago 0,0381			

---- Valor ingresado
---- Valor calculado

Valores para calculos (unidades Sist. Internacional)

rm = 0,790000	L = 3,03	e = 1,22	K=2pgrm+2P	0	I m4 = 0,0001861
Valores asignados	a = 1,22	f = 1,81	J=2pg =	0	I3 m4 = 0,0001861
r = 0,7000	b = 1,81	δ = 0,000000	W N =	14518,8	S=l / I3 = 1
esp = 0,0770	L3 = 6,08	P (Pa) = 68947,60	E N/m2 =	2,0601E+11	I4 m4 = 0,0001861
q = 0,7613644	c = 0,89		pg H2O N/m	9810	T=l / I3 = 1
	d = 5,19				

Se obtiene:

Fmasa agua	Fm = 0,0	(N)	% de Ft	0,0
Fpresion	Fp = 0,0			0,0
Fsellado	Fs = 158488,9			100,0
Fmp	0,0			0,0
Fs + Fmp	158488,9			
Ftotal (Ft)	158488,9			

C.G. Fm	0 m
C.G. Fp	0 m
C.G. Fs	0 m
C.G. Ftotal	0 m

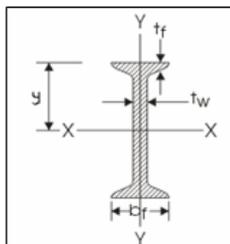
Presion real en caucho debido al borde del tubo	
<i>Campana</i>	<i>Espiga</i>
31,592	64,315
0,218	0,444
	Psi
	Mpa

Matriz cuando solo actua F (W=0)

	M1	M2	A	B	M3	M4	Ecuacion
ΣM V4	-1,00	1,00	0,00	0,00	-1,00	1,00	0,00 .(4.56)
ΣF V1	0,00	0,00	1,00	1,00	0,00	0,00	158488,90 .(4.59)
ΣM V1	1,00	-1,00	0,00	3,03	0,00	0,00	193356,46 .(4.60)
E1	6,07	1,01	-4,59	0,00	2,03	0,00	-259612,74 .(4.66)
E2	3,04	-1,01	-1,96	-0,55	5,10	1,98	-68904,13 .(4.87)
Y2-L=Y1-L	-23,01	9,21	7,99	0,38	-9,76	-4,04	258033,43 .(4.88)
	M1	M2	A	B	M3	M4	

Matriz cuando solo actua W (F=0)

	M5	M6	EE	G	H	Ecuación
ΣF V4	0,00	0,00	1,00	1,00	0,00	14518,80 .(4.106)
ΣM V4	1,00	-1,00	0,00	6,08	0,00	12921,73 .(4.107)
E1	9,11	0,00	-12,32	0,00	-13,80	-131996,10 .(4.109)
E2	-6,08	-3,03	24,64	0,00	13,80	292615,64 .(4.110)
Y1-L=Y2-L	-7,60	-1,52	18,48	0,00	24,54	229071,82 .(4.111)
	M5	M6	EE	G	H	



Det F = 1499	Det W = -3008	Ma = 21248
M1 = 21505	M5 = 4987	Mb = 13945
M2 = 18932	M6 = 3423	Mc = 10967
A = 95524	EE = 12651	Md = 18269
B = 62965	G = 1868	Ra = 97085
M3 = 14390	H = 1561	Rb = 61404
M4 = 16963	M7 = -257	Rc = 11904
F&L3= 0	M8 = 1306	Rd = 2615
R = 747	Wd/L3= 12394	
F= 158489	Wc/L3= 2125	
	W= 14519	

Espiga sobr <i>Tapa2</i>	<i>Viga 1</i>	<i>Viga 2</i>	<i>Viga 3</i>	<i>Viga 4</i>	<i>Tapa1</i>	<i>Tapa2</i>	
Momento flector max	97196	64036	24540	21248			N-m
Dist a fibra mas exigida: y	19,05	19,05	19,05	19,05			cm
Momento Inercia: I	0,000186	0,000186	0,000186	0,000186			m4
Esfuerzo maximo	10,29	6,72	3,33	3,44	15,10	6,17	Kg/mm2
Flecha maxima	1,64	1,60	2,27	2,31	1,96	2,07	mm

f.- Prueba hidrostática de tubo Ø1400mm, Espiga apoyada en Tapa2, se aplica el doble de la F_s teórica.

$$r=0,70m; \quad r_m=0,79m; \quad e_c=0,135m; \quad e_E=0,077m$$

Condiciones durante la prueba

Ingresar longitudes en (m)

r = 0,7000	L1 L2 = 3,03	E Kg/cm2 = 2100000						---- Valor ingresado
rm = 0,7900	a = 1,22	W Kg = 1480	H viga	A cm2	Espiga			---- Valor calculado
ec = 0,135	e = 1,22	I cm4 = 18606	0,381	81,29	apoyada contra Tapa2			
eE = 0,077	L3 L4 = 6,08	I3 cm4 = 18606	0,381	81,29	esp tapas 0,050			
P (psi): 10,00	c = 0,89	I4 cm4 = 18606	0,381	81,29	Ø vastago 0,0381			

Valores para calculos (unidades Sist. Internacional)

rm = 0,790000	L = 3,03	e = 1,22	K=2pgrm+2P	153395	I m4 = 0,0001861
Valores asignados	a = 1,22	f = 1,81	J=2pg =	19620	I3 m4 = 0,0001861
r = 0,7000	b = 1,81	δ = 0,011104	W N =	14518,8	S=I / I3 = 1
esp = 0,0770	L3 = 6,08	P (Pa) = 68947,60	E N/m2 =	2,0601E+11	I4 m4 = 0,0001861
q = 0,7613644	c = 0,89		pg H2O N/m	9810	T=I / I3 = 1
	d = 5,19				

Se obtiene:

	(N)	% de Ft
Fmasa agua Fm =	11930,0	7,2
Fpression Fp =	106136,6	63,7
Fsellado Fs =	16221,0	9,7
Fmp =	32311,7	19,4
Fs + Fmp =	48532,7	
Ftotal (Ft) =	166599,4	

C.G. Fm :	-0,155063 m
C.G. Fp :	0 m
C.G. Fs :	0 m
C.G. Ftotal :	-0,011104 m

Presion real en caucho debido al borde del tubo	
Campana	Espiga
3,233	19,694
0,022	0,136

Psi
Mpa

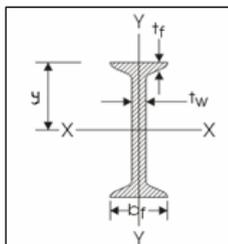
Matriz cuando solo actua F (W=0)

	M1	M2	A	B	M3	M4	Ecuacion
ΣM V4	-1,00	1,00	0,00	0,00	-1,00	1,00	-1849,91 (.4.56)
ΣF V1	0,00	0,00	1,00	1,00	0,00	0,00	166599,37 (.4.59)
ΣM V1	1,00	-1,00	0,00	3,03	0,00	0,00	203251,24 (.4.60)
E1	6,07	1,01	-4,59	0,00	2,03	0,00	-271023,53 (.4.66)
E2	3,04	-1,01	-1,96	-0,55	5,10	1,98	-60211,00 (.4.87)
Y2-L=Y1-L	-23,01	9,21	7,99	0,38	-9,76	-4,04	238406,62 (.4.88)
	M1	M2	A	B	M3	M4	

Matriz cuando solo actua W (F=0)

	M5	M6	EE	G	H	Ecuacion
ΣF V4	0,00	0,00	1,00	1,00	0,00	14518,80 (.4.106)
ΣM V4	1,00	-1,00	0,00	6,08	0,00	12921,73 (.4.107)
E1	9,11	0,00	-12,32	0,00	-13,80	-131996,10 (.4.109)
E2	-6,08	-3,03	24,64	0,00	13,80	292615,64 (.4.110)
Y1-L=Y2-L	-7,60	-1,52	18,48	0,00	24,54	229071,82 (.4.111)
	M5	M6	EE	G	H	

Det F =	1499	Det W =	-3008	Ma =	22562
M1 =	22819	M5 =	4987	Mb =	13880
M2 =	18867	M6 =	3423	Mc =	13439
A =	100824	EE =	12651	Md =	20271
B =	65775	G =	1868	Ra =	102385
M3 =	16863	H =	1561	Rb =	64214
M4 =	18965	M7 =	-257	Rc =	12321
F&L3=	304	M8 =	1306	Rd =	2198
R =	330	Wd/L3=	12394		
F=	166599	Wc/L3=	2125		
		W=	14519		



Espiga sobr Tapa2	Viga 1	Viga 2	Viga 3	Viga 4	Tapa1	Tapa2	
Momento flector max	102348	75328	24846	22562			N-m
Dist a fibra mas exigida: y	19,05	19,05	19,05	19,05			cm
Momento Inercia: I	0,000186	0,000186	0,000186	0,000186			m4
Esfuerzo maximo	10,84	7,89	3,40	3,64	13,72	6,49	Kg/mm2
Flexha maxima	1,78	1,72	2,41	2,51	1,40	1,72	mm

g.- Prueba hidrostática de Tubo Ø1000mm, Espiga apoyada contra Tapa2, valores aproximados:

$r=0,50m; \quad r_m=0,56m; \quad e_C=0,096m; \quad e_E=0,055m$

Condiciones durante la prueba

Ingresar longitudes en (m)						
r =	0,5000	L1 L2 =	3,03	E Kg/cm2 =	2100000	
r _m =	0,5600	a =	1,22	W Kg =	1480	H viga
e _C =	0,096	e =	1,22	I cm4 =	18606	A cm2
e _E =	0,055	L3 L4 =	6,08	I3 cm4 =	18606	0,381
P (psi):	10,00	c =	0,89	I4 cm4 =	18606	0,381

---- Valor ingresado
---- Valor calculado

Valores para calculos (unidades Sist. Internacional)

r _m =	0,560000	L =	3,03	e =	1,22	K=2pgm+2P	148882,4	I m4 =	0,0001861
Valores asignados		a =	1,22	f =	1,81	J=2pg =	19620	I3 m4 =	0,0001861
r =	0,5000	b =	1,81	δ =	0,006160	W N =	14518,8	S=I / I3 =	1
esp =	0,0550	L3 =	6,08	P (Pa) =	68947,60	E N/m2 =	2,0601E+11	I4 m4 =	0,0001861
q =	0,5417854	c =	0,89	pg H2O N/m	9810	T=I / I3 =	1		
		d =	5,19						

Se obtiene:

(N)	% de Ft
Fmasa agua F _m = 4314,7	5,5
Fpresion F _p = 54151,3	69,3
Fsellado F _s = 4829,4	6,2
Fmp = 14873,7	19,0
F _s + F _{mp} = 19703,2	
Ftotal (Ft) = 78169,2	

C.G. F _m	: -0,111607 m
C.G. F _p	: 0 m
C.G. F _s	: 0 m
C.G. Ftotal	: -0,00616 m

Presion real en caucho debido al borde del tubo	
Campana	Espiga
1,909	15,671
0,013	0,108

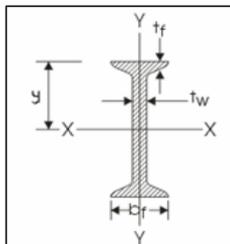
Psi
Mpa

Matriz cuando solo actua F (W=0)

	M1	M2	A	B	M3	M4	Ecuacion
ΣM V4	-1,00	1,00	0,00	0,00	-1,00	1,00	-481,55 (4.56)
ΣF V1	0,00	0,00	1,00	1,00	0,00	0,00	78169,15 (4.59)
ΣM V1	1,00	-1,00	0,00	3,03	0,00	0,00	95366,37 (4.60)
E1	6,07	1,01	-4,59	0,00	2,03	0,00	-127557,02 (4.66)
E2	3,04	-1,01	-1,55	-0,80	5,32	1,76	-14030,45 (4.87)
Y2-L=Y1-L	-23,01	9,21	7,52	0,68	-10,02	-3,79	95775,32 (4.88)

Matriz cuando solo actua W (F=0)

	M5	M6	EE	G	H	Ecuación
ΣF V4	0,00	0,00	1,00	1,00	0,00	14518,80 (4.106)
ΣM V4	1,00	-1,00	0,00	6,08	0,00	12921,73 (4.107)
E1	9,11	0,00	-12,32	0,00	-13,80	-131996,10 (4.109)
E2	-6,08	-3,03	24,64	0,00	13,80	292615,64 (4.110)
Y1-L=Y2-L	-7,60	-1,52	18,48	0,00	24,54	229071,82 (4.111)



Det F =	1499	Det W =	-3008	Ma =	10239
M1 =	10497	M5 =	4987	Mb =	3765
M2 =	8751	M6 =	3423	Mc =	4893
A =	47271	EE =	12651	Md =	10887
B =	30898	G =	1868	Ra =	48832
M3 =	8317	H =	1561	Rb =	29337
M4 =	9581	M7 =	-257	Rc =	12579
F&/L3=	79	M8 =	1306	Rd =	1940
R =	71	Wd/L3=	12394		
F =	78169	Wc/L3=	2125		
		W =	14519		

Espiga sobr Tapa2	Viga 1	Viga 2	Viga 3	Viga 4	Tapa1	Tapa2	
Momento flector max	49336	39272	14960	10887			N-m
Dist a fibra mas exigida: y	19,05	19,05	19,05	19,05			cm
Momento Inercia: I	0,000186	0,000186	0,000186	0,000186			m4
Esfuerzo maximo	5,31	4,12	1,93	1,75	5,71	3,04	kg/mm2
Flecha maxima	0,84	0,90	1,29	1,21	0,32	0,40	mm

h.- Prueba hidrostática de Tubo Ø600mm, Espiga apoyada sobre Tapa2, valores aproximados:

$r=0,30m; \quad r_m=0,34m; \quad e_C=0,058m; \quad e_E=0,033m$

Condiciones durante la prueba

Ingresar longitudes en (m)

r = 0,3000	L1 L2 = 3,03	E Kg/cm2 = 2100000						
rm = 0,3400	a = 1,22	W Kg = 1480	H viga	A cm2	Espiga			
ec = 0,058	e = 1,22	I cm4 = 18606	0,381	81,29	apoyada contra Tapa2			
eE = 0,033	L3 L4 = 6,08	I3 cm4 = 18606	0,381	81,29	esp tapas 0,050			
P (psi): 10,00	c = 0,89	I4 cm4 = 18606	0,381	81,29	Ø vástago 0,0381			

----- Valor ingresado
----- Valor calculado

Valores para calculos (unidades Sist. Internacional)

rm = 0,340000	L = 3,03	e = 1,22	$k=2pgm+2P$	144566	I m4 = 0,0001861
Valores asignados	a = 1,22	f = 1,81	J=2pg =	19620	I3 m4 = 0,0001861
r = 0,3000	b = 1,81	$\delta = 0,002189$	W N =	14518,8	S=I / I3 = 1
esp = 0,0330	L3 = 6,08	P (Pa) = 68947,60	E N/m2 =	2,0601E+11	I4 m4 = 0,0001861
q = 0,3227650	c = 0,89		pg H2O N/m	9810	T=I / I3 = 1
	d = 5,19				

Se obtiene:

	(N)	% de Ft
Fmasa agua Fm =	943,1	3,3
Fpresion Fp =	19494,6	68,4
Fsellado Fs =	2260,0	7,9
Fmp =	5813,2	20,4
Fs + Fmp =	8073,2	
Ftotal (Ft) =	28510,8	

C.G. Fm	: -0,066177 m
C.G. Fp	0 m
C.G. Fs	0 m
C.G. Ftotal	: -0,002189 m

Presion real en caucho debido al borde del tubo	
Campana	Espiga
2,437	17,836
0,017	0,123

Psi
Mpa

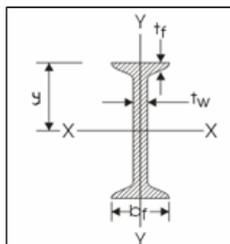
Matriz cuando solo actua F (W=0)

	M1	M2	A	B	M3	M4	Ecuación
$\Sigma M \ V4$	-1,00	1,00	0,00	0,00	-1,00	1,00	-62,41 (.4.56)
$\Sigma F \ V1$	0,00	0,00	1,00	1,00	0,00	0,00	28510,85 (.4.59)
$\Sigma M \ V1$	1,00	-1,00	0,00	3,03	0,00	0,00	34783,23 (.4.60)
E1	6,07	1,01	-4,59	0,00	2,03	0,00	-46638,95 (.4.66)
E2	3,04	-1,01	-1,19	-1,11	5,54	1,54	-1818,94 (.4.87)
Y2-L=Y1-L	-23,01	9,21	7,02	1,10	-10,32	-3,48	30801,00 (.4.88)
	M1	M2	A	B	M3	M4	

Matriz cuando solo actua W (F=0)

	M5	M6	EE	G	H	Ecuación
$\Sigma F \ V4$	0,00	0,00	1,00	1,00	0,00	14518,80 (.4.106)
$\Sigma M \ V4$	1,00	-1,00	0,00	6,08	0,00	12921,73 (.4.107)
E1	9,11	0,00	-12,32	0,00	-13,80	-131996,10 (.4.109)
E2	-6,08	-3,03	24,64	0,00	13,80	292615,64 (.4.110)
Y1-L=Y2-L	-7,60	-1,52	18,48	0,00	24,54	229071,82 (.4.111)
	M5	M6	EE	G	H	

Det F =	1499	Det W =	-3008	Ma =	3517
M1 =	3774	M5 =	4987	Mb =	-1810
M2 =	3177	M6 =	3423	Mc =	-306
A =	17228	EE =	12651	Md =	4958
B =	11282	G =	1868	Ra =	18789
M3 =	3117	H =	1561	Rb =	9722
M4 =	3652	M7 =	-257	Rc =	12641
F&L3=	10	M8 =	1306	Rd =	1878
R =	10	Wd/L3=	12394		
F=	28511	Wc/L3=	2125		
		W=	14519		



Espiga sobr Tapa2	Viga 1	Viga 2	Viga 3	Viga 4	Tapa1	Tapa2	
Momento flector max	19406	15989	9440	4958			N-m
Dist a fibra mas exigida: y	19,05	19,05	19,05	19,05			cm
Momento Inercia: I	0,000186	0,000186	0,000186	0,000186			m4
Esfuerzo maximo	2,18	1,69	1,11	0,75	1,73	1,11	Kg/mm2
Flecha maxima	0,31	0,41	0,64	0,45	0,04	0,05	mm

i.- Efecto de W sobre el banco de prueba cuando no se realiza el ensayo (F=0)

Condiciones durante la prueba

Ingresar longitudes en (m)

r = 0,3000	L1 L2 = 3,03	E Kg/cm2 = 2100000	W Kg = 1480	H viga	A cm2	Espiga
rm = 0,3400	a = 1,22	I cm4 = 18606	I3 cm4 = 18606	0,381	81,29	apoyada contra Tapa2
ec = 0,058	e = 1,22	I4 cm4 = 18606	I4 cm4 = 18606	0,381	81,29	esp tapas 0,050
eε = 0,033	L3 L4 = 6,08			0,381	81,29	∅ vastago 0,0381
P (psi): 10,00	c = 0,89					

---- Valor ingresado
---- Valor calculado

Valores para calculos (unidades Sist. Internacional)

rm = 0,340000	L = 3,03	e = 1,22	K=2pgm+2P 0	I m4 = 0,0001861
Valores asignados	a = 1,22	f = 1,81	J=2pg = 0	I3 m4 = 0,0001861
r = 0,3000	b = 1,81	δ = 0,000000	W N = 14518,8	S=I / I3 = 1
esp = 0,0330	L3 = 6,08	P (Pa) = 68947,60	E N/m2 = 2,0601E+11	I4 m4 = 0,0001861
q = 0,3227650	c = 0,89		pg H2O N/m 9810	T=I / I3 = 1
	d = 5,19			

Se obtiene:

Fmasa agua Fm = 0,0	(N)	% de Ft
Fpresion Fp = 0,0	#jDIV/0!	
Fsellado Fs = 0,0	#jDIV/0!	
Fmp = 0,0	#jDIV/0!	
Fs + Fmp = 0,0		
Ftotal (Ft) = 0,0		

C.G. Fm : 0 m
C.G. Fp : 0 m
C.G. Fs : 0 m
C.G. Ftotal : 0 m

Presion real en caucho debido al borde del tubo	
Campana	Espiga
0,000	0,000
0,000	0,000

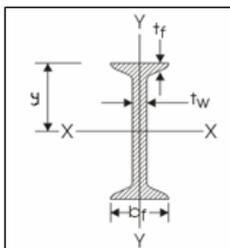
Psi
Mpa

Matriz cuando solo actua F (W=0)

	M1	M2	A	B	M3	M4	Ecuacion
ΣM V4	-1,00	1,00	0,00	0,00	-1,00	1,00	(.4.56)
ΣF V1	0,00	0,00	1,00	1,00	0,00	0,00	(.4.59)
ΣM V1	1,00	-1,00	0,00	3,03	0,00	0,00	(.4.60)
E1	6,07	1,01	-4,59	0,00	2,03	0,00	(.4.66)
E2	3,04	-1,01	-1,19	-1,11	5,54	1,54	(.4.87)
Y2-L=Y1-L	-23,01	9,21	7,02	1,10	-10,32	-3,48	(.4.88)

Matriz cuando solo actua W (F=0)

	M5	M6	EE	G	H	Ecuación
ΣF V4	0,00	0,00	1,00	1,00	0,00	14518,80 (.4.106)
ΣM V4	1,00	-1,00	0,00	6,08	0,00	12921,73 (.4.107)
E1	9,11	0,00	-12,32	0,00	-13,80	-131996,10 (.4.109)
E2	-6,08	-3,03	24,64	0,00	13,80	292615,64 (.4.110)
Y1-L=Y2-L	-7,60	-1,52	18,48	0,00	24,54	229071,82 (.4.111)



Det F = 1499	Det W = -3008	Ma = -257
M1 = 0	M5 = 4987	Mb = -4987
M2 = 0	M6 = 3423	Mc = -3423
A = 0	EE = 12651	Md = 1306
B = 0	G = 1868	Ra = 1561
M3 = 0	H = 1561	Rb = -1561
M4 = 0	M7 = -257	Rc = 12651
F&L3= 0	M8 = 1306	Rd = 1868
R = 0	Wd/L3= 12394	
F= 0	Wc/L3= 2125	
	W= 14519	

Espiga sobr Tapa2	Viga 1	Viga 2	Viga 3	Viga 4	Tapa1	Tapa2	
Momento flector max	4987	3423	6272	1306			N-m
Dist a fibra mas exigida: y	19,05	19,05	19,05	19,05			cm
Momento Inercia: I	0,000186	0,000186	0,000186	0,000186			m4
Esfuerzo maximo	0,68	0,38	0,64	0,16	0,00	0,00	Kg/mm2
Flecha maxima	0,16	0,16	0,28	0,00	0,00	0,00	mm

j.- Prueba hidrostática de Tubo Ø1400mm, Espiga apoyada sobre Tapa2.:

$r=0,70m$; $r_m=0,79m$; $e_c=0,135m$; $e_E=0,077m$ $V_1=V_2=V_3$ viga I 15"x42,9 ; V_4 viga I 6"x12,5

Condiciones durante la prueba

Ingresar longitudes en (m)									
$r =$	0,7000	L1	L2 =	3,03	E Kg/cm2 =	2100000			
$r_m =$	0,7900		a =	1,22	W Kg =	1480		H viga	A cm2
$e_c =$	0,135		e =	1,22	I cm4 =	18606		0,381	81,29
$e_E =$	0,077	L3	L4 =	6,08	I3 cm4 =	18606		0,381	81,29
P (psi):	10,00		c =	0,89	I4 cm4 =	907		0,1524	23,29

---- Valor ingresado
---- Valor calculado

Valores para calculos (unidades Sist. Internacional)

$r_m =$	0,790000	L =	3,03	e =	1,22	$K=2pgrm+2P$	153395	I m4 =	0,0001861
Valores asignados		a =	1,22	f =	1,81	$J=2pg$	19620	I3 m4 =	0,0001861
$r =$	0,7000	b =	1,81	$\delta =$	0,011672	W N	14518,8	S=l / I3 =	1
esp =	0,0770	L3 =	6,08	P (Pa) =	68947,60	E N/m2 =	2,0601E+11	I4 m4 =	9,07E-06
q =	0,7613644	c =	0,89	pg H2O N/m	9810	T=l / I3 =	20,513782		
		d =	5,19						

Se obtiene:

(N)	% de Ft
Fmasa agua Fm = 11930,0	7,5
Fpression Fp = 106136,6	67,0
Fsellado Fs = 8110,5	5,1
Fmp = 32311,7	20,4
Fs + Fmp = 40422,2	
Ftotal (Ft) = 158488,9	

C.G. Fm :	-0,155063 m
C.G. Fp :	0 m
C.G. Fs :	0 m
C.G. Ftotal :	-0,011672 m

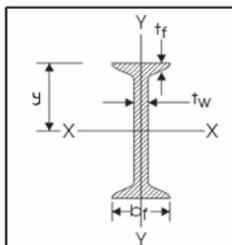
Presion real en caucho debido al borde del tubo	
Campana	Espiga
1,617	16,403 Psi
0,011	0,113 Mpa

Matriz cuando solo actua F (W=0)

	M1	M2	A	B	M3	M4	Ecuacion
$\Sigma M V4$	-1,00	1,00	0,00	0,00	-1,00	1,00	-1849,91 (.4.56)
$\Sigma F V1$	0,00	0,00	1,00	1,00	0,00	0,00	158488,85 (.4.59)
$\Sigma M V1$	1,00	-1,00	0,00	3,03	0,00	0,00	193356,40 (.4.60)
E1	65,39	-18,76	-4,59	0,00	21,80	0,00	-221157,97 (.4.66)
E2	62,36	-40,56	-1,96	-0,55	44,65	1,98	16475,33 (.4.87)
Y2-L=Y1-L	-382,50	188,96	7,99	0,38	-189,51	-4,04	-107311,24 (.4.88)

Matriz cuando solo actua W (F=0)

	M5	M6	EE	G	H	Ecuación
$\Sigma F V4$	0,00	0,00	1,00	1,00	0,00	14518,80 (.4.106)
$\Sigma M V4$	1,00	-1,00	0,00	6,08	0,00	12921,73 (.4.107)
E1	88,43	0,00	-132,55	0,00	-193,55	-1622015,26 (.4.109)
E2	-65,40	-3,03	265,10	0,00	193,55	3272653,95 (.4.110)
Y1-L=Y2-L	-126,24	-1,52	379,16	0,00	384,03	4699129,29 (.4.111)



Det F =	116902	Det W =	-234576	Ma =	1496
M1 =	1622	M5 =	4303	Mb =	14479
M2 =	18782	M6 =	3985	Mc =	15910
A =	89012	EE =	12446	Md =	1077
B =	89477	G =	2073	Ra =	90390
M3 =	19894	H =	1379	Rb =	68099
M4 =	885	M7 =	-126	Rc =	12629
F&L3=	304	M8 =	192	Rd =	1890
R =	-183	Wd/L3=	12394		
F =	158489	Wc/L3=	2125		
		W =	14519		

Espiga sobr Tapa2	Viga 1	Viga 2	Viga 3	Viga 4	Tapa1	Tapa2	
Momento flector max	108780	81255	25718	1496			N-m
Dist a fibra mas exigida: y	19,05	19,05	19,05	7,62			cm
Momento Inercia: I	0,000186	0,000186	0,000186	0,000009			m4
Esfuerzo maximo	11,51	8,50	3,54	5,24	12,95	6,17	Kg/mm2
Flecha maxima	2,05	1,80	2,59	3,10	1,30	1,62	mm

4.9.5. COMENTARIOS

Ejemplos a.- y b.-:

a.- Prueba hidrostática de tubo Ø1400mm, Campana apoyada en *Tapa2*.

b.- Prueba hidrostática de tubo Ø1400mm, Espiga apoyada en *Tapa2* .

$$r=0,70m; \quad r_m=0,79m; \quad e_C=0,135m; \quad e_E=0,077m$$

Los dos primeros ejemplos dejan claro que para las vigas es prácticamente indiferente la orientación de los tubos (campana contra *Tapa2* o espiga contra *Tapa2*), el cambio mas grande en el esfuerzo máximo se da en V_4 sin embargo la variación es solo 0,04Kg/mm² (1,1%), mientras que el mayor cambio en la deformación se da en V_2 con 0,03mm (1,9%) . En cuanto a las tapas la variación del esfuerzo máximo llega a 0,7% y el cambio de la deformación máxima si es notoria:

	<i>Tapa1</i>	<i>Tapa2</i>	
Campana	1,51	2,04	mm
Espiga	1,30	1,62	mm

Es evidente que es mas exigente trabajar con la campana apoyada sobre *Tapa2*, la deformación se incrementa en 16,1 y 25,9% para *Tapa1* y *Tapa2* respectivamente. Dado que los cálculos para las tapas son aproximados por lo complejo de su análisis, se debe optar siempre por la situación más segura, en este caso la que menos exija a los elementos involucrados, en consecuencia se recomienda realizar los ensayos con la espiga apoyada contra *Tapa2*.

En las tablas y gráficos de Fuerza cortante, Momento flector, Giro y Flecha de V_1, V_2, V_3, V_4 se aprecia también que la variación es mínima entre ambos casos.

En el caso de la presión sobre el caucho en contacto con los bordes del tubo, el más exigido es el lado de la espiga, esto debido a su menor área y a la acción conjunta de $F_s + F_{mp}$, mientras que la campana posee mayor área y solo actúa F_s sobre ella. Es indiferente cual extremo se apoya contra la *Tapa2*, los valores de la presión en el caucho serán los mismos para ambos casos: 0,011Mpa (1,6Psi) en la campana y 0,113Mpa (16,4Psi) en la espiga.

Ejemplo c.- y d.-

c.- Tubo Ø1400mm sin agua, Campana apoyada contra *Tapa2*, botella hidráulica ejerciendo toda la carga de prueba

d.- Tubo Ø1400mm sin agua, Espiga apoyada contra *Tapa2*, botella hidráulica ejerciendo toda la carga de prueba

En estos ejemplos se considera que la carga total requerida para el ensayo se aplica con el tubo vacío, es decir toda la carga será soportada por los bordes del tubo, sometiendo a las tapas a su máxima exigencia. Comparando estos ejemplos con los correspondientes a la prueba (ejemplos a. b.); para las vigas no habrá mayor diferencia pues para ellas el único cambio será la distribución de fuerzas sobre V_2 , en cambio las tapas experimentan un incremento de hasta 83% en la deformación máxima y 23% en el esfuerzo máximo, estos incrementos se dan en la *Tapa1* cuando la campana se apoya sobre *Tapa2*. Nuevamente se nota que la situación es menos exigente (por tanto mas favorable) cuando la prueba se realiza con la espiga apoyada contra la *Tapa2*.

La presión sobre el caucho alcanza su valor máximo, pues toda la carga de la botella hidráulica es soportada por los extremos del tubo, que a su vez presionan contra la lámina de caucho alcanzando 0,218Mpa (31,6Psi) en la campana y 0,444Mpa (64,3Psi) en la espiga, valores que no dañan al caucho pero es preferible evitar a fin de no causar deformación permanente o corte accidental debido a algún borde rugoso del tubo.

Ejemplo e.-

e.- Tubo Ø1400mm sin agua, Espiga apoyada contra *Tapa2*, botella hidráulica ejerciendo 50% de la carga de prueba

En este caso los esfuerzos y deformaciones máximos tanto en las vigas como en las tapas son totalmente aceptables: el esfuerzo mayor en las vigas solo llega al 21% del esfuerzo de fluencia y en las tapas llega al 30%, mientras que la deformación llega a solo 1,27mm en V_3 y 1,03 en *Tapa2*. Este ejemplo corresponde al momento en que se aplica carga sobre las tapas para sellar los tubos

justo antes de llenarlos con agua para la prueba hidrostática. La presión en el caucho, lógicamente, se reduce a la mitad de lo que fue en los ejemplos c.- y d.-.

Ejemplo f.-

f.- Prueba hidrostática de tubo Ø1400mm, Espiga apoyada en *Tapa2*, se aplica el doble de la F_s teórica.

Suponiendo que por algún motivo (seguridad, lamina de caucho desgastada, etc....) sea necesario incrementar el valor de F_s (en este ejemplo al doble), el efecto sobre las vigas es pequeño: respecto al ejemplo b.- el esfuerzo máximo se incrementa en promedio un 5% y la flecha máxima aumenta también 5% en promedio; mientras que para las tapas el mayor incremento se da en *Tapa1*: esfuerzo máximo aumenta un 5,9% y la flecha máxima 7,7%.

Respecto a la prueba “normal” del ejemplo b.-, la presión sobre el caucho aumenta un 20% en la espiga a 0,136Mpa (19,7Psi), mientras que sube al doble en la campana (como era de esperar) a 0,022Mpa (3,2Psi).

Ejemplo g.-

g.- Prueba hidrostática de Tubo Ø1000mm, Espiga apoyada contra *Tapa2*, valores aproximados:

$$r=0,50m; \quad r_m=0,56m; \quad e_c=0,096m; \quad e_E=0,055m$$

Se coloca este caso para apreciar la disminución de las cargas sobre la estructura y las tapas con respecto a la prueba de un tubo de Ø1400mm, la exigencia máxima se da en V_1 con un 21% del esfuerzo de fluencia mientras que para *Tapa1* la exigencia alcanza el 23% de dicho valor referencial. La presión real sobre el caucho, como siempre, es mayor en la espiga (debido a F_{Emp} y a la menor área real de la espiga)

Ejemplo h.-

h.- Prueba hidrostática de Tubo Ø600mm, Espiga apoyada sobre *Tapa2*, valores aproximados:

$$r=0,30m; \quad r_m=0,34m; \quad e_C=0,058m; \quad e_E=0,033m$$

Los valores de esfuerzo y flecha son pequeños, tanto en las vigas (esfuerzo máximo: en V_1 8,6% del esfuerzo de fluencia, flecha máxima en V_3 0,64mm) como en las tapas (esfuerzo máximo: *Tapa1* 6,8% del esfuerzo de fluencia, flecha máxima *Tapa2* 0,05mm). Estos valores no constituyen mayor exigencia para el banco de pruebas.

Ejemplo i.-

i.-, Efecto de W sobre el banco de prueba cuando no se realiza el ensayo ($F=0$)

En este ejemplo se puede ver el aporte del peso de *Tapa1* en las cargas sobre las vigas, llegando a ser muy pequeñas tanto en el esfuerzo máximo (en V_3 llega a 2,7% del esfuerzo de fluencia), como en la deformación (en V_3 llega solo a 0,28mm), si bien se pudo despreciar el efecto de W desde el inicio de los cálculos, es mejor que dicha suposición quede demostrada si con ello no se afecta o complica el desarrollo global del presente trabajo.

Ejemplo j.-

j.- Prueba hidrostática de Tubo Ø1400mm, Espiga apoyada sobre *Tapa2*,:

$$r=0,70m; \quad r_m=0,79m; \quad e_C=0,135m; \quad e_E=0,077m$$

$$V_1=V_2=V_3 \text{ ___viga I } 15'' \times 42,9; \quad V_4 \text{ ___viga I } 6'' \times 12,5$$

Este ejemplo permite apreciar el efecto de reemplazar V_4 por una viga mas pequeña, a fin de reducir costos. El fundamento para esto es que V_4 básicamente sirve para mantener constante la distancia de la parte inferior de V_1 y V_2 , es decir actúa mas como un templador, sin embargo es evidente que cuanto mas rígida (mayor momento de inercia I) también contribuirá a disminuir el giro en los empalmes E_3 y E_4 .

En los resultados se evidencia un incremento en los valores de esfuerzo y flecha máximas en todas las vigas, pero es V_4 la que (obviamente) tiene un mayor incremento, llegando el esfuerzo a subir en 51%, y la deformación en 30% respecto al ejemplo b.-, sin embargo se mantienen en valores totalmente aceptables. Entonces es posible reducir los costos, pero se deberá considerar un replanteo cuidadoso a fin de no debilitar la estructura al generar puntos débiles en la misma.

CAPITULO V

COSTOS

El banco de prueba no se esta diseñando para un uso "comercial", es decir no se brindara servicio con el a otras empresas, el uso del mismo se asume que será exclusivamente para la fábrica de tuberías que lo construya, esto debido a que:

- son contadas las empresas dedicadas a la fabricación de tubos de concreto;
- el transporte de tubos desde el lugar de fabricación hasta el punto de prueba implica tiempo y dinero;
- por razones de control interno se suele realizar mas pruebas que las exigidas por la norma NTP 339.039 (un tubo de cada cien)

Por lo expuesto las empresas en su totalidad realizan las pruebas en sus propias instalaciones y con sus propios equipos. Queda claro entonces que no se puede hacer estudios de retorno del capital invertido, ni de flujo de ingresos por alquiler o similares. Por tanto en el aspecto económico solo se puede presentar el costo aproximado de implementar el banco de prueba en su totalidad.

El sistema hidráulico tiene un peso importante en el costo del banco de prueba, en este caso la única opción de reducir costos es utilizar equipos propios disponibles que puedan cumplir con los requisitos de la prueba, de no ser posible solo resta adquirir equipos nuevos. Sin embargo los costos mas altos son aportados por las vigas del marco y la plancha para las tapas, los precios que se indican toman en consideración material nuevo y de dimensiones estándar; sin embargo es bien sabido que existen locales dedicados a la venta de "retazos" o saldos de vigas y planchas en perfectas condiciones lo cual reduciría los costos y disminuiría los sobrantes (especialmente en las planchas de las tapas), siempre que se consigan los tamaños adecuados. Otra opción es ver la conveniencia de usar plancha de acero estructural de alta resistencia mecánica: Fluencia=35 Kg/mm²,

Rotura=46 Kg/mm² lo cual implica disminuir el espesor de las tapas dado que los cálculos se han realizado en base a plancha de acero estructural de mediana resistencia mecánica: Fluencia=25,3 Kg/mm², Rotura=41 Kg/mm².

A continuación presento un resumen de los principales costos, la mayoría cotizados y algunos estimados en base a la experiencia y/o el apoyo de proveedores y profesionales del ramo.

Tabla 25

Ítem	Descripción	Unidades	Precio unitario \$	Total \$
1.-	Vigas principales: Viga I 15" x 42,9 lb x 30'	2	924	1848
2.-	Tapas: Plancha estructural 50x1520x6000 mm	1	4299	4299
3.-	Soporte estructura: Viga I 6" x 12.50 lb x 20'	2	114	228
4.-	Lamina caucho 38mm x Ø 2,1m	2	893	1786
5.-	Sistema hidráulico: bomba, cilindro, válvulas, mangueras, suples, manómetro	1	1642	1642
6.-	Soporte para cilindro hidráulico	1	100	100
7.-	Soporte de concreto para tubos	4	60	240
8.-	Soporte <i>Tapa1</i> : eje, bocina, topes, estrobos, grilletes.	1	250	250
9.-	Soporte <i>Tapa2</i> : planchas, soldadura	4	18	72
10.-	Empalme vigas: plancha, pernos, soldadura, agujeros	4	35	140
11.-	Mecanismo para mover <i>Tapa1</i> : tornillo de potencia, chumaceras, ruedas dentadas, cadena.	1	370	370
12.-	Nipleria: tubos roscados, codos, válvulas, manómetro	1	110	110
13.-	Bomba alto caudal marca PEDROLLO de 3,0 HP Mód. HF-6A	1	594	594
14.-	Bomba bajo caudal marca HIDROSTAL de 0,6 HP Mod. A1E-0,6	1	195	195
15.-	Manguera entre bomba alto caudal y <i>Tapa2</i> 4m x Ø3"	1	30	30
16.-	Manguera entre bomba bajo caudal y <i>Tapa2</i> 4m x Ø1"	1	10	10
17.-	Gastos varios: mano de obra, pegamento lamina caucho, pintura, soldadura, abrazaderas y otros	1	670	670
TOTAL			\$	12584

El costo del banco de pruebas parece elevado, sin embargo hay que considerar que un tubo de Ø1400mm vale aproximadamente US\$ 950 y el costo de detectar un tubo fallado después de haberlo instalado es mucho mayor pues en ese caso debe ser reemplazado y eso implica paralizar la obra y desmontar toda la tubería hasta llegar a la ubicación del tubo fallado, a fin de retirarlo y colocar otro, por lo tanto se justifica la inversión.

Dado que las tapas de plancha de acero representan \$4299 es decir el 34% del costo total estimado, valdría la pena estudiar la posibilidad de usar tapas hechas de concreto reforzado, a modo de referencia indicare que en aplicaciones de tuberías se usan tapas en los buzones colectores que en ocasiones deben diseñarse para soportar el transito de vehículos pesados, cabe la posibilidad de adaptar esa metodología de calculo para diseñar las tapas para la prueba hidrostática, el estudio de esa posibilidad escapa al ámbito de la presente tesis por estar mas involucrado con la ingeniería civil.

A continuación incluyo algunas de las cotizaciones mas importantes conseguidas para el banco de prueba, todas han sido brindadas por empresas especializadas en su respectivo rubro y ubicadas en la ciudad de Lima.

MESERVIN

De : CARLOS E. TIPACTI MENDOZA

FABRICACIÓN DE GATAS Y PRENSA HIDRÁULICAS, DESENLANTADORES NEUMÁTICOS Y MECÁNICOS ,ENGRASADORAS NEUMÁTICAS , BALDES DE ENGRASE Y ACEITE DE TRANSMISIÓN , PLANCHAS ELECTRICAS PARA VULCANIZAR LLANTAS , CAMARAS Y PITONERA, COMPRESORAS , SERVICIO DE REPARACIÓN Y MANTENIMIENTO.

Fabrica : Sapotal 2da Etapa Mz D8 Lote 7 Santa Anita Telefax. 3540704 - 3545500

Email: meservin@speedy.com.pe

Santa Anita 21 Diciembre del 2,007

SEÑORES EFRAIN ANCHANTE
TELEFONO 96-554433
Email eaz16@hotmail.com

PROFORMA

Por la Fabricación de un Equipo Hidráulico de 17 á 20 Toneladas.

CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS DEL SISTEMA HIDRAULICO

- 1.- Bomba hidráulica de 5 galones modelo en piñones marca Italiana de 2000 PSI.
 - 2.- Llave de mando de 3 villas manual en doble efecto en salida de 3/8 y regulador incorporado marca Americana ó Italiana.
 - 3.- Motor Eléctrico de 5 HP trifásico en 1750 RPM.
 - 4.- Manómetro y manguera en 3/8 de alta presión con sus acoples y
 - 5.- Tanque de almacenamiento de aceite portátil de 8 galones con su filtro de enfriamiento.
- Bomba, motor y mando incorporado a la caja de almacenamiento.

CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS DEL PISTÓN HIDRÁULICO

- 1.- Pistón Hidráulico de un solo efecto retorno por medio de resorte para 17 á 20 Toneladas.
- 2.- Con una carrera útil de 300 mlm.
- 3.- Longitud total 400 mlm.
- 4.- Diámetro del cilindro parte exterior 115 mlm.
- 5.- Diámetro del cilindro parte interior 95 mlm.
- 6.- Diámetro del èmbulo salida 62 mlm. con agujeros para colocar suples.

PRECIO.....\$ 1,380.00
DOLARES AMERICANOS – MAS I. G. V

Tiempo de Fabricación 6 Días Útiles

Forma de Pago 60 % A la Firma del Contrato
40 % Saldo Contra Entrega

Garantía, Repuesto y Servicio 1 Año

Atentamente
Carlos E. Tipacti Mendoza

ACQUAJET EIRLAV. LA MOLINA 646- LA MOLINATELF. 437-8163 /436-7278 /837*2887 /837*2888**PROFORMA N° 2283-11-2007**

La Molina, 24 de Noviembre del 2007

Atención : Ing. EFRAIN ANCHANTE ZUZUNAGA

CORREO

En atención a su gentil solicitud le presentamos la siguiente cotización:

ELECTROBOMBA PEDROLLO DE FABRICACIÓN ITALIANA:

(01) Electrobomba Marca PEDROLLO de 3.0 HP Mód. HF/6A Centrífuga de GRAN CAUDAL con impulsor de Bronce **Trifásica** de 220 V 60Hz de 9.5 Amp. Fabricación Italiana.

Aspiración e Impulsión	: 3" x 3"
Succión	: Hasta 7 Metros
Descarga	: Hasta 18 Metros
Caudal max.	: 20 Lts/Seg.
Requerimiento	: A 10 Mts = 16.66 Lps
PRECIO UNITARIO	: S/. 1,752.00

(01) Electrobomba de 0.5 HP Mód. PKM60 Periférica, monofásica de 220V 60Hz Fab. Italiana.

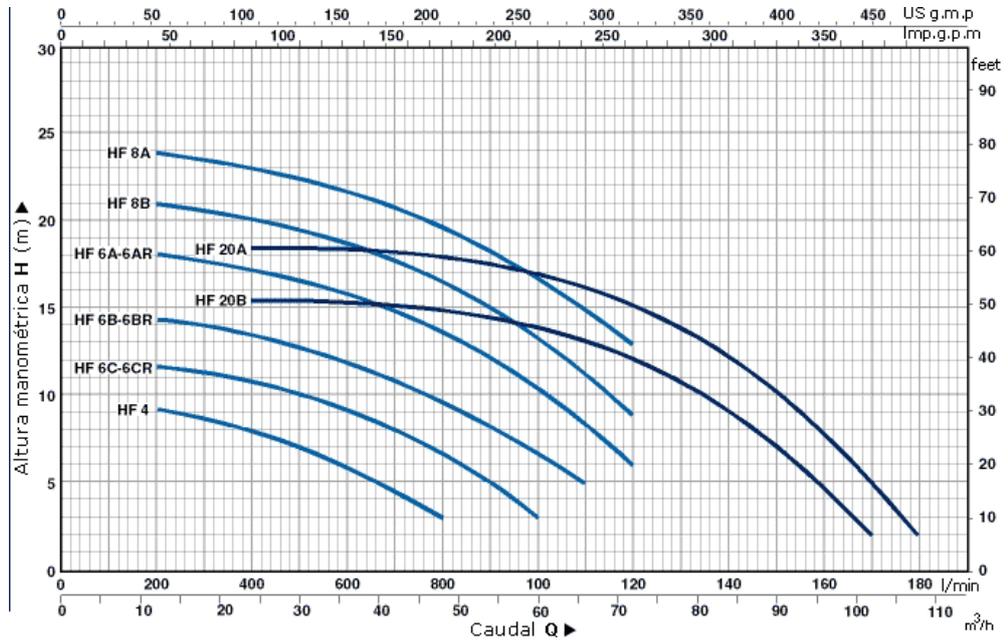
Aspiración e Impulsión	: 1" x 1"
Altura Máx.	: 40 Metros
Caudal Máx.	: 40 LPM
Rendimiento	: A 5 Mts = 40 lpm
PRECIO UNITARIO	: S/. 266.00

CONDICIONES DE VENTA

GARANTIA	: 24 MESES POR DEFECTO DE FABRICACIÓN
FORMA DE PAGO	: CONTADO
ENTREGA	: INMEDIATA
REFERENCIA	: FANNY BONNETT V.
CTA CTE BCO SOLES	: 194-1455779-0-36

LOS PRECIOS INCLUYEN EL IGV DEL 19%

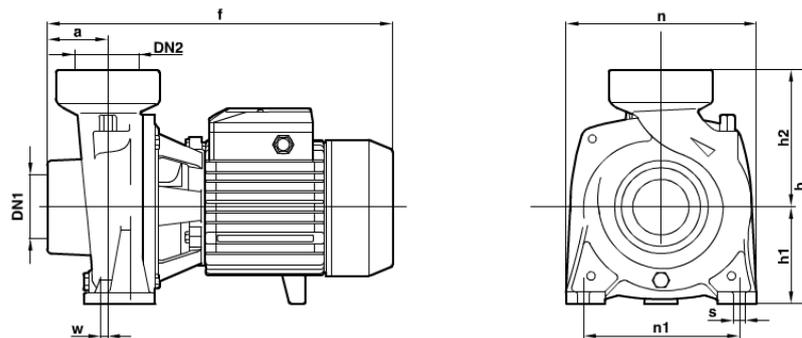
CURVAS DE FUNCIONAMIENTO A n= 3450 1/min



DATOS DE FUNCIONAMIENTO A n=3450 1/min

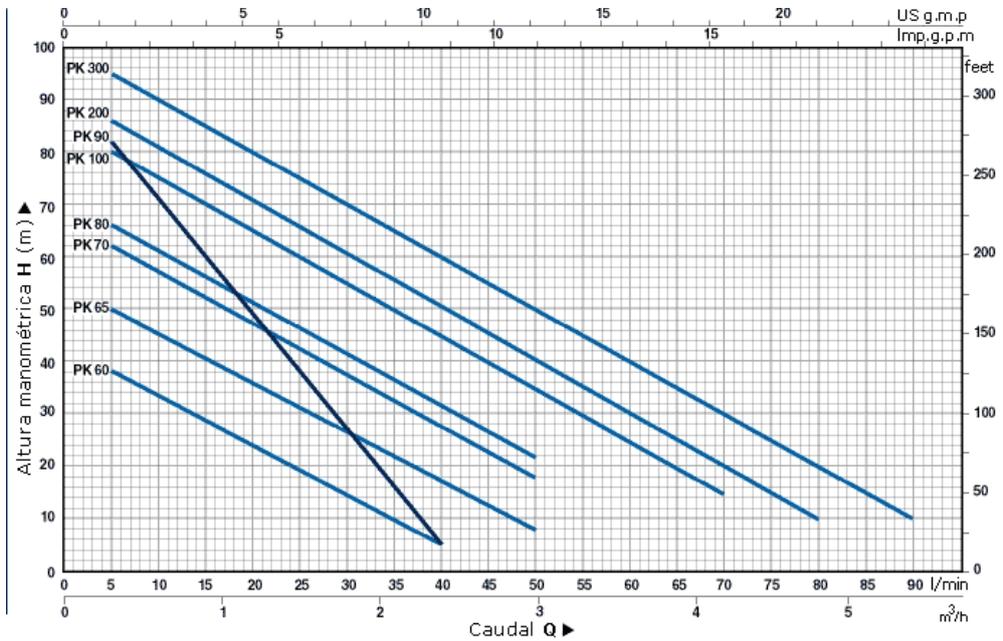
MODELO BOMBA		POTENCIA		Q																				
Monofásica	Trifásica	kW	HP	m³/h	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	
				l/min	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	
HFm 4	HF 4	0,75	1	H	10	9,8	9,3	8,7	8	7	6	4,7	3											
HFm 6C	HF 6C	1,1	1,5		11,9	—	11,7	11,3	10,7	10,2	9,2	8	6,7	5	3									
HFm 6B	HF 6B	1,5	2		14,7	—	14,5	14	13,5	12,8	12	11	9,7	8,2	6,7	5								
---	HF 6A	2,2	3		18,5	—	18,1	17,8	17,2	16,8	16	15	13,8	12,2	10,5	8,3	6							
HFm 6CR	HF 6CR	1,1	1,5		11,9	—	11,7	11,3	10,7	10,2	9,2	8	6,7	5	3									
HFm 6BR	HF 6BR	1,5	2		14,7	—	14,5	14	13,5	12,8	12	11	9,7	8,2	6,7	5								
HFm 6AR	HF 6AR	2,2	3		18,5	—	18,1	17,8	17,2	16,8	16	15	13,8	12,2	10,5	8,3	6							
HFm 8B	HF 8B	3	4		21,5	—	21	20,7	20	19,5	18,8	17,8	16,5	15	13,5	11,2	9							
---	HF 8A	4	5,5		24,5	—	24	23,5	23	22,5	21,8	20,8	19,5	18,3	16,8	15	13							
HFm 20B	HF 20B	3	4		16	—	—	—	15,5	15,4	15,3	15,2	15	14,5	14	13	12	10,7	9	7	4,8	2		
---	HF 20A	4	5,5		19	—	—	—	18,5	18,4	18,3	18,2	18	17,5	17	16,2	15,2	13,7	12	10	7,8	5	2	

Q = CAUDAL
H = ALTURA MANOMETRICA TOTAL



MODELO BOMBA		DN1	DN2	a	f	h	DIMENSIONES mm					w	s
Monofásica	Trifásica						h1	h2	n	n1			
HFm 4	HF 4	2 1/2"	2 1/2"	55	323	240	97	143	190	155	-	10	
HFm 6C	HF 6C	3"	3"	68	385	312	120	192	240	190	6	12	
HFm 6B	---	3"	3"	68	405	312	120	192	240	190	6	12	
---	HF 6B	3"	3"	68	385	312	120	192	240	190	6	12	
---	HF 6A	3"	3"	68	405	312	120	192	240	190	6	12	
HFm 6CR	HF 6CR	4"	4"	70	387	312	120	192	240	190	6	12	
HFm 6BR	---	4"	4"	70	407	312	120	192	240	190	6	12	
---	HF 6BR	4"	4"	70	387	312	120	192	240	190	6	12	
HFm 6AR	---	4"	4"	70	400	312	120	192	240	190	6	12	
---	HF 6AR	4"	4"	70	407	312	120	192	240	190	6	12	
HFm 8B	HF 8B	4"	4"	80	429	312	132	180	245	190	30	14	
---	HF 8A	4"	4"	80	475	312	132	180	245	190	30	14	
HFm 20B	HF 20B	4"	4"	80	429	312	132	180	245	190	30	14	
---	HF 20A	4"	4"	80	475	312	132	180	245	190	30	14	

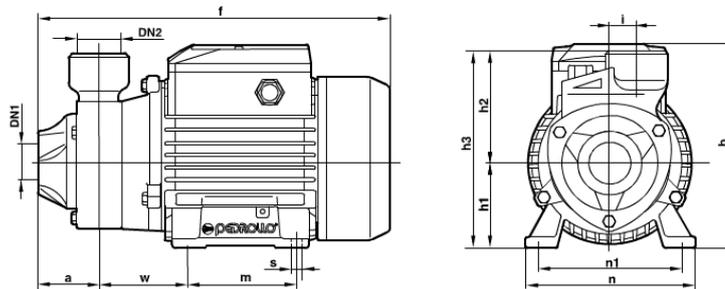
CURVAS DE FUNCIONAMIENTO A n= 3450 1/min



DATOS DE FUNCIONAMIENTO An=3450 1/min

MODELO BOMBA		POTENCIA		Q m³/h	H															
Monofásica	Trifásica	kW	HP		0	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.1	2.4	3.0	3.6	4.2	4.8	5.4		
PKm 60®	PK 60®	0.37	0.50	0	5	10	15	20	25	30	35	40	50	60	70	80	90			
PKm 65	PK 65	0.50	0.70	40	38	33.5	29	24	19.5	15	10	5								
PKm 70	PK 70	0.60	0.85	55	50	45.5	40.5	36	31	27	22	17	8							
PKm 80	PK 80	0.75	1	65	62	57	52	47	42	37	32	27	18							
PKm 90	PK 90	0.75	1	70	66	61	56	51	46	41	36.5	31	22							
PKm 100	PK 100	1.1	1.5	90	82	71	60	49	38	27	17	5								
PKm 200	PK 200	1.5	2	85	80	75	70	65	60	55	50	45	35	25	15					
---	PK 300	2.2	3	90	86	81	76	71	65.5	60	55	50	40	30	20	10				
				100	95	90	85	80	75	70	65	60	50	40	30	20	10			

H = ALTURA MANOMETRICA TOTAL EN METROS
Q = CAUDAL



MODELO BOMBA		DN1	DN2	DIMENSIONES mm											
Monofásica	Trifásica			a	f	h	h1	h2	h3	i	m	n	n1	w	s
PKm 60®	PK 60®	1"	1"	42	243	152	63	75	138	20	80	120	100	55	7
PKm 65	---	1"	1"	48	258	152	63	80	143	20	80	120	100	55	7
---	PK 65	1"	1"	48	250	152	63	80	143	20	80	120	100	55	7
PKm 70	PK 70	1"	1"	55	285	179	71	85	156	20	90	134	112	62	7
PKm 80	PK 80	1"	1"	55	285	179	71	85	156	20	90	134	112	62	7
PKm 90	PK 90	3/4"	3/4"	58	288	179	71	95	166	20	90	134	112	62	7
PKm 100	PK 100	1"	1"	55	322	203	80	94	174	20	100	152	125	85	9
PKm 200	---	1"	1"	55	342	203	80	94	174	20	100	152	125	95	9
---	PK 200	1"	1"	55	322	203	80	94	174	20	100	152	125	85	9
---	PK 300	1"	1"	55	342	203	80	94	174	20	100	152	125	95	9

PKm 60® es una marca registrada

RE: Cotizacion bombas

De: **Jospac Import** (jospac@terra.com.pe)

Enviado:

lunes, 19 de noviembre de 2007 05:05:24 p.m.

Para:

'Efrain Anchante Zuzunaga' (eaz16@hotmail.com)

Ing. Anchante.

La electrobomba sugerida seria la sgte:

Electrobomba tipo caracol de 4" de succión y descarga marca JOSPAC con motor eléctrico trifásico de

10 HP marca WEG de 3,450 RPM, 220v380v440v y 60HZ

El equipo rinde 33 l/seg.

Precio US\$ 890.00

En el caso de la pequeña le recomendamos una electrobomba marca Hidrostral de 1" de succión y

Descarga con motor eléctrico monofasico de 0.6 HP de 220v,60 HZ modelo. A1E-0.6

Precio US\$ 195.00

Quedamos a la espera de sus comentarios

Saludos cordiales,

Maritza Rivas

Jospac Import



A1E



A1C



A1I

ELECTROBOMBA CENTRIFUGA MONOBLOCK SERIE A

DESCRIPCION GENERAL

Equipo de bombeo compacto y robusto. Un mínimo de componentes garantiza un servicio eficiente y libre de mantenimiento. Diseñada para trabajo pesado. Tiene un bajo nivel de ruido.

DETALLES CONSTRUCTIVOS

Motor: Eléctrico monofásico abierto para suministro eléctrico de 220 V / 110 V, 60 Hz, 3450 RPM; protegido contra sobrecargas por un protector térmico. Alternativamente las bombas A1E y A1I pueden equiparse con motores trifásicos abiertos de 1.9 HP, 220 / 440 V, 60 Hz. Los rodamientos de ambos motores son sellados y prelubricados. Eje en acero inoxidable AISI 420. No requiere mantenimiento.

Caja: De hierro fundido gris. Probada hidrostáticamente.

Impulsor: Tipo centrífugo. Fabricado en acero inoxidable, tiene alta resistencia a la corrosión y al desgaste. Balanceado estática y dinámicamente. Diseñado para una máxima eficiencia.

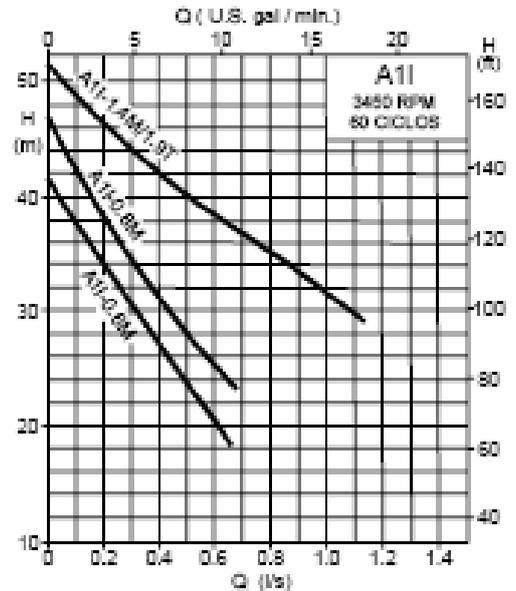
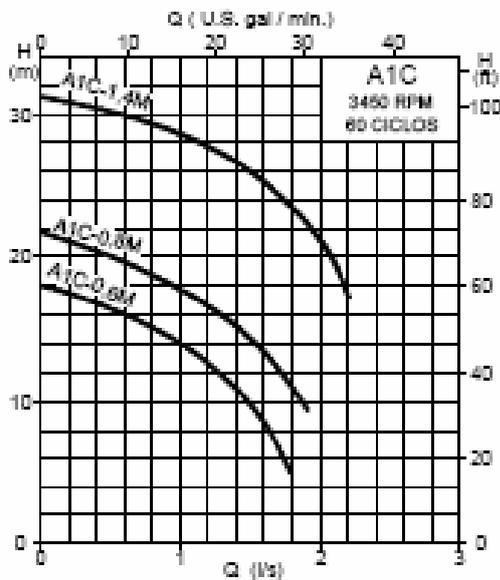
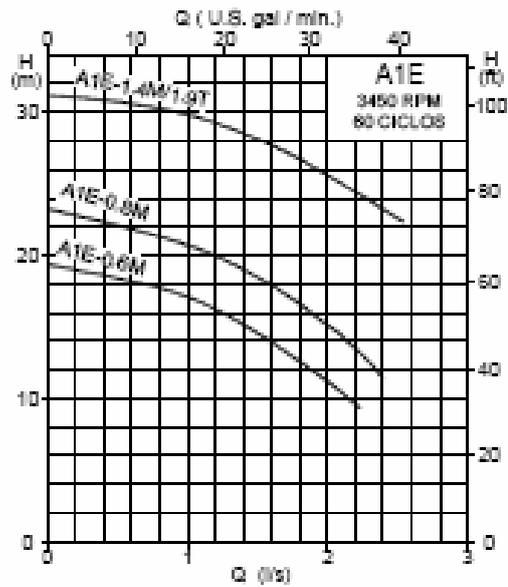
Sello mecánico: Marca John Crane Tipo 6, permite operaciones en condiciones severas de hasta 90°C y 75 PSI No requiere ajuste ni mantenimiento.

APLICACIONES

Bomba diseñada especialmente para el suministro de agua potable en viviendas y edificios.



CURVAS DE OPERACION A 60 Hz



CURVAS EN CONDICIONES NORMALES DE OPERACION (AGUA LIMPIA A 20°C) DE ACUERDO A NORMA ISO 9906 GRADO 2.

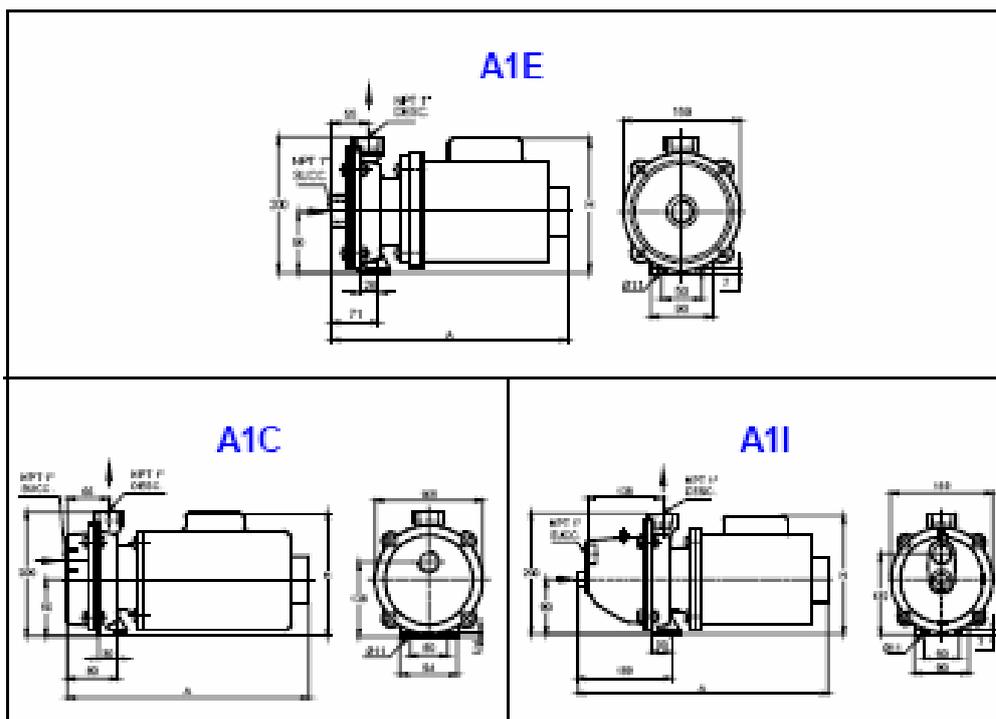
ELECTROBOMBA CENTRIFUGA
MONOBLOQUE SERIE A
OROPLOCO I

VERSION A

1_100_100_0407_ 2



DIMENSIONES



DATOS TECNICOS

MODELO	DIMENSIONES		PRESION DE PRUEBA HIDROSTATICA (m)	DIAMETRO EJE (PULG.)		MOTOR			PESO (Kg.)
	A	H		IMPULSOR	SELLO	HP	FACTOR DE SERVICIO	FRAME	
A1E-0.6M	330	202	70	NF 3/16	5/8	0.6	1.0	NEMA C56	14.8
A1E-0.8M						0.8			
A1E-1.4M	387	220				1.4		NEMA D56	20.8
A1E-1.9T	458	173				1.9			
A1C-0.6M	335	202				0.6		NEMA C56	15.1
A1C-0.8M						0.8			
A1C-1.4M	395	220				1.4		NEMA D56	22.1
A1I-0.6M	432	202				0.6		NEMA C56	19.0
A1I-0.8M						0.8			
A1I-1.4M	458	220				1.4		NEMA D56	24.2
A1I-1.9T	387	173	1.9	23.2					

MEDIDAS EN MM.

CAUCHOS Y POLIURETANOS S.A.C.
CAUPESAC
 FABRICACION DE PRODUCTOS MINEROS E INDUSTRIALES

COTIZACION N° CP Baen931783

Lima, 30 de Julio del 2003

Señores:
CORPORACION INGENIERIA CIVIL S.A.C.
 Av. La Mila No. 100
SAN MARTIN DE PORRES.-
 Telf.: 534-2208
 Fax: 338-8883

At. **ING. EFRAIN ANCHANTE**

Estimados Señores:

En atención a su amable solicitud nos permitimos presentarles nuestra cotización por el servicio de fabricación de empaquetaduras en material de caucho, con las siguientes características:

ITEM	CANT.	DESCRIPCION	P.UNIT. \$	P.TOTAL \$
0001	02 Pzs.	Empaquetaduras p/banco según plano del cliente: Diámetro: 2.5 Mts. Espesor: 10 mm Dureza: 80/85 Shore	525.00	1,050.00

* Los Precios no incluyen el 18% del I.G.V.

* Material resistente a presión de agua en tuberías de concreto.

TIEMPO DE ENTREGA: 03 días útiles después de recibida vuestra orden de compra.

FORMA DE PAGO: 50% Adelantado - Saldo contra entrega.

Sin otro particular y a la espera de sus gratas ordenes, quedamos de ustedes.

Atentamente,

CAUPESAC
 CAUCHOS Y POLIURETANOS S.A.C.


LORDIO J. ARENEZ ACHUTEGUI
 Gerente General

h10q

Efraín Anchante

De: ELASTOMEROS S.A. elastomer@goalsnet.com.pe
Para: efraín@cic.com.pe
Enviado: Jueves, 17 de Julio de 2003 10:00 a.m.
Datos adjuntos: naturalsbr.doc
Asunto: Fw: Esquema cotizacion

Att. Ing. Efraín Anchante

Presente

Estimados señores

De acuerdo a nuestra experiencia recomendamos elaborar la plancha a partir de caucho natural, sintético o mezcla de ambos, ya que no necesitan una resistencia especial a la acción de aceites, disolventes o combustibles para brindar un buen funcionamiento en tuberías destinadas a la conducción de fluidos a presión.

Materia: Caucho Natural

Dureza recomendada: 65+/- 5 ShoreA.

Refuerzo con 02 nylon, a fin de aumentar su resistencia al corte del material.

Espesor: 1.5 pulg.

Diámetro: 2500 mmØ

Precio: US\$ 1500 + IGV

Sin otro particular, nos despedimos

Atentamente

Ing. Patricia Saldaña R.

Le adjunto información del material para planchas, usualmente el que diseña el prototipo es quien nos debe indicar los requerimientos del material a fin de poder desarrollar una formulación adecuada para esta exigencia.

Recomendamos hacer una empaquetadura para una dimensión específica para probar el material.

PLANCHAS

Existe una gran diversidad de aplicaciones que tiene el caucho en la industria de la construcción, astilleros, maestranza, etc. Su uso es ilimitado, podríamos señalar algunos de ellos:

- Empaquetaduras
- Recubrimientos anti-abrasivos
- Bases para maquinarias y similares
- Pisos antideslizantes
- Guarderas para correas transportadora
- Placas antivibrantes para sistema de montaje de maquinarias.

INFORMACION TECNICA

Son diferentes los tipos de caucho aplicados para la fabricación de planchas dependiendo del uso: Caucho Natural o Caucho Sintético.

COMPUESTO TIPICO DE CAUCHO SINTETICO / SBR

PROPIEDADES FISICO-MECANICAS

PROPIEDADES	UNIDADES	VALOR
RESISTENCIA A LA TENSION	Mpa	17.20
MODULO A 300%	Mpa	6.80
ELOGACIONA LA ROTURA	%	420
RESISTENCIA AL DESGARRO	KN/m	50
DUREZA	Shore A°	60/70
RESILIENCIA	%	35
GRAVEDAD ESPECIFICA	Gr/cc	1.27

El caucho bien aplicado da resultados excelentes en cuanto a economía y duración. No obstante para aprovecharlo bien es indispensable una adecuada elección del tipo de caucho y un diseño correcto que se ajuste a la función que desempeñara la plancha.

PRESENTACION

Se presentan acuerdo con las especificaciones requeridas; con superficies lisas o rugosas, solas o adheridas a lona en una cara o en ambas.

Los espesores varían desde 1/16" hasta 2" a solicitud del cliente

Atentamente

ELASTOMEROS S.A.

Ing. Patricia Saldaña R.

Dpto. Planeamiento y Control

TRADI S.A.

COTIZACION

LIMA, 19 DE DICIEMBRE DEL 2007

FTRA-MEN-24
 NO: 44-025579

ESTIMADOS SRES.:

POR INTERMEDIO DE LA PRESENTE, NOS ES GRATO HACERLES LLEGAR NUESTRA COTIZACION DE MATERIALES:

LN	CODIGO	DESCRIPCION	UNIDADES	PESO	P.UNIT	% DESC	TOTAL US\$
1	44.050	PL. ESTRU. S.P 50.00 x 1520 x 6000	—1-PZ—	3,651	4,570.27	4.0 2.0	4,299.71
2	94.611	VIGA I 6" x 12.50 Lb x 20'	—1-PZ—	115	127.77	7.0 4.0	114.08
3	94.1405	VIGA H A-572 16" x 36.00 Lb x 40'	—1-PZ—	654	1,033.73	7.0 4.0	922.92
4	94.6854	VIGA I 15" x 42.90 Lb x 30'	—1-PZ—	585	923.89		923.89
5	74.105	PLANCHA NAVAL 50.00 x 2440 x 6000	—1-PZ—	5,746	7,107.93		7,107.93
6		2% DE PERCEPCION	—1-UN—		267.37		267.37
T O T A L E S			—6—	—10,751—			US\$ 13,635.90

Son: TRECE MIL SEISCIENTOS TREINTICINCO Y 90/100 DOLARES AMERICANOS

CONDICIONES DE VENTA:

- LOS PRECIOS INCLUYEN IGV (19.00%).
- LOS PRECIOS ESTAN SUJETOS A MODIFICACION SIN PREVIO AVISO.
- NO SE INCLUYE EL COSTO DE TRANSPORTE.
- CONFIRMAR EL PEDIDO ANTES DE HACER EL DEPOSITO.
- COTIZACION VALIDA POR ___ DIAS.
- MATERIAL PARA ENTREGA INMEDIATA SALVO PREVIA VENTA.
- MATERIAL NO COTIZADO SEGUN SU REQUERIMIENTO, SIN STOCK EN ALMACEN.
- CONFIRMAR SU PEDIDO CON ORDEN DE COMPRA.
- FORMA DE PAGO:
- CONTACTARSE CON:
- CONSULTAR AL SR(TA). NORMA LOPEZ

ESPERANDO VERNOS FAVORECIDOS CON SUS GRATAS ORDENES, NOS SUSCRIBIMOS DE USTEDES.

.....
 NORMA LOPEZ BARVERENA
 TRADISA

DEPARTAMENTO DE VENTAS

12:03

6/14-04-00
 AUSAO 2PB

OBSERVACIONES

1. No se pudo encontrar una Norma Técnica Peruana con recomendaciones acerca de coeficientes de seguridad o deformaciones máximas permitidas para el diseño de equipos destinados a ensayos.
2. Debido al aspecto netamente teórico de los cálculos estructurales se extremo el cuidado al definir deformaciones y esfuerzos máximos permitidos.
3. Se genera redondeos frecuentemente debido a la diferencia en las unidades utilizadas, por ejemplo en la NTP 339.009 la conversión correcta es: $0,7 \text{ daN/cm}^2 = 0,714 \text{ kgf/cm}^2$, y no lo que se indica: $0,7 \text{ daN/cm}^2 = 0,7 \text{ kgf/cm}^2$
4. La NTP correspondiente (339.041-2001) no especifica concretamente el valor de la presión de prueba para tubos de concreto, esta (como otras NTP) se refiere a la “presión requerida” sin especificar cual es, como estimarla o donde encontrarla.
5. Cuando se actualiza una NTP también se debería actualizar las referencias que acerca de ella hacen otras NTP, pues se da el caso de normas discontinuadas que son citadas en normas vigentes.
6. Dos tubos del mismo diámetro interior (es decir tienen igual r) pero de diferentes fabricantes, pueden tener diferentes valores de r_m , e_e y e_c , por ello no necesariamente generaran las mismas cargas sobre el banco de prueba, si bien es previsible que las variaciones sean mínimas es mejor siempre usar las dimensiones reales al momento de evaluar cargas, mas aun si se trata de tubos de gran tamaño.

7. En los costos no se incluye un valor importante referido a la adquisición o alquiler de maquinaria (grúa, tecla, montacargas) y equipos (soldadora, equipo oxicorte, compresora, etc....) dado que en una empresa dedicada al ramo de tubos de concreto, todos esos elementos necesariamente están presentes y disponibles pues son parte de la actividad diaria de la fábrica.

8. Para las tapas del banco de prueba es importante evaluar la conveniencia económica de usar concreto reforzado como alternativa a las costosas planchas de acero de 50mm, de espesor.

9. A pesar de estar normado el uso exclusivo de la coma para separar en un número la parte entera de la parte decimal, se sigue usando frecuentemente el punto; basta con revisar cualquier recibo de caja registradora; es más hay casos donde aun separan los miles mediante comas.

CONCLUSIONES

1. Sería útil contar con una NTP que sugiera factores de seguridad y/o deformaciones máximas para construcciones especiales como bancos para ensayos sometidos a cargas elevadas.
2. Las empresas del ramo, a través del INDECOPI, deberían revisar y reordenar las NTP referidas a tubos de hormigón, pues falta un valor específico para la presión de prueba hidrostática en la norma correspondiente NTP 339.041:2001, peor aun la norma que si indica un valor preciso NTP339.009:1997 no es citada en ninguna otra.
3. Las cargas en la estructura deben evaluarse con los valores exactos de r , r_m , e_e y e_c para cada tamaño específico de tubo, teniendo cuidado con las diferencias entre tubos del mismo \emptyset nominal pero fabricados en maquinas distintas dado que pueden existir variaciones en sus dimensiones.
4. Se debe extremar la seguridad en este tipo de ensayo dado que se generan cargas muy elevadas, por ello es recomendable realizar pruebas a pequeña escala antes de definir los elementos que constituirán el banco de prueba, con ello se podrá verificar y de ser el caso reajustar algunos valores obtenidos por medio de planteamientos teóricos.
5. La simplicidad o complejidad del banco de pruebas queda a criterio de la empresa que lo desee implementar, pero cualquiera sea el caso se deberá tener en cuenta prioritariamente que existan factores de seguridad adecuados en todos los elementos, ya que dichos factores de seguridad no están disponibles en normas.

6. Las formulas obtenidas permiten analizar infinidad de posibilidades constructivas (vigas, planchas, equipos hidráulicos, etc.) y operativas (presión de prueba, tubos con agua o sin ella, etc.) a fin de pronosticar el comportamiento del banco de prueba, toda esa capacidad de análisis es especialmente útil para evaluar la conveniencia de usar elementos disponibles (como vigas o planchas) que permitan reducir el costo de la estructura.

7. Los cálculos realizados proporcionan valores que pueden ser referencias para contrastar con los resultados de un programa de cálculo estructural siempre que este último pueda asimilar las condiciones particulares presentes especialmente en *TAPA2* y su apoyo contra *Viga2*.

8. La particular metodología usada para el análisis se encuentra debidamente sustentada, por ello puede servir de punto de partida para la evaluación de casos similares.

BIBLIOGRAFIA

Análisis de estructuras	Mc Cormac; Elling
Análisis estructural	Hibbeler
Análisis estructural	Islam Kassimoli
ASME boiler and pressure vessel code	
Ciencia y tecnología del caucho	W. J. S. Naunton
Concrete Pipe Handbook,	American Concrete Pipe Association
Design of modern steel structures	Linton E. Grinter
Detailing for steel construction	AISC
Dibujo y diseño de ingeniería	Jensen
Diccionario términos técnicos Ingles-Español,	Louis A. Robb.
Diseño de elementos de maquinas	Juan Hori
Diseño de elementos de maquinas	V. M. Faires
Diseño de elementos de maquinas	Alva Davila.
Diseño de elementos de maquinas	Robert L. Mott
Edificación agroindustrial, Estructuras metálicas	Garci Martin
Elementos de maquinas	M. Salvador G.
Elementos de unión	Kart, Heinz Decker
Formulario de ciencias,	Editorial San Marcos.
Formulario de cálculo diferencial e integral,	Editorial Mercurio.
Formulas de resistencia de materiales Esfuerzos y deformaciones	R. J. Roark

Fundamentos de ciencia y tecnología del caucho	Jean Le Bras.
Guía para elaborar la tesis	R. B. Ávila Acosta
Herramientas y equipos de gran potencia	Power Team
Hidráulica simplificada	L. S. Mc Nickle
Ingeniería de diseño	P. Orlov.
Manual del ingeniero mecánico	Marks
Manual del ingeniero químico	Perry
Manual of steel construction – Load and resistance factor design specification for structural steel buildings	AISC
Manual técnico de bolsillo	Fierro Tradi S.A.
Mecánica de materiales	Robert W. Fitzgerald
Mecánica vectorial para ingenieros, Estática	Beer, Jhonston, Eisenberg
Mecánica para ingenieros, Estática	Meriam, Craige
Resistencia de materiales	William Nash
Resistencia de materiales I	S. Timoshenko
Resistencia de materiales II	S. Timoshenko.
Resistencia de materiales, teoría y problemas,	A. Arteaga; P. Iberico; C. Gonzáles; A. Mego
Rubber and plastics testing	Paul Kwekow
Sistema internacional de unidades	José Dajes Castro - INDECOPI.
Steel construction	AISC
Teoría de placas planas y curvas	S. Timoshenco
Tópicos de tecnología del concreto	Enrique Pasquel Carbajal.
Turbomaquinas I, Problemas resueltos	M. Salvador G.

Normas técnicas extranjeras:

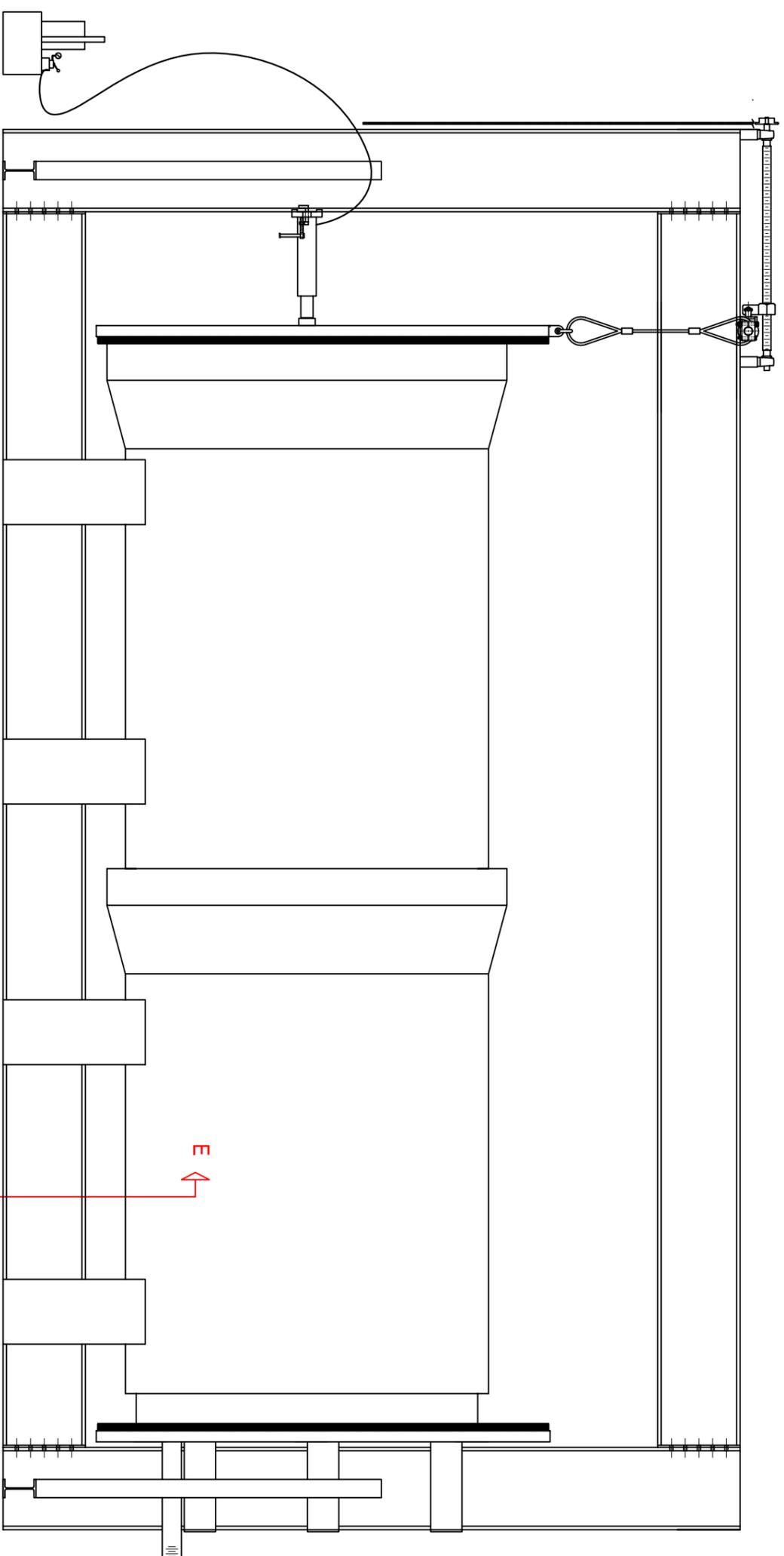
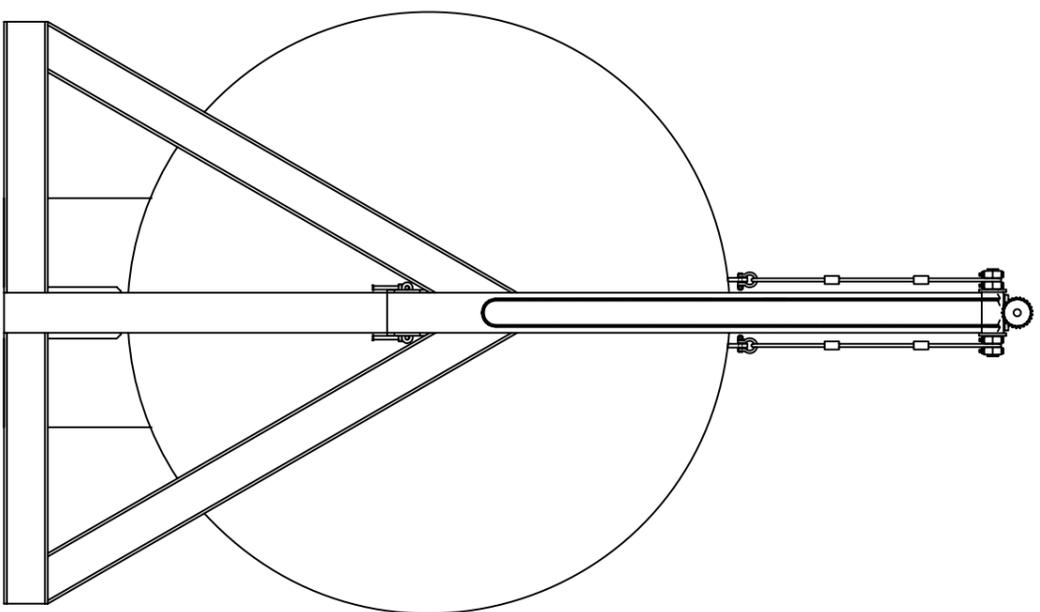
- ASTM C 361-94a Standard Specifications for Reinforced Concrete Low-Head Pressure Pipe
- ASTM C 443M-85a Standard Specifications for Joints for Circular Concrete Sewer and Culvert Pipe, Using Rubber Gaskets
- ASTM C 497M Standard Test Methods for Concrete Pipe, Manhole Sections, or Tile (Metric)

Normas técnicas nacionales:

- NTP 334.080:1998 Tubos De Hormigón (Concreto) Reforzado Para Conducción De Fluidos A Media Presión. Requisitos.
- NTP 339.009:1997 Tubos de Hormigón (Concreto) Simple de Sección Circular para la Conducción de Líquidos sin Presión. Requisitos
- NTP 339.038:1997 Tubos de Hormigón (Concreto) Armado de Sección Circular para la Conducción de Líquidos sin Presión. Requisitos
- NTP 339.039:2004 Tubos de Hormigón (Concreto) Armado de Sección Circular para la Conducción de Líquidos sin Presión. Muestreo e Inspección
- NTP 339.041:2001 Tubos de Hormigón (Concreto) para la Conducción de Líquidos sin Presión. Método de Ensayo de Presión Hidrostática
- NTP 339.063:2001 Tubos De Hormigón (Concreto) Simple De Sección Circular Para La Conducción de Fluidos sin Presión. Muestreo Y Recepción
- NTP ISO 4633:1997 Sellos de Caucho. Anillos de junta para abastecimiento de agua, drenaje y tuberías de desagüe. Especificaciones para los materiales.

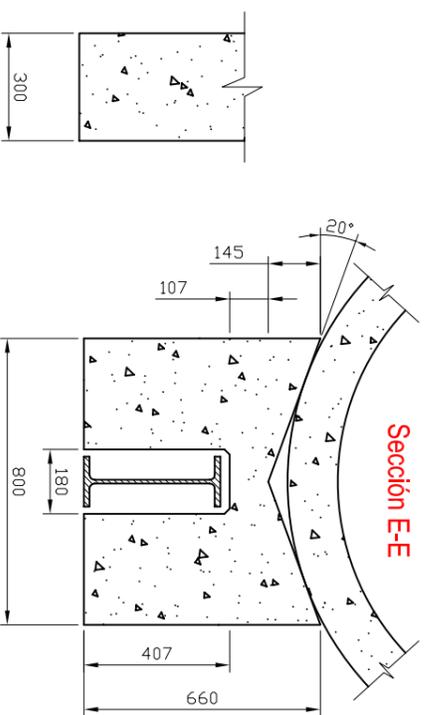
PLANOS

El resumen de todo lo expuesto se aprecia en los planos que a continuación se presentan, en ellos se puede ver las características de cada uno de los elementos que componen el banco de pruebas, cabe destacar que algunas dimensiones pueden variar en una aplicación real debido a las modificaciones que deban realizarse por las condiciones particulares de cada empresa, por ejemplo: longitud de los tubos, disponibilidad de agua, equipos para movimiento de los tubos, etc..



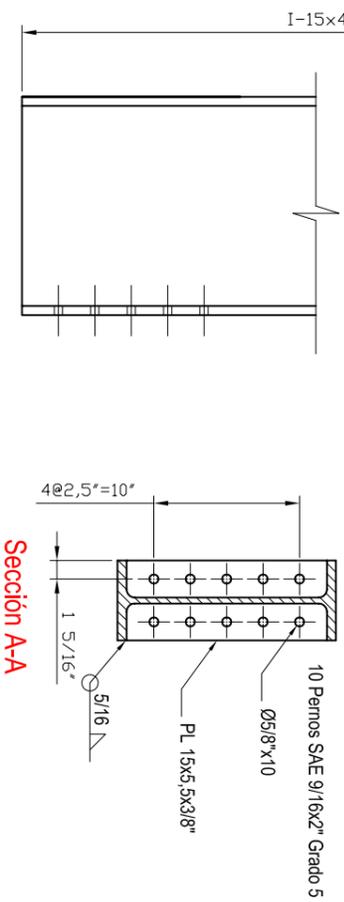
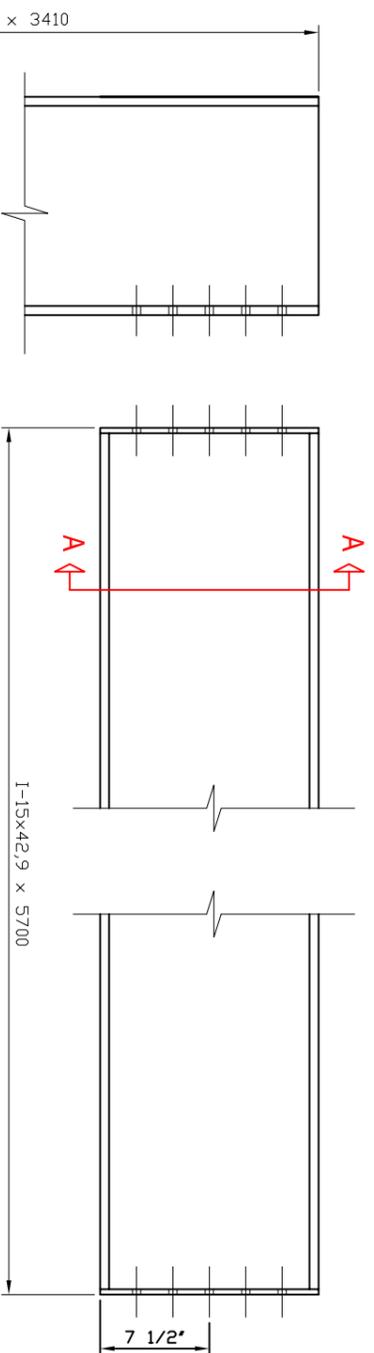
Bomba
PE17

BANCO DE PRUEBA - Escala: 1/25

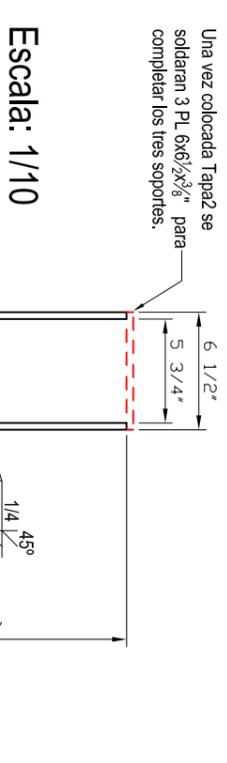
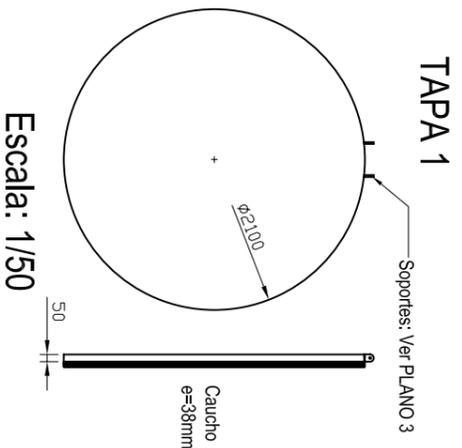
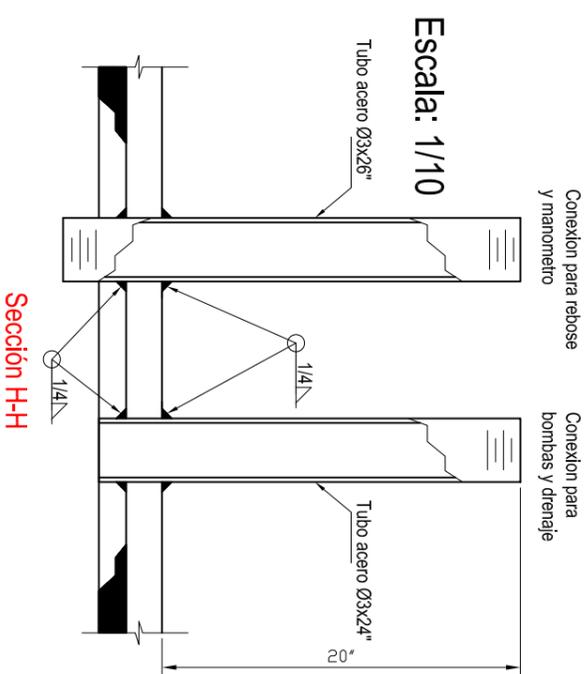
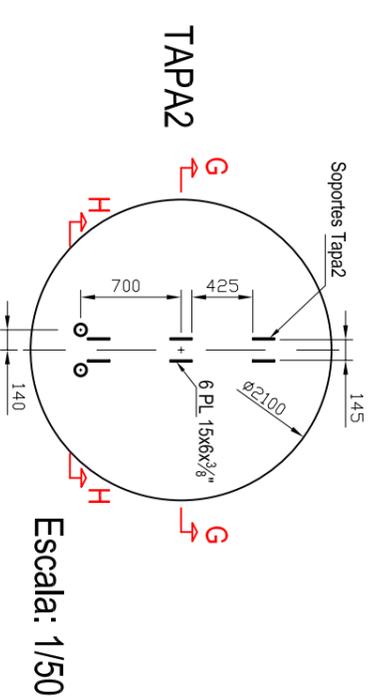


SOPORTE TUBO - Escala: 1/20

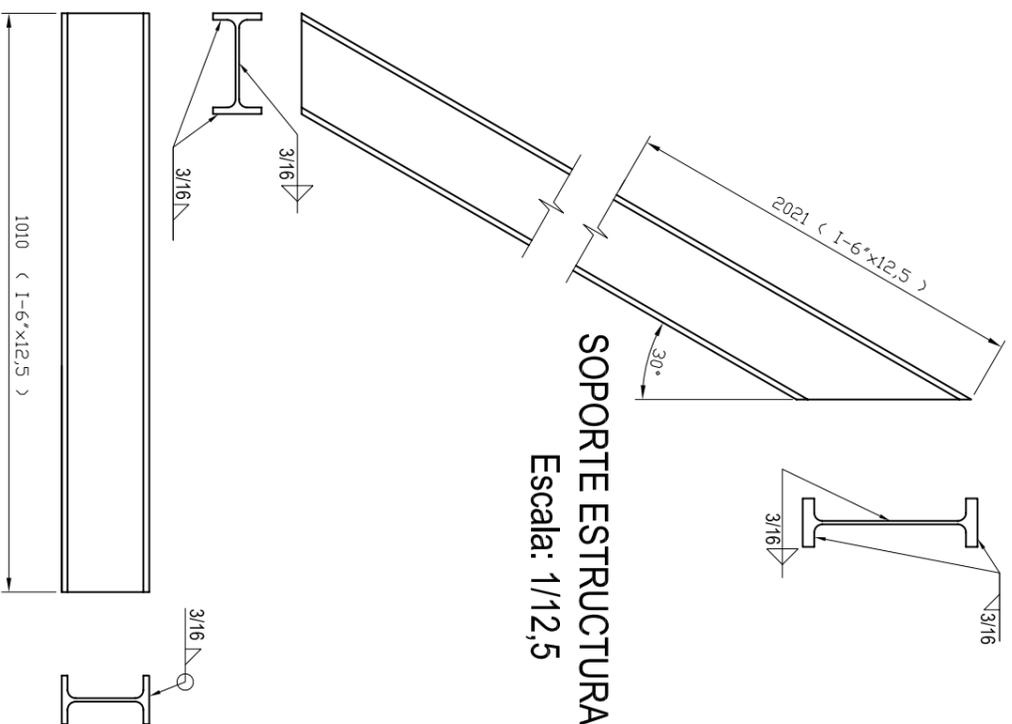
Proyecto	BANCO DE PRUEBA HIDROSTATICA		Dib.:	E. Ancharre Zuzunaga
Plano	DETALLE		Dis.:	E. Ancharre Zuzunaga
Lamina	Vista general - Soporte tubo		Rev.:	
	PLANO 01		Fec.:	Febrero 2008
			Esc.:	Varios



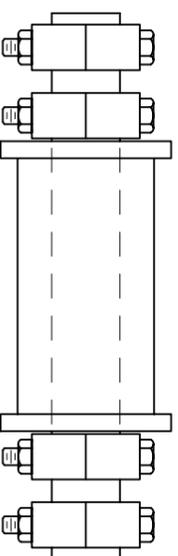
VIGAS - EMPALMES
Escala: 1/12,5



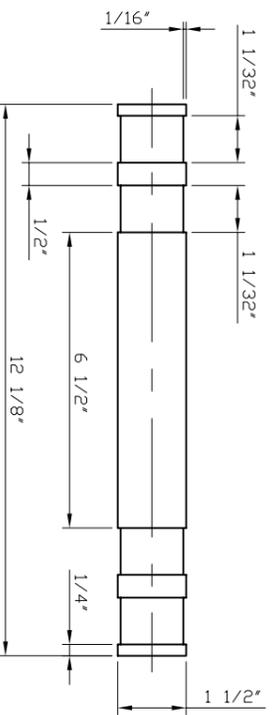
SOPORTE ESTRUCTURA
Escala: 1/12,5



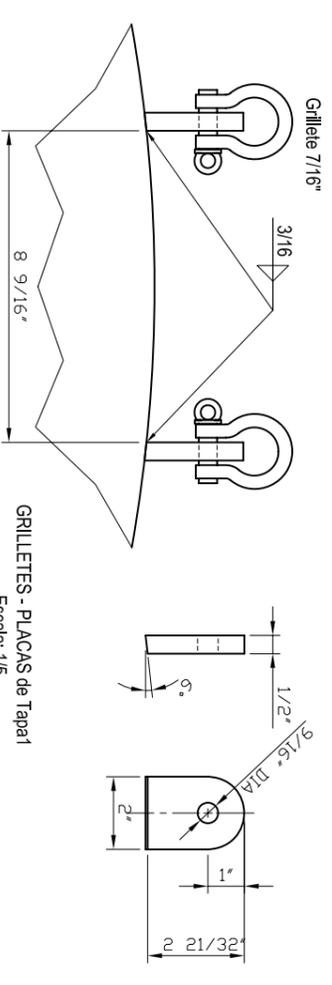
Proyecto	BANCO DE PRUEBA HIDROSTATICA	Dib.:	E. Ancharite Zuzunaga
Plano	DETALLE	Dis.:	E. Ancharite Zuzunaga
Lamina	V1 V2 V3 V4 - Soporte estructura- Tapa2	Rev.:	
	PLANO 02	Fec.:	Febrero 2008
		Esc.:	Varios



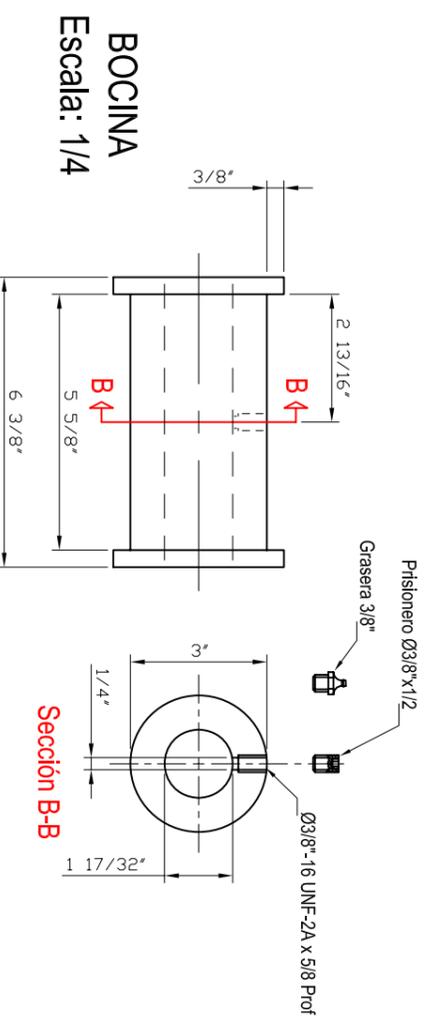
SOPORTE TAPA - Escala: 1/4



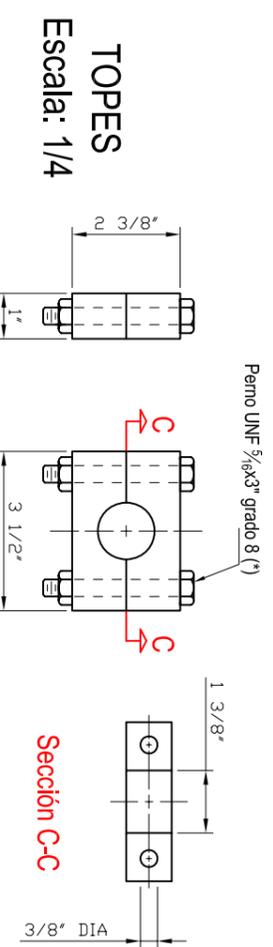
EJE - Escala: 1/4



GRILLETES - PLACAS de Tapa1
Escala: 1/5

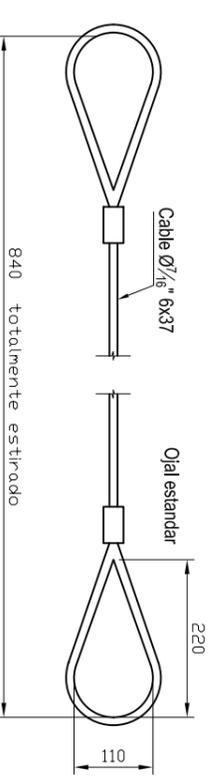


BOCINA
Escala: 1/4



TOPES
Escala: 1/4

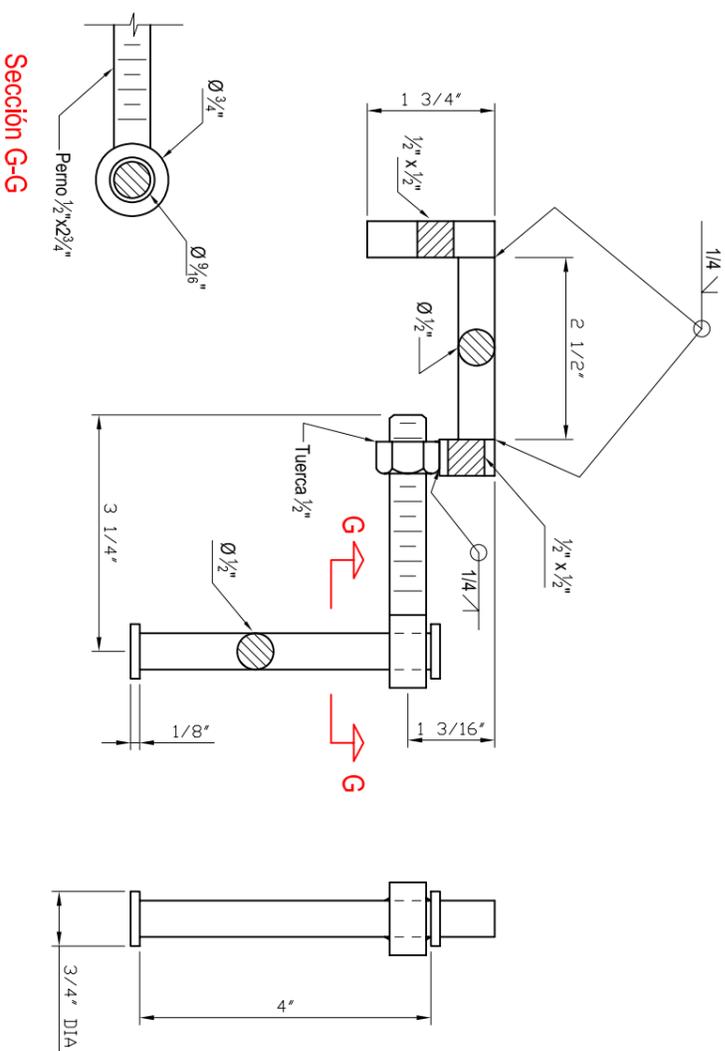
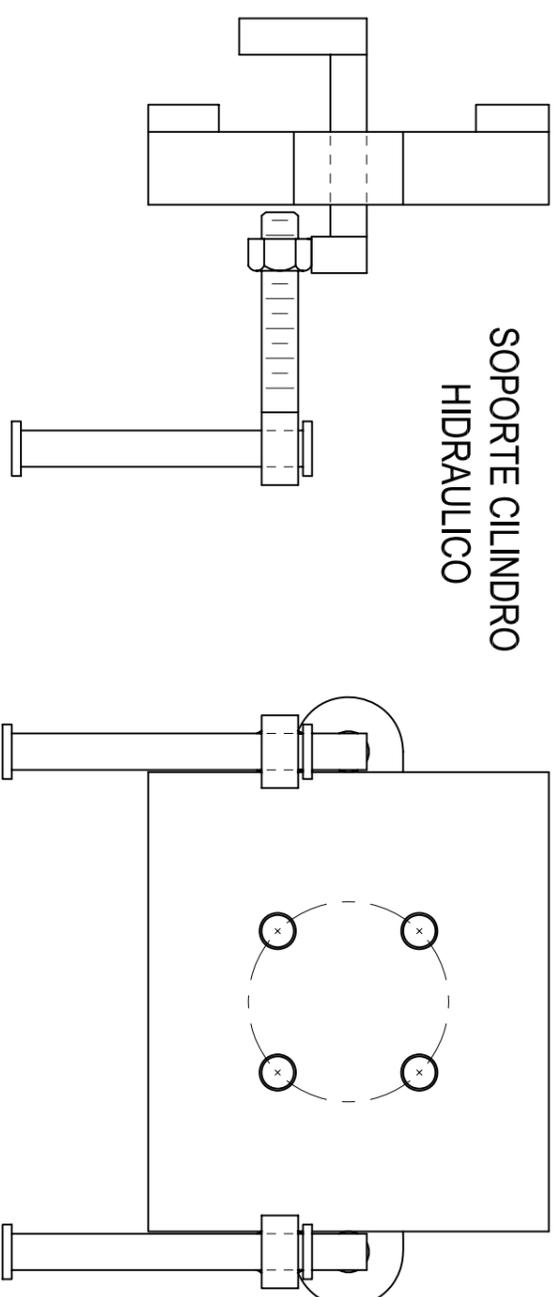
(*) Los topes exteriores llevan cada uno: 02 pernos UNF 5/16x3" grado 8.
Los topes interiores llevan cada uno: 01 perno UNF 5/16x3" grado 8 y 01 perno UNF 5/16x3 1/2" grado 8



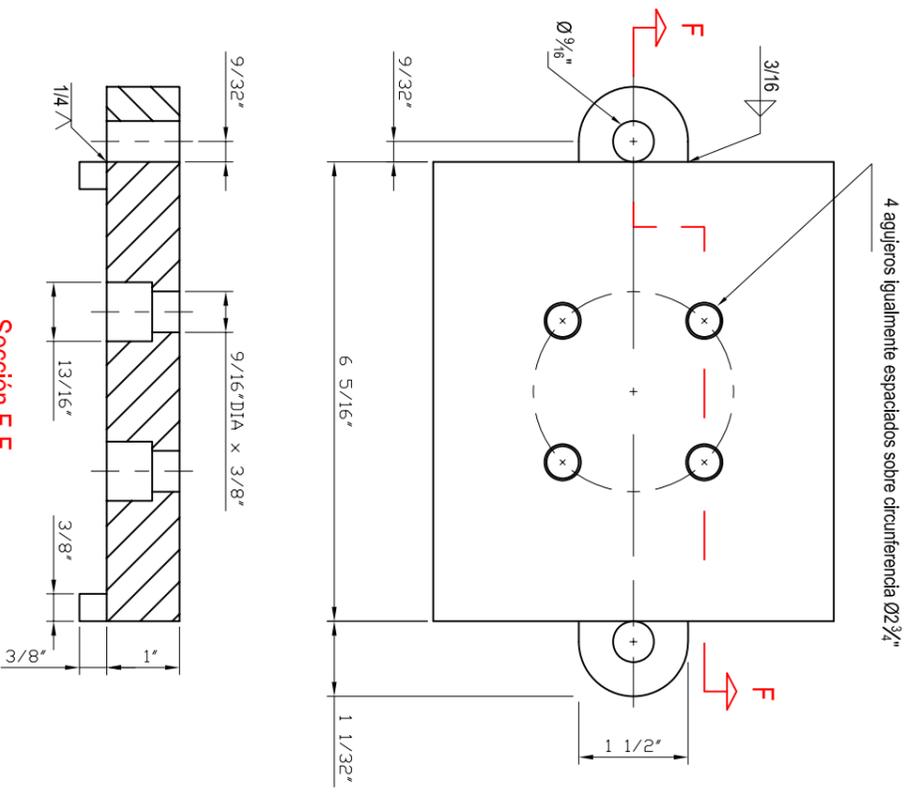
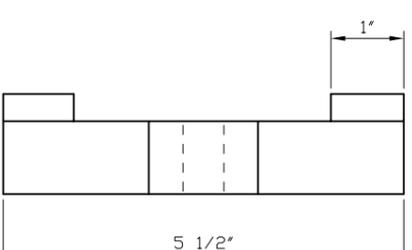
ESTROBOS - Escala: 1/10

Proyecto	BANCO DE PRUEBA HIDROSTATICA		Dib.:	E. Ancharite Zuzunaga
Plano	DETALLE Soporte Tapa2		Dis.:	E. Ancharite Zuzunaga
Lamina	PLANO 03		Rev.:	
			Fec.:	Febrero 2008
			Esc.:	Varios

SOPORTE CILINDRO HIDRAULICO



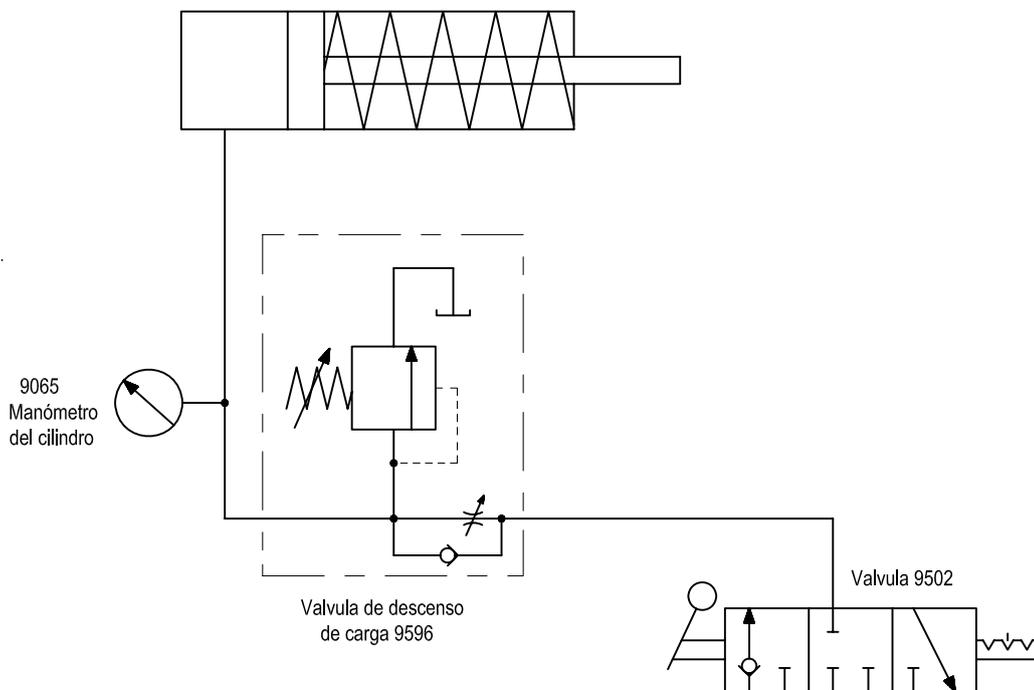
GRAPA - Escala: 1/2,5



PLACA - Escala: 1/2,5

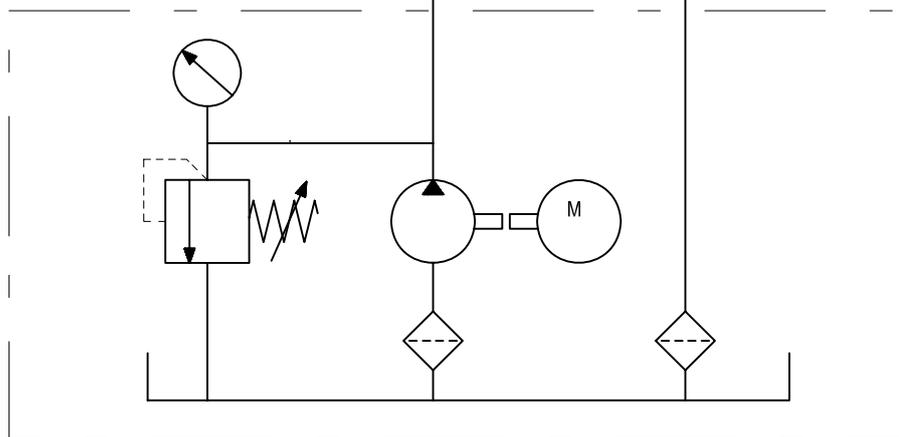
Proyecto	BANCO DE PRUEBA HIDROSTATICA		Dib.:	E. Ancharre Zuzunaga
Plano	DETALLE		Dis.:	E. Ancharre Zuzunaga
	Soporte cilindro hidraulico		Rev.:	
Lamina	PLANO 04		Fec.:	Febrero 2008
			Esc.:	Varios

C2510C - Cilindro simple efecto capacidad 25 Ton



SISTEMA HIDRAULICO

Electro bomba PE174



Proyecto	BANCO DE PRUEBA HIDROSTATICA	Dib.: E. Anchante Zuzunaga
Plano	DETALLE Sistema Hidraulico	Dis.: E. Anchante Zuzunaga
		Rev.:
		Fec.: Febrero 2008
Lamina		Esc.: Varios
PLANO 06		

APENDICE

TABLA DE INTEGRALES

$$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \operatorname{Ln} \left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) \right]$$

$$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \operatorname{arcSen}(x/a) \right] = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \operatorname{arcCos} \left(\frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{a} \right) \right]$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \operatorname{Ln} \left| \frac{x-a}{x+a} \right|$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arcTan}(x/a)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \operatorname{Ln} \left| x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right|$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arcSen}(x/a) + C = -\operatorname{arcCos}(x/a) + C_1$$

$$\int \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x^2} dx = -\frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x} - \operatorname{arcSen}(x/a)$$

$$\int \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{x^2} dx = -\frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{x} + \operatorname{Ln} \left(x + \sqrt{a^2 + x^2} \right)$$

$$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{a^2 - x^2}} = -\frac{1}{a^2} \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x}$$

$$\int \frac{\sqrt{a^2 \pm x^2}}{x} dx = \sqrt{a^2 \pm x^2} - a \operatorname{Ln} \left(\frac{a + \sqrt{a^2 \pm x^2}}{x} \right)$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{a^2 \pm x^2}} = -\frac{1}{a} \operatorname{Ln} \left(\frac{a + \sqrt{a^2 \pm x^2}}{x} \right)$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \operatorname{arcSec}(x/a)$$

$$\int \frac{\sqrt{x^2 - a^2}}{x} dx = \sqrt{x^2 - a^2} - a \operatorname{arcSec}(x/a)$$

$$\int \operatorname{Sec}(x) dx = \operatorname{Ln} |\operatorname{Sec}(x) + \operatorname{Tan}(x)|$$

$$\int \operatorname{Cosec}(x) dx = \operatorname{Ln} |\operatorname{Cosec}(x) - \operatorname{Cot}(x)| + C = \operatorname{Ln} |\operatorname{Tan}(x/2)| + C_1$$

$$\begin{aligned}
\int x \operatorname{Sen}(x) dx &= \operatorname{Sen}(x) - x \operatorname{Cos}(x) \\
\int x \operatorname{Cos}(x) dx &= x \operatorname{Cos}(x) + \operatorname{Sen}(x) \\
\int x \operatorname{Sen}^2(x) dx &= \frac{x^2}{4} - \frac{x \operatorname{Sen}(2x)}{4} - \frac{\operatorname{Cos}(2x)}{8} \\
\int x \operatorname{Cos}^2(x) dx &= \frac{x^2}{4} + \frac{x \operatorname{Sen}(2x)}{4} + \frac{\operatorname{Cos}(2x)}{8} \\
\int \operatorname{Sec}^3(x) dx &= \frac{1}{2} [\operatorname{Sec}(x) \operatorname{Tan}(x) + \operatorname{Ln} |\operatorname{Sec}(x) + \operatorname{Tan}(x)|] \\
\int \operatorname{Cosec}^3(x) dx &= \frac{1}{2} [-\operatorname{Cosec}(x) \operatorname{Cot}(x) + \operatorname{Ln} |\operatorname{Cosec}(x) - \operatorname{Cot}(x)|] \\
\int \operatorname{Sec}^5(x) dx &= \frac{1}{4} \operatorname{Sec}^3(x) \operatorname{Tan}(x) + \frac{3}{8} \operatorname{Sec}(x) \operatorname{Tan}(x) + \frac{3}{8} \operatorname{Ln} |\operatorname{Sec}(x) + \operatorname{Tan}(x)| \\
* \int \sqrt{a^2 - x^2} dx &= \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} - \frac{a^2}{2} \operatorname{arcCos}(x/a) \\
* \int x \sqrt{a^2 - x^2} dx &= \frac{(a^2 - x^2)^{3/2}}{3} \\
* \int x^2 \sqrt{a^2 - x^2} dx &= \frac{a^4}{8} \operatorname{arcCos}(x/a) + \frac{a^2}{8} x \sqrt{a^2 - x^2} - \frac{x}{4} (a^2 - x^2)^{3/2} \\
* \int x^3 \sqrt{a^2 - x^2} dx &= \frac{(a^2 - x^2)^{5/2}}{5} - \frac{a^2}{3} (a^2 - x^2)^{3/2} \\
* \int (a^2 - x^2)^{3/2} dx &= \frac{5a^2}{8} x \sqrt{a^2 - x^2} - \frac{x^3}{4} \sqrt{a^2 - x^2} - \frac{3a^4}{8} \operatorname{arcCos}(x/a) \\
* \int (a^2 - x^2)^{5/2} dx &= \frac{5a^6}{16} \operatorname{arcCos}(x/a) + \frac{11a^4}{16} x \sqrt{a^2 - x^2} - \frac{3a^2 x^3}{8} \sqrt{a^2 - x^2} - \frac{x^5}{6} (a^2 - x^2)^{3/2} \\
* \int x (a^2 - x^2)^{3/2} dx &= \frac{(a^2 - x^2)^{5/2}}{5} \\
* \int \frac{xdx}{\sqrt{a^2 - x^2}} &= -\sqrt{a^2 - x^2} \\
* \int \operatorname{arcCos}(x/a) dx &= x \operatorname{arcCos}(x/a) - \sqrt{a^2 - x^2} \\
* \int x \operatorname{arcCos}(x/a) dx &= \frac{x^2}{2} \operatorname{arcCos}(x/a) - \frac{x}{4} \sqrt{a^2 - x^2} - \frac{a^2}{4} \operatorname{arcCos}(x/a) \\
* \int x^2 \operatorname{arcCos}(x/a) dx &= \frac{x^3}{3} \operatorname{arcCos}(x/a) - \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{9} (x^2 + 2a^2) \\
* \int \operatorname{arcSen}(x/a) dx &= x \operatorname{arcSen}(x/a) + \sqrt{a^2 - x^2} \\
* \int x \operatorname{arcSen}(x/a) dx &= \frac{x^2}{2} \operatorname{arcSen}(x/a) + \frac{x}{4} \sqrt{a^2 - x^2} - \frac{a^2}{4} \operatorname{arcSen}(x/a) \\
* \int x^2 \operatorname{arcSen}(x/a) dx &= \frac{x^3}{3} \operatorname{arcSen}(x/a) + \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{9} (x^2 + 2a^2)
\end{aligned}$$

* Se calculo especificamente para la tesis.

En el desarrollo de las integrales se tomo en cuenta:

$$\begin{aligned}
 \text{Sen}^2\theta + \text{Cos}^2\theta &= 1 \\
 \text{Sen}(-\theta) &= -\text{Sen}\theta \\
 \text{Cos}(-\theta) &= \text{Cos}\theta \\
 \text{arcSen}\theta &= -\text{arcSen}(-\theta) \\
 \text{arcCos}(-\theta) &= \pi - \text{arcCos}\theta \\
 \text{arcSen}\theta + \text{arcCos}\theta &= \pi/2 \\
 \text{Sen}^2\beta &= \frac{1 - \text{Cos}(2\beta)}{2} \\
 \text{Sen}(2\theta) &= 2\text{Sen}\beta\text{Cos}\beta \\
 \text{arcCos}(1) &= 0 \\
 \text{arcCos}(0) &= \pi/2 \\
 \text{arcCos}(-1) &= \pi
 \end{aligned}$$

Asimismo se usaron las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned}
 d\text{Sen}\beta &= \text{Cos}\beta.d\beta \\
 d\text{Cos}\beta &= -\text{Sen}\beta.d\beta \\
 \int v.dw &= v.w - \int w.dv \\
 \int \frac{P_{n(x)}dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}} &= Q_{n-1(x)}\sqrt{ax^2+bx+c} + K \int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}; \quad P_{n(x)}, Q_{n-1(x)} \text{ son polinomios grado } n \text{ y } n-1
 \end{aligned}$$

Integrales calculadas

a.- $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$

Del gráfico: $x = a \cos \beta$ $dx = -a \operatorname{Sen} \beta \cdot d\beta$

$$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \int \sqrt{a^2 - a^2 \cos^2 \beta} (-a \operatorname{Sen} \beta d\beta)$$

$$= -a^2 \int \operatorname{Sen}^2 \beta \cdot d\beta \quad \text{Recordar que: } \operatorname{Sen}^2 \beta = \frac{1 - \operatorname{Cos}(2\beta)}{2}$$

$$= -\frac{a^2}{2} \int \frac{(1 - \operatorname{Cos}(2\beta))}{2} \cdot d\beta$$

$$\frac{d \operatorname{Sen}(2\beta)}{d(2\beta)} = \operatorname{Cos}(2\beta) \cdot 2 = 2 \operatorname{Cos}(2\beta)$$

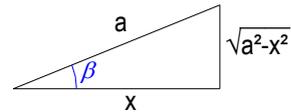
$$= -\frac{a^2}{2} \left(\beta - \frac{\operatorname{Sen}(2\beta)}{2} \right)$$

Recordar que: $\operatorname{Sen}(2\beta) = 2 \operatorname{Sen} \beta \operatorname{Cos} \beta$

$$= -\frac{a^2}{2} \operatorname{arcCos}(x/a) + \frac{a^2}{2} 2 \operatorname{Sen} \beta \operatorname{Cos} \beta$$

$$= -\frac{a^2}{2} \operatorname{arcCos}(x/a) + \frac{a^2}{2} \frac{\sqrt{a^2 - x^2} \cdot x}{a}$$

$$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = x \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{2} + \frac{a^2}{2} \operatorname{arcCos}(x/a)$$



b.- $\int x \sqrt{a^2 - x^2} dx$

Del gráfico: $x = a \cos \beta$ $dx = -a \operatorname{Sen} \beta \cdot d\beta$

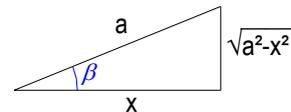
$$\int x \sqrt{a^2 - x^2} dx = \int a \cos \beta \sqrt{a^2 - a^2 \cos^2 \beta} (-a \operatorname{Sen} \beta d\beta)$$

$$= -a^3 \int \operatorname{Cos} \beta \cdot \operatorname{Sen} \beta \cdot \operatorname{Sen} \beta \cdot d\beta$$

$$= -\frac{a^3}{3} \int 3 \operatorname{Cos} \beta \cdot \operatorname{Sen}^2 \beta \cdot d\beta \quad \text{Recordar que: } \frac{d \operatorname{Sen}^3 \beta}{d \operatorname{Sen} \beta} = 3 \operatorname{Sen}^2 \beta \cdot \operatorname{Cos} \beta$$

$$= -\frac{a^3}{3} \operatorname{Sen}^3 \beta = -\frac{a^3 (a^2 - y^2)^{3/2}}{a^3}$$

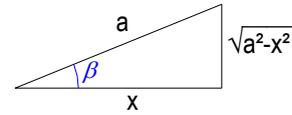
$$\int x \sqrt{a^2 - x^2} dx = -\frac{(a^2 - x^2)^{3/2}}{3}$$



$$c.- \int x^2 \sqrt{a^2 - x^2} dx$$

Del gráfico: $x = a \cos \beta$

$$dx = -a \operatorname{Sen} \beta \cdot d\beta$$



$$\int x^2 \sqrt{a^2 - x^2} dx = \int a^2 \cos^2 \beta \cdot \sqrt{a^2 - a^2 \cos^2 \beta} (-a \operatorname{Sen} \beta d\beta)$$

$$= - \int a^2 \cos^2 \beta \cdot a \cdot \operatorname{Sen} \beta \cdot a \cdot \operatorname{Sen} \beta \cdot d\beta$$

$$= -a^4 \int \cos^2 \beta \cdot \operatorname{Sen}^2 \beta \cdot d\beta$$

$$= -a^4 \int \frac{1}{4} (2 \cos \beta \cdot \operatorname{Sen} \beta)^2 d\beta \quad \text{recordar que: } \operatorname{Sen}(2\beta) = 2 \operatorname{Sen} \beta \cos \beta$$

$$= -\frac{a^4}{4} \int \operatorname{Sen}^2(2\beta) \cdot d\beta \quad \text{recordar que: } \operatorname{Sen}^2 \beta = \frac{1 - \cos(2\beta)}{2}$$

$$= -\frac{a^4}{4} \int (1 - \cos(4\beta)) d\beta$$

$$= -\frac{a^4}{8} \left(\beta - \frac{\operatorname{Sen}(4\beta)}{4} \right) \quad \text{acomodando: } \operatorname{Sen}(4\beta) = 2(2 \operatorname{Sen} \beta \cos \beta) \cos(2\beta)$$

$$= -\frac{a^4}{8} \left[\beta - \operatorname{Sen} \beta \cos \beta (1 - 2 \operatorname{Sen}^2 \beta) \right]$$

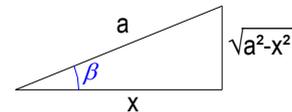
$$= -\frac{a^4}{8} \left[\operatorname{arcCos}(x/a) - \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{a} \cdot \frac{x}{a} \left(1 - 2 \frac{(a^2 - x^2)}{a^2} \right) \right]$$

$$\int x^2 \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{a^2 x}{8} \sqrt{a^2 - x^2} - \frac{a^4}{8} \operatorname{arcCos}(x/a) - \frac{x}{4} (a^2 - x^2)^{3/2}$$

$$d.- \int x^3 \sqrt{a^2 - x^2} dx$$

Del gráfico: $x = a \cos \beta$

$$dx = -a \operatorname{Sen} \beta \cdot d\beta$$



$$\int x^3 \sqrt{a^2 - x^2} dx = \int a^3 \cos^3 \beta \cdot \operatorname{Sen} \beta (-a \operatorname{Sen} \beta d\beta)$$

$$= -r^5 \int \cos^3 \beta \cdot \operatorname{Sen}^2 \beta \cdot d\beta$$

$$= -r^5 \int \cos \beta \cdot \operatorname{Sen}^2 \beta (1 - \operatorname{Sen}^2 \beta) \cdot d\beta$$

$$= -r^5 \frac{\operatorname{Sen}^3 \beta}{3} + r^5 \int \cos \beta \cdot \operatorname{Sen}^4 \beta \cdot d\beta$$

Hay que calcular $\int \cos \beta \cdot \operatorname{Sen}^4 \beta \cdot d\beta$, sea: $v = \operatorname{Sen}^4 \beta$ $dw = \cos \beta \cdot d\beta$

$$dv = 4 \operatorname{Sen}^3 \beta \cdot \cos \beta \cdot d\beta \quad w = \operatorname{Sen} \beta$$

Se cumple: $\int v dw = vw - \int w dv$

$$\int \cos \beta \cdot \operatorname{Sen}^4 \beta \cdot d\beta = \operatorname{Sen}^5 \beta - 4 \int \cos \beta \cdot \operatorname{Sen}^4 \beta \cdot d\beta = \frac{\operatorname{Sen}^5 \beta}{5}$$

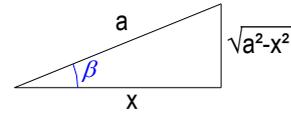
Reemplazando:

$$\int x^3 \sqrt{a^2 - x^2} dx = -a^5 \frac{\operatorname{Sen}^3 \beta}{3} + r^5 \frac{\operatorname{Sen}^5 \beta}{5}$$

$$\int x^3 \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{(a^2 - x^2)^{5/2}}{5} - \frac{a^2}{3} (a^2 - x^2)^{3/2}$$

$$e.- \int (a^2 - x^2)^{3/2} dx$$

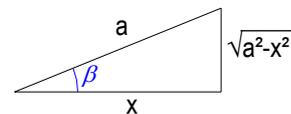
Del gráfico: $x = a \cos \beta$ $dx = -a \operatorname{Sen} \beta \cdot d\beta$



$$\begin{aligned} \int (a^2 - x^2)^{3/2} dx &= \int (a^2 - a^2 \cos^2 \beta)^{3/2} (-a \operatorname{Sen} \beta \cdot d\beta) \\ &= -a^4 \int \operatorname{Sen}^4 \beta \cdot d\beta \\ &= -a^4 \int \frac{1}{4} (2 \operatorname{Sen}^2 \beta)^2 \cdot d\beta \\ &= -\frac{a^4}{4} \int (1 - \cos(2\beta))^2 \cdot d\beta \\ &= -\frac{a^4}{4} \int (1 - 2\cos(2\beta) + \cos^2(2\beta)) \cdot d\beta \\ &= -\frac{a^4}{4} \int \left(1 - 2\cos(2\beta) + \frac{1 + \cos(4\beta)}{2} \right) \cdot d\beta \\ &= -\frac{a^4}{4} \left(\frac{3\beta}{2} - \operatorname{Sen}(2\beta) + \frac{\operatorname{Sen}(4\beta)}{8} \right) \\ &= -\frac{a^4}{8} \left(3\beta - 4\operatorname{Sen}\beta \cos\beta + \frac{2 \cdot 2 \operatorname{Sen}\beta \cos\beta (2\cos^2\beta - 1)}{4} \right) \\ &= -\frac{a^4}{8} (5\operatorname{Sen}\beta \cos\beta - 2\operatorname{Sen}\beta \cos^3\beta - 3\beta) \\ &= \frac{a^4}{8} \left(5 \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{a} \cdot \frac{x}{a} - 2 \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{a} \cdot \frac{x^3}{a^3} - 3 \operatorname{arcCos}(x/a) \right) \\ \int (a^2 - x^2)^{3/2} dx &= \frac{5a^2}{8} x \sqrt{a^2 - x^2} - \frac{x^3}{4} \sqrt{a^2 - x^2} - \frac{3a^4}{8} \operatorname{arcCos}(x/a) \end{aligned}$$

$$f.- \int (a^2 - x^2)^{5/2} dx$$

Del gráfico: $x = a \cos \beta$ $dx = -a \operatorname{Sen} \beta \cdot d\beta$

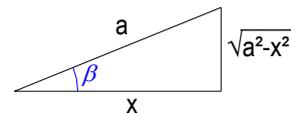


$$\begin{aligned} \int (a^2 - x^2)^{5/2} dx &= \int (a^2 - a^2 \cos^2 \beta)^{5/2} (-a \operatorname{Sen} \beta \cdot d\beta) \\ &= -a \int \operatorname{Sen} \beta (a^2 \operatorname{Sen}^2 \beta)^{5/2} d\beta \\ &= -a^6 \int \operatorname{Sen}^6 \beta \cdot d\beta \\ &= -a^6 \int \left(\frac{1 - \cos 2\beta}{2} \right)^3 dx \\ &= -\frac{a^6}{8} \int (1 - 3\cos 2\beta + 3\cos^2 2\beta - \cos^3 2\beta) d\beta \\ &= -\frac{a^6}{8} \int \left[1 - 3\cos 2\beta + \frac{3}{2}(1 + \cos 4\beta) - \cos 2\beta (1 - \operatorname{Sen}^2 2\beta) \right] d\beta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{a^6}{8} \int \left(\frac{5}{2} 4 \cos 2\beta + \frac{3}{2} \cos 4\beta + \cos 2\beta \operatorname{Sen}^2 2\beta \right) d\beta \\
&= -\frac{a^6}{8} \left[\frac{5\beta}{2} - 2 \operatorname{Sen} 2\beta + \frac{3}{8} \operatorname{Sen} 4\beta + \frac{\operatorname{Sen}^3 2\beta}{6} \right] \\
&= -\frac{a^6}{8} \left[\frac{5\beta}{2} - 4 \operatorname{Sen} \beta \cos \beta + \frac{3}{8} 2 (2 \operatorname{Sen} \beta \cos \beta) (2 \cos^2 \beta - 1) + \frac{8}{6} \operatorname{Sen}^3 \beta \cos^3 \beta \right] \\
&= -\frac{a^6}{8} \left[\frac{5\beta}{2} - 4 \operatorname{Sen} \beta \cos \beta + 3 \operatorname{Sen} \beta \cos^3 \beta - \frac{3}{2} \operatorname{Sen} \beta \cos \beta + \frac{4}{3} \operatorname{Sen}^3 \beta \cos^3 \beta \right] \\
&= -\frac{a^6}{8} \left[\frac{5}{2} \operatorname{arcCos}(u/r) - \frac{11 \sqrt{a^2 - x^2} x}{2a} + 3 \frac{\sqrt{a^2 - x^2} x^3}{a^3} + \frac{4(a^2 - x^2)^{3/2} x^3}{a^3} \right] \\
\int (a^2 - x^2)^{5/2} dx &= \frac{5a^6}{16} \operatorname{arcCos}(x/a) + \frac{11a^4}{16} x \sqrt{a^2 - x^2} - \frac{3a^2 x^3}{8} \sqrt{a^2 - x^2} - \frac{x^3}{6} (a^2 - x^2)^{3/2}
\end{aligned}$$

g.- $\int x(a^2 - x^2)^{3/2} dx$

Del gráfico: $x = a \cos \beta$ $dx = -a \operatorname{Sen} \beta d\beta$



$$\int x(a^2 - x^2)^{3/2} dx = \int a \cos \beta (a^2 - a^2 \cos^2 \beta)^{3/2} (-a \operatorname{Sen} \beta d\beta)$$

$$= -a^2 \int \cos \beta (a^2 \operatorname{Sen}^2 \beta)^{3/2} \operatorname{Sen} \beta d\beta$$

$$= -a^5 \int \cos \beta \operatorname{Sen}^4 \beta d\beta \quad \text{Ya se cálculo: } \int \cos \beta \operatorname{Sen}^4 \beta d\beta = \frac{\operatorname{Sen}^5 \beta}{5}$$

$$\int x(a^2 - x^2)^{3/2} dx = -\frac{(a^2 - x^2)^{5/2}}{5}$$

h.- $\int \frac{xdx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$

$$\int \frac{xdx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \int \frac{2xdx}{2\sqrt{a^2 - x^2}} \quad d(a^2 - x^2) = -2xdx; \quad \text{sea } u = a^2 - x^2$$

$$= -\frac{1}{2} \int \frac{du}{\sqrt{u}}$$

$$= -\frac{1}{2} 2\sqrt{u} = -\sqrt{u}$$

$$\int \frac{xdx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = -\sqrt{a^2 - x^2}$$

$$i.- \int \text{arcCos}(x/a) dx$$

$$\text{Sea: } v = \text{arcCos}(x/a) \quad dw = dx$$

$$dv = \frac{-dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} \quad w = x$$

$$\text{Se cumple: } \int vdw = vw - \int wdv$$

$$\int \text{arcCos}(x/a) dx = \text{arcCos}(x/a) \cdot x - \int \frac{x dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

$$\text{Ya se calculo: } \int \frac{x dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = -\sqrt{a^2 - x^2}$$

$$\int \text{arcCos}(x/a) dx = x \cdot \text{arcCos}(x/a) - \sqrt{a^2 - x^2}$$

$$j.- \int x \cdot \text{arcCos}(x/a) dx$$

$$\text{Sea: } v = \text{arcCos}(x/a) \quad dw = x dx$$

$$dv = \frac{-dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} \quad w = \frac{x^2}{2}$$

$$\text{Se cumple: } \int vdw = vw - \int wdv$$

$$\int x \cdot \text{arcCos}(x/a) dx = \frac{x^2}{2} \cdot \text{arcCos}(x/a) + \frac{1}{2} \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

$$\text{Se sabe que: } \int \frac{P_n(x) dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} = Q_{n-1}(x) \sqrt{ax^2 + bx + c} + K \int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = (Ax + B) \sqrt{a^2 - x^2} + K \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}; \text{ derivando:}$$

$$\frac{x^2}{\sqrt{a^2 - x^2}} = A \sqrt{a^2 - x^2} \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{\sqrt{a^2 - x^2}} + (Ax + B) \frac{(-2x)}{2\sqrt{a^2 - x^2}} + \frac{K}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

$$x^2 = A(a^2 - x^2) - x(Ax + B) + K$$

$$x^2 = -2Ax^2 - Bx + Aa^2 + K; \quad \Rightarrow A = -1/2; B = 0; K = a^2/2$$

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = -\frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} - \frac{a^2}{2} \text{arcCos}(x/a)$$

$$\int x \cdot \text{arcCos}(x/a) dx = \frac{x^2}{2} \cdot \text{arcCos}(x/a) - \frac{x}{4} \sqrt{a^2 - x^2} - \frac{a^2}{4} \text{arcCos}(x/a)$$

$$\mathbf{k.-} \int x^2 \cdot \text{arcCos}(x/a) dx$$

$$\text{Sea: } v = \text{arcCos}(x/a) \quad dw = x^2 dx$$

$$dv = \frac{-dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} \quad w = \frac{x^3}{3}$$

$$\text{Se cumple: } \int vdw = vw - \int wdv$$

$$\int x^2 \cdot \text{arcCos}(x/a) dx = \frac{x^3}{3} \cdot \text{arcCos}(x/a) + \frac{1}{3} \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

$$\text{Se sabe que: } \int \frac{P_n(x) dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} = Q_{n-1}(x) \sqrt{ax^2 + bx + c} + K \int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$$

$$\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = (Ax^2 + Bx + C) \sqrt{a^2 - x^2} + K \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}; \quad \text{derivando:}$$

$$\frac{x^3}{\sqrt{a^2 - x^2}} = (2Ax + B) \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{1}{2} \frac{2x(Ax^2 + Bx + C) + K}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

$$x^3 = (2Ax + B)(a^2 - x^2) - x(Ax^2 + Bx + C) + K$$

$$x^3 = -3Ax^3 - 2Bx^2 + (2Aa^2 - C)x + Ba^2 + K;$$

$$\Rightarrow A = -\frac{1}{3}; \quad B = 0; \quad C = \frac{2a^2}{3}; \quad K = 0$$

$$\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \left(-\frac{x^2}{3} - \frac{2a^2}{3} \right) \sqrt{a^2 - x^2} = -\frac{(x^2 + 2a^2)}{3} \sqrt{a^2 - x^2}$$

$$\int x^2 \cdot \text{arcCos}(x/a) dx = \frac{x^3}{3} \cdot \text{arcCos}(x/a) - \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{9} (x^2 + 2a^2)$$

$$\mathbf{l.-} \int \text{arcSen}(x/a) dx$$

$$\text{Sea: } v = \text{arcSen}(x/a) \quad dw = dx$$

$$dv = \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} \quad w = x$$

$$\text{Se cumple: } \int vdw = vw - \int wdv$$

$$\int \text{arcSen}(x/a) dx = x \cdot \text{arcSen}(x/a) - \int \frac{x dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}; \quad \text{la ultima integral ya se calculo en h.-}$$

$$\int \text{arcSen}(x/a) dx = x \cdot \text{arcSen}(x/a) + \sqrt{a^2 - x^2}$$

$$\text{m.- } \int x \cdot \text{arcSen}(x/a) dx$$

$$\text{Sea: } v = \text{arcSen}(x/a) \quad dw = x dx$$

$$dv = \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} \quad w = \frac{x^2}{2}$$

$$\text{Se cumple: } \int vdw = vw - \int wdv$$

$$\int x \cdot \text{arcSen}(x/a) dx = \frac{x^2}{2} \text{arcSen}(x/a) - \frac{1}{2} \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}; \text{ la ultima integral ya se calculo en j.-}$$

$$= \frac{x^2}{2} \text{arcSen}(x/a) - \frac{1}{2} \left[\frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} - \frac{a^2}{2} \text{arcCos}(x/a) \right]$$

$$\int x \cdot \text{arcSen}(x/a) dx = \frac{x^2}{2} \cdot \text{arcSen}(x/a) + \frac{x}{4} \sqrt{a^2 - x^2} - \frac{a^2}{4} \text{arcSen}(x/a)$$

$$\text{n.- } \int x^2 \cdot \text{arcSen}(x/a) dx$$

$$\text{Sea: } v = \text{arcSen}(x/a) \quad dw = x^2 dx$$

$$dv = \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} \quad w = \frac{x^3}{3}$$

$$\text{Se cumple: } \int vdw = vw - \int wdv$$

$$\int x^2 \cdot \text{arcSen}(x/a) dx = \frac{x^3}{3} \text{arcSen}(x/a) - \int \frac{x^3 dx}{3 \sqrt{a^2 - x^2}}, \text{ la ultima integral ya se calculo en k.-}$$

$$= \frac{x^3}{3} \text{arcSen}(x/a) - \left[\left(\frac{x^2}{3} - \frac{2a^2}{3} \right) \sqrt{a^2 - x^2} - \frac{(x^2 + 2a^2)}{3} \sqrt{a^2 - x^2} \right]$$

$$\int x^2 \cdot \text{arcSen}(x/a) dx = \frac{x^3}{3} \cdot \text{arcSen}(x/a) + \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{9} (x^2 + 2a^2)$$

Simbología

σ	Esfuerzo.
α	Constante.
β	Reacción
δ	Distancia que separa la línea de acción de F y el C.G. de la distribución $F(x)$ sobre <i>Viga2</i> :
λ	Angulo de avance de la rosca
ρ	Densidad = 1000 kg/m ³ .
μ	Relación de Poisson.
μ_k	Coefficiente rozamiento cinético
μ_s	Coefficiente rozamiento estático,
\emptyset	Diámetro.
θ	Angulo, giro.
θ_{a-b}	Giro de la viga "a" en el punto "b".
$2q$	Diámetro del círculo donde se da la reacción de la empaquetadura.
$2q_E$	Diámetro del círculo donde se da la reacción de la empaquetadura en la espiga.
$2q_C$	Diámetro del círculo donde se da la reacción de la empaquetadura en la campana.
<i>escalón</i>	Zona interior de la tubería comprendida entre r_m y r .
a	Longitud característica de <i>Viga1</i> .
A	Área, reacción.
A_{ef}	Área efectiva del empaque.
$A_{ef C}$	Área efectiva del empaque en la campana.
$A_{ef E}$	Área efectiva del empaque en la espiga.
$A_{ef Max}$	Área efectiva máxima del empaque.
A_{espiga}	Área del borde de la espiga que se apoya en <i>Tapa2</i>
$A_{campana}$	Área del borde de la campana que se apoya en <i>Tapa2</i>
b	Longitud característica de <i>Viga1</i> . Coeficiente de resistencia a la rodadura.
B	Reacción
b_e	Ancho efectivo de la empaquetadura.
c	Longitud característica de <i>Viga3</i> .
C	Reacción.
C_{asent}	Carga de asentamiento
C.G.	Centro de gravedad
d	Longitud característica de <i>Viga3</i> .
$d\theta$	Diferencial de ángulo
dA	Diferencial de área.
$dCirc$	Diferencial de longitud de circunferencia.
D	Rigidez a la flexión de una placa.
DD	Reacción.
D_e	Diámetro exterior de la empaquetadura que aparentemente esta a compresión.
e	Longitud característica de <i>Viga2</i> .
e_E	Espesor de la espiga.
e_C	Espesor de la campana.
E	Modulo de elasticidad.
EE	Reacción.

Ely''	Momento flector
Ely'''	Fuerza cortante
$E1$	Empalme entre V_1 y V_3
$E2$	Empalme entre V_2 y V_3
$E3$	Empalme entre V_1 y V_4
$E4$	Empalme entre V_4 y V_2
f	Longitud característica de <i>Viga2</i> . Coeficiente fricción.
F	Fuerza total, fuerza.
$F_{(x)}$	Distribución de F sobre <i>Viga2</i> , eje abscisas: X ; eje ordenadas: Y .
F_m	Fuerza generada por la masa del agua.
$F_{m(x)}$	Distribución de F_m sobre <i>Viga2</i> , eje abscisas: X ; eje ordenadas: Y .
$F_{m(y)}$	Distribución de F_m sobre <i>Viga2</i> , eje abscisas: Y ; eje ordenadas: Z .
F_{mp}	Fuerza debido a la presión y la masa del agua presente en el escalón de la tubería.
$F_{mp(x)}$	Distribución de F_{mp} sobre <i>Viga2</i> , eje abscisas: X ; eje ordenadas: Y .
F_p	Fuerza generada por la presión de prueba.
$F_{p(x)}$	Distribución de F_p sobre <i>Viga2</i> , eje abscisas: X ; eje ordenadas: Y .
$F_{p(y)}$	Distribución de F_p sobre <i>Viga2</i> , eje abscisas: Y ; eje ordenadas: Z .
F_s	Fuerza de sellado.
$F_{s(x)}$	Distribución de F_s sobre <i>Viga2</i> , eje abscisas: X ; eje ordenadas: Y .
$F_{s(y)}$	Distribución de F_s sobre <i>Viga2</i> , eje abscisas: Y ; eje ordenadas: Z .
F_{Cm}	Fuerza generada por la masa del agua en el lado de la campana.
F_{Cmp}	Fuerza debido a la presión y la masa del agua presente en el escalón opuesto a la campana.
F_{Cp}	Fuerza generada por la presión de prueba en el lado de la campana.
F_{Cs}	Fuerza de sellado en el lado de la campana.
F_{Em}	Fuerza generada por la masa del agua en el lado de la espiga.
F_{Emp}	Fuerza debido a la presión y la masa del agua presente en el escalón opuesto a la espiga
F_{Ep}	Fuerza generada por la presión de prueba en el lado de la espiga.
F_{Es}	Fuerza de sellado en el lado de la espiga.
g	Gravedad = 9.81 m/s ²
G	Reacción.
G_e	Diámetro correspondiente a la localización de la reacción de la empaquetadura.
H	Reacción.
h	Profundidad del agua / Altura de sección de viga.
I	Momento de inercia <i>Viga1</i> y <i>Viga2</i> .
I_3	Momento de inercia <i>Viga3</i> .
I_4	Momento de inercia <i>Viga4</i> .
J	Constante.
K	Constante.
L	Longitud fibra neutra <i>Viga1</i> y <i>Viga2</i> .
L_3	Longitud fibra neutra <i>Viga3</i> .
L_4	Longitud fibra neutra <i>Viga4</i> .
M_1	Reacción.
M_2	Reacción.
M_3	Reacción.
M_4	Reacción.
M_5	Reacción.
M_6	Reacción.

M_7	Reacción.
M_8	Reacción.
M_a	Reacción.
M_b	Reacción.
M_c	Reacción.
M_d	Reacción.
m	Factor de empaquetadura.
N_e	Ancho de la empaquetadura que aparentemente esta a compresión (e_E o e_C)
P	Presión de prueba hidrostática. Paso de tornillo.
P_m	Presión generada por la masa de agua.
q	Radio del círculo donde se da la reacción de la empaquetadura / Longitud característica de <i>Viga2</i> .
q_C	Radio del círculo donde se da la reacción de la empaquetadura en la campana.
q_E	Radio del círculo donde se da la reacción de la empaquetadura en la espiga.
R	Reacción.
R_a	Reacción.
R_b	Reacción.
R_c	Reacción.
R_d	Reacción.
r	Radio nominal de la tubería. Longitud característica de <i>Viga2</i> .
r_m	Radio interior máximo de la tubería.
S	Relación de momentos de inercia: I/I_3
t	Espesor de plancha de las tapas.
T	Relación de momentos de inercia: I/I_4
<i>Tapa1</i>	Tapa corrediza suspendida de <i>Viga3</i> .
<i>Tapa2</i>	Tapa fija apoyada en <i>Viga2</i> .
u	Abscisa del sistema coordenado U - Y .
V_1	<i>Viga1</i>
V_2	<i>Viga2</i>
V_3	<i>Viga3</i>
V_4	<i>Viga4</i>
<i>Viga1</i>	Viga vertical izquierda del banco de pruebas.
<i>Viga2</i>	Viga vertical derecha del banco de pruebas.
<i>Viga3</i>	Viga superior horizontal del banco de pruebas.
<i>Viga4</i>	Viga inferior horizontal del banco de pruebas.
ω	Distribución de fuerza.
W	Peso de <i>Tapa1</i> .
X	Eje coordenado
x	Abscisa del sistema de coordenadas X - Y .
\bar{X}	Coordenada del centro de gravedad en el eje X .
Y	Eje coordenado
y	Flecha. Ordenada del sistema de coordenadas X - Y .
y'	Giro
y_{a-b}	Giro de la viga "a" en el punto "b".
y_{asent}	Esfuerzo mínimo de asentamiento para empaquetaduras.
z	Factor tal que: $0 < z < 1$.