

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA
SECCION DE POSGRADO Y SEGUNDA ESPECIALIZACION



**“PREDICCIONES DEL COMPORTAMIENTO DE
CAUDALES DE LA C.H. MACHUPICCHU
MEDIANTE ANALISIS ARIMA DE SERIES
TEMPORALES”**

TESIS

**PARA OPTAR EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
CON MENCIÓN EN ENERGETICA**

EDGAR A. CATACORA ACEVEDO

LIMA - PERU

2008

INDICE

	Página
RESUMEN Y PALABRAS CLAVE SUMMARY AND KEYWORDS	
CAPITULO 1 INTRODUCCION	5
1.1 Antecedentes	6
1.2 Planteamiento del Problema	6
1.3 Objetivos	7
1.4 Importancia	7
CAPITULO 2 DESCRIPCION DEL CASO	8
2.1 Características operativas de la C.H. Machupicchu	9
2.1.1 Potencia y energía generada por la central	9
2.1.2 Planes de ampliación de la central	12
2.2 Comportamiento histórico de caudales de la C.H. Machupicchu	16
2.2.1 Cuenca del río Vilcanota	16
2.2.2 Comportamiento de caudales	17
CAPITULO 3 FUNDAMENTACION TEORICA DE UN PROCESO ARIMA	20
3.1 Metodología estocástica de series temporales	20
3.1.1 Proceso estocástico	20
3.1.2 Procesos estocásticos estacionarios	21
3.1.3 Series estocásticas no estacionarias	23
3.1.4 Modelos estocásticos estacionarios lineales	25
3.1.5 Modelo de medias móviles MA(q)	25
3.1.6 Modelo autorregresivo AR(p)	27
3.1.7 Modelo mixto ARMA(p,q)	27
3.2 Fundamentación matemática de un modelo ARIMA	30
3.2.1 Modelos lineales no estacionarios homogéneos	30
3.2.2 Modelos estacionales no estacionarios homogéneos	31
3.2.3 Modelo ARIMA general	31
CAPITULO 4 METODOLOGIA DE CÁLCULO	33
4.1 Procedimiento para la elaboración de un modelo ARIMA	33
4.1.1 Identificación	33

4.1.2	Estimación	34
4.1.3	Validación	34
4.1.4	Predicción	34
4.2	Tratamiento de la información de entrada	6
4.2.1	Tamaño y característica de la muestra	36
4.2.2	Patrones de comportamiento	39
4.2.3	Conformación de la serie temporal	39
4.2.4	Elección del horizonte predictivo	40
4.2.5	Identificación de sucesos externos a la serie	
4.3	Procedimiento de cálculo del Modelo ARIMA utilizando el Programa SPSS	41
4.3.1	Análisis de estabilidad en varianza	41
4.3.2	Análisis de estabilidad en media regular y estacionalidad	44
4.3.3	Determinación de ordenes autorregresivas y medias móviles	48
CAPITULO 5 ANÁLISIS DE RESULTADOS		52
5.1	Estimación de parámetros	52
5.1.1	Resultados de de las estimaciones de modelos ARIMA representativos	53
5.1.2	Validación del modelo ARIMA óptimo por prueba de residuos	54
5.1.3	Validación de predicciones con modelo ARIMA óptimo por estadísticos de error	58
5.1.4	Predicción con modelo ARIMA representativo	59
5.2	Análisis comparativo con modelo determinístico de Alisados exponenciales	65
5.2.1	Análisis de la serie mediante modelo Winters	66
5.2.2	Comparación del modelo por estadísticos de error	71
5.2.3	Comparación de las predicciones entre ARIMA y WINTERS	71
5.3	Predicción y comportamiento de caudales en la C.H. Machupicchu	73
5.3.1	Requerimiento de caudales actuales y futuros	74
5.3.2	Curvas de duración y acumulación de caudales 2008	77
5.3.3	Volúmenes de agua requeridos	78
5.3.4	Energía capaz de producir	79
5.3.5	Posibilidades de regulación de la cuenca	80

CONCLUSIONES

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

ANEXOS

RESUMEN

*Las predicciones del comportamiento futuro del caudal del río Vilcanota para la Central Hidroeléctrica Machupicchu, es una variable que puede ser analizada con fines de planificación energética. La serie histórica de caudales originadas por el comportamiento natural del río tienen un desarrollo particular, dado que posee tendencia y componente estacional propio. En la actualidad la predicción del comportamiento de caudales no se ajustan a análisis de series temporales por métodos estocásticos que permiten predecir el futuro comportamiento de la serie basado en el conocimiento de eventos anteriores. Para nuestro caso se ha utilizado el análisis estocástico ARIMA que permitan el mejor ajuste posible a las características de la serie **caudal**, con un alto grado de validación estadística y correcta predicción del comportamiento futuro de dicha variable, que luego es comparado con modelo determinístico Winters. Se ha logrado obtener modelos ARIMA que representan el comportamiento de la serie que tiene un fuerte componente estacional, lográndose una predicción de su comportamiento a futuro en 36 meses, los mismos que sirven para confirmar y determinar los meses que dicho caudal no cubrirá las necesidades con fines de operación y generación como central de base, si se tiene en cuenta la futura ampliación de la Central Hidroeléctrica. La gran cuenca del río Vilcanota tiene posibilidad de ser regulada si se aprovecha las lagunas naturales como grandes reservorios anuales, hechos que pueden ser analizados a partir de los resultados encontrados en este trabajo de investigación.*

PALABRAS CLAVE

- Serie temporal.
- Proceso estocástico.
- Modelo ARIMA.
- Componente estacional.
- Componente tendencial.
- Modelo Winters.
- Caudal.
- Caudal ecológico.
- Central Hidroeléctrica.
- Regulación.

ABSTRACT

The forecast of the future Vilcanota River flow for the Hydroelectric Plant of Machupicchu, is a variable that can be analyzed for an adequate energetic planning. The historical series of flows originated by the natural behavior of the river have a particular development, since possess trend and own seasonal component. At present the prediction of the behavior of flows behavior don't adjust to an time series analysis for stochastic process that allow to predict future events based on known past events. For our case have used the stochastic process ARIMA analysis that allow the best possible adjustment the characteristics of the flows series, with a high degree of statistical validation and correct prediction of the future behavior of the above mentioned variable, which then is compared whit the Winters model deterministic. It has been achieved obtained models ARIMA who represent the behavior of the series that has a strong seasonal component, there being achieved a prediction the behavior to future in 36 months, the same ones that serve to confirm and to determine the months that the above mentioned flow will not cover the needs of operation and generation as base head hydroelectric central. The great basin of laughed Vilcanota has possibility of being regulated if it takes advantage of the natural lagoons as big annual reservoir that can be analyzed from the results found in this work of investigation.

KEY WORDS

- Time series.
- Stochastic process.
- ARIMA model.
- Seasonal componet.
- Trend component.
- Winters model.
- Flow.
- Ecological flow.
- Hidroeléctrical plant.
- Regulation.

CAPITULO 1

INTRODUCCION

La Central Hidroeléctrica de Machupicchu (C.H. Machupicchu), está ubicada en el distrito de Machupicchu, provincia de Urubamba, departamento del Cusco, Región Cusco, a una altitud media de 1,748 msnm. Esta central fue ubicada aprovechando un amplio recodo que forma parte del río Vilcanota, bordeando la ciudadela Inca de Machupicchu.

Las obras de toma de aguas del río Vilcanota se ubican en el kilómetro 105 de la línea férrea Cusco-Machupicchu y la Central Hidroeléctrica está ubicada, aguas abajo, en el kilómetro 122 de la línea férrea Cusco-Machupicchu.

La C.H. Machupicchu forma parte del Sistema Interconectado Nacional (SEIN), por lo cual posee un mercado eléctrico de gran magnitud y despacha toda la energía eléctrica que produce.

El comportamiento histórico de los caudales naturales del río Vilcanota, responde al comportamiento de toda una gran cuenca a la cual pertenece, siendo ésta sometida a los fenómenos naturales como el Fenómeno del Niño, cambios climáticos y al incremento de la población a lo largo de la cuenca quienes utilizan el agua para consumo humano y riego. Estos hechos en el tiempo podrían tener incidencia en los volúmenes finales de agua que discurren hacia la toma de la C.H. Machupicchu.

Luego del desastre ocurrido el 28 de Febrero de 1998, la C.H: Machupicchu, quedo totalmente inundada y dejó de operar varios meses; hasta que el 13 de julio del 2001 se reinicia su operación satisfactoria, cambiando el esquema de operación con 03 grupos Pelton de 30 MW cada uno, totalizando así 90 MW. Desde entonces viene operando en un régimen continuo, como central de base casi a plena carga y con toma de agua directa, por lo que requieren un caudal permanente de 30 m³/s, valor ajustado en época de estiaje.

En los años 1998-2000 se desarrollaron varias obras tales como la ampliación del túnel de aducción para una capacidad de hasta 50 m³/s, caudal que permite operar actualmente con tres grupos Pelton sumando 90 MW de potencia. Al año 2010 se proyecta entrar en operación una Segunda Etapa con una

potencia instalada de 101 MW, la misma que requerirá un caudal adicional de $31 \text{ m}^3/\text{s}$.

El actual esquema hidráulico de operación de la Primera y el futuro de la Segunda Etapa, hacen prever que el caudal natural que proporcionará el río Vilcanota no será suficiente para cubrir las necesidades de la central, por lo que se tendría que recurrir a alternativas de regulación si se desearía seguir operando como central de base.

1.1 ANTECEDENTES

Actualmente la empresa de generación a que pertenece la C.H. Machupicchu, así como el COES, analizan el comportamiento de los caudales para la generación mediante juicio subjetivo de comportamientos históricos del río, proyectándose al año siguiente en función del comportamiento referencial inmediato anterior.

En referencia a la utilización del análisis estocástico ARIMA para explicar y pronosticar el comportamiento futuro del caudal, no ha sido utilizado específicamente para el caso de la C.H. Machupicchu.

A nivel Nacional se tiene trabajos de investigación en los que se ha introducido la técnica ARIMA para el modelamiento y predicción de variables energéticas, realizados por [Ref. 1,2,3]¹ para el COES-SINAC y para el Ministerio de Energía y Minas del Perú. Entre estos trabajos se tienen:

- Pronóstico de las Ventas de Energía Eléctrica del SEIN mediante Análisis ARIMA.
- Metodología y Pronóstico de la Demanda Global del SEIN mediante Análisis Estocástico ARIMA.
- Análisis comparativo entre Modelo COES y Modelo OSINERG para fijación tarifaria de la Energía Eléctrica.
- Análisis de la demanda y expansión de los sistemas eléctricos de generación y transmisión del sistema eléctrico interconectado nacional (SEIN) y de los sistemas aislados mayores.
- Plan Referencial de Electricidad 2005 – 2014.
- Plan Referencial de Electricidad 2006 – 2015.

1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La técnica tradicional o actual del comportamiento futuro de los caudales para generación eléctrica de la C.H. Machupicchu, se basa en el juicio cualitativo del experto de planta, con lo cual se alcanza resultados limitados en el tiempo (restringido tamaño del horizonte predictivo), baja exactitud del pronóstico (incremento de error) y carencia de metodología formal.

¹ Dr. Salomé Gonzáles Chávez, salome@uni.edu.pe

Los caudales naturales aforados históricamente en el río Vilcanota con fines de generación en la C.H. Machupicchu, son actualmente ajustados en época de estiaje, requiriéndose en la bocatoma un caudal de $33.50 \text{ m}^3/\text{s}$, problema que se verá agudizado teniendo en cuenta que el año 2010 entraría en operación la II Etapa de esta central, la misma que requerirá un adicional de $30.50 \text{ m}^3/\text{s}$, debiendo captarse para todos los efectos la cantidad de $68 \text{ m}^3/\text{s}$. Por tanto, se prevé que los caudales naturales serán mucho más deficitarios en época de estiaje.

La modelización y predicción del en la C.H. Machupicchu, mediante análisis cuantitativo ARIMA de Series Temporales en resolución mensual, permitirá conocer el comportamiento de los caudales tomados del río Vilcanota en un horizonte predictivo de no menos de 3 años; así como, prever el suministro de caudales provenientes de otros embalses para fines de regulación, a fin de garantizar la disponibilidad operativa de la C.H. Machupicchu.

Para la demostración de la calidad predictiva de la técnica presentada, se realiza una verificación de resultados mediante la validación y la comparación con otras técnicas determinísticas de predicción de series temporales (alisados exponenciales).

1.3 OBJETIVOS

El objetivo del presente trabajo de Tesis de Maestría es:

- Realizar la descripción de la variable temporal caudal de entrada de la C.H. Machupicchu, mediante la metodología estocástica univariante ARIMA de series temporales.
- Cuantificar las predicciones a un horizonte temporal de no menos de 3 años del caudal de entrada de la C.H. Machupicchu, mediante el modelo ARIMA seleccionado.

1.4 IMPORTANCIA

La importancia del presente trabajo estriba en que se desarrolla un nuevo procedimiento para la determinación del pronóstico de los caudales para la generación eléctrica de la C.H. Machupicchu, con característica de alta eficiencia predictiva, basada en el rigor matemático-estadístico, en donde se analiza todos los patrones de comportamiento histórico de la variable caudal: tendencia, ciclaje, estacionalidad y aleatoriedad.

Con ello, se ha de lograr la adecuada regulación de la central con un nivel de disponibilidad bueno en sus condiciones de operación.

CAPITULO 2

DESCRIPCION DEL CASO

La Central Hidroeléctrica Machupicchu fue construida para una potencia instalada de 115 MW a través de dos etapas construidas en diferentes fechas, la primera etapa (casa de máquinas N° 1) alberga dos unidades Francis de 20 MW cada una y fue instalada en los años 1961 y 1962 y la segunda etapa (casa de máquinas N° 2) cuenta con 3 grupos generadores tipo Pelton de 25 MW de potencia instalada cada uno, operando desde 1985. Debido a restricciones en el túnel de aducción que solo permitía conducir 37 m³/s en lugar de los 39.5 m³/s correspondiente al caudal de diseño total de las turbinas, la central sólo podía producir 107 MW.

Debido al alud del 27 de Febrero de 1998, que bajó por la quebrada Aobamba desde sus nacientes hasta el río Vilcanota, este río fue represado por el volumen estimado de 28 millones de metros cúbicos de material aluvional, sobreelevando el nivel del agua en 50 m. e inundando las dos cavernas que albergan las unidades generadoras de la Central Hidroeléctrica Machupicchu y las obras de superficie en esta zona, compuestas por el patio de llaves y el edificio de montaje y mando de la central, quedando fuera de servicio desde entonces.

La C.H. Machupicchu en la actualidad está operando con tres grupos Pelton de 30 MW cada uno, haciendo un total de 90 MW con una altura de 345 m y consumiendo un caudal de 30 m³/s. Esta Central está operando a régimen continuo desde Julio del 2001, actuando como una central de base en el sistema del SEIN..

El río Vilcanota que provee del agua necesaria para la generación, se comporta como un río típico de la Sierra peruana, que durante el año eleva su caudal en época de lluvias o avenida, que son los meses de enero, febrero y marzo, y baja en los meses de estiaje dados entre agosto y noviembre.

Puesto que existen años en los cuales los caudales del río bajan por debajo de los niveles requeridos, la Empresa de Generación Eléctrica Machupicchu S.A. (EGEMSA) decidió impulsar la construcción de la Represa de Sibinacocha, para compensar el caudal del río Vilcanota en época de estiaje, con ello garantizar la normal operación de los grupos generadores de la Central Hidroeléctrica Machupicchu.

2.1 CARACTERÍSTICAS OPERATIVAS DE LA C.H. MACHUPICCHU

Actualmente la CH Machupicchu, posee las siguientes características:

- Potencia Instalada : 90 MW
- Caída Neta : 345 m.
- Caudal de diseño : 30 m³/s
- Unidades generadoras : 03 turbinas Pelton

2.1.1 POTENCIA Y ENERGIA GENERADA POR LA CENTRAL

PRODUCCION DE ENERGIA: La C.H. Machupicchu se encuentra operando como central de base casi a plena carga, produciendo un promedio de 60 MWh mensuales que hacen alrededor de un 3% aproximadamente de la producción de energía nacional, su comportamiento a partir de Julio del 2001, mes en que entro en operación a la fecha , se muestra en el siguiente cuadro.

TABLA 2.1 PRODUCCION MENSUAL DE ENERGIA C.H. MACHUPICCHU (GWh)

ANO	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Setiemb	Octubre	Noviemb	Diciemb	Promed
2001						(*)	39,5	35,19	52,73	53,54	51,25	58,32	48,42
2002	59,43	52,08	56,24	54,72	57,93	58,90	61,05	61,94	52,73	63,06	60,22	55,74	57,84
2003	60,60	54,56	54,05	57,69	61,35	57,10	61,72	62,45	61,31	62,86	61,74	63,60	59,92
2004	61,66	56,55	59,49	58,98	61,68	60,28	63,09	63,01	61,01	62,92	57,34	54,52	60,04
2005	62,87	51,96	62,60	61,66	64,91	62,80	64,53	64,10	62,30	64,42	62,07	64,03	62,35
2006	62,36	53,99	62,63	60,83	62,81	62,23	64,00	63,89	60,94	63,50	61,28	62,23	61,72
2007	61,60	55,45	62,47	61,94	64,60	63,17	64,99	65,61	62,85				62,52

(*) La Central hidroeléctrica estuvo en rehabilitacion hasta Junio del 2001
Fuente COES

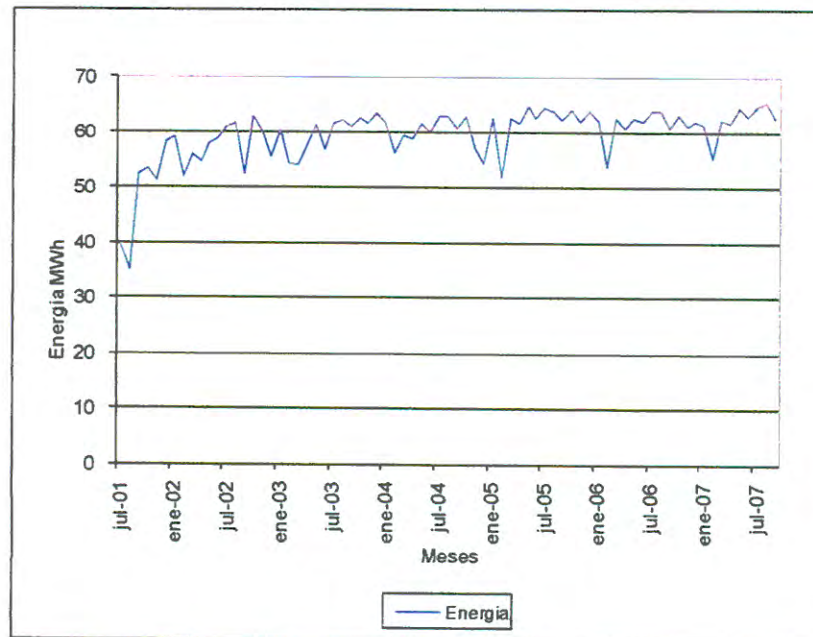


Figura 2.1 Producción de Energía C.H. Machupicchu (MWh)

COMPORTAMIENTO DE LA MAXIMA DEMANDA: La C.H. Machupicchu se encuentra operando como central de base casi a plena carga, alcanzado promedios mensuales de 87 MW de potencia en máxima demanda, trabajando con sus tres grupos hidroeléctricos a plena carga, el registro de las máximas demandas desde Julio del 2001 a la fecha se muestra en el siguiente cuadro.

TABLA 2.2 MAXIMA DEMANDA C.H. MACHUPICCHU (MW)

ANO	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Setiemb	Octubre	Noviemb	Diciemb	Promed
2001						(*)	54,20	25,00	75,53	76,99	82,70	83,28	66,28
2002	85,86	80,21	80,38	78,59	81,61	85,43	83,51	83,38	83,24	85,49	71,83	86,05	82,13
2003	85,49	83,36	85,69	83,00	83,64	84,87	84,28	86,00	86,15	85,48	86,23	87,05	85,10
2004	84,80	83,41	83,46	82,91	83,66	85,21	85,55	85,13	84,97	84,81	56,44	86,33	82,22
2005	85,13	86,30	85,29	88,21	87,69	87,54	86,97	87,50	87,58	87,58	87,87	85,86	86,88
2006	85,30	86,80	58,38	84,57	83,99	86,68	86,02	86,34	86,06	86,24	86,14	85,30	83,49
2007	86,19	58,34	79,96	86,50	87,57	89,88	88,20	88,03	88,33				83,67

(*) La Central hidroeléctrica estuvo en rehabilitación hasta Junio del 2001
Fuente COES

Los tres grupos hidroeléctricos operan permanentemente a plena carga, en la Figura 2.2 se muestra su comportamiento desde la entrada en operación en Julio del 2001, las caídas hacia abajo representan, la salida de operación de 1 o 2 grupos alternativamente por razones de mantenimiento.

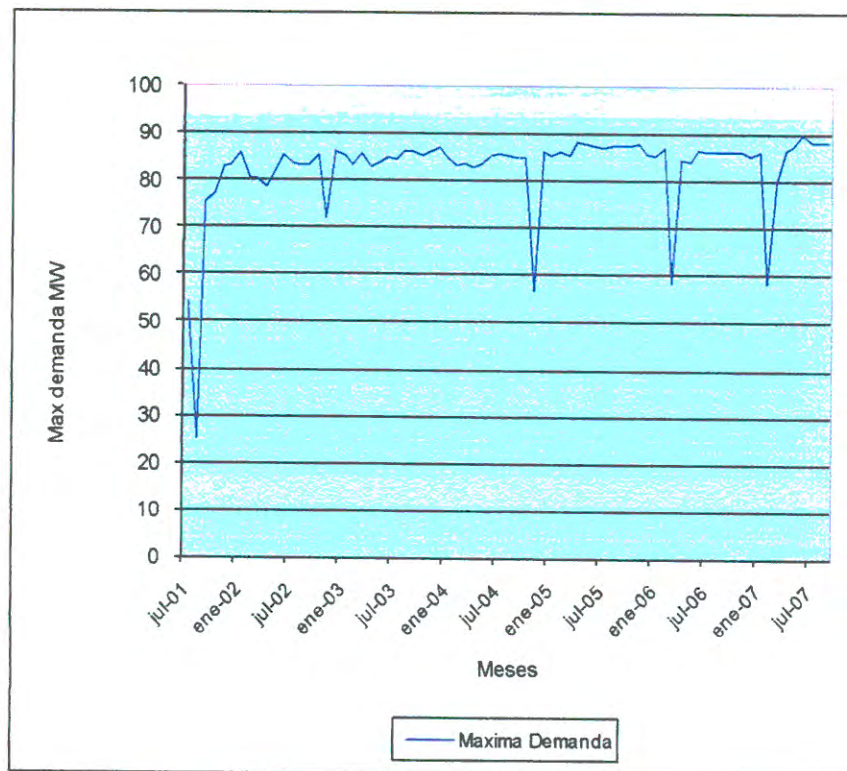
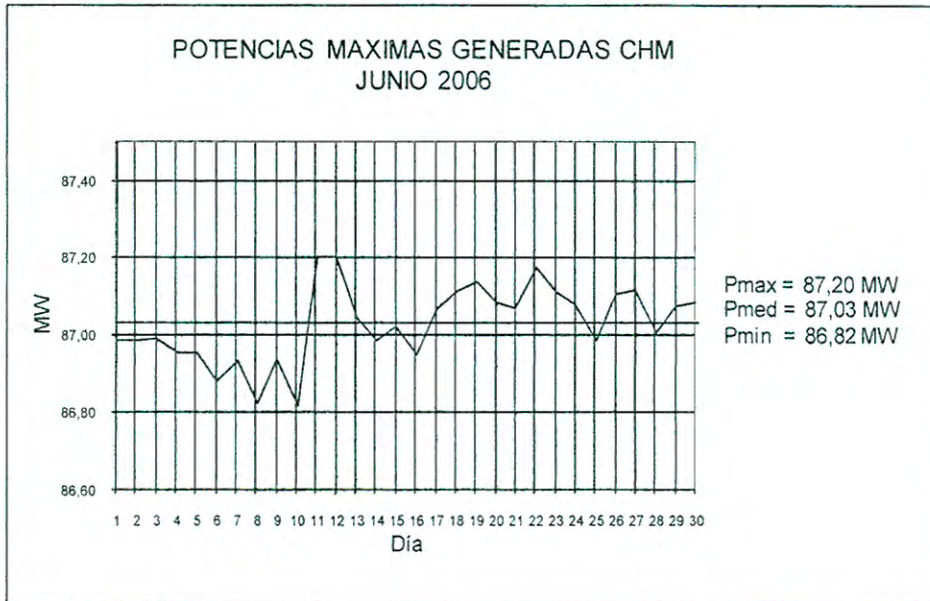
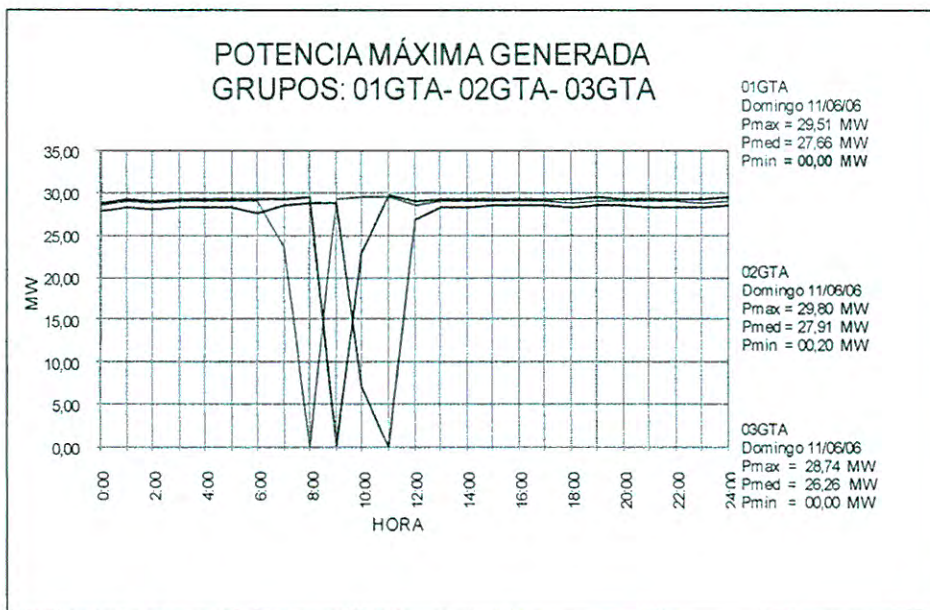


Figura 2.2 Máxima Demanda C.H. Machupicchu (MW)



Fuente: EGEMSA

Figura 2.3 Potencias Máximas generadas C.H. Machupicchu Junio 2006



Fuente: EGEMSA

Figura 2.4 Potencias máxima generada Grupos 01GTA- 02GTA- 03GTA

Las Figuras 2.3 y 2.4, nos muestran la potencia alcanzada por los tres grupos hidroeléctricos cuya potencia fluctúa alrededor de 87 MW y la potencia alcanzada por cada uno de ellos por separado con sus paradas de rutina para inspección, alcanzando cerca de 30 MW de potencia cada uno.

2.1.2 PLANES DE AMPLIACION DE LA CENTRAL

En el Plan Referencial de Electricidad 2006-2015 se presenta un análisis de las proyecciones de demanda de energía y potencia para el SEIN. Los pronósticos de la demanda de energía indican que esta crecerá a una tasa anual de 7,4% para el escenario optimista, 6,6% para el escenario medio y 5,6% para el escenario conservador. Por su parte, la demanda de potencia crecerá a una tasa anual de 7,3 % para el escenario optimista, 6,5% para el escenario medio y 5,6% para el escenario conservador.

La proyección de la demanda de potencia de los grandes proyectos indica que hacia el final del período de análisis, ésta se incrementará en 1,172 MW para el escenario optimista, 820 MW para el escenario medio y 455 MW para el escenario conservador.

Bajo este contexto y dado el crecimiento de la demanda eléctrica nacional, en el Plan Referencial de Electricidad se presentan proyectos candidatos para el planeamiento de la expansión de la generación del SEIN, dentro de los cuales se plantea la ejecución de la Segunda Etapa de la C.H. de Machupicchu.

Proyecto C.H. de Machupicchu, Segunda Fase

El proyecto de rehabilitación de la segunda fase de la C.H Machupicchu cuenta con estudio de factibilidad aprobado por el Ministerio de Energía y Minas - MINEM. Cuenta con la declaración de viabilidad económica por parte del Ministerio de Economía y Finanzas y ha sido convocado a Licitación Publica habiéndose declarado desierto en la 1ra y 2da vez.

En la primera fase (1998-2000) se desarrollaron varias obras tales como: ampliación del túnel de aducción de hasta 50 m³/s, caudal que permite operar los tres grupos Pelton ya instalados con 90 MW de potencia total y a ello añadir el nuevo grupo de la Segunda Fase de 75 MW, que ha sido incrementada a 101 MW.

Con la ejecución de la Segunda Fase, EGEMSA recién estaría utilizando al 100% su capacidad instalada. El objeto de la obra es la ejecución del proyecto segunda fase de rehabilitación de la Central Hidroeléctrica Machupicchu, que incluye el transporte, suministro, montaje, pruebas, puesta en servicio, ingreso en operación comercial de una (01) unidad generadora tipo Francis al Sistema Eléctrico Interconectado Nacional y culminación satisfactoria de la Operación Experimental de las obras electromecánicas.

Las características de diseño del nuevo grupo hidroeléctrico con la instalación de un (01) grupo Francis son los siguientes:

Sus características son:

- Potencia : 101 MW
- Tensión : 13.8 kV

- Numero de grupos : 1 turbina Francis eje vertical.
- Velocidad de rotación : 450 RPM.
- Caudal de diseño : 31 m³/s
- Altura bruta : 361.29 m.
- Altura neta : 356.18 m.
- Generador : Sincrono de 120 MVA.
- Factor de potencia : 0.85.
- Año de puesta en servicio : Fines del año 2010.
- Costos de Inversión : US\$ 135'123,130.42 millones a precios de febrero del 2004.
- Entidad a cargo : Empresa de Generación Eléctrica Machupicchu S.A. (EGEMSA)

Obras de Toma

Las obras de toma consideran modificaciones en la toma y túnel de aducción actual y la construcción de una segunda toma que en general tiene las siguientes características:

- Caudal neto en la toma existente 32.00 m³/s
- Caudal neto en la toma nueva 29.00 m³/s
- Total caudal neto 61.00 m³/s
- Total caudales de purga 7.00 m³/s
- Caudal máximo de admisión en la bocatoma 68.00 m³/s
- Caudal máximo en compuertas y canal de alimentación actuales 33.50 m³/s
- Caudal máximo en compuertas y canal de alimentación nuevos 30.50 m³/s

Cuando entre en operación la segunda etapa de Machupicchu, la II Etapa estará en condiciones de proporcionar 101 MW de potencia, la Central Hidroeléctrica estaría en capacidad de generar hasta 191 MW y debería de consumir en la bocatoma un total 68 m³/s, para trabajar a plena carga. Este caudal de agua en las condiciones actuales no estaría plenamente asegurado, por lo que EGEMSA tendría que recurrir al agua del embalse de Sibinacocha y a habilitar otros embalses teniendo en cuenta lo siguiente:

- El río Vilcanota en estiaje alcanzan caudales mínimos de hasta 31 m³/s.
- La represa de Sibinacocha podría entregar caudales adicionales de 7 a 12 m³/s.
- Se debe prever que aguas debajo de la toma discurra un caudal ecológico que esté definido como un 10 % del caudal medio anual como mínimo.

La topología final de la C.H. Machupicchu, se muestra en la Figura 2.5.

REPRESA SIBINACOCHA

La represa de Sibinacocha y el lago natural del mismo nombre se ubican en la Cuenca Alta del río Salcca, en el distrito de Pitumarca, provincia de Canchis, Departamento del Cusco, a una altitud media de 4,860 msnm y a una distancia de 147 km al Sureste de la Ciudad del Cusco.

Esta Represa tiene un volumen útil del orden de los 120 Hm³. La regulación de la laguna natural permite una disponibilidad adicional en época de estiaje de 7 a 12 m³/s. Desde el año 1996 se tiene un registro de caudales regulados que proviene de Sibinacocha, así mismo se debe tener en cuenta, que la represa se encuentra a mas de 200 Km de la bocatoma de la C.H. Machupicchu por lo que los efectos de la regulación no son instantáneos, por lo que se debe proveer fluido adicional en función a los comportamientos evaluados desde el día anterior y a la necesidad de la producción de energía así como el comportamiento del caudal del río en tiempo actual.

TOPOLOGIA DE LA C.H. MACHUPICCHU

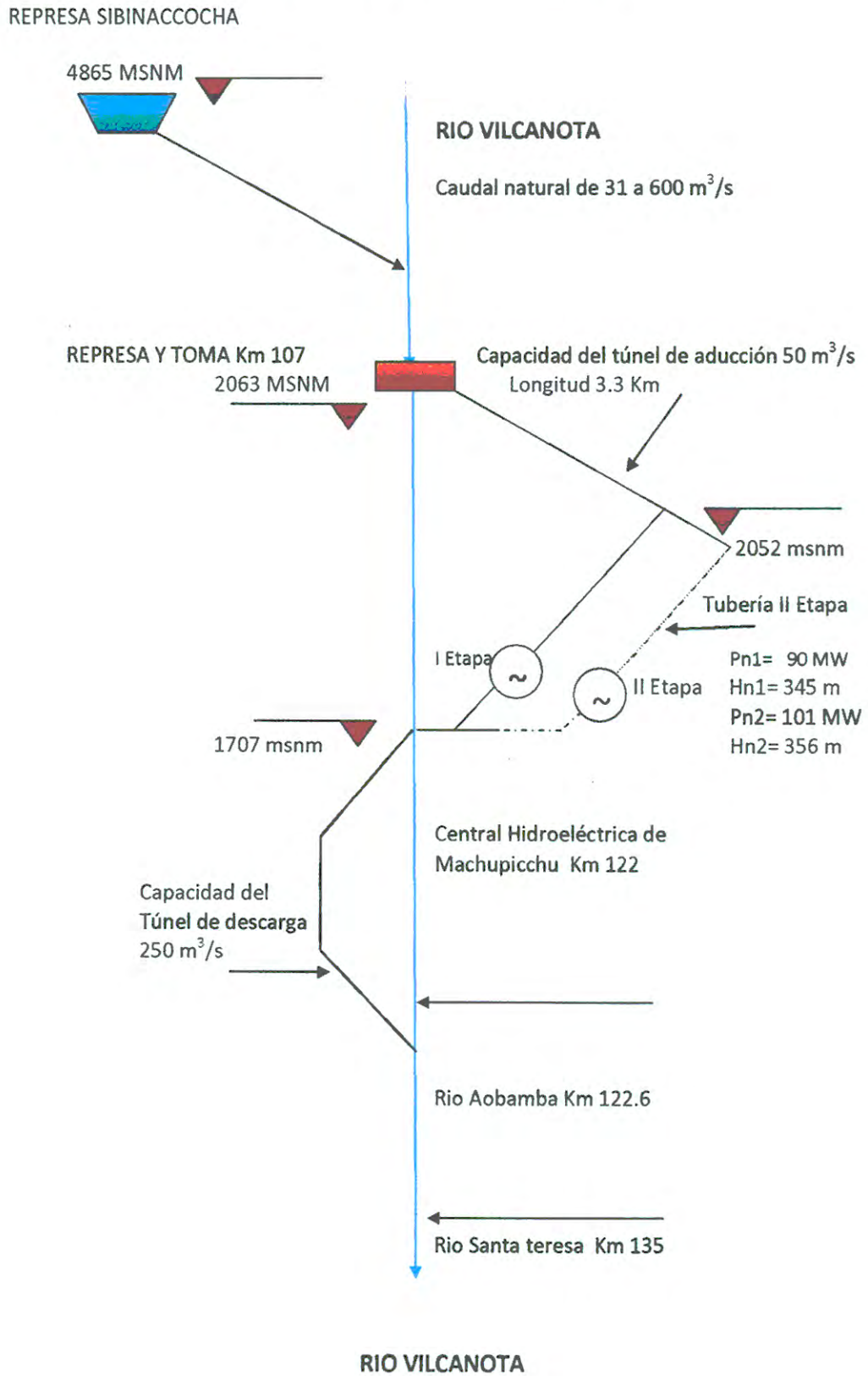


Figura 2.5 Esquema Hidráulico C.H. Machupicchu

2.2 COMPORTAMIENTO HISTÓRICO DE CAUDALES DE LA C.H. MACHUPICCHU

2.2.1 CUENCA DEL RIO VILCANOTA

El área de la cuenca del río Vilcanota hasta la toma de la central hidroeléctrica ubicada a 2600 msnm, abarca una extensión de 9,374 Km², las sub cuencas que conforman el río Vilcanota son las mostradas en el siguiente cuadro:

Tabla 2.3 Cuenca del río Vilcanota

Orden	Cuenca	Área (Km ²)	Longitud (Km)
1	Vilcanota alto	495.55	37.00
2	Hercca	620.65	60.00
3	Sallca	2,217.30	88.00
4	Pitumarca	689.89	45.00
5	Chuquicahuana	1,007.48	47.00
6	Huambutio	989.35	58.00
7	Huatanay	515.73	42.50
8	Pisac	535.43	30.00
9	Urubamba	938.77	55.20
10	Huarocondo	623.44	68.00
11	Machupicchu	740.71	43.80
	Total	9,374.30	

Fuente: EGEMSA

Cada cuenca tributaria cuenta con un río principal con una estación de control principal

PRECIPITACION: Las lluvias en la cordillera se originan parcialmente por las corrientes húmedas que suben de la Cuenca Amazónica y desde el pacífico. Las corrientes amazónicas son de mayor volumen que las del Pacífico, cuyo nivel de evaporación se encuentra controlada por las peculiares condiciones de clima que genera la corriente de Humbolt.

Las precipitaciones por lo general se presentan después del medio día. El sol calienta en la mañana masas de aire que suben hacia las zonas frías provocando la caída de lluvia, entre los 3,500 a 4,500 msnm las precipitaciones pueden ser líquidas o sólidas, a más de 4,800 las precipitaciones son prácticamente sólidas (granizo y nieve).

Las mayores precipitaciones ocurren durante los meses de diciembre a marzo, siendo abril octubre y noviembre meses de transición y la época de estiaje o secas corresponde a los meses de Junio a Noviembre.

Tabla 2.4 Precipitación medias anual en la cuenca

Zonas	Precipitación Media anual (mm)
Km 105 (Bocatoma)	1100
Pisac	811
Sibionacocha	1057
Sub cuenca Salcca	892
Sub cuenca Urubamba	698
Sub cuenca machupicchu	1178

Fuente: EGEMSA

ESTACIONES DE AFORO: En la cuenca del río Vilcanota se cuenta con 05 estaciones hidrométricas cuyas características principales son las siguientes:

Tabla 2.5 Estaciones de aforo

Estación	Riío	Altitud msnm	Cuenca (Km ²)	Operador
Km 105	Vilcanota	2,069	9160	EGEMSA
Pisac	Vilcanota	2,971	6,911	SENAMHI
Huancarane	Salcca	3,910	2,035	EGEMSA
Sibinacocha	Sibina	4,870	137	EGEMSA
Pte. Acco	Acco	3,900	305	EGEMSA

Fuente: EGEMSA

La estación Km 105 (bocatoma) controla el caudal disponible en la central Hidroeléctrica de machupicchu con un período disponible desde 1958 hasta la fecha, esta ubicada en un tramo recto y estable del río, es del tipo limnimétrico y se toma dos veces al día.

Se ha efectuado un estudio donde se analizo y corrigió la información histórica de caudales desde los años 1958 hasta 1996, producto de los cuales se obtuvo una naturalización de caudales.

2.2.2 COMPORTAMIENTO DE CAUDALES

La Empresa EGEMSA, contaba con una data histórica de caudales, puesto que en el calculo de los precios de generación en barra a partir de la aplicación del método PERSEO requiere la información de caudales históricos naturalizados, se efectuó una naturalización de caudales en base a información de toda la cuenca, contándose con una información solicitada y utilizada por el COES para proponer su pliego tarifario.

Para obtener los caudales naturales en el Km 105, se considero la información histórica hasta el año 1996, y a partir del año 1997 se debe corregir el efecto de la regulación del embalse de Sibinacocha.

Los caudales naturales se obtienen de la siguiente manera:

$$QN_{Machupicchu} = QH_{Km105} - QR_{Sibinacocha} + QN_{Sibinacocha}$$

QR= Caudal regulado en m³/s.

QN= Caudal natural en m³/s.

QH= Caudal histórico en m³/s.

Los caudales incrementales (QI) se calculan de la siguiente manera:

$$QI_{Machupicchu} = QN_{Machupicchu} - QN_{Sibinacocha} - QN_{Herecca}$$

A continuación mostramos los datos de los caudales naturalizados como promedios mensuales desde el año 1994 al año 2007, así como gráficos de la variación de caudales del Río Vilcanota tomados en la bocatoma (Km 105).

TABLA 2.6 CAUDALES MEDIOS MENSUALES NATURALIZADOS (m³/s)

EGEMSA

Estación : Toma C.H. Machupicchu
Cuenca : Vilcanota
Río : Vilcanota
Area Captación : 9160 km²

ANO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SET	OCT	NOV	DIC	PROMEDIO
1994	299,86	428,23	345,96	227,73	114,26	55,39	41,39	34,95	33,22	40,01	54,94	133,95	150,824
1995	225,80	128,47	329,23	161,55	58,83	41,54	36,08	33,01	33,97	38,10	57,13	77,39	101,758
1996	185,80	276,69	208,49	162,46	68,02	41,72	35,09	34,92	33,41	37,77	54,87	128,95	105,683
1997	243,17	389,68	447,75	165,42	81,56	53,87	37,26	31,16	29,31	43,29	92,13	122,35	144,746
1998	176,65	252,97	208,15	111,37	54,83	43,17	36,74	35,47	38,33	49,25	51,91	90,65	95,791
1999	181,50	280,53	321,85	197,28	95,05	45,52	34,29	32,18	35,29	41,79	48,00	113,77	118,921
2000	240,50	383,55	341,69	109,72	57,00	43,69	36,14	34,71	33,28	51,08	42,99	73,35	120,640
2001	363,35	333,22	405,18	188,15	84,44	55,90	48,62	41,02	39,78	49,44	78,29	107,99	149,614
2002	216,00	404,34	390,23	227,83	103,73	58,23	67,33	48,00	50,80	72,08	112,90	184,98	161,370
2003	309,16	385,87	422,04	304,33	99,90	80,44	64,09	54,36	44,86	46,58	57,39	105,65	164,555
2004	359,65	395,52	190,71	154,03	75,48	50,73	54,03	42,33	49,42	62,67	79,06	142,17	137,983
2005	158,35	299,93	259,20	171,52	59,37	39,65	35,69	31,41	32,92	53,55	65,15	97,24	108,665
2006	311,96	285,72	239,65	235,00	71,04	44,00	3392,00	35,58	35,84	43,59	82,46	166,08	411,910
2007	238,42	246,04	347,36	219,73	79,31	45,88	38,90	36,80	38,81	51,10	74,37	125,77	128,541
PROMEDIO	251,673	326,517	316,164	185,875	78,733	50,296	301,441	37,623	37,725	48,400	67,477	118,809	151,728
DES. EST.	70,198	83,452	87,453	53,402	19,666	11,039	928,667	6,978	6,705	9,938	20,203	32,735	110,870
MAXIMO	363,349	428,230	447,754	304,330	114,265	80,440	3.392,000	54,355	50,800	72,077	112,899	184,983	467,123
MINIMO	158,351	128,474	190,710	109,716	54,835	39,647	34,288	31,159	29,314	37,770	42,989	73,354	77,551

TABLA 2.7 CAUDALES (m³/s) REGULADOS EN EL EMBALSE SIBINACocha

ANO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SET	OCT	NOV	DIC	PROMEDIO
1996	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150	0,243	1,415	2,210	2,998	0,321	0,150	0,150	0,69
1997	0,150	0,150	0,150	0,150	0,075	0,374	1,139	3,599	5,941	0,355	0,150	0,150	1,03
1998	0,150	0,150	0,150	1,941	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150	8,353	0,291	0,99
1999	8,323	10,000	6,903	10,000	8,065	0,120	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150	3,69
2000	0,150	0,150	3,230	8,000	5,903	0,916	0,167	0,200	0,200	0,284	0,265	0,150	1,63
2001	0,150	0,150	3,465	4,167	0,000	0,000	0,090	2,971	0,500	0,500	0,500	0,500	1,08
2002	2,878	7,860	1,834	2,517	1,270	5,590	1,448	1,823	17,692	4,871	6,317	5,513	4,97
2003	5,020	5,960	0,500	0,500	0,500	0,500	0,870	4,250	8,950	3,260	0,400	0,440	2,60
2004	0,339	0,150	4,730	16,970	0,150	0,150	0,790	7,480	5,600	3,000	1,080	0,500	3,41
2005	0,452	0,150	18,040	20,440	8,230	2,200	2,710	5,840	6,400	5,650	2,850	0,380	6,11
PROM.	1,776	2,487	3,915	6,483	2,449	1,024	0,893	2,867	4,858	1,236	2,021	0,822	2,086

FUENTE: EMPRESA GENERACION MACHU PICCHU S.A

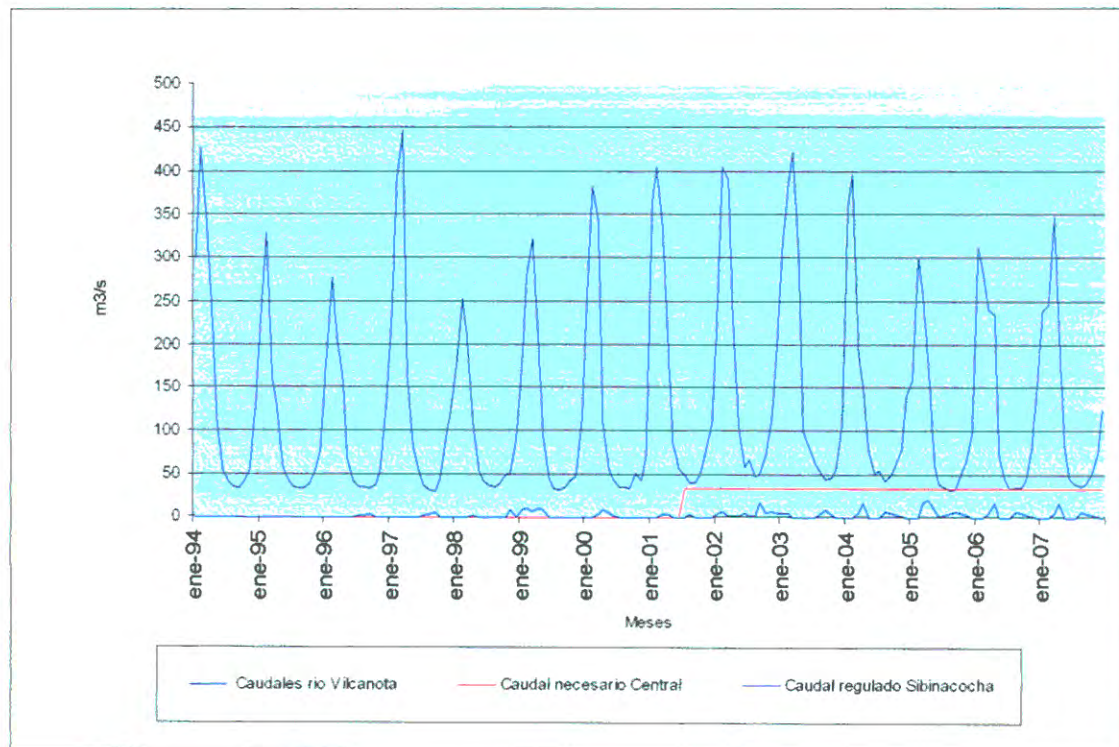


Figura 2.6 Caudales naturales del río Vilcanota años 1994 al 2007

DEMANDA DE AGUA: A lo largo del recorrido de los ríos de la gran cuenca, la demanda de agua requerida en diversos puntos por las poblaciones esta siempre presente, de una u otra manera las poblaciones tienden a consumir recursos hídricos en diversos puntos de las cuencas que en cierta medida merman los volúmenes finales de escurrimiento, sin llegar a ser críticos u afectar las necesidades de agua con fines hidro energéticos.

- **Demanda poblacional:** El actual abastecimiento de agua potable de la ciudad del Cusco se sirve del recurso hídrico de una serie de lagunas y pozos de agua subterránea, siendo la mas importante la planta de bombeo del Plan maestro, que tomara hasta $1 \text{ m}^3/\text{s}$ de agua de pozos ubicados junto al río Vilcanota, quiere decir que indirectamente estará mermando los volúmenes de agua de la capa freática y la a esorrentía del río.
- **Demanda Minera:** No existe demanda de la minería en esta cuenca.
- **Demanda agrícola:** En forma directa e indirecta en muchos puntos de la cuenca se toma agua para riego por gravedad, si se tiene en cuenca los volúmenes que actualmente discurren y los volúmenes tomados para riego , tendremos flujos de agua registrados que son todavía considerablemente altos, pero que podrían mermar a largo plazo.

CAPITULO 3

FUNDAMENTACION TEORICA DE UN PROCESO ARIMA

3.1 METODOLOGIA ESTOCASTICA DE SERIES TEMPORALES

Una serie temporal típica de las actividades energéticas [Ref 1,2,3], como es la variable caudal para generación eléctrica, que se cuantifica de forma mensual, tal y como se presenta no puede ser explicada mediante un proceso estocástico estacionario, debido a que ésta posee tendencia, estacionalidad y/o ciclaje.

Por tanto; para que esta serie temporal sea modelada como un proceso estocástico estacionario lineal, previamente se le tendrá que eliminar los patrones de tendencia, estacionalidad y ciclaje, mediante transformaciones apropiadas, hasta que cumpla las condiciones estadísticas de estacionariedad [Ref 6], las mismas que se explican posteriormente.

Un modelo ARMA (Autoregressive - Moving Average), viene a ser un proceso estocástico estacionario lineal, resultante de la combinación de dos procesos estocásticos estacionarios lineales, uno autorregresivo y otro medias móviles.

Un modelo ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) parte de un proceso estocástico no estacionario lineal homogenizado (integrado); es decir, que luego de practicarle diferenciaciones regulares y estacionales (integraciones), queda como resultante un proceso estacionario del tipo ARMA.

3.1.1 PROCESO ESTOCASTICO

En el análisis estocástico de series temporales, se define a un proceso estocástico como la familia de variables aleatorias de $\{X_t\}$, donde t es el tiempo, tal que para cada serie finita de elecciones de t (t_1, t_2, \dots, t_n), se define una distribución de probabilidad conjunta para las correspondientes variables aleatorias $X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}$.

Así, una serie temporal X_t se define como el conjunto de valores observados de distintas variables aleatorias correspondientes a períodos de tiempo consecutivos; dichos períodos tienen la misma amplitud y la serie tiene un carácter discreto. Es decir, el valor observado de la serie en el instante t puede ser considerado como una muestra aleatoria de tamaño uno de la variable X_t .

del proceso estocástico definida en dicho instante. Podemos decir que X_t y $X_{t'}$ están separadas por k retardos si $|t - t'| = k$.

Una forma de describir un proceso estocástico es especificando la distribución de probabilidad conjunta de $X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}$ para cualquier conjunto (t_1, t_2, \dots, t_n) y cualquier valor de n , pero esto resulta complicado. Sin embargo, para muchos fines prácticos, se suele describir mediante sus momentos, entre los cuales se destacan los siguientes:

La *media*, de un proceso estocástico es el primer momento, el cual se define por:

$$\mu = E(X_t)$$

El subíndice t del que se ha dotado a la variable indica que la media será distinta para cada período de tiempo

La *función de autocovarianza* (covarianzas entre variables referidas a momentos distintos en el tiempo), se expresa como:

$$\gamma_{t,s} \equiv \text{Cov}(X_t, X_{t+k}) \equiv E\{[X_t - E(X_t)][X_{t+k} - E(X_{t+k})]\}$$

$$k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

A partir de esta función se obtienen:

La *varianza* del proceso (cuando $k = 0$), dada por:

$$\gamma_{t,t} \equiv \text{var } X_t \equiv E(X_t - \mu_t)^2 = \sigma_t^2$$

La *función de autocorrelación*, definida por:

$$\rho_{t,t+k} = \frac{\gamma_{t,t+k}}{\sqrt{\gamma_{t,t}} \sqrt{\gamma_{t+k,t+k}}}$$

3.1.2 PROCESOS ESTOCASTICOS ESTACIONARIOS

La estacionariedad de un proceso estocástico se puede describir bajo dos sentidos, uno en el sentido estricto o fuerte y otro en el sentido amplio o débil.

La estacionariedad en el sentido estricto se da cuando su función de distribución conjunta es invariante respecto de un desplazamiento en el tiempo. Es decir, considerando que t_1, t_2, \dots, t_n corresponden a períodos sucesivos que denominamos como $t, t+1, \dots, t+k$, cuando:

$$F(X_t, X_{t+1}, \dots, X_{t+k}) = F(X_{t+m}, X_{t+1+m}, \dots, X_{t+k+m})$$

para cualquier t, k y m .

La estacionariedad en el sentido amplio se caracteriza mediante las siguientes propiedades:

- Las esperanzas matemáticas de las variables aleatorias no dependen del tiempo; es decir son constantes

$$E(X_t) = E(X_{t+m}) \quad \forall m$$

o bien $\mu_t = \mu \quad \forall t$

- Las varianzas tampoco dependen del tiempo y son finitas, es decir

$$Var(X_t) = Var(X_{t+m}) < \infty \quad \forall m$$

o bien $\sigma_t^2 = \sigma^2 \quad \forall t$

- Las covarianzas entre dos períodos de tiempo distintos solamente dependen del lapso de tiempo transcurrido entre estos dos períodos, es decir:

$$Cov(X_t, X_{t'}) = Cov(X_{t+m}, X_{t'+m}) \quad \forall m$$

o bien $\gamma_{t, s} = \gamma_{|t-s|} \quad \forall t, s$

Para estas condiciones de estacionariedad, la autocorrelación de orden k (ρ_k) es la correlación separada k períodos de la misma serie temporal. Esto es:

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{cov(X_t, X_{t+k})}{var(X_t)}$$

Al conjunto de autocorrelaciones obtenidas para distintos valores de k se le denomina *función de autocorrelación* (ACF).

Esta última función es la herramienta fundamental para la búsqueda del modelo ARIMA que mejor ha de describir a una serie temporal histórica; ello estadísticamente medido mediante la Función de Autocorrelación (ACF) y la Función de Autocorrelación Parcial (ACFP).

La mayoría de series que representan a variables temporales energéticos no se ajustan a estas condiciones de estacionariedad; no obstante, es posible eliminar sus tendencias y estabilizar sus varianzas para transformarlas en otras aproximadamente estacionarias. Una vez realizada la transformación, los procesos estacionarios que representan estas nuevas series se modelizan, para fines de predicción.

Se precisa trabajar con procesos estocásticos estacionarios y ergódicos para poder efectuar el proceso de inferencia consistente en, dada una serie temporal, inferir cuál es el proceso estocástico que ha podido generar dicha serie temporal. Para ello se han de estimar los parámetros que configuran las funciones de autocovarianza y de autocorrelación. De manera intuitiva se puede señalar que la ergodicidad posibilita obtener estimadores consistentes de dichos parámetros por cuanto si el valor de ρ_k tuviera valores elevados para órdenes k altos, significaría que al aumentar el tamaño de la muestra disponible se añadiría poca información nueva como consecuencia de que en dicho caso debería calcularse un mayor número de autocovarianzas y autocorrelaciones para caracterizar adecuadamente el proceso. Esto llevaría, desde un punto de vista estadístico, a que los estimadores obtenidos no serían consistentes.

Entonces; un proceso estocástico estacionario es ergódico en la media, μ , si es posible estimar consistentemente este parámetro haciendo uso de la *media muestral temporal*, que se define como:

$$\bar{X} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T X_t$$

De forma análoga, se puede decir de ergodicidad respecto a la autocovarianza. En este sentido, la función de autocorrelación, ρ_k , se estima mediante la *función de autocorrelación muestral* (ACFM) que se define como:

$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^T (X_t - \bar{X})(X_{t-k} - \bar{X})}{\sum_t (X_t - \bar{X})^2}, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

La representación gráfica de r_k , se denomina *correlograma muestral* y constituye un instrumento práctico de análisis de series temporales.

3.1.3 SERIES ESTOCÁSTICAS NO ESTACIONARIAS

En general, muy pocas series temporales reales son estacionarias, el origen de la falta de estacionariedad suele ser: la existencia de tendencia, la varianza no es constante, o hay variaciones estacionales (variabilidad de la media).

Afortunadamente, es posible transformar muchas series reales no estacionarias en otras aproximadamente estacionarias, sometiéndolas a operaciones algebraicas adecuadas. Este hecho permite, en definitiva, utilizar con series no estacionarias los procedimientos de análisis diseñados para series estacionarias. Entre algunos casos típicos se tienen:

a) *PROCESOS NO ESTACIONARIOS HOMOGÉNEOS*

Las series que presentan una *tendencia lineal* se les hace la siguiente transformación:

$$X_t - X_{t-1} = \Delta X_t = Z_t$$

El símbolo Δ denota incremento y es un operador, cuya relación con el operador de retardos, L , es:

$$\Delta = 1 - L$$

El operador de retardos L es un instrumento matemático útil para simplificar la obtención de los parámetros de un retardo. Es decir, si Z_t es una función del tiempo, el operador de retardos L se define como:

$$LZ_t = Z_{t-1}$$

Las potencias del operador se definen como aplicaciones sucesivas, o sea:

$$L^s Z_t = Z_{t-s}, \quad s > 0$$

Si X_t muestra una tendencia lineal, la primera diferencia de la serie, Z_t , ya no incorporará tendencia, en este caso se dice que X_t es una serie temporal *homogénea de primer orden*. Análogamente, si X_t presenta una tendencia exponencial, para eliminar dicha tendencia, se halla primero el logaritmo de la serie y luego la diferencia primera de la nueva serie así calculada, esto es:

$$\ln X_t - \ln X_{t-1} = Z_t$$

La eliminación de una tendencia cuadrática se consigue mediante doble diferenciación. Esta operación se realiza en dos etapas: primero se obtiene

$$W_t = \Delta X_t$$

y seguidamente se estacionariza mediante:

$$Z_t = \Delta W_t$$

donde Z_t expresa ya una serie estacionaria

La operación de doble diferenciación se simboliza mediante $\Delta^2 X_t$. Si X_t muestra una tendencia cuadrática, $\Delta^2 X_t$ no tendrá tendencia; en este caso se dice que X_t es *homogénea de segundo orden*. En general, un proceso no estacionario que se convierte en estacionario después de d operaciones de diferencia se denomina estacionario de orden d .

En la práctica es difícil determinar con exactitud si se ha realizado el número adecuado de diferencias para transformar la serie en estacionaria, ello queda supeditado a la experiencia e intuición del analista. El instrumento que se utiliza para detectar el número adecuado de diferencias es la inspección visual del gráfico de la serie y de sus correlogramas (FAC y PFAC).

b) **CORRECCION DE VARIACIONES ESTACIONALES**

Cuando se trata de una serie que presenta variaciones estacionales, la eliminación de dichas variaciones, para inducir la estacionariedad, se suele hacer mediante un procedimiento de autoajuste, del mismo tipo

que el comentado para la tendencia. A este proceso se denomina *diferenciación estacional*. Primeramente se procede a eliminar la tendencia de la serie, ya que, de otra forma, la diferencia entre los datos relativos al mismo mes o fracción de año sería significativa, sin que esto implicase evidencia de variaciones estacionales. Por ejemplo, si los datos son mensuales, la diferenciación estacional consiste en calcular

$$Z_t = X_t - X_{t-12}$$

Si después de efectuar esta transformación la serie sigue presentando evidencia de variaciones estacionales, se procede a calcular las diferencias de segundo orden, y así sucesivamente hasta un orden genérico D en que se pueda alcanzar la estacionariedad.

3.1.4 MODELOS ESTOCASTICOS ESTACIONARIOS LINEALES

Efectuar una predicción bajo el enfoque estocástico ARIMA, es inferir la distribución de probabilidad de una observación futura X_{T+1} dada una serie X_1, X_2, \dots, X_T de valores pasados. Para determinar las características del proceso estocástico subyacente a la serie temporal, deberemos considerar un caso particular de proceso estocástico, es decir el *proceso estocástico lineal discreto*.

Un proceso estocástico es lineal discreto si cada observación X_t se puede expresar de la forma general:

$$X_t = \mu + u_t + \psi_1 u_{t-1} + \psi_2 u_{t-2} + \dots$$

donde μ y los ψ_i son parámetros desconocidos, y $u_t, u_{t-1}, u_{t-2}, \dots$ es una secuencia de perturbaciones aleatorias distribuidas idéntica e independientemente con media cero y varianza σ_u^2 , lo que se conoce como ruidos blancos. Los casos particulares del proceso estocástico lineal discreto son:

- Modelo de medias móviles de orden p : MA(p)
- Modelo autorregresivo de orden q : AR(q)
- Modelo mixto autorregresivo- medias móviles de orden p, q : ARMA (p,q)

3.1.5 MODELO DE MEDIAS MOVILES MA(q)

Se define mediante la expresión:

$$X_t = \mu + u_t - \theta_1 u_{t-1} - \theta_2 u_{t-2} - \dots - \theta_q u_{t-q}$$

El signo negativo que van precedidos los coeficientes a estimar $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ de esta expresión se da por conveniencia notacional. El parámetro μ es la esperanza matemática de X_t .

Este modelo se puede expresar más abreviadamente como:

$$X_t = \mu + \theta(L)u_t$$

donde L es el operador de retardos y $\theta(L)$ es el operador polinomial de retardos, definido como:

$$\theta(L) = 1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q$$

Un modelo de medias móviles siempre es estacionario, y será invertible cuando pueda expresarse como un proceso autorregresivo de orden infinito. Para ello deberá cumplirse que las raíces de $\theta(L) = 0$, caigan fuera del círculo unitario. Se dice que las raíces caen fuera del círculo unitario cuando, si éstas son reales, todas ellas son en valor absoluto mayores que la unidad, mientras que si son complejas ($a \pm bi$), entonces se cumple que el módulo, definido como $\sqrt{a^2 + b^2}$, es mayor que la unidad.

Como caso particular se tiene el Modelo MA(1), que viene definido por:

$$X_t = \mu + u_t - \theta_1 u_{t-1}$$

o bien:

$$X_t = \mu + \theta(L)u_t, \text{ siendo } \theta(L) = 1 - \theta_1 L$$

El modelo MA(1) será siempre estacionario. Mientras que, para que sea invertible deberá cumplirse que la raíz de la ecuación:

$$\theta(L) = 1 - \theta_1 L = 0$$

caiga fuera del círculo unitario, es decir $|L| > 1$, que implica se cumpla que $|\theta_1| < 1$, para lo cual el modelo MA(1) puede escribirse como el modelo AR de orden infinito:

$$X_t = \pi_1 X_{t-1} + \pi_2 X_{t-2} + \pi_3 X_{t-3} + \dots + \delta + u_t$$

donde:

$$\delta = \mu \frac{1}{1 - \theta_1}$$

La función de autocorrelación de MA(1) tendrá la forma:

$$\rho_k = \begin{cases} -\frac{\theta_1}{1 + \theta_1^2} & \text{para } k=1 \\ 0 & \text{para } k > 1 \end{cases}$$

3.1.6 MODELO AUTORREGRESIVO AR(P)

Un modelo autorregresivo de orden p se define como:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \delta + u_t$$

en forma abreviada se tiene:

$$\phi(L)X_t = \delta + u_t$$

donde $\phi(L)$ es el operador polinomial de retardos

$$\phi(L) = 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p$$

A diferencia de los modelos de medias móviles que siempre son estacionarios, los modelos autorregresivos deben cumplir como condición de estacionariedad que las raíces del polinomio característico $\phi(L)=0$ caigan fuera del círculo unidad. Este modelo siempre está en forma invertida.

Particularmente se tiene el Modelo AR(1), que se expresa como:

$$X_t = \phi X_{t-1} + \delta + u_t$$

o también abreviadamente por:

$$\phi(L)X_t = \delta + u_t, \text{ siendo } \phi(L) = 1 - \phi_1 L$$

La condición de estacionariedad del modelo AR(1) implica que $|\phi_1| < 1$ consecuentemente su esperanza matemática será constante, μ , y definida por:

$$E(X_t) = \mu = \frac{\delta}{1 - \phi}, \quad \forall t$$

La función de autocorrelación de AR(1) estará dada por:

$$\rho_k = \begin{cases} \phi_1 & \text{para } k=1 \\ 0 & \text{para } k>1 \end{cases}$$

3.1.7 MODELO MIXTO ARMA(p, q)

Este modelo mixto autorregresivo (AR)-medias móviles(MA) de orden p, q , se define mediante la siguiente expresión:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \delta + u_t - \theta_1 u_{t-1} - \theta_2 u_{t-2} - \dots - \theta_q u_{t-q}$$

Utilizando los operadores polinomiales de retardos $\theta(L)$ y $\phi(L)$, la expresión anterior queda:

$$\phi(L)X_t = \delta + \theta(L)u_t$$

El modelo ARMA se dice que es estacionario cuando lo es su parte autorregresiva AR; esto es, cuando las raíces de la ecuación $\phi(L) = 0$ caen fuera del círculo unidad, y diremos que es invertible cuando lo es su parte MA; esto es, cuando las raíces de la ecuación $\theta(L) = 0$ caen fuera del círculo unidad. Adicionalmente a las condiciones de estacionariedad e invertibilidad también se supondrá que las raíces de $\phi(L) = 0$ y $\theta(L) = 0$ no son comunes.

Las funciones teóricas de autocorrelación (ACF) y de autocorrelación parcial (ACFP) sirven como patrones de referencia para identificar las funciones de autocorrelación muestral y de autocorrelación parcial muestral de una serie temporal en estudio.

Las características gráficas de las funciones teóricas de autocorrelación (ACF) y autocorrelación parcial (ACFP), para diferentes tipos de modelos se muestran a continuación.

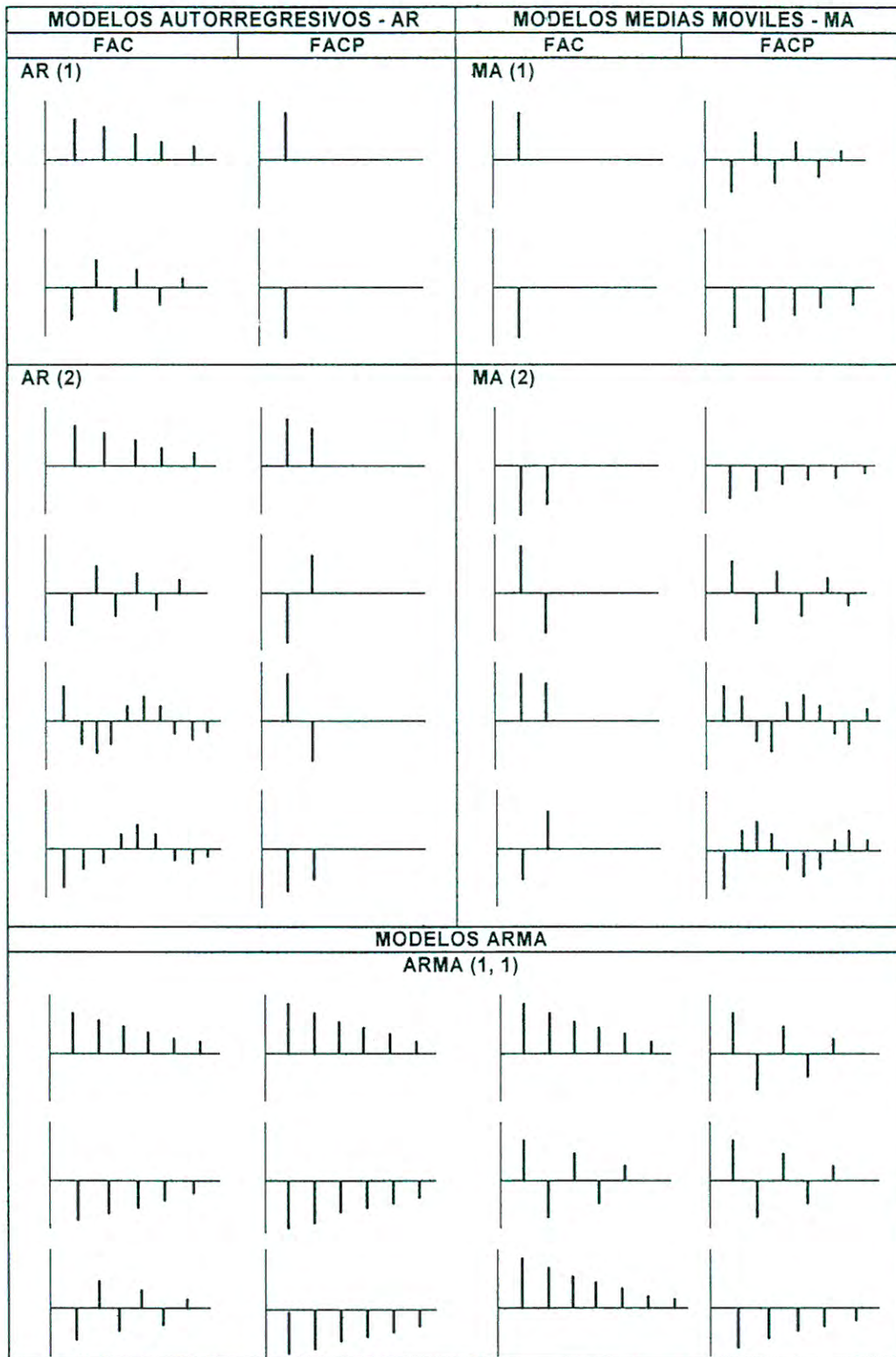


Fig 3.1 Funciones teóricas de autocorrelación (ACF) y autocorrelación parcial (ACFP)
Fuente: Referencia [3]

3.2 FUNDAMENTACION MATEMATICA DE UN MODELO ARIMA

3.2.1 MODELOS LINEALES NO ESTACIONARIOS HOMOGENEOS

Se dice que un proceso estocástico no estacionario es homogéneo cuando al diferenciar en el proceso original, el proceso transformado resultante es estacionario, y el número de veces que debe diferenciarse el proceso original para transformarse en estacionario constituye el grado u orden de homogeneidad o integración.

Muchas series cronológicas reales se pueden convertir en aproximadamente estacionarias después de aplicar diferencias en una o más órdenes; es decir:

Si la serie original, X_t , es homogénea de orden d , entonces.

$$\Delta^d X_t = (1-L)^d X_t = Z_t, \quad t=1, 2, \dots, T$$

la nueva serie es estacionaria

A un proceso integrado X_t se le denomina proceso autorregresivo-medias móviles integrado, ARIMA(p, d, q), si tomando diferencias de orden d se obtiene un proceso estacionario Z_t del tipo ARMA(p, q).

El modelo ARIMA(p, d, q), se expresa de la siguiente forma:

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + u_t - \theta_1 u_{t-1} - \dots - \theta_q u_{t-q}$$

abreviadamente se tiene:

$$\phi(L)Z_t = \theta(L)u_t, \text{ siendo } Z_t = \Delta^d X_t = (1-L)^d X_t$$

quedando:

$$\phi(L)(1-L)^d X_t = \theta(L)u_t$$

No se incluye el término constante δ dado que la media de la serie diferenciada Z_t es cero, como frecuentemente suele ocurrir. En caso de que este supuesto no pueda mantenerse, este parámetro deberá incluirse en la expresión del modelo ARIMA(p,d,q).

Al analizar la mayoría de las series temporales reales, se puede observar que éstas presentan una tendencia creciente o decreciente. La eliminación de esta tendencia (no estacionariedad en media) de la serie suele conseguirse mediante las diferenciaciones implícitas en los modelos ARIMA. Ahora bien, en ocasiones se observa también que existe una tendencia en la varianza, esto es, que la dispersión de las observaciones no es constante a lo largo del tiempo, la cual no se elimina mediante estas diferenciaciones. Cuando se

presenta este hecho la transformación adecuada puede consistir en tomar logaritmos neperianos.

Esta posibilidad de transformar la serie se puede concretar de forma más general mediante la transformación Box-Cox. Así, el modelo ARIMA se puede expresar como:

$$\phi(L)\Delta^d X_t^\lambda = \delta + \theta(L)u_t$$

o bien:

$$\phi(L)(1-L)^d (X_t^\lambda - \mu) = \theta(L)u_t$$

donde μ es la media de X_t^λ , siendo:

$$X_t^\lambda = \begin{cases} \frac{X_t^\lambda}{\lambda} & \text{para } \lambda \neq 0 \\ \ln X_t & \text{para } \lambda = 0 \end{cases}$$

3.2.2 MODELOS ESTACIONALES NO ESTACIONARIOS HOMOGENEOS

Otra fuente de no estacionariedad en muchas de las series reales del ámbito energético lo constituye la estacionalidad. Para desestacionalizar las series se procede a la *diferenciación estacional*.

Los modelos estacionales no estacionarios pero homogéneos, ARIMA(P,D,Q), se expresan mediante:

$$Z_t = \Phi_1 Z_{t-s} + \Phi_2 Z_{t-2s} + \dots + \Phi_p Z_{t-ps} + \delta + u_t - \Theta_1 u_{t-s} - \dots - \Theta_Q u_{t-Qs}$$

$$Z_t = \Delta_s^D X_t = (1-L^s)^D X_t$$

La expresión resumida de ARIMA(P, D, Q) será:

$$\Phi_p(L^s)(1-L^s)^D X_t = \delta + \Theta_Q(L^s)u_t$$

donde

$$\begin{aligned} \Phi_p(L^s) &= 1 - \Phi_1 L^s - \Phi_2 L^{2s} - \dots - \Phi_p L^{ps} \\ \Theta_Q(L^s) &= 1 - \Theta_1 L^s - \Theta_2 L^{2s} - \dots - \Theta_Q L^{Qs} \end{aligned}$$

3.2.3 MODELO ARIMA GENERAL

Los modelos estacionales puros no van a ser los que con mayor frecuencia sirvan para caracterizar una serie temporal estacional, debido a que

normalmente no están solamente relacionadas las observaciones que distan s períodos, sino que lo habitual es que dentro de períodos no estacionales también existan relaciones. Los modelos que conjugan ambos tipos de interdependencias entre las observaciones son los modelos ARIMA generales, los mismos que se denotan abreviadamente como ARIMA(p,d,q)xARIMA(P,D,Q), y que se expresan como:

$$\Phi_p(L^s)\phi_p(L)(1-L^s)^D(1-L)^d X_t = \Theta_Q(L^s)\theta_q(L)u_t$$

También, esta expresión se puede dar como:

$$\Phi_p(L^s)\phi_p(L)\left[(1-L^s)^D(1-L)^d X_t - \mu\right] = \Theta_Q(L^s)\theta_q(L)u_t$$

donde μ es la media de $Z_t = (1-L^s)^D(1-L)^d X_t$

CAPITULO 4

METODOLOGIA DE CÁLCULO

4.1 PROCEDIMIENTO PARA LA ELABORACION DE UN MODELO ARIMA

A partir de la referencia [Ref 3], se resume a continuación el procedimiento para seleccionar el modelo ARIMA óptimo.

Dada la data histórica de la serie temporal en estudio, se trata de averiguar qué modelo ARIMA (p,d,q) x ARIMA (P,D,Q) es susceptible de haber generado dicha serie, es decir, qué modelo representa adecuadamente el comportamiento de la misma, con el fin de utilizarlo para obtener predicciones de valores futuros de la serie en estudio. Para ello se siguen cuatro etapas:

- Identificación
- Estimación
- Chequeo o validación
- Predicción.

4.1.1 IDENTIFICACION

Identificar una serie temporal consiste en inducir, a partir de los datos, la función de autocorrelación maestra y la función de autocorrelación parcial muestral, qué modelos ARIMA se adaptarían mejor a las características de la serie.

Cuando se trata de una serie no estacionaria, primeramente se procede a estacionarizarla, tanto en media, esto es, la identificación de los valores d (orden de diferenciación regular) y D (orden de diferenciación estacional), como en varianza, esto es identificar el valor de λ .

Una vez que esta serie transformada es estacionaria (en media y en varianza) se deben de averiguar los posibles valores de las órdenes tanto de la parte regular del modelo (autorregresiva, p , y medias móviles, q) como de la parte estacional (autorregresiva, P , y medias móviles, Q).

4.1.2 ESTIMACION

Identificados los posibles modelos que han podido generar la serie temporal, se trata de cuantificar los parámetros o coeficientes de los mismos. Los dos problemas fundamentales a los que se enfrenta la estimación de los modelos ARIMA son el de los valores iniciales (de los parámetros, de la serie y de los ruidos) y el de la no linealidad.

Se trata de estimar los parámetros β_i , $i=0, \dots, p+P+q+Q$, donde:

$$\begin{aligned} \beta_i &= \phi_i & i=1, \dots, p \\ \beta_i &= \Phi_{i-p} & i=p+1, \dots, p+P \\ \beta_i &= \theta_{i-(p+P)} & i=p+P, \dots, p+P+q \\ \beta_i &= \Theta_{i-(p+P+q)} & i=p+P+q+1, \dots, p+P+q+Q \\ \beta_i &= c & i=0 \end{aligned}$$

Si B_i es la estimación del parámetro β_i , la primera etapa en la validación del modelo consistirá en comprobar si los coeficientes B_i son significativamente distintos de cero. Para ello, sobre cada parámetro, se planteará la hipótesis nula, esto es $H_0: \beta_i = 0$. Dicha hipótesis puede ser interpretada como que la variable asociada al parámetro β_i no mejora el ajuste con respecto al obtenido con las restantes variables incluidas en el modelo. Si el p -valor asociado al valor del estadístico de contraste t es menor que α (generalmente se toma el valor de 5%), se rechazará la hipótesis nula al nivel de significación α .

4.1.3 VALIDACION

La etapa de validación o chequeo se centra fundamentalmente en analizar si los residuos del modelo (\hat{u}_t) tienen un comportamiento similar a las perturbaciones del mismo (u_t); esto es, si puede afirmarse que son semejantes a un ruido blanco. Adicionalmente, se tratará de comprobar la calidad de las estimaciones, así como el cumplimiento de las condiciones de las estimaciones de los parámetros de las condiciones de estacionariedad e invertibilidad que deben satisfacer los parámetros de estos modelos.

4.1.4 PREDICCIÓN

Corresponde al objetivo base de esta metodología, esto es, la obtención de predicciones de valores futuros de la serie temporal. Una vez calculadas las predicciones del modelo se trata de volver a chequear la adecuación del mismo, pudiendo utilizar para ello, tanto métodos no paramétricos (como el error cuadrático medio) como paramétricos (estadísticos de contenido informativo, exactitud y corroboración).

A continuación se ha confeccionado un diagrama de flujo que resume el proceso a seguir para el cálculo de predicciones mediante modelos ARIMA.

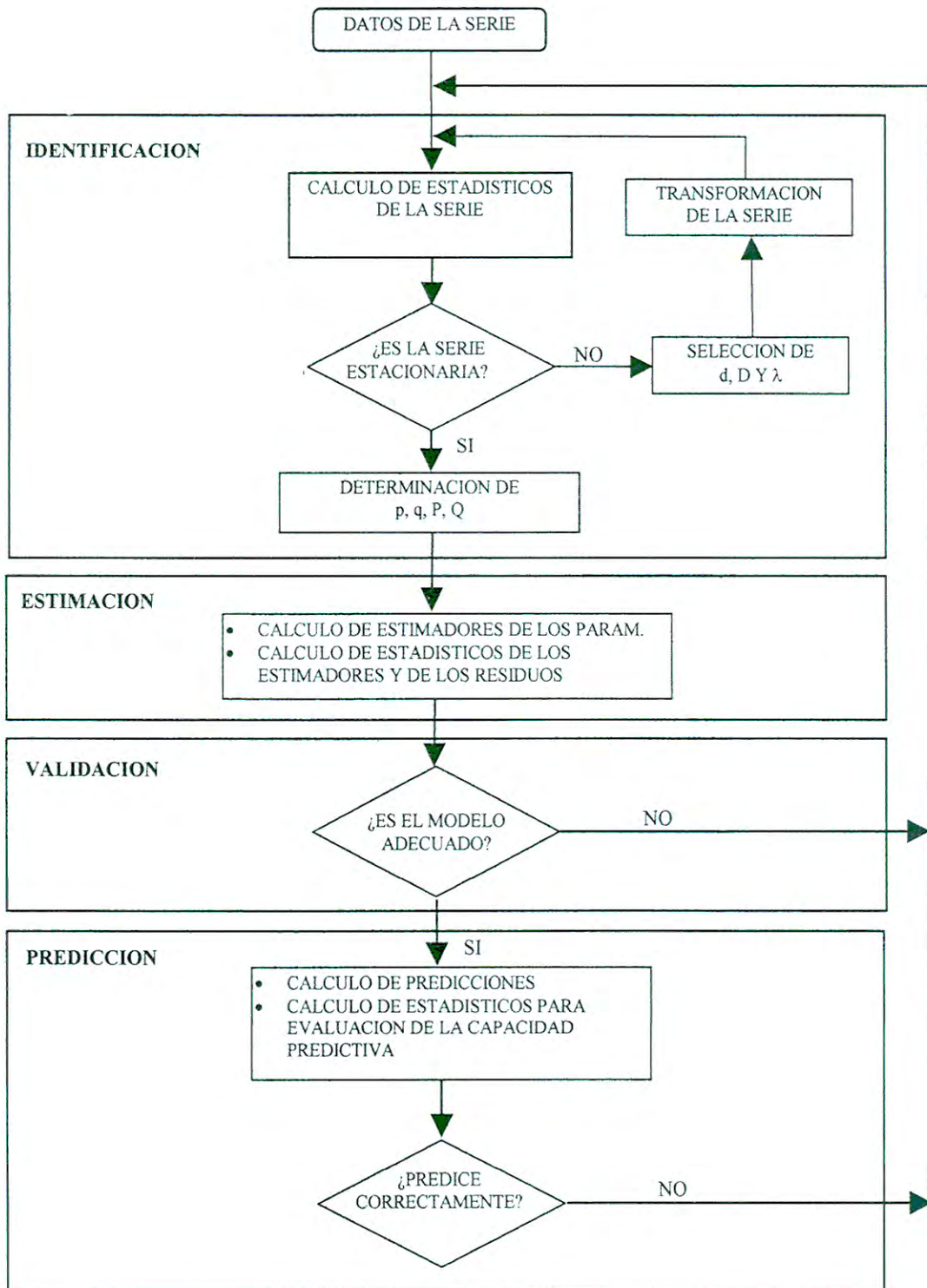


Figura 4.1 Esquema de análisis de modelos ARIMA

4.2 TRATAMIENTO DE LA INFORMACION DE ENTRADA

La variable caudal representa a la serie de caudales tomados en la bocatoma de la C.H. Machupicchu en valores mensuales en $m^3/seg.$

4.2.1 TAMAÑO Y CARACTERISTICAS DE LA MUESTRA

De acuerdo a la información obtenida de los caudales naturalizados desde el año 1994 al 2007, se tienen un total de 168 observaciones cuyo comportamiento mostramos a continuación:

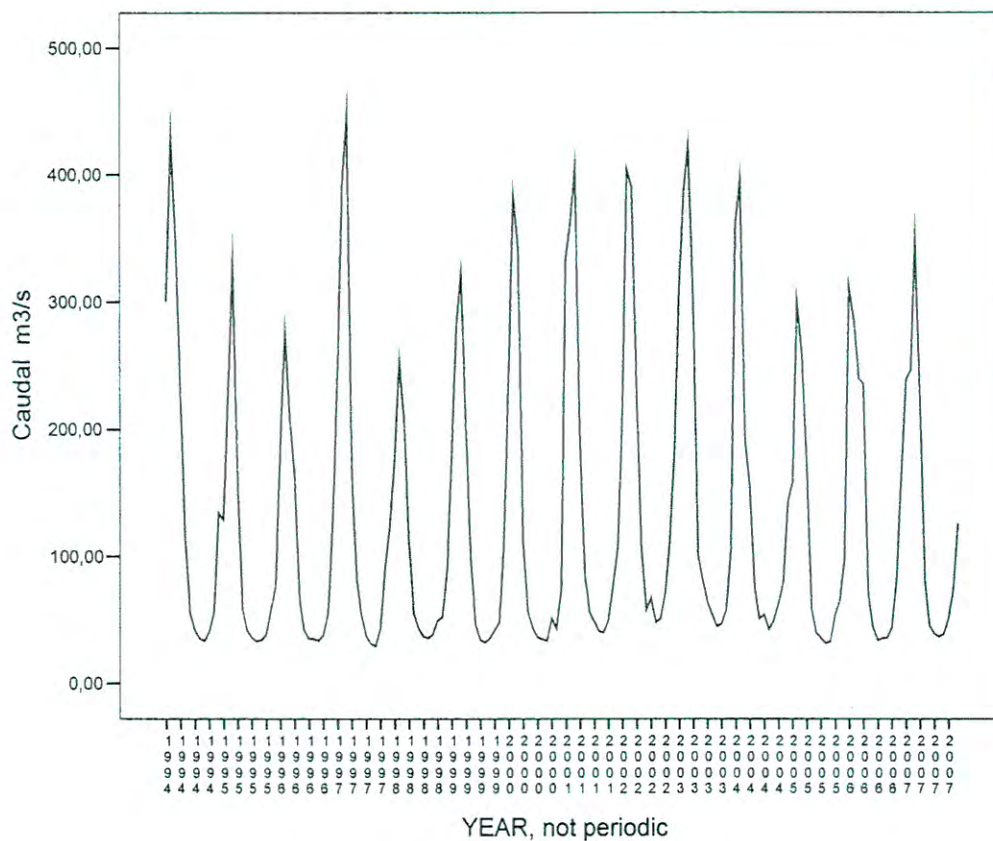


Figura 4.2 Representación Serie Temporal Caudales

Estadísticos descriptivos de serie original

Descriptive Statistics

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation	Variance
Caudal m3/s	168	29,31	447,75	130,0810	114,31896	13068,825
Valid N (listwise)	168					

Análisis de la varianza de ST original

Aplicando un análisis de varianza obtenemos lo siguiente:

Test of Homogeneity of Variances

Caudal m3/s			
Levene Statistic	df1	df2	Sig.
17,867	11	156	,000

La significancia $\text{sig}=0.000$ es menor de 0.05 por lo tanto no existe homogeneidad de varianza. El estadístico de Levene indica que la serie no es estacionario o sea que no es constante ni en media ni en varianza, en términos de estadística se dice también que la serie tiene heterocedasticidad.

AUTOCORRELACIONES

Los gráficos de autocorrelaciones simples y autocorrelaciones estacionales, muestran un comportamiento estacional y una ligera tendencia decreciente, lo que implica que estas series deberán ser transformadas para su análisis posterior

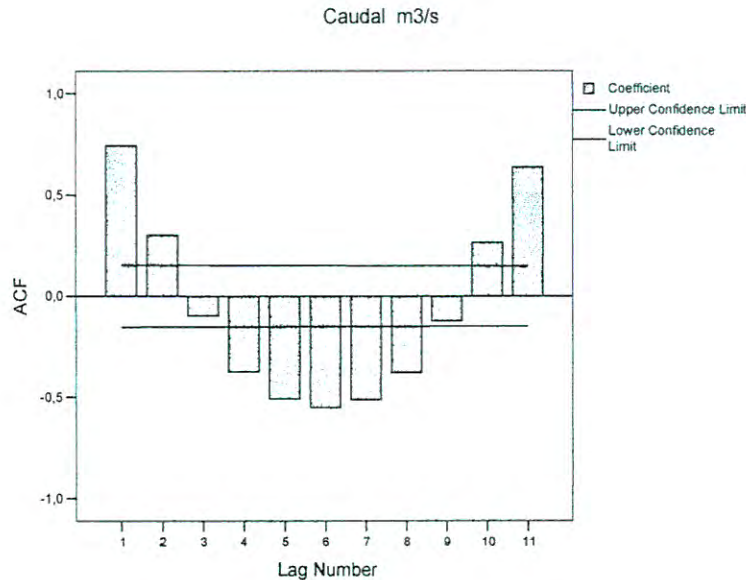


Figura 4.3 Gráfico de autocorrelaciones simples

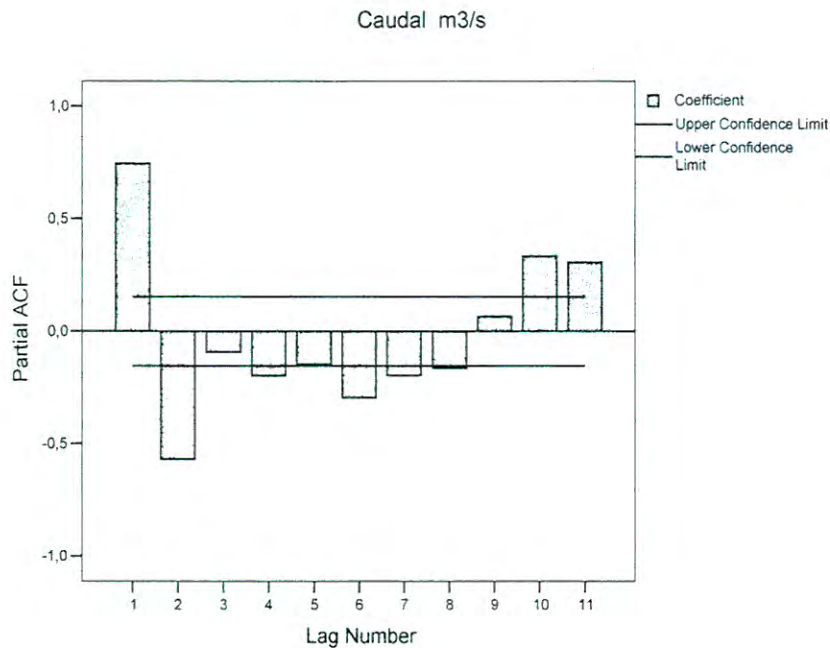


Figura 4.4 Gráfico de autocorrelaciones estacionales

COMPONENTE ESTACIONAL Y CICLICO DE SERIE ORIGINAL

La estacionalidad de la serie la podemos analizar mediante el periodograma por frecuencia de la serie temporal, el periodograma transforma la serie temporal, de su dominio natural, que es el tiempo, al dominio de frecuencias. A cada amplitud le corresponde una frecuencia cuya inversa es el periodo estacional o cíclico.

Las amplitudes más fuertes, correspondientes a valores mas bajos de frecuencias, suelen corresponder a ciclos, y las menos fuertes, correspondientes a valores bajos de las frecuencias suelen corresponder a estaciones.

El periodograma por frecuencia hallado es mostrado en la figura 4.5 del cual podemos indicar lo siguiente:

- La componente cíclica de una serie es la mas difícil de detectar por que tiene periodos no fácilmente identificables e incluso variables en este caso de acuerdo a lo observado podemos detectar que la serie no presenta un comportamiento cíclico definido.
- El segundo valor de 0.08 de frecuencia, de acuerdo al Periodograma de Frecuencia se observa una fuerte variación estacional cada 12 meses que corresponde a un periodo de una año ó cada 12 meses, que se repetirá cada 24 meses.

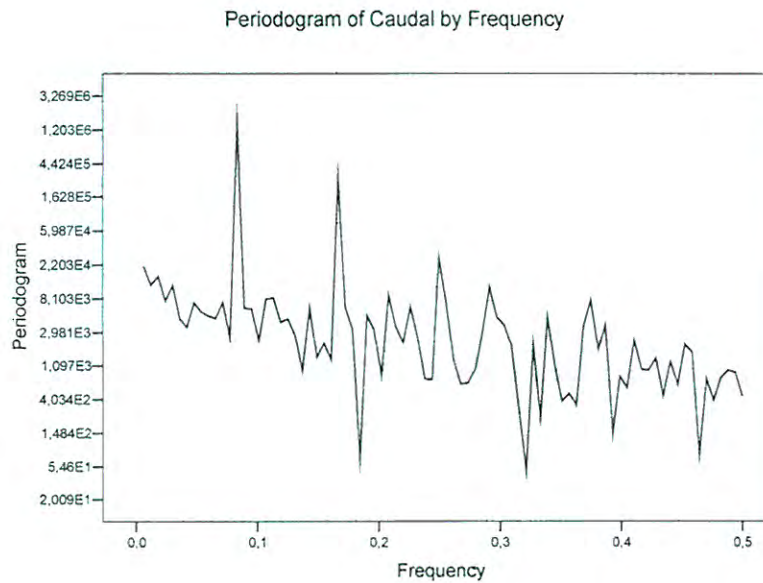


Figura 4.5 Periodograma de frecuencia.

Frecuencia:

0,080 $1/0.080 = 12$ meses.

0,041 $1/0.041 = 24$ meses.

4.2.2 PATRONES DE COMPORTAMIENTO

De acuerdo a las observaciones de la serie, desde el punto de vista estadístico la serie esta caracterizada por:

- La ST fue analizada para un periodo que parte desde Enero de 1994 hasta Diciembre del 2007 que hace un total de 168 meses.
- La ST analizada es una serie natural, cuyo comportamiento esta ajustado a los fenómenos atmosféricos naturales estocásticos y estacionales típicos de un río cuya cuenca se encuentra en la sierra sur peruana.
- Los gráficos de autocorrelaciones muestran un fuerte comportamiento estacional y una tendencia no definida.
- El análisis del diagrama espectral permitirá también indicar que existe un componente cíclico cada 12, 24 etc. meses, hechos que muestran el carácter estacional de la serie.
- Existen años en que los caudales disminuyen a niveles bajos y años que presentan valores altos, estos valores podrían considerarse como parte del comportamiento cíclico de la serie ligados a fenómenos naturales.

4.2.3 CONFORMACION DE LA SERIE TEMPORAL

Para elegir el tamaño de la serie temporal Caudal a efectos de su modelización predictiva, se debe tener en consideración las siguientes características:

- Tamaño de la muestra: Desde el punto de vista cuantitativo cuanto mas observaciones posea la serie, habrá más posibilidades de ensayar diversos modelos de predicción.
- Patrones de comportamiento histórico: Cuando la serie muestra patrones de tendencia y estacionalidad bien definidos a lo largo del horizonte histórico, permitirá mejores posibilidades de alcanzar una buena calidad de predicción estadística.
- Origen de los datos: Dependiendo del grado de manipulación de cada una de las observaciones de la serie, estas pueden proporcionar mayor o menor representatividad estadística.

4.2.4 ELECCION DEL HORIZONTE PREDICTIVO

No existe un patrón específico que indique una relación entre el tamaño del horizonte histórico y el tamaño del horizonte predictivo, todo dependerá de las características intrínsecas de la serie temporal de estudio.

De acuerdo a las características evolutivas de la muestra, así como de la capacidad predictiva que se ha de demostrar en la elección del modelo predictivo, es posible hacer predicciones en un proporción de 1 a 4 y 5 respecto al numero de observaciones mensuales.

En nuestro caso se trata de una serie de 168 observaciones de la serie temporal caudal, se trata de una serie de comportamiento ligado a fenómenos naturales, por otro lado pensamos que las predicciones deben ser un proceso dinámico que se debe estar validado año a año una vez obtenido el modelo, por lo que definimos que nuestro horizonte de predicción será de tres años o 36 meses.

4.2.5 IDENTIFICACION DE SUCESOS EXTERNOS A LA SERIE

Los sucesos externos valores atípicos, son valores que se alejan respecto a los demás y pueden ser identificados por verificación grafica y verificación analítica

VISUALIZACION GRAFICA

- La serie temporal Caudales tiene un comportamiento ligado a fenómenos naturales.
- Entre los años 1994, 1996 a 1997 se producen notables levantamientos de la variable caudales, que pueden ser relacionados a un comportamiento cíclico y fenómenos naturales.
- Así mismo en los años 97-98 se presentan valores bajos también producto de fenómenos naturales

VERIFICACION ANALITICA

- Se evalúa un conjunto de modelos ARIMA, que pudiesen haber sido generados bajo el supuesto que la serie no este afectada por sucesos externos.

- Se elige uno de los modelos ARIMA.
- De ser necesario se estructuran las intervenciones posibles, en base a su inicio e intuición del efecto sobre el patrón de comportamiento de la serie.
- Se determina su significancia del conjunto de coeficientes de cada intervención, una vez calculada dentro del modelo ARIMA tentativo.
- Se chequea su validez mediante estadísticos de contraste.
- La detección de los atípicos, se realiza mediante la visualización de la función error del modelo ARIMA tentativo, en relación con el número de observaciones.

4.3 PROCEDIMIENTO DE CALCULO DEL MODELO ARIMA UTILIZANDO EL PROGRAMA SPSS

4.3.1 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD EN VARIANZA

En general, cualquier serie natural, a lo largo de su evolución histórica puede presentar una variabilidad no constante, esto es que la varianza sea dependiente del tiempo (exista heterocedasticidad). En muchos casos la variabilidad no aumenta con el tiempo sino con el nivel de la serie. Por tanto, se tendrá que efectuar una transformación de la variable para de esta forma estabilizar la varianza.

En el objetivo de identificar si la varianza es constante en una serie natural, se procede a evaluar el comportamiento variabilidad-nivel, para ello se agrupa las observaciones de la serie por periodos de tiempo con el mismo número de observaciones (agrupado en años cuando se tiene observaciones mensuales, en nuestro caso se forman 14 grupos). Luego dependiendo del grado de complejidad de la serie, se puede realizar una visualización gráfica y a partir de ello determinar si es necesario practicar una transformación logarítmica para alcanzar la estabilidad en varianza, o en el caso más amplio efectuar una prueba de comprobación de la hipótesis que los grupos conformados procedas de poblaciones con varianza común. (Prueba de Levene)

VISUALIZACION GRAFICA

Se puede determinar la variabilidad de una serie, haciendo un grafico entre una medida de variabilidad, como la desviación típica y una medida del nivel, como la media local.

En la siguiente figura se muestra la desviación típica de cada año como función de la media del año para la serie Caudal. Cuando la variabilidad de la serie aumenta linealmente con el nivel de dicha serie, para alcanzar homocedasticidad (variabilidad constante) se toma logaritmos. En nuestro caso puede notarse dicha tendencia por lo que tomaremos luego una transformación a logaritmo natural.

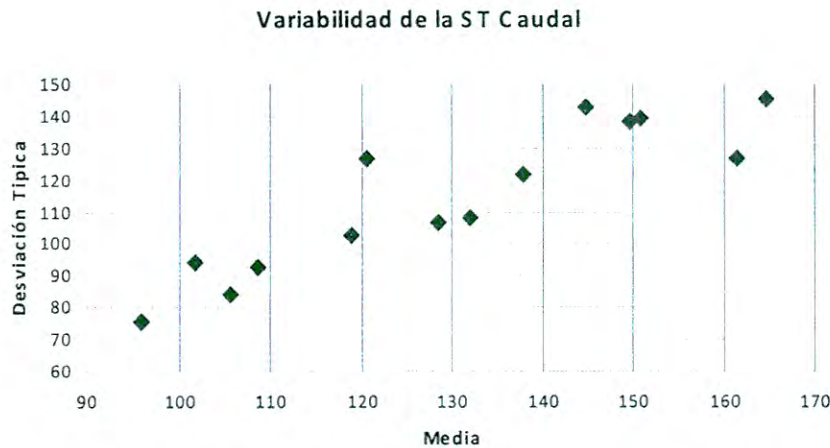


Figura 4.6 Gráfico de variabilidad Media-Desviación típica

PRUEBA DE LEVENE

La prueba de Levene, que es una prueba adicional, permite comprobar la hipótesis de que los grupos anuales de datos mensuales formados, proceden de poblaciones con varianza común. En el caso de que la hipótesis de homogeneidad de varianzas fuera rechazada, podría ser debido a que la dispersión de la serie cambia con la tendencia central. Una situación frecuente es que en los periodos en los que la tendencia central es grande también lo sea la dispersión. En esta situación existe una familia de transformaciones que puede estabilizar la varianza, que en la práctica obedecen a la siguiente expresión

$$\text{Transformación de } X_t \text{ en: } \begin{cases} X_t^\lambda & \text{para } \lambda p \neq 0 \\ \ln X_t & \text{para } \lambda p = 0 \end{cases}$$

Siendo p , el múltiplo de un medio mas próximo al poder de transformación proporcionado por el gráfico de nivel y dispersión. El poder de transformación es igual a uno menos la pendiente de la recta de regresión mínimo -cuadrática ajustada a los cinco puntos generados. Debe tenerse en cuenta que esta familia de transformaciones no solo permite estabilizar la varianza sino que además puede proporcionar normalidad.

Así, la prueba de Levene permitirá contrastar la hipótesis nula de que no existen diferencias significativas entre las varianzas de la serie caudales en los grupos anuales conformados.

Con el programa SPSS se realiza esta prueba estimando el poder de transformación λ mediante el comando exploración dispersión-nivel con test de Levene, se efectuaron transformaciones cuyo resultado es una potencia de

transformación cercana a la unidad. Por lo tanto se concluye que la serie temporal caudales es necesario transformación a logaritmos natural.

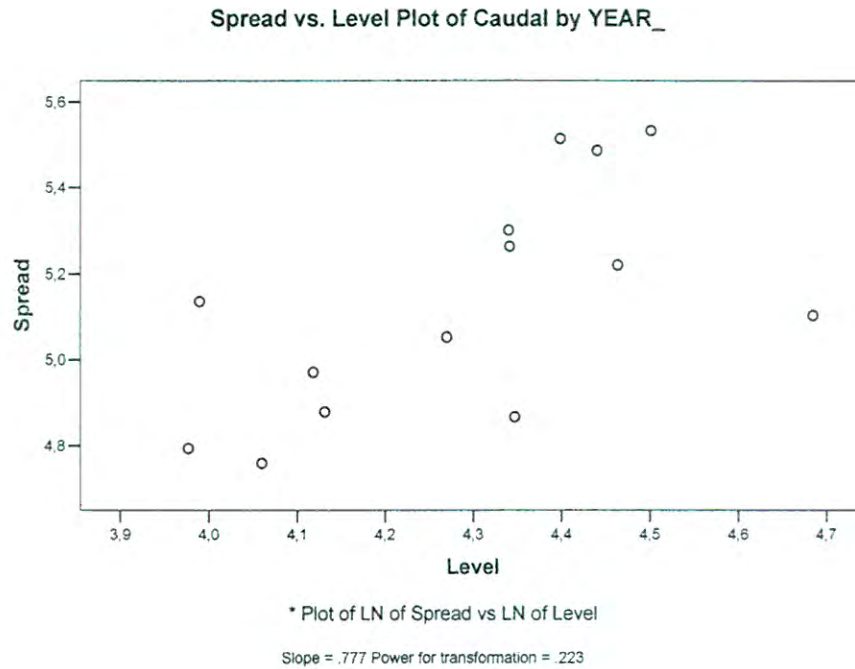


Figura 4.6 Grafico de dispersión por nivel de caudales, transformación logaritmo natural

Dado que la potencia de transformación estimada es de 0.223, de las potencias posibles lograrán estabilización en varianza de la serie original Caudal, serían $\lambda=0$ ó $\lambda=0.5$, alternativas de las cuales tendrían que analizar sus estadísticos e inclinación.

Tabla 4.1 Resumen

Tipo	Estadístico Levene	Significancia	Inclinación	Potencia (λ)	Disertación
Logaritmo natural	0.330	0.988	0.149	0	Mejor alternativa
Raíz cuadrada	0.619	0.884	0.773	0.5	

Conclusiones:

- Se considera que una transformación es mejor que otra si tiene menor pendiente.
- Cuanto menor sea el estadístico de Levene tanto mayor será la aproximación a la homocedasticidad.

- En la tabla 4.1 podemos observar que la transformación a Logaritmo Natural es la mejor alternativa, y será la transformación que efectuaremos para estabilizar en varianza la serie temporal Caudal.

4.3.2 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD EN MEDIA REGULAR Y ESTACIONALIDAD

Para estabilizar la media regular de la serie en estudio puede ser necesario aplicar diferencias regulares (de orden d) y estacionales (de orden D).

Los órdenes de diferenciación se determinan luego del análisis de estabilidad en varianza, tomando como referencia:

- El comportamiento gráfico de la serie
- El comportamiento de las funciones de autocorrelación simple (ACF) y parcial (ACFP)
- El uso de estadísticos de medición de error para elegir el mejor arreglo, dentro de un juego de posibilidades
- El contraste de raíces unitarias para verificar la estacionariedad de la serie

Si la serie en estudio presenta tendencia creciente o decreciente, su ACF tendrá una estructura positiva con decrecimiento lento hacia cero (memoria larga), entonces esta tendencia puede estabilizarse aplicando sucesivas diferencias regulares d

$$\nabla^d X_t = (1 - L)^d X_t$$

Otro factor de no estacionariedad de series reales es la estacionalidad, que se manifiesta como una pauta regular de comportamiento periódico en la serie. Si en el gráfico de la serie no se muestra evidente la presencia de estacionalidad, entonces se recurre a representar la ACF. En el caso de que la serie observada presentara estacionalidad de periodos la ACF mostrará coeficientes altos con decrecimiento lento en los retardos $s, 2s, 3s, \dots$. Entonces la estacionalidad se puede eliminar aplicando diferencias sucesivas estacionales D , de periodo s :

$$\nabla_s^D X_t = (1 - L^s)^D X_t$$

La conjunción de la estabilidad en varianza con la estabilidad en media y de estacionalidad, conllevan a que la nueva serie transformada obedezca a un proceso estocástico estacionario lineal ARMA, y a partir de allí determinar los órdenes autoregresivos y de medias móviles.

RESULTADOS

Generalmente los valores de d y D se encuentran entre 0, 1 ó 2. En nuestro caso luego del análisis correspondiente de la serie, de las ACF y ACFP, de la desviación estándar de cada arreglo, se ha obtenido el siguiente cuadro de alternativas:

Tabla 4.2 Desviación estándar de serie diferenciadas.

Transformación para estabilidad en varianza	Diferenciación regular : d	Diferenciación estacional: D	Desviación estándar	Disertación
Logaritmo natural de serie Caudal	1	0	0.49077	
Logaritmo natural de serie Caudal	0	1	0.32309	Mejor alternativa
Logaritmo natural de serie Caudal	1	1	0.34256	

Podemos observar que la serie LnCaudal, no diferenciada en la parte regular y diferenciada en la parte estacional ($d=0$ y $D=1$), logran los menores valores de desviación estándar y serian analizadas como primera prioridad , también debemos tener en cuenta las series transformadas y diferenciadas en la parte regular y estacional ($d=1$ y $D=1$) que logran un buen valor de desviación estándar, pero será el análisis de la ACF y ACFP las que definirán el comportamiento de la mejor series transformadas, permitiendo una identificación mas adecuada.

Para nuestro caso luego del análisis de la serie caudal transformada, y teniendo en cuenta las series de la tabla 4.2 , presentamos las serie LnCaudal diferenciada en la parte estacional o sea $d=0$ y $D=1$, que muestra el mejor comportamiento y denota la fuerte componente estacional de la serie.

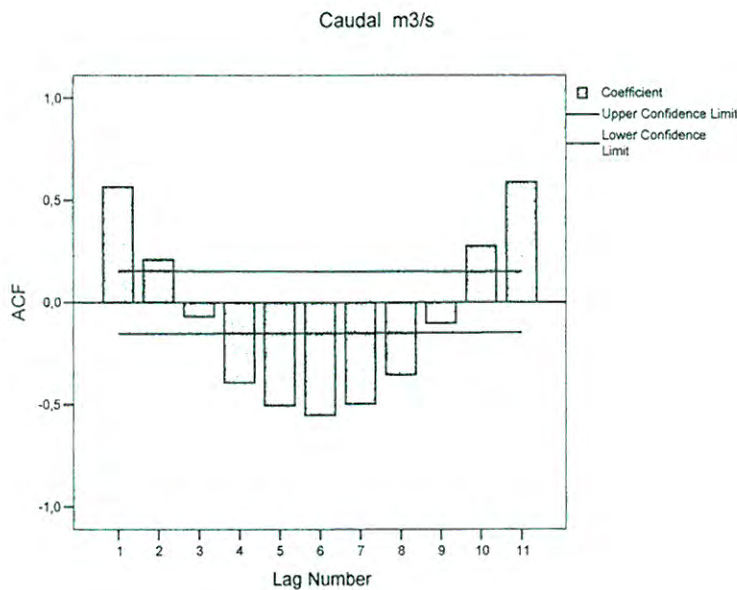


Figura 4.7 Grafico de Autocorrelaciones simple para serie LnCaudal $d=1$ y $D=0$

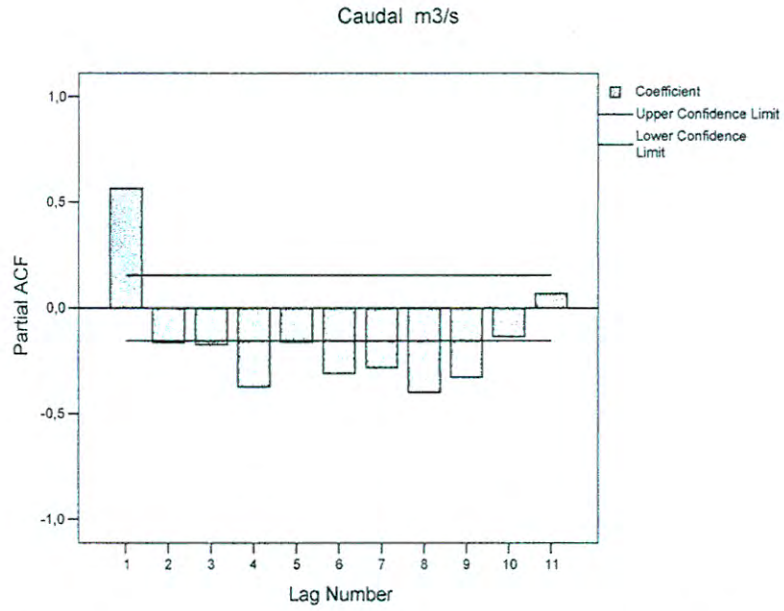


Figura 4.8 Grafico de Autocorrelaciones parcial para serie LnCaudal $d=1$ y $D=0$

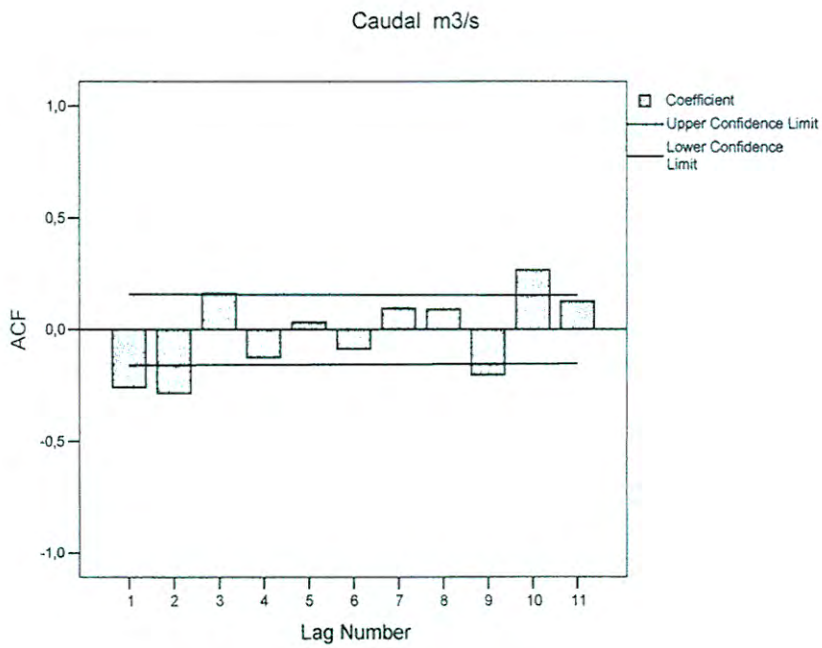


Figura 4.9 Grafico de Autocorrelaciones simple para serie LnCaudal $d=1$ y $D=1$

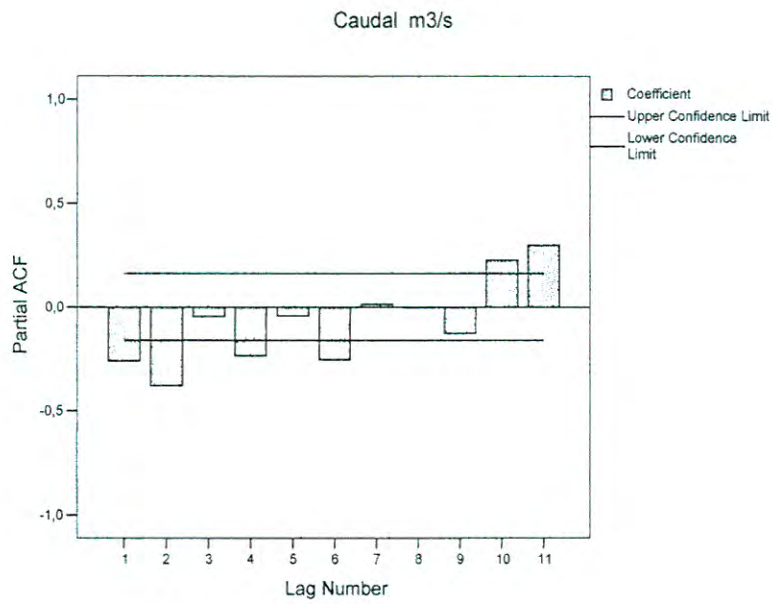


Figura 4.10 Grafico de Autocorrelaciones parcial para serie LnCaudal $d=1$ y $D=1$

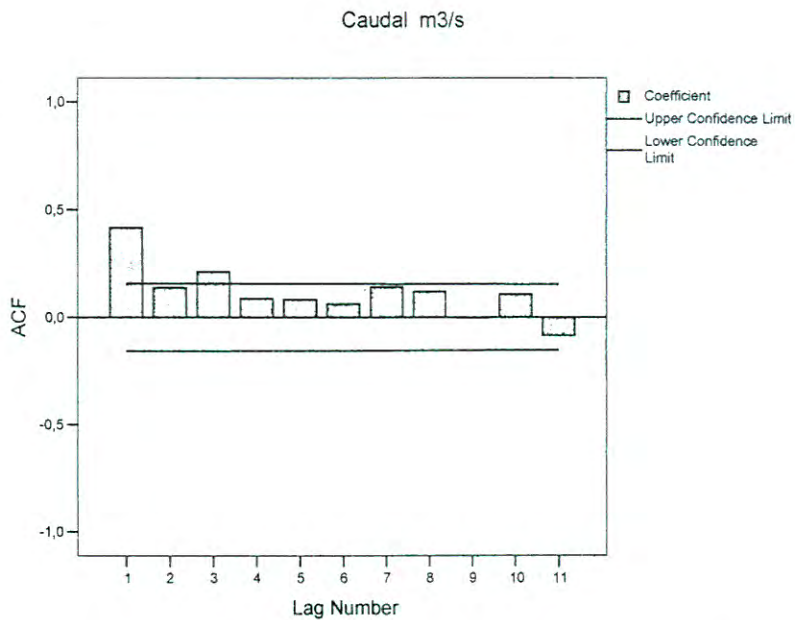


Figura 4.11 Grafico de Autocorrelaciones simple para serie LnCaudal $d=0$ y $D=1$

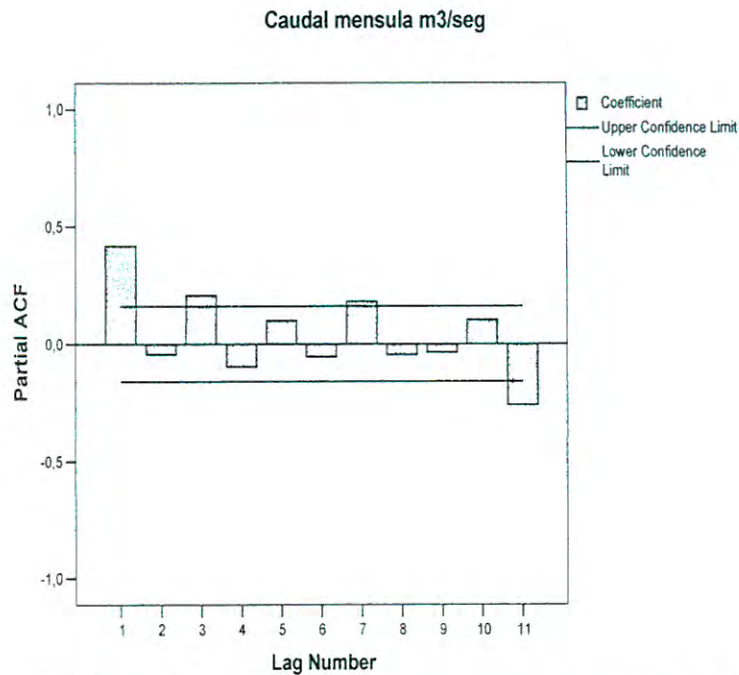


Figura 4.12 Grafico de Autocorrelaciones parcial para serie LnCaudal d=0 y D=1

En las figuras 4.11 y 4.12 vemos las autocorrelaciones de la serie LnCaudal con $d=0$ y $D=1$, demuestra un comportamiento mas estable tanto en media regular como en media estacional, por lo que se tomara esta diferenciación en el análisis por tener menor estadístico de error.

4.3.3 DETERMINACION DE ÓRDENES AUTORREGRESIVAS Y MEDIAS MOVILES

De lo hallado en el punto anterior, las ordenes d y D son el numero de veces con que se tiene que diferenciar a la serie previamente estabilizada en varianza hasta obtener un proceso estable en varianza y media; es decir la serie original ya se encuentra estacionarizada. El valor de las ordenes autorregresivas regular (p) y estacional (P), y las ordenes medias móviles regular (q) y estacional (Q), se obtiene cuando la transformación realizada anteriormente alcanza a comportarse como un proceso ARMA $(p,q) \times (P,Q)$.

La identificación de las órdenes autorregresivas y de medias móviles de la parte regular del modelo (p,q) , se realiza a partir de las funciones ACF y ACFP muestrales, las mismas que se comparan con el comportamiento de los retardos típicos de las ACF y ACFP teóricas.

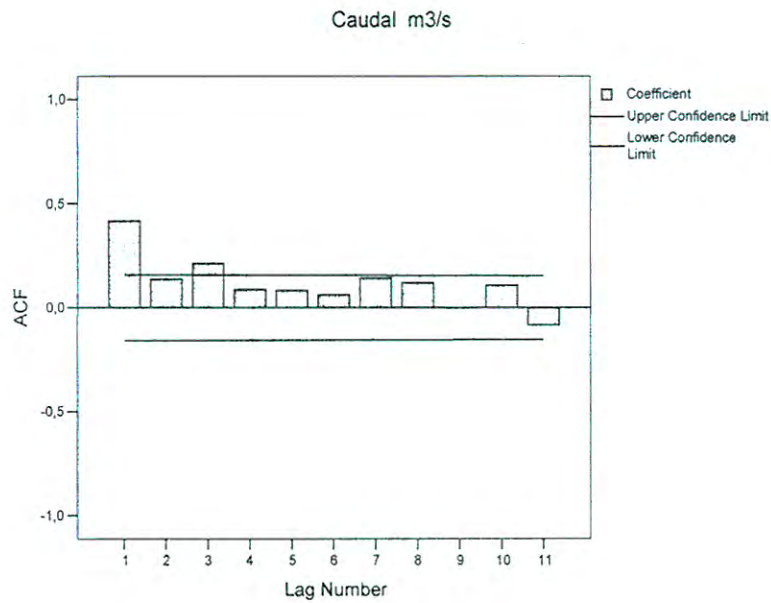


Figura 4.13 Grafico de Autocorrelaciones simple de la serie LnCaudal con $d=0$ y $D=1$ parte componente regular.

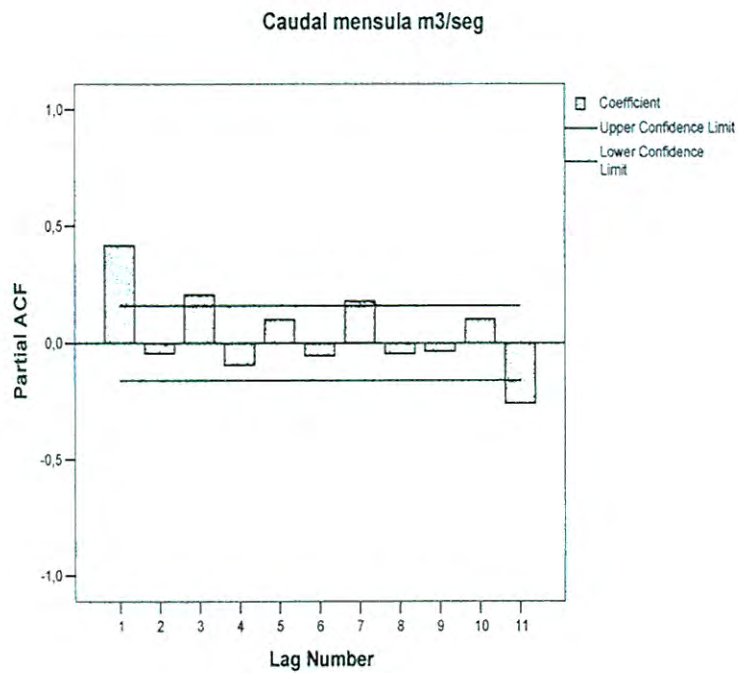


Figura 4.14 Grafico de Autocorrelaciones parcial de la serie LnCaudal con $d=0$ y $D=1$ parte componente regular.

Analizando el comportamiento de los correlogramas ACF y ACFP podemos indicar que este comportamiento corresponde claramente a un proceso AR(1) de orden $p=1$, los gráficos no muestran un comportamiento de medias móviles por lo que consideramos $q=0$.

La identificación de los parámetros autorregresivos y de medias móviles de la parte estacional (P y Q), se realiza a partir de las funciones ACF y ACFP muestrales para la serie diferenciada estacionalmente, considerando exclusivamente los retardos estacionales $s, 2s, 3s, \dots$, y teniendo como patrón de comportamiento a las ACF y ACFP teóricas.

En la figuras 4.15 y 4.16 que a continuación se muestran, se observa el comportamiento de las correlaciones estacionales como un típico proceso de medias móviles estacional $P=0$ y $Q=1$, sin embargo también analizaremos el proceso ARMA donde $P=1$ y $Q=1$, es así que estamos ante un modelo ARIMA (1 0 0) (0 1 1) y un modelo ARIMA (1 0 0) (1 1 1), los cuales serán sometidos a análisis para primero ver si sus raíces son significativas y pasan las pruebas de residuos, escogiendo el modelo que consiga el mejor ajuste.

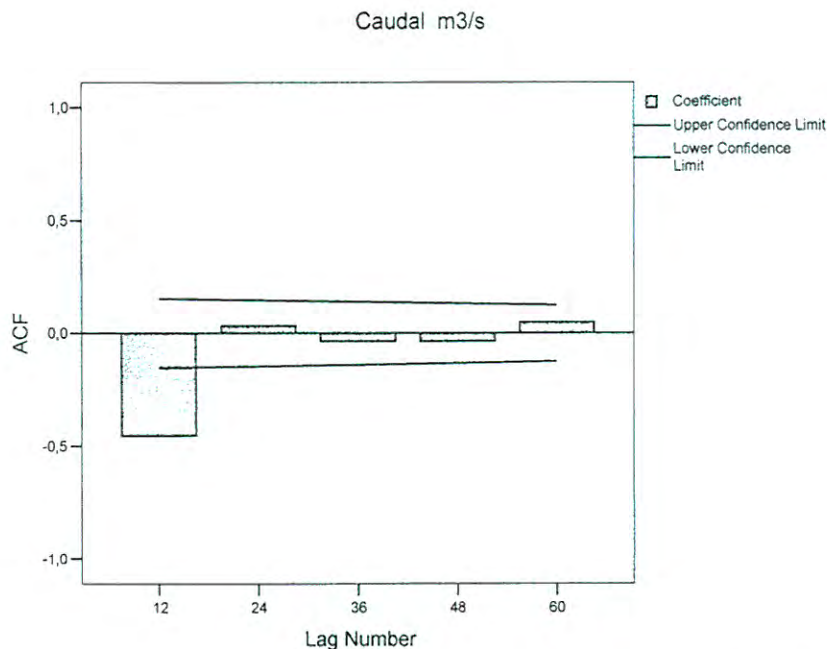


Figura 4.15 Gráfico de Autocorrelaciones simple de la serie LnCaudal con $d=0$ y $D=1$ parte componentes estacionales.

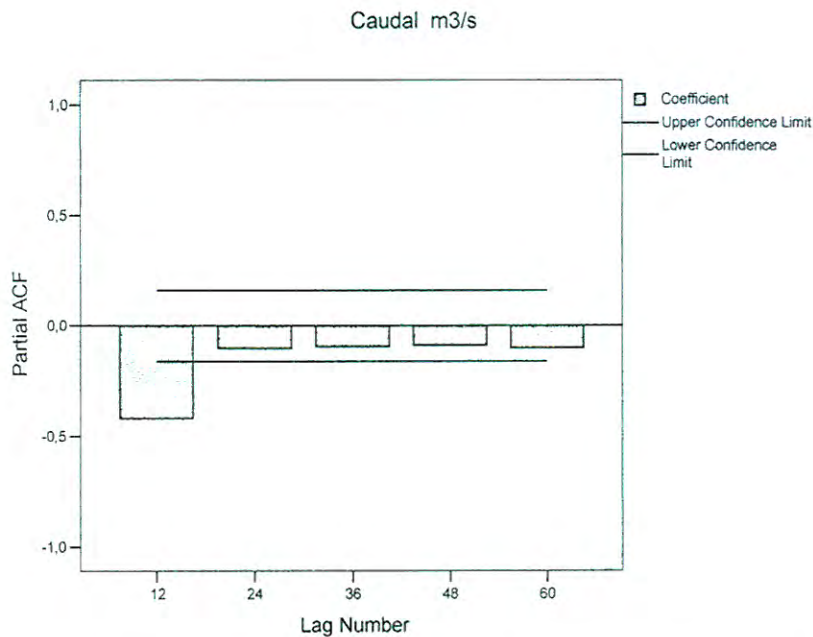


Figura 4.16 Grafico de Autocorrelaciones parcial de la serie LnCaudal con $d=0$ y $D=1$ parte componentes estacionales

Teniendo en cuenta las características de la serie, su transformación logaritmo natural, sus características de estacionalidad y tendencia proponemos evaluar los siguientes modelos ARIMA:

Tabla 4.3 Modelos ARIMA identificados

Modelo	Tipo de Transformación	Orden Regular, d	Orden estacional, D	Modelo ARIMA $(p,d,q) \times (P,D,Q)$
M1	Logaritmo Natural de Caudal	0	1	$(1\ 0\ 0)\ (0\ 1\ 1)$ no cte
M2	Logaritmo Natural de Caudal	0	1	$(1\ 0\ 0)\ (1\ 1\ 1)$ no cte

Los modelos identificados; ARIMA $(1\ 0\ 0)(0\ 1\ 1)$ y ARIMA $(1\ 0\ 0)(1\ 1\ 1)$ serán analizados, verificando la significancia de sus raíces y verificando que pasen las pruebas de residuos, en el siguiente capítulo.

CAPITULO 5

ANALISIS DE RESULTADOS

5.1 ESTIMACION DE PARAMETROS

La estimación de los parámetros ϕ_i, θ_i, Φ_i y Θ_i generalmente se realiza por los métodos máxima verosimilitud condicional y máxima verosimilitud exacta. En base a ello es importante señalar que los distintos programas que se utilizan, pueden proporcionar valores diferentes de los parámetros calculados para un mismo modelo ARIMA; pues además se suma la diferencia de algoritmos utilizados por cada programa.

En el proceso de ajuste de cada modelo ARIMA tentativo, una vez ingresado las ordenes ARIMA (p,d,q)x(P,D,Q) al programa utilizado, se comprueba si los parámetros calculados por dicho programa son significativamente distintos de cero. Ello se realiza mediante la probabilidad asociada al estadístico *t*-Student (Approx Sig), para contrastar la hipótesis nula de que el parámetro correspondiente es igual a cero.

Otro indicativo del grado de ajuste del modelo ARIMA a los datos es la Suma de la raíz cuadrada de las varianza de los residuales (Sum.of squares), cuando menor sea este valor será mejor el ajuste de los datos de la ST al modelo.

Los modelos identificados; ARIMA (1 0 0)(0 1 1) y ARIMA (1 0 0)(1 1 1) serán analizados, utilizando el programa SPSS, que nos permite verificar la significancia de sus raíces así como efectuar la pruebas de residuos, donde veremos que inicialmente los dos modelos tienen parámetros significativos pero deben ser sometidos a otras pruebas.

Tabla 5.1

Modelo	Modelo ARIMA (p d q) (P D Q)	Contraste de significancia de parámetros.	Disertación
M1	(1 0 0) (0 1 1) no cte	Sin constante Coeficientes estables y significativos	
M2	(1 0 0) (1 1 1) no cte	Sin constante Coeficientes estables y significativos	Modelo optimo

5.1.1 RESULTADOS DE LAS ESTIMACIONES DE MODELOS ARIMA REPRESENTATIVOS.

Las estimaciones y ajuste, calculados con el Programa SPSS, de los coeficientes autorregresivos y medias móviles regulares y estacionales se muestran a continuación para cada modelo:

MODELO M1 ARIMA (1 0 0) (0 1 1) Ln no cte.

Tabla 5.2

Residual Diagnostics

Number of Residuals	156
Number of Parameters	2
Residual df	154
Adjusted Residual Sum of Squares	7,619
Residual Sum of Squares	8,503
Residual Variance	,043
Model Std. Error	,207
Log-Likelihood	13,488
Akaike's Information Criterion (AIC)	-22,975
Schwarz's Bayesian Criterion (BIC)	-16,876

Parameter Estimates

		Estimates	Std Error	t	Approx Sig
Non-Seasonal Lags	AR1	,545	,061	8,915	,000
Seasonal Lags	Seasonal MA1	,922	,126	7,300	,000

Melard's algorithm was used for estimation.

Este modelo M1 tiene la siguiente estructura:

ARIMA (1 0 0) (0 1 1).

Transformación Logaritmo natural, sin constante.

$$(1-0.545*L) *LnCaudal = (1-0.922*L^{12})*a_t$$

Donde:

$$\phi_1 = 0.545$$

$$\theta_1 = 0,922$$

MODELO M2 ARIMA (1 0 0) (1 1 1) Ln no cte.

Tabla 5.2

Residual Diagnostics

Number of Residuals	156
Number of Parameters	3
Residual df	153
Adjusted Residual Sum of Squares	7,493
Residual Sum of Squares	8,625
Residual Variance	,045
Model Std. Error	,211
Log-Likelihood	15,217
Akaike's Information Criterion (AIC)	-24,435
Schwarz's Bayesian Criterion (BIC)	-15,285

Parameter Estimates

		Estimates	Std Error	t	Approx Sig
Non-Seasonal Lags	AR1	.582	.062	9.437	.000
Seasonal Lags	Seasonal AR1	-.205	.099	-2.073	.040
	Seasonal MA1	.761	.089	8.597	.000

Melard's algorithm was used for estimation.

Este modelo M2 tiene la siguiente estructura:

ARIMA (1 0 0) (1 1 1) .

Transformación Logaritmo natural, sin constante.

$$(1-0.582*L) (1+0.205*L^{12}) *LnCaudal = (1-0.761*L^{12})*a_t$$

Donde :

$$\emptyset_1 = 0.592$$

$$\Phi_1 = -0,205$$

$$\Theta_1 = 0,761$$

5.1.2 VALIDACIÓN DEL MODELO ARIMA ÓPTIMO POR PRUEBA DE RESIDUOS

La validación de los mejores modelos ARIMA calculados y seleccionados consiste en comprobar si satisface la hipótesis relativa de que los residuos del modelo (a_t), obedecen al comportamiento de ruido blanco

Si X_t en la serie en estudio y \hat{X}_t es su estimación mediante modelo ajustado, una estimación de la realización de ruido blanco será el resultado de $a_t = X_t - \hat{X}_t$.

En el programa SPSS, las estimaciones de los valores de la ST Caudales mediante modelo ARIMA elegido, conforman una serie denominada FIT acompañada de la serie residual ERR.

$$ERR = X_t - FIT$$

Por lo tanto la validación consistirá en comprobar que la serie ERR cumple:

- Tiene media cero:
La serie error del modelo seleccionado tiene media que tiende a cero, esto como consecuencia del método de estimación de coeficientes del modelo.
- Es estable en varianza:
En lo que se refiere a la estabilidad en varianza de ERR, es consecuencia de la estabilidad en varianza de la serie original Caudal, realizada en la etapa de identificación del modelo.
- Sus observaciones están incorreladas.
- Procede de una distribución normal.

Si las observaciones están incorreladas y procede de una distribución normal lo vemos a continuación:

PRUEBA DE INCORRELACION DE RESIDUOS

Para efectuar una verificación que los residuos están incorrelados, se utiliza el grafico de la función de autocorrelación simple de dichos residuos, si todos los coeficientes de la ACF se encuentran dentro de la banda de confianza al 95% para el cero.

Otro estadístico adecuado para contrastar la hipótesis de independencia de los residuos es el de Box-Ljung, el mismo que, para cada coeficiente de la ACF, permite contratar la hipótesis nula de que todos los coeficientes anteriores hasta el correspondiente, son nulos el p-valor asociado la estadístico Box-Ljung en menor que α , se rechaza la hipótesis nula al nivel de significancia α .

En las siguientes figuras presentamos las salidas SPSS de la ACF, para el modelo M1 y M2 donde en la Fig. 5.1 observamos que los residuos del modelo M1 no están incorrelados a si mismo el estadístico de Box-Ljung que se muestra en la Tabla 5.3 muestra que algunos valores no pasan la prueba de significancia.

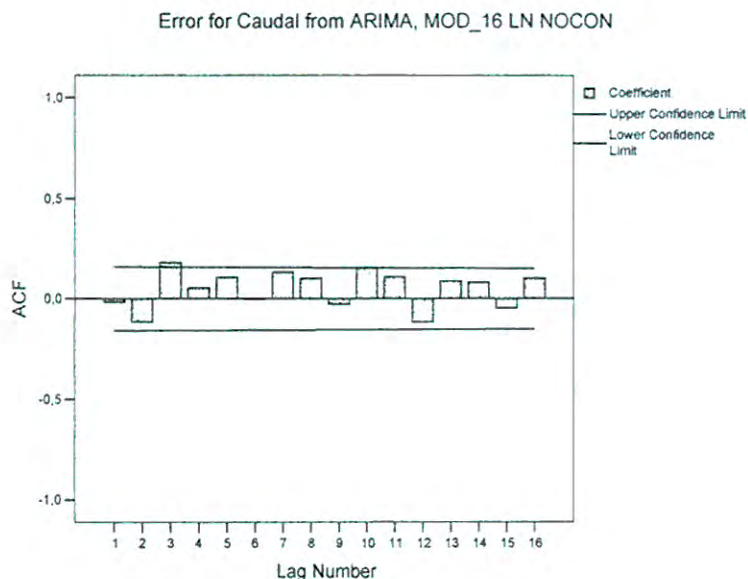


Fig. 5.1 Función de Autocorrelación de residuos del modelo M1 (1 0 0)(0 1 1)

Tabla 5.3

Autocorrelations

Series: Error for Caudal from ARIMA, MOD_3 LN NOCON

Lag	Autocorrelation	Std.Error ^a	Box-Ljung Statistic		
			Value	df	Sig. ^b
1	-,018	,079	,051	1	,821
2	-,115	,079	2,174	2	,337
3	,180	,079	7,374	3	,061
4	,053	,079	7,832	4	,098
5	,107	,078	9,709	5	,084
6	-,004	,078	9,711	6	,137
7	,133	,078	12,654	7	,081
8	,102	,077	14,382	8	,072
9	-,028	,077	14,512	9	,105
10	,156	,077	18,600	10	,046
11	,109	,077	20,633	11	,037
12	-,115	,076	22,902	12	,029
13	,088	,076	24,242	13	,029
14	,081	,076	25,385	14	,031
15	-,046	,076	25,762	15	,041
16	,102	,075	27,578	16	,035

a. The underlying process assumed is independence (white noise).

b. Based on the asymptotic chi-square approximation.

En la Fig. 5.2 observamos que los residuos del modelo M2 están incorrelados, los residuos caen dentro de la banda de confianza, a si mismo el estadístico de

Box-Ljung en la Tabla 5.4 muestra que todos los valores pasan la prueba de significancia, por lo que este modelo es el optimo.

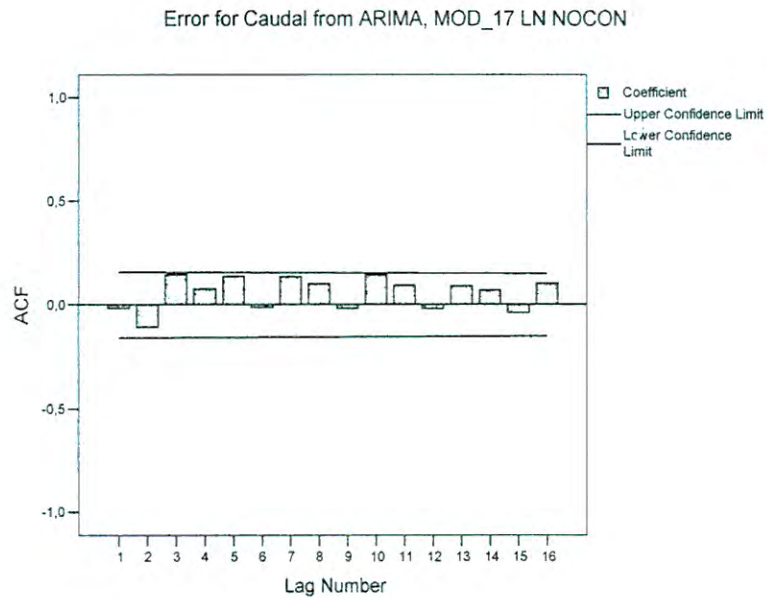


Fig. 5.2 Función de Autocorrelación de residuos del modelo M1 (1 0 0)(1 1 1)

Tabla 5.4

Autocorrelations

Series: Error for Caudal from ARIMA, MOD_4 LN NOCON

Lag	Autocorrelation	Std. Error ^a	Box-Ljung Statistic		
			Value	df	Sig. ^b
1	-,017	,079	,047	1	,828
2	-,107	,079	1,866	2	,393
3	,146	,079	5,281	3	,152
4	,076	,079	6,227	4	,183
5	,137	,078	9,307	5	,097
6	-,013	,078	9,333	6	,156
7	,137	,078	12,436	7	,087
8	,102	,077	14,182	8	,077
9	-,019	,077	14,242	9	,114
10	,144	,077	17,752	10	,059
11	,094	,077	19,250	11	,057
12	-,021	,076	19,322	12	,081
13	,091	,076	20,762	13	,078
14	,070	,076	21,624	14	,087
15	-,038	,076	21,876	15	,111
16	,104	,075	23,773	16	,095

a. The underlying process assumed is independence (white noise).

b. Based on the asymptotic chi-square approximation.

PRUEBA DE NORMALIDAD DE RESIDUOS

Bajo la hipótesis de normalidad, los residuos observados y los esperados deben ser parecidos, con lo que comprobar la hipótesis de normalidad de residuos se reduce a comparar la distribución de ambas variables residuales.

Una prueba que permite contrastar la hipótesis nula de distribución normal, es la prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov, donde si el p-valor asociado al valor del estadístico de contraste es menor que α , se rechaza la hipótesis nula al nivel de significancia α (0.05).

La salida en SPSS de esta prueba para contrastar la hipótesis nula de normalidad de las series residuales del modelo M2, se da a continuación. De ello se observa que el p-valor asociado al estadístico de contraste (en SPSS se escribe como 2-tailed) es lo suficientemente grande como para concluir que la diferencia observada entre la distribución de la serie error y la esperada bajo hipótesis de distribución normal no es estadísticamente significativa; por tanto no se puede rechazar la hipótesis nula de distribución normal. Los valores n de dicho estadístico se muestran en la Tabla 5.5.

Tabla 5.5

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Error for Caudal from ARIMA, MOD_ 1 LN NOCON
N		156
Normal Parameters ^{a,b}	Mean	,0026280
	Std. Deviation	,22677205
Most Extreme Differences	Absolute	,081
	Positive	,062
	Negative	-,081
Kolmogorov-Smirnov Z		1,011
Asymp. Sig. (2-tailed)		,258

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

5.1.3 VALIDACIÓN DE PREDICCIONES CON MODELO ARIMA ÓPTIMO POR ESTADÍSTICOS DE ERROR.

Entre los métodos no paramétricos de medida de la capacidad de predicciones de un modelo ARIMA elegido están los estadísticos de error:

- Error absoluto medio EAM
- Error absoluto porcentual medio EAPM
- Error cuadrático medio ECM

La comparación de estos estadísticos entre los modelos identificados, nos posibilita la evaluación de la calidad predictiva, se elegirá aquel que tenga minimice estos estadísticos. SPSS nos permite afectar una comparación de estadísticos de error de los modelos seleccionados, que a continuación mostramos en la tabla 5.6.

Tabla 5. 6

Fit Error Statistics			
Error variable		ERR_1	ERR_2
Observed Variable		Caudal	Caudal
N of Cases	USE	156	156
Deg Freedom	USE	156	156
Mean Error	USE	0,0083	0,0026
Meran Abs Error	USE	0,1660	0,1640
Mean Pct Error	USE	-0,0097	-0,0195
Mean Abs Pct Error	USE	0,1843	0,1851
SSE	USE	8,0127	7,9720
MSE	USE	0,0514	0,0511
RMS	USE	0,2262	0,2261
Durbin-Watson	USE	1,9417	1,9435

De los dos modelos ARIMA seleccionados, debemos dar la siguiente interpretación:

Los modelos M1, M2 responden a un modelo ARIMA transformados a logaritmo natural, de los cuales el modelo M2 muestra los menores valores en el cuadro de estadísticos de error, así mismo M2 es el único modelo cuyos residuos caen dentro de la banda de confianza al chequear la correlación de residuos, así mismo el modelo M2 pasa la prueba no paramétrica de normalidad de residuos de Kolmogorov Smirnof, tal como se muestra en las tablas anteriores.

Finalmente podemos concluir que el modelo ARIMA (1 0 0) (1 1 1) Ln Caudal no constante. Es el mejor modelo Arima para el propósito buscado.

5.1.4 PREDICCIÓN CON MODELO ARIMA REPRESENTATIVO.

CALCULO DE PREDICCIONES

El cálculo de las predicciones de la ST Caudal, utilizando modelos ARIMA determinados en el punto anterior, se realiza a partir de las expresiones matemáticas obtenidas en el proceso de estimación y ajuste

Para nuestro caso, hemos seleccionado dos modelos, cuyos coeficientes son significativos y pueden ser buenos modelos predictivos, sin embargo, como

hemos visto anteriormente solo el Modelo M2 es el que cumpla con las condiciones necesarias en las pruebas de residuos, por lo que solo desarrollaremos este modelo y lo tomaremos como el mejor modelo Arima, la ecuación tiene la siguiente forma:

$$(1 - \theta_1 * L) (1 + \phi_1 * L^{12}) * \text{LnCaudal}_t = (1 - \theta_1 * L^{12}) * a_t$$

Despejando la variable LnCaudal

$$(1 - \theta_1 L - \phi_1 L^{12} - \theta_1 \phi_1 L^{13}) \text{LnCaudal}_t = a_t - \theta_1 * L^{12} * a_t$$

La estimación de LnCaudal, estar dada por:

$$\text{LnCaudal}_t = a_t + \theta_1 \text{LnCaudal}_{t-1} + \phi_1 \text{LnCaudal}_{t-12} + \theta_1 \phi_1 \text{LnCaudal}_{t-13} - \theta_1 a_{t-12}$$

Teniendo en cuenta que el error es $a_t = \text{LnCaudal}_t - \text{LnCaudal}_t$

RESULTADOS PREDICTIVOS:

Teniendo en cuenta, las consideraciones desarrolladas en el punto 4.2.4, de acuerdo a las características evolutivas de la muestra, así como de la capacidad predictiva que se ha de demostrar en la elección del modelo predictivo, es posible hacer predicciones en un proporción de 1 a 5 respecto al numero de observaciones mensuales.

En nuestro caso se trata de una serie de 168 observaciones de la serie temporal caudal, se trata de una serie de comportamiento ligado a fenómenos naturales, por otro lado pensamos que las predicciones deben ser un proceso dinámico que se debe estar validado año a año una vez obtenido el modelo, por lo que definimos que nuestro horizonte de predicción será de tres años o 36 meses.

La capacidad predictiva del modelo ARIMA seleccionado, se comprueba con el cálculo de predicciones en base a un horizonte histórico muestral con 36 observaciones menos que el horizonte histórico real de la serie Caudal. Quiere decir que las estimaciones de los coeficientes del modelo se obtuvieron inicialmente considerando las observaciones hasta diciembre del 2004; comprobando posteriormente la capacidad predictiva sobre el intervalo 2005 al 2007 (llamado periodo de de validación), comparando las predicciones de este modelo con las observaciones reales. SPSS nos permite afectar una comparación de estadísticos de error del modelo seleccionado para 36 observaciones que mostramos en la tabla 5.7.

Tabla 5.7

Fit Error Statistics		
Error variable		ERR_ Validacion
Observed Variable		Caudal
N of Cases	USE	36
Deg Freedom	USE	36
Mean Error	USE	-0,1641
Meran Abs Error	USE	0,2224
Mean Pct Error	USE	-0,3121
Mean Abs Pct Error	USE	0,3510
SSE	USE	2,4121
MSE	USE	0,0670
RMS	USE	0,2588

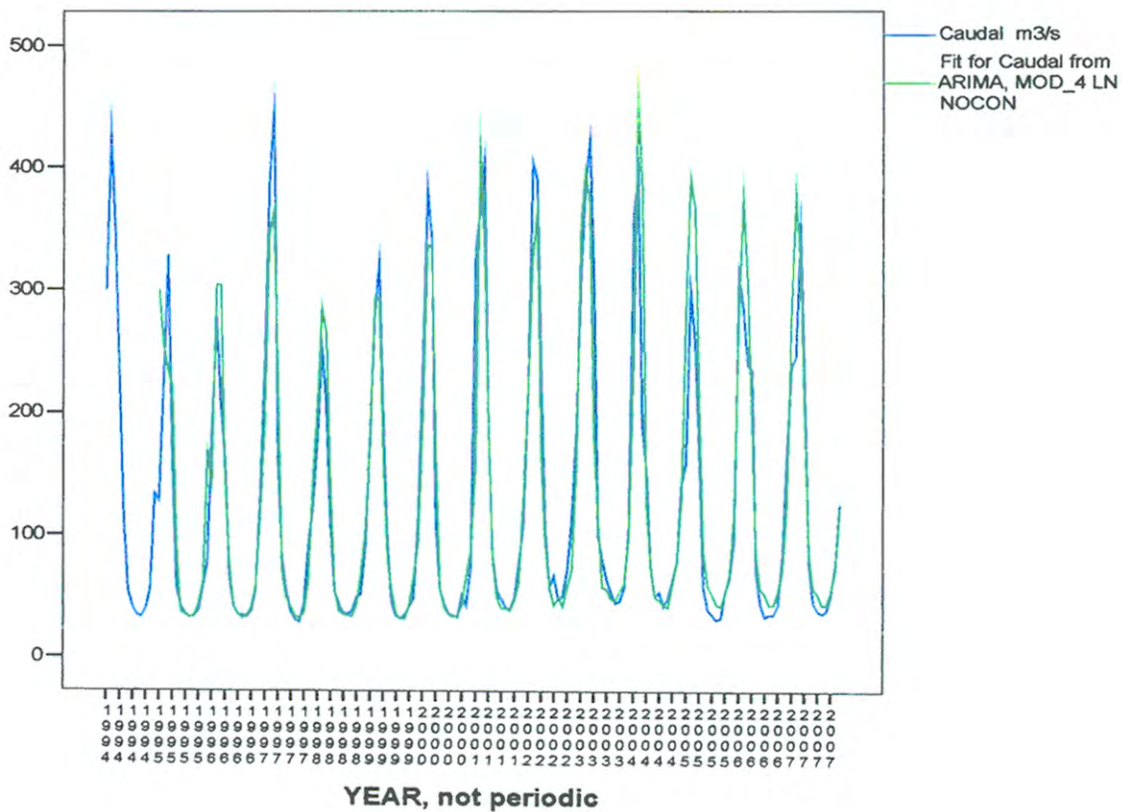


Fig. 5.3 ST Caudal y Periodo de Validación con M2

Luego para pronosticar el intervalo Enero del 2008 a Diciembre del 2010, similar tamaño al periodo de validación, se procede al ajuste del modelo ARIMA elegido sobre todo el horizonte histórico y predictivo de la serie Caudal. Luego se comprobara que las estimaciones de los coeficientes del modelo ajustado sobre todo el horizonte histórico y predictivo difieren en mínimo de las estimaciones obtenidas para el modelo ajustado hasta diciembre del 2004, lo cual indica que en los meses del periodo de validación se mantiene las

estructura de los meses anteriores y que se traduce en un alto grado de ajuste del modelo ARIMA seleccionado para el intervalos de proyección elegido.

En la Fig. 5.4, se muestra un grafico de la serie histórica, las predicciones y los limites del intervalo de confianza al 95% calculados con el modelo que mejor se ajusta a las características de la serie Caudal modelo M2. Donde LnCaudal es el logaritmo natural de la serie caudal, Fit for LnCaudal son las predicciones, LCL Ln Caudal es el límite de confianza inferior y UCL_LnCaudal es el límite de confianza superior. Se observa como las predicciones caen dentro del límite de confianza, tanto en la zona de validación como en la zona predictiva, lo cual justifica la capacidad predictiva para el número de pronósticos mensuales propuestos. El grafico se muestran la serie histórica desde al año 1997 al 2007 y la predicción al 2010.

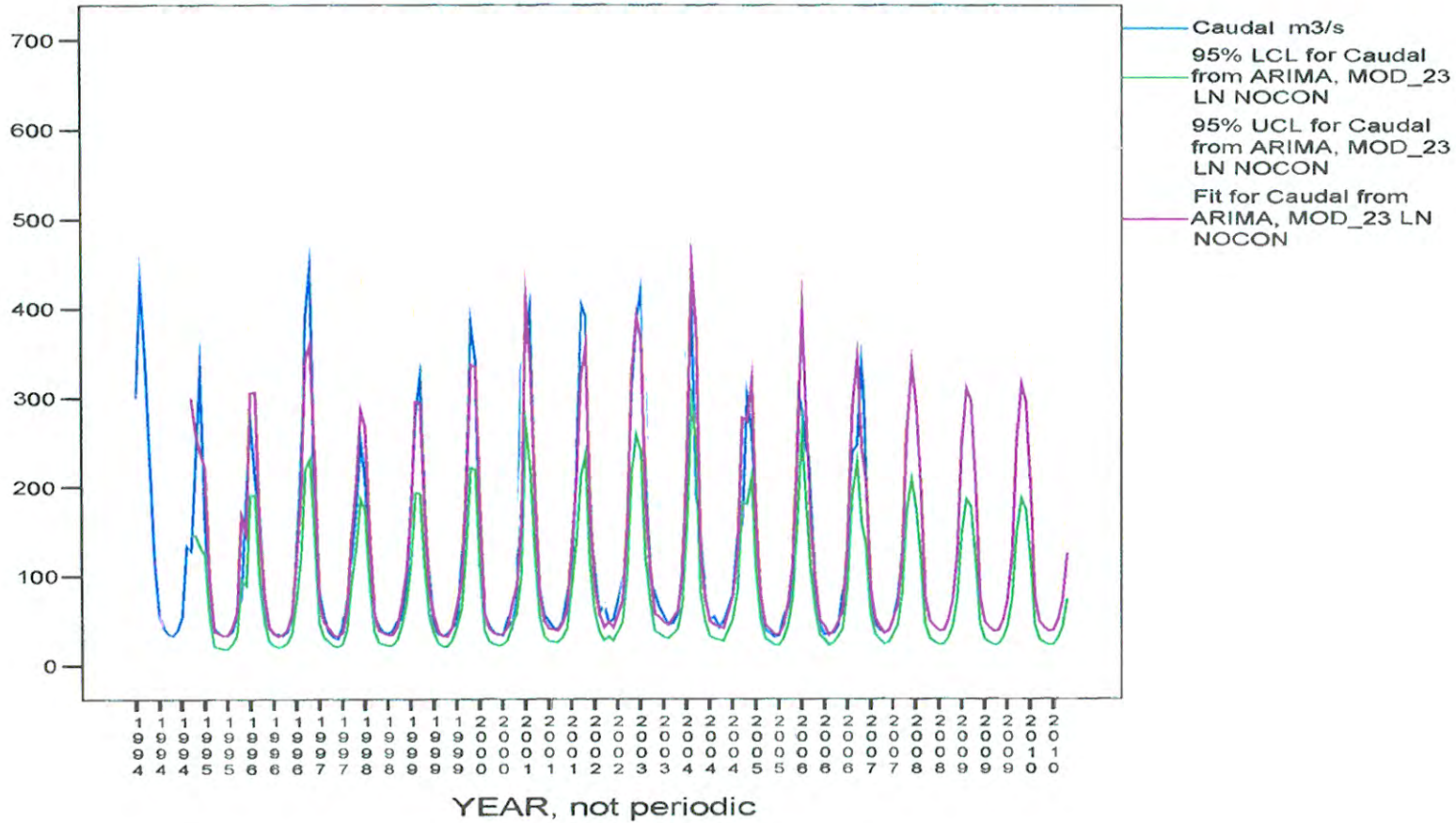


Fig. 5. 4 Comportamiento histórico (ST Caudal), predicciones (Fit) y limites del intervalo de confianza al 95% del modelo M2

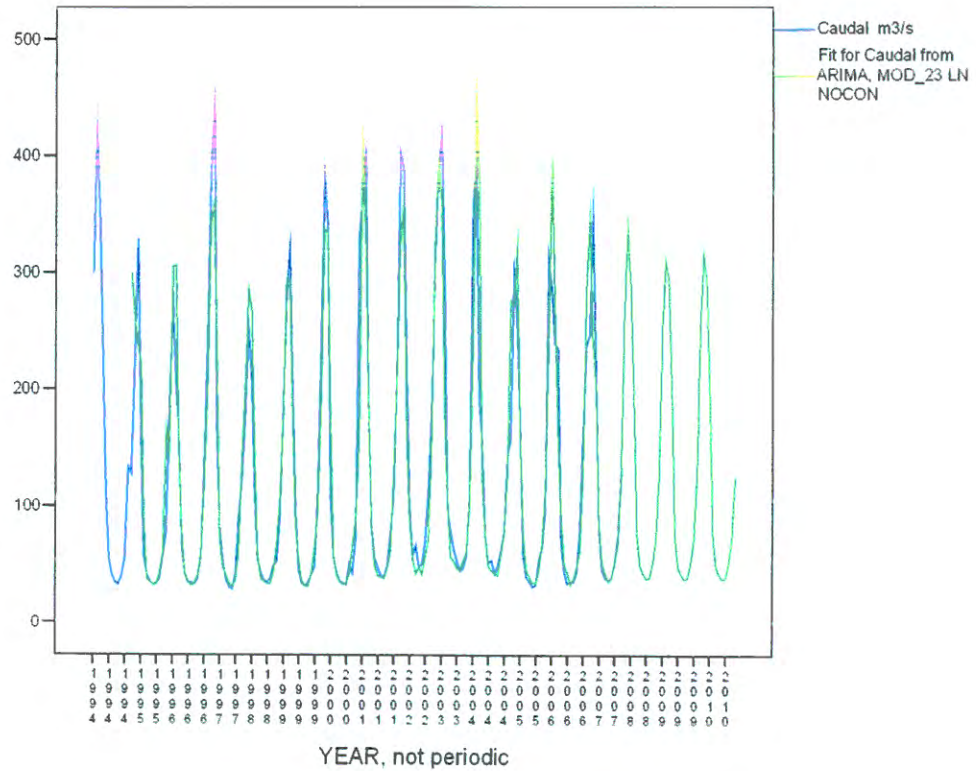


Fig. 5. 5 Comportamiento de la predicción con modelo M2

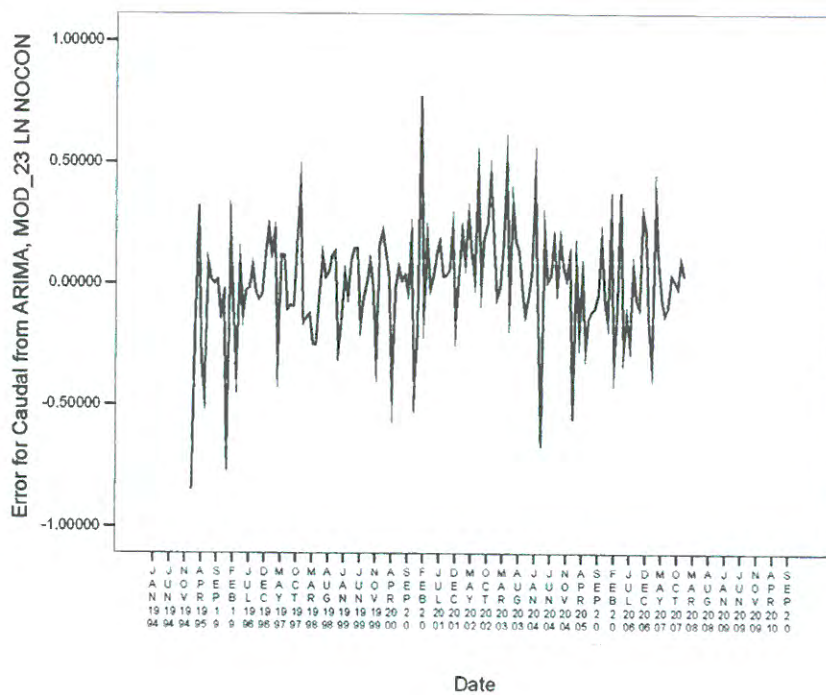


Fig. 5. 6 Comportamiento del error con modelo M2

5.2 ANÁLISIS COMPARATIVO CON MODELO DETERMINÍSTICO DE ALISADOS EXPONENCIALES.

Los alisados exponenciales están definidos como métodos de predicciones incondicionales, autoproyectivos, basados en el enfoque determinista, adecuados para efectuar predicciones a corto plazo. El propósito de la suavización exponencial de una serie temporal es eliminar la fluctuación aleatoria. Esto permite capitalizar cualquier patrón de conducta que sea evidente en la serie temporal observada, y usar este patrón para predecir los nuevos valores.

El suavizado exponencial usa una estrategia de predicción combinando los siguientes enfoques; se usa la media observada, la tendencia y la estacionalidad de la serie temporal, pero se da peso extra a las observaciones mas recientes. Dependiendo si la serie temporal muestra o no tendencia o estacionalidad, existen cuatro valores que oscilan entre 0 y 1, para controlar la importancia relativa dada las observaciones recientes, estos cuatro valores o parámetros son los siguientes:

- **Parámetro General, alfa:** controla el peso dado a las, observaciones recientes en la determinación del nivel general y se usa para todas las ST. Cuando alfa es igual, a 1, se usa solo las observaciones mas recientes exclusivamente; cuando alfa es igual a cero, las observaciones antiguas cuentan tanto como las recientes.
- **Patrón de tendencia, gamma:** se usa solo cuando la ST muestra una tendencia gamma es alto, el pronostico se basa en una tendencia que se ha estimado a partir de las observaciones mas recientes de la ST; si gamma es bajo, el pronostico usa una tendencia basada en la ST entera con todos los puntos contando por igual.
- **Patrón estacional, delta:** se usa solo cuando la ST muestra estacionalidad. Los modelos con un valor alto de delta estiman la estacionalidad principalmente a partir de los puntos mas recientes. Los modelos con un delta bajo estiman la estacionalidad a partir de toda la ST con todos los puntos pesando por igual.
- **Parámetro de amortiguación, phi:** se usa en lugar de gamma cuando la ST muestra una tendencia y esta cayendo fuertemente (damping), si phi es alto, el modelo responde rápidamente a cualquier indicación de que la tendencia esta cayendo; si es bajo, el amortiguamiento estimado de toda la tendencia se basa en toda la ST

La Suavización exponencial se realiza en 5 pasos:

- Estudio de la ST original.
- Estimación de un modelo de suavización
- Contraste de la bondad del ajuste de suavización.
- Análisis de los residuales de la Suavización.
- Pronostico de la suavización.
- Visualización del pronóstico de la suavización.

Para realizar un proceso de suavización exponencial debemos elegir modelo que efectuó una desestacionalización y realizar un pronóstico hasta un tiempo dado, en este entender se debe especificar el modelo más adecuado para las necesidades predictivas en función a las características propias de la serie temporal, dependiendo si la serie posee tendencia y/o estacionalidad, los modelos a utilizar pueden ser los siguientes:

- **Modelo Simple:** asume que la serie temporal no tiene tendencia ni variación estacional.
- **Modelo Holt:** asume que la serie tiene tendencia lineal y no tiene variación estacional.
- **Modelo Winters:** asume que la serie temporal tiene tendencia y lineal y variación estacional multiplicativa.
- **Modelo Custom (personalizado):** permite especificar la forma de la componente de tendencia y la manera con la cual se aplicara componente estacional

Con todas las consideraciones explicadas, debemos tener en cuenta que la serie temporal Caudal, materia de análisis, es una serie que tiene tendencia y estacionalidad, por lo que podemos utilizar el Modelo de Winters para efectuar el suavizado, sin embargo el modelo Custom nos permite hacer mayores disgregaciones sobre la tendencia propia y la estacionalidad por lo que optaremos este último.

5.2.1 ANÁLISIS DE LA SERIE MEDIANTE MODELO WINTERS.

El modelo Winters es una extensión del modelo de Holt, que considera estacionalidad. La tendencia y la estacionalidad se pueden combinar de diferentes maneras, pero las que se consideran más frecuentemente son la combinación aditiva y la multiplicativa. Cabe resaltar que el modelo Winters: asume que la serie temporal tiene tendencia y lineal y variación estacional multiplicativa

Caso Multiplicativo: trabaja bajo el siguiente comportamiento matemático

$$\hat{X}_{n+1} = (a_n + b_n) * S_{n-p}$$

Donde los valores de a_n , b_n y S son

- $a_n = \alpha * \left(\frac{X_n}{S_{n-p}} \right) + (1 - \alpha) * (a_{n-1} + b_{n-1})$
- $b_n = \gamma * (a_n - a_{n-1}) + (1 - \gamma) * b_{n-1}$
- $S_t = \delta * \left(\frac{X_n}{a_n} \right) + (1 - \delta) * S_{t-p}$

Para α , γ y $\delta \in (0,1)$

Donde S_{n-p} representa al factor estacional para la misma estación pero un año antes, p es el periodo de la serie, α es la constante de suavizado del nivel, γ la de tendencia y δ la de la estacionalidad.

La fórmula de previsión de este modelo es:

$$f_{n,h} = (a_n + h * b_n) * S_{n+h-p}$$

donde h es el momento hasta el que queremos predecir.

Caso Aditivo: trabaja bajo el siguiente comportamiento matemático

$$\hat{X}_{n+1} = a_n + b_n - S_{n-p}$$

Donde los valores de a_n , b_n y S son

$$a_n = \alpha - (X_n - S_{n-p}) + (1 - \alpha) * (a_{n-1} + b_{n-1})$$

$$b_n = \gamma * (a_n - a_{n-1}) + (1 - \gamma) * b_{n-1}$$

$$S_i = \delta * (X_n - a_n) + (1 - \delta) * S_{n-p}$$

Para α , γ y $\delta \in (0,1)$, donde S_{n-p} representa al factor estacional para la misma estación pero un año antes, p es el periodo de la serie, α es la constante de suavizado del nivel, γ la de tendencia y δ la de la estacionalidad.

La fórmula de previsión de este modelo es:

$$f_{n,h} = (a_n + h * b_n) + S_{n+h-p}$$

donde h es el momento hasta el que queremos predecir.

El modelo compuesto o personalizado Custom, permite especificar la forma de la componente de tendencia y la manera con la cual se aplica la componente estacional, en el caso de nuestra serie temporal **Caudal** tenemos un componente de tendencia lineal y una estacionalidad con componente aditivo que son determinadas por el mismo comportamiento de la serie temporal original.

El paquete estadístico SPSS nos permite efectuar el análisis de series temporales con modelos de suavizado exponencial, dándonos la posibilidad de escoger modelos; simple, holt, Winters y personalizado o Custom, en nuestro caso tendido en cuenta el comportamiento de la serie temporal original aplicamos el método personalizado que nos arroja los siguientes resultados:

RESULTADOS DE LAS ESTIMACIONES DE MODELO SUAVIZADO

Tabla 5.8

Serie Caudal Componente		Parametros de suavizacion				Suma cuadrado errores	Diferencia
Tendencia	Estacional	(Nivel)	(Estacional)	(Tendencia)			
		Alpha	Delta	Gamma	PHI		
Lineal	Aditivo	0,2000	0,0000	0,0000		257809,7	155
Sin tendencia	Aditivo	0,2000	0,0000			260888,0	156
Lineal	Multiplicativo	0,3000	0,0000	0,0000		261248,7	155
Amortiguado	Aditivo	0,1000	0,0000		0,1000	257599,3	155
Amortiguado	Multiplicativo	0,2000	0,0000		0,1000	264480,2	155

Tabla 5.9

Smallest Sums of Squared Errors

Series	Model rank	Alpha (Level)	Delta (Season)	Phi (Trend Mod.)	Sums of Squared Errors
Caudal	1	.10000	.00000	.10000	257599,3
	2	.10000	.00000	.30000	258686,4
	3	.10000	.00000	.50000	260901,7
	4	.20000	.00000	.10000	261395,9
	5	.10000	.00000	.70000	264079,9
	6	.20000	.00000	.30000	266532,0
	7	.10000	.00000	.90000	267828,1
	8	.30000	.00000	.10000	272695,8
	9	.20000	.00000	.50000	272818,1
	10	.20000	.00000	.70000	279480,5

Luego de haber realizado una búsqueda por rejilla los parámetros α , γ y δ que toman los menores valores de SEE son:

- Alfa = 0,1
- Phi = 0,1
- Delta = 0,0

El parámetro alfa controla el peso de las observaciones, cuando alfa tiende a 1 quiere decir que se usaran las observaciones mas recientes , pero si alfa tiende a 0, las observaciones antiguas cuentan tanto como las recientes.

Cuando el parámetro de tendencia gamma es bajo el pronóstico usa una tendencia basada en la serie temporal entera con todos los puntos contando por igual. en nuestro caso el parámetro tendencia es remplazado por el parámetro Phi de amortiguación que arranca con un valor 0.100

Cuando el parámetro de estacionalidad delta tiende a cero, significa que la estacionalidad se estima a partir de la serie temporal entera con todos los puntos pesando por igual.

En la siguiente figura mostramos el comportamiento de la serie suavizada y la serie original caudal para los años 1997 al 2007.

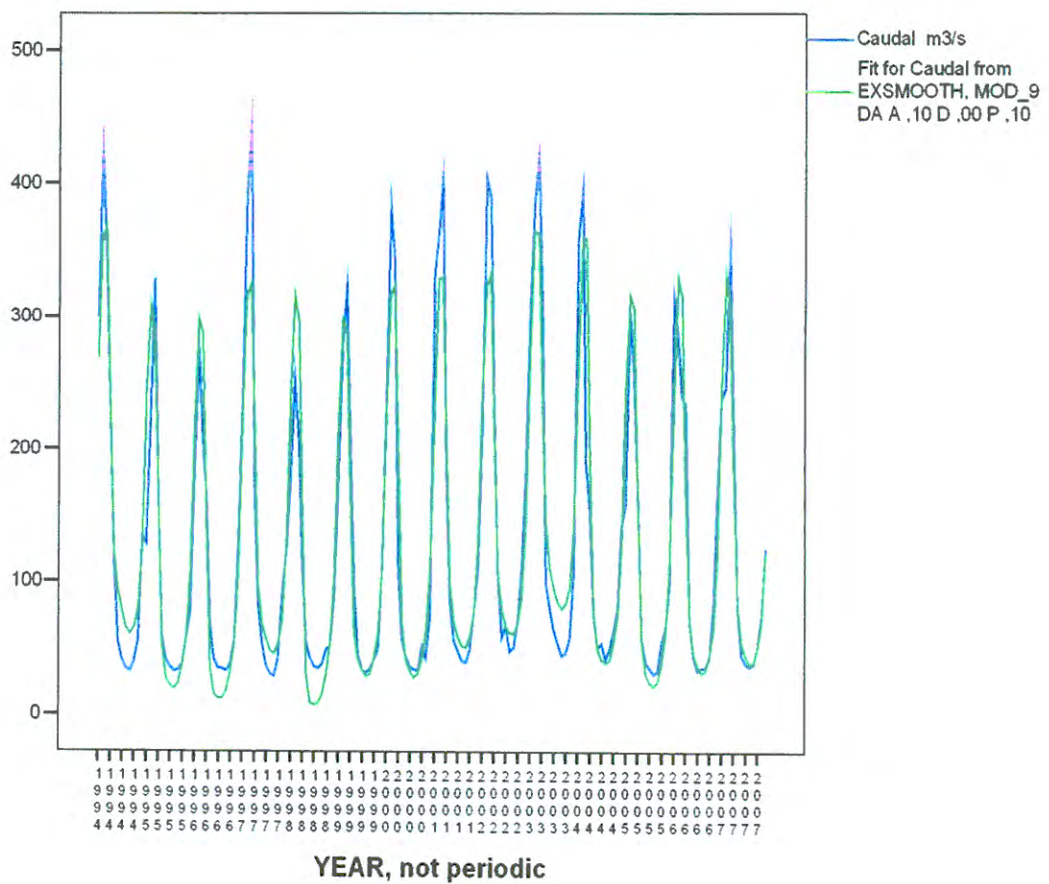


Fig. 5.7 Grafico de la serie original caudales y serie suavizada

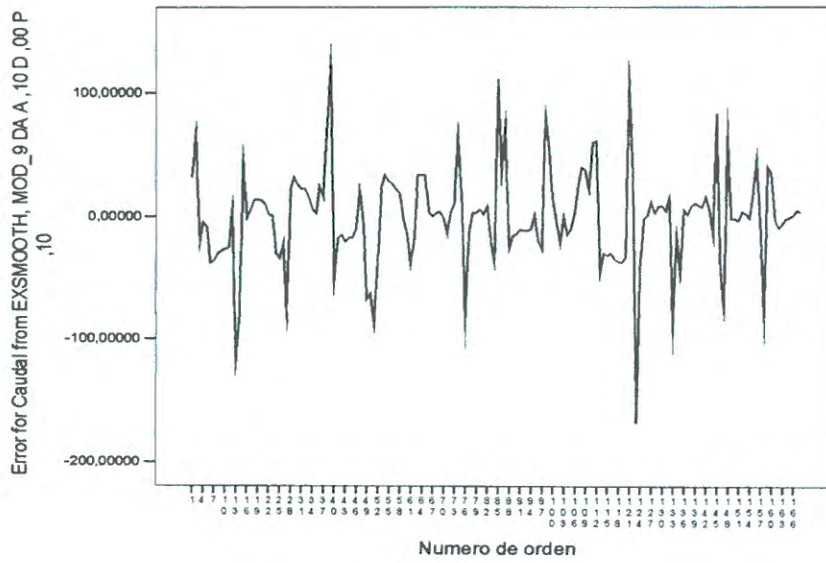


Fig. 5.8 Grafico de errores de la ST suavizada

Así mismo se procedió a efectuar el pronóstico con la serie suavizada hasta diciembre del año 2010, cuyo grafico de comportamiento mostramos en la siguiente figura:

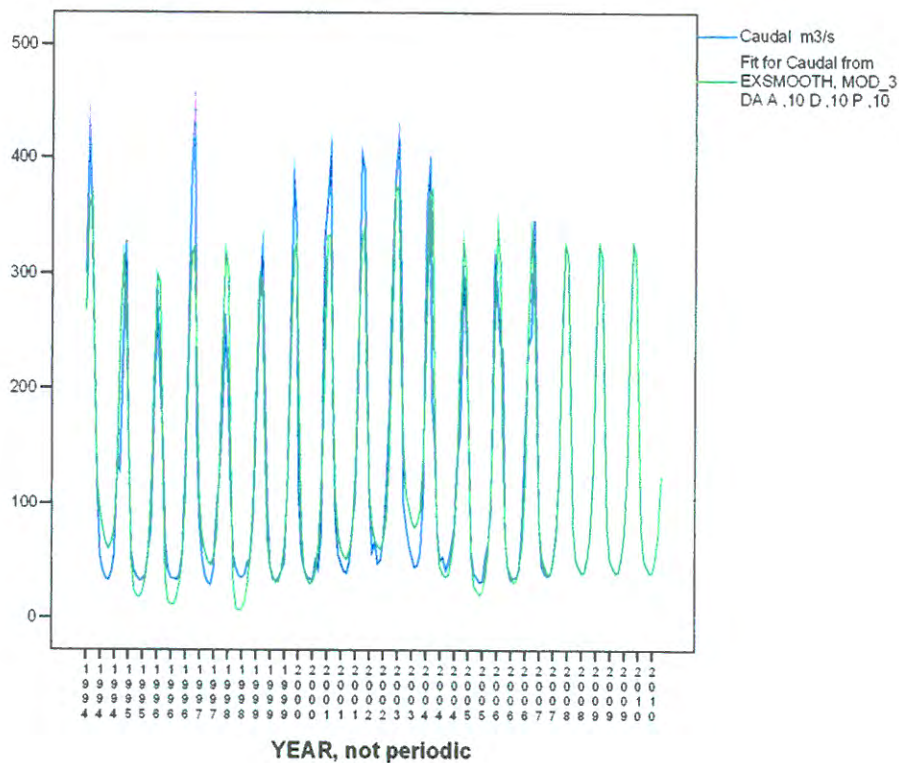


Fig. 5.9 Grafico de la predicción al 2010 con modelo Custom personalizado.

5.2.2 COMPARACIÓN DE MODELOS POR ESTADÍSTICOS DE ERROR.

Con la finalidad de efectuar una comparación del comportamiento del mejor modelo estocástico ARIMA M2 con el modelo determinístico Custom, efectuaremos una comparación de los estadísticos de error. Puesto que los valores de la variable materia de análisis Caudal representa un comportamiento promedio mensual, no podemos efectuar una sumatoria anual de los caudales, puesto que esta variable no tiene un comportamiento acumulativo anual, la serie caudal tiene más bien un comportamiento instantáneo a lo largo del año, por lo que nos interesa en nuestro caso conocer los valores del Caudal promedio mensual para predecir su futuro comportamiento a lo largo del año y precisar si en los meses de estiaje el río Vilcanota proveerá el caudal suficiente y necesario para cubrir las necesidades de generación de la Central Hidroeléctrica de Machupicchu.

La comparación de estos estadísticos entre los modelos Custom y ARIMA, nos posibilita la evaluación de la calidad predictiva, se elegirá aquel que tenga minimice estos estadísticos. SPSS nos permite afectar una comparación de estadísticos de error de los modelos seleccionados, que mostramos en la tabla 5.10 que refleja la bondad del modelo ARIMA sobre el modelo determinístico Custom.

Tabla 5.10

Fit Error Statistics			
Error variable		ERR_Custom	ERR_ARIMA
Observed Variable		Caudal	Caudal
N of Cases	USE	168	156
Deg Freedom	USE	156	156
Mean Error	USE	-0,7780	0,0026
Meran Abs Error	USE	27,8467	0,1640
Mean Pct Error	USE	-3,7639	-0,0195
Mean Abs Pct Error	USE	26,3449	0,1851
SSE	USE	273810,3	7,9720
MSE	USE	1755,2	0,0511
RMS	USE	41,8950	0,2261
Durbin-Watson	USE	1,5611	1,9435

5.2.3 COMPARACION DE LAS PREDICCIONES ENTRE ARIMA Y WINTERS

Los métodos de suavizado son técnicas de tipo predictivo más que descriptivo. Resultan más adecuados para pronosticar, y proporcionan previsiones razonables para horizontes de predicción inmediatos. Además los resultados que se obtienen con ellos son satisfactorios, incluso cuando no se dispone de un gran número de datos históricos, esto quiere decir que el suavizado presenta buenas predicciones a corto plazo, pero sus valores predictivos tienden a uniformizarse a horizontes predictivos más largos.

Los modelos estocásticos arima tienen en cuenta de dónde salen los datos de las mismas, cuál es el mecanismo que las genera. A la hora de estudiar una serie temporal empleando los modelos ARIMA suponemos que la serie puede estar generada por un proceso estocástico.

En la figura 5.10 mostramos los resultados gráficos que muestran las predicciones del 2008 al 2010 de la serie analizada.

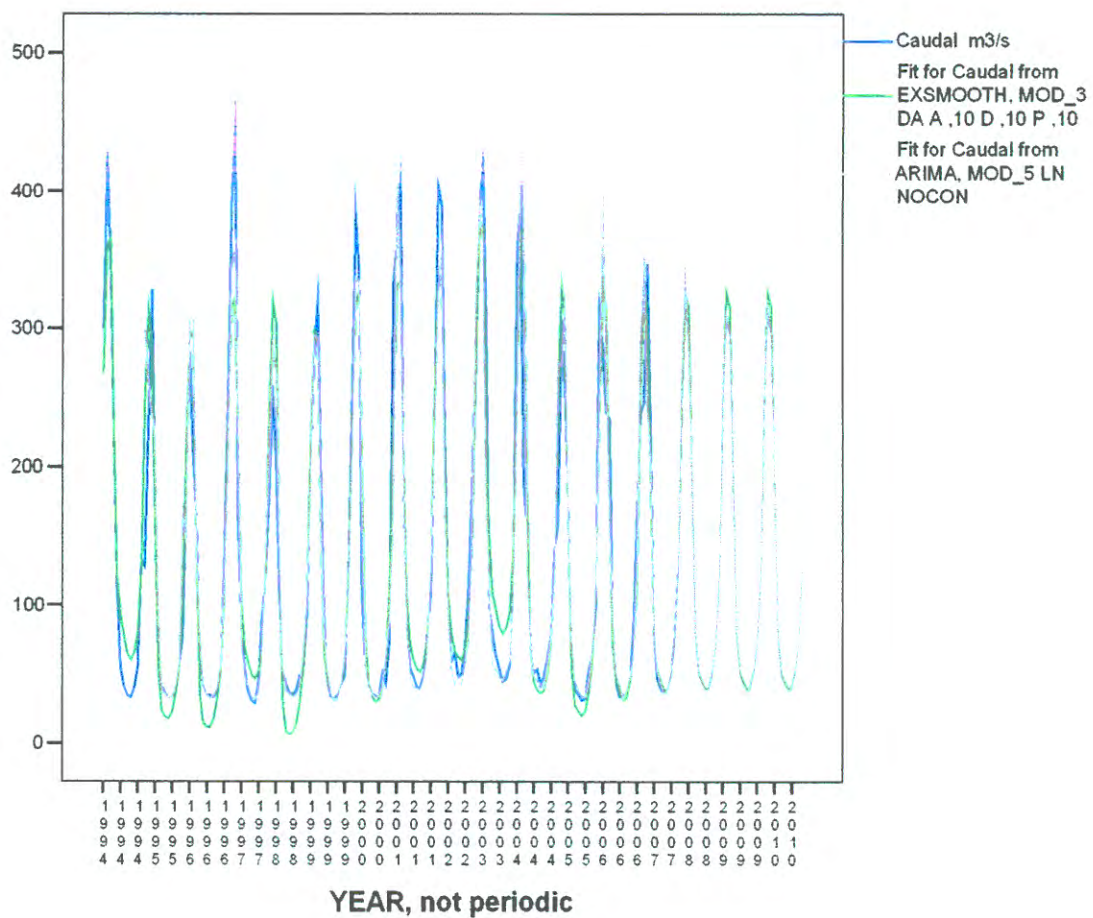


Fig. 5.10 Gráfico de la predicción al 2010 con modelo Winters y Arima M2.

5.3 PREDICCIÓN Y COMPORTAMIENTO DE CAUDALES EN LA C.H. MACHUPICCHU.

El modelo ARIMA seleccionado, nos proporciona una data de las predicciones del comportamiento de caudales para los años 2008, 2009 y 2010, por consiguiente estaríamos en condiciones de analizar el comportamiento futuro del río Vilcanota para estos tres años y predecir también los requerimientos de caudal para una operación normal de la Central Hidroeléctrica, tanto en el escenario de las instalaciones actuales así como en el escenario de una futura ampliación como se describió en el Capítulo 2.

La CH Machupicchu, posee las siguientes características operativas:

- Potencia Instalada : 90 MW.
- Caída Neta (m) : 345 m.
- Caudal de diseño : 30 m³/s.
- Caudal de operación : 34 m³/s.
- Unidades generadoras : 03 turbinas Pelton.

Por otro lado el proyecto de rehabilitación de la segunda fase de la C.H Machupicchu contemplaba determinadas condiciones técnicas de operación que aun están indicadas en el Plan Referencial de Electricidad 2006 al 2016, sin embargo, recientemente en el mes de Agosto del 2008 se han producido modificaciones, ampliando aun más las condiciones de trabajo de esta segunda fase, ampliación que finalmente quedara con las siguientes características:

- Potencia : 101 MW.
- Tensión : 13.8 kV.
- Numero de grupos : 1 turbina Francis eje vertical.
- Velocidad de rotación : 450 RPM.
- Caudal de diseño : 31 m³/s
- Altura bruta : 361.29 m.
- Altura neta : 356.18 m.
- Generador : Sincrono de 120 MVA.
- Factor de potencia : 0.85.
- Año de puesta en servicio : Fines del año 2010.
- Costos de Inversión :US\$ 135'123,130.42 millones a precios de febrero del 2004.

Obras de Toma

Las obras de toma consideran modificaciones en la toma y túnel de aducción actual y la construcción de una segunda toma que en general tiene las siguientes características:

- Caudal neto en la toma existente 32.00 m³/s.
- Caudal neto en la toma nueva 29.00 m³/s.

- Total caudal neto 61.00 m³/s.
- Total caudales de purga 7.00 m³/s.
- Caudal máximo de admisión en la bocatoma 68.00 m³/s.
- Caudal máximo en compuertas y canal de alimentación actuales 34 m³/s.
- Caudal máximo en compuertas y canal de alimentación nuevos 31 m³/s.

Cuando entre en operación la segunda etapa, estará en condiciones de proporcionar 101 MW de potencia, la central hidroeléctrica estaría en capacidad de generar hasta 191 MW y debería de consumir en los canales de alimentación actual y futuro un total de 68 m³/s, para trabajar a plena carga. Este caudal de agua en las condiciones actuales no estaría plenamente asegurado, por lo que se tendría que recurrir al agua del embalse de Sibinaccocha y a habilitar otros embalses teniendo en cuenta lo siguiente:

- El río Vilcanota en estiaje alcanzan caudales mínimos de hasta 28 m³/s.
- La represa de Sibinaccocha podría entregar adicionales de 7 a 12 m³/s.
- Se debe prever que aguas debajo debe discurrir un caudal ecológico.

Puesto que contamos con los valores de la preedición del comportamiento de los caudales, analizaremos a continuación, cuales serian los requerimiento de caudales para un operación confiable a futuro.

5.3.1 REQUERIMIENTOS DE CAUDALES ACTUALES Y FUTUROS.

Los requerimientos actuales y futuros de caudal para una operación a plena carga o como central de base es hallado en base a las condiciones actuales de operación y teniendo en cuenta los requerimientos de la futura ampliación que mostraremos en las tablas del Anexo B, así mismo tendremos que considerar el caudal ecológico necesario que describimos a continuación.

CAUDAL ECOLOGICO:

Se podría definir el caudal ecológico como: el agua reservada para preservar valores ecológicos; los hábitats naturales que cobijan una riqueza de flora y fauna, las funciones ambientales como purificación de aguas, amortiguación de los extremos climatológicos y hidrológicos, los parques naturales y la diversidad de paisajes.

En ausencia de estudios se define el caudal ecológico muchas veces como 10 % del caudal medio anual como mínimo. También suelen expresar el caudal ecológico en ciertos volúmenes por cuenca por año o en caudales mínimos a mantener en cierto río durante el año. De acuerdo a lo descrito en el punto 4.2.1 donde se analiza la serie temporal original caudal el valor medio de la muestra arroja un valor de caudal medio de 130.08 m³/s., cuyo 10% sería 13.08 m³/seg, que teóricamente sería el caudal ecológico mínimo que se tendría que garantizar en las épocas de estiaje. Sin embargo estos caudales mínimos no son todavía respetados a plenitud por lo que operativamente actualmente

consideran solo 3 m³/s. mínimos que estarían considerados dentro del caudal de purga, a fin de que después de la bocatoma discorra un volumen mínimo de agua por el lecho del río, desde el Km 107 al Km 122. Las exigencias de respetar los caudales ecológicos pueden ser aplicadas a partir de la creación del Ministerio del Medio Ambiente y sus leyes que entrarían en vigencia a partir del 2010.

CURVA CRONOLOGICA Y ESCENARIO DE OPERACIÓN ACTUAL.

Si efectuamos un análisis con las condiciones de operación actual, en una Cuerva Cronológica podremos observar que los caudales generados por el modelo Arima , especialmente los de época de estiaje entre Mayo y Noviembre de cada año, pueden ser complementados por los caudales entregados por el reservorio de regulación natural de la laguna de Sivinaccocha, el cual tiene una capacidad de regulación anual de 120 Hm³ al año y hace que la entrega de caudales a la C.H. Machupicchu sea sostenible a lo largo del año, los datos de caudales futuros y los requerimiento actuales son mostrados en la tabla. B.1 y B.2 del Anexo B y su comportamiento grafico se muestra en la figura 5.11 que a continuación presentamos:

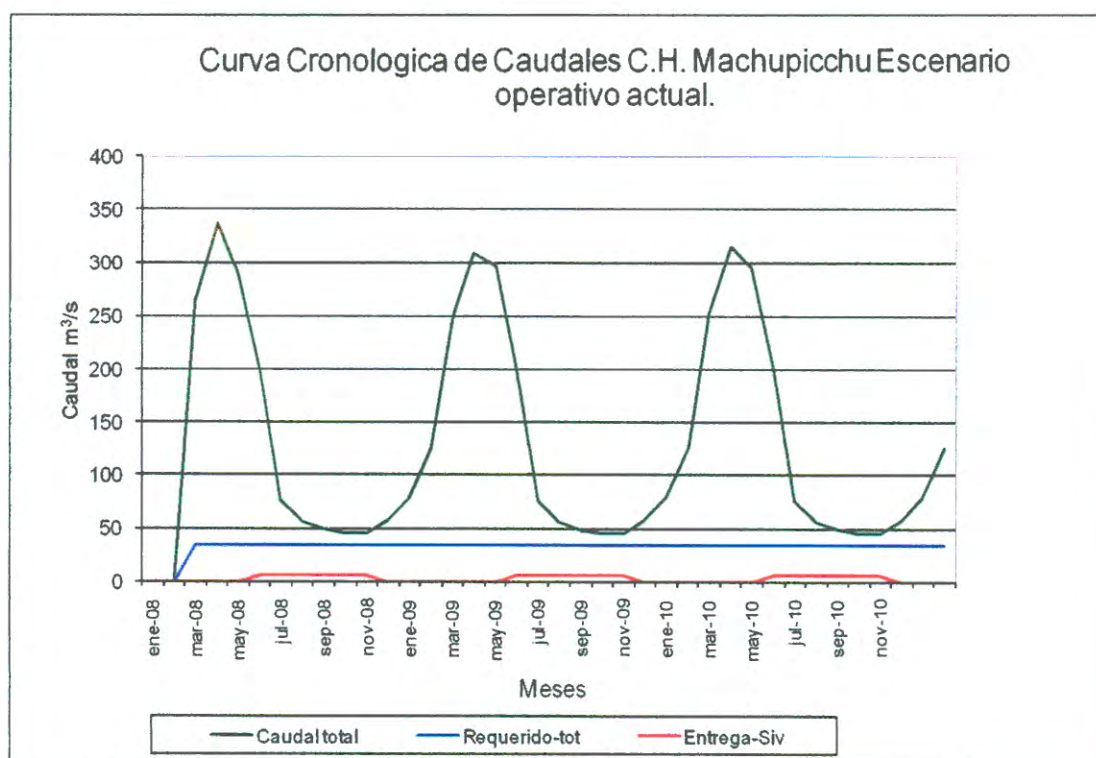


Fig. 5.11 C.H. Machupicchu, escenario operativo actual

CURVA CRONOLOGICA Y ESCENARIO DE OPERACIÓN FUTURO

Teniendo en cuenta las condiciones de operación actual de la 1ra Etapa de la C.H. Machupicchu y evaluando las condiciones de futura operación de la 2da Etapa, si nos pudiéramos en el escenario de que la central entre a operar ya, se vera claramente que los requerimientos de caudales para operar la hidroeléctrica como central de base a plena carga serán mayores y requerirá un caudal total de $61 \text{ m}^3/\text{s}$, si consideramos también el caudal ecológico y de purga, hace en total un requerimiento de $68 \text{ m}^3/\text{s}$. Este caudal estaría garantizada con seguridad en los meses de avenida o sea de Diciembre a Mayo de cada año, pero no estaría garantizada en los meses de estiaje de Junio a Noviembre de cada año, puesto que el comportamiento estacional del río y los valores proporcionados por el Modelo ARIMA de predicción nos demuestran que habrá una deficiencia en los volúmenes de agua escurridos en las condiciones actuales de operación. El futuro comportamiento y requerimiento de caudales, cuando la central hidroeléctrica opere a plena carga se muestran a continuación.

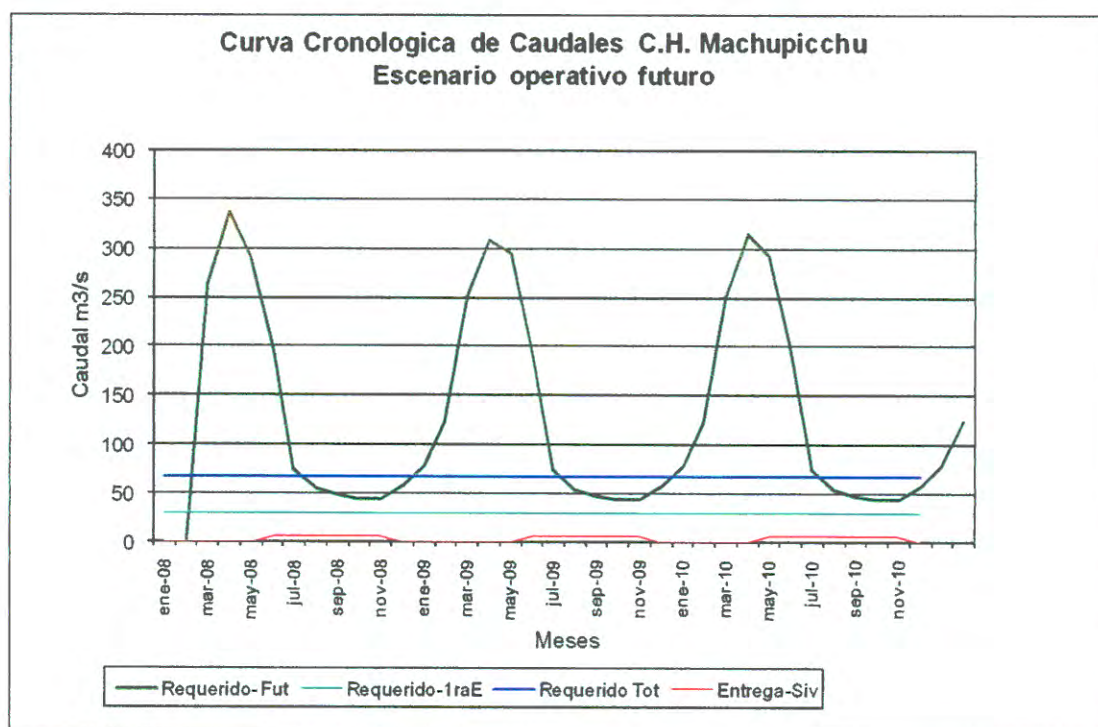


Fig. 5.12 C.H. Machupicchu , escenario operativo futuro.

5.3.2 CURVAS DE DURACION Y ACUMULACIÓN DE CAUDALES 2008

La curva de duración mostrada en al Fig. 5.13 es graficada en función a la información de la curva cronológica, esta curva nos proporciona información sobre el numero de veces (días), que un caudal determinado ha sido alcanzado y permite analizar los periodos de tiempo en días que la central puede trabajar a plena carga , en el caso de la C.H. Machupicchu se alcanza esta condición todos los días del año, pero podríamos predecir que con la ampliación de la 2 Etapa la central podrá trabajar a plena carga solo 220 días del año, lo que significara un perdida de ingresos por venta de energía al no trabajar a plena carga..

La curva de acumulación de caudales, representa los volúmenes escurridos en millones de metros cúbicos de agua en función del tiempo, el área bajo la reta azul reprenda los volúmenes de agua actualmente utilizados en generación, el área entre las recta verde y azul representa los volúmenes de agua requeridos para operar la 2da Etapa a plena carga que alcanzara un volumen de hasta 320,000.000 millones de metros cúbicos de agua anuales, volumen de agua que parte es suministrada por el actual reservorio natural de Sivinacoha y la diferencia debería ser acumulada en otros reservorios a fin de garantizar una operación a plena carga de la futura ampliación. Similar análisis se pude efectuar para el año 2009 y 2010.

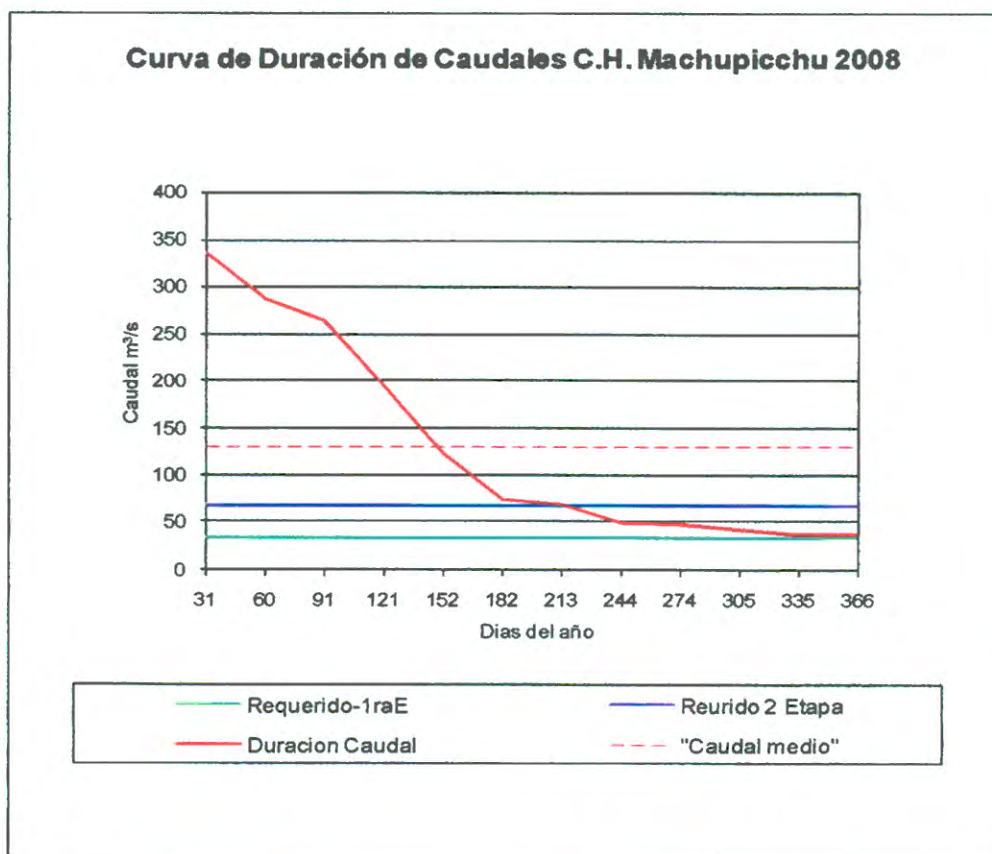


Fig. 5.13 Curva de duración de caudales Km 107 y requerimientos.

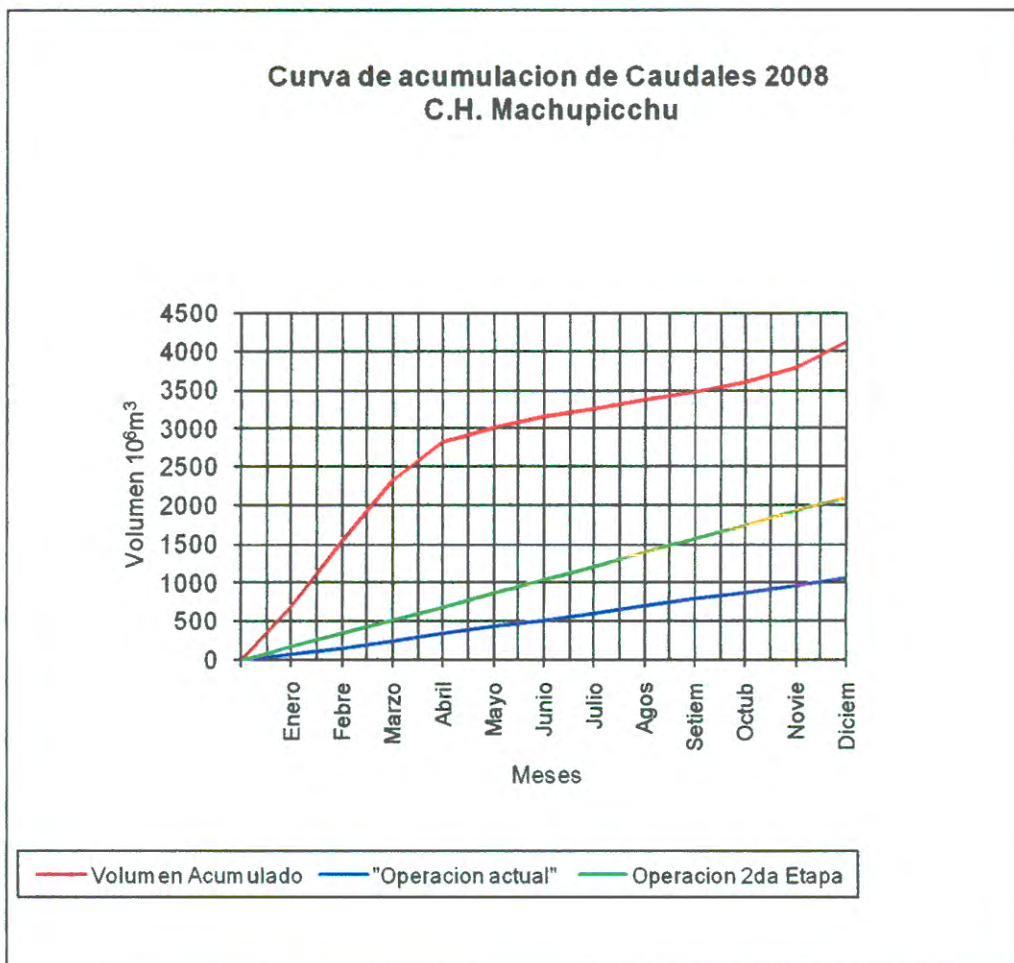


Fig. 5.14 Curva de acumulación de caudales Km 107 y requerimientos.

5.3.3 VOLUMENES DE AGUA REQUERIDOS

La información obtenida también permite analizar los volúmenes de agua que se requieren acumular en el escenario de la ampliación de la 2da etapa de la CH machupicchu, en caso que se quiera operar como central de base a plena carga, dada la inversión y la necesidad de energía por la que esta pasando el sistema eléctrico nacional, esta condición seria la mas optima.

La tabla 5.14 permite observar los volúmenes requeridos de agua que se deberían acumular en reservorios de regulación anual, a fin de que a lo largo del año la cuenca del río Vilcanota sea regulada y proporcione un caudal regular en los meses de estiaje, entre Junio y Noviembre de cada año. Si tenemos en cuenta que en la laguna de Sivinacocha se logra ya acumular un volumen anual promedio de 101'000,000 m³ de, se observa que habría un volumen faltante de agua de hasta 220'000,000 m³ máximo.

Tabla 5.13

Años	Mes	Volumen Requerido m ³	Volumen Util Sibinacocha m ³	Saldo Volumen Faltante m ³
2008	Junio	49.014.720		
	Julio	67.709.952		
	Agosto	77.397.120		
	Setiembre	75.764.160		
	Octubre	46.738.080		
	Total año	316.624.032	101.000.000	215.624.032
2009	Junio	51.269.760		
	Julio	67.780.800		
	Agosto	78.200.640		
	Setiembre	75.790.080		
	Octubre	44.971.200		
	Total año	318.012.480	101.000.000	217.012.480
2010	Junio	50.803.200		
	Julio	69.558.048		
	Agosto	78.045.120		
	Setiembre	75.790.080		
	Octubre	46.523.808		
	Total año	320.720.256	101.000.000	219.720.256

5.3.4 ENERGIA CAPAZ DE PRODUCIR

La información obtenida para la preedición de caudales por metodología ARIMA, también nos permitiría analizar no solo los volúmenes faltantes en escenario de la ampliación de la CH Machupicchu, si no también la energía que se dejaría de producir y los ingresos que se dejarían de percibir por no poder operar a plena carga, que se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 5. 14

Parametro	Ud	2008	2009	2010
Volumen a almacenar	m ³	215,624,032	217,012,480	219,720,256
Caudal Turbina (unit)	m ³ /s	0.000277778	0.000277778	0.000277778
Altura Bruta	m	361.29	361.29	361.29
Diametro de la tubería	m	2.95	2.95	2.95
Area de Paso	m ²	6.8349	6.8349	6.8349
Velocidad del Flujo Actual	m/s	4.5355	4.5355	4.5355
Longitud de la tubería	m	590	590	590
Perdidas	m	5.11	5.11	5.11
Altura Neta	m	356.18	356.18	356.18
Aceleración de la gravedad	m/s ²	9.79	9.79	9.79
Eficiencia Turbina		0.89	0.89	0.89
Eficiencia Alternador		0.985	0.985	0.985
Velocidad de la turbina	RPM	450	450	450
Energía	KWh/m³	0.85	0.85	0.85
Energía	KWh	183,093,582	184,272,559	186,571,823
Costo Marginal Promedio	US\$/MWh	70	70	70
Ingreso no percibido	US\$	12,816,551	12,899,079	13,060,028

5.3.5 POSIBILIDAD DE REGULACION DE LA CUENCA.

La gran cuenca del río Vilcanota, nace en las cordillera del nudo de Vilcanota , en la zona del Cusco, esta cuenca cuenta con mas de 90 lagunas alto andinas, siendo las mas importantes por su área y volumen almacenado las lagunas de Sivinacocha, Langui, y Pomacanchi y Pampamarca, Sigrinacocha y Pinaya, actualmente la empresa generadora ya intervino en la laguna de Sivinacocha, operándola como un reservorio de regulación anual que permite garantizar la actual operación de la CH Machupicchu, sin embargo si se desearía incrementar los caudales para garantizar la operación de la segunda etapa tendrían que intervenir y lograr una regulación de las otras lagunas, que a continuación describimos:

Se deberá contemplar la regulación del río Vilcanota, mediante el mejoramiento y construcción de embalses y otros potenciales. Esta regulación permitirá el incremento de caudales en el río Vilcanota y así afianzar el sistema para la producción de mayor energía. Las alternativas determinadas son:

- **Embalse Sibiracocha:** Ubicado sobre la laguna Sibiracocha, la cual es afluente del río Salcca. Este embalse es el único intervenido técnicamente, se ubica sobre la cota 4.863,5 msnm, y controla una cuenca de 137,0 km².

El embalse de Sibiracocha y el lago natural del mismo nombre se ubican en la Cuenca Alta del río Salcca, en el distrito de Pitumarca, provincia de Canchis, Departamento del Cusco, esta represa tiene un volumen útil del orden de los 120 Hm³. La regulación de la laguna natural permite una disponibilidad adicional en época de estiaje de 7 a 12 m³/s. Desde el año 1996 se tiene un registro de caudales regulados que proviene de Sibiracocha, así mismo se debe tener en cuenta, que la represa se encuentra a mas de 200 Km de la bocatoma de la CH Machupicchu por lo que los efectos de la regulación no son instantáneos, por lo que se debe proveer fluido adicional en función a los comportamientos evaluados desde el día anterior y a la necesidad de la producción de energía así como el comportamiento del caudal del río en tiempo actual.

- **Embalse Pomacanchi:** Ubicado en la laguna de Pomacanchi, cuyo desfogue es afluente directo del río Vilcanota. Este embalse se ubica sobre la cota 3.660 msnm, y controla una cuenca de 255,5 km².

Ubicada en la provincia de Acomayo, a unos 100 km al sur de la ciudad del Cusco, la laguna tiene una salida estrecha por donde las aguas se evacuan hacia el Río Vilcanota, su superficie es de 21.552 km². El área de espejo de agua es de 2,050 hectáreas, en la temporada de lluvias es un gran afluente del Río Vilcanota y descarga caudales que varían de 2.00 a 10.00 m³/seg.

- **Embalse Pampamarca:** Ubicado en la laguna de Pampamarca, afluente del río Vilcanota. Este embalse se ubica sobre la cota 3.785 msnm, y abarca una cuenca de 139,4 km².
- **Embalse Sigrenaccocha:** Ubicado sobre la laguna Sigrenaccocha, la cual es afluente del río Ocongate, perteneciente a la cuenca del Mapacho. Se ubica sobre la cota 4.330,0 msnm, y controla una cuenca 84,10 km².
- **Embalse Phinaya:** Ubicado sobre la quebrada Phinaya, la cual es afluente del río Sallca. Se ubica sobre la cota 4.500,5 msnm, y controla una cuenca 279,9 km².

Laguna de Langui: es otra opción no considerada por posibles problemas sociales, esta ubicada en la provincia de Canas del Departamento del Cusco, a 3,936 msnm y a una distancia de 168 km de la ciudad del Cusco. Posee un área de espejo de agua de 58,137 km, sus dimensiones son de una longitud máxima efectiva 16,040 m., ancho máximo 4,890 m., área de espejo de agua 58,137 Km, profundidad máxima 232 m, tiene un desfogue natural por el río Hercca por donde discurren caudales naturales 4 a 20 m³/seg a los largo del año. Las aguas de este río también es utilizada por la pequeña central hidroeléctrica de Hercca.

Con referencia a los volúmenes posibles de almacenamiento, se ha efectuado el correspondiente balance hídrico para las alternativas, para determinar el posible volumen de embalse en todas las presas, se debe considerar el aporte en volumen del período de lluvias (Diciembre-Abril), también se tendrá en cuenta la capacidad física de los vasos, posibilidad de no generar conflictos sociales con los afectados y tamaño económico de las presas. En el siguiente cuadro se observa la capacidad de almacenamiento considerada para los diferentes vasos:

Tabla 5.14

Item	CUENCA	VOLUMEN DE ALMACENAMIENTO MM m3
1	Sibinaccocha + Jasiona	139
2	Pomacanchi	32,3
3	Pampamarca	12,1
4	Sigrenaccocha	42,4
5	Phinaya	59,6
	Total	285,4

La posibilidad de utilizar las aguas de estas lagunas es factible, debiendo analizar la problemática en particular de cada una, puesto que los impactos ecológicos causados en cada caso son diferentes, puesto que al embalsar una laguna alto andina se cambia el comportamiento climático de la zona así como se pierden áreas de cultivo y pastoreo natural, hechos que deben ser evaluados tanto por los interesados así como por todas las poblaciones y

comunidades de las zonas de influencia, que no son materia de nuestra investigación. La figura 5.13 nos muestra una foto satelital de la ubicación de las lagunas mencionadas.

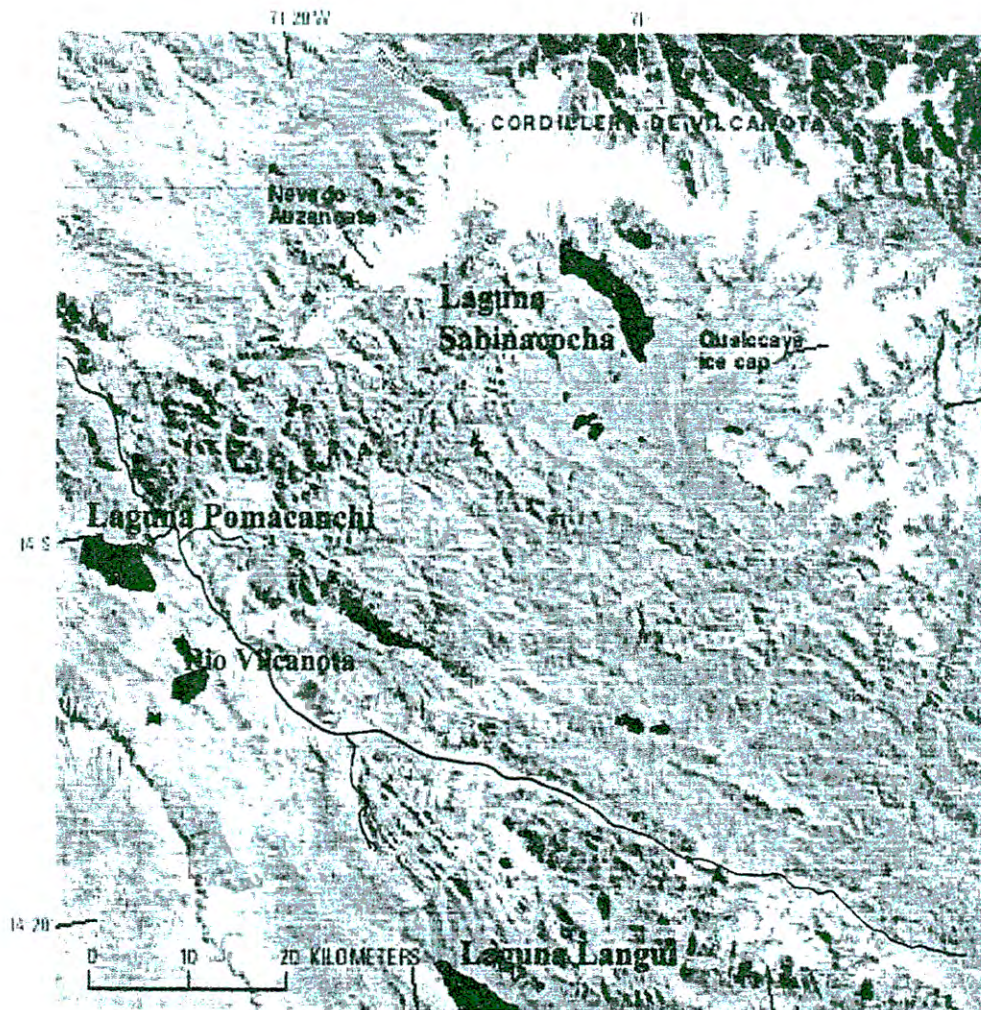


Fig. 5.13 Lagunas principales de la cuenca del Río Vilcanota

CONCLUSIONES

1. La Serie Temporal Caudal fue analizada para un periodo de 14 años, desde Enero de 1994 hasta Diciembre del 2007 que hace un total de 168 meses. Este periodo de tiempo permite observar el comportamiento histórico y estacional de una serie temporal típica de un río de la sierra peruana, del cual se aprovecha para la Generación de Potencia Eléctrica. Los gráficos de autocorrelaciones muestran un fuerte comportamiento estacional y una tendencia no clara, el análisis del diagrama espectral permitirá también indicar que existe una fuerte estacionalidad anual y cierto componente cíclico de largo plazo.
2. Existen años en que los caudales disminuyen a niveles bajos, caudales de hasta $31 \text{ m}^3/\text{s}$, años que coinciden con la ocurrencia del fenómeno del niño que tuvo fuerte presencia en los años 1982 a 1983 y de 1997 a 1998, así mismo la serie presenta valores altos de hasta $422 \text{ m}^3/\text{s}$, producto de los fenómenos de la niña en los años 85-86, 93-94, 96-97. La ocurrencia de estos fenómenos, esta ligada a las variaciones de presión que se producen entre los litorales del Océano Pacífico y del Océano Atlántico, que se debe a fenómenos atmosféricos globales que afectan al globo terráqueo y que tiene que ver también con las explosiones solares que ocurren de manera aleatoria, este comportamiento del clima llamado ENSO no se puede ser predecir con exactitud y su presencia también esta ligada a los cambios climáticos que han ocurrido en la tierra en los últimos 30 años.
3. Al efectuar el análisis mediante modelos ARIMA y siguiendo la metodología de Box Jenkins, hemos encontrado que el modelo M2 ARIMA (1 0 0) (1 1 1) con transformación de la serie Caudal a logaritmo natural, es el mejor modelo de predicción encontrado, puesto que cumple con todas las exigencias de la etapa de validación. Las raíces halladas; $\phi_1 = 0.592$, $\Phi_1 = -0.205$, $\Theta_1 = 0.761$, pasan la prueba de significancia. Los errores se encuentran incorrelados dentro de la banda de confianza al 95%, también pasan la prueba de normalidad de residuos y muestran los menores valores en la comparación por estadísticos de error, por lo que pueden ser considerados como ruido blanco.
4. Para efectos de comparación, se ha analizado la Serie Temporal Caudal, con el mejor modelo de alisados exponenciales WINTERS personalizado, CUSTON Amortiguado y Aditivo, efectuándose una comparación de los estadísticos de error, mostrados en la tabla 5.10,

donde podemos observar la gran bondad de modelo ARIMA sobre el modelo determinístico.

5. Los valores de las predicciones del comportamiento de la variable caudal, permiten predecir el comportamiento del río y planear acciones de tipo operativo para los años analizados del 2008 al 2010, debiendo tener en cuenta que los procedimientos y análisis utilizados son totalmente dinámicos y pueden ser validados año a año en función al comportamiento real del último año.
6. En las condiciones actuales de operación la CH. Machupicchu llega a operar como central de base, casi a plena carga, gracias a que los caudales cubren las necesidades mínimas que es de $34 \text{ m}^3/\text{s}$, logrando producir una energía promedio mensual de hasta 60,000 MWh. Esto se logra con el caudal natural del río y con las descargas que se efectúan en la laguna de Sibinacocha que se utiliza como un reservorio de regulación anual, para incrementar el caudal en la bocatoma cuando este se hace deficitario.
7. En un escenario de operación futuro cuando se efectuó la II Etapa de la C.H. Machupicchu, se requerirá captar en la bocatoma un caudal de $68 \text{ m}^3/\text{s}$, y las actuales fuentes de suministro de agua no serán suficientes, puesto que se requerirá un máximo de hasta 220'000,000 m^3 de agua, quedando dos alternativas, una de trabajar a carga variable en los meses de estiaje y otra efectuar obras adicionales de afianzamiento de caudales en la cuenca. Los volúmenes de agua a almacenar, a fin de que la MCH Machupicchu trabaje a plena carga significan ingresos adicionales anuales de hasta 13'060,028 US\$, que justificaría efectuar obras de afianzamiento adicionales.
8. La cuenca del río Vilcanota, cuenta con varias lagunas alto andinas importantes, de las cuales la Laguna de Sibinacocha ya se encuentra regulada y apoya en la actual operación, si se desea incrementar los suministros de caudales se tendrán que intervenir en las otras lagunas importantes que se encuentran en la zona de influencia del Nevado Ausangate que permitirían acumular hasta 285'000,000 m^3 de agua, previo análisis técnico económico, ambiental y sociológico, por estar involucradas muchos poblados de la zona y por la presencia de otro proyecto Hidroeléctrico en marcha.
9. El presente trabajo de investigación, es un aporte a la propuesta de ampliación de la II Etapa de la C.H. Machupicchu. Dada la coyuntura actual de déficit de energía eléctrica en el Sistema Interconectado Nacional, se debería efectuar análisis más profundos del comportamiento de las cuencas y consolidar los grandes Proyectos de Generación Hidroeléctrica que son más estables a largo plazo, a partir de regulación integral de cuencas para todos los usos.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] Gonzáles Chávez, S. Metodología y Pronóstico de la Demanda Global del SEIN mediante Análisis Estocástico ARIMA. COES-SINAC. Lima, Perú, 2005
- [2] Gonzáles Chávez, S. Pronóstico de las Ventas de Energía Eléctrica del SEIN mediante Análisis ARIMA. COES-SINAC. Lima, Perú, 2004
- [3] Gonzáles Chávez, S. Predicciones Energéticas Mediante Análisis de Series Temporales. Ed. Asturias, Depósito Legal AS-322298, ISBN 84-92334541, España 1998
- [4] Gonzáles Chávez, S., Et. Al. Análisis de la demanda y expansión de los sistemas eléctricos de generación y transmisión del sistema eléctrico interconectado nacional (SEIN) y de los sistemas aislados mayores. Dirección General de Electricidad-MINEM, Lima, Perú, 2005
- [5] Gonzáles Chávez, S., Et. Al. Plan Referencial de Electricidad 2006 – 2015. Dirección General de Electricidad-MINEM, Lima, Perú, 2006
- [6] Box, G.E.P.and Jenkins, G.M. Time Series Analysis: Forecasting and Control, Holden Day, San Francisco, USA, 1976
- [7] Gonzáles Chávez, S. Forecasting of Energy Production and Consumption in Asturias (Northern Spain). ENERGY-The International Journal-Elsevier Science - Pergamon, U. K, Volumen 24, Number 3, ISSN 0360-5442, 1998.
- [8] Peña Sánchez de Rivera, D. Estadística Modelos y Métodos: Modelos Lineales y Series temporales. Alianza Editorial, Madrid, España, 1994
- [9] Pérez, C. Técnicas Estadísticas con SPSS. Prentice Hall, Madrid, España, 2001